



УНИВЕРЗИТЕТ
У НОВОМ САДУ



ФАКУЛТЕТ
ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Југославија
Деканат: 021 350-413; 021 450-810; Централа: 021 350-122
Рачуноводство: 021 58-220; Студентска служба: 021 350-763
Телефакс: 021 58-133; e-mail: ftndean@uns.ns.ac.yu



Сертификован
систем
квалитета



PRORAČUNI TOKOVA SNAGA NEURAVNOTEŽENIH DISTRIBUTIVNIH MREŽA

– doktorska disertacija –

Mentor
prof. dr Vladimir Strezoski

Kandidat
mr Predrag Vidović

Novi Sad, 2015.



КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:		
Идентификациони број, ИБР:		
Тип документације, ТД:	Монографска публикација	
Тип записа, ТЗ:	Штампана грађа	
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација	
Аутор, АУ:	Предраг Видовић	
Ментор, МН:	Професор Владимир Стрезоски	
Наслов рада, НР:	Прорачуни токова снага неуравнотежених дистрибутивних мрежа	
Језик публикације, ЈП:	Српски	
Језик извода, ЈИ:	Српски / Енглески	
Земља публикавања, ЗП:	Србија	
Уже географско подручје, УГП:	Војводина	
Година, ГО:	2015	
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт	
Место и адреса, МА:	Нови Сад	
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	10 поглавља / 137 страна / 78 цитата / 13 табеле / 46 слика / 0 графика / 8 прилога	
Научна област, НО:	Електротехника	
Научна дисциплина, НД:	Електроенергетика	
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Дистрибутивна мрежа, токови снага оријентисани на гране, токови снага оријентисани на чворове, нумерација мреже по слојевима	
УДК		
Чува се, ЧУ:	Библиотека ФТН, Нови Сад	
Важна напомена, ВН:		
Извод, ИЗ:	<p>У дисертацији је представљен поступак ГССКН (генерализовани поступак сумирања струја и корекција напона) интегрисан у ДМС. Интеграција поступка ГССКН у ДМС се састоји од следећег: 1) поступак ГССКН се наслања на јединствену базу података ДМС и 2) резултати добијени прорачуном токова снага коришћењем поступка ГССКН користе се у великом броју осталих функција ДМС. Стандардни поступак БФС (чишћење унапред/уназад), који је развијен за прорачун токова снага уравнотежених дистрибутивних мрежа у симетричним режимима, у овој дисертацији је генерализован на уравнотежене мреже у несиметричним режимима, неуравнотежене дистрибутивне мреже (у несиметричним режимима), са обухваћеним миксованим мрежама, а да су при томе у потпуности запажени робустност, ефикасност и брзина у односу на остале поступке. Односно, у овој дисертацији је предложен ГССКН за прорачун било како сложених слабоупетљаних дистрибутивних мрежа с дистрибутивним генераторима, који има све особине и предности у односу на остале поступке, као што су их имали стандардни поступци БФС за прорачун токова снага уравнотежених слабоупетљаних дистрибутивних мрежа са дистрибутивним генераторима у симетричним режимима. Дакле, основни циљ ове дисертације гласи: показати да стандардне поступке БФС не само да не треба напуштати приликом прорачуна токова снага неуравнотежених слабоупетљаних активних мрежа (укључене миксоване), већ да је то напуштање контрапродуктивно, бар са аспекта поступака који су до сада објављени у литератури.</p>	
Датум прихватања теме, ДП:	23.05.2012.	
Датум одбране, ДО:		
Чланови комисије, КО:	Председник:	др Драган Поповић
	Члан:	др Душко Бекут
	Члан:	др Горан Швенда
	Члан:	др Драган Тасић
	Члан, ментор:	др Владимир Стрезоски
		Потпис ментора



UNIVERSITY OF NOVI SAD • FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES
21000 NOVI SAD, Trg Dositeja Obradovića 6

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :			
Identification number, INO :			
Document type, DT :	Monograph publication		
Type of record, TR :	Textual printed material		
Contents code, CC :	Phd thesis		
Author, AU :	Predrag Vidović		
Mentor, MN :	Professor Vladimir Strezoski		
Title, TI :	Load Flow calculations for unbalanced distribution networks		
Language of text, LT :	Serbian		
Language of abstract, LA :	Serbian / English		
Country of publication, CP :	Serbia		
Locality of publication, LP :	Vojvodina		
Publication year, PY :	2015		
Publisher, PB :	Author's reprint		
Publication place, PP :	Novi Sad		
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/anne	10 chapters / 137 pages / 78 ref / 13 tables / 48 pictures / 0 graphs / 8 appendix		
Scientific field, SF :	Electrical engineering		
Scientific discipline, SD :	Power systems		
Subject/Key words, S/KW :	Distribution network, branch oriented load flow, bus oriented load flow, layers numbering of the network		
UC			
Holding data, HD :	Library of Faculty of technical sciences, Novi Sad		
Note, N :			
Abstract, AB :	<p>The dissertation presents GBFS (General Backward/Forward Sweeping) procedure which is integrated in DMS. The integration of the GBFS procedure in DMS consists of the following: 1) the GBFS procedure is based on the unique DMS database and 2) the results obtained from load flow calculation by application of GBFS procedure are used in many other DMS applications. The standard BFS procedure (Backward/Forward Sweeping), developed for the load flow calculation of balanced distribution networks in symmetrical states, in this dissertation is generalized to balanced networks in asymmetrical states, unbalanced distribution networks (in asymmetrical states), including mixed networks. In addition, the robustness, efficiency and speed comparing to other procedures, have been saved. In other words, this dissertation proposes the GBFS procedure for calculation of any composite weakly meshed distribution networks with distribution generators. It has all the properties and advantages as compared to other procedures, like standard BFS procedures applied for load flow calculation of balanced weakly meshed distribution networks with distribution generators in symmetrical states. Therefore, the basic objective of this dissertation is as follows: to show that the standard BFS procedures should not be abandoned when performing the load flow calculation of unbalanced weakly meshed active networks (mixed included), and that, on the contrary, abandoning them would be counterproductive, at least from the aspect of procedures published so far.</p>		
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	23.05.2012.		
Defended on, DE :			
Defended Board, DB :	President:	PhD Dragan Popović	
	Member:	PhD Duško Bekut	
	Member:	PhD Goran Švenda	
	Member:	PhD Dragan Tasić	Menthor's sign
	Member, Mentor:	PhD Vladimir Strezoski	

S A D R Ź A J

1.	UVOD	1
2.	MATEMATIČKI MODELI ELEMENATA DISTRIBUTIVNIH MREŽA	9
2.1.	POTROŠAČI	9
2.1.1.	Tretman potrošača	9
2.1.2.	Potrošači koji se napajaju sa strane transformatora čiji su namotaji povezani u trougao ili zvijezdu izolovanog zvjezdišta i bez neutralnog provodnika	11
2.2.	MATEMATIČKI MODEL SEKCIJE VODA	14
2.3.	MATEMATIČKI MODEL TRANSFORMATORA	15
2.4.	OPŠTI MODEL REDNIH ELEMENATA	20
2.5.	MODEL OTOČNIH ELEMENATA	21
3.	FORMIRANJE MATRICE ADMITANSI MREŽE	23
4.	PREGLED POSTOJEĆIH POSTUPAKA ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA	27
4.1.	PRORAČUN SIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA	27
4.2.	PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVAN NA IMPLICITNOM Zbus POSTUPKU	36
4.3.	PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVAN NA MODIFIKOVANOM NEWTON/RAPHSON-OVOM METODU	39
4.4.	PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVAN NA METODU KONTURNIH STRUJA	45
5.	PROCEDURE SUMIRANJA STRUJA I KOREKCIJA NAPONA NA ELEMENTIMA MREŽE	53
5.1.	SEKCIJE VODOVA	53
5.1.1.	Procedura sumiranja struja	54
5.1.2.	Procedura korekcija napona	54
5.1.3.	Proračun nesimetričnog režima sekcije	54
5.2.	TRANSFORMATORI	55
5.2.1.	Transformatori sa spregama y_{Ny_nk} i ddy_{nk}	56
5.2.1.1.	Zadatak – Procedura sumiranja struja	56
5.2.1.2.	Zadatak – Procedura korekcija napona	57
5.2.1.3.	Zadatak – Postupak za proračun (nesimetričnog) režima transformatora	58
5.2.2.	Transformatori sa spregama y_{Ndk} i ddk	60
5.2.2.1.	Zadatak – Procedura sumiranja struja	60
5.2.2.2.	Zadatak – Procedura korekcija napona	60
5.2.2.3.	Zadatak – Postupak za proračun (nesimetričnog) režima transformatora	62
6.	GENERALIZOVANI POSTUPAK ZA PRORAČUN NEURAVNOTEŽENIH MREŽA	65
6.1.	MEMORISANJE GENERALNIH NEURAVNOTEŽENIH MREŽA	65
6.2.	GENERALIZOVANI POSTUPAK ZA PRORAČUN NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA	68
7.	NUMERIČKA VERIFIKACIJA GENERALIZOVANOG POSTUPKA ZA PRORAČUN NESIMETRIČNIH TOKOVI SNAGA	75
8.	ZAKLJUČAK	81

9.	PRILOZI	85
9.1.	MODELOVANJE ELEKTROENERGETSKIH MREŽA	85
9.1.1.	Direktna primjena Kirchhoff-ovih zakona za modelovanje i proračun kola	85
9.1.2.	Metod nezavisnih napona	93
9.1.3.	Metod konturnih struja	95
9.2.	METODI ZA RJEŠAVANJE SISTEMA LINEARNIH JEDNAČINA	99
9.2.1.	Osnovni Gauss-ov metod (Gauss-ova redukcija)	99
9.2.2.	LU faktorizacija – implicitna inverzija	103
9.3.	METODI ZA REŠAVANJE SISTEMA NELINEARNIH JEDNAČINA	105
9.3.1.	Gauss-ov metod	106
9.3.2.	Gauss/Seidel-ov metod	107
9.3.3.	Varijante Newton/Raphson-ovog metoda	108
9.3.3.1.	Osnovni Newton/Raphson-ov metod za rješavanje sistema nelinearnih jednačina	108
9.3.3.2.	Brzi raspregnuti postupak	111
9.4.	PARAMETRI VODOVA GOLIH PROVODNIKA	114
9.4.1.	Redni parametri	114
9.4.2.	Otočni parametri	118
9.5.	PARAMETRI TROFAZNIH TRANSFORMATORA	120
9.5.1.	Otočni parametri	120
9.5.2.	Redni parametri transformatora sprege D_{y_n5}	122
9.6.	DISTRIBUTIVNE MREŽE S PETLJAMA	124
9.7.	DISTRIBUTIVNE MREŽE S GENERATORIMA TIPA PV	127
9.8.	LOKALNA AUTOMATIKA	129
10.	LITERATURA	133

1. UVOD

Svjetsku elektroprivredu s kraja prošlog i početka ovog vijeka karakterišu procesi restrukturiranja i deregulacije, njene djelimične privatizacije i utvrđivanja slobodnog tržišta električne energije [1]. Ideja restrukturiranja se, prije svega, sastoji od dezintegracije jedinstvenog – vertikalno integrisanog elektroprivrednog preduzeća, u (teorijski) četiri, ekonomski nezavisna subjekta (preduzeća): 1) Proizvodnja, koncentrisana u jednom ili više nezavisnih preduzeća (u privatnom i/ili državnom vlasništvu) – „GENCO“; 2) Prenos, koncentrisan uglavnom u jednom preduzeću koje je, uglavnom, u državnom vlasništvu – „TRANSCO“; 3) Distribucija, koncentrisana u jednom ili više preduzeća u državnom i/ili privatnom vlasništvu – „DISCO“; i 4) Isporuka električne energije – „RESCO“, pridružena distributivnim preduzećima i/ili posebnim, državnim ili privatnim preduzećima [1]. Jedan od ključnih momenata u restrukturiranoj elektroprivredi jeste taj da se svaki od novonastalih subjekata (proizvodnja, prenos, distribucija i isporuka) brine o svom cjelokupnom poslovanju, težeći da ostvari što veći promet, prihod i profit. Takva briga, između ostalog, nametnula je potrebu za korišćenjem sofisticiranih alata za vođenje tehničkih poslova u sva četiri elektroprivredna dijela. Zbog toga su se sistemi za vođenje prenosnih mreža *EMS (Energy Management Systems)* već utvrdili kao nužni alati u preduzećima za prenos električne energije. Štaviše, počelo se s njihovim prilagođavanjem novim uslovima poslovanja preduzeća za prenos na slobodnom tržištu električne energije [2].

Ono što je dugo bilo zapostavljano prije restrukturiranja elektroprivrede, jesu slični – sofisticirani sistemi za vođenje tehničkih poslova distributivnih i preduzeća za isporuku električne energije. To su *DMS (distributivni menadžment sistemi – Distribution Management Systems)*. Kombinacija sledeća tri razloga se čini ključnom za to zapostavljanje:

1. distributivne mreže su višestruko većih dimenzija i sastoje se od složenijih elemenata od prenosnih mreža, pa su i DMS znatno složenije od odgovarajućih EMS; time su istraživači dugo bili obeshrabrivani da priđu pitanju DMS;
2. nedovoljno razvijena računarsko/softverska i telekomunikaciona oprema u prošlim dekadama, koja je bila potrebna za obuhvat sistema s tako velikim dimenzijama kakve su distributivne mreže;
3. preduzeće za distribuciju električne energije, integrisano u cjelokupno elektroprivredno preduzeće, bez izdiferenciranog sopstvenog poslovanja i interesa, nije bilo motivisano za optimalno vođenje sopstvene mreže.

Ali, u restrukturiranoj elektroprivredi, gdje su preduzeća za distribuciju i isporuku električne energije izdiferencirana u okviru elektroprivrede, sa sopstvenom odgovornošću prema svom poslovanju, uz znatno razvijeniju računarsko/softversku i telekomunikacionu opremu, stvari se radikalno mijenjaju. Računarsko/softverska i telekomunikaciona oprema danas je dostigla nivo da se jedan vrlo veliki infrastrukturni sistem, kakva je distributivna mreža, obuhvati i njegovi modeli obrade ne lokalno, u centru vođenja mreže, već koristeći se udaljenim snažnim i vrlo pouzdanim serverima, koristeći se tehnikama „Cloud“ (oblak), odnosno „SaaS“ (Software as a Service – softver kao servis) [3]. Otud veliki porast interesovanja za DMS u poslednjim decenijama. Tom porastu interesovanja naglo je doprinjeo i koncept pametnih mreža (Smart Grid Concept) koji je u poslednjoj deceniji postao imperativ naročito u distributivnim mrežama (Smart Distribution Grid Concept). Tim konceptom su podjednako obuhvaćeni najsophisticiraniji proračuni mreža i informacione tehnologije.

Svejedno da li je riječ o EMS ili DMS, njihovu osnovu čini softver – *EMS Softver* i *DMS Softver*, respektivno. Bazični dijelovi obje vrste softvera jesu analitičke funkcije, tj. *energetski proračuni* za nadzor, analizu i optimizaciju pogona, za planiranje razvoja prenosnih odnosno distributivnih mreža itd.

Proračuni ustaljenih režima (*proračuni tokova snaga*) i proračuni (kvazi)ustaljenih režima s kratkim spojevima i/ili prekidima faza (*proračuni kvarova*), dvije su osnovne analitičke funkcije, tj. dva su osnovna proračuna elektroenergetskih (prenosnih i distributivnih) mreža. Obje vrste proračuna predstavljaju osnovu za veliku većinu ostalih proračuna u EMS i DMS.

Prenosne mreže su uglavnom trofazne i s velikim brojem petlji. Kada nisu pogođene kvarom, one najčešće mogu da se aproksimiraju uravnoteženim mrežama u simetričnim režimima (direktnog redoslijeda)¹. Osim u slučaju trofaznog uravnoteženog kratkog spoja i/ili trofaznog prekida faza, neuravnoteženi kvarovi unose nesimetriju režima mreža. Proračuni simetričnih tokova snaga i kvarova uravnoteženih mreža, koje su prije kvara bile u simetričnim režimima, definitivno su utvrđeni prije više decenija. Modeli za oba proračuna zasnovani su na mreži koja je opisana metodom nezavisnih napona (čvorova) [5]. Taj metod se sastoji od sistema jednačina bilansa struja čvorova kola. On je izveden sintezom prvog – strujnog i drugog – naponskog Kirchhoff-ovog zakona. U njegovoj osnovi leži matrica admitansi (čvorova) mreže.

Osnovni Newton/Raphson-ov (NR) postupak za proračun tokova snaga [6] i njegove izvedene forme [7], jesu definitivni iterativni postupci za proračun nelinearnih modela tokova snaga prenosnih mreža. Oni su zasnovani na matrici Jacobian-a ili njenim aproksimacijama. Ti postupci su široko rasprostranjeni u udžbenicima elektroenergetike [8, 9], pa i za neuravnotežene mreže [10]. Osnovni NR postupak zahtijeva jednu implicitnu inverziju – *LU faktorizaciju* [11, 12] matrice Jacobian-a u svakoj iteraciji. Brzi raspregnuti postupak zahtijeva samo po jednu LU faktorizaciju dvije matrice, koje čine aproksimaciju matrice Jacobian-a, svaka s polovinom dimenzije generičke matrice Jacobian-a. Takva – konstantna matrica se koristi u svakoj iteraciji proračuna tokova snaga. Posebnu snagu proračunima tokova snaga prenosnih mreža daju primjena tehnike rijetkih matrica [13] i optimalna numeracija čvorova mreže [14].

Linearni postupci za proračun kvarova su takođe već utvrđeni za prenosne mreže prije nekoliko decenija [15, 16, 17]. Oni se zasnivaju na jednoj Gauss-ovoj redukciji ili LU faktorizaciji matrice admitansi. Stoga, dva nedostatka osnovnih EMS proračuna su: 1) dva različita postupka moraju biti integrisana u jedinstven EMS – jedan za proračun tokova snaga i drugi za proračun kvarova i 2) bar jedna implicitna inverzija – LU faktorizacija ili Gauss-ova redukcija matrice velikih dimenzija neophodna je u oba postupka.

Do 1990, uloženo je mnogo neuspješnih napora da se osnovni NR postupak za proračun tokova snaga prenese iz proračuna prenosnih mreža u proračune distributivnih mreža. Možda najmanje neuspješan postupak je prikazan u referencama [18, 19]. Sledeće činjenice su osnovni razlozi za taj neuspjeh: 1) dimenzije distributivnih mreža su vrlo velike, 2) njihovi odnosi reaktansi i rezistansi (X/R) njihovih sekcija su vrlo mali, 3) sadrže sekcije s nultim parametrima i 4) veoma česta promjena topologije. Te činjenice su zahtijevale razvoj novih postupaka za proračun tokova snaga, kao i za proračun kvarova. Istraživanja proračuna ljestvičastih kola dovela su do razvoja postupaka „čišćenje unapred/unazad“ – „*back/forward sweeping*“ (BFS) za pofazni proračun tokova snaga trofaznih slaboupetljanih distributivnih mreža u simetričnim režimima (direktnog redoslijeda). Taj postupak je razvijen u sledeće tri osnovne varijante: 1) Sumiranje struja i korekcija napona [20], 2) Sumiranje snaga i korekcija napona [21] i 3)

¹ Pojmovi *simetrije* i *uravnoteženosti* precizno su definisani u [4].

Sumiranje admitansi/struja i korekcija napona [22]². Sve tri varijante imaju zajedničku, vrlo značaju osnovu. To je numeracija (grana i čvorova) radijalnih mreža saglasna s principom slojeva („layers“). Postupak BFS za proračun tokova snaga u simetričnim režimima [20] proširen je za proračun tokova snaga u nesimetričnim režimima u [23]. Proračuni tokova snaga slaboupetljanih mreža s distributivnim generatorima (DG) – aktivne mreže, redukovane su na proračune tokova snaga radijalnih pasivnih mreža uvođenjem čvorova prekida petlji („break points“) i *procedure kompenzacije za petlje i DG koji su tipa PV* [24]. U osnovi procedure kompenzacije za petlje i DG tipa PV leži generalizovana Thévenin/Norton-ova teorema. DG tipa PQ tretiraju se kao potrošači s „negativnom“ potrošnjom [24]. Postupak [20] je primjenjen i za proračun kratkih spojeva u slaboupetljanim mrežama s DG [25]. Referenca [26] dala je unapređenje za obradu režima čvorova prekida petlji u postupcima BFS. Reference [27, 28] prikazuju obradu transformatora u postupcima BFS. Reference [22, 25] pokazuju da se isti postupci BFS mogu koristiti i za proračun kratkih spojeva u distributivnim mrežama. Jedna od glavnih osobina postupka BFS jeste potreba za jednom inverzijom (LU faktorizacijom) Thévenin-ove matrice impedansi relativno malih dimenzija koje su jednake zbiru brojeva petlji, DG tipa PV i kratkih spojeva.

Ubrzo nakon utvrđivanja postupaka BFS, istraživači su razvili još dvije vrste postupaka za proračune tokova snaga distributivnih mreža. To su: 1) CI („Current Injection“ – *postupak injektiranih struja*) i 2) varijante NR postupka. Glavni razlog njihovog razvoja jeste modelovanje i proračun neuravnoteženih distributivnih mreža s veoma kompleksnom topologijom koju nije moguće jednostavno uvažiti koristeći se standardnom numeracijom mreže principom slojeva, njenim modelovanjem i proračunom primjenom standardnih postupaka BFS. Istraživači su se oprjedjelili za te nove postupke bez da istraže sistematski i do kraja postupke BFS, koji su neprikosnoveni za proračun simetričnih tokova snaga. Reference [29, 30] su primjeri postupaka CI. Oni zahtijevaju LU faktorizacije matrice admitansi velikih dimenzija. Referenca [30] redukuje implicitnu inverziju matrice admitansi dimenzija $[3(N-1) \times 3(N-1)]$ na tri implicitne inverzije matrice admitansi dimenzija $[(N-1) \times (N-1)]$, pri čemu je sa N označen broj trofaznih čvorova mreže. LU faktorizacija matrice admitansi je najveći nedostatak postupaka CI.

Varijante NR postupka takođe imaju nedostatak zbog LU faktorizacije matrice velikih dimenzija. Varijanta predstavljena u referenci [31] je izuzetak. Linearizovani model mreže je gornja trougaona matrica. Ova referenca predlaže numeraciju otcjepa („laterals“) po slojevima umjesto numeracije grana (čvorova) po slojevima. Postupak predložen u ovoj referenci ne uzima u obzir petlje, DG i različite tipove transformatora. Takođe, postupak je osjetljiv na čestu promjenu topologije. Referenca [32] predlaže postupak koji ima malo lošije performanse od postupka BFS. Postupak je motivisan mogućnošću da se primjeni u klasičnoj estimaciji stanja utvrđenoj za prenosne mreže³. Predloženi postupak ne uzima u obzir petlje i DG tipa PV. Reference [18, 19] predlažu interesantnu varijantu raspregnutog NR postupka koristeći se malim odnosom X/R . Efikasnost postupka opada s povećanjem odnosa X/R . U tim referencama se tvrdi da su predloženi postupci efikasniji od varijanti NR i postupaka CI. Oni nisu poređeni s postupcima BFS. Za razliku od postupaka BFS i CI, varijante NR postupka ne mogu se direktno primjeniti za proračun kratkih spojeva u distributivnim mrežama. To je značajan nedostatak varijanti NR postupka.

Prethodno komentarisani veliki skup različitih postupaka za proračune tokova snaga distributivnih mreža dokaz je da postupak za proračun tokova snaga tih mreža još nije

² Za sve tri varijante – sumiranje struja i korekcija napona, sumiranje snaga i korekcija napona, kao i sumiranje admitansi/struja i korekcija napona – za sada će se koristiti engleski akronim BFS, sve do izlaganja postupka koji se obrađuje u ovoj disertaciji.

³ Distributivna estimacija stanja se radikalno razlikuje od klasične koja je razvijena za prenosne mreže [33].

definitivno utvrđen (kao što su osnovni NR i brzi raspregnuti postupak definitivno utvrđeni za proračune tokova snaga prenosnih mreža).

Na osnovu dosadašnjih razmatranja može se zaključiti sledeće:

1. Za proračune „jednostavnih“ tokova snaga – uravnoteženih trofaznih slaboupetljanih mreža u simetričnim režimima (direktnog redoslijeda), postupak BFS je neprikosnoven. On se izuzetno efikasno primjenjuje i na aktivne mreže (mreže s DG). Postupak je vrlo robusan, efikasan i brz. Po tim osobinama, ostali postupci za proračun distributivnih mreža (CI, NR, ...) inferiorni su.
2. Za proračune „složenijih“ tokova snaga – nesimetričnih režima trofaznih uravnoteženih i neuravnoteženih mreža, naročito miksovanih (mreže s trofaznim, dvofaznim i jednofaznim delovima), on praktično nije primjenjen. Razlozi za to su, prije svega, složene topološke strukture distributivnih mreža, čak i trofaznih. Kod ovih poslednjih, posebne teškoće se javljaju kod modelovanja i obrade transformatora s namotajima povezanim u trougao ili neuzemljenu zvijezdu. Mada ove teškoće nisu ništa manje ni u ostalim postupcima.
3. Napuštanjem postupka BFS i korišćenjem postupaka zasnovanih na matrici admitansi mreže (CI, NR), nailazi se na posebne teškoće tretmana induktivno (i kapacitivno) spregnutih različitih elemenata distributivnih mreža (paralelno vođenih vodova golih provodnika), elemenata s nultim parametrima (sekcije „nultih dužina“) itd.
4. Konačno, u tim postupcima se radikalno smanjuju prethodno pomenute osobine robusnosti, efikasnosti, a naročito brzine postupka BFS.

Postupci za proračun tokova snaga distributivnih mreža se obično klasifikuju kao: 1) postupci orijentisani na grane – BFS i 2) postupci orijentisani na čvorove – CI i NR. Prva klasa postupaka je zasnovana na veoma jednostavnoj numeraciji mreže po slojevima. Druga klasa postupaka je zasnovana na matrici admitansi mreže. Matrica admitansi se jednostavno generiše za distributivnu mrežu s bilo kako kompleksnom topologijom, ali bez međusobno spregnutih različitih elemenata mreže (npr. paralelno vođeno vodovi golih provodnika). Tu jednostavnost značajno narušavaju međusobno spregnuti elementi [34]. Osim toga, problem je i modelovanje sekcija s nultim parametrima koje su uključene u proračune mreža. Postupak opisan u [35] je jedini koji ne spada u navedenu klasifikaciju postupaka i zasniva se na metodu konturnih struja za modelovanje kola.

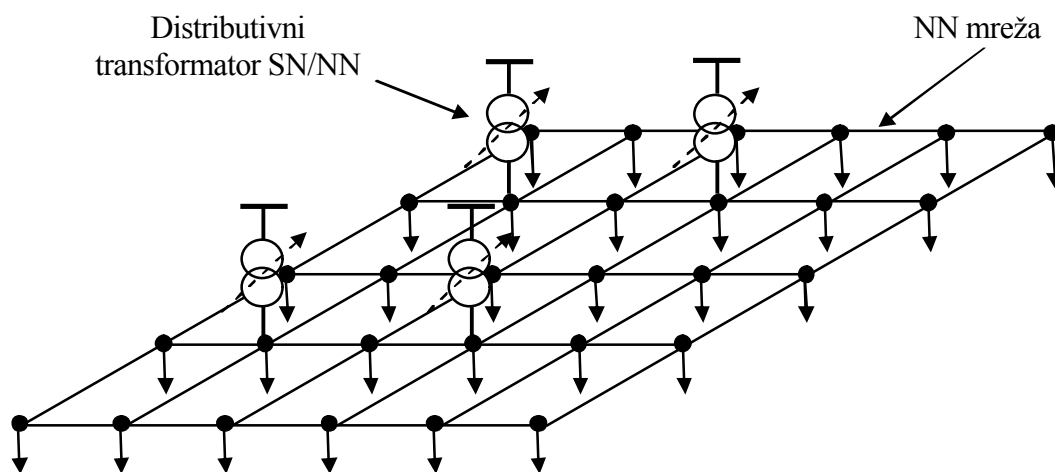
U disertaciji uvedena je nova klasifikacija postupaka za proračun distributivnih tokova snaga: 1) postupci koji se direktno mogu primjeniti za oba proračuna – proračun tokova snaga i režima s kratkim spojevima – BFS i CI i 2) postupci koji se ne mogu primjeniti za oba proračuna – NR. U disertaciji su favorizovani prvi postupci zbog njihove integracije u DMS. To znači da se jedan postupak može koristiti za oba osnovna proračuna. U disertaciji je proširena standardna numeracija grana po slojevima. To omogućava primjenu veoma jednostavne varijante postupka BFS za proračun tokova snaga (i kratkih spojeva) neuravnoteženih slaboupetljanih aktivnih distributivnih mreža s bilo kako kompleksnom topologijom. Miksovane mreže, kao najkompleksnije neuravnotežene mreže posebno su obrađene. U disertaciji je pokazano da je postupak BFS značajno efikasniji od postupka CI, a ovaj je nešto efikasniji od varijanti NR {i postupka zasnovanog na metodu konturnih struja [35]}. Postupak je opisan za radijalne mreže. Trofaznim transformatorima s namotajima povezanim u trougao i izolovanu zvijezdu [36, 37, 38, 39, 40], posvećen je paragraf 6.2.2, a sledeći veoma poznati i već vrlo uspešno riješeni efekti nisu obrađivani: 1) tronamotajni transformatori [38, 39, 41, 42, 43], kao ni 2) trofazno povezani monofazni transformatori u koje su uključene i otvorene sprege i

transformatori sa Scott-ovom povezanošću namotaja [39, 44, 45, 46, 47, 48]. Što se tiče modelovanja, trofazni tronamotajni transformator može da se predstavi kao jedna sekcija voda i dva trofazna dvonamotajna transformatora, pa je i to jedan od razloga zašto se ovdje trofaznim tronamotajnim transformatorima ne posvećuje posebna pažnja. Osim trofaznih tronamotajnih transformatora postoje i monofazni tronamotajni transformatori. Ni ti transformatori nisu ovde obrađeni iz istih razloga. Takođe, autotransformatori i monofazni i trofazni, kao i dvonamotajni i tronamotajni svode se na dvonamotajne transformatore pa se zbog toga u disertaciji posebno ne obrađuju. Za razliku od postupaka CI i NR, standardnim postupkom BFS se veoma jednostavno uvažavaju: 1) transformatori s regulacijom pod opterećenjem, 2) kondenzatori i prigušnice s lokalnom automatikom, 3) međusobno spregnute sekcije (vodova golih provodnika) i 4) sekcije s nultim parametrima.

Distributivne mreže su uglavnom radijalne, s relativno malim brojem izuzetaka. Petlje u distributivnim mrežama se pojavljuju rijetko. Evo nekoliko primjera:

1. situacija trajnog pogona kada se s dva ili više paralelno povezanih distributivnih transformatora napaja niskonapanska (NN) mreža;
2. privremeni paralelan pogon dva napojna transformatora radi prebacivanja napajanja dijela sredjenaponske (SN) mreže (jedan ili više SN izvodova) s jednog na drugi napojni transformator, bez prekida napajanja potrošača izvoda;
3. privremena petlja u toku prebacivanja dijela potrošnje s jednog SN izvoda na drugi bez prekida napajanja potrošača oba izvoda;
4. upetljana trofazna gradska NN mreža koja se napaja s više distributivnih trofaznih transformatora – slika 1.1.

Najveći broj petlji se pojavljuje u simulaciji maksimalnog upetljavanja distributivne mreže urađenog u svrhu proračuna optimalne radijalne konfiguracije distributivne mreže.



Slika 1.1 – Upetljana NN mreža koja se napaja s više distributivnih transformatora

Ovdje je razvijen postupak koji obuhvata radijalne i slaboupetljane mreže, koje mogu da budu uravnotežene ili neuravnotežene. Osim toga, obuhvaćene su i miksovane mreže koje predstavljaju najkompleksnije neuravnotežene mreže. NN upetljane mreže tipa sa slike 1.1, iako se vrlo rijetko sreću u praksi, ipak su obuhvaćene razvijenim postupkom.

Uobičajeni proračuni elektroenergetskih mreža, pa i problemi tokova snaga, sastoje se od sledeće četiri komponente:

1. Matematički model mreže.
2. Matematički (numerički) metod za proračun modela mreže. U tom proračunu obično se izračunava stanje mreže. Najčešće su to naponi čvorova mreže.
3. Utvrđivanje postupka – algoritma („recepta“) za proračun stanja mreže i rekonstrukcija svih veličina režima mreže koje su od interesa.
4. Računarski program za proračun stanja mreže i rekonstrukcija svih veličina koje su od interesa.

Komponente 1 i 2 čine teorijsku – suštinsku zasnovanost treće komponente – postupka, tj. algoritma za proračun modela i rekonstrukciju režima mreže.

Tri najvažnija matematička modela elektroenergetskih mreža zasnovana su na:

1. direktnoj primjeni Kirchhoff-ovih zakona – prilog 9.1.1;
2. metodu nezavisnih napona (metodu nezavisnih potencijala čvorova) – prilog 9.1.2;
3. metodu konturnih struja – prilog 9.1.3.

Prva dva metoda jesu sinteze primjene Kirchhoff-ovih zakona.

S obzirom da su proračuni tokova snaga elektroenergetskih mreža nelinearni problemi, tri najvažnija matematička (numerička) metoda za proračun modela tokova snaga jesu:

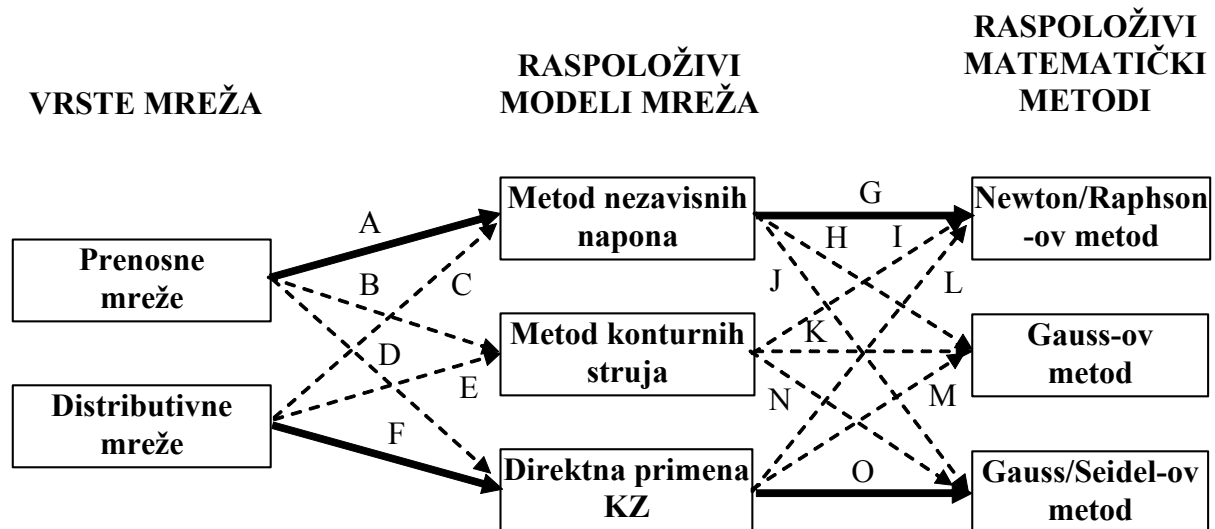
1. Gauss-ov metod – prilog 9.3.1;
2. Gauss/Seidel-ov metod – prilog 9.3.2;
3. osnovni NR metod – prilog 9.3.3.1, kao i njegove izvedene forme (brzi raspregnuti postupak) – prilog 9.3.3.2.

Gauss/Seidel-ov metod predstavlja unapređenje Gauss-ovog metoda. Oba metoda se radikalno razlikuju od trećeg (NR). Potrebno je napomenuti da se u okviru osnovnog NR metoda koristi Gauss-ov metod sukcesivnih eliminacija (Gauss-ova redukcija) za rešavanje sistema linearnih jednačina – prilog 9.2.1, a u okviru brzog raspregnutog postupka LU faktorizacija, odnosno implicitna inverzija matrice – prilog 9.2.2.

Dakle, elektroenergetske mreže mogu da se modeluju koristeći se bar s navedena tri metoda (direktna primjena Kirchhoff-ovih zakona, metod nezavisnih napona i metod konturnih struja). Matematički model tokova snaga elektroenergetske mreže, koji je napisan primjenom bilo kojeg od ta tri navedena metoda nelinearan je problem. Tu nelinearnost unose generatori i potrošači kada se zamjenjuju snagama. Taj problem može da se rešava bar s tri navedena matematička (numerička) metoda: Gauss-ov, Gauss/Seidel-ov i NR – slika 1.2.

Iako je bilo koja putanja za rešenje problema tokova snaga, koja može da se izvede koristeći se punim i isprekidanim strelicama prikazanim na slici 1.2, teorijski moguća, ipak nije svaka od tih varijanti praktično upotrebljiva niti efikasna.

Putanja A-G se koristi za proračune tokova snaga prenosnih mreža. U disertaciji su od interesa putanje F-O, E-N i C-G. To su proračuni režima distributivnih mreža koje su modelovane direktnom primjenom Kirchhoff-ovih zakona ili metodom konturnih struja i riješene Gauss/Seidel-ovim matematičkim metodom [putanje F-O i E-N, respektivno], odnosno putanja C-G je proračun režima distributivne mreže koja je modelovana metodom nezavisnih napona i riješena varijantama NR matematičkim metodom. U disertaciji se dokazuje da je putanja F-O najefikasnija za proračune bilo kako složenih slaboupetljanih distributivnih mreža s DG.



KZ – Kirchhoff-ovi zakoni

Slika 1.2 – Vrste mreža, raspoloživi modeli i matematički (numerički) metodi za rešavanje modela

Standardni postupak BFS, koji je razvijen za proračun tokova snaga (i kratkih spojeva) uravnoteženih distributivnih mreža u simetričnim režimima, u disertaciji je generalizovan na uravnotežene mreže u nesimetričnim režimima, neuravnotežene distributivne mreže (u nesimetričnim režimima), sa obuhvaćenim miksovanim mrežama. Pri tome su u potpunosti zapaženi pomenuta robusnost, efikasnost i brzina tog postupka u odnosu na ostale postupke. Odnosno, u disertaciji je predložen generalizovani postupak BFS za proračun bilo kako složenih slaboupetljanih distributivnih mreža s DG, koji ima sve osobine i prednosti u odnosu na ostale postupke, kao što ih ima standardni postupak BFS za proračun tokova snaga uravnoteženih slaboupetljanih distributivnih mreža s DG u simetričnim režimima.

Dakle, osnovni cilj disertacije glasi: **pokazati da standardne postupke BFS (čišćenje unapred/unazad) ne samo da ne treba napuštati prilikom proračuna tokova snaga neuravnoteženih slaboupetljanih aktivnih mreža (uključene miksovane), već da je to napuštanje kontraproduktivno, bar sa aspekta postupaka koji su do sada objavljeni u literaturi.**

U drugoj glavi su prikazani modeli elemenata mreže u nesimetričnim režimima – n -faznih potrošača, vodova (sekcija) i transformatora ($n=1, 2, 3$). Trofazni transformatori su prikazani s četiri osnovne sprege: Y_y , D_y , Y_d i D_d , sa svim varijantama uzemljenja zvjezdista. U trećoj glavi je obrađen model neuravnotežene mreže (obuhvaćena miksovana mreža) s nesimetričnim režimom. Model je zasnovan na matrici admitansi.

U četvrtoj glavi su osim postupka za proračun simetričnih tokova snaga, prikazani postupci za proračun nesimetričnih tokova snaga neuravnoteženih distributivnih mreža koji se predlažu u literaturi i koji su poređeni s predloženim postupkom u disertaciji. U petoj glavi prikazane su procedure sumiranja struja i korekcija napona postupka za proračun nesimetričnih

režima elemenata distributivnih mreža obrađenih u trećoj glavi. To je urađeno da bi se sagledali ključni problemi koje u proračunima nesimetričnih tokova snaga distributivnih mreža izazivaju trofazni transformatori.

U šestoj glavi je obrađen problem proračuna neuravnotežene distributivne mreže, koja se sastoji od naprijed navedenih elemenata, u nesimetričnom režimu, primjenom procedura sumiranja struja i korekcija napona koji su predloženi u disertaciji. Kompenzacioni postupci za tretman petlji i DG, s kojima se kontrolišu naponi na njegovim priključcima za neuravnoteženu mrežu, nisu osnovni predmet disertacije. Oni su dati u prilogu. Ti postupci mogu da se realizuju u potpunoj saglasnosti sa odgovarajućim postupcima za proračune tokova snaga mreža s petljama, koji se mogu naći u literaturi.

Kvantitativna verifikacija postupka za proračun tokova snaga koji je razvijen u disertaciji izvršena je njegovim poređenjem s postupcima koji su utvrđeni u literaturi i opisani u četvrtoj glavi. Ona je data u sedmoj glavi. U osmoj glavi su data zaključna razmatranja, a u devetoj glavi su dati prilozi koji su izdvojeni da ne bi opterećivali osnovni dio disertacije. Na kraju je naveden najvažnij deo literature koja je korišćena za izradu disertacije.

2. MATEMATIČKI MODELI ELEMENATA DISTRIBUTIVNIH MREŽA

U ovoj glavi obrađeni su matematički modeli (ne)uravnoteženih potrošača (osnovni otočni elementi distributivnih mreža) – dio 2.1, sekcija (vodova) – dio 2.2 i transformatora – dio 2.3. Nakon toga dat je opšti model rednog elementa (sekcije i transformatora) – dio 2.4. U dijelu 2.5 dat je opšti model ostalih otočnih elemenata (generatori, motori, kondenzatori i prigušnice). Na osnovu tih modela izveden je model mreže u (ne)simetričnom režimu.

2.1. POTROŠAČI

U ovom dijelu obrađeni su modeli potrošača (paragraf 2.1.1), s posebnim akcentom na potrošače koji se napajaju sa strane transformatora čiji su namotaji povezani u trougao ili zvijezdu izolovanog zvjezdišta i bez neutralnog provodnika (paragraf 2.1.2).

2.1.1. Tretman potrošača

Kompleksna fazna snaga potrošnje potrošača (potrošačkog područja) funkcija je modula napona i učestanosti [49]. U proračunima stacionarnih tokova snaga, vrijednost učestanosti je unaprijed specificirana (poznata). Dakle, fazna kompleksna snaga \hat{S} , odnosno fazna aktivna P i reaktivna snaga potrošnje Q potrošača priključenog u čvoru, funkcije su samo modula napona tog čvora [29, 36]. One se obično iskazuju preko tri komponente [36]: 1) konstantna snaga, 2) snaga srazmjerna s modulom napona, odnosno struja konstantnog modula struje I i faktora snage $\cos\varphi$ ($\sin\varphi$) i 3) snaga srazmjerna s kvadratom modula napona, odnosno konstantne impedanse (admitanse). Generalni oblik zavisnosti potrošnje od napona dat je sledećom funkcijom [za definiciju kompleksne snage $\hat{S}(U) = \hat{U}^* \hat{I} = P(U) - jQ(U)$]:

$$\begin{aligned} \hat{S}_x(U_x) = & k_{spx} P_x^{spec} - jk_{sqx} Q_x^{spec} + k_{ipx} \frac{U_x}{U_{nNN}} P_x^{spec} - jk_{iqx} \frac{U_x}{U_{nNN}} Q_x^{spec} \\ & + k_{ypx} \left(\frac{U_x}{U_{nNN}} \right)^2 P_x^{spec} - jk_{yqx} \left(\frac{U_x}{U_{nNN}} \right)^2 Q_x^{spec}, \quad x \in \{a, b, c\}, \end{aligned} \quad (2.1.1.1)$$

pri čemu su snage date za svaku fazu ponaosob, $x \in \{a, b, c\}$, gdje su sa a, b i c indeksirane faze trofaznog sistema (za dvofazni i monofazni potrošač u pitanju su samo dvije odnosno jedna faza):

U_{nNN} – (Normalizovani) nominalni fazni napon potrošača (NN mreže);

U – (Normalizovani) modul aktuelnog faznog napona potrošača;

P_x^{spec} , Q_x^{spec} – (Normalizovana) specificirana fazna aktivna i reaktivna snaga potrošnje potrošača, pri nominalnom naponu;

k_{spx} , k_{sqx} – Koeficijenti učešća dijelova fazne aktivne i reaktivne snage potrošnje potrošača, koje nisu zavisne od napona;

k_{ipx} , k_{iqx} – Koeficijenti učešća dijelova fazne aktivne i reaktivne snage potrošnje potrošača, koje su linearno zavisne od napona;

k_{ypx} , k_{yqx} – Koeficijenti učešća dijelova fazne aktivne i reaktivne snage potrošnje potrošača, koje su zavisne od kvadrata napona.

Za koeficijente učešća važe sledeće relacije:

$$k_{spx} + k_{ipx} + k_{ypx} = 1.0, \quad x \in \{a, b, c\}, \quad (2.1.1.2a)$$

$$k_{sqx} + k_{iqx} + k_{yqx} = 1.0, \quad x \in \{a, b, c\}. \quad (2.1.1.2b)$$

Pored opšteg slučaja, kada su svi koeficijenti iz relacija (2.1.1.2) različiti od nule, potrošnja potrošača se često pojednostavljuje specijalnim izborom vrijednosti koeficijenata učešća. U tabeli 2.1.1.1 prikazano je šest specijalnih slučajeva tretmana potrošnje na koje može da se naiđe u praksi.

Tabela 2.1.1.1 – Specijalni potrošači s obzirom na vrijednosti koeficijenata učešća dijelova njihovih snaga

Red. br.	Vrijednosti koeficijenata učešća						Osobina potrošača
	k_{spx}	k_{sqx}	k_{ipx}	k_{iqx}	k_{ypx}	k_{yqx}	
1.	>0	>0	>0	>0	0	0	–
2.	>0	>0	0	0	>0	>0	–
3.	0	0	>0	>0	>0	>0	–
4.	>0	>0	0	0	0	0	<i>Potrošač konstantne snage.</i>
5.	0	0	>0	>0	0	0	<i>Potrošač konstantnog modula struje i faktora snage.</i>
6.	0	0	0	0	>0	>0	<i>Potrošač konstantne impedanse (admitanse).</i>

Važna napomena: Tretman potrošača u admitantnom obliku je praktičniji od impedantnog oblika s obzirom na problem koji se javlja kada je snaga potrošnje jednaka nuli (u takvim situacijama imenici u relacijama za proračun impedanse bili bi jednaki nuli).

Tri admitanse admitantnih grana s kojima bi bio zamjenjen dio ili cio razmatrani potrošač, mogu da se sažmu u sledeću dijagonalnu matricu:

$$\hat{Y}_{abc} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_a & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Y}_b & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Y}_c \end{bmatrix}. \quad (2.1.1.3)$$

Za napone i struje zamjenjenog dijela, ili cijelog potrošača, važi sledeća matricna relacija, napisana saglasno s metodom nezavisnih napona:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_a & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Y}_b & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Y}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}. \quad (2.1.1.4)$$

Iz ove relacije mogu vrlo jednostavno da se izračunaju struje (zavisno-promjenljive veličine) ako se znaju naponi potrošača (nezavisno-promjenljive veličine), ili njegovog dijela koji je zamjenjen admitantnim granama.

2.1.2. Potrošači koji se napajaju sa strane transformatora čiji su namotaji povezani u trougao ili zvijezdu izolovanog zvjezdišta i bez neutralnog provodnika

Pitanje koje se ovdje razmatra odnosi se na mogućnost specifikacije faznih napona \hat{U}_a , \hat{U}_b i \hat{U}_c i faznih snaga \hat{S}_a , \hat{S}_b i \hat{S}_c potrošača koji se napajaju sa strane transformatora čiji su namotaji povezani u trougao ili zvijezdu izolovanog zvjezdišta i bez neutralnog provodnika.

Nezavisno od tretmana potrošača u opisanoj situaciji, tri struje uvijek mogu da se definišu i za njih važi relacija:

$$\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0. \quad (2.1.2.1)$$

Kada su u pitanju fazni naponi \hat{U}_a , \hat{U}_b i \hat{U}_c , oni mogu, ali i ne moraju da budu definisani. To zavisi od toga da li su potrošači povezani s čvorom – *nultog (referentnog)* potencijala 0 (zemlja). Ta situacija je prikazana na slici 2.1.2.1. Ako oni mogu da se definišu, onda mogu da se definišu i fazne snage:

$$\hat{S}_a = \hat{U}_a^* \hat{I}_a, \hat{S}_b = \hat{U}_b^* \hat{I}_b \text{ i } \hat{S}_c = \hat{U}_c^* \hat{I}_c. \quad (2.1.2.2)$$

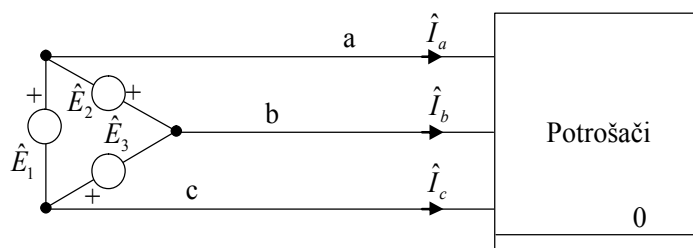
U suprotnom slučaju, kada naponi ne bi bili definisani, tada fazne snage ne bi mogle da se definišu na tako jednostavan način. Sada se otvara pitanje definisanja snaga u takvim situacijama.

Otvoreno pitanje može ekvivalentno da se razmotri na trofaznom kolu prikazanom na slici 2.1.2.1. Eksitaciju kola čine tri idealna naponska izvora sa naponima \hat{E}_1 , \hat{E}_2 i \hat{E}_3 , povezanim u trougao. Slična situacija se dobija kada se eksitacija sastoji od tri idealna naponska izvora povezana u zvijezdu izolovanog zvjezdišta. Potrošači se razmatraju u sledeće četiri varijante:

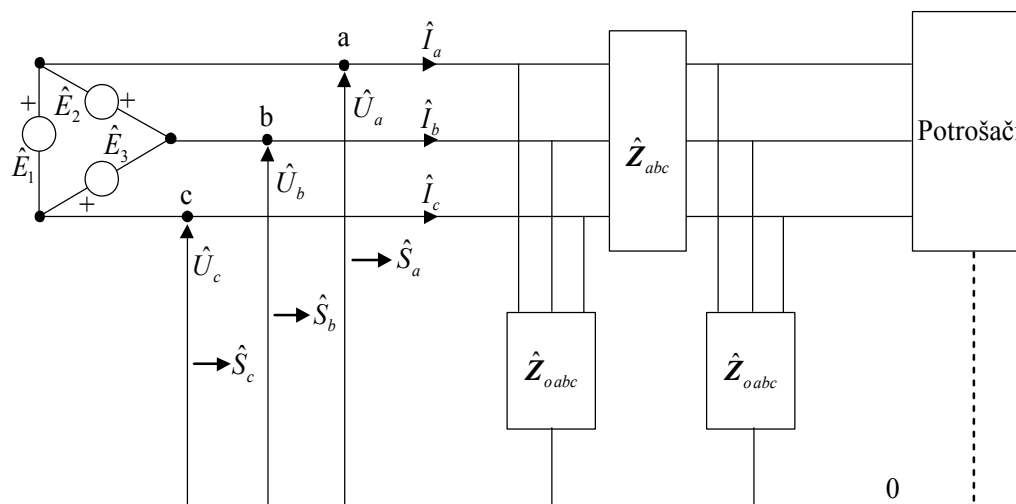
1. kada se napajaju preko voda u čijoj su ekvivalentnoj šemi uvaženi otočni parametri prema čvoru nultog potencijala 0;
2. kada potrošači čine zvijezdu impedantnih grana uzemljenog zvjezdišta;
3. kada potrošači čine zvijezdu impedantnih grana izolovanog zvjezdišta;
4. kada potrošači čine trougao impedantnih grana.

Varijanta 1

U ovoj varijanti se potrošači napajaju preko voda u čijoj su ekvivalentnoj šemi uvaženi otočni parametri – slika 2.1.2.2. Egzistencija faznih napona \hat{U}_a , \hat{U}_b i \hat{U}_c obezbeđena je otočnim parametrima voda, čiji je matrični reprezent označen sa $\hat{\mathbf{Z}}_{oabc}$. Sa $\hat{\mathbf{Z}}_{abc}$ je označen matrični reprezent rednih parametara voda. Oba matrična reprezenta jesu regularne matrice. Otočni parametri voda povezani su s čvorom nultog potencijala 0. Tako, egzistencija faznih napona nije zavisna od uzemljenja potrošača (isprekidana linija). Time je, uz struje, obezbeđena egzistencija i faznih snaga – relacije (2.1.2.2).



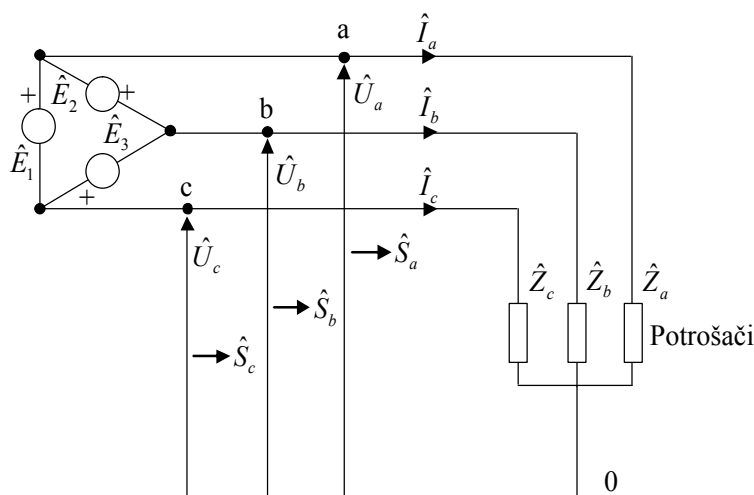
Slika 2.1.2.1 – Trofazno kolo



Slika 2.1.2.2 – Trofazno kolo – napajanje potrošača u varijanti 1

Varijanta 2

U ovoj varijanti – potrošači u vidu zvijezde impedantnih grana uzemljenog zvjezdišta – slika 2.1.2.3, egzistencija faznih napona U_a, U_b i U_c obezbjeđena je impedantnim granama sa impedansama Z_a, Z_b i Z_c , povezanim sa čvorom nultog potencijala 0. Time je, uz struje, obezbjeđena egzistencija i faznih snaga – relacije (2.1.2.2).

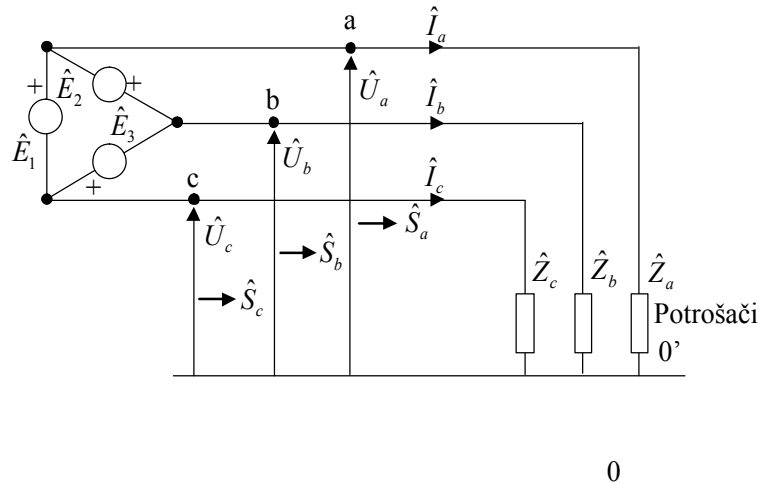


Slika 2.1.2.3 – Trofazno kolo – potrošači u varijanti 2

Varijanta 3

U ovoj varijanti – potrošači u vidu zvijezde impedantnih grana izolovanog zvjezdišta – slika 2.1.2.4, egzistencija faznih napona \hat{U}_a, \hat{U}_b i \hat{U}_c obezbjeđena je impedantnim granama sa

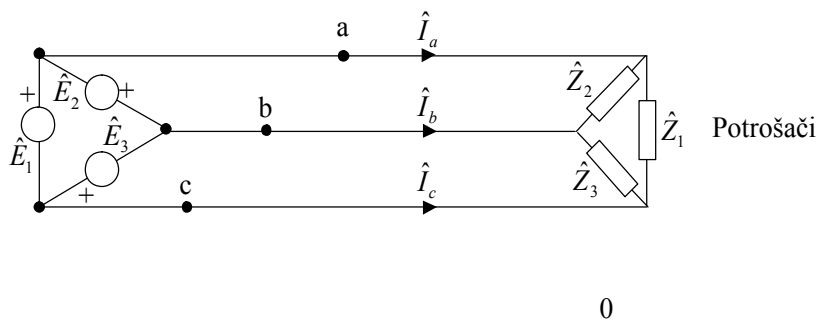
impedansama \hat{Z}_a , \hat{Z}_b i \hat{Z}_c , otopno priključenim za zvjezdište impedantnih grana, koje može da se tretira kao čvor nultog potencijala $0'$. Ovaj čvor nije identičan čvoru nultog potencijala 0, ali to ne onemogućuje definiciju faznih napona prema novom čvoru $0'$, pa tako i snaga koje se realizuju na impedantnim granama sa impedansama \hat{Z}_a , \hat{Z}_b i \hat{Z}_c . Time je, uz struje, obezbjeđena egzistencija i faznih snaga – relacije (2.1.2.2).



Slika 2.1.2.4 – Trofazno kolo – potrošači u varijanti 3

Varijanta 4

U ovoj varijanti – potrošači u vidu trougla impedantnih grana prikazani su na slici 2.1.2.5. Zamjenom trougla u ekvivalentnu zvijezdu impedantnih grana, ova varijanta se svodi na prethodnu – varijantu 3.



Slika 2.1.2.5 – Trofazno kolo – potrošači u varijanti 4

U disertaciji se potrošač u varijantama 2, 3 i 4, tretira (zamjenjuje) konstantnim impedansama (admitansama). Kao što je objašnjeno u paragrafu 2.1.1, veza napona i struja takvog potrošača data je matricnom relacijom (2.1.1.5). Pošto se potrošač napaja sa strane transformatora koja je povezana u trougao ili zvijezdu izolovanog zvjezdišta, zbir struja forsirano je jednak nuli:

$$\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0. \quad (2.1.2.3)$$

Iz ove činjenice je očigledno da se raspolaže s četiri relacije (2.1.1.4) i (2.1.2.3), sa šest promjenljivih: $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c, \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$. Zato samo dvije promjenljive mogu da budu nezavisno-

promjenljive veličine, npr, dva fazna napona \hat{U}_a, \hat{U}_b , odakle slijedi da se tri zavisno-promjenljive veličine sastoje od trećeg faznog napona \hat{U}_c i dvije struje \hat{I}_a i \hat{I}_b :

$$\hat{U}_c = -\frac{\hat{Y}_a \hat{U}_a + \hat{Y}_b \hat{U}_b}{\hat{Y}_c}, \quad (2.1.2.4)$$

$$\hat{I}_a = \hat{Y}_a \hat{U}_a \text{ i } \hat{I}_b = \hat{Y}_b \hat{U}_b. \quad (2.1.2.5)$$

Na osnovu gornjih razmatranja se vidi velika praktična vrijednost zamjene potrošača konstantnim impedansama (admitansama), ako to njegova priroda dopušta. Ta vrijednost leži u linearnoj zavisnosti napona i struje izračunatih impedansi (admitansi). Takva (linearna) zavisnost vrlo povoljno djeluje u okviru iterativnih postupaka za proračune režima mreža (npr. u proračunima tokova snaga). Osim toga, takav tretman potrošača omogućuje prevazilaženje problema na koje se, prilikom sprovođenja procedura sumiranja struja i korekcija napona, nailazi kada se tretiraju distributivni transformatori sa sekundarnim namotajima povezanim u trougao ili zvijezdu izolovanog zvjezdišta.

2.2. MATEMATIČKI MODEL SEKCIJE VODA

Sekcije (voda) mogu biti kablovske, kada su dati pogonski parametri voda (u domenu simetričnih komponenti), ili vodovi golih provodnika kada parametri sekcije (voda) zavise od međusobnog rasporeda provodnika u glavi stuba, postojanje ili ne neutralnog provodnika, kao i njihovog broja, visine stuba, materijala faznih i neutralnog provodnika i tipa zemljišta. Detaljno izvođenje parametara vodova golih provodnika dato je u prilogima 9.4.1 – redni parametri i 9.4.2 – otočni parametri.

Prvi čvor je „bliži“ korjenu mreže od *drugog čvora*. *Početak* rednog elementa je bliži njegovom prvom čvoru, a *kraj* rednog elementa je bliži njegovom drugom čvoru. Načelna šema n -fazne sekcije (voda), kao elementa distributivne mreže, prikazana je na slici 2.2.1. Čvorovi K i k jesu početak i kraj sekcije, respektivno. Matematički model sekcije glasi:

$$\hat{I}_k' = \hat{I}_k'', \quad (2.2.1a)$$

$$\hat{I}_{oK} = \hat{Y}_{oK} \hat{U}_K, \quad \hat{I}_{ok} = \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k, \quad (2.2.1b)$$

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{Z}_k \hat{I}_k', \quad (2.2.1c)$$

pri čemu su korišćene sledeće oznake:

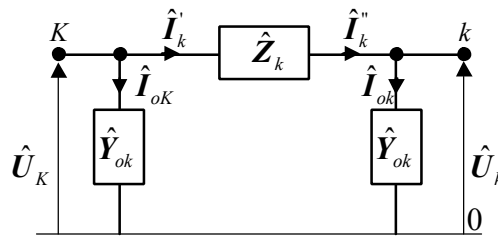
\hat{U}_K, \hat{U}_k – vektori faznih napona na početku i kraju sekcije, dimenzija $n \times 1$;

\hat{I}_k', \hat{I}_k'' – međusobno jednaki vektori struja na početku i kraju sekcije, dimenzija $n \times 1$;

$\hat{I}_{oK}, \hat{I}_{ok}$ – vektori struja otočnih parametara na početku i kraju sekcije, dimenzija $n \times 1$;

\hat{Z}_k, \hat{Y}_{ok} – matrični reprezentanti rednih i otočnih parametara sekcije (jednaki na oba kraja sekcije), dimenzija $n \times n$; ako je trofazna sekcija ($n=3$) uravnotežena, onda su te matrice

circularne; ako su još i vektori svih napona i struja u pogonu sekcije simetrični, onda je sekcija u simetričnom režimu.⁴



Slika 2.2.1 – Načelna šema trofazne sekcije (voda)

Ako je sekcija (voda) trofazna onda su u relaciji (2.2.1) vektori dimenzije 3×1 , a matrice 3×3 . Ako je sekcija (voda) dvofazna onda su u relaciji (2.2.1) vektori dimenzije 2×1 , a matrice 2×2 , i sadrže odgovarajuće faze. A ako je monofazna onda su vektori i matrice u relaciji (2.2.1) skalari i odnose se na jednu fazu.

Modeli rednih kondenzatora i rednih prigušnica mogu da se svedu na model sekcije pri čemu su matrice admitansi otočnih parametara jednake nuli. Zbog toga, oni ovdje nisu posebno obrađeni.

2.3. MATEMATIČKI MODEL TRANSFORMATORA

U ovom dijelu se obrađuju ekvivalentne šeme trofaznih uravnoteženih i monofaznih transformatora. Poseban akcent je stavljen na trofazne s obzirom da su ekvivalentne šeme i modeli monofaznih transformatora vrlo jednostavni [50]. Neuravnoteženi trofazni transformatori nisu posebno obrađeni. To mogu biti transformatori konstituisani od tri monofazna transformatora koja nisu međusobno ista [44], ili transformatori sa otvorenim spregama [47, 48]. Njihovi matematički modeli su formalno isti s modelima trofaznih uravnoteženih transformatora u smislu regularnosti/singularnosti njihovih matričnih reprezenata. Pošto je pomenuta regularnost/singularnost njihovih matričnih reprezenata suštinski važna za proračun tokova snaga koji je obrađen u disertaciji, onda ti modeli nisu prikazani. Odnosno, za materiju koja se prikazuje u disertaciji dovoljni su modeli trofaznih uravnoteženih transformatora.

Načelna šema trofaznog transformatora, sprege Y_{NY_n} , kao elementa distributivne mreže, prikazana je na slici 2.3.1. Slova Y i y, kao i N i n u njihovim subskriptima ukazuju na to da su namotaji sa obje strane transformatora povezani u zvijezdu uzemljenog zvjezdišta. U ovom izlaganju se smatra da je zvjezdište direktno uzemljeno, pošto taj momenat ne utiče na suštinu materije koja se izlaže.

Matematički model transformatora sprege Y_{NY_n} , napisan saglasno s metodom nezavisnih napona, sa idealnim transformatorima eliminisanim primjenom sistema relativnih vrijednosti [52], glasi [10, 38, 51]:

$$\hat{I}_{oK} = \hat{Y}_{oK} \hat{U}_K, \quad \hat{I}_{ok} = \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k, \quad (2.3.1a)$$

$$\hat{I}'_k = \hat{Y}_{KK} \hat{U}_K + \hat{Y}_{Kk} \hat{U}_k, \quad (2.3.1b)$$

$$-\hat{I}''_k = \hat{Y}_{kK} \hat{U}_K + \hat{Y}_{kk} \hat{U}_k, \quad (2.3.1c)$$

pri čemu se čvorovi K i k odnose na početak i kraj transformatora, respektivno. Značenja ostalih oznaka jesu:

⁴ Iako isto važi i za dvofazne sekcije, a spontano i za monofazne, na tome se u ovoj disertaciji ne insistira.

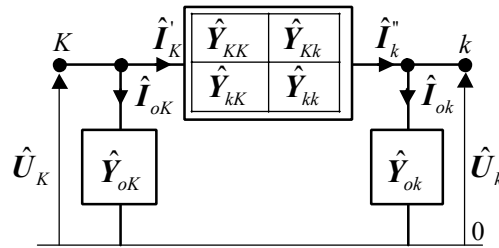
\hat{U}_K, \hat{U}_k – vektori faznih napona prvog i drugog čvora, dimenzija 3×1 ;

\hat{I}_k, \hat{I}_k'' – međusobno različiti vektori struja početka i kraja transformatora, dimenzija 3×1 ;

$\hat{I}_{oK}, \hat{I}_{ok}$ – vektori struja otočnih parametara početka i kraja transformatora, dimenzija 3×1 ;

$\hat{Y}_{oK}, \hat{Y}_{ok}$ – matrični reprezentanti magnećenja transformatora (otočni parametri) predstavljeni alternativno u prvom, odnosno drugom čvoru transformatora, dimenzija 3×3 ; samo jedan od njih može da bude nenulti – prilog 9.5.1.

Matematički model transformatora (2.3.1), odnosno šema na slici 2.3.1 ista je za sve transformatore sa spregama Yy, Yd, Dy i Dd [37, 53]. Matrični reprezentanti rednih parametara transformatora, iz relacija (2.3.1b i c), dimenzija 3×3 , za sve četiri obrađivane sprege, date su u tabeli 2.3.1 [37, 53] (T je znak za transpoziciju matrice). Matrice iz table 2.3.1 odnose se na sprege Yy i Dd sa sprežnim brojem 0, a za Yd i Dy sa sprežnim brojem 1. Matrični reprezentanti za sve sprege se dobijaju preko odgovarajućih matrica incidencije [10]. Za transformator sprege Dy_n5 , izvođenje matričnih reprezentata rednih parametara dato je u prilogu 9.5.2, a za sve ostale sprege izvođenje je formalno isto.



Slika 2.3.1 – Načelna šema trofaznog transformatora

Matrice \hat{Y}_I, \hat{Y}_{II} i \hat{Y}_{III} iz table 2.3.1 iznose:

$$\hat{Y}_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{Y}, \quad \hat{Y}_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \hat{Y}, \quad \hat{Y}_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \hat{Y}, \quad (2.3.2)$$

pri čemu je sa \hat{Y} označena admitansa kratkog spoja transformatora.

Matrica \hat{Y}_I je regularna, a matrice \hat{Y}_{II} i \hat{Y}_{III} su singularne matrice. Tako, na osnovu table 2.3.1 je očigledno da, u zavisnosti od sprege transformatora, matrice $\hat{Y}_{KK}, \hat{Y}_{Kk}, \hat{Y}_{kK}$ i \hat{Y}_{kk} mogu da budu i regularne i singularne.

Za razliku od vodova (2.2.1) i transformatora u simetričnim režimima, na osnovu modela transformatora u nesimetričnim režimima (2.3.1), očigledno je, zbog pomenute singularnosti matrica modela, da struje i naponi ne mogu da se jednostavno prenose s jednog na drugi njegov kraj, osim u slučaju sprege Y_{NY_n} . Ova činjenica predstavlja suštinsku teškoću za generalisanje procedura sumiranja struja i korekcija napona s proračuna simetričnih tokova snaga za proračune nesimetričnih tokova snaga. Ona je prevaziđena u disertaciji kako sledi. Iste teškoće se

pojavljuju i u postupcima koji se zasnivaju na matrici admitansi. Njihovo rješavanje u tim postupcima nije predmet disertacije.

Tabela 2.3.1 – Matrični reprezentirani rednih parametara transformatora

Sprega	\hat{Y}_{KK}	\hat{Y}_{Kk}	\hat{Y}_{kK}	\hat{Y}_{kk}
$Y_N Y_n$	\hat{Y}_I	$-\hat{Y}_I$	$-\hat{Y}_I$	\hat{Y}_I
$Y_N Y$	\hat{Y}_{II}	$-\hat{Y}_{II}$	$-\hat{Y}_{II}$	\hat{Y}_{II}
$Y y_n$	\hat{Y}_{II}	$-\hat{Y}_{II}$	$-\hat{Y}_{II}$	\hat{Y}_{II}
$Y y$	\hat{Y}_{II}	$-\hat{Y}_{II}$	$-\hat{Y}_{II}$	\hat{Y}_{II}
$Y_N d$	\hat{Y}_I	\hat{Y}_{III}^T	\hat{Y}_{III}	\hat{Y}_{II}
$Y d$	\hat{Y}_{II}	\hat{Y}_{III}^T	\hat{Y}_{III}	\hat{Y}_{II}
$D y_n$	\hat{Y}_{II}	\hat{Y}_{III}^T	\hat{Y}_{III}	\hat{Y}_I
$D y$	\hat{Y}_{II}	\hat{Y}_{III}^T	\hat{Y}_{III}	\hat{Y}_{II}
$D d$	\hat{Y}_{II}	$-\hat{Y}_{II}$	$-\hat{Y}_{II}$	\hat{Y}_{II}

Matematički model transformatora s bilo kojom od četiri osnovne sprege – Yy , Dy , Yd i Dd (zvjezdista mogu i ne moraju da budu uzemljena), bez otočnih parametara, dat je relacijama (2.3.1b i c):

$$\hat{I}'_k = \hat{Y}_{KK} \hat{U}_K + \hat{Y}_{Kk} \hat{U}_k, \quad (2.3.3a)$$

$$-\hat{I}''_k = \hat{Y}_{kK} \hat{U}_K + \hat{Y}_{kk} \hat{U}_k. \quad (2.3.3b)$$

U modelu (2.3.3), kojeg čini šest skalarnih relacija, pojavljuje se sledećih dvanaest promjenljivih:

$$\begin{aligned} &\hat{I}_A, \hat{I}_B, \hat{I}_C, \quad \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c, \\ &\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C, \quad \hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c, \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

pri čemu su $\hat{I}_A, \hat{I}_B, \hat{I}_C$ elementi vektora \hat{I}'_k , $\hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$ elementi vektora \hat{I}''_k , $\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C$ elementi vektora \hat{U}_K i $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$ elementi vektora \hat{U}_k .

Tri definicione relacije faznih snaga kraja transformatora – u čvoru k , glase:

$$\hat{S}_a(U_a) = \hat{U}_a^* \hat{I}_a, \quad \hat{S}_b(U_b) = \hat{U}_b^* \hat{I}_b \quad \text{i} \quad \hat{S}_c(U_c) = \hat{U}_c^* \hat{I}_c. \quad (2.3.5)$$

U njima se pojavljuju još tri promjenljive – tri fazne snage – $\hat{S}_a(U_a)$, $\hat{S}_b(U_b)$ i $\hat{S}_c(U_c)$. Dakle, kada se uvažavaju relacije (2.3.5), tada je riječ o devet relacija s petnaest promjenljivih. Tako, matematički model transformatora s potrošačima priključenim na njegovom kraju, može da se definitivno sastavi od devet relacija (2.3.3) i (2.3.5) na sledeći način:

$$(2.3.3a) \quad \hat{I}'_k = \hat{Y}_{KK} \hat{U}_K + \hat{Y}_{Kk} \hat{U}_k, \quad (2.3.6a)$$

$$(2.3.3b) \quad -\hat{I}''_k = \hat{Y}_{kK} \hat{U}_K + \hat{Y}_{kk} \hat{U}_k, \quad (2.3.6b)$$

$$(2.3.5) \quad \hat{S}_a(U_a) = \hat{U}_a^* \hat{I}_a, \quad \hat{S}_b(U_b) = \hat{U}_b^* \hat{I}_b, \quad \hat{S}_c(U_c) = \hat{U}_c^* \hat{I}_c, \quad (2.3.6c)$$

s petnaest promjenljivih:

$$\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C, \hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c, \hat{I}_A, \hat{I}_B, \hat{I}_C, \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c, \hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c). \quad (2.3.7)$$

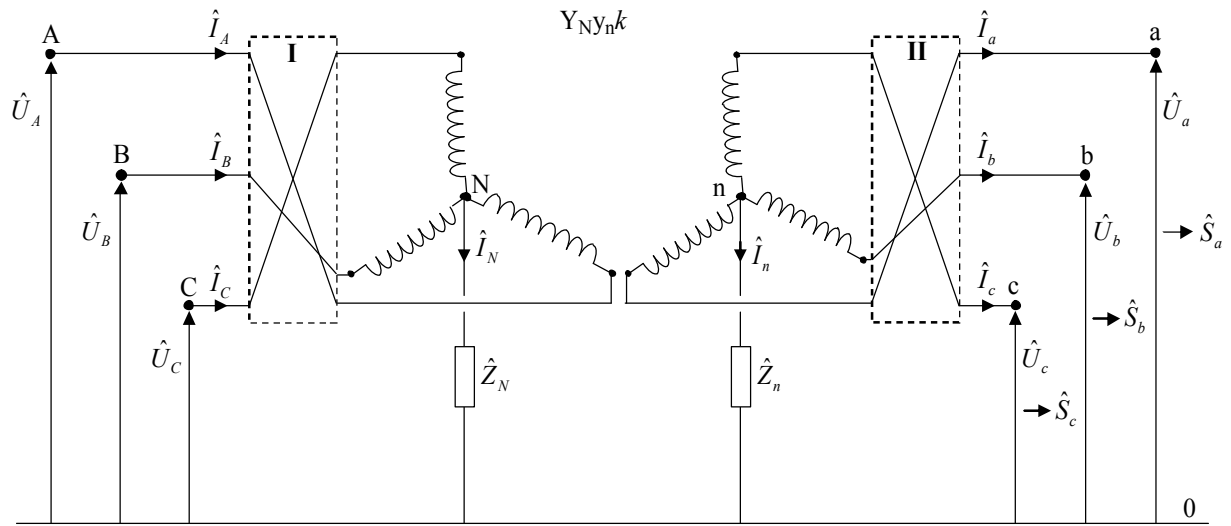
Dakle, petnaest promjenljivih (2.3.7) opisano je s devet relacija (2.3.6). Za određivanje režima transformatora potrebno je da se specificira šest od tih promjenljivih, odnosno da se specificira (zada) eksitacija transformatora, pa tek onda da se odredi (izračuna) preostalih devet nepoznatih promjenljivih iz isto toliko jednačina (2.3.6). Izbor promjenljivih koje će činiti eksitaciju transformatora zavisi od regularnosti matrica modela kojeg čine relacije (2.3.6a i b).

U nastavku ovog dijela prikazane su principske šeme trofaznih uravnoteženih transformatora s bilo kojom od četiri osnovne sprege – slika 2.3.2. Transformatori sa spregama Y_{NYnk} , Dy_{nk} , $Y_{Nd}k$ i Ddk , prikazani su na slikama 2.3.2a, b, c i d, respektivno. Sa k je označen sprežni broj transformatora za simetričan režim direktnog redoslijeda ($k = k^d$). Ostale sprege ($Y_{Ny}k$, Yy_{nk} , Yy_k , Dy_k i Ydk), ne razmatraju se eksplicitno, pošto se njihov tretman svodi na tretman navedene četiri sprege: tretman sprege $Y_{NY}k$, Yy_{nk} i Yy_k svode se na tretman sprege Y_{NYnk} ; tretman sprege Dy_k svodi se na tretman sprege Dy_{nk} i tretman sprege Ydk svodi se na tretman sprege $Y_{Nd}k$. Faze početka transformatora označene su sa A, B i C, a kraja sa a, b i c. Sa 0 je označen čvor nultog potencijala. Sa N je označeno zvjezdište primara, a sa n zvjezdište sekundara transformatora koji su povezani u zvijezdu. Sa Z_N je označena impedansa uzemljenja početka, a sa Z_n impedansa uzemljenja kraja transformatora. Na slikama 2.3.2 su označene sve veličine režima transformatora, koje su od interesa. Blokovi I i II korišćeni su da se ukaže na to da se različitim prilazom faza krajevima namotaja transformatora generišu različiti sprežni brojevi: $k \in \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ za transformatore čiji su namotaji i početka i kraja povezani na isti način (na obje strane u zvijezdu ili trougao), odnosno $k \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ za transformatore čiji su namotaji početka i kraja povezani na različit način (namotaji jedne strane povezani u zvijezdu, a druge u trougao).

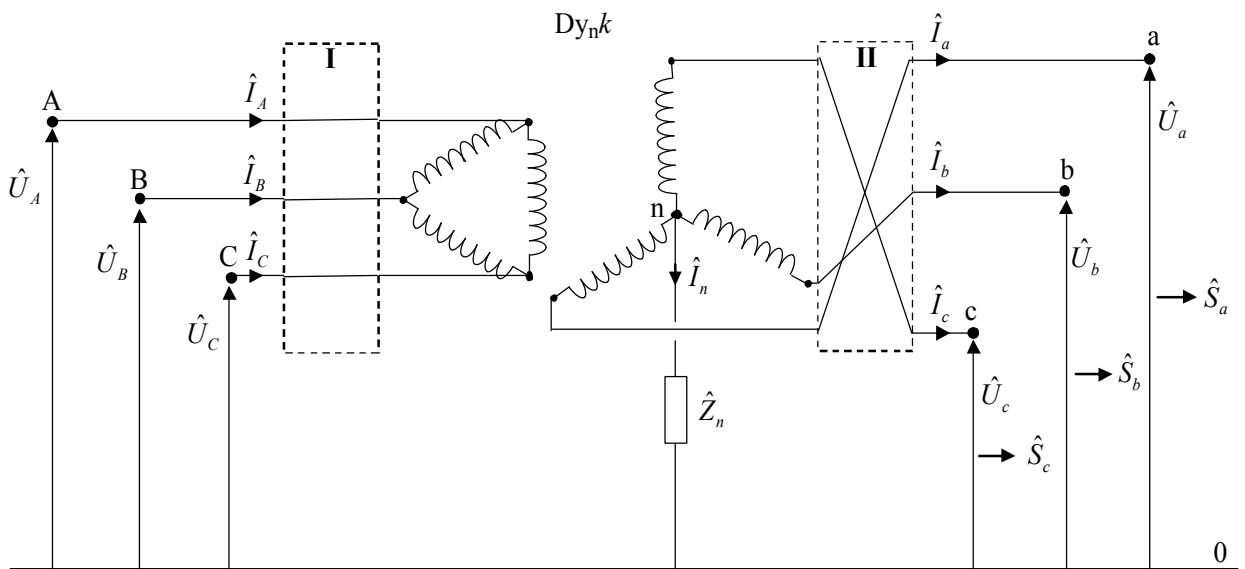
Sledeći parametri transformatora su poznati:

- nominalni linijski naponi: \hat{V}_{n1} i \hat{V}_{n2} ; Indeksi 1 i 2 odnose se na višenaponsku i niženaponsku stranu transformatora, respektivno;
- sprežni broj za simetričan režim direktnog redoslijeda označen je sa k^d . Tada sprežni broj za simetričan režim inverznog redoslijeda iznosi $k^i = 12 - k^d$ ($k^i = -k^d$); sprežni broj za simetričan režim nultog redoslijeda k^o može da bude, 0 ili 6 za namotaje početka i kraja povezane u uzemljenu zvijezdu; za sprege $Y_{NY}0$, 4 i 8 sprežni broj k^o je 0, a za sprege $Y_{NY}2$, 6 i 10 on je 6. Ako je bar jedan namotaj transformatora povezan u trougao ili zvijezdu s izolovanim zvjezdištem, sprežni broj za simetričan režim nultog redoslijeda se ne definiše [54];
- pogonska impedansa kratkog spoja transformatora označena je sa \hat{Z} ;
- impedanse uzemljenja početka i kraja transformatora označene su \hat{Z}_N i \hat{Z}_n .

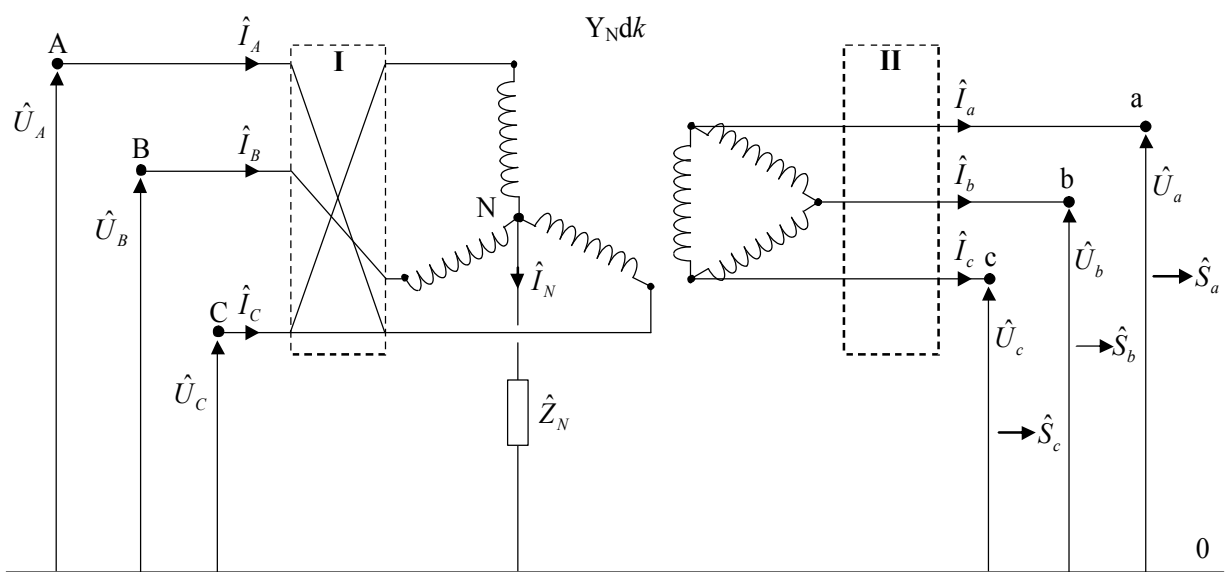
Matematički model monofaznog transformatora (koji ima jednu fazu na početku i kraju) takođe ima formu datu relacijama (2.3.1) pri čemu se sve matrice i vektori dimenzija 1×1 .



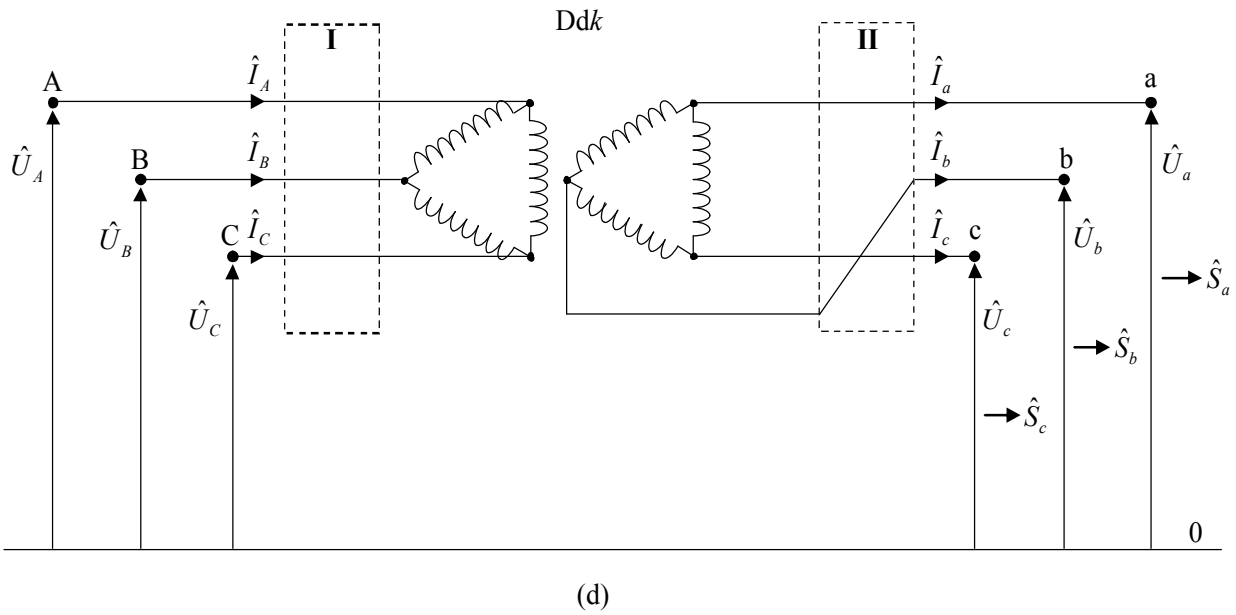
(a)



(b)



(c)



Slika 2.3.2 – Principijske šeme transformatora sprege $Y_{Nn}k$ (a), Dy_nk (b), Y_Ndk (c) i Ddk (d)

2.4. OPŠTI MODEL REDNIH ELEMENATA

Model bilo kog (ne)uravnoteženog n -faznog rednog elementa k , koja nije elektromagnetski spregnuta s drugim elementima, sastoji se od sledećih $2n$ relacija [55]:

$$\begin{bmatrix} \hat{J}_{k1} \\ \hat{J}_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{k11} & \hat{Y}_{k12} \\ \hat{Y}_{k21} & \hat{Y}_{k22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_{k1} \\ \hat{U}_{k2} \end{bmatrix}, \quad (2.4.1)$$

odnosno:

$$\hat{J}_{k1} = \hat{Y}_{k11} \hat{U}_{k1} + \hat{Y}_{k12} \hat{U}_{k2}, \quad (2.4.2a)$$

$$\hat{J}_{k2} = \hat{Y}_{k21} \hat{U}_{k1} + \hat{Y}_{k22} \hat{U}_{k2}. \quad (2.4.2b)$$

Subvektori injektiranih struja i napona čvorova rednog elementa k označeni su sa \hat{J}_k i \hat{U}_k . Asocirani subskripti 1 i 2 odnose se na prvi i drugi čvor rednog elementa. Njihove dimenzije su $n \times 1$. Matrica admitansi (2.4.1) sastoji se od četiri submatrice dimenzija $n \times n$. Ona je simetrična [$(\hat{Y}_{k21})^T = \hat{Y}_{k12}$].

Na slici 2.4.1 simbolički su prikazana dva međusobno spregnuta elementa i i j Samo su sprege naglašene. Iz formalnih razloga, induktivna sprega je prikazana na početku elementa, a kapacitivna u kraju elementa. Vektori struja na počecima elemenata označeni su \hat{I}_{i1} i \hat{I}_{j1} , a napona krajevima elemenata sa \hat{U}_{i2} i \hat{U}_{j2} . Kapacitivne struje su označene sa \hat{J}_i i \hat{J}_j . Dimenzije ovih vektora su određene brojem faza odgovarajućih elemenata n_i i n_j .

Indukovani naponi elemenata koji opisuju induktivnu spregu glase:

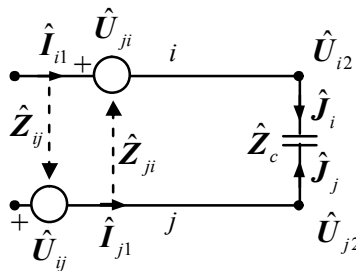
$$\hat{U}_{ij} = \hat{Z}_{ij} \hat{I}_{i1}, \dots, \hat{U}_{ji} = \hat{Z}_{ji} \hat{I}_{j1}, \quad \hat{Z}_{ji} = \hat{Z}_{ij}^T. \quad (2.4.3)$$

Dimenzije matrica impedansi koje opisuju induktivnu spregu $\hat{\mathbf{Z}}_{ij}$ i $\hat{\mathbf{Z}}_{ji}$ su $n_i \times n_j$ i $n_j \times n_i$, respektivno. Ako se smjer struja $\hat{\mathbf{I}}_{i1}$ ($\hat{\mathbf{I}}_{j1}$) promjeni, onda će se znak napona $\hat{\mathbf{U}}_{ij}$ ($\hat{\mathbf{U}}_{ji}$) takođe promijeniti.

Relacije kojima se opisuje kapacitivna sprega glase:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{J}}_i \\ \hat{\mathbf{J}}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_{ii} & \hat{\mathbf{Y}}_{ij} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{ji} & \hat{\mathbf{Y}}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_{i2} \\ \hat{\mathbf{U}}_{j2} \end{bmatrix}, \quad (\hat{\mathbf{Y}}_{ji} = \hat{\mathbf{Y}}_{ij}^T). \quad (2.4.4)$$

Dimenzije submatrica $\hat{\mathbf{Y}}_{ii}$, $\hat{\mathbf{Y}}_{ij}$, $\hat{\mathbf{Y}}_{ji}$ i $\hat{\mathbf{Y}}_{jj}$ su $n_i \times n_i$, $n_i \times n_j$, $n_j \times n_i$ i $n_j \times n_j$, respektivno.



Slika 2.4.1 – Međusobno spregnuti elementi

2.5. MODEL OTOČNIH ELEMENATA

U otočne elemente spadaju: potrošači, generatori, motori, kondenzatori i prigušnice. Pošto su potrošači izuzetno važni za proračune tokova snaga, oni su posebno već obrađeni u delu 2.1. Generatori mogu da budu tipa PQ ili PV. Ako su tipa PQ oni mogu da se modeluju kao „negativna potrošnja“ [24, 56]. Generatori tipa PV će biti posebno obrađeni u okviru opisa proračuna tokova snaga koji sledi. Asinhroni motori mogu da se modeluju preko: 1) konstantnog klizanja, 2) konstantne električne snage i 3) konstantne mehaničke snage [57]. Ovdje će se dati modeli kondenzatora i prigušnica.

Model u faznom domenu n -faznog kondenzatora ili prigušnica koji su priključeni u drugi čvor grane k glasi [55]:

$$\hat{\mathbf{I}}_k^{ot} = \hat{\mathbf{Y}}_k^{ot} \hat{\mathbf{U}}_{k2}. \quad (2.5.1)$$

Dimenzije vektora $\hat{\mathbf{I}}_k^{ot}$ i $\hat{\mathbf{U}}_{k2}$ su $n \times 1$; dimenzije matrice $\hat{\mathbf{Y}}_k^{ot}$ su $n \times n$.

3. FORMIRANJE MATRICE ADMITANSI MREŽE

U ovoj glavi na osnovu matematičkih modela rednih i otočnih elemenata utvrđen je model trofazne radijalne (ne)uravnotežene distributivne mreže u (ne)simetričnom režimu, koji se zasniva na matrici admitansi. Najreprezentativniji postupak za proračun tokova snaga za poređenje sa postupkom razvijenim u disertaciji zasniva se na matrici admitansi pa se zbog toga ovdje posvećuje posebna pažnja generisanju te matrice (ne)uravnotežene distributivne mreže (obuhvaćene miksovane mreže). Taj postupak se izlaže se u saglasnosti sa [58, 59] i sastoji se od sledećih koraka:

Korak 1 – Određivanje dimenzije i strukture matrice admitansi;

Korak 2 – Obrada rednih elemenata (transformatori, vodovi, redni kondenzatori i prigušnice);

Korak 3 – Obrada motora, kondenzatora i prigušnica koji su očno priključeni u mreži – otočni elementi.

Korak 1 – Određivanje dimenzije i strukture matrice admitansi

Da bi se odredila struktura i dimenzija matrice admitansi neophodno je da se zna broj čvorova mreže i njihov broj faza. Broj faza čvora može da bude: 3 – za trofazni, 2 – za dvofazni i 1 – za monofazni čvor. Dimenzija (kvadratne) matrice admitansi – n (broj vrsta i kolona), jednaka je zbiru broja faza svih čvorova razmatrane mreže. Kada se odredi dimenzija matrice admitansi onda se formira matrica koja je popunjena nulama.

Korak 2 – Obrada rednih elemenata

Prilikom obrade rednog elementa, matrica admitansi mreže popunjavaće se tako što će joj se dodavati matrice admitansi koje opisuju taj element. Svaki redni element, priključen između čvorova j i k , može da se opiše pomoću četiri matrice admitansi \hat{y}_{jj} , \hat{y}_{jk} , \hat{y}_{kj} i \hat{y}_{kk} . Opšti matematički model rednog elementa glasi (2.4.2):

$$\hat{I}_j = \hat{y}_{jj}\hat{U}_j + \hat{y}_{jk}\hat{U}_k, \quad (3.2.1a)$$

$$-\hat{I}_k = \hat{y}_{kj}\hat{U}_j + \hat{y}_{kk}\hat{U}_k. \quad (3.2.1b)$$

Obuhvat i spregnutih grana predstavlja prilično veliki nedostatak postupaka za proračune tokova snaga zasnovanih na matrici admitansi mreže. Njega nije nužno obraditi u disertaciji.

Dimenzije matrica modela (3.2.1) mogu da budu 3×3 (trofazni vod i transformator), 2×2 (dvofazni vod) i 1×1 (monofazni vod i transformator).

Matematički model mreže napisan saglasno s metodom nezavisnih napona u matricnom obliku glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \vdots \\ \hat{I}_k \\ \vdots \\ \hat{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \cdots & \hat{Y}_{1k} & \cdots & \hat{Y}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \hat{Y}_{k1} & \cdots & \hat{Y}_{kk} & \cdots & \hat{Y}_{kN} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Y}_{N1} & \cdots & \hat{Y}_{Nk} & \cdots & \hat{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \vdots \\ \hat{U}_k \\ \vdots \\ \hat{U}_N \end{bmatrix}, \quad (3.2.2)$$

pri čemu su:

N – broj čvorova mreže;

\hat{I}_i – subvektor injektiranih struja čvora i ($i=1, 2, \dots, N$); on može da bude dimenzija 3×1 (trofazni čvorovi), 2×1 (dvofazni čvorovi) i 1×1 (monofazni čvorovi);

\hat{U}_i – subvektor faznih napona čvora i ($i=1, 2, \dots, N$); on može da bude dimenzija 3×1 (trofazni čvorovi), 2×1 (dvofazni čvorovi) i 1×1 (monofazni čvorovi);

\hat{Y}_{ij} – submatrica matrice admitansi na poziciji $i-j$ ($i, j=1, 2, \dots, N$); dimenzija $l \times m$, pri čemu su l i m označen broj faza čvorova i i j , respektivno.

Da bi se odredio način na koji će, prilikom generisanja matrice admitansi, da se obradi redni element, posmatraju se relacije koje opisuju injektirane struje čvora j i čvora k (relacije iz matematičkog modela mreže saglasnog s metodom nezavisnih napona) i relacija koje opisuju matematički model rednog elementa (2.4.2):

$$\hat{I}_j = \hat{Y}_{j1}\hat{U}_1 + \dots + \hat{Y}_{jj}\hat{U}_j + \dots + \hat{Y}_{jk}\hat{U}_k + \dots + \hat{Y}_{jN}\hat{U}_N, \quad (3.2.3a)$$

$$\hat{I}_k = \hat{Y}_{k1}\hat{U}_1 + \dots + \hat{Y}_{kj}\hat{U}_j + \dots + \hat{Y}_{kk}\hat{U}_k + \dots + \hat{Y}_{kN}\hat{U}_N. \quad (3.2.3b)$$

$$\hat{I}_j^{\text{red}} = \hat{y}_{jj}\hat{U}_j + \hat{y}_{jk}\hat{U}_k, \quad (3.2.4a)$$

$$-\hat{I}_k^{\text{red}} = \hat{y}_{kj}\hat{U}_j + \hat{y}_{kk}\hat{U}_k. \quad (3.2.4b)$$

U ovim relacijama superskript „red“ ukazuje na redni element. Osim toga, pretpostavlja se da razmatrani redni element, načelno, ima idealne strujne izvore priključene na svojim krajevima. Struje tih izvora sažete su u vektorima \hat{I}_j^{red} i $(-\hat{I}_k^{\text{red}})$.

Prema prvom Kirchhoff-ovom zakonu, nakon obrade rednog elementa, injektirana struja čvora j biće jednaka zbiru struja prikazanih relacijama (2.2.3a) i (2.2.4a), a struja čvora k zbiru struja prikazanih relacijama (2.2.3b) i (2.2.4b):

$$\hat{I}_j^{\text{novo}} = \hat{Y}_{j1}\hat{U}_1 + \dots + (\hat{Y}_{jj} + \hat{y}_{jj})\hat{U}_j + \dots + (\hat{Y}_{jk} + \hat{y}_{jk})\hat{U}_k + \dots + \hat{Y}_{jN}\hat{U}_N, \quad (3.2.5a)$$

$$\hat{I}_k^{\text{novo}} = \hat{Y}_{k1}\hat{U}_1 + \dots + (\hat{Y}_{kj} + \hat{y}_{kj})\hat{U}_j + \dots + (\hat{Y}_{kk} + \hat{y}_{kk})\hat{U}_k + \dots + \hat{Y}_{kN}\hat{U}_N. \quad (3.2.5b)$$

U ovim relacijama superskript „novo“ ukazuje na nove vrijednosti struja u čvorovima j i k :

$$\hat{I}_j^{\text{novo}} = \hat{I}_j + \hat{I}_j^{\text{red}}, \quad (3.2.6a)$$

$$\hat{I}_k^{\text{novo}} = \hat{I}_k - \hat{I}_k^{\text{red}}. \quad (3.2.6b)$$

Ako se ove relacije uvrste u matematički model mreže, novi matematički model glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \vdots \\ \hat{I}_j^{\text{novi}} \\ \vdots \\ \hat{I}_k^{\text{novi}} \\ \vdots \\ \hat{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \cdots & \hat{Y}_{1j} & \cdots & \hat{Y}_{1k} & \cdots & \hat{Y}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \hat{Y}_{j1} & \cdots & \hat{Y}_{jj} + \hat{y}_{jj} & \cdots & \hat{Y}_{jk} + \hat{y}_{jk} & \cdots & \hat{Y}_{jN} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \hat{Y}_{k1} & \cdots & \hat{Y}_{kj} + \hat{y}_{kj} & \cdots & \hat{Y}_{kk} + \hat{y}_{kk} & \cdots & \hat{Y}_{kN} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Y}_{N1} & \cdots & \hat{Y}_{Nj} & \cdots & \hat{Y}_{Nk} & \cdots & \hat{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \vdots \\ \hat{U}_j \\ \vdots \\ \hat{U}_k \\ \vdots \\ \hat{U}_N \end{bmatrix}. \quad (3.2.7)$$

Iz prethodne matrice relacije može da se ustanovi da prilikom obrade rednog elementa priključenog između čvorova j i k , matrica admitansi mreže menja se saglasno sa sledeća četiri pravila:

- submatrici matrice admitansi koja se nalazi na poziciji $j-j$ dodaje se matrica modela rednog elementa \hat{y}_{jj} (3.2.1a);
- submatrici matrice admitansi koja se nalazi na poziciji $j-k$ dodaje se matrica modela rednog elementa \hat{y}_{jk} (3.2.1a);
- submatrici matrice admitansi koja se nalazi na poziciji $k-j$ dodaje se matrica modela rednog elementa \hat{y}_{kj} (3.2.1b);
- submatrici matrice admitansi koja se nalazi na poziciji $k-k$ dodaje se matrica modela rednog elementa \hat{y}_{kk} (3.2.1b).

Korak 3 – Obrada otočnih elemenata

Prilikom obrade otočnog elementa (bez potrošača i generatora), matrica admitansi mreže će da se popunjava tako što će da joj se doda matrica admitansi koja opisuje taj element. Svaki otočni element može da se opiše pomoću jedne matrice admitansi \hat{y}_{kk} , pri čemu je sa k označen indeks čvora u kome je otočni element priključen. Opšti matematički model otočnog elementa glasi – relacija (2.5.1):

$$\hat{I}_k^{ot} = \hat{y}_{kk}^{ot} \hat{U}_k. \quad (3.2.8)$$

Matrica admitansi \hat{y}_{kk} može da bude dimenzija 3×3 (trofazni otočni element), 2×2 (dvofazni otočni element) i 1×1 (monofazni otočni element). Ako je broj faza otočnog elementa manja od broja faza čvora u kojem je on priključen, onda je potrebno njegovu matricu admitansi proširiti do dimenzija koje odgovaraju broju faza priključenog čvora. Proširenje se vrši dodavanjem nula-vrsta i nula-kolona na pozicijama nedostajućih faza otočnog elementa.

Da bi se odredio način na koji će, prilikom generisanja matrice admitansi, da se obradi otočni element, razmatra se relacija koja opisuje injektiranu struju čvora k i relacija koja opisuje matematički model otočnog elementa:

$$\hat{I}_k = \hat{Y}_{k1} \hat{U}_1 + \cdots + \hat{Y}_{kk} \hat{U}_k + \cdots + \hat{Y}_{kN} \hat{U}_N, \quad (3.2.9)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_k^{ot} = \hat{\mathbf{y}}_{kk}^{ot} \hat{\mathbf{U}}_k. \quad (3.2.10)$$

Sada, injektirana struja čvora k glasi:

$$\hat{\mathbf{I}}_k = \hat{\mathbf{Y}}_{k1} \hat{\mathbf{U}}_1 + \dots + (\hat{\mathbf{Y}}_{kk} + \hat{\mathbf{y}}_{kk}^{ot}) \hat{\mathbf{U}}_k + \dots + \hat{\mathbf{Y}}_{kN} \hat{\mathbf{U}}_N. \quad (3.2.11)$$

Ako se ova relacija uvrsti u matematički model mreže, dobiće se novi matematički model mreže koji glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{I}}_k \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{I}}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_{11} & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{1k} & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \hat{\mathbf{Y}}_{k1} & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{kk} + \hat{\mathbf{y}}_{kk}^{ot} & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{kN} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\mathbf{Y}}_{N1} & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{Nk} & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{U}}_k \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{U}}_N \end{bmatrix}. \quad (3.2.12)$$

Iz ove matrice relacije može da se ustanovi da se prilikom obrade otočnog elementa, matrica admitansi mreže mijenja na sledeći način: submatrici koja se nalazi na poziciji k - k dodaje se matrica admitansi iz relacije (3.2.10).

4. PREGLED POSTOJEĆIH POSTUPAKA ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA

U ovoj glavi prvo je opisan standardni postupak za proračun simetričnih tokova snaga (BFS), a zatim postupci za proračun nesimetričnih tokova snaga distributivnih mreža koji se sreću u literaturi. To su:

1. postupak za proračun simetričnih tokova snaga (BFS) – dio 4.1;
2. postupak za proračun tokova snaga zasnovan na implicitnom Zbus postupku (IZBG) – dio 4.2;
3. postupak za proračun tokova snaga zasnovan na modifikovanom NR metodu (TCIM) – dio 4.3;
4. postupak za proračun tokova snaga zasnovan na metodu konturnih struja (DADS) – dio 4.4.

Drugi, treći i četvrti proračun rađeni su koristeći se tehnikom rijetkih matrica [13], a drugi i treći i optimalnom numeracijom čvorova [14].

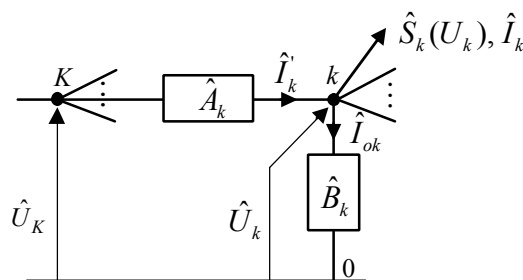
4.1. PRORAČUN SIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

U ovom dijelu je prikazan postupak za proračun simetričnih tokova snaga (direktnog redoslijeda) trofaznih (uravnoteženih) radijalnih mreža, zasnovan na procedurama sumiranja struja i korekcija napona [20, 21, 22] – postupak orjentisan na grane. Poseban akcenat je stavljen na njegovoj matematičkoj zasnovanosti. To je urađeno s ciljem da se na toj matematičkoj zasnovanosti, opisani postupak generalizuje za proračune (ne)simetričnih režima trofaznih (ne)uravnoteženih distributivnih mreža.

Razmatra se radijalna mreža, koja se sastoji od n trofaznih čvorova i $n-1$ trofazne grane, $n \geq 2$. Model mreže je pofazan (monofazan), saglasan s pogonskom šemom mreže za simetričan režim direktnog redoslijeda. Sa 0 je označen čvor nultog potencijala. Za taj čvor je ovdje utvrđena zemlja koja ima svuda isti potencijal. Normalizovana pogonska šema mreže može da se konstituiše koristeći se isključivo monofaznim Γ segmentima prikazanim na slici 4.1.1. Svaki segment je asociran jednoj sekciji voda ili transformatoru. Sa K i k su označeni indeksi čvorova na početku i kraju razmatranog segmenta. S obzirom na radijalnost mreže, čvor K je ujedno i kraj Γ segmenta *prethodnika* (*predecessor*) s kojeg se napaja razmatrani segment, ili je to korijen mreže. Čvor K može da bude početak i za više drugih Γ segmenata koji se napajaju preko istog prethodnika. Čvor k je ujedno i početak jednog ili više Γ segmenata – *sljedbenika* (*successors*) koji se napajaju preko razmatranog segmenta i/ili je u njemu priključen potrošač s faznom kompleksnom snagom $\hat{S}_k(U_k) = P_k(U_k) - jQ_k(U_k)$ za definiciju: $\hat{S}(U) = \hat{U}^* \hat{I}$. Ta snaga može da bude konstantna ili zavisna od napona – relacije (2.1.1). Vektor struja potrošača označen je sa \hat{I}_k . Usled radijalnosti mreže, svaki segment i reprezentanti njegovih rednih i otočnih parametara indeksirani su istim indeksom čvora na njegovom kraju k .

Sa \hat{A}_k je označen impedantni reprezent rednog parametra – *redna grana segmenta* Γ_k – $\hat{A}_k = \hat{Z}_k$. Kada je u pitanju sekcija voda, onda je to njegova redna impedansa – redna pogonska impedansa za simetričan režim direktnog redoslijeda; kada je u pitanju transformator, onda je to njegova impedansa kratkog spoja, pri čemu su idealni transformatori eliminisani primjenom

sistema relativnih vrijednosti [52] i sistema relativnih uglova [54]. Struja redne grane označena je sa \hat{I}'_k .



Slika 4.1.1 – Pogonska šema segmenta Γ_k trofazne distributivne mreže

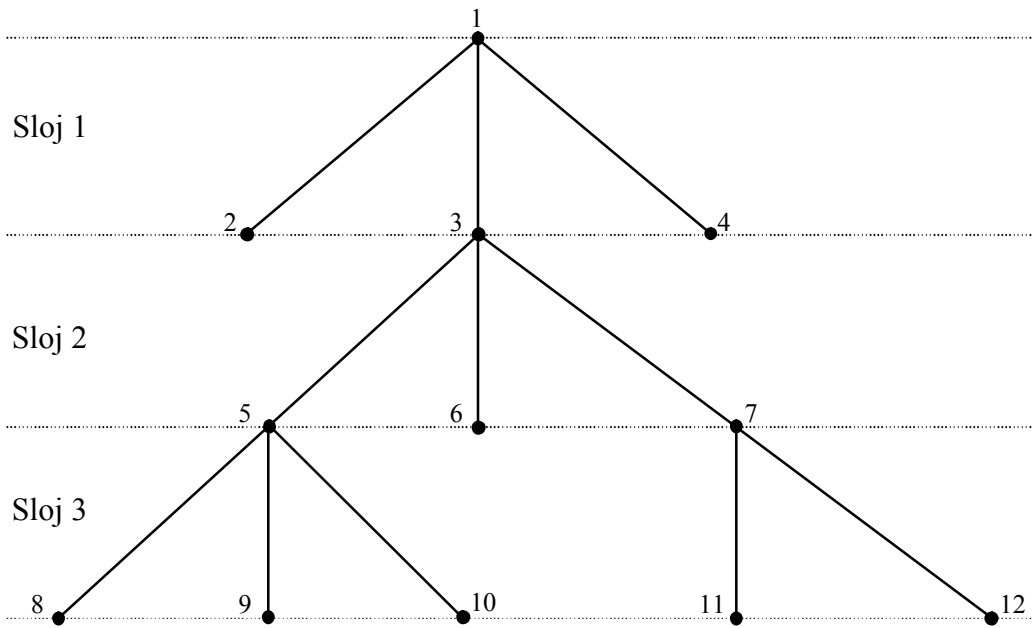
Sa \hat{B}_k je označen admitantni reprezent otopnog parametra – otopna grana segmenta Γ_k – $\hat{B}_k = \hat{Y}_{ok}$. On predstavlja sumu admitantnog reprezentata otopnog parametra kraja sekcije ili transformatora (admitansa magnećenja) kojem je segment Γ_k asociiran, otopnih parametara na počecima sekcija ili transformatora (admitansi magnećenja) koji se napajaju preko razmatrane sekcije ili transformatora (ako ih ima) i reprezentata otopnih elemenata direktno priključenih u čvoru k (npr, baterija kondenzatora). Opet je riječ o pogonskim parametrima za simetričan režim direktnog redoslijeda. Sa \hat{I}'_{ok} je označena struja otopne grane segmenta Γ_k . Dakle, reprezent otopnih parametara na početku sekcije ili transformatora kojoj ili kojem je asociiran segment Γ_k , asociiran je otopnoj grani segmenta Γ_k – prethodnika razmatranog segmenta Γ_k . Ako je čvor K korijen mreže (dakle, razmatrani segment Γ_k nema prethodnika), onda otopni parametar koji odgovara čvoru K sekcije ili transformatora, kojoj ili kojem je razmatrani segment Γ_k asociiran, ne utiče na proračun tokova snaga, pa se ni ne razmatra. Režim u tom (otopnom) parametru računa se trivijalno, na osnovu poznatog napona korjena.

Problem tokova snaga predstavlja proračun vektora stanja – napona čvorova mreže (odnosno, kompletnog režima) distributivne mreže, na bazi poznatog napona korjena mreže (balansnog čvora) i specificiranim injektiranih snaga u svim ostalim čvorovima mreže (čvorovi tipa PQ). Osnovu proračuna tokova snaga radialne mreže čini numeracija mreže po slojevima. Primjer takve numeracije dat je na mreži s dvanaest čvorova, koja je prikazana na slici 4.1.2. Prave linije između čvorova odnose se na naprijed opisane Γ segmente. Oni, zajedno s čvorovima mreže, numerisani su na sledeći način:

1. Prvi čvor je balansni; drugi čvor i ostali čvorovi (ako ih ima), koji se Γ segmentima direktno napajaju s korjena (čvorovi 2, 3 i 4), pripadaju prvom sloju; a poslednji – n -ti čvor (ovdje dvanaesti), s čvorovima koji se direktno napajaju Γ segmentima sa čvorova prethodnog sloja (ovdje drugog), pripadaju poslednjem sloju (ovdje trećem).
2. Svaki čvor koji nije korijen, napaja se preko jedinstvenog Γ segmenta istog indeksa, koji je asociiran odgovarajućoj sekciji voda ili transformatoru. (Nema Γ segmenta s kojeg se napaja korijen.)

Relacije bilansa kompleksnih snaga čvorova imaju standardnu formu modela tokova snaga, nezavisno od toga o kakvoj je mreži riječ (prenosnoj ili distributivnoj). One su izvedene iz linearnog modela kola napisanog saglasno s metodom nezavisnih napona u terminima injektiranih struja i napona. Taj metod je izveden sintezom prvog i drugog Kirchhoff-ovog zakona. Relacije bilansa snaga nisu linearne, pošto su iskazane u terminima napona i injektiranih snaga, pri čemu još i snage generalno, zavise od napona. Kako je već rečeno, kada je u pitanju

prenosna mreža, tada se model rješava primjenom NR varijanti iterativnih metoda za rješavanje sistema nelinearnih jednačina. Kada je u pitanju radijalna distributivna mreža (i mreža s malim brojem kontura), tada se model mreže piše direktnom primjenom Kichhoff-ovih zakona i rješava primjenom Gauss/Seidel-ovog iterativnog metoda za rješavanje sistema nelinearnih jednačina.



Slika 4.1.2 – Numeracija čvorova i Γ segmenata radijalne mreže

Model tokova snaga koji se ovdje razmatra (za radijalnu mrežu) može da se napiše polazeći ponovo od metoda nezavisnih napona, odnosno direktnom primjenom Kirchhoff-ovih zakona, ali, ovdje se taj model izvodi iz relacija bilansa snaga čvorova, krećući se „unazad” prema Kirchhoff-ovim zakonima, da bi se pokazalo da je model tokova snaga uvijek isti, nezavisan od tipa mreže koja se obrađuje. Tip mreže utiče samo na prilagođenje te forme tipu obrađivane mreže.

Razmatra se radijalna mreža sa n trofaznih čvorova, s pofaznim modelom tokova snaga:

$$\hat{U}_k = -\frac{1}{\hat{y}_{kk}} \frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} - \frac{1}{\hat{y}_{kk}} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \hat{y}_{ki} \hat{U}_i, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.1.1)$$

Relacije bilansa snaga (4.1.1) mogu da se napišu u sledećem obliku:

$$\hat{U}_k = \frac{1}{\hat{y}_{kk}} \left(-\frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} - \hat{y}_{kK} \hat{U}_K - \sum_{i \in \alpha_k} \hat{y}_{ki} \hat{U}_i \right), \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.2)$$

gdje je sa K označen početak segmenta Γ_k , a sa α_k je označen skup indeksa čvorova koji se Γ segmentima napajaju iz čvora k . Ako se umjesto elemenata matrice admitansi napišu originalne admitanse Γ segmenata, označene velikim slovima, dobija se:

$$\hat{U}_k = \frac{1}{\hat{Y}_k + \hat{Y}_{ok} + \sum_{i \in \alpha_k} \hat{Y}_i} \left(-\frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_k \hat{U}_K + \sum_{i \in \alpha_k} \hat{Y}_i \hat{U}_i \right), \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.3)$$

odnosno:

$$\hat{U}_k = \frac{1}{\hat{Y}_k} \left(-\frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_k \hat{U}_K - \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k - \sum_{i \in \alpha_k} \hat{Y}_i \hat{U}_k + \sum_{i \in \alpha_k} \hat{Y}_i \hat{U}_i \right), \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.4)$$

odnosno:

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{Z}_k \left[\frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k + \sum_{i \in \alpha_k} \hat{Y}_i (\hat{U}_k - \hat{U}_i) \right], \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.5)$$

odnosno:

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{Z}_k \left(\frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k + \sum_{i \in \alpha_k} \hat{I}'_i \right), \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.6)$$

pri čemu su sa I'_i , $i \in \alpha_k$, označene struje koje rednim granama otiču iz čvora k , $k = 2, 3, \dots, n$ (to su prazni skupovi za sve čvorove iz kojih se ne napajaju grane nižih slojeva); $\hat{Z}_k = 1/\hat{Y}_k$, $k = 2, 3, \dots, n$. Relacije (4.1.6) predstavljaju primjenu drugog Kirchhoff-ovog zakona za konturu koju čini k -ta redna grana s čvorom nultog potencijala.

Dakle, modelu tokova snaga (4.1.1) dat je oblik (4.1.6), u kojem su uvedene nove nepoznate varijable – struje rednih grana mreže (Γ segmenata). Te struje mogu da se opišu primjenom prvog Kirchhoff-ovog zakona:

$$\hat{I}'_k = \frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}'_j, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.1.7)$$

Sada, relacijama (4.1.6) i (4.1.7) može da se da sledeći oblik:

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{Z}_k \hat{I}'_k, \quad k = 2, 3, \dots, n; \quad (4.1.8a)$$

$$\hat{I}'_k = \frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}'_j, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.1.8b)$$

Model razmatrane radijalne mreže (4.1.8) sastoji se od nelinearnih kompleksnih jednačina koje, prije svega, treba da se riješe po nepoznatom dijelu vektora stanja mreže – \hat{U}_k , $k = 2, 3, \dots, n$, kao i po nepoznatim strujama svih rednih grana mreže \hat{I}'_k , $k = 2, 3, \dots, n$. Jednačine (4.1.8) mogu da se napišu u sledećem redoslijedu:

$$\hat{I}'_k = \frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}'_j, \quad k = n, n-1, \dots, 3, 2; \quad (4.1.9a)$$

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{Z}_k \hat{I}'_k, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.1.9b)$$

Ove relacije predstavljaju matematički model tokova snaga razmatrane mreže, odnosno električnog kola kojim ona može da se predstavi. Matematički model nije linearan pošto je predstavljen u terminima napona i snaga, a ne u terminima napona i struja (uz to, i snage zavise od napona). Forma modela tog kola je upravo takva da na nju može direktno da se primjeni Gauss-ov ili Gauss/Seidel-ov iterativni metod za rješavanje sistema nelinearnih jednačina (prilozi 9.3.1 i 9.3.2). Iteracija h Gauss/Seidel-ovog metoda, u kojoj se izračunavaju $h+1$ -ve aproksimacije struja rednih grana i naponi čvorova, glasi:

$$\hat{I}'_k{}^{h+1} = \frac{\hat{S}_k(U_k^h)}{\hat{U}_k^{*h}} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k^h + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}'_j{}^{h+1}, \quad k = n, n-1, \dots, 3, 2; \quad (4.1.10a)$$

$$\hat{U}_k{}^{h+1} = \hat{U}_K{}^{h+1} - \hat{Z}_k \hat{I}'_k{}^{h+1}, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.1.10b)$$

(Za $K = 1$, u pitanju je balansni čvor sa specificiranim naponom, pa superskript $h+1$ nije potreban.)

S obzirom na kretanje indeksa k , očigledno je da svaka od relacija (4.1.10a), npr. k -ta, ima značenje: korigovana ($h+1$ -va) vrijednost struje redne grane k -tog Γ segmenta ($\hat{I}'_k{}^{h+1}$) jednaka je zbiru h -te aproksimacije struje potrošača koji se direktno napaja s tog segmenta [$\hat{S}_k(U_k^h)/\hat{U}_k^{*h}$], h -te aproksimacije struje otočne grane tog segmenta ($\hat{Y}_{ok} \hat{U}_k^h$) i sumi već izračunatih struja rednih grana segmenata koji se napajaju sa k -tog Γ segmenta ($\sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}'_j{}^{h+1}$); poslednje struje su izračunate prije k -te, istim relacijama (4.1.10a), u okviru iste iteracije, s obzirom na specijalno kretanje indeksa k i izabranu numeraciju Γ segmenata, odnosno čvorova i grana radialne mreže; očigledno je da su struje rednih grana Γ segmenata poslednjeg sloja i segmenata sa kojih se ne napajaju drugi segmenti, jednake samo zbirovima struja njihovih potrošača i njihovih otočnih grana za poslednju aproksimaciju napona drugih čvorova tih segmenata. Gore je već rečeno da te relacije predstavljaju primjenu prvog Kirchhoff-ovog zakona na čvorove razmatrane mreže. Ova procedura, koja je određena relacijama (4.1.10a), očigledno je da nije ništa drugo do procedura sumiranja struja iz standardnih postupaka za proračun simetričnih tokova snaga trofaznih radialnih mreža [20].

S obzirom na specijalno kretanje indeksa k , očigledno je da svaka od relacija (4.1.10b), npr. k -ta, ima značenje: korigovana ($h+1$ -va) vrijednost napona drugog čvora k -tog Γ segmenta ($\hat{U}_k{}^{h+1}$), jednaka je razlici ($h+1$ -ve) aproksimacije napona prvog čvora tog segmenta ($\hat{U}_K{}^{h+1}$) i ($h+1$ -ve) aproksimacije pada napona na rednoj grani tog segmenta ($\hat{Z}_k \hat{I}'_k{}^{h+1}$); korigovana vrijednost napona prvog čvora k -tog Γ segmenta ($\hat{U}_K{}^{h+1}$) izračunata je prije korekcije napona drugog čvora tog segmenta, korišćenjem istih relacija (4.1.10b), u okviru iste iteracije, s obzirom na izabrano kretanje indeksa k i izabranu numeraciju Γ segmenata, odnosno čvorova i grana radialne mreže; prvi čvor prvog Γ segmenta i svih Γ segmenata koji se direktno napajaju sa korjena mreže, jeste korijen mreže (balansni čvor), sa specificiranim (poznatim) naponom; gore je već rečeno da te relacije predstavljaju primjenu drugog Kirchhoff-ovog zakona na redne grane razmatrane mreže. Ova procedura, koja je određena korišćenjem relacija (4.1.10b), očigledno je da nije ništa drugo do procedura korekcija napona iz standardnih postupaka za proračun simetričnih tokova snaga trofaznih radialnih mreža [20].

Opisani iterativni postupak za proračun simetričnih tokova snaga trofaznih radialnih mreža razmotriće se i na primjeru uravnotežene mreže s četiri čvora ($n = 4$) i tri grane – slika 4.1.3a. Mreža je numerisana po slojevima; prvi čvor je balansni, a ostala tri čvora su tipa PQ, sa

specificiranim kompleksnim snagama potrošnje. Oni su raspoređeni u dva sloja – čvor (grana) 2 pripada prvom, a čvorovi (grane) 3 i 4 drugom sloju. Pogonska šema mreže, prikazana Γ segmentima, data je na slici 4.1.3b. Model tog kola glasi:

$$\hat{I}'_k = \frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_{ok}\hat{U}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}'_j, \quad k = 4, 3, 2; \quad (4.1.11a)$$

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{Z}_k \hat{I}'_k, \quad k = 2, 3, 4. \quad (4.1.11b)$$

Ako bi se model (4.1.11) riješio, dobili bi se naponi čvorova 2, 3 i 4, uz poznat napon balansnog čvora (napon čvora 1), kao i struje grana. Kolo s režimom koji predstavlja rješenje modela (4.1.11) dato je na slici 4.1.4. Ono je izvedeno primjenom teoreme o kompenzaciji struja u otočnim admitansama i potrošnje čvorova Γ segmenata idealnim strujnim izvorima.

Relacije opisanog Gauss/Seidel-ovog metoda za proračun tokova snaga u h -toj iteraciji za proračun režima ove mreže glase:

$$\hat{I}'^{h+1}_k = \frac{\hat{S}_k(U_k^h)}{\hat{U}_k^{*h}} + \hat{Y}_{ok}\hat{U}_k^h + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}'^{h+1}_j, \quad k = 4, 3, 2; \quad (4.1.12a)$$

$$\hat{U}_k^{h+1} = \hat{U}_K^{h+1} - \hat{Z}_k \hat{I}'^{h+1}_k, \quad k = 2, 3, 4, \quad (4.1.12b)$$

odnosno:

$$\hat{I}'^{h+1}_4 = \frac{\hat{S}_4(U_4^h)}{\hat{U}_4^{*h}} + \hat{Y}_{o4}\hat{U}_4^h, \quad (4.1.13a)$$

$$\hat{I}'^{h+1}_3 = \frac{\hat{S}_3(U_3^h)}{\hat{U}_3^{*h}} + \hat{Y}_{o3}\hat{U}_3^h, \quad (4.1.13a)$$

$$\hat{I}'^{h+1}_2 = \frac{\hat{S}_2(U_2^h)}{\hat{U}_2^{*h}} + \hat{Y}_{o2}\hat{U}_2^h + (\hat{I}'^{h+1}_3 + \hat{I}'^{h+1}_4);$$

$$\hat{U}_2^{h+1} = \hat{U}_1 - \hat{Z}_2 \hat{I}'^{h+1}_2,$$

$$\hat{U}_3^{h+1} = \hat{U}_2^{h+1} - \hat{Z}_3 \hat{I}'^{h+1}_3, \quad (4.1.13b)$$

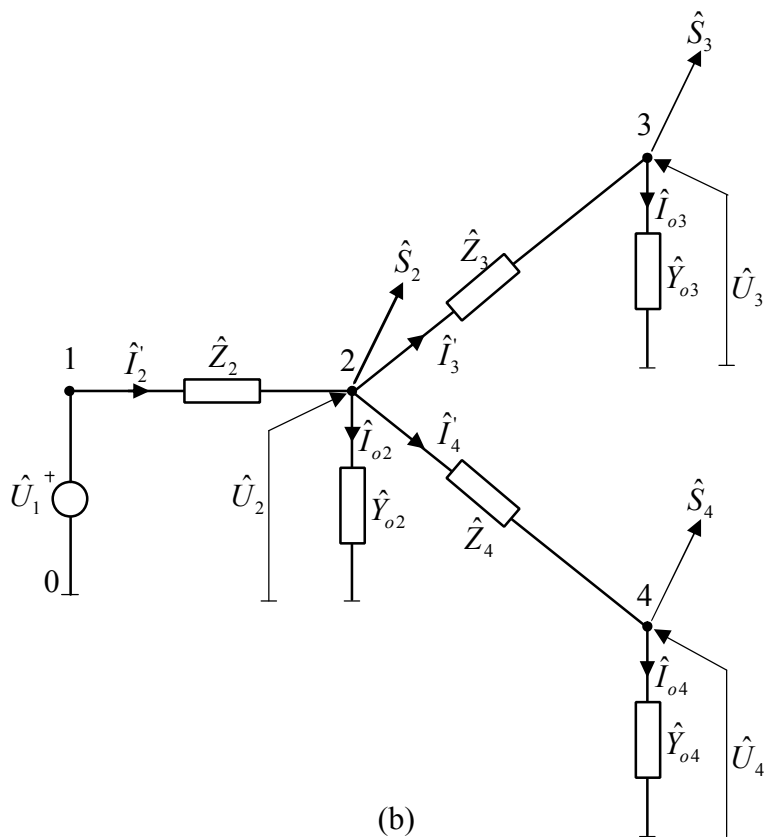
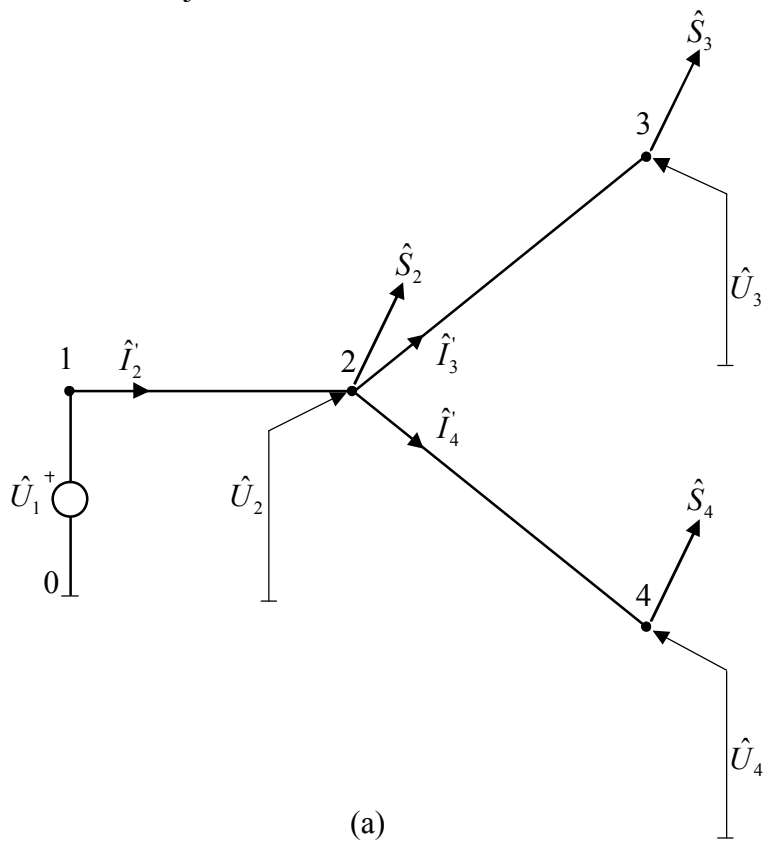
$$\hat{U}_4^{h+1} = \hat{U}_2^{h+1} - \hat{Z}_4 \hat{I}'^{h+1}_4.$$

Ako se raspolože s naponom korjena mreže (\hat{U}_1) i h -tom aproksimacijom napona ostala tri čvora (\hat{U}_2^h , \hat{U}_3^h i \hat{U}_4^h) i ako se parovi struja u čvorovima 2, 3 i 4 ($\frac{\hat{S}_2(U_2^h)}{\hat{U}_2^{*h}}$, $\hat{Y}_{o2}\hat{U}_2^h$), ($\frac{\hat{S}_3(U_3^h)}{\hat{U}_3^{*h}}$, $\hat{Y}_{o3}\hat{U}_3^h$) i

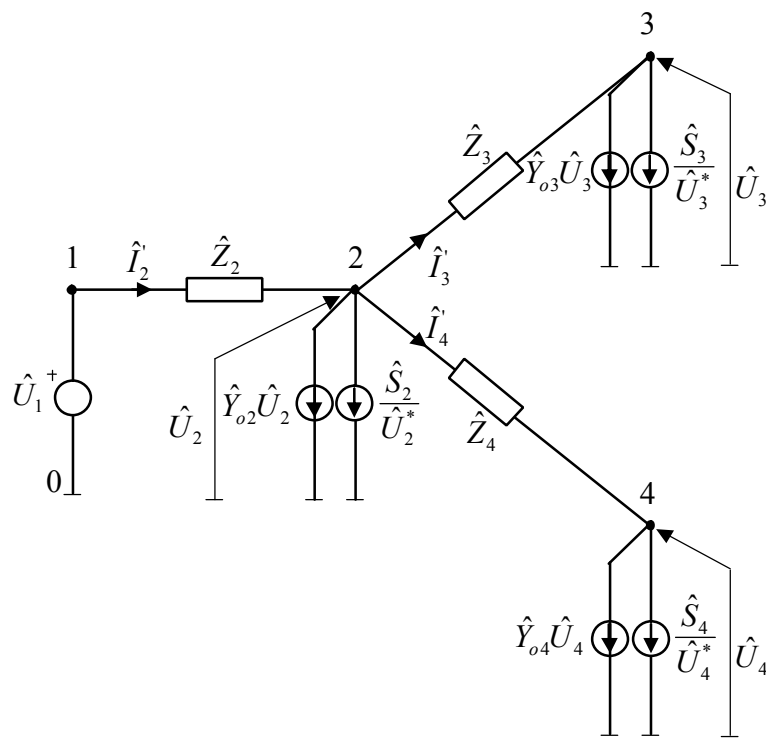
($\frac{\hat{S}_4(U_4^h)}{\hat{U}_4^{*h}}$, $\hat{Y}_{o4}\hat{U}_4^h$), zamjene idealnim strujnim izvorima, onda relacije (4.1.13) predstavljaju

matematički model kola koje je prikazano na slici 4.1.5. Idealni izvori – naponski priključen u prvom čvoru i parovi strujnih izvora priključeni u ostalim čvorovima – predstavljaju eksitaciju kola. Odziv kola jednoznačno je određen vektorom stanja, kojem nedostaju nepoznati naponi čvorova 2, 3 i 4. Model kola je napisan direktnom primjenom prvog (4.1.13a) i drugog Kirchhoff-ovog zakona (4.1.13b). Taj model ne prestavlja ništa drugo do primjenu metoda konturnih struja za proračun kola prikazanog na slici 4.1.5 (prilog 9.1.3). Kolo na slici 4.1.5 predstavlja linearizovano kolo prikazanog na slici 4.1.3b, sa aspekta sada linearne eksitacije

idealnim strujnim izvorima u čvorovima 2, 3 i 4, umesto eksitacije snagama u tim čvorovima. Ovdje se insistira na sledećim činjenicama:



Slika 4.1.3 – Primjer trofazne radijalne mreže s četiri čvora, u simetričnom režimu (a) i njena pogonska šema prikazana Γ segmentima (b)



Slika 4.1.4 – Ekvivalentno kolo kojim se interpretira rješenje tokova snaga mreže prikazane na slici 4.1.3

1. proračunom režima kola po nepoznatim naponima \hat{U}_2^{h+1} , \hat{U}_3^{h+1} i \hat{U}_4^{h+1} (i struja u rednim granama kola \hat{I}_2^{h+1} , \hat{I}_3^{h+1} i \hat{I}_4^{h+1}), dobija se korekcija tekuće aproksimacije napona \hat{U}_2^h , \hat{U}_3^h i \hat{U}_4^h (i struja u rednim granama kola \hat{I}_2^h , \hat{I}_3^h i \hat{I}_4^h);
2. dakle, proračun tog kola ne predstavlja rješenje osnovnog problema tokova snaga – modela (4.1.11), odnosno proračun režima kola sa slike 4.1.3b, već predstavlja samo rješenje linearizovanog problema tokova snaga – modela (4.1.13), odnosno kola sa slike 4.1.5;
3. model, odnosno režim kola sa slike 4.1.5, može da se izračuna primjenom bilo kog metoda (metod nezavisnih napona, konturnih struja itd.); naravno, najjednostavnije je da se to uradi izračunavanjem lijevih strana Gauss/Seidel-ovih relacija (4.1.13), što nije ništa drugo do primjena metoda konturnih struja za rješenje tog kola; a taj metod nije ništa drugo do specijalna sinteza Kirchhoff-ovih zakona.

Time je završen dio zadatka postavljenog u ovom dijelu – utvrđivanje matematičke (teorijske) zasnovanosti postupaka za rješenje nelinearnog problema simetričnih tokova snaga radijalnih mreža, koji se sastoje od procedura sumiranja struja i korekcija napona. To rješenje je zasnovano na Gauss/Seidel-ovom iterativnom metodu za rješavanje sistema nelinearnih jednačina.

Postupak za proračun simetričnih tokova snaga radijalnih distributivnih mreža [20] dat je blok-dijagramom prikazanim na slici 4.1.6.

Snaga opisanog postupka za proračun radijalnih mreža, koji je zasnovan na procedurama sumiranja struja i korekcija napona, leži u sledećim činjenicama:

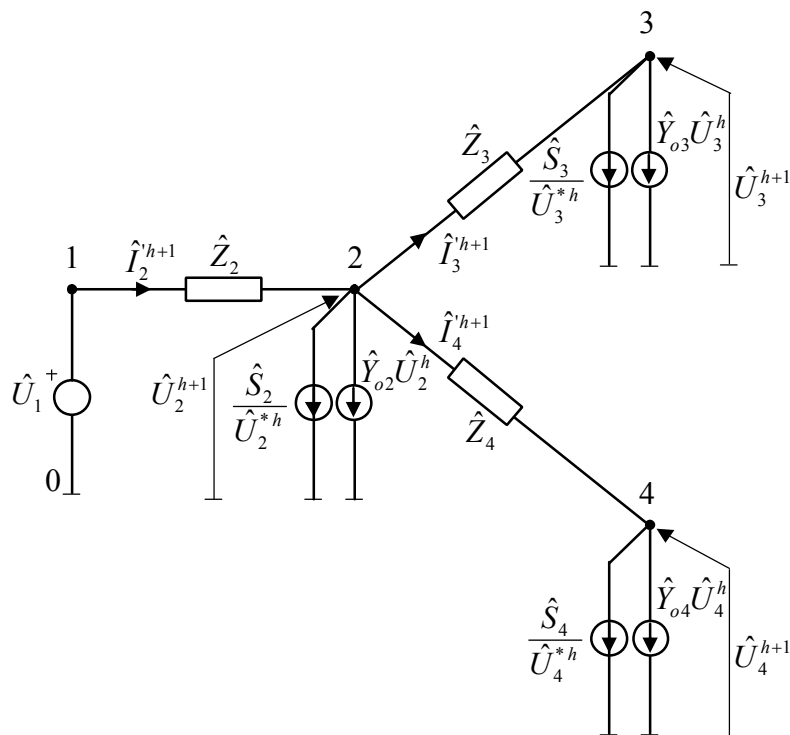
1. nepoznati naponi čvorova mreže ne odstupaju značajno od napona balansnog čvora. Dakle, nije teško izabrati kvalitetnu početnu aproksimaciju za nepoznate napone;

2. za kvalitetnu aproksimaciju napona čvorova mreže, kvalitetne su i izračunate aproksimacije otočnih struja čvorova – struje potrošača i struje otočnih admitansi čvorova (Γ segmenata);
3. za kvalitetnu aproksimaciju struja potrošača i struja otočnih admitansi čvorova, kvalitetne su i izračunate aproksimacije struja rednih grana mreže (Γ segmenata);
4. za kvalitetnu aproksimaciju struja rednih grana mreže (Γ segmenata), kvalitetne su i aproksimacije padova napona na rednim granama mreže (Γ segmenata);
5. za kvalitetnu aproksimaciju padova napona na rednim granama mreže (Γ segmenata) i poznat napon korijena radijalne mreže, kvalitetne su i korekcije tekuće aproksimacije napona čvorova mreže.

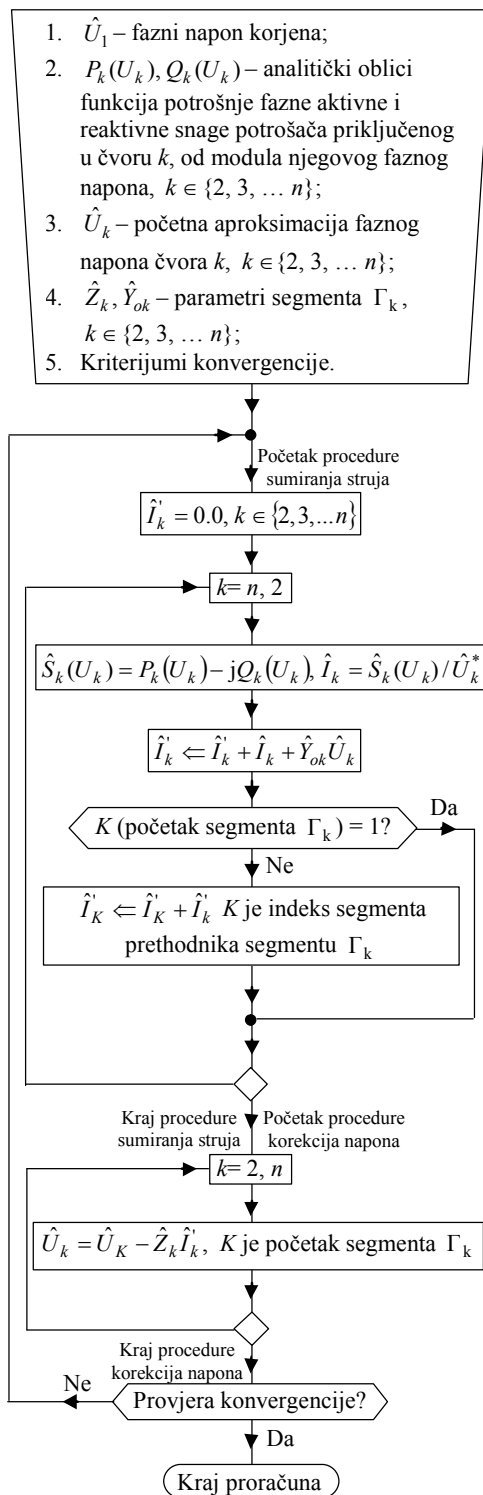
Kada su u pitanju prenosne mreže (s velikim brojem kontura) činjenica br. 3 ne stoji, što bi definitivno ruiniralo efikasnost opisanog postupka kada bi se on primjenio na proračun tokova snaga prenosnih mreža.

Na osnovu izlaganja u ovom dijelu, očigledno je da proračuni tokova snaga radijalnih mreža, koji su zasnovani na procedurama sumiranja struja i korekcija napona, predstavljaju vrlo sofisticiranu sintezu primjene oba Kirchhoff-ova zakona i Gauss/Seidel-ovog metoda za rješavanje sistema nelinearnih jednačina.

Ovaj postupak je orijentisan na grane. On je neprikosnoven za rješavanje simetričnih tokova snaga. Kada se krenulo u rješavanje nesimetričnih tokova snaga neuravnoteženih mreža, pogotovu miksovanih, ovaj postupak se počinje napuštati. Umjesto njega koriste se postupci koji su zasnovani, prije svega, na matrici admitansi (postupci orijentisani na čvorove). U nastavku su data tri postupka za proračun nesimetričnih tokova snaga neuravnoteženih mreža, od kojih su dva zasnovana na matrici admitansi, a jedan na metodu konturnih struja.



Slika 4.1.5 – Ekvivalentno kolo kojim se interpretiraju relacije h -te iteracije Gauss/Seidel-ovog postupka za proračun mreže prikazane na slici 4.1.3



Slika 4.1.6 – Blok dijagram postupka za proračun simetričnih tokova snaga radijalnih distributivnih mreža

4.2. PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVAN NA IMPLICITNOM Zbus POSTUPKU

Ovaj proračun se izlaže saglasno s literaturom [29]. U pitanju je postupak zasnovan na implicitnoj inverziji matrice admitansi mreže, odnosno implicitno iskazanoj matrici impedansi mreže (\mathbf{Z}_{BUS}), koristeći se Gauss-ovim postupkom redukcije matrica. Dakle postupak je orijentisan na čvorove. Postupci zasnovani na matrici admitansi spontano tretiraju petlje.

Razmatra se radijalna distributivna mreža sa n faznih (monofaznih) čvorova. Korijen mreže (trofazni čvor sekundarnih sabirnica napojne transformatorske stanice) predstavlja balansni čvor. U njemu su poznati naponi sve tri faze. Nije nužno da oni budu simetrični. Model mreže je u faznom domenu. On se zasniva na redukovanoj matrici admitansi mreže, kao i njenoj implicitnoj inverziji. Redukcija matrice admitansi se sastoji od toga da su sve tri vrste i tri kolone koje odgovaraju faznim čvorovima trofaznog korjena potisnuti iz nje. U algoritmu za proračun tokova snaga ovim iterativnom postupkom, podrazumjeva da se u svakoj iteraciji postupka mreža linearizuje i dekomponuje na dva kola. Linearizacija podrazumjeva predstavu potrošača idealnim strujnim izvorima. U prvom kolu dekomponovane linearizovane mreže idealni strujni izvori kojima je predstavljena potrošnja čvorova isključeni su. Tako, eksitaciju kola čini samo trofazni napon korjena mreže. Ta tri fazna napona predstavljena su idealnim naponskim izvorima. Drugo kolo je s kratko-spojenim idealnim naponskim izvorima u korjenu mreže, a eksitaciju kola čine idealni strujni izvori koji predstavljaju potrošnju čvorova.

Pošto tri idealna naponska izvora, čiji su naponi jednaki faznim naponima korjena originalne mreže, predstavljaju jedinu eksitaciju prvog kola (razmatrana mreža je u praznom hodu – potrošači su isključeni), naponi svih čvorova u tom kolu praktično su jednaki s odgovarajućim faznim naponima idealnih naponskih izvora – faznim naponima korjena originalne mreže. Zato, proračun tog kola se i ne vrši, već se za početne aproksimacija faznih napona svih čvorova usvajaju fazni naponi korjena.

Eksitaciju drugog kola čine idealni strujni izvori kojima su zamenjeni potrošači. Oni su priključeni u svakom čvoru (osim u korjenu mreže). Njihove vrijednosti jednake su količnicima odgovarajućih faznih snaga potrošnje [Aktivne i reaktivne snage potrošnje mogu da zavise od napona prema relaciji (2.1.1.1).] i konjugovanih faznih napona čvorova, s promjenjenim znacima. Promjena znaka je izvršena da bi se dobile injektirane struje, koje su pozitivne kada su usmjerene ka čvorovima. Pošto naponi čvorova nisu poznati, nego su poznate aproksimacije tih napona, eksitacija drugog kola predstavlja aproksimaciju struja potrošnji s promjenjenim znacima. Zbog kratko-spojenih idealnih izvora u korjenu, naponi čvorova dobijeni proračunom tokova snaga u ovom kolu predstavljaju korekcije napona. Te korekcije, kada se superponiraju (saberu) s naponima odgovarajućih čvorova prvog kola, predstavljaju aproksimacije napona čvorova razmatrane mreže. Pošto se znaju samo aproksimacije eksitacija drugog kola, a ne njihove tačne vrijednosti, proračun režima drugog kola vrši se iterativno.

Algoritam postupka IZBG

1. formiranje matrice admitansi trofazne mreže \hat{Y} , dimenzije $n \times n$ – glava 3;
2. formiranje redukovane matrice admitansi \hat{Y} , potiskivanjem tri vrste i tri kolone matrice admitansi, koje odgovaraju korjenu, dimenzije $(n-3) \times (n-3)$;
3. optimalna numeracija čvorova mreže;
4. LU faktorizacija redukovane matrice admitansi;
5. inicijalna dodjela vrijednosti napona svim čvorovima, koje su jednake vrijednostima napona korjena mreže (početna aproksimacija napona);
6. početak iterativnog procesa: $h=1$;

7. proračun aproksimacija injektiranih struja ($-\hat{\mathbf{I}}^h$) svih čvorova, osim faznih čvorova korjena mreže u tekućoj iteraciji; one su jednake aproksimacijama potrošnji čvorova sa suprotnim predznacima;
8. proračun korekcija napona $\Delta\hat{\mathbf{U}}^{h+1}$, na osnovu relacije:

$$-\hat{\mathbf{I}}^h = \hat{\mathbf{Y}}\Delta\hat{\mathbf{U}}^{h+1}, \quad (4.2.1)$$

koristeći se implicitnom inverzijom (LU faktorizacijom) redukovane matrice admitansi $\hat{\mathbf{Y}}$,

pri čemu su:

$-\hat{\mathbf{I}}^h$ – vektor tekućih aproksimacija injektiranih struja u čvorove mreže; one su jednake količnicima faznih snaga (zavisne od napona) i odgovarajućih konjugovanih faznih napona čvorova, s promjenjenim znakom, osim tri fazna čvora, korjena mreže; dimenzije $(n-3)\times 1$;

$\Delta\hat{\mathbf{U}}^{h+1}$ – vektor korekcija faznih napona čvorova mreže, osim tri fazna napona čvorova korjena mreže; dimenzija $(n-3)\times 1$;

$\hat{\mathbf{U}}^{h+1}$ – vektor faznih napona čvorova mreže, osim tri fazna napona čvorova korjena mreže; dimenzije $(n-3)\times 1$;

h – indeks tekuće iteracije.

9. proračun korekcija aproksimacija napona čvorova u tekućoj iteraciji, na osnovu relacije:

$$\hat{\mathbf{U}}^{h+1} = \mathbf{I}_{vc} \hat{\mathbf{U}}_{korjena} + \Delta\hat{\mathbf{U}}^{h+1}, \quad (4.2.2)$$

pri čemu su:

\mathbf{I}_{vc} – matrica čiji su svi elementi jednaki jedinici; dimenzije $(n-3)\times 3$;

$\hat{\mathbf{U}}_{korjena}$ – tri fazna napona korjena mreže; dimenzija 3×1 ;

10. provjera konvergencije;
11. ako je postupak konvergirao, proračun svih režimskih veličina koje su od interesa, pa kraj iterativnog postupka, a ako nije – povećanje indeksa tekuće iteracije h za jedan i povratak na korak 7.

Ovaj postupak ima sledeće nedostatke: 1) ako postoje sekcije s praktično nultim parametrima, ili ako postoje sekcije koje se stiču u istom čvoru, a čiji je odnos parametara vrlo veliki/mali to može dovesti do slabe uslovljenosti matrice admitansi [60], što dalje može dovesti do nemogućnosti sprovođenja LU faktorizacije; 2) i kada nema navedenih problema sama LU faktorizacija je vrlo zahtjevna. Svaka promjena topologije zahtjeva i ponovno formiranje matrice admitansi i bar jednu novu LU faktorizaciju. Generisanje matrici admitansi mreže dodatno otežavaju induktivno i kapacitivno spregnuti elementi [34]. Tih sprega ima i svaki robusan postupak za proračun tokova snaga mora da ih uvažava.

4.3. PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVAN NA MODIFIKOVANOM NEWTON/RAPHSON-OVOM METODU

Ovaj proračun se izlaže saglasno s literaturom [61]. Proračun je orijentisan na čvorove. Ponovo se razmatra radijalna distributivna mreža sa n faznih (monofaznih) čvorova. Korijen mreže (trofazni čvor sekundarnih sabirnica napojne transformatorske stanice) predstavlja balansni čvor. U njemu su poznati naponi sve tri faze. Nije nužno da oni budu simetrični. Model mreže i u ovom slučaju se zasniva na redukovanoj matrici admitansi. I ovdje su potisnute sve tri vrste i tri kolone koje odgovaraju faznim čvorovima korjena. Osnovna relacija ovog postupka je razlika specificiranih struja {specificirane snage [aktivne i reaktivne snage potrošnje mogu da zavise od napona prema relaciji (2.1.1.1).] podijeljene s naponom} i struja koje otiču iz čvora granama u sistem:

$$\Delta \hat{I}_k^s = \frac{(P_k^{\text{sp}})^s - j(Q_k^{\text{sp}})^s}{(\hat{U}_k^s)^*} - \sum_{i \in \Omega_k} \sum_{t \in \alpha_p} \hat{Y}_{ki}^{st} \hat{U}_i^t, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.1)$$

pri čemu su:

$s, t \in \alpha_p$ – indeksi faza;

$\alpha_p = \{a, b, c\}$ – skup oznaka faza distributivne mreže;

n – ukupan broj čvorova;

Ω_k – skup indeksa čvorova koji su granama direktno povezani sa čvorom k ;

\hat{U}_k^s – fazni napon čvora k faze s ;

$(P_k^{\text{sp}})^s$ – specificirana injektirana aktivna snaga čvora k , faze s ;

$(Q_k^{\text{sp}})^s$ – specificirana injektirana reaktivna snaga čvora k , faze s ;

\hat{Y}_{ki}^{st} – element matrice admitansi na poziciji $k-i$ između faza s i t .

Naponi čvorova i elementi matrice admitansi mogu da se predstave preko realnih i imaginarnih dijelova, a injektirane aktivne i reaktivne snage preko snaga proizvodnje i snaga potrošnje na sledeći način (subskript r se odnosi na realne dijelove a subskript m na imaginarne dijelove kompleksnih brojeva):

$$\hat{U}_k = U_{rk} + jU_{mk}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.2a)$$

$$\hat{Y}_{ki}^{st} = G_{ki}^{st} + jB_{ki}^{st}, \quad k = 2, 3, \dots, n, i = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.2b)$$

$$(P_k^{\text{sp}})^s = P_{gk}^s - P_{lk}^s, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.2c)$$

$$(Q_k^{\text{sp}})^s = Q_{gk}^s - Q_{lk}^s, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.2d)$$

pri čemu su:

U_{rk} – realni dio napona čvora k ;

U_{mk} – imaginarni dio napona čvora k ;

G_{ki}^{st} – realni dio elementa matrice admitansi na poziciji $k-i$ između faza s i t ;

B_{ki}^{st} – imaginarni dio elementa matrice admitansi na poziciji $k-i$ između faza s i t ;

P_{gk}^s – aktivna snaga proizvodnje u čvoru k faze s ;

P_{lk}^s – aktivna snaga potrošnje u čvoru k faze s ;

Q_{gk}^s – reaktivna snaga proizvodnje u čvoru k u fazi s ;

Q_{lk}^s – reaktivna snaga potrošnje u čvoru k faze s .

Relacija (4.3.1) može da se napiše preko realnih i imaginarnih dijelova kompleksnih promjenljivih na sledeći način:

$$\Delta I_{rk}^s = \frac{(P_k^{sp})^s U_{rk}^s + (Q_k^{sp})^s U_{mk}^s}{(U_{rk}^s)^2 + (U_{mk}^s)^2} - \sum_{i=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ki}^{st} U_{ri}^t - B_{ki}^{st} U_{mi}^t), \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.3a)$$

$$\Delta I_{mk}^s = \frac{(P_k^{sp})^s U_{mk}^s - (Q_k^{sp})^s U_{rk}^s}{(U_{rk}^s)^2 + (U_{mk}^s)^2} - \sum_{i=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ki}^{st} U_{mi}^t - B_{ki}^{st} U_{ri}^t), \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.3b)$$

ili:

$$\Delta I_{rk}^s = (I_{rk}^{sp})^s - (I_{rk}^{pro})^s, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.3c)$$

$$\Delta I_{mk}^s = (I_{mk}^{sp})^s - (I_{mk}^{pro})^s, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.3d)$$

pri čemu se sa „sp“ ukazuje na specificirane vrijednosti, a sa „pro“ na proračunate; sa ΔI_{rk}^s i ΔI_{mk}^s označeni su realni i imaginarni dio razlika specificiranih i proračunatih struja; količnici s desnih strana relacija (4.3.3a) i (4.3.3b) su realni i imaginarni dio specificiranih struja i označeni su sa $(I_{rk}^{sp})^s$ i $(I_{mk}^{sp})^s$; dvostruke sume desnih strana relacija (4.3.3a) i (4.3.3b) su realni i imaginarni dio proračunatih struja i označeni su sa $(I_{rk}^{pro})^s$ i $(I_{mk}^{pro})^s$.

Ako se na relacije (4.3.3a) i (4.3.3b) primjeni NR metod dobija se sledeća matrična relacija:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{m2}^{abc} \\ \Delta I_{r2}^{abc} \\ \Delta I_{m3}^{abc} \\ \Delta I_{r3}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{mn}^{abc} \\ \Delta I_{rn}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_{22}^{\bullet})^{abc} & Y_{22}^{abc} & \cdots & Y_{2n}^{abc} \\ Y_{32}^{abc} & (Y_{33}^{\bullet})^{abc} & \cdots & Y_{3n}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{12}^{abc} & Y_{n3}^{abc} & \cdots & (Y_{nn}^{\bullet})^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_{r2}^{abc} \\ \Delta U_{m2}^{abc} \\ \Delta U_{r3}^{abc} \\ \Delta U_{m3}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta U_{rn}^{abc} \\ \Delta U_{mn}^{abc} \end{bmatrix}. \quad (4.3.4)$$

Elementi vektora s lijeve strane relacije (4.3.4) jesu realni i imaginarni dijelovi razlika specificiranih i proračunatih struja. Matrica s desne strane jeste redukovana matrica admitansi. Elementi vektora s desne strane jesu realni i imaginarni dijelovi korekcija napona.

Vandijagonalne blok submatrice kvadratne matrice iz relacije (4.3.4) jednaki su odgovarajućim elementima matrice admitansi. One su sledećeg oblika:

$$\mathbf{Y}_{im}^{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{im}^{abc} & \mathbf{G}_{im}^{abc} \\ \mathbf{G}_{im}^{abc} & -\mathbf{B}_{im}^{abc} \end{bmatrix}, \quad i, m = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq m. \quad (4.3.5)$$

Dijagonalne blok submatrice imaju sledeći oblik:

$$(\mathbf{Y}_{kk}^{\bullet})^{abc} = \begin{bmatrix} (\mathbf{B}_{kk}^{\bullet})^{abc} & (\mathbf{G}_{kk}^{\bullet})^{abc} \\ (\mathbf{G}_{kk}^{\bullet})^{abc} & (\mathbf{B}_{kk}^{\bullet})^{abc} \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.6)$$

pri čemu su:

$$(\mathbf{B}_{kk}^{\prime})^{abc} = \mathbf{B}_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} a_k^a & 0 & 0 \\ 0 & a_k^b & 0 \\ 0 & 0 & a_k^c \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.7a)$$

$$(\mathbf{G}_{kk}^{\prime})^{abc} = \mathbf{G}_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} b_k^a & 0 & 0 \\ 0 & b_k^b & 0 \\ 0 & 0 & b_k^c \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.7b)$$

$$(\mathbf{G}_{kk}^{\prime\prime})^{abc} = \mathbf{G}_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} c_k^a & 0 & 0 \\ 0 & c_k^b & 0 \\ 0 & 0 & c_k^c \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.7c)$$

$$(\mathbf{B}_{kk}^{\prime\prime})^{abc} = -\mathbf{B}_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} d_k^a & 0 & 0 \\ 0 & d_k^b & 0 \\ 0 & 0 & d_k^c \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.3.7d)$$

Elementi a_k^s , b_k^s , c_k^s i d_k^s ($s \in \alpha_p$) zavise od modela zavisnosti snage potrošnje od napona za svaku fazu i svaki čvor i oni se preračunavaju u svakoj iteraciji. Ti elementi jesu:

$$a_k^s = \frac{Q_{0k}^s [(U_{rk}^s)^2 - (U_{mk}^s)^2] - 2U_{rk}^s U_{mk}^s P_{0k}^s}{(U_k^s)^4} + \frac{U_{rk}^s U_{mk}^s P_{1k}^s + Q_{1k}^s (U_{mk}^s)^2}{(U_k^s)^3} + Q_{2k}^s, \quad (4.3.8a)$$

$$k = 2, 3, \dots, n,$$

$$b_k^s = \frac{P_{0k}^s [(U_{rk}^s)^2 - (U_{mk}^s)^2] + 2U_{rk}^s U_{mk}^s Q_{0k}^s}{(U_k^s)^4} - \frac{U_{rk}^s U_{mk}^s Q_{1k}^s + P_{1k}^s (U_{mk}^s)^2}{(U_k^s)^3} - P_{2k}^s, \quad (4.3.8b)$$

$$k = 2, 3, \dots, n,$$

$$c_k^s = \frac{P_{0k}^s [(U_{mk}^s)^2 - (U_{rk}^s)^2] - 2U_{rk}^s U_{mk}^s Q_{0k}^s}{(U_k^s)^4} + \frac{U_{rk}^s U_{mk}^s Q_{1k}^s - P_{1k}^s (U_{mk}^s)^2}{(U_k^s)^3} - P_{2k}^s, \quad (4.3.8c)$$

$$k = 2, 3, \dots, n,$$

$$d_k^s = \frac{Q_{0k}^s [(U_{rk}^s)^2 - (U_{mk}^s)^2] - 2U_{rk}^s U_{mk}^s P_{0k}^s + \frac{U_{rk}^s U_{mk}^s P_{1k}^s - Q_{1k}^s (U_{rk}^s)^2}{(U_k^s)^3}}{(U_k^s)^4} - Q_{2k}^s, \quad (4.3.8d)$$

$$k = 2, 3, \dots, n,$$

pri čemu su:

P_{0k}^s – dio aktivne snage koji je nezavisan od napona čvora k u fazi s ;

Q_{0k}^s – dio reaktivne snage koji je nezavisan od napona čvora k u fazi s ;

P_{1k}^s – dio aktivne snage koji je linearno zavisn od napona čvora k u fazi s ;

Q_{1k}^s – dio reaktivne snage koji je linearno zavisn od napona čvora k u fazi s ;

P_{2k}^s – dio aktivne snage koji je kvadratno zavisn od napona čvora k u fazi s ;

Q_{2k}^s – dio reaktivne snage koji je kvadratno zavisn od napona čvora k u fazi s ;

U_k^s – modul napona čvora k u fazi s ;

$$s \in \alpha_p, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Elementi vektor kolone s lijeve strane jednakosti iz relacije (4.3.4) mogu da se odrede na sledeći način:

$$\Delta I_{rk}^s = \frac{U_{rk}^s \Delta P_k^s + U_{mk}^s \Delta Q_k^s}{(U_{rk}^s)^2 + (U_{mk}^s)^2}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.9a)$$

$$\Delta I_{mk}^s = \frac{U_{mk}^s \Delta P_k^s + U_{rk}^s \Delta Q_k^s}{(U_{rk}^s)^2 + (U_{mk}^s)^2}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.9b)$$

pri čemu su:

$$\Delta P_k^s = (P_k^{\text{sp}})^s - (P_k^{\text{pro}})^s, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.10a)$$

$$\Delta Q_k^s = (Q_k^{\text{sp}})^s - (Q_k^{\text{pro}})^s, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.10b)$$

$$(P_k^{\text{pro}})^s = U_{rk}^s (I_{rk}^{\text{pro}})^s + U_{mk}^s (I_{mk}^s)^s, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.10c)$$

$$(Q_k^{\text{pro}})^s = U_{mk}^s (I_{rk}^{\text{pro}})^s - U_{rk}^s (I_{mk}^s)^s. \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.3.10d)$$

Koristeći se tehnikom rijetkih matrica uz primjenu druge Tinney-eve šeme [6, 11] relacija (4.3.4) može da se riješi po korekcijama napona. Naponi u narednoj iteraciji mogu da se dobiju na sledeći način:

$$(U_{rmk}^{abc})^{h+1} = (U_{rmk}^{abc})^h + (\Delta U_{rmk}^{abc})^h, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.11)$$

pri čemu je:

$$(U_{rmk}^{abc}) = [U_{rk}^a \quad U_{rk}^b \quad U_{rk}^c \quad U_{mk}^a \quad U_{mk}^b \quad U_{mk}^c]^T, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.3.12)$$

Uvažavanje čvorova tipa PV

Neka je generator tipa PV priključen u čvoru k . Neka je on, npr, direktno povezan samo s čvorovima i i l , relacija (4.3.4) može da se prikaže u sledećoj formi:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{m2}^{abc} \\ \Delta I_{r2}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{mi}^{abc} \\ \Delta I_{ri}^{abc} \\ \vdots \\ (\Delta I_{mk}^{\bullet})^{abc} \\ (\Delta I_{rk}^{\bullet})^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{ml}^{abc} \\ \Delta I_{rl}^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_{22}^{\bullet})^{abc} & \dots & Y_{2i}^{abc} & \dots & Y_{2k}^{abc} & \dots & Y_{2l}^{abc} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i2}^{abc} & \dots & (Y_{ii}^{\bullet})^{abc} & \dots & (Y_{ik}^{\bullet\bullet})^{abc} & \dots & Y_{il}^{abc} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{k2}^{abc} & \dots & Y_{ki}^{abc} & \dots & (Y_{kk}^{\bullet\bullet})^{abc} & \dots & Y_{kl}^{abc} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{l2}^{abc} & \dots & Y_{li}^{abc} & \dots & (Y_{lk}^{\bullet\bullet})^{abc} & \dots & Y_{ll}^{abc} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_{r2}^{abc} \\ \Delta U_{m2}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta U_{ri}^{abc} \\ \Delta U_{mi}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta U_{mk}^{abc} \\ \Delta Q_k^{abc} \\ \vdots \\ \Delta U_{rl}^{abc} \\ \Delta U_{ml}^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (4.3.13)$$

$k = 2, 3, \dots, n.$

Dijagonalna submatrica na poziciji k - k jeste:

$$(Y_{kk}^{\bullet\bullet})^{abc} = \begin{bmatrix} M_{kk} & O_{kk} \\ N_{kk} & P_{kk} \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.3.14)$$

Elementi submatrica M_{kk} i N_{kk} definisani su na sledeći način:

$$m_{kk}^{st} = G_{kk}^{st} - B_{kk}^{st} \frac{U_{mk}^t}{U_{rk}^t}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.15a)$$

$$n_{kk}^{st} = G_{kk}^{st} - B_{kk}^{st} \frac{U_{mk}^t}{U_{rk}^t}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.15b)$$

pri čemu $s, t \in \alpha_p$, a G' , G'' , B' i B'' su definisani relacijama (4.3.7).

Dijagonalne submatrice O_{kk} i P_{kk} definisane su na sledeći način:

$$O_{kk} = \begin{bmatrix} \frac{U_{rk}^a}{(U_k^a)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{U_{rk}^b}{(U_k^b)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{U_{rk}^c}{(U_k^c)^2} \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.16a)$$

$$\mathbf{P}_{kk} = \begin{bmatrix} -\frac{U_{mk}^a}{(U_k^a)^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{U_{mk}^b}{(U_k^b)^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{U_{mk}^c}{(U_k^c)^2} \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.16b)$$

Vandijagonalne submatrice u relaciji (4.3.13) definisane su na sledeći način:

$$(\mathbf{Y}_{lk}^{\bullet\bullet})^{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{lk} & \mathbf{U}_{lk} \\ \mathbf{R}_{lk} & \mathbf{W}_{lk} \end{bmatrix}, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.3.17)$$

Elementi submatrica \mathbf{U}_{lk} i \mathbf{W}_{lk} su uvijek jednaki nuli, a elementi submatrica \mathbf{Q}_{lk} i \mathbf{R}_{lk} definisani su na sledeći način:

$$q_{lk}^{st} = G_{lk}^{st} - B_{lk}^{st} \frac{U_{mk}^t}{U_{rk}^t}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.18a)$$

$$r_{lk}^{st} = G_{lk}^{st} - B_{kk}^{st} \frac{U_{mk}^t}{U_{rk}^t}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.18b)$$

pri čemu $s, t \in \alpha_p$, a \mathbf{G} i \mathbf{B} su definisani relacijom (4.3.5).

Na osnovu relacija (4.3.15), (4.3.16) i (4.3.18) može da se vidi da i dijagonalne i vandijagonalne submatrice u koloni k zavise od realnog i imaginarnog dijela napona. Zbog toga, matrica Jacobian-a mora da se koriguje u svakoj iteraciji.

Elementi u vrsti k u vektor koloni s desne strane jednakosti relacije (4.3.13) definisani su na sledeći način:

$$(\Delta \mathbf{I}_{mk}^{\bullet})^{abc} = \begin{bmatrix} \frac{U_{mk}^a \Delta P_k^a}{(U_k^a)^2} & \frac{U_{mk}^b \Delta P_k^b}{(U_k^b)^2} & \frac{U_{mk}^c \Delta P_k^c}{(U_k^c)^2} \end{bmatrix}^T, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.3.19a)$$

$$(\Delta \mathbf{I}_{rk}^{\bullet})^{abc} = \begin{bmatrix} \frac{U_{rk}^a \Delta P_k^a}{(U_k^a)^2} & \frac{U_{rk}^b \Delta P_k^b}{(U_k^b)^2} & \frac{U_{rk}^c \Delta P_k^c}{(U_k^c)^2} \end{bmatrix}^T, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.3.19b)$$

Algoritam postupka TCIM

1. formiranje matrice admitansi distributivne mreže $\hat{\mathbf{Y}}$, dimenzije $n \times n$ – glava 3;
2. formiranje redukovane matrice admitansi $\hat{\mathbf{Y}}$, potiskivanjem tri vrste i tri kolone matrice admitansi, koje odgovaraju korjenu, dimenzije $(n-3) \times (n-3)$;
3. optimalna numeracija čvorova mreže;
4. inicijalna dodjela vrijednosti napona svim čvorovima, koje su jednake vrijednostima napona korjena mreže (početna aproksimacija napona);

5. početak iterativnog procesa: $h=1$;
6. proračun matrice Jacobian-a na osnovu redukovane matrice admitansi formirane u koraku 2;
7. LU faktorizacija matrice Jacobian-a;
8. proračun korekcija napona koristeći se relacijom (4.3.13);
9. proračun nove aproksimacije napona koristeći se relacijom (4.3.11);
10. proračun aktivne i reaktivne snage koristeći se relacijama (4.3.10c) i (4.3.10d);
11. proračun razlika specificiranih i izračunatih aktivnih i reaktivnih snaga koristeći se relacijama (4.3.10a) i (4.3.10b);
12. provjera konvergencije;
13. ako je postupak konvergirao, proračun svih režimskih veličina od interesa, pa kraj iterativnog postupka, a ako nije – povećanje indeksa tekuće iteracije h za jedan i povratak na korak 6.

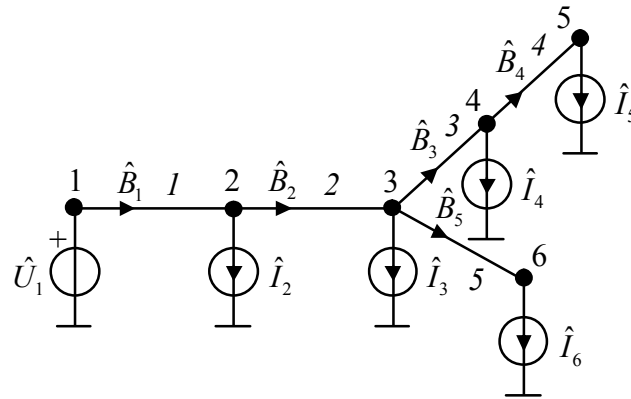
Za striktno radijalnu distributivnu mrežu u kojoj nema DG matrica Jacobian-a je konstantna. Zbog toga ona može da se izračuna i faktoriše prije početka iterativnog postupka pa se onda koraci 6 i 7 iz algoritma izostavljaju.

Nedostaci ovog algoritma su [62, 63]: 1) kompleksna metodologija, 2) kompleksna implementacija i proširenje na četvoro/peto žični sistem, 3) ako postoje sekcije s nultim parametrima ili ako postoje sekcije koje se sustiču u istom čvoru, a čiji je odnos parametara vrlo veliki/mali, onda to može dovesti do slabe uslovljenosti matrice admitansi [60], što dalje može dovesti do nemogućnosti sprovođenja LU faktorizacije, 4) i kada nema navedenih problema sama LU faktorizacija je vrlo zahtjevna. Ako se ova metodologija primjenjuje s matricom Jacobian-a koja se mijenja u svakoj iteraciji, onda to značajno produžava vrijeme izvršavanja postupka. Svaka promjena topologije zahtjeva i ponovno formiranje matrice Jacobian-a i bar jednu LU faktorizaciju (ako se radi s konstantnom matricom Jacobian-a). Matrica admitansi, iz koje se izvodi matrica Jacobian-a, jednostavno se generiše za distributivnu mrežu s bilo kako kompleksnom topologijom, ali ovu jednostavnost narušavaju međusobno spregnuti elementi [34].

4.4. PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVAN NA METODU KONTURNIH STRUJA

Ovaj proračun se izlaže saglasno s literaturom [35]. Razmatra se radijalna distributivna mreža sa n faznih (monofaznih) čvorova i m faznih (monofaznih) sekcija. Korijen mreže (trofazni čvor sekundarnih sabirnica napojne transformatorske stanice) predstavlja balansni čvor. U njemu su poznati naponi sve tri faze. Nije nužno da oni budu simetrični. Proračun se zasniva da dvije izvedene matrice i strujama potrošača. Prva matrica predstavlja vezu između struja potrošača i struja rednih grana, a druga matrica predstavlja vezu između struja rednih grana i napona čvorova. Postupak će biti objašnjen na primjeru radijalne distributivne mreže sa 6 čvorova – slika 4.4.1.

Čvorovi na slici 4.4.1 su označeni brojevima normal-om, a sekcije italic-om. Čvor 1 je korijen mreže s poznatim fazorom napona.



Slika 4.4.1 – Mreža sa 6 čvorova

Oznake na slici 4.4.1 imaju sledeća značenja:

\hat{U}_1 – poznat fazor napona korjena mreže;

\hat{B}_i – struja grane i , $i = 1, 2, \dots, 5$;

\hat{I}_i – struja potrošača priključenog u čvoru i , $i = 2, 3, \dots, 6$, koja se računa na sledeći način:

$$\hat{I}_i = \left(\frac{\hat{S}_i}{\hat{U}_i} \right)^* = \left(\frac{P_i + jQ_i}{\hat{U}_i} \right)^*, \quad i = 2, 3, \dots, 6, \quad (4.4.1)$$

pri čemu su:

\hat{S}_i – kompleksna snaga potrošnje potrošača priključenog u čvoru i , $i = 2, 3, \dots, 6$;

P_i – aktivna snaga potrošnje potrošača priključenog u čvoru i , $i = 2, 3, \dots, 6$;

Q_i – reaktivna snaga potrošnje potrošača priključenog u čvoru i , $i = 2, 3, \dots, 6$.

Idealnim strujnim izvorom u čvoru i ($i = 2, 3, \dots, 6$) na slici 4.4.1 supstituiše se zbir struje potrošnje čvora i i struje otočnih admitansi (koje su na strani grane do čvora i) grana koje se stiču u čvoru i . Na osnovu slike 4.4.1, veza struja rednih grana i struja strujnih izvora može da se napiše na sledeći način:

$$\hat{B}_1 = \hat{I}_2 + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 + \hat{I}_5 + \hat{I}_6, \quad (4.4.2a)$$

$$\hat{B}_2 = \hat{I}_3 + \hat{I}_4 + \hat{I}_5 + \hat{I}_6, \quad (4.4.2b)$$

$$\hat{B}_3 = \hat{I}_4 + \hat{I}_5, \quad (4.4.2c)$$

$$\hat{B}_4 = \hat{I}_5, \quad (4.4.2d)$$

$$\hat{B}_5 = \hat{I}_6. \quad (4.4.2e)$$

Na osnovu relacija (4.4.2) veza između struja rednih grana i struja strujnih izvora može da se napiše na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 \\ \hat{I}_6 \end{bmatrix}. \quad (4.4.3)$$

Relacija (4.4.3) može da se napiše su sažetoj – matričnoj formi:

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{BIBC} \times \hat{\mathbf{I}}. \quad (4.4.4)$$

Na osnovu poređenja relacija (4.4.3) i (4.4.4) jasne su oznake u relaciji (4.4.4). Matrica **BIBC** predstavlja vezu između struja potrošnji i struja rednih grana. Matrica je gornja trougaona matrica koja ima samo vrijednosti 0 i 1.

Na osnovu slike 4.4.1 naponi u čvorovima mogu da se odrede na sledeći način (kao što je već rečeno napon čvora 1 je poznat):

$$\hat{U}_2 = \hat{U}_1 - \hat{Z}_{12} \hat{B}_1, \quad (4.4.5a)$$

$$\hat{U}_3 = \hat{U}_2 - \hat{Z}_{13} \hat{B}_2, \quad (4.4.5b)$$

$$\hat{U}_4 = \hat{U}_3 - \hat{Z}_{34} \hat{B}_3, \quad (4.4.5c)$$

$$\hat{U}_5 = \hat{U}_4 - \hat{Z}_{45} \hat{B}_4, \quad (4.4.5d)$$

$$\hat{U}_6 = \hat{U}_3 - \hat{Z}_{36} \hat{B}_5, \quad (4.4.5e)$$

pri čemu su: \hat{U}_i napon čvora i , $i = 2, 3, \dots, 6$, a \hat{Z}_{ij} impedansa sekcije između čvorova i i j , $i, j = 1, 2, \dots, 6$, $i \neq j$.

Ako se relacija (4.4.5a) uvrsti u relaciju (4.4.5b), zatim relacija (4.4.5b) u relacije (4.4.5c) i (4.4.5e) i zatim relacija (4.4.5c) u relaciju (4.4.5d), relacije (4.4.5) mogu da se napišu na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{U}_2 \\ \hat{U}_3 \\ \hat{U}_4 \\ \hat{U}_5 \\ \hat{U}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & \hat{Z}_{45} & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & \hat{Z}_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix}. \quad (4.4.6)$$

Relacija (4.4.6) može da se napiše su sažetoj – matričnoj formi:

$$\Delta \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{BCBV} \times \hat{\mathbf{B}}. \quad (4.4.7)$$

Na osnovu poređenja relacija (4.4.6) i (4.4.7) jasne su oznake u relaciji (4.4.7). Kompleksna Matrica **BCBV** predstavlja vezu između struja rednih grana i napona čvorova.

Algoritmi za formiranje matrice **BIBC** i **BCBV** za monofazna kola glase:

Algoritam za formiranje matrice **BIBC**:

1. za distributivnu mrežu sa m sekcija i n čvorova dimenzija matrice **BIBC** je $m \times (n-1)$;
2. postaviti brojač sekcija i na 1;
3. vrsta koja odgovara i -toj sekciji popunjava se jedinicama na pozicijama koje odgovaraju čvorovima koji se napajaju direktno ili indirektno preko sekcije i . Na ostalim pozicijama nalaze se nule;
4. ponavljati korak 3 dok se ne iscrpe sve sekcije.

Algoritam za formiranje matrice **BCBV**:

1. za distributivnu mrežu sa m sekcija i n čvorova dimenzija matrice **BCBV** je $(n-1) \times m$;
2. postaviti brojač sekcija i na 1;
3. kolona koja odgovara i -toj sekciji popunjava se impedansom sekcije na pozicijama koje odgovaraju čvorovima koji se napajaju direktno ili indirektno preko sekcije i . Na ostalim pozicijama nalaze se nule;
4. ponavljati korak 3 dok se ne iscrpe sve sekcije.

Algoritme je jednostavno uopštiti na sekcije i čvorove različitog broja faza (1, 2 i 3). Matrice **BIBC** i **BCBV** se formiraju na osnovu topološke strukture distributivne mreže. Ako se relacija (4.4.4) uvrsti u relaciju (4.4.7) dobija se sledeća relacija:

$$\Delta \hat{U} = \mathbf{BCBV} \times \mathbf{BIBC} \times \hat{I} = \mathbf{DLF} \times \hat{I}. \quad (4.4.8)$$

Množenjem matrica **BCBV** i **BIBC** dobija se jedna kompleksna matrica **DLF** i ona se koristi tokom proračuna tokova snaga.

Algoritam postupka DADS

1. formiranje matrice **BIBC** dimenzije $m \times (n-3)$;
2. formiranje matrice **BCBV** dimenzije $(n-3) \times m$;
3. formiranje matrice **DLF** dimenzije $(n-3) \times (n-3)$;
4. inicijalna dodjela vrijednosti napona svim čvorovima, koje su jednake vrijednostima napona korjena mreže (početna aproksimacija napona);
5. početak iterativnog procesa: $h=1$;
6. proračun struja potrošnje u čvorovima primjenom sledeće relacije:

$$\hat{I}_i^h = \left(\frac{P_i + jQ_i}{\hat{U}_i^h} \right)^* + \hat{Y}_i \hat{U}_i^h, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (4.4.9a)$$

pri čemu je:

h – indeks tekuće iteracije;

\hat{Y}_i – suma otočnih admitansi (koje su na strani grane do čvora i) grana koje se stiču u čvoru i .

7. proračun padova napon od korijena do preostalih čvorova mreže primjenom sledeće relacije:

$$\Delta \hat{U}^{h+1} = \mathbf{DLF} \times \hat{\mathbf{I}}^h; \quad (4.4.9b)$$

8. proračun napona čvorova mreže primjenom sledeće relacije:

$$\hat{U}^{h+1} = \mathbf{I}_{vc} \times \hat{U}_{korjena} + \Delta \hat{U}^{h+1}, \quad (4.4.9c)$$

pri čemu su:

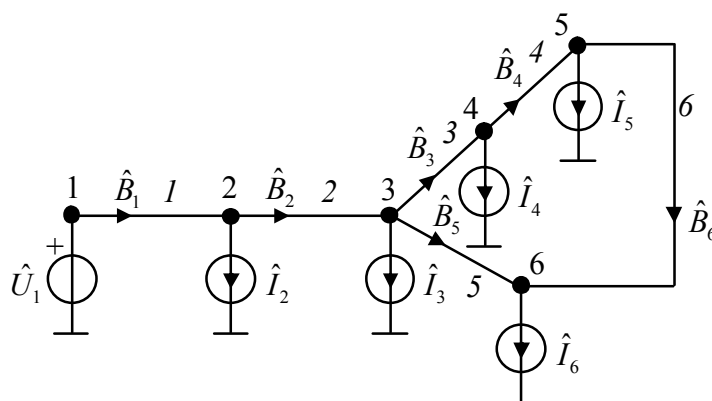
\mathbf{I}_{vc} – matrica čiji su svi elementi jednaki jedinici; dimenzije $(n-3) \times 3$;

$\hat{U}_{korjena}$ – tri fazna napona korijena mreže; dimenzija 3×1 ;

9. provjera konvergencije;

10. ako je postupak konvergirao, proračun svih režimskih veličina od interesa pa kraj iterativnog postupka, a ako nije – povećanje indeksa tekuće iteracije h za jedan i povratak na korak 6.

Ako je distributivna mreža slaboupetljana potrebno je modifikovati matrice **BIBC** i **BCBV**. Modifikacija ovih matrica može da se objasni na primjeru mreže sa 6 čvorova i jednom petljom, prikazane na slici 4.4.2.



Slika 4.4.2 – Mreža sa 6 čvorova i jednom petljom

Oznake na slici 4.4.2 imaju isto značenje kao oznake na slici 4.4.1.

Zbog grane 6 idealni strujni izvori \hat{I}_5 i \hat{I}_6 moraju da se modifikuju. Zbog toga, relacija (4.4.3) može da se napiše na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 + \hat{B}_6 \\ \hat{I}_6 - \hat{B}_6 \end{bmatrix}. \quad (4.4.10)$$

Relacija (4.4.10) može da se napiše na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 + \hat{B}_6 \\ \hat{I}_6 - \hat{B}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_6 \\ -\hat{B}_6 \end{bmatrix}, \quad (4.4.11)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \\ \hat{B}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 \\ \hat{I}_6 \\ \hat{B}_6 \end{bmatrix}. \quad (4.4.12)$$

Relacija (4.4.12) može da se napiše u sažetom, matičnom obliku na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{B} \\ \hat{B}_{novo} \end{bmatrix} = \mathbf{BIBC} \times \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{B}_{novo} \end{bmatrix}. \quad (4.4.13)$$

Kada postoji petlja modifikuje se korak 3 algoritma za formiranje matrice **BIBC** (matrica **BIBC** će imati jednu vrstu i jednu kolonu više koje odgovaraju sekciji koja formira petlju) i on glasi: Ako se sekcija k nalazi između čvorova i i j (sekcija k formira petlju) potrebno je u koloni koja odgovara sekciji k dodati jedinice u vrstama koje odgovaraju sekcijama kojima struja sekcije k ide u smjeru od početka ka kraju sekcije – sekcije 3 i 4 sa slike 4.4.2, a minus jedan u vrstama koje odgovaraju sekcijama sa suprotnim smjerom struje sekcije k – sekcija 6 sa slike 4.4.2. Na poziciji $k-k$ staviti jedinicu.

Takođe potrebno je modifikovati i matricu **BCBV**. Za petlju na slici 4.4.2 može da se napiše drugi Kirchhoff-ov zakon:

$$\hat{Z}_{34}\hat{B}_3 + \hat{Z}_{45}\hat{B}_4 + \hat{Z}_{56}\hat{B}_6 - \hat{Z}_{36}\hat{B}_5 = 0. \quad (4.4.14)$$

Ako se relacija (4.4.14) uvrsti u relaciju (4.4.6) dobija se:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{U}_2 \\ \hat{U}_3 \\ \hat{U}_4 \\ \hat{U}_5 \\ \hat{U}_6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & \hat{Z}_{45} & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & \hat{Z}_{36} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z}_{34} & \hat{Z}_{45} & -\hat{Z}_{36} & \hat{Z}_{56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \\ \hat{B}_6 \end{bmatrix}. \quad (4.4.15)$$

Relacija (4.4.15) može da se napiše u sažetom, matričnom obliku na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{BCBV} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{novo} \end{bmatrix}. \quad (4.4.16)$$

I korak 3 u algoritmu za formiranje matrice \mathbf{BCBV} (matrica \mathbf{BCBV} će imati jednu vrstu i jednu kolonu više koje odgovaraju sekciji koja formira petlju) modifikuje se na sledeći način: u novoj vrsti na pozicijama koje odgovaraju sekcijama koje formiraju petlje nalaze se njihove impedanse s takvim predznacima da kada se pomnože sa odgovarajućim strujama sekcija čine relacije koja odgovaraju drugom Kirchhoff-ovom zakonu – relacija (4.4.14).

Ako se relacije (4.4.13) i (4.4.16) uvrste u relaciju (4.4.8) dobija se:

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{BCBV} \times \mathbf{BIBC} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{novo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{M}^T \\ \mathbf{M} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{novo} \end{bmatrix}. \quad (4.4.17)$$

Zapažajući matrične proizvode iza prvog i drugog znaka jednakosti, jasne su oznake u prvoj matrici iza drugog znaka jednakosti.

Ako se primjeni Kron-ova redukcija [64] na relaciju (4.4.17) dobija se:

$$\Delta \hat{U} = [\mathbf{A} - \mathbf{M}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{M}] \times \hat{\mathbf{I}}, \quad (4.4.17)$$

odnosno:

$$\Delta \hat{U} = \mathbf{DLF} \times \hat{\mathbf{I}}. \quad (4.4.18)$$

Ako se uporede relacije (4.4.8) i relacija (4.4.18) može da se vidi da imaju isti oblik. Samim tim, i algoritam za proračun tokova snaga slaboupetljanih distributivnih mreža se svodi na već opisan algoritam za proračun tokova snaga radijalnih distributivnih mreža.

Nedostaci ovog algoritma su: 1) formiranje dvije matrice \mathbf{BIBC} i \mathbf{BCBV} koje mogu da budu velikih dimenzija i nakon njihovog formiranja potrebno ih je pomnožiti, što je za velike dimenzije vrlo zahtjevno, 2) njihovim množenjem dobija se matrica \mathbf{DLF} koja se u svakoj iteraciji množi s vektorom struja; opet, ako se radi o mreži velikih dimenzija, ovo množenje biva vrlo zahtjevno i ono se radi u svakoj iteraciji proračuna, 3) postupak je originalno razvijen samo za mreže sa sekcijama (vodova), bez transformatora i 4) jednostavnost formiranja matrice \mathbf{BCBV} narušavaju međusobno spregnuti elementi [34].

5. PROCEDURE SUMIRANJA STRUJA I KOREKCIJA NAPONA NA ELEMENTIMA MREŽE

U ovoj glavi je obrađen postupak koji se sastoji od procedure sumiranja struja i procedure korekcija napona za proračun režima sekcija vodova i transformatora u nesimetričnim režimima [53]. Na te dvije procedure se zasniva postupak sumiranja struja i korekcija napona za proračun distributivnih mreža (postupak SSKN). Procedure kompenzacije za tretman petlji i DG tipa PV u distributivnim mrežama inherentne su postupku SSKN. One su obrađene u glavi 9 – Prilozi (dijelovi 9.6 i 9.7). Dakle, u izlaganjima koja slijede akronim SSKN će se odnositi na postupak sumiranja struja i korekcija napona, uz procedure kompenzacije za petlje i DG tipa PV.

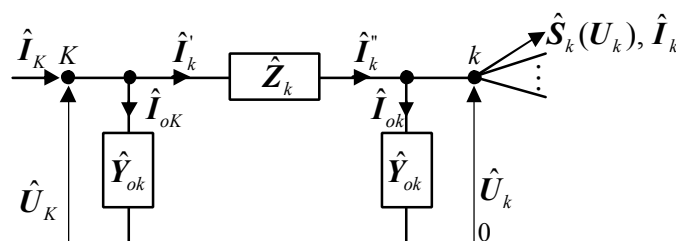
Na početku svakog od razmatranih elemenata nalazi se korijen s fiksiranim faznim naponima, a na kraju potrošač sa specificiranim faznim snagama potrošnje (jednostavna radijalna mreža s dva čvora). Ti proračuni su obrađeni s ciljem da se uoče i riješe osnovni problemi na koje se nailazi prilikom primjene tih procedura u proračunima tokova snaga distributivnih mreža, koje su konstituisane upravo od tih elemenata, posebno trofaznih transformatora, i nalaze se u nesimetričnim režimima. Kada su u pitanju dvofazni i monofazni elementima miksovanih mreža, na te se probleme ne nailazi.

Slaboupetljane distributivne mreže sastoje se od elemenata koji se direktno ili indirektno napajaju iz korjena mreže. (Nesimetrični) kompleksni fazni naponi korjena su specificirani. Elementi mreže se klasifikuju kao redni elementi (sekcije vodova, transformatori, kondenzatori i prigušnice) i otočni elementi (potrošači, generatori, motori, kondenzatori i prigušnice).

5.1. SEKCIJE VODOVA

Već obrađena šema sekcije voda, čiji je broj faza n , (glava 2) prikazana je na slici 5.1.1. Čvorovi K i k , čiji je broj faza n , jesu početak i kraj sekcije, respektivno. Sve oznake koje su korišćene na slici 5.1.1, definisane su u dijelu 2.2. Vektor napona čvora K (\hat{U}_K), poznat je. Takođe je poznat i specificirani vektor faznih snaga potrošača priključenog u čvoru k : $\hat{S}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$, kao i fazni naponi i fazne snage čvor k . Dimenzije svih vektora su $n \times 1$.

U nastavku izlaganja obrađivaće se trofazne sekcije, jer dvofazne i monofazne sekcije imaju isti model samo dimenzija 2×2 , odnosno 1×1 , respektivno.



Slika 5.1.1 – Šema trofazne sekcije (voda)

Problem koji treba da se obradi glasi: Izračunati (nesimetrični) režim sekcije za poznate (nesimetrične) napone na početku \hat{U}_K (\hat{U}_A , \hat{U}_B i \hat{U}_C) i specificirane (međusobno različite) snage na kraju sekcije $\hat{S}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$. Problem riješiti u tri dijela – zadatak: 1) Procedura sumiranja struja, 2) Procedura korekcija napona i 3) Postupak SSKN za proračun (nesimetričnog) režima sekcije zasnovan na rješenjima prethodna dva zadatka.

5.1.1. Procedura sumiranja struja

Vektor struja potrošača priključenog u čvoru k glasi:

$$\hat{\mathbf{I}}_k = [\hat{S}_a(U_a)/\hat{U}_a^*, \hat{S}_b(U_b)/\hat{U}_b^*, \hat{S}_c(U_c)/\hat{U}_c^*]^T, \quad (5.1.1.1)$$

pri čemu su: \hat{U}_a , \hat{U}_b i \hat{U}_c tri fazna napona čvora k .

Sada, vektor struja redne grane k -te sekcije ($\hat{\mathbf{I}}_k' = \hat{\mathbf{I}}_k''$), kojom je određena promjena napona na sekciji, može da se iskaže relacijom (prvi Kirchhoff-ov zakon):

$$\hat{\mathbf{I}}_k' = \hat{\mathbf{I}}_k + \hat{\mathbf{Y}}_{ok} \hat{\mathbf{U}}_k. \quad (5.1.1.2)$$

Vektor struja na početku k -te sekcije ($\hat{\mathbf{I}}_K$) može da se odredi na sledeći način (prvi Kirchhoff-ov zakon):

$$\hat{\mathbf{I}}_K = \hat{\mathbf{I}}_k' + \hat{\mathbf{Y}}_{ok} \hat{\mathbf{U}}_K, \quad (5.1.1.3)$$

čime je završena procedura sumiranja struja razmatrane trofazne sekcije.

5.1.2. Procedura korekcija napona

Za poznatu vrijednost vektora struja redne grane k -te sekcije (5.1.1.2) i vrijednost vektora napona čvora K , može da se odredi vrijednost napona čvora k (drugi Kirchhoff-ov zakon):

$$\hat{\mathbf{U}}_k = \hat{\mathbf{U}}_K - \hat{\mathbf{Z}}_k \hat{\mathbf{I}}_k, \quad (5.1.2.1)$$

čime je završena procedura korekcija napona razmatrane trofazne sekcije.

5.1.3. Proračun nesimetričnog režima sekcije

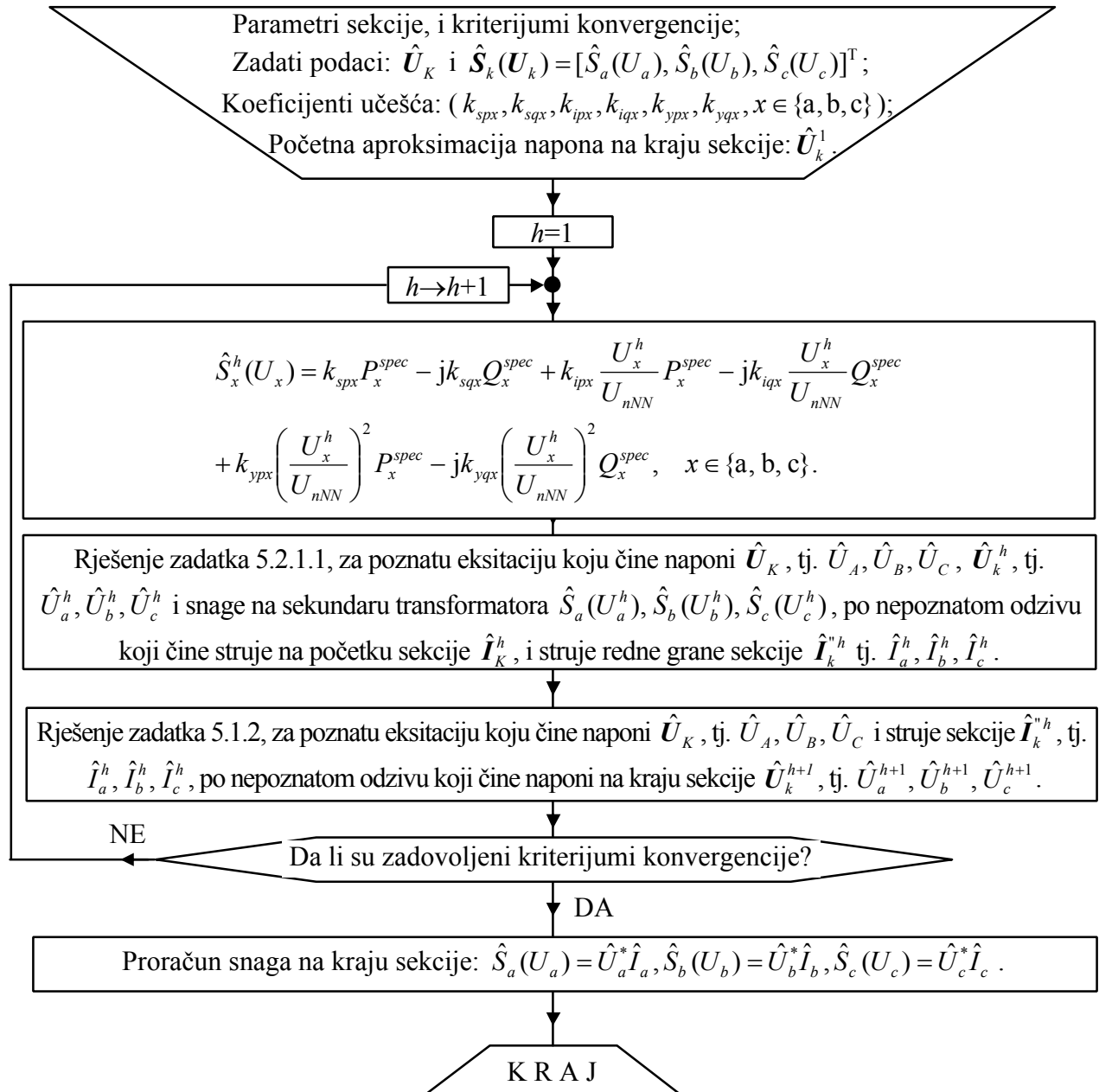
Neka je sekcija eksitovana specificiranim (nesimetričnim) naponima na početku ($\hat{\mathbf{U}}_K$, tj. $\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C$) i specificiranim (međusobno različitim) snagama na kraju sekcije $\hat{\mathbf{S}}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$. Izračunati odziv koji čine naponi na kraju sekcije ($\hat{\mathbf{U}}_k$, tj. $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$), struje sekcije ($\hat{\mathbf{I}}_k''$, tj. $\hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$) i snage na kraju sekcije $[\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]$. Zadatak riješiti koristeći se Gauss/Seidel-ovim iterativnim metodom za rješavanje nelinearnih jednačina (postupkom SSKN).

Ako se zada početna aproksimacija faznih napona na kraju sekcije ($\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$), na osnovu zadatih snaga na kraju sekcije $\hat{\mathbf{S}}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$, kao i zadatih napona na početku ($\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C$), onda se raspolaže sa podacima za rješenje zadatka 5.1.1. Ako se on riješi, dobija se aproksimacija struja sekcije ($\hat{\mathbf{I}}_k'', \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$).

Sada, za poznate napone na početku sekcije (\hat{U}_K) i rezultate zadatka 5.1.1 (aproksimacija struja sekcije), može da se riješi zadatak 5.1.2, po korigovanoj aproksimaciji faznih napona na kraju sekcije ($\hat{U}_k, \hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$).

Opisani postupak predstavlja osnovu za iterativno rješenje proračuna nesimetričnog režima sekcije. Blok-dijagram tog rješenja prikazan je na slici 5.1.3.1.

Poslije konvergencije iterativnog postupka, slijedi proračun ostalih veličina koje se traže u zadatku.



Slika 5.1.3.1 – Blok-dijagram rješenja zadatka 5.1.3

5.2. TRANSFORMATORI

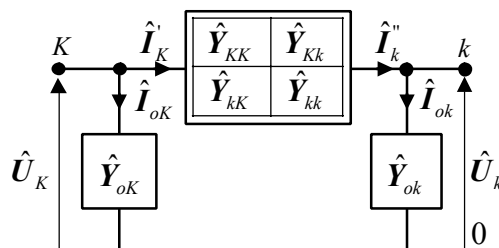
Ovdje se obrađuju trofazni transformatori kao najkompleksniji transformatori zbog problema korekcije nulte komponente napona. Monofazni transformatori se mogu u potpunosti

tretirati kao monofazne sekcije u domenu relativnih vrijednosti, pa se i zbog toga ovdje ne prikazuju.

Pošto se početak i kraj rednog elementa (definisani u dijelu 2.2) u ovom dijelu u potpunosti poklapaju sa primarom i sekundarom transformatora, onda će se ovdje koristiti termini primar i sekundar pošto su oni uobičajeni za te elemente. Pošto, se višenaponskoj strani pridružuje veliko slovo za oznaku sprege, a niženaponskoj strani malo, onda će se ovdje koristi oba slova mala jer se primar i sekundar ne moraju podudarati sa više i niženaponskom stranom transformatora, a ovdje je akcenat na primaru i sekundaru.

Načelna šema trofaznog transformatora s bilo kojom od četiri osnovne sprege – yy, dy, yd i dd, prikazana je na slici 5.2.1. Čvorovi K i k odnose se na primar i sekundar transformatora, respektivno. Sve oznake koje su korišćene na slici 5.2.1, definisane su u dijelu 2.3. Matrični reprezentanti rednih parametara transformatora \hat{Y}_{KK} , \hat{Y}_{Kk} , \hat{Y}_{kK} i \hat{Y}_{kk} , dimenzija 3×3 , za sve četiri obrađivane sprege, dati su u tabeli 2.3.1.

Problem koji treba da se obradi glasi: Izračunati (nesimetrični) režim transformatora za poznate (nesimetrične) napone na primaru \hat{U}_K (\hat{U}_A , \hat{U}_B i \hat{U}_C) i specificirane (međusobno različite) snage na sekundaru $\hat{S}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$. Problem riješiti u tri dijela – zadatka: 1) Procedura sumiranja struja, 2) Procedura korekcija napona i 3) Postupak SSKN za proračun (nesimetričnog) režima transformatora zasnovan na rješenjima prethodna dva zadatka. Prvo će biti obrađeni transformatori kod kojih ne postoji problem korekcije nulte komponente napona na sekundaru – transformatori sa spregama y_{Ny_nk} i dy_nk . Matrica \hat{Y}_{kk} u relacijama (2.3.3b) za te sprege regularna je. Posle toga obradiće se i transformatori kod kojih postoji problem korekcije nulte komponente napona na sekundaru. To su transformatori sa spregama y_{NdK} i DdK . Matrica \hat{Y}_{kK} u relacijama (2.3.3b) za te sprege singularna je (pod ove sprege mogu da se podvedu i sledeće sprege: yyk , yy_nk , y_Ny_k , ydk). Potrebno je da se obrati pažnja da se ne razmatraju sve kombinacije povezanosti namotaja primara i sekundara (tabela 2.3.1) pošto se one, modelski, sa aspekta korekcije nulte komponente napona na sekundarima transformatora, svode na neku od četiri osnovne sprege obrađene u naredna dva paragrafa.



Slika 5.2.1 – Načelna šema trofaznog transformatora

5.2.1. Transformatori sa spregama y_{Ny_nk} i dy_nk

U ovom paragrafu se obrađuju procedura sumiranja struja – tačka 5.2.1.1, procedura korekcija napona – tačka 5.2.1.2 i postupak SSKN za proračun (nesimetričnog) režima transformatora sa spregama y_{Ny_nk} i dy_nk – tačka 5.2.1.3.

5.2.1.1. Zadatak – Procedura sumiranja struja

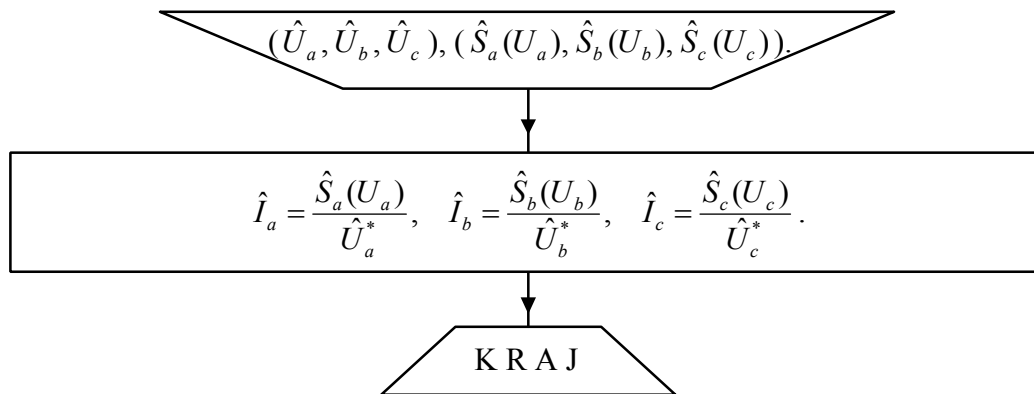
Neka je transformator s bilo kojom od sprega y_{NYnk} i dy_{nk} eksitovan naponima i snagama na sekundaru transformatora: $(\hat{U}_k, \text{ tj. } \hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c)$ i $\hat{S}_k(U_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$, respektivno. Izračunati odziv koji čine struje sekundara transformatora $(\hat{I}_k, \text{ tj. } \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c)$.

Rješenje zadatka

Koristeći se zadatim naponima na sekundaru transformatora i relacijama (2.3.6c), mogu da se izračunaju struje na sekundaru:

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{S}_a(U_a)}{\hat{U}_a^*}, \quad \hat{I}_b = \frac{\hat{S}_b(U_b)}{\hat{U}_b^*}, \quad \hat{I}_c = \frac{\hat{S}_c(U_c)}{\hat{U}_c^*}. \tag{5.2.1.1.1}$$

Time je zadatak 5.2.1.1 riješen. Blok-dijagram rješenja prikazan je na slici 5.2.1.1.1.



Slika 5.2.1.1.1 – Blok-dijagram rješenja zadatka 5.2.1.1 – sumiranje struja

5.2.1.2. Zadatak – Procedura korekcija napona

Neka je transformator s bilo kojom od sprega y_{NYnk} i dy_{nk} eksitovan naponima na primaru transformatora $(\hat{U}_K, \text{ tj. } \hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C)$ i strujama na sekundaru $(\hat{I}_k, \text{ tj. } \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c)$. Ove struje su izračunate u prethodnom zadatku. Izračunati odziv koji čine naponi na sekundaru transformatora $(\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c)$.

Rješenje zadatka

Na osnovu poznatih napona na primaru transformatora \hat{U}_K i relacije (2.3.6b), mogu da se odrede fazni naponi na sekundaru na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix} = -\hat{Y}_{kk}^{-1} \hat{Y}_{kK} \begin{bmatrix} \hat{U}_A \\ \hat{U}_B \\ \hat{U}_C \end{bmatrix} - \hat{Y}_{kk}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}, \tag{5.2.1.2.1}$$

odnosno:

$$\hat{U}_k = \hat{E} \hat{U}_K + \hat{F} \hat{I}_k, \tag{5.2.1.2.2}$$

pri čemu su:

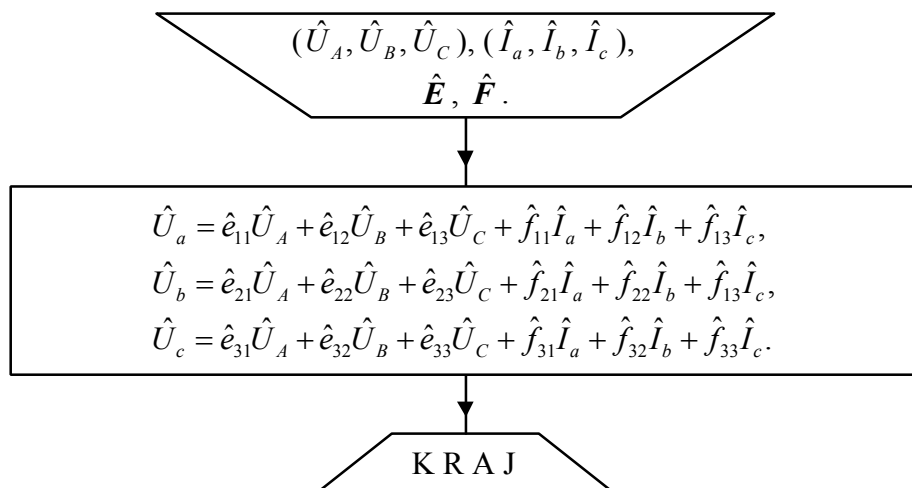
$$\hat{\mathbf{E}} = -\hat{\mathbf{Y}}_{kk}^{-1}\hat{\mathbf{Y}}_{kK} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{11} & \hat{e}_{12} & \hat{e}_{13} \\ \hat{e}_{21} & \hat{e}_{22} & \hat{e}_{23} \\ \hat{e}_{31} & \hat{e}_{32} & \hat{e}_{33} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}} = -\hat{\mathbf{Y}}_{kk}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{11} & \hat{f}_{12} & \hat{f}_{13} \\ \hat{f}_{21} & \hat{f}_{22} & \hat{f}_{23} \\ \hat{f}_{31} & \hat{f}_{32} & \hat{f}_{33} \end{bmatrix}. \quad (5.2.1.2.3)$$

Uvažavajući relacije (5.2.1.2.3), relacije (5.2.1.2.1) mogu da se napišu na sledeći način:

$$\begin{aligned} \hat{U}_a &= \hat{e}_{11}\hat{U}_A + \hat{e}_{12}\hat{U}_B + \hat{e}_{13}\hat{U}_C + \hat{f}_{11}\hat{I}_a + \hat{f}_{12}\hat{I}_b + \hat{f}_{13}\hat{I}_c, \\ \hat{U}_b &= \hat{e}_{21}\hat{U}_A + \hat{e}_{22}\hat{U}_B + \hat{e}_{23}\hat{U}_C + \hat{f}_{21}\hat{I}_a + \hat{f}_{22}\hat{I}_b + \hat{f}_{23}\hat{I}_c, \\ \hat{U}_c &= \hat{e}_{31}\hat{U}_A + \hat{e}_{32}\hat{U}_B + \hat{e}_{33}\hat{U}_C + \hat{f}_{31}\hat{I}_a + \hat{f}_{32}\hat{I}_b + \hat{f}_{33}\hat{I}_c, \end{aligned} \quad (5.2.1.2.4)$$

pri čemu parametri ovih relacija predstavljaju elemente matrica korišćenih u relacijama (5.2.1.2.3).

Time je zadatak 5.2.1.2 riješen. Blok-dijagram rješenja prikazan je na slici 5.2.1.2.1.



Slika 5.2.1.2.1 – Blok-dijagram rješenja zadatka 5.2.1.2 – korekcije napona

5.2.1.3. Zadatak – Postupak za proračun (nesimetričnog) režima transformatora

Neka je transformator s bilo kojom od sprega y_{NYnk} i d_{ynk} eksitovan naponima na primaru transformatora (\hat{U}_K , tj. $\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C$) i snagama na sekundaru transformatora $\hat{\mathbf{S}}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$. Izračunati odziv koji čine naponi na sekundaru transformatora (\hat{U}_k , tj. $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$), struje na sekundaru transformatora ($\hat{\mathbf{I}}_k$, tj. $\hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$) i snage na sekundaru transformatora $[\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]$. Zadatak riješiti Gauss-ovim iterativnim metodom za rješavanje nelinearnih jednačina (postupkom SSKN).

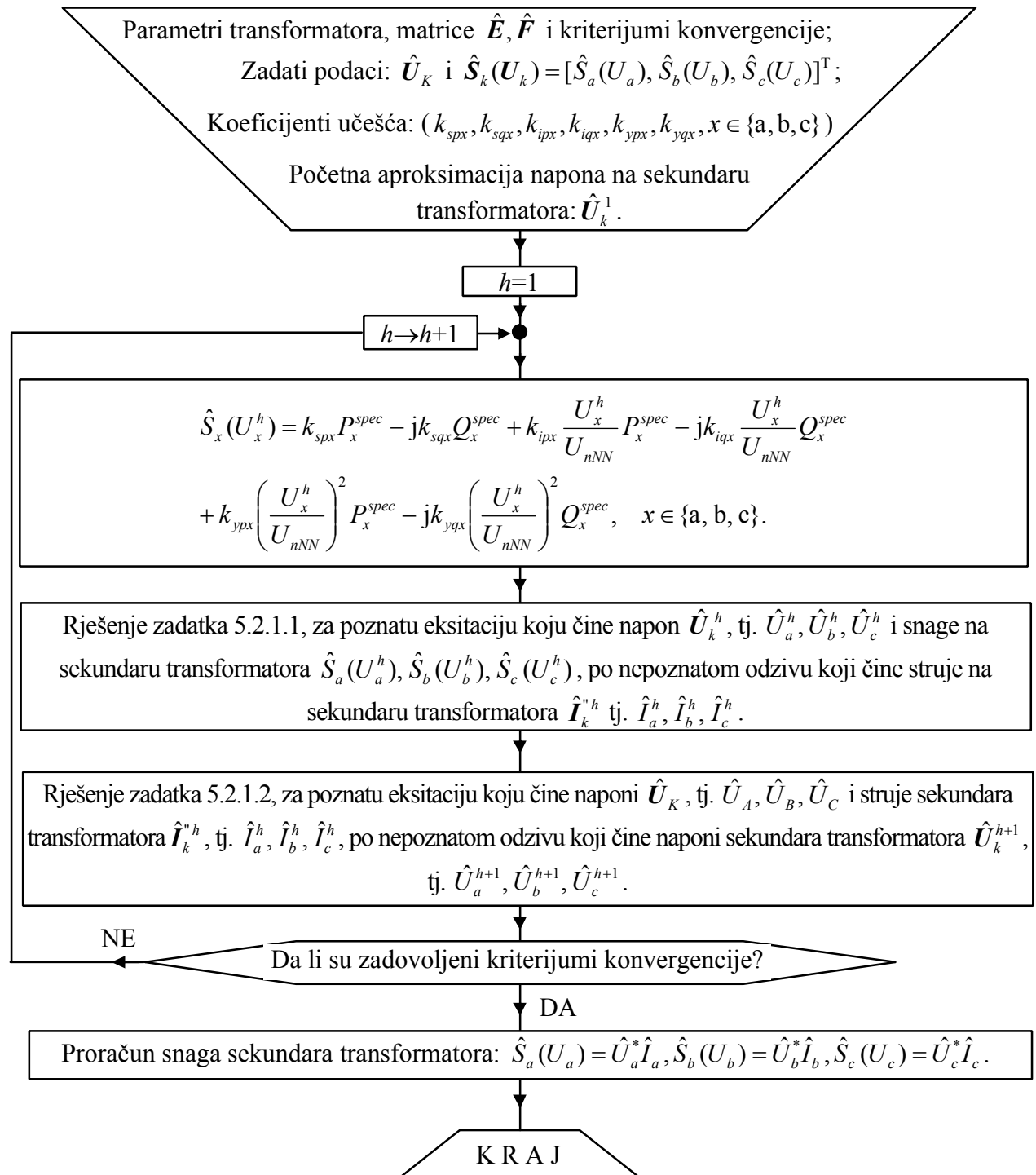
Rješenje zadatka

Ako je zadata početna aproksimacija faznih napona na sekundaru transformatora (\hat{U}_k , tj. $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$), na osnovu specificiranih snaga na sekundaru transformatora $\hat{\mathbf{S}}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$, raspolaže se sa ulaznim veličinama za rješenje zadatka 5.2.1.1. Ako se on riješi, dobijaju se struje na sekundaru transformatora ($\hat{\mathbf{I}}_k$, tj. $\hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$).

Sada, za poznate napone na primaru transformatora (\hat{U}_K , tj. $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$) i rezultate zadatka 5.2.1.1 (struje na sekundaru transformatora), može da se riješi zadatak 5.2.1.2 po faznim naponima na sekundaru transformatora (\hat{U}_k , tj. $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$).

Opisani postupak predstavlja osnovu za iterativno rješenje ovog zadatka. Blok-dijagram tog rješenja prikazan je na slici 5.2.1.3.1. Time je zadatak 5.2.1.3 riješen.

Poslije konvergencije iterativnog postupka, slijedi proračun ostalih veličina koje se traže u zadatku.



Slika 5.2.1.3.1 – Blok-dijagram rješenja zadatka 5.2.1.3

5.2.2. Transformatori sa spregama y_{Ndk} i ddk

U ovom paragrafu se obrađuju procedura sumiranja struja – tačka 5.2.2.1, procedura korekcija napona – tačka 5.2.2.2 i postupak SSKN za proračun (nesimetričnog) režima transformatora sa spregama y_{Ndk} i ddk – tačka 5.2.2.3.

5.2.2.1. Zadatak – Procedura sumiranja struja

Neka je transformator s bilo kojom od sprega y_{Ndk} i ddk eksitovan naponima i snagama na sekundaru transformatora: $(\hat{U}_k, \text{ tj. } \hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c)$ i $\hat{S}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$, respektivno. Izračunati odziv koji čine struje na sekundaru transformatora $(\hat{I}_k, \text{ tj. } \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c, \hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0)$.

Rješenje zadatka

Kod ovih sprega, da bi se obezbjedila korekcija nulte komponente napona u iterativnim postupcima za proračun modela transformatora, potrošnja se tretira u vidu konstantne impedanse (admitanse), pa na osnovu relacija (2.1.1.5) slijedi:

$$\hat{I}_a = \hat{Y}_a \hat{U}_a, \quad \hat{I}_b = \hat{Y}_b \hat{U}_b, \quad \hat{I}_c = \hat{Y}_c \hat{U}_c. \quad (5.2.2.1.1)$$

Time je zadatak 5.2.2.1 riješen. Blok-dijagram rješenja prikazan je na slici 5.2.2.1.1.

5.2.2.2. Zadatak – Procedura korekcija napona

Neka je transformator s bilo kojom od sprega y_{Ndk} i ddk eksitovan naponima na primaru transformatora $(\hat{U}_K, \text{ tj. } \hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C)$ i strujama na sekundaru $(\hat{I}_k, \text{ tj. } \hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c)$. Ove struje su izračunate u prethodnom zadatku. Izračunati odziv koji čine naponi na sekundaru transformatora $(\hat{U}_k, \text{ tj. } \hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c)$.

Rješenje zadatka

Pošto su matrice \hat{Y}_{kK} i \hat{Y}_{kk} (2.3.6b) singularne, a zbir struja vektora \hat{I}_k'' jednak nuli, tri relacije (2.3.6b) linearno su zavisne, pa je potrebno uraditi „regularizaciju“ matrice \hat{Y}_{kk} . Zato, treća od relacija (2.3.6b), koja o režimu transformatora ne govori ništa više nego prve dvije, može i treba da se zamjeni relacijom kojom se ukazuje na prirodu režima ovog transformatora: to je nulti zbir struja sekundara:

$$0 = \hat{Y}_a \hat{U}_a + \hat{Y}_b \hat{U}_b + \hat{Y}_c \hat{U}_c. \quad (5.2.2.2.1)$$

Tada se umjesto originalnih relacija (2.3.6b), dobijaju sledeće:

$$\begin{aligned} -\hat{I}_a &= \hat{y}_{kK11} \hat{U}_A + \hat{y}_{kK12} \hat{U}_B + \hat{y}_{kK13} \hat{U}_C + \hat{y}_{kk11} \hat{U}_a + \hat{y}_{kk12} \hat{U}_b + \hat{y}_{kk13} \hat{U}_c, \\ -\hat{I}_b &= \hat{y}_{kK21} \hat{U}_A + \hat{y}_{kK22} \hat{U}_B + \hat{y}_{kK23} \hat{U}_C + \hat{y}_{kk21} \hat{U}_a + \hat{y}_{kk22} \hat{U}_b + \hat{y}_{kk23} \hat{U}_c, \\ 0 &= \hat{Y}_a \hat{U}_a + \hat{Y}_b \hat{U}_b + \hat{Y}_c \hat{U}_c, \end{aligned} \quad (5.2.2.2.2)$$

pri čemu parametri prve dvije relacije (5.2.2.2.2) predstavljaju elemente matrica \hat{Y}_{kk} i \hat{Y}_{kk} .

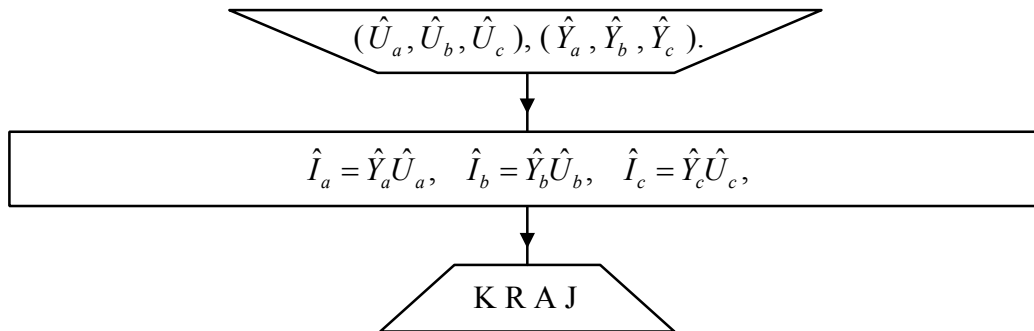
Ako se relacije (5.2.2.2.2) zapišu u matričnoj formi i ako se naponi sekundara, s koeficijentima uz njih, prebace na lijevu stranu jednakosti, dobija se:

$$\hat{H}\hat{U}_k = \hat{K}\hat{U}_K + \hat{L}\hat{I}_k, \quad (5.2.2.2.3)$$

pri čemu su:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{kk11} & \hat{y}_{kk12} & \hat{y}_{kk13} \\ \hat{y}_{kk21} & \hat{y}_{kk22} & \hat{y}_{kk23} \\ \hat{Y}_a & \hat{Y}_b & \hat{Y}_c \end{bmatrix}, \quad (5.2.2.2.4)$$

$$\hat{K} = - \begin{bmatrix} \hat{y}_{kk11} & \hat{y}_{kk12} & \hat{y}_{kk13} \\ \hat{y}_{kk21} & \hat{y}_{kk22} & \hat{y}_{kk23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{L} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$



Slika 5.2.2.1.1 – Blok-dijagram rješenja zadatka 5.2.2.1 – sumiranje struja

odnosno:

$$\hat{U}_k = \hat{E}\hat{U}_K + \hat{F}\hat{I}_k, \quad (5.2.2.2.5)$$

pri čemu su:

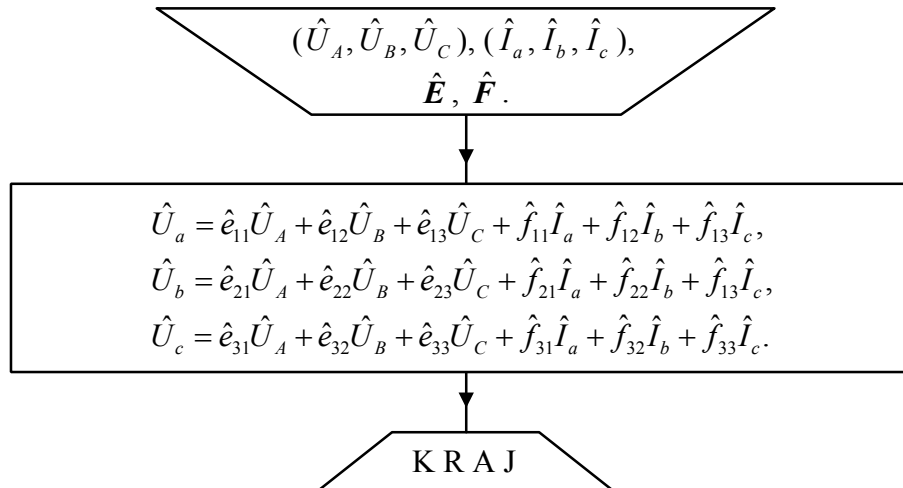
$$\hat{E} = \hat{H}^{-1}\hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{11} & \hat{e}_{12} & \hat{e}_{13} \\ \hat{e}_{21} & \hat{e}_{22} & \hat{e}_{23} \\ \hat{e}_{31} & \hat{e}_{32} & \hat{e}_{33} \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \hat{H}^{-1}\hat{L} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{11} & \hat{f}_{12} & \hat{f}_{13} \\ \hat{f}_{21} & \hat{f}_{22} & \hat{f}_{23} \\ \hat{f}_{31} & \hat{f}_{32} & \hat{f}_{33} \end{bmatrix}. \quad (5.2.2.2.6)$$

Uvažavajući relacije (5.2.2.2.6), relacije (5.2.2.2.5) mogu da se napišu skalarno na sledeći način:

$$\begin{aligned} \hat{U}_a &= \hat{e}_{11}\hat{U}_A + \hat{e}_{12}\hat{U}_B + \hat{e}_{13}\hat{U}_C + \hat{f}_{11}\hat{I}_a + \hat{f}_{12}\hat{I}_b + \hat{f}_{13}\hat{I}_c, \\ \hat{U}_b &= \hat{e}_{21}\hat{U}_A + \hat{e}_{22}\hat{U}_B + \hat{e}_{23}\hat{U}_C + \hat{f}_{21}\hat{I}_a + \hat{f}_{22}\hat{I}_b + \hat{f}_{23}\hat{I}_c, \\ \hat{U}_c &= \hat{e}_{31}\hat{U}_A + \hat{e}_{32}\hat{U}_B + \hat{e}_{33}\hat{U}_C + \hat{f}_{31}\hat{I}_a + \hat{f}_{32}\hat{I}_b + \hat{f}_{33}\hat{I}_c, \end{aligned} \quad (5.2.2.2.7)$$

pri čemu parametri ovih relacija predstavljaju elemente matrica relacija (5.2.2.2.6).

Time je zadatak 5.2.2.2 riješen. Blok-dijagram rješenja prikazan je na slici 5.2.2.1.



Slika 5.2.2.2.1 – Blok-dijagram rješenja zadatka 5.2.2.2 – korekcije napona

5.2.2.3. Zadatak – Postupak za proračun (nesimetričnog) režima transformatora

Neka je transformator s bilo kojom od sprega y_{Ndk} i ddk eksitovan naponima na primaru transformatora (\hat{U}_K , tj. $\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C$) i snagama na sekundaru transformatora $\hat{S}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$ koje su specificirane za nominalni napon. Izračunati odziv koji čine naponi na sekundaru transformatora (\hat{U}_k , tj. $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$), struje na sekundaru transformatora (\hat{I}_k , tj. $\hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$) i snage na sekundaru transformatora $[\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]$. Zadatak riješiti Gauss-ovim iterativnim metodom za rješavanje nelinearnih jednačina (postupkom SSKN).

Rješenje zadatka

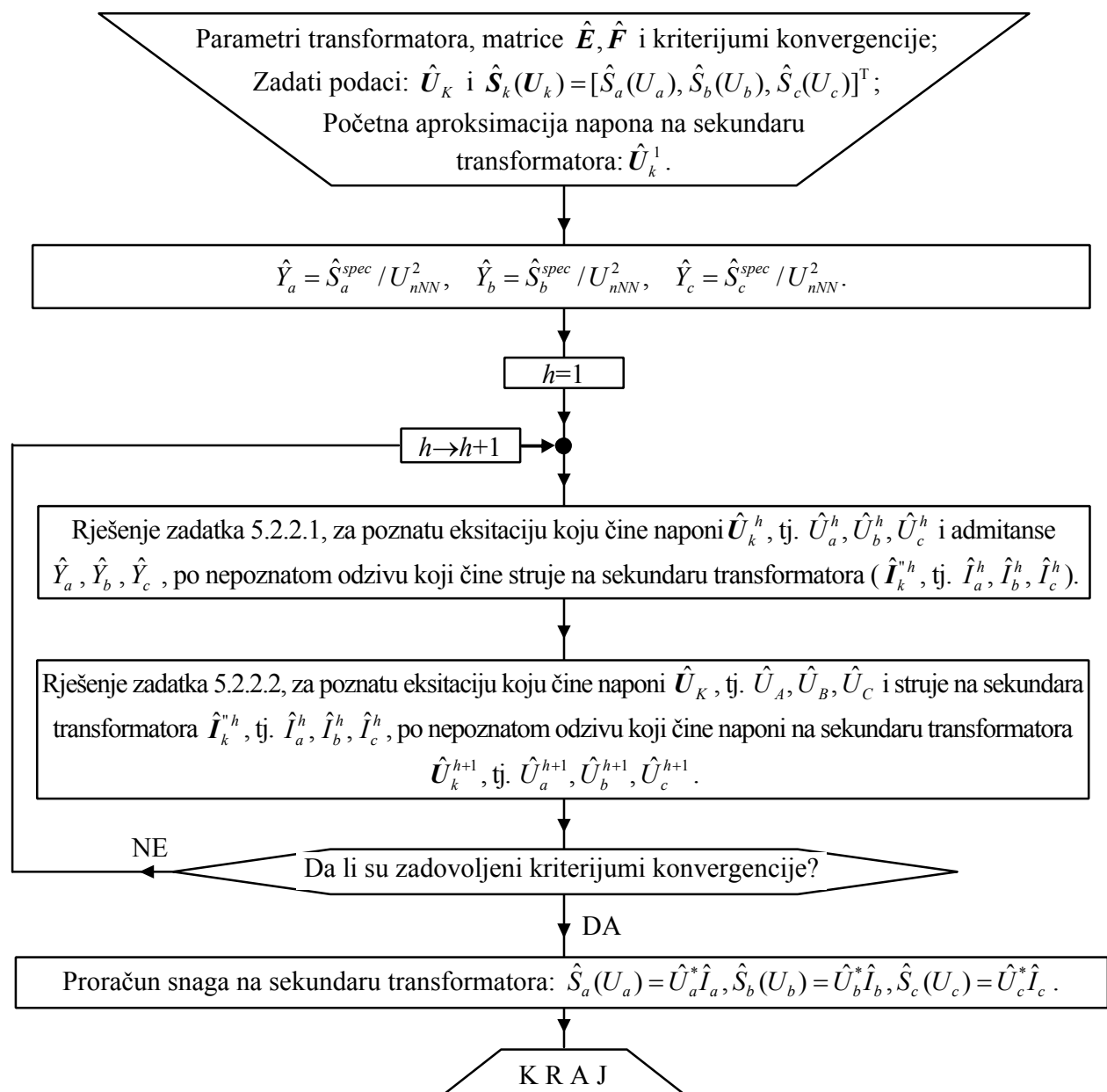
Ako se zada početna aproksimacija faznih napona na sekundaru transformatora ($\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$) [treći napon treba da se preračuna na osnovu druga dva prema relaciji (2.1.2.4)], na osnovu specificiranih snaga na sekundaru transformatora $\hat{S}_k(\mathbf{U}_k) = [\hat{S}_a(U_a), \hat{S}_b(U_b), \hat{S}_c(U_c)]^T$, koje mogu da se predstave admitansama $\hat{Y}_a, \hat{Y}_b, \hat{Y}_c$ – relacije (2.1.1.3b), onda se raspolože sa ulaznim veličinama za rješenje zadatka 5.2.2.1. Ako se on riješi, dobijaju se struje na sekundaru transformatora (\hat{I}_k , tj. $\hat{I}_a, \hat{I}_b, \hat{I}_c$).

Sada, za poznate napone na primaru transformatora (\hat{U}_K , tj. $\hat{U}_A, \hat{U}_B, \hat{U}_C$) i rezultate zadatka 5.2.2.1 (struje na sekundaru transformatora), može da se riješi zadatak 5.2.2.2, po faznim naponima na sekundaru transformatora (\hat{U}_k , tj. $\hat{U}_a, \hat{U}_b, \hat{U}_c$).

Opisani postupak predstavlja osnovu za iterativno rješenje ovog zadatka. Blok-dijagram tog rješenja prikazan je na slici 5.2.2.3.1. Time je zadatak 5.2.2.3 riješen.

Poslije konvergencije iterativnog postupka, slijedi proračun ostalih veličina koje se traže u zadatku.

Na osnovu gornjih izlaganja može da se zaključi da su procedure u okviru postupka za proračune nesimetričnih tokova snaga transformatora s različitim spregama potpuno unificirane, u smislu da se koriste formalno iste formule za korekciju napona na sekundaru transformatora [relacije (5.2.1.2.4) i (5.2.2.2.6)], a da se samo razlikuju elementi matrica \hat{E} i \hat{F} . Ovo je bitno s praktičnog aspekta pisanja softvera za proračun tokova snaga, jer u okviru samog proračuna ne mora da se vodi računa o kojoj je sprezi transformatora riječ. Sve to dovodi do ubrzanja proračuna jer se ne gubi vrijeme na ispitivanje sprege transformatora, nego se uvijek koriste iste relacije. Pomenute matrice se formiraju u dijelu algoritama matematičkog modela mreže i one ostaju nepromjenjene tokom svih proračuna.



Slika 5.2.2.3.1 – Blok-dijagram rješenja zadatka 5.2.2.3

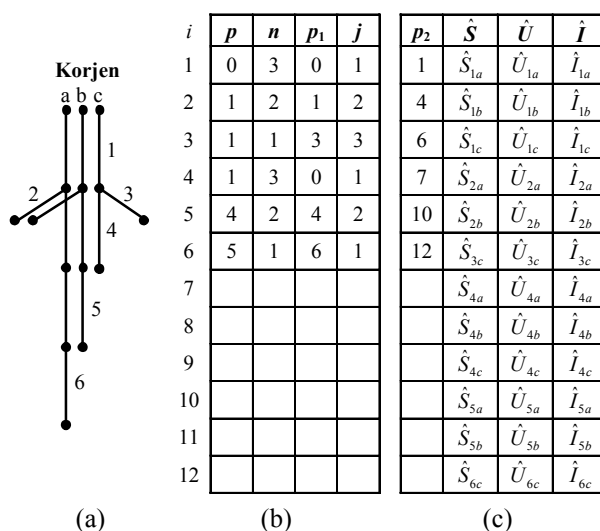
6. GENERALIZOVANI POSTUPAK ZA PRORAČUN NEURAVNOTEŽENIH MREŽA

U ovoj glavi obrađeni su: memorisanje generalnih neuravnoteženih mreža (s miksovanim mrežama kao najsloženijim) – dio 6.1 i generalizovani postupak za proračun tokova snaga takvih mreža – dio 6.2.

6.1. MEMORISANJE GENERALNIH NEURAVNOTEŽENIH MREŽA

U ovom dijelu se obrađuju generalne neuravnotežene mreže [55]. Njihovu uravnoteženost narušavaju neuravnoteženi elementi, kao što su vodovi golih provodnika koji nisu transponovani, neuravnotežena potrošnja, međusobno induktivno i kapacitivno spregnuti različiti elementi mreže i miksovane mreže.

Generalno, mreža može da sadrži nekoliko naponskih nivoa: visokonaponska – sabirnica s koje se napaja napojni transformator u transformatorskoj stanici, nekoliko SN mreža različitih naponskih nivoa i NN mrežu. Radijalna *regularna* miksovana mreža (izvod) prikazana je na slici 6.1.1a. Faze su numerisane sa a, b i c. Mreža je regularna ako svaki redni element sljedbenik s određenim brojem faza se napaja preko jednog rednog elementa prethodnika sa istim ili većim brojem faza. Regularna miksovana mreža koja je prikazana na slici 6.1.1a može se numerisati koristeći se standardnim načinom numeracije mreže po slojevima (1, 2, 3, 4, 5 i 6 napisanih normal-om): redni elementi koje se direktno napajaju s korjena numerišu se prvi i oni čine prvi sloj mreže; nakon toga numerišu se redni elementi koji se napajaju s prvog sloja i oni čine drugi sloj. Ovaj postupak se nastavlja dok se ne numerišu svi redni elementi.



Slika 6.1.1a – Prvo proširenje numeracije mreže po slojevima

Ova numeracija trofaznih mreža nije dovoljna da se odredi topologija miksovane mreže. Zbog toga je u disertaciji ova numeracija proširena kao što je prikazano na slici 6.1.1.b. Topološki vektori p , n , p_1 i j se koriste u sledeće svrhe:

1. Kolona i je brojač.
2. Elementi vektora p su indeksi prethodnika rednih elemenata [npr. $p(5) = 4$ znači da je redni element 4 prethodnik rednom elementu 5]. $p(i) = 0$ znači da se redni element i napaja s korjena mreže. Standardna numeracija trofazne (monofazne) mreže (koja nije miksovana) po slojevima sastoji se samo od ovog vektora.

3. Vektor \mathbf{n} sadrži brojeve faza rednih elemenata [npr. $\mathbf{n}(5) = 2$ znači da redni element 5 ima dvije faze].
4. Elementi vektora $\mathbf{p1}$ pokazuju na poziciju gdje u vektoru \mathbf{j} počinju informacije o fazama rednih elemenata [npr. $\mathbf{p1}(5) = 4$ znači da od pozicije 4 u vektoru \mathbf{j} počinju informacije o fazama rednog elementa 5; pošto je $\mathbf{n}(5) = 2$, redni element 5 ima dvije faze; to su $\mathbf{j}(4) = 1$ (prva faza – faza a) i $\mathbf{j}(4) = 2$ (druga faza – faza b)]; nulte vrijednosti elemenata vektora $\mathbf{p1}$ [$\mathbf{p1}(1) = \mathbf{p1}(4) = 0$] znače da se radi o trofaznim rednim elementima 1 i 4; stoga, nije neophodna dodana informacija o njihovim brojevima faza.

Osnovne veličine rednog elementa k sastoje se od: 1) faznih (kompleksnih) snaga potrošnje (proizvodnje) potrošača (generatora) priključenih u njegovom drugom čvoru – \hat{S}_{kj} , 2) faznih (kompleksnih) napona njegovog drugog čvora – \hat{U}_{kj} i 3) struja na njegovom početku – \hat{I}_{kj} ; $j \in \alpha_k$, gdje je α_k skup indeksa faza grane k . Osnovne veličine se nalaze u vektorima \hat{S} , \hat{U} i \hat{I} – tabela na slici 6.1.1c. Vektor $\mathbf{p2}$ pokazuje na pozicije gdje u vektorima \hat{S} , \hat{U} i \hat{I} počinju informacije o osnovnim veličinama rednih elemenata; npr. $\mathbf{p2}(5) = 10$ znači da informacije o osnovnim veličinama rednog elementa 5 počinju na poziciji 10 u tim vektorima; pošto redni element 5 ima dvije faze [$\mathbf{n}(5) = 2$], fazne snage potrošnje (proizvodnje) koje su priključene u drugom čvoru rednog elementa 5 jesu $\hat{S}(10) = \hat{S}_{5a}$ i $\hat{S}(10+1) = \hat{S}_{5b}$; isto pravilo važi za napone i struje. Tabele na slici 6.1.1b i c prikazuju podatke o topologiji mreže i njihovu vezu s pozicijama osnovnih veličina rednih elemenata.

Dijelovi dvije ili više sekcija (vodova) golih provodnika koji pripadaju istom ili različitim izvodima mogu biti međusobno spregnuti. Ova sprega je dvojak – induktivna i kapacitivna. Generalno, broj faza spregnutih sekcija (vodova) međusobno su različiti. Sprega se može posmatrati po parovima sekcija – slika 6.1.2. Puni krugovi predstavljaju čvorove sekcija. Prazni krugovi predstavljaju fiktivne čvorove sekcija. Fiktivni čvorovi su uvedeni da bi se dobili parovi sekcija spregnutih vodova, koji su konzistentni u pogledu modelovanja spregnutih vodova i numeracije mreže. Memorisanje spregnutih sekcija je vrlo jednostavno i ne nameće se čitaocima disertacije.

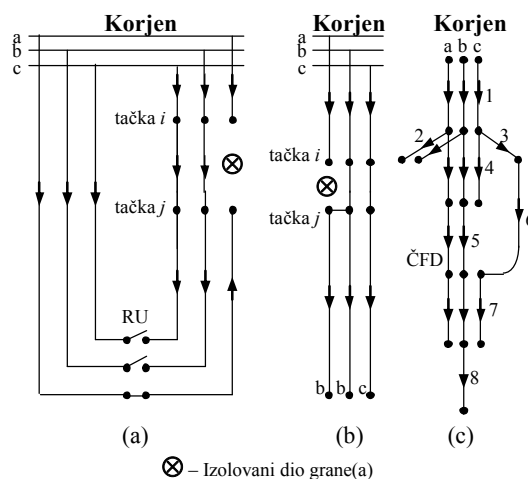


Slika 6.1.2 – Međusobno spregnuti vodovi golih provodnika

Tri „neobičajene“ topologije koje su predstavljene na slici 6.1.3 se pojavljuju u praksi distributivnih mreža. One se nazivaju *neregularne topologije*. Oznaka \otimes , koja je korišćena na slikama 6.1.3a i b predstavlja izolovani dio trofaznog (dvofaznog) izvoda. Ove neregularnosti se razmatraju da bi se došlo do vrlo važne definicije „neregularne miksovane mreže“.

Neregularna topologija prikazana na slici 6.1.3c predstavlja široku klasu neregularnosti koje se često mogu sresti u praksi – slike 6.1.4. Strelice na slikama 6.1.3 prikazuju smjerove napajanja. Broj topoloških neregularnosti u distributivnim mrežama nije veliki, ali svaki robusni postupak za proračun tokova snaga i kvarova mora ih uvažavati.

Topologija prikazana na slici 6.1.3a može da se smatra regularnom miksovanom mrežom na sledeći način: lijeva strana trofaznog izvoda [korjen mreže – rasklopni uređaj (RU)] napaja monofazni otcjep (faza a, RU – tačka j); desni dio trofaznog izvoda (korjen mreže – tačka i) napaja dvofazni otcjep (faze b i c, tačka i – RU); opisani monofazni i dvofazni otcjepi su međusobno spregnuti od tačke j do rasklopnog uređaja RU.



Slika 6.1.3 – Tri tipa topoloških neregularnosti

Topologija prikazana na slici 6.1.3b pojavljuje se nakon izolacije monofaznog rednog elementa ili rednih elemenata, faze a između tačaka i i j i zatim povezivanja (kratkospajanje) dvije faze u čvoru j . Ova neregularnost može takođe da se smatra regularnom miksovanom mrežom na sledeći način: trofazni izvod (korjen mreže – tačka i) napaja dvofazni otcjep (tačka i – tačka j); dvofazni otcjep (faze b i c) nastavlja od tačke j ; monofazni otcjep (faza 2) nastavlja takođe od tačke j ; uvedeni monofazni i dvofazni otcjepi su međusobno spregnuti. Manje konzistentno, ali mnogo efikasnije rješenje za uvažavanje ove neregularnosti je postavljanje „markiranje“ – stavljanje znaka uz svaku granu koja je prespojena u prvom čvoru. U postupku BFS može da se razvije veoma jednostavna logika za uvažavanje ove topologije.

Radijalna topologija prikazana na slici 6.1.3c ne može da se predstavi kao regularna miksovana mreža zbog sljedbenika (trofazni redni element 7) koji se napaja s više od jednog prethodnika (dvofazni redni element 5 i monofazni redni element 6). Prvi čvor rednog elementa, koji se napaja s više prethodnika koji ne čine petlju, naziva se *čvor faznog diskontinuiteta* (ČFD). Miksovana mreža koja uključuje ČFD naziva se *neregularna*. Unija regularnih i neregularnih miksovanih mreža, uključujući međusobne sprege, čine generalnu (distributivnu) miksovanu mrežu (GMM). GMM, pored miksovanih mreža, obuhvata i sledeće specijalne slučajeve:

1. trofazne neuravnotežene mreže u nesimetričnim režimima;
2. trofazne uravnotežene mreže u nesimetričnim režimima;
3. trofazne uravnotežene mreže u simetričnim režimima.

U disertaciji je upravo akcenat na proračunima tokova snaga GMM.

Za memorisanje GMM, prethodno proširena numeracija po slojevima, koja je predstavljena za regularne miksovane mreže, mora se dodatno proširiti. *Proširena numeracija po slojevima* za GMM je prikazano u tabeli 1a za neregularne miksovane mreže sa slike 6.1.3c. Ova se numeracija razlikuje od prethodne za:

1. Vektor \mathbf{p} razlikuje se samo u slučaju ČFD; npr. prvi čvor rednog elementa 7 mreže prikazane na slici 3c. Negativna vrijednost $\mathbf{p}(7) = -1$ označava da je taj čvor ČFD.
2. Proširena numeracija mreže po slojevima uključuje dodatni vektor $\mathbf{p}^{\text{ČFD}}$; apsolutna vrijednost $|\mathbf{p}(7)| = 1$ pokazuje poziciju 1 u vektoru $\mathbf{p}^{\text{ČFD}}$ gdje se nalaze informacije o

prethodnicima rednog elementa 7; $p_{\check{C}FD}(1) = 2$ znači da su dva redna elementa prethodnici: $p_{\check{C}FD}(1+1) = 5$ i $p_{\check{C}FD}(1+2) = 6$; vektori \mathbf{n} , $\mathbf{p1}$ i \mathbf{j} se koriste da odrede tri faze a, b i c ČFD. Značenje poslednja tri vektora su ista kao u slučaju regularne miksovane mreže – tabela (b) na slici 6.1.1.

Tabela 6.1.1 – Proširena numeracija mreže po slojevima za miksovano mrežu sa slike 6.1.3c

i	\mathbf{p}	\mathbf{n}	$\mathbf{p1}$	\mathbf{j}	$P_{\check{C}FD}$	$\mathbf{p2}$	\hat{S}	\hat{U}	\hat{I}
1	0	3	0	1	2	1	\hat{S}_{1a}	\hat{U}_{1a}	\hat{I}_{1a}
2	1	2	1	2	5	4	\hat{S}_{1b}	\hat{U}_{1b}	\hat{I}_{1b}
3	1	1	3	3	6	6	\hat{S}_{1c}	\hat{U}_{1c}	\hat{I}_{1c}
4	1	3	0	1		7	\hat{S}_{2a}	\hat{U}_{2a}	\hat{I}_{2a}
5	4	2	4	2		10	\hat{S}_{2b}	\hat{U}_{2b}	\hat{I}_{2b}
6	3	1	6	3		12	\hat{S}_{3c}	\hat{U}_{3c}	\hat{I}_{3c}
7	-1	3	0	2		13	\hat{S}_{4a}	\hat{U}_{4a}	\hat{I}_{4a}
8	7	1	7			16	\hat{S}_{4b}	\hat{U}_{4b}	\hat{I}_{4b}
9							\hat{S}_{4c}	\hat{U}_{4c}	\hat{I}_{4c}
10							\hat{S}_{5a}	\hat{U}_{5a}	\hat{I}_{5a}
11							\hat{S}_{5b}	\hat{U}_{5b}	\hat{I}_{5b}
12							\hat{S}_{6c}	\hat{U}_{6c}	\hat{I}_{6c}
13							\hat{S}_{7a}	\hat{U}_{7a}	\hat{I}_{7a}
14							\hat{S}_{7b}	\hat{U}_{7b}	\hat{I}_{7b}
15							\hat{S}_{7c}	\hat{U}_{7c}	\hat{I}_{7c}
16							\hat{S}_{8b}	\hat{U}_{8b}	\hat{I}_{8b}

(a)

(b)

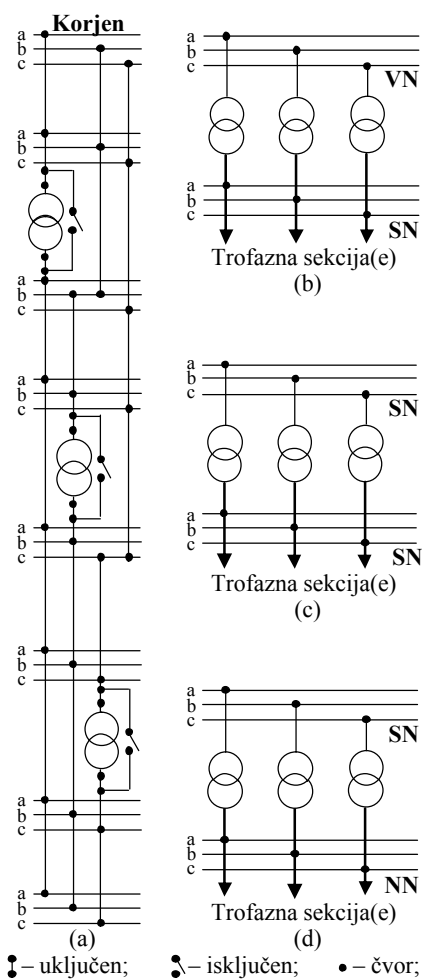
Slika 6.1.4 prikazuje četiri tipa čestih topoloških neregularnosti u mreži. Slika 6.1.4a prikazuje dio trofaznog izvoda s tri monofazna transformatora na različitim lokacijama. Oni mogu biti TRNO (napojni transformatori, naponski regulatori – „voltage regulators“) ili transformatori za regulaciju napona u beznaponskom stanju (TRNBN) – „boosters“. Svima njima su asocirana dva kratkospojnika u preostale dvije faze. Ti kratkospojnici mogu da se simuliraju s dvofaznim rednim elementima s nultim parametrima. Slika 6.1.4b prikazuje tri nezavisna napojna monofazna transformatora (TRNO ili TRNBN). Slika 6.1.4c prikazuje tri nezavisna monofazna naponska regulatora na početku SN izvoda ili na izvodu u dubini mreže. Slika 6.1.4d prikazuje tri nezavisna monofazna distributivna transformatora (TRNBN), koji napajaju trofaznu NN mrežu.

6.2. GENERALIZOVANI POSTUPAK ZA PRORAČUN NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

Izlaganja u ovom dijelu daju se saglasno s literaturom [55]. Razmatra se radijalna, (ne)uravnotežena SN distributivna mreža. Mrežu čine SN sekcije i distributivni – SN/NN transformatori, kao i napojni VN/SN transformatori. Čvorovi su numerisani po slojevima. Prvi čvor je korijen mreže – balansni čvor, sa specificiranim (ne)simetričnim trofaznim naponom. Potrošači mogu da budu priključeni na NN stranama distributivnih transformatora, ali i direktno na SN mrežu. Režim mreže načelno nije simetričan. Tu nesimetriju načelno izazivaju nesimetrični naponi korjena, različite snage potrošnje po fazama, neuravnoteženi trofazni elementi (sekcije vodova i transformatori) i mreža koja se sastoji od elemenata s različitim brojem faza (miksovana mreža) – GMM.

Generalizovani postupak SSKN (GSSKN) za proračun tokova snaga GMM opisan je koristeći se šematskim predstavljanjem mreže rednim i otočnim elementima. (Ne)uravnoteženi redni element k prikazan je na slici 6.2.1, $k = 1, 2, \dots, N$ (N predstavlja broj rednih elemenata

mreže). Prvi i drugi čvor rednog elementa imaju isti broj faza n_k . Njihovi vektori faznih napona označeni su s \hat{U}_{k1} i \hat{U}_{k2} , respektivno. Vektori struja na početku (čvor $k1$) i kraju rednog elementa (čvor $k2$) označeni su sa \hat{I}_{k1} i \hat{I}_{k2} . Kompleksna snaga potrošača (generatora) priključenog na kraju rednog elementa (u čvoru $k2$) predstavljena je vektorom faznih kompleksnih snaga \hat{S}_k ; (ne)uravnotežen otočni element (baterija kondenzatora ili prigušnica), koji je priključen u drugom čvoru rednog elementa k (u čvoru $k2$), modelovan je matricom admitansi označenom sa \hat{Y}_k^{ot} . Rednim elementom se napajaju njegovi redni elementi sljedbenici sa otočnim elementima na njihovim drugim krajevima (ako postoje). Generalno, opisani redni element je spregnut s drugim rednim elementima.



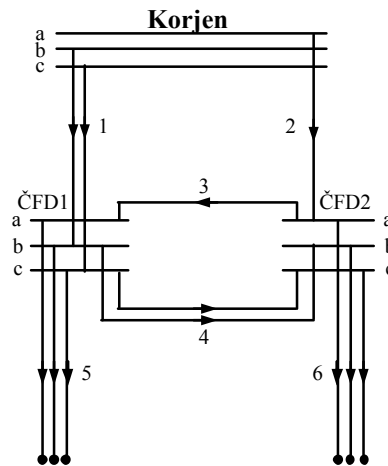
Slika 6.1.4 – Četiri tipa topoloških neregularnosti

Prvi Kirchhoff-ov zakon za drugi čvor rednog elementa k glasi:

$$\hat{I}_{k2} = \left(\hat{S}_k / \hat{U}_{k2} \right)^* + \hat{Y}_k^{sh} \hat{U}_{k2} + \hat{I}_k^C + \sum_{i \in \beta_k} \hat{I}_{i1}, \quad (6.2.1)$$

" \hat{S}_k / \hat{U}_{k2} " simbolički predstavlja vektor količnika faznih snaga potrošnje (proizvodnje) i odgovarajućih faznih napona (* označava konjugaciju kompleksnog broja). Struja \hat{I}_k^C predstavljaju kapacitivnu spregu odgovarajućih spregnutih rednih elemenata (dio 2.4). Napon \hat{U}_k^L predstavlja indukovane napone odgovarajućih spregnutih rednih elemenata (dio 2.4). Skup β_k sadrži indekse rednih elemenata sljedbenika rednog elementa k . Struje na počecima tih rednih

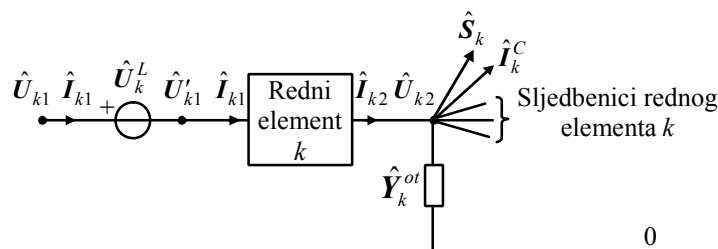
elementa označene su s \hat{I}_{i1} , $i \in \beta_k$. One nisu eksplicitno predstavljene u relaciji (6.2.1). Umjesto njih, eksplicitno su predstavljene struje \hat{I}_{i1} . Ove struje su izvedene iz struja koje nisu podvučene (\hat{I}_{i1}) na sledeći način: 1) u slučaju kada i -ti sljedbenik rednog elementa k ima isti broj faza kao redni element k , tada je $\hat{I}_{i1} = \hat{I}_{i1}$; 2) u slučaju kada i -ti sljedbenik rednog elementa k ima manji broj faza od rednog elementa k , vektor struja prvog kraja sljedbenika \hat{I}_{i1} , prije sumiranja, mora se formalno proširiti s nulama za nedostajuće faze i 3) u slučaju ČFD, kada i -ti sljedbenik ima više faza od rednog elementa k , vektor struja prvog kraja sljedbenika \hat{I}_{i1} , prije sumiranja, mora se formalno redukovati za struje nedostajućih faza rednog elementa k .



Slika 6.1.5 – Dio veoma kompleksne miksovane radijalne mreže

Tabela 6.1.2 – Proširena numeracija mreže po slojevima za mrežu sa slike 6.1.5

i	p	n	p_1	j	P_{CFD}	p_2	\hat{S}	\hat{U}	\hat{I}
1	0	2	1	2	2	1	\hat{S}_{1b}	\hat{U}_{1b}	\hat{I}_{1b}
2	0	1	3	3	2	3	\hat{S}_{1c}	\hat{U}_{1c}	\hat{I}_{1c}
3	-1	1	4	1	4	4	\hat{S}_{2a}	\hat{U}_{2a}	\hat{I}_{2a}
4	-4	2	5	1	2	5	\hat{S}_{3a}	\hat{U}_{3a}	\hat{I}_{3a}
5	-4	3	0	2	1	7	\hat{S}_{4b}	\hat{U}_{4b}	\hat{I}_{4b}
6	-1	3	0	3	3	10	\hat{S}_{4c}	\hat{U}_{4c}	\hat{I}_{4c}
7							\hat{S}_{5a}	\hat{U}_{5a}	\hat{I}_{5a}
8							\hat{S}_{5b}	\hat{U}_{5b}	\hat{I}_{5b}
9							\hat{S}_{5c}	\hat{U}_{5c}	\hat{I}_{5c}
10							\hat{S}_{6a}	\hat{U}_{6a}	\hat{I}_{6a}
11							\hat{S}_{6b}	\hat{U}_{6b}	\hat{I}_{6b}
12							\hat{S}_{6c}	\hat{U}_{6c}	\hat{I}_{6c}



Slika 6.2.1 – Redni element k i otočni elementi u njegovom drugom čvoru

Struje \hat{I}_{k1} mogu da se izraze preko struja \hat{I}_{k2} i napona \hat{U}_{k2} ; naponi \hat{U}_{k2} mogu da se izraze preko napona \hat{U}'_{k1} i struja \hat{I}_{k1} koristeći relacije (2.4.2):

$$\hat{I}_{k1} = \hat{C}_k^I \hat{I}_{k2} + \hat{Y}_k^U \hat{U}_{k2}, \quad (6.2.2a)$$

$$\hat{U}_{k2} = \hat{C}_k^U \hat{U}'_{k1} + \hat{Y}_k^I \hat{I}_{k1}, \quad (6.2.2b)$$

pri čemu su:

$$\hat{C}_k^I = -\hat{Y}_{k11} \hat{Y}_{k21}^{-1}, \quad \hat{Y}_k^U = \hat{Y}_{k12} - \hat{Y}_{k11} \hat{Y}_{k21}^{-1} \hat{Y}_{k22}, \quad (6.2.3a)$$

$$\hat{C}_k^U = -\hat{Y}_{k12}^{-1} \hat{Y}_{k11}, \quad \hat{Y}_k^I = \hat{Y}_{k12}^{-1} \quad (6.2.3b)$$

$$\hat{U}'_{k1} = \hat{U}_{k1} - \hat{U}_k^L, \text{ (slika 6.2.1)}. \quad (6.2.3c)$$

Submatrice \hat{Y}_{k11} , \hat{Y}_{k21} i \hat{Y}_{k22} regularne su osim u slučaju transformatora čiji su namotaji povezani u trougao i/ili izolovanu zvijezdu. U dijelu 5.2 razmotren je postupak SSKN za sve sprege trofaznih transformatora gdje je obrađen problem regularnosti/singularnosti njihovih matricnih reprezentata.

Uzimajući u obzir da su naponi korjena \hat{U}_{korjen} specificirani i da se raspolaze s h -tom aproksimacijom faznih napona u drugim čvorovima rednog elementa $(\hat{U}_{k2})^h$, $k = 1, 2, \dots, N$, na osnovu slike 6.2.1, koristeći logiku standardnog postupka BFS, postupak GSSKN glasi:

Procedura sumiranja struja

Proračun $(h+1)$ -vih aproksimacija struja na kraju rednog elementa k (6.2.1) i struja na njenom početku (6.2.2a):

$$(\hat{I}_{k2})^{h+1} = \left[\hat{S}_k / (\hat{U}_{k2})^h \right]^* + \hat{Y}_k^{sh} (\hat{U}_{k2})^h + (\hat{I}_k^C)^h + \sum_{i \in \beta_i} (\hat{I}_{i1})^{h+1}, \quad k = N, N-1, \dots, 1, \quad (6.2.4a)$$

$$(5.2.2.1.1) \quad (\hat{I}_{k2})^{h+1} = \text{diag}[\hat{Y}_a, \hat{Y}_b, \hat{Y}_c] (\hat{U}_{k2})^h, \quad k = N, N-1, \dots, 1, \quad (6.2.4b)$$

$$(\hat{I}_{k1})^{h+1} = \hat{C}_k^I (\hat{I}_{k2})^{h+1} + \hat{Y}_k^U (\hat{U}_{k2})^h, \quad k = N, N-1, \dots, 1, \quad (6.2.4c)$$

$$(2.4.2a) \quad (\hat{I}_{k1})^{h+1} = \hat{Y}_{k11} (\hat{U}_{k1})^h + \hat{Y}_{k12} (\hat{U}_{k2})^h, \quad k = N, N-1, \dots, 1, \quad (6.2.4d)$$

pri čemu struje \hat{I}_k^C predstavlja kapacitivnu spregu razmatranog rednog elementa s drugim rednim elementima, ako postoji.

Zbog singularnosti matrica modela transformatora čiji namotaji obje strane nisu povezani u uzemljenu zvijezdu (dio 5.2) potrebno je da se koriste četiri različite varijante relacija (6.2.4), i to u zavisnosti od tipa rednog elementa. Relacije (6.2.4a i b) se koriste za proračun struja na kraju, a relacije (6.2.4c i d) za proračun struja na početku rednog elementa. Relacija (6.2.4b) se koristi u slučaju transformatora čije sprege nisu ni Y_{NY_n} niti Dy_n i koriste se kao potrošački transformatori – oni nemaju sljedbenike. Ako se ovi transformatori koriste kao transformatori koji nisu potrošački, onda se uz njih priključuje i transformator za uzemljenje pa se nulta komponenta struje zatvara kroz njega. U tom slučaju i svim ostalim slučajevima rednih elemenata, koristi se relacija (6.2.4a). Relacija (6.2.4c) koriste se za sekcije i transformatore Y_{NY_n} , a za sve ostale sprege transformatora umjesto nje koristi se relacija (6.2.4d).

Procedura korekcija napona

Proračun $(h+1)$ -ve aproksimacije napona drugog čvora rednog elementa k , koristeći relacije (6.2.2b) i (6.2.3c), glasi:

$$\left(\hat{U}_{k2}\right)^{h+1} = \hat{C}_k^U \left[\left(\hat{U}_{k1}\right)^{h+1} - \left(\hat{U}_k^L\right)^{h+1} \right] + \hat{Y}_k^I \left(\hat{I}_{k1}\right)^{h+1}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (6.2.5a)$$

$$(2.4.2b) \quad \left(\hat{U}_{k2}\right)^{h+1} = \hat{Y}_{k22}^{-1} \left(\hat{I}_{k2}\right)^h - \hat{Y}_{k22}^{-1} \hat{Y}_{k21} \left(\hat{U}_{k1}\right)^{h+1}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (6.2.5b)$$

$$(5.2.2.2.5) \quad \left(\hat{U}_{k2}\right)^{h+1} = \hat{E} \left(\hat{U}_{k1}\right)^{h+1} + \hat{F} \left(\hat{I}_{k2}\right)^h \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (6.2.5c)$$

Proračun desnih strana relacija (6.2.4) i (6.2.5) radi se uvijek koristeći aktuelne aproksimacije nepoznatih promjenljivih. Ovo se, takođe, odnosi i na indukovane napone $\left(\hat{U}_k^L\right)^{h+1}$, koristeći relaciju (2.4.3) za aktuelne aproksimacije struja rednih elemenata. Kada je prvi čvor $k1$ rednog elementa k korjen u relaciji (6.2.5), onda je $\left(\hat{U}_{k1}\right)^{h+1} = \hat{U}_{korjen}$. U ostalim slučajevima, elementi vektora $\left(\hat{U}_{k1}\right)^{h+1}$ sastoje se od faznih napona drugog čvora (drugih čvorova) prethodnika rednog elementa k .

Zbog singularnosti matrica transformatora čiji namotaji obje strane nisu povezani u izolovanu zvijezdu (dio 5.2) različiti dijelovi relacija (6.2.5) koriste se u zavisnosti od tipa rednog elementa. Relacija (6.2.5a) koristi se za sekcije i transformatore sprege Y_{NY_n} . Ako je u pitanju transformator Dy_n koristi se relacija (6.2.5b). Ako su u pitanju svi ostali transformatori koji nisu sprege ni Y_{NY_n} niti Dy_n , oni se koriste obično kao potrošački transformatori i tada nemaju sljedbenike pa se koristi relacija (6.2.5c). Ako se ovi transformatori koriste kao transformatori koji nisu potrošački onda se uz njih priključuje i transformator za uzemljenje što omogućuje definisanje nulte komponente napona. Na taj način impedansom kratkog spoja nultog redosljeda transformatora za uzemljenje regularizuje se matrica \hat{Y}_{k22} , koja je inače singularna, pa se za ove sprege transformatora, u tom slučaju, koristi relacija (6.2.5b).

Algoritam GSSKN

1. inicijalna dodjela vrijednosti napona svim čvorovima, koje su jednake vrijednostima napona korjena mreže (početna aproksimacija napona);
2. početak iterativnog procesa: $h=1$;
3. anuliranje struja na početku i kraju svih rednih elemenata;
4. postavljanje brojača rednih elemenata na $k = N$;
5. proračun struja na kraju rednog elementa k – relacija (6.2.4a) ili (6.2.4.b);
6. proračun struja na početku rednog elementa k – relacija (6.2.4c) ili (6.2.4.d);
7. ako je brojač rednih elemenata $k = 1$, preći na sledeći korak, u suprotnom smanjiti brojač rednih elemenata k za jedan i vratiti se na korak 5;
8. proračunati napon na kraju rednog elementa k – relacija (6.2.5);

9. ako je brojač rednih elemenata $k = N$, preći na sledeći korak, u suprotnom povećati brojač rednih elemenata k za jedan i vratiti se na korak 8;
10. provjera konvergencije;
11. ako je postupak konvergirao, proračun svih režimskih veličina od interesa, pa kraj iterativnog postupka, a ako nije – povećanje indeksa tekuće iteracije h za jedan i povratak na korak 3.

U ovoj glavi nisu posebno naglašeni: 1) petlje – prilog 9.6; 2) generatori tipa PV – prilog 9.7; 3) tretman lokalne automatike – prilog 9.8. Razlog tome je što se ti efekti uvažavaju na isti način kao u standardnom postupku BFS.

7. NUMERIČKA VERIFIKACIJA GENERALIZOVANOG POSTUPKA ZA PRORAČUN NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

Predloženi postupak GSSKN prvo je verifikovan na dvije male mreže: a) modifikovane IEEE 4 test mreže sa 4 čvora i b) IEEE test mreže s 37 čvorova [65]. U slučaju a) modifikacija je napravljena da bi se mreže maksimalno pojednostavila. Modifikacija se sastoji u zamjeni transformatora između čvorova 2 i 3 sa sekcijom koja je identična sa sekcijom koja se nalazi između čvorova 1 i 2. Proračuni su rađeni sa sledećim postupcima: 1) GSSKN, 2) IZBG [29], 3) modifikovan NR postupak s konstantnom matricom Jacobian-a (TCIM) [61] i 4) postupak zasnovan na metodu konturnih struja (DADS) [35]. U tabelama u ovoj glavi kolona „1“ se odnosi na broj iteracija, a kolona „2“ na vrijeme proračuna u [ms]. U navedenom vremenu proračuna u svim postupcima samo su uključena vremena za iterativni dio postupka. Vrijeme potrebno da se uradi optimalna numeracija čvorova prema drugoj Tinney-ovoj šemi (koja je potrebna za postupke IZBG i TCIM) „blago je manje od vremena potrebnog za formiranje vektora mreže koja je složena po slojevima“ (koja je potrebna za postupak GSSKN) [62]. Ako se uzme u obzir da je za formiranje modela tokova snaga za postupke IZBG i TCIM potrebno formirati i matricu admitansi, odnosno matricu Jacobian-a (kojih nema kod postupka GSSKN), onda je jasno da je i formiranje modela tokova snaga za postupke IZBG i TCIM vremenski znatno zahtjevnije od vremena formiranja modela tokova snaga za postupak GSSKN. U svim proračunima je korišćen domen relativnih vrijednosti, „flat start“ s naponima korijena, kao i kriterijum konvergencije 10^{-6} (relativnih jedinica).

Poređenje postupka GSSKN s tri prethodno navedena postupka na malim mrežama rađeno je radi pronalazjenja najefikasnijeg među postupcima IZBG, TCIM i DADS za poređenje postupka GSSKN samo s tim postupkom na mrežama velikih dimenzija. Dimenzije tih mreža idu i do čak 10000 čvorova. Osim toga, te mreže su miksovane i sadrže sve neregularnosti koje su obrađene u dijelu 6.1.

Rezultati proračuna na dvije navedene male mreže dati su u tabelama 7.1a i 7.1b. Broj iteracija u svim proračunima je isti, ali je postupak GSSKN značajno efikasniji sa aspekta vremena proračuna od ostalih postupaka. Odnos vremena proračuna postupaka IZBG, TCIM i DADS prema vremenu proračuna postupkom GSSKN je u prosjeku oko 2.50 puta u korist postupka GSSKN. Na osnovu ovih proračuna postupak GSSKN je nadalje poređen samo s postupkom IZBG kao efikasnijim od postupaka TCIM i DADS. U vrijeme za sprovođenje proračuna postupaka IZBG i TCIM nije uračunato vrijeme potrebno za LU faktorizaciju matrice admitansi, odnosno Jacobian-a, respektivno. Ovo vrijeme raste sa porastom dimenzija mreže. Stoga, za mreže velikih dimenzija efikasnost postupaka IZBG i TCIM će da opada jer će rasti vrijeme potrebno za LU faktorizaciju matrica, što nije slučaj s postupkom GSSKN.

U tabeli 7.1a osnovno stanje (OS) predstavlja opterećenje mreže prema snagama koje su date za IEEE 4 test mrežu. Ta mreža nema napojni transformator pa da se to opterećenje ne izražava procentualno u odnosu na njegovu nominalnu snagu, kao što je to urađeno za IEEE 37 test mrežu – tabela 7.1b. U tabeli 7.1b 110 % znači da je opterećenje jednako 110 % od snage napojnog transformatora.

Tabela 7.1a. Poređenje četiri postupka – modifikovana IEEE 4 test mreža (OS – osnovno stanje)

Opterećenje	GSSKN		IZBG		TCIM		DADS	
	1	2	1	2	1	2	1	2
OS	5	0.005	5	0.012	5	0.013	5	0.014

Rezultati za različita opterećenja malih mreža dati su u tabelama 7.2a i 7.2b (znak „-“ znači da postupak ne konvergira). U tabeli 7.2a simulirano je opterećenje koje je do 7.5 puta

veće od osnovnog. U tabeli 7.2b simulirano je opterećenje koje je od 110 do 600 % u odnosu na nominalnu snagu napojnog transformatora. U oba slučaja te snage nisu fizički ostvarljive, a ovdje su dati rezultati da se vidi da je predloženi algoritam robustan i za takva opterećenja.

Tabela 7.1b. Poređenje četiri postupka – IEEE 37 test mreža

Opterećenje [%]	GSSKN		IZBG		TCIM		DADS	
	1	2	1	2	1	2	1	2
110	5	0.045	5	0.112	5	0.114	5	0.130

Tabela 7.2a. Poređenje dva postupka za različita opterećenja mreže – modifikovana IEEE 4 test mreža

Opterećenje	GSSKN		IZBG	
	1	2	1	2
OS	5	0.005	5	0.012
1.5×OS	6	0.006	6	0.014
2.0×OS	7	0.007	7	0.017
3.0×OS	9	0.009	9	0.022
4.0×OS	11	0.011	11	0.026
5.0×OS	15	0.015	15	0.036
6.0×OS	21	0.021	21	0.050
7.0×OS	38	0.038	38	0.091
7.5×OS	–	–	–	–

Tabela 7.2b. Poređenje dva postupka za različita opterećenja napojnog transformatora – IEEE 37 test mreža

Opterećenje [%]	GSSKN		IZBG	
	1	2	1	2
110	5	0.045	5	0.112
150	6	0.054	6	0.135
200	7	0.063	7	0.158
300	9	0.081	9	0.202
400	12	0.108	12	0.269
500	19	0.171	19	0.426
550	28	0.252	28	0.627
600	–	–	–	–

Tabela 7.3 prikazuje rezultate za različit odnos R/X sekcija mreže u opsegu 0.1 do 3.0 zadržavajući vrijednost impedanse konstantnom ($\sqrt{R^2 + X^2} = Z = \text{konstanta}$). Nijedan od postupaka nije osjetljiv na ovaj odnos.

Tabela 7.3. Broj iteracija za različit odnos R/X

R/X	GSSKN	IZBG	TCIM	DADS
0.1	5	5	5	5
0.5	5	5	5	5
1.0	5	5	5	5
1.5	5	5	5	5
2.0	5	5	5	5
3.0	5	5	5	5

Tabela 7.4 prikazuje rezultate za postupak GSSKN na mreži koja sadrži petlje. Mreža je dobijena spajanjem parova čvorova radijalne IEEE test mreže od 37 čvorova. Poslednji od testiranih slučajeva sadrži 9 petlji što čini oko 25% čvorova mreže (relativno veliki broj petlji). Povećanje broja iteracija u postupku GSSKN s povećanjem broja petlji je u potpunoj saglasnosti sa standardnim postupkom BFS [20, 21, 23, 62]. Povećanje broja iteracija za relativno veliki broj petlji mreže (9 petlji) povećava vrijeme proračuna na oko $0.082/0.045 = 1.82$ puta. Ovo je značajno manje povećanje vremena u odnosu na, već navedenu, 2.50 puta veću efikasnost postupka GSSKN u odnosu na postupke IZBG, TCIM i DADS primjenjene na radijalne mreže.

Tabela 7.4. Postupak GSSKN primenjen za proračun upetljane mreže

Broj petlji	1	2
0	5	0.045
3	6	0.056
5	7	0.067
7	8	0.079
9	8	0.082

Predloženi postupak GSSKN verifikovan je na značajnom broju severnoameričkih miksovanih distributivnih mreža. Jedna reprezentativna realna miksovana radijalna mreža je korišćena u disertaciji da bi se pokazale osnovne osobine predloženog postupka. Mreža se sastoji od 1014 rednih elemenata – 241 trofaznih, 39 dvofaznih i 734 monofaznih. Mreža sadrži sekcije (vodova) i distributivne transformatore. Napaja se s napojnog transformatora nominalne snage 30 MVA. Naponski nivo je 25 kV. Potrošnje su specificirane na sekundarima distributivnih transformatora. Nominalne snage ovih transformatora su u opsegu od 15 do 167 kVA za monofazne transformatore i od 30 do 750 kVA za trofazne transformatore. Nema spregnutih elemenata u mreži. Ova mreža je *osnovna mreža*. Tri klase rezultata (*prva, druga i treća*), koje se odnose na ovu mrežu, date su u nastavku. Prva klasa proračuna odnosi se na osnovnu mrežu. Druga klasa se odnosi na istu mrežu u koju su uključeni (simulirani) spregnuti elementi i topološke neregularnosti. Treća klasa proračuna odnosi se poređenje efikasnosti proračuna miksovane i trofazne mreže postupkom GSSKN, obje sa istim brojem čvorova. Pored te tri klase proračuna za tu mrežu obrađene su još dvije klase. *Četvrta klasa* se odnosi na miksovane mreže različitih dimenzija – od 1014 do 10087 rednih elemenata. *Peta klasa* proračuna odnosi se na mrežu s DG tipa PV (DG u ostalim klasama proračuna su tretirani tipom PQ).

Prva klasa proračuna (osnovna mreža)

Opterećenje mreže je varirano u sledećem opsegu: 50, 75, 100, 125 i 150% od snage napojnog transformatora. Fazni naponi korijena su nesimetrični i potrošnja priključena u dvofaznim i trofaznim čvorovima međusobno je različita po fazama. Rezultati proračuna koristeći se postupcima GSSKN i IZBG prikazani su u tabeli 7.5. Očigledno je da je postupak GSSKN oko 2.50 puta efikasniji od postupka IZBG. Osim toga, vrijeme neophodno za LU faktorizaciju matrice admitansi za postupak IZBG je oko 4.82 ms. Ovo vrijeme je više od dva puta duže od vremena za proračun tokova snaga kada je mreže opterećena 100 %. Ovo vrijeme nije uključeno u rezultate prikazane u tabeli 7.5. Ono takođe nije uključeno ni u rezultate druge dvije klase proračuna.

Druga klasa proračuna

Ovdje su prikazana tri proračuna. Slučaj 1 odnosi se na osnovnu mrežu (rezultati za postupak GSSKN sa 75 % opterećenom mrežom – tabela 7.5). Sledeća dva slučaja se sastoje od osnovne mreže na kojoj su simulirani spregnuti elementi i topološke neregularnosti: slučaj 2 – osnovna mreža sa 2×50 spregnutih trofaznih sekcija (voda) i slučaj 3 – osnovna mreža sa 5

topoloških neregularnosti sa slike 6.1.3c i 5 sa slike 6.1.5. Opterećenje mreže je 75 %. Rezultati su prikazani u tabeli 7.6.

Tabela 7.5 – Poređenje postupaka GSSKN i IZBG za promenu opterećenja mreže

Opterećenje [%]	GSSKN		IZBG	
	1	2	1	2
50	5	0.63	5	1.62
75	6	0.74	6	1.87
100	7	0.85	7	2.12
125	8	0.96	8	2.37
150	9	1.07	9	2.62

Tabela 7.6 – Postupak GSSKN za proračun miksovanih mreža sa spregnutim elementima (slučaj 2) i sa neregularnostima (slučaj 3)

Slučaj 1		Slučaj 2		Slučaj 3	
1	2	1	2	1	2
6	0.74	6	0.81	6	0.78

Prikazani rezultati pokazuju da spregnuti elementi i topološke neregularnosti (koji ne predstavljaju česte pojave u mreži) veoma malo utiču na efikasnost postupka GSSKN.

Treća klasa proračuna

Ovdje su prikazana dva proračuna. Slučaj 1 se odnosi na osnovnu mrežu – tabela 7.5. Slučaj 2 se odnosi na osnovnu mrežu koja se sastoji od trofaznih elemenata. Ona je dobijena tako što su svi monofazni i dvofazni elementi zamjenjeni trofaznim, ali sa sačuvanim procentom opterećenja mreže. Isti rezultati su dobijeni za sledeće dvije varijante: 1) potrošnja po fazama je međusobno različita i fazni naponi korijena su nesimetrični i 2) prethodna varijanta koja je proširena sa 5 % neuravnoteženih rednih elemenata. Opterećenje mreže je 75 %. Rezultati su prikazani u tabeli 7.7. Kraće vrijeme za izvršenje proračuna u slučaju 1 u odnosu na slučaj 2 je posledica manjeg broja faza sekcija i transformatora u mreži iz slučaja 1.

Tabela 7.7 – Proračuni miksovane i trofazne neuravnotežene mreže

Slučaj 1		Slučaj 2	
1	2	1	2
6	0.74	6	0.83

Četvrta klasa proračuna

U ovoj klasi proračuna predstavljeni su rezultati za četiri različite mreže. One se razlikuju po broju rednih elemenata: 1014 (mreža iz prethodne tri klase proračuna), 3581, 5232 i 10087. Osim po broju rednih elemenata, one se razlikuju i po broju i snazi napojnih transformatora. Njihov relativni odnos trofaznih, dvofaznih i monofaznih rednih elemenata je aproksimativno isti, osim mreže koja ima 10087 rednih elemenata. Poslednja mreža ima relativno veći broj trofaznih rednih elemenata i konsekvntno manji broj monofaznih rednih elemenata od prethodnih mreža. Sve mreže su opterećenje 75 %. Rezultati su prikazani u tabeli 7.8. Iz nje se, takođe, vidi da je odnos vremena poređenih postupaka opet oko 2.50 na štetu postupka IZBG.

Peta klasa proračuna

Druga mreža predstavljena u četvrtoj klasi proračuna (3581 rednih elemenata) ima 43 DG. Njihove nominalne snage su u opsegu od 10 do 1800 kVA. Svi su oni tipa PQ (četvrta klasa

proračuna). U ovoj klasi proračuna dvanaest od njih je simulirano da su tipa PV. Moduli njihovih napona su specificirani na vrijednost koja je za 5 % veća od vrijednosti napona čvorova, u kojima su oni priključeni, izračunata u četvrtoj klasi proračuna. Ograničenja reaktivnih snaga generatora priključenih u čvorovima tipa PV nisu uzeta u obzir. Proračun stanja mreže s DG tipa PV urađen je u skladu s referencom [21]. Dva slučaja proračuna su prikazana u tabeli 7.9. U prvom slučaju svih 12 DG tipa PV su uzeti u razmatranje kao da su tipa PQ. U drugom slučaju tih 12 DG su tipa PV. Mreža je opterećena 75 % u oba slučaja. Broj iteracija i vrijeme proračuna raste s porastom broja DG tipa PV u potpunoj saglasnosti sa standardnim BFS proračuna [20].

Table 7.8. Poređenje dva postupka na miksovanim mrežama različitih dimenzija

Broj rednih elemenata	GSSKN		IZBG	
	1	2	1	2
1014	6	0.74	6	1.87
3581	6	2.66	6	6.72
5232	6	3.79	6	9.59
10087	6	8.92	6	22.56

Tabela 7.9. Proračuni mreža bez i s DG tipa PV

Slučaj 1		Slučaj 2	
1	2	1	2
6	2.66	9	4.05

Na osnovu prikazanih rezultata mogu da se izdvoje sledeći zaključci:

1. Prva klasa proračuna (tabela 7.5) pokazuje da je postupak GSSKN značajno efikasniji od postupka IZBG (pa tako i od ostalih).
2. Druga klasa proračuna (tabela 7.6) pokazuje da spregnuti elementi i topološke neregularnosti ne narušavaju efikasnosti postupka GSSKN.
3. Treća klasa proračuna (tabela 7.7) pokazuje da postupak GSSKN može da se primjeni sa istom efikasnošću za proračun nesimetričnih režima i neuravnoteženih trofaznih i miksovanih mreža.
4. Četvrta klasa proračuna (tabela 7.8) pokazuje da vrijeme potrebno za proračun tokova snaga postupkom GSSKN raste s porastom dimenzija miksovane mreže u istom smislu kao kod standardnog postupka BFS.
5. Peta klasa proračuna (tabela 7.9) pokazuje da je efikasnost postupka GSSKN i standardnog postupka BFS ista kada u mreži postoje DG tipa PV. U oba postupka broj iteracija i vrijeme potrebno za proračun tokova snaga rastu s porastom broja DG tipa PV.

8. ZAKLJUČAK

Proračun tokova snaga slaboupetljanih aktivnih distributivnih mreža je u Uvodu stavljen u okviru DMS, a preko njega i u koncept pametnih mreža, kao jedna od osnovnih funkcija tog sistema, odnosno koncepta.

U disertaciji je postignut sledeći cilj koji je postavljen u uvodu: „Pokazati da standardne postupke BFS (čišćenje unaprijed/unazad) ne samo da ne treba napuštati prilikom proračuna tokova snaga neuravnoteženih slaboupetljanih aktivnih mreža (uključene miksovane), već da je to napuštanje kontraproduktivno, bar sa aspekta postupaka koji su do sada objavljeni u literaturi.“

U tu svrhu je razvijen postupak GSSKN integrisan u DMS. Integracija postupka GSSKN u DMS se sastoji od sledećeg: 1) postupak GSSKN se naslanja na jedinstvenu bazu podataka DMS i 2) rezultati dobijeni proračunom tokova snaga korišćenjem postupka GSSKN koriste se u velikom broju ostalih funkcija DMS (estimacija stanja, kvarovi, regulacija napona i reaktivnih snaga, optimalna konfiguracija mreže, restauracija napajanja itd.). Generalizacija je napravljena tako što su sve pogodnosti klasičnih postupaka BFS za proračun tokova snaga trofaznih uravnoteženih mreža u simetričnim režimima (direktnog redoslijeda), u odnosu na ostale postupke primjenjene za iste proračune, prenete i u domen uravnoteženih mreža u nesimetričnim režimima i neuravnoteženih mreža (u nesimetričnim režimima), sa uključenim miksovanim mrežama. Postupak GSSKN je izveden generalizacijom standardnog postupka BFS na sledeći način:

1. Uveden je nov tip čvorova – čvorovi faznog diskontinuiteta (ČFD).
2. Standardna numeracija slaboupetljanih trofaznih distributivnih mreža u simetričnim režimima generalizovana je s ciljem da se obuhvate neuravnotežene mreže sa uključenim miksovanim mrežama.
3. Miksovane mreže su podjeljene na regularne i neregularne.
4. Neregularnim mrežama su obuhvaćene sve neregularnosti⁵ koje se pojavljuju u praktičnim realizacijama neuravnoteženih mreža sa obuhvaćenim miksovanim mrežama.
5. Postupak GSSKN je u potpunosti saglasan sa standardnim postupkom BFS. Zasnovan je na modelu slaboupetljanih neuravnoteženih distributivnih mreža (obuhvaćene miksovane), koji je napisan direktnom primjenom Kichhoff-ovih zakona.
6. Taj model je riješen primenom Gauss/Seidel-og iterativnog postupka.

Na taj način su zadržane sve osobine standardnih postupaka BFS:

1. standardan tretman petlji;
2. standardan tretman DG;

⁵ Pod „svim neregularnostima“ podrazumjevaju se one na koje je autor nailazio u svom desetogodišnjem iskustvu sa sjevernoameričkim mrežama.

3. veoma jednostavan tretman regulacionih transformatora (pod opterećenjem i u beznaponskom stanju);
4. veoma jednostavan tretman kondenzatora (prigušnica) s lokalnom automatikom;
5. postupak nije osjetljiv na obradu kratkih sekcija, pa čak i sekcija s nultim parametrima; odnosno, problem slabe uslovljenosti matrica koje se faktorišu u postupcima orijentisanim na čvorove (matrica admitansi i matrica Jacobian-a), ovdje se ne pojavljuje;
6. vrlo jednostavan tretman induktivno i kapacitivno spregnutih različitih elemenata distributivnih mreža (vodova golih provodnika).

Predloženi postupak GSSKN prvo je upoređen sa sledećim – najreprezentativnijim postupcima specijalno razvijenih za proračun tokova snaga distributivnih mreža koji su predloženi u literaturi:

1. IZBG (postupak injektiranih struja); orijentisan je na čvorove i na metodu nezavisnih napona;
2. TCIM (modifikovan NR metod); orijentisan je na čvorove i na metodu nezavisnih napona;
3. DADS; orijentisan je na konture i na metodu konturnih struja.

U tu svrhu korišćene su test mreže IEEE sa 4 i 37 čvorova. Nakon toga postupak GSSKN je poređen samo s postupkom IZBG kao najefikasnijim među postupcima IZBG, TCIM i DADS. Miksovane mreže kao najkompleksnije neuravnotežene distributivne mreže su korišćene za to poređenje. Te mreže sadrže neregularnosti koje se pojavljuju u distributivnim mrežama i koje moraju da se uvažavaju u proračunima koji su industrijski proizvodi. Ta poređenja su pokazala sledeće dvije osnovne osobine postupka GSSKN:

1. Robusnost postupka GSSKN je u najlošijem slučaju jednaka s robusnošću ostalih postupaka razvijenih za proračun neuravnoteženih distributivnih mreža.
2. Postupak GSSKN je oko 2.50 puta brži od postupaka IZBG, TCIM i DADS. Osim toga, vrijeme neophodno za LU faktorizaciju matrice admitansi kod postupaka IZBG i TCIM, kao i vrijeme potrebno za množenje matrica kod postupka DADS, nije uzeto u obzir. Sa porastom broja elemenata mreže ta vremena mogu značajno da prevazilaze vrijeme potrebno za sam proračun tokova snaga.

Stoga, postupak GSSKN značajno podiže kvalitet i efikasnost proračuna u DMS jer mnoge prethodno navedene funkcije, koje koriste rezultate proračuna tokova snaga postaju veoma efikasne. Svakako, s podizanjem kvaliteta i efikasnosti DMS, kao osnovne platforme koncepta pametnih distributivnih mreža, rastu kvalitet i efikasnost tog koncepta.

Dakle, kvantitativnom verifikacijom performansi predloženog postupka, pokazano je da u proračunima nesimetričnih tokova snaga (ne)uravnoteženih distributivnih mreža (uključene miksovane) ne samo da nije potrebno, već nije racionalno da se napuste izuzetno efikasni postupci BFS koji su razvijeni za proračune simetričnih tokova snaga. Uz to, sa istom efikasnošću se ti proračuni mogu primjeniti i na proračune režima svih obuhvaćenih mreža s kratkim spojevima (taj problem nije bio predmet disertacije). Ali, ipak je potrebno naglasiti da jedinstven postupak (GSSKN) za oba osnovna proračuna distributivnih mreža – tokovi snaga i režimi s kratkim spojevima – čini DMS vrlo konzistentnim bar sa aspekta tih proračuna.

Istraživanja problema nesimetričnih tokova snaga (ne)uravnoteženih distributivnih mreža potrebno je da se usmjere ka sledećim, manje ili više složenim pitanjima:

- Da li se standardnim tipovima čvorova – ΘV , PQ i PV – dovoljno dobro odslikava priroda nesimetričnih režima trofaznih distributivnih mreža?
- Problem koji se odnosi na specifikaciju proizvodnje aktivne snage trofaznih DG i njihove proizvodnje reaktivne snage, odnosno napona.
- Problem ogromnog broja različitih sprega trofaznih transformatora. Ti transformatori treba da se modeluju i uvažavaju u algoritmima i softveru za proračun nesimetričnih tokova snaga. (Npr, samo sprega Dy ima šest: Dy1, 3, 5, 7, 9, 11, a svaka od njih ima dvije varijante – sa i bez uzemljenja zvjezdišta.)
- Izbor domena – fazni (s transformatorima realnih odnosa transformacije), domen simetričnih komponenti (s transformatorima kompleksnih odnosa transformacije) ili kombinacija oba – za obradu nesimetričnih tokova snaga trofaznih distributivnih mreža, a posebno miksovanih mreža.
- Realizacija proračuna režima distributivnih mreža s prekidima zasnovana na algoritmima razvijenim za proračun tokova snaga (unifikacija proračuna tokova snaga i režima s obje vrste kvarova – kratki spojevi i prekidi faza).

9. PRILOZI

U ovoj glavi je izložena materija koja je bitna za disertaciju ali bi opterećivala njen osnovni dio. U dijelu 9.1 prikazano je modelovanje električnih kola primjereno elektroenergetskim mrežama. U dijelu 9.2 prikazani su metodi za rješavanje sistema linearnih jednačina koji se koriste u elektroenergetici. Metodi za rješavanje sistema nelinearnih jednačina tipičnih za elektroenergetske sisteme prikazani su u dijelu 9.3. U dijelu 9.4 prikazano je određivanje parametara vodova golih provodnika. Određivanje rednih i otočnih parametara trofaznih transformatora prikazano je u dijelu 9.5. U dijelu 9.6 prikazano je uvažavanje petlji u proračunima tokova snaga distributivnih mreža, a uvažavanje DG prikazano je u dijelu 9.7. Tretman lokalne automatike u proračunima tokova snaga distributivnih mreža prikazan je u dijelu 9.8.

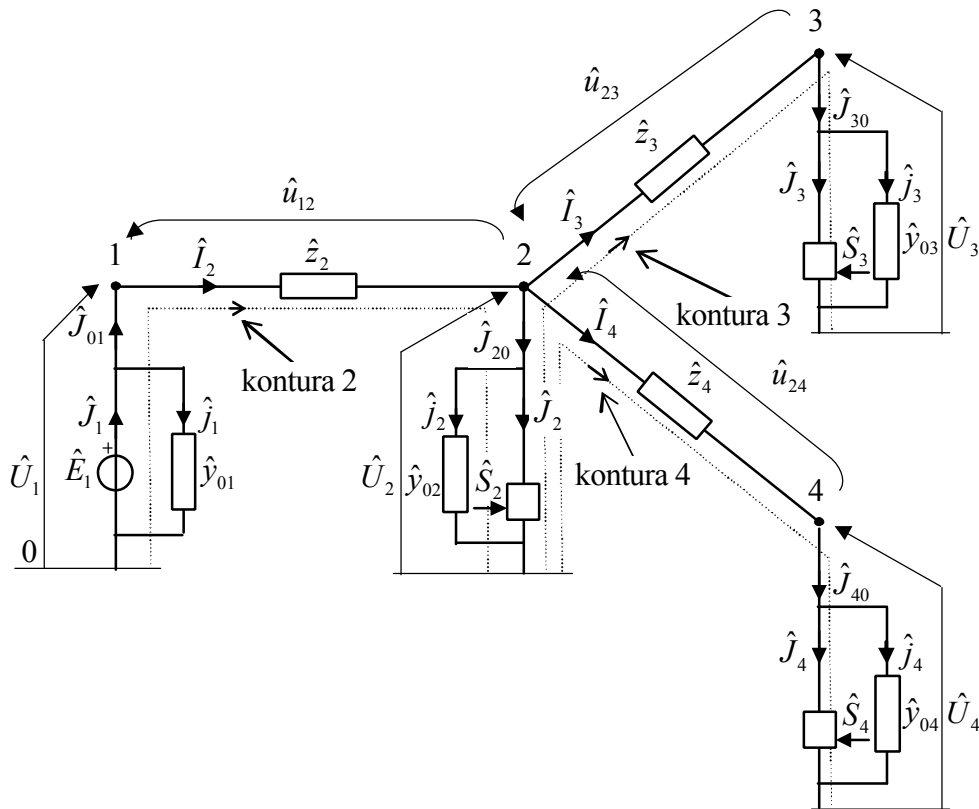
9.1. MODELOVANJE ELEKTROENERGETSKIH MREŽA

U ovom dijelu obrađeni su sledeći načini modelovanja električnih kola tipičnih za elektroenergetske mreže (Uvod, slika 1.2): 1) direktna primjena Kirchhoff-ovih zakona – paragraf 9.1.1, 2) metod nezavisnih napona – paragraf 9.1.2 i 3) metod konturnih struja – paragraf 9.1.3.

9.1.1. Direktna primena Kirchhoff-ovih zakona za modelovanje i proračun kola

U ovom paragrafu će se obraditi modelovanje i proračun ljestvičastih kola direktnom primjenom Kirchhoff-ovih zakona [66]. Primjer takvog kola dat je na slici 9.1.1.1. Ono je tipično za distributivne mreže. Kolo ima pet čvorova, $n_c = 5$: čvor nultog potencijala 0 (prikazan je višestruko – četiri puta, bez pridružene oznake za zemlju) i čvorovi 1, 2, 3 i 4. Njihovi naponi u odnosu na čvor nultog potencijala označeni su sa \hat{U}_i , $i = 1, 2, 3, 4$ (u subskriptu imaju jedan indeks). Kolo ima sedam grana, $n_g = 7$:

1. složena otoka (0–1), koju čine paralelna veza idealnog naponskog izvora s naponom \hat{U}_1 i impedantne (admitantne) grane admitanse \hat{y}_{01} – korjen mreže;
2. jednostavna redna impedantna (admitantna) grana (1–2) impedanse \hat{z}_2 ;
3. složena otoka (2–0), koju čine paralelna veza potrošača/generatora sa snagom \hat{S}_2 i impedantne (admitantne) grane admitanse \hat{y}_{02} ;
4. jednostavna redna impedantna (admitantna) grana (2–3), impedanse \hat{z}_3 ;
5. složena otoka (3–0), koju čine paralelna veza potrošača/generatora snage \hat{S}_3 i impedantna (admitantna) grana admitanse \hat{y}_{03} ;
6. jednostavna redna impedantna (admitantna) grana (2–4), impedanse \hat{z}_4 ;
7. složena otoka (4–0), koju čine paralelna veza potrošača/generatora snage \hat{S}_4 i impedantne (admitantne) grane admitanse \hat{y}_{04} .



Slika 9.1.1.1 – Razmatrano ljestvičasto kolo

Složene otko (0–1), (2–0), (3–0) i (4–0) čine otočne impedantne (admitantne) grane admitansi \hat{y}_{01} , \hat{y}_{02} , \hat{y}_{03} i \hat{y}_{04} , kao i grane s potrošačima/generatorima snaga \hat{S}_2 , \hat{S}_3 i \hat{S}_4 . Njihovi naponi su jednaki naponima čvorova \hat{U}_i , $i = 1, 2, 3, 4$. Naponi jednostavnih rednih grana (1–2), (2–3) i (2–4) označeni su sa \hat{u}_{12} , \hat{u}_{23} i \hat{u}_{24} (u subscriptu imaju dva indeksa). Za svaki od njih važi: $\hat{u}_{ij} = \hat{U}_i - \hat{U}_j$.

Jednostavne redne grane i složene otko čine konture. Broj nezavisnih kontura iznosi: $n_{kon} = n_g - n_c + 1 = 7 - 5 + 1 = 3$. One su izabrane i označene sa kontura 2, kontura 3 i kontura 4 – tačkaste linije na slici 9.1.1.1, sa izabranim referentnim smjerovima. Konture su numerisane od 2 do 4, a ne od 1 do 3 iz formalnih razloga. Svaka se kontura zatvara u čvoru nultog potencijala. On je označen sa 0 samo na jednom mestu – kod idealnog naponskog izvora \hat{E}_1 .

Potrebno je da se kolo modeluje direktnom primjenom Kirchhoff-ovih zakona i načelno utvrdi postupak za rješenje modela. Model treba da bude usmeren prema proračunu tokova snaga radijalnih distributivnih mreža (postupak SSKN). Eksitaciju čine napon jedinog idealnog naponskog izvora \hat{E}_1 i snage potrošača/generatora \hat{S}_2 , \hat{S}_3 i \hat{S}_4 . Referentni smjerovi tih snaga dati su na slici. Ako su aktivne snage tih uređaja pozitivne saglasno s referentnim smjerovima odgovarajućih snaga, onda ti uređaji troše aktivnu snagu. Isto važi i za reaktivne snage. Ako su aktivne snage tih uređaja negativne saglasno s referentnim smjerovima odgovarajućih snaga, onda ti uređaji proizvode aktivnu snagu (potrošači i generatori aktivne snage, respektivno). Isto važi i za reaktivne snage. Parametri kola \hat{y}_{01} , \hat{y}_{02} , \hat{y}_{03} , \hat{y}_{04} , \hat{z}_2 , \hat{z}_3 i \hat{z}_4 , poznati su.

Broj relacija modela saglasnih s Kirchhoff-ovim zakonima iznosi: $n_{kon} + n_c - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$:

$$\hat{J}_{01} - \hat{I}_2 = 0 \quad (\text{čvor 1}), \quad (9.1.1.1a)$$

$$\hat{I}_2 - \hat{J}_{20} - \hat{I}_3 - \hat{I}_4 = 0 \quad (\text{čvor 2}), \quad (9.1.1.1b)$$

$$\hat{I}_3 - \hat{J}_{30} = 0 \quad (\text{čvor 3}), \quad (9.1.1.1c)$$

$$\hat{I}_4 - \hat{J}_{40} = 0 \quad (\text{čvor 4}), \quad (9.1.1.1d)$$

$$\hat{U}_1 - \hat{u}_{12} - \hat{U}_2 = 0 \quad (\text{kontura 2}), \quad (9.1.1.1e)$$

$$\hat{U}_2 - \hat{u}_{23} - \hat{U}_3 = 0 \quad (\text{kontura 3}), \quad (9.1.1.1f)$$

$$\hat{U}_2 - \hat{u}_{24} - \hat{U}_4 = 0 \quad (\text{kontura 4}). \quad (9.1.1.1g)$$

Konstitutivne relacije grana glase:

$$\text{Grana (0-1): } \hat{U}_1 = \hat{E}_1, \quad (9.1.1.2a)$$

$$\text{Grana (1-2): } \hat{u}_{12} = \hat{z}_2 \hat{I}_2, \quad (9.1.1.2b)$$

$$\text{Grana (2-0): } \hat{U}_2 = \frac{1}{\hat{y}_{02}} \left(\hat{J}_{20} - \frac{\hat{S}_2}{\hat{U}_2^*} \right), \quad (9.1.1.2c)$$

$$\text{Grana (2-3): } \hat{u}_{23} = \hat{z}_3 \hat{I}_3, \quad (9.1.1.2d)$$

$$\text{Grana (3-0): } \hat{U}_3 = \frac{1}{\hat{y}_{03}} \left(\hat{J}_{30} - \frac{\hat{S}_3}{\hat{U}_3^*} \right), \quad (9.1.1.2e)$$

$$\text{Grana (2-4): } \hat{u}_{24} = \hat{z}_4 \hat{I}_4, \quad (9.1.1.2f)$$

$$\text{Grana (4-0): } \hat{U}_4 = \frac{1}{\hat{y}_{04}} \left(\hat{J}_{40} - \frac{\hat{S}_4}{\hat{U}_4^*} \right), \quad (9.1.1.2g)$$

odnosno:

$$\text{Grana (0-1): } \hat{U}_1 = \hat{E}_1, \quad (9.1.1.3a)$$

$$\text{Grana (1-2): } \hat{u}_{12} = \hat{z}_2 \hat{I}_2, \quad (9.1.1.3b)$$

$$\text{Grana (2-0): } \hat{J}_{20} = \hat{U}_2 \hat{y}_{02} + \frac{\hat{S}_2}{\hat{U}_2^*}, \quad (9.1.1.3c)$$

$$\text{Grana (2-3): } \hat{u}_{23} = \hat{z}_3 \hat{I}_3, \quad (9.1.1.3d)$$

$$\text{Grana (3-0): } \hat{J}_{30} = \hat{U}_3 \hat{y}_{03} + \frac{\hat{S}_3}{\hat{U}_3^*}, \quad (9.1.1.3e)$$

$$\text{Grana (2-4): } \hat{u}_{24} = \hat{z}_4 \hat{I}_4, \quad (9.1.1.3f)$$

$$\text{Grana (4-0): } \hat{J}_{40} = \hat{U}_4 \hat{y}_{04} + \frac{\hat{S}_4}{\hat{U}_4^*}. \quad (9.1.1.3g)$$

Konstitutivna relacije grane (0-1), (1-2), (2-3) i (2-4), linearne su. Konstitutivne relacije grana (2-0), (3-0) i (4-0), nelinearne su.

Ako se izrazi za struje \hat{J}_{20} (9.1.1.3c), \hat{J}_{30} (9.1.1.3e) i \hat{J}_{40} (9.1.1.3g), uvrste u relacije (9.1.1.1b), (9.1.1.1c) i (9.1.1.1d), napon \hat{U}_1 iz relacije (9.1.1.2a) u (9.1.1.1e), a izrazi za napone \hat{u}_{12} (9.1.1.3b), \hat{u}_{23} (9.1.1.3d) i \hat{u}_{24} (9.1.1.3f), uvrste u relacije (9.1.1.1e), (9.1.1.1f) i (9.1.1.1g), modelu (9.1.1.1) može da se da oblik:

$$\hat{J}_{01} = \hat{I}_2 \quad (\text{čvor 1}), \quad (9.1.1.4a)$$

$$\hat{I}_2 = \hat{U}_2 \hat{y}_{02} + \frac{\hat{S}_2}{\hat{U}_2^*} + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 \quad (\text{čvor 2}), \quad (9.1.1.4b)$$

$$\hat{I}_3 = \hat{U}_3 \hat{y}_{03} + \frac{\hat{S}_3}{\hat{U}_3^*} \quad (\text{čvor 3}), \quad (9.1.1.4c)$$

$$\hat{I}_4 = \hat{U}_4 \hat{y}_{04} + \frac{\hat{S}_4}{\hat{U}_4^*} \quad (\text{čvor 4}), \quad (9.1.1.4d)$$

$$\hat{U}_2 = \hat{E}_1 - \hat{z}_2 \hat{I}_2 \quad (\text{kontura 2}), \quad (9.1.1.4e)$$

$$\hat{U}_3 = \hat{U}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3 \quad (\text{kontura 3}), \quad (9.1.1.4f)$$

$$\hat{U}_4 = \hat{U}_2 - \hat{z}_4 \hat{I}_4 \quad (\text{kontura 4}). \quad (9.1.1.4g)$$

Ovaj model može da se restrukturira na sledeći način:

$$\hat{I}_2 = \hat{U}_2 \hat{y}_{02} + \frac{\hat{S}_2}{\hat{U}_2^*} + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 \quad (\text{čvor 2}), \quad (9.1.1.5a)$$

$$\hat{I}_3 = \hat{U}_3 \hat{y}_{03} + \frac{\hat{S}_3}{\hat{U}_3^*} \quad (\text{čvor 3}), \quad (9.1.1.5b)$$

$$\hat{I}_4 = \hat{U}_4 \hat{y}_{04} + \frac{\hat{S}_4}{\hat{U}_4^*} \quad (\text{čvor 4}), \quad (9.1.1.5c)$$

$$\hat{U}_2 = \hat{E}_1 - \hat{z}_2 \hat{I}_2 \quad (\text{kontura 2}), \quad (9.1.1.5d)$$

$$\hat{U}_3 = \hat{U}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3 \quad (\text{kontura 3}), \quad (9.1.1.5e)$$

$$\hat{U}_4 = \hat{U}_2 - \hat{z}_4 \hat{I}_4 \quad (\text{kontura 4}). \quad (9.1.1.5f)$$

$$\hat{J}_{01} = \hat{I}_2 \quad (\text{čvor 1}), \quad (9.1.1.5g)$$

Sedam relacija (9.1.1.5) čine sistem sa jedanaest varijabli. To su: tri struje grana: \hat{I}_2 , \hat{I}_3 i \hat{I}_4 , tri napona čvorova \hat{U}_2 , \hat{U}_3 i \hat{U}_4 , struja \hat{J}_{01} otko (0–1), napon \hat{E}_1 idealnog naponskog izvora u grani (0–1), kao i tri snage \hat{S}_2 , \hat{S}_3 i \hat{S}_4 . Neka su četiri veličine \hat{E}_1 , \hat{S}_2 , \hat{S}_3 i \hat{S}_4 poznate. One čine eksitaciju kola. Tako, model (9.1.1.5) može da se riješi po sedam veličina koje čine odziv kola: \hat{I}_2 , \hat{I}_3 i \hat{I}_4 , \hat{U}_2 , \hat{U}_3 , \hat{U}_4 i \hat{J}_{01} . Jednačina (9.1.1.5g) može da se raspregne od prethodnih šest jednačina pošto se struja \hat{J}_{01} pojavljuje samo u njoj i može da se direktno izračuna – ona je jednaka struji \hat{I}_2 . Ova struja se računa iz prethodnih šest jednačina. Dakle, osnovni problem razmatranog kola jeste rešenje šest simultanih jednačina (9.1.1.5a) do

(9.1.1.5f), po isto toliko nepoznatih veličina: \hat{I}_2 , \hat{I}_3 i \hat{I}_4 , \hat{U}_2 , \hat{U}_3 i \hat{U}_4 . One mogu da se restrukturiraju na sledeći način [zamjenjen redosljed jednačina (9.1.1.5a), (9.1.1.5b) i (9.1.1.5c)]:

$$\hat{I}_4 = \frac{\hat{S}_4}{\hat{U}_4^*} + \hat{U}_4 \hat{y}_{04} \quad (\text{čvor 4}), \quad (9.1.1.6a)$$

$$\hat{I}_3 = \frac{\hat{S}_3}{\hat{U}_3^*} + \hat{U}_3 \hat{y}_{03} \quad (\text{čvor 3}), \quad (9.1.1.6b)$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{S}_2}{\hat{U}_2^*} + \hat{U}_2 \hat{y}_{02} + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 \quad (\text{čvor 2}), \quad (9.1.1.6c)$$

$$\hat{U}_2 = \hat{E}_1 - \hat{z}_2 \hat{I}_2 \quad (\text{kontura 2}), \quad (9.1.1.6d)$$

$$\hat{U}_3 = \hat{U}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3 \quad (\text{kontura 3}), \quad (9.1.1.6e)$$

$$\hat{U}_4 = \hat{U}_2 - \hat{z}_4 \hat{I}_4 \quad (\text{kontura 4}). \quad (9.1.1.6f)$$

Prve tri relacije nisu linearne, a druge tri jesu. Dakle, sistem (9.1.1.6) jeste generalno nelinearan, pa treba da se rješava metodima za rješavanje nelinearnih simultanih jednačina (npr. Gauss/Seidel-ovim metodom – paragraf 9.3.2). Posle njegovog rješenja, raspolaže se s vrijednostima sledećih veličina: \hat{I}_2 , \hat{I}_3 i \hat{I}_4 , \hat{U}_2 , \hat{U}_3 i \hat{U}_4 , kao i eksitacijom kola: \hat{E}_1 , \hat{S}_2 , \hat{S}_3 i \hat{S}_4 (unapred specificirane četiri veličine). Sada mogu da se rekonstruišu (izračunaju) i sve ostale veličine kola sa slike 9.1.1.1 koje su od interesa:

$$\hat{j}_1 = \hat{U}_1 \hat{y}_{01}, \quad (9.1.1.7a)$$

$$\hat{J}_{01} = \hat{I}_2, \quad (9.1.1.7b)$$

$$\hat{J}_1 = \hat{j}_1 + \hat{J}_{01}, \quad (9.1.1.7c)$$

$$\hat{S}_1 = \hat{U}_1^* \hat{J}_1 \quad (\hat{S}_1 \text{ je kompleksna snaga kojom se aktivna i reaktivna energija iz idealnog naponskog izvora predaju ostatku kola}), \quad (9.1.1.7d)$$

$$\hat{j}_2 = \hat{U}_2 \hat{y}_{02}, \quad (9.1.1.7d)$$

$$\hat{J}_2 = \frac{\hat{S}_2}{\hat{U}_2^*}, \quad (9.1.1.7e)$$

$$\hat{J}_{20} = \hat{j}_2 + \hat{J}_2,$$

$$\hat{j}_3 = \hat{U}_3 \hat{y}_{03}, \quad (9.1.1.7f)$$

$$\hat{J}_3 = \frac{\hat{S}_3}{\hat{U}_3^*}, \quad (9.1.1.7g)$$

$$\hat{J}_{30} = \hat{j}_3 + \hat{J}_3, \quad (9.1.1.7h)$$

$$\hat{j}_4 = \hat{U}_4 \hat{y}_{04}, \quad (9.1.1.7i)$$

$$\hat{J}_4 = \frac{\hat{S}_4}{\hat{U}_4^*}, \quad (9.1.1.7j)$$

$$\hat{J}_{40} = \hat{j}_4 + \hat{J}_4. \quad (9.1.1.7k)$$

Kolo sa slike 9.1.1.1 može da se pojednostavljeno prikaže kao na slici 9.1.1.2a. Ta pojednostavljena forma razmatranog ljestvičastog kola tipična je za predstavu radijalnih

distributivnih mreža u svrhu modelovanja i proračuna tokova snaga. Na njoj su istaknute samo veličine od neposrednog interesa i to na uobičajen način: kompleksne snage potrošnje/proizvodnje u čvorovima označene su strelicama usmjerenim od čvorova, a otoka prvog čvora je izvučena „izvan“ kola pošto nije od neposrednog interesa; njen režim može da se izračuna nezavisno od režima ostatka kola – koristeći se poznatim naponom \hat{E}_1 . Kada se specificira kolo sa slike 9.1.1.2a, tada za njega mogu da se vrlo jednostavno i jednoznačno napišu relacije (9.1.1.6) – suštinski deo modela razmatranog kola sa slike 9.1.1.1, odnosno 9.1.1.2a.

Zbog raspregnute jednačine napisane prema strujnom Kirchhoff-ovom zakonu za čvor 1, ljestvičasto kolo se prikazuje kolom koje nema drugih otoka u prvom čvoru, osim priključenog idealnog naponskog izvora. Takvo kolo je prikazano na slici 9.1.1.2b.

Sada može da se izvede sledeći zaključak koji je suštinski za proračune tokova snaga radijalnih distributivnih mreža:

1. ključni dio modela koji treba i može da se riješi prvi, čine šest jednačina (9.1.1.6), po šest struja grana i napona čvorova (osim prvog koji je poznat); te jednačine nisu lineare zbog nelinearnosti prve tri;
2. na osnovu tog rješenja, jednostavno (direktno) računaju se preostale nepoznate veličine: struja i snaga idealnog naponskog izvora priključenog u čvoru 1, struje potrošača/generatora itd, koristeći se relacijama (9.1.1.7).

Ključnom delu modela (9.1.1.6) može da se da sledeća forma:

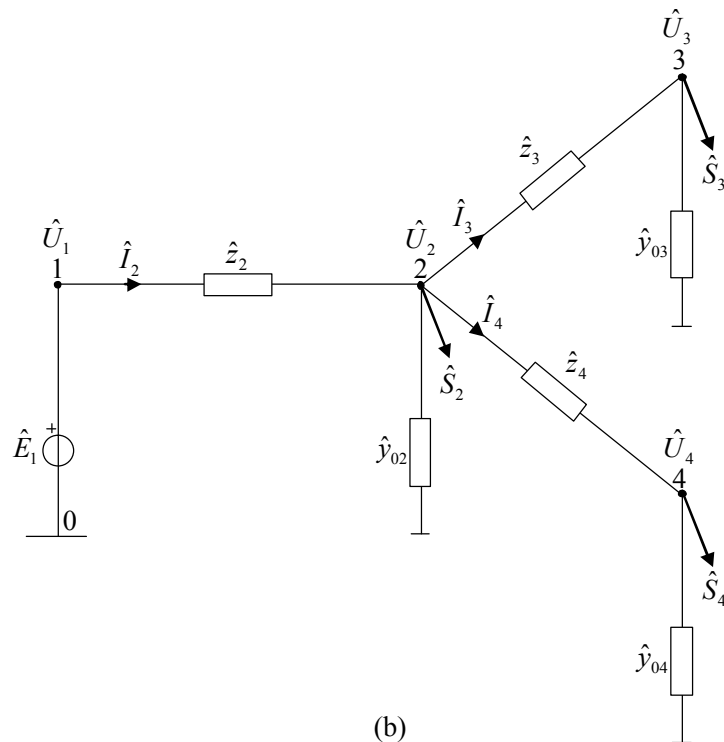
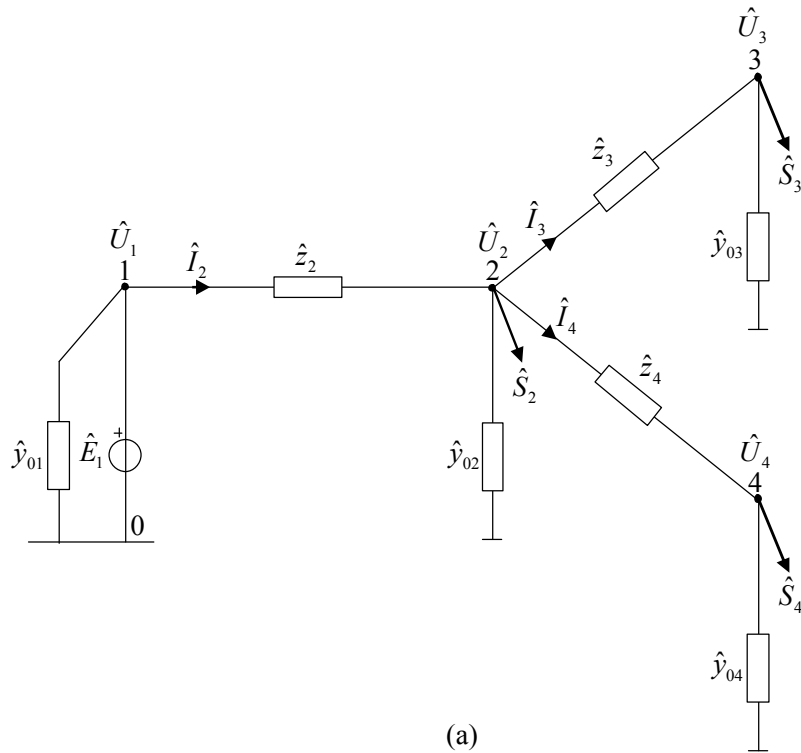
$$\hat{I}_k = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k} + \hat{U}_k \hat{y}_{0k} + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j, \quad k = 4, 3, 2; \quad (9.1.1.8a)$$

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{z}_k \hat{I}_k, \quad k = 2, 3, 4. \quad (9.1.1.8b)$$

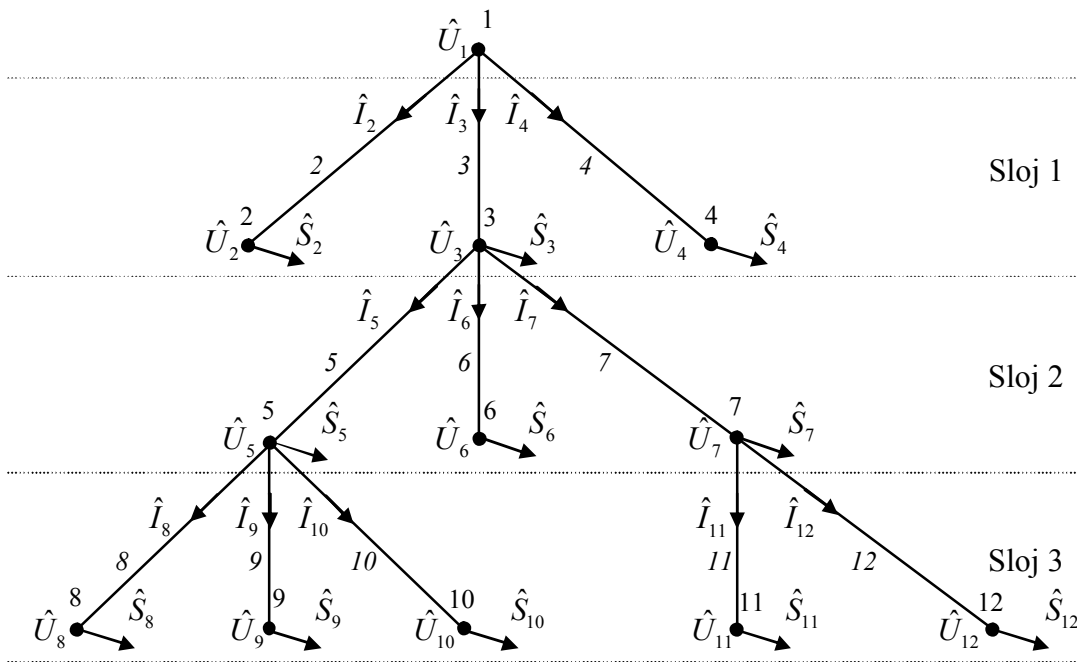
Sa α_k je označen skup indeksa struja rednih grana koje se napajaju sa čvora k . Npr. za čvor 2 sa slike 9.1.1.1 odnosno 9.1.1.2: $\alpha_2 = \{3, 4\}$. Skupovi α_k koji se odnose na čvorove s kojih se ne napajaju druge redne grane prazni su skupovi ($\alpha_3 = \alpha_4 = \emptyset$). Sa K i k označeni su čvor redne grane k .

Na osnovu prethodnog izlaganja, postupak za proračun opisane specijalne klase ljestvičastih kola može da se generalizuje. Neka se razmatra ljestvičasto kolo sa n čvorova i $(n-1)$ rednom granom, koje je primjerom prikazano na slici 9.1.1.3 ($n = 12$). Prikaz kola je još više pojednostavljen u odnosu na kola sa slike 9.1.1.2. Čvor nultog potencijala nije istaknut. Čvorovi su označeni kružićima. U čvoru 1 priključen je idealni naponski izvora sa specificiranim naponom \hat{U}_1 (to je čvor koji je isti s čvorom 1 kola sa slike 9.1.1.2b). U ostalim čvorovima su priključeni potrošači ili generatori sa specificiranim snagama potrošnje odnosno proizvodnje \hat{S}_k , $k = 2, 3, \dots, n$ (to su čvorovi koji su isti sa čvorovima 2, 3 i 4 kola sa slika 9.1.1.1 i 9.1.1.2). U svakom je čvoru priključena otočna impedantna (admitantna) grana admitanse \hat{y}_{0k} , $k = 2, 3, \dots, n$. Te grane nisu prikazane na slici 9.1.1.3. Redna grana koja prethodi čvoru ima redni broj jednak rednom broju čvora. Redne impedantne (admitantne) grane su označene linijama i numerisane italic-om. Njih ima $n-1$. Indeks impedansi grana jednak je indeksu redne grane: \hat{z}_k , $k = 2, 3, \dots, n$. Numeracija mreže izvršena je po *slojevima*. Prvi sloj čine redne grane koje se

napajaju direktno sa čvora 1. Njihovi indeksi počinju sa 2 i povećavaju se za jedan, do iscrpljivanja svih rednih grana prvog sloja. Drugi sloj čine redne grane koje se napajaju s rednih grana prvog sloja. Oni se numerišu od najvećeg indeksa prvog sloja, uvećanog za jedan itd. Treći sloj čine redne grane koje se napajaju s rednih grana drugog sloja itd. Svaka redna grana ima dva čvora – prvi i drugi čvor (prvi čvor je bliži čvoru 1 od drugog). Za rednu granu k , ta dva čvora su numerisana sa k (dalji od čvora 1) i K (bliži čvoru 1). Drugi čvor redne grane jednako je numerisan kao i redna grana.



Slika 9.1.1.2 – Radijalno kolo sa slike 9.1.1.1 – pojednostavljen prikaz (a) i ekvivalentno kolo (b)

Slika 9.1.1.3 – Radijalno kolo sa n čvorova ($n=12$)

Matematički model, postupak za proračun i rekonstrukcija režima razmatranog kola sastoji se od sledećih koraka:

1. utvrđivanje relacija bilansa struja u svim čvorovima kola (osim prvog), koje su saglasne sa strujnim Kirchhoff-ovim zakonom:

$$\hat{I}_k = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k^*} + \hat{U}_k \hat{y}_{0k} + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j, \quad k = n, n-1, \dots, 3, 2. \quad (9.1.1.9)$$

Slično kao u slučaju kola sa slika 9.1.1.1 i 9.1.1.2, sa α_k je označen skup indeksa rednih grana koje se napajaju sa redne grane k – npr, za čvor 3 sa slike 9.1.1.3: $\alpha_3 = \{5, 6, 7\}$; skupovi α_k koji se odnose na čvorove s kojih se ne napajaju druge redne grane prazni su skupovi ($\alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_6 = \alpha_8 = \alpha_9 = \alpha_{10} = \alpha_{11} = \alpha_{12} = \emptyset$).

2. utvrđivanje relacija prema naponskom Kirchhoff-ovom zakonu za konture koje sadrže jednu nezavisnu rednu granu:

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{z}_k \hat{I}_k, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (9.1.1.10)$$

3. kompleksnih relacija (9.1.1.9) i (9.1.1.10) ima $2n - 2$. One su algebarske, kompleksne, simultane i nelinearne. Taj sistem jednačina treba da se riješi po isto toliko nepoznatih (kompleksnih) veličina – $(2n - 2)$: \hat{I}_k i \hat{U}_k , $k = 2, 3, \dots, n$ (napon čvora 1 je poznat, a struja \hat{I}_1 nije uvedena). Osnovne nepoznate veličine tog kola jesu naponi čvorova – stanje kola. Zbog nelinearnosti njegovog modela – (9.1.1.10) i (9.1.1.11), za njegovo rešavanje mora da se koristi neki od matematičkih (numeričkih) metoda za rješavanje sistema nelinearnih jednačina.
4. rekonstrukcija svih veličina koje su od interesa koristeći se relacijama s formom (9.1.1.7).

Ovim izlaganjima utvrđena je osnovna teorijska platforma za modelovanje i proračun distributivnih mreža direktnom primjenom Kirchhoff-ovih zakona.

9.1.2. Metod nezavisnih napona

Metod nezavisnih napona (metod nezavisnih potencijala čvorova) predstavlja specijalnu sintezu primjene oba Kirchhoff-ova zakona za modelovanje električnih kola. On je demonstriran na jednostavnom kolu s tri čvora, koje je prikazano na slici 9.1.2.1a. Jednostavnost kola se sastoji od toga što u njemu nema spregnutih elemenata (elektromagnetskih sprega i idealnih transformatora). I ova razmatranja se direktno odnose na ekvivalentna kola distributivnih mreža.

Utvrđivanje čvora nultog potencijala kola, osnovni je korak u pripremi kola za modelovanje metodom nezavisnih napona. Na slici 9.1.2.1b taj čvor je označen s 0. On je „razvučen ispod” ostalih čvorova. Njegov izbor nije ničim ograničen. U odnosu na taj čvor, određuju se *naponi* (potencijali) ostalih čvorova. Ti čvorovi se numerišu počevši s jedinicom. Dakle, tako numerisano kolo se sastoji od $(2+1)=3$ čvora, numerisanih sa 0 (čvor nultog potencijala), 1 i 2. Sa \hat{U}_1 i \hat{U}_2 označeni su naponi čvorova 1 i 2 (u odnosu na čvor nultog potencijala 0) – slika 9.1.2.1b.

Radi striktnog modelovanja kola metodom nezavisnih napona, svi naponski izvori treba da se transformišu u strujne (slika 9.1.2.1c). Pored toga, uz definisane napone, potrebno je da se definišu i injektirane struje svih čvorova (osim čvora nultog potencijala). Pod *injektiranom strujom* čvora podrazumeva se suma struja svih strujnih izvora koji se stiču u čvor. Pri tome se struje koje utiču u čvor uzimaju sa znakom plus, a one koje ističu iz njega sa znakom minus. Dakle za kolo u ovom primjeru injektirane struje glase:

$$\begin{aligned}\hat{J}_1 &= -\hat{I}_1, \\ \hat{J}_2 &= \hat{I}_1 - \hat{I}_2.\end{aligned}\tag{9.1.2.1}$$

Matematički model ovog kola primjenom metoda nezavisnih napona u matricnoj formi glasi:

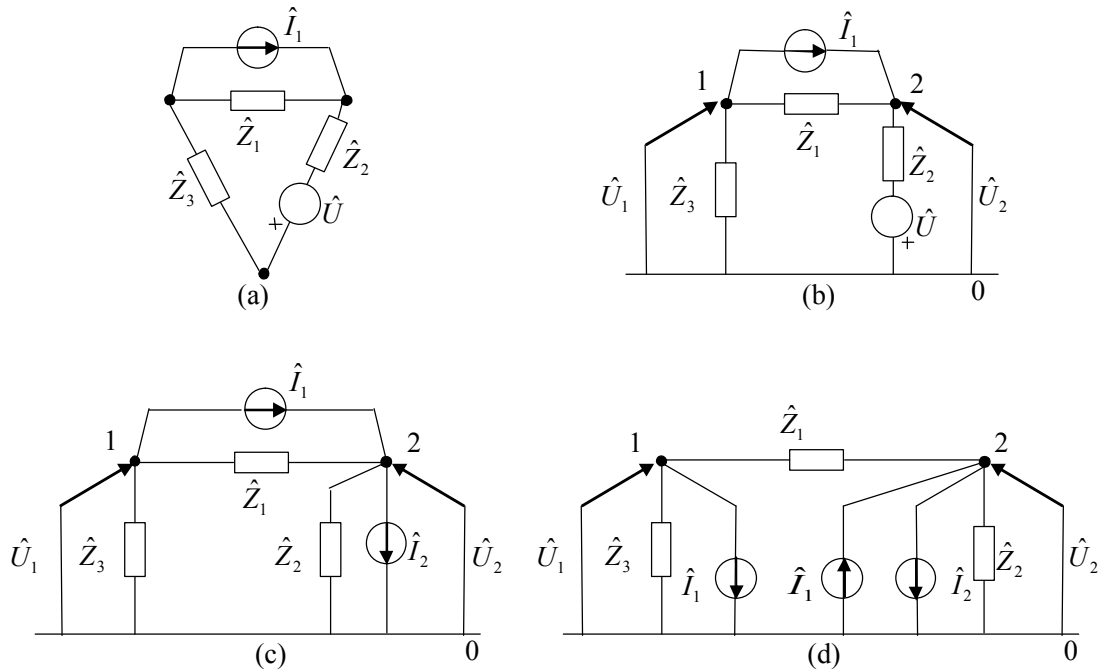
$$\begin{bmatrix} \hat{J}_1 \\ \hat{J}_2 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{Y}} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix},\tag{9.1.2.2}$$

pri čemu matrica $\hat{\mathbf{Y}}$ predstavlja *matricu admitansi* kola:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{11} & \hat{y}_{12} \\ \hat{y}_{21} & \hat{y}_{22} \end{bmatrix}.\tag{9.1.2.3}$$

Radi određivanja elemenata matrice admitansi, potrebno je da se definišu:

1. *otočna grana čvora* kojom je taj čvor direktno povezan sa čvorom nultog potencijala 0. Jedan čvor ne mora, ali može da ima jednu ili više otočnih grana, koje su međusobno paralelne;
2. *redna grana dva čvora* kojom su ta dva čvora direktno povezana. Dva čvora ne moraju ali mogu da budu direktno povezana s jednom ili više rednih grana, koje su međusobno paralelne.



Slika 9.1.2.1 – Kolo za demonstraciju metoda nezavisnih napona (a), s numerisanim čvorovima, utvrđenim (razvučenim) čvorom nultog potencijala 0 i utvrđenim naponima ostalih čvorova (b), s naponskim izvorom transformisanim u strujni (c) i alternativa varijanti s prethodne slike (d)

Kolo čine dvije impedantne (admitantne) grane, jedan naponski i jedan strujni izvor.

Neka se sada razmatra kolo sa $n+1$ čvorova. Jedan od njih je čvor nultog potencijala. On je numerisan nulom, a ostali čvorovi numerisani su od jedinice do n . Ako se sve paralelne grane zamjene ekvivalentnim granama, elementi matrice admitansi kola s $n+1$ čvorova (jedan od njih je čvor nultog potencijala), bez spregnutih elemenata, definišu su na sledeći način:

1. dijagonalni elementi jednaki su sumama admitansi svih (ekvivalentnih) grana koje se stiču u korespondentne čvorove; to je suma admitansi (ekvivalentnih) rednih grana incidentnih tom čvoru i njegove (ekvivalentne) otočne grane;
2. vandijagonalni elementi jednaki su admitansama korespondentnih rednih (ekvivalentnih) grana (onih između čvorova koji odgovaraju indeksima vandijagonalnih elemenata) s promjenjenim znakom:

$$\hat{y}_{ii} = \sum_{j=1}^n \hat{Y}_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (9.1.2.4a)$$

$$\hat{y}_{ij} = \hat{y}_{ji} = -\hat{Y}_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad j \neq i, \quad (9.1.2.4b)$$

gdje je sa \hat{Y}_{ii} označena admitansa otočne (ekvivalentne) grane priključene u čvoru i , $i = 1, 2, \dots, n$, a sa \hat{Y}_{ij} admitansa redne (ekvivalentne) grane priključene između čvorova i i j , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$, $j \neq i$. Na osnovu toga, očigledno je da se matrica admitansi kola bez spregnutih elemenata generiše jednostavno – inspekcijom i simetrična je.

Za razmatrani primjer kola sa slike 9.1.2.1c, prema relacijama (9.1.2.4), elementi matrice admitansi iznose:

$$\hat{y}_{11} = \frac{1}{\hat{Z}_1} + \frac{1}{\hat{Z}_3}, \quad \hat{y}_{22} = \frac{1}{\hat{Z}_1} + \frac{1}{\hat{Z}_2}, \quad \hat{y}_{12} = \hat{y}_{21} = -\frac{1}{\hat{Z}_1}, \quad (9.1.2.5)$$

odnosno, matrica admitansi glasi:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{Z}_1} + \frac{1}{\hat{Z}_3} & -\frac{1}{\hat{Z}_1} \\ -\frac{1}{\hat{Z}_1} & \frac{1}{\hat{Z}_1} + \frac{1}{\hat{Z}_2} \end{bmatrix}. \quad (9.1.2.6)$$

Na slici 9.1.2.1d prikazano je kolo ekvivalentno kolu na slici 9.1.2.1c. Ekvivalencija se jednostavno dokazuje modelovanjem tog kola primjenom metoda nezavisnih napona. Očigledno je da je model kola sa slike 9.1.2.1d identičan s modelom kola sa slike 9.1.2.1c. Ekvivalencija je zasnovana na sledeće dvije činjenice: 1 – redne i otočne grane (njihove admitanse) u oba kola jesu jednake, pa su im jednake i matrice admitansi i 2 – sume struja strujnih izvora u oba kola jesu jednake za oba čvora, pa su i injektirane struje čvorova u oba kola iste.

Na osnovu dosadašnjih izlaganja je očigledno da je simetričnom matricom admitansi jednoznačno određena topologija i parametri kola bez spregnutih elemenata.

Ako je model tokova snaga zasnovan na metodu nezavisnih napona onda u svakoj iteraciji, na osnovu proračunate aproksimacije struja, proračunavaju se nove aproksimacije napona. Da bi se proračunali naponi neophodno je koristiti Gauss-ovu redukciju ili češće (implicitnu) inverziju matrice admitansi. Ovo predstavlja jednu od osnovnih nedostataka modela tokova snaga koji su zasnovani na metodu nezavisnih napona.

9.1.3. Metod konturnih struja

Kao i metod nezavisnih napona, metod konturnih struja predstavlja specijalnu, ali drugačiju sintezu primjene oba Kirchhoff-ova zakona za modelovanje električnih kola [67]. Izlaganje metoda biće usmjereno prema proračunu tokova snaga radijalnih distributivnih mreža (postupak SSKN).

Neka se razmatra kolo sa $n+1$ čvorova, sa ubrojanim čvorom nultog potencijala i n_g grana. Matematički model tog kola, saglasan s metodom konturnih struja, konstituise se na sledeći način:

Algoritam I – Konstituisanje matematičkog modela kola saglasno s metodom konturnih struja

1. Utvrđivanje broja *nezavisnih kontura* koje treba da se odrede. Nezavisna je ona kontura koje sadrži granu koja ne pripada ni jednoj drugoj konturi. Njih ima $n_k = n_g - n$ (broj grana umanjen za broj čvorova bez čvora nultog potencijala).
2. Utvrđivanje n_k kontura u razmatranom kolu, sa odgovarajućim referentnim smjerovima, tako da ni jedna od kontura ne sadrži dvije grane sa idealnim strujnim izvorima:
 - 2.1. prvih n_{k1} kontura se odredi tako da ne sadrže ni jednu granu s idealnim strujnim izvorom;

- 2.2. drugih n_{k2} kontura ($n_{k1} + n_{k2} = n_k$) odredi se tako da svaka od njih sadrži po jednu granu s idealnim strujnim izvorom. Svaka od ovih kontura jeste nezavisna, pošto odgovarajuća grana s idealnim strujnim izvorom pripada samo toj konturi.
3. Matematički model kola se sastoji od *jednačina konturnih struja* zapisanih samo za one konture koje ne sadrže grane s idealnim strujnim izvorima (drugi Kirchhoff-ov zakon za svaku od tih kontura).

Proračun tako utvrđenog matematičkog modela se sastoji od sledećih koraka:

Algoritam II – Proračun matematičkog modela kola napisanog saglasno s metodom konturnih struja

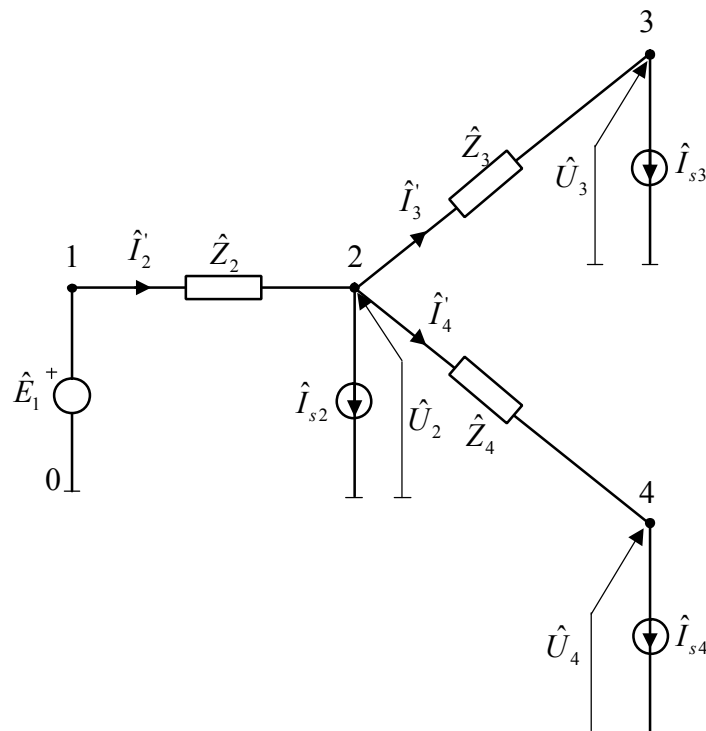
1. Utvrđivanje vrijednosti konturnih struja u svim konturama za koje nisu zapisane jednačine konturnih struja: one su jednake strujama odgovarajućih (jedinstvenih) idealnih strujnih izvora u granama tih kontura, s istim znakom ako se referentni smjerovi struja idealnih strujnih izvora i kontura poklapaju i sa suprotnim znakom ako se ne poklapaju;
2. Rješavanje sistema jednačina konturnih struja po preostalim nepoznatim konturnim strujama.
3. Izračunavanje struja grana:
 - 3.1. u okviru nezavisnih kontura, struje grana koje ne pripadaju drugim konturama jednake su konturnim strujama tih kontura, sa istim znakom ako se referentni smjerovi konturnih struja i struja grana poklapaju i suprotnim znakom ako se ne poklapaju;
 - 3.2. struje grana koje istovremeno pripadaju različitim konturama jednake su sumi konturnih struja tih kontura, gde se svaka konturna struja, čiji se referentni smjer poklapa s referentnim smjerom struje grane, uzima sa znakom plus, a sa znakom minus kada se ti smjerovi ne poklapaju.
4. Izračunavanje napona čvorova u odnosu na čvor nultog potencijala, koristeći se strujama grana (drugi Kirchhoff-ov zakon za svaku granu).

Na osnovu ovih razmatranja može da se zaključi: Ako se razmatra kolo u kojem su sve izabrane konture nezavisne i ako se u grani svake konture koja ne pripada ni jednoj od ostalih kontura nalazi idealan strujni izvor, onda se za modelovanje tog kola primjenom metoda konturnih struja ne piše ni jedna konturna jednačina (korak 3 Algoritma I). Konturne struje su jednake strujama odgovarajućih idealnih strujnih izvora (korak 1 Algoritma II), pa struje u ostalim granama mogu da se direktno računaju na osnovu tako poznatih konturnih struja (korak 3 Algoritma II) i da se odmah pređe na proračun napona kola (korak 4 Algoritma II). Upravo ova razmatranja važe za obradu svake iteracije proračuna radijalnih distributivnih mreža opisanih u drugoj glavi. Primjer takve obrade slijedi.

Razmatra se kolo prikazano na slici 9.1.3.1. I ono je tipično za distributivne mreže. Primjenom metoda konturnih struja potrebno je da se proračuna režim u kolu, ako je poznata eksitacija koju čine napon idealnog naponskog izvora \hat{E}_1 i idealni strujni izvori sa strujama $\hat{I}_{s1}, \hat{I}_{s2}, \hat{I}_{s3}$.

Saglasno s korakom 1 Algoritma I, kolo prikazano na slici 9.1.3.1 ima tri nezavisne konture ($n_k = n_g - n = 7 - 4 = 3$), od kojih svaka sadrži po jednu granu sa idealnim strujnim izvorom. Zato: $n_{k1} = 0$, $n_{k2} = n_k - n_{k1} = 3 - 0 = 3$ – korak 2 Algoritma I. Te konture (svaka sa odgovarajućom granom koja sadrži idealan strujni izvor) – I, II i III, kao i njihovi izabrani referentni smjerovi, prikazani su na slici 9.1.3.2. Sve tri konture su nezavisne – korak 1 Algoritma I.

Pošto u svakoj od utvrđenih kontura postoji grana s idealnim strujnim izvorom, ne treba da se pišu jednačine konturnih struja, nego su konturne struje jednake strujama idealnih strujnih izvora (korak 3 Algoritma I i korak 1 Algoritma II):



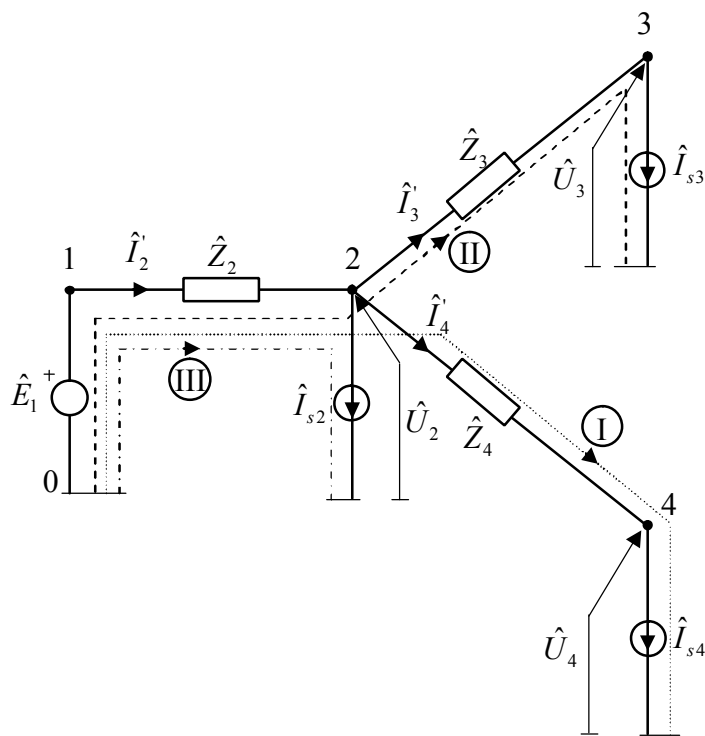
Slika 9.1.3.1 – Razmatrano kolo

$$\begin{aligned}\hat{I}_I &= \hat{I}_{s4}, \\ \hat{I}_{II} &= \hat{I}_{s3}, \\ \hat{I}_{III} &= \hat{I}_{s2}.\end{aligned}\tag{9.1.3.1}$$

Kada su određene konturne struje, potrebno je da se izračunaju struje grana. Saglasno s korakom 3 Algoritma II, struje grana glase:

$$\begin{aligned}\hat{I}'_4 &= \hat{I}_I, \\ \hat{I}'_3 &= \hat{I}_{II}, \\ \hat{I}'_2 &= \hat{I}_I + \hat{I}_{II} + \hat{I}_{III},\end{aligned}\tag{9.1.3.2}$$

odnosno:



Slika 9.1.3.2 – Razmatrano kolo sa označenim nezavisnim konturama

$$\begin{aligned}
 \hat{I}'_4 &= \hat{I}_{s4}, \\
 \hat{I}'_3 &= \hat{I}_{s3}, \\
 \hat{I}'_2 &= \hat{I}_{s2} + \hat{I}'_3 + \hat{I}'_4.
 \end{aligned}
 \tag{9.1.3.3}$$

Saglasno s korakom 4 Algoritma II, naponi čvorova u odnosu na čvor nultog potencijala računaju se primjenom drugog Kirchhoff-ovog zakona:

$$\begin{aligned}
 \hat{U}_2 &= \hat{U}_1 - \hat{Z}_2 \hat{I}'_2, \\
 \hat{U}_3 &= \hat{U}_2 - \hat{Z}_3 \hat{I}'_3, \\
 \hat{U}_4 &= \hat{U}_2 - \hat{Z}_4 \hat{I}'_4.
 \end{aligned}
 \tag{9.1.3.4}$$

Određivanjem napona čvorova proračunat je režim razmatranog kola – slika 9.1.3.1, primjenom metoda konturnih struja.

Potrebno je da se primjeti da su konture u razmatranom kolu mogle (i morale) da se izaberu tako da nije trebalo da se eksplicira ni jedna jednačina konturnih struja, a da se konturne struje odrede (izračunaju). Poslije toga, struje grana su direktno određene iz već određenih konturnih struja, pa se praktično direktno prišlo proračunu napona čvorova.

Za razliku od opšteg metoda konturnih struja [67], iz naprijed opisane forme tog metoda direktno slijedi postupak SSKN.

Postupak za proračun tokova snaga opisan u [35] zasniva se na metodu konturnih struja. Taj postupak ima nedostatak jer je potrebno u svakoj iteraciji množiti dvije matrice. Ako je distributivna mreža velikih dimenzija te matrice su takođe velikih dimenzija, pa to množenje postaje vrlo zahtjevno što utiče na performanse postupka.

9.2. METODI ZA RJEŠAVANJE SISTEMA LINEARNIH JEDNAČINA

U ovom dijelu su obrani sledeći metodi za rješavanje sistema linearnih jednačina: 1) osnovni Gauss-ov metod (Gauss-ova redukcija ili Gauss-ov metod sukcesivnih eliminacija) – paragraf 9.2.1 i 2) LU faktorizacija (implicitna inverzija) – paragraf 9.2.2. Drugi metod predstavlja izvedenu varijantu prvog.

9.2.1. Osnovni Gauss-ov metod (Gauss-ova redukcija)

Razmatra se određen sistem linearnih jednačina [42]:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1m}x_m, \\
 b_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2m}x_m, \\
 b_3 &= a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3m}x_m, \\
 &\vdots \\
 b_m &= a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mm}x_m.
 \end{aligned} \tag{9.2.1.1}$$

Gauss-ov metod sukcesivnih eliminacija (Gauss-ova redukcija) se sastoji od sukcesivnih eliminacija nepoznatih veličina iz jednačina u osnovnoj formi sistema (9.2.1.1). Radi toga se nad tim sistemom vrši $(m-1)$ transformacija, sve dok se on ne dovede u gornju trougaonu formu. Iz te forme se računaju vrijednosti nepoznatih veličina.

Neka je $a_{11} \neq 0$. Neka se druga od jednačina sistema (9.2.1.1) sabere s prvom jednačinom prethodno pomnoženom faktorom $(-a_{21}/a_{11})$; neka se tako dobijenom jednačinom zamjeni druga jednačina sistema (9.2.1.1). U ovako dobijenoj drugoj jednačini koeficijent uz nepoznatu veličinu x_1 jednak je nuli. Ako je $a_{21}=0$, tada druga jednačina ne treba da se transformiše na opisani način, već da se ostavi u njenoj osnovnoj formi. Neka se isti postupak sprovede i sa trećom, četvrtom itd., sve do m -te jednačine, koja se dobija sabiranjem originalne m -te jednačine s prvom, prethodno pomnoženom faktorom $(-a_{m1}/a_{11})$. Ponovo, ako je $a_{m1}=0$, tada m -ta jednačina ne treba da se transformiše na opisani način, već da se ostavi u njenoj osnovnoj formi. Uz pomenuti uslov da je $a_{11} \neq 0$, uvažavajući umjesto osnovnih, novoformirane ekvivalentne jednačine od druge do m -te, sistemu jednačina (9.2.1.1) može da se da sledeći ekvivalentan oblik:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1m}x_m, \\
 b_2 - \frac{a_{21}}{a_{11}}b_1 &= \left(a_{22} - \frac{a_{21}}{a_{11}}a_{12} \right)x_2 + \left(a_{23} - \frac{a_{21}}{a_{11}}a_{13} \right)x_3 + \dots + \left(a_{2m} - \frac{a_{21}}{a_{11}}a_{1m} \right)x_m, \\
 b_3 - \frac{a_{31}}{a_{11}}b_1 &= \left(a_{32} - \frac{a_{31}}{a_{11}}a_{12} \right)x_2 + \left(a_{33} - \frac{a_{31}}{a_{11}}a_{13} \right)x_3 + \dots + \left(a_{3m} - \frac{a_{31}}{a_{11}}a_{1m} \right)x_m, \\
 &\vdots \\
 b_m - \frac{a_{m1}}{a_{11}}b_1 &= \left(a_{m2} - \frac{a_{m1}}{a_{11}}a_{12} \right)x_2 + \left(a_{m3} - \frac{a_{m1}}{a_{11}}a_{13} \right)x_3 + \dots + \left(a_{mm} - \frac{a_{m1}}{a_{11}}a_{1m} \right)x_m,
 \end{aligned} \tag{9.2.1.2}$$

odnosno:

$$\begin{aligned}
b_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1m}x_m, \\
b_2^1 &= a_{22}^1x_2 + a_{23}^1x_3 + \dots + a_{2m}^1x_m, \\
b_3^1 &= a_{32}^1x_2 + a_{33}^1x_3 + \dots + a_{3m}^1x_m, \\
&\vdots \\
b_m^1 &= a_{m2}^1x_2 + a_{m3}^1x_3 + \dots + a_{mm}^1x_m,
\end{aligned} \tag{9.2.1.3}$$

ili u matricnoj formi:

$$\mathbf{b}^1 = \mathbf{A}^1 \mathbf{X}. \tag{9.2.1.4}$$

Značenja vektora \mathbf{b}^1 i kvadratne matrice \mathbf{A}^1 očigledna su iz korespondencije ovog zapisa sa zapisom sistema jednačina (9.2.1.3). Vektor nepoznatih veličina \mathbf{X} se ne mjenja. Vrijednosti slobodnih članova i koeficijenata sistema (9.2.1.3) mogu da se dobiju poređenjem tog sistema sa sistemom jednačina (9.2.1.2). Superskriptom 1 označeni su slobodni članovi koji su pretrpeli prvu transformaciju.

Napomena: Na ovom je mjestu prilika da se utvrdi jedna važna činjenica koja je od interesa za izlaganja koja slijede u ovom paragrafu, a vezana su za rješavanje sistema linearnih jednačina. Npr. prilikom transformacije sistema jednačina (9.2.1.1) u oblik (9.2.1.3), očigledno je da i kada bi element a_{ij} , $i=1, 2, \dots, m$, $j=1, 2, \dots, m$ [element na poziciji (i,j) u osnovnom sistemu jednačina (9.2.1.3)] bio jednak nuli, to ne bi impliciralo da i transformisani element a_{ij}^1 [element na istoj poziciji (i,j) u transformisanom sistemu jednačina (9.2.1.3)] bude jednak nuli. U takvoj situaciji ($a_{ij} = 0$ i $a_{ij}^1 \neq 0$), kaže se da se u toku Gauss-ove redukcije, na poziciji (i,j) ; na kojoj je bio nulti element, pojavio *novogenerisani (nenulti) element*.

Sistem jednačina (9.2.1.3), koji je ekvivalentan osnovnom sistemu (9.2.1.1), sada sadrži dva dijela: prvi dio se sastoji od prve jednačine u osnovnoj formi sa, generalno, svih m nepoznatih veličina (x_i , $i=1, 2, \dots, m$); drugi – redukovani dio sistema se sastoji od transformisanih jednačina počevši od druge pa do m -te. Ovaj dio čini nezavisnu cjelinu od $(m-1)$ jednačine sa $(m-1)$ nepoznatom veličinom. Zato on može da se raspregne od prve jednačine, pa da se nezavisno od nje riješi po nepoznatim veličinama x_i , $i=2, 3, \dots, m$. Dakle, u njemu ne figuriše nepoznata veličina x_1 . Na osnovu rješenja redukovanog dela sistema jednačina (izračunate veličine x_i , $i=2, 3, \dots, m$), prva jednačina može da se riješi po nepoznatoj veličini x_1 .

Drugom (raspregnutom) dijelu sistema od $(m-1)$ jednačine sa isto toliko nepoznatih veličina:

$$\begin{aligned}
b_2^1 &= a_{22}^1x_2 + a_{23}^1x_3 + \dots + a_{2m}^1x_m, \\
b_3^1 &= a_{32}^1x_2 + a_{33}^1x_3 + \dots + a_{3m}^1x_m, \\
&\vdots \\
b_m^1 &= a_{m2}^1x_2 + a_{m3}^1x_3 + \dots + a_{mm}^1x_m,
\end{aligned} \tag{9.2.1.5}$$

istim postupkom kao u prethodnom slučaju, sada uz uslov da je $a_{22}^1 \neq 0$, može da se da oblik:

$$\begin{aligned}
b_2^1 &= a_{22}^1 x_2 + a_{23}^1 x_3 + \dots + a_{2m}^1 x_m, \\
b_3^2 &= \quad + a_{33}^2 x_3 + \dots + a_{3m}^2 x_m, \\
&\vdots \\
b_m^2 &= \quad + a_{m3}^2 x_3 + \dots + a_{mm}^2 x_m.
\end{aligned} \tag{9.2.1.6}$$

Elementi koji su pretrpeli i drugu transformaciju, označeni su superskriptom 2. I ovaj sistem može da se raspregne na dva dijela. Prvi dio čini prva od jednačina (9.2.1.6), a drugi dio – sistem transformisanih jednačina od treće do m -te (superskript 2). Ovaj dio može ponovo da se riješi na isti način, nezavisno od prethodne dvije jednačine, po nepoznatim veličinama x_i , $i=3, 4, \dots, m$. Na osnovu njegovog rješenja može da se riješi prva od jednačina (9.2.1.6) po nepoznatoj veličini x_2 . Poslije toga, može da se riješi i prva od jednačina (9.2.1.3) po nepoznatoj veličini x_1 .

Sada osnovnom sistemu linearnih jednačina (9.2.1.1) može da se da sledeći ekvivalentan oblik:

$$\begin{aligned}
b_1 &= a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \dots + a_{1m} x_m, \\
b_2^1 &= \quad a_{22}^1 x_2 + a_{23}^1 x_3 + \dots + a_{2m}^1 x_m, \\
b_3^2 &= \quad \quad a_{33}^2 x_3 + \dots + a_{3m}^2 x_m, \\
&\vdots \\
b_m^2 &= \quad \quad \quad a_{m3}^2 x_3 + \dots + a_{mm}^2 x_m,
\end{aligned} \tag{9.2.1.7}$$

odnosno:

$$b^2 = A^2 X. \tag{9.2.1.8}$$

Značenja vektora b^2 i kvadratne matrice A^2 očigledna su iz korespondencije ovog zapisa sa zapisom sistema jednačina (9.2.1.7). (Superskript 2 ukazuje na drugi korak postupka, a ne na operaciju kvadriranja.)

Ako se nastavi prikazani postupak, uz uslov da su svi elementi a_{ii}^{i-1} , $i=3, 4, \dots, m$, različiti od nule, originalnom sistemu linearnih jednačina (9.2.1.1), poslije $(m-1)$ koraka, može da se da sledeći definitivan (ekvivalentan) oblik u vidu gornje trougaone forme:

$$\begin{aligned}
b_1 &= a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \dots + a_{1,m-1} x_{m-1} + a_{1m} x_m, \\
b_2^1 &= \quad a_{22}^1 x_2 + a_{23}^1 x_3 + \dots + a_{2,m-1}^1 x_{m-1} + a_{2m}^1 x_m, \\
b_3^2 &= \quad \quad a_{33}^2 x_3 + \dots + a_{3,m-1}^2 x_{m-1} + a_{3m}^2 x_m, \\
&\vdots \\
b_{m-1}^{m-2} &= \quad \quad \quad a_{m-1,m-1}^{m-2} x_{m-1} + a_{m-1,m}^{m-2} x_m, \\
b_m^{m-1} &= \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad a_{mm}^{m-1} x_m,
\end{aligned} \tag{9.2.1.9}$$

odnosno:

$$\begin{aligned}
g_1 &= u_{11}x_1 + u_{12}x_2 + u_{13}x_3 + \dots + u_{1m}x_m, \\
g_2 &= u_{22}x_2 + u_{23}x_3 + \dots + u_{2m}x_m, \\
g_3 &= u_{33}x_3 + \dots + u_{3m}x_m, \\
&\vdots \qquad \qquad \qquad \ddots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
g_m &= u_{mm}x_m,
\end{aligned} \tag{9.2.1.10}$$

ili u matičnom obliku:

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1m} \\ & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2m} \\ & & u_{33} & \cdots & u_{3m} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & u_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, \tag{9.2.1.11}$$

odnosno:

$$\mathbf{g} = \mathbf{U}\mathbf{X}. \tag{9.2.1.12}$$

Vrijednosti parametara iz sistema jednačina (9.2.1.10) odnosno (9.2.1.11), mogu da se utvrde iz korespondencije tih zapisa sa zapisom sistema jednačina (9.2.1.12).

Sistem (9.2.1.11) ekvivalentan je osnovnom sistemu linearnih jednačina (9.2.1.1). Postupak transformacije sistema (9.2.1.1) u oblik (9.2.1.11) naziva se *korakom na dolje* Gauss-ove redukcije. Oblik (9.2.1.11) ima *gornju trougaonu formu*. Rješenje sistema (9.2.1.11), odnosno rješenje osnovnog sistema linearnih jednačina (9.2.1.1), odvija se u sledećim koracima – *korak na gore* Gauss-ove redukcije:

$$\begin{aligned}
\text{Korak 1} \quad x_m &= \frac{g_m}{u_{mm}}, \\
\text{Korak 2} \quad x_{m-1} &= \frac{g_{m-1}}{u_{m-1,m-1}} - \frac{u_{m-1,m}}{u_{m-1,m-1}} x_m, \\
&\vdots \\
&\vdots \\
&\vdots \\
\text{Korak } m-2 \quad x_3 &= \frac{g_3}{u_{33}} - \frac{u_{34}}{u_{33}} x_4 - \dots - \frac{u_{3m}}{u_{33}} x_m, \\
\text{Korak } m-1 \quad x_2 &= \frac{g_2}{u_{22}} - \frac{u_{23}}{u_{22}} x_3 - \frac{u_{24}}{u_{22}} x_4 - \dots - \frac{u_{2m}}{u_{22}} x_m, \\
\text{Korak } m \quad x_1 &= \frac{g_1}{u_{11}} - \frac{u_{12}}{u_{11}} x_2 - \frac{u_{13}}{u_{11}} x_3 - \frac{u_{14}}{u_{11}} x_4 - \dots - \frac{u_{1m}}{u_{11}} x_m.
\end{aligned} \tag{9.2.1.13}$$

Iz opisane Gauss-ove redukcije sistema linearnih jednačina, očigledno je da za njeno sprovođenje mora da se poštuje sledeći uslov: element a_{ii}^{i-1} treba da bude različit od nule u svakom koraku redukcije – $i=1, 2 \dots, m$ (problem nultog dijagonalnog elementa). Odnosno, tek prilikom započinjanja $(i-1)$ -ve transformacije, dijagonalni (ujedno i prvi – *vodeći*) element a_{ii}^j

treba da bude različit od nule. Ako je neki od tih elemenata jednak nuli, jednačina koja korespondira tom dijagonalnom elementu treba da se potisne na dolje, tj. da se promjeni redoslijed jednačina sistema koji se rješava. Promjena redoslijeda jednačina kojom se dolazi do rješenja, uvijek je moguća kada je sistem jednačina određen.

Potrebno je još da se naglasi da, pošto je sistem linearnih jednačina koji se razmatra (9.2.1.1) određen, svi dijagonalni koeficijenti matrice sistema (9.2.1.11) različiti su od nule.

$$\prod_{i=1}^m u_{ii} \neq 0. \quad (9.2.1.14)$$

9.2.2. LU faktorizacija – implicitna inverzija

Izlaganja u ovom prilogu u potpunoj su saglasnosti sa literaturom [11]. Razmatra se sistem linearnih algebarskih jednačina (9.2.1.1) zapisan u sledećem obliku:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (9.2.2.1)$$

pri čemu je \mathbf{A} regularna matrica dimenzija $m \times m$, dok su vektori \mathbf{x} i \mathbf{b} dimenzija $m \times 1$.

Postupak Gauss-ove redukcije može da se prikaže matricno na sledeći način:

$$\mathbf{A}^1 \mathbf{x} = \mathbf{b}^1, \quad (9.2.2.2a)$$

$$\mathbf{A}^2 \mathbf{x} = \mathbf{b}^2 \quad (9.2.2.2b)$$

$$\vdots \quad (9.2.2.2c)$$

$$\mathbf{A}^{n-1} \mathbf{x} = \mathbf{b}^{n-1} \quad (\text{ili } \mathbf{Ux} = \mathbf{g}), \quad (9.2.2.2d)$$

pri čemu gornji indeksi ukazuju na redni broj iteracije, a \mathbf{U} i \mathbf{g} su gornja trougaona matrica i slobodni članovi jednačina na kraju Gauss-ove redukcije (9.2.1.12).

Sada se definiše *elementarna matrica* $\mathbf{E}_{ij}(a)$ na sledeći način:

$$\mathbf{E}_{ij}(a) = \begin{bmatrix} & & & j & & & \\ & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i & 0 & a & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \quad (9.2.2.3)$$

Matrica $\mathbf{E}_{ij}(a)$ izvedena je jediničnoj matrici s dodatim elementom vrijednosti a na poziciji i - j . Njena inverzija je:

$$[\mathbf{E}_{ij}(a)]^{-1} = [\mathbf{E}_{ij}(-a)]. \quad (9.2.2.4)$$

Ako se uzme u razmatranje prvi korak Gauss-ove redukcije matrica \mathbf{A}^1 se dobija tako što se matrica \mathbf{A} pomnoži sa lijeve strane matricom $\mathbf{E}_{21}(-a_{21}/a_{11})$ – „djelovanje prve vrste na drugu vrstu“, $\mathbf{E}_{31}(-a_{31}/a_{11})$ – djelovanje prve vrste na treću vrstu i tako redom do $\mathbf{E}_{m1}(-a_{m1}/a_{11})$ – djelovanje prve vrste na m -tu vrstu, odnosno:

$$\mathbf{E}_{m1}(-a_{m1}/a_{11}) \cdots \mathbf{E}_{31}(-a_{31}/a_{11}) \mathbf{E}_{21}(-a_{21}/a_{11}) \mathbf{A} = \mathbf{A}^1, \quad (9.2.2.5)$$

odakle se na osnovu inverzije elemenata matrice može pisati:

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}_{21}(a_{21}/a_{11}) \mathbf{E}_{31}(a_{31}/a_{11}) \cdots \mathbf{E}_{m1}(a_{m1}/a_{11}) \mathbf{A}^1 = \mathbf{L}_1 \mathbf{A}^1, \quad (9.2.2.6)$$

pri čemu je:

$$\mathbf{L}_1 = \mathbf{E}_{21}(a_{21}/a_{11}) \mathbf{E}_{31}(a_{31}/a_{11}) \cdots \mathbf{E}_{m1}(a_{m1}/a_{11}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{31} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{m1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad l_{i1} = \frac{a_{i1}}{a_{11}}, i = 2, 3, \dots, m \quad (9.2.2.7)$$

Djelovanje na desnu stranu jednačine se u prvom koraku može prikazati na analogan način:

$$\mathbf{b} = \mathbf{L}_1 \mathbf{b}^1. \quad (9.2.2.8)$$

U svim ostalim koracima Gauss-ove redukcije važe slične relacije, tako da se na kraju Gauss-ovog postupka dobijaju gornja trougaona matrica \mathbf{U} i vektor \mathbf{g} :

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}_1 \mathbf{A}^1 = \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \mathbf{A}^2 = \cdots = \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \cdots \mathbf{L}_{m-1} \mathbf{U} = \mathbf{L} \mathbf{U}, \quad (9.2.2.9a)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{L}_1 \mathbf{b}^1 = \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \mathbf{b}^2 = \cdots = \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \cdots \mathbf{L}_{m-1} \mathbf{g} = \mathbf{L} \mathbf{g}, \quad (9.2.2.9b)$$

pri čemu je \mathbf{L} donja trougaona matrica.

Na potpuno analogan način, gornja trougaona matrica može se prikazati preko proizvoda matrica:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_m \mathbf{U}_{m-1} \cdots \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_1. \quad (9.2.2.10)$$

Na ovaj način došlo se do LU faktORIZACIJE (trougaone dekompozicije) matrice \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \cdots \mathbf{L}_{m-1} \mathbf{U}_m \mathbf{U}_{m-1} \cdots \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_1, \quad (9.2.2.11)$$

pri čemu su \mathbf{L} – donja i \mathbf{U} – gornja trougaona matrica definisane:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & l_{m3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad (9.2.2.12a)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1m} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2m} \\ 0 & 0 & u_{33} & \cdots & u_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & u_{mm} \end{bmatrix}. \quad (9.2.2.12b)$$

Kada je matrica A razložena na faktor matrice L i U , tada se sistem linearnih algebarskih jednačina može napisati u sledećem obliku:

$$LUx = b, \quad (9.2.2.13)$$

pa se do vektora x može doći u dva koraka. U prvom od njih se rješava sistem jednačina:

$$Lg = b, \quad (9.2.2.14)$$

po nepoznatom vektoru g što predstavlja zamjenu unaprijed pošto je matrica sistema jednačina L donja trougaona. Za ovaj postupak se koristi sledeći izraz:

$$g_i = b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} g_j, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (9.2.2.15)$$

Elementi vektora g dobijaju se po sledećem redosljedju: g_1, g_2, \dots, g_m . U narednom koraku, na osnovu prethodno izračunatog faktora g dolazi se do željenog vektora nepoznatih veličina x :

$$Ux = g, \quad (9.2.2.16)$$

postupkom zamjene unazad pošto je matrica U gornja trougaona. Za ovaj postupak se koristi sledeći izraz:

$$x_i = \frac{1}{u_{ii}} (g_i - \sum_{j=i+1}^m u_{ij} x_j), \quad i = m, m-1, \dots, 1. \quad (9.2.2.17)$$

Elementi vektora x dobijaju se po sledećem redosljedju: x_m, x_{m-1}, \dots, x_1 .

Razlog primjene LU faktorizacije je sledeći [11]: Kada su poznate faktor matrice L i U , rješenje po nepoznatom vektoru x se dobija na osnovu samo jedne zamjene unaprijed i jedne zamjene unazad. Ovakvo rješavanje je po broju aritmetičkih operacija ekvivalentno Gauss-ovoj eliminacija, ako se rješava sistem jednačina $Ax=b$. Međutim, pri primjeni u oblasti elektroenergetskih sistema veoma je čest slučaj da se mijenja samo vektor slobodnih članova b , a da je matrica A nepromjenjiva. U tom slučaju matrica A se samo jednom faktoriše na L i U faktor matrice (što zahtjeva oko 95 % vremena od cjelokupnog postupka rješavanja jednog sistema jednačina) i rješenja se dobijaju samo jednom zamjenom unaprijed i jednom zamjenom unazad. Na ovaj način se postupak rješavanja sistema jednačina višestruko ubrzava.

9.3. METODI ZA RJEŠAVANJE SISTEMA NELINEARNIH JEDNAČINA

Metodi za rješavanje sistema nelinearnih jednačina mogu da se koriste i za rješavanje linearnih jednačina, a obrnuto ne važi. Jedan takav primjer je Gauss/Seidel-ov metod za

rješavanje linearnih jednačina – proračun režima distributivnih mreža s kratkim spojevima koristeći se postupkom SSKN. U ovom dijelu obrađeni su sledeći metodi: Gauss-ov metod – paragraf 9.3.1, Gauss-Seidel-ov metod – paragraf 9.3.2 i NR varijante – paragraf 9.3.3.

9.3.1. Gauss-ov metod

U ovom paragrafu se razmatra Gauss-ov metod [42] za rješavanje sistema nelinearnih jednačina, koji se koristi za obradu modela distributivnih mreža. Metod je *iterativan*. Pod iterativnim metodom se podrazumjeva da se sastoji od iteracija. Pod iteracijom se podrazumjeva postupak za sistematsku korekciju tekuće (raspoložive) aproksimacije rješenja radi dobijanja „bolje“ aproksimacije rješenja sistema jednačina. Iterativnim metodima se ne izračunavaju rješenja nelinearnih jednačina, već se tim rješenjima može prići po želji blizu (ako proračuni konvergiraju). Kada se sa aproksimacijom priđe onoliko blizu rješenju jednačine, koliko se unaprijed specificira, tada se ta aproksimacija proglašava rješenjem.

Razmatra se sistem od m algebarskih nelinearnih jednačina, s m nepoznatih veličina (jednačine mogu da budu i kompleksne):

$$\begin{aligned} b_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m), \\ b_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m), \\ &\vdots \\ b_m &= f_m(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m), \end{aligned} \quad (9.3.1.1)$$

pri čemu su nepoznate veličine označene sa $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$, veličine $b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$ su poznate, a s $f_1, f_2, f_3, \dots, f_m$ označeni su analitički oblici desnih strana jednačina.

Ako u sistemu jednačina (9.3.1.1) postoje i linearne i nelinearne jednačine, onda linearne jednačine mogu da se tretiraju na dva načina. Prvi način je da se linearne jednačine rješavaju simultano s nelinearnim jednačinama – simultano rješavanje sistema od m jednačina. Drugi način je da se iz svake linearne jednačine izrazi po jedna promjenljiva pa da se onda tako izražena promjenljiva uvrsti u sve ostale jednačine. Na taj način, se sistem od m jednačina redukuje na sistem od $m-l$ jednačina sa $m-l$ nepoznatih promjenljivih, gdje l predstavlja broj linearnih jednačina.

Ako jednačinama (9.3.1.1) može da se da sledeći oblik:

$$\begin{aligned} x_1 &= \Phi_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m), \\ x_2 &= \Phi_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m), \\ &\vdots \\ x_m &= \Phi_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m), \end{aligned} \quad (9.3.1.2)$$

onda Gauss-ov iterativni metod za rješavanje nelinearnih algebarskih jednačina glasi: ako se raspolaže h -tom aproksimacijom rješenja:

$$\mathbf{x}^h = \{x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_m^h\}, h = 1, 2, \dots \text{ (redni broj iteracije)}, \quad (9.3.1.3)$$

onda se korigovana $(h+1)$ -va aproksimacija rješenja izračunava u h -toj iteraciji na osnovu h -te aproksimacije rješenja sledećim izrazima:

$$\begin{aligned}
x_1^{h+1} &= \Phi_1(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_m^h), \\
x_2^{h+1} &= \Phi_2(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_m^h), \\
&\vdots \\
x_m^{h+1} &= \Phi_n(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_m^h).
\end{aligned} \tag{9.3.1.4}$$

Kada je $h = 1$, radi se o početnoj aproksimaciji, koja se obično zadaje po želji, koristeći se iskustvom u rješavanju razmatranih sistema jednačina.

Ako postupak konvergira (približava se rješenju), on se zaustavlja kada je:

- razlika između dvije uzastopne aproksimacije rješenja dovoljno „mala“ i
- kada je razlika između vrijednosti funkcija u tekućoj aproksimaciji rješenja i poznatih veličina b dovoljno „mala“,

odnosno, ako je:

$$\left| x_i^{h+1} - x_i^h \right| \leq \varepsilon_x \quad \wedge \quad \left| b_i - f_i(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, x_3^{h+1}, \dots, x_m^{h+1}) \right| \leq \varepsilon_b, \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}, \tag{9.3.1.5}$$

pri čemu su ε_x i ε_b po želji unaprijed specificirani realni pozitivni brojevi – kriterijumi konvergencije. Nakon zaustavljanja postupka, $(h+1)$ -va aproksimacija rješenja se proglašava rješenjem razmatranog sistema. Kvalitet (tačnost) tog rješenja utoliko je veći, ukoliko su kriterijumi konvergencije stroži (manji brojevi ε_x i ε_b).

Ako postupak nije konvergirao, onda se relacije (9.3.1.4) koriste za novu korekciju tekuće – $(h+1)$ -ve aproksimacije rješenja da bi se dobila nova – $(h+2)$ -ga aproksimacija, itd.

Kada je postupak zaustavljen zbog zadovoljenja kriterijuma (9.3.1.5), kaže se da je postupak *konvergirao*. Utvrđivanje niza sukcesivnih aproksimacija rješenja koji vodi ka rješenju jednačina naziva se *konvergencijom postupka*. U slučaju da se iz aproksimacije rješenja ide u narednu tako što se apsolutne vrijednosti (9.3.1.5) stalno povećavaju, ili njihove vrijednosti „osciluju“ a maksimumi im se povećavaju, onda iterativni postupak *divergira*.

9.3.2. Gauss/Seidel-ov metod

U ovom paragrafu se razmatra Gauss/Seidel-ov metod [42] metod za rješavanje sistema nelinearnih jednačina, koji se koristi za obradu modela distributivnih mreža. Ako se ponovo razmatra sistem jednačina (9.3.1.1) kome je dat oblik (9.3.1.2), onda Gauss/Seidel-ov iterativni metod za rješavanje nelinearnih algebarskih jednačina (realnih i kompleksnih) glasi: ako se raspolože h -tom aproksimacijom rješenja:

$$\mathbf{x}^h = \{x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_m^h\}, \tag{9.3.2.1}$$

onda se njena korekcija izračunava sledećim izrazima:

$$\begin{aligned}
x_1^{h+1} &= \Phi_1(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_m^h), \\
x_2^{h+1} &= \Phi_2(x_1^{h+1}, x_2^h, x_3^h, \dots, x_m^h), \\
&\vdots \\
x_m^{h+1} &= \Phi_n(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, x_3^{h+1}, \dots, x_{n-1}^{h+1}, x_m^h).
\end{aligned} \tag{9.3.2.2}$$

Postupak se započinje i zaustavlja na isti način kao u slučaju Gauss-ovog metoda.

Dakle, u Gauss-ovom metodu se prilikom izračunavanja korigovane aproksimacije nepoznatih veličina koriste samo aproksimacije izračunate u prethodnoj iteraciji – relacije (9.3.1.4). U Gauss/Seidel-ovom metodu se za izračunavanja korigovane aproksimacije nepoznatih veličina koriste i korigovane aproksimacije nepoznatih veličina koje su već izračunate u tekućoj iteraciji – relacije (9.3.2.2). Ovaj momenat daje suštinsku prednost drugom u odnosu na prvi metod.

Gauss/Seidel-ov metod je u disertaciji korišćen u proračunu modela nesimetričnih tokova snaga distributivnih mreža. Jednačine koje se rješavaju predstavljaju relacije bilansa kompleksnih snaga u čvorovima mreže, a promjenljive su kompleksni naponi čvorova – stanje mreže.

9.3.3. Varijante Newton/Raphson-ovog metoda

U ovom paragrafu obrađeni su osnovni NR metod – tačka 9.3.3.1 i brzi raspregnuti postupak – tačka 9.3.3.2. Prvi je obrađen s obzirom da je na njemu zasnovan proračun modela tokova snaga distributivnih mreža primjenom modifikovanog NR metoda – TCIM (dio 4.3). Drugi je neprikosnoven u obradama modela tokova snaga prenosnih mreža. On je obrađen da bi se komentarisala praktična nemogućnost njegove primjene za proračun modela tokova snaga distributivnih mreža.

9.3.3.1. Osnovni Newton/Raphson-ov metod za rješavanje sistema nelinearnih jednačina

U ovoj tački prikazan je NR iterativni metod za rešavanje sistema od m nelinearnih realnih jednačina sa isto toliko nepoznatih veličina [42, 68, 69]. Razmatrani sistem nelinearnih jednačina glasi:

$$b_k = f_k(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (9.3.3.1.1)$$

On treba da se riješi po isto toliko nepoznatih veličina x_1, x_2, \dots, x_m , pri čemu su veličine b_1, b_2, \dots, b_m poznate; sa f_1, f_2, \dots, f_m označene su nelinearne funkcije veličina x_1, x_2, \dots, x_m , poznatih analitičkih oblika. Sistemu može da se da sledeća sažetija forma:

$$b_k = f_k(\mathbf{X}), \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (9.3.3.1.2)$$

pri čemu je uveden vektor-kolona nepoznatih veličina \mathbf{X} :

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T. \quad (9.3.3.1.3)$$

Neka se za sistem jednačina (9.3.3.1.1) raspolaže s h -tom aproksimacijom rešenja $\mathbf{X}^h = [x_1^h, x_2^h, \dots, x_m^h]^T$ (za $h=1$ riječ je o početnoj aproksimaciji koja se specificira – zadaje). NR metod za rješanje tog sistema sastoji se od sledećeg:

1. Razvoj svake od funkcija $f_k(x)$, $k = 1, 2, \dots, m$, u Taylor-ov red u okolini tekuće aproksimacije rješenja \mathbf{X}^h :

$$f_k(x_1, x_2, \dots, x_m) = f_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_m^h) + \frac{1}{1!} \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \Big|_{x_j = x_j^h, j=1, 2, \dots, m} (x_i - x_i^h) \quad (9.3.3.1.4)$$

+ članovi koji sadrže parcijalne izvode višeg reda,

$$k = 1, 2, \dots, m.$$

2. Aproksimacija funkcija samo sa članovima kojima se izražavaju njihove vrijednosti i njihovih prvih (parcijalnih) izvoda; na taj način se dobijaju linearne aproksimacije nelinearnih funkcija $f_k(\mathbf{X})$, $k = 1, 2, \dots, m$ [višedimenzione tangentne ravni $y = f_k^h(x_1, x_2, \dots, x_m)$], u okolini tekuće aproksimacije rješenja \mathbf{X}^h nelinearnih jednačina (9.3.3.1.1):

$$f_k^h(x_1, x_2, \dots, x_m) = f_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_m^h) + \frac{1}{1!} \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \Big|_{x_j = x_j^h, j=1, 2, \dots, m} (x_i - x_i^h) \quad (9.3.3.1.5)$$

$$k = 1, 2, \dots, m.$$

3. NR metod se zasniva na kreiranju sledećeg sistema linearnih jednačina koji predstavlja aproksimaciju rješavanja sistema nelinearnih jednačina:

$$b_k = f_k^h(\mathbf{X}), \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (9.3.3.1.6)$$

odnosno:

$$b_k = f_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_m^h) + \frac{1}{1!} \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \Big|_{x_j = x_j^h, j=1, 2, \dots, m} (x_i - x_i^h), \quad (9.3.3.1.7)$$

$$k = 1, 2, \dots, m.$$

Pošto je ovaj sistem linearnih jednačina smo aproksimacija sistema nelinearnih jednačina (9.3.3.1.1), ako se on riješi po nepoznatim veličinama x_i , $k = 1, 2, \dots, m$, onda to rješenje svakako neće biti rješenje nelinearnog sistema (9.3.3.1.1), već samo njegova aproksimacija. Ako se ta aproksimacija označi sa x_i^{h+1} , $k = 1, 2, \dots, m$, onda sistem (9.3.3.1.7) može da se napiše na sledeći način:

$$b_k = f_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_m^h) + \frac{1}{1!} \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \Big|_{x_j = x_j^h, j=1, 2, \dots, m} (x_i^{h+1} - x_i^h), \quad (9.3.3.1.8)$$

$$k = 1, 2, \dots, m.$$

Potrebno je da se ponovo naglasi da su veličine x_i^h , $k = 1, 2, \dots, m$, poznate, a nepoznate veličine jesu x_i^{h+1} , $k = 1, 2, \dots, m$. Sistem (9.3.3.1.8) može da se napiše na sledeći način:

$$\Delta b_k^h = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \Big|_{x_j = x_j^h, j=1, 2, \dots, m} \Delta x_i^h, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (9.3.3.1.9)$$

pri čemu su:

$$\Delta b_k^h = b_k - f_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_m^h), \quad \Delta x_i^h = (x_i^{h+1} - x_i^h), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (9.3.3.1.10)$$

Sistem linearnih jednačina (9.3.3.1.9) može da se napiše u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} \Delta b_1^h \\ \Delta b_2^h \\ \vdots \\ \Delta b_m^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^h & a_{12}^h & \cdots & a_{1m}^h \\ a_{21}^h & a_{22}^h & \cdots & a_{2m}^h \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}^h & a_{m2}^h & \cdots & a_{mm}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^h \\ \Delta x_2^h \\ \vdots \\ \Delta x_m^h \end{bmatrix}, \quad (9.3.3.1.11)$$

odnosno u sledećoj sažetoj formi:

$$\Delta \mathbf{b}^h = \mathbf{J}^h \Delta \mathbf{X}^h, \quad (9.3.3.1.12)$$

pri čemu su korišćene oznake:

$$\Delta \mathbf{b}^h = [\Delta b_1^h, \Delta b_2^h, \dots, \Delta b_m^h]^T, \quad \Delta \mathbf{X}^h = [\Delta x_1^h, \Delta x_2^h, \dots, \Delta x_m^h]^T. \quad (9.3.3.1.13)$$

Matrica parcijalnih izvoda funkcija $f_k(\mathbf{X})$, $k = 1, 2, \dots, m$, po nepoznatim veličinama x_i , $i = 1, 2, \dots, m$, izračunatih za h -tu aproksimaciju rješenja:

$$\mathbf{J}^h = \begin{bmatrix} a_{11}^h & a_{12}^h & \cdots & a_{1m}^h \\ a_{21}^h & a_{22}^h & \cdots & a_{2m}^h \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}^h & a_{m2}^h & \cdots & a_{mm}^h \end{bmatrix}, \quad (9.3.3.1.14)$$

naziva se *Jacobian* sistema nelinearnih jednačina (9.3.3.1.1) u tekućoj aproksimaciji njegovog rješenja \mathbf{X}^h .

4. Sistem linearnih jednačina (9.3.3.1.9), odnosno (9.3.3.1.11) ili (9.3.3.1.12), treba da se riješi po vektoru nepoznatih korekcija tekuće aproksimacije rješenja $\Delta \mathbf{X}^h$. To rješenje jednoznačno egzistira ako je Jacobian regularna matrica (što je analogan uslov nenultom izvodu u slučaju jedne jednačine). Ono je označeno sa \mathbf{X}^{h+1} . Kako je napred rečeno, ono svakako nije egzaktno rješenje sistema nelinearnih jednačina, nego samo njegova aproksimacija – „bolja“ od prethodne aproksimacije \mathbf{X}^h (ako postupak konvergira):

$$\mathbf{X}^{h+1} = \mathbf{X}^h + \Delta \mathbf{X}^h, \quad (9.3.3.1.15)$$

odnosno:

$$x_i^{h+1} = x_i^h + \Delta x_i^h, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (9.3.3.1.16)$$

Za rješavanje linearnih jednačina može da se koristi npr. Gauss-ova redukcija.

- Opisani postupak predstavlja jednu iteraciju NR (iterativnog) metoda za rješavanje sistema nelinearnih jednačina. Postupak se ponavlja, ali sada za novu aproksimaciju rješenja, sve do zadovoljenja sledećih kriterijuma konvergencije (ako postupak konvergira):

$$\left| x_k^{h+1} - x_k^h \right| \leq \varepsilon_x \wedge \left| b_k - f_k(x_k^{h+1}) \right| \leq \varepsilon_b, \quad k=1, 2, \dots, m, \quad h=1, 2, 3, \dots, \quad (9.3.3.1.17)$$

odnosno:

$$\left| \Delta x_k^h \right| \leq \varepsilon_x \wedge \left| \Delta b_k^h \right| \leq \varepsilon_b, \quad k=1, 2, \dots, m, \quad h=1, 2, 3, \dots, \quad (9.3.3.1.18)$$

gdje su ε_x i ε_b , $k=1, 2, \dots, m$, unaprijed po želji izabrani realni pozitivni brojevi; poslije zaustavljanja proračuna, $(h+1)$ -va aproksimacija rješenja se proglašava rješenjem razmatranog sistema. Kvalitet (tačnost) tog rješenja utoliko je veći, ukoliko je kriterijum za zaustavljanje proračuna stroži (manji brojevi ε_x i ε_b).

Iterativni proračun primjenom NR metoda za rješavanje sistema nelinearnih jednačina određen je izrazom (9.3.3.1.12). Iz njega se vidi da je u svakoj iteraciji potrebno:

- da se izračunaju vrijednosti funkcija za tekuću aproksimaciju rješenja $f_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_m^h)$, $k=1, 2, \dots, m$, kao i razlike Δb_k^h , $k=1, 2, \dots, m$ (9.3.3.1.10);
- da se izračuna matrica Jacobian-a \mathbf{J}^h (9.3.3.1.14) za tekuću aproksimaciju rješenja (9.3.3.1.9);
- da se riješi sistem linearnih jednačina $\Delta \mathbf{b}^h = \mathbf{J}^h \Delta \mathbf{X}^h$ (9.3.3.1.12), da bi se dobile korekcije tekuće aproksimacije rješenja $\Delta \mathbf{X}^h$.

9.3.3.2. Brzi raspregnuti postupak

Iako se NR metod u najvećem broju slučajeva odlikuje dobrom konvergencijom, radi velikih memorijskih zahtjeva i brojnih matematičkih operacija, njegova primjena je otežana, kada su u pitanju obrade u realnom vremenu elektroenergetskih sistema s velikim brojem čvorova. Ovi su nedostaci podsticali istraživače problema tokova snaga da iznalaze nove, bolje metode i postupke u pogledu brzine i memorijskih zahtjeva. Jedan od najšire prihvaćenih je *brzi raspregnuti postupak* [7, 70].

Da bi se izveo brzi raspregnuti postupak iz osnovnog NR metoda potrebno je matricu Jacobian-a \mathbf{J} iz relacije (9.3.3.1.14) napisati u sledećem obliku:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{M} \\ \mathbf{N} & \mathbf{L} \end{bmatrix}, \quad (9.3.3.2.1)$$

pri čemu su:

- H*** – submatrica u kojoj se nalaze izvodi relacije bilansa aktivnih snaga u čvoru po faznim stavovima napona;
- M*** – submatrica u kojoj se nalaze izvodi relacije bilansa aktivnih snaga u čvoru po modulima napona;
- N*** – submatrica u kojoj se nalaze izvodi relacije bilansa reaktivnih snaga u čvoru po faznim stavovima napona;
- L*** – submatrica u kojoj se nalaze izvodi relacije bilansa reaktivnih snaga u čvoru po modulima napona.

Poznato je da za odnose između reaktansi X i rezistansi R prenosnih vodova (i transformatora generalno) važi $X/R \gg 1$. S druge strane, pri normalnim stacionarnim uslovima prenosa, razlika između faznih stavova napona na krajevima voda rijetko da je veća od 10° [23, 29]. Uvažavajući ove činjenice, za element između čvorova k i i , u domenu relativnih vrijednosti [52] i domenu relativnih uglova [54], važi:

$$G_{ki} \ll B_{ki}, \quad (9.3.3.2.2a)$$

$$\cos(\theta_k - \theta_i) \approx 1, \quad (9.3.3.2.2b)$$

$$\sin(\theta_k - \theta_i) \approx \theta_k - \theta_i, \quad (9.3.3.2.2c)$$

pri čemu su:

G_{ki} – rezistansa redne admitanse elementa;

B_{ki} – susceptansa redne admitanse elementa;

θ_k – fazni stav fazora napona čvora k ;

θ_i – fazni stav fazora napona čvora i .

Ako se sa ovakvim aproksimacijama, proračunaju elementi Jacobian-a (9.3.3.2.1), za elemente vandijagonalnih submatrica N i M dobijaju se mnogo manje vrijednosti od vrijednosti elemenata dijagonalnih submatrica H i L . Ovo potvrđuje činjenicu da tokovi aktivne snage najviše zavise od faznih stavova, a vrlo slabo od modula napona, odnosno postoji jaka $P-\theta$ sprega. Kada je riječ o tokovima reaktivnih snaga, oni najviše zavise od modula, a vrlo slabo od faznih stavova napona, tj. kod njih postoji jaka $Q-V$ sprega. Na osnovu toga se može zaključiti da submatrica N , kojom se izražava sprega $P-V$ između aktivne snage i modula napona, kao i submatrica M , kojom se izražava sprega $Q-\theta$ između reaktivne snage i faznih stavova napona, zbog slabih međuzavisnosti (male vrijednosti njihovih elemenata), mogu se tretirati kao nulte submatrice:

$$N \approx \mathbf{0} \text{ i } M \approx \mathbf{0}. \quad (9.3.3.2.3)$$

Sa ovom aproksimacijom, dobija se:

$$\Delta P = H \Delta \theta, \quad (9.3.3.2.4a)$$

$$\Delta Q = L(\Delta V / V), \quad (9.3.3.2.4b)$$

pri čemu su:

$\Delta \mathbf{P}$ – vektor razlika specificiranih i proračunatih aktivnih snaga;

$\Delta \mathbf{Q}$ – vektor razlika specificiranih i proračunatih reaktivnih snaga;

$\Delta \boldsymbol{\theta}$ – vektor korekcija faznih stavova napona;

\mathbf{V} – vektor modula napona čvorova;

$\Delta \mathbf{V}$ – vektor korekcija modula napona.

Ako se uvažuje aproksimacije (9.3.3.2.2) onda važe sledeće relacije:

$$G_{ki} \sin \theta_{ki}^{(h)} \ll B_{ki}, \quad h - \text{indeks tekuće aproksimacije}, \quad (9.3.3.2.5a)$$

$$Q_k^{(h)} \ll B_{ki} (V_k^{(h)})^2. \quad (9.3.3.2.5b)$$

Tada, izrazi za proračun elemenata matrice Jacobian-a dobijaju oblik:

$$H_{ki}^h = L_{ki}^h \approx -V_k^{(h)} V_i^{(h)} B_{ki}, \quad (9.3.3.2.6)$$

s napomenom da se H_{ki}^h proračunava za $k \in \{PQ\} \cup \{PV\}$, a L_{ki}^h za $k \in \{PQ\}$, pri čemu je $i=1,2,\dots,(n-1)$, a PQ skup indeksa čvorova koji su tipa PQ i PV skup indeksa čvorova koji su tipa PV.

U normalnim uslovima pogona elektroenergetskog sistema, naponi u čvorovima sistema su međusobno bliski i kreću se oko njihovih nominalnih vrednosti, pa se može aproksimativno smatrati da one imaju jednake vrednosti:

$$V_i^{(h)} \approx V_k^{(h)}, \quad (9.3.3.2.7)$$

tako ako se (9.3.3.2.6) koriguje dobija se:

$$H_{ki}^h = L_{ki}^h \approx V_k^{(h)} (-B_{ki}) V_k^{(h)}. \quad (9.3.3.2.8)$$

Ako se sa $[\mathbf{V}]^{(h)}$ označi dijagonalna, kvadratna matrica modula napona iz h -te iteracije, jednom dimenzija $(p+q)$ (kao submatrica \mathbf{H}), a zatim dimenzija p (kao submatrica \mathbf{L}), onda se raspregnuti nezavisni sistemi jednačina (9.3.3.2.4a) i (9.3.3.2.4b) transformišu u oblik (p je broj čvorova tipa PQ, a q broj čvorova tipa PV):

$$\Delta \mathbf{P}^{(h)} = [\mathbf{V}]^{(h)} [\mathbf{B}'] [\mathbf{V}]^{(h)} \Delta \boldsymbol{\theta}^{(h)}, \quad (9.3.3.2.9a)$$

$$\Delta \mathbf{Q}^{(h)} = [\mathbf{V}]^{(h)} [\mathbf{B}''] [\mathbf{V}]^{(h)} (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})^{(h)}. \quad (9.3.3.2.9b)$$

Uvažavanjem odnosa (9.3.3.2.7) i slabe međusobne zavisnosti $P-V$, za matricu $[\mathbf{V}]^{(h)}$, s desne strane matrice $[\mathbf{B}']$, može se usvojiti da su moduli $V_k^{(h)} \approx 1$ p.u., pa se ta matrica može aproksimirati jediničnom dijagonalnom matricom. S druge strane, kao rezultat množenja

poslednje dvije matrice s desne strane matrice $[B'']$, ostaje vektor submatrica $\Delta V^{(h)}$. Konačno, množenjem poslednjih jednačina, inverznom matricom matrice $[V]^{(h)}$ s lijeve strane, razdvojeni sistemi jednačina dobijaju oblik:

$$\Delta P^{(h)} = [V]^{(h)} [B' [V]^{(h)}] \Delta \theta^{(h)}, \quad (9.3.3.2.10a)$$

$$\Delta Q^{(h)} = [V]^{(h)} [B'' [V]^{(h)}] (\Delta V / V)^{(h)}. \quad (9.3.3.2.10b)$$

Broj jednačina prvog sistema je $(p+q)$, a drugog p . U ovim sistemima elementi matrice $[B']$ i $[B'']$ dobijaju se direktno iz matrice admitansi \hat{Y} , s preuzimanjem imaginarnih dijelova njenih elemenata, ali s promjenjenim predznakom.

Sada se može utvrditi da su matrice $[B']$ i $[B'']$ realne, rijetke, simetrične i regularne, sa istom strukturom kao submatrice H i L , respektivno. Zbog toga što su one konstantne u toku iterativnih proračuna, sistemi jednačina (9.3.3.2.10a) i (9.3.3.2.10b) rješavaju se LU faktorizacijom.

Zbog pretpostavke (9.3.3.2.2a) ovaj postupak se ne može primjeniti u proračunima tokova snaga distributivnih mreža.

Reference [18, 19] predlažu interesantnu varijantu raspregnutog NR postupka koristeći se malim odnosom X/R . Efikasnost postupka opada s povećanjem odnosa X/R . U distributivnoj mreži, čak i niskonaponskoj, taj odnos nije 1/10, kao što je u prenosnim mrežama taj odnos 10, pa samim tim ovaj pokušaj nije primjenjiv u proračunima tokova snaga distributivnih mreža.

9.4. PARAMETRI VODOVA GOLIH PROVODNIKA

U ovom dijelu obrađen je proračun parametara sekcija (vodova) golih provodnika. U paragrafu 9.4.1 dato je izvođenje rednih parametara, a u paragrafu 9.4.2 otočnih parametara u saglasnosti s referencom [43]. Kao što je već rečeno, parametri kablova su dati – pogonski parametri sekcije (voda) u domenu simetričnih komponenti.

9.4.1. Redni parametri

Ovdje je posebna pažnja posvećena izvođenju reaktanse (induktivnosti) sekcije (voda) jer se rezistansa jednostavno određuje na osnovu sledeće relacije:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad [\Omega] - \text{rezistansa provodnika}, \quad (9.4.1.1)$$

pri čemu su:

ρ – specifična otpornost provodnika;

l – dužina provodnika;

S – poprečni presjek provodnika.

Ako se provodnici i i j nalaze u blizini onda se svakom od provodniku asocira sopstvena i međusobna impedansa. One se definišu na sledeći način respektivno [44]:

$$L_{ii} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{1}{GMR_i} \text{ [H/m]} - \text{sopstvena induktivnost provodnika } i, \quad (9.4.1.2a)$$

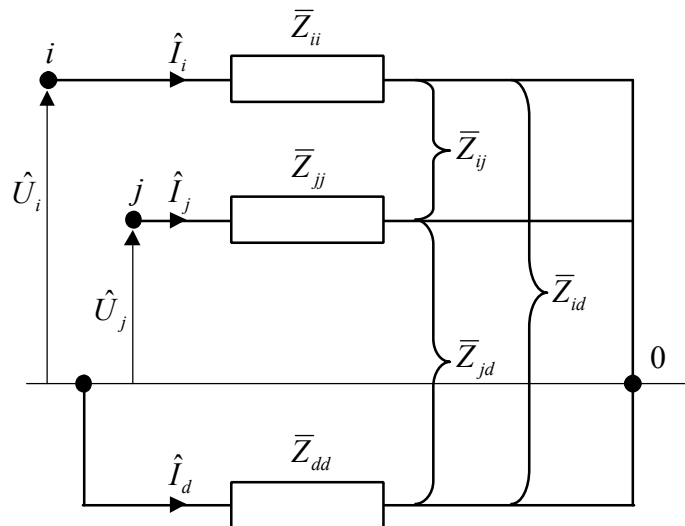
$$L_{ij} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{1}{D_{ij}} \text{ [H/m]} - \text{međusobna induktivnost provodnika } i \text{ i } j, \quad (9.4.1.2b)$$

pri čemu su:

GMR_i – srednji geometrijski poluprečnik provodnika i ;

D_{ij} – rastojanje provodnika i i j .

Ako je mreža miksovana – sadrži monofazne, dvofazne i trofazne elemente ili sadrži neuravnotežene elemente, onda je režim nesimetričan i postoji povratna struja kroz zemlju. Zbog toga je potrebno uzeti u obzir i zemlju kao povratni put za povratnu struju. Zato je potrebno izvesti relacije koje u proračunu sopstvene i međusobne impedanse uzimaju u obzir i zemlju [71]. Na slici 9.4.1.1 prikazana su dva provodnika i zemlja kao povratni put. Provodnici su na drugom kraju uzemljeni. Svaki od provodnika definisan je sa sopstvenom impedansom i međusobnom impedansom. Te impedanse mogu da se izračunaju koristeći se relacijama 9.4.1.2.



Slika 9.4.1.1 – Dvofazni vod

Za konturu koju čine provodnik i i zemlja može da se napiše drugi Kirchhoff-ov zakon, a za čvor 0 može da se napiše prvi Kirchhoff-ov zakon:

$$\hat{U}_i = \bar{Z}_{ii}\hat{I}_i + \bar{Z}_{ij}\hat{I}_j + \bar{Z}_{id}\hat{I}_d - \bar{Z}_{di}\hat{I}_i - \bar{Z}_{dj}\hat{I}_j - \bar{Z}_{dd}\hat{I}_d, \quad (9.4.1.3a)$$

$$\hat{I}_i + \hat{I}_j + \hat{I}_d = 0. \quad (9.4.1.3b)$$

Ako se iz relacije (9.4.1.3b) izrazi struja \hat{I}_d preko struja \hat{I}_i i \hat{I}_j pa se onda grupišu impedanse uz struje \hat{I}_i i \hat{I}_j dobije se:

$$\hat{U}_i = (\bar{Z}_{ii} + \bar{Z}_{dd} - \bar{Z}_{id} - \bar{Z}_{di})\hat{I}_i + (\bar{Z}_{ij} + \bar{Z}_{dd} - \bar{Z}_{dj} - \bar{Z}_{id})\hat{I}_j. \quad (9.4.1.4)$$

Relacija (9.4.1.4) može da se napiše na sledeći način:

$$\hat{U}_i = \hat{Z}_{ii}\hat{I}_i + \hat{Z}_{ij}\hat{I}_j, \quad (9.4.1.5)$$

pri čemu su:

$$\hat{Z}_{ii} = \bar{Z}_{ii} + \bar{Z}_{dd} - \bar{Z}_{id} - \bar{Z}_{di}, \quad (9.4.1.6a)$$

$$\hat{Z}_{ij} = \bar{Z}_{ij} + \bar{Z}_{dd} - \bar{Z}_{dj} - \bar{Z}_{id}. \quad (9.4.1.6b)$$

Impedanse u (9.4.1.6) predstavljaju sopstvenu i međusobnu impedansu provodnika u koje je uključen uticaj zemlje kao povratnog provodnika. One mogu da se odrede na sledeći način:

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{ii} &= r_i + jx_{ii} + r_d + jx_{dd} - jx_{id} - jx_{di} = r_i + r_d + \\ j\omega(\ln \frac{1}{GMR_i} + \ln \frac{1}{GMR_d} - \ln \frac{1}{D_{id}} - \ln \frac{1}{D_{di}}) &= r_i + r_d + j\omega(\ln \frac{1}{GMR_i} + \ln \frac{D_{id}D_{di}}{GMR_d}), \end{aligned} \quad (9.4.1.7a)$$

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{ij} &= jx_{ij} + r_d + jx_{dd} - jx_{dj} - jx_{id} = r_d + \\ j\omega(\ln \frac{1}{D_{ij}} + \ln \frac{1}{GMR_d} - \ln \frac{1}{D_{dj}} - \ln \frac{1}{D_{id}}) &= r_d + j\omega(\ln \frac{1}{D_{ij}} + \ln \frac{D_{dj}D_{id}}{GMR_d}), \end{aligned} \quad (9.4.1.7b)$$

gdje je ω kružna učestanost sistema.

Problem korišćenja relacija (9.4.1.7) je što se ne zna rezistansa zemlje (r_d), geometrijsko srednje rastojanje zemlje (GMR_d), kao i rastojanja (D_{id}, D_{di}, D_{dj}). Da bi se prevazišao ovaj problem u literaturi [44, 71] date su pretpostavke, kao i detaljno izvođenje konačnih Karson-ovih obrazaca za proračun sopstvene i međusobne impedanse u koje je uključen uticaj zemlje kao povratnog provodnika. Te impedanse mogu da se izračunaju na sledeći način:

$$\hat{Z}_{ii} = r_i + [\pi^2 f + j4\pi4(\ln \frac{1}{GMR_i} + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f})] \times 10^{-4} \text{ } \Omega/\text{km}, \quad (9.4.1.8a)$$

$$\hat{Z}_{ij} = [\pi^2 f + j4\pi4(\ln \frac{1}{D_{ij}} + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f})] \times 10^{-4} \text{ } \Omega/\text{km}, \quad (9.4.1.8b)$$

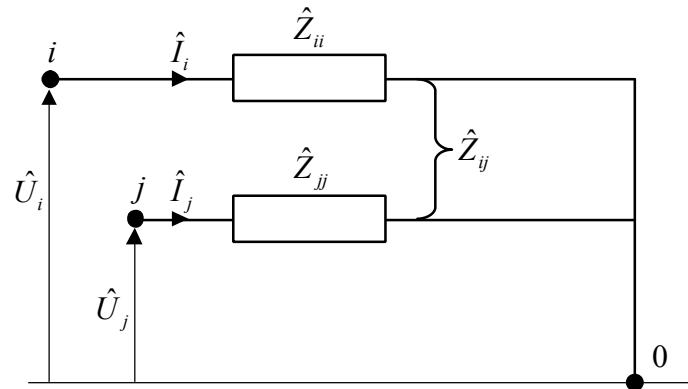
pri čemu je:

f – učestanost sistema.

Sada slika 9.4.1.1 može da se prikaže kao na slici 9.4.1.2.

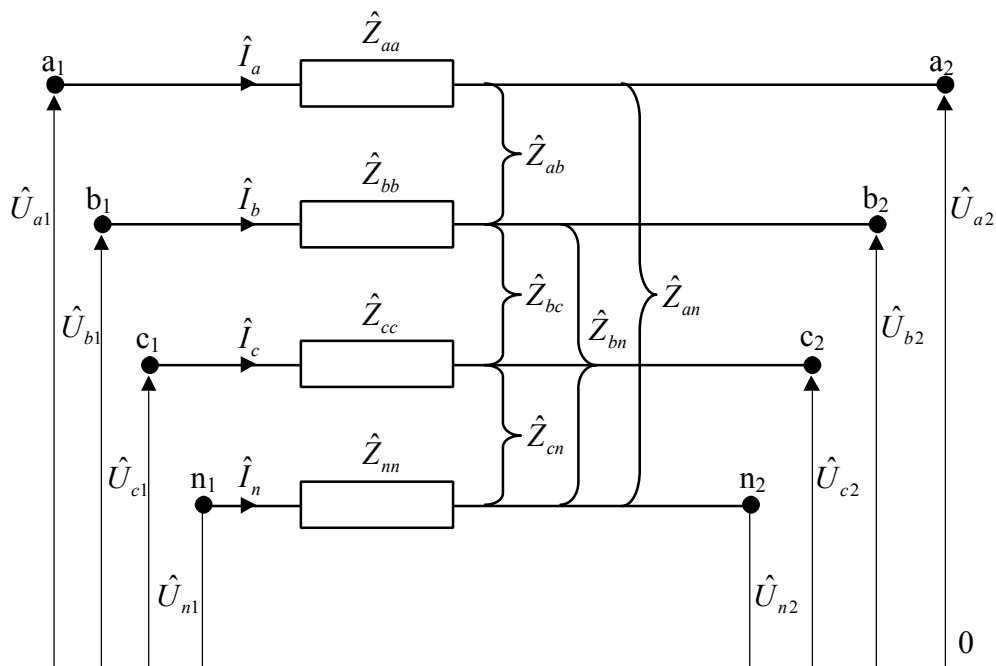
Za vod sa slike 9.4.1.3 može da se napiše matična relacija po drugom Kirchhoff-ovom zakonu i ona glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{a1} \\ \hat{U}_{b1} \\ \hat{U}_{c1} \\ \hat{U}_{n1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_{a2} \\ \hat{U}_{b2} \\ \hat{U}_{c2} \\ \hat{U}_{n2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} & \hat{Z}_{an} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} & \hat{Z}_{bn} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cn} \\ \hat{Z}_{na} & \hat{Z}_{nb} & \hat{Z}_{nc} & \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \\ \hat{I}_n \end{bmatrix}. \quad (9.4.1.9)$$



Slika 9.4.1.2 – Dvofazni vod prikazan sopstvenim impedansama i međusobnom impedansom u koje je uključena zemlja

Na slici 9.4.1.3 prikazan je trofazan vod s povratnim neutralnim provodnikom.



Slika 9.4.1.3 – Trofazni vod s neutralnim provodnikom

Matrica impedansi u matricnoj relaciji (9.4.1.9) je dimenzije 4×4 i potrebno ju je redukovati na matricu 3×3 . U tu svrhu se koristi standardna Kron-ova redukcija [44, 64]. Pošto je neutralni provodnik uzemljen na oba kraja onda su naponi na njegovim krajevima jednaki nuli. Uvažavajući ovu pretpostavku četvrta relacija iz matricne relacije (9.4.1.9) može da se napiše:

$$0 = 0 + \hat{Z}_{na} \hat{I}_a + \hat{Z}_{nb} \hat{I}_b + \hat{Z}_{nc} \hat{I}_c + \hat{Z}_{nn} \hat{I}_n, \quad (9.4.1.10)$$

odnosno:

$$\hat{I}_n = -\frac{1}{\hat{Z}_{nn}} (\hat{Z}_{na} \hat{I}_a + \hat{Z}_{nb} \hat{I}_b + \hat{Z}_{nc} \hat{I}_c). \quad (9.4.1.11)$$

Ako se relacija (9.4.1.11) uvrsti u relaciju (9.4.1.9) dobije se:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{a1} \\ \hat{U}_{b1} \\ \hat{U}_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_{a2} \\ \hat{U}_{b2} \\ \hat{U}_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} - \frac{\hat{Z}_{an}\hat{Z}_{na}}{\hat{Z}_{nn}} & \hat{Z}_{ab} - \frac{\hat{Z}_{an}\hat{Z}_{nb}}{\hat{Z}_{nn}} & \hat{Z}_{ac} - \frac{\hat{Z}_{an}\hat{Z}_{nc}}{\hat{Z}_{nn}} \\ \hat{Z}_{ba} - \frac{\hat{Z}_{bn}\hat{Z}_{na}}{\hat{Z}_{nn}} & \hat{Z}_{bb} - \frac{\hat{Z}_{bn}\hat{Z}_{nb}}{\hat{Z}_{nn}} & \hat{Z}_{bc} - \frac{\hat{Z}_{bn}\hat{Z}_{nc}}{\hat{Z}_{nn}} \\ \hat{Z}_{ca} - \frac{\hat{Z}_{cn}\hat{Z}_{na}}{\hat{Z}_{nn}} & \hat{Z}_{cb} - \frac{\hat{Z}_{cn}\hat{Z}_{nb}}{\hat{Z}_{nn}} & \hat{Z}_{cc} - \frac{\hat{Z}_{cn}\hat{Z}_{nc}}{\hat{Z}_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}, \quad (9.4.1.12)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{a1} \\ \hat{U}_{b1} \\ \hat{U}_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_{a2} \\ \hat{U}_{b2} \\ \hat{U}_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Z}'_{aa} & \hat{Z}'_{ab} & \hat{Z}'_{ac} \\ \hat{Z}'_{ba} & \hat{Z}'_{bb} & \hat{Z}'_{bc} \\ \hat{Z}'_{ca} & \hat{Z}'_{cb} & \hat{Z}'_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}. \quad (9.4.1.13)$$

Poređenjem relacija (9.4.1.13) i (9.4.1.12) jasno je značenje impedansi iz matrice impedansi u relaciji (9.4.1.13). Time su izvedeni redni parametri trofazne sekcije (voda) golih provodnika. Redni parametri dvofazne i monofazne sekcije (voda) dobijaju se jednostavno iz relacije (11.5.1.13) potiskivanjem vrsta i kolona nedostajućih faza.

9.4.2. Otočni parametri

Otočni parametri sekcije (voda) su konduktansa i susceptansa. Konduktansa distributivnih sekcija (voda) je mala pa se ona praktično uvijek zanemaruje u proračunima. Prema tome, ovdje će se posvetiti pažnja određivanju susceptanse sekcije (voda).

Razmatraju se dva provodnika i i j postavljena iznad zemlje – slika 9.4.2.1. Napon između provodnika i i zemlje iznosi [44]:

$$\hat{U}_i = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}}), \quad (9.4.2.1)$$

pri čemu su:

ϵ – permeabilnost sredine u kojoj se nalaze provodnici;

i, j – indeksi provodnika;

i', j' – „slike“ provodnika i i j ;

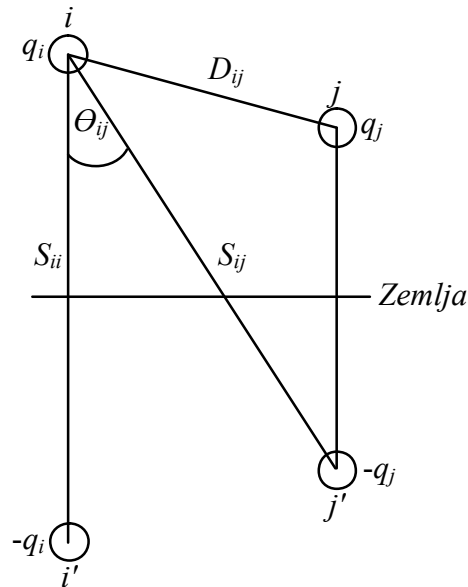
q_i, q_j – naelektrisanja provodnika i i j ;

RD_i – poluprečnik provodnika i ;

D_{ij} – rastojanje provodnika i i j ;

S_{ii} – rastojanje provodnika i i njegove „slike“ i' ;

S_{ij} – rastojanje provodnika i i slike provodnika $j - j'$.

Slika 9.4.2.1 – Provodnici i i j sa svojim „slikama“ i' i j'

Relacija (9.4.2.1) može da se napiše na sledeći način:

$$\hat{U}_i = P_{ii}q_i + P_{ij}q_j, \quad (9.4.2.2)$$

pri čemu su sa P_{ii} i P_{ij} označeni koeficijenti potencijala definisani na sledeći način:

$$P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{S_{ii}}{RD_i}, \quad (9.4.2.3a)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}}. \quad (9.4.2.3b)$$

Matrica koeficijenata potencijala za sekciju (voda) sa slike 9.4.1.3 glasi:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} & P_{an} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} & P_{bn} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} & P_{cn} \\ P_{na} & P_{nb} & P_{nc} & P_{nn} \end{bmatrix}. \quad (9.4.2.4)$$

Matrica koeficijenata potencijala u matricnoj relaciji (9.4.2.4) je dimenzije 4×4 pa je potrebno redukovati je na matricu dimenzije 3×3 . U tu svrhu se koristi standardna Kron-ova redukcija [44, 64]. Ona se radi na isti način kao redukcija matrice impedansi, koja je prikazana u proračunu rednih impedansi sekcije (voda). Matrica koeficijenata potencijala dimenzije 3×3 glasi:

$$\mathbf{P}' = \begin{bmatrix} P'_{aa} & P'_{ab} & P'_{ac} \\ P'_{ba} & P'_{bb} & P'_{bc} \\ P'_{ca} & P'_{cb} & P'_{cc} \end{bmatrix}. \quad (9.4.2.5)$$

Matrica kapacitivnosti dobija se inverzijom matrice potencijalnih koeficijenata:

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix}. \quad (9.4.2.6)$$

Matrica admitansi otočnih parametara sekcije (voda) je:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + j2\pi f \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix}. \quad (9.4.2.7)$$

Time su izvedeni i otočni parametri trofazne sekcije (voda) golih provodnika. Otočni parametri dvofazne i monofazne sekcije (voda) dobijaju se jednostavno iz relacije (9.4.2.7) potiskivanjem vrsta i kolona nedostajućih faza.

Matrice impedansi iz relacije (9.4.1.13) i matrica admitansi iz relacije (9.4.2.7) su u faznom domenu. Ako su te matrice potrebne u domenu simetričnih komponenti one se jednostavno dobijaju koristeći se transformacijom sličnosti odgovarajućih dimenzija – inverzna transformacija (9.5.1.2) iz paragrafa 9.5.1.

9.5. PARAMETRI TROFAZNIH TRANSFORMATORA

U ovom dijelu obrađeni su otočni – paragraf 9.5.1 i redni parametri uravnoteženih trofaznih transformatora – paragraf 9.5.2. Parametri trofaznih transformatora se obično poznaju pogonski parametri (parametri u domenu simetričnih komponenti). Iz njih se izvode parametri transformatora u faznom domenu.

9.5.1. Otočni parametri

Kod trofaznog uravnoteženog transformatora, matrica impedansi/admitansi magnećenja svedenih na izabranu stranu transformatora, u domenu simetričnih komponenti, dijagonalna je matrica, tj. može da se napiše u sledećem obliku [50]:

$$\hat{\mathbf{Y}}_m^{dio} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_m^d & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Y}_m^d & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Y}_m^o \end{bmatrix}. \quad (9.5.1.1)$$

Sa \hat{Y}_m^d su označene međusobno jednake admitanse magnećenja transformatora za simetrične režime direktnog i inverznog redoslijeda (recipročne vrijednosti impedansi magnećenja). Sa \hat{Y}_m^o je označena admitansa magnećenja za simetričan režim nultog redoslijeda. Otočna matrica admitansi transformatora jednaka je matrici impedansi/admitansi magnećenja s tim što je vrijednost na poziciji (3,3) u matrici u nekim slučajevima nula. Ona je različita od nule samo kod transformatora čiji su namotaji bar na jednoj njegovoj strani povezani u zvijezdu koja jeste uzemljena. Kada je samo jedna strana transformatora tako povezana i uzemljena, tada se upravo na toj strani prikazuju admitanse magnećenja transformatora.

Otočna matrica admitansi transformatora u faznom domenu, svedena na izabranu stranu transformatora, dobija se sledećom transformacijom sličnosti matrice u domenu simetričnih komponenti (9.5.1.1):

$$\hat{Y}_{ot}^{abc} = \hat{A}^{-1} \hat{Y}_m^{dio} \hat{A}, \quad (9.5.1.2)$$

pri čemu matrice \hat{A} i \hat{A}^{-1} iznose [42, 72]:

$$\hat{A} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = e^{j120^\circ} = e^{j\frac{2\pi}{360^\circ}}. \quad (9.5.1.3)$$

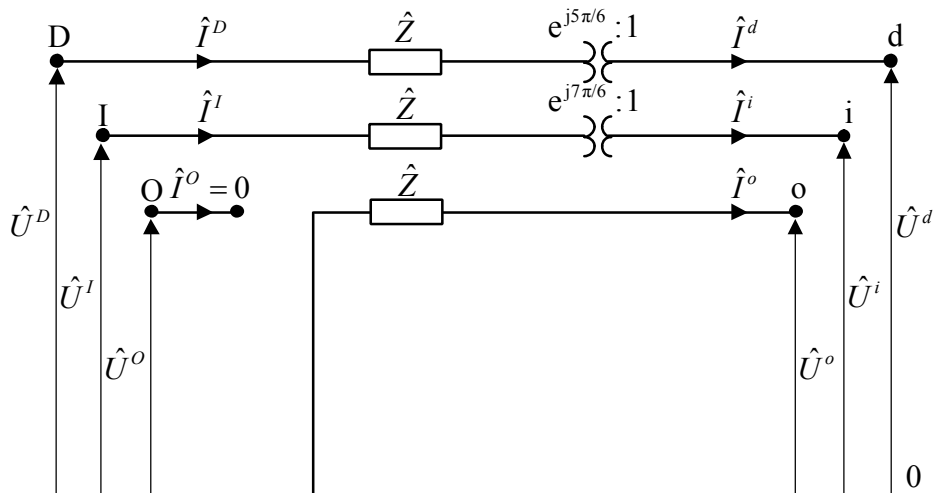
Sada se dobija sledeća cirkularna i simetrična matrica:

$$\hat{Y}_{ot}^{abc} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o & -\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o & -\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o \\ -\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o & 2\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o & -\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o \\ -\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o & -\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o & 2\hat{Y}_m^d + \hat{Y}_m^o \end{bmatrix}, \quad (9.5.1.4)$$

koja je na slici 3.3.1 označena s \hat{Y}_{ok} odnosno \hat{Y}_{oK} , zavisno od strane prikaza magnećenja.

9.5.2. Redni parametri transformatora sprege Dy_n5

Šema trofaznog uravnoteženog transformatora sprege Dy_n5 u domenu relativnih vrijednosti, data je na slici 9.5.2.1 [52, 73]. Otočne grane (magnećenja) transformatora pridruženi su jednom od čvorova transformatora. Smatra se da je zvjezdište direktno uzemljeno jer to ne utiče na kvalitativna razmatranja koja slede.



Slika 9.5.2.1 – Pogonska šema transformatora sprege Dy_n5 u domenu relativnih vrijednosti

Matematički model kola sa slike 9.5.2.1 glasi:

$$\begin{aligned}
 \hat{U}^D - \hat{Z}\hat{I}^D &= e^{j5\pi/6}\hat{U}^d, \\
 \hat{I}^D &= e^{j5\pi/6}\hat{I}^d, \\
 \hat{U}^I - \hat{Z}\hat{I}^I &= e^{j7\pi/6}\hat{U}^i, \\
 \hat{I}^I &= e^{j7\pi/6}\hat{I}^i, \\
 \hat{I}^O &= 0, \\
 \hat{U}^O &= -\hat{Z}\hat{I}^O.
 \end{aligned} \tag{9.5.2.1}$$

Iz prve relacije modela (9.5.2.1) može da se izrazi struja \hat{I}^D , iz druge struja \hat{I}^d , iz treće struja \hat{I}^I , iz četvrte struja \hat{I}^i , a iz šeste struja \hat{I}^O :

$$\begin{aligned}
 \hat{I}^D &= \frac{\hat{U}^D - e^{j5\pi/6}\hat{U}^d}{\hat{Z}}, \\
 \hat{I}^d &= e^{-j5\pi/6} \frac{\hat{U}^D - e^{j5\pi/6}\hat{U}^d}{\hat{Z}}, \\
 \hat{I}^I &= \frac{\hat{U}^I - e^{j7\pi/6}\hat{U}^i}{\hat{Z}}, \\
 \hat{I}^i &= e^{-j7\pi/6} \frac{\hat{U}^I - e^{j7\pi/6}\hat{U}^i}{\hat{Z}}, \\
 \hat{I}^O &= 0, \\
 \hat{I}^O &= -\frac{\hat{U}^O}{\hat{Z}}.
 \end{aligned} \tag{9.5.2.2}$$

Odgovarajući matematički model, napisan saglasno s metodom nezavisnih napona, glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}^D \\ \hat{I}^I \\ \hat{I}^O \\ -\hat{I}^d \\ -\hat{I}^i \\ -\hat{I}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & 0 & -e^{j5\pi/6}/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & 0 & 0 & -e^{j7\pi/6}/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -e^{-j5\pi/6}/\hat{Z} & 0 & 0 & 1/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & -e^{-j7\pi/6}/\hat{Z} & 0 & 0 & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}^D \\ \hat{U}^I \\ \hat{U}^O \\ \hat{U}^d \\ \hat{U}^i \\ \hat{U}^o \end{bmatrix}. \tag{9.5.2.3}$$

Parcionisanjem, matična relacija (9.5.2.3) može da se ekvivalentno prikaže sa sledeće dvije matične relacije, svaka s upola manjim dimenzijama:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}^D \\ \hat{I}^I \\ \hat{I}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}^D \\ \hat{U}^I \\ \hat{U}^O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -e^{j5\pi/6}/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & -e^{j7\pi/6}/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}^d \\ \hat{U}^i \\ \hat{U}^o \end{bmatrix}, \tag{9.5.2.4a}$$

$$\begin{bmatrix} -\hat{I}^d \\ -\hat{I}^i \\ -\hat{I}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e^{-j5\pi/6}/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & -e^{-j7\pi/6}/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}^D \\ \hat{U}^I \\ \hat{U}^O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}^d \\ \hat{U}^i \\ \hat{U}^o \end{bmatrix}. \quad (9.5.2.4b)$$

Transformacija ovog modela iz domena simetričnih komponenti u domen faznih veličina vrši se na sledeći način, koristeći se matricama transformacije \hat{A} i \hat{A}^{-1} (9.5.1.3):

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_A \\ \hat{I}_B \\ \hat{I}_C \end{bmatrix} = \hat{A}^{-1} \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{A} \begin{bmatrix} \hat{U}_A \\ \hat{U}_B \\ \hat{U}_C \end{bmatrix} + \hat{A}^{-1} \begin{bmatrix} -e^{j5\pi/6}/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & -e^{j7\pi/6}/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{A} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}, \quad (9.5.2.5a)$$

$$\begin{bmatrix} -\hat{I}_a \\ -\hat{I}_b \\ -\hat{I}_c \end{bmatrix} = \hat{A}^{-1} \begin{bmatrix} -e^{j5\pi/6}/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & -e^{j7\pi/6}/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{A} \begin{bmatrix} \hat{U}_A \\ \hat{U}_B \\ \hat{U}_C \end{bmatrix} + \hat{A}^{-1} \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\hat{Z} \end{bmatrix} \hat{A} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}, \quad (9.5.2.5b)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_A \\ \hat{I}_B \\ \hat{I}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2/\hat{Z} & -1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & 2/\hat{Z} & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} & 2/\hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_A \\ \hat{U}_B \\ \hat{U}_C \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & -1/\hat{Z} & 1/\hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}, \quad (9.5.2.6a)$$

$$\begin{bmatrix} -\hat{I}_a \\ -\hat{I}_b \\ -\hat{I}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & 0 & 1/\hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_A \\ \hat{U}_B \\ \hat{U}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\hat{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_a \\ \hat{U}_b \\ \hat{U}_c \end{bmatrix}. \quad (9.5.2.6b)$$

Cirkularne matrice koje su na slici 3.3.1 označene sa \hat{Y}_{KK} , \hat{Y}_{Kk} , \hat{Y}_{kK} i \hat{Y}_{kk} glase:

$$\hat{Y}_{KK} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2/\hat{Z} & -1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & 2/\hat{Z} & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} & 2/\hat{Z} \end{bmatrix}, \quad \hat{Y}_{Kk} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & -1/\hat{Z} & 1/\hat{Z} \end{bmatrix}, \quad (9.5.2.7)$$

$$\hat{Y}_{kK} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & -1/\hat{Z} \\ -1/\hat{Z} & 0 & 1/\hat{Z} \end{bmatrix}, \quad \hat{Y}_{kk} = \begin{bmatrix} 1/\hat{Z} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\hat{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\hat{Z} \end{bmatrix}$$

odnosno:

$$\hat{Y}_{KK} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \hat{Y}, \quad \hat{Y}_{Kk} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \hat{Y},$$

$$\hat{Y}_{kk} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{Y}, \quad \hat{Y}_{kk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{Y},$$
(9.5.2.8)

pri čemu je $\hat{Y} = 1/\hat{Z}$.

Na osnovu (9.5.2.8), očigledno je da su matrice \hat{Y}_{KK} , \hat{Y}_{Kk} i \hat{Y}_{kk} , kada je u pitanju transformator sprege Dy_{n5} , singularne. Jedina regularna matrica jeste \hat{Y}_{kk} .

Na formalno isti način mogu da se izvedu modeli trofaznih uravnoteženih transformatora sa svim ostalim spregama.

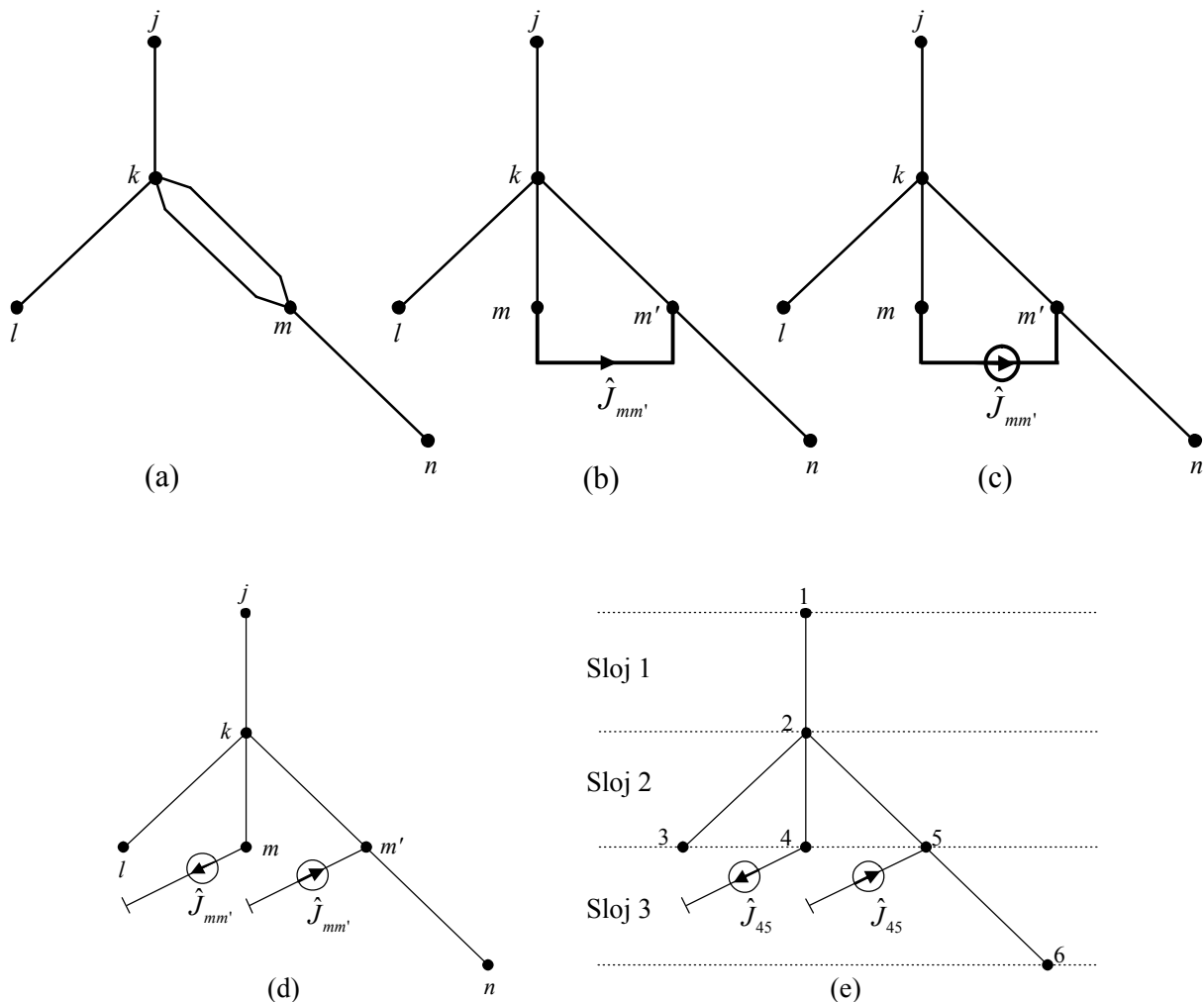
9.6. DISTRIBUTIVNE MREŽE S PETLJAMA

U ovom dijelu je obrađen tretman petlji u distributivnim mrežama [20, 21, 23, 26, 53, 56, 74, 75]. Mreže s petljama jesu i prenosne i distributivne. Ono u čemu se, s aspekta petlji, te dvije vrste mreža razlikuju, to je relativni broj petlji. Naime, taj broj petlji u prenosnim mrežama je obično „veliki“, a u distributivnim mrežama „mali“. Velika efikasnost postupka za proračun tokova snaga distributivnih mreža, koji se ovdje izlaže, rezultat je praktično radijalne strukture, odnosno relativno malog broja petlji distributivnih mreža.

Da bi mreža s petljama mogla da se tretira isto kao radijalna mreža, potrebno je da se otvore sve njene petlje. Otvaranjem svih petlji, mreža se svodi na radijalnu mrežu – *radijalizovana mreža*. Režim u toj mreži se razlikuje od režima mreže s petljama (*osnovne mreže*). Da bi režim u radijalizovanoj mreži bio isti s režimom osnovne mreže, potrebno je da se promjene topološke strukture mreže, koje su se desile njenom radijalizacijom, kompenzuju odgovarajućim strujama – *kompenzacionim strujama*. Kompenzacione struje se injektiraju u čvorove u kojima su petlje otvorene. Čvor izabran za otvaranje petlje „cijepa“ se na dva čvora, tj. umjesto jedinstvenog čvora, za svaku petlju se uvode po dva „različita“ čvora: *osnovni* (originalni) čvor – čvor u kojem je otvorena petlja i *novogenerisani* čvor, koji je nastao cijepanjem osnovnog čvora. Otočne grane prikazane snagama i admitansama čvorova u kojima se otvaraju petlje, raspoređuju se po želji na odgovarajuće osnovne i novogenerisane čvorove (npr. ostaju u osnovnim i nema ih u novogenerisanim, ili obrnuto, odnosno, njihovi dijelovi se raspodjeljuju na oba čvora, zapažajući njihove zbirove).

Primjer mreže s jednom petljom prikazan je na slici 9.6.1a. Čvorovi su označeni opštim brojevima, pri čemu je sa j indeksiran korijen mreže – balansni čvor. Radijalizacija razmatrane mreže prikazana je na slikama 9.6.1b, c i d. Jedina petlja u mreži otvorena je u čvoru m , pri čemu je novogenerisani čvor označen sa m' . (Nepoznata) struja u kratkospojniku, usmjerena od osnovnog ka novogenerisanom čvoru, označena je s $\hat{J}_{mm'}$. Ona, saglasno s teoremom o kompenzaciji, može da se zamjeni idealnim strujnim izvorom iste struje, a da se stanje mreže ne promjeni – slika 9.6.1.c. Struja idealnog strujnog izvora $\hat{J}_{mm'}$ jeste kompenzaciona struja, s kojom se obezbjeđuje jednakost režima radijalizovane mreže i mreže s petljom. Taj idealni strujni izvor može da se ekvivalentno prikaže s dva otočna idealna strujna izvora – slika 9.6.1d.

Numeracija radijalizovane mreže, s insertovanim odgovarajućim idealnim strujnim izvorima u osnovnom i novogenerisanom čvoru, prikazana je na slici 9.6.1e.



Slika 9.6.1 – Mreža s jednom konturom (a), s čvorom m koji je rascjepljen na dva čvorova m i m' , povezana kratkospojnikom (b), kompenzacija kratkospojnika idealnim strujnim izvorom (c), kompenzacija kratkospojnika s dva idealna strujna izvora (d) i njena numeracija po slojevima, saglasna s numeracijom radijalnih mreža po slojevima (e)

Režim mreže s petljama isti je s režimom radijalizovane mreže s insertovanim odgovarajućim idealnim strujnim izvorima u čvorove u kojima su petlje otvorene (osnovni i novogenerisani čvorovi). Prema tome, umjesto modelovanja i rješavanja mreže s petljama, može da se napiše i riješi matematički model radijalizovane mreže s insertovanim odgovarajućim idealnim strujnim izvorima u čvorove u kojima su petlje otvorene. To rješenje se sastoji od napona svih čvorova koji su jednaki naponima mreže s petljama, kao i od kompenzacionih struja, čije vrijednosti impliciraju jednakost napona čvorova u kojima su petlje otvorene ($\hat{U}_m = \hat{U}_{m'}$). Kompenzacione struje računaju se u svakoj iteraciji na osnovu razlike napona u osnovnom i novogenerisanom čvoru i Thévenen-ove matrice impedansi [20, 23]. Broj čvorova mreže koja je radijalizovana otvaranjem petlji i uvođenjem novogenerisanih čvorova, veći je od broja čvorova mreže s petljama za p (broj petlji u mreži), ali je broj rednih elemenata isti. Ali, naponi parova čvorova – osnovi i novogenerisani – međusobno su jednaki, saglasno sa slikom 9.6.1b. Prema tome, postoji potpuna ekvivalencija režima mreže s petljama i radijalizovane mreže s insertovanim odgovarajućim idealnim strujnim izvorima u čvorove u kojima su petlje otvorene.

Ovaj postupak za proračun tokova snaga distributivnih mreža s petljama naziva se *kompensacionim*, a radijalizovana mreža s insertovanim kompensacionim idealnim strujnim izvorima – *kompensovana mreža*.

Neka je s P označen skup parova indeksa, od kojih svaki par odgovara jednom čvoru u kojem je otvorena jedna petlja. Prvi broj para odgovara indeksu osnovnog čvora, a drugi broj indeksu novogenerisanog čvora. Npr. za mrežu sa slike 9.6.1, skup P se sastoji od jednog para (jedna petlja) – $P = \{(4, 5)\}$.

Kako je već rečeno, suma snaga para čvorova, npr. (l, m) , \hat{S}_l i \hat{S}_m , jednaka je originalnoj snazi osnovnog čvora l , u kojem se otvara petlja, pre otvaranja petlje, $(l, m) \in P$. Isto važi i za otočne admitanse para čvorova (l, m) , $(l, m) \in P$.

Sada, iterativni postupak, koji je dat u dijelu 6.2 može se generalizovati na sledeći način:

Procedura sumiranja struja:

$$(6.2.4a) \quad (\hat{\mathbf{I}}_{k2})^{h+1} = \left[\hat{\mathbf{S}}_k / (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^{h+1} \right]^* + \hat{\mathbf{J}}_{ck}^h + \hat{\mathbf{Y}}_k^{sh} (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^h + (\hat{\mathbf{I}}_k^C)^h + \sum_{i \in \beta_l} (\hat{\mathbf{I}}_{i1})^{h+1}, \quad (9.6.1a)$$

$$k = N, N-1, \dots, 1,$$

$$(6.2.4b) \quad (\hat{\mathbf{I}}_{k2})^{h+1} = \text{diag}[\hat{\mathbf{Y}}_a, \hat{\mathbf{Y}}_b, \hat{\mathbf{Y}}_c] (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^h + \hat{\mathbf{J}}_{ck}^h, \quad k = N, N-1, \dots, 1, \quad (9.6.1b)$$

$$(6.2.4c) \quad (\hat{\mathbf{I}}_{k1})^{h+1} = \hat{\mathbf{C}}_k^I (\hat{\mathbf{I}}_{k2})^{h+1} + \hat{\mathbf{Y}}_k^U (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^h, \quad k = N, N-1, \dots, 1, \quad (9.6.1c)$$

$$(6.2.4d) \quad (\hat{\mathbf{I}}_{k1})^{h+1} = \hat{\mathbf{Y}}_{k11} (\hat{\mathbf{U}}_{k1})^h + \hat{\mathbf{Y}}_{k12} (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^h, \quad k = N, N-1, \dots, 1, \quad (9.6.1d)$$

pri čemu su:

$\hat{\mathbf{J}}_{ck}^h$ – vektor h -tih aproksimacija eventualnih kompensacionih struje u čvoru k , kada je k jedan od čvorova otvaranja petlji;

N – broj rednih elemenata mreže.

Procedura korekcija napona:

$$(6.2.5a) \quad (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^{h+1} = \hat{\mathbf{C}}_k^U \left[(\hat{\mathbf{U}}_{k1})^{h+1} - (\hat{\mathbf{U}}_k^L)^{h+1} \right] + \hat{\mathbf{Y}}_k^I (\hat{\mathbf{I}}_{k1})^{h+1}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (9.6.2a)$$

$$(6.2.5b) \quad (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^{h+1} = \hat{\mathbf{Y}}_{k22}^{-1} (\hat{\mathbf{I}}_{k2})^h - \hat{\mathbf{Y}}_{k22}^{-1} \hat{\mathbf{Y}}_{k21} (\hat{\mathbf{U}}_{k1})^{h+1}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (9.6.2b)$$

$$(6.2.5c) \quad (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^{h+1} = \hat{\mathbf{E}} (\hat{\mathbf{U}}_{k1})^{h+1} + \hat{\mathbf{F}} (\hat{\mathbf{I}}_{k2})^h, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (9.6.2c)$$

Procedura korekcija kompensacionih struja:

$$\Delta \hat{\mathbf{J}}_c^h = \hat{\mathbf{Y}}_N (\hat{\mathbf{U}}_l^{h+1} - \hat{\mathbf{U}}_m^{h+1}), \quad \left[\hat{\mathbf{Y}}_N = (\hat{\mathbf{Z}}_T)^{-1} \right], \quad (9.6.3a)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_c^{h+1} = \hat{\mathbf{J}}_c^h + \Delta \hat{\mathbf{J}}_c^h. \quad (9.6.3b)$$

Sa $\hat{\mathbf{U}}_l^{h+1}$ i $\hat{\mathbf{U}}_m^{h+1}$ označeni su vektori $(h+1)$ -vih aproksimacija napona originalnih i novogenerisanih čvorova u kojima se prekidaju petlje, respektivno. Ako je zbir broja faza čvorova u

kojima se petlje otvaraju jednak broju d , onda su \hat{U}_l^{h+1} i \hat{U}_m^{h+1} dimenzija $d \times 1$. Elementi na istim pozicijama ta dva vektora odgovaraju paru čvorova prekida jedne petlje (originalni i novogenerisani). Sa \hat{Y}_N je označena Norton-ova matrica admitansi, odnosno inverzna Thévenen-ova matrica impedansi \hat{Z}_T s dimenzijama $(d \times d)$. Sa $\Delta \hat{J}_c^h$ je označen vektor korekcija h -tih aproksimacija kompenzacionih struja \hat{J}_c^h , a sa \hat{J}_c^{h+1} vektor korigovanih $(h+1)$ -vih aproksimacija tih struja. Njihove dimenzije su $d \times 1$. Na osnovu ovog proračuna može se utvrditi sledeći algoritam za proračun tokova snaga distributivne mreže s petljama.

Algoritam za proračun tokova snaga mreža s petljama

1. Izračunavanje Thévenen-ove matrice impedansi \hat{Z}_T , viđene iz svih parova čvorova prekida petlji, prije početka iterativnog postupka. Invertovanje te matrice radi izračunavanja Norton-ove matrice admitansi: $\hat{Y}_N = (\hat{Z}_T)^{-1}$.
2. Specifikacija početnih aproksimacija rješenja modela mreže: napona $\hat{U}_k^1, k=2, 3, \dots, N$, kao i kompenzacionih struja $\hat{J}_{lm}^1, (l, m) \in P$. Uobičajeno se koristi sledeća početna aproksimacija rješenja: $\hat{U}_k^1 = \hat{U}_1, k=2, 3, \dots, N; \hat{J}_{lm}^1 = 0, (l, m) \in P$.
3. Početak iterativnog postupka: $h=1$.
4. Za raspoloživu h -tu aproksimaciju stanja mreže $\hat{U}_k^h, k = 2, 3, \dots, N$, (\hat{U}_1 je unaprijed specificiran), kao i kompenzacionih struja sažetih u vektoru \hat{J}_c^h , izračunati $(h+1)$ -ve (korigovane) aproksimacije struja rednih elemenata $(\hat{I}_{k2})^{h+1}$ i $(\hat{I}_{k1})^{h+1}, k=2, 3, \dots, N$, koristeći se relacijama (9.6.1), pa $(h+1)$ -ve aproksimacije napona čvorova $(\hat{U}_{k2})^{h+1}, k=2, 3, \dots, N$, koristeći se relacijama (9.6.2).
5. Izračunati vektor korekcija kompenzacionih struja $\Delta \hat{J}_c^h$, koristeći se relacijom (9.6.3a), pa vektor korigovanih kompenzacionih struja \hat{J}_c^{h+1} , koristeći se relacijom (9.6.3b).
6. Time je završen proračun u tekućoj $(h$ -toj) iteraciji. Sada se raspolaže s korigovanim stanjem mreže $(\hat{U}_1), (\hat{U}_k)^{h+1}, k = N, \dots, 3, 2$, kao i korigovanim aproksimacijama kompenzacionih struja \hat{J}_c^{h+1} .
7. Ako je postupak konvergirao, proračun svih režimskih veličina od interesa, pa kraj iterativnog postupka, a ako nije – povećanje indeksa tekuće iteracije h za jedan i povratak na korak 4.

9.7. DISTRIBUTIVNE MREŽE S GENERATORIMA TIP A PV

DG su u širokoj primjeni u distributivnim mrežama pa je njihovo modelovanje za proračune tokova snaga distributivnih mreža veoma važno [20, 21, 24, 74, 76]. DG mogu da budu tipa PQ ili PV. Ako su manjih snaga onda su tipa PQ, a ako su većih snaga onda mogu da se koriste i kao generatori tipa PV. Uvažavanje generatora tipa PQ objašnjeno je u dijelu 2.5. Ovdje se obrađuju generatori tipa PV [24]:

1. Aktivna snaga generatora i direktna komponenta modula napona čvora u kojem je distributivni generator priključen su specificirane. Potrebo je inicijalizovati vrijednost reaktivne snage. Obično se ona inicijalizuje na sredinu opsega dozvoljene proizvodnje Q . U tekućoj iteraciji provjerava se vrijednost odstupanja između specificirane vrijednosti modula napona (superskript „spec“) i izračunate vrednosti (superskript „pro“):

$$\Delta U_k^d = |(U_k^d)^{spec}| - |(U_k^d)^{pro}| \leq \varepsilon, \quad (9.7.1)$$

pri čemu su:

$|(U_k^d)^{spec}|$ – specificirana vrijednost modula direktne komponente napona;

$|(U_k^d)^{pro}|$ – proračunata vrijednost modula direktne komponente napona u tekućoj iteraciji;

ε – unaprijed zadata tolerantna vrijednost odstupanja ΔU_k^d .

2. Ako je odstupanje napona ΔU_k^d manje od ε znači da se napon koji se kontroliše „jednak“ specificiranoj vrijednosti. Ako je to odstupanje napona veće od ε onda je potrebno proračunati korekciju komponente struje koja podržava tok reaktivne snage – $\Delta \hat{I}_k$, na osnovu odstupanja napona i poznate Thévenen-ove matrice impedansi. Na osnovu korekcije komponente struje $\Delta \hat{I}_k$ moguće je izračunati korekcije injektirane struje svake faze na sledeći način:

$$\Delta \hat{I}_{ka} = |\Delta \hat{I}_k| e^{jA}, \quad (9.7.2a)$$

$$\Delta \hat{I}_{kb} = |\Delta \hat{I}_k| e^{jB}, \quad (9.7.2b)$$

$$\Delta \hat{I}_{kc} = |\Delta \hat{I}_k| e^{jC}, \quad (9.7.2c)$$

$$A = \text{sgn}(\Delta U_k^d) \times 90 + \delta_{ka}, \quad (9.7.2d)$$

$$B = \text{sgn}(\Delta U_k^d) \times 90 + \delta_{kb}, \quad (9.7.2e)$$

$$C = \text{sgn}(\Delta U_k^d) \times 90 + \delta_{kc}, \quad (9.7.2f)$$

pri čemu su:

$\Delta \hat{I}_{ka}$ – korekcija injektirane struje faze a čvora u kojem je priključen DG;

$\Delta \hat{I}_{kb}$ – korekcija injektirane struje faze b čvora u kojem je priključen DG;

$\Delta \hat{I}_{kc}$ – korekcija injektirane struje faze c čvora u kojem je priključen DG;

A, B, C – pomoćne promjenljive;

$\text{sgn}(X)$ – znak promjenljive X ;

δ_{ka} – fazni stav napona faze a čvora k dobijen u proceduri korekcija napona;

δ_{kb} – fazni stav napona faze b čvora k dobijen u proceduri korekcija napona;

δ_{kc} – fazni stav napona faze c čvora k dobijen u proceduri korekcija napona.

3. Provjera da je reaktivna snaga u tehničkim granicama DG:

$$Q_{k \min} \leq Q_k \leq Q_{k \max}. \quad (9.7.3)$$

Ako su granice narušene reaktivna snaga se postavi na narušenu granicu ($Q_{k \lim}$), a generatoru se menja tip iz PV u PQ. Injektirana struja koja podržava tok reaktivne snage čvora u kojem je priključen generator se izračunava na sledeći način:

$$\Delta \hat{I}_{kx} = \left(j \frac{Q_{k \lim}}{3(U_k^d)^{spec} \frac{(U_{kx}^d)^{pro}}{|(U_{kx}^d)^{pro}|}} \right)^*, \quad x \in \{a, b, c\}. \quad (9.7.4)$$

4. Proračun injektiranih struja koje podržavaju aktivnu snagu čvora u kojem je priključen generator na sledeći način:

$$\hat{I}_{kpx} = \frac{P_k^{spec}}{3(U_k^d)^{spec} \frac{(U_{kx}^d)^{pro}}{|(U_{kx}^d)^{pro}|}}, \quad x \in \{a, b, c\}. \quad (9.7.5)$$

5. Proračun injektiranih struja generatora:

$$\hat{I}_{kx} = \hat{I}_{kpx} + \Delta \hat{I}_{kx}, \quad x \in \{a, b, c\}. \quad (9.7.6)$$

Ako je generator tipa PV onda $\Delta \hat{I}_{kx}$, $x \in \{a, b, c\}$ se odrađuje relacijama od (9.7.2a) do (9.7.2c), a ako mu je promjenjen tip u PQ onda relacijom (9.7.4). Nakon ovoga nastavlja se proračun tokova snaga u narednoj iteraciji.

9.8. LOKALNA AUTOMATIKA

Od uređaja za lokalnu automatiku koji su od interesa za proračune tokova snaga ovdje su obrađeni transformatori s regulacijom pod opterećenjem (regulatori napona i napojni transformatori) i kondenzatori (baterije kondenzatora).

Naponi na početku SN izvoda obično se kontrolišu naponskim regulatorima [23]. Ti regulatori su autotransformatori s kojima se na njihovim sekundarima kontrolišu moduli napona u opsegu od po desetak procenata oko nominalnog napona napajane mreže. Regulatori mogu biti u ručnom ili automatskom modu rada. Ako su u ručnom modu onda operatori mreže ručno smanjuju ili podižu napone njihovih sekundara. Ako su u automatskom modu onda rade prema unaprijed utvrđenim zakonima regulacije tako da naponi njihovih sekundara budu u unaprijed specificiranim granicama. Osim regulatorima napona, često se (u Evropi naročito) naponi SN mreža regulišu (trofaznim) napojnim regulacionim transformatorima. Tada se održava srednja vrijednost modula napona sve tri faze ili direktna komponenta napona u unaprijed definisanim

granicama. U oba slučaja – naponski regulatori i regulacioni napojni transformatori, riječ je o transformatorima s regulacijom pod opterećenjem.

Postupak GSSKN kao i postupak BFS za proračun tokova snaga podržava regulatore napona u oba navedena moda. Regulatori se predstavljaju kao redne veze impedantnih (admitantnih) grana i idealnih transformatora s otcjepima [23, 77, 78]. U ručnom modu pozicija regulacione sklopke je poznata i na osnovu nje zna se odnos transformacije. U automatskom modu pozicija regulacione sklopke je nepoznata veličina i ona treba da se odredi u proračunu tokova snaga. Ako su svi regulacioni transformatori u automatskom modu, prije proračuna potrebno je pretpostaviti poziciju regulacione sklopke s kojom će se ući u proračun. Obično se kreće od nominalne pozicije (obično je to srednja pozicija). U postupku GSSKN kao i postupku BFS, u proceduri korekcija napona u svakoj iteraciji je potrebno da se uradi sledeće [23]:

1. Proračunati napone svih faza sekundara regulacionog transformatora s tekućom pozicijom regulacione sklopke i provjeriti da li je napon u unaprijed zadatim granicama na sledeći način:

$$U_{\min}^{spec} \leq |\hat{U}^h| \leq U_{\max}^{spec}, \quad (9.8.1a)$$

$$U_{\min}^{spec} \leq \left| [\hat{U}^h - \hat{I}^h (R_t + jX_t)] \right| \leq U_{\max}^{spec}, \quad (9.8.1b)$$

pri čemu su:

\hat{U}^h – napon čvora sa strane regulacionog transformatora koja se kontroliše u h -toj iteraciji. Ako je u pitanju monofazni regulator onda je to napon odgovarajuće faze, a ako je trofazni onda je to srednja vrijednost modula napona sve tri faze ili direktna komponenta napona;

$|\hat{U}^h|$ – modul napona čvora sa strane regulacionog transformatora koja se kontroliše u h -toj iteraciji;

\hat{I}^h – struja regulacionog transformatora sa strane na kojoj se kontroliše napon;

U_{\min}^{spec} – donja granica dozvoljenog opsega napona;

U_{\max}^{spec} – gornja granica dozvoljenog opsega napona;

R_t – rezistansa koja se podešava na regulatoru;

X_t – reaktansa koja se podešava na regulatoru.

Relacija (9.8.1b) se odnosi na *kompaundovanu regulaciju* („single line drop compensation“).

2. Ako je napon veći od gornje zadate granice onda je potrebno proračunati poziciju regulacione sklopke tako da napon bude ispod gornje granice. Ako je napon niži od donje zadate granice onda je potrebno proračunati poziciju regulacione sklopke tako da napon bude iznad donje granice.
3. Provjeriti da li je pozicija regulacione sklopke proračunata u koraku 2 dostigla svoju maksimalnu ili minimalnu vrijednost. Ako jeste podesiti je na tu vrijednost.

4. Preračunati napon na sekundaru regulacionog transformatora s novom pozicijom regulacione sklopke i nastaviti proceduru korekcija napona.

Na taj način će biti izračunate pozicije regulacionih sklopki transformatora u tekućoj iteraciji proračuna tokova snaga.

Kondenzatori (baterije kondenzatora) se takođe vrlo često koriste na izvodima kako bi se popravili naponski profili izvoda i smanjili gubici aktivne snage u mreži. Regulatori na kondenzatorima su obično podešeni da uključe ili isključe kondenzatore (dijelove baterija kondenzatora). Status kondenzatora (uključen/isključen) određuje se na osnovu: napona, struje, vremenskog intervala, temperature ambijenta, reaktivne snage, faktora snage itd. U praksi se upravlja kondenzatorima tako da se obično kombinuju gore navedene mogućnosti određivanja statusa kondenzatora. U postupku proračuna tokova snaga primjenom postupaka GSSKN i BFS takvi kondenzatori se tretiraju na sledeći način:

1. za kondenzatore kojima se status uključenosti određuje na osnovu temperature ili vremenskog intervala treba podesiti njihov status prema tim veličinama i držati taj status tokom proračuna tokova snaga;
2. za kondenzatore kojima se status uključenosti ne određuje na osnovu temperature ili vremenskog intervala mogu se inicijalno uzeti da su isključeni;
3. u toku proračuna tokova snaga provjeriti da li su veličine kojima se određuje status uključenosti zadovoljene za tekuće stanje kondenzatora;
4. ako jesu preći na sledeću iteraciju proračuna tokova snaga, a ako nisu prvo podesiti njihov status, ako je to moguće, pa preći na sledeću iteraciju proračuna tokova snaga.

10. LITERATURA

1. L. Philipson, H. L. Willis, *Understanding Electric Utilities and De-Regulation*. USA: New York, Marcel Dekker Inc., 1999.
2. M. S. Čalović, A. T. Sarić, P. Č. Stefanov, *Eksploatacija elektroenergetskih sistema u uslovima slobodnog tržišta*. Srbija: Čačak, Tehnički fakultet, 2005.
3. F. Xu, F. Liu, H. Jin, A. V. Vasilakos „Managing Performance Overhead of Virtual Machines in Cloud Computing: A Survey, State of the Art, and Future Directions”, *Proceeding of the IEEE*, Vol. 102, No. 1, pp. 11-31, 2014.
4. V. Strezoski, Lj. Trpezanovski, „Three-Phase Asymmetrical Load-Flow”, *Electrical Power & Energy Systems*, No. 22, pp. 511-520, October, 2000.
5. C. A. Desoer, E. S. Kuh, *Basic Circuit Theory*. USA: McGraw-Hill Inc., 1969.
6. W. F. Tinney, C. E. Hart, „Power Flow Solution by Newton's Method”, *IEEE on PAS*, Vol. PAS-86, No. 11, pp. 1449-1460, Nov. 1967.
7. B. Stott, O. Alsac, „Fast Decoupled Load Flow”, *IEEE on PAS*, Vol. PAS-93, No. 3, pp. 859-869, May 1974.
8. A. Bergen, *Power Systems Analysis*. USA: Prentice-Hall Inc., 1986.
9. M. Crow, *Computational Methods for Electric Power Systems*. Florida: Boca Raton, CRC Press, 2003.
10. J. Arillaga, C. P. Arnold, B. J. Harker, *Computer Modeling of Electrical Power Systems*. USA: New Delhi, John Wiley & Sons Ltd, 1983.
11. V. Levi, D. Bekut, *Primena računarskih metoda u elektroenergetici*. Srbija: Novi Sad, Stylos, 1997.
12. Z. Stojaković, D. Herceg, *Numeričke metode linearne algebre*. Srbija: Beograd, Građevinska knjiga, 1988.
13. P. Тьюарсон, *Разреженные матрицы*. СССР: Москва, Мир, 1977.
14. W. F. Tinney, J. W. Walker, „Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization”, *Proceeding of the IEEE*, Vol. 55, No. 11, pp. 1801-1809, November, 1967.
15. G. Gross, H. W. Hong, „A Two-Step Compensation Method for Solving Short Circuit Problems”, *IEEE on PAS*, Vol. PAS-101, No. 6, pp. 1322-1331, Jun. 1982.
16. F. L. Alvarado, S. K. Mong, M. K. Enns, „A Fault Program with Macros, Monitors, and Direct Compensation”, *IEEE on PAS*, Vol. PAS-101, No. 6, pp. 1109-1120, May 1985.
17. V. Strezoski, D. Bekut, „A Canonical Model for the Study of Faults in Power Systems”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 6, No. 4, pp. 1493-1499, Nov. 1991.

18. W.-M. Lin, Y.-S. Su, H.-C. Chin, J.-H. Teng, „Three-Phase Unbalanced Distribution Power Flow Solutions with Minimum Data Preparation”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 14, pp. 1178-1183, Aug. 1999.
19. W.-M. Lin, J. H. Teng, „Three-Phase Distribution Network Fast-Decoupled Power Flow Solution”, *International Journal of Electric Power Energy System*, Vol. 22, No. 5, pp. 375-380, Jun. 2000.
20. D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, G. X. Luo, „A Compensation-Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 3, No.2, pp. 753-762, May 1988.
21. G. X. Luo, A. Semlyen, „Efficient Load Flow Method for Large Weakly Meshed Networks”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 5, No. 4, pp. 1309-1316, Nov. 1990.
22. D. Rajicic, R. Ackovski, R. Taleski, „Two Novel Methods for Radial and Weakly Meshed Network Analysis”, *EPSR*, Vol. 48, pp. 79-87, 1998.
23. C. S. Cheng, D. Shirmohammadi, „A Three-Phase Power Flow Method for Real-Time Distribution System Analysis”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 10, No. 2, pp. 671-679, May 1995.
24. S. Khushalani, J. M. Solanki, N. N. Schulz, „Development of Three-Phase Unbalanced Power Flow Using PV and PQ Models for Distributed Generation and Study of the Impact of DG Models”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 22, No. 3, pp. 1019-1025, Aug. 2007.
25. X. Zhang, F. Soudi, D. Shirmohammadi, C. S. Cheng, „A Distribution Short Circuit Analysis Approach Using Hybrid Compensation Method”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 10, No. 4, pp. 2053-2059, Nov. 1995.
26. M. Dilek, F. de Leon, R. Broadwater, S. Lee, „A Robust Multiphase Power Flow for General Distribution Networks”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 25, No. 2, pp. 760-768, May 2010.
27. Z. Wang, F. Chen, „Implementing Transformer Nodal Admittance Matrices Into Backward/Forward Sweep-Based Power Flow Analysis for Unbalanced Radial Distribution Systems”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 19, No. 4, pp. 1831-1836, Nov. 2004.
28. E. Mashhour, S. M. Moghaddas-Tafreshi, „Three-Phase Backward/Forward Power Flow Solution Considering Three-Phase Distribution Transformers”, *IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 1-5, Feb. 2009.
29. T.-H. Chen, M.-S. Chen, K. J. Hwang, P. Kotas, A. Chebli, „Distribution System Power Flow Analysis – A Rigid Approach”, *IEEE Trans. on PD*, Vol. 6, pp. 1146-1152, Jul. 1991.
30. J. C. M. Vieira Jr, W. Freitas, A. Morelato, „Phase-Decoupled Method for Three-Phase Power Flow Analysis of Unbalanced Distribution Systems”, *IEE Proc. –Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 151, No. 5, pp. 568-574, Sep. 2004.
31. R. D. Zimmerman, H.-D. Chiang, „Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 10, pp. 2045-2052, Nov. 1995.
32. F. Zhang, C. S. Cheng, „A Modified Newton Method for Radial Distribution System Power Flow Analysis”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 12, pp. 389-397, Feb. 1997.

33. I. Dzafic, S. Henselmeyer, H.-T. Neisius, „High Performance State Estimation for Smart Grid Distribution Network Operation”, *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2011 IEEE PES*, Hilton Anaheim, CA, pp. 1-6, 17-19 Jan. 2011.
34. H. A. Smolleck, R. R. Shoultz, „A Straightforward Method for Incorporating Mutually-Coupled Circuits Into the Bus Admittance Matrix Using the Concept of Artificial Branches”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 5, No. 2, pp. 486-491, May 1990.
35. J.-H. Teng, „A Direct Approach for Distribution System Load Flow Solutions”, *IEEE Trans. on PD*, Vol. 18, No. 3, pp. 882-887, July, 2003.
36. W. H. Kersting, W. H. Phillips, W. Carr, „A New Approach to Modeling Three-Phase Transformer Connections”, *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 35, No. 1, pp. 169-175, Jan./Feb. 1999.
37. P. Xiao, D. C. Yu, W. Yan, „A Unified Three-Phase Transformer Model for Distribution Load Flow Calculations”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 21, No. 1, pp. 153-159, Feb. 2006.
38. I. Kocar, J. S. Lacroix, „Implementation of a Modified Augmented Nodal Analysis Based Transformer Model into the Backward Forward Sweep Solver”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 27, No. 2, pp. 663-670, May 2012.
39. J. J. Winders, *Power Transformers Principles and Applications*. USA: New York, Marcel Dekker Inc., 2002.
40. P. Arboleya, C. Gonzalez-Moran, M. Coto, „Unbalanced Power Flow in Distribution Systems With Embedded Transformers Using the Complex Theory $\alpha\beta 0$ Stationary Reference Frame”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 29, No. 3, pp. 1012-1022, April, 2014.
41. S. S. Moorthy, D. Hoadley, „A New Phase-Coordinate Transformer Model for Ybus Analysis”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 17, No. 4, pp. 951-956, Nov. 2002.
42. V. Strezoski, *Analiza elektroenergetskih sistema*. Srbija: Novi Sad, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, Skripta, 2013.
43. N. Rajaković, *Analiza elektroenergetskih sistema 1*. Srbija: Beograd, Elektrotehnički fakultet akademska misao, 2002.
44. W. H. Kersting, *Distribution System Modeling and Analysis*. USA: Boca Raton, CRC Press, 2002.
45. T. -H. Chen, Y. -L. Chang, „Integrated Models of Distribution Transformers and Their Loads for Three-Phase Power Flow Analyses”, *IEEE Trans. on PD*, Vol. 11, No. 1, pp. 507-513, Jan. 1996.
46. B. -K. Chen, B. -S. Guo, „Three Phase Models of Specially Connected Transformers”, *IEEE Trans. on PD*, Vol. 11, No. 1, pp. 323-330, Jan. 1996.
47. T.-H. Chen, J.-D. Chang, Y.-L. Chang, „Models of grounded mid-tap open wye and open-delta connected transformers for rigorous analysis of a distribution system”, *IEE Proc. – Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 143, No. 1, pp. 82-88, Januar 1996.

48. T.-H. Chen, J.-D. Chang, „Open way-open delta and open delta-open delta transformer models for rigorous distribution system analysis”, *IEE Proc. –Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 139, No. 3, pp. 227-234, May 1992.
49. ***, *Electrical Transmission and Distribution*. USA: East Pittsburgh, Westinghouse Electric Corporation, 1950.
50. V. Strezoski, S. Milaković, *Ekvivalentne šeme elektroenergetskih transformatora u analizi stacionarnih režima*. Srbija: Novi Sad, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, EPS-JP „Elektrovojvodina”, Stylos, 1998.
51. T. -H. Chen, M. -S. Chen, T. Inoue, P. Kotas, E. A. Chebli, „Three-Phase Cogenerator and Transformer Models for Distribution System Analysis”, *IEEE Trans. on PD*, Vol. 6, No. 4, pp. 1671-1681, October, 1991.
52. V. Strezoski, „New Scaling Concept in Power System Analysis”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 143, No. 5, pp. 399-406, September, 1996.
53. P. Vidović, *Nesimetrični tokovi snaga distributivnih mreža*, magistrska teza, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, 2008.
54. V. Strezoski, „Advanced symmetrical components method”, *IET Gen. Trans. & Dist*, Vol. 5, No. 8, pp. 833-841, August, 2011.
55. V. C. Strezoski, P. M. Vidović, „Power Flow for General Mixed Distribution Networks”, Rad je u pripremi za štampu u ITEES (2014), DOI: 10.1002/etep.1974.
56. D. Popović, D. Bekut, V. Treskanica, *Specijalizovani DMS algoritmi*. Srbija: Novi Sad, DMS Group, 2004.
57. D. R. R. Penido, L. R. Araujo, S. Carneiro Jr, J. L. R. Pereira, „Unbalanced Three-phase Distribution System Load-flow Studies Including Induction Machines”, *Power Engineering Society General Meeting 2006*, 2000.
58. D. Trivunović, *Matrice admitansi neuravnoteženih mreža*, diplomski – master rad, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, 2009.
59. F. L. Alvarado, „Formation of Y-Node Using the Primitive Y-Node Concept”; *IEEE Trans. on PAS*, Vol. PAS-101, No. 12, pp. 4563-4571, December, 1982.
60. J. R. Rice, *Matrix Computations and Mathematical Software*. USA: New York, McGraw-Hill Book. Co., 1981.
61. P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro Jr, V. M. da Costa, N. Martins, „Three-Phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 15, No. 2, pp. 508-514, May, 2000.
62. L. R. Arajuo, D. R. R. Penido, S. Carneiro Jr, J. L. R. Pereira, P. A. N. Garcia, „A Comparative Study on the Performance of TCIM Full Newton versus Backward–Forward Power Flow Methods for Large Distribution Systems”, *IEEE PES*, pp. 522-526, 29. Otober – 01. November, 2006.

63. L. R. Arajuo, D. R. R. Penido, S. Carneiro Jr, J. L. R. Pereira, P. A. N. Garcia, „Comparisons between the three-phase current injection method and the forward/backward sweep method”, *EPES*, Vol. 32, No. 7, pp. 825-833, September, 2010.
64. G. Kron, „Tensorial Analysis of Integrated Transmission Systems Part I. The Six Basic Reference Frames”, *AIEE Trans.*, Vol. 70, pp. 1239-1248, July, 1951.
65. W. M. Kersting, L. Willis, „Radial Distribution Test Feeders”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 6, No. 3, pp. 975-985, August 2002.
66. R. Strezoski, *Teorijska zasnovanost proračuna tokova snaga distributivnih mreža*, master rad, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, 2013.
67. B. Popović, *Osnovi elektrotehnike 1 i 2*. Srbija: Beograd, Nauka, 1998.
68. B. P. Demidovich, I. A. Maron, *Computational Mathematics*. Russia: Moscow, Mir Publishers, 1987.
69. V. Janković, *Statički pristup analizi naponske stabilnosti u elektroenergetskim sistemima*, magistarska teza, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 2001.
70. Lj. D. Trpezanovski, *Proračun nesimetričnih tokova snaga elektroenergetskih sistema*, doktorska disertacija, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, 2000.
71. J. R. Carson, „Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return”, *Bell System Technical Journal*, Vol. 5, pp. 539-554, 1926.
72. V. C. Strezoski, D. S. Popović, *Proračuni stacionarnih režima elektroenergetskih sistema*. Srbija: Novi Sad, Fakultet tehničkih nauka, 2008.
73. P. Peregrinus, *Power system protection*. England: Exeter, A Wheaton & Company, Ltd, 1981.
74. Y. Zhu, K. Tomsovic, „Adaptive Power Flow Method for Distribution Systems with Dispersed Generation”, *IEEE Trans. on PD*, Vol. 17, No. 3, pp. 822-827, July 2002.
75. G. J. Chen, K. K. Li, T. S. Chung, G. Q. Tang, „An Efficient Two-Stage Load Flow Method for Meshed Distribution Networks”, *APSCOM 2000*, Vol. 2, No. 3, pp. 537-542, October 2000.
76. A. Losi, M. Russo, „Dispersed Generation Modeling for Object-Oriented Distribution Load Flow”, *IEEE Trans. on PD*, Vol. 20, No. 2, pp. 1532-1540, April 2005.
77. P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro Jr, „Voltage Control Devices Models for Distribution Power Flow Analysis”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 16, No. 4, pp. 586-594, November, 2001.
78. A. P. S. Meliopoulos, F. Zhang, „Multiphase Power Flow and State Estimation for Power Distribution Systems”, *IEEE Trans. on PS*, Vol. 11, No. 2, pp. 939-946, May, 1996.