



Univerzitet u Nišu  
Građevinsko-arhitektonski fakultet



**Vuk S. Milošević**

**ASPEKT PROMENE GEOMETRIJE  
PRI DEJSTVU KONCENTRISANE SILE  
U PROJEKTOVANJU MONTAŽNIH  
MEMBRANSKIH KONSTRUKCIJA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Niš, 2017.



University of Nis  
Faculty of Civil Engineering and Architecture



**Vuk S. Milosevic**

**THE ASPECT OF CHANGE OF GEOMETRY  
UNDER POINT LOAD  
IN DESIGNING PREFABRICATED  
MEMBRANE STRUCTURES**

DOCTORAL THESIS

Nis, 2017

*Neizmernu zahvalnost za pomoć, motivaciju i ohrabrenje  
tokom izrade ove doktorske disertacije  
dugujem svojoj mentorki prof. dr Biserki Marković.  
U daljoj akademskoj karijeri trudiću se  
da joj dam povoda da bude ponosna.*

*Pojedinačno se zahvaljujem svakom od članova  
Komisije za ocenu i odbranu doktorske disertacije  
na uloženom vremenu, trudu i znanju  
koji su neophodni da bi došlo do odbrane disertacije.*

*Hvala kompaniji SOFiSTiK AG  
koja je omogućila korišćenje svog softvera  
za istraživanje ove doktorske disertacije,  
i preduzeću Focus Computers  
koje je posređovalo u korišćenju softvera.*

*Mojoj porodici,  
bez koje ne bi bilo ovog rada.*

## Podaci o doktorskoj disertaciji

Mentor: dr Biserka Marković, redovni profesor, Univerzitet u Nišu,  
Građevinsko-arhitektonski fakultet

Naslov: Aspekt promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile u projektovanju montažnih membranskih konstrukcija

Rezime:

Koncentrisane sile mogu u praksi da deluju na membranske konstrukcije, ali se uprkos tome retko uključuju u proračun. Ovo je posledica toga što ne postoji precizna uputstva koja bi obavezivala i upućivala projektante membranskih konstrukcija na koji način da sprovedu proračun dejstva koncentrisanih sila. Trenutno je u toku formiranje Evrokoda o proračunu zategnutih membranskih konstrukcija. Kada ovaj pravilnik postane važeći, on će definisati da se opterećenja koja deluju na membranske konstrukcije usvajaju prema Evrokodu 1. To znači da će u proračun biti uvršćeno i dejstvo koncentrisanih sila. Međutim, posledice ovog dejstva tek treba da budu istražene. Predmet istraživanja ove doktorske disertacije je promena geometrije membranske konstrukcije pri dejstvu koncentrisane sile.

Istraživanje ove doktorske disertacije sprovedeno je ispitivanjem numeričkih modela u softverskom paketu Sofistik 2016. Putem parametarske analize utvrđivano je koliko i na koji način promena vrednosti određenih parametara utiče na veličinu promene geometrije membranske konstrukcije pri dejstvu koncentrisane sile. Analizirano je devet parametara koji su podeljeni u grupe vezane za opterećenje, membranski materijal i oslonce konstrukcije. Za potrebe istraživanja formiran je veliki broj modela koji se međusobno razlikuju po vrednostima analiziranih parametara. Cilj istraživanja je da ustanovi kako promena vrednosti analiziranih parametara utiče na promene geometrije, koliki je značaj ovih parametara i koliki je značaj dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije membranskih konstrukcija.

Na osnovu dobijenih rezultata utvrđena je zavisnost promena geometrije od analiziranih parametara pri dejstvu koncentrisane sile. Rezultati ispitivanja pokazali su da koncentrisane sile mogu da izazovu veće promene geometrije u poređenju sa površinskim opterećenjem za čiju vrednost je usvojeno uobičajeno opterećenje od snega. Budući da je dejstvo koncentrisanih sila trenutno gotovo potpuno zanemareno, ovakav rezultat nije bio očekivan. Na osnovu ovoga zaključeno je da je značaj dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije veliki i da je neophodno nastaviti istraživanja o dejstvu koncentrisanih sila na membranske konstrukcije.

Naučna oblast:	Arhitektura
Uža naučna oblast:	Projektovanje konstrukcija arhitektonskih objekata
Naučna disciplina:	Projektovanje membranskih konstrukcija
Ključne reči:	membranske konstrukcije, promena geometrije, koncentrisana sila, parametarska analiza, projektovanje konstrukcija, montažne konstrukcije, numerički model, prednaprezanje, zategnute konstrukcije, dvostruka zakrivljenost
UDK:	624.074.42:[624.042:519.87(043.3)]
CERIF klasifikacija:	T 240 Arhitektura, uređenje enterijera
Tip licence Kreativne zajednice:	<b>CC BY-NC</b>
Lektor za srpski jezik:	Marija Šapić, profesor srpskog jezika
Lektor za engleski jezik:	dr Vesna Lopičić, profesor engleskog jezika i književnosti

## Data on Doctoral Dissertation

Doctoral  
Supervisor:

Dr. Biserka Markovic, Full Professor, University of Nis, Faculty of Civil Engineering and Architecture

Title:

The Aspect of Change of Geometry Under Point Load in Designing Prefabricated Membrane Structures

Abstract:

Point loads can act on membrane structures; nevertheless, they are rarely checked in the structural analysis. This is a consequence of the fact that there are no precise instructions that would oblige and direct membrane structures designers how to conduct this analysis. The work to create Eurocode for the Structural Design of Tensile Membrane Structures is underway. When this standard comes into force, it will require following Eurocode 1 with regard to actions on membrane structures. This means that point loads will be included in this structural analysis. However, the consequences of point load actions have yet to be investigated. The subject of this doctoral dissertation research is the change of geometry of membrane structures under point load action.

The research for this doctoral dissertation is conducted by testing numerical models of membrane structures in software package Sofistik 2016. Parametric analysis is used to find out how much and in which way varying the values of selected parameters changes the geometry of membrane structures under point load action. Nine parameters divided into groups of those which are related to load, membrane material and the supports have been analyzed. A large number of models differing by parameter values has been created. The goal of the research is to find out how the change of values of analyzed parameters affects the changes of geometry, how big is the influence of these parameters, and what is the importance of point loads for changes of geometry of membrane structures.

Based on the obtained results, the dependence of changes of geometry under point load on the analyzed parameters is determined. The results of the research show that the point load can cause larger changes of geometry compared to the area load whose value is taken to be the usual snow load. Since the point load actions are currently almost completely neglected, this result was not expected. Based on this, it can be concluded that the point load actions are very significant, and that it is necessary to further continue the research of point load action on membrane structures.

Scientific  
Field:

Architecture

Narrower  
Scientific  
Field:

Design of Architectural Structures

Scientific  
Discipline:

Design of Membrane Structures

Key Words:

Membrane Structures, Change of Geometry, Point Load, Parametric Analysis, Design of Structures, Prefabricated Structures, Numerical Model, Pretensioning, Tensile Structures, Double Curvature

UDC:

624.074.42:[624.042:519.87(043.3)]

CERIF  
Classification:

T 240 Architecture, interior design

Creative  
Commons  
License Type:

**CC BY-NC**

Proofreading  
Serbian:

Marija Sapic, Professor of Serbian language

Proofreading  
English:

Dr. Vesna Lopicic, Professor of English language and literature

## Sadržaj

Registar pojmova .....	xii
Uvod.....	1
Predmet naučnog istraživanja .....	1
Ciljevi naučnog istraživanja.....	3
Zadaci naučnog istraživanja.....	5
Polazne hipoteze.....	7
Primjenjene naučne metode .....	7
Struktura rada.....	8
1. Membranske konstrukcije.....	11
1.1. Nastanak i razvoj.....	11
1.1.1. Istorijat .....	11
1.1.2. Konstruktivni aspekti.....	14
1.2. Geometrijska forma.....	15
1.2.1. Specifičnosti.....	15
1.2.2. Kreiranje forme.....	17
1.2.3. Parametri za određivanje forme.....	17
1.2.4. Osobenost arhitektonske forme .....	18
1.3. Opterećenja .....	19
1.3.1. Sopstvena težina i prednaprezanje .....	19
1.3.2. Dominantna spoljašnja opterećenja .....	20
1.3.3. Ostala spoljašnja opterećenja.....	21
1.3.4. Koncentrisane sile.....	21
1.4. Materijali .....	23
1.4.1. Karakteristike.....	23
1.4.2. Struktura.....	24

1.4.3. Sastav .....	25
1.5. Montaža.....	26
1.5.1. Analiza i prednosti .....	26
1.5.2. Proizvodnja, transport i izvođenje .....	27
1.5.3. Definicija membranskih konstrukcija.....	29
1.6. Građevinska fizika .....	30
1.6.1. Toplotno izolaciona svojstva .....	30
1.6.2. Otpornost na požar.....	30
1.6.3. Akustička svojstva .....	31
1.6.4. Optička svojstva.....	32
1.6.5. Optimizacija karakteristika.....	33
1.7. Proračun .....	34
1.7.1. Evropa.....	34
1.7.2. Svet .....	35
1.7.3. Republika Srbija .....	35
1.7.4. Tretman koncentrisanih sila.....	36
2. Dosadašnja istraživanja.....	37
2.1. Najznačajnija dela .....	37
2.2. Kratak pregled literature .....	39
2.2.1. Toplotno izolacione karakteristike.....	39
2.2.2. Optimizacija.....	40
2.2.3. Oslonci .....	41
2.2.4. Materijali.....	41
2.3. Ostali izvori.....	42
2.4. Istraživanja geometrije membranskih konstrukcija .....	43
2.4.1. Minimalne površi.....	43
2.4.2. Savremene metode kreiranja geometrije membranskih konstrukcija .....	44

2.4.3. Istraživanja o kreiranju forme .....	45
2.4.4. Istraživanja o mapiranju i naborima kod membrana .....	46
2.4.5. Istraživanja o promeni geometrije membranskih konstrukcija.....	47
2.5. Ispitivanje uticaja koncentrisanih sila na membranske konstrukcije .....	47
2.6. Pozicija planiranih istraživanja ove doktorske disertacije među postojećom literaturom .....	48
3. Metodologija istraživanja .....	49
3.1. Formiranje numeričkog modela .....	49
3.2. Nulti model .....	51
3.3. Analizirani parametri .....	52
3.4. Planirani tok istraživanja.....	52
3.5. Posledice dejstva koncentrisanog opterećenja .....	53
3.6. Koncentrisana ili opterećenja sa malom površinom .....	55
3.7. Jedna ili dve koncentrisane sile.....	59
3.8. Statičko ili dinamičko opterećenje .....	60
4. Uticaj parametara na promene geometrije .....	61
4.1. Pozicija dejstva koncentrisane sile.....	64
4.1.1. O parametru .....	64
4.1.2. Ispitivanje i rezultati .....	64
4.1.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	75
4.2. Intenzitet koncentrisane sile.....	78
4.2.1. O parametru .....	78
4.2.2. Ispitivanje i rezultati .....	78
4.2.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	87
4.3. Intenziteti sila prednaprezanja membrane.....	88
4.3.1. O parametru .....	88
4.3.2. Ispitivanje i rezultati .....	91

4.3.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	103
4.4. Moduo elastičnosti membranskog materijala.....	104
4.4.1. O parametru .....	104
4.4.2. Ispitivanje i rezultati .....	106
4.4.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	113
4.5. Poasonov koeficijent membranskog materijala .....	114
4.5.1. O parametru .....	114
4.5.2. Ispitivanje i rezultati .....	115
4.5.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	117
4.6. Moduo smicanja membranskog materijala .....	118
4.6.1. O parametru .....	118
4.6.2. Ispitivanje i rezultati .....	119
4.6.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	120
4.7. Orientacija membranskog materijala .....	121
4.7.1. O parametru .....	121
4.7.2. Ispitivanje i rezultati .....	122
4.7.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	127
4.8. Krutost ivičnih oslonaca.....	128
4.8.1. O parametru .....	128
4.8.2. Ispitivanje i rezultati .....	130
4.8.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	133
4.9. Geometrija oslonaca.....	135
4.9.1. O parametru .....	135
4.9.2. Ispitivanje i rezultati .....	136
4.9.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu .....	144
4.10. Zaključak .....	145
5. Uticaj kombinacije parametara na promene geometrije .....	149

5.1.	Pozicija dejstva koncentrisane sile .....	152
5.1.1.	Rezultati i diskusija.....	152
5.1.2.	Zaključak .....	159
5.2.	Intenziteti sila prednaprezanja membrane.....	160
5.2.1.	Rezultati i diskusija.....	160
5.2.2.	Zaključak .....	164
5.3.	Moduo elastičnosti membranskog materijala.....	166
5.3.1.	Rezultati i diskusija.....	166
5.3.2.	Zaključak .....	171
5.4.	Moduo smicanja membranskog materijala .....	173
5.4.1.	Rezultati i diskusija.....	173
5.4.2.	Zaključak .....	180
5.5.	Orijentacija membranskog materijala .....	181
5.5.1.	Rezultati i diskusija.....	181
5.5.2.	Zaključak .....	186
5.6.	Krutost ivičnih oslonaca.....	187
5.6.1.	Rezultati i diskusija.....	187
5.6.2.	Zaključak .....	193
5.7.	Geometrija oslonaca.....	195
5.7.1.	Rezultati i diskusija.....	195
5.7.2.	Zaključak .....	200
5.8.	Značaj analiziranih parametara .....	201
5.8.1.	Rezultati i diskusija.....	201
5.8.2.	Zaključak .....	204
5.9.	Poređenje sa opterećenjem od snega.....	205
5.9.1.	Rezultati i diskusija.....	205
5.9.2.	Zaključak .....	209

5.10. Zaključak .....	210
6. Završni zaključak .....	215
6.1. Odnos postavljenih ciljeva i dobijenih rezultata .....	215
6.2. Smernice za projektovanje i proračun.....	219
6.3. Uticaj na zakonsku regulativu.....	220
6.4. Originalni naučni doprinos.....	221
Literatura.....	223
Popis slika i dijagrama .....	238
Popis tabela .....	246
Prilog 1 .....	247
Biografija autora .....	248

## Registar pojmova\*

**antiklastična površ** – sinonim za površ sa negativnom Gausovom krivinom

**dekompenzacija** – postupak koji prati kompenzaciju; na mestima gde neće doći do izduženja membranskog materijala usled prednaprezanja vrši se dekompenzacija, odnosno isecanje po pravim merama

**diskretizovan** – nekontinualan

**Gausova krivina** – geometrijska karakteristika površi. Proizvod dve glavne krivine površi. Pozitivna je ako su krivine istog znaka, a negativna ako su krivine različitog znaka

**hipar** – sinonim za hiperbolički paraboloid

**hiperbolički paraboloid** – geometrijska površ sa negativnom Gausovom krivinom

**inkrementalno** – postepeno

**izotropan materijal** – materijal koji ima ista svojstva u svim prvcima

**kondukcija** – jedan od načina prenošenja toplove

**orientacija membranskog materijala** – jedan od ispitivanih parametara u ovom istraživanju; pravac pružanja membranskog materijala u odnosu na osnovu konstrukcije

**ortotropan materijal** – materijal koji ima različita svojstva u ortogonalnim prvcima

**rezidualne sile** – razlika između spoljašnjih i unutrašnjih sila, sile koje narušavaju ravnotežu

**sedlasta površ** – sinonim za površ sa negativnom Gausovom krivinom

**sinklastična površ** – sinonim za površ sa pozitivnom Gausovom krivinom

**tensegriti konstrukcije** – konstrukcije kod kojih se javljaju samo zatezanje i pritisak

---

\* Registar pojmova daje pregled pojmova iz raznih naučnih oblasti koji su korišćeni u tekstu, onih koji su usvojeni u domaćoj literaturi, inostranih pojmova koji su usvojeni u literaturi bez prevoda i novih pojmljiva sa najadekvatnijim prevodom na srpski jezik

## Uvod

### Predmet naučnog istraživanja

Membranske konstrukcije se ubrajaju u najsavremenije tipove konstrukcija. One su po svojim karakteristikama značajno drugačije od ostalih konstrukcija, pre svega zbog materijala i geometrijskih formi koje se primenjuju. Osobine membranskih konstrukcija su posledica neuobičajenih svojstava membranskog materijala. Negova debljina je oko 1 mm, pa su zbog toga ove konstrukcije izuzetno lake, a njihova sopstvena težina iznosi oko  $1 \text{ kg/m}^2$ . Zbog male debljine membrane i relativno velikih raspona koje pokrivaju, one pripadaju grupi površinskih konstrukcija, koje se smatraju poželjnim i atraktivnim. Membranski materijal je koncipiran tako da bude izložen zatezanju, a njegova mala debljina za posledicu ima zanemarljivu otpornost na pritisak i savijanje. Budući da je membrana u potpunosti prefabrikovana, membranske konstrukcije su potpuno montažne. Montažnost membranskih konstrukcija je mnogo doprinela njihovoј afirmaciji, pa predstavlja jednu od njihovih najznačajnijih karakteristika. Membranske konstrukcije se montiraju jednostavno i izuzetno brzo u poređenju sa drugim konstrukcijama. Membrana objedinjuje noseću i funkciju pokrivača, pa nije potrebno dodavanje drugih elemenata, što ovaj proces i celu konstrukciju čini još ekonomičnijim. Posledica male debljine membrane je njihova dobra topotna provodljivost, koja uzrokuje smanjenu energetsku efikasnost. Zbog toga se membrane danas najčešće upotrebljavaju za pokrivanje otvorenih prostora i objekata.

Geometrijska forma je jedna od najvažnijih osobina membranskih konstrukcija. Dvostruka zakrivenost membrane, zajedno sa silama zatezanja, obezbeđuje stabilnost ovih konstrukcija. Istovremeno, geometrija, odnosno forma membrane, predstavlja jedan od najkompleksnijih problema vezanih za ovaj tip konstrukcija. Formu membrane nije moguće direktno definisati, već ona zavisi od različitih faktora, čijim menjanjem se indirektno utiče i na promenu forme membrane. Pod zadatim uslovima membrana teži da zauzme položaj sa minimalnom energijom. Dobijanje geometrije membrane predstavljene matematičkim modelom detaljno je istraživano. Sa druge strane, promenom geometrije membrane pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja bavi se mali broj istraživanja. Temi promene geometrije pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja pri projektovanju membranskih konstrukcija do sada nije posvećena adekvatna pažnja koja bi odgovarala njenom značaju. Treba imati u vidu da je promena geometrije membranskih konstrukcija višestruko veća u odnosu na druge tipove

konstrukcija i konstrukcijskih materijala. Ovako velike promene forme mogu da dovedu do kontakta između membrane i drugih površina, što može da ima fatalne posledice po konstrukciju. Druga velika opasnost je da lokalna promena geometrije bude takva da omogući zadržavanje vode na membrani, što može da dovede do preopterećivanja konstrukcije. Iz tog razloga je važno uzeti u obzir aspekt promene geometrije pri projektovanju montažnih membranskih konstrukcija. Zbog važnosti i nedovoljne istraženosti, **aspekt promene geometrije** uzet je za predmet istraživanja ove doktorske disertacije.

Dejstvo spoljašnjih opterećenja izaziva promene u konstrukcijama. Kod membranskih konstrukcija se pri dejstvu opterećenja vodi računa o promenama membranskih sila, promenama geometrije i promenama u osloncima. Površinska opterećenja dovode do velikih promena ovih parametara i trenutno se dimenzionisanje membranskih konstrukcija vrši prema uticajima od površinskog opterećenja. Dejstvo koncentrisanih sila na membranske konstrukcije još uvek nije detaljno istraženo. Preliminarna istraživanja ove doktorske disertacije pokazala su da koncentrisane sile mogu da imaju veliki uticaj na promene geometrije membranskih konstrukcija. Zbog toga ova doktorska disertacija za predmet svog istraživanja ima upravo **dejstvo koncentrisanih sila** na membranske konstrukcije. Da bi se odredila važnost dejstva koncentrisanih sila, u disertaciji je data uporedna analiza sa dejstvom od površinskog opterećenja koje se trenutno smatra dominantnim.

Promena geometrije membranskih konstrukcija pod dejstvom koncentrisane sile zavisi od nekoliko faktora. Ovi faktori usvajaju se kao parametri koji se mogu podeliti u grupe parametara koji su vezani za opterećenje, parametara koji su vezani za materijal od kog se izrađuje membrana i parametara koji su vezani za oslonce konstrukcije. Među parametrima koji su vezani za opterećenje najznačajniji su pozicija spoljašnjeg opterećenja, intenzitet spoljašnjeg opterećenja i intenzitet prednaprežuće sile u membrani. U istraživanju ove doktorske disertacije ispitivan je uticaj statičkog dejstva koncentrisane sile na promenu geometrije membranskih konstrukcija. Pozicija opterećenja može biti bilo koja tačka na membrani, a od mesta na kome deluje sila zavisi promena geometrije. Intenzitet koncentrisane sile takođe može biti različit i on direktno utiče na promenu geometrije membrane. Prednaprežuće sile zatezanja u membrani imaju uticaj na geometriju i prilikom dobijanja forme i pri dejstvu spoljašnjeg opterećenja. Parametri koji su vezani za membranski materijal su moduo elastičnosti, moduo smicanja, Poasonov koeficijent i orientacija membranskog materijala. Prva tri od pomenutih parametara karakterišu svaki membranski materijal, ali njihov uticaj na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile do sada

nije ispitivan. Noseće niti u membranskom materijalu postavljaju se u dva ortogonalna pravca, pa je zbog toga važno i kako će materijal biti orijentisan na samoj konstrukciji. Parametri vezani za oslonce su tip i geometrija oslonaca. Kod membranskih konstrukcija koriste se aproksimativno tačkasti i linijski oslonci. U slučaju da se primenjuju tačkasti oslonci, na ivice membrane postavljaju se kablovi u koje se unose zatežuće sile prednaprezanja, koje takođe utiču na formu konstrukcije. Linijski kruti oslonci se mogu postavljati umesto kablova na ivicama membrane. Geometrija oslonaca definiše oblik osnove, formu i zakrivljenost membrane. Osnove koje se najčešće primenjuju kod sedlastih membrana su kvadratnog, rombičnog i deltoidnog oblika, a kod konusnih membrana kvadratnog i kružnog oblika. Zakrivljenost membrane zavisi od razlike u visini između viših i nižih oslonaca, budući da kod membrane oslonci ne smeju da budu u istoj ravni. Svaki od pomenutih parametara ima uticaj na promenu geometrije membrane pod dejstvom koncentrisane sile i njihov uticaj biće predmet naučnog istraživanja ove doktorske disertacije.

Nakon što je predstavljeno kratko obrazloženje o pojedinačnim celinama odabranim za predmet naučnog istraživanja, on se sada može formulisati u objedinjenoj formi. Za predmet naučnog istraživanja ove doktorske disertacije odabrana je promena geometrije membranskih konstrukcija pod dejstvom koncentrisane sile. Izbor ovog predmeta istraživanja motivisala je njegova još uvek nedovoljna istraženost i nedostatak saznanja o njegovoj potencijalnoj važnosti. Kako bi se odredili načini kontrolisanja promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, biće istraživani parametri konstrukcije koji utiču na ove promene, a kako bi se utvrdila važnost istraživanog dejstva, upoređivaće se posledice delovanja koncentrisanih sila sa posledicama delovanja površinskog opterećenja.

### Ciljevi naučnog istraživanja

Dosadašnja istraživanja membranskih konstrukcija odnosila su se uglavnom na dobijanje forme membrane pod zadatim parametrima, mapiranje ove forme na ravanske površi, analizu i optimizaciju membrana, termička svojstva membrane i ispitivanje karakteristika membranskog materijala. Veoma mali broj istraživanja bavi se promenom geometrije membrane, a još manji se odnosi na ponašanje membrane pod dejstvom koncentrisane sile. Iz ovoga očigledno proizilazi potreba za upotpunjavanjem praznine koja postoji u ovoj oblasti istraživanja membranskih konstrukcija. Ona ne potiče samo usled nedostatka naučnih saznanja, već i od zahteva iz prakse da se posledice dejstva koncentrisane sile temeljnije istraže.

**Prvi cilj** ovog istraživanja je da se otkrije kako promena vrednosti svakog od analiziranih parametara utiče na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Preliminarno istraživanje ove doktorske disertacije pokazalo je da se promenom vrednosti parametara opterećenja, membranskog materijala i oslonaca može uticati na promene geometrije izazvane dejstvom koncentrisane sile. Ipak, nije bilo potpuno jasno kakve posledice na promene geometrije ima variranje vrednosti ovih parametara. Kada se naučnim istraživanjem bude došlo do saznanja o tome kakav uticaj ima promena vrednosti parametara, variranjem njihovih vrednosti biće moguće korigovati promene geometrije izazvane koncentrisanom silom.

**Drugi cilj** ovog istraživanja je da se utvrди značaj svakog od parametara za promene geometrije nastale pod dejstvom koncentrisane sile. Saznanje o tome koji parametar ima koliki značaj za promene geometrije izazvane koncentrisanom silom, u odnosu na druge parametre, važno je kako bi se na najefikasniji način mogle suzbijati prekomerne promene geometrije. Kao posledica ovog saznanja moći će da budu date preporuke projektantima membranskih konstrukcija variranjem vrednosti kojih parametara se najbrže mogu smanjiti promene geometrije od koncentrisane sile.

**Treći cilj** ovog istraživanja je da se odredi značaj dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije membranskih konstrukcija. Ukoliko bi se pokazalo da koncentrisane sile imaju veći značaj nego što se do sada mislilo, onda bi se mogao preporučiti nastavak istraživanja uticaja koncentrisanih sila na membranske konstrukcije. U konačnom, ukoliko bi značaj dejstva koncentrisanih sila to opravdao, moglo bi se čak predložiti i obavezno uključivanje dejstva koncentrisanih sila u proračun membranskih konstrukcija. U suprotnom, ako se pokaže da je značaj ovog dejstva mali ili zanemarljiv, može se doneti preporuka o tome da nije neophodno ulagati vreme u proračun dejstva koncentrisanih sila kod membranskih konstrukcija. Kakav god ishod ovog istraživanja da bude, važno je da ova oblast ne ostane nedefinisana kao što je to sada slučaj, već da se napravi korak ka njenom regulisanju u propisima o membranskim konstrukcijama.

Ciljevi ovog istraživanja formulisani su tako da usmeravaju naučno istraživanje u pravcu proširivanja postojećih i donošenja novih saznanja o uticaju koncentrisane sile na promenu geometrije membranskih konstrukcija sedlastog oblika. Naučni doprinos ogleda se u istraživanju i prezentaciji novih rezultata iz ove oblasti koja do sada nije bila dovoljno istražena. Na taj način biće upotpunjena korpus naučnih saznanja iz oblasti membranskih konstrukcija.

Istraživanje ove doktorske disertacije imaće i vrlo važnu praktičnu primenu. Do sada je provera maksimalnih ugiba membrana pod dejstvom koncentrisanih sila vršena od slučaja do slučaja, prevashodno na bazi prethodnih iskustava. U postojećim pravilnicima o projektovanju i proračunu membranskih konstrukcija nisu detaljno obrađeni uticaji i posledice delovanja koncentrisane sile na membranu. U toku je rad na definisanju Evrokoda o proračunu zategnutih membranskih konstrukcija. Cilj ovog istraživanja je da doprinese ispitivanju opravdanosti uključivanja dejstva koncentrisanih sila u proračun membranskih konstrukcija. Rezultati istraživanja treba bliže da pokažu koliki je značaj delovanja koncentrisanih sila na membranske konstrukcije i na koji način je moguće uticati na posledice dejstva koncentrisanih sila koristeći parametre opterećenja, materijala i oslonaca tokom projektovanja montažnih membranskih konstrukcija.

### **Zadaci naučnog istraživanja**

Zadaci ovog naučnog istraživanja vezani su za postavljene ciljeve istraživanja. Tako je prvi zadatak u istraživanju variranje vrednosti svakog od parametara i praćenje rezultujuće promene geometrije membranske konstrukcije nastale pod dejstvom koncentrisane sile. Na taj način odrediće se uzročno-posledična veza između promena vrednosti ispitivanih parametara i promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Takođe, doći će se i do saznanja o tome kakve vrednosti parametara dovode do najmanjih mogućih promena geometrije, odnosno na koji način je variranjem vrednosti parametara moguće uticati na smanjenje promena geometrije u situacijama kada je to potrebno.

Drugi zadatak ovog istraživanja je da se izvrši komparacija između efekata izazvanih variranjem vrednosti svakog od parametara na promenu geometrije izazvane dejstvom koncentrisane sile. Tako će parametri moći da budu sistematizovani i podeljeni na one koji imaju veći i one koji imaju manji uticaj na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Praktična vrednost saznanja dobijenog na ovaj način je velika, jer daje smernice koje omogućavaju projektantima lakše upravljenje promenama geometrije.

Treći zadatak ovog ispitivanja je da uporedi promene geometrije nastale dejstvom koncentrisane sile i one nastale dejstvom površinskog opterećenja. Budući da je potrebno utvrditi kolika je važnost dejstva koncentrisane sile, odlučeno je da najbolji način da se to učini, jeste da se sprovede komparacija sa trenutno dominantnim opterećenjem kod membranskih konstrukcija. Površinsko opterećenje je izabrano kao referentno, jer se trenutno proračun membranskih konstrukcija vrši prema dejstvu ovog opterećenja. Upoređivanjem

posledica dejstva koncentrisane sile i površinskog opterećenja doći će se do zaključaka o značaju dejstva koncentrisane sile za promene geometrije membranskih konstrukcija.

U okviru postavljenih zadataka u ovom istraživanju biće detaljno ispitana zavisnost promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile od parametara opterećenja, parametara membranskog materijala i parametara oslonaca. Parametri vezani za koncentrisanu silu se u proračunu uzimaju tako da izazivaju najnepovoljnije uticaje. Zbog toga je potrebno odrediti poziciju dejstva sile koja izaziva najveće ili najnepovoljnije promene geometrije. Zadatak ovog istraživanja je da utvrdi da li postoji jedna pozicija dejstva koncentrisane sile koja uvek izaziva najveće promene geometrije u odnosu na druge pozicije. Intenzitet koncentrisane sile u proračunu bi trebalo uzeti u skladu sa pravilnicima i mogućim delujućim opterećenjem za konkretnu konstrukciju. Zadatak istraživanja je da ispita kako promena vrednosti intenziteta sile utiče na posledične promene geometrije. Projektanti membranskih konstrukcija često imaju problem pri definisanju intenziteta sila prednaprezanja membrane, jer o tome ne postoje jasne preporuke. Ovo istraživanje ima zadatak da pomogne u sagledavanju uticaja intenziteta sila prednaprezanja na promene geometrije usled dejstva koncentrisane sile. Na tržištu je trenutno dostupan širok spektar membranskih materijala pri čemu nije poznato kako njihove karakteristike utiču na ponašanje prilikom dejstva koncentrisanih sila. Zadatak ovog istraživanja je da načini korak ka saznanju kakve karakteristike membranskog materijala su najpogodnije u slučaju dejstva koncentrisanih sila na membransku konstrukciju. Ovakva saznanja bi našla upotrebu kako među proizvođačima membranskog materijala, tako i među projektantima membranskih konstrukcija. Proizvođači bi mogli da utiču na poboljšanje karakteristika materijala u skladu sa saznanjima o uzročno-posledičnim vezama osobina materijala i promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Projektanti bi dobili smernice u pogledu izbora i orientacije materijala koja će omogućiti najpovoljnije promene geometrije pod dejstvom koncentrisanih sila. Jedan od zadataka ovog istraživanja je utvrđivanje uticaja tipa i geometrije oslonaca na promene geometrije konstrukcije izazvane koncentrisanom silom. Konačno, literaturi koja se odnosi na membranske konstrukcije nedostaju i preporuke vezane za mogućnosti smanjivanja prekomernih promena geometrije, pa je zadatak ovog istraživanja da pruži smernice u slučaju kada na konstrukciju deluje koncentrisana sila. Ovim preporukama projektanti membranskih konstrukcija bili bi usmereni da kroz optimalan intenzitet prednaprezanja, pravilan odabir i orientaciju membranskog materijala i najpovoljniji raspored i izbor oslonaca membrane utiču na umanjivanje promena geometrije koje se javljaju pod dejstvom koncentrisanih sila. Na taj način aspekt promene

geometrije pod dejstvom koncentrisane sile biće uzet u obzir još u fazi projektovanja montažnih membranskih konstrukcija.

### **Polazne hipoteze**

Na osnovu definisanog predmeta, ciljeva i zadataka ovog naučnog istraživanja formulisane su dve glavne hipoteze:

- dejstvo koncentrisanih sila izaziva promene na membranskim konstrukcijama koje su drugačije prirode u odnosu na promene izazvane dejstvom površinskih opterećenja. Jedna od najznačajnijih posledica dejstva koncentrisane sile je promena geometrije membranskih konstrukcija. Veličina promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile je značajna i kao takva treba da bude predmet analize u projektovanju membranskih konstrukcija.
- Na veličinu promene geometrije membranskih konstrukcija može se uticati variranjem parametara opterećenja, parametara membranskog materijala i parametara oslonaca. Na taj način se još u fazi projektovanja može preduprediti pojavljivanje nepovoljnih posledica dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije.

### **Primjenjene naučne metode**

Istraživanje promene geometrije membranske konstrukcije pod dejstvom koncentrisane sile sprovešće se u specijalizovanom programskom paketu Sofistik 2016, zasnovanom na metodi konačnih elemenata. Za dobijanje reprezentativnih rezultata usvojiće se osnovni numerički model istraživanja, koji će biti variran prema zadatim početnim parametrima i zadatim opterećenjima. Ovim varijacijama formiraće se veliki broj različitih numeričkih modela. Svaki pojedinačni model koji će biti analiziran, najpre će proći kroz proces dobijanja forme sa zadatim odgovarajućim ulaznim parametrima. Potom će se modeli membranskih konstrukcija sa utvrđenom početnom geometrijom opterećivati koncentrisanim silama. Dejstvo koncentrisane sile biće nanošeno kao statičko. Rezultujuće promene će biti beležene, a poseban akcenat biće stavljen na položaj i veličinu maksimalnih promena geometrije. Analizirani modeli će biti istih osnovnih karakteristika, ali će parametri opterećenja, membranskog materijala i oslonaca biti varirani kako bi se odredilo na koji način i koliko promena vrednosti parametara utiče na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Komparacijom dobijenih rezultata biće ustanovljeno koliki značaj za promenu forme membrane ima promena vrednosti svakog od parametara u odnosu na druge parametre.

Dobijeni rezultati treba da pokažu i značaj dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije u projektovanju montažnih membranskih konstrukcija. Prilikom istraživanja biće korištene naučne metode:

- modelovanja, prilikom formiranja numeričkih modela konstrukcije,
- parametarske analize, za dobijanje rezultata o promeni geometrije,
- komparacije, za upoređivanje dobijenih rezultata,
- indukcije, u cilju dobijanja opštih zaključaka o analiziranim promenama geometrije.

Parametarskom analizom biće utvrđene uzročno-posledične veze između ispitivanih uticajnih parametara i rezultujuće promene geometrije membranske konstrukcije. Uspostavljanje ovih veza omogućice upravljanje procesom promene geometrije putem variranja parametara konstrukcije u konkretnim slučajevima. Dobijeni rezultati doprineće donošenju zaključaka značajnih za projektovanje novih montažnih membranskih konstrukcija.

### Struktura rada

Ova doktorska disertacija ima 248 strana, sastoji se od šest poglavlja i sadrži 135 slika i dijagrama, 11 tabela i jedan prilog. Originalni naučni doprinos predstavljen je uglavnom u poglavljima četiri i pet, u kojima su prikazani i diskutovani rezultati sprovedenog istraživanja o uticaju koncentrisanih sila na promene geometrije montažnih membranskih konstrukcija.

Prvo poglavlje **Membranske konstrukcije** daje pregled karakteristika membranskih konstrukcija. Budući da membranske konstrukcije u našoj zemlji još uvek nisu široko rasprostranjene, bilo je potrebno dati pregled njihovih osobina i specifičnosti. Na taj način omogućava se afirmacija ovog tipa konstrukcija i upoznavanje inženjera i zainteresovanih investitora sa njihovim projektovanjem i primenom. Takođe, kroz ovo poglavlje uvedeni su termini, kasnije korišćeni u radu bez ponovnog detaljnog objašnjavanja. U prvom poglavlju analizirani su nastanak i razvoj membranskih konstrukcija, njihova geometrijska forma, opterećenja koja deluju kod membranskih konstrukcija, materijali od kojih se izrađuju, proces njihove montaže, svojstva u pogledu građevinske fizike i postupak proračuna pri projektovanju membranskih konstrukcija.

Drugo poglavlje **Dosadašnja istraživanja** daje uvid, pregled i sistematizaciju objavljenih istraživanja iz oblasti membranskih konstrukcija. Značaj ovog poglavlja je u tome što pruža argumentaciju za odabir teme ove doktorske disertacije. Nakon sagledavanja postojećeg

obima i sadržaja saznanja u oblasti membranskih konstrukcija moguće je odabrati i definisati teme koje nedostaju u istraživanjima ove oblasti i otvaraju put inovacijama i unapređenjima. Jedna od tih tema je i promena geometrije pod dejstvom koncentrisanih sile. Pregled objavljenih ispitivanja dat u ovom poglavlju može biti od koristi i prilikom formulisanja drugih istraživanja koja nisu vezana za ovu doktorsku disertaciju zbog svoje sveobuhvatnosti, raznovrsnosti tema i broja obrađenih istraživanja.

Treće poglavlje **Metodologija istraživanja** bliže određuje način istraživanja. U njemu su precizno definisani postupci prema kojima se sprovodi istraživanje ove doktorske disertacije. Bliže je objašnjen planirani tok istraživanja i date su karakteristike nultog modela na kome je sprovedena prva faza istraživanja. Prikazani su izvodi iz preliminarnih istraživanja koja su dovela do izbora načina dejstva koncentrisane sile na membransku konstrukciju. Data su poređenja dejstva koncentrisane sile i površinskog opterećenja, poređenja dejstva jedne i dve koncentrisane sile i poređenja dejstva koncentrisane sile i opterećenja sa malom površinom delovanja.

Četvrto poglavlje **Uticaj parametara na promene geometrije** prikazuje rezultate prve faze sprovedenog istraživanja. U prvoj fazi svaki od parametara analiziran je zasebno. Ovo poglavlje podeljeno je na delove prema svakom od analiziranih parametara. Za svaki od parametara najpre je dato objašnjenje i opšti uvid. Zatim su predstavljeni rezultati istraživanja i njihova diskusija. Ovim putem utvrđeno je dejstvo svakog od analiziranih parametara na promene geometrije jedne membranske konstrukcije pod dejstvom koncentrisane sile. Time je načinjen prvi korak ka upoznavanju posledica dejstva koncentrisane sile na membranske konstrukcije. Na kraju je dat pregled referentnih vrednosti svakog od parametara koje će biti korišćene u kombinaciji sa vrednostima drugih parametara kako bi se dobio što širi spektar rezultata.

Peto poglavlje **Uticaj kombinacije parametara na promene geometrije** predstavlja produbljenu analizu započetu u četvrtom poglavlju, odnosno drugu fazu sprovedenog istraživanja. U četvrtom poglavlju su bile varirane vrednosti jednog od parametra, dok su vrednosti svih ostalih parametara bile konstantne. U ovom poglavlju varirane su vrednosti svih izabranih parametara i to sa onim vrednostima koje su u prethodnom poglavlju izabrane kao referentne. Uz prikaz dobijenih rezultata data je i njihova diskusija. Na ovaj način bliže su definisane uzročno-posledične veze između promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile i parametara opterećenja, parametara materijala i parametara oslonaca.

**Završni zaključak** prikazuje zbir najvažnijih rezultata ove doktorske disertacije. U njemu je analizirana ispunjenost polaznih hipoteza i odnos postavljenih ciljeva i dobijenih rezultata istraživanja. Takođe, sačinjen je i set smernica koje se odnose na parametre opterećenja, membranskog materijala i oslonaca kada se ima u vidu dejstvo koncentrisane sile na promenu geometrije membranskih konstrukcija. Izveden je zaključak o uticaju dobijenih rezultata na zakonsku regulativu o membranskom konstrukcijama. Data je mogućnost nastavka istraživanja. Na samom kraju definisan je naučni doprinos istraživanja ove doktorske disertacije.

## 1. Membranske konstrukcije

### 1.1. Nastanak i razvoj

#### 1.1.1. Istorijat

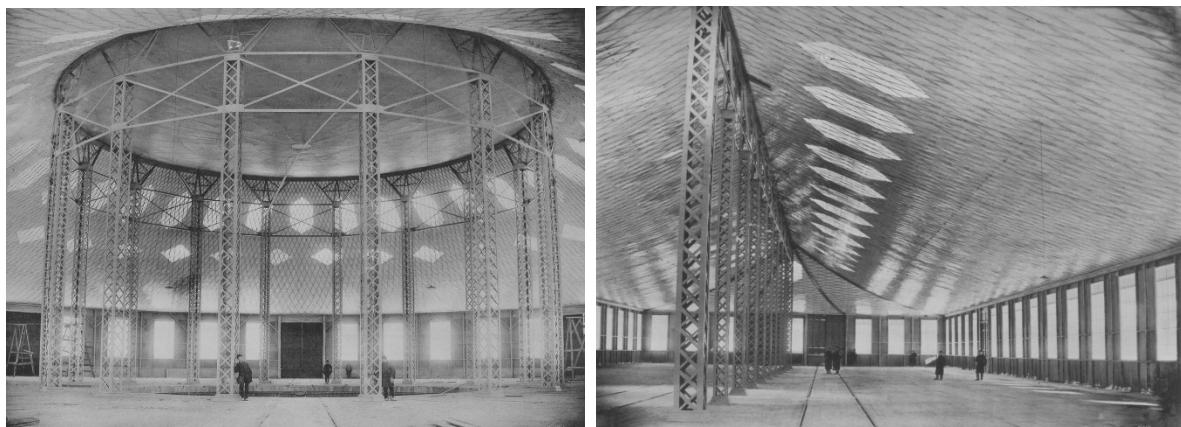
Membranske konstrukcije su jedne od najsavremenijih konstrukcija danas. Ipak, njihovi začeci potiču iz daleke prošlosti. Najjednostavnije membranske konstrukcije su, istorijski gledano, starije od mnogih drugih tipova konstrukcija. Primitivne vrste šatora smatraju se najranijim pretečama membranskih konstrukcija. Mnogo pre nego što je čovek počeo da sačinjava materijale koji su se mogli koristiti za izgradnju šatora, u tu svrhu služili su mu materijali koje je mogao da pronađe u prirodi, poput životinjske kože. Jedan karakterističan prikaz dat je na slici 1. Istraživanja su pokazala da je ovakve šatore čovek koristio još 20.000 godina pre nove ere (Tanev 2005), a da najstariji datira iz vremena 40.000 godina pre nove ere (Hernandez 2006). Interesantno je da ti šatori i savremene membranske konstrukcije imaju potpuno istu osnovnu funkciju – da zaštite čoveka od sunca, snega, kiše i vetra. U vreme kada je počela upotreba jednostavnih šatora njihova glavna prednost bila je u tome što su potpuno odgovarali nomadskom načinu života. Šator se mogao jednostavno i brzo postaviti i sklopiti, a istovremeno je bio idealan za premeštanje i ponovnu upotrebu na drugoj lokaciji. Vremenom se šator razvijao, a jedna od bitnih prekretnica je početak upotrebe tkanih materijala za izgradnju šatora. To je sa sobom donelo i nove mogućnosti u pogledu korišćenja raznovrsnijih oblika i većih dimenzija šatora. Međutim, šator je počeo da gubi značaj zajedno sa razvitkom društva i odustajanjem od nomadskog načina života. Privremeni karakter stanovanja koji obezbeđuje šator zamenjen je trajnim nastanjivanjem u naseobinama koje su sačinjavale građevine od drugih materijala. Ipak, šator nikada nije u potpunosti izgubio svoj značaj, jer je uvek postojala potreba za obezbeđivanjem privremenog smeštaja koji se može brzo postaviti i lako transportovati. Tako su tokom dugog niza godina vojske i trgovački karavani, ali i cirkusi i narodne svetkovine bili glavni nosioci upotrebe šatora u svetu.

Sledeći veliki korak ka savremenim šatorima načinio je Vladimir Šuhov koji je krajem XIX veka projektovao nekoliko kablovske mreže. Dva njegova objekta prikazana su na slici 2. Upotreba kablovske mreže u poređenju sa do tada primenjivanim materijalima omogućava objektima mnogo veću stabilnost i trajnost, ali je smanjena mogućnost njihove lake demontaže i upotrebe na drugom mestu. Do sredine XX veka nije bilo značajnijih pomaka u razvoju šatorastih konstrukcija. U godinama nakon Drugog svetskog rata dolazi do njihove velike ekspanzije. Na nekoliko značajnih objekata velikih raspona korišćene su kablovske

mreže, i to je doprinelo njihovoj promociji. U tom periodu pojavile su se i prve savremene membranske konstrukcije. One su u početku bile skromnih dimenzija, a tek kasnije su upotrebljavane za veće raspone. Paviljon Zapadne Nemačke na Svetskoj izložbi 1967. godine u Montrealu, prikazan na slici 3, smatra se prvom značajnom membranskom konstrukcijom. Objekat je pokriven kombinacijom membranske konstrukcije i kablove mreže, ali je uspeo toliko da zainteresuje javnost da se i danas smatra začetnikom razvoja membranskih konstrukcija. Nastanak ovog objekta vezan je za dr Fraja Otoa, koji se smatra najznačajnijim promoterom šatorastih konstrukcija.



*1 – Ilustracija praistorijskog šatora (Tanev 2005)*



*2 – Dva značajna objekta na Sveruskoj izložbi u Nižnjem Novgorodu 1895. godine  
(www.wikipedia.org)*



*3 – Paviljon Zapadne Nemačke na Svetskoj izložbi u Montrealu 1967. godine  
(www.arch.mcgill.ca, www.nybooks.com)*



4 – Moderne konstrukcije pokrivenе membranama u svetu ([www.archiexpo.com](http://www.archiexpo.com), [www.openbuildings.com](http://www.openbuildings.com))



5 – Membranske konstrukcije u Srbiji ([www.artech-ing.co.rs](http://www.artech-ing.co.rs))

U poslednjih 50 godina membranske konstrukcije su doživele procvat, naročito u Nemačkoj, Severnoj Americi, Japanu i arapskim zemljama. Osim činjenice da je Fraj Oto, kao i mnogi drugi pioniri u oblasti savremenih membranskih konstrukcija bio Nemac, a da su prvi značajni objekti pokriveni membranskim konstrukcijama izgrađeni u Americi, postoji i dodatni razlog zbog koga je njihov nastanak vezan baš za oba ova područja. Upravo su ove sredine poznate po najsavremenijim tehnološkim inovacijama, zbog duboko ukorenjenog naučno-istraživačkog duha i finansijske podrške koja je pratila naučna otkrića. Razlozi za uspeh membranskih konstrukcija u Japanu delimično se poklapaju sa već navedenim uslovima, a uz to one su se uklopile u neka od osnovnih načela japanske arhitekture, pre svega u načela svedenosti i lakoće. Šator je duboko ukorenjen u arapskoj kulturi upravo zbog klimatskih uslova koji vladaju na područjima gde se ona prostire. U tradicionalnoj verziji, šatori su se najduže održali upravo u arapskim zemljama, pa ne čudi što su ih savremene membranske konstrukcije direktno nasledile i zbog toga bile izuzetno dobro prihvaćene (Drew 2008). Poslednjih godina membranske konstrukcije izuzetnih estetskih i konstruktivnih kvaliteta pojavljuju se i u drugim zemljama sveta što govori o neprestanom razvitu i povećanju interesovanja za ove konstrukcije. Danas u Srbiji i u zemljama regionala

postoje membranske konstrukcije koje po svojim karakteristikama ne zaostaju za onim izgrađenim u svetu. Neki savremeni objekti pokriveni membranama prikazani su na slikama 4 i 5. Naši istraživači od početka prate razvoj zategnutih sistema. Tako Zloković u sistematizaciju konstruktivnih sistema uključuje i kablovske konstrukcije (Zloković 1975). Već je Dančević, uz kablovske konstrukcije, u sistematizaciju uvrstio i šatoraste i pneumatske konstrukcije (Dančević 1978), dok Nestorović njima pridodaje i tensegriti konstrukcije (Nestorović 2007). Prema istraživanjima, 1988. godine ukupna površina pokrivena membranskim konstrukcijama u Evropi bila je  $1.000.000 \text{ m}^2$  (Berns 1988), a 2000. godine površina pokrivena membranama povećana je 4–5 puta (Report 2000). Nesumnjivo je da postoji trend sve češće upotrebe membranskih konstrukcija u svetu, a ono što posebno ohrabruje je stalni napredak u naučnim i tehnološkim dostignućima koji garantuje njihovo buduće usavršavanje.

### 1.1.2. Konstruktivni aspekti

Membrane zauzimaju značajno mesto u sistematizaciji konstruktivnih elemenata. Razvoj elemenata od prostih ka složenijim je logičan, i membrane se trenutno nalaze na vrhu ove hijerarhije. Najjednostavniji pravolinijski pritisnuti element je štap. Sledeći u razvoju je luk, kao krivolinijski pritisnuti element. Površinski pritisnuti elementi su ljske, koje su doživele ekspanziju sredinom XX veka. Svi ovi pritisnuti elementi imaju i odgovarajuće parove među zategnutim elementima. Tako je zatega kao najjednostavniji zategnuti element takođe pravolinijska. Zategnuti krivolinijski element je lančanica. Prirodno, i ljske imaju svoj zategnuti pandan i to su membrane, kao zategnuti površinski element (Milošević, Marković, Kostić 2014). Poznato je da zategnuti elementi imaju prednosti u odnosu na pritisnute zbog bolje iskorišćenosti materijala. I površinski zategnuti elementi imaju prednosti u odnosu na linijske zbog povoljnijeg rasporeda sila, tako da membrane pripadaju grupi optimalno iskorišćenih konstruktivnih elemenata. Razlog zbog koga ranije nije došlo do pojave i korišćenja ovog konstruktivnog elementa treba pre svega tražiti u nedovoljnoj razvijenosti tehnologije izrade materijala i metoda za proračun koje bi bile primenjivane. Preteča membra su kablovske mreže koje zapravo predstavljaju diskretizovan površinski zategnuti element. Membrane i kablovske mreže zajedno pripadaju šatorastom tipu konstrukcija, dok šatoraste, kablovske i pneumatske konstrukcije pripadaju grupi zategnutih. Membrane imaju određenih prednosti u poređenju sa kablovskim mrežama i može se očekivati da će ih u budućnosti potpuno zameniti. Najveća prednost ogleda se u tome što je kablovskim mrežama potrebno dodavati i sloj za pokrivanje, jer je njihova primarna funkcija noseća, dok

membrane objedinjuju funkcije nošenja i pokrivanja. Razlog zbog kojeg membrane još uvek nisu potpuno zamenile kablovske mreže leži u nesavršenosti membranskog materijala koji za sada ne može da primi podjednako velika naprezanja i ima veće promene geometrije u odnosu na čelične kablovske mreže. Sa ubrzanim razvojem novih materijala koji se koriste za izradu membrana nesumnjivo je da će i ovaj nedostatak u budućnosti biti prevaziđen.

## 1.2. Geometrijska forma

### 1.2.1. Specifičnosti

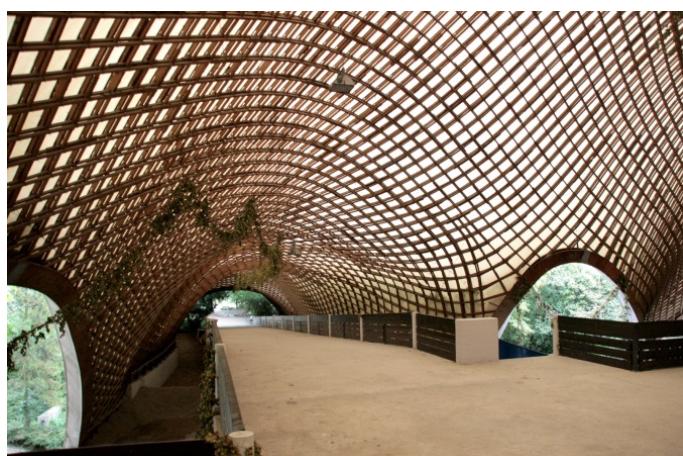
Membranske konstrukcije imaju dvostruko zakriviljenu geometrijsku formu sa negativnom Gausovom krivinom. Postoje konstrukcije koje se izvode od istih ili sličnih materijala kao i membranske konstrukcije, i koje su takođe dvostruko zakriviljene ali sa pozitivnom Gausovom krivinom. To su pneumatske konstrukcije kod kojih je neophodno prisustvo gasa pod pritiskom da bi se postigla željena sinklastična forma. Postoje konstrukcije u kojima membrana nema ulogu nosećeg konstruktivnog elementa, već se koristi samo kao element za pokrivanje. Kod takvih konstrukcija moguće je da membrana bude zakriviljena samo u jednom pravcu, ili da čak u izuzetnim situacijama bude potpuno ravna, uglavnom kada je vertikalna. U ovim slučajevima noseća uloga najčešće je poverena linijskim konstruktivnim elementima od betona, drveta ili metala. Konstrukcije u kojima membrana ima samo ulogu pokrivača ne smatraju se klasičnim membranskim konstrukcijama. Primer pneumatske konstrukcije dat je na slici 6, a primer konstrukcije gde membrana ima samo ulogu pokrivača na slici 7. Pod terminom „**membranske konstrukcije**“ u ovom radu podrazumevaće se konstrukcije u kojima membrana ima noseću ulogu i dvostruko zakriviljenu formu sa negativnom Gausovom krivinom.

Geometrija, odnosno forma membranskih konstrukcija je karakteristika po kojoj su one postale najprepoznatljivije. Slične forme moguće je dobiti i korišćenjem drugih građevinskih materijala, ali je za takva ostvarenja potrebno uložiti mnogo više resursa, a rezultati su najčešće manjeg kvaliteta. Prikaz nekih interesantnih formi membranskih konstrukcija dat je na slici 8. Razlika u odnosu na druge građevinske materijale postoji i u načinu dobijanja forme. Uobičajen proces nastajanja konstrukcije podrazumeva da je forma unapred definisana i da se u skladu sa njom projektuju svi konstruktivni elementi. Membranske konstrukcije ne prate ovakav postupak, već je konačni oblik rezultat procesa kreiranja forme (eng. *formfinding*). Dakle, forma kod membranskih konstrukcija nije polazna tačka nego ishod koji zavisi od određenih parametara. Sam proces dobijanja geometrije membrane je matematički

problem koji se danas rešava uz upotrebu računara. U slučaju da rezultujuća geometrija ne odgovara željama projektanta, nju je moguće menjati promenom nekog od parametara i ponavljanjem procesa kreiranja forme. Kada se dobije odgovarajuća forma ona se usvaja i na osnovu nje se definišu i ostali konstruktivni elementi. Ova geometrija je projektovana i izvedena forma membrane, i ona će se tokom eksploracije menjati u zavisnosti od opterećenja koja deluju na konstrukciju.

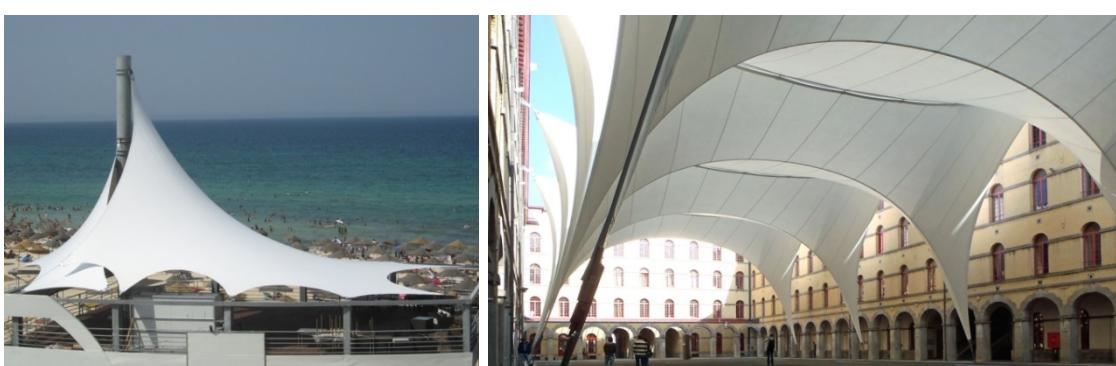


6 – Pneumatska konstrukcija ([www.inhabitat.com](http://www.inhabitat.com))



7 – Konstrukcija kod koje je membrana pokrivač

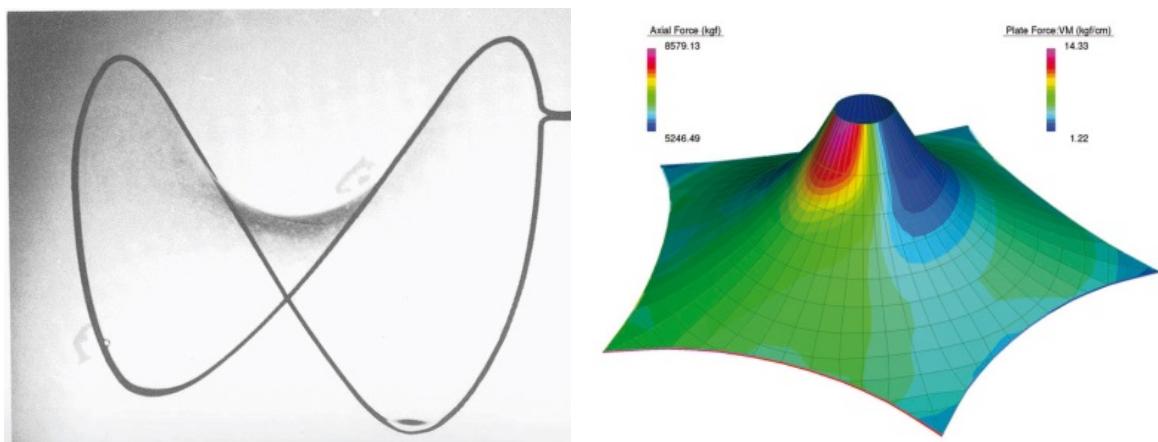
(<http://informesdelaconstruccion.revistas.csic.es>)



8 – Nesvakidašnje forme membranskih konstrukcija ([mpanel.com](http://mpanel.com), [www.tentech.nl](http://www.tentech.nl))

### 1.2.2. Kreiranje forme

U prošlosti su u nedostatku sofisticiranih metoda korišćena jednostavna pomagala i dugotrajne eksperimentalne procedure za određivanje forme membrane. Tako su sredinom prošlog veka ivice membrane modelovane žicom koja bi se potom uronila u tečnost nalik sapunici, kao na slici 9. Sapunica bi između zadatih granica formirala površ sa minimalnom energijom i konstantnom silom u svim svojim tačkama. Projektanti bi pravili fotografije ovakvih modela i na osnovu njih zaključivali koju formu zauzima membrana u okviru zadatih granica. Danas se u računar unose parametri koji definišu konstrukciju i na osnovu njih se kroz matematički proračun dobija početna geometrija membrane i čitave konstrukcije. Za svaki set parametara zadatih tokom procesa dobijanja geometrijske forme postoji jedna odgovarajuća stabilna površ. Postoji nekoliko računarskih softvera koji su specijalizovani za dobijanje početne geometrije membranskih konstrukcija.



9 – Model od sapunice i model u računarskom softveru

([www.materialpraxis.wordpress.com](http://www.materialpraxis.wordpress.com), [www.mehgies.com](http://www.mehgies.com))

### 1.2.3. Parametri za određivanje forme

Najvažniji parametri u određivanju forme membrane su geometrijski raspored i tipovi oslonaca, i intenziteti sila u membrani. Oslonci koji se koriste kod membrana su aproksimativno tačkasti ili linijski, sa mogućnošću njihovog kombinovanja. Tačkasti oslonci se postavljaju u temenima membrane, a kod konusnih membrana i u temenu konusa. Ivice membrane između susednih tačkastih oslonaca su uvek ojačane, i to najčešće čeličnim kablovima. Linijski kruti oslonci se ponekad koriste umesto tačkastih i oni mogu da budu pravolinijski ili zakrivljeni. Upotreba tačkastih oslonaca više odgovara duhu membranskih konstrukcija jer se one odlikuju lakoćom, a linijski kruti oslonci su, po pravilu, značajnijih poprečnih preseka. Zato se kruti linijski oslonci češće koriste u prilikama gde se membrane

vezuju za neke druge građevine, i to upravo na mestima ovih veza. Geometrijski položaj i tip oslonaca imaju ključne uloge u procesu kreiranja početne geometrije membrane, dok intenzitet sila u membrani ima nešto manju ulogu (Milošević, Nikolić 2012). Sam intenzitet sila u membrani nije od značaja za dobijanje forme, već je važan odnos intenziteta sila u dva ortogonalna pravca. Jedan od nedostataka metodologije dobijanja forme pomoću sapunice je i taj što ne nudi mogućnost variranja ovog odnosa, jer je između molekula sapunice intenzitet sile isti u svim prvcima. Promena vrednosti intenziteta sila u jednom pravcu u odnosu na drugi ortogonalni pravac vrši se obično onda kada se očekuje dominantno dejstvo spoljašnjih sila u jednom od pravaca normalnih na površinu konstrukcije.

#### 1.2.4. Osobenost arhitektonske forme

Korišćenje dvostruko zakrivljenih formi kod membranskih konstrukcija predstavlja odstupanje od svakodnevne ortogonalne arhitekture na kakvu smo naviknuti. Međutim, uslovljavanje korišćenja isključivo površi iz grupe dvostruko zakrivljenih može se shvatiti i kao ograničavanje. Sa druge strane, postoji mnoštvo antiklastičnih formi koje pružaju projektantima puno slobode u realizaciji njihovih ideja. U tom mnoštvu formi koje se koriste, u praksi projektovanja membranskih konstrukcija kao najzastupljenije izdvojile su se dve forme prikazane na slici 10, jedna nalik hiperoličkom paraboloidu, i druga nalik konusu. Membrane ne odgovaraju u potpunosti pravilnom geometrijskom obliku hipara, i zato se uglavnom nazivaju sedlastim površima. Sasvim slično, membrane ne zauzimaju ni pravilan konusni oblik, jer je konus jednostruko zakrivljen, ali su ovi oblici slični, pa se tako naziv „membrane konusnog oblika“ odomaćio u praksi, iako nije potpuno ispravan. Zapravo, „konusne membrane“ imaju geometrijsku formu mnogo približniju delu katenoida nego konusa. Na slici 10 su prikazane sedlasta i konusna forma membranske konstrukcije. Raznovrsnost membranskih konstrukcija postiže se uglavnom kroz varijacije, multiplikacije i kombinacije ovih osnovnih geometrijskih oblika. Na ovaj način postignuta je raznolikost neophodna da bi se membranske konstrukcije istakle u javnosti svojim estetskim karakteristikama. Korišćenje ovih formi, osim estetskih kvaliteta, omogućava i pokrivanje različitih oblika osnova. Osnove pokrivene membranskim konstrukcijama mogu da budu i potpuno nepravilnih i razuđenih oblika, što je prednost u odnosu na druge konstruktivne sisteme.

Jasno je da u svetu uobičajene ortogonalne arhitekture svaka dvostruko zakrivljena konstrukcija predstavlja izuzetak i samim tim privlači posebnu pažnju. Membranske konstrukcije nemaju dovoljno kapaciteta da preuzmu vodeću ulogu u svetu arhitekture, niti se

na to pretenduje. Njihova je uloga direktno zavisna od „mejnstrim“ pravolinjske arhitekture, jer bez nje kao kontrasta ni membranske konstrukcije ne bi mogle da fasciniraju svojim neobičnim formama.



*10 – Jednostavna sedlasta i konusna membranska konstrukcija*

*(www.trends.archiexpo.com, www.tensilestructure.in)*

### 1.3. Opterećenja

#### 1.3.1. Sopstvena težina i prednaprezanje

Na membranske konstrukcije deluju ista opterećenja kao i na ostale tipove konstrukcija. Međutim, zbog specifičnosti membranskih u odnosu na druge konstrukcije, ova opterećenja kod njih imaju drugačiji značaj. Opterećenje od sopstvene težine je kod njih relativno malo u odnosu na druge tipove konstrukcija. To je posledica membranskog materijala koji ima izuzetno malu težinu po jedinici površine koju pokriva. Intenzitet sopstvene težine membranskog materijala iznosi oko  $1 \text{ kg/m}^2$ , i prema tome ima mnogostruko manju vrednost od spoljašnjih opterećenja.

Membrana je glavni noseći element kod membranskih konstrukcija, a njena geometrija definisana je i opterećenjem koje na nju deluje. Najznačajnije opterećenje kod membranskih konstrukcija unosi se prednaprezanjem. Naime, za membranske konstrukcije je od presudnog značaja i to da se one nalaze u stanju konstantne zategnutosti. Odsustvo sile zatezanja u membrani može biti posledica dejstva spoljašnjeg opterećenja. Može se dogoditi da do odsustva zatezanja dođe u jednom ili oba pravca, ali ovakve pojave mogu da imaju loše posledice po konstrukciju. Sila zatezanja se unosi u membranu prednaprezanjem tokom montaže konstrukcije. U nekim slučajevima se ostavlja mogućnost naknadnog dodavanja sile zatezanja. Ova sila zatezanja u membrani je ključna za ostvarivanje stabilnosti konstrukcije. Već je pomenuto koliko je forma membrane važna, a jedan od osnovnih zadataka takve

forme je da osigura postojanje sila zatezanja u membrani. Na taj način, oblik membrane posredno, preko obezbeđivanja zategnutosti, učestvuje u postizanju stabilnosti konstrukcije.

### 1.3.2. Dominantna spoljašnja opterećenja

Pored zatezanja koje se unosi tokom montaže, na membranske konstrukcije tokom eksploatacije deluju i spoljašnja opterećenja. Najbitnija spoljašnja opterećenja su površinska opterećenja od snega i vетра. Oba ova opterećenja umnogome zavise od lokacije na kojoj se gradi objekat. Opterećenja snegom i vетром su u Evropi definisana Evrokodom 1 (EN1991 2002), međutim zbog nestandardnih formi koje membranske konstrukcije imaju, pravilnik o vетру nije u potpunosti primenljiv na njih. Zbog toga se u proračunu dejstva vетра na membranske konstrukcije često javljaju problemi koji dovode do toga da konstrukcija nije optimalno dimenzionisana. Dejstvo vетра se tokom proračuna nanosi kao statičko, iako to ne odgovara realnoj prirodi dejstva vетра. Vrednosti koje se nanose kao statičke uglavnom se dobijaju aproksimacijom oblika membrane na forme koje postoje u pravilnicima. U slučajevima kada se radi o značajnijim objektima vrše se testiranja u aerodinamičkim tunelima. Dodatni problem predstavlja činjenica da membrane pod spoljašnjim opterećenjem imaju velika pomeranja koja je teško simulirati na umanjenim modelima, a koja utiču na dobijene vrednosti proračunskog opterećenja. Rešenje problema preciznijeg proračuna membranskih konstrukcija na dejstvo vетра će se verovatno pojaviti kao posledica razvoja softvera koji koriste CFD (eng. *computational fluid dynamics* – računarska dinamika fluida) analizu (Colliers, Mollaert, Vierendeels, De Laet 2016). Za sada se dejstvo vетра još uvek u proračunu uzima sa značajnim aproksimacijama. Na slici 11 prikazan je rezultat razornog dejstva vетra na membransku konstrukciju.



11 – Membranska konstrukcija uništena dejstvom vетра ([www.gettyimages.com](http://www.gettyimages.com))

Dejstvo snega je po svojoj prirodi jednostavnije od dejstva vетра, jer nema dinamičku komponentu. U proračunu dejstva snega se za određivanje intenziteta opterećenja koriste važeći pravilnici. Postoje predlozi o tome kako je moguće optimizovati membranske konstrukcije inkrementalnim nanošenjem opterećenja od snega, gde su velika pomeranja koja sneg izaziva u konstrukciji ključan faktor za optimizaciju (Milošević, Kostić, Đurić-Mijović 2015). Na osnovu dosadašnjih iskustava kod membranskih konstrukcija opterećenja od snega ili veta pokazala su se kao kritična u proračunu. Jedan primer dejstva snega na membransku konstrukciju dat je na slici 12.



12 – Membrana pod dejstvom snega ([www.mehgies.com](http://www.mehgies.com))

### 1.3.3. Ostala spoljašnja opterećenja

Postoje i druga spoljašnja opterećenja koja deluju na membranske konstrukcije, ali su ona uglavnom manjeg značaja. Seizmička dejstva, koja su kod drugih konstrukcija od velike važnosti, ne utiču značajno na membranske konstrukcije. Razlog tome je što su membranske konstrukcije male sopstvene težine, pa seizmička dejstva indukuju male inercijalne sile. Zbog toga se dejstvo seizmičkih sila najčešće zanemaruje prilikom proračuna membranskih konstrukcija. Temperaturne razlike, koje kod nekih konstrukcija izazivaju znatna naprezanja, kod membranskih konstrukcija praktično nemaju nikakvog uticaja. Razlog za to leži u činjenici da razlika temperatura između spoljašnje i unutrašnje površine membrane nikada nije značajna (Forster, Mollaert 2004). Temperaturne promene kod membranskih konstrukcija su takođe zanemarljive zbog svojstava membranskog materijala.

### 1.3.4. Koncentrisane sile

Na membranske konstrukcije u praksi često deluju i koncentrisane sile. Postoji nekoliko mogućih uzroka za nastanak koncentrisanih sila. Jedan od najčešćih uzroka je uticaj radnika

koji održavaju membranu, kao na slici 13. Osim toga, ponekad je potrebno da radnici budu na membrani tokom montaže konstrukcije, a slična je situacija i kada se vrši inspekcija membrane. Koncentrisane sile mogu da deluju na membranu i na mestima gde je ostvarena veza između membrane i instalacija koje se koriste u objektima ili veza između slojeva kod višestrukih membrana. Postoji i mogućnost nepredviđenih opterećenja, kada se strani objekti nađu na membrani. Dejstvo koncentrisanih sila se u praksi često zanemaruje ili se uzima u obzir na bazi prethodnih iskustava, jer metodologija proračuna dejstva koncentrisanih sila kod membranskih konstrukcija nije obuhvaćena postojećim pravilnicima.



13 – Primeri dejstva koncentrisane sile na membranu ([www.architen.com](http://www.architen.com), [tensilemaintenance.com](http://tensilemaintenance.com), [vibuma.com](http://vibuma.com))

## 1.4. Materijali

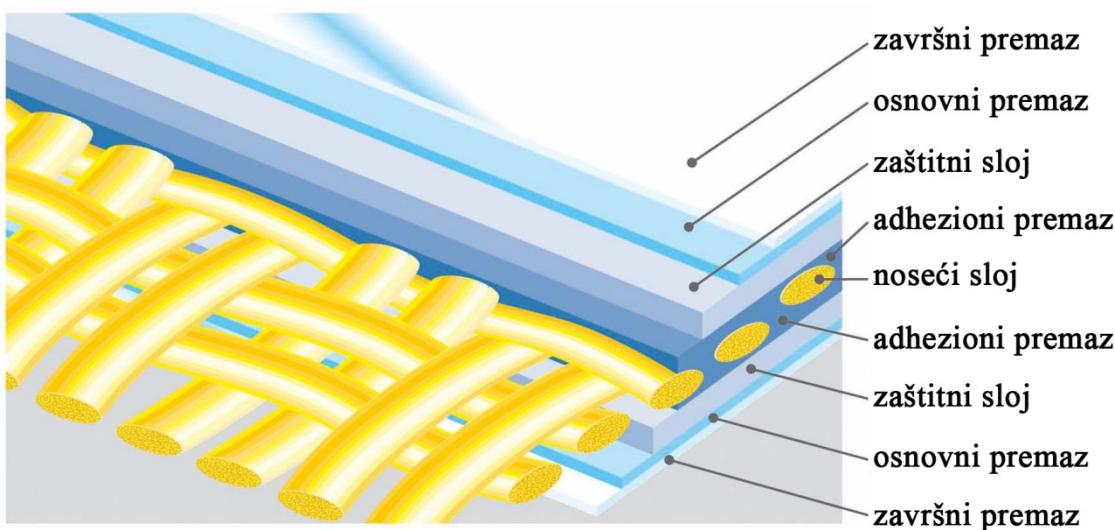
### 1.4.1. Karakteristike

Membranske konstrukcije nastale su unapređivanjem sistema kablovskih mreža. Osnovni konstruktivni element kod kablovskih mreža je kabl, koji po svojim karakteristikama ima mnogo sličnosti sa nitima od kojih se izrađuje membranski materijal (Milošević 2013). Posledično, i kablovske mreže imaju sličnosti sa membranama. Njihova osnovna struktura je vrlo slična, osim što je kod kablovskih mreža struktura mnogo puta veća u odnosu na membrane. Kablovi koji čine strukturu kablovske rešetke su međusobno povezani, dok je veza između niti kod membrana ostvarena tako što su one međusobno isprepletane. Mehaničke karakteristike jednog i drugog sistema su slične, oni imaju zanemarljivo malu čvrstoću na pritisak i savijanje, ali su zato konstruisani tako da budu izloženi zatezanju. Smanjivanje čvrstoće na pritisak i savijanje je svestan izbor pri konstruisanju membranskog materijala, međutim posledica toga jeste da ovi sistemi moraju da budu zategnuti da bi bili stabilni.

Debljina membranskog materijala je jako mala i iznosi oko 1 mm. Upravo ova njegova karakteristika daje membranskim konstrukcijama prednost u odnosu na druge tipove konstrukcija. Jedan od načina da se meri racionalnost neke konstrukcije je da se odredi odnos raspona i statičke visine konstrukcije. Što je ovaj odnos manji to je racionalnost manja. Kod linijskih konstruktivnih sistema ovaj odnos je najmanji i ima vrednosti do 50, dok prostorno-površinske konstrukcije mogu imati vrednosti oko 400 kod dugačkih cilindričnih ljudski (Radivojević, Kostić 2011). Primena ovog kriterijuma na membranske konstrukcije stavlja ih daleko ispred drugih tipova konstrukcija. Uprkos svojoj debljini od oko 1 mm, membranske konstrukcije mogu da premoste raspone od nekoliko desetina metara. Zbog toga kod membranskih konstrukcija pomenuti odnos može imati vrednosti preko 10000, pri rasponima većim od 10 metara i debljinom membrane od 1 mm, što ove konstrukcije svrstava u kategoriju izuzetno racionalnih. Drugi kriterijum po kome se može određivati ekonomičnost konstrukcije je sopstvena težina konstrukcije. I u ovom aspektu membranske konstrukcije daleko prevazilaze ekonomičnost drugih konstrukcija. Sopstvena težina membranskih konstrukcija iznosi samo oko  $1 \text{ kg/m}^2$ , što je višestruko bolje u poređenju sa drugim tipovima materijala i konstrukcija. Navedene prednosti membranskih konstrukcija posledica su upravo povoljnih karakteristika membranskog materijala.

### 1.4.2. Struktura

Membranski materijal sastoji se od dva glavna sloja, prvi je noseći, a drugi zaštitni. Slojevi membranskog materijala prikazani su na slici 14. Noseći sloj se sastoji od tkanih niti pa zbog toga materijal pripada grupi tekstila. On može biti tkan na više načina i od načina tkanja zavise mehaničke karakteristike materijala. Ovaj sloj je osjetljiv na spoljašnje uticaje i zbog toga mora biti zaštićen. Niti se u nosećem sloju uobičajeno postavlaju u dva ortogonalna pravca. Ovo je vrlo važno zbog toga što utiče na mehanička svojstva materijala. Prvi od ovih pravaca (eng. *warp*) najčešće ima veću otpornost na zatezanje. Drugi pravac (eng. *weft, fill*) korišćenjem određenih načina proizvodnje može da ima slične karakteristike kao i prvi, ali je to redi slučaj. Zato membranski materijali imaju ortotropna svojstva, odnosno njihovo ponašanje se razlikuje u jednom i drugom pravcu. Zaštitni sloj služi da spreči oštećivanje nosećeg sloja od hemijskih i mehaničkih spoljašnjih uticaja, i da obezbedi vodonepropustljivost materijala. Ovaj sloj se izvodi i sa jedne i sa druge strane nosećeg sloja. Obično se zaštitni sloj sastoji od nekoliko tanjih slojeva od kojih svaki ima drugačiju funkciju. Jedna od osnovnih funkcija koju obezbeđuje zaštitni sloj je i povezivanje parčadi membranskog materijala nakon njihove prefabrikacije. Budući da nije moguće nadovezati noseće slojeve jedan na drugi, ova veza se u potpunosti poverava zaštitnom sloju. Sam proces proizvodnje membranskog materijala je vrlo komplikovan i još uvek nesavršen. Ovaj proces se stalno unapređuje, što za posledicu ima poboljšavanje svojstava membranskih materijala i smanjivanje njihove cene. Problem koji još uvek postoji su neujednačena svojstva materijala, zbog čega se uzorci iz svake celine proizvoda testiraju da bi se potvrdile njegove karakteristike.



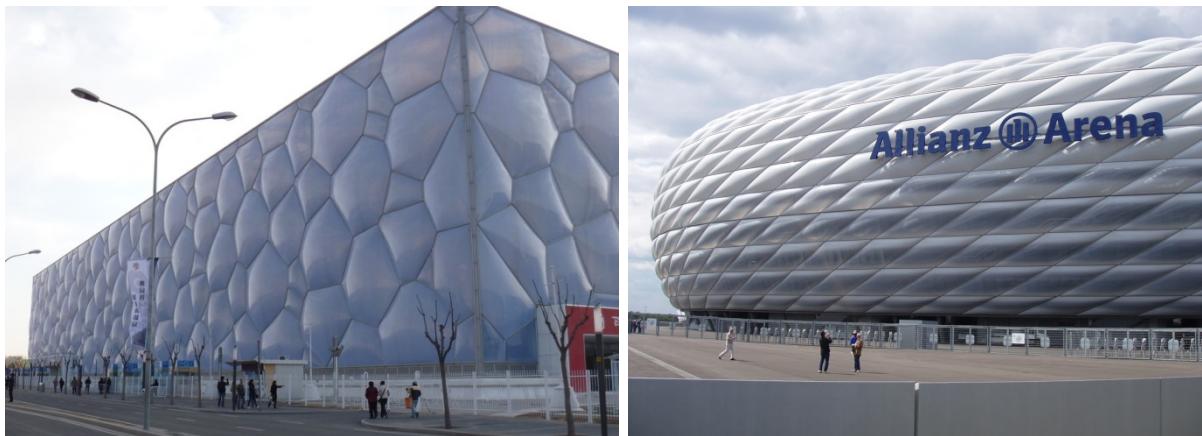
14 – Slojevi membranskog materijala ([www.mehler-technologies.net](http://www.mehler-technologies.net))

### 1.4.3. Sastav

Tekstilne membrane dele se prema materijalima od kojih su izrađeni noseći i zaštitni sloj. U zavisnosti od materijala upotrebljenih za slojeve razlikuju se pojedine karakteristike membranskog materijala. Membranski materijali se osim po sastavu dele i na potkategorije, primarno prema čvrstoći na zatezanje. Ovakva podela olakšava upotrebu membranskih materijala u praksi. Karakteristike koje proizvođači navode uz čvrstoću na zatezanje su i debljina materijala, površinska težina, čvrstoća na smicanje, izduženje, otpornost za požar, a često i termička i akustička svojstva.

Dve vrste membranskih materijala su se u dosadašnjoj praksi izdvojile kao najprimenjivije. Prva ima noseći sloj od poliestera i zaštitni sloj od materijala na bazi PVC-a (polivinil hlorid). Ovaj materijal se u praksi često naziva poliester/PVC membranski materijal. Noseći sloj kod poliester/PVC membranskog materijala manje je osetljiv na savijanje, što je povoljno prilikom ugradnje i eksploracije konstrukcije. Druga vrsta materijala ima noseći sloj od fiberglasa, a zaštitni sloj od materijala izrađenih na bazi PTFE-a (politetrafluoroeten). Ovaj materijal se uobičajeno naziva fiberglas/PTFE membranski materijal. Jedna od razlika između ova dva materijala je ta što fiberglas/PTFE materijali imaju generalno veću čvrstoću na zatezanje. Osim toga oni su i trajniji u odnosu na poliester/PVC materijale, ali su zato skuplji. Takođe, fiberglas/PTFE materijali imaju zaštitne slojeve koji omogućavaju samočišćenje. Međutim, fiberglas/PTFE materijal na početku svoje eksploracije još uvek nema čisto belu boju, već je potrebno da neko vreme bude izložen dejstvu sunčevog zračenja da bi se postigla željena bela boja.

Osim pomenutih, razvijaju se i ostali membranski materijali. Oni koriste drugačije materijale za noseći i zaštitni sloj, sa ciljem da se unaprede svojstva postojećih materijala. Do sada se najviše odmaklo sa primenom silikonskih materijala, ali oni još uvek nisu široko rasprostranjeni. Postoje i specifični materijali koji nisu tkani, već imaju homogenu strukturu i pripadaju grupi folija. Karakterističan predstavnik je ETFE (etilen tetrafluoroeten) materijal. Ovi materijali imaju izotropna svojstva, nemaju zaštitni sloj i karakteriše ih to što su providni (LeCuyer 2008). Debljina im je manja nego kod tekstilnih membranskih materijala. Koriste se najčešće za pneumatske konstrukcije i još uvek ne mogu da premoste velike raspone. Nedostatak im je što imaju relativno tešku osloničku konstrukciju. Folije, kao ni konstrukcije izrađene od njih neće biti predmet istraživanja ovog rada. Karakteristični objekti pokriveni ETFE folijama prikazani su na slici 15.



*15 – Poznate ETFE konstrukcije: Vodena kocka u Pekingu i stadion u Minhenu  
 (www.easytravelbj.com, en.wikiarquitectura.com)*

## 1.5. Montaža

### 1.5.1. Analiza i prednosti

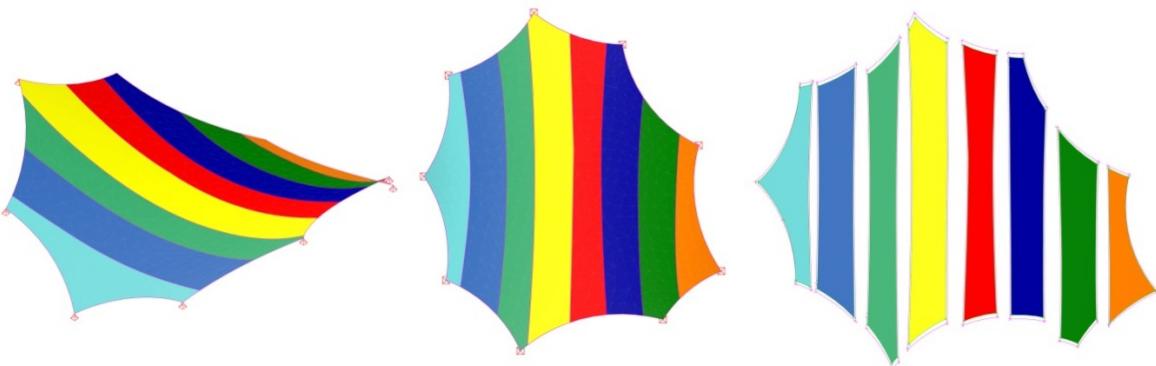
Elementi od kojih se izrađuju membranske konstrukcije su prefabrikovani, pa su zbog toga one montažne. Na gradilištu se vrši isključivo povezivanje konstruktivnih elemenata, a samo u retkim situacijama se neki delovi armiranobetonske oslonačke konstrukcije liju na licu mesta. Prednost membranskih konstrukcija, u odnosu na druge montažne konstrukcije, leži u tome što membrane mogu da budu konstruktivni elementi velikih raspona sa malim brojem veza koje treba ostvariti na gradilištu, pa proces montaže teče jako brzo. Samo kod veoma velikih konstrukcija, koje se najčešće sastoje od više manjih membrana, montaža traje duže od jednog dana. Proces montaže nije zavisan od spoljašnje temperature. Negativnu ulogu tokom montaže može da ima vetar, pa se izbegava montaža po vetrovitom vremenu. Kod montažnih konstrukcija veoma često postoje problemi sa transportom. Ovi problemi uzrokovani su veličinom i težinom prefabrikovanih elemenata. Kod membranskih konstrukcija ovi problemi praktično ne postoje. Zbog toga ih neki autori nazivaju savršenim montažnim konstrukcijama (Huntington 2013). Membranske konstrukcije nisu samo izuzetno lake, što maksimalno pojefitnjuje transport, već je moguće preklapati ih i na taj način smanjiti njihove transportne dimenzije. Njihova mala sopstvena težina ima za posledicu i olakšanu montažu bez velike upotrebe mehanizacije i skela, uobičajenih za druge montažne konstrukcije. Karakteristike membranskih konstrukcija vezane za montažu zadržale su se još od vremena najjednostavnijih šatora, upravo zbog prednosti koje ona sa sobom nosi. Brojne prednosti membranskih konstrukcija u odnosu na druge montažne konstrukcije, a naročito u odnosu na nemontažne konstrukcije, značajno su doprinele afirmaciji membranskih

konstrukcija. Kod membranskih konstrukcija postoji i mogućnost demontaže i ponovne upotrebe na istoj ili drugoj lokaciji. O tome treba voditi računa u fazi projektovanja, jer se onda sve veze moraju osmisliti u skladu sa ovim zahtevom. Ponovna upotreba je posebno olakšana brzom montažom i demontažom, kao i jeftinim transportom. Mogućnosti brze proizvodnje i montaže, jeftinog transporta i ugradnje načinile su membranske konstrukcije poželjnim među investitorima i projektantima. Međutim otežavajuće okolnosti za primenu membranskih konstrukcija još uvek su nedostatak specifičnih i potpunijih naučnih saznanja dostupnih projektantima i komplikovan proizvodni proces membranskog materijala.

### **1.5.2. Proizvodnja, transport i izvođenje**

U cilju bolje realizacije membranske konstrukcije, kao i zbog neuobičajenosti ovog procesa u odnosu na druge konstrukcije, data je njegova sistematizacija sa analizom i komentarima mera koje je neophodno sprovesti. Proizvođači membranskog materijala utvrđenim tehnološkim procesom, od koga zavise vrsta i karakteristike materijala, proizvode membranski materijal. Ovaj materijal se pakuje u rolne, tako da je njegova širina nekoliko metara, a dužina do nekoliko desetina metara. Tačne dimenzije zavise od proizvođača. Uobičajeno je i poželjno da se uzorci materijala sa svake rolne testiraju radi dokazivanja karakteristika materijala. Rolne materijala se dalje isporučuju specijalizovanim građevinskim firmama. Ove firme su najčešće izvođači građevinskih radova vezanih za membranske konstrukcije i one vrše pripremu same membrane. Poznato je da membrana treba da bude dvostruko zakriviljena, i to predstavlja problem jer se membranski materijal proizvodi kao ravanski. Ovaj problem se prevazilazi spajanjem planarnih delova membranskog materijala u zakriviljenu celinu. Poznat analogni slučaj je fudbalska lopta koja je takođe dvostruko zakriviljena i sastavljena od manjih delova ravnog materijala. Problem je geometrijske prirode i zapravo se odnosi na što tačnije mapiranje zakriviljene površi na ravne isečke. Što su isečci manji to je preciznost veća. Međutim, u praktičnoj primeni povoljnije je imati manji broj većih isečaka, jer je onda potrebno ostvariti manje veza između njih. Kada su u pitanju membranske konstrukcije, precizna uputstva o veličini ovih isečaka ne postoje, ali se generalno može reći da što je površ više zakriviljena, to i broj isečaka treba da bude veći, i obrnuto. Upravo ovo je razlog što se membranski materijal proizvodi samo do širine od nekoliko metara, jer veća širina isečaka nije poželjna. Danas se početna forma membrane u specijalizovanim softverima deli na isečke prema parametrima koje zadaje projektant konstrukcije. Na osnovu rezultata dobijenih u programu formiraju se šeme sečenja prema kojima se mašinski iseca membranski materijal. Prilikom formiranja šema sečenja posebno se

mora voditi računa o tome da će materijal u konstrukciji biti prednapregnut, i da će to kao posledicu imati određena izduženja materijala koja nisu zanemarljiva. Zato se prilikom isecanja pojedinačnih delova vrši takozvana kompenzacija, odnosno materijal se seče prema umanjenim merama da bi nakon izduženja zbog prednaprezanja postigao projektovane dimenzije. Poseban problem su mesta gde je membrana vezana za krute linijske oslonce. Na tim mestima treba izvršiti dekompenzaciju. Dekompenzacija predstavlja vraćanje na projektovane mere prilikom sečenja jer je na mestima veza sa krutim osloncima nemoguće prvo uneti prednaprezanje koje bi materijal dovelo do projektovanih dimenzija. Svi isečci se detaljno obeležavaju kako bi se olakšalo njihovo kasnije spajanje. Primer formiranja šeme sečenja dat je na slici 16.



16 – Razdvajanje membrane na dvodimenzionalne isečke

Sledeći korak je spajanje pojedinačnih isečaka. U zavisnosti od vrste materijala koja se koristi razlikuje se i proces spajanja isečaka. Za poliester/PVC membranske materijale preporučuje se varenje pod visokim frekvencijama (eng. *high frequency welding*), a za fiberglas/PTFE membranske materijale varenje na povišenoj temperaturi. Ono što je zajedničko za ove procese spajanja je da se ne povezuju međusobno noseći slojevi membranskog materijala. Povezivanje se vrši isključivo između zaštitnih slojeva. Iako ovo deluje neobično, u praksi je dalo odlične rezultate. Neophodno je da preklapanje između isečaka bude dovoljne veličine da se ostvari veza odgovarajućih karakteristika. Minimalne dimenzije preklopa date su u Evropskom uputstvu o projektovanju zategnutih površinskih konstrukcija (Forster, Mollaert 2004). O dimenzijama preklopa takođe treba voditi računa prilikom iscrtavanja šema sečenja materijala. Na mestu preklopa zaštitni sloj praktično dobija i ulogu nosećeg. Mesta preklopa moguće je videti kao tamnije linije koje se prostiru najčešće u jednom pravcu kod sedlastih, ili radijalno na konusnim membranskim konstrukcijama. Kada se ostvari spajanje svih isečaka dobija se dvostruko zakriviljena celina. Pomenuti procesi sečenja i spajanja odvijaju se u fabričkim uslovima, pa je potrebno membranu transportovati do gradilišta. Zbog

transporta membranu treba ponovo upakovati. Ovom prilikom neophodno je posebno voditi računa o tome da ne dođe do oštećenja membrane. Da bi se sprečila oštećenja, membrana ne treba da dolazi u kontakt sa oštrim predmetima. Takođe, membranski materijal je jako osetljiv na dvoosovinsko preklapanje, te je potrebno obezbediti velike radijuse krivina kod preklapanja materijala da ne bi došlo do cepanja ili oštećenja. Fiberglas/PTFE membranski materijal je osetljiviji i ukoliko se njime ne rukuje adekvatno dolazi do mikrolomova koji kasnije mogu da dovedu do fatalnih posledica.



17 – Montaža membrane ([www.temembrane.com](http://www.temembrane.com))

U zavisnosti od tipa konstrukcije, uobičajeno je da veći deo ili cela oslonačka konstrukcija već bude postavljena u trenutku kada membrana stigne na gradilište. Na samom gradilištu posebno treba voditi računa da ne dođe do oštećenja membrane. Membrana sa povezuje sa osloncima prema unapred određenom redosledu. Detalji povezivanja su karakteristični za ove konstrukcije i mogu se naći u literaturi. Sila prednaprezanja se ne unosi u membranu direktno nego putem pomeranja oslonaca ili zatezanjem ivičnih kablova. Tada membrana dobija svoju projektovanu geometriju, i membranska konstrukcija postaje spremna za fazu eksploatacije.

### 1.5.3. Definicija membranskih konstrukcija

U prethodnim analizama istaknute su najvažnije karakteristike membranskih konstrukcija. Kada se njima doda i montaža kao njihovo nezaobilazno svojstvo, može se dati definicija membranskih konstrukcija. **Membranske konstrukcije** mogu se definisati kao montažne, lake, površinske konstrukcije dvostrukе zakriviljenosti sa negativnom Gausovom krivinom, u kojima je zategnuta membrana noseći konstruktivni element.

## 1.6. Građevinska fizika

Svojstva membranskih konstrukcija, gledano sa aspekta građevinske fizike, značajno se razlikuju u odnosu na ostale građevinske materijale. Generalno govoreći, termička svojstva membrana su najsličnija svojstvima stakla, ali i između njih postoje značajne razlike. Između njih postoji sličnost u optičkom aspektu, ali i tu do izražaja dolaze specifičnosti membranskog materijala.

### 1.6.1. Toplotno izolaciona svojstva

Membranske konstrukcije imaju jako loša termoizolaciona svojstva koja su pre svega posledica male debljine membranskog materijala. Zbog male debljine, membrane imaju jako mali otpor prolasku toplote, što ograničava njihovu upotrebu za pokrivanje zatvorenih objekata usled smanjene energetske efikasnosti. Postoji nekoliko poznatih načina da se poboljšaju termičke karakteristike membranskih konstrukcija. Jedan od najčešće primenjivanih je dodavanje dodatnih slojeva membranskog materijala. Na taj način formira se pregrada sa slojem vazduha koji može biti provetren, neprovetren ili provetren po potrebi. Dodatni sloj membrane i sloj vazduha doprinose uvećanju otpora prolasku toplote kroz pregradu, tako da je tokom letnjeg perioda povoljnije da sloj vazduha bude provetren, a tokom zime neprovetren. Druga mogućnost je dodavanje termoizolacionog sloja između slojeva dvostrukе membrane, čime se značajno poboljšava toplotna otpornost pregrade. Međutim, korišćenjem termoizolacionih materijala umanjuju se neka vizuelna svojstva membrane, pa se zbog toga dovodi u pitanje opravdanost upotrebe membranskih konstrukcija u ovim situacijama.

Kondukcija kao metod prenošenja topline kod membranskih konstrukcija zbog male debljine membrane ima mnogo manje značajnu ulogu u poređenju sa drugim metodama. Metodologija proračuna koja uzima u obzir koeficijente prolaza topline razvijena je u odnosu na druge građevinske materijale gde se kondukcijom prenosi najveći deo topline. Ova metodologija ne daje pouzdane rezultate kod membranskih konstrukcija, i njena primena se ne preporučuje. Adekvatna metodologija koja bi bila primenjiva na ove konstrukcije još uvek nije osmišljena.

### 1.6.2. Otpornost na požar

Kada je u pitanju otpornost na požar, membranski materijali se razlikuju po ponašanju u zavisnosti od vrste materijala. Tako poliester/PVC membranski materijali imaju nešto lošija svojstva u odnosu na fiberglas/PTFE materijale. Pod dejstvom vatre poliester/PVC materijal

se topi, ali je samogasiv, tako da nakon prestanka izloženosti plamenu neće doprineti širenju požara. Fiberglas/PTFE materijali se klasificuju kao nezapaljivi, i u tom pogledu imaju izuzetno povoljna protivpožarna svojstva.

### 1.6.3. Akustička svojstva

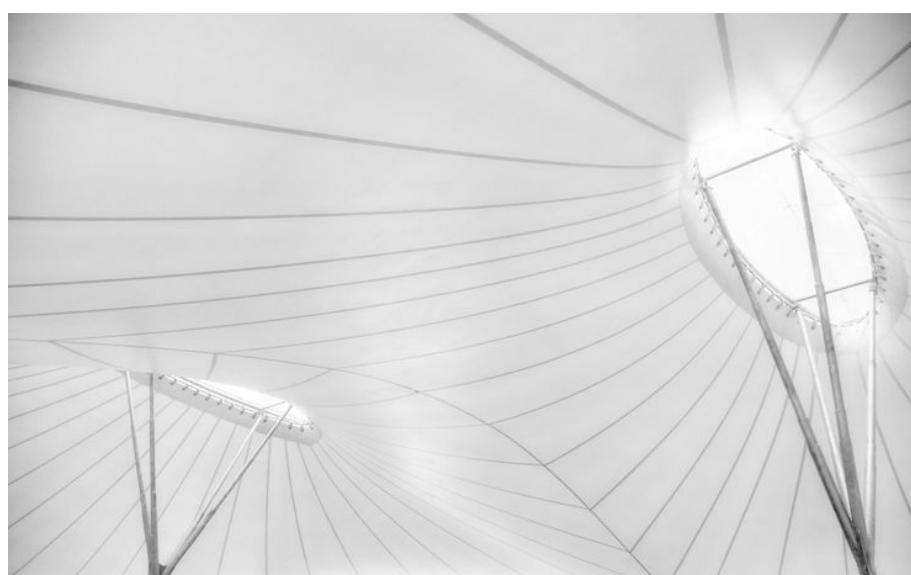
Akustička svojstva membranskih konstrukcija i dalje su predmet debate i izazivaju podeljene stavove među stručnjacima. Mišljenja se kreću od toga da su membranske konstrukcije jako povoljne u akustičkom smislu, do stavova da ih treba izbegavati kada je potrebno ostvariti dobru akustiku u nekom prostoru. I za jedan i za drugi stav postoje argumenti koji ih opravdavaju. Činjenica je ipak, da postoje koncertne dvorane pokrivenе membranskim konstrukcijama, kao i da postoje zatvoreni auditorijumi u kojima su dodate membrane u enterijeru da bi poboljšale akustička svojstva prostora. Na slici 18 dat je jedan od primera auditorijuma pokrivenih membranskom konstrukcijom. Ovo očigledno govori u prilog stavu da membrane mogu pozitivno da utiču na akustička svojstva prostora. Sa druge strane, jedan od glavnih argumenata protiv korišćenja membrana je taj da kapljice kiše koje padaju na zategnutu membranu mogu da izazovu negativne zvučne efekte opisane kao „dobovanje“, ali i pojava eha (Kim, Jeong, Sohn 2009). Bez detaljnije analize nije moguće izneti konačan stav o tome da li preporučiti korišćenje membrana za pokrivanje prostora u kojima je akustika od primarnog značaja. Pitanje je da li će definitivan zaključak o tome moći uopšte da bude donesen, upravo zbog velike raznolikosti formi koju membranske konstrukcije imaju, a koja je važna za akustička svojstva. Sigurno da je najbolja preporuka da se za svaki konkretni objekat pojedinačno izvrši analiza uticaja dvostruko zakrivljene membrane na akustička svojstva prostora.



18 – Auditorijum pokriven membranskom konstrukcijom ([www.mehgies.com](http://www.mehgies.com))

#### 1.6.4. Optička svojstva

Membranski materijal nije providan, ali je proziran. To praktično znači da omogućava prolaz svetlosti, ali kroz njega nije moguće videti. U zavisnosti od proizvođača i tipa materijala razlikuje se stepen prolaska svetlosti kroz materijal, ali prosek za trenutno raspoložive materijale iznosi oko 10%. Ovo ima značajne posledice na vizuelni ambijent membranskih konstrukcija. Kada je izložena sunčevoj svetlosti membrana sa unutrašnje strane postaje izvor difuznog osvetljenja. Ovo osvetljenje je uniformno, sa manjim varijacijama koje se javljaju zbog različitog ugla delovanja sunčeve svetlosti na membranu i na mestima veza. Pomenuto je da se mesta gde je ostvarena veza između delova materijala vide kao tamnije linije, jer je zbog preklapanja membrane smanjena propuštena količina svetlosti. Ilustracija je data na slici 19. Ove tamnije linije imaju važnu ulogu u pojačavanju utiska zakrivenosti pokrivača gledano iznutra i iskusni projektanti membranskih konstrukcija ih vešto koriste u stvaranju dinamičnih enterijera. U prostorima pokrivenim membranskim konstrukcijama nema pojave jasnih senki što je posledica difuznog osvetljenja. Ipak, količina sunčeve svetlosti koja prođe kroz membranu dovoljna je za obavljanje većine aktivnosti, čak i pri oblačnom vremenu. Ovo pozitivno utiče na smanjenje energije potrebne za osvetljavanje tokom dana. Tokom noći, prostor pokriven membranskim konstrukcijama osvetjava se veštačkim osvetljenjem, i to najčešće indirektno, tako da su izvori svetlosti okrenuti ka membrani. Na taj način postiže se ravnomernije osvetljenje prostora, ali je vrlo važan i vizuelni efekat koji se postiže ka spoljašnjosti. Tada se, gledano spolja, postiže utisak da cela membrana svetli, što u noćnim uslovima deluje izuzetno atraktivno.



19 – Mesta spojeva između delova materijala vide se kao tamnije linije  
([www.landgravemuebles.com](http://www.landgravemuebles.com))



20 – Membranski pokrivač osvetljen iznutra u noćnim uslovima

([www.archdaily.com](http://www.archdaily.com))

#### 1.6.5. Optimizacija karakteristika

Najveći nedostatak membranskih konstrukcija predstavljaju nepovoljna svojstva građevinske fizike, odnosno konkretnije, njihova termička svojstva. Nije izgledno da će se uskoro pronaći način kako dovoljno unaprediti termička svojstva membranskih konstrukcija, bez negativnih posledica na njihova druga svojstva. Unapređivanje svojstava membranskog materijala ne bi dalo značajne rezultate zbog male debljine materijala. Zbog toga se uglavnom radi na unapređivanju termoizolacionih materijala koji bi mogli biti korišćeni u kombinaciji sa membranama. Poslednjih godina pojavila se ideja o integraciji fotonaponskih ćelija i membrana (Mohamed, Zanelli, Camers 2013). Za sada postavljanje fotonaponskih panela na membranske konstrukcije ima negativan uticaj na vizuelna svojstva membrana. Ovaj problem će verovatno biti rešen u budućnosti tako što će se primenjivati providni fotonaponski paneli. Na taj način, uz povećanje efikasnosti fotonaponskih ćelija, čak i bez unapređivanja termičkih karakteristika membrana, postići će se smanjena zavisnost objekata od spoljne energetske mreže. Do tada, najracionalnija primena membranskih konstrukcija sa aspekta energetske efikasnosti neće biti za zatvaranje objekata, već za pokrivanje otvorenih prostora, sem u specifičnim situacijama za koje se izvode posebne studije.

## 1.7. Proračun

### 1.7.1. Evropa

Većina evropskih zemalja nema, niti je imala posebne pravilnike za proračun membranskih konstrukcija (Stranghoner, Uhlemann, Mollaert 2016). Pregled postojećih pravilnika po zemljama dat je u tabeli 1. Ovakvi pravilnici su neophodni za bezbedno i optimalno projektovanje, budući da se pravilnici koji se odnose na druge tipove materijala i konstrukcija ne mogu u potpunosti primenjivati na membranske konstrukcije usled njihovih specifičnosti. Kako je rasla popularnost membranskih konstrukcija i njihova upotreba postajala sve češća, postalo je jasno da neregulisanje proračuna ovih konstrukcija može da dovede do neželjenih posledica.

Prvi korak u pokušaju da se ovaj problem prevaziđe bilo je objavljanje **Evropskog uputstva za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija** (Forster, Mollaert 2004) tokom 2004. godine. U ovom uputstvu dat je pregled nekih postojećih metodologija proračuna koje se primenjuju u Evropi i svetu. Za proračun zategnutih membrana predlaže se korišćenje metode dopuštenih napona i daju preporuke o vrednostima faktora sigurnosti. Predloženi faktori sigurnosti za membranski materijal kreću se u opsegu 5–7, a uz predlog su data i objašnjenja zašto primenjivati ove faktore. Napomenuto je da Evropsko uputstvo za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija nema karakter pravilnika i da kao takvo nema moć zakona. Ipak, kako su u njemu sabrana iskustva i mišljenja najeminentnijih stručnjaka u oblasti zategnutih površinskih konstrukcija, date preporuke su projektanti širom Evrope uglavnom poštivali.

Tek u 2016. godini objavljen je **Nacrt evropskog pravilnika za proračun zategnutih membranskih konstrukcija** (Stranghoner, Uhlemann et al. 2016). Cilj je da ovaj nacrt preraste u Evrokod o membranskim konstrukcijama do 2024. godine. Najznačajnija novina koju donosi ovaj nacrt je predlog da se proračun membranskih konstrukcija vrši po metodi graničnih stanja. Na taj način bi se metodologija proračuna membranskih konstrukcija uskladila sa metodologijom proračuna ostalih konstrukcija koje se računaju prema graničnim stanjima kako je predviđeno odgovarajućim Evrokodovima. Do sada su se u praksi javljali problemi jer su membrane računate po metodi dopuštenih napona, a oslonačka konstrukcija, ukoliko postoji, po metodi graničnih stanja. Prvi pokušaji da se membranske konstrukcije proračunavaju po istoj metodologiji u skladu sa Evrokodom su već obavljeni (Pyl, Wang, De Smedt et al. 2016). Iako je predstavljen samo kao nacrt, mnogi projektanti već sada usvajaju

predloženu metodologiju jer je verovatno da će u narednim godinama ona postati obavezna za sve zemlje koje koriste Evrokodove.

*Tabela 1 – Postojeći propisi o šatorastim, membranskim i pneumatskim konstrukcijama u evropskim državama (Strangheron, Uhlemann et al. 2016)*

Zemlja	Pravilnik
Nemačka	DIN 18204, DIN EN 13782, DIN 4134, DIN 15619
Holandija	NEN-EN 13782
Italija	Nacrt uputstva za projektovanje, verifikaciju, upotrebu i održavanje šatora, zategnutih i pneumatskih konstrukcija
Francuska	NF-EN 13782, CTS, CRAST, Preporuke za projektovanje stalnih tekstilnih konstrukcija
Belgija	NBN-EN 13782
Španija	UNE-EN 13782

### 1.7.2. Svet

U svetu postoje i drugi pravilnici za proračun membranskih konstrukcija. Tako postoji pravilnik za proračun membranskih konstrukcija u Japanu (MSAJ 1990). Takođe, postoji i pravilnik koji se koristi u Sjedinjenim Američkim Državama ASCE/SEI 55-10 (ASCE 2010a). U njemu se primenjuje metodologija dopuštenih napona, kao i u Evropskom uputstvu objavljenom nekoliko godina pre njega.

### 1.7.3. Republika Srbija

U Republici Srbiji trenutno ne postoje pravilnici niti standardi koji se odnose specijalno na projektovanje membranskih konstrukcija. Imajući u vidu usaglašavanje sa propisima Evropske unije koje predstoji u našoj zemlji, malo je verovatno da će se donositi specijalna regulativa o ovoj oblasti. Može se očekivati da će nakon definisanja Evrokoda o membranskim konstrukcijama u Evropskoj uniji i u Republici Srbiji biti usvojen isti standard. Najavljeni termin za stupanje na snagu ovog Evrokoda je nakon 2024. godine. I pored nedostatka regulative o projektovanju membranskih konstrukcija, postoji nekoliko izvedenih membranskih konstrukcija u Republici Srbiji kod kojih su korišćene postojeće preporuke i standardi iz inostranstva.

#### 1.7.4. Tretman koncentrisanih sila

Za ovu doktorsku disertaciju od posebnog je značaja proračun membranskih konstrukcija pod dejstvom koncentrisane sile. Kako je tema disertacije promena geometrije, rezultati koji budu dobijeni mogu biti važni za proračun graničnih stanja upotrebljivosti. Ni Evropsko uputstvo za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija, ni Nacrt evropskog pravilnika za proračun zategnutih membranskih konstrukcija ne pominju uticaj koncentrisane sile na membranske konstrukcije. Američki pravilnik o membranskim konstrukcijama (ASCE 2010a) se poziva na standard ASCE/SEI 7-10 (ASCE 2010b) koji definiše opterećenja za sve građevinske konstrukcije i u kome se navodi da bi trebalo uzimati u obzir i koncentrisanu силу od 1,33 kN. Ovo potvrđuje i ASCE monografija (Huntington 2013) u kojoj se preciznije kaže da bi trebalo ispitati dejstvo koncentrisane sile od radnika u intenzitetu od 1,33 kN na membranskim konstrukcijama.

Evrokod o membranskim konstrukcijama je u nastajanju i on treba da bude usaglašen sa ostalim Evrokodovima (Stranghoner, Uhlemann, Mollaert 2016). To znači da će opterećenja koja deluju na membranske konstrukcije biti definisana Evrokodom 1. U Evrokodu 1 precizirano je da opterećenja od radnika treba na krovovima uzimati sa preporučenom vrednošću od 1 kN. Međutim, ne postoje detaljna istraživanja o tome kako ovo dejstvo utiče na membranske konstrukcije. Cilj ove doktorske disertacije je da ispita kakav uticaj na promenu geometrije ima dejstvo koncentrisane sile. Ukoliko rezultati pokažu da je ovo dejstvo značajnije nego što se do sada mislilo, trebalo bi preuzeti dalje korake u njegovom ispitivanju. Evrokod o membranskim konstrukcijama je u fazi pripreme i pravo je vreme da se evropskoj naučnoj zajednici koja se bavi membranskim konstrukcijama ukaže na aspekt uticaja koncentrisanih sila. Kao konačan rezultat, a nakon sprovedenih istraživanja, dejstvo koncentrisanih sila moglo bi se bliže definisati i u Evrokodu o membranskim konstrukcijama.

## 2. Dosadašnja istraživanja

### 2.1. Najznačajnija dela

Dosadašnja istraživanja iz oblasti membranskih konstrukcija su mnogobrojna, uprkos tome što savremene šatoraste konstrukcije postoje relativno kratko i što nisu toliko zastupljene kao konstrukcije od drugih građevinskih materijala. Postoji nekoliko različitih tema oko kojih se grupišu objavljeni radovi iz ove oblasti. Najveći broj publikacija odnosi se na geometriju membranskih konstrukcija. Osim toga, istraživanja su vršena u oblastima ispitivanja membranskih materijala, optimizacije, uticaja oslonačke konstrukcije, termičkih svojstava i proračuna membranskih konstrukcija. Pre nego što bude dat kratak pregled literature iz navedenih oblasti i određena pozicija ove disertacije u već postojećoj literaturi, ukratko će biti prikazano nekoliko fundamentalnih dela iz oblasti membranskih konstrukcija.

**Zategnute konstrukcije: projektovanje, konstrukcija i proračun zgrada pokrivenih kablovima, mrežama i membranama** (Otto 1973) se smatra prvim sveobuhvatnim delom koje se tiče zategnutih konstrukcija, a u kome su obrađene i membranske konstrukcije. Navedeno izdanje iz 1973. godine objedinjuje dva prethodna toma izdata 1962. i 1967. godine. U ovom delu obrađene su teme pneumatskih konstrukcija, proračuna membrana, temeljenja zategnutih konstrukcija, bazičnih koncepata i pregleda zategnutih konstrukcija, i analize kablova, kablovskih mreža i kablovskih struktura. Značaj ovog dela je ogroman jer se pojavilo u vreme kada nije bilo puno literature o zategnutim konstrukcijama, pa je bilo od velike koristi projektantima i istraživačima. Kao takvo, ovo delo je dalo nemerljiv doprinos razvoju i promociji zategnutih, a samim tim i membranskih konstrukcija.

**Evropsko uputstvo za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija** (Forster, Mollaert 2004) predstavlja nezaobilazan korak u upoznavanju membranskih konstrukcija. U ovom uputstvu obrađeno je mnoštvo tema i date su preporuke za projektovanje membranskih konstrukcija. Problemima forme, termičkih svojstava, detalja i veza, proračuna, opterećenja, procesa projektovanja, svojstava i testiranja materijala, kao i prefabrikacije, montaže i održavanja posvećeno je po jedno poglavlje uputstva. Promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, koja je tema ove doktorske disertacije, kao ni dejstvo koncentrisanih sila na membranske konstrukcije, nisu detaljno obrađeni u ovom Uputstvu.

**Nacrt evropskog pravilnika za proračun zategnutih membranskih konstrukcija** (Stranghoner, Uhlemann et al. 2016) predstavlja osnovu za buduće donošenje Evrokoda o membranskim konstrukcijama. On se pojavio nakon Evropskog uputstva o projektovanju

zategnutih površinskih konstrukcija kao nastavak standardizacije procesa projektovanja i proračuna membranskih konstrukcija u Evropi. U ovom nacrtu su analizirane teme membranskih materijala, osnova projektovanja, trajnosti, osnova proračuna, graničnih stanja nosivosti, graničnih stanja upotrebljivosti, detalja i veza i izvođenja membranskih konstrukcija. Iako predlaže promenu metodologije proračuna membranskih konstrukcija tako da se on vrši prema teoriji graničnih stanja, u nacrtu se ne obrađuje delovanje koncentrisanih sила, pa ni njihov uticaj na promenu geometrije membranskih konstrukcija.

Za razliku od pomenutog uputstva i nacrta koji su vezani za Evropu i koji nemaju obavezujuće dejstvo, u Sjedinjenim Američkim Državama na snazi je **Pravilnik o zategnutim membranskim konstrukcijama** (ASCE 2010a). Ovaj pravilnik je manjeg obima od uputstva i nacrta i sažeto se bavi membranskim materijalima, vezama, projektovanjem, prefabrikacijom i montažom membranskih konstrukcija. Što se tiče opterećenja koja deluju na konstrukciju, u delu korisnih opterećenja, pravilnik se poziva na standard ASCE/SEI 7-10 (ASCE 2010b) i kaže da korisna opterećenja treba usvojiti u skladu sa ovim ili drugim odgovarajućim standardom. Uvidom u standard ASCE/SEI 7-10, koji definiše opterećenja kod većine tipova konstrukcija i nije usko vezan za membranske konstrukcije, dolazi se do zaključka da bi trebalo uzeti u obzir i koncentrisane sile. Dalje se kaže da bi trebalo u proračunu koncentrisanu silu nanositi kao jednak raspodeljenu na površini od 762x762 mm, ukoliko nije drugačije naglašeno, i da je treba pozicionirati tako da proizvede najnepovoljnije efekte. U tabeli u kojoj su definisane vrednosti koncentrisanog opterećenja nisu kao poseban slučaj navedene membranske konstrukcije. Međutim, za sve krovne površine koje su izložene dejству radnika data je vrednost minimalnog koncentrisanog opterećenja i ona iznosi 1,33 kN. Upravo je navedeni podatak od bitnog značaja za ovu doktorsku disertaciju.

**Zategnute površinske konstrukcije – praktičan vodič za kablovske i membranske konstrukcije** (Seidel 2009) predstavlja još jedno važno delo među literaturom o membranskim konstrukcijama. U ovom delu opširno su analizirani materijali i proces izgradnje zategnutih površinskih konstrukcija. Knjiga predstavlja detaljno uputstvo koje je od velike pomoći pre svega inženjerima koji se bave izgradnjom zategnutih površinskih konstrukcija. U njoj je stavljen akcenat na praktičnu primenu ovih konstrukcija i ona obiluje mnoštvom korisnih fotografija i ilustracija.

**Monografija Zategnute tekstilne konstrukcije – dizajn, projektovanje, izgradnja** (Huntington 2013) se po obrađenoj tematiki donekle preklapa sa već pomenutim delima. U

njoj su obrađene teme istorijata tekstilnih konstrukcija, procesa projektovanja, membranskih materijala, opterećenja, nalaženja forme, analize opterećenja, veza, ostalih karakteristika, prefabrikacije i montaže. Za ovu doktorsku disertaciju monografija je od velike važnosti jer se u njoj izričito savetuje da bi membranske konstrukcije trebalo proveriti i na dejstvo koncentrisane sile intenziteta od 1,33 kN. Na taj način otklonjene su nedoumice oko tumačenja standarda ASCE/SEI 7-10, jer su neki projektanti zastupali ideju da uključivanje dejstva koncentrisane sile u proračun nije obavezujuće s obzirom na to da taj standard nije pisan specijalno za membranske konstrukcije. I pored tumačenja datog u ovoj monografiji, danas još uvek nije redak slučaj da se dejstvo koncentrisane sile zanemaruje u proračunu membranskih konstrukcija.

## 2.2. Kratak pregled literature

### 2.2.1. Toplotno izolacione karakteristike

Kao jedan od najvećih nedostataka membranskih konstrukcija često se ističe njihov mali otpor prolazu toplove. Ovo je posledica pre svega male debljine membrane, a rezultuje povećanom potrošnjom energije u zatvorenim objektima. Najznačajnije istraživanje vezano za ovu temu izvršio je Harvi u svojoj doktorskoj disertaciji (Harvie 1996). On je ispitivao termičke karakteristike zatvorenih objekata pokrivenih membranskim konstrukcijama. Devilder je u svojoj doktorskoj disertaciji predstavio numerički model za predviđanje termičkog ponašanja membranskih konstrukcija u odnosu na promene u spoljašnjim uslovima (Devulder 2004). Ispitivanje uticaja otvorenih membranskih konstrukcija na okolinu izvršili su He i Hoyano i objavili u dva rada (He, Hoyano 2009; He, Hoyano 2010). Svoj predlog za unapređenje termičkih karakteristika membranskih konstrukcija dao je i Karvat (Karwath 2011). Elnokali je sprovedla CFD analizu uticaja membranskih konstrukcija na promenu mikroklimatskih uslova u toplim i suvim regionima (Elnokaly 2014). Elnokali, Čilton i Wilson su ispitivali uticaj prostora pokrivenih i polupokrivenih membranskim konstrukcijama na okolinu (Elnokaly, Chilton, Wilson 2003). Rajman, Kner, Vajshun i Blum su kroz simulaciju ispitivali godišnju potrebu za energijom konstrukcija sa dva i više slojeva membrane (Reimann, Kneer, Weissuhn, Blum 2011). Devilder, Wilson i Čilton su istraživali termičke karakteristike zgrada pokrivenih jednoslojnim membranskim konstrukcijama (Devulder, Wilson, Chilton 2007). Zaki, Al-Turki i Fatani istraživali su konvekciju unutar šatora pokrivenog tekstilnim materijalom (Zaki, Al-Turki, Fatani 1993). Hernandezova je istraživala uticaj membranskog pokrivača na dnevno osvetljenje prostora koji on pokriva

(Hernandez 2006). Broj istraživanja iz ove uže oblasti je relativno mali. Uticaj membranskih konstrukcija na prostor koji pokrivaju nije dovoljno istražen i definitivno nudi mogućnost za dalje istraživanje i unapređivanje.

### 2.2.2. Optimizacija

Proračun membranskih konstrukcija usko je vezan za mogućnost njihove optimizacije. Bridžins, Gosling i Birčal prikazali su proces projektovanja i proračuna na primeru jedne membranske konstrukcije sa pratećim objašnjenjima i mogućnostima za unapređenje (Bridgens, Gosling, Birchall 2004a). Din, Rezei, Pustytiens i drugi ispitivali su membransku konstrukciju putem numeričkog modela korišćenjem nelinearne analize i metode konačnih elemenata i uporedili rezultate sa rezultatima dobijenim merenjem na realnom modelu (Dinh, Rezaei, Pustytiens et al. 2015). Gil i Bone istraživali su primenu metoda konačnih elemenata u proračunu prednapregnutih membrana (Gil, Bonet 2006). Gosling, Bridžins, Albreht i drugi sproveli su opsežno istraživanje o načinima i rezultatima proračuna membranskih konstrukcija i zaključili da je neophodno usaglašavanje metodologije (Gosling, Bridgens, Albrecht et al. 2013). Gosling, Bridžins i Žang istraživali su usvajanje kriterijuma pouzdanosti kod proračuna membranskih konstrukcija (Gosling, Bridgens, Zhang 2013). Luisova je dala pregled i tumačenje najčešćih problema vezanih za projektovanje, modelovanje i proračunavanje membranskih konstrukcija (Lewis 2013). Majorana, Salomoni, Macuko i Pauleti prikazali su proces modelovanja i proračuna membranske konstrukcije i njenih veza na studiji slučaja – crkva u Fortalezi (Majorana, Salomoni, Mazzucco, Pauleti 2010). Tong i Čen su na primeru jednog objekta analizirali postupak dobijanja forme i proračuna zategnute kablovsko-membranske strukture (Tong, Chan 2008). Pargana, Lojd-Smit i Izudin predstavili su nove konačne elemente za potpuno integrisani dizajn i proračun zategnutih membranskih konstrukcija (Pargana, Lloyd-Smith, Izzuddin 2010). Ciatas i Kacikadelis izložili su metod za rešavanje problema elastičnih ravnih ili prostornih membrana sa elastičnim fleksibilnim kablovima (Tsiatas, Katsikadelis 2011). Milošević, Kostić i Đurić-Mijović ispitivali su mogućnosti optimizacije membranskih konstrukcija inkrementalnim nanošenjem proračunskog opterećenja snegom (Milošević, Kostić, Đurić-Mijović 2015). Mollaert, Devos, Pil i De Laet daju poređenje proračuna iz 1958. godine i danas (Mollaert, Devos, Pyl, De Laet 2015).

### 2.2.3. Oslonci

U istraživanjima su takođe razmatrani i problemi vezani za oslonačku konstrukciju. Ona je kod membranskih konstrukcija najčešće čelična, ali je moguće izvoditi je i od drugih materijala. Jermoljev i Mačacek su ispitivali integraciju čelične konstrukcije i prednapregnutih membrana i mogućnosti njihove analize (Jermoljev, Machacek 2012). Li i Čen predlažu integriranu nelinearnu analizu putem konačnih elemenata pri kojoj se uzima u obzir interakcija između membrane i fleksibilne oslonačke konstrukcije (Li, Chan 2004). Ohsaki, Nakadžima, Fudživara i Takeda predložili su metod za optimizaciju veza kod krutih ivica membranskih konstrukcija (Ohsaki, Nakajima, Fujiwara, Takeda 2011). Milošević i Kostić ispitivali su zavisnost membranskih sila od prednaprezanja i graničnih uslova kod membranskih konstrukcija (Milošević, Kostić 2012). Tanev je teorijski i eksperimentalno ispitivao ponašanje konusne membrane sa čeličnom oslonačkom konstrukcijom (Tanev 2005).

### 2.2.4. Materijali

Membranski materijali imaju značajno drugačije karakteristike u odnosu na klasične građevinske materijale. Zbog toga je veliki broj istraživanja posvećen ispitivanju ovih karakteristika. Bridžins i Birčal istraživali su značaj karakteristika membranskog materijala u projektovanju zategnutih tekstilnih konstrukcija (Bridgens, Birchall 2012). Rezultati ovog istraživanja doneli su nova saznanja o važnosti odabira materijala i njegovom uticaju na strukturalne performanse konstrukcije, ali u istraživanju nisu uzete u obzir koncentrisane sile. Bridžins i Gosling ispitivali su odnos napona i izduženja tkanog tekstilnog materijala kakav se koristi kod membranskih konstrukcija (Bridgens, Gosling 2004). Bridžins, Gosling i Birčal dali su pregled karakteristika membranskih materijala, kao i predlog za unapređenje procesa njihovog testiranja (Bridgens, Gosling, Birchall 2004b). Kolman, Bridžins, Gosling, Jou i Hsu istraživali su smicanje membranskih materijala pod dejstvom dvoosovinskog zatezanja (Colman, Bridgens, Gosling, Jou, Hsu 2014). Din, Rezai, De Laet i drugi predložili su novi elasto-plastični model za tekstilne materijale (Dinh, Rezaei, De Laet et al. 2014). Gosling i Bridžins daju novo viđenje veze između testiranja materijala i proračuna membranskih konstrukcija (Gosling, Bridgens 2008). Pargana, Lojd-Smit i Izudin predložili su unapređeni model za materijal koji se koristi kod membranskih konstrukcija (Pargana, Lloyd-Smith, Izzuddin 2007), a zatim su Pargana i Leitao predložili novi, uprošćeni model (Pargana, Leitao 2015). Šostkiewicz-Šatan i Hamelin istraživali su krutost membrane koje se koriste kod zategnutih konstrukcija (Szostkiewicz-Chatain, Hamelin 1998). Galio i Luksinger predložili

su novi model za opisivanje nelinearnog dvoosovinskog ponašanja PVC membranskih materijala u proračunu metodom konačnih elemenata (Galliot, Luchsinger 2009). Isti autori predložili su novi metod za ispitivanje smicanja membranskog materijala (Galliot, Luchsinger 2010a; Galliot, Luchsinger 2010b). Jingjing, Kilin, Ke i Baj-Iei eksperimentalno su analizirali ponašanje PTFE membrana pod dejstvom opterećenja (Yingying, Qilin, Ke, Bei-Iei 2013). Žang, Žang, Jang, Čen i Cao ispitivali su zavisnost ponašanja membranskih materijala od opterećenja i njegove posledice na statičko ponašanje membranskih konstrukcija (Zhang, Zhang, Yang, Chen, Cao 2015). Žang, Žang, Žou i Žou ispitivali su mehaničke karakteristike PTFE membrana (Zhang, Zhang, Zhou, Zhou 2010). Ambroziak je samostalno i sa Klosovskim ispitivao mehaničke karakteristike membranskih materijala (Ambroziak 2005; Ambroziak 2015; Ambroziak, Kłosowski 2014). Čen, Ju, Guo, Fangueiro i Ki formirali su mehanički model za predviđanje ponašanja tkanih membranskih materijala pod jednoosovinskim i dvoosovinskim zatezanjem (Chen, Yu, Guo, Fangueiro, Qi 2011). Milošević je obrađivao primenu tekstilnih konstruktivnih materijala u arhitekturi (Milošević 2013). Bridžins, Gosling i Hsu upoređivali su različite testove za ispitivanje membranskih materijala (Bridgens, Gosling, Hsu 2012). Uleman je u svojoj doktorskoj disertaciji istraživao elastične konstante membranskih materijala (Uhlemann 2016). Želja svih učesnika u procesu nastanka membranskih konstrukcija, kako proizvođača materijala, tako i projektanata konstrukcije i investitora, jeste da se svojstva membranskih materijala dalje unapređuju, tako da oni dobiju na trajnosti, pouzdanosti i mehaničkim karakteristikama. Stoga se mogu očekivati dalja poboljšanja u oblasti membranskih materijala, koja će omogućiti i napredak u oblasti membranskih konstrukcija.

### **2.3. Ostali izvori**

Stručna organizacija TensiNet okuplja eksperte iz nauke i prakse iz oblasti zategnutih konstrukcija. Ova organizacija imala je ključnu ulogu u formiranju Evropskog uputstva za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija (Forster, Mollaert 2004). Osim toga, objavljuje i publikaciju „TensiNews“, koja izlazi dva puta godišnje i do sada su objavljena 32 broja (TensiNews 2001–2017). Publikacija sadrži tekstove o profesionalnim i naučnim dostignućima iz oblasti zategnutih konstrukcija, ali i najave konferencija i konkursa iz ove oblasti, pa je zbog toga važna za sve koji se bave membranskim konstrukcijama.

Bitno je istaći da postoje i konferencije koje su već duži niz godina posvećene temi membranskih i zategnutih konstrukcija. Jednu od njih organizuje već pomenuta organizacija

TensiNet, i ova konferencija je do sada održana 2003., 2007., 2010., 2013. i 2016. godine (TensiNet 2010). Veoma je značajna i konferencija „Strukturalne membrane“ koju bienalno organizuje Internacionalni centar za numeričke metode u inženjerstvu (International Center for Numerical Methods in Engineering) od 2003. godine do danas (Onate, Kroplin 2003; Onate, Kroplin 2008; Onate, Kroplin, Bletzinger 2011; Bletzinger, Kroplin, Onate 2013; Onate, Bletzinger, Kroplin 2015). Radovi o membranskim konstrukcijama mogu se naći i na konferencijama koje organizuje Internacionalna asocijacija za ljske i prostorne konstrukcije (International Association for Shell and Spatial Structures). Takođe, postoje i konferencije koje su pre svega vezane za tekstilne materijale, ali imaju i teme vezane za tekstilnu arhitekturu poput Internacionalne konferencije o tekstu (International Textile Conference), Tehtekstila (Techtextile), Tekstilnih krovova (Textile Roofs), Esenskog simpozijuma gradnje membrana (Essener Membranbau Symposium), Ahen-Drezdenske internacionalne konferencije o tekstu (Aachen-Dresden International Textile Conference) i drugih.

## 2.4. Istraživanja geometrije membranskih konstrukcija

Najveći broj istraživanja o membranskim konstrukcijama vezan je za probleme njihove geometrije. Toj temi pripada i ova doktorska disertacija. Stromajer je popisao neke od prvih savremenih tekstilnih konstrukcija u svetu (Stromeyer 1970). Berger je dao pregled forme i funkcije zategnutih konstrukcija koje se koriste kod trajnih zgrada (Berger 1999). Međutim, u okviru istraživanja geometrije membranskih konstrukcija može se izvršiti podela na nekoliko oblasti. Do sada je istraživano dobijanje forme membranskih konstrukcija, mapiranje njihove forme na ravanske površi i problemi vezani za nabore koji se pojavljuju kod membrana, ali promena geometrije pod dejstvom spoljašnjih sila nije detaljno istraživana.

### 2.4.1. Minimalne površi

Još od svog nastanka membranske konstrukcije su usko vezane za minimalne površi. Postoji više načina da se definiše minimalna površ. U matematici jedna od definicija minimalne površi glasi da je kod minimalne površi srednja krivina u svakoj tački jednaka nuli. U arhitekturi je prihvatljivija definicija da je minimalna površ ona površ koja ima najmanju površinu za zadatu granicu. Za građevinarstvo je značajno da je u svakoj tački minimalne površi naprezanje jednak u svim pravcima. Postoje stabilne i nestabilne minimalne površi, ali za svaku zadatu granicu postoji najviše jedna stabilna minimalna površ. Moguće je zadati i takve granice za koje ne postoji stabilna minimalna površ. Membranske konstrukcije nastaju po uzoru na stabilne minimalne površi (Lewis 1997). U odeljku 1.2.2. već je rečeno da su u

nedostatku boljih metoda za kreiranje geometrije korišćeni modeli od sapunice. Danas postoje matematičke metode pomoću kojih se određuje geometrijska forma membranskih konstrukcija, i njima je posvećen sledeći odeljak.

#### **2.4.2. Savremene metode kreiranja geometrije membranskih konstrukcija**

Kreiranje geometrijske forme je osnovni problem kod membranskih konstrukcija. Budući da postoji svega nekoliko minimalnih površi koje je moguće potpuno tačno matematički opisati, bilo je neophodno razviti metode koje sa određenom tolerancijom definišu površi bliske minimalnim površima za različite zadate granice. Luisova u svom doktoratu deli metode određivanja geometrije površi membranskih konstrukcija na one koje koriste vektore i one koje koriste matrice (Lewis 1997). Lipkovski u svom doktoratu „Optimalnost primene numeričkih metoda određivanja početne i deformisane geometrije membranskih konstrukcija“ (Lipkovski 2015) daje klasifikacije metoda koje se koriste za dobijanje početne forme membranskih konstrukcija. Prema Luisovoj (Lewis 2003) može se izvršiti klasifikacija na tri grupe metoda:

- metoda privremene krutosti (Transient Stiffness Method),
- metoda gustine sile (Force Density Method),
- metoda dinamičke relaksacije (Dynamic Relaxation Method).

Vinedal i Blok (Veenendaal, Block 2012) nešto drugačije sistematizuju ove metode, i kažu da postoje:

- metode matrice krutosti (Stiffness matrix Methods),
- metode geometrijske krutosti (Geometric Stiffness Methods),
- metode dinamičke ravnoteže (Dynamic Equilibrium Methods).

Njihova sistematizacija uz određena odstupanja odgovara onoj koju je dala Luisova (Lewis 2003). Ova autorka daje i detaljna objašnjenja svake od ovih metoda. One će biti samo ukratko predstavljene.

Metoda privremene ili trenutne krutosti nastala je od metode matrice krutosti koja se koristila kod konstrukcija koje imaju linearan odnos između naprezanja i pomeranja. Kako membranske konstrukcije imaju geometrijsku nelinearnost, metoda matrice krutosti morala je da bude adaptirana. Metoda privremene krutosti koristi iterativni postupak u kome se u svakom koraku računa nova matrica krutosti sistema. Nova matrica krutosti se računa imajući u vidu novu geometriju sistema, budući da u svakom koraku dolazi do pomeranja. Iteracije se

ponavljuju dok rezidualne sile ne budu bliske nuli. Najznačajnija istraživanja data su u radovima (Siev, Eidelman 1964; Haug, Powell 1971; Argyris, Angelopoulos, Bichat 1974).

Metoda gustine sile koristi pretpostavku da je odnos intenziteta sile u kablovima i dužine kabla konstantan. Na ovaj način sistem nelinearnih jednačina pretvara se u sistem linearnih jednačina, što omogućava lakše rešavanje sistema jednačina. Iako je prvo bitno razvijena za korišćenje kod kablovske konstrukcije, ova metoda može da se primeni i na membranske konstrukcije. Pored klasifikacije i objašnjenja koje daje Luisova (Lewis 2003), treba pomenuti da postoji i metoda ažuriranja referentnog položaja (Updated Reference Strategy) koja predstavlja generalizovanu metodu gustine sile. Najznačajnija istraživanja ove metode data su u radovima (Linkwitz, Schek 1971; Schek 1974; Haber, Abel 1982).

Metoda dinamičke relaksacije zahteva da se masa sistema rasporedi tako da bude koncentrisana u čvorovima. Sistem dolazi u ravnotežu tako što se oscilovanje masa u čvorovima prigušuje. Ranije je korišćena metoda viskoznih prigušenja kod koje se oscilacije umanjuju vremenom, sve dok sistem ne dođe u stanje mirovanja. Danas se zbog bolje efikasnosti primeni metoda kinetičkog prigušenja. Kod ove metode oscilovanje čvora se zaustavlja u trenutku kada on ima maksimalnu kinetičku energiju, odnosno minimalnu potencijalnu energiju. Na ovaj način se čitav sistem postepeno dovodi do stanja mirovanja. Najznačajnija istraživanja data su u radovima (Day 1965; Day, Bunce 1970; Barnes 1977; Barnes, Wakefield 1984; Barnes 1988; Barnes 1999).

#### **2.4.3. Istraživanja o kreiranju forme**

Bone i Mahani dali su predlog unapređenja metode ažuriranja referentnog položaja kroz minimiziranje distorzije mreže (Bonet, Mahaney 2001). Bru i Luisova predstavili su svoje istraživanje dobijanja forme zategnutih membranskih konstrukcija kroz pristup nekorišćenja konačnih elemenata u tri rada (Brew, Lewis 2003a; Brew, Lewis 2003b; Brew, Lewis 2003c), a isti autori istraživali su i modelovanje zategnutih membrana koristeći krivolinijske bikubične spline (Brew, Lewis 2007). Blecinger je dao značajan doprinos izračunavanju forme membranskih konstrukcija. On se sa saradnicima bavi metodom ažuriranja referentnog položaja u nekoliko radova (Bletzinger, Ramm 1999; Bletzinger, Ramm 2001; Bletzinger, Wuncher, Daoud, Camprubi 2005; Wuncher, Bletzinger 2005; Bletzinger, Firl, Linhard, Wuncher 2010). Gosling i Luisova predlažu svoju verziju optimizacije membranskih konstrukcija kroz proračun forme (Gosling, Lewis 1996a; Gosling, Lewis 1996b). Kohestani predlaže unapređenje metode gustine sile (Kohestani 2014). Miki, Adriensens, Igaraši i

Kavaguči predlažu unapređenje metode dinamičke relaksacije (Miki, Adriaenssens, Igarashi, Kawaguchi 2014). Šimoda i Jamane predložili su numerički metod za dobijanje forme minimalne površi membrane (Shimoda, Yamane 2015). Milošević i Nikolić ispitivali su odnos između sila i forme membranskih konstrukcija (Milošević, Nikolić 2012). Vedorn-Rojtmejr je svoju disertaciju posvetio softveru koji treba da olakša preliminarni dizajn membranskih konstrukcija (Wehdorn-Roithmayr 2003). Lin, Mils i Gosling razvili su sistem za videogrametrijsko praćenje izgrađenih membrana, što može da pomogne u ispitivanju forme membrane (Lin, Mills, Gosling 2008).

#### **2.4.4. Istraživanja o mapiranju i naborima kod membrana**

Mapiranje početne forme membrane na ravan je neophodno da bi one mogle da budu konstruisane u praksi. Bru i Luisova predložili su mapiranje zasnovano na splinama sa praćenjem stanja napona u membrani (Brew, Lewis 2013). Karbonel-Markez, Hurado-Pinja, Gil-Martin i Hernandez-Montez ispitivali su mogućnost očuvanja simetrije prilikom mapiranja kod zategnutih konstrukcija (Carbonell-Marquez, Jurado-Pina, Gil-Martin, Hernandez-Montes 2013). Kim i Li predlažu novu tehniku za dobijanje šema sečenja membranskog materijala (Kim, Lee 2002). Punurai, Tongpol i Morales prikazuju implementaciju genetičkog algoritma za optimalne šeme sečenja bez nastanka nabora (Punurai, Tongpool, Morales 2012). Rosi, Lacari, Vitaliani i Onate daju simulaciju membranske konstrukcije kroz model sa naborima (Rossi, Lazzari, Vitaliani, Onate 2005). Sunilkumar, Lalmoni, Roj, Rid i Vasu takođe obrađuju problem nabora kod membrane (Sunilkumar, Lalmoni, Roy, Reid, Vasu 2012).

Nabori su kod membrane nepoželjni, i teži se tome da se oni svedu na minimum, budući da je praktično nemoguće potpuno ih eliminisati. Akita, Nakašino, Natori i Park predložili su računarsku implementaciju nabora u okviru klasičnog modela materijala (Akita, Nakashino, Natori, Park 2007). Ding i Jang istraživali su probleme modelovanja i numeričke analize naboranih membrana (Ding, Yang 2003). Lu, Akorsi i Leonard predstavili su svoje rezultate u analizi nabora kod membranskih konstrukcija koje trpe velike deformacije (Lu, Accorsi, Leonard 2001). Li i Jun ispitivali su konačne elemente za analizu stvaranja nabora kod membranskih konstrukcija sa velikim deformacijama (Lee, Youn 2006). Jarasjarungkiat, Vunšer i Blecinger razmatrali su modele nabora kod izotropnih i ortotropnih membrana (Jarasjarungkiat, Wuncher, Bletzinger 2008).

#### **2.4.5. Istraživanja o promeni geometrije membranskih konstrukcija**

Velika pomeranja koja se događaju pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja kod membranskih konstrukcija bila su predmet svega nekoliko istraživanja. Kacikadelis i Ciatas ispitivali su proračun velikih deformacija membrane (Katsikadelis, Tsaias 2001), dinamičku analizu ravnih membrana (Katsikadelis, Tsaias 2003) i analizu velikih deformacija elastičnih membrana (Tsaias, Katsikadelis 2006). Pirs, King i Holdsvort analizirali su deformacije elastičnih zakriviljenih membrana pod dejstvom konveksnog krutog objekta (Pearce, King, Holdsworth 2011). Vainberg i Nef istraživali su velike deformacije i nabore na geometrijski tačnom modelu membrane (Weinberg, Neff 2008). Vu i Ting prikazuju velike deformacije membranskih konstrukcija pomoću elementa sa četiri čvora (Wu, Ting 2008). Zheng, Song He i drugi ispitivali su dinamički odgovor pravougaone membrane pod dejstvom udara (Zheng, Song, He et al. 2012). Milošević i Kostić razmatrali su problem velikih pomeranja kod membranskih konstrukcija (Milošević, Kostić 2012).

### **2.5. Ispitivanje uticaja koncentrisanih sila na membranske konstrukcije**

Površinska opterećenja bila su predmet više istraživanja, dok je broj istraživanja vezanih za koncentrisane sile mali. Selvadurai je ispitivao ugibe gumenih membrana pod dejstvom koncentrisane sile (Selvadurai 2006). Valdes, Miguel i Onate dali su novu metodologiju za analizu ortotropnih i prednapregnutih membranskih konstrukcija pomoću trougaonih konačnih elemenata (Valdes, Miguel, Onate 2009). U istom radu je testirana i promena geometrije ravne membrane pod dejstvom koncentrisane sile. Milošević, Marković i Kostić analizirali su promene geometrije membranskih konstrukcija oblika hiperboličkog paraboloida pod dejstvom koncentrisane sile (Milošević, Marković, Kostić 2014). Milošević je ispitivao zavisnost ugiba membrane od pozicije i intenziteta koncentrisane sile (Milošević 2015). Milošević, Marković i Stojić analizirali su efekte koncentrisanih sila na membranske konstrukcije (Milošević, Marković, Stojić 2017), a isti autori ispitivali su i značaj prednaprezaanja na pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile (Milošević, Marković, Stojić 2016). Milošević i Marković su istraživali uticaj oblika osnove membranske konstrukcije na pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile (Milošević, Marković 2016).

## 2.6. Pozicija planiranih istraživanja ove doktorske disertacije među postojećom literaturom

Nakon uvida u do sada objavljenu literaturu mogu se doneti zaključci o trenutnim saznanjima i regulativi vezanoj za delovanje koncentrisanih sila na membranske konstrukcije. U Sjedinjenim Američkim Državama je pravilnikom propisano da koncentrisane sile treba uzimati u obzir u proračunu konstrukcija kod kojih je moguće da radnik hoda po krovnoj konstrukciji. Ovo se, po svemu sudeći, mora odnositi i na membranske konstrukcije. U Evropi još uvek ne postoji zajednički pravilnik na ovu temu, međutim, u toku je izrada Evrokoda o membranskim konstrukcijama. Ovaj Evrokod biće vezan za Evrokod 1 (EN1991-2002) u kome su propisana opterećenja koja treba uzimati u proračunu. Slično kao i u američkom pravilniku o opterećenjima koja deluju na konstrukcije (ASCE 2010b), i u Evrokodu 1 je definisana vrednost koncentrisane sile za krovove kod kojih je moguće kretanje radnika po krovu. Stoga je izvesno da će i na evropskom kontinentu u skorijoj budućnosti biti obavezno uključivati koncentrisane sile u proračun membranskih konstrukcija. Uprkos ovome, literatura koja je dostupna je izuzetno oskudna u oblasti dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije. Dve su glavne posledice dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije:

- promena geometrije konstrukcije,
- promena sile u membrani.

Ova doktorska disertacija bavi se promenama geometrije pod dejstvom koncentrisanih sila. Ona treba da pomogne u sveobuhvatnijem sagledavanju dejstva koncentrisanih sila na promenu geometrije membranskih konstrukcija i otkrivanju uzročno-posledičnih veza između parametara opterećenja, membranskog materijala i oslonca i promene geometrije. Rezultati ove doktorske disertacije treba da pruže nova saznanja koja će da olakšaju buduće uključivanje koncentrisanih sila u projektovanje montažnih membranskih konstrukcija.

### 3. Metodologija istraživanja

Istraživanje promene geometrije membranskih konstrukcija pod dejstvom koncentrisane sile izvedeno je ispitivanjem na numeričkim modelima. Numerički modeli formirani su u specijalizovanom softveru Sofistik 2016 (Sofistik 2015a) koji omogućava analizu membranskih konstrukcija i već je korišćen u njihovim istraživanjima. Osim korišćenog softvera, u svetu se za ispitivanje i projektovanje membranskih konstrukcija primenjuju se i Oasys, Easy, ixCube i drugi softveri. Softver Sofistik izabran je kao odgovarajući, s obzirom na predmet istraživanja ove disertacije. Ispitivanje je izvedeno kao parametarska analiza membranskih konstrukcija malog i srednjeg raspona. Variranjem vrednosti odabranih parametara koji se odnose na opterećenje, membranski materijal i oslonce dolazi se do zaključka o njihovom uticaju na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Najpre su vršena preliminarna ispitivanja koja su potvrđila opravdanost predloženog istraživanja. U prvoj fazi istraživanja definisan je nulti model na kome je sistematično variran jedan po jedan parametar, da bi se utvrdila uzročno-posledična veza između analiziranih parametara i rezultujuće promene geometrije. U drugoj fazi formiran je veliki broj modela sa različitim karakteristikama. Ovi modeli su opterećivani i praćene su promene geometrije, kako bi se utvrdio uticaj ispitivanih parametara na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.

#### 3.1. Formiranje numeričkog modela

Za kreiranje i analizu numeričkih modela primjenjen je softver Sofistik koji koristi metod konačnih elemenata u analizi konstrukcija. Kod analize membranskih konstrukcija opterećenja se prenose samo normalnim silama. Za membranske elemente mogu da se koriste samo proračuni sa velikim deformacijama po teoriji trećeg reda. U programu su membranski elementi definisani sledećim karakteristikama (Sofistik 2015b):

- imaju samo membranske sile i momente,
- imaju velika izduženja i rotacije,
- imaju velika uvrtanja i prenose membranske sile u adekvatnom pravcu,
- moguće je korišćenje elemenata sa tri ili četiri čvora,
- moguće je definisati izotropno i ortotropno prednaprezanje,
- tokom proračuna forme moguće je isključiti promene napona,
- moguće je prekidanje proračuna kada se pojave sile pritiska,
- materijal membranskog elementa ima ortotropna linearne elastična svojstva.

Membranski elementi su tipa QUAD. U proračunu forme membranske konstrukcije koristi se modifikovana metoda gustine sile. Krutost membrane sastoji se od krutosti u ravni i krutosti od prednaprezanja. Veza između naprezanja i deformacija je sledeća (Sofistik 2015b):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \vartheta^2} \cdot \begin{bmatrix} E_x & \vartheta \cdot E_y & 0 \\ \vartheta \cdot E_x & E_y & 0 \\ 0 & 0 & G \cdot (1 - \vartheta^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

$E_x$  - moduo elastičnosti u lokalnom x pravcu,

$E_y$  - moduo elastičnosti u lokalnom y pravcu,

$G$  - moduo smicanja,

$\vartheta$  - Poasonov koeficijent.

Za definisanje numeričkog modela membranske konstrukcije u korišćenom softveru potrebno je zadati sledeće ulazne podatke:

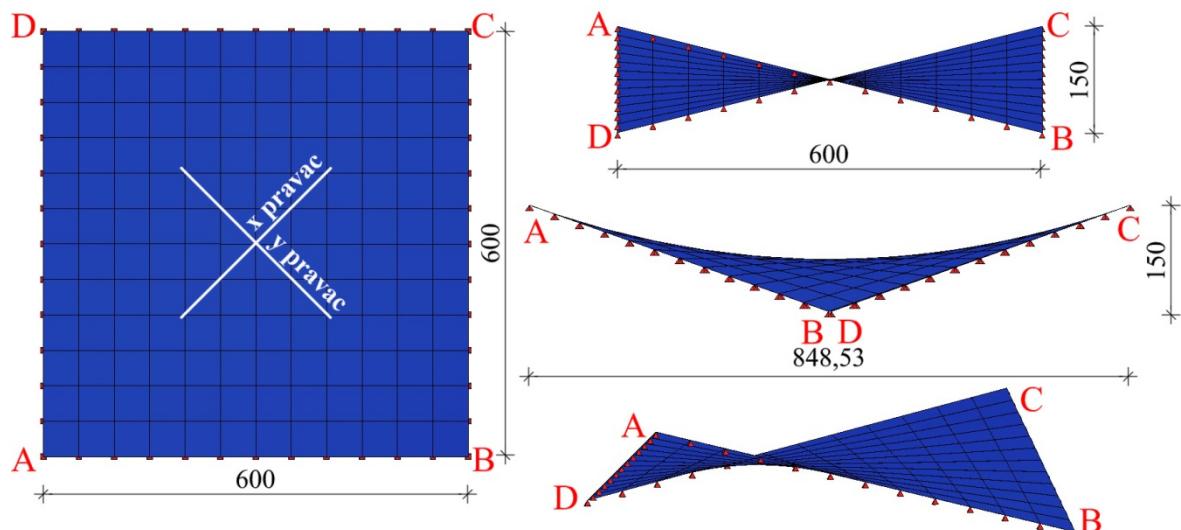
- veličinu i oblik osnove,
- prostorni raspored, tip i karakteristike oslonaca,
- karakteristike ivičnih oslonaca,
- karakteristike materijala,
- parametre vezane za definisanje konačnih elemenata,
- intenzitete sila prednaprezanja,
- parametre vezane za proračun kreiranja forme,
- parametre opterećenja,
- parametre vezane za proračun opterećenja.

Zadavanje veličine i oblika osnove vrši se u trodimenzionalnom okruženju AutoCAD softvera, nakon čega se određuje prostorni raspored oslonaca. Tip i karakteristike oslonaca zadaju se u predefinisanim potprogramima Sofistika, isto kao i karakteristike ivičnih oslonaca. Svi ostali podaci unose se preko programa koje formira sam korisnik Sofistika. Za definisanje ovih programa neophodno je poznavanje programskog jezika CADINP koji se koristi u Sofistiku. Ovaj jezik nudi jako širok spektar mogućnosti koje programerima, odnosno korisnicima programa, daju veliku slobodu u formirajući i analizi različitih tipova konstrukcija. Posebni programi pišu se za definisanje materijala, dobijanje forme membranske konstrukcije, zadavanje i proračun opterećenja. Zadavanje materijala je olakšano činjenicom da postoji biblioteka definisanih materijala koji se najčešće koriste u

građevinarstvu, pri čemu je njihove karakteristike moguće menjati. Prilikom definisanja programa za proračun forme i opterećenja definiše se i teorija po kojoj se vrši proračun, broj iteracija i preciznost proračuna. Nakon dobijanja rezultata moguće je izvršiti njihovu kontrolu i pregledanje u vidu datoteke ili u specijalnom grafičkom modulu koji nudi mnogobrojne mogućnosti za pregled i prezentaciju rezultata.

### 3.2. Nulti model

Jedna tipična membranska konstrukcija predstavljena je nultim modelom koji je korišćen u prvoj fazi ovog istraživanja kao polazna osnova za analizu svih parametara koji su bili predmet istraživanja. Nulti model ima osnovu oblika kvadrata ABCD sa dimenzijom stranice 6 metara. Dva naspramna temena A i C su u odnosu na druga dva temena B i D podignuta na visinu od 1,5 m. Ivični oslonci su modelovani kao kruti i nepomerljivi. Pravac od jednog ka drugom višem temenu označen je sa x, a od jednog ka drugom nižem temenu sa y. Niti u membrani postavljene su tako da budu paralelne ovim pravcima, i to niti glavnog pravca paralelne sa x, a pomoćnog paralelne sa y. Membrana je prednapregnuta silom od 3 kN/m u oba pravca. Modulo elastičnosti membrane zadat je da bude jednak u oba pravca i iznosi 600 kN/m. Modulo smicanja membrane iznosi 25 kN/m. Poasonov koeficijent je 0,3 u oba pravca. Debljina membrane je 1 mm. Membrana je podeljena na konačne elemente tako da ih ima ukupno 144, odnosno da im veličina bude približno 50x50 cm. Zadato opterećenje je koncentrisana sila koja deluje u centru membrane sa intenzitetom od 1 kN i smerom vertikalno naniže. U obzir je uzeta i sopstvena težina konstrukcije. Proračun se vrši po teoriji trećeg reda sa dozvoljenom tolerancijom od 0,001 m. Na slici 21 prikazan je nulti model.



21 – Nulti model: osnova, izgledi i perspektiva

### 3.3. Analizirani parametri

Tokom ispitivanja uticaja koncentrisanog opterećenja na promenu geometrije membranskih konstrukcija analizirani su sledeći parametri:

- pozicija dejstva koncentrisane sile,
- intenzitet koncentrisane sile,
- intenziteti sila prednaprezanja membrane,
- moduo elastičnosti membranskog materijala,
- Poasonov koeficijent membranskog materijala,
- moduo smicanja membranskog materijala,
- orijentacija membranskog materijala,
- krutost ivičnih oslonaca,
- geometrija oslonaca.

Uticaj promene vrednosti navedenih parametara analiziran je najpre pri fiksnim, a zatim i pri promenljivim vrednostima ostalih parametara. Svaki parametar je u tekstu obrazložen i opisan je njegov značaj za membranske konstrukcije.

### 3.4. Planirani tok istraživanja

Prva faza istraživanja podrazumeva ispitivanje na definisanom nultom modelu. Svaki od devet izabranih parametara biće zasebno ispitivan da bi se utvrdilo kako promena vrednosti tog parametra utiče na veličinu promene geometrije izazvane dejstvom koncentrisane sile. Ispitivanje će biti izvršeno tako što će vrednost jednog parametra biti varirana, a veličina promene geometrije praćena. Pri tome će vrednosti svih ostalih parametara biti nepromenjene. Na osnovu tih rezultata biće moguće utvrditi kako se promene geometrije razlikuju u zavisnosti od promene vrednosti jednog parametra. Isti postupak biće ponavljen za svaki parametar, pa će se tako dobiti zaključci o uticaju svakog od njih na promene geometrije nultog modela pri dejstvu koncentrisane sile.

Ispitivane vrednosti parametara koje će biti korištene u prvoj fazi istraživanja birane su na nekoliko načina. Za parametre kod kojih je to bilo realno izvodljivo uzete su sve moguće vrednosti. Kod onih parametara kod kojih postoji prethodna istraživanja sa sličnom temom korištene su vrednosti iz tih istraživanja. Za ostale parametre vrednosti su odabrane iskustveno, tako da budu u skladu sa vrednostima koje se najčešće primenjuju u praksi. Od svih vrednosti ispitivanih u prvoj fazi, za svaki parametar biće odabrane one koje su

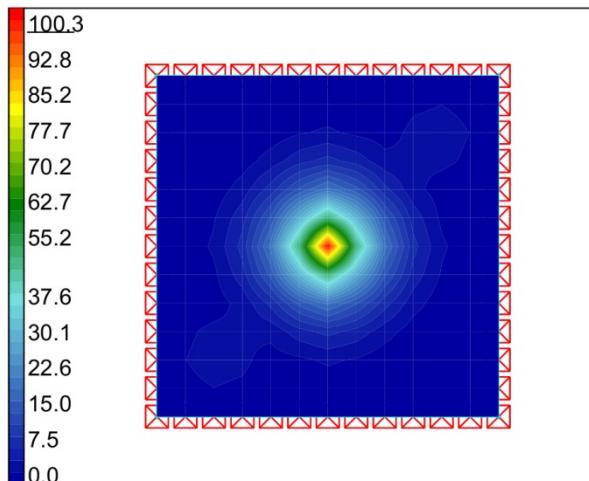
referentne, i koje će biti korišćene u drugoj fazi istraživanja. Selekcija će biti izvršena tako da ima dovoljno vrednosti na osnovu kojih bi se pratilo ponašanje membrane pod dejstvom koncentrisane sile, a da ih ne bude nepotrebno mnogo, jer bi to usporilo proces istraživanja.

Druga faza ispitivanja produbljuje istraživanje jer analizira veliki broj različitih modela. Dok će prva faza biti koncentrisana na tipičnu membransku konstrukciju predstavljenu nultim modelom čiji je po jedan parametar variran, u drugoj fazi će variranjem parametara biti formirani novi modeli. Vrednosti parametara koje će biti korišćene u drugoj fazi su one koje će u prvoj fazi biti izabrane kao referentne. Vrednosti svakog parametra biće kombinovane sa svakom vrednošću svih ostalih parametara. Svaka dobijena kombinacija predstavljaće jedan novi model koji će biti ispitivan. Ovi modeli će biti međusobno upoređivani kako bi se utvrdilo kakav uticaj na veličinu promena geometrije ima promena vrednosti jednog parametra pri različitim vrednostima drugih parametara. Na taj način obim istraživanja biće značajno uvećan jer će biti obuhvaćen veliki broj membranskih konstrukcija koje se mogu javiti u praksi. Na osnovu rezultata ispitivanja odrediće se uticaj i značaj svakog od analiziranih parametara za promene geometrije nastale dejstvom koncentrisane sile na membransku konstrukciju.

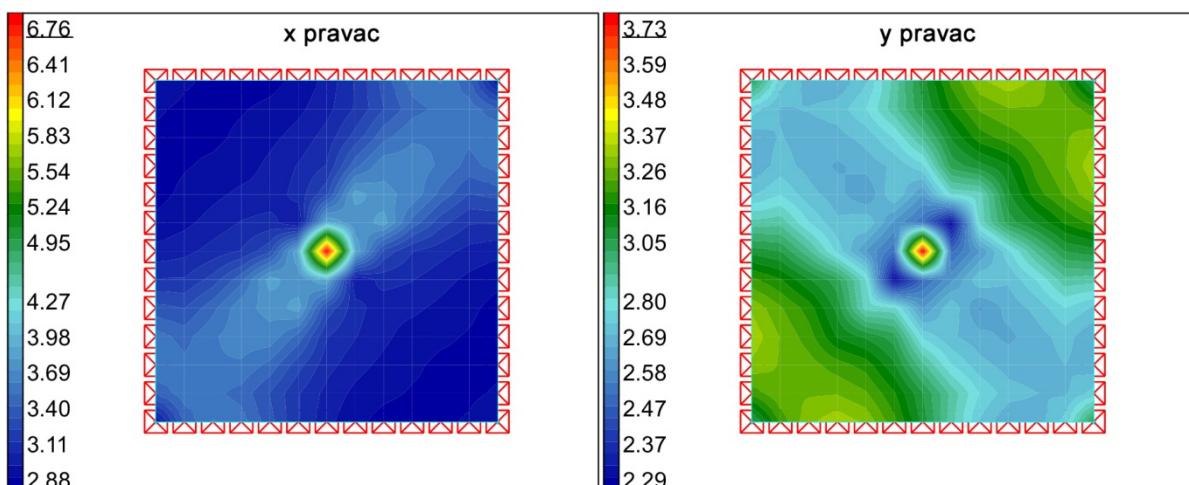
U drugoj fazi istraživanja, svaki od analiziranih modela biće opterećen i jednim površinskim opterećenjem, nezavisno od opterećenja koncentrisanom silom. Površinsko opterećenje biće izabранo tako da predstavlja uobičajeno opterećenje za analizirane konstrukcije. Ovaj deo istraživanja sproveden je kako bi se mogle uporediti promene geometrije od koncentrisane sile i od površinskog opterećenja. Na osnovu dobijenih rezultata moći će se dobiti zaključci o značaju dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije.

### 3.5. Posledice dejstva koncentrisanog opterećenja

Dejstvo koncentrisane sile na membranske konstrukcije ima značajan uticaj na promenu geometrije i promenu sila u membrani. Značaj dejstva koncentrisanih sila na druge aspekte, kao što su promena sila zatezanja u ivičnim kablovima i promena sila u osloncima, mnogo je manji (Milošević, Marković, Stojić 2017). Nasuprot tome, uobičajena površinska opterećenja imaju značajan uticaj na promenu svih pomenutih aspekata. Posledice dejstva koncentrisanih sila na promenu geometrije i promenu membranskih sila isto tako su jako lokalizovane, pri čemu veći deo membrane ne trpi velike posledice ovog dejstva. Slike 22 i 23 prikazuju posledice dejstva koncentrisane sile na nulti model. Na slikama su prikazane promene geometrije i membranske sile oba pravca.



22 – Promene geometrije u mm pod dejstvom koncentrisane sile u centru membrane



23 – Intenziteti membranskih sila u x i y pravcu u kN/m pod dejstvom koncentrisane sile u centru membrane

Istraživanje predstavljeno u ovom doktoratu bavi se promenama geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, pa promene koje ovo dejstvo izaziva na membranske sile neće biti detaljno razmatrane, već one predstavljaju jedan od mogućih pravaca daljeg istraživanja. Treba naglasiti da su intenziteti sila pod dejstvom koncentrisanog opterećenja drugačiji nego pod uobičajenim površinskim opterećenjem. Na ispitivanom modelu, maksimalni intenziteti sila u x i y pravcu su manji kod dejstva koncentrisane sile nego kod dejstva površinskog opterećenja, što je važno zbog dimenzionisanja same membrane. Takođe, koncentrisana sile izaziva drugačije promene u intenzitetima membranskih sila, jer dovodi do povećanja maksimalnog intenziteta sila u jednom i u drugom pravcu, dok površinska opterećenja obično dovode do povećanja intenziteta maksimalne sile zatezanja u jednom pravcu, a smanjenja u drugom. Promene u intenzitetu membranskih sila posledica su promene geometrije membrane, odnosno izduženja membranskog materijala. Kako površinska opterećenja

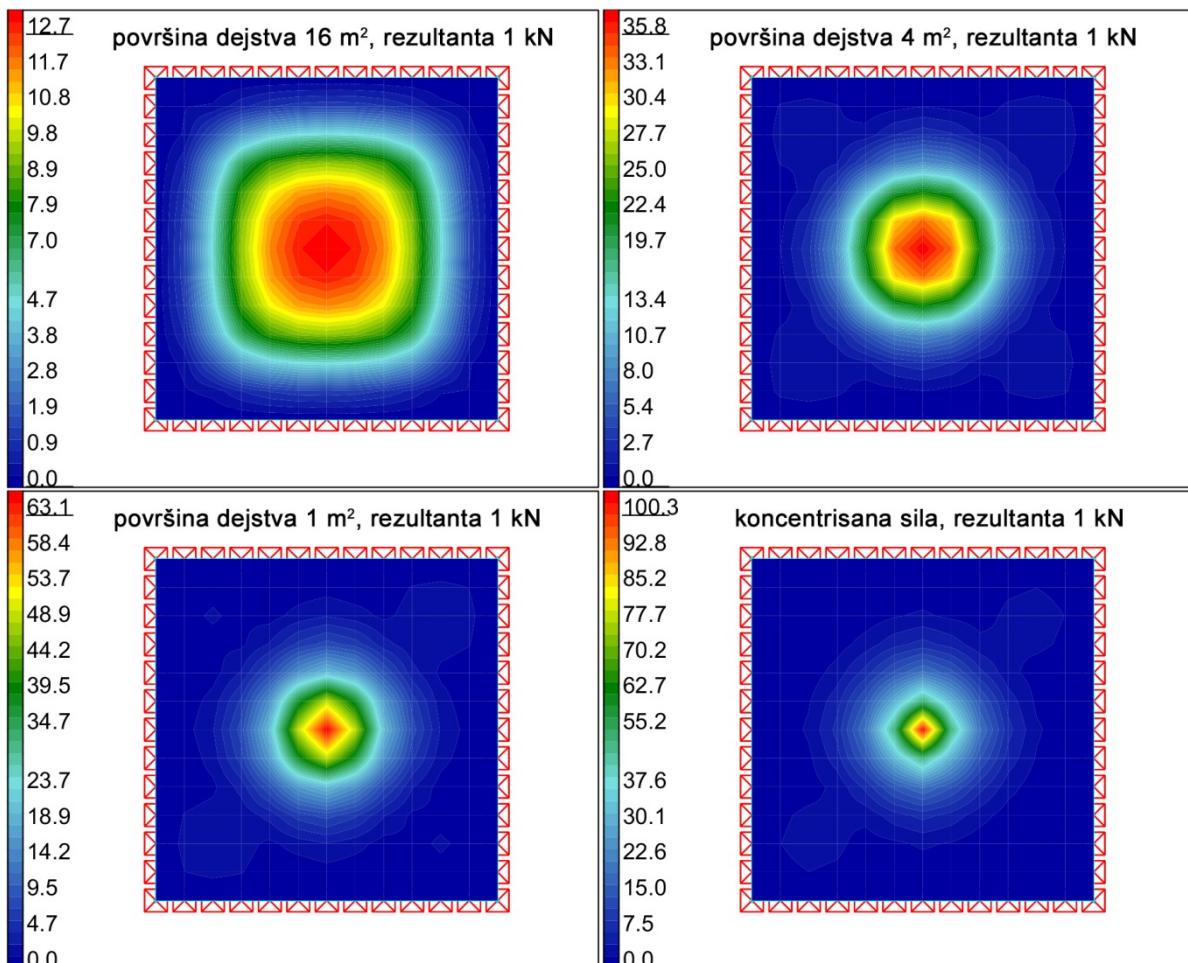
izdužuju niti jednog pravca, a smanjuju izduženja niti drugog pravca, tako se posledično i sile povećavaju i smanjuju. Koncentrisane sile dovode do izduženja niti oba pravca, pa se zato i sile u oba pravca povećavaju.

### 3.6. Koncentrisana ili opterećenja sa malom površinom

Tokom priprema za ovo istraživanje i u fazi preliminarnih ispitivanja postavilo se pitanje tumačenja koncentrisanog opterećenja. Naime, koncentrisana opterećenja najčešće izazivaju ljudi koji se nalaze na membrani. I u slučaju kada koncentrisano opterećenje nije izazvao čovek, malo je verovatno da će ono biti potpuno koncentrisano, odnosno da će imati zanemarljivo malu površinu delovanja. Zato je ispitana mogućnost da se opterećenje ne nanosi kao koncentrisana sila, već kao površinsko opterećenje koje deluje na maloj površini, čija bi rezultanta bila istog intenziteta kao i koncentrisano opterećenje. U tom slučaju trebalo bi odrediti kolika bi tačno bila površina nanošenja tog opterećenja. Nakon sprovedenih ispitivanja postalo je jasno da je dejstvo koncentrisane sile na promenu geometrije veće nego dejstvo površinskog opterećenja sa malom delujućom površinom. Što je delujuća površina manja to su i maksimalne promene geometrije membrane veće. Zbog toga je odlučeno da se ovo istraživanje sprovodi sa delujućom koncentrisanom silom, budući da je to najnepovoljniji mogući slučaj. Na slici 24 ilustrovano je delovanje površinskog i koncentrisanog opterećenja istih rezultanti.

Sva analizirana opterećenja predstavljena na slici 24 deluju vertikalno naniže i imaju rezultantu u centru membrane jednaku 1 kN. Na prvom delu slike prikazana je promena geometrije pod opterećenjem ravnomerno raspoređenim preko  $16 \text{ m}^2$ , na drugom delu površina dejstva je bila  $4 \text{ m}^2$ , na trećem  $1 \text{ m}^2$ , a na poslednjem pod dejstvom koncentrisane sile. Površinska opterećenja imaju kvadratnu površinu delovanja. U prvom slučaju maksimalna promena geometrije je 12,7 mm, i ona raste do maksimalnih 100,3 mm kod dejstva koncentrisane sile. Očigledno je da dejstvo koncentrisane sile ima najveći uticaj na promenu geometrije, te je ona kao takva i analizirana u ovom istraživanju. Uprkos tome što američki standard ASCE/SEI 7-10 (ASCE 2010b) navodi da koncentrisana opterećenja treba nanositi na površini od 762x762 mm, jasno je da dejstvo koncentrisane sile izaziva veće posledice ako se nanosi tako da deluje u jednoj tački. Budući da delovanje u jednoj tački izaziva nepovoljnije uticaje, i da je to jedan od principa koji se poštuje i u standardu ASCE/SEI 7-10, odlučeno je da se koncentrisano opterećenje u istraživanju ove doktorske disertacije nanosi tako da deluje u jednoj tački, odnosno kao koncentrisana sila. U prilog

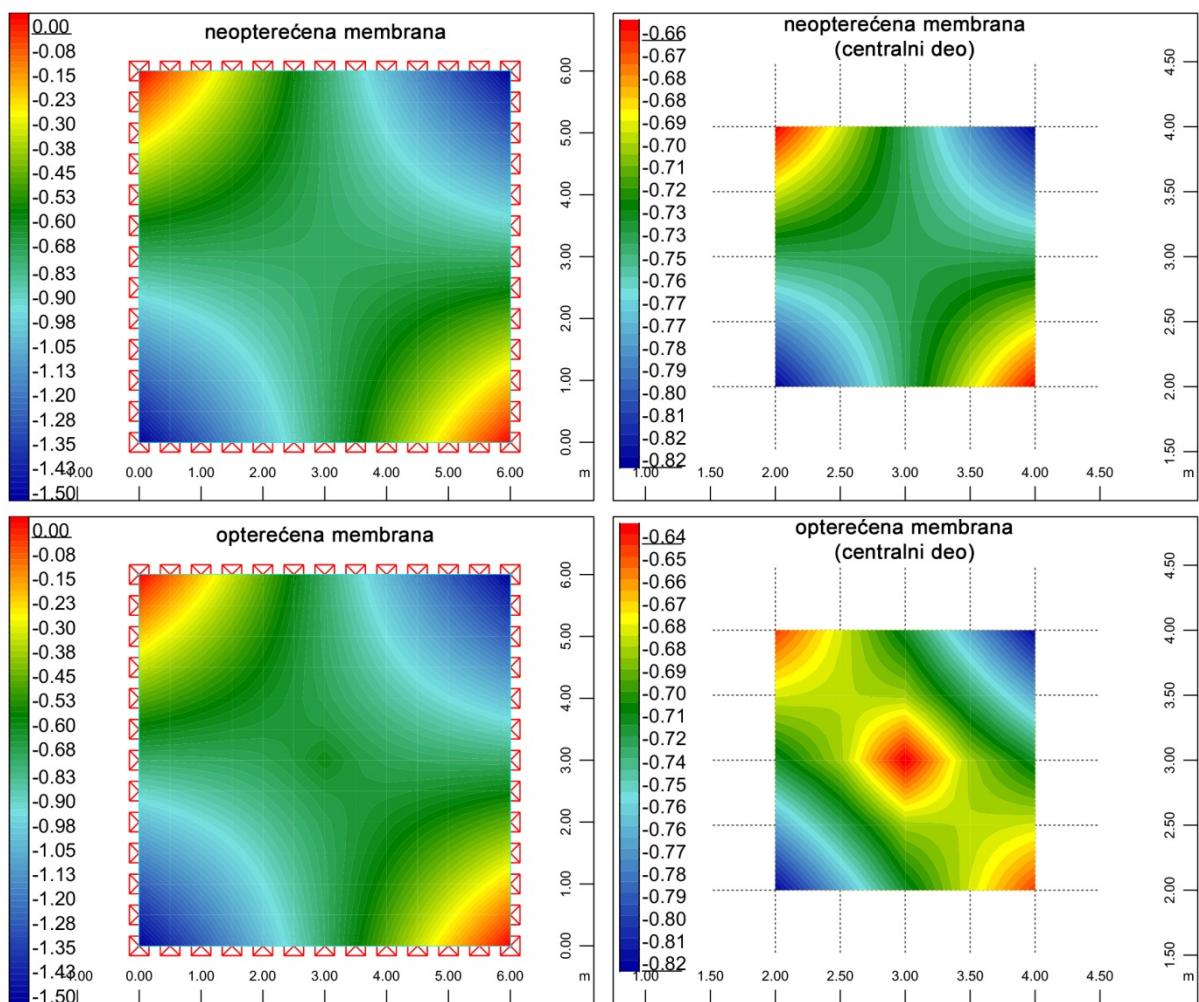
ovome govori i Evrokod 1 (EN1991 2002) u kome se ne navodi da koncentrisana opterećenja treba uzimati sa određenom površinom, iz čega sleduje da se apliciraju kao tačkasta opterećenja. Prema EN1991-1-6:2005 4.11.1 opterećenje od radnika tokom izgradnje konstrukcije treba da bude modelovano kao jednak podeljeno opterećenje aplicirano tako da izazove najnepovoljnije efekte. Dve tvrdnje iz prethodne rečenice su u slučaju membranskih konstrukcija u suprotnosti, jer se najnepovojniji efekti dobijaju modelovanjem koncentrisanom silom a ne jednakom podeljenim opterećenjem.



24 – Promene geometrije u mm pod dejstvom površinskog opterećenja i koncentrisane sile sa istom rezultantom

Dejstvo spoljašnjih opterećenja očigledno dovodi do velikih promena geometrije membranskih konstrukcija. Ovako velike promene geometrije mogu da dovedu do kontakta između membrane i površina koji se nalaze ispod nje, što može biti fatalno za konstrukciju. Međutim, postoji još jedan potencijalni problem. Usled velike promene geometrije može doći i do zadržavanja vode na konstrukciji. Jezerenje vode na konstrukciji (eng. *ponding*) može dovesti do nepredviđenog povećanja opterećenja, i takođe može imati katastrofalne posledice

po konstrukciju. Budući da ne postoje ograničenja u pogledu maksimalnih deformacija pod opterećenjem za membranske konstrukcije, zadata su dva uslova koja se trenutno primenjuju u proračunu membranskih konstrukcija. Prvi uslov je da ne sme da dođe do kontakta između deformisane membrane i neke druge površine, a drugi da ne sme da se stvori mogućnost za pojavu jezerenja vode na membrani (Bridgens, Birchall 2012). Jednostavnom tehnikom prikazivanja stvarne visine tačaka na površini membrane, takozvanom geodetskom visinom, utvrđuje se da li postoji mogućnost zadržavanja vode na membrani pod dejstvom opterećenja. Ukoliko se na ovom prikazu pojave zatvorene opadajuće izohipse na unutrašnjem delu membrane, znači da do zadržavanja vode može da dođe. Na slici 25 prikazana je geodetska visina nultog modela membranske konstrukcije pod dejstvom koncentrisane sile od 1 kN u centru membrane.



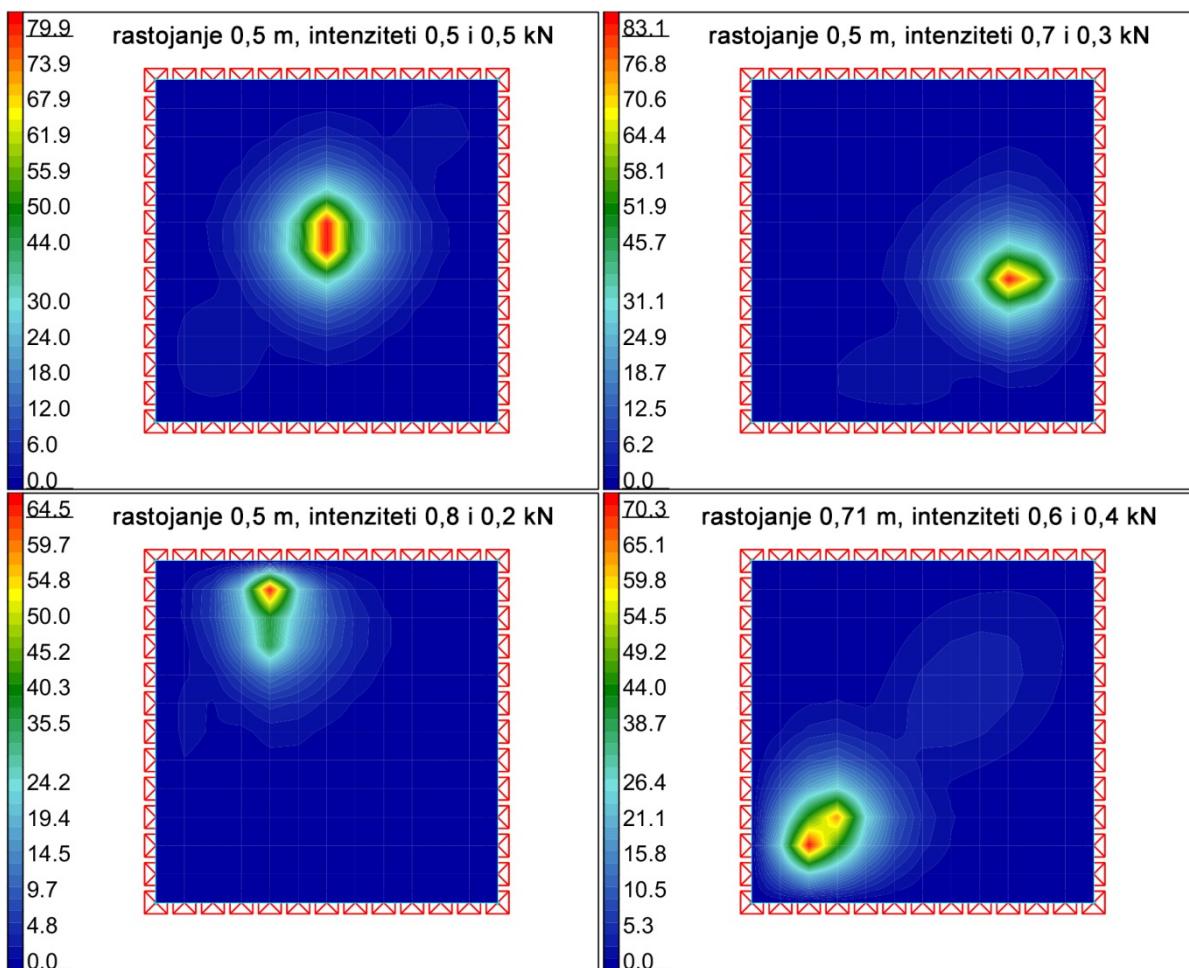
25 – Geodetska visina površi u m neopterećene membrane i membrane opterećene koncentrisanom silom u centru

Kod konstrukcija od klasičnih građevinskih materijala ne dolazi do pojave jezerenja vode ni pod dejstvom značajnih površinskih opterećenja, a još manje pod dejstvom koncentrisane

sile. Međutim, kod membranskih konstrukcija je situacija drugačija zbog njihove velike fleksibilnosti. Naime, upravo pod dejstvom koncentrisanih sila, zbog lokalizovanih posledica njihovog dejstva, dolazi do stvaranja uslova za jezerenje vode. Gornji deo slike 25 je prikaz neopterećene membrane, a donji je prikaz membrane pod dejstvom koncentrisane sile od 1 kN u centru membrane. Na levom delu slike 25 prikazana je cela konstrukcija nultog modela. U samom centru opterećene membrane uočljivo je da postoje izohipse koje su zatvorene i imaju opadajuće vrednosti. Radi boljeg uočavanja na desnom delu slike dat je uvećan prikaz centralnog dela na kome je postojanje navedene pojave očigledno u poređenju sa neopterećenom membranom. Moguće je uočiti područje koje ima za približno 4 cm nižu visinu od svoje okoline i koje je izazvano dejstvom koncentrisane sile. U slučaju pojave ovakvih područja pod dejstvom nekog površinskog opterećenja, morao bi se izvesti zaključak da je potrebno izvršiti preprojektovanje konstrukcije da bi se izbegla mogućnost jezerenja vode. Međutim, bilo kakvom promenom konstrukcije praktično je nemoguće izbeći pojavu jezerenja pod dejstvom koncentrisane sile, upravo zbog njihovog lokalnog dejstva. Ovo navodi na zaključak da nema dobrog rešenja kada je u pitanju rešavanje problema jezerenja vode pod dejstvom koncentrisane sile. Treba, ipak, imati u vidu prirodu pojave koncentrisanih sila. Kao što je već rečeno, koncentrisane sile najčešće nastaju kao posledica dejstva težine ljudi koji se nalaze na membrani. Zbog toga je i dejstvo sile koju oni indukuju kratkotrajno. Nije realno očekivati da se tokom dejstva koncentrisane sile koja nastaje od težine čoveka ujezeri dovoljno vode da prouzrokuje dalje promene geometrije, niti je površina zadržavanja vode dovoljno velika da do nje dovede. Zbog toga se kod dejstva koncentrisane sile od ljudi preporučuje provera mogućnosti pojave jezerenja, ali ne i striktno pridržavanje uslova o zabrani mogućnosti pojave jezerenja, kao kod površinskih opterećenja. Eventualno opasne konstrukcije koje bi trebalo sa velikom pažnjom analizirati i pri dejstvu koncentrisanih sila su one koje imaju izuzetno malu zakrivljenost. Sa druge strane, neophodno je vrlo rigorozno analizirati pojavu jezerenja kod konstrukcija kod kojih je koncentrisana sila indukovana delovanjem nekog stalnog opterećenja, a ne povremenog i kratkotrajnog kao što je dejstvo težine čoveka. Najčešći slučajevi ovakvih opterećenja su dejstva težine ozvučenja, rasvete ili dekoracije koja je tačkasto vezana za membranu, ili veza između slojeva membrane, ako su slojevi međusobno povezani tačkasto. Tada se i intenziteti ovih koncentrisanih opterećenja mogu značajno razlikovati od onih kada dejstvo izaziva težina čoveka. Kod ovakvih konstrukcija mora se izvršiti detaljna analiza mogućeg zadržavanja vode da bi se garantovala bezbednost konstrukcije.

### 3.7. Jedna ili dve koncentrisane sile

Još jedna mogućnost sagledana je tokom planiranja ovog istraživanja. S obzirom na činjenicu da koncentrisana opterećenja na membranama uglavnom izaziva čovek, razmatralo se i da li je opravdano ispitivati dejstvo dve koncentrisane sile koje bi predstavljale dve čovekove noge. Ovim silama bi bilo realnije prikazano hodanje čoveka po membrani, u odnosu na predstavljanje samo jednom silom. Pri tome, ove dve sile bi mogle da imaju vrednosti od 0 do 1 kN, ali je njihov zbir uvek jednak 1 kN. Istovremeno, rastojanje između ove dve sile ne bi trebalo da bude veće od 1 m jer je to realno moguće rastojanje stopala pri hodu čoveka. Pristupilo se ispitivanju ove mogućnosti i upoređivanju sa posledicama dejstva jedne koncentrisane sile. Rezultati ovog ispitivanja ilustrovani su na slici 26.



26 – Promene geometrije u mm izazvane dejstvom dve koncentrisane sile

Na slici su prikazane različite mogućnosti u pogledu pozicije dve koncentrisane sile i njihovih intenziteta. Uzimani su u obzir različiti položaji sila, različita rastojanja između sila i različiti intenziteti sila. Rezultati ove slike mogu se uporediti sa poslednjim delom slike 24 gde je prikazana posledica dejstva jedne koncentrisane sile. Evidentno je da dejstvo dve

koncentrisane sile čiji je ukupan intenzitet jednak 1 kN nema veći uticaj na maksimalne promene geometrije od jedne koncentrisane sile intenziteta 1 kN. Bez obzira na međusoban odnos intenziteta ove dve sile, kao i na njihov međusoban položaj, pa ni na njihov položaj na samoj membrani, navedeni zaključak uvek ostaje isti. Zbog toga se za dalje istraživanje ove doktorske disertacije usvaja dejstvo samo jedne koncentrisane sile, jer ona predstavlja najnepovoljniji slučaj hoda čoveka po membrani.

### **3.8. Statičko ili dinamičko opterećenje**

Činjenica je da čovekov hod predstavlja dinamičko opterećenje. Istovremeno, mora se imati u vidu da hod čoveka po čvrstim i nepomerljivim podlogama nije isti kao hod po membrani. Kao što je već poznato, membrane su jako fleksibilne i zakriviljene. Fleksibilnost membrane ima za posledicu velika pomeranja pod dejstvom čoveka. Ova pomeranja izazivaju nesigurnost kod ljudi, budući da je za čoveka prirodno da hoda po krutoj nepomerljivoj podlozi. Dodatnu nesigurnost unosi i zakriviljenost membrane koja otežava kretanje, a pogotovo treba imati u vidu i da se one nalaze na određenoj visini od zemlje. Na osnovu ovih uslova se može pretpostaviti da će hod po membrani svakako biti sporiji i oprezniji nego hod po klasičnim građevinskim objektima. Usled ovoga dinamička komponenta hoda značajno je umanjena. Iako proračun membranskih konstrukcija još uvek nije standardizovan, očigledna je namera da se u narednim godinama on definiše posebnim Evrokodom. Kada se proračun membra na bude vršio po Evrokodu, onda će se i opterećenja zadavati u skladu sa Evrokodom 1 (EN1991 2002). Uvidom u Evrokod 1 deo 1991-1 i 1991-6 može se zaključiti da bi koncentrisanu silu trebalo nanositi kao kvazistatičko opterećenje (Evrokod 0 1.5.3.13). Opterećenje od radnika uzima se kao statičko prema EN 1991-1-6:2005 2.2. Zbog toga je u ovoj doktorskoj disertaciji uticaj koncentrisane sile koja deluje na membranu uziman kao statički. Ispitivanje dinamičkog uticaja koncentrisanih sila na membranske konstrukcije nije vršeno u ovom radu i ono predstavlja još jedan od mogućih pravaca daljeg istraživanja.

#### 4. Uticaj parametara na promene geometrije

U ovom poglavlju analiziran je uticaj pojedinačnih parametara na promene geometrije nultog modela pod dejstvom koncentrisane sile. Da bi se utvrdio uticaj jednog parametra na promene geometrije modela, vrednosti tog parametra su varirane, a ostali parametri su bili nepromenjeni. Pregled svih vrednosti parametara koje se koriste za analizu u prvoj fazi istraživanja dat je u tabeli 2. Izabrane su vrednosti koje dobro prikazuju trendove promene maksimalnih pomeranja, nastalih kao posledica promene vrednosti parametra. Svaki od analiziranih parametara u ovom poglavlju najpre je predstavljen uvodom u kome je opisan sam parametar i njegov značaj. Zatim su dati rezultati istraživanja svakog parametra sa pratećom diskusijom. Specifični fenomeni koji se javljaju kao posledica dejstva koncentrisane sile, a koji su važni za bolje razumevanje uticaja analiziranih parametara, takođe su predstavljeni i diskutovani. Za svaki od parametara su na kraju odabrane referentne vrednosti koje će biti korišćene u kombinaciji sa vrednostima drugih parametara prilikom parametarske analize predstavljene u poglavlju 5.

Zadatak ovog poglavlja je da se ispita kako svaki od parametara zasebno utiče na promene geometrije nultog modela membranske konstrukcije pod dejstvom koncentrisane sile. Značaj parametara, odnosno veličina promene geometrije koju uzrokuje variranje vrednosti parametara, biće međusobno upoređeni kako bi se utvrdilo koji parametri su važni, a koji skoro beznačajni za promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Na osnovu dobijenih rezultata biće doneseni zaključci o zavisnosti promena geometrije od vrednosti devet analiziranih parametara. Ovi zaključci će biti i zbirno predstavljeni na kraju poglavlja 4.

Cilj ovog poglavlja je da se dođe do saznanja o uticaju promene vrednosti parametara na promene geometrije nultog modela membranske konstrukcije pri dejstvu koncentrisane sile i da se utvrdi na koji način se variranjem parametara konstrukcije može efikasno uticati na smanjenje promena geometrije izazvanih koncentrisanom silom. Ova saznanja biće od velike koristi u projektovanju montažnih membranskih konstrukcija, naročito u budućnosti kada se projektovanje i proračun membranskih konstrukcija budu regulisali Evrokodom. Tada će najverovatnije i provera dejstva koncentrisanih sila biti obavezan deo proračuna membranskih konstrukcija, pa će sva saznanja o njihovom dejstvu biti korisna projektantima membranskih konstrukcija.

Tabela 2 – Vrednosti ispitivanih parametara

Parametar	Ispitivana vrednost
Pozicija koncentrisane sile	Svi unutrašnji čvorovi membrane nultog modela (ukupno 121 pozicija)
Intenzitet koncentrisane sile	Koncentrisana sila intenziteta: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 1,33 kN
Intenziteti sila prednaprezanja membrane (x pravac/y pravac)	1/1, 2/2, 3/3, 4/4, 5/5 kN/m 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 kN/m 2/1, 2/2, 2/3, 2/4, 2/5 kN/m 3/1, 3/2, 3/3, 3/4, 3/5 kN/m 4/1, 4/2, 4/3, 4/4, 4/5 kN/m 5/1, 5/2, 5/3, 5/4, 5/5 kN/m
Moduo elastičnosti membranskog materijala (x pravac/y pravac)	100/100 do 5000/5000 kN/m sa korakom od 100/100 kN/m 100/100, 100/300, 100/600, 100/1000, 100/2000, 100/5000 kN/m 300/100, 300/300, 300/600, 300/1000, 300/2000, 300/5000 kN/m 600/100, 600/300, 600/600, 600/1000, 600/2000, 600/5000 kN/m 1000/100, 1000/300, 1000/600, 1000/1000, 1000/2000, 1000/5000 kN/m 2000/100, 2000/300, 2000/600, 2000/1000, 2000/2000, 2000/5000 kN/m 5000/100, 5000/300, 5000/600, 5000/1000, 5000/2000, 5000/5000 kN/m
Poasonov koeficijent membranskog materijala	0,10; 0,20; 0,30; 0,40; 0,49

Moduo smicanja membranskog materijala	5, 25, 50, 278 kN/m
Orijentacija membranskog materijala	Niti glavnog pravca paralelno sa AC Niti glavnog pravca paralelno sa BD Niti glavnog pravca paralelno sa AD Niti glavnog pravca paralelno sa AB
Krutost ivičnih oslonaca	Kruti ivični oslonci Fleksibilni ivični oslonci prednapregnuti silom od 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60 kN
Geometrija oslonaca	AC=4,49; 6,49; 8,49; 10,49; 12,49; 14,49; 16,49 m pri BD= 8,49 m i visini modela od 1,5 m Kvadratna osnova stranice 2, 4, 6, 8, 10, 12 m pri visini modela od 1,5 m Visina modela 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0 m pri kvadratnoj osnovi stranice 6 m Kvadratna osnova sa stranicom i visinom: 2/0,5; 2/1,0; 2/1,5; 2/2,0; 2/2,5; 2/3,0 m 4/0,5; 4/1,0; 4/1,5; 4/2,0; 4/2,5; 4/3,0 m 6/0,5; 6/1,0; 6/1,5; 6/2,0; 6/2,5; 6/3,0 m 8/0,5; 8/1,0; 8/1,5; 8/2,0; 8/2,5; 8/3,0 m 10/0,5; 10/1,0; 10/1,5; 10/2,0; 10/2,5; 10/3,0 m 12/0,5; 12/1,0; 12/1,5; 12/2,0; 12/2,5; 12/3,0 m

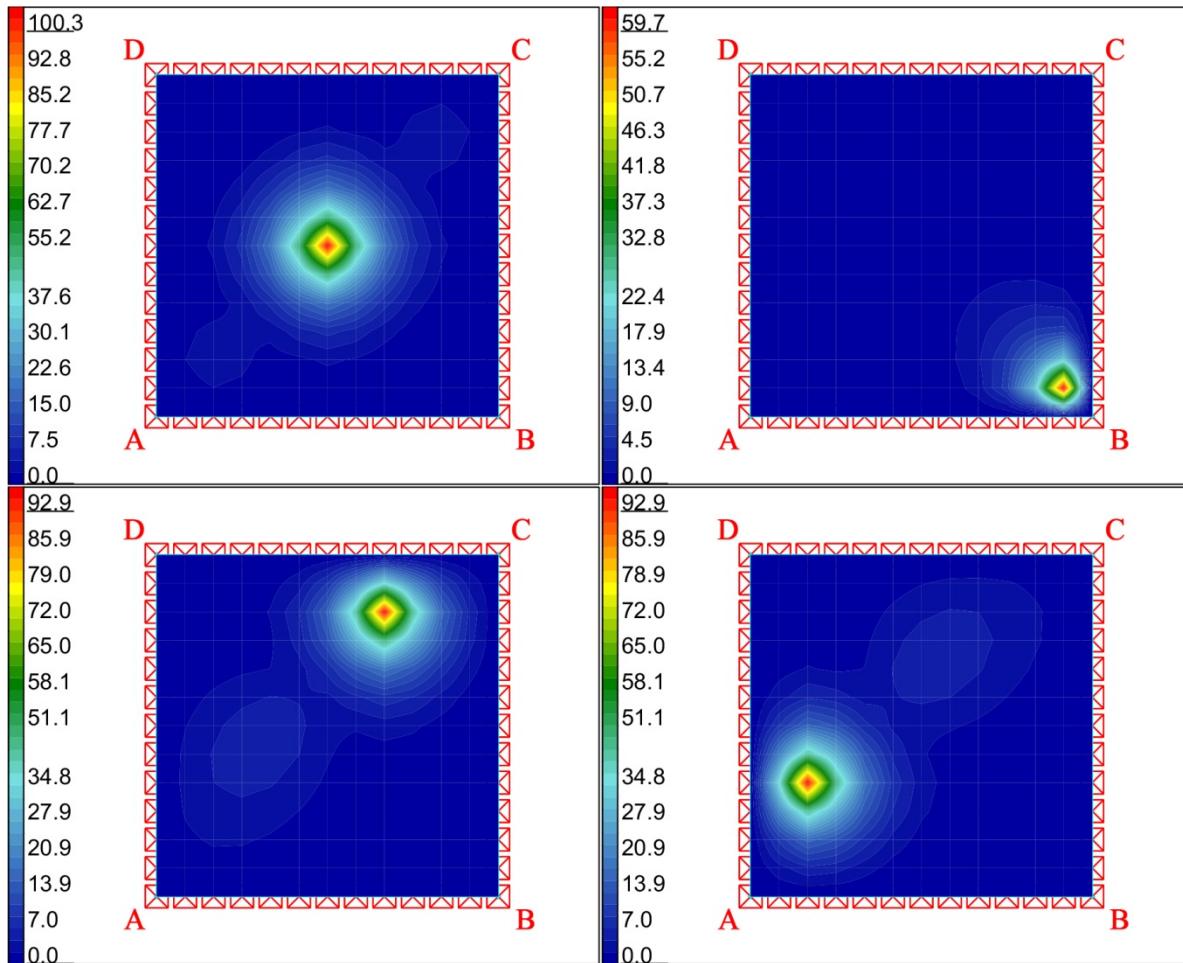
## 4.1. Pozicija dejstva koncentrisane sile

### 4.1.1. O parametru

Pozicija koncentrisane sile je jedan od parametara opterećenja. Ovaj parametar izabran je za analizu s obzirom na to da nigde u literaturi koja je dostupna ne postoji preporuka o tome koju tačno poziciju koncentrisanog opterećenja treba uzeti pri proračunu. Uzimajući u obzir mnoštvo formi koje membranske konstrukcije mogu da imaju nije ni realno očekivati da za svaku moguću formu bude definisano na kojim mestima treba nanositi koncentrisane sile u proračunu. U realnim situacijama praktično je moguće da se opterećenje javi u bilo kojoj od tačaka membrane. Ipak, smatra se da je potrebno da projektanti konstrukcije imaju izvesne smernice o tome gde bi trebalo aplicirati koncentrisano opterećenje, jer bi ispitivanje svake tačke na membrani svake konstrukcije bio preobiman posao. Inženjerska logika, ali i Evrokod 1 (EN1991 2002) i ASCE 7-10 (ASCE 2010b) navode da bi za poziciju koncentrisanog opterećenja trebalo izabrati onu tačku u kojoj opterećenje proizvodi najnepovoljnije posledice. Međutim ne postoji uputstvo kako doći do pozicije membrane koja je najosetljivija na dejstvo koncentrisane sile. Jedan od ciljeva ovog istraživanja je da utvrdi koja pozicija koncentrisanog opterećenja dovodi do najvećih promena geometrije kod membranskih konstrukcija oblika nalik hiperboličkom paraboloidu. Ispitivanjem ostalih karakterističnih formi membranskih konstrukcija na najosetljivija mesta pri dejstvu koncentrisane sile došlo bi se do smernica koje bi projektantima dale dobru polaznu osnovu za predviđanje najnepovoljnijih pozicija dejstva koncentrisane sile i na drugim formama izvedenim iz početnih.

### 4.1.2. Ispitivanje i rezultati

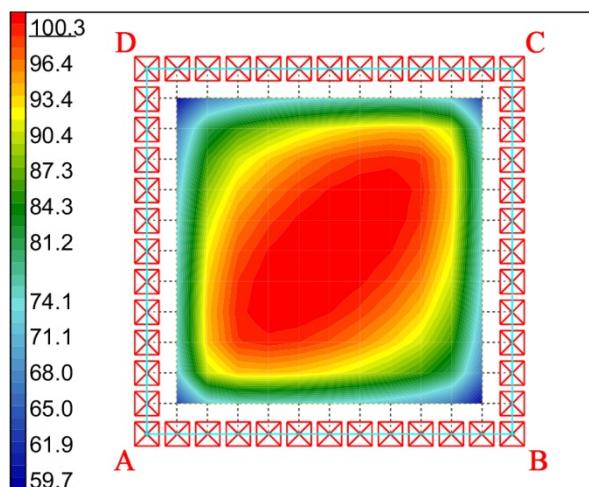
Ispitivanje uticaja pozicije koncentrisanog opterećenja na promenu geometrije izvršeno je variranjem pozicije sile na nultom modelu prethodno definisanih karakteristika. Jedna po jedna koncentrisana sila nanošena je u svakom od čvorova konačnih elemenata. Sile nisu nanošene po obodu modela jer se ne bi dobili korisni podaci budući da su ivice modela definisane kao nepomerljive. Na ovaj način ispitana je 121 pozicija koncentrisanih sila. Za intenzitet sile je uzeta vrednost od 1 kN. Rezultati za neke od tačaka prikazani su na slici 27.



27 – Promene geometrije nultog modela u zavisnosti od pozicije dejstva koncentrisane sile (mm)

Bez obzira na poziciju koncentrisanog opterećenja moguće je u rezultatima uočiti iste obrasce ponašanja. Najpre, promena geometrije je veoma lokalizovana oko jedne tačke, a ostatak membrane trpi vrlo male promene geometrije. Zatim, mesto na kome se dešava najveća promena geometrije, podudara se sa pozicijom dejstva koncentrisane sile. Navedene tvrdnje važe za sve ispitivane pozicije delovanja koncentrisane sile. Ovim se potvrđuju zaključci dobijeni prethodnim istraživanjem (Milošević 2015) na sličnim modelima. Razlika između pojedinačnih pozicija dejstva sile ogleda se u veličini promene geometrije. Intenzitet maksimalne promene geometrije kreće se od 59,7 do 100,3 mm u zavisnosti od pozicije dejstva koncentrisane sile. Da bi se ispitalo kako pozicija dejstva koncentrisane sile utiče na intenzitet promene geometrije membrane formiran je sumarni prikaz dat na slici 28. Slika 28 prikazuje maksimalnu promenu geometrije u svim tačkama membrane u situaciji kada koncentrisana sila deluje baš u svakoj od tih tačaka. Drugim rečima, slika 28 prikazuje osetljivost membrane u svakoj tački na promene geometrije pri dejstvu jedne koncentrisane sile. Bitno je naglasiti da ove koncentrisane sile ne deluju istovremeno, već svaka zasebno.

Dati prikaz ne oslikava stanje membrane ni kada na nju deluje jedna sila, ni kada na nju deluju sve sile odjednom, već prikazuje potencijalne promene geometrije ukoliko bi jedna sila delovala na nekoj od pozicija. Ovakav način prikaza gde su zbirno prikazana pomeranja za svaku tačku koristi se da bi se ekonomičnije upotrebljavao prostor za prikazivanje rezultata. Prvobitna ideja bila je da se za prikazivanje koriste uticajne linije, odnosno uticajne površi, međutim na taj način se ne može prikazati ono što je kod ovog istraživanja važno. Uticajna površ prikazuje promene u jednoj tački kada sila deluje u drugim tačkama, a ovde je bilo bitno prikazati promene u tački kada sila deluje baš u toj tački, i tako za svaku poziciju na membrani.



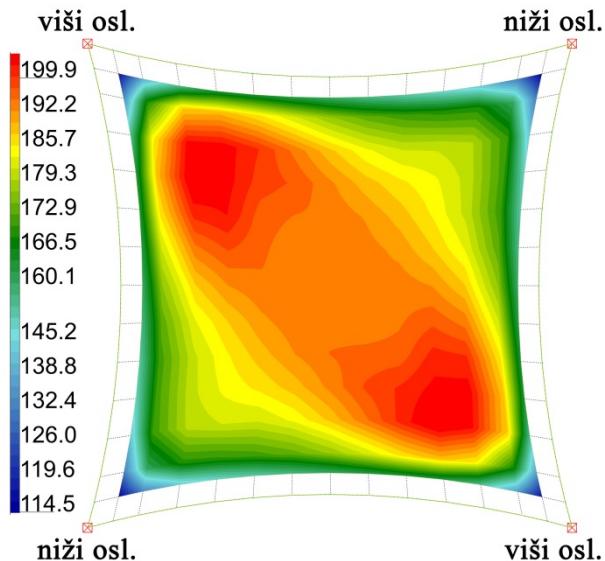
28 – Osetljivost membrane nultog modela na promenu geometrije pri dejstvu koncentrisane sile (mm)

Na osnovu rezultata prikazanih na slici 28 može se zaključiti da je membrana najosetljivija na dejstvo koncentrisane sile onda kada je pozicija sile u centru membrane. Region veće osetljivosti proteže se od centra ka višim osloncima, ali primetno opada sa približavanjem osloncima. Najmanja osetljivost nalazi se u čvoru membrane najbližem nižim osloncima i ona je od centra membrane manja za približno 40%. Rezultati su tako pokazali da je pozicija dejstva koncentrisane sile od velike važnosti za veličinu promene geometrije.

#### 4.1.2.1. Poređenje sa ranijim istraživanjima

Ranije sprovedena istraživanja (Milošević 2015) dala su nešto drugačije rezultate. Naime, rezultati tih istraživanja pokazali su da se najosetljivija pozicija na membrani nalazi na polovini rastojanja između centra i viših oslonaca. Ovo nije bilo u skladu sa očekivanjima zbog toga što je predviđanje bilo da će pozicija u centru membrane biti najosetljivija na dejstvo opterećenja, zbog svoje najveće udaljenosti od oslonaca membrane. Slika 29 preuzeta

je iz navedenog rada i prikazuje osetljivost ispitivanog modela na promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile.

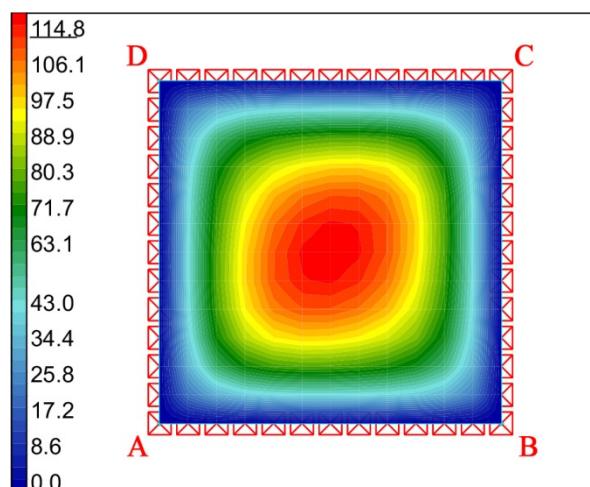


*29 – Osetljivost membrane na promenu geometrije pri dejstvu koncentrisane sile (mm), iz prethodnog istraživanja (Milošević 2015)*

Treba najpre ukazati na razlike koje postoje između nultog modela ovog istraživanja i modela ispitivanog u prethodnom istraživanju. Prva razlika je u dimenzijama modela, jer nulti model ima osnovu dimenzije 6x6 metara i visinsku razliku od 1,5 metara između oslonaca, a model iz prethodnog istraživanja ima osnovu 10x10 metara i visinsku razliku među osloncima od 3 metra. Druga razlika je u ivicama membrane, jer nulti model ima nepomerljive oslonce, a model iz prethodnog istraživanja ima fleksibilne ivice ojačane prednapregnutim kablovima. Prednaprezanje nultog modela je 3 kN u oba pravca, a kod prethodnog modela 1 kN u oba pravca. Pravac pružanja niti je takav da je glavni pravac kod nultog modela orijentisan od jednog ka drugom višem osloncu, a kod prethodnog modela od jednog ka drugom nižem osloncu. Osim toga, postoji razlika i u karakteristikama materijala. Obe konstrukcije su sedlastog oblika i ispitivane su na isti intenzitet koncentrisane sile. Očigledno je da postoje razlike između ova dva modela, i upravo među razlikama treba tražiti razloge za drugačije ponašanje membrane pri dejstvu iste sile. Zbog toga će karakteristike nultog modela biti varirane u ovom ispitivanju sa ciljem da se odredi pod kojim uslovima i zadatim parametrima, i na kom mestu je membranska konstrukcija najosetljivija na dejstvo koncentrisane sile. To će za posledicu imati i saznanja o tome na koji način kroz promenu parametara unaprediti konstrukciju tako da postane otpornija na dejstva koncentrisanih sila.

#### 4.1.2.2. Poređenje sa opterećenjem od snega

Već je rečeno da su dominantna opterećenja kod membranskih konstrukcija ona od snega ili veta. Ova površinska opterećenja izazivaju i najveće promene geometrije, barem po do sada prihvaćenim stavovima. Koje će od ova dva dejstva biti dominantno zavisi od mnogo faktora, uključujući geografsku lokaciju objekta i okruženje, ali i karakteristike same konstrukcije. Dok je dejstvo vetra prilično komplikovano i u proračunu se uzima sa znatnim aproksimacijama, dejstvo snega je jednostavnije zbog svoje statičke prirode i relativno ravnomerne raspoređenosti. Upravo zbog toga je dejstvo snega uzeto u ovom istraživanju za upoređivanje sa dejstvom koncentrisane sile. Nekadašnji Privremeni tehnički propisi za opterećenja zgrada i Evrokod 1 (EN1991 2002) definišu opterećenje snegom i ono zavisi od nekoliko faktora među kojima su lokacija i nagib krovne ravni. S obzirom na to da je nulti model konstrukcija koja nema konkretnu lokaciju, bilo bi problematično prema pravilnicima definisati tačno opterećenje snegom. Uz to, jedan od parametara konstrukcije koji se menja u ovom istraživanju je i zakrivljenost konstrukcije, te bi to unelo dodatne varijacije u opterećenje snegom. Međutim, opšte je prihvaćeno da se za opterećenje snegom prilikom istraživanja generalizovanih membranskih konstrukcija uzima vrednost od  $0,6 \text{ kN/m}^2$ . Ova vrednost već je primenjivana u ranijim istraživanjima, na primer u (Gosling, Bridgens, Albrecht et al. 2013; Bridgens, Birchall 2012). Iz tog razloga i zbog uniformnosti opterećenja na svim analiziranim modelima, vrednost od  $0,6 \text{ kN/m}^2$  sa smerom delovanja vertikalno naniže uzeta je kao referentna, i poslužiće za komparaciju sa koncentrisanom silom u ovom istraživanju. Promena geometrije nultog modela pod dejstvom opterećenja snegom data je na slici 30.

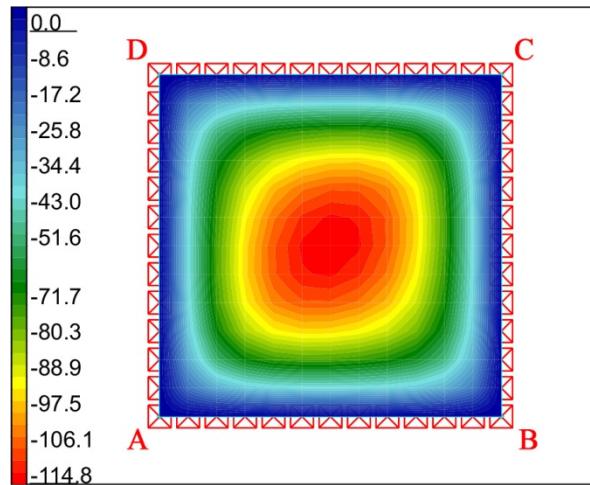


30 – Promena geometrije nultog modela pod dejstvom opterećenja od snega (mm)

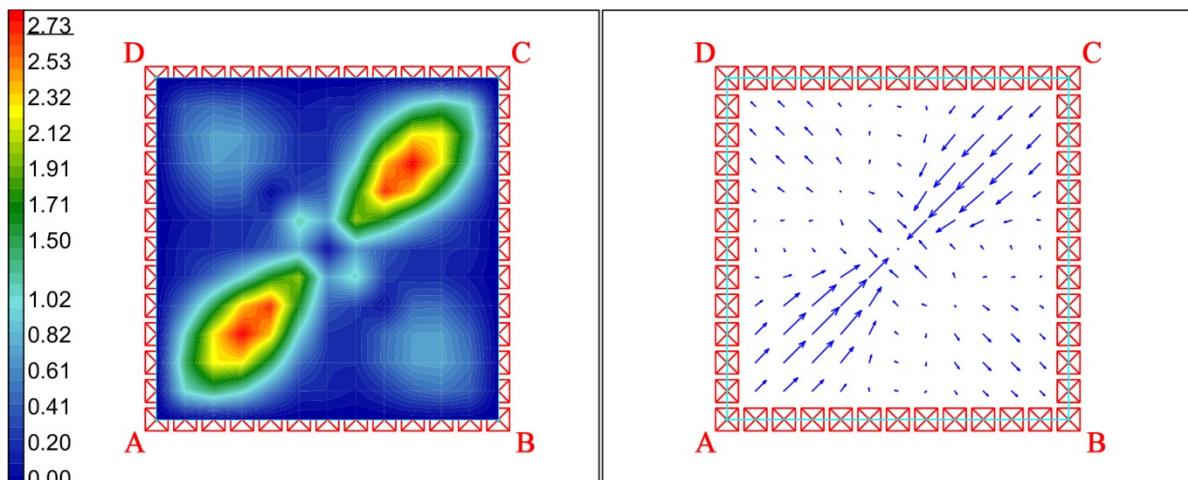
Kao što se može uočiti, cela membrana trpi velika pomeranja pod dejstvom opterećenja od snega. Ova pomeranja najmanja su u blizini ivica, a najveća u sredini membrane. Ovakvo ponašanje u potpunosti je očekivano jer nepokretni oslonci ne dozvoljavaju pomeranje membrane, a centralni deo koji je najudaljeniji od oslonaca zbog toga ima najveća pomeranja. Maksimalno pomeranje iznosi 114,8 mm. Na slici 30 prikazani su intenziteti vektora pomeranja pod dejstvom opterećenja snegom. Ovi vektori pomeranja sastoje se od komponente u vertikalnom pravcu i komponente u horizontalnoj ravni. Horizontalna komponenta je manje važna jer prikazuje pomeranje koje je približno u ravni membrane. Vertikalna komponenta je važnija jer od nje u većoj meri zavisi da li će doći do kontakta između membrane i objekata ili predmeta koji se nalaze ispod nje. Adekvatnije je međusobno upoređivati vertikalne komponente pomeranja membrane od opterećenja snegom i od koncentrisane sile, nego upoređivati cele vektore pomeranja, između ostalog i zbog toga što vektori pomeranja nisu istog pravca kod ova dva opterećenja. Zbog toga su vektori pomeranja od opterećenja snegom sa slike 30 razloženi na vertikalnu i horizontalnu komponentu, i prikazani na slikama 31 i 32.

Na slikama 31 i 32 može se primetiti da su vertikalna pomeranja mnogo veća od horizontalnih, što je i očekivano budući da je pravac dejstva površinskog opterećenja vertikalni. Vertikalna pomeranja su najveća u sredini i smanjuju se prema ivicama. Horizontalna pomeranja u centru i većem delu membrane su minimalna, ali rastu od centra ka višim osloncima membrane do polovine ovog rastojanja nakon čega opet opadaju. Budući da sami intenziteti vektora prikazani na levom delu slike 32 samostalno ne pružaju dovoljno informacija, prikazani su i vektori pomeranja u horizontalnoj ravni na desnom delu slike koji prikazuju pravac i smer pomeranja. Prikazana vertikalna pomeranja od opterećenja snegom sa slike 31 mogu se sada iskoristiti za poređenje sa vertikalnim pomeranjima od koncentrisane sile.

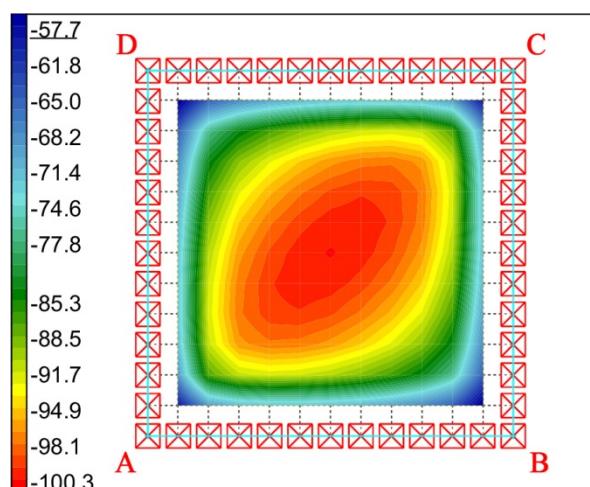
Ranije prikazana pomeranja od koncentrisane sile na slici 28 takođe treba razdvojiti na komponentu u vertikalnom pravcu i komponentu u horizontalnoj ravni. Na slici 33 prikazana je vertikalna komponenta pomeranja za svaku tačku membrane ako koncentrisana sila deluje u toj tački. Na slici 34 prikazana su pomeranja u horizontalnoj ravni za svaku tačku ako koncentrisana sila deluje u toj tački.



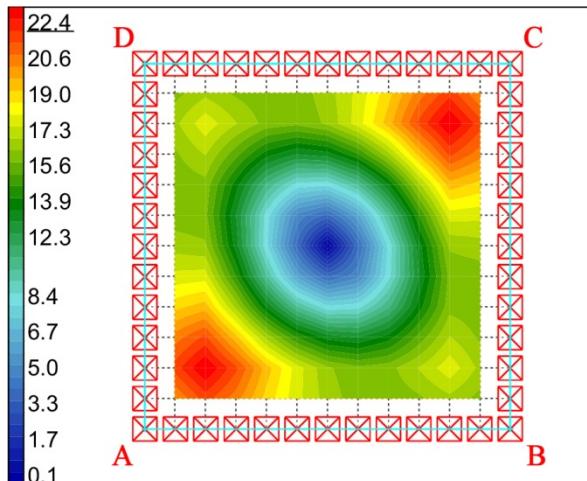
31 – Vertikalna komponenta pomeranja nultog modela pod dejstvom opterećenja snegom (mm)



32 – Horizontalna komponenta pomeranja nultog modela pod dejstvom opterećenja snegom, intenziteti u mm (levo) i vektori (desno)



33 – Vertikalna komponenta pomeranja nultog modela u svakoj tački, ako koncentrisana sila deluje u toj tački (mm)

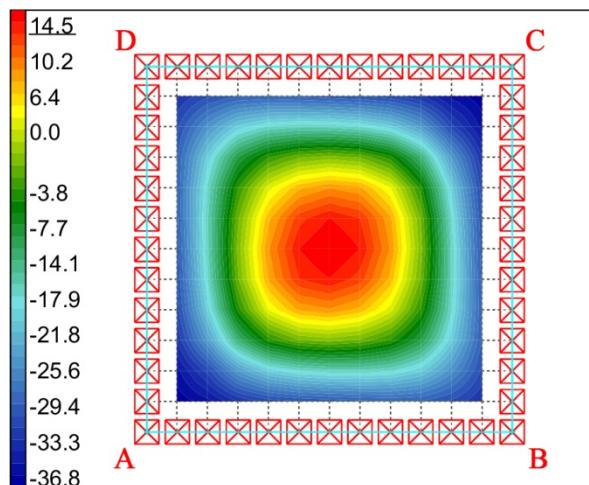


34 – Horizontalna komponenta pomeranja nultog modela u svakoj tački, ako koncentrisana sila deluje u toj tački (mm)

Upoređujući rezultate prikazane na slikama 33 i 28 zaključuje se da vertikalne komponente pomeranja od koncentrisane sile imaju trend promena vrlo sličan celim vektorima pomeranja. Vertikalna komponenta pomeranja je najveća u centru i postepeno se smanjuje ka osloncima, s tim što je ovo smanjenje nešto manje ka višim osloncima. Takođe, i opseg vrednosti intenziteta vertikalne komponente pomeranja vrlo je sličan vrednostima vektora pomeranja. Maksimalna vertikalna komponenta vektora pomeranja ista je kao i maksimalni vektor pomeranja i iznosi 100,3 mm. Minimalna vertikalna komponenta pomeranja je za približno 3% manja od minimalnog vektora pomeranja i iznosi 57,7 mm. Na osnovu slike 34 zaključuje se da intenzitet horizontalne komponente raste od centra ka obodu analizirane membrane. Razlog ovakvog ponašanja leži u činjenici da je površina u centru horizontalna i da nagib površine raste ka obodu. Stoga, kao posledica dejstva vertikalne koncentrisane sile javlja se horizontalna komponenta pomeranja koja je u centru bliska nuli i raste istovremeno sa povećanjem nagiba površi. Ovo je u skladu sa sličnim istraživanjem (Krishna 1978) koje je sprovedeno na kablovskim mrežama, i potvrđuje da se isti zaključak odnosi i na membranske konstrukcije i na kablove mreže. Prikazane horizontalne komponente pomeranja daju objašnjenje intenziteta vertikalnih komponenti. Zbog toga što je u centru horizontalno pomeranje minimalno, vertikalna komponenta ima istu vrednost kao i vektor pomeranja. Takođe, zbog toga što su blizu viših oslonaca horizontalna pomeranja veća, javlja se razlika između vertikalne komponente pomeranja i vektora pomeranja, pa se njihovi intenziteti blago razlikuju.

Konačno se sada može uporediti promena geometrije nultog modela izazvana dejstvom snega i ona izazvana dejstvom koncentrisane sile. Kako se ne bi svaka pojedinačna pozicija

koncentrisane sile upoređivala zasebno, biće korišćen njihov zajednički prikaz, kao na slici 33. Kao što je ranije pomenuto, biće upoređivane vertikalne komponente pomeranja usled dejstva jednog i drugog opterećenja. Ukoliko od vertikalnih pomeranja nultog modela pod dejstvom snega, prikazanih na slici 31, oduzmemos vertikalna pomeranja od koncentrisane sile, prikazana na slici 33, možemo da uporedimo koje od ova dva opterećenja izaziva veće promene geometrije. Rezultat je prikazan na slici 35.



*35 – Razlika između vertikalnih pomeranja nultog modela pod dejstvom opterećenja od snega i od koncentrisane sile (mm)*

Slična poređenja između dejstva koncentrisanog i površinskog opterećenja do sada nisu objavljena. Izuzetak predstavlja rad (Milošević, Marković, Stojić 2017) u kome su upoređivane maksimalne promene geometrije, sile zatezanja u membrani, sile zatezanja u kablovima i sile u reakcijama oslonaca pod dejstvom koncentrisanog i površinskog opterećenja. Zaključak pomenutog rada je da površinsko opterećenje izaziva veće promene geometrije od koncentrisane sile na ispitivanom modelu. Međutim, u tom istraživanju ispitivane su samo maksimalne promene geometrije, tako da je za poziciju dejstva koncentrisane sile uzet centar membrane kao pozicija koja izaziva najveće promene na zadatom modelu. U istraživanju ove disertacije ispitivanje je prošireno na sve tačke membrane, a rezultati koji su dobijeni su prilično neočekivani.

Da najpre rezimiramo polazne uslove ovog poređenja. Nulti model konstrukcije opterećen je zasebno jednim površinskim opterećenjem i jednom koncentrisanom silom. Površinsko opterećenje ima intenzitet od  $0,6 \text{ kN/m}^2$ , pravac vertikalni, smer naniže i deluje preko cele površine membrane. Površina dejstva ovog opterećenja je  $6 \times 6$  metara, što dovodi do zaključka da je rezultanta ovog opterećenja  $21,6 \text{ kN}$  sa pozicijom u centru membrane i smerom vertikalno naniže. Na isti model, ali ne istovremeno sa površinskim opterećenjem,

deluje koncentrisana sila intenziteta 1 kN i smera vertikalno naniže. Pozicija dejstva ove sile nije fiksna, već se ona pomera po celoj površini membrane kako bi se moglo napraviti poređenje sa površinskim opterećenjem. Rezultati promene geometrije beleže se u svakom čvoru membrane pre nego što se sila premesti u sledeći čvor. Pre nego što su dobijeni rezultati definisani su očekivani rezultati. Očekivanja su pre svega uzimala u obzir veliku razliku u resultantama između površinskog i koncentrisanog opterećenja. Upravo zbog toga što površinsko opterećenje ima preko 20 puta veću rezultantu od koncentrisane sile očekivalo se da ono izaziva daleko veće promene geometrije. Ovaj argument ukazuje na to da bi razlika u promenama geometrije trebalo da bude nešto preko 20 puta u korist površinskog opterećenja. Sa druge strane, uzeto je u obzir i to da je koncentrisana sila sa beskonačno malom površinom delovanja, što je značajno zbog fleksibilnosti membrane, kao što je i pokazano u poglavlju 3.5. Ovo utiče na to da se procena očekivane razlike u promeni geometrije između površinskog i koncentrisanog opterećenja smanji, pa su očekivanja korigovana na opseg između 5 i 10 puta u korist površinskog opterećenja.

Međutim, rezultati ovog istraživanja pokazali su se kao ozbiljno drugačiji, a delimično čak i suprotni očekivanjima. Najpre uporedimo maksimalne promene geometrije od površinskog i koncentrisanog opterećenja. Da bi se postigla maksimalna promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile neophodno je da pozicija sile bude baš u centru membrane, kao što je prikazano ranije u ovom poglavlju. Maksimalna promena pod dejstvom površinskog opterećenja je takođe u centru membrane. Ovo pruža mogućnost za poređenje veličine ovih promena. Maksimalno vertikalno pomeranje od površinskog opterećenja iznosi 114,8 mm, a od koncentrisane sile 100,3 mm. Dakle, razlika u pomeranju između površinskog i koncentrisanog opterećenja iznosi samo 14,5 mm, kao što se vidi na slici 35. Ovo je drastično manje od očekivanih 500–1000% i iznosi manje od 15% promene geometrije. U praksi bi ovo značilo da čitava membrana prekrivena snegom ima maksimalnu promenu geometrije blago veću u odnosu na istu membranu na čijem centru stoji čovek. Ili nešto slikovitije, posledica dejstva težine jednog čoveka koji stoji na centru membrane, u pogledu maksimalne promene geometrije malo se razlikuje u odnosu na posledicu dejstva 20 ljudi koji leže ravnomerno raspoređeni po membrani. Navedeni primeri uzeti su kao aproksimativan prikaz izvedenog proračuna. Dobijeni rezultati kategorički govore u prilog značaju uzimanja u obzir koncentrisanog opterećenja u proračunu membranskih konstrukcija, pre svega u pogledu promene geometrije.

Neočekivano male razlike u maksimalnoj promeni geometrije između dejstva uobičajenih površinskih i koncentrisanih opterećenja nisu najveće iznenađenje ovog istraživanja. Još je neverovatnije poređenje između promena geometrije od površinskog opterećenja i koncentrisane sile koja deluje u tačkama dalje od centra membrane. Naime, sa udaljavanjem od centra i približavanjem osloncima, i kod površinskog i kod koncentrisanog opterećenja dolazi do smanjenja vertikalnih komponenti pomeranja. Međutim, istraživanje na nultom modelu pokazalo je da je ovo smanjenje mnogo brže kod površinskog nego kod koncentrisanog opterećenja. Ovo direktno rezultuje time da su promene u blizini oslonaca veće od koncentrisane sile nego od površinskog opterećenja. To se takođe može uočiti na slici 35. U najekstremnijoj poziciji koncentrisane sile, u čvoru najbližem višem osloncu, razlika između promene geometrije iznosi čak 36,8 mm u korist koncentrisane sile. Na ovaj način prvi put je ispitivanjem dokazano da koncentrisana sila može da izazove veća pomeranja u nekoj tački od uobičajenog površinskog opterećenja. Ovo može da ima vrlo značajne implikacije na projektovanje membranskih konstrukcija. Ukoliko bi se, na primer, predmeti postavljali ispod membrane u skladu sa proračunom maksimalnih pomeranja dobijenim samo na bazi dejstva površinskog opterećenja, moglo bi se desiti da usled dejstva težine radnika dođe do kontakta između membrane i tih predmeta, odnosno potencijalno do oštećenja membrane. Dovoljno je dokazati jedan ovakav slučaj, što je već učinjeno, da bi se otpočelo sa ispitivanjem opravdanosti obaveznog uvođenja koncentrisanih sila u proračun membranskih konstrukcija. Međutim, ovo istraživanje se ne zaustavlja na jednom dokazu, već će dalje ispitivati pod kojim vrednostima parametara dolazi do situacija da koncentrisane sile izazivaju veće promene geometrije od uobičajenog površinskog opterećenja. Zbog toga će u poglavlju 5. rezultati svake ispitivane kombinacije parametara biti upoređivane sa rezultatima promene geometrije od površinskog opterećenja. Ovi rezultati će takođe biti prikazani i diskutovani u poglavlju 5. Na ovaj način doći će se do saznanja o tome koje vrednosti parametara pogoduju većim promenama geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Na osnovu dobijenih saznanja biće moguće zaključiti da li treba preporučiti proveru pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile kod svih membranskih konstrukcija ili samo kod onih koje imaju specifičan odnos analiziranih parametara. Do sada su koncentrisane sile bile u proračunu zanemarivane ili skoro potpuno skrajnute, a rezultati ovog istraživanja već sada dokazuju da to barem u nekim slučajevima nije opravdano.

Pre nego što se pređe na sledeće poglavlje, treba dati nekoliko objašnjenja koja nisu data ranije u ovom poglavlju da se ne bi prekida tok diskusije. Kao što se može primetiti na

slikama 27 do 34, neke od skala koje prate slike imaju negativne vrednosti. U slučaju kada su na slikama prikazani vektori pomeranja skale su uvek samo pozitivne. Razlog za to je što u softveru nije definisan pozitivan smer za vektore pomeranja. Drugim rečima u kom god pravcu i smeru da dolazi do pomeranja, vektor se uzima kao pozitivan. Ovo nije slučaj sa vertikalnim komponentama vektora pomeranja jer je za njih definisano da je pozitivan smer naviše. Zbog toga slike 31 i 33 imaju negativne skale, budući da su sva pomeranja u smeru naniže, isto kao i delujuća opterećenja. Kako je određeno da se međusobno upoređuju vertikalne komponente pomeranja koncentrisanog i površinskog opterećenja, nadalje će u ovom radu uvek biti davani rezultati za vertikalne komponente pomeranja, a ne za vektore pomeranja. Kako bi se ekonomičnije koristio prostor neće svaki put biti eksplicitno navođeno da se radi o vertikalnim komponentama, već će se to od ovog mesta u tekstu nadalje podrazumevati. U situacijama gde se prikazuju i komentarišu celi vektori pomeranja to će biti posebno naglašeno.

#### 4.1.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu

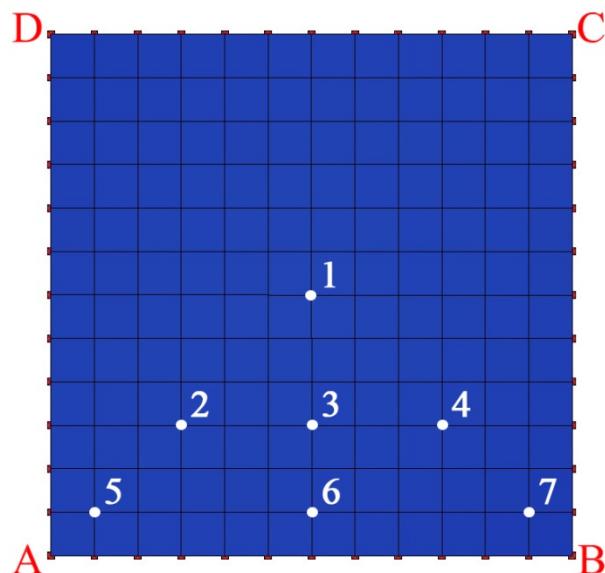
U poglavlju 5. će parametarskom analizom biti ispitivan zajednički uticaj obrađenih parametara na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Zadatak poglavlja 4. je, između ostalog, i da utvrdi koje su referentne vrednosti za svaki od parametara kako bi one bile korišćene za parametarsku analizu. Kombinovanje svih vrednosti za svaki od parametara, na primer svih mogućih pozicija sile, bio bi preobiman i nesvrishodan posao. Zbog toga će biti izabrane karakteristične vrednosti za svaki parametar, a zatim će se ove vrednosti koristiti kao ulazni podaci u parametarskoj analizi koja je predmet poglavlja 5.

Rezultati prikazani u poglavlju 4.1.2. ukazuju na to da je centar membrane najosetljivije mesto na analiziranom nultom modelu membrane u pogledu promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Zbog toga je pozicija koncentrisane sile u centralnom čvoru membrane nultog modela izabrana da bude kombinovana sa ostalim parametrima. Ova pozicija koncentrisane sile označena je brojem 1.

Osim pozicije u centru membrane, postoje indicije da se pod specifičnim kombinacijama parametara može desiti da membrana bude najosetljivija na poziciji između centra i višeg oslonca. Ovakav slučaj desio se u prethodno objavljenom istraživanju (Milošević 2015). Zbog toga je i ova pozicija uzeta kao referentna za kombinaciju sa drugim parametrima. Ona je označena brojem 2. Može se prepostaviti da će pozicija između centra membrane i nižeg oslonca u nekoj konstelaciji parametara biti najosetljivija, mada ostaje da se ovo potvrdi ili

opovrgne ispitivanjem. Ova pozicija nosi broj 4. Takođe, radi kompletnosti istraživanja u razmatranje je uzeta i pozicija koja se nalazi na polovini rastojanja između centra i najbližeg dela ivičnog oslonca, a istovremeno i na sredini rastojanja između tačaka 2 i 4. Njoj je dodeljen broj 3.

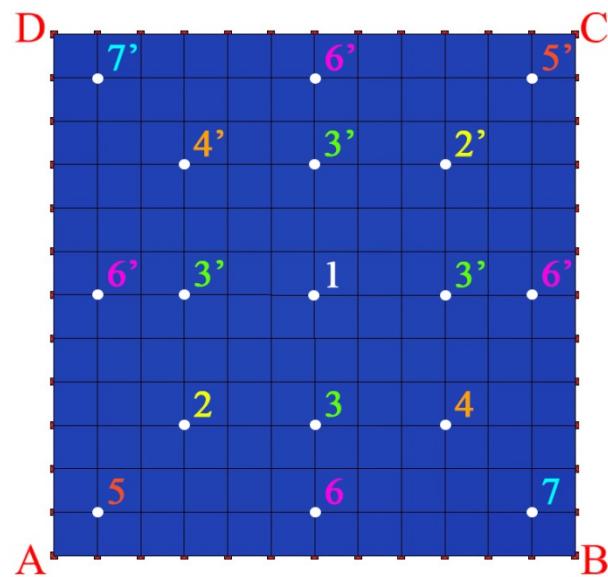
Na osnovu poređenja promene geometrije pod dejstvom površinskog i koncentrisanog opterećenja utvrđeno je da čvor membrane koji se nalazi najbliže višem osloncu svakako treba uzeti u dalja razmatranja jer u toj poziciji koncentrisana sila ima najveću prednost u promeni geometrije u odnosu na površinsko opterećenje. Ova pozicija označena je brojem 5. Radi provere, uzete su u obzir i pozicija u čvoru najbližem nižem osloncu koja je označena brojem 7 u kojem dolazi do najmanje promene geometrije, i pozicija u čvoru na sredini rastojanja između tačaka 5 i 7, pri čemu je njoj dodeljen broj 6. Sve navedene pozicije označene su na osnovi nultog modela datoj na slici 36.



36 – Čvorovi odabrani za parametarsku analizu

Izabrani čvorovi pozicionirani su tako da zbog simetrije nultog modela i istih karakteristika membranskog materijala u oba pravca zapravo pružaju podatke o 17 tačaka na membrani. Ovo se može smatrati izuzetno povoljnim jer doprinosi celovitosti istraživanja bez potrebe utroška dodatnog vremena i memorijskog prostora. Tačke koje nisu ispitivane ali se vrednosti rezultata u njima znaju preko ispitivanih tačaka označene su apostrofom posle naziva tačke. Tako su dobijene tačke 2', 3', 4', 5', 6' i 7'. Ove tačke prikazane su na slici 37 zajedno sa čvorovima odabranim za parametarsku analizu. Na slikama se može uočiti i dobra

raspoređenost tačaka po membrani koja pogoduje adekvatnoj pokrivenosti analiziranih modela.



37 – Tačke u kojima će biti poznati rezultati nakon ispitivanja

## 4.2. Intenzitet koncentrisane sile

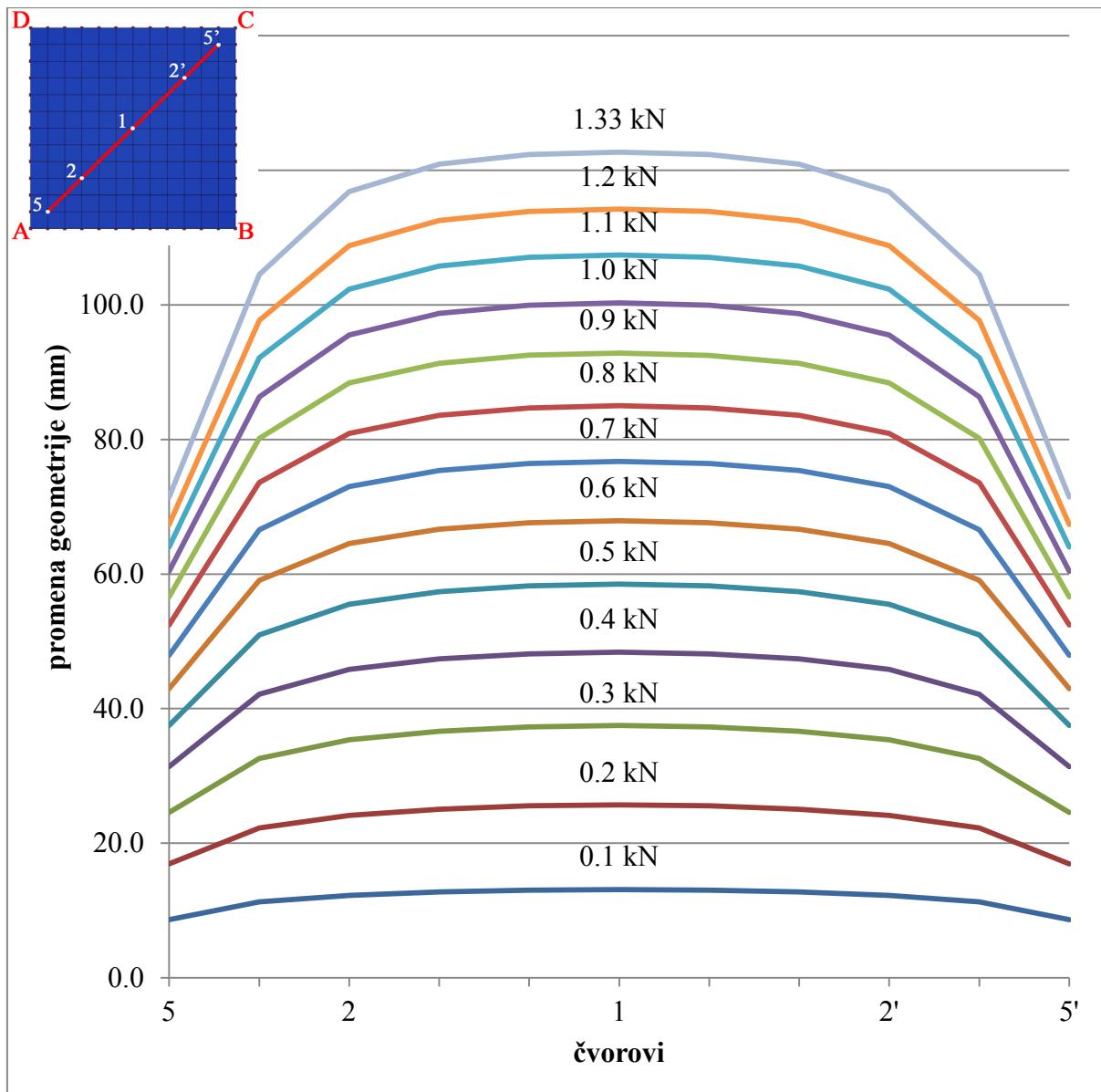
### 4.2.1. O parametru

Intenzitet koncentrisane sile je uz poziciju dejstva sile takođe jedan od parametara opterećenja. Kako koncentrisane sile nisu do sada bile direktno spominjane u pravilnicima o membranskim konstrukcijama, tako u njima nije definisano ni koji bi intenzitet koncentrisane sile trebalo uzimati u proračunu membranskih konstrukcija. Američki standard o membranskim konstrukcijama ASCE/SEI 55-10 (ASCE 2010a) vezan je za standard ASCE/SEI 7-10 (ASCE 2010b) koji definiše opterećenja na konstrukcije. U standardu ASCE/SEI 7-10 definisana vrednost za intenzitet koncentrisane sile na svim krovnim površinama koje su izložene dejstvu radnika je 1,33 kN. Evrokod 1 (EN1991 2002) je evropski pandan američkom ASCE/SEI 7-10 standardu. U odeljku 1991-1-1 date su vrednosti koje treba uzimati za intenzitet koncentrisane sile. Kao preporučena vrednost za koncentrisanu silu data je vrednost od 1 kN. U Evrokodu 1 to je definisana vrednost za opterećenje od radnika zajedno sa alatom, a upravo takva vrsta koncentrisanog opterećenja se očekuje i na membranskim konstrukcijama. Budući da će Evrokod o membranskim konstrukcijama, koji će nastati prema Nacrtu evropskog pravilnika za proračun zategnutih membranskih konstrukcija (Stranghoner, Uhlemann et al. 2016), biti vezan za Evrokod 1, može se prepostaviti da će vrednost od 1 kN važiti i za koncentrisane sile koje deluju na membranske konstrukcije. U ovom poglavlju biće ispitivano kako promena intenziteta koncentrisane sile utiče na promenu geometrije nultog modela. Slično istraživanje već je ranije vršeno (Milošević 2015), pa će biti moguće proveriti da li se zaključci ovog i prethodnog istraživanja poklapaju.

### 4.2.2. Ispitivanje i rezultati

U istraživanju ove doktorske disertacije ispitivane su vrednosti intenziteta koncentrisane sile od 0,1 do 1,33 kN. Vrednosti su povećavane od 0,1 kN sve do 1,2 kN za po 0,1 kN, a kao najviša vrednost za intenzitet sile uzeto je 1,33 kN, budući da je to vrednost koja se pojavljuje kao preporučena u američkom standardu ASCE/SEI 7-10. Pojedinačno su ispitivane promene vrednosti intenziteta koncentrisane sile u svim tačkama nultog modela. Cilj ovog dela istraživanja je bio da se utvrdi kako intenzitet koncentrisane sile utiče na promenu geometrije membrane. Deo rezultata dobijenih variranjem intenziteta koncentrisane sile prikazan je na dijagramima 38, 39 i 40. Na dijagramu 38 prikazana su pomeranja čvorova koji pripadaju dijagonalni koja obuhvata jedan i drugi viši oslonac, pod dejstvom različitih intenziteta

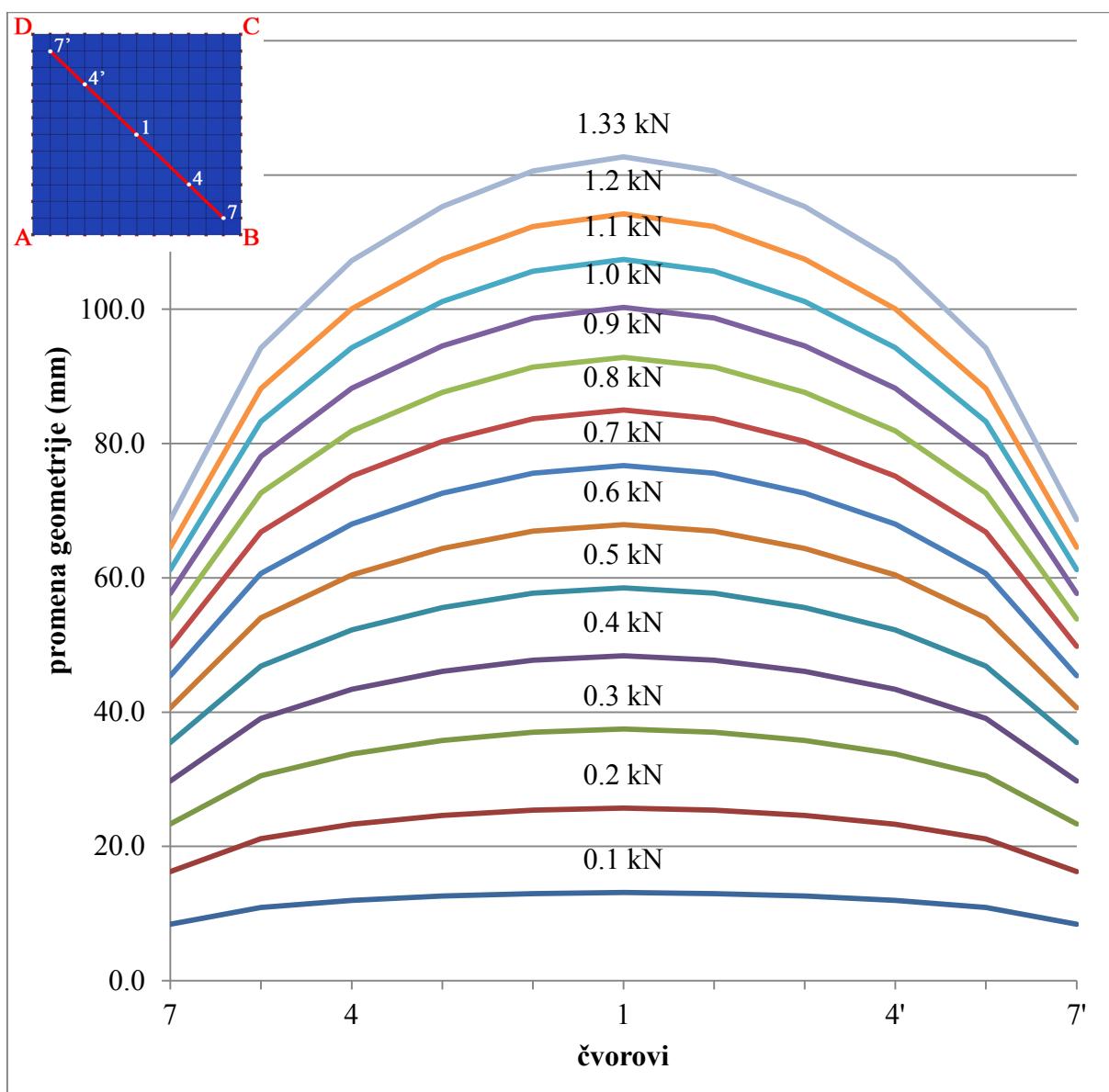
koncentrisane sile. Dijagram 39 prikazuje pomeranja čvorova pod različitim intenzitetom koncentrisane sile za čvorove koji se nalaze na dijagonali koja povezuje dva niža oslonca. Pomeranja čvorova koji pripadaju vertikalnoj ravni koja prolazi kroz centar nultog modela i paralelna je sa stranicom AD, prikazana su na dijagramu 40. Koncentrisane sile su kao i do sada nanošene jedna za drugom, a ne istovremeno.



38\* – Pomeranja čvorova označene dijagonale pod dejstvom koncentrisane sile promenljivog intenziteta

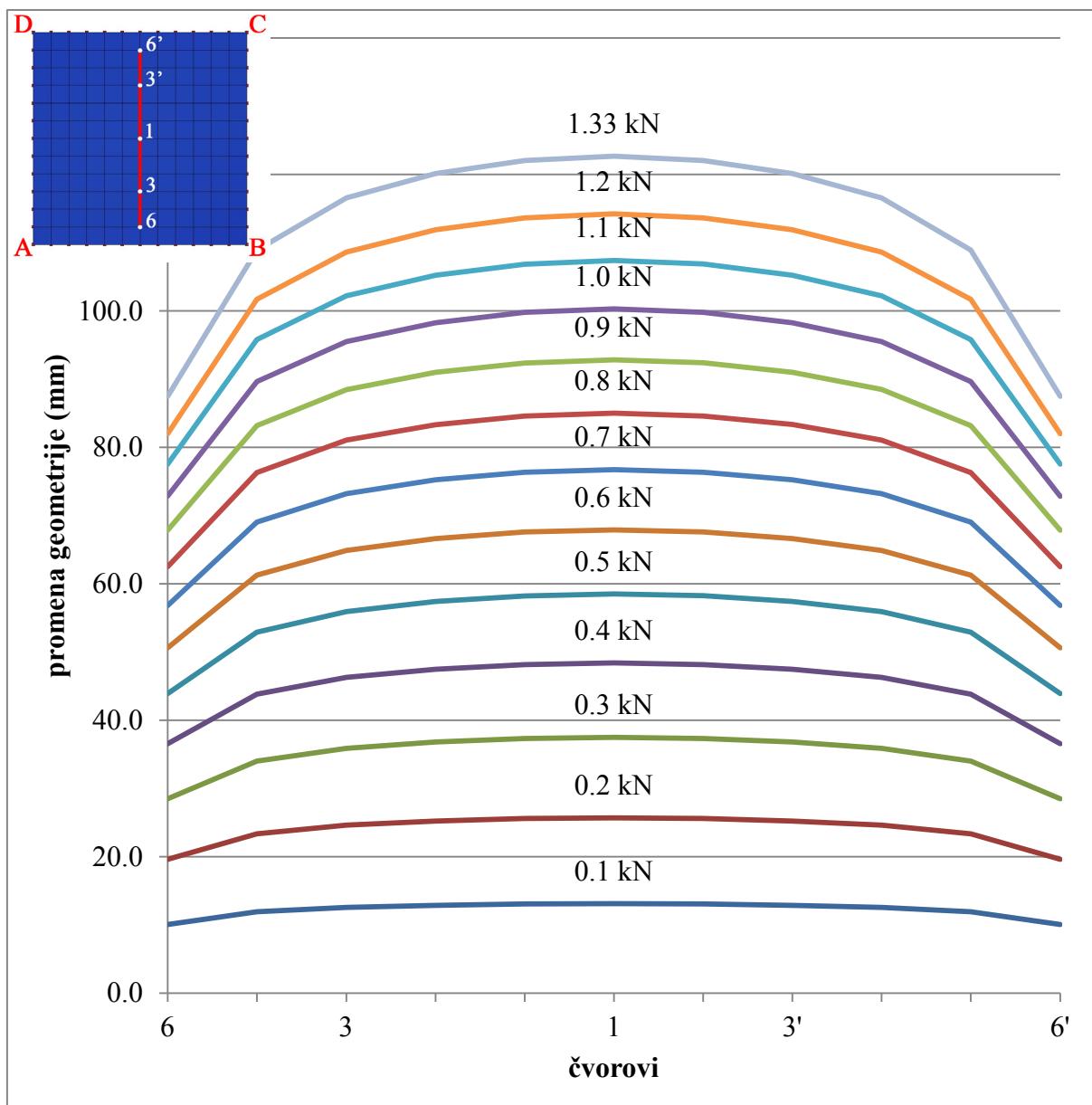
Dijagonala prikazana na dijagramu 38 obuhvata dva viša temena nultog modela i čvorove 5, 2, 1, 2', 5'. Osim imenovanih, prikazani su rezultati za još šest čvorova čija se pozicija vidi na osnovi dатој na dijagramu. Prvo zapažanje o rezultatima prikazanim na dijagramu 38 je da su promene geometrije neobično velike u odnosu na klasične konstrukcije od betona, metala

ili drveta. Pri dejstvu koncentrisane sile od 1 kN, promene geometrije na nultom modelu prelaze 10 cm za raspon od 6 metara, dok bi za isti raspon kod drugih pomenutih građevinskih materijala promena geometrije bila višestruko manja. Rezultati prikazani na dijagramu 38 takođe pokazuju da sa porastom intenziteta koncentrisane sile rastu i pomeranja u svim analiziranim čvorovima, što je bilo očekivano. Čvor 1 u centru membrane ima najveća pomeranja pod svim analiziranim intenzitetima koncentrisane sile, a čvor 5 koji se nalazi blizu višeg oslonca ima najmanja pomeranja. Međusobni odnosi čvorova su isti pod svim intenzitetima koncentrisane sile, tako da pomeranja uvek rastu od oslonaca ka centru membrane. Razlika u pomeranjima između čvorova nije ista, ali je procentualno slična pri svim intenzitetima koncentrisane sile.



39\* – Pomeranja čvorova označene diagonale pod dejstvom koncentrisane sile promenljivog intenziteta

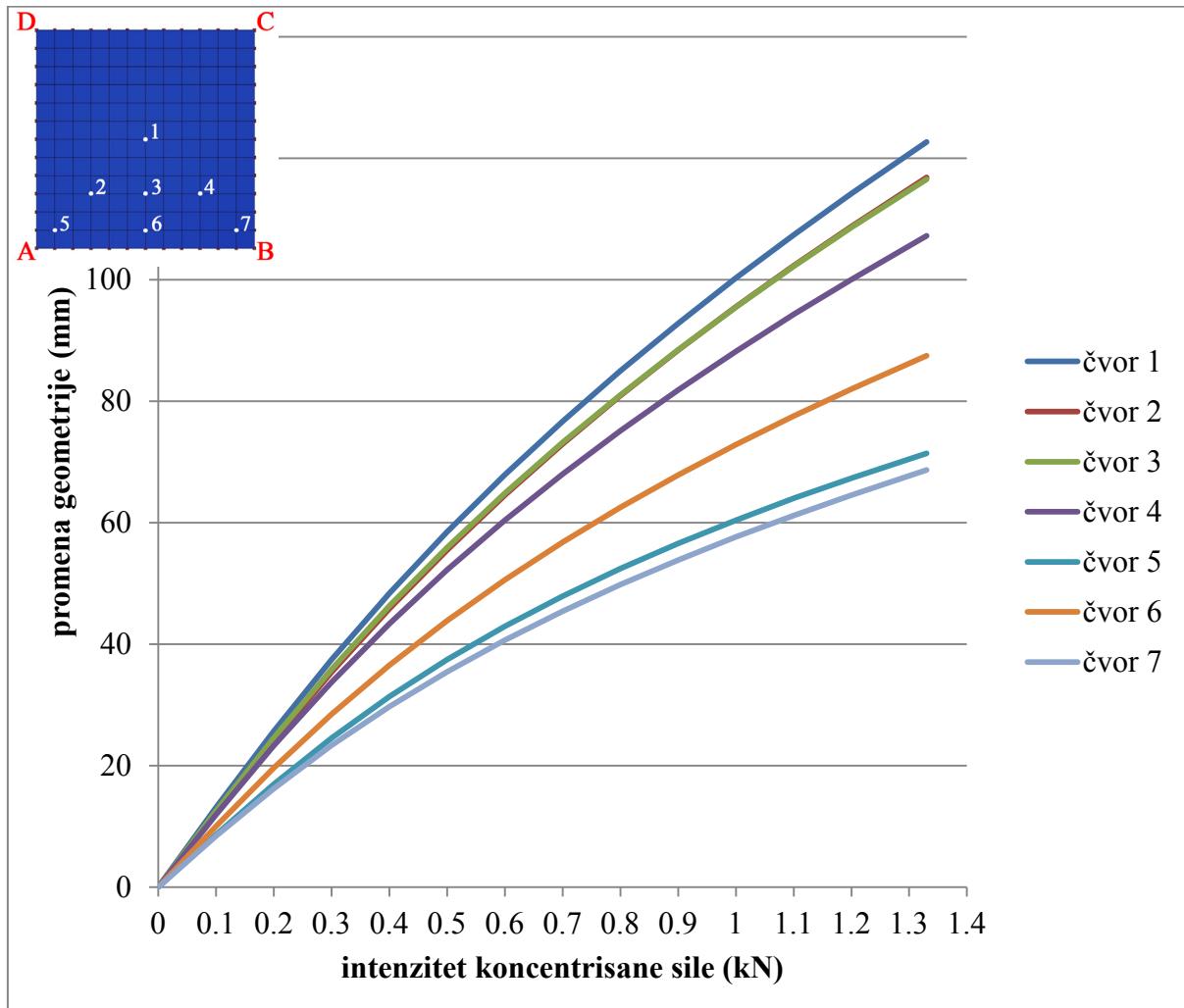
Dijagramom 39 obuhvaćena je dijagonala koja prolazi kroz dva niža temena nultog modela i kroz čvorove 7, 4, 1, 4' i 7'. Između ovih čvorova nalaze se i neki čvorovi kojima nisu dodeljena imena, ali su njihove pozicije uočljive na dатој osnovи и на apscisi dijagrama 39. Isti zaključci koji su važili za čvorove sa dijagrama 38 važe i za čvorove sa dijagrama 39. Jedina razlika između ovih dijagrama je u veličini promene geometrije. Tako čvor 7 ima najmanja pomeranja od svih analiziranih čvorova, i ova pomeranja sporije rastu ka čvoru 1, pa ovaj dijagram ima drugačiji oblik u odnosu na prethodni. Kada se posmatra jedan čvor, može se primetiti da se razlika između njegovih pomeranja pri ravnomernom povećanju intenziteta koncentrisane sile postepeno smanjuje.



40\* – Pomeranja čvorova označenog pravca pod dejstvom koncentrisane sile promenljivog intenziteta

Dijagram 40 prikazuje promene položaja čvorova 6, 3, 1, 3' i 6' pri dejstvu koncentrisane sile rastućeg intenziteta. I ovaj niz čvorova potvrđuje zapažanja i zaključke izvedene analizom rezultata prethodna dva niza čvorova.

Nakon analize pomeranja niza čvorova pri različitim intenzitetima koncentrisane sile ispitano je ponašanje karakterističnih čvorova pri istovetnoj promeni intenziteta sile. Dijagram 41 prikazuje odnos između intenziteta sile i promene položaja izabranih čvorova. Izabrani čvorovi su isti kao i u poglavljiju 4.1.3. i dati su na osnovi prikazanoj na dijagramu 41.



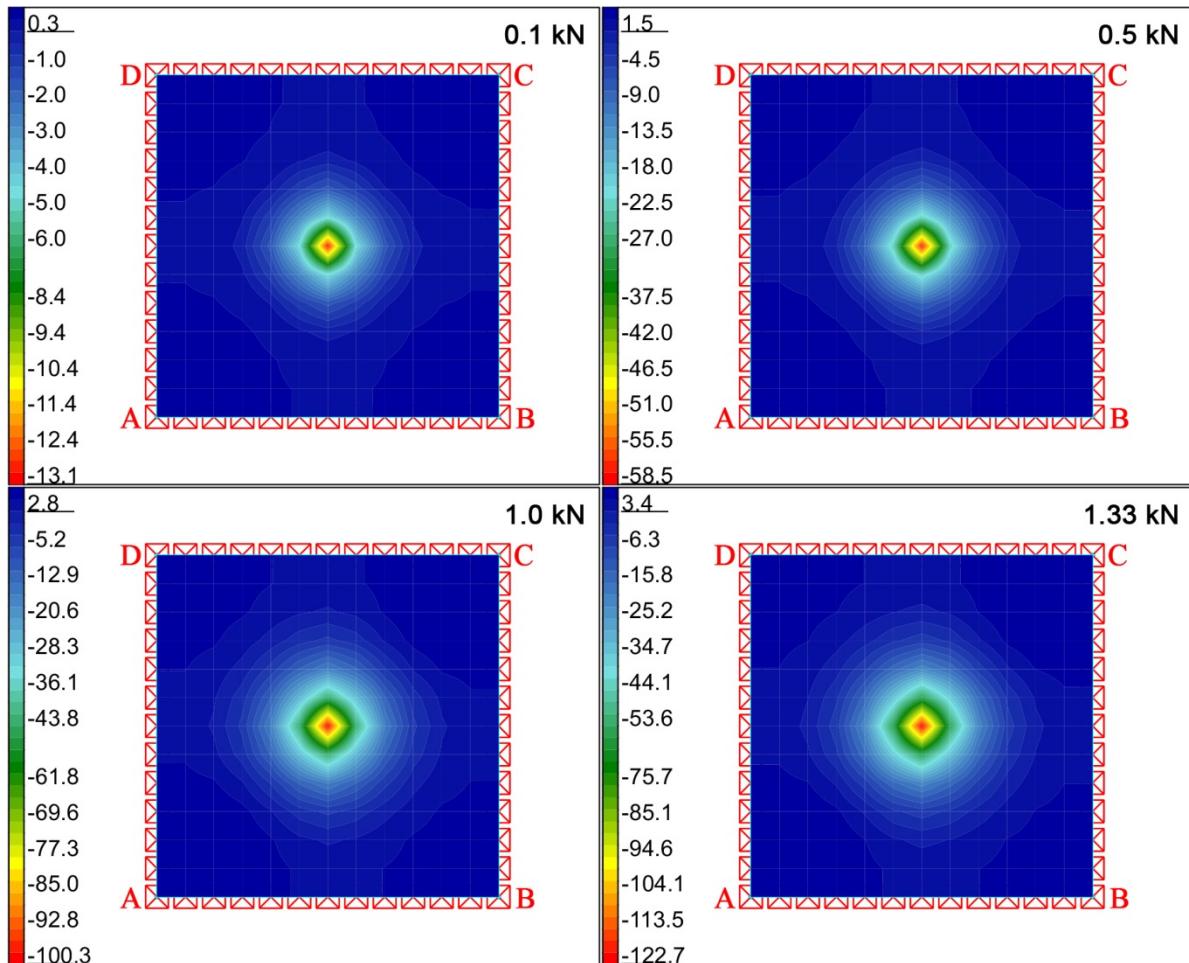
41\* – Pomeranja analiziranih čvorova u zavisnosti od povećanja intenziteta koncentrisane sile

Rezultati prikazani na dijagramu 41 pokazuju da je za sve tačke odnos između pomeranja i intenziteta sile nelinearan. To objašnjava primećenu pojavu da se sa ravnomernim povećanjem intenziteta sile smanjuju razlike u pomeranjima istih tačaka. Nacrt evropskog pravilnika za proračun zategnutih membranskih konstrukcija (Stranghoner, Uhlemann et al. 2016) definiše ovaj odnos kao „podlinearan“. Na dijagramu 41 može se još jednom videti da

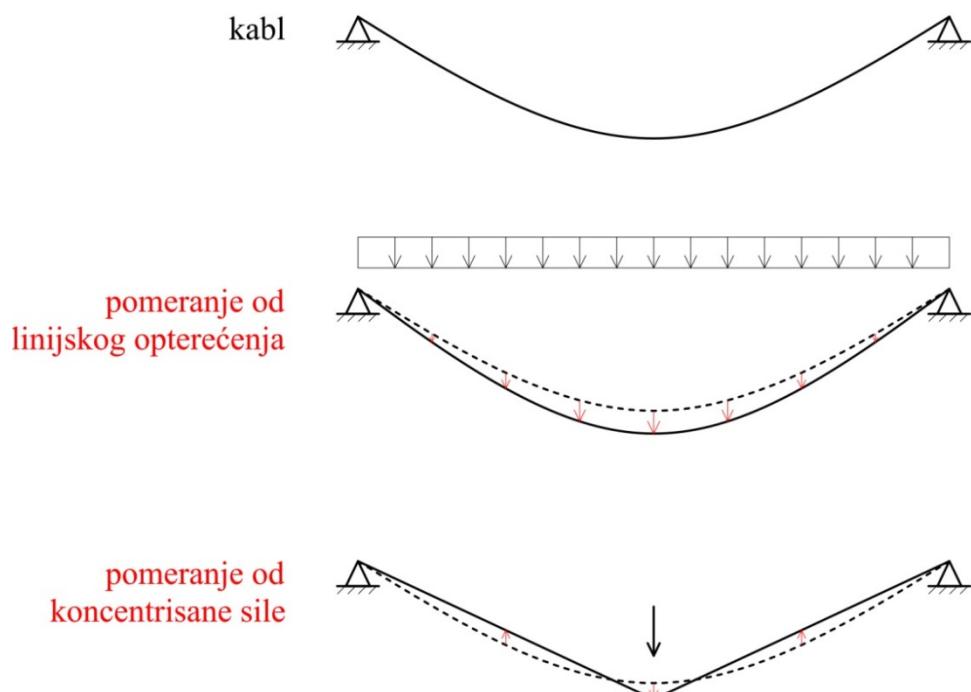
čvor 1 ima veća pomeranja od ostalih čvorova. Čvorovi 2 i 3 imaju skoro jednaka pomeranja pri svim analiziranim intenzitetima sile. Čvor 7 ima najmanja pomeranja od svih čvorova membrane. Pri povećanju intenziteta koncentrisane sile nema neočekivanih skokova niti odstupanja u veličini promene geometrije nijednog čvora, pa se jednostavnom interpolacijom može sa velikom preciznošću odrediti i pomeranje pri intenzitetima sile koji nisu ispitivani. Budući da postoji jasan trend promene geometrije u odnosu na povećanje intenziteta sile, odlučeno je da nema potrebe ponavljati postupak ispitivanja sa manjim priraštajem intenziteta koncentrisane sile.

Dijagrami 38 do 41 prikazuju promene geometrije u tačkama gde se događaju maksimalna pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile. Pri tome nije vodeno računa o tome kakve su promene geometrije na ostatku membrane. Slika 42 prikazuje promenu geometrije svih tačaka membrane nultog modela kada na njega deluje koncentrisana sila u centru membrane. Različiti delovi slike pokazuju različite intenzitete sile. Prikazani intenziteti koncentrisane sile su redom 0,1; 0,5; 1,0 i 1,33 kN. Prikazi za druge intenzitete koncentrisane sile nisu dati jer ne otkrivaju nikakve novine. Ostale tačke na membrani pokazuju slično ponašanje kada na njih deluje koncentrisana sila, pa zbog uštede prostora nisu prikazane.

Rezultati pokazuju da ponašanje membrane ne zavisi od intenziteta sile, jer je ono jednoobrazno bez obzira na intenzitet sile. Jedina razlika je u veličini promene geometrije koja nastaje pod dejstvom koncentrisane sile. Veći deo membrane trpi minimalna pomeranja, a samo u blizini dejstva sile je promena geometrije većeg intenziteta. Interesantno je, međutim, da se među rezultatima na skali pojavljuju i pozitivne vrednosti. Kako su na slikama prikazane vertikalne komponente vektora pomeranja, pozitivna vrednost znači da dolazi do pomeranja u smeru naviše. Ovo na prvi pogled može delovati neobično, budući da je smer delovanja koncentrisane sile naniže. Ipak, i ova pojava se može lako objasniti jednostavnijim primerom. Uzmimo kabl oslonjen na krajevima na koji deluje samo sopstvena težina. Kao što je poznato, kabl tada zauzima položaj lančanice. Ukoliko na kabl deluje linijsko opterećenje vertikalno naniže, kabl će se izdužiti i tačke kabla će se pomeriti naniže. Međutim, ukoliko u sredini kabla deluje koncentrisana sila sa smerom naniže kabl će promeniti svoj oblik. Pri promeni oblika tačka u kojoj deluje sila pomeriće se naniže. Istovremeno, u nekim delovima kabla doći će i do odizanja. Ilustracija ovog primera data je na slici 43.

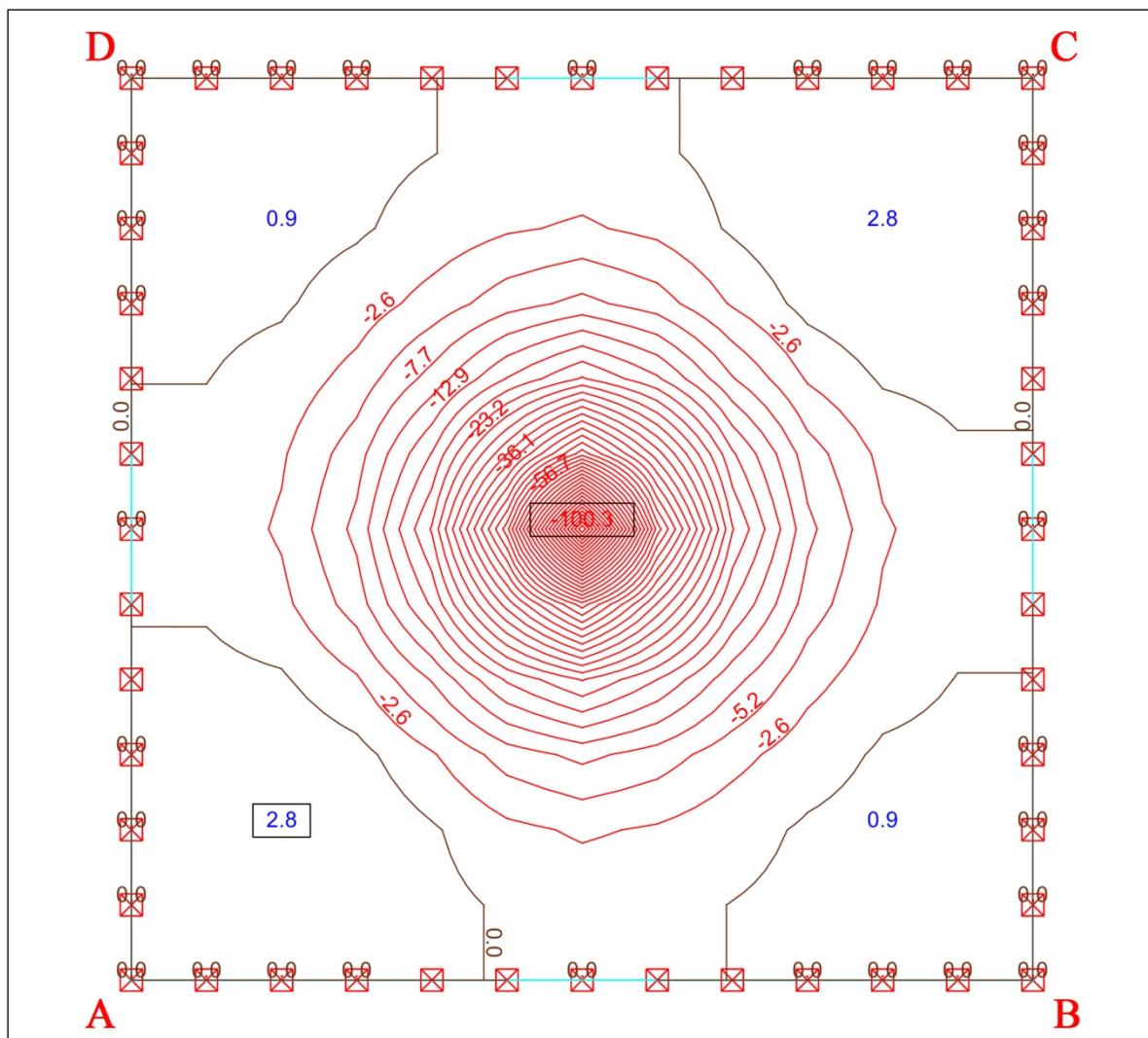


42 – Promena geometrije membrane (mm) pri dejstvu sile u centru membrane i intenzitetima sile od 0,1; 0,5; 1,0 i 1,33 kN



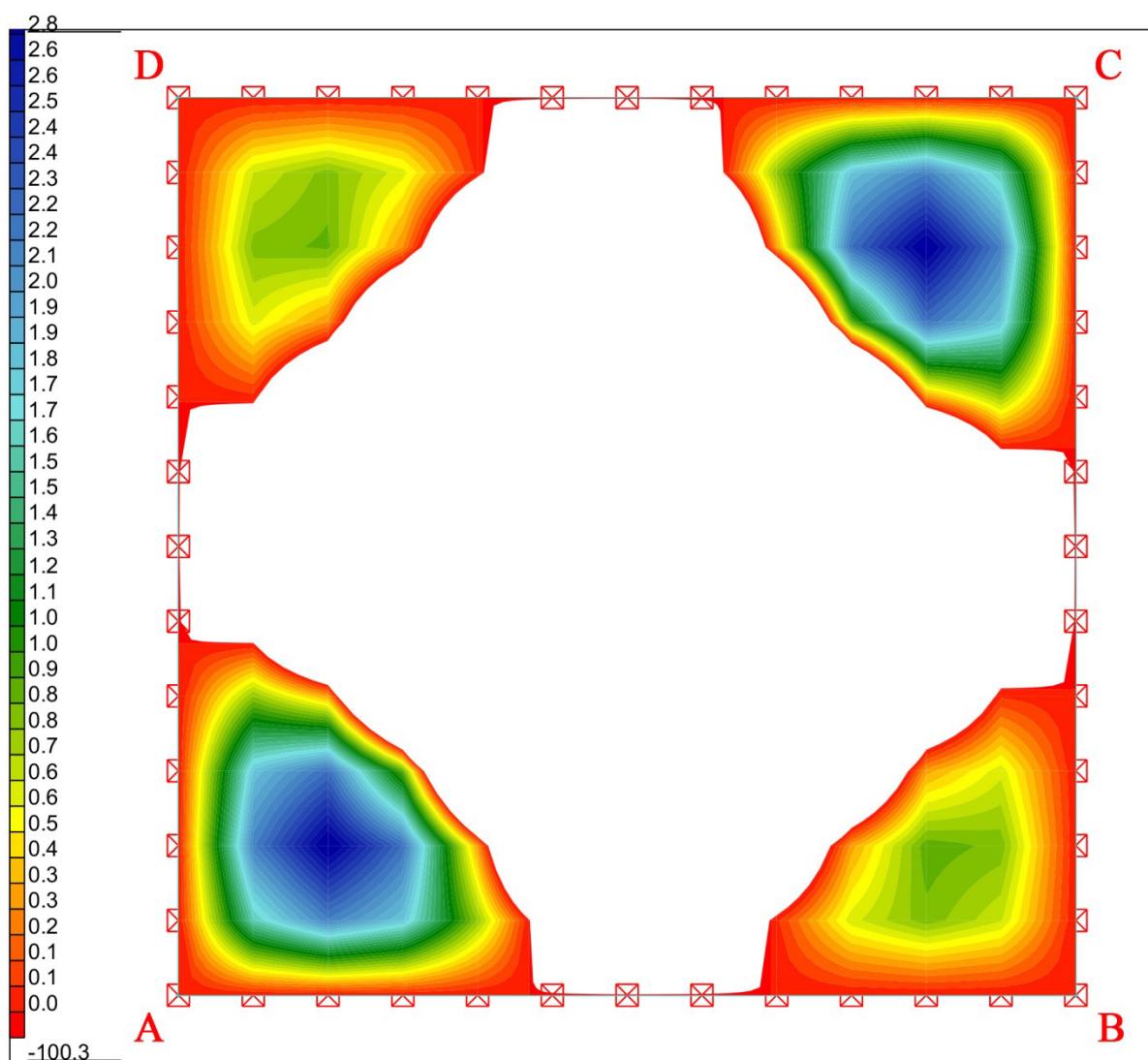
43 – Pomeranje tačaka lančanice pod dejstvom opterećenja

Slična situacija događa se i sa membranom pod dejstvom koncentrisanog opterećenja. Kada koncentrisana sila deluje u centru membrane delovi membrane koji su bliže osloncima se odižu. Vertikalne komponente pomeranja membrane nultog modela pri dejstvu koncentrisane sile intenziteta 1 kN u centru membrane date su na slici 44. Na ovoj slici jasno se vidi da uglovi membrane imaju vertikalna pomeranja naviše. Ova pomeranja veća su u blizini viših oslonaca i iznose maksimalno 2,8 mm, a manja u blizini nižih oslonaca i iznose maksimalno 0,9 mm. Na slici 44 se zbog višestruko veće promene geometrije i gustine izolinija u negativnom pravcu ne vide izolinije koje bi bliže opisale promene u pozitivnom smeru, odnosno naviše. Zbog toga je data i slika 45 na kojoj su prikazana samo vertikalna pomeranja u opsegu od 0,0 do 2,8 mm. Sve tačke sa negativnim vrednostima su isključene iz prikaza. Ovakva prezentacija rezultata omogućava mnogo bolje sagledavanje pozitivnih pomeranja u vertikalnom pravcu.



44 – Pomeranje membrane nultog modela (mm) pri dejstvu sile od 1 kN

Rezultati prikazani na slikama 44 i 45 pokazuju da do odizanja pod dejstvom koncentrisane sile dolazi na značajnom delu membrane, iako je smer sile vertikalno naniže. Maksimalna pomeranja naviše zabeležena su na sredini površine na kojoj dolazi do ovih pomeranja, što je bilo očekivano. Površina membrane na kojoj dolazi do odizanja je vrlo slična bez obzira na intenzitet koncentrisane sile. Povećanje intenziteta koncentrisane sile utiče na to da se i veličina pomeranja u pozitivnom smeru poveća. Ukoliko se promeni pozicija sile, menja se i oblik površine na kojoj dolazi do podizanja tačaka. Međutim, bez obzira na veliku površinu na kojoj dolazi do pozitivnih vertikalnih pomeranja, ova pomeranja su vrlo mala u poređenju sa pomeranjima u negativnom smeru. Zbog toga ona nisu od velikog značaja i neće dalje biti razmatrana u ovom radu.



45 – Pozitivna pomeranja membrane nultog modela (mm) pri dejstvu sile od 1 kN

U ovom poglavlju ispitivan je uticaj variranja intenziteta koncentrisane sile na promene geometrije nultog modela. Deo dobijenih zaključaka poklapa se sa zaključcima ranijih

istraživanja izvršenih na sličnim modelima (Milošević 2015). Osim potvrđenih zaključaka, ovo istraživanje prošireno je dodatnim intenzitetima koncentrisane sile i analizom cele površine membrane, a ne samo čvorova u kojima dolazi do maksimalnih promena geometrije. Svakako je potrebno posebno istaći da je intenzitet promene geometrije nultog modela membranske konstrukcije značajno veći nego kod konstrukcija od klasičnih građevinskih materijala, pri delovanju spoljašnje sile istog intenziteta.

#### **4.2.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu**

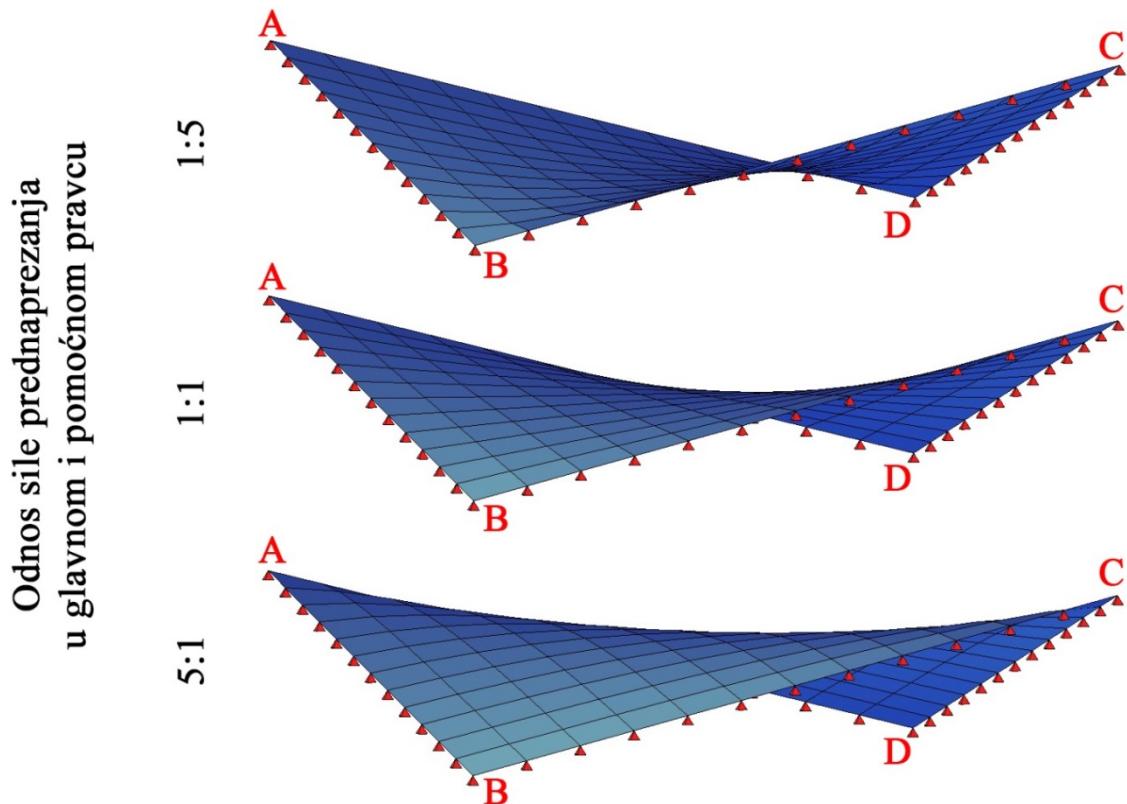
Za kombinaciju sa drugim ispitivanim parametrima u sledećoj fazi istraživanja biće uzet intenzitet koncentrisane sile od 1 kN. Ova vrednost će verovatno u budućnosti biti usvojena za intenzitet koncentrisane sile koji treba uzimati u proračunu membranskih konstrukcija i postati propisana standardom kada se usvoji Evrokod o membranskim konstrukcijama. Vrednosti manje od 1 kN pokazuju manje nepovoljno dejstvo po promenu geometrije ispitivanog modela. Kako je utvrđeno ponašanje pri promeni vrednosti intenziteta koncentrisane sile i nije primećeno da postoje odstupanja, niže vrednosti neće biti uzimane u razmatranje pri kombinaciji sa drugim parametrima. Na teritoriji važenja američkih standarda adekvatno bi bilo u daljem razmatranju uzimati vrednost od 1,33 kN, međutim budući da je izvesno da će se i u našoj zemlji primenjivati Evrokodovi, odlučeno je da se prihvati vrednost od 1 kN za intenzitet delujuće koncentrisane sile u parametarskoj analizi izvedenoj u poglavljju 5.

### 4.3. Intenziteti sila prednaprezanja membrane

#### 4.3.1. O parametru

Intenziteti sila prednaprezanja membrane su još jedan od parametara opterećenja. Međutim, za razliku od parametara pozicije i intenziteta koncentrisane sile, on nije vezan za koncentrisanu silu. Sile prednaprezanja se u membranu unose tokom montaže, mada su moguće i kasnije korekcije. Preliminarno istraživanje ovog parametra delimično je predstavljeno u radu (Milošević, Marković, Stojić 2016). Jedinica mere koja se koristi za intenzitet sile prednaprezanja membranskih konstrukcija je kN/m. Sila prednaprezanja jako je važna za geometriju membrane jer predstavlja jedan od parametara koji tokom procesa kreiranja forme utiče na dobijenu geometriju membrane. Intenzitet sile prednaprezanja u membrani se definiše intenzitetima sila zatezanja u glavnom i pomoćnom pravcu membranskog materijala, pa je zato neophodno definisati dve vrednosti za sile prednaprezanja. Odnos početne forme membrane i prednaprezanja već je istraživan (Milošević, Nikolić 2012). Istraživanja su pokazala da je za definisanje početne forme membrane sa krutim ivičnim osloncima u procesu kreiranja forme važan odnos intenziteta prednaprezanja u glavnom i pomoćnom pravcu, a ne vrednost intenziteta. Drugim rečima, početna forma membrane biće ista i ukoliko je prednaprezanje u glavnom i pomoćnom pravcu 1 kN/m i 1 kN/m i ako su intenziteti prednaprezanja 5 kN/m i 5 kN/m. Međutim, ako dođe do promene u odnosu između intenziteta zatezanja u jednom i drugom pravcu, i forma će se promeniti. Na slici 46 prikazane su tri početne forme modela sa različitim odnosom intenziteta prednaprezanja. Glavni pravac je paralelan dijagonali koja povezuje više oslonce, a pomoćni dijagonali koja povezuje niže oslonce. U slučaju kada je odnos intenziteta sile prednaprezanja u glavnom i pomoćnom pravcu 1:5, niti pomoćnog pravca su prednapregnute pet puta većom silom nego niti glavnog pravca. To za posledicu ima manju zakriviljenost membrane u pomoćnom pravcu, odnosno veći radius krivine. Kada su intenziteti sile prednaprezanja isti u oba pravca, membrana zauzima položaj sa minimalnom površinom za zadatu granicu. Tada je zakriviljenost ista u glavnom i pomoćnom pravcu, ako zanemarimo sopstvenu težinu. U situaciji kada je u glavnom pravcu intenzitet sile prednaprezanja pet puta veći, početni položaj membrane postaje takav da se cela membrana podiže naviše. Ovo je rezultat toga što niti glavnog pravca smanjuju svoju zakriviljenost pod dejstvom veće sile prednaprezanja. Dobijeni položaj je ogledalski simetričan u odnosu na horizontalnu ravan formi membrane dobijenoj pri prednaprezanju membrane sa odnosom sila zatezanja od 1:5 u

glavnom i pomoćnom pravcu. Analiza dobijanja početne forme u zavisnosti od odnosa intenziteta prednaprezanja izvršena je na nultom modelu i prikazana na slici 46.

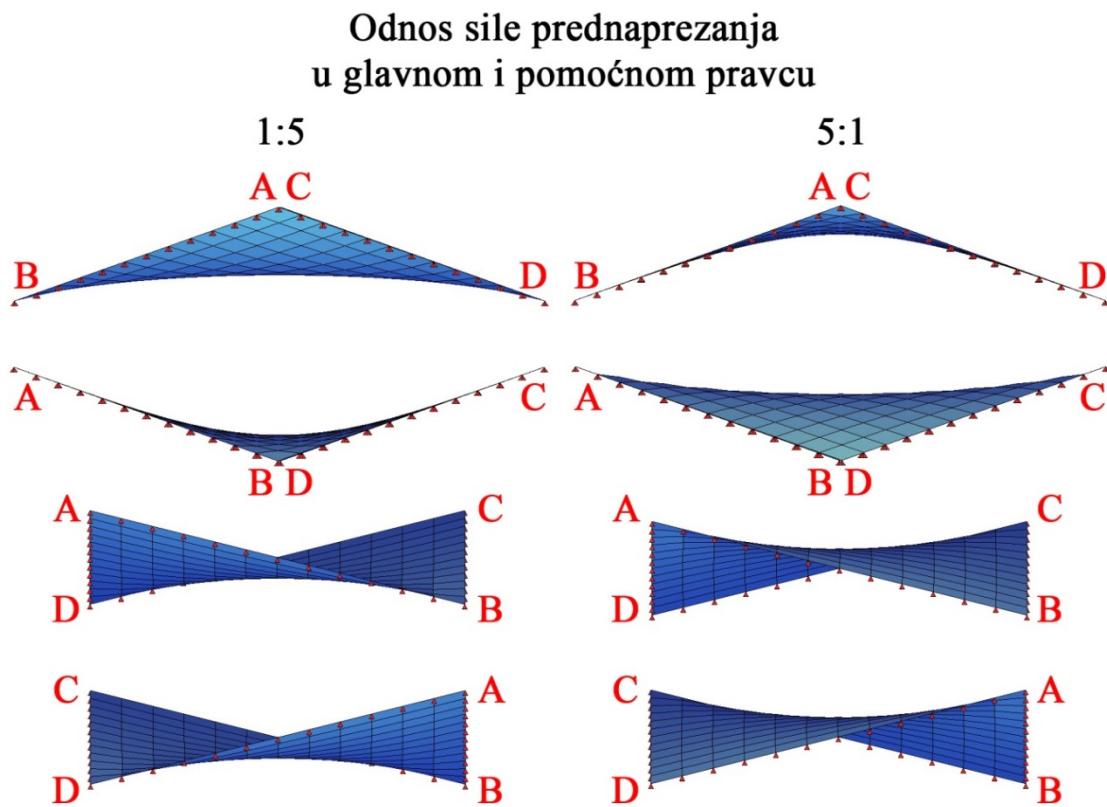


46 – Promena početne forme u zavisnosti od odnosa sile prednaprezanja

Na slici 47 prikazani su izgledi dva modela sa različitim odnosima sile prednaprezanja. Prikazana su po četiri izgleda, dva upravna na dijagonale osnove i dva upravna na stranice osnove. Izgledi su dati da bi se jasnije uočile zakrivljenosti membrane nego na aksonometrijskom prikazu datom na slici 46. Prikazana su dva modela različitih odnosa intenziteta sile prednaprezanja. Osim zakrivljenosti, na slici 47 može se uočiti i da se položaj centra membrane menja u odnosu na odnos sile prednaprezanja. Tako je kod modela koji ima odnos 1:5 centar membrane primetno spušten naniže, dok je kod modela sa odnosom 5:1 upravo suprotno, i centar je podignut naviše. Ukoliko bi sile prednaprezanja bile istog intenziteta u oba pravca, centar membrane bi se nalazio tačno na polovini visine između viših i nižih olonaca.

Na osnovu istraženih pravila ponašanja membrane, čak i bez sprovođenja procesa dobijanja forme moguće je naslutiti kako će se forma promeniti u zavisnosti od toga kako se menja odnos sile zatezanja u glavnom i pomoćnom pravcu. Za precizan rezultat ipak je neophodno sprovesti proces dobijanja forme sa promenjenim vrednostima sile prednaprezanja. Uobičajeno je da se u praksi primenjuju jednaki intenziteti sile prednaprezanja u membrani.

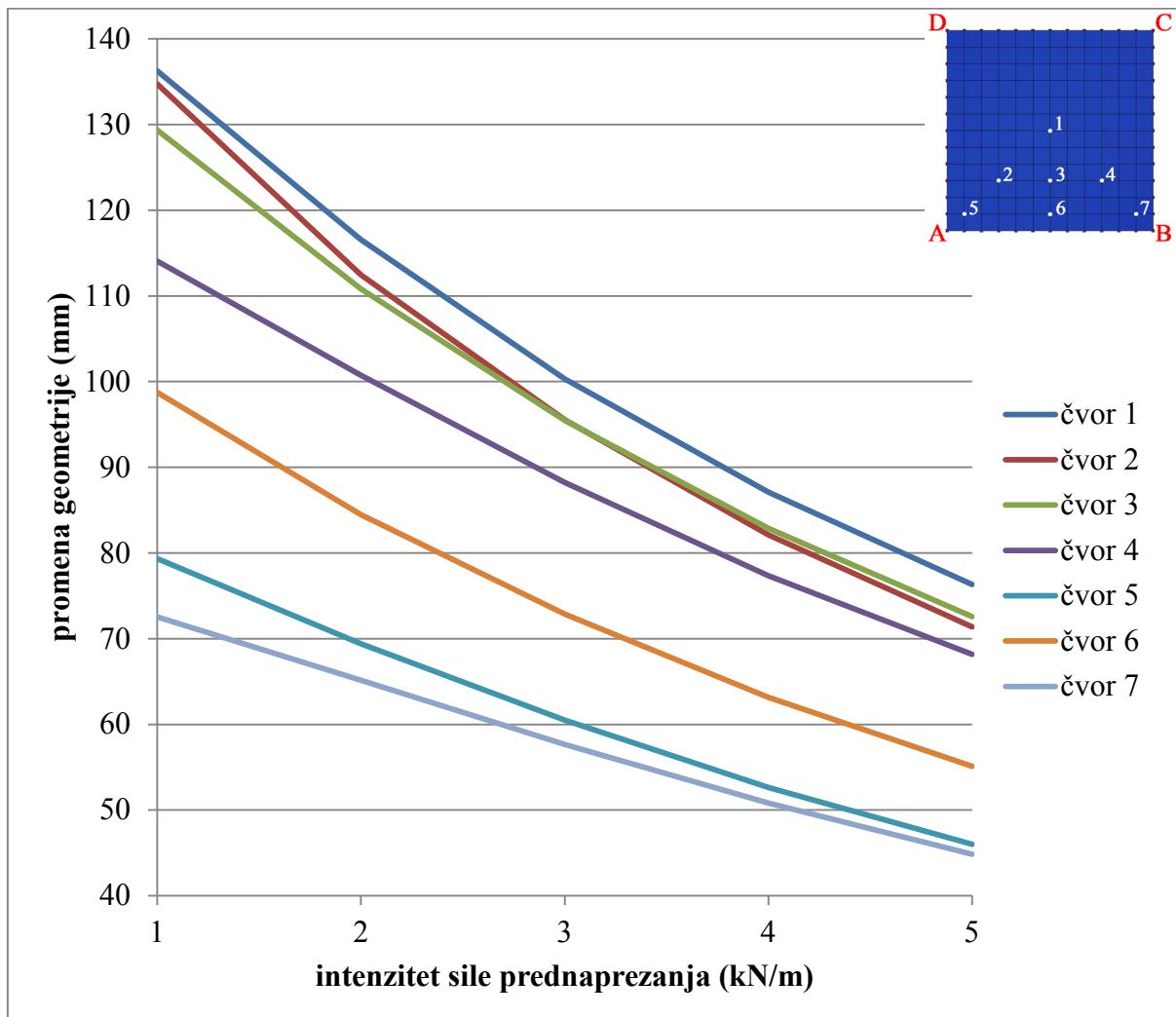
Postoje tri najčešća slučaja kada se od toga odstupa. Prvi je kada postoji dominantno opterećenje sa jedne strane membrane, odnosno kada je dominantan ili pritisak na membranu ili sišuće dejstvo veta. Drugi slučaj je kada membrana nema slične mehaničke karakteristike u glavnom i pomoćnom pravcu, već u glavnom pravcu ima izrazito veću otpornost na zatezanje. Tada se zbog veće iskorišćenosti materijala može povećati sila prednaprezanja u glavnom pravcu. Kakve će biti karakteristike membranskog materijala u jednom i drugom pravcu zavisi od proizvođača materijala, odnosno od procesa proizvodnje i karakteristika niti primenjenih za glavni i pomoćni pravac. Treći slučaj kada se može opravdano primeniti različit intenzitet prednaprezanja u jednom i drugom pravcu je kada membrana ima jako izduženu osnovu. Tada se po kraćem pravcu može povećati intenzitet prednaprezanja u odnosu na drugi pravac. U ovom poglavlju biće ispitivano kako promena intenziteta sile prednaprezanja membrane utiče na promenu geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Evropsko uputstvo za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija (Forster, Mollaert 2004) daje preporuku o intenzitetu sile prednaprezanja u odnosu na membranski materijal koji se primenjuje. Preporuka se odnosi na minimalni intenzitet prednaprezanja u oba pravca.



47 – Izgledi modela sa različitim odnosom sila prednaprezanja

### 4.3.2. Ispitivanje i rezultati

Cilj ovog dela istraživanja je da se ispita kako promena intenziteta prednaprezanja membrane utiče na promenu geometrije membrane pod dejstvom koncentrisane sile. U tu svrhu odabрано је 5 različitih intenziteta sila prednaprezanja i oni су 1, 2, 3, 4 i 5 kN/m. Ovi intenziteti sila prednaprezanja su najčešće primenjivani u praksi, pri čemu se veći intenziteti od ovih primenjuju uglavnom kod veoma specifičnih konstrukcija, a manji praktično nisu preporučljivi. Navedeni intenziteti su primjenjeni na nultom modelu, pri čemu su sve ostale karakteristike modela zadržane nepromenjene. Pri svakoj promeni intenziteta sile prednaprezanja ponovo je računata početna forma membrane. Najpre su navedeni intenziteti sila prednaprezanja uzimani kao jednaki u glavnom i pomoćnom pravcu. Ispitane su pozicije dejstva koncentrisane sile u čvorovima 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7. Dijagram 48 prikazuje odnos intenziteta sila prednaprezanja i maksimalnih pomeranja u analiziranim čvorovima.

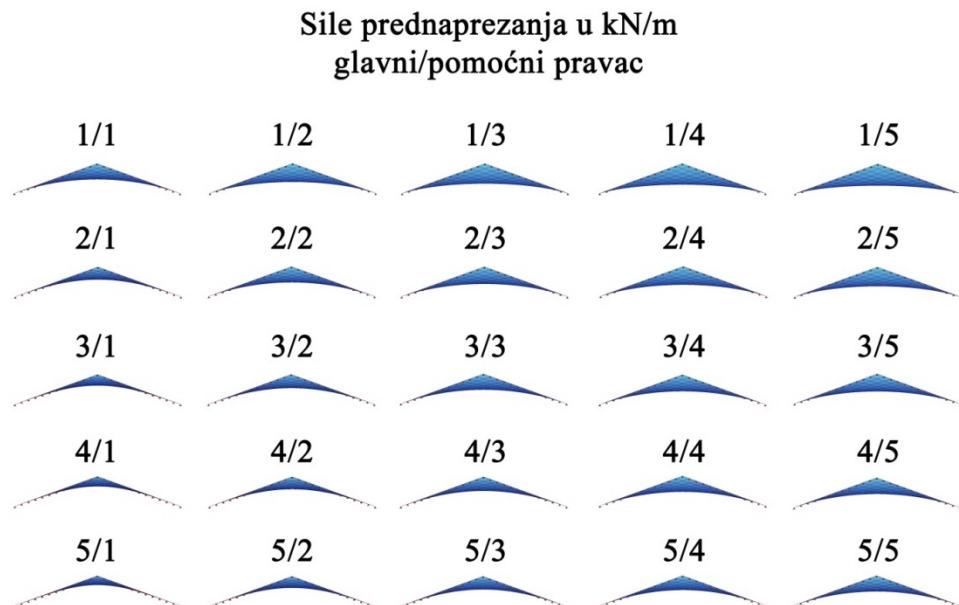


48\* – Uticaj intenziteta sile prednaprezanja na maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile

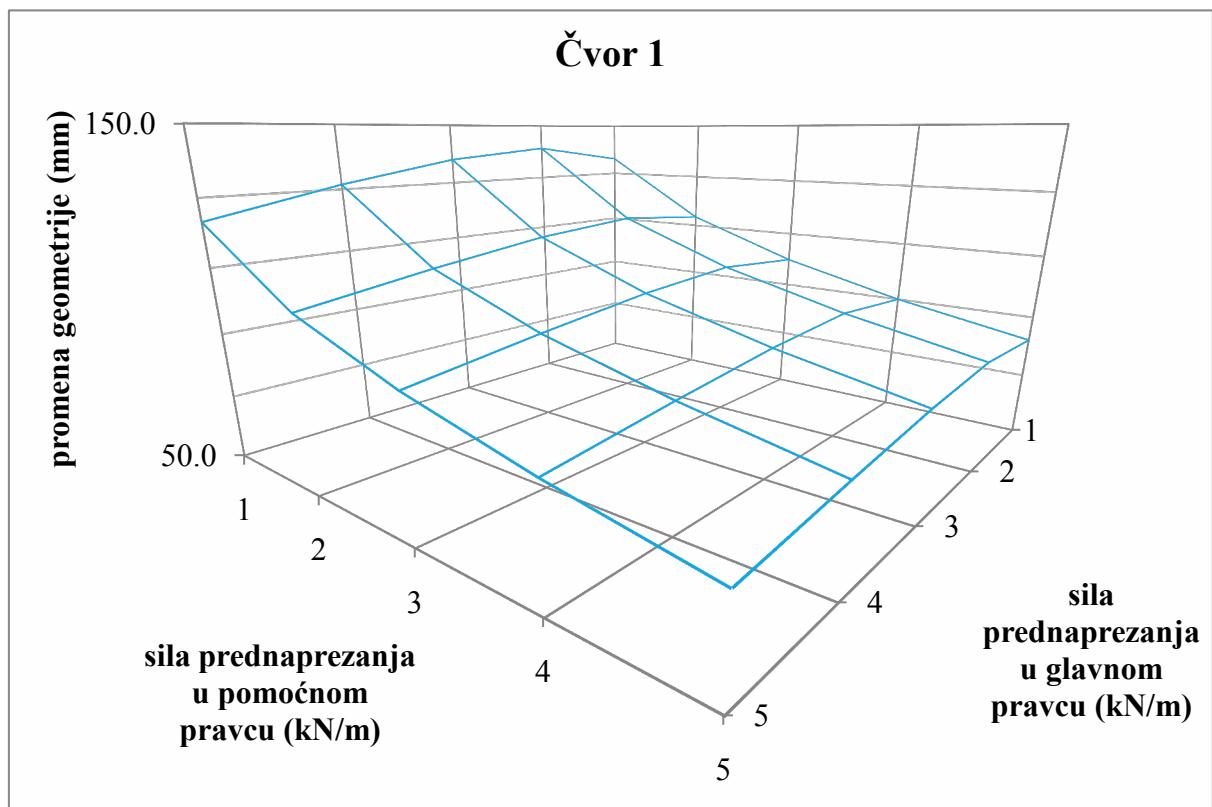
Rezultati pokazuju da sa porastom intenziteta prednaprezanja u membrani vrednosti maksimalnih pomeranja tačaka membrane opadaju. Ovaj odnos je blago nelinearan. Isti zaključci važe za sve ispitivane tačke. Ovakvo ponašanje membrane je u skladu sa očekivanjima. Naime, povećanje intenziteta sile prednaprezanja dovodi do povećanja krutosti konstrukcije, a povećanje krutosti utiče na smanjenje deformacija pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja, pa i koncentrisane sile. Pri povećanju intenziteta sile u oba pravca sa 1 na 5 kN/m dolazi do smanjenja maksimalnih pomeranja u opsegu 38-47% kod svih ispitivanih tačaka. Na osnovu ovoga može se zaključiti da se povećanjem intenziteta sile prednaprezanja može značajno smanjiti promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Najveća razlika u promeni geometrije događa se pri povećanju intenziteta sile prednaprezanja sa 1 kN/m na 2 kN/m i ona iznosi 10–17% u zavisnosti od čvora u kojem deluje sila. Najmanje smanjenje pomeranja je pri povećanju intenziteta sile prednaprezanja sa 4 kN/m na 5 kN/m i ono iznosi oko 8% za sve analizirane tačke. Interesantno je spomenuti da međusobni odnosi veličine pomeranja ostaju nepromenjeni, ali uz izuzetak čvorova 2 i 3. Naime, pri manjem intenzitetu sile prednaprezanja, pomeranja čvora 2 su veća nego pomeranja čvora 3. Međutim, sa povećanjem sile prednaprezanja maksimalna pomeranja tačke 3 sporije opadaju, tako da pri većim ispitivanim intenzitetima sile prednaprezanja tačka 3 ima veća pomeranja od tačke 2.

U sledećem delu istraživanja ispitivano je kako sile prednaprezanja nejednakog intenziteta u glavnom i pomoćnom pravcu utiču na promenu geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Ispitane su sve moguće kombinacije već određenih vrednosti. Po jedan izgled svakog od ispitivanih modela prikazan je na slici 49. Na slici se može videti kako se forma membrane menja pri različitim odnosima intenziteta sile prednaprezanja. Takođe, može se primetiti kako je forma modela po dijagonali slike od 1/1 do 5/5 kN/m ista, odnosno da se pri istom odnosu sile prednaprezanja forma ne menja. Iako je neuobičajeno da intenzitet sile u glavnom pravcu bude 5 puta veći od sile u pomoćnom, a takođe nije praksa da niti pomoćnog pravca budu prednapregnute značajno većom silom nego niti glavnog pravca, ove mogućnosti su ispitane kako zbog toga što se pod određenim uslovima ipak mogu javiti u praksi, tako i zbog kompletnosti istraživanja. U slučaju da je intenzitet prednaprezanja veći u jednom pravcu, niti tog pravca imaće manju zakrivljenost, odnosno veći radius krivine, da bi se postigla unutrašnja ravnoteža sistema. Povećanje intenziteta sile prednaprezanja dovodi do povećanja krutosti, dakle trebalo bi da smanjuje deformacije pri opterećenju u pravcu od centra krivine ka nitima. Sa druge strane, poznato je da niti sa manjim zakrivljenjem imaju veće deformacije od onih sa većim zakrivljenjem. Upravo zbog toga je interesantno ispitati koji od ova dva

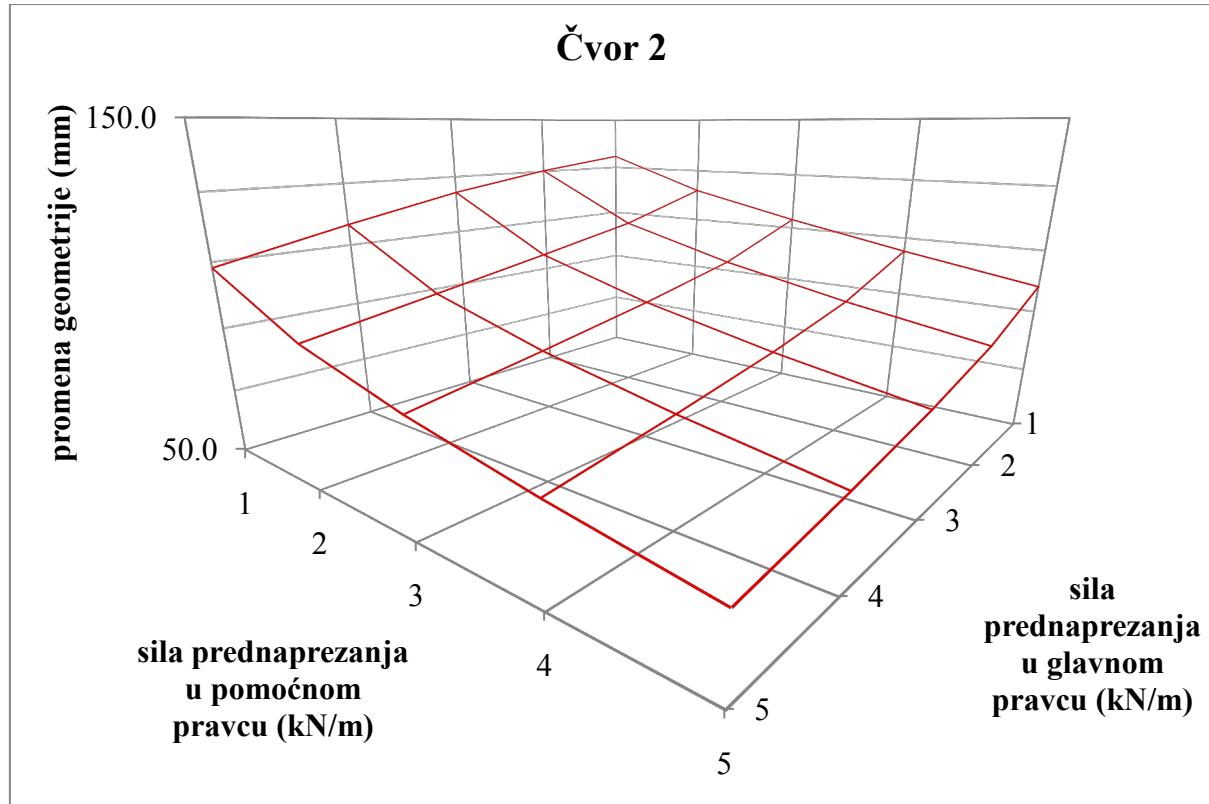
uticaja će preovladati i kako će promena intenziteta sila prednaprezanja uticati na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Rezultati maksimalnog pomeranja analiziranih čvorova membrane pod dejstvom različitih intenziteta sila prednaprezanja prikazani su na dijagramima 50 do 56.



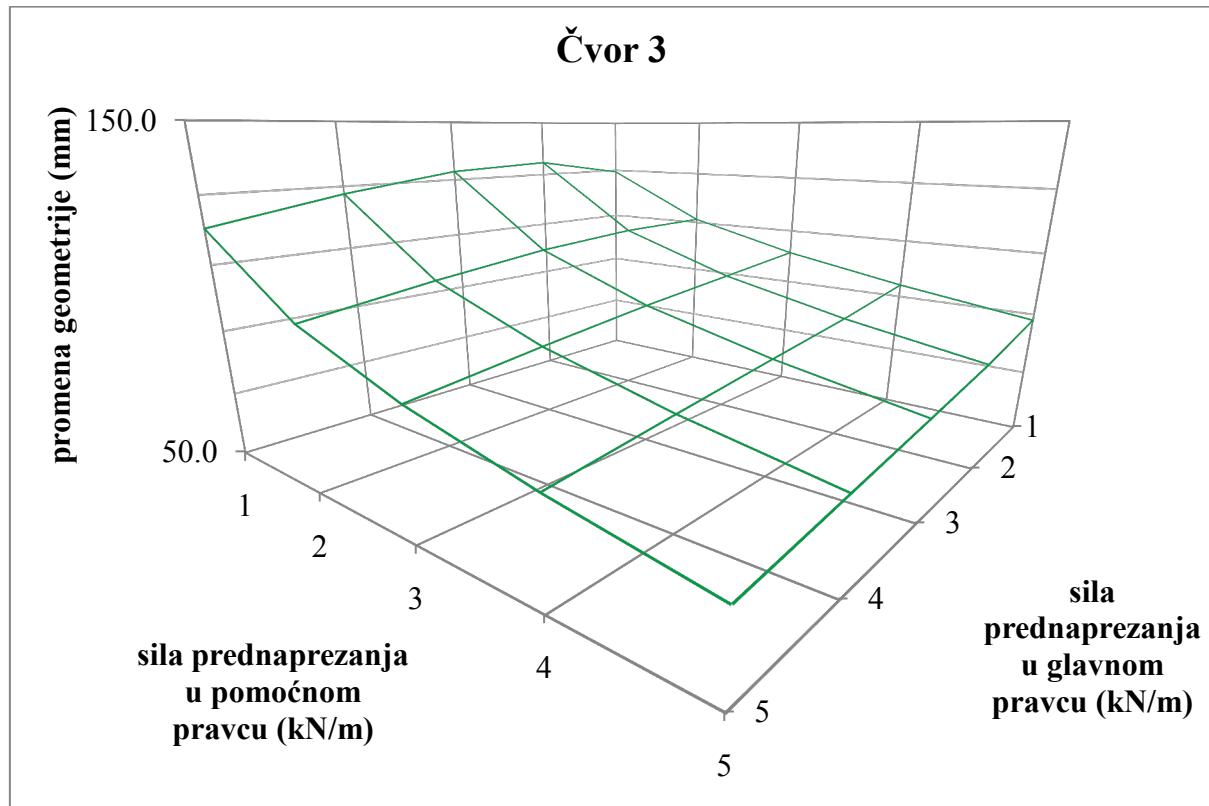
49 – Izgledi analiziranih modela



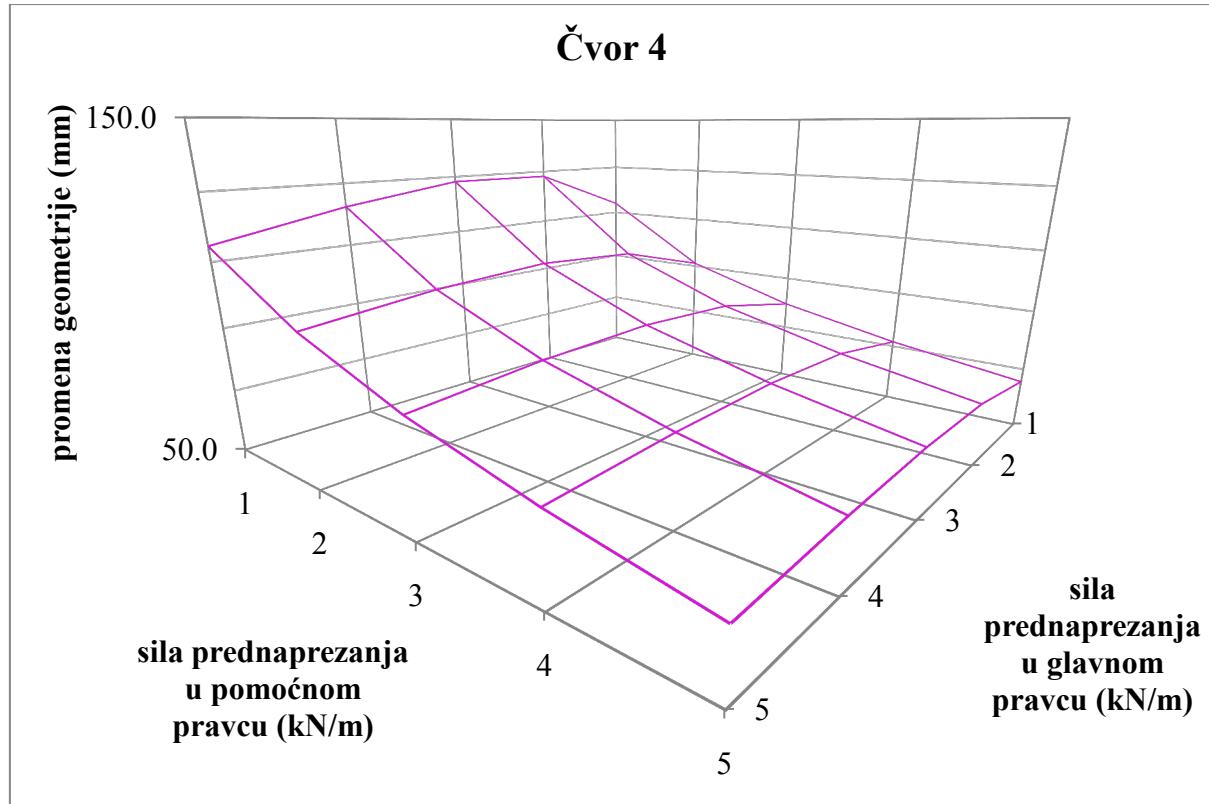
50\* – Maksimalna pomeranja čvora 1 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja



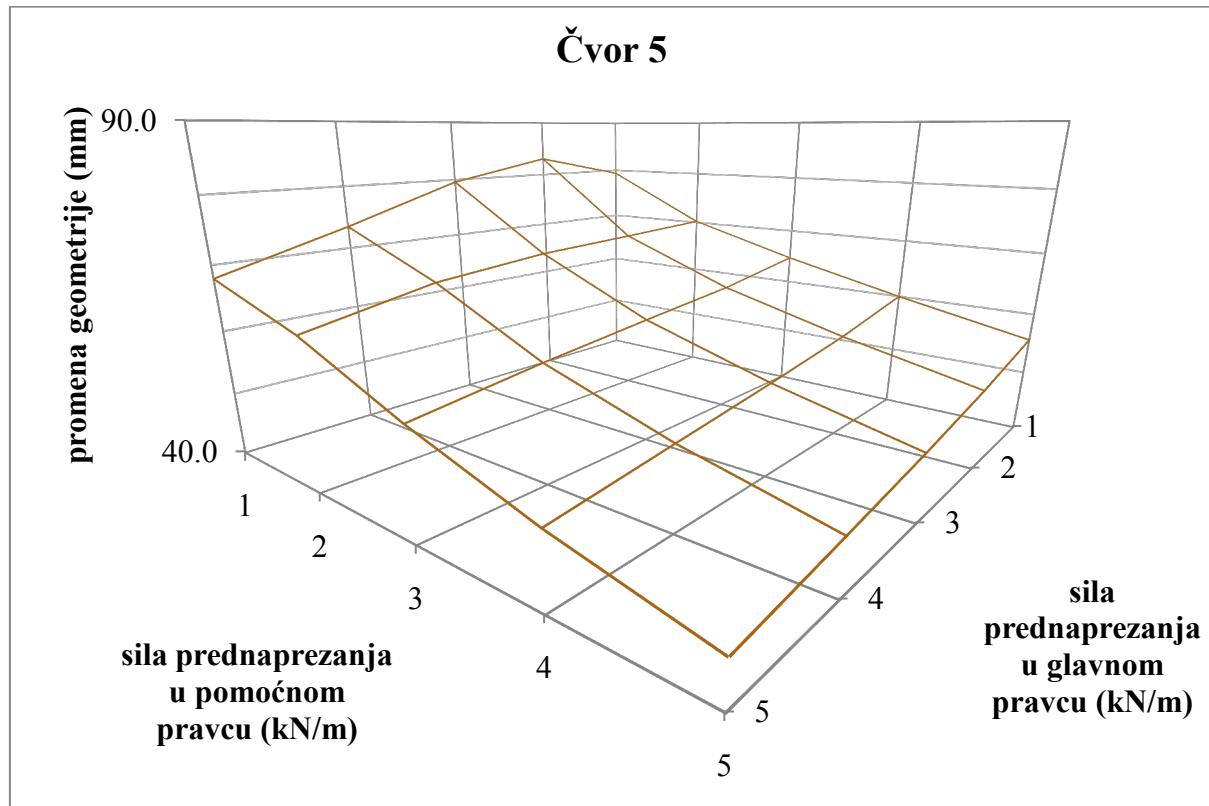
51\* – Maksimalna pomeranja čvora 2 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja



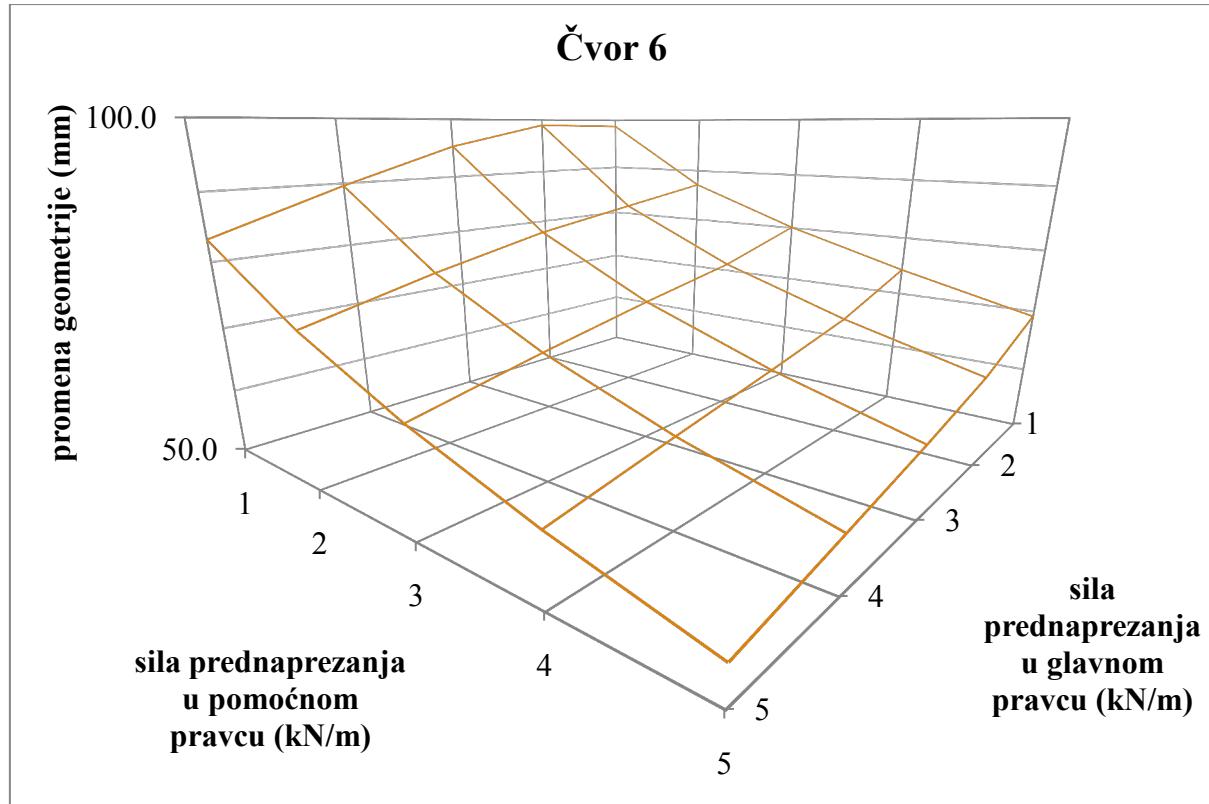
52\* – Maksimalna pomeranja čvora 3 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja



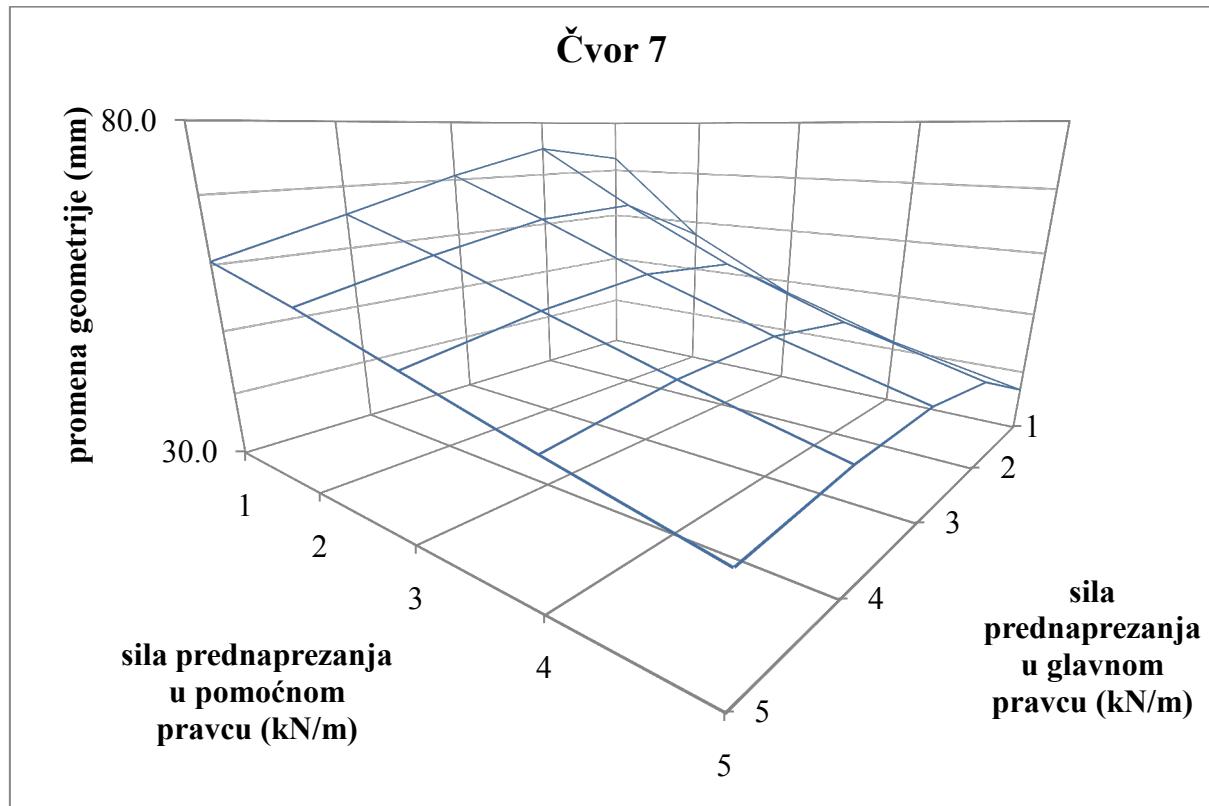
53\* – Maksimalna pomeranja čvora 4 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja



54\* – Maksimalna pomeranja čvora 5 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja



55\* – Maksimalna pomeranja čvora 6 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja



56\* – Maksimalna pomeranja čvora 7 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja

Rezultati ispitivanja su pokazali da promena odnosa između sila zatezanja u glavnom i pomoćnom pravcu utiče na promenu geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Analiza rezultata pratila je dva uticajna faktora, promenu sile prednaprezanja u glavnom pravcu i promenu sile prednaprezanja u pomoćnom pravcu. Rezultati su pokazali da povećanje intenziteta sile prednaprezanja pomoćnog pravca uvek za posledicu ima smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, i obrnuto, smanjenje sile prednaprezanja u pomoćnom pravcu ima za posledicu povećanje deformacija. To važi za sve analizirane intenzitete sile prednaprezanja u pomoćnom pravcu i za sve analizirane čvorove, bez obzira na intenzitet sile prednaprezanja u glavnom pravcu. Sa druge strane, ponašanje membrane pri promeni sile prednaprezanja u glavnom pravcu nije uvek jednoobrazno. U zavisnosti od toga u kom čvoru deluje koncentrisana sila i koji je intenzitet sile prednaprezanja pomoćnog pravca, povećanje sile u glavnom pravcu može da dovede i do smanjenja i do povećanja maksimalnih promena geometrije. U većem broju slučajeva ipak dolazi do smanjenja maksimalnih pomeranja, ali se ovo ne može utvrditi kao pravilo.

#### 4.3.2.1. Inverzija zakrivljenosti

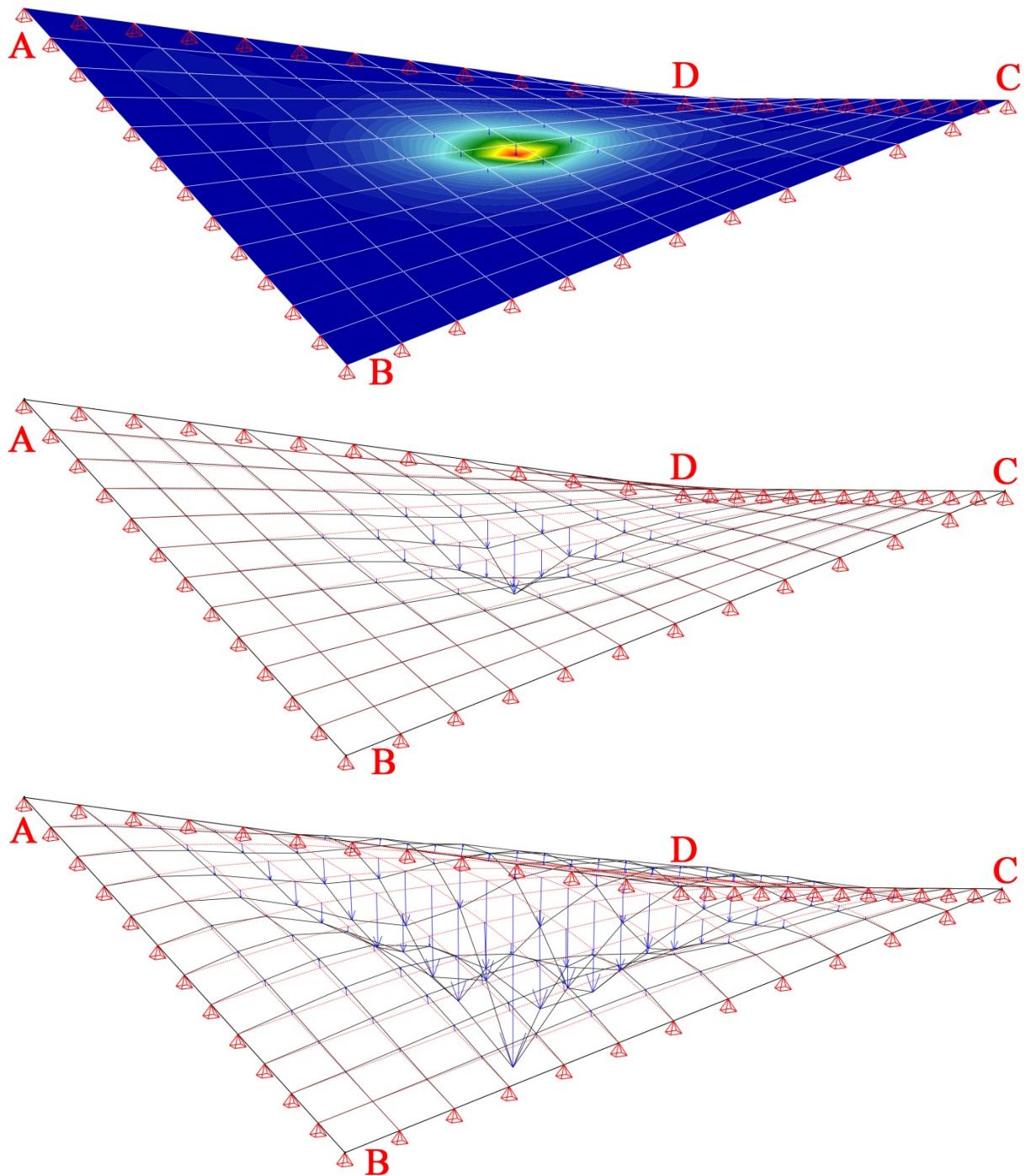
Postoji još jedan fenomen koji se događa pri dejstvu koncentrisane sile na membranske konstrukcije, a koji do sada nije pomenut. On se može naslutiti na osnovu promene geometrije prikazane na slici 25 u poglavљu 3.6. Već je poznato da pri dejstvu koncentrisane sile na membranu u blizini pozicije dejstva sile dolazi do velikih promena geometrije. Ono što je novina koja do sada nije analizirana je da ove promene geometrije dovode i do lokalne inverzije zakrivljenosti membrane.

Navedenu pojavu je najjednostavnije objasniti na primeru. Kada na nulti model deluje koncentrisana sila od 1 kN u centru membrane dešava se promena geometrije prikazana na slici 57. Na gornjem delu slike prikazana je stvarna promena geometrije, na srednjem delu promena geometrije uvećana faktorom 5, a na donjem delu promena geometrije uvećana faktorom 8 kako bi se promene lakše uočile. Na gornjem delu slike početna geometrija je prikazana belim linijama, a pomeranja jednom površi obojenom prema veličini pomeranja. Na srednjem i donjem delu slike početna geometrija prikazana je crvenim linijama, deformisana forma crnim linijama, a vektori pomeranja plavim strelicama. Velike promene u centru membrane su očigledne. Interesantno je da se na slici primećuju i mesta gde dolazi do odizanja membrane, premda su ove promene geometrije male čak i kada se uvećaju 8 puta, kao što je to slučaj na donjem delu slike 57. Izolujmo sada samo dve niti membrane, jednu glavnog pravca i to baš onu koja povezuje više oslonce, i nit pomoćnog pravca koja povezuje

niže oslonce. Ove dve niti prikazane su u aksonometriji na prvom delu slike 58. Nit glavnog pravca prikazana je plavom linijom, a nit pomoćnog pravca crvenom linijom. Izabrane su zbog toga što upravo one prolaze kroz centar membrane i poziciju na kojoj deluje sila. Radi jednostavnosti, početna geometrija ove dve niti prikazana je na sledećem delu slike 58 kao da se one nalaze u istoj vertikalnoj ravni, tako što je ravan jedne od njih rotirana za  $90^\circ$  oko linije preseka ravni. Pri dejstvu koncentrisane sile dolazi do promene geometrije prikazane na poslednjem delu slike 58. Kao što se može videti, dolazi do pojave koja nije karakteristična za membrane, a to je da niti više nisu glatke celom svojom dužinom, već dolazi do „preloma“, odnosno pojave lokalnog ekstrema, na mestu dejstva koncentrisane sile. Posledice ove pojave na membranske sile nisu analizirane u ovom radu, budući da se rad tiče promena geometrije. Promena geometrije koja se dešava u okolini pozicije dejstva sile nije uobičajena. Naime, još pre pojave „preloma“, pri dejstvu koncentrisane sile dolazi do pomeranja centra krivine tačaka u blizini pozicije dejstva sile. Centar krivine niti glavnog pravca koji je bio iznad površi se sa povećanjem intenziteta sile spušta naniže, da bi u jednom trenutku prešao ispod površi. Centar krivine niti pomoćnog pravca ostaje ispod površi kao i kod početne geometrije. Međutim, zbog „preloma“ koji se javlja, dolazi do razdvajanja, pa tačke obe niti od mesta „preloma“ ka jednom osloncu imaju centar krivine sa te strane „preloma“, a tačke koje se nalaze ka drugom osloncu centar krivine osno simetričan onom prvom po vertikalnoj osi. Iako je slika 58 data kao skica, a ne sa preciznim koordinatama tačaka i pomeranjima, ipak se može uočiti kako na nekim delovima niti dolazi do odizanja, o kome je ranije već bilo reči.

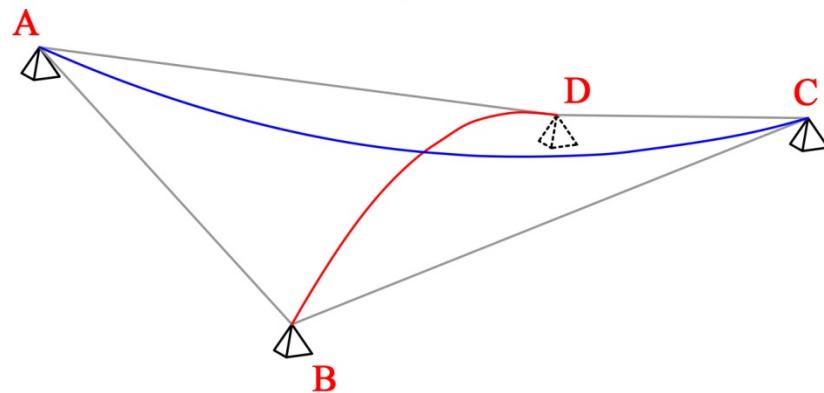
Ako bismo posmatrali dve vertikalne ravni, jednu koja sadrži centar membrane i dva viša oslonca, i drugu koja sadrži centar membrane i dva niža oslonca, mogli bismo da zaključimo da u blizini centra u obe ove ravni membrana ima zakrivljenost sa centrima krivina ispod površi membrane. Ovo se na prvi pogled kosi sa pravilom da membrane imaju dvostruku zakrivljenost sa negativnom Gausovom krivinom. Međutim, ovakav zaključak nije tačan. Za pravilno posmatranje bilo bi neophodno uzeti u obzir jednu vertikalnu ravan koja prolazi kroz centar membrane, i jednu horizontalnu ravan koja prolazi kroz deo membrane u blizini centra. Zakrivljenost membrane u ove dve ravni je takva da se u vertikalnoj ravni centar krivine nalazi ispod površi membrane, a u horizontalnoj ravni centar se nalazi iznad površi deformisane membrane. Tada postaje očigledno da se čak i deo membrane koji trpi velika pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile ponaša u skladu sa pravilima koja važe kod membranskih konstrukcija. Deo membrane u blizini dejstva koncentrisane sile zapravo menja

geometriju tako da ona postaje slična geometriji konusnih membrana. Prikaz deformisane geometrije dela membrane u blizini dejstva koncentrisane sile dat je na slici 59.

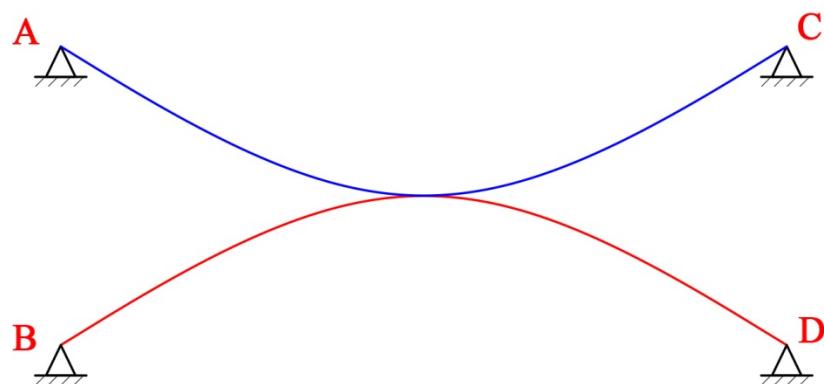


57 – Početna i promenjena geometrija (gore), vektori pomeranja uvećani 5 puta (sredina) i vektori pomeranja uvećani 8 puta (dole)

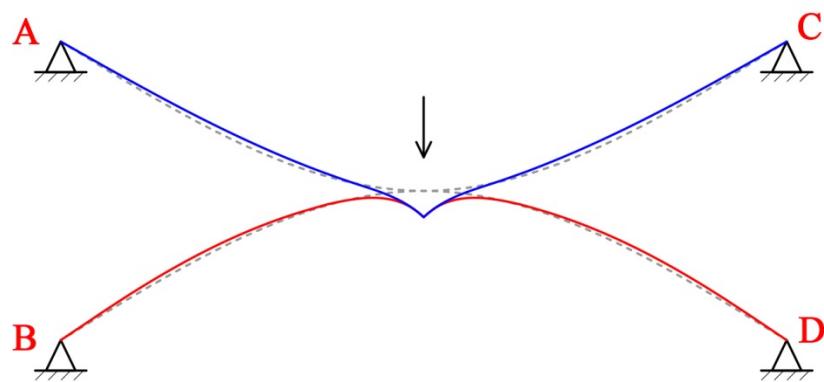
analizirane niti u aksonometriji



početna geometrija u vertikalnoj ravni



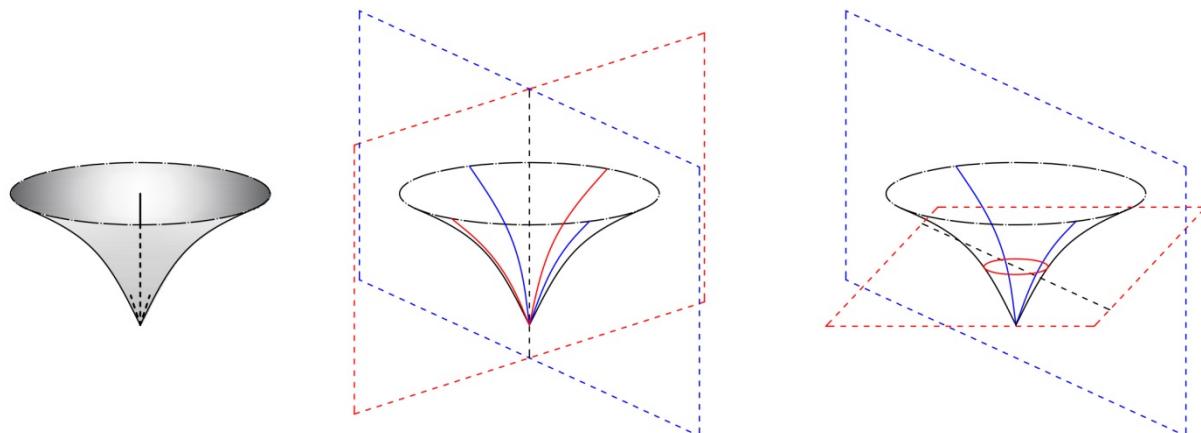
deformisana geometrija u vertikalnoj ravni



58 – Pojava lokalne inverzije zakrivljenosti niti na koje direktno deluje koncentrisana sila

Fenomen lokalne inverzije zakrivljenosti membrane pod dejstvom koncentrisane sile ciljano je predstavljen baš u delu teksta koji se tiče ispitivanja uticaja sila prednaprezanja na promene geometrije, jer se pomoću njega može dati objašnjenje za rezultate dobijene ispitivanjem. Ispitivanje zavisnosti maksimalnih pomeranja pri variranju intenziteta sile prednaprezanja u

glavnom i pomoćnom pravcu dalo je rezultate koji nisu potpuno jednoobrazni. Pri istom intenzitetu sile u pomoćnom pravcu, a povećanju sile prednaprezanja u glavnom pravcu, kod određenih tačaka dolazi najpre do povećanja, pa do smanjenja maksimalnih pomeranja. Ova pojava je kod većine tačaka najizraženija pri intenzitetu sile prednaprezanja u pomoćnom pravcu od 1 kN/m. Da najpre razjasnimo zašto do ove pojave dolazi samo pri variranju sile prednaprezanja u glavnom pravcu. Kada se povećava intenzitet sile prednaprezanja samo u pomoćnom pravcu dolazi do promene početne geometrije, takve da se povećava zakrivljenost niti glavnog pravca. Pri tome, niti glavnog pravca imaju isti intenzitet sile prednaprezanja. S obzirom na to da je smer dejstva sile naniže, niti glavnog pravca se odupiru dejstvu sile. Kako je sila u nitima glavnog pravca ista, a zakrivljenost se povećava, prirodno je da se i pomeranja smanjuju. Naime, niti sa većom zakrivljenošću bolje se odupiru dejstvu sile od onih sa manjom zakrivljenošću. Rezultati dobijeni ovim istraživanjem to potvrđuju.

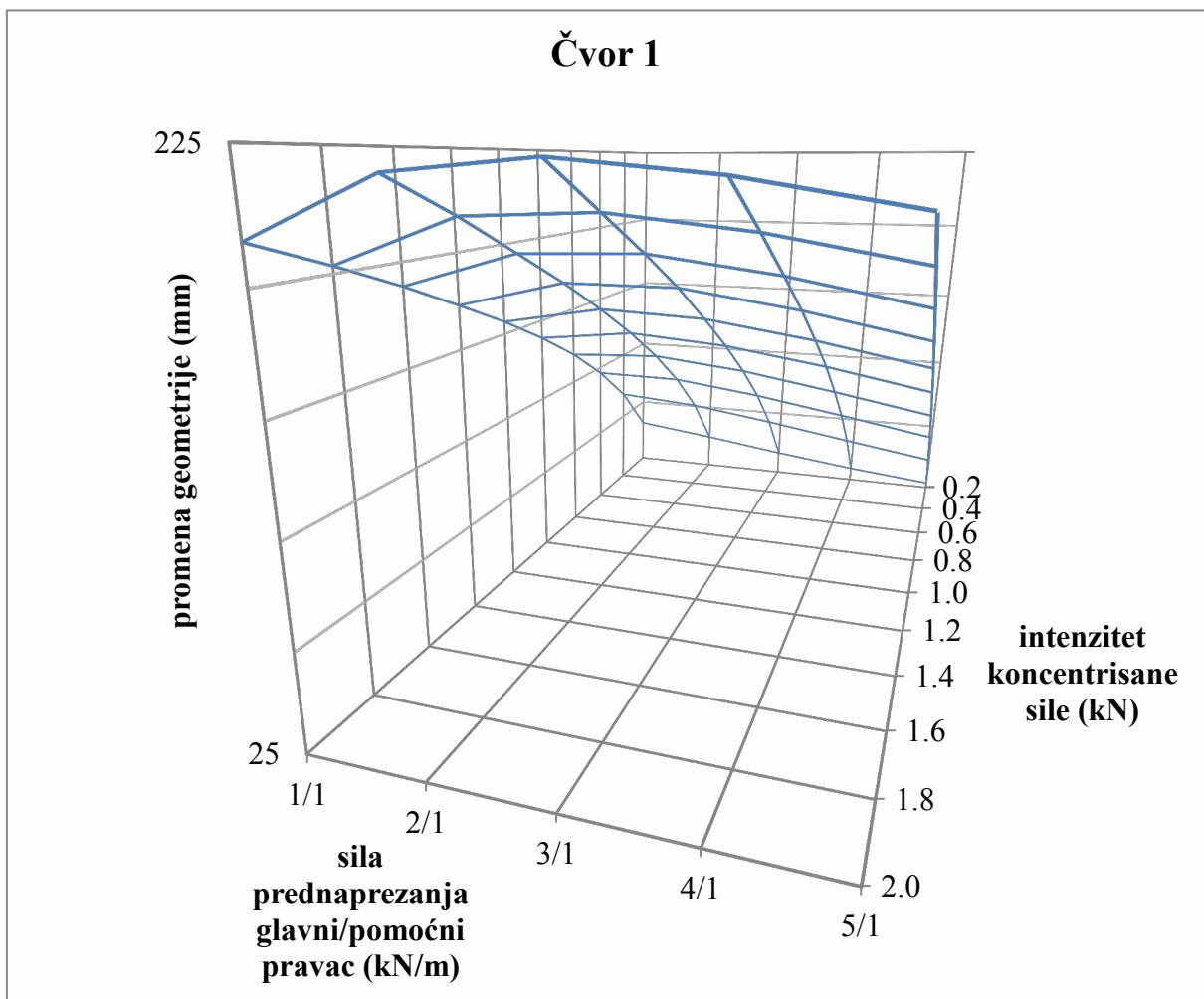


59 – Zakrivljenost membrane u blizini pozicije dejstva koncentrisane sile

Ako se intenzitet prednaprezanja menja u glavnom pravcu, a u pomoćnom pravcu ostaje isti, onda kod niti glavnog pravca dolazi i do promene zakrivljenosti i do promene sile zatezanja. Kako su ove niti zakrivljene sa centrom krivine iznad površi, one teže tome da se isprave. Niti glavnog i niti pomoćnog pravca se nalaze u ravnoteži kada nema spoljašnjeg opterećenja. Dejstvo koncentrisane sile narušava ovu ravnotežu i pri dejstvu sile dolazi do postizanja nove ravnoteže koja traje onoliko koliko deluje i sila. Dva uticaja na pomeranja u ovoj situaciji su evidentna, povećanje sile zatezanja u nitima glavnog pravca bi trebalo da smanjuje pomeranja, a smanjenje zakrivljenosti bi trebalo da povećava pomeranja. Međutim, zbog pojave lokalne inverzije zakrivljenosti problem se dodatno komplikuje. Inverzija zakrivljenosti umnogome zavisi od intenziteta koncentrisane sile koja deluje na membranu. Što je sila veća, to je i oblast u kojoj dolazi do inverzije veća. Pri dejstvu koncentrisane sile jako malog intenziteta praktično i ne dolazi do inverzije zakrivljenosti. Zbog toga je odlučeno

da se izvede dodatni korak u ovom ispitivanju u cilju razjašnjavanja rezultata prikazanih na dijagramima 50 do 56.

Intenzitet sile prednaprezanja u pomoćnom pravcu uzet je kao konstantan u vrednosti od 1 kN/m, a intenzitet sile prednaprezanja glavnog pravca variran je od 1 do 5 kN/m kao i u prethodnom delu istraživanja. Novina u ovom ispitivanju je variranje intenziteta koncentrisane sile od 0,2 do 2,0 kN sa korakom od 0,2 kN. Rezultati maksimalnih pomeranja dati su na dijagramu 60. Posmatrajmo promenu maksimalnih pomeranja pri intenzitetu sile od 0,2 kN. Pri ovako malom intenzitetu sile povećanje sile prednaprezanja u glavnom pravcu uzrokuje smanjenje maksimalnih pomeranja. Mali intenzitet koncentrisane sile nije dovoljan da dovede do značajnije inverzije zakrivljenosti i u tom slučaju povećanje krutosti uzrokovano povećanjem sile zatezanja dominantno utiče na ponašanje membrane.



*60\* – Uticaj variranja intenziteta sile prednaprezanja u glavnom pravcu i intenziteta koncentrisane sile na maksimalna pomeranja*

Međutim, kako se povećava intenzitet koncentrisane sile, postaje sve uočljivije da povećanje sile prednaprezanja u glavnom pravcu najpre dovodi do povećanja, pa tek onda do smanjenja maksimalnih pomeranja. Ova pojava ukazuje na to da intenzitet koncentrisane sile ima uticaja na ponašanje membrane pri promeni sile prednaprezanja. Promena ponašanja sa povećanjem intenziteta koncentrisane sile može se objasniti pojmom značajnije inverzije zakriviljenosti. Treba uzeti u obzir bar dva već pomenuta faktora koja odlučuju o ovome. Prvi je da pri povećanju sile prednaprezanja dolazi do povećanja krutosti konstrukcije, a drugi da pri povećanju sile prednaprezanja u glavnom pravcu dolazi do promene početne geometrije membrane, odnosno smanjenja zakriviljenosti niti glavnog pravca. Povećanje krutosti utiče na to da teže dolazi do inverzije zakriviljenosti. Što je zakriviljenost manja, to lakše dolazi do inverzije zakriviljenosti. Ova dva faktora dakle imaju suprotno dejstvo na pojavu inverzije zakriviljenosti. Samim tim, od toga koji od njih preovladava zavisi i kolika će biti pomeranja. Pri nižim intenzitetima sile prednaprezanja u glavnom pravcu dominantan je drugi faktor, a zatim glavnu ulogu preuzima povećana krutost konstrukcije. Ovom analizom uticaja intenziteta sile i pojave lokalne inverzije zakriviljenosti ponuđeno je objašnjenje za neočekivane rezultate koji su nastali pri povećanju sile prednaprezanja glavnog pravca.

Može se zaključiti da promena intenziteta sila prednaprezanja, osim što dovodi do promene početne forme membrane, utiče i na veličinu promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Čak i promene intenziteta sile prednaprezanja koje ne utiču na promenu forme, recimo srazmerno povećavanje ili smanjenje intenziteta sila prednaprezanja u glavnom i pomoćnom pravcu, utiču na veličinu promene geometrije. Ovo može biti od značaja kod membranskih konstrukcija gde bi trebalo smanjiti pomeranja, ali bez promene forme membrane.

#### **4.3.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu**

Za kombinovanje sa drugim parametrima nije praktično birati intenzitete sila koji se redje koriste u praksi. Čak i mogućnost unošenja različitih intenziteta sila prednaprezanja u jednom i drugom pravcu je ovde ispitana, ali uzimanje u obzir svih kombinacija intenziteta u jednom i drugom pravcu suvišno bi povećalo broj kombinacija sa drugim parametrima. Luisova (Lewis 2003) smatra da unošenje nejednakih sila prednaprezanja u jednom i drugom pravcu nije mudro, jer dovodi do bržeg gubitka karakteristika materijala. Zbog toga će za kombinovanje sa drugim parametrima biti korištene samo jednake vrednosti intenziteta sila u jednom i drugom pravcu. Kao i za ispitivanje u ovom poglavlju, izabrani intenziteti sila prednaprezanja su 1, 2, 3, 4 i 5 kN/m, s obzirom na njihovu najveću zastupljenost u praksi.

## 4.4. Moduo elastičnosti membranskog materijala

### 4.4.1. O parametru

Moduo elastičnosti membranskog materijala je jedan od parametara materijala koji su obuhvaćeni ovim istraživanjem. Uloga modula elastičnosti je da iskazuje vrednost krutosti nekog linearno elastičnog materijala. Jedinica mere modula elastičnosti je  $\text{N}/\text{m}^2$ . Kompleksna struktura membranskog materijala za posledicu ima kompleksne mehaničke karakteristike koje ti materijali imaju. Još uvek nije moguće potpuno verno opisati ponašanje membranskih materijala, niti ga numerički modelovati. Zbog toga se uvode brojna uprošćenja prilikom modelovanja karakteristika materijala. Pretpostavlja se da je membranski materijal linearan, elastičan i ortotropan radi jednostavnije analize (Forster, Mollaert 2004). To praktično znači da se materijalu dodeljuje konstantan moduo elastičnosti, iako to ne oslikava potpuno tačno njegovo realno ponašanje. Detaljnoj analizi ovog problema Uleman je posvetio svoju doktorsku disertaciju (Uhlemann 2016). U stvarnosti krutost membranskog materijala najviše zavisi od naprezanja u membrani (Zhang, Zhang, Yang, Chen, Cao 2015). Što je zatezanje veće, to je veća i krutost membrane. Takođe, zbog male debljine i nehomogene strukture membranskog materijala, u praksi se prilikom izražavanja modula elastičnosti membrana koristi jedinica  $\text{kN}/\text{m}$ . Vrednost modula elastičnosti kod membranskih materijala definiše se zasebno za glavni i pomoći pravac.

Struktura membranskih materijala ukratko je objašnjena u odeljku 1.4.2. To su kompozitni materijali na čije karakteristike imaju uticaja svojstva nosećeg sloja, zaštitnog sloja, kao i njihova interakcija. Uleman, Strangher i Zakse (Uhlemann, Strangher, Saxe 2015a) ispitivali su krutost membranskih materijala. U svom radu oni daju vrednosti Jungovog modula elastičnosti za materijale nosećeg i zaštitnog sloja. U  $\text{N}/\text{mm}^2$  vrednost za niti poliestera kakve se primenjuju kod membranskih materijala je 10000–21000, za niti fiberglasa 72000–90000, za zaštitni PVC materijal 10, a za zaštitni PTFE materijal 400. Očigledno je da noseći materijal ima daleko veće vrednosti modula elastičnosti, ali to ne znači da je moguće automatski uzeti te vrednosti za vrednosti modula elastičnosti celokupnog membranskog materijala. Za određivanje modula elastičnosti nekog membranskog materijala potrebno je izvršiti njegovo testiranje, a zatim analizirati dobijene rezultate i odrediti koja vrednost modula elastičnosti najbolje opisuje ponašanje tog materijala. Evropsko uputstvo za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija (Forster, Mollaert 2004) navodi da se za određivanje modula elastičnosti koriste dvoosovinski testovi materijala. U Uputstvu se dalje

navodi kako treba sprovesti testiranje, i na koji način na osnovu dobijenih rezultata izračunati moduo elastičnosti, koji se dalje može koristiti u proračunu membranskih konstrukcija od ispitivanog materijala. Japanski pravilnik daje detaljno uputstvo i objašnjenje o tome kako testirati materijal i na osnovu rezultata odrediti moduo elastičnosti (MSAJ 1995). Uleman, Stranghoner i Zaks (Uhlemann, Stranghoner, Saxe 2015b; Uhlemann, Stranghoner, Saxe 2015c) upoređivali su procedure testiranja i dobijene rezultate za moduo elastičnosti prema Evropskom uputstvu i japanskom standardu. Trenutno je u toku istraživanje koje se bavi kako metodama testiranja sa ciljem dobijanja podataka, tako i metodologijom interpretacije tih podataka (Bridgens, Gosling neobjavljen). Postupci testiranja materijala i izračunavanja modula elastičnosti neće biti detaljno predstavljeni u ovom radu, već će u obzir biti uzimane različite vrednosti modula elastičnosti kako bi se pokrio što širi spektar membranskih materijala.

Moduo elastičnosti membranskih materijala vezan je za Poasonov koeficijent kome je posvećeno poglavlje 4.5. Njihova veza data je izrazom

$$\frac{v_{xy}}{E_y} = \frac{v_{yx}}{E_x}$$

gde je

$E_y$  – moduo elastičnosti u y pravcu

$E_x$  – moduo elastičnosti u x pravcu

$v_{xy}$  – Poasonov koeficijent u x pravcu kada sila deluje u y pravcu

$v_{yx}$  – Poasonov koeficijent u y pravcu kada sila deluje u x pravcu

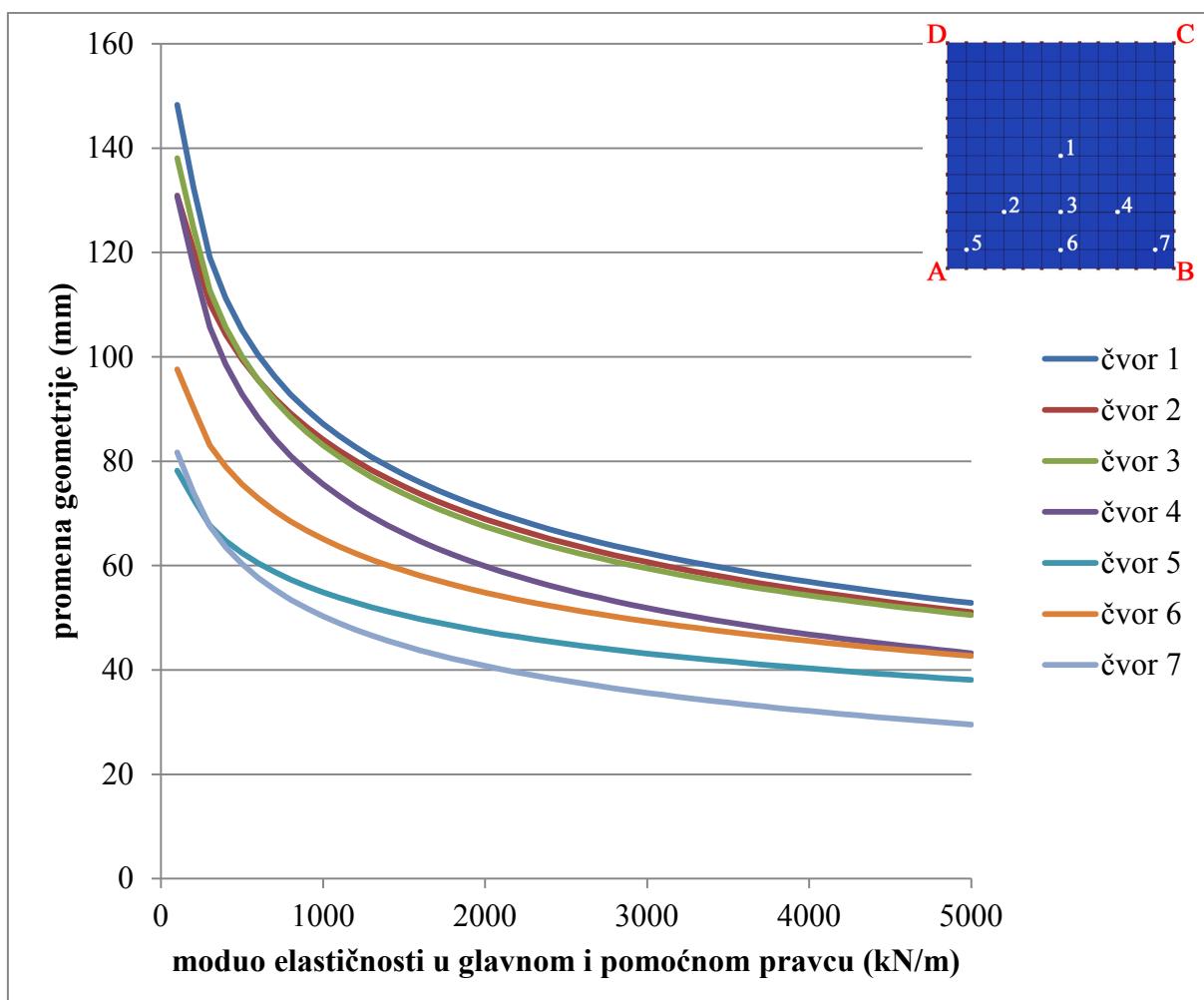
pri čemu treba da važi (Uhlemann 2016):

$$v_{yx}v_{xy} < 1$$

Od četiri navedene veličine tri su nezavisne, a četvrta zavisi od ostale tri. Nulti model ima moduo elastičnosti 600 kN/m u oba pravca i Poasonov koeficijent 0,3 u oba pravca. U ovom delu istraživanja varirani su moduli elastičnosti u jednom i drugom pravcu, a Poasonov koeficijent  $v_{xy}$  je bio 0,3, tako da je  $v_{yx}$  bio zavisan od prethodne tri veličine i njegova vrednost u softveru automatski je prilagođavana ostalim vrednostima.

#### 4.4.2. Ispitivanje i rezultati

Istraživanje predstavljeno u ovom radu osmišljeno je tako da se ne odnosi ni na jedan konkretni materijal. Naprotiv, za istraživanje je uzet opseg vrednosti modula elastičnosti koji pokriva većinu do sada korišćenih membranskih materijala. Ovaj opseg nalazi se između vrednosti 100 i 5000 kN/m. Granične vrednosti opsega preuzete su iz istraživanja Bridžinsa i Birčala (Bridgens, Birchall 2012) budući da je to jedno od najznačajnijih istraživanja iz ove oblasti. Ovi autori navode da su u svojim ispitivanjima koristili vrednosti modula elastičnosti od 100, 300, 600, 1000, 2000 i 5000 kN/m. U ispitivanju predstavljenom u ovom radu odlučeno je da se radi provere ispitaju vrednosti iz navedenog opsega, ali sa korakom povećanja od 100 kN/m, a ne samo šest navedenih vrednosti. U prvoj fazi ovog dela istraživanja vrednosti modula elastičnosti zadate su jednake za glavni i pomoćni pravac u materijalu. Rezultati maksimalnih promena geometrije kada koncentrisana sila deluje u čvorovima 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 pri različitim modulima elastičnosti dati su na dijagramu 61.

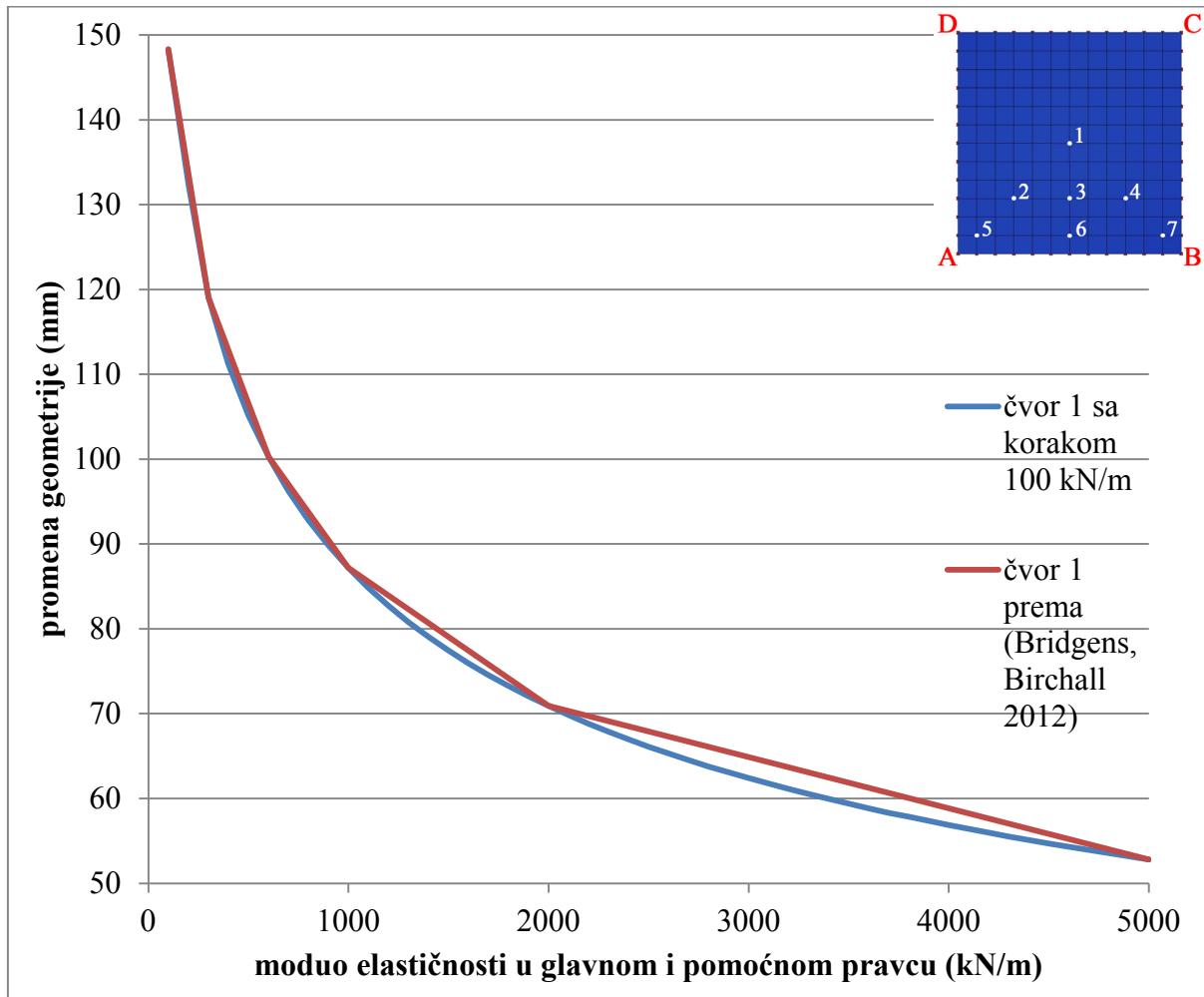


61\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od veličine modula elastičnosti jednakog u glavnom i pomoćnom pravcu

Rezultati pokazuju da sa povećanjem modula elastičnosti dolazi do smanjenja maksimalnih pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile. Ova veza je izrazito nelinearna. Slično ponašanje zabeleženo je i pri dejstvu površinskih opterećenja na model (Bridgens, Birchall 2012). Razlika između maksimalnih pomeranja pri najmanjem i najvećem ispitivanom modulu elastičnosti je velika. To govori u prilog tvrdnji da je jako važno dobro proceniti vrednost modula elastičnosti za svaki pojedinačni materijal. Zbog toga se i sprovode istraživanja koja treba da unaprede proces testiranja i dovedu do što približnijih vrednosti modula elastičnosti koji se kasnije koriste u analizi membranskih konstrukcija. Razlika između maksimalnih pomeranja pri najnižem i najvišem analiziranom modulu elastičnosti iznosi od 51 do 67%, u zavisnosti od posmatranog čvora. Pri povećanju modula elastičnosti od 100 kN/m u prvom koraku dolazi do smanjenja maksimalnih pomeranja od čak preko 10%, i ova smanjenja se nelinearno smanjuju tako da u poslednjem koraku procesa iznose manje od 1%. Na osnovu ovoga može se zaključiti da je za proračun pomeranja od mnogo veće važnosti odrediti precizno moduo elastičnosti onih materijala koji imaju njegove niže vrednosti, nego materijala sa velikim vrednostima modula elastičnosti. U cilju smanjenja maksimalnih promena geometrije može se preporučiti odabiranje materijala sa većim modulom elastičnosti. Ovakav rezultat bio je i očekivan, budući da veći moduo elastičnosti znači veću krutost materijala, pa su stoga i pomeranja manja.

Sledeći korak u istraživanju bio je da se proveri odnos rezultata dobijenih povećanjem modula elastičnosti za po 100 kN/m u oba pravca istovremeno i rezultata koji se dobijaju na način kako to čine Bridžins i Birčal, to jest uzimanjem vrednosti modula elastičnosti od 100, 300, 600, 1000, 2000 i 5000 kN/m. Rezultati su prikazani na dijagramu 62. Na dijagramu se vidi da je poklapanje rezultata jako dobro i da postoje vidljiva odstupanja za vrednosti modula elastičnosti između 3000 i 4000 kN/m. Vrlo slični rezultati dobijeni su za sve analizirane tačke, pa je zbog toga prikazan rezultat samo za čvor 1. Može se zaključiti da je izbor vrednosti koji u svom istraživanju koriste Bridžins i Birčal jako dobar jer adekvatno aproksimira ponašanje membrane pri promeni modula elastičnosti, i prema tome njihove referentne vrednosti će nadalje biti korištene i u ovom istraživanju. Opravdanje za takav korak je značajna ušteda vremena za proračun i ušteda memorijskog prostora koju pogotovo treba uzeti u obzir prilikom kombinovanja različitih parametara, imajući u vidu jako veliki broj modela koji se za tu potrebu moraju proračunati i skladištiti. Umesto 50 analiziranih mogućnosti, na ovaj način se pomoću samo 6 slučajeva dobijaju podaci dovoljni da opišu

promenu ponašanja membrane u slučaju promene modula elastičnosti membranskog materijala.



62\* – Poređenje rezultata dobijenih različitom metodologijom

U sledećoj fazi ovog dela istraživanja ispitivane su vrednosti maksimalnih pomeranja pri kombinacijama različitih vrednosti modula elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu materijala. Ispitane su sve moguće kombinacije prethodno odabranih vrednosti modula elastičnosti. Tri kombinacije nisu bile moguće, i to za vrednosti modula elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu od 2000/100, 5000/100 i 5000/300 kN/m. Objasnjenje za nemogućnost ovakve postavke parametara nalazi se u teoriji materijala. Naime, jedno od postojećih ograničenja je i da izraz

$$\nu_{yx} \nu_{xy} < 1$$

mora biti zadovoljen. Za navedene tri kombinacije vrednosti modula elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu ovaj uslov nije ispunjen i zbog toga nije moguće dobiti rezultate. Na sledeći način može se izračunati  $\nu_{yx}$

$$\nu_{yx} = \nu_{xy} \frac{E_x}{E_y}$$

U tabeli 3 date su vrednosti  $\nu_{yx}$  koje se dobijaju na osnovu vrednosti modula elastičnosti u jednom i drugom pravcu pri konstantnoj vrednosti  $\nu_{xy}=0,3$ . Primetno je da su neke od vrednosti  $\nu_{yx}$  izrazito visoke.

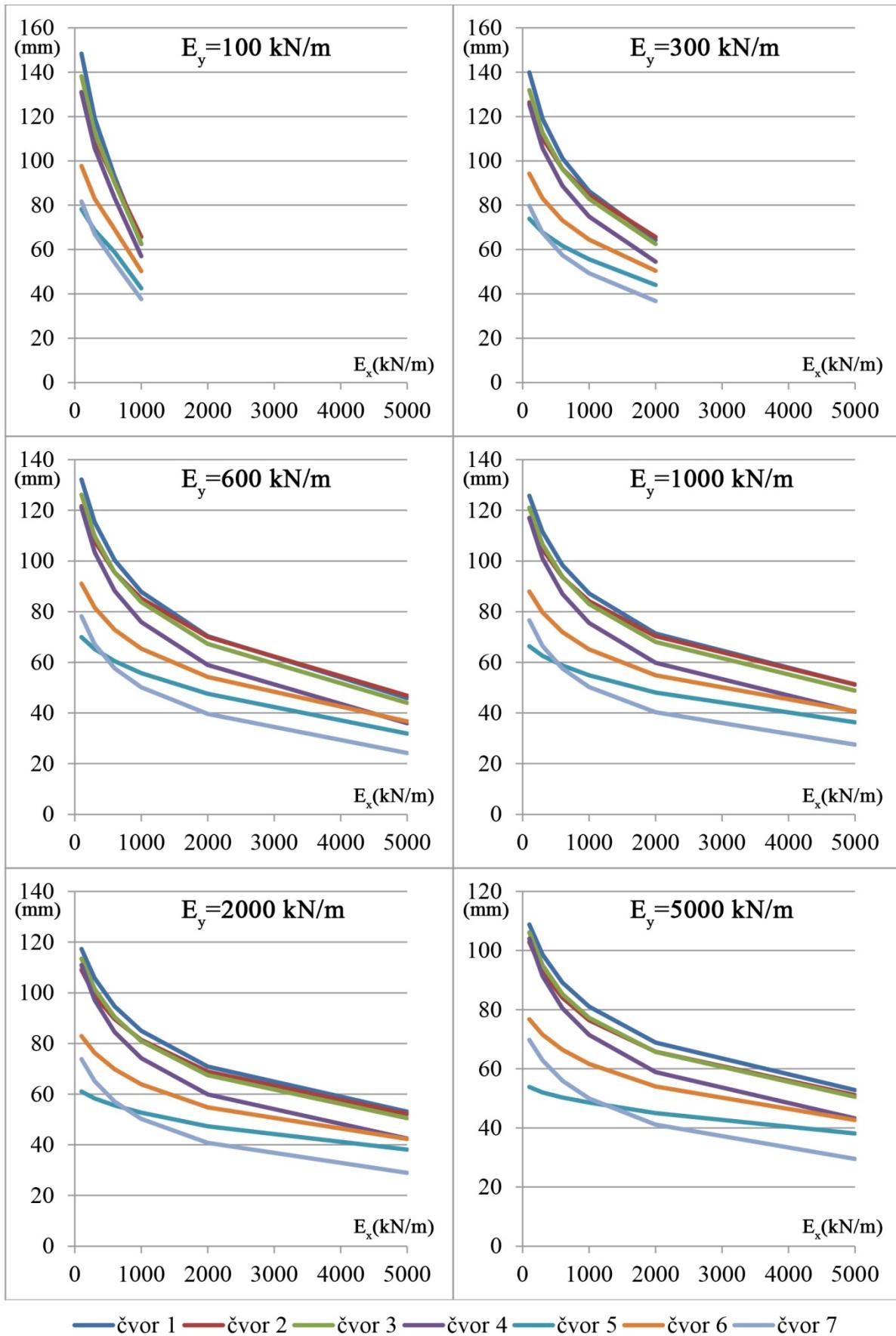
Tabela 3 – Vrednosti  $\nu_{yx}$  dobijene za različite vrednosti  $E_x$  i  $E_y$  pri  $\nu_{xy}=0,3$

$\nu_{yx}$		$E_x$					
		100	300	600	1000	2000	5000
$E_y$	100	0,3	0,9	1,8	3	6	15
	300	0,1	0,3	0,6	1	2	5
	600	0,05	0,15	0,3	0,5	1	2,5
	1000	0,03	0,09	0,18	0,3	0,6	1,5
	2000	0,015	0,045	0,09	0,15	0,3	0,75
	5000	0,006	0,018	0,036	0,06	0,12	0,3

Vrednosti izraza  $\nu_{yx}\nu_{xy}$  mogu se sračunati i one su date u tabeli 4. Kao što se može videti postoje tri slučaja u kojima ova vrednost nije manja od 1. Ta tri slučaja su već pomenute kombinacije modula elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu od 2000/100, 5000/100 i 5000/300 kN/m. Maksimalna pomeranja za ostale slučajeve data su na slikama 63 i 64.

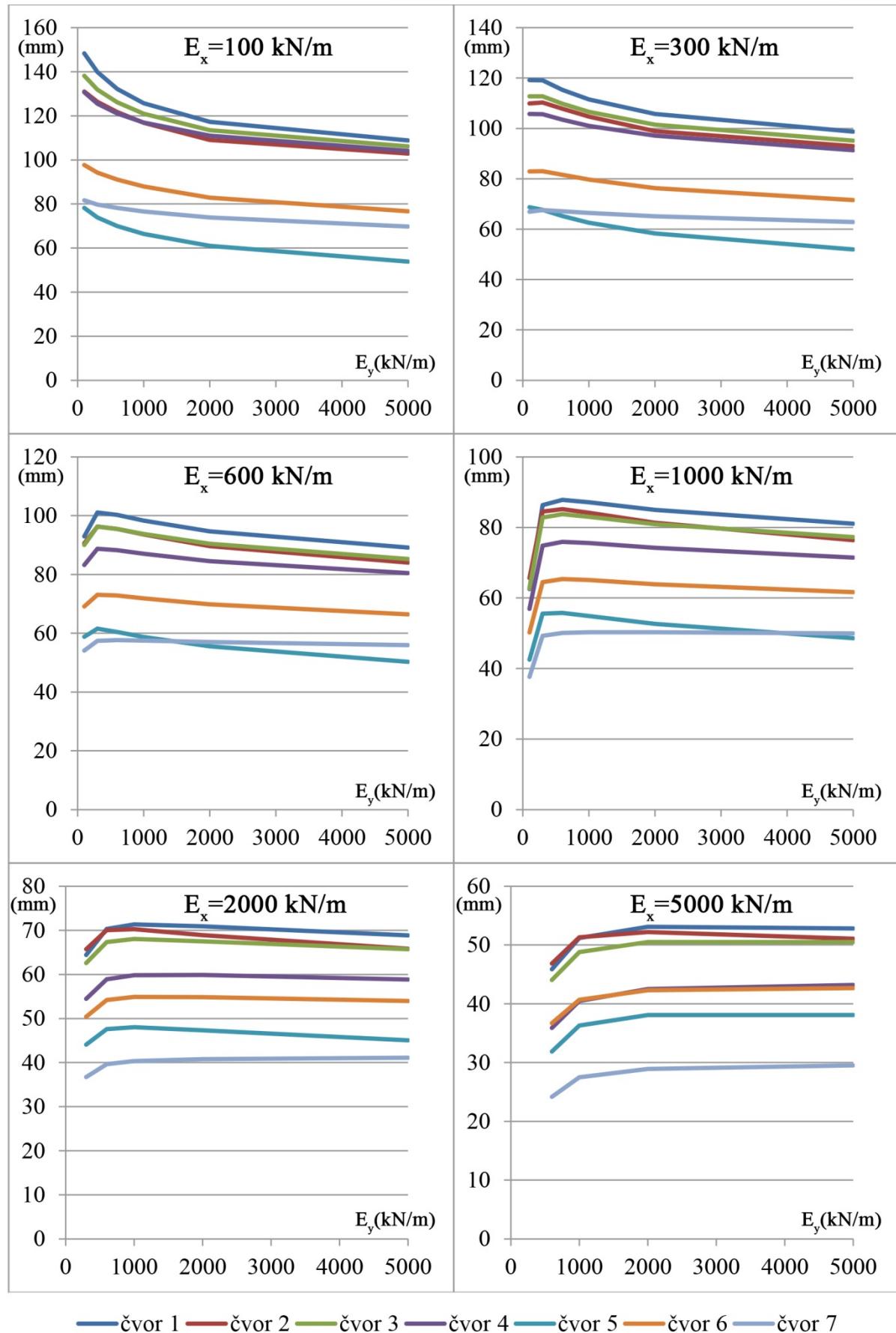
Tabela 4 – Vrednosti izraza  $\nu_{yx}\nu_{xy}$  dobijene za različite vrednosti  $E_x$  i  $E_y$  pri  $\nu_{xy}=0,3$

$\nu_{yx}\nu_{xy}$		$E_x$					
		100	300	600	1000	2000	5000
$E_y$	100	0,09	0,27	0,54	0,9	1,8	4,5
	300	0,03	0,09	0,18	0,3	0,6	1,5
	600	0,015	0,045	0,09	0,15	0,3	0,75
	1000	0,009	0,027	0,054	0,09	0,18	0,45
	2000	0,0045	0,0135	0,027	0,045	0,09	0,225
	5000	0,0018	0,0054	0,0108	0,018	0,036	0,09



—čvor 1 —čvor 2 —čvor 3 —čvor 4 —čvor 5 —čvor 6 —čvor 7

63\* – Maksimalna pomeranja pri konstantnom  $E_y$  i promenljivom  $E_x$



— čvor 1 — čvor 2 — čvor 3 — čvor 4 — čvor 5 — čvor 6 — čvor 7

64\* – Maksimalna pomeranja pri konstantnom  $E_x$  i promenljivom  $E_y$

Na slici 63 date su vrednosti maksimalnih promena geometrije za različite odnose modula elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu. Na vertikalnoj osi dijagrama date su maksimalne promene geometrije u mm. Na horizontalnoj osi date su vrednosti modula elastičnosti u glavnom pravcu. Na svakom od dijagrama vrednost modula elastičnosti u pomoćnom pravcu bila je konstantna, a u glavnom pravcu varirana. Na slici 64 situacija je obrnuta i na svakom od dijagrama moduo elastičnosti je bio konstantan u glavnom pravcu, a variran u pomoćnom pravcu. I na slici 63 i na slici 64 uočljivo je odsustvo rezultata za tri vrednosti koje nisu teoretski dozvoljene. Iako neke od prikazanih kombinacija nisu realne jer se materijali sa takvim karakteristikama ne proizvode, recimo kombinacija 100/5000 kN/m i ostale gde postoji jako velika razlika između vrednosti u jednom i drugom pravcu, i one su uključene u ispitivanje radi kompletnosti istraživanja i kako bi se bolje sagledali trendovi promene pomeranja.

Rezultati prikazani na slici 63 imaju jasan trend i pokazuju da pri konstantnom modulu elastičnosti u pomoćnom pravcu, povećanje modula elastičnosti u glavnom pravcu dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije. Ovo važi za sve analizirane čvorove, i za sve analizirane kombinacije modula elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu. Slično kao i pri promeni iste vrednosti modula elastičnosti u oba pravca istovremeno, veza između promene modula elastičnosti u glavnom pravcu i maksimalnih pomeranja je nelinearna. Takođe, smanjenje maksimalnih pomeranja pri povećanju modula elastičnosti je značajno i iznosi do 70%. Rezultati pokazuju i da je čvor 5 najmanje osetljiv na promenu modula elastičnosti u glavnom pravcu. To je čvor koji je najbliže višem osloncu. Nit glavnog pravca koja prolazi kroz ovaj čvor je najduža nit glavnog pravca, a nit pomoćnog pravca koja prolazi kroz ovaj čvor je najkraća od svih niti pomoćnog pravca koje prolaze kroz analizirane čvorove. Zbog te činjenice ponašanje ovog čvora je više određeno karakteristikama pomoćnog pravca. Potpuno obrnut slučaj dešava se u čvoru 7. Kod njega je nit glavnog pravca mnogo kraća od niti pomoćnog pravca i promena krutosti u glavnom pravcu ima veliki uticaj na promenu geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Kako se niti glavnog pravca odupiru dejstvu koncentrisane sile koja deluje naniže, kao što je objašnjeno u poglavlju 4.3., tako je logično da se povećanje krutosti niti glavnog pravca odražava na smanjenje maksimalnih promena geometrije.

Rezultati prikazani na slici 64 nisu potpuno jednoobrazni kao oni prikazani na slici 63. Na nekim od dijagrama slike 64, naročito na onom gde je moduo elastičnosti u glavnom pravcu 1000 kN/m, dolazi najpre do skokovitog rasta maksimalnih pomeranja, da bi se sa daljim

povećanjem modula elastičnosti u pomoćnom pravcu pomeranja uglavnom smanjivala, osim na dijagramima u poslednjem redu gde se i blago povećavaju. Za objašnjenje ovakvih rezultata mora se uzeti u obzir tabela 3 u kojoj su date vrednosti Poasonovog koeficijenta u pomoćnom pravcu. Treba posmatrati dijagram sa slike 64 na kome je moduo elastičnosti u glavnom pravcu 1000 kN/m, ali tako da se prate vrednosti zdesna nalevo, odnosno da se prati smanjenje modula elastičnosti u pomoćnom pravcu. Istovremeno treba pratiti tabelu 3, kolonu u kojoj je u glavnom pravcu vrednost modula elastičnosti 1000 kN/m, ali odozdo naviše, tako da se i ovde uočava smanjenje modula elastičnosti u pomoćnom pravcu. O Poasonovom koeficijentu će biti više reči u poglavlju 4.5., ali je dovoljno ovde istaći da on predstavlja odnos promene dužine u pravcu normalnom na dejstvo sile i pravcu dejstva sile. Ako pratimo vrednosti u tabeli 3 onako kako je rečeno vidimo da sa smanjenjem modula elastičnosti u pomoćnom pravcu dolazi do povećanja Poasonovog koeficijenta. To praktično znači da će izduženje u pomoćnom pravcu dovesti do skraćenja u glavnom pravcu. Kada Poasonov koeficijent pređe vrednost 1, to znači da su skraćenja u glavnom pravcu veća od izduženja u pomoćnom. Upravo takva nelogičnost dešava se i ovde, i ona dovodi do naglog smanjenja pomeranja, ako na slici 64 pri  $E_x=1000$  kN/m pratimo smer smanjenja modula elastičnosti u pomoćnom pravcu, kao što je rečeno. Slična situacija dešava se i na ostalim dijagramima, na svim mestima gde Poasonov koeficijent u pomoćnom pravcu pređe vrednost 1. Za ostale slučajeve možemo da zaključimo da povećanje modula elastičnosti u pomoćnom pravcu uglavnom dovodi do blagog smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.

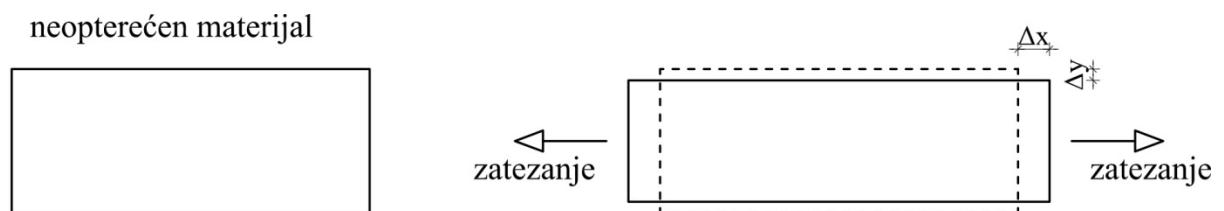
#### 4.4.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu

Za kombinovanje sa drugim parametrima izabrane su vrednosti modula elastičnosti od 100/100, 300/300, 600/600, 1000/1000, 2000/2000 i 5000/5000 kN/m u jednom i drugom pravcu. Razmatrana je i mogućnost da se za kombinovanje uzmu i vrednosti koje nisu jednake u jednom i drugom pravcu, međutim zaključeno je da su najreprezentativnije vrednosti modula elastičnosti membranskih materijala predstavljene izabranim vrednostima. Iako kod većine materijala postoji razlika između modula elastičnosti u jednom i u drugom pravcu, ona najčešće nije velika. Zbog toga je modelovanjem istom vrednošću u jednom i u drugom pravcu najpribližnije predstavljen odnos modula elastičnosti najvećeg broja membranskih materijala. Takođe, izabrane vrednosti poklapaju se sa prethodnim fundamentalnim istraživanjem u ovoj oblasti (Bridgens, Birchall 2012).

## 4.5. Poasonov koeficijent membranskog materijala

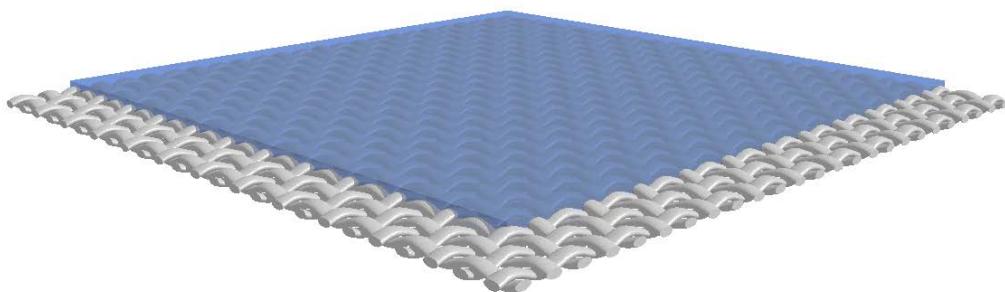
### 4.5.1. O parametru

Poasonov koeficijent je vrednost koja opisuje Poasonov efekat. Naime, većina materijala se prilikom jednoosovinskog zatezanja, odnosno izduženja u pravcu tog zatezanja, skuplja u pravcu normalnom na pravac dejstva sile. Takođe, važi i obrnuto, prilikom dejstva sile pritiska u jednom pravcu, dolazi do povećanja dimenzije normalne na pravac dejstva sile. Poasonov koeficijent zapravo predstavlja odnos između promene dimenzije u pravcu normalnom na pravac dejstva sile i pravcu dejstva sile. Skica je data na slici 65.



65 – Poasonov efekat

Budući da se radi o odnosu između dve dimenzije, Poasonov koeficijent nema jedinicu mere. U prethodno navedenim situacijama Poasonov koeficijent je pozitivan, ali postoje materijali kod kojih kao posledica izduženja u jednom pravcu nastaju izduženja i u drugom pravcu. Kod takvih situacija Poasonov koeficijent ima negativnu vrednost. Jedno od ograničenja koje postoji u korišćenom softveru je i da Poasonov koeficijent u glavnom pravcu ne može imati vrednost veću ili jednaku 0,49. Detaljnije objašnjenje dao je Uhlemann (Uhlemann 2016). Membranski materijali imaju pozitivne vrednosti Poasonovog koeficijenta, jer pri zatezanju dolazi do skupljanja u drugom pravcu. Ovo je posledica strukture membranskog materijala. Već je rečeno da su noseće niti jednog i drugog pravca membranskog materijala međusobno isprepletane. Posledica toga je da ni niti glavnog, ni niti pomoćnog pravca nisu prave, već su zakrivljene u ravni normalnoj na površinu materijala, kao na slici 66.



66 – Zakrivljenost niti oba pravca (Uhlemann 2016)

U slučaju da sila zatezanja deluje u glavnom pravcu, niti glavnog pravca će težiti tome da se isprave, što kao direktnu posledicu ima povećanje zakrivljenosti nosećih niti pomoćnog pravca. Budući da se povećava zakrivljenost niti, to automatski dovodi do skraćenja materijala u pravcu pomoćnih niti. Potpuno slično važi i u situaciji kada na niti pomoćnog pravca deluje sila zatezanja. Poznato je da membranski materijal ima nelinearna svojstva, kao i da njegovo ponašanje zavisi od istorije naprezanja. Međutim, u skladu sa aproksimacijama koje se uzimaju kod modula elastičnosti, i ovde se svojstva membranskih materijala uprošćavaju i posmatraju kao da su linearne elastična. Rečeno je da se ovi materijali uzimaju kao ortotropni. Ovo za posledicu ima različito ponašanje u jednom i drugom ortogonalnom pravcu. Praktično, to će značiti da kod membranskih materijala postoje dva Poasonova koeficijenta. Prvi opisuje odnos između promene dimenzija u pomoćnom i glavnom pravcu kada sila zatezanja deluje u glavnom pravcu i označava se sa  $v_{yx}$ , a drugi odnos između promene dimenzije u glavnem i pomoćnom pravcu kada sila zatezanja deluje u pomoćnom pravcu i označava se sa  $v_{xy}$ .

#### 4.5.2. Ispitivanje i rezultati

U ovom ispitivanju biće analizirane vrednosti Poasonovog koeficijenta u opsegu od 0,10 do 0,49. Vrednost Poasonovog koeficijenta od 0,5 nije moguće zadati kao validnu u softveru, pa je zato kao gornja granica opsega uzeta najviša moguća vrednost. Tako su za analizu izabrane vrednosti 0,10; 0,20; 0,30; 0,40 i 0,49. Budući da je u poglavlju 4.4. promenom odnosa modula elastičnosti u glavnem i pomoćnom pravcu posredno menjan i odnos Poasonovog koeficijenta u jednom i drugom pravcu, u ovom poglavlju je ostalo da se ispitaju vrednosti Poasonovog koeficijenta dva pravca koje međusobno stoje u istom odnosu. Zato su vrednosti Poasonovog koeficijenta uzimane kao identične za oba pravca u membrani. Rezultati maksimalnih pomeranja za karakteristične čvorove dati su u tabeli 5.

Rezultati predstavljeni u tabeli 5 prikazuju uticaj variranja vrednosti Poasonovog koeficijenta na maksimalnu promenu geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Kao što se može uočiti, promena izazvana variranjem Poasonovog koeficijenta je izuzetno mala. U svim analiziranim tačkama maksimalna razlika u promeni geometrije pri različitim vrednostima Poasonovog koeficijenta je manja od 1,3 mm. Ovo je u skladu sa rezultatima do kojih su došli Bridžins i Birčal, a koji pokazuju da promena Poasonovog koeficijenta nije značajno uticala ni na deformacije pod površinskim opterećenjem, ni na naprezanja u membrani (Bridgens, Birchall 2012). Ako uporedimo uticaj variranja Poasonovog koeficijenta sa uticajem do sada analiziranih parametara na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, možemo da

zapazimo da se radi o minornom uticaju Poasonovog koeficijenta na promene geometrije nultog modela. Dok je kod svih do sada ispitivanih parametara variranje vrednosti tih parametara uticalo na promene geometrije membrane koje su se merile u desetinama, pa čak i stotinu milimetara, variranje Poasonovog koeficijenta utiče na promene geometrije sa približno 1 mm na analiziranom modelu. Iz tog razloga odlučeno je da se ne sprovodi dalja analiza ovog parametra, i da se ne ulazi u dublja razmatranja trendova promene maksimalne geometrije pod različitim vrednostima Poasonovog koeficijenta, budući da su ove promene praktično zanemarljive. Razlog zbog koga u ovom, ali i u prethodnim sličnim istraživanjima, Poasonov koeficijent nije imao veliki uticaj na ponašanje membrane verovatno leži u činjenici da je membranski materijal dvoosovinski zategnut. Pri dejstvu koncentrisane sile dolazi do povećanja sila zatezanja u oba pravca u membrani, pa razlika između intenziteta sila u jednom i drugom pravcu nije drastična. Zbog toga, kada je  $v_{xy}=v_{yx}$ , Poasonov koeficijent nema velikog uticaja jer je potrebno da postoji izražena sila u jednom pravcu u odnosu na drugi, da bi došlo do Poasonovog efekta.

*Tabela 5 – Promene geometrije u zavisnosti od različite vrednosti Poasonovog koeficijenta (mm)*

		<b>v</b>				
		<b>0,10</b>	<b>0,20</b>	<b>0,30</b>	<b>0,40</b>	<b>0,49</b>
<b>čvor</b>	<b>1</b>	100,1	100,3	100,3	100,0	99,4
	<b>2</b>	95,3	95,5	95,5	95,3	94,8
	<b>3</b>	95,1	95,4	95,5	95,4	95,1
	<b>4</b>	87,6	88,0	88,2	88,3	88,2
	<b>5</b>	61,1	60,8	60,4	59,9	59,2
	<b>6</b>	72,8	72,9	72,8	72,6	72,3
	<b>7</b>	57,4	57,6	57,7	57,6	57,5

Treba napomenuti da proizvođači materijala retko dostavljaju vrednosti Poasonovog koeficijenta za svoje materijale. Bilo da je razlog tome to što proizvođači znaju da Poasonov koeficijent u realnim vrednostima nema velikog uticaja na ponašanje membrane, ili za to postoji drugi razlog, činjenica je da projektanti često iskustveno uzimaju ovu vrednost u

analizi membranskih konstrukcija. Problem uglavnom imaju neiskusni projektanti jer većina komercijalnih softvera za proračun membranskih konstrukcija traži da se unese vrednost za Poasonov koeficijent i ne dozvoljava nastavak analize ukoliko nedostaje ovaj podatak. Dosadašnje iskustvo pokazalo je da se za vrednost Poasonovog koeficijenta u većini slučajeva uzima vrednost 0,3. Rezultati ovog istraživanja pokazuju da ne dolazi do značajnih odstupanja ni kada bi se uzele vrednosti u opsegu od 0,1 do 0,49, bar kada su maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile u pitanju.

#### **4.5.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu**

Imajući u vidu rezultate ovog i prethodnih istraživanja, kao i sve rečeno u prethodnom odeljku, odlučeno je da nije svrsishodno kombinovati više vrednosti Poasonovog koeficijenta sa drugim parametrima. Ukoliko bi se za kombinaciju sa drugim parametrima izabralo recimo svih pet vrednosti koje su uzete u obzir kod analize nultog modela, to bi rezultovalo najmanje pet puta dužim vremenom potrebnim za proračun kombinacija parametara, ali i više od pet puta većim prostorom potrebnim za skladištenje rezultata ispitivanja. Zbog toga je zaključeno da je uključivanje više vrednosti za kombinovanje neracionalno, imajući u vidu da je istraživanje na nultom modelu pokazalo beznačajan uticaj Poasonovog koeficijenta u odnosu na druge analizirane parametre. Kao reprezentativna vrednost za kombinovanje sa drugim parametrima za Poasonov koeficijent uzeta je vrednost od 0,3.

Ipak, imajući u vidu da se radi o velikom broju modela različitih raspona, zakrivljenosti i drugih karakteristika, prilikom kombinacija parametara neki modeli, za koje je inženjerskom logikom zaključeno da postoji veća mogućnost da su podložniji uticaju promene vrednosti Poasonovog koeficijenta, testirani su na iste vrednosti Poasonovog koeficijenta kao i nulti model u ovom poglavlju. Ovo nije sprovedeno sistematično kao za druge analizirane parametre, već su određeni oni ekstremni modeli koji bi bili najbolji pokazatelji da uticaj Poasonovog koeficijenta raste. Rezultati kombinovanja parametara dati su u poglavlju 5.

## 4.6. Moduo smicanja membranskog materijala

### 4.6.1. O parametru

Moduo smicanja membranskog materijala je pored modula elastičnosti i Poasonovog koeficijenta još jedan parametar materijala koji je obuhvaćen ovim istraživanjem. On se koristi kod linearne elastičnosti materijala za izražavanje vrednosti otpornosti na smicanje. Jedinica mere za moduo smicanja je  $N/m^2$ . Kod membranskih materijala se kao jedinica mere koristi  $kN/m$  zbog male debljine membranskog materijala. Slično kao i kod modula elastičnosti, u proračunu se moduo smicanja aproksimira, tako da je njegova vrednost konstantna. Ovo pojednostavljenje ne odgovara u potpunosti stvarnom ponašanju, jer vrednost modula smicanja zavisi od naprezanja u materijalu. Postoje različite metodologije testiranja materijala kako bi se dobila vrednost modula smicanja koja će biti primenjivana u analizi membranskih konstrukcija od tog materijala. Jedan od mogućih načina testiranja dat je u Nacrtu evropskog pravilnika (Stranghoner, Uhlemann et al. 2016). U istom delu takođe se navodi da je moduo smicanja od manjeg značaja u središnjim delovima membranskih konstrukcija, a od većeg blizu ivica i uglova membrane. U Evropskom uputstvu takođe su dati primeri testiranja materijala i određivanja modula smicanja na osnovu tih testiranja (Forster, Mollaert 2004). Bridžins, Gosling i Birčal navode da je krutost na smicanje membranskih materijala mala te da se zbog toga oni mogu posmatrati kao ortotropni (Bridgens, Gosling, Birchall 2004b). Bridžins i Birčal kao nepisano pravilo navode da se moduo smicanja uzima kao  $1/20$  vrednosti modula elastičnosti u slučajevima kada nije izvršeno testiranje modula smicanja (Bridgens, Birchall 2012). Kolman, Bridžins i Gosling pokazali su testovima da ovo nepisano pravilo može da ima velika odstupanja pri različitim vrednostima dvoosovinskog zatezanja (Colman, Bridgens, Gosling, Jou, Hsu 2014). U stvarnosti krutost na smicanje u početnim fazama zavisi od zaštitnog sloja membranskog materijala, a tek kasnije od nosećeg, i to u trenutku kada dođe do toga da se niti iz jednog pravca počnu priklještivati nitima iz drugog pravca. Zbog toga se u Evropskom uputstvu kaže da nezaštićen noseći sloj membranskog materijala ima zanemarljivo malu krutost na smicanje.

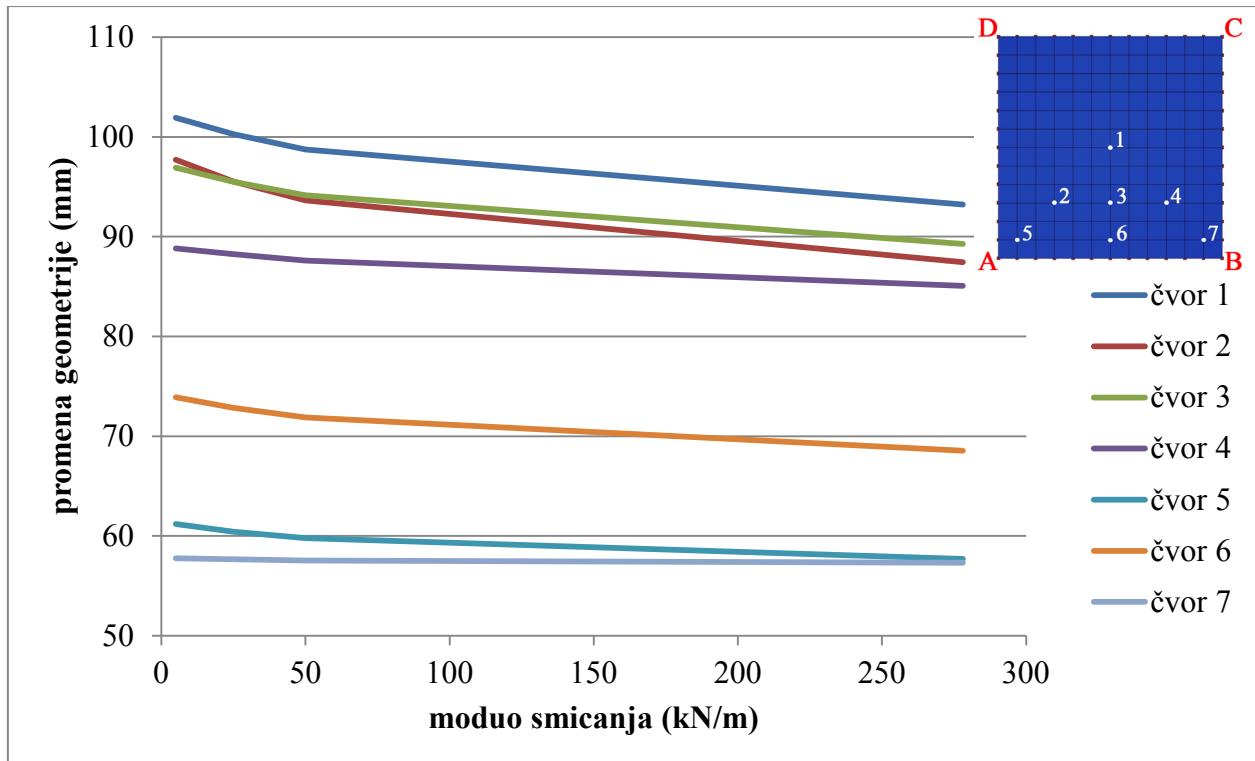
Značaj smicanja membranskog materijala je veliki za membranske konstrukcije. Upravo činjenica da membranski materijal nema veliku otpornost na smicanje omogućava da se ostvari dvostruko zakrivljena forma membrane iz ravanskih delova materijala. Da je moduo smicanja membranskog materijala veliki, površina sastavljena iz planarnih delova bi bila

prelomljena, a ne glatka kao što je to slučaj kod membranskih konstrukcija. Mali moduo smicanja omogućava da se promeni ugao između nosećih niti jednog i drugog pravca tako da on ne bude  $90^\circ$  kao u nenapregnutom materijalu ili kod situacija gde se membrana koristi kao ravna. Ova promena ugla iznosi samo par stepeni i upravo ona omogućava dobijanje forme membranske konstrukcije iz ravnih delova materijala, na način kakav se danas primenjuje.

#### 4.6.2. Ispitivanje i rezultati

U ovom radu uticaj modula smicanja na dobijanje forme membranske konstrukcije nije analiziran, već je istraživan njegov uticaj na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Za vrednosti modula smicanja uzete su vrednosti 5, 25, 50 i 278 kN/m. Ove vrednosti preuzete su kao referentne iz istraživanja Bridžinsa i Birčala, koji su određivali značaj modula smicanja pri dejstvu površinskih opterećenja (Bridgens, Birchall 2012). U svom istraživanju ovi autori ističu da su njihovi rezultati pokazali da moduo smicanja ima veću ulogu kada je glavni pravac materijala orijentisan paralelno sa ivicom osnove, a manji kada je on paralelan sa dijagonalom osnove, kao što je slučaj kod nultog modela u ovom istraživanju. Orientaciji materijala posvećeno je poglavlje 4.7. Takođe, oni navode da moduo smicanja ima veći uticaj kod konstrukcija koje imaju veću zakrivljenost. Treba napomenuti da su u tom istraživanju uzimana u obzir samo površinska opterećenja.

U istraživanju uticaja modula smicanja na pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile ispitivana su pomeranja u čvorovima 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 pri promeni vrednosti modula smicanja membranskog materijala. Ovi rezultati prikazani su na dijagramu 67. Rezultati pokazuju da sa povećanjem vrednosti modula smicanja u ispitivanim tačkama dolazi do smanjenja maksimalnih pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile. Smanjenje nije veliko i najmanje je u čvoru 7 gde iznosi samo 1%, a najveće u čvoru 2 gde iznosi 10% pri promeni modula smicanja sa 5 na 278 kN/m. Ove promene u veličini pomeranja su relativno male u odnosu na ostale do sada ispitivane parametre. Jedino promena Poasonovog koeficijenta iste vrednosti za oba pravca u materijalu je izazivala manje promene u pomeranjima pod dejstvom koncentrisane sile. Zbog toga je razmatrano da li ovaj parametar treba dalje ispitivati. Donesen je zaključak da nije svršishodno dalje ispitivati ovaj parametar na nultom modelu. Međutim, imajući u vidu prethodna saznanja koja su objavili Bridžins i Birčal (Bridgens, Birchall 2012) o povećanom uticaju modula smicanja pri drugim vrednostima ostalih parametara, a pre svega orijentacije materijala i geometrije oslonaca, odlučeno je da se ovaj parametar uključi u dalju analizu sa različitim vrednostima ostalih analiziranih parametara.



67\* – Uticaj modula smicanja na maksimalne promene geometrije

#### 4.6.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu

Za kombinovanje sa drugim parametrima izabrane vrednosti modula smicanja su 5, 25, 50 i 278 kN/m. S obzirom na to da su izabrane vrednosti modula elastičnosti preuzete iz istraživanja Bridžinsa i Birčala (Bridgens, Birchall 2012), odlučeno je da i reprezentativne vrednosti modula smicanja takođe budu preuzete iz njihovog istraživanja. Opravданje za opseg uzetih vrednosti može se naći u činjenici da je uobičajen način približnog određivanja modula smicanja, kada ne postoji ispitivanja materijala neophodna za njegovo određivanje, deljenje vrednosti modula elastičnosti sa 20. Kako je najniža analizirana vrednost modula elastičnosti 100 kN/m, a najviša 5000 kN/m, može se zaključiti da odabране granične vrednosti modula smicanja odgovaraju vrednostima modula elastičnosti. Za razliku od modula smicanja gde je izabrano šest vrednosti u opsegu, kod modula elastičnosti Bridžins i Birčal izabrali su samo četiri. Ovo je najverovatnije posledica toga što moduo smicanja ima manji uticaj na ponašanje membrane od modula elastičnosti.

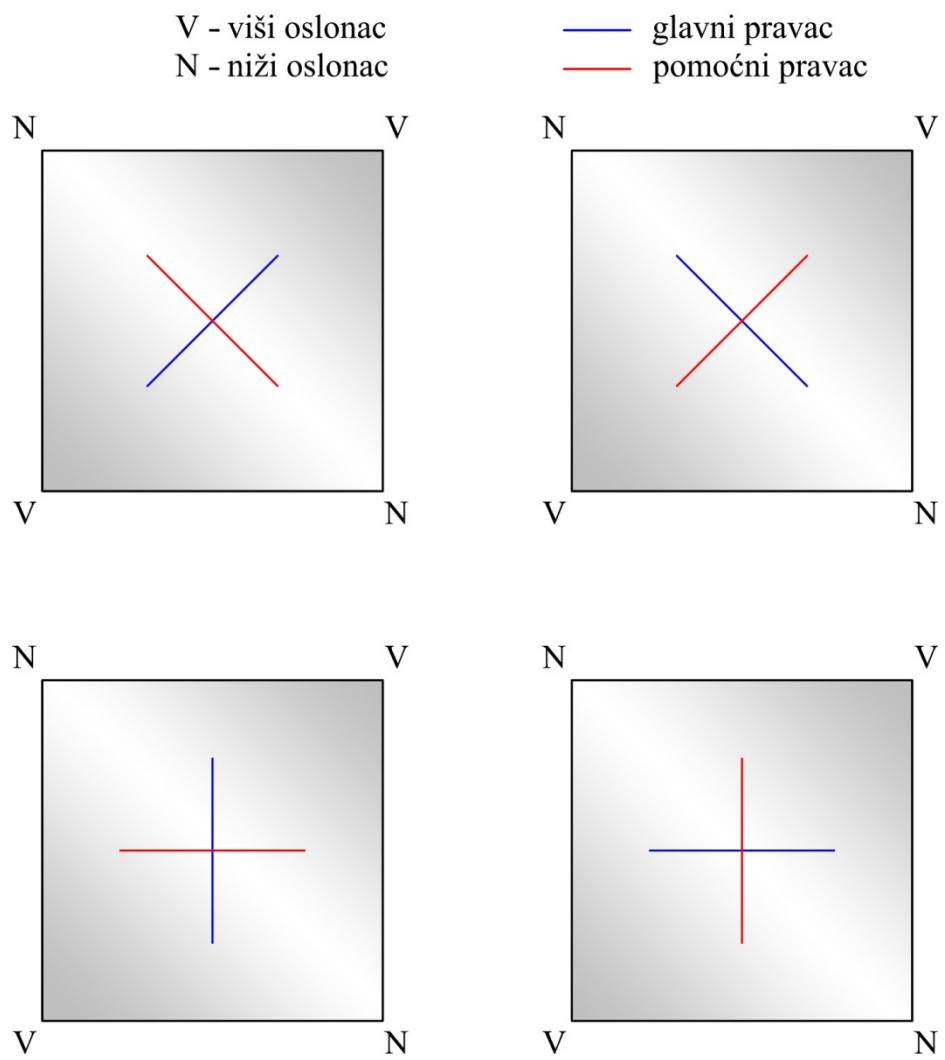
## 4.7. Orijentacija membranskog materijala

### 4.7.1. O parametru

Orijentacija membranskog materijala je još jedan od parametara materijala analiziranih u ovom radu. U poglavlju 1.4. predstavljene su karakteristike membranskih materijala. Struktura materijala koji se koriste za membrane kod membranskih konstrukcija je takva da se sastoji od nosećeg i zaštitnog sloja. Noseći sloj se sastoji od niti koje su postavljene u dva ortogonalna pravca i međusobno isprepletane. Zbog toga se materijal modeluje tako da ima ortotropne karakteristike. Niti jednog i drugog pravca u neopterećenom materijalu stoje pod uglom od  $90^\circ$ , ali pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja može da dođe i do promene ovog ugla. Pod orijentacijom membranskog materijala u ovom poglavlju se ne podrazumeva međusobni odnos pravaca niti glavnog i pomoćnog pravca, već pravac pružanja niti u odnosu na celu membransku konstrukciju, to jest u odnosu na osnovu konstrukcije. Naime, budući da karakteristike membranskog materijala nisu izotropne, može se očekivati da će orijentacija materijala imati uticaj na ponašanje konstrukcije. Jedan od ciljeva ovog istraživanja je da ispita kako orijentacija materijala utiče na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.

U teoriji je moguće materijal orijentisati na beskonačno mnogo različitih načina u odnosu na osnovu membranske konstrukcije. Međutim, u praksi orijentacija zavisi od forme konstrukcije. Tako se kod sedlastih membranskih konstrukcija sa četiri oslonca najčešće primenjuju četiri načina. Prvi je da se niti glavnog pravca gledano na osnovi orijentišu tako da budu paralelne pravoj koja povezuje dva viša oslonca membrane. Ovaj način primenjen je i na nulti model ovog ispitivanja. On je, takođe, omiljen u praksi u slučajevima kada je dominantno opterećenje orijentisano naniže, budući da niti glavnog pravca mogu da imaju nešto veću otpornost na zatezanje. Drugi način orijentacije materijala je da niti glavnog pravca budu paralelne pravoj koja povezuje dva niža oslonca. Ovakva rešenja se primenjuju kada dominantno opterećenje ima smer odozdo naviše. Treći i četvrti način se ponekada primenjuju kod konstrukcija kvadratnih osnova i oni podrazumevaju da su niti glavnog pravca paralelne jednoj ili drugoj stranici osnove. Ove mogućnosti prikazane su na slici 68. Ovde je bitno reći da o orijentaciji materijala često ne odlučuje ponašanje konstrukcije pod opterećenjem, već estetski utisak. U poglavljima 1.5. i 4.6.1. objašnjeno je da se membrana formira od isečaka membranskog materijala. Isecanje se po pravilu vrši duž niti glavnog pravca. Istovremeno, od isečaka zavise i preklopi koji se između njih moraju ostvariti kako bi

se oni povezali u celinu. U poglavlju 1.6.4. i na slici 19 prikazano je kako linije preklopa imaju važan uticaj na opšti vizuelni ambijent konstrukcije. Prvi od pomenutih načina orientacije materijala utiče na to da konstrukcija dobije otvoreniji i lepršaviji izgled, dok je kod drugog načina fokus posmatrača usmeren ka onome što se nalazi ispod membrane. Jasno je dakle da orientacija materijala ima direktni uticaj i na estetiku objekta, i zbog toga se konstruktivni aspekti ovog parametra nekada stavlaju u drugi plan. Važno je znati kako orientacija membranskog materijala utiče na ponašanje pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja i zbog toga je izvršeno ispitivanje ovog parametra.

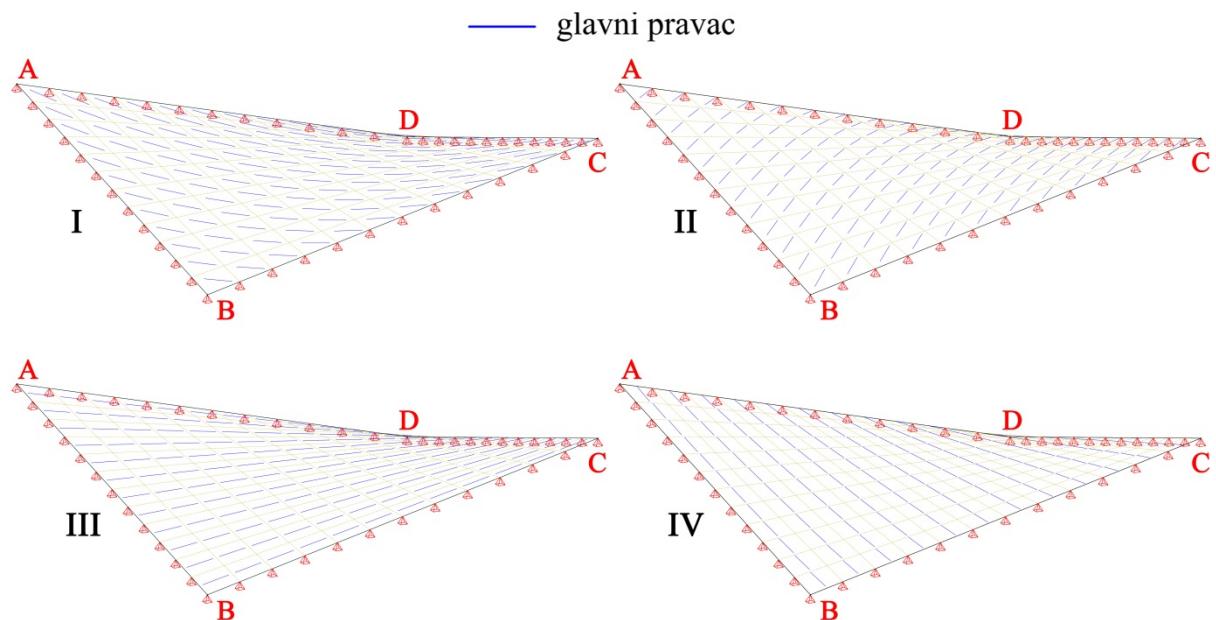


68 – Najčešće orijentacije materijala na kvadratnoj osnovi membranske konstrukcije

#### 4.7.2. Ispitivanje i rezultati

Za ispitivanje uticaja orientacije niti membranskog materijala na promenu geometrije pod dejstvom koncentrisane sile izabrana su četiri načina već pomenuta u prethodnom delu teksta. Zbog simetrije nultog modela očekuje se da prvi i drugi način, ali isto tako i treći i četvrti

način daju međusobno iste rezultate. Na slici 69 prikazane su orijentacije materijala ispitivane na nultom modelu, dok je za pozicije dejstva koncentrisane sile zadržano 7 čvorova korišćenih i u prethodnim delovima istraživanja.



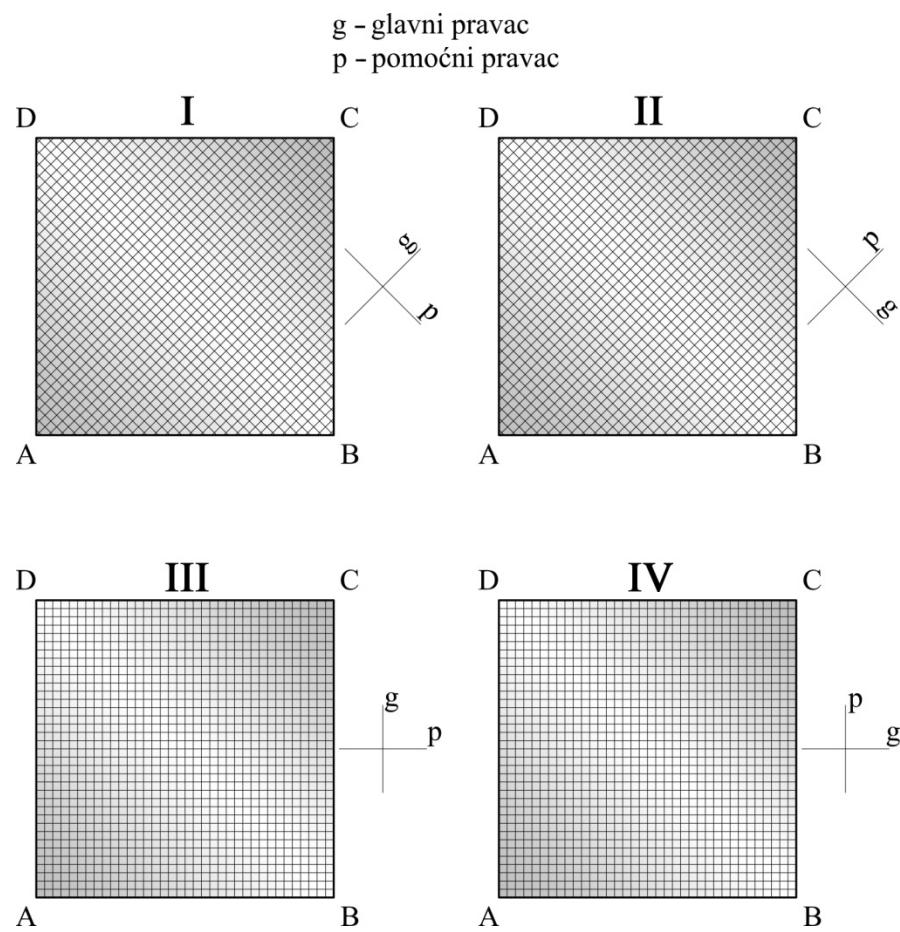
69 – Četiri analizirane orijentacije materijala na nultom modelu

Maksimalne promene geometrije ovih modela pod dejstvom koncentrisane sile prikazane su u tabeli 6, za svaki od analiziranih čvorova.

Tabela 6 – Uticaj promene orijentacije materijala na promene geometrije nultog modela pod dejstvom koncentrisane sile (mm)

		orientacija			
		I	II	III	IV
čvor	1	100,3	100,3	131,4	131,4
	2	95,5	95,5	114,0	114,0
	3	95,5	95,5	122,2	122,2
	4	88,2	88,2	116,8	116,8
	5	60,4	60,4	66,7	66,7
	6	72,8	72,8	85,6	85,6
	7	57,7	57,7	73,2	73,2

Rezultati prikazani u tabeli 6 pokazuju kako promena orijentacije materijala utiče na promenu geometrije u istim tačkama, pod dejstvom iste koncentrisane sile. Kao što se može primetiti, rezultati za prvu i drugu orijentaciju su isti. Ovakav rezultat nije iznenadenje, a uzrok za ovakve rezultate je to što zadati materijal ima iste karakteristike u jednom i u drugom pravcu i što je model simetričan po dijagonalama. Zbog toga, kada se materijal zaročira za  $90^\circ$  praktično se ne izvrši nikakva promena. Potpuno ista situacija dešava se i sa trećom i četvrtom orijentacijom. Na slici 70 prikazane su osnove modela sa orijentacijom materijala. Glavni i pomoći pravac prikazani su šematski istom bojom, jer su potpuno istih karakteristika. Kao što se sa slike može i videti, ne ostvaruje se nikakva razlika kada se materijal rotira za  $90^\circ$ , pa su zbog toga rezultati za prvi i drugi način, ali i za treći i četvrti način orijentacije identični. Na osnovu rezultata prikazanih u tabeli 6 može se zaključiti i da su maksimalne promene geometrije značajno veće kod treće i četvrte orijentacije materijala, u odnosu na prvu i drugu. Ovo važi za sve ispitivane tačke, a razlika između promene geometrije prve i treće orijentacije iznosi približno od 9 do 24%. Može se zbog toga zaključiti da je, u situaciji kada je bitno imati manje promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, uputno materijal orijentisati tako da su niti paralelne dijagonalama osnove.



70 – Orijentacija materijala na nultom modelu

Da bi se ispitao uticaj karakteristika materijala na potencijalne razlike između orijentacija koje su do sada davale iste rezultate, nulti model je izmenjen tako da materijal nema iste karakteristike u glavnom i pomoćnom pravcu. Vrednost modula elastičnosti u glavnom pravcu je 600 kN/m, kao i do sada, a u pomoćnom pravcu je 300 kN/m. Rezultati ovog dela ispitivanja dati su u tabeli 7.

*Tabela 7 – Uticaj promene orijentacije materijala na promene geometrije izmenjenog nultog modela pod dejstvom koncentrisane sile (mm)*

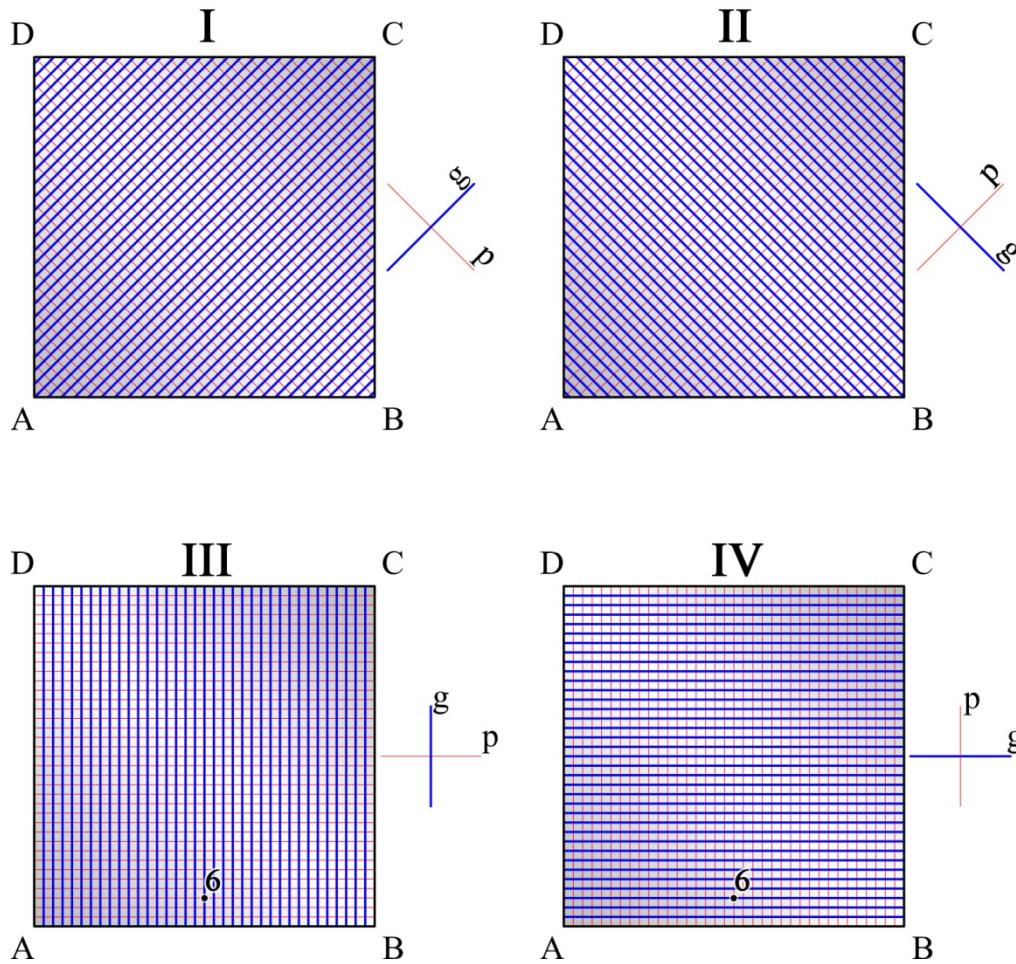
		orientacija			
		I	II	III	IV
čvor	1	101,1	115,9	134,6	134,6
	2	96,3	108,0	117,0	117,0
	3	96,3	110,5	124,7	125,6
	4	88,7	104,4	119,4	119,4
	5	61,6	64,0	68,1	68,1
	6	73,1	81,5	86,2	89,1
	7	57,4	67,2	74,4	74,4

Rezultati prikazani u tabeli 7 razlikuju se po vrednostima promene geometrije od rezultata iz tabele 6, što je i očekivano jer je promenjen moduo elastičnosti materijala. Međutim, kao što je bilo i predviđeno, rezultati prvog i drugog načina orijentacije se sada razlikuju zbog toga što karakteristike materijala nisu identične u glavnom i pomoćnom pravcu. Prva primenjena orijentacija materijala rezultuje manjim promenama geometrije nego druga u svim ispitivanim tačkama. Ovakvo ponašanje posledica je toga da niti glavnog pravca imaju veći moduo elastičnosti, pa se bolje odupiru spoljašnjem opterećenju. Zbog toga materijal treba orijentisati tako da niti sa većim modulom elastičnosti budu paralelne dijagonalni koja povezuje više oslonce, ako opterećenje deluje naniže.

Treća i četvrta orijentacija još jednom su pokazale iste rezultate za pet analiziranih čvorova prikazanih u tabeli 7 narandžastom bojom, i različite rezultate za dva čvora. Različite rezultate u čvorovima 3 i 6 nikako ne bismo smeli posmatrati kao grešku. Naprotiv, oni su pokazatelj da orijentacije III i IV ne daju iste rezultate na analiziranom modelu. Razlog zbog

koga su preostali analizirani čvorovi pokazali iste rezultate je taj što se oni nalaze na dijagonalama osnove. Zbog toga oni predstavljaju izuzetak, a ne pravilo. Uzrok zbog koga nema promene u ovim čvorovima pri promeni orijentacije iz III u IV je simetrija modela po dijagonalama. Za sve ostale tačke, odnosno sve tačke koje nisu na dijagonalama, orijentacije materijala III i IV daju različite rezultate.

— g - glavni pravac  
 — p - pomoćni pravac



71 – Orientacija materijala na izmenjenom nullom modelu

Na slici 71 prikazane su osnove sa orijentacijama materijala. Sada su niti glavnog i pomoćnog pravca prikazane drugim bojama jer materijal nema iste karakteristike u ova dva pravca. Uz to, niti glavnog pravca prikazane su debljom linijom, jer je moduo elastičnosti u ovom pravcu veći. Za orijentacije I i II očigledno je da više ne mogu davati iste maksimalne promene geometrije pri dejstvu iste sile u istom čvoru, jer se pri promeni orijentacije menja i moduo elastičnosti niti koje imaju centar krivine iznad površi, odnosno onih niti koje se odupiru dejstvu sile naniže. Na orijentaciji III i IV označen je položaj čvora 6 kako bi se detaljnije objasnilo zašto pomeranja nisu ista kod ove dve orijentacije. Kod orijentacije III

čvor 6 se nalazi pri kraju jedne od niti glavnog pravca, i na sredini jedne niti pomoćnog pravca. Isti čvor se kod orijentacije IV nalazi na sredini niti glavnog pravca, a pri kraju niti pomoćnog pravca. U poglavlju 4.1. već je diskutovano kako položaj dejstva koncentrisane sile ima uticaja na maksimalne promene geometrije. Budući da niti nisu jednakih karakteristika, važno je i na kom položaju na obe niti deluje sila. Pošto je kod ove dve orijentacije položaj različit, i pomeranja su različita. Za čvorove koji se nalaze na dijagonalama osnove položaj je isti pri promeni iz orijentacije III u IV, i zbog toga ne dolazi ni do promene u veličini pomeranja.

#### **4.7.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu**

U poglavlju 4.7. analiziran je uticaj četiri različite orijentacije materijala na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Razmatrane orijentacije su najčešće primenjivane kod kvadratnih osnova kakvu ima i nulti model. Zaključeno je da pri istim karakteristikama membranskog materijala u jednom i drugom pravcu ne postoji razlika u promenama geometrije između orijentacija koje se razlikuju za  $90^\circ$ , tako da praktično postoje samo dva različita seta rezultata. Ukoliko se karakteristike materijala razlikuju u jednom i drugom pravcu, onda svaka od analiziranih orijentacija daje različite rezultate, s tim što se kao izuzeci javljaju isti rezultati za neke od tačaka. Kako za kombinovanje sa drugim parametrima nisu odabранe različite karakteristike membranskih materijala u jednom i drugom pravcu, tako bi bilo bespotrebno analizirati četiri različite orijentacije, budući da bi se dobili dupli rezultati. Zbog toga su za kombinovanje sa drugim parametrima izabrane dve orijentacije i to one koje su u ovom delu teksta označene sa I i III. Orijentacija I će nadalje biti nazivana dijagonalnom, a orijentacija III paralelnom orijentacijom.

## 4.8. Krutost ivičnih oslonaca

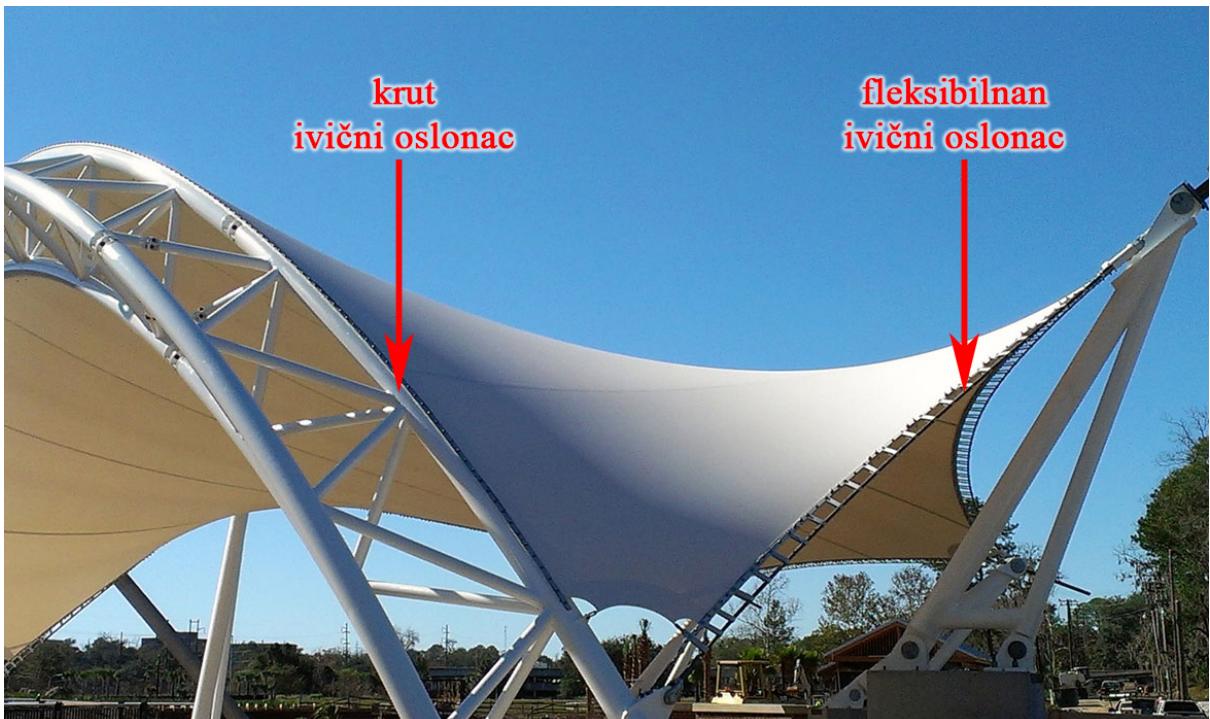
### 4.8.1. O parametru

Krutost ivičnih oslonaca je prvi od analiziranih parametara iz grupe oslonaca. Ivični oslonci su važan deo svake membranske konstrukcije. Postoje dve glavne vrste ivičnih oslonaca: kruti i fleksibilni. Često se kao kruti oslonci koriste već postojeći objekti ili delovi drugih konstrukcija, i tada je važno ispitati uticaj membranske konstrukcije na te objekte. Međutim, moguće je ivične oslonce membranskih konstrukcija projektovati i kao krute linijske od betona, čelika ili lepljeno-lameliranog drveta. Fleksibilni ivični oslonci su u najvećem broju slučajeva kablovi, mada se kod manjih membranskih konstrukcija ponekada primenjuju i specijalne trake za ojačavanje ivica. Funkcija ivičnih oslonaca je vrlo bitna, jer membrana ne može samostalno da egzistira pri dejstvu uobičajenih opterećenja bez dodatnih ojačanja na ivicama. Takođe, ivični oslonci imaju značajnu ulogu u procesu prednaprezanja membrane.

Osim važne funkcije koju ivični oslonci obavljaju, oni takođe imaju veliki uticaj i na izgled membranske konstrukcije. Kruti oslonci se dimenzionišu prema uticajima koji na njih deluju i koji mogu biti znatni. To za posledicu ima velike dimenziije poprečnih preseka krutih ivičnih oslonaca. Uprkos iznalaženju domišljatih načina da se ovakvi oslonci načine lakšim i elegantnijim, njihova priroda nije potpuno u skladu sa glavnim karakteristikama membranskih konstrukcija, pre svega sa njihovom lakoćom i fleksibilnošću. Zbog toga se u praksi radije upotrebljavaju fleksibilni ivični oslonci, kada je to moguće. Oni za razliku od krutih ivičnih oslonaca primaju samo sile zatezanja što omogućava da imaju mnogo manje poprečne preseke. Sa druge strane, njihova fleksibilnost znači i veću pomerljivost, što je glavni razlog za upotrebu krutih ivičnih oslonaca u situacijama kada je potrebno smanjiti pomeranja. Važno je imati u vidu da je upotreba fleksibilnih oslonaca nemoguća samostalno, već da se oni najčešće kombinuju sa tačkastim osloncima koji se postavljaju u temenima konstrukcije. U praksi je moguće vršiti i kombinaciju krutih i fleksibilnih ivičnih oslonaca na različitim ivicama membrane. Ovakav primer prikazan je na slici 72. Pri tome treba izričito voditi računa o tome da svi oslonci ne smeju da leže u istoj ravni.

Postoje uobičajeni načini ostvarivanja veze između membrane i ivičnih oslonaca, i oni su prikazani u postojećoj literaturi (Forster, Mollaert 2004; Seidel 2009). Tipovi veza se razlikuju kod krutih i elastičnih oslonaca, ali oni neće biti detaljno predstavljeni u ovom radu. Bitno je reći da su veze sa krutim osloncima i fizički i vizuelno teže od veza membrane sa fleksibilnim ivičnim osloncima. Kod veza sa krutim osloncima neophodno je dodavati

elemente, najčešće čelične, duž cele ivice membrane i ovi elementi ostaju vidljivi tokom celog veka konstrukcije. Veza sa ivičnim kablovima se najčešće izvodi tako da se preklapanjem membrane naprave džepovi u koje se ubacuju kablovi, koji su praktično sakriveni, izuzev na samim svojim krajevima. Prikaz po jednog karakterističnog fleksibilnog i krutog ivičnog oslonca dat je na slici 73.



72 – Konstrukcija sa krutim i fleksibilnim ivičnim osloncima

([www.fabritecstructures.com](http://www.fabritecstructures.com))



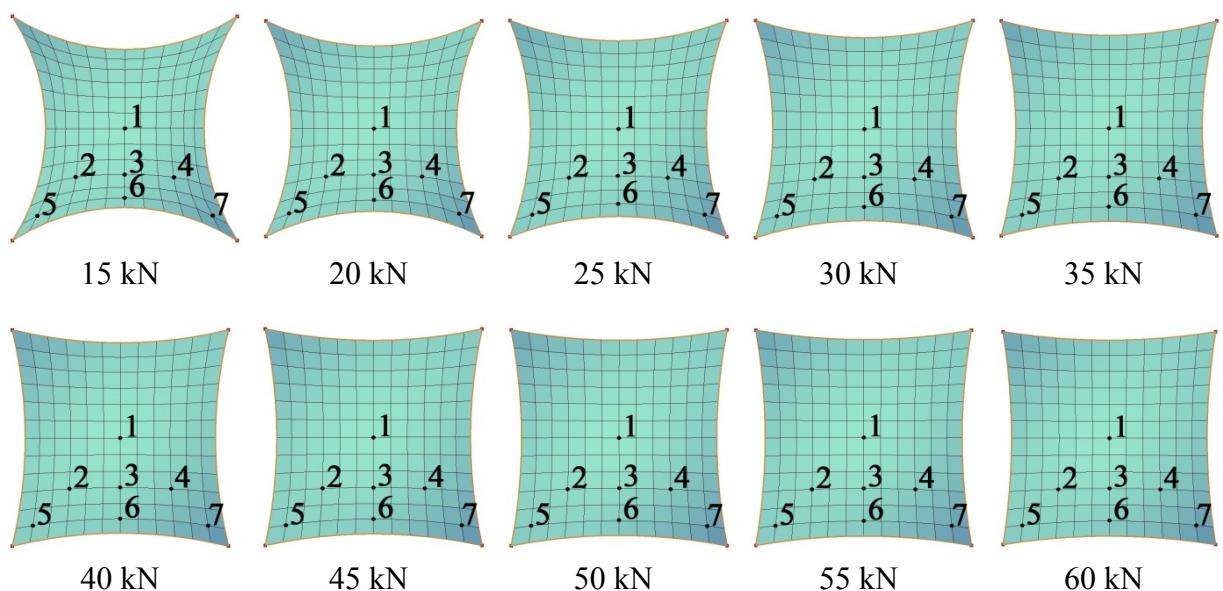
73 – Fleksibilan ivični oslonac – levo, i krut ivični oslonac – desno (Forster,

Mollaert 2004)

#### 4.8.2. Ispitivanje i rezultati

Do sada nije bilo objavljenih istraživanja koja bliže analiziraju uticaj krutosti ivičnih oslonaca na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Izuzetak je rad (Milošević, Marković, Stojić 2016) u kome je predstavljeno preliminarno ispitivanje za ovaj deo istraživanja doktorske disertacije. U prethodnim poglavlјima već je pokazano kako povećanje krutosti membrane, bilo kroz povećanje modula elastičnosti, bilo kroz povećanje sila prednaprezanja, značajno utiče na smanjenje promene geometrije. Zbog toga se može očekivati da i povećanje krutosti ivičnih oslonaca utiče na smanjenje pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile.

Za potrebe ovog dela ispitivanja nulti model izmenjen je tako da stranice modela više nisu bile nepomerljive. Nepomerljivim stranicama bili su modelovani kruti ivični oslonci. Sada su ivice ojačane kablovima koji predstavljaju najčešće fleksibilne ivične oslonce membrane. Korišćeni su kablovi prečnika 20 mm. U kablove je unošena sila prednaprezanja različitog intenziteta kako bi se ispitao uticaj povećanja krutosti kablova na maksimalna pomeranja membrane. Prilikom svake promene intenziteta sile prednaprezanja u kablovima ponovo je sproveden proces dobijanja forme membranske konstrukcije. Sila prednaprezanja u membrani nije varirana i ona ima konstantan intenzitet od 3 kN/m i u glavnom i u pomoćnom pravcu membrane. Na slici 74 prikazane su osnove modela dobijenih variranjem sile prednaprezanja u kablovima. Korišćeni intenziteti sila prednaprezanja u kablovima su 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55 i 60 kN.



74 – Osnove modela dobijenih variranjem sile prednaprezanja u kablovima

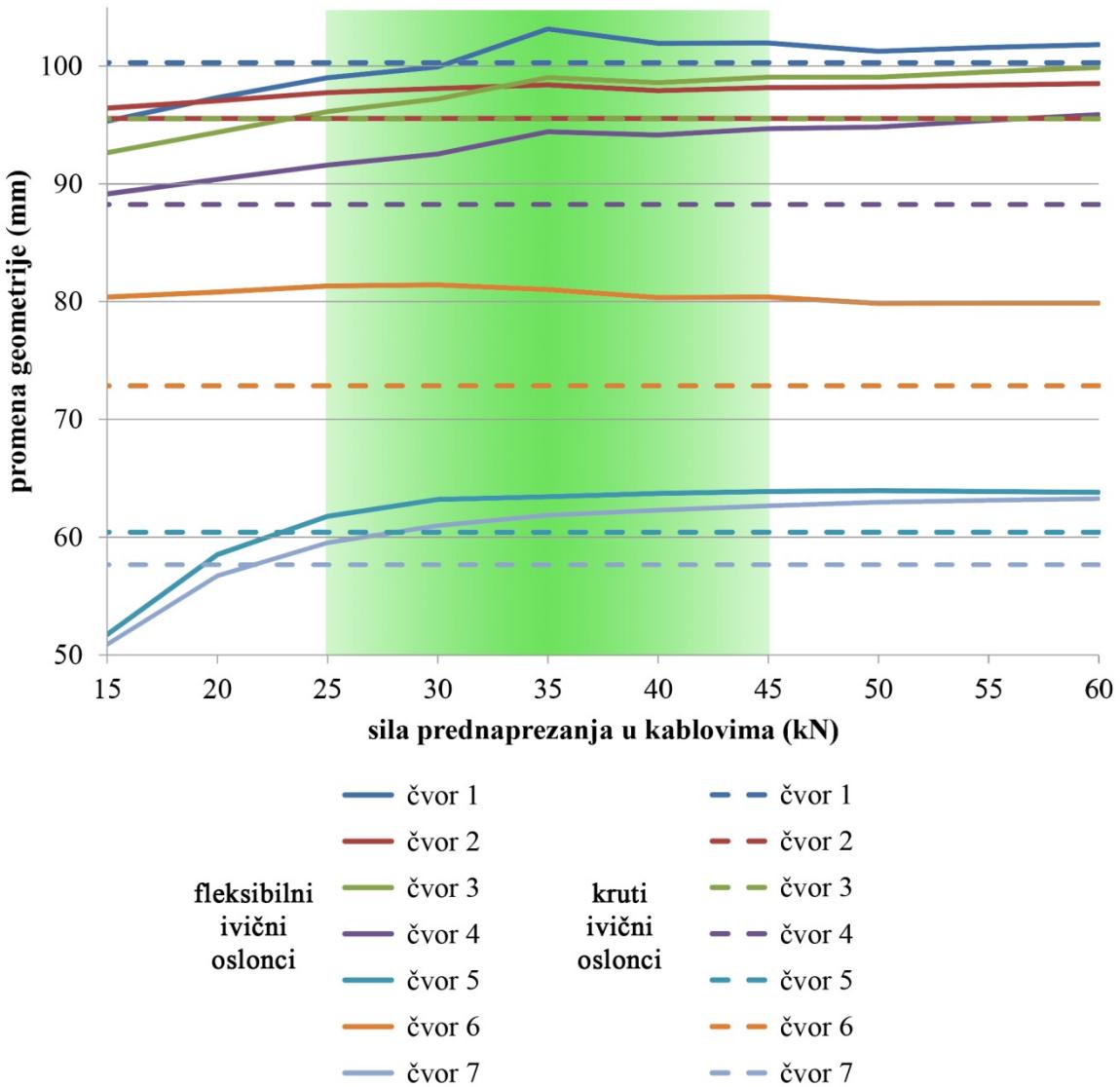
Povećanjem sile prednaprezanja kablova smanjuje se strela kabla, tako da bi model sa izuzetno visokom silom prednaprezanja imao minimalnu strelu kabla, odnosno bio bi sličan modelu sa krutim ivicama. Međutim, povećanje sile u kablu ima negativne posledice jer iziskuje i povećanje poprečnog preseka kabla. Sa druge strane, jako mala sila prednaprezanja dovodi do velike strele kabla koja menja vizuelni utisak o konstrukciji, a i smanjuje njenu funkcionalnost, budući da je u tom slučaju pokriven manji deo osnove nego kada je sila prednaprezanja u kablovima veća. Zbog toga je u praksi potrebno naći optimalnu vrednost za silu prednaprezanja u kablovima. Ako strelu kabla označimo sa  $f$ , a raspon kabla sa  $l$ , možemo pratiti promenu odnosa  $f/l$  sa povećanjem sile prednaprezanja u kablovima. Ova vrednost data je u tabeli 8.

*Tabela 8 – Odnos strele i raspona kabla za različite intenzitete sile prednaprezanja kabla*

	<b>15 kN</b>	<b>20 kN</b>	<b>25 kN</b>	<b>30 kN</b>	<b>35 kN</b>	<b>40 kN</b>	<b>45 kN</b>	<b>50 kN</b>	<b>55 kN</b>	<b>60 kN</b>
<b>f (mm)</b>	887	702	566	474	407	362	321	289	262	240
<b>f/l</b>	0,148	0,117	0,094	0,079	0,068	0,060	0,054	0,048	0,044	0,040

Bridžins i Birčal (Bridgens, Birchall 2012) daju preporuku da je optimalna vrednost odnosa  $f/l$  sa arhitektonskog stanovišta između vrednosti 0,05 i 0,10. Zbog toga su vrednosti koje pripadaju ovom opsegu u tabeli 8 označene zelenom bojom. Osim ovih vrednosti analizirani su i modeli koji imaju vrednosti van ovog opsega, da bi se što celovitije ispitao uticaj intenziteta sile prednaprezanja u kablovima na promene maksimalne geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.

Na dijagramu 75 prikazana su maksimalna pomeranja čvorova 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 pri dejstvu koncentrisane sile u tim čvorovima za različite intenzitete sile prednaprezanja u kablovima. Pozicije čvorova su zadržane na svim modelima, uzimajući u obzir promenjenu početnu formu modela. Isprekidanim linijama dati su rezultati za iste čvorove ali u slučaju da model ima krute ivične oslonce. Ovi rezultati poznati su iz prethodnih delova ovog istraživanja, i dati su na istom dijagramu da bi se mogle porebiti vrednosti između modela sa krutim i modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima. Opseg intenziteta sila prednaprezanja kablova koji je najoptimalniji sa arhitektonskog stanovišta još jednom je označen zelenom bojom.



75\* – Maksimalne promene geometrije pri različitim intenzitetima sile prednaprezanja kablova

Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja kablova je takva da maksimalne promene geometrije uglavnom blago rastu sa povećanjem sile prednaprezanja. Čvorovi 5 i 7 imaju nešto značajniji rast u prvih koracima povećanja sile prednaprezanja u odnosu na ostale čvorove. Uzrok za to su značajne promene početne forme membrane koje se događaju u okolini ovih čvorova pri nižim intenzitetima sile prednaprezanja kablova. Čvor 6 pokazuje blago opadanje maksimalnih promena geometrije sa povećanjem sile prednaprezanja. Čvorovi 1, 2, 3 i 4 pokazuju blagi rast od početka do kraja ispitivanog intervala. Ovaj rast iznosi redom 6, 2, 7 i 7% za prva četiri čvora. Na intervalu koji je označen kao optimalni, rast za iste čvorove iznosi 3, 0, 3 i 3%, a za čvorove 5, 6 i 7 iznosi 3, -1 i 5%, redom. Na osnovu ovoga može se zaključiti da promena intenziteta

sile prednaprezanja u kablovima, u okviru opsega koji je označen kao optimalni sa arhitektonskog stanovišta, uzrokuje male promene maksimalnih pomeranja za analizirane čvorove.

Na dijagramu 75 pomeranja čvorova modela sa krutim ivičnim osloncima prikazana isprekidanim linijama su konstantna, jer ona ne zavise od intenziteta prednaprezanja kablova. Čvorovi 2 i 3 imaju vrlo slična pomeranja pa se njihove linije na dijagramu delimično preklapaju. Kod modela sa krutim i modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima čvorovi su prikazani linijama istih boja, tako da je lako pratiti njihove međusobne odnose. Maksimalna razlika između pomeranja kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima u optimalnom opsegu i pomeranja modela sa krutim ivičnim osloncima iznosi 11%. Ona se javlja kod čvora 6. Za ostale čvorove ovaj odnos je manji i ne prelazi 10%. Za prva tri čvora čak ne prelazi ni 4%. Možemo zaključiti da razlika između modela sa krutim i fleksibilnim ivičnim osloncima u pogledu maksimalnih promena geometrije postoji i da ona nije zanemarljiva, mada za većinu analiziranih čvorova nije ni velika.

Očekivanja postavljena pre izvršavanja ispitivanja pokazala su se kao netačna. Naime, povećanje krutosti fleksibilnih ivičnih oslonaca ne dovodi do smanjenja maksimalnih pomeranja, čak naprotiv, dovodi do njihovog povećanja, mada se to ne može utvrditi kao pravilo za sve čvorove. To praktično znači da je, sa stanovišta manjih pomeranja, preporučljivije koristiti manje sile prednaprezanja u kablovima. Upotreba fleksibilnih ivičnih oslonaca uglavnom rezultuje većim pomeranjima nego kod modela sa krutim ivičnim osloncima, mada ni ovo ne važi za neke čvorove i manje intenzitete sile prednaprezanja kablova.

#### 4.8.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu

Rezultati prikazani u ovom delu istraživanja pokazali su se kao neočekivani. Ipak, promene maksimalnih pomeranja koje nastaju kao posledica variranja sile prednaprezanja kablova u optimalnom opsegu su male. Istovremeno, razlike između modela sa krutim i modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima su veće. Zbog toga je odlučeno da se za kombinovanje sa drugim parametrima uzmu u obzir i model sa krutim i model sa fleksibilnim ivičnim osloncima. Kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima postoji mogućnost da se uzima različit intenzitet sile prednaprezanja kablova. Međutim, kako promena ovog intenziteta ne dovodi do značajnih promena geometrije, biće uzet samo jedan intenzitet sile prednaprezanja kablova. Uzimanje jednog intenziteta sile prednaprezanja kablova smanjuje broj modela koje

treba proračunati kada se kombinuju vrednosti parametara, što dovodi do uštede vremena i memorije. Diskutovano je koja od vrednosti bi bila najpogodnija za kombinovanje sa drugim parametrima. Prva opcija bila je vrednost od 35 kN budući da se ona nalazi na sredini opsega optimalnih vrednosti. Međutim, već je zaključeno da niži intenziteti sile prednaprezanja kablova dovode do manjih pomeranja, te su stoga povoljniji. Osim toga, postoji još jedan faktor koji bi trebalo uzeti u obzir. Pri kombinovanju sa drugim parametrima treba uključiti i različite vrednosti sile prednaprezanja membrane. U tom slučaju, treba zadržati istu početnu geometriju membrane da bi rezultati bili poredivi, a da bi se to učinilo odnos sile prednaprezanja membrane i sile prednaprezanja kablova treba da bude konstantan. Zbog navedenih razloga odlučeno je da vrednost sile prednaprezanja kablova koja će se koristiti za kombinovanje sa drugim parametrima bude 30 kN. Na taj način definiše se i konstantan odnos intenziteta sile prednaprezanja kablova i intenziteta sile prednaprezanja membrane od 10:1.

## 4.9. Geometrija oslonaca

### 4.9.1. O parametru

Geometrija oslonaca je poslednji analizirani parametar u ovom istraživanju. Projektant konstrukcije definiše ovaj parametar već na samom početku procesa projektovanja. Geometrija oslonaca u najvećoj meri određuje formu koju će membranska konstrukcija imati. Zbog toga se korekcije forme većeg obima vrše upravo promenom geometrije oslonaca, dok se manje izmene mogu ostvariti promenom odnosa sila zatezanja u membrani i promenom krutosti ivičnih oslonaca.

Prvi korak u definisanju geometrije oslonaca je određivanje oblika osnove konstrukcije. Oblik osnove membranskih konstrukcija može biti potpuno nepravilan ili amorfni, ali se često koriste i pravilni oblici osnova. Membranske konstrukcije konusnog oblika najčešće imaju osnove oblika kruga, elipse ili pravougaonika. Sedlaste membranske konstrukcije uglavnom se izvode na osnovama kvadratnog, pravougaonog i deltoidnog oblika. Nekoliko primera prikazano je na slikama 76, 77 i 78.



76 – Membranske konstrukcije sa kružnim ili poligonalnim osnovama

([www.architen.com](http://www.architen.com))



77 – Membranske konstrukcije sa rombičnim osnovama ([www.tensilestructures.net](http://www.tensilestructures.net),

[www.archiexpo.com](http://www.archiexpo.com))



78 – Membranske konstrukcije sa pravougaonim osnovama (<http://abitashades.com>, [www.architen.com](http://www.architen.com))

Dimenzije osnova mogu biti veoma različite, a rasponi se kreću u granicama od 1 do 100 metara. Najveći broj membranskih konstrukcija ima raspone manje od 10 metara. Nakon određivanja oblika osnove potrebno je membranu, koja je u tom trenutku ravna, dovesti do zakriviljenog oblika. To se uobičajeno radi tako što se bar jedno teme osnove pomeri po vertikali. Često je potrebno više puta ponavljati proces dobijanja forme sa različitim oblicima osnove ili visinama oslonaca, da bi se dobio željeni oblik membrane. Zakriviljenost konstrukcije zavisi od prostornog rasporeda oslonaca, odnosno od oblika i dimenzije osnove i razlike u visini temena.

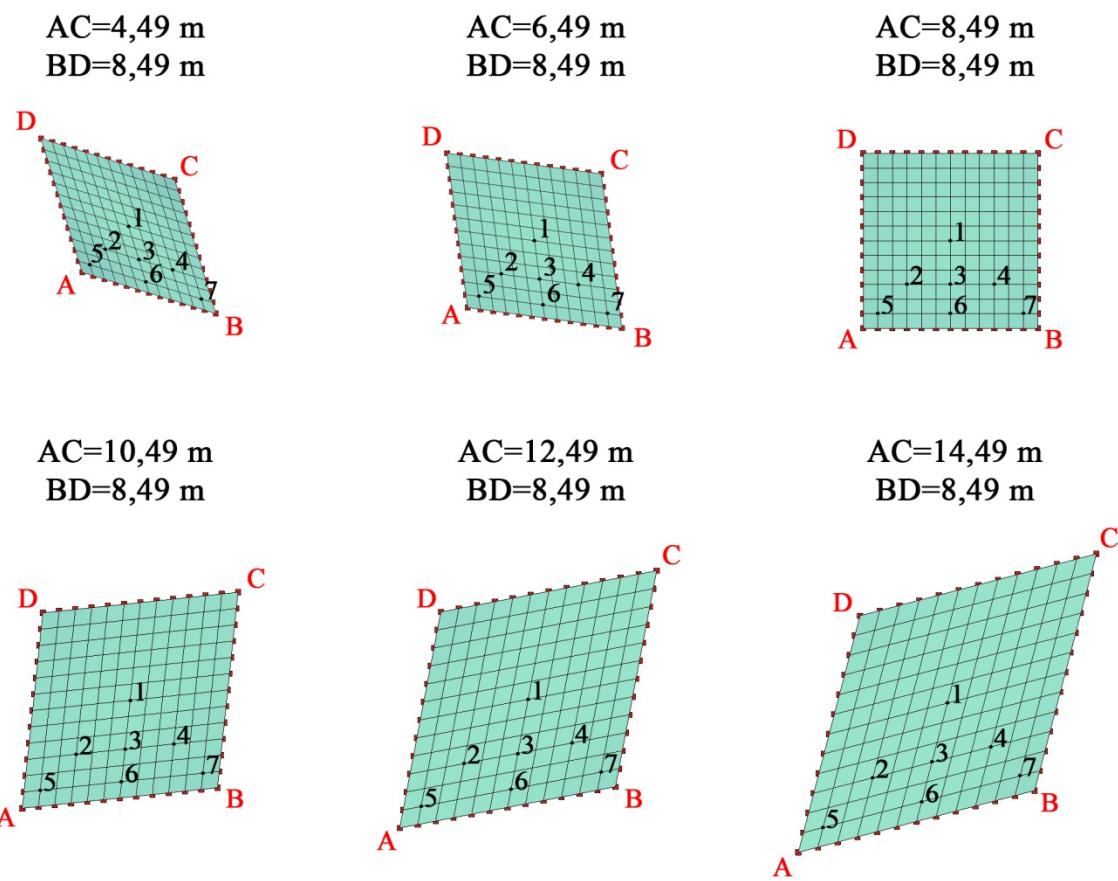
Istraživanja o uticaju geometrije membranske konstrukcije na deformacije pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja istraživali su Bridžins i Birčal (Bridgens, Birchall 2012). Oni su ispitivali modele iste osnove a različitih visina oslonaca na dejstvo površinskog opterećenja i zaključili da se sa povećanjem zakriviljenosti smanjuju ugibi. Ispitivanja uticaja geometrije oslonaca na promenu geometrije membrane pod dejstvom koncentrisanih sila do sada nisu objavljena i ona su predmet istraživanja predstavljenog u ovom delu rada.

#### **4.9.2. Ispitivanje i rezultati**

Ispitivanje uticaja geometrije oslonaca na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile podeljeno je na tri celine. U prvoj celini ispitivano je kako promena oblika i dimenzija osnove utiče na promene geometrije. U drugoj celini varirana je visina oslonaca, a oblik i dimenzija osnove nisu menjani. U trećoj celini varirani su i dimenzija osnove i visina oslonaca kako bi se ispitao njihov uticaj na promene geometrije. Deo preliminarnih rezultata ovog ispitivanja je već objavljen (Milošević, Marković 2016).

Promena osnove membranske konstrukcije izvršena je na dva načina. Prvi podrazumeva promenu oblika osnove, a drugi promenu dimenzija osnove. Najpre je, počevši od nultog

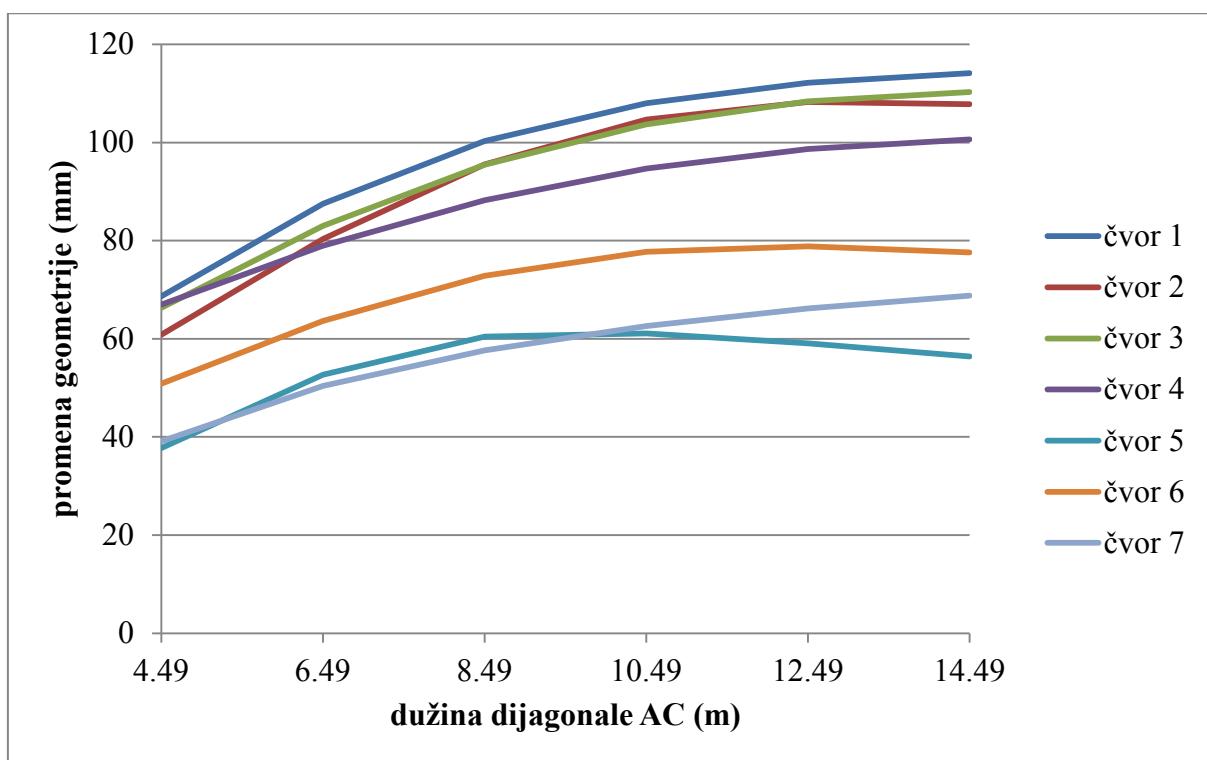
modela, varirana dimenzija dijagonale osnove koja povezuje više oslonce, tako da osnova dobija oblik romba. Obe dijagonale osnove nultog modela imaju dimenziju 848,53 cm. Visina temena je zadržana ista, a rastojanje između viših oslonaca je povećavano za po 2 m u svakom koraku. Na taj način dobijeno je 6 modela, koji su prikazani na slici 79. Najmanji model ima dijagonale AC 448,53 cm i BD 848,53 cm. Najveći model ima dijagonale AC 1448,53 cm i BD 848,53 cm. Treći model je zapravo identičan nultom modelu. Rezultati promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile u čvorovima 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 za prikazane modele dati su na dijagramu 80.



79 – Osnove modela korišćenih za ispitivanje uticaja oblika osnove na promene geometrije

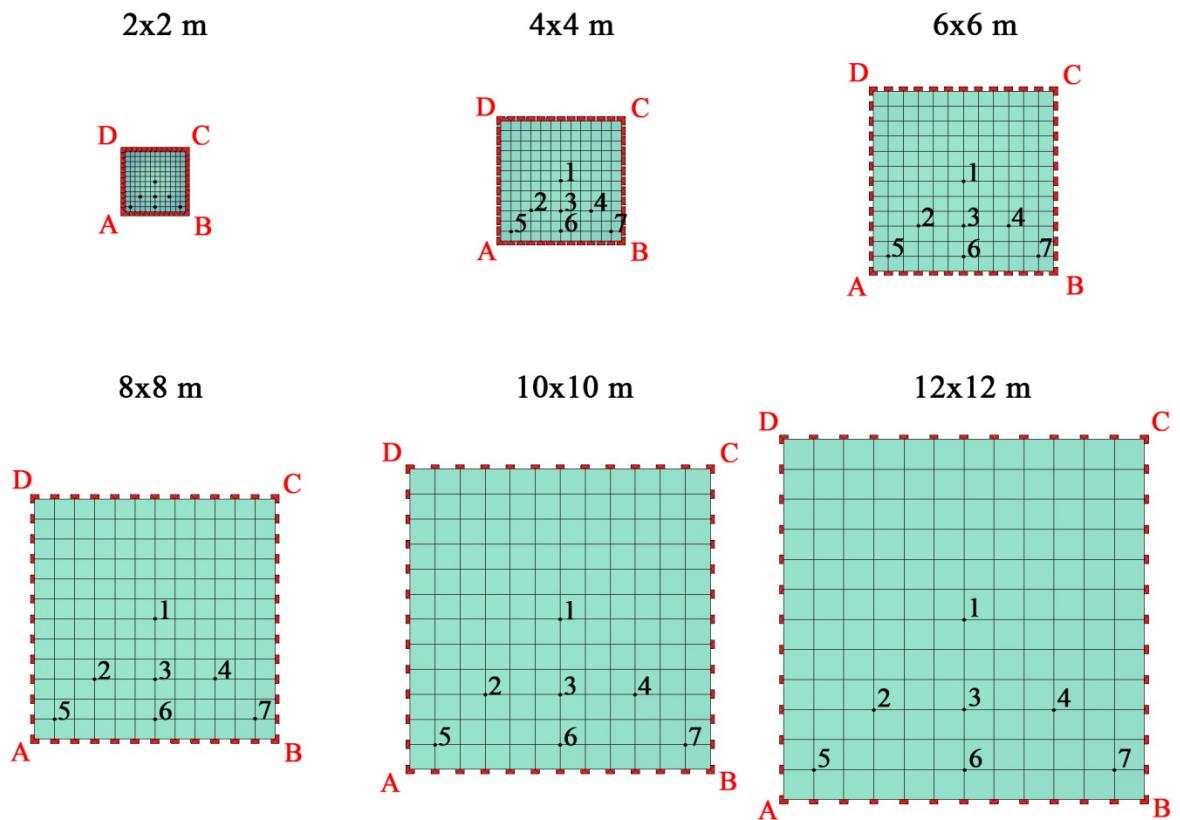
Rezultati ispitivanja pokazuju da sa povećanjem dijagonale AC uglavnom dolazi do povećanja pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile. Međutim, ovo nije slučaj kod čvorova 2, 5 i 6 kod kojih pri većim dimenzijama dijagonale dolazi do opadanja pomeranja. Najizraženije smanjenje pomeranja pri povećanju dimenzije dijagonale AC dešava se kod čvora 5. Objašnjenje ove pojave nalazi se u početnoj formi membrane. Pri povećanju dijagonale AC dolazi do produžavanja niti glavnog pravca i do smanjenja zakrivljenosti. I povećanje raspona i smanjenje zakrivljenosti utiču na povećanje pomeranja. U okolini čvora

5 membrana postaje sve ravnija sa povećanjem dijagonale AC. Kako membrana postaje ravnija tako i niti pomoćnog pravca sve više učestvuju u odupiranju spoljašnjem opterećenju naniže. Niti pomoćnog pravca kod tačke 5 su jako kratke i zbog toga one utiču na smanjenje pomeranja. Za tačke 2 i 6 situacija je slična, osim što kod njih kasnije dolazi do ove pojave, i ona je manjeg značaja zbog veće dužine niti pomoćnog pravca koje prolaze kroz ove čvorove. Na osnovu dobijenih rezultata možemo zaključiti da promena oblika osnove nije najbolje rešenje u slučaju da treba smanjiti promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Ako se projektanti odluče za takav korak bitno je da pažljivo ispitaju mesta na kojima je moguće ostvarivanje kontakta između membrane i drugih predmeta, kako bi osigurali bezbednost konstrukcije.

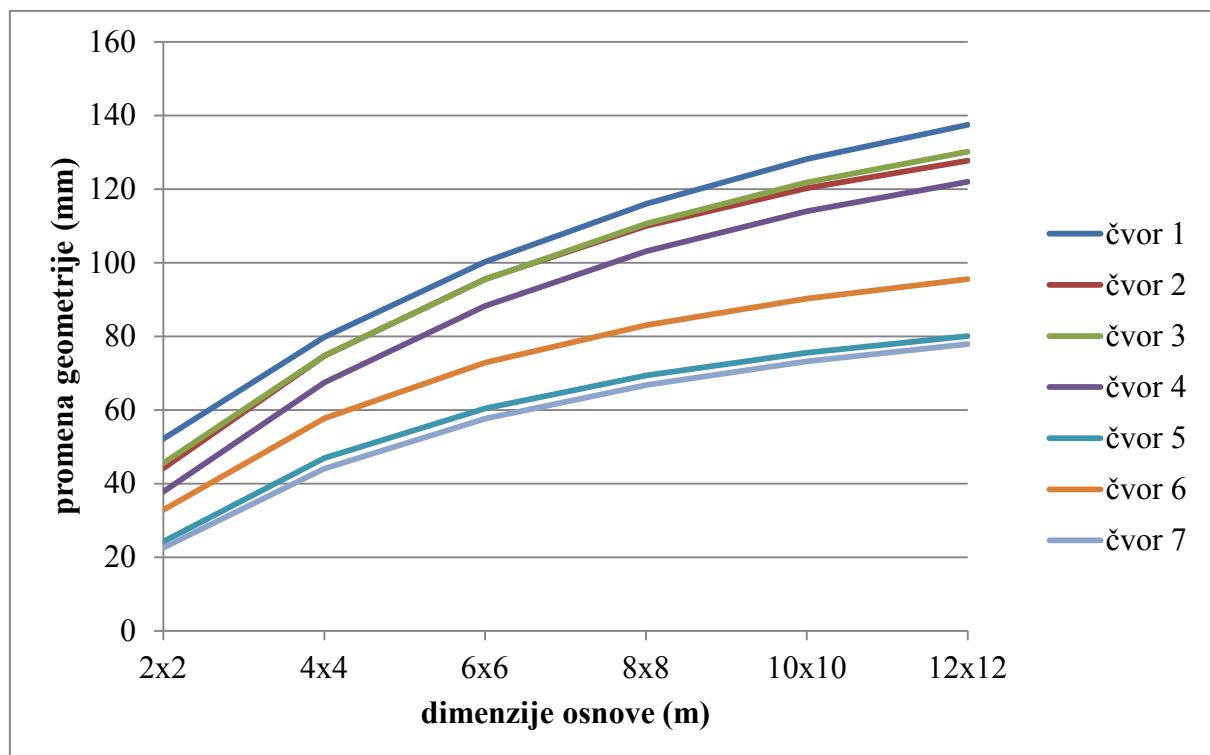


80\* – Promene geometrije modela sa različitim rombičnim oblicima osnove

Promena dimenzije osnove izvršena je na modelu sa osnovom kvadratnog oblika. Analizirano je šest različitih modela sa dimenzijom stranice 2, 4, 6, 8, 10 i 12 m. Dimenzije mreže konačnih elemenata prilagođene su svakom modelu tako da se mogu upoređivati rezultati opterećivanja čvorova 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 koncentrisanom silom. Visina temena nije menjana u odnosu na nulti model i ona iznosi 1,5 m. Nulti model je identičan trećem modelu. Modeli korišćeni u ovom delu ispitivanja prikazani su na slici 81. Rezultati promene geometrije kod ovih modela prikazani su na dijagramu 82.



81 – Osnove modela korišćenih za ispitivanje uticaja dimenzije osnove na promene geometrije

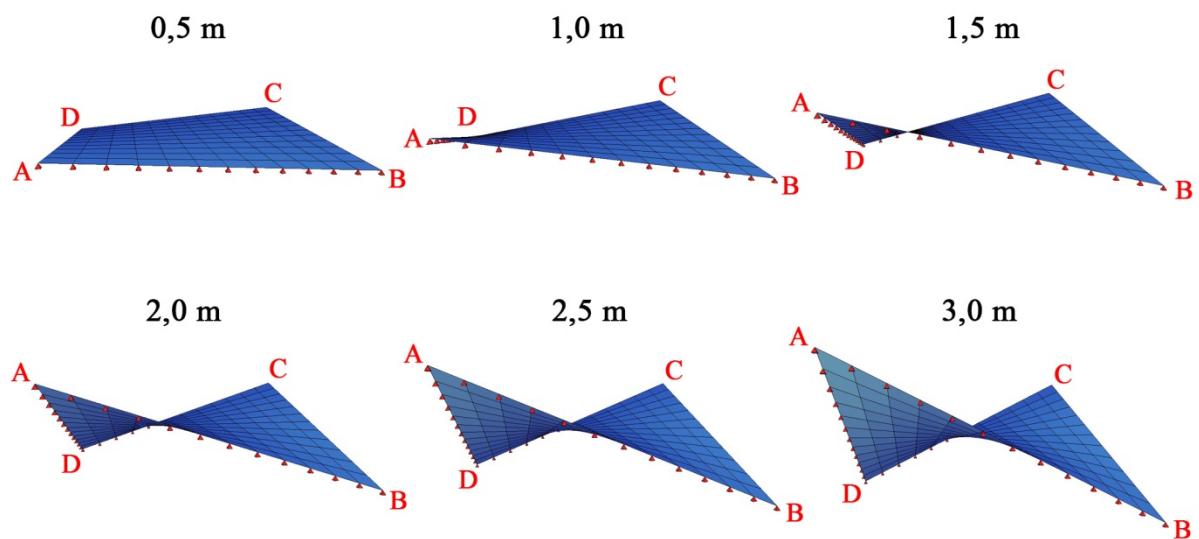


82\* – Promene geometrije modela sa različitim dimenzijama osnove

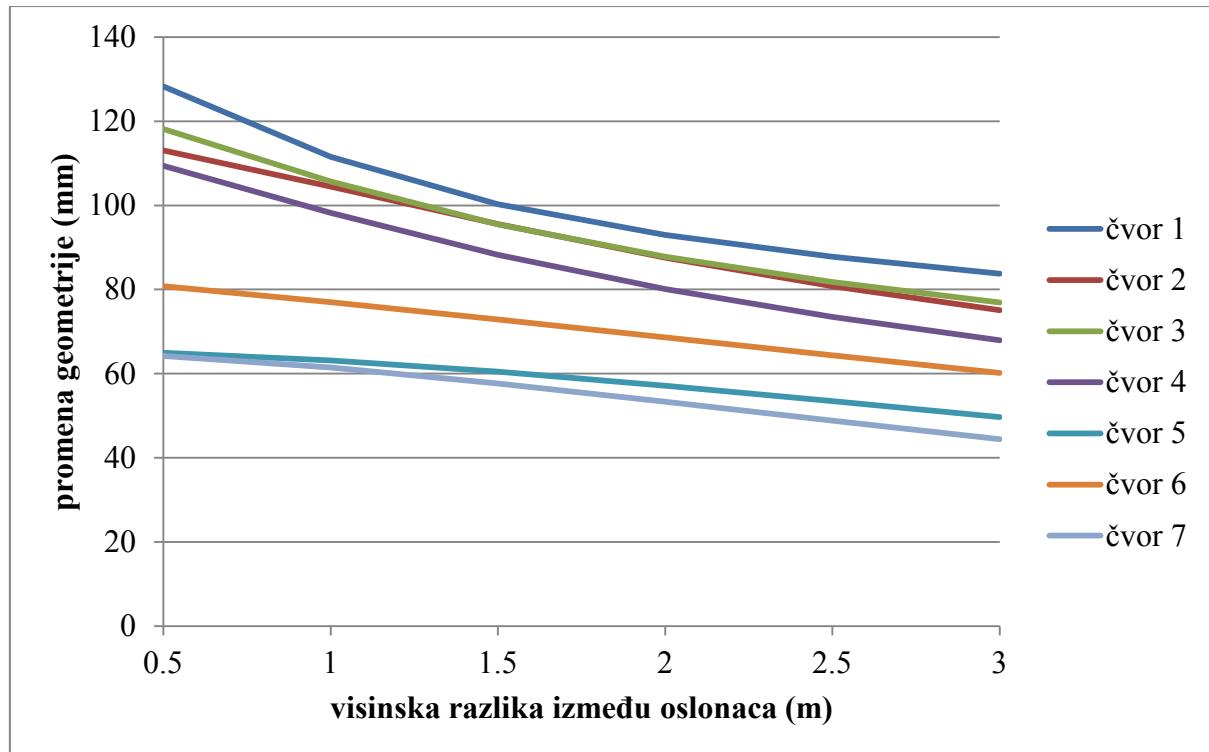
Rezultati promene dimenzije osnove pokazuju da sa povećanjem osnove rastu i pomeranja analiziranih čvorova pri dejstvu koncentrisane sile. Ovo važi za sve analizirane čvorove. Odnos promene dimenzije kvadrata osnove i promene geometrije je nelinearan. Ovakvi rezultati su očekivani, budući da su sa povećanjem osnove niti membrane duže, ali se i zakrivljenost membrane smanjuje. Oba ovih faktora utiču na povećanje pomeranja. Može se zaključiti da smanjenje raspona rezultuje smanjenjem pomeranja, što nije karakteristično samo za membranske već i za druge tipove konstrukcija.

Sledeća celina odnosi se na ispitivanje uticaja visine modela na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Za potrebe ovog dela ispitivanja formirano je šest modela. Prvi model ima visinsku razliku između viših i nižih oslonaca od 0,5 m, a svaki naredni za po 0,5 m više od prethodnog. Treći model identičan je nultom modelu. Ovi modeli prikazani su na slici 83, a rezultati promene geometrije dati su na dijagramu 84.

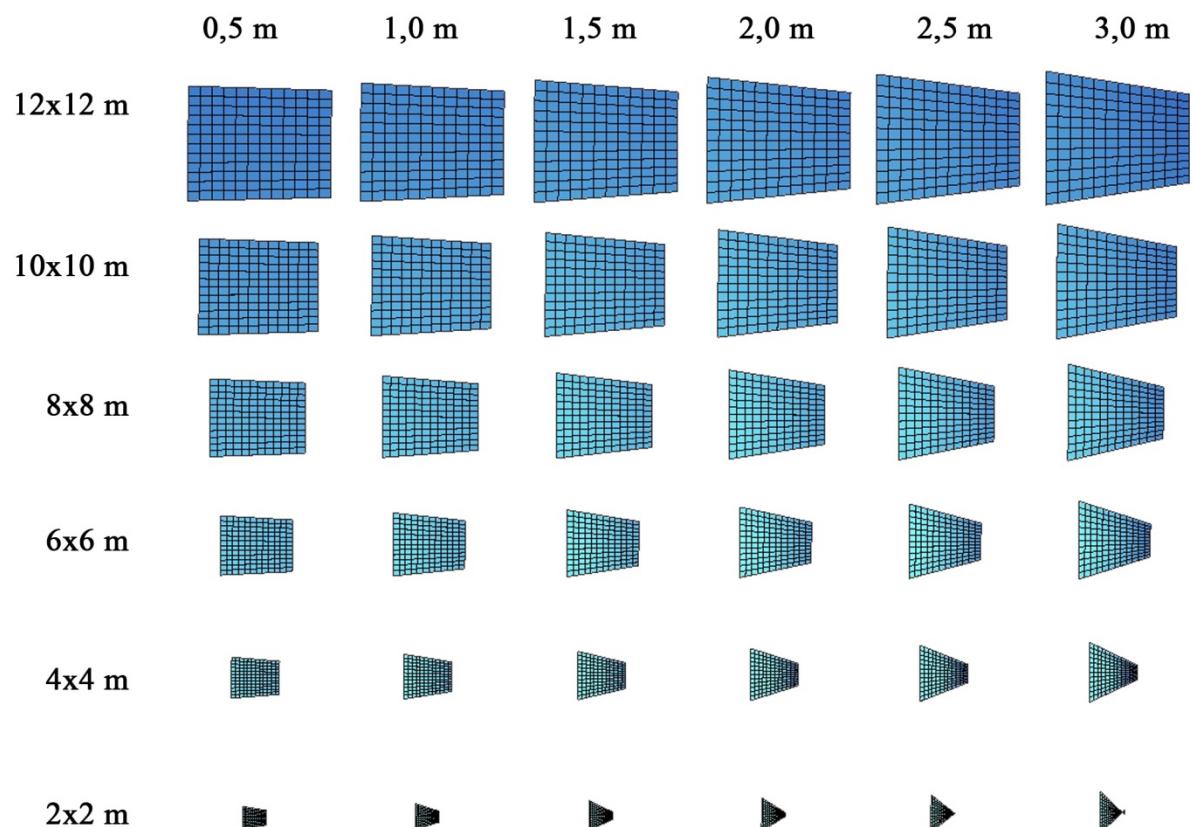
Promena visine modela pri zadržavanju istog oblika i dimenzije osnove direktno utiče na promenu zakrivljenosti membrane. Rezultati su pokazali da sa povećanjem zakrivljenosti dolazi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Iz prethodnih istraživanja poznato je da povećanje zakrivljenosti dovodi do smanjenja pomeranja pri površinskom opterećenju, a dobijeni rezultati potvrđuju isti zaključak i pri dejstvu koncentrisane sile. Ovaj zaključak je validan za sve ispitivane čvorove.



83 – Perspektive modela korišćenih za ispitivanje uticaja visine modela na promene geometrije

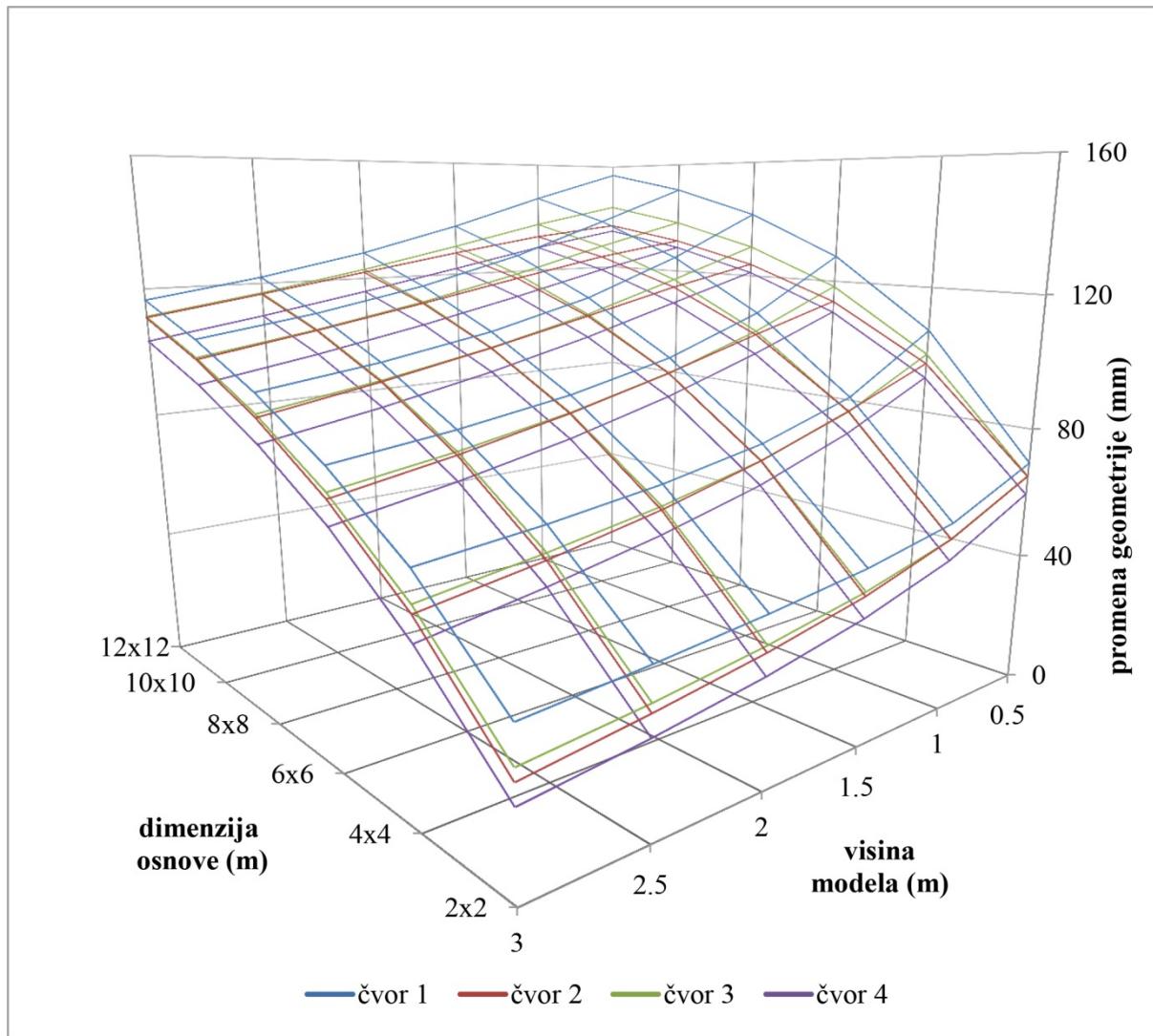


84\* – Promene geometrije modela sa različitim visinama



85 – Perspektive modela korišćenih za ispitivanje uticaja dimenzije osnove i visine modela na promene geometrije

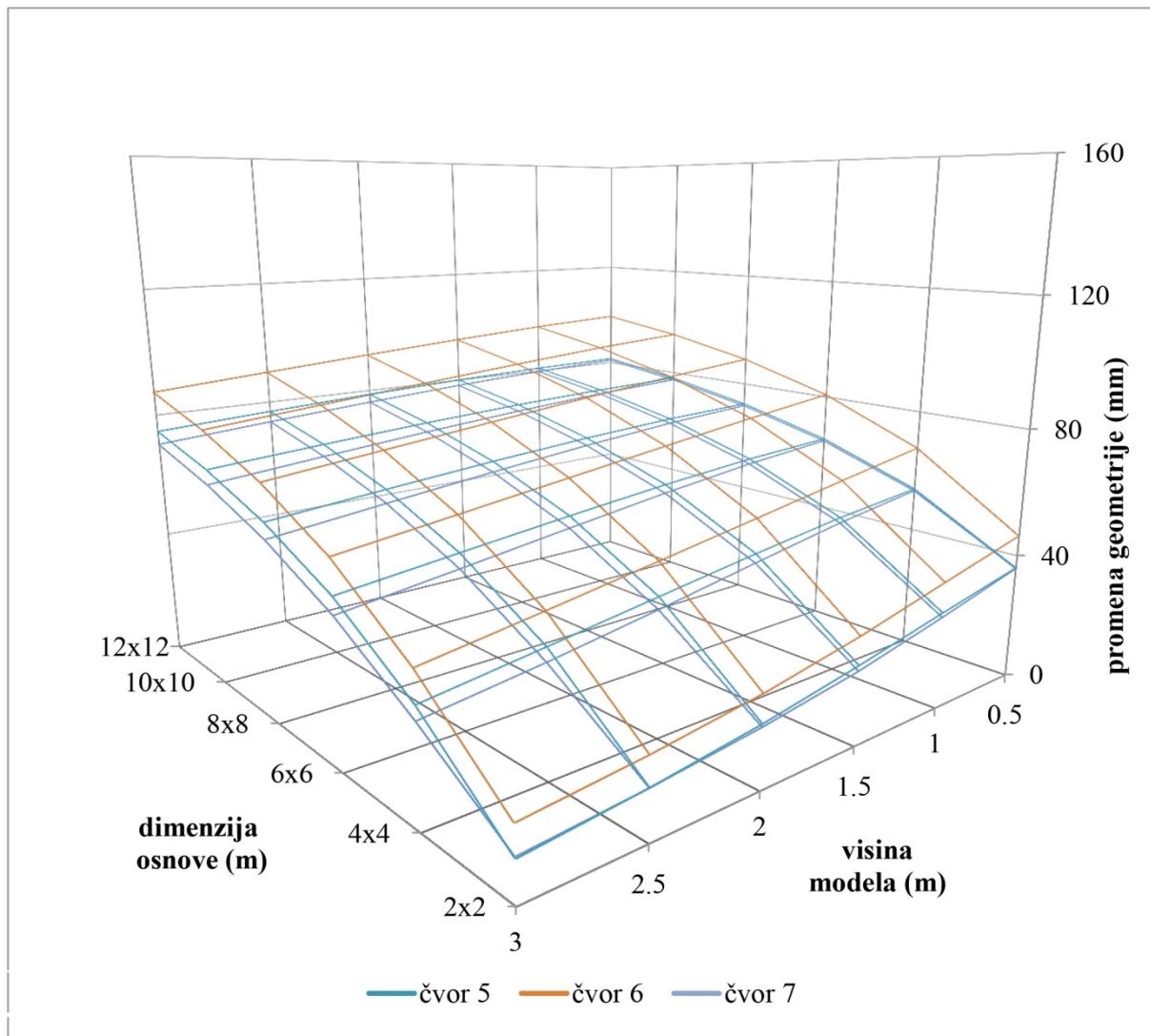
Poslednja celina ovog dela istraživanja posvećena je ispitivanju uticaja promene visine modela i dimenzija osnove na pomeranja pri dejstvu koncentrisane sile. Za ispitivanje su korišćene vrednosti za dimenziju stranice kvadrata osnove i visinu modela iz prethodnog dela ovog ispitivanja. Tako su dobijeni modeli koji imaju visinu od 0,5 do 3,0 m i stranicu osnove od 2 do 12 m. Ovih modela ima ukupno 36 i oni su prikazani na slici 85. Analizirani su isti čvorovi kao i u dosadašnjem toku ispitivanja. Promene geometrije za ove modele prikazane su na dva dijagrama, 86 i 87, radi bolje preglednosti.



86\* – Promene geometrije modela sa različitim dimenzijama osnove i različitim visinama modela u čvorovima 1, 2, 3 i 4

U prvoj celini ovog dela ispitivanja menjana je osnova konstrukcije i na taj način posredno su menjani i raspon i zakrivljenost. U drugoj celini varirana je visina modela, i to je uticalo na promenu zakrivljenosti pri istom rasponu. Mogućnost da se raspon menja, a da zakrivljenost ostaje ista ispitana je u poslednjoj celini ovog dela. Model 2x2 sa visinom 0,5 m ima istu

zakrivljenost kao i model  $4 \times 4$  sa visinom 1 m, a takođe i modeli  $6 \times 6$  m sa visinom 1,5 m,  $8 \times 8$  m sa visinom 2 m,  $10 \times 10$  m sa visinom 2,5 m i  $12 \times 12$  m sa visinom 3 m. Rezultati pokazuju da promena raspona pri održavanju iste zakrivljenosti rezultuje povećanjem pomeranja. Dijagrami 86 i 87 pokazuju da povećanje zakrivljenosti i smanjenje raspona uzrokuju smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile u svim ispitivanim čvorovima.



87\* – Promene geometrije modela sa različitim dimenzijama osnove i različitim visinama modela u čvorovima 5, 6 i 7

Može se konačno zaključiti da geometrija oslonaca membranske konstrukcije ima značajan uticaj na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Promena oblika i promena dimenzija osnove, kao i promena visine modela dovode do bitnih promena u pogledu maksimalnih pomeranja pri delovanju koncentrisane sile. Dok smanjenje dimenzija osnove i povećanje visine konstrukcije neizostavno rezultuju smanjenjem maksimalnih pomeranja,

promena oblika može dovesti i do povećanja i do smanjenja pomeranja. Zbog toga je važno oprezno birati i menjati oblik osnove, da ne bi došlo do neželjenih povećanja maksimalnih promena geometrije.

#### **4.9.3. Izabrane vrednosti za parametarsku analizu**

U ovom poglavlju ispitivano je kako različiti prostorni rasporedi oslonaca utiču na promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Varirani su oblik osnove, dimenzija osnove i visina modela da bi se ispitalo kako svaki od ovih faktora utiče na promene geometrije. Dobijeni zaključci pomoći će projektantima membranskih konstrukcija da variranjem nekog od ovih faktora utiču na promene pomeranja pri dejstvu koncentrisane sile. U realnim slučajevima iz prakse, projektanti najčešće već imaju zadate dimenzijske i oblike osnove. Zbog toga oni nemaju mnogo mogućnosti da menjaju osnovu, ali imaju više slobode kada je u pitanju visina modela. Projektanti najčešće pribegavaju povećanju visine, odnosno posrednom povećanju zakrivljenosti, kada je potrebno da smanje pomeranja pod dejstvom površinskog opterećenja. Iz ovog razloga odlučeno je da se za kombinovanje sa drugim parametrima ovog ispitivanja odabere promena visine modela membranske konstrukcije. Izabrane vrednosti visine modela za kombinovanje sa drugim parametrima iste su kao i u ovom poglavlju i iznose 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 i 3,0 m. Na ovaj način, kombinovanjem sa drugim vrednostima analiziranih parametara, doći će se do saznanja o uticaju zakrivljenosti modela na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.

#### 4.10. Zaključak

U poglavlju 4. ispitivan je uticaj devet različitih parametara membranske konstrukcije na promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Vrednosti jednog po jednog parametra prethodno definisanog nultog modela su varirane i dobijeni rezultati su beleženi. Maksimalne promene geometrije pri zadatim parametrima su zatim međusobno upoređivane da bi se ustanovilo kakav uticaj na promene geometrije ima promena vrednosti parametara. Za analizu svakog od parametara uzimane su vrednosti koje se najčešće koriste u praksi, uz mestimično dodavanje vrednosti koje su poslužile da kompletiraju obim istraživanja i vrednosti iz već postojećih istraživanja. Ispitivani parametri su podeljeni u tri grupe: parametri opterećenja, parametri membranskog materijala i parametri oslonaca. Za svaki od ovih parametara došlo se do zaključaka o tome kako njegova promena utiče na promenu geometrije i ti zaključci su ovde prikazani zbirno.

**Pozicija koncentrisane sile** na membranskoj konstrukciji nultog modela značajno utiče na to kolike će biti maksimalne promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Ispitivani nulti model ima najveće promene geometrije ukoliko koncentrisana sila deluje u centru membrane. Od centra prema osloncima membrana je sve manje osetljiva na dejstvo koncentrisane sile, tako da su promene geometrije najniže ukoliko koncentrisana sila deluje blizu oslonaca. Čvor membrane sa najmanjom promenom geometrije je onaj koji se nalazi najbliže nižem osloncu membrane.

**Intenzitet koncentrisane sile** koja deluje na membransku konstrukciju nultog modela je od velikog značaja za promene geometrije koje se događaju kao posledica tog opterećenja. Sa povećanjem intenziteta koncentrisane sile dolazi i do povećanja promena geometrije. Veza između intenziteta sile i maksimalnih promena geometrije je nelinearna. Do trenutka kada intenzitet koncentrisane sile bude definisan pravilnikom, jedan od zadataka projektanata je i da procene koji će intenzitet koncentrisane sile delovati na projektovanu membransku konstrukciju.

**Intenziteti sila prednaprezanja membrane** u glavnom i pomoćnom pravcu utiču na definisanje početne geometrije membrane, ali i na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Ukoliko su intenziteti sila prednaprezanja u jednom i drugom pravcu jednak, i ukoliko dođe do njihovog ravnomernog povećanja, promene geometrije membrane pod dejstvom koncentrisane sile će se smanjiti, iako neće doći do promene početne forme. Povećanje sile prednaprezanja pomoćnog pravca ispitivanog modela dovodi do promene

početne forme i do smanjivanja promena geometrije. Povećanje sile prednaprezanja glavnog pravca ispitivanog modela takođe dovodi do promene početne forme, ali u većini slučajeva dovodi do smanjenja, a samo u pojedinim slučajevima i do povećanja promena geometrije.

**Moduo elastičnosti membranskog materijala** igra veliku ulogu u određivanju maksimalnih promena geometrije membranske konstrukcije nultog modela pod dejstvom koncentrisane sile. Ako su moduli elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu konstrukcije jednaki, onda su oni nezavisni od vrednosti Poasonovog koeficijenta i tada povećanje modula elastičnosti dovodi do velikih smanjenja maksimalnih pomeranja membrane. Ako su moduli elastičnosti u glavnom i pomoćnom pravcu različiti, onda se povećanjem modula elastičnosti u glavnom pravcu smanjuju promene geometrije. Za odnos vrednosti modula elastičnosti koji se nalazi u materijalima koji se ubičajeno koriste, pri povećanju modula elastičnosti u pomoćnom pravcu dolazi do blagog smanjenja promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Za neke vrednosti modula elastičnosti koje nisu u realnoj upotrebi kod membranskih konstrukcija, pri povećanju modula elastičnosti u pomoćnom pravcu došlo bi do povećanja promena geometrije.

**Poasonov koeficijent membranskog materijala** koji je jednak u glavnom i pomoćnom pravcu materijala, i ravnomerno se menja u oba pravca, ima beznačajan uticaj na promene geometrije membranskih konstrukcija pod dejstvom koncentrisane sile. Zbog toga se i razlika koja nastaje izborom bilo koje od vrednosti iz područja od 0,1 do 0,49 u definisanju karakteristika materijala, može smatrati nevažnom za promene geometrije pri proračunu montažnih membranskih konstrukcija.

**Moduo smicanja membranskog materijala** ima jako mali značaj u definisanju promena geometrije membranske konstrukcije nultog modela koja nastaje pod dejstvom koncentrisane sile. Uprkos tome što ovaj parametar ima važnu ulogu u dobijanju glatke forme membranske konstrukcije, njegova promena od najniže do najviše realno očekivane vrednosti rezultuje samo malim smanjenjem maksimalnih promena geometrije pod uticajem koncentrisane sile.

**Orijentacija membranskog materijala** u odnosu na osnovu membranske konstrukcije, odnosno položaj viših i nižih oslonaca ima uticaja i na vizuelni izgled konstrukcije, ali i na ponašanje pod dejstvom koncentrisane sile. Orijentacija kada je glavni pravac paralelan pravcu koji povezuje više, ili pravcu koji povezuje niže oslonce, ima manje maksimalne promene geometrije nego orijentacija kada je glavni pravac paralelan ivicama konstrukcije.

Ako su karakteristike materijala iste u oba pravca ne postiže se nikakva promena rezultata rotiranjem orijentacije materijala za  $90^\circ$ .

**Krutost ivičnih oslonaca** membranske konstrukcije može se menjati tako što se koriste kruti ivični oslonci ili fleksibilni ivični oslonci, s tim što se kod fleksibilnih ona može varirati unošenjem različitog intenziteta sile prednaprezanja u ivične oslonce. Variranje intenziteta sile prednaprezanja ivičnih oslonaca nultog modela ne utiče bitno na promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile, jer njegovo povećanje dovodi uglavnom samo do blagog povećanja maksimalnih promena geometrije. Razlika između korišćenja krutih i fleksibilnih ivičnih oslonaca, u pogledu promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, za neke pozicije dejstva sile nešto je značajnija, i uglavnom su promene geometrije veće kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima.

**Geometrija oslonaca** membranske konstrukcije nultog modela ključno utiče na definisanje početne forme, ali ima važan uticaj i na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Izduživanje dijagonale osnove koja povezuje više oslonce uglavnom dovodi do povećanja maksimalnih promena geometrije. Povećanje cele osnove, odnosno povećanje raspona uz smanjenje zakrivljenosti, dovodi do povećanja maksimalnih promena geometrije. Povećanje raspona uz zadržavanje iste zakrivljenosti dovodi do povećanja maksimalnih promena geometrije. Povećanje zakrivljenosti uz zadržavanje istog raspona dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije.

Na osnovu dobijenih rezultata može se izvršiti i klasifikacija analiziranih parametara prema njihovom značaju za promene geometrije membranske konstrukcije variranog nultog modela pri dejstvu koncentrisane sile. Parametri su podeljeni u dve grupe: na one koji imaju veliki uticaj na promene geometrije i na one koji imaju mali ili beznačajan uticaj na promene geometrije. Može se uočiti da najveći procentualni uticaj na promene ima intenzitet koncentrisane sile, koji je jedan od parametara opterećenja. I druga dva parametra opterećenja, pozicija dejstva koncentrisane sile i intenziteti sila prednaprezanja membrane, takođe pripadaju grupi koja ima veliki uticaj na promene geometrije. Od parametara oslonaca, krutost ivičnih oslonaca je u grupi koja ima manji uticaj, a geometrija oslonaca je drugi najvažniji parametar u određivanju promena geometrije. Od parametara materijala, moduo elastičnosti i orijentacija membranskog materijala su u grupi značajnijih, a moduo smicanja i Poasonov koeficijent membranskog materijala imaju jako mali uticaj na promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile na membranske konstrukcije.

Parametri koji imaju mali ili beznačajan uticaj na promene geometrije nultog modela, sa procentualnim promenama koje izazivaju, jesu:

- Poasonov koeficijent membranskog materijala – do 1,3%,
- moduo smicanja membranskog materijala – do 10%,
- krutost ivičnih oslonaca – do 11%.

Parametri koji imaju veliki uticaj na promene geometrije nultog modela, sa procentualnim promenama koje izazivaju, jesu:

- orijentacija membranskog materijala – do 24%,
- pozicija koncentrisane sile – do 43%,
- intenziteti sila prednaprezanja membrane – do 47%,
- moduo elastičnosti membranskog materijala – do 67%,
- geometrija oslonaca – do 72%,
- intenzitet koncentrisane sile – do 90%.

Dobijeni zaključci predstavljeni u prethodnom delu teksta još uvek se ne mogu smatrati definitivnim. Oni važe za analizirani model konstrukcije, ali ne postoje dokazi o tome da važe i za konstrukcije sa drugačijim parametrima. U cilju dalje potvrde dobijenih zaključaka istraživanje je nastavljeno u pravcu kombinovanja različitih vrednosti ovih parametara. Referentne vrednosti su izabrane u poglavlju 4. i one će biti korišćene u poglavlju 5., jer će se na taj način obuhvatiti značajno veći broj različitih mogućih kombinacija parametara. Ispitivanjem velikog broja različitih modela ovo istraživanje će dodatno dobiti na značaju, jer će, zbog većeg uzorka, sa većom sigurnošću moći induktivno da se donesu zaključci i o onim membranskim konstrukcijama koje nisu obrađene ovim istraživanjem. Na osnovu rezultata dobijenih u poglavlju 5. moći će da se potvrde ili opovrgnu zaključci iz poglavlja 4., tako da će proširivanje istraživanja kombinovanjem vrednosti parametara poslužiti kao provera do sada iznetih zaključaka.

## 5. Uticaj kombinacije parametara na promene geometrije

U prvoj fazi ovog istraživanja koja je predstavljena u poglavlju 4. analiziran je zasebno jedan po jedan parametar na nultom modelu konstrukcije. Ispitivanje je vršeno variranjem vrednosti ovih parametara. Pregled vrednosti ispitivanih parametara dat je u poglavlju 4. u tabeli 2. Kao jedan od rezultata poglavlja 4. određene su referentne vrednosti za svaki od parametara koje će biti korišćene u drugoj fazi za ispitivanje uticaja kombinacije parametara na promene geometrije modela membranske konstrukcije pod dejstvom koncentrisane sile. Istraživanje uticaja analiziranih parametara na promene geometrije montažnih membranskih konstrukcija pri dejstvu koncentrisane sile nastavljeno je ispitivanjem uticaja kombinacije nekoliko parametara koje će biti predstavljeno u ovom poglavlju. Pregled vrednosti parametara koje će biti međusobno kombinovane dat je u tabeli 9.

U poglavlju 4. varirane su vrednosti svakog od parametara nultog modela zasebno i na taj način dobijani su izmenjeni nulti modeli koji su služili za utvrđivanje uticaja tih parametra na promene geometrije. U ovom poglavlju biće varirane vrednosti svih parametara nultog modela zajedno, osim Poasonovog koeficijenta, za koji je zaključeno da nije opravdano sistematski ga ispitivati, i intenziteta koncentrisane sile, za koju je u Evrokodu 1 (EN1991-2002) definisana vrednost. Zbog promene vrednosti velikog broja parametara dobijeni modeli mogu imati malo sličnosti sa nultim modelom, pa se zato modeli dobijeni u ovom delu ispitivanja smatraju novim modelima, a ne alteracijama nultog modela.

Kombinovanje izabranih vrednosti parametara u drugoj fazi ovog istraživanja koja je predstavljena u poglavlju 5., biće izvršeno po principu „svaki sa svakim“. Na taj način dobija se 20160 kombinacija koje će biti ispitane. To ujedno znači da će se dobiti isto toliko vrednosti maksimalnih promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile, za konstrukcije različitih parametara. Budući da postoji ukupno 20160 slučajeva opterećenja koje treba ispitati, a na svakom modelu zadaje se 7 različitih slučajeva opterećenja jer se analizira 7 pozicija koncentrisane sile, bilo je potrebno modelovati 2880 različitih modela. Broj ukupno dobijenih rezultata je mnogostruko veći, jer se pri proračunu dobijaju vrednosti pomeranja za sve tačke svake modelovane membrane. Zbog toga se pojavio problem nemogućnosti prikazivanja svih rezultata ispitivanja u ovom radu. Najbolji način prikazivanja bio bi formiranje sedmodimenzionalne tabele koja bi prikazivala maksimalne promene geometrije pri zadatim parametrima. Tako bi se za upit, koji se sastoji od ponuđenih vrednosti za svaki od 7 parametara i intenzitet sile od 1 kN sa Poasonovim koeficijentom od 0,3, dobila vrednost

maksimalne promene geometrije. Ovakav prikaz nažalost nije moguće dati u štampanoj formi. Zbog toga su svi rezultati ovog dela ispitivanja pažljivo pregledani i analizirani, a najreprezentativniji su dati u vidu grafika i tabela uz propratne komentare i zaključke.

*Tabela 9 – Vrednosti parametara koje su međusobno kombinovane*

Parametar	Oznaka	Izabrana vrednost za kombinovanje	Broj izabranih vrednosti
Pozicija koncentrisane sile	P	Čvorovi 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7	7
Intenzitet koncentrisane sile	I	1,0 kN	1
Intenziteti sila prednaprezanja membrane (x pravac/y pravac)	PM	1/1, 2/2, 3/3, 4/4, 5/5 kN/m	5
Moduo elastičnosti membranskog materijala (x pravac/y pravac)	E	100/100, 300/300, 600/600, 1000/1000, 2000/2000, 5000/5000 kN/m	6
Poasonov koeficijent membranskog materijala	PK	0,30	1
Moduo smicanja membranskog materijala	G	5, 25, 50, 278 kN/m	4
Orijentacija membranskog materijala	O	Niti glavnog pravca paralelno sa AC (dijagonalna orijentacija „D“) Niti glavnog pravca paralelno sa AD (paralelna orijentacija „P“)	2
Krutost ivičnih oslonaca	IO	Kruti ivični oslonci „K“ Fleksibilni ivični oslonci „F“	2
Geometrija oslonaca	H	Visina modela: 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0 m na kvadratnoj osnovi stranice 6 m	6
Ukupan broj kombinacija: P x I x PM x E x PK x G x O x IO x H = 20160			

Svaki od novoformiranih modela je, nakon opterećivanja koncentrisanom silom, opterećen i površinskim opterećenjem intenziteta  $0,6 \text{ kN/m}^2$ , sa smerom vertikalno naniže, preko cele površine membrane. Ovo opterećenje simulira opterećenje od snega. Svaka ispitana promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile biće upoređena sa promenom geometrije pod dejstvom površinskog opterećenja kako bi se utvrdio odnos promene geometrije koje ova opterećenja izazivaju.

Imajući u vidu jako veliki broj rezultata, njihova analiza i međusobno poređenje su otežani. Zbog toga je odlučeno da se analiza usredsredi na nekoliko aspekata koji su od značaja za projektovanje montažnih membranskih konstrukcija. Analiza rezultata treba da ponudi odgovore na sledeća pitanja vezana za dejstvo koncentrisane sile i posledične promene geometrije:

1. Da li maksimalne promene geometrije svakog analiziranog modela uvek izaziva koncentrisana sila sa pozicijom u čvoru 1?
2. Da li kod svih analiziranih modela povećanje intenziteta sile prednaprezanja dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile?
3. Da li kod svih analiziranih modela izbor membranskog materijala sa većim modulom elastičnosti dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile?
4. Da li kod svih analiziranih modela izbor membranskog materijala sa većim modulom smicanja dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile?
5. Da li kod svih analiziranih modela dijagonalna orientacija membranskog materijala pod dejstvom koncentrisane sile dovodi do manjih promena geometrije u odnosu na paralelnu orientaciju?
6. Da li kruti ivični oslonci dovode do manjih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile u odnosu na fleksibilne ivične oslonce prednapregnute silom čiji je intenzitet u odnosu 10:1 sa intenzitetom sile prednaprezanja membrane?
7. Da li povećanje visine modela dovodi do smanjenja maksimalnih pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile?
8. Da li značaj analiziranih parametara odgovara zaključku datom u poglavlju 4. i kod modela sa drugačijim vrednostima analiziranih parametara?
9. Da li koncentrisana sila izaziva veće promene geometrije u odnosu na površinsko opterećenje bar u nekoj od tačaka modela?

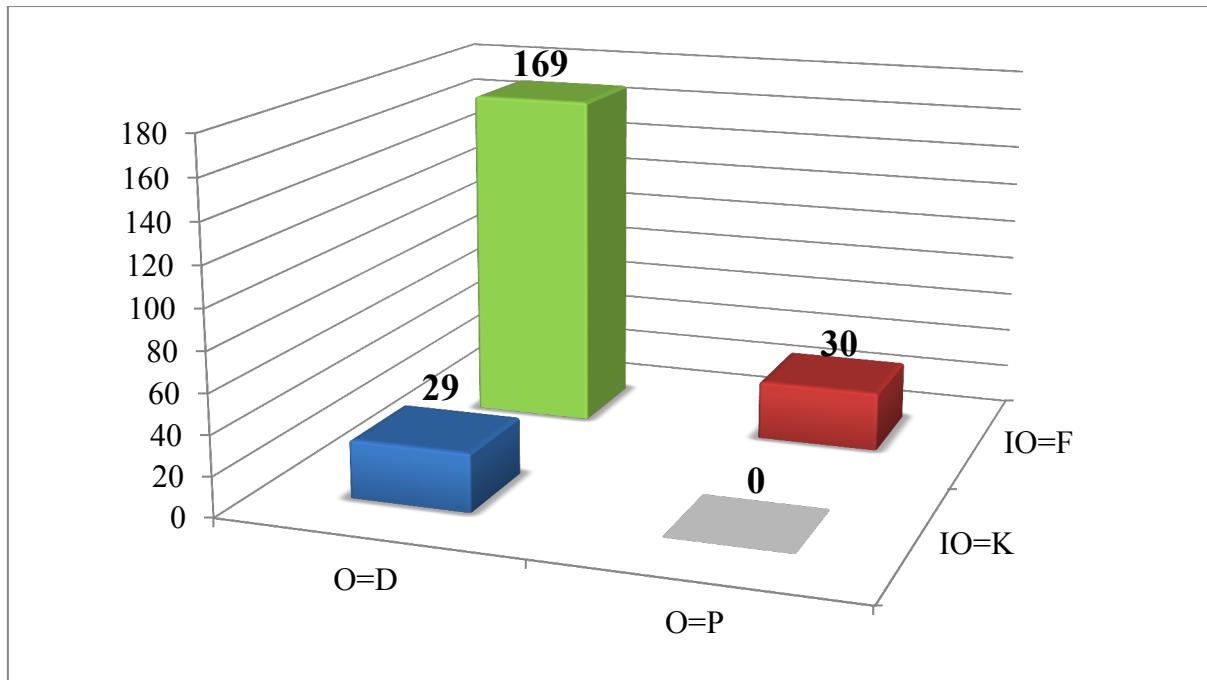
## 5.1. Pozicija dejstva koncentrisane sile

Rezultati prve faze ovog istraživanja pokazali su da se na nultom modelu maksimalne promene geometrije membrane dešavaju u slučaju kada je pozicija dejstva koncentrisane sile u centru membrane, odnosno u čvoru 1. Ranija istraživanja (Milošević 2015) pokazala su da pod određenim uslovima maksimalne promene geometrije mogu da se javi i na polovini rastojanja između centra membrane i višeg oslonca, odnosno u čvoru 2. Pitanje na koje će se među rezultatima ovog dela istraživanja tražiti odgovor je da li pozicija u centru membrane uvek izaziva najveće promene geometrije u odnosu na druge pozicije, odnosno da li su rezultati ranijeg istraživanja izuzetak uzrokovani nekim specifičnim faktorom.

Ispitivanjem 2880 modela različitih karakteristika materijala, orijentacija materijala, krutosti ivičnih oslonaca i geometrije oslonaca došlo se do rezultata koji pokazuju da su se maksimalne promene geometrije događale onda kada je koncentrisana sila delovala u čvorovima 1, 2, 3 ili 6. U najvećem broju slučajeva najveću promenu geometrije izaziva koncentrisana sila sa pozicijom u čvoru 1. Međutim, među rezultatima se mogu uočiti određene pravilnosti koje pokazuju kada će se maksimalne promene događati pri dejstvu sile u drugim pozicijama, i one će ovde biti predstavljene.

### 5.1.1. Rezultati i diskusija

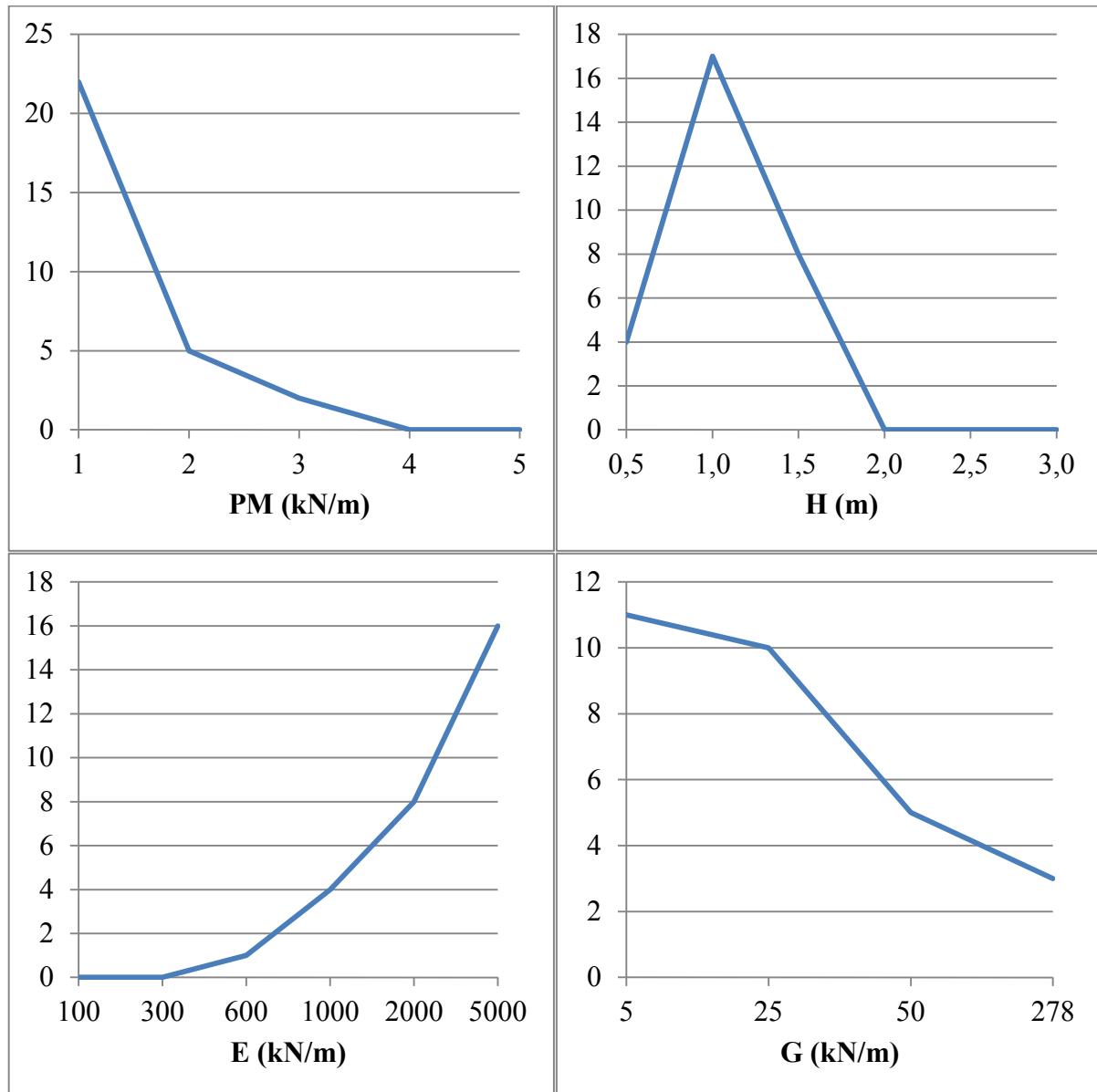
Ovo ispitivanje treba da pokaže kako kombinacija vrednosti drugih parametara utiče na to koja će pozicija dejstva koncentrisane sile izazivati najveće promene geometrije. Zbog toga su pozicije dejstva koncentrisane sile koje izazivaju najveće promene geometrije prikazane u odnosu na vrednosti drugih parametara. Na dijagramu 88 prikazan je broj modela u zavisnosti od orijentacije membranskog materijala i krutosti ivičnih oslonaca, za modele kod kojih među sedam ispitivanih pozicija najveće promene geometrije nisu izazvane dejstvom sile u čvoru 1. Najveći broj modela kod kojih se najveće promene geometrije ne događaju pri dejstvu sile u čvoru 1 zabeležen je u slučaju da modeli imaju fleksibilne ivične oslonce i dijagonalnu orijentaciju membranskog materijala. Rezultati prikazani na dijagramu 88 takođe pokazuju da kada membrana ima krute ivične oslonce i paralelnu orijentaciju membranskog materijala, najveća promena geometrije modela među ispitivanim pozicijama uvek se događa pri dejstvu koncentrisane sile sa pozicijom u čvoru 1, bez obzira na ispitivane karakteristike materijala, intenzitet prednaprezanja membrane i visinu modela. Takvih modela sa krutim ivičnim osloncima i paralelnom orijentacijom materijala ima 720.



88\* – Broj modela koji nemaju najveće promene geometrije u čvoru 1 u zavisnosti od orijentacije membranskog materijala i krutosti ivičnih oslonaca

Ukoliko su ivični oslonci kruti, a orijentacija materijala dijagonalna onda se maksimalne promene geometrije dešavaju kada koncentrisana sila deluje u čvorovima 1 ili 2. Kada je visina modela 2,0 m ili više, maksimalne promene izaziva koncentrisana sila koja deluje u čvoru 1 bez obzira na intenzitet prednaprezanja membrane i karakteristike materijala. Ako je intenzitet prednaprezanja membrane 4 ili 5 kN/m koncentrisana sila u čvoru 1 takođe izaziva najveće promene geometrije, bez obzira na ostale parametre. Kod ispitivanih modela sa krutim ivičnim osloncima postoji samo 29 modela kod kojih su promene geometrije u slučaju dejstva koncentrisane sile u čvoru 2 veće nego u ostalim analiziranim pozicijama. Može se zaključiti da pojavi maksimalnih promena geometrije u čvoru 2 pogoduju dijagonalna orijentacija materijala, manji intenziteti prednaprezanja membrane i manja zakrivljenost membrane. Uz to treba dodati da viši moduo elastičnosti i niži moduo smicanja membranskog materijala takođe pogoduju pojavi najvećih promena geometrije u čvoru 2. U čak 16 slučajeva maksimalne promene geometrije javljaju se u čvoru 2 kada je moduo elastičnosti membranskog materijala 5000 kN/m, a primetno je i da ima sve manje ovih slučajeva kada moduo smicanja membranskog materijala raste. Od svih ispitivanih modela sa krutim ivičnim osloncima, udeo modela kod kojih su maksimalne promene među analiziranim pozicijama izazvane dejstvom koncentrisane sile u čvoru 2, odnosno najveće promene geometrije nisu u čvoru 1, jeste 2%. Na dijagramu 89 prikazan je odnos broja ovih modela sa drugim

parametrima. Na ordinati je prikazan broj modela, a na apscisama vrednosti intenziteta sile prednaprezanja membrane, visine modela, modula elastičnosti i modula smicanja.



89\* – Broj modela u kojima je najveća promena geometrije u čvoru 2 među modelima sa krutim ivičnim osloncima

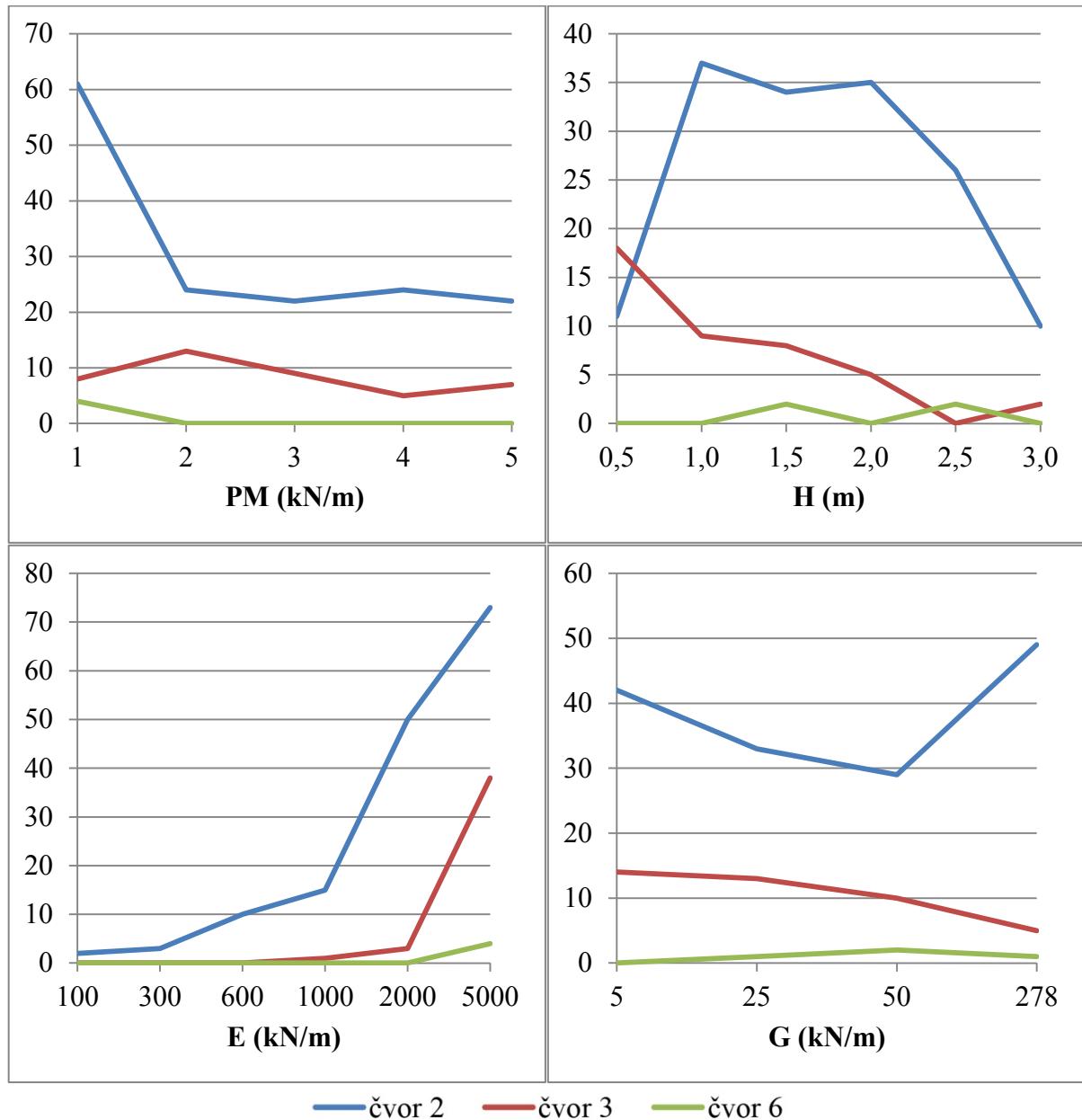
Kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima maksimumi promene geometrije javljaju se pri dejstvu sile u čvorovima 1, 2, 3 i 6. Od 720 modela sa paralelnom orijentacijom membranskog materijala i fleksibilnim ivičnim osloncima samo 1 model ima maksimum promene geometrije kada sila deluje u čvoru 3, a 29 modela kada sila deluje u čvoru 2. Model kod koga je maksimum u čvoru 3 ima najmanju zakrivljenost i najmanji intenzitet sile prednaprezanja membrane, a najviši moduo smicanja. Modeli kod kojih se pojavljuju maksimumi promene geometrije u čvoru 2 i ovde su sa nižim intenzitetima sile

prednaprezanja membrane. Takođe, ovi modeli uglavnom imaju viši moduli elastičnosti. Za razliku od grupe modela sa krutim ivičnim osloncima i dijagonalnom orijentacijom, kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima i paralelnom orijentacijom viši moduli smicanja pogoduju ostvarivanju maksimuma promene geometrije u čvoru 2. Najveći broj modela sa maksimumom u čvoru 2 se javlja pri srednjim visinama modela.

Među modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima i dijagonalnom orijentacijom materijala postoji 124 modela sa maksimumom u čvoru 2, 41 model sa maksimumom u čvoru 3 i 4 modela sa maksimumom u čvoru 6. Jedina pravilnost koja se može uočiti kod ovih modela je pojavljivanje maksimuma van čvora 1 kod visokih vrednosti modula elastičnosti membranskog materijala. Očigledno je da u ovoj grupi ima mnogo više modela gde najveće promene geometrije ne izaziva koncentrisana sila koja deluje u čvoru 1. Među modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima i dijagonalnom orijentacijom procenat onih kod kojih koncentrisana sila izaziva najveće promene geometrije u čvoru 1, poredivši ga sa ostalim analiziranim pozicijama, jeste 77%. Među svim modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima taj procenat raste na 86%. Takođe, može se zaključiti da se uticaji analiziranih parametara veoma kompleksno prožimaju i zbog toga ne omogućavaju direktnе zaključke. Zbog toga nije moguće samo na osnovu ulaznih parametara, a bez vršenja proračuna, sa sigurnošću prepostaviti u kojoj će poziciji koncentrisana sila izazivati najveće promene geometrije, odnosno na kom mestu je membrana najosetljivija na dejstvo koncentrisane sile. Na dijagramu 90 dati su odnosi broja modela kod kojih najveće promene geometrije nisu u čvoru 1 i drugih parametara, uzimajući u obzir sve modele sa fleksibilnim ivičnim osloncima, uključujući i one sa dijagonalnom i one sa paralelnom orijentacijom materijala. Na ordinati je dat broj takvih modela, a na apscisama vrednost intenziteta sile prednaprezanja membrane, visine modela, modula elastičnosti i modula smicanja. Pozicije dejstva koncentrisane sile su označene različitim bojama, budući da postoje 3 različite pozicije u kojima se ostvaruju najveće promene geometrije.

Može se konačno zaključiti da postoji veći broj analiziranih modela kod kojih koncentrisana sila sa pozicijom dejstva u čvoru 1 izaziva najveće promene geometrije među analiziranim pozicijama. Takvih modela je 2652 od ukupno 2880 analiziranih modela, odnosno oni čine 92% od ukupnog broja modela. Iako je ovaj procenat veliki, on nije dovoljan da pokaže da se može se sigurnošću tvrditi da će se kod sedlastih membrana na kvadratnoj osnovi najveća promena geometrije pojavit u onda kada koncentrisana sila deluje u centru membrane. Upravo suprotno, ovi rezultati pokazuju da pod određenim sklopom vrednosti ulaznih parametara

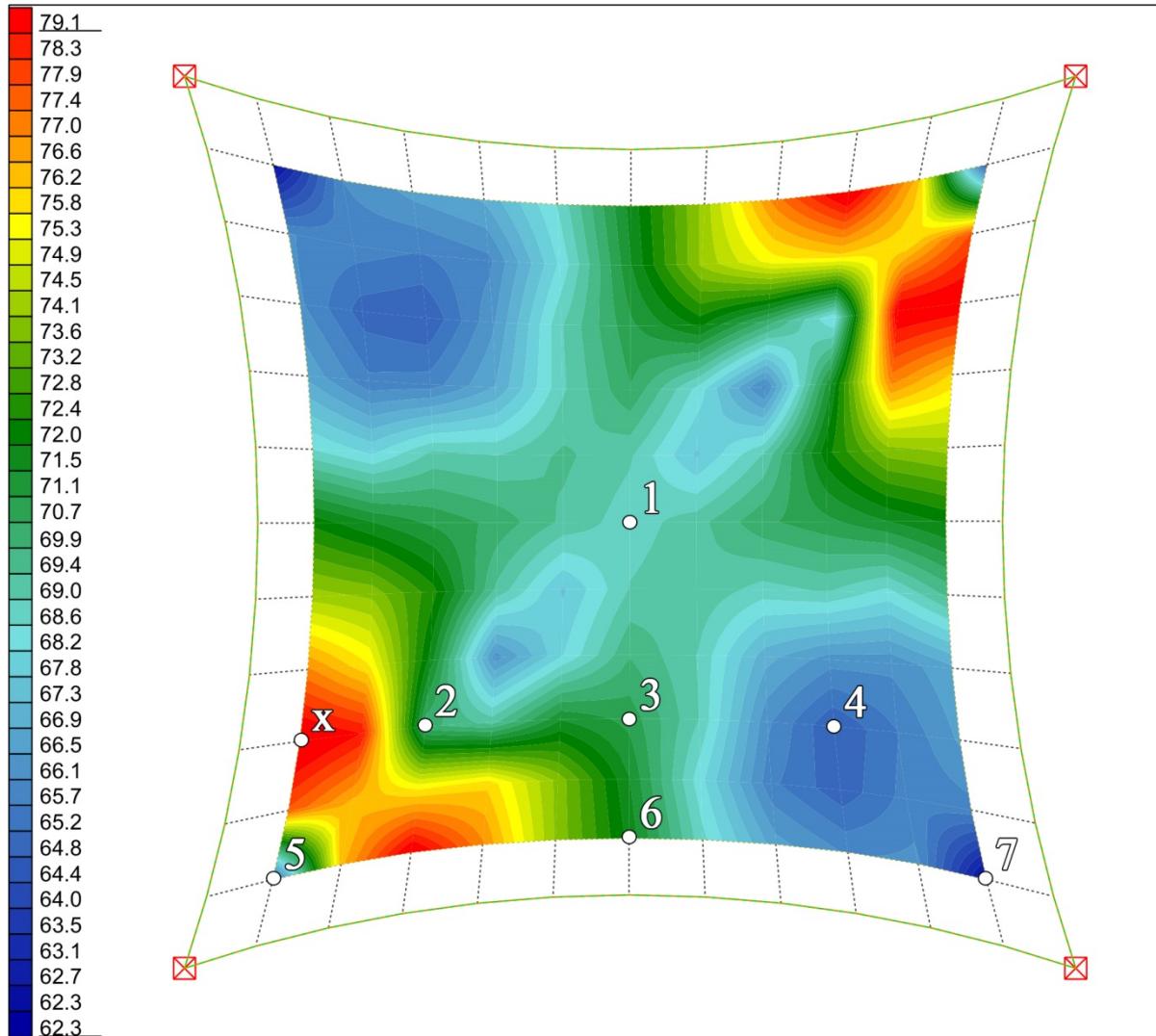
najveća promena geometrije može da se desi i pri dejstvu koncentrisane sile u nekoj drugoj poziciji.



90\* – Broj modela u kojima najveća promena geometrije nije u čvoru 1 među modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima

Zbog pojave maksimuma promene geometrije na neočekivanim pozicijama, kao na primer u čvoru 6, nekoliko modela je provereno na uticaj koncentrisane sile sa pozicijama dejstva u svim čvorovima membrane, a ne samo u izabranih 7 čvorova. Jedan od njih je model kod koga je od sedam ispitivanih pozicija najosetljivija ona u čvoru 6. Kod ovog modela je utvrđeno da postoji pozicija dejstva sile na membrani koja ne spada u analiziranih sedam, a izaziva promene geometrije veće nego dejstvo sile u bilo kojoj od sedam analiziranih

pozicija. Čvor u kome se nalazi ova pozicija dejstva koncentrisane sile označen je sa x. Slika 91 prikazuje maksimalne promene geometrije za svaki od čvorova membrane tog modela.



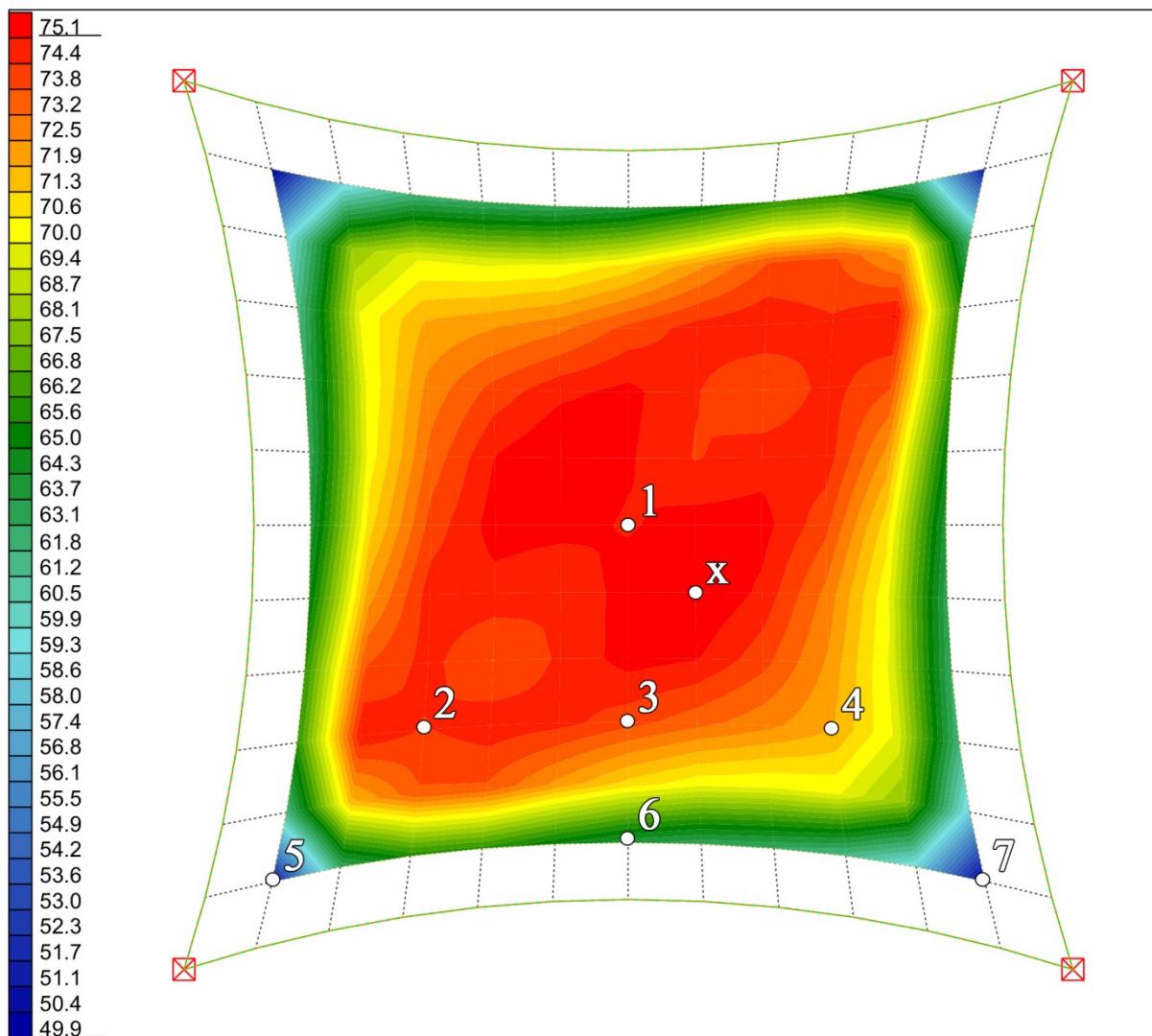
91 – Maksimalne promene geometrije tačaka u mm za model  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=1 \text{ kN/m}$ ,  
 $E=5000 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=50 \text{ kN/m}$ ,  $O=D$ ,  $IO=F$ ,  $H=2,5 \text{ m}$

U tabeli 10 date su maksimalne promene geometrije za 7 ranije odabralih pozicija, i za najosetljiviji čvor membrane koji je označen sa x. Kao što se može primetiti, promena geometrije u sedam izabranih čvorova je značajno manja od najveće promene geometrije na membrani koja se događa u čvoru x. Ova pojava ukazuje na mogućnost da se i kod modela gde je utvrđeno da je među sedam ispitivanih pozicija najosetljivija ona u čvoru 1, pojave veće promene geometrije u nekim od neanaliziranih čvorova. Da bi se proverila ova mogućnost analizirani su neki modeli koji među analiziranim pozicijama imaju maksimum u čvoru 1. Utvrđeno je da među njima postoje modeli koji imaju veće promene geometrije u nekim od neoznačenih pozicija u poređenju sa promenama u čvoru 1. Jedan takav primer dat

je na slici 92. Kod njega je u čvoru označenom sa x maksimalna promena geometrije 75,1 mm, a u čvoru 1 je 74,3 mm.

Tabela 10 – Maksimalne promene geometrije u čvorovima 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i x

Čvor	čvor 1	čvor 2	čvor 3	čvor 4	čvor 5	čvor 6	čvor 7	čvor x
Maksimalna promena geometrije (mm)	69,1	71,3	72,0	65,6	65,5	72,7	63,4	79,1



92 – Maksimalne promene geometrije tačaka u mm za model  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=3 \text{ kN/m}$ ,  
 $E=2000 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=25 \text{ kN/m}$ ,  $O=D$ ,  $IO=F$ ,  $H=1,5 \text{ m}$

Dakle, procenat modela koji su najosetljiviji na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile u čvoru 1 bio bi manji od 92% ukoliko bi se na svim modelima proverio uticaj koncentrisane sile na svim čvorovima na membrani. Ispitivanje dejstva koncentrisane

sile u svim čvorovima svakog modela nije vršeno jer bi to bio jako obiman zadatak. Za ovakvim ispitivanjem nema ni potrebe, jer je sprovedeno ispitivanje dalo odgovor na postavljeno pitanje o tome da li je uvek centar membrane najosetljiviji na dejstvo koncentrisane sile. Rezultati su pokazali da ne možemo označiti centar membrane kao mesto koje je apsolutno najosetljivije na promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Dobijeni zaključak potvrđen je i rezultatima ranijeg istraživanja (Milošević 2015).

### **5.1.2. Zaključak**

Pozicija dejstva koncentrisane sile ispitivana je u ovom istraživanju jer u postojećim pravilnicima nije navedeno koju bi poziciju koncentrisane sile trebalo razmatrati u proračunu, osim što je rečeno da to treba da bude najnepovoljnija pozicija, odnosno ona koja izaziva najnepovoljnije uticaje. Jedan od ciljeva ovog istraživanja bio je i da ispita da li postoji neka pozicija za koju se sa sigurnošću može tvrditi da će izazivati najveće promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile bez obzira na ostale parametre opterećenja, membranskog materijala i oslonaca. Rezultati ispitivanja pokazali su da nažalost takvu tvrdnju nije moguće dokazati. Ona je opovrgнутa time što se pod različitim vrednostima zadatih parametara različite pozicije pojavljuju kao najosetljivije na membrani. Zaključak vezan za ovaj cilj istraživanja dobijen dokazivanjem suprotne tvrdnje govori u prilog tome da nije moguće pojednostaviti proračun membranskih konstrukcija. Da su jasne smernice o najosetljivoj poziciji mogле da budu date, proračun bi bio znatno olakšan jer bi se mogla ispitivati samo ta pozicija pri projektovanju svih narednih membranskih konstrukcija sedlastog oblika i kvadratne osnove. Ovako, jasno je da će i nadalje morati biti ispitivano više tačaka na svakoj membrani kako bi se otkrilo koja od njih izaziva najveće promene geometrije. Mogući pravac za dalja istraživanja u ovoj oblasti bi bio određivanje mreže adekvatnog rastera u čijim bi se čvorovima proveravao uticaj koncentrisanih sila.

## 5.2. Intenziteti sile prednaprezanja membrane

Promena intenziteta sile prednaprezanja membrane na nultom modelu pokazala je da se sa povećanjem intenziteta sile prednaprezanja smanjuju maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile u svim ispitivanim čvorovima. Zadatak ovog dela istraživanja je da ispita da li se kod svih ispitivanih modela promene geometrije smanjuju sa povećanjem intenziteta sile prednaprezanja. Kao što je već ranije rečeno, intenziteti sila prednaprezanja u jednom i drugom pravcu uzimani su kao jednaki.

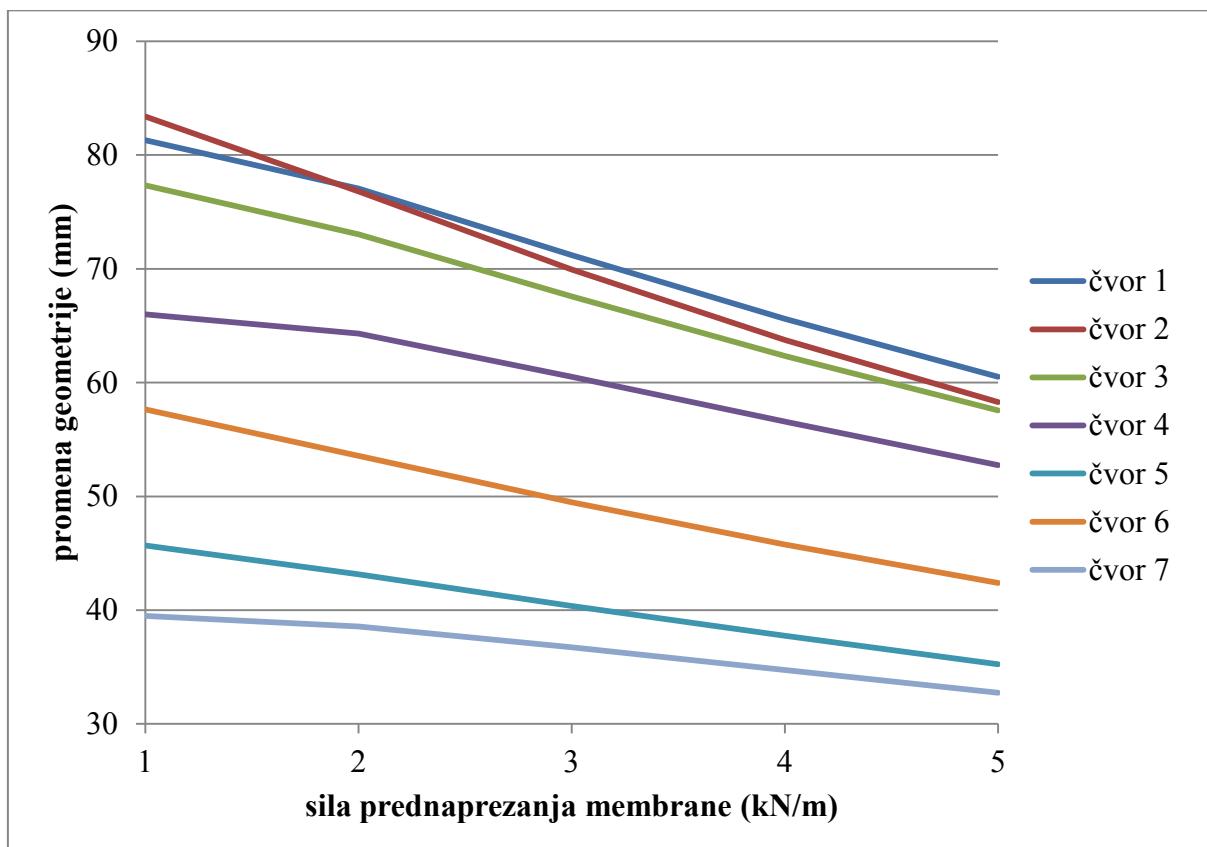
Ispitivanje je obuhvatilo 20160 slučajeva opterećenja. Međusobno je upoređivano po 5 slučajeva od kojih svaki naredni odgovara sve većem intenzitetu sile prednaprezanja, dok su svi ostali parametri kod ovih 5 slučajeva identični. Na taj način dobijena su 4032 seta od po 5 rezultata za maksimalne promene geometrije pod različitim parametrima. Provera je vršena tako što je zadat uslov da je svaki naredni član u setu manji od prethodnog. To će zapravo pokazati da li je maksimalna promena geometrije sve manja sa povećanjem intenziteta sile prednaprezanja membrane.

### 5.2.1. Rezultati i diskusija

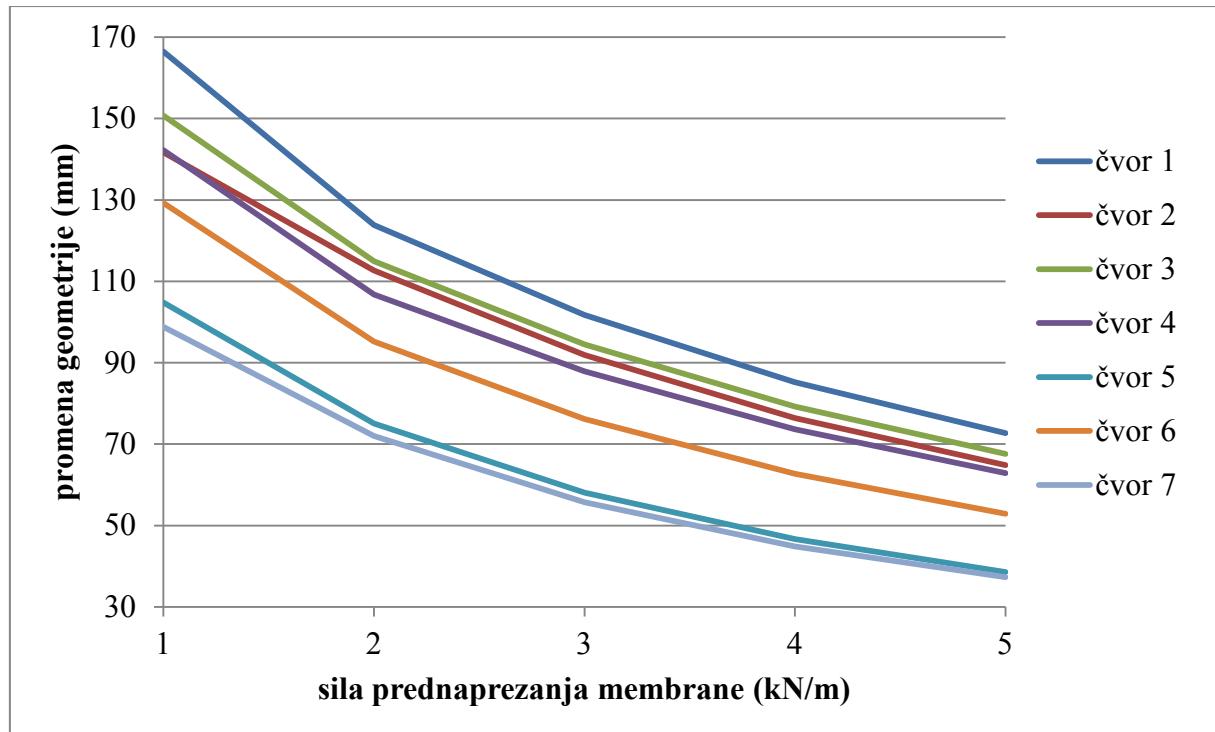
Postoji 2016 setova rezultata kod modela koji imaju dijagonalnu orientaciju materijala i kod svih njih se maksimalne promene geometrije smanjuju sa povećanjem intenziteta sile prednaprezanja membrane. Navedeni iskaz je tačan bez obzira na karakteristike materijala, poziciju dejstva koncentrisane sile, krutost ivičnih oslonaca i visinu modela. Karakterističan primer dat je na dijagramu 93. Postoji 1008 setova rezultata koji obuhvataju modele sa paralelnom orientacijom membranskog materijala i fleksibilnim ivičnim osloncima, i kod njih je takođe povećanje intenziteta sile prednaprezanja rezultovalo smanjenjem maksimalnih pomeranja. Ovo važi bez obzira na vrednost svih ostalih analiziranih parametara. Dijagram 94 prikazuje karakterističan odnos maksimalnih promena geometrije i intenziteta sile prednaprezanja membrane iz ove grupe.

Postoji 1008 setova rezultata koji obuhvataju modele sa paralelnom orientacijom materijala i krutim ivičnim osloncima. Među ovim setovima pojavilo se ukupno 8 setova kod kojih nije bio ispunjen uslov da se sa povećanjem intenziteta sile prednaprezanja smanjuju maksimalne promene geometrije. Svih 8 setova koji ne zadovoljavaju uslov su vezani za poziciju koncentrisane sile u čvoru 1 i za moduo elastičnosti od 5000 kN/m. Od njih, 6 setova je sa modulom smicanja 5 kN/m i svaki je za drugu visinu modela, a ostala 2 seta su kod visine modela 0,5 m i imaju module smicanja 25 i 50 kN/m. Daljom analizom utvrđeno je da je

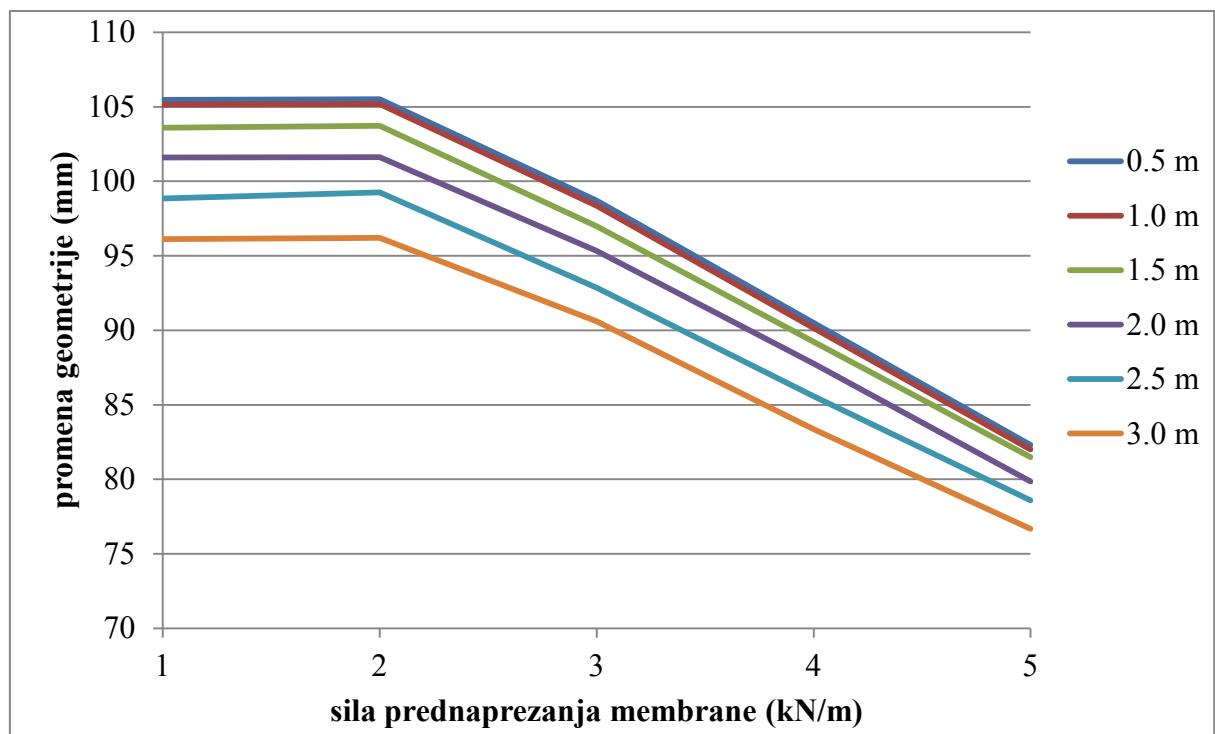
neispunjavanje uslova kod svih 8 setova izazvano prilikom poređenja članova seta koji odgovaraju intenzitetima sile prednaprezanja od 1 i 2 kN/m. Pri povećanju intenziteta sile prednaprezanja sa 1 na 2 kN/m ne dolazi do smanjenja maksimalnih promena geometrije već do njihovih minimalnih povećanja. Šest primera ovakvog ponašanja pod dejstvom koncentrisane sile dato je na dijagramu 95. Primećeno je da se ponašanje u čvoru 1 razlikuje od ponašanja ostalih čvorova modela, jer se u njemu javljaju odstupanja od postavljenog uslova. Razlike u ponašanju različitih čvorova prikazane su na dijagramu 96. Odnos jednog od ovih setova sa drugim setovima različitih krutosti ivičnih oslonaca i orijentacija materijala dat je na dijagramu 97. Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti za intenzitet prednaprezanja 1 i 2 kN/m data je na dijagramu 98. Uočljivo je kako razlika između promena geometrije kod ova dva intenziteta sila prednaprezanja opada sa povećanjem modula elastičnosti. Ovo smanjenje pojavljuje se i u drugim setovima rezultata i ono nije neuobičajeno. Primer je dat na dijagramu 99. Jedina razlika je u tome što kod 8 pomenutih setova razlika pri najvećem modulu elastičnosti postaje minimalna, i zbog toga se ovi setovi pojavljuju kao izuzeci od postavljenog uslova.



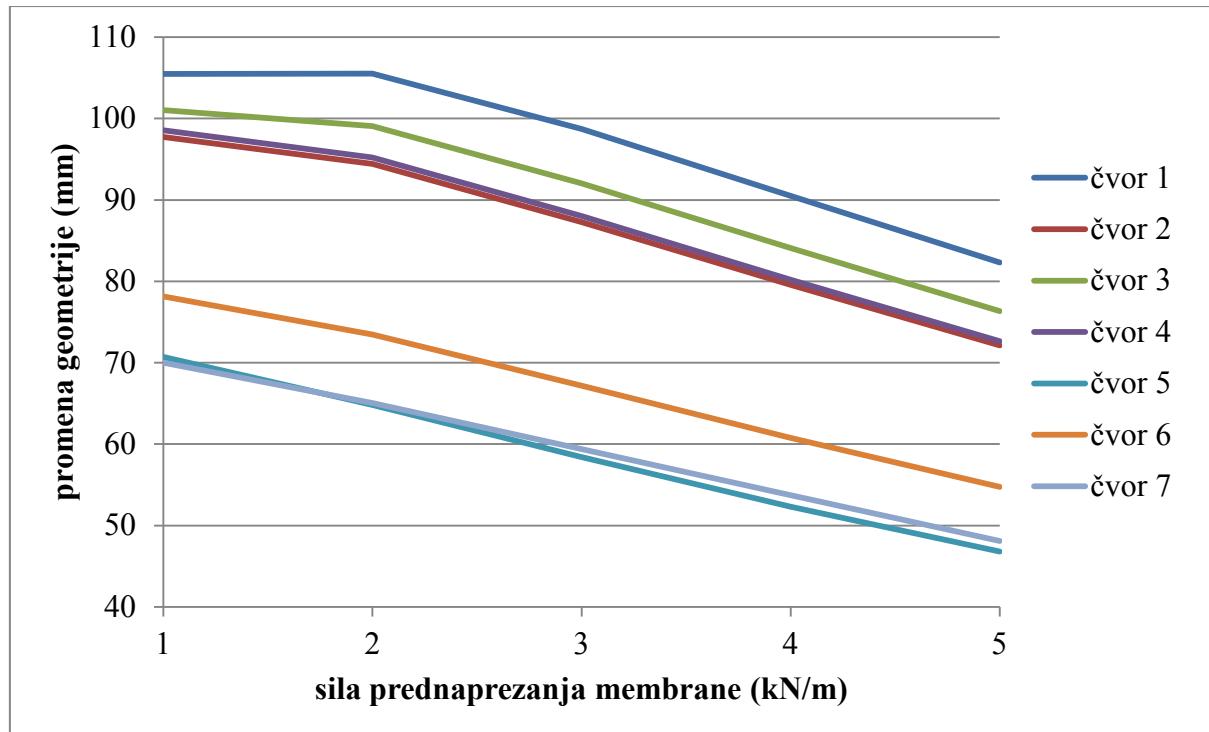
93\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $E=5000 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=5 \text{ kN/m}$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=0,5 \text{ m}$



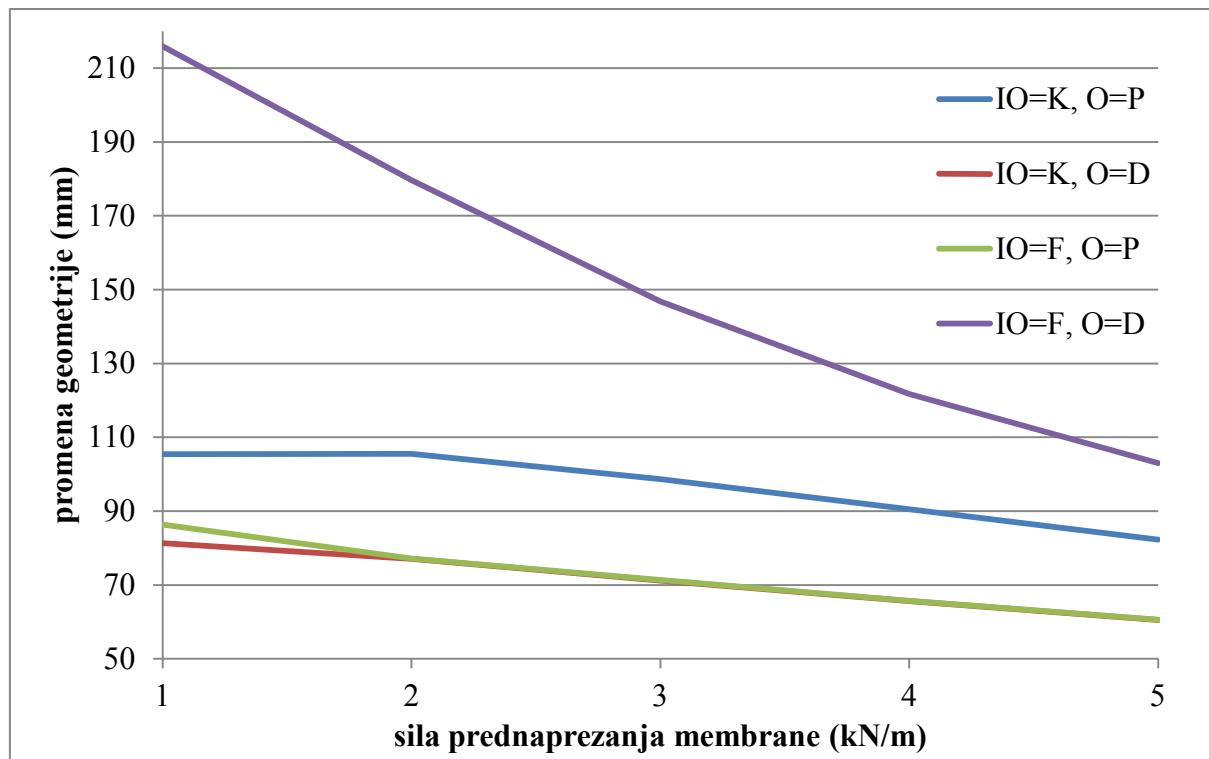
94\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $E=100 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=278 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$ ,  $IO=F$ ,  $H=3,0 \text{ m}$



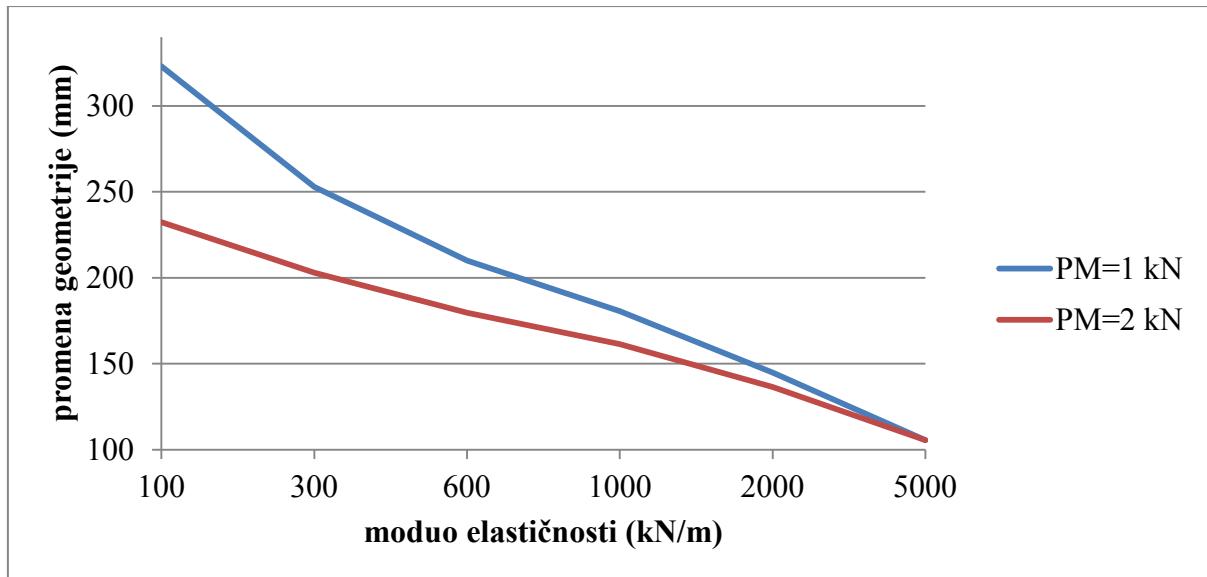
95\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela za modele  $P=1$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $E=5000 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=5 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$ ,  $IO=K$



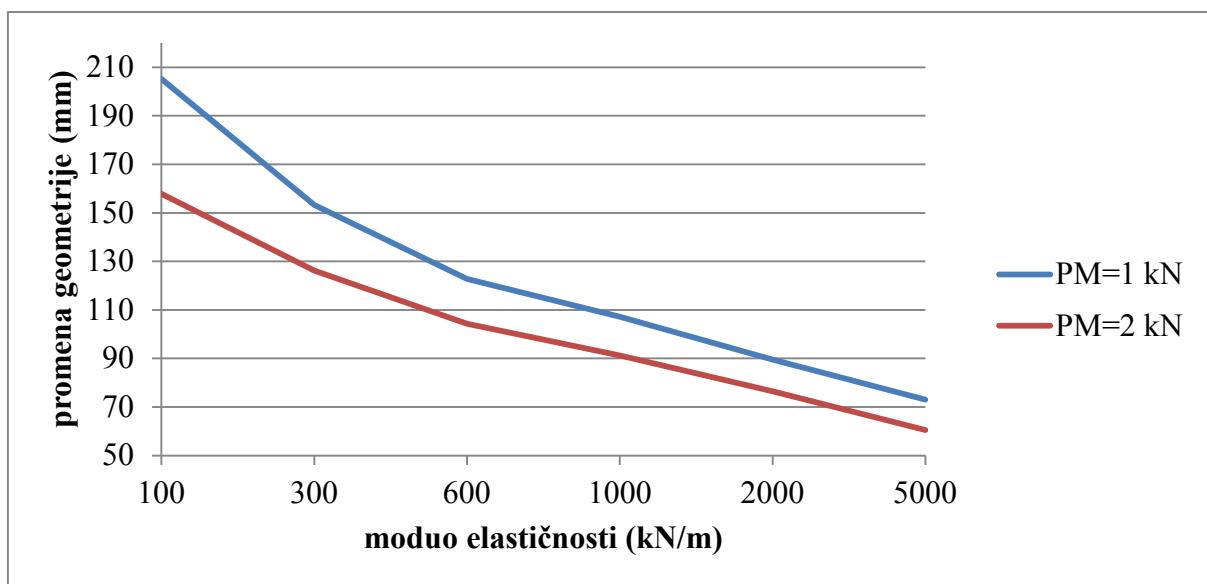
96\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $E=5000 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=5 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$ ,  $IO=K$ ,  $H=0,5 \text{ m}$



97\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=I$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $E=5000 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=5 \text{ kN/m}$ ,  $H=0,5 \text{ m}$



98\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $PK=0,3$ ,  $G=5$  kN/m,  $O=P$ ,  $IO=K$ ,  $H=0,5$  m



99\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=2$ ,  $I=1$  kN,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=2,0$  m

### 5.2.2. Zaključak

Intenzitet sile prednaprezanja membrane je parametar čiju vrednost određuje projektant konstrukcije. Nju je potrebno definisati tokom faze projektovanja konstrukcije. Do sada je bilo poznato da intenzitet sila prednaprezanja utiče na početnu formu membranske konstrukcije i da se povećanjem intenziteta sile prednaprezanja mogu smanjiti promene

geometrije izazvane površinskim opterećenjem. Intenzitet sile prednaprezanja utiče na to koliki će biti maksimalni naponi u membrani pod dejstvom opterećenja, pa na taj način posredno utiče i na odabir membranskog materijala.

Rezultati ovog ispitivanja pokazali su da u ogromnoj većini slučajeva povećanje intenziteta sile prednaprezanja membrane utiče na smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Zbog toga se za smanjivanje promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile kao jedan od načina može preporučiti povećanje sile prednaprezanja membrane. Iako postoji oko 2 promila rezultata kod kojih povećanje intenziteta sile nije dovelo do smanjenja promena geometrije, u ovim slučajevima nije došlo ni do njihovog značajnog povećanja. Na osnovu toga možemo zaključiti da taj metod predstavlja jako dobar način za smanjenje promena geometrije. Slično kao i kod površinskog opterećenja, i ovde treba voditi računa o tome da se povećanje intenziteta sile prednaprezanja negativno odražava na maksimalne napone u membrani, te posredno utiče na izbor membranskog materijala. To praktično znači da bi veliko povećanje intenziteta sile prednaprezanja membrane rezultovalo korišćenjem materijala koji su skuplji, pa o tome treba voditi računa pri povećanju sile prednaprezanja u fazi projektovanja.

### 5.3. Moduo elastičnosti membranskog materijala

U prvoj fazi istraživanja je na nultom modelu pokazano kako povećanje modula elastičnosti jednakog u oba pravca membranskog materijala rezultuje smanjenjem maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Zadatak ovog dela istraživanja je da ispita da li isti zaključak važi bez obzira na vrednosti drugih ispitivanih parametara. Vrednost modula elastičnosti u drugoj fazi ispitivanja uzimana je kao ista u oba pravca materijala.

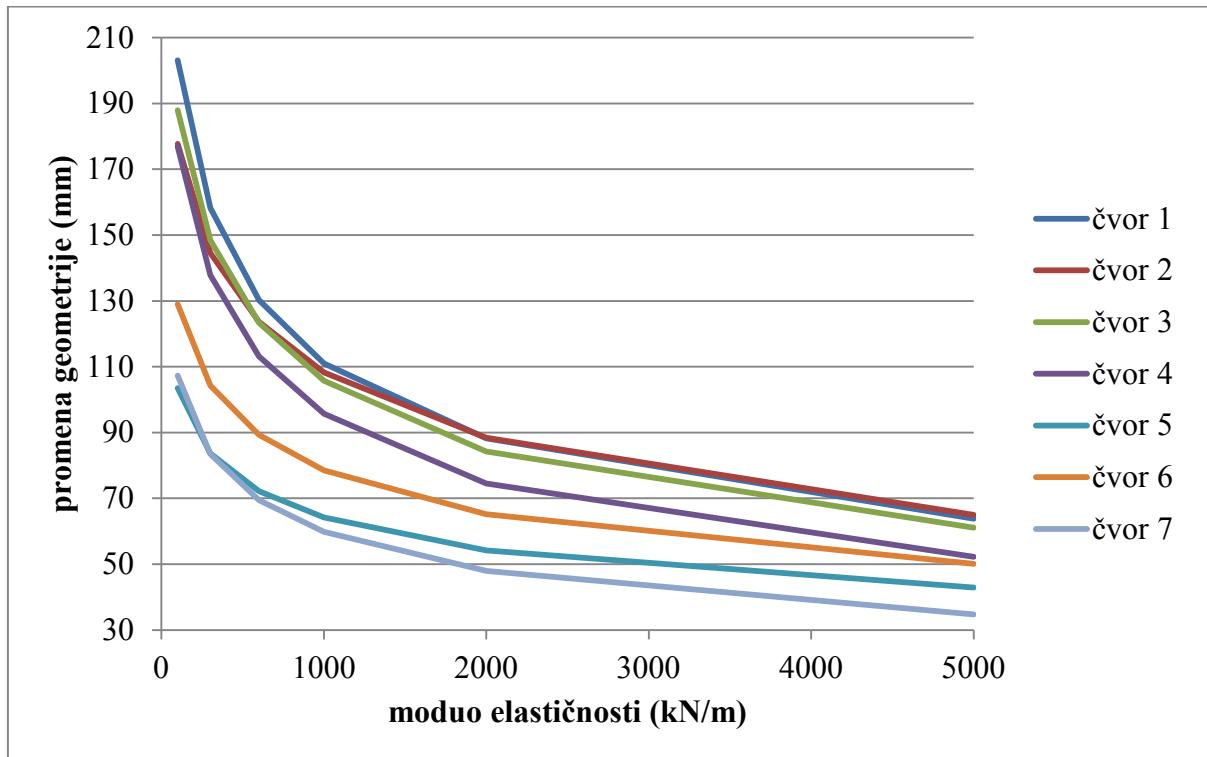
U cilju praćenja promena ponašanja membrane izazvanih variranjem modula elastičnosti membranskog materijala dobijeni podaci podeljeni su u setove od kojih se svaki sastoji od po 6 članova, pri čemu svaki član prikazuje vrednost maksimalne promene geometrije i svaki naredni član odgovara sve većoj vrednosti modula elastičnosti. Svi drugi parametri za jedan set su identični. Ovakvih setova ima ukupno 3360 i zasebno su analizirani, a potom i međusobno upoređivani da bi se dobili zaključci o uticaju modula elastičnosti membranskog materijala na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Provera pojedinačnih setova vršena je tako što je postavljen uslov da svaki sledeći član treba da bude manji od prethodnog. Na taj način dokazuje se da povećanje modula elastičnosti materijala utiče na smanjivanje maksimalnih promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile.

#### 5.3.1. Rezultati i diskusija

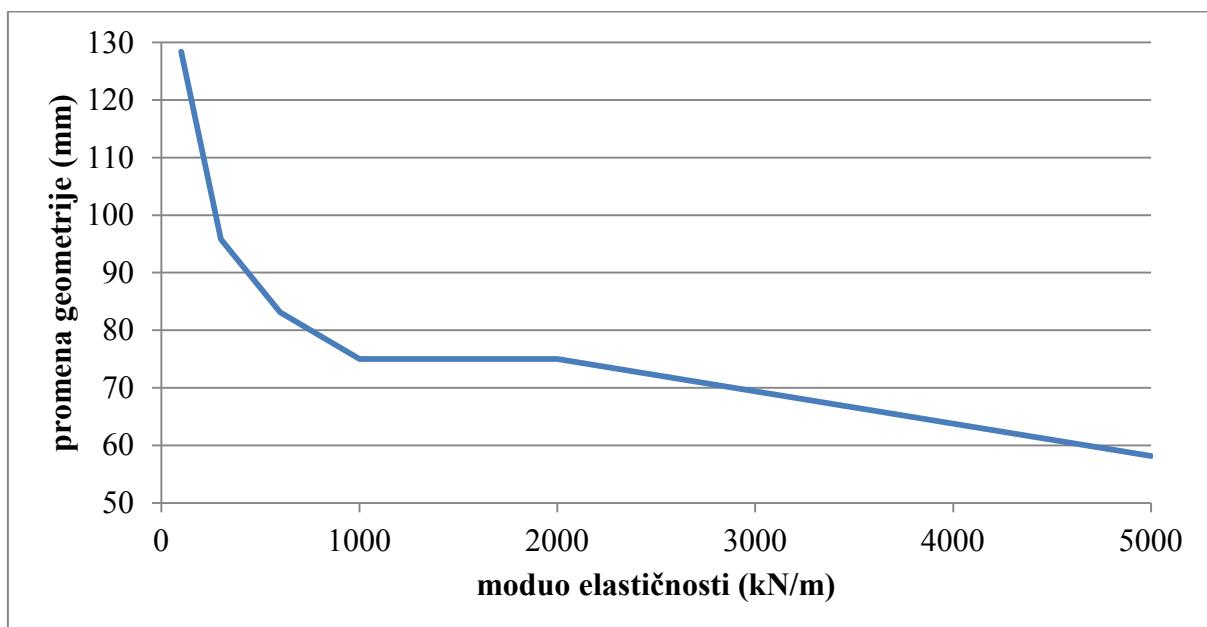
Postoji ukupno 1680 setova rezultata koji obuhvataju modele sa dijagonalnom orijentacijom membranskog materijala. Svi ovi setovi zadovoljavaju uslov da im uzastopni članovi imaju sve manje i manje vrednosti. To pokazuje da se sa povećanjem modula elastičnosti membranskog materijala kod svih modela na svim ispitanim čvorovima smanjuju maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, bez obzira na druge parametre. Sedam izabranih karakterističnih primera koji odgovaraju po jednom ispitivanom čvoru membrane dato je na dijagramu 100. Dobijeni rezultati pokazuju veoma slično ponašanje onom koje je dobijeno za nulti model, i pored razlike u vrednostima parametara.

Postoji 1680 setova rezultata koji se odnose na modele sa paralelnom orijentacijom membranskog materijala, od kojih je 840 vezano za modele sa krutim ivičnim osloncima a 840 za modele sa fleksibilnim ivičnim osloncima. Među setovima sa paralelnom orijentacijom materijala i fleksibilnim ivičnim osloncima postoji samo jedan set koji ne ispunjava uslov da se vrednosti njegovih članova smanjuju. U ovom setu visina modela je maksimalna, moduo smicanja je maksimalan, a intenzitet sile prednaprezanja je minimalan. Set se odnosi na poziciju u čvoru 4. Do smanjenja nije došlo pri povećanju modula

elastičnosti sa 1000 na 2000 kN/m. Ovo ponašanje posledica je ekstremnih vrednosti drugih parametara. Prikaz vrednosti ovog seta dat je na dijagramu 101.

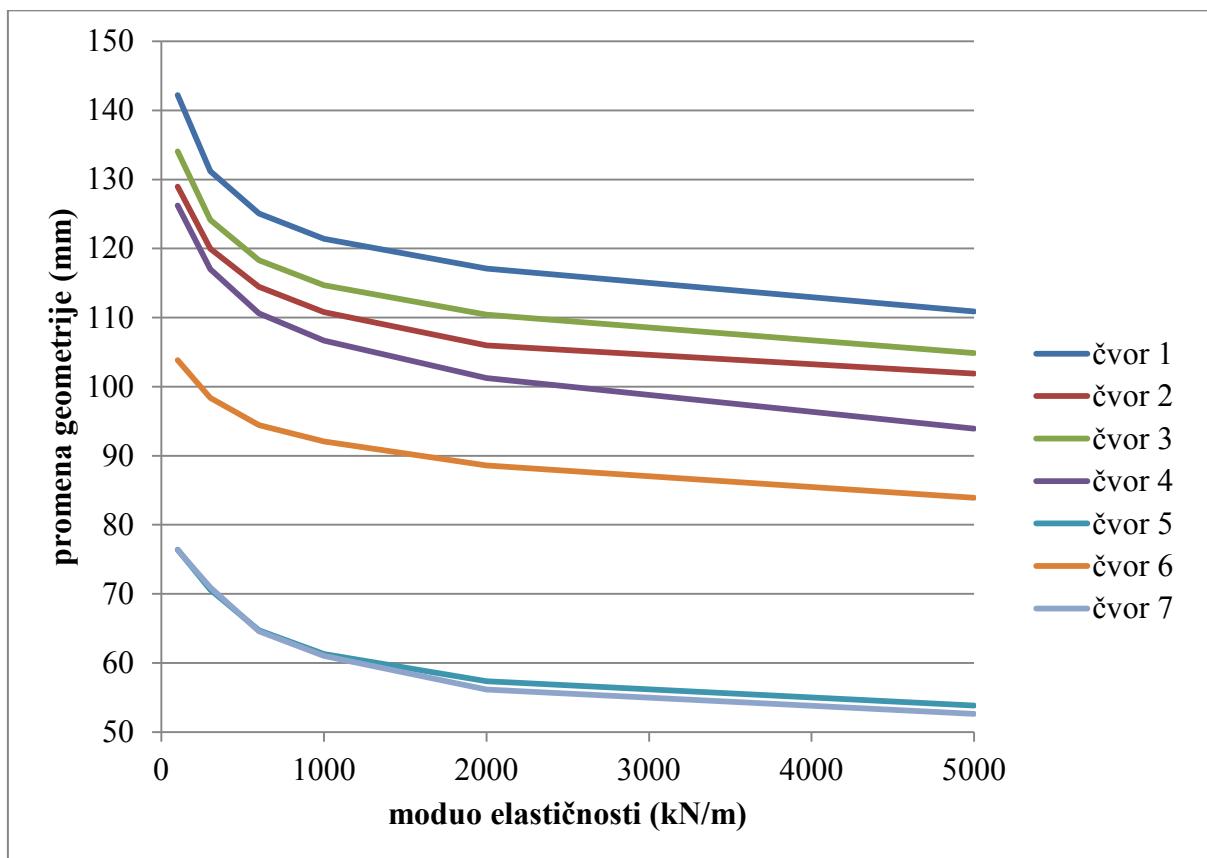


100\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=2 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=25 \text{ kN/m}$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=1,0 \text{ m}$

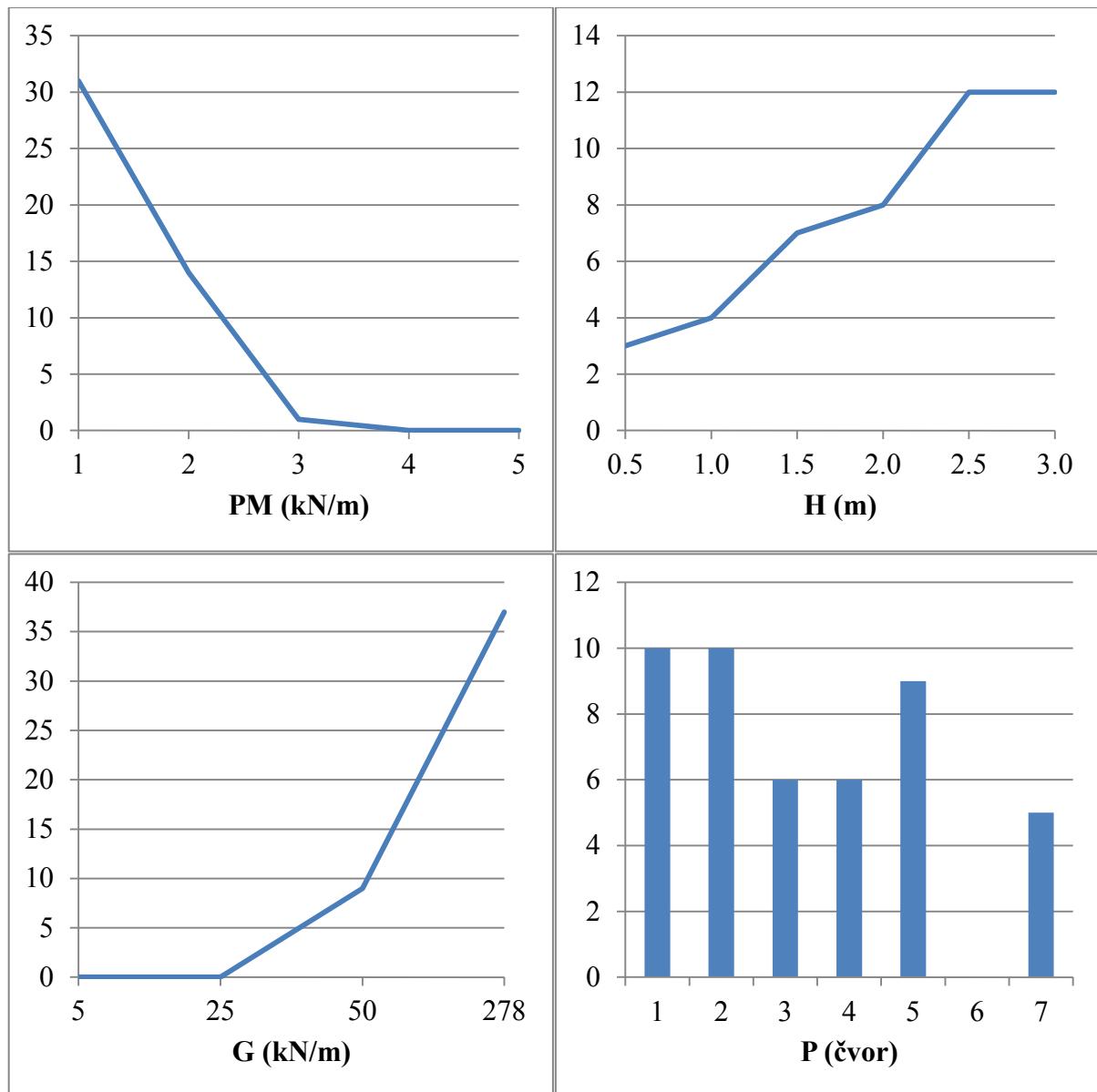


101\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $P=4$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=1 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=278 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$ ,  $IO=K$ ,  $H=3,0 \text{ m}$

Među 840 setova koji prikazuju podatke za modele sa paralelnom orijentacijom membranskog materijala i fleksibilnim ivičnim osloncima, postoji 46 setova koji ne zadovoljavaju postavljeni uslov o smanjenju vrednosti članova seta. Ostali setovi pokazuju očekivano ponašanje koje se oslikava u smanjenju maksimalnih promena geometrije pri povećanju vrednosti modula elastičnosti membranskog materijala. Sedam setova koji ne predstavljaju izuzetke prikazano je na dijagramu 102. Među setovima koji predstavljaju izuzetke mogu se uočiti pravilnosti u vrednostima drugih parametara koje dovode do njihovog neočekivanog ponašanja. Tako najveći broj ovih setova ima sile prednaprezanja membrane od 1 kN/m, a sa povećanjem sile prednaprezanja opada broj setova koji su izuzeci. Sa povećanjem visine modela raste broj setova koji ne zadovoljavaju postavljeni uslov. Slično se i sa povećanjem vrednosti modula elastičnosti povećava broj setova koji su izuzeci. Ovakvo ponašanje odgovara onom kod izuzetka uočenog među setovima koji se odnose na modele sa paralelnom orijentacijom i krutim ivičnim osloncima. Na dijagramu 103 prikazana je zavisnost pojave izuzetaka od drugih parametara, zajedno sa brojem izuzetaka razvrstanim po čvorovima.



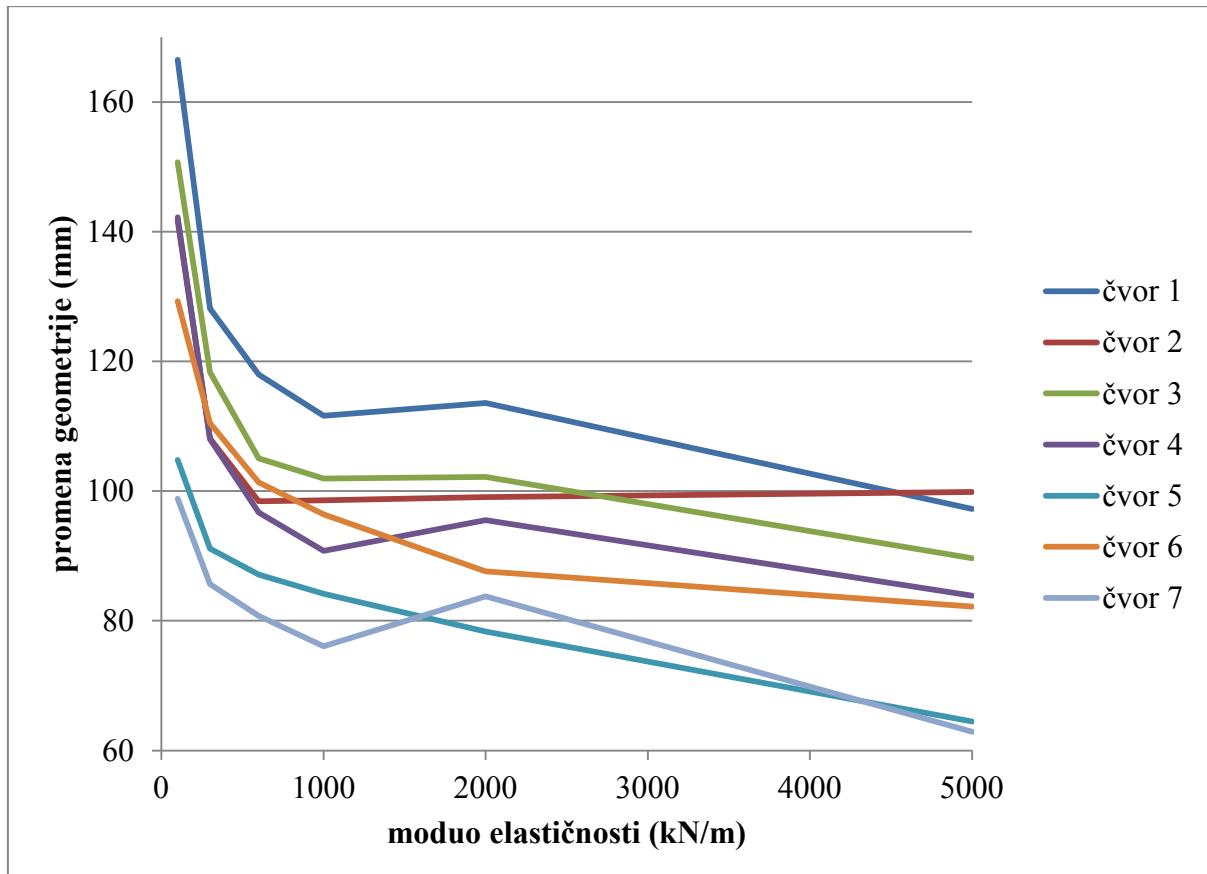
102\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=3 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=50 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$ ,  $IO=F$ ,  $H=1,5 \text{ m}$



103\* – Broj modela u kojima sa povećanjem modula elastičnosti membranskog materijala ne dolazi do smanjenja promena geometrije među modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima i paralelnom orientacijom materijala u zavisnosti od ostalih parametara

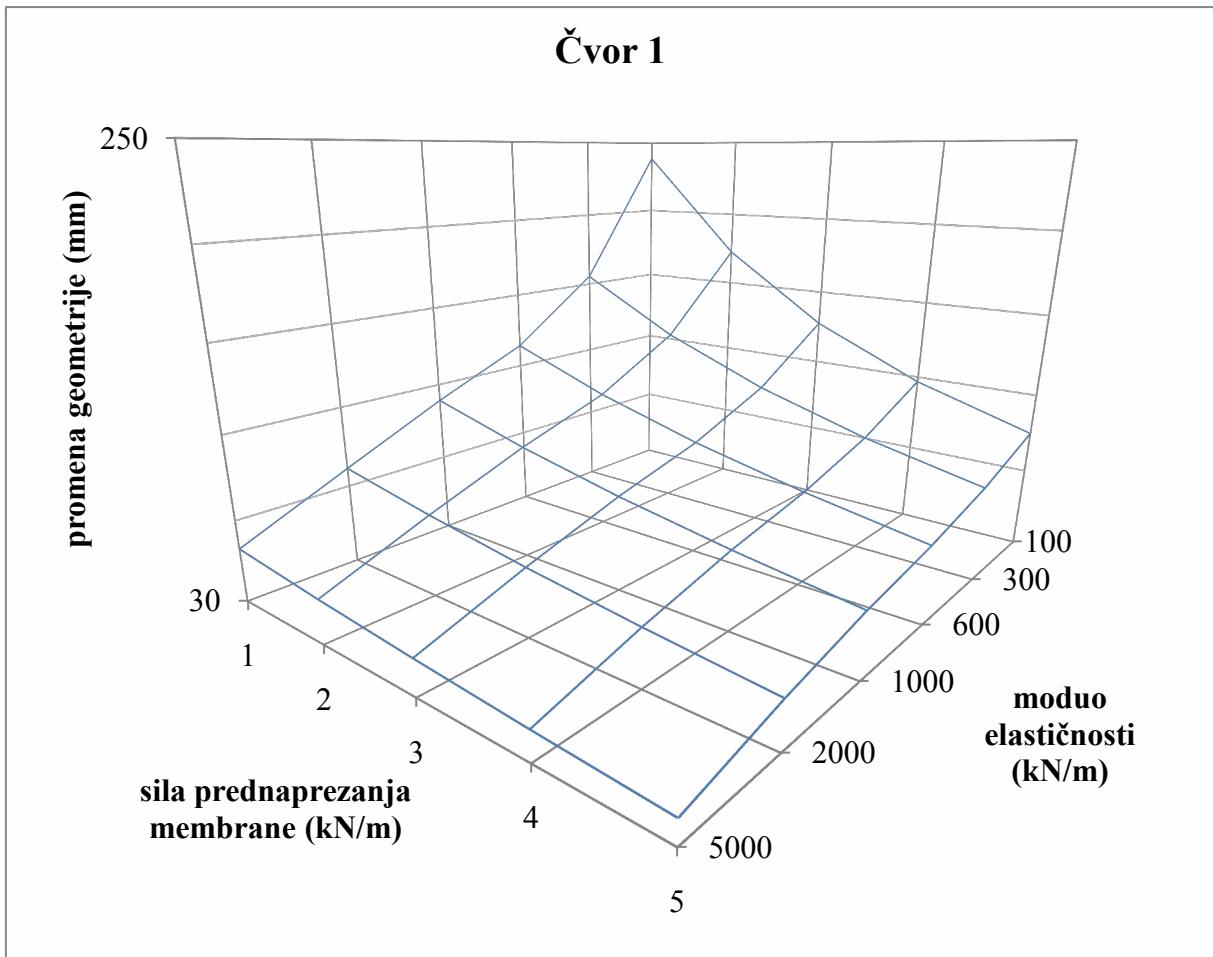
Dijagram 104 prikazuje sedam setova koji pripadaju modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima i paralelnom orientacijom materijala. Setovi se razlikuju po tome što se odnose na različite pozicije dejstva koncentrisane sile. Od sedam prikazanih, kod pet setova ne dolazi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pri povećanju modula elastičnosti membranskog materijala. To su setovi vezani za pozicije sile u čvorovima 1, 2, 3, 4 i 7. Među ovim setovima, kod četiri seta samo jedan član ne zadovoljava postavljeni uslov, ali kod seta vezanog za poziciju sile u čvoru 2 čak tri uzastopna člana su veća od prethodnih članova. Set

koji se odnosi na poziciju dejstva sile u čvoru 7 pri povećanju modula elastičnosti sa 1000 na 2000 kN/m ima povećanje maksimalnih pomeranja od 7 mm. Ovaj slučaj je od značaja jer ukazuje na to da se pri povećanju modula elastičnosti membranskog materijala moraju pažljivo proveriti pomeranja čvorova, jer je uočeno da može doći i do neželjenih povećanja maksimalnih promena geometrije.



104\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=1 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=278 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$ ,  $IO=F$ ,  $H=3,0 \text{ m}$

Na osnovu dobijenih rezultata moguće je formirati dijagrame koji prikazuju maksimalne promene geometrije u odnosu na moduo elastičnosti membranskog materijala i intenzitet sile prednaprezanja membrane. Najveći broj rezultata ukazuje na to da povećanje vrednosti i jednog i drugog parametra dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Smanjenja maksimalnih promena geometrije nastala povećanjem sile prednaprezanja membrane i izborom materijala sa većim modulom elastičnosti membranskog materijala mogu da budu veoma velika ukoliko su vrednosti ostalih parametara odgovarajuće. Jedan karakterističan primer koji to prikazuje dat je na dijagramu 105.



105\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala i intenziteta sile prednaprezanja membrane pri  $P=1$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=50 \text{ kN/m}$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=2,0 \text{ m}$

### 5.3.2. Zaključak

Moduo elastičnosti membranskog materijala je jedna od njegovih najvažnijih karakteristika. Vrednost modula elastičnosti zavisi od proizvođača materijala jer on određuje kako će teći proces proizvodnje i od kojih će materijala sačiniti kompozitni membranski materijal. Uloga projektanta membranske konstrukcije je da odabere najadekvatniji membranski materijal za svoju konstrukciju prema opterećenjima koja na nju deluju, zahtevanom veku trajanja i drugim karakteristikama. Važi generalno mišljenje da su materijali sa većim modulom elastičnosti povoljniji zbog veće sigurnosti, ali problem nije tako jednostavan jer takvi materijali zahtevaju i veće sile prednaprezanja, a uz to su i skuplji.

Rezultati ovog istraživanja pokazali su da nije moguće doneti zaključak da bez obzira na vrednosti ostalih parametara povećanje modula elastičnosti uvek dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Uprkos tome, može se

dati preporuka projektantima da, ukoliko je potrebno smanjiti maksimalne promene geometrije, pokušaju da to učine odabirom materijala sa većim modulom elastičnosti. Kod 99% analiziranih setova povećanje modula elastičnosti dalo je pozitivne rezultate. Kod modela sa dijagonalnom orijentacijom materijala povećanje modula elastičnosti je uvek dovodilo do smanjenja maksimalnih promena geometrije. Kod paralelne orijentacije membranskog materijala treba biti obazriviji jer može doći i do povećanja promena geometrije, naročito ukoliko konstrukcija ima fleksibilne ivične oslonce. Faktori koji povećavaju verovatnoću da povećanje modula elastičnost uzrokuje neželjene rezultate su mali intenzitet sile prednaprezanja membrane, velika zakrivljenost modela i mali moduli smicanja membranskog materijala.

## 5.4. Moduo smicanja membranskog materijala

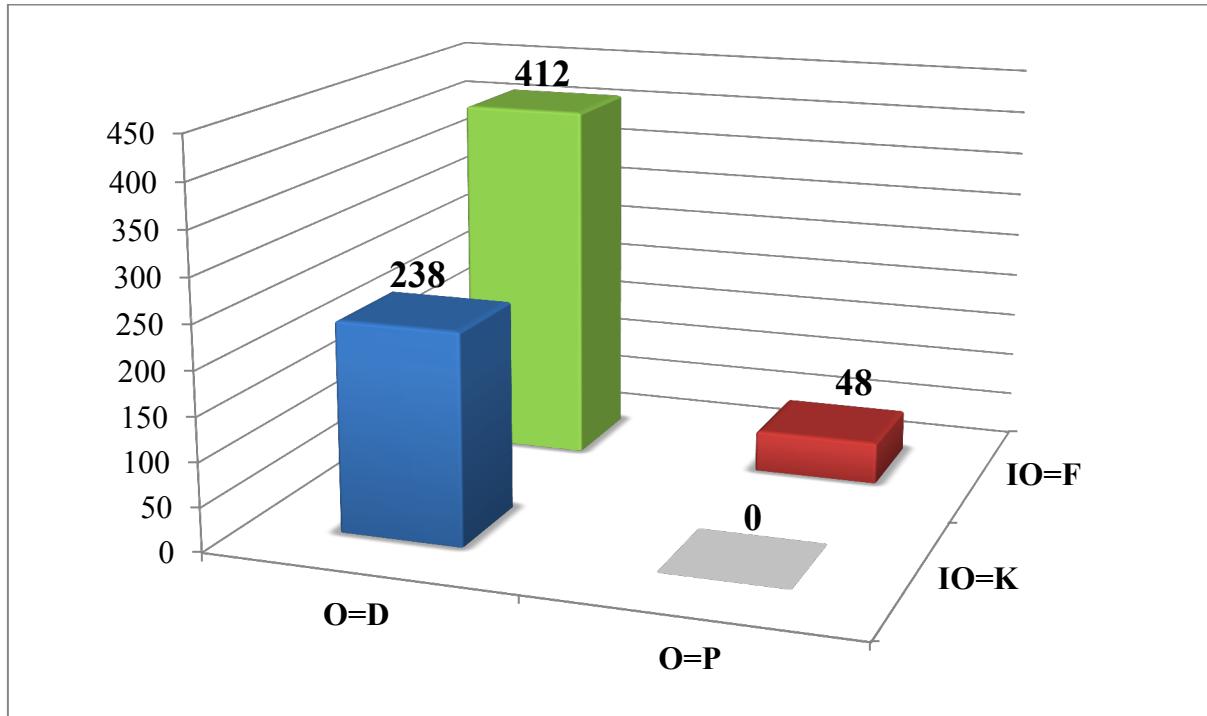
U prvoj fazi ovog istraživanja ispitivan je uticaj variranja modula smicanja membranskog materijala na vrednost maksimalne promene geometrije membrane pod dejstvom koncentrisane sile na nultom modelu. Zaključeno je da povećanje modula smicanja dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije, ali da su ova smanjenja relativno mala. Zadatak ovog dela istraživanja je da ispita da li promena modula smicanja ima isti uticaj na vrednost maksimalne promene geometrije bez obzira na vrednosti drugih parametara.

Rezultati dobijeni proračunom na numeričkim modelima podeljeni su na 5040 setova sa po 4 člana. Svaki set odgovara fiksnim vrednostima ispitivanih parametara, izuzev modula smicanja koji se menja, pa tako prvi član seta pokazuje vrednost maksimalne promene geometrije pri modulu smicanja od 5 kN/m, drugi član pri modulu smicanja od 25 kN/m, treći pri modulu smicanja od 50 kN/m i četvrti pri modulu smicanja od 278 kN/m. Na osnovu rezultata prethodnog dela ovog istraživanja očekivalo se da vrednost maksimalnih promena geometrije sa povećanjem modula smicanja opada. Zbog toga je postavljen uslov da svaki naredni član seta treba da bude manji od prethodnog, a neispunjavanje ovog uslova ukazuje da se radi o setu koji predstavlja izuzetak od prethodno pomenutog pravila.

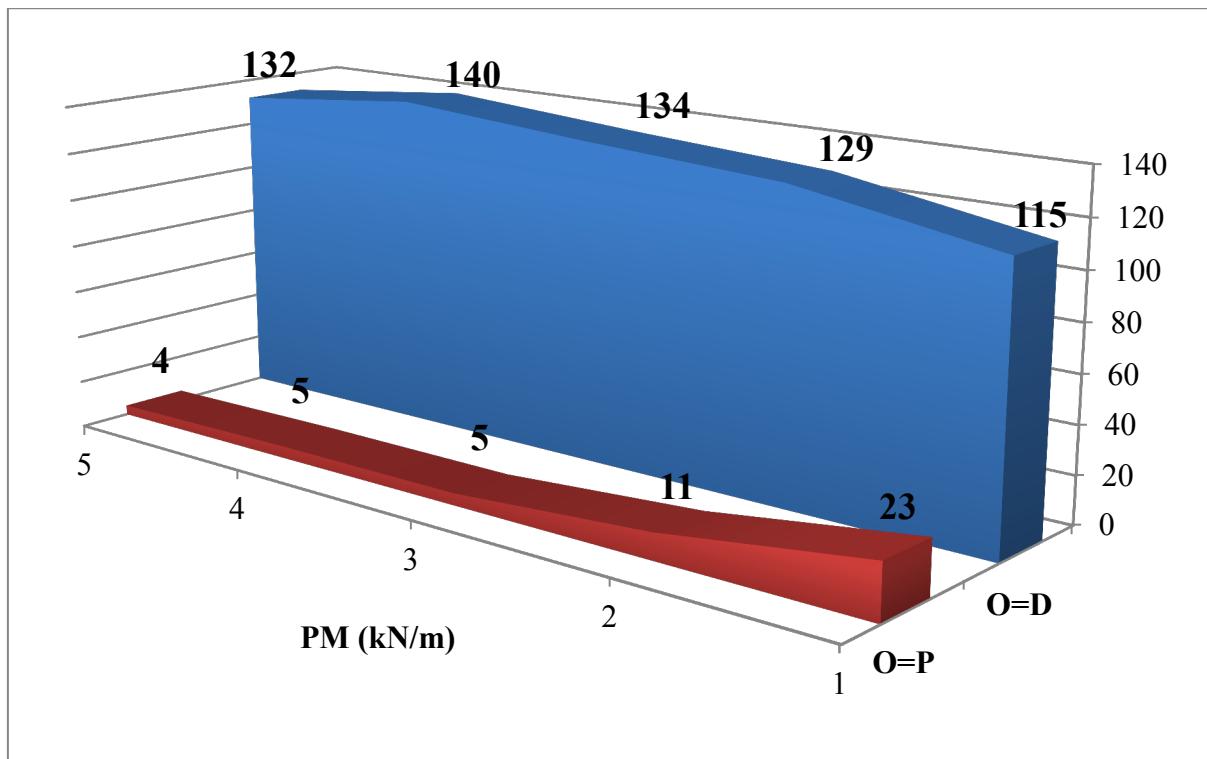
### 5.4.1. Rezultati i diskusija

Na dijagramu 106 prikazan je broj setova koji su izuzeci od postavljenog pravila u odnosu na orijentaciju membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca. Kao što se može uočiti, svi setovi koji se odnose na modele sa paralelnom orijentacijom materijala i krutim ivičnim osloncima, a njih ima 1260, ispunjavaju zadati uslov. Među setovima koji su vezani za modele sa dijagonalnom orijentacijom i fleksibilnim ivičnim osloncima, a kojih takođe ima 1260, postoji najviše izuzetaka i njih ima 412. Ukupan udeo izuzetaka među svim setovima je 14%, što iznosi veliki procenat. Na dijagramu 107 prikazan je broj izuzetaka u odnosu na intenzitet sile prednaprezanja membrane i orijentaciju membranskog materijala. Ukoliko se zanemari orijentacija materijala, može se zaključiti da pri svim intenzitetima sile prednaprezanja postoji sličan broj setova koji ne zadovoljavaju postavljeni uslov. Na dijagramu 108 prikazan je broj setova koji su izuzeci u odnosu na moduo elastičnosti membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca. Primetan je veći broj izuzetaka kod modula elastičnosti od 300 i 2000 kN/m. Dijagram 109 daje raspored broja izuzetaka prema poziciji dejstva sile i visini modela. Najveći broj setova koji su izuzeci vezan je za čvor 7, a

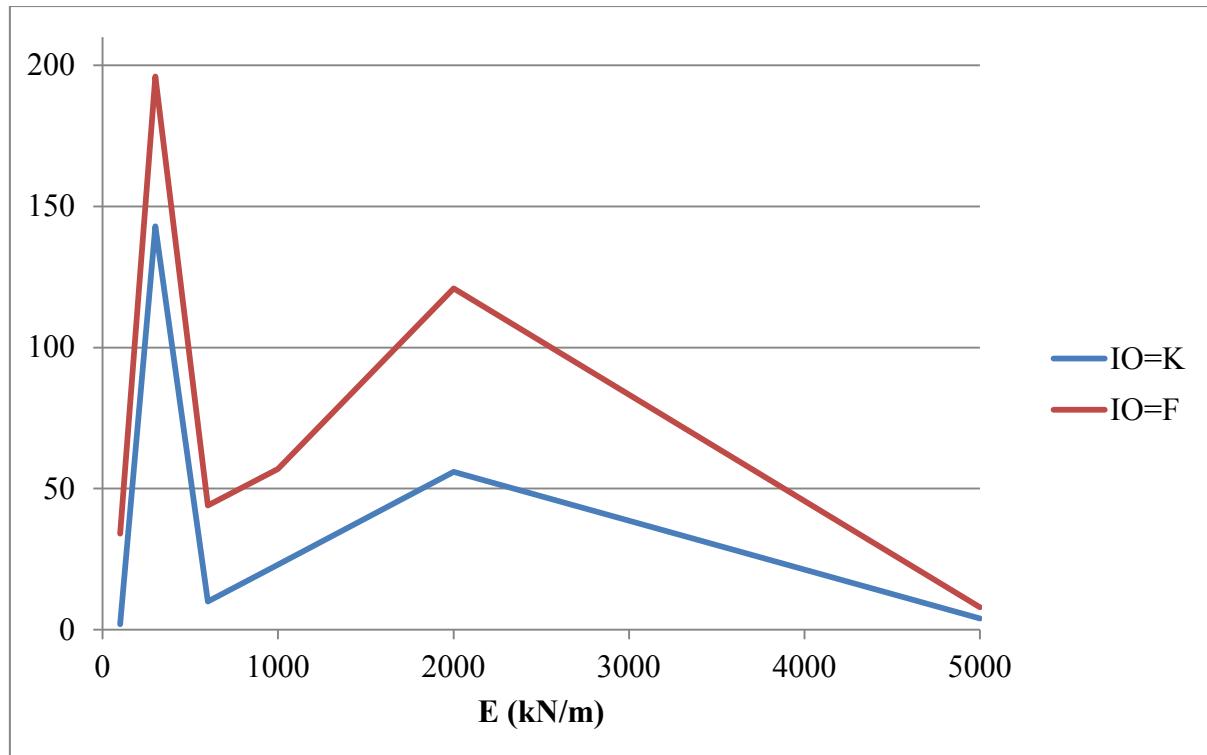
manji broj za čvor 5 i ostale čvorove. Promena visine modela nema jednoobrazan uticaj na broj izuzetaka jer se kod različitih čvorova broj izuzetaka drugačije menja.



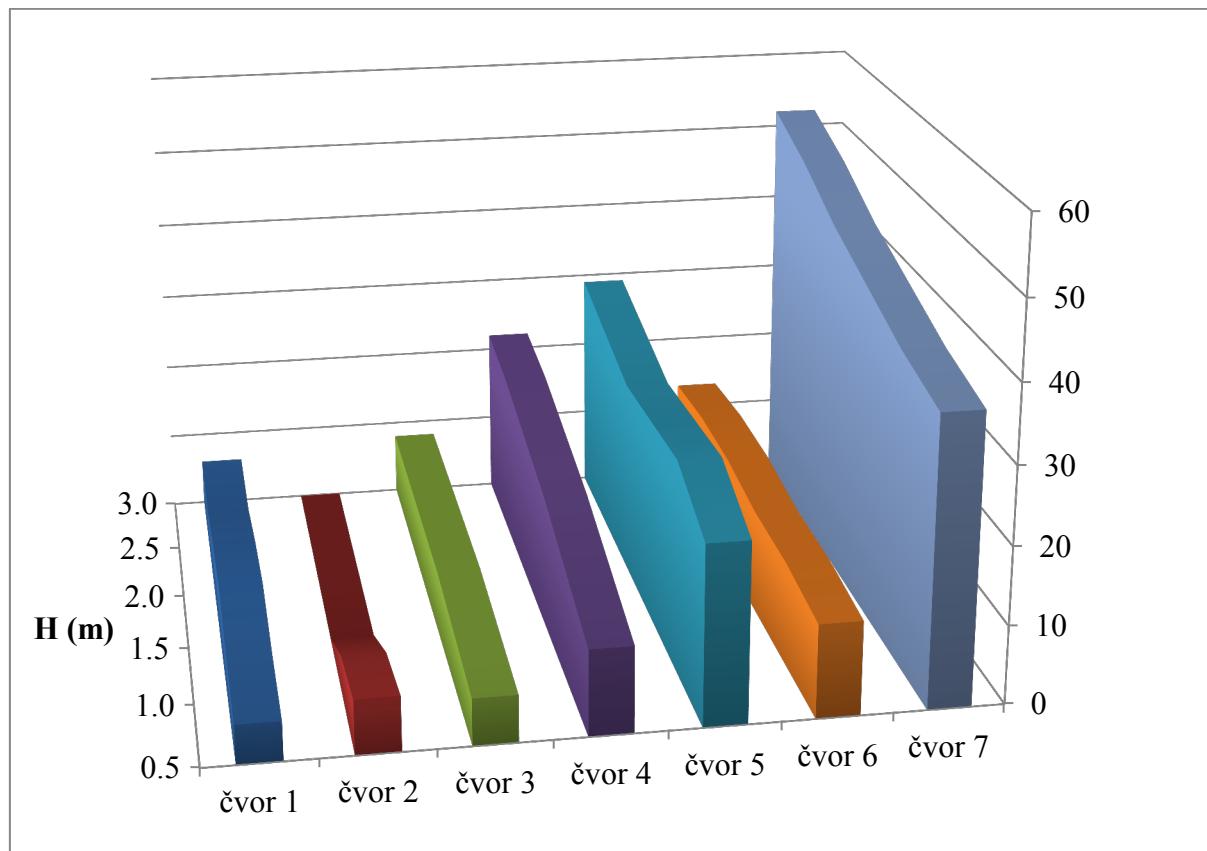
106\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na orijentaciju membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca



107\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na intenzitet sile prednaprezanja membrane i orijentaciju membranskog materijala

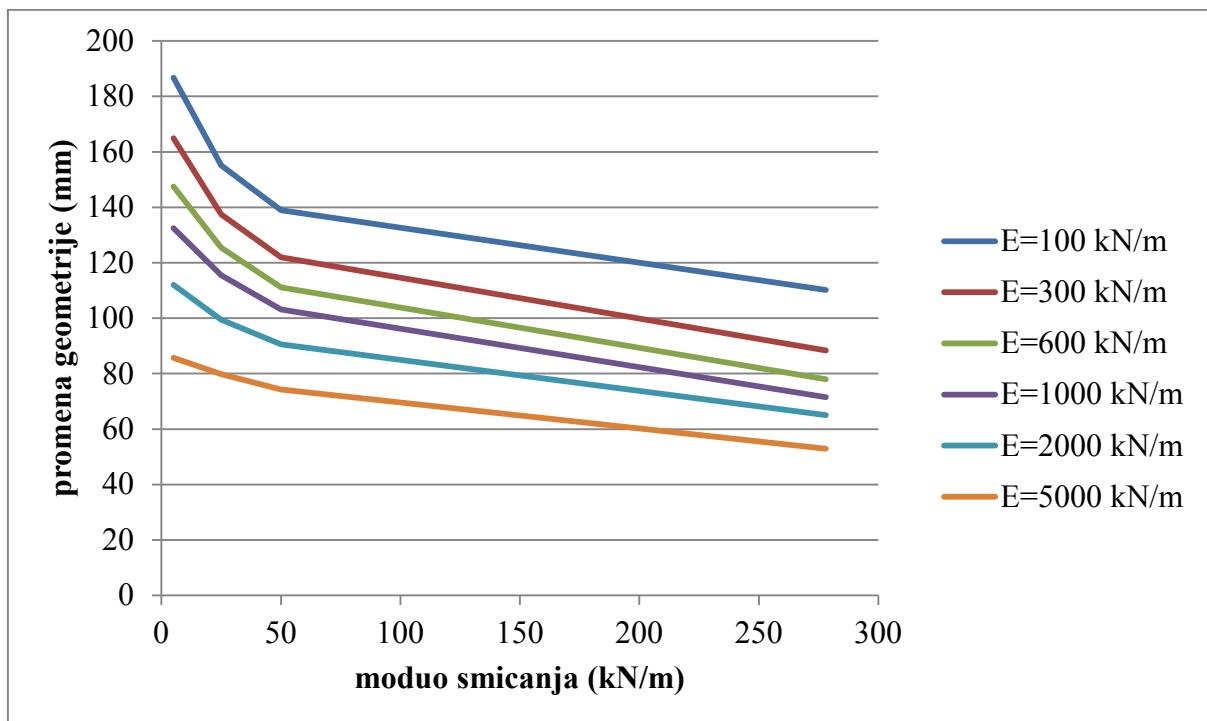


108\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na moduo elastičnosti membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca



109\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na visinu modela i poziciju dejstva koncentrisane sile

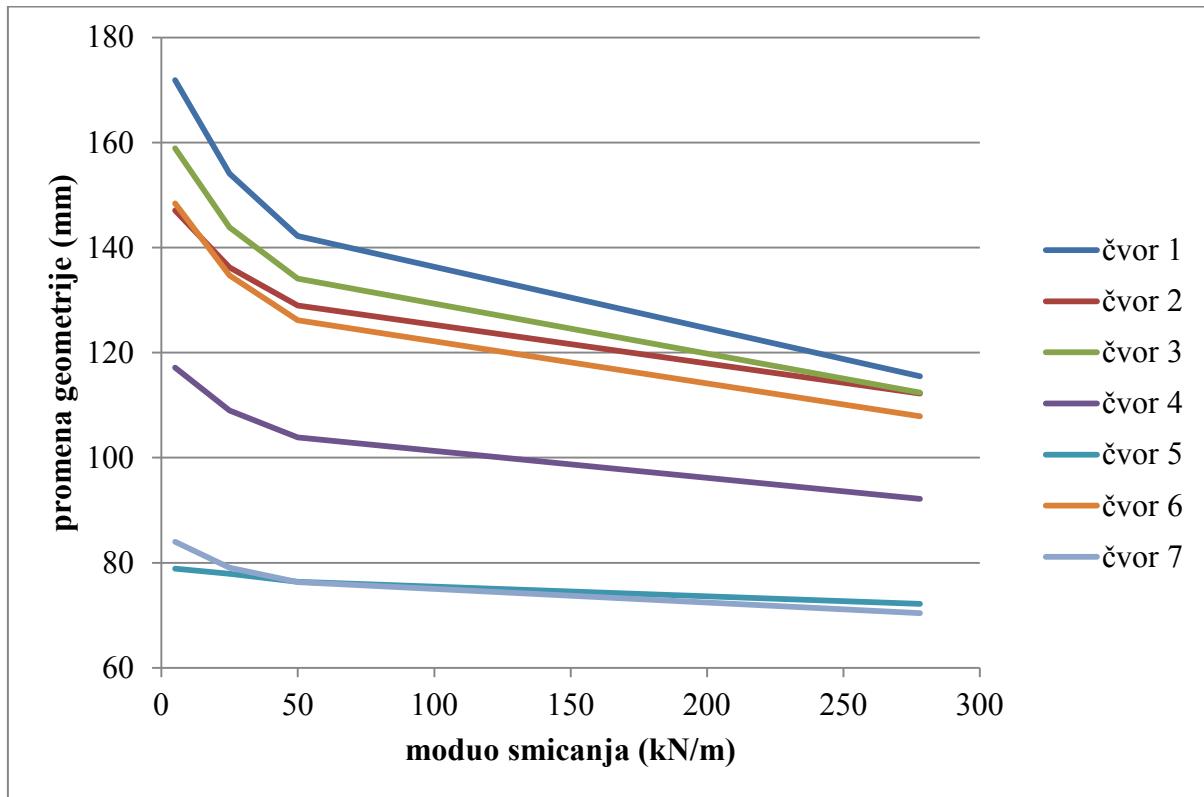
Na dijagramu 110 prikazana je zavisnost veličine maksimalne promene geometrije od modula smicanja membranskog materijala za različite vrednosti modula elastičnosti. Prikazani su setovi koji zadovoljavaju uslov da povećanje modula smicanja rezultuje smanjenjem maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Primetno je da neki od setova pokazuju osetna smanjenja promene maksimalne geometrije, koja su veća nego u prethodnom delu ovog istraživanja. Sa povećanjem modula elastičnosti smanjuje se i prednost u smanjenju maksimalnih promena geometrije koja se ostvaruje povećanjem vrednosti modula smicanja.



110\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $P=4$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=2 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $O=P$ ,  $IO=K$ ,  $H=2,5 \text{ m}$

Dijagram 111 prikazuje zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula elastičnosti membranskog materijala za sedam setova od kojih je svaki vezan za različitu poziciju dejsva koncentrisane sile. Uočljivo je da je u nekim čvorovima uticaj promene vrednosti modula smicanja značajniji, dok u drugim on izaziva mala smanjenja maksimalnih promena geometrije. Svi prikazani setovi zadovoljavaju uslov da im je svaki naredni član manji od prethodnog. Setovi prikazani na dijogramima 110 i 111 vezani su za modele koji imaju paralelnu orijentaciju membranskog materijala, s tim što se setovi sa dijagrafa 110 odnose na modele koji imaju krute ivične oslonce, a setovi prikazani na dijagramu 111 na

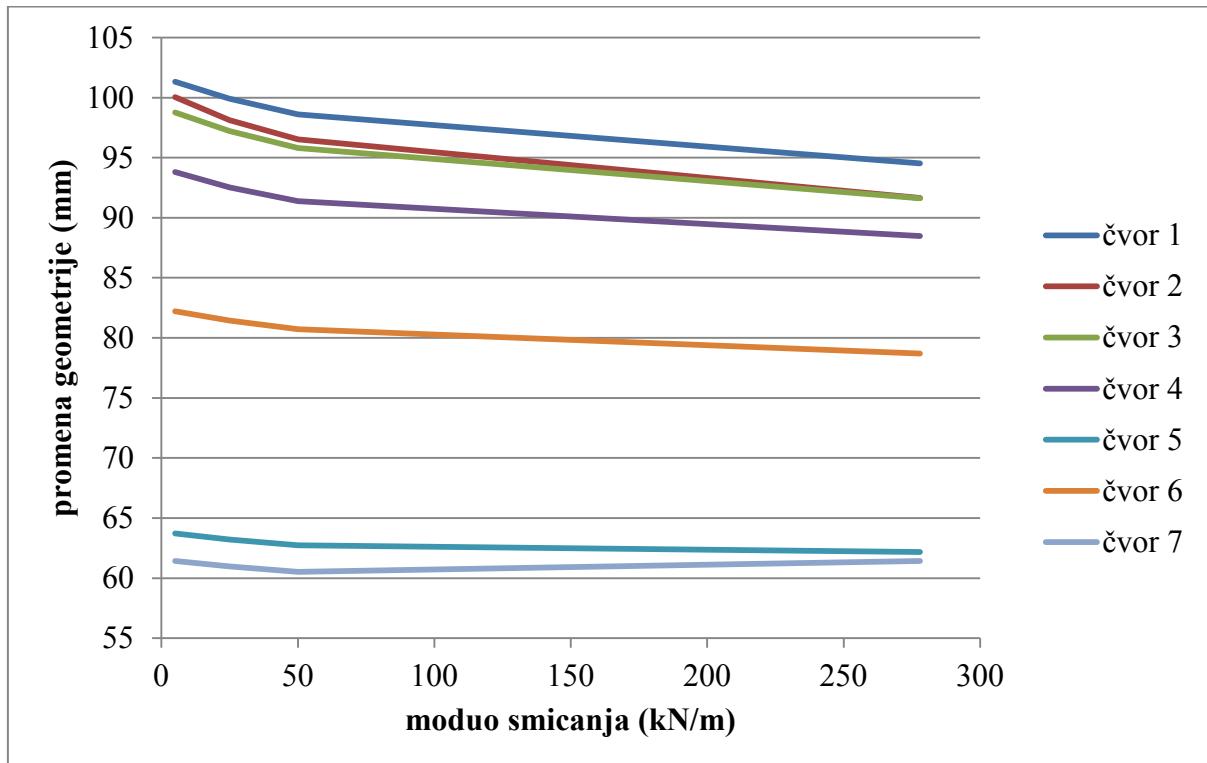
modele koji imaju fleksibilne ivične oslonce. Prikazani setovi predstavljaju karakteristične predstavnike svojih grupa setova.



111\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i pozicije dejstva sile za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=3 \text{ kN/m}$ ,  $E=100 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $O=P$ ,  $IO=F$ ,  $H=1,5 \text{ m}$

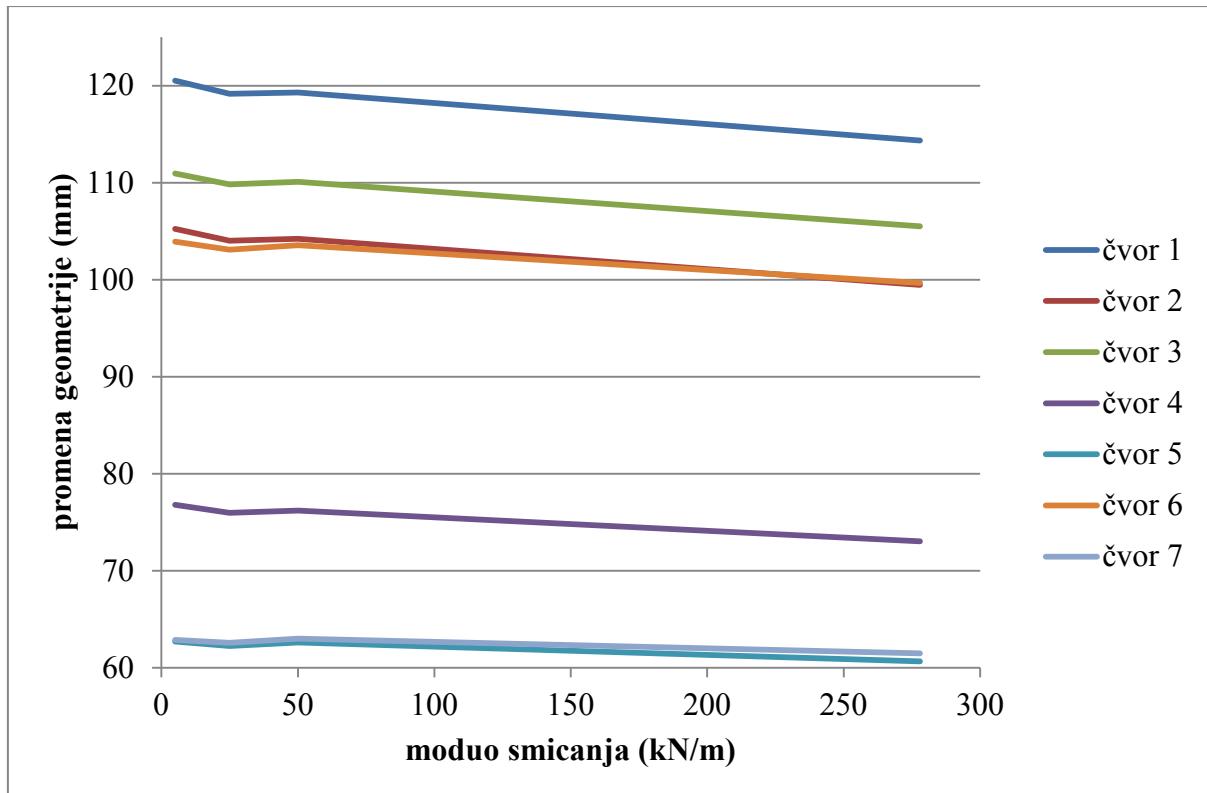
Na dijagramu 112 prikazano je sedam setova koji se međusobno razlikuju po tome što imaju različite pozicije dejstva koncentrisane sile. Razlika u odnosu na prethodna dva dijagraama je u tome što on prikazuje setove koji se odnose na modele sa diagonalnom orijentacijom membranskog materijala. Razlog zbog koga su prikazani baš ovi setovi jeste da se pokaže kako orijentacija membranskog materijala ima veliki uticaj na zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula smicanja membranskog materijala. Na osnovu rezultata prikazanih na dijagramu 112 vidi se da je uticaj variranja vrednosti modula smicanja na maksimalne promene geometrije mnogo manji pri diagonalnoj orijentaciji membranskog materijala. Efekat na promene geometrije koji se postiže maksimalnim povećanjem modula smicanja, sa vrednosti od 5 na 278 kN/m je mali. Zbog toga se variranje ovog parametra ne može preporučiti kao dobar metod za smanjivanje promena geometrije kod diagonalne orijentacije materijala. Setovi prikazani na ovom dijagramu zadovoljavaju uslov da povećanje modula smicanja dovodi do smanjenja promena geometrije, izuzev seta koji se odnosi na

dejstvo koncentrisane sile u čvoru 7. Više primera ovakvih setova koji odstupaju od postavljenog uslova dato je na sledećim dijagramima.



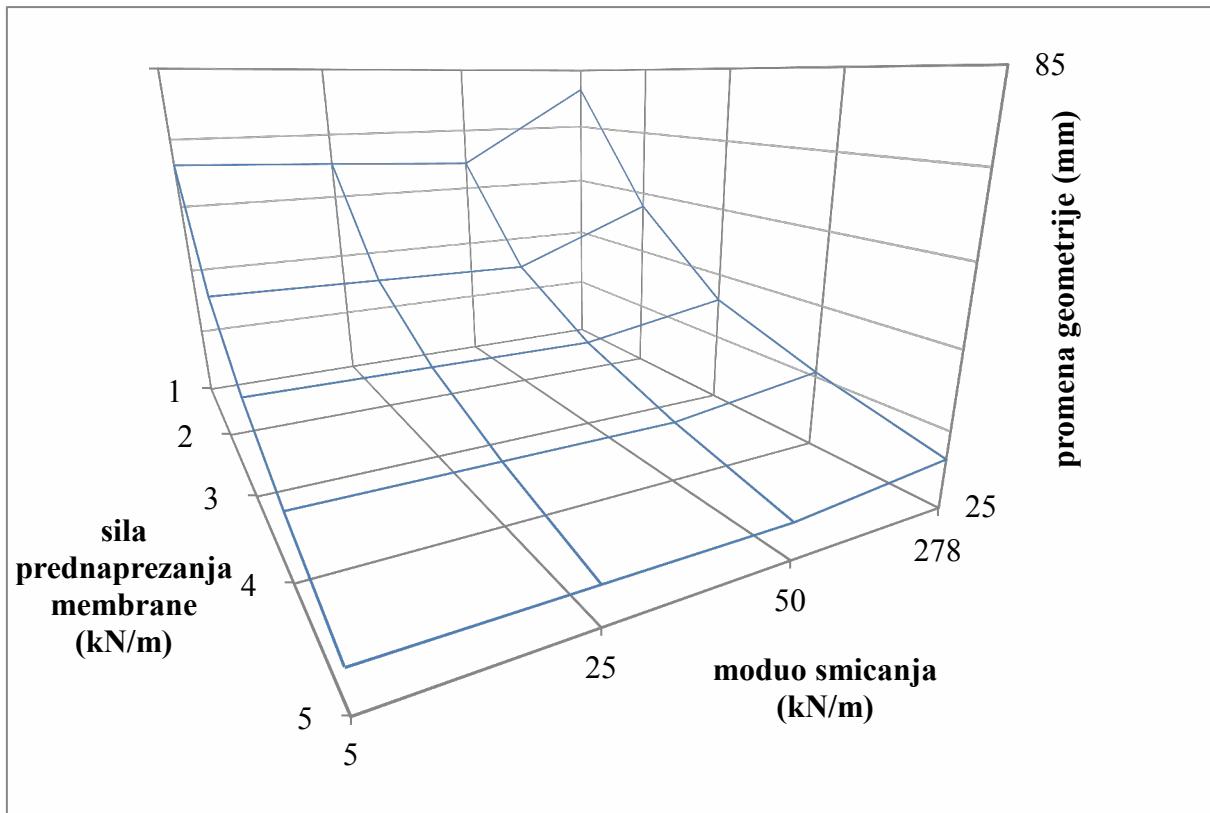
112\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i pozicije dejstva sile za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=3 \text{ kN/m}$ ,  $E=600 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=F$ ,  $H=1,5 \text{ m}$

Prilikom analize rezultata ispitivanja uticaja variranja vrednosti modula smicanja membranskog materijala na maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile pojavio se relativno veliki broj setova koji nisu odgovarali očekivanjima. Veći broj setova, među onim setovima koji predstavljaju izuzetke od postavljenog uslova, ne ispunjava zadati uslov zbog vrlo malog povećanja maksimalne promene geometrije pri povećanju modula smicanja. Primer takvih setova dat je na dijagramu 113. Na njemu je prikazano sedam setova koji se odnose na sedam pozicija dejstva koncentrisane sile. Svi odgovaraju modelima koji se međusobno razlikuju samo po vrednosti modula smicanja membranskog materijala. Ovi modeli imaju dijagonalnu orijentaciju i krute ivične oslonce, a visina im je 0,5 m, uz prednaprezanje membrane od 4 kN/m i moduo elastičnosti membranskog materijala od 300 kN/m. Kod svih setova prilikom povećanja modula smicanja sa 25 na 50 kN/m dolazi do blagog povećanja maksimalnih promena geometrije, što se može uočiti na dijagramu. Povećanja vrednosti modula smicanja sa 5 na 25 kN/m i sa 50 na 278 kN/m dovode do smanjenja promena geometrije.



113\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i pozicije dejstva sile za modele  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=4 \text{ kN/m}$ ,  $E=300 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=0,5 \text{ m}$

Osim ovih odstupanja od zadatog uslova koja se mogu smatrati minimalnim, postoje i setovi koji predstavljaju izuzetke zbog toga što su neki od njihovih članova značajno veći od svojih prethodnika. Primer ovakvih setova dat je na dijagramu 114. Na ovom dijagramu prikazana je zavisnost maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile u odnosu na vrednost modula smicanja membranskog materijala i vrednosti sila prednaprezanja membrane. Prikazani setovi vezani su za poziciju dejstva sile u čvoru 7 i modelima sa maksimalnom visinom. Na dijagramu se može videti da pri povećanju modula smicanja sa 50 na 278 kN/m dolazi do rasta maksimalnih promena geometrije. Ovaj rast naročito je izražen pri minimalnom intenzitetu sile prednaprezanja membrane i on u tom slučaju iznosi 13 mm. Na ovaj način dokazano je da vrednosti drugih parametara mogu negativno da utiču na odnos između vrednosti modula smicanja membranskog materijala i maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, odnosno da mogu da dovedu do povećanja maksimalnih promena geometrije pri povećanju vrednosti modula smicanja. Ovakav rezultat ne govori u prilog preporučivanju povećanja modula smicanja kao metode za smanjenje promena geometrije izazvanih koncentrisanom silom.



114\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane i modula smicanja membranskog materijala za modele  $P=7$ ,  $I=1$  kN,  $E=2000$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=F$ ,  $H=3,0$  m

#### 5.4.2. Zaključak

U ovom poglavlju analiziran je uticaj vrednosti modula smicanja na maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile pri varijabilnim vrednostima drugih parametara. Prva faza ovog istraživanja pokazala je da povećanje vrednosti modula smicanja dovodi do malih smanjenja maksimalnih promena geometrije. Međutim, kada je obim ispitivanja proširen i na druge vrednosti ostalih parametara, pokazalo se da ovo nije uvek tačno. Iako povećanje modula smicanja može da dovede do smanjenja maksimalnih promena geometrije, pod određenim vrednostima ostalih parametara ono može da dovede do malog, ili čak i značajnog povećanja maksimalnih promena geometrije. Zbog toga se odabir materijala sa većim modulom smicanja ne može označiti kao pouzdan metod za smanjenje maksimalnih promena geometrije. Ukoliko ispitivana konstrukcija ima paralelnu orientaciju membranskog materijala, onda je verovatnoća da će se postići željeni cilj veća, pogotovo ukoliko je intenzitet sile prednaprezanja membrane veći. Kod konstrukcija sa dijagonalnom orientacijom treba biti obazriviji budući da jedna četvrtina analiziranih podataka vezanih za modele sa dijagonalnom orientacijom nije dala očekivane rezultate.

## 5.5. Orijentacija membranskog materijala

U prvoj fazi ovog ispitivanja zaključeno je da orijentacija membranskog materijala ima uticaja na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Rezultati su pokazali da dijagonalno orijentisan materijal na nultom modelu daje manje maksimalne promene geometrije u odnosu na paralelno orijentisan materijal. Zadatak druge faze ovog istraživanja je da utvrdi da li ovaj zaključak važi uvek bez obzira na vrednosti ostalih parametara.

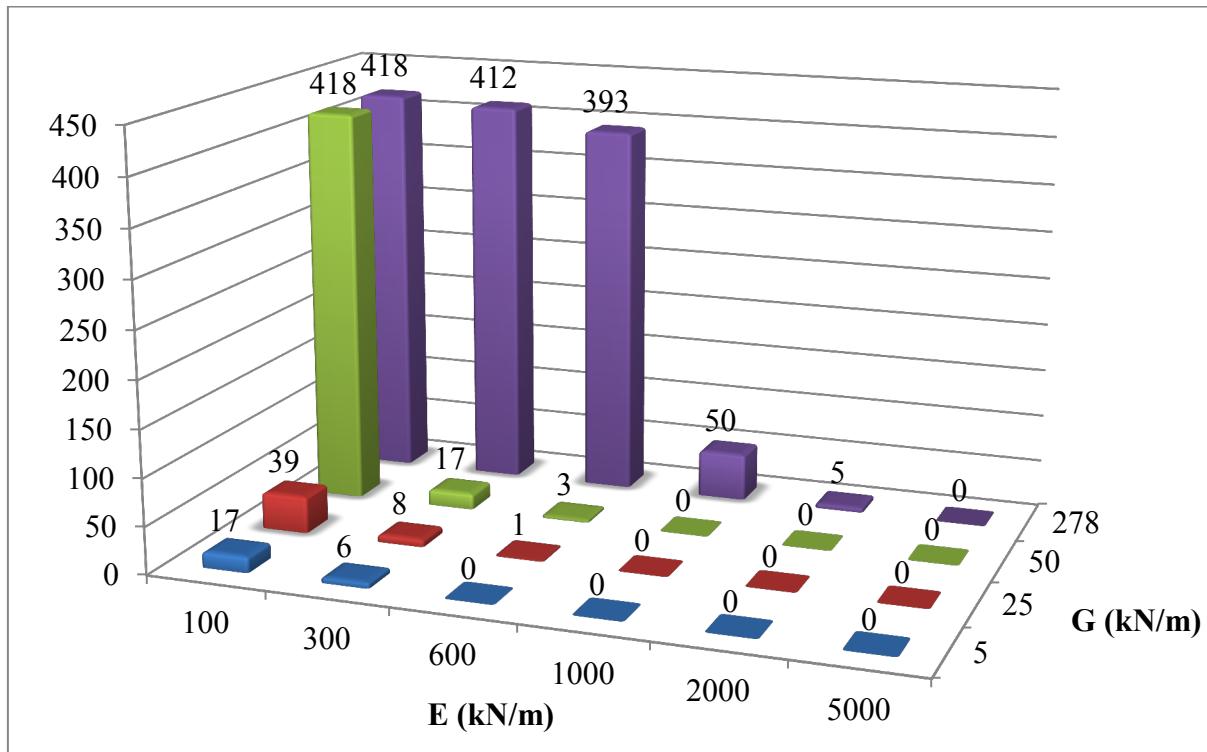
U drugoj fazi istraživanja ispitano je 20160 različitih slučajeva opterećenja na modelima različitih karakteristika. Polovina ovih slučajeva opterećenja analizirana je na modelima sa dijagonalnom orijentacijom membranskog materijala, a druga polovina na modelima sa paralelnom orijentacijom. Svaki slučaj opterećenja na dijagonalno orijentisanom materijalu ima odgovarajući slučaj opterećenja na paralelno orijentisanom materijalu. Jedan ovakav par ima potpuno iste sve parametre, osim orijentacije materijala. Zbog toga je moguće uporediti vrednosti maksimalnih pomeranja svakog od parova i utvrditi kako orijentacija membranskog materijala utiče na veličinu maksimalnih promena geometrije, odnosno koja od dve orijentacije za posledicu ima manje promene geometrije.

### 5.5.1. Rezultati i diskusija

Postoji ukupno 10080 analiziranih parova u ovom delu istraživanja. Od njih su 8293 para pokazala da dijagonalna orijentacija uzrokuje manje maksimalne promene geometrije, a 1787 parova da paralelna orijentacija rezultuje manjim maksimalnim promenama geometrije. Dalje ispitivanje bilo je usmereno ka otkrivanju uzroka zbog kojih se u 18% parova kod paralelne orijentacije javljaju manje maksimalne promene geometrije nego kod dijagonalne orijentacije. Odgovor na ovo pitanje nađen je u vrednostima ostalih ispitivanih parametara, jer se pokazalo da one imaju veliki i jasan uticaj na to koja će orijentacija dati veće maksimalne promene geometrije.

Na dijagramu 115 prikazana je zavisnost broja parova od modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala, za parove kod kojih je paralelna orijentacija imala manje maksimalne promene geometrije. Lako je uočljivo da veliki moduo smicanja i mali moduo membranskog materijala izrazito pogoduju pojavi manjih maksimalnih promena geometrije pri paralelnoj orijentaciji materijala. Pri manjim vrednostima modula smicanja javlja se mnogo manje slučajeva kada je paralelna orijentacija povoljnija, dok pri najvećoj vrednosti modula elastičnosti ovakvih slučajeva i nema. Na osnovu prikazanih rezultata možemo

zaključiti da vrednosti modula elastičnosti i modula smicanja imaju veliku ulogu u određivanju pri kojoj od dve orijentacije materijala će se javiti manje promene geometrije.

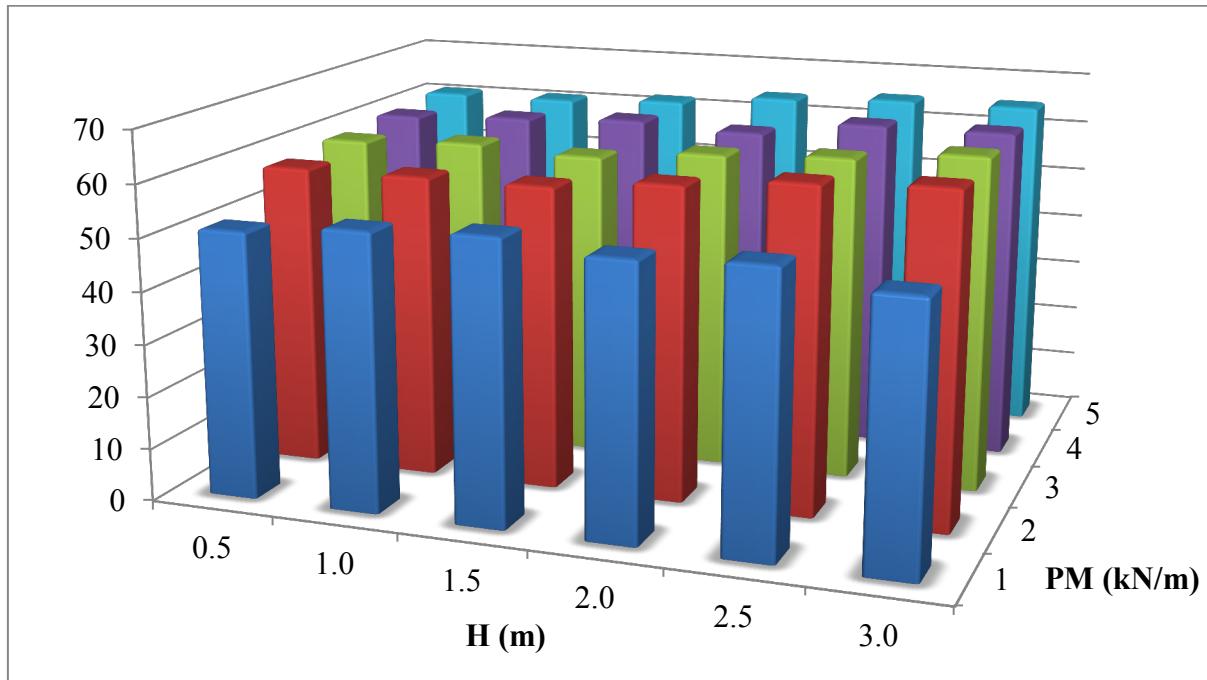


115\* – Broj parova u kojima paralelna orijentacija materijala daje manje maksimalne promene geometrije u odnosu na moduo elastičnosti i moduo smicanja membranskog materijala

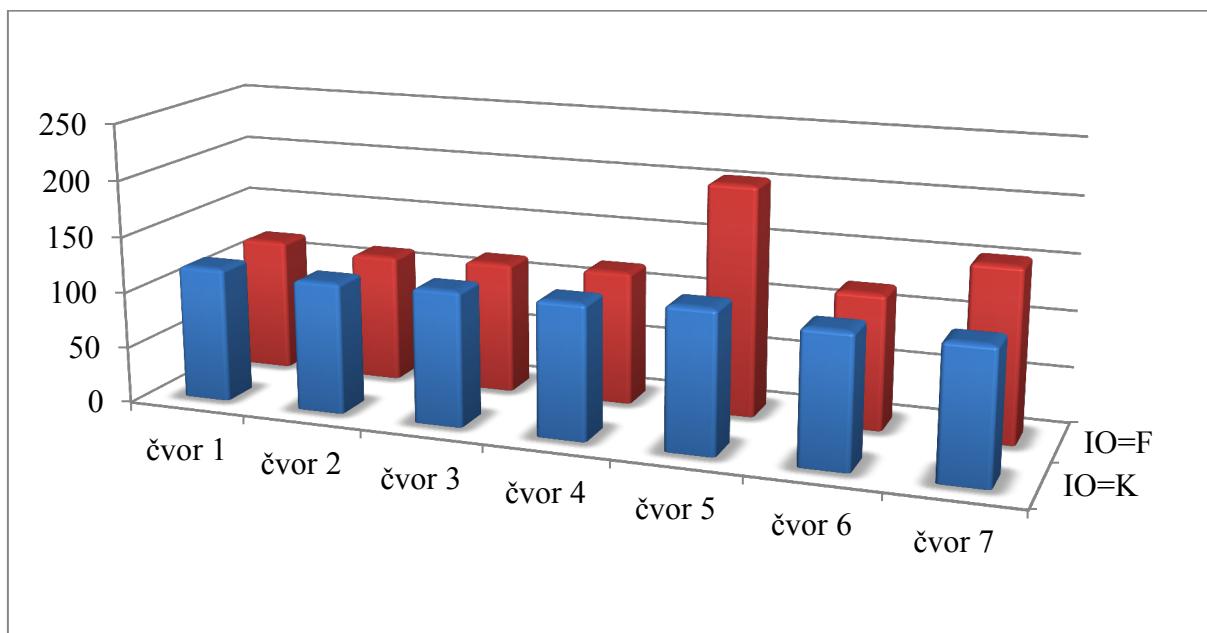
Na dijagramu 116 prikazana je zavisnost broja parova od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane, za parove kod kojih su maksimalne promene geometrije manje pri paralelnoj orijentaciji materijala. Kao što se na dijagramu može uočiti, ne postoji velike razlike u broju parova bez obzira na vrednost intenziteta sile prednaprezanja membrane niti visinu modela. Nešto manje parova kod kojih je paralelna orijentacija povoljnija prisutno je pri intenzitetu sile prednaprezanja membrane od 1 kN/m. Na osnovu ovoga možemo da zaključimo da parametar visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane nemaju veliki uticaj na to da li će se manje maksimalne promene geometrije pojaviti pri dijagonalnoj ili paralelnoj orijentaciji membranskog materijala.

Dijagram 117 prikazuje broj parova u odnosu na poziciju dejstva sile i krutost ivičnih oslonaca, za parove kod kojih je maksimalna promena geometrije manja pri paralelnoj orijentaciji. Slično kao i na prethodnom dijagramu, ne postoji velika razlika između broja ovih parova bez obzira na čvor u kome deluje koncentrisana sila i krutost ivičnih oslonaca. Izuzetak je pozicija sile u čvoru 5 koja pri fleksibilnim ivičnim osloncima ima nešto veći broj

parova u odnosu na ostale pozicije dejstva sile. Ovakvi rezultati pokazuju da pozicija dejstva sile kao ni krutost ivičnih oslonaca nemaju veliki uticaj na to koja će orijentacija materijala давати povoljnije promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile.

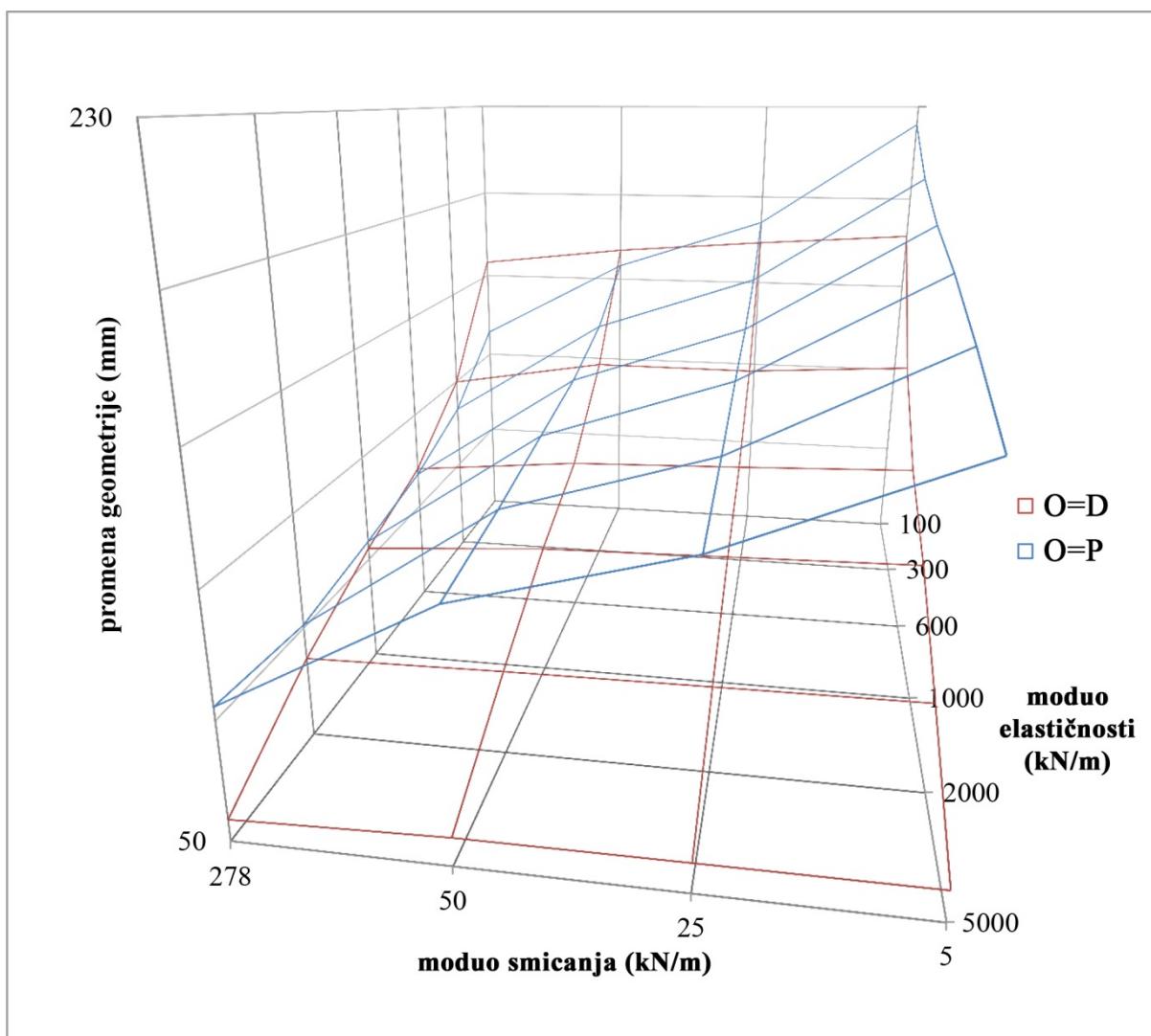


116\* – Broj parova u kojima paralelna orijentacija materijala daje manje maksimalne promene geometrije u odnosu na visinu modela i intenzitet sile prednaprezanja membrane



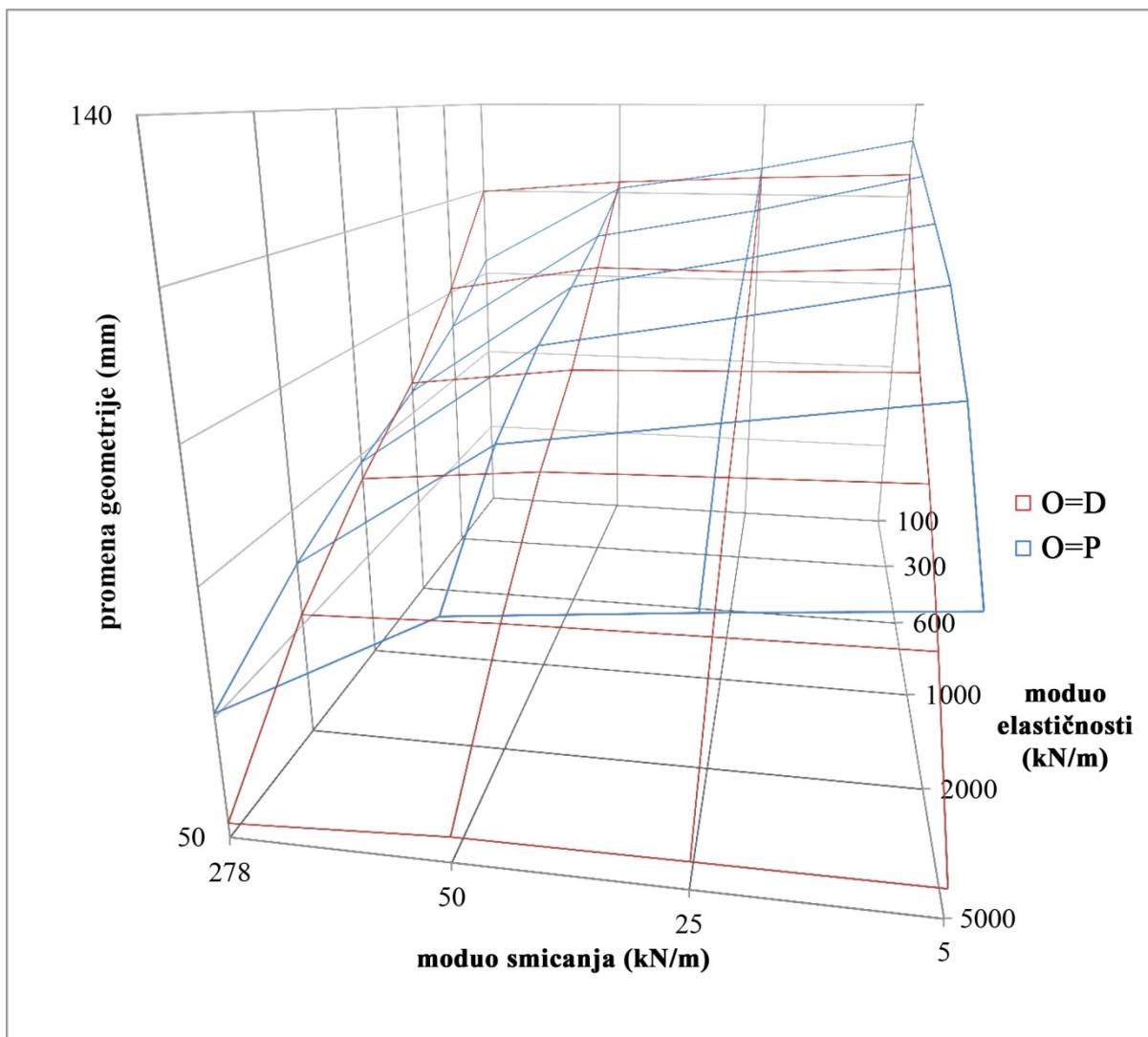
117\* – Broj parova u kojima paralelna orijentacija materijala daje manje maksimalne promene geometrije u odnosu na poziciju dejstva sile i krutost ivičnih oslonaca

Na prethodnim dijagramima prikazivan je broj modela na kojima je paralelna orijentacija imala manje maksimalne promene geometrije u odnosu sa dijagonalnu. Na dijagramu 118 prikazana je maksimalna promena geometrije u odnosu na vrednosti modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala. Dijagram prikazuje vrednosti i za dijagonalnu i za paralelnu orijentaciju i one su označene različitim bojama. Rezultati prikazani na dijagramu potvrđuju zaključke dobijene ispitivanjem broja modela koji imaju manje promene geometrije kod paralelne orijentacije. Naime, i ovde se vidi da pri najmanjoj vrednosti modula elastičnosti i najvećoj vrednosti modula smicanja paralelna orijentacija ima manje promene geometrije. Pri povećanju modula elastičnosti i smanjenju modula smicanja razlika u promenama geometrije postepeno prelazi u korist paralelne orijentacije. U većem broju slučajeva dijagonalna orijentacija daće manje promene geometrije pod koncentrisanom silom.



118\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $PM=2$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $IO=F$ ,  $H=2,0$  m

Dijagram 119 prikazuje iste odnose kao i dijagram 118, ali za modele sa drugačijim karakteristikama. Dok su na dijagramu 118 prikazani modeli sa fleksibilnim ivičnim osloncima, na dijagramu 119 prikazani su rezultati za modele sa krutim ivičnim osloncima. Takođe, i visina modela i intenzitet sile prednaprezanja membrane se razlikuju kod modela prikazanih na jednom i drugom dijagramu, jer je visina na prvom dijagramu 2,0 m a na drugom 4,0 m. Intenzitet sile prednaprezanja membrane je kod prvog dijagrama 2 kN/m, a kod drugog 4 kN/m. Ipak, rezultati i kod jednog i kod drugog pokazuju vrlo slično ponašanje. Dijagram 119 upravo je dat sa ciljem da pokaže kako, osim modula elastičnosti i modula smicanja, i drugi parametri imaju uticaj na veličinu maksimalnih promena geometrije, ali nemaju bitan uticaj na međusoban odnos između maksimalnih promena geometrije kod paralelne i diagonalne orientacije materijala.



119\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $PM=4$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $IO=K$ ,  $H=1,0$  m

### 5.5.2. Zaključak

Proširivanje obima istraživanja u drugoj fazi, u odnosu na prvu fazu istraživanja, otkrilo je uticaj ostalih parametara na maksimalne promene geometrije pri različitim orijentacijama membranskog materijala. Zaključeno je da u većini slučajeva dijagonalna orijentacija daje povoljnije promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. U slučajevima kada moduo elastičnosti membranskog materijala ima male vrednosti, a moduo smicanja velike, paralelna orijentacija će najverovatnije imati manje maksimalne promene geometrije. Ovaj zaključak može da bude od koristi projektantima membranskih konstrukcija jer se promenom orijentacije materijala može uticati na strukturalni odgovor konstrukcije na dejstvo koncentrisane sile. Promena orijentacije materijala ima relativno ograničen uticaj na promene geometrije, a uz to utiče i na promenu vizuelnih karakteristika konstrukcije. Sa druge strane, povoljno je to što promena orijentacije materijala ne iziskuje nikakva dodatna materijalna sredstva, pa je zato preporučljiva kao jedna od mogućnosti za eventualno smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.

## 5.6. Krutost ivičnih oslonaca

U prvoj fazi ovog istraživanja ispitivano je kako intenzitet sile prednaprezanja fleksibilnih ivičnih oslonaca utiče na maksimalne promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Zaključeno je da su pri optimalnim vrednostima intenziteta sile prednaprezanja kablova maksimalne promene geometrije uglavnom veće nego ukoliko se koriste kruti ivični oslonci. U ovom delu istraživanja ispitano je koja od dve analizirane krutosti ivičnih oslonaca daje manje promene geometrije pri varijabilnim vrednostima drugih parametara.

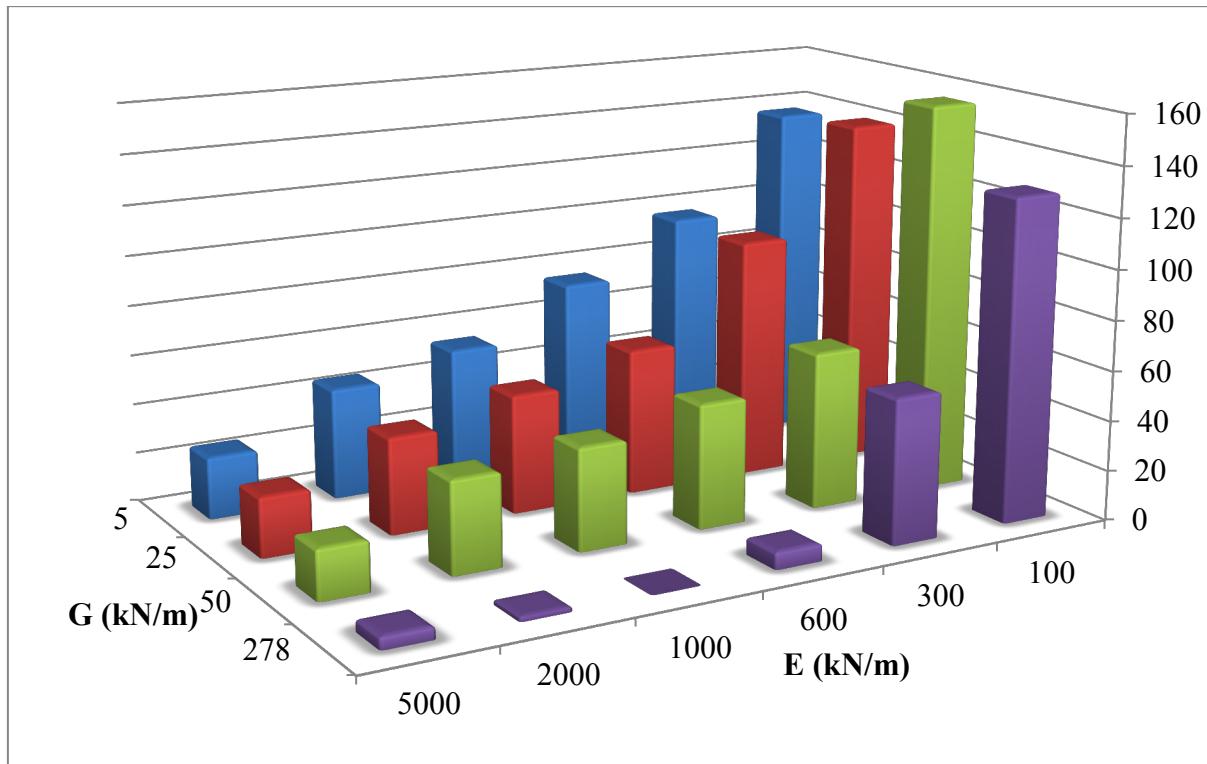
Slično kao i kod orijentacije membranskog materijala, i ovde postoje samo dve analizirane mogućnosti. Jedna je da su ivični oslonci fleksibilni i prednapregnuti silom čija vrednost intenziteta stoji u odnosu 10:1 sa vrednošću intenziteta sile prednaprezanja membrane, a druga da su ivični oslonci kruti. Od 20160 analiziranih slučajeva opterećenja, po 10080 pripada jednoj i drugoj mogućnosti. Zbog toga je formirano 10080 parova gde svakom od njih pripada jedan slučaj opterećenja u kome su korišćeni fleksibilni ivični oslonci, i jedan u kome su korišćeni kruti ivični oslonci. Svi drugi parametri kod jednog para su identični. Vrednosti članova u paru iskazuju veličinu maksimalne promene geometrije u tim slučajevima opterećenja. Ovakim pristupom olakšano je upoređivanje uticaja krutosti ivičnih oslonaca na promene geometrije i zaključivanje koja od dve analizirane mogućnosti proizvodi manje promene geometrije.

### 5.6.1. Rezultati i diskusija

Od 10080 analiziranih parova, kod 1408 je uočeno da korišćenje fleksibilnih ivičnih oslonaca izaziva manje promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. To predstavlja 14% od broja analiziranih parova. Na osnovu toga očigledno je da je u većem broju slučajeva korišćenje krutih ivičnih oslonaca povoljnije. Dalja analiza sprovedena je sa ciljem da se utvrdi pri kojim vrednostima drugih parametara se dešavaju slučajevi opterećenja gde fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na krute ivične oslonce. Zbog toga je broj ovih slučajeva uporedjen sa vrednostima drugih parametara kako bi se utvrdilo gde postoji najveća učestalost njihovog pojavljivanja.

Dijagram 120 prikazuje broj parova, u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije, prema vrednostima modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala. Na osnovu prikazanih rezultata moguće je uočiti trendove pojavljivanja ovakvih slučajeva. Ukoliko se povećava moduo elastičnosti uglavnom dolazi do opadanja broja parova u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene

geometrije. Takođe, ukoliko se povećava moduo smicanja uglavnom dolazi do opadanja broja parova kod kojih je povoljnije koristiti fleksibilne ivične oslonce. Dakle, veća verovatnoća da će fleksibilni ivični oslonci izazivati povoljnije maksimalne promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile je pri manjim vrednostima modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala.

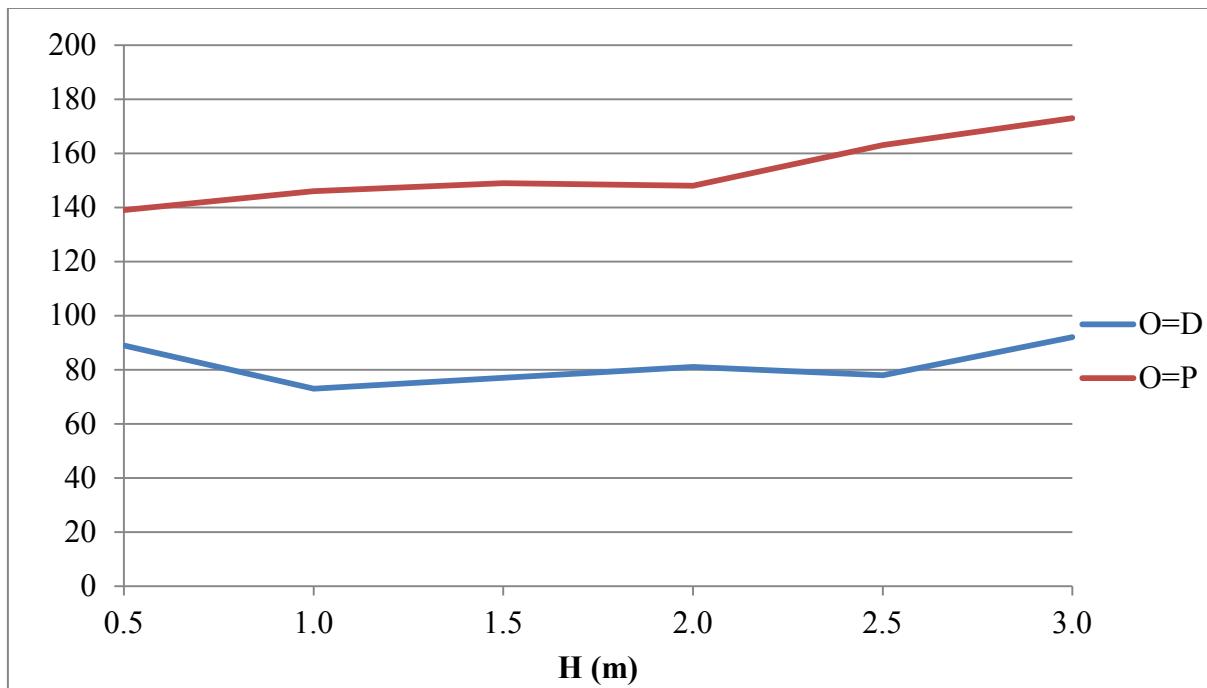


120\* – Broj parova u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na moduo elastičnosti i moduo smicanja membranskog materijala

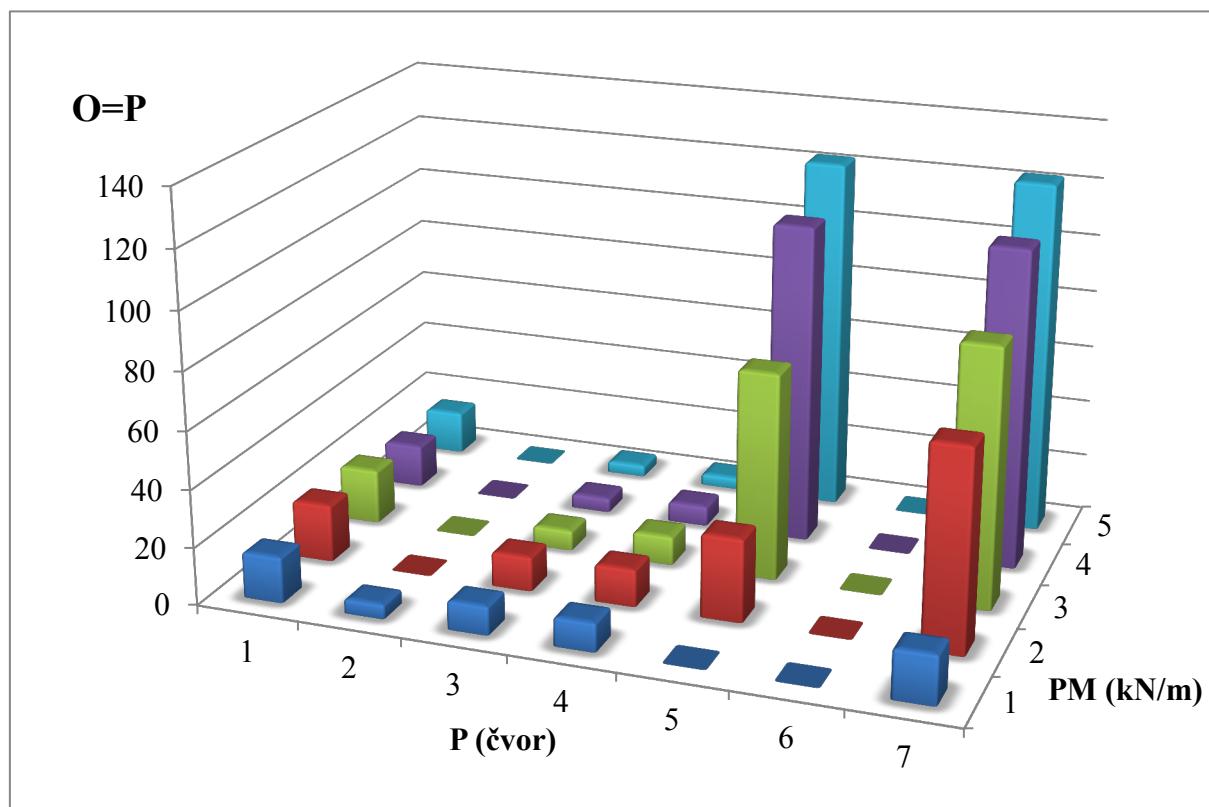
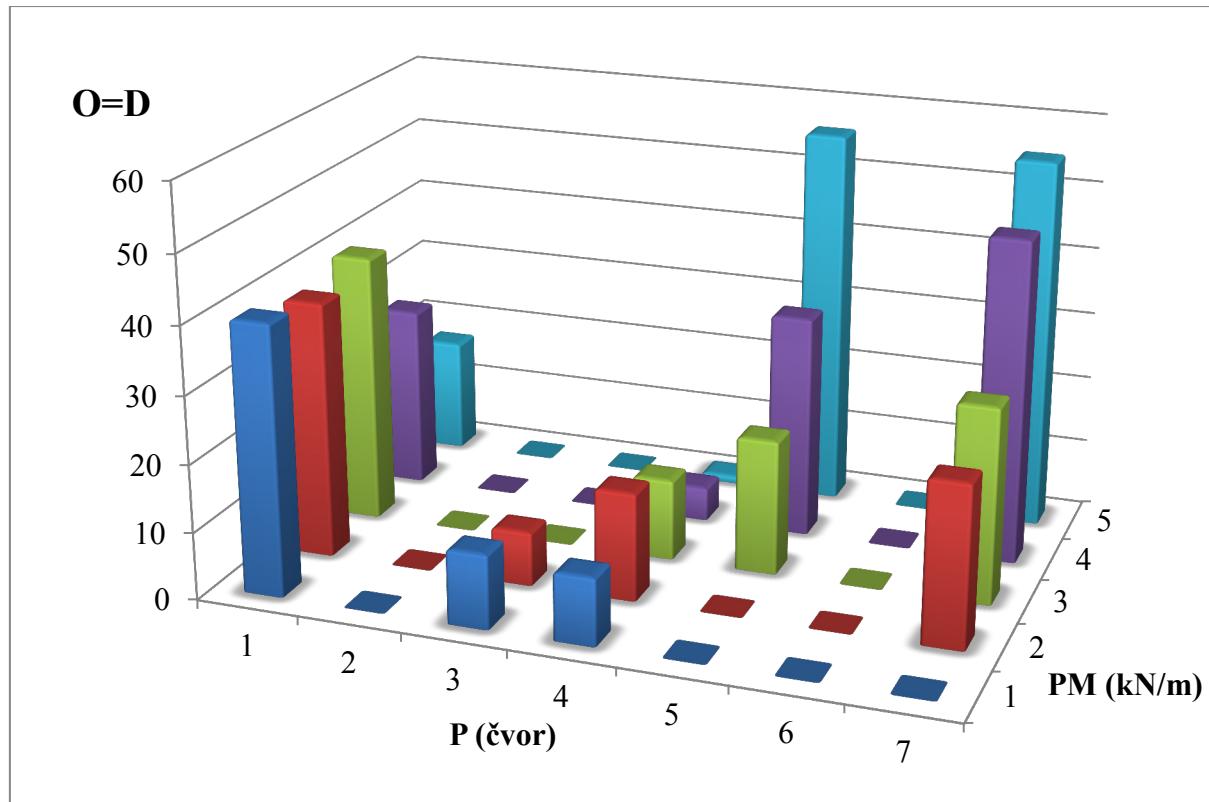
Dijagram 121 prikazuje broj parova u odnosu na visinu modela i orijentaciju membranskog materijala, za parove kod kojih fleksibilni ivični oslonci imaju manje maksimalne promene geometrije. Prikazani rezultati govore o tome da kod paralelne orijentacije membranskog materijala postoji više ovakvih parova nego kod dijagonalne orijentacije. Drugi zaključak koji proističe iz rezultata prikazanih na ovom dijagramu je da pojava parova sa manjim promenama geometrije pri fleksibilnim ivičnim osloncima ne zavisi bitno od visine modela, jer je broj ovakvih parova relativno konstantan pri povećanju visine modela, uz blagi porast kod modela sa paralelno orijentisanim materijalom.

Dijagram 122 sastoji se iz dva dela koji prikazuju odnos broja modela, pozicije dejstva koncentrisane sile i vrednosti intenziteta prednaprezanja membrane. Ovi delovi se međusobno razlikuju po tome što su na prvom delu prikazani rezultati vezani za dijagonalnu,

a na drugom za paralelnu orijentaciju membranskog materijala. Prvi zaključak koji se može dobiti na osnovu rezultata prikazanih na ovom dijagramu govori o velikom uticaju pozicije dejstva koncentrisane sile na pojavu manjih maksimalnih promena geometrije kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima. Naime, dok se pri poziciji dejstva koncentrisane sile u čvorovima 5 i 7 javlja najveći broj ovakvih slučajeva, a manji pri poziciji u čvoru 1, kod pozicije dejstva sile u čvoru 6 ne postoji ni jedan navedeni slučaj. Za poziciju dejstva sile u čvoru 2 zabeleženo je samo pet slučajeva i to pri paralelnoj orijentaciji materijala i minimalnoj vrednosti sile prednaprezanja membrane. Osim pozicije dejstva sile i intenzitet prednaprezanja membrane ima uticaja na pojavu slučajeva opterećenja kod kojih je u pogledu promene geometrije korišćenje fleksibilnih ivičnih oslonaca povoljnije od krutih. Međutim, interesantan je uticaj intenziteta sile prednaprezanja u odnosu na poziciju dejstva koncentrisane sile. Dok pri dejstvu sile u čvoru 1 povećanje intenziteta prednaprezanja membrane utiče na smanjenje broja posmatranih parova, pri dejstvu sile u čvorovima 5 i 7 ista promena sile prednaprezanja dovodi do suprotnog dejstva, odnosno opadanja broja parova. Ovo važi i pri dijagonalnoj i pri paralelnoj orijentaciji membranskog materijala. To praktično znači da se pri promeni intenziteta sile prednaprezanja membrane verovatnoća pojavljivanja manjih promena geometrije pri fleksibilnim ivičnim osloncima u nekim pozicijama dejstva koncentrisane sile povećava, a u drugim smanjuje.

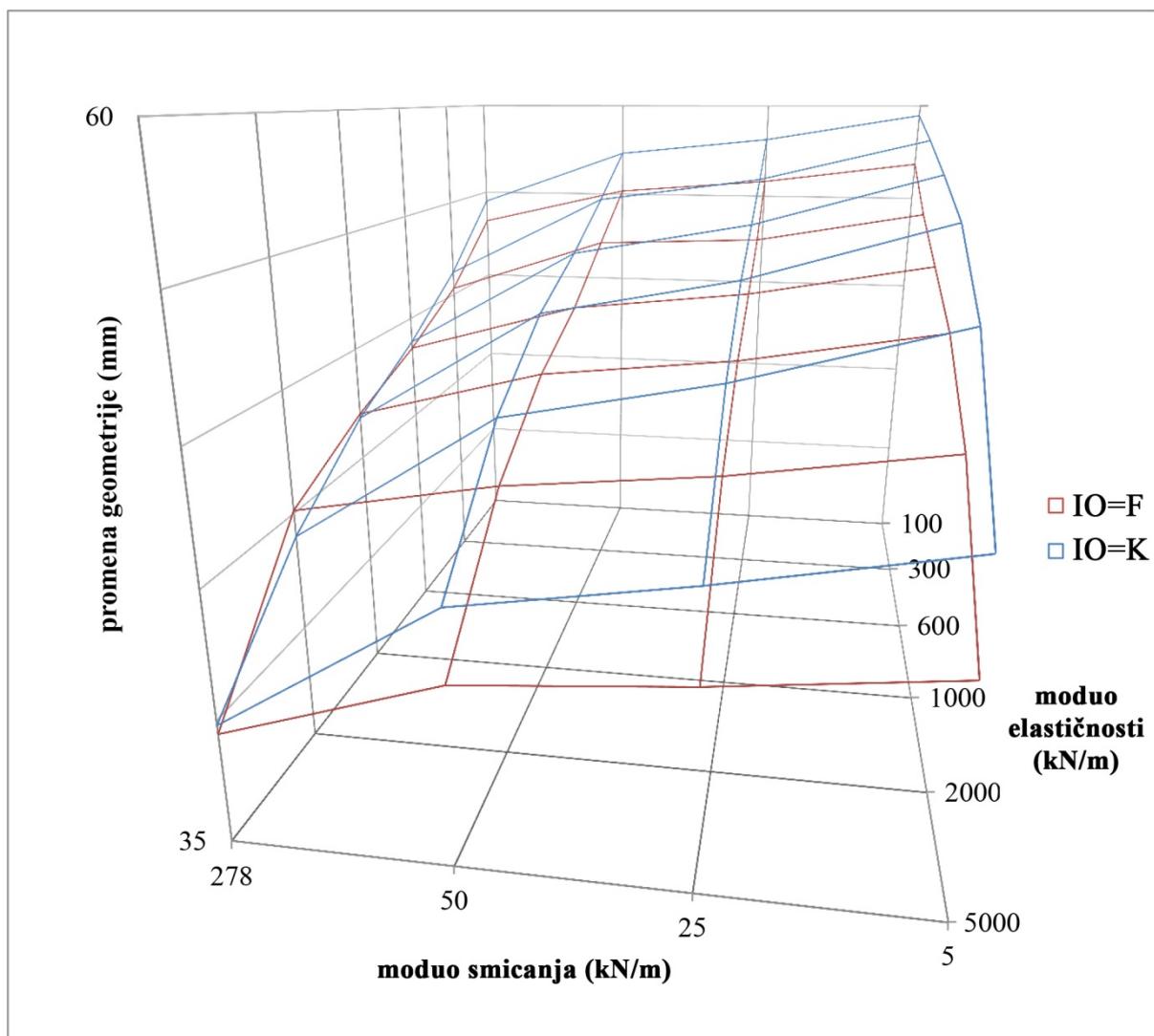


121\* – Broj parova u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na visinu modela i orijentaciju membranskog materijala



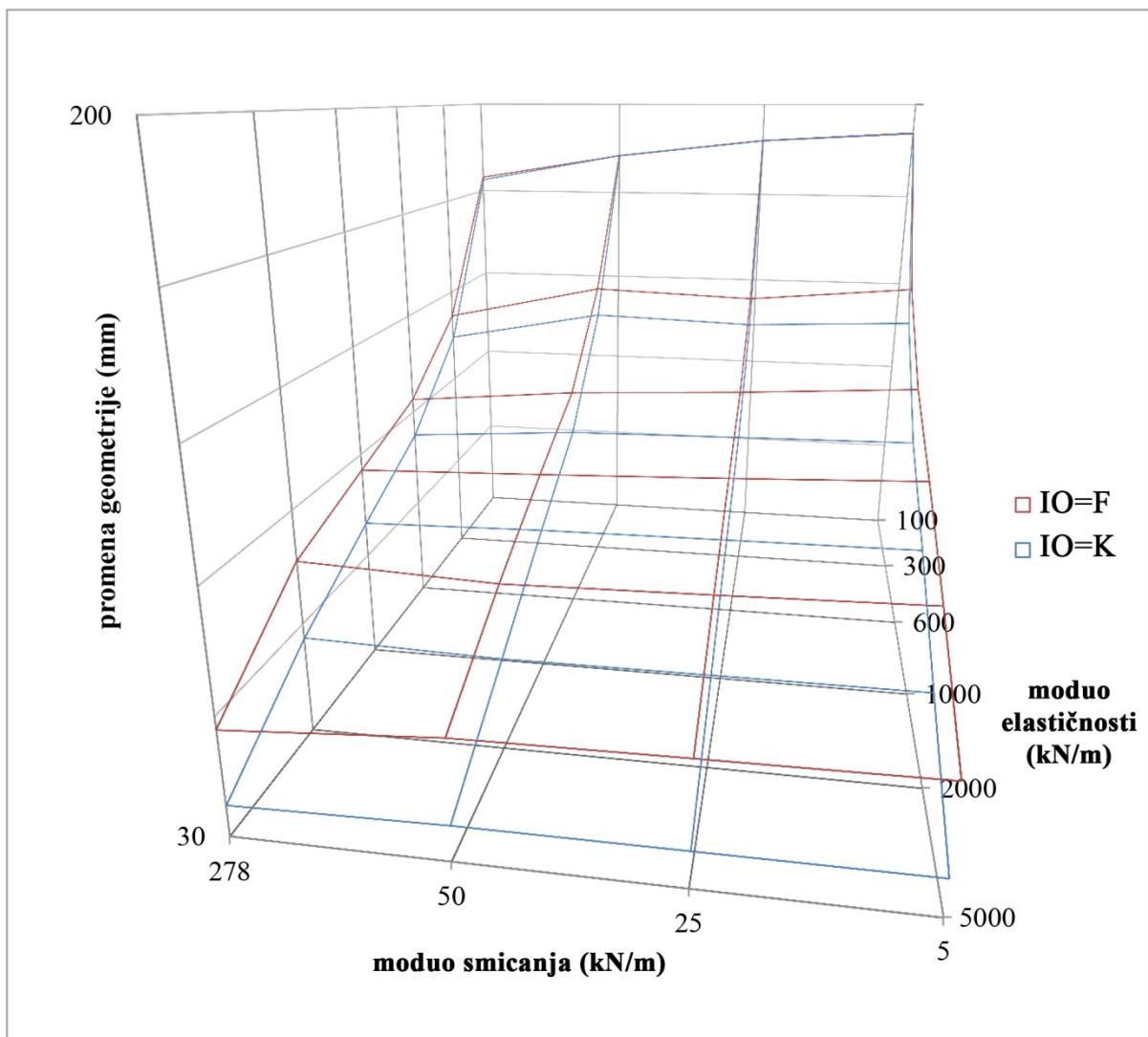
122\* – Broj parova u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na poziciju dejstva sile, intenzitet prednaprezanja membrane i orientaciju membranskog materijala

Na dijagramu 123 prikazane su promene geometrije za modele sa krutim i fleksibilnim ivičnim osloncima u odnosu na vrednosti modula elastičnosti i modula smicanja pri fiksним vrednostima ostalih parametara. Većina prikazanih parova je takva da su maksimalne promene geometrije kod fleksibilnih ivičnih oslonaca manje u odnosu na krute ivične oslonce. Ovo je očekivano jer su odabране vrednosti parametara koje pogoduju pojavi ovakvih parova. Prikazani su rezultati za poziciju dejstva sile u čvoru 7, pri visini modela od 0,5 m, paralelnoj orientaciji membranskog materijala i maksimalnom intenzitetu prednaprezanja membrane, odnosno za one vrednosti parametara za koje je ranije zaključeno da imaju najveću verovatnoću da izazovu manje maksimalne promene geometrije pri fleksibilnim ivičnim osloncima.



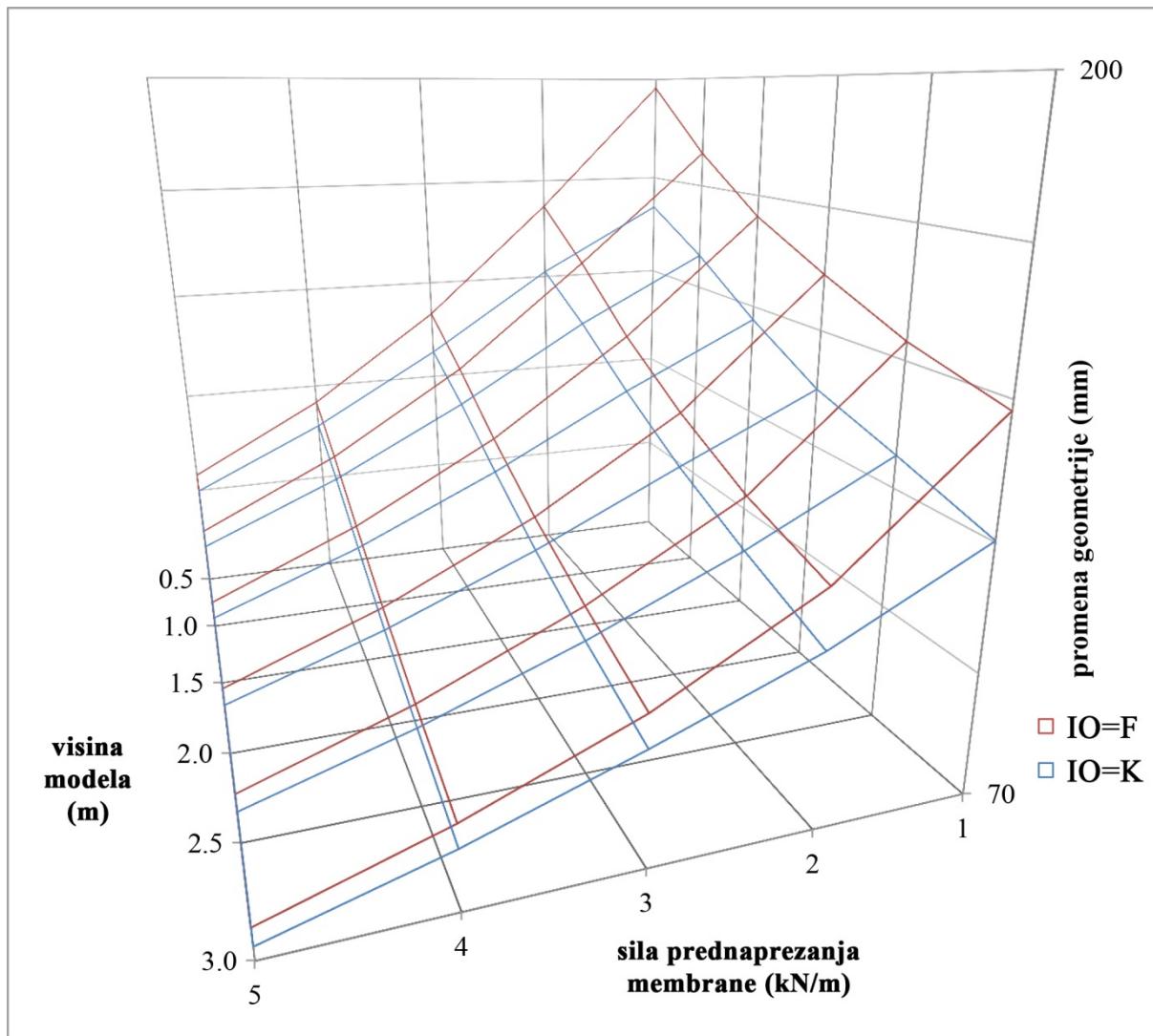
123\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala za modele  $P=7$ ,  $I=1$  kN,  $PM=5$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=P$ ,  $H=0,5$  m

Dijagram 124 prikazuje iste odnose kao i prethodni dijagram, ali za drugačije fiksne vrednosti ostalih parametara. Sada su vrednosti ostalih parametara odabrane tako da pogoduju pojavi manjih maksimalnih promena geometrije pri krutim ivičnim osloncima. Zato je za poziciju dejstva sile uzet čvor 4, visina modela je 2,5 m, orientacija materijala je dijagonalna, a intenzitet prednaprezanja membrane je 1 kN/m. Na dijagramu se vidi da za sve analizirane vrednosti modula elastičnosti i modula smicanja kruti ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u poređenju sa fleksibilnim. Razlike između dve analizirane krutosti ivičnih oslonaca se smanjuju sa smanjenjem modula elastičnosti, tako da su pri minimalnim modulima elastičnosti i ove razlike minimalne.



124\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala za modele  $P=4$ ,  $I=1$  kN,  $PM=1$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $H=2,5$  m

Dijagram 125 prikazuje zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane pri krutim i fleksibilnim ivičnim osloncima za fiksne vrednosti ostalih parametara. U svim parovima koji se vide na ovom dijagramu kruti ivični oslonci imaju manje maksimalne promene geometrije. Razlika u maksimalnim promenama geometrije između krutih i fleksibilnih ivičnih oslonaca varira pre svega u zavisnosti od intenziteta sile prednaprezanja, ali i od visine modela.



125\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $E=1000 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=50 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$

### 5.6.2. Zaključak

U većini analiziranih slučajeva, tačnije u 86% slučajeva, kruti ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na fleksibilne ivične oslonce prednapregnute definisanim silom, a pri dejstvu koncentrisane sile na konstrukciju. Na osnovu toga se može

preporučiti upotreba krutih ivičnih oslonaca u situacijama kada je potrebno imati minimalne promene geometrije. Korišćenje krutih ivičnih oslonaca, međutim, ima i svoje negativne aspekte koji su već pomenuti, a među kojima su najvažniji estetski i finansijski. Zbog toga treba pažljivo odvagati da li je u konkretnoj situaciji dominantan konstruktivni ili neki drugi aspekt, i u skladu sa tim izabrati adekvatne ivične oslonce za svaku membransku konstrukciju.

## 5.7. Geometrija oslonaca

U prvoj fazi ovog istraživanja ispitivano je kako variranje visine modela utiče na promenu geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Zaključeno je da povećanje visine uzrokuje smanjenje maksimalnih promena geometrije. Zadatak ovog dela istraživanja jeste da utvrdi da li navedeni zaključak važi bez obzira na vrednosti drugih ispitivanih parametara.

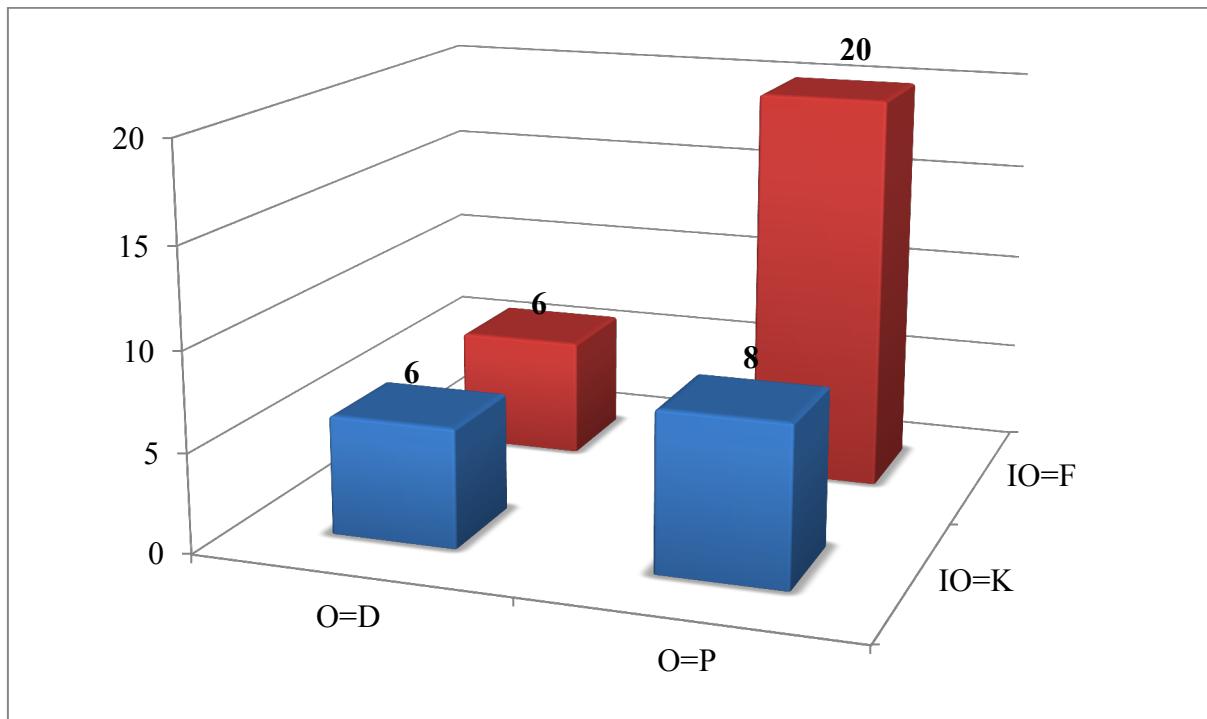
Ispitivano je 6 različitih visina za svaki model, pa je zbog toga od 20160 slučajeva opterećenja formirano 3360 setova sa po 6 članova. Svaki član odgovara jednoj visini modela, pri čemu prvi član odgovara najmanjoj visini modela, a poslednji najvećoj. Vrednost svih ostalih parametara u jednom setu je konstantna. Vrednost člana niza pokazuje veličinu maksimalne promene geometrije za odgovarajuće parametre. Provera je vršena tako što su članovi seta međusobno upoređivani i ukoliko je svaki manji od prethodnog onda set potvrđuje zaključak da se sa povećanjem visine smanjuju maksimalne promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. U suprotnom, set opovrgava taj zaključak i smatra se izuzetkom.

### 5.7.1. Rezultati i diskusija

Analiza dobijenih rezultata pokazala je da postoji 40 setova kod kojih se ne smanjuju vrednosti narednih članova u setu. Kako je ovo samo 1% od ukupnog broja setova, oni se zaista mogu smatrati izuzecima. Kod modela sa krutim ivičnim osloncima javilo se 14 setova koji su izuzeci, a kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima 26. Pri dijagonalnoj orijentaciji membranskog materijala postoji 12 izuzetaka, a pri paralelnoj 28. Raspored broja setova koji su izuzeci u odnosu na orijentaciju materijala i krutost ivičnih oslonaca dat je na dijagramu 126. Primetno je da je najveći broj izuzetaka prisutan kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima i paralelnom orijentacijom membranskog materijala.

Dijagram 127 prikazuje broj setova kod kojih se ne smanjuju vrednosti uzastopnih članova, u odnosu na poziciju dejstva sile, intenzitet sile prednaprezanja membrane, moduo elastičnosti i moduo smicanja membranskog materijala. Radi bolje preglednosti rezultati su razvrstani prema krutosti ivičnih oslonaca i pravcu orijentacije membranskog materijala, i u skladu sa tim obojeni različitim bojama. Rezultati prikazani na ovom dijagramu pokazuju da je najveći broj setova koji su izuzeci pri dejstvu koncentrisane sile u čvoru 1. Sledе pozicije u čvorovima 5 i 7, dok ostale pozicije imaju manji broj izuzetaka. Intenzitet sile prednaprezanja membrane ima važnu ulogu u raspodeli broja setova koji odstupaju od ranije postavljenog zaključka. Pri intenzitetu sile prednaprezanja od 4 i 5 kN/m nema ovakvih setova. Sa

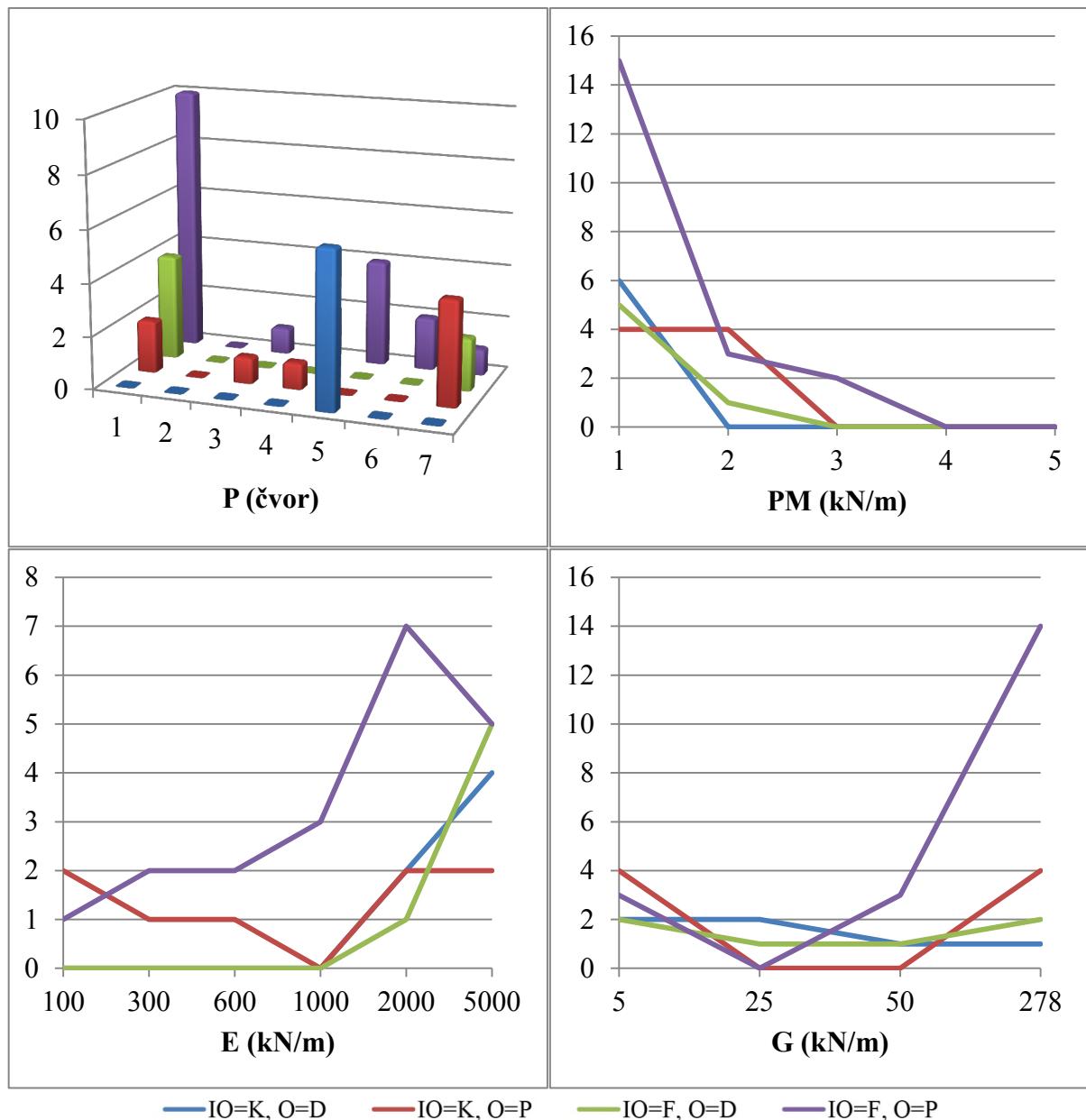
smanjenjem intenziteta sile broj setova se povećava, tako da njih ima najviše pri intenzitetu sile od 1 kN/m. Promena vrednosti modula elastičnosti membranskog materijala nema jednoobrazan uticaj na učestalost broja izuzetaka. Tako povećanje modula elastičnosti uglavnom dovodi do povećanja broja izuzetaka, izuzev kod modela sa krutim ivičnim osloncima i paralelnom orijentacijom materijala, i vrednosti od 5000 kN/m kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima i paralelnom orijentacijom materijala. Moduo smicanja membranskog materijala takođe nema potpuno jednoobrazan uticaj na raspored broja izuzetaka, ali se može primetiti da je njih najviše pri maksimalnoj vrednosti modula smicanja.



126\* – Broj setova u kojima povećanje visine modela ne dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije u odnosu na orijentaciju membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca

Na dijagramu 128 prikazano je 6 setova. Ovi setovi prikazuju maksimalne promene geometrije u odnosu na visinu modela, za poziciju dejstva sile u čvoru 5. Setovi se međusobno razlikuju po vrednosti modula elastičnosti membranskog materijala, dok su im ostali parametri isti. Prva 4 seta, sa vrednostima modula elastičnosti od 100 do 1000 kN/m imaju članove kod kojih je svaki manji od prethodnog. Međutim, setovi koji imaju vrednosti modula elastičnosti 2000 i 5000 kN/m nemaju smanjenje maksimalnih promena geometrije za svako povećanje visine modela. I kod jednog i kod drugog seta pri povećanju visine sa 0,5 na 1,0 m dolazi do blagog povećanja maksimalnih promena geometrije. Za sva ostala povećanja visine dolazi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pod dejstvom

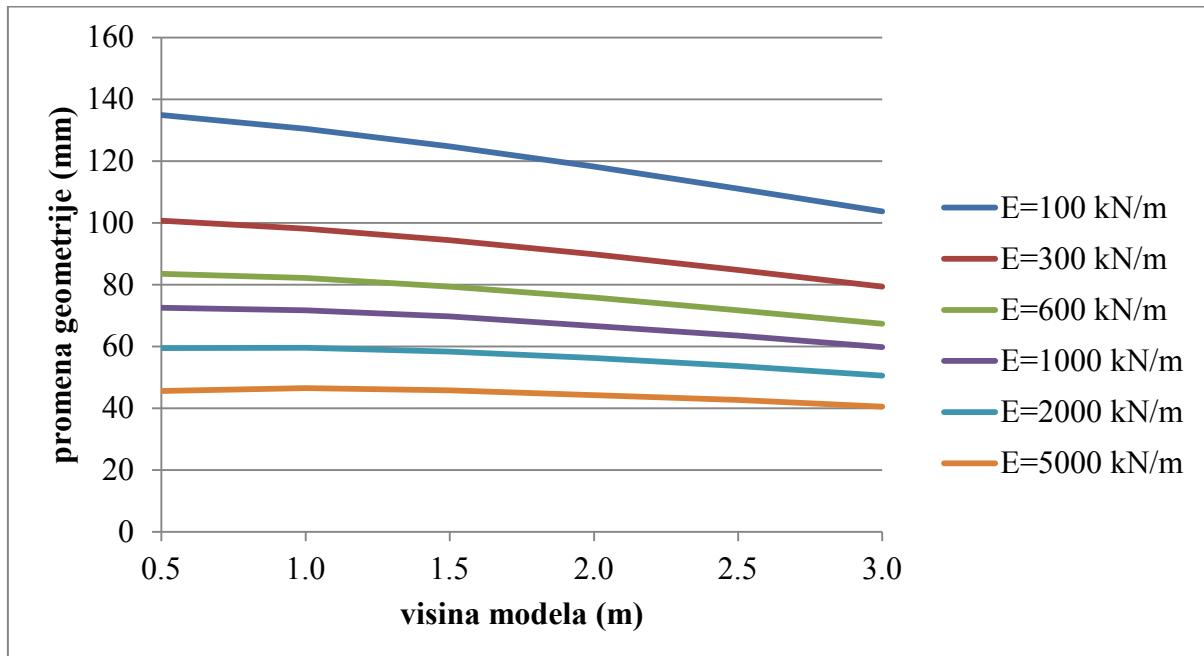
koncentrisane sile. Ova dva seta dakle predstavljaju izuzetke od postavljenog pravila. Proverom je utvrđeno da uočena povećanja nisu velika i iznose 1 mm ili manje, ali ona svejedno predstavljaju odstupanja. I kod ostalih setova koji su izuzeci odstupanja takođe nisu velika.



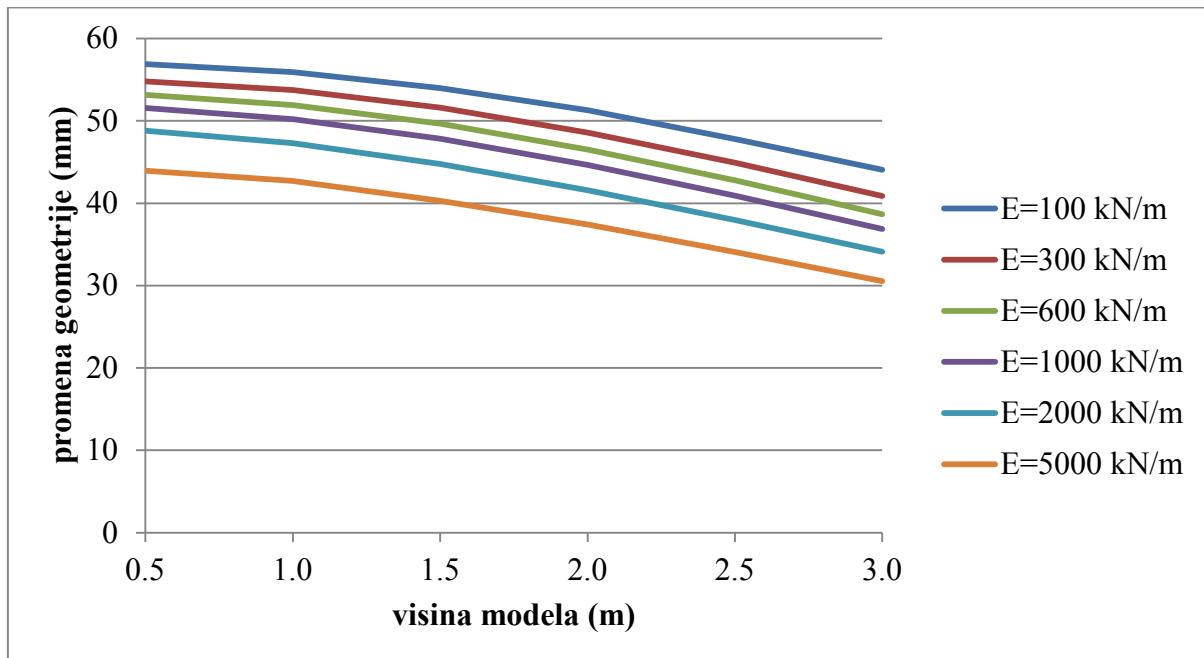
127\* – Broj setova u kojima povećanje visine modela ne dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije u odnosu na ostale ispitivane parametre

Na dijagramu 129 prikazano je 6 setova koji se takođe razlikuju po vrednosti modula elastičnosti membranskog materijala. Ovi modeli odgovaraju poziciji dejstva sile u čvoru 7, a ostali parametri ovih setova su identični. Svi prikazani setovi pokazuju smanjenje

maksimalnih promena geometrije pri povećanju visine modela. Smanjenja su kod ovih modela značajnija, što ukazuje na povoljnost povećanja visine modela.

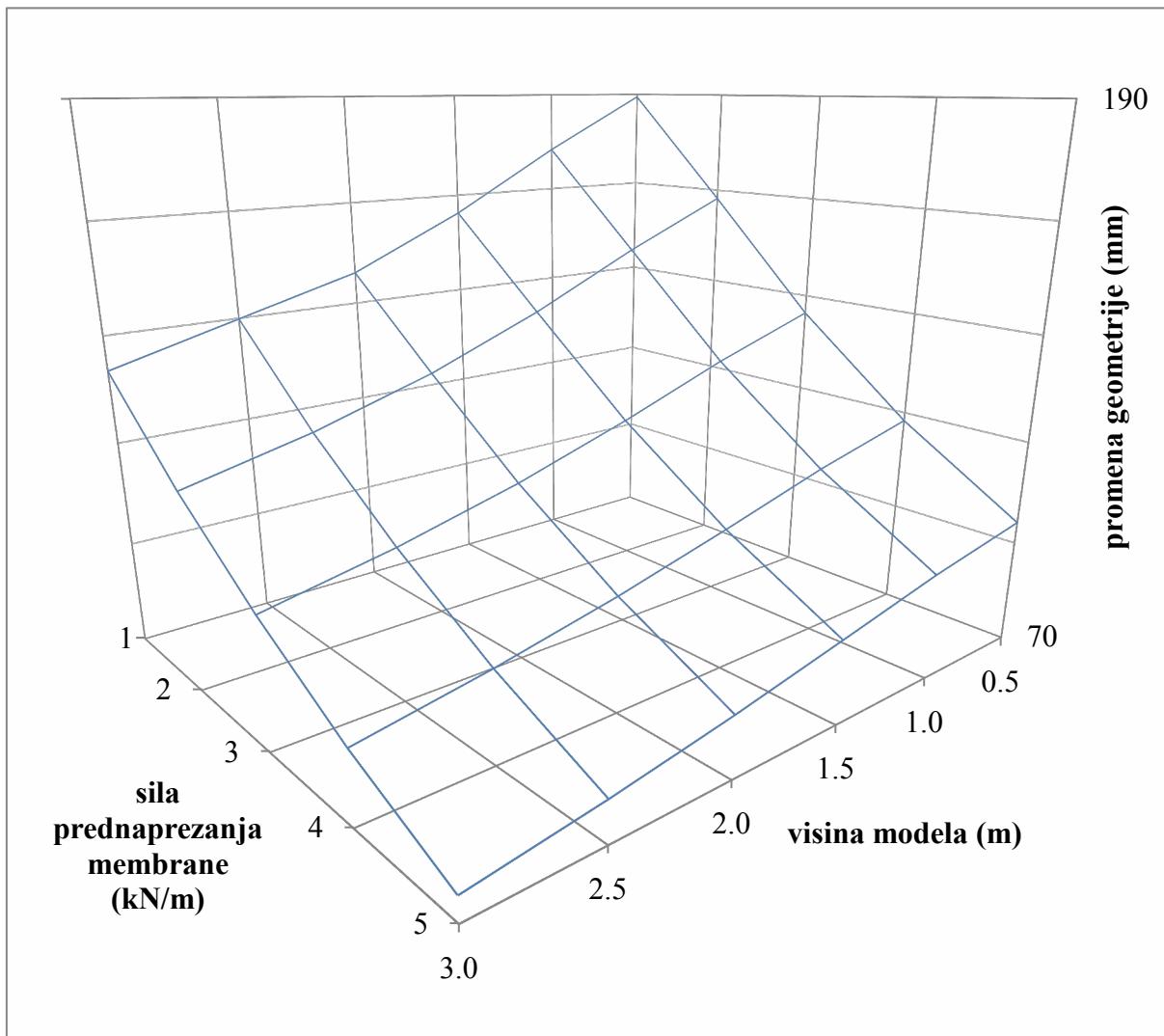


128\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=5$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=1 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=50 \text{ kN/m}$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$



129\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=7$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=5 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=50 \text{ kN/m}$ ,  $O=O$ ,  $IO=F$

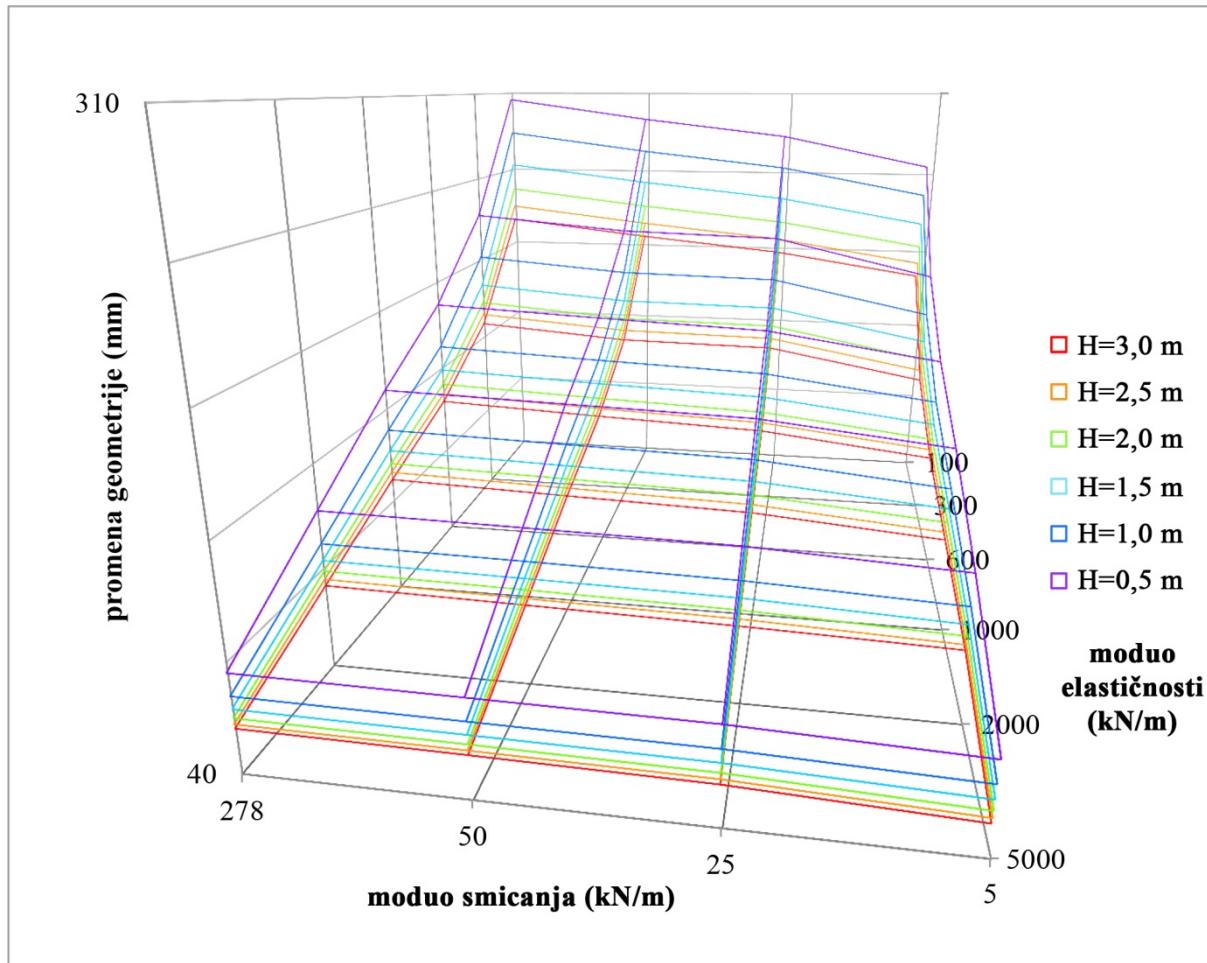
Dijagram 130 prikazuje zavisnost maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile u odnosu na visinu modela i intenzitet sile prednaprezanja membrane. Vrednosti ostalih parametara su fiksne. Rezultati prikazani na dijagramu prikazuju povoljan uticaj povećanja visine modela i povećanja intenziteta sile prednaprezanja membrane na smanjenje promena geometrije. Kombinacija ovih parametara rezultuje velikim smanjenjem maksimalnih promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile.



130\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $E=600 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $G=50 \text{ kN/m}$ ,  $O=P$ ,  $IO=K$

Dijagram 131 prikazuje uticaj promene vrednosti čak tri parametra, dok su ostali parametri nepromenjenih vrednosti. Prikazani rezultati govore o uticaju promene modula elastičnosti, modula smicanja i visine modela na veličinu maksimalnih promena geometrije. Upoređivanjem ovih rezultata može se zaključiti da za vrednosti nepromenjenih parametara

najveći uticaj na smanjenje promena geometrije ima vrednost modula elastičnosti membranskog materijala, zatim visina modela, a najmanji vrednost modula smicanja membranskog materijala.



131\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1 \text{ kN}$ ,  $PM=1 \text{ kN/m}$ ,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$

### 5.7.2. Zaključak

Rezultati ovog dela istraživanja pokazali su da kod 99% setova dolazi do smanjenja maksimalnih promena geometrije pri povećanju visine modela, a pod dejstvom koncentrisane sile. Čak i kod setova koji predstavljaju izuzetke, odstupanja nisu velika i javljaju se samo pri jednoj promeni vrednosti visine modela. Na osnovu ovoga možemo zaključiti da je povećanje visine modela, uz zadržavanje nepromenjenih vrednosti drugih parametara, dobar način za smanjivanje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, i kao takav može se preporučiti za korišćenje prilikom projektovanja membranskih konstrukcija.

## 5.8. Značaj analiziranih parametara

U zaključku poglavlja 4. predstavljen je značaj svakog od devet analiziranih parametara. Njihov značaj je određen tako što su upoređivane razlike između deformisanih modela izazvane variranjem vrednosti svakog od parametara. Značaj svakog parametra je dat kao procentualna vrednost promene koju analizirani parametar može da izazove na nultom modelu. U obzir su uzimane samo analizirane vrednosti parametra. Na osnovu dobijenih rezultata o značaju parametara za promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile parametri su sistematizovani u grupu onih koji imaju manji i onih koji imaju veći uticaj. U slučaju da je potrebno smanjiti maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile preporučuje se promena parametara iz grupe sa većim uticajem, jer će se tako postići veći efekti.

U ovom delu istraživanja ponovo su upoređivani uticaji sedam analiziranih parametara kako bi se dobio zaključak o njihovom značaju za promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Biće utvrđeno koji parametar ima najveći uticaj među svim ispitivanim slučajevima opterećenja. Međutim, to ne znači da je isti taj parametar dominantan i za svaki pojedinačni model. Zbog toga dobijene zaključke treba koristiti kao preporuke, a ne kao striktna pravila koja važe pod svim okolnostima.

### 5.8.1. Rezultati i diskusija

Variranje pozicije dejstva koncentrisane sile kod nultog modela uticalo je maksimalno sa 43% u promeni vrednosti maksimalnog pomeranja. Analiza značaja pozicije dejstva sile kod svih 2880 modela izvedena je tako što je za svaki model od 7 pozicija izabrana ona sa najmanjom i ona sa najvećom promenom geometrije. One su zatim upoređene da bi se dobila procentualna vrednost promene na koju se utiče variranjem pozicije sile. Maksimalna dobijena vrednost je 67%. Ovaj rezultat je očekivano veći od onog na nultom modelu jer je ispitivanjem većeg broja modela povećana i mogućnost da vrednosti drugih parametara pogoduju većem uticaju pozicije sile. Iako je utvrđeno da se kod nekih modela maksimumi promena geometrije ne javljaju ni u jednoj od 7 ispitivanih pozicija, ovde su u analizi ipak korišćene samo ove pozicije, jer su samo za njih postojali rezultati. To znači da je moguće da postoji neki model kod koga bi značaj ovog parametra bio i veći od 67% ukoliko bi se u obzir uzele sve moguće pozicije dejstva sile. Ipak, razlika i u tom slučaju ne bi bila drastična jer je pokrivenost membrane izabranim čvorovima relativno dobra. Sa druge strane treba imati u

vidu da je ovo maksimalna vrednost i da je kod mnogo modela ovaj procenat znatno manji. Prosečan uticaj ovog parametra kada se u obzir uzmu svi modeli je 45%.

Variranje intenziteta sile prednaprezanja kod nultog modela izazivalo je razliku od maksimalno 47% između najveće i najmanje promene geometrije. Sada su za svaku poziciju dejstva sile na svakom modelu posebno pronađeni i upoređeni najmanja i najveća maksimalna promena geometrije izazvana variranjem intenziteta sile prednaprezanja. Utvrđeno je da je najveća razlika između ovih vrednosti 67%. Prosečna vrednost značaja promene sile prednaprezanja za promene geometrije je 47%. Primećeno je da je prosek uticaja kod svih modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima veći nego kod modela sa krutim ivičnim osloncima, što pokazuje da je značaj intenziteta sile prednaprezanja kod modela sa fleksibilnim ivičnim osloncima veći. Variranje visine modela nije imalo velikog uticaja na značaj ovog parametra.

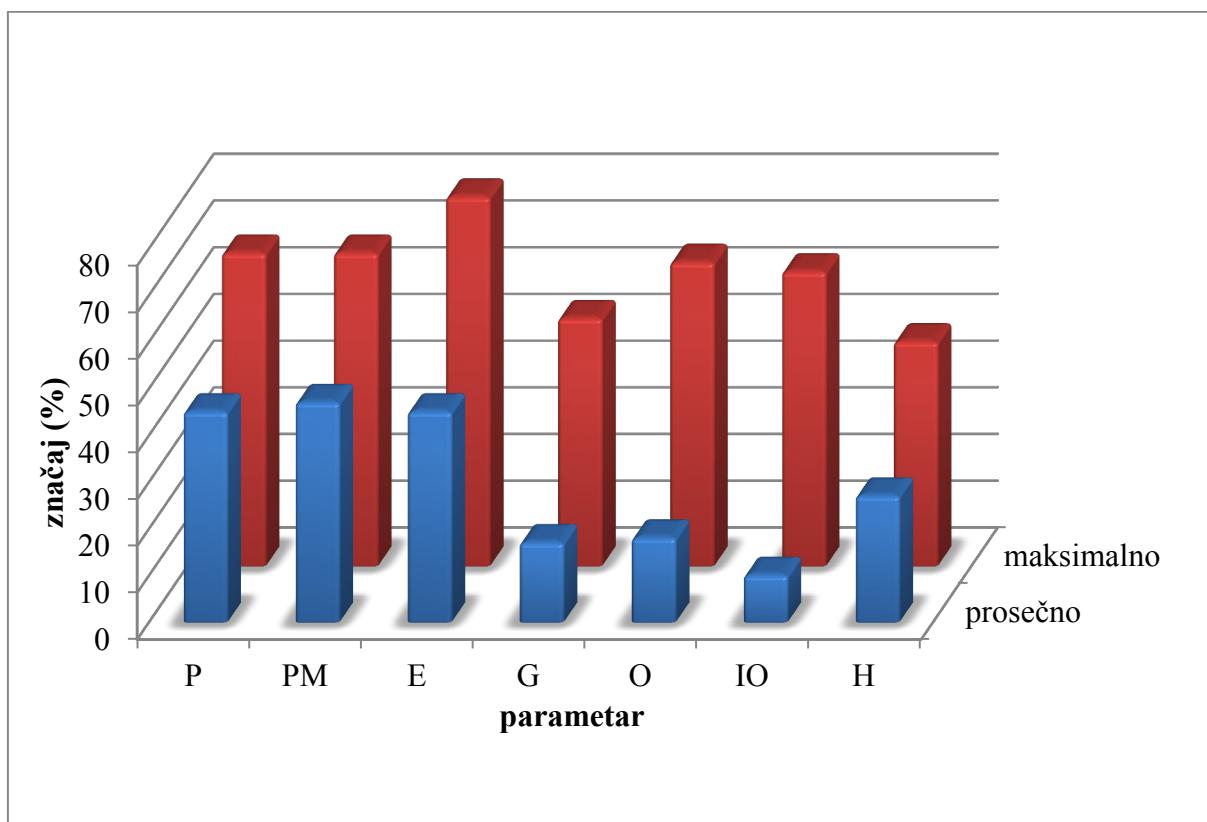
Moduo elastičnosti je kod nultog modela uticao sa maksimalno 67% promena geometrije. Ispitivanje njegovog značaja ponovljeno je na svim modelima. Analiza je pokazala da maksimalni uticaj variranja modula elastičnosti na promene geometrije iznosi 79%. Njegov prosečan uticaj kod svih modela iznosi 45%. Povećanje intenziteta sile prednaprezanja utiče na smanjenje značaja vrednosti modula elastičnosti, dok povećanje visine modela utiče na povećanje njegovog značaja. Kod dijagonalne orientacije membranskog materijala uticaj značaja elastičnosti je veći nego kod paralelne orientacije.

Variranje vrednosti modula smicanja membranskog materijala dovelo je do najviše 10% promene u maksimalnim promenama geometrije kod nultog modela. Analizirajući sve modele i uticaj modula smicanja na promene geometrije utvrđeno je da je njegov najveći značaj 53%. Prosečan značaj za sve modele iznosi 17%. Uočeno je da je značaj modula smicanja mnogo veći kod modela sa paralelnom orientacijom materijala. Takođe, povećanje visine modela uvećava značaj ovog parametra, dok ga povećanje sile prednaprezanja smanjuje. Nakon prve faze pokazalo se da je značaj modula smicanja kod nultog modela bio mali, i zbog toga je dovedeno u pitanje njegovo uključivanje u dalja ispitivanja. Ipak, očekivalo se da njegov značaj bude veći kod modela sa paralelnom orientacijom membranskog materijala, pa je on ipak uvršten u drugi deo istraživanja. Veći značaj ovog parametra koji se pokazao u drugoj fazi ispitivanja opravdao je njegovo uvođenje u parametre koji su kombinovani u ovoj fazi.

Promena orijentacije membranskog materijala na nultom modelu uticala je na promene maksimalnih promena geometrije do 24%. Sagledavajući sve ispitivane modele utvrđeno je da promena orijentacije može da utiče do 65%. Prosečan uticaj iznosi 18%. Pri velikim vrednostima modula elastičnosti i malim vrednostima modula smicanja značaj orijentacije je po pravilu najveći. Povećanje visine takođe utiče na povećanje značaja ovog parametra.

Kod nultog modela je promena krutosti ivičnih oslonaca uticala na promenu maksimalnih promena geometrije sa najviše 11%. Ista provera izvedena je na svim analiziranim modelima i zaključeno je da maksimalna promena iznosi 63%. Prosečan uticaj ovog parametra je, međutim, samo 10%. Veliki uticaj na značaj parametra ima moduo elastičnosti membrane jer pri visokim vrednostima modula elastičnosti dolazi do njegovog najvećeg značaja.

Variranje geometrije oslonaca je kod nultog modela izazivalo promene između deformisanih geometrija od 72%. Međutim, u prvoj fazi su varirani oblik osnove, dimenzije osnove i visina modela. Ako se u obzir uzme samo variranje visine modela, onda je maksimalni uticaj bio 38%. U drugoj fazi istraživanja varirana je samo visina modela. Najveći uticaj promene visine modela na maksimalne promene geometrije je 48%. Prosečan uticaj promene visine na promene geometrije je 27%. Prosečan i maksimalan značaj za sve parametre dat je na dijagramu 132.



132\* – Prosečan i maksimalan značaj parametara

### 5.8.2. Zaključak

Pod značajem parametra podrazumeva se veličina uticaja njegove vrednosti na smanjenje maksimalnih promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Pri tome su za svaki parametar uzimane u obzir ranije izabrane vrednosti. Ukoliko bi se promenio opseg izabranih vrednosti došlo bi i do promene u rezultujućem značaju parametra. Analizom rezultata dobijenih prilikom ispitivanja značaja sedam analiziranih parametara došlo se do njihovih maksimalnih i prosečnih značaja imajući u vidu sve ispitivane modele. Na osnovu dobijenih rezultata parametri su sistematizovani prema značaju.

U proseku najveći uticaj na smanjenja maksimalne promene geometrije ostvaren je variranjem vrednosti intenziteta sile prednaprezanja membrane. Ovo pokazuje da bi najbolji način za smanjivanje promena geometrije bio povećanje intenziteta prednaprezanja membrane. Sledeća dva ravnopravna parametra su pozicija dejstva koncentrisane sile i moduo elastičnosti membranskog materijala. Promena vrednosti ovih parametara u proseku podjednako utiče na smanjenje promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Variranjem vrednosti navedena tri parametra u proseku mogu se smanjiti maksimalne promene geometrije izazvane koncentrisanom silom za skoro polovinu. U suzbijanju velikih promena geometrije, naredni najbolji metod je povećanje visine modela. Na taj način može se u proseku postići smanjenje maksimalnih promena geometrije za 27%, odnosno nešto više od četvrtine vrednosti. Promena orijentacije membranskog materijala, iz dijagonalne u paralelnu ili obrnuto, u proseku može smanjiti maksimalne promene geometrije za 18%. Korišćenje krutih umesto fleksibilnih ivičnih oslonaca, ili obrnuto, u proseku doprinosi smanjenju promena geometrije za 17%. Najmanji značaj među analiziranim parametrima ima moduo smicanja membranskog materijala, čije variranje može da utiče na smanjenje promena geometrije u proseku za 10%.

## 5.9. Poređenje sa opterećenjem od snega

U prvoj fazi istraživanja ustanovljeno je da postoje tačke na membrani u kojima koncentrisana sila proizvodi veće promene geometrije nego površinsko opterećenje uobičajenog intenziteta u istoj tački. Pri tome je pozicija dejstva koncentrisane sile u toj tački, a površinsko opterećenje na nekom drugom mestu izaziva maksimum promena geometrije. Ovo saznanje okarakterisano je tada kao veoma značajno jer govori u prilog važnosti uzimanja u obzir dejstva koncentrisanih sila prilikom projektovanja membranskih konstrukcija. Evropsko uputstvo za projektovanje zategnutih površinskih konstrukcija (Forster, Mollaert 2004) uopšte ne razmatra dejstvo koncentrisanih sila na membranske konstrukcije.

Zadatak ovog dela istraživanja je da ispita da li slučaj otkriven u prvoj fazi istraživanja predstavlja izuzetak, i ako je tako, da ustanovi koji su faktori koji dovode do pojavljivanja izuzetaka. Ukoliko se pokaže da nije u pitanju izuzetak već pravilo, onda bi to mogao da bude jasan znak da je dejstva koncentrisanih sila potrebno detaljnije proučiti sa ciljem uvođenja u pravilnike o membranskim konstrukcijama.

Kao što je već rečeno, u drugoj fazi istraživanja ispitano je 2880 modela sa različitim karakteristikama, a svaki od ovih modela opterećen je koncentrisanom silom koja deluje u 7 različitih pozicija. Svaki od modela opterećen je zasebno i površinskim opterećenjem intenziteta  $0,6 \text{ kN/m}^2$  preko cele površine membrane, sa smerom vertikalno naniže. U 7 izabranih pozicija upoređivane su vrednosti promena geometrije koje izazivaju koncentrisana sila i površinsko opterećenje. Na taj način dobijeno je 20160 parova rezultata.

### 5.9.1. Rezultati i diskusija

Dobijeni rezultati bili su prilično neočekivani. Pokazalo se, naime, da od 2880 ispitanih modela ne postoji ni jedan model kod koga površinsko opterećenje u svih 7 tačaka izaziva veće promene geometrije. Drugim rečima, kod svakog modela postoji najmanje jedna pozicija u kojoj dejstvo koncentrisane sile izaziva veće promene geometrije u odnosu na površinsko opterećenje. Ovakvi rezultati jasno govore o tome da slučaj koji se javio u prvoj fazi istraživanja ne predstavlja izuzetak. Naprotiv, taj slučaj inspirisao je sprovođenje obimnog ispitivanja koje je otkrilo jednu do sada nepoznatu činjenicu, a to je da koncentrisane sile mogu da izazovu veće promene geometrije od površinskog opterećenja. Pri tome su i jedno i drugo opterećenje uobičajenih vrednosti, a to znači da površinsko opterećenje predstavlja opterećenje od snega, a koncentrisana sila opterećenje od radnika.

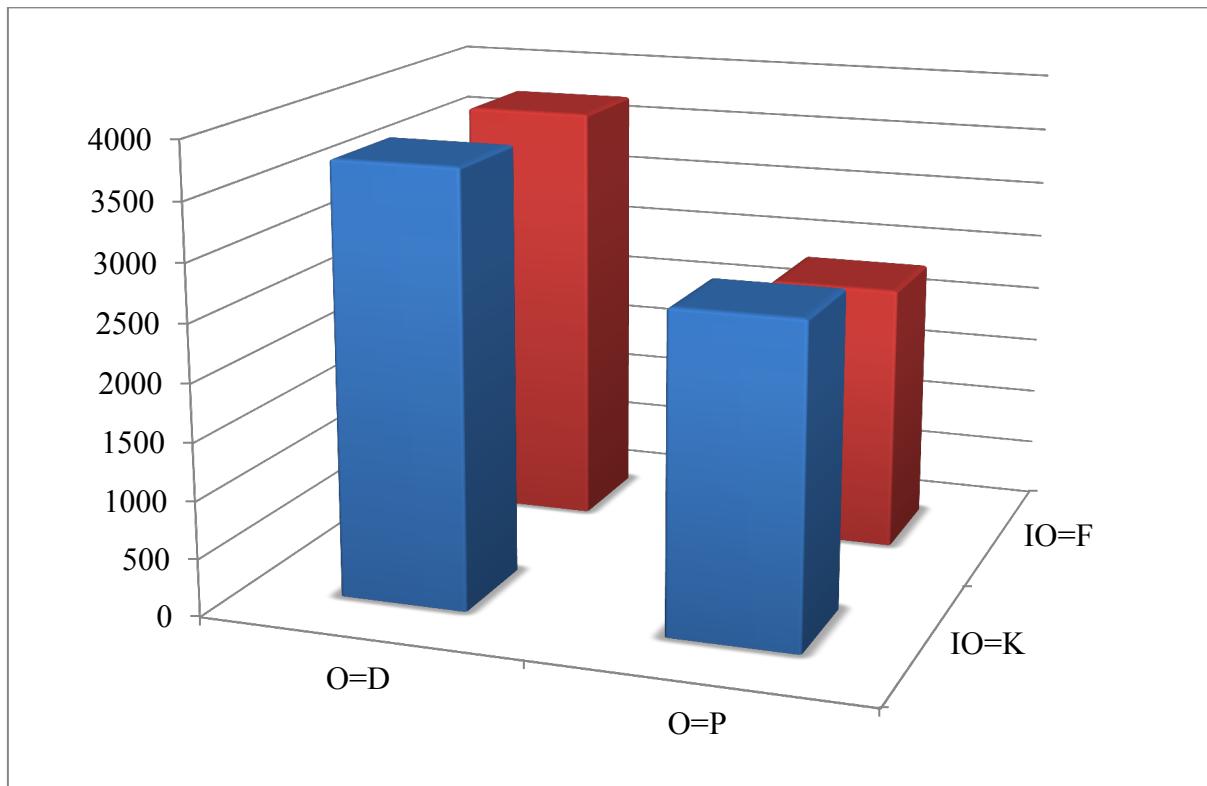
Zbog svoje prirode, opterećenje od snega ima daleko veću ukupnu težinu od opterećenja od radnika. Ipak, zbog zanemarjivo male površine dejstva koncentrisane sile, i velike fleksibilnosti membranskog materijala, koncentrisana sila može da izazove veće deformacije. Dalja analiza izvedena je sa ciljem da se podrobnije ispita u kojim situacijama koncentrisana sila izaziva veće promene geometrije. Od 20160 parova, kod 7571 para, odnosno 38%, ustanovljene su veće promene geometrije od površinskog opterećenja, a kod 12589 parova, odnosno 62%, uočene su veće promene geometrije od koncentrisane sile. Dakle, ne samo da je kod svakog modela najmanje po jedna pozicija osetljivija na dejstvo koncentrisane sile, već ukupno ima više pozicija u kojima koncentrisana sila izaziva veće promene geometrije. U tabeli 11 dat je broj modela naspram broja pozicija u kojima koncentrisana sila izaziva veće promene geometrije. Kao što se u tabeli može videti najveći je broj modela koji u svih 7 pozicija imaju veće promene geometrije od koncentrisane sile nego od površinskog opterećenja. Ova činjenica dodatno govori u prilog značaju dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije.

*Tabela 11 – Broj modela u odnosu na broj pozicija na modelu koje imaju veće promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile nego pod dejstvom površinskog opterećenja*

<b>Broj modela</b>	<b>Broj pozicija na modelu koje su osetljivije na dejstvo koncentrisane sile</b>
2	1 pozicija
783	2 pozicije
646	3 pozicije
168	4 pozicije
201	5 pozicija
155	6 pozicija
925	7 pozicija
<b>Ukupno modela</b>	<b>2880</b>

Na dijagramu 133 prikazana je zavisnost broja parova kod kojih su promene geometrije veće pod dejstvom koncentrisane sile nego pod površinskim opterećenjem u odnosu na orientaciju

membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca. Rezultati pokazuju da krutost ivičnih oslonaca nema velikog uticaja na broj ovakvih parova jer pri različitoj krutosti postoji sličan broj parova. Razlika između broja parova između dve analizirane orientacije materijala je veća, pa ukazuje na to da orientacija materijala ima veći uticaj, i da dijagonalna orientacija materijala više pogoduje pojavljivanju većih promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile.

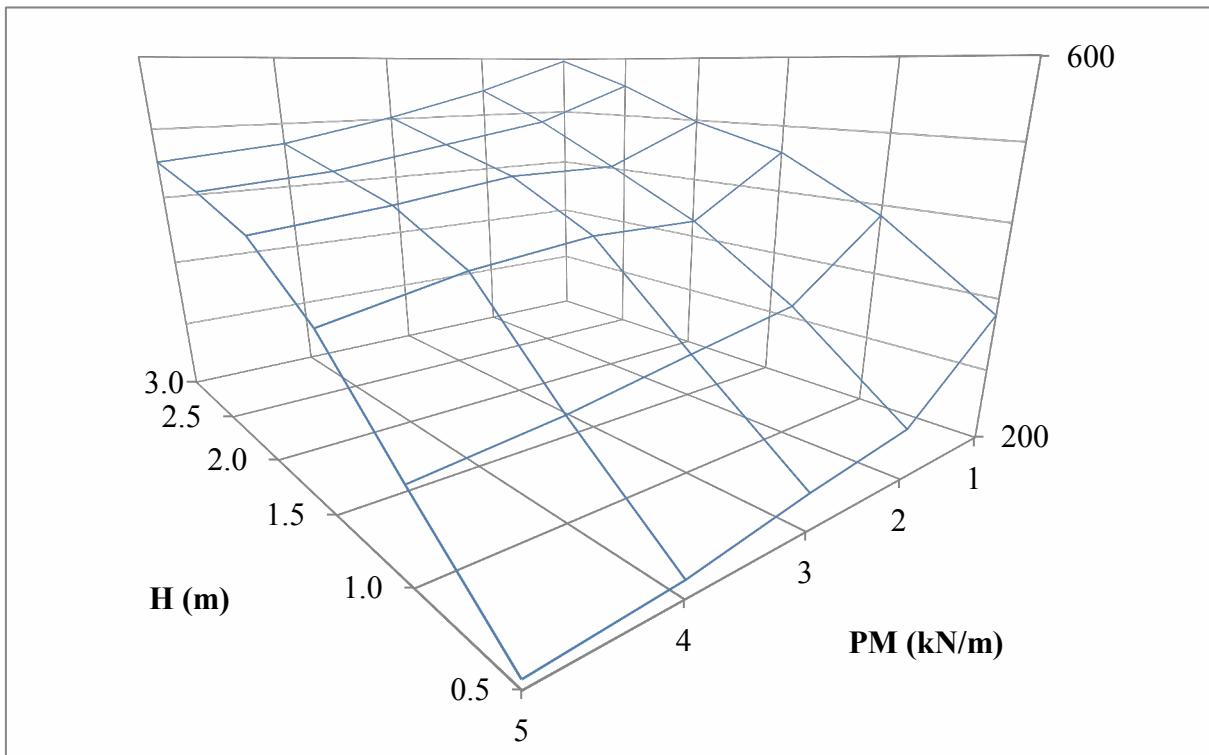


*133\* – Broj parova kod kojih su promene geometrije veće od koncentrisane sile u odnosu na orientaciju membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca*

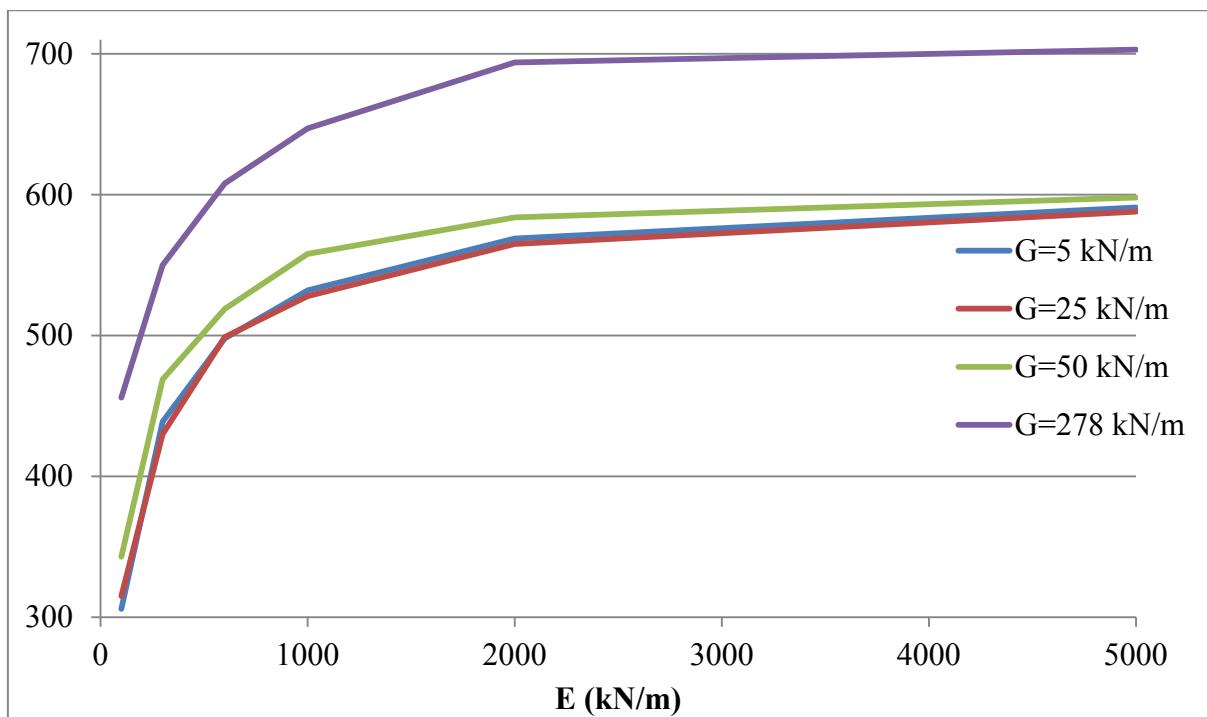
Dijagram 134 prikazuje zavisnost između broja parova koji imaju veće promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile, od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane. Prikazani rezultati pokazuju da visina modela ima veći uticaj na pojavu ovakvih parova od intenziteta sile prednaprezanja membrane. Sa povećanjem visine modela raste i broj ovih parova, dok smanjenje intenziteta sile uglavnom utiče na povećanje broja parova.

Na dijagramu 135 dat je broj parova koji imaju veće promene geometrije pod koncentrisanom silom nego pod površinskim opterećenjem, u odnosu na vrednosti modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala. Najveći broj ovakvih parova javlja se pri najvećim vrednostima modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala, pa

možemo zaključiti da visoke vrednosti ova dva parametra pozitivno utiču na pojavu većih promena geometrije pod koncentrisanom silom u odnosu na površinsko opterećenje.



134\* – Broj parova kod kojih su promene geometrije veće od koncentrisane sile u odnosu na visinu modela i intenzitet sile prednaprezanja membrane



135\* – Broj parova kod kojih su promene geometrije veće od koncentrisane sile u odnosu na moduo elastičnosti i moduo smicanja membranskog materijala

### 5.9.2. Zaključak

Rezultati ovog istraživanja ukazali su na veliki značaj dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije. U mnogo slučajeva se pokazalo da koncentrisana sila izaziva veće promene geometrije u odnosu na površinsko opterećenje. Istraživanjem je obuhvaćeno 2880 modela različitih vrednosti parametara opterećenja, materijala i oslonaca. Na taj način pokriven je veliki broj konstrukcija koje se mogu javiti u praksi. Kako do sada dejstvu koncentrisanih sila nije pridavana posebna pažnja, može se zaključiti da je potrebno detaljnije istražiti njihovo dejstvo na membranske konstrukcije. U ovom istraživanju primećeno je da više vrednosti modula elastičnosti i modula smicanja, veća visina modela, kao i manji intenzitet sile prednaprezanja membrane i dijagonalna orijentacija materijala, doprinose povećanju značaja koncentrisanih sila u odnosu na površinska opterećenja.

## 5.10. Zaključak

U poglavlju 5. predstavljeni su rezultati druge faze ovog istraživanja. U njoj su analizirana dva parametra opterećenja, tri parametra membranskog materijala i dva parametra oslonaca. Parametri su imali između dve i sedam vrednosti. Sve ove vrednosti su međusobno kombinovane da bi se ispitao uticaj kombinacije parametara na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Treba napomenuti da neke od vrednosti koje su kombinovane u ovom ispitivanju teško mogu da odgovaraju situacijama u praksi. Tako na primer materijali sa visokim modulom elastičnosti pripadaju višim tipovima u klasifikaciji membranskih materijala, a oni se ne bi smeli prednaprezati malim silama prednaprezanja. Ipak, radi celovitosti istraživanja, svi dobijeni rezultati su analizirani. Dobijeni rezultati su podeljeni u setove ili parove, odnosno u grupe, tako da se u jednoj grupi vrednost jednog parametra menja, a svi ostali parametri su konstantni. Grupe se međusobno razlikuju po vrednostima ostalih parametara. Kako su sve vrednosti svih parametara kombinovane međusobno, dobijen je veliki broj rezultata. Zbog velikog broja dobijenih podataka postoji veliki broj različitih grupa. Rezultati unutar grupa su zatim analizirani, ali je i na osnovu razlika između grupa zaključivano kako ostali parametri utiču na jedan od njih čija se vrednost menja unutar grupe. Postupak je ponovljen za svaki parametar. Vrednost Poasonovog koeficijenta nije sistematično analizirana u ovom poglavlju, ali je nekoliko modela različitih karakteristika ispitano pri različitim vrednostima ovog parametra, i kod svih je potvrđen zaključak da variranje ove vrednosti nema bitnog uticaja na veličinu promene geometrije.

Obim istraživanja je takav da je pokrio skoro sve najčešće korišćene karakteristike za sedlaste membrane sa kvadratnom osnovom. Ispitano je 20160 slučajeva opterećenja od koncentrisane sile, na 2880 modela i još 2880 slučajeva površinskog opterećenja na istim modelima. Na taj način dobijeni su podaci o promenama geometrije za 2439360 tačaka pod dejstvom koncentrisane sile i 348480 tačaka pod dejstvom površinskog opterećenja. Izabrano je 20160 reprezentativnih rezultata od dejstva koncentrisane sile koji govore o promenama geometrije u 7 izabranih čvorova, i isto toliko rezultata od površinskog opterećenja. Ovi rezultati su međusobno upoređivani i analizirani. Njihova analiza pokazala je kompleksnu spregu uticaja ispitivanih parametara na promene geometrije membranskih konstrukcija. Glavni zaključci o svakom parametru dati su u sledećim pasusima.

**Pozicija dejstva koncentrisane sile** je parametar opterećenja koji projektant konstrukcije nije u prilici da bira. Njegov zadatak je da odredi mesto na konstrukciji koje izaziva najnepovoljnije posledice dejstva koncentrisane sile. Te posledice su promena geometrije i

promena membranskih sile. Ovo istraživanje pokazalo je da pozicija sile u proseku utiče sa 45% u promenama geometrije. Međutim, budući da poziciju dejstva nije moguće birati, nije moguće ni smanjiti promene geometrije putem promene pozicije koncentrisane sile. Zaključak ovog istraživanja je da ne postoji jedna pozicija na membrani koja uvek izaziva najveće promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, bez obzira na vrednosti ostalih parametara. To znači da će projektanti konstrukcija morati da ispitaju više pozicija i na taj način odrede koja pozicija izaziva najnepovoljnije posledice. Pri tome treba imati u vidu da nije uvek najnepovoljnija ona pozicija koja izaziva najveće promene geometrije membrane. U situacijama kada ispod membrane postoje površine ili objekti na različitim visinama, ta mesta mogu biti najnepovoljnija i potrebno je obratiti posebnu pažnju da upravo na tim mestima ne dođe do kontakta, jer bi to moglo biti fatalno za membranu.

**Intenziteti sila prednaprezanja membrane** su parametar opterećenja koji određuje projektant konstrukcije. On se definiše na početku procesa projektovanja, ali se često događa da kasnije dođe i do promene vrednosti ovog parametra. Osim što promena vrednosti intenziteta sila prednaprezanja može da dovede do promene forme membrane, ona takođe utiče i na vrednosti promena geometrije. Ovo ispitivanje je pokazalo da je prosečno smanjenje promena geometrije 47% prilikom povećanja intenziteta sile sa 1 na 5 kN/m u oba pravca u membrani. Dodajući na to i dobijeni zaključak da je uspešnost smanjivanja promena geometrije izuzetno velika jer se izuzeci javljaju samo u 2 promila slučajeva, možemo da sumiramo da je povećanje intenziteta sila prednaprezanja membrane izuzetno dobar način za smanjivanje promena geometrije. Zbog toga, ovaj metod se može preporučiti kao veoma koristan u suzbijanju prekomernih deformacija izazvanih koncentrisanom silom.

Međutim, treba ipak imati u vidu da pored pozitivnih efekata, povećanje intenziteta sila prednaprezanja membrane donosi i određene negativne posledice. Poznato je da će pri istom opterećenju maksimalna naprezanja biti veća kod membranskih konstrukcija prednapregnutih većom silom. Dakle, postoji verovatnoća da će povećanje intenziteta sila prednaprezanja uticati na to da će biti neophodno izabrati membranski materijal boljih karakteristika. To dalje znači da će i cena ovog materijala biti veća, što će delimično poskupeti konstrukciju. Povećanje naprezanja u membrani uticaće i na povećanje naprezanja u osloncima i ivičnim osloncima. Zbog toga će i njihovo dimenzionisanje dati nešto veće dimenzije elemenata. Ove promene mogu biti minimalne, ali je moguće da budu i značajnije. Tačne vrednosti nisu ispitivane u ovoj disertaciji budući da se ona bavi promenama geometrije. Uprkos tome što projektant ima slobodu izbora intenziteta sila prednaprezanja, i dokazano njihovim

povećanjem može da utiče na smanjenje promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, treba uvek voditi računa i o negativnim posledicama koje povećanje sila prednaprezanja izazivaju.

**Moduo elastičnosti membranskog materijala** je parametar koji zavisi od proizvođača materijala. Projektant membranske konstrukcije ima mogućnost izbora materijala sa karakteristikama koje smatra najadekvatnijim za projektovanu konstrukciju. Rezultati ovog istraživanja pokazali su da promena modula elastičnosti membranskog materijala sa 100 na 5000 kN/m u proseku rezultuje smanjenjem od 45% u promenama geometrije izazvanim koncentrisanom silom. Kod 99% rezultata povećanje modula elastičnosti odrazilo se na smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Na osnovu ovoga se može zaključiti da je povećanje modula elastičnosti izuzetno dobar način za smanjivanje promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Dakle, ovaj metod se može preporučiti kao veoma koristan u suzbijanju prekomernih deformacija izazvanih koncentrisanom silom.

Negativne posledice korišćenja ovog metoda slične su kao i kod povećanja intenziteta sile prednaprezanja membrane. Izbor membranskog materijala sa većim modulom elastičnosti znači u konačnom nešto veću cenu koštanja cele konstrukcije. Takođe, jedna od mogućih posledica je i povećanje sile prednaprezanja, jer materijali sa većom otpornošću na zatezanje imaju i veću minimalnu силу prednaprezanja. Ova dva parametra su donekle vezana jedan za drugi, što je za smanjenje promena geometrije povoljno jer njihovo kombinovano povećavanje može drastično da umanji promene geometrije. U situacijama kada je to i neophodno, povećana cena koštanja stavlja se u drugi plan.

**Moduo smicanja membranskog materijala** je parametar koji je trenutno u praksi relativno zanemaren. Projektant konstrukcije je u mogućnosti da ovaj parametar menja izborom membranskog materijala. Ovo ispitivanje je pokazalo da povećanje modula smicanja može da ima za posledicu smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Ipak, pojavilo se 14% izuzetaka kod kojih to nije bio slučaj. Variranje modula smicanja u ispitivanim granicama ima prosečan uticaj na promene geometrije od 17%. Dobijeni rezultati pokazuju da prosečan uticaj i pouzdanost ovog parametra u smanjenju promena geometrije nastalih dejstvom koncentrisane sile nije veliki. Treba, ipak, spomenuti da pri paralelnoj orijentaciji membranskog materijala i uticaj i pouzdanost ovog parametra znatno rastu. U skladu sa tim, može se preporučiti izbor materijala sa većim modulom smicanja ukoliko je materijal orijentisan paralelno i ako je potrebno smanjiti promene geometrije

uzrokovane koncentrisanom silom. Kod dijagonalne orijentacije materijala verovatnoća za bitnije smanjenje maksimalnih promena geometrije putem izbora materijala sa većom vrednošću modula smicanja je mala, pa se ovaj način ne preporučuje kao efikasan.

**Orijentacija membranskog materijala** je parametar koji definiše projektant membranske konstrukcije. U ovom istraživanju ispitivane su dve mogućnosti, kada su niti materijala paralelne dijagonalama osnove i kada su niti paralelne stranicama osnove. Rezultati su pokazali da su u 82% slučajeva maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile bile manje kod dijagonalne orijentacije materijala. Prosečna razlika u maksimalnim promenama geometrije između ove dve orijentacije bila je 18%. Možemo zaključiti da se promenom orijentacije materijala ne mogu postići velika smanjenja promena geometrije. Međutim, promena orijentacije materijala najveći uticaj ima na izgled objekta, a ne utiče direktno na povećanje cene konstrukcije. Kada je potrebno izvršiti manje smanjenje promena geometrije na određenoj konstrukciji, projektantima se može preporučiti da probaju da promenom orijentacije materijala postignu željeni rezultat, budući da to neće iziskivati dodatna materijalna sredstva. Pri tome treba imati u vidu da su rezultati ovog istraživanja pokazali da se paralelna orijentacija pokazala kao povoljnija u slučajevima kada su vrednosti modula elastičnosti male, a modula smicanja velike.

**Krutost ivičnih oslonaca** je parametar koji utiče na estetski izgled konstrukcije ali i na cenu koštanja. Prema ova ova aspekta povoljniji su fleksibilni ivični oslonci. Ipak, rezultati ovog istraživanja su pokazali da u 86% slučajeva kruti ivični oslonci imaju manje promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Prosečna razlika u maksimalnim promenama geometrije između ova dva parametra je samo 10%. U odnosu na druge analizirane parametre ovo je najmanja razlika. Imajući u vidu da promena krutosti oslonca značajno menja izled i cenu konstrukcije, a da se time obično ne postižu velika smanjenja u promenama geometrije, projektantima konstrukcije se ne preporučuje promena krutosti ivičnih oslonaca. U slučajevima kada je potrebno smanjiti maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile kod konstrukcija sa fleksibilnim ivičnim osloncima, jednostavnije je i isplativije koristiti druge načine, a izbeći korišćenje krutih ivičnih oslonaca.

**Geometrija oslonaca** je u drugoj fazi istraživanja varirana kroz promenu visine modela. Ukoliko nije zadata projektnim zadatkom ili ograničena drugim faktorima, visinu konstrukcije definiše projektant konstrukcije. Rezultati ovog istraživanja pokazali su da u 99% slučajeva povećanje visine konstrukcije utiče na smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Prosečna razlika između promena geometrije pri

visini od 0,5 i 3,0 m iznosi 27%. Na osnovu ovoga možemo da zaključimo da je povećanje visine konstrukcije pouzdan način za smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile, ali da ne spada u grupu najefikasnijih načina. Povećanje visine konstrukcije sa sobom nosi određene negativne posledice. Direktno, povećanje visine utiče na povećanje dimenzija konstruktivnih elemenata, pa će tako membrana imati veću površinu, a stubovi, ukoliko postoje, imati veću visinu. To se odražava na ukupnu cenu konstrukcije. Međutim, indirektni uticaj može se javiti i u povećanju naprezanja u konstruktivnim elementima. Osim toga, menja se i oblik konstrukcije što utiče na vizuelni utisak. Konačan zaključak je da povećanje visine konstrukcije jeste dobar način za smanjenje maksimalnih promena geometrije izazvanih dejstvom koncentrisane sile, ali da se promena visine preporučuje pre svega ukoliko povećanje intenziteta sile prednaprezanja membrane i povećanje vrednosti modula elastičnosti nije moguće ostvariti.

Na samom kraju druge faze istraživanja, uticaj dejstva koncentrisane sile na promene geometrije upoređen je sa uticajem dejstva površinskog opterećenja, koje je do sada bilo mnogo više istraživano. Uprkos očekivanjima, rezultati su pokazali da u većini slučajeva koncentrisana sila izaziva veće promene geometrije u odnosu na površinsko opterećenje. Ovo saznanje može da ima značajne posledice i da utiče na promenu do sada važeće metodologije proračuna membranskih konstrukcija. Dobijeni rezultati jasno pokazuju da je neophodno uključiti dejstvo koncentrisane sile u proračun, što do sada nije bilo izričito definisano standardima. Da bi zaključci ovog istraživanja zaista našli svoje mesto u budućim propisima potrebno je obaviti još mnogo istraživanja, pre svega na numeričkim modelima drugih formi i oblika osnova membranskih konstrukcija, a potom i na realnim modelima. Ipak, sama činjenica da je otvoreno celo jedno novo polje za buduća istraživanja potvrđuje da se radi o značajnom saznanju.

## 6. Završni zaključak

U istraživanju ove doktorske disertacije ispitivana je promena geometrije montažnih membranskih konstrukcija pri dejstvu koncentrisane sile. Odabранo je devet parametara za koje se pretpostavljalo da imaju uticaja na promene geometrije. Parametri su podeljeni na one koji su vezani za opterećenje, membranski materijal i oslonce. Istraživanje je podeljeno u dve faze. Najpre su u prvoj fazi varirane vrednosti svakog od parametara pri fiksnim vrednostima ostalih parametara, a zatim u drugoj fazi i pri varijabilnim vrednostima ostalih parametara. Tokom prve faze utvrđeno je da dva parametra nije svrsishodno dalje analizirati, tako da oni nisu razmatrani u drugoj fazi istraživanja. Konačni rezultati pokazali su kako promena vrednosti analiziranih parametara utiče na promene geometrije membrane i koliki je značaj ovih parametara, kao i koliki je značaj dejstva koncentrisanih sila na promene geometrije membranskih konstrukcija.

### 6.1. Odnos postavljenih ciljeva i dobijenih rezultata

Na početku ovog istraživanja definisani su ciljevi koje istraživanjem treba ostvariti. Istraživanje je vezano za membrane sedlastog oblika na kvadratnoj osnovi. Prvi postavljeni cilj bio je da se otkrije kako promena vrednosti ispitivanih parametara opterećenja, membranskog materijala i oslonaca utiče na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile. Drugi cilj bio je da se utvrdi značaj svakog od analiziranih parametara na promene geometrije pri dejstvu koncentrisane sile. Treći cilj bio je da se odredi koliki je značaj dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije membrane. Zadaci istraživanja su postavljeni tako da vode ka ostvarivanju definisanih ciljeva. Rezultati dobijeni tokom ovog istraživanja omogućili su potpuno ostvarivanje postavljenih ciljeva. Odnos postavljenih ciljeva i dobijenih rezultata predstavljen je u narednim pasusima.

- Pri dejstvu koncentrisane sile, pozicija dejstva sile bira se tako da izazove najnepovoljnije uticaje na konstrukciju. Rezultati dobijenog istraživanja pokazali su da ne postoji jedinstvena pozicija dejstva koncentrisane sile koja bi, bez obzira na vrednosti drugih parametara, u svakom slučaju izazivala najveće promene geometrije na membrani. Zbog toga se provera dejstva koncentrisane sile mora vršiti na nekoliko pozicija kako bi se dobole nepovoljnije promene geometrije.
- Intenzitet koncentrisane sile generalno treba usvajati prema važećim propisima, u kojima je on definisan u skladu sa dejstvima koja mogu da se javе kod konstrukcija.

Rezultati ovog ispitivanja pokazali su da povećanje intenziteta koncentrisane sile izaziva povećanje maksimalnih promena geometrije i da je veza između njih nelinearna. Praktično, prva dva parametra se usvajaju tako da budu realno mogući, ali nepovoljni po konstrukciju. Po tome se oni razlikuju od ostalih parametara koje treba zadavati tako da utiču na smanjenje nepovoljnih uticaja izazvanih dejstvom koncentrisane sile.

- Intenziteti sila prednaprezanja membrane važni su za održavanje stabilnosti membrane pod dejstvom spoljašnjih opterećenja. Dobijeni rezultati pokazali su da u skoro 100% slučajeva povećanje intenziteta sila prednaprezanja membrane utiče na smanjenje maksimalnih promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.
- Modulo elastičnosti membranskog materijala je jedna od njegovih najvažnijih karakteristika. Rezultati ispitivanja pokazuju da u 99% slučajeva povećanje vrednosti ovog parametra utiče na smanjenje maksimalnih promena geometrije izazvanih dejstvom koncentrisane sile.
- Poasonov koeficijent membranskog materijala se često zanemaruje u analizi membranskih konstrukcija. Ispitivanje je pokazalo da vrednost Poasonovog koeficijenta membranskog materijala ima zanemarljivo mali uticaj na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.
- Modulo smicanja membranskog materijala važan je za dobijanje dvostruko zakrivljene forme konstrukcije. Rezultati ovog istraživanja pokazuju da povećanje vrednosti modula smicanja membranskog materijala u 86% slučajeva utiče na smanjenje maksimalnih promena geometrije koje nastaju kao posledica dejstva koncentrisane sile.
- Orientacija membranskog materijala je značajna za izgled membranske konstrukcije. Dobijeni rezultati su pokazali da su u 82% slučajeva promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile manje kada su niti orijentisane paralelno dijagonalama osnove, nego kada su orijentisane paralelno stranicama osnove membrane.
- Krutost ivičnih oslonaca takođe utiče na izgled konstrukcije, ali i na njeno strukturalno ponašanje. U 86% ispitivanih slučajeva membrane sa krutim ivičnim osloncima imale su manje promene geometrije u odnosu na iste modele sa fleksibilnim ivičnim osloncima.

- Geometrija oslonaca primarno definiše početnu formu membrane. Rezultati istraživanja pokazali su da u 99% slučajeva povećanje visine modela utiče na smanjenje maksimalnih promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile.

Dobijeni rezultati pokazali su kako promena vrednosti svakog od devet analiziranih parametara utiče na promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile i na taj način **ostvaren je prvi cilj ovog istraživanja**.

Na osnovu prosečnog značaja za promenu geometrije pri dejstvu koncentrisane sile kod ispitivanih modela membranskih konstrukcija, analizirani parametri podeljeni su na one koji imaju veći i one koji imaju manji značaj.

- U grupu parametara sa većim značajem spadaju pozicija dejstva koncentrisane sile, intenziteti sila prednaprezanja membranskog materijala i moduo elastičnosti membranskog materijala.
- U grupu parametara sa manjim značajem za promene geometrije spadaju moduo smicanja membranskog materijala, orijentacija membranskog materijala, krutost ivičnih oslonaca i geometrija oslonaca.
- Promena vrednosti intenziteta koncentrisane sile nije od značaja, jer je ova vrednost definisana kao fiksna u Evrokodu 1.
- Vrednost Poasonovog koeficijenta je beznačajna za promene geometrije membrane pri dejstvu koncentrisane sile.
- Variranjem pozicije dejstva koncentrisane sile utiče se na veličinu promene geometrije sa prosečno 45%.
- Promena intenziteta sila prednaprezanja membrane u zadatom opsegu prosečno menja veličinu promene geometrije za 47%.
- Korišćenje membranskog materijala sa drugačijom vrednošću modula elastičnosti, u okviru ispitivanog opsega, utiče na veličinu promene geometrije sa prosečno 45%.
- Korišćenje membranskog materijala sa drugačijom vrednošću modula smicanja, u okviru ispitivanog opsega, utiče na veličinu promene geometrije u proseku sa 17%.
- Promenom orijentacije membranskog materijala može se uticati na veličinu promene geometrije sa prosečno 18%.
- Od krutosti ivičnih oslonaca zavisi veličina promene geometrije sa prosečno 10%.
- Variranjem geometrije oslonaca, tačnije visine modela, u okviru zadatih granica, postiže se variranje promene geometrije od prosečno 27%.

Analizom dobijenih rezultata utvrđen je značaj svakog od njih za promene geometrije membrane pod dejstvom koncentrisane sile, i na taj način **ostvaren je drugi cilj istraživanja** ove doktorske disertacije.

U cilju određivanja značaja dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije, posledice ovog dejstva na promene geometrije upoređene su sa posledicama dejstva površinskog opterećenja. Trenutno je praksa da se u proračunu proveravaju promene geometrije od površinskog opterećenja, pri čemu nisu definisani maksimalni ugibi kao kod drugih konstrukcija. Umesto toga, proverava se da li dolazi do kontakta između membrane i drugih objekata ili površina, i da li dolazi do pojave jezerenja vode na membrani. Rezultati promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile i pod dejstvom površinskog opterećenja pokazali su da koncentrisana sila ima veći uticaj na promene geometrije od površinskog opterećenja. Kod svih ispitivanih modela promene geometrije koje proizvodi koncentrisana sila bar u jednoj tački membrane veće su nego pod površinskim opterećenjem, a kod trećine modela je to slučaj u svim ispitivanim tačkama. Ovi rezultati bili su iznenađujući jer se dejstvo koncentrisanih sila trenutno retko ispituje u proračunu membranskih konstrukcija, iako rezultati pokazuju da ono proizvodi nepovoljnije posledice. Stoga, možemo da zaključimo da je značaj dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije membranske konstrukcije veliki, a svakako veći od pažnje koja mu se trenutno pridaje. Navedenim zaključkom **ostvaren je i treći postavljeni cilj** ovog istraživanja.

Rezultati ovog istraživanja pokazali su da su promene na membranskim konstrukcijama izazvane dejstvom koncentrisane sile drugačije od onih izazvanih površinskim opterećenjem. Takođe, utvrđeno je da su promene geometrije membrane jedna od bitnih posledica dejstva koncentrisanih sila. Konačno, dobijeni rezultati ukazuju na to da promene geometrije membranske konstrukcije izazvane dejstvom koncentrisane sile mogu biti veće od onih izazvanih površinskim opterećenjem, i da stoga delovanje koncentrisanih sila treba uvrstiti u proračun membranskih konstrukcija. Na ovaj način **potvrđena je prva hipoteza** ovog istraživanja.

Veliki deo ovog istraživanja posvećen je dokazivanju druge postavljene hipoteze. Kako bi se proverila pretpostavka da se na veličinu promena geometrije može uticati promenom vrednosti parametara opterećenja, membranskog materijala i oslonaca izvršena su obimna testiranja na numeričkim modelima. Rezultati istraživanja pokazali su da se promenom vrednosti ispitivanih parametara može, u većoj ili manjoj meri, uticati na veličinu promene

geometrije membrane nastale usled dejstva koncentrisane sile. Dakle, dobijeni rezultati **verifikuju i drugu postavljenu hipotezu** ovog istraživanja.

## 6.2. Smernice za projektovanje i proračun

Prva preporuka koja se na osnovu rezultata ovog istraživanja može dati projektantima membranskih konstrukcija jeste da treba da uključe i dejstvo koncentrisanih sila u proračun. Na taj način izbeći će se ugrožavanje konstrukcije neželjenim posledicama koje mogu da nastanu usled ovog dejstva. Činjenica je da posledice ovog dejstva još uvek nisu potpuno istražene. Istraživanje ove doktorske disertacije predstavlja doprinos u oblasti promene geometrije pod dejstvom koncentrisanih sila, međutim oblast promene membranskih sila pod dejstvom koncentrisanih sila je skoro potpuno neistražena. Ipak, čak i u ovim okolnostima, uključivanje dejstva koncentrisanih sila u proračun membranskih konstrukcija ne bi trebalo da ima negativne posledice, a može da spreči da dođe do neželjenih efekata.

Nakon uključivanja koncentrisanih sila u proračun membranskih konstrukcija, postavlja se pitanje kako redukovati posledične promene geometrije u situacijama kada je to potrebno. Najpre treba reći da je promene geometrije potrebno smanjiti onda kada pod dejstvom koncentrisane sile dolazi do kontakta između membrane i drugih površina. Tada se promenom intenziteta sila prednaprezanja membrane ili promenom parametara membranskog materijala i oslonaca, može uticati na smanjenje promena geometrije. Rezultati ovog istraživanja pokazali su da je promena parametara koji imaju najveću efikasnost u smanjivanju promena geometrije ujedno i najpouzdanija.

- Efikasnost povećanja intenziteta sila prednaprezanja membrane u analiziranom opsegu na smanjenja promene geometrije je 47% na ispitivanim modelima, uz pouzdanost smanjenja od skoro 100%. Zbog toga se projektantima membranskih konstrukcija može preporučiti povećanje intenziteta sila prednaprezanja membrane kao izuzetno dobar način za smanjenje promena geometrije nastalih pri dejstvu koncentrisane sile.
- Povećanje modula elastičnosti membranskog materijala u okviru izabranih vrednosti na analiziranim modelima ima efikasnost smanjenja promene geometrije od 45% i pouzdanost od 99%. Zato se projektantima preporučuje izbor membranskog materijala sa većom vrednošću modula elastičnosti kao izuzetno dobar način za smanjenje promena geometrije izazvanih koncentrisanom silom.

- Sledeći parametar koji projektanti mogu da koriste u suzbijanju nepoželjnih promena geometrije pri dejstvu koncentrisane sile jeste promena geometrije oslonaca. Promena geometrije, tačnije povećanje visine membranske konstrukcije u ispitivanim granicama, utiče na smanjenje promena geometrije sa prosečno 27% na ispitivanim modelima i u 99% slučajeva dovodi do smanjenja promena geometrije. Stoga se povećanje visine konstrukcije može preporučiti kao dobar način za smanjenje promena geometrije pod dejstvom koncentrisane sile.
- Smanjenje promena geometrije može se postići i promenom orijentacije materijala. Na ispitivanim modelima promena orijentacije iz one gde su niti paralelne ivicama membrane u onu gde su niti paralelne dijagonalama membrane smanjivala je promene geometrije u 82% slučajeva, a razlika između veličine promene geometrije kod ovih orijentacija je prosečno 18%. Zato se projektantima može preporučiti i promena ovog parametra u borbi sa prekomernim promenama geometrije.
- Ako su promene geometrije takve da nije potrebno znatno ih redukovati, može se koristiti membranski materijal sa većim modulom smicanja. Takvi materijali su na ispitivanom uzorku imali prosečnu efikasnost u smanjenju promena geometrije od 17%, a u 86% slučajeva povećanje vrednosti modula smicanja dovodilo je do smanjenja promena geometrije.
- Parametar sa najmanjim prosečnim uticajem na promene geometrije je krutost ivičnih oslonaca. U 86% slučajeva kruti ivični oslonci imali su manje promene geometrije od fleksibilnih ivičnih oslonaca, a prosečna razlika između veličine promene geometrije kod ovih ivičnih oslonaca je 10%. Zbog toga se variranje ovog parametra ne preporučuje kada je potrebno značajno smanjivati promene geometrije nastale pri dejstvu koncentrisane sile.

### 6.3. Uticaj na zakonsku regulativu

Obim ovog istraživanja je veliki, ali nije dovoljan da donese konačne zaključke o potrebi uvođenja dejstva koncentrisanih sila u proračun membranskih konstrukcija. Međutim ispitivani uzorak je dovoljan da se može zaključiti da je potrebno nastaviti sa daljim istraživanjima koja bi imala za cilj da ispitaju opravdanost uvođenja dejstva koncentrisane sile u proračun membranskih konstrukcija. Osim uticaja koncentrisanih sila na promene geometrije sedlastih membranskih konstrukcija sa kvadratnom osnovom, koje su ispitivane u ovom istraživanju, potrebno je analizirati i druge aspekte dejstva koncentrisanih sila. To su

još i uticaji na promene geometrije drugih oblika membrane i osnove. Pored toga, bilo bi neophodno ispitati i dejstvo koncentrisanih sila na promene membranskih sila. Sva ova istraživanja trebalo bi potkrepiti i ispitivanjem na realnim modelima.

Zaključci istraživanja ove doktorske disertacije govore o velikom značaju dejstva koncentrisanih sila na promene geometrije membranskih konstrukcija. Ovaj značaj je mnogo veći od očekivanog, a takođe i veći od značaja dejstva površinskih opterećenja koja se trenutno smatraju dominantnim. Posledica velikog značaja dejstva koncentrisanih sila govori u prilog tome da budući Evrokod o proračunu membranskih konstrukcija treba vezati za Evrokod 1, naročito u delu gde Evrokod 1 definiše obaveznu proveru dejstva koncentrisanih sila. Pre nego što novi standard postane važeći, biće potrebno upoznati javnost sa dosadašnjim rezultatima o dejstvu koncentrisane sile na membranske konstrukcije, ali i izvršiti dodatna ispitivanja i provere. U konačnom, očekuje se da u budućnosti provera dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije postane uobičajena, kao što je to već sada slučaj sa površinskim opterećenjima.

#### **6.4. Originalni naučni doprinos**

Oblast istraživanja ove doktorske disertacije jeste uticaj dejstva koncentrisanih sila na promene geometrije membranskih konstrukcija. Originalni naučni doprinos disertacije se ogleda u utvrđivanju novih naučnih saznanja vezanih za dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije. Oblast kojom se bavi ovo istraživanje je do sada bila skoro potpuno neispitana. Naučna saznanja do kojih se došlo na osnovu rezultata ovog istraživanja tiču se parametara opterećenja, parametara membranskog materijala i parametara oslonaca pri dejstvu koncentrisane sile na membranske konstrukcije. Saznanja do kojih se došlo govore o uticaju variranja ovih parametara i o njihovom značaju na promene geometrije membranskih konstrukcija pri dejstvu koncentrisane sile. Takođe, ostvaren je naučni doprinos u oblasti sagledavanja značaja dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije membranskih konstrukcija.

Istraživanje ove doktorske disertacije predstavlja početak ispitivanja dejstva koncentrisanih sila na membranske konstrukcije. Ovo istraživanje vezano je za membranske konstrukcije sedlaste forme sa kvadratnom osnovom i statičkim dejstvom koncentrisane sile. Jedan od zaključaka dobijenih ovim istraživanjem je da zbog velikog značaja dejstva koncentrisanih sila za promene geometrije membranskih konstrukcija, treba nastaviti istraživanja. Vrlo je važno proširiti buduća istraživanja i na oblast dejstva koncentrisanih sila na promene

membranskih sila u membranskim konstrukcijama. Na taj način potpunije bi bilo sagledano dejstvo koncentrisanih sila na membranske konstrukcije. Nezaobilazan korak u daljim istraživanjima biće i potvrđivanje zaključaka dobijenih na numeričkim modelima kroz ispitivanje na realnim modelima. Zajedno sa stupanjem na snagu Evrokoda u proračunu membranskih konstrukcija trebalo bi da dejstvo koncentrisanih sila postane sastavni deo njihovog proračuna. U cilju što bolje pripreme za nastupajući pravilnik, dejstvo koncentrisanih sila na membranske konstrukcije trebalo bi potpuno ispitati pre nego što on postane aktivan, a istraživanje predstavljeno u ovoj doktorskoj disertaciji predstavlja jedan od prvih koraka u tom pravcu.

## Literatura

- (Akita, Nakashino, Natori, Park 2007) - Akita, T., Nakashino, K., Natori, M., Park, K.: A Simple Computer Implementation of Membrane Wrinkle Behaviour via a Projection Technique. International Journal for Numerical Methods in Engineering 71, 1231-1259 (2007)
- (Ambroziak 2005) - Ambroziak, A.: Analysis of Non-Linear Elastic Material Properties of PVC-Coated Panama Fabric. Task Quarterly 9, No 2, 167-178 (2005)
- (Ambroziak 2015) - Ambroziak, A.: Mechanical Properties of Preconstraint 1202S Coated Fabric Under Biaxial Tensile Test with Different Load Ratios. Construction and Building Materials 80, 210-224 (2015)
- (Ambroziak, Kłosowski 2014) - Ambroziak, A., Kłosowski, P.: Mechanical Properties for Preliminary Design of Structures Made from PVC Coated Fabric. Construction and Building Materials 50, 74-81 (2014)
- (Argyris, Angelopoulos, Bichat 1974) - Argyris, J.H., Angelopoulos, T., Bichat, B.: A General Method for the Shape Finding of Lightweight Tension Structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3, 135-149 (1974), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (ASCE 2010a) - Tensile Membrane Structures. ASCE Standard, ASCE/SEI 55-10, ASCE, SEI, Reston (2010)
- (ASCE 2010b) - Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. ASCE Standard, ASCE/SEI 7-10, ASCE, SEI, Reston (2010)
- (Barnes 1977) - Barnes, M.R.: Form-Finding and Analysis of Tension Space Structures by Dynamic Relaxation. PhD Thesis, City University London (1977), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Barnes 1988) - Barnes, M.R.: Form-Finding and Analysis of Prestressed Nets and Membranes. Computers and Structures 30, 685-695 (1988), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Barnes 1999) - Barnes, M.R.: Form Finding and Analysis of Tension Structures by Dynamic Relaxation. International Journal of Space Structures 14, 89-104 (1999), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)

- (Barnes, Wakefield 1984) - Barnes, M.R., Wakefield, D.: Dynamic Relaxation Applied to Interactive Form Finding and Analysis of Air-Supported Structures. Proceedings of Conference on the Design of Air-Supported Structures, 147-161 (1984), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Berger 1999) - Berger, H.: Form and Function of Tensile Structures for Permanent Buildings. *Engineering Structures* 21, 669-679 (1999)
- (Berns 1988) - Berns, S.: Architectural fabric membrane roofs. *Construction Specifier* 41, No. 11, 112-120 (1988), preuzeto iz (Lewis 2003)
- (Bletzinger, Firl, Linhard, Wuncher 2010) - Bletzinger, K.-U., Firl, M., Linhard, J., Wuchner, R.: Optimal Shapes of Mechanical Motivated Surfaces. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 199, 324-333 (2010)
- (Bletzinger, Kroplin, Onate 2013) - Bletzinger, K.-U., Kroplin, B., Onate, E.: Structural Membranes 2013: VI International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures, CIMNE, Munich (2013)
- (Bletzinger, Ramm 1999) - Bletzinger, K.-U., Ramm, E.: A General Finite Element Approach to the Form Finding of Tensile Structures by the Updated Reference Strategy. *International Journal of Space Structures* 14, 131-145 (1999), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Bletzinger, Ramm 2001) - Bletzinger, K.-U., Ramm, E.: Structural Optimization and Form Finding of Light Weight Structures. *Computers and Structures* 79, 2053-2062 (2001)
- (Bletzinger, Wuncher, Daoud, Camprubi 2005) - Bletzinger, K.-U., Wuchner, R., Daoud, F., Camprubi, N.: Computational Method for Form Finding and Optimization of Shells and Membranes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194, 3438-3452 (2005)
- (Bonet, Mahaney 2001) - Bonet, J., Mahaney, J.: Form Finding of Membrane Structures by the Updated Reference Method with Minimum Mesh Distortion. *International Journal of Solids and Structures* 38, 5469-5480 (2001)
- (Brew, Lewis 2003a) - Brew, J., Lewis, W.: Computational Form-Finding of Tension Membrane Structures – Non-Finite Element Approaches: Part 1. Use of Cubic Splines in Finding Minimal Surface Membranes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 56, 651-668 (2003);

- (Brew, Lewis 2003b) - Brew, J., Lewis, W.: Computational Form-Finding of Tension Membrane Structures – Non-Finite Element Approaches: Part 2. Triangular Mesh Discretization and Control of Mesh Distortion in Modelling Minimal Surface Membranes. International Journal for Numerical Methods in Engineering 56, 669-684 (2003)
- (Brew, Lewis 2003c) - Brew, J., Lewis, W.: Computational Form-Finding of Tension Membrane Structures – Non-Finite Element Approaches: Part 3. Comparison of Mesh Constraint Methods. International Journal for Numerical Methods in Engineering 56, 685-697 (2003)
- (Brew, Lewis 2007) - Brew, J., Lewis, W.: Tension Membranes Modelled by Curvi-Linear Bicubic Splines. International Journal for Numerical Methods in Engineering 72, 1-21 (2007)
- (Brew, Lewis 2013) - Brew, J., Lewis, W.: Spline-Based and Stress-Monitored Patterning of Fabric Structures. Computers and Structures 119, 203-214 (2013)
- (Bridgens, Birchall 2012) - Bridgens, B., Birchall, M.: Form and Function: The Significance of Material Properties in the Design of Tensile Fabric Structures. Engineering Structures 44, 1-12 (2012)
- (Bridgens, Gosling 2004) - Bridgens, B., Gosling, P.: Direct Stress-Strain Representation for Coated Woven Fabrics. Computers & Structures 82, 1913-1927 (2004)
- (Bridgens, Gosling neobjavljeno) - Round Robin Exercise 2: Interpretation of Biaxial and Shear Test Data.
- (Bridgens, Gosling, Birchall 2004a) - Bridgens, B., Gosling, P., Birchall, M. J.: Tensile Fabric Structures: Concepts, Practice & Developments. The Structural Engineer 82, 21-27 (2004)
- (Bridgens, Gosling, Birchall 2004b) - Bridgens, B., Gosling, P., Birchall, M. J.: Membrane Material Behaviour: Concepts, Practice & Developments. The Structural Engineer 82, 28-33 (2004)
- (Bridgens, Gosling, Hsu 2012) - Bridgens, B., Gosling, P., Hsu X-Y.: Inter-Laboratory Comparison of Biaxial Tests for Architectural Textiles. The Journal of The Textile Institute 103, 706-718 (2012)

- (Carbonell-Marquez, Jurado-Pina, Gil-Martin, Hernandez-Montes 2013) - Carbonell-Martinez, J., Jurado-Pina, R., Gil-Martin, L., Hernandez-Montes, E.: Symmetry Preserving in Topological Mapping for Tension Structures. *Engineering Structures* 52, 64-68 (2013)
- (Chen, Yu, Guo, Fangueiro, Qi 2011) - Chen, S.-H., Yu, H.-Q., Guo, Z., Fangueiro, R., Qi, D.-P.: The FEM-Prediction on Tensile Performance of Woven Membrane Materials under Uni and Bi-axial Loads. *Journal of Fiber Bioengineering and Informatics* 3, 244-249 (2011)
- (Colliers, Mollaert, Vierendeels, De Laet 2016) - Colliers, J., Mollaert, M., Vierendeels, J., De Laet, L.: Collating Wind Data for Doubly-Curved Shapes of Tensioned Surface Structures (Round Robin Exercise 3). *Procedia Engineering* 155, 152-162 (2016)
- (Colman, Bridgens, Gosling, Jou, Hsu 2014) - Colman, A., Bridgens, B., Gosling, P., Jou, G.-T., Hsu, X.-Y.: Shear Behaviour of Architectural Fabrics Subjected to Biaxial Tensile Loads. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 66, 163-174 (2014)
- (Dančević 1978) - Dančević, D.: Konstruktivni sistemi. Centar za informativno izdavačku delatnost, Niš (1978)
- (Day 1965) - Day A.S.: An Introduction to Dynamic Relaxation. The Engineer, Technical Contributors Section, 220-221 (1965), preuzeto iz (Lewis 2003)
- (Day, Bunce 1970) - Day, A.S.: Analysis of Cable Networks by Dynamic Relaxation. *Civil Engineering and Public Works Review*, 383-386 (1970), preuzeto iz (Lewis 2003)
- (Devulder 2004) - Devulder, T.: The Thermal Response of Textile Membrane Constructions. PhD thesis, University of Nottingham (2004)
- (Devulder, Wilson, Chilton 2007) - Devulder, T., Wilson, R., Chilton, R.: The Thermal Behaviour of Buildings Incorporating Single Skin Tensile Membrane Structures. *International Journal of Low Carbon Technologies* 2, 195-213 (2007)
- (Ding, Yang 2003) - Ding, H., Yang, B.: The Modeling and Numerical Analisys of Wrinkled Membranes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 58, 1785-1801 (2003)
- (Dinh, Rezaei, De Laet et al. 2014) - Dinh, T. D., Rezaei, A., De Laet, L., Mollaert, M., Van Hemerlijck, D., Van Paepegem, W.: A New Elasto-Plastic Material Model for Coated Fabric. *Engineering Structures* 71, 222-233 (2014)

- (Dinh, Rezaei, Puystiens et al. 2015) - Dihn, T. D., Rezaei, A., Puystiens, S., Van Craenenbroeck, M., Carbonez, K., De Laet, L., Mollaert, M., Van Hemelrijck, D., Van Paepengem, W.: A Study of Tension Fabric Membrane Structures Under In-Plane Loading: Nonlinear Finite Element Analysis and Validation. Composite Structures 128, 10-20 (2015)
- (Drew 2008) - Drew, P.: New Tent Architecture. Thames & Hudson, London (2008)
- (Elnokaly 2014) - Elnokaly, A.: CFD Analisys of Tensile Conical Membrane Structures as Microclimate Modifiers in Hot Arid Regions. Civil Engineering and Architecture 2, 92-102 (2014)
- (Elnokaly, Chilton, Wilson 2003) - ElNokaly, A., Chilton, J., Wilson, R.: Environmental Performance of Spaces Enclosed or Semi-Enclosed by Fabric Membrane Structures. Textile Composites and Inflatable Structures, Barcelona (2003)
- (EN1990 2002) - Eurocode 0: Basis of Structural Design (2002)
- (EN1991 2002) - Eurocode 1: Actions on structures (2002)
- (Forster, Mollaert 2004) - Forster, B., Mollaert, M.: European Design Guide for Tensile Surface Structures. TensiNet (2004)
- (Galliot, Luchsinger 2009) - Galliot, C., Luchsinger, R. H.: A Simple Model Describing the Non-Linear Biaxial Tensile Behaviour of PVC-Coated polyester Fabrics for Use in Finite Element Analisys. Composite Structures 90, 438-447 (2009)
- (Galliot, Luchsinger 2010a) - Galliot, C., Luchsinger, R. H.: The Shear Ramp: A New Test Method for the Investigation of Coated Fabric Shear Behaviour – Part I: Theory. Composites: Part A 41, 1743-1749 (2010)
- (Galliot, Luchsinger 2010b) - Galliot, C., Luchsinger, R. H.: The Shear Ramp: A New Test Method for the Investigation of Coated Fabric Shear Behaviour – Part II: Experimental Validation. Composites: Part A 41, 1750-1759 (2010)
- (Gil, Bonet, 2006) - Gil, A., Bonet, J.: Finite Element Analisys of Prestressed Structural Membranes. Finite Elements in Analisys and Design 42, 683-697 (2006)
- (Gosling, Bridgens 2008) - Gosling, P. D., Bridgens, B. N.: Material Testing and Computational Mechanics – A New Philosophy for Architectural fabrics. International Journal of Space Structures 23, 214-232 (2008)

- (Gosling, Bridgens, Albrecht et al. 2013) - Gosling, P.D., Bridgens, B.N., Albrecht, A., Alpermann, H., Angeleri, A., Barnes, M., Bartle, N., Canobbio, R., Dieringer, F., Gellin, S., Lewis, W.J., Mageau, N., Mahadevan, R., Marion, J.-M., Marsden, P., Milligan, E., Phang, Y.P., Sahlin, K., Stimpfle, B., Suire, O., Uhlemann, J.: Analysis and Design of Membrane Structures: Results of a Round Robin Exercise. *Engineering Structures* 48, 313-328 (2013)
- (Gosling, Bridgens, Zhang 2013) - Gosling, P., Bridgens, B., Zhang, L.: Adoption of a Reliability Approach for Membrane Structure Analisys. *Structural Safety* 40, 39-50 (2013)
- (Gosling, Lewis 1996a) - Gosling, P. D., Lewis, W. J.: Optimal Structural Membranes – I. Formulation of a Curved Quadrilateral Element for Surface Definition. *Computers & Structures* 61, 871-883 (1996)
- (Gosling, Lewis 1996b) - Gosling, P. D., Lewis, W. J.: Optimal Structural Membranes – II. Form-Finding of Prestressed Membranes Using a Curved Quadrilateral Finite Element for Surface Definition. *Computers & Structures* 61, 885-895 (1996)
- (Haber, Abel 1982) - Haber, E., Abel, J.F.: Initial Equilibrium Solution Methods for Cable Reinforced Membranes. Part I – Formulations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 30, 263-284 (1982), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Harvie 1996) - Harvie, G.: An Investigation into the Thermal Behaviour of Spaces Enclosed by Fabric Membranes. PhD Thesis, University of Wales College of Cardiff (1996)
- (Haug, Powell 1971) - Haug, E., Powell, G.H.: Analytical Shape Finding for Cable Nets. *Proceedings of the 1971 IASS Pacific Symposium, Part II on Tension Structures and Space Frames*, 1-5, Tokyo and Kyoto, 83-92 (1972), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (He, Hoyano 2009) - He, J., Hoyano, A.: Measurement and Simulation of the Thermal Environment in the Built Space Under a Membrane Structure. *Building and Environment* 44, 1119-1127 (2009)
- (He, Hoyano 2010) - He, J., Hoyano, A.: Measurement and Evaluation of the Summer Microclimate in the Semi-Enclosed Space Under a Membrane Structure. *Building and Environment* 45, 230-242 (2010)

- (Hernandez 2006) - Hernandez, J. J. M.: Fabric Membranes as Daylighting Control Systems in Buildings. PhD Thesis, University of Nottingham (2006)
- (Huntington 2013) - Huntington, C.G.: Tensile Fabric Structures: Design, Analysis and Construction. ASCE, Reston (2013)
- (Jarasjarungkiat, Wuncher, Bletzinger 2008) - Jarasjarungkiat, A., Wüchner, R., Bletzinger, K.-U.: A Wrinkling Model Based on Material Modification for Isotropic and Orthotropic Membranes. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 197, 773-788 (2008)
- (Jermoljev, Machacek 2012) - Jermoljev, D., Machacek, J.: Steel Structures with Prestressed Linear and Membrane Elements. Procedia Engineering 40, 171-176 (2012)
- (Karwath 2011) - Karwath, M.: Membrane structures with improved thermal properties. Structural Membranes 2011: V International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures, Barcelona, 312-318 (2011)
- (Katsikadelis, Tsaiatas 2001) - Katsikadelis, J., Tsaiatas, G.: The Analog Equation Method for Large Deflection Analisys of Heterogeneous Orthotropic Membranes: a Boundary-Only Solution. Engineering Analisys with Boundary Elements 25, 655-667 (2001)
- (Katsikadelis, Tsaiatas 2003) - Katsikadelis, J., Tsaiatas, G.: Nonlinear Dynamic Analisys of Heregeneous Orthotropic Membranes by the Analog Equation Method. Engineering Analisys with Boundary Elements 27, 115-124 (2003)
- (Kim, Jeong, Sohn 2009) - Kim, J. J., Jeong, J. H., Sohn, J.-Y.: Sound Absorption Characteristics of PTFE Membrane Material and Their Application o a Multi-Purpose Stadium. Building Services Engineering Research and Technology 30, 213-226 (2009)
- (Kim, Lee 2002) - Kim, J.-Y., Lee, J.-B.: A New Technique for Optimum Cutting Pattern Generation of Membrane Structures. Engineering Structures 24, 745-756 (2002)
- (Koohestani 2014) - Koohestani, K.: Nonlinear Force Density Method for the Form-Finding of Minimal Surface Membrane Structures. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 19, 2071-2087 (2014)
- (Krishna 1978) - Krishna, P.: Cable-Suspended Roofs. McGraw-Hill, New York (1978)
- (LeCuyer 2008) - LeCuyer, A.: ETFE Technology and Design. Birkhauser, Basel (2008)

- (Lee, Youn 2006) - Lee, E.-S., Youn, S.-K.: Finite Element Analisys of Wrinkling Membrane Structures with Large Deformations. *Finite Element and Analisys Design* 42, 780-791 (2006)
- (Lewis 1997) - Lewis, T. S.: The Form-finding of Structures Possessing a Constant Surface Stress. PhD Thesis, University of Warwick (1997)
- (Lewis 2003) - Lewis, W.J.: *Tension Structures, Form and Behaviour*. Thomas Telford, London (2003)
- (Lewis 2013) - Lewis, W.: modeling of Fabric Structures and Associated Design Issues. *Journal of Architectural Engineering* 19, 81-88 (2013)
- (Li, Chan 2004) - Li, J.-J., Chan, S.-L.: An Integrated Analisys of Membrane Structures with Flexible Supporting Frames. *Finite Elements in Analysis and Design* 40, 529-540 (2004)
- (Lin, Mills, Gosling 2008) - Lin, S.-Y., Mills, J., Gosling, P.: Videogrammetric Monitoring of a As-Built Membrane Roof Structures. *The Photogrammetric Record* 23, 128-147 (2008)
- (Linkwitz, Schek 1971) - Linkwitz, K., Schek, H.J.: Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen. *Ingenieur Archiv* 40, 145-158 (1971), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Lipkovski 2015) - Lipkovski, J.: Optimalnost primene numeričkih metoda određivanja početne i deformisane geometrije membranskih konstrukcija. Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu (2015)
- (Lu, Accorsi, Leonard 2001) - Lu, K., Accorsi, M., Leonard, J.: Finite Element Analysis of Membrane Wrinkling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50, 1017-1038 (2001)
- (Majorana, Salomoni, Mazzucco, Pauleti 2010) - Majorana, C., Salomoni, V., Mazzucco, G., Pauletti, R. M.: Large Membrane Roof Analisys: Nonlinear Modeling of Structrures, Conections and Experimantal Evidences. *Journal of Architectural Engineering* 16, 151-163 (2010)
- (Miki, Adriaenssens, Igarashi, Kawaguchi 2014) - Miki, M., Adriaenssens, S., Igarashi, T., Kawaguchi, K.: The Geodesic Dynamic Relaxation Method for Problems of Equilibrium with Equality Constraint Conditions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 99, 682-710 (2014)

(Milošević 2013) - Milošević, V.: Primena tekstilnih konstruktivnih materijala u arhitekturi. Tekstilna industrija LX, broj 2, 33-39 (2013)

(Milošević 2015) - Milošević, V.: Dependence of Membrane Deflection on the Position and Intensity of Point Loads. Structural Engineering International 25, No. 1, 20-25 (2015)

(Milošević, Kostić 2012) - Milošević, V., Kostić, D.: The Problem of Large Deflections in Membrane Structures. IV International Symposium for Students of Doctoral Studies in the Fields of Civil Engineering, Architecture and Environmental Protection, Niš, 388-394 (2012)

(Milošević, Kostić, Đurić-Mijović 2015) - Milošević, V., Kostić, D., Đurić-Mijović, D.: Optimizacija membranskih konstrukcija inkrementalnim nanošenjem proračunskog opterećenja snegom. Tehnika LXX, No. 1, 29-35 (2015)

(Milošević, Marković 2016) - Milošević, V., Marković, B.: Uticaj oblika osnove membranskih konstrukcija na pomeranja pod dejstvom koncentrisane sile. Tehnika, Vol. LXXI, No. 2, 187-193 (2016)

(Milošević, Marković, Kostić 2014) - Milošević, V., Marković, B., Kostić, D.: Changes in Geometry of the Hypar Membrane Structures Under Point Loads. 4th International Scientific Conference moNGeometrija 2014, Vlasina, 297-305 (2014)

(Milošević, Marković, Stojić 2016) - Milošević, V., Marković, B., Stojić, D.: Effects of Different Prestress Intensities on the Displacement of Membrane Structures Under Point Loads. Facta Universitatis series: Architecture and Civil Engineering 14, No. 3, 311-318 (2016)

(Milošević, Marković, Stojić 2017) - Milošević, V., Marković, B., Stojić, D.: Effects of Point Loads on Membrane Structures. Gradevinar 69, *in press* (2017), <https://doi.org/10.14256/JCE.1670.2016>

(Milošević, Nikolić 2012) - Milošević, V., Nikolić, V., The form-force relation in membrane structures. 3rd International Scientific Conference moNGeometrija 2012, Novi Sad, 271-277 (2012)

(Mohamed, Zanelli, Camers 2013) - Mohamed, H.I., Zanelli, A., Camers, J.: The Structural Behavior of PTFE/glass Fabric Structures Integrating Flexible Photovoltaic Modules. Structural Membranes 2013: VI International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures, 290-299 (2013)

- (Mollaert, Devos, Pyl, De Laet 2015) - Mollaert, M., Devos, R., Pyl, L., De Laet, L.: The Design of Tensile Surface Structures. Steel Construction 8, 251-258 (2015)
- (MSAJ 1990) - Guide for Specific Membrane Structures. Membrane Structures Association of Japan (1990), preuzeto iz (Forster, Mollaert 2004)
- (MSAJ 1995) - MSAJ/M-02-1995: Testing Method for Elastic Constants of Membrane Materials. Membrane Structures Association of Japan, 1995. (1995), preuzeto iz (Uhlemann 2016)
- (Nestorović 2007) - Nestorović, M.: Konstruktivni sistemi, principi konstruisanja i oblikovanja. Arhitektonski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd (2007)
- (Ohsaki, Nakajima, Fujiwara, Takeda 2011) - Ohsaki, M., Nakajima, T., Fujiwara, J., Takeda, F.: Configuration Optimization of Clamping Members of Frame-Supported Membrane Structures. Engineering Structures 33, 3620-3627 (2011)
- (Onate, Bletzinger, Kroplin 2015) - Onate, E., Bletzinger, K.-U., Kroplin, B.: Structural Membranes 2015: VII International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures, CIMNE, Barcelona (2015)
- (Onate, Kroplin 2003) - Onate, E., Kroplin, B.: Textile Composites and Inflatable Structures. Springer, Dordrecht (2003)
- (Onate, Kroplin 2008) - Onate, E., Kroplin, B.: Textile Composites and Inflatable Structures II. Springer, Dordrecht (2008)
- (Onate, Kroplin, Bletzinger 2011) - Onate, E., Kroplin, B., Bletzinger, K.-U.: Structural Membranes 2011: V International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures, CIMNE, Barcelona (2011)
- (Otto 1973) - Otto, F.: Tensile Structures. MIT Press, Cambridge (1973)
- (Pargana, Leitao 2015) - Pargana, J., Leitao, V. M.: A Simplified Stress-Strain Model for Coated Plain-Weave Fabrics in Tensioned Fabric Structures. Engineering Structures 84, 439-450 (2015)
- (Pargana, Lloyd-Smith, Izzuddin 2007) - Pargana, J., Lloyd -Smith, D., Izzuddin, B.: Advanced Material Model for Coated Fabrics Used in Tensioned Fabric Structures. Engineering Structures 29, 1323-1336 (2007)

- (Pargana, Lloyd-Smith, Izzuddin 2010) - Pargana, J., Lloyd-Smith, D., Izzuddin, B.: Fully Integrated Design and Analisys of Tensioned Fabric Structures: Finite Elements and Case Studies. *Engineering Structures* 32, 1054-1068 (2010)
- (Pearce, King, Holdsworth 2011) - Pearce, S.P., King, J.R., Holdsworth M.J.: Axisymmetric Indentation of Curved Elastic Membranes by a Convex Rigid Indenter. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 46, 1128-1138 (2011)
- (Punurai, Tongpool, Morales 2012) - Punurai, W., Tongpool, W., Morales, J.: implemetnation of Genetic Algorithm for Optimum Cutting Pattern Gerenation of Wrinkle Free Finishing Membrane Structrures. *Finite Elements in Analysis and Design* 58, 84-90 (2012)
- (Pyl, Wang, De Smedt et al. 2016) - Pyl, L., Wang, X., De Smedt, E., Colliers, J., Mollaert, M., De Laet, L.: Existing Eurocodes Applied to a Membrane Structure. *Procedia Engineering* 155, 142-151 (2016)
- (Radivojević, Kostić 2011) - Radivojević, G., Kostić, D.: Konstruktivni sistemi u arhitekturi. Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu, Niš (2011)
- (Reimann, Kneer, Weisshuhn, Blum 2011) - Reimann, K., Kneer, A., Weisshuhn, C., Blum, R.: A simulation model for the yearly energy demand of buildings with two-or-more-layered textile roofs. *Structural Membranes 2011: V International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures*, Barcelona, 330-339 (2011)
- (Report 2000) - Final Report to the European Commission: Framework III CRAFT Project. Contract BRST.CT98-5166. Proposal BES2-2498: Design and Manufacture of Minimum Energy Forms of Lightweight Tension Membranes (2000), preuzeto iz (Lewis 2003)
- (Rossi, Lazzari, Vitaliani, Onate 2005) - Rossi, R., Lazzari, M., Vitaliani, R., Onate, E.: Simulation of Light-Weight Membrane Structures by Wrinkling Model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 62, 2127-2153 (2005)
- (Schek 1974) - Schek, H.-J.: The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3, 115-134 (1974), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Seidel 2009) - Seidel, M.: Tensile Surface Structures: A Practical Guide to Cable and Membrane Construction. Ernst & Sohn, Berlin (2009)

- (Selvadurai 2006) - Selvadurai, A. P.: Deflections of a Rubber Membrane. *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 54, 1093-1119 (2006)
- (Shimoda, Yamane 2015) - Shimoda, M., Yamane, K.: A Numerical Form-Finding Method for the Minimal Surface of Membrane Structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 51, 333-345 (2015)
- (Siev, Eidelman 1964) - Siev, A., Eidelman, J.: Stress Analysis of Prestressed Suspended Roofs. *Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE*, 103-121 (1964), preuzeto iz (Veenendaal, Block 2012)
- (Sofistik 2015a) - SOFiSTiK Basics. SOFiSTiK AG, Oberschleissheim (2015)
- (Sofistik 2015b) - ASE General Static Analysis of Finite Element Structures. SOFiSTiK AG, Oberschleissheim (2015)
- (Stranghoner, Uhlemann et al. 2016) - Stranghoner, N., Uhlemann, J., Bilginoglu, F., Bletzinger, K.U., Bogner-Balz, H., Corne, E., Gibson, N., Gosling, P., Houtman, R., Llorens, J., Malinowsky, M., Marion, J.M., Mollaert, M., Nieger, M., Novati, G., Sahnoune, F., Siemens, P., Stimpfle, B., Tanev, V., Thomas, J.C.: Prospect for European Guidance for the Structural Design of Tensile Membrane Structures. European Commission, Joint Research Centre, Luxembourg (2016)
- (Stranghoner, Uhlemann, Mollaert 2016) - Stranghoner, N., Uhlemann, J., Mollaert, M.: Background to the Science and Policy Report for Tensile Membrane Structures. *Procedia Engineering* 155, 256-264 (2016)
- (Stromeyer 1970) - Stromeyer, P.: *Texiles Bauen*. L. Stromeyer & Co., Konstanz (1970)
- (Sunilkumar, Lalmoni, Roy, Reid, Vasu 2012) - Sunilkumar, N., Lalmoni, G., Roy, D., Reid, S., Vasu, R.: Wrinkled and Slack Membranes: Nonlinear 3D Elasticity Solutions via Smooth DMS-FEM and Experiment. *International Journal for Numerical Method in Engineering* 90, 1233-1260 (2012)
- (Szostkiewicz-Chatain, Hamelin 1998) - Szostkiewicz-Chatain, C., Hamelin, P.: Numerical and Experimental Stiffness Characterisation Applied to Soft Textile Composites for Tensile Structures. *Materials and Structures* 31, 118-125 (1998)
- (Tanev 2005) - Tanev, V.: Текстилни мембрани конструкции са стоманен опорен контур. PhD Thesis, University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy, Sofia (2005)

(TensiNet 2010) - TensiNet Symposium 2010, Sofia, TensiNet (2010)

(TensiNews, 2001-2017) - TensiNews: Newsletter of the European Based Network for the Design and Realisation of Tensile Structures 1-32, Brussels (2001-2017)

(Tong, Chan 2008) - Tong, L.P., Chen, Z.Y.: Form-Finding and Structural Analysis of Tensioned Cable-Membrane Roof Supported by Steel Trusses and Arches. Journal of Civil Engineering and Architecture 2, No. 1, 28-35 (2008)

(Tsiatas, Katsikadelis 2006) - Tsiatas, G., Katsikadelis, J.: Large Deflection Analysis of Elastic Space Membranes. International journal for Numerical Methods in Engineering 65, 264-294 (2006)

(Tsiatas, Katsikadelis 2011) - Tsiatas, G., Katsikadelis, J.: Nonlinear Analysis of Elastic Space Cable-Supported Membranes. Engineering Analysis with Boundary Elements 35, 1149-1158 (2011)

(Uhlemann 2016) - Uhlemann, J.: Elastic Constants of Architectural Fabrics for Design Purposes. PhD Thesis, Universität Duisburg-Essen (2016)

(Uhlemann, Stranghoner, Saxe 2015a) - Uhlemann, J., Stranghoner, N., Saxe, K.: Comparison of Stiffness Properties of Common Coated Fabrics. Steel Construction 8, 222-229 (2015)

(Uhlemann, Stranghoner, Saxe 2015b) - Uhlemann, J., Stranghoner, N., Saxe, K.: Stiffness Parameters for Architectural Fabrics: An Analysis of Two Determination Procedures. Structural Engineering International 25, No. 1, 9-19 (2015)

(Uhlemann, Stranghoner, Saxe 2015c) - Uhlemann, J., Stranghoner, N., Saxe, K.: Tensile Structures: Investigation into the Determination of Elastic Constants of Fabrics. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures 58, 25-35 (2015)

(Valdes, Miguel, Onate 2009) - Valdes, J., Miguel, J., Onate, E.: Nonlinear Finite Elements Analysis of Orthotropic and Prestressed Membrane Structures. Finite Elements in Analysis and Design 45, 395-405 (2009)

(Veenendaal, Block 2012) - Veenendaal, D., Block, P.: An Overview and Comparison of Structural Form Finding Methods for General Networks. International Journal of Solids and Structures 49, 3741-3753 (2012)

(Wehdorn-Roithmayr 2003) - Wehdorn-Roithmayr, R.: Formfinder: Concept for a Software-Tool to Assist Architects in the Preliminary Design of Form-Active Structures. PhD Thesis, Vienna University of Technology (2003)

(Weinberg, Neff 2008) - Weinberg, K., Neff, P.: A Geometrically Exact Thin Membrane Model-investigation of Large Deformations and Wrinkling. International Journal for Numerical Methods in Engineering 74, 871-893 (2008)

(Wu, Ting 2008) - Wu, T.-Y., Ting, E.: Large Deflection Analysis of 3D Membrane Structures by a 4-node Quadrilateral Intrinsic Element. Thin-Walled Structures 46, 261-275 (2008)

(Wucher, Bletzinger 2005) - Wucher, R., Bletzinger, K.-U.: Stress-Adapted Numerical Form Finding of Pre-Stressed Surfaces by the Updated Reference Strategy. International Journal for Numerical Methods in Engineering 64, 143-166 (2005)

(Yingying, Qilin, Ke, Bei-Iei 2013) - Yingying, Z., Qilin, Z., Ke, L., Bei-Iei, K.: Experimental Analysis of Tensile Behaviors of Polytetrafluoroethylene-Coated Fabrics Subjected to Monotonous and Cyclic Loading. Textile Research Journal 84, 231-245 (2014)

(Zaki, Al-Turki, Fatani 1993) - Zaki, G., Al-Turki, A., Fatani, A.: Experimental Investigation on Free Convection Inside a Tent Envelope of Textile Fabric. Energy and Buildings 19, 291-296 (1993)

(Zhang 2010) - Zhang, L.: Reliability Analysis of Fabric Structures. PhD Thesis, University of Newcastle (2010)

(Zhang, Zhang, Yang, Chen, Cao 2015) - Zhang, Y., Zhang, Q., Yang, Z., Chen, L., Cao, Y.: Load-Dependent Mechanical Behavior of Membrane Materials and its Effect on the Static Behaviors of Membrane Structures. Journal of Materials in Civil Engineering 27, 1-11 (2015)

(Zhang, Zhang, Zhou, Zhou 2010) - Zhang, Y., Zhang, Q., Zhou, C., Zhou, Y.: Mechanical Properties of PTFE Coated Fabrics. Journal of Reinforced Plastics and Composites 29, 3624-3630 (2010)

(Zheng, Song, He et al. 2012) - Zheng, Z.L., Song, W.J., Liu, C.J., He, X.T., Sun, J.Y., Xu, Y.P.: Study on Dynamic Response of Rectangular Orthotropic Membranes Under Impact Loading. Journal of Adhesion Science and Technology 26, 1467-1479 (2012)

(Zloković 1975) - Zloković, Đ.: Konstruktivni sistemi. Arhitektonski fakultet, Beograd  
(1975)

## Popis slika i dijagrama<sup>‡</sup>

- 1 – Ilustracija praistorijskog šatora (Tanev 2005)
- 2 – Dva značajna objekta na Sveruskoj izložbi u Nižnjem Novgorodu 1895. godine  
(www.wikipedia.org – 1.6.2015.)
- 3 – Paviljon Zapadne Nemačke na Svetskoj izložbi u Montrealu 1967. godine  
(www.arch.mcgill.ca – 3.1.2017., www.nybooks.com – 5.1.2017.)
- 4 – Moderne konstrukcije pokrivenе membranama u svetu (www.archiexpo.com – 6.6.2016.,  
www.openbuildings.com – 6.6.2016.)
- 5 – Membranske konstrukcije u Srbiji (www.artech-ing.co.rs – 1.6.2016.)
- 6 – Pneumatska konstrukcija (www.inhabitat.com – 11.6.2016.)
- 7 – Konstrukcija kod koje je membrana pokrivač  
(http://informesdelaconstruccion.revistas.csic.es – 11.6.2016.)
- 8 – Nesvakidašnje forme membranskih konstrukcija (mpanel.com – 6.6.2016.,  
www.tentech.nl – 6.6.2016.)
- 9 – Model od sapunice i model u računarskom softveru (www.materialpraxis.wordpress.com  
– 5.1.2017., www.mehgies.com – 5.1.2017.)
- 10 – Jednostavna sedlasta i konusna membranska konstrukcija (www.trends.archiexpo.com –  
11.6.2016., www.tensilestructure.in – 11.6.2016.)
- 11 – Membranska konstrukcija uništena dejstvom veta (www.gettyimages.com – 3.3.2017.)
- 12 – Membrana pod dejstvom snega (www.mehgies.com – 5.1.2017.)
- 13 – Primeri dejstva koncentrisane sile na membranu (www.architen.com – 30.12.2015.,  
tensilemaintenance.com – 30.12.2015., vibuma.com – 30.12.2015.)
- 14 – Slojevi membranskog materijala (www.mehler-texnologies.net – 1.6.2015.)
- 15 – Poznate ETFE konstrukcije: Vodena kocka u Pekingu i stadion u Minhenu  
(www.easytravelbj.com – 6.6.2016., en.wikiarquitectura.com – 6.6.2016.)
- 16 – Razdvajanje membrane na dvodimenzionalne isečke
- 17 – Montaža membrane (www.temembrane.com – 11.6.2016.)
- 18 – Auditorijum pokriven membranskom konstrukcijom (www.mehgies.com – 5.1.2017.)

---

<sup>‡</sup> Dijagrami su označeni sa \*

- 19 – Mesta spojeva između delova materijala vide se kao tamnije linije  
([www.landgravemuebles.com](http://www.landgravemuebles.com) – 6.6.2016.)
- 20 – Membranski pokrivač osvetljen iznutra u noćnim uslovima ([www.archdaily.com](http://www.archdaily.com) – 6.6.2016.)
- 21 – Nulti model: osnova, izgledi i perspektiva
- 22 – Promene geometrije u mm pod dejstvom koncentrisane sile u centru membrane
- 23 – Intenziteti membranskih sila u x i y pravcu u kN/m pod dejstvom koncentrisane sile u centru membrane
- 24 – Promene geometrije u mm pod dejstvom površinskog opterećenja i koncentrisane sile sa istom resultantom
- 25 – Geodetska visina površi u m neopterećene membrane i membrane opterećene koncentrisanom silom u centru
- 26 – Promene geometrije u mm izazvane dejstvom dve koncentrisane sile
- 27 – Promene geometrije nultog modela u zavisnosti od pozicije dejstva koncentrisane sile (mm)
- 28 – Osetljivost membrane nultog modela na promenu geometrije pri dejstvu koncentrisane sile (mm)
- 29 – Osetljivost membrane na promenu geometrije pri dejstvu koncentrisane sile (mm), iz prethodnog istraživanja (Milošević 2015)
- 30 – Promena geometrije nultog modela pod dejstvom opterećenja od snega (mm)
- 31 – Vertikalna komponenta pomeranja nultog modela pod dejstvom opterećenja snegom (mm)
- 32 – Horizontalna komponenta pomeranja nultog modela pod dejstvom opterećenja snegom, intenziteti u mm (levo) i vektori (desno)
- 33 – Vertikalna komponenta pomeranja nultog modela u svakoj tački, ako koncentrisana sila deluje u toj tački (mm)
- 34 – Horizontalna komponenta pomeranja nultog modela u svakoj tački, ako koncentrisana sila deluje u toj tački (mm)
- 35 – Razlika između vertikalnih pomeranja nultog modela pod dejstvom opterećenja od snega i od koncentrisane sile (mm)
- 36 – Čvorovi odabrani za parametarsku analizu
- 37 – Tačke u kojima će biti poznati rezultati nakon ispitivanja

- 38\* – Pomeranja čvorova označene dijagonale pod dejstvom koncentrisane sile promenljivog intenziteta
- 39\* – Pomeranja čvorova označene dijagonale pod dejstvom koncentrisane sile promenljivog intenziteta
- 40\* – Pomeranja čvorova označenog pravca pod dejstvom koncentrisane sile promenljivog intenziteta
- 41\* – Pomeranja analiziranih čvorova u zavisnosti od povećanja intenziteta koncentrisane sile
- 42 – Promena geometrije membrane (mm) pri dejstvu sile u centru membrane i intenzitetima sile od 0,1; 0,5; 1,0 i 1,33 kN
- 43 – Pomeranje tačaka lančanice pod dejstvom opterećenja
- 44 – Pomeranje membrane nultog modela (mm) pri dejstvu sile od 1 kN
- 45 – Pozitivna pomeranja membrane nultog modela (mm) pri dejstvu sile od 1 kN
- 46 – Promena početne forme u zavisnosti od odnosa sila prednaprezanja
- 47 – Izgledi modela sa različitim odnosom sila prednaprezanja
- 48\* – Uticaj intenziteta sile prednaprezanja na maksimalne promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile
- 49 – Izgledi analiziranih modela
- 50\* – Maksimalna pomeranja čvora 1 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja
- 51\* – Maksimalna pomeranja čvora 2 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja
- 52\* – Maksimalna pomeranja čvora 3 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja
- 53\* – Maksimalna pomeranja čvora 4 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja
- 54\* – Maksimalna pomeranja čvora 5 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja
- 55\* – Maksimalna pomeranja čvora 6 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja
- 56\* – Maksimalna pomeranja čvora 7 u odnosu na intenzitet sila prednaprezanja
- 57 – Početna i promenjena geometrija (gore), vektori pomeranja uvećani 5 puta (sredina) i vektori pomeranja uvećani 8 puta (dole)
- 58 – Pojava lokalne inverzije zakriviljenosti niti na koje direktno deluje koncentrisana sile
- 59 – Zakriviljenost membrane u blizini pozicije dejstva koncentrisane sile

- 60\* – Uticaj variranja intenziteta sile prednaprezanja u glavnom pravcu i intenziteta koncentrisane sile na maksimalna pomeranja
- 61\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od veličine modula elastičnosti jednakog u glavnom i pomoćnom pravcu
- 62\* – Poređenje rezultata dobijenih različitom metodologijom
- 63\* – Maksimalna pomeranja pri konstantnom Ey i promenljivom Ex
- 64\* – Maksimalna pomeranja pri konstantnom Ex i promenljivom Ey
- 65 – Poasonov efekat
- 66 – Zakrivljenost niti oba pravca (Uhlemann 2016)
- 67\* – Uticaj modula smicanja na maksimalne promene geometrije
- 68 – Najčešće orijentacije materijala na kvadratnoj osnovi membranske konstrukcije
- 69 – Četiri analizirane orijentacije materijala na nultom modelu
- 70 – Orijentacija materijala na nultom modelu
- 71 – Orijentacija materijala na izmenjenom nultom modelu
- 72 – Konstrukcija sa krutim i fleksibilnim ivičnim osloncima ([www.fabritecstructures.com](http://www.fabritecstructures.com) – 22.3.2017.)
- 73 – Fleksibilan ivični oslonac – levo, i krut ivični oslonac – desno (Forster, Mollaert 2004)
- 74 – Osnove modela dobijenih variranjem sile prednaprezanja u kablovima
- 75\* – Maksimalne promene geometrije pri različitim intenzitetima sila prednaprezanja kablova
- 76 – Membranske konstrukcije sa kružnim ili poligonalnim osnovama ([www.architen.com](http://www.architen.com) – 22.3.2017.)
- 77 – Membranske konstrukcije sa rombičnim osnovama ([www.tensilestructures.net](http://www.tensilestructures.net) – 22.3.2017., [www.archiexpo.com](http://www.archiexpo.com) – 22.3.2017.)
- 78 – Membranske konstrukcije sa pravougaonim osnovama (<http://abita-shades.com> – 22.3.2017., [www.architen.com](http://www.architen.com) – 22.3.2017.)
- 79 – Osnove modela korišćenih za ispitivanje uticaja oblika osnove na promene geometrije
- 80\* – Promene geometrije modela sa različitim rombičnim oblicima osnove
- 81 – Osnove modela korišćenih za ispitivanje uticaja dimenzije osnove na promene geometrije

- 82\* – Promene geometrije modela sa različitim dimenzijama osnove
- 83 – Perspektive modela korišćenih za ispitivanje uticaja visine modela na promene geometrije
- 84\* – Promene geometrije modela sa različitim visinama
- 85 – Perspektive modela korišćenih za ispitivanje uticaja dimenzije osnove i visine modela na promene geometrije
- 86\* – Promene geometrije modela sa različitim dimenzijama osnove i različitim visinama modela u čvorovima 1, 2, 3 i 4
- 87\* – Promene geometrije modela sa različitim dimenzijama osnove i različitim visinama modela u čvorovima 5, 6 i 7
- 88\* – Broj modela koji nemaju najveće promene geometrije u čvoru 1 u zavisnosti od orijentacije membranskog materijala i krutosti ivičnih oslonaca
- 89\* – Broj modela u kojima je najveća promena geometrije u čvoru 2 među modelima sa krutim ivičnim osloncima
- 90\* – Broj modela u kojima najveća promena geometrije nije u čvoru 1 među modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima
- 91 – Maksimalne promene geometrije tačaka za model I=1 kN, PM=1 kN/m, E= 5000 kN/m, PK=0,3, G=50 kN/m, O=D, IO=F, H=2,5 m
- 92 – Maksimalne promene geometrije tačaka za model I=1 kN, PM=3 kN/m, E=2000 kN/m, PK=0,3, G=25 kN/m, O=D, IO=F, H=1,5 m
- 93\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele I=1 kN, E=5000 kN/m, PK=0,3, G=5 kN/m, O=D, IO=K, H=0,5 m
- 94\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele I=1 kN, E=100 kN/m, PK=0,3, G=278 kN/m, O=P, IO=F, H=3,0 m
- 95\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela za modele P=1, I=1 kN, E=5000 kN/m, PK=0,3, G=5 kN/m, O=P, IO=K
- 96\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele I=1 kN, E=5000 kN/m, PK=0,3, G=5 kN/m, O=P, IO=K, H=0,5 m
- 97\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele P=1, I=1 kN, E=5000 kN/m, PK=0,3, G=5 kN/m, H=0,5 m
- 98\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele P=1, I=1 kN, PK=0,3, G=5 kN/m, O=P, IO=K, H=0,5 m

- 99\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=2$ ,  $I=1$  kN,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=2,0$  m
- 100\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $I=1$  kN,  $PM=2$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=25$  kN/m,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=1,0$  m
- 101\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $P=4$ ,  $I=1$  kN,  $PM=1$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=278$  kN/m,  $O=P$ ,  $IO=K$ ,  $H=3,0$  m
- 102\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $I=1$  kN,  $PM=3$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=P$ ,  $IO=F$ ,  $H=1,5$  m
- 103\* – Broj modela u kojima sa povećanjem modula elastičnosti membranskog materijala ne dolazi do smanjenja promena geometrije među modelima sa fleksibilnim ivičnim osloncima i paralelnom orijentacijom materijala u zavisnosti od ostalih parametara
- 104\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $I=1$  kN,  $PM=1$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=278$  kN/m,  $O=P$ ,  $IO=F$ ,  $H=3,0$  m
- 105\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti membranskog materijala i intenziteta sila prednaprezanja membrane pri  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=2,0$  m
- 106\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na orijentaciju membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca
- 107\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na intenzitet sile prednaprezanja membrane i orijentaciju membranskog materijala
- 108\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na moduo elastičnosti membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca
- 109\* – Broj setova koji su izuzeci u odnosu na visinu modela i poziciju dejstva koncentrisane sile
- 110\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i modula elastičnosti membranskog materijala za modele  $P=4$ ,  $I=1$  kN,  $PM=2$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=P$ ,  $IO=K$ ,  $H=2,5$  m
- 111\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i pozicije dejstva sile za modele  $I=1$  kN,  $PM=3$  kN/m,  $E=100$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=P$ ,  $IO=F$ ,  $H=1,5$  m

- 112\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i pozicije dejstva sile za modele  $I=1$  kN,  $PM=3$  kN/m,  $E=600$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=F$ ,  $H=1,5$  m
- 113\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od vrednosti modula smicanja i pozicije dejstva sile za modele  $I=1$  kN,  $PM=4$  kN/m,  $E=300$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$ ,  $H=0,5$  m
- 114\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane i modula smicanja membranskog materijala za modele  $P=7$ ,  $I=1$  kN,  $E=2000$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=F$ ,  $H=3,0$  m
- 115\* – Broj parova u kojima paralelna orientacija materijala daje manje maksimalne promene geometrije u odnosu na moduo elastičnosti i moduo smicanja membranskog materijala
- 116\* – Broj parova u kojima paralelna orientacija materijala daje manje maksimalne promene geometrije u odnosu na visinu modela i intenzitet sile prednaprezanja membrane
- 117\* – Broj parova u kojima paralelna orientacija materijala daje manje maksimalne promene geometrije u odnosu na poziciju dejstva sile i krutost ivičnih oslonaca
- 118\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $PM=2$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $IO=F$ ,  $H=2,0$  m
- 119\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $PM=4$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $IO=K$ ,  $H=1,0$  m
- 120\* – Broj parova u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na moduo elastičnosti i moduo smicanja membranskog materijala
- 121\* – Broj parova u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na visinu modela i orijentaciju membranskog materijala
- 122\* – Broj parova u kojima fleksibilni ivični oslonci daju manje maksimalne promene geometrije u odnosu na poziciju dejstva sile, intenzitet prednaprezanja membrane i orijentaciju membranskog materijala
- 123\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala za modele  $P=7$ ,  $I=1$  kN,  $PM=5$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=P$ ,  $H=0,5$  m
- 124\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od modula elastičnosti i modula smicanja membranskog materijala za modele  $P=4$ ,  $I=1$  kN,  $PM=1$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $H=2,5$  m
- 125\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $E=1000$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=P$

- 126\* – Broj setova u kojima povećanje visine modela ne dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije u odnosu na orijentaciju membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca
- 127\* – Broj setova u kojima povećanje visine modela ne dovodi do smanjenja maksimalnih promena geometrije u odnosu na ostale ispitivane parametre
- 128\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=5$ ,  $I=1$  kN,  $PM=1$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=D$ ,  $IO=K$
- 129\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=7$ ,  $I=1$  kN,  $PM=5$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=O$ ,  $IO=F$
- 130\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $E=600$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $G=50$  kN/m,  $O=P$ ,  $IO=K$
- 131\* – Zavisnost maksimalnih promena geometrije od visine modela i intenziteta sile prednaprezanja membrane za modele  $P=1$ ,  $I=1$  kN,  $PM=1$  kN/m,  $PK=0,3$ ,  $O=D$ ,  $IO=K$
- 132\* – Prosečan i maksimalan značaj parametara
- 133\* – Broj parova kod kojih su promene geometrije veće od koncentrisane sile u odnosu na orijentaciju membranskog materijala i krutost ivičnih oslonaca
- 134\* – Broj parova kod kojih su promene geometrije veće od koncentrisane sile u odnosu na visinu modela i intenzitet sile prednaprezanja membrane
- 135\* – Broj parova kod kojih su promene geometrije veće od koncentrisane sile u odnosu na moduo elastičnosti i moduo smicanja membranskog materijala

## Popis tabela

- 1 – Trenutni propisi o šatorastim, membranskim i pneumatskim konstrukcijama u evropskim državama (*Stranghoner, Uhlemann et al. 2016*)
- 2 – Vrednosti ispitivanih parametara
- 3 – Vrednosti  $v_{yx}$  dobijene za različite vrednosti  $E_x$  i  $E_y$  pri  $v_{xy}=0,3$
- 4 – Vrednosti izraza  $v_{yx}v_{xy}$  dobijene za različite vrednosti  $E_x$  i  $E_y$  pri  $v_{xy}=0,3$
- 5 – Promene geometrije u zavisnosti od različite vrednosti Poasonovog koeficijenta (mm)
- 6 – Uticaj promene orijentacije materijala na promene geometrije nultog modela pod dejstvom koncentrisane sile (mm)
- 7 – Uticaj promene orijentacije materijala na promene geometrije izmenjenog nultog modela pod dejstvom koncentrisane sile (mm)
- 8 – Odnos strele i raspona kabla za različite intenzitete sile prednaprezanja kabla
- 9 – Vrednosti parametara koje su međusobno kombinovane
- 10 – Maksimalne promene geometrije u čvorovima 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i x
- 11 – Broj modela u odnosu na broj pozicija na modelu koje imaju veće promene geometrije pod dejstvom koncentrisane sile nego pod dejstvom površinskog opterećenja

**Prilog 1**

Zbog svoje obimnosti celokupni rezultati sprovedenog istraživanja nisu mogli da budu predstavljeni u štampanoj formi. Umesto toga, oni su dati u na disku koji se nalazi u omotu pričvršćenom za ovu stranu.

## Biografija autora



Vuk Milošević rođen je 1987. godine u Nišu. Završio je Osnovnu školu „Vožd Karađorđe“ u Nišu. U Gimnaziji „Bora Stanković“ u Nišu završio je tri razreda. Četvrti razred završio je u Sjedinjenim Američkim Državama, u srednjoj školi „Canby High School“. Na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu u Nišu završio je osnovne akademske studije arhitekture i master akademske studije arhitektonsko-konstruktivnog smera. Na istom fakultetu trenutno je student na doktorskim akademskim studijama. Osim studija na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu, završio je i osnovne trogodišnje studije na Fakultetu sporta i fizičkog vaspitanja u Nišu. Na Univerzitetu Anhalt u Nemačkoj završio je master studije smera membranske konstrukcije.

Bio je stipendista više ministarstava Republike Srbije u periodu od 2007. do 2014. godine. Počev od školske 2011/2012. godine angažovan je u izvođenju nastave na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu u Nišu kao saradnik i stipendista Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja. Od 1.4.2014. godine radi na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu u Nišu na Katedri za konstrukcije i konstrukcijske sisteme arhitektonskih objekata u zvanju asistenta.

Istraživanje membranskih konstrukcija Vuk Milošević započeo je 2009. godine. Od tada je objavio više od 20 radova na konferencijama i u časopisima, među kojima i dva rada u časopisima sa impakt faktorom. Časopis „Journal of Aerospace Engineering“ angažovao ga je kao recenzenta u oblasti membranskih konstrukcija. Učestvovao je u realizaciji nekoliko projekata membranskih konstrukcija u inostranstvu.

Uz akademska i profesionalna ostvarenja, Vuk Milošević se aktivno bavi plivanjem. Oženjen je i otac je čerke Nađe.

## ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом:

### Аспект промене геометрије при дејству концентрисане сile у пројектовању монтажних тембранских конструкција

која је одбрањена на Грађевинско-архитектонском факултету Универзитета у Нишу:

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да ову дисертацију, ни у целини, нити у деловима, нисам пријављивао на другим факултетима, нити универзитетима;
- да нисам повредио ауторска права, нити злоупотребио интелектуалну својину других лица.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са ауторством и добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 14.8.2017.

Потпис аутора дисертације:

Вук С. Милошевић  
(Име, средње слово и презиме)

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ЕЛЕКТРОНСКОГ И ШТАМПАНОГ ОБЛИКА  
ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

**Наслов дисертације: Аспект промене геометрије при дејству концентрисане сile у  
пројектовању монтажних мембраничких конструкција**

Изјављујем да је електронски облик моје докторске дисертације, коју сам предао  
за уношење у **Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу**, истоветан  
штампаном облику.

У Нишу, 14.8.2017.

Потпис аутора дисертације:

Вук С. Миловић  
(Име, средње слово и презиме)

## ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

**Аспект промене геометрије при дејству концентрисане силе у пројектовању монтажних мембраничких конструкција**

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском облику, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио.

1. Ауторство (**CC BY**)

**2. Ауторство – некомерцијално (**CC BY-NC**)**

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде (**CC BY-NC-ND**)

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (**CC BY-NC-SA**)

5. Ауторство – без прераде (**CC BY-ND**)

6. Ауторство – делити под истим условима (**CC BY-SA**)

У Нишу, 14.8.2017.

Потпис аутора дисертације:

Вук С. Милошевић  
(Име, средње слово и презиме)