

## ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

### ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

|                                    |                                      |  |
|------------------------------------|--------------------------------------|--|
| Презиме, име једног родитеља и име | ПРЕДРАГ ЂУРО МИЛИЋ                   |  |
| Датум и место рођења               | 23.11.1975. Прокупље                 |  |
| <b>Основне студије</b>             |                                      |  |
| Универзитет                        | Универзитет у Нишу                   |  |
| Факултет                           | Машински факултет у Нишу             |  |
| Студијски програм                  | Машинске конструкције и механизација |  |
| Звање                              | Дипломирани машински инжењер         |  |
| Година уписа                       | 1994.                                |  |
| Година завршетка                   | 2001.                                |  |
| Просечна оцена                     | 9.70 (дипломски рад 10)              |  |

### Магистарске студије, магистарске студије

|                      |                                      |
|----------------------|--------------------------------------|
| Универзитет          | Универзитет у Нишу                   |
| Факултет             | Машински факултет у Нишу             |
| Студијски програм    | Машинске конструкције и механизација |
| Звање                | -                                    |
| Година уписа         | 2001.                                |
| Година завршетка     | Прешао на докторске студије 2007.    |
| Просечна оцена       | 10                                   |
| Научна област        | Техника транспорта                   |
| Наслов завршног рада | -                                    |

### Докторске студије

|                           |  |
|---------------------------|--|
| Универзитет               | Универзитет у Нишу   |
| Факултет                  | Машински факултет у Нишу   |
| Студијски програм         | Транспорт, логистика, мотори и моторна возила                              |
| Година уписа              | 2007   |
| Остварен број ЕСПБ бодова | 460 (Члан 20, Правилник о докторским студијама Машинског факултета у Нишу) |
| Просечна оцена            | 9,67   |

### НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

|   |  |
|---|--|
| Наслов теме докторске дисертације                               | Развој изометријске методе коначних елемената и њена примена у структурној анализи носећих структура транспортних машина               |
| Име и презиме ментора, звање                                    | Др Драган Маринковић, ванредни професор  |
| Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације | Број 612-484-6/2013 од 1.07.2013. (ННВ Машинског факултета у Нишу)<br>Број 8/20-01-006/13-028 од 09.09.2013. (НСВ Универзитета у Нишу) |

### ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

|                            |  |
|----------------------------|--|
| Број страна                | 158 (нумерисано: 150, нунумерисано: 8) |
| Број поглавља              | 9/38/3 (број глава/поглавља/одељака)   |
| Број слика (шема, графика) | 91                                     |
| Број табела                | 12                                     |
| Број прилога               | 0                                      |

**ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА  
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

| Р. бр. | Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице   | Категорија |
|--------|---|------------|
| 1      | <p><b>Milić P., Marinković D., „Isogeometric FE analysis of complex thin-walled structures“, Transactions of famena, University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, vol. 39, no. 1, pp. 15 - 26, ISSN: 1333-1124, 2015.</b><br/> <a href="https://hrcak.srce.hr/138262">https://hrcak.srce.hr/138262</a> <a href="http://famena.fsb.unizg.hr">http://famena.fsb.unizg.hr</a></p> <p><i>Рад приказује примену изогеометријског концепта коначних елемената на танкозидне структуре описане Kirchhoff-Love формулацијом љуске и са NURBS основним функцијама. У раду су на почетку дате основе формирања NURBS геометрије, основних функција и извода основних функција. У наставку је дата имплементација NURBS основних функција у Kirchhoff-Love формулацију коначних елемената типа љуске. Примена формираног коначног елемента типа љуске приказана је на тест моделу. Сложеније геометријске форме се формирају помоћу више сегмената (patch-ева). У раду је приказана техника формирања сложене геометрије са више NURBS сегмената и тракама које преносе утицај савијања између сегмената. Као пример за решавање реалних проблема приказана је анализа стреле багера са више сегмената и Kirchhoff-Love изогеометријским коначним елементима.</i></p> | M23        |
| 2      | <p><b>Jovanović M., Milenković D., Petrović G., Milić P., Milanović S., „Theoretical and Experimental analysis of Dynamic processes of pipe Branch for supply water to the Pelton turbine“, Thermal Science, Srbija, Institut za nuklearne nauke Vinča, vol. 16, no. 2, pp. S687 - S700, ISSN: 0354-9836, doi: 10.2298/TSCI120505196J, 2012.</b><br/> <a href="http://thermalscience.vinca.rs/pdfs/papers-2012/TSCI120505196J.pdf">http://thermalscience.vinca.rs/pdfs/papers-2012/TSCI120505196J.pdf</a></p> <p><i>У раду је приказана анализа рачве Аб у хидроелектрани Перућица. Анализа стања рачве је одређивана експериментално и нумерички. Сложена геометријска форма рачве утицала је на анализу функција облика коначних елемената што је контролисано применом различитих типова елемената до добијања доброг слагања нумеричких и експерименталних резултата. Формирање сложеног модела је остварено са 1,688,800 коначних елемената типа линеарног тетраедра. Формирани геометријски модел приказан у овом раду није погодан за анализу класичном методом коначних елемената и представља добар пример за моделирање сплајн површина и за примену изогеометријског концепта. У раду су приказани и резултати тензометријског испитивања за различите радне услове.</i></p>       | M23        |
| 3      | <p><b>Milić P., Marinković D., „Isogeometric structural analysis based on NURBS shape functions“, Facta Universitatis, series Mechanical Engineering, University of Niš, vol. 11, no. 2, pp. 193 - 202, ISSN: 0354-2025, 2013.</b><br/> <a href="http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUMechEng/article/view/100">http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUMechEng/article/view/100</a></p> <p><i>Рад приказује основе изогеометријског концепта, формирање линијских, површинских и запреминских NURBS модела. Приказана је веза индексног, параметарског и физичког простора. У наставку је дата формирање раванских 2D NURBS елемената (формирање матрице крутости елемента и структуре). У раду је дат алгоритам формираног софтвера за изогеометријску структурну анализу. Формирани модел NURBS 2D равнаског елемента тестиран је на примеру плочице са отвором са различитом густином елемената и степеном основних функција NURBS-а. Добијени резултати су конвергентни и у сагласности са резултатима добијеним у комерцијалним софтверским пакетима.</i></p>  | M51        |
| 4      | <p><b>Janošević D., Marković D., Milić P., Nikolić V., „Optimization of kinematic chain parameters in hydraulic excavators“, Istraživanje i razvoj IMK 14, Institut IMK „14.oktobar“ Kruševac, vol. 18, no. 2, pp. 43 - 47, ISSN: 0354-6829, udc: 621, 2012.</b><br/> <a href="http://www.imk14-rad.com/index.php/en/journal/item/optimization-of-kinematic-chain-parameters-in-hydraulic-excavators">http://www.imk14-rad.com/index.php/en/journal/item/optimization-of-kinematic-chain-parameters-in-hydraulic-excavators</a></p> <p><i>Рад приказује процедуру за одређивање оптималних параметара чланова кинематичког ланца хидрауличног багера са трочланним раванским дубинским манипулатором. Приказаном процедуром се одређују кинематичке дужине чланова манипулатора. Рад је послужио за избор машине на којој би се вршило тестирање изогеометријске методе коначних елемената. Избор је извршен на бази закривљених геометријских облика које имају чланови кинематског манипулатора за копање.</i></p>  | M53        |
| 5      | <p><b>Jovanović M., Milić P., Janošević D., Petrović G., „Accuracy of FEM analysis in function of finite element type selection“, Facta Universitatis series Mechanical Engineering, University of Niš, vol. 8, no. 1, pp. 1 - 12, ISSN: 0354-2025, udc: 515.3 : 624.042.2, 2010.</b><br/> <a href="http://facta.junis.ni.ac.rs/me/me201001/me201001-01.pdf">http://facta.junis.ni.ac.rs/me/me201001/me201001-01.pdf</a></p> <p><i>Рад се бави проблемом тачности примене коначног елемента тетраедра. Променљив успех у моделирању 3D континуума применом тетраедра и хексаедра приказан је кроз неколико примера. Анализе се баве истраживањем зависности тачности од типа коначног елемента и врсте примењене интерполационе функције. Радом су упоредно дати нумерички и аналитички резултати за познате проблеме из теорије еластичности. Показани примери дефинишу у којим случајевима је очувана тачност, а у којим случајевима постоји могућност велике грешке анализа.</i></p>   | M51        |

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 6  | <p>Marinković D., Marinković Z., <b>Milić P.</b>, "Combined linear - geometrically nonlinear fem modeling for highly efficient dynamical simulations", Facta Universitatis, Series: Automatic Control and Robotics, University of Niš, 12, 1, pp. 9 - 18, ISSN:1820-6417, UDC:(681.511.4:531.39), (621.874.2), 2013.<br/> <a href="http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUAutContRob/article/view/18">http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUAutContRob/article/view/18</a></p> <p><i>Софтверски алати за симулацију динамике система са више тела (multi-body system - MBS) у пракси представљају ефикасан алат за моделирање интеракције крутих и флексибилних тела. Софтверски пакети за симулацију понашања флексибилних тела у MBS системима су ограничени на област линеарног еластичног понашања тела. Чести су случајеви када структурно понашање укључује и геометријску нелинеарност која је ограничена на релативно мали структурни поддомен. У раду је изнет поступак комбиновања линеарног и геометријски нелинеарног FEM модела који нуди задовољавајућу тачност уз смањене нумеричке захтеве. Изнет поступак је у раду приказан на моделу торањске дизалице са вишећим теретом.</i></p>   | M52 |
| 7  | <p>Jovanović M., <b>Milić P.</b>, Petrović G., "Risk of selecting a tetrahedron for FEM structural modeling", MACHINE DESIGN 2010, Univerzitet u Novom Sadu – Fakultet Tehničkih nauka, pp. 169 - 174, ISSN:1821-1259, 2010.<br/> <a href="http://www.mdesign.ftn.uns.ac.rs/?pid=1001">http://www.mdesign.ftn.uns.ac.rs/?pid=1001</a></p> <p><i>Рад се бави проблемом тачности примене коначних елемената типа тетраедра. Различит степен тачности резултата оствареног применом коначног елемента типа тетраедра представљен је кроз неколико примера. Анализа је усмерена на зависност тачности решења при примени основних типова солид елемената при различитом спољашњем дејству. Наведени су резултати бројних упоредних FEM анализа и контролних експерименталних анализа. Приказани примери показују где је прецизност дискретних модела генерисаних коначним елементима типа тетраедра условно прихватљива и упозоравају на могућност присуства великих грешака у анализама.</i></p>  | -   |
| 8  | <p><b>Milić P.</b>, Marinković D., „Structural analysis using isogeometric fem based on NURBS functions“, The 2nd international conference Mechanical engineering in XXI century, University of Niš, Faculty of mechanical engineering, pp. 343 - 346, issn: ISBN: 978-86-6055-039-4, Srbija, 20. - 21. Jun, 2013.</p> <p><i>Метод коначних елемената се користи као један од незаменљивих алата у структурној анализи. Рад наводи низ недостатака постојеће методе коначних елемената за различите области структурне анализе (анализе стабилности, контактне анализе...). Такође се као један од битних недостатака класичне методе коначних елемената наводи и проблем формирања мреже коначних елемената. Овај корак у процедури структурне анализе коначним елементима елегантно се решава применом изогеометријског концепта који дефинише мрежу из геометрије. Рад у наставку даје процедуру моделирања 2D NURBS коначних елемената за раванске проблеме као и примену на тест моделима.</i></p>  | M33 |
| 9  | <p><b>Milić P.</b>, Marinković D., Petrović G., „Isogeometric FE Analysis of Thin Walled Structures with Kirchhoff-Love Shell Element“, Mechanical Engineering in XXI Century, 3rd International Conference, Mašinski fakultet Niš, pp. 407 - 410, ISBN: 978-86-6055-072-1, Srbija, 17. - 18. Sep, 2015</p> <p><i>У раду је дат изогеометријски концепт коначних елемената типа љуске. Са обзиром на то да NURBS геометрија омогућује већи степен континуитета на граници елемената, погодна је за формирање елемента типа љуске по Kirchhoff-Love формулацији. У наставку рада приказан је поступак формирања матрице крутости елемента. Развијени тип елемента је примењен у формирању модела цилиндра којим је доказана конвергенција решења.</i></p>   | M33 |
| 10 | <p>Marinković D., <b>Milić P.</b>, Marinković Z., "The Idea of Combined Linear – Geometrically Nonlinear FEM Modeling with Application on a Tower Crane", XI International Conference on System, Automatic Control and Measurements SAUM 2012, University of Niš, Faculty of Electronic Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, pp. 282 - 285, ISBN: 978-86-6125-072-9, Srbija, 14. - 16. Nov, 2012</p> <p><i>Моделирање инжењерских структура подразумева истраживање алтернативних решења у циљу постизања задовољавајућег компромиса између комплексности модела и прецизности предвиђеног понашања. У многим случајевима, структурно понашање укључује геометријске нелинеарности које су ограничене на релативно мали поддомен. Рад се бави идејом комбинованог линеарног - геометријски нелинеарног FEM моделирања који има за циљ већу тачност уз рационалне нумеричке и рачунарске захтеве. Овај приступ је од великог значаја код практичних задатака када се обухвата реална геометрија структуре. Идеја је приказана у раду на примеру који укључује торањску дизалицу са теретом као клатном. Редуција нумеричког модела заснована на техници модалне суперпозиције се користи за линеарни део модела. То додатно побољшава нумеричку ефикасност. Проблем је решаван помоћу експлицитне временске интеграције.</i></p> | M33 |
| 11 | <p>Janošević D., Petrović H., <b>Milić P.</b>, Nikolić V., "Nominal mass criteria for manipulator optimization of mobile machines", The 7<sup>th</sup> International conference Research and development of mechanical elements and systems - IRMES 2011, Mechanical Engineering Faculty,</p>  | M33 |

|    |   |     |
|----|---|-----|
|    | University of Niš, pp. 521 - 524, ISBN: 978-86-6055-012-7, Srbija, 27. - 28. Apr, 2011<br><i>Овај рад изучава структуре мобилних машина и погонских чланова манипулатора коришћених у дисертацији. Из урађених анализа сагледавани су критеријуми који утичу на оптималну синтезу чланова на бази чега се одређују унутрашња кинематска и динамичка стања чланова. Овај рад има и допунски циљ да се добије оптимално решење кинематског ланца (минимална маса).</i>  |     |
| 12 | Janošević D., Petrović N., Milić P., Nikolić V., "Modelling resistance of digging of hydraulic excavators", The seventh international triennial conference Heavy machinery HM 2011, ISBN: 978-86-82631-58-3, pp. 85 - 88, Srbija, 29. Jun - 02. Jul, 2011<br><i>У раду су прво анализирани геометријске, кинематичке и динамичке променљиве које утичу на отпор копања хидрауличних багера са дубинским манипулатором. У наставку су дати развијени математички модели за одређивање отпора копања багера. Овакав модел је подлога за касније симулације које су реализоване у оквиру докторске дисертације.</i>  | M33 |
| 13 | Jovanović M., Manić M., Jovanović S., Janković P., Radoičić G., <b>Milić P.</b> , "Research of dynamic characteristics of double-boom crane", The Sixth International Conference Transport and Logistics til2017, Mašinski fakultet u Nišu, pp. 60-66, ISBN: 978-86-6055-088-2, Niš, 25. - 26. May, 2017<br><a href="http://til.masfak.ni.ac.rs/index.php/en/til-2016/proceedings">http://til.masfak.ni.ac.rs/index.php/en/til-2016/proceedings</a><br><i>У оквиру ових истраживања анализирани су врсте коначних елемената погодних за транспортне машине. Изучаване су портално-обртне дизалице са двоструком стрелом које представљају типичне структуре дизалица за бродоградњу. Овим радом је дат преглед експерименталних и теоријских истраживања на систему за промену дохвата дизалица. Такође, рад показује најпогоднији начин теоријског моделирања носеће структуре и израчунавања унутрашњих динамичких параметара. Ова истраживања су коришћена за разматрање квалитета моделирања гредним елементом.</i> | M33 |
| 14 | Jovanović M., <b>Milić P.</b> , "The real responsible elements properties of transportation machines' supporting structures", "Innovation as a Function of Engineering Development", IDE 2011, Faculty of Civil Engineering and Architecture Niš, pp. 229 - 234, ISBN: 978-86-80295-98-5, Srbija, 25. - 26. Novembar, 2011.<br><i>У раду је приказана техника моделирања сложених структура транспортних машина моделираних различитим врстама коначних елемената и различитим врстама интерполационих функција. Анализа је изведена посматрањем структуре одлагача и његовог најоптерећенијег чвора. Анализом је тестирана топологија мреже чворова за реалну конструкцију одлагача у РББ Бор.</i>   | M33 |
| 15 | Jovanović V., Janošević D., Pavlović J., <b>Milić P.</b> , "Dynamic simulation of hydraulic excavators with shovel manipulator", 3rd International Conference, Mechanical Engineering in XXI Century, University of Niš, Faculty of Mechanical Engineering, Niš, Serbia, pp. 422 - 426, ISBN: 978-86-6055-072-1, Serbia, 17. - 18. Sep, 2015<br><i>У раду је приказан динамички математички модел багера са утоварним манипулатором. За овај модел развијен је софтвер за нумеричку симулацију рада багера и одређене типове задатака. Симулацијом су одређени кинематски и динамички параметри који су основа каснијих анализа у дисертацији. Као пример дати су резултати нумеричке динамичке симулације великог хидрауличног багера са утоварном кашиком запремине 4.4m<sup>3</sup>.</i>   | M33 |

### ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.

ДА НЕ

*Образложење*

Кандидат је положио предвиђене испите на магистарским и докторским студијама, има одобрену тему докторске дисертације, објавио је 15 научних и стручних радова у области пријављене теме. Кандидат је предао докторску дисертацију у прописаном року, у складу са пријављеном и одобреном темом, одговарајућег обима и квалитета израде.

### ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Докторска дисертација кандидата Предрага Милића, дипломираног машинског инжињера, садржи укупно 158 страна формата А4. На почетку су општи подаци о дисертацији, садржај, преглед приказаних слика и табела. Тема дисертације је изложена кроз 9 глава и литературу од 109 цитираних библиографских јединица. Тема дисертације је изложена кроз следеће главе: 1. Увод, 2. Геометријско моделирање са неунифорним рационалним Б-сплајновима, 3. Метода коначних елемената и изогометријски приступ, 4. Имплементација NURBS основних функција у методи коначних елемената, 5. Модел Kirchhoff-Love љуске са NURBS основним функцијама, 6. Структурна изогометријска анализа са Т-сплајн функцијама облика, 7. Проблем сопствених вредности и експлицитна транзијентна динамичка анализа, 8. Примена изогометријске анализе за решавање реалних проблема и 9. Закључак.

Дисертација обухвата истраживања новог правца у методи коначних елемената којим се уводи реалан облик физичких облика у топологију коначних елемената. Иницијална геометрија носи са собом основу за формирање мреже коначних елемената, чиме се избегава раније уобичајен поступак генерисања мреже. Овај избор припреме модела за увођење у FEM анализу погодан је јер су CAD модели најчешће генерисани NURBS геометријом. На бази таквог приступа развијени су изогеометријски модели. Они подразумевају унапређење сплајнова у смислу дефиниције и параметарског моделирања и квалитета њихових основних функција. То је омогућило кандидату да развије више типова коначних елемената са NURBS и T-сплајн основом: 2D равански елемент, 3D солид, 2D Kirchhoff-Love љуска. Сваки од развијених елемената примењен је у теорији еластичности што је изложено од 4. до 6. поглавља. Тестирање развијених елемената је, даље, урађено кроз пробе сопствених вредности и експлицитну транзијентну динамичку анализу на тест примерима. Контрола квалитета развијених елемената проверавана је експериментално - мерењем сопствених фреквенција и сопствених модова осциловања. На крају је вршено тестирање развијених изогеометријских коначних елемената на конструктивним проблемима носећих структура транспортних машина које се одликују закривљеношћу геометрија и променљивом формом.

У уводу дисертације, кандидат објашњава приступ формирања CAD модела и неминовне апроксимације које доводе до разлика између физичке геометрије и геометрије коначног елемента. Образложен је избор изогеометријских модела као актуелан истраживачки правац. На четири стране је дат преглед досадашњих истраживања у овој области са обимном литературом, наведеном на крају рукописа. У оквиру главе 1 кратко су дати научни циљеви дисертације, преглед садржаја и приступ тематици дисертације.

Кандидат у другој глави износи основе геометријског моделирања NURBS-ом, математичке моделе B-сплајна, аналитички и графички интерпретиране са различитим степеном основних функција. Дефинисане су особине B-сплајн површи, NURBS крива, NURBS површ, изводи основних NURBS функција математички и графички интерпретирани и алгоритми за примену NURBS геометрије. Такође, дат је осврт на алгоритам за повећање степена основних функција, повећање густине мреже и к-рафинацију мрежа, чиме се врши припрема за генерисање мреже у методи коначних елемената.

У трећој глави изложен је приступ класичној варијационој FEM са непознатим величинама у облику деформација. Паралелно класичном концепту, изложен је изогеометријски концепт. Овај концепт подразумева коришћење NURBS основних функција као функција облика (shape function) у FEM методи. Изложена је разлика у понашању Lagrange-ових функција облика у конвенционалном приступу и NURBS функција облика - примењених у изогеометријском приступу. Ове разлике упућују на предности изогеометријског приступа. Рецимо, једна NURBS интерполациона функција може да буде заједничка за више узастопних коначних елемената док интерполирана Lagrange-ова функција може да услови Gibbs-ова осциловања. Предност NURBS-а је у бољем степену континуитета на границама елемената.

У глави четири, приказана је имплементација NURBS основних функција у методи коначних елемената са навођењем основних релација класичне теорије еластичности и изогеометријском анализом 3D солидом. Дате су полазне једначине за формирање интерполационих матрица и матрица крутости. Да би се реализовали примери, направљена је шема алгоритма изогеометријске процедуре за рад са *patch*-евима. Урађен је контролни пример моделирања и статичке анализе плочице са отвором у изогеометријском и класичном извођењу. Графички и нумерички су приказани резултати оба модела. Поређење указује на нову форму у којој су континуитет промене напона и деформација боље изражени, блиски теоријским решењима.

У петој глави се разматра модел Kirchhoff-ове љуске са NURBS основним функцијама. Овај тип љуске је изабран обзиром на ширину практичне примене и добре услове континуитета на границама елемената. Дефинисана је диференцијална геометрија површина, кинематика љуске, Green-Lagrange-ови тензори деформације љуске са применом на мале деформације и виртуелни рад померања. Посматран је модел четвртине цилиндра изогеометријском анализом формиран на бази Kirchhoff-Love љуске и различитим степенима NURBS основних функција. Показана је техника за формирање сложенијих структура са више сегмената и оригиналним примерима. Поређења деформација модела су упоредно представљена у виду дијаграма са различитим извођењем степена NURBS-а.

У шестој глави, разматрана је изогеометријска анализа са T-сплајн функцијама облика. Разматрани су недостаци изогеометријског моделирања условљени увођењем више *patch*-ева у геометријске моделе. Ово питање је уведено у рукопис обзиром да су ово познати разлози због чега NURBS није увек погодан за изогеометријску анализу. Недостаци NURBS-ева се могу превазићи коришћењем T-сплајнова, а то је NURBS са T спојевима. T спојеви омогућавају локалну промену мреже и нису ограничени на структуру тензорског производа јер су засновани на тачкама контролног полигона. Уведена је Cox-de Boor-ова рекурзивна формула примењена на T-сплајн геометрији. На бази резултата претходних истраживања T-сплајн елемента, Bezier-ове екстракције и декомпозиције, изведена је T-сплајн Bezier-ова екстракција са нумеричким примером плочице са отвором и више T-сплајн површи. Резултати примене T-сплајн површи су значајно бољи у односу на исте примере изведене класичним софтвером (ANSYS).

У седмој глави су разматране сопствене вредности и понашање изогеометријског елемента у експлицитној транзијентној динамичкој анализи. На почетку су дате фреквентне једначине и формирање инерционе матрице модела. За практичну проверу коришћена је висећа правоугаона алуминијумска плоча на којој је експериментално проверавана тачност теоријског изогеометријског модела. Резултати тих поређења и резултати примене класичне варијационе формулације FEM дате су графички, табеларно и сликовито. Мерење је обављено у лабораторији Института за механику ТУ Берлин. Коришћен је оптички виброметар Polytec Optics-PSV-400 и побуђивач Permanent magnet shaker V406 као и претварач силе Dvtran1051V3. Овај примен објективизације пал и  $v_{p/h}$  пал

идентификована одступања (до 5%) која је кандидат добио изогеометријским моделирањем од експерименталних резултата. Резултати NURBS анализа и експерименталних испитивања графички су представљени сликама модова. Највиши ниво примене методе коначних елемената је транзијентна динамичка анализа. Изнет је теоријски модел експлицитне динамичке анализе и урађен је пример конзоле са ударом у облику *ramp* функције. Пробе са изогеометријским коначним елементима показују да се ефикасно може радити директна интеграција са врло малим временским корацима ( $10^{-10}$ s). Поређење са имплицитном динамичком анализом дато је графички и табеларно на примеру осциловања конзоле (плоче). За анализу временски променљивог стања осциловања чврстих материјалних структура, коришћена је метода директне нумеричке интеграције диференцијалних једначина кретања. За модалну анализу коришћена је *Lanczos* метода. За развој нумеричких и механичких модела и решавање свих задатака са изогеометријским елементима кандидат је развио сопствене софтвере на бази теорије еластичности.

У глави 8 приказана је примена изогеометријске анализе за решавање реалних проблема – анализа стреле хидрауличног багера произведеног у ИМК14 и теретне куке (према DIN15-401-1) као елемената са израженом геометријском закривљеношћу. Резултати су упоређени са класичним коначним елементима типа тетраедра библиотеке у PLM Siemens (NX Nastran). Ови резултати упућују на блискост решења и проверен степен одступања основних модова.

Финално, у глави девет, изнети су закључци о погодности коришћења NURBS моделирања у методи коначних елемената кроз примере и тестове урађене у овој тези. На основу тога су предложени закључци о примени методе и њеној ефикасности у техници.

## ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Кандидат је своја истраживања, у складу са темом дисертације, усмерио ка теоријском моделирању сплајнова и њиховом увођењу у програмску реализацију методе коначних елемената. Најпре су формиран основни математички модели сплајна (ред основних функција, индексни вектори и тачке контролног полигона). Извршено је формирање основних функција *splajna* (*shape function*), за методу коначних елемената и израчунавање њихових вредности за сваку тачку интеграције структуре, одређену Gauss-овим квадратурним формама. Овим су дефинисани параметри коначног елемента произвољне структуре, а тиме и матрица крутости. За анализу изогеометријске структуре коначних елемената формирана је глобална матрица крутости структуре, вектори спољашњег дејства. Гранични услови су уведени кроз матрицу крутости. На овај начин је добијен систем алгебарских једначина који је решаван матричном алгебром. Извршеним избором, изогеометријске форме су дефинисане преко сплајнова и уведене у нумеричку анализу FEM. Истраживања су даље ишла у правцу примене различитих типова геометрија коначних елемената у техничким анализама. Овакав приступ је омогућио да се геометрија модела без апроксимација уведе у методу коначних елемената, чиме се не занемарује континуитет промене геометрије. На бази таквих дефиниција, вршене су контроле тачности решења једноставних изогеометријских модела поређењем са теоријским моделима и нумеричким решењима класичне методе коначних елемената. Предност избора, који је извршио кандидат, је потпуна верност геометрије објекта који се анализира и процедурална припремљеност геометријског модела за утврђену топологију мреже. У опративном смислу изогеометријска процедура поједностављује примену методе на геометријама са Kirchhoff-Love љуском и убрзава нумеричку процедуралност. Постављени циљеви истраживања су из домена статичких анализа проширени у домен динамичких, применом изогеометријске формулације на задацима одређивања сопствених вредности и динамичког одговора на произвољну побуду. Тиме је тестирање изогеометријске формулације комплетно обухваћено типичним техничким анализама у којима би се метода примењивала. Сходно пријави тезе, урађена је и једна експериментална проба утврђивања динамичких својстава модела ласерском технологијом мерења сопствених вредности (фреквенција и сопствених вектора) у пољу континуума што је објективизовало истраживања. Примена методе, постављене на овај начин, тестирана је на геометријским формама транспортних машина па су анализирана два карактеристична примера.

Реализовано је:

- Формиран су референтни математички модели за изогеометријску формулацију коначних елемената.
- Развијена је програмска процедуралност формирања B-сплајна и NURBS-а са елементима управљања.
- У глави три је упоређено понашање функција облика изогеометријског приступа сплајном и интерполационих функција на бази Lagrange-ових полинома.
- У глави четири показана је процедуралност увођења изогеометријске формулације у методу коначних елемената а за проблеме у равни и простору.
- Посматран је најактуелнији проблем рада са изогеометријском љуском која је најчешћи елемент у анализи континуума лаких носећих структура. Показана је математичка процедуралност добијања решења у статичким анализама а задатак је проширен увођењем трака које преносе савијање за проблеме са више геометријских *patch*-ева (модели могу да имају много коначних елемената али тек неколико *patch*-ева).
- У шестој глави, посматран је посебан облик NURBS-а (T-сплајн) који омогућава локалну рафинацију мреже. У 2D простору изведена је процедура примене T-сплајна у решавању техничког задатка концентрације напона у плочи са отвором, којом су одређене деформације упоредно са класичним и теоријским решењима. Поступак Bezier-ове декомпозиције и екстракције омогућио је налажење решења и њихово поређење са решењима у комерцијалном софтверу.

- У глави седам, посматрани су динамички проблеми. Урађена је модална, транзијентна и експериментална анализа једноставне плоче у фреквентном домену од 400 Hz. За транзијентну анализу је употребљен метод централне разлике и развијени су оригинални програмски модули за решавање задатака експлицитне динамичке анализе. Ти резултати су омогућили да се упореде решења постављена овом тезом (заснована на NURBS-у) и решења из комерцијалног софтвера Nastran. Дато је директно поређење модова са експериментом. Запажено је добро приближење експерименталних и изогеометријских резултата.
- Оцењен је квалитет примене изогеометријске формулације NURBS-ом на техничким проблемима стреле багера и теретне куке. Урађена је статичка и модална анализа са поређењем одступања у фреквентном домену од 50 Hz чиме је проверена могућност коришћења методе у техничким апликацијама.
- На крају је изнето истраживачко искуство у примени изогеометријске формулације методе коначних елемената и вредности примене NURBS-а у анализама.
- Дисертацијом је извршена систематизација процедура и метода потребних за изогеометријску анализу формирањем општих математичких форми и програмских процедура. Тиме су утврђена општа својстава поступка изогеометријске анализе као теоријског правца нових структурних анализа.

#### Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Научни резултати дисертације су:

- Математички су дефинисани параметарски модели коначних елемената заснованих на изогеометријској FEM формулацији применом NURBS-а.
- Математички су дефинисане уске траке као специјални допунски коначни елементи структуре који побољшавају континуитет на границама *patch*-ева.
- Оперативно су показане процедуре формирања математичких модела и примене изогеометријске анализе на техничким задацима, што омогућује увид у предности тестираних идеја.
- Нумерички су одређена одступања резултата постављеног изогеометријског приступа од једног аналитичког модела и одступања од решења у класичној FEM анализи (комерцијални софтвери).
- Експериментално су верификовани резултати динамичког понашања типичног геометријског модела (плоче), заснованог на изогеометријској анализи.
- На бази истраживања из дисертације, објављен је један научни рад. У тематику моделирања геометријских модела (за струјање флуида) објављен је други рад на SCI Clarivate Analytics листи. Поред тога, објављена су још три рада у области изогеометријских коначних елемената и десетак везаних за примену различитих врста коначних елемената (напред наведених).

Као техничка решења из дисертације, са могућношћу примене у пракси, издвојени су:

- Софтверски пакет за изогеометријску структурну анализу чврстог континуума за област линеарне статичке анализе. Софтверски пакет је прилагођен за сложене геометријске форме.
- Аналитичким путем је одређен колектив унутрашњих сила у структури багера који је изабран за тестирање новог типа коначног елемента. Пријављено техничко решење.

#### Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Кандидат је закорачио значајно у област механике континуума примењене у структурним анализама техничких задатака. Кандидат поседује потребна знања из области механике континуума и софтверског моделирања математичких процедура. Самостално је увео NURBS и T-сплајн функције облика у методу коначних елемената, формирао и решио алгебарски системи једначина у приказаним примерима. Применио је познате технике редукције појаса матрице крутости структуре. Израдио је анализу конвергенције развијеног изогеометријског модела и добијене резултате упоредио са резултатима примене Mindlin-Reissner-овог типа љуске из комерцијалних софтвера. За T-сплајнове кандидат је дефинисао процедуре одређивања основних функција потребних за анализу. Експериментална провера је реализована на Институту за механику - Департману за структурну анализу ТУ Берлин.

#### ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

Прегледом докторске дисертације и анализом приказаних резултата, Комисија доноси следеће закључке:


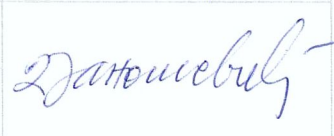

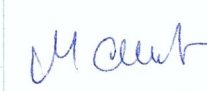

- Садржај докторске дисертације одговара пријављеној теми и садржају коју је верификовала Комисија за оцену научне заснованости и усвојило Наставно-научно веће Машинског факултета у Нишу.
- Докторска дисертација показује да кандидат изврсно познаје методе геометријског моделирања сплајнова, методе структурних анализа, нумеричке методе анализе механичких система и савремене софтвере.
- Кандидат је овим радом истражио вредности примене изогеометријске анализе у методи коначних елемената и оценио употребљивост методе кроз више различитих врста анализа.
- Кандидат је обавио испитивања употребљивости неколико врста изогеометријских коначних елемената на техничким проблемима закривљених геометрија.
- Рад је јасан, математички на високом нивоу, одсликава савремену методу коначних елемената и износи битне елементе обављених истраживања. Главна тематика је детаљно изложена, заснована на научним методама са закључцима који упућују на правилну примену истраживања у пракси.
- Приказани резултати су рецензирани и објављени у познатим међународним научним часописима. Материја се уклапа у научни тренд истраживања и има посебан значај јер су методе механике континуума базне за развој софтвера и инжењерску делатност.

На основу наведених закључака, чланови Комисије се слажу да анализирана докторска дисертација даје оригиналан научни допринос у области FEM-а и анализе носећих структура. Полазећи од тих вредности, Комисија са задовољством предлаже Наставно-научном већу Машинског факултета у Нишу да овај рад Предрага Милића, дипл. маш. инжињера под називом:

"Развој изогеометријске методе коначних елемената и њена примена у структурној анализи носећих структура транспортних машина"

прихвати као докторску дисертацију и кандидата позове на усмену јавну одбрану.

### КОМИСИЈА

| Број одлуке ННВ о именовану Комисије |   | 612-596-5/2017  |  | Датум именовања Комисије |        | 22.12.2017. године  |  |
|--------------------------------------|---|---|--|--------------------------|--------|---|--|
| Р. бр.                               | Име и презиме, звање                                  |   |  |                          | Потпис |   |  |
| 1.                                   | <b>Др Миомир Јовановић, редовни професор</b>          |   |  | председник               |        |    |  |
|                                      | Транспортна техника и логистика<br>(Научна област)    | Универзитет у Нишу<br>Машински факултет у Нишу<br>(Установа у којој је запослен)                              |  |                          |        |   |  |
| 2.                                   | <b>Др Драгослав Јаношевић, редовни професор</b>       |   |  | члан                     |        |    |  |
|                                      | Транспортна техника и логистика<br>(Научна област)    | Универзитет у Нишу<br>Машински факултет у Нишу<br>(Установа у којој је запослен)                              |  |                          |        |   |  |
| 3.                                   | <b>Др Предраг Рајковић, редовни професор</b>          |   |  | члан                     |        |   |  |
|                                      | Математика и информатика<br>(Научна област)           | Универзитет у Нишу<br>Машински факултет у Нишу<br>(Установа у којој је запослен)                              |  |                          |        |   |  |
| 4.                                   | <b>Др Миле Савковић, редовни професор</b>             |   |  | члан                     |        |  |  |
|                                      | Механизација и носеће конструкције<br>(Научна област) | Универзитет у Крагујевцу – Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву<br>(Установа у којој је запослен) |  |                          |        |   |  |
| 5.                                   | <b>Др Драган Маринковић, ванредни професор</b>        |   |  | ментор, члан             |        |  |  |
|                                      | Транспортна техника и логистика<br>(Научна област)    | Универзитет у Нишу<br>Машински факултет у Нишу<br>(Установа у којој је запослен)                              |  |                          |        |   |  |

Датум и место: У Краљеву, Нишу и Берлину, Фебруара 2018. године