

UNIVERZITET U BEOGRADU

SAOBRAĆAJNI FAKULTET

Marko K. Nikolić

**MODEL IZBORA RUTE PUTOVANJA  
ZASNOVAN NA PREDHODNO  
SNIMLJENIM PODACIMA  
NA ULIČNOJ MREŽI**

Doktorska disertacija

Beograd, 2017

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF TRANSPORT AND TRAFFIC  
ENGINEERING

Marko K. Nikolić

**ROUTE CHOICE MODEL BASED ON  
HISTORICAL DATA COLLECTED  
ON STREET NETWORK**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017

**Mentor:** Redovni profesor dr **Jadranka Jović**  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

**Članovi komisije:** Redovni profesor dr **Jadranka Jović**  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Redovni profesor dr **Milan Martić**  
Univerzitet u Beogradu – Fakultet organizacionih nauka

Docent dr **Vladimir Đorić**  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

**Datum  
odbrane:**

## ZAHVALNICA

*Period rada na doktorskoj tezi je bio praćen časovima promišljanja u samoći, što prirodno, zahteva takav mentalni angažman. Ipak, čovek je primarno socijalno biće i nakon ovoga, verujem da uspeh ili intelektualna zalaganja ne mogu da budu zaokružena, potpuna i celovita bez drugih ljudi. Zato osećam ne obavezu, već potrebu da se zahvalim. Zato primarnu zahvalnost dajem mojoj ženi koja je sve ovo vreme bila strpljiva, razumna, što me je slušala, razumela, bodrila, koja mi je dala prostora i pomagala da konceptualizujem pojmove u vezi sa strukom. Neizmerno sam zahvalan što sam upoznao, učio i razvijao se kako profesionalno, tako i kao čovek, od moje mentorke, Jadranke Jović. Priznajem, da tek sada shvatam kolika je uloga mentora na putu aktuelizovanja vlastitih potencijala, da se poslužim Maslovljevom terminologijom. Mentor je putokaz. Izvor znanja, sidro u okenanima mnoštvenosti činjenica koje mogu da vas udalje od vaših „obala“. Mojim roditeljima i sestri, pre svega na načinu na koji su me vaspitali, voleli i poštovali kao unikatno biće, što su razumeli moje, naizgled, neracionalne želje, podržavali i pomagali. Uz ženu sam naučio da, kao formirani ljudi mnogo toga „vučemo“ iz detinjstva i da naše frustracije bitno determinišu naš pogled na svet, emocije, stanja. Uz tu spoznaju, hvala im, što su u našem odnosu primarno preovladavali ljubav i razumevanje, a ne zahtevi, ogorčenosti i njihova lična očekivanja. Takođe se zahvaljujem svim profesorima Saobraćajnog fakulteta sa kojim sam sarađivao, na zalaganjima, podsticajnim mišljenjima, stavovima i neslaganjima. Sa posebnom zahvalnošću se obraćam ljudima iz struke: Vladimiru Đoriću, docentu Saobraćajnog fakulteta, koji je pratio moj profesionalni razvoj još od osnovnih studija, koji mi je pružio neizmernu podršku, dajući konstruktivne savete i usmerenja; kao i Ivanu Ivanoviću, Dragani Petrović i Marku Kapetanoviću. I naravno, mojim prijateljima što su razumeli šta znači bavljenje naukom.*

## **MODEL IZBORA RUTE PUTOVANJA ZASNOVAN NA PREDHODNO SNIMLJENIM PODACIMA NA ULIČNOJ MREŽI**

### **Rezime:**

Modeli izbora rute putovanja u znatnoj meri utiču na rezultate procene trenutnih i prognoze budućih transportnih zahteva. Na osnovu karakteristika korisnika i ulične mreže, tokom ove faze se utvrđuje raspodela verovatnoće izbora ruta između izvornih i ciljnih tačaka putovanja. S tim u vezi, model je moguće unaprediti primenom GPS podataka, prilikom definisanja pravila po kojima korisnici donose odluke vezane za odabir rute putovanja. U skladu sa navedenim, u disertaciji se istražuje problem definisanja skupa alternativnih ruta putovanja u modelima izbora rute putovanja, primenom predložene metodologije za obradu GPS podataka.

Jedan od glavnih zadataka doktorske disertacije predstavlja izgradnja efikasne metodologije za rekonstruisanje putanja vozila i ekstrakciju saobraćajnih parametara iz velike baze GPS podataka. S tim u vezi, snimanje podataka je izvršeno na teritoriji grada Beograda korišćenjem instaliranih GPS uređaja u komercijanim vozilima. Pored toga, u radu je predložena metoda bazirana na genetskom algoritmu za prostorno poklapanje GPS zapisa sa uličnom mrežom, koja je ujedno i jedna od najpreciznijih metoda za obradu GPS podataka sa nižim frekvencama očitavanja. Takođe, predstavljen je model za filtraciju podataka baziran na skupu definisanih pravila, model za interpolaciju i ekstrakciju vrednosti srednjih prostornih brzina na pojedinačnim linkovima i model za prognozu vrednosti vremenskih karakteristika za delove ulične mreže koji nisu pokriveni dovoljnom količinom podataka.

Implementacijom ovih modela dobijene su ulazne vrednosti koje su korišćene za proveru i kalibraciju predloženog pristupa za rešavanje problema rekonstrukcije skupa alternativnih ruta. Ovaj model je baziran na modifikovanom algoritmu grananja i ograničavanja uz primenu leksikografskog pravila, u kojem su predloženi novi načini ograničavanja pretrage. Uporedne analize su pokazale da je predloženi model dostigao znatno viši nivo preciznosti i konzistentnosti od postojećih modela, i to za različite dužine putovanja. Pored toga, korišćenjem velike

baze podataka definisane su karakteristike posmatrane populacije i načini ponašanja korisnika na uličnoj mreži prilikom odabira putanje.

Koncipirana metodologija je implementirana u modelu izbora rute putovanja, čiji su rezultati ukazali da se predloženim pristupom na efikasan način može dobiti oblik funkcije korisnosti. Takođe, istraživanjem je pokazano da frekvencija korišćenja pojedinačnih linkova, dobijenih na osnovu velike baze podataka, značajno doprinosi slaganju modela sa snimljenim podacima.

Sveobuhvatno, precizni modeli za obradu GPS zapisa i definisanje skupa alternativnih ruta, omogućuju implementaciju ekonomski isplative i efikasne metodologije za utvrđivanje saobraćajnog opterećenja. S tim u vezi, implementacija postojećih flota vozila opremljenih sa uređajima za navigaciju omogućuju automatizaciju procesa definisanja modela izbora rute putovanja na osnovu velike baze podataka.

**Ključne reči:** skup alternativnih ruta, model izbora rute putovanja, gps podaci, mapmečing model, procnjeno vreme putovanja, otkrivene preference

**Naučna oblast:** Saobraćajno inženjerstvo

**Uža naučna oblast:** Planiranje saobraćaja i saobraćajne infrastrukture

**UDK broj:**

## **ROUTE CHOICE MODEL BASED ON HISTORICAL DATA COLLECTED ON STREET NETWORK**

### **Abstract:**

Route choice models have significant influence on the final results of trip estimation and transportation forecasting models. At this phase, the characteristics of the users and the street network are used in order to determinate the distribution of the route choice probabilities between the origin and destination points of the trip. With this in regard, the model can be improved by applying GPS data, when defining the rules by which users make decisions related to the route choice. In accordance with the above, the dissertation examines the problem of defining a set of alternative routes in the route choice models using proposed methodology for processing the GPS data.

One of the main tasks of the doctoral dissertation is the construction of an efficient methodology for rebuilding the vehicles' paths and extraction of traffic parameters from the large GPS database. Therefore, data were collected on the territory of the Belgrade city using GPS devices installed in commercial vehicles. Beside this, the dissertation proposes a map-matching method based on a genetic algorithm, which is at the same time one of the most accurate methods for processing lower frequency GPS data. Also, this research proposes the data filtration model based on a set of predefined rules, the model for interpolation and extraction the value of average speeds on links, and a model for predicting the value of travel time characteristics for the part of a street network that are not covered by a sufficient amount of data.

The implementation of these models yielded input values that were used in process of validation and calibration of the novelty route choice set generation model. This model is based on a modified branch and bounding algorithm that implements lexicographic rule, in which new constraint functions are proposed. Comparative analyzes for different lengths of observed trips have shown that the proposed model has reached a significantly higher level of precision and consistency than other existing models. In addition, the characteristics of the observed

population and the behavior of users on the street network are defined by using large database.

The designed methodology was implemented in the route choice model, which results have indicated that the proposed approach could be used for obtaining the utility function in an efficient manner. Also, implementation of data recoding frequency of links has yielded significant improvement of the model's goodness-of-fit.

In summary, the implementation of an economical and efficient methodology for forecasting the travel demands has been enabled with accurate models for processing the GPS data and generation of routes choice sets. Therefore, the implementation of fleets consisted of vehicles that are equipped with navigation devices allows the automation of the process of the route choice model calibration that is based on a large database.

**Key words:** routes choice set, route choices model, gps data, map-matching model, estimated travel time, revealed preferences.

**Scientific Field:** Traffic engineering

**Field of Academic Expertise:** Transport and Infrastructure Planning

**UDC:**



## SADRŽAJ RADA

<b>1</b>	<b>UVOD .....</b>	<b>1</b>
1.1	PREDMET I CILJ ISTRAŽIVANJA.....	4
1.2	POLAZNE HIPOTEZE.....	5
1.3	NAUČNI DOPRINOS .....	7
1.4	PREGLED DOKTORSKE DISERTACIJE PO POGLAVLJIMA.....	8
<b>2</b>	<b>PREGLED RELEVANTNE LITERATURE.....</b>	<b>9</b>
2.1	MODELI ZA DEFINISANJE SKUPA ALTERNATIVNIH RUTA.....	9
2.2	MODELI IZBORA RUTE PUTOVANJA .....	18
2.2.1	KOREALCIJA U MODELIMA IZBORA RUTE PUTOVANJA.....	19
2.3	METODE ZA ODREĐIVANJE VREMENA PUTOVANJA.....	26
2.4	MAPMEČING MODELI.....	32
<b>3</b>	<b>METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA .....</b>	<b>39</b>
3.1	VREMENSKA I PROSTORNA OBUHVATNOST ISTRAŽIVANJA .....	42
3.2	SNIMANJE PROSTORNIH PODATAKA.....	44
<b>4</b>	<b>METODOLOGIJA ZA OBRADU PODATKA.....</b>	<b>49</b>
4.1	FILTRACIJA PODATAKA.....	52
4.2	MAPMEČING MODEL BAZIRAN NA GENETSKOM ALGORITMU (GMM).....	55
4.2.1	VALIDACIJA GMM MODELA.....	66
4.3	MODEL ZA EKSTRAKCIJU VREMENA PUTOVANJA PO LINKOVIMA .....	75
4.4	MODEL ZA PROCENU PROSTORNIH BRZINA BAZIRAN NA NEURONSKIM MREŽAMA (NPPB).....	83
4.4.1	VALIDACIJA NPPB MODELA.....	87
4.5	SINTEZA MODELA U PROCESU OBRADU GPS PODATAKA .....	92
<b>5</b>	<b>MODEL ZA GENERISANJE SKUPA ALTERNATIVNIH RUTA .....</b>	<b>106</b>
5.1	MODELIRANJE SKUPOVA ALTERNATIVNIH RUTA .....	106
5.2	MODEL GRANANJA I OGRANIČAVANJA SA PRIMENOM LEKSIKOGRAFSKOG PRAVILA (GOL) .....	112

5.3	KALIBRACIJA PARAMETARA U GOL MODELU.....	129
5.4	VALIDACIJA GOL MODELA.....	143
<b>6</b>	<b>MODEL IZBORA RUTE PUTOVANJA.....</b>	<b>156</b>
6.1	LOGIT FORMA U MODELIMA IZBORA RUTE PUTOVANJA.....	156
6.2	PRIMENA RAZVIJENIH MODELA U IZBORU RUTE PUTOVANJA.....	158
<b>7</b>	<b>ZAKLJUČAK.....</b>	<b>165</b>
7.1	PRAVCI BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA .....	170
	<b>LITERATURA.....</b>	<b>172</b>
	PRILOG 1. Teorija odlučivanja.....	187
	PRILOG 2. Odlučivanje putem višekriterijumske korisnosti .....	210
	PRILOG 3. Diskretni modeli izbora .....	213
	PRILOG 4. Sistem pokretnih detektora (SPD) za prikupljanje podatka .....	219
	PRILOG 5. Sistem za satelitsku navigaciju .....	222
	PRILOG 6. Geografski informacioni sistemi i digitalne mape.....	225
	PRILOG 7. Izbor ruta od strane korisnika sa biheviorističkog aspekta.....	227
	PRILOG 8. Genetski algoritam .....	230
	PRILOG 9. Metode za generisanje skupa alternativnih ruta .....	234
	PRILOG 10. Statističke ocene i analize .....	239

## SPISAK TABELA

Tabela 2.1. Performanse postojećih modela za generisanje skupova alternativnih ruta.....	11
Tabela 2.2. Karakteristike postojećih modela izbora rute putovanja baziranih na logit strukturi.....	20
Tabela 2.3. Performanse postojećih mapmečing modela.....	33
Tabela 3.1. Ulazni podaci za ulične deonice (linkovi).....	43
Tabela 3.2. Ulazni podaci za raskrsnice i krajeve uličnih deonica (čvorovi).....	43
Tabela 3.3. Karakteristike uzorka snimljenih GPS podataka, podeljene po satima.....	47
Tabela 4.1. Rezultati vremena obrade različite strukture GPS podataka.....	72
Tabela 4.2. Preciznost postojećih mapmečing modela.....	74
Tabela 4.3. Rezultati preciznosti i struktura predložene neuronske mreže.....	90
Tabela 4.4. Karakteristike snimljenih podataka za vremenske intervale između i-1 i i očitavanja.....	93
Tabela 4.5. Procenat pokrivenosti različitih rangova ulične mreže po vremenskim periodima.....	98
Tabela 4.6. Procenat različitih kategorija uzoraka po vremenskim periodima.....	99
Tabela 4.7. Prikaz podataka za uličnu mrežu I, II i III ranga, po kategorijama veličine uzorka i vremenskih perioda.....	103
Tabela 5.1. Uzorak odabranih putanja čiji se indeks $d(t)$ razlikuje za $\leq 1\%$ od najkraćih (najbržih) ruta.....	135
Tabela 5.2. Srednje vrednosti i vrednosti standardnog odstupanja za indekse ograničenja.....	138
Tabela 5.3. Vrednosti indeksa ograničenja za 80% i 90% uzorka.....	138
Tabela 5.4. Vrednosti indeksa maksimalnog zaobilaznog puta za 90% i 80% uzorka.....	139
Tabela 5.5. Raspodela učešća nižih i viših rangova ulične mreže u odabranim putanjama kretanja.....	141
Tabela 5.6. Vrednosti parametara efikaznosti modela za formiranje skupova alternativnih ruta putovanja.....	149
Tabela 5.7. Kalibracija parametara u GOL modelu.....	155
Tabela 6.1. Vrednosti procenjenih koeficijenata i statističkih pokazatelja za putovanja dužine 1 - 5 km.....	160
Tabela 6.2. Vrednosti procenjenih koeficijenata i statističkih pokazatelja za putovanja dužine 5 - 10 km.....	161
Tabela 6.3. Vrednosti procenjenih koeficijenata i statističkih pokazatelja za putovanja dužine $\leq 10$ km.....	162
Tabela 6.4. Ocena očekivanog preklapanja za sve klase putovanja.....	164

## SPISAK SLIKA

Slika 3.1. Prostor ulične mreže grada Beograda, obuhvaćen istraživanjem.....	44
Slika 3.2. Prosečne vrednosti trenutnih brzina vozila po časovima.....	45

Slika 3.3. Ukupan broj očitanih GPS pozicija po satima aktivnih vozila (levo) i prosečan broj aktivnih vozila na uličnoj mreži (desno) po satima.....	46
Slika 3.4. Relativna i kumulativna frekvencija promene vrednosti vremenskog intervala između GPS očitavanja.....	48
Slika 4.1. Dijagram metodologije primenjene za obradu GPS podataka. ....	51
Slika 4.2. Dijagram GMM modela. ....	56
Slika 4.3. Selektovanje kandidata prilikom projekcije GPS tačaka na uličnu mrežu...60	
Slika 4.4. Primena dinamičkog uvijanja vremena i prikaz rešenja sa najmanjom veličinom deformacija.....	62
Slika 4.5. Zamene genetskog materijala ukrštanjem (levo) i mutacijom (desno).....	65
Slika 4.6. Preklapanje uzastopnih sekvenci GPS trajektorije.....	65
Slika 4.7. Zavisnost rednog broja generacija u kojoj je pronađeno rešenje od ukupan broj mogućih permutacija.....	68
Slika 4.8. Linearna zavisnost broja permutacija u odnosu na vrednost rednog broja generacije u kojoj je pronađeno rešenje.....	69
Slika 4.9. Raspodela relativne frekvence vremena rada u odnosu na vreme rada algoritma (levo) i rednog broja generacije pronalaska rešenja (desno).....	70
Slika 4.10. Zavisnost vremena obrade i dužine sekvence, za različite strukture GPS podataka.....	73
Slika 4.11. Scenarij I kada prostorna brzina nije locirana na linku.....	76
Slika 4.12. Scenario II kada je jedna prostorna brzina locirana na linku.....	77
Slika 4.13. Scenario III kada je više prostornih brzina locirano na linku. ....	77
Slika 4.14. Integrisanje interpolacione funkcije (a, b, c, d) i fizički prikaz ulične deonice sa tačkama očitavanja (e).....	81
Slika 4.15. Normalizacija brzina za posmatrane vremenske periode.....	82
Slika 4.16. Izgled neuronskih mreža za prognozu srednje vrednosti brzina (levo) i vrednosti njihovog standardnog odstupanja (desno).....	85
Slika 4.17. Promene vrednosti preciznosti u toku treniranja neuronskih mreža.....	89
Slika 4.18. Vrednosti gubitka modela u toku treniranja neuronskih mreža.....	89
Slika 4.19. Regresiona analiza između stvarnih i predviđenih vrednosti brzina putovanja.....	91
Slika 4.20. Regresiona analiza između stvarnih i predviđenih vrednosti standardnog odstupanja brzine putovanja.....	91
Slika 4.21. Relativna i kumulativna frekvencija vrednosti prostornih brzina.....	93
Slika 4.22. Relativne i kumulativna frekvencija vremena čekanja vozila u okolini čvora.....	94
Slika 4.23. Raspodela vrednosti prostornih brzina u odnosu na vremenski razmak između očitavanja.....	95
Slika 4.24. Raspodela nižih vrednosti prostorne brzine u odnosu na vremenski razmak između očitavanja.....	95
Slika 4.25. Dijagram primenjene metode za kategorisanje i obradu uzoraka prostornih brzina.....	97
Slika 4.26. Raspodela ukupnog broja linkova sa malim uzorkom.....	99
Slika 4.27. Pokrivenost ulične mreže sa podacima iz I i II kategorije uzoraka.....	100

Slika 4.28. Raspodela frekvenci vrednosti prostornih brzina i fitovanih funkcija normalne raspodele.....	101
Slika 4.29. Pokrivenost ulične mreže sa obrađenim podacima.....	104
Slika 4.30. Obuhvaćeni deo ulične mreže u procesu prognoze vrednosti prostornih brzina (linkovi crne boje).....	105
Slika 5.1. Dijagram GOL modela. ....	114
Slika 5.2. Algoritam grananja i ograničenja sa primenjenom metodom pretrage u dubinu.....	116
Slika 5.3. Uređenje listova u hip listi, primenjene u GOL modelu. ....	117
Slika 5.4. Leksikografsko uređenje primenjeno u GOL modelu. ....	118
Slika 5.5. Prostor pretrage za kriterijum $d$ i $t$ u fazi procene (levo) i prognoze (desno) transportnih zahteva. ....	121
Slika 5.6. Ograničenje selektovanja dela ulične mreže putem elipsoide. ....	123
Slika 5.7. Indeks maksimalnog ograničenja zaobilaznog puta. ....	124
Slika 5.8. Indeks elastičnosti rute primenjen u GOL modelu. ....	125
Slika 5.9. Uključeni deo ulične mreže kod dužih putovanja. ....	128
Slika 5.10. Odnosi najbržih i najkraćih ruta u odnosu na odabrane putanje. ....	130
Slika 5.11. Raspodele vrednosti indeksa $d$ i $t$ kod 80%, 90% i 95% dela uzorka. ....	131
Slika 5.12. Raspodele vrednosti indeksa $d$ i $t$ u odnosu na dužinu puta.....	132
Slika 5.13. Frekvencija raspodele vrednosti indeksa $d$ i $t$ . ....	133
Slika 5.14. Koeficijent preklapanja optimalne rute sa odabranim optimalnim i približno optimalnim rutama. ....	134
Slika 5.15. Raspodele vrednosti indeksa $e$ i $l$ kod 80%, 90% i 95% dela uzorka.....	136
Slika 5.16. Raspodele vrednosti indeksa dubine stabla, kod 80%, 90% i 95% dela uzorka.....	137
Slika 5.17. Raspodela vrednosti indeksa maksimalnog zaobilaznog puta. ....	140
Slika 5.18. Učešće viših rangova ulične mreže u odabranim putanjama za različite delove trasa i dužine putovanja. ....	141
Slika 5.19. Učešća različitih rangova uličnih deonica u odabranim putanjama, za različite delove trasa i dužine putovanja. ....	142
Slika 5.20. Vrednost preklapanja odabranih putanja u odnosu na formirane skupove alternativnih ruta.....	144
Slika 5.21. Upporedna analiza vrednosti preklapanja odabranih putanja u odnosu na formirane skupove alternativnih ruta.....	146
Slika 5.22. Raspodela vrednosti indeksa $CI$ u ispitivanim modelima.....	147
Slika 5.23. Raspodela vrednosti indeksa $PSL$ u ispitivanim modelima. ....	148
Slika 5.24. Upporedna analiza vremena rada modela.....	151
Slika 5.25. Upporedna analiza vremena rada modela i razlike vrednosti koeficijenata preklapanja.....	152
Slika 5.26. Vreme rada GOL modela u odnosu na vrednosti ograničenja. ....	153
Slika 5.27. Procenat preklapanja rezultata dobijenih GOL modelom u odnosu na vrednosti ograničenja.....	154
Slika 6.1. Vrednosti koeficijenata u funkciji korisnosti za različite klase putovanja. ....	163

<i>Slika P. 1. Model za generisanje skupa alternativnih ruta metodom eliminacije linkova.....</i>	<i>234</i>
<i>Slika P. 2. Model za generisanje skupa alternativnih ruta metodom penalizovanja linkova.....</i>	<i>235</i>
<i>Slika P. 3. Model za generisanje skupa alternativnih ruta primenom stohastičkog pristupa.....</i>	<i>236</i>
<i>Slika P. 4. Model za generisanje skupa alternativnih ruta pretragom u širinu.....</i>	<i>237</i>
<i>Slika P. 5. Odnos između pseudo-korelacije <math>\rho^2</math> i korelacije <math>R^2</math>.....</i>	<i>244</i>

## SPISAK SKRAĆENICA

ADVANCE	Koncept za naprednu navigaciju vozača i vozila (eng. <i>Advanced driver and vehicle advisory navigation concept</i> )
CPN	Kontra propagaciona neuro mreža (eng. <i>Counter propagation neural network</i> )
FIFO	Koncept „prvi ušao, prvi opslužen“ (eng. <i>First in, first out</i> )
GLONAS	Globalni navigacioni sputnjikov sistem (rus. <i>Глобальная навигационная спутниковая система</i> )
GMM	Genetski mapmečing model
GNSS	Globalni navigacioni satelitski sistem (eng. <i>Global navigation satellite system</i> )
GOL	Grananje i ograničenje sa primenom leksikografskog pravila
GPS	Sistem za globalno pozicioniranje (eng. <i>Global positioning system</i> )
IIA	Nezavisnost od irelevantnih alternativa (eng. <i>Independence from irrelevant alternatives</i> )
ITS	Inteligentni transportni sistemi
MNL	Multinomialni logit model
NPPB	Neuro mreža za prognozu prostorne brzine
PCHIP	Hibridni kvadratni hermitov interpolacioni polinom (eng. <i>Piecewise cubic hermite interpolating polynomial</i> )
PSC	Korekcionni faktor veličine putanje (eng. <i>Path size correction</i> )
PSL	Logit faktor veličine putanje (eng. <i>Path size logit</i> )
SPD	Sistem pokretnih detektora
UTC	Sistem univerzalnog usklađivanja vremena (eng. <i>Coordinated universal time</i> )
XFCD	Prošireni sistemi pokretnih detektora (eng. <i>Extended float car data</i> )

## 1 UVOD

Nagon za preživljavanjem je tokom čovekovog evolutivnog razvitka podsticao ljude da se kreću i da tragaju za resursima. Razvijajući svest, čovekova potreba za kretanjem više ne podrazumeva samo zadovoljenje egzistencijalnog aspekta. Ljudi su tragajući za znanjem počeli da istražuju nepoznate predele, ne samo zbog opstanka već i zbog zadovoljenja duhovne dimenzije. Posledično, razvoj nauke i tehnologije je uslovio rast ljudske *mobiliteti*, pri čemu su udaljena mesta postala dostupnija i vremenski bliža. Sa druge strane, stvaranjem modernog društva, ljudima su nametnute nove socijalne uloge, koje su doprinele da stil svog života učine dinamičnijim. Širenjem gradova i rastom njihove populacije, kao i geografskim udaljavanjem mesta stanovanja od mesta rada, stvorili su se uslovi u kojima vreme provodeno u toku putovanja ima značajan uticaj na kvalitet života stanovnika.

Tempo kojim su se ljudske zajednice razvijale, u najvećoj meri je diktiran dostupnošću i mobilnošću, odnosno prostornom i vremenskom udaljenošću. S tim u vezi, želja za prelaženjem sve dužih distanci u što kraćim vremenskim intervalima, podstaklo je ljude da razvijaju tehnologiju transporta i saobraćaja. Kapitalizam i komercijalizacija tehnoloških dostignuća su u toku prošlog veka, stvorile potrebu za masovnom proizvodnjom vozila namenjenog privatnom sektoru. Ljudska želja za udobnijim i komfornijim životom, prouzrokovala je kontra efekte doprinevši da se ljudske zajednice „guše“ u rastućim problemima u saobraćaju. Najzapaženiji problemi u postindustrijskom dobu su: porast zagušenja u saobraćaju, prekomerna potrošnja energetske planetarne resursa, emisija štetnih gasova i druga ekološka zagađenja, povećan nivo buke, nedostatak površina za izgradnju dodatnih saobraćajnih kapaciteta sa jedne strane i velika zuzetost prostora uličnim i putnim površinama sa druge strane, urbanističko zagađenje, smanjen nivo bezbednosti, komfora i kvaliteta života, porast direktnih i indirektnih troškova putovanja i rast ukupnog vremena putovanja. Zbog istaknutih problema, veliki deo stručne i ciljne javnosti je na globalnom nivou usmerio pažnju ka rešavanju i ublažavanju pomenutih negativnih efekata.



Kako bi se ublažili neželjeni efekti, neophodno je na pravilan način upravljati transportnim zahtevima i odlukama koje vozači donose pre i u toku putovanja. Vozači svoje odluke donose u zavisnosti od transportne ponude i potražnje posmatranog područja, pri čemu one predstavljaju odraz njihovih sklonosti i mogućnosti. Vrste izbora koje korisnici donose se dele na odluke vezane za odabir: vremena polaska, vida putovanja, svrhe putovanja, odredišta i putanje kretanja. Sposobnost modela da što realnije predstavi načine na koji korisnici donose navedene odluke, predstavlja glavni preduslov za dobijanje pouzdanih vrednosti u modelima opterećenja ulične i putne mreže, prilikom planiranja budućih transportnih zahteva. Oblast nauke o saobraćaju koja proučava uzroke gore pomenutih negativnih pojava i pronalazi načine da ih prevenira i sanira, naziva se *planiranje saobraćaja*. Osnovna svrha ove inženjerske discipline jeste *procena trenutnih i prognoza budućih transportnih zahteva*, kao i optimizacija iskorišćenosti postojećih saobraćajnih kapaciteta i planiranja budućih transportnih ponuda. Planiranje saobraćaja podrazumeva multidisciplinarna znanja prilikom sagledavanja višedimenzionalne problematike, kao što jesu uzroci zagušenja u saobraćaj. Time se verodostojno bavi grana nauke u planiranju saobraćaja, u okviru koje se izučava *transportni model*, i koji obuhvata četiri faze istraživanja: definisanje generatora putovanja, definisanje prostorne raspodele putovanja, definisanje vidovne raspodele putovanja i opterećenje ulične mreže. Poslednja faza predstavlja fokus ovog istraživanja, pri čemu se sam proces opterećenja ulične mreže sastoji iz dela koji izučava načine na koji korisnici donose odluke i dela koji određuje raspodelu prognoziranih transportnih zahteva na obuhvaćenoj oblasti ulične ili putne mreže. Prvi deo ove faze, koji proučava korisnikov izbor, u literaturi je poznat pod nazivom *model izbora rute putovanja* i prema mnogim autorima predstavlja i najkompleksniju oblast prilikom izrade transportnog modela. Razlog za ovakvo mišljenje je uslovljen implementiranjem znanja iz oblasti saobraćaja, ekonomije, psihologije i matematike, kao i drugih razloga koji će detaljnije biti navedeni u radu. Metodologija koja se koristi prilikom izučavanja fenomena načina izbora rute od strane korisnika, implementira proces modeliranja i simuliranja korisnikovog izbora na osnovu njegovog stvarnog odabira.

Osnovni zadaci prilikom primene modela izbora rute putovanja su rekonstrukcija *skupa izvodljivih i relevantnih ruta* na uličnoj ili putnoj mreži i definisanje izgleda samog modela. S tim u vezi, model se na osnovu navedenih zadataka deli u dve odvojene faza: (i) *selektovanje skupa alternativnih ruta putovanja* i (ii) *procena vrednosti parametara modela izbora rute putovanja*. Sa aspekta *teorije odlučivanja*, u toku prve faze se modeluje *nekompenzaciski* način donošenja odluka, dok se u drugoj fazi simulira proces *kompenzaciskog* odlučivanja. Drugim rečima, u situaciji u kojoj postoji veliki broj mogućih ruta, korisnik na nesvesnom i svesnom nivou definiše skup relevantnih i izvodljivih ruta, između kojih putem vrednosti njihovih atributa bira alternativu koja mu donosi najviše koristi.

Za razliku od mnogobrojnih odluka koje korisnici donose pre i u toku putovanja, izbor rute putovanja predstavlja oblast izučavanja koja se najteže modeluje i prognozira u transportnim modelima. Glavne specifičnosti koje ovaj model čine kompleksnim, jesu: relativno veliki broj alternativa u skupu izbora, smanjena operativnost modela prilikom generisanja alternativa na uličnim mrežama visoke rezolucije, odsustvo mogućnosti snimanja korisnikovog skupa alternativa, varijabilne vrednosti atributa alternativa, diverzitet različitih sklonosti korisnika ka alternativama, korelacija između alternativa prouzrokovana njihovim preklapanjem itd. Pored navedenog, u modelima izbora rute putovanja, istraživači se susreću sa problemom modelovanja ljudskog ponašanja u neizvesnim situacijama, u pogledu: dužine trajanja vremena putovanja, prepoznavanja nagona korisnika i karakteristika ruta koje ih navode na određeni odabir itd. Takođe, istraživačima nije eksplicitno dostupan skup iz kojeg korisnici biraju rutu putovanja (koji teoretski može biti beskonačan ukoliko se razmatraju i rute koje u sebi sadrže cikluse), i rekonstrukciju stvarnih izbora vrše na osnovu utvrđenih i usvojenih biheviorističkih pravila. Prilikom rekonstrukcije korisnikovog ponašanja, istraživači se na gustim uličnim mrežama susreću sa kombinatornim problemom koji uključuje različite moguće načine kombinovanja uličnih deonica između *izvornih* i *ciljnih tačaka*.

Svi navedeni problemi naveli su veliki broj istraživača da posvete svoje vreme rešavanju ovih problema, kao i da konstruišu modele putem kojih se na zadovoljavajućem nivou simulira ponašanje korisnika. S obzirom, da se putem

modela izbora rute putovanja definiše način raspodele transportnih zahteva na uličnoj i putnoj mreži, tačnost prognoza transportnog modela u mnogome zavisi od preciznosti poslednje faze, koja se razmatra u ovoj doktorskoj disertaciji.

## **1.1 PREDMET I CILJ ISTRAŽIVANJA**

U radu će biti implementiran pristup za prikupljanje i obradu podataka poznat pod nazivom sistem pokretnih detektora (eng. floating car data) (Nikolić i ostali, 2015). Glavne prednosti ovog sistema u odnosu na druge pristupe su: definisanje vrednosti saobraćajnih parametara za veliki deo ulične mreže, mogućnost utvrđivanja korisnikovih preferenci prilikom odabira alternativa i ekonomičnost primene (nisu potrebna dodatna ulaganja prilikom implementacije i održavanja sistema za prikupljanje podataka). Korišćenjem pokretnih detektora, u radu će biti formirana baza podataka o vremenskim raspodelama vremena putovanja na linkovima za različite periode tokom dana. Za obradu GPS zapisa, biće konstruisan poseban algoritam za filtriranje neobrađenih podataka, kao i model baziran na višekriterijumskom genetskom algoritmu za prostorno poklapanje podataka sa uličnom mrežom. Podaci će biti filtrirani pomoću alata konstruisanih za proveru ispravnosti podataka i za selektovanje samo onih očitavanja koja se povezuju sa kretanjem vozila na uličnoj mreži (isključuju se zaustavljanja vozila koja nisu prouzrokovana uslovima u saobraćaju, kao i greške nastale merenjem). Druga faza obrade podataka podrazumeva prostorno poklapanje GPS tačaka sa uličnom mrežom i rekonstrukcije stvarne putanje kretanja vozila, koja je u literaturi poznata pod nazivom mapmečing (eng. map-matching). Mapmečing modeli predstavljaju relativno novu oblast istraživanja i zastupljeni su u metodologijama koje koriste podatke snimljene uređajima za navigaciju. U radu će biti konstruisan mapmečing model, koji predstavlja jedan od doprinosa ove doktorske disertacije. Nakon obrade, formirane baze podataka će biti korišćene za definisanje vremena putovanja duž linkova, pouzdanosti vremena putovanja, detekciju izvora i ciljeva putovanja, kao i za rekonstrukciju odabranih ruta putovanja (podaci koji će primarno biti korišćeni kao ulazne vrednosti prilikom definisanja modela izbora rute putovanja).

Model izbora rute putovanja na uličnoj mreži će biti konstruisan korišćenjem metode otkrivenih sklonosti, kojom se ispituju uticaji različitih tehničko-eksploatacionih karakteristika ruta na prostornu raspodelu putovanja. S obzirom da su u neznatnom broju istraživanja implementirani bihevioristički modeli izbora rute putovanja na uličnoj mreži, rezultati ovog istraživanja predstavlja će poseban doprinos ka boljem razumevanju načina na koji korisnici biraju putanje kretanja. U istraživanju će korisnost različitih ruta biti vrednovana na osnovu sledećih karakteristika: prosečno vreme putovanja, pouzdanost vremena putovanja, dužina ruta i frekvenca korišćenja linkova (protok korisnika na uličnim deonicama).

Konstruisanje preciznog pristupa za rekonstrukciju korisnikovog skupa alternativa, predstavlja glavni zadatak ove doktorske disertacije. S tim u vezi, njen predmet i naučni cilj se sagledava kroz razvoj biheviorističkog modela za formiranje skupova putanja, a koji se koriste zajedno sa modelima izbora rute. Pored najvažnijeg naučnog cilja, dodatni ciljevi disertacije su: (i) kalibracija koeficijentata funkcije sistemske korisnosti, i (ii) kreiranje inovativnih algoritama i modela za obradu GPS podataka. S tim u vezi, u doktorskoj disertaciji će biti razvijena efikasna i racionalna metodologija prikupljanja i obrade podataka o vremenima putovanja za deonice ulične mreže, a koja će biti implementirana prilikom kalibracije ulaznih vrednosti parametara u funkciji korisnosti. S obzirom, da će za ostvarivanje navedenih ciljeva biti korišćena postojeća flota vozila (sistem koji ne zahteva dodatna ulaganja), ovom disertacijom se pruža dodatan doprinos u razvoju ekonomski racionalnih modela izbora rute putovanja, predstavljanjem inovativne i primenjive metodologije.

## **1.2 POLAZNE HIPOTEZE**

Model izbora rute putovanja predstavlja osnovnu kariku u modeliranju transportnih zahteva tokom faze opterećenja ulične mreže, odnosno prilikom definisanja raspodele putovanja između izvora i ciljeva kretanja korisnika (Prato, 2009). Raspodela putovanja na uličnoj mreži direktno zavisi od karakteristika ruta i sklonosti vozača, koji na osnovu vremena putovanja, pouzdanosti vremena putovanja, dužine ruta i drugih faktora vrednuju putanje iz skupa mogućih

alternativa. Kako bi se na osnovu individualnog izbora korisnika predvideli zahtevi na agregatnom nivou, koriste se *logit* modeli kojima se definiše verovatnoća izbora jedne putanje u odnosu na ostale (Cascetta i ostali, 1996; Ben-Akiva & Bierlaire, 1999; Ramming, 2001; Bovy i ostali, 2008). U skladu s tim, potrebno je odrediti stvaran skup alternativa, kako bi se dobile preciznije prognoze vrednosti opterećenja na uličnim deonicama. Pored toga, usled nedostatka efikasnog načina snimanja podataka vezanih za otkrivene sklonosti korisnika, dosadašnja istraživanja su se zasnivala na vrednostima parametara usvojenim na osnovu subjektivnog znanja, a ne na osnovu objektivnih činjenica (Prato, 2009).

Definisanje vrednosti parametara koji se koriste u modelima izbora rute putovanja moguće je izvršiti korišćenjem modernih tehnologija (sistem pokretnih detektora), putem kojih se formiraju velike baze podataka (Lu i ostali, 2015; Tang & Cheng, 2016). Primenom ovog sistema može se na efikasan način utvrditi vrednost vremena putovanja i pouzdanost vremena putovanja na rutama i uličnim deonicama. Takođe, putem ovog sistema se na osnovu veličine frekvence upotrebe linkova i odabranih ruta, mogu otkriti sklonosti posmatrane populacije prema određenim karakteristikama uličnih deonica. Kako bi se navedeni parametri odredili potrebno je posedovati precizan mapmečing model, koji saobraćajnim planerima pomože da na efikasan način učine podatke dobijene GPS uređajima upotrebljivim, i da na osnovu njih definišu vrednosti parametara u modelu izbora rute putovanja (Hess i ostali, 2015).

S obzirom na to da je tema ovog rada, razvoj modela izbora rute putovanja zasnovan na predhodno snimljenim podacima na uličnoj mreži, u okviru doktorske disertacije postavljene su sledeće polazne hipoteze:

- Logit model se može uspešno upotrebiti za modeliranje odluka koje korisnici donose prilikom izbora rute putovanja.
- Model izbora rute putovanja je moguće unaprediti metodom otkrivenih sklonosti.

Takođe, zbog potreba izgradnje pomoćnih modela i sprovođenju istraživanja radi dokazivanja polaznih hipoteza, postavljaju se sledeće dodatne hipoteze:

- Obrada GPS podataka se može izvršiti putem metode genetskog algoritma.

- Skup alternativnih ruta putovanja i sklonost korisnika ka određenim rutama je moguće rekonstruisati korišćenjem GPS podataka prikupljenih u vozilima na terenu.

### **1.3 NAUČNI DOPRINOS**

Najvažniji doprinos ove doktorske disertacije predstavlja razvijanje inovativnog biheviorističkog modela za rekonstrukciju skupova alternativnih ruta korisnika, koji se koristi prilikom modeliranja saobraćajnih opterećenja. U skladu s tim, upotrebljeni su podaci prikupljeni putem GPS uređaja instaliranih u vozilima koja su obavljala aktivnosti transporta robe na uličnoj mreži. Istraživanje koje je obavljeno u okviru doktorske disertacije pokazalo je da se ovom metodologijom može na efikasan način izvršiti modeliranje izbora rute putovanja, pri čemu je ujedno i definisana osnova, koja bi trebalo da podstakne širenje naučnih saznanja iz postavljene metodologije i u domaćem saobraćaju.

Način na koji učesnici u saobraćaju donose odluke u situacijama sa neizvesnim ishodom, predstavlja relativno novo polje istraživanja u modelima izbora rute putovanja. U skladu sa navedenim, poseban doprinos rada predstavljaju rezultati koji doprinose boljem shvatanju načina odabira putanje, u slučajevima kada postoji neizvesnosti u pogledu vremena dolaska na destinaciju.

Pored navedenog, dodatni doprinos istraživanja predstavlja formulisan i testiran mapmečing model za obradu GPS podataka, koji je baziran na genetskom algoritmu. Implementacija navedenog algoritma u globalnim mapmečing modelima je po prvi put izvršena u ovom istraživanju. Takođe, u radu je razvijena metodologija za obradu podataka sa ciljem njihove implementacije u istraživanjima iz oblasti saobraćajnog planiranja. S tim u vezi, naučni doprinos doktorske disertacije predstavlja i detaljno razvijen način obrade GPS podataka od trenutka njihovog generisanja do kreiranja konačnih i upotrebljivih rezultata. Zaključuje se, najvažniji doprinosi doktorske disertacije su:

- formiranje biheviorističkog modela za generisanje skupa alternativnih ruta,

- formiranje modela izbora rute putovanja transportnih tokova na osnovu snimljenih GPS podataka, kompatibilnim sa modelima za utvrđivanje prostorne raspodele putovanja,
- definisanje uticaja pouzdanosti vremena putovanja na prostornu raspodelu transportnih tokova,
- mapmečing model baziran na genetskom algoritmu, i
- metodologija za obradu GPS podataka sa svrhom implementacije u istraživanjima iz oblasti saobraćajnog planiranja.

## **1.4 PREGLED DOKTORSKE DISERTACIJE PO POGLAVLJIMA**

Doktorska disertacije se sastoji iz sedam poglavlja, pri čemu je rad podeljen na deo koji izučava postojeća istraživanja (drugo poglavlje) i na deo u kojem su predloženi novi koncepti i predstavljeni rezultati sprovedenih analiza (treće, četvrto, peto i šeto poglavlje).

Nakon uvodnog izlaganja, u drugom poglavlju je prikazan pregled postojećih modela za definisanje skupa alternativnih ruta i modela izbora ruta putovanja, kao i načini obrade podataka o vremenu putovanja i istraživanja vezana za mapmečing modele.

U trećem i četvrtom poglavlju je opisana predložena metodologija, na osnovu koje su: prikupljeni podaci, kreirani i implementirani alate za obradu podataka, i konstruisane baze podatka. Nakon ovog dela rada, u petom poglavlju su predstavljeni osnovni koncepti koji su korišćeni u modelima za definisanje skupa alternativnih ruta, i konstruisan je novi model baziran na biheviorističkim strategijama. Takođe, izvršena je analiza na osnovu otkrivenih sklonosti korisnika, i predloženi model je testiran zajedno sa ostalim postojećim modelima. U šestom poglavlju je bliže opisan usvojeni oblik logit forme i kalibrisane su vrednosti koeficijenata u funkcijama korisnosti. U poslednjem poglavlju su predstavljena završna razmatranja i zaključci doktorske disertacije, nakon čega su predloženi budući pravci istraživanja i mogućih pravci daljeg razvoja predloženih koncepata.

Pored navedenog, disertacija sadrži deset priloga u kojima su detaljnije objašnjeni sistemi, tehnike i teoretski koncepti korišćeni u toku istraživanja.

## **2 PREGLED RELEVANTNE LITERATURE**

### **2.1 MODELI ZA DEFINISANJE SKUPA ALTERNATIVNIH RUTA**

Potreba da se smanje individualni i kolektivni troškovi, generisani tokom putovanja na uličnoj mreži, podstakao je razvoj modela putem kojih se simulira korisnikov izbor putanje kretanja. S tim u vezi, Wardrop (1952) je među prvim autorima predložio način za prognoziranje kretanja korisnika na uličnoj i putnoj mreži. Ovaj autor uvodi bitne aksiome o korisničkom i sistemskom ekvilibrijumu, koje podstiču razvoj naučne oblasti za izučavanje načina modeliranja raspodele transportnih zahteva na uličnoj mreži. Korišćenjem ovih aksioma, definisan je model opterećenja ulične mreže pod nazivom „sve ili ništa“, u kojem se pretpostavlja da se transportni sistem nalazi u stanju korisničkog ekvilibrijuma<sup>1</sup>. S obzirom, da se ovakvi uslovi gotovo nikada ne mogu snimiti na uličnoj mreži zbog velikog broja faktora koji utiču na izbor korisnika, Dial (1971) uvodi pretpostavku o stohastičkom korisničkom ekvilibrijumu. Odnosno, iako se korisnici ponašaju racionalno, pretpostavlja se da istraživači ne poseduju mogućnost da inkorporiraju sve preferencije korisnika u modelima. Ovakav pristup uvodi potrebu za formiranjem skupa sačinjenog od različitih alternativnih ruta, za koji se utvrđuje raspodela verovatnoće odabira njegovih alternativa od strane donosioca odluka.

Modeliranje izbora rute predstavlja jednu od najkompleksnijih faza u procesu planiranja i prognoze transportnih zahteva. Glavni nedostatak prilikom izrade ovih modela, predstavlja odsustvo podataka o strukturi skupa alternativa koji korisnici razmatraju prilikom odabira rute. U skladu s tim, istraživači su prinuđeni da uvedu različite pretpostavke o načinu formiranja ovih skupova. Pored toga, potrebno je istaći da ostali vidovi problema ovih modela proističu iz međusobnog preklapanja ruta i velikog broja mogućih alternativa.

Svrha definisanja skupa ruta je po Hoogendoorn-Lanser & Van Nes (2006) sledeća: analiza ponašanja korisnika, procena parametara u modelu izbora i prognoza raspodele verovatnoća izbora alternativa. U literaturi se zbog načina definisanja skupa, ove metode često svrstavaju pod heurističke pristupe. Rieser-

---

<sup>1</sup> Korisnički ekvilibrijum predstavlja stanje u kojem su korisnici odabrali putanje sa najmanjom količinom troškova, pri čemu odabirom druge alternative korisnik ne može smanjiti svoje troškove.



Schüssler i ostali (2013) su na osnovu rezultata dobijenih paralelnim ispitivanjem različitih algoritama za formiranje skupova, utvrdili da su samo metode bazirane na najkraćim putanjama pogodne za ekstrakovanje ruta na uličnim mrežama visokih rezolucija. Sa druge strane, Tang & Cheng (2016) navodi da najkraće putanje bira oko 40% populacije, dok 90% korisnika bira rutu sa vremenom putovanja koje je za najviše 5 minuta duže od vremena putovanja na najbržoj alternativni.

Prilikom modelovanja izbora rute, model se može bazirati na predhodno formiranim skupovima alternativa (eksplicitni pristup) ili na metodama koje ne zahtevaju njihovo indentifikovanje (implicitni pristup). Prato (2009) navodi da postoje teoretski i empiriski dokazi da je prvi pristup precizniji, s obzirom da ovaj deo modela simulira nekompensacijski način donošenja odluka. Pored navedenog, prilikom suočavanja sa velikim brojem alternativa, u teoriji odlučivanja se predpostavlja da korisnici teže da problem svedu na manji broj opcija (detaljnije videti u priložima 1 i 2). Takođe, empiriski dokazi ukazuju da ljudski mozak u ovim situacijama primenjuje nekompensacijske strategije, koje ljudima omogućuju da donesu približno optimalne odluke (Tawfik & Rakha 2012). Prato (2009) navodi rezultate istraživanja Bekhor & Prato (2006), Prato & Bekhor (2007), Bliemer & Bovy (2008) čiji zaključci ukazuju da veličina skupa utiče na vrednosti verovatnoće izbora, dok rezultati istraživanja Bovy (2009) pokazuju da neatraktivne rute ne utiču značajno na konačne rezultate.

Hoogendoorn-Lanser & Van Nes (2006) navode da se rute mogu podeliti na one koje su razmatrane od strane korisnika, i one koje su rekonstruisane od strane istraživača. Sa druge strane, autori Dhaker (2012) i Prato (2009) predstavljaju podelu pristupa za formiranje skupa alternativa, koju čine četiri osnovne grupe modela: (i) modeli bazirani na najkraćim rutama (deterministički i stohastički), (ii) modeli sa ograničenjima, i (iii) modeli sa primenom verovatnoće. Prva kategorija modela je najčešće implementirani pristup u ovim problemima i bazirani su na metodama generisanja k-najkraćih putanja. Pored navedenog, deterministički pristupi za formiranje skupa alternativa se dele na tri dodatne podkategorije: metode uklanjanja linkova, metode penalizovanja troškova na linkovima i metoda optimizacije različitih kriterijuma (eng. label). U tabeli 2.1. sumirani su rezultati dobijeni u postojećim modelima za generisanje skupova alternativnih ruta.

**Tabela 2.1.** Performanse postojećih modela za generisanje skupova alternativnih ruta.

Autori	Struktura	Pristup	Preciz.	Prag	Napomena
Ramming, 2001	eksplicitni	eliminacija linkova	60-71%	80%	
Prato & Bekhor, 2006	eksplicitni	eliminacija linkova	58-82%	70%	
Rieser-Schüssler i ostali, 2013	eksplicitni	eliminacija linkova	75%	100%	pretraga u širinu
Montini & Axhausen, 2015	eksplicitni	eliminacija linkova	52%	100%	
Hess i ostali, 2015	eksplicitni	eliminacija linkova	50%	100%	pretraga u širinu
Ramming, 2001	eksplicitni	penalizovanje linkova	78-80%	80%	15-45 ruta po skupu
Prato & Bekhor, 2006	eksplicitni	penalizovanje linkova	68,22%	70%	penal 1.05
Nassir i ostali, 2014	eksplicitni	penalizovanje linkova			penal PSC
Ben-Akiva i ostalih, 1984	eksplicitni	optimizacije kriterijuma	90%	100%	10 kriterijuma
Ramming, 2001	eksplicitni	optimizacije kriterijuma	85%	80%	16 kriterijuma
Quattrone & Vitetta, 2011	eksplicitni	optimizacije kriterijuma	75%	100%	5 kriterijuma
Prato & Bekhor, 2006	eksplicitni	optimizacije kriterijuma	48,31%	70%	4 kriterijuma
Ramming, 2001	eksplicitni	stohastički pristup	64% i 79%	80%	8-48 izvlačenja
Prato & Bekhor, 2006	eksplicitni	stohastički pristup	59-81%	70%	
Frejinger & Bierlaire, 2005	eksplicitni	stohastički pristup			20 izvlačenja
Frejinger, 2007	eksplicitni	primena verovatnoće			
Prato & Bekhor, 2006	eksplicitni	enum. sa ogran.	97,88%	70%	5 ograničenja
Fosgerau i ostali, 2013	implicitni	rekurzivni model			
Mai i ostali, 2015	implicitni	rekurzivni model			
Flötteröd & Bierlaire, 2013	implicitni	metropolis-hastings			
Lai & Bierlaire, 2015	implicitni	metropolis-hastings			

*Metoda eliminacija linka* formira skup alternativa uklanjanjem delova mreže koji su uključeni u putanji generisanoj tokom poslednje iteracije, pri čemu se različiti pristupi međusobno razlikuju po broju i načinu uklanjanja linkova. Prvi model je predložen od strane Azevedo i ostalih (1993), kojim se vrši definisanje skupa k jednistvenih najkraćih ruta, primenom metode kojom se uklanjaju svi linkovi poslednje generisane putanje. Ramming (2001) je primenom metode eliminacije linkova, demonstrirao da se u ovako formiranim skupovima u 60%-71% slučajeva generišu putanje koje poseduju minimum 80% zajedničkih delova uličnih deonica kao i odabrane rute. Pored toga, u ovom algoritmu je ukupno generisano do 49 ruta po skupu. Prato & Bekhor (2006) su u svom istraživanju dobili rezultate u opsegu od 58,47% do 81,78% za vrednosti minimalnog poklapanja od 70% sa odabranim rutama. Oni su ovim algoritmom generisali 10 ruta pri čemu se u svakoj iteraciji uklanja link koji najviše udaljava korisnika od cilja, dok ga istovremeno približava

izvoru putovanja. Rieser-Schüssler i ostali (2013) su predložili model pretrage u širinu sa primenom pristupa eliminacije linkova, kojim je postignut željeni nivo preciznost za 75% snimljenog uzorka. Montini & Axhausen (2015) su primenom ovog modela generisali 50 različitih ruta po skupu, pri čemu su dobili vrednost od 52% preklapanja alternativa u formiranim skupovima sa snimljenim podacima putovanja izvršenih putničkim vozilima. Hess i ostali (2015) uvode metodu pretrage kojom se dubina stabla sa mogućim rešenjima povećava u svakoj novoj iteraciji, pri čemu veličina dubine odgovara broju linkova koji je uklonjen tokom tekuće iteracije. Ukupno je generisano 15 ruta po skupu, u kojima je pridodata i izabrana ruta ukoliko ona nije generisana. Formirani skupovi ruta putem ovog algoritma, su u 50% slučajeva reproducirali stvarnu putanju korisnika. Sveobuhvatno posmatrano, glavna mana ovih modela predstavlja mogućnost da se u toku rane faze pretrage izbriše link bez kojih se ne mogu povezati delovi ulične mreže između izvora i cilja putovanja (model predstavljen od strane Rieser-Schüssler i ostalih (2013) ne poseduje ovu manu). Druga bitna mana ovih modela ogleda se u nedostatku optimalnog načina za utvrđivanje broja linkova koji je potrebno ukloniti između iteracija. S tim u vezi, različiti autori predlažu pristupe kojima se uklanjaju svi linkovi na najkraćoj ruti, jedan link, link koji najviše udaljava korisnika od cilja, linkovi koji su nižeg ranga ulične mreže, linkovi koji se ne nalaze u blizini izvora i cilja itd.

U *drugom pristupu* se umesto uklanjanja linkova, permanentno uvećava veličina troška svakog linka na ruti generisanoj u poslednjoj iteraciji. Ovi modeli ne poseduju nedostatke uočene kod predhodnog pristupa, ali sa druge strane ne postoji ni jasno definisana optimalna metoda za utvrđivanje veličine penala. U slučaju veoma niskih vrednosti, rute se u različitim iteracijama neznatno razlikuju, dok se pri većim ocenama generišu nerealne alternative. Osim toga, vrednost ocena kod ovog algoritma može biti konstantna ili varijabilna. Ovaj model je prvi put predstavljen od strane de la Barra i ostalih (1993), pri čemu je Ramming (2001) implementirao njihov pristup za dva scenarija u kojima su generisane 40 i 15 ruta po skupu. U prvom scenariju, rezultati su ukazali da 80% formiranih skupova poseduju minimalan procenat preklapanja od 80% sa odabranim putanjama (kod 57% testiranog uzorka je zabeleženo preklapanje od 100% sa odabranim

putanjama), dok u dugom slučaju 78% formiranih skupova poseduje minimalan procenat preklapanje od 80% sa odabranim putanjama (kod 56% testiranog uzorka je zabeleženo preklapanje od 100% sa odabranim putanjama). Prato & Bekhor (2006) su u ovom pristupu implementirali konstantnu vrednost ocene penala, koja je iznosila 1,05, pri čemu su u testovima generisali skupove od 15 ruta. Algoritam je pokazao da je kod 68,22% formiranih skupova zabeleženo minimalno preklapanje od 70% sa odabranim putanjama (kod 53,81% dela uzorka za koji su formirani skupovi, zabeleženo je preklapanje od 100%). Nassir i ostali (2014) predlažu da se u algoritmu vrednost penala određuje putem faktora veličine putanje *PSC*, koji se koristi u modelima izbora rute putovanja i koji je prvi put uveden od strane Bovy (2009). Primenom ovog algoritma na uličnoj mreži San Franciska, autori su utvrdili da se isti rezultati dobijaju kada se primeni običan algoritam, putem kojeg je generisano 96 ruta, i njihov algoritma kojim je generisano 5 ruta. Na osnovu ovih rezultata, zaključci njihovog istraživanja su da se primenom ovog modela značajno smanjuje broj ruta koje je potrebno generisati.

*Treći način* za formiranje skupova alternativa, predložen od strane Ben-Akiva i ostalih (1984), implementira se putem uzastopnog generisanja najjeftinijih putanja optimizacijom različitih kriterijuma. Kriterijumi koji su inicijalno bili uključeni u ovom modelu su: vreme putovanja, dužina rute, kapacitet, gužva u saobraćaju, okolina, saobraćajni znakovi, rang uličnih deonica, stanje kolovoznih površina, dužina rute duž autoputa, i razvijenost okoline u pogledu komercijalnih namena površina. Ovaj pristup je prikazao relativno dobre rezultate, jer je u 90% testiranih slučajeva izabrana putanja bila generisana primenom ove metode. Pored toga, predloženi model je u velikom broju slučajeva rekonstruisao veoma slične ili iste rute za različite kriterijume, pri čemu su kriterijumi vremena putovanja i dužine reprezentovali ukupno 70% uzorka, dok saobraćajni znakovi gotovo uopšte nisu uticali na poboljšanje preciznosti rezultata. Implementacija ove metode je sprovedena i od strane Ramming (2001), koji je u svom istraživanju iskoristio 16 različitih kriterijuma, u kojima je pored parametara korišćenih u originalnom modelu Ben-Akiva i ostalih (1984) uključeno i 6 novih kriterijuma. Rezultati ovog istraživanja su ukazali da optimizacija provedenog vremena u slobodnom toku na ruti najviše doprinosi preciznosti dobijenih rezultata. Sa druge strane, procenat

neuspešno obrađenog uzoraka iznosi 15%, u kojem su formirani skupovi posedovali manji procenat preklapanja od 80% u odnosu na izabrane putanje (kod 25% uzorka, formirani skupovi nisu posedovali alternativu koja se 100% preklapa sa odabranom). Pored navedenog, Dhaker (2012) navodi rezultati istraživanja Quattrone & Vitetta (2011), u kojem su ovi autori primenom pet kriterijuma postigli željeni nivo preklapanja sa izabranom rutom kod 75% formiranih skupova. Takođe, Prato & Bekhor (2006) su koristeći kriterijume dužine linka, vremena putovanja u slobodnom toku, vremena putovanja i kašnjenja, postigli nivo od minimalno 70% poklapanja sa izabranom putanjom u delu uzorka kojeg čini 48,31% snimljenih putovanja (kod 40,68% uzorka, skupovi su sadržali rutu koja se 100% preklapala sa odabranom putanjom). Sveobuhvatno posmatrano, rezultati prikazanih istraživanja ukazuju da ova vrsta algoritma poseduje svoja ograničenja, ali i konzistentnost sa aspekta preciznosti prilikom formiranja skupova alternativnih ruta. Predloženom metodom se uvek optimizuje neki od uključenih kriterijuma, pri čemu se opisuju izbori korisnika koji optimizuju samo jedan parametar, ali ne i dela populacije koji vrši kompenzaciju između vrednosti različitih kriterijuma.

*Stohastičkim pristupom* se putem uvođenja varijabilnih vrednosti troškova, simuliraju različite sposobnosti korisnika da procene vrednost parametara na uličnoj mreži (Dhaker, 2012). Za razliku od determinističkih modela, ovaj pristup ne pruža uvek ista rešenja, pri čemu se nivo konzistentnosti povećava sa izvlačenjem većeg broj vrednosti promenljivih iz funkcije raspodele. Prilikom definisanja vrednosti troškova, koji su u najvećem broju slučajeva predstavljeni u obliku vremena putovanja, uglavnom se koristi Gausova raspodela i zaobljena normalna raspodela. Bekhor i ostali (2002) i Ramming (2001) su u svom modelu konstruisali najkraće putanje kretanja, upotrebom metode uzorkovanja za utvrđivanje vrednosti impedanse vremena putovanja u uslovima zagušenog saobraćajnog toka. U ovom modelu, vrednosti promenljivih kriterijuma su određene na osnovu različitog broja izvlačenja (8-48 izvlačenja), pri čemu je srednja vrednost veličine skupova iznosila 30 ruta. Preciznost modela je utvrđena putem usvojenog praga, koji iznosi minimalno 80% preklapanja sa odabranom rutom. Rezultati ispitivanja sa 8 i 48 izvlačenja, pokazali su da je kod 64% i 79% uzorka zadovoljen postavljeni uslov, respektivno. Sa druge strane, testiranjem modela sa 8 i 48 izvlačenja, postignuto je

100% preklapanja sa odabranom rutom kod 38% i 50% formiranih skupova, respektivno. Prato & Bekhor (2006) su za određivanje vremena putovanja koristili zarubljenu normalnu raspodelu, putem koje su vrednosti od minimalno 70% preklapanja u odnosu na odabranu rutu dostignute kod: 59,35% uzorka (kod 49,15% uzorka, zabeleženo je preklapanje od 100%) za niže vrednosti varijacije parametra, i 81,36% uzorka (kod 61,44% uzorka, zabeleženo je preklapanje od 100%) za više vrednosti varijacije parametra. Pored metode simuliranja vrednosti atributa ruta, Bovy & Fiorenzo-Catalano (2007) su implementirali dupli stohastički generator, u kojem se putem izvučenih veličina koeficijenata u funkciji korisnosti, utvrđuju visine troškova na uličnoj mreži. Sa druge strane, Frejinger & Bierlaire (2005) su implementirali pristup determinističke simulacije, uzorkovanjem impedanse iz raspodele vremena putovanja. U istraživanju su korišćena 20 izvlačenja, pri čemu je skup alternativnih putanja u proseku posedovao 9,3 rute (Frejinger & Bierlaire, 2005).

*Metoda za definisanje ruta putem verovatnoće* je bazirana na procesu uzorkovanja alternativa iz univerzalnog skupa ruta, pri čemu je potrebno uključiti samo atraktivne alternative jer je ovaj skup obično veoma veliki. S tim u vezi, Frejinger (2007) je u svom modelu predstavio troškove na linkovima u obliku vrednosti koje se nalaze unutar intervalu od 0 do 1, pri čemu ove veličine određuju verovatnoću izbora naredne ulične deonice u fazi generisanja rute (linkovi koji čine najkraći put poseduju vrednosti 1). Primenom algoritma pod nazivom šetnja, alternativa se gradi odabirom narednog linka na osnovu verovatnoće, koje ujedno predstavljaju i njihove vrednosti troškova. Nedostatak ovog modela predstavlja mogućnost generisanja nerealnih ruta i ciklusa, kao i dugog vremena rada potrebnog da se u određenim slučajevima pronađe alternativna putanja. Takođe, Rieser-Schüssler i ostali (2013) su razmatrali ovaj model, pri čemu su došli do zaključka da pristup nije primenjiv u problemima u kojima se sagledava ulična mreža viših rezolucija, zbog dužine trajanja procesa formiranja skupova alternativnih ruta.

*Metoda enumeracije sa ograničenjem* predstavlja pristup koji ne primenjuje algoritam za pronalaženje optimalnih ruta kao kod ostalih modela, već se alternative dobijaju grananjem iz početne tačke putovanja, pri čemu se prostor rešenja definiše

na osnovu utvrđenih vrednosti ograničenja. Po saznanjima autora, u dosadašnjim istraživanjima su jedino Prato & Bekhor (2006) implementirali ovu metodu, koja je pružila izuzetno dobre rezultate preciznosti u njihovim analizama. Oni su u svom algoritmu primenili (i) ograničenja dužine putanje (vrednost ograničenja 1,1), kako bi odbacili sve alternative koje udaljavaju korisnike od cilja, (ii) vremensko ograničenje (vrednost ograničenja 1,5), kojim se isključuju sve rute sa značajno većim vremenom od najbrže alternative, (iii) ograničenje u vidu zabrane ciklusa, (iv) ograničenje sličnosti između generisanih ruta (vrednost ograničenja 0,8), kojim se odbacuju alternative sa većim stepenom preklapanja od usvojenog praga, i (v) ograničenje u pogledu maksimalanog broja levih skretanja. Istraživanja ovih autora su pokazala da je ovim modelom ostvareno minimalno preklapanje od 70% sa odabranom rutom kod 97,88% uzorka (kod 91,10% uzorka, formirani skupovi su dostigli preklapanje od 100% sa odabranom rutom). Algoritam je pružio veći stepen preciznosti u odnosu na sve naveden modele u ovom poglavlju. Sa druge strane, nedostatak modela predstavlja vreme rada potrebno za formiranje skupova alternativnih ruta (42 h za 2038 jedinstvenih ruta), kao i primena subjektivnog pristupa prilikom utvrđivanja vrednosti indeksa ograničenja (Prato, 2009). Jedan od glavnih problema u predloženom algoritmu predstavlja implementirani način pretrage u širinu, kojim se eksponencijalno povećava vreme rada algoritma sa svakim novim čvorom u izabranoj putanji. Ovaj pristup podrazumeva da se pretraga ne započinje na narednom nivou, dok se ne generišu sve moguće grane na trenutnom nivou. Zbog ove mane modela, njegova implementacija je ograničena na putanje koje su sačinjene od manjeg broja uličnih deonica. Pored toga, Rieser-Schüssler i ostali (2013) su u svom istraživanju odbacili mogućnost primene ovog modela, uz konstataciju da u definisanom vremenskom periodu od 90 minuta nije generisano dovoljno ruta za 229 selektovanih parova izvorno/ciljnih putovanja. Takođe, ovi autori navode da se kod ovog pristupa ne dovodi u pitanje njegova preciznost već operativnost.

Svi prikazani pristupi predstavljaju grupu eksplicitnih modela, dok se sa druge strane u implicitnim pristupima ne definiše skup alternativa već se prognoza verovatnoće izbora putanje utvrđuje prilikom uzorkovanja alternativa. Bierlaire i ostali (2009) su implementirali ograničen multinomialni logit model predložen od

strane Martínez i ostalih (2009), u kojem je izvršena aproksimacija izgleda eksplicitnog skupa alternativa modelom predloženog od strane Manski (1977). Ovi autori su implementirali dvo-stepeni model, kojim se utvrđuje verovatnoća da će korisnik odabrati posmatranu alternativu  $i$  iz skupa  $C_m$ , i verovatnoću da će korisnik formirati skup  $C_m$  iz univerzalnog skupa alternativa  $C$ . Glavni nedostatak ovog modela, predstavlja proces koji zahteva određivanje svih mogućih skupova  $C_m$  iz univerzalnog skupa  $C$ . Takođe, rezultati istraživanja su pokazali da ovaj model nije adekvatan za implementaciju u procesima generisanja skupa ruta. Fosgerau i ostali (2013) i Mai i ostali (2015) su predložili rekurzivni logit model, koji ne zahteva predhodno definisanje skupa alternativa prilikom utvrđivanja verovatnoće izbora pojedinačnih ruta. Po navodima autora, ovaj model predstavlja prvi dinamički diskretan model izbora rute putovanja, putem kojeg se utvrđuje sekvenca odabranih uličnih deonica na čvorovima ulične mreže. Model definiše vrednost verovatnoće izbora u čvorovima, putem implementiranja principa maksimizuje korisnikove korisnosti, koja je sastavljena od trenutno doživljene korisnosti na razmatranom linku, očekivane maksimalne korisnosti do cilja putovanja i slučajne korisnosti. Potrebno je istaći da autori nisu naveli sa kojim nivoom preciznosti se generišu rute u ovom modelu.

Pored navedenih modela, Flötteröd & Bierlaire (2013) su predložili *metropolis-hastings algoritam* za uzorkovanje alternativa, u kojem se primenjuje pretraga upotrebom operatera prespajanja i mešanja. Trenutno rešenje se korišćenjem operatera prespajanja deli na tri dela, nakon čega se srednji deo zamenjuje novom sekvencom puta. Sa druge strane, operaterom mešanja se određuju tačke na kojima se vrši presecanje rute u procesu prespajanja. Pored toga, u algoritmu postoje tri osnovna stanja, u kojima postoji mogućnost da trenutno rešenje podleže procesima prespajanja, mešanja ili da ostane nepromenjeno. Lai & Bierlaire (2015) su implementirali ovaj algoritam za uzorkovanje ruta, u toku postupka definisanja vrednosti ukršteno-ugneždenog logit modela. U ovom istraživanju, usvojene su aproksimativne vrednosti funkcije modela za multivarijantne ekstremne vrednosti, predloženih od strane autora Guevara & Ben-Akiva (2013). Na osnovu rezultata testova sprovedenih na sintetičkim i realnim



podacima, autori su utvrdili da se prikazanim pristupom preciznije može utvrditi izgled navedenog modela za definisanje izbora rute.

Prato (2009) ističe da je glavna svrha svih predstavljenih modela definisanje relevantnih ruta u fazi formiranja skupa alternativnih putanja. Pored navedenog u ovoj tački, u ostalim tačkama pregleda literatura, predstavljeni su pristupi za utvrđivanje verovatnoća izbora pojedinačnih ruta, kao i načini obrade podataka implementiranih u ovom situiranju.

## **2.2 MODELI IZBORA RUTE PUTOVANJA**

Nakon redukovanja univerzalnog skupa na manji skup sastavljen od izvodljivih putanja, sledeći korak u definisanju izbora rute putovanja predstavlja implementacija modela za određivanje raspodele verovatnoće izbora između odabranih alternativa. Opšte prihvaćeni pristup za definisanje izbora ruta su predstavljeni u obliku diskretnih modela, koji za opisivanje odluka koriste teoriju slučajne korisnosti (detaljnije videti u prilogu 3). Prvi ovakvi modeli su bili bazirani na maksimizaciji očekivane koristi (Neumann & Morgenstern, 1944; Savage, 1954), koji su zasnovani na pretpostavci da korisnici uvek biraju putanju koja donosi najviše koristi. S obzirom, da ovakav pristup isključuje mogućnost odabira ruta koje nisu optimalne, značajno je smanjena sposobnost modela da prognozira stvarnu prostornu raspodelu putovanja. Ova ograničenja su navele istraživače da razviju modele bazirane na maksimizaciji slučajne koristi, u kojima se uvodi stohastični deo funkcije korisnosti, putem kojeg se reprezentuju uticaji nepoznatih individualnih karakteristika na odabir putanja. Takođe, ova funkcija poseduje deterministički deo u kojem je uključena korisnost posmatranih karakteristika ruta (sistemska korisnost), koja obično utiču u najvećoj meri na odluke korisnika.

U velikom broju istraživanja je uvedena pretpostavka da stohastički deo korisnosti podleže Gumbelovoj ili normalnoj raspodeli, na osnovu koje se dobijaju modeli sa logit ili probit strukturom, respektivno. Prednost logit modela u odnosu na probit modele, predstavlja njihova zatvorena forma koja omogućava jednostavnije i brže izvršavanje proračuna. Sa druge strane, ovi modeli uvode pretpostavku da je slučajna korisnost nezavisna i identično raspodeljena za sve

alternative u skupu izbora. Zbog toga se modeli izbora rute putovanja implementiraju u modifikovanom obliku kako bi se regulisala korelacija slučajnog dela korisnosti između različitih alternativa. Bez obzira na navedene mane, modeli sa logit strukturom su zbog svojih prednosti najčešće primenjivani i razvijani oblici diskretnog modela u problemima izbora rute, što navodi na zaključak da oni ujedno predstavljaju i konvencionalan pristup za rešavanje posmatranog problema. S tim u vezi, u daljem pregledu rada predstavljaju se modeli izbora rute putovanja koji poseduju logit formu.

S obzirom na to da u skupu dopustivih rešenja, različite alternative dele iste ulične deonice, u modelima izbora rute putovanja potrebno je implementirati pristup koji dozvoljava korelaciju slučajnih delova korisnosti. Kako bi ovaj uslov bio ispunjen, tokom poslednje tri decenije istraživači su razvili različite logit i probit modele u kojima je izvršena transformacija na: (i) determinističkom delu funkcije korisnosti multinominalnog (MNL) modela (C-Logit, Path Size Logit i Path Size Correction Logit) ili (ii) stohastičkom delu funkcije korisnosti modela sa generalizovanim ekstremnim vrednostima (Paired Combinatorial Logit, Cross Nested Logit i Generalized Nested Logit, Multinomial Probit, Logit Kernel). Modeli sa prvim oblikom modifikacije su jednostavniji za izračunavanje, dok modeli sa drugom vrstom modifikacije preciznije određuju vrednost korelacije, ali je i vreme njihovog izračunavanja znatno duže. Prilikom prognoze transportnih zahteva na uličnim mrežama visokih rezolucija, izmena na determinističkom delu funkcije u logit modelima, pokazala se kao efikasnije rešenje zbog relativno jednostavne strukture i bržeg dobijanja rezultata.

U daljem prikazu literature iz oblasti modela izbora rute putovanja, predstavljeni su izgledi modela i načini primenjenih korekcija u dosadašnjim istraživanjima.

### **2.2.1 KOREALCIJA U MODELIMA IZBORA RUTE PUTOVANJA**

Glavni nedostatak multinominalnih modela predstavlja uslov nezavisnosti od irelevantnih alternativa (eng. Independence from Irrelevant Alternatives Property, IIA), koji podrazumeva da model mora zadovoljiti pravilo koje glasi „odnos

verovatnoća odabira jedne alternative u odnosu na drugu je nepromenjen postojanjem ili odsustvom drugih alternativa u skupu mogućih rešenja“ (Louviere i ostali, 2000). S obzirom na to da se u najvećem broju slučajeva alternative međusobno preklapaju, autori su predložili modele u kojima se heurističkim putem umanjuje vrednost determinističkog dela korisnosti za onu veličinu koja je proporcionalna procentu preklapanja. U sledećoj tabeli su prikazane osnovne karakteristike predstavljenih modela u ovoj tački poglavlja.

**Tabela 2.2.** Karakteristike postojećih modela izbora rute putovanja baziranih na logit strukturi.

Autori	Struktura modela	Pristup	v <sup>a</sup>	p <sup>b</sup>	l <sup>c</sup>
Cascetta i ostalih, 1996	determ. mod.	logit model istovetnosti	•		
Ben-Akiva & Bierlaire, 1999	determ. mod.	veličina putanje	•		•
Bovy i ostali, 2008	determ. mod.	vrednosti veličine putanje	•		•
Fosgerau i ostali, 2013	determ. mod.	veličina linka			
Prashker & Bekhor, 1998 i Gliebe i ostali, 1999	stoh. mod.	upareni kombinatorni logit		•	
Vovsha & Bekhor, 1998	stoh. mod.	ukršteno-ugneždeni modeli		•	
Bekhor & Prashker, 2001	stoh. mod.	uopšteni oblik ugneždenog ukreštenog modela		•	
Frejinger & Bierlaire, 2007	stoh. mod.	model za ispravljanje grešaka	•	•	•

a - Vremenska operativnost, b - Preciznost, c - Implementacija na uličnoj mreži

Prvi model pod nazivom *logit model istovetnosti* (eng. commonality logit model, C-Logit) predložen je od strane autora Cascetta i ostalih (1996), koji su definisali korekcionni faktor predstavljen u sledećem obliku

$$CF_k = \beta_0 \ln \sum_{h \in I_{rs}} \left( \frac{L_{hk}}{L_h^{1/2} L_k^{1/2}} \right)^\gamma \quad (1)$$

gde je  $CF_k$  faktor istovetnosti putanje  $k$ ,  $L_{hk}$  dužina zajedničkog linka putanje  $h$  i  $k$ ,  $L_h$  i  $L_k$  su dužine putanja  $h$  i  $k$ ,  $\gamma$  pozitivni parametar,  $\beta_0$  recipročni supstiticionni koeficijent, i  $I_{rs}$  skup mogućih putanja. Model je testiran na uzorku od 1.471 snimljene putanje kretanja vozača teških teretnih vozila, pri čemu autori tvrde da su dobili zadovoljavajuće rezultate i značajna poboljšanja implementacijom ovog faktora u eksplicitnim modelima za definisanje skupa alternativa. Vrednost korekcionnog faktora je negativna i uključuje odnos kojim se meri koliki deo rute se preklapa sa ostalim alternativama. Autori tvrde da je potrebno uključiti samo

relevantne rute jer se u suprotnom dobija visoka vrednost faktora istovetnosti, što negativno utiče na krajnji rezultat modela.

C-Logit model nije u velikoj meri razmatran u daljim istraživanjima, s obzirom da su Ben-Akiva & Bierlaire (1999) razvili korekcionni faktor pod nazivom *veličina putanje* (eng. Path Size Logit, PSL) koji je pružio bolje rezultate prilikom utvrđivanja raspodele verovatnoće odabira alternativa. Ramming (2001) je uporednim testiranjem C-Logit modela i PSL modela, utvrdio da oblik predložen od strane Cascetta i ostalih (1996) nije pokazao bolje rezultate od PSL modela. S obzirom da je u oba modela ista kompleksnost izračunavanja, autor preporučuje da se na uličnim mrežama visokih rezolucija koristi PSL oblik modela. Ben-Akiva & Bierlaire (1999) su razvili korekcionni faktor, koji se određuje putem odnosa dela rute koji je jedinstven u odnosu na ostale alternative iz skupa i dužine cele rute. Izgled izvorne forme *PSL* faktora se predstavlja sledećim izrazom

$$PSL_k = \sum_{a \in \Gamma_k} \frac{l_a}{L_k} \frac{1}{\sum_{j \in C} \delta_{aj}} \quad (2)$$

gde je  $l_a$  dužina linka  $a$ ,  $L_k$  dužina rute  $k$ ,  $\Gamma_k$  uređeni skup linkova od kojih je sačinjena ruta,  $C$  skup alternativa,  $\delta_{aj}$  promenjiva koja poseduje vrednos 1 ukoliko alternativa  $j$  sadrži link  $a$  i 0 u suprotnom slučaju. Pored osnovnog izgleda, Ramming (2001) predlaže modifikovani oblik korekcije, kojim se smanjuje uticaj veoma dugačkih putanja na vrednost korisnosti kratkih ruta (Prato, 2009). Izgled ovog korekcionog faktora se predstavlja na sledeći način

$$PSL_k = \sum_{a \in \Gamma_k} \frac{l_a}{L_k} \frac{1}{\sum_{l \in C} \left(\frac{L_k}{L_l}\right)^{\gamma_{PS}} \delta_{al}} \quad (3)$$

gde je  $\gamma_{PS}$  parametar koji je potrebno kalibrisati. Takođe, Frejinger (2008) navodi da su Hoogendoorn-Lanser i ostali (2005) u svom istraživanju dobili rezultate koji ukazuju da je PSL model bolji od C-logit modela, kao i da su najbolje vrednosti dobijene kada je veličina parametra  $\gamma_{PS}$  iznosila 14. Pored navedenog, Frejinger (2008) uvodi produženi *PSL* faktor, koji se određuje putem većeg broja ruta od broja alternativa sadržanih u formiranom skupu izbora, pri čemu su one definisane samo za potrebe određivanja „stvarne“ vrednosti *PSL* faktora. Model je ispitan na sintetičkim podacima i dobijena su značajna poboljšanja u vrednosti ovog faktora

prilikom uključivanja 20 dodatnih alternativa, dok je objektivna ocena utvrđena sa 70 novih alternativa. Zaključci ovog istraživanja ukazuju da je u ovakvim modelima bolje koristiti produženi *PSL* faktor, pri čemu autor tvrdi da je ovaj pristup teže implementirati kod veće prostorne obuhvatnosti.

Bovy i ostali (2008) predlažu drugačiji oblik faktora, koji je nazivan *korekcija vrednosti veličine putanje* (eng. Path Size Correction model, *PSC*). Pored uvođenja novog oblika modela, autori pružaju i teoretsku osnovu sa temeljnim objašnjenjem izvoda oblika *PSC* faktora. Model je aproksimiran i izveden iz viših struktura logit modela, pri čemu su navedeni objektivni razlozi upotrebe predloženih faktora. Izraz koji ovi autori predlažu je

$$PSC_i = -\frac{1}{\mu} \sum_{a \in \Gamma_i} \frac{l_a}{L_i} \ln \sum_{j \in C} \delta_{aj} \quad (4)$$

gde je  $\mu$  skalarni parametar modela (ostale oznake poseduju isto značenje kao i u jednačinama 2 i 3). Autori navode da *PSC* i *PSL* faktori predstavljaju heurističku vrednost utvrđenu na osnovu pretpostavke o strukturi skupa izbora, kojeg čine relevantne rute, i da s tim u vezi faktor mora biti kalibrisan koeficijentom  $\beta$  u funkciji korisnosti, koji se određuje na osnovu snimljenih podataka. Ovaj faktor zavisi od broja ruta koje koriste zajedničke ulične deonice, s tim da za razliku od *PSL*-a vrednosti *PSC* faktora nisu ograničene sa donje strane (Bovy i ostali, 2008). Autori su u analizama utvrdili da u toku faze procene vrednosti koeficijenta u funkciji korisnosti, ovaj model pruža podjednako dobre rezultate kao i *PSL* faktor, pri čemu je sa sintetičkim podacima pokazano da je njihov model postigao bolje rezultate prilikom prognoziranja raspodele transportnih zahteva.

Osim prikazanih pristupa, Frejinger (2008) navodi da se drugom značajnom grupom modela vrše korekciju na stohastičkom delu funkcije korisnosti, koji su izvedeni iz viših modela sa generalizovanom ekstremnom vrednošću. Prato (2009) i Frejinger (2008) su izvršili podelu ove grupe modela na: (i) uparene kombinatorne, (ii) ukršteno-ugneždene i (iii) generalizovano ugneždene logit modele.

Upareni kombinatorni logit modeli su predloženi od strane Chu (1989), dok je prvi put implementiran u problemima izbora rute putovanja od strane autora Prashker & Bekhor (1998) i Gliebe i ostali (1999). Izgled modela je prikazan sledećim izrazima

$$P(k) = \sum_{j \neq k} P(kj)P(k|kj), \quad (5)$$

$$P(k|kj) = \frac{e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}}}{(1-\sigma_{kj}) \left( e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}} + e^{\frac{V_j}{1-\sigma_{kj}}} \right)^{1-\sigma_{kj}}}, \quad (6)$$

$$P(kj) = \frac{(1-\sigma_{kj}) \left( e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}} + e^{\frac{V_j}{1-\sigma_{kj}}} \right)^{1-\sigma_{kj}}}{\sum_{l=1}^{n-1} \sum_{m=l+1}^n (1-\sigma_{lm}) \left( e^{\frac{V_l}{1-\sigma_{lm}}} + e^{\frac{V_m}{1-\sigma_{lm}}} \right)^{1-\sigma_{lm}}} \quad (7)$$

gde je  $P(k|kj)$  uslovna verovatnoća odabira alternative  $k$  ako korisnik ovu alternativu upoređuje sa alternativom  $j$ ,  $P(kj)$  verovatnoća da korisnik upoređuje alternativu  $k$  sa alternativom  $j$ ,  $P(k)$  verovatnoća odabira alternative  $k$ ,  $V_k$  sistemska korisnost alternative  $k$ ,  $\sigma_{kj}$  korelacija između alternative  $k$  i  $j$ . Ovaj model predpostavlja da korisnici biraju alternativu upoređivajući je sa nekom drugom alternativom iz formiranog skupa izbora. Model je konstruisan korišćenjem dva hijerarhiski podeljena nivoa, od kojih je viši nivo  $P(kj)$  i niži nivo  $P(k|kj)$  (Chen i ostali, 2003). Koeficijent korelacije između dve alternative se od strane Prashker & Bekhor (1998), predstavlja na sledeći način

$$\sigma_{kj} = \frac{L_{kj}}{\sqrt{L_k * L_j}} \quad (8)$$

dok Gliebe i ostali (1999) predlažu sledeći oblik izraza

$$\sigma_{kj} = \frac{L_{kj}}{L_k + L_j - L_{kj}} \quad (9)$$

gde je  $L_{kj}$  dužina koju dele alternativna  $k$  i  $j$ ,  $L_k$  dužina rute  $k$ , i  $L_j$  dužina rute  $j$ . Model je implementiran od strane autora na uličnoj mreži nižeg nivoa kompleksnosti, zajedno sa C-Logit modelom i ukršteno-ugneždenim modelom. Rezultati su pokazali da je model podjednako dobar kao i ugneždeno-ukršteni model, pri čemu su dostignuti dosta precizniji rezultati nego u modelima u kojima je implementiran faktor C-Logit. Po saznanjima autora, ovaj model nije pronašao značajniju primenu u dosadašnjim istraživanjima i ne postoje rezultati njegove primene sa podacima dobijenim putem snimljenih putovanja korisnika na uličnim mrežama viših rezolucija.

Sa druge strane, ukršteno-ugneždeni modeli su pronašli značajniju primenu u istraživanjima. Prvi tip ovog modela predložili su Vovsha & Bekhor (1998), koji su implementirali link-ugneždeni logit strukture. Ovim modelom se uvodi pretpostavka da se u slučaju postojanja  $M$  linkova na posmatranoj uličnoj mreži, verovatnoća odabira proizvoljne putanje  $i$  iz univerzalnog skupa  $C$  može predstaviti sledećim izrazom

$$P(i|C) = \frac{e^{V_i + \ln G_i(C)}}{\sum_{j \in C} e^{V_j + \ln G_j(C)}} \quad (10)$$

$$G_i(C) = \sum_{m=1}^M \left[ \mu \alpha_{im} e^{V_i(\mu_m - 1)} \left( \sum_{j \in C} \alpha_{jm} e^{\mu_m V_j} \right)^{\frac{\mu - \mu_m}{\mu_m}} \right] \quad (11)$$

gde je  $\mu$  skalarni parametar modela ( $\mu > 0$ ),  $\mu_m$  skalarni parametar gnezda ( $\mu_m \geq \mu$ ),  $G$  - MEV generator funkcije ( $G_i$  je parcijalan izvod od  $\exp(V_i)$ ). Po autorima odabir rute predstavlja specijalni slučaj diskretnog izbora, gde se stepen sličnosti između ruta meri prostornim preklapanjem (Vovsha & Bekhor, 1998). Ovi autori su stvorili model sa ugneždenom strukturom gde svaki link predstavlja gnezdo. Koeficijent pripadnosti gnezdu  $\alpha_{ar}$ , određuje se putem sledećeg izraza

$$\alpha_{ar} = \left( \frac{l_a}{L_r} \right)^\gamma \delta_{ar} \quad (12)$$

pri čemu je  $l_a$  dužina linka,  $L_r$  dužina rute,  $\delta_{ar}$  link-ruta incidentni koeficijent (definisan je na isti način kao i u formuli 2) i  $\gamma$  parametar koji je potrebno kalibrisati (određuje način na koji korisnici percipiraju sličnost između ruta). Iako ovaj pristup dozvoljava veću slobodu prilikom definisanja vrednosti korelacije, u prehodnim istraživanjima su modeli sa modifikacijom na determinističkom delu prikazali bolje rezultate na kompleksnim uličnim mrežama od ukršteno-ugneždenih modela. Jedan od razloga ovih rezultata predstavlja način pojednostavljanja vrednosti skalarnih parametara. U istraživanju koje su sproveli Chen i ostali (2003), model sa samo PSL strukturom je pokazao bolje performance nego model sa samo ukršteno-ugneždenom logit strukturom. Autori navode da se PSL model može smatrati kao aproksimacija složenijih ugneždenih modela. Takođe, Ramming (2001) je ustanovio da link-ugneždeni model pruža lošije rezultate od PSL modela, u

uslovima kada se razmatra velika prostorna obuhvatnost ulične mreže, gde je neizvodljivo i nepraktično definisati veliki broj gnezda.

Uopšteni oblik ugneženog ukreštenog modela je predložen od strane Bekhor & Prashker (2001), u kojem se uvodi izraz za izračunavanje skalarnog parametra svakog gnezda. Izraz koji ovi autori predlažu je

$$\mu_m = 1 - \frac{\sum_i \alpha_{mi}}{\sum_i \delta_{mi}} . \quad (13)$$

Ovaj model se u donosu na link-ugneždeni model razlikuje po načinu određivanja koeficijenta  $\mu_m$ .

Zbog kompleksnosti ovih metoda, autori Frejinger & Bierlaire (2007) su razvili pristup u kojem se gnezda predstavljaju putem glavnih arterija i značajnijih pravaca na posmatranoj uličnoj mreži. Ovim modelom se određuje korelacija između svih alternativa u skupu i glavnih delova ulične mreže. Autori su ovoj metodi dodelili naziv *model za ispravljanje grešaka* (eng. Error Correct model) u kojem uvode pretpostavku da su sve rute na istim delovima ulične mreže u međusobnoj korelaciji. Rezultati dobijeni uporednim ispitivanjem sa modelima koji primenjuju faktore C-Logit i PSL, ukazali su da ovaj model pruža bolje rezultate na uličnim mrežama. Sveobuhvatno posmatrano, u odnosu na modele koji vrše izmenu na determinističkom delu funkcije korisnosti, modeli sa stohastičkom modifikacijom nisu pronašli širu primenu u dosadašnjim istraživanjima zbog značajno dužeg vremena obrade.

Pored navedenih pristupa, Fosgerau i ostali (2013) predlažu model sa rekurzivnim izračunavanjem verovatnoće, koji po rečima autora predstavlja prvi dinamički diskretan model izbora rute putovanja. Ovim modelom se verovatnoća izbora rute određuje nizom usvojenih odluka na svakom čvoru putanje, koje su donete na osnovu principa maksimizacije korisnikove koristi. Model pretpostavlja da se korisnost definiše kao aditivna slučajna mera, i da se vrednosti atributa na linkovima mogu dodavati. Vrednost očekivane koristi je predstavljena sledećim izrazom

$$V_n^d(k) = \begin{cases} \mu \ln \sum_{a \in A} \delta(a|k) e^{\frac{1}{\mu}(v_n(a|k) + V_n^d(a))}, & \forall k \in A \\ 0, & k = d \end{cases} \quad (14)$$



gde je  $n$  indeks korisnika,  $k$  trenutan link u kome se nalazi  $n$  korisnik,  $a$  predstavlja jedan od mogućih linkova koje korisnik iz  $k$  može odabrati,  $A$  predstavlja skup svih izlazećih linkova iz  $k$ ,  $\delta$  predstavlja 1 ukoliko  $a \in A(k)$  i u suprotnom 0, i  $\mu$  predstavlja skalarni parametar  $\varepsilon$ . Rekurzijom se očekivana korist  $V_n^d(k)$  izračunava na osnovu vrednosti  $V_n^d(a)$ , pri čemu se ona zaustavlja u veštački pridodatom izlaznom linku  $d$  (jedini izlazni link ciljne tačke putovanja), čija je korisnost jednaka nuli. Korišćenjem multinominalnog logit modela, verovatnoća odabira linka  $a$  koji izlazi iz čvora  $k$  je

$$P_n^d = \frac{e^{\frac{1}{\mu}(v_n(a|k) + V_n^d(a))}}{\sum_{a' \in A(k)} e^{\frac{1}{\mu}(v_n(a'|k) + V_n^d(a'))}}. \quad (15)$$

Vrednost  $V$  se dobija rešavanjem sistema Belamovih jednačina, koji su autori predstavili u obliku matrice forme. Pored navedenog, autori su problem korelacije regulisali heurističkim koeficijentom pod nazivom *veličina linka*, putem kojeg se utvrđuje vrednost očekivane veličine toka na linku. S obzirom, da se vrednost korelacije definiše na osnovu frekvence upotrebe pojedinačnih uličnih deonica, Fosgerau i ostali (2013) nisu pružili rezultate koji bi ukazali da li predloženi koeficijent može da zameni stvarnu korelaciju proisteklu iz međusobnog preklapanja alternativa.

## 2.3 METODE ZA ODREĐIVANJE VREMENA PUTOVANJA

Vreme putovanja je osnovni pokazatelj nivoa usluge u saobraćaju, na osnovu kojeg veliki deo populacije korisnika bira rutu u toku svog putovanja. Takođe, ovaj parametar istraživačima indirektno ukazuje na veličine transportnih zahteva i njihovu prostornu raspodelu. Sa porastom upotrebe navigacionih uređaja, podaci putem kojih se određuje vrednost vremena putovanja su postali dostupniji nego podaci drugih saobraćajnih pokazatelja, što je stvorilo mogućnost da se njihov potencijal iskoristi i u modelima izbora rute putovanja. Ova činjenica je podstakla veliki broj saobraćajnih istraživanja, koja su posvećena izučavanju načina prikupljanja i obrade ovih podataka.

Sva istraživanja koja izučavaju fenomen vreme putovanja, mogu se podeliti na: (i) dezagregatni nivo (individualna putovanja) i (ii) agregatna nivo (saobraćajni

tok). Pored toga, najbitniji parametri koji se u literaturi izvode na osnovu merenja vremena putovanja, određuju vrednosti sledećih karakteristika saobraćajnog toka: prosečno vreme putovanja, pouzdanost (varijacije) vremena putovanja, prosečna prostorna brzina i prosečna vremenska brzina. Prosečna vremena putovanja i pouzadnost vremena putovanja se utvrđuju korišćenjem sledećih statističkih formula za izračunavanje srednjih vrednosti i standardnog odstupanja

$$\mu = \frac{\sum_i^N t_i}{N} \quad (16)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i^N t_i^2 - [\sum_i^N t_i]^2}{N - 1} \quad (17)$$

gde je  $\mu$  srednja vrednost,  $\sigma$  standardno odstupanje,  $t_i$  vreme putovanja  $i$ -tog vozila i  $N$  veličina uzorka. U kontekstu navedenih veličina i usvojenog oblika funkcije raspodele, prosečna vrednost vremena putovanja se predstavlja srednjom vrednošću, dok se pouzdanost vremena putovanja predstavlja intervalom poverenja. Prosečna vremenska brzina se dobija definisanjem srednje aritmetičke brzine prolaska svih vozila u određenom vremenskom periodu, kroz posmatrani poprečni presek, korišćenjem sledećeg izraza

$$V_{pvb} = \frac{\sum V_i}{n} = \frac{\sum \left(\frac{d}{t_i}\right)}{n} \quad (18)$$

gde je  $V_{pvb}$  prosečna vremenska brzina,  $d$  pređena dužina ili dužina deonice,  $n$  broj posmatranja i  $V_i$  brzina  $i$ -tog vozila. Prosečna prostorna brzina predstavlja srednju brzinu koju su posedovala sva vozila na izabranoj deonici u posmatranom vremenskom preseku. Prosečna prostorna brzina se dobija deljenjem posmatrane dužine deonice sa prosečnim vremenom putovanja vozila

$$V_{ppb} = \frac{d}{\sum t_{ri}} = \frac{n * d}{\sum t_{ri}} \quad (19)$$

gde je  $t_{ri}$  vreme polaska  $i$ -tog vozila. Wardrop (1952) uvodi izraz kojim se uspostavlja veza između vremenske i prostorne brzine

$$V_{pvb} = V_{ppb} + \frac{S_{vppb}^2}{V_{ppb}} \quad (20)$$

gde je  $S_{vppb}^2$  uzorak varijanse prosečne prostorne brzine. Navedeni izraz ukazuje da je vremenska brzina uvek veća od prostorne i da su one samo jednake u homogenom

saobraćajnom toku. Prosečna razlika između ove dve brzine se kreće u rasponu od 1% do 5%, pri čemu istraživači navode da je prostorna brzina statistički stabilnija od vremenske (Turner i ostali, 1998). Na osnovu izmerene vrednosti prosečne vremenske brzine, izvodi se obrazac za procenu vremena putovanja

$$\hat{t} = \frac{d}{V_{pvb}} \quad (21)$$

gde je  $\hat{t}$  procenjeno vreme putovanja. Vreme putovanja je u korelaciji sa veličinom protoka vozila i sa kapacitetom posmatranog dela ulične mreže. U skladu s tim, američka federativna administracija za autoputeve, je predložila izraz za definisanje vremena putovanja na osnovu ovih relacija (Bureau of Public Roads, 1964)

$$t_c = t_0 \left( 1 + \alpha * \left( \frac{q}{c} \right)^\beta \right) \quad (22)$$

gde je  $t_c$  prosečno vreme putovanja u posmatranom toku,  $t_0$  vreme putovanja u slobodnom toku,  $q$  protok saobraćaja,  $c$  kapacitet saobraćajnice,  $\alpha$  i  $\beta$  parametri koje je potrebno kalibrisati (preporučene vrednosti  $\alpha = 0,15$  i  $\beta = 4$ ). U ovom izrazu, vreme putovanja se određuje na osnovu transportnih zahteva, kapaciteta i vremena putovanja u slobodnom toku. Ovaj pristup je pronašao primenu u različitim oblastima saobraćajnih istraživanja, među kojima su i modeli za opterećenje ulične mreže.

Za razliku od vremena putovanja u saobraćajnom toku, vreme putovanja na individualnom nivou se može podeliti na tri vremenske komponente (Sanaullah, 2013). Prva vremenska komponenta predstavlja ukupno vreme putovanja u slobodnom saobraćajnom toku, koja se na uličnoj mreži definiše putem regulativnih ograničenja brzine vozila. Drugu komponentu karakterišu kašnjenja prouzrokovana otporom unutar sistema, dok treća komponenta opisuje neočekivana kašnjenja generisana od strane individualnih vozila. S tim u vezi, Sanaullah (2013) ukupno vreme putovanja individualnog vozila predstavlja na sledeći način

$$T_{in} = t_0 + t_{ks} + t_{nk} \quad (23)$$

gde je  $T_{in}$  vreme putovanja individualnog vozila,  $t_0$  vreme putovanja u slobodnom toku,  $t_{ks}$  vreme kašnjenja generisanog otporima u sistemu i  $t_{nk}$  vreme kašnjenja individualnog vozila. Pored navedenog, na vreme putovanja utiče doba dana, dan u nedelji, meteorološki uslovi, incidentne situacije, saobraćajne nezgode, protok saobraćaja, kapacitet ulične mreže, načini upravljanja i regulisanja saobraćaja,

geometriške karakteristike saobraćajne mreže itd. Zbog uticaja ovih i drugih faktora, potrebno je implementirati kompleksne matematičke modele kako bi se precizno predvidele vrednosti vremena putovanja u svim okolnostima. Yamamoto i ostali (2006) navode da se vreme putovanja na linku može ustanoviti usvajanjem pretpostavke da je brzina vozila u toku kretanja konstantna ili da je intezitet ubrzanja/usporenja konstantan. Ukoliko je trajektorija vozila rekonstruisana korišćenjem manjeg broja GPS podataka, usvaja se prva pretpostavka, pošto je sa povećanjem vremenskog perioda između dva zapisa teže ustanoviti promenu brzine kretanja vozila.

Dužine vremena putovanja, ustanovljenih na osnovu snimaljenih podataka, koriste se u procesu određivanja funkcije raspodele vremena putovanja na linku i rutama. Ovom funkcijom se određuje srednja vrednost, standardno odstupanje, vrednost medijane i ostale statističke veličine posmatranog uzorka. U najvećem broju dosadašnjih istraživanja, raspodela vreme putovanja na linkovima i rutama je predstavljena putem logaritamske normalne raspodele, odnosno putem normalne raspodele zbog lakšeg izračunavanja statističkih parametara (Li i ostali, 2013). Li i ostali (2013) su za deonice ulične mreže grada Penkiga, ustanovili da je greška u proceni srednjih vrednosti između normalne i logaritamske normalne raspodele mala, ali i da greška u proceni standardnog odstupanja dosta varira.

U slučaju pojave zagušenja, vreme putovanja se na pojedinačnim linkovima ne može posmatrati zasebno (He i ostali, 2002). He i ostali (2002) i Charle i ostali (2010) predlažu da je u uslovima nižih nivoa usluga u saobraćaju, potrebno izvršiti korekcije izgleda virtuelne ulične mreže, na osnovu stepena korelacije između linkova. U istraživanju He i ostalih (2002) se koristi metoda grupisanja u klastere međuzavisnih linkova, dok se u istraživanju Charle i ostalih (2010) predlaže da se od postojeće ulične mreže, formira mreža sa čvorovima lociranim na središnjim delovima linkova, gde je verovatnoća pojave ujednačenog toka najveća. Korelacija između linkova se može definisati tzv. „tradicionalnim“ načinom u kojem ona predstavlja vrednost količnika kovarijanse i proizvoda varijansi vremena putovanja na posmatranim linkovima (Gajewski & Rilett, 2004). Varijansa, odnosno kovarijansa, predstavlja vrednost količnika sume kvadrata „ostatka“, odnosno sume proizvoda „ostatka“ susednih linkova, i veličine snimljenog uzorka (broja prolazaka

vozila), respektivno. „Ostatak“ se dobija oduzimanjem srednje vrednosti vremena putovanja, određene primenom neparametarske regresije, i logaritamski transformisanih snimljenih vrednosti vremena putovanja (Gajewski & Rilett, 2004).

U odnosu na statične modele, dinamički modeli opterećenja mreže u simulacijama kretanja vozila na uličnoj mreži, uvode režime rada svetlosnih signala. Funkcija raspodele vremena putovanja na uličnoj deonici regulisanoj putem svetlosnih signala, poseduje bimodalan izgled sa jednim ili više lokalnih maksimuma (Ji i ostali, 2015). Istraživanja Davis & Xiong (2007) su pokazala da se bimodalna funkcija raspodele vremena putovanja  $f$ , može prikazati na sledeći način

$$f = p * f_k + (1 - p) * f_s \quad (24)$$

pri čemu  $p$  predstavlja procenat vozila koja se na raskrsnici nezaustavljaju, dok  $f_k$  i  $f_s$  predstavljaju funkcije raspodela vremena putovanja vozila koja se nezaustavljaju i koja se zaustavljaju, respektivno. Ovakav vid raspodele se u modelima može implementirati samo ukoliko je poznat režim rada svetlosnih signala na prostoru obuhvaćenom saobraćajnom studijom.

Vrednosti vremena putovanja na deonicama ulične mreže, koriste se tokom defenisanja srednjih vrednosti, standardnog odstupanja i izgleda funkcije raspodele ovog parametra na rutama putovanja. Nevers (2014) navodi da se funkcija raspodele vremena putovanja na rutama može utvrditi korišćenjem metode Monte Karlo ili funkcije raspodele vremena putovanja pripadajućih deonica posmatrane rute. Obično se srednja vrednost vremena putovanja na ruti definiše poslednjom metodom, odnosno korišćenjem sledećeg izraza

$$\bar{T} = \sum_{l \in L} \bar{t}_l \quad (25)$$

gde je  $\bar{T}$  srednja vrednost vremena putovanja na ruti  $L$ , dok  $\bar{t}_l$  predstavlja vreme putovanja na linku  $l$ . Vrednost standardnog odstupanja vremena putovanja se može dobiti na više načina (Nevers, 2014), ali se u istraživanjima ona obično predstavlja kvadratnim korenom sume kvadrata standardnog odstupanja na definisanim deonicama rute, i to na sledeći način

$$\sigma = \left( \sum_{l \in L} \sigma_l^2 \right)^{1/2} \quad (26)$$

gde je  $\sigma$  standardno odstupanje vremena putovanja na ruti  $L$ ,  $\sigma_l$  standardno odstupanje vremena putovanja na linku  $l$ . Prikazane vremenske veličine se prilikom

modelovanja prostorne raspodele putovanja primenjuju u funkciji troškova. Srednjom vrednošću vremena putovanja se obično predstavljaju očekivani troškovi, dok standardno odstupanje predstavlja pouzdanost vremena putovanja na deonicama ulične mreže. Ovi načini za izračunavanje pomenutih veličina korišćeni su i u ovom istraživanju.

U slučaju da ne postoji dovoljna količina podataka za procenu vremena putovanja, istraživači primenjuju metode za prognozu nedostajućih vrednosti. Chien i ostali (2002) su klasifikovali modele za prognozu vremena putovanja u tri kategorije: univarijantni, multivarijantni i modeli veštačkih neuronskih mreža. Univarijantnim modelima se procena vremena putovanja definiše upotrebom ranije utvrđenih podataka, dok se multivarijantnim modelima vreme putovanja određuje korišćenjem složenih matematičkih modela, u kojima figurišu nezavisne promenjive.

Neuronske mreže stekle su popularnost u modelima za prognozu vremena putovanja i vremena dolaska autobusa, zbog njihovih sposobnosti da odrede izlazne vrednosti bez upotrebe kompleksnih matematičkih modela (Jeong & Rilett, 2004, Chien i ostali, 2002). Neuronske mreže predstavljaju metodu koja implementira modele dizajnirane za simuliranje rada nervnog sistema. Putem ovog sistema se na osnovu izmerenih ulaznih i izlaznih vrednosti modela, utvrđuje oblik nelinearnih funkcija. Chien i ostali (2002) su razvili dva modela neuronskih mreža, u kojima su koristili podatke klasifikovane po linkovima i po zaustavljanjima vozila. Autori su na osnovu analiza utvrdili da je model, čiji su podaci klasifikovani po linkovima, pokazao bolje rezultate u slučaju kada postoji veći broj zaustavljanja vozila i manji broj raskrsnica. Sa druge strane, drugi model je pružio bolje rezultate u toku procene vrednosti vremena putovanja kada je zabeležen veći broj raskrsnica između različitih zaustavljanja vozila.

Dharia & Adeli (2003) predlažu korišćenje modela neuronskih mreže baziranih na *prostiranju brojača neuro mreže* (eng. counter propagation neural network, CPN) prilikom prognoze vremena putovanja na autoputevima. CPN se sastoji iz ulaznog sloja, sloja nadmetanja i sloja interpolacije. Zaključak ovog istraživanja, koji je izveden na osnovu dobijenih rezultata, ukazuje da je ova mreža brža od sistema koji implementiraju povratnu spregu. Sa druge strane, Zheng & Van

Zuylen (2013) navode da je prilikom procene vrednosti vremena putovanja na osnovu snimljenih GPS podataka, potrebno implementirati troslojnu neuronsku mrežu. Njihov model je zasnovan na sledećim ulaznim podacima: pozicija vozila na linku, broj linka, vremenski trenuci emitovanja GPS signala i brzina vozila. Rezultati istraživanja su pokazali da je pozicija vozila na linku najbitniji faktor, dok su izmerene vrednosti brzina vozila dovele do marginalnih poboljšanja prilikom procene vrednosti ovog parametara.

## **2.4 MAPMEČING MODELI**

Prostorno nepoklapanje GPS podataka sa stvarnom pozicijom vozila prouzrokovalo je potrebu za kreiranjem alata koji integriše podatke o kretanju vozila sa vektorskom podlogom ulične mreže. Autori su na različite načine pristupali ovom problemu, vodeći računa o brzini obrade i preciznosti dobijenih rezultata. S tim u vezi, u literaturi su za različite vrste problema kreirani drugačiji mapmečing alati, pri čemu su Quddus i ostali (2007) definisali uopštenu podelu ovih modela na osnovu načina rešavanja problema. Po ovim autorima modeli se mogu podeliti u četiri osnovne grupe, odnosno na algoritme zasnovane na geometriji (Alt i ostali, 2003; Chen i ostali, 2011; Yin & Wolfson, 2004; Wei i ostali, 2013; Wenk i ostali, 2006), topologiji (Greenfeld, 2002; Lou i ostali, 2009; Blazquez, 2012; Quddus & Washington, 2015), verovatnoći (Liao i ostali, 2007; Newson & Krumm, 2009; Miwa i ostali, 2012; Li i ostali, 2013; Bierlaire i ostali, 2013; Xu i ostali, 2015; Yang & Meng, 2015) i naprednim tehnikama (Jawad & Kersting, 2010; Jagadeesh i ostali, 2004; Quddus i ostali, 2006; Nikolić & Jović, 2017). U literaturi ovo nije jedina podela mapmečing algoritma, i mnogi autori (Xu i ostali, 2015; Wenk i ostali, 2006) algoritme dele na inkrement i globalne, odnosno na algoritme pogodne za upotrebu u realnom vremenu i algoritme pogodne za naknadnu obradu podataka. Pored ovih podela, u literaturi se algoritmi dele na osnovu vrste ulaznih podataka, odnosno na osnovu vremenskog razmaka između uzatopnih očitavanja GPS pozicija. Po ovoj podeli postoje algoritmi pogodni za obradu visoko frekventnih podataka (1-30 s razmaka između uzastopnih očitavanja) i algoritmi pogodni za obradu nisko frekventnih podataka (preko 30 s razmaka između uzastopnih očitavanja).

Uopšteno posmatrano, modeli su podeljeni po pristupu i načinu rešavanja problema. U skladu sa navedenim, u narednoj tabeli su sumirane performanse postojećih mapmečing modela, podeljene po pristupu rešavanja problema.

**Tabela 2.3.** Performanse postojećih mapmečing modela.

<b>Autori</b>	<b>Pristup</b>	<b>Tehnika</b>	<b>Preciznost.</b>	<b>Frekv.</b>
<b>Yin &amp; Wolfson, 2004</b>	geometriški		60%	120
<b>Wenk i ostali, 2006</b>	geometriški	slabe fréchet metodom		30
<b>Wei i ostali, 2013</b>	geometriški	slabe fréchet metodom		
<b>Chen i ostali, 2011</b>	geometriški	aproks. fréchet metodom		
<b>Greenfeld, 2002</b>	topološki	težinsko ocenjivanje		
<b>Lou i ostali, 2009</b>	topološki	ST-uklapanje	80%	150
<b>Blazquez, 2012</b>	topološki	reš. prostorn. nejasno.		5
<b>Quddus &amp; Washington, 2015</b>	topološki	težinska funk.	98,9%	30
<b>Newson &amp; Krumm, 2009</b>	verovatnoća	skriveni markov model	99,89%	30
<b>Miwa i ostali, 2012</b>	verovatnoća	logit model		
<b>Li i ostali, 2013</b>	verovatnoća	multinomialni logit model		
<b>Xu i ostali, 2015</b>	verovatnoća	preferencije vozača	50%	180
<b>Yang &amp; Meng, 2015</b>	verovatnoća	težinske ocene		
<b>Jawad &amp; Kersting, 2010</b>	napredni	kernelove matrice		
<b>Jagadeesh i ostali, 2004</b>	napredni	fazi pravila	89%-96%	visoka

*Geometriški algoritmi* u zavisnosti od prostorne blizine i sličnosti između snimljenih trasa i predloženih putanja, projektuju GPS podatke na čvorove, linkove i cele rute posmatrane uličnu mreže. Najzastupljenija metoda za utvrđivanje rute putovanja vozila na osnovu oblika GPS trajektorije je zasnovana na određivanju konačnog rešenja korišćenjem Fréchet distance, koja u matematičkom pogledu određuje ocenu sličnosti između posmatranih krivih linja. U skladu s tim, Yin & Wolfson (2004) su predložili pristup za rešavanje problema mapmečinga, u kojem se razmatraju razdaljine između svakog linka na selektovanom delu ulične mreže i tačaka na snimljenoj trajektoriji kretanja. Ovako utvrđene razdaljine, predstavljaju težinske ocene na osnovu kojih se definišu grane u grafu mogućih kandidata, u kojem najkraća putanja predstavlja i konačno rešenje problema. Autori nisu prikazali rezultate istraživanja, ali navode da je predloženi algoritam dostigao tačnost od 94% za GPS podatke sa različitim intervalima očitavanja (preciznost je niža od 60% za GPS podatke sa frekvencom očitavanja od 120 s). Wenk i ostali



(2006) su u mapmečing modelu, nazvanom model prilagodljivog isecanja (eng. adaptive clipping), implementirali proces upoređivanja celih putanja na uličnoj mreži sa trajektorijom konstruisanom konektovanjem GPS tačaka. U ovom modelu se putem slabe Fréchet metode pronalazi rešenje iz skupa kandidata, konstruisanih unutar selektovanog elipsoidnog dela regiona oko linkova. Konačno rešenje se kao i u predhodnom slučaju dobija pronalaskom najkraće putanje u hipotetičkom grafu slobodnog prostora, koji je konstruisan primenom Fréchetove metode. Autori tvrde da su rezultati testiranja modela na uzorku, čija je frekvenca očitavanja iznosila 30 s, pokazali dosta precizne prognoze, pri čemu su zaključili da se algoritam može koristiti i za obradu podataka u realnom vremenu. Pored ovog istraživanja, Wei i ostali (2013) su implementirali hibridnu verziju algoritma koja na osnovu Fréchet distance i težinskih ocena dužina, vrši pretragu polja mogućih rešenja. Sa druge strane, Chen i ostali (2011) su izvršili aproksimaciju Fréchet distance modelom koji je baziran na istraživanjima Alt i ostalih (2003) i koji u lineranom vremenskom periodu omogućava pretragu prostora mogućih rešenja. Rezultati njihovog istraživanja su pokazali da pojednostavljeni algoritam konstruiše slična rešenja kao i algoritam baziran na slaboj Fréchet udaljenosti, pri čemu je proces njegovog pronalaska brži u odnosu na predhodne algoritme.

Za razliku od geometriskog pristupa, *druga grupa algoritama* je zasnovana na analizi *topologije*, u kojima se potencijalno rešenje pronalazi na osnovu povezanosti i prostorne udaljenosti elemenata ulične mreže od GPS trajektorije. Greenfeld (2002) je konstruisao jedan od prvih topoloških algoritama, koji je razvio inkrement algoritam baziran na težinskom ocenjivanju. U algoritmu se razmatraju udaljenosti između snimljenih pozicija vozila i linkova, kao i razlika uglova između pravca linka i smera kretanja vozila. Na osnovu zbirne ocene utvrđuje se konačna projekcija GPS tačaka iz skupa predloženih kandidata. Lou i ostali (2009) su konstruisali algoritam pod nazivom ST-uklapanje (eng. ST - matching), koji konačno rešenje određuje nakon sledeće četiri faze: odabir kandidata, prostorna analiza, vremenska analiza i uklapanje dobijenih rezultata. Tokom ovih procesa, selektuju se potencijalni linkovi-kandidati, koji se ocenjuju na osnovu prostornog i vremenskog kriterijuma, nakon čega se konstruiše graf sa predhodno utvrđenim vrednostima težinskih ocena na granama, u kojem se rešenje dobija pronalazkom najkraće

putanje. Rezultati koje su autori dobili prilikom testiranja na realnim podacima, pokazali su da se preciznost algoritma održava iznad 80% za GPS uzorak u kojem vremenski razmak između uzastopnih očitavanja dostiže 150 s. Blazquez (2012) je razvio mapmečinga algoritam za naknadnu obradu podataka, baziran na pravilima za rešavanje prostornih nejasnoća i ispitivanje izvodljivosti selektovanih putanja u skupu odabranih kandidata. Algoritam ispituje mogućnost postojanja rute između trenutne, predhodne i naredne tačke, kombinovanjem različitih kandidata na uličnoj mreži. Izvodljivost rekonstruisanih putanja se ispituju na osnovu kriterijuma najkraće rute, procenjene vrednosti brzine putovanja, ograničenja u vidu dozvoljenih skretanju i pravaca kretanja. Algoritam je testiran na stvarnim podacima sa relativno visokom frekvencom očitavanja pozicije vozila (5 s), pri čemu su rezultati pokazali da uspešnost ovog algoritma u velikoj meri zavisi od frekvence očitavanja i preciznosti očitanih podataka. Pored ovih modela, Quddus & Washington (2015) su podstaknuti radom Greenfeld (2002), predložili mapmečing algoritam baziran na težinskim ocenama, za podatke dobijene sa uređaja nižih frekvenci očitavanja. U algoritmu su definisana dva procesa: projektovanje inicijalne tačke i uklapanje preostalih pozicija. Definisani ulazni podaci za GPS tačke predstavljani su pozicijom, brzinom i pravcem kretanja vozila, na osnovu kojih su utvrđene veličine težinskih funkcija. S tim u vezi, autori su u ovom algoritmu implementirali sledeće težinske ocene: dužina upravne projekcije tačke, razlika između uglova pravca linka i smera kretanja vozila, najkraća putanja kretanja i razlika uglova između pravaca trajektorija (razlika ugla između pravaca trenutne i predhodne tačke, i ugla između tačke kandidata i predhodne tačke). Vrednost ovih ocena su određene putem genetskog algoritma, tako da se generišu minimalne greške u procesu prognoze stvarne putanje vozila. Rezultati testiranja ovog modela na uzorku sa frekvencom očitavanja većom od 30 s, pokazali su da je stvarna putanja vozila rekonstruisana u 98,9% slučajeva.

*Algoritmi bazirani na verovatnoći*, u većini slučajeva koriste Gausovu raspodelu kako bi definisali region greške prilikom očitavanja GPS pozicije vozila. Unutar ovog regiona se definišu potencijalni kandidati, putem kojih se na osnovu usvojene raspodele određuje verovatnoća istinitosti predloženog rešenja. Kompleksniji algoritmi koriste i verovatnoću tranzicije, kojom se određuje

verovatnoća da je vozilo putovalo duž posmatrane rute između dva uzastopna GPS očitavanja. Ovakvi algoritmi se obično koriste u slučajevima kada je frekvencija očitavanja iznad 10 s, pri čemu se najčešće koriste skriveni markovski lanci, logit modeli, uslovna slučajna polja itd. Newson & Krumm (2009) su implementirali skriveni markov model, kako bi proces ograničili na moguća stanja u svakom diskretnom vremenskom trenutku. Stanjima su predstavljene moguće projekcije GPS tačaka na uličnu mrežu, dok diskretni vremenski trenuci predstavljaju vremenski trenutak upisivanja GPS zapisa. Verovatnoće izbora stanja se određuju na osnovu prostorne udaljenosti projektovane i snimljene tačke, dok se njihova sekvenca određuje korišćenjem verovatnoće tranzicije vozila između definisanih susednih vremenskih trenutaka. U ovako definisanom grafu mogućih stanja, optimalna putanja, koja predstavlja rešenje mapmečing problema, se pronalazi korišćenjem Viterbi algoritma. Autori su u radu prikazali rezultate testiranja algoritma na realnom uzorku, pri čemu je dobijena veoma niska vrednost greške, ispod 0,11% za uzorak GPS tačaka sa frekvencom očitavanja od 30 s. Pored navedenih modela, Miwa i ostali (2012) su konstruisali model u kojem se prva tačka projektuje na najbliži link, dok druga projektovana tačka predstavlja najbližu poziciju vozila izvan regiona pouzdanosti (oko 30 metra) predhodno projektovane pozicije. Odabrane tačke definišu kandidate, koji predstavljaju moguće pozicije vozila na uličnoj mreži, između kojih se projektuje najkraća putanja kretanja vozila. U modelu se najkraća ruta kretanja vozila između odabranih kandidata, određuje putem ocene troškova dobijene množenjem dužine ruta sa dužinama prostornog mimoilaženja GPS tačaka i tačaka kandidata. Nakon definisanja prvog dela algoritma, verovatnoća odabira rute se izračunava korišćenjem logit modela, koji se tradicionalno koriste u modelima izbora rute putovanja. Sličan pristup upotrebe logit modela, predložili su Li i ostali (2013), pri čemu su oni iskoristili multinominalnu logit strukturu za definisanje rešenja problema. U ovom modelu su kandidati konektovani na osnovu kriterijuma najkraćih putanja, nakon čega se putem logit modela bira najverovatnija putanja vozila. Ovi autori uvode pojam fazi projektovane tačke, koji podrazumeva projektovanje GPS tačke na čvorove čiji je stepen veći od dva, a koji se nalaze unutar GPS regiona pouzdanosti. Xu i ostali (2015) su konstruisali algoritam na bazi istoriskih podataka, putem kojeg se

određuju preference vozača prilikom odabira uličnih deonica. Inspirisani radom Liao i ostalih (2007), ovi autori u prvom delu svog modela, koriste teoriju uslovnih slučajnih polja, prilikom određivanja pozicije GPS tačaka na uličnoj mreži, dok se putanja između kandidata kreira korišćenjem metode za utvrđivanje vrednosti preferencije vozača ka određenim rutama. U zaključku istraživanja, autori navode da je model u kojem su uključene preferencije korisnika ka određenim putanjama pokazao dobre rezultate, pri čemu je u testovima ispravno rekonstruisano preko 50% putanja za GPS podatke sa frekvencom očitavanja od 180 s, dok je za vremenski interval od 400 s preciznost modela iznosila preko 45 %. Takođe, Yang & Meng (2015) su koristili model uslovnih slučajnih polja prilikom ispitivanja uticaja različitih karakteristika putanja, u procesu treniranja i testiranja algoritma. Oni su težinske ocene definisali na osnovu 61 karakteristike putanja, pri čemu su ustanovili da su najrelevantnije osobine: dužina između GPS tačke i projekcije, razlika između dužine putanje i dužine snimljene GPS trajektorije, kao i frekvencija promena ranga puta.

*Četvrta grupa modela (napredni modeli)* koriste alate i različite kompjuterske tehnike za definisanje optimalnog rešenja mapmečing problema. Ovi algoritmi uključuju modele mašinskog učenja, fazi sistema, heurističke pretrage itd.. Jawad & Kersting (2010) su predložili mapmečing model u kojem je implementirana kernel metoda. U algoritmu se korišćenjem kernelovih matrica, definiše sličnost između trajektorije i posmatranog dela mreže, nakon čega se putem usvojenih ograničenja rekonstruiše prava putanja vozila. Na sintetičkim i realnim podacima sa frekvencom očitavanja od 5 i 10 s, autori su predstavili rezultate koji su pokazali da ovaj algoritam pruža bolja rešenja od skrivenog markovog modela. Sa druge strane, Jagadeesh i ostali (2004) su konstruisali algoritam baziran na relativno jednostavnim fazi pravilima. U algoritmu se prepoznaju dve situacije, odnosno kada vozilu nije dodeljena putanja kretanja i kada se vozilo kreće duž određene putanje. Model na osnovu fazi ocena, procenjuje razliku između pravca putanje i vozila, kao i razdaljinu između linka i GPS tačke. Nedostatak ovog modela je ne mogućnost utvrđivanja smera kretanja vozila, kada je ono zaustavljeno ili kada dostiže niže vrednosti brzina. U tim slučajevima implementirani algoritam nastavlja projektovanje GPS tačaka vozila duž već odabranog linka. Autori su predstavili

rezultate analiza, koje su pokazale da je preciznost modela između 89%-96% prilikom projektovanja pozicija vozila na gustoj uličnoj mreži, za podatke sa visokom frekvencom očitavanja.

### **3 METODOLOGIJA PRIKUPLJANJA PODATAKA**

Veliki broj istraživanja je pokazao da vreme predstavlja jedan od najbitnijih faktora koji korisnici vrednuju pre i u toku svojih putovanja. Ovakva pojava se može objasniti činjenicom da većina korisnika pre početka putovanja, odluku o vremenu polaska donosi u zavisnosti od željenog vremena dolaska na destinaciju kretanja. Ovakve odluke se donose na osnovu procene potrebnog vremena putovanja, i zasnovane su na iskustvu korisnika i dostupnim informacijama. Pored navedenog, vreme putovanja predstavlja fundamentalni indikator saobraćajnih uslova na uličnoj mreži, koji indirektno ukazuje na raspodelu transportnih zahteva posmatranog područja. U skladu sa tim, saobraćajna istraživanja neizostavno uključuju ovaj parametar, prilikom modelovanja izbora rute putovanja i opterećenja na uličnoj mreži. Svrha ovakvih istraživanja može biti indentifikovanje uskih grla, linije želja korisnika, uticaj mera upravljanja transportnim zahtevima, potreba za izgradnjom dodatnih kapaciteta, uvođenje linija javnog pevoza, analiza ekonomskih troškova, analiza negativnih uticaja na životnu sredinu itd.

U skladu sa ciljevima ove doktorske disertacije, u radu se prepoznaju dve odvojene celine, odnosno (i) proces prikupljanja i obrade podataka sa ulične mreže i (ii) faza formiranja modela za kreiranje skupa alternativnih ruta putovanja. U cilju modeliranja odluka korisnika prilikom izbora ruta putovanja, potrebno je definisati karakteristike ulične mreže za različite periode u toku dana, čija se procena izvršava na osnovu podataka o vremenu putovanja vozila prikupljenih tokom dužeg vremenskog perioda.

Kako je navedeno u uvodnoj rečenici ovog poglavlja, na osnovu zaključaka više relevantnih istraživanja (Tawfik & Rakha, 2012; Ben-Akiva i ostali, 1984) iz oblasti modeliranja izbora ruta putovanja, vreme je izabrano kao najbitniji parameter. Priručnik za prikupljanje podataka o vremenu putovanja (Turner i ostali, 1998), navodi da se metodologija snimanja određuje na osnovu zadatka istraživanja i njegovih ciljeva, kao i na osnovu zaključaka donesenih putem komparativnog sagledavanja svrhe istraživanja i prednosti/mana dostupnih izvora podataka.

Glavni zadaci metodologije za prikupljanje i obradu podataka u ovom istraživanju, treba da obezbede sledeće:

- precizno definisane odabrane ruta putovanja vozila,
- definisanje frekvence korišćenja pojedinačnih smerova na uličnim deonicama, podeljenim po vremenskim periodima,
- definisanje srednjih vrednosti prostornih brzina, odnosno vremena putovanja po smerovima za pojedinačne ulične deonice, podeljene po vremenskim periodima,
- definisanje standardnog odstupanja srednje vrednosti prostornih brzina, odnosno vremena putovanja po smerovima za pojedinačne ulične deonice, podeljena po vremenskim periodima.

Da bi se navedeni zadaci ispunili, neophodno je izabrati metodu koja pruža mogućnost snimanja otkrivenih preferenci korisnika, kao i procene vrednosti vremena putovanja na pojedinačnim elementima ulične mreže. Pored toga, u ovakvim vrstama istraživanja, potrebno je posedovati veliku bazu podataka tokom modeliranja načina definisanja skupa mogućih alternativa, koja u sebi sadrži vrednosti vremena putovanja i njenog odstupanja. Problem postaje još kompleksniji jer se neophodna količina podataka udvostručuje za ulične deonice na kojima je prolazak vozila dozvoljen u oba smera. Pored toga, vrednosti vremena putovanja i uslovi u saobraćaju se razlikuju u različitim periodima dana, što stvara potrebu za prikupljanjem dovoljne količine podataka u svim definisanim vremenskim periodima. Turner i ostali (1998) su prepoznali četiri osnovne metode za prikupljanje podataka o vremenu putovanja, i to:

- Test vozila – snimanje vremena putovanja putem namenskih vozila za merenje ove vrednosti parametara,
- Metod snimanjem tablica – kojom se na pristupnim i krajnjim tačkama delova ulične mreže ili deonica, vrši snimanje tablica vozila,
- ITS vozila (sistem pokretnih detektora, eng. floate car data system) – korišćenje ITS strukture čija osnovna namena nije snimanje parametara vremena putovanja (obično se primenjuje snimanjem kretanja flote vozila iz zatvorenih transportnih sistema).

- Netradicionalne tehnike – primena indukcionih detektora, kamera i drugih alata za procenu vrednosti vremena putovanja korišćenjem matematičkih modela.

Postavljene zahteve je moguće ispuniti primenom metode koja uključuje ITS vozila, putem kojih se snimaju karakteristike različitih delova ulične mreže i kojima se bliže određuju preferencije korisnika prilikom odabira ruta. S tim u vezi, i u skladu sa dostupnim izvorima podataka, u radu je odabrana treća metoda, koja će u daljem tekstu biti naznačena kao metoda *pokretnih detektora* (detaljnije videti u prilogu 4). Pored toga, za izradu modela korišćene su snimljene putanje lokalnih putovanja na području obuhvaćenog istraživanjem, i onih putovanja sa izvornom i ciljnom destinacijom između kojih postoji skup sa većim brojem alternativnih ruta. Takođe, u skladu sa količinom prikupljenih podataka, zaključuje se da je u disertaciji primenjen koncept zasnovan na implementaciji velikog uzorka (eng. big data). Na osnovu navedenih karakteristika istraživanja, kretanja i vremena putovanja, izdvojene su dve glavne faze ovog dela istraživanja:

- definisanje metodologije prikupljanja podataka (prikazane u ovom poglavlju) i
- definisanje metodologije obrade podataka (prikazane u narednom poglavlju).

Pored ovih faza istraživanja, detaljan plan aktivnosti je razrađen za svaku fazu pojedinačno. Plan aktivnosti za prvu fazu je konstruisan na osnovu preporuka Turner i ostalih (1998), koji je redukovan u odnosu na navedeni plan, zbog implementiranja već postojeće flote vozila za prikupljanja podataka<sup>2</sup>. Ovaj plan uključuje sledeće aktivnosti:

- definisanje cilja i zadataka istraživanja,
- definisanje (prostorne i vremenske) obuhvatnosti istraživanja,
- selektovanje tehnike za prikupljanje podataka,
- definisanje vremenskog rasporeda prikupljanja podataka i
- prikupljanje podataka.

---

<sup>2</sup> Flota vozila čija je osnovna namena transport robe u urbanom području, i njihov transport između logističkih jedinica.



S obzirom da su podaci prikupljeni putem sistema pokretnih detektora prve generacije sa flotom vozila koja su opremljena GPS uređajima, u prilogu 4 predstavljeni su osnovni koncepti ove tehnologije. Takođe, u prilogu 5 predstavljene su glavna teoretske postavke tehnologije sistema za satelitsku navigaciju, koja je primenjena tokom faze prikupljanja podataka, dok su u prilogu 6 prikazane osnovne teoretske postavke vezane za geografske informacione sisteme i vektorske podloge, koje je neophodno razmotriti pre i u toku obrade GPS podataka.

### **3.1 VREMENSKA I PROSTORNA OBUHVATNOST ISTRAŽIVANJA**

Vremenska obuhvatnost u istraživanjima se može podeliti na mesečnu, nedeljnu i dnevnu. U skladu sa ciljevima ovog rada (modelovanje izbora rute putovanja u toku radnih dana), sezonske varijacije parametara vremena putovanja na posmatranom području nisu bile od krucijalnog značaja za rezultate istraživanja, s obzirom da su one predstavljene u obliku agregatnih vrednosti za različite uslove u saobraćaju na dnevnom nivou. Vremenski period snimanja za koji su bili dostupni podaci, kalendarski uključuje period od novembra 2013. do juna 2014. i od oktobra 2014. do septembra 2015. godine (ukupno dvadeset meseci). U skladu sa činjenicom da je posmatrana svrha kretanja vozila u razmatranoj floti transport robe na gradskom području, nedeljni vremenski opseg uključuje radne dane bez vikenda i dane praznika (gde su varijacije parametara vremena putovanja znatno veće i mogu uticati na promenu u izgledu skupa alternativnih ruta putovanja). Dnevna obuhvatnost uključuje snimanje u periodu od 24 sata, na osnovu kojih su definisana tri vremenska profila, odnosno vremenski profili vršnog i vanvršnog perioda, kao i uslovi slobodnog saobraćajnog toka, kada je parametar prosečne prostorne brzine putovanja dostizao znatno više vrednosti. U delu rada vezanom za karakteristike prikupljenih podataka i delu rada u kojem se navode rezultati obrade podataka, detaljno su opisane dnevne obuhvatnosti perioda snimanja.

Istraživanjem je prostorno obuhvaćeno uže i šire gradsko područje Beograda, koji predstavlja glavni grad Republike Srbije i jednu od najvećih metropola u region. Podaci su snimani na području koje obuhvata oko 170 km<sup>2</sup> urbane površine, sa ukupnom dužinom ulične mreže svih rangova oko 1.400 km

(slika 3.1.). U odnosu na ruralnu i vangradsku putnu mrežu, karakteristike saobraćajnih tokova u ovakvoj sredini uključuju niže vrednosti srednjih prostornih i vremenskih brzina, veće protoke, jasno definisane vanvršne i vršne periode, učestale pojave redova, veći procenat lokalnih kretanja itd. Pored ovih, u odnosu na putnu i ruralnu uličnu mrežu, urbana ulična mreža poseduje veću gustinu, veći broj ukrštanja u nivou i broja signalizovanih raskrsnica, drugačije profile kolovoznih površina itd. Osnovni elementi ove mreže predstavljaju ulične deonice i ukrštanja u nivou, koja se u ovom istraživanju opisuju na sledeći način:

(i) ulična deonica je pristupna ulica ili deo ulične mreže između dva ukrštanja u nivou, koja se na grafiku predstavlja u obliku linka,

(ii) ukrštanje u nivou je raskrsnica ili ulivno/izlivna tačka rampe, koje se na grafiku predstavlja u obliku čvora.

**Tabela 3.1.** Ulazni podaci za ulične deonice (linkovi).

IDlink	IDpoly	S	M	T	V	lo1	lo2	la1	la2	D	IDnode1	IDnode2
1	45865	0	0	1	80	20.4	20.5	44.8	45.9	55	55	6598
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
33.273	30999	1	0	0	50	19.6	19.3	44.2	44.9	138	10559	10558

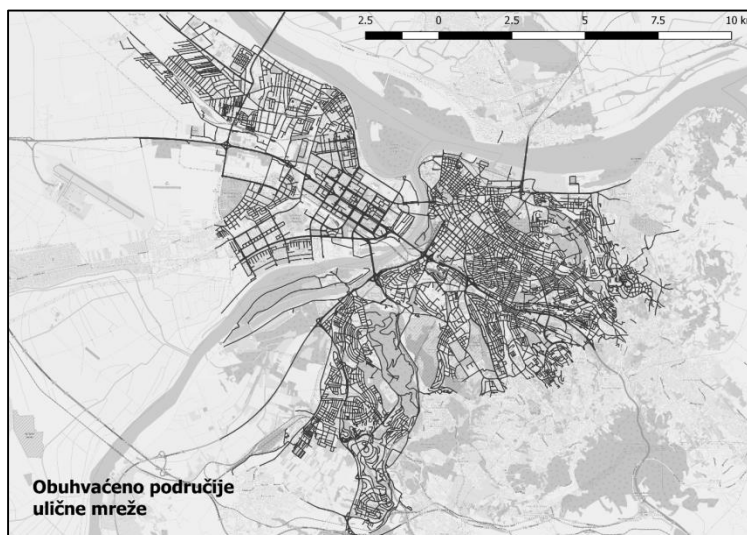
**Tabela 3.2.** Ulazni podaci za raskrsnice i krajeve uličnih deonica (čvorovi).

IDnode	lon1	lat1	degree
1	20.4	44.8	1
...	...	...	...
29.529	19.6	44.2	4

Prostorni podaci o uličnoj mreži, koja je obuhvaćena ovim istraživanjem, preuzeti su iz OpenStreet<sup>3</sup> baze, koja je u više različitih istraživanja iz oblasti saobraćaja (npr. Yang & Meng, 2015), zbog svojih karakteristika korišćena za izradu mapmečing algoritama, a u kojima se zbog specifičnosti problema zahteva visok nivo preciznosti vektorske podloge. Izgled definisanih tabela na osnovu navedene baze prostornih podataka, prikazane su u tabeli 3.1. i tabeli 3.2.. Pored toga, ove

<sup>3</sup> Izvor (datum pristupa sadržaju 28.02.2015): <https://www.geofabrik.de/>

tabele su korišćene u modelima za obradu podataka, modelu za definisanje skupova alternativnih ruta putovanja i u modelu izbora rute putovanja.



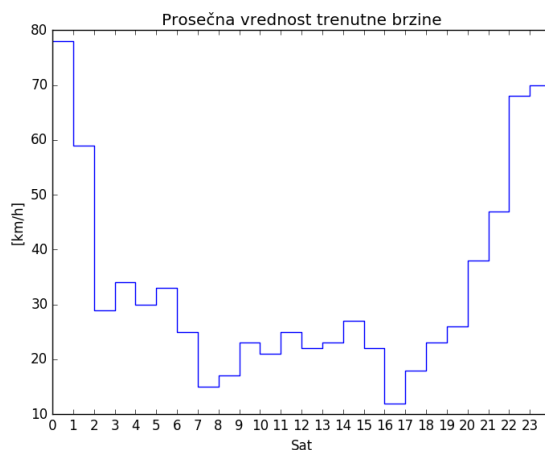
Slika 3.1. Prostor ulične mreža grada Beograda, obuhvaćen istraživanjem.

## 3.2 SNIMANJE PROSTORNIH PODATAKA

U ovom istraživanju je odabrana metoda pokretnih detektora za prikupljanje podataka o vremenskim karakteristikama i izabranim rutama putovanja na uličnoj mreži. Podaci su prikupljeni GPS uređajima instaliranim u vozilima, koja čine flotu specijalizovanu za transport robe na gradskom području (transport robe od korisnika ka logističkim jedinicama, od logističkih jedinica ka korisnicima i između logističkih jedinica). Flota sa kojom su podaci snimani sastavljena je od ukupno 272 vozila, pri čemu merodovno vozilo flote poseduje karakteristike putničkog vozila. Sva vozila su opremljena uređajima za praćenje njihovog kretanja ali ne i za navigaciju. Ova osobina predstavlja bitnu karakteristiku snimljenog uzorka, jer ne postoji interferencija od strane spoljašnjih izvora informacija u procesu odabira rute putovanja, pri čemu se odluke donose na osnovu sposobnosti i preferencija vozača. Po specifikaciji uređaja, tačna lokacija vozila se u 95% slučajeva nalazi oko snimljene GPS pozicije, unutar kružnog regiona prečnika 7m. Pored vrednosti longituda i latituda, generisani zapisi sadrže informacije o aktivnosti motora, kao i o trenutnoj brzini vozila. Strukturu korisnika isključivo čine profesionalni vozači, čiji je nivo

poznavanja ulične mrežu viši od prosečnog korisnika. Takođe, ovi korisnici poseduju bolju sposobnost ocene i percepcije potrebnog vremena putovanja prilikom odabira alternativne rute (detaljnije videti u prilogu 7). Ova pretpostavka je zasnovana na rezultatima različitih istraživanja prikazanih od strane Bovy & Stern (1990), gde se navodi da profesionalni vozači poseduju i veći broj alternativnih putanja kretanja od prosečnih vozača.

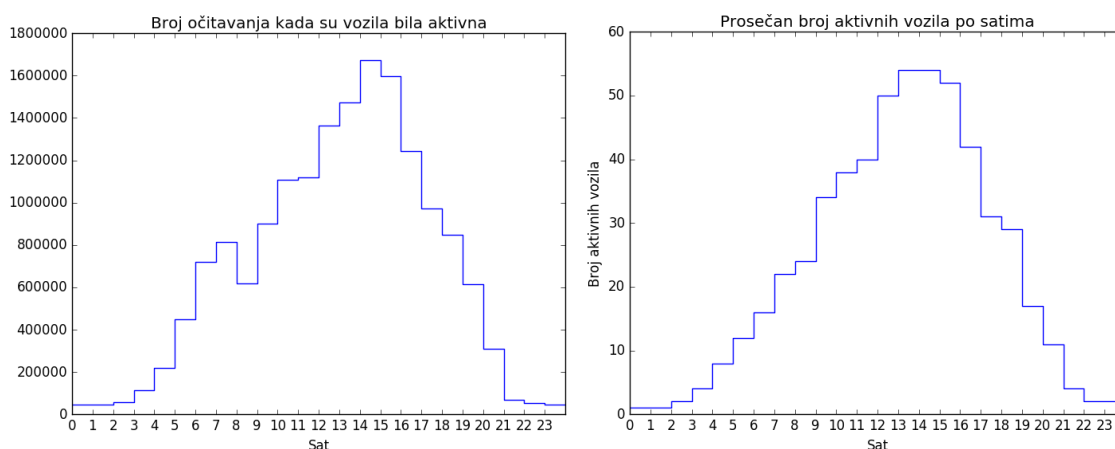
Prosečne vrednosti trenutnih brzina, podeljenih po satima, predstavljaju indikator promena uslova u saobraćaju za različite dnevne periode tokom radnih dana. S tim u vezi, na slici 3.2. prikazana je analiza ovog parametra, koja ukazuje da je vršni časovni periodi snimljen u terminima od 07 do 09 h (prosečna trenutna brzina 15 km/h i 17 km/h) i od 16 do 18 h (prosečna trenutna brzina 12 km/h i 18 km/h). Pored toga, vanvršni vremenski period je zabeležen u terminima od 06 do 07 h, od 09 do 16 h, i od 18 do 21 h, u kojima ukupna prosečna trenutna brzina iznosi 26 km/h. Pored ovih vremenskih intervala, definisan je i treći vremenski period u terminu od 21 do 06 h, u kojem prosečna vrednost trenutnih brzina (51 km/h) dostiže vrednost priližnu onoj u slobodnom saobraćajnom toku (ukupan uzorak snimljenih putovanja za ovaj period je dosta niži od ostalih perioda).



Slika 3.2. Prosečne vrednosti trenutnih brzina vozila po časovima.

U toku vremenskog perioda snimanja, koji je iznosio 448 radnih dana, ukupno je generisano 24.473.866 GPS zapisa, od čega je 33% zapisa generisano kada su vozila bila parkirana. Deo uzorka kada vozila nisu bila aktivna je odbačen iz daljih analiza, pri čemu je preostalo ukupno 16.483.524 zapisa kada su se vozila kretala na

uličnoj mreži. Na slici 3.3., izvršena je podela po satima svih podataka kada su vozila bila aktivna, putem koje se zaključuje da je najveća aktivnost vozila zabeležena u periodu popodnevnog vanvršnog perioda od 13 do 15 h, dok najaktivniji vršni period predstavlja vremenski interval od 16 do 18 h. Tokom ovih perioda ukupno je generisano 37,1% (9,3% prosečno po satu u navedenom periodu) i 13,4% od ukupnog broja snimljenih pozicija vozila u toku njihovog kretanja (6,7% prosečno po satu u navedenom periodu), respektivno. Detaljniji prikaz parametara za ostale vremenske periode predstavljen je u tabeli 3.3..



**Slika 3.3.** Ukupan broj očitanih GPS pozicija po satima aktivnih vozila (levo) i prosečan broj aktivnih vozila na uličnoj mreži (desno) po satima.

Najveće aktivnosti flote snimljene su u periodu od 12 do 15 h, kada je u proseku po satu bilo aktivno 52 vozila, dok je tokom vršnih perioda od 7 do 9 h i od 16 do 18 h u proseku bilo aktivno 23 vozila i 36 vozila, respektivno. Ovi rezultati su prikazani na slici 3.3. i u tabeli 3.3., putem kojih je pokazano da se veće aktivnosti vozila poklapaju sa vanvršnim vremenskim periodima. U skladu sa zaključcima i dobijenim rezultatima u istraživanju Nikolić i ostalih (2015)<sup>4</sup>, odabrana flota ne može da obezbedi dovoljnu količinu podataka za procenu vrednosti parametara na uličnoj mreži u realnom vremenu. Sa druge strane, snimljeni podaci poseduju potreban nivo pokrivenosti ulične mreže i omogućuju njihovu implementaciju prilikom formiranja modela za definisanje skupa alternativnih ruta putovanja kod

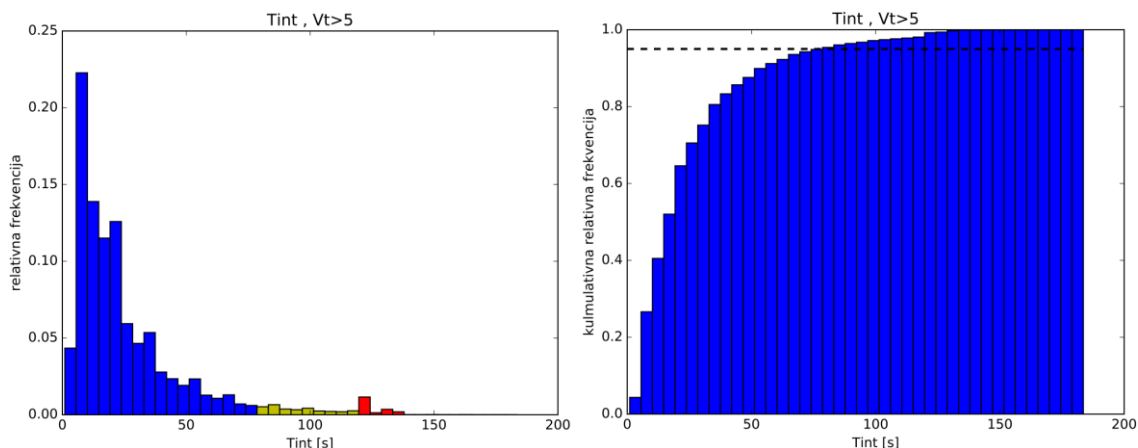
<sup>4</sup> Rezultati ukazuju da je za širu i užu gradsku oblast grada Beograda neophodno obezbediti flotu sačinjenu od 390 aktivnih vozila za svaki desetominutni vremenski interval.

posmatranog dela populacije korisnika, kao što će biti predstavljeno u poglavlju pet i šest.

Pored navedenog, slike 3.4. ukazuje na vremenske karakteristike očitavanja podataka za deo uzorka u kojem je vrednost  $V_t$  veća od 5 km/h. Ovi podaci ukazuju na neravnomerne intervale očitavanja pozicija putem GPS uređaja, pri čemu prosečna vrednost očitavanja između dva zapisa iznosi 14 s. S obzirom da snimljeni vremenski intervali između zapisa ne mogu da obezbede očitavanje sa svakog linka kroz koje je vozilo prošlo na gustoj uličnoj mreži, zaključuje se da se u istraživanju koriste podaci niskih frekvenci očitavanja.

**Tabela 3.3.** Karakteristike uzorka snimljenih GPS podataka, podeljene po satima.

Sat	Ukupno generisanih podataka (UGP)	UGP %	Prosečna vrednost trenutne brzine	Aktivno vozila	Prosečno aktivnih vozila po danu
0	47073	0.3%	78	534	1
1	46025	0.3%	59	604	1
2	55996	0.3%	29	1037	2
3	115213	0.7%	34	1763	4
4	217865	1.3%	30	3778	8
5	448304	2.7%	33	5287	12
6	721579	4.4%	25	7257	16
7	813361	4.9%	15	9665	22
8	617663	3.7%	17	10629	24
9	899552	5.5%	23	15434	34
10	1107901	6.7%	21	16978	38
11	1119515	6.8%	25	18087	40
12	1365397	8.3%	22	22600	50
13	1474497	8.9%	23	24148	54
14	1673186	10.2%	27	24210	54
15	1599180	9.7%	28	23493	52
16	1245234	7.6%	12	18751	42
17	971032	5.9%	18	13993	31
18	848716	5.1%	23	12862	29
19	614091	3.7%	26	7499	17
20	310653	1.9%	38	4956	11
21	70417	0.4%	47	1654	4
22	53380	0.3%	68	829	2
23	47694	0.3%	70	672	2
<b>Σ</b>	<b>16483524</b>	<b>100.0%</b>	<b>78</b>	<b>246720</b>	<b>550</b>



**Slika 3.4.** Relativna i kumulativna frekvencija promene vrednosti vremenskog intervala između GPS očitavanja.

S obzirom da je istraživanje u ovom radu ograničeno na uže i šire centralno gradsko područje, veličina uzorka je dodatno smanjena na 2.932.770 zapisa, odnosno na 18% od ukupno generisanih podataka. Na slici 3.1. predstavljen je deo grada koji je obuhvaćen ovim istraživanjem i za koji su obavljena dalje analize vremenskih parametra. Takođe, procena i prognoza modela izbora rute putovanja u poglavlju šest i testiranje predloženog modela za definisanje metode generisanja skupa alternativnih ruta u poglavlju pet, izvršena je na osnovu podataka generisanih na ovom delu ulične mreže.

## **4 METODOLOGIJA ZA OBRADU PODATKA**

Procena vrednosti individualnih vremena putovanja putem GPS zapisa, zahteva određene vremenske resurse kako bi se iz tih podataka izvukle korisne informacije. Odnosno, prilikom procene vremena putovanja na osnovu GPS očitavanja, neophodno je filtrirati i projektovati emitovane lokacije vozila na elemente ulične mreže. S tim u vezi, na osnovu projektovanih pozicija i rekonstruisanih trajektorija vozila, definiše se vreme putovanja za posmatranu jedinicu ulične mreže (link, čvor, ruta).

Vrednosti vremena putovanja u ovom istraživanju su određena na osnovu GPS podataka, iz kojih je putem predložene metodologije ekstrahovano vreme putovanja po uličnim deonicama. Ovi podaci se obično ne mogu direktno implementirati u modelima, bez predhodne obrade putem složenih alata. Alati koji se koriste za obradu GPS podataka međusobno se razlikuju po stepenu preciznosti, koji je obrnuto srazmeran sa njihovom brzinom obrade. U zavisnosti od zahteva i vrste problema u kojem se podaci koriste, zavisi struktura i kompleksnost primenjene metodologije.

Na osnovu navedenih karakteristika, alati se mogu podeliti na one koji su primenjivi u realnom vremenu i na alate pogodne za formiranje baze podataka. Pored toga, željene karakteristike ovih alata predstavljaju preciznost, pouzdanost, brzina i prilagodljivost. Za modelovanje načina ponašanja korisnika na mreži i odabira rute putovanja, potrebno je izabrati alate koji sa visokom preciznošću rekonstruišu stvarne putanje kretanja vozila. Ovaj uslov je neophodno zadovoljiti prilikom implementacije obrađenih podataka u procesu testiranja i validacije modela za rekonstrukciju skupa alternativnih ruta, kao i u toku kalibracije ulaznih parametara u ovom modelu. Takođe, precizno definisane rute pružaju mogućnost tačnije obrade parametra frekvence upotrebe pojedinačnih smerova na uličnim deonicama (protok na pojedinačnim linkovima). Sa druge strane, s obzirom da se simuliraju odluka korisnika, koji poseduju ograničenu sposobnost preciznog određivanja vremena putovanja i ostalih parametara u toku kretanja (korisnici određuju okvirno tačne vrednosti) (Tawfik & Rakha, 2012; Bovy & Stern, 1990),



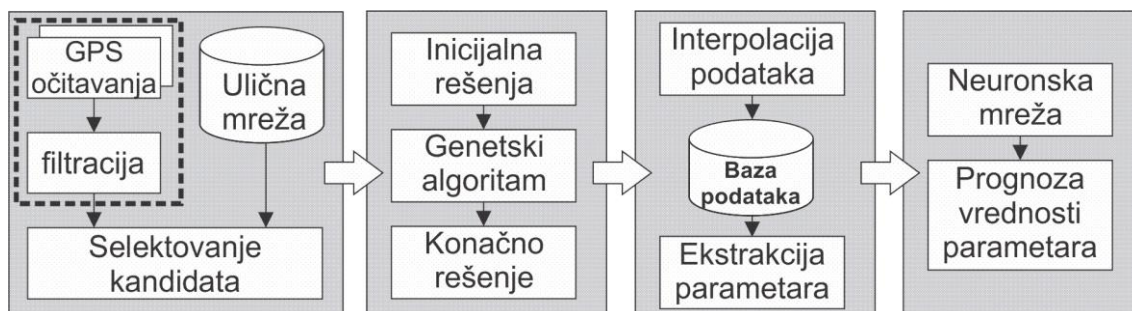
dobijene vrednosti vremena putovanja ne moraju biti precizne kao u sistemima za procenu trenutnih uslova u saobraćaju.

Ispitavanja su pokazala da jedno ili manji broj merenja ne donosi precizne i verodostojne podatke (Nikolić i ostali, 2015; Srinivasan & Jovanis, 1996), tako da je za tačne i verodostojne prognoze u saobraćaju potrebno obezbediti veći uzorak. Problem se usložnjava ukoliko postoji korelacija vremena putovanja između susednih linkova, čime se na raskrsnicama (dozvoljenim pravcima) povećava broj varijacija mogućih vrednosti vremena putovanja i potreba za količinom snimljenog uzoraka. Korelacija se javlja u uslovima stvaranja redova koji su prouzrokovani većim transportnim zahtevima na mreži. U zavisnosti od modela ili sistema u kojima se implementira predložena metodologija, zavisice karakteristike načina obrade i količina potrebnih podataka.

Prilikom izgradnje modela izbora rute putovanja, potrebno je posedovati podatke kojima se mogu definisati vremenske karakteristike ruta, frekvencija korišćenja pojedinačnih usmerenih linkova, kao i ograničenja prilikom formiranja skupa alternativnih ruta. S obzirom na to da snimljeni GPS zapisi ne predstavljaju podatke sa visokom frekvencom očitavanja, neophodno je implementirati složenu metodologiju za njihovu obradu, kako bi se na precizan način rekonstruisale trajektorije vozila. Ova metodologija uključuje tri osnovne faze, u kojima se: (i) uklanjaju nepreciznosti i greške nastale prilikom njihovog generisanja, (ii) rekonstruišu putanje kretanja vozila i (iii) ekstrahuju vrednosti željenih parametara. S obzirom da se za prikupljanje podataka koristi GPS tehnologija, proces njihove obrade je složeniji nego u drugim vidovima istraživanja. S tim u vezi razvijen je poseban plan aktivnosti za njihovu obradu, koji je baziran na iskustvima postojeće literature i zadataka samog istraživanja (metodologija za obradu podataka prikazana je na slici 4.1.). Plan aktivnosti u ovoj fazi istraživanja uključuje sledeće faze:

- obrada i prilagođavanje prostornih podataka vezanih za uličnu mrežu obuhvaćenu istraživanjem,
- filtracija prikupljenih GPS podataka,
- mapmečing GPS podataka i modifikacija trajektorije putovanja korisnika,
- interpolacija i formiranje baze podataka,

- ekstrakcija pojedinačnih vrednosti srednje prostorne brzine, standardnog odstupanja prostorne brzine i frekvence korišćenja uličnih deonica i
- prognoza vrednosti srednje prostorne brzine i njenog standardnog odstupanja za ulične deonice bez podataka ili sa malom količinom uzorka.



Slika 4.1. Dijagram metodologije primenjene za obradu GPS podataka.

Podaci koji su generisani GPS uređajima, predstavljaju niz emitovanih i poređenih podataka po vremenskim trenucima njihovog zapisa, na osnovu kojih se vrši rekonstrukcija trajektorija kretanja vozila. U početnoj fazi obrade podataka, vrši se njihovo filtriranje i dekodiranje, pri čemu se uklanjaju nerealne vrednosti, nastale negativnim uticajem okoline i nedovoljnim brojem dostupnih satelita u trenutku očitavanja (detaljnije videti u prilogu 5). Posle ove faze, tačke vozila se projektuju na uličnu mrežu, nakon čega se na osnovu usvojenih pretpostavki o načinu kretanja vozila vrši rekonstrukcija trajektorije njihovih kretanja. Svaka od navedenih faza je detaljno objašnjena u narednom delu ovog poglavlja.

Pored definisane metodologije, prikazani su i rezultati obrade snimljenih podataka, čija je način prikupljanja opisan u predhodnom poglavlju. Takođe, potrebno je navesti da je pored navedenih ciljeva, dodatan motiv u ovom delu istraživanja predstavljala izgradnja univerzalnih alata putem kojih se saobraćajnim planerima olakšava implementacija GPS podataka u istraživanjima različitih saobraćajnih fenomena.

## 4.1 FILTRACIJA PODATAKA

Tokom procesa filtracije poboljšava se kvalitet GPS podataka, na način kojim se ne narušava njihov integritet. Ovaj alat pruža mogućnost prepoznavanja vida putovanja, svrhe putovanja, vremena polaska, izvora/ciljeva putovanja, preferencija prilikom odabira putanje, kao i definisanja vremenskog perioda provedenog na određenoj lokaciji. Algoritmom se vrši detekcija i uklanjanje (popravljanje) podataka dobijenih prilikom iznenadnog gubitka signala, naglih skokova vrednosti brzina i pozicije vozila, brisanja duplih očitavanja, detekcije netačnih očitavanja nulte brzine, šuma itd. Takođe, pored uklanjanja navedenih grešaka, algoritam vrši klasifikaciju podataka po aktivnostima vozila, odvajajući podatke emitovane tokom kretanja vozila od podatka kada vozilo nije bilo aktivno. Problem prilikom klasifikacije se može pojaviti u delovima dana kada se vozilo često zaustavlja zbog loših uslova u saobraćaju, pri čemu algoritam može prekinuti sekvencu kada se vozilo kretalo, zbog neispravnog detektovanja statusa mirovanja vozila. U tim slučajevima se gube vredne informacije, koje odražavaju uslove u saobraćaju tokom zagušenja.

Algoritam je koncipiran iz tri osnovne faze, kojima se od kontinualnog neobrađenog zapisa vrši filtracija i ekstrakcija podataka vezanih za kretanja vozila. *U prvom delu algoritma*, dekodiraju se binarni zapisi, generisani od strane senzora instaliranih u vozilu. Putem ovog koraka, sekvencu GPS očitavanja se deli na dva perioda, odnosno na period kada je motor u vozilu bio uključen i isključen. Pored toga, na osnovu očitavanja latituda i longituda vozila (kada su latituda i longituda jednake nuli), iz selektovanih sekvenci se izostavljaju zapisi iznenadnog gubitka signala.

*U drugoj fazi algoritma*, vrši se izračunavanje euklidovih razdaljina, vremenskog razmaka i prostorne brzine između uzastopnih GPS zapisa. Razdaljina se izračunava upotrebom haversine funkcije, odnosno formulom za određivanje udaljenosti dve tačke na Zemljinoj površini. Haversain formula se predstavlja sledećim izrazom<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> Izvor (datum pristupa sadržaju 01.02.2016): <http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>

$$a = \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \sin^2\left(\frac{\Delta\rho}{2}\right) \quad (27)$$

$$c = 2\operatorname{atan}(\sqrt{a}, \sqrt{1-a}) \quad (28)$$

$$d = R * c \quad (29)$$

gde je  $\Delta\rho$  razlika u longitudama dve tačke,  $\Delta\varphi$  razlika u latitudama dve tačke,  $R$  radijus Zemlje ( $R \approx 6.371$  km),  $a$  centralni ugao između tačaka i  $d$  razdaljina između posmatranih tačaka. Vremenska razlika između zapisa se dobija oduzimanjem vremenske oznake očitavanja  $i$  i  $i-1$  signala, dok se prostorna brzina dobija deljenjem udaljenosti tačaka sa vremenskom razlikom između zapisa. Dobijena brzina ne odražava stvarnu prostornu brzinu kretanja vozila, već prostornu brzinu kretanja objekta duž definisane euklidove putanje. U slučaju detektovanja prostornih brzina većih od 120 km/h <sup>6</sup>, vrši se odbacivanje netačnog podataka i ponovno izračunavanje razdaljine, vremenske razlike i brzine između  $i-1$  i  $i+1$  očitavanja.

*Tokom treće faze*, proveravaju se delovi sekvence sa nižim vrednostima brzina, pri čemu se prihvataju zapisi kada se vozilo zaustavilo zbog uslova u saobraćaju i odbacuju podaci kada je vozilo mirovalo zbog obavljanja drugih aktivnosti. Granični vremenski interval ( $t_{gr}$ ) iznad kojeg se zapis prekida, predstavlja ekstremnu vrednost vremenskog razmaka. U ovom istraživanju, usvojena vrednost ovog parametra iznosi 150 s, koja je određena na osnovu celokupnog uzorka obuhvaćenog istraživanjem<sup>7</sup> (99,97% dela uzorka u trenucima kada su vozila bila aktivna). Svi zapisi koji ne prelaze graničnu vrednost vremenskog intervala i pri kojima je brzina ispod maksimalne dozvoljene granice, klasifikovani su kao potencijalni periodi kada je vozilo bilo aktivno. Kako bi se detekovali vremenski periodi kada je vozilo mirovalo zbog uslova u saobraćaju, uvedena je vrednost kritične brzine. Kritična brzina je određena na osnovu kritične razdaljine i kritičnog vremenskog intervala. Kritična razdaljina između dva zapisa iznosi 30 m, i predstavlja prečnik region pouzdanosti GPS očitavanja, kojim se definiše region oko kojeg se u 99% slučajeva nalazi stvarna pozicija vozila (detaljnije videti u prilogu 5). Ova vrednost je dobijena na osnovu pretpostavke da raspodela greške

---

<sup>6</sup> Brzina koja je određena kao maksimalna moguća i ustanovljena je na osnovu maksimalno dozvoljene brzine kretanja na auto-putu.

<sup>7</sup> Ovaj granični interval je određen na osnovu 6.321.908 očitavanja, pri čemu je srednja vrednost vremenske razlike očitavanja signala 14 s.

prilikom očitavanja pozicije vozila podleže Gausovoj raspodeli (Prasad & Ruggieri, 2005). Kritična vrednost vremenskog intervala je određena putem karakteristike uzorka i iznosi 132 s. Vrednost je određena na osnovu vremenskih intervala kada je brzina vozila u okolini raskrsnice iznosila 0 km/h, i ona predstavlja vrednost dobijenu za 96% posmatranog uzorka. Na osnovu ovih vrednosti, izražena je kritična vrednost brzine putem sledećeg izraza

$$\vartheta_{kr} = \frac{d_{kr}}{t_{kr}} \approx 0.8 \frac{km}{h} \quad (30)$$

gde je  $\vartheta_{kr}$  kritična vrednost prosečne prostorne brzine,  $d_{kr}$  vrednost kritične euklidove dužine između dva očitavanja i  $t_{kr}$  vrednost kritičnog vremenskog intervala između dva očitavanja. Ukoliko je prostorna brzina ispod kritične vrednosti i nije jednaka nuli, algoritam upisuje trenutni zapis i aktivira proveru sledećih zapisa. Ukoliko se vrednost brzine ne promeni u toku vremenskog intervala  $t_{kr}$ , u narednom koraku se proveravaju vrednosti prostorne brzine između vremenskog trenutka  $t_{kr}$  i maksimalnog vremenskog trenutka  $t_{gr}$ , pri čemu je uslov zadovoljen ukoliko je vrednost brzine vozila viša od proizvoda  $d_{kr}$  i razlike ova dva vremenska intervala (koja iznosi 28 s). Ukoliko nijedan uslov nije ispunjen, algoritam završava trenutnu i započinje novu sekvencu. Ovim načinom algoritam utvrđuje da li je vozilo bilo pakirano ili je mirovalo zbog uslova u saobraćaju. Pored toga, prilikom prvog i zadnjeg zapisa, algoritam proverava da li su ti zapisi načinjeni u toku kretanja ili u toku mirovanja.

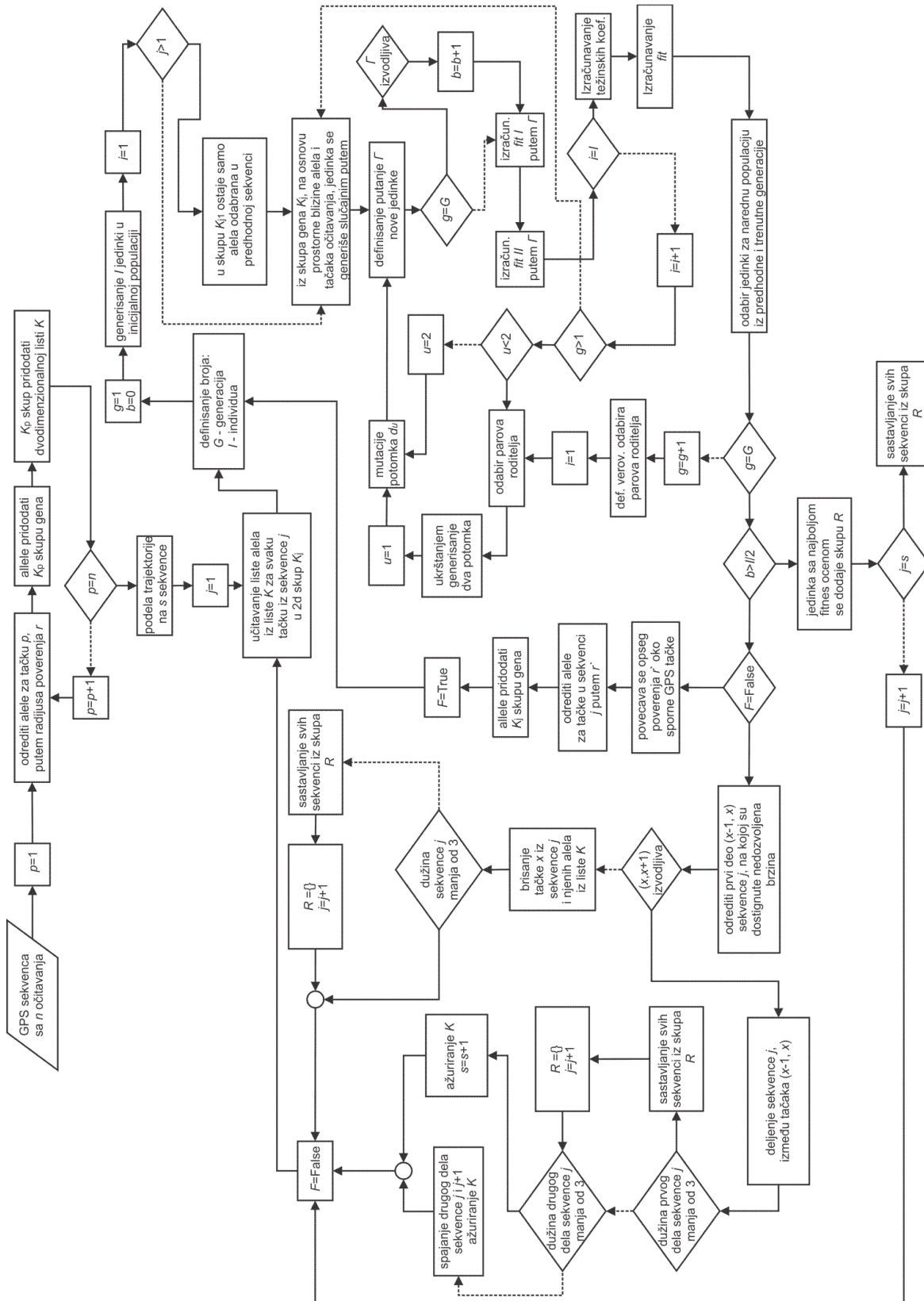
U poslednjoj fazi filtracije podataka, ponavlja se korak tri, kako bi se za novu sekvencu izvršilo ponovno izračunavanje rastojanja, vremenskih razmaka i prostorne brzine između očitavanja. Takođe, algoritam ostavlja samo sekvence koje imaju najmanje tri zapisa, zbog usvojene pretpostavke da podaci koji uključuju samo početnu i zadnju tačku ne predstavljaju reprezentativan uzorak za određivanje vremena putovanja na uličnoj mreži (putovanja koja traju manje od jednog minuta). Sveobuhvatno, dobijeni rezultati ukazuju da se predloženi algoritam može koristiti za obradu veće količinu podataka dobijenih od strane SPD i u realnom vremenu.

## **4.2 MAPMEČING MODEL BAZIRAN NA GENETSKOM ALGORITMU (GMM)**

Druga faza obrade GPS podataka, koja je jedna od glavnih tema ovog poglavlja, predstavlja proces prostornog poklapanja podataka dobijenih sa GPS uređaja i vektorske ulične mreže, odnosno proces poznat pod terminom mapmečing. U toku ovog procesa obrade, snimljene tačke u prostoru se projektuju na čvorove i linkove ulične mreže, pri čemu se rekonstruiše putanja kretanja vozila između projektovanih tačaka.

Nepreciznost prilikom pozicioniranje vozila i prostorno nepoklapanje GPS podataka i vektorske ulične mreže, stvorile su potrebu za implementacijom mapmečing modela. Pored toga, kada ne postoji bar jedno očitavanje sa ulične deonice, kroz koji je vozilo prošlo u toku putovanja („preskakanja” uličnih deonica), problem se usložnjava i generišu se dodatne nesigurnosti prilikom rekonstruisanja istinite putanje kretanja vozila. Problem „preskakanja” uličnih deonica uglavnom se povezuju sa GPS podacima niske frekvence očitavanja, odnosno u slučajevima kada su relativno duži vremenski razmaci između GPS zapisa. Međutim, većina vozila poseduju navigacione uređaje koji snimaju pozicije vozila sa nižim frekvencama očitavanja, što je navelo saobraćajne stručnjake da razvijaju modele za obradu ovih podataka.

U skladu sa navedenim, u doktorskoj disertaciji je predstavljen inovativan pristup rešavanju problema poklapanja prostornih podataka primenom genetskog algoritma, koji je predložen od strane Nikolić & Jović (2017). S tim u vezi, u ovom poglavlju je prikazan koncept GMM modela i rezultati analize njegove primene. Takođe, u prilogu 8 su detaljnije objašnjena teoretske osnove i postavke primenjene tehnike genetskog algoritma.



Slika 4.2. Dijagram GMM modela.

Mapmečing modeli se tokom procesa definisanja istinite putanje kretanja vozila na mreži, „suočavaju“ sa kombinatornim problemima. S obzirom da se svaka tačka može projektovati na određeni broj kandidata, lociranih na uličnoj mreži, kao i da između svih parova kandidata postoje različite putanje kretanja, razmatrani problem se značajno usložnjava sa povećanjem broja očitanih GPS pozicija, gustine ulične mreže i intervala između dva očitavanja. Shodno načinu na koji je problem definisan, u radu je predložena metoda kojom se putem višekriterijumskog genetskog algoritma, pronalazi najbolja kombinacija kandidata. Takođe, za razliku od dosadašnjih istraživanja u kojima je korišćena Fréchet distanca, u predloženom algoritmu je implementirana metoda dinamičkog uvijanja vremena za definisanje sličnosti između oblika predložene putanje i oblika GPS trajektorije. Ovom metodom se dobija numerička vrednost, koja predstavlja broj potrebnih pomeranja kako bi se inicijalna kriva pretvorila u predloženu rekonstruisanu trajektoriju vozila (metoda dinamičkog uvijanja vremena prednost pruža putanjama čiji je oblik sličnije obliku trajektorije, koja je sačinjena od očitanih tačaka). Dijagram formiranog mapmečing genetskog algoritma prikazan je na slici 4.2.

Metoda predložena u ovom radu je sastavljena iz dve osnovne celine. Na početku samog algoritma, učitavaju se prostorni podaci (baza podataka sa karakteristikama linkova i čvorova prikazanih u tabelama 3.1. i 3.2.). Nakon toga, selektuju se svi potencijalni kandidati unutar radijusa definisanog oko GPS tačke (oznaka  $r$ ). Vrednost ovog radijusa iznosi 15 m za nivo pouzdanosti od 99%, koja se najčešće koristi prilikom formiranja istoriskih baza podataka i kada vreme obrade ne predstavlja ograničavajući faktor. U slučajevima da je obradu podataka potrebno izvršiti u kratkim vremenskim razmacima, vrednost radijusa iznosi 7 m, čija vrednost predstavlja nivo pouzdanosti od 95%<sup>8</sup>.

Kandidati predstavljaju projekcije GPS tačaka na linkove ili na postojeće nedekorativne čvorove (čvorovi sa incidentnim stepenom različitim od vrednosti dva). Sam proces se takođe sastoji iz koraka u kojem se selektuje deo ulične mreže oko GPS tačke putem pravougaone oblasti i koraka kojim se na osnovu usvojene vrednosti radijusa  $r$  određuju kandidati iz skupa selektovanih linkova i čvorova

---

<sup>8</sup> Vrednost radijusa zavise od izvora i načina snimanja podataka.



(slika 4.3.). Podelom procesa u toku selektovanja kandidata, brže se pronalaze prostorni podaci za koje je potrebno izračunati udaljenost između elemenata ulične mreže i GPS tačke (vreme rada za selektovanje delova mreže putem pravougaone oblasti je dosta niže od računarskog vremena neophodnog za izračunavanje razdaljine između njenih elemenata i GPS tačke). Razdaljina između tačaka i čvorova je dobijena korišćenjem haversainove formule, koja je predstavljena izrazom (27). Sa druge strane, prilikom ortogonalnog projektovanja GPS tačaka na selektovane linkove potrebno je implementirati vremenski zahtevnija izračunavanja (problem ortogonalne projekcije tačke na pravu liniju). U daljem tekstu su prikazane formule na osnovu kojih je izvršeno konvertovanje tačaka na kartezijanski sistem i njihova projekcija na posmatrane linkove ulične mreže.

$$\begin{aligned}x &= R * \cos\left(lat * \frac{3,14}{180}\right) \cos\left(lon * \frac{3,14}{180}\right), \\y &= R * \cos\left(lat * \frac{3,14}{180}\right) \sin\left(lon * \frac{3,14}{180}\right), \\z &= R * \sin\left(lat * \frac{3,14}{180}\right)\end{aligned}\tag{31}$$

$$\begin{aligned}V &= |y_0z_1 - z_0y_1, z_0x_1 - x_0z_1, x_0y_1 - x_1y_0| = (x_v, y_v, z_v) \\V_n &= \left(\frac{x_v}{|V|}, \frac{y_v}{|V|}, \frac{z_v}{|V|}\right) = (x_n, y_n, z_n)\end{aligned}\tag{32}$$

$$d = x * x_n + y * y_n + z * z_n\tag{33}$$

$$P'_p = (x - d * x_n, y - d * y_n, z - d * z_n) = (x', y', z')$$

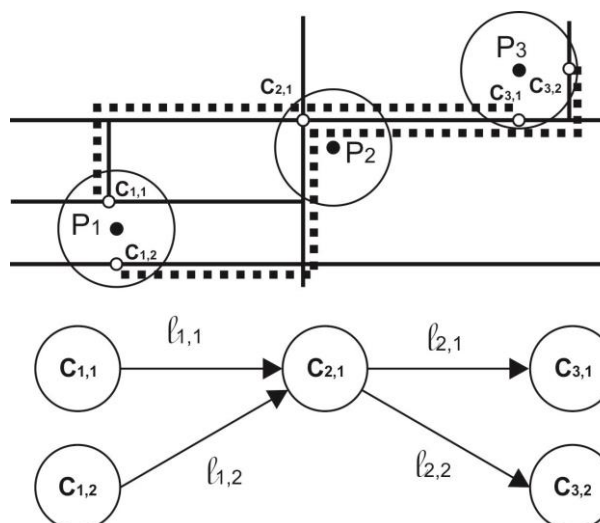
$$P_p = \left(\frac{x'}{|P'_p|}, \frac{y'}{|P'_p|}, \frac{z'}{|P'_p|}\right) = (x_p, y_p, z_p)\tag{34}$$

gde su  $x, y, z$  konvertovane tačke latitude i longitude u kartezijanskom sistem,  $V, V_n, P_p, P'_p$  pomoćne tačke za određivanje projekcije,  $d$  dužina vektora, i  $P_p$  koordinate projektovane tačke.

Nakon selektovanja kandidata, iz skupa se uklanjaju linkovi čiji se čvorovi, sa kojima su oni incidentni, već nalaze među predloženim kandidatima. Ovim putem se kao i u istraživanju Li i ostalih (2013), smanjuje verovatnoća greške i broj mogućih kombinacija. Odnosno, usvaja se pretpostavka da ukoliko se krajnja tačka putovanja ne nalazi na posmatranom linku, vozilo koje se kretalo duž tog linka prošlo je i kroz njegov incidentni čvor. Čvorovi sa incidentnim stepenom dva se ne uključuju u skup kandidata, jer oni predstavljaju dekorativne čvorove kojima se prikazuju oblici

uličnih deonica (prikaz polilinka koji se sastoji iz više spojenih linkova). Sa druge strane, čvorovi sa incidentnim stepenom jedan predstavljaju počatak pristupnih linkova („slepe“ ulične deonice), dok čvorovi sa incidentnim stepenom većim od dva predstavljaju ukrštanja više uličnih pravaca u nivou. Ukoliko se algoritmom pronađe očitavanje za koje ne postoje selektovani kandidati, ruta se prekida i započinje se nova sekvenca. Ovakve tačke predstavljaju kretanje vozila van definisanih uličnih deonica (npr. parking prostor, garaža unutar objekta i dr.) za koje se ne mogu fizički mapirati podaci na uličnoj mreži.

U drugoj fazi algoritma, implementiran je genetski model za definisanje konačne sekvence projektovanih GPS zapisa na uličnu mrežu. Predloženi genetski algoritam se sastoji iz procesa definisanja ulaznih vrednosti, generisanja početne populacije, kao i procesa razmene i mutacije gena u hromozomu. Nakon definisanja ulaznih vrednosti (broj generacija, veličina populacije i vrednosti mutacija), koje se određuju na osnovu kompleksnosti posmatranog problema, algoritam započinje sa pretragom i generisanjem mogućih kombinacija rešenja. Kreiranje početne populacije se vrši pseudoslučajnim odabirom alela na mestima lokusa, pri čemu odabir nije skroz stohastičan, već se koriste postojeća znanja kako bi se početna populacija približila globalnom optimumu. Pored toga, kod jedinki u početnoj populaciji, blizina kandidata u odnosu na GPS tačku određuje frekvencu njihovog ponavljanja na lokusima. Dužina hromozoma je definisana brojem GPS tačaka u sekvenci, pri čemu svaki lokus predstavlja očitane tačku u prostoru. Takođe, hromozom u predloženom genetskom algoritmu nije predstavljen u obliku binarnog zapisa, već su alele predstavljene rednim brojevima kandidata is skupa potencijalnih projekcija posmatranog lokusa (očitavanja). Redni broj kandidata ne predstavlja kvalitativnu ocenu, već oznaku koja oslikava redosled po kojem su oni indentifikovani. Svako potencijalno rešenje se vrednuje ocenom najkraćeg rastojanja između odabranih kandidata i ocenom sličnosti oblika predložene putanje sa oblikom trajektorije očitanih GPS tačaka.



Slika 4.3. Selektovanje kandidata prilikom projekcije GPS tačaka na uličnu mrežu.

Ukupna dužina najkraćih putanja između potencijalnih projekcija se izračunava heurističkim algoritmom pod nazivom  $A^*$  <sup>9</sup>, koji trenutno predstavlja jedan od najefikasnijih i najbržih algoritama za pronalaženje najkraće putanje između čvorova proizvoljnog euklidovog grafa. Za razliku od Dijkstrinog algoritma pretrage, koji koristi „pohlepni“ algoritam,  $A^*$  algoritam koristi heurističnu ocenu putem koje se pretraga u grafu navodi ka najkraćoj putanji. Funkcija kojom  $A^*$  algoritam navodi pretragu ka optimalnom putu, izražava se na sledeći način

$$\begin{aligned}
 f(n) &= g(n) + h(n) \\
 0 &\leq h(n) \leq h^*(n) \\
 h(i) &\leq g(i + 1) + h(i + 1)
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

gde je  $g(n)$  dužina putanje od početnog čvora do trenutnog čvora,  $h(n)$  procenjena hipotetička „najjeftinija“ putanja od trenutnog čvora do ciljnog čvora, i  $h^*(n)$  dužina optimalne putanje od trenutnog čvora.

Validnost heurističkog uslova je zadovoljena samo u slučaju da se ocenom  $h(n)$  ne može preceniti rastojanje između trenutnog i ciljnog čvora. Za vrednost ovog parametra u slučaju mapmečing problema može se upotrebiti dužina određena putem haversin funkcije (27). Ovom ocenom je zadovoljen uslov koji garantuje pronalaženje najkraće putanje, jer stvarna ruta između proizvoljnih čvorova ne

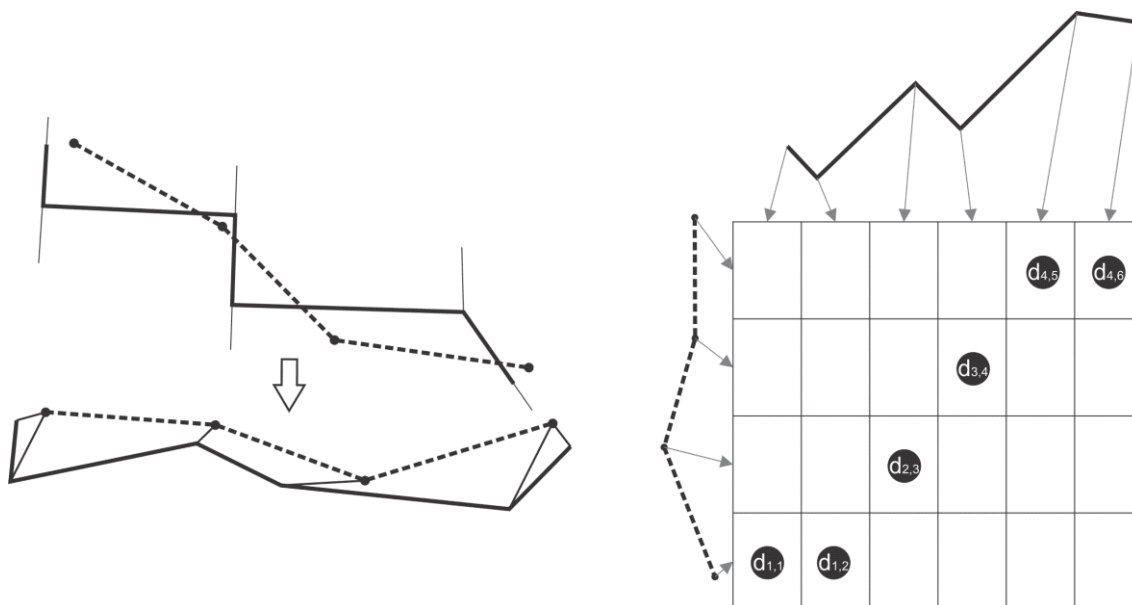
<sup>9</sup> Implementirana je funkcija iz paketa NetworkX putem Python okruženja, koja pored mnogobrojnih funkcija za pretragu i analizu grafova uključuje i optimizovan kod algoritma  $A^*$ .

može biti manje dužine od pravoliniskog puta između njih. Pored toga, u modelu je primenjen koncept dinamičkog programiranja, putem kojeg se najkraće rastojanje samo prvi put izračunava, nakon čega se dobijena vrednost memoriše i učitava po potrebi. Ovim se znatno smanjuje vreme rada genetskog algoritma, jer se prilikom ukrštanja i mutacije gena, konstantno generišu kombinacije istih delova sekvenci (svaka naredna pojava dva istovetna susedna gena ne zahteva ponovno izračunavanje rastojanja između njih). Izračunavanjem prve fitnes funkcija (funkcija najkraće dužine posmatranih rešenja), generiše se vrednost ocene i uređena lista sa čvorovima, koja predstavljaju putanju kretanja vozila na uličnoj mreži. Izraz za izračunavanje  $f^{(1)}$  ocene je predstavljen na sledeći način

$$f^{(1)} = \sum_{i=1}^p L_i, \quad L_i = \sum_{j=1}^{n_i} l_j \quad (36)$$

gde je  $p$  ukupan broj delova putanja između očitavanja,  $L_i$  dužina putanje  $i$ ,  $n_i$  broj deonica na putanji  $i$ ,  $l_j$  dužina deonice  $j$  na putanji  $i$ .

Drugom fitnes ocenom se određuje sličnost između posmatranih krivih linija, odnosno između predloženog rešenja i trajektorije dobijene konektovanjem sekvence očitanih GPS tačaka. Ova funkcija predstavlja topološku ocenu rešenja, u kojoj se za razliku od dosadašnjih istraživanja, umesto Fréchet distance koristi mera ukupne dužine potrebnih pomeranja, kako bi se GPS trajektorija transformisala u predloženo rešenje (slika 4.4.). Implementirana tehnika je poznata pod nazivom *dinamičko uvijanje vremena* i podrazumeva pronalaženje optimalnog poravnanja između dve vremenski zavisne sekvence. Ona je inicijalno korišćena za prepoznavanje šablona kod zvučnih zapisa, dok je kasnije sa uspehom primenjivana u oblastima analize podataka i povratka izgubljenih informacija (Müller, 2007). S obzirom, da se u razmatranom problemu oblik putanje menja u prostoru sa prolaskom vremena, u toku faze utvrđivanja sličnosti između oblika trajektorije i putanje kretanja, vrši se deformacija prostorne ose.



**Slika 4.4.** Primena dinamičkog uvijanja vremena i prikaz rešenja sa najmanjom veličinom deformacija.

Prvi korak u ovoj metodi predstavlja konstruisanje matrice (redovi predstavljaju GPS očitavanja, kolone predstavljaju čvorove predložene rute), u kojoj svaka ćelija reprezentuje rastojanje između para tačaka posmatrane putanje i GPS trajektorije (slika 4.4.). Najkraća putanja u tako definisanoj matrici, predstavlja optimalnu sekvencu potrebnih deformacija. S obzirom da je broj mogućih putanja veliki, veličina problema se smanjuje uvođenjem ograničenja i rekurzivnom pretragom, pri čemu se vreme rada algoritma svodi na  $O(n^2)$  u najgorem mogućem slučaju. Broj mogućih opcija je ograničen korišćenjem sledećih pravila: monotonost putanje (putanja se u matrici ne vraća unazad), kontinuitet putanje, usmerenom pretragom (putanja počinje od donjeg levog ugla i završava se u gorem desnom uglu matrice), definisanja prostora pretrage (prostor se definiše oko dijagonale matrice) i oblika putanje. Pomoću ovako definisanih pravila, vrednost najkraće putanje se dobijaju rekurzivnim izračunavanjem, koje počinje u krajnjoj ćeliji (gornji-desni ugao matrice) i završava se u početnoj ćeliji (donji-levi ugao matrice) dijagonale matrice. Funkcijom definisanom na ovaj način, određuje se fitness ocena koja favorizuje putanje za koje je potreban manji broj pomeranja, kako bi se transformisala u originalnu GPS trajektoriju. Izraz za izračunavanje druge fitness ocene  $f^{(2)}$  je predstavljen na sledeći način

$$f^{(2)} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k d_{jk} * \delta_{jk}, \quad \delta_{jk} = \begin{cases} 1, & (j, k) \in p_{min} \\ 0, & \text{u suprotnom slučaju} \end{cases} \quad (37)$$

gde je  $p_{min}$  najkraća putanja u matrici modela dinamičkog uvijanja vremena,  $m$  broj čvorova na predloženoj putanji,  $k$  broj očitanih GPS očitavanja,  $d_{ik}$  dužina projekcije između tačke  $i$  predložene putanje i  $k$ -tog GPS zapisa, i  $\delta_{jk}$  funkcija čija je vrednost 1 ukoliko je par čvorova  $(j, k)$  deo najkraće putanje  $p_{min}$ .

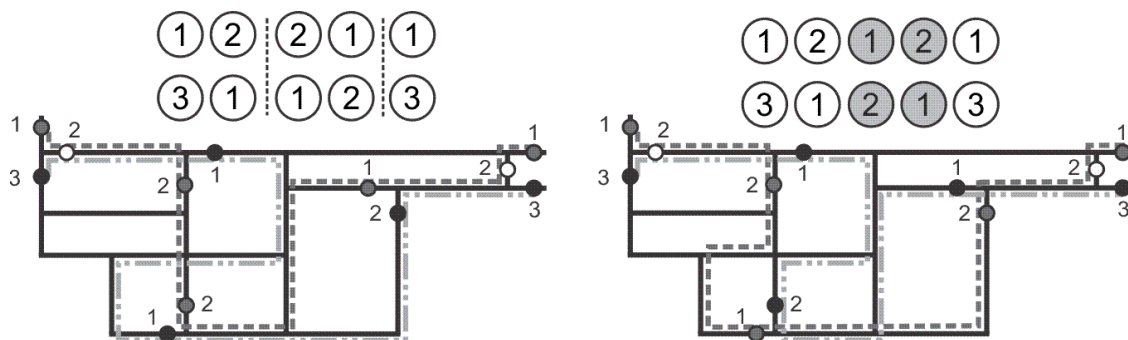
U toku izračunavanja vrednosti prve fitnes ocena, algoritam testira izvodljivost svake generisane jedinke, pri čemu se u potencijalnom rešenju proverava prosečna brzina koju je vozilo posedovalo između dva GPS očitavanja. Ukoliko vrednost prelazi postavljeno ograničenje, algoritam penalizuje fitnes ocenu veštačkim dodavanjem unapred definisane vrednosti penala (vrednost penala u ovom istraživanju iznosi 1 km). Pored toga, internim brojačem postavljenim na svakoj poziciji lokusa, beleži se broj ponavljanja neizvodljivih rešenja u populaciji. Ukoliko broj neadekvatnih rešenja na  $i$ -toj poziciji prelazi polovinu ukupno generisanih jedinki u populaciji, na njoj algoritam povećava interval oko GPS očitavanja za 5 m, nakon čega se ponavlja ceo proces. Ukoliko se i nakon druge iteracije utvrdi da je  $i$ -ti gen kod bar polovine populacije prouzrokovao generisanje neadekvatnih rešenja, onda se proverava da li su na  $i+1$  genu generisana rešenja sa nedozvoljenim vrednostima prosečnih brzina. Ukoliko su i na ovom delu putanje zabeležene nedozvoljene vrednosti brzine, onda algoritam isključuje  $i$ -tu GPS tačku, pri čemu se vrši ponovna obrada sekvence bez nje. U ovom slučaju izbrisana tačka utiče na stvaranje nedozvoljenih vrednosti brzina od  $i-1$  do  $i+1$  očitavanja. Ukoliko algoritam nije generisao nedozvoljenu vrednost između  $i$  i  $i+1$  tačke, onda se sekvenca prekida na delu putanje između  $i-1$  i  $i$  očitavanja. Prvi događaj se u najvećem broju slučajeva pojavljuje prilikom pogrešnog očitavanja pozicije od strane uređaja (izvan definisanog radijusa poverenja oko GPS tačke), dok se drugi događaj obično povezuje sa kretanjem vozila na deonici koja nije ucrtana na vektorskoj podlozi ili kada se vozilo kretalo u nedozvoljenom smeru.

Nakon definisanja vrednosti obe fitnes ocena, globalna ocena se izračunava putem izraza (38) u kojem su uključeni adaptibilni koeficijenti. Globalna fitnes ocena je predstavljena sledećom jednačinom

$$f_i = \frac{1}{f_{max}^{(1)} - f_{min}^{(1)}} f_i^{(1)} + \frac{1}{f_{max}^{(2)} - f_{min}^{(2)}} f_i^{(2)} \quad (38)$$

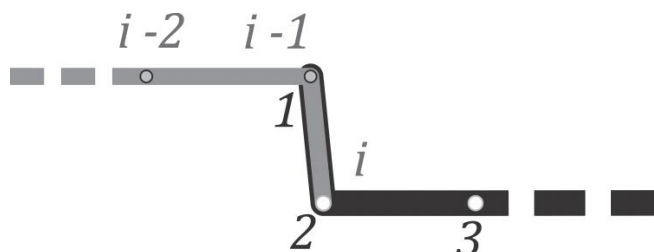
gde su  $f_{max}^{(1)}$  i  $f_{max}^{(2)}$  maksimalne fitnes vrednosti I i II kriterijuma u populaciji respektivno,  $f_{min}^{(1)}$  i  $f_{min}^{(2)}$  minimalne fitnes vrednosti I i II kriterijuma u populaciji respektivno,  $f_i^{(1)}$  i  $f_i^{(2)}$  vrednosti fitnes I i II ocene za jedinku  $i$ , i  $f_i$  globalna vrednost fitnes ocene jedinke  $i$ .

Nakon definisanja početne populacije i vrednosti njihovih fitnes ocena, algoritam započinje sa generisanjem novih jedinki, primenom operatera ukrštanja i mutacije. Na početku ovog procesa, vrši se rangiranje jedinki u rastućem nizu, na osnovu vrednosti globalnih fitnes ocena. Verovatnoća njihovog odabira prilikom ukrštanja genetskog materijala, određuje se metodom linearnog rangiranja (detaljnije videti u prilogu 8), pri čemu rešenja sa najboljom (najnižom) fitnes ocenom poseduju najveću verovatnoću prenosa genetskog materijala. Nakon selektovanja parova rešenja, koji se nazivaju „roditelji“ ( $n/2$  parova, pri čemu  $n$  predstavlja ukupan broj roditelja koji je izabran), implementira se proces zamene gena putem operatera ukrštanja. Ovim operaterom se primenjuje operacija dvostrukog presecanja izabranih hromozoma na istim i slučajno odabranim delovima sekvence, nakon čega se vrši zamena središnjih delova genetskog materijala, kao što je prikazano na slici 4.5.. Nakon ovih operacija, novi genetski materijal podleže procesu mutacije, putem kojeg se sa unapred utvrđenom verovatnoćom (formula 118, videti u prilogu 8), određuje na kojim lokusima će biti izvršena zamena gena. U svakoj generaciji konstruiše se  $N$  novih jedinki, pri čemu ovaj parametar predstavlja ukupan broj jedinki iz predhodne populacije. Prilikom odabira genetskog materijala koji se prenosi na sledeću generaciju, u odabiru učestvuju svih  $N$  novih jedinki i  $\alpha \cdot N$  najboljih jedinki iz predhodne populacije. Parametar  $1-\alpha$  ukazuje na procenat populacije koji se odbacuju, a koji je sastavljen od jedinki sa „najlošijim“ (najvišim) vrednostima fitnes ocena ( $\alpha$  vrednost iznosi 0,8 u ovom istraživanju). Sva rešenja se kao i kod procesa odabira roditelja, rangiraju na osnovu vrednosti fitnes ocena, nakon čega se prenose  $N$  najboljih jedinki u novu generaciju. Ovakav pristup je po prirodi elitistički, jer se genetski materijal najboljih jedinki čuva tokom procesa ukrštanja, pri čemu se isti prenosi na sledeću populaciju, kroz proces vrednovanja na kraju svake generacije.



Slika 4.5. Zamene genetskog materijala ukrštanjem (levo) i mutacijom (desno).

Broj gena u hromozomu, odnosno dužina sekvence očitanih GPS tačaka, značajno utiču na dužinu rada algoritma, jer se sa svakim genom i brojem mogućih alela povećava veličina prostora za pretragu mogućih rešenja. Sa rastom broja mogućih permutacija, pronalazak globalnog optimuma postaje sve teži zadatak. Kako bi se ubrzao rad algoritma i smanjio broj potrebnog izračunavanja, trajektorija se pre obrade deli na manji broj sekvenci od najmanje četiri GPS tačke. Sve sekvence se međusobno preklapaju na način prikazan na slici 4.6., u kojem predposlednja tačka predhodne sekvence, predstavlja prvu tačku naredne sekvence. Ujedno pozicija ove tačke je određena u predhodnoj sekvenci, čime se omogućava da rezultati obrada ove sekvence usmeravaju obradu preostalog dela trajektorije, pri čemu se izbegava mogućnost javljanja grešaka i naglih promena pravca kretanja vozila na uličnoj mreži. Takođe, preklapanje sekvenci omogućava implementaciju koncepta dinamičkog programiranja, kojim se kompleksniji problem deli na trivijalne probleme, dok su delovi sekvence međusobno povezani.



Slika 4.6. Preklapanje uzastopnih sekvenci GPS trajektorije.



Prva tačka očitavanja se projektuje na najbližu tačku ulične mreže, iz koje vrednost prosečne brzine do naredne projektovane tačke ne prelaze usvojene granice. Ovakav način projekcije inicijalne pozicije je zasnovan na pretpostavci o načinu raspodele verovatnoće generisanja greške prilikom GPS očitavanja u okolini snimljene pozicije, i predstavlja najrelevantniju informaciju koja ukazuje na stvarnu poziciju vozila odakle je započeto putovanje. U rešenju se informacija o razdaljini između GPS tačaka i projekcija na uličnoj mreži koristi i u procesu generisanja nulte populacije. Ovim pristupom se inicijalna populacija generiše na osnovu pretpostavke da su kandidati koji su najbliži GPS tačkama ujedno i najverovatnije pozicije vozila (pretpostavka koja je uzeta u obzir i kod projekcije prve tačke).

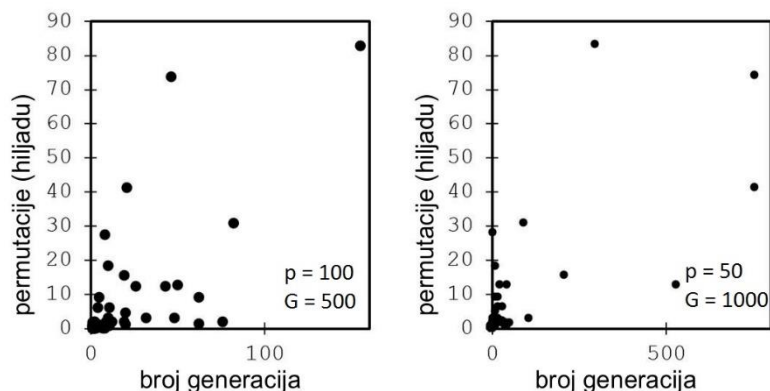
Putanja kretanja vozila se predstavljenim algoritmom određuje na osnovu vrednosti predloženih fitnes ocena. U budućim istraživanjima potrebno je detaljnije ispitati vezu između svrhe kretanja i mapmečing problema. S obzirom da se kriterijum odabira putanje kretanja razlikuju za različita putovanja i različite svrhe kretanja, potrebno je ispitati preferencije vozača, na osnovu kojih se rekonstruiše putanja vozila između GPS očitavanja. Takvim pristupom se ne favorizuju samo najkraće rute već se vrši vrednovanja i drugih karakteristika putanja, na osnovu kojih se formira kompleksna fitnes ocena. U oceni mogu biti uključene sledeće osobine ruta: vreme putovanja, dužina putanje, broj raskrsnica, namena površine itd.

#### **4.2.1 VALIDACIJA GMM MODELA**

S obzirom da je u radu predložen inovativni pristup rešavanju mapmečing problema, u ovom delu teksta su prikazani odvojeno rezultati testova sprovedenih od strane Nikolić & Jović (2017), kao i rezultati uporedne analize sa postojećim modelima u literature. Analize su izvršeni putem algoritma u kojem se ne vrši deoba dužih trajektorija na manje sekvence. Ovakav pristup je odabran jer se putem ovog koncepta sekvence svode na trivijalne probleme, dok se testovi sprovode sa ciljem utvrđivanja vrednosti pokazatelja efikasnosti modela prilikom obrade celih dužina putovanja. Na ovaj način se sa većom tačnošću mogu sagledati prednosti i mane GMM modela u pogledu njegove brzine rada i preciznosti dobijenih rezultata.

GMM model je testiran na realnim podacima snimljenim korišćenjem GPS uređaja, instaliranih u komercijalnim vozilima. Prosečna frekvencija očitavanja GPS pozicija na posmatranom uzorku iznosi 12,5 s, dok interval očitavanja za 99% uzorka iznosila od 5 do 120 s. S obzirom da ne postoje podaci sa svakog linka kroz koje je vozilo prolazilo, snimljeni uzorak predstavlja podatke sa niskom frekvencom očitavanja. Podaci su pre obrade filtrirani, kako bi se uklonila netačna očitavanja i zapisi očitani kada je vozilo bilo parkirano, čime je uzorak sveden na zapise koji su snimljeni u toku putovanja. U prvoj fazi testiranja, utvrđene su ulazne vrednosti parametara predloženog genetskog algoritma, za podatke generisane na uličnoj mreži i za niže frekvencije očitavanja. Drugom fazom testiranja, implementirane su ulazne veličine definisane u prvoj fazi, nakon čega je izmereno vreme rada i tačnost algoritma.

Prilikom utvrđivanja potrebnog broja jedinki i generacija u genetskom algoritmu, izvršena je analiza korišćenjem uzorka od 570 različitih trajektorija vozila. Takođe za parametar radijusa pouzdanosti  $r$ , određena je vrednost od 15 m. Način ovog testiranja podrazumeva upoređivanje vremena rada algoritma i pouzdanost dobijenih rezultata za različite ulazne vrednosti. U prvom scenariju se ukupno generišu 500 generacija, pri čemu se u svakoj generaciji kreiraju po 100 novih jedinki. U drugom scenariju se generišu 1.000 generacija i u svakoj generaciji se kreiraju 50 novih jedinki. Oba ova scenarija generišu ukupno 50.000 različitih rešenja, pri čemu je za verovatnoću mutacije gena usvojena vrednost od 100%. Sa ovakvom verovatnoćom mutacije izvršeno je testiranje pouzdanosti rada algoritma, u uslovima u kojima postoji pertrubacija unutar sistema (velikom vrednošću mutacije se vrši ometanje populacije tokom konvergiranja ka optimalnom rešenju). Rezultati su prikazani na sledećim slikama.



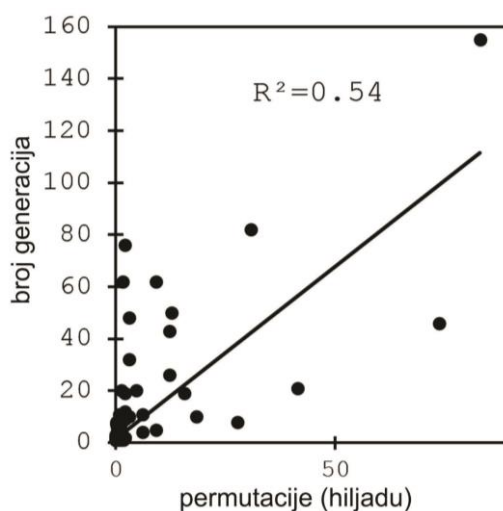
**Slika 4.7.** Zavisnost rednog broja generacija u kojoj je pronađeno rešenje od ukupan broj mogućih permutacija.<sup>10</sup>

Pouzdanost algoritma je testirana pomoću podataka o ukupnom broju mogućih rešenja (broja permutacija) i podatku o rednom broju generacije kada je konačno rešenje kreirano. Ovim testom je definisan potreban broj generacija na takav način da se smanji broj nepotrebnih iteracija. Vrednosti ovog parametra su upoređene sa vrednostima ukupnog broja mogućih permutacija, kako bi se utvrdio stepen međuzavisnosti ovih veličina. Testom je ukazano da je brzina konvergencije ka globalnom optimumu i stabilnost algoritma bolja kada se polje mogućih rešenja pretražuje sa većim brojem jedinki po generaciji. Prilikom razmatranja najboljeg odnosa, uklonjena su ekstremna rešenja koja imaju više od 100.000 permutacija, s obzirom da je u ovim slučajevima prostor mogućih rešenja veliki i vreme rada algoritma dugačko (problem rešenja u ekstremnim vrednostima permutacija je naveden u sledećem pasusu). U prvom scenariju je za 99,9% uzorka, rešenje pronađeno u toku prvih 90 generacija, dok je u drugom scenarija isti broj razmatranih jedinki (9.000 rešenja) bio dovoljan kako bi se utvrdilo konačno rešenje za 99,1% dela uzorka. Takođe, utvrđeno je da se vreme rada algoritma u oba scenarija koncentriše u rasponu od 0 do 40 s za različite vrednosti mogućih permutacija, pri čemu je prosečna vrednost vremena rada algoritma u prvom scenariju viša za 0,08 s. Na osnovu dobijenih rezultata, za veličinu populacije je usvojena vrednost od 100 jedinki, jer su rezultati pokazali da je GMM algoritam

<sup>10</sup> Na slici p predstavlja veličinu populacije i G ukupna broj generacija.

neznatno pouzdaniji u toku rada sa manjim brojem generacija i većim brojem jedinki u populaciji.

Putem snimljenih podataka, utvrđeno je da broj mogućih permutacija značajno utiče na vreme rada algoritma i na vrednost rednog broja generacije u kojoj je dostignuto konačno rešenje (vrednosti su više u slučajevima većeg broja mogućih permutacija). S obzirom da je u predloženom modelu implementirana druga fitnes ocena, kod koje vreme rada u najgorem slučaju iznosi  $O(n^2)$ , veći broj tačaka značajno usložnjava problem i povećava vreme rada mapmečing algoritma. Kod vrednosti permutacija iznad 100.000, potrebno je podeliti problem u više manjih sekvenci, čije vrednosti permutacija ne prelaze graničnu vrednost. Podela sekvence se vrši na taj način da predzadnja i zadnja tačka predhodne sekvence, predstavljaju prvu i drugu tačku naredne sekvence, s tim da se u predhodnom rešenju ne usvaja konačna pozicija zadnje tačke (osim u poslednjoj sekvenci) i da se u narednom rešenju pozicija prve tačke uzima iz rešenja predhodne sekvence (osim u prvoj sekvenci). Pored navedenog, implementiranjem koncepta dinamičkog programiranja, vreme rada je ubrzano u delu algoritma kojim se izračunava prva i druga fitnes ocena, s obzirom da se ne vrši njihovo ponovno izračunavanje prilikom ponavljanja istih delova hromozoma u procesu generisanja novih jedinki.



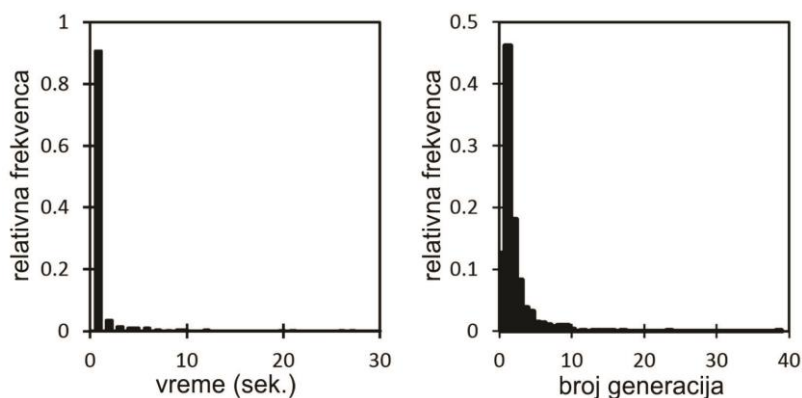
**Slika 4.8.** Linearna zavisnost broja permutacija u odnosu na vrednost rednog broja generacije u kojoj je pronađeno rešenje.

Nakon definisanja potrebnog broja generacija za usvojene vrednosti veličine populacije, izvršeno je i ispitivanje korelacije između vrednosti broja mogućih permutacija i podatka o rednom broju generacije kada je konačno rešenje kreirano. Rezultati ispitivanja su pokazali da nakon usvajanja utvrđenih veličina, vrednost koeficijenta determinacije iznosi  $R^2=0,54$  (slika 4.8.). Ovo ukazuje da je međuzavisnost između ova dva parametra po Chadockovoj lestvici srednje jačine. Primenom aproksimirane jednačine linearne zavisnosti posmatranih parametara (39), za konačnu veličinu je usvojena vrednost od 100 generacija. Izraz na osnovu kojeg je definisana ova veličina, predstavljen je na sledeći način

$$G = 1,6 + 0,00132 * p \approx \left\lceil \frac{p}{1000} \right\rceil \quad (39)$$

gde je  $p$  broj mogućih permutacija rešenja, i  $G$  broj generacija u genetskom algoritmu.

Nakon definisanja veličine populacije, maksimalnog broja dozvoljenih permutacija, broja generacija i načina određivanja vrednosti mutacije (jednačina 118, videti u prilogu 8), testovi su postigli bolje rezultate u pogledu vremena rada algoritma, pri čemu je srednja vrednost ovog parametra iznosila 2,1 s (slika 4.9.). Za 95% posmatranog uzorka (646 trajektorije), vreme rada algoritma je iznosilo 6,4 s, dok je za 99% uzorka vreme rada algoritma iznosilo 11,9 s. Maksimalna vrednost rednog broja generacije u kojoj je dostignuto konačno rešenje je 27. generacija, dok je u 95% slučajeva rešenje dobijeno u toku prve tri generacije. Ove vrednosti ukazuju da je popravkom načina izračunavanja mutacije, algoritam postao stabilniji i efikasniji.



**Slika 4.9.** Raspodela relativne frekvence vremena rada u odnosu na vreme rada algoritma (levo) i rednog broja generacije pronalaska rešenja (desno).

Preciznost modela je validirana primenom podataka generisanih od strane komercijalnih vozila u trenutku kada su se ona kretala po determinisanim putanjama i po unapred određenim itinererima. Prilikom selektovanja uzorka, glavni preduslov je bio da su putanje kretanja vozila poznate, čime je omogućeno da se rezultati projektovanih tačaka uporede sa njihovim stvarnim rutama. Selektovan je uzorak od 489 trajektorije sa 4.492 pojedinačnih GPS zapisa, čija je prosečna vrednost frekvence očitavanja iznosila 22 s, dok je prosečna dužina sekvence iznosila 9,2 tačaka po trajektoriji. Test je sproveden samo na podacima generisanim u centralnim oblastima gradskog područja, gde je ujedno i najveća vrednost gustine ulične mreže u gradu Beogradu. Rezultati ove analize ukazuju da je predloženi model u 99,1% slučajeva ispravno projektovao GPS zapise, što ujedno predstavlja i indikator nivoa njegove preciznosti. Uprkos tome, model je generisao grešku u 39 slučajeva, koje su većinom predstavljale tačke na krajevima trajektorija. Dobijeni rezultati ukazuju na visok nivo efikasnosti i preciznosti predloženog modela. Sa druge strane, sprovedena analiza ne mogu da pokažu egzaktn način ponašanja modela u slučajevima različitih vrednosti vremenskih intervala između zapisa, kao što su podaci generisani sa visokom frekvencom očitavanja. Na osnovu iskustva drugih istraživanja, može se očekivati da će model generisati bolje rezultate prilikom obrade ove vrste podataka, i to zbog ređeg prolaska vozila kroz linkove sa kojih nije izvršeno očitavanje, i većeg broja očitavanja sa istih linkova čime se postiže niži nivo nesigurnosti tokom indentifikovanja stvarne ulične deonice. Pored toga, potrebno je navesti da je prilikom obrade podataka sa znatno nižim frekvencama očitavanja, potrebno implementirati funkciju korisnosti koja uključuje svrhu putovanja i preferencije korisnika (oblik funkcije je rekonstruisan u poglavlju šest, detaljnije o funkciji korisnosti videti u prilogima 1 i 3).

Prilagodljivost modela je testiran na dodatnom uzorku od 8.706 GPS trajektorija. Pre sprovođenja ovih analiza, uzorak je podeljen u dve kategorije, odnosno na GPS sekvence sa frekvencom očitavanja ispod i iznad 30 s. Pored toga, ove klase su dodatno podeljene na osnovu broja zapisa po trajektoriji, i obe grupe podataka su analizirane sa  $r$  radijusom 7,5 m i 15 m. U tabeli 4.1., predstavljene su prosečne vrednosti za svaku grupu podataka, koje ukazuju da algoritam u najvećem broju slučajeva procesuirao GPS trajektorije u toku prvih 2 s. Takođe, na osnovu ovih

podataka potvrđena je pretpostavka da GPS radijus  $r$  poseduje značajan uticaj na veličinu vreme rada modela. Promene u vrednostima vremena rada algoritma su suptilne (osim kada  $r$  iznosu 15 m kod sekvenci dužih od 8 zapisa), pri čemu je rastući trend evidentan sa povećanjem broj tačaka po sekvenci. Ova negativna pojava utiče na operativnost algoritma prilikom obrade velike količine podataka, pri čemu se njen uticaj sprečava implementiranjem metode podele GPS trajektorije na manje sekvence.

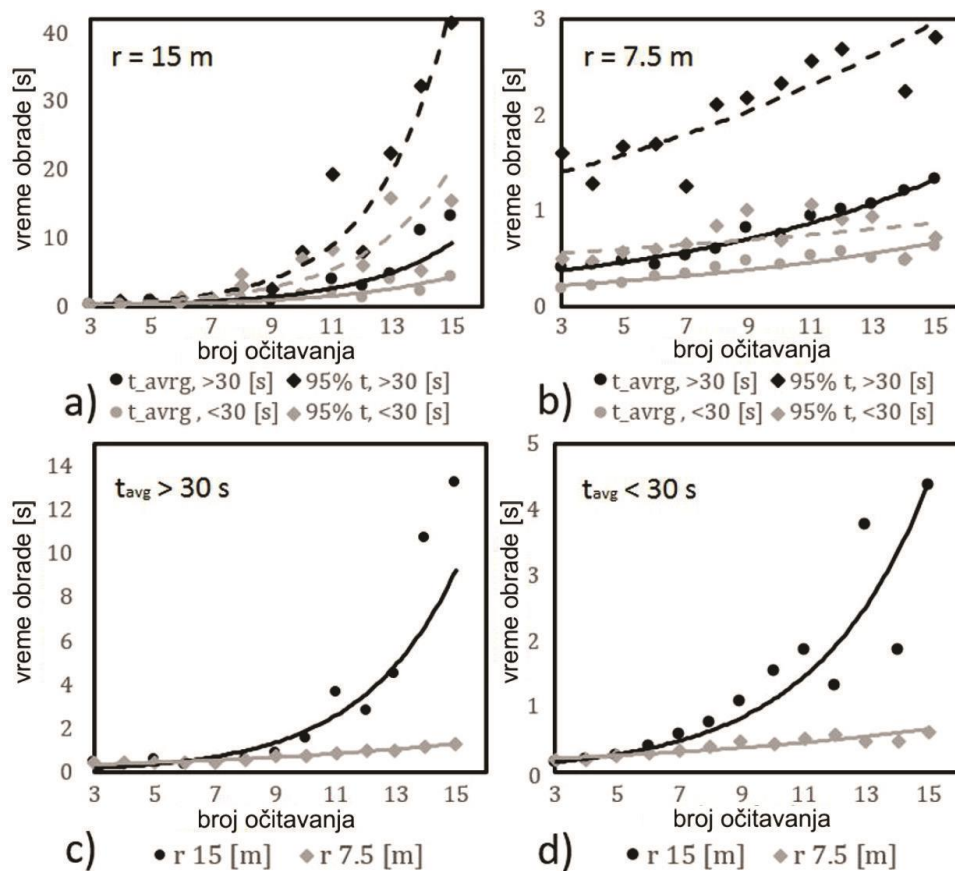
**Tabela 4.1.** Rezultati vremena obrade različite strukture GPS podataka.

tačke	int	7.5						15					
		$n$	$\bar{t}$	$\bar{t}_{sol}$	$a$	$p$	$i$	$n$	$\bar{t}$	$\bar{t}_{sol}$	$a$	$p$	$i$
3	$\leq 30$	813	0.80	0.18	5	4	10	949	0.75	0.41	6	10	11
	$> 30$	542	0.87	0.14	5	4	49	446	0.88	0.45	6	8	44
4	$\leq 30$	525	0.92	0.22	6	4	9	635	0.87	0.43	8	21	11
	$> 30$	371	1.01	0.18	6	4	50	353	0.92	0.29	7	11	47
5	$\leq 30$	350	1.10	0.26	7	5	10	464	1.04	0.47	10	41	11
	$> 30$	303	1.19	0.24	7	6	51	299	1.06	0.62	9	26	46
6	$\leq 30$	234	1.18	0.29	8	9	10	316	1.28	0.45	12	170	11
	$> 30$	190	1.25	0.37	8	6	51	236	1.23	0.35	11	74	49
7	$\leq 30$	143	1.43	0.35	10	8	10	219	1.75	0.52	14	388	11
	$> 30$	143	1.80	0.56	10	10	52	144	1.85	0.44	13	210	49
8	$\leq 30$	95	1.51	0.39	11	15	10	151	2.33	0.59	16	710	11
	$> 30$	108	1.60	0.77	11	10	53	119	1.86	0.59	14	216	52
9	$\leq 30$	54	1.80	0.47	12	22	10	91	3.88	0.80	18	2239	10
	$> 30$	94	1.88	1.07	12	14	54	103	2.74	0.91	17	1200	53
10	$\leq 30$	31	1.77	0.43	13	50	9	56	4.20	0.74	20	6597	11
	$> 30$	57	1.88	1.53	13	17	55	72	3.21	1.63	19	5362	54

$n$  - veličina uzorka;  $\bar{t}$  - prosečno vreme obrade podataka za populaciju od 100 jedinki i 100 generacija;  $\bar{t}_{sol}$  - prosečno vreme potrebno kako bi se pronašlo rešenje;  $a$  - broj allelea;  $p$  - broj mogućih permutacija;  $i$  - vremenski interval između očitavanja

Na slici 4.10.c i 4.10.d, predstavljen je uticaj parametra GPS radijusa  $r$  na vrednost vreme rada algoritma, pri čemu njena vrednost varira između 0,18 s (sekvenca od 3 tačaka,  $r = 7,5$  m i  $t_{avg} < 30$  s) i 13,15 s (sekvenca od 15 tačaka,  $r = 15$  m i  $t_{avg} > 30$  s). S tim u vezi, testovi kod kojih  $r$  iznosi 15 m su računarski zahtevniji od testova kod kojih je  $r$  jednaka 7,5 m. Sa druge strane, u slučajevima kada postoji manji broj zapisa od 10 tačaka po sekvenci, testovi su pokazali da su performanse algoritma sa aspekta vremena rada prihvatljive i bez većih perturbacija. Pored toga, kao što je i očekivano, upoređivanjem rezultata viših i nižih frekvenci očitavanja, analiza je pokazala da je za drugu grupu podataka potrebno duže vreme rada

algoritma. Takođe, na osnovu grafikona prikazanih na slikama 4.10.a i 4.10.b, zabeležen je eksponencijalni trend porasta vremena potrebnog za obradu podataka, pri čemu je vreme rada GMM modela za podatke sa višom frekvencom očitavanja uvek ispod linije vremena obrade podataka sa nižom frekvencom očitavanja. Ova pojava dovodi do zaključka da je potrebno više vremenskih resursa prilikom rekonstrukcije putanja između udaljenih tačaka, nego u slučaju kad su zapisi međusobno bliži.



Slika 4.10. Zavisnost vremena obrade i dužine sekvence, za različite strukture GPS podataka.

U poređenju sa ostalim metodama, preciznost GMM modela je dostigla veoma dobre rezultate. Tabela 4.2. prikazuje rezultate preciznosti postignutih u različitim istraživanjima, koja su sprovedena na podacima nižih vrednosti frekvencija očitavanja, generisanih tokom kretanja vozila na uličnoj mreži. Predstavljeni rezultati otkrivaju da je gentski algoritam pokazao bolje performanse od većine prikazanih metoda. Takođe, potrebno je napomenuti da je prosečna vrednost



vremenskog intervala očitavanja GPS pozicije odabranog uzorka niže vrednosti nego u ostalim istraživanjima. Pregledom ovih rezultata, utvrđeno je da samo algoritam predložen od strane Newson & Krumm (2009), dostiže viši nivo preciznosti od gentskog algoritma. Pored toga, Quddus (2006) model je dostigao najviše vrednosti preciznosti dobijenih rezultata kod inkrementalnih algoritama. U skladu sa navedenim, zaključuje se da se predloženi algoritam može implementirati u aplikacijama koje zahtevaju veoma visok nivo preciznosti obrade podataka, kada se koriste podaci sa niskom frekvencom očitavanja.

**Tabela 4.2.** Preciznost postojećih mapmečing modela.

Autori	Metoda	Preciz. %	Tip	Frekvenca
<b>Huabei i Wolfson, 2004</b>	težinski	94	global.	nije navedeno
<b>Yin i ostali, 2009</b>	ST-poklapanje	95.4	global.	2.91 min
<b>Newson i Krumm, 2009</b>	markovi lanc.	99.89 <sup>a</sup>	global.	30 s
<b>Hong i ostali 2013</b>	Fréchet razd.	96-98 <sup>b</sup>	global.	32 s
<b>Timothy i ostali 2013</b>	infer. filter. put.	80-95	global.	10-90 s
<b>Liang i ostali, 2013</b>	težin. topol.	97.7	inkrem.	nije navedeno
<b>Quddus i Washing., 2015</b>	težinski	98.9	inkrem.	30 s
<b>Nikolić i Jović, 2016</b>	<b>genet. algor.</b>	<b>99.1</b>	<b>global.</b>	<b>22 s</b>

a - autori navode da procenat greške iznosi 0,11%; b - procenat je očitán sa grafikona koji je predstavljen od strane autora.

Na osnovu tabele 4.1., utvrđeno je da prosečno vreme rada GMM modela u najgorem slučaju iznosi 3,2 s, dok prosečno vreme rada celog testiranog uzorka iznosi 1,65 s. Potrebno je istaći da uporednu analizu ovih indikatora sa vremenima rada drugih globalnih mapmečing metoda nije lako izvršiti, jer u najvećem broju postojećih istraživanja ovi rezultati nisu dostupni ili nisu predstavljeni zajedno sa drugim bitnim parametrima. Međutim, vreme rada algoritma predloženog od strana Chen i ostalih (2011), iznosi 19,32 s za sekvencu sastavljenu od četiri tačke, dok vreme rada optimizovane verzije ovog algoritma iznosi 0,32 s, za isti broj tačaka u sekvenci. Poređenja radi, gentskom algoritmu je potrebno ukupno 0,29 s za pronalaženja rešenja, kod GPS sekvenci koje se sastoje od 4 zapisa. Pored ove metode, Lou i ostali (2009) su predložili ST-matching algoritam koji je dostigao veoma dobre performanse u pogledu vremena rada, čije su vrednosti ispod 2 s za trajektorije sa ukupnim brojem GPS očitavanja u rasponu od 350 do 450 tačaka. Ipak, preciznost ovog algoritma je niža od predloženog modela i iznosi 95,4%. Sa

druge strane, Quddus & Washington (2015) su predložili inkrement algoritam baziran na težinskim ocenama kod kojeg vreme rada iznosi ispod 10 s, za trajektorije sastavljene od 135 tačaka po sekvenci, čija frekvencija očitavanja iznosi 60 s. U skladu sa navedenim, dostignute vrednosti vremena rada GMM modela nisu prikladne za aplikacije koje zahtevaju obradu velike količine podataka u realnom vremenu. Dostignuti rezultati su u skladu sa činjenicom da model sprovodi intezivne proračune, koji su implementirani sa ciljem dostizanja veoma visokih vrednosti preciznosti obrade podataka.

S obzirom da se u modelima izbora rute putovanja koriste stvarne putanje kretanja vozila na uličnoj mreži, predložena metoda obrade GPS sekvenci zadovoljava osnovni uslov koji se odnosi na preciznost obrade podataka u operativnom vremenskom periodu, čime se otkriva korisnikov izbor prilikom selektovanja alternativnih putanja. Takođe, visokom preciznošću se dobijaju putanje koje na precizan način otkrivaju i druge preferencije vozača u toku faze izbora ruta, putem kojih se na efikasan način definišu procenjeni oblici funkcije korisnosti kod posmatrane populacije korisnika.

### **4.3 MODEL ZA EKSTRAKCIJU VREMENA PUTOVANJA PO LINKOVIMA**

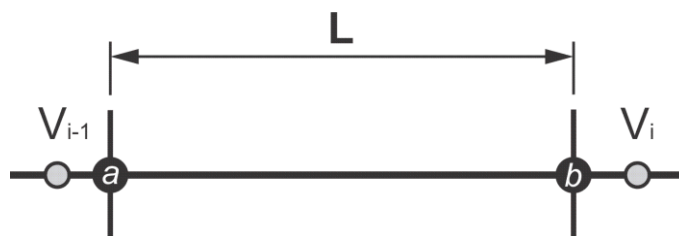
Vrednosti vremena putovanja se ne mogu direktno dobiti iz podatak dobijenih nakon obrade GPS zapisa putem mapmečing modela. S obzirom na to da tačke koje sadrže informacije o vremenu očitavanja pozicije vozila nisu striktno vezane za početne i krajne čvorove uličnih deonica, neophodno je implementirati dodatni korak u obradi podataka, kojim se na osnovu postojećih GPS zapisa procenjuje vreme prolaska vozila kroz ove čvorove. Metode koje se koriste prilikom rekonstruisanja kontinualne promene parametara na osnovu diskretnog skupa njegovih vrednosti (snimljenih u određenim vremenskim presecima), nazivaju se interpolacione tehnike. U ovom radu, implementacijom ove tehnike je izvršena rekonstrukcija promene vrednosti prostorne brzine, na osnovu koje je određena vrednost vremena putovanja po uličnim smerovima. Tačke diskretnih vrednosti prosečnih prostornih brzina su locirane na sredini dela snimljene putanje između

dva uzastopna očitavanja, pri čemu su njihove vrednosti dobijene deljenjem dužine pređenog puta sa vremenskim intervalom između  $i$  i  $i+1$  očitavanja.

Način očitavanja pozicije vozila na pojedinačnom linku se može podeliti u tri scenarija: kada ne postoji locirana vrednost prosečne prostorne brzine na posmatranom linku, kada je locirana jedna vrednost prosečne prostorne brzine na linku i kada su locirane više vrednosti prosečnih prostornih brzina na posmatranom linku. Lokacije prosečnih prostornih brzina se dovode u vezu sa lokacijom očitavanja GPS zapisa, pri čemu je u trećem posmatranom scenario, vozilo emitovalo više GPS zapisa dok je prolazilo kroz proizvoljni link. U prvom scenariju (slika 4.11.), prostorna brzina putovanja vozila na linku se određuje na osnovu dela funkcije dobijene interpolacijom između prostorne brzine locirane pre ulaznog čvora linka i nakon izlaznog čvora linka. U posmatranom, slučaju ukupno vreme putovanja vozila na linku se predstavlja sledećim izrazom

$$\hat{T} = \frac{L}{\int_a^b f(V_{i-1,i}) dV_{i-1,i}} \quad (40)$$

gde je  $\hat{T}$  ukupno vreme putovanja vozila na linku,  $a$  pozicija ulaznog čvora linka na trasi,  $b$  pozicija izlaznog čvora linka na trasi,  $V_{i-1,i}$  prostorna brzina između očitavanja  $i-1$  i  $i$ ,  $L$  dužina linka.

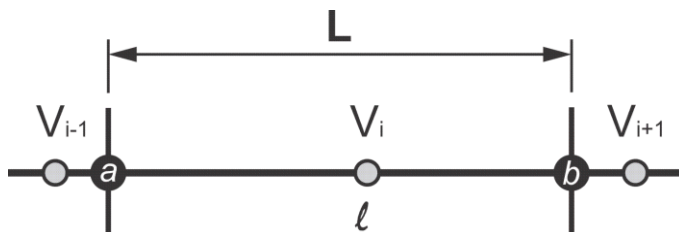


Slika 4.11. Sceniro I kada prostorna brzina nije locirana na linku.

U drugom scenariju (slika 4.12.), prostorna brzina na linku se dobija metodom intrepolacije između vrednosti prostorne brzine locirane pre posmatranog linka, prostorne brzine locirane na linku, i prostorne brzine locirane nakon izlaznog čvora linka. U ovom slučaju se ukupno vreme putovanja vozila na linku određuje putem vrednosti prostorne brzine, određene na osnovu vrednosti dve komponente, koje su predstavljene sledećim izrazom

$$\hat{T} = \frac{L}{\int_a^l f(V_{i-1,i}) dV_{i-1,i} + \int_l^b f(V_{i,i+1}) dV_{i,i+1}} \quad (41)$$

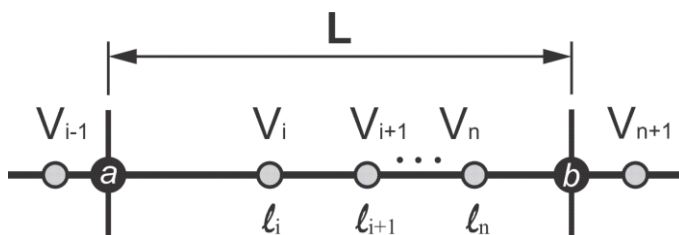
gde je  $l$  pozicija prostorne brzine na trasi koja je ujedno locirana i na linku,  $V_{i,i+1}$  prostorna brzina između očitavanja  $i$  i  $i+1$ .



Slika 4.12. Scenario II kada je jedna prostorna brzina locirana na linku.

U trećem scenariju (slika 4.13.), vozilo emituje više od jednog signala tokom prolaska kroz posmatrani link. U ovom slučaju se vrednost prostorne brzine na linku dobija zbirom sledećih veličina: (i) zbiru prostornih brzina lociranih na linku, (ii) prostorne brzine određene na intervalu između ulaznog čvora i vrednosti prve locirane prostorne brzine na linku, (iii) prostorne brzine na intervalu između zadnje locirane prostorne brzine na linku i izlaznog čvora. U ovom scenariju se ukupno vreme putovanja vozila na linku određuje na osnovu vrednosti prosečne brzine konstruisane iz tri komponente, koja je predstavljena sledećim izrazom

$$\hat{T} = \frac{L}{\int_a^{l_1} f(V_{i-1,i}) dV_{i-1,i} + \sum_{j=i}^{n-1} \int_{l_j}^{l_{j+1}} f(V_{j,j+1}) dV_{j,j+1} + \int_{l_n}^b f(V_{n,n+1}) dV_{n,n+1}} \quad (42)$$



Slika 4.13. Scenario III kada je više prostornih brzina locirano na linku.

S obzirom, da se prilikom obrade GPS podataka dobijaju pozicije tačaka u određenim vremenskim presecima, potrebno je implementirati odgovarajuću metodu interpolacije kako bi se odredila prostorna brzina putovanja između njih.

Ovom metodom se definiše funkcija koja oslikava promenu vrednosti brzina između vremenskih intervala u diskretnom skupu vremenskih preseka. Prilikom obrade podataka u posmatranom problemu, neophodno je odabrati metodu koja ispunjava sledeće uslove:

- rekonstrukcija neprekidne i „glatke“ funkcije, kojom se dobijaju vrednosti promene brzina u prostoru, bez naglih promena pravca funkcije,
- ne negativna funkcija (brzina može biti jednaka 0 ili posedovati pozitivnu vrednost), i
- funkcija ne sme posedovati oscilacije (oscilacije su uobičajna pojava kod polinomijalnih funkcija viših redova), nastale usled međusobnog uticaja nesusednih intervala.

Odabrana metoda u ovom radu, koja zadovoljava navedene uslove, naziva se *hibridni kvadratni hermitov interpolacioni polinom* (eng. Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial, skr. PCHIP). Ovom metodom se na osnovu vrednosti tačaka (krajne tačke splajnova) i vrednosti prvog izvoda u njima (nagib funkcije u tačkama), konstruiše izraz kvadratnog splajna. Splajnovi smanjuju oscilacije i pojavu grešaka prilikom zaokruživanja vrednosti, s obzirom da predstavljaju polinom nižeg ranga.

Prilikom implementacije PCHIP metode, u prvom koraku se određuje vrednost nagiba funkcije  $s_i$ , koja odgovara vrednostima u čvorovima. Kada su vrednosti prvih izvoda  $f'_i$  i  $f'_{i+1}$  suprotnih znakova ili kada je vrednost jednog od njih jednaka 0, posmatrana tačka predstavlja lokalni optimum, pri čemu je vrednost nagiba funkcije  $s_i$  jednaka 0. U suprotnom, kada su vrednosti  $f'_i$  i  $f'_{i+1}$  istih znakova, važi sledeći sistem jednačina

$$\frac{w_1 + w_2}{s_i} = \frac{w_1}{f'_i} + \frac{w_2}{f'_{i-1}}, \quad (43)$$

$$f'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (44)$$

pri čemu  $w_1$  i  $w_2$  predstavljaju težinske faktore koji se izražavaju putem sledećih izraza

$$\begin{aligned} w_1 &= 2(x_{i+1} - x_i) + (x_i - x_{i-1}), \\ w_2 &= (x_{i+1} - x_i) + 2(x_i - x_{i-1}). \end{aligned} \quad (45)$$

Izraz (44) ukazuje na način definisanja vrednosti nagiba, i predstavlja težinsku srednju harmoničnu vrednost. Hibridna kvadratna polinomijalna funkcija se za sve intervale definiše sledećim izrazom

$$F_x = \begin{cases} f_1(x), & x \in [x_1, x_2] \\ \vdots \\ f_{n-1}(x), & x \in [x_{n-1}, x_n] \end{cases} \quad (46)$$

Pojedinačne vrednosti u tački  $x_i \leq x \leq x_{i+1}$  izračunavaju se korišćenjem lokalnog kvadratnog polinoma

$$f_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^2(x - x_{i+1}) \quad (47)$$

gde su  $a, b, c$  i  $d$  vrednosti koeficijenata datog polinoma, koje je potrebno odrediti.

Vrednosti ovih koeficijenata se definišu na osnovu sistema četiri jednačine

$$\begin{aligned} f_i(x_i) &= y_i, \\ f'_i(x_i) &= s_i, \\ f_i(x_{i+1}) &= y_{i+1}, \\ f'_{i+1}(x_{i+1}) &= s_{i+1} \end{aligned} \quad (48)$$

putem kojih se zadovoljava postavljeni uslov, pri čemu kubni splajn mora da odgovara tačkama i nagibima. Rešavanjem ovog sistema jednačina, dobijaju se sledeći izrazi, putem kojih se izračunava vrednost koeficijenata

$$\begin{aligned} a_i &= y_i, \\ b_i &= s_i, \\ c_i &= \frac{f'_i - s_i}{x_{i+1} - x_i}, \\ d_i &= \frac{s_{i+1} + s_i - 2f'_i}{(x_{i+1} - x_i)^2} \end{aligned} \quad (49)$$

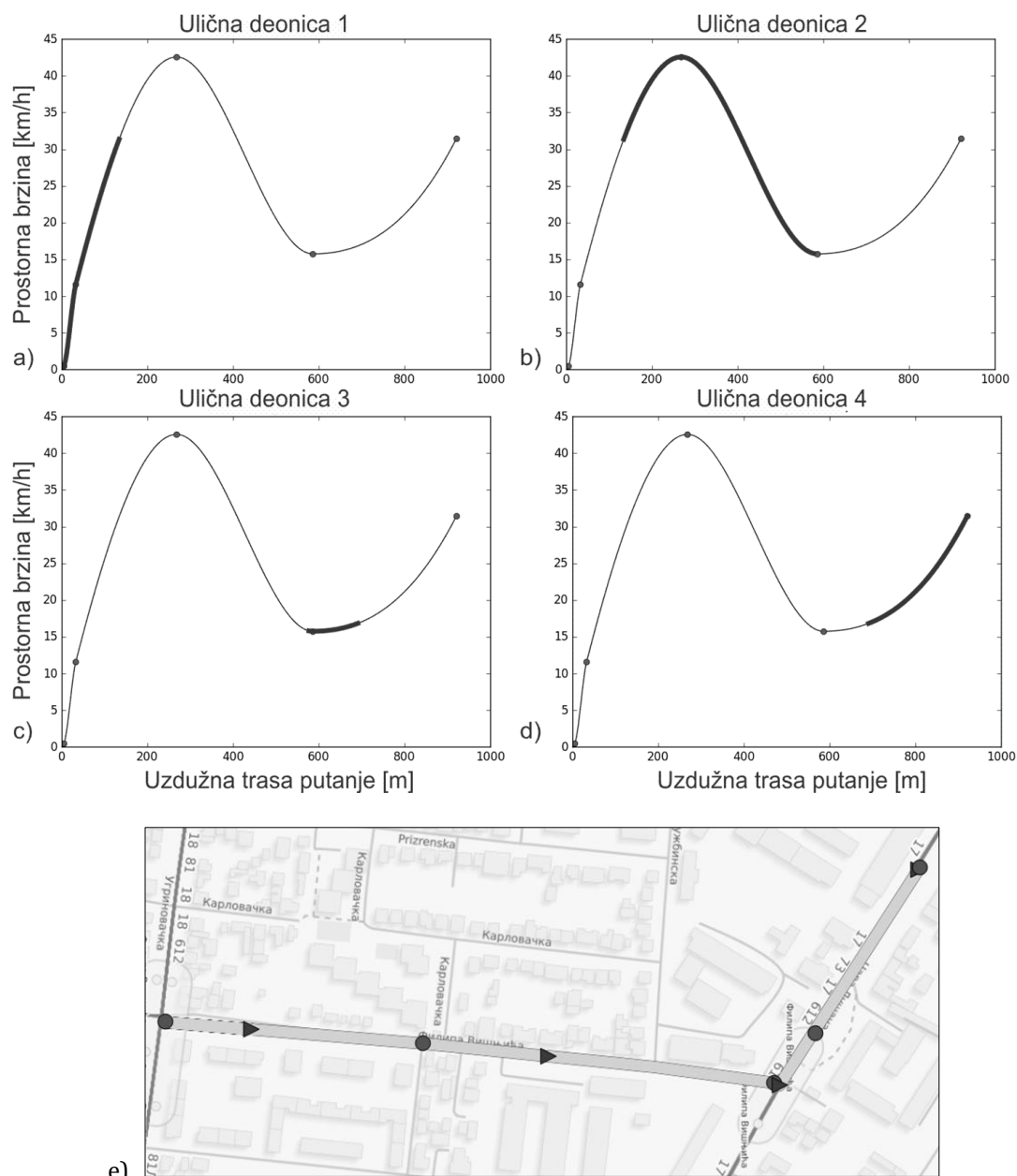
U posmatranom problemu,  $y$  u jednačinama (49) predstavlja vrednost brzine, dok  $x$  predstavlja vrednost pređenog puta vozila. Prilikom obrade GPS podataka, intervali su definisani poznatim vrednostima srednjih brzina između očitavanja, dobijenih na osnovu podele pređenog puta (rekonstruisanog GMM metodom) i proteklog vremena između dva zapisa. Izraz za definisanje vrednosti brzina predstavljen je sledećim jednačinama

$$F_V = \begin{cases} f_1(V), & V \in [V_1, V_2] \\ \vdots \\ f_{n-1}(V), & V \in [V_{n-1}, V_n] \end{cases} \quad (50)$$

$$V_i = \begin{cases} \frac{D_i}{T_i - T_{i-1}}, & i \in [2, n - 1] \\ V_{ti}, & i = 1, n \end{cases}$$

gde je  $V_i$  srednja vrednost brzine između tačaka očitavanja, osim u krajnjim tačkama gde se za vrednost brzine usvaja snimljena trenutna brzina  $V_{ti}$ ,  $T_i$  vremenski trenutak očitavanja,  $D_i$  predjeni put između očitavanja  $i-1$  i  $i$ , i  $n$  broj GPS očitavanja. Srednje brzine su locirane između očitavanja na dužini  $D_{i-1} + (D_i - D_{i-1})/2$ , odnosno na delu trase između uzastopnih očitavanja, osim u slučaju prvog i poslednjeg očitavanja, koja su locirana na početnoj i krajnjoj tački putanje.

Nakon definisanja tačaka i rekonstruisanja izgleda funkcije  $F_V$  (korišćenjem PCHIP metode), prostorna vrednost brzine između čvorova (čvorovi čiji je stepen različit od dva) se dobijaju integrisanjem funkcije na intervalu  $P_{i-1}$  i  $P_i$ , koji odgovara čvorovima lociranim duž trase pređenog puta. Ove tačke na trasi predstavljaju momenat prolaska vozila kroz raskrnicu ili kroz tačku početka/kraja putovanja. Na slici 4.14.a prikazan je primer izgleda funkcije dobijene navedenom metodom interpolacije, pri čemu šira linija predstavlja deo funkcije koji se integriše prilikom definisanja prosečne vrednosti brzina. Na slici 4.14.e prikazan je izgled rute, na kojoj tačke u obliku trouglova predstavljaju pozicije lociranih prosečnih prostornih brzina, dok tačke u obliku krugova predstavljaju pozicije čvorova između kojih se određuje vrednost integrala  $F_V$  funkcije.



Slika 4.14. Integriranje interpolacione funkcije (a, b, c, d) i fizički prikaz ulične deonice sa tačkama očitavanja (e).

Nakon integrisanja, vrši se logička provera i normalizacija dobijenih vrednosti. Ponovnim izračunavanjem ukupnog vremena putovanja, određuje se vrednost  $\hat{t}_i$  sumiranjem vrednosti proizvoda između dužine linkova i prosečne brzine na njima, koja zbog grešaka u izračunavanju i njenog zaokruživanja ne daje uvek iste vrednosti snimljenog proteklog vremene između krajnjih tačaka putovanja. Prvi korak u normalizacija vrednosti brzina predstavlja definisanje vremenskog udela  $q_i$  po svim integrisanim intervalima, koji se potom množe sa



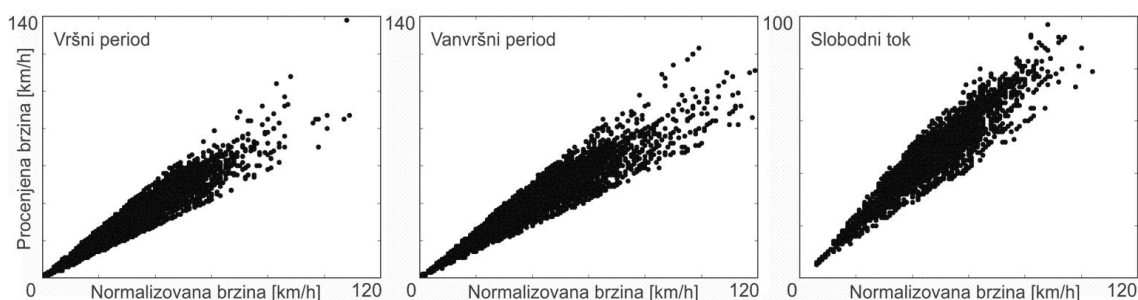
stvarnim vremenskim intervalom između početne i krajnje tačke  $T_{IC}$  (formula 52). Nakon toga, putem korigovanih vremenskih intervala  $\tilde{t}_i$  i dužine linkova, utvrđuje se vrednost normalizovane brzine. Ukoliko se vrednost neke od korigovanih brzina znatno razikuje od vrednosti dobijenih integrisanjem, odnosno ukoliko se njihov odnos ne nalazi u usvojenom intervalu  $[1-\delta, 1+\delta]$ , ista se odbacuje kao podatak sa greškom (vrednost  $\delta$  u istraživanju iznosi 0,3). Procenat podataka odbačenih u ovom istraživanju putem ovog ograničenja iznosi 0,12%. Izrazi za definisanje ovih vrednosti je prikazan sledećim jednačinama

$$q_i = \frac{\hat{t}_i}{\sum_{j=1}^N \hat{t}_j} \quad (51)$$

$$\tilde{t}_i = T_{IC} * q_i \quad (52)$$

gde je  $q_i$  procenat vremena putovanja provedenog na linku  $i$ ,  $T_{IC}$  snimljeno vreme putovanja između prve i zadnje očitane tačke, i  $\tilde{t}_i$  normalizovano vreme putovanja.

Na slici 4.15. je prikazan odnos između vrednosti vremena putovanja koje su dobijene integrisanjem i normalizovanjem. Prikazana slika ukazuje da se prilikom većih vrednosti brzina, javlja i veća disperzija u razlici procenjene i normalizovane vrednosti ovog parametra (koja oslikava usvojeni način definisanja ograničenja maksimalne dozvoljene razlike između ovih vrednosti). U istraživanju su uključene one vrednosti čija razlika ne prelazi usvojeni prag, putem kojeg su dozvoljene niže vrednosti razlika kod nižih vrednosti brzina.



Slika 4.15. Normalizacija brzina za posmatrane vremenske periode.

U skladu sa navedenim načinom obrade podataka, predloženi model za ekstrakciju vremenskih podataka je implementiran kroz sledeće korake:

- U prvom koraku obrade podataka, učitavaju se podaci o uličnoj mreži, predstavljeni u tabelama 3.1. i 3.2., i obrađene trajektorije GPS sekvence putem GMM modela.
- U sledećem koraku algoritma, izračunavaju se prostorne i vremenske razdaljine, kako bi se definisale prosečne vrednosti brzina  $V_i$  između očitavanja ( $Y_v = [V_1, \dots, V_i, \dots, V_{n-1}]$ ). Ove vrednosti brzina pripisuju se poziciji  $S_{vi}$  na sredini dela putanje između očitavanja, dok se integrisanje vrši na intervalima  $[S_j, S_{j+1}]$  (tačke koje fizički odgovaraju početku i kraju kretanja, ukrštanja u nivou i krajevima pristupnih ulica).
- U trećem koraku se konstruiše oblik funkcije primenom metode interpolacije PCHIP, koja se potom integriše na navedenim intervalima  $[S_j, S_{j+1}]$ , kako bi se odredila vrednost procenjene brzine  $V_{p,j}$ .
- Završni korak algoritma uključuje proces normalizacije vrednosti brzina, kojim se definišu vremena putovanja  $t_{p,j} = L_{S_{j+1}, S_j} / V_{p,j}$ , i odnos  $q_j$ , putem kojih se izračunavaju normalizovane vrednosti brzina  $V_{n,j}$  (deljenjem dužine linka sa vremenskim intervalom dobijenim množenjem koeficijenta  $q_j$  i ukupnog vremena trajanja putovanja vozila).

Nakon definisanja prosečnih prostornih brzina svih vozila i vremena putovanja duž linkova, na osnovu statističkih metoda izražavaju se vrednosti prosečnog vremena putovanja i njenog standardnog odstupanja po smerovima uličnih deonica. Sa druge strane, snimljeni podaci u istraživanju nisu bili dovoljni da se u potpunosti pokrije ulična mreža dovoljnom količinom zapisa, i stim u vezi u narednoj tački ovog poglavlja je predstavljen model za prognozu vrednosti vremenskih karakteristika na ovim uličnim deonicama.

#### 4.4 MODEL ZA PROCENU PROSTORNIH BRZINA BAZIRAN NA NEURONSKIM MREŽAMA (NPPB)

S obzirom da je za određene deonice ulične mreže postignuta nedovoljna pokrivenost podacima, u narednom delu teksta je predstavljena metodologija za prognozu prostornih brzina na delu ulične mreže na kojima vozila nisu prolazila ili

sa kojih ne postoji dovoljna količina snimljenih podataka. Metodologija za procenu srednjih vrednosti prosečnih brzina i standardnog odstupanja na uličnim deonicama je bazirana na inkorporiranju postojećih podataka putem modela neuronskih mreža<sup>11</sup>. Ovakva vrsta modela se koristi prilikom složenih statističkih analiza, i predstavlja zamenu za nelinearne regresione modele. U konkretnom istraživanju, predložena je metoda procene bazirane na ulaznim vrednostima: srednjih brzina i standardnog odstupanja na izlivnim i ulivnim deonicama, dužine ulične deonice i njene slobodne brzine (brzine ograničenja).

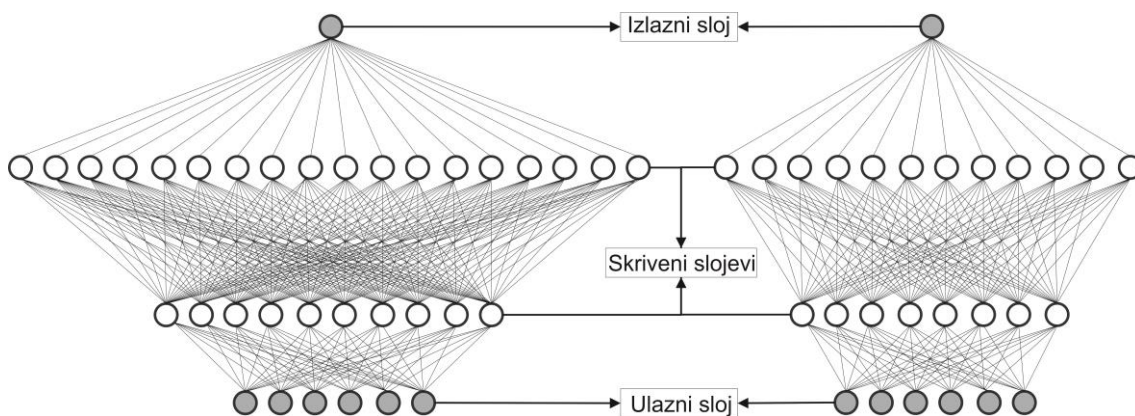
Veštačka neuronska mreža se sastoji od jedinica koje se nazivaju neuroni, i koji su u zavisnosti od njihove funkcije podeljeni po različitim nivoima. Broj ulaznih i izlaznih jedinica je određen količinom ulaznih podataka i vrstom problema, pri čemu procena potrebnog broja skrivenih neurona predstavlja kompleksniji zadatak. Ne postoji striktno pravilo prilikom definisanja broja skrivenih jedinica, te se u procesu ispitivanja približno utvrđuje njihov optimalan broj. U toku obučavanja mreže sa trening podacima, veći broj skrivenih jedinica povećava tačnost prilikom procene izlaznih vrednosti. Ipak, takve mreže ne garantuju da će se smanjiti i greška prilikom testiranja modela sa novim podacima, te je potrebno utvrditi broj skrivenih neurona za koji mreža postiže najbolje rezultate (najveću tačnost) prilikom testiranja. U istraživanju je implementirana četvoroslojna neuronska mreža sa povratnom spregom. Takođe, korišćeni su podaci sa linkova koji poseduju najveću količinu uzorka (kategorije I, videti u narednoj tački), putem kojih je izvršeno treniranje i validacija modela. Od izabranog uzorka, 60% je korišćeno za obučavanje mreže, dok je 20% uzorka korišćeno za validaciju modela i 20% za testiranje modela.

Prvi sloj mreže je sastavljen od šest ulaznih jedinica od kojih svaka inicira vrednost jednog ulaznog podatka, drugi i treći sloj su skriveni, dok je četvrti sloj izlazni sa jednom neuronskom jedinicom. Rezultati eksperimenta sa različitim brojem skrivenih neurona i za dva skrivena sloja, pokazali su da se izlazne vrednosti srednjih prostornih brzina generišu sa najvećom tačnošću kada se u prvom i drugom sloju uključe deset i osamnaest skrivenih jedinica, respektivno. Takođe, rezultati su

---

<sup>11</sup> Detaljni prikaz načina funkcionisanja neuronskih mreža može se pročitati u knjizi: Gurney, K. (1997). *An introduction to neural networks*. CRC press.

pokazali da izlazne vrednosti standardnog odstupanja poseduju najveću preciznost kada se u prvom i drugom sloju uključe osam i dvanaest skrivenih jedinica, respektivno. Eksperimentalno je utvrđeno da neuronske mreže za prikazani ulazni vektor, pružaju najpreciznije rezultate kada se primeni četvoroslojna neuronska mreža, čiji su izgledi prikazani na slici 4.16..



**Slika 4.16.** Izgled neuronskih mreža za prognozu srednje vrednosti brzina (levo) i vrednosti njihovog standardnog odstupanja (desno).

Ulazne vrednost srednjih brzina i standardnog odstupanja se dobijaju metodom ponderisanja, pri čemu vrednost pondera predstavlja kvadrirana recipročna vrednost razdaljine od izlaznog/ulaznog čvora posmatrane deonice i sredine deonice sa koje su uključene vrednosti statističkih parametara. Odnosno, vrednostima na bližim linkovima se pruža veći uticaj u konačnoj vrednosti ulaza, dok se kvadriranjem naglašava uticaj blizine susednih linkova na konačnu ocenu. Način izračunavanja ovih vrednosti su predstavljene sledećim izrazima

$$\mu^i = \frac{\sum_{s \in S^i} V_{sr,s}^i \left( \frac{1}{l_s^i} \right)^2}{\sum_{s \in S^i} \left( \frac{1}{l_s^i} \right)^2} \quad (53)$$

$$\mu^u = \frac{\sum_{s \in S^u} V_{sr,s}^u \left( \frac{1}{l_s^u} \right)^2}{\sum_{s \in S^u} \left( \frac{1}{l_s^u} \right)^2}$$

gde je  $V_{sr,s}^i$  srednja prostorna brzina na izlaznim linkovima,  $V_{sr,s}^u$  srednja prostorna brzina na ulaznim linkovima,  $l_s^u$  razdaljina od ulaznog čvora do sredine linka koji se razmatra,  $l_s^i$  razdaljina od izlaznog čvora do sredine linka koji se razmatra,  $S^i$  skup

izlaznih linkova, i  $S^u$  skup ulaznih linkova. Predstavljena metoda za definisanje ulaza je na isti način implementirana i prilikom definisanja srednjeg odstupanja prostorne brzine, i to korišćenjem sledećih izraza

$$\sigma^i = \frac{\sum_{s \in S^i} \sigma_{V,s}^i \left(1/l_s^i\right)^2}{\sum_{s \in S^i} \left(1/l_s^i\right)^2}$$

$$\sigma^u = \frac{\sum_{s \in S^u} \sigma_{V,s}^u \left(1/l_s^u\right)^2}{\sum_{s \in S^u} \left(1/l_s^u\right)^2}$$
(54)

gde je  $\sigma_{V,s}^i$  standardno odstupanje prostorne brzine na izlaznom linku,  $\sigma_{V,s}^u$  standardno odstupanje prostorne brzine na ulaznim linkovima. Takođe, pored četiri predstavljena ulaza, u modelu su uključene još dve ulazne neuronske jedinice, koje su rezervisane za vrednost ograničenja brzine i vrednosti dužine same ulične deonice. Vrednost ograničenja brzine je u korelaciji sa rangom ulične mreže i direktno u korelaciji sa vrednošću koju želimo da predvidimo, dok dužina deonice predstavlja jedinicu kojom se dodatno klasifikuju rezultati. Ulaz se sastoji od šest parametra i ulazni vektor se predstavlja u sledećem obliku

$$x = U(\mu^i, \sigma^i, \mu^u, \sigma^u, l, V_{ogr})$$
(55)

gde je  $V_{ogr}$  ograničenje brzine na posmatranom linku, i  $l$  dužina posmatranog linka. Nedostatak predloženog modela je nedostatak podataka o kapacitetu uličnih deonica i tipu čvorova, odnosno načinu regulisanja prvenstva prolaza na raskrsnicama. Navedene vrednosti nisu uključene u modelu, s obzirom da baza podataka koja je implementirana u ovom istraživanju ne sadrži vrednosti za navedene podatke.

Ulazni neuroni u predloženom modelu pobuđuju neuronske jedinice sledećeg nivoa putem *softplus* aktivacione funkcije, koja se predstavlja sledećim izrazom

$$f(x) = \ln(1 + e^x)$$
(56)

Iz ovog skrivenog sloja, signal se šalje ka drugom skrivenom sloju koji se aktivira „propustljivom funkcijom ispravljenih jedinica“, koja je prikazala najbolje rezultate u pogledu tačnosti i vrednosti parametara  $R^2$ . Izgled aktivacione funkcije predstavlja se sledećim izrazom

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ \alpha * x, & x < 0 \end{cases}, \quad \alpha \geq 0 \quad (57)$$

gde je  $\alpha$  ne negativni koeficijent. U izlazniom neuronu, dobijena vrednost predstavlja srednju prostornu brzinu, odnosno standardno odstupanje prostorne brzine. Inicijalne vrednosti težinskih koeficijenata na neuronskim vezama su određene slučajnim izvlačenjem vrednosti iz normalne raspodele. Ukupan ulaz u svakoj jedinici predstavlja zbir svih proizvoda težina i vrednosti izlaznih signala, odnosno

$$s_k(t) = \sum_j w_{jk}(t)y_j(t). \quad (58)$$

gde je  $s_k$  vrednost ukupnog ulaza,  $w_{jk}$  težina grane između  $j$  i  $k$  neurona, i  $y_j$  vrednost na neuronu  $j$ . Pored navedenog, implementirana je adaptibilna procena momenta (eng. Adaptive Moment Estimation, akronim Adam) za određivanje veličine opadanja vrednosti gradijanata.

S obzirom da se prilikom treniranja neuronske mreže, može dogoditi da se mreža „pretrenira“ čime se smanjuje njena mogućnost prognoze kod podataka sa kojima mreža nije trenirana, implementirana je metoda „napuštanja“ (eng. dropout). Ovom metodom se na slučajan način odbacuju neuronske jedinice zajedno sa njihovim konekcijama, ukoliko je slučajno izabrani broj iz definisanog intervala veći od postavljenog praga, čime se na efikasan način sprečava „prenaglašena“ adaptacija mreže na trening podatke.

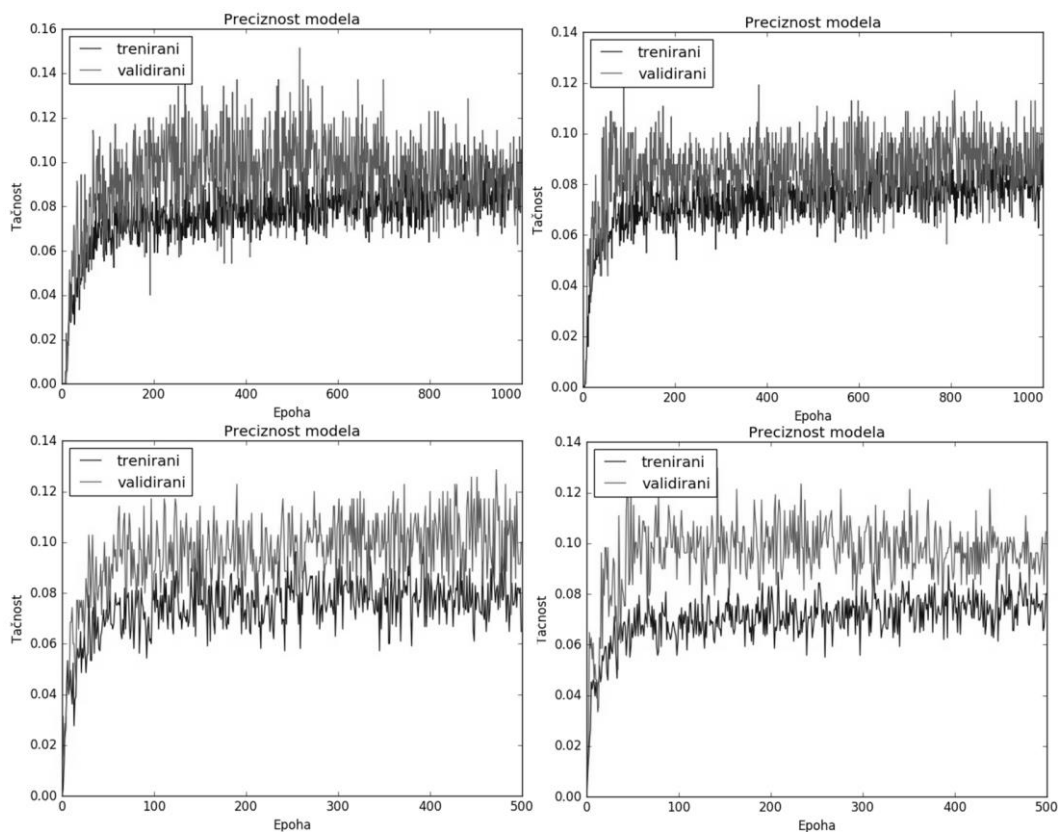
#### 4.4.1 VALIDACIJA NPPB MODELA

U ovom delu teksta prikazani su rezultati testiranja preciznosti predloženog NPPB modela, koji su dobijeni u procesu prognoze vrednosti vremenskih karakteristika na delu ulične mreže obuhvaćene ovim istraživanjem. U prikazanim analizama utvrđena je preciznost modela, gubitak modela, i mera slaganja modela sa podacima. Takođe, uzorak je podeljen na trening, validacione i test podatke sačinjene od snimljenih vrednosti prosečnih brzina na linkovima koji poseduju veliki uzorak.

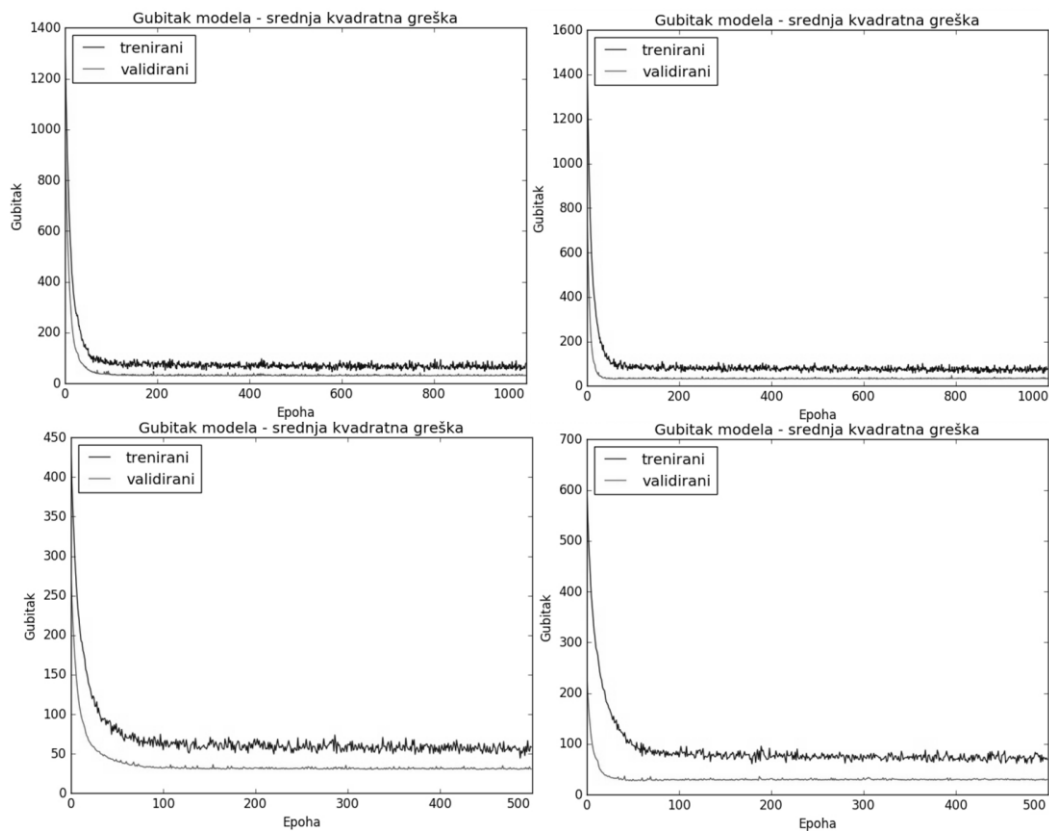
Na slici 4.17. prikazana je preciznost modela prilikom prognoze srednje vrednosti brzina i standardnog odstupanja, za vršni i vanvršni period, dok je na slici

4.18. prikazan „gubitak“ u modelu. U istraživanju nije postignuta zapažena vrednost preciznost, što je i očekivano s obzirom da veliki broj faktora koji nije uključen u predloženom modelu utiče na krajnje vrednosti brzina. Sa druge strane, potrebno je uzeti u obzir da su podaci procenjeni sa svrhom implementacije u modelima izbora rute putovanja. S tim u vezi, uvodi se pretpostavka da korisnici ne mogu da procene sa visokom preciznošću vrednosti brzina na uličnim deonicama sa kojima nisu upoznati ili koje ne koriste frekventno tokom putovanja (deonice sa nedovoljnom količinom uzoraka), jer ne poseduju potreban nivo iskustva kako bi izvršili tačne procene. Takođe, uvodi se pretpostavka da korisnici procenu vremena putovanja vrše na osnovu podataka sa okolnog dela ulične mreže koje koriste frekventnije, kao i na osnovu ranga ulične deonice i njene dužine. S tim u vezi, dobijena preciznost se u radu uzima kao prihvatljiva za procenu vrednosti parametara za koje ne postoji dovoljna količina uzorka, uz navedene pretpostavke o načinu ponašanja korisnika. Sa druge strane, u teoriji odlučivanja, nevedene situacije podpadaju pod odluke koje se donose u uslovima nesigurnosti, kada korisnici utvrđuju vrednost očekivane koristi na osnovu predhodnih iskustava vezanih za doživljaje i ishode u sličnim situacijama (detaljnije videti u prilogu 1).

Pored navedenog, u sprovedenim analizama su dostignute vrednosti koeficijenta determinacije  $R^2$  koji po Chadockovoj skali predstavljaju jaku vezu između procenjenih i stvarnih podataka. Prilikom uporedne analize procenjenih i stvarnih vrednosti prostornih brzina u test podacima, dostignuta je vrednost koeficijenta determinacije 0,74 u vršnom i 0,80 u vanvršnom periodu. Sa druge strane, koeficijenti determinacije su prilikom procene vrednosti standardnog odstupanja dostigli niže vrednosti, odnosno 0,62 za vršni i 0,63 za vanvršni period. Dobijeni rezultati ukazuju da postoji potreban nivo zavisnosti između stvarnih i procenjenih vrednosti razmatranih parametara, i da se dobijeni rezultati mogu koristiti u modelima izbora rute putovanja. U tabeli 4.3., sumirani su rezultati analiza i implementirani parametri neuronskih mreža.



Slika 4.17. Promene vrednosti preciznosti u toku treniranja neuronskih mreža.



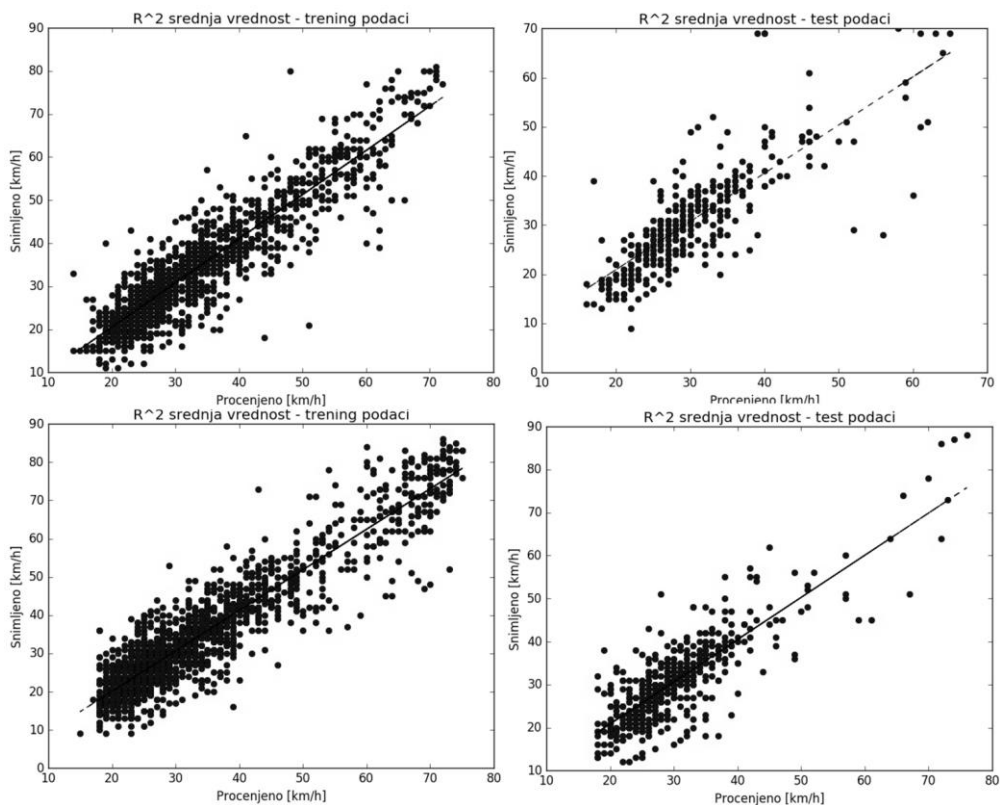
Slika 4.18. Vrednosti gubitka modela u toku treniranja neuronskih mreža.



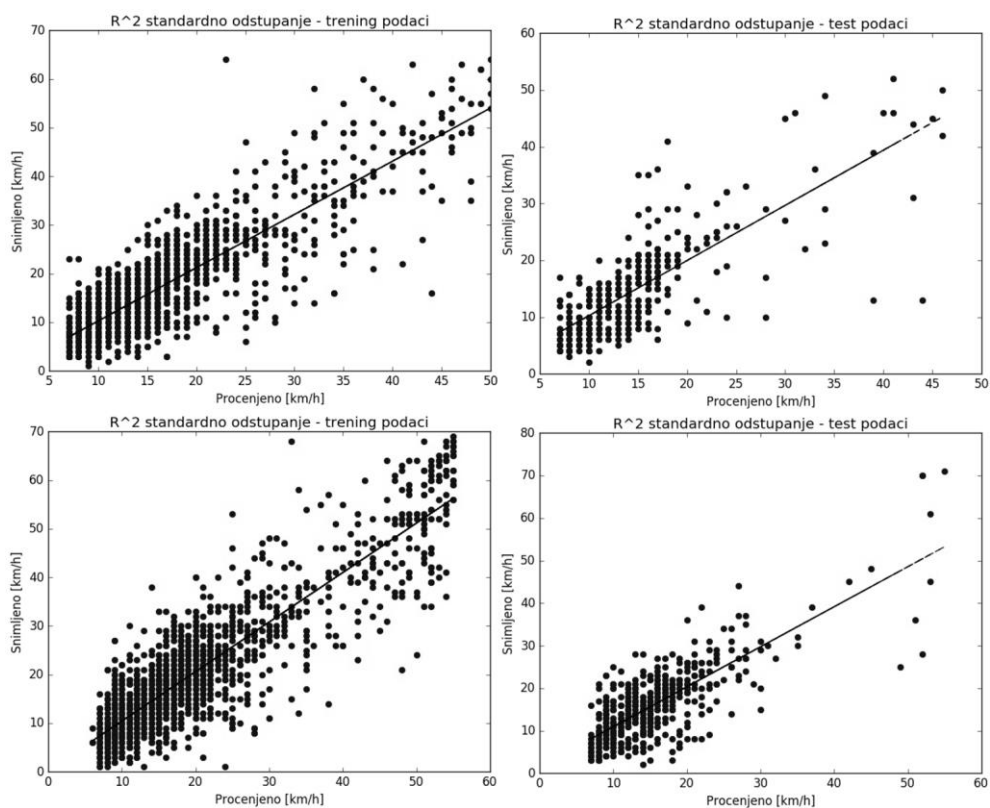
**Tabela 4.3.** Rezultati preciznosti i struktura predložene neuronske mreže.

Period	Vršni		Vanvršni	
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
Procenjene vrednosti				
Trening podaci		1049		1434
Validacioni podaci		350		478
Test podaci		350		478
Procenjen uzorak		6190		3677
Broj epoha	1000	500	1000	500
Struktura jedinica	1-10-18-1	1-8-12-1	1-10-18-1	1-8-12-1
Odbacivanje	0.0-0.02-0.08-0.0	0.0-0.04-0.16-0.0	0.0-0.02-0.08-0.0	0.0-0.04-0.16-0.0
Preciznost	10.29%	8.93%	9.62%	8.94%
R <sup>2</sup> (tren. i valid.)	0.85	0.74	0.87	0.80
R <sup>2</sup> (test)	0.67	0.62	0.70	0.63

Slika 4.19. i 4.20. prikazuju odnos između procenjenih i stvarnih vrednosti parametrima u odnosu na lineranu funkciju, koja reprezentuje hipotetičke rezultate procenjene teoretski idealnim modelom. Dobijene vrednosti ukazuju na visok nivo poklapanja procenjenih veličina, pri čemu se putem implementiranih ulaznih podataka ne mogu predvideti sve vrste varijacija brzine putovanja koje proizilaze iz različitih karakteristika ulične mreže, uslova u saobraćaju, vozača, vozila i okoline. Takođe, procenjeni parametri standardnog odstupanja su pokazali veći nivo disperzije, što navodi na zaključak da je teže proceniti vrednosti ovog parametra nego srednje prostorne brzine. Sa druge strane, vrednost brzine zavise od odluka i drugih učesnika u saobraćaju, pri čemu tačna procena razmatranih parametara predstavlja veoma težak zadatak za buduća istraživanja. U skladu sa načinom primene procenjenih vrednosti u ovom istraživanju (modeliranje odluka korisnika i njihovih načina procene uslova u saobraćaju), konstrukcija modela za tačne procene saobraćajnih parametara izlaze iz okvira doktorske disertacije.



Slika 4.19. Regresiona analiza između stvarnih i predviđenih vrednosti brzina putovanja.



Slika 4.20. Regresiona analiza između stvarnih i predviđenih vrednosti standardnog odstupanja brzine putovanja.

U sledećoj tački ovog poglavlja, predstavljeni su dobijeni rezultati primenom predloženih modela za obradu GPS podataka. Sintezom predstavljenih modela u ovom poglavlju, dobijene su neophodne vrednosti za kalibraciju i validaciju modela predloženog u narednim poglavljima.

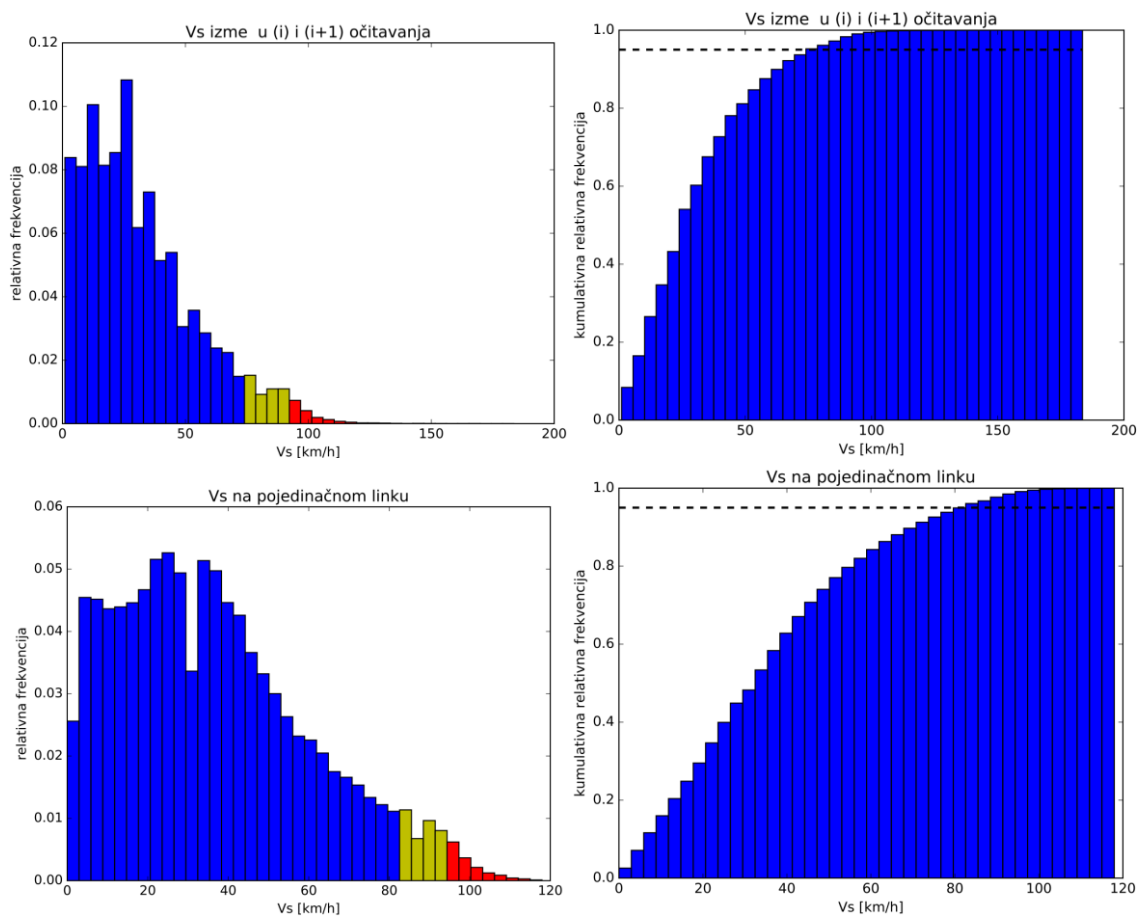
#### **4.5 SINTEZA MODELA U PROCESU OBRADJE GPS PODATAKA**

Prva faza obrade uključuje filtraciju snimljenih podataka, kako bi se odbacili neželjeni podaci, ekstremne vrednosti i greške u očitavanju. Putem predloženog modela ukupno je filtrirano 36.529 podataka, pri čemu je kao konačan izlaz dobijeno 518.638 sekvenci. Slike 4.21. pokazuju karakteristike vrednosti brzina u delu uzorka koji se povezuje sa većim brojem GPS očitavanja u toku prolaska vozila kroz link, kao i vrednosti prostornih brzina između uzastopnih očitavanja kada su vozila bila aktivna. Za oba primera, prikazani su histogrami koji ukazuju da je u 95% slučajeva brzina iznosila vrednost ispod 85 km/h, pri čemu je njena vrednost viša od 100 km/h kod dela uzorka koji je manji od 1%. Ovi podaci ne reprezentuju stvarnu prostornu brzinu vozila, jer su dobijene korišćenjem euklidove razdaljine između dva očitavanja (stvarne vrednosti prostornih brzina se ne mogu definisati bez projektovanja GPS tačaka na uličnu mrežu).

U tabeli 4.4. prikazani su karakteristike za dva različita parametra, pri čemu je uzorak podeljen na osnovu njihovih percentilnih vrednosti. Selektovani delovi uzorka su predstavljeni srednjim vrednostima, putem kojih su bliže određene granične vrednosti kriterijuma tokom filtracije. Prvim skupom podataka, određena je granična vrednost vremenskog intervala očitavanja, pri čemu su odbačeni podaci kada je trenutna brzina vozila iznosila vrednost manju od 5 km/h (kako bi se izostavio deo uzorka kada se vozilo nije kretalo). Dobijeni rezultati ukazuju da za 99% uzorka, vremenski interval ne prelazi 120 s, kao i da srednja vrednost  $V_s$  u svim opsezima iznosi oko 30 km/h. Drugi skup podataka, otkriva dužinu vremenskog perioda mirovanja vozila u blizini raskrsnica, tokom kojeg su ona čekala na pravo prvenstva prolaza (postojanje reda, svetlosna signalizacija). Podaci su dobijeni selektovanjem 37.950 podataka, odnosno samo onih očitavanja generisanih u blizini raskrsnica kada su vrednosti  $V_s$  iznosile 0 km/h.

Tabela 4.4. Karakteristike snimljenih podataka za vremenske intervale između  $i-1$  i  $i$  očitavanja.

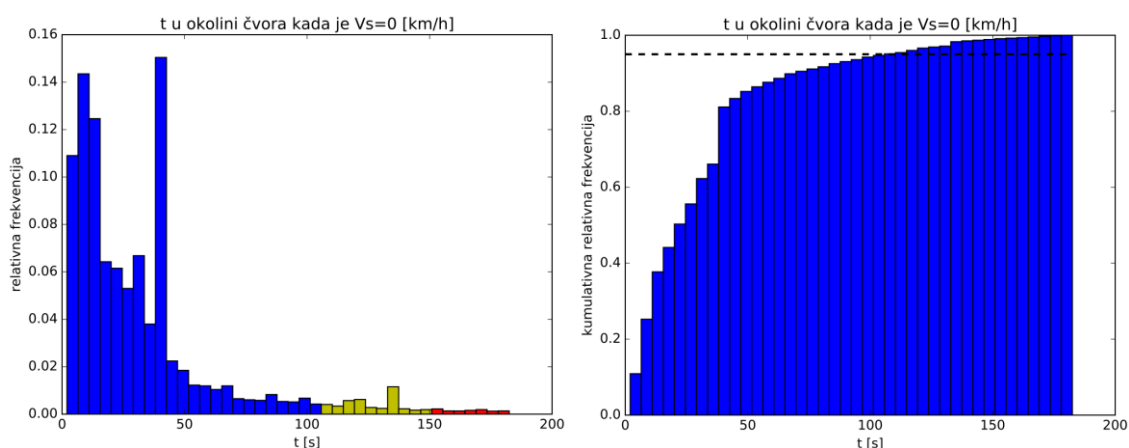
Vrsta raspon	T [Vt>5 km/h]					Tr [Vs=0 km/h]	
	Tg	Vt	Vs	T	S	Tg	T
1%-25%	6	36	37	5	45	6	5
26%-50%	14	32	32	11	93	20	13
51%-75%	28	29	29	21	164	36	31
76%-95%	76	32	29	64	513	106	87
95%-99%	120	36	32	101	881	150	126



Slika 4.21. Relativna i kumulativna frekvencija vrednosti prostornih brzina.

Na slikama 4.22., prikazane su grafikoni koji ukazuju da se odabrani interval  $t_{kr}=132$  s nalazi u percentilnom regionu od 95% do 99% (deo na grafikona obojen svetlijom bojom). Ova vrednost predstavlja gornju usvojenu granicu vremenskog perioda čekanja vozila u redu ili čekanja na pravo prvenstva prolaza. U zavisnosti od visine usvojene vrednosti ovog parametra, zavisi i procenat odbačenih podataka

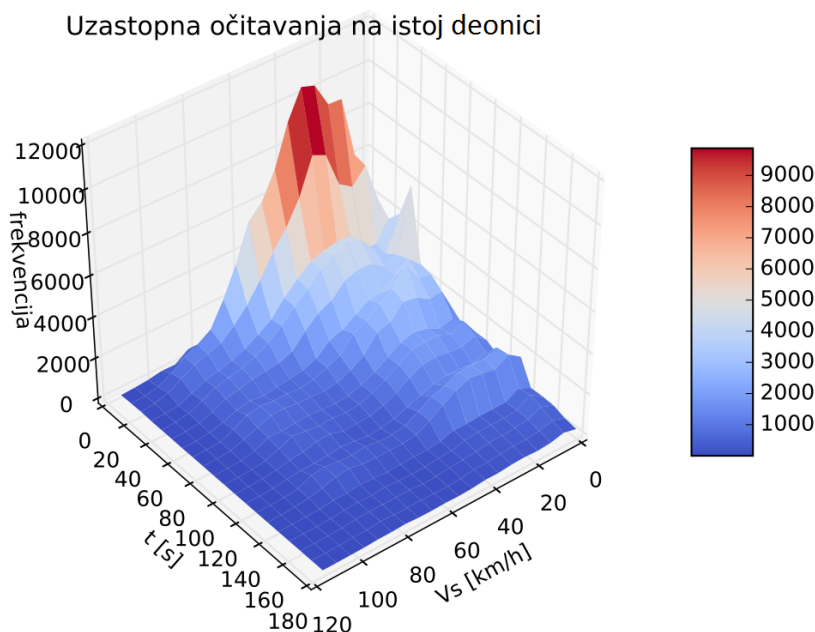
prilikom detektovanja niskih vrednosti brzina. Ukoliko je vrednost parametra niža, algoritam će odbaciti veliku količinu podataka koji ukazuju na loše saobraćajne uslove tokom vršnog perioda. U slučaju visoke vrednosti parametara, postoji mogućnost da će algoritam kod određenog dela uzorka spojiti različita putovanja (kada algoritam neispravno prepozna tačku cilja putovanja i izvora narednog putovanja, kao poziciju u kojoj je vozilo stajalo zbog loših saobraćajnih uslova). Vrednost ovog parametra se ne može odrediti na takav način da se aktivnosti vozila klasifikuju bez greške u svim okolnostima. Sa druge strane, prilikom definisanja njegove vrednosti, bolje je odabrati parametar koji je približniji drugoj soluciji, jer se u sledećim fazama obrade podataka, vrše dodatne analize i detektovanja zasebnih sekvenci putovanja.



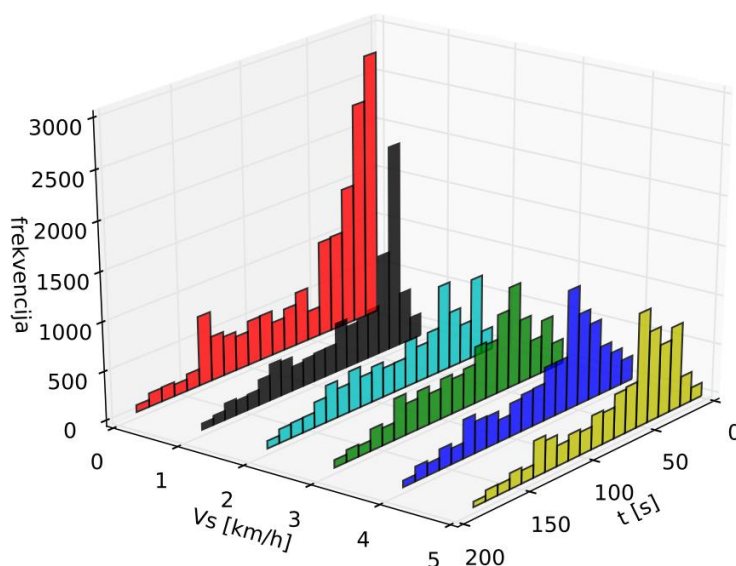
Slika 4.22. Relativne i kumulativna frekvencija vremena čekanja vozila u okolini čvora.

Na slici 4.23. prikazan je trodimenzionalni grafik, na kojem su predstavljene frekvence pojave različitih vrednosti brzina i vremenskog intervala između očitavanja. Dobijeni rezultati ukazuju da frekvencija pojave vremenskog intervala većeg od 120 s naglo opada. Takođe, primetno je da su vrednosti brzine od 0 km/h najviše koncentrisane za vremenske intervale očitavanja od 0 s do 50 s (slika 4.23.). Vrednosti na slikama 4.23. i 4.24. su određene na osnovu uzorka od 525.906 parova očitavanja, koja su generisana u toku kretanja vozila na istom linku. Takođe ove slike ukazuju da se najveći deo uzorka nalazi u rasponu prostorne brzine od 20 km/h do 40 km/h, kada su vrednosti frekvencije očitavanja niže od 20 s. Slika 4.24. ukazuje na raspodelu nižih vrednosti brzina u odnosu na vrednosti vremenskog intervala

između zapisa, koje predstavljaju bitan pokazatelj prilikom određivanja kritičnih vrednosti brzine putovanja. Vrednosti na ovoj slici ukazuju da se najveći deo uzorka nalazi u rasponu od 0 do 50 s, dok se skoro ceo posmatrani uzorak sa niskim vrednostima prosečnih brzina nalazi ispod utvrđene vrednosti graničnog vremenskog intervala očitavanja.



**Slika 4.23.** Raspodela vrednosti prostornih brzina u odnosu na vremenski razmak između očitavanja.

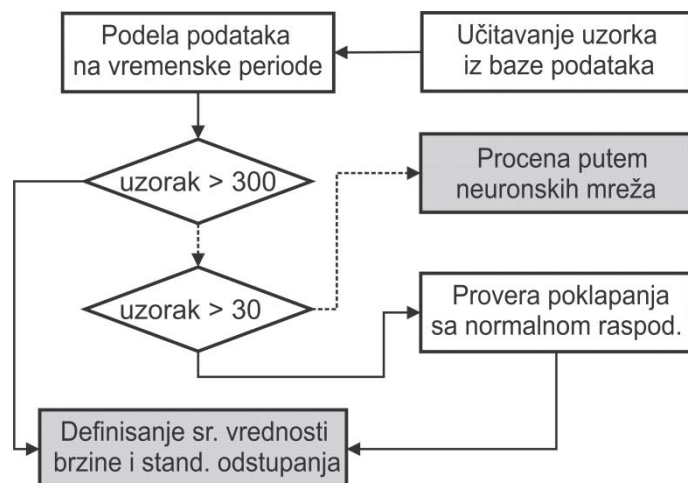


**Slika 4.24.** Raspodela nižih vrednosti prostorne brzine u odnosu na vremenski razmak između očitavanja.

Obradom snimljenih podataka, putem predloženog mapmečing modela, rekonstruisano je 653.505 putanja, iz kojih je implementacijom interpolacione metode ukupno generisano 9.501.740 podataka za 18.507 pojedinačnih smerova na uličnim deonicama. Svi podaci su grupisani po različitim vremenskim periodima, u zavisnosti od saobraćajnih uslova tokom vožnje. Usvojeni vršni vremenski period, predstavljen je vremenskim intervalima 07-09 h i 16-18 h, u kojima su tokom radnih dana snimljene niže vrednosti trenutnih brzina. Sa druge strane, vanvršni vremenski period je zabeležen u vremenskim intervalima u toku 06 h, 09-15 h i 19-20 h. Pored navedenih, u uslovima kada su brzine dostizale slične vrednosti kao i brzine u slobodnom saobraćajnom toku (znatno više od oba navedena vremenska perioda) definisan je treći vremenski interval za period od 21h do 05 h. Potrebno je napomenuti da se navedeni uslovi u saobraćaju ne poklapaju u potpunosti sa svim delovima ulične mreže i tokom celokupnog vremenskog perioda snimanja, jer su usvojeni na osnovu vrednosti trenutnih brzina za ukupan uzorak. Sa druge strane, istraživanja koja zahtevaju navedeni nivo detaljnosti izlazi iz okvira doktorske disertacije, s obzirom da se u radu ispituju modeli izbora rute putovanja u kojima se implementiraju aproksimativne vrednosti karakteristika ruta.

Dobijenim podacima je ukupno „pokriveno“ 95% ulične mreže obuhvaćene ovim istraživanjem, odnosno 18.507 pojedinačnih dozvoljenih smerova na uličnim deonicama. U tabeli 4.5. prikazan je procenat pokrivenosti posmatrane ulične mreže za različite vremenske intervale.

Baza podataka, kreirana putem metode interpolacije, korišćena je u cilju formiranja jedinstvenih vrednosti za sve ulične smerove i vremenske periode. Za obradu podataka upotrebljene su postojeće tehnika za njihovu ekstrakciju i obradu, navedene u istraživanju Nikolić & Jović (2015). U tu svrhu, implementiran je algoritam prikazan na slici 4.25, za uzorak sa svakog usmerenog linka. Proces obrade se sastoji iz dve faze, i to: podela uzorka po vremenskim periodima i definisanje vrednosti statističkih parametara. Ove faze su detaljnije opisane u daljem tekstu, zajedno sa prikazom ostvarenih rezultata.



Slika 4.25. Dijagram primenjene metode za kategorisanje i obradu uzoraka prostornih brzina.

Ulični pravci su podeljeni u tri kategorije, i to na osnovu njihovih rangova uličnih deonica. Prvoj kategoriji pripadaju magistralni pravci i auto-putevi, čija je ukupna pokrivenost 98% u toku vršnog perioda, 98% tokom vanvršnog perioda i 94% u uslovima slobodnog saobraćajnog toka. Drugoj kategoriji pripadaju primarni i sekundarni ulični pravci, sa ukupnom pokrivenošću od 98% uličnih deonica tokom vršnog perioda, 98% tokom vanvršnog perioda i 91% u uslovima slobodnog saobraćajnog toka. Trećoj kategoriji pripada najveći deo ulične mreže u kojoj spadaju tercijalne, pristupne, servisne i ostale ulice. Pokrivenost ovog dela ulične mreže je i najniža sa 88% pokrivenosti za vršni period, 94% pokrivenosti za vanvršni period i 34% pokrivenosti u uslovima slobodnog saobraćajnog toka. Potrebno je napomenuti, da vrednosti ovih procenata uključuju podatke za sve dozvoljene ulične smerova, a ne samo fizički odvojene deonice. Rezultati ukazuju na činjenicu da su ulične deonice dobro pokrivenene tokom vršnog i vanvršnog perioda, pri čemu je pokrivenost znatno smanjena u uslovima slobodnog saobraćajnog toka za III rang ulične mreže (posledica smanjene aktivnosti vozila). Bolji uvid u kvalitet prikupljenih i obrađenih podataka, prikazuju podaci u tabeli 4.5., gde je izvršena podela na osnovu veličine uzorka po vremenskim intervalima za različite smerove na uličnim deonicama.



**Tabela 4.5.** Procenat pokrivenosti različitih rangova ulične mreže po vremenskim periodima.

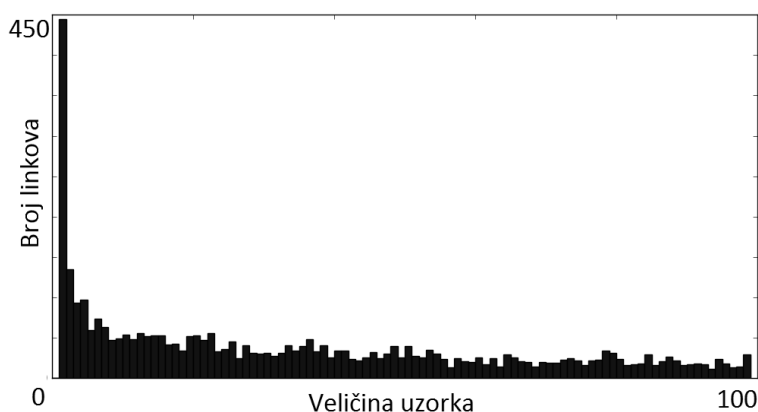
<b>Pokrivenost po vrsti uličnih deonica %</b>			
<b>Period</b>	<b>I rang</b>	<b>II rang</b>	<b>III rang</b>
<b>Vršni period</b>	98%	98%	88%
<b>Vanvršni period</b>	98%	98%	94%
<b>Slobodni tok</b>	94%	91%	34%

Tabela 4.6. ukazuje da se veliki deo uzorka za pojedinačne ulične smerove, ne može direktno iskoristiti u modelima jer poseduju malu količinu snimljenih prolazaka vozila, koja je nedovoljna da se ustanovi način raspodele vrednosti prostorne brzine. Ovi uzorci su svrstani u kategoriju III, koji su zabeleženi kod ukupno 39% ulične mreže u toku vršnog perioda, 27% tokom vanvršnog perioda i 32% u toku perioda slobodnog saobraćajnog toka. Kategoriji II pripadaju smerovi koji ukupno poseduju od 30 do 300 obrađenih uzorka, a koji su dovoljni da bi se odredila funkcija raspodele vrednosti prostorne brzine na osnovu koje se potom definišu vrednosti srednjih prostornih brzina i standardnog odstupanja. Uzorke iz ove kategorije poseduje 40% ulične mreže tokom vršnog perioda, dok je ovom vrstom uzorka tokom vanvršnog perioda pokriveno ukupno 38% i uslovima slobodnog saobraćajnog toka 8% ulične mreže. Kategoriji I pripadaju smerovi na uličnim deonicama koji ukupno poseduju više od 300 obrađenih uzoraka, i iz kojih se direktno mogu izvući vrednosti srednjih prostornih brzina i vrednosti standardnog odstupanja. Takođe, ovoj kategoriji pripada i najmanja pokrivenost ulične mreže sa svega 9% i 2% u toku vršnih perioda i uslovima slobodnog saobraćajnog toka respektivno, dok je 30% ulične mreže pokriveno tokom vanvršnog perioda. Pored navedenog, ova kategorija podataka se implementira i u procesu procene vrednosti vremena putovanja na uličnim deonicama za treću kategoriju podataka. Vrednosti ukupne pokrivenosti iz tabele 4.6. i predhodne tabele 4.5. ukazuju na činjenicu da najznačajniji uticaj na ukupnu pokrivenost podacima poseduju ulične deonice III ranga, koje i čine najveći procenat obuhvaćenog dela ulične mreže.

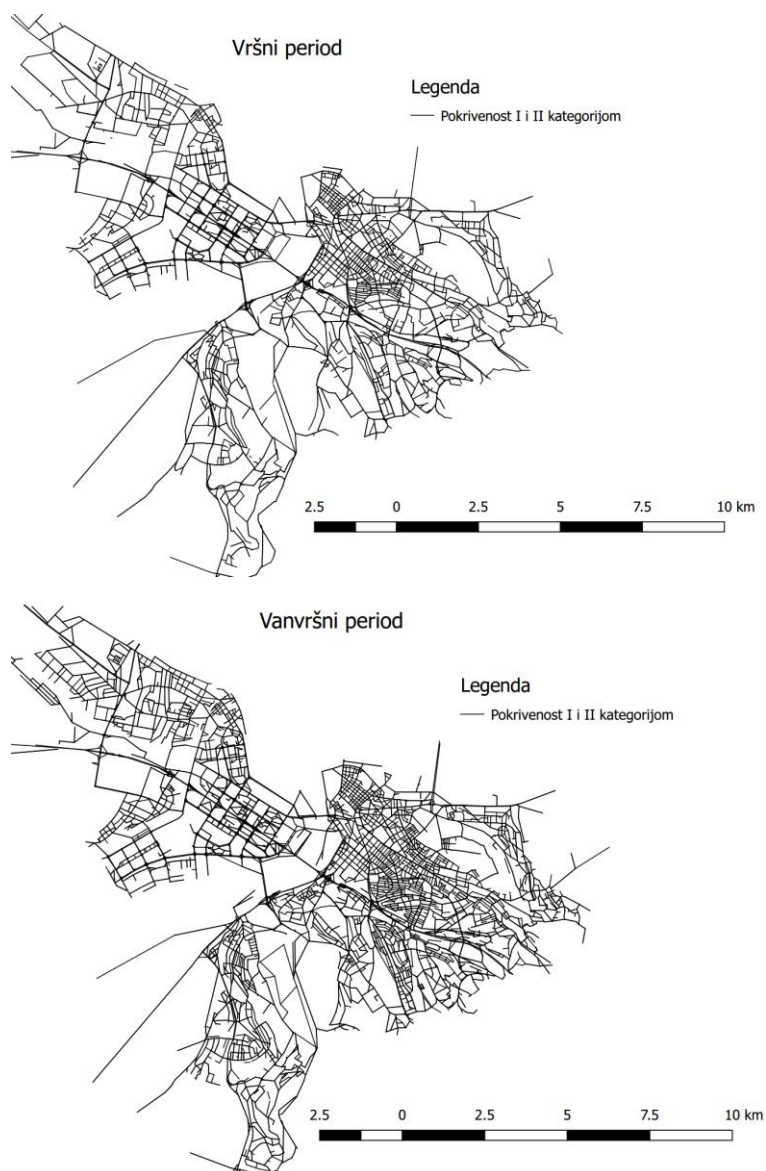
**Tabela 4.6.** Procenat različitih kategorija uzoraka po vremenskim periodima.

Periodi	Pokrivenost %				
	Kategorija I	Kategorija II	Kategorija III	Ukupna	Ukup. (bez III)
<b>Vršni period</b>	9%	40%	39%	89%	50%
<b>Vanvršni period</b>	30%	38%	27%	95%	68%
<b>Slobodni tok</b>	2%	8%	32%	42%	10%

Takođe, podaci iz tabele 4.6. ukazuju da veliki deo ulične mreže nije pokriven adekvatnom količinom podataka. Ako se isključe podaci iz treće kategorije, vrednosti pokrivenosti ulične mreže u toku vršnog perioda iznosi 50%, vanvršnog perioda 68% i slobodnog toka 10% ulične mreže. Slika 4.26., na kojoj je predstavljen histogram frekvence učestvovanja različite količine podataka po smerovima, pokazuje trend raspodele veličine uzorka u odnosu na ukupan broj smerova, dok je na slikama 4.27. prikazan deo ulične mreže pokriven dovoljnom količinom podataka (uzorak I i II kategorije) za vršni i vanvršni period. S obzirom da je ulična mreža bolje pokrivena u toku vanvršnog perioda, istraživanja vezana za formiranje modela rekonstrukcije skupa izbora rute putovanja su bazirana na ovom vremenskom periodu. Takođe, na delu ulične mreže koji je obuhvaćen ovim istraživanjem, vozila se nisu kretala duž 2.053 uličnih smerova tokom vršnog perioda i 1.000 uličnih smerova tokom vanvršnog vremenskog perioda.



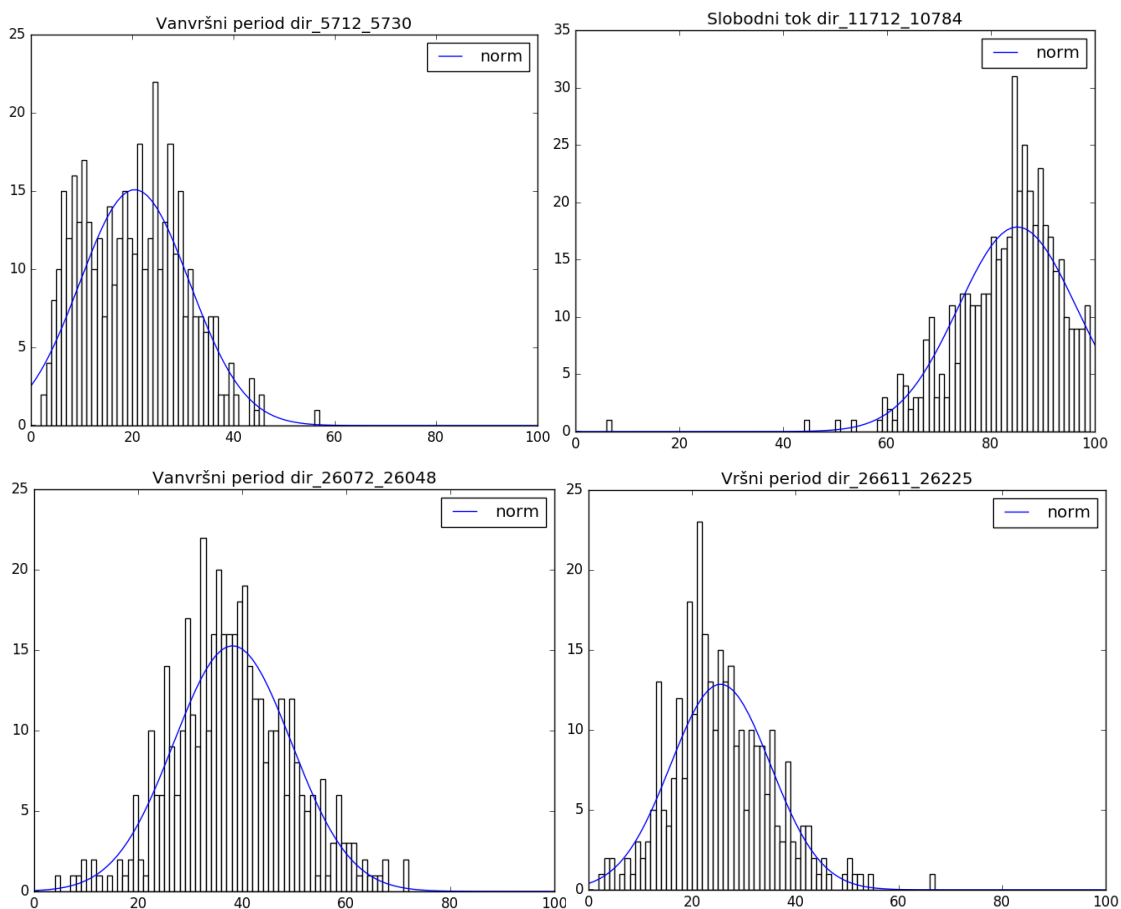
**Slika 4.26.** Raspodela ukupnog broja linkova sa malim uzorkom.



**Slika 4.27.** Pokrivenost ulične mreže sa podacima iz I i II kategorije uzoraka.

Kako je već navedeno, u drugu kategoriju su svrstani uzorci za koje je na osnovu snimljenog uzorka izvršena analiza uklapanja sa normalnom raspodelom. Cilj ovakvog vida obrade, sagledava se u preciznijem definisanju statističkih parametara kod uzoraka za koji ne postoje dovoljne količine podataka. Navedena raspodele je izabrana u skladu sa dosadašnjim istraživanjima, kao i zbog relativno lakšeg izračunavanja zbirne vrednosti standardnog odstupanja na pojedinačnim rutama (zbir standardnih odstupanja na linkovima od kojih je ruta sačinjena). Na slikama 4.28., prikazana su četiri tipična slučajeva raspodele vrednosti prostorne brzine i izgled funkcije normalne raspodele koja odgovara predstavljanim uzorcima.

Četiri tipična slučaja zabeležene raspodele su: simetrična, asimetrična iskošena u desno, asimetrična iskošena u levo i bimodalna raspodela. Kako je već više puta navedeno u ovom radu, dobijene vrednosti ne moraju da predstavljaju u potpunosti stvarne vrednosti ovih parametra, jer se koriste prilikom simuliranja procesa vrednovanja njihovih veličina od strane korisnika. S obzirom da korisnici ne poseduju mehanizam za preciznu procenu vrednosti vremena i brzine putovanja (Bovy & Stern, 1990), aproksimirane veličine se mogu implementirati prilikom modelovanja ponašanja korisnika. Ipak, uzorci iz ove kategorije podataka su testirani Kolmogorov-Smirnovim testom, pri čemu je pretpostavka da posmatrani uzorak podleže normalnoj raspodeli odbačena u slučaju kada uslov nije zadovoljen za usvojenu vrednost veličine  $\alpha=0,05$ . U ovom slučaju, kao i kod I kategorije podataka, prihvataju se statističke vrednosti dobijene na osnovu snimljenih podataka.



Slika 4.28. Raspodela frekvenci vrednosti prostornih brzina i fitovanih funkcija normalne raspodele.

Kao što se moglo i pretpostaviti, najviše vrednosti prostornih brzina (tabela 4.7.) dostignute su tokom uslova koji su približni onima u slobodnom saobraćajnom toku, dok su najniže vrednosti zabeležene tokom vršnih perioda. Pored toga, na uličnim deonicama I ranga, utvrđena je znatno niža vrednost prostorne brzine kod uzoraka iz II kategorije podataka, u odnosu na I kategoriju podataka. S tim u vezi, dobijeni rezultati pokazuju da vozači frekventnije koriste delove ulične mreže I ranga na kojima su bolji uslovi u saobraćaju. Sa druge strane, na drugom rangu ulične mreže, dostignuta srednja vrednost prostorne brzine je niža za frekventnije korišćene ulične deonice (I kategorija podataka). S obzirom na to da niže vrednosti prostorne brzine predstavljaju konsekvencu pojave viših vrednosti opterećenja na uličnim deonicama, dostignute veličine kod uzorka iz I kategorije podataka na uličnoj mreži II ranga ukazuju da se preferencije posmatranog dela populacije poklapaju sa preferencama ostalih učesnika u saobraćaju. S tim u vezi, ova činjenica navodi na zaključak da profesionalni vozači poseduju niži nivo preciznosti prilikom procenjivanja uslova u saobraćaju na delu ulične mreže II ranga u odnosu na I rang. Pored navedenog, na uličnim deonicama III ranga dostignute su slične vrednosti kod uzoraka iz I i II kategorije podataka, pri čemu su vrednosti ovog parametra znatno niže nego u predhodno razmatranim uličnim rangovima. Potrebno je navesti, da se ovaj deo ulične mreže prevashodno koristi tokom kraćih putovanja i prilikom dolaska vozila na željenu destinaciju.

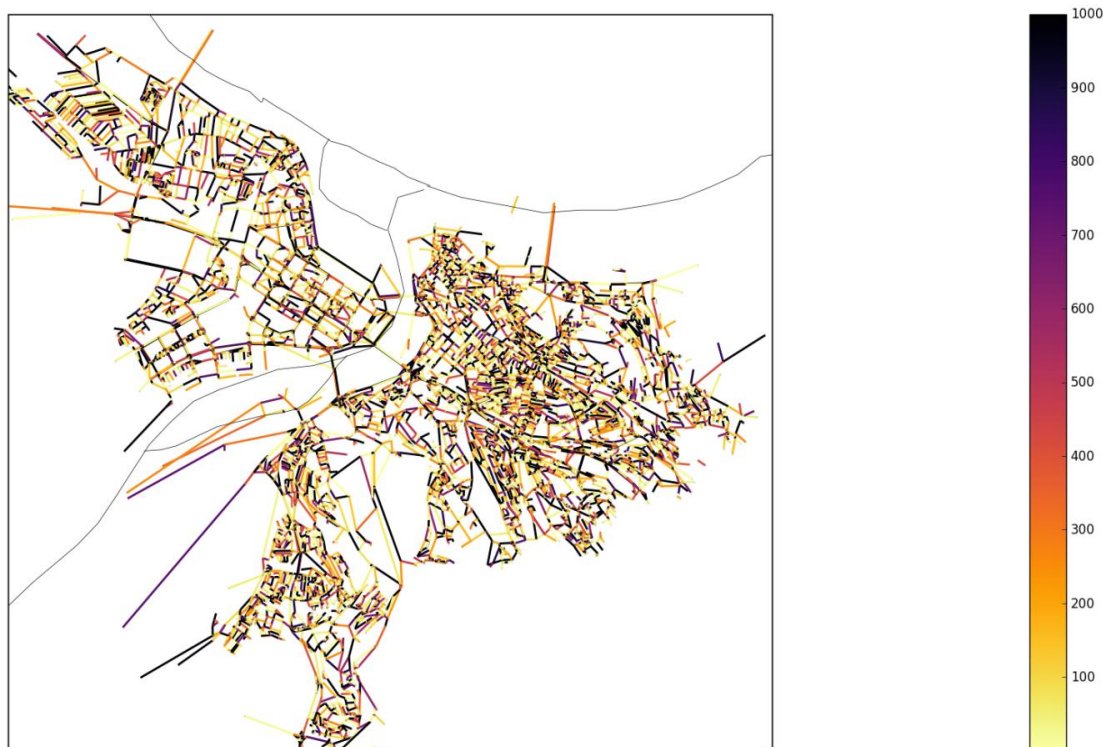
Na slici 4.29. vizuelno je prikazana ukupna frekvenca korišćenja različitih uličnih deonica, zajedno za sve posmatrane vremenske periode. Ova slika ukazuje da je veliki deo primarne mreže dobro pokriven podacima na posmatranom delu ulične mreže, kao i da frekvenca upotrebe ne zavisi od geografskog položaja uličnih deonica, već od njihovog hijerarhijskog nivoa.

**Tabela 4.7.** Prikaz podataka za uličnu mrežu I, II i III ranga, po kategorijama veličine uzorka i vremenskih perioda.

Uslovi u saobraćaju	Br. uličnih deonica	Pros. brzina 50% [km/h]	Pros. brzina 90% [km/h]	Ukupan uzorak	Pros. uzorak po deonici
<b>Ulična mreža I ranga: V=60, V=80 i V=100</b>					
<b>I kategorija: n &gt; 300</b>					
<b>Vršni period</b>	291	53.5	30.2	310109	1065
<b>Vanv. period</b>	417	58.1	38.7	1163517	2790
<b>Slobodni tok</b>	188	71.7	54.4	119728	636
<b>II kategorija: 30 ≤ n ≤ 300</b>					
<b>Vršni period</b>	192	43.3	24.3	24520	127
<b>Vanv. period</b>	99	43.0	25.8	16414	165
<b>Slobodni tok</b>	181	59.9	41.7	22015	121
<b>Ulična mreža II ranga: V=40 i V=60</b>					
<b>I kategorija: n &gt; 300</b>					
<b>Vršni period</b>	668	30.9	14.5	417479	624
<b>Vanv. period</b>	1509	32.9	16.7	1794568	1189
<b>Slobodni tok</b>	76	43.7	23.8	84486	1111
<b>II kategorija: 30 ≤ n ≤ 300</b>					
<b>Vršni period</b>	1169	33.1	16.6	176480	150
<b>Vanv. period</b>	446	36.1	20.1	71489	160
<b>Slobodni tok</b>	550	42.7	25.5	46942	85
<b>Ulična mreža III ranga: V=30 i V=40</b>					
<b>I kategorija: n &gt; 300</b>					
<b>Vršni period</b>	882	28.1	13.7	432823	490
<b>Vanv. period</b>	3816	27.6	13.6	2936137	769
<b>Slobodni tok</b>	66	40.3	25.3	63661	964
<b>II kategorija: 30 ≤ n ≤ 300</b>					
<b>Vršni period</b>	6499	26.2	12.1	718795	110
<b>Vanv. period</b>	6885	25.7	11.6	850653	123
<b>Slobodni tok</b>	882	36.9	21.1	76896	87

Sa druge strane, treću kategoriju predstavljaju podaci za koje ne postoji dovoljna količina podataka, pri čemu tabela 4.6. ukazuje da je zbog znatno smanjene pokrivenosti ulične mreže (slika 4.27.), potrebno uvesti metodu procene vrednosti parametra srednje brzine i njenog standardnog odstupanja. Vrednosti na ovim uličnim deonicama su procenjene implementacijom NPPB metode, kojom su na osnovu karakteristika linka i brzina na ulaznim i izlaznim uličnim deonicama određene vrednosti statističkih parametara. S tim u vezi, za vršni period su

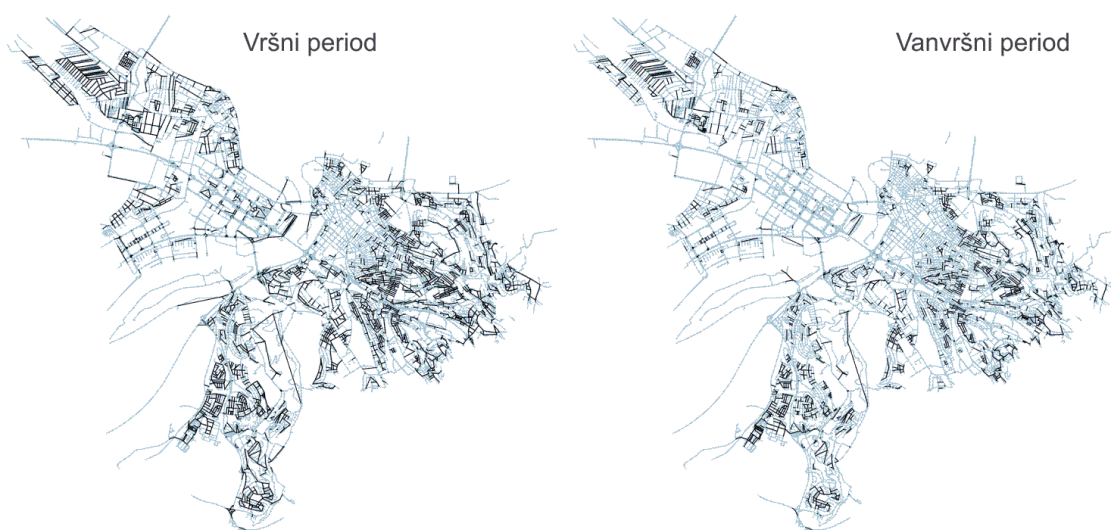
procenjene navedene veličine za ukupno 740 km (6.190 uličnih deonica, prosečne dužine 120 m) ulične mreže na posmatranom području, odnosno za 50% ukupne ulične mreže na posmatranom području. Za vanvršni period procena je izvršena za ukupno 422 km (3.677 uličnih deonica, prosečne dužine 115 m) ulične mreže na posmatranom području, što predstavlja 32% ukupnog dela ulične mreže tog područja. Ovi podaci su vizuelno prikazani na slikama 4.30., koja pokazuje da je procena u većini slučajeva primenjena za ulične deonice nižih hijerarhiskih rangova (unutar stambenih blokova i pristupnih saobraćajnica), dok je glavni deo ulične mreže pokriven dovoljnom količinom podataka.



Slika 4.29. Pokrivenost ulične mreže sa obrađenim podacima.

Rezultati prikazani predloženom metodologijom su u narednim poglavljima implementirani prilikom rekonstrukcije načina procene vrednosti vremena putovanja od strane korisnika. Ovakav pristup je opravdan kod modelovanja odluka korisnika, pri čemu su istraživanja na polju kognitivnih sposobnosti vozača došla do zaključka da ispitanici ne poseduju sposobnost visoke preciznosti procene brzine putovanja u uslovima nesigurnosti (detaljnije videti u prilogu 7). Sinergijom

predložene metodologije u ovom poglavlju, dobijene su vrednosti vremena putovanja na celoj uličnoj mreži obuhvaćenoj istraživanjem, koje su korišćene prilikom modelovanja skupa alternativnih ruta korisnika. Potrebno je napomenuti da je prognozirane vrednosti NPPB modelom poželjno koristiti samo u modelima u kojima nije neophodan visok nivo preciznosti, kao što su bihevoristički modeli u kojima se simulira način ponašanja korisnika.



**Slika 4.30.** Obuhvaćeni deo ulične mreže u procesu prognoze vrednosti prostornih brzina (linkovi crne boje).

Sveobuhvatno, dobijeni rezultati primenom prikazane metodologijom su implementirani prilikom generisanja skupa alternativa, i definisanja njihovih karakteristika. U poglavljima pet i šest, prikazan je način upotrebe formirane baze podataka prilikom izgradnje bihevorističkog modela za generisanje ruta putovanja i procene izgleda funkcije korisnosti.



## 5 MODEL ZA GENERISANJE SKUPA ALTERNATIVNIH RUTA

U ovom delu rada predložen je model za generisanje skupa alternativnih ruta putovanja korisnika, koji predstavlja jedan od glavnih doprinosa ove doktorske disertacije. Pored toga, pokazana je tačnost dopunske hipoteze iz uvodnog poglavlja, pri čemu je putem dobijenih rezultat preklapanja, utvrđeno da se implementacijom GPS podataka prikupljenih u vozilima na terenu može rekonstruisati skup alternativnih ruta putovanja korisnika. Takođe, primenom predloženog modela dobijeni su rezultati neophodni za određivanje i definisanje modela izbora rute putovanja za posmatrani uzorak, a čiji su rezultati prikazani u poglavlju šest.

### 5.1 MODELIRANJE SKUPOVA ALTERNATIVNIH RUTA

Za razliku od većine diskretnih modela, primenjenih u saobraćaju, modeli izbora rute putovanja poseduju skupove sa velikim brojem alternativa. Na urbanom području, obično postoji više različitih putanja između izvora i ciljeva kretanja, pri čemu broj ruta zavisi od razdaljine između krajnjih tačaka, razgranatosti mreže, regulativnih mera itd. Njihov broj je neograničen u slučaju da je moguće uključiti cikluse, pri čemu samo u specijalnim slučajevima postoji jedna putanja između krajnjih tačaka putovanja (kratke relacije, slabo razgranata ulična mreža, ili uticaj regulativnih mere i fizičkih prepreka). Problem izbora rute poseduje i kombinatornu dimenziju, s obzirom da se u toku definisanja putanje iz skupa uličnih deonica bira kombinacija elemenata koji čine uređenu sekvencu. Pre samog navođenja postojećih metoda za definisanje skupa alternativa, uvodi se sledeća definicija rute (Bovy & Stern, 1990):

**Definicija 5.1.** *Ruta predstavlja lanac sastavljen od susednih uličnih deonica, koje spajaju izvor sa ciljem putovanja i koje poseduju skup karakteristika na osnovu kojih se određuje korisnost<sup>12</sup> rute.*

---

<sup>12</sup> Za detaljniji opis korisnosti videti prilog 1.

Takođe, Goulias (2002) navodi da pronalaženje puta od strane čoveka predstavlja svrsishodnu, usmerenu, motivisanu aktivnost koja se može posmatrati kao trasiranje putanje kroz okolinu. Upotrebom ove definicije izvlači se značenje samog pojma alternativa, koja predstavlja bilo koju rutu između posmatranog izvora i cilja. Pored toga, skup alternativa je sačinjen od ruta kod kojih se ni jedan lanac spojenih uličnih deonica ne ponavlja, pri čemu ograničeni univerzalni skup alternativa čine sve teoretski moguće rute u kojima se ne pojavljuju ciklusi.<sup>13</sup> Ovakav skup u sebi sadrži veliki broj neatraktivnih putanja koje korisnici u stvarnosti nikada ne razmatraju. U istraživanju, obavljenom od strane Tawfik & Rakha (2012), indentifikovana su tri načina ponašanja korisnika na uličnoj mreži, i to: logičko, kognitivno i iracionalno. Razlike između ovih ponašanja su utvrđene na osnovu odabrane rute od strane korisnika, pri čemu je razmatrano da li je odabrana alternativa optimalna (logično ponašanje), približno optimalna (kognitivno ponašanje gde korisnik nije uočio razliku između karakteristika alternative) ili u potpunosti neatraktivna (iracionalno ponašanje koje nije u skladu sa posmatranim osobinama uzorka). U skladu sa ovim, pored običnih alternativa uvodi se termin *relevantne (izvodljive) rute*, koje zbog svojih karakteristika korisnicima predstavljaju realne opcije (logičko i kognitivno ponašanje). Sa druge strane, postoje i iracionalne putanje, koje predstavljaju neatraktivnu ili nedostižnu alternativu za većinu učesnika u saobraćaju (iracionalno ponašanje). Broj ovih ruta je potrebno dovesti do minimuma u formiranim skupovima, kako bi se smanjio njihov uticaj na preciznost konačnih rezultata, i kako bi se struktura generisanog skupa približila subjektivnom skupu (Bovy & Stern, 1990). Detaljniji opis načina na koji korisnici biraju i pronalaze rute, predstavljen je u prilogu 7.

U zavisnosti od vrsta ruta, definišu se sledeći oblici skupova alternativa (Hoogendoorn-Lanser & Van Nes, 2006):

- Univerzalni skup  $U$ , kojeg čine sve iracionalne i relevantne putanje od izvorne do ciljne tačke,
- Objektivni skup  $O$ , sačinjen od pretežno relevantnih ruta, koji je generisan od strane istraživača ili modela za definisanje skupa alternativa,

---

<sup>13</sup> Sa druge strane, neograničeni univerzalni skup predstavlja skup alternativa gde je ciklus dozvoljen.

- Subjektivan skup  $S$ , sačinjen od relevantnih ruta, koji je definisan u procesu nekompensacijskog pojednostavljanja problema od strane korisnika,
- Skup izabranih alternative od strane korisnika neke populacije  $I$ .

Navedeni skupovi su međusobno uređeni na sledeći način  $U \subseteq O \subseteq S \subseteq I$ . U modelima koji koriste otkrivene preferencije korisnika, skup izvodljivih ruta  $S$  se formira na osnovu skupa izabranih ruta  $I$ . Prilikom prognoziranja raspodele transportnih zahteva, istraživanja su pokazala da objektivni skupovi pružaju bolje rezultate. Ovi skupovi pokrivaju veći prostor ulične mreže nego subjektivni skupovi, jer sadrže i veći broj alternativa. S tim u vezi, Hoogendoorn-Lanser & Van Nes (2006) su izvršili istraživanje u Holandiji, u kojem su upoređivali rezultate dobijene implementacijom ovih skupova u fazi procene i prognoze modela. Rezultati istraživanja su pokazali da objektivni skupovi poseduju više informacija od subjektivnih, i da je bolje izvršiti procenu i prognozu modela baziranu na njima. U skladu sa navedenim, modeli za izradu skupa alternative se u ovoj doktorskoj disertaciji definišu na sledeći način:

**Definicija 5.2.** *Model za definisanje skupa alternativnih ruta predstavlja alat u procesu planiranja, kojim se definiše objektivan skup relevantnih ruta, korišćenjem jasno definisanih pravila racionalnog ponašanja korisnika<sup>14</sup>.*

Prato (2009) navodi tri osnovne svrhe modela za generisanje putanja, i to: (i) analiza dostupnosti, broja i raznovrsnosti alternativa, (ii) procena vrednosti parametri u funkciji korisnosti, kao i (iii) raspodela verovatnoće izbora ruta na uličnoj mreži. Pored toga, skup alternativa po Train (2009) treba da zadovolji tri osnovna uslova, i to: (i) međusobna isključivost alternativa, (ii) sveobuhvatnost skupa alternativa (uključene su sve izvodljive alternative), i (iii) konačan broj alternativa. U principu, jedino se poslednje pravilo ne sme prekršiti, dok prva dva pravila nisu u takvoj meri striktna. Prilikom izrade skupa, model za generisanje ruta tokom faze procene mora da zadovolji uslov konzistentnosti i efikasnosti, dok u fazi prognoze model treba da definiše skup koji sadrži što je veći broj mogućih scenarija (Van Nes i ostali 2008; Rasmussen i ostali, 2016). U literaturi su razvijene različite metode za definisanje skupa alternativa, koje se dele u četiri osnovne grupe:

---

<sup>14</sup> Za detaljnije objašnjenje racionalnog ponašanja korisnika videti prilog 1.

determinističke, stohastičke, metode ograničenja i metode sa primenom verovatnoća (detaljnije videti u prilogu 9).

Modeli izbora rute mogu uključivati eksplicitno ili implicitno definisane skupove alternativa. Osnovna razlika između ova dva pristupa, predstavlja način implementacije faze formiranja skupa ruta, pri čemu se u implicitnom modelu ne koriste generisani skupovi već pravila za konstruisanje alternativa (tokom definisanja izbora korisnika). Prvi pristup realnije opisuje procese izbora rute putovanja, s obzirom da korisnici prilikom suočavanja sa velikim brojem alternativa, svode veličinu skupa na manji broj mogućih opcija (detaljnije videti u prilogima 2 i 7). Potreba za ovom fazom je uslovljena ograničenim kapacitetima ljudske radne memorije, putem koje se problem aproksimira i pojednostavljuje (Bovy & Stern, 1990). S tim u vezi, Prato (2009) navodi da se eksplicitnim pristupom bolje oponaša ponašanje korisnika prilikom izbora putanje.

Glavni nedostatak faze kreiranja ruta, predstavlja ne poznavanje stvarnog subjektivnog skupa iz kojeg je odabrana alternativa. Istraživači mogu da odrede samo objektivni skup kojeg čine relevantne rute, odnosno one rute čije karakteristike zadovoljavaju predefinisane uslove ili ograničenja putem kojih se opisuje racionalno ponašanje korisnika (detaljnije videti u prilogima 2 i 7). S tim u vezi, istraživači moraju da odrede procese na osnovu kojih korisnici pojednostavljaju univerzalne skupove ruta, a koji su bazirani na selektovanju putanja sa sličnim karakteristikama i atributima. Sa druge strane, zagušenja na određenim delovima uličnih mreža predstavljaju dokaz da većina korisnika deli slične preference prilikom odabira putanje i vremena polaska (Bovy & Stern, 1990). Takođe, korisnici ignorišu određene alternative prilikom izbora putanje, težeći načina da maksimizuju subjektivnu korisnost (detaljnije videti u prilogu 1). Ovu pojavu, Hensher i ostali (2005) tumače kao potrebu vozača da ograniči prostor pretrage, kako bi smanjio potreban napor tokom donošenja odluka. Po saznanjima autora, jedini model za definisanje skupa ruta, koji oponaša ovakav način ponašanja korisnika, predložen je od strane Prato & Bekhor (2006) u modelu enumeracije sa ograničenjem. U ovom algoritmu se uvode niz ograničenja, putem kojih se odbacuju putanje za koje se smatra da ih korisnik neće odabrati, pri čemu ostaju samo rute koje na osnovu definisanih pravila predstavljaju relevantne alternative.

Pored navedenog, prilikom definisanja skupa istraživači moraju da posvete i posebnu pažnju definisanju atributa na osnovu kojih korisnici biraju alternative. Sa aspekta problema izbora rute, dominantan atributi kod većine korisnika predstavljaju vreme putovanja, dužina puta i direktno generisani troškovi u toku kretanja (detaljnije videti u prilogu 7). Ova tvrdnja je potvrđena rezultatima istraživanja Tawfik & Rakha (2012), u kojem je ustanovljeno, putem metode otkrivenih preferenci, da korisnici bolje percipiraju vrednosti vremena putovanja od brzine i dužine puta. S tim u vezi, prilikom definisanja skupa alternativa potrebno je aktivno uključiti ove parametre u procesu generisanja putanja.

Sa druge strane, ulična mreža se sastoji iz velikog broja usmerenih linkova, koji se mogu kombinovati na različite načine u procesu kreiranja putanja između izvora i cilja kretanja. Pored toga, različite rute dele iste smerove na linkovima i u zavisnosti od sličnosti između alternativa koje se preklapaju, zavisice da li korisnik percipira te alternative kao zasebna rešenja ili je indiferentan prema njihovoj međusobnoj razlici. Dodatan problem za istraživače jeste definisanje praga dozvoljenog preklapanja između različitih alternativa, gde se za ovu meru obično uzima procenat preklapanja u rasponu od 80% do 100% (Ramming, 2001). Ova mera je bitna prilikom definisanja diskretnog modela, s obzirom da alternative dele i istu korisnost (postoji međusobna korelacija) zbog njihovog preklapanja na istim usmerenim linkovima. Takođe, više vrednosti dozvoljenog preklapanja produžavaju vreme rada algoritma prilikom rekonstrukcije skupa alternativnih ruta. U prilogu 3, koji se odnosi na diskretne modele, bliže je objašnjen način rešavanja problema preklapanja i korekcije korisnosti nastale zbog kršenja IID pravila u logit modelima. Hensher i ostali (2005) navode da istraživači trebaju da definišu pravila ponašanja korisnika na osnovu kojih se konstruišu alternative, a koja zavise od njihovog predhodnih izbora.

Prato (2009) navodi da su, u većini postojećih modela, granice ograničenja i postavljeni uslovi, na osnovu kojih se konstruišu skupovi alternativa, usvojeni na osnovu subjektivnih ocena istraživača, a ne na osnovu objektivnih činjenica. Pored toga, većina postojećih modela ne može da generiše sveobuhvatne objektivne skupove u toku operativnog vremenskog perioda kod kompleksnih problema. S tim u vezi, u njima su implementirana dva pristupa kako bi se ograničilo vreme rada

algoritma: uzorkovanje i veštački usvojene vrednosti maksimalne veličine skupova. Sa druge strane, relevantne rute koje nisu generisane tokom formiranja skupa, utiču na preciznost modela prilikom procene parametara i prognoze verovatnoća izbora putanja. Pored ovih nedostataka, određena grupa modela (npr. algoritam enumeracije sa ograničenjima) kod kompleksnih problema ne poseduje mogućnost generisanja skupova u granicama operativnog vremena rada, i ne mogu se implementirati na uličnim mrežama visoke rezolucije i u slučaju dužih putovanja. Ove činjenice navele su Rieser-Schüssler i ostale (2013) na zaključak da se u ovakvim vrstama problema, mogu koristiti jedino modeli bazirani na pronalaženju najkraćih ruta.

U prilogu 7 je sa biheviorističkog aspekta objašnjen proces donošenja odluke prilikom odabira putanje, pri čemu su prikazani rezultati dosadašnjih istraživanja. Sa druge strane, u prilogu 10 su predstavljene statističke mere na osnovu kojih se vrše ocenjivanje generisanih skupova alternativa. Takođe, u prilogu 9 su detaljnije objašnjene postojeće metode koje su korišćene u modelima izbora ruta putovanja za rekonstrukciju skupova putanja na uličnim mrežama visokih rezolucija. Pored navedenog, u ovom poglavlju je predložen bihevioristički model koji je konstruisan na način da omogući implementaciju leksikografskog pravila, a koje predstavlja strategiju putem koje korisnici suočeni sa kompleksnim problemom aproksimiraju skup izbora (detaljnije videti u prilogu 2).

Primenom modifikovanog modela grananja i ograničenja, konstruisan je algoritam koji na efikasan način formira skupove alternativnih ruta u pogledu pokrivenosti područja, preklapanja sa odabranom rutom i potrebnim računarskim vremenom za dobijanje rezultata. Takođe, ovaj algoritam je izabran jer omogućava i implementaciju nekompensacijskih metoda izbora. Rezultati istraživanja i indikatori ograničenja, prikazani su na kraju ovog poglavlja, za čiju izradu su korišćeni podaci dobijeni putem metode snimanja otkrivenih preferenci posmatranog uzorka.

## 5.2 MODEL GRANANJA I OGRANIČAVANJA SA PRIMENOM LEKSIKOGRAFSKOG PRAVILA (GOL)

Način definisanja skupa alternativnih ruta kod korisnika, predstavlja proces uprošćavanja univerzalnog skupa alternativa na manji broj putanja, putem kojeg se primenom kognitivno „napornijih“ procesa donose konačne odluke. Ovakav princip je u skladu sa teorijom odlučivanja, kojom se uvodi pretpostavka da korisnici u kompleksnim situacijama pre donošenja konačne odluke, pojednostavljaju problem primenom nekompensacijskih strategija (detaljnije videti u prilogu 2). Ova strategija u modelima izbora rute putovanja predstavlja fazu u kojoj se definiše skup alternativnih ruta, pri čemu ona umnogome utiče na rezultate dobijene konačnim modelom i predstavlja filter kroz koji se ulična mreže propušta kako bi se definisale izvodljive alternativne rute. Pored toga, nedostaci skoro svih postojećih modela su sledeći: odsutnost parametara dobijenih na osnovu realnih snimanja, prekidanje rada algoritma nakon generisanja odedenog broja alternativa i ne prilagođenost modela da simulira biheviorističko ponašanje korisnika. U skladu sa nabrojanim nedostacima, u radu se predlaže model baziran na leksikografskoj nekompensacijskoj strategiji, kao i na pretrazi prostora mogućih rešenja primenom modifikovanog algoritma grananja i ograničenja.

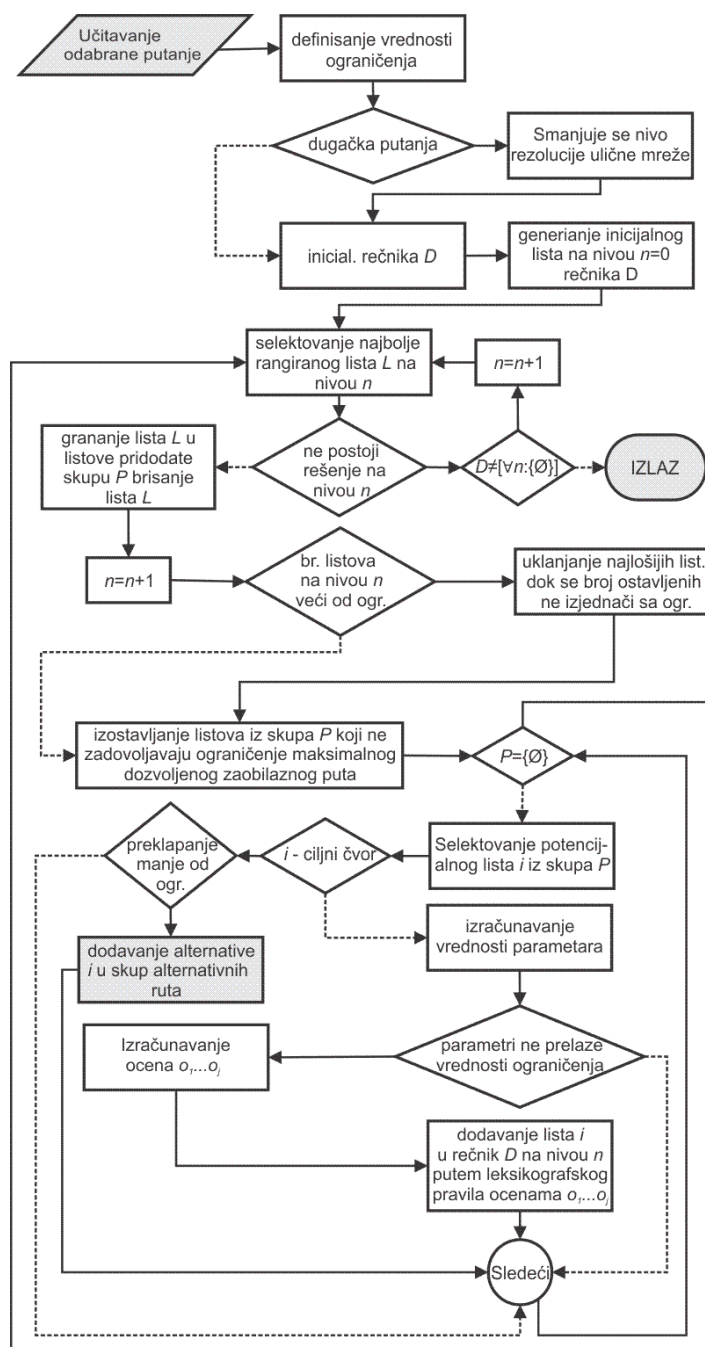
Algoritam grananja i ograničavanja vrši kompletnu pretragu na definisanom prostoru mogućih rešenja, pri čemu su ograničenja neophodna kako se broj grana sa svakim novim nivoom u stablu potencijalnih rešenja ne bi eksponencijalno povećavao (Clausen, 1999). U odnosu na predloženi model, u konvencionalnom pristupu se traga za optimalnim rešenjem putem pomeranja granica ograničenja, dok su u modifikovanom algoritmu ove stavke poznate i traga se za svim relevantnim alternativama.

Primenjeni model se sastoji iz sedam procesa, i to: (i) selektovanje lista (potencijalnog rešenja)  $a$  sa najboljom ocenom na nivou  $i$ , (ii) utvrđivanje skupa  $A$  sastavljenog od potencijalnih načina grananja iz lista  $a$ , (iii) brisanje lista  $a$  iz stabla potencijalnih rešenja, (iv) utvrđivanje vrednosti parametara za potencijalne listove iz skupa  $A$ , (v) upoređivanje ovih parametara sa vrednostima usvojenih ograničenja, (vi) izračunavanje vrednosti ocena listova iz skupa  $A$  koji su zadovoljili postavljeni

uslove i (vii) rangiranje preostalih listova iz skupa A na nivou  $i+1$  putem vrednosti njihove ocene. Ukoliko element iz skupa A predstavlja ciljni čvor, ovaj list se proverava drugim skupom ograničenja kojim se utvrđuje da li je potencijalno rešenje relevantno. U literaturi se definišu dve osnovne metode u toku procesa traganja, i to pretraga u širinu (eng. breath first search) i pretraga u dubinu (eng. depth first search). Takođe, druga metoda se prilikom obrade podataka pokazala kao superiornija u pogledu vremena potrebnog za pronalaženjem rešenja (Clausen, 1999). U skladu sa ovom činjenicom, u predloženom modelu je usvojen metod pretrage u dubinu, koji je kombinovan sa strategijom leksikografskog pravila uređenja. Konačan izgled modela prikazan je na slici 5.1..

S obzirom, da sa porastom broja čvorova u ruti, eksponencijalno raste vremenska kompleksnost algoritma grananja i ograničenja, model je modifikovan kako bi se omogućila njegova izvodljivost u realnim uslovima. Za razliku od ostalih algoritama za generisanje ruta u kojima se ograničava maksimalan broj alternativa u skupu, u ovom algoritmu se ograničava dozvoljeni broj listova na svakom nivou, odnosno kapacitet stabla mogućih rešenja. Ovim pristupom se algoritam ne zaustavlja dok se ne izvrši provera svih mogućih alternativa u skladu sa postavljenim ograničenjima. Sa druge strane, listovi su sortirani na svakom nivou ocenom objektivne funkcije, čime se odbacuju najniže rangirani listovi. Primenjen način pretrage se može okarakterisati kao *uređeni model grananja i ograničenja sa limitiranim brojem listova po nivoima*, putem kojeg se dobijaju heuristički „sveobuhvatni“ skupovi alternativa. Vrednost navedenog ograničenja se određuje proizvoljnim putem, pri čemu je potrebno uzeti u obzir da ono ne utiče na preciznost skupa već samo na konačan broj generisanih alternativa. Sa druge strane, pretraga se vrši u dubinu (putem koje se ne generišu sva moguća rešenja sa istog nivoa stabla u toku istog prolaza), pri čemu proces u skladu sa usvojenim kapacitetom stabla odbacuje najlošije rangirane listove. Sukcesivnim pridodavanjem novih listova u svakoj iteraciji, algoritam na efikasan način „bira“ relevantna rešenja, pri čemu se odbacuju ona koja korisnicima donose niže vrednosti korisnosti.





Slika 5.1. Dijagram GOL modela.

Pored navedenog, pretraga algoritma se ograničava koeficijentom dozvoljenog preklapanja alternativa. Ovim ograničenjem se odbacuju sve potencijalne alternative čija dužina ukupnog preklapanja, sa već generisanim rešenjima, prelazi dozvoljene vrednosti. Takođe, nakon konstruisanja cele rute, vrši se dodatna pojedinačna provera odnosa između dužine preklapanja sa ostalim alternativama unutar skupa i ukupne dužine već generisanih putanja. Kada

alternativa zadovolji ove kriterijume, ista se pridodaje objektivnom skupu alternativnih ruta. U skladu sa navedenim, uopšteni izraz za definisanje vrednosti koeficijenta preklapanja, predstavljen je na sledeći način

$$p_{i,g} = \frac{\sum_{j \in \Gamma_i \cap \Gamma_g} l_j}{\sum_{q \in \Gamma_i} l_q}$$

$$p_{g,i} = \frac{\sum_{j \in \Gamma_g \cap \Gamma_i} l_j}{\sum_{q \in \Gamma_g} l_q} \quad (59)$$

$$\Gamma_g \in C_n, \forall p_{i,g} \wedge \forall p_{g,i} \leq P, g \in [1, \dots, |C_n|]$$

gde je  $\Gamma_g$  skup linkova generisanog rešenja,  $\Gamma_i$  skup linkova potencijalnog rešenja,  $P$  indeks usvojene vrednosti ograničenja vezanog za maksimalno dozvoljeno preklapanje ruta (vrednost od 0 do 1),  $C_n$  skup generisanih rešenja,  $l_j$  dužina linka koji se preklapa,  $l_q$  dužina linka razmatrane rute. Takođe, ovo ograničenje podstiče generisanje alternativa sa većim diverzitetom u pogledu oblika putanja, pri čemu se sa nižim vrednostima ograničenja  $P$ , generiše manji broj ruta. Pored toga, ovaj fenomen omogućava modelu da u slučaju složenijih problema (veći broj čvorova, viša rezolucija ulične mreže i veća obuhvaćenost posmatranog prostora) generiše heuristički sveobuhvatan skup ruta, uvođenjem „striktnijih“ vrednosti limita (ukoliko vrednost  $P$  iznosi 0, moguće je generisanje samo onih rešenja čije se sekvence ne preklapaju). U ovom istraživanju se u zavisnosti od vrednosti maksimalne dozvoljene dubine stabla, koriste veličine u opsegu od 1,0 do 0,6.

Osim navedenog, maksimalna dubina stabla predstavlja treći način za ubrzavanje rada algoritma, putem koje se definiše maksimalan broj čvorova u ruti. Oznaka ovog indeksa je  $c$ , i predstavlja se sledećim izrazom

$$c = \max\left(\frac{|N_o|}{|N_c|}, \frac{|N_c|}{|N_o|}\right) * \Delta_c \quad (60)$$

$$|N_c| = \max(|N_{NL}|, |N_{NT}|), \Delta_c \geq 1$$

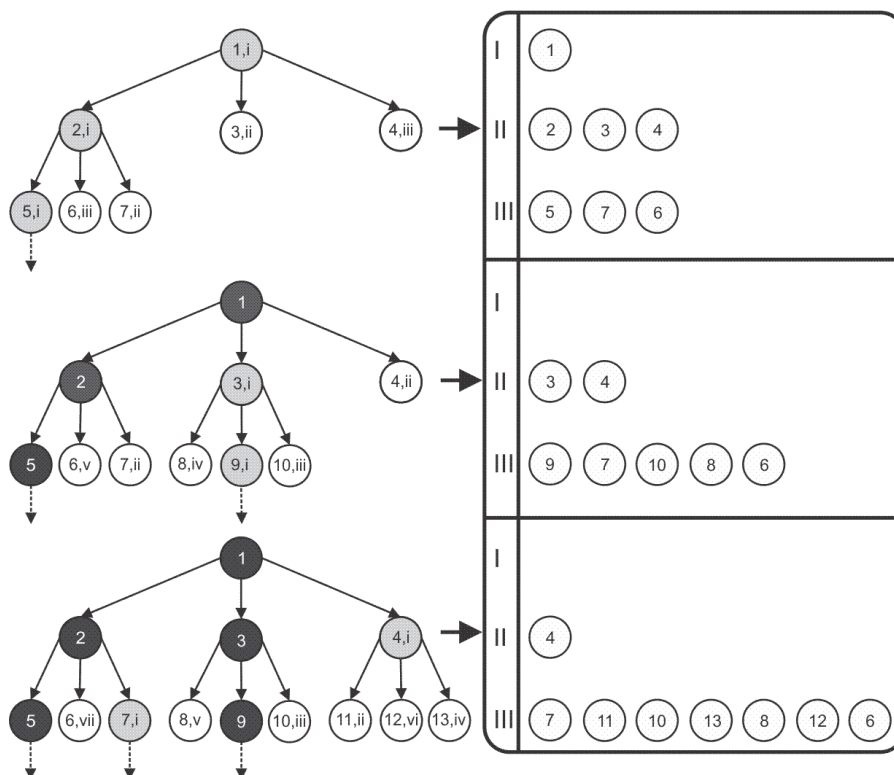
pri čemu se maksimalna dubina stabla određuje putem izraza

$$\gamma = \lceil |N_c| * c \rceil \quad (61)$$

gde je  $N_o$  skup čvorova u izabranoj putanji,  $N_{NL}$  skup čvorova u najkraćoj putanji,  $N_{NT}$  skup čvorova u najbržoj putanji,  $\Delta_c$  koeficijent kojim se povećava vrednost maksimalne dubine za proizvoljno definisanu vrednost,  $\gamma$  maksimalna dubina stabla, i  $c$  koeficijent kojim se određuje dubina stabla ( $c \geq 1$ ). Kada je  $c$  jednaka

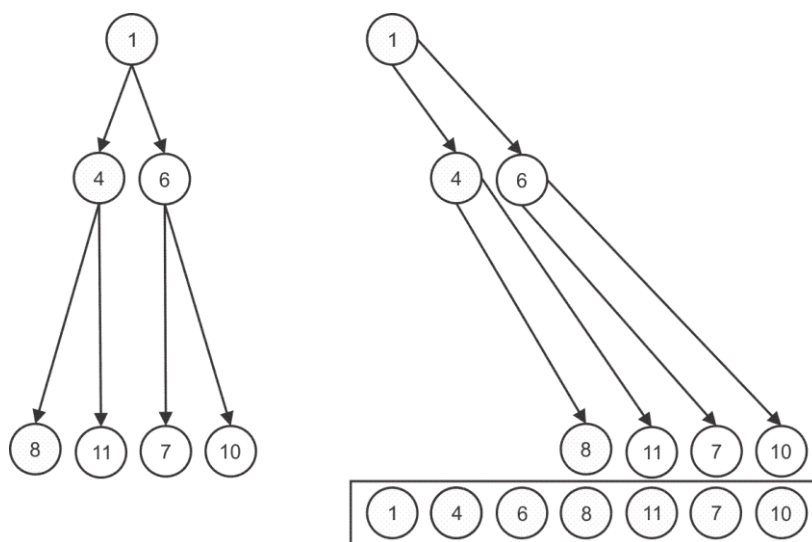
jedinici, onda algoritam pretražuje samo rešenja sa istim brojem čvorova kao i broj čvorova najkraće, najbrže ili odabrane rute. Takođe, od veličine parametra  $c$  zavisi i veličina skupa konačnih rešenja.

Na slici 5.2. predstavljen je način pretrage u dubinu (implementiran u algoritmu grananja i ograničenja) na kojoj su listovi označeni sa rednim brojevima na osnovu redosleda njihovog generisanja. Rimskim rednim brojevima su označeni rangovi listova na istom nivou, dok su najbolje rangirana rešenja obojena svetlo sivom bojom. Iz sivo obojenih listova se u toku iste iteracije generišu novi listovi, pri čemu su tamnom bojom označeni listovi iz kojih su generisana rešenja tokom predhodnih iteracija i koja su isključena iz daljih pretraga. Potrebno je napomenuti da način grananja listova ne dozvoljava algoritmu da dva puta generiše iste listove i rešenja. U skladu sa preporukama vezanim za nekompensacijske strategije odlučivanja, listovi u istom nivou su sortirani putem leksikografskog pravila, pri čemu se ove strukture podataka u teoriji nazivaju redovi sa prioritetima (videti prilog 1).



Slika 5.2. Algoritam grananja i ograničenja sa primenjenom metodom pretrage u dubinu.

Redovi sa prioriteta zahtevaju dodatno računarsko vreme potrebno za sortiranje liste i ubacivanje novih listova. S obzirom da je sortiranje i insertovanje vremenski „skup“ proces, čija je kompleksnost u najgorem slučaju  $O(n^2)$ , u algoritmu je implementirana hip (eng. heap) struktura podataka za čuvanja listova u istom nivou. Prednosti ove strukture se ogledaju u nižim vrednostima računarskog vremena potrebnog za ubacivanje novih rešenja u uređenu listu, čija je kompleksnost u najgorem slučaju  $O(n \cdot \log(n))$ . Prilikom implementacije ove strukture podataka potrebno je ispuniti uslove (i) kompletnog binarnog stabla i (ii) hip uređenosti. Prvi kriterijum je zadovoljen u koliko su grane u svakom nivou stabla popunjene, osim na poslednjem nivou u kojem se listovi popunjavaju s leva na desno. Sa druge strane, drugi kriterijum je zadovoljen samo ukoliko je vrednost na čvoru višeg nivoa manja (veća) u odnosu na vrednosti koje proizilaze iz njega. Slika 5.3. predstavlja prikaz hip-stabla i njegove interpretacije u jednodimenzionalnoj listi.

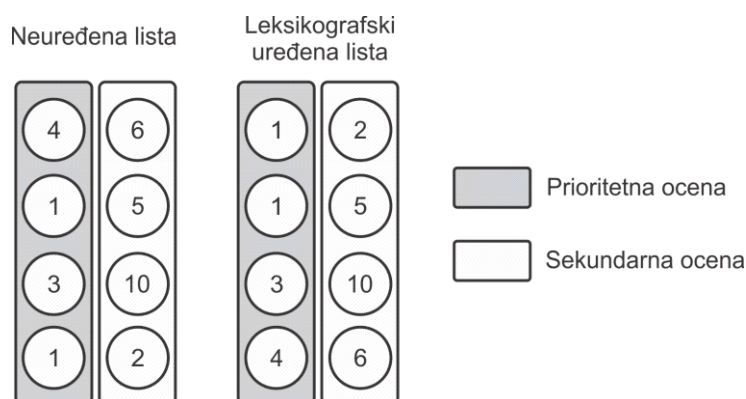


Slika 5.3. Uređenje listova u hip listi, primenjene u GOL modelu.

Na slici 5.2. čvorovi simbolišu rešenja, pri čemu broj u svakom od njih predstavlja njihov rang u odnosu na ostale čvorove (definisan putem ocene rešenja). Kada nivo u stablu poseduje više listova od dozvoljenih, prvo se formira obična sortirana lista, kako se ne bi uklonila rešenja koja su na osnovu njihovih ocena bolje rangirana. Ovaj korak je neophodan prilikom uklanjanja nepoželjnih rešenja, jer se

u hip listi (zbog načina njenog konstruisanja) rešenja ne nalaze na mestu koje odgovara njihovom rangu.

Način rangiranja listova u listi se u predloženom modelu vrši upotrebom leksikografskog pravila. Ova metoda je dobila naziv po načinu uređenja koje podseća na stil sortiranja reči u rečniku. Ukoliko se sortiranje sprovodi putem više ocena, prvo ih je potrebno rangirati na osnovu njihovih prioriteta. Takođe, elementi se potom uređuju putem ocene najvećeg prioriteta, nakon čega se elementi na istom rangu sortiraju ocenama nižih prioriteta. Način opisanog uređenja prikazan je na sledećoj slici.



Slika 5.4. Leksikografsko uređenje primenjeno u GOL modelu.

Na slici 5.4. je prikazan način uređenja potencijalnih alternativa primenjen u ovom istraživanju, pri čemu se sortiranje vrši na osnovu vrednosti dve ocene. Ocene na osnovu kojih se vrednuju rešenja, određene su u odnosu na nakraću i najbržu putanju. S tim u vezi, optimalne putanje predstavljaju referentnu tačku, na osnovu koje se sva ostala potencijalna rešenja međusobno upoređuju. Izrazi za izračunavanje ovih ocena su prikazana na sledeći način

$$C_i^l = d_i * e^{\frac{f_i^a}{\bar{f}_i}} * p_i^* \quad (62)$$

$$C_i^t = t_i * e^{\frac{f_i^a}{\bar{f}_i}} * p_i^*$$

pri čemu su vrednosti parametra u ovim ocenama dobijaju putem sledećih izraza

$$d_i = \frac{L_{o,i} + LN_{i,D}}{LN_{o,D}} \quad (63)$$

$$t_i = \frac{T_{o,i} + TN_{i,D}}{TN_{o,D}}$$

$$p_i^* = \begin{cases} 1 - \frac{\sum_{j \in \Gamma_i \cap \Gamma_o} l_j}{\sum_{q \in \Gamma_i} l_q}, & \exists \Gamma_o \\ 1, & \nexists \Gamma_o \end{cases} \quad (64)$$

gde je  $d_i$  ( $t_i$ ) indeks koji opisuje odnos između najbolje moguće alternative koja se može generisati iz čvora  $i$  u pogledu dužine (vremena) putanje,  $LN_{o,D}$  ( $TN_{o,D}$ ) dužina (vreme putovanja) najkraće (najbrže) rute od izvornog čvora  $O$  do ciljnog čvora  $D$ ,  $L_{o,i}$  ( $T_{o,i}$ ) dužina (vreme) putovanja od početnog čvora  $O$  do trenutnog čvora  $i$ ,  $LN_{i,D}$  ( $TN_{i,D}$ ) dužina (vreme putovanja) najkraće (najbrže) rute od čvora  $i$  do ciljnog čvora  $D$ ,  $f_i$  frekvencija kojom se označava broj predhodno generisanih listova iz čvora  $i$ ,  $f_i^a$  frekvencija kojom se označava koliko je puta iz čvora  $i$  na dubini stabla  $a$  predhodno generisano listova,  $\Gamma_o$  ( $\Gamma_i$ ) uređen skup linkova koji čine odabranu rutu (deo rute posmatranog lista),  $p_i^*$  indeks odnosa između dužine dela rute koji se preklapa sa linkovima iz skupa  $\Gamma_o$  i ukupne dužine trenutnog rešenja sastavljena od skupa linkova  $\Gamma_i$ . Deo ocene koji uključuje odnos između frekvenci, reguliše visinu penalizovanja onih listova, na kojima je tokom predhodnih iteracija poslednji link već bio generisan sa istog nivoa stabla. Pored navedenog, vrednost penala iznosi 1,0 samo u slučaju prvog pojavljivanja linka na trenutnom nivou. Ovim putem, se favorizuje diverzitet i veća pokrivenost područja između izvorne i ciljne tačke. Pored toga, sa aspekta primarnog kriterijuma rangiranja, prvo pojavljivanje linka na određenom nivou reprezentira najbolju alternativu koja na posmatranom nivou stabla prolazi kroz taj link. U oceni se uvodi indeks preklapanja, kojim se favorizuju rešenja sličnija odabranoj putanji. Na ovaj način se pretraga algoritma usmerava ka delu ulične mreže koji je zaista i bio razmatran od strane korisnika, čime se skup alternativnih ruta približava stvarnom korisnikovom skupu. Takođe, ovaj indeks se izostavlja u procesu prognoze, s obzirom da se ne vrši simuliranje individualnog izbora, već se na agregatnom nivou definiše skup alternativnih putanja. Za razliku od ostalih modela koji se oslanjaju na uzastopnom pronalaženju optimalnih ruta, predloženi model poseduje veću slobodu prilikom pretrage prostora mogućih rešenja. Ova osobina omogućava precizniji način selektovanja dela prostora oko odabrane alternative i optimalnih ruta.

Pored navedenog, svako potencijalno rešenje (list) mora da zadovolji uslov maksimalne dozvoljene dužine puta ili maksimalnog vremena trajanja putovanja. Ovi parametri predstavljaju vrednosti  $t_a$  i  $d_a$ , u izrazu (65), pri čemu su ograničinja definisana metodom otkrivenih preferenci. Takođe, izračunavanje ovih parametara se vrši sledećim izrazima

$$\begin{aligned}d_{max} &= \frac{LO_{O,D}}{LN_{O,D}} + \delta_d \\t_{max} &= \frac{TO_{O,D}}{TN_{O,D}} + \delta_t\end{aligned}\tag{65}$$

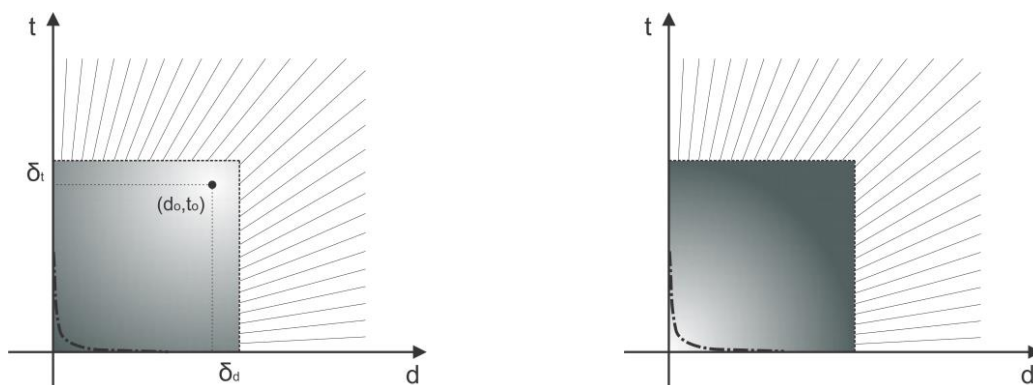
$$d_a \leq d_{max} \vee t_a \leq t_{max}$$

gde je  $d_{max}$  maksimalna dozvoljena vrednost koeficijenta  $d$ ,  $t_{max}$  maksimalna dozvoljena vrednost koeficijenta  $t$ ,  $\delta_d$  prag indiferencije za koeficijent  $d$ ,  $\delta_t$  prag indiferencije za koeficijent  $t$ ,  $LO_{O,D}$  dužina odabrane rute, i  $TO_{O,D}$  vreme putovanja na odabranoj ruti. Navedeni indeksi opisuju sposobnost korisnika da proceni vrednost kriterijuma, kao i stepen njegove indiferentnosti prema razlici veličine ovih parametara. Sa druge strane, koeficijentom  $\delta$  se povećava prostor pretrage, kako bi se stvorio međuprostor između konačnih vrednosti ograničenja i odabrane alternative (slika 5.5.). Ovim pristupom se u konačnom skupu ruta putovanja, uvode alternative sa lošijim vrednostima posmatranih kriterijuma od vrednosti koje su dostignute na odabranoj putanji, čime se predpostavlja da se u subjektivnom skupu nalaze i manje atraktivne alternative od one koja je odabrana. Vrednost praga koeficijenta predstavlja heurističku aproksimaciju koja zavisi od prioriteta posmatranog kriterijuma, od karakteristika i sposobnosti vozača, svrhe putovanja itd. Takođe, ona se ustanovljava ponderisanjem usvojene vrednosti praga indiferencije (izraz 66), sa odnosom između  $d_a$  i  $t_a$ , pri čemu se deli onaj indeks za koji se vrši izračunavanje vrednosti koeficijenta (izraz 67). Izrazi putem kojih se definišu vrednosti koeficijenata predstavljeni su na sledeći način

$$\begin{aligned}\delta_d &= \frac{w * LO_{O,D}}{LN_{O,D}} \\ \delta_t &= \frac{w * TO_{O,D}}{TN_{O,D}}\end{aligned}\tag{66}$$

$$w = wc * ws, \quad ws = \begin{cases} \frac{d_{max}}{t_{max}}, & \text{za } \delta_t \\ \frac{t_{max}}{d_{max}}, & \text{za } \delta_d \end{cases} \quad (67)$$

gde je  $w$  ponderisana težinska vrednost,  $wc$  konstantna veličina koja opisuje prag indiferentnosti korisnika (usvojena vrednost u istraživanju 0,05),  $ws$  kompenzacijska stopa između indeksa  $d_a$  i  $t_a$ . Procenat praga indiferentnosti  $wc$  je usvojena na osnovu iskustva drugih istraživanja (Bovy & Stern, 1990), u kojima se navodi da su korisnici indiferentni prema malim razlikama veličine kriterijuma između alternativa. Sa druge strane, parametar  $ws$  opisuje osetljivost korisnika na promenu vrednosti parametra  $d_a$  i  $t_a$ , kao i njegovu spremnost da se odrekne dela korisnosti jednog atributa u odnosu na drugi (detaljnije videti u prilogu 1). Na osnovu međusobnog odnosa ovih veličina, smanjuje se uticaj vrednosti koeficijenta indiferentnosti prema prioritetnom kriterijumu, dok se za sekundarni kriterijum njegova vrednost povećava. Ukoliko su vrednosti parametara ujednačene, onda su za oba kriterijuma slične i veličine ponderisanih težinskih vrednosti. Drugim rečima, korisnik kojem je bitniji kriterijum vremena putovanja, ujedno je i manje indiferentan prema razlikama u ukupnom vremenu trajanja putovanja, nego prema razlikama u dužini puta na razmatranim alternativama. Tipičan primer ovakvog ponašanja, poseduju korisnici čija je vrednost vremena putovanja viša od direktno generisanih novčanih troškova u toku vožnje.



**Slika 5.5.** Prostor pretrage za kriterijum  $d$  i  $t$  u fazi procene (levo) i prognoze (desno) transportnih zahteva.

Na slici 5.5. predstavljen je hipotetički prostor mogućih rešenja na kojem algoritam vrši pretragu prilikom generisanja skupa relevantnih ruta. Simboličkim putem je predstavljena koncentrisanost pretrage algoritma na prostor oko



odabranog rešenja  $(d_o, t_o)$  od strane korisnika, dok se nedostupna rešenja nalaze izvan isprekidanih linija, koje označavaju granicu pretrage (rešenja koja oslikavaju odabir neracionalnog korisnika). Referentni početak ovog dvodimenzionalnog sistema predstavlja hipotetičku rutu koja je ujedno najkraća i najbrža. Često je u stvarnosti ovaj deo prostora mogućih rešenja prazan, jer se najčešće fizički najkraća i najbrža ruta razlikuju kod srednjih i dužih putovanja. Na grafiku je linijom crta-tačka-crta predstavljena granica, na kojoj se nalaze putanje nad kojima ni jedna druga alternativa ne dominira (Pareto rub). Prostor je definisan putem indeksa  $d_{max}$  i  $t_{max}$ , pri čemu se najkraće rute nalaze na  $x$  osi dok se najbrže rute nalaze na  $y$  osi. Takođe, na ovim slikama su predstavljena samo ograničenja na osnovu kojih se vrši ocenjivanje alternativa, pri čemu nisu prikazana i druga uključena ograničenja na osnovu kojih se u višedimenzionalnom prostoru limitira pretraga.

Pored navedenog, dodatna ograničenja algoritma uključuju: (i) definisanje prostora ulične mreže na kojem je moguće generisati rutu, (ii) maksimalne vrednosti zaobilaznih puteva, (iii) elastičnost ruta, (iv) maksimalan broj levih skretanja i (v) zabrana pojave ciklusa. Osnovni uslov koji ova ograničenja moraju da zadovolje jeste da se na prostoru pretrage omogući dostupnost optimalne rute i odabrane putanje. Takođe, prostor pretrage je potrebno definisati na način kojim se algoritmu dopušta dovoljna „sloboda“ pretrage u cilju generisanja većeg broja alternativa.

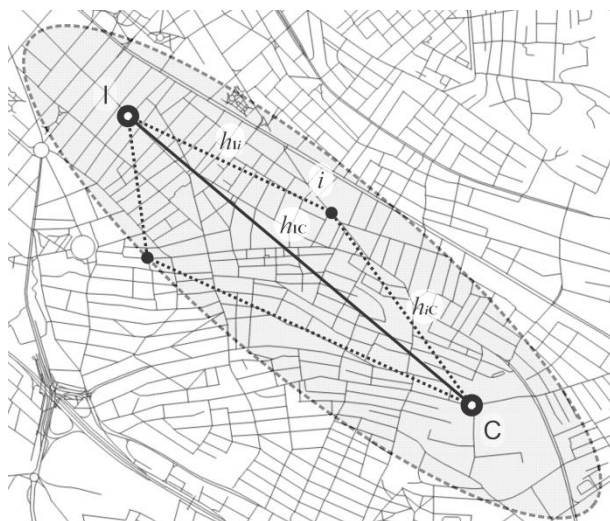
Prvo navedeno ograničenje sa oznakom  $e$ , smanjuje prostor pretrage čime se uklanjaju svi elementi ulične mreže koji udaljavaju korisnika od cilja, pri čemu se ne dozvoljava generisanje onih putanja koje predstavljaju neracionalno ponašanje korisnika. Prostor se ograničava definisanjem elipse sa žižama u izvornoj i ciljnoj tački (slika 5.6.), i izraz kojim se izračunava vrednost ovog koeficijenta je predstavljen sledećom jednačinom

$$e = \max_i \left[ \frac{h_{O,i} + h_{i,D}}{h_{O,D}} * \Delta_e \right] \quad (68)$$

$$\forall i \in N_U, \quad N_U \in N_{NL} \cup N_{NT} \cup N_O, \quad \Delta_e \geq 1$$

gde je  $i$  razmatrani čvor na odabranoj, najkraćoj ili najbržoj putanji,  $e$  koeficijent elipse,  $h_{O,i}$  euklidova razdaljina između izvorne tačke  $O$  i čvora  $i$ ,  $h_{i,D}$  euklidova razdaljina između čvora  $i$  i ciljne tačke  $D$ ,  $h_{O,D}$  euklidova razdaljina između izvorne

tačke  $O$  i ciljne tačke  $D$ ,  $\Delta_e$  koeficijent kojim se povećava vrednost maksimalne dozvoljene udaljenosti čvora  $u$  generisanim alternativama konačnog skupa (vrednost je proizvoljno definisana). Na slici 5.6. predstavljen je grafički prikaz ograničenja prostora mogućih rešenja putem elipse.



Slika 5.6. Ograničenje selektovanja dela ulične mreže putem elipse.

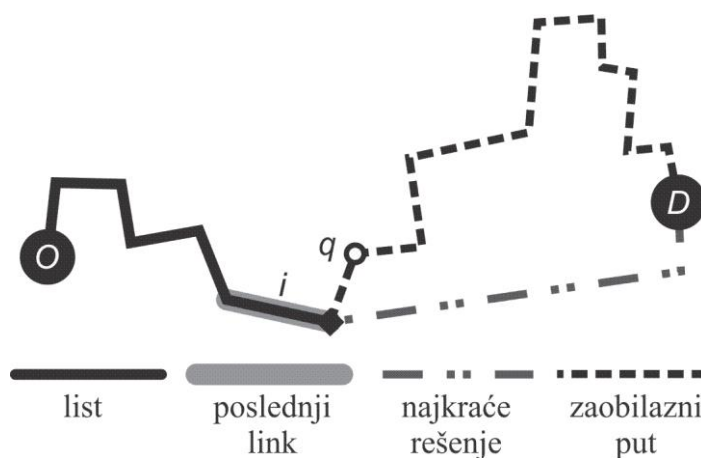
Drugim ograničenjem, koje se naziva maksimalna vrednost zaobilaznog puta (slika 5.7.), odbacuju se sve alternative generisane grananjem iz lista  $i$  (skup listova  $A_i$ ), kod kojih je dozvoljeni prag manji od vrednosti odnosa između: (i) najkraće rute od zadnjeg čvora lista  $i$  do cilja kretanja i (ii) najkraće rute od zadnjeg čvora lista  $i$  do cilja kretanja, čiji je drugi čvor ujedno i poslednji čvor razmatranog lista iz skupa  $A_i$  (čvor  $q$  na slici 5.7.). Vrednost praga je varijabilna i određuje se na osnovu relativne pozicije čvora  $i$  u odnosu na izvornu i ciljnu tačku putovanja. Ovom ocenom se predpostavlja da korisnik bira samo one smerove na raskrsnicama koje mu donose viši nivo mobilnosti, što je u skladu sa predpostavkama o racionalnom ponašanju korisnika. Minimalna vrednost praga je određene uzorkom stvarnih kretanja, putem kojih je utvrđeno da ona zavisi od dužine puta, pri čemu su niže vrednosti tolerancije zabeležene na početku i u središnjim delovima trasa. Vrednost kojom se opisuje navedeno ograničenje, izračunava se na sledeći način

$$b_i = \max \left( \Delta_b, \left| \frac{h_{O,i} - h_{i,D}}{h_{O,D}} \right| \right) \quad (69)$$

pri čemu se naredni čvorovi prihvataju ukoliko zadovoljavaju sledeći uslov

$$\frac{LN_{i,q,D} - LN_{i,D}}{LN_{i,D}} \leq b_i, \quad q \in A_i \quad (70)$$

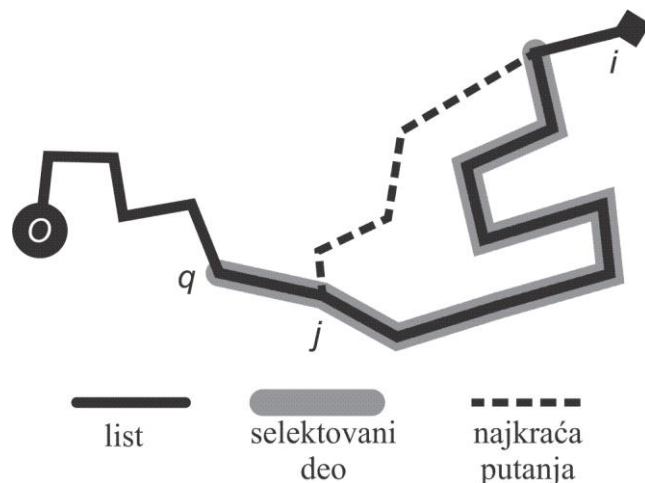
gde je  $b_i$  prag indeksa maksimalne vrednosti zaobilaznog puta, i  $\Delta_b$  koeficijent kojim se definiše minimalna vrednost praga. U istraživanju je usvojena vrednost 0,6 za minimalnu veličinu praga, čime se dozvoljava generisanje putanja duplo dužih od najbrže rute iz posmatranog čvora  $i$  (vrednost praga se povećava sa smanjivanjem vrednosti rastojanja trenutnog čvora u odnosu na izvornu ili ciljnu tačku). Ovakav način implementiranja omogućava korisniku veću slobodu kretanja na početku i kraju rute (viši nivo pristupačnosti), a što je u skladu sa snimljenim načinom ponašanja korisnika i u drugim istraživanjima (Bovy & Stern, 1990). S obzirom da je putem stvarnih putanja kretanja utvrđeno da maksimalni zaobilazni put poseduje veći uticaj u slučajevima kada su izvorne i ciljne tačke udaljenije, parametar je implementiran samo u toku generisanja skupa alternativa kod dužih ruta. Ovim putem se smanjuje kompleksnost problema kada su vrednosti dubine stabla veće. Na slici 5.7. ilustrovan je način primene ove ocene.



Slika 5.7. Indeks maksimalnog ograničenja zaobilaznog puta.

Treći indeks ograničenja, definiše maksimalnu dozvoljenu elastičnost rute, kojom se određuje granica dužine, do koje delovi rute mogu da variraju u odnosu na najkraću putanju između čvorova posmatrane alternative. Elastičnost ocene simulira način navigacije korisnika u toku putovanja, koja oslikava njihove sposobnosti da sa većom preciznošću optimizuju kraće razdaljine (detaljnije objašnjenje videti u prilogu 7). Sa druge strane, ovim indeksom se ograničava stepen

meandriranja oblika rute, čime se odbacuju sve alternative koje poseduju neracionalne promene pravca. Na slici 5.8., predstavljen je načina primene navedenog ograničenja, u kojem je prikazano prekoračenje vrednosti indeksa elastičnosti rute.



Slika 5.8. Indeks elastičnosti rute primenjen u GOL modelu.

Indeks je implementiran na način da se ograničava mogućnost grananja alternativa proverom udaljenosti između (i) odabranog čvora (poslednjeg čvora na selektovanom delu puta) i (ii) ostalih čvorova koji mu predhode na selektovanoj sekvenci putanje (selektovani deo putanje predstavlja proizvoljno odabrani skup linkova iza poslednjeg čvora posmatranog lista). Vrednosti pragova koje alternativa treba da zadovolji, određuju se sledećim izrazom

$$\theta_{ij} = LN_{ij} * \theta^{\frac{L_{ij}}{L_{qi}}}, \quad \forall j \in N_{i,q} \quad (71)$$

pri čemu je uslov zadovoljen ukoliko važi da je

$$L_{ij} \leq \theta_{ij} \quad (72)$$

gde je  $L_{ij}$  dužina dela ruta između čvorova  $i$  i  $j$ ,  $i$  krajnji čvor u odnosu na koji se vrši provera elastičnosti rute,  $j$  čvor na delu rute koji se proverava,  $q$  prvi čvor na delu rute koji se proverava,  $L_{qi}$  ukupna dužina dela rute na osnovu koje se vrši provera,  $LN_{ij}$  najkraća putanja između čvorova  $i$  i  $j$ ,  $\theta$  konstantan deo parametra,  $\theta_{ij}$  konstantni deo vrednosti kojom se određuje veličina praga dozvoljene razlike između dužine putanje i najkraće rute između čvorova  $i$  i  $j$ . Eksponencijalni stepen  $L_{ij}/L_{qi}$  predstavlja odnos kojim se određuju vrednost praga i putem kojeg se čvorovima bližim kraju

lista dozvoljava niža vrednost elastičnosti<sup>15</sup>. U procesu procene modela, vrednost parametra  $\theta$  se određuje na osnovu njegove maksimalne vrednosti snimljene na odabranoj ruti ili optimalnim rutama, za proizvoljno definisani selektovani deo putanje  $L_{i,q}$ . Iako se vrednost ovog parametra određuje proizvoljno, potrebno je uzeti u obzir da se sa povećanjem dužine selektovanog dela rute, povećava i vreme rada algoritma. Kao i kod drugih ograničenja, ocenom se smanjuje broj nepotrebno generisanih ruta, čime se ubrzava proces formiranja heurističkog „sveobuhvatnog“ skupa alternativa.

Sledeće implementirano ograničenje isključuje rute kod kojih je broj levih skretanja veći od dozvoljenog praga. U istraživanjima izbora rute putovanja (Ben-Akiva i ostali, 1984; Ramming, 2001) utvrđeno je da ovaj parametar utiče na odabir alternativa, s obzirom da leva skretanja u raskrsnici predstavljaju jednu od najzahtevnijih aktivnosti u pogledu kognitivnog napora. Ovim se sprečava stvaranje nereálnih putanja sa velikim brojem levih skretanja, koje se zbog dodatnih vremenskih i novčanih troškova nerazmatraju od strane racionalnog korisnika. S obzirom da u algoritmu, čvorovi ne poseduju težinsku ocenu, ovaj faktor omogućava da se sankcionišu smerovi u raskrsnicama koji u proseku najviše utiču na porast dužine putovanja. Granične vrednosti ovog parametra se utvrđuju sledećim izrazom

$$u = \max_{q \in N^u} N_q^u * \Delta_u \quad (73)$$
$$N^u = [N_o^u, N_{NL}^u, N_{NT}^u]$$

pri čemu je uslov zadovoljen ukoliko je

$$N_i^u \leq u \quad (74)$$

gde je  $u$  najveći broj dozvoljenih levih skretanja,  $N^u$  skup broja levih skretanja kod  $N_o^u$  odabrane,  $N_{NL}^u$  najkraće i,  $N_{NT}^u$  najbrže rute, i  $\Delta_u$  koeficijent kojim se povećava vrednost maksimalnog broja dozvoljenih levih skretanja (vrednost je proizvoljno definisana). Poslednje ograničenje ne dozvoljava pojavu ciklusa, koji reprezentuju neracionalno ponašanje korisnika, dok je skup potencijalnih ruta u kojem su oni dozvoljeni beskonačan. Ukoliko se ciklus pojavi u blizini ciljne tačke (slučaj koji se

---

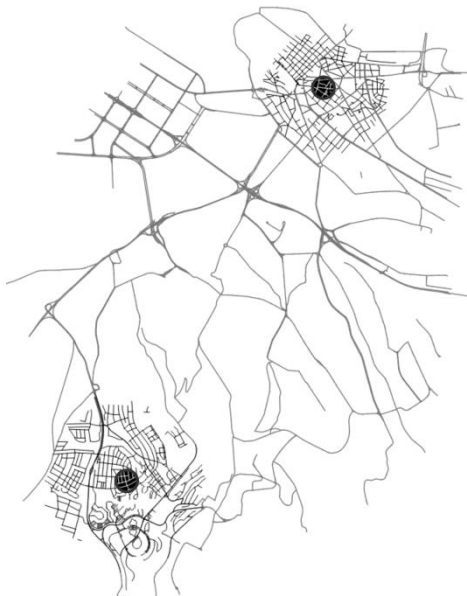
<sup>15</sup> Simuliranje sposobnosti korisnika da sa opadanjem razdaljine raste njihova preciznost prilikom pronalaženja najkraćih ruta.

javlja tokom potrage korisnika za slobodnim parking prostorom), ciljna tačka se može predstaviti prvim čvorom u kojem se ruta ukršta.

Rezultat istraživanja prikazanih u prilogu 7, ukazuju da kod dužih relacija korisnici biraju putanje na kojima su središnji delovi trasa uglavnom ograničeni na ulične deonice viših hijerarhiskih rangova. Takođe, ova pretpostavka je potvrđena i u ovom radu, dok su rezultati prikazani u sledećoj tački ovog poglavlja. S tim u vezi, u algoritmu je implementirano navedeno bihevorističko pravilo, kako bi se u posmatranim uslovima tačnije izvršila procena skupa alternativnih ruta. Na osnovu ovih zaključaka, prilikom formiranja skupa alternativnih ruta kod dužih putanja, rezolucija ulične mreže se smanjuje između oblasti izvorne i ciljne tačke. Na središnjim delovima ruta izostavljaju se skoro svi linkovi pristupnih, servisnih i nekategorisanih uličnih deonica, koje čine veći deo ulične mreže. U blizini krajnjih tačaka uključuju se sve ulične deonice, kako bi se ostavila mogućnost varijacije izgleda ruta i povećala pristupačnost dela ulične mreže oko izvora i cilja kretanja. Ovakav način je u skladu sa navodima Bovy & Stern (1990), kojima se ukazuje da korisnici uličnu mrežu memorišu u dva nivoa, i to: povezani osnovni nivo u kojem su uključeni hijerarhiski viši delovi ulične mreže, i odvojene celine hijerarhiski nižih delova ulične mreže. Putem ovakvog načina konstruisanja ruta, korisnici na efikasan način pronalaze relevantne alternative, dok se kod primenjenog modela značajno smanjuje potrebno računarsko vreme za definisanje heurističkog „sveobuhvatnog“ skupa.

Između regiona u okolini izvorne i ciljne tačke, definišu se arterije koje povezuju ove dve odvojene oblasti. Arterije se formiraju algoritmom k-najkraćih ruta između dve odvojene oblasti ulične mreže, i to putem sledećih koraka: (i) tokom iteracije  $r$  algoritam pronalazi najkraću putanju  $\Gamma_r$  u grafu  $G^{r-1}$ , i u koliko ona ne postoji algoritam završava sa radom, (ii) linkovi iz putanje  $\Gamma'_r = \Gamma_r / (G^O \cup G^D)$ , koji ne prolaze kroz deo ulične mreže u okolini krajnjih tačaka, pridodaju se skupu linkova arterije  $E_a$ , (iii) konstruiše se novi graf  $G^r = G^{r-1} / \Gamma'_r$  (uklanjaju se svi linkovi iz putanje  $\Gamma'_r$ ), nakon čega se algoritam vraća u prvi korak. Skupu linkova arterija, pridodaju se linkovi najbrže putnje i odabrane putanje,  $E = E_a \cup \Gamma_{NT} \cup \Gamma_o$ . Nakon definisanja konačnog skupa arterija, iz grafa  $G$  se uklanjaju svi linkovi nižih rangova, osim (i) linkova viših rangova, (ii) linkova iz grafova  $G^O \cup G^D$ , (iii) linkova

iz skupa  $E$  i (iv) linkova nižih rangova čija je frekvencija prolazaka u posmatranom uzorku veća od usvojenog praga. Na slici 5.9. prikazan je primer izgleda ulične mreže na kojoj se vrši rekonstrukcija alternativa.



**Slika 5.9.** Uključeni deo ulične mreže kod dužih putovanja.

Nakon uklanjanja navedenih linkova, potrebno je ponovo uvrđiti granične vrednosti dubine stabla, i izostaviti sve čvorove čiji je izlazni stepen u modifikovanom grafu jednak jedinici. Takođe, ovi čvorovi se preskaču tokom procesa formiranja potencijalnih rešenja, pri čemu se umesto njih pronalazi prvi sledeći čvorovi, većeg izlaznog stepen od jedinice. Ovim postupkom se smanjuje vreme rada algoritma i kompleksnost posmatranog problema.

Osnovna funkcija predloženog algoritma, predstavlja formiranje skupa alternativnih ruta u fazi procene modela i u fazi prognoze prostorne raspodele transportnih zahteva. Tokom prve faze, koriste se otkrivene preference na način definisan u ovom delu rada. U toku procene vrši se modelovanje na disagregatnom nivou, te je i rekonstrukciju skupa alternativa potrebno izvršiti na osnovu onoga što je odabrano. Korisnikov skup se definiše podsticanjem algoritma da pretragu za alternativama na početku njegovog rada koncentriše u delu prostora mogućih rešenja oko alternative koja je izabrana, nakon čega se potraga širi na ostale delove ograničenog prostora. Za razliku od procesa procene modela, proces prognoze predstavlja modelovanje na agregatnom nivou, čime se ne rekonstruiše individualni

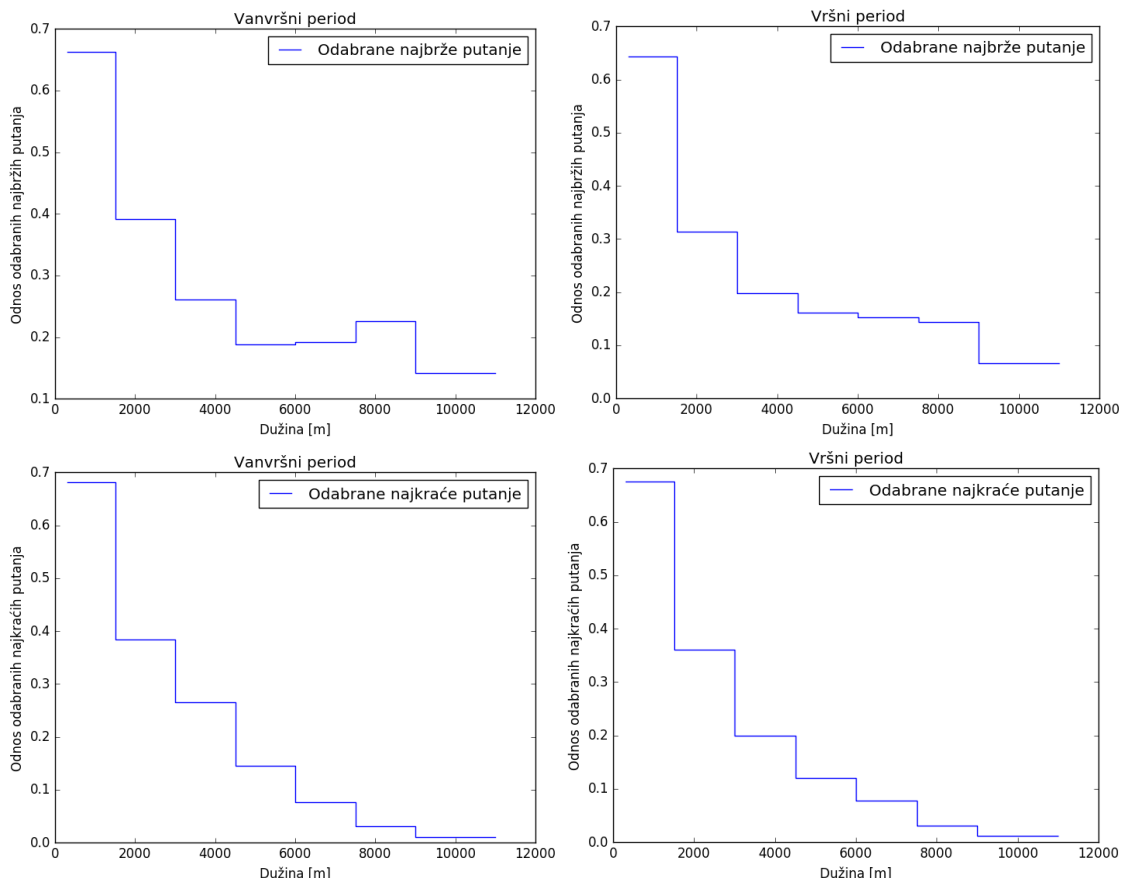
izbor, već se definiše skup alternativa posmatranog dela populacije. S tim u vezi, algoritam se na samom početku usmerava ka delu prostora mogućih rešenja u kojem se nalaze optimalne alternative. Razlika između navođenja modela u fazi procene i prognoze, grafički je prikazano na slici 5.5., gde je predstavljena i razlika u načinu ograničenja prostora mogućih rešenja. Ukoliko se na početku modela učitava putanja, vrednosti ograničenja i način ocenjivanja alternativa se donose na osnovu otkrivenih preferenci iz korisnikovog odabira, dok se u suprotnom slučaju ocena alternativa određuje korišćenjem vrednosti parametra  $p^* = 1$ , dok se ograničenja utvrđuju korišćenjem vrednosti uopštenih indeksa ustanovljenih na osnovu snimljenih putanja odabranog dela populacije. Vrednosti uopštenih indeksa, za uzorak podataka koji je korišćen u ovom istraživanju, predstavljeni su u narednoj tački ovog poglavlja. Pored vrednosti parametara, u daljem tekstu su prikazani rezultati testova preciznosti i vremena rada GOL modela, čije su performanse upoređene sa postojećim modelima predstavljenim u prilogu 9.

### **5.3 KALIBRACIJA PARAMETARA U GOL MODELU**

Tokom faze prognoziranja transportnih zahteva, vrednosti ograničenja u predloženom modelu su određena na osnovu snimljenog uzorka. Ovim pristupom je individualno ponašanje korisnika projektovano na agregatnom nivou, čiji su skupovi alternativnih ruta veći nego formirani skupovi u toku procesa procene modela. Odnosno, skupovi sadrže više alternativa jer se njima predstavlja ponašanje dela populacije, a ne individualni korisnici. Indeksni ograničenja su dobijeni korišćenjem snimljenih i obrađenih putanja, utvrđenih primenom predložene metodologije u trećem i četvrtom poglavlju. Predstavljeni podaci oslikavaju uzorak profesionalnih vozača i svrhu putovanja vezanu za robni transport na gradskoj mreži grada Beograda. U uzorku su ostavljena ona kretanja čije vreme putovanja ili dužina rute ne prelazi vrednosti koje su za polovinu dužine vremena putovanja i puta duže od najkraće i najbrže alternative, respektivno. Ovim uslovom su izostavljena sva putovanja čiji primarni atributi u toku donošenja odluka nisu bili navedeni kriterijumi. Takođe, izostavljene su rute koje u sebi sadrže cikluse, i kod kojih je bar jedna krajnja tačka van područja obuhvaćenog istraživanjem. Indeksi su utvrđeni



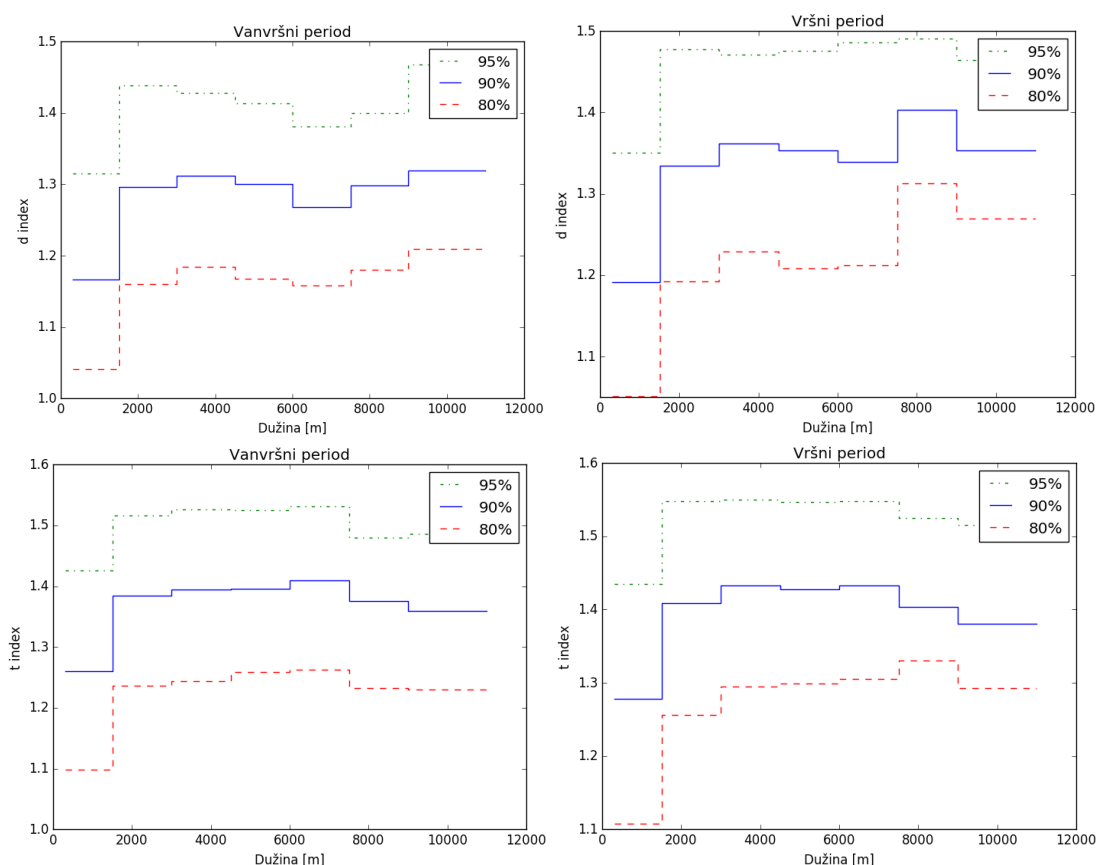
na osnovu frekvence pojave posmatranih vrednosti i maksimalnih veličina za različite percentilne delove uzorka.



Slika 5.10. Odnosi najbržih i najkraćih ruta u odnosu na odabrane putanje.

Na slikama 5.10. prikazani su procenti putovanja u kojima su izabrane najbrže i najkraće putanje za dva vremenska perioda (uslovi saobraćaja u vršnom i vanvršnom periodu). Uzorak je podeljen u sedam klasa sa različitim dužinama pređenog puta, pri čemu su rute kraće od 300 m uklonjene iz daljih analiza. Ovi rezultati ukazuju da je za većinu korisnika u posmatranoj populaciji prioritetniji kriterijum vremena putovanja, čime se implicira da profesionalni vozači češće biraju najbrže rute, a ne najkraće. Na osnovu dobijenih rezultata, usvojen je zaključak da korisnici, sa relativno velikim procentom uspešnosti pronalaze najbrže i najkraće rute kod putovanja svrstanih u prvoj klasi uzorka (dužina puta od 300 m do 1500 m), pri čemu njegova vrednost opada sa rastom dužine puta. Ovaj zaključak, potvrđuje pretpostavku da korisnici poseduju bolju sposobnost pronalaženja

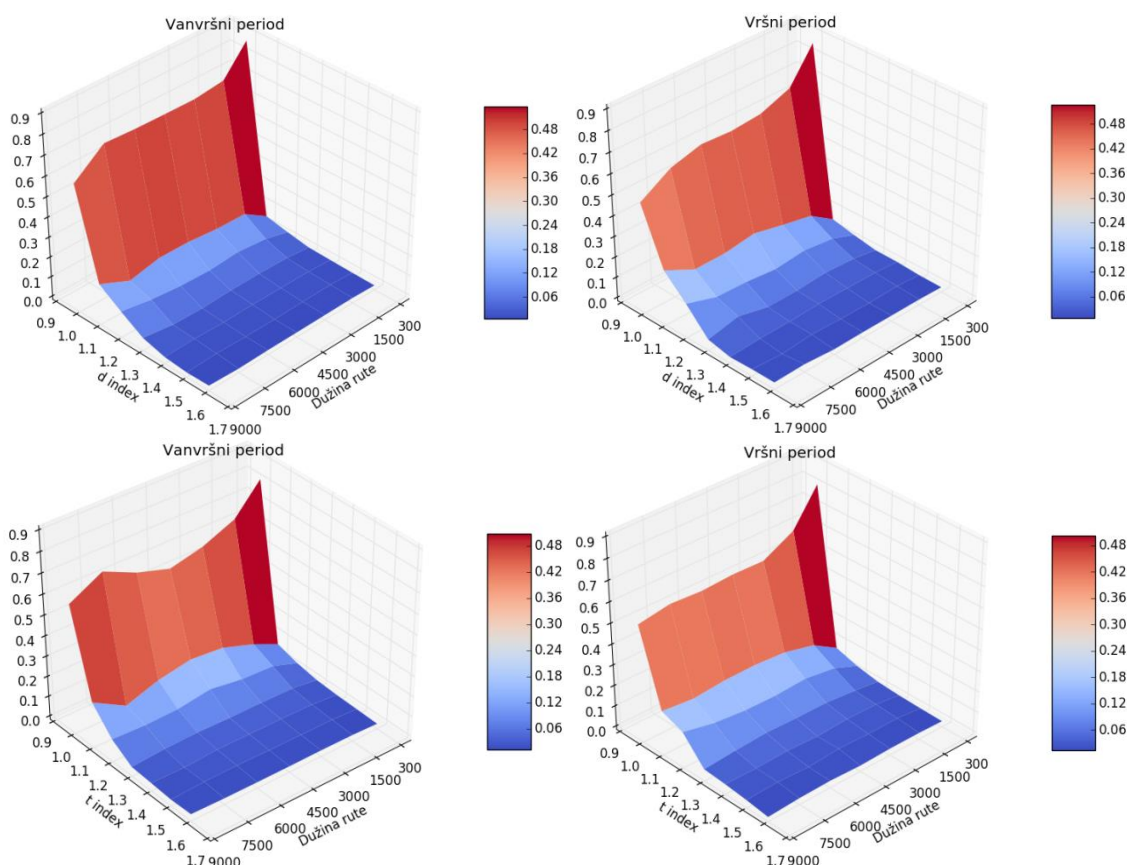
optimalnog puta između bližih čvorova, koja je implementirana i u koeficijntu elastičnosti rute  $\theta$ . Procenat korisnika koji optimizuju vreme putovanja prilikom odabira rute, viši je u toku vanvršnog perioda, dok se trend opadanja ovog procenta povećava sa dužinom putanje u oba perioda. Kod putanja dužih od 9 km, deo uzorka koji je odabrao najbržu rutu iznosi 14% u vanvršnom periodu i 7% u vršnom periodu, pri čemu je razlika procenta između ova dva vremenska perioda 9% kod ruta dužine između 7,5 km i 9 km (navedeni trend je zabeležen i kod raspodele porcenata uzorka koji je izabrao najkraće putanje). Takođe, analize ovih procenata i način ponašanja korisnika, pokazuju da kod putanja dužih od 4 km, kriterijum vremena putovanja postaje bitniji od dužine puta.



Slika 5.11. Raspodele vrednosti indeksa  $d$  i  $t$  kod 80%, 90% i 95% dela uzorka.

Na slici 5.11. prikazana je vrednost indeksa  $d$  i  $t$  za percentilne grupe 95%, 90% i 80%. Putem ovih grafikona utvrđeno je da su vrednosti navedenih indeksa niže tokom vanvršnog perioda, kao i da su vrednosti indeksa dužine putovanja niže

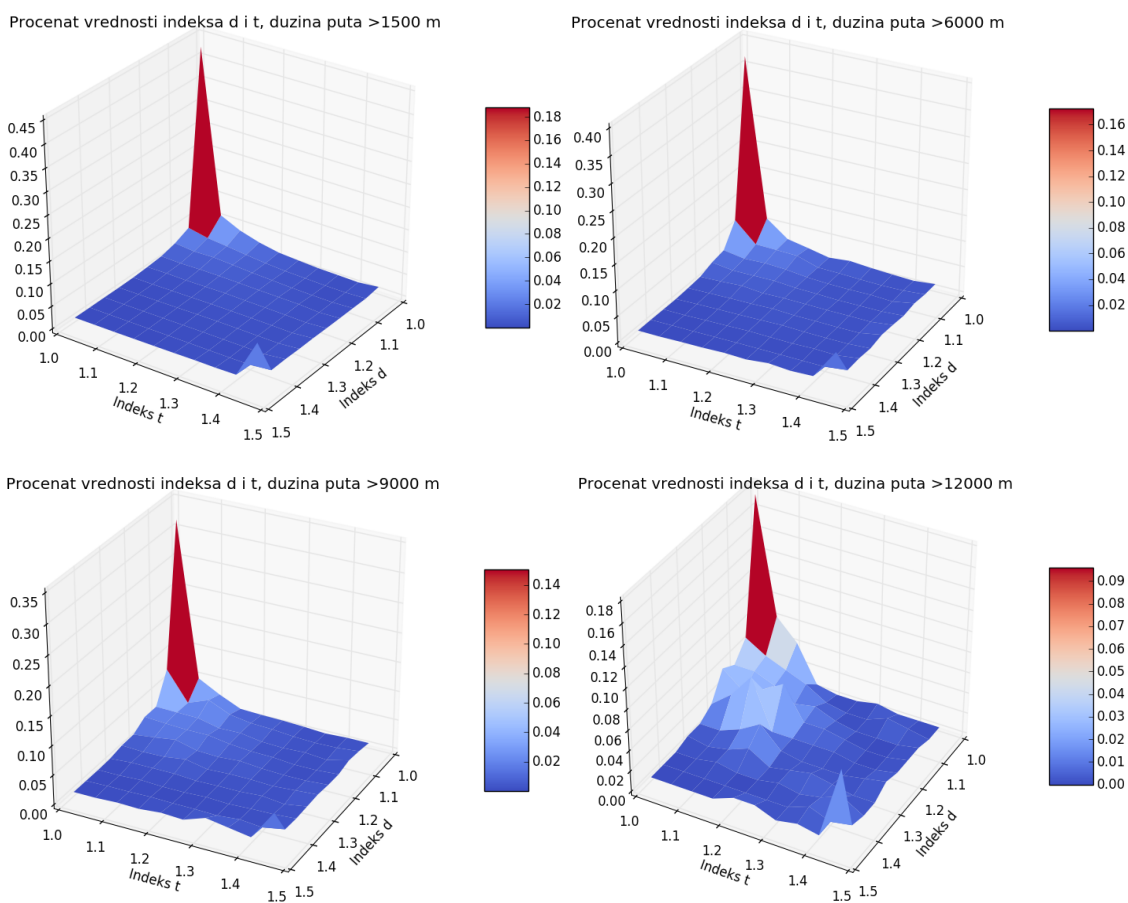
od vrednosti indeksa vremena putovanja. Analize ukazuju da sposobnost procene optimalnih ruta opada sa rastom dužine putovanja, pri čemu su vrednosti kod 80% percentilne grupe u klasi putanja do 1,5 km najbliže optimalnim vrednostima (alternative koje se za 5% i 10% razlikuju od najkraćih i najbržih putanja, respektivno). Vrednosti koeficijenata ukazuju da se kod putanja dužih od 1,5 km, prostor mogućih rešenja u algoritmu značajno povećava. Varijacija ovih parametra ne prelazi vrednost 0,03, dok njihove srednje vrednosti ne prelaze vrednost od 1,17 (tabela 5.2.). Sa druge strane, slika 5.12. prikazuje raspodelu  $t$  i  $d$  koeficijenata na trodimenzionalnim grafikonima, putem kojih su predstavljene frekvence pojave njihovih vrednosti u odnosu na dužinu puta. Na osnovu ovih grafikona, zaključuje se da su vreme i dužina puta prioritetni kriterijumi prilikom odabira ruta, pri čemu je najveći procenat korisnika odabrao putanje kod kojih se vrednosti navedenih indeksa nalaze u rasponu od 1,0 do 1,1.



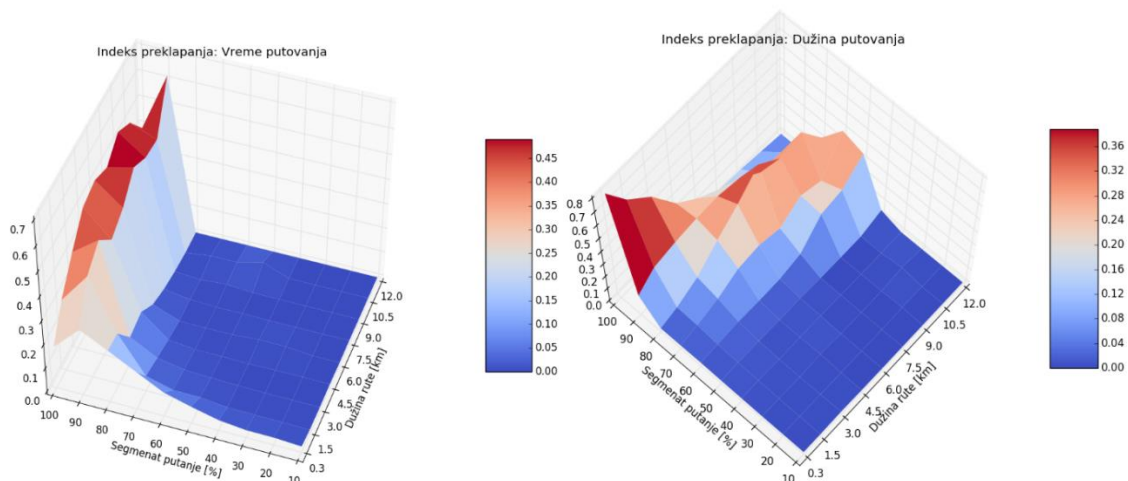
Slika 5.12. Raspodele vrednosti indeksa  $d$  i  $t$  u odnosu na dužinu puta.

Slike 5.13. prikazuju raspodelu vrednosti parametra  $t$  i  $d$  za odabrane putanje, koje su podeljene po klasama sa različitim minimalnom vrednošću dužine puta. Ukupan

uzorak putanja dužih od 1,5 km iznosi 72.652 snimljenih trajektorija, pri čemu se najveći broj vrednosti indeksa  $t$  i  $d$  nalazi u rasponu od 1,00 do 1,05 (42% dela uzorka izabranih putovanja). Na putanjama dužim od 6 km, kod uzorka od 4.836 putovanja je takođe zabeleženo da najveći broj ruta (36%) poseduje vrednosti indeksa unutar raspona od 1,00 do 1,05. Za putanje duže od 9 km, 1.084 snimljenih putanja (31% selektovanog dela uzorka) poseduje vrednost navedenih koeficijenata u istim vrednosnim opsezima kao i kod predhodnih uzoraka, dok je kod putanja dužih od 12 km, vrednost učestalosti pojave ruta sa ovim vrednostima indeksa značajno niža i isnosi 17% (238 snimljenih ruta). Konstatovani trend rasta vrednosti ovih indeksa, prouzrokovan je smanjenom mogućnošću korisnika da tačnije prepoznaju približno optimalne rute sa porastom dužine puta, kao i jačanje uticaja drugih karakteristika alternativa na odabir ruta kod dužih putanja (hijerarhija uličnih deonica, frekvenca korišćenja uličnih deonica, upoznatost sa delovima ulične mreže itd.).



Slika 5.13. Frekvencija raspodele vrednosti indeksa  $d$  i  $t$ .



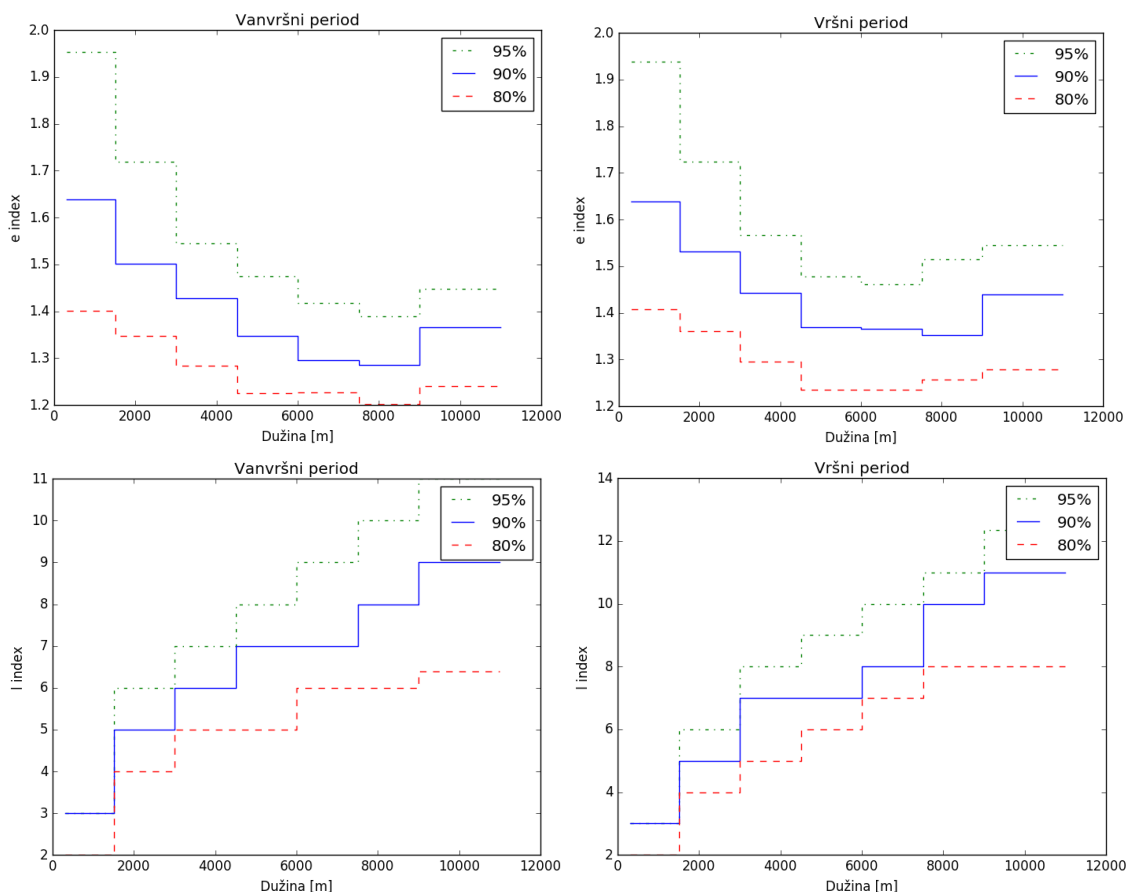
**Slika 5.14.** Koeficijent preklapanja optimalne rute sa odabranim optimalnim i približno optimalnim rutama.

Sposobnost korisnika da trasiraju najkraću i najbržu putanju, bliže je određena putem uzorka čije su vrednosti putanja jednake ili se razlikuju najviše za 1% od optimalnih ruta (slika 5.14.). Ovim putem je izvršena analiza vrednosti njihovog međusobnog preklapanja sa najkraćim i najbržim alternativama. Kao i u predhodnim analizama, dobijeni rezultati ukazuju da su sa porastom dužine puta korisnici sposobniji da rekonstruišu i prepoznaju brže putanje. Kada je optimizovano vreme putovanja za uzorak kretanja dužih od 6 km, vrednost preklapanja u najvećem delu uzorka iznosi veličine u opsegu od 0,8 do 1,0, dok se za kretanja duža od 6 km vrednosti preklapanja u odnosu na najkraću rutu kreću u rasponu od 0,6 do 1,0 (putovanja duža od 7,5 km poseduju mali procenat preklapanja iznad vrednosti 0,9). Ovakvo ograničenje poseduje biheviorističko objašnjenje, s obzirom da korisnici pojednostavljaju subjektivan skup alternativnih ruta u slučajevima kada je unuverzalni skup sastavljen od velikog broja alternativa (detaljnije videti u prilogu 2).

**Tabela 5.1.** Uzorak odabranih putanja čiji se indeks  $d$  ( $t$ ) razlikuje za  $\leq 1\%$  od najkraćih (najbržih) ruta.

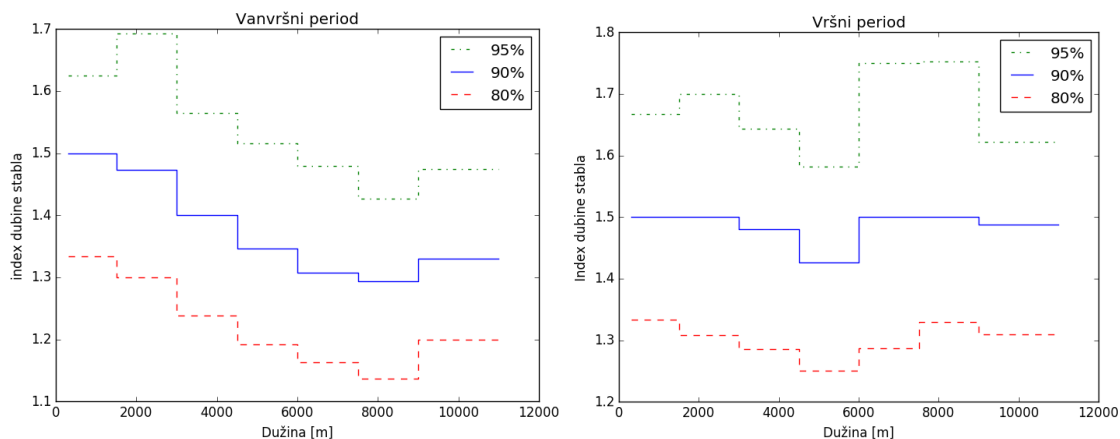
<b>Preklapanje optimalnih ruta sa rutama čije vrednosti indeksa iznose <math>d &lt; 1.01</math> i <math>t &lt; 1.01</math></b>											
<b>Dužina</b>	frek.	.0-.1	.1-.2	.2-.3	.3-.4	.4-.5	.5-.6	.6-.7	.7-.8	.8-.9	.9-1
<b>0.3-1.5</b>	111361	0%	0%	0%	1%	1%	1%	1%	1%	14%	80%
<b>1.5-3</b>	28504	0%	0%	1%	1%	2%	2%	4%	5%	23%	62%
<b>3-4.5</b>	6823	1%	0%	0%	0%	1%	3%	8%	12%	26%	48%
<b>4.5-6</b>	2404	0%	0%	1%	1%	1%	3%	15%	24%	28%	26%
<b>6-7.5</b>	1079	0%	0%	0%	1%	1%	3%	17%	35%	28%	14%
<b>7.5-9</b>	640	0%	0%	0%	0%	0%	6%	13%	49%	26%	5%
<b>9-10.5</b>	183	0%	1%	0%	0%	0%	21%	22%	38%	14%	4%
<b>10.5-12</b>	51	0%	0%	2%	0%	0%	24%	18%	41%	14%	2%
<b>12&lt;</b>	23	0%	0%	0%	0%	4%	35%	39%	22%	0%	0%
<b>Vreme</b>	frek.	.0-.1	.1-.2	.2-.3	.3-.4	.4-.5	.5-.6	.6-.7	.7-.8	.8-.9	.9-1
<b>0.3-1.5</b>	103431	1%	2%	2%	3%	6%	9%	15%	21%	26%	16%
<b>1.5-3</b>	25742	0%	0%	0%	1%	2%	2%	5%	20%	41%	28%
<b>3-4.5</b>	5448	0%	0%	0%	0%	1%	1%	3%	9%	46%	39%
<b>4.5-6</b>	1906	0%	0%	0%	0%	0%	0%	2%	11%	38%	48%
<b>6-7.5</b>	963	0%	0%	1%	1%	0%	0%	0%	5%	42%	50%
<b>7.5-9</b>	604	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	2%	50%	47%
<b>9-10.5</b>	264	0%	0%	0%	0%	0%	1%	0%	1%	45%	53%
<b>10.5-12</b>	72	0%	0%	0%	0%	4%	1%	1%	0%	44%	49%
<b>12&lt;</b>	26	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	62%	38%

Vrednost indeksa  $e$  i broja levih skretanja predstavljeni su slikom 5.15.. Vrednosti  $e$  su najviše kod kraćih putovanja, pri čemu opadaju sa porastom dužine puta do vrednosti od 9 km, nakon čega se njegova vrednost ponovo povećava za percentilne grupe 80% i 90%. Takođe, najveće vrednosti varijacija i srednje vrednosti parametra  $e$  su dostignute kod kraćih kretanja, dok one konstantno opadaju sa rastom razdaljine putovanja. Pored toga, ove statističke vrednosti su veće tokom vršnog vremenskog perioda, što ukazuje da su korisnici iz posmatrane populacije tolerantniji prema višim vrednostima posmatranih atributa u uslovima nižih nivoa saobraćajnih usluga. Ova dva parametra zavise u najvećoj meri od strukture i karakteristika ulične mreže i načina upravljanja saobraćajem na posmatranom području. Sa aspekta biheviorističkog ponašanja, veličine ovih parametra razgraničavaju racionalno i iracionalno ponašanje korisnika.



Slika 5.15. Raspodele vrednosti indeksa e i l kod 80%, 90% i 95% dela uzorka.

Na slici 5.16. predstavljena je raspodela vrednost indeksa dubine stabla, koji značajno utiče na računarsko vreme rada algoritma. Vrednost indeksa kod pecertilnih grupa 80% i 90% opada u vanvršnom periodu kod putovanja kraćih od 9 km, dok tokom vršnog perioda njegova vrednost manje varira. Srednja vrednost ovog parametra je značajno niža kod dužih putovanja, pri čemu je u vršnom period njegova vrednost u proseku veća za 0,5% u odnosu na vanvršni vremenski period. Ove vrednosti ukazuju da se sa povećanjem dužine smanjuje razlika između broja raskrnica kod odabranih, najbržih i najkraćih putanja, pri čemu je korisnikov prag tolerancije u vršnom vremenskom periodu neznatno veći prema rutama koje su sačinjene od većeg broja čvorova. Potrebno je napomenuti da se prilikom određivanja veličine parametra dubine stabla, biraju putanje koje poseduje najmanji i najveći broj raskrnica iz skupa ruta kojeg čine najkraća, najbrža i odabrana putanja. Ovim putem je obezbeđeno da su sve rute iz ovog skupa dostupne u prostoru mogućih rešenja tokom procesa pretrage.



Slika 5.16. Raspodele vrednosti indeksa dubine stabla, kod 80%, 90% i 95% dela uzorka.

Opisane veličine parametara su sumirane u tabeli 5.2., u kojoj su prikazane njihove srednje vrednosti i standardno odstupanje, i koje se kao takve mogu iskoristiti i u drugim simulacijama ponašanja korisnika na uličnoj mreži. Sa druge strane, u tabeli 5.3., sumirane su vrednosti koeficijenata za percentilne grupe 80% i 90%. Tokom faze prognoziranja transportnih zahteva, mogu se modelovati skupovi alternativnih ruta u izvorno/ciljnim matricama putem odabrane veličine indeksa iz table 5.3. za željeni procenat posmatranog dela populacije. Prilikom prognoze transportnih zahteva, potrebno je uzeti u obzir da istraživanja u kojima se uključuje veći deo populacije zahtevaju i duže računarsko vreme rada, čime se ne garantuje značajna razliku u konačnom broju generisanih ruta. Ovo je bitan doprinos predloženog modela, jer u dosadašnjim modelima ne postoji metodologija na osnovu koje se vrši selektovanje dela uzorka za koji se generiše skup alternativa. Pored toga, postojeći modeli ne poseduju mehanizam za diferenciranje sledećih procesa: (i) procene, u kojima se rekonstruiše individualno ponašanje korisnika, i (ii) prognoze, u kojem se rekonstruiše raspodela transportnih zahteva za selektovani deo populacije korisnika. U predloženom modelu ove dve faze se razlikuju po usvojenom načinu definisanja koeficijenta  $p^*$  u oceni (64) i određivanja veličina indeksa ograničenja.



**Tabela 5.2.** Srednje vrednosti i vrednosti standardnog odstupanja za indekse ograničenja.

	Vanvršni period									
	Dužina		Vreme		Područije		Leva skretanja		Dubina stabla	
	mi	var	mi	var	mi	var	mi	var	mi	var
<b>0.3-1.5</b>	1.05	0.01	1.07	0.02	1.31	1.27	1.19	1.39	1.23	0.08
<b>1.5-3.0</b>	1.09	0.02	1.12	0.03	1.23	0.12	2.24	3.34	1.18	0.08
<b>3.0-4.5</b>	1.10	0.02	1.13	0.03	1.19	0.10	2.95	5.25	1.11	0.06
<b>4.5-6.0</b>	1.10	0.02	1.15	0.03	1.17	1.03	3.19	7.26	1.08	0.06
<b>6.0-7.5</b>	1.09	0.02	1.14	0.03	1.14	0.03	3.21	9.09	1.04	0.05
<b>7.5-9.0</b>	1.09	0.02	1.12	0.03	1.12	0.02	3.00	11.80	1.02	0.05
<b>&gt;9.0</b>	1.12	0.02	1.13	0.03	1.17	0.02	3.83	12.92	1.03	0.05

	Vršni period									
	Dužina		Vreme		Područije		Leva skretanja		Dubina stabla	
	mi	var	mi	var	mi	var	mi	var	mi	var
<b>0.3-1.5</b>	1.05	0.02	1.07	0.02	1.32	1.85	1.22	1.45	1.23	0.08
<b>1.5-3.0</b>	1.11	0.03	1.13	0.03	1.25	2.30	2.38	3.32	1.18	0.08
<b>3.0-4.5</b>	1.13	0.02	1.16	0.03	1.19	0.05	3.32	5.71	1.15	0.07
<b>4.5-6.0</b>	1.13	0.02	1.16	0.03	1.17	0.51	3.68	7.87	1.10	0.06
<b>6.0-7.5</b>	1.12	0.02	1.16	0.03	1.15	0.02	3.96	10.12	1.11	0.09
<b>7.5-9.0</b>	1.16	0.03	1.17	0.03	1.17	0.03	4.43	14.79	1.12	0.09
<b>&gt;9.0</b>	1.15	0.02	1.16	0.03	1.19	0.03	4.69	16.86	1.09	0.07

**Tabela 5.3.** Vrednosti indeksa ograničenja za 80% i 90% uzorka.

	Vanvršni period												
	N	NbP	NkP	Dužina		Vreme		Područije		Leva skretanja		Dubina stabla	
				90%	80%	90%	80%	90%	80%	90%	80%	90%	80%
<b>0.3-1.5</b>	116124	66%	68%	1.17	1.04	1.26	1.10	1.64	1.40	3.00	2.00	1.50	1.33
<b>1.5-3.0</b>	46855	39%	38%	1.30	1.16	1.38	1.24	1.50	1.35	5.00	4.00	1.47	1.30
<b>3.0-4.5</b>	13790	26%	27%	1.31	1.18	1.39	1.24	1.43	1.28	6.00	5.00	1.40	1.24
<b>4.5-6.0</b>	5313	19%	15%	1.30	1.17	1.40	1.26	1.35	1.23	7.00	5.00	1.35	1.19
<b>6.0-7.5</b>	2462	19%	8%	1.27	1.16	1.41	1.26	1.30	1.23	7.00	6.00	1.31	1.16
<b>7.5-9.0</b>	1233	23%	3%	1.30	1.18	1.38	1.23	1.29	1.20	8.00	6.00	1.29	1.14
<b>&gt;9.0</b>	1084	14%	1%	1.32	1.21	1.36	1.23	1.37	1.24	9.00	6.00	1.33	1.20

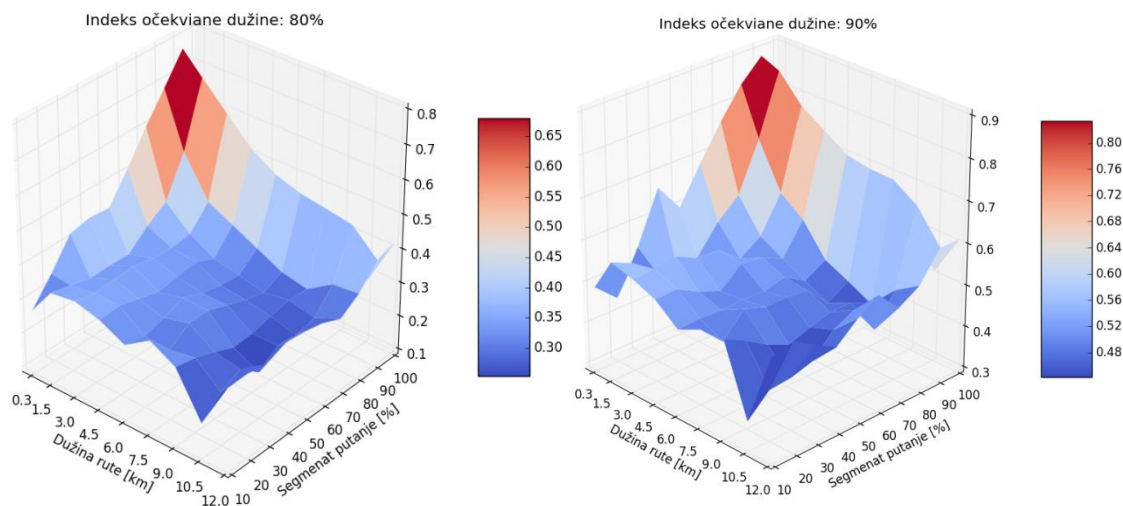
	Vršni period												
	N	NbP	NkP	Dužina		Vreme		Područije		Leva skretanja		Dubina stabla	
				90%	80%	90%	80%	90%	80%	90%	80%	90%	80%
<b>0.3-1.5</b>	31796	64%	68%	1.19	1.05	1.28	1.11	1.64	1.41	3.00	2.00	1.50	1.33
<b>1.5-3.0</b>	13959	31%	36%	1.33	1.19	1.41	1.26	1.53	1.36	5.00	4.00	1.50	1.31
<b>3.0-4.5</b>	4318	20%	20%	1.36	1.23	1.43	1.30	1.44	1.30	7.00	5.00	1.48	1.29
<b>4.5-6.0</b>	1568	16%	12%	1.35	1.21	1.43	1.30	1.37	1.24	7.00	6.00	1.43	1.25
<b>6.0-7.5</b>	699	15%	8%	1.34	1.21	1.43	1.31	1.37	1.24	8.00	7.00	1.50	1.29
<b>7.5-9.0</b>	314	14%	3%	1.40	1.31	1.40	1.33	1.35	1.26	10.00	8.00	1.50	1.33
<b>&gt;9.0</b>	254	7%	1%	1.35	1.27	1.38	1.29	1.44	1.28	11.00	8.00	1.49	1.31

Vrednosti promene parametra maksimalnog zaobilaznog puta za percentilne grupe 80% i 90%, prikazane su u tabeli 5.4. i na slici 5.17.. Dobijene veličine predstavljaju vrednosti snimljene na čvorovima obzerviranih putanja, čije pozicije na grafikonu zavisi od relativne pozicije na trasi. Analize ukazuju da su vrednosti indeksa maksimalnog zaobilaznog puta niže kod dužih putovanja nego kod kraćih. Pored toga, vrednosti se povećavaju na delovim trasa u okolini ciljnih tačaka (nakon

80% pređenog puta), na osnovu čega se zaključuje da se korisnikov prag tolerancije povećava sa pređenim delom puta. S obzirom, da se faktor maksimalnog zaobilaznog puta koristi u algoritmu samo za putovanja duže od 10 km (proces uprošćavanja kompleksnih problema), minimalni prag veličine ograničenja ovog parametra iznosi  $b=0,6$ , i ustanovljen je na osnovu prikazanih rezultata u tabeli 5.4., u kojoj odabrana vrednost predstavlja gornju granicu za 90% populacije kod putanja dužih od 9 km.

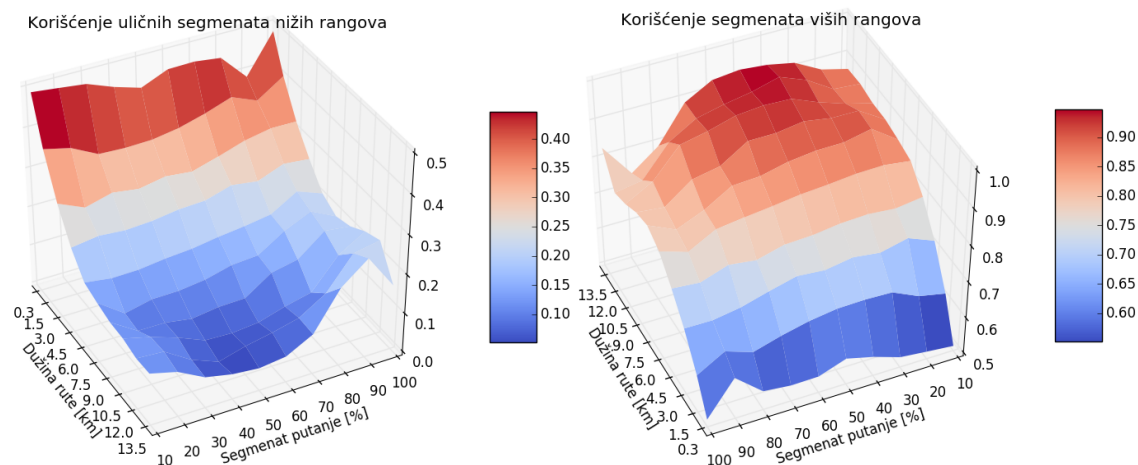
**Tabela 5.4.** Vrednosti indeksa maksimalnog zaobilaznog puta za 90% i 80% uzorka.

<b>Maksimalni zaobilazni put u odnosu na procentualno pređeni deo rute i dužinu putanje</b>									
<b>90%</b>	0.3-1.5	1.5-3.0	3.0-4.5	4.5-6.0	6.0-7.5	7.5-9.0	9-10.5	10.5-12	12.0<
<b>0.0-0.1</b>	0.49	0.57	0.56	0.54	0.49	0.52	0.52	0.36	0.54
<b>0.1-0.2</b>	0.44	0.55	0.56	0.54	0.50	0.47	0.50	0.41	0.55
<b>0.2-0.3</b>	0.55	0.51	0.57	0.51	0.49	0.52	0.46	0.41	0.52
<b>0.3-0.4</b>	0.67	0.50	0.54	0.49	0.50	0.50	0.44	0.43	0.49
<b>0.4-0.5</b>	0.60	0.50	0.54	0.53	0.49	0.50	0.46	0.48	0.53
<b>0.5-0.6</b>	0.69	0.56	0.50	0.53	0.50	0.50	0.47	0.50	0.57
<b>0.6-0.7</b>	0.77	0.61	0.53	0.50	0.47	0.44	0.47	0.43	0.51
<b>0.7-0.8</b>	0.84	0.72	0.62	0.58	0.50	0.48	0.45	0.51	0.54
<b>0.8-0.9</b>	0.89	0.87	0.81	0.77	0.74	0.73	0.72	0.69	0.61
<b>0.9-1.0</b>	0.80	0.72	0.66	0.64	0.58	0.56	0.56	0.51	0.61
<b>80%</b>	0.3-1.5	1.5-3.0	3.0-4.5	4.5-6.0	6.0-7.5	7.5-9.0	9-10.5	10.5-12	12.0<
<b>0.0-0.1</b>	0.28	0.35	0.36	0.34	0.31	0.36	0.32	0.19	0.33
<b>0.1-0.2</b>	0.35	0.34	0.35	0.35	0.30	0.29	0.31	0.24	0.33
<b>0.2-0.3</b>	0.43	0.33	0.36	0.33	0.31	0.33	0.28	0.27	0.32
<b>0.3-0.4</b>	0.44	0.33	0.36	0.32	0.33	0.33	0.26	0.22	0.35
<b>0.4-0.5</b>	0.44	0.33	0.35	0.33	0.31	0.31	0.26	0.26	0.34
<b>0.5-0.6</b>	0.52	0.38	0.34	0.33	0.30	0.29	0.28	0.26	0.33
<b>0.6-0.7</b>	0.61	0.41	0.35	0.31	0.29	0.28	0.29	0.27	0.30
<b>0.7-0.8</b>	0.69	0.53	0.41	0.38	0.34	0.30	0.28	0.33	0.34
<b>0.8-0.9</b>	0.78	0.71	0.64	0.57	0.52	0.50	0.49	0.47	0.40
<b>0.9-1.0</b>	0.61	0.51	0.46	0.43	0.38	0.38	0.36	0.27	0.42
<b>frekv.</b>	1180142	1400926	774830	421466	268855	156895	100076	61987	71021



Slika 5.17. Raspodela vrednosti indeks maksimalnog zaobilaznog puta.

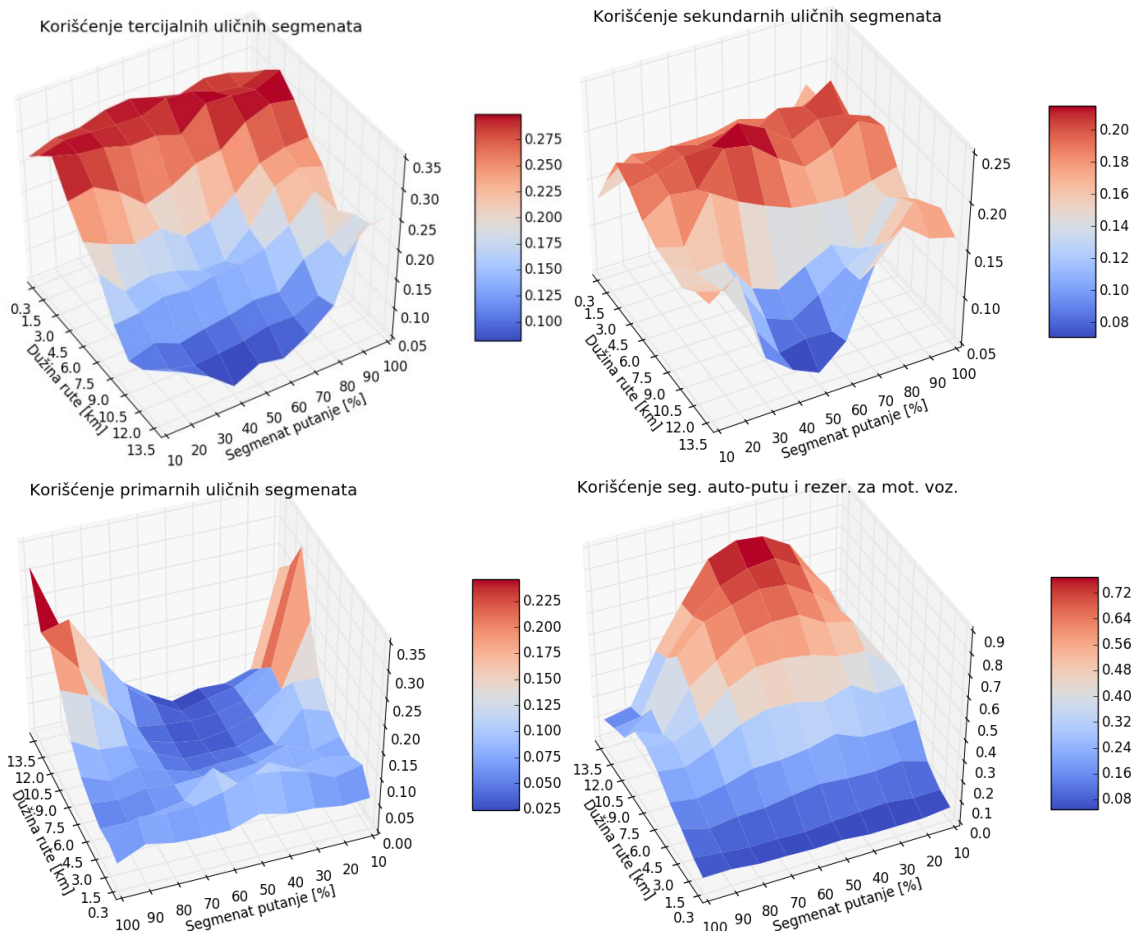
Na kraju ovog dela istraživanja, predstavljena je unakrsna analiza učestalosti korišćenja uličnih deonica po hijerarhijskim rangovima za različite delove trasa, posmatranih u zavisnosti od dužine puta. Sa povećanjem dužine puta, značajno opada procenat korišćenja dela ulične mreže koju čine segmenti pristupnih, servisnih i nekategorisanih linkova. Procenat učešća ovih tipova uličnih deonica kod dužih putovanja, padaju ispod deset posto za delove trasa između 20%-70% (kod putovanja dužih od 13,5 km, vrednost učešća ovih deonica je svedena na 6%). Najveći deo putovanja koji se obavlja uličnim deonicama nižih rangova, vrši se na razdaljinama manjim od 3 km, gde u proseku ovi delovi ulične mreže učestvuju u ukupnom uzorku sa 41%. Sa druge strane, na slici 5.18. se može sagledati da se najveći procenat kretanja na dužim putanjama obavlja korišćenjem auto-puteva i uličnih deonica rezervisanih za motorna vozila, kod kojih prosečno učešće ovih delova ulične mreže iznose 77% u delu trasa između 20%-70%. S tim u vezi, zaključuje se da kod putovanja dužih od 6 km korisnici češće biraju ulične deonice viših rangova. Objašnjenje ovih rezultata pružili su Bovy & Stern, (1990), Goulias (2002) i Golledge & Gärling (2004) u svojim istraživanjima, u kojem su ukazali da korisnici dele uličnu mrežu na dva nivoa, kao i da se kod dužih putovanja oni pretežno oslanjaju na osnovnu uličnu mrežu (detaljnije videti u prilogu 7).



Slika 5.18. Učešće viših rangova ulične mreže u odabranim putanjama za različite delove trasa i dužine putovanja.

Tabela 5.5. Raspodela učešća nižih i viših rangova ulične mreže u odabranim putanjama kretanja.

Učest. uličnih deon. različitih rangova u odnosu na procent. pređeni deo rute i duž. putanje										
Niži rang.	0.3-1.5	1.5-3	3-4.5	4.5-6	6-7.5	7.5-9	9-10.5	10.5-12	12-13.5	13.5<
<b>.0-1</b>	50%	38%	28%	21%	16%	14%	13%	13%	12%	12%
<b>.1-2</b>	49%	37%	25%	22%	15%	10%	9%	11%	12%	11%
<b>.2-3</b>	48%	33%	27%	21%	15%	11%	9%	9%	7%	7%
<b>.3-4</b>	46%	33%	26%	22%	16%	11%	8%	6%	5%	6%
<b>.4-5</b>	44%	33%	28%	23%	16%	12%	9%	6%	7%	5%
<b>.5-6</b>	46%	34%	27%	23%	17%	14%	9%	7%	8%	6%
<b>.6-7</b>	46%	36%	29%	25%	18%	14%	14%	9%	10%	9%
<b>.7-8</b>	46%	39%	31%	24%	19%	19%	15%	10%	14%	19%
<b>.8-9</b>	39%	36%	32%	27%	23%	22%	20%	18%	22%	25%
<b>.9-1</b>	49%	40%	32%	26%	21%	18%	19%	22%	23%	16%
Viši rang.	0.3-1.5	1.5-3	3-4.5	4.5-6	6-7.5	7.5-9	9-10.5	10.5-12	12-13.5	13.5<
<b>.0-1</b>	50%	61%	72%	79%	84%	86%	87%	87%	88%	88%
<b>.1-2</b>	51%	63%	74%	78%	85%	90%	91%	89%	88%	89%
<b>.2-3</b>	52%	66%	73%	79%	85%	89%	91%	91%	93%	93%
<b>.3-4</b>	54%	67%	74%	78%	84%	89%	92%	94%	95%	94%
<b>.4-5</b>	56%	67%	72%	77%	84%	88%	91%	94%	93%	95%
<b>.5-6</b>	54%	65%	73%	77%	83%	86%	91%	93%	92%	94%
<b>.6-7</b>	53%	64%	71%	75%	82%	86%	86%	91%	90%	90%
<b>.7-8</b>	54%	61%	69%	76%	81%	81%	85%	90%	86%	81%
<b>.8-9</b>	61%	64%	68%	73%	77%	78%	80%	82%	78%	75%
<b>.9-1.</b>	51%	60%	68%	74%	79%	82%	80%	78%	77%	84%
<b>frekv.</b>	50917 0	49939 3	49803 0	50383 0	50412 4	49921 8	50314 6	50966 4	59649 1	69830 8



**Slika 5.19.** Učešća različitih rangova uličnih deonica u odabranim putanjama, za različite delove trasa i dužine putovanja.

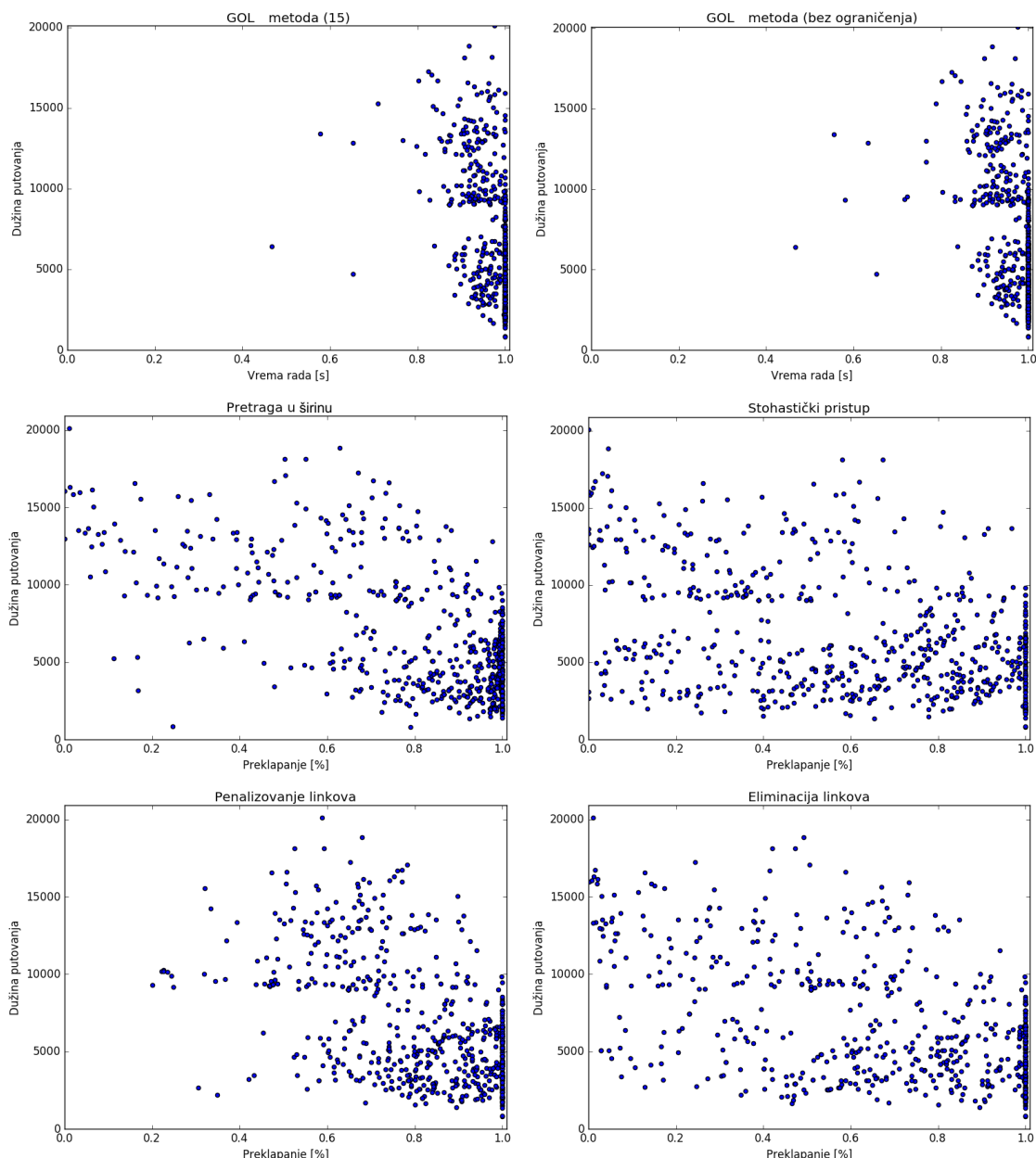
Na slikama 5.19., grafički su predstavljeni rezultati učestvovanja pojedinačnih tipova uličnih deonica viših rangova. Generalno se može zaključiti da se tercijalni rangovi najčešće koriste kod putovanja kraćih od 7.5 km, dok se sekundarni ulični rangovi najviše koriste za putovanja duža od 3.5 km i kraća od 7.5 km. Kod putovanja dužih od 9 km, primarne ulične deonice su najzastupljenije na delovima ruta u okolni izvorno ciljnih tačaka, dok su delovi auto-puta i uličnih deonica rezervisanih za motorna vozila najfrekventnije korišćeni na središnjim delovima ovih putanja. Na osnovu dobijenih vrednosti iz ukupnog uzorka, koga čini više od 5.000.000 prolazaka vozila kroz ulične deonice na prostoru obuhvaćenog istraživanjem, utvrđeno je da za putovanja duža od 9 km korisnici na središnjem delovima trase (između 20%-70% pređenog puta) svoja kretanja pretežno koncentrišu ka višim hijerarhijskim rangovima ulične mreže. S timu vezi, navedene

vrednosti su implementirane u GOL modelu, prilikom izostavljanja linkova nižih hijerarhijskih nivoa kod putovanja dužih od 10 km.

## **5.4 VALIDACIJA GOL MODELA**

Na osnovu zaključaka i rezultata istraživanja, predstavljenih u poglavlju dva, odabrane su četiri metode sa kojima je upoređen GOL model. Izabrane metode su se pokazale kao najoperativniji pristupi prilikom obrade podataka na uličnim mrežama visokih rezolucija (rešenja koja se generišu u prihvatljivim vremenskim intervalima). S tim u vezi, u prilogu 9 predstavljeni su osnovni koncepti i načini formiranja metoda: eliminacija linkova, penalizovanje linkova, stohastički pristup i metoda pretrage u širinu. Pored toga, u prilogu 10 su predstavljene statističke ocene na osnovu kojih je izvršena validacija GOL modela.

GOL model i navedeni modeli su testirani korišćenjem 706 parova izvorno/ciljnih tačaka (lociranih na teritoriji obuhvaćenoj ovim istraživanjem) koje su ekstrahovane iz snimljenog uzorka putovanja. Za ove parove tačaka, snimljene su stvarne putanje kretanja vozila, koje su odabrane od strane profesionalnih vozača. Motorno vozilo putničkih karakteristika predstavljaju osnovni vid transporta koji je korišćen od strane posmatranih korisnika, pri čemu su snimljeni podaci obrađeni metodom filtracije i mapmečinga, predloženih u poglavlju četiri. U prvom delu ove tačke, predstavljena je uporedna analiza GOL modela sa postojećim modelima korišćenjem statističkih ocena predstavljenih u prilogu 10, dok su u drugom delu teksta prikazane vrednosti indikatora njegove efikasnosti u odnosu na veličine indeksa ograničenja. Postojeći modeli zahtevaju usvajanje granične vrednosti maksimalnog broja generisanih ruta po skupu, zbog čega je u svim modelima tokom analiza uporednih testova usvojena vrednost ograničenja od maksimalno 15 generisanih putanja.



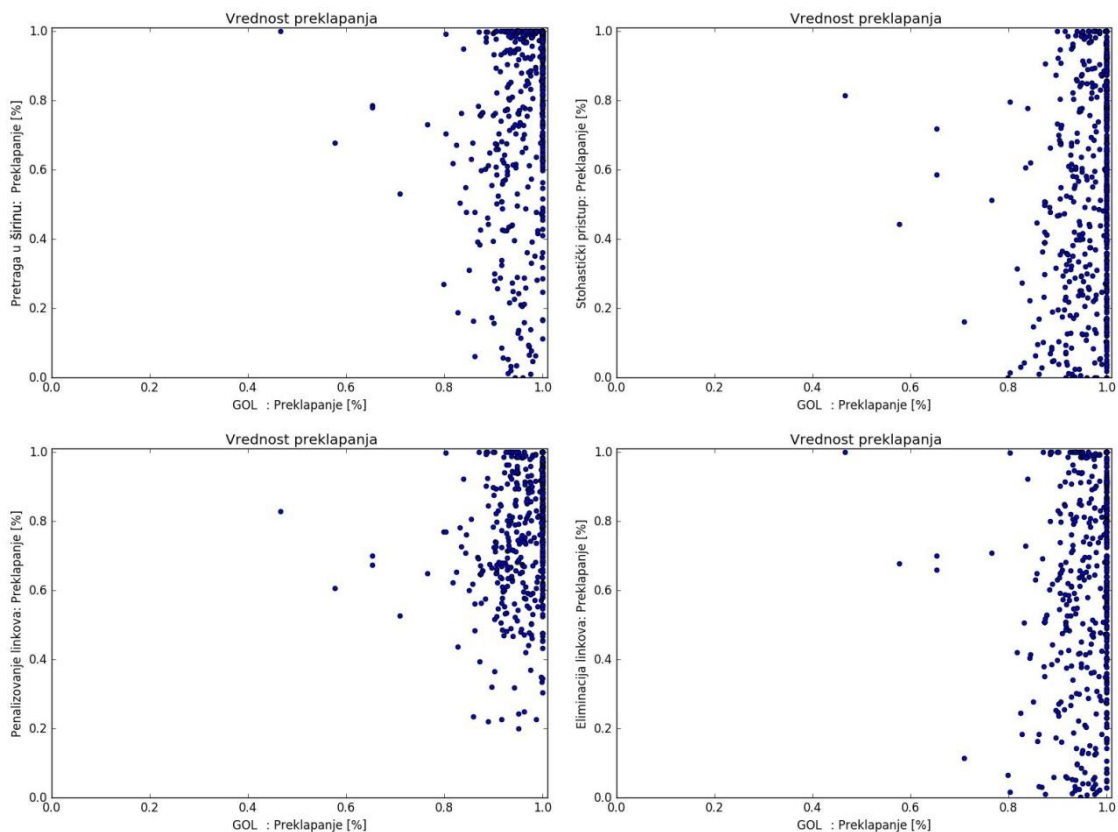
**Slika 5.20.** Vrednost preklapanja odabranih putanja u odnosu na formirane skupove alternativnih ruta.

Prvu grupu testova, predstavljaju uporedne analize poklapanja generisanih skupova i stvarno odabranih ruta za različite dužine putanja, čiji su rezultati grafički prikazani na slici 5.20.. U tabeli 5.6. prikazane su dobijene vrednosti parametre preklapanja  $Z$  i prosečnog preklapanja  $O$  (detaljnije videti u prilogu 10), pri čemu je GOL model dostigao najbolje rezultate u odnosu na ostale razmatrane modele. Dobijenim rezultatima je potvrđeno da sa porastom razdaljine između krajnjih tačaka (putovanja duža od 10 km) raste i kompleksnost procesa generisanja

skupova mogućih rešenja. Vrednost dostignuta GOL modelom za prosečnu veličinu parametra  $O$  iznosi 92,37%, dok dostignuta vrednost za parametar  $Z_{10,70\%}$  iznosi 100% (svi skupovi u sebi poseduju rutu čije preklapanje sa izabranom rutom prelazi vrednost od 70%). Pored toga, uopštena preciznost parametra  $Z$  u predloženom modelu iznose 99,99% i 92,34% za  $Z_{80\%}$  i  $Z_{90\%}$ , respektivno, pri čemu je vrednost  $Z_{100\%}$  jednaka 62,70% (procenat skupova u kojima se nalazi ruta koja je u potpunosti rekonstruisana). Sveobuhvatno posmatrano, vrednost preklapanja GOL modela za ceo posmatrani uzorak iznosi 97%. Nakon vrednosti dostignutih predloženim modelom, sa aspekta nivoa preciznosti slede modeli penalizovanje linkova i pretrage u širinu, kod kojih nivo vrednosti  $O$  iznosi 82,7% i 81,99%, respektivno. Takođe, model pretrage u širinu je prikazao viši nivo preciznosti kod kraćih putovanja, dok je model penalizovanja ruta prikazao bolje rezultate kod putovanja dužih od 10 km. Potrebno je uzeti u obzir da su lošiji rezultati stohastičkog modela delimično uslovljeni i manjim brojem ponovljenih izvlačenja (5 izvlačenja) parametra vremena putovanja, koja u najvećoj meri utiču na vreme rada algoritma. Slike 5.20. prikazuju da su kod GOL modela, rezultati preklapanja koncentrisani u regionu grafa od 0,8 do 1,0, dok su kod ostalih modela utvrđene niže vrednosti sa većom disperzijom konačnih rezultata, pri čemu su precizniji skupovi pretežno zabeleženi kod putovanja kraćih od 10 km.

Na slikama 5.21., prikazana su uporedna poređenja dobijenih rezultata preklapanja  $O$ , postignutih od strane GOL i ostalih modela. Glavni cilj ove analize predstavlja ocenjivanje preciznosti predloženog modela putem direktne komparacije sa ostalim modelima. GOL model je u odnosu na ostale modele, prikazao značajno viši nivo preciznosti, odnosno veću sposobnost generisanja skupa koji odgovara korisnikovom odabiru. Za razliku od drugih modela, ovaj model poseduje najveću koncentrisanost preklapanja u regionu grafa od 0,8 do 1,0 vrednosti indeksa  $O$ , dok kod ostalih modela postoji veći nivo disperzije dobijenih rezultata. Potrebno je napomenuti, da je model pretrage u širinu prikazao dobre rezultate preklapanja prilikom obrade putanja na kraćim relacijama. Ovakva vrsta uporedne analize, po saznanjima autora, u dosadašnjim istraživanjima problema generisanja skupa alternativnih ruta nije implementirana, iako se putem ovih testova na direktan način očitavaju razlike u preciznosti između različitih modela.

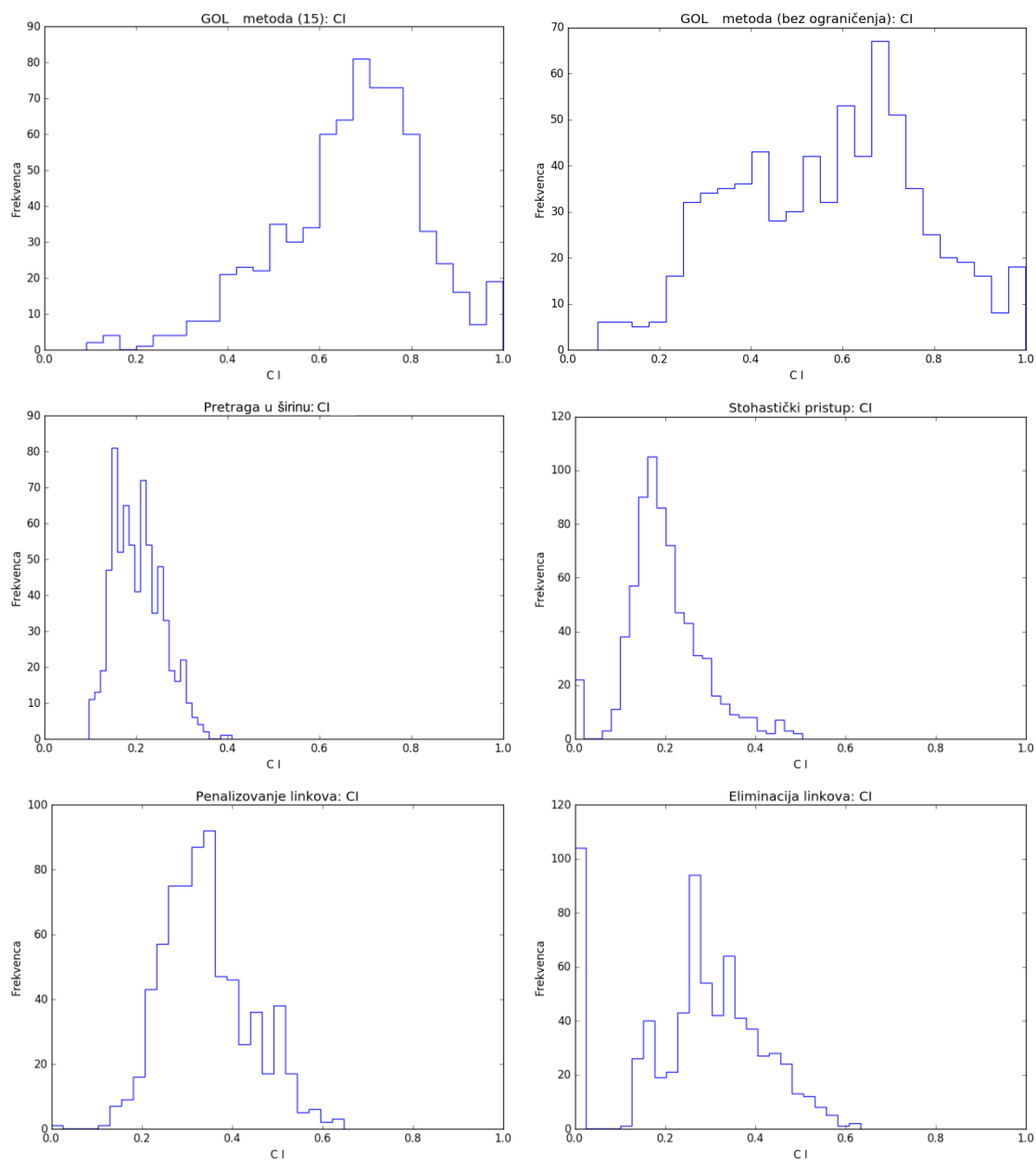




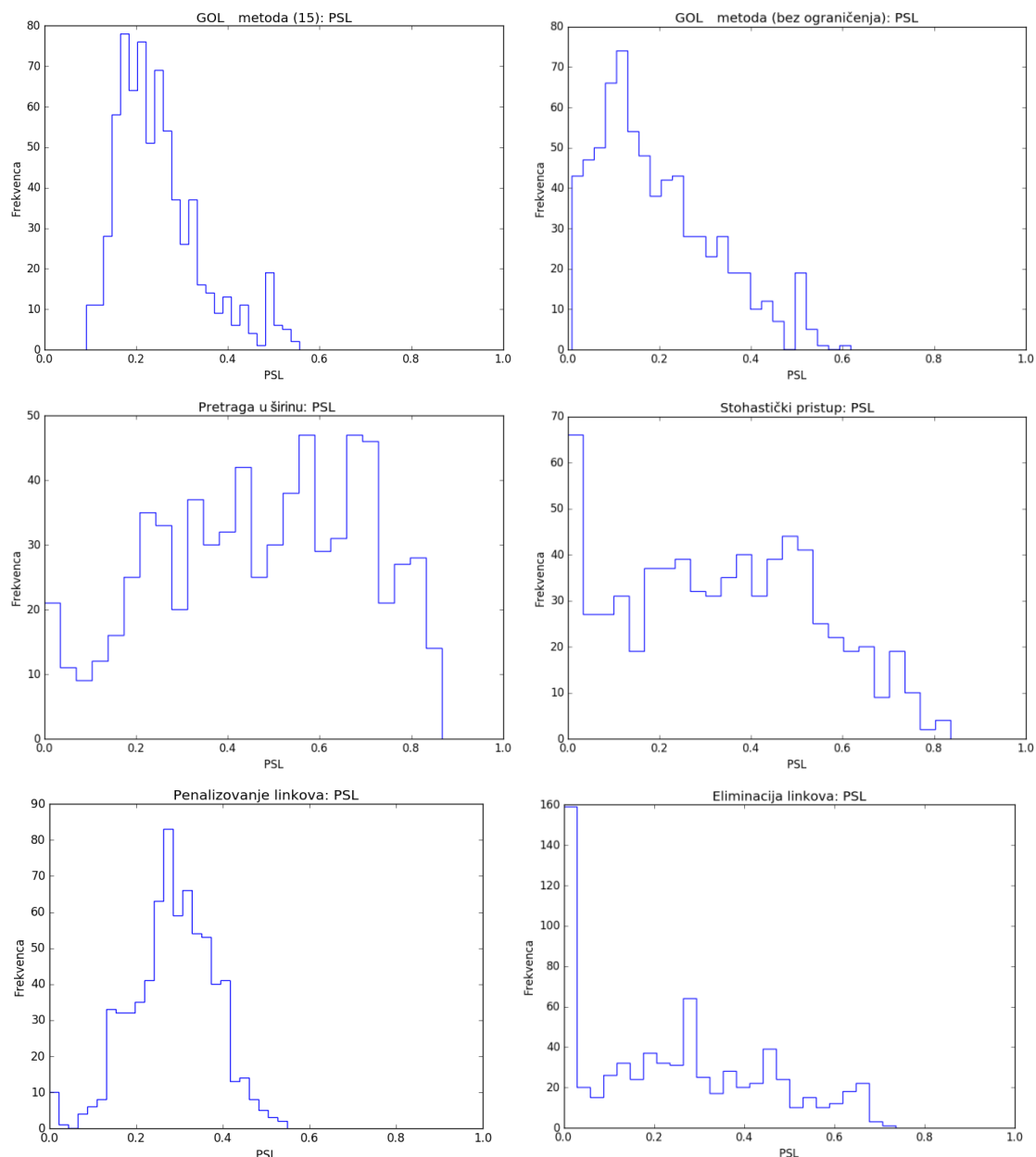
Slika 5.21. Uporedna analiza vrednosti preklapanja odabranih putanja u odnosu na formirane skupove alternativnih ruta.

Indeks konzistentnosti  $CI$  predstavlja meru sposobnosti algoritma da reproducira putanju kretanja korisnika, tokom faze procene vrednosti modela na disagregatnom nivou. Model je efikasniji ukoliko je vrednost indeksa bliža jedinici, što ukazuje na razlike između njegovog skupa i skupa reproduciranog od strane idealnog modela. Vrednost ovog koeficijenta iznosi 0,57 (tabela 5.6.) za GOL model, i veća je od vrednosti dostignutih kod ostalih modela. Model penalzovanja linkova dostiže vrednost 0,34, pri čemu su osatli modeli generisali rezultate u rasponu od 0,2 do 0,3. Na slikama 5.22., predstavljena je raspodela ovog koeficijenta u posmatranom uzorku, prikazanom po veličinama dostignutim u pojedinačnim skupovima alternativnih ruta. U predloženom modelu veličine posmatranog koeficijenta se nalaze u intervalu od 0,2 do 1,0, pri čemu je raspodela ovog koeficijenta u ostalim modelima skoncentrisana na intervalu od 0,0 do 0,6. Ova činjenica ukazuje na veću sposobnost GOL modela da u toku procesa procene,

reprodukuje skupove u kojima se više vrednosti verovatnoća dodeljuju delovima ulične mreže na kojima se nalazi odabrana putanja od strane korisnika.



Slika 5.22. Raspodela vrednost indeksa  $CI$  u ispitivanim modelima.



Slika 5.23. Raspodela vrednost indeksa  $PSL$  u ispitivanim modelima.

Na osnovu rada Rieser-Schüssler i ostalih (2012), upoređene su raspodele srednjih vrednosti  $PSL$  koeficijenta, dostignutih u skupovima formiranim putem razmatranih modela (osnovni oblik izraza su predložili autori Ben Akive i Bierlaire, 1999). Iako ne postoje jasno definisana teoretska objašnjenja za način interpretacije dobijenih rezultata, autori Rieser-Schüssler i ostali (2012) navode da raspodela  $PSL$  indeksa predstavlja indikator diverziteta ruta unutar generisanih skupova. Najvišu vrednost ovog parametra 0,47, dostigao je model pretrage u širinu, što ukazuje na

činjenicu da rute u skupovima formiranih putem ovog modela poseduju najniži nivo međusobne korelacije. Sa druge strane, *PSL* parametar je dostigao vrednosti 0,25 za GOL model koji je ograničen na maksimalno 15 ruta po skupu. Takođe, potrebno je navesti da se pri većim skupovima alternativnih putanja, dostižu niže prosečne vrednosti koeficijenta *PSL*, dok se osa njegove raspodele „pomera“ ka vrednostima koje su bliže nuli. Ovaj zaključak je utvrđen na osnovu rezultata iz tabele 5.6., u kojoj vrednost *PSL* koeficijenta dobijenog putem nelimitirnog GOL modela iznosi 0,19 (slika 5.23.). Ova pojava ukazuje da se sa većim brojem alternativa, ostvaruje i veća korelacija između ruta unutar skupa, čime se i na precizniji način definiše njena stvarna vrednost (vrednost korelacije).

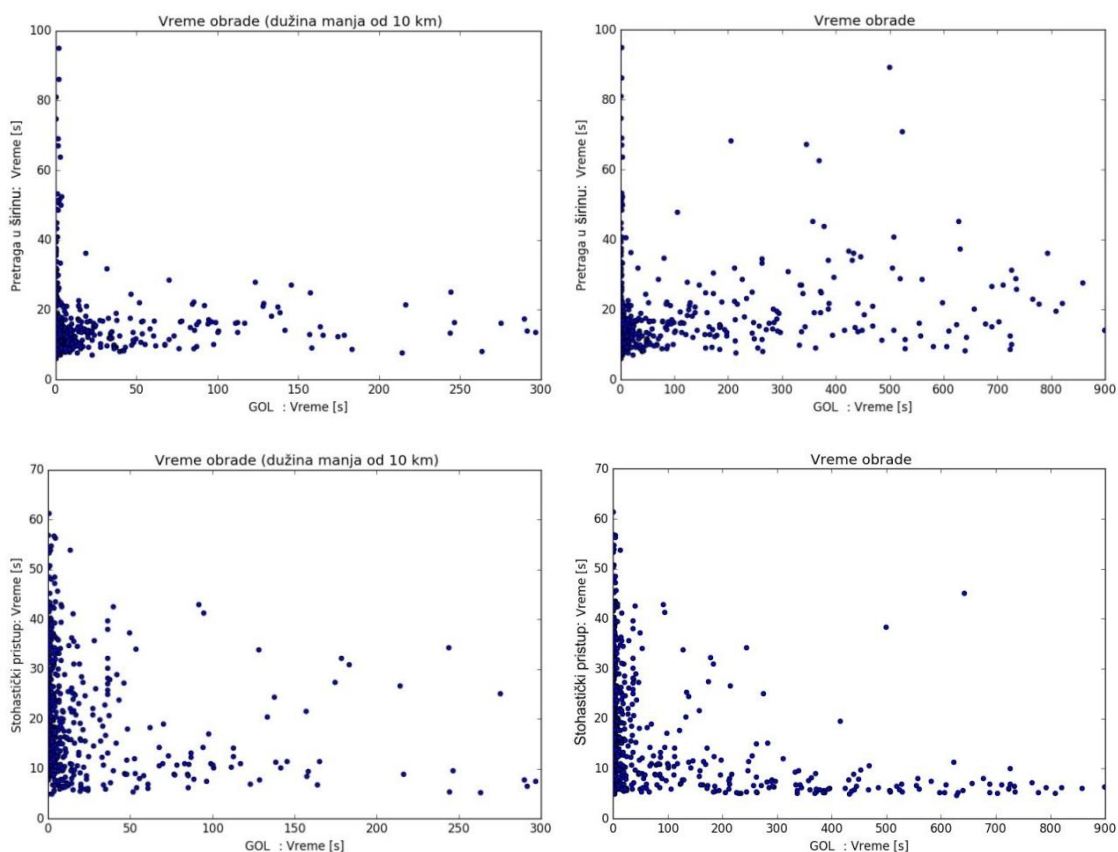
**Tabela 5.6.** Vrednosti parametara efikaznosti modela za formiranje skupova alternativnih ruta putovanja.

Klase	CI	PSL	Indeks Z				O	Frekvencija
			100%	100%-90%	90%-80%	80%-70%		
<b>GOL metoda</b>								
<b>10&lt;d</b>	0.50	0.24	7%	79%	98%	100%	92%	120
<b>5&lt;d&lt;=10</b>	0.56	0.19	66%	90%	99%	100%	97%	277
<b>d&lt;=5</b>	0.60	0.18	82%	99%	100%	100%	99%	308
<b>Ukupno</b>	0.57	0.19	63%	92%	99%	100%	97%	705
<b>GOL metoda (15)</b>								
<b>10&lt;d</b>	0.60	0.26	6%	78%	98%	100%	92%	120
<b>5&lt;d&lt;=10</b>	0.65	0.25	63%	92%	100%	100%	97%	277
<b>d&lt;=5</b>	0.71	0.24	79%	99%	100%	100%	99%	308
<b>Ukupno</b>	0.67	0.25	60%	93%	100%	100%	97%	705
<b>Pretraga u širinu</b>								
<b>10&lt;d</b>	0.15	0.30	0%	3%	13%	25%	48%	120
<b>5&lt;d&lt;=10</b>	0.19	0.54	16%	60%	69%	81%	85%	277
<b>d&lt;=5</b>	0.24	0.48	30%	73%	87%	94%	92%	308
<b>Ukupno</b>	0.21	0.47	20%	56%	67%	77%	82%	705
<b>Stohastčki pristup</b>								
<b>10&lt;d</b>	0.16	0.22	0%	3%	7%	11%	34%	120
<b>5&lt;d&lt;=10</b>	0.19	0.37	21%	33%	43%	56%	67%	277
<b>d&lt;=5</b>	0.22	0.36	21%	31%	46%	56%	70%	308
<b>Ukupno</b>	0.20	0.34	17%	27%	38%	48%	62%	705
<b>Penalizovanje linkova</b>								
<b>10&lt;d</b>	0.33	0.22	0%	3%	13%	34%	64%	120
<b>5&lt;d&lt;=10</b>	0.34	0.29	32%	50%	66%	76%	84%	277
<b>d&lt;=5</b>	0.35	0.31	35%	58%	78%	90%	89%	308
<b>Ukupno</b>	0.34	0.29	28%	46%	62%	75%	83%	705
<b>Eliminacija linkova</b>								
<b>10&lt;d</b>	0.24	0.14	0%	1%	4%	13%	37%	120
<b>5&lt;d&lt;=10</b>	0.23	0.27	34%	45%	55%	60%	75%	277
<b>d&lt;=5</b>	0.32	0.28	41%	53%	63%	70%	81%	308
<b>Ukupno</b>	0.27	0.25	31%	41%	50%	57%	71%	705

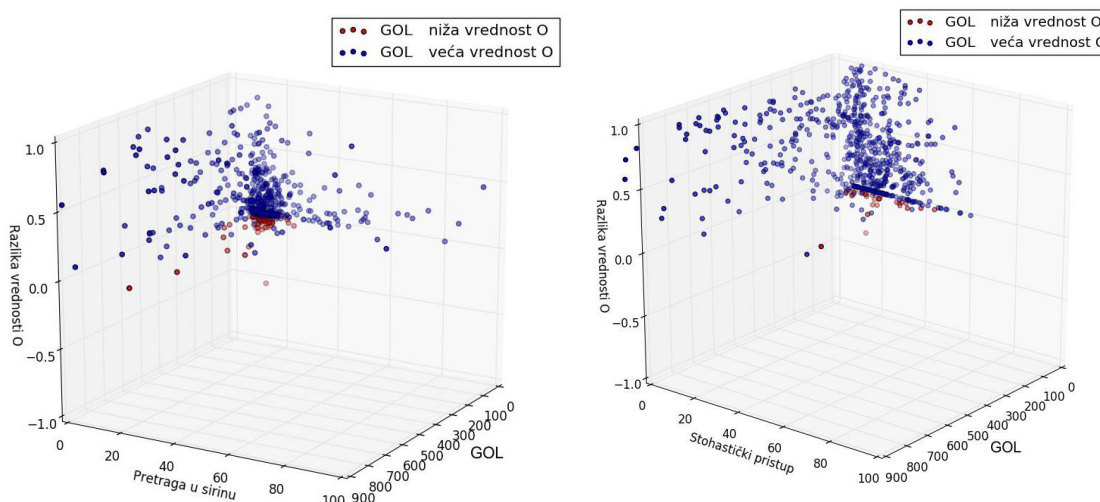
Rezultati dobijeni predstavljenim testovima, putem kojih se utvrđuje kvantitet i kvalitet dobijenih skupova, sumirani su u tabeli 5.6.. Uzorak je podeljen u tri klase na osnovu vrednosti dužine putovanja, pri čemu najveći procenat uzorka pripada klasi koju čine putovanja kraća od 5 km. Sa aspekta kvaliteta generisanih ruta, podaci ukazuju da je predloženi model efikasniji u odnosu na ostale modele, kao i da je razlika u dobijenim rezultatima evidentnija sa porastom dužine putovanja. Uzimajući u obzir da klasu putovanja dužih od 10 km, čini i najniži procenat uključenih snimljenih podataka (120 putovanja), razlika vrednosti indeksa  $Z$ ,  $O$  i  $CI$  između predloženog i ostalih modela povećala bi se ravnomernijom raspodelom uzorka po klasama. Takođe, između GOL modela sa ograničenim brojem ruta po skupu i GOL modela koji ne poseduje ovakav vid limita zabeležena je razlika u vrednosti parametra  $CI$  i  $PSL$ . Sa druge strane, razlika između njih nije uočena kod vrednosti parametra preklapanja  $O$ . Na osnovu toga, zaključuje se da limitirani modeli dostižu veću verovatnoću izbora putanje sličnije odabranoj, ali i niže vrednosti diverziteta ruta unutar skupa.

Drugom grupom analiza, testirana je dužina trajanja vreme rada algoritma, na osnovu kojih je ocenjen nivo operativnosti predloženog modela (slika 5.24.). S obzirom, da su vremena rada algoritma koji penalizuje i koji eliminiše linkove veoma niska, vreme rada predloženog modela je upoređeno sa modelom pretrage u širinu i modelom koji primenjuje stohastički pristup. U skladu sa činjenicom da su kretanja duža od 10 km kompleksnija za obradu, kao i da su kod ovih putovanja dostignute niže vrednosti preciznosti ruta u skupovima formiranih primenom modela predstavljenih u prilogu 10, rezultati su podeljeni u grupe podataka vezanih za obradu putovanja kraćih i dužih od 10 km. U odnosu na algoritam pretrage u širinu, predloženi algoritam je bio brži u 62% slučajeva (56% slučajeva predstavljaju putovanja kraća od 10 km) i sporiji u 38% slučajeva (99% slučajeva predstavljaju putovanja kraća od 10 km). Slični rezultati su postignuti i za algoritam koji primenjuje stohastički pristup, gde je predloženi model bio brži u 63% slučajeva (53% slučajeva predstavljaju putovanja kraća od 10 km) i sporiji u 37% slučajeva (99% slučajeva predstavljaju putovanja kraća od 10 km). Potrebno je navesti da je za putovanja kraća od 10 km, kod grupe uzorka u kojoj je dostignuto niže vreme rada GOL modela, prosečna dužina vremena obrade viša za 19 s u modelu pretrage

u širinu, odnosno za 18 s u modelu koji primenjuje stohastički pristup. Pored toga, kod grupe uzorka u kojoj je dostignuto duže vreme rada GOL modela za putovanja kraća od 10 km, prosečna dužina vreme obrade je niža za 129 s u modelima pretrage u širinu i za 143 s u modelu koji primenjuje stohastički pristup. Sveobuhvatno posmatrano, prosečna dužina obrade podataka u predloženom modelu iznosi: 2,5 s za putovanja kraća od 5 km, 38 s za putovanja duža od 5 km i kraća od 10 km, i 425 s za putovanja duža od 10 km. Ukupno prosečno vreme obrade putovanja kraćih od 10 km iznosi 19 s, odnosno 88 s za ceo posmatrani uzorak. Na slikama 5.25., predstavljen je uporedni prikaz vremena rada modela u odnosu na razliku njihovih preciznosti. Predloženi model je prikazao viši nivo preciznosti u skoro svim slučajevima u kojima je GOL modelu bilo potrebno duže vreme rada za obradu podataka, što navodi na zaključak da je kod kompleksnijih problema potrebno dodatno računarsko vreme kako bi se dobili kvalitetniji skupovi alternativnih ruta.

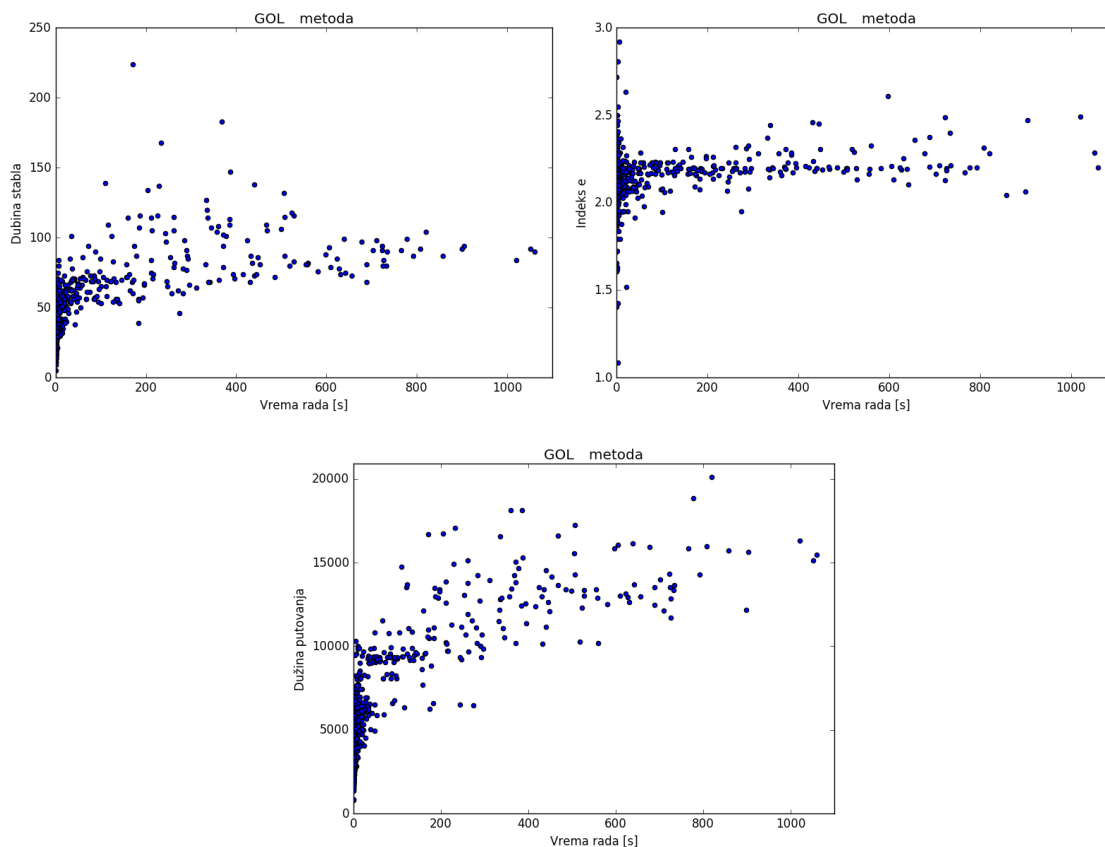


Slika 5.24. Uporedna analiza vremena rada modela.



Slika 5.25. Uporedna analiza vremena rada modela i razlike vrednosti koeficijenta preklapanja.

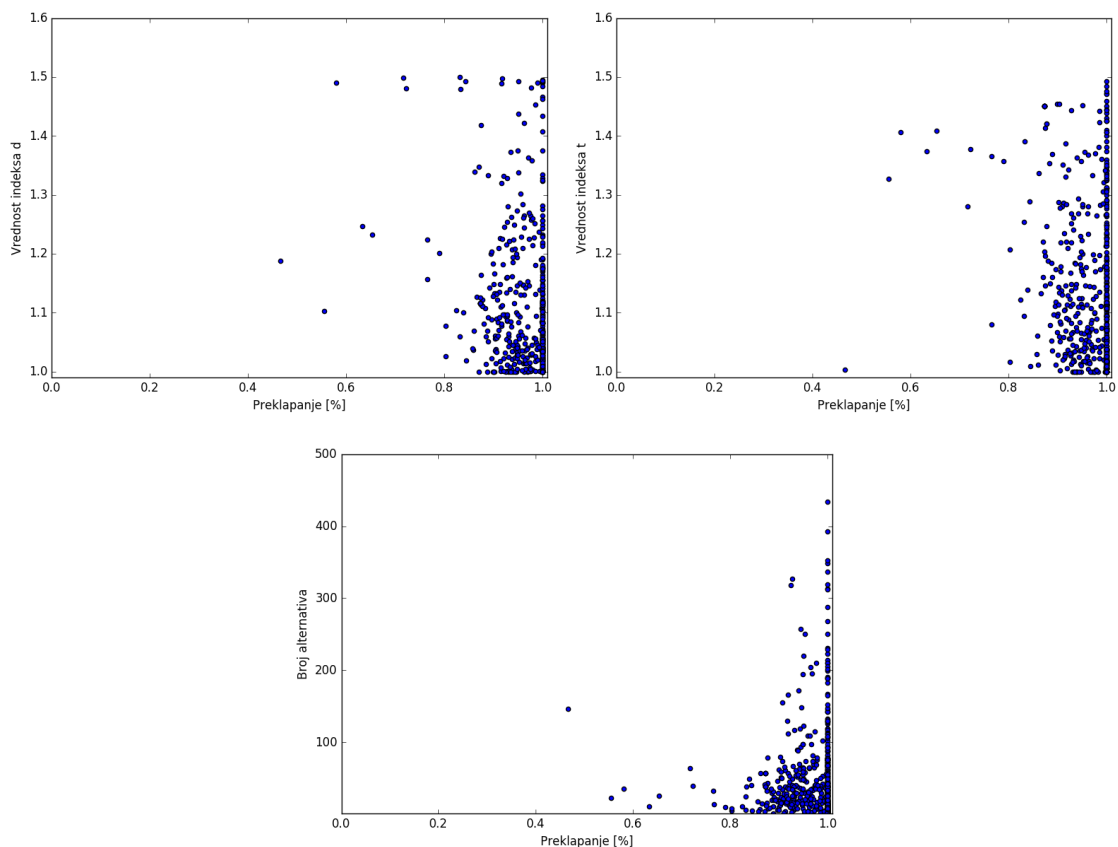
Na slikama 5.26., prikazana je zavisnost dužine trajanja vremena obrade i parametara: dužine putovanja, dubine stabla i pokrivenosti područja (indeks e). Duže vrednosti vremena obrade koncentrisane su u intervalu vrednosti indeksa e od 2,2 do 2,3. Pored toga, vreme obrade se eksponencijalno povećava za podatke čija je dubina stabla viša od 50 nivoa i za putovanja duža od 10 km. U skladu sa ovim rezultatima, parametar maksimalne veličine liste u nivou je potrebno korigovati na osnovu maksimalne prihvatljive dužine vremena rada modela. Broj dozvoljenih elementa u listu ne utiče u velikoj meri na krajnji rezultat veličine i strukture skupa alternativnih ruta, shodno činjenici da se željena i optimalna rešenja generišu u ranijim fazama algoritma. Pored toga, potrebno je definisati i vrednost dozvoljenog preklapanja, putem koje se stimuliše potraga sa većim diverzitetom i pokrivenošću područja između izvornih i ciljnih tačaka putovanja. Kombinacijom ova dva faktora, implementiran je heuristički pristup odbacivanja listova u ranoj fazi pretrage, što utiče na redukovanje broja potencijalnih rešenja koje algoritam treba da obradi, a čime se značajno smanjuje vreme rada algoritma.



Slika 5.26. Vreme rada GOL modela u odnosu na vrednosti ograničenja.

Za dalje analize korišćeni su rezultati dobijeni obradom modela bez ograničenja maksimalnog broja generisanih rešenja u konačnom skupu (slika 5.27.). Testiran je odnos preklapanja i broja generisanih alternativa, kao i vrednosti indeksa  $d$  i  $t$  u odnosu na procenat preklapanja sa odabranom rutom. Uporednim prikazom preklapanja  $O$  i indeksa  $t$ , utvrđeno je da rast vrednosti indeksa  $t$  ne utiče značajno na razliku u nivou disperzije indeksa preklapanja  $O$  (1% od ukupnog uzorka je dostigao preciznost ispod 0,8 za veličine indeksa  $O$ , pri čemu je veličinu indeksa  $t$  bila veća od 1,3). Takođe, slične vrednosti su postignute i između indeksa  $d$  i  $O$ . Ovim rezultatima je ukazano da visina vrednosti navedenih indeksa, nemaju značajnog uticaja na konačnu vrednost parametra  $O$ , jer se njihove vrednosti utvrđuju na osnovu otkrivenih preferenci korisnika, pri čemu je model na početku pretrage usmeren ka prostoru mogućih rešenja oko izabrane alternative.





**Slika 5.27.** Procenat preklapanja rezultata dobijenih GOL modelom u odnosu na vrednosti ograničenja.

Takođe, izvršeni su dodatni testovi kako bi se utvrdila razlika između performansi GOL modela za različite vrednosti ograničenja. S tim u vezi, u tabeli 5.7. su prikazani uticaji različitih vrednosti ograničenja (maksimalan broj elemenata u listi na istom nivou, maksimalno preklapanje i delta koeficijent koji povećava vrednost ograničenja) na indikatore prosečne vrednosti preklapanja, vremena rada i broja alternativa u skupu. Ove analize su pokazale da maksimalan broj elemenata u listi poseduje najznačajniji uticaj na vreme rada algoritma, pri čemu su uticaji na preciznost algoritma neznatni. Sa druge strane, najveći uticaj na preciznost dobijenih rezultata poseduje maksimalna vrednost dozvoljenog preklapanja, pri čemu su razlike u vremenu rada algoritma neznatne za različite vrednosti ovog ograničenja. Pored navedenog, delta koeficijent ne poseduje značajan uticaj na preciznost algoritma i veličinu skupa, ali utiče na rast računarskog vremena sa povećanjem veličine ograničenja. Kao rezultat analiza, preporučuju se sledeće

vrednosti razmatranih parametara: maksimalno 5 elemenata u listi, maksimalna veličina preklapanja 0,9 i delta koeficijenta 1,1.

**Tabela 5.7.** Kalibracija parametara u GOL modelu.

Kriterijum	pros. preklapanje	pros. vreme rada	pros. kardinalnost	uzorak
<b>maksimalan broj elemenata u listi</b> (maks. prekl.=0,9, delta=1,1)				
<b>10</b>	0,97	27,77	46	671
<b>5</b>	<b>0,97</b>	<b>13,86</b>	<b>25</b>	<b>671</b>
<b>3</b>	0,96	7,58	15	671
<b>maksimalno preklapanje</b> (br. elem.=5, delta=1,1)				
<b>0,9</b>	<b>0,97</b>	<b>13,86</b>	<b>25</b>	<b>671</b>
<b>0,8</b>	0,95	12,67	14	671
<b>0,7</b>	0,94	12,73	9	671
<b>delta koeficijent</b> (br. elem.=5, maks. prekl.=0,9)				
<b>1,20</b>	0,97	18,73	28	671
<b>1,10</b>	<b>0,97</b>	<b>13,86</b>	<b>25</b>	<b>671</b>
<b>1,05</b>	0,97	12,60	23	671

Uzimajući u obzir veličinu preklapanja alternativa iz generisanog skupa sa stvarnom odabranom rutom, zaključuje se da se predloženim modelom dobijaju znatno više vrednosti preklapanja i više vrednosti konzistentnosti modela nego putem postojećih modela u literaturi. Takođe, GOL modelom je izvršena implementacija strategije koje simuliraju stvarne procese donošenja odluke od strane korisnika i putem kojih se na efikasniji način implementiraju indikatori i pokazatelji utvrđeni na osnovu otkrivenih preferenci korisnika iz snimljenog uzorka. Sa druge strane, model zahteva duže vreme rada kod kompleksnijih problema, kako bi tačnije reproducirao ponašanje korisnika. S obzirom, na mogućnost paralelnog izračunavanja procesa i konstantnog progressa u dostignutim vrednostima brzine rada računara, bolje računarske performanse nego one korišćene u ovim testovima<sup>16</sup>, smanjile bi ukupno potrebno vreme rada algoritma i u kompleksnijim problemima.

U sledećem poglavlju, konstruisan je i testiran model izbora rute putovanja za selektovani uzorak, pri čemu su pokazane istinitosti glavnih hipoteza postavljenih u ovoj doktorskoj disertaciji.

<sup>16</sup> Testovi su izvršeni na hardverskoj konfiguraciji koju je činio procesora brzine 2,2 GHz i RAM memoriju kapaciteta 8 GB.

## **6 MODEL IZBORA RUTE PUTOVANJA**

U ovom poglavlju su predstavljene analize i rezultati testova, putem kojih su potvrđene osnovne hipoteze postavljene u uvodnim razmatranjima. Putem ocene očekivanog preklapanja (predstavljene u prilogu 10), pokazano je da se logit model može uspešno implementirati u modelima za rekonstrukciju odluka koje korisnici donose prilikom izbora rute putovanja. Takođe, vrednosti parametara dobijenih putem snimljenih podataka, pokazali su da se model izbora rute putovanja može unaprediti metodama otkrivenih sklonosti. Pored navedenog, dobijeni rezultati su potvrdili pretpostavku da se skupovi dobijeni GOL modelom sa uspehom mogu koristiti u modelima izbora rute putovanja.

S obzirom na to da je u disertaciji korišćen diskretan model baziran na teoriji slučajne koristi, u prilogima 1 i 3 predstavljene su teoretske osnove putem kojih se izvode ovi modeli. Takođe, u narednoj tački poglavlja, predstavljen je PSL oblik logit forme modela izbora rute putovanja koji je korišćen u ovom istraživanju, dok su u prilogu 10 predstavljene statističke analize implementirane prilikom vrednovanja rezultata dobijenih primenom navedenog modela.

### **6.1 LOGIT FORMA U MODELIMA IZBORA RUTE PUTOVANJA**

Jedan od većih izazova u istraživanjima izbora rute putovanja, predstavlja definisanje efikasnog načina prikazivanja korelacije između alternativa u diskretnim modelima. Korelacija proizilazi iz činjenice da u većini slučajeva, preklapanja između alternativa dovode do podele zajedničkog dela njihove korisnosti, pri čime se smanjuje pojedinačna korist alternativa. Train (2009) navodi da istraživači u ovim slučajevima poseduju tri pristupa modelovanju ovakvih vrsta izbora, i to: (i) implementacija modela koji zadovoljava IIA uslov, (ii) eksplicitno uključivanje korelacionog atributa u funkciju sistemske korisnosti dok raspodela slučajne korisnosti postaje nezavisna, i (iii) implementacija modela bez modifikacija, pri čemu se dobijaju aproksimativne vrednosti. Prvi pristup se u modelima izbora rute kretanja implementira upotrebom ukršteno-ugneženih logit modela, upareno kombinatornih logit modele i modela generalizovanih ekstremnih

vrednosti, dok se primena drugog načina realizuje uvođenjem *C-Logit*, *PSL* ili *PSC* koeficijenta u sistemski deo funkcije korisnosti. Najjednostavniji i najneprecizniji pristup, predstavlja treća opcija, u kojoj se primenjuje multinominalni model bez korekcije sistemske ili slučajne korisnosti.

U skladu sa rezultatima dosadašnjih istraživanja (Ramming, 2001), u radu je odabran drugi pristup, s obzirom da je ovaj način sa uspehom primenjivan na uličnim mrežama visokih rezolucija. Ovim pristupom se aproksimira vrednost korelacije između alternativa, smanjivanjem dela sistemske korisnosti. Bovy i ostali (2008) navode da svaka alternativa poseduje određenu raspodelu slučajne korisnosti, pri čemu se usvaja da vrednost varijanse zavisi od veličine i dužin rute. Sa druge strane vrednost kovarijanse između alternativa proizilazi iz više različitih uticaja, pri čemu jedan od njih predstavlja i prostorno preklapanje alternativa. Usvajanjem ovih tvrdnji, navedeni autori definišu veličinu varijanse između slučajnih korisnosti različitih alternativa na osnovu vrednosti dužine preklapanja.

U ovom radu usvojena je *PSL* modifikacija, koja je predložena od strane autora Ben-Akiva & Bierlaire (1999), a koji je dodatno unapređen od strane Ramming (2001). Ovim pristupom se u korektivnoj vrednosti faktora *PSL* za posmatranu alternativu, izostavlja deo dužine onih linkova koji se preklapaju sa ostalim rutama u skupu. Način implementacije *PSL* faktora u logit modelu, prkazan je sledećom jednačinom

$$P(i) = \frac{PSL_i e^{V_i}}{\sum_{j \in C_n} PSL_j e^{V_j}} = \frac{e^{V_i + \ln PSL_i}}{\sum_{j \in C_n} e^{V_j + \ln PSL_j}} \quad (75)$$

gde je  $V$  sistemska korisnost,  $P$  verovatnoća odabira alternative, i  $C_n$  skup alternativa. Vrednost ovog faktora predstavlja meru kojom se određuje koliko svaka ulična deonica doprinosi jedinstvenosti određene alternative, u odnosu na ostale rute iz posmatranog skupa. U slučaju da se ulična deonica nalazi samo u posmatranoj putanji, u *PSL* faktoru se uključuje njena cela dužina, dok se u ostalim slučajevima vrednost procentualno umanjuje na osnovu broja alternativa koje sadrže ovu deonicu. Ramming (2001) navodi da se u slučajevima kada je jedna putanja znatno duža od ostalih alternativa sa kojima se preklapa, vrednost učešća ulične deonice u ukupnoj vrednosti parametra *PSL* se mora izabrati na obazriv način, kako se ne bi

generisale konstraintivne vrednosti verovatnoće izbora. S tim u vezi, *PSL* faktor se predstavlja u sledećem obliku

$$PSL_i = \sum_{a \in \Gamma_i} \left( \frac{l_a}{L_i} \right) \frac{1}{\sum_{j \in C_n} \frac{L_{min,a}^Y}{L_j^Y} \delta_{aj}} \quad (76)$$

gde je  $l_a$  dužina deonice  $a$  na posmatranoj putanji  $\Gamma_i$ ,  $L_i$  dužina rute  $i$ ,  $L_{min,a}$  najkraća putanja iz skupa  $C_n$  koja uključuje link  $a$ ,  $L_j$  dužina alternative  $j$  iz skupa  $C_n$ ,  $\delta_{aj}$  promenjiva koja iznosi 1 ukoliko ruta  $j$  prolazi kroz link  $a$ , dok je u suprotnom jednaka 0.

Sa druge strane, na osnovu rezultata drugih istraživanja navedenih u prilogu 7, u ovom istraživanju su određena dva glavna atributa na osnovu kojih je u modelima opisan izbor ruta, i to: *vreme putovanja* i *dužina rute*. Pored ovih, u istraživanju su uključena dva dodatna atributi: *vremenska varijabilnost* (standardno odstupanje vremena putovanja na uličnim deonicama rute) i *prosečna vrednost protoka korisnika na uličnim deonicama* (prosečna frekvencija korišćenja uličnih deonica posmatrane rute). U skladu s tim, navedene promenjive su pored *PSL* faktora uključene prilikom izračunavanja systemske korisnosti, čiji su rezultati prikazani u narednoj tački ovog poglavlja.

## 6.2 PRIMENA RAZVIJENIH MODELA U IZBORU RUTE PUTOVANJA

Na osnovu izabranih putanja selektovanih iz snimljenog uzorka, za koje su utvrđeni skupovi alternativnih ruta generisanih GOL modelom, izvršena je procena vrednosti parametra modela izbora rute putovanja za populaciju profesionalnih vozača. Glavni cilj ovog dela rada predstavlja dokazivanje osnovnih hipoteza (navedenih u prvom poglavlju), pri čemu je i demonstriran način implementacije rezultata dobijenih predloženom GOL metodom. Takođe, u ovoj tački je ispitan uticaj parametra, koji se mogu odrediti GPS podacima, na izbor korisnika prilikom odabira putanja različitih dužina.

Procena vrednosti parametra je izvršena za tri različite varijacije modela. Svi modeli poseduju MNL logit formu zatvorenog tipa, i razlikuju se po obliku funkcije systemske korisnosti. Izgledi ovih funkcija su predstavljeni sledećim izrazima

$$V_{in}^I = \beta_{VP}^I * VP_{in} + \beta_{DP}^I * DP_{in} + \beta_{PSL}^I * \log PSL_{in} \quad (77)$$

$$V_{in}^{II} = \beta_{VP}^{II} * VP_{in} + \beta_{DP}^{II} * DP_{in} + \beta_{PSL}^{II} * \log PSL_{in} + \beta_{VVP}^{II} * VVP_{in} \quad (78)$$

$$V_{in}^{III} = \beta_{VP}^{III} * VP_{in} + \beta_{DP}^{III} * DP_{in} + \beta_{PSL}^{III} * \log PSL_{in} + \beta_{VVP}^{III} * VVP_{in} + \beta_{in}^{III} * \log F_{in} \quad (79)$$

gde je  $VP$  vreme putovanja na putanji  $i$  u uzorku  $n$ ,  $DP$  dužina putanje  $i$  u uzorku  $n$ ,  $VVP$  varijabilnost vremena putovanja  $i$  u uzorku  $n$ ,  $PSL$  korekcionni faktor putanje  $i$  u uzorku  $n$ ,  $F$  prosečna vrednost normalizovane frekvence na putanji  $i$  u uzorku  $n$ ,  $V_{in}$  uključeni deo korisnosti, i  $\beta$  koeficijenti koje je potrebno kalibrisati. Vrednosti  $\beta$  su dobijene primenom algoritma za procenu parametra, prikazanog u prilogu 10.

Svi modeli su posebno procenjeni za putovanja različitih dužina, podeljenih u tri klase: (i) duža od 1 km i kraća od 5km, (ii) duža od 5 km i kraća od 10 km, i (iii) duža od 10 km. U skladu sa činjenicom da problem formiranja skupa alternativnih ruta postaje kompleksniji sa rastom razdaljine između krajnjih tačaka putovanja, ovim pristupom su ustanovljene razlike između prioriteta posmatranih kriterijuma kod različitih dužina putovanja. Pored navedenog, t-statistikom (jednačine 132, videti prilog 10) je utvrđena značajnost pojedinačnih vrednosti parametra  $\beta$ , kao i procenjenog modela  $LL_{\beta}$  u odnosu na model  $LL_0$  (vrednosti parametra jednake 0) i  $LL_{-1}$  (vrednosti parametra jednake -1). U ovim testovima je postavljena hipoteza  $H_0$ , kojom se predpostavlja da vrednosti sistemskih atributa ne utiču na odluku korisnika ( $LL_0$ ), odnosno da atributi podjednako utiču na korisnikov izbor ( $LL_{\beta}$ ). Kod t-statistike za pojedinačne vrednosti, proverava se u kojoj meri posmatrani atributi utiču na izbor korisnika. Ukoliko vrednosti testa prelaze veličine statističke značajnosti  $\chi^2$ , hipoteza  $H_0$  se odbacuje. Takođe, najbolji model je ustanovljen putem neformalne ocene stepena prilagođenosti modela (eng. goodness of fit)  $\rho^2$ , koji je po autorima Ben-Akiva & Lerman (1985) najbolje koristiti prilikom upoređivanja različitih varijacija modela (slika P.5.).

**Tabela 6.1.** Vrednosti procenjenih koeficijenata i statističkih pokazatelja za putovanja dužine 1 - 5 km.

<b>Putovanja duža od 1 km i kraća od 5 km (uzorak 552)</b>				
<b>Parametri</b>		<b>Model 1</b>	<b>Model 2</b>	<b>Model 3</b>
<b>Dužina</b>	Procenjeno	<b>-1.59</b>	<b>-2.12</b>	<b>-1.60</b>
	t-stat	50.86	90.66	49.60
<b>Vreme</b>	Procenjeno	<b>-1.91</b>	<b>-1.25</b>	<b>-1.28</b>
	t-stat	569.29	223.45	224.18
<b>Stand, odst, vremena</b>	Procenjeno	-	<b>-1.63</b>	<b>-1.61</b>
	t-stat	-	174.43	170.72
<b>Frekv, korišćenja</b>	Procenjeno	-	-	<b>-0.27</b>
	t-stat	-	-	5.83
<b>PSL</b>	Procenjeno	<b>-0.09</b>	<b>-0.13</b>	<b>-0.61</b>
	t-stat	0.76	1.61	23.80
<b>Broj parametra</b>		3	4	5
<b>LL=LogLikelihood (konverg,)</b>		-1451.43	-1388.62	-1379.46
<b>LL<sub>0</sub>=LogLikelihood(<math>\beta=0</math>)</b>		-1842.02	-1842.02	-1842.02
<b>LL<sub>1</sub>=LogLikelihood(<math>\beta^*=-1</math>)</b>		-1550.50	-1454.65	-1425.11
<b>Chi<sup>2</sup> ~ -2[LL<sub>0</sub>-LL]</b>		781.18	906.80	925.12
<b>Chi<sup>2</sup> ~ -2[LL<sub>1</sub>-LL]</b>		198.16	132.07	91.30
<b><math>\rho^2</math></b>		0.212	0.246	0.251
<b><math>\rho^2</math>(korigovana)</b>		0.210	0.244	0.248

U tabeli 6.1., kod putovanja dužine od 1 km do 5 km, prikazane su vrednosti procenjenih parametara, koji su ustanovljeni na osnovu uzorka od 552 putovanja. Analizirana su tri različita modela, koja se međusobno razlikuju po broju uključenih atributa prilikom definisanja vrednosti systemske korisnosti. Ocena pseudo vrednosti stepena prilagođenosti, ukazuju da je model 3 najbolji, pri čemu njegova ocena  $\rho^2$  iznosi 0,248, koja približno predstavlja ocenu  $R^2 = 0,55$  (slika P.5.). Takođe, značajno je poboljšana vrednost ove ocene uključivanjem vremenske varijabilnosti (standardnog odstupanja vremena putovanja) u modelu 2 i modelu 3, dok vrednost koeficijenta *PSL*, nema značajnog udela u ukupnoj vrednosti korisnosti kod modela 1 i modela 2. Uticaj ovog faktora postaje značajniji uključivanjem atributa prosečne frekvence u modelu 3, što ukazuje na potrebu da se vrednosti ova dva koeficijenta zajedno implementiraju prilikom definisanja systemske korisnosti. Ocena prosečne frekvence upotrebe (protoka) uličnih deonica od strane populacije, ukazuje na upoznatost i navike korisnika prilikom selektovanja ruta, koje po istraživanjima Bovy & Stern (1990) bitno utiču na odabir putanja. Kod ove vrste putovanja uticaj frekvence je nizak i negativan, što ukazuje na veću disperziju raspodele transportnih

zahteva kod kraćih putovanja. Ova pojava se može povezati sa procesom traganja za prečicama između izvora i cilja kretanja, u uslovima u kojima su korisnici sposobniji da preciznije donose ovakve odluke (detaljnije videti u prilogu 7). T-statistički testovi ukazuju da procenjeni modeli bolje opisuju uzorak izabranih putovanja nego modeli sa jednakim koeficijentima i sa vrednostima koeficijenta jednakim nuli. Model koji je usvojen za prognozu izabrane putanje na kratkim relacijama (duže od 1 km i kraće od 5 km), se predstavlja sledećom jednačinom

$$V_{1 < x < 5} = -1,60 * DP - 1,28 * VP - 0,61 * \ln PSL - 1,61 * VPP - 0,27 * \ln F$$

**Tabela 6.2.** Vrednosti procenjenih koeficijenata i statističkih pokazatelja za putovanja dužine 5 - 10 km.

<b>Putovanja duža od 5 km i kraća od 10 km (uzorak 549)</b>				
<b>Parametri</b>		Model 1	Model 2	Model 3
<b>Dužina</b>	Procenjeno	<b>-0,29</b>	<b>-0,47</b>	<b>0,39</b>
	t-stat	5,79	15,84	14,40
<b>Vreme</b>	Procenjeno	<b>-1,42</b>	<b>-1,00</b>	<b>-1,03</b>
	t-stat	868,77	382,84	130,14
<b>Stand, odst, vremena</b>	Procenjeno	-	<b>-1,28</b>	<b>-1,22</b>
	t-stat	-	180,40	158,26
<b>Frekv, korišćenja</b>	Procenjeno	-	-	<b>0,13</b>
	t-stat	-	-	0,78
<b>PSL</b>	Procenjeno	<b>-0,03</b>	<b>-0,12</b>	<b>-2,21</b>
	t-stat	0,40	0,81	216,07
<b>Broj parametra</b>		3	4	5
<b>LL=LogLikelihood (konverg,)</b>		-1374,94	-1307,72	-1231,69
<b>LL<sub>0</sub>=LogLikelihood(β=0)</b>		-1842,91	-1842,91	-1842,91
<b>LL<sub>1</sub>=LogLikelihood(β*=-1)</b>		-1437,88	-1346,10	-1318,46
<b>Chi<sup>2</sup> ~ -2[LL<sub>0</sub>-LL]</b>		935,93	1070,37	1222,44
<b>Chi<sup>2</sup> ~ -2[LL<sub>1</sub>-LL]</b>		125,89	76,75	173,55
<b>ρ<sup>2</sup></b>		0,254	0,290	0,329
<b>ρ<sup>2</sup>(korigovana)</b>		0,252	0,288	0,326

U tabeli 6.2. prikazane su vrednosti parametara u funkciji systemske korisnosti za putovanja duža od 5 km i kraća od 10 km, koje su procenjene putem odabranog uzorka od 549 putovanja. Kao i u predhodnom skupu, ispitivana su tri različita modela, pri čemu su dobijeni rezultati ukazali da se putem modela 3 dobijaju najbolja poklapanja sa odabranim putanjama. Pseudo vrednost stepena prilagođenosti ovog modela iznosi 0,326, koja približno predstavlja vrednost  $R^2$  jednaku 0,67 (slika P.5.). Pored toga, značajno je poboljšana vrednost ocene pseudo



stepena prilagođenosti uključivanjem vremenske varijabilnosti (standardnog odstupanja vremena putovanja) u modelu 2 i prosečne frekvence upotrebe pojedinačnih uličnih deonica u modelu 3. T-statistički testovi ukazuju da procenjeni modeli bolje opisuju uzorak izabranih putovanja nego modeli sa jednakim koeficijentima i sa vrednostima jednakim nuli. Potrebno je navesti, da prilikom uključivanja atributa F, vrednost koeficijenta dužine putanje menja znak sa negativnog ka pozitivnom. Model koji je usvojen za prognozu izabrane putanje duže od 5 km i kraće od 10 km se predstavlja sledećom jednačinom

$$V_{5 < x < 10} = 0,39 * DP - 1,03 * VP - 2,21 * \ln PSL - 1,22 * VPP + 0,13 * \ln F$$

**Tabela 6.3.** Vrednosti procenjenih koeficijenata i statističkih pokazatelja za putovanja dužine ≤10 km.

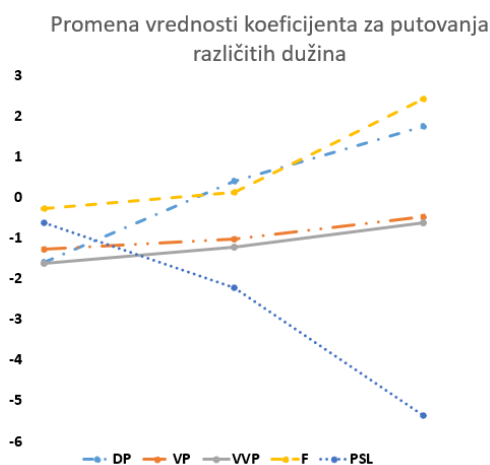
<b>Putovanja duža od 10 km (uzorak 503)</b>				
<b>Parametri</b>		<b>Model 1</b>	<b>Model 2</b>	<b>Model 3</b>
<b>Dužina</b>	Procenjeno	<b>1.00</b>	<b>0.75</b>	<b>1.75</b>
	t-stat	174.00	95.93	337.83
<b>Vreme</b>	Procenjeno	<b>-1.02</b>	<b>-0.79</b>	<b>-0.48</b>
	t-stat	918.93	509.24	233.56
<b>Stand, odst, vremena</b>	Procenjeno	-	<b>-0.69</b>	<b>-0.62</b>
	t-stat	-	99.85	120.48
<b>Frekv, korišćenja</b>	Procenjeno	-	-	<b>2.41</b>
	t-stat	-	-	101.06
<b>PSL</b>	Procenjeno	<b>1.61</b>	<b>1.68</b>	<b>-5.37</b>
	t-stat	58.88	64.43	749.08
<b>Broj parametra</b>		3	4	5
<b>LL=LogLikelihood (konverg,)</b>		-904.36	-864.40	-645.57
<b>LL<sub>0</sub>=LogLikelihood(β=0)</b>		-1501.62	-1501.62	-1501.62
<b>LL<sub>1</sub>=LogLikelihood(β*=-1)</b>		-1463.07	-1340.79	-1306.41
<b>Chi<sup>2</sup> ~ -2[LL<sub>0</sub>-LL]</b>		1194.53	1274.43	1712.10
<b>Chi<sup>2</sup> ~ -2[LL<sub>1</sub>-LL]</b>		1117.42	952.78	1321.67
<b>ρ<sup>2</sup></b>		0.398	0.424	0.570
<b>ρ<sup>2</sup>(korigovana)</b>		0.396	0.422	0.567

U tabeli 6.3. prikazane su vrednosti parametara u funkciji systemske korisnosti za putovanja duža od 10 km, procenjenih putem odabranog uzorka od 503 putovanja. Takođe, ovaj selektovani uzorak je testiran za tri različita modela, pri čemu dobijeni rezultati ukazuju da se modelom 3 dobijaju najbolja poklapanja sa odabranim uzorkom. Pseudo vrednost stepena prilagođenosti ovog modela iznosi 0,567, koja približno predstavlja vrednost R<sup>2</sup> jednaku 0,97 (slika P.5.). Visoka vrednost pseudo ocene poklapanja ukazuje da se definisanim atributima veoma

dobro prognozira odabir alternativne putanje od strane posmatranog dela populacije. U odnosu na ostale posmatrana dužine putovanja, vrednost ove ocene je najviše poboljšana uvođenjem prosečne frekvence upotrebe pojedinačnih linkova u modelu 3. Ova činjenica, potvrđuje dobijene rezultate iz poglavlja pet, kojima se ukazuje da se na dužim rastojanjima između izvora i cilja putovanja, korisnici opredeljuju za ulične deonice viših hijerarhiskih nivoa (koje zbog svojih osobina predstavljaju i ulični deo mreže koji korisnici najfrekventnije koriste). Kao i u predhodnim selektovanim uzorcima, t-statistički testovi ukazuju da procenjeni modeli bolje opisuju uzorak izabranih putovanja nego modeli sa jednakim koeficijentima i sa vrednostima koeficijenta jednakim nuli. Pozitivna vrednost koeficijenta dužine ukazuje da korisnici kompenzuju vrednost ovog atributa za korisnost dobijenu od strane atributa vremena putovanja i pouzdanosti vremena putovanja. Model koji je usvojen za prognozu izabrane putanje duže od 10 km, predstavljen je sledećom jednačinom

$$V_{10 < x} = 1,75 * DP - 0,48 * VP - 5,37 * \ln PSL - 0,62 * VPP + 2,41 * \ln F$$

Na slici 6.1. prikazan je trend promene vrednosti koeficijenata za različite dužine putovanja, koja ukazuje da ne postoje nagli skokovi u visini njihovih veličina. Koeficijenti vremena putovanja i vremenske varijabilnosti se linearno menjaju sa promenom dužine rute, pri čemu koeficijent frekvence eksponencijlno raste. Sa druge strane, vrednost koeficijenta PSL logaritamski opada, pri čemu vrednost dužine putanje linearno raste.



Slika 6.1. Vrednosti koeficijenata u funkciji korisnosti za različite klase putovanja.

Nakon definisanja izgleda modela za različite dužine ruta, upotrebljen je izraz (123), predstavljen u prilogu 10, prilikom utvrđivanja ocena očekivanog preklapanja u fazi prognoze izbora ruta putovanja. Prosečne vrednosti ukazuju da se putem kalibrisanih parametra i skupa alternativa rekonstruisanih GOL modelom, dobijaju relativno visoke verovatnoće izbora onih putanja koje su razmatrane od strane korisnika. Rezultati navode da se sa većom verovatnoćom može očekivati da će model na agregatnom nivou preciznije rekonstruisati odabir korisnika između udaljenijih krajnjih tačaka. Rezultati ocena očekivanog preklapanja su prikazani u tabeli 6.4..

**Tabela 6.4.** Ocena očekivanog preklapanja za sve klase putovanja.

<b>Klasa putovanja</b>	<b>E(O)</b>
<b>Dužina putovanja 1 km &lt; d &lt; 5 km - Model 3</b>	0,67
<b>Dužina putovanja 5 km &lt; d &lt; 10 km - Model 3</b>	0,68
<b>Dužina putovanja d &gt; 10 km - Model 3</b>	0,77

Rezultati u ovom poglavlju ukazuju da različite dužine kretanja poseduju i drugačije vrednosti koeficijenata u funkciji sistemske korisnosti. Ovakav rezultat je i očekivan, jer se sa porastom dužine putovanja menja i veličina uticaja karakteristika putanja na odabir korisnika. U ovim testovima je po saznanjima autora, prvi put korišćen atribut prosečne frekvence upotrebe linka od kojih je alternativa sačinjena, pri čemu je pokazano da uticaj navedenog atributa raste sa porastom dužine putovanja. Drugi faktor koji je ovim istraživanjem obuhvaćen, a koji nije u velikoj meri zastupljen u dosadašnjim istraživanjima, predstavlja vrednost standardnog odstupanja vremena putovanja. Testovi pokazuju da je ovaj parametar bitan kod selektovanog dela populacije, ali da sa porastom dužine putovanja, njegov uticaj slabi. Krajnji rezultati testova navode na zaključak da se duža kretanja u velikoj meri mogu opisati predstavljenim modelom za izračunavanje vrednosti sistemske korisnosti. Sa druge strane, kod putovanja na kraćim relacijama, potrebno je uključiti dodatne karakteristike putanja, kako bi se postigle više vrednosti pseudo stepena prilagođenosti sa posmatranim uzorkom.

## 7 ZAKLJUČAK

U doktorskoj disertaciji je predstavljen način za implementaciju podataka dobijenih putem sistema pokretnih detektora u modelima izbora rute putovanja. U skladu s tim, predložena je metodologija kojom se iz GPS podataka otkrivaju preferencije korisnika i karakteristike njihovih odluka prilikom odabira putanje. Takođe, u odnosu na postojeće modele, razvijen je model putem kojeg se na efikasan i precizniji način vrši rekonstrukcija i procena korisnikovog skupa alternativnih ruta u toku faze odabira putanje kretanja. U poslednjoj fazi istraživanja, ispitivani su različiti oblici funkcije korisnosti i kalibrisani su parametri u modelima izbora putanje, kod putovanja sa svrhom transporta robe na uličnoj mreži grada Beograda.

U ovom istraživanju je putem flote sačinjene od 272 vozila, ukupno prikupljeno 16.483.524 GPS očitavanja, za veremenski period snimanja od 448 radnih dana. Selektovani uzorak čine putanje kretanja odabrane od strane profesionalnih vozača, čija je osnovna svrha putovanja predstavljala transport robe na uličnoj mreži grada Beograda. Osim toga, istraživanjem je obuhvaćena ulična mreža na površini od 170 km<sup>2</sup> centralnog gradskog područja, na kojoj se nalazi oko 1.400 km razmatrane ulične mreže. Sa druge strane, predložena metodologija za obradu GPS podataka, sastoji se iz tri faze: filtracija podataka, poklapanje podataka sa uličnom mrežom i interpolacija podataka. Proces filtracije je podeljen u tri osnovna koraka, u kojima su uklonjeni netačni podaci i podaci generisani u trenucima kada su vozila bila parkirana. S tim u vezi, predložen je način definisanja graničnih vrednosti pseudo prostronih brzina, na osnovu kojih se detektuju nevalidni podaci i podaci generisani kada je vozilo bilo aktivno. Faza poklapanja GPS trajektorije vozila sa uličnom mrežom, predstavlja sledeći korak u primenjenoj metodologiji, u kojoj je predložen inovativan mapmatching model sa visokim stepenom preciznosti dobijenih rezultata. Model za obradu podataka niskih frekvenci GPS očitavanja je zasnovan na genetskom algoritmu, koji predstavlja novinu u mapmečing modelima. Takođe, u ovoj vrsti modela je po prvi put primenjena tehnika dinamičkog uvijanja vremena, pri čemu je postignuta preciznosti obrade od 99,1% tačno projektovanih GPS pozicija. Na osnovu komparativne analize sa ostalim modelima za obradu niskofrekventnih GPS

podataka, konstatovano je da je predloženi model drugi po rangu preciznosti u odnosu na rezultate prezentovane u ostalim istraživanjima. U trećoj fazi primenjene metodologije, izvršena je interpolacija podataka putem koje su rekonstruisane neprekidne funkcije promene vrednosti brzine vozila i srednje prostorne brzine po uličnim deonicama. Prilikom interpolacije, upotrebljena je splajn tehnika PCHIP, kojom su dobijene funkcije željenih karakteristika (nenegativna neprekidna funkcija, i funkcija koja ne oscilira između tačaka). Predloženom metodologijom za obradu GPS podataka, utvrđene su vrednosti prosečne dužine vremena putovanja i njihovog standardnog odstupanja za pojedinačne smerove na uličnim deonicama, kao i frekvencija prolazaka vozila kroz linkove. Pored navedenog, putem metode mapmečinga, definisane su izabrane putanje kretanja vozila sa visokim nivoom preciznosti, koje su implementirane u fazi rekonstruisanja skupova alternativnih ruta.

Primenom navedene metodologije, od ukupno 36.529 obrađenih GPS zapisa, definisano je 653.505 ruta i 9.501.740 vrednosti prosečnih prostornih brzina za 18.507 pojedinačnih smerova na uličnim deonicama obuhvaćenog dela ulične mreže. Dobijeni podaci za pojedinačne smerova na uličnim deonicama su podeljeni po: veličini uzorka, vremenskim periodima i rangu ulične mreže na kojima su oni generisani. Na osnovu ovih podela, obrađeni podaci su bili dovoljni da se za sve rangove uličnih deonica pokrije 50% ulične mreže u toku vršnog perioda, 68% ulične mreže u toku vanvršnog perioda i 10% ulične mreže u uslovima slobodnog toka. Vrednosti koje ne poseduju dovoljnu količinu podataka, procenjene su putem neuronskih mreža, treniranih sa podacima iz kategorije uličnih smerova koji poseduju najveće uzorke. Osnovni cilj predložene metode, predstavlja simuliranje procesa putem kojih korisnici ocenjuju vrednosti ovih parametara za slabo korišćene delove ulične mreže. Procena vrednosti u neuronskim mrežama je izvršena na osnovu: srednje prosečne prostorne brzine i standardnog odstupanja na izlivnim i ulivnim deonicama, kao i dužine i slobodne brzine (brzine ograničenja) na posmatranoj uličnoj deonici. Stepem prilagođenosti dostignut tokom testiranja neuronske mreže, ukazuju da je za srednju prostornu brzinu i standardno odstupanje dostignuta vrednost koeficijenta determinacije od 0,74 i 0,62 u vršnom, kao i 0,80 i 0,63 u vanvršnom periodu, respektivno. Dobijene vrednosti vremenskih

karakteristika putem GPS podataka, implementirane su u modelima za formiranje skupova alternativa i izbora rute putovanja.

Glavni doprinos doktorske disertacije predstavlja predložen model za definisanje skupa alternativnih ruta, prikazan u poglavlju pet. Ovaj model se koristi u modelima izbora rute putovanja, putem kojih se u fazi opterećenja ulične mreže definiše način raspodela transportnih zahteva. U predloženom modelu je implementiran algoritam grananja i ograničenja, u kojem je po prvi put u potpunosti primenjena nekompenzacijska strategija donošenja odluke pod nazivom leksikografsko pravilo. Konačan skup rešenja u GOL modelu je limitiran korišćenjem usvojene vrednosti maksimalnog broja dozvoljenih elemenata na svakom nivou, čime je sprečen eksponencijalni porast vremena rada algoritma sa rastom broja deonica putanje. U skladu sa ograničenjima, model vrši pretragu u dubinu, dok se potencijalna rešenja vrednuju na osnovu ocene vremena putovanja i dužine rute. Dobijena rešenja se skladište u hip listama, koje su sortirane na osnovu vrednosti navedenih ocena primenom leksikografskog pravila. Način na koji se vrše ocenjivanje potencijalnih alternativa omogućava algoritmu da pretragu za putanjama vrši na prostoru mogućih rešenja oko izabrane alternative i optimalnih ruta. Takođe, ocenom se favorizuju alternative koje podsećaju na odabranu putanju, pri čemu se istovremeno podstiče veći diverzitet oblika konstruisanih ruta. Pored ograničenja koja su uključena i u drugim istraživanjima (ograničenja dužine rute i vremena putovanja, elipse sa žižama u izvornoj i ciljnoj tački putovanja koja definiše prostor na kojem se generišu rute, maksimalan broj levih skretanja) u modelu se uvodi ograničenje elastičnosti rute i maksimalne dozvoljene dužine obilaznog puta. Prvim ograničenjem se sprečava meandriranje putanja, putem koje se ukida veliki broj nerelevantnih ruta, dok se drugom metodom smanjuje broj grananja alternative iz poslednjih čvorova, odbacivanjem smerova u raskrsnici koji odražavaju neracionalno ponašanje korisnika. Pored toga, problem velikog broja alternativnih ruta u slučajevima kada su veća rastojanja između izvornih i ciljnih tačaka (problem koji je u literaturi konstatovan kao prepreka za dobijanje adekvatnih skupova ruta), predloženim modelom je rešen primenom postojećih saznanja o načinu na koji korisnici donose odluke u ovakvim okolnostima. U ovim uslovima, model smanjuje rezoluciju dela ulične mreže između oblasti oko izvorne i

ciljne tačke, čime se kretanja korisnika „ograničava” na ulične deonice viših rangova ili na one smerove koji su frekventnije korišćeni od strane posmatrane populacije. Takođe, za razliku od postojećih modela u literature, predloženi model se može prilagoditi fazama procene parametara u funkciji korisnosti i prognoze transportnih zahteva, modifikovanjem načina ocenjivanja potencijalnih rešenja i vrednosti koeficijenata ograničenja.

Analizom snimljenih podataka, potvrđene su pretpostavke o načinu ponašanja korisnika prilikom selektovanja putanje kretanja i definisane su vrednosti parametara ograničenja za model kojim se generišu skupovi alternativnih ruta. Utvrđeno je da korisnici biraju putanje koje u najvećem broju slučajeva predstavljaju alternative kod kojih je vreme putovanja ili dužina rute optimalna ili blizu optimalne vrednosti. Takođe, dobijeni rezultati navode na zaključak da sa rastom dužine alternativa, jača i važnost kriterijuma vremena putovanja u odnosu na dužinu rute. Pored navedenog, utvrđeno je da korisnici češće biraju duži zaobilazni put na delu trase koji je bliži cilju putovanja, pri čemu tolerancija korisnika ka ovim alternativama opada sa porastom dužine putanje. Ispitivanjem zastupljenosti uličnih deonica različitih hijerarhijskih značaja u odnosu na dužinu putanje, ustanovljeno je da na srednjim delovima trase kod dužih kretanja, korisnici koriste uglavnom ulične deonice najviših rangova (auto-putevi i magistralni pravci, ulične deonice rezervisane za motorna vozila), dok se ulične deonice najnižih rangova (pristupne, servisne i nekategorisane ulične deonice) najviše koriste kod kraćih putovanja (učestalost korišćenja ovih deonica značajno opada sa porastom dužine putovanja).

Konstruisan model je testiran korišćenjem uzorka od 706 izabranih putanja, čiji su izvori i ciljevi kretanja locirani na urbanom području grada. Rezultati obrade GOL modela su upoređeni sa rezultatima dobijenim primenom četiri različita pristupa za generisanje skupova alternativnih ruta: model pretrage u širinu, model sa stohastičkim pristupom, model penalizovanja linkova i model eliminacije linkova. Dobijene ocene preklapanja sa odabranim rutama od strane korisnika, ukazuju da je GOL model dostigao znatno viši nivo preciznosti i konzistentnosti od ostalih modela. Parametri su analizirani za tri različite vrste putovanja, odnosno za kratka putovanja između 1km i 5km, putovanja srednjih dužina od 5km do 10km, i

putovanja koja su duža od 10km. Indeks prosečnog preklapanja kod predloženog modela i dužih putovanja dostigao je vrednosti od 92%, dok je kod srednjih i kraćih dužina dostigao vrednosti 97% i 99%, respektivno. Osim toga, ukupna vrednost prosečnog preklapanja predloženog modela iznosi 97%, pri čemu ovaj procenat kod modela pretrage u širinu i penalizovanja linkova iznosi 82% i 83%, respektivno (modeli eliminacije linkova i stohastički pristup su dostigli niže vrednosti). Pored navedenog, prosečno vreme rada predloženog modela prilikom formiranja skupa alternativa kod kretanja kraćih od 10 km iznosi 19s, odnosno 88s za ceo posmatrani uzorak.

U poglavlju šest, rekonstruisan je izgled modela izbora rute putovanja, u kojem je izvršena procena veličine parametara u funkciji korisnosti na osnovu statističkih metoda verovatnosti. U ovoj fazi istraživanja, izabrana je MNL logit struktura sa izmenom na determinističkom delu korisnosti, uvođenjem *PSL* korekcionog faktora. Kao i u predhodnim testovima, putovanja su podeljena u tri kategorije, odnosno na kraća putovanja (putovanja dužine između 1km i 5km), putovanja srednje dužine (putovanja dužine između 5km i 10km) i duža putovanja (putovanja duža od 10km). Izvršeno je testiranje uticaja atributa dužine rute, prosečne frekvence korišćenja uličnih deonica, prosečnog vremena putovanja i njenog standardnog odstupanja. Za sve klase putovanja, najviše ocene stepena prilagođenosti prikazali su modeli u kojima su uključene sve razmatrane karakteristike putovanja, pri čemu je veoma visoka vrednost ocene stepena prilagođenosti (pseudo-ocena  $\rho^2$  iznosi 0,57) dostignuta za putovanja duža od 10 km. Test ocene očekivanog preklapanja u fazi prognoze odabira alternativne rute, prikazao je visoke vrednosti sa prosečnom ocenom 0,77 kod dužih putovanja, odnosno 0,68 i 0,67 kod putovanja srednjih i kratkih dužina, respektivno.

U doktorskoj disertaciji su dokazane sve postavljene hipoteze u uvodnom poglavlju rada. Pokazano je da se logit model može uspešno upotrebiti za modeliranje odluka koje korisnici donose prilikom izbora rute putovanja, kao i da se model izbora rute putovanja može unaprediti metodom otkrivenih sklonosti. Pored ovih osnovnih hipoteza, u radu su dokazane dopunske hipoteze, odnosno da se obrada GPS podataka može izvršiti putem metode genetskog algoritma, kao i da je skup alternativnih ruta putovanja i sklonost korisnika ka određenim rutama moguće



rekonstruisati korišćenjem GPS podataka prikupljenih u vozilima na terenu. Razvijeni modeli u ovoj doktorskoj disertaciji primenjivi su u oblasti planarinja saobraćaja prilikom istraživanja svih vrsta putovanja. Postignuti rezultati imaju za cilj da omoguće i olakšaju implementaciju podataka generisanih uređajima za navigaciju u saobraćajnim istraživanjima, kao i da povećaju verodostojnost i preciznost prilikom prognoziranja raspodele transportnih zahteva na uličnim i putnim mrežama.

## **7.1 PRAVCI BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA**

Razvoj bihevorističkih modela za simuliranje ljudskog ponašanja na uličnoj mreži predstavlja jedan od ključnih zadataka budućih istraživanja iz oblasti saobraćaja. Ovakvu potrebu su „nametnuli“ problemi koji se javljaju zbog prekomernog i neracionalnog korišćenja privatnih automobila u gradovima. U skladu sa razvijanim oblastima u doktorskoj disertaciji, a koja se odnose na obradu GPS podataka i njihovu implementaciju u fazama planiranja saobraćaja, buduća istraživanja bi trebalo da implementiraju funkciju korisnosti prilikom rekonstrukcije putanja između projektovanih GPS tačaka vozila. Takođe, potrebno je ispitati i konstruisati odgovarajući način na koji se vrši interpolacija podataka u okolini čvorova u kojima se javljaju učestali redovi čekanja. Pored toga, prilikom prognoze prosečnih vrednosti prostorne brzine, neophodno je uključiti dodatne parametre u ulaznom vektoru neuronskih mreža, kao što su frekvencija pojave redova i postojanje svetlosnih signala na raskrsnicama. Na ovaj način se predpostavlja da će se na precizniji način odrediti vrednosti koje korisnici prognoziraju. Takođe, potrebno je izvršiti dodatne analize načina na koji korisnici ocenjuju vrednost vremena putovanja i prosečne brzine za delove ulične mreže za koje oni ne poseduju dovoljna iskustva. S obzirom, da je u ovom istraživanju izgrađena velika baza sa prosečnim brzinama vozila na uličnim deonicama, generisanih od strane profesionalnih vozača sa svrhom transporta robe u gradovima, u budućim istraživanjima je potrebno sakupiti podatke generisane od strane običnih korisnika sa različitim svrhama kretanja, što bi doprinelo stvaranju objektivnije i preciznije slike saobraćajnih uslova u domaćem saobraćaju.

Buduća istraživanja predloženog modela za definisanje skupa alternativnih ruta, trebalo bi da budu usmerena i ka ispitivanju svih svrha putovanja od strane različitih struktura korisnika. S obzirom da su u ovom istraživanju dužina rute i vreme putovanja na ruti predstavljeni kao dominantni faktori, u budućim istraživanjima bi trebalo uzeti u razmatranje druge kriterijume na osnovu kojih korisnici vrše nekompenzacijsko donošenje odluka. Takođe, potrebno je detaljnije ispitati skup kriterijuma koji je potrebno uključiti u funkciji korisnosti kod kratkih putovanja i putovanja srednjih dužina, za korisnike sa različitim preferencama i za različite svrhe putovanja.

Sveobuhvatno, buduća istraživanja načina izbora rute putovanja, trebalo bi da budu usmerena ka razvijanju bihevorističkih pristupa, kako bi se povećala preciznost i efikasnost postojećih transportnih modela. Na taj način bi se stvorili uslovi u kojima prognozirani transportni zahtevi poseduju veći stepen pouzdanosti, čime se povećava šansa da se uspešno izvrši implementacija budućih saobraćajnih strategija.

## LITERATURA

- Adler, J. L., Recker, W.W., i McNally, M.G. (1993). *A conflict model and interactive simulator (FASTCARS) for predicting en route driver behavior in response to real-time traffic condition information*. Transportation, 20, str. 83–106.
- Aleskerov, F. and Bouyssou, D. and Monjardet, B. (2007). *Utility Maximization, Choice and Preference*. Studies in economic theory. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-540-34183-3.
- Allen, L.G. (1979). *The perception of time*. Perception and Psychophysics, 26, str. 340-354.
- Alt, H., Efrat, A., Rote, G., & Wenk, C. (2003). *Matching planar maps*. In Proceedings of the fourteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms. Society for Industrial and Applied Mathematics, 589-598.
- Azevedo, J., Costa, M. E. O. S., Madeira, J. J. E. S., & Martins, E. Q. V. (1993). *An algorithm for the ranking of shortest paths*. European Journal of Operational Research, 69(1), 97-106.
- Banach, S. (2013). *The reliability of a large floating car data system for urban traffic analysis: Maastricht case study* (Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven).
- Barbera, S., Hammond, P. and Seidl, C. (1998). *Handbook of Utility Theory (Volume 1): Principles*. Handbook of Utility Theory. Springer US. ISBN 978-0-792-38174-7.
- Bekhor, S. & Prato, C.G. (2006). *Effects of choice set composition in route choice modeling*. In Proceedings of the 11th International Conference on Travel Behavior Research, Kyoto, Japan.
- Bekhor, S., & Prashker, J. (2001). *Stochastic user equilibrium formulation for generalized nested logit model*. Transportation Research Record 1752, 84-90.
- Bekhor, S., Ben-Akiva, M. E., & Ramming, M. S. (2006). *Evaluation of choice set generation algorithms for route choice models*. Annals of Operations Research, 144(1), 235-247.

- Bekhor, S., Ben-Akiva, M., & Ramming, M. S. (2002). *Adaptation of logit kernel to route choice situation*. Transportation Research Record 1805, str. 78-85.
- Ben-Akiva, M., & Bierlaire, M. (1999). *Discrete choice methods and their applications to short term travel decisions*. In Handbook of transportation science, Springer US, 5-33.
- Ben-Akiva, M., Bergman, M. J., Daly, A. J., & Ramaswamy, R. (1984). *Modeling inter-urban route choice behaviour*. In Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Utrecht, The Netherlands: VNU Science Press, 299-330.
- Ben-Akiva, M.E. and Lerman, S.R. (1985). *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. MIT Press series in transportation studies. MIT Press, ISBN: 978-0-262-02217-0.
- Benshoof, J.A. (1970). *Characteristics of drivers' route selection behavior*. Traffic Engineering and Control, 11 (12), str. 604-606.
- Berger, J.O. (2013). *Statistical Decision Theory: Foundations, Concepts, and Methods*. Springer Series in Statistics. Springer New York. ISBN 978-1-475-71727-3.
- Bermúdez, J. L. (2009). *Decision Theory and Rationality*. OUP Oxford. ISBN 978-0-191-60945-9.
- Bierlaire, M., Chen, J., & Newman, J. (2013). *A probabilistic map matching method for smartphone GPS data*. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 26, 78-98.
- Bierlaire, M., Hurtubia, R., & Flötteröd, G. (2009). *An experimental analysis of the implicit choice set generation using the Constrained Multinomial Logit model* (Report TRANSP-OR 090518, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne).
- Blazquez, C. A. (2012). *A decision-rule topological map-matching algorithm with multiple spatial data*. Global navigation satellite systems: Signal, theory and applications, 215-240.
- Bliemer, M., & Bovy, P. (2008). *Impact of route choice set on route choice probabilities*. Transportation Research Record 2076, 10-19.

- Bovy, P. H. (2009). *On modelling route choice sets in transportation networks: a synthesis*. *Transport reviews*, 29(1), 43-68.
- Bovy, P. H., & Fiorenzo-Catalano, S. (2007). *Stochastic route choice set generation: behavioral and probabilistic foundations*. *Transportmetrica*, 3(3), 173-189.
- Bovy, P., Bekhor, S., & Prato, C. (2008). *The factor of revisited path size: Alternative derivation*. *Transportation Research Record* 2076, 132-140.
- Bovy, P.H. and Stern, E. (1990). *Route Choice: Wayfinding in Transport Networks*. Studies in Operational Regional Science. Springer Netherlands, ISBN: 978-9-400-90633-4.
- Bridges, D.S. and Mehta, G.B. (2013). *Representations of Preferences Orderings*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-51495-1.
- Brockfeld, E., Wagner, P., & Passfeld, B. (2007). *Validating travel times calculated on the basis of taxi floating car data with test drives*. In Proceedings of the 14th World Congress on Intelligent Transport Systems, Beijing.
- Bureau of Public Roads. (1964). *Traffic assignment manual for application with a large, high speed computer*. Washington, D.C.:U.S. Dept. of Commerce, Bureau of Public Roads, Office of Planning, Urban Planning Division
- Cascetta, E., Nuzzolo, A., Russo, F., & Vitetta, A. (1996). *A modified logit route choice model overcoming path overlapping problems*. Specification and some calibration results for interurban networks. In Internaional symposium on transportation and traffic theory, Lyon, France, 697-711.
- Charle, W., Viti, F., & Tampère, C. (2010). *Estimating route travel time variability from link data by means of clustering*. In Proceedings of the 12th World Conference on Transport Research WCTR.
- Chen, A., Kasikitwiwat, P., & Ji, Z. (2003). *Solving the overlapping problem in route choice with paired combinatorial logit model*. *Transportation Research Record* 1857, 65-73.

- Chen, D., Driemel, A., Guibas, L. J., Nguyen, A., & Wenk, C. (2011). *Approximate map matching with respect to the Fréchet distance*. In Proceedings of the Meeting on Algorithm Engineering & Experiments. Society for Industrial and Applied Mathematics, 75-83.
- Chien, S. I. J., Ding, Y., & Wei, C. (2002). *Dynamic bus arrival time prediction with artificial neural networks*. Journal of Transportation Engineering, 128(5), 429-438.
- Chu, C. (1989). *A paired combinatorial logit model for travel demand analysis*. Proceedings of the fifth World Conference on Transportation Research, Vol. 4, Ventura, CA, pp. 295–309.
- Clausen, J. (1999). *Branch and bound algorithms-principles and examples*. Department of Computer Science, University of Copenhagen, 1-30.
- Coto-Millan, P. (2012). *Utility and Production: Theory and Applications*. Second Edition. Contributions to Economics. Physica-Verlag Heidelberg. ISBN: 978-3-7908-1423-1.
- Davis, G., & Xiong, H. (2007). *Access to destinations: travel time estimation on arterials*. Minnesota Department of Transportation, Minnesota.
- De Dios Ortuzar, J., & Willumsen, L. G. (2011). *Modelling transport*. Fourth Edition. New Jersey, Wiley, ISBN: 978-1-119-99352-0.
- De la Barra, T., Perez, B., & Anez, J. (1993). *Multidimensional path search and assignment*. In PTRC Summer Annual Meeting, 21st, 1993, University of Manchester, United Kingdom.
- Dhaker, N. S. (2012). *Route choice modeling using GPS data* (Doctoral dissertation, University of Florida).
- Dharia, A., & Adeli, H. (2003). *Neural network model for rapid forecasting of freeway link travel time*. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 16(7), 607-613.
- Dial, R. B. (1971). *A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration*. Transportation research, 5(2), 83-111.

- Earl, P.E. and Kemp, S. (2002). *The Elgar Companion to Consumer Research and Economic Psychology*. Elgar Original Reference Series. Edward Elgar Publishing.
- Falmagne, J. C. (1976). *Random Conjoint Measurement and Loudness Summation*. Psychol. Rev.,83, str. 65-79.
- Fang, T., Guo, L., Kuehne, R., Wang, J., & Bei, X. (2009). *An Evaluation Method for Floating Car Data (FCD) System*. In 16th ITS World Congress and Exhibition on Intelligent Transport Systems and Services.
- Flötteröd, G., & Bierlaire, M. (2013). *Metropolis–Hastings sampling of paths*. Transportation Research Part B: Methodological, 48, 53-66.
- Fosgerau, M., Frejinger, E., & Karlstrom, A. (2013). *A link based network route choice model with unrestricted choice set*. Transportation Research Part B: Methodological, 56, 70-80.
- Frejinger, E. (2007). *Random sampling of alternatives in a route choice context*. In European Transport Conference (No. TRANSP-OR-TALK-2007-005, Leeuwenhorst, The Netherlands).
- Frejinger, E. (2008). *Route choice analysis: data, models, algorithms and applications* (Doctoral dissertation, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne).
- Frejinger, E., & Bierlaire, M. (2005). *Route choice models with subpath components*. In Swiss Transportation Research Conference. Ascona, Switzerland.
- Frejinger, E., & Bierlaire, M. (2007). *Capturing correlation with subnetworks in route choice models*. Transportation Research Part B: Methodological, 41(3), 363-378.
- Freundschuh, S.M. (1992). *Is there a relationship between spatial cognition and environmental patterns?* Lect. Notes Comput. Sci., 639, str. 288–304.
- Gajewski, B. J., & Rilett, L. R. (2004). *Estimating link travel time correlation: an application of Bayesian smoothing splines*. Journal of Transportation and Statistics, 7(2/3).

- Garrow, L. A. (2012). *Discrete choice modelling and air travel demand: theory and applications*. Ashgate Publishing Limited. Ashgate Publishing, ISBN: 978-1-409-48633-6.
- Gen, M. and Cheng, R. (2000). *Genetic algorithms and engineering optimization*. A Wiley-Interscience publication. Wiley, ISBN: 978-0-471-31531-5.
- Gliebe, J., Koppelman, F. and Ziliaskopoulos, A. (1999). *Route choice using a paired combinatorial logit model*. 78th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC.
- Golledge, R. G., & Gärling, T. (2004). *Cognitive maps and urban travel*. In Handbook of transport geography and spatial systems. Emerald Group Publishing Limited, 501-512.
- Goulias, K.G. (2002). *Transportation Systems Planning: Methods and Applications*. New Directions in Civil Engineering. CRC Press, ISBN: 978-1-420-04228-3.
- Graziano, M. (2012). *Epistemology of decision: rational choice, neuroscience and biological approaches*. Series: Springer Briefs in Philosophy. Springer Netherlands. ISBN 978-9-400-75427-0.
- Greenfeld, J. S. (2002). *Matching GPS observations to locations on a digital map*. In Transportation Research Board 81st Annual Meeting.
- Grüne-Yanoff, T. and Hansson, S. O. (2009). *Preference Change: Approaches from philosophy, economics and psychology*. Series A: Philosophy And Methodology Of The Social Sciences. Springer Netherlands. ISBN 978-9-048-12593-7.
- Guevara, C. A., & Ben-Akiva, M. E. (2013). *Sampling of alternatives in multivariate extreme value (MEV) models*. Transportation Research Part B: Methodological, 48, str. 31-52.
- He, R. R., Liu, H. X., Kornhauser, A. L., & Ran, B. (2002). *Temporal and spatial variability of travel time* (the Institute of Transportation Studies, University of California, Irvine, UCI-ITS-TS-WP-02-13).
- Hensher, D. A., Rose, J. M., & Greene, W. H. (2005). *Applied choice analysis: a primer*. Cambridge University Press, ISBN: 978-0-521-60577-9.



- Hess, S., Quddus, M., Rieser-Schüssler, N., & Daly, A. (2015). *Developing advanced route choice models for heavy goods vehicles using GPS data*. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 77, 29-44.
- Hicks, J.R. and Allen, R.D.G. (1934). *A Reconsideration of the Theory of Value*. Parts I-II, *Economica*, 1, Part I, str. 52-76, i Part II, str. 196-219.
- Hinterding, R., Michalewicz, Z., & Eiben, A. E. (1997). *Adaptation in evolutionary computation: A survey*. In *Evolutionary Computation, 1997.*, IEEE International Conference on. IEEE, 65-69.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press, ISBN: 978-0-472-08460-9.
- Hoogendoorn-Lanser, S., & Van Nes, R. (2006). *On the use of choice sets for estimation and prediction in route choice*. Bijdrage aan het Colloquium Vervoersplanologisch Speurwerk 2006, Amsterdam.
- Hoogendoorn-Lanser, S., Van Nes, R. and Bovy, P. H. L. (2005). *Path size and overlap in multi-modal transport networks, a new interpretation*. In H. S. Mahmassani (ed.), *Flow, Dynamics and Human Interaction*, Proceedings of the 16th International Symposium on Transportation and Traffic Theory.
- Hutchinson, B.G., Nijkamp, P. and Batty, M. (2012). *Optimization and Discrete Choice in Urban Systems: Proceedings of the International Symposium on New Directions in Urban Systems Modelling Held at the University of Waterloo, Canada July 1983*. Series: Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-51020-5.
- Jagadeesh, G. R., Srikanthan, T., & Zhang, X. D. (2004). *A map matching method for GPS based real-time vehicle location*. *Journal of Navigation*, 57(03), 429-440.
- Jansen, G.R.M. i Den Adel, D.N. (1987). *Routekeuze van Automobilisten: een Onderzoek naar Kwalitatieve Keuzefactoren*. Delft University Press, Delft.
- Jawad, A., & Kersting, K. (2010). *Kernelized map matching*. In *Proceedings of the 18th SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, ACM, 454-457.

- Jensen, N. E. (1967). *An introduction to Bernoullian utility theory: I. Utility functions*. Swedish Journal of Economics, 69, str. 163–183.
- Jeong, R., & Rilett, R. (2004). *Bus arrival time prediction using artificial neural network model*. In Intelligent Transportation Systems, 2004. Proceedings. The 7th International IEEE Conference on, IEEE, 988-993.
- Ji, Y., Jiang, S., Du, Y., & Zhang, H. M. (2015). *Estimation of bimodal urban link travel time distribution and its applications in traffic analysis*. Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2015.
- Kahneman, D. and Tversky, A. (1977). *Prospect Theory: An Analysis of Decision Making Under Risk*. Advanced Decision Technology Program. Defense Advanced Research Projects Agency.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). *Subjective probability: A judgment of representativeness*. Cognitive psychology (3). str. 430-454.
- Lai, X., & Bierlaire, M. (2015). *Specification of the cross-nested logit model with sampling of alternatives for route choice models*. Transportation Research Part B: Methodological, 80, str. 220-234.
- Lancaster, K.J. (1966). *A New Approach to Consumer Theory*. Journal of Political Economy, 74, str. 132-157.
- Li, J., Xie, L., & Lai, X. (2013). *Route reconstruction from floating car data with low sampling rate based on feature matching*. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 6(12), 2153-2158.
- Li, R., Chai, H., & Tang, J. (2013). *Empirical study of travel time estimation and reliability*. Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2013.
- Liao, L., Fox, D., & Kautz, H. (2007). *Extracting places and activities from gps traces using hierarchical conditional random fields*. The International Journal of Robotics Research, 26(1), 119-134.
- Lichtenstein, S. i Siovic, P. (1971). *Reversals of Preferences between Bids and Choices in Gambling Decisions*. Journal of Experimental Psychology 89, str. 46-55.

- Lorkowski, S., Mieth, P., & Schäfer, R. P. (2005). *New ITS applications for metropolitan areas based on Floating Car Data*. Institute of Transport Research, German Aerospace Center (Berlin).
- Lou, Y., Zhang, C., Zheng, Y., Xie, X., Wang, W., & Huang, Y. (2009). *Map-matching for low-sampling-rate GPS trajectories*. In Proceedings of the 17th ACM SIGSPATIAL international conference on advances in geographic information systems. ACM, 352-361.
- Louviere, J. J., Hensher, D. A., & Swait, J. D. (2000). *Stated choice methods: analysis and applications*. Cambridge University Press, ISBN: 978-0-521-78830-4.
- Mai, T., Fosgerau, M., & Frejinger, E. (2015). *A nested recursive logit model for route choice analysis*. Transportation Research Part B: Methodological, 75, str. 100-112.
- Manski, C. F. (1977). *The structure of random utility models*. Theory and decision, 8(3), 229-254.
- Marschak, J. (1960). *Binary choice constraints on random utility indications*. In K. Arrow, ed., Stanford Symposium on Mathematical Methods in the Social Sciences, Stanford University Press, Stanford, CA, str. 312-329.
- Martínez, F., Aguila, F., & Hurtubia, R. (2009). *The constrained multinomial logit: A semi-compensatory choice model*. Transportation Research Part B: Methodological, 43(3), 365-377.
- Messelodi, S., Modena, C. M., Zanin, M., De Natale, F. G. B., Granelli, F., Betterle, E., and Guarise, A. (2009). *Intelligent Extended Floating Car Data Collection*. Expert Systems with Applications: An International Journal, 36(3), 4213-4227.
- Miwa, T., Kiuchi, D., Yamamoto, T., & Morikawa, T. (2012). *Development of map matching algorithm for low frequency probe data*. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 22, 132-145.
- Montini, L., & Axhausen, K. W. (2015). *Preliminary results: Route choice analysis from multi-day GPS data*. In 15th Swiss Transport Research Conference, Ascona, Switzerland.

- Moscato, I. (2013). *How Cardinal Utility Entered Economic Analysis, 1909-1944*. CHOPE Working Paper. No. 2013-09. 906-939.
- Müller M. (2007). *Information retrieval for music and motion*. Springer Berlin Heidelberg. ISBN: 978-3-540-74048-3.
- Nassir, N., Ziebarth, J., Sall, E., & Zorn, L. (2014). *Choice set generation algorithm suitable for measuring route choice accessibility*. Transportation Research Record 2430, str. 170-181.
- Nevers, B. (2014). *Guide to Establishing Monitoring Programs for Travel Time Reliability*. Transportation Research Board.
- Newson, P., & Krumm, J. (2009). *Hidden Markov map matching through noise and sparseness*. In Proceedings of the 17th ACM SIGSPATIAL international conference on advances in geographic information systems. ACM, 336-343.
- Nikolić M., & Jović J. (2015). Primena podataka o vremenu putovanja u modelima opterećenja ulične mreže, XI Savetovanje o tehnikama regulisanja saobraćaja, Sombor.
- Nikolić, M., & Jović, J. (2017). *Implementation of generic algorithm in map-matching model*. Expert Systems with Applications, 72, 283-292.
- Nikolić, M., Jović, J., & Vukanović, S. (2015). *Implementing FCD system in Belgrad*. Tehnika, 70(5), 845-854.
- Orvosh, D., & Davis, L. (1993). *Shall we repair? genetic algorithms combinatorial optimization and feasibility constraints*. In Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- Pailhous, J. (1970). *La Representation de l'Espace Urbain: l'Exemple du Chauffeur de Taxi*. Presses Universitaires de France, Paris.
- Pareto, V. (1971). *Manual of political economy*. New York: A.M. Kelley.
- Prasad, R. & Ruggieri, M. (2005). *Applied satellite navigation-using GPS, GALILEO and augmentation systems*. Artech House mobile communications series. Artech House, ISBN: 978-1-580-53814-5.
- Prashker, J., & Bekhor, S. (1998). *Investigation of stochastic network loading procedures*. Transportation Research Record 1645, 94-102.

- Prato, C. G. (2009). *Route choice modeling: past, present and future research directions*. Journal of choice modelling, 2(1), str. 65-100.
- Prato, C., & Bekhor, S. (2006). *Applying branch-and-bound technique to route choice set generation*. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 1985, Washington, D.C., str. 19–28.
- Prato, C., & Bekhor, S. (2007). *Modeling route choice behavior: how relevant is the composition of choice set?*. Transportation Research Record 2003, 64-73.
- Quattrone, A., & Vitetta, A. (2011). *Random and fuzzy utility models for road route choice*. Transportation research part E: logistics and transportation review, 47(6), 1126-1139.
- Quddus, M., & Washington, S. (2015). *Shortest path and vehicle trajectory aided map-matching for low frequency GPS data*. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 55, 328–339.
- Quddus, M. A. (2006). *High integrity map matching algorithms for advanced transport telematics applications* (Doctoral dissertation, Imperial College London, United Kingdom).
- Quddus, M. A., Noland, R. B., & Ochieng, W. Y. (2006). *A high accuracy fuzzy logic based map matching algorithm for road transport*. Journal of Intelligent Transportation Systems, 10(3), 103-115.
- Quddus, M. A., Ochieng, W. Y., & Noland, R. B. (2007). *Current map-matching algorithms for transport applications: State-of-the art and future research directions*. Transportation Research Part C: Emerging Technologies 15.5, 312-328.
- Quddus, M., & Washington, S. (2015). *Shortest path and vehicle trajectory aided map-matching for low frequency GPS data*. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 55, 328-339.
- Ramming, M. S. (2001). *Network knowledge and route choice* (Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology).

- Rasmussen, T. K., Anderson, M. K., Nielsen, O. A., & Prato, C. G. (2016). *Timetable-based simulation method for choice set generation in large-scale public transport networks*. EJTIR, 16(3), 467-489.
- Reeves, C. and Rowe, J.E. (2002). *Genetic Algorithms Principles and Perspectives: A Guide to GA Theory*. Operations Research/Computer Science Interfaces Series. Springer US, ISBN: 978-1-402-07240-6.
- Resnik, M. D. (1990). *Choices: An Introduction to Decision Theory*. The Philosophical Review. University of Minnesota Press. ISBN 978-0-816-61440-0.
- Rieser-Schüssler, N., Balmer, M., & Axhausen, K. W. (2013). *Route choice sets for very high-resolution data*. Transportmetrica A: Transport Science, 9(9), str. 825-845.
- Roberts, F.S. (2009). *Measurement Theory: With Applications to Decisionmaking, Utility, and the Social Sciences*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications. Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-10243-8.
- Salvatore, D. (2008). *Microeconomics: Theory and Applications*. Fifth Edition. Oxford University Press. ISBN 978-0-195-33610-8.
- Samuelson, P.A. (1938). *The empirical implications of utility analysis*. Econometrica, 6, str. 344–56.
- Sanaullah, I. (2013). *Real-time estimation of travel time using low frequency GPS data from moving sensors* (Doctoral dissertation, Loughborough University).
- Savage, L.J. (1954). *The Foundations of Statistics*. New York: John Wiley.
- Schmidt, U.U. and Traub, S. (2006). *Advances in Public Economics: Utility, Choice and Welfare*. Theory and Decision Library C. Springer US. ISBN 978-0-387-25706-8.
- Shoham, Y., & Leyton-Brown, K. (2008). *Multiagent systems: Algorithmic, game-theoretic, and logical foundations*. Cambridge University Press.
- Sholl, M.J. (1996). *From visual information to cognitive maps*. In The Construction of Cognitive Maps, Portugali, J., Ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, str. 157–186.

- Simon, H. A. (1957). *Models of Man: Social and Rational*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Simon, H. A. (1972). *Theories of Bounded Rationality*. In C. B. McGuire, C. Radner (Eds.), *Decision and Organization*, str. 161–176.
- Srinivasan, K., & Jovanis, P. (1996). *Determination of number of probe vehicles required for reliable travel time measurement in urban network*. *Transportation Research Record* 1537, 15-22.
- Stern, E. i Leiser, D. (1988). *Levels of spatial knowledge and urban travel modeling*. *Geographical Analysis*, 20(2), str. 140-155.
- Takemura, K. (2014). *Behavioral decision theory: Psychological and mathematical descriptions of human choice behavior*. Springer Japan. ISBN 978-4-431-54580-4.
- Tang, W., & Cheng, L. (2016). *Analyzing multiday route choice behavior of commuters using GPS data*. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(2), DOI: 10.1177/1687814016633030
- Tawfik, A. M. A., & Rakha, H. (2012). *A Real-World Route Choice Experiment to Investigate Drivers Perceptions and Choices*. In *Transportation Research Board 91st Annual Meeting* (No. 12-3927).
- Tawfik, A. M., & Rakha, H. A. (2012). *Human Aspects of Route Choice Behavior: Incorporating Perceptions, Learning Trends, Latent Classes, and Personality Traits in the Modeling of Driver Heterogeneity in Route Choice Behavior* (Virginia Tech Transportation Institute, Blacksburg, VA).
- Thurstone, L. (1927). *A law of comparative judgement*. *Psychological Review* 34, str. 273–286.
- Train, K.E. (2009). *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge University Press, ISBN: 978-1-139-48037-6.
- Turner, S. M., Eisele, W. L., Benz, R. J., & Holdener, D. J. (1998). *Travel Time Data Collection Handbook*, No. FHWA-PL-98-035.

- Tversky, A. & Kahneman, D. (1992). *Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty*. Journal of Risk and Uncertainty, Vol. 5 Issue 4. Str. 297–323. DOI: 10.1007/BF00122574
- Van Nes, R., Hoogendoorn-Lanser, S., and Koppelman, F.S. (2008). Using choice sets for estimation and prediction in route choice. *Transportmetrica*, 4(2), 83-96.
- Van Sickle, J. (2008). *GPS for land surveyors*. Textbooks in Mathematics. CRC Press, ISBN: 978-0-849-39195-8.
- Von Neumann, J., and Morgenstern, O. (1944). *Theory Games and Economic Behavior* Princeton. NJ: Princeton University Press.
- Voorneveld, M., & Weibull, J. W. (2016). *An Elementary Proof That Well-Behaved Utility Functions Exist*. Theoretical Economics Letters, 6, 450-457. DOI: <http://dx.doi.org/10.4236/tel.2016.63051>
- Vovsha, P., & Bekhor, S. (1998). *Link-nested logit model of route choice: overcoming route overlapping problem*. Transportation Research Record 1645, 133-142.
- Wagner, P., Brockfeld, E., Thiessenhusen, K. U., & Schafer, R. P. (2002) *Analysis of Travel Times and Routes on Urban Roads by Means of Floating-Car Data*. European Transport Conference, Cambridge.
- Wardrop, J. G. (1952). *Some theoretical aspects of road traffic research*. In ICE Proceedings: engineering divisions (Vol. 1, No. 3, pp. 325-362). Thomas Telford.
- Wei, H., Wang, Y., Forman, G., & Zhu, Y. (2013). *Map matching by Fréchet distance and global weight optimization*. Technical Paper, Departement of Computer Science and Engineering.
- Wendt, D. and Vlek, C.A. (2012). *Utility, Probability, and Human Decision Making: Selected Proceedings of an Interdisciplinary Research Conference*. Theory and Decision Library. Springer Netherlands.
- Wenk, C., Salas, R., & Pfoser, D. (2006). *Addressing the need for map-matching speed: Localizing global curve-matching algorithms*. In Scientific and Statistical



- Database Management, 2006. 18th International Conference on, IEEE, 379-388.
- Xu, M., Du, Y., Wu, J., & Zhou, Y. (2015). *Map matching based on conditional random fields and route preference mining for uncertain trajectories*. Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2015.
- Yamamoto, T., Liu, K., & Morikawa, T. (2006). *Variability of travel time estimates using probe vehicle data*. In Proceedings of the Fourth International Conference on Traffic and Transportation Studies (ICTTS), 278-287.
- Yang, J., & Meng, L. (2015). *Feature selection in conditional random fields for map matching of GPS trajectories*. In Progress in Location-Based Services 2014. Springer International Publishing, 121-135.
- Yin, H., & Wolfson, O. (2004). *A weight-based map matching method in moving objects databases*. In Scientific and Statistical Database Management, 2004. Proceedings. 16th International Conference on, IEEE, 437-438.
- Zheng, F., & Van Zuylen, H. (2013). *Urban link travel time estimation based on sparse probe vehicle data*. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 31, 145-157.
- Zwerina, K. (2013). *Discrete Choice Experiments in Marketing: Use of Priors in Efficient Choice Designs and Their Application to Individual Preference Measurement, Contributions to Management Science*, Physica-Verlag HD, ISBN: 978-3-642-50013-8.

## PRILOG 1. TEORIJA ODLUČIVANJA

U svakodnevnom životu korisnici se susreću sa raznovrsnim i mnogobrojnim odlukama koje je potrebno doneti pre, tokom i nakon putovanja. Odluke se mogu podeliti na one koje se donose rutinski i bez upotrebe dodatnog kognitivnog napora, kao i na odluke u kojima se međusobno vrednuju više različitih alternativa. Prva grupa se dovodi u vezu sa situacijama koje su dobro poznate donosiocu odluke ili sa uslovima u kojima je izbor očigledan, kada postoji dominantna alternativa. Sa druge strane, druga grupa odluka se povezuje sa okolnostima u kojima izbor nije očigledan ili je ishod nepoznat. Graziano (2012) odluke definiše kao rezultat želja i prilika korisnika da postigne svoj cilj, pri čemu svaka alternativa poseduje određene troškove i dobiti. Pored toga, Resnik (1990) navodi da odluka predstavlja izbor između dve ili više opcija od kojih svaka može prouzrokovati nekoliko različitih ishoda. Dakle, odluke predstavljaju rezultat odlučivanja, koji se u procesu izbora načina putovanja dele na odluke vezane za vreme polaska, vid transporta, destinaciju i rutu putovanja.

Odlučivanje predstavlja složen proces u kojem korisnik traga za dostupnim alternativama, vrednuje ih i bira onu koja mu subjektivno donosi najviše koristi. Naučna oblast koja se odnosi na izučavanje procesa odlučivanja i načina donošenja odluka se naziva *teorija odlučivanja*. Teorija odlučivanja predstavlja aglomerat različitih znanja iz oblasti matematike, ekonomija, filozofije, sociologije, biologije i psihologije. Sama teorija se deli na noramativnu i na deskriptivnu, pri čemu normativna teorija zastupa pravac u kojem se korisnik i njegovo ponašanje posmatraju sa aspekta odluka donesenih od strane idealnog i nepogrešivog ljudskog bića, *Homo Economicus*. Resnik (1990) navodi da ovakvo hipotetičko biće mora posedovati sposobnost precizne obrade i čuvanja neograničene količine informacija, koje su izuzete od logičkih i matematičkih grešaka. Sa druge strane, deskriptivna teorija predstavlja pristup u kojem se donosioci odluka posmatraju kao stvarna ljudska bića, sa njihovim definisanim ulogama u društvu, *Homo sociologus*. Graziano (2012) navodi da su od polovine prošlog veka, razna istraživanja isticala brojna teoretska i empiriska ograničenja normativne teorije, koja limitiraju mogućnosti predviđanja širokog spektra stvarnih odluka. Simon (1972) je jedan od prvih autora

koji je temeljno definisao razliku između stvarnog ponašanja korisnika i ponašanja predstavljenog u neoklasičnoj teoriji odlučivanja, pri čemu je njegov koncept usmeren ka isticanju kognitivnih i evolucionih ograničenja ljudi (Graziano, 2012). U ekonomiji i matematici, neoklasični pravac je zasnovan na normativnom pristupu, koji je matematički temeljno objašnjen i razvijen. Pored navedenog, ovakav pristup je opravdan prilikom modelovanja kompleksnih realnih sistema u kojima se sa željenim nivoom preciznosti prognoziraju raspodele putovanja vozila na uličnoj mreži. Štaviše, pokušaj da se modeluje realno ponašanje svakog korisnika može dovesti do većih odstupanja, s obzirom da istraživači ne poseduju uvid u individualne preferencije i osobine svakog pojedinca u populaciji. Resnik (1990) ističe da autori u svojim istraživanjima, prilikom modelovanja izbora korisnika i sami moraju da donesu određene odluke, koje su u literaturi poznate pod nazivom odluke drugog reda. Odluke drugog reda se odnose na usvajanje određenih aksioma i pretpostavki o načinu ponašanja korisnika. Takođe, da bi se izbegla rekurentnost u donošenju odluka, na ove odluke ne sme uticati lična korist istraživača, već moraju biti zasnovane na objektivnim, empiriskim i logičkim činjenicama i postavkama problema (Resnik, 1990). S tim u vezi većina teorija prepoznaje i uvodi termin racionalnog ponašanja, koji predstavlja referentni početak za definisanje bazičnih pretpostavki o ponašanju donosioca odluka. Tipovi odluka koje istraživači donose prilikom modelovanja izbora rute putovanja, se mogu odnositi na način formiranja skupa alternativnih ruta, izbor relevantnih karakteristika (atributa) putanja, načina predstavljanja korisnosti, definisanje strategija i nivoa odlučivanja itd.

Drugim načinom podele, definišu se sledeća tri slučaja u teoriji odlučivanja: odlučivanje sa sigurnim ishodom, odlučivanje uz postojanje rizika i odlučivanje sa neizvesnostima. Prvom grupom odluka su predstavljeni uslovi u kojima ishod zavisi od izbora alternative. Prilikom izbora rute putovanja, korisnici se skoro nikada ne susreću sa ovakvim stanjem transportnog sistema, jer ove okolnosti zahtevaju idealne saobraćajne uslove, u kojima vreme putovanja zavisi samo od dužine izabrane rute. U uslovima postojanja rizika, korisnici su upoznati sa postojećim alternativama, mogućim stanjima sistema i frekvencom njihove pojave, kao i sa konačnim ishodima, koji su u funkciji izabranih alternativa i zatečenog stanja sistema. U ovim uslovima, korisnik na osnovu usvojene pretpostavke o stanju

sistema, bira onu alternativu za koju očekuje da će mu doneti najviše koristi. Sa druge strane, opisani uslovi u kojima se donose odluke sa rizikom, najpribližnije opisuju situaciju u kojima korisnik bira alternativnu rutu putovanja, pri čemu se predpostavlja da donosilac odluke poseduje određena znanja o karakteristikama posmatrane ulične mreže. Treća grupa odluka se razlikuju od predhodnih po činjenici da korisnik ne poseduje saznanja o frekvencama pojave različitih stanja sistema. Prilikom izbora rute putovanja, novi korisnici se delimično susreću sa ovakvim okolnostima na uličnoj mreži. Takođe, prilikom odabira putanje, korisnici često biraju alternativnu iz skupa ruta u uslovima koji poseduju karakteristike druge i treće grupe odlučivanja.

Treća podela u teoriji odlučivanja je zasnovana na broju pojedinaca koji učestvuju u procesu donošenja odluke, odnosno na grupne odluke i odluke individue. U skladu sa ciljevima doktorske disertacije, u daljem delu rada izučavaju se samo odluke koje su donosene od strane pojedinca, pri čemu se u modelima izbora rute putovanja proučava problem individualnog odabira alternative iz skupa izvodljivih ruta. Pored ovoga, bitno je napomenuti da teorija odlučivanja poseduje tri osnovna cilja, i to: (i) definisanje pravilnog načina donošenja odluka i odluka koje donose najviše koristi, (ii) proučavanje načina donošenja odluka i (iii) definisanje modela za prognozu i rekonstrukciju izbora od strane pojedinaca ili grupe.

Teorija odlučivanja je klasično razvijana kao pravac za opisivanje racionalnog odlučivanja (Bermúdez, 2009, Graziano, 2012). Pored toga, svi navedeni pristupu uvode predpostavku da je korisnik racionalno biće, što podrazumeva da pojedinac traga za solucijom koja će njemu trenutno doneti najviše koristi. Sa druge strane, racionalno u ovom smislu podrazumeva ponašanje koje povećava verovatnoću za sticanjem veće količine dobrog i smanjuje šansu za stvaranjem gubitaka. U suštini, razlika između ovih pristupa se ogleda u načinu shvatanja racionalnog ponašanja. Kod normativnog pristupa, iracionalno ponašanje predstavlja paradoks, dok desriptivni pristup u ovim slučajevima traga za objašnjenjima njegovog (iracionalnog ponašanja) nastanka. Potrebno je uzeti u obzir, da je postavljena pravila i aksiome za društvene pojave moguće prekršiti od strane posmatranog subjekta, pri čemu one percipirane sa aspekta prirodnih nauka predstavljaju smernice a ne egzaktne zakonitosti.

S obzirom da je oblast izučavanja teorije odlučivanja veoma obimna i da prelazi okvire doktorske disertacije, u daljem delu ovog priloga su predstavljene osnovne matematičke relacije i aksiome, koje su esencijalne za objašnjenje načina njihove implementacije prilikom formiranja modela izbora rute putovanja.

## PREFERENCIJE

Proces odlučivanja je u literaturi konvencionalno predstavljen kao sistem koji se sastoji od tri komponente, odnosno od skupa alternativa, skupa mogućih stanja sistema, i skupa mogućih ishoda. Takemura (2014) navodi da se proces matematički predstavlja preslikavanjem proizvoda skupa mogućih alternativa  $A$  i stanje sistema  $Z$  u skup ishoda  $X$ , putem sledećeg izraza

$$f: A \times Z \rightarrow X \quad (80)$$

Prvi deo ovog izraza predstavlja skup uređenih parova dobijenih putem kartezijanskog proizvoda, kojim se dobijaju sve moguće kombinacije alternativa i stanja sistema. Neophodan uslov za donošenje racionalnih odluka, percipirane sa aspekta teorije odlučivanja, predstavlja posedovanje jasno aksiomatski definisane relacije (usvajanje aksioma koje se odnose na individualne sudove, sklonosti, reakcije itd., i pod kojima je moguće izvršiti merenje) (Roberts, 2009), koja omogućava donosiocu odluke da uredi alternative, da uporedi ishode i da u zavisnosti od svojih sklonosti odabere alternativu koja donosi najviše koristi. Ove relacije definišu pravila po kojima se korisnici ponašaju i ne pružaju odgovor zašto korisnik preferira određene osobine više od drugih. Pored toga, preferencija podrazumeva pružanje naklonosti ka nečemu, i uključuje složene psihološke procese. S obzirom na to da je u matematičkom smislu preferencija relacija na nekom skupu, potrebno je razmotriti relacije i njihove osobine. U uopštenom smislu relacija predstavlja odnos između elemenata skupa, sa glavnim osobinama navedenim u *definiciji 2.1*.

**Definicija 2.1.** *Relacija  $\rho$  nad skupom  $X$  poseduje sledeće osobine:*

1. *refleksna ako je  $hpx$  za  $\forall x \in X$*
2. *irefleksivna ako je  $\neg (xpx)$  za sve  $\forall x \in X$*
3. *simetrična ako  $xpy$  podrazumeva da je  $ypx$  za  $\forall x, y \in X$*

4. *asimetrična* ako  $xpy$  podrazumeva da je  $\neg (ypx)$  za  $\forall x, y \in X$
5. *tranzitivna* ako  $xpy \wedge ypz$  podrazumeva da je  $xpz$  za  $\forall x, y, z \in X$
6. *antisimetrična* ako  $xpy \wedge ypx$  podrazumeva da je  $x = y$  za  $\forall x, y \in X$
7. *negativno tranzitivna* ako  $\neg (xpy) \wedge \neg (ypz)$  podrazumeva da je  $\neg (xpz)$  za  $\forall x, y, z \in X$
8. *slabo povezana* ako za sve  $x \neq y$ , važi da je  $xpy \vee ypx$  za  $\forall x, y \in X$
9. *kompletnost* ako za  $\forall x, y \in X$  važi da je  $xpy \vee ypx$ . (Barbera i ostali, 1998)

Klasa relacija koja opisuje preferenciju su predstavljena kombinacijom osobina iz *definicije 2.1*. Grüne-Yanoff i ostali (2009) navode da preference izražavaju relacione vrednosti suda, pri čemu se pod terminom relaciono podrazumeva povezivanje dve ili više alternativa, dok se pod pojmom vrednosti suda podrazumeva upoređivanje alternativa na osnovu njihove vrednosti. Na osnovu navoda Aleskerov i ostalih (2007), definišu se dve različite vrste relacije koje omogućavaju da se preferencije formalizuju, odnosno da se vrednosti alternativa uporede. Prva vrsta relacije definiše strogu preferenciju, koja na osnovu sklonosti korisnika uspostavlja striktna uređenja između alternativa, pri čemu korisnik ne može biti ravnodušan prilikom izbora. U literaturi se ovakva relacija obično obeležava simbolom  $P$  ili  $\succ$ , i predstavlja relaciju koja je asimetrična i negativno tranzitivna. Drugi tip relacije opisuje slabu preferenciju, i uključuje mogućnost indiferentnosti korisnika između posmatranih alternativa, pri čemu donosilac odluke može preferirati neku alternativu u odnosu na drugu ili biti ravnodušan prilikom izbora. U slučaju postojanja indiferentnosti, donosiocu odluke alternative donose podjednaku korisnost, pri čemu razlika između njih nije dovoljno velika da pobudi želju u njemu za odabirom bolje alternative. U literaturi ova relacija se obično obeležava simbolom  $R$  ili  $\succeq$ , i predstavlja relaciju sa osobinama tranzitivnosti i kompletnosti, dok se relacija indiferencije obeležava sa  $I$  ili  $\sim$ , i predstavlja relaciju sa osobinama refleksivnosti, simetričnosti i tranzitivnosti. Sama relacija preferencije se može definisati kao podskup proizvoda skupa alternativa  $A \times A$ .

**Definicija 2.2.** *Relacija preferencije  $R (\succeq)$  nad skupom  $X$ , predstavlja podskup proizvoda ovog skupa nad samim sobom*

$$R \subset X \times X = \{(x_i, x_j) | x_i, x_j \in X\} \quad (81)$$

*i izražava se putem izraza*

$$R = \{(x_i, x_j) | x_i \succeq x_j, x_i, x_j \in X\} \quad (82)$$

, Takemura, K. (2014).

Ova definicija predstavlja matematičku formulizaciju relacije slabe preferencije (Takemura, 2014). Iz ove definicije se mogu izvući izrazi koji opisuju striktnu preferencu P i indiferentnost I na sledeći način:

$$P = \{(x_i, x_j) | x_i \succ x_j, x_i, x_j \in X\}, P \subset X \times X \quad (83)$$

$$I = \{(x_i, x_j) | x_i \sim x_j, x_i, x_j \in X\}, I \subset X \times X \quad (84)$$

Putem utvrđene relacije preferencije i *definicije 2.2.*, u *teoremi 2.1.* određen je minimalni skup uslova, sastavljen od osam aksioma, putem kojih se definišu osobine relacije preferencije i koje predstavljaju neophodan uslov za racionalno i dosledno donošenje odluka idealnog korisnika.

**Teorema 2.1.** *Skup aksioma A1-A8 predstavljaju neophodne uslove racionalnosti*

A1. (*asimetričnost stroge preference*)  $x_i \succ x_j \rightarrow \neg (x_j \succ x_i)$

A2. (*simetrija indiferentnosti*)  $x_i \sim x_j \rightarrow x_j \sim x_i$

A3. (*refleksivnost indiferentnosti*)  $x_i \sim x_i$

A4. (*nekompatibilnost stroge preference i indiferentnosti*)  $x_i \succ x_j \rightarrow \neg (x_i \sim x_j)$

A5. (*tranzitivnost slabe preference*)  $(x_i \succeq x_j) \wedge (x_j \succeq x_k) \rightarrow (x_i \succeq x_k)$

A6. (*tranzitivnost stroge preference*)  $(x_i \succ x_j) \wedge (x_j \succ x_k) \rightarrow (x_i \succ x_k)$

A7. (*tranzitivnost indiferentnosti*)  $(x_i \sim x_j) \wedge (x_j \sim x_k) \rightarrow (x_i \sim x_k)$

A8. (*kompletnost*)  $(x_i \succ x_j) \vee (x_i \sim x_j) \vee (x_j \succ x_i)$

, (Resnik, 1990, Grüne-Yanoff & Hansson, 2009).

**Dokaz.** A1, pod pretpostavkom da tvrdnja nije tačna i da važi relacija  $x_i \succ x_j \rightarrow x_j \succ x_i$ , onda bi tvrdnja bila kontradiktorna hipotezi da je  $x_i \succ x_j$ , čime je aksioma dokazana. A2, uz pretpostavku da važi suprotna tvrdnja  $x_i \sim x_j \rightarrow \neg (x_i \sim x_j)$ , stvara se kontradiktornost u tvrdnjama  $x_i \sim x_j \rightarrow \neg (x_j \sim x_i) \rightarrow x_j \succ x_i \vee x_i \succ x_j$ , čime je aksioma dokazana. A3. aksioma predstavlja specifičan oblik već predhodno dokazane aksiome, pri čemu se umesto  $x_j$  u hipotezi uključuje promenjiva  $x_i$ . A4, kao i u dokazu aksiome A1, ako se pretpostavi suprotna tvrdnja onda bi važilo pravilo  $x_i \succ x_j \rightarrow x_i \sim x_j \rightarrow x_j \sim x_i$ , pri čemu drugi deo ovog pravila predstavlja aksiomu A2, što ukazuje na

kontradiktornost ove hipoteze, čime je aksioma dokazana. A5, ako je  $x_i \succ x_j$  i  $x_j \succ x_k$  onda važi tvrdnje da je  $x_i \succ x_j$ ,  $x_j \succ x_k$  i  $x_i \succ x_k$ , što indicira da je  $x_i \succ x_k$ . A6, ako je  $x_i > x_j$  i  $x_j > x_k$ , onda važi i relacija da je  $x_i \succ x_j$  i  $x_j \succ x_k$  pri čemu je  $x_i \succ x_k$ , kada bi u ovom slučaju važilo da je  $x_i \sim x_k$  onda bi po tranzitivnosti važilo i da je  $x_i \sim x_j$  i  $x_j \sim x_k$ , a što je kontradiktorno hipotezi da je  $x_i > x_j$  i  $x_j > x_k$  i aksiomi A4, čime je ova aksioma dokazana. A7, ako važi da je  $x_i \sim x_j$  i  $x_j \sim x_k$  onda je  $x_i \succ x_j$  i  $x_j \succ x_k$  kao i  $x_j \succ x_k$  i  $x_j \succ x_k$ , s obzirom da je  $\succ$  relacija tranzitivna onda važi i da je  $x_i \succ x_k$  i  $x_k \succ x_i$  što ukazuje da je  $x_i \sim x_k$ , čime je aksioma dokazana. Ako pretpostavimo suprotno da je  $\neg (x_i > x_j) \wedge \neg (x_i \sim x_j) \wedge \neg (x_j > x_i)$ , po aksiomi A4 važi da izraz  $\neg (x_i \sim x_j)$  implicira da je  $x_i > x_j$ , s tim da je deo tvrdnje  $\neg (x_i > x_j) \wedge x_i > x_j$  logički kontradiktoran, čime je dokazana istinitost ove aksiome. ■

Navedena pravila se nazivaju i uslovi racionalnosti ili uslovi logičke konzistentnosti. Ovakav način opisivanja preferencija putem postavljenih pravila predstavlja normativnu interpretaciju, dok njihova deskriptivna interpretacija naglašava da ona reprezentuju uslov koji omogućava da se izvrše merenja (Roberts, 1979). Pojedinci u realnosti često krše uslove racionalnosti, što ne znači da sama individua nije racionalno biće, već opisuje njihovu nemogućnost da kompleksan skup pravila primene u širokom spektru različitih odluka. Tri najčešće „greške“ kod percepcije i upoređivanja alternativa predstavljaju nemogućnost individua da: ostanu dosledni kod tranzitivnih uslova, ispune uslov kompletnosti i cikličnosti. Takođe, potrebno je napomenuti da osobina tranzitivnosti sprečava pojavu ciklusa kod ličnih preferencija donosioca odluke.

U problemima izbora ruta, korisnici često ne mogu da ispune uslov kompletnosti. S obzirom da su univerzalni skupovi alternativa veoma veliki, koji mogu biti neograničeni ukoliko su ciklusi dozvoljeni, korisnici nisu sposobni da evaluiraju sve postojeće rute, kao i da ih putem relacije preferencije međusobno povežu. Sa druge strane, ovaj nedostatak ne sprečava korisnika da se ponaša racionalno, jer on ne mora da poseduje univerzalni skup alternativa povezan preferencama, kako bi izabrao alternativu koja mu donosi najviše koristi.

Putem ovako definisanih relacija, alternative se mogu urediti linearno na način da se najniže nalaze na dnu, dok se najpoželjnije nalaze na vrhu (uređene putem relacije strogog uređenja). Štaviše, ovako uređene alternative predstavljaju



rang listu uređenu po prioritetima. Pored navedenog, dodatna vrsta relacija koja se povezuje sa preferencijama korisnika predstavljaju indiferentne klase. Indiferentna klasa se dobija spajanjem alternativa prema kojima je korisnik indiferentan, odnosno koje se nalaze na istom rangu. Sveobuhvatno posmatrano, ovako prikazane relacije ukazuju na strukturu naših preferencija, ali ne otkrivaju razliku između nivoa satisfakcija koju svaki rang donosi pojedincu.

Preferencija predstavlja ogledalo ljudskog racionalnog ponašanja i sam matematički opis načina na koji korisnik povezuje i uređuje različite alternative. One ne objašnjavaju dublje značenje svrhe izbora, već predstavljaju alat koji omogućuje da se predvidi ponašanje korisnika, pod uslovom da je ono racionalno. Preference oslikavaju trenutno stanje korisnika, što ne znači da se ono u budućem periodu ne može promeniti. Donosilac odluke kao biće sa slobodnom voljom uvek poseduje opciju da se predomisli i da na osnovu novih saznanja promeni subjektivan način uređenja alternativa.

## **KORISNOST I FUNKCIJA KORISNOSTI**

Korisnost predstavlja numeričku reprezentaciju načina percepcije koristi posmatrane alternative od strane donosioca odluka. Pod terminom korist se podrazumeva psihološko stanje i osećaj ličnog zadovoljstva, užitka, kao i subjektivan odnos donosioca odluke prilikom zadovoljenja potrebe prema nekoj usluzi, dobru, robu i sl. Bermúdez (2009) naglašava da koncept korisnosti datira još iz 18 veka, pri čemu njen značaj raste sa pojavom utilitarista u Velikoj Britaniji. Osnivač modernog utilitarizma, britanski filozof Jeremy Bentham navodi u knjizi „Uvod u načela morala i zakonodavstva“ (1789)<sup>17</sup> definiciju korisnosti: „Korisnost predstavlja vlasništvo u bilo kom obliku, pri čemu se teži da se proizvede benefit, zadovoljstvo, dobro ili sreća, odnosno da se spreči nevolja, bol, zlo, ili nesreća one strane čiji se interes sagledava.“, Roberts (2009).

Ovakav način predstavljanja korisnosti se može svrstati u deskriptivnu definiciju koristi, koja ukazuje na samu svrhu njenog postojanja. Ona predstavlja

---

<sup>17</sup> Bentham, J. (1789). The principles of morals and legislation.

apstraktan pojam koji pomaže donosiocu odluke da izabere alternativu u slučaju postojanja bar dva različita ishoda. Sa aspekta neoklasične teorije, korisnost reprezentuje konvertovane ljudske preferencije u realne brojeve, čime se omogućava da se one mogu meriti i prikazati u matematičkim analizama fenomena donošenja odluka. Pre nego što se definišu neophodni uslovi za postojanje funkcije korisnosti kojom se omogućava ova konverzija, potrebno je definisati neophodan uslov za postojanja funkcije nad uređenim skupom  $(X, \succeq)$ , kojom se opisuju slabo uređene preferencije.

**Teorema 2.2.** *Ako je  $X$  konačan skup i  $\succeq$  binarana relacija na skupu  $X$ . Neophodan i dovoljan uslov postojanja funkcije realnih vrednosti  $f$  na skupu  $X$ , takav da je  $x \succeq y$  ako i samo ako je  $f(x) \geq f(y)$ , jeste da je relacija  $\succeq$  totalnog uređenja (slabog uređenja), Bridges & Mehta (2013).*

Za dokaz ove teoreme uporebljen je prilagođeni dokaz Bridges & Mehta (2013).

**Dokaz.** Ako se pretpostavi da je  $\succeq$  relacija totalnog uređenja, onda se može definisati funkcija  $f$  na skupu  $X$  takva da je,  $f(x) \equiv$  broj elemenata u donjem skupu  $x$ ,  $\downarrow X$ . Ako je  $x \succeq y$ , onda na osnovu tranzitivnosti sledi da  $\downarrow Y \subseteq \downarrow X$ , odnosno  $f(x) \geq f(y)$ . Ako pretpostavimo suprotno da je  $f(x) \geq f(y)$  i  $\neg(x \succeq y)$ , onda važi da je  $y \succ x$  pri čemu po  $x \in \downarrow Y$  i pošto je  $\succ$  relacija irefleksivna važi da  $y \notin \downarrow Y$ . U ovom slučaju bi važilo da je  $f(y) > f(x)$ , i ova kontradiktornost dokazuje da  $f(x) \geq f(y)$  podrazumeva  $x \succeq y$ .

Potrebno je pretpostavi da postoji funkcija  $f$  realnih vrednosti na skupu  $X$  takva da je  $x \succeq y$  samo ako je  $f(x) \geq f(y)$ . S obzirom na to da ako je  $x \succeq y$  onda važi  $f(x) \geq f(y)$ , kao i da kao je  $y \succeq x$  važi  $f(x) \geq f(y)$ , znači da je relacija  $\succeq$  kompletna. Pored toga ova relacija je i tranzitivna, i ako je  $x \succeq y$  i  $y \succeq z$ , onda je  $f(x) \geq f(y)$  i  $f(y) \geq f(z)$ , pa važi da je  $f(x) \geq f(z)$  što implicira da je  $x \succeq z$ . Ovim je pokazano da je  $\succeq$  relacija totalnog preuređenja. ■

S obzirom da skup alternativa može biti beskonačan, pored teoreme koja se odnosi na konačan skup, uvedena je teorema i za brojive skupove. Ovim se pokazuje da isto pravilo važi i za skup realnih i prirodnih brojeva, jer svaki konačan skup predstavlja i brojiv skup, dok brojivi skupovi mogu biti i beskonačni.

**Teorema 2.3.** *Ako je  $X$  brojiv skup i  $\succeq$  binarana relacija na skupu  $X$ . Neophodan i dovoljan uslov da postoji funkcije realnih vrednosti  $f$  na skupu  $X$  u kojoj važi da je  $x \succeq y$  ako i samo ako je  $f(x) \geq f(y)$ , jeste da je relacija  $\succeq$  totalnog uređenja (slabog uređenja), Bridges & Mehta (2013).*

Kao i za predhodnu teoremu, dokaz ove teoreme je predstavljen putem prilagođenog dokaza Bridges & Mehta (2013).

**Dokaz.** Na početku dokaza je potrebno pretpostavi da je  $\succeq$  relacija totalnog uređenja na skupu  $X$ . S obzirom da je skup  $X$  brojiv, elementi se mogu indeksovati sa oznakama  $h_1, h_2, h_3$  itd. Za svaki par elemenata  $h_i, h_j \in X$  definiše se sledeća funkcija

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ako je } h_j \succeq h_i \\ 0, & \text{u suprotnom} \end{cases} \quad (85)$$

Pored toga potrebno je definisati funkciju  $f$  realnog vrednovanja na skupu  $X$ , kojom se reprezentuje preslikavanje serije u sumu sa limitom. U tu svrhu je implementirana Zenonova dihitomija, odnosno

$$f(x_j) = \sum_{i=1}^{\infty} 2^{-i} r_{ij}. \quad (86)$$

Vrednost funkcije  $f(x_j)$  predstavlja meru veličine skupa svih elemenata u skupu  $X$  koji predhode  $h_j$  kod uređenja  $\succeq$ . Ukoliko za neka dva elemente  $x, y \in X$ , važi odnos  $x \succeq y$ , a s obzirom da je  $\succeq$  tranzitivna, važi i da ako je  $y \succeq z$  onda je i  $x \succeq z$ . S tim u vezi sledi da je  $\{i: y \succeq x_i\} \subseteq \{i: x \succeq x_i\}$ , pri čemu je  $f(x) \geq f(y)$ . Ako se pretpostavi suprotno, onda bi odnos  $f(x) \geq f(y)$  implicira da je  $\neg(x \succeq y)$ , odnosno  $y \succ x$ . Na osnovu negativne tranzitivnosti relacije  $\succ$ , sledi da ako je  $\neg(x \succ y)$ , onda je  $\neg(y \succ z)$ , kao i  $\neg(x \succ z)$ , tako da je  $\{i: x \succ x_i\} \subset \{i: y \succ x_i\}$ , pri čemu je  $f(x) < f(y)$ , čime ova kontradiktornost dokazuje da  $f(x) \geq f(y)$  podrazumeva  $x \succeq y$ .

Potrebno je pretpostaviti da postoji funkcija  $f$  realnih vrednosti na skupu  $X$  takva da je  $x \succeq y$  ako i samo ako  $f(x) \geq f(y)$ . Kao i u dokazu teoreme 2.2., može se zaključiti da je  $\succeq$  relacija totalnog uređenja, jer njen dokaz ne zavisi od veličine kardinalnog broja skupa  $X$ . ■

Navedene teoreme ukazuju na neophodan uslov za postojanje funkcije na proizvoljnom skupu. Kako bi se definisali specifične okolnosti neophodne za postojanje funkciju korisnosti, u daljem tekstu je predstavljen neophodan i dovoljan uslov za postojanje ove funkcije na totalno preuređenom skupu  $X$ , prikazanom od strane Barbera i ostalih (1998). Pre same teoreme koja se odnosi na funkciju korisnosti, potrebno je navesti džefrijev uslov uređenja-odvajanja u preuređenom skupu, koji se koristi u teoremi kojom se definiše funkcija korisnosti.

**Teorema 2.4.** *Preuređeni skup  $(X, \succsim)$  je i uređen-odvojiv u Džefrijevom pogledu ako postoji izbrojivi podskup  $Z$  takav da za svaki par  $x < y$ , pri čemu  $x, y \in X$ , postoji  $\exists z_1, z_2 \in Z$  za koje važi da su  $x \precsim z_1 < z_2 \precsim y$ . (Barbera i ostali, 1998).*

Ovakav podskup  $Z$  predstavlja gustinu uređenja u skupu  $X$ . Ovaj uslov ukazuje da je izbrojivo mnogo alternativa dovoljno da sadrži sve parove  $x, y \in X$  koji su razdvojeni sa relacijom  $x > y$  (Voorneveld & Weibull, 2016). Putem ovog uslova, moguće je definisati neophodan i dovoljan uslov za postojanje funkcije korisnosti na totalno preuređenom skupu  $X$ , koju navode Barbera i ostali (1998), pri čemu dokaz ove teoreme predstavlja kombinaciju dokaza priloženih od strane Barbera i ostalih (1998) i Voorneveld & Weibull (2016).

**Teorema 2.5.** *Ako je  $(X, \succsim)$  totalno preuređen skup, onda važe sledeći stavovi*

*1. Postoji funkcija korisnosti na skupu  $X$ .*

*2.  $X$  je Džefri uređeno-odvojiv, (Barbera i ostali, 1998).*

**Dokaz.** Na početku dokaza je potrebno pretpostaviti da postoji funkcija korisnosti na skupu  $X$ . Za sve parove racionalnih brojeva  $(p_i, q_i)$  gde je  $i=1,2,\dots$ , takvih da za  $\forall i$  važi  $p_i > q_i$ , postoji skup  $X_i = \{x \in X: u(x) \leq p_i\}$  i  $Y_i = \{x \in X: q_i \leq f(x)\}$ . Skup  $G$  predstavlja skup koga čine najmanji i najveći elementi skupa  $X$ . Za svaki par  $p_i < q_i$ , skup  $M_i$  predstavlja skup svih tačaka  $x \in X$  takvih da je  $p_i < u(x) < q_i$ . Iz svakog skupa  $M_i$  odabran je element  $x \in M_i$ , i pridodaje se skupu  $J$ . Takav skup  $J$  je brojiv, pri čemu skup  $Z = G \cup J$  predstavlja Džefrijev uređeno-odvojiv skup na skupu  $X$ .

Ako je brojiv skup  $Z$  Džefrijev uređeno-odvojiv, sa preslikavanjem  $g: Z \rightarrow \mathbb{N}$ . Onda se funkcija korisnosti na skupu  $Z$  može odrediti, ako se svakom elementu  $z$  iz skupa  $Z$  dodeli pozitivna težina takva da poseduje konačnu sumu, na način da se elementu  $z$  pridoda niža vrednost korisnosti od  $g(z)$ . Na primer, korišćenjem zenonove dihitomije, za vrednost  $g(z)=1$  se dodeljuje težina  $w(z)=2^{-1}$ , dok se za  $g(z)=k$  dodeljuje vrednost težine  $w(z)=2^{-k}$ . Ako je  $u: Z \rightarrow \mathbb{R}$ , onda za svako  $z \in Z$  važi da je  $u(z) = \sum_{z' \precsim z} w(z')$ . Ovo ukazuje da funkcija korisnosti prenosi i ne narušava poredak, jer za bilo koje  $z_1, z_2 \in Z$  gde je  $z_1 \succsim z_2$  važi da je  $u(z_1) \geq u(z_2)$ . ■

Pošto su definisani osnovni uslovi za postojanje funkcije korisnosti na uređenom paru alternativa i relacije preferencije, potrebno je istaći dva osnovna koncepta razlikovanja načina shvatanja i predstavljanja korisnosti. Prema ovoj podeli, korisnost se može podeliti sa aspekta neoklasičnoj teoriji u kojoj je razvijan

kvantitativan način predstavljanja koristi uvođenjem kardinalne korisnosti, dok je sa razvojem moderne ekonomije uveden i kvalitativan način predstavljanja korisnosti, upotrebom redne korisnosti. Redna korisnost zastupa stav da čovek ne poseduje mehanizme preciznog merenja količine koristi nekog dobra ili usluge, već da on samo poseduje mehanizam procene i međusobnog uređenja alternativa na osnovu očekivanog ishoda. Nasuprot tome, kardinalna korisnost uvodi postulate koji zastupaju pravac da donosilac odluke kvantitativno meri korisnost svake alternative i na osnovu međusobne razlike između količine korisnosti bira onu koja mu donosi najviše koristi. Ni jedna od navedenih korisnosti ne isključuje drugu, već se one dopunjuju u zavisnosti od vrste problema koji se razmatra. Bez obzira na izabrani pravac, opšta definicija funkcije kojom se transformišu uređene preference u korisnost ili nivo satisfakcije glasi:

**Definicija 2.3.** Funkcija korisnosti  $u$  predstavlja preslikavanje iz skupa  $X$  uređenog putem relacije preferencije  $\succeq$  na skup realnih brojeva  $R$ , odnosno  $u: X \rightarrow R$ , pri čemu je

$$\forall x, y \in A, x \succeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y). \quad (87)$$

, (Barbera i ostali, 1998).

Izraz  $u$  u ovoj definiciji ukazuje na to da ukoliko je donosiocu odluke neka alternativa  $x$  bar jednako dobra kao i alternativa  $y$ , onda će za njega ova alternativa posedovati veću ili jednaku korisnost u odnosu na drugu opciju. Odnosno, ukoliko je  $x \succ y$  onda je  $u(x) > u(y)$ , i ukoliko je  $x \sim y$  onda je  $u(x) = u(y)$ . Pored ovoga, potrebno je istaći da je ideja o racionalnom biću koje uvek teži ka opciji koja mu donosi najviši nivo satisfakcije ili koristi, glavni implementirani princip u ovim teorijama. Ovaj princip je u literaturi poznat pod nazivom maksimizacija korisnosti i kao što je navedeno u predhodnom delu priloga, povezuje se sa normativnim pravcom teorije odlučivanja.

Pored navedene podele, potrebno je istaći da se razvijene teorije korisnosti razlikuju po načinu njenog reprezentovanja, odnosno na algebarsku (determinističku) i slučajnu korisnost. Većina aksioma i osnovnih pretpostavki u teoriji odlučivanja je vezano za algebarski način predstavljanja korisnosti, pri čemu se na ovim postulatima i pretpostavkama takođe nadograđuje teorija slučajne korisnosti. Ova teorija je zastupljena u situacijama u kojima se korisnik ne ponaša

uvek u skladu sa postulatima neoklasične teorije. Takođe, ove situacije su obično kompleksne sa velikim brojem alternativa, i odlikuju ih pojava „slučajnih“ ishoda i nekozistentnost odluka korisnika u odnosu na racionalno ponašanje. Prilikom modelovanja ovih odluka obično je neisplativo i izuzetno teško prognozirati egzaktno ponašanje donosioca odluka, zbog širokog diverziteta načina vrednovanja različitih atributa alternativa.

Roberts (2009) navodi da je po Falmagne (1976) u naukama koje se bave ponašanjem ljudi uvek neophodno zameniti algebarski način predstavljanja teorije, za vid koji uvodi slučajnost i verovatnoću. Prilikom modelovanja izbora rute putovanja u literaturi je zastupljen princip upotrebe teorije slučajne koristi, kojom se pokrivaju slabosti modela. U daljem delu ovog priloga zasebno se razmatraju dve osnovne podele korisnosti, redna i kardinalna korisnost, u kojima se predstavljaju njihovi osnovni koncepti, načini njihove primene.

#### *Redna korisnost*

Pravac u kojem se zastupa redna korisnosti uveden je sa početkom 20. veka, od strane istraživača Pareto (1971) i Hicks & Allen (1934). Ovi autori su uveli hipotezu da donosilac odluke nije u stanju da meri količinu korisnosti dobra ili usluge, odnosno da određuje jasno numerički definisanu razliku količine korisnosti između različitih alternativa. S tim u vezi, razvijen je pomenuti pravac, putem kojeg se odluke korisnika modeluju jednostavnom monotonom transformacijom već uređenih preferenci na rednoj skali podeljenoj po različitim rangovima. Uzimajući u obzir predhodnu definiciju, u kojoj je određena funkcija korisnosti, redna korisnost se definiše na sledeći način:

**Definicija 2.4.** *Redna korisnost predstavlja preslikavanje iz skupa  $X$ , uređenog putem relacije preferencije  $\succeq$ , na rednoj skali skupa realnih brojeva  $R$ , koja ne gubi svojstva prilikom rastuće monotone transformacije, pri čemu važi*

$$\forall x, y \in A, x \succeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y) \Leftrightarrow \varphi(u(x)) \geq \varphi(u(y)). \quad (88)$$

, (Takemura, 2014)

Redna korisnost ne gubi fundamentalne karakteristike prilikom monotone transformacije korišćenjem funkcije korisnosti. Kod redne funkcije razlika između vrednosti korisnosti različitih alternativa nije značajna, već je njihov poredak jedino

bitan (Resnik, 1990). Ona uvodi koncept granične stope supstitucije za isti nivo satisfakcije, kao i pojam indifirentnih krivih. Indifirentna kriva predstavlja funkciju sačinjenu od različitih kombinacija količine dva dobra ili usluge, koje donosiocu odluke pružaju podjednaki nivo satisfakcije, dok granična stopa supstitucije predstavlja odnos između graničnih korisnosti svakog dobra. Uvodi se pretpostavka da korisnik poseduje znanja o svim različitim odnosima između posmatranih dobra ili usluge, kao i da poseduje jasno podeljene alternative na one koje su bolje, lošije i međusobno jednake, iako se smatra da on ne može da odredi tačnu vrednost korisnosti same alternative. Prema tome, donosilac odluke je indifirentan prema bilo kojoj alternativni predstavljeneh na istoj indifirentnoj krivoj. Izraz za graničnu stopu supstitucije se izvodi na sledeći način

$$GSS = \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{GU_1}{GU_2} \quad (89)$$

gde je  $GU$  granična korisnost posmatranog atributa,  $GSS$  granična stopa supstitucije,  $x_1$  i  $x_2$  razmatrani atributi alternative, i  $U$  ukupna korisnost alternative. Na osnovu izraza (89) se može zaključiti da u matematičkom pogledu granična stopa supstitucije predstavlja koeficijent vrednosti njenog negativnog opadanja. Kao posledica ovakvog načina predstavljanja korisnosti, uvode se indifirentne mape. Ove mape predstavljaju skup indifirentnih krivi, od kojih svaka simboliše različit nivo satisfakcije. Krive koje su udaljenije od koordinatnog početka predstavljaju veću količinu dobra ili usluge, odnosno veći nivo satisfakcije. Karakteristike koje ove krive moraju da zadovolje odražavaju logičko i racionalno ponašanje korisnika, i to su: indifirentne krive opadaju sa leva na desno, izgled krive je konveksan u odnosu na koordinatni početak i indifirentne krive se nikada ne ukrštaju. Prvo pravilo ukazuje na činjenicu da se zamenom jednog dobra ili usluge drugim, održava isti nivo satisfakcije. Drugim pravilom se održava zakon opadajuće granične vrednosti, pri čemu veća količina istog dobra ili usluge povećava korisnost ali sa sve manjim nivoom satisfakcije. Poslednje pravilo ukazuje da ista alternativa (alternativa u tački presecanja dve krive) ne može biti predstavljena sa dva različita nivoa satisfakcije, jer se ovim krši pravilo tranzitivnosti, a time i racionalnog ponašanja korisnika. Krive se definišu u  $n$ -to dimenzionalnom prostoru, pri čemu dimenzije ovog prostora predstavljaju različita dobra, usluge ili attribute ishoda. Coto-Millan (2012)

navodi neke od glavnih oblika funkcija korisnosti, koje se upotrebljavaju za definisanje indiferentnih krivi. Ove funkcije su sledeće:

(i) Standardan oblik, odnosno Kob-Daglasova (eng. Cobb-Douglas) funkcija, koja se predstavlja izrazom

$$u(x) = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i} \quad (90)$$

u pojednostavljenom slučaju dva dobra  $GSS = \frac{\alpha_1 x_2}{\alpha_2 x_1}$ , pri čemu  $\alpha_i$  predstavlja ne negativan parametar.

(ii) Funkcija oblika konstantne elastičnosti supstitucije, koja se predstavlja putem sledećeg izraza

$$u(x) = \sum_{i=1}^n x_i^{\alpha} \quad (91)$$

u pojednostavljenom slučaju dva dobra  $GSS = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\alpha-1}$ .

(iii) Funkcija kvazi-linearog oblika, koja se predstavlja sledećim izrazom

$$u(x_1, x_2) = f(x_1) + \beta x_2 \quad (92)$$

pri čemu je  $\beta$  pozitivna konstanta, dok je  $f$  funkcija koja polazi iz koordinatnog početka. Predstavljene funkcije korisnosti opisuju oblik indiferentnih krivih i njihove granične stope supstitucije, koje zavise od načina rangiranja alternativa od strane donosioca odluka. Prilikom modelovanja izbora, kada se maksimizira korisnost, potrebno je na mapi indiferentnih krivih odrediti izvodljiv skup, putem kojeg se definišu izvodljive alternative. Ovaj skup se određuje implementacijom promenljivih, koje se u ekonomiji nazivaju veličina dostupnog budžeta  $B$  i visine primanja  $P$ . Jednačina koja ove parametre dovodi u relaciju sa posmatranim dobrima ili uslugom je sledeća

$$\sum_{i=1}^n B_i x_i = P. \quad (93)$$

Putem ovog izraza, deo na mapi indiferentnih kriva sa izvodljivim alternativama se selektuje na sledeći način (u svrhu prikaza i pojednostavljene ilustracije, bez gubitka opštosti, predpostavlja se da korisnik razmatra samo dva entiteta  $x_1$  i  $x_2$ )

$$x_2 = \frac{P}{B_2} - x_1 \frac{B_1}{B_2}. \quad (94)$$



Posmatrana linija budžeta, se menja sa porastom primanja korisnika, kada se linija paralelno pomera u odnosu na početnu definisanu liniju budžeta, pri čemu se menja i nagib same linije (Salvatore, 2008). Prilikom maksimizacije korisnosti, traga se za izvodljivim tačkama na indiferentnoj krivoj najvišeg ranga. U specijalnim slučajevima, budžetska linija predstavlja tangentu na indiferentnoj krivoj, gde se najbolja alternativa dobija izjednačavanjem granične stope supstitucije sa nagibom linije budžeta, odnosno  $GSS=B_1/B_2$  (Salvatore, 2008). Neka od osnovnih zastupljenih pretpostavki u literaturi, odnose se na to da: (i) korisnik vrši zamenu jednog dobra ili usluge za drugu, kako bi maksimizovao svoj nivo staisfakcije, (ii) korisnik poseduje sposobnost rangiranja svojih preferencija u odnosu na nivo satisfakcije koje kod njega pobuđuju različite alternative, (iii) svako dobro ili usluga je deljiva, (iv) korisnik poseduje konstantnost u ponašanju prilikom odabira alternativa i kompletno saznanje o njihovim troškovima.

#### *Kardinalna korisnost*

Razvoj pristupa klasičnog shvatanja kardinalne korisnosti je započet sa razvojem redne korisnosti. Prvi je Samuelson (1938) prdložio moderno viđenje kardinalne korisnosti i njene jedinstevnosti prilikom pozitivne linearne transformacije, dok su von Neumann & Morgenstern (1944) razvili moderan koncept kardinalne korisnosti („numerička korisnost“), sa razvojem njihove teorije očekivane koristi u rizičnim situacijama (Moscati, 2013). Ova vrsta korisnosti definiše se na sledeći način:

**Definicija 2.5.** *Kardinalna korisnost predstavlja preslikavanje iz skupa  $X$ , uređenog putem relacije preferencije  $\succeq$ , na intervalnoj skali skupa realnih brojeva  $R$ , koja ne gubi svojstva prilikom pozitivne linearne transformacije, pri čemu je*

$$\forall x, y \in A, x \succeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y) \Leftrightarrow \varphi(u(x)) \geq \varphi(u(y)) \quad (95)$$

*gde je  $\varphi(u(x)) = \alpha(u(x)) + \beta, \alpha > 0$ , (Takemura, 2014).*

Kardinalna korisnost pruža mogućnost merenja razlike između korisnosti različitih alternativa. Ona se određuje korišćenjem jedinice „korist“ (eng. *util*). Za razliku od redne korisnosti, koja upotrebljava uređenu skalu prilikom prezentovanja preferencija, kardinalna korisnost određuje „količinu“ korisnosti, i predstavlja se na

intervalnoj skali. Intervalna skala omogućava da se prilikom transformacije sačuva informacija koja definiše veličinu razlike između korisnosti različitih alternativa, odnosno ukoliko je razlika između preferencije  $x_i$  i  $x_j$  u odnosu na razliku između  $y_n$  i  $y_m$  veća ili bar jednaka, onda važi i da je  $|u(x_i)-u(x_j)| \geq |u(y_n)-u(y_m)|$ . Kardinalna korisnost se predstavlja putem ukupnog osećaja koji se doživljava izborom neke alternative, odnosno putem ukupne korisnosti. Pored toga, korisnost se može opisati graničnom korisnošću, koja predstavlja dodatnu količinu korisnosti koju donosilac odluke oseća prilikom uzastopnog konzumiranja ekstra koristi nekog dobra ili usluge. Izraz kojim se određuje veličina granične korisnosti se predstavlja na sledeći način

$$GU = \frac{\Delta UU}{\Delta K} \quad (96)$$

gde je GU granična korisnost,  $\Delta UU$  razlika u ukupnoj korisnosti konzumiranjem jedne jedinice više i  $\Delta K$  razlika u količini dobra ili usluge za jednu jedinicu. Iz ovog izraza se može zaključiti da ukupna korisnost ne predstavlja ništa drugo do suma graničnih korisnosti, odnosno

$$UU = \sum_{i=1}^n GU_i. \quad (97)$$

Granična korisnost poseduje specifičnu zakonitost, kojom vrednost korisnosti u većini slučajeva opada sa većom konzumacijom jedne jedinice istog dobra ili usluge. Pored toga, potrebno je napomenuti da ukupna korisnost poseduje tačku zasićenja, nakon koje korisnost veće konzumacije neke usluge ili dobra opada. Kardinalna korisnost je naročito primenjiva u uslovima postojanja više atributa na osnovu kojih se vrši odabir alternativa. S obzirom da kardinalna korisnost omogućava merenje količine korisnosti, ona takođe omogućava da se količine korisnosti koje donose različiti atributi svedu pod zajedničku vrednost.

Nakon definisanja osnovnog koncepta i zakonitosti koji se odnose na kardinalnu korist dobra ili usluge, potrebno je navesti situacije u kojima se ova teorija implementira. Kardinalna korisnost je za razliku od redne korisnosti, u mnogobrojnoj literaturi i istraživanjima pronašla široku primenu u uslovima u kojima ishod nije siguran. S tim u vezi, prepoznaju se dve osnovne situacije u kojima

se upotrebljava ova vrsta korisnosti, i to prilikom donošenja odluka u uslovima rizika i u uslovima nesigurnosti.

### *Odlučivanje u uslovima rizika*

Odlučivanje u uslovima rizika se razlikuje od drugih okolnosti po tome što donosilac odluke poseduje znanja o verovatnoćama svakog stanja za sve postojeće alternative. Kardinalna korisnost poseduje značajnu ulogu u modelovanju načina donošenja odluka u ovakvim uslovima. Kada se ishod ne može sa sigurnošću predvideti, potrebno je definisati koliko je neka alternativa korisnija u odnosu na druge, kako bi individua mogla da utvrdi da li će joj rizik doneti sveukupno veću korist. Von Neumann & Morgenstern (1944) su definisali potrebne uslove za primenu koncepta maksimizacije očekivane koristi, putem kojih se meri jačina preferencija na osnovu rizika koji su donosioci odluke spremni da prihvate (Resnik, 1990). Očekivana korist predstavlja sumu proizvoda verovatnoća i korisnosti svih ishoda, pri čemu maksimizacija predstavlja odabir alternative sa najvećom sumom navedenih proizvoda. Izraz kojom se izračunava očekivana korist za proizvoljnu alternativu  $A_i$ , u uslovima u kojima postoji  $n$  različitih ishoda sa individualnim vrednostima verovatnoća  $p_{i,j}$  (suma je jednaka jedinici) i vrednostima ishoda  $u_{i,j}$ , se predstavlja sledećim izrazom

$$EU(A_i) = \sum_{j=1}^n p_{i,j} u_{i,j} \quad (98)$$
$$\sum_{j=1}^n p_{i,j} = 1$$

dok se maksimalna očekivana korisnost za  $m$  alternativa predstavlja izrazom

$$EU_{max} = \max_{i \in [1,m]} A_i. \quad (99)$$

Linearnom transformacijom izraza (98), pokazuje se da funkcija očekivne korisnosti održava karakterisitke preferencije prilikom pozitivne linearne transformacije, pri čemu je

$$EU(A_i)' = \sum_{j=1}^n p_{i,j} (a * u_{i,j} + b) = a \sum_{j=1}^n p_{i,j} u_{i,j} + b \sum_{j=1}^n p_{i,j} = a * EU(A_i) + b$$

Pored navedenog, potrebno je definisati osnovne uslove, odnosno aksiome koje su neophodne za postojanje očekivane korisnosti. Za sistem aksioma, koji se koristi kod opisivanja neophodnih uslova, obično se upotrebljava Jensen (1967) sistem aksioma (Takemura, 2014):

A1. Aksioma uređenja putem relacija preferencija. Relacija  $\succ$  na skupu  $X$ , predstavlja relaciju striktnog uređenja, pri čemu je relacija asimetrična i negativno tranzitivna. Relacija  $\succeq$  na skupu  $X$ , predstavlja relaciju slabog uređenja, pri čemu je relacija tranzitivna i kompletna.

A2. Aksioma nezavisnosti. Ako je  $x \succ y$ , onda važi da je  $ax + (1-a)z \succ ay + (1-a)z$ , gde  $x, y, z \in X$ , i  $0 < a < 1$ . Ova aksioma ukazuje na to da ukoliko je alternativa  $h$  poželjnija od alternative  $y$ , postojanje neke alternative  $z$  sa verovatnoćom pojave  $1-a$  neće uticati da korisnik promeni svoje preferencije u korist alternative  $y$ .

A3. Aksioma neprekidnosti. Ako je  $x \succ y$  i  $y \succ z$ , onda postoji  $ax + (1-a)z \succ y \succ bx + (1-b)z$  za  $a, b \in (0,1)$ . Ova aksioma ukazuje na to da ne postoji beskonačno dobra ili loša alternativa (Berger, 2013).

Pošto su utvrđena osnovna pravila za postojanje koncepta očekivane koristi, može se odrediti i teorema koja pruža uslove za postojanje funkcije očekivane koristi, koja glasi

**Teorema 2.6.** *Ako je  $\succeq$  relacija preferencije na skupu  $X$  koja zadovoljava aksiomu A1, A2 i A3, onda postoji funkcija  $U: X \rightarrow R$  sa osobinama:*

(i)  $x_i \succ x_j$  ako i samo ako  $u(x_i) * p(x_i) \geq u(x_j) * p(x_j)$ ,

(ii)  $u(A_i) = \sum_{j=1}^n u(x_j) * p(x_j)$ ,  $A_i = ([p_1: x_1, \dots, p_n: x_n])$

, (Shoham, & Leyton-Brown, 2008).

Teorija očekivane koristi je kritikovana od strane autora, koji zastupaju deskriptivni pravac teorije odlučivanja. Teorija uvodi predpostavku da je donosilac odluke idealno biće i da svoje odluke donosi ne kršeći ni jednu od postavljenih aksioma. Često se alternative vrednuju na osnovu većeg broja atributa, pri čemu je skup izbora sačinjen od velikog broja alternativa, te je neosnovano pretpostaviti da čovek ima saznanja o svim mogućim stanjima i verovatnoćama njihove pojave, kao i da su preferencije prema svim alternativama u skladu sa postulatom o racionalnom ponašanju. U skladu sa navedenim, ova teorija je primenjiva samo na situacije čija je

kompleksnost manja, s tim da postoje slučajevi u kojima se i kod jednostavnijih problema izbora, korisnici ponašaju iracionalno (što se u literaturi smatra paradoksom, kao npr. Alais paradoks, Elsbergov paradoks i dr.). Potrebno je napomenuti da je teorija razvijena sa ciljem da ukaže na one odluke koje donose najviše koristi, kao i da odredi racionalno ponašanje u situacijama u kojima postoji rizik. Dosadašnja saznanja o poreklu ljudske nepreciznosti prilikom određivanja verovatnoće različitih stanja, ustanovila su da glavni izvori grešaka proizilaze zbog: (i) tendencije izbegavanja rizičnih situacija, (ii) prevelike sigurnosti u sopstvene procene vrednosti verovatnoća, (iii) procene donete na osnovu inicijalne informacije, (iv) preteranog oslanjanja na sopstveno iskustvo prilikom procene verovatnoća (Kahneman & Tversky, 1972).

Kao odgovor na određene slabosti teorije očekivane koristi, Kahneman & Tversky (1977) su predložili teoriju prospekta. Ova teorija je inicijalno predstavljala deskriptivan način opisivanja procesa odlučivanja u uslovima postojanja rizika, dok je kasnije predložen i pristup za modelovanje ponašanja korisnika i u uslovima nesigurnosti (Tversky & Kahneman 1992). Takemura (2014) navodi da ovaj pristup kombinuje teorije donošenja odluka i uopštenu (nelinearnu) teoriju korisnosti. Glavna razlika između ove teorije i teorije maksimizacije očekivane koristi se ogleda u načinu predstavljanja procenjenih verovatnoća od strane korisnika. Teorija uvodi pretpostavke koje do tada nisu bile implementirane u neoklasičnoj teoriji, pri čemu prva od njih ukazuje na postojanje asimetričnosti između donošenja odluka u uslovima kada se korisnik susreće sa mogućim gubitkom i dobitkom, odnosno predpostavlja se da je kriva funkcije dobitka konkavnog oblika, dok je kriva funkcije gubitka konveksnog oblika (Graziano, 2012). Obe funkcije su nezavisne i određuju se u odnosu na neutralnu poziciju, odnosno referentni početak. Ovakav oblik funkcije ukazuje na postojanje averzije donosioca odluka prema mogućem gubitku, koja ih često navodi na odabir alternativa koje im ne donose najviše očekivanih koristi (neoptimalni ishod). Takođe, funkcija gubitka je „strmija“ od funkcije dobitka, što ukazuje na veću osetljivost donosioca odluke prema gubitku.

Ovi autori uvode heuristički način evaluacije verovatnoća od strane donosioca odluke, kojom oni na osnovu događaja iz prošlosti procenjuju verovatnost ishoda. Time se ukazuje da njihova subjektivna verovatnoća zavisi od

sličnosti sa događajima skladištenim u dugoročnoj memoriji. Pored toga, autori takođe ističu da ljudi poseduju tendenciju precenjivanja retkih događaja koji donose velike gubitke i dobitke, a da pritom podcenjuju frekventne događaje (Graziano, 2012).

Teorija prospekta je podeljena na fazu editovanja (prepoznavanje problema) i fazu procene (vrednovanje alternativa). Faza editovanja podrazumeva rekonstrukciju mentalnih operacija, i to kodiranje (podela ishoda na gubitak i dobitak), kombinacija (kombinovanje i pojednostavljanje ishoda sa istim rezultatom), segregacija (razdvajanje alternativa sa sigurnim dobitkom od rizičnih alternativa), poništavanje (ignorisanje zajedničkih elemenata između alternativa), pojednostavljenje (zaokruživanje rezultat ishoda i verovatnoća) i detekcija dominantnih alternativa (Kahneman & Tversky, 1979). Faza evaluacije se sastoji iz procene ponderisanih vrednosti verovatnoća  $\pi(p)$  i funkcija vrednosti  $v(x)$  koja predstavlja ekvivalent funkciji korisnosti u teoriji očekivane koristi. U predhodnom delu su navedene osnovne pretpostavke prilikom konstrukcije ovih funkcija, pri čemu je izraz za njihovo izračunavanje predložen od strane Kahneman & Tversky (1977)

$$V(x_i, p_i; x_j, p_j) = \pi(p_i)v(x_i) + \pi(p_j)v(x_j), \quad (100)$$

$$v(x_i) = \begin{cases} x^\alpha, & x \geq 0 \\ -\lambda(-x^\beta), & x < 0 \end{cases}$$

$$\pi(p_i) = w(P_i) - w(P_i^*), \quad w(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{1/\gamma}}$$

gde je  $V$  vrednost (korisnost) alternative,  $P_i$  verovatnoća ishoda koji je bar jednako dobar kao  $x_i$ ,  $P_i^*$  verovatnoća ishoda koja je striktno bolja od ishoda  $x_i$ , kalibracioni parametri  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  i  $\gamma$ . Teorija je zasnovana na psihološkim eksperimentima i dugogodišnjim istraživanjima autora, i procenjuje ponašanje stvanog donosioca odluke, bez potrebe da ukaže na najracionalnije odluke koje donose najviše koristi.

#### *Odlučivanje u uslovima nesigurnosti*

Objektivne vrednosti verovatnoća, koje se koriste u teoriji maksimizacije očekivane koristi, moguće je implementirati samo ako su poznate frekvence pojava ishoda u različitim stanjima sistema ili ako postoji model za procenu njihove

vrednosti. Sa druge strane, situacije za koje korisnici ne poseduju dovoljno iskustvo ili potrebne informacije se ne mogu doneti na osnovu objektivnih verovatnoća, te se u ovakvim okolnostima primenjuju subjektivne vrednosti verovatnoća usvojenih od strane donosioca odluke (Resnik, 1990). Ovaj koncept je predložen od strane autora Savage (1954), koji se u literaturi smatra za tvorca teorije subjektivne očekivane koristi. Ova teorija uvodi predpostavku da donosioci odluka menjaju subjektivnu vrednost verovatnoća kada stiču nova iskustva i informacije. S tim u vezi, korisnik prilikom procene vrednosti verovatnoće  $\pi_i$ , uzima u obzir veličinu verovatnoće  $\pi_{i-1}$ , koju je posedovao nakon poslednjeg susreta sa istim ili sličnim stanjem sistema. Izraz kojim se izračunava subjektivna očekivana korisnost, podseća na von Neumann & Morgenstern (1944) model maksimizacije očekivane koristi,

$$SOK(x_i) = \sum_{i=1}^n \pi_i u(x_i) \quad (101)$$

pri čemu se objektivna verovatnoća zamenjuje verovatnoćom dobijenom subjektivnom ocenom.

Savage (1954) model predstavlja uopštenu reprezentaciju modela očekivane koristi, s obzirom da se u drugom modelu opisuju situacije u kojima korisnik poseduje znanja o objektivnim vrednostima verovatnoća stanja. Teorija subjektivne očekivane koristi predpostavlja da se korisnik prilikom prvog suočavanja sa nepoznatom situacijom nalazi u stanju neznanja, kada je u procesu donošenja odluka prinuđen da se „kocka“, pri čemu subjektivnu verovatnoću dodeljuje na osnovu predhodnih iskustava i intuicije. Takođe, teorija uvodi i predpostavku da korisnik traga za novim informacijama, na osnovu kojih kalibriše predhodno procenjene vrednosti verovatnoća. Prilikom modelovanja odluka u opisanim okolnostima, istraživači obično koriste Bajesovu teoremu verovatnoća, koja na adekvatan način simulira proces konvergencije subjektivnih u objektivne vrednosti verovatnoća, odnosno tranzicije iz uslova nesigurnosti u uslove sa postojanjem rizika.

Kao i prilikom određivanja maksimizacije očekivane koristi, prilikom modelovanja ponašanja korisnika u uslovima postojanja nesigurnosti, potrebno je izmeriti razliku između korisnosti različitih alternativa. S tim u vezi, izgrađeni su

različiti modeli ponašanja korisnika prilikom vrednovanja alternativa u ovim okolnostima, pri čemu se u literaturi Bermúdez (2009) i Resnik (1990) izdvajaju sledeća četiri pravila: maksimin, minimaksi sa žaljenjem, optimizam-pesimizam, princip nedovoljnih uslova.

Maksimino pravilo je jedino od navedenih pravila koja se može prikazati na rednoj skali kao redna korisnost. Ovo pravilo podrazumeva da donosilac odluke vrši upoređivanje minimalnih vrednosti korisnosti za svaku alternativu, pri čemu bira onu koja donosi najveći nivo satisfakcije. Za razliku od ovog pravila, pravilo minimaksi sa „žaljenjem“ koristi intervalnu skalu. U ovom pravilu potrebno je odrediti ocenu količine „kajanja“ za svaku od alternativa, koja se dobija pojedinačnim oduzimanjem maksimalne vrednosti korisnosti od ostalih vrednosti korisnosti u svim mogućim ishodima. Nakon ovog koraka, bira se alternativa koja poseduje minimalnu količinu „žaljenja“, odnosno minimalnu vrednost razlike. Pravilom optimizam-pesimizam se predpostavlja da donosilac odluke pridodaje najgorem ishodu težinsku ocenu  $\theta$  ( $0 < \theta < 1$ ), u odnosu na najbolji mogući ishod  $1 - \theta$ , nakon čega se bira alternativa kojoj je pripisana najveća vrednost težinskog faktora. Poslednje pravilo uvodi predpostavku da u uslovima nesigurnosti ne postoji osnova da se nekom od stanja pripiše veća ili manja verovatnoća, i svim stanjima se dodeljuje jednaka vrednost verovatnoće. Nakon implementacije ove predpostavke, vrednosti korisnosti se utvrđuju putem jednačine (101).



## PRILOG 2. ODLUČIVANJE PUTEM VIŠEKRITERIJUMSKE KORISNOSTI

Donosioci odluka se često susreću sa potrebom da izbor donesu vrednovanjem više različitih kriterijuma. Sa druge strane, kognitivne sposobnosti korisnika, ograničavaju njihovu mogućnost da u višedimenzionalnom kriterijumskom prostoru donesu najbolje i racionalne odluke. Wendt & Vlek (2012) navode da su istraživanja Slovic i Lichtenstein (1971), pokazala da ljudi sistematski razmatraju od pet do deset atributa istovremeno. Pored toga, Simon (1957) zastupa mišljenje da donosioci odluka vrše izbor u zavisnosti od stepena satisfakcije koji u njima pobuđuje određena alternativa, odnosno korisnik bira alternativu koja zadovoljava njegove potrebe i koja ne mora biti optimalan izbor (Graziano, 2012).

Kao odgovor na definisani problem, uvedena je višekriterijumska teorija korisnosti, koja razlaže inicijalno složeni problem na manje probleme vrednovanja pojedinačnih kriterijuma. Smatra se da je Lancaster (1966) prvi autor koji je prepoznao problem višekriterijumskog odlučivanja u procesu donošenja odluka, gde je on postavio pitanje zašto korisnici ne preferiraju isto slične proizvode (Earl & Kemp, 2002). Kasnije su mnogi istraživači pokušali da odgovore na ovo i slična pitanja, pri čemu Wendt & Vlek (2012) navode sledeće krucijalne probleme: način merenja pojedinačnih atributa, način dodele težinskih koeficijenata atributima, način kombinacije atributa u jedinstvenu vrednost korisnosti, ispitivanje postojanja hijerarhije između atributa i dr.. Uopšteni izraz problema se predstavlja na sledeći način

$$u(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(u(x_1), u(x_2), \dots, u(x_n)) \quad (102)$$

pri čemu je  $x$  atribut posmatrane alternative,  $u$  korisnost, i  $f$  funkcija sa promenjivim vrednostima korisnosti pojedinačnih kriterijuma. U literaturi su zastupljene različite podele višekriterijumske teorije korisnosti, pri čemu se pristupi dele putem osnovne podele na normativni i deskriptivni. U zavisnosti od pristupa, definisane su različite strategije odlučivanja, koje se dele na nekompenzacijske (razmene) i kompenzacijske (aditivne) strategije (Graziano, 2012). U nekompenzacijskom pristupu prepoznaju se sledeći tipovi odlučivanja (Wendt & Vlek, 2012):

- *Nekompenzaciski heuristički modeli izbora*, koji uključuju: (i) konjunktivnu strategiju kojom se pronalazi prva alternativa koja zadovoljava sve postavljene kriterijume (odbacuju se sve alternative koje ne zadovoljavaju bar jedan kriterijum), i (ii) disjunktivnu strategiju kojom se selektuju sve alternative koje zadovoljavaju bar jedan kriterijum (bira se alternativa sa najvišom vrednošću najvažnijeg kriterijuma).

- *Modeli koji implementiraju leksikografsko pravilo*, vrše rangiranje kriterijuma po prioritetu, na osnovu kojih se potom biraju alternative. Nakon toga, donosilac odluke traga za alternativom čija je vrednost najvažnijeg kriterijuma najveća, i ukoliko postoji više takvih alternativa, bira se ona koja poseduje najvišu vrednost sledeće rangirnog kriterijum po važnosti (Wendt & Vlek, 2012). Graziano (2012) navodi da ova vrsta strategije neznatno povećava kognitivne napore sa povećanjem broja alternativa i atributa, kao i da su različita istraživanja pokazala da prilikom suočavanja sa velikim brojem alternativa donosioci odluka poseduju tendenciju upotrebe leksikografskog pravila prilikom odabira alternativa.

- *Eliminacija po aspektima*, u kojoj se vrednuju alternative na osnovu svakog kriterijuma, za koje su predhodno definisane minimalne vrednosti, pri čemu se alternative odbacuju u koliko ne zadovoljavaju postavljena ograničenja.

Kompenzaciski modeli donošenja odluka zasnivaju se na kompleksnijim procesima, putem kojih se odluke donose utvrđivanjem kompenzacijskih odnosa između kriterijuma. Donosioci odluka se u ovim situacijama ne ponašaju u skladu sa teorija očekivane koristi, i s obzirom da se suočavaju sa velikim brojem mogućih ishoda, postoji verovatnoća stvaranja subjektivne greške prilikom vrednovanja različitih kriterijuma. Izbor u posmatranim okolnostima se modeluje putem sledećih kompenzaciskih metoda:

- *Pristup merenja objedinjavanjem*, koji postavlja neophodne uslove za postojanje aditivne forme funkcije korisnosti, pri čemu je  $\sum u(x_i) \geq \sum u(y_i)$  ako i samo ako je  $x \succeq y$ , odnosno razlika između aditivnih korisnosti je  $\sum (u(x_i) - u(y_i)) \geq 0$  ako i samo ako je  $x \succeq y$  (bira se alternativa koja poseduje pozitivnu vrednost sume predstavljene funkcije u odnosu na ostale alterative).

- *Dekompozicija funkcije korisnosti* uvodi pretpostavke da je korisnost kardinalna (poseduje mogućnost objedinjavanja pojedinačnih korisnosti), kao i da

preferencija korisnika prema promeni vrednosti jednog kriterijuma ostaje ista za konstantne vrednosti ostalih kriterijuma. Ovaj način donošenja odluka se može predstaviti u nekoj od sledećih formi (Wendt & Vlek, 2012)

$$u(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i \quad (103)$$

$$u(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{m} \prod_{i=1}^n (1 + m\alpha_i u_i) - \frac{1}{m} \quad (104)$$

gde je  $x_i$  kriterijum  $i$ ,  $u_i$  vrednost korisnosti kriterijuma  $x_i$ ,  $\alpha_i$  ponderisani koeficijent za skaliranje vrednosti atributa  $x_i$  ( $1 \geq \alpha \geq 0$ ),  $m$  skalarna konstanta koja pokazuje stepen postojanja neaditivnih atributa ( $1 \geq m \geq 0$  ili  $m > 2$ ) (Wendt & Vlek, 2012). Jednačina (103) predstavlja specijalan slučaj jednačine (104), kada je  $\sum \alpha = 1$ . Ovaj oblik jednačine se koristi u uslovima postojanja velikog broja ishoda i malog broja atributa.

- *Višekriterijumska funkcija očekivane koristi* se može prilagoditi slučajevima u kojima postoji rizik prilikom donošenja odluke. Ovakav način modelovanja se predstavlja sledećim izrazom

$$u(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^m p_j \sum_{i=1}^n \alpha_i u_{j,i} \quad (105)$$

gde je  $j$  jedno od mogućih stanja u kojem se sistem može naći, pri čemu  $p_j$  predstavlja verovatnoću da je sistem u stanju  $j$ .

Višekriterijumski modeli postaju komplikovaniji za rastom broja kriterijuma, nesigurnosti u konačan ishod događaja i vremenske varijabilnosti. U slučaju malog broja alternativa i atributa, koristite se kompenzaciske metode, dok se složeniji problemi sa velikim brojem alternativa rešavaju nekompencaciskim metodama. Nekompencaciske strategije zahtevaju manje kognitivnog napora i upotrebljavaju se prilikom formiranja skupova sa izvodljivim alternativama. Tek nakon definisanja ovog skupa, mogu se koristiti kompenzaciske strategije za odabir alternative koja korisniku donosi najveću subjektivnu korist (detaljnije videti u prilogu 1) (Graziano, 2012). Ovakav način modelovanja izbora se naziva višestepeni pristup, i koristi se kada postoji veliki broj alternativa.

## PRILOG 3. DISKRETNI MODELI IZBORA

### TEORIJA SLUČAJNE KORISNOSTI

Zbog potreba da se modeliraju stvarni i kompleksni procesi odlučivanja, u ovom prilogu je predstavljena teorija slučajne korisnosti, koji je izveden iz teorije odlučivanja prikazanoj u prilogu 1.

U složenim sistemima, korisnici često nisu svesni svih postojećih alternativa prilikom donošenja odluka. S obzirom na to da donosioci odluka biraju samo jednu alternativu, oni su suočeni sa složenim problemom u kojem trebaju da odaberu alternativu sa najvećom subjektivnom korisnošću. Sa druge strane, istraživačima nije poznat individualni skup kriterijuma na osnovu kojih korisnik bira alternativu, i uvodi se metoda *maksimizacije slučajne korisnosti* putem koje se definiše skup alternativa koji donosi najviše koristi na agregatnom nivou (detaljnije videti u prilogu 1). Thurstone (1927) je prvi razvio koncept binarnog modela za različite nivoe psihološkog stimulansa, pri čemu je Marschak (1960) interpretirao stimulans kroz funkciju korisnosti, koja dovodi do derivacije teorije maksimizacije očekivane koristi (Train, 2009). Korisnost je slučajna jer se zbog kompleksnosti problema često ne mogu uključiti svi kriterijumi na osnovu kojih donosioci odluka vrše odabir (Hutchinson i ostali, 2012). S tim u vezi, korisnost se u teoriji maksimizacije slučajne koristi prikazuje u sledećem obliku

$$U_i = V_i + \varepsilon_i \quad (106)$$

gde je  $V$  sistematski deo koristi alternative  $i$ , dok  $\varepsilon$  predstavlja slučajnu komponentu koristi alternative  $i$ . Kao što se može primetiti, slučajna korisnost predstavlja razliku između ukupne i sistematske korisnosti, što ukazuje na činjenicu da ona zavisi isključivo od kompleksnosti systemske korisnosti. Vrednost prve komponente predstavlja korisnost uključenih vrednosti atributa alternativa  $i$  i karakteristika donosioca odluka, dok se za drugu komponentu uvodi pretpostavka o načinu raspodele slučajnog dela koristi.

U teoriji slučajne korisnosti, istraživači moraju da donesu još jednu bitnu pretpostavku, koja se odnosi na skup alternativa razmatranog od strane korisnika. Što je skup mogućih alternativa veći, to je i veća mogućnost generisanja greške u fazi modeliranja. Manski (1977) je prvi u teoriji uveo potrebu za uvođenjem

predpostavki o načinu generisanja alternative. Ovim procesom se definiše verovatnoća generisanja izvodljivih alternativa, pri čemu se one određuju procesom pretrage u prostoru mogućih rešenja. Ograničenja se usvajaju na osnovu otkrivenih ili izrečenih preferencija korisnika, pri čemu uvek postoji deo korisnika koji zbog skrivenih potreba ili individualnih karakteristika razmatraju alternative van definisanih granica. Sa aspekta istraživača, potrebno je ustanoviti granice na takav način da se navedeni deo populacije može zanemariti prilikom prognoze budućih izbora, a koji se sa aspekta posmatranog problema mogu smatrati iracionalnim načinima ponašanja. Detaljnije objašnjenje načina generisanja skupova alternativa za posmatrani problem izbora rute putovanja i načina njegovog implementiranja u dosadašnjoj literaturi, predstavljen je u poglavlju dva i pet, kao i u prilogu 9.

Sa druge strane, kao i u teoriji očekivane koristi, uvedena je pretpostavka da korisnik iz *sveobuhvatnog* skupa bira alternativu (alternative su međusobno *isključive*) sa najvećom vrednošću slučajne koristi. Pored navedenog, ova teorija usvaja sledeće uslove koji se moraju zadovoljiti (de Dios Ortuzar & Willumsen, 2011): (i) donosilac odluke pripada homogenoj populaciji i uvek bira soluciju koja mu donosi subjektivno najviše koristi, (ii) donosilac odluke bira alternativu iz konačnog skupa na osnovu dodeljene vrednosti korisnosti, i (iii) istraživači modeluju izbor na osnovu *sistemske korisnosti* alternativa, a ne na osnovu svih osobina koje se razmatraju od strane donosioca odluke. Primenom ovog pristupa, raspodela izbora između alternativa izvodljivog skupa na agregatnom nivou, vrši se putem dobijenih vrednosti modelovanja individualnog izbora na disagregatnom nivou. Takođe, da bi se odredila tačna agregatna vrednost potrebno je izabrati pravilan uzorak koji se određuje metodama enumeracije ili segmentacije (Train, 2009).

## LOGIT MODELI

Sistemi za definisanje načina donošenja odluka se po Ben-Akiva & Lerman (1985) sastoje od: donosioca odluke, alternativa, atributa alternativa i pravila putem kojih se donose odluke. Sa aspekta diskretnog izbora, donosilac odluke može biti individua ili određena grupa, dok je skup alternativa obično konstruisan od

izvodljivih ili relevantnih alternativa. Pored toga, diskretni modeli su u istraživanjima najčešće predstavljeni u logit obliku, koji je ujedno i najpogodniji za primenu u realnim problemima (logit modeli poseduju zatvorenu formu). U zavisnosti od broja alternativa i vrste zadatka, model se na osnovu strukture deli na: binarne, multinominalne, ugneždene, ukršteno-ugneždene i uopštene ugneždene modele (Garrow, 2012). S obzirom, da modeli izbora rute putovanja najčešće uključuju veći broj alternativa, u ovom prilogu su prikazani multinominalni modeli, koji ujedno predstavljaju uopšteni slučaj osnovne logit strukture.

Pored navedenog, u literaturi se navodi da je Luce (1959) razvio model u obliku logit forme na osnovu pretpostavke o nezavisnosti izbora od nerelevantnih alternativa, dok je konačan oblik modela predložen od strane McFadden (1974), koji je u svojim istraživanjima došao do zaključka da u logit modelima slučajni deo korisnosti podleže raspodeli ekstremnih vrednosti (Train, 2009). Takođe, značajan doprinos razvoju logit modela, pružili su i Marschak (1960), Luce i Suppes (1965) i Manski (1977). Marschak (1960) je pokazao da pretpostavke Luce (1959) ukazuju da ovi modeli zadovoljavaju uslov teorije maksimizacije očekivane koristi (Train, 2009). Osim toga, Luce i Suppes (1965) su u teoriji verovatnoće izbora uveli koncept koji uključuje dve vrste korisnosti (sistemska i slučajna korisnost), zbog potrebe da u modelu objasne izvor nekonzistentnosti ispitanika tokom odabira alternativa (Ben-Akiva & Lerman, 1985). Manski (1977) je u diskretnim modelima slučajne korisnosti formalizovao oblik verovatnoće izbora alternativa, kojom se pretpostavlja da je korisnost izabrane alternative veća od svih ostalih korisnosti alternativa (Ben-Akiva & Lerman, 1985). Izraz je predstavljen sledećom jednačinom

$$P(i|C_n) = P(U_{in} \geq U_{jn}, \forall j \in C_n) = \frac{U_{in}}{\sum_{j \in C_n} U_{jn}} \quad (107)$$

gde je  $P(i|C_n)$  verovatnoća izbora alternative  $i$  ukoliko je odabran skup alternativa  $C_n$ . U skladu sa ovom jednačinom i jednačinom (106), izraz kojim se putem izračunavanja razlike između sistemske i slučajne korisnosti definiše verovatnoća izbora, predstavljen je na sledeći način

$$\begin{aligned} P(i|C_n) &= P[V_{in} + \varepsilon_{in} \geq V_{jn} + \varepsilon_{jn}, \forall j \in C_n] \\ P(i|C_n) &= P[\varepsilon_{jn} - \varepsilon_{in} \leq V_{in} - V_{jn}, \forall j \in C_n] \end{aligned} \quad (108)$$

Jednačina (108) ukazuje da se prilikom utvrđivanja verovatnoće, usvaja uslov da je razlika između vrednosti slučajnih korisnosti manja od vrednosti razlike između sistemskih korisnosti. Osim toga, Ben-Akiva & Lerman (1985) navode da izvori slučajne korisnosti mogu biti nerazmatrane karakteristike alternativa i sklonosti korisnika, greške prilikom merenja i posredničke varijable. Sistemski deo korisnosti se zbog jednostavnosti u najvećem broju slučajeva predstavlja u linearnoj formi, koja je sastavljena od atributa i njihovih koeficijenata. Funkcija ove korisnosti se predstavlja sledećim izrazom

$$V_{in} = \sum_{k \in K} \beta_k x_{in,k} \quad (109)$$

Pored navedenog, Hensher i ostali (2005) navode da se sistemska korist određuje posredstvom: posmatrane populacije, pregledom dosadašnjih istraživanja, ekspertskim mišljenjem itd.

U logit modelima se uvodi pretpostavka da su vrednost parametra  $\beta_k$ , kojima se definiše uticaj atributa na ukupnu sistemsku korisnost, zajedničke za sve individue u posmatranom uzorku, kao i da su ovi koeficijenti linearno zavisni. Sa druge strane, vrednosti atributa alternativa nisu međusobno linearno zavisne promenjive. Prilikom odabira vrste atributa koji se razmatraju u modelima, potrebno je izabrati one koji opisuju izbor većeg dela posmatrane populacije. Ukupan broj i vrsta atributa koji su uključeni u modelima, zavisi od budžeta, dostupnih podataka i ciljeva istraživanja. U većini istraživanja izbora rute putovanja, ove funkcije obavezno uključuju vreme putovanja i dužinu rute, kao jedan od najbitnijih faktora prilikom donošenja odluke korisnika.

Oblik logit modela proizašao je direktno iz pretpostavke da slučajna korisnost podleže raspodeli ekstremnih vrednosti tipa I, koja je u literaturi poznata i pod nazivom Gumbelova raspodela. Naziv ekstremna vrednost se odnosi na razlike između raspodela vrednosti promenjive na "repovima" (ekstremnih veličina promenjive) ove i normalne funkcije (Hensher i ostali, 2005). Funkcija gustine raspodele i njena kumulativna funkcija se predstavljaju sledećim jednačinama

$$f(\varepsilon) = \mu e^{-\mu(\varepsilon-\eta)} e^{-e^{-\mu(\varepsilon-\eta)}} \quad (110)$$

$$F(\varepsilon) = e^{-e^{-\mu(\varepsilon-\eta)}} \quad (111)$$

gde je  $\mu > 0$  skalarni parameter i  $\eta$  lokaciski parametar. Autori Ben-Akiva i Lerman (1985) navode osnovne osobine Gumbelove raspodele (koje su bitne prilikom definisanja oblika multinominalnog logit modela), od kojih su najznačajnije: modalna vrednost iznosi  $\eta$ , srednja vrednost iznosi  $\eta + \gamma/\mu$  ( $\gamma$  je Ojlerova konstanta), i varijansa iznosi  $\mu^2\pi^2/6$ . Usvajanjem ove vrednosti varijanse, normalizuje se veličina korisnosti, čime se koeficijenti u funkciji njenog sistemskog dela povećavaju za  $\sqrt{1,6}$  (Train, 2009). Pod uslovom da slučajna korisnost  $\varepsilon$  podleže Gumbelovoj raspodeli sa parametrima  $(\eta, \mu)$ , autori navode da ako je  $V$  promenjiva i  $\alpha > 0$  (bilo koja skalarna konstanta), onda  $\alpha\varepsilon + V$  takođe podleže Gumbelovoj raspodeli sa parametrima  $(\alpha\eta + V, \mu/\alpha)$  (Ben-Akiva & Lerman, 1985). Način definisanja skalarne vrednosti, po autoru Train (2009), reflektuje efekte svake varijable u odnosu na varijansu slučajnog dela korisnosti. S obzirom na to da je skalirana vrednost koeficijenta predstavljena u obliku  $\beta^* = \beta/\sigma$ , vrednost parametra je manja ukoliko je varijansa veća, te iz ovog razloga nije poželjno spajanje podatke prikupljenih iz raznovrsnih izvora, jer poseduju različite vrednosti varijanse (Train, 2009).

Oblik multinominalnog logit modela dobija se putem izvoda prikazanog od strane Ben-Akiva & Lerman (1985). U slučaju da je zadovoljen uslov  $U_l > U_j$ , i ako su  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  nezavisne varijable sa Gumbelovom raspodelom i parametrima  $(\eta_1, \mu_1)$  i  $(\eta_2, \mu_2)$ , raspodela  $\varepsilon^* = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  se izražava na sledeći način

$$U_l - U_j = (V_l - V_j) + (\varepsilon_l - \varepsilon_j) > 0$$

$$\varepsilon_j < (V_l - V_j) + \varepsilon_l, \forall j \neq l$$

Putem ovog izraza, izvodi se vrednost verovatnoće izbora posmatrane alternative  $l$  u odnosu na ostale alternative iz skupa,

$$P(l|\varepsilon_l) = P(U_l > U_j) = F_l(\varepsilon_j < (V_l - V_j) + \varepsilon_l, \forall j \neq l) \quad (112)$$

$$P(l|\varepsilon_l) = \prod_{j \neq l} F(\varepsilon_l) = \prod_{j \neq l} e^{-e^{-(V_l - V_j + \varepsilon_l)}}$$

gde  $P(l|\varepsilon_l)$  predstavlja verovatnoću da će korisnik izabrati alternativu  $l$  u zavisnosti od vrednosti  $\varepsilon_l$ . Verovatnoća izbora alternative  $l$  se određuje integrisanjem proizvoda funkcije raspodele parametra  $\varepsilon_l$  i  $P(l|\varepsilon_l)$ ,

$$P(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(l|\varepsilon_l) f(\varepsilon_l) d\varepsilon_l, \quad (113)$$



$$P(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{j \neq i} e^{-e^{-(V_l - V_j + \varepsilon_l)}} e^{-\varepsilon_l} e^{-\varepsilon_l} d\varepsilon_l = \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{j \neq i} e^{-e^{-\varepsilon_l} e^{-(V_l - V_j)}} e^{-\varepsilon_l} e^{-\varepsilon_l} d\varepsilon_l.$$

U ovoj jednačini se uvodi smena  $t$  i  $dt$  na sledeći način

$$t = e^{-\varepsilon_l}, dt = -e^{-\varepsilon_l} d\varepsilon_l, \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon_l \rightarrow -\int_0^{+\infty} dt,$$

$$P(l) = \int_0^{+\infty} \prod_{j \neq i} e^{-te^{-(V_l - V_j)}} e^{-t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-t(1 + \sum_{j \neq l} e^{V_j - V_l})} dt,$$

$$P(l) = -\frac{e^{-t(1 + \sum_{j \neq l} e^{V_j - V_l})}}{1 + \sum_{j \neq l} e^{V_j - V_l}} \Bigg|_0^{+\infty} = \frac{1}{1 + \sum_{j \neq l} e^{V_j - V_l}}.$$

Multinomialni oblik logit funkcije se izvodi iz funkcije  $P(l)$ , na sledeći način

$$P(l) = \frac{1}{1 + e^{-V_l} \sum_{j \neq l} e^{V_j}} = \frac{1}{1 + \frac{\sum_{j \neq l} e^{V_j}}{e^{V_l}}} = \frac{e^{V_l}}{\sum_i e^{V_i}}. \quad (114)$$

Izvedenom jednačinom (114), stvoren je uslov IIA, kojim se verovatnoća izbora jedne alternative u odnosu na drugu ne menja dodavanjem ili izostavljanjem ostalih alternativa iz skupa izbora. Ovaj uslov je prikazan sledećim izrazom

$$\frac{P(i)}{P(u)} = \frac{e^{V_{in}} / \sum_{j=1}^{C_n} e^{V_{jn}}}{e^{V_{un}} / \sum_{j=1}^{C_n} e^{V_{jn}}} = \frac{e^{V_{in}}}{e^{V_{un}}}. \quad (115)$$

U skladu sa navedenim, logit model se u predstavljenom obliku ne može direktno implementirati u modelima izbora rute putovanja, jer se između alternativa u skupu javlja korelacija nastala usled njihovog međusobnog preklapanja (kršenje IIA uslova). S tim u vezi, različiti autori su razvili izvedene oblike ovog modela, koji su prikazani u poglavlju dva.

## **PRILOG 4. SISTEM POKRETNIH DETEKTORA (SPD) ZA PRIKUPLJANJE PODATKA**

Sistem pokretnih detektora predstavlja tehnologiju za prikupljanje podataka, generisanih od strane instaliranih uređaja u vozilima. Prvi koncept koji je implementirao pokretne detektore za snimanje vremena putovanja, nastao je tokom dvadesetih godina prošlog veka (Turner i ostali, 1998). Ovaj sistem su činila vozila koja su nazvana „sonde“, pri čemu je sa postojećom tehnologijom njihova implementacija na većoj prostornoj obuhvatnosti bila praktično neizvodлива. Ideja o korišćenju sonde u funkciji pokretnih detektora, ponovo je implementirana 1980-ih godina, ali je tada primena ove tehnologije bila neisplativa (Lorkowski i ostali, 2005). Prva aplikacija koja je implementirala sistem pokretnih detektora datira iz 1991. godine, kada je pokrenut projekat ADVANCE (Advanced Driver and Vehicle Advisory Navigation Concept) sa ciljem prikupljanja podataka, korišćenjem navigacionih sistema u vozilima (Banach, 2013). Krajem devedesetih godina i početkom novog milenijuma, uređaji za navigaciju i bežičnu komunikaciju postaju dostupniji, pri čemu se sprovodi sve veći broj istraživanja korišćenjem SPD sistema u gardovima širom sveta, i to u Berlinu, Minhenu, Nurnbergu, Študgradu, Beču, Ningbo itd.

Sistem pokretnih detektora se sastoji od vozila koja su opremljena sa GPS uređajima ili drugom vrstom uređaja za detekciju pozicije vozila (mobilnim telefonima). Sistemi sa vozilima opremljenim GPS uređajima su precizniji, ali poseduju manji broj potencijalnih „detektora“ (vozila). Obično se u ovim vrstama sistema koriste komercijalna vozila, pri čemu su mnoga istraživanja pokazala da su taksi vozila najpogodnija za njegovu implementaciju. Ipak, potrebna je doza obazrivosti prilikom vrednovanja rezultata dobijenih od strane taksi vozila, kao i drugih komercijalnih flota, s obzirom na činjenicu da strukturu korisnika čine profesionalni vozači koji bolje poznaju uslove na uličnoj mreži od većine merodovnih korisnika (u nekim situacijama ovim vozilima se daje pravo prvenstva prolaza i korišćenja rezervisanih saobraćajnih kolovoznih površina). Razvoj telekomunikacionih tehnologija i pojava masovne upotrebom mobilnih uređaja, stvorile su uslove da se sistem pokretnih detektora implementira korišćenjem

mobilnih telefona (eng. floating cellular data system), koji za navigaciju i pozicioniranje vozila koriste mobilne mreže. Prednost ovog koncepta predstavlja veliki broj potencijanih vozila, koja mogu biti deo sistema za prikupljanje podataka. Sa druge strane, preciznost ovih uređaja je manja od GPS uređaja, što stvara potrebu za korišćenjem složenijih algoritama prilikom lociranja vozila na uličnoj mreži. Podaci se prikupljaju metodom triangulacije, kojom se na osnovu jačine signala, dobijenih od strane različitih antena mobilnih operatera, rekonstruiše pozicija vozila.

Wagner i ostali (2002) su u nemačkim gradovima vršili prva istraživanja sa većim brojem vozila. Oni su, maja 2001. godine, implementirali SPD u Berlinu, na osnovu podataka prikupljenih od strane 300 taksi vozila. Rezultati istraživanja su pokazali da pomenuta strategija sa uspehom može da zameni konvencionalne fiksne detektore. U Hamburgu su 2006./2007. godine vršena ispitivanja, koja su pokazala da se podacima prikupljenim od strane 700 taksi vozila mogu verodostojno prikazati uslovi u saobraćaju, kao i da se mogu koristiti u dinamičkim modelima za prognozu prosečnih vremena putovanja (Brockfeld i ostali, 2007). Istraživanje izvršeno u kineskom gradu Ningbo (Fang i ostalo, 2009), ukazalo je da se nakon 5 minuta snimanja rapidno povećava pokrivenost oblasti validnim podacima, dobijenih od strane vozila iz flote koja čine SPD. Rezultati dobijeni od strane taksi vozila su korišćeni prilikom procena vremena putovanja na kraćim segmentima (do 3 km) i upoređeni su sa realnim podacima prikupljenih test vozilima. Rezultati ove analize su ukazali da je greška prilikom procene vremena putovanja manja od 10%, ali da dužina od 3 km predstavlja kritičnu vrednost veličine segmenta, s obzirom da kraći segmenti dovode do većih grešaka u procenama (Fang i ostalo, 2009).

Sistem pokretnih detektora se može podeliti u šest faza: (i) prikupljanje podataka, (ii) dekodiranje i filtriranje podataka, (iii) obrada prikupljenih podataka, (iv) analiza i interpretacija rezultata, (v) skladištenje podataka i (vi) njihova implementacija. Prednosti SPD su: detaljan nivo informacija, pokrivenost velikog dela ulične mreže, kompatibilnost sa mnogim izvorima informisanja, ekonomska isplativost, izvor detaljnih informacija o izvorima i ciljevima kretanja, mogućnost rekonstrukcije izabrane rute putovanja itd. Pored ovih prednosti potrebno je istaći i mane ovih strategija, koje se ogledaju u činjenici da rezultati zavise od osobina

uzorka koji šalje podatke i nemogućnosti da se dobiju direktni podaci o gustini i protoku saobraćaja. Pored ovog nedostatka, alati za obradu GPS podataka su složeni jer zahtevaju niz procedura kako bi se izvršila njihova filtracija i poklapanje sa prostornim podacima, te se neobrađeni podaci obično ne mogu direktno koristiti.

Pored osnovnog SPD postoji i druga generacija ovih sistema koja uključuje vozila opremljena sa većim brojem senzora, uređaja i kamera. Raznovrsnijim podacima se pruža viši nivo detaljnosti u pogledu pruženih informacija. U literaturi se ovi sistemi nazivaju prošireni sistemi pokretnih detektora (eng. Extended Float Car Data, XFCDD), pri čemu se naziv odnosi na količinu i vrstu različitih podataka koji se prate i snimaju. BMW Group je implementirala ovaj sistem, koji je pored saobraćajnih prikupljao i podatke o vremenskim uslovima (Messelodi i ostali, 2009). Vozila su beležila podatke o brzinama kretanja, statusu brisača i farova, aktivnosti kočnica, kao i podatke dobijene od strane sistema za kontrolu stabilnosti i navigaciju. Program je potom na osnovu ovih i vremenskih podataka vršio procenu saobraćajnih uslova i u slučaju incidentnih situacija upozoravao centar i ostale učesnike o mogućim zagušenjima i opasnostima. U Trentu u Italiji, razvijan je sistem sa fuzionisanim podacima (eng. Data Fusion System), koji pored GPS podataka, razmatra i slike dobijene kamerama instaliranim u vozilima (Messelodi i ostali, 2009). Ovim kamerama se pouzdano detektuju prepoznatljivi oblici, kao što su znakovi upozorenja (radovi na putu), rastojanja sleđenja i brzina kojom se kreću vozilo ispred detektora. Na osnovu ovih informacija, u predloženom konceptu je vršena procena trenutnih nivoa usluga na mreži.

## **PRILOG 5. SISTEM ZA SATELITSKU NAVIGACIJU**

Globalni satelitski navigacioni sistemi (eng. global navigation satellite system - GNSS) predstavljaju tehnologiju koja korisnicima pruža autonomnost prilikom geo-prostornog pozicioniranja na zemljinoj površini. U projektu pod nazivom TRANZIT, satelitska navigacija je prvi put korišćena sa svrhom pozicioniranja podmornica i brodova, od strane U.S. mornarice 1960. godine (Prasad & Ruggieri, 2005). Ovaj sistem nije pružao punu autonomnost i postojala je potreba za povremenim ažuriranjem trenutne pozicije. Prvi sateliti koji su u sebi posedovali atomske časovnike (rubidium i cezijum) lansirani su 1974. i 1977. godine u projektu nazvanom TIMATION, dok je prvi američki GPS satelit lansiran godinu dana kasnije (Prasad & Ruggieri, 2005). Pored američkog GPS sistema, paralelno je razvijan ruski GLONAS sistem, u kojem je prvi satelit lansiran 1982. godine. Američki GPS sistem je 1995. godine dostigao punu radnu operativnost, dok je ruski GLONAS sistem punu radnu operativnost dostigao 1996. godine, kada je i postao dostupan za globalnu civilnu upotrebu (Prasad & Ruggieri, 2005).

Pozicioniranje objekata na zemljinoj površini se u trenutnoj generaciji navigacionih sistema određuje putem merenja vremena putovanja signala, odnosno putem razlike između vremenskog trenutka prijema i vremenaskog trenutka emitovanja signala. Poznavanjem pozicije satelita i brzine putovanja signala, određuje se razdaljina između korisnika i satelita, tehnikom poznatom pod nazivom trilateracija. Trilateracija predstavlja proces merenja pozicije tačaka pomoću vrednosti udaljenosti, u kojoj se za njeno određivanje koristi geometrija kruga i sfere. U trodimenzionalnom prostoru je potrebno odrediti međusobno rastojanje između tri sfere prilikom definisanje pozicija prijemnika, odnosno neophodno je obezbediti vidljivost između korisnika i bar tri satelita kako bi se relativno tačno utvrdila njegova lokacija na Zemljinoj površini.

GPS predstavlja pasivan sistem, u kojem se komunikacija između satelita i prijemnika odvija u jednom pravcu. Sateliti emituju signale koji poseduju informacije o tačnom vremenu trenutka emitovanja, poziciji satelita, atmosferskim isprawkama i indentifikacionom broju satelita. Sve informacije se transmituju na talasima L-dužine ultra visoke frekvence (390 MHz do 1550 MHz), odnosno na

takozvanom talasima L1-dužini GPS frekvence (Van Sickle, 2008). Talasi nose P kodove, C/A kodove (eng. coarse/acquisition) i navigacione kodove u kojima su u binarnom obliku šifrovane informacije sa GPS satelita (Van Sickle, 2008). C/A kodom se prenose informacije u sklopu usluge standardnog pozicioniranja, dok se P kodom transmituju podaci usluge preciznog pozicioniranja, namenjeni vojnim potrebama. Do 2000. godine, standardna usluga pozicioniranja koja je bila dostupna civilnoj upotrebi, posedovala je selektivnu dostupnost, čime je veštački smanjena preciznost GPS uređaja (pružana je usluga preciznosti u okviru od 100 m) (Van Sickle, 2008). Na gustoj uličnoj mreži takav vid merenja nije pružao dobre rezultate, ali sa ukidanjem ovog ograničenja preciznost GPS uređaja je povećana do 20 m preciznosti. Vozila pored GPS uređaja koriste dodatne senzore, kao što su žiroskop za određivanje smeru kretanja vozila i odometar za određivanje trenutne brzine vozila. Ova tehnologija je poznata pod nazivom „mrtvo računanje“, koja zajedno sa GPS uređajima omogućava preciznije merenje, kao i mogućnost određivanja pozicije vozila kada signali sa satelita nisu dostupni.

Akumulirane greške prilikom merenja pozicija, generišu ukupnu vrednost od 7 do 30 m. Greške u merenju su prouzrokovane razlikom između GPS vremena i UTC (sistem univerzalnog usklađivanja) vremena, uticajima jonosfere i troposfere, nekonstantnosti orbite satelita, refleksije signala i šuma na prijemniku. UTC vremenska skala je stabilnija nego rotacija Zemlje, što prouzrokuje neslaganja između UTC i zemljinog kretanja (Van Sickle, 2008). Razlika se smanjuje periodičnim uvođenjem dodatne sekunde, ali ne i na časovnicima u satelitima, koji funkcionišu po GPS vremenskoj skali (Quddus, 2006). Drugi značajni uticaji na emitovane signale prouzrokovani su refrakcijom i difrakcijom, odnosno menjanjem brzine i pravca kretanja signala prilikom njegovog prolaska kroz različite slojeve jonosfere i troposfere. Ovim se stvaraju dodatna kašnjenja signala koja se moraju uzeti u obzir prilikom izračunavanja pozicije prijemnika. Treći značajan generator grešaka prilikom očitavanja pozicije, proizilazi iz nekonstantnosti orbite kretanja satelita. Na orbitu satelita utiče gravitacija Zemlje, Sunca i Meseca, kao i sila pritiska solarne radijacije. Zbog ovih uticaja se konstantno vrši izračunavanje očekivanih pozicija satelita u glavnoj kontrolnoj stanici. Četvrti bitni izvor greške, predstavlja refleksija signala koja se javlja u slučajevima kada direktan signal sa satelita stigne

do prijemnika nakon reflektovanog signala sa Zemlje. Refleksija se javlja u gradskim sredinama i u okolini guste vegetacije, pri čemu postoje algoritmi za prepoznavanje ispravnog signala kojim se procenat učestvovanja ove greške znatno smanjuje. Šum prijemnika predstavlja grešku koju je teško predvideti, i koja nema velikog uticaja na konačan rezultat u određivanju pozicije objekta.

U urbanoj sredini i pored navedenih grešaka postoje dodatne fizičke smetnje koje prekidaju vidljivost satelita, kao što su tuneli, urbani kanjoni i ulice sa gustim drvoredima. U ovakvim situacijama se koriste dodatni zemaljski sistemi za određivanje pozicije vozila kao što je „mrtvo izračunavanje“. Ovi sistemi koriste senzore instalirane unutar vozila prilikom proračunavanja putanje kretanja vozila na kraćim relacijama. „Mrtvo izračunavanje“ predstavlja metodu izračunavanja pozicije na osnovu poznate referentne tačke, brzine, smeru kretanja i pređenog puta, i razvijen je zbog potrebe navigacije brodova u nautici.

## **PRILOG 6. GEOGRAFSKI INFORMACIONI SISTEMI I DIGITALNE MAPE**

Mape se u saobraćaju koriste prilikom vizuelizacije geoprostornih podataka, radi utvrđivanja udaljenosti, pravca kretanja, oblika putanje itd. Od početka 1980-ih koriste se digitalne mape, koje su omogućile povezivanje prostornih podataka sa bazom koja sadrži dodatne informacije o lokaciji. Naučna disciplina koja izučava modele i tehnike analize, sinteze i vizualizacije geoprosotrnih podataka se naziva nauka o geografsko informacionih sistema (skr. GIS).

Prilikom definisanja odgovarajućeg prostora na kojem se vrši istraživanje, potrebno je voditi računa o osnovnim parametrima karte, putem koje se predstavlja posmatrani teren. Prilikom izrade mape, stručnjaci biraju način projekcije, razmeru, koordinatni sistem i datum. Pored toga, teren se ne može prikazati na dvodimenzionalnoj ravni a da se pritom ne izvrši njegova distorzija, te se biraju parametri mape koje verno prikazuju željene osobine obuhvaćenog prostora. Pored navedenih karakteristika, potrebno je definisati razmeru i nivo detalja mape. Razmera predstavlja odnos između udaljenosti na mapi i stvarne udaljenosti, čija vrednost varira zbog sferoidnog oblika Zemlje. Potrebno je uzeti u obzir, da se zakrivljenost Zemljine površine obično ne razmatra na mapama velike razmere, jer su greške prilikom merenja u većini slučajeva mogu zanemariti.

Prilikom izrade mape postoji niz odluka od kojih svaka uvodi dodatnu grešku i generalizaciju prikaza stvarnog prostora. Izvori ovih grešaka se mogu podeliti po sledećim grupama: numerička obrada (matematička obrada podataka, zaokruživanje vrednosti na određeni broj decimala, itd.), geokodiranje, topološke greške, greške u merenju (preciznost instrumenta i greške geometara), greške u modelima korišćenim za reprezentovanje prostornih podataka (razmera, projekcija, datum) (Quddus, 2006). Prostorne greške koje su bitne za proces mapmečinga se dele na horizontalne i vertikalne greške, a koje se odnose na razliku između udaljenosti prikazanih tačaka na mapi i stvarne lokacije. Univerzitet u Teksasu je razvio metodu korišćenjem velikog broja izvora različitih podataka. Oni su ustanovili da je vrednost prosečne ukupne greške 2,84 metra na mapi razmere 1:2500 (Quddus, 2006).



Sa aspekta uličnih deonica, glavne greške prilikom reprezentovanja ulične mreže jesu topološke i geometriske greške. Topološka greška se javlja kada je na mapi prikazano ukrštanje linkova u nivou, dok su u stvarnosti ove deonice razdvojeni u više različitih nivoa. Drugi glavni izvor greške predstavlja ne postojanje konekcije između linkova, koji generišu probleme prilikom obrade podataka i rekonstrukcije najkraćih putanja. Sa druge strane, glavna izvor geometriske greške na uličnoj mreži jeste generalizacija objekata na mapi, kao i njihova netačna pozicija.

Ulične deonice se obično predstavljaju linijama ili polilinjama, dok se raskrsnice predstavljaju mestom ukrštanja linija ili tačkom na mapi. Ulice većih širina generišu veće greške, s obzirom da je veća udaljenost ivica ulične deonice od njenog centra. Takođe, kružni tok se nepravilno može predstaviti u obliku tačke, koji u toku analize podataka dovodi do propagaciske greške. Navedeni nedostaci predstavljaju horizontalnu grešku koja se javlja prilikom vektorskog prikaza ulične mreže. S tim u vezi, region oko GPS tačke, pored grešaka prilikom očitavanja pozicije vozila (detaljnije videti u prilogu 5), uključuje i navedene greške generisane od strane vektorske mape, te se za region poverenja GPS očitavanja obično uzimaju vrednosti od 7 do 30 m.

## **PRILOG 7. IZBOR RUTA OD STRANE KORISNIKA SA BIHEVIORISTIČKOG ASPEKTA**

Ljudska sposobnost definisanja i praćenja proizvoljne rute povezuje se sa pojmom kognitivnih mapa, koje omogućuju čoveku da se orijentiše i locira u prostoru. Pored toga, istraživači pretpostavljaju da one omogućuju ljudima da konstruišu putanje kretanja, korišćenjem sposobnosti: traganja za rutom i izbora rute (Bovy & Stern, 1990). Goulias (2002) navodi da kognitivne mape predstavljaju interni doživljaj okoline, koji može biti baziran na stvarnim ili izmišljenim iskustvima, dok sa druge strane, ne postoje utemeljeni dokazi o načinu njihove manifestacije kod individua. Kognitivne mape su skladištene u dugoročnoj memoriji, i uključuju procese kodiranja, memorisanja i manipulacije sa prikupljenim informacijama (Golledge & Gärling, 2004).

Snalaženje čoveka na uličnoj mreži predstavlja njegovu sposobnost navigacije i pronalazjenja rute. Po Goulias (2002) navigacija predstavlja proces sastavljen od konstantnog pilotiranja i „mrtvog“ računanja (eng. dead reckoning), pri čemu je on uslovljen kriterijumima najkraćeg i najbržeg puta, minimalnih troškova itd. U više različitih izvora se navodi da korisnici bolje i preciznije pronalaze kraća rastojanja na manjim udaljenostima, pri čemu putanju vrednuju u segmentima, a ne u celosti (Goulias, 2002; Tawfik & Rakha, 2012).

Korisnici često doživljavaju prostor i njegove atribute sa određenom distorzijom, koja utiče na njihove odluke i način zaključivanja. Bovy & Stern (1990) navode da ljudi prilikom odlučivanja poseduju „filtre“ za percepciju i evaluaciju, putem kojih se željeni atributi snimaju i prevode na internu skalu. Korisnici putem ove skale vrše procenu vrednosti korisnosti različitih ruta. Svaka individua poseduje specifične i jedinstvene filtere koji su izgrađeni u procesu učenja na osnovu doživljenih iskustava. Sa druge strane, korisnik prilikom traganja za rutom mora da aktivira interne procese u kojima se vrši procena prostornog odnosa između njih i stacionarnih objekata (Sholl, 1996, Goulias, 2002).

Za razvoj naučnih saznanja o načinu izbora ruta, značajne su analize sprovedene od strane autora Pailhous (1970), koji je utvrdio da ljudi znanja o uličnoj mreži organizuju u dva nivoa, i to na: osnovni i sekundarni ulični „sloj“ (Bovy &

Stern, 1990). Odnosno, ljudi teže da pojednostave izgled ulične mreže prilikom učenja njene hijerarhije i plana organizacije, memorišući samo povezani „kostur“ sačinjen od glavnih uličnih pravaca i arterija. Takođe, korisnici po ovom autoru, ne memorišu veze između zasebnih celina sekundarne ulične mreže, već samo načine njihovog konektovanja na osnovnu uličnu mrežu.

Autori Stern & Leiser (1988) i Friendschuh (1992) dele proces sticanja znanja o okolini u tri odvojene faze, i to: poznavanje određenih repera u prostoru i načina njihovog povezivanja sa rutama, sposobnost procene razdaljine i pravca putovanja prilikom navigacije (bez sticanja znanja o organizaciji ulične mreže), i razumevanje ulične mreže i pozicije prostornih repera (Bovy & Stern, 1990; Goulias, 2002; Golledge & Gärling, 2004). Bovy & Stern (1990) navode da korisnici pored stvanog izbora poseduju i biheviorističke namere, koje ne moraju biti iste kao i odabrane alternative. Ova pojava je uslovljena razlikom između korisnosti odabrane alternative sa jedne strane, i potrebnog dodatog napora kako bi se odabrala nova ruta. S tim u vezi, korisnikova inercija značajno utiče na efikasnost primena mera upravljanja transportnim zahtevima, čiji uticaj može biti znatno smanjen u odnosu na prognozirane prostorne raspodele putovanja (Bovy & Stern, 1990).

Pored navedenog, glavna prostorna sposobnost čoveka jeste njegova mogućnost ocene: pravca, udaljenosti i vremena trajanja putovanja. Ljudi udaljenost na kraćim destinacijama obično precenjuju, dok na većim podcenjuju, pri čemu se u najvećem broju slučajeva asimetrično doživljava razlika u udaljenosti od izvora ka cilju i od cilja ka izvoru putovanja (Golledge & Gärling, 2004). Pored ovih zaključaka, Bovy & Stern (1990) navode da se putanje u centru grada procenjuju kao duže od perifernih, s obzirom da se trase pamte po postojećem sadržaju u okolini trase (broj zapamćenih slika u toku kretanja utiče na precepciju dužine same rute), dok je ocena dužine puta u korelaciji sa subjektivnim doživljajem vremena putovanja. Allen (1979) navodi da subjektivna ocena linearno zavisna od objektivne dužine trajanja putovanja samo u prvih 30 s, dok se sa porastom parametra dužine putovanja eksponencijalno povećava razlika između procenjenih i stvarnih vrednosti (Bovy & Stern, 1990). Rezultati istraživanja Tawfik & Rakha (2012), ukazuju da je samo 12% posmatranog uzorka korisnika bilo sposobno da tačno proceni vreme putovanja. Pored toga, rezultati u pomenutom istraživanju su ukazali da je tek oko polovine

uzorka izabralo najbržu rutu putovanja. Takođe, Tawfik & Rakha (2012) ističu da su korisnici osetljiviji na parameter vremena putovanja tokom vršnog perioda u odnosu na vanvršni period.

Bovy & Stern (1990) su prikazali rezultate više različitih istraživanja vezanih za broj alternativa koji korisnici razmatraju prilikom odabira ruta. Jansen & Den Adel (1987) su otkrili da u proseku korisnici poznaju od 4 do 15 alternativnih putanja, koje se delimično preklapaju (Bovy & Stern, 1990). Takođe, ovi autori su pokazali da profesionalni vozači poseduju bolju sposobnost pronalaženja alternativnih ruta od običnih, gde su skoro svi ispitanici iz ove kategorije prepozanli ceo objektivan skup alternativa u postavljenom eksperimentu. Autori su otkrili da korisnici u većini slučajeva rutu definišu pre kretanja, dok samo jedna četvrtina ispitanika putanju definiše u toku putovanja. Pored navedenih autora, Benshoof (1970) ukazuje da većina korisnika razmatra dve ili tri alternative (Bovy & Stern, 1990), pri čemu samo 15% njih bira rutu u toku putovanja. Goulias (2002) navodi rezultate Adler i ostalih (1993), koji su utvrdili da je kretanje na ruti integrisan proces u kojem korisnici na osnovu procenjenih saobraćajnih uslova donose odluke u toku putovanja. Ovi autori su reakcije vozača na uslove u saobraćaju, podelili na sledeći način: preoblikovanje rute, potraga za novim informacijama, promena ciljeva putovanja ili odlaganje putovanja, zamena rute i reorganizacija rasporeda aktivnosti. Pored ovih rezultata, autori navode da su glavni faktori koji utiču na reakcije korisnika vezane za njihovu procenu vremenskih gubitaka i kašnjenja, dužine trajanja vremena putovanja, postojeća iskustva sa posmatranom uličnom mrežom i uslovima u saobraćaju, tolerancije ka riziku itd.

Sveobuhvatno posmatrano, prilikom modelovanja putovanja, potrebno je uzeti u obzir da individue poseduju različite kognitivne mape, prostorne sposobnosti, preferencije, osobine, iskustva, ciljeve, kao i slobodnu volju prilikom donošenja odluka. S tim u vezi, rekonstrukcija i prognoza njihovog kretanja predstavlja izezetno težak zadatak za istraživače, pri čemu se modelovanje raspodele transportnih zahteva aproksimira na agregatnom nivou za populaciju korisnika koji dele slične osobine.

## PRILOG 8. GENETSKI ALGORITAM

Genetski modeli koriste metaheuristički algoritam, konstruisan sa ciljem optimizacije načina pretrage prostora mogućih rešenja. U ovom algoritmu se istovremeno vrši pretragu većeg prostora mogućih solucija pomoću populacije konstruisanih rešenja, pri čemu se pretraga usmerava ka globalnom optimumu. Termin genetski algoritam je uveden od strane Holland (1975), koji je preuzeo terminologiju iz Darwinove teorije evolucije, kako bi naglasio sličnost između zakona ove teorije i procesa u genetskom algoritmu (Reeves & Rowe, 2002). Skup svih rešenja u genetskom algoritmu predstavljaju jednu populaciju, dok svako rešenje predstavlja jedinku. Jedinke u populaciji su sastavljene od hromozoma i fitnes ocena. Gradivni materijal hromozoma su geni, čija se pozicija u hromozomu naziva lokus, dok se grupe mogućih gena na mestima lokusa nazivaju alele. Tokom procesa međusobnog ukrštanja, jedinke razmenjuju genetski materijal, pri čemu se generišu „potomci“ u novoj generaciji. Genetski materijal svake nove jedinke poseduje verovatnoću mutacije, koja omogućava algoritmu da pronađe globalno rešenje u slučaju trenutne stagnacije oko lokalnog optimuma. Pored toga, posle određenog broja generacija, pretraga u algoritmu konvergira ka delu prostora mogućih solucija u okolini optimumu.

Kako bi se genetski algoritam implementirao, prvo je potrebno odrediti broj jedinki u svakoj populaciji, koji može biti fiksni ili promenljiv. Reeves & Rowe (2002) navode da je u inicijalnoj populaciji neophodno odabrati broj jedinki na način koji omogućava da je svaka tačka na prostoru mogućih rešenja dostupna primenom samo procesa ukrštanja. Nakon definisanja veličine inicijalne populacije, određuje se pristup za generisanje početnih rešenja, koji može biti baziran na: poznatim metodama za rešavanje problema (metode koje u velikom broju slučajeva pružaju zadovoljavajuća rešenja) i metodama slučajnog „izvlačenja“ gena. Prilikom korišćenja drugog pristupa za konstruisanje inicijalne populacije, u većini slučajeva se geni biraju na osnovu verovatnoće njihovog odabira, pri čemu postoje metode kojima se u inicijalnoj populaciji na svakom lokusu kontrolisano generiše bar jedna alela (Reeves & Rowe, 2002). Pored navedenog, geni se mogu predstaviti u

binarnom kodu, obliku simbola (diskretni nebinarni problemi) i grupe simbola (problemi permutacije).

Nakon kreiranja početne populacije usvaja se: način izračunavanja fitnes ocene, način sparivanja jedinki u procesu ukrštanja, kao i način mutacije gena. Fitnes ocena predstavlja vrednost kojom se pretraga usmerava ka optimalnom rešenju. Takođe, poboljšavanjem njene vrednosti, smanjuje se i rastojanje na prostoru pretrage između trenutnog rešenja i lokalnog optimuma. Ova ocena se utvrđuje na osnovu fitnes funkcije koja je karakteristična za problem koji se rešava. Fitnes funkcija se u određenim slučajevima formira putem ocena određenih na osnovu više kriterijuma. Kod takvog načina ocenjivanja, rešenje koje poseduje najbolju ocenu po jednom kriterijumu, može biti najlošije rešenje po drugom kriterijumu. U ovom slučaju postoji grupa optimalnih ocena, poznata pod nazivom Paretova optimalna rešenja, koja se ne mogu poboljšati bez „žrtvovanja“ nekog kriterijuma (Gen & Cheng, 2000). Način izračunavanja više-objektne fitnes funkcije, podrazumeva proces definisanja fitnes vrednosti svakog kriterijuma ponaosob, koji se pomoću adaptibilnih težinskih koeficijenata pretvaraju u jedinstvenu fitnes ocenu. Adaptibilnim koeficijentima se pretraga u genetskom algoritmu usmerava ka Paretovom rubu, odnosno ka rešenjima nad kojima ni jedno drugo rešenje ne dominira. Gen & Cheng, (2000) su predstavili jednačinu za izračunavanje ovih koeficijenata u slučaju maksimizacije  $k$  fitnes funkcija. Izraz za procenu vrednosti ovih koeficijenata se predstavlja u sledećem obliku

$$w_k = \frac{1}{f_k^{max} - f_k^{min}}, \quad k = 1..q \quad (116)$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^q w_k * f(x)_k \quad (117)$$

gde je  $f_k^{max}$  maksimalna fitnes vrednost kriterijuma  $k$ ,  $f_k^{min}$  minimalna fitnes vrednost kriterijuma  $k$ , i  $w_k$  vrednost težinskog koeficijenta fitnes funkcije  $k$ .

Nakon definisanja fitnes funkcije, određuje se način selektovanja jedinki u procesu razmene genetskog materijala. U literaturi postoje različiti načini odabira jedinki od kojih je najpoznatija rulet metoda. Putem ove metode, vrednost verovatnoće odabira jedinke je proporcionalna odnosu između veličine njene fitnes ocene i zbira fitnes ocena svih jedinki u populaciji. Nedostatak ovog pristupa se

ogleda u činjenici da se jedinke sa veoma niskom vrednošću fitnes ocena skoro nikada ne uključuju tokom procesa razmene genetskog materijala, što dovodi do smanjenog diverziteta aktivnih gena u trenutnoj populaciji i „zaglavlivanja“ algoritma unutar lokalnog optimumu. Sa druge strane, metoda selekcije pod nazivom linearno rangiranje vrši rangiranje jedinki na osnovu vrednosti fitnes ocena, pri čemu se svakom rangu pripisuje unapred definisana verovatnoća selekcije. Ovim pristupom se omogućava brža pretraga prostora mogućih rešenja i povećava se verovatnoća pronalaženja globalnog optimuma.

Rekombinovanje genetskog materijala predstavlja proces pod nazivom „ukrštanje“, putem kojeg dve jedinke međusobno razmenjuju delove hromozoma u cilju stvaranja novih kombinacija gena. Proces ukrštanja se obično sastoji iz dve faze, u kojima se hromozomi odabranih jedinki presecaju na istim mestima, nakon čega se delovi hromozoma međusobno kombinuju. Presek se bira slučajnim odabirom, pri čemu se hromozomi presecaju na jednom ili više mesta. U slučaju implementacije kompleksnijih operatera, genetski materijal roditelja se deli na tri dela, n-delova itd..

Operater mutacije predstavlja proces kojim se na osnovu određene verovatnoće uvodi slučajna zamena gena na lokusima. Operater po svojoj prirodi vrši lokalnu pretragu u okolini već postojećeg rešenja, kojom se populaciji dopušta da „izađe“ iz lokalnog optimuma. Pored toga, ovim operaterom se sprečava gubitak gena unutar populacije, i omogućava se dostupnost svake tačke na prostoru pretrage. Hinterding i ostali (1997) su prikazali izraz za adaptibilno izračunavanje vrednosti mutacije koja zavisi od trenutnog broja generacija. Ovim pristupom se forsira pretragu šireg prostora mogućih rešenja u početnim generacijama, dok se postepenim smanjivanjem verovatnoće mutacije podstiče konvergencija populacije ka lokalnom optimumu. Izraz za izračunavanje vrednosti mutacije je predstavljen sledećom jednačinom

$$p_i^m = \alpha - \beta * \frac{g_i}{G} \quad (118)$$

gde je  $p_i^m$  verovatnoća mutacije,  $G$  ukupan broj generacija,  $g_i$  trenutna generacija,  $\alpha$  i  $\beta$  parametre koje je potrebno kalibrisati<sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup> Vrednosti korišćene u ovom istraživanju su  $\alpha=0,5$  i  $\beta=0,3$ .

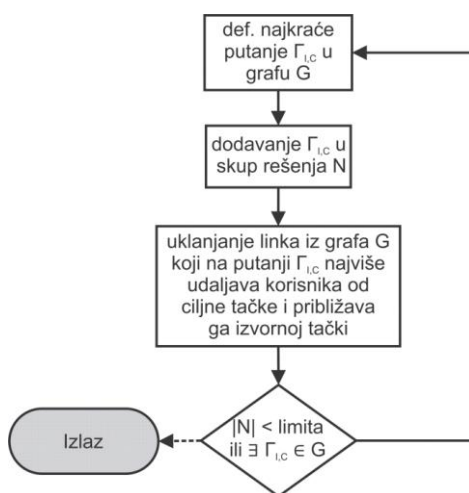
Prilikom ukrštanja genetskog materijala, mogu se stvoriti jedinke čija su rešenja neizvodljiva ili nedozvoljena. Neizvodljiva rešenja se nalaze izvan prostora mogućih rešenja, pri čemu se ona mogu odbaciti ili se vrednosti njihovih fitnes ocena mogu penalizovati. Sa druge strane, nedozvoljena rešenja nisu ni moguća ni neizvodljiva. Ona ne predstavljaju posmatrani problem pa se prilikom njihovog uvođenja u populaciju ne mogu koristiti metode kažnjavanja (penali). S tim u vezi, geni se u ovakvim hromozomima moraju popraviti ili se odbacuje celo rešenje (Orvosh & Davis, 1993).



## PRILOG 9. METODE ZA GENERIASNJE SKUPA ALTERNATIVNIH RUTA

### Model eliminacije linkova

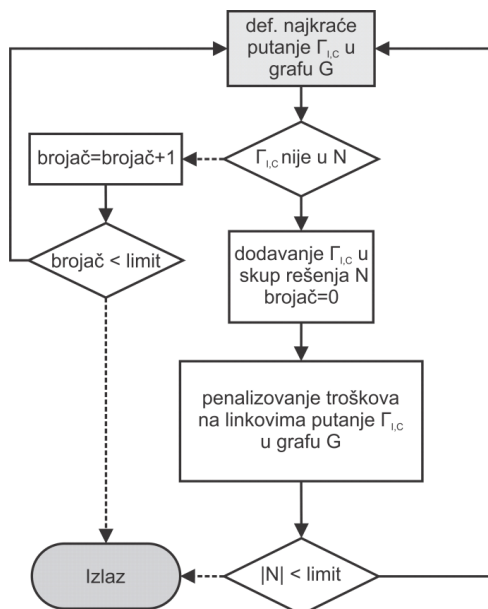
Model eliminacije linka predstavlja metodu kojom se na osnovu algoritma k-najkraćih putanja, definiše skup alternativnih ruta. U prvom koraku ove metode, bira se optimalna ruta na osnovu odabranog kriterijuma. Nakon pronalaženja ove rute, usvaja se metoda kojom se vrši uklanjanje linkova iz proizvoljnog grafa. Postojeći pristupi u literaturi implementiraju sledeće načine uklanjanja grana: uklanjanje cele rute, uklanjanje slučajnog linka, uklanjanje linka koji najviše udaljava vozača od cilja, sukcesivno uklanjanje sve većeg broja linkova itd. S obzirom da je u radu implementirana metoda pretrage u širinu, koja vrši sukcesivno uklanjanje linkova, za posmatrani model odabrana je metoda uklanjanja linka koji najviše udaljava vozača od cilja. Nakon brisanja linka iz grafa, model se vraća u prvi korak i nastavlja traganje za novom najkraćom rutom. Algoritam se zaustavlja nakon dostizanja postavljenog limita u broju generisanih rešenja ili ukoliko tačke izvora i cilja nisu više spojene novim grafom. Glavni nedostatak ovog algoritma, predstavlja mogućnost uklanjanja linka bez kojeg se ne može formirati putanja, kao što su na primer mostovi i tuneli. Takođe, nedostaci ovog pristupa predstavlja učestalo generisanje sličnih i neatraktivnih ruta. Način implementacije ovog algoritma prikazan je sledećim dijagramom.



Slika P. 1. Model za generisanje skupa alternativnih ruta metodom eliminacije linkova.

### Model penalizovanja linkova

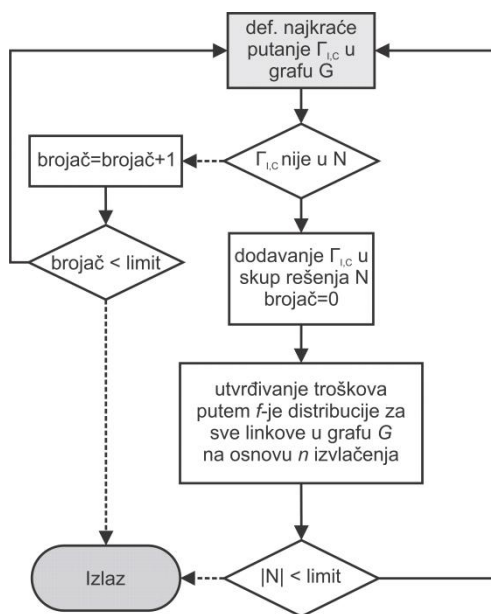
Drugi odabrani model, koji vrši penalizovanje linkova, u prvom koraku generiše optimalno rešenje  $\Gamma$ . Nakon definisanja rute, u grafu se uvećava ocene svih linkova putanje  $\Gamma$  korišćenjem usvojene vrednosti penala. Ovim putem se podstiče proces traganja ka novim rešenjima, koja su različita u odnosu na poslednju generisanu rutu. Sama vrednost ocene se određuje proizvoljno, pri čemu u literaturi ne postoji ustaljeno rešenje za definisanje njene vrednosti. U radu je usvojena visina ocene 1.05, koja je korišćena od strane autora Prato i Bekhor (2006). Nakon korekcije vrednosti grana i generisanjem novog grafa, model se vraća u prvi korak. Ukoliko se konstruisana putanja već nalazi u skupu rešenja, algoritam izvršava korekciju vrednosti linkova i povećava vrednost brojača, koji meri broj uzastopnih iteracija u kojima su generisana već postojeća rešenja. Ukoliko brojač dostigne usvojeni limit ili ukoliko se dosegne željeni broj rešenja, algoritam prestaje sa radom. U ovom pristupu se ne može dogoditi da krajnje tačke nisu dostižne u novoj iteraciji, kao u predhodnom, ali glavni nedostatak algoritma predstavlja njegov način konvergencije koji zavisi od veličine ocene, pri čemu se mogu generisati veoma slična rešenja ukoliko je ocena niska, ili neatraktivna rešenja ukoliko je ocena visoka. Način implementacije algoritma predstavljen je sledećim dijagramom.



Slika P. 2. Model za generisanje skupa alternativnih ruta metodom penalizovanja linkova.

### Stohastički pristup

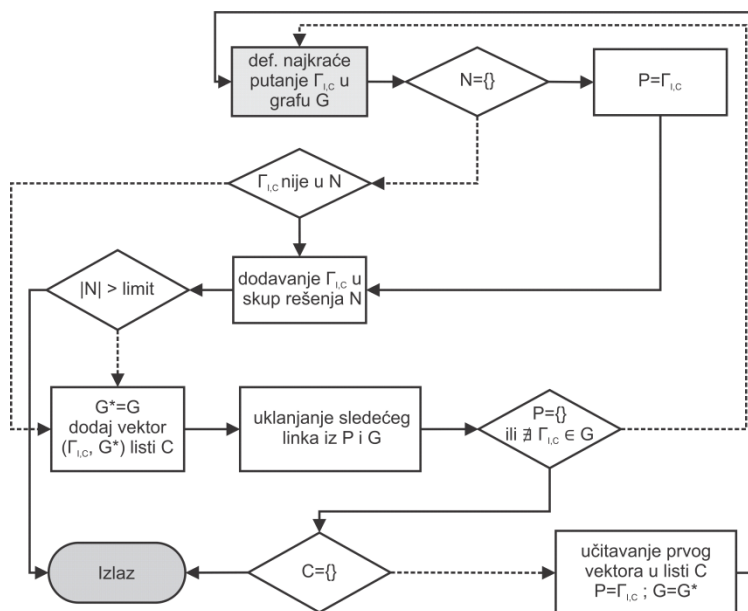
Kao i u predhodnim slučajevima, treći primenjeni model generiše optimalno rešenje u prvom koraku. Nakon generisanja rešenja, definiše se graf sa stohastički izmenjenim vrednostima troškova na granama. Kako bi se dobila što verodostojnija rešenja, potrebno je precizno definisati funkciju raspodele promenljivih, na osnovu kojih se vrši promena vrednosti troškova slučajnim izvlačenjem njenih vrednosti. U radu je za vrednost troškova usvojeno vreme putovanja na linkovima, koje je generisano na osnovu srednjih vrednosti i standardnog odstupanja ovog parametra, pod pretpostavkom da vreme podleže normalnoj raspodeli. Vrednosti parametra vremena putovanja su dobijene implementacijom predstavljene metodologije u poglavlju četiri. Kao i u metodi penalizovanja linkova, ukoliko se generiše rešenje koje se nalazi u skupu odabranih putanja, algoritam uvećava vrednost brojača koji predstavlja broj uzastopnih iteracija u kojima nije generisano novo rešenje. Nedostatak algoritma predstavlja potrebu za ponavljanjem slučajnog izvlačenja promenljivih vrednosti troškova na linkovima, koja značajno utiču na vreme rada algoritma, pri čemu se ne garantuju pronalazak jedinstvenog rešenja (Prato, 2009). Ukoliko vrednost brojača dostigne maksimalni dozvoljeni prag ili ukoliko se generiše dovoljan broj rešenja, model prestaje sa radom. Dijagram primenjenog algoritma je prikazan na slici P.3..



Slika P. 3. Model za generisanje skupa alternativnih ruta primenom stohastičkog pristupa.

Model pretrage u širinu

Četvrti primenjeni model, predložen je od strane autora Rieser-Schüssler i ostalih (2012.), kao model prilagođen za definisanje skupova rute putovanja na uličnim mrežama viših rezolucija. Traganje u modelu je organizovano u obliku stabla sa korenom u optimalnom rešenju, pri čemu se stablo grana na listove koje predstavljaju potencijalna rešenja. Algoritam u prvom koraku vrši potragu za optimalnim rešenjem  $\Gamma$ , nakon čega se problem grana u nova potencijalna rešenja uklanjajem po jednog linka iz ove rute. Nakon ovog koraka, generisana su  $|\Gamma|$  novih grafova u kojima nedostaje po jedan link iz predhodno usvojenog rešenja, i koja se nalaze na nivou stabla određenog na osnovu broja linkova koji nedostaji iz originalnog grafa.



Slika P. 4. Model za generisanje skupa alternativnih ruta pretragom u širinu.

S obzirom, da algoritam vrši pretragu u širinu, prilikom traganja za novim rutama, algoritam ne prelazi na novi nivo stabla  $i+1$  dok ne završi pretragu svih potencijalnih rešenja na nivou  $i$ . U svakom koraku učitava se graf po principu „prvi ulaz, prvi izlaz“ (eng. first in, first out, skr. FIFO), pri čemu se algoritam zaustavlja ukoliko je dostignut željeni broj rešenja ili ukoliko ni na jednom nivou stabla ne postoje novi kandidati. Glavni nedostatak algoritma jeste eksponencijalni rast vremena izračunavanja, što uslovljava potrebu za usvajanjem granice maksimalnog broja dozvoljenih rešenja. S obzirom, da je algoritam baziran na pronalasku

optimalnih rešenja, ovim modelom se ne garantuje da će biti generisana ruta koja odgovara odabranoj ruti od strane korisnika. S tim u vezi, kao i kod ostalih predstavljenih algoritama, prilikom procene vrednosti parametra mora se uključiti odabrana ruta ukoliko ista nije generisana. Način implementacije algoritma prikazan je na slici P.4..

#### *Ostali modeli*

S obzirom, da izvorni model enumeracije sa ograničenjima predložen od strane Prato i Bekhor (2006.) i model „pešačenja“ predložen od strane Frejinger (2007.), nisu u dosadašnjim istraživanjima prikazali željeni nivo operativnosti u pogledu vremena rada algoritma (Rieser-Schüssler i ostali, 2012.), kao i zbog zabeleženih nedostataka drugog algoritma koji se ogledaju u generisanju ruta sa ciklusima i ekstremno dugačkim putanjama (Prato, 2009.), ovi modeli nisu u ovom radu analizirani. Pored toga, u istraživanju je pokušana primena modela koji koristi metropoliten-hasting algoritam. Ovaj model prilikom testiranja nije mogao biti implementiran na mrežama viših nivoa rezolucija, s obzirom na dugačko vreme izračunavanja potrebnog broja alternativa kod dužih putovanja. Takođe, u radu je izostavljen i algoritam putem optimizacije većeg broja kriterijuma, s obzirom da su za relevantne rezultate potrebni dodatni podaci koji su u ovom radu bili nedostupni (mesta signalizovanih raskrsnica i urbanog sadržaja, precizni podaci o dozvoljenim ograničenjima brzina itd.).

## PRILOG 10. STATISTIČKE OCENE I ANALIZE

### MODEL ZA GENERISANJE SKUPA ALTERNATIVA

Prilikom merenje efikasnosti modela za generisanje skupa alternativa, potrebno je uzeti u obzir da se putem metoda orktivenih preferenci ne dobijaju podaci o subjektivnom skupu alternativnih ruta korisnika, već samo o tome koja je ruta izabrana i koje su njene karakteristike. Ukoliko se merenja vrše putem metoda izrečenih sklonosti, istraživači mogu definisati subjektivan skup koji je limitiran u pogledu veličine skupa i njegove tačnosti, pri čemu je potrebno uzeti u obzir da se biheviorističke namere ne poklapaju uvek sa izborom i ponašanjem korisnika. S tim u vezi, različiti autori su definisali ocene putem kojih se vrše procena efikasnosti i tačnosti modela za formiranje skupova putanja.

Jedan od bitnih karakteristika modela jeste njegova stabilnost prilikom definisanja skupa alternativa. Ona se ogleda u sposobnosti algoritma da proizvodi željene rezultate prilikom promene vrednosti atributa i izvorno/ciljnih tačaka. Sa druge strane, postoje dve osnovne ocene pomoću kojih se vrednuju modeli za generisanje skupa, i to je broj alternativa u skupu i procenat preklapanja sa rutom odabranom od strane korisnika. Prva ocena  $N$  predstavlja kardinalni broj objektivnog skupa, odnosno broj elemenata u definisanom skupu alternativa. Sa druge strane, druga ocena predstavlja indeks kojim se određuje preciznost algoritma i definiše se na sledeći način

$$O_j = \frac{L_j}{L_o} \quad (119)$$

gde je  $O_j$  fizičko preklapanje generisane rute  $j$ ,  $L_j$  dužina preklapanja sa odabranom rutom dužine  $L_o$ . Pored ove ocene, Bekhor i ostali (2006) su razvili drugi oblik ocene za definisanje pokrivenosti i preciznosti algoritma. Nakon definisanja minimalnog potrebnog praga preklapanja  $\delta$ , vrši se izračunavanje kvantitativne vrednosti  $Z$ , koja otkriva koliki deo uzorka je zadovoljio usvojenu vrednost praga preklapanja. Izraz za ocenu  $Z$  se predstavlja na sledeći način

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^K I_i}{K}, \quad I = \begin{cases} 1, & O_{i,max} \geq \delta \\ 0, & O_{i,max} < \delta \end{cases} \quad (120)$$

pri čemu je  $I$  jednaka jedinici ukoliko je uslov ispunjen,  $K$  broj snimljenih odabranih ruta,  $O_{i,max}$  najveće preklapanje rute u generisanom skupu sa odabranom rutom, i  $\delta$  prag minimalne vrednosti preklapanja. Iz ovih ocena, Prato & Bekhor (2006) su izveli ocenu indeksa konzistentnosti, kojom se definiše odnos između rezultata preklapanja posmatranog modela sa hipotetičkim modelom, koji svaki put idealno rekonstruiše korisnikove putanje. Indeks konzistentnosti  $CI$ , se definiše na sledeći način

$$CI = \frac{\sum_{i=1}^K O_{i,max}}{K * O_{max}} \quad (121)$$

gde  $O_{max}$  predstavlja najveću moguću vrednost indeksa preslikavanja koja iznosi 1.0.

Rieser-Schüssler i ostali (2013) predlažu korišćenje ocene  $PSL$  (definisane od strane Ben Akive i Bierlaire, 1999) čija je osnovna funkcija korekcija vrednosti korisnosti. Ravnomernija distribucija prosečne vrednosti ovog koeficijenta, ukazuje na veći stepen diverziteta generisanih putanja. Izraz za izračunavanje ovog koeficijenta predstavlja se na sledeći način

$$PS_i = \sum_{a \in \Gamma_i} \left( \frac{l_a}{L_i} \right) \frac{1}{\sum_{j \in C_n} \delta_{aj} \frac{L_{C_n}^*}{L_j}} \quad (122)$$

gde su  $L_{C_n}^*$  najkraća ruta iz skupa  $C_n$  kojeg čine putanje koje prolaze kroz link  $a$ ,  $L_j$  dužina rute  $j$  u skupu  $C_n$ ,  $C_n$  skup sa putanjama sastavljenim od ruta koje prolaze kroz link  $a$ ,  $\delta_{aj}$  ocena koja je jednaka jedinici ukoliko ruta  $j$  prolazi kroz link  $a$  i nula u suprotnom slučaju,  $l_a$  dužina linka  $a$ ,  $L_i$  dužina rute  $i$  koja prolazi kroz link  $a$ , i  $\Gamma_i$  uređeni skup linkova koji čine rutu  $i$ .

Pored ovih ocena, autori su razvili načine merenja preciznosti modela za prognoziranje izbora korisnika. U određenom broju istraživanja, primenjena je ocena koja određuje procenat tačno predviđenih izbora korisnika na osnovu vrednosti verovatnoće. Train (2009) navodi da je potrebno izbegavati ovakav način vrednovanja modela, jer istraživač ne poseduje dovoljno informacija da predvidi ponašanje korisnika u nekom budućem periodu. Ono što je poznato primenom modela jeste raspodela verovatnoće po alternativama gde svaka alternativa u određenim uslovima može biti izabrana. Ovakav vid prognoze je konceptualno

drugačije od tvrdnje da će alternativa sa najvećom verovatnoćom biti odabrana (Train, 2009). Sa druge strane, Dhaker (2012) predlaže ocenu očekivanog preklapanja  $E(O)$ , koja predstavlja srednju vrednost ponderisane verovatnoće preklapanja alternativa iz formiranog skupa sa rutom izabranom od strane korisnika

$$E(O)_i = \sum_{j=1}^N P_j O_j \quad (123)$$

gde je  $N$  broj alternativa u skupu,  $P_j$  verovatnoća odabira alternative  $j$ , i  $O_j$  preklapanje alternative  $j$  sa odabranom rutom. Svrha ove ocene jeste utvrđivanje stepena pouzdanosti rezultata dobijenih na osnovu generisanog skupa alternativa. Ukoliko je skup veći, postoje veće šanse za preklapanjem, ali se sa velikim brojem alternativa smanjuje verovatnoća izbora one koja se najviše preklapa sa odabranom putanjom. U suprotnom slučaju postoji veća verovatnoća odabira pojedinačne alternative, ali se i manji broj alternativa preklapa sa odabranom rutom.

## MODEL IZBORA RUTE PUTOVANJA

Procena koeficijenata u logit modelima se u najvećem broju istraživanja vrši putem statističke metode *maksimizacije funkcije verovatnosti*. Train (2009) navodi, da je McFadden (1974) u svojim istraživanjima pokazao da logaritmske funkcije verovatnosti, putem kojih se utvrđuje veličina koeficijenata, poseduju konkavni oblik, što omogućava da se odrede njihove vrednosti primenom metode maksimizacije. Putem ove metode se na osnovu korisnikovog odabira i formiranog skupa alternativa, utvrđuje veličina koeficijenata sa kojima se ostvaruje najveća verovatnoća pojave snimljenih događaja. Verovatnoća da je posmatrana putanja izabrana u odnosu na sve ostale alternative, izražava se sledećom jednačinom

$$L(i) = \prod_i P_n(i)^{y_{in}}, \quad (124)$$

gde se vrednosti u ovom izrazu predstavljaju na sledeći način

$$y_{in} = \begin{cases} 1, & \text{opcija } i \text{ izabrana u } n - \text{toj obzervaciji} \\ 0, & \text{u suprotnom slučaju} \end{cases},$$



$$P_n(i) = \frac{e^{\beta x_{in}}}{\sum_{j \in C_n} e^{\beta x_{jn}}} . \quad (125)$$

Uzorak od  $N$  nezavisnih događaja, u funkciji verovatnosti se predstavlja u sledećem obliku

$$L = \prod_{n=1}^N \prod_i P_n(i)^{y_{in}} . \quad (126)$$

Pored toga, logaritamski oblik koji se koristi prilikom definisanja vrednosti koeficijenata u vektoru  $\beta$ , predstavlja se sledećim izrazom

$$LL = \sum_{n=1}^N \sum_i y_{in} \ln P_n(i) = \sum_{n=1}^N \sum_i y_{in} \left( \beta x_{in} - \ln \sum_{j \in C_n} e^{\beta x_{jn}} \right) . \quad (127)$$

Izvodom funkcije po koeficijentima iz vektora  $\beta$ , prikazane od strane Hensher i ostalih (2005), izražava se uopštena forma logaritamске funkcije verovatnosti, koja ujedno predstavlja i uslov prvog izvoda

$$\begin{aligned} \frac{\partial LL}{\partial \beta} &= \sum_{n=1}^N \sum_i y_{in} x_{in} - \sum_{n=1}^N \sum_i y_{in} \sum_j P_n(j) x_{jn} = 0 , \\ \frac{\partial LL}{\partial \beta} &= \sum_{n=1}^N \sum_i y_{in} x_{in} - \sum_{n=1}^N \left( \sum_j P_n(j) x_{jn} \right) \sum_i y_{in} = 0 , \\ \frac{\partial LL}{\partial \beta} &= \sum_{n=1}^N \sum_i (y_{in} - P_n(i)) x_{in} = 0 . \end{aligned} \quad (128)$$

Takođe, uslov prvog izvoda se može predstaviti i u sledećem obliku

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_i x_{in} y_{in} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_i x_{in} P_n(i) . \quad (129)$$

Levi deo izraza predstavlja prosečnu vrednost u snimljenom uzorku, dok desni deo predstavlja prosečnu vrednost prognoziranog ishoda (Train, 2009). S obzirom, da se ovom metodom traga za maksimalnom vrednošću funkcije, neophodno je odrediti drugi izvod, koji ujedno predstavlja i drugi uslov u metodi maksimizacije funkcije verovatnosti. Ovaj uslov glasi

$$\frac{\partial^2 LL}{\partial \beta^2} < 0 .$$

Pored navedenog, da bi se izvršila procena vrednosti parametara, potrebno je implementirati gradijent metodu potrage za koeficijentima koji predstavljaju lokalni maksimum funkcije verovatnosti. U ovu svrhu iskorišćena je Newton-Raphson iteracijska tehnika, kojom se vrši potraga za vektorom sa približno optimalnim vrednostima koeficijenata. Louviere i ostali (2000) navode jednačine za izračunavanje prvog i drugog izvoda funkcije  $LL$  prikazane u formi prilagođenoj za korišćenje u algoritmima. Ove jednačine su predstavljene na sledeći nači

$$\frac{\partial LL}{\partial \beta_t} = \sum_{n=1}^N \left( x_{nit} - \frac{\sum_i U_{ni} x_{nit}}{\sum_i U_{ni}} \right) = 0 \quad (130)$$

$$\frac{\partial^2 LL}{\partial \beta_t \partial \beta_r} = - \sum_{n=1}^N \left( \frac{\sum_i U_{ni} x_{nit} x_{nir} \sum_i U_{ni} - \sum_i U_{ni} x_{nit} \sum_i U_{ni} x_{nir}}{(\sum_i U_{ni})^2} \right) \quad (131)$$

$$ZU = \sum_i U_{ni}, \quad ZPU_t = \sum_i U_{ni} x_{nit}, \quad ZDPU_{tr} = \sum_i U_{ni} x_{nit} x_{nir}$$

Takođe, Louviere i ostali (2000) su prikazali algoritam za procenu vrednosti parametra, koji se sastoji iz šest koraka, i to:

**Korak 0:** Na početku algoritma, vrednost  $k$  iznosi 0 i usvajaju se početne vrednosti  $\beta$ , dok se u ostalim iteracijama vrednost  $k$  povećava za 1.

**Korak 1:** Inicijalizacija početnih vrednosti  $LL_k = 0$ ,  $PI = [0]$ ,  $DI = [0]$  u iteraciji  $k$ .

**Korak 2:** Za svaki snimljeni uzorak  $n$  iz skupa  $N$ , izračunava se  $U_{n,i}$  za stvarno odabranu alternativu  $i$  implementacijom trenutnih vrednosti  $\beta$ . Iniciraju se vrednosti  $ZU = 0$ ,  $ZPU_t = 0$ ,  $ZDPU_{tr} = 0$  za  $t \in J$ .

**Korak 3** (ovaj korak se ponavlja za svaki uzorak  $n \in N$ ): Za svaku alternativu  $j$  definišu se vrednosti  $U_n$ ,  $U_{n,j} * x_{n,i,t}$  za  $t \in J$ ,  $U_{n,j} * x_{n,i,t} * x_{n,i,r}$  za  $t \in J$  i  $r \in J$ . Ove vrednosti se potom dodaju sledećim veličinama  $ZU_{n,j} = ZU_{n,j-1} + U_{n,j}$ ,  $ZPU_{n,j,t} = ZPU_{n,j-1,t} + U_{n,j} x_{n,i,t}$ ,  $ZDPU_{n,j,t} = ZDPU_{n,j-1,t} + U_{n,j} x_{n,i,t} x_{n,i,r}$ .

**Korak 4:** Iteracijom kroz sve snimljene uzorke, izračunavaju se vrednosti funkcija  $LL_{k,n} = LL_{k,n-1} + \ln(U_{n,i}/ZU_n)$ ,  $PI_{n,t} = PI_{n-1,t} + x_{n,i,t} - ZPU_{n,t}/ZU_{n,t}$  za sve  $t \in J$ ,  $DI_{n,tr} = DI_{n-1,tr} - (ZDPU_{n,tr} ZU_n - ZPU_{n,t} ZPU_{n,r}) / (ZU_n)^2$  za sve  $t \in J$  i  $r \in J$ .

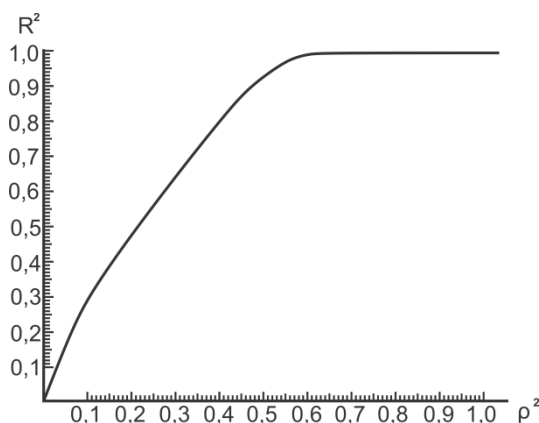
**Korak 5:** Utvrđuje se vrednost gradijenta  $\Delta\beta = [DI]^{-1}[-PI]$ , i koeficijenata  $\beta = \beta + \Delta\beta$ .

**Korak 6:** Proverava se da li vrednost  $|LL_k - LL_{k-1}| < \alpha$  konvergira ka usvojenoj vrednosti asimptote, i ako uslov nije zadovoljen algoritam se vraća u korak 0.

Pored definisanih koeficijenata funkcije, neophodno je sprovesti test odnosa, kojim se proverava da li model sa kalibrisanim vrednostima koeficijenata bolje opisuje posmatrani uzorak nego bazičan model. Izraz kojim se određuje statistička značajnost testiranog modela, predstavljen je u sledećem obliku

$$-2(LL(\beta_0) - LL(\hat{\beta})) \sim X^2 \quad (132)$$

gde je  $LL(\beta_0)$  bazični model,  $LL(\hat{\beta})$  procenjeni model i  $X^2$  Chi kvadratni statistički test. Ovim se utvrđuje da li deo izraza sa leve strane zadovoljava uslove Chi kvadratnog testa, sa stepenom slobode jednakim razlici u broju procenjenih parametara. Ben-Akiva & Lerman (1985) navode da su u bazičnom modelu  $LL(0)$  vrednosti svih koeficijenata jednake nuli (model u kojem nije uključena sistematska korisnost),  $LL(c)$  u kojima su uključeni samo koeficijenti čiji se atributi utvrđuju na nivou skupa, i  $LL(1)$  u kojoj su svi koeficijenti jednaki 1. U najvećem broju istraživanja, za Chi kvadratne testove se usvaja vrednost  $\alpha = 0,05$ .



**Slika P. 5.** Odnos između pseudo-korelacije  $\rho^2$  i korelacije  $R^2$ .<sup>19</sup>

Putem statističke mere slaganja modela sa podacima (eng. goodness of fit) utvrđuje se vrednost pseudo-korelacije  $\rho^2$  (Hensher i ostali, 2005). Ovom ocenom se ustanovljava da li  $LL(\hat{\beta})$  model pruža bolje rezultate poklapanja od bazičnog

<sup>19</sup> Izvor: Hensher i ostali (2005.), str. 338

modela  $LL(0)$ . Izgled izraza za izračunavanje ovog indeksa je predstavljen u sledećem obliku

$$\rho^2 = 1 - \frac{LL(\hat{\beta})}{LL(0)}. \quad (133)$$

U slučaju kada vrednost  $\rho^2$  iznosi 0, procenjeni model ne pruža preciznije rezultate od bazičnog modela. Sa druge strane, ukoliko je vrednost ovog indeksa 1, procenjeni model idealno prognozira izbor svakog pojedinačno snimljenog putovanja. Takođe, vrednost ovog indeksa nije proporcionalna sa linearnom korelacije kao ocena  $R^2$ . Na slici P.5., prikazan je grafikon na kojem je iscrtana funkcija ekvivalentnog odnosa između ova dva tipa korelacije.

## **BIOGRAFIJA AUTORA**

Marko Nikolić, diplomirani inženjer saobraćaja, rođen je 30. juna 1986. godine u Boru. Osnovnu školu i prirodno-matematički smer u Gimnaziji „Bora Stanković“ u Boru je završio sa odličnim uspehom. Saobraćajni fakultet, odsek Drumski saobraćaj i transport, smer Saobraćajni, je upisao školske 2005./2006. godine. Tokom studija bio je stipendista Ministarstva prosvete Republike Srbije od 2006. do 2009. godine. Osnovne akademske studije je zaključno sa odbranom završnog rada, pod nazivom „Upravljanja transportnim zahtevima u zoni "Grad na vodi" [u Beogradu]“, završio oktobra 2009. godine, sa prosečnom ocenom 8,60. Master akademske studije je upisao školske 2009/2010. godine, na odseku Saobraćajno inženjerstvo, koje je završio zaključno sa odbranom master rada pod nazivom „Uticaj vremenskih prilika na karakteristike kretanja u Beogradu“ aprila 2011. godine, sa prosečnom ocenom 9,38. Školske 2013./2014. godine je upisao Doktorske akademske studije na Saobraćajnom fakultetu, Univerziteta u Beogradu. Ispite predviđene planom i programom doktorskih studija položio je sa ocenom 9,60. Trenutno je zaposlen u JP „Pošta Srbije“, na poslovima vezanim za upravljanje transportom i kontrolu procesa prerade pošiljaka. Autor je jednog naučnog rada objavljenog u časopisu na SCI listi, jednog rada objavljenog u časopisu od nacionalnog značaja, i rada prezentovanog na naučnom skupu od međunarodnog značaja. Trenutno je zaposlen u JP „Pošta Srbije“, na poslovima vezanim za upravljanje transportom i kontrolu procesa prerade pošiljaka.

## Изјава о ауторству

Име и презиме аутора: Марко Николић

Број индекса: 13-Д-001

### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

**Модел избора руте путовања заснован на предходно снимљеним**

---

**подацима на уличној мрежи**

---

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: Марко Николић

Број индекса: 13-Д-001

Студијски програм: Саобраћај

Наслов рада: Модел избора руте путовања заснован на предходно снимљеним  
подацима на уличној мрежи

Ментор: Проф. др Јадранка Јовић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис аутора**

У Београду, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

**Модел избора руте путовања заснован на предходно снимљеним подацима на уличној мрежи**

---

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

**Потпис аутора**

У Београду, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.