

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

-обавезна садржина-

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
1. Датум и орган који је именовано комисију
На својој 24. седници одржаној 18. јула 2014. године, Наставно-научно веће Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду, именовало је Комисију за оцену и одбрану докторске дисертације кандидата Иване Милановић под насловом: <i>Обрада функције дате помоћу одређеног интеграла у процесу математичког моделирања.</i>
2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен
1. др Драгослав Херцег , редовни професор, ужа научна област Нумеричка математика, датум избора у звање 25.5.1989, Природно-математички факултет у Новом Саду, Департман за математику и информатику, председник
2. др Ђурђица Такачи , редовни професор, ужа научна област Анализа и вероватноћа, датум избора у звање 15.03.1997, Природно-математички факултет у Новом Саду, Департман за математику и информатику, ментор
3. др Мара Ђукић , редовни професор, ужа научна област Педагогија, датум избора у звање 05.07.2001, Филозофски факултет у Новом Саду, члан
4. др Иван Анић , доцент, ужа научна област Методика наставе математике, датум избора у звање 01.10.2013, Природно-математички факултет у Новом Саду, Департман за математику и информатику, члан
5. др Марина Чичин-Шаин , редовни професор, ужа научна област Пословна информатика, датум избора у звање 24.03.2004, Економски факултет у Ријеци, члан
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
1. Име, име једног родитеља, презиме
Ивана (Иван) Милановић
2. Датум рођења, општина, држава
17.04.1977, Зрењанин, Република Србија
3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив
Основне студије: Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду, студијски програм Математика, стечени стручни назив Професор математике
4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија
2010, студијски програм Доктор наука – доктор методике наставе математике
5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране ---
6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука ---

III НАСЛОВ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Обрада функције дате помоћу одређеног интеграла у процесу математичког моделирања

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Докторска дисертација написана је на српском језику, у А4 формату и штампана у колору. Садржи

- 10 поглавља,
- 206 страна,
- 98 јединица литературе,
- 23 табеле, 29 слика, 11 графика и 5 шема.

У докторској дисертацији представљено је педагошко истраживање које се односи на увођење математичког моделирања као савременог методичког приступа учењу математике, његову примену у наставној пракси, као и на могућност да се кроз математичко моделирање проблема, појава и процеса који се обрађују у неком другом наставном предмету оствари модернији, интердисциплинарни приступ средњошколској настави. Све то у циљу афирмације иновативног, креативног и напредног математичког мишљења, квалитетног, структурираног и функционалног знања, које се у овом истраживању односи на одређене наставне садржаје математичке анализе. У наставни процес интегрисан је осмишљен и израђен пројекат чија је реализација омогућила успостављање међупредметне корелације, изучавање функција и њихових примена у научним проблемима кроз процесе математичког моделирања. Нарочита пажња посвећена је реализацији когнитивних активности ученика у свакој етапи процеса математичког моделирања и остваривању њиховог вертикално-кумулативног поретка. Као посебна активност усмерена на потребе и циљеве одабраних процеса математичког моделирања и усклађена са наставним садржајима који су изучавани, уведен је и примењен нови методички приступ у обради функција датих помоћу одређеног интеграла, са посебним акцентом на анализу логаритамске функције дате помоћу одређеног интеграла, а затим и анализу експоненцијалне функције, као инверзне логаритамској. Један део истраживања фокусиран је на увођење и реализацију назначене нове методичке концепције у обради функција датих помоћу одређеног интеграла и на високошколском нивоу учења математичке анализе. Испитивање ефикасности примењених нових, савремених методичких приступа у раду са ученицима, односно студентима, уз планску и систематску употребу рачунара са одговарајућом софтверском подршком, обрађено је компаративном анализом резултата добијених тестирањем група ученика, односно студената. Добијен је позитиван одговор на питање да ли предложени методички приступи позитивно утичу на квалитет математичког знања ученика, односно студената, и оствареност оптималних резултата у учењу и изучавању наставних садржаја из области функције. До тих резултата дошло се педагошким експериментима и одговарајућим тестовима знања.

Докторска дисертација подељена је у 10 глава (Уводни део – 8 страна, Теоријске основе истраживања: математичко моделирање у настави – 34 стране, Иницијално експериментално истраживање – 23 стране, Експериментално истраживање: математичко моделирање у интердисциплинарном приступу настави и учењу – 30 страна, Експериментално истраживање: обрада функције дате помоћу одређеног интеграла – 37 страна, Финално експериментално истраживање – 19 страна, Математичко моделирање проблема из реалног живота – 25 страна, Закључак – 7 страна, Литература – 6 страна, Биографија – 3 стране). На почетку докторске дисертације налазе се Предговор и Садржај, а на крају неопходна кључна документација на српском и енглеском језику.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

У **првој глави** докторске дисертације кандидат је приказао кратак увод у рад, истичући актуелност, потребу и значај одабраног предмета истраживања. Такође је дат циљ истраживања и приказ структуре рада.

У **другој глави** докторске дисертације кандидат је на систематичан начин представио теоријске основе истраживања. Извршена је анализа литературе из области методике наставе математике, при чему се кандидат фокусирао на научне и стручне радове који се односе на примену математичког моделирања у средњошколској настави. Теоријска разматрања математичког моделирања дата су узимајући у обзир најважније одлике наставе математике. Како је увођење математичког моделирања, као веома важног методичког приступа настави, сложен и комплексан процес, неопходно је објаснити га са више аспеката, и у складу са основним елементима савремене наставе математике (наставник, ученик, програмски садржаји, образовна технологија). Због тога је кандидат у овој глави посебну пажњу посветио месту и улози: наставника, који би као субјекат наставе требало да је стручно и методички оспособљен и непосредно припремљен за часове на којима ће се примењивати моделирање, у складу са методологијом процеса моделирања, а засновано на дидактичким принципима; и ученика, који би као субјекат наставе требало да, кроз процес моделирања, властитим снагама стиче и обликује своје математичко образовање. Такође, кандидат је разматрао низ фактора који утичу на креирање методичких решења, а односе се на примену одговарајућих наставних метода, облика рада и образовне технологије у реализацији математичког моделирања као савременог методичког приступа настави и учењу математике. На крају главе кандидат је истакао главне аргументе за примену моделирања у настави, али и евентуалне потешкоће са којима се наставник и ученик у раду могу суочити.

Математичка знања представљају неопходну основу и кључни су услов за примену математичког моделирања у настави, при чему ученици треба да прошире постојећа, али и стекну нова знања. Математичко моделирање, које је експериментално примењено у наставном процесу у току истраживања, захтевало је ученичка знања о функцијама, посебно о линеарној, експоненцијалној и логаритамској функцији. Због тога је било веома значајно да се, пре реализације процеса моделирања, добије правремен и објективни увид у квантитет и квалитет ученичких знања о поменутих појмовима. У **трећој глави** докторске дисертације представљено је иницијално истраживање, као прва фаза експерименталног процеса, а које је спроведено ради утврђивања предзнања ученика четвртх разреда гимназије са којима је реализовано експериментално истраживање. У складу са предметом истраживања докторске дисертације, као и постављеним циљевима и задацима, кандидат је у овој глави прецизно поставио методолошки оквир иницијалног истраживања. Одређени су, и детаљно објашњени: предмет иницијалног истраживања, његови циљеви и задаци, узорак (формирање експерименталне и контролне групе ученика), хипотезе, као и методе и технике које су коришћене. Затим је дата интерпретација резултата иницијалног истраживања. Описана је јасно конструкција инструмента (иницијалног теста знања из математике) и наведен тест са адекватним објашњењима задатака. Даље је извршена статистичка обрада података до којих се дошло иницијалним тестирањем ученика и, у методичком смислу, веома добро спроведена дискусија резултата остварених на наведеном тесту. Тестиране су постављене статистичке хипотезе и дате смернице за спровођење даљег експерименталног рада.

Предавање и учење математике помоћу математичког моделирања експериментално је примењено у наставној пракси и презентовано у **четвртој глави** докторске дисертације. У овој глави кандидат је поступно и систематично описао и детаљно објаснио реализацију активности ученика експерименталне групе и наставника у свакој етапи процеса моделирања, односно експерименталног рада. Реализовани процес моделирања као нарочито наглашену компоненту има разумевање и примену функција у решавању проблема из другог наставног предмета. Оригинално израђен пројекат дизајниран је тако да се његовом реализацијом постигну оптимални резултати у учењу и изучавању наставних садржаја из области функције и да се омогући утицај на развој математичког мишљења, бољи однос ученика према настави математике, реализацију когнитивних активности ученика кроз интеракцију на релацијама ученик-ученик и наставник-ученик и кроз плански и систематски рад на рачунару. Како је математичко моделирање примењено на појмове, процесе и проблеме из хемије, изведена иновирана настава базирана је и на теоријским основама међупредметне корелације. Због тога је кандидат у овој глави разматрао и различите аспекте

интердисциплинарног приступа настави и учењу. Наведени су облици, организационе варијанте, когнитивни процеси, као и педагошки исходи интердисциплинарне наставе, са циљем да се укаже да ова настава пружа шири спектар могућности у односу на традиционалну.

Посебну пажњу у истраживачком процесу, као што је објашњено у **петој глави** докторске дисертације, кандидат је посветио увођењу нове методичке концепције која је примењена на утврђивање основних својстава логаритамске и експоненцијалне функције, а према одређеним потребама и циљевима назначеног процеса математичког моделирања. Ова методичка концепција заснована је на шеми: интеграл→логаритамска функција→експоненцијална функција и примени рачунара приликом обраде одговарајућих математичких појмова, првенствено у циљу њихове визуелизације. У овој глави прво се уводи појам функције дате помоћу одређеног интеграла, који се затим методолошки и садржајно објашњава кроз различите примере, са акцентом на вези између неодређеног и одређеног интеграла. Даље се помоћу одређеног интеграла уводи логаритамска функција, тако да је са ученицима понављање основних својстава ове функције реализовано применом основних својстава одређеног интеграла, а затим је уведена експоненцијална функција као инверзна логаритамској и испитана су њена основна својства. Такође, у петој глави објашњено је и како је обрада функција датих помоћу одређеног интеграла, у рачунарском окружењу, експериментално спроведена на високошколском нивоу учења математике. На крају главе кандидат је презентовао прикупљене објективне показатеље о степену утицаја примењених иновативних поступака у раду на квалитет знања и развој математичких способности код студената, њихове могућности, снажање, али и на њихов однос према новом начину задавања функције. У поглављима ове главе посебно је истакнут методички значај формулисаног концепта слике и концепта дефиниције, као и операционализовања ова два концепта и њиховог комбиновања, кроз експериментални рад са ученицима, односно студентима, у којем се приступило на акциони, иконички и симболички начин, и који је био усмерен у визуелно-просторном и идејно-симболичком правцу.

Експериментални наставни процес, усмерен ка постављеним циљевима, завршава одређеним исходима и резултатима, па је потребно спровести евалуацију, односно контролу, праћење и вредновање његових циљева. У **шестој глави** докторске дисертације кандидат је презентовао финално истраживање које је спроведено у последњој фази експерименталног процеса, ради евалуације активности реализованих током експерименталног периода, односно утврђивања финалног стања (позитивних исхода у настави и учењу математике применом одабраних методичких приступа; оптималних знања ученика). У овој глави прегледно је наведен методолошки оквир финалног истраживања (предмет овог дела истраживања, циљеви и задаци, хипотезе, методе и технике). Кандидат је даље навео коришћени инструмент (финални тест знања из математике) са коректном методичком аргументацијом за сваки задатак. На основу статистичке обраде података добијених на овом тесту, презентовани су опширно резултати финалног истраживања. На крају ове главе кандидат је спровео свеобухватну дискусију резултата, са посебним освртом на разлике у резултатима ученика са којима је реализована иновативна настава и ученика са којима је реализована традиционална настава. Тестирањем постављених статистичких хипотеза измерен је и потврђен позитиван утицај експерименталних фактора на математичка знања ученика. Такође су дата и закључна разматрања о финалном истраживању.

Да би се математичко моделирање, као методички приступ учењу, у потпуности интегрисало у наставни процес, важно је да се ученици упознају са процесом моделирања и да, током свог школовања, у континуитету раде са математичким моделима. Ово је могуће реализовати тако што ће ученици на часовима математике, у оквиру одређених наставних тема, решавати проблеме из реалног окружења, примењујући процес моделирања. У уџбеницима, збиркама задатака и другој стручној литератури из математике намењеној средњошколском узрасту нема довољно задатака и отворених проблема из реалног света кроз које би ученици могли да практикују математичко моделирање у свакодневној наставној пракси. Због тога је у **седмој глави** докторске дисертације кандидат презентовао наставне материјале које је израдио за наставнике/ученике и који могу представљати методичку основу за изучавање експоненцијалне и логаритамске функције, као и њихове примене у проблемима из реалног живота кроз процес математичког моделирања. За поједине задатке, наведене у овим материјалима, кандидат је дао исцрпна методичка упутства и објашњења, у складу са методологијом моделирања која је теоријски објашњена у другој глави докторске дисертације и примењена у експерименталном истраживању (као што је објашњено у четвртој глави докторске дисертације). У стратегијама које је предложио, кандидат се посебно

фокусирао на могућност примене рачунара и одговарајућег образовног софтвера у одређеним етапама решавања ових задатака.

У **осмој глави** докторске дисертације кандидат је укратко поновио најважније чињенице изнете у претходним главама и сумарно навео најважније резултате истраживања до којих је дошао у свим деловима докторске дисертације. На основу добијених резултата сажето су приказани закључци, који су правилно изведени и разумљиво формулисани, уз навођење смерница за даља истраживања која су оправдана, а у циљу побољшања наставе и учења математике.

У **деветој глави** докторске дисертације наведена је коришћена литература која је релевантна, актуелна и свеобухватна.

На крају докторске дисертације, у **десетој глави**, дата је биографија кандидата.

Комисија је позитивно оценила све делове докторске дисертације.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

Кандидат има укупно девет објављених радова (научних и стручних) од којих су два категорије М23 (са SCI листе), два категорије М24, три категорије М30 и два категорије М52. Радови који су објављени, а припадају проблематици докторске дисертације су следећи.

1. **Milanović, I.**, Vukobratović, R., Raičević, V., (2012), Mathematical Modelling of the Effect of Temperature on the Rate of a Chemical Reaction, *Croatian Journal of Education*, 14 (3/2012), 681-709. **M23**
2. Vukobratović, R., Такачи, Ђ., **Milanović, I.**, (2014), Acquiring the concept/concepts of function through programmed instruction in a computer classroom, *Croatian Journal of Education*, 15 (4/2013), 1121 – 1147. **M23**
3. **Milanović, I.**, Vukobratović, R., Raičević, V., (2012), An instance of a mathematical model in chemical kinetics, *Int. J. Knowledge Engineering and Soft Data Paradigms*, 3 (3/4), 294–308. **M24**
4. **Милановић, И.**, Такачи, Ђ., (2012), Примена образовног софтвера *GeoGebra* у одређивању геометријског места тачака, *Настава и васпитање*, LXI (4), 709 – 722. **M24**
5. **Милановић, И.**, Такачи, Ђ., Вукобратовић, Р., (2012), Увођење логаритамске функције помоћу интеграла – методички приступ, *Педагошка стварност*, LVIII (1), 61 – 78. **M52**
6. **Милановић, И.**, Раичевић, В., (2011), Утврђивање реда хемијске реакције помоћу математичког модела, *Педагошка стварност*, LVII (1-2), 120-131. **M52**
7. **Милановић, И.**, Јовановић, М., (2012), Анализа резултата иницијалног теста из математике, гимназија „Исидора Секулић“, *Култура, комуникација, компјутер – зборник радова треће међународне конференције гимназија ЗК*, Србија, Нови Сад, 02. – 03. новембар 2012. године, Нови Сад: Савез педагошких друштава Војводине, 83 – 101. **M30**
8. **Милановић, И.**, (2011), Примена образовног софтвера *GeoGebra* у додатној настави математике, уредник Такачи, Ђ., *Зборник радова међународне GeoGebra конференције за југоисточну Европу*, Србија, Нови Сад, 15. – 16. јануар 2011. године, Нови Сад: Природно – математички факултет у Новом Саду, департаман за математику и информатику, 99 – 109. **M30**
9. **Милановић, И.**, Вукобратовић, Р., (2010), Положај математике у гимназијалском образовању ученика, гимназија „Исидора Секулић“, *Култура, комуникација, компјутер – зборник радова прве међународне конференције гимназија ЗК*, Србија, Нови Сад, 10. – 11. септембар 2010. године, Нови Сад: Савез педагошких друштава Војводине, 93 – 100. **M30**

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У докторској дисертацији представљен је оригинално израђен пројекат заснован на теоријским принципима математичког моделирања, чија је реализација омогућила ученицима да

изучавају функције и њихове примене у научним проблемима. Експериментални наставни процес је са својим конструктивистичким правцем био оријентисан ка стицању, продубљивању и утврђивању теоријских знања ученика из области функције кроз њихову практичну примену и ка усвајању система умећа и навика. У експерименталном раду, математичко моделирање примењено је на решавање проблема из хемијске кинетике, што је укључило и одговарајуће наставне садржаје ове научне дисциплине. Међупредметним повезивањем и успостављањем корелације појмова математике и друге науке, у раду је остварен и савремен, интердисциплинарни приступ средњошколској настави.

Кроз експериментални рад истакнуте су и потврђене вишеструке предности примене математичког моделирања као савременог методичког приступа у односу на традиционалне методе и поступке у наставној пракси. Моделирање омогућава ученицима да реализацијом разноврсних когнитивних активности самостално стичу знања и развијају математичке компетенције. Кроз активности моделирања, ученици лакше усвајају апстрактне математичке појмове, што води ка стварном разумевању сложених математичких теорија и правила, ка могућностима за њихово повезивање са реалним светом и примену у реалним проблемима.

Уведен иновативни интердисциплинарни приступ настави, кроз математичко моделирање научних проблема, прати природни пут стицања и примене знања која у пракси не познају границе наука. Спровођењем стратегија које се базирају на теоријским основама интердисциплинарне наставе, реализује се активан наставни процес у којем ученици кроз комуникацију са наставником, али и другим ученицима, стичу, анализирају, синтетизују и вреднују одређена сазнања, и на тај начин долазе до одговора, закључака и уопштавања, са могућностима генерализације и трансфера знања. Повезивање математичког садржаја са садржајима другог наставног предмета омогућава ученицима да схватају и интегришу математичке концепте и идеје у једном ширем концептуалном оквиру. На овај начин посебно се истиче општост, заснованост, одређеност и применљивост математичких знања. Такође, код ученика се формира научни поглед на свет и проблеме који га окружују и са којима ће се сретати у даљем научном раду и професионалној пракси.

Рационална и ефикасна примена рачунара такође представља иновацију уведена у експерименталном наставном процесу. У експерименталној настави, уз помоћ рачунара и рачунарског образовног софтвера *GeoGebra*, као систему свих елемената дидактичког четвороугла повезаних повратним спрегмама, обрађени су одабрани наставни садржаји на савремен начин и усклађени са захтевима моделирања. Кроз експериментални рад посебно је истакнут дидактички значај примене рачунара у настави. Најважнији значај примене рачунара је у визуелизацији наставних садржаја. Представљањем садржаја помоћу рачунарских графичких приказа или анимација математичких и других научних принципа, теорема или проблема, визуелно учење допуњује вербално учење. Овде се посебно истиче визуелизација функција, и у складу са дидактичким принципом очигледности, могућност успостављања веза између својстава функција и њихове прецизне графичке презентације. Приликом решавања научних проблема кроз процес моделирања, рачунари омогућавају ученицима да обраде већи број улазних информација, лакшу и бржу конструкцију више математичких модела него што је то било могуће у традиционалним начинима рада, а да при томе буду усредсређени на математичка резоновања, рад и закључивања. Рачунарско окружење пружа ученицима могућност да истражују математичке концепте, да на једноставнији начин формулишу и проверавају хипотезе, да доказују и потврђују теорије и законитости које важе у природним наукама. Када изводе експеримент у лабораторији и реалном окружењу, ученици могу да прате процесе и дешавања у ограниченим условима. Рад на рачунару у процесу моделирања омогућава ученицима да прецизно приказују процесе (хемијске, физичке...), узимајући у обзир широк распон различитих услова за постављене проблеме.

У експерименталној настави уведена је и нова методичка концепција у обради и утврђивању основних својстава логаритамске и експоненцијалне функције, као посебна активност усмерена на потребе и циљеве процеса моделирања, и усклађена са наставним садржајима који су у овом процесу обрађени. Заснована на шеми: интеграл \rightarrow логаритамска функција \rightarrow експоненцијална функција, и реализована уз примену рачунара, примењена методичка концепција представља значајну иновацију у средњошколској настави математике. У почетним етапама реализације концепције уведен је појам функције дате помоћу одређеног интеграла, који се затим, кроз различите задатке, поступно усваја и кроз наставне активности методолошки и садржајно формира као појам разумљив и близак ученицима. Одабрани приступ омогућио је ученицима да на основу више појединачних примера стварају претпоставке, потврђују правила и изграђују структуре које се

односе на појам функције дате одређеним интегралом. Формирањем овог појма и увођењем ученика у математичке структуре и релације које се на њега односе, посебно се позитивно утиче на развој напредног математичког мишљења. Ученици кроз постојећа знања конструишу нова знања о функцији датој помоћу одређеног интеграла, при чему се развија математичка креативност и логичко, дивергентно мишљење, али све то уз формално дефинисање функције. Такође, увођење и обрада функције дате помоћу одређеног интеграла представља добру методичку основу за истраживање прве и друге фундаменталне теореме калкулуса.

Рад у рачунарском окружењу доприноси бољем разумевању и стварању геометријских представа о функцији датој помоћу одређеног интеграла, кроз експериментисање и проверу резултата. У том смислу, визуелизација овде омогућава перцепцију и подстиче процес мишљења, што резултира бољим прихватањем и разумевањем назначене функције. Примена рачунара има значајан позитиван утицај на формирање доброг концепта слике, што комбиновањем са формулисаним концептом дефиниције води ка усвајању појма функције дате помоћу одређеног интеграла.

Даље је помоћу одређеног интеграла уведена логаритамска функција, тако да се концепција структурирања наставног садржаја заснивала на обради логаритамске функције применом основних својстава одређеног интеграла. На овај начин, у раду је креиран нов приступ, погодан за истраживање, уз могућност откривања особина, односа, функционалне зависности и непримећених узрочно-последичних веза међу наведеним појмовима, и то у одговарајућем редоследу. Такође, овакав приступ у обради логаритамске функције захтева способност примене знања о функцији датој помоћу одређеног интеграла и укључује трансформацију ученичких знања, првенствено аналогijом и резоновањем, уз одговарајући степен стваралаштва у раду. У последњим етапама реализације одабране концепције, уведена је експоненцијална функција, као инверзна логаритамској, и испитана су њена основна својства.

Експериментално истраживање спроведено је на намерном узорку од 223 гимназијалца четвртог разреда, који су били подељени у две групе (експерименталну и контролну). Групе су имале приближно једнак број ученика и биле уједначене на основу општег успеха и оцена из математике у претходна три разреда. На почетку експерименталног процеса, спроведено је иницијално истраживање, ради утврђивања иницијалног стања у математичком знању ученика. Анализом резултата иницијалног тестирања ученика одабраног узорка утврђена је уједначеност група на основу предзнања из области функције. У току експерименталног процеса, са ученицима експерименталне групе изведена је настава применом описаних нових методичких концепата и приступа настави/учењу. Са ученицима контролне групе изведена је настава тако да су се одабрани наставни садржаји обрађивали, понављали и утврђивали применом традиционалних наставних метода, без увођења нових методичких поступака у раду. На крају експерименталног процеса, спроведено је финално истраживање, у циљу експерименталног утврђивања остварености циљева и задатака експерименталног рада са гимназијалцима који се трансформишу у квалитативне и квантитативне промене у постигнућу и развоју ученика. Анализа резултата финалног тестирања показала је позитиван утицај примене математичког моделирања (као и свих реализованих когнитивних активности у етапама процеса) у интердисциплинарном приступу настави/учењу, спровођења назначене методичке концепције у обради основних својстава логаритамске и експоненцијалне функције, у рачунарском окружењу, на квалитет математичког знања ученика и оствареност оптималних резултата у учењу и изучавању наставних садржаја из области функције. t -тест је показао да се, са вероватноћом од 99%, може закључити да су резултати ученика експерименталне групе значајно бољи од резултата ученика контролне групе. Кроз егзактно потврђивање позитивног дејства експерименталних фактора на математичка знања ученика остварен је и главни циљ истраживања.

Изучавање функције, посебно логаритамске, дате помоћу одређеног интеграла, на средњошколском нивоу, отворило је пут и дало идејну основу за увођење нове методичке концепције у обради функција датих помоћу одређеног интеграла, у рачунарском окружењу, и на високошколском нивоу учења математике.

У експерименталном наставном процесу који је реализован са студентима, приступило се на начин слично као и у раду са гимназијалцима. Након увођења појма функције дате помоћу одређеног интеграла, усвајање појма остварено је кроз рад на различитим проблемима и уз примену рачунара. Разлика је у томе што су ученици средње школе детаљно обрађивали логаритамску функцију дату помоћу одређеног интеграла, док су студенти даље стицали и продубљивали знања о

назначеном појму кроз анализу различитих функција датих помоћу одређеног интеграла.

Решавање постављених проблема, уз активно учење и примену знања из калкулуса, има одговарајући методички значај. Студентима је омогућено стварање очигледних и јасних представа о појму функције дате помоћу одређеног интеграла и њеним својствима, путем преношења појма у више конкретних ситуација (проблема). Може се закључити да анализа ових функција за студенте представља изазов из више разлога. Прво, зато што су функције дате помоћу интеграла. Друго, студенти истовремено морају да испитују и повезују својства функције дате интегралом са својствима подинтегралне функције. Треће, аналитички израз подинтегралне функције не мора бити познат, већ само њен график. Вузуелизација функција датих помоћу интеграла, на рачунару, а у комбинацији са симболичким записима и дефиницијама, има изразито позитиван утицај на процес учења математике. Рад на рачунару кроз динамичку акцију омогућава наставнику да приказује математичке концепте и процесе, а студентима да их истражују. Решавањем разноврсних примера у рачунарском окружењу, студенти се усмеравају на општији концепт који је представљен класом примера и који представља основу за каснији формалнији рад. Овакав начин рада и код студената утиче на унапређивање приступа решавању проблема који се односе на функције. Подстиче се флексибилно математичко мишљење, аргументовање и закључивање, способност истраживања, способност апстраховања, упоређивања и уопштавања. Студенти се такође подстичу на употребу рачунара који може да им помогне на њиховом путу ка проширивању постојећих и стицању нових математичких знања.

Експериментално испитивање ефикасности увођења и реализације новог методичког приступа високошколској настави математике и примене образовног софтвера *GeoGebra* у обради одабраних појмова калкулуса, посебно функција датих помоћу интеграла, реализовано је на Природно-математичком факултету у Новом Саду. Истраживање је спроведено на 66 студената прве године студија физике, који су били подељени у две групе. Групе су укључиле студенте свих нивоа предзнања и сличне дистрибуције резултата колоквијума из математичке анализе (наставни садржаји: функције). Анализа резултата овог истраживања показала је да се може закључити следеће: група студената са којима су одабрани наставни садржаји математичке анализе обрађени осмишљеним новим поступцима у раду показала је статистички значајно боље резултате у знању, разумевању и анализи функција датих помоћу интеграла, као и примени знања диференцијалног и интегралног рачуна, од групе студената са којима су исти садржаји обрађени класичним начином рада.

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Предузете истраживачке активности и коришћене статистичке методе, као и приказани резултати, представљају одговарајућу научну апаратуру, помоћу које је дата адекватна слика утицаја примене математичког моделирања (као и свих реализованих когнитивних активности у етапама процеса) у интердисциплинарном приступу настави/учењу, спровођења предложене нове методичке концепције у обради основних својстава логаритамске и експоненцијалне функције, у рачунарском окружењу, на квалитет математичког знања ученика, и оствареност оптималних резултата у учењу и изучавању наставних садржаја из области функције.

Резултати истраживања прате постављене циљеве и задатке истраживања и приказани су јасно и прегледно помоћу табела, графикона и шема, уз одговарајућа тумачења у тексту, док су подаци добијени истраживањем на најбољи могући начин обрађени. Примена статистичких метода била је коректна, а изведени закључци засновани на чињеницама. Кандидат је резултате истраживања јасно и прецизно тумачио. Наведена литература је обимна, савремена и везана за проблематику методике наставе математике, педагогије и психологије, неопходна за дато истраживање.

На основу начина приказивања и тумачења података, може се констатовати да рад садржи оригиналне научне резултате који задовољавају захтеве нивоа докторске дисертације.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ	
1.	Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме
	Докторска дисертација Иване Милановић написана је у складу са образложењем наведеним у пријави теме.
2.	Да ли дисертација садржи све битне елементе
	Докторска дисертација садржи све битне елементе који представљају оригиналан научни допринос у области изучавања методике наставе математике.
3.	По чему је дисертација оригиналан допринос науци
	<p>Докторска дисертација је теоријско-експерименталног карактера, и у складу са тим истичу се њени оригинални доприноси савременој методици наставе математике.</p> <p>Теоријски допринос дат је кроз направљен критички компаративни преглед савремене литературе из области методике наставе математике, при чему се кандидат фокусирао на научне и стручне радове који се односе на примену математичког моделирања и интердисциплинарног приступа у настави. Дата су теоријска разматрања примене различитих наставних метода, облика рада и информационе технологије у настави моделирањем, узимајући у обзир све елементе савременог дидактичког четвороугла (наставник, ученик, програмски садржаји, образовна технологија). У докторској дисертацији посебна пажња посвећена је проучавању литературе из математичке анализе, намењене средњошколском и високошколском нивоу учења математике.</p> <p>Посебно се истиче допринос експерименталног дела докторске дисертације, који се односи на примену нових методичких приступа изучавању наставних садржаја из области функције у наставном процесу. Допринос се огледа у иновацији средњошколске наставе математике, применом математичког моделирања, интердисциплинарног приступа, и кроз успостављање корелације математичких појмова са појмовима друге науке (хемије).</p> <p>Изразито важан допринос докторске дисертације је у увођењу и реализацији нове методичке концепције у обради функција датих помоћу интеграла, посебно у обради логаритамске, а затим и експоненцијалне функције на средњошколском нивоу учења математике.</p> <p>Допринос се такође огледа у примени новог приступа обради појмова математичке анализе, са посебним акцентом на функције дате помоћу интеграла на високошколском нивоу учења математике, што је увело одговарајуће иновације и у раду са студентима.</p> <p>У докторској дисертацији је представљен и детаљно објашњен целокупан експериментални наставни процес реализован са ученицима, односно студентима, уз планску и систематску примену рачунара током целог процеса.</p> <p>Експерименталним делом који се односи на спроведена истраживања, емпиријски је утврђен утицај предложених нових методичких поступака у раду на квалитет знања ученика, односно студената, везаних за функције.</p> <p>Израдом наставних материјала на крају докторске дисертације постављена је методичка основа и дат предлог за изучавање експоненцијалне и логаритамске функције, и њихове примене у једноставнијим примерима из реалног живота, применом моделирања.</p> <p>Ова докторска дисертација и предлози који су јасно истакнути у оквиру закључних разматрања отварају могућности за спровођење нових истраживања у циљу даљег испитивања утицаја предложених иновативних приступа на знања из различитих специфичних области математике, али и других наука.</p>

4.	Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања
	У докторској дисертацији нема недостатака који би утицали на резултат истраживања.
X	ПРЕДЛОГ
	<p>На основу укупног сагледавања оцене докторске дисертације</p> <p><i>Обрада функције дате помоћу одређеног интеграла у процесу математичког моделирања кандидата Иване Милановић,</i></p> <p>комисија позитивно оцењује ову дисертацију и предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду да прихвати позитивну оцену и одобри кандидату да докторску дисертацију под овим насловом јавно брани.</p>

датум: 03.09.2014.

Комисија

др Драгослав Херцег
редовни професор ПМФ–а у Новом Саду, председник

др Ђурђица Такачи
редовни професор ПМФ–а у Новом Саду, ментор

др Мара Ђукић
редовни професор Филозофског факултета у Новом Саду, члан

др Иван Анић
доцент ПМФ–а у Новом Саду, члан

др Марина Чичин-Шаин
редовни професор Економског факултета у Риједи, члан