



UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U
NOVOM SADU



Branko Štrbac

**PROCENA MERNE NESIGURNOSTI PRI
MERENJU RAVNOSTI NA
KOORDINATNOJ MERNOJ MAŠINI
PRIMENOM MONTE KARLO
SIMULACIJE**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Novi Sad, 2017.



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	Монографска публикација
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација
Аутор, АУ:	М.Сц. Бранко Штрбац, дипл. инж. маш.
Ментор, МН:	Др Миодраг Хаџистевић, редовни професор
Наслов рада, НР:	Процена мерне несигурности при мерењу равности на координатној мерној машини применом Монте Карло симулације
Језик публикације, ЈП:	Српски
Језик извода, ЈИ:	Српски / Енглески
Земља публиковања, ЗП:	Република Србија
Уже географско подручје, УГП:	АП Војводина
Година, ГО:	2017.
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	7/114/125/11/63/0/8
Научна област, НО:	Машинско инжењерство
Научна дисциплина, НД:	Производна метрологија
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Равност, координатне мерне машине (КММ), минимална зона, мерна несигурност, Монте Карло симулација
УДК	
Чува се, ЧУ:	Библиотека ФТН, Нови Сад
Важна напомена, ВН:	
Извод, ИЗ:	Координатне мерне машине (КММ) су доминантни мерни инструменти у димензионалној метрологији. Њиховом употребом се може измерити било која макро толеранција означена на техничкој документацији. Толеранција равности је често присутна у циљу извршења захтеваних функционалних захтева радног предмета. Истраживања спроведена у овом раду се баве проблемом процене грешке равности мерене на КММ засноване на методи минималне зоне и процене мерне несигурности за овај мерни задатак. Аксенат је стављен на примени Монте Карло методе као симулационог алата за процену мерне несигурности. Развијена је нова методологија за процену грешке равности као и симулациони модел за процену мерне несигурности за овај мерни задатак.
Датум прихватања теме, ДП:	24.12.2015.
Датум одбране, ДО:	
Чланови комисије, КО:	Председник: Др Весна Јокић Спасић, ред. проф. Члан: Др Бојан Ачко, ред. проф. Члан: Др Игор Будак, ванр. проф. Члан: Др Ђорђе Вукелић, ванр. проф. Члан, ментор: Др Миодраг Хаџистевић, ред. проф.
	Потпис ментора



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic publication
Type of record, TR :	Textual material, printed
Contents code, CC :	Doctoral Thesis
Author, AU :	Branko Strbac, M.Sc. in Mechanical Engineering
Mentor, MN :	Prof. Miodrag Hadzistevic, PhD
Title, TI :	Estimation of Measurement Uncertainty in Measuring Flatness on a Coordinate Measuring Machine by Means of Monte Carlo Simulation
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian / English
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	AP Vojvodina
Publication year, PY :	2017.
Publisher, PB :	Authors reprint
Publication place, PP :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	7/114/125/11/63/0/8
Scientific field, SF :	Mechanical Engineering
Scientific discipline, SD :	Production Metrology
Subject/Key words, S/KW :	Flatness error, Coordinate Measuring Machine (CMM), minimum zone (MZ), measurement uncertainty, Monte Carlo simulation
UC	
Holding data, HD :	FTS Library
Note, N :	
Abstract, AB :	Coordinate measuring machines (CMMs) are dominant measuring instruments in dimensional metrology. These machines can measure any macro-tolerance indicated in the technical documentation. Flatness tolerance is often present with the aim of completing the needed functional requirements of a workpiece. The investigation conducted in this paper considers the problem of assessing the flatness error measured on a CMM based on the minimum zone method and on the method of evaluating measurement uncertainty for this measuring task. The emphasis is on the use of Monte Carlo method as a simulation tool for evaluating measurement uncertainty. A new methodology for assessing the flatness error has been developed, as well as a simulation model for evaluating measurement uncertainty for this measuring task.
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	24.12.2015.
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	President: Prof. Vesna Jokic Spasic, PhD Member: Prof. Bojan Acko, PhD Member: Assoc. Prof. Igor Budak, PhD Member: Assoc. Prof. Djordje Vukelic, PhD Member, Mentor: Prof. Miodrag Hadzistevic, PhD
	Menthor's sign

Zahvalnica

Ova disertacija je proizašla kao rezultat mog višegodišnjeg bavljenja istraživanjima vezanih za proizvodnu metrologiju sa posebnim akcentom na koordinatne merne mašine. Ovom prilikom bih želeo da izrazim zahvalnost svima koji su na bilo koji način doprineli da ova disertacija bude što kvalitetnije urađena i prezentovana javnosti.

Prvenstveno bih želeo da izrazim najdublju zahvalnost mom mentoru, prof. Miodragu Hadžisteviću, koji me je podržavao, inspirisao i podsticao kroz razvojni put ovog istraživanja a pritom mi dao punu slobodu da istraživanje sprovedem na svoj način.

Posebnu zahvalnost želim da izrazim prof. Vesni Jokić - Spasić koja mi je približila svet nauke i načnog rada. Zahvaljujući njoj sam produbio oblast istraživanja primene Monte Karlo simulacije za procenu merne nesigurnosti.

Veliko hvala dugujem prof. Bojanu Ačku na spremnosti da uzme učešće u komisiji za ocenu i odbrabu doktorske disertacije i omogući mi da deo eksperimentalnih istraživanja sprovedem u Laboratoriji za tehnološke meritve na Mašinskom fakultetu u Mariboru.

Takođe veliku zahvalnost dugujem članovima komisije prof. Đorđu Vukeliću i prof. Igoru Budaku koji su mi pomogli u stilizovanju disertacije u stručnom i jezičkom smislu. Završetak ovog rada ne bi bio moguć bez njihovih neprocenjivih saveta i smernica.

Posebnu zahvalnost dugujem profesorima koji više nisu sa nama Janku Hodoliću i Vladanu Radlovačkom koji su mi mnogo pomogli tokom izrade doktorske disertacije.

Veliko hvala dugujem ljudima koji su me u svemu podržavali, pružili безусловnu ljubav i razumevanje, ocu i pokojnoj majci.

Na kraju, ne postoje reči koje bi na adekvatan način izrazili zahvalnost prema supruzi Jani za strpljenje i nesebičnu ljubav za sve ove godine.

Svojoj najvećoj radosti, podstreku i sreći, ćerki Maši.

Autor

SADRŽAJ

SADRŽAJ.....	I
I POPIS KORIŠĆENIH SKRAĆENICA.....	III
II POPIS SLIKA	V
III POPIS TABELA	VIII
1. UVOD.....	1
1.1. MOTIVACIJA I PREDMET ISTRAŽIVANJA.....	2
1.2. CILJ ISTRAŽIVANJA I HIPOTEZE	5
1.3. STRUKTURA DISERTACIJE.....	5
2. ISO – GPS STANDARDI.....	7
2.1. UVOD.....	7
2.2. STRUKTURA GPS STANDARDA	9
2.3. KOORDINATNA METROLOGIJA I GPS OKVIR	10
3. MERNA NESIGURNOST	14
3.1. UVOD.....	14
3.2. PROCENA MERNE NESIGURNOSTI PO GUM-U.....	15
3.2.1. <i>Definisanje funkcija merenja</i>	<i>16</i>
3.2.2. <i>Kombinovana standardna nesigurnost</i>	<i>16</i>
3.2.3. <i>Tip A i B procene standardne nesigurnosti</i>	<i>17</i>
3.3. ZNAČAJ MERNE NESIGURNOSTI.....	18
3.3.1. <i>Prihvatanje ili odbijanje ISO 14253-1:2013.....</i>	<i>18</i>
3.3.2. <i>Metrološka sledljivost.....</i>	<i>20</i>
3.3.3. <i>Testovi performansi kod KMM.....</i>	<i>21</i>
3.4. GEOMETRIJSKA SPECIFIKACIJA PROIZVODA (GPS) I NESIGURNOST	23
3.4.1. <i>Ukupna nesigurnost.....</i>	<i>24</i>
3.4.2. <i>Nesigurnost korelacije.....</i>	<i>24</i>
3.4.3. <i>Nesigurnost usaglašenosti</i>	<i>25</i>
3.4.4. <i>Nesigurnost specifikacije</i>	<i>25</i>
3.4.5. <i>Merna nesigurnost.....</i>	<i>25</i>
3.4.6. <i>Nesigurnost primenjene merne metode.....</i>	<i>25</i>
3.4.7. <i>Nesigurnost implementacije.....</i>	<i>26</i>
4. PROCENA MERNE NESIGURNOSTI PRI MERENJU NA KMM.....	27
4.1. METODE PROCENE MERNE NESIGURNOSTI KOD KMM	29
4.1.1. <i>GUM metoda.....</i>	<i>29</i>
4.2. PROCENA MERNE NESIGURNOSTI KMM MERENJA PRIMENOM SERIJE STANDARDA ISO 15530	31
4.2.1. <i>Određivanje merne nesigurnosti primenom višestrukih straregija merenja bez kalibrisanog radnog predmeta (ISO/TS 15530-2).....</i>	<i>31</i>
4.2.2. <i>Određivanje merne nesigurnosti primenom kalibrisanih radnih predmeta (ISO/TS 15530-3:2011).....</i>	<i>31</i>
4.2.3. <i>Određivanje merne nesigurnosti koristeći računarsku simulaciju (ISO/TS 15530-4:2011).....</i>	<i>32</i>
4.2.4. <i>Određivanje merne nesigurnosti presudom eksperata.....</i>	<i>33</i>
4.3. PRIMENA MONTE KARLO METODE ZA PROCENU NESIGURNOSTI	33
4.4. PREGLED POSTOJEĆEG STANJA	36
4.4.1. <i>Virtuelna koordinatna merna mašina</i>	<i>36</i>
4.4.2. <i>Ekspertne KMM</i>	<i>38</i>
4.4.3. <i>Simulacija preko ograničenja PUNDIT/KMM.....</i>	<i>40</i>

4.4.4.	<i>Ostala izvedena rešenja</i>	41
5.	RAZVOJ NOVE METODOLOGIJE ZA PROCENU GREŠKE RAVNOSTI ZASNOVANE NA MZ METODI	47
5.1.	MATEMATIČKA DEFINICIJA TOLERANCIJE RAVNOSTI	47
5.2.	ODREĐIVANJE GREŠKE RAVNOSTI NA KMM – OPERACIJA IZDVAJANJA I FILTRIRANJA	50
5.2.1.	<i>Strategija uzorkovanja – broj i položaj mernih tačaka</i>	50
5.3.	ODREĐIVANJE GREŠKE RAVNOSTI NA KMM – OPERACIJA UDRUŽIVANJA I PROCENE	53
5.3.1.	<i>Metoda najmanjih kvadrata za određivanje referentne (supstitutivne) ravni i greške ravnosti</i>	54
5.3.2.	<i>Metoda minimalne zone za određivanje referentne (supstitutivne) ravni i greške ravnosti</i>	55
5.4.	ROTACIJA KROZ JEDNU TAČKU – NOVI PRISTUP ZA PROCENU GREŠKE RAVNOSTI ZASNOVAN NA MZ METODI.....	59
5.4.1.	<i>Razvoj programskog sistema –rotacija kroz jednu tačku</i>	65
5.4.2.	<i>Verifikacija predloženog rešenja</i>	68
6.	RAZVOJ METODOLOGIJE ZA PROCENU MERNE NESIGURNOSTI PRI MERENJU RAVNOSTI NA KMM ZASNOVANE NA MONTE KARLO SIMULACIJI	78
6.1.	OPIS MODELA ZA PROCENU MERNE NESIGURNOSTI PRI MERENJU RAVNOSTI NA KMM BAZIRANOG NA MONTE KARLO SIMULACIJI	81
6.2.	VERIFIKACIJA PREDLOŽENOG MODELA	85
6.2.1.	<i>Rezultati Monte Karlo simulacije</i>	87
6.3.	POREĐENJE PROCENJENE MERNE NESIGURNOSTI DOBIJENE MONTE KARLO SIMULACIJOM SA GUM PRISTUPOM I STANDARDOM ISO 15530-3	95
6.3.1.	<i>Procena merne nesigurnosti primenom GUM</i>	95
6.3.2.	<i>Procena merne nesigurnosti primenom standarda ISO 15530-3:2011</i>	97
6.3.3.	<i>Usporedna analiza</i>	100
7.	ZAKLJUČNA RAZMATRANJA I PRAVCI BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA	101
	LITERATURA	104

I POPIS KORIŠĆENIH SKRAĆENICA

Skraćenica	Naziv na izvornom jeziku	Naziv na srpskom jeziku
ANSI	American National Standards Institute	Američki nacionalni zavod za standardizaciju
ASME	American Society of Mechanical Engineers	Američko udruženje mašinskih inženjera
BIMP	Bureau International des Poids et Mesures	Međunarodni biro za tegove i mere
CAA	Computer Aided Accuracy	Računatom podržana tačnost
CAD	Computer Aided Design	Računatom podržano projektovanje
CAM	Computer Aided Manufacturing	Računatom podržana proizvodnja
CAQ	Computer Aided Quality	Računatom podržan kvalitet
CEN/TC	European Committee for Standardization / Technical Committees	Evropski komitet za standardizaciju / Tehnički komiteti
CMA	Coordinate Measurement Arm	Koordinatna merna ruka
CMM	Coordinate Measurement Machine	Koordinatna merna mašina (KMM)
DOE	Design of Experiment	Dizajn eksperimenta
ECMM	Expert Coordinate Measurement Machine	Ekspertna koordinatna merna mašina
FLTp	peak-to-reference flatness deviation	odstupanje ravnosti od vrha do referentne ravni
FLTq	root mean square flatness deviation	srednja vrednost kvadrata odstupanja ravnosti
FLTt	peak-to-valley flatness deviation	odstupanje ravnosti od vrha do dna
FLTv	reference-to-value flatness deviation	odstupanje ravnosti od referentne ravni do dna

GD&T	Geometric Dimensioning and Tolerancing	Geometrijsko dimenzionisanje i tolerisanje
GPS	Geometrical Product Specifications	Geometrijska specifikacija proizvoda
GUM	Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement	Uputstvo za izražavanje merne nesigurnosti
ISO	International Organization for Standardization	Međunarodna organizacija za standardizaciju
ISO/TC	International Organization for Standardization/ Technical Committees	Međunarodna organizacija za standardizaciju/Tehnički komiteti
LS	Least Squares	Najmanji kvadrati
LSL	Lower Specification Limit	Donja granica specifikacije
MPE	Maximum Permissible Error	Maksimalno dozvoljena greška
MZ	Minimum Zone	Minimalna zona
NIST	National Institute of Standards and Technology	Nacionalni institut za standardizaciju i tehnologiju
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt	Fizičko tehnički institut
RKS	-	Referentni koordinatni sistem
SBC	Simulation by Constraints	Simulacija preko ograničenja
UES	Uncertainty Evaluating Software	Softver za procenu nesigurnosti
USL	Upper Specification Limit	Gornja granica specifikacije
VDI/VDE	Vereins Deutscher Ingenieure/ Verbands der Elektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik	-
VIM	International Vocabulary of Metrology	Međunarodni metrološki rečnik
VCMM	Virtual Coordinate Measurement Machine	Virtuelna koordinatna merna mašina
μCMM	Micro Coordinatne Measurement Machine	Mikro koordinatna merna mašina

II POPIS SLIKA

Broj slike	Naziv	Strana
2.1.	Osnovni okvir geometrijske specifikacije proizvoda	8
2.2.	Tri različita predstavljanja proizvoda prema ISO GPS standardu	11
2.3.	Definisane operacije specifikacijskog i verifikacijskog operatera	12
3.1.	Preciznost i tačnost	15
3.2.	Dokazivanje usaglašenosti (neusaglašenosti) sa specifikacijom	19
3.3.	Uticaj merne nesigurnosti na zonu usaglašenosti (neusaglašenosti), ISO 14253	19
3.4.	Lanac sledljivosti KMM	21
3.5.	Veza između različitih nesigurnosti	23
4.1.	Uticajni faktori na mernu nesigurnost	27
4.2.	Uticaj hrapavosti, broja i rasporeda tačaka u mernoj strategiji i metode procene supstitutivne geometrije na grešku ravnosti merene na KMM	28
4.3.	Procena merne nesigurnosti Monte Karlo metodom	34
4.4.	Grafički prikaz Monte Karlo metode za implementaciju propagiranja raspodela pri proceni merne nesigurnosti	35
4.5.	Koncept virtuelne koordinatne merne mašine (VKMM)	37
4.6.	Princip rada eksterne koordinatne merne mašine (EKMM)	39
4.7.	PUNDIT/KMM okruženje	41
4.8.	Šema Monte Karlo metoda za simulaciju uticaja odstupanja oblika i nesigurnosti hardvera na greške merenja	43
4.9.	Integracija dizajna eksperimenta sa Monte Karlo simulacijom	44
5.1.a.	Tolerancija ravnosti	47

5.1.b.	Matematička definicija tolerancijske zone ravnosti	47
5.2.	Kompletno definisan operater specifikacije za toleranciju ravnosti	49
5.3.a.	Hammersley raspored tačkaka na plan - paralelnoj pločici D=50 za N=10	52
5.3.b.	Hammersley raspored tačkaka na plan - paralelnoj pločici D=50 za N=75	52
5.4.	Određivanje referentne ravni i greške ravnosti LS i MZ metodom	53
5.5.	Rešenje problema najmanjih kvadrata primenom „linest“ funkcije	55
5.6.	Klasifikacija MZ metoda za procenu greške ravnosti	56
5.7.	Uzorkovane tačke sa paralelogramom, referentnom ravni α i upravnom ravni α'	60
5.8.	Projekcija na ravan α'	60
5.9.	Dve rotacije \vec{n}_0 vektora	62
5.10.	Algoritam MZ metode – rotacija kroz jednu tačku	64
5.11.	Panel za unos ulaznih parametara	65
5.12.	Panel za izbor prikaza parametara referentnih ravni	66
5.13.	Panel za prikaz koeficijenata referentnih ravni	66
5.14.	Panel za prikaz rezultata greške ravnosti	67
5.15.	Panel za grafički prikaz uzorkovanih tačkaka i referentnih ravni	67
5.16.	Relativne vrednosti iz korišćenih primera za verifikaciju metode na 100×100 ciklusa	71
5.17.	Relativne vrednosti iz korišćenih primera za verifikaciju metode na 200×200 ciklusa	72
5.18.	Relativne vrednosti iz korišćenih primera za verifikaciju metode na 400×400 ciklusa	72
5.19.	Potrebno vreme izračunavanja za broj ciklusa 100×100	73
5.20.	Potrebno vreme izračunavanja za broj ciklusa 200×200	73
5.21.	Potrebno vreme izračunavanja za broj ciklusa 400×400	74
5.22.	Procena greške ravnosti primenom kompatibilnog softvera KMM	75
5.23.	Verifikacija metode – rotacije kroz jednu tačku na realno uzorkovanim tačkama na	76

KMM

6.1.	Raspodele greške uzorkovanja pojedinih tačaka u mernoj zapremini KMM	79
6.2.	Model procene merne nesigurnosti KMM pri merenju ravnosti zasnovan na Monte Karlo simulaciji	82
6.3.a.	Koordinatna merna mašina „Carl Zeiss UMS 850“	85
6.3.b.	Merenje plan - paralelne pločice	85
6.4.	Položaj radnog predmeta u odnosu na referentni koordinatni sistem KMM (RKS)	86
6.5.a.	Provera normalnosti ponavljanja x koordinate	86
6.5.b.	Provera normalnosti ponavljanja y koordinate	86
6.5.c.	Provera normalnosti ponavljanja z koordinate	86
6.6.a.	Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 1	87
6.6.b.	Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 2	87
6.6.c.	Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 3	87
6.6.d.	Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 4	87
6.6.e.	Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 5	88
6.7.	Dijagram interakcije uticaja broja tačaka i mernog mesta na grešku ravnosti	88
6.8.	Deo izvornog koda u programskom sistemu „Wolfram Mathematica 8“	89
6.9.	Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 1 pri uzorkovanju 20 tačaka	91
6.10.	Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 2 pri uzorkovanju 20 tačaka	91
6.11.	Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 3 pri uzorkovanju 140 tačaka	92
6.12.	Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 5 pri uzorkovanju 75 tačaka	92
6.13.	Dijagram uticaja mernog mesta i broja mernih tačaka na ukupnu mernu nesigurnost	93
6.14.	Greška ravnosti i njima pripadajuće nesigurnosti procenjene različitim pristupima	100

III POPIS TABELA

Broj tabele	Naziv	Strana
2.1.	Glavni standardi koji karakterišu istorijski razvoj GDT-a i GPS-a	8
5.1.	Klasifikacija oblika, valovitosti i hrapavosti prema ISO 4287 (sa cut-off talasnim dužinama, λ_s , λ_c i λ_f) i VDI/VDE 2601	48
5.2.	Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Cheraghi i ostali	69
5.3.	Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Samuel i Shunmugan	69
5.4.	Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Zhu i Ding	70
5.5.	Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Wen i ostali	71
6.1.	Rezultati Monte Karlo simulacije	90
6.2.	Formule za izračunavanje parcijalnih izvoda sadržanih u jednačini 6.1	96
6.3.	Jednačina referente ravni i greška ravnosti	97
6.4.	Rezultati greške ravnosti u 20 različitih položaja i orijentacija na KMM	99
6.5.	Vrednosti ukupne nesigurnosti dobijene primenom ISO 15530-3 i standardne nesigurnosti pojedinih činioca	99

1. UVOD

Razvojem proizvodnog mašinstva ka što efikasnijoj proizvodnji postavljeni su novi zadaci za proizvodnu metrologiju. Proizvodna metrologija vrši dimenzionalnu i geometrijsku kontrolu kvaliteta proizvoda i predstavlja neodvojiv deo lanca upravljanja njegovim životnim ciklusom. Projektanti definišu funkcionalne i operativne zahteve delova na osnovu idealne geometrije. Zbog nesavršenosti obradnog procesa javljaju se različiti tipovi geometrijskih odstupanja na proizvedenim radnim delovima. Da bi osigurali da će deo biti u stanju da izvršava predviđenu funkciju, projektat delu dodeljuje toleranciju. Tolerancija ukazuju koliko posmatrana karakteristika može da odstupa od svoje nominalne specifikacije. Dimenzionalnom kontrolom kvaliteta osigurava se usklađenost dimenzionalnih karakteristika proizvoda sa tolerancijom. U novije vreme zahtevi tržišta u vodećim industrijskim granama (auto industrija, avio industrija, industrija medicinskih aparata, itd.) zahtevaju uska tolerancijska polja. Stoga, rezultat merenja mora biti što tačnije i preciznije određen i smatra se potpun ako mu je pridružena merna nesigurnost. Prema novoj generaciji geometrijske specifikacije proizvoda (GPS – eng. *Geometric Product Specification*), koja povezuje ceo tok životnog ciklusa proizvoda, merna nesigurnost je najvažniji koncept. Merna nesigurnost, kao parametar koji karakteriše rezultat merenja, privlači ogromnu pažnju u naučnim okvirima na svetskom nivou [2,3,22,24,27,29,45,55]. Povećanjem broja proizvodnih jedinica korišćenih za proizvodnju podsistema, potreba za dobrim funkcionisanjem i kontrolisanjem mernog sistema širi se dramatično, međusobna razmenjivost u globalnom tržištu zahteva sledljivost, stoga je temeljna procena i razumevanje merne nesigurnosti neophodna. Takođe, intenzivno povećanje znanja i trenda globalizacije u novom veku, uniformnost procene i izražavanje merne nesigurnosti će imati ključnu ulogu u međunarodnoj trgovini i tehničkoj komunikaciji.

U poslednje vreme tro–dimenzionalna metrologija je donela znatne promene u dimenzionalnom merenju i koordinatne merne mašine su postigle veliku popularnost kao fleksibilno rešenje u mnogim mernim zadacima. KMM imaju široku primenu u inspekciji geometrijskih i dimenzionalnih tolerancija mehaničkih delova, reverzibilnom inženjerstvu i poboljšanju procesa proizvodnje. Njihov princip rada se znatno razlikuje od konvencionalnih merila kao što je na primer kljunasto pomično merilo ili mikrometar koji rade na principu merenja „rastojanja dve tačke“. Zahvaljujući njima moguće je obavljati merenja koja su ranije zahtevala upotrebu specijalizovane merne opreme. KMM se mogu koristiti za proveru usklađenosti bilo kog makroodstupanja naznačenog na tehničkoj dokumentaciji. Ovo uključuje tolerancije dužinskih mera i uglova kao i geometrijske tolerancije oblika, orijentacije i položaja. Rezultati dobijeni pomoću KMM su često

temelj za donošenje odluka sa velikim ekonomskim posledicama. Princip rada KMM se zasniva na prikupljanju skupa koordinata tačaka sa površine ispitivanog dela prema unapred određenoj strategiji. Analizom skupa tačaka koja je obično nezavisna od procesa skupljanja tačaka, vrši se ispitivanje usaglašenosti sa specifikacijom. To jest, nezavisnom softverskom analizom koordinata uzorkovanih tačaka određuje se supstitutivna geometrija koja predstavlja osnovu za dobijanje rezultata merenja. Supstitutivna ili asocijativna geometrija se dobija primenom algoritama napisanih u odgovarajućim softverskim programima koji bi trebalo da budu robusni, efikasni i na bazi proverenih matematičkih principa. Takođe, ovi programski algoritmi bi trebalo da slede smernice postavljene u standardima. ISO standardi serije 12181:2011 navode da supstitutivni geometrijski elementi moraju biti uspostavljeni iz stvarnog merenja, tako da odstupanje između idealnih i stvarnih (realnih) geometrijskih elemenata je najmanja moguća vrednost. Procedura određivanja supstitutivne geometrije koristi tehnike zasnovane na fitovanju. Dve najčešće korišćene tehnike fitovanja su metoda najmanjih kvadrata (eng. *LS – least squares*) i metod minimalne zone (eng. *MZ – minimum zone*). LS metoda je superiornija u odnosu na MZ sa stanovišta jednostavnosti i vremena računanja. Međutim, LS metoda nije u potpunosti usklađena sa standardom ISO 1101, tj. nije u skladu sa matematičkom definicijom tolerancijske zone. U principu, primenom ove metode dobija se ograničavajući prostor koji sadrži sve tačke merenja ali ovaj prostor nije minimalne veličine. Problem koji se često javlja u praksi je da „dobri“ radni predmeti budu odbačeni u slučaju korišćenja LS metode. Prema tome, posebno u slučajevima ocene odstupanja od oblika, metoda MZ daje verodostojnije rezultate.

Među različitim tolerancijama oblika, ovo istraživanje je fokusirano na procenu greške ravnosti i određivanju merne nesigurnosti na KMM, zato što je ravan oblik često prisutan na tehničkoj dokumentaciji / CAD modelu. Prisutnost tolerancije ravnosti na tehničkoj dokumentaciji je opravdana jer zadovoljava mnoge funkcionalne zahteve radnog predmeta, kao što je npr. orijentacija delova za uparivanje, zaptivanje, klizanje i u nekim slučajevima pozicioniranje. Čak i ako je oblik tolerancijske zone ravnosti veoma jednostavan, zaključci su prilično opšti i mogu se primeniti za većinu procena greške oblika, uglavnom po pitanju aspekata vezanih za procenu merne nesigurnosti.

1.1. Motivacija i predmet istraživanja

Kako je već pomenuto na početku razvoj proizvodnog mašinstva podrazumeva mogućnost proizvodnje delova sa postojanjem uskih tolerancija. U cilju provere usaglašenosti sa zahtevima geometrijske specifikacije proizvoda (GPS) potrebno je ostvariti tačno merenje, tj. informacija o merenoj veličini treba što približnije da predstavi realan radni predmet. Uska tolerancijska polja diktirana od strane savremenog industrijskog sveta zahtevaju upotrebu sofisticirane merne opreme. Iako se karakterišu visokom tačnošću, kao i svako merenje, iskazan rezultat merenja na KMM sadrži grešku merenja zbog uticaja niza faktora. Kako je grešku merenja teško odrediti, uz rezultat

merjenja je potrebno proceniti interval poverenja u kom rezultat merjenja može da bude za odgovarajući nivo verovatnoće, tj. mernu nesigurnost. Pored toga što je merna nesigurnost potrebno odrediti zbog dokazivanja o „prihvatanju“ i/ili „odbijanju“, takođe ju je potrebno odrediti zbog održanja metrološke sledljivosti. Prisustvo mnogo faktora i njihove jake interakcije čine procenu merne nesigurnosti kod KMM komplikovanom.

Merna nesigurnost rezultata dobijenog sa KMM uglavnom će zavistiti od konkretnog mernog zadatka a manje od tipa mašine koja se koristi. Svaki merni zadatak će imati specifičnu mernu nesigurnost u zavisnosti od korišćene strategije merjenja i uslova u kom se merenje sprovodi. Parametar tačnosti KMM, koji se navodi u specifikaciji od strane proizvođača, odnosi se na maksimalno dozvoljenu grešku (eng. *maximum permissible error - MPE*) koji se može upotrebiti kao merna nesigurnost samo u slučajevima merjenja dužinskog rastojanja. Apsolutno je pogrešno koristiti ovaj parametar kao pokazatelj nesigurnosti pri merenju greške oblika. Složenost ove problematike je prepoznata i predstavlja aktuelnu temu istraživanja u prethodnih dvadeset pet godina [20,28,29,31,35,36,38,47,50-57]. Detaljan literaturni pregled u ovoj oblasti dat je u poglavlju 4.

Trenutno postoji nekoliko metoda, od kojih su neke standardizovane, za procenu merne nesigurnosti kod KMM merjenja. Zbog kompleksnosti određivanja nesigurnosti kod KMM veoma je teško primeniti ISO standard „Uputstvo za nesigurnost u merenjima“ (eng. *GUM – Guide to Uncertainty in Measurements*) koji je namenjen kao smernica za procenu nesigurnosti svih vrsta merjenja. Jedna od agilnih metoda za rešavanje ovog problema je korišćenje Monte Karlo metode zasnovane na simulacionim alatima. Kada se primenjuje računarska simulacija, stvarno merenje se simulira nekoliko puta. Simulacija je zasnovana na matematičkom modelu procesa merjenja i uzima u obzir sve bitne uticajne kvantitativne vrednosti. Tokom simulacije, ove uticajne kvantitativne vrednosti su varirane u okviru svojih pretpostavljenih opsega. Izlaz iz simulacije predstavljen je preko niza različitih rezultata merjenja koji predstavljaju moguće scenarije rezultata merjenja. Raspon verovatnostnih rezultata merjenja dobijenih simulacijom se koristi za određivanje merne nesigurnosti.

Ispravan rad simulacionih alata zasnovanih na Monte Karlu zahteva pravilno definisanje ulaznih veličina predloženog modela. Nemoguće je uključiti (matematički opisati) sve uticajne činioce na mernu nesigurnost u simulacioni model. Iz tog razloga i u cilju što tačnije procene nesigurnosti merjenja, u ovom istraživanju ulazi u simulacioni model će se zasnivati na eksperimentalnim podacima.

Prvo je potrebno odrediti nesigurnost svake uzorkovane tačke koja učestuje u definisanju supstitutivnog elementa. Svaka tačka u mernom prostoru KMM će imati različitu nesigurnost i to je doprinos uticaja hardverskih grešaka KMM kojih ukupno ima 21. Postoje validne tehnike koje se koriste za određivanje nesigurnosti koordinate svake uzorkovane tačke ali zahtevaju dugotrajne

eksperimente uz posedovanje adekvatnih etalona ili posebne merne opreme. Pri proceni greške ravnosti na KMM, pretpostavka je da će greška ravnosti i njima pripadajuće nesigurnosti biti različite za različite položaje i orijentacije radnog predmeta u okviru raspoložive merne zapremine KMM zbog pomenutih grešaka. Uz to, veliki je uticaj broja i položaja mernih tačaka u interakciji sa odstupanjem oblika radnog predmeta. U dosadašnjim istraživanjima [46,53,55,120] gde je vršeno modelovanje hardverskih grešaka može se izvesti zaključak da se veličina greške povećava sa povećanjem rastojanja između sistema uzorkovanja i referentnog koordinatnog sistema mašine. Samim tim može se zaključiti da merenja koja se sprovode blizu referentnog koordinatnog sistema će imati najmanju mernu nesigurnost jer su greške hardvera u tom položaju najmanje. Međutim, iako pozicije blizu referentnog koordinatnog sistema pokazuju male greške, i položaji dalje od njega uglavnom pokazuju veće greške, to ne znači da će KMM meriti tačnije u zonama koje pokazuju male greške. Gradijenti greške su bitniji za greške rezultata merenja, a ne veličina greške. Ovo se najlakše može objasniti na primeru malog kruga: pretpostavimo da je mali krug meren u zoni sa velikom greškom ali sa malim prostornim gradijentom u grešci. Ako samo KMM geometrijska greška bude uzeta u obzir, to će dovesti do veoma malih grešaka na prečniku i odstupanju kružnosti zato što su greške na odvojenim mernim tačkama (skoro) sve iste. Velika greška će se pojaviti za vrednosti koordinata položaja centa kruga koje su izražene preko referentnog koordinatnog početka ali ova greška nije važna. Ako je drugi krug meren blizu prvog, ovaj krug će pokazati istu grešku položaja (izraženu preko referentnog koordinatnog sistema) što znači da skoro neće biti greške na rastojanju između dva kruga. Ako se treći krug meri daleko od prvog, u zoni sa niskim greškama i niskim prostornim gradijentom, on će pokazati veoma male greške na prečniku, kružnosti kao i na položaju. Greška merenja na rastojanju između kruga 1 i kruga 3 će biti velika, kao što se može očekivati za merenja velikih rastojanja. Iz ovog interesantnog razmatranja može se postaviti pitanje: kako se vrednost greške ravnosti i njima pripadajuće nesigurnosti merenja ponašaju u zavisnosti od položaja radnog predmeta u mernoj zapremini. Takođe, izvedeni zaključak ne bi trebao da bude uniforman jer u velikoj meri na vrednosti greške i mernu nesigurnost ima broj i položaj mernih tačaka na radnom predmetu i primenjena metoda za procenu supstitutivne geometrije.

Baveći se procenom merne nesigurnosti kod KMM pri merenju ravnosti, neizostavno je bilo pitanje određivanja referentne ravni i greške ravnosti na osnovu koordinata uzorkovanih tačaka. Problematika određivanja referentne ravni (ili bilo kog drugog osnovnog geometrijskog primitiva) datira mnogo pre u naučnoj literaturi nego procena nesigurnosti KMM merenja [92-97]. Statistička metoda najmanjih kvadrata (LS) uvek daje jedinstveno rešenje i često se koristi kao podrazumevana metoda u KMM softverima iako standardi preporučuju MZ metodu. MZ metoda ne daje jedinstveno rešenje i postoji mnogo različitih metodologija za dobijanje minimalne zone pri proceni greške ravnosti. Neke od ovih metoda su ugrađene u komercionalne KMM softver. Softver predstavlja zatvoren sistem i korisnici ne mogu dobiti informacije o parametrima referentne ravni. Kako određivanje referentne ravni takođe predstavlja uticajni činilac na mernu nesigurnost neizbežno je

bilo u istraživanju baviti se ovom problematikom. Rezultat se ogleda u kreiranju modela koji određuje grešku ravnosti koristeći novu metodologiju zasnovanu na MZ metodi nazvanu – rotacija kroz jednu tačku.

1.2. Cilj istraživanja i hipoteze

Krajnji cilj istraživanja u okviru ove disertacije je razvoj metodologije za određivanje referentne ravni i greške ravnosti zasnovane na MZ metodi, razvoj modela za ocenu merne nesigurnosti koordinatnog merenja pri merenju ravnosti primenom Monte Karlo simulacije uz, za konkretnu KMM, prikaz raspodele nesigurnosti u okviru merne zapremine. Za dostizanje ovog cilja, neophodno je istražiti i analizirati: postojeće metode za procenu merne nesigurnosti na KMM, u opštem slučaju i pri merenju ravnosti, metodologije za ocenu nesigurnosti koordinate tačke u okviru mernog prostora KMM, kao i do sada razvijene metodologije za ocenu greške ravnosti zasnovane na MZ metodi. Kao rezultat istraživanja očekuje se razvoj nove metode za procenu greške ravnosti metodom minimalne zone koja će moći da se primenjuje na širokom spektru mernih instrumenata koji rade na principu koordinatne tehnike merenja. Takođe će se razviti simulacioni model koji će za određeni merno kontrolni zadatak, merenje ravnosti, odrediti mernu nesigurnost i dati prikaz raspodele merne nesigurnosti u radnom prostoru KMM.

Na osnovu postavljenog cilja i analize trenutnog stanja u oblasti određivanja greške ravnosti i procene merne nesigurnosti kod KMM, mogu se postaviti sledeće hipoteze istraživanja:

H1. *Moguće je razviti metodologiju za procenu greške ravnosti zasnovane na metodi minimalne zone koristeći analitičku geometriju.*

H2. *Moguće je razviti model zasnovan na Monte Karlo simulaciji za procenu merne nesigurnosti KMM pri merenju ravnosti dodeljivanjem funkcije raspodele verovatnoća koordinata uzorkovanih tačaka.*

H3. *Moguće je za konkretnu koordinatnu mernu mašinu dati vrednost proširene merne nesigurnosti koja će, uz postavljena ograničenja, sigurno sadržati rezultat merenja greške ravnosti na osnovu raspodele merne nesigurnosti u radnom prostoru KMM.*

1.3. Struktura disertacije

Doktorska disertacija je organizovana u šest poglavlja.

Prvo poglavlje daje uvod u oblast istraživanja, objašnjava motivaciju i predmet istraživanja, definiše cilj i hipoteze istraživanja sprovedenog u okviru disertacije i daje kraći prikaz njene strukture.

Drugo poglavlje se bavi analizom osnove novog standarda za geometrijsku specifikaciju proizvoda (GPS). Objasnjava se razlika i navode prednosti novog pristupa za razumevanje

geometrije radnog predmeta u odnosu na tradicionalno geometrijsko dimenzionisanje i tolerisanje proizvoda. Navodi se osnovna prednost da je u novom standardu radni predmet je praćen kroz ceo životni ciklus tj. od projektovanja do verifikacije i uvodi pojam nesigurnosti kao najvažniji koncept. Novi standard je baziran na matematičkom opisivanju proizvoda i predstavlja ga u tri različita „sveta“. Svako predstavljanje proizvoda se odlikuje operaterima i operacijama sadržanim u okviru svakog operatera.

Kako je nesigurnost okarakterisana kao najvažniji koncept geometrijske specifikacije proizvoda u trećem poglavlju su prikazane teoretske osnove za procenu merne nesigurnosti bilo kog izvršenog merenja. Objašnjava se procena merne nesigurnosti prema uputstvu za procenu nesigurnosti (GUM) i značaj nesigurnosti za donošenje odluke o prihvatanju/odbacivanju proizvoda i održavanju metrološke sledljivosti.

U četvrtom poglavlju dat je pregled stanja u oblasti procene merne nesigurnosti izvršenog merenja na koordinatnim mernim mašinama. Naglasak se stavlja na primenu Monte Karlo simulacije u ovoj oblasti. Dat je opširan pregled stanja u kome je korišćena Monte Karlo simulacija za procenu merne nesigurnosti KMM merenja.

Peto poglavlje se bavi tolerancijom i greškom ravnosti kao jednom od najprisutnijih tolerancija oblika na tehničkoj dokumentaciji. Analiziran je način procene greške ravnosti na KMM i predložena je nova metodologija zasnovana na metodi minimalne zone za procenu greške ravnosti. Nova metoda je nazvana „rotacija kroz jednu tačku“ i na osnovu algoritma rada modela razvijeno je istoimeno programsko rešenje u softverskom sistemu „Matlab“. Verifikacija predložene metode je izvršena na raspoloživim podacima iz literaturnih izvoda u naučnim časopisima kao i na podacima dobijenih iz realno sprovedenog merenja na KMM.

Šesto poglavlje objašnjava model za procenu merne nesigurnosti primenom Monte Karlo simulacije pri merenju ravnosti na KMM. Uz objašnjenje pojedinih koraka u modelu detaljno su analizirani eksperimentalni rezultati sprovedeni u skladu sa predloženim modelom. Vrednosti proširenih mernih nesigurnosti su poređene sa vrednostima dobijenim primenom GUM-a i standarda ISO 15530-3.

Sedmo poglavlje daje zaključke koji su izvedeni na osnovu istraživanja u okviru ove disertacije, sa posebnim naglaskom na naučne i stručne doprinose disertacije, kao i otvaranje novih istraživačkih pitanja i pravaca istraživanja.

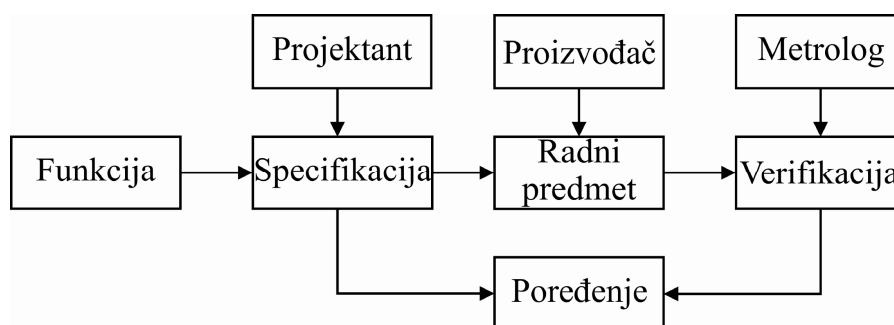
Na kraju disertacije dat je spisak naučne i stručne literature koja je korišćena u okviru disertacije.

2. ISO – GPS STANDARDI

2.1. Uvod

Globalizacija, sa delokalizacijom proizvodnih postrojenja koja se odnose na projektantske ili montažne centre, kao i saradnja nekoliko proizvodnih preduzeća sa ciljem realizacije visoko preciznih proizvoda, ukazala je na potrebu za tehničkim jezikom koji može da upravlja aspektima vezanih za kontrolu geometrije i da daje dosledne informacije kroz ceo životni ciklus proizvoda [1]. Složen proizvodni sistem zahteva korišćenje zajedničkog tehničkog jezika koji je u stanju da nosi sve informacije potrebne za opis geometrije radnog predmeta koji treba da garantuju funkcionalne zahteve. Od osnivanja 1996, internacionalna ISO/TC213 grupa je radila na razvijanju sistema geometrijske specifikacije proizvoda (GPS), koji povezuje ceo tok geometrije proizvoda od funkcionalnosti, specifikacije, proizvodnje do verifikacije, kako je prikazano na slici 2.1. Svi ISO standardi u GPS oblasti su obrađeni paralelno u Evropi u svom ogleđnom komitetu CEN/TC 290 [2]. Glavni cilj ovih standarda je da garantuje konzistentnost informacija kroz novi tehnički jezik zasnovan na čvrstim matematičkim definicijama. GPS je projektovan kao sredstvo komunikacije u kome projektanti, proizvođači i metrolozi razmenjuju nedvosmislene informacije vezane za funkcionalne zahteve proizvoda [3]. Geometrijska specifikacija i verifikacija proizvoda pokriva dimenzionalno i geometrijsko tolerisanje, površinske karakteristike i relevantne verifikacione principe, uključujući mernu opremu kao i kalibracione zahteve i nesigurnost dimenzionalnih geometrijskih merenja. Potreba za nastankom niza ovih standarda uslovljena je i pojačanom ekspanzijom CAD/CAM/CAQ sistema koji se zasnivaju na matematičkim formulama i na taj način se može razviti pouzdan i kompaktan softver da podrži računarske aplikacije u ovim oblastima. Na osnovu svega navedenog, može se doneti zaključak da razvijeni standard treba da ispuni sledeće zahteve:

- smanji nesigurnost u projektovanju i proizvodnji proizvoda,
- poveća produktivnost inženjerskih i proizvodnih napora, i
- poveća upotrebu računara i drugih naprednih tehnologija u projektovanju i proizvodnji.



Slika 2.1. Osnovni okvir geometrijske specifikacije proizvoda [4]

Pristup nove geometrijske specifikacije proizvoda prevazilazi okvire tradicionalnog jezika „Geometrijsko dimenzionisanje i tolerisanje“ (eng. *GD&T - Geometric Dimensioning and Tolerancing*) koji je obeležio industrijski svet posle drugog svetskog rata. Tradicionalno geometrijsko dimenzionisanje i tolerisanje je tehnički jezik koji se sastoji od niza pravila i simbola koji su poboljšani kroz prošli vek kako bi se mogle suočiti sa zahtevima industrijske revolucije i dati odgovore na specifične probleme. GD&T je zasnovan na ekspertnim sistemima, jer je potrebno veliko znanje o pravilima i poznavanje primera mogućih slučajeva. Svaki put kada nije moguće odrediti neke karakteristike prema trenutnim standardima, grupe stručnjaka odgovorne za njihovu definiciju i održavanje moraju da budu konsultovane i rešenje postaje deo znanja koje će biti oformljeno u sledećim izdavanjima standarda. Ovo je dovelo do složene strukture simbola, definicija i slučajeva, koji kao takvi nisu bili pogodni za izražavanje mnogih novih zahteva proizvoda. GD&T može biti baziran na Evropskom (ISO) i Američkom (ASME) standardu sa neznatno različitim pristupima koje su analizirane u [5]. U tabeli 2.1 prikazan je istorijski razvoj ova dva standarda.

Tabela 2.1. Glavni standardi koji karakterišu istorijski razvoj GDT-a i GPS-a [6,7]

GD&T		ISO	
1905	Tejlorov koncept-Pravilo 1 Pravilo „koverte“	1920	Nacionalni standardi za ograničenja i uklapanja (npr. UNIM 24)
1939-45	MIL-STD 8A Koncepti oblikovanja – pozicioniranja	1940	ISA sistem za ograničenja i odstupanja (Italija UNI 1088-1098:40)
1966	USASI Y 14.5M Prvi ujedinjeni standard za dimenzionisanje i tolerisanje	1962	ISO/R „ograničenja i odstupanja“
1994	ASME Y14.5M Dimenzionisanje i tolerisanje	1969	ISO/R 1101/I Koncepti oblikovanja-pozicioniranja
		1995	ISO/TR 14638 Geometrijske specifikacije proizvoda (GPS) – masterplan

Ovi standardi su razvijeni sa pravilima koja se odnose na definisanje proizvoda a ne na razmatranje datog tipa mernog sistema kao što je npr. koordinatna merna mašina. Na primer, sadašnji standardi ne daju jasne smernice za inspekciju tolerancija oblika. KMM korisnici intuitivno odlučuju koju strategiju merenja će koristiti, koliko mernih tačaka i koji algoritam za dobijanje supstitutivne geometrije će se koristiti. Naime, KMM određuju dimenzionalna odstupanja (rastojanja i uglovi) i geometrijska odstupanja (oblik, orijentacija, položaj) preko položaja prikupljenih tačaka na površini posmatranog dela. Koordinate tačaka se zatim obrađuju da odrede dimenzije dela kao i tipove i položaje varijacija na površini. Koordinate tačaka se prikupljaju sa površine dela preko KMM hardvera, tj. sistemom uzorkovanja – mernim senzorom. Zatim se informacije iz prikupljenih tačaka obrađuju preko softvera, koji primenjuje odgovarajući algoritam za dobijanje idealnog geometrijskog primitiva koji predstavlja najbolju aproksimaciju idealne geometrije na osnovu izmerenih tačaka. Ovaj algoritam za dobijanje supstitutivne geometrije (eng. *fit*), koji je obično integrisan u KMM softveru, koristi koordinate tačaka, na primer, da odredi položaj, orijentaciju, koncentričnost ili odstupanja naznačene karakteristike od odgovarajuće idealne geometrije. Softver omogućava odgovarajuću obradu podataka kako bi se utvrdilo da li je unutar definisanih tolerancija prema specifikaciji. Za opisivanje realne geometrije potrebno je površinu uzorkovati sa beskonačnim brojem tačaka, na ovaj način će se najbolje opisati realna geometrija. Međutim, kako ovo nije opravdano iz ekonomskih razloga, koristi se konačan broj tačaka da opiše realnu geometriju i realna geometrija nikad nije poznata, tako da se na ovaj način pravi greška u aproksimaciji realne geometrije.

2.2. Struktura GPS standarda

Prvi pokušaj u cilju usklađivanja postojećih ISO standarda je opisan preko „GPS matrice“ prezentovane u ISO Masterplanu u 1995 [1]. Standardi se klasifikuju u četiri različite klase i razvrstani su u isto toliko tabela, prema domenu njihove važnosti:

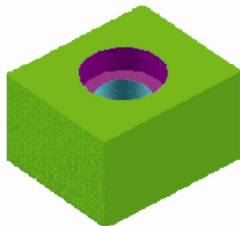
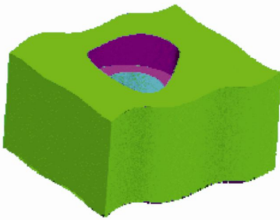
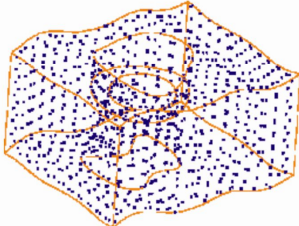
- **Osnovni GPS standardi** utvrđuju osnovna pravila i procedure za dimenzionisanje i tolerisanje radnih predmeta i proizvoda. Na primer, princip nezavisnosti pripada ovoj klasi.
- **Opšti GPS standardi** su glavno telo GPS standarda utvrđujući pravila za crtačke indikacije, principe definisanja i verifikacije za različite tipove geometrijskih karakteristika. Opšti standardi su organizovani u GPS matrici. Svaki red matrice predstavlja lanac standarda potrebnih za opisivanje određenih geometrijskih karakteristika od specifikacije do verifikacije, tako da postoji jedan red za svaku geometrijsku karakteristiku. Redovi uzimaju ime lanaca jer redosled kolona predstavlja napredak kroz životni ciklus proizvoda i odražavaju prirodni redosled korisnika, razumevanja i primene koncepta sadržanih u standardima.

- **Komplementarni GPS standardi** sadrže tehnička pravila za crtačke indikacije, definisanje i verifikacione principe za specifične kategorije geometrijskih primitiva. Neka pravila zavise od tipa proizvodnog procesa i tipa mašinskog elementa.
- **Globalni GPS standardi** pokrivaju ili uticaj na nekoliko i na sve lance Opštih GPS standarda i Komplementarnih standarda.

2.3. Koordinatna metrologija i GPS okvir

Početna tačka GPS pristupa je nedvosmislena definicija radnog predmeta duž celog proizvodnog procesa. GPS pristup teži da detaljno odvoji svaku geometrijsku karakteristiku (primitiv) ali bez isticanja na osnovne korelacije između „specifikacije“ i „verifikacije“. Prema ISO 14660-1:2008 geometrijski primitiv je tačka, linija ili entitet površine [8]. Geometrijski primitiv može biti klasifikovan kao idealan ili neidealan u zavisnosti u kom je kontekstu. Idealni geometrijski primitiv se odnosi na nominalni model dok neidealni geometrijski primitivi se odnose na skin model i realni radni predmet. Geometrijski primitivi su najjednostavniji elementi potrebni za potpuno definisanje bilo koje geometrije radnog predmeta. Takvi geometrijski primitivi postoje u tri različita „sveta“ [4,9] (slika 2.2):

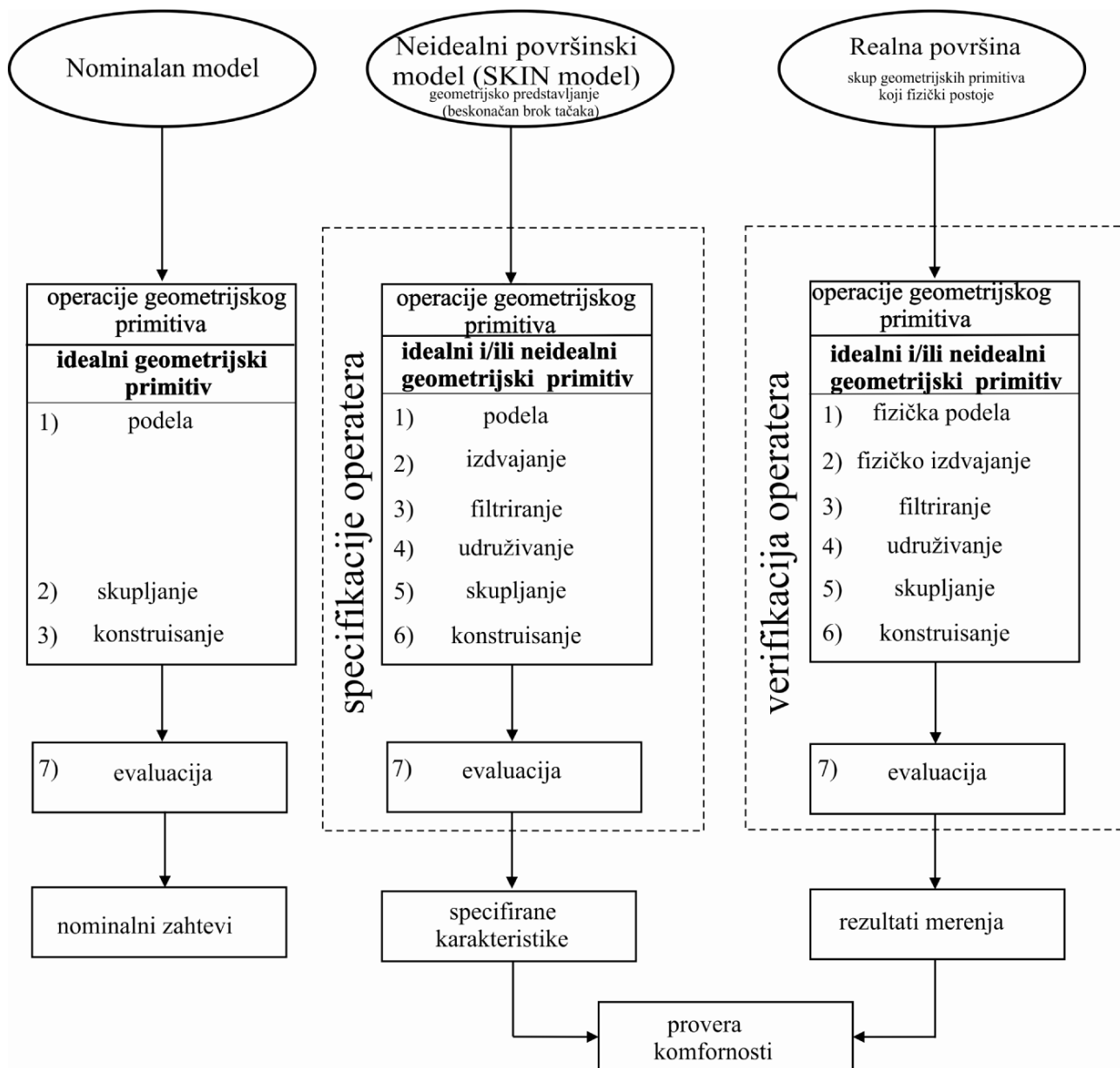
- Nominalni model je ideja projektanta i karakteriše se preko nominalnih dimenzija. On definiše idealan radni predmet sa oblicima i dimenzijama koje se savršeno uklapaju u funkcionalni mehanizam. Ovo predstavljanje je daleko od stvarnosti, jer i proces merenja i proces proizvodnje karakteriše njihova varijabilnost ili nesigurnost, ali je baza za tehničko predstavljanje u crtežima i CAD modelima.
- Ne – idealni površinski model (skin model) odgovara projektanskoj mašti varijacija koje mogu uticati na realnu geometriju radnog predmeta. Ovaj model se koristi od strane projektanta da shvati moguće efekte odstupanja geometrije radnog predmeta u cilju postavljanja granica potrebnih da garantuje funkcionalne zahteve proizvoda. Ova ograničenja su geometrijske specifikacije i izražene su u vidu dimenzionalnih i geometrijskih tolerancija da kompletiraju nominalnu geometriju na crtežima i CAD modelima.
- Stvaran radni predmet je geometrija koja je rezultat obrade radnog predmeta. Ona se razlikuje od nominalnog modela zbog unutrašnjih varijabilnosti svih činilaca realne proizvodnje (material, ambijentalni uslovi, proizvodni proces, itd.). Međutim, odstupanja od geometrije nominalnog modela treba da budu u okviru geometrijskih specifikacija postavljenih od strane projektanta. Merenje je jedinstven način da se sazna stvarna geometrija radnog predmeta ali uvodi dodatne distorzije i nesigurnosti unutar instrumenta i merne procedure.

Projektovanje		Verifikacija
Idealni model	Skin model	Realan radni predmet
		

Slika 2.2. *Tri različita predstavljanja proizvoda prema ISO GPS standardu [9]*

Predstavljanje proizvoda u tri različita „sveta“ prema ISO GPS standardu je identično principu rada koordinatnih mernih sistema [10,11]. Kod koordinatnih mernih sistema rezultat merenja se dobija tako što se uporede nominalna geometrija sa naznačenim tolerancijama i supstitutivna geometrija radnog predmeta. Predstavljanje predmeta pomoću GPS-u uvodi skin model koji koriste projektanti da postave granice za variranje geometrije primitiva. Takođe, prema pristupu zasnovanom na operacijama, skin model predstavlja osnovu za definisanje procesa verifikacije prepisane iz specifikacije. Tako se skin model može koristiti da predstavi specifikaciju metrologu i da shvati odgovarajuću strategiju merenja. Na slici 2.3. navedena je jasna struktura GPS jezika.

Sistem upravljanja podacima proizvoda je strukturiran u tri različita „sveta“ tj. operatera i saglasno predstavljaju geometriju kroz koncept geometrijskih primitiva i karakteristika. U okviru svakog operatera nalaze se operacije – matematičke procedure koje se primenjuju na bilo koji geometrijski primitiv. Na slici 2.3 može se videti da neke operacije se ne primenjuju za nominalni model jer nisu potrebne.



Slika 2.3. Definisane operacije specifikacijskog i verifikacijskog operatera [12,13]

Prema ISO/TC 17450-2:2012 operacije su:

1. **Podela** (eng. *partition*) se koristi za identifikaciju granica geometrijskog primitiva.
2. **Izdvajanje** (eng. *extraction*) je operacija nad geometrijskim primitivom koja se koristi da identifikuje konačan broj tačaka sa geometrijskog primitiva, prema specifičnim pravilima. Ako se radi sa realnom površinom, uzorkovanje predstavlja vezu metrologa i merenja (proces sticanja znanja o geometriji površine) i odgovara procesu merenja. Dakle, bitna je odgovarajuća operacija ekstrakcije kako bi mogli prikupiti informacije koje nam omogućavaju da efikasno ocenimo usaglašenost geometrijskog primitiva sa njegovim specifikacijama.

3. **Filtriranje** (eng. *filtration*) je operacija nad geometrijskim primitivom koja se koristi za razlikovanje između hrapavosti, valovitosti i oblika.
4. **Udruživanje** (eng. *association*) se koristi za fitovanje idealnih primitiva na neidealnim primitivima prema specifičnim pravilima koji se nazivaju kriterijumi. Ovo je istovetno sa dobijanjem supstitutivne geometrije kod koordinatnih mernih sistema.
5. **Skupljanje** (eng. *collection*) je operacija nad geometrijskim primitivom koja se koristi da identifikuje i razmotri zajedno određene geometrijske primitive koji zajedno igraju funkcionalnu ulogu.
6. **Konstrukcija** (eng. *construction*) predstavlja konstrukciju geometrijskog primitiva na osnovu postojećih primitiva.
7. **Evaluacija** (eng. *evaluation*) je operacija koja se koristi da identifikuje vrednost posmatrane karakteristike.

Proces merenja je jedan od najvažnijih delova verifikacije/inspekcije u novoj generaciji GPS-a. Proces merenja uključuje četiri komponente: merenje objekta, jedinice merenja, metode merenja i tačnost merenja. Tačnost merenja, označena preko greške merenja, karakteriše stepen usaglašenosti između rezultata merenja i stvarne vrednosti. Greška merenja je razlika između rezultata merenja i stvarne vrednosti, ali stvarna vrednost merenja ne može biti poznata, tako da metode za analizu greške se ne mogu koristiti. Uvođenjem koncepta merne nesigurnosti izbegava se problem koji se javlja iz korišćenja greške merenja da karakteriše rezultat merenja. Stoga, kada je dat rezultata merenja, merna nesigurnost koja daje karakterizaciju pouzdanosti rezultata, treba da se da zajedno sa rezultatom merenja. Stoga, merna nesigurnost predstavlja najvažniji koncept GPS-a.

3. MERNÁ NESIGURNOST

3.1. Uvod

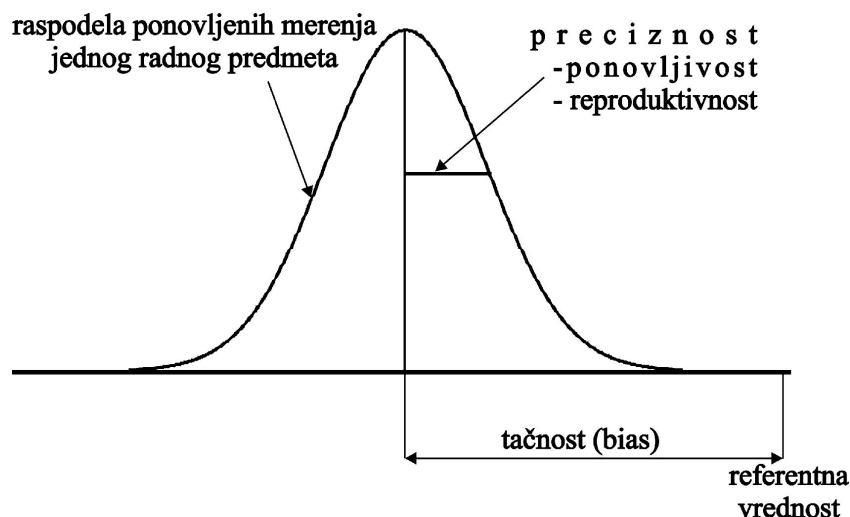
Kada se obavlja merenje bilo koje vrste, jedna stvar je sigurna: rezultat merenja nikad neće biti tačan. Čak i sa najboljom mernom opremom koja se koristi u idealnim uslovima za merenje, uvek će postojati greška merenja. Kako je već rečeno na kraju prethodnog poglavlja, greška merenja se definiše kao razlika između izmerene i stvarne kvantitativne vrednosti. Međutim, stvarna vrednost (ili vrednost koja je namenjena da se meri) nikad nije poznata i na ovaj način nije moguće utvrditi grešku merenja. Standard ISO/IEC Guide 99:2007 uvodi pojam referentna vrednost i definiše grešku merenja kao razliku izmerene i referentne vrednosti [14]. Referentna vrednost može da se dobije preko referentnog standarda (etalona) koji ima zanemarljivu mernu nesigurnost. Iz ovoga sledi da je greška merenja poznata samo onda kada se obavlja kalibracija mernog instrumenta ili etalona. Generalno u praksi, greška merenja je nepoznata. Kao kvantitativni pokazatelj rezultata merenja daje se merna nesigurnost. Jedna od definicija merne nesigurnosti je:

Merna nesigurnost je procena karakterističnog opsega vrednosti u kome se nalazi stvarna vrednost.

Apsolutno je neophodno da se specificira nesigurnost merenja kako bi imali kvantitativni pokazatelj kvaliteta merenja. U ISO/IEC Guide 98-3:2008 ovo se veoma jasno navodi [15]:

„Prilikom izveštaja rezultata merenja fizičke kvantitativne vrednosti, obavezno je da neki kvantitativni pokazatelj kvaliteta rezultata bude dat tako da oni koji ga koriste mogu da procene njegovu pouzdanost. Bez takve indikacije, rezultati merenja ne mogu da se porede, bilo međusobno ili sa referentnim vrednostima datih specifikacijom ili standardom.

Merna nesigurnost se sastoji od dve komponente, komponente sistematske greške i komponente slučajne greške. U tom kontekstu i preciznost i tačnost mernog instrumenta će stoga uticati na mernu nesigurnost (slika 3.1).



Slika 3.1. Preciznost i tačnost [123]

Tačnost predstavlja bliskost saglasnosti između rezultata merenja i stvarne vrednosti merne veličine. Preciznost je stepen do kojeg naredna merenja ili proračuni pokazuju iste ili slične rezultate. U tom smislu preciznost se normalno određuje preko standardne devijacije ponovljenih merenja i može biti merna nesigurnost sistema ako je sistem tačan. U većini slučajeva preciznost će se koristiti za izračunavanje komponente slučajne greške merne nesigurnosti. Merenje niske preciznosti i tačnosti će proizvesti veću mernu nesigurnost u poređenju sa instrumentima visoke preciznosti i visoke tačnosti. Slično, merni sistem visoke preciznosti može biti sistemski netačan. Ovaj slučaj predstavlja bolji scenario u poređenju sa sistemom koji je sistemski tačan i slučajno neprecizan zato što je slučajne greške skoro nemoguće nadoknaditi za razliku od sistematskih.

Preciznost, greška merenja i specifikacija proizvođača nisu merna nesigurnost ali se mogu koristiti za njenu procenu.

3.2. Procena merne nesigurnosti po GUM-u

Kako je već napomenuto, GUM je standardizovano uputstvo za procenu merne nesigurnosti bilo kog merenja [15]. Takođe, GUM pristup se preporučuje od strane Internacionalnog biroa za tegove i mere – BIMP (*fra. Bureau International des Poids et Mesures.*) i prati smernica NIST-a (*eng. National Institute of Standards and Technology*) [16]. GUM pristup procenjuje ukupnu mernu nesigurnost preko zakona raspodele nesigurnosti, posle identifikacije i kvantifikacije nesigurnosti individualnih izvora. Ova šema je takođe poznata kao raspodela nesigurnosti ili „odozgo-nagore“

pristup i sažet je u četiri glavna koraka: definisanje merenja i ulaznih izvora nesigurnosti, procena nesigurnosti ulaznih izvora nesigurnosti, propagiranje nesigurnosti i procena proširene nesigurnosti.

3.2.1. Definisanje funkcija merenja

U mnogim slučajevima, vrednost merenja Y nije direktno merenje, uglavnom je definisano iz ulaznih kvantitativnih vrednosti preko funkcije merenja:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (3.1)$$

Procena vrednosti merenja Y , označene sa y , može se dobiti preko funkcionalne zavisnosti koristeći ulazne procene x_i za ulazne kvantitativne vrednosti X_i . Tako da je rezultat merenja dat preko:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (3.2)$$

3.2.2. Kombinovana standardna nesigurnost

Kombinovana standardna nesigurnost $u_c(y)$ je procena standardne devijacije pridružene rezultatu merenja. Ova standardna devijacija može biti izvedena iz procenjene standardne devijacije pridružene sa ulaznim procenama x_i , koje se nazivaju standardne nesigurnosti i označavaju se sa $u(x_i)$:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (3.3)$$

Ako se u jednačini 3.2 primeni prvi red Tejlorove serijske aproksimacije dobija se sledeća formula:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f^2}{\partial x_i} u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i, x_j) \quad (3.4)$$

koja se naziva i „pravilo za propagiranje nesigurnosti“. Ovo pravilo se često odnosi na „opšti zakon propagiranja greške“. Pošto su ulazni parametri u ovom slučaju činioći nesigurnosti prikladnije je da se zove „zakon propagiranja nesigurnosti“. Parcijalni izvodi $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ su jednaki sa $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ procenjeni za $X_i = x_i$. Ovi parcijalni izvodi se takođe nazivaju i koeficijentima osetljivosti. $u(x_i, x_j)$ i označavaju procenu kovarijanse pridružene x_i i x_j , tako da je $u(x_i, x_j)$ jednako sa $u^2(x_i)$. Kada su sve ulazne kvantitativne vrednosti nezavisne, jednačina 3.4 se pojednostavljuje:

$$u(y) = \sum \frac{\partial f^2}{\partial x_i} u^2(x_i) \quad (3.5)$$

3.2.3. Tip A i B procene standardne nesigurnosti

Da bi se izračunala kombinovana standardna nesigurnost iz jednačine 3.4 i 3.5 standardne nesigurnosti svih ulaznih procena x_i treba da budu poznate. ISO/IEC Guide 98-3:2008 definiše dva tipa procene standardne nesigurnosti:

- Tip A: procenjuju se iz niza ponovljenih posmatranja (merenja)
- Tip B: procenjuje se iz raspoloživog znanja

Tip A procene standardne nesigurnosti

Ako su ulazne kvantitativne vrednosti X_i procenjene iz n nezavisnih ponovljenih posmatranja (merenja), aritmetička sredina \bar{X}_i se koristi kao procena za x_i . Pridružena standardna devijacija je izračunata kao eksperimentalna standardna devijacija srednje vrednosti:

$$u(x_i) = s(\bar{x}_i) = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i)^2}}{\sqrt{n}} \quad (3.6)$$

Tip B procena standardne nesigurnosti

Nije uvek moguće imati niz nezavisnih posmatranja za svaku ulaznu kvantitativnu vrednost. U ovom slučaju, standardna nesigurnost $u(x_i)$ se određuje preko naučnih presuda zasnovanih na svim raspoloživim informacijama o mogućim varijabilnostima unutar kvantitativnih vrednosti X_i . Ove informacije uključuju prethodne rezultate merenja, specifikacije proizvođača, kalibracione podatke, iskustvo, itd.

Tip A procene nesigurnosti uglavnom se povezuje sa slučajnom greškom a tip B sa sistematskom greškom. Prema GUM-u poznata sistematska greška treba da se kompenzuje, pa prethodna tvrdnja ne može biti u potpunosti tačna. U tom slučaju procena Tipa B nesigurnosti se ne bi mogla izvršiti. Međutim, Tip B procena nesigurnosti može imati iste ili čak još pouzdanije procene od tipa A, u slučaju kada imamo mali broj posmatranja za tip A procenu.

Proširena merna nesigurnost

Proširena merna nesigurnost se koristi onda kada se želi definisati interval koji pokriva veliki deo raspodele vrednosti koji bi razumno mogli da se pripisuju mernoj veličini. Proširena nesigurnost je definisana kao standardna merna nesigurnost pomnožena sa faktorom pokrivanja k :

$$U = k \times u_c(y), \quad (3.7)$$

gde je u_c kombinovana standardna nesigurnost i $k > 1$ je faktor pokrivanja.

Faktor pokrivanja k se odnosi na raspodelu verovatnoće vrednosti dobijene tokom merenja, koje uglavnom podležu normalnoj raspodeli. U slučajevima gde ova verovatnoća nema normalnu raspodelu, centralna granična teorema zajedno sa studentovom t raspodelom obezbeđuje faktor pokrivanja zasnovan na efektivnom stepenu slobode standardne merne nesigurnosti. Efektivni stepen slobode v_{eff} se dobija korišćenjem Welch – Satterhwaite obrasca:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(w_i)}{v_i}}. \quad (3.8)$$

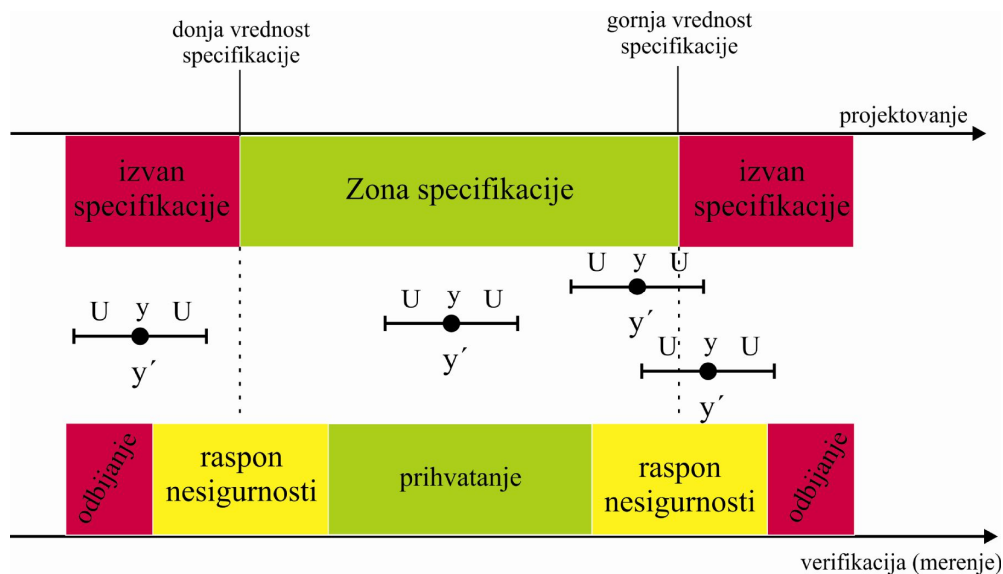
Rezultat merenja se izražava u obliku $Y = y \pm U$. Kada je raspodela verovatnoća naznačena preko y i $u_c(y)$ ima normalnu raspodelu sa dovoljno velikim stepenom slobode. Može da se pretpostavi da uzimanje $k = 2$ odgovara intervalu sa nivoom poverenja približno 95% i uzimanjem $k = 3$ odgovara intervalu sa nivoom poverenja približno 99,7%.

3.3. Značaj merne nesigurnosti

Određivanje merne nesigurnost je neophodno zbog dva važna metrološka koncepta tj. donošenju odluke o „prihvatanju ili odbacivanju“ dela [17] i u održavanju metrološke sledljivosti prema ISO 9000 [18].

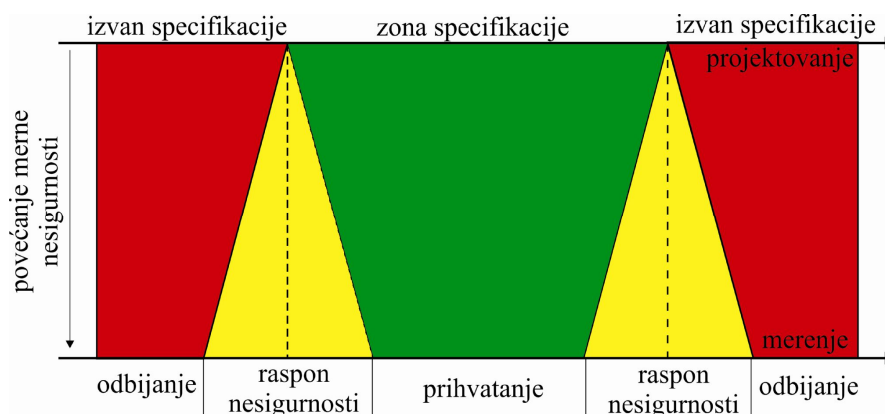
3.3.1. Prihvatanje ili odbijanje ISO 14253-1:2013

Specifikacije (tolerancije) radnog predmeta su obično date kao gornja granica specifikacije USL (eng. *Upper Specification Limit*) i donja granica specifikacije LSL (eng. *Lower Specification Limit*). Ova ograničenja ne treba da budu prekoračena od strane vrednosti merenja. Kada se zanemari uticaj merne nesigurnosti, dokazivanje usaglašenosti ili neusaglašenosti sa specifikacijom je veoma jednostavno. Kada se izmerena vrednost nalazi u specifikacijskim (ili tolerancijskim) granicama tada je došlo do usaglašenosti sa specifikacijom. Kada izmerena vrednost leži izvan specifikacijskih granica tada postoji neusaglašenost sa specifikacijom. Opseg mogućih rezultata merenja je podeljen u zonu usaglašenosti i neusaglašenosti. U praksi međutim uvek će postojati merna nesigurnost koja treba da se uzme u obzir. Kao posledica razgraničenja između zone komforosti i nekomforosti pojaviće se i zona nesigurnosti. Ovo je prikazano na slici 3.2.



Slika 3.2. Dokazivanje usaglašenosti (neusaglašenosti) sa specifikacijom

Prema pravilima odlučivanja datim u ISO 14253-1:2013, kao što je prikazano na slici 3.3, samo izmerene vrednosti u nekomfornoj zoni mogu da ukažu na neusaglašenost. Ako se izmerene vrednosti nalaze u „žutoj zoni“, nije moguće izraziti prihvatanje ili odbijanje. Dalje korišćenje radnog predmeta može se jedino ostvariti putem pregovora između dobavljača i kupca. ISO 14253-3:2013 [19] je projektovan da omogući delovima izbegavanje neslaganja oko vrednosti procenjene nesigurnosti, posebno kada je ta nesigurnost deo utvrđivanja usaglašenosti nekog proizvoda u vezi sa dimenzionalnim specifikacijama. Uz značajan ekonomski interes, nije iznenađujuće da se kupci i dobavljači možda ne slažu oko izjave veličine merne nesigurnosti. Primenjujući smernice ISO 14253-3 može se pomoći preduzećima u vezi izbegavanja nesuglasica o izjavi merne nesigurnosti između kupca i dobavljača. Razmatrane nesuglasice oko izjava nesigurnosti uključuju jedan sistem merenja i višestruki sistem merenja. Standardom je obuhvaćeno ispitivanje budžeta nesigurnosti kao primarne metode za procenu njihove pouzdanosti. Pored toga, razmatrana je rezolucija merenja direktnog merenja.



Slika 3.3. Uticaj merne nesigurnosti na zonu usaglašenosti (neusaglašenosti), ISO 14253-1:2013

U skladu sa pravilima odlučivanja, jedino ono što je ostalo od tolerancije, kada se oduzme merna nesigurnost, može da se koristi za proces proizvodnje. Da bi se osiguralo da proizvedeni radni komadi tj. njihovi primitivni oblici budu u zoni komformnosti kako bi odgovarali specifikacijama, potrebno je smanjiti radni opseg pristupačan za proizvodnju dok se ne pokrije zona komformnosti oduzeta sa dve merne nesigurnosti. Ako je merna nesigurnost manja ili jednaka desetini navedene tolerancije, samo 80% specifikacijske zone će biti dostupna za proizvodnju. Iz tog razloga, takođe, pokušava se postizanje najmanje merne nesigurnosti. Pod određenim okolnostima (veoma uske zone specifikacije u kombinaciji sa visokim mernim nesigurnostima) moguće je da u potpunosti zona usklađenosti nestane. Merna nesigurnost je uvek protiv strane koja želi da iskaže dokaz o usaglašenosti ili neusaglašenosti.

3.3.2. Metrološka sledljivost

Još jedan važan metrološki koncept, koji se takođe oslanja na mernu nesigurnost, je metrološka sledljivost. Prema ISO/IEC Guide 99:2007, sledljivost se definiše kao [14]:

Metrološka sledljivost je osobina rezultata merenja pri čemu rezultat mora biti u vezi sa referencom kroz neprekidni dokumentovani lanac etaloniranja koji svaki doprinosi nesigurnosti merenja.

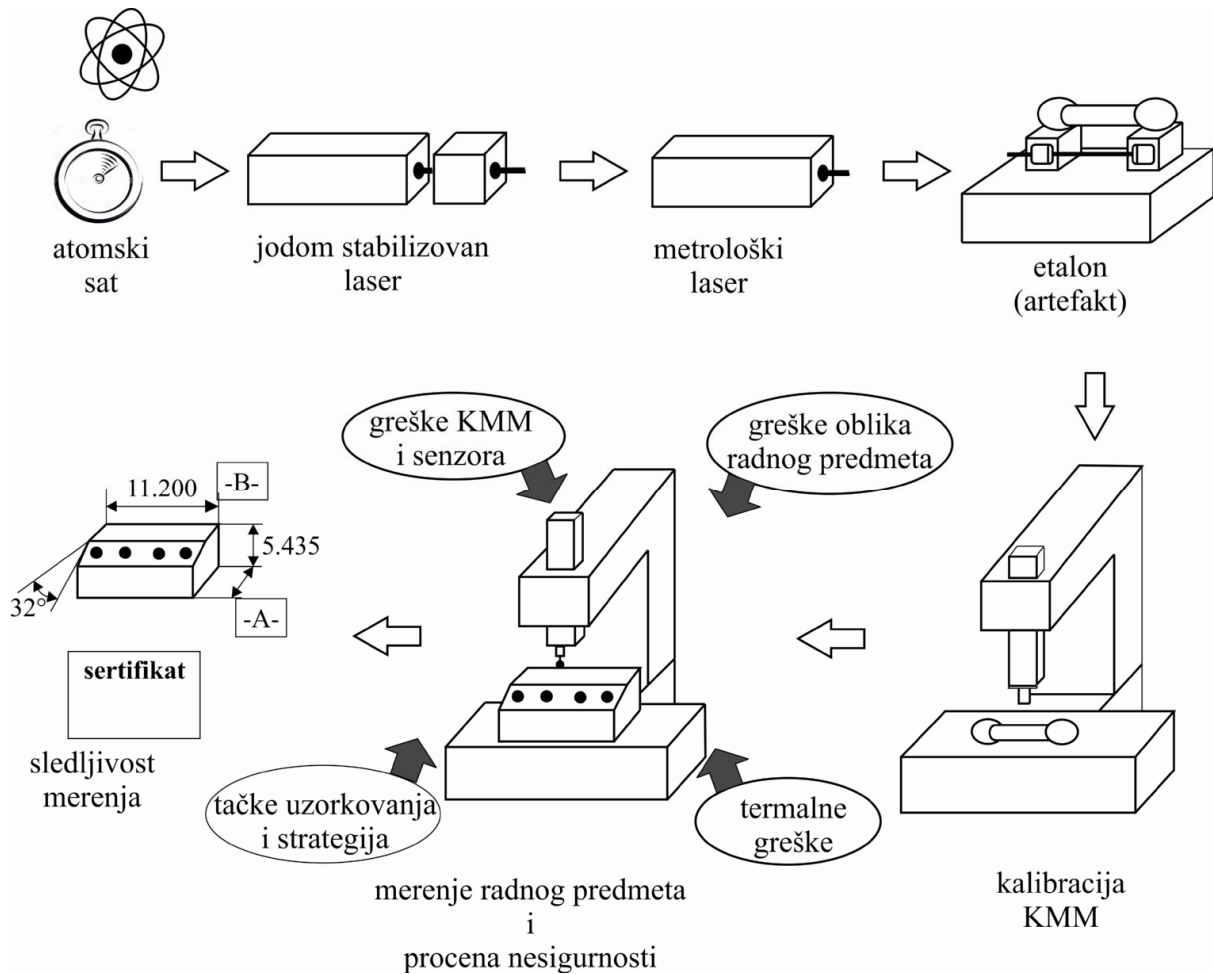
Internacionalni standardi sistema kvaliteta zahtevaju sledljivost merne opreme i merenja. Obezbeđenje sledljivosti merenja na KMM je veoma kompleksan zadatak. Nacionalni i internacionalni standardi su definisali procedure za verifikaciju performansi za KMM, koji obično podrazumevaju njihovu sposobnost za merenje kalibrisanih dužina (granične merke ili merilo sa koracima) ili oblika (kalibrisane sfere) [21]. Poznato je da, bez dalje analize ili testiranja, ovi rezultati nisu dovoljni za određivanje merne nesigurnosti specifičnih merno – kontrolnih zadataka većine merenja. Stoga, metode verifikacije performanse definisane u standardu ne garantuju sledljivost obavljenih merenja na KMM za sve merno kontrolne zahteve i zahtevaju procenu nesigurnosti u vezi određenog merno kontrolnog zadatka. Obezbeđenje sledljivosti merenja na KMM je jedino moguće korišćenjem supstitutativnih metoda zasnovanih na etalonima i korišćenjem naprednih tehnika virtuelne koordinatne merne mašine (VKMM) o čemu će se govoriti nešto kasnije. Mnogi autori su koristili kalibrisane radne predmete (eng. *calibrate artefact*) u cilju obezbeđenja sledljivosti i pouzdane procene merne nesigurnosti [22-24]. Lanac sledljivost kod KMM prikazan je na slici 3.4.

U radu [25] prikazani su rezultati Evropskog projekta EASYTRAC (Lakša i jeftinija sledljivost u industriji preko dostupnih metoda kalibracije). Naglasak je stavljen na pregled stanja novina u sledljivosti KMM za skoro čitav spektar potreba industrijske dimenzionalne metrologije.

Opisane novine su:

- kompenzacija grešaka preko „obrnutih“ (eng. *reversal*) tehnika,
- korišćenje laserskog interferometra na KMM da smanji mernu nesigurnost kada se kalibrišu dužinski standardi,
- razvoj drugih kalibracionih tehnika za specifični zadatak pri merenju na KMM i
- višestruke merne strategije za procenu nesigurnosti.

Na kraju, treba pomenuti da merenja koja su sledljiva ne mora da znači da su tačna, tj. merenja koja poseduju visoku nesigurnost mogu biti sledljiva.



Slika 3.4. Lanac sledljivosti KMM [20]

3.3.3. Testovi performansi kod KMM

Kada se sprovodi merenje na KMM uglavnom se ne daje iskaz merne nesigurnosti. Uglavnom se daje podatak o tačnosti KMM, što podrazumeva sprovođenje testova performansi. Ovi testovi koriste kalbrisane etalone koji se mere prema određenoj strategiji i u određenim uslovima okoline. Izmerena odstupanja od kalibracionih vrednosti mogu se koristiti kao pokazatelji

performansi KMM, ali je često zabluda da je ova vrednost merna nesigurnost za sva merenja sprovedena na KMM. Samo u slučaju istog mernog zadatak (merenje rastojanja između dve tačke) ovo se može uzeti kao merna nesigurnost. Isto tako, ovi testovi se ne mogu koristiti kao nesigurnost merenja pri merenju ravnosti na KMM. U nastavku je dat kratak opis testova performansi konvencionalnih koordinatnih mernih mašina.

ISO 10360:2001 (testovi prihvatanja i reverifikacije za koordinatne merne mašine) standard opisuje nekoliko testova evaluacije za konvencionalne KMM [21]. Najčešće korišćen deo ovog standarda je ISO 10360-2:2001 [26]. Ovaj standard opisuje dva testa performansi, jedan za procenu performansi mernog senzora i jedan za procenu performansi merenja dužine:

- **Test mernog senzora.** Kalibrisana sfera se meri sa 25 tačaka prema datoj strategiji. Orijehtacija mernog pipka može biti izabrana od strane korisnika. Gausova supstitutivna sfera je aproksimirana kroz svih 25 tačaka. Za svaku od 25 tačaka računato je radijalno odstojanje R . Raspon ovih rastojanja definiše grešku mernog senzora P (formula 3.9):

$$P = R_{max} - R_{min} \quad (3.9)$$

- **Test dužine.** Set od pet materijalnih kalibrisanih merila (kalibrisani koraci ili granične merke) je meren na sedam različitih orijentacija na KMM. Svako merenje se ponavlja tri puta. Najkraća materijalna dužina treba da bude manja od 30 mm, najveća bi trebala da bude duža od 66% najveće prostorne dijagonale merne zapremine KMM. Za svako od 105 merenja, greška veličine E se proračunava. Sve greške su grafički predstavljene kao funkcija izmerene dužine.

Greška mernog senzora P i greška merenja dužine E ne bi trebala da prelazi zadatu maksimalnu dozvoljenu grešku (MPE). MPE_P se definiše kao jedna vrednost, dok se MPE_E izražava na sledeći način (formula 3.10):

$$MPE_E = \pm(A + \frac{L}{K}), \quad (3.10)$$

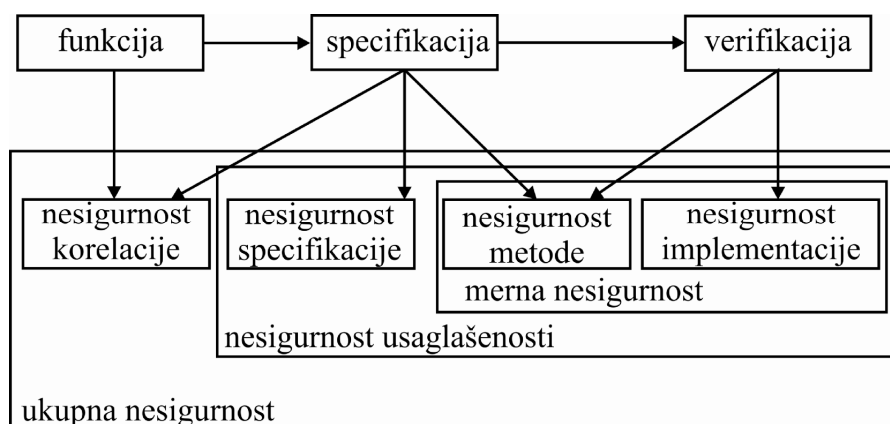
gde je:

- A – pozitivna konstanta izražena u μm
- K – dimenzionalna konstanta
- L – veličina merenja u mm.

Testovi prihvatanja se uglavnom sprovode od strane proizvođača, a verifikacione testove može da sprovede korisnik po potrebi.

3.4. Geometrijska specifikacija proizvoda (GPS) i nesigurnost

Kako GPS povezuje ceo tok geometrije proizvoda od funkcionalnosti, specifikacije, proizvodnje do verifikacije, on prepoznaje i druge izvore nesigurnosti sem merne nesigurnosti. Na slici 2.3 je definisano sedam operacija koje omogućavaju konzistentno definisanje specifikacijskog i verifikacijskog operatora. Pristup zasnovan na operatorima i operacijama omogućava značajno poboljšanje upravljanja podacima radnog predmeta, tako da se minimizacija nesigurnosti odnosi na moguća tumačenja geometrijskih specifikacija. Za razliku od GD&T-a, GPS standard je zasnovan na matematici (ne na ekspertu) i umesto tumačenja simbola, metrolozi će jednostavno primeniti procedure. Kao garant najboljeg opisa radnog predmeta i procene njegove korespondencije funkcionalnim zahtevima, GPS jezik uvodi definisanje novih činilaca nesigurnosti koji su u stanju da okarakterišu proizvode u različitim fazama njegovog životnog ciklusa. Ovi činilaci nesigurnosti su prezentovani u ISO/TS 17450-2:2012 [12] i učestvuju u definisanju ukupne nesigurnosti radnog predmeta. „Nesigurnost“ se koristi kao ekonomski alat da omogući optimalnu raspodelu resursa između specifikacije, proizvodnje i verifikacije. U poboljšanom GPS sistemu, pored merne nesigurnosti, definisana je nesigurnost korelacije, nesigurnost specifikacije, nesigurnost usaglašenosti, nesigurnost metode, nesigurnost implementacije i ukupna nesigurnost. Odnos između različitih nesigurnosti prikazana je na slici 3.5.



Slika 3.5. Veza između različitih nesigurnosti [12]

Međutim, pri merenju na KMM, jedino se posmatra merna nesigurnost i radni komadi su jednostavno prihvaćeni ili odbijeni uzimanjem u obzir samo merne nesigurnosti. Očigledno, ovaj metod nije u skladu sa novim direktivama donetim u poboljšanom GPS sistemu jer se nesigurnosti korelacije i nesigurnost specifikacije ne uzimaju u obzir [27].

Prema tome pravila odlučivanja zasnovana na mernoj nesigurnosti iz odeljka 3.3.1 su nekompletna jer nesigurnost korelacije i nesigurnost specifikacije nisu uzete u obzir. Ponekad vrednosti nesigurnosti specifikacije ocenjene za specifikacije date na postojećim inženjerskim crtežima, obično su mnogo veće nego merna nesigurnost koja se koristi za merenje u industriji za

proveru usaglašenost sa specifikacijom. U tom slučaju, izvršena merenja sa malom mernom nesigurnosti su previše skupa i nisu korisna ako nesigurnost specifikacije nije smanjena.

U cilju rešavanja ovog problema, predložena su pravila odlučivanja na osnovu ukupne nesigurnosti, koja uzimaju u obzir nesigurnost korelacije i nesigurnost specifikacije. Jasno je da je „žuta zona“ izazvana preko nesigurnosti usaglašenosti šira od „žute zone“ izazvane od merne nesigurnosti.

Iako se ova teza bavi samo procenom merne nesigurnosti bitno je napomenuti da, prema novom jeziku koji predstavlja novinu u proizvodnoj metrologiji i koji povezuje ceo životni ciklus proizvoda, postoje i drugi tipovi nesigurnosti. Prema mišljenju autora procena merne nesigurnosti u industrijskim primenama je jako retka a ukupna nesigurnost je za većinu proizvodnih metrologa i dalje nepoznanica. U nastavku će se ukratko opisati pojedine nesigurnosti prikazane na slici 3.5.

3.4.1. Ukupna nesigurnost

Ukupna nesigurnost predstavlja odstupanje stvarnog verifikacionog operatera od funkcionalnog operatera definisanog nominalnim modelom na slici 2.3, jer funkcionalni zahtevi radnog predmeta treba da budu zadovoljeni. Ukupna nesigurnost uzima u obzir nesigurnost povezanu sa procesom verifikacije (merna nesigurnost), moguća tumačenja geometrijske specifikacije (svaki put kad nije kompletirana specifikacija nastaje nesigurnost) i prikladnost geometrijskih specifikacija da odgovori funkcionalnim zahtevima kojima je namenjen (korelaciona nesigurnost). Ukupna nesigurnost je definisana kao zbir (u smislu reči prema GUM-u) korelacione nesigurnosti, specifikacione nesigurnosti i merne nesigurnosti.

3.4.2. Nesigurnost korelacije

Korelaciona nesigurnost je definisana kao „nesigurnost koja proizilazi iz razlika između stvarnog specifikacijskog operatera i funkcionalnog operatera, kojim se definiše namenjena funkcija radnog predmeta, izražena u terminima i jedinicama stvarnog specifikacijskog operatera. Drugim rečima, to je mera sposobnosti geometrijskih specifikacija da garantuju funkcionalne zahteve za šta su namenjene.

Različiti geometrijski primitivi ili različite specifikacije na istom primitivu, mogu biti uključene u iste funkcionalne zahteve. U ovim okolnostima, svi uključeni geometrijski primitivi i/ili specifikacije moraju biti uzeti u obzir sa svojim međusobnim odnosima. Korelaciona nesigurnost ima za cilj da proceni, ako je radni predmet usklađen sa geometrijskom specifikacijom, da li je u stanju da zadovolji funkcionalne zahteve za koje je namenjen i obrnuto. Razlika u odnosu na ukupnu nesigurnost je ta što korelaciona nesigurnost ne uzima u obzir nesigurnosti koje proizilaze iz mernog instrumenta dok ukupna nesigurnost uzima i ovo u obzir. Tako preostali deo ukupne

nesigurnosti, one koja se odnosi na ocenjivanje usaglašenosti, se definiše preko nesigurnosti usaglašenosti, koja je predstavljena u sledećem odeljku.

3.4.3. Nesigurnost usaglašenosti

Nesigurnost usaglašenosti prikuplja sve nesigurnosti koje su u vezi sa usklađenosti geometrije radnog predmeta sa propisanom specifikacijom. To kvantifikuje nesigurnost sa kojom se može dokazati da je radni predmet u skladu svakom mogućom interpretacijom specifikacije. Metrolog može, ako je operator specifikacije nepotpun, da tumači na različite načine specifikaciju. Nesigurnost usaglašenosti obuhvata praktične aspekte procesa merenja (stvarni verifikacioni operator i njegova merna nesigurnost) i kvalitet specifikacije (ako specifikacija nema jednoznačnu interpretaciju, nastaje nesigurnost specifikacije). Sastoji se od sume (prema GUM-u) od merne nesigurnosti i specifikacijske nesigurnosti.

3.4.4. Nesigurnost specifikacije

Nesigurnost specifikacije ima ulogu da kvantifikuje dvosmislenost u operatorima specifikacije. Zapravo, ako stvarni specifikacijski operator nije kompletiran, metrolozi moraju rekonstruisati kompletan specifikacijski operator iz koga, prema principu dualnosti je izveden verifikacioni operator. Rekonstrukcija kompletnog operatera specifikacije se dobija dodavanjem operacija ili delova operacija, koje nedostaju u nepotpunoj specifikaciji. Ali ova rekonstrukcija ne može biti saglasna, jer može postojati nekoliko operacija pogodnih da kompletiraju nepotpuni specifikacijski operator. Nesigurnost specifikacije može se lako eliminisati korišćenjem kompletnog specifikacijskog operatera.

3.4.5. Merna nesigurnost

Merna nesigurnost prikuplja sve nesigurnosti generisane upotrebom stvarnog verifikacijskog operatera. To odgovara klasičnom konceptu merne nesigurnosti i sastoji se od zbira (prema GUM-u) nesigurnosti primenjene metode i nesigurnosti implementacije). Ona uzima u obzir nesavršenost instrumentacije kao i namernih odstupanja iz idealnog verifikacionog operatera uvedenog da olakša njegovu praktičnu primenu.

3.4.6. Nesigurnost primenjene merne metode

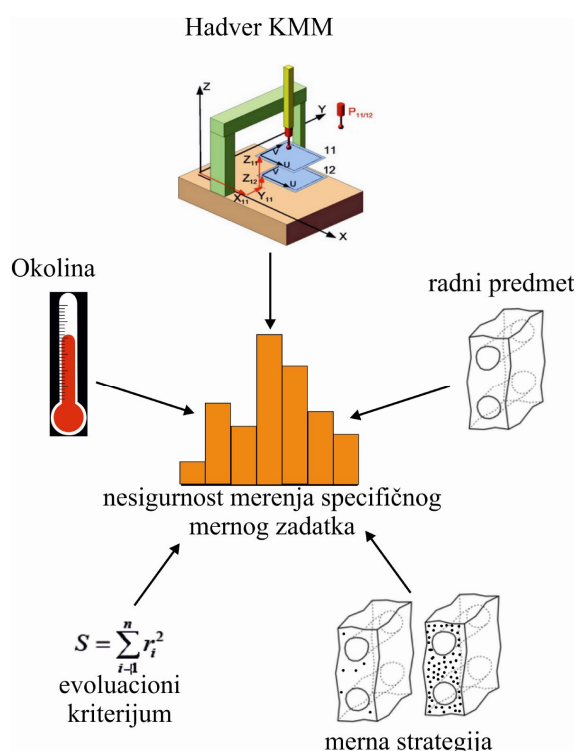
Nesigurnost primenjene merne metode proističe iz razlika između stvarnog specifikacijskog operatera i stvarnog verifikacijskog operatera, bez obzira na metrološke karakteristike odstupanja stvarnog verifikacionog operatera. Nesigurnost merne metode prikuplja efekte verifikacionih operacija različitih od onih koje zahteva stvarni verifikacioni operater, koji je izveden iz stvarnog specifikacijskog operatera prema principu dualnosti.

3.4.7. Nesigurnost implementacije

Nesigurnost implementacije proističe iz razilaženja u metrološkim karakteristikama stvarnog verifikacionog operatora od idealnih metroloških karakteristika definisanih preko idealnog verifikacionog operatora. Prikuplja efekte neidealnosti (odstupanja) stvarnog verifikacionog operatora od idealnog verifikacionog operatora. Veličina nesigurnosti implementacije uvedena preko mernog instrumenta može da se proceni kroz kalibraciju. Ostale komponente kao što su efekti okruženja nisu direktno vezani za merni instrument i moraju se uzeti u obzir.

4. PROCENA MERNE NESIGURNOSTI PRI MERENJU NA KMM

Procena merne nesigurnosti KMM merenja predstavlja kompleksan zadatak jer treba identifikovati i kvantifikovati sve uticajne izvore nesigurnosti. Nakon toga treba da se proceni uticaj ovih izvora na rezultat merenja. Zbog jake interakcije između različitih izvora uticaja, stroga klasifikacija je nemoguća. Prema publikacijama [28,29] uticajni izvori se mogu podeliti u pet kategorija (slika 4.1):



Slika 4.1. Uticajni faktori na mernu nesigurnost

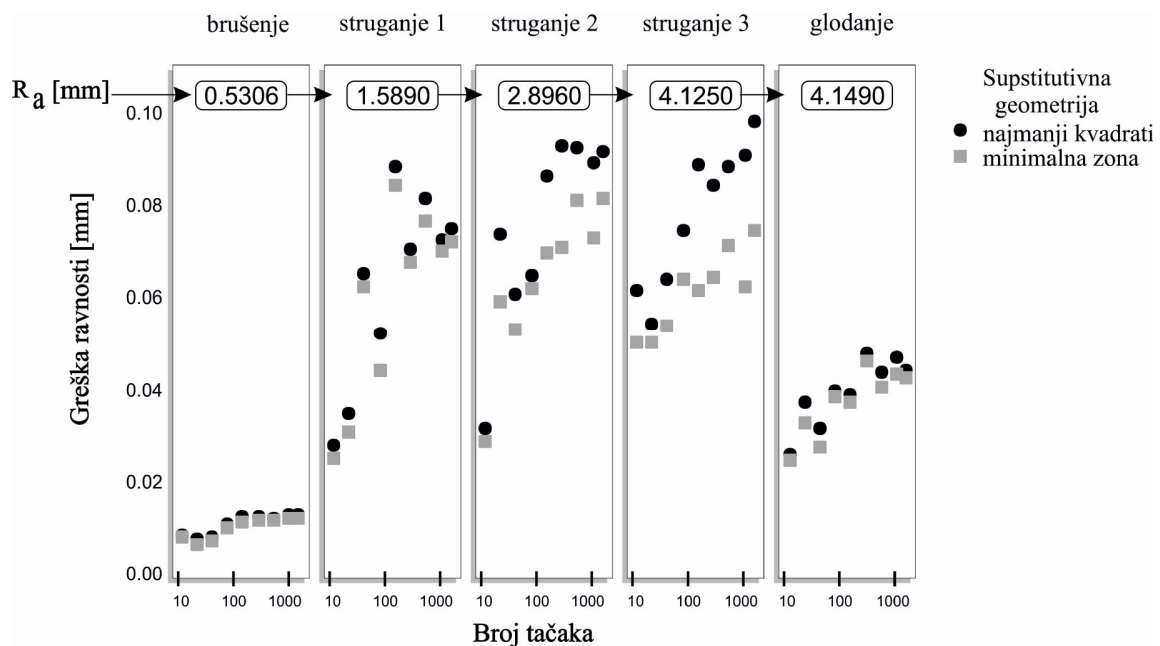
- Hardverska struktura. Greške hardverske strukture se često smatraju kao veoma bitan izvor merne nesigurnosti. Dele se u dve glavne kategorije: geometrijske greške i greške glave senzora i sistema akvizicije tačaka.
- Radni predmet. Ove nesigurnosti se odnose na osobine radnog predmeta i interakcije merenja sa radnim predmetom. Odstupanje od oblika dela, ograničena pristupačnost, položaj mernih tačaka, efekat stezanja, valovitost, hrapavost i elastične deformacije izazvane mernom silom predstavljaju glavne faktore kojima radni predmet utiče na mernu nesigurnost.

- Strategija merenja: Ovde su uključene greške zbog neadekvatne akvizicije tačaka sa površine radnog predmeta, interakcije strategije merenja sa greškom oblika kao i brzina merenja.
- Evaluacioni kriterijum. Pogodnost i izbor algoritma, filtriranje, interakcija algoritma sa gustinom mernih tačaka, itd.
- Uticaj okoline: Odstupanje od referentne temperature, temperaturne fluktacije i temperaturni gradijent, vibracije, nečistoće, itd.

Za određivanje merne nesigurnosti kod KMM u literaturi se ustalio izraz „nesigurnost specifičnog mernog zadatka“ (eng. *task - specific uncertainty*), jer skoro svako merenje sprovedeno na KMM će imati drugačiju nesigurnost. Nesigurnost specifičnog mernog zadatka je najbolje definisana od strane grupe autora [29]:

„merna nesigurnost čiji rezultat, je izračunat prema ISO uputstvu za izražavanje merne nesigurnosti (GUM), kada se specifični geometrijski primitiv meri koristeći specifičan merni plan“.

Ova tvrdnja je dokazana u eksperimentalnim istraživanjima kako različit tip obradnog procesa i različiti režimi obrade (okarakterisani preko hrapavosti), broj i raspored tačaka uzorkovanja i različita metoda za dobijanje supstitutivne geometrije utiču na rezultat greške ravnosti na KMM (slika 4.2) [30].



Slika 4.2. Uticaj hrapavosti, broja i rasporeda tačaka u mernoj strategiji i metode procene supstitutivne geometrije na grešku ravnosti merene na KMM [30]

Ovaj eksperiment je uključio uticaj mernog predmeta, strategije merenja i evaluacioni kriterijum kao faktore uticaja na mernu nesigurnost. Napomenimo, da su ispitivani radni predmeti

bili istih dimenzija, u toku merenja su zauzimali isti položaj na stolu merne mašine i mereni su istom kombinacijom senzor – merni pipak (uticaj hardverske greške je na ovaj način odstranjen) i merenja su vršena u strogo kontrolisanim klimatskim uslovima. Iz slike se može zaključiti da velik uticaj na grešku ravnosti ima interakcija faktora radni predmet i merna strategija.

4.1. Metode procene merne nesigurnosti kod KMM

Proceniti mernu nesigurnost KMM merenja predstavlja problem prvenstveno zbog složenosti ovih mašina. Znatni naponi sprovedeni od strane akademija, nacionalnih i međunarodnih institucija i organizacija rezultirali u razvoju različitih pristupa. Ovim pristupima su obuhvaćene empirijski usklađene metodologije, savetovanja od eksperata merenja i numeričke simulacije omogućene preko dramatičnog povećanja računarske snage. Generalno rigorozna primena GUM smernica je često teška, te su stoga primenjivije standardizovane i simulativne metode.

4.1.1. GUM metoda

Napomenuto je da je GUM standardno uputstvo za procenu nesigurnosti svih merenja, ali da je teško primenjivo za merenja izvršena na KMM. Međutim, u slučajevima nedostatka drugih metoda, u nekim slučajevima omogućava zadovoljavajuće procene. Cui i ostali [31] su dali metodologiju za procenu merne nesigurnosti na KMM pri merenju karakterističnih grešaka oblika (pravost, ravnost, kružnost i cilindričnost). Ova metodologija zasnovana na analitičkoj geometriji će biti kasnije opisana u radu za slučaj merenja greške ravnosti. Početni korak u primeni ove metodologije je jednačina referentnog – supstitutivnog elementa (linija, ravan, krug, cilindar) dobijena primenom metode fitovanja na koordinate uzorkovanih tačaka. Nesigurnost se određuje iz nesigurnosti ekstremnih koordinata koje čine grešku oblika i nesigurnosti kod određivanju referentnog elementa. Uočavaju se sledeći nedostaci u primeni GUM-a za određivanje merne nesigurnosti na KMM:

- **Pretpostavka o nezavisnosti:** u cilju izbegavanja složenih termina kovarijanse često se pretpostavlja da su faktori koji čine mernu nesigurnost nezavisni. Ovo se radi zbog činjenice da to pojednostavljuje proračun ali takođe zato što je često nemoguće dobiti kovarijanse svih ulaznih kvantitativnih karakteristika. U cilju da se uzmu u obzir sve kovarijanse, kompletna matrica kovarijanse treba da bude poznata. Ponekad su opravdana ova pojednostavljenja ali u nekim slučajevima mogu dovesti do velike greške u proceni merne nesigurnosti.
- **Raspodela standardne devijacije:** Konvencionalna GUM metoda koristi standardnu devijaciju kao meru merne nesigurnosti. Nesigurnosti svih ulaznih kvantitativnih veličina su izražene kao standardna devijacija i nesigurnost izlazne kvantitativne karakteristike je takođe standardna devijacija. Može se koristiti proširena nesigurnost sa faktorom

pokrivanja k za dobijanje intervala nesigurnosti. Obično se odabere vrednost k koja odgovara određenom nivou poverenja p (npr. 95% ili 99%). To je moguće pod veoma specifičnim okolnostima jer to zahteva informacije o izlaznoj distribuciji. Ovo će jedino biti tačno pod uslovom da rezultat merenja ima normalnu raspodelu.

- **Prvi red Tejlor - ove aproksimacije:** Konvencionalna GUM metoda se bazira na prvom redu Tejlor - ove aproksimacije funkcije merenja. Dok god je linearna aproksimacija prihvatljiva u intervalu od interesa (interval oko rezultata merenja) to dovodi do ispravne izjave merne nesigurnosti. Ako je linearna aproksimacija nedovoljna, izračunate merne nesigurnosti će biti netačne.
- **Analitički odnos:** konvencionalna GUM metoda pretpostavlja da proces merenje može biti napisan kao analitička funkcija skupa ulaznih kvantitativnih vrednosti sa pridruženim nesigurnostima. Ako ovaj analitički odnos nije dostupan, koeficijenti osetljivosti ne mogu biti određeni. Kao alternativa, koeficijenti osetljivosti se mogu odrediti eksperimentalno, ali je ovo dugotrajan proces i jedina mogućnost za ograničen skup problema. Složenost procesa merenja kod KMM, sa svim različitim faktorima koji čine mernu nesigurnost, čini nemogućim definisati analitički odnos između svih faktora koji čine mernu nesigurnost i merenje. Pored toga, većina rezultata KMM merenja se dobijaju korišćenjem iterativnih algoritama fitovanja koji ne pružaju analitički odnos.
- **Sistematske greške:** GUM metod takođe pretpostavlja da su svi poznati sistematski efekti identifikovani i kompenzovani. Nesigurnosti zbog nesavršene kompenzacije poznatih sistematskih efekata uzimaju se kao dodatni činioci nesigurnosti. Međutim, u praksi je veoma teško nadoknaditi sve poznate sistematske efekte. Temperaturno odstupanje (od 20 stepeni) dela ima važan sistematski efekat na mernu nesigurnost. Međutim, kod većine KMM ne postoji kompenzacija za temperaturna odstupanja radnog predmeta.

Nedostatak analitičkog odnosa između ulaznih kvantitativnih veličina i rezultata merenja je najvažniji razlog zašto se konvencionalna GUM metoda teško primenjuje za KMM merenja. Korisna alternativa konvencionalnoj GUM metodi je korišćenje Monte Karlo simulacije za određivanje merne nesigurnosti. Nedavno je GUM standard proširen dodatkom koji opisuje primenu Monte Karlo simulacije za procenu nesigurnosti merenja [32] (poglavlje 4.3).

4.2. Procena merne nesigurnosti KMM merenja primenom serije standarda ISO 15530

ISO 15530 serije imaju za cilj da pruže terminologiju, tehnike i smernice za procenu nesigurnosti KMM merenja. Kompleksnost u vezi sa temom KMM merne nesigurnosti se ogleda u napretku postignutom u poslednjoj deceniji od strane ISO TC213 radne grupe. U okviru ovog standarda razvile su se četiri tehnike za procenu merne nesigurnosti kod KMM merenja:

- korišćenje višestrukih strategija merenja bez kalibrisanog radnog predmeta (ISO/TS 15530 -2),
- korišćenje kalibrisanih radnih predmeta ili standarda (ISO/TS 15530 -3:2011) [33],
- korišćenje računarske simulacije (ISO/TS 15530 -4:2011) [34] i
- korišćenje ekspertnih presuda.

4.2.1. *Određivanje merne nesigurnosti primenom višestrukih straregija merenja bez kalibrisanog radnog predmeta (ISO/TS 15530-2)*

Ova tehnika za određivanje merne nesigurnosti kod KMM merenja je nastala kao alternativa tehnikama koje koriste kalibrisane radne predmeta zbog ograničenja dostupnosti etalona. Procena nesigurnosti primenom višestrukih strategija se vrši preko eksperimenata u kome su činioci nesigurnosti varirani i merenja se sprovode više puta. Faktori koji se najčešće variraju su: položaj i orijentacija radnog predmeta na stolu KMM, položaj i gustina tačaka u mernoj strategiji, brzina merenja (ako se meri u modu skeniranja), konfiguracija mernog pipka, poravnavanje radnog predmeta, itd. Veoma je pogodno u ovim slučajevima koristiti dizajn eksperimenta (DOE) [24,35,36]. Nedostatak ove tehnike je taj da se ponovljenim merenjima određuje ponovljivost/reproduktivnost merenja a pri tom se sistematska greška ne uzima u obzir. Stoga, na ovaj način ne može da se dokaže puna sledljivost merenja. Možda je to glavni razlog zašto je ovaj projekat standardizacije izbrisan, ali ipak može da se koristi kada ne postoje drugi načini za određivanje merne nesigurnosti. Još jedan nedostatak ove metode je vreme trajanja eksperimenata u odnosu na metodu sa “kalibrisanim radnim predmetima”. Savio i ostali [37] su na primeru složenih radnih predmeta (eng. *freeform*) grafički ilustrovali procenjene merne nesigurnosti dobijene primenom metode prema ISO 15530-2 i 15530-3 i pokazano je da je veća vrednost merne nesigurnosti procenjena metodom “korišćenja nekalibrisanih radnih predmeta”.

4.2.2. *Određivanje merne nesigurnosti primenom kalibrisanih radnih predmeta (ISO/TS 15530-3:2011)*

Ovaj deo ISO 15530 precizira procenu merne nesigurnosti za rezultate merenja dobijene na KMM korišćenjem kalibrisanih radnih predmeta. Kalibrisani radni predmeti i radni predmeti koji se mere treba da budu isti ili slični. Standard uključuje metodologiju za nesupstitutivno merenje –

merenja gde nekorigovani pokazatelji na KMM se koriste kao rezultat i supstitutivno merenje – merne procedure gde radni predmet i standard provere (etalon) se mere u cilju pružanja dodatnih korekcija za sistematsku grešku. Kalibrisani deo treba minimalno da se meri 20 puta, sa tim da se položaj i orijentacija kalibra sistematski menjaju. Ukupna nesigurnosti se sastoji od sledećih standardnih nesigurnosti:

- Standardna nesigurnost koja sledi iz nesigurnosti kalibracije kalibrisanih radnih predmeta navedenih u kalibracionom sertifikatu,
- Standardna nesigurnost koja sledi iz procedure merenja (ponovljena merenja), i
- Standardna nesigurnost koja sledi iz varijacije materijala i proizvodnje (zbog variranja koeficijenta ekspanzije, grešaka oblika, hrapavosti, elastičnosti i plastičnosti).

U radovima [23, 38] je pokazano izračunavanje merne nesigurnost primenom ove metodologije.

4.2.3. Određivanje merne nesigurnosti koristeći računarsku simulaciju (ISO/TS 15530-4:2011)

Primenom simulacionih računarskih tehnika, stvarno merenje se simulira nekoliko puta. Simulacija se zasniva na matematičkom modelu procesa merenja i uzima u obzir sve bitne uticajne kvantitativne vrednosti. Tokom simulacije, ove uticajne kvantitativne vrednosti su varirane u okviru svojih pretpostavljenih opsega. Ovo će rezultirati u različitosti na simuliranim rezultatima merenja. Dijapazon simuliranih rezultata merenja se koristi za određivanje merne nesigurnosti. Budući da je ovo neeksperimentalni pristup, mnogo brže i jeftinije se dobija merna nesigurnost. Glavni problem je naći matematički model koji obuhvata sve uticajne faktore. Bitno je znati koji uticaji su uključeni tokom simulacije. ISO 15530-4 definiše zahteve (za proizvođače i korisnike) za primenu softvera za procenu nesigurnosti (UES - eng. *Uncertainty Evaluating Software*) za sprovedeno merenje na KMM i daje informativni opis simulacionih tehnika za procenu merne nesigurnosti specifičnog mernog zadatka. Glavne sekcije u okviru ISO 15530-4 se dele na sledeći način:

- A – UES softver za procenu merne nesigurnosti
- B – UES model i
- C – UES validacija.

Softver za procenu merne nesigurnosti je alat koji se koristi za procenu merne nesigurnosti preko simulacije sveukupnog mernog procesa radnog predmeta. UES alati mogu biti u okviru KMM softvera ili mogu biti *off-line* alati. Dobavljači UES alata moraju da dostave spisak ključnih karakteristika koji uključuju listu KMM metroloških karakteristika (geometrijske greške, karakteristike okoline, sistem mernog senzora, strategija merenja).

4.2.4. *Određivanje merne nesigurnosti presudom eksperata*

Određivanje Tipa B nesigurnosti, kako je definisano preko GUM, obično predstavlja vrednost presude zasnovano na mišljenju eksperta. Značajna iskustva sa KMM, ili specifičnim mernim mašinama, u kombinaciji sa povratnim informacijama na više merenja može obezbedi da stručnjak realno proceni nesigurnost strogo koristeći Tip B metod. Ova tehnika je bila primarno korišćenja od strane ekspertnih metrologa decenijama. Ova tehnika može biti efikasna za procenu jednog dominantnog izvora nesigurnosti ili, u stvari, grupe izvora ili celog budžeta nesigurnosti. Metrolozi su u prošlosti zapravo mogli da procene efekte parametarskih grešaka bez primene matematičkih modela zbog dobro razvijenog shvatanja geometrijskih implikacija Abbe-ovog odstupanja, geometrijskih grešaka, itd. [29].

4.3. **Primena Monte Karlo metode za procenu nesigurnosti**

Stanislav Ulam je razvio Monte Karlo metodu koja se koristi u istraživanjima od 1943. godine. Spada u grupu numeričkih metoda i koristi se za modelovanje složenih matematičkih procesa čiju vrednost je teško odrediti analitičkim putem. Može se koristiti, između ostalog, za propagiranje verovatnoća. U ovom slučaju, njegova upotreba se zasniva na slučajnom uzorkovanju iz funkcije raspodele verovatnoće. Upotreba Monte Karlo metode za određivanje merne nesigurnosti postaje dragocena alternativa za konvencionalnu GUM metodu. GUM dodatak opisuje propagiranje raspodela verovatnoće kroz matematički model merenja kao osnovu za procenu merne nesigurnosti, a njegova implementacija je preko Monte Karlo metode. Primena ove metode je posebno značajna u slučajevima kada linearizacioni model pruža neadekvatno predstavljanje ili u slučajevima kada funkcija verovatnoće izlazne kvantitativne vrednosti odstupa značajno od Gausove raspodele ili smanjene i pomerene t raspodele, npr. zbog asimetrije ili spljoštenosti.

Pristup procene merne nesigurnosti metodom Monte Karlo je da se izvede funkcija gustine verovatnoće $g_Y(\eta)$ koja kodira date informacije u vezi sa izlazom Y ; η označava moguću vrednost koja se može prepisati Y i $g_Y(\eta)\Delta\eta$ je verovatnoća (prema datoj informaciji) da je vrednost Y unutar $\Delta\eta$ oko η [39,40]. Prema funkciji gustine verovatnoće $g_Y(\eta)$ rezultati merenja y od Y se uzimaju kao matematičko očekivanje:

$$y = \int g_Y(\eta)\eta d\eta, \quad (4.1)$$

i njihova pridružena standardna nesigurnost kao varijansa

$$u^2(y) = \int g_Y(\eta)(\eta - y)^2 d\eta, \quad (4.2)$$

ove funkcije gustine raspodele verovatnoće. Interval poverenja sa verovatnoćom pokrivanja p može biti konstruisan kao interval $[a, b]$ za koje

$$\int_a^b g_Y(\eta) d\eta = p. \quad (4.3).$$

Kada Y zavisi od nekoliko ulaznih veličina X_1, X_2, \dots, X_n za koje su dostupne informacije, analiza se sprovodi na sledeći način. Prvo se dodeljuju funkcije gustine raspodele $g_{X_1, X_2, \dots, X_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)$ ulaznim kvantitetima X_1, X_2, \dots, X_N . Moguće vrednosti ulaznih kvantiteta su označene sa $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)$ i $g_{X_1, X_2, \dots, X_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) \Delta \xi_1, \Delta \xi_2, \dots, \Delta \xi_N$ je verovatnoća da vrednosti ulaznih kvantiteta su u okviru $\Delta \xi_1, \Delta \xi_2, \dots, \Delta \xi_N$ oko $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)$. Kvadrat standardne nesigurnosti $u^2(x_i)$ i kovarijanse $u(x_i, x_j), i = j$ su date preko:

$$u^2(x_i) = \int g_{X_1, X_2, \dots, X_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) [x_i - \xi_i]^2 d\xi_1, d\xi_2, \dots, d\xi_N, \quad (4.4)$$

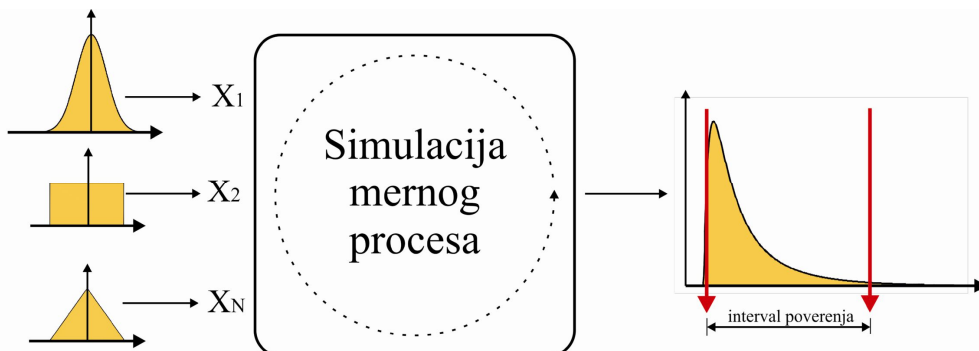
i

$$u(x_i, x_j) = \int g_{X_1, X_2, \dots, X_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) \times [x_i - \xi_i] [x_j - \xi_j] d\xi_1, d\xi_2, \dots, d\xi_N, \quad (4.5)$$

gde je

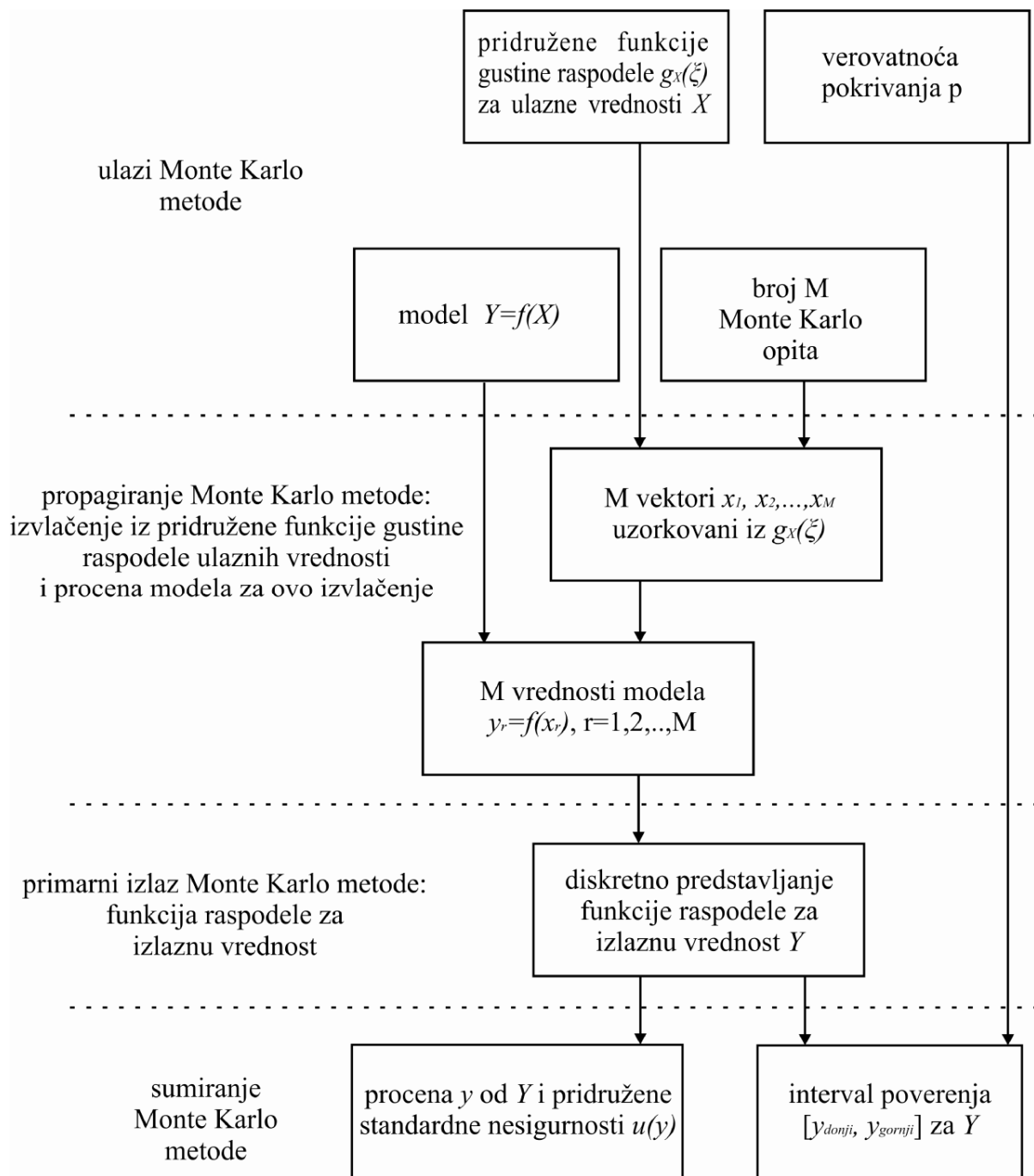
$$x_i = \int g_{X_1, X_2, \dots, X_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) \xi_i d\xi_1, d\xi_2, \dots, d\xi_N. \quad (4.6)$$

Ako informacija na bilo kom ulaznom kvantitetu se može smatrati kao nezavisna od drugih ulaznih veličina, pridružena funkcija gustine raspodele se može razložiti na činioce prema $g_{X_1, X_2, \dots, X_N}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) = g_{x_1}(\xi_1) g_{x_2}(\xi_2) \dots g_{x_N}(\xi_N)$. Znači, ulaznim kvantitativnim veličinama se dodele odgovarajuće funkcije gustine verovatnoće (uniformna, normalna, trougaona,...) koje se propagiraju kroz model u cilju dobijanja funkcije gustine raspodele verovatnoće izlazne kvantitativne vrednosti. Slika 4.3 ilustruje procenu merne nesigurnosti primenom Monte Karlo metode.



Slika 4.3. Procena merne nesigurnosti Monte Karlo metodom [41]

Procena merne nesigurnosti primenom Monte Karlo metode za implementaciju propagiranja raspodela je grafički prikazana na slici 4.4.



Slika 4.4. Grafički prikaz Monte Karlo metode za implementaciju propagiranja raspodela pri proceni merne nesigurnosti [32]

Procedura sprovedena Monte Karlo metode je sadržana od nekoliko koraka:

- 1) Izbor broja M Monte Karlo iteracija koji treba da se sprovede.
- 2) Izvrši se generisanje M vektora, preko uzorkovanja iz dodeljenih funkcija gustine raspodela, kao realizacija (skup N) ulaznih kvantitativnih vrednosti X_i .
- 3) Za svaki vektor se formira odgovarajuća vrednost modela Y , ukupno postoji M vrednosti modela.
- 4) Sortirati ove M vrednosti modela u strogi rastući red i ove sortirane vrednosti modela iskoristiti za dobijanje funkcije raspodele.
- 5) Iskoristiti ovu funkciju raspodele za formiranje procene y od Y i standardne nesigurnosti $u(y)$ pridružene sa y .
- 6) Iskoristiti funkciju raspodele za formiranje odgovarajućeg intervala poverenja za Y , za propisanu verovatnoću pokrivanja p .

Važno je napomenuti da efikasnost Monte Karlo metode za određivanje y , $u(y)$ i intervala poverenja za Y zavisi od korišćenja adekvatno velike vrednosti M (korak 1).

4.4. Pregled postojećeg stanja

Postoji mnogo razvijenih modela za procenu merne nesigurnosti na KMM čiji princip rada se zasniva na simulaciji. Suština ovog pristupa je modeliranje mašine i mernog procesa koji se koriste da oponašaju realnu koordinatnu mernu mašinu. Uglavnom se kao simulacioni alat koristi Monte Karlo metoda (simulacija). Monte Karlo metoda se takođe koristi za izgradnju komercionalnog softvera za procenu merne nesigurnosti UES. Analizom stanja u oblasti utvrđeno je da je ova problematika zaživela pre petnaest godina i aktuelna je sve do danas. U nastavku se daje pregled stanja primene Monte Karlo simulacionih metoda za procenu merne nesigurnosti kod KMM merenja.

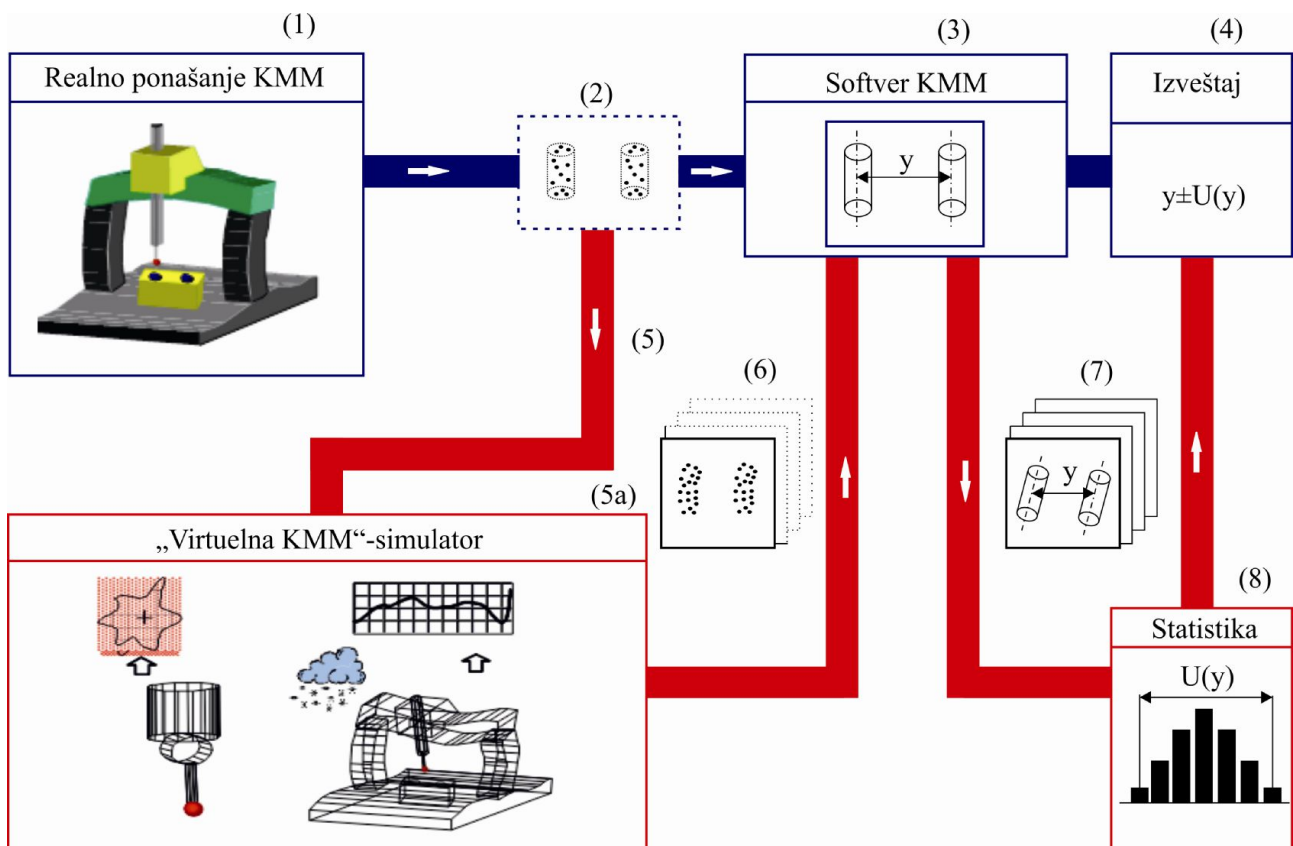
4.4.1. Virtuelna koordinatna merna mašina

Princip virtuelne koordinatne merne mašine (VKMM) procenjuje mernu nesigurnost specifičnog mernog zadatka na određenoj KMM prema rezultatima Monte Karlo simulacije. Realizovana je od strane PTB-a (deut. *Physikalisch-Technische Bundesanstalt*). Model procesa merenja i činioci nesigurnosti su, kao i kod klasičnog budžeta nesigurnosti, osnova za procenu nesigurnosti. Rešenje problema se ne izvodi analitički, već preko „virtuelnog eksperimenta“ [42-44,46]. Virtuelna koordinatna merna mašina oponaša strategiju merenja i fizičko ponašanje KMM kao dominantne činioce nesigurnosti merenja. Sprovedenje merenja preko simulacije bi trebalo da uključi sve aspekte realnog merenja, međutim, u praktičnim primerima VKMM ne može da obuhvati sve činioce nesigurnosti. Ova činjenica predstavlja glavni nedostatak ovih simulacionih

alata. Pri modeliranju VKMM uzimamo u obzir tri osnovna činioca nesigurnosti: poznate sistematske uticaje, nepoznate sistematske uticaje i slučajne uticaje [29].

Princip rada VKMM je prikazan na slici 4.5. Plave linije pokazuju princip rada normalnog KMM merenja a crvene VKMM. U normalnom KMM merenju, kako je već ranije objašnjeno, mašina sa mernim senzorom (1) se koristi da uzorkuje tačke sa površine radnog predmeta izdelfjenog na osnovne geometrijske primitive (2). Ove tačke se koriste za dobijanje supstitutivne geometrije preko algoritama koji su obično implementirani u KMM softver (3). Nakon toga se vrši procena usaglašenosti sa nominalnim (CAD) modelom ili tehničkim crtežom (4).

Ulaz u VKMM predstavlja skup tačaka (5) koje se uzorkuju na određenom geometrijskom primitivu. Za svaku ovu uzorkovanu tačku VKMM simulator (5a) generiše verovatnosni prostor opisan preko funkcije gustine raspodele u kom se tačke mogu pojaviti zbog uticaja činioca nesigurnosti. Nakon toga, za svaki primitiv se generiše skup simulacionih rezultata u (6) i nakon toga se u softveru KMM određuje supstitutivna geometrija. Zbog postojanja velikog broja supstitutivnih elemenata za jedan geometrijski primitiv dobija se funkcija gustine raspodele izlaznih rezultata (8) koja se može koristiti za procenu nesigurnosti.



Slika 4.5. Koncept virtuelne koordinatne merne mašine (VKMM)[42]

Za rad na VKMM, činioci nesigurnosti moraju biti procenjeni za svaku pojedinačnu KMM pod specifičnim uslovima sredine. Za svaku KMM, baza podataka sa informacijama koje karakterišu ove nesigurnosti su korišćenje kao ulaz u VKMM simulator. Ovi činioci nesigurnosti uključuju standardnu devijaciju procesa uzimanja tačaka, rezidualne greške KMM kretanja (skala, pravost, rotacija), dozvoljen temperaturni gradijent i koeficijent ekspanzije.

Za ulazne parametre se koriste kalibracione procedure i dugotrajno posmatranje. Merenja kalibrisanih ploča sa kuglama ili ploče sa otvorima mogu se koristiti za procenu svih geometrijskih grešaka KMM [45]. Za potpuno mapiranje greške potrebno je meriti kalibrisanu ploču u najmanje šest položaja u radnom prostoru KMM. Umesto kalibrisanih elemenata može se koristiti interferometar. Greška mernog senzora se može okarakterisati merenjem referentne sfere, ali i nakon kalibracije mernog pipka ostaju rezidualna sistematska i slučajna odstupanja koja utiču na nesigurnost. Mnogi drugi činioci ne mogu biti lako ili ekonomično procenjeni.

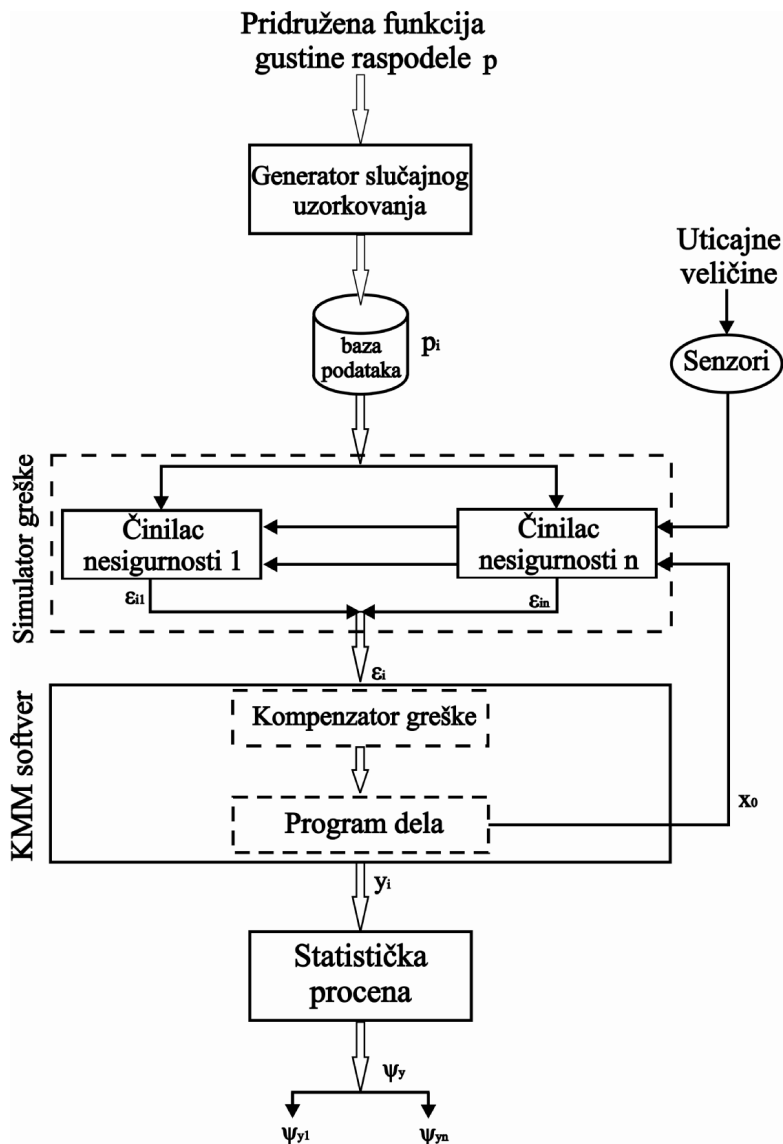
Naravno, nemoguće je uključiti sve uticajne faktore nesigurnosti. Zato je važno dokumentovati koji faktori su uključeni a koji nisu. Ovo je takođe naglašeno u ISO 15530-4:2011. Trenutna implementacija UES fokusira se uglavnom na nesigurnost hardvera.

VKMM kao simulacioni softver može da generiše validne nesigurnosti za sve izmerene ili izvedene geometrijske primitive i stoga proces merenja i simulacije mogu se smatrati kao sledljivost kalibracije.

KMM simulator je integrisan u dva nemačka KMM softverska paketa tj. CALYPSO od strane Zeissa i Quindos od strane Messtechnik Wetzlar.

4.4.2. Ekspertne KMM

Grupa autora [47] su nazvali svoj koncept za procenu merne nesigurnosti KMM preko Monte Karlo simulacije ekspertna koordinatna merna mašina (EKMM). Princip rada EKMM se sastoji od dva konceptualna koraka, tj. nesigurnosti pojedinačnih koordinata tačaka i širenje ove nesigurnosti kroz program dela (slika 4.6).



Slika 4.6. Princip rada ekspertne koordinatne merne mašine (EKMM) [47]

Za propagiranje tačaka kroz program dela koristi se Monte Karlo metoda kako je opisano u poglavlju 4.3. Pobuđenost koordinata tačaka su generisane preko simulatora greške i njihov zadatak je da oponaša greške merenja prisutnih (EKMM u *on-line* režimu) ili očekivanih (*off line* režim EKMM) mernih uslova i dodaju se na nominalnu koordinatu tačke. U principu i za generisanje pobuđenih koordinata tačaka se koristi Monte Karlo metoda, tako da kombinacija ova dva koraka se može smatrati Monte Karlo simulacijom.

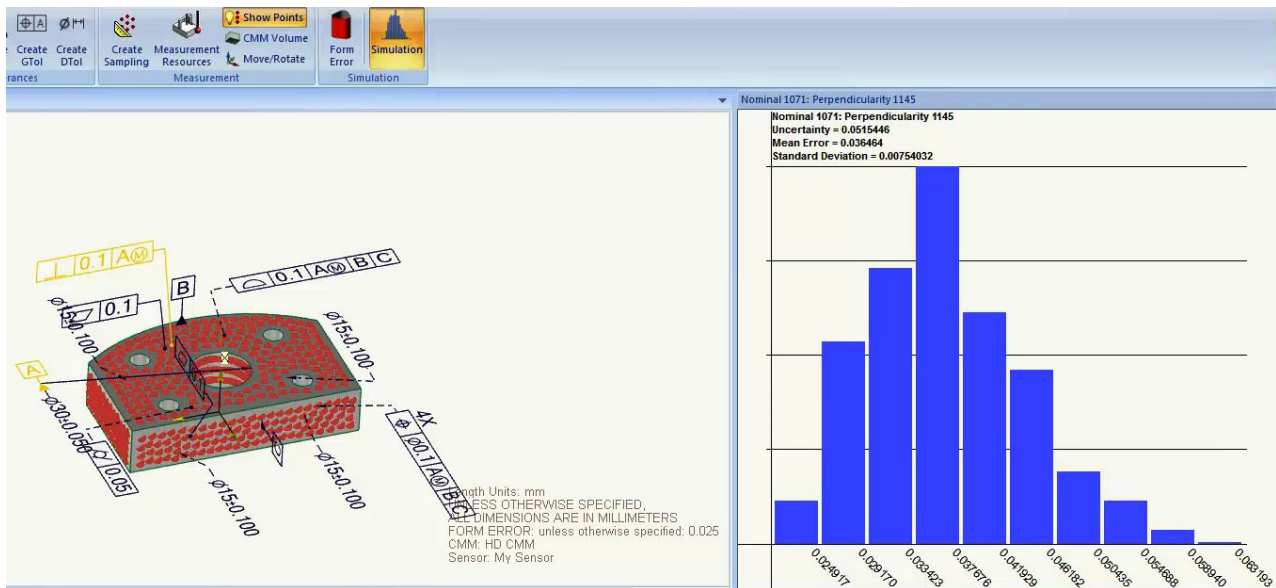
Sa šeme se može uočiti da simulator greške uzima parametre ulazne populacije p_i iz baze podataka generisane nasumično prema poznatoj funkciji gustine raspodele verovatnoće. Simulator takođe uzima stvarne informacije o mernom procesu koji je u toku, tj. geometrijske informacije x_0 iz mernog programa i pomoćnih mernih vrednosti uticajnih činilaca. Izlazi iz simulatora greške su pobuđene koordinatne tačke ε_i , za svaki slučaj p_i i to se sprovodi za posedne grupe činilaca $1, \dots, n$.

KMM softver, koji je ugrađen u EKMM, može imati module za kompenzaciju greške. Ove kompenzovane (nekompenzovane) tačke predstavljaju ulaz u program dela, gde se dobija konačan rezultat y_i . Na kraju se procenjuje matrica varijanse – kovarijanse ψ_y posebno za svaku grupu činilaca. Sledljivost se obezbeđuje preko pravilne procene ψ_p i uvedeno je tokom samokalibracije merenjem kalibra.

Ovaj sistem je testiran samo uključujući geometrijske greške KMM. Izvršeno je testiranje razvijenog rešenja merenjem ploče sa otvorima. Ploča sa otvorima je merena u 100 položaja i dužina i nakon toga su proračunate nesigurnosti dužinskih rastojanja. U 89% slučajeva kalibrisna dužina je bila u okviru izračunate nesigurnosti sa faktorom pokrivanja 2.

4.4.3. Simulacija preko ograničenja PUNDIT/KMM

Nacionalni Institut za standarde i tehnologiju Sjedinjenih Američkih Država NIST razvio je simulacionu metodu za procenu merne nesigurnosti KMM nazvanu simulacija preko ograničenja (eng. *Simulation by Constraints – SBC*), slika 4.7. [48,49]. Simulacija preko ograničenja omogućava da se KMM i senzor modeliraju korišćenjem rezultata testova propisanih standardom ISO 10360:2001. Koriste se specifični termalni uslovi, strategije uzorkovanja i algoritmi za dobijanje asocijativne geometrije. Na ovaj način merenje radnog predmeta se simulira više puta zasnovano na potpuno randomiziranom uzorkovanju tako da za svaki tolerisani geometrijski primitiv postoji raspodela rezultata merenja sa prikazanim bias-om i raspon procenjene nesigurnosti. Simulacija preko ograničenja se sastoji od sedam koraka: definisanje radnog predmeta, parametri obrade, definisanje KMM, definisanje senzora, efekti okruženja, merni plan i analize i rezultati. Kada se izvrši izbor odgovarajućih koraka izabere se broj simulativnih iteracija i pokrene se simulacioni proces. Za svaki geometrijski primitiv se dobije histogram rezultata iz kojih se može zaključiti merna nesigurnost. PUNDIT/KMM uključuje sve glavne izvore grešaka KMM merenja u simulacioni softver (hardver KMM, senzor, termalni uslovi, karakteristike površine geometrijskog primitiva, strategija merenja,...) i poseduje modularnu strukturu. Softver obuhvata pun solid model radnog predmeta, podržavajući bazne elemente, tolerisanja i odstupanja od idealnog površinskog oblika.



Slika 4.7. PUNDIT/KMM okruženje

4.4.4. Ostala izvedena rešenja

Prethodna tri predstavljena rešenja za procenu merne nesigurnosti KMM, zasnovana na simulaciji, predstavljaju polaznu tacnu za naredna istrazivanja koja su se bavila ovom problematikom. Autori tih radova su uglavnom ukljucivali razlicite izvore nesigurnosti u simulacioni softver. Opisani simulacioni modeli su se najvise bazirali na hardverskim greškama i greškama sistema uzorkovanja kao najuticajnijim izvorima nesigurnosti.

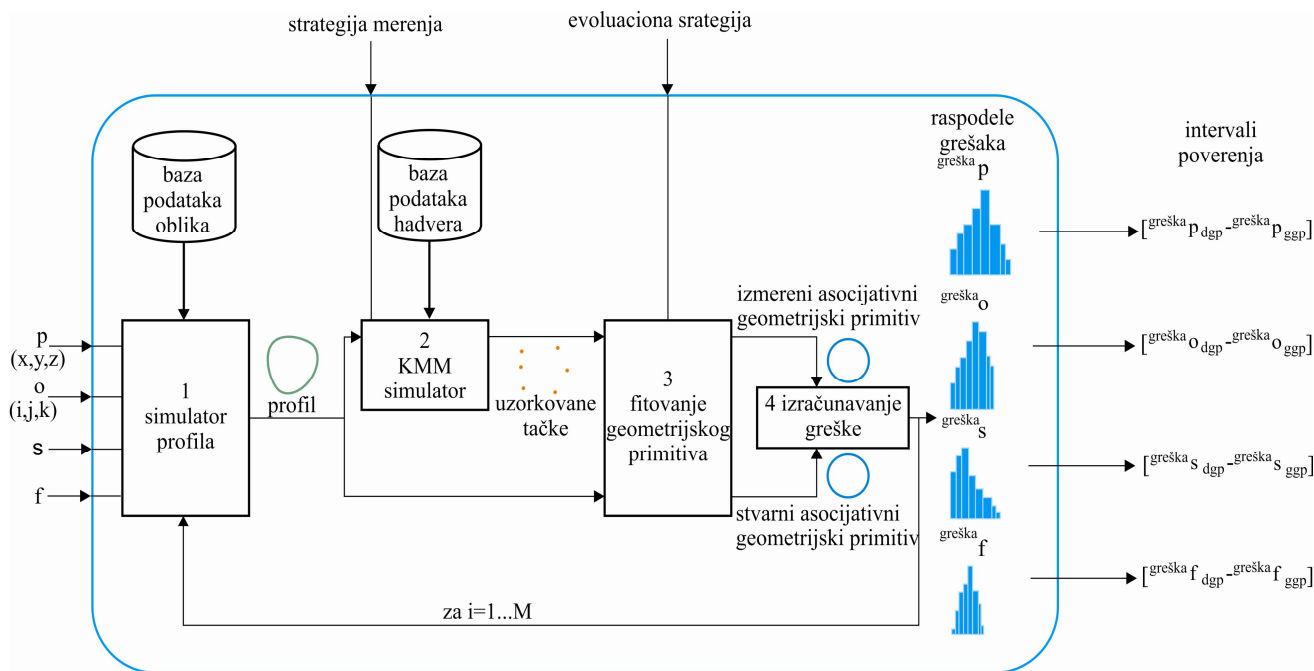
Prva dostignuća u primeni simulacije za procenu merne nesigurnosti su prikazana u radu [28] u kome su autori izgradili softverski sistem za simulaciju ponovljenih merenja koja ukljucuju uticaj strategije merenja na mernu nesigurnost. Prvi korak za procenu nesigurnosti je bila simulacija geometrijskog primitiva sa nekim pretpostavljenim odstupanjem oblika. Zatim je simulirano uzorkovanje na taj nacn da se uzorkovanoj tacni doda vrednost maksimalne dozvoljene greške (MPE) za duzinske mere definisane preko ISO 10360-2:2001. Ostale greške hardvera nisu uzete u obzir. Na ovako simulirane tacke primenjene su razlicite *cut-off* duzine Gaus-ovog filtriranja i razliciti algoritmi procene supstitutivne geometrije. Verifikacija izvedenog softverskog rešenja je izvršena na primerima procene merne nesigurnosti precnika unutrašnjeg otvora, kruznosti i paralelnosti. Treba napomenu da je opisani rad nastao pre koncepta VKMM, ali je pokazao da merna nesigurnost može da se odredi simulacionim alatima koji su za ovaj slucaj ukljucili samo strategiju merenja kao činilac merne nesigurnosti.

Na Tehničkom univerzitetu u Torinu razvijena je simulativna metoda za procenu merne nesigurnosti KMM merenja pod nazivom „PoliTo“ [50]. Autori rada ističu da su uštede, smanjenje vremena i integracija upravljanja glavne prednosti simulativnih metoda u odnosu na ostale metode procene merne nesigurnosti kod KMM. PoliTo takođe koristi Monte Karlo tehniku za simulaciju

grešaka u koordinatama svake merne tačke, koristeći KMM program dela da propagira mernu nesigurnost iz koordinata izmerenih tačaka. Koristi se pristup verovatnoće zasnovan na *bootstrap* metodi koja predstavlja numerički pristup za procenu varijabilnosti statističkih pokazatelja, kao što je procenitelj najmanjih kvadrata geometrijskih parametara. Pojedinačno *bootstrap* uzorkovanje se dobija preko n ekstrakcija zamenjeno iz originalnog eksperimentalnog uzorkovanja. Razlika između VKMM (slika 4.5) i PoliTo pristupa je u koraku 5a, tj. kod predložene metode se ekstraktuju informacije koje se odnose na mernu nesigurnost iz koordinata tačaka koristeći *bootstrap* tehnike a kod VKMM se vrši modeliranje ponašanja KMM kako je opisano u poglavlju 4.4.1. Razvijenom konceptu „PoliTo“ su potrebne i informacije iz testova prihvatanja i verifikacije prema ISO 10360-2:2001. Činioci nesigurnosti kao što su hardverske greške i interakcija odstupanja oblika sa brojem i rasporedom mernih tačaka nisu uključena direktno u simulacioni proces i smatra se da su ovi uticaji uključeni indirektno preko algoritama za pobuđivanje tačaka. Verifikacija predloženog simulacionog rešenja je izvršena na radnim komadima iz industrije i dobijene nesigurnosti su poređene sa metodom prema ISO 15530-3:2011.

Autori radova [51-53] takođe su koristili Monte Karlo metodu za procenu nesigurnosti KMM merenja. Naime, njihova virtuelna koordinatna merna mašina nazvana Virtuelna MCM PK se sastoji iz dva modula: prvi je odgovoran za simulaciju rezidualnih i sistematskih grešaka koje zavise od kinematskog sistema KMM i drugi koji simulira rad glave senzora. Ključna stvar u razvoju virtuelnog modela merne mašine je opis KMM preko mreže referentnih tačaka. Svaka tačka u mreži referentnih tačaka je opisana funkcijom raspodele. Za određivanje verovatnoće reprodukcije svake tačke korišćen je laserski sistem *LaserTracker*. Za dobijanje vrednosti između čvorišta mreže koristi se b spline kriva (eng. *b-spline curve*) u sprezi sa metodom „najbližeg suseda“ (eng. *nearest-neighbor method*) koje se implementiraju korišćenjem Monte Karlo simulacije. Takođe za opis drugog modula VKMM koristi se Monte Karlo metoda. Verifikacija predloženog rešenja je vršena u dve faze. U prvoj fazi VKMM je testirana prema VDI/VDE uputstva za proveru tačnosti KMM mereći kalibrisani cilindar. U drugoj fazi vršena su merenja rastojanja dve tačke, rastojanja između dve ravni, greška oblika sfere, rastojanje između centara dve sfere. Za svako merenje određena je nesigurnost predloženom metodom i klasičnim metodama. Na osnovu rezultata prve faze zaključeno je da opisani model radi pravilno. Takođe, na osnovu druge faze gde su se poredile izjavljene nesigurnosti pomoću razvijenog softverskog rešenja i metode prema ISO 15530-3:2011 može se doneti zaključak da Virtuelna MCM PK radi ispravno. Treba naglasiti da predloženi model uključuje samo činioce hardverske greške i greške merne glave uz pretpostavku da je modelirana koordinatna merna mašina opremljena sa efikasnom CAA korekcionom matricom koja eliminiše sistematske greške i mašina mora biti opremljena sa aktivnom termalnim kompenzacionim sistemom.

U doktorskoj disertaciji [54] i radu [55] autor je istakao odstupanje oblika geometrijskog primitiva kao jedan od najuticajnijih činilaca na mernu nesigurnost. Isto tako je naglasio da trenutno razvijena komercijalna rešenja ne mogu da uzmu ovaj faktor u obzir pri proceni nesigurnosti. Naglasak je stavljen na geometrijski primitiv krug i u preliminarnim istraživanjima su utvrdili da odstupanje od kružnog oblika ne utiče samo na nesigurnost merenja kružnosti već i na prečnik i položaj centra. Na slici 4.8. prikazan je simulacioni model greške koji istovremeno uključuju uticaj odstupanja oblika i nesigurnosti hardvera na grešku merenja.

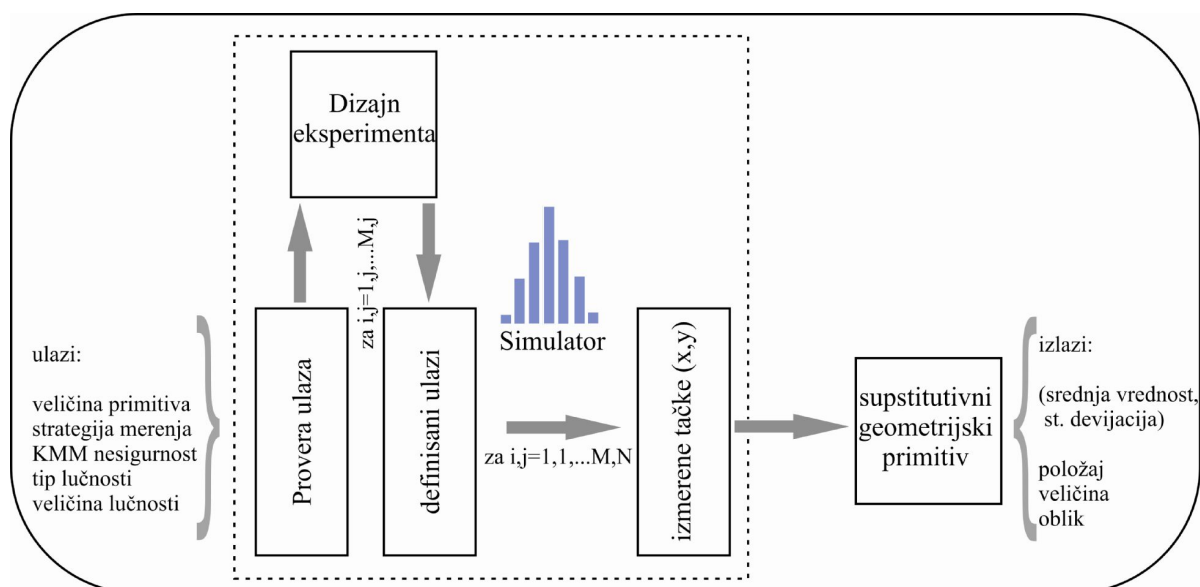


Slika 4.8. Šema Monte Karlo metoda za simulaciju uticaja odstupanja oblika i nesigurnosti hardvera na greške merenja [54]

Metod je zasnovan na Monte Karlo simulaciji. Simulator profila simulira profile na osnovu baze podataka oblika. Baza podataka oblika se može sastojati iz fizički izmerenih profila ili simuliranih profila. Kada se profil generiše, tačke mogu biti uzorkovane iz ovog profila prema datoj strategiji merenja sa tim da se na njih dodaju hardverske greške (geometrijske greške KMM i greške senzora). Baza podataka nesigurnosti hardvera sadržana je od skupa virtuelnih mernih mašina opremljenim sa virtuelnim sistemom senzora. Nakon virtuelnog merenja profila, tačke u mernoj strategiji mogu da se iskoriste za fitovanje asocijativne geometrije. Kao izlaz se dobiju izmereni (ograničen broj tačaka uzorkovanja) i stvarni (sve tačke) geometrijski primitivi. Razlika u vrednostima ova dva geometrijska primitiva predstavlja grešku merenja iskazanu za položaj, orijentaciju, oblik i prečnik. Na osnovu M Monte Karlo iteracija i za pretpostavljeni interval poverenja dobijaju se odgovarajuće nesigurnosti. Verifikacija razvijenog softvera za procenu nesigurnosti (UES) izvršena je merenjem graničnih merki (provera modeliranih nesigurnosti geometrijskih grešaka i grešaka senzora), merenjem koncentričnosti dva kruga sa trolučnim

odstupanjem na realnom radnom predmetu (uključuje hardverske greške i odstupanje oblika) i merenje prečnika kruga i međusobnih rastojanja na realnom radnom predmetu (takođe uključuje hardverske greške i odstupanje oblika). Na osnovu izvršenih verifikacija zaključeno je da razvijeno softversko rešenje daje pouzdane rezultate merne nesigurnosti. Kao pravce budućih istraživanja autori su istakli uključivanje termalnih uticaja kao činioca nesigurnosti u simulacioni model.

U doktorskoj disertaciji [56] autor je između ostalog razvio model koji je integrisao Monte Karlo metodu i dizajn eksperimenta (DOE), slika 4.9. Osnovni cilj ovog istraživanja je bio da se razume osetljivost oblika, veličine i položaja kružnog geometrijskog primitiva koristeći različite algoritme za dobijanje supstitutivne geometrije kruga. Istražuje se kako tri algoritma reaguju na iste ulazne faktore i odgovarajuće nivoe. Istraživanje je uključilo 243 eksperimenta shodno broju faktora, njihovim nivoima i brojem opservacija sa dodatnih 1000 Monte Karlo iteracija po eksperimentu. U narednoj fazi eksperimentalni rezultati su poslužili za kreiranje simulacionog modela u PunditKMM.



Slika 4.9. Integracija dizajna eksperimenta sa Monte Karlo simulacijom [56]

Autori rada [57] su istakli da je Monte Karlo simulacija najbolji metod za numeričko procenjivanje nesigurnosti i ovu metodu su primenili da ispitaju efekat KMM nesigurnosti na nesigurnost procene supstitutivne geometrije kružnog primitiva različitim algoritmima fitovanja. Određeni su i upoređivani intervali nesigurnosti četiri algoritma za dobijanje supstitutivne geometrije sa variranjem nesigurnosti tačke. Uvedena je pretpostavka da su nesigurnosti koordinata tačaka nezavisne, identične, normalno raspoređene i predstavljene preko standardne nesigurnosti KMM. Njihov simulacioni model je verifikovan na idealnom kružnom primitivu sa pridodatim odstupanjem oblika koja krugu daje trolučnu strukturu. Merenje je sprovedeno u 22 tačke ravnomerno raspoređene po krugu. Za potrebe simulacije uzeto je pet različitih KMM nesigurnosti.

Pokazano je da slučajna nesigurnost pridružena sa KMM merenjem će generalno povećati procenu greške kružnosti izvedene iz mernih tačaka, sa povećanjem proporcionalno mernoj nesigurnosti. Ako je konačno uzorkovanje uzeto u obzir, procena može biti viša ili niža od prave kružnosti. Nesigurnost pridružena proceni kružnosti ima dve sadržane komponente, jedna zbog konačnog uzorkovanja i druga zbog nesigurnosti KMM. Za fiksni režim uzorkovanja, pokazano je da pridružena raspodela sa procenom kružnosti verovatno neće biti normalna.

U radu [58] vršeno je poređenje procenjenih nesigurnosti merenja na KMM koristeći različite metode procene. Merna nesigurnost se procenjivala simulacionim komercionalnim alatima Pundit/KMM i VKMM i metodom kalibrisanih radnih predmeta (ISO 15530-3:2011). Merenja (simulacije) su vršena na dva kalibrisana prstena različitih dimenzija. Kalibrisani prsteni su mereni u različitim položajima i orijentacijama u radnom prostoru KMM. Ulazne veličine u softversku simulaciju su odgovarale realnom merenju i odnosile su se na etalon, okruženje i KMM. Analiziranjem rezultata može se utvrditi prilično dobro slaganje između dve simulacione metode i eksperimentalne metode.

Autori rada [59] su procenjivali nesigurnost merenja greške pravosti na KMM metodom Monte Karlo. Za izračunavanje minimalne zone prostorne greške pravosti korišćen je kvazi optimizacija roja čestica (eng. *quasi particle swarm optimization*) kao jedna od numeričkih metoda za procenu greške ravnosti kada se koriste ekstremni algoritmi dobijanja supstitutivne geometrije. U verifikaciji predloženog rešenja merena je pravost ose cilindra i istaknuto je da su KMM, okolina i strategija merenja glavni izvori nesigurnosti. Međutim, kako su istakli, da je uticaj strategije merenja kompleksan te ovaj činilac nesigurnosti nisu razmatrali. Nesigurnost koordinate tačke je određena preko sledećih činioca: ponovljivost/rezolucija merne mašine, MPE_E i ambijentalni uslovi (temperatura, nečistoće). Primenom Monte Karlo metode na funkciju cilja optimizacione metode kao ulazne kvantitativne vrednosti simulirane iz normalne raspodele, dobija se funkcija gustine raspodele verovatnoće čiji 95% interval poverenja označava mernu nesigurnost. Identičan postupak je ponovljen u radu [60] sa tim što je vršena procena nesigurnost merenja ravnosti na KMM. Merna nesigurnost je, pored Monte Karlo metode, procenjena prema GUM-u. Uvedeni su dodatni činioci nesigurnosti uzorkovane tačke kao što je sila merenja i histerezis KMM, ali, kao i u predhodnom radu, uticaj nesigurnosti strategije merenja (broj i distribucija tačaka merenja) nije razmatran. U radu [61] koristi se Monte Karlo propagiranje greške za procenu nesigurnosti tolerancije položaja. Metoda najmanjih kvadrata se koristi za dobijanje asocijativne geometrije.

Na kraju potrebno je istaći da primena Monte Karlo metode u proceni merne nesigurnosti nije samo zastupljena kod konvencionalnih koordinatnih mernih mašina. U radu [62] autori su koristili Monte Karlo metodu za procenu merne nesigurnosti kod ultra - preciznih mikro koordinatnih mernih mašina (μ -KMM) pri merenju asferičnog sočiva koji se klasifikuje kao složena

površina (eng. *free-form surface*). Razvijen je virtuelni model μ -KMM koji je uključivao šest činilaca nesigurnosti merenja.

Rad [63] opisuje primenu Monte Karlo metode i konstruisanje virtuelnog modela koordinatne merne ruke (eng. *Coordinate Measuring Arm*). Razvijeno softversko rešenje je verifikovano prema uputstvima VDI/VDE 2617, tj. mere se parametri kalibrisanog cilindra.

Najnovije dostignuće u ovoj oblasti je opisano u nedavno objavljenom radu [64] od strane nemačkog PTB-a. Naime, razvili su virtuelnu koordinatnu mernu mašinu za procenu merne nesigurnosti pri merenju parametara zupčanika (eng. *VCMM – Gear*). VKMM – zupčanik predstavlja proširenje gore opisanog simulacionog softvera VKMM. Proširenja se ogledaju u modeliranju uticaja nesigurnosti rotacionog stola, stezanja radnog predmeta i principu skeniranja modernog sistema senzora. Ova softver se može integrisati i na specijalizovane mašine za merenje zupčanika.

Na osnovu svega navedenog može se zaključiti da je primena Monte Karlo simulacije za određivanje merne nesigurnosti adekvatna kako kod različitih koordinatnih mernih sistema tako i kod različitih merno – kontrolnih zadataka. U dosadašnjim radovima veliki napori su uloženi za modelovanje hardverskih grešaka KMM koje imaju doprinos u nesigurnosti svake uzorkovane tačke. U ovom radu je razvijen model koji će dati, pored procene merne nesigurnosti za procenu greške ravnosti i prostorni prikaz raspodele merne nesigurnosti u mernoj zapremini za konkretan merno kontrolni zadatak. Ovakav pristup će omogućiti određivanje zone u mernoj zapremini KMM od interesa za merenje, tj. sa najmanjom mernom nesigurnosti. Opis metodologije će biti objašnjen u poglavlju 6.

Pre razvoja modela za procenu nesigurnosti, predlaže se nova metodologija za određivanje referentne ravni zasnovane na MZ metodi. Metodologija određivanja referentnog (supstitutivnog) elementa je bitan činilac nesigurnosti i u direktnoj je vezi sa nesigurnosti koordinata uzorkovanih tačaka sa aspekta procene merne nesigurnosti pri merenju greške ravnosti na KMM.

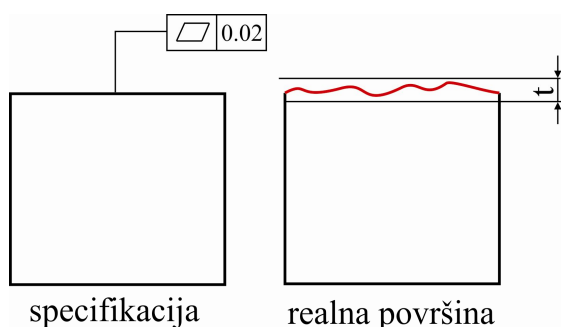
5. RAZVOJ NOVE METODOLOGIJE ZA PROCENU GREŠKE RAVNOSTI ZASNOVANE NA MZ METODI

5.1. Matematička definicija tolerancije ravnosti

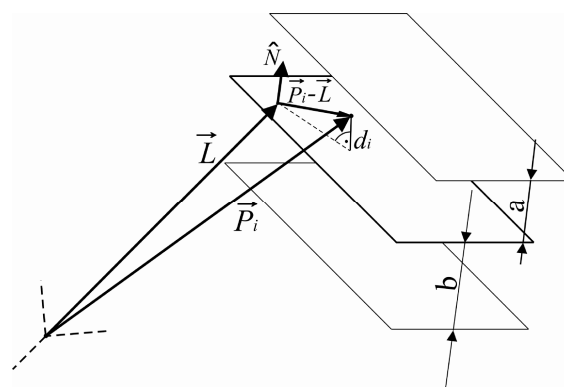
Geometrijski element ravan je jedan od osnovnih geometrijskih primitiva koji predstavlja osnovu mnogih mehaničkih proizvoda za postizanje namenjene funkcionalnosti. Ravnost površine je stanje u kom svi elementi površine pripadaju jednoj ravni što odgovara idealnoj ravni. Međutim, zbog nesavršenosti obradnog postupka prisutna su odstupanja od idealne ravni. Iz tog razloga, u fazi projektovanja proizvoda, posmatranoj površini se dodeljuje tolerancija (slika 5.1a). Tolerancija ravnosti (t) predstavlja prostor između dve paralelne ravni u kome, za slučaj usaglašenosti sa specifikacijom, sve izmerene tačke treba da budu sadržane. U izabranom koordinatnom sistemu, proizvoljno orijentisana referentna ravan je definisana preko tačke \vec{L} i jediničnog vektora pravca \hat{N} (slika 5.1b). Nominalno rastojanje tačaka \vec{P}_i do referentne ravni je :

$$d_i = |\hat{N} \times (\vec{P}_i - \vec{L})| \quad (5.1)$$

Kako bi se osigurala usaglašenost sa specifikacijom mora se zadovoljiti kriterijum da je $d_i < \frac{t}{2}$. Naime, tačke \vec{P}_i su ograničene sa dve ravni koje su paralelne sa referentnom ravni.



Slika 5.1a. Tolerancija ravnosti



Slika 5.1b. Matematička definicija tolerancijske zone ravnosti

Koordinatna metrologija je uvela značajne promene u dimenzionalnoj metrologiji i u poređenju sa tradicionalnim metodama merenja (npr. ploče za ispitivanje uravnenosti), 3D merenje pruža sveobuhvatnije ali i kompleksnije informacije vezane za realnu geometriju radnog predmeta. Procena greške ravnosti primenom koordinatnih mernih sistema se zasniva na „preslikavanju“ realne geometrije površine preko konačnog skupa koordinata tačaka dobijenih nekom vrstom senzora (kontaktni ili beskontaktni). Nezavisnom softverskom analizom skupa uzorkovanih tačaka dobija se supstitutivna geometrija koja predstavlja osnovu za procenu greške ravnosti. Važno je napomenuti da odstupanje od idealne geometrije (ravni) ne sadrži samo komponente odstupanja od oblika već i valovitost, hrapavost i diskontinuitet površine. Diskontinuitet površine, kao što su pukotine ili pore, obično se ne uzimaju u obzir kada se procenjuje odstupanje od ravnosti, tj. greška ravnosti. Ovo je naročito izraženo kada se uzorkovanje sprovodi u velikom broju tačaka pri skenirajućem modu kontaktnog senzora, kada se koristi neki tip beskontaktnog senzora i u posebnim slučajevima upotrebe diskretne merne strategije sa kontaktnim sensorom. U ovim slučajevima za procenu samo greške oblika potrebno je izvršiti filtraciju nad oblakom uzorkovanih tačaka.

Prema ISO 4287:1997 regioni odstupanja od oblika, valovitosti i hrapavosti su definisani preko propustivosti filtera talasnih dužina (eng. *cut-off*) $\lambda_s, \lambda_c, \lambda_f$ (tabela 5.1) [66] ali vrednosti ovih talasnih dužina nisu definisane preko matematičkih pravila [67]. λ_s i λ_c mogu biti izabrane na osnovu ISO standarda ali izbor λ_f nije standardizovan [68,69]. Na osnovu ove činjenice teško je definisati jasnu granicu između oblika i valovitosti. VDI/VDE 2601:1991-10 standard spominje strožiju klasifikaciju zasnovanu na odnosu između širine i dubine odstupanja [70].

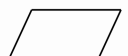
Tabela 5.1. Klasifikacija oblika, valovitosti i hrapavosti prema ISO 4287:1997 (sa *cut-off* talasnim dužinama, λ_s, λ_c i λ_f) i VDI/VDE 2601:1991-10 [66]

Geometrijsko odstupanje	ISO 4287	VDI/VDE 2601	Mikro Makro
Oblik	talasna dužina $> \lambda_f$	Odnos širina: dubina odstupanja $> 1000:1$	Makro odstupanja
Valovitost	$\lambda_c <$ talasna dužina $< \lambda_f$	Odnos širina: dubina odstupanja $1000: 1$ i $100:1$	↓
Hrapavost	$\lambda_s <$ talasna dužina $< \lambda_c$	Odnos širina: dubina odstupanja $150: 1$ i $5:1$	Mikro odstupanja

Iako je ova definicija jasnija, još uvek postoji preklapanje između valovitosti i hrapavosti (tabela 5.1). Ponekad su odnosi mikro i makro odstupanja korisniji nego odstupanje od oblika, valovitosti i hrapavosti. Makro odstupanja mogu da se mere sa mernim uređajima koji se takođe koriste za dužinske mere, orijentaciju i položaj, preko cele dužine geometrijskog primitiva. Mikro devijacije se mere na reprezentativnom delu površine sa specijalnom opremom kao što su uređaji za merenje hrapavosti. Ovo je vrlo interesantna klasifikacija, ali takođe u ovom slučaju granice nikad nisu jasne zato će one zavisiti od vrste merne opreme koja se koristi.

Kada se procenjuje greška ravnosti jasno je da će informacije o merenoj veličini sadržati frekvencije koje pripadaju obliku, valovitosti i hrapavosti. U slučaju merenja kontaktim senzorom gde se podatak o koordinati tačke dobija preko kontakta mernog pipka i merene površine uz određenu silu merenja, uticaj hrapavosti će delimično biti filtriran od strane mernog pipka. Iznos ovog filtriranja će biti određen prečnikom vrha mernog pipka. Prema istraživanju Van Gestel –a pokazano je da u većini praktičnih primera greške kružnosti je dominantan uticaj odstupanja oblika i procenjeno je da se kreće između 85% - 95% ukupnog odstupanja od idealne geometrije [54].

U cilju procene greške oblika, uticaj hrapavosti i valovitosti treba odstraniti. Pored toga što se vrši mehanička filtracija izborom vrha mernog pipka operater specifikacije mora biti kompletan (slika 2.3). Prema tome, kompletan operater specifikacije treba da sadrži definisane sledeće operacije: podela, izdvajanje, filtriranje, udruživanje i evaluacija [71-73]. Kompletan definisan operater specifikacije je prikazan na slici 5.2.

	0.02	$\lambda_c=2.5$	MZ
---	------	-----------------	----

Slika 5.2. Kompletan definisan operater specifikacije za toleranciju ravnosti [73]

U operaciji „podela“ idealna posmatrana ravna površina se izdvaja iz skupa osnovnih geometrijskih primitiva koji sačinjava geometriju radnog predmeta. U operacijama „izdvajanja“ i „filtriranje“ definiše se broj i raspored tačaka uzorkovanja kao i propusni opseg odgovarajućeg filtera. U operaciji „udruživanja“ tj. određivanja supstitutivne geometrije primenjuje se odgovarajući algoritam fitovanja u cilju dobijanja idealne geometrije koja najbliže odgovara realnoj. Na kraju, određuje se greška ravnosti kao zbir maksimalnih odstupanja od idealne (supstitutivne) ravni.

Ako je prema principu dualnosti operater verifikacije izveden iz operatera specifikacije rezultat merenja će sadržati samo grešku ravnosti i u ukupan rezultat merenja neće biti uvedena nesigurnost specifikacije. Međutim, iz prakse je poznato da operater specifikacije često nije potpun i metrolog mora da kompletira operater specifikacije prema njegovom iskustvu, ispunjenju funkcionalnih zahteva ili o korišćenom proizvodnom procesu. Detaljnije objašnjenje sledi u poglavlju 5.2.

5.2. Određivanje greške ravnosti na KMM – operacija izdvajanja i filtriranja

Kako je već rečeno operater verifikacije se izvodi iz operatera specifikacije. Kada se radi o verifikaciji stvarnog geometrijskog primitiva, performanse verifikacionog operatera su snažno uslovljene mernim instrumentom. Svaki merni proces se oslanja na uzorkovanje određenog broja tačaka iz merne površine i može da se klasifikuje kao kontinuirani ili diskretni signal prema tipu izlaznih podataka. U ovom radu su samo razmatranja merenja na KMM koja uzorkuju diskretni signal.

Kada se bavimo sa klasičnim KMM merenjem, koji se oslanja na istraživanje merne veličine preko kontaktnog senzora (pipak), posebna pažnja mora biti posvećena izboru dimenzija prečnika vrha mernog pipka. Prema ISO 3274:1996 teoretski tačna geometrija vrha mernog pipka je sfera čiji prečnik mora biti pažljivo izabran prema ograničenjima propusnog opsega za geometrijski element koji će se meriti. U principu, ova vrsta merenja uvodi metrološku filtraciju kroz kontakt mernog pipka sa površinom primitiva. Profil oblika meren preko pipka se konstruiše preko diskretno zatvarajućeg filtera sa istim geometrijskim karakteristikama vrha mernog pipka, primenjenog na stvarnoj površini. U principu, ako se proces merenja vrši prema idealnom verifikacionom operateru potrebno je adekvatno tumačiti oznake sa slike 5.2. Na primer, slika 5.2 ukazuje da je donja propustljivost (cut-off) talasne dužine 2.5 mm što prema Nyquist-ovom kriterijumu implicira da prečnik vrha mernog pipka mora biti manji od 1.5 mm [74]. Takođe, prema gustini uzorkovanja ISO/TS 12780-2:2011 [75] i u skladu sa Nyquist-ovim kriterijumom zahteva se da rastojanje između dve tačke u strategiji uzorkovanja bude manje od 0.357. Rezultat ovoga je da se operacija „izdvajanja“ odvija u „mreža“ strategiji sa velikim brojem tačaka uzorkovanja. Na primer, ravan dimenzija 50×50mm potrebno je meriti sa najmanje 27666 tačaka. Naravno, ovo nije opravdano u industrijskoj praksi i koriste se pojednostavljeni verifikacioni operateri kod kojih je pitanje izbora broja i položaja mernih tačaka od velikog značaja. Bitno je napomenuti i činjenicu da je operacija filtriranja efikasna jedino kod primene idealnog verifikacionog operatera a da kod pojednostavljenih operatera filtriranje mernih podataka neće uticati na rezultat procene greške ravnosti.

5.2.1. Strategija uzorkovanja – broj i položaj mernih tačaka

Strategija uzorkovanja (merenja) se sastoji od broja mernih tačaka i položaja tačaka na merenoj ravnoj površini. Izabrana strategija uzorkovanja treba da pruži maksimalno reprezentativne informacije iz populacije, za datu specifikaciju, u odnosu na vreme merenja i cenu. Upravo ova dva faktora ograničavaju primenu idealnog verifikacionog operatera. Prema Colosimo i ostalima [76] strategije uzorkovanja za procenu grešaka oblika se mogu podeliti u tri kategorije: „slepa“ strategija uzorkovanja, adaptivna strategija uzorkovanja i strategija uzorkovanja zasnovana na proizvodnji (slika 5.3).

U industrijskoj praksi najčešće se primenjuje „slepa“ strategija uzorkovanja. U ovoj strategiji položaj i broj tačaka se bira jednom za sve ispitivane površine bez obzira na njene specifične karakteristike. Tipični primeri ove strategije su uniformna, slučajna, stratifikovana, Hammersley i Harlton – Zaremba strategija [77]. Pošto ova strategija spada u strategije opšte namene navedene su u ISO/TS 12781-2:2011 standardu za ocenu greške cilindričnosti, kružnosti, pravosti i ravnosti [74,75,78,79]. Primena napomenutih strategija uzorkovanja ne zahteva nikakav uvid u mereni geometrijski primitiv i za ove strategije uzorkovanja se može reći da nepotrebno „rasipaju“ tačke uzorkovanja. Ovo se može objasniti na taj način da samo nekoliko „kritičnih“ tačaka čini grešku oblika i da sve ostale tačke sadržane u mernoj strategiji nisu od važnosti. Znači, efikasnost strategije uzorkovanja se ogleda u tome da učestvuje minimalan broj mernih tačaka sa sposobnosti pronalaska kritičnih zona. U tom pogledu su razvijane adaptivne strategije i strategije zasnovane na „tragu“ proizvodnje.

Kod adaptivnih strategija uzorkovanje se započinje sa malom gustinom tačaka koje se obično uniformno raspoređuju. Zatim se na osnovu početnog uzorkovanja specifičnim algoritmima identifikuju kritične oblasti koje zahtevaju gušće uzorkovanje. Predložene metodologije za razvoj adaptivnih strategija uzorkovanja su prikazane u radovima [80-82]. Strategije uzorkovanja zasnovane na „tragu“ proizvodnje se zasnivaju na karakteristikama određenog procesa proizvodnje na geometrijski primitiv. Predložene strategije uzorkovanja zasnovane na ovoj metodologiji su predložene u radovima [83-85].

Adaptivna strategija i strategija zasnovana na „tragu“ proizvodnje zahtevaju poznavanje procesa proizvodnje i analizu eventualnih nepravilnosti koji se mogu manifestovati tokom samog procesa. Takođe zahtevaju dublju analizu same površine kako bi se iz strategije uzorkovanja mogle izvući maksimalne informacije sa smanjenim brojem tačaka.

Ovaj rad se za potrebe istraživanja ograničio na primenu „slepe strategije uzorkovanja“. Analizom radova u ovoj oblasti za potrebe procene greške ravnosti utvrđeno je da Hammersley nudi fleksibilno rešenje za raspodelu uzorkovanih tačaka i koristi se u ovom radu. [77, 86, 87, 88].

Primena Hammersley raspodele tačaka, prema istraživanjima Woo i Liang-a, postignuto je skoro kvadratno smanjenje broja tačaka u mernoj strategiji u odnosu na broj tačaka potreban da garantuje istu tačnost kod primene slučajne ili uniformne strategije uzorkovanja [89].

Raspored mernih tačaka prema Hammersley algoritmu za potrebe uzorkovanja ravne površine svodi se na dvodimenzionalni problem, tj. određivanje x i y koordinata tačaka. Vrednosti x i y koordinate se određuju prema obrascima 5.2 i 5.3, respektivno.

$$P_i = \frac{i}{N}, \quad (5.2)$$

$$Q_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} 2^{-j-1}, \quad (5.3)$$

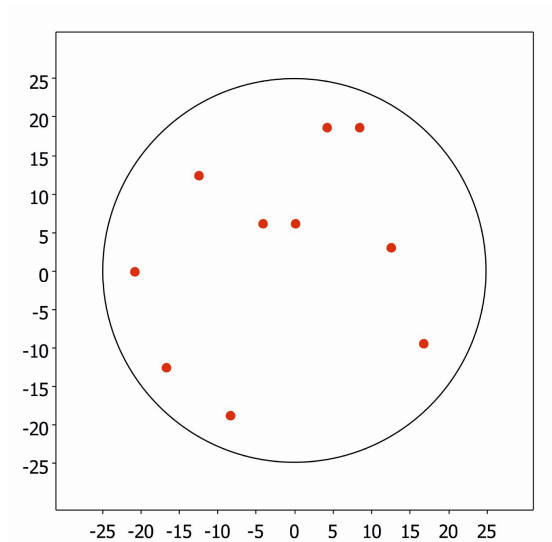
gde je sa N označen broj tačaka za uzorkovanje, $k = \lceil \log_2 N \rceil$ je najmanji ceo broj koji je veći ili jednak sa $\log_2 N$, indeks i označavaju cele brojeve $i \in [0, N-1]$. Veličina b_i je binarno predstavljanje indeksa i (u brojnoj osnovi 2), a b_{ij} je j -ti bit u b_i .

Uopšteno, za nenegativan ceo broj k se može predstaviti $\Phi_p(i) = \frac{a_0}{p} + \frac{a_1}{p^2} + \dots + \frac{a_r}{p^{r+1}}$ kao: $i = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_r p^r$, gde je p prost broj a $a_i \in [0, p-1]$. Sa $\Phi_p(i)$ je označena radijalna inverzna funkcija. Za proste brojeve p_1, p_2, \dots, p_{d-1} i -ta d -dimenzija Hammersley-eva tačka je (5.4):

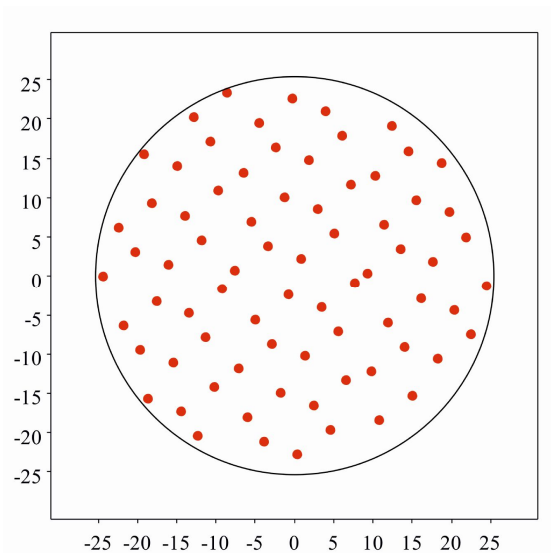
$$\left(\frac{i}{N} \Phi_{p_1}(i), \Phi_{p_2}(i), \dots, \Phi_{p_{d-1}}(i) \right), \quad (5.4)$$

gde je $i=0,1,2,\dots,p-1$ i $p_1 < p_2 < \dots, p_{d-1}$.

Na slikama 5.3a i 5.3b data je distribucija tačaka prema Hammersley za broj tačaka 10 i 75 na ravnoj površini plan - paralelne merke čiji je nazivni prečnik $d=50\text{mm}$. Za dobijanje koordinata tačaka prema ovoj raspodeli korišćen je programski paket „Matlab“, a za grafičko prikazivanje podataka korišćen je statistički programski paket „Minitab“. U prilogu A dat je izvorni kod napisan u programu „Matlab“.



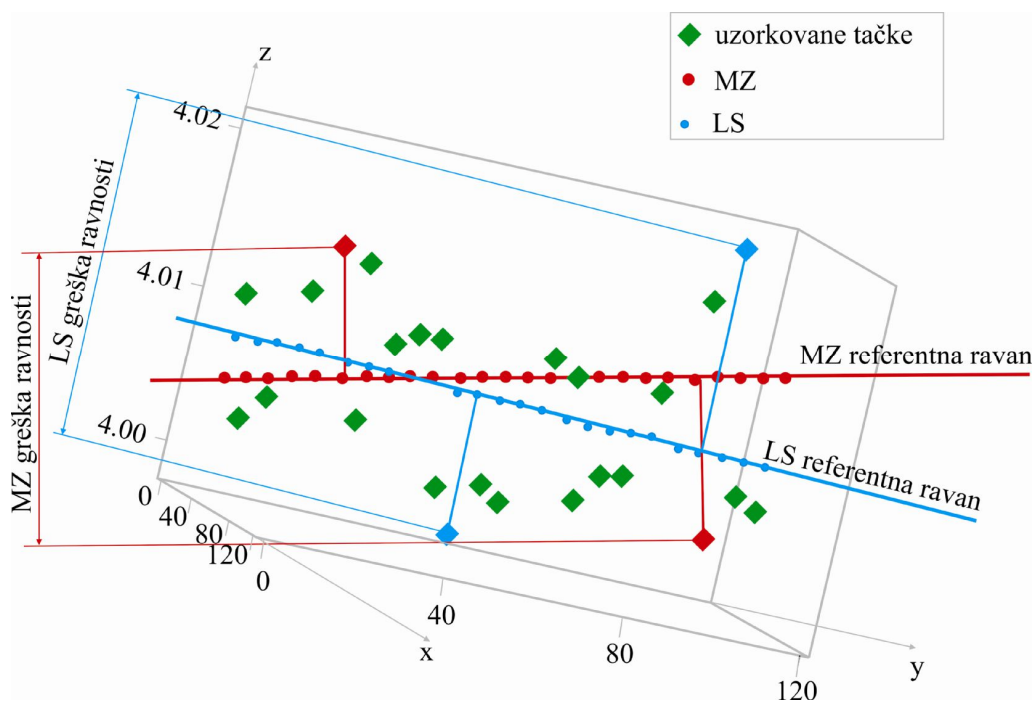
Slika 5.3.a Hammersley raspored tačaka na plan paralelnoj - pločici $D=50$ za $N=10$



Slika 5.3.b Hammersley raspored tačaka na plan paralelnoj - pločici $D=50$ za $N=75$

5.3. Određivanje greške ravnosti na KMM – operacija udruživanja i procene

Nakon uzorkovanja koordinata tačaka određenih strategijom merenja i eventualne primene operacije filtriranja, potrebno je odrediti referentnu ravan u operaciji udruživanja (asocijacije). U tu svrhu mogu se primeniti dve metode: najmanji kvadrati (LS) i minimalna zona (MZ). LS metoda je superiornija u odnosu na MZ sa stanovišta jednostavnosti i vremena računanja. LS generalno precenjuje grešku oblika i samim tim može dovesti do odbacivanja dobrih delova dok MZ teži da potceni grešku oblika i veoma je osetljiv na pikove koji mogu, ako se ne primete, dovesti do loših rezultata. LS ne prati pažljivo standarde i ne može da garantuje da je rešenje minimalne zone specificirano u standardu [82,90]. Zbog ISO 1101:2012 koji preporučuje da se tolerancije oblika ocenjuju na osnovu koncepta minimalne zone, procena greške ravnosti metodom MZ privlači mnogo pažnje. Analizom literaturnih izvora i dosadašnjim iskustvom pri radu sa koordinatnim mernim mašina, metoda MZ u većini slučajeva daje manju grešku ravnosti u odnosu na LS. Ova tvrdnja je dokazana obradom podataka datih od strane Wen-a i ostalih [60], slika 5.4.



Slika 5.4. *Određivanje referentne ravni i greške ravnosti LS i MZ metodom*

Nakon određivanja referentne ravni greška ravnosti se procenjuje kao zbir rastojanja ekstremnih tačaka u odnosu na referentnu ravan. Neka su na primer $P_i(x_i, y_i, z_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ merne tačke uzorkovane sa ravne površine. U zavisnosti od primenjene metode udruživanja, dobiće se odgovarajuće jednačine MZ i LS referentnih ravni (slika 5.4) u obliku: $z = ax + by + c$. Rastojanje tačke $P_i(x_i, y_i, z_i)$ do referentne ravni je:

$$d_i = \frac{z_i - ax_i - by_i - c}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}, \quad (5.2)$$

a greška ravnosti se definiše kao:

$$\delta = \frac{(z_{max} - z_{min}) - a(x_{max} - x_{min}) - b(y_{max} - y_{min})}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}, \quad (5.3)$$

gde su $(x_{min}, y_{min}, z_{min})$ i $(x_{max}, y_{max}, z_{max})$ najudaljenija i najbliža tačka od referentne ravni, a a i b su parametri orijentacije referentne ravni.

Definisana greška ravnosti na ovaj način se prema standardu definiše kao FLTt - odstupanje ravnosti od vrha do dna (eng. *peak-to-valley flatness deviation*). Takođe prema standardu, pod uslovom da je greška ravnosti procenjena metodom najmanjih kvadrata, mogu se definisati još tri parametra koja karakterišu grešku ravnosti: FLTp - odstupanje ravnosti od vrha do referentne ravni (eng. *peak-to-reference flatness deviation*); FLTv - odstupanje ravnosti od referentne ravni do dna (eng. *reference-to-value flatness deviation*) i FLTq - srednja vrednost kvadrata odstupanja ravnosti (eng. *root mean square flatness deviation*).

5.3.1. Metoda najmanjih kvadrata za određivanje referentne (supstitutivne) ravni i greške ravnosti

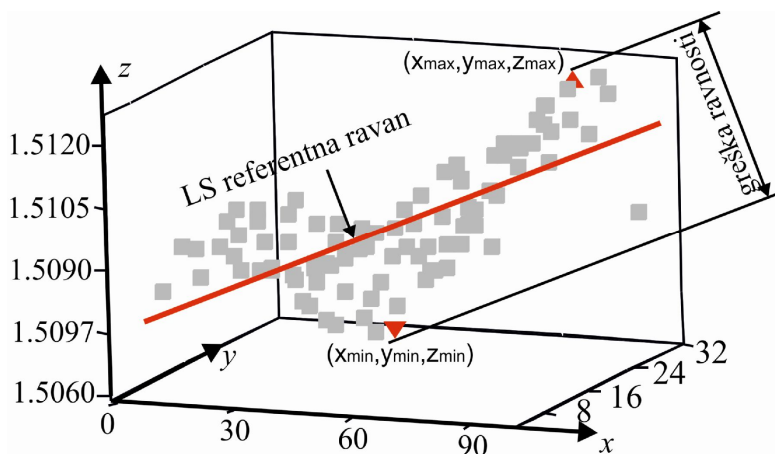
Zahvaljujući svojoj analitičkoj formulaciji i mogućnosti da se implementira sa brzim algoritmima, metoda najmanjih kvadrata (LS) je kriterijum udruživanja koji se najčešće koristi u softverima KMM. LS je statistička metoda koja je zasnovana na minimizaciji sume kvadrata rastojanja uzorkovanih tačaka od referentnog primitiva.

U slučaju tolerancije ravnosti LS se može definisati prema sledećem. Ako se posmatra skup uzorkovanih tačaka sa koordinatama (x_i, y_i, z_i) , x_i, y_i su nezavisne promenjive a z_i je zavisna promenjiva čija vrednost se pronalazi statističkim posmatranjem. Model funkcije ima oblik $f(x, y, \beta)$ i vektor β u sebi sadrži podesive parametre m . Model funkcije ima za cilj da pronađe vrednosti parametara m koji na najbolji način uklapaju (fituju) uzorkovane tačke. Metoda najmanjih kvadrata pronalazi optimum kada je suma kvadrata reziduala minimizirana. Rezidual ili ostatak se definiše kao razlika između vrednosti zavisne koordinate (z – koordinata) i vrednosti dobijene predloženim modelom. Za rešenja problema ravnosti, jednačina referentne ravni treba, prema predloženom modelu, da uklopi skup mernih tačaka.

LS metoda uvek daje jedinstveno rešenje za razliku od ekstremnih algoritama kao što je MZ, ali njen najveći nedostatak je u tome da nije u skladu sa matematičkom definicijom tolerancijske zone. LS je u stanju da definiše okvirnu zapreminu koja sadrži sve merne tačke, ali ovaj okvir nije

minimalna veličina. Zbog toga obično procenjena greška oblika može dovesti do odbacivanja dobrih delova koje bi bile u specifikaciji sa minimalnom zonom.

Za potrebe istraživanja u ovom radu, rešavanje problema najmanjih kvadrata za koordinatne izmerenih tačaka dobijene iz konkretnog KMM merenja korišćena je funkcija „*linest*“. Na slici 5.5 daj je primer procene referentne ravni i greške ravnosti na osnovu podataka koordinata tačaka dobijenih na KMM [90]. Podaci o koordinatama tačaka i programski kod iz Microsoft Excel-a se nalaze u prilogu B.

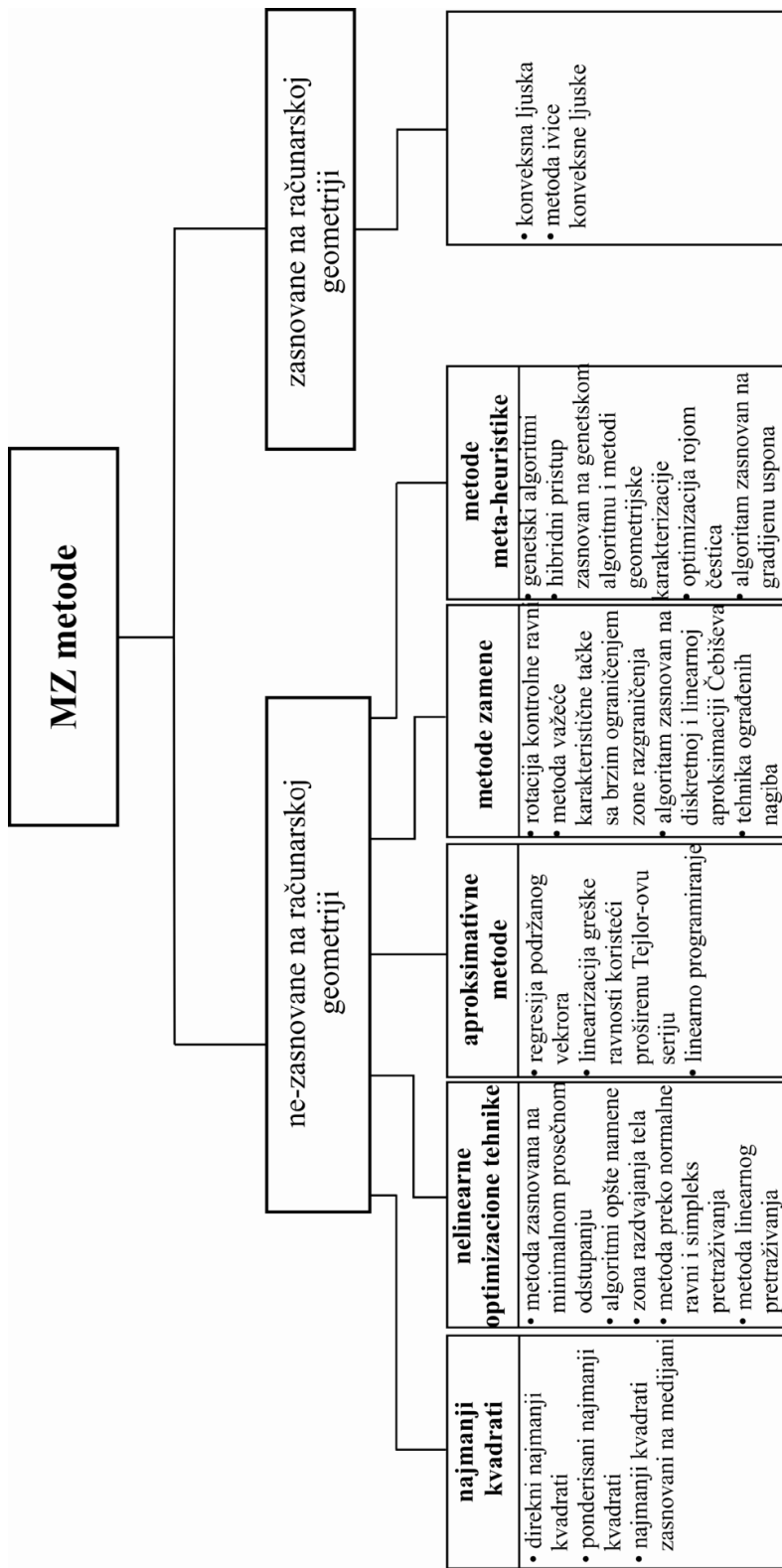


Slika 5.5. Rešenje problema najmanjih kvadrata primenom „*linest*“ funkcije

5.3.2. Metoda minimalne zone za određivanje referentne (supstitutivne) ravni i greške ravnosti

Evropski standard ISO 1101:2011 i/ili američki ANSI Y14.53 uspostavlja minimalnu zonu (MZ) kao preferiran kriterijum za tolerancije oblika. Ali problem je taj što standardi ne definišu eksplicitno kako se određuje minimalna zona za određenu geometrijsku karakteristiku. Sa druge strane, metoda najmanjih kvadrata je jednoznačno definisana preko matematičke formulacije i direktnog rešenja. Pored toga, kriterijum najmanjih kvadrata prenosi statističku snagu maksimalne verodostojnosti u optimizaciji, kada se skup izmerenih tačaka tretira statistički. Zbog nekoliko razloga uključujući njegovu laku procenu, algoritam najmanjih kvadrata je preferiran u KMM softverima. Ipak, fizičke smetnje i kontaktne površine su određene preko krajnjih tačaka na ravni, tako da kriterijum minimalne zone bolje odgovara funkcionalnom fitovanju.

Iz razloga što nije standardom definisano određivanje greške ravnosti MZ metode, od 1980. godine razvijen je veliki broj pristupa za rešavanje ovog problema. Među prvim istraživačima koji su se bavili procenom ravnosti metodom minimalne zone bili su Murthy i Abdin [92]. Oni su za procenu greške ravnosti koristili Monte Karlo simulaciju, normalno fitovanje najmanjim kvadratima, sipmleksno pretraživanje i spiralno pretraživanje. Od tada do danas razvijeno je preko 20 metoda koje se u osnovi mogu podeliti na: zasnovane i nezasnovane na računarskoj geometriji [93] (slika 5.6).



Slika 5.6. Klasifikacija MZ metoda za procenu greške ravnosti

U metode koje nisu zasnovane na računarskoj geometriji mogu se svrstati:

- Direktni najmanji kvadrati [92] ili ponderisani najmanji kvadrati [94]. Njihov MZ interval je obično precenjen, kada podaci tačaka nisu dobro poravnati sa KMM koordinatnim osama. Shunmugam predlaže metodu zasnovanu na medijani koja je u odnosu na metodu zasnovanu na srednjim vrednostima dosta robusnija [95].
- Metode zasnovane na nelinearnim optimizacionim tehnikama. Njihov cilj je minimizacija maksimalnog rastojanja od idealne referentne ravni ili tačke. U literaturi su predloženi različiti pristupi zasnovani na ovim tehnikama: metoda zasnovana na minimalnom prosečnom odstupanju [96], metoda zasnovana na algoritmu opšte namene koristeći tehnike slične metodi sekvencionalnog kvadratnog programiranja [97], zona razdvajanja tela [98], metoda preko normalne ravni i simpleks pretraživanja [99], metoda linearnog pretraživanja [100], itd. Karakteristična tačka ovih metoda nelinearnog pretraživanja je nekonvencionalni optimizacioni problem i potrebno je nekoliko pretraživanja u cilju dobijanja globalnog optimuma.
- Aproksimacione metode. Zasnovane su na linearnom programiranju i njihov osnovni cilj jeste lako pronalaženje rešenja uz zanemarivanje tačnosti. u nekim slučajevima „žrtvuju“ tačnost za lako sprovođenje. U aproksimacione metode mogu se svrstati: regresija podržanog vektora [101], linearizacija greške ravnosti koristeći proširenu Tejlor-ovu seriju [102] i linearno programiranje [103].
- Metode zamene. Kod ovog pristupa rešenje se konstruiše u sekvencionalnom pretraživanju tako što se trenutno rešenje dobijeno sa trenutnim skupom tačaka zamenjuje boljom opcijom sa novim skupom tačaka. U ove metode se ubrajaju: rotaciona šema kontrolne ravni [104], metoda važeće karakteristične tačke sa brzim ograničenjem zone razgraničenja [105], algoritam za procenu greške oblika zasnovan na korišćenju teorije diskretne i linerane aproksimacije Čebiševa (eng. *Chebyshev-a*) [106], tehnika ograđenih nagiba [107].
- Metode meta - heuristike. One su primenjene na problem minimalne zone nakon uspešne primene u teškim problemima kombinatorike. Primena genetskih algoritama se može svrstati u ovu kategoriju [108,109]. Takođe u ovu kategorizaciju se može uvrstiti hibridni pristup zasnovana na genetskom algoritmu i metodi geometrijske karakterizacije [110], optimizacija preko roja čestica (eng. *particle swarm optimization*) [111] i evaluacioni algoritam zasnovan na gradijentu uspona [112].

Kao glavni predstavnik metoda zasnovane na računarskoj geometriji su tehnike zasnovane na analizi konveksne ljuske (eng. *convex hull*) koja sadrži čitav niz mernih tačaka. Konveksna ljuska je skup tačaka u Euklidovom prostoru koji je ograničen najmanjom konveksnom oblašću koja sadrži sve tačke skupa. Metodologija određivanja greške ravnosti metodom minimalne zone primenom konveksne ljuske prikazana je u radovima [90, 113]. Takođe, u radu [114] predložen je novi pristup zasnovan na konveksnoj ljusci nazvan – metod ivice konveksne ljuske.

5.4. Rotacija kroz jednu tačku – novi pristup za procenu greške ravnosti zasnovan na MZ metodi

Postojeće metode za procenu greške ravnosti zasnovane na kriterijumu minimalne zone su manje ili više složene, potrebno vreme za pronalaženje rešenja je različito i kod nekih „brzih“ metoda tačnost procene je zanemarena zarad manjeg vremena računanja. Iz pomenutog se može zaključiti da su tačnost procene greške ravnosti i vreme računanja dva osnovna parametra koja ukazuju na efikasnost primenjene metode. Pored toga, efikasnost metode se ogleda i u lakom razumevanju i korišćenju od strane potencionalnih korisnika. MZ kriterijum instaliran u komercionalnim softverima koordinatnih mernih mašina uglavnom predstavlja „crnu kutiju“ za korisnika. Izlaz iz softvera nam daje samo uvid u grešku ravnosti dok parametri jednačine referentne ravni ostaju nepoznanica. Poznavanjem parametara referentne ravni predstavlja osnovu za određivanje merne nesigurnosti kod GUM i simulacionih pristupa.

Nova metodologija ocene greške ravnosti nazvana „rotacija kroz jednu tačku“ se bazira na osobinama referentne ravni koja predstavlja osnovu za procenu greške ravnosti. Iz analitičke geometrije je poznato da su tri koordinate normalnog vektora ravni jedini parametri koji utiču na vrednost greške ravnosti. Pri tom položaj stvarne ravni nije značajan iz razloga što njegove ortogonalne transformacije ne utiču na ravnost. To znači da u jednačini referentne ravni date preko formule (5.4) ili (5.5):

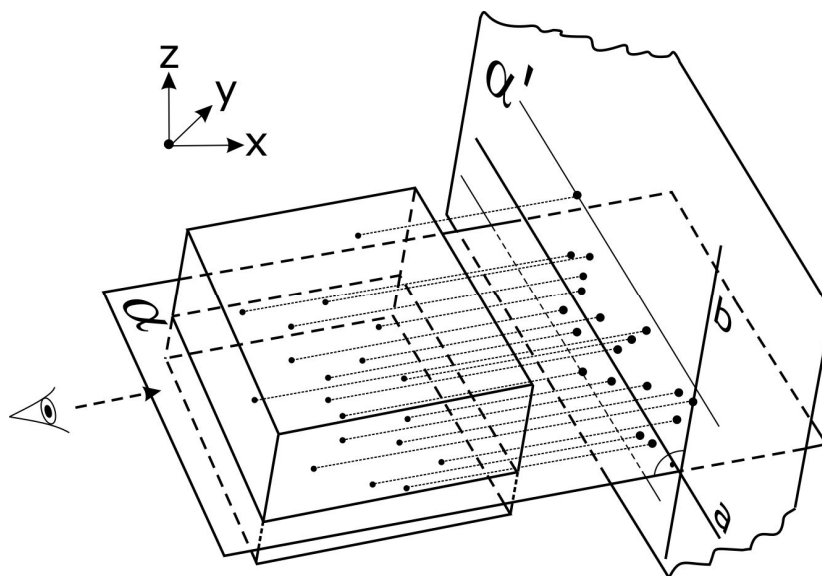
$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (5.4)$$

ili

$$z = -\frac{Ax + By + D}{C} \quad (5.5)$$

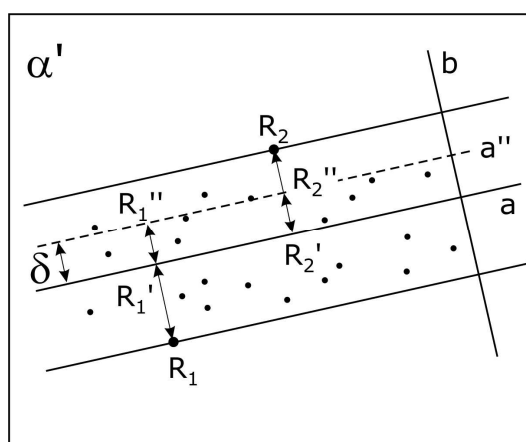
A, B i C predstavljaju koordinate vektora normale ravni a D je konstanta koja je definisana sa položajem ravni. Parametar D je beznačajan i nema uticaja na procenu greške ravnosti. Ovo navodi na zaključaj da ako se uzme bilo koja ravan sa specifičnim vektorom normale definisanim preko parametra A, B i C rezultat procene greške ravnosti će biti isti. Drugim rečima položaj ravni određen preko rotacije vektora normale i činjenice da tačka A pripada ravni, definiše vrednost parametra D koji se koristi za izračunavanje ortogonalnih rastojanja od generisanih ravni i procenu greške ravnosti. Ova tvrdnja se može dokazati na sledeći način.

Neka se sa α označi referentna ravan koja je po definiciji paralelna ravnima koje definišu grešku ravnosti (slika 5.7). Nakon uzorkovanja, KMM daje informacije o koordinatama n tačaka sa posmatrane površine (tačke na levoj strani slike 5.7). Tačke imaju odgovarajuću ortogonalnu projekciju na ravan α' (tačke na desnoj strani slike 5.7).



Slika 5.7. Uzorkovane tačke sa paralelogramom, referentnom ravni α i upravnom ravni α'

Na slici 5.8 prikazana je projekcija uzorkovanih tačaka na ravan α' koja je upravna na ravan α . Linija preseka dve ravni označena sa a i linija koja pripada ravni α' označena sa b su takođe upravne. Iz položaja posmatranja označenog na levoj strani slike 1 moguće je uočiti stvarne vrednosti koje predstavljaju grešku ravnosti (slika 5.8).



Slika 5.8. Projekcija na ravan α'

Sa slike 5.8. greška ravnosti R predstavlja zbir ortogonalnih rastojanja najudaljenijih tačaka R_1 i R_2 od referentne ravni α :

$$R = \overline{R_1 R_1'} + \overline{R_2 R_2'} \quad (5.6)$$

Ako se ravan α translira za bilo koje δ u novi položaj α'' paralelan sa prethodnim, pri tom pretpostavljajući da je vrednost δ određuje položaj α'' u okviru uzorkovanih tačaka, greška ravnosti se proračunata prema sledećem:

$$R = \overline{R_1 R_1''} + \overline{R_2 R_2''} = \overline{R_1 R_1'} + \delta + \overline{R_2 R_2'} - \delta = R \quad (5.7)$$

Posledica ove jednakosti je sledeća: menjanjem tačke koja sadrži referentnu ravan i održavanjem istog vektora normale (koji je isti ortogonalnoj translaciji ravni) ne utiče na vrednost greške ravnosti. Drugim rečima, ova činjenica čini izračunavanje greške ravnosti prema definisanom planu eksperimenta koristeći određen broj tačaka sasvim nepotrebnim. Referenta ravan se može odrediti kroz samo jednu tačku, izabrana bilo gde u paralelogramu koji je određen sa maksimalnom i minimalnom koordinatom dobijenom iz KMM uzorkovanja. Ovo garantuje dobijanje optimalne (minimalne) vrednosti ravnosti za dati broj korišćenih koraka za rotaciju referentne ravni koji su definisani preko brojeva ciklusa izračunavanja.

Paralelogram određen preko ekstremno udaljenih uzorkovanih tačaka iz KMM merenja je prikazan na slici 5.7. Centar ovog paralelograma je tačka A sa koordinatama koje se izračunavaju prema 5.8:

$$A: \begin{aligned} x_{min} + \frac{x_{max} - x_{min}}{2} \\ y_{min} + \frac{y_{max} - y_{min}}{2} \\ z_{min} + \frac{z_{max} - z_{min}}{2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Kako tačka A mora biti smeštena u okviru oblaka uzorkovanih tačaka, ove koordinate su najpovoljnije.

Svaka ravan je definisana preko jednačine 5.4 gde A, B i C su koordinate vektora normale ravni \vec{n} . Tokom izračunavanja, generisan je skup ravni koji sadrži tačku A sa vektorima normale nastalih preko rotiranja osnovnog vektora $\vec{n}_0(0,0,1)$ oko x ose za određeni ugao θ u okviru određenih granica i definisani korak izračunavanja. U okviru svakog ciklusa, posle prve rotacije, vektor normale je ponovo rotiran po drugi put ali sada oko z ose za određeni ugao ζ u okviru određenih granica i koristeći definisani korak za rotaciju oko z ose.

Ograničenje za ugao θ je izabrano tako da pokrije opisani paralelogram:

$$\pm \tan^{-1}\left(\frac{z_{max} - z_{min}}{x_{max} - x_{min}}\right) \text{ ili } \pm \tan^{-1}\left(\frac{z_{max} - z_{min}}{y_{max} - y_{min}}\right), \quad (5.9)$$

u zavisnosti da li je $x_{max} - x_{min} < y_{max} - y_{min}$ ili obrnuto.

Ograničenje za ζ je definisano kao:

$$\zeta = \pm 180^\circ, \quad (5.10)$$

zato što ograničenje $\zeta = \pm 360^\circ$ rezultiralo u višku položaja ravni tokom procesa izračunavanja.

Broj koraka je potrebno definisati pre izračunavanja. Koraci rotacije oko x i z se zatim izračunavaju kao odnosi maksimalnih uglova i odgovarajućih brojeva definisanih koraka. Dve rotacije (pod uglom θ i pod uglom ζ za svaki ciklus) se koriste za definisanje novog jedinstvenog vektora normale. Rotacija oko ose x je izvršena koristeći rotacionu matricu:

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (5.11)$$

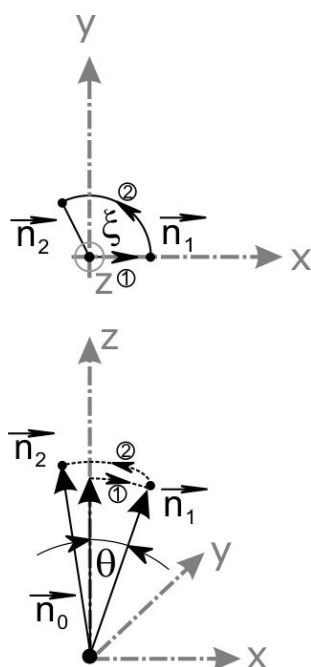
dok je za rotaciju oko z ose korišćena sledeća matrica:

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos \zeta & -\sin \zeta & 0 \\ \sin \zeta & \cos \zeta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Zatim se može proračunati vektor \vec{n} prema formuli 5.13:

$$\vec{n} = R_z \cdot (R_x \cdot \vec{n}_0) \quad (5.13)$$

Ilustracija ovih rotacija je predstavljena na slici 5.9. Donja slika predstavlja prvu rotaciju pod uglom θ dok gornja slika omogućava posmatranje druge rotacije pod uglom ζ . Vektor određen preko jednačine 5.13 je naznačen sa \vec{n}_2 na slici 5.9 jer rezultira iz druge rotacije.



Slika 5.9. Dve rotacije \vec{n}_0 vektora

Kada je \vec{n} proračunato, parametri A, B i C su poznati. Parametar D se zatim proračuna za svaku ravan koristeći formule 5.14 i 5.15. U ovom slučaju formula 5.14 se koristi za definisanje ravnih sa poznatim vektorom normale i pripadajućom tačkom:

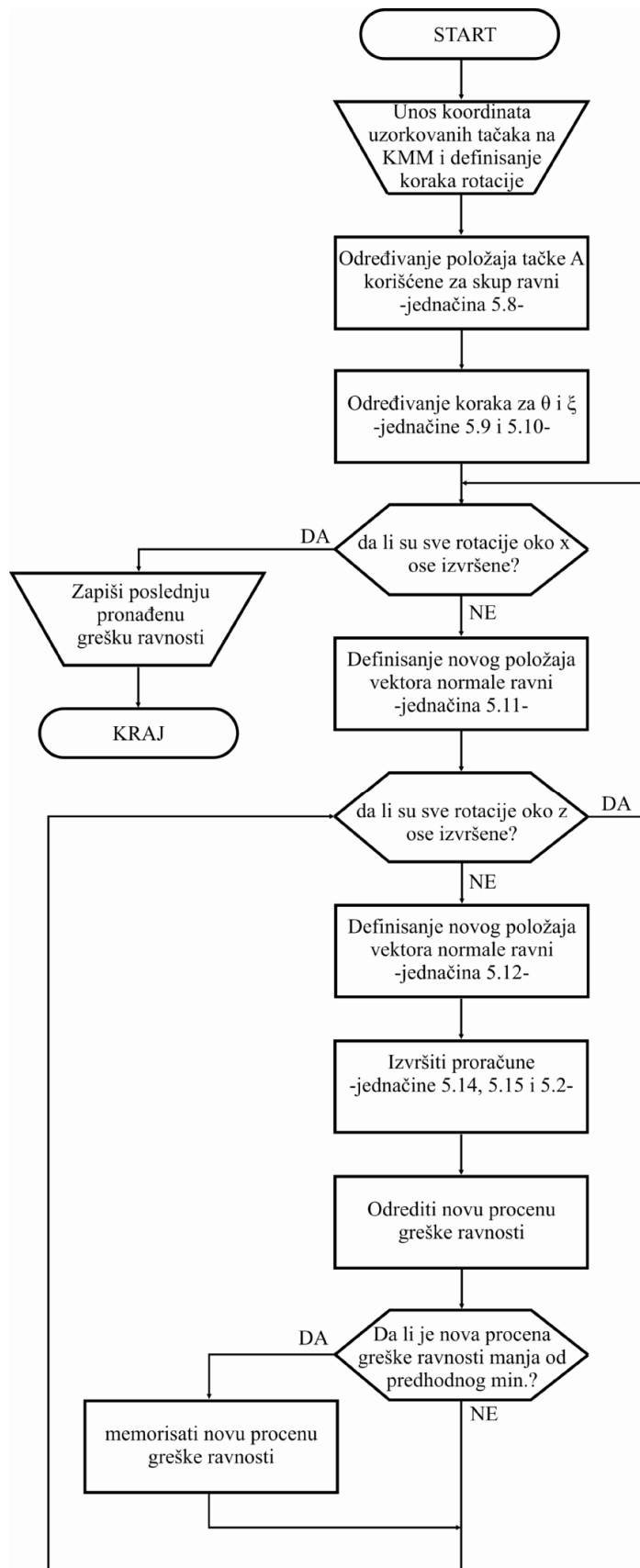
$$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \quad (5.14)$$

ili

$$D = -Ax_1 - By_1 - Cz_1 \quad (5.15)$$

Nakon svega prikazanog sledeće je primena formule 5.2 koja određuje rastojanje svake uzorkovane tačke od referentne ravni. Kako je već rečeno greška ravnosti predstavlja rastojanja između najudaljenijih tačaka u odnosu na referentnu ravan. Na ovaj način proračun svih elemenata u okviru jedne iteracije je opisan. Procena greške ravnosti se snima u cilju daljeg poređenja. Za svaku narednu iteraciju, nove vrednosti greške ravnosti se porede sa postignutim minimalnom vrednosti i ako je pronađen novi minimum svi zahtevani parametri (A, B, C i D, uglovi rotacije za referentnu ravan i greška ravnosti) se ponovo snimaju. Kada se sve iteracije završe, dostignuti minimum se posmatra kao najbolje rešenje greške ravnosti prema uslovu minimalne zone (MZ). Ceo postupak je ilustrovan preko dijagrama toka prikazanog na slici 5.10.

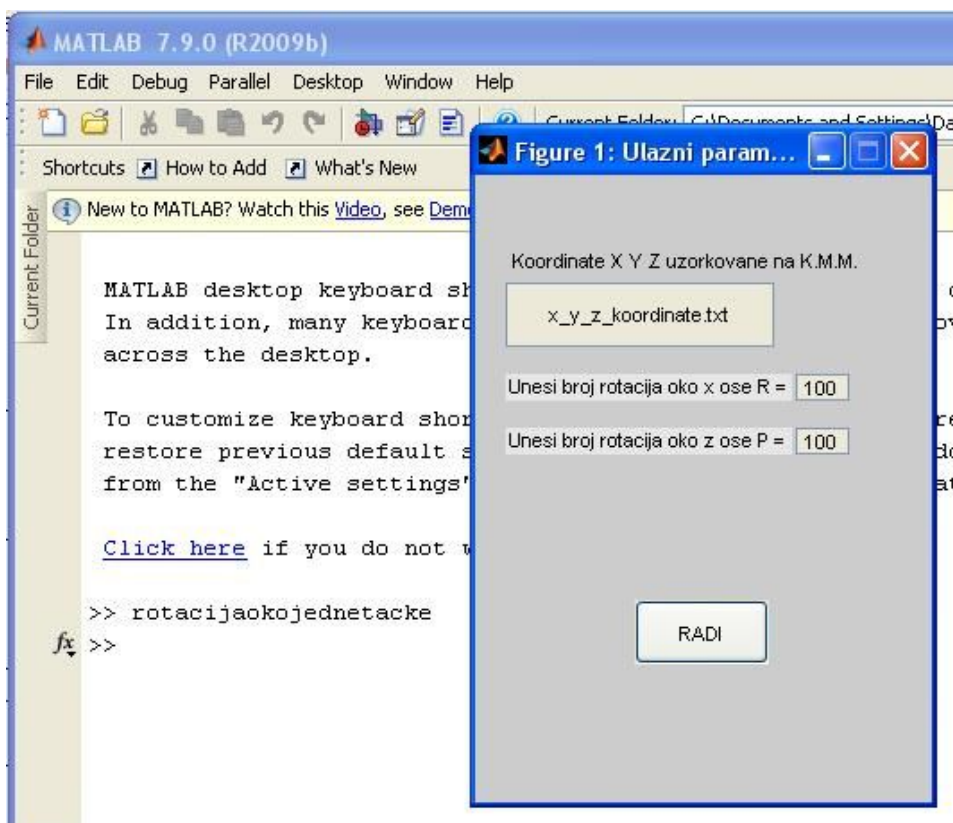
Prema klasifikaciji prikazanoj na slici 5.6 ova metoda se može uvrstiti u metodu zamene koja se zasniva na analitičkoj geometriji.



Slika 5.10. Algoritam MZ metode – rotacija kroz jednu tačku

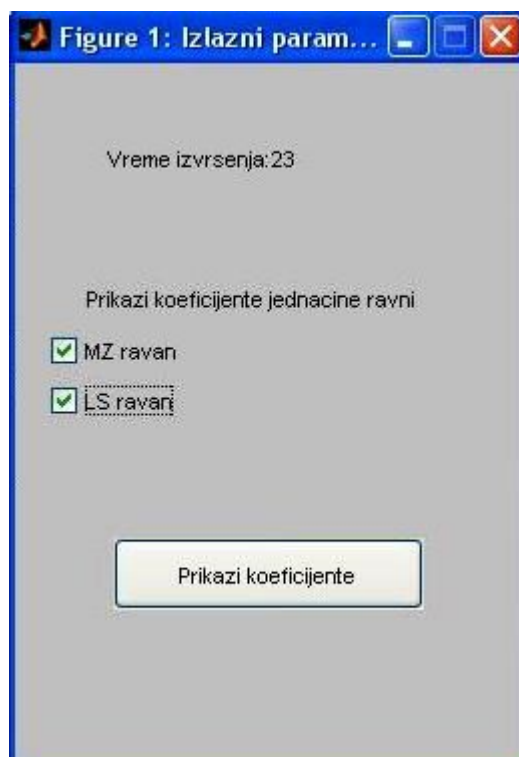
5.4.1. Razvoj programskog sistema –rotacija kroz jednu tačku

Za potrebe izvršenja MZ metode prema algoritmu rada prikazanog na slici 5.10. razvijen je programski sistem u Matlab-u nazvan „**Rotacija kroz jednu tačku**“ (izvorni kod je dat u prilogu C). U cilju poređenja rezultata, pored MZ procene greške ravnosti, programski sistem ima mogućnost dobijanja parametara jednačine ravni i greške ravnosti primenom metode najmanjih kvadrata (LS). Korisnik prvo, u odgovarajućem tekstualnom fajlu, snima rezultate KMM merenja u vidu x, y i z koordinata. Nakon toga se pokreće program „Rotacija kroz jednu tačku“ i željeni fajl se učitava (slika 5.11). U odgovarajuća polja se unesu veličine za uglove rotacije tj. broj ciklusa i aktivira se polje „**RADI**“.



Slika 5.11. Panel za unos ulaznih parametara

Nakon izvršenja programa korisnik dobija podatak o potrebnom vremenu izvršenja i otvara se opcija za prikaz koeficijenata referentnih ravni dobijenih MZ i LS metodom (slika 5.12).



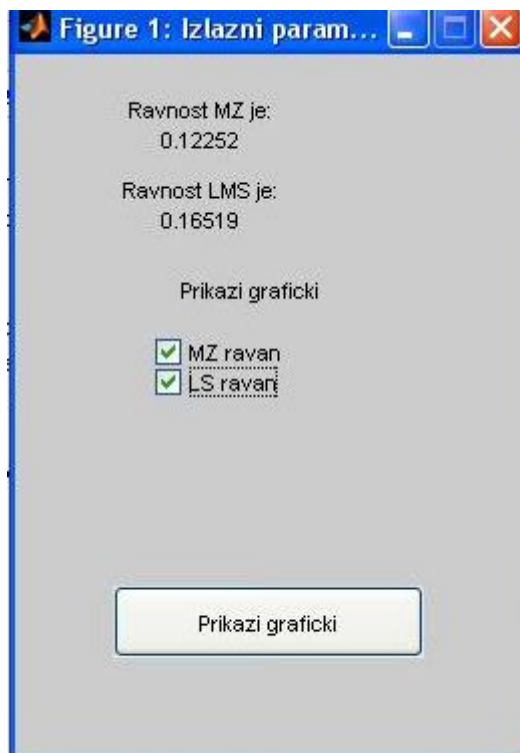
Slika 5.12. Panel za izbor prikaza koeficijenata referentnih ravni

U narednom prozoru dobijaju se ženjeni podaci i otvara se opcija za određivanje greške ravnosti koja se takođe može odrediti preko dve supstitutivne metode. (slika 5.13).



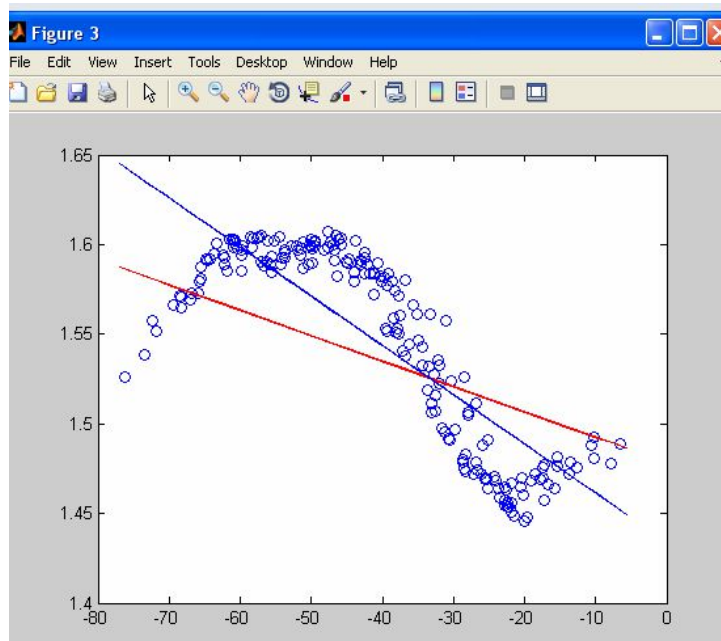
Slika 5.13. Panel za prikaz koeficijenata referentnih ravni

Izborom opcije „Prikaži ravnost“ dobijaju se vrednosti LS i MZ greške ravnosti (slika 5.14).



Slika 5.14. Panel za prikaz rezultata greške ravnosti

Na kraju, aktiviranjem opcije „Prikaži grafički“ dobija se prikaz tačaka u prostoru kao i položaj referentnih ravni (slika 5.15). U ovom grafičkom prikazu ugao posmatranja je takav da se ravni vide kao linije.



Slika 5.15. Panel za grafiki prikaz uzorkovanih tačaka i referentnih ravni

5.4.2. Verifikacija predloženog rešenja

Verifikacija predložene metode je prvo izvršena na dostupnim podacima koordinata tačaka iz literaturnih izvora. Često autori u slučaju predlaganja novog rešenja MZ metode dostave u prilogu koordinate uzorkovanih tačaka koje su uzorkovane u njihovom istraživanju. Tako, analizirajući literaturu, uzeti su podaci od Samuel-a i Shunmugam-a [90] (četiri različita primera), Cheraghi-a i ostalih (pet različitih primera) [100], Zhu-a i Ding-a [103] (sedam različitih primera) i Wen-a i ostalih (tri različita primera) [60]. Svi dostupni podaci, ukupno njih 19, ispitivani su u tri različita broja ciklusa. Prvo izračunavanje je vršeno koristeći $100 \times 100 = 10000$ ciklusa (ravni), drugo $200 \times 200 = 40000$ i treće $400 \times 400 = 160000$ ciklusa. Brojevi $m \times n$ označavaju broj rotacija oko ose $x(m)$ i $z(n)$ opisano na slici 5.9.

Poređenje rezultata greške ravnosti dobijene metodama predložene u literaturi i metodom rotacije kroz jednu tačku izraženo je preko relativne greške (5.16)

$$\frac{x_l - x_0}{x_0} \times 100, \quad (5.16)$$

gde x_l u ovom slučaju predstavlja grešku ravnosti dobijenu metodom rotacije kroz jednu tačku dok x_0 predstavlja grešku ravnosti za korišćenu metodu u literaturnom izvoru.

U tabelama 5.2 – 5.5. dati su rezultati verifikacije predložene metode. Tabele takođe sadrže broj tačaka u strategiji merenja, rezultate greške ravnosti preuzete iz literature, potrebno vreme izračunavanja greške ravnosti i relativnu grešku.

Relativne vrednosti (zadnja kolona u tabelama) je klasifikovana u tri grupe prema sledećem:

- pozitivne vrednosti ukazuju da je greška dobijena metodom rotacija kroz jednu tačku veća od one dobijene u literaturnom izvoru,
- negativne vrednosti označavaju manju vrednosti dobijene metodom rotacija kroz jednu tačku, i
- „bliske vrednosti“ je slučaj kada je vrednost relativne razlike manja od 0.5%.

Kako se moglo očekivati, dobijene vrednosti greške ravnosti su uglavnom manje kada se koristi veći broj ciklusa, što se ne može reći za primer 15. Kako je pomenuto na početku ovog odeljka, efikasnost metode za procenu greške ravnosti se ogleda u potrebnom vremenu izračunavanja i dobijanju što manje vrednosti. Naravno ova dva kriterijuma su u koliziji što se može zaključiti iz tabela 5.2 – 5.5.

Tabela 5.2. Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Cheraghi i ostali

Cheraghi i ostali Primer	n (broj tačaka)	Greška ravnosti [μm]	Rotacija kroz jednu tačku Broj ciklusa $m \times n$	Rotacija kroz jednu tačku Vreme proračuna [s]	Rotacija kroz jednu tačku Greška ravnosti [μm]	Relativna razlika [%]
1	15	1.9612	100 × 100	11	1.97745	0.83
			200 × 200	38	1.97745	0.83
			400 × 400	138	1.96368	0.13
2	25	4.8573	100 × 100	21	4.92275	1.35
			200 × 200	79	4.92275	1.35
			400 × 400	359	4.87260	0.32
3	25	146.5	100 × 100	23	155.338	6.03
			200 × 200	79	154.990	5.80
			400 × 400	420	154.990	5.80
4	20	41.83	100 × 100	12	41.8377	0.02
			200 × 200	47	41.8377	0.02
			400 × 400	294	41.8364	0.02
5	25	2.628	100 × 100	24	2.64082	0.49
			200 × 200	82	2.64073	0.48
			400 × 400	481	2.63100	0.11

Tabela 5.3. Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Samuel i Shunmugan

Samuel i Shunmugan Primer	n (broj tačaka)	Greška ravnosti [μm]	Rotacija kroz jednu tačku Broj ciklusa $m \times n$	Rotacija kroz jednu tačku Vreme proračuna [s]	Rotacija kroz jednu tačku Greška ravnosti [μm]	Relativna razlika [%]
6	15	2.6666	100 × 100	11	1.97745	-25.84
			200 × 200	39	1.97745	-25.84
			400 × 400	136	1.96368	-26.36
7	15	2.6666	100 × 100	11	3.28805	23.31
			200 × 200	47	2.05553	-22.92
			400 × 400	135	1.85136	-30.57
8	25	2.8196	100 × 100	21	2.64082	-6.34
			200 × 200	78	2.64073	-6.34
			400 × 400	385	2.63100	-6.69
9	25	171.9749	100 × 100	21	155.33857	-9.67
			200 × 200	78	154.99088	-9.88
			400 × 400	432	154.99088	-9.88

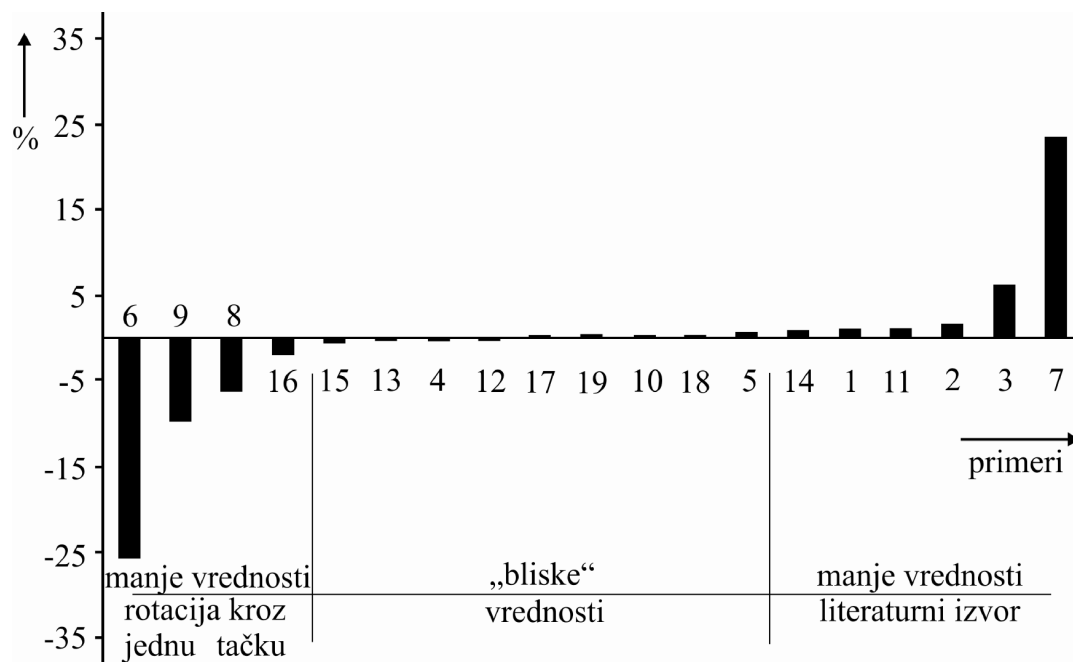
Tabela 5.4. Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Zhu i Ding

Zhu i Ding Primer	n (broj tačaka)	Greška ravnosti [μm]	Rotacija kroz jednu tačku Broj ciklusa $m \times n$	Rotacija kroz jednu tačku Vreme proračuna [s]	Rotacija kroz jednu tačku Greška ravnosti [μm]	Relativna razlika [%]
10	15	1.972027	100 × 100	11	1.9774579	0.28
			200 × 200	40	1.9774579	0.28
			400 × 400	237	1.9636810	-0.42
11	25	4.863636	100 × 100	22	4.9227580	1.22
			200 × 200	78	4.9227580	1.22
			400 × 400	425	4.8726082	0.18
12	25	155.150	100 × 100	23	155.28897	0.09
			200 × 200	79	154.98257	-0.11
			400 × 400	340	154.98257	-0.11
13	20	41.850	100 × 100	11	41.837771	-0.03
			200 × 200	41	41.837771	-0.03
			400 × 400	144	41.836454	-0.03
14	25	2.627	100 × 100	21	2.640829	0.53
			200 × 200	78	2.640736	0.52
			400 × 400	432	2.631002	0.15
15	25	4.863636	100 × 100	20	4.8412612	-0.46
			200 × 200	79	4.8412612	-0.46
			400 × 400	434	4.8412612	-0.46
16	70	8.754444	100 × 100	21	8.5894756	-1.88
			200 × 200	80	8.3933279	-4.12
			400 × 400	296	8.3236289	-4.92

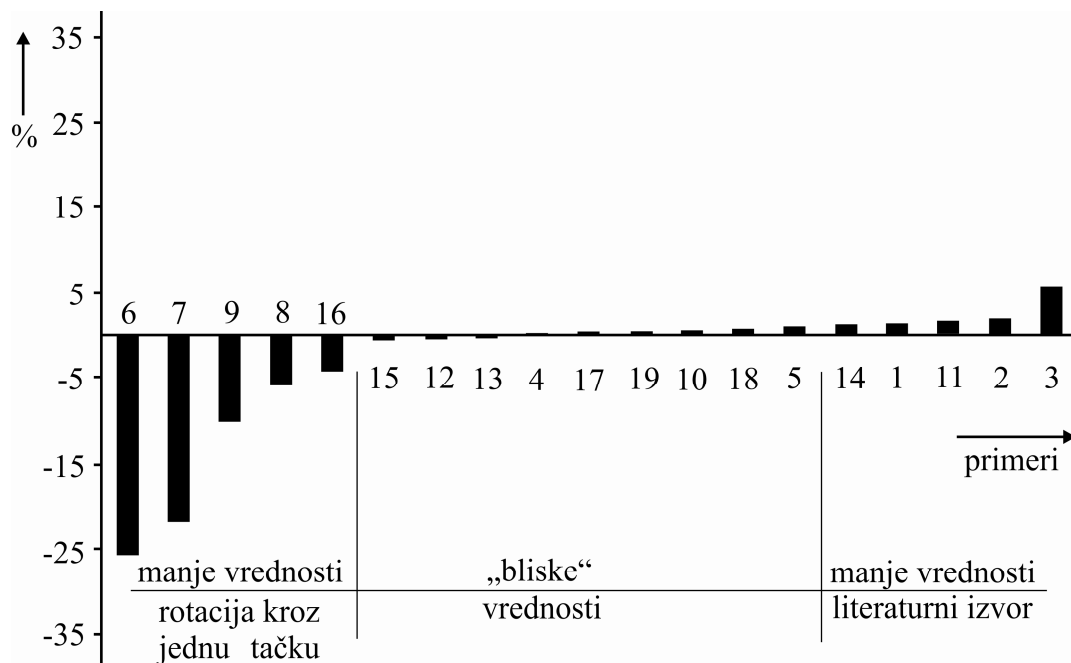
Tabela 5.5. Verifikacija metode rotacija kroz jednu tačku – primer Wen i ostali

Wen i ostali Primer	n (broj tačaka)	Greška ravnosti [μm]	Rotacija kroz jednu tačku Broj ciklusa $m \times n$	Rotacija kroz jednu tačku Vreme proračuna [s]	Rotacija kroz jednu tačku Greška ravnosti [μm]	Relativna razlika [%]
17	25	18.4	100 × 100	21	18.438	0.21
			200 × 200	79	18.438	0.21
			400 × 400	451	18.382	-0.09
18	25	18.9	100 × 100	20	18.961	0.32
			200 × 200	84	18.961	0.32
			400 × 400	461	18.955	0.29
19	25	18.7	100 × 100	21	18.750	0.27
			200 × 200	106	18.741	0.22
			400 × 400	462	18.737	0.20

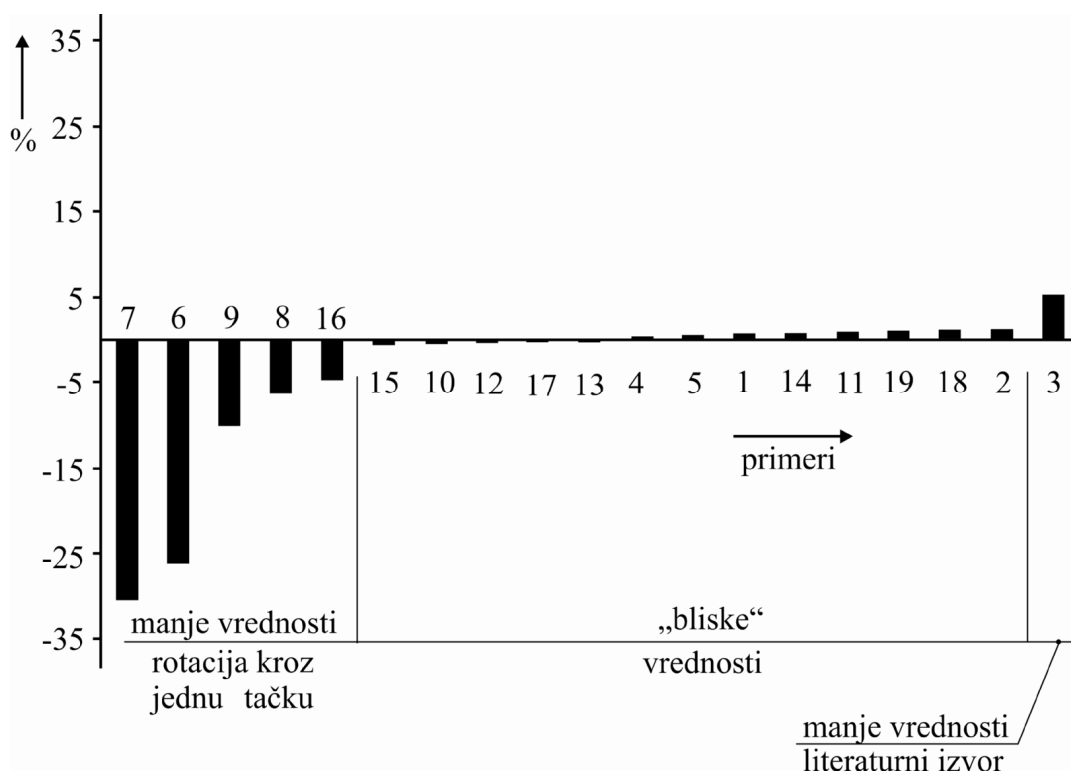
Efekat povećanja broja ciklusa je prikazan na slikama 5.16, 5.17, 5.18.



Slika 5.16. Relativne vrednosti iz korišćenih primera za verifikaciju metode na 100×100 ciklusa



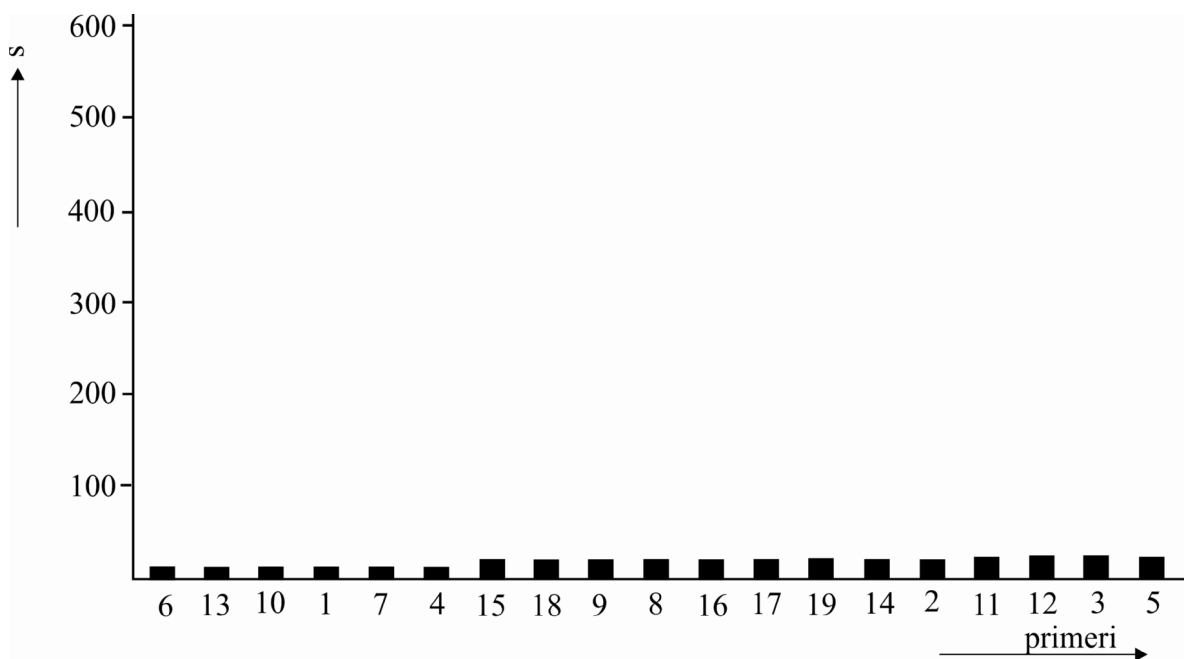
Slika 5.17. Relativne vrednosti iz korišćenih primera za verifikaciju metode na 200×200 ciklusa



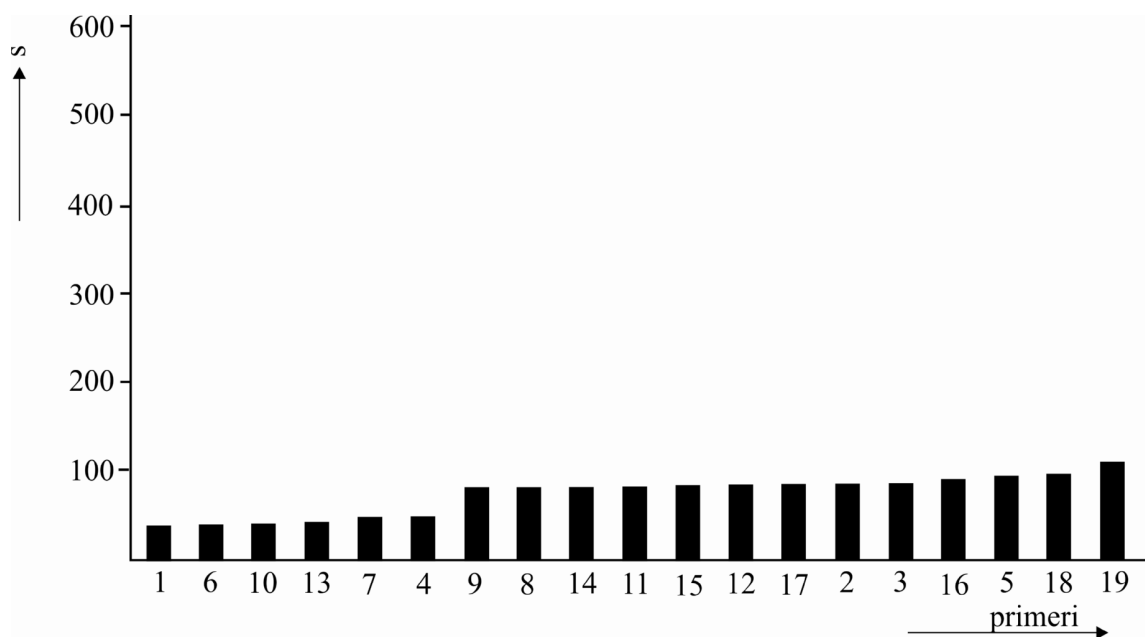
Slika 5.18. Relativne vrednosti iz korišćenih primera za verifikaciju metode na 400×400 ciklusa

Sa slike 5.16 može se uočiti da samo za četiri primera vrednosti greške ravnosti dobijena metodom rotacija kroz jednu tačku sa brojem iteracija 100×100 su manje od vrednosti iz literature. Korišćenjem broja ciklusa 200×200 broj primera je ostao isti u odnosu na 100×100 ali je povećan broj primera koji se nalazi u grupi „bliske vrednosti“ kako je prikazano na slici 5.17. Na kraju, pri

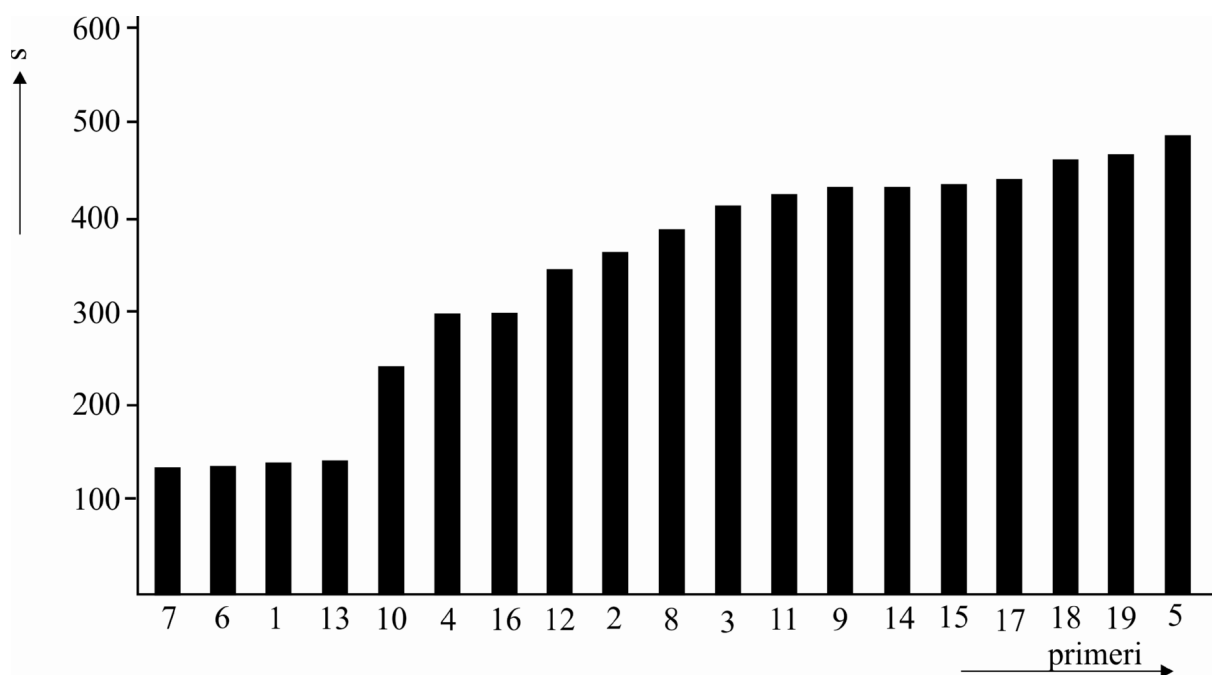
korišćenju broja ciklusa 400×400 samo kod jednog primera je vrednost greške ravnosti manja u odnosu metodu rotacija kroz jednu tačku, slika 5.18. Međutim, povećanjem broja ciklusa, kako je već rečeno, vreme potrebno za pronalaženje rešenja značajno raste. Naravno, potrebno vreme izračunavanja dosta zavisi i od broja tačaka iz strategije uzorkovanja. Na slikama 5.19, 5.20. i 5.21 prikazana su sortirana vremena potrebna za izračunavanje greške ravnosti za broj ciklusa 100×100 , 200×200 i 400×400 , respektivno.



Slika 5.19. Potrebno vreme izračunavanja za broj ciklusa 100×100







Slika 5.20. Potrebno vreme izračunavanja za broj ciklusa 200×200



Slika 5.21. Potrebno vreme izračunavanja za broj ciklusa 400×400

Potrebno je naglasiti da se ovo istraživanje nije bavilo optimizacijom tačnosti procene greške ravnosti i vremena potrebnog za izračunavanje iste. Veliki uticaj na „stvarnu“ grešku ravnosti ima broj tačaka mernoj strategiji, njihov raspored po ispitivanoj površini i sam karakter odstupanja od oblika. Kako je već navedeno, u cilju približavanja stvarnoj greški ravnosti, potrebno je koristiti idealan operater specifikacije koji, sa ekonomske tačke gledišta, je neprihvatljivo rešenje. Iz tog razloga se koriste pojednostavljeni verifikacioni operateri sa redukovanim brojem tačaka koji treba da opišu što je bolje moguće sve nepravilnosti na posmatranoj površini. Stoga je odlučeno da pronalaženje tačke sučeljavanja tačnosti i produktivnosti ove metode nije interesantna jer ograničenja se ne mogu lako definisati.

Takođe, verifikacija predložene metode je izvršena na koordinatama uzorkovanih tačaka dobijenih iz realnog merenja na KMM. Merena je jedna strana prizmatičnog radnog predmeta obrađena u operaciji glodanja veličine 80×40 mm. Merenje je vršeno na koordinatnoj mernoj mašini „Carl Zeiss CONTURA g2 RDS“ u modu uzorkovanja „tačka po tačka“ u 200 tačaka prema Hammersley rasporedu. Nakon uzorkovanja softver KMM „CALYPSO“ daje rezultate greške ravnosti procenjene MZ i LS metodom (slika 5.22). Interesantno je primetiti da u slučaju procene sa LS metodom greška ravnosti je veća od specifikacije ($0.1652 > 0.1300$) i radni predmet se može klasifikovati kao „loš“ dok u slučaju procene MZ metodom greška ravnosti je manja od specifikacije ($0.124 < 0.1300$) i u ovom slučaju radni predmet je „dobar“. Ovo je samo dokaz o važnosti definisanja idealnog operatera specifikacije (slika 5.2) i dokaz da MZ metoda daje skoro uvek manju grešku odstupanja posmatranog oblika. Treba napomenuti da softver KMM koristi Čebiševu linearnu aproksimaciju za MZ procenu.

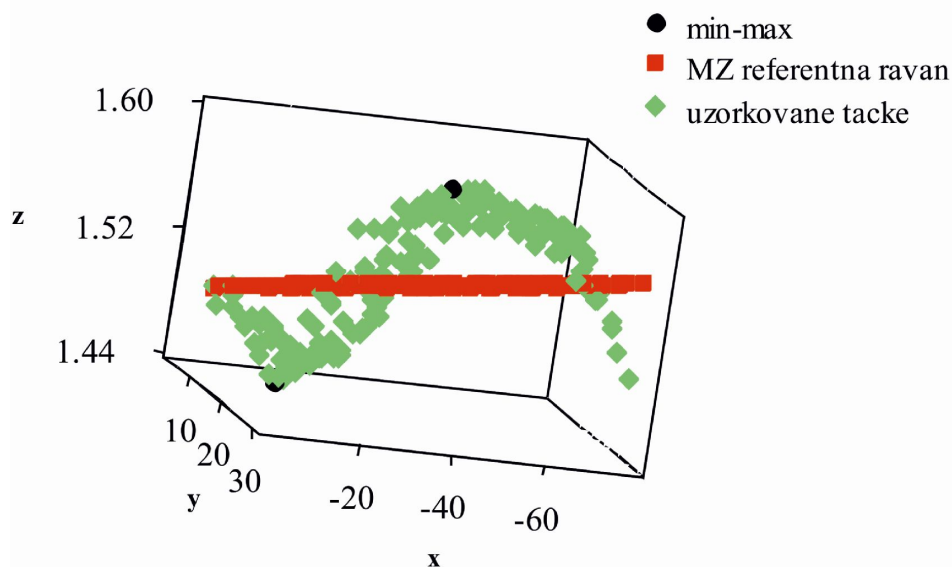
ZEISS Calypso				
Measurement Plan precision engineering		Date May 13, 2016		
Drawing No. * drawingno *		Time 8:56:53 am		
Operator Branko Strbac		CMM Simulation		
		Order * order *		Incremental Part Number 2
Actual	Nominal	Upper Tol.	Lower Tol.	Deviation
	Overall Result			
	All Characteristics: 2			
	Out of tolerance: 1			
	Over Warning Limit: 0			
	Not Calculated: 0			
	MZ			---
	0.1224	0.0000	0.1300	0.1224
	LS			0.0352
	0.1652	0.0000	0.1300	0.1652

Slika 5.22. Procena greške ravnosti primenom kompatibilnog softvera KMM

Za verifikaciju metode rotacija ravni oko jedne tačke potrebno je u softver „Rotacija_kroz_jednu_tačku“ uvesti koordinate sirovih tačaka iz KMM softvera. Koordinate uzorkovanih tačaka su date u prilogu D. Za broj iteracija 100×100 greška ravnosti iznosi $\delta = 0.12252$ mm uz potrebno vreme računanja $t = 23$ s. Dok za broj iteracija 400×400 greška ravnosti je $\delta = 0.12239$ mm uz potrebno vreme računanja $t = 316$ s. Iz ovog se može zaključiti da su rezultati greške ravnosti dobijene novo predloženom metodom i CALYPSO softverom kompatibilni. Prednost korišćenja ovog softverskog rešenja u odnosu na CALYPSO je ta što se uz grešku ravnosti dobija jednačina referentne ravni koja je u ovom slučaju:

$$0.000327888 \times x + (-0.00171885) \times y + (0.999998469) \times z + (-1.478288407) = 0.$$

Dobijanje jednačine referentne ravni može da se iskoristi za razvoj simulacionog modela za procenu merne nesigurnosti što će biti objašnjeno u narednom poglavlju. Na slici 5.23 prikazan je položaj uzorkovanih tačaka (minimalna i maksimalna tačka su označene crnom bojom) u odnosu na referentnu ravan.



Slika 5.23. Verifikacija metode – rotacije kroz jednu tačku na realno uzorkovanim tačkama na *KMM*

Važno je napomenuti da je test proračun izvršen u četiri različite tačke koje se nalaze na centralnoj horizontalnoj ravni paralelograma i ivicama radnog predmeta. Ovo je izvršeno sa ciljem provere tvrdnje predstavljene u delu metode da nije potrebno koristiti više od jedne tačke za izračunavanje. Ova tvrdnja je dokazana kao tačna. Naime, softver dostiže minimalnu procenu greške ravnosti na prvoj tački koja se koristi i nakon toga, ponavlja iste vrednosti i iste parametre referentnih ravni (A, B, C dok parametar D ima različitu vrednost) za svake tri preostale tačke. Izračunavanje se obavlja u 50×50 ciklusa što je jednako 2500 položaja ravni za svaku korišćenu tačku. Pošto u ovom slučaju je vršeno za četiri tačke, broj izračunavanja je $2500 \times 4 = 10000$.

Verifikacije predloženog rešenja za procenu greške ravnosti pokazuju efikasnost metode koja koristi samo jednu uzorkovanu tačku u oblaku tačaka za pronalaženje referentne ravni za određivanje ravnosti. Na ovaj način se značajno skraćuje vreme potrebno za izvršenje programa za dobijanje veoma prihvatljivih vrednosti. Takođe, ova metoda ne koristi transformaciju koordinata, zasnovana je na algoritmu koji konvergira rešenjima kroz poznati ili nepoznati broj iteracija. Međutim, ova metoda ne garantuje idealno rešenje problema procene minimalne greške ravnosti mada na osnovu verifikacionih rezultata, dobijene vrednosti su veoma blizu onima koje su prijavili istraživači koristeći svoje metode i rezultatu koji je prijavio softver *KMM*. Takođe se smatra, mada ovo nije istraženo, da metoda nije osetljiva na broj uzorkovanih tačaka, položaj uzorkovanih tačaka, realnu geometrije radnog predmeta (oblik, hrapavost) i vrstu obradnog postupka površine koja se ispituje. Takođe, metoda se ne zasniva na prethodno određenom rezultatu greške ravnosti primenom najmanjih kvadrata ili bilo kog drugog algoritma. Ograničena je samo definisanjem broja iteracije od strane korisnika i nesigurnosti zastupljenoj u koordinatama uzorkovanih tačaka. Još jedna bitna

povoljna karakteristika ove metode je činjenica da ne koristi kompleksna izračunavanja te je neosetljiva na greške koje mogu biti prouzrokovane preko ograničenog broja značajnih cifara koje koristi softver. To znači da nezavisno izračunavanje unutar ciklusa daje rezultate koji se ne koriste kasnije za druga izračunavanja. Ovo omogućava definisanje vrlo malih koraka za postizanje greške ravnosti i veruje se da je blizu apsolutnom optimumu.

Korisnost predložene metode za procenu greške ravnosti od strane potencionalnih korisnika može da se ogleda u sledećem:

- nije potrebno koristiti skupe softvere za realizaciju programa,
- prihvarljivo vreme potrebno za izvršenje omogućava njegovu upotrebu za istraživanje i/ili uobičajene praktične svrhe,
- znanje potrebno za razvoj, implementaciju i održavanje opisanog softverskog rešenja obuhvata samo umereni napredni nivo znanja iz analitičke geometrije i osnovnog nivoa programiranja u MatLab softverskom paketu, i
- upotrebom ovog softverskog rešenja može da se optimizuje proračun greške ravnosti sa aspekta vremena izračunavanja i „minimalne“ vrednosti preko odabira broja ciklusa.

Na kraju, ovo softversko rešenje nije kompatibilno samo sa radom koordinatnih mernih mašina, već sa bilo kojim vidom koordinatnih mernih sistema koji, na bilo koji način, snimaju koordinate mernih tačaka sa ravne površine i čija se ravnost želi proceniti. Drugim rečima, mogu to biti i beskontakni merni uređaji čiji senzori rade na principu optike ili lasera (3D optički i laserski skeneri, industrijska kompjuterizovana tomografija, itd.) ili namenski merni instrumenti za merenja odstupanja oblika, valovitosti i hrapavosti.

6. RAZVOJ METODOLOGIJE ZA PROCENU MERNE NESIGURNOSTI PRI MERENJU RAVNOSTI NA KMM ZASNOVANE NA MONTE KARLO SIMULACIJI

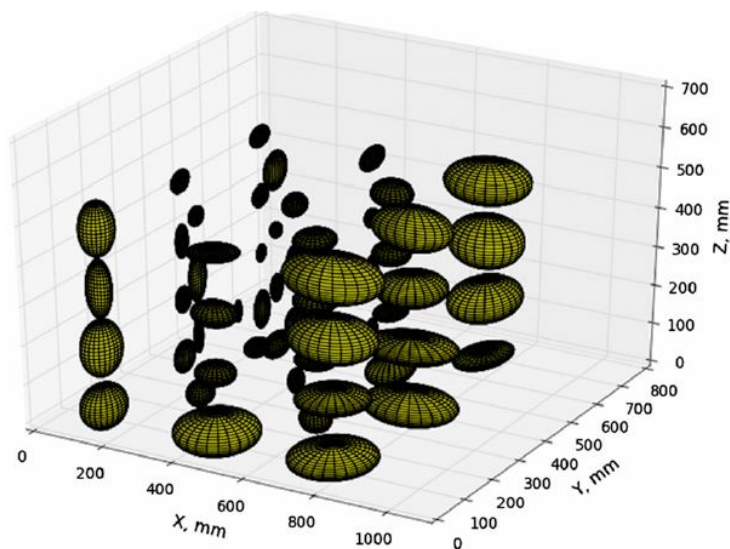
U poglavlju 4.4 dat je pregled stanja u oblasti primene Monte Karlo simulacije za procenu merne nesigurnosti kod KMM merenja. Zajedničko kod ovih simulacionih rešenja je matematički opis procesa merenja i ulaznih kvantiteta koji utiču na specifičnu mernu nesigurnost. Ulazni kvantiteti se opisuju preko odgovarajućih funkcija raspodela verovatnoća. Efikasnost primene Monte Karlo simulacije će zavistiti od tačnosti definisanja procesa merenja i faktora uticaja. Kod KMM, proces merenja se može podeliti u dve osnovne faze i njih treba okarakterisati sa njima pripadajućim nesigurnostima:

- 1) Faza I obuhvata uzorkovanje koordinata tačaka prema unapred definisanoj strategiji na radnom predmetu. Smatra se da ova faza uključuje najviše činilaca nesigurnosti.
- 2) Faza II vrši propagiranje uzorkovanih koordinata tačaka u algoritam za dobijanje supstitutivne geometrije na osnovu koje se dobija rezultat merenja. Takođe, potrebno je uzeti u obzir i nesigurnost primenjene metode (algoritma) za fitovanje.

Dominantan uticaj na nesigurnost uzorkovane tačke (x,y,z) će imati geometrijske greške KMM i greške mernog senzora koje se mogu klasifikovati kao greške hardvera KMM kako je prikazano na slici 4.1. Treba naglasiti da hardverske greške nikada ne treba tretirati bez razmatranja faktora iz okoline kao što su temperatura i vibracije jer će ovi faktori imati značajan uticaj na hardversku nesigurnost. Određivanje vrednosti i modeliranje hardverskih grešaka, međutim, predstavlja veoma kompleksan zadatak jer merne mašine koje imaju kartezijan ose imaju ukupno 21 geometrijsku grešku. Za određivanje vrednosti ovih grešaka i dodeljivanje nesigurnosti svakoj uzorkovanoj tački koriste se dugotrajne eksperimentalne metode koje zahtevaju posedovanje odgovarajućih etalona i/ili merne opreme više klase tačnosti. Na primer koriste se etaloni kao što su ploča sa otvorima, ploča sa kuglama i merni instrumenti kao što je interferometar [115-119]. Ovim eksperimentima treba obezbediti opis koordinate svake tačke u mernoj zapremini KMM sa odgovarajućom nesigurnosti. Nedostatak ovih metoda je taj što oduzimaju puno vremena i na primer za klasičnu KMM potrebno je izdvojiti minimum tri dana.

Dosadašnja istraživanja su pokazala da nesigurnosti tačaka variraju u zavisnosti od položaja tačke u mernoj zapremini KMM i predstavljaju karakteristiku određene KMM (slika 6.1). Posebnu

poteškoću predstavlja modeliranje ovih grešaka u odgovarajući softver koji će biti zadužen za simulaciju.



Slika 6.1. Raspodele greške uzorkovanja pojedinih tačaka u mernoj zapremini KMM [53]

Pored KMM geometrijskih grešaka, merni senzor, eventualno montiran na izmenjivu glavu senzora će obično imati značajan uticaj na mernu nesigurnost. Uglavnom se za opis greške mernog senzora koristi etalon (referentna) sfera zanemarljivog odstupanja oblika. Takođe, vrednosti greške senzora će se uglavnom odnositi za konkretan sistem senzora (artikulator, merna glava, senzor, merni pipak). Princip rada komercionalnih paketa Virtuelne koordinatne merne mašine se zasnivaju na opisu hardverskih grešaka. Autor, kao glavni nedostatak ovog pristupa vidi u ograničenju softverskog rešenja za konkretnu KMM i senzor. Na poboljšanju ovog nedostatka radio je Hu, koji je razvio softversko rešenje koje uključuje više tipova mašina i senzora u simulaciju i nazvao ga „Napredna Virtuelna koordinatna merna mašina“ [46, 120]. Koncept ovog rešenja se bazira na modularnoj arhitekturi koja nudi kompatibilnost sa različitim tipovima KMM. Za opis mernog prostora, tj. određivanja nesigurnosti svake tačke korišćeni su rezultati iz simulacione analize konačnih elemenata pored eksperimentalnih metoda. Njegov koncept se zasniva na robusnom softverskom rešenju čija gradnja je uključila samo sistematske greške KMM.

Geometrijske greške KMM se mogu klasifikovati na sistematske, slučajne i rezidualne. Gaska u svojim radovima uvodi pojednostavljenje tako što smatra da se većina sistematskih grešaka kompenzuju pomoću CAA korekcionne matrice dok je vrednost ostalih grešaka odredio korišćenjem LaserTraker-a na taj način što je vršio ponovljivost uzorkovane tačke na definisanoj mreži tačaka u mernoj zapremini [53].

Prednost ovakvih pristupa se ogleda u tome da se nesigurnosti ovako modeliranih tačaka mogu iskoristiti za procenu nesigurnosti pri merenju bilo kog geometrijskog primitiva/složene geometrije uz postojanje odgovarajućih jednačina koje opisuju posmatranu površinu u programu

dela [121]. Iako ove metode pokazuju dobre performanse u oceni merne nesigurnosti kod KMM glavni problem je očuvanje KMM svestranosti. Šta više, one zahtevaju da uslovi okruženja budu konstantni i postoje primedbe na primenu ovih simulacionih rešenja kad god merenja nisu izvršena u propisanim metrološkim laboratorijama.

Veoma bitan činilac nesigurnosti predstavlja strategija uzorkovanja koja nosi informaciju o broju i položaju mernih tačaka na posmatranoj površini. Jedino u slučaju principa dualnosti tj. kada se verifikacija izvodi prema idealnom specifikacijskom operateru, nesigurnost ovog činioca se izuzima. U svim ostalim slučajevima ovaj faktor značajno utiče na nesigurnost. Broj tačaka u mernoj strategiji u interakciji sa odstupanjem oblika posmatrane površine predstavlja bitan činilac nesigurnosti [54]. Takođe, nesigurnost kod korišćenja metode fitovanja kao što je minimalna zona je direktno povezana sa brojem tačaka u mernoj strategiji. Postojeća softverska rešenja uglavnom nemaju mogućnost uključivanja ovih faktora pri proračunu ukupne nesigurnosti.

Položaj mernog predmeta u mernoj zapremini KMM je bitan faktor sa stanovišta procene nesigurnosti. Pretpostavlja se da će na različitim položajima u odnosu na koordinatni sistem mašine rezultat merenja i procena nesigurnost imati različite vrednosti zbog različitih vrednosti grešaka koje su prisutne na određenom mestu. Takođe, ne mora da znači da će u poljima sa većim vrednostima grešaka vrednost merne nesigurnosti biti veća ili obrnuto o čemu je već diskutovano na početku disertacije.

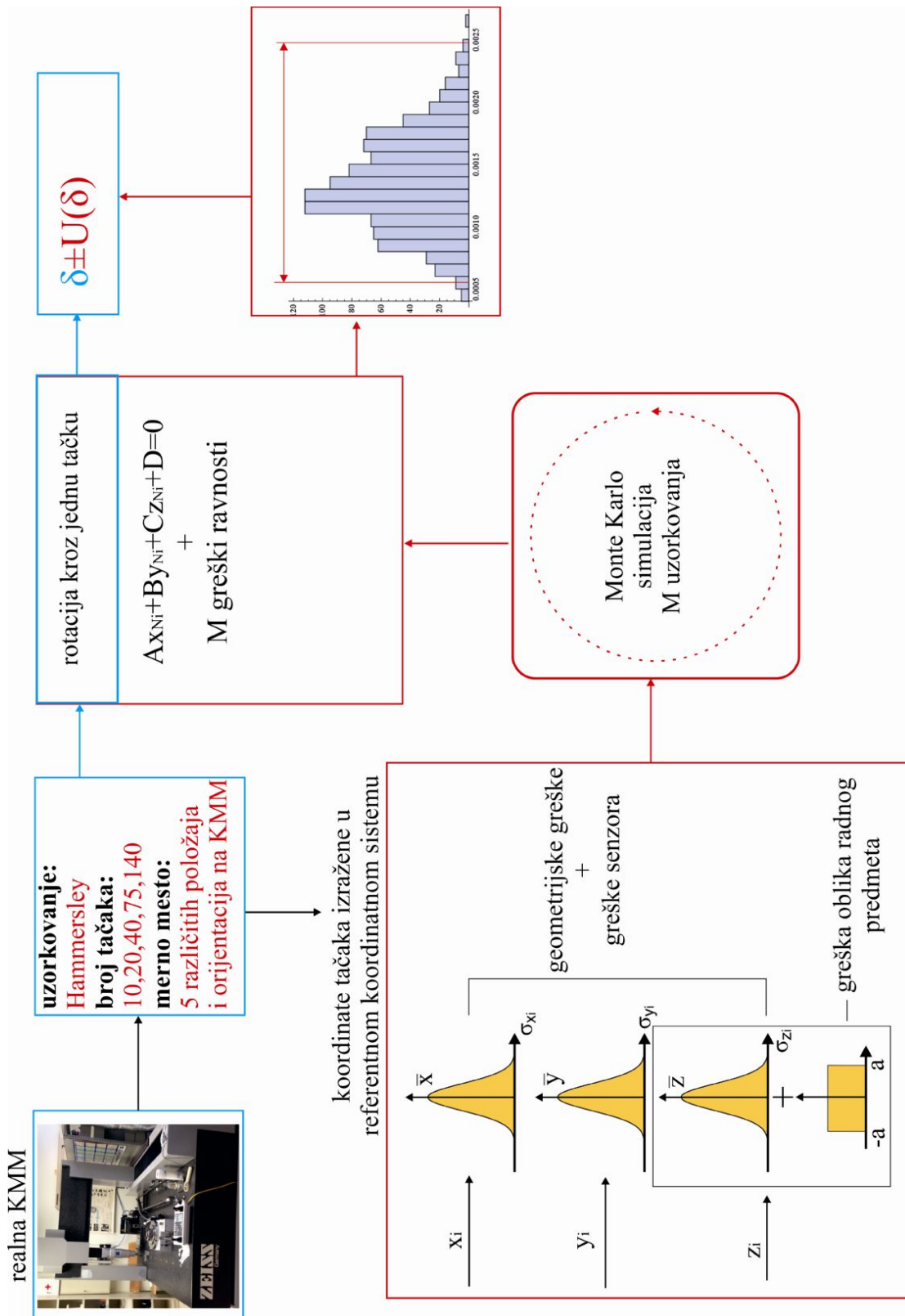
Na osnovu diskusije nekoliko ključnih faktora uticaja na mernu nesigurnost razvijeno je rešenje koje uključuje pomenute faktore za ocenu nesigurnosti pri merenju ravnosti. Nesigurnost tačke u okviru merne zapremine KMM nije modelirana na osnovu kalibracionih metoda već se definiše preko ponovljivosti tačke pri uzorkovanju na ravnoj površini čija se nesigurnost želi proceniti. Predloženo rešenje je ograničeno za procenu nesigurnosti pri merenju ravnosti mada uz odgovarajuće izmene i dopune može da se primeni i na ostale geometrijske primitive.

6.1. Opis modela za procenu merne nesigurnosti pri merenju ravnosti na KMM baziranog na Monte Karlo simulaciji

Model za procenu merne nesigurnosti pri merenju ravnosti prikazan je na slici 6.2. Ulaz u simulacioni model predstavljaju funkcije raspodele verovatnoća koordinata uzorkovanih tačaka dobijene iz deset ponavljanja na realnom radnom predmetu. Ponovljivost uzorkovane tačke (x , y i z koordinata) se opisuje preko normalne raspodele gde su srednja vrednost \bar{x}_i , \bar{y}_i , \bar{z}_i i standardna devijacija σ_{x_i} , σ_{y_i} , σ_{z_i} dobijene proračunom iz eksperimentalnih vrednosti uzorkovanja. Na ovaj način definisane ulazne funkcije raspodele verovatnoće koordinata tačaka sadrže u sebi nesigurnosti koje proizilaze iz hardvera KMM u interakciji sa okruženjem. Sve geometrijske greške i greške senzora bilo da su slučajne ili sistematske su sadržane u definisanoj funkciji raspodele verovatnoće koja opisuje uzorkovanu tačku.

Definisanje ulaza u vidu ponovljivosti koordinate uzorkovane tačke možda predstavljaju poteškoću zbog zahteva ponavljanja uzorkovanja. Međutim, vreme potrošeno na dobijanje ponovljivosti uzorkovane tačke je aproksimativno vremenu potrebno za modeliranje geometrijskih grešaka i grešaka senzora preko merenja specifičnih etalona. Tačnost ovako definisanih ulaza u simulacioni model je svakako veća jer je na bazi realnih mernih uslova, tj. sadrži podatke merenja sa radnog predmeta koji se ocenjuje.

Dodatno, u simulacioni model su uključene različite strategije uzorkovanja, tj. različit broj tačaka uzorkovanja sa Hammersley raspodelom na mernoj površini. Konkretno, ovaj model je za definisane dimenzije radnog predmeta uključio broj tačaka od $b=10, 20, 40, 75$ i 140 . Maksimalan broj tačaka od 140 je izabran na osnovu istraživanja u [87] u kom je dokazano da je kod finih obrada sa veoma malom vrednosti hrapavosti dovoljan broj tačaka za tačno utvrđivanje ravnosti [137]. Pretpostavka je da se greška ravnosti povećava sa povećanjem broja tačaka u mernoj strategiji dok merna nesigurnost opada [5]. U cilju ispitivanja kako se greška ravnosti i merna nesigurnost ponašaju u zavisnosti od položaja radnog predmeta u mernoj zapremini KMM, x , y i z koordinate su uzorkovane prema planu uzorkovanja na pet različitih položaja u mernoj zapremini. Sprovedenjem ovih eksperimenata, izvršiće se kalibracija mernog prostora KMM za slučaj merenja ravnosti, što će korisniku dati uvid u regione gde KMM meri veću/manju grešku ravnosti tj. regione gde je merna nesigurnost za ovaj merni zadatak veća/manja. Pošto je prema GPS potrebno, u cilju dokazivanja usklađenosti/neusklađenosti sa specifikacijom, iskazati ukupan rezultat merenja (rezultat merenja \pm proširena merna nesigurnost) vrednost ove veličine će se ispitati u zavisnosti od položaja radnog predmeta u mernoj zapremini i broja mernih tačaka.



Slika 6.2. Model procene merne nesigurnosti KMM pri merenju ravnosti zasnovan na Monte Karlo simulaciji

Model na slici 6.2 pruža mogućnost kalibracije mernog prostora sa stanovišta merne nesigurnosti za procenu ravnosti. Nasuprot radovima koji su se bazirali na kalibraciji mernog prostora tako što su posmatrali grešku svake tačke ovde je težište stavljeno na merenje ravnosti. U cilju kalibracije mernog prostora KMM, verifikacija se sprovodi na radnom predmetu sa malom greškom ravnosti poznate proširene nesigurnosti tj. na plan - paralelnoj pločici. Predloženi model može da se primeni i na realnim radnim predmetima sa tim da bi u ovom slučaju uticaj greške oblika posmatrane površine imao veći uticaj na mernu nesigurnost što prevazilazi okvire ovog rada. U svakom slučaju, odgovarajuća raspodela koja opisuje grešku oblika mora da se doda na zavisnu koordinatu koja određuje ravnost u ovom slučaju z . Konkretno to znači da svakoj uzorkovanoj vrednosti iz Gausove distribucije za z koordinatu je superponirana slučajna vrednost (mada je ova vrednost u ovom slučaju dosta mala) iz uniformne raspodele sa granicama $(-a, a)$ kojom je opisana ravnost plan - paralelne pločice preuzeta iz kalibracionog sertifikata. Parametar raspodele a , dobija se iz relacije $a = \frac{1}{2}U \times \sqrt{3}$.

U slučaju da se mere realni radni predmeti čije površine mogu biti dobijene iz različitih obradnih postupaka kao što su glodanje, brušenje, lepovanje, itd. potrebno je ili simulirati sve moguće scenarije odstupanja oblika ili dodeliti odgovarajuću raspodelu posmatranom obliku. Na primer, Choi i ostali su objasnili da je grešku oblika teško opisati preko normalne raspodele zato što je ona simetrična i ima samo dva stepena slobode. Oni su za potrebe kreiranja simulacionog modela odstupanje od oblika ravnih površina opisali preko beta raspodele [122].

Nakon definisanih ulaznih parametara vrši se Monte Karlo simulacija. Zbog svoje stohastičke prirode Monte Karlo metoda, proračunata nesigurnost (izražena kao interval poverenja) nikad neće biti ista kada se proračuni ponavljaju. Ovo znači da postoji nesigurnost na proračunatu mernu nesigurnost. Veliki broj Monte Karlo iteracija M , više ponavljanja izračunavanja intervala poverenja će biti. Koliko je iteracija potrebno: 10^2 , 10^3 , 10^4 ? Dopuna GUM-a koja se odnosi na Monte Karlo metodu daje smernice za izbor broja Monte Karlo iteracija N [32]. Pomenuto je da vrednost M treba da bude najmanje 104 puta veća od $1/(1-p)$, p je pokrivenost raspodele. To znači da za 95% pokrivenost verovatnoće vrednost M treba da bude veća od 200×103 . U ovoj disertaciji je za broj Monte Karlo iteracija usvojeno $M=10000$. Takođe se pominje u dokumentu da za neke aplikacije (kao što je na primer proračun konačnim elementom) samo ograničen broj Monte Karlo iteracija može da se obavlja; u ovim situacijama verovatnoća raspodele izlaznih vrednosti će biti manje pouzdana.

Nakon virtuelnog uzorkovanja N iz definisanih ulaznih funkcija raspodela potrebno je primeniti kriterijum za određivanje supstitutivne geometrije u cilju određivanja referentnih ravni i greški ravnosti. U ovu svrhu iskorišćena je nova metodologija za procenu greške ravnosti zasnovana na MZ metodi – rotacija kroz jednu tačku. Konkretno, uzme se prva uzorkovana vrednost

$(x_1, y_1, z_1) \dots (x_b, y_b, z_b)$ tako da se dobiju koordinate za b tačaka (b označava broj tačaka u mernoj strategiji). Kroz tih b – tačaka MZ metodom rotacija kroz jednu tačku dobija se jednačina ravni i greška ravnosti. Zatim se uzima druga uzorkovana vrednost za $(x_1, y_1, z_1) \dots (x_b, y_b, z_b)$ koje daje koordinate novih b tačaka koje ulaze u evaluacioni algoritam u cilju procene referentne ravni i greške ravnosti. Ovaj postupak se ponavlja za M jednačina ravni odnosno za M vrednosti za grešku ravnosti. Takođe, postupak se ponavlja na nekoliko položaja u okviru raspoložive zapremine KMM. Na osnovu dobijenih M vrednosti za grešku ravnosti konstruiše se raspodela frekvencija u vidu histograma čiji 95% interval određuje proširenu mernu nesigurnost.

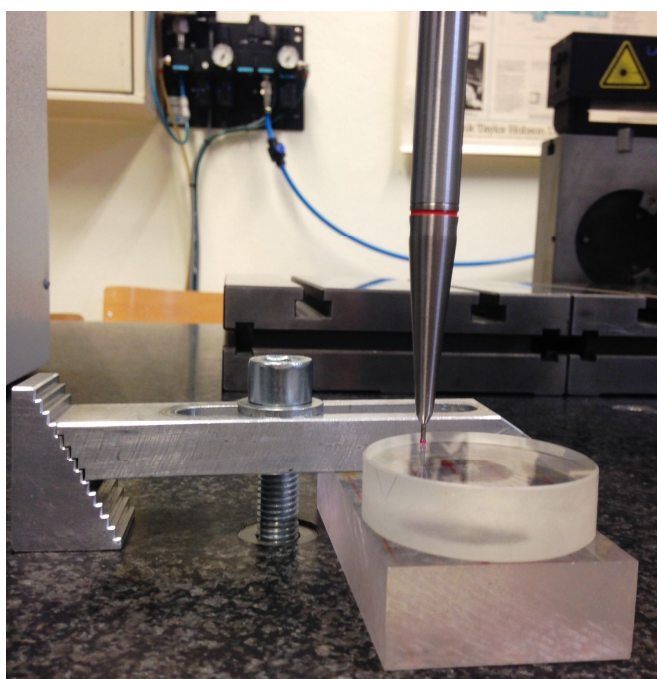
Nakon izvršenja simulacije vrši se analiza uticaja različitog broja tačaka u mernoj strategiji i položaju mernog predmeta u mernom prostoru na vrednost proširene nesigurnosti i greške ravnosti.

6.2. Verifikacija predloženog modela

Za verifikaciju predloženog modela predstavljenog na slici 6.2 potrebno je izvršiti fizičko uzorkovanje koordinata tačaka prema postavljenom planu eksperimenta. Eksperimentalna istraživanja su sprovedena na Mašinskom fakultetu u Mariboru u Laboratoriji za proizvodnu metrologiju (slo. *Laboratorij za tehnološke meritve*). Ova laboratorija je nosilac nacionalnog etalona za dužinu u Republici Sloveniji i sledljiva je prema nemačkom PTB-u. Merenje je vršeno na koordinatnoj mernoj mašini „Carl Zeiss UMS 850“, maksimalne dozvoljene greške $MPE_E = 2.1 + L / 330 \mu m$, L je dužina merenja izražena u mm (slika 6.3.a) (prilog H). Merna zapremina ove mašine je $x=850$ $y=1200$ $z=600$ mm.



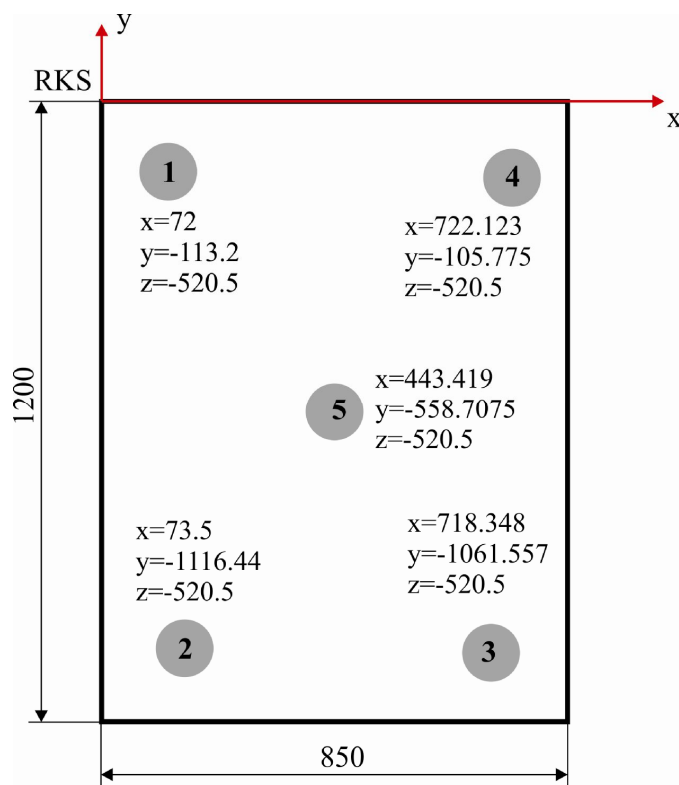
Slika 6.3.a. Koordinatna merna mašina „Carl Zeiss UMS 850“



Slika 6.3.b. Merenje plan – paralelne pločice

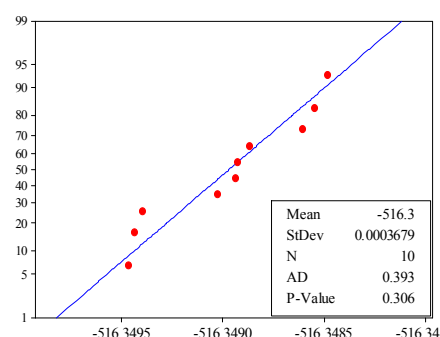
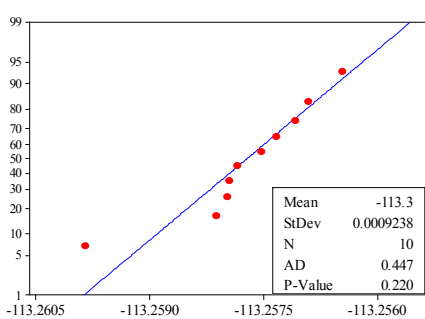
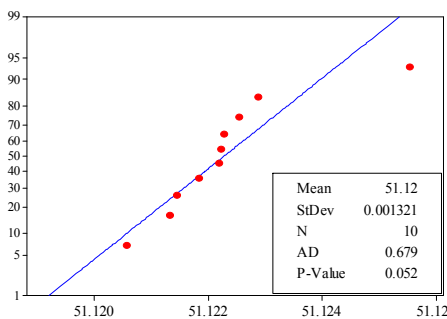
Uzorkovanje tačaka je vršeno na ravnoj strani plan – paralelne pločice $d=50$ mm i specificirane greške ravnosti $\delta=0.068\mu m$ (slika 6.3.b). Kalibracija ravnosti je vršena pomoću interferometra Zygo Verifire MST i dobijena je vrednost proširene merne nesigurnosti $U_{cal}=0.02 \mu m$ (prilog F). U automatskom režimu merenja, koristeći opciju off – programiranja KMM, vršeno je uzorkovanje tačaka prema eksperimentalnom planu. Tj. površina plan – paralelne pločice je merena u pet različitih položaja u okviru merenog prostora KMM i u svakom položaju uzorkovanje je vršeno u 10, 20, 40, 75 i 140 mernih tačaka. Distribucija tačaka na radnom predmetu je odgovarala Hammersley rasporedu. Variranje položaja mernog predmeta u radnoj zapremini KMM je vršeno tako da radni predmet zauzima početne i krajnje x, y koordinate kao i centralno mesto u mernoj zapremini sa tim da je koordinata z (visina) konstantna tokom eksperimenta. Položaj radnog

predmeta u KMM mernoj zapremini je izražen preko koordinata centra plan – paralelne pločice u referentnom koordinatnom sistemu mašine (RKS) (slika 6.4).



Slika 6.4. Položaj radnog predmeta u odnosu na referentni koordinatni sistem KMM (RKS)

Nakon uzorkovanja, koordinate tačaka su iz softvera KMM izvezene u tekstualni fajl i uvezene u statistički softver „Minitab“ u cilju ispitivanja pripadnosti podataka normalnoj raspodeli. Utvrđeno je da koordinate x, y i z u svim slučajevima podležu normalnoj raspodeli sprovođenjem Anderson-Darling test ($p > 0.05$) i na slikama 6.5a, 6.5b i 6.6c dat je prikaz provere normalnosti na primeru pri uzorkovanja prve tačke u planu uzorkovanja sa deset tačaka kod položaja 1. U prilogu E su prikazani testovi normalnosti koordinata svih uzorkovanih tačaka



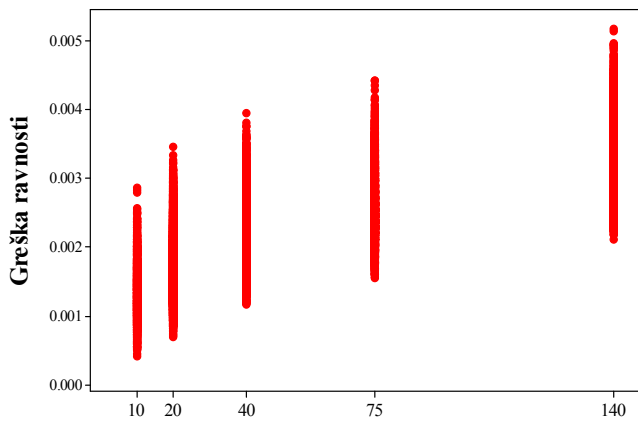
Slika 6.5a: Provera normalnosti ponavljanja x koordinate

Slika 6.5b: Provera normalnosti ponavljanja y koordinate

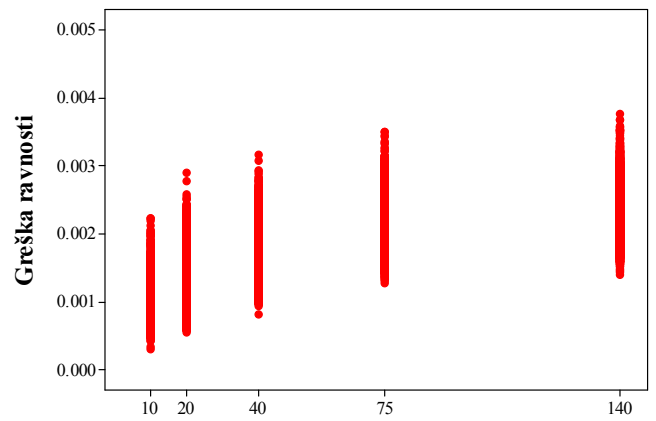
Slika 6.5c: Provera normalnosti ponavljanja z koordinate

6.2.1. Rezultati Monte Karlo simulacije

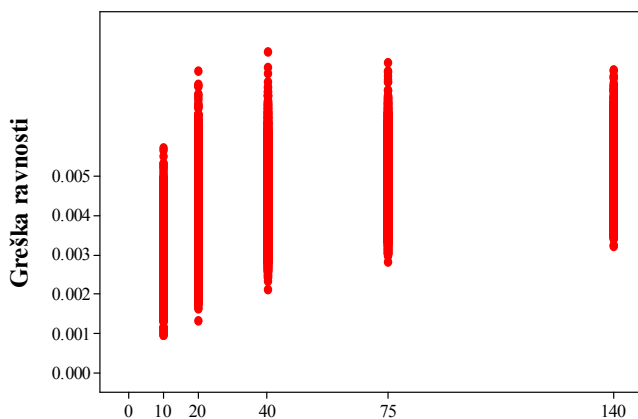
Nasumičnim uzorkovanjem iz raspodela funkcija gustine raspodele ulaznih uticaja na model za 10000 Monte Karlo uzorkovanja i primenom MZ metode dobijeno je 10000 vrednosti parametara referentne ravnosti i greške ravnosti za svaku varijablu (broj tačaka i merno mesto). Prethodna istraživanja koja su utvrdila da merna strategija koja sadrži veći broj tačaka uzorkovanja pokazuje veću grešku ravnosti su u ovom slučaju potvrđena [30, 87]. Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti za svako merno mesto je predstavljeno na slikama 6.6a – 6.6e i može se zaključiti da rezultati potvrđuju tvrdnje iz prethodnih istraživanja. Važno je napomenuti da, pošto je za verifikaciju korišćen etalon ravnosti, se očekivalo da uticaj broja tačaka u strategiji merenja neće biti signifikantan kao u slučaju kada se meri realan radni predmet. Ipak, na slikama se može uočiti značajnost broja tačaka na vrednost procene greške ravnosti.



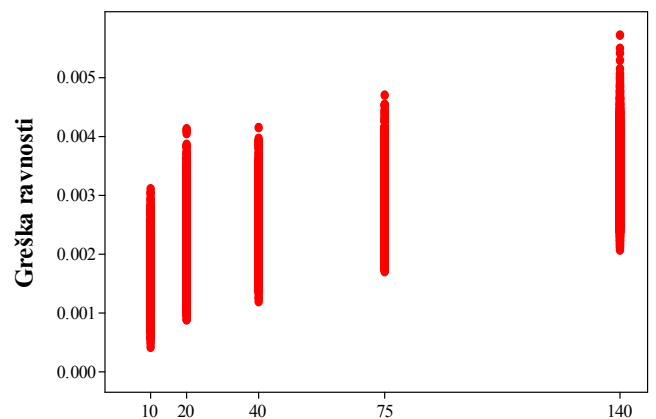
Slika 6.6a. Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 1



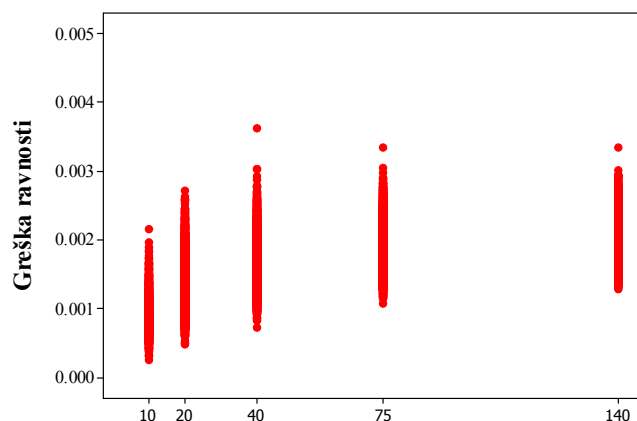
Slika 6.6b. Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 2



Slika 6.6c. Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 3

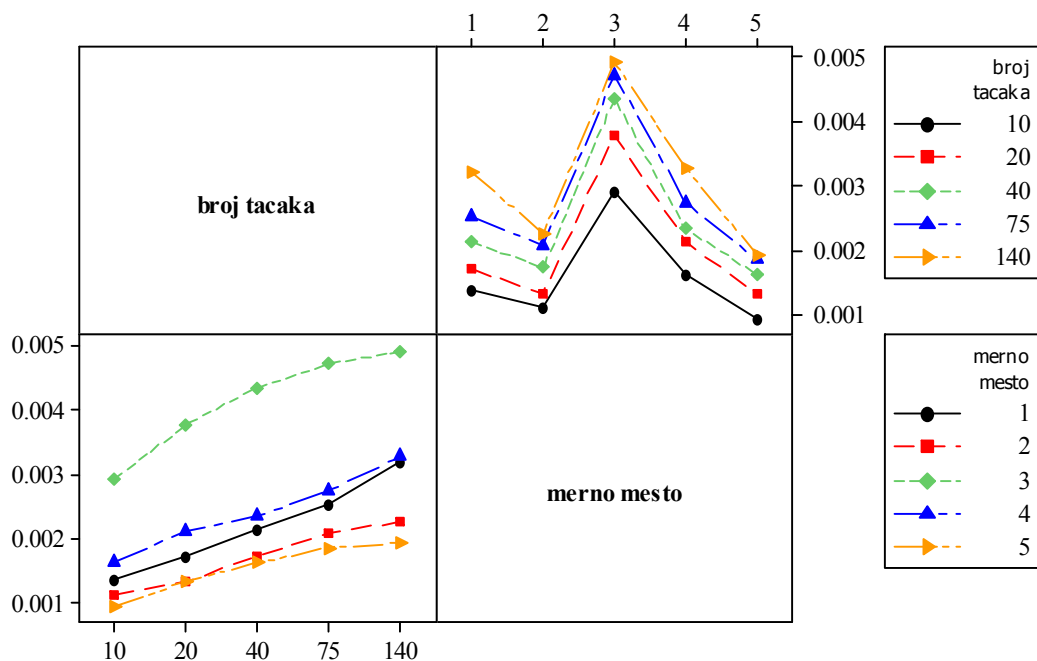


Slika 6.6d. Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 4



Slika 6.6e. Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti – merno mesto 5

Uticaj broja tačaka na grešku ravnosti dobijene Monte Karlo simulacijom najpreglednije se može prikazati za slučaj posmatranja srednjih vrednosti. Takođe, sa prethodnih slika se može uočiti da će vrednost greške ravnosti zavistiti od položaja radnog predmeta u radnoj zapremini KMM (merno mesto) što je u skladu sa tvrdnjom da KMM i merni senzor u kombinaciji imaju različitu vrednost greške koja utiče na nesigurnost uzorkovane koordinate tačke. Uticaj ova dva faktora na grešku ravnosti je prikazan na dijagramu interakcije na slici 6.7.



Slika 6.7. Dijagram interakcije uticaja broja tačaka i mernog mesta na grešku ravnosti

Sa slike u gornjem desnom uglu jasno se uočava da merno mesto 3 daje najveću grešku ravnosti i da je u proporcionalnoj zavisnosti sa povećanjem broja tačaka. Uticaj povećanja broja tačaka na grešku ravnosti se takođe može videti na donjem levom uglu slike 6.7. Saznanje da KMM za slučaj merenja ravnosti meri najveću grešku u polju blizu maksimuma x i minimuma y ili

obrnuto da meri najmanju grešku na sredini merne zapremine ne mora da znači i da su to polja sa najvećom odnosno najmanjom proširenom nesigurnosti. U cilju procene odnosa mernog mesta i proširene merne nesigurnosti potrebno prvo iz izlaznih funkcija gustine raspodele verovatnoće odrediti 95% interval. Na izlazu iz modela 6.2 Monte Karlo simulacijom su određeni neki od osnovnih statističkih veličina izlaznih funkcija gustina raspodele verovatnoće. Rezultati Monte Karlo simulacije su prikazani u tabeli 6.1.

Za sprovođenje Monte Karlo simulacije na osnovu postavljenog modela korišćen je programski sistem „Wolfram Mathematica 8“. Deo izvornog koda je prikazan na slici 6.8.

```

Out[200]= 10

In[201]:= uBmerka = 10-5(*izrazeno u nm, u kalibracionom sertifikatu je u=20 nm sa 95 %*)

Out[201]=  $\frac{1}{100\,000}$ 

In[202]:= merkaniz = RandomVariate[UniformDistribution[{0 - uBmerka *  $\sqrt{3}$ , 0 + uBmerka *  $\sqrt{3}$ }], n]

Out[202]= {-8.42147 × 10-6, -1.50132 × 10-6, 0.0000166567,
-0.0000144309, 0.0000131654, ... 9990 ..., 6.38028 × 10-6,
0.0000171943, 6.19196 × 10-6, -9.47908 × 10-7, 8.24437 × 10-6}

large output | show less | show more | show all | set size limit...

In[203]:= x1 = Table[tacke[[1, j, 1]], {j, 10}]

Out[203]= {51.1255, 51.1229, 51.1225, 51.1222,
51.1218, 51.1223, 51.1222, 51.1215, 51.1213, 51.1206}

```

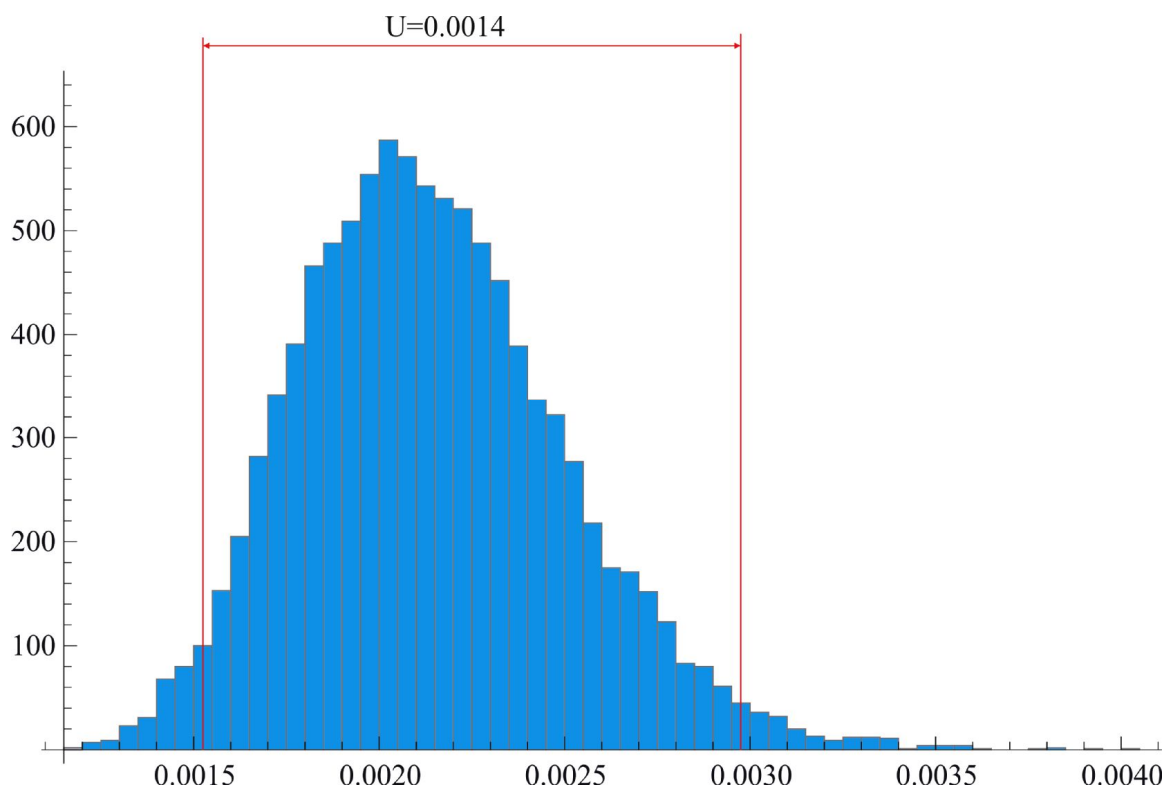
Slika 6.8. Deo izvornog koda u programskom sistemu „Wolfram Mathematica 8“

Tabela 6.1. Rezultati Monte Karlo simulacije

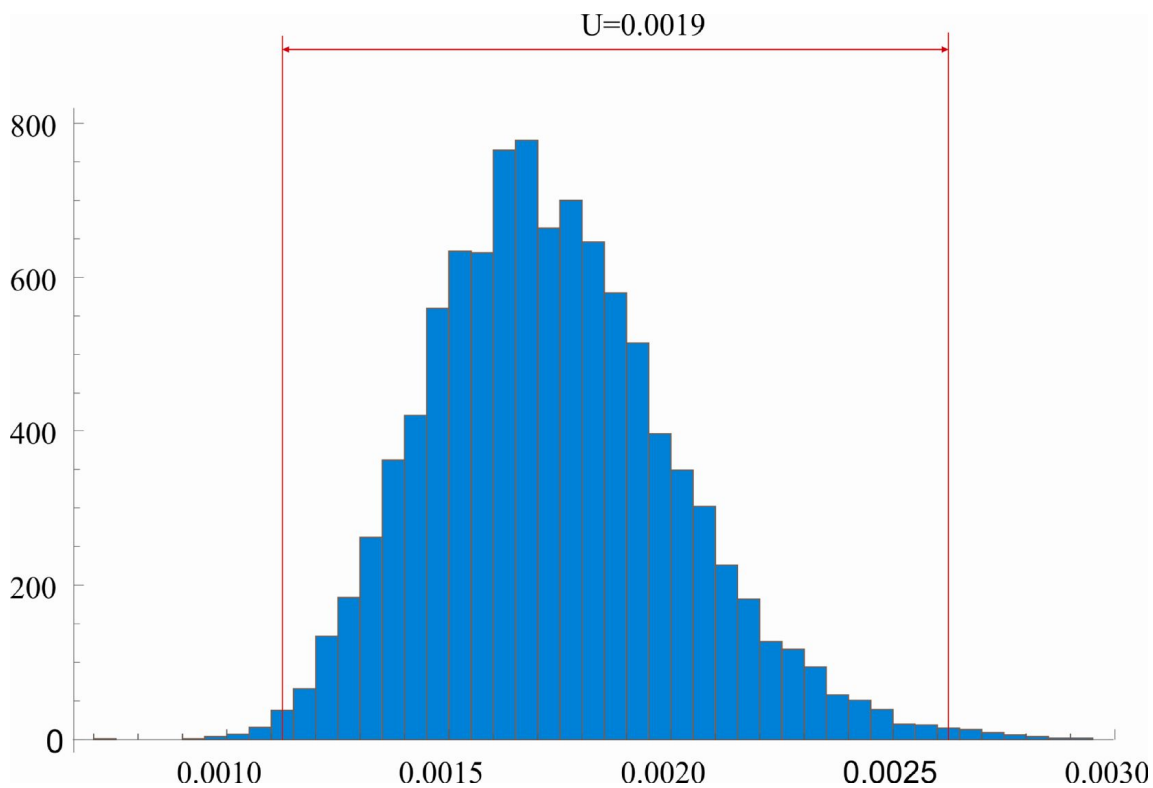
Merno mesto	Broj tačaka	Srednja vrednost δ	Medijana	Prvi kvantil	Treći kvantil	Proširena merna nesigurnost U
1	10	0.00134774	0.00131766	0.000658589	0.00216218	0.0015036
	20	0.00170496	0.00167266	0.00109166	0.00249459	0.00140293
	40	0.00214284	0.00210733	0.00151572	0.00294166	0.00142595
	75	0.00253204	0.00249201	0.00192893	0.00336	0.00143108
	140	0.0032082	0.00317114	0.00251843	0.00409663	0.0015782
2	10	0.00111865	0.00109502	0.00057568	0.00175612	0.00118044
	20	0.00132251	0.00130363	0.000831386	0.00194395	0.00111256
	40	0.0017311	0.00170768	0.00125493	0.00233877	0.00108384
	75	0.00208456	0.00206467	0.00159595	0.00269483	0.00109888
	140	0.00226577	0.00223591	0.00175455	0.00293588	0.00118133
3	10	0.00294354	0.0028809	0.00144591	0.00499265	0.00354674
	20	0.00379814	0.00373926	0.0024356	0.00548252	0.00304692
	40	0.00471828	0.00430743	0.00312463	0.00589777	0.00277314
	75	0.00471828	0.00465818	0.00360096	0.00613338	0.00253242
	140	0.00320435	0.00316492	0.00252761	0.00411513	0.00157751
4	10	0.00164615	0.00161696	0.000768024	0.00267881	0.00191079
	20	0.00212597	0.00209501	0.00135353	0.00305664	0.00170311
	40	0.00233927	0.00231467	0.00166675	0.00316333	0.00149658
	75	0.00274007	0.00270042	0.00208567	0.0035967	0.00151103
	140	0.00320435	0.00316492	0.00252761	0.00411513	0.00157651
5	10	0.000941935	0.00091977	0.000444137	0.00159843	0.0011543
	20	0.00134232	0.00131583	0.000846722	0.00199306	0.00114634
	40	0.00162151	0.00159934	0.00113966	0.00224432	0.00110466
	75	0.00186265	0.00184119	0.00140111	0.00245427	0.00105315
	140	0.00320435	0.00316492	0.00252761	0.00411513	0.00158751

Izlaz iz simulacije, pored numeričkih statističkih pokazatelja, su predstavljeni u vidu histograma koji označavaju funkciju gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti.

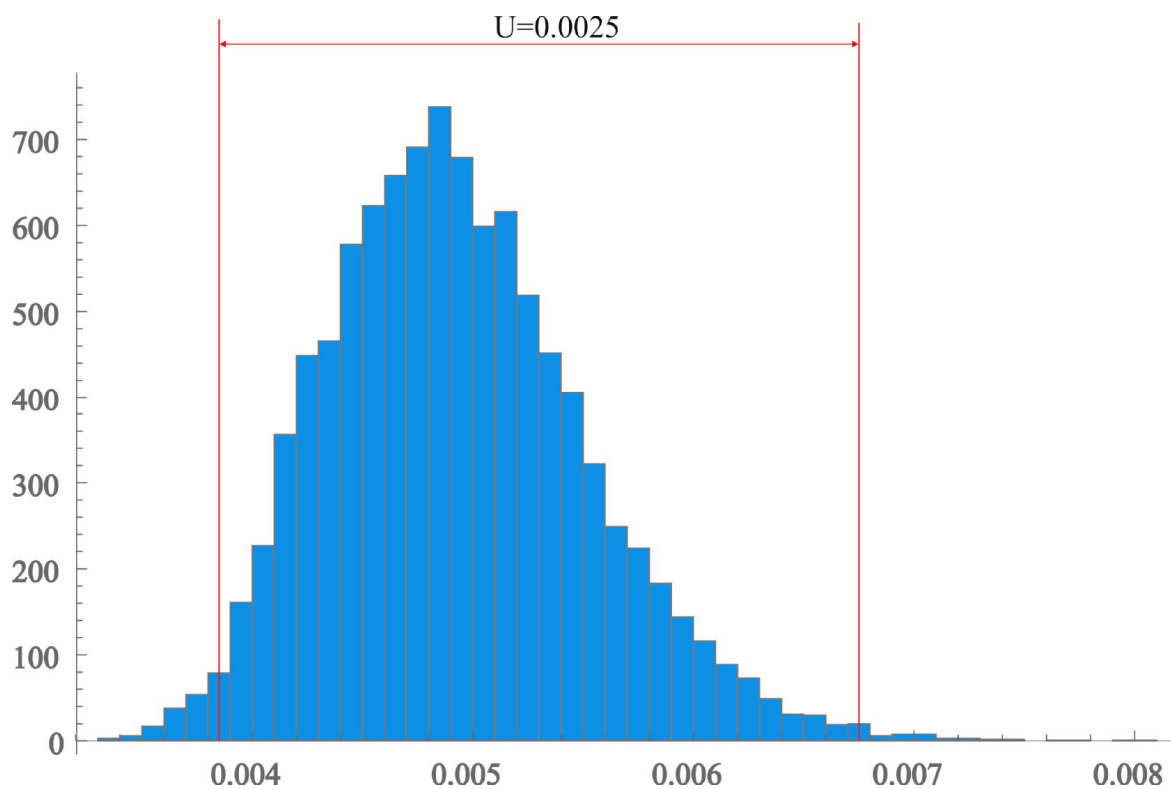
Neki od histograma su prikazani na slikama 6.9 – 6.12. Analizom izlaznih funkcija gustina raspodele verovatnoća je utvrđeno da sve značajno odstupaju od normalne raspodele.



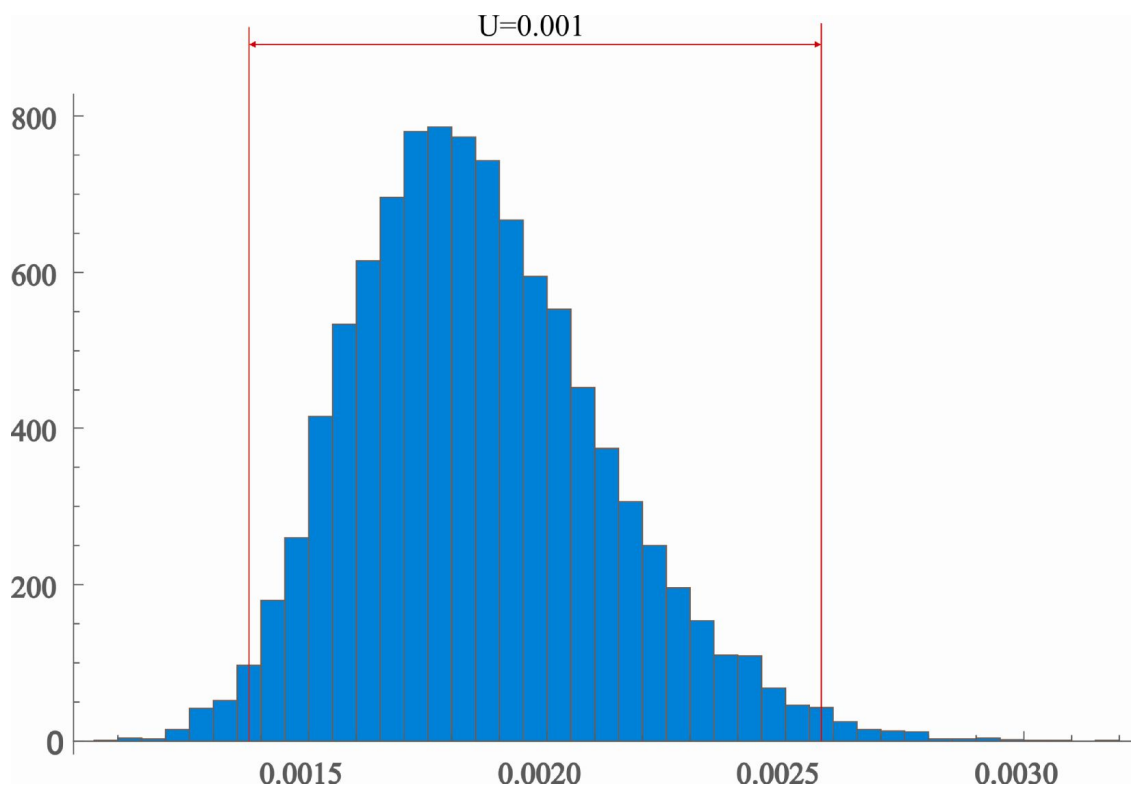
Slika 6.9. Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 1 pri uzorkovanju 20 tačaka



Slika 6.10. Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 2 pri uzorkovanju 20 tačaka

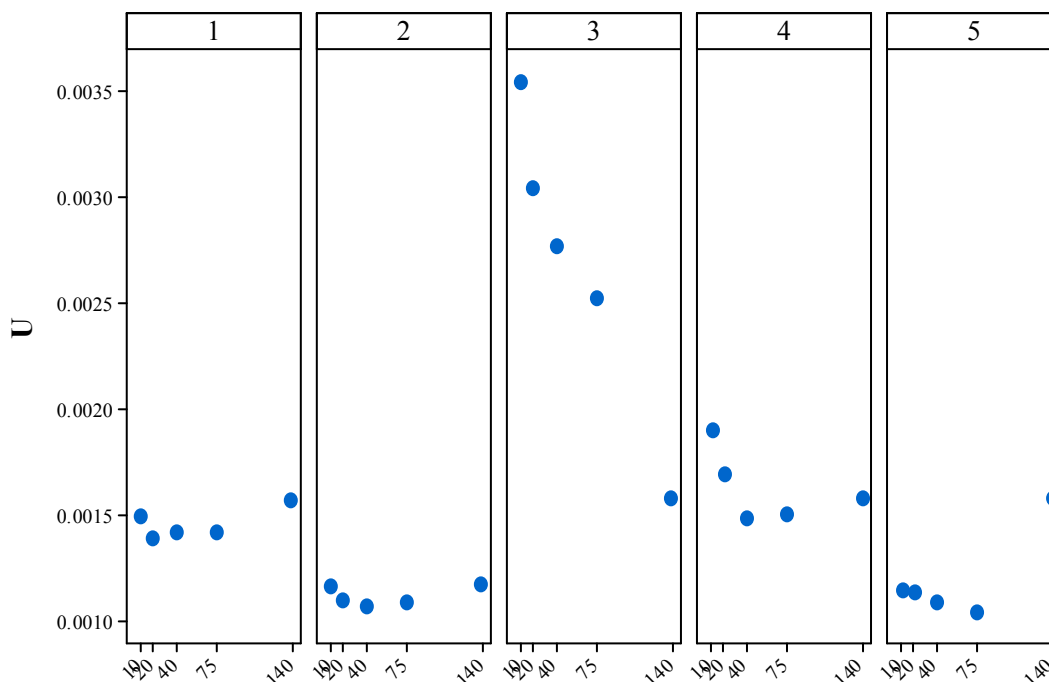


Slika 6.11. Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 3 pri uzorkovanju 140 tačaka



Slika 6.12. Funkcija gustine raspodele verovatnoće greške ravnosti na položaju 5 pri uzorkovanju 75 tačaka

Pretpostavka da povećanjem broja tačaka u mernoj strategiji raste i greška ravnosti je potvrđena dok bi ukupna merna nesigurnost trebala da opada. Pitanje održivosti hipoteze da povećanjem broja tačaka merna nesigurnost opada može se utvrditi na osnovu prikazanog dijagrama na slici 6.13.



Slika 6.13. Dijagram uticaja mernog mesta i broja mernih tačaka na ukupnu mernu nesigurnost

Tvrđnja iz prethodnih istraživanja se može konstatovati jedino za merno mesto 3 gde se jasno vidi kako sa povećanjem broja mernih tačaka opada vrednost proširene merne nesigurnosti. Kod ostalih položaja ovo nije slučaj i takođe je uočena mnogo manja varijacija rezultata proširene merne nesigurnosti u zavisnosti od broja mernih tačaka. Sa slike se takođe može uočiti da su sve vrednosti proširenih nesigurnosti veoma bliske (između 0.001 i 0.002) osim u slučaju merenja na položaju 3 sa brojem tačaka 10, 20, 40, 75. Može se zaključiti da merna mašina za ovaj kontrolni zadatak imaju najveću proširenu mernu nesigurnost na mernom mestu 3 dok su najmanje na mernim mestima 2 i 5. Znači pored toga što na mernom mestu 3 greška ravnosti je najveća takođe je i vrednost proširene nesigurnosti najveće. Ono što je interesantno jeste da za četiri merna položaja (1, 3, 4, 5) vrednosti proširenih nesigurnosti su gotovo identične pri uzorkovanju u 140 tačaka. Smatra se da bi sa povećanjem broja mernih tačaka vrednost proširene nesigurnosti opadala i da bi bila uniformna po mernom prostoru KMM..

Slika 6.13 takođe nudi grafičku potvrdu poslednje postavljene hipoteze u ovoj doktorskoj disertaciji. Naime, pokazano je da polje 3 i verovatno oko polja tri koordinatna merna mašina pokazuje najveću grešku ravnosti i takođe rezultati greške ravnosti imaju najveću nesigurnost.

Međutim, ako se za ovaj kontrolni zadatak koristi strategija koja uzorkuje površinu u 140 tačaka, vrednost greške merenja ravnosti će se naći u 95% intervalu poverenja tj. proširenoj mernoj nesigurnosti. Vrednost proširene nesigurnosti za ovaj slučaj je upravo ona nesigurnost koja odgovara položajima 1, 3, 4, 5. Razlike među ovim vrednostima nisu signifikantne i uzima se njihova srednja vrednost. Na ovaj način dolazi se do zaključka da pri merenju etalona ravnosti određenih dimenzija na ovoj KMM u slučaju uzorkovanja površine u 140 tačaka i više, rezultat merenje će se sa sigurnošću naći u intervalu nesigurnosti:

$$U = 0.001579933 \text{ mm}$$

U praksi uzorkovanje u 140 tačaka je ekonomski neopravdano te iz tog razloga nije preporučljivo merenje blizu polja 3. Za sva ostala polja propisana nesigurnost će odgovarati rezultatima merenja. Takođe, preporuka je da ako u proizvodnom okruženju merimo grešku ravnosti u tom slučaju merenje treba izvršiti u polju 2 jer su nesigurnosti najmanje.

Ovde se nameće jedno interesantno pitanje. Da li ovako definisan (kalibrisan) merni prostor bi pokazivao isti raspored nesigurnost za slučaj radnog predmeta sa velikim odstupanjem oblika kao što je na primer grubo glodana površina? Ovo pitanje otvara novo istraživačko polje gde bi akcent bio stavljen na grešku oblika kao činilac nesigurnosti. Ipak, smatra se da je najveći udeo u nesigurnosti dolazi iz hardvera KMM i da bi raspored nesigurnosti trebao da bude sličan.

U cilju provere ispravnosti postavljenog simulacionog modela, proširena merna nesigurnost specifičnog mernog zadatka je procenjena i drugim pristupima, tj. GUM-om i standardom ISO 15530-3.

6.3. Poređenje procenjene merne nesigurnosti dobijene Monte Karlo simulacijom sa GUM pristupom i standardom ISO 15530-3

Na početku rada je napomenuto da merna nesigurnost svakog merenja može biti procenjena korišćenjem uputstva za procenu merne nesigurnosti (GUM). Iako je primena (GUM) veoma ograničena zbog uvođenja niza pojednostavljenja i pretpostavki, zbog nedostatka drugih metoda, omogućava u nekim slučajevima zadovoljavajuće procene.

Primena standarda ISO 15530-3:2011 uključuje merenje kalibrisanog dela najmanje 20 puta na različitim mestima i orijentacijama u radnoj zapremini KMM.

6.3.1. Procena merne nesigurnosti primenom GUM

Primena GUM pristupa se oslanja na analitičku geometriju. Da bi se procenina merna nesigurnost potrebno je imati informaciju o parametrima jednačine referentne ravni kao i numeričke vrednosti ekstremnih tačaka od referentne ravni čije rastojanje označava grešku ravnosti. Takođe je za određivanje referentne ravni i greške ravnosti korišćena novo razvijena MZ metoda rotacija kroz jednu tačku opisana u poglavlju 5.4. Polazeći od formule 5.3 koja definiše grešku ravnosti merna nesigurnost se određuje tako što se odredi nesigurnost i koeficijent propagiranja svakog elementa u formuli. Iz ovoga sledi da je merna nesigurnost procene greške ravnosti jednaka:

$$u_{\delta}^2 = \left(\frac{\partial \delta}{\partial x_{max}} u_{x_{max}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x_{min}} u_{x_{min}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial z_{max}} u_{z_{max}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x_{min}} u_{x_{min}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial y_{min}} u_{y_{min}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial z_{min}} u_{z_{min}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial a} u_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} u_b\right)^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial a} \frac{\partial f}{\partial b} \rho_{ab} u_a u_b, \quad (6.1)$$

gde je u_{δ} standardna nesigurnost greške ravnosti a $u_{x_{min}}$, $u_{x_{max}}$, $u_{y_{min}}$, $u_{y_{max}}$, $u_{z_{min}}$, $u_{z_{max}}$ su nesigurnosti koordinata ekstremnih tačaka merene preko KMM (vrednost koordinata maksimalno i minimalno udaljene tačke od referentne ravni) i dominantan uticaj imaju geometrijske greške KMM i greške sistema uzorkovanja u prvom redu, kao i uticaj uslova okoline na KMM i proces merenja. Činioci nesigurnosti u_a , u_b , $u_a u_b$ i ρ_{ab} predstavljaju nesigurnost primenjenog algoritma za dobijanje asocijativne geometrije. Koeficijenti koji određuju orijentaciju referentne ravni, a i b, su u korelaciji i ρ_{ab} i predstavlja koeficijent korelacije. Vrednost pojedinih parcijalnih izvoda sadržanih u formuli 6.1 se računa prema tabeli 6.2.

Tabela 6.2: Formule za izračunavanje parcijalnih izvoda sadržanih u jednačini 6.1

$\frac{\partial \delta}{\partial x_1} = \frac{-a}{\sqrt{1+a^2+b^2}}$	$\frac{\partial \delta}{\partial x_2} = \frac{a}{\sqrt{1+a^2+b^2}}$
$\frac{\partial \delta}{\partial y_1} = \frac{-b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}$	$\frac{\partial \delta}{\partial y_2} = \frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}}$
$\frac{\partial \delta}{\partial z_1} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2+b^2}}$	$\frac{\partial \delta}{\partial z_2} = \frac{-1}{\sqrt{1+a^2+b^2}}$
$\frac{\partial \delta}{\partial a} = \frac{x_1 + x_2}{\sqrt{1+a^2+b^2}} = \frac{a[z_1 - z_2 - a(x_1 - x_2) - b(y_1 - y_2)]}{(1+a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$	
$\frac{\partial \delta}{\partial b} = \frac{-y_1 + y_2}{\sqrt{1+a^2+b^2}} = \frac{b[z_1 - z_2 - a(x_1 - x_2) - b(y_1 - y_2)]}{(1+a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$	

Pošto svaka uzorkovana tačka u mernoj zapremini KMM ima različitu nesigurnost i modelovanje nesigurnosti svake tačke u mernoj zapremini zahteva izvršenje dugotrajnih i komplikovanih eksperimenata ovde je uvedeno pojednostavljenje. Naime, prema Phillips-u pretpostavlja se da je nesigurnost svake tačke u mernoj zapremini jednaka što naravno nije tačno i to je objašnjeno u tekstu. U literaturnim izvorima gde se merna nesigurnost računa prema GUM-u praksa je da se uvodi pretpostavka o jednakosti nesigurnosti svake uzorkovane tačke u mernoj zapremini KMM [27, 31, 60]. U suprotnom proračun koji zahteva GUM ne bi imao smisla. Tako se za potrebe proračuna merne nesigurnosti u ovom radu nesigurnost tačke određuje kao standardna devijacija radialnih reziduala pri merenju referentne sfere sa zanemarljivo malim odstupanjem oblika u 49 tačaka. Radijalni rezidual predstavlja odstupanje uzorkovane tačke od idealne sfere dobijene LS algoritmom. Vrednost nesigurnosti tačke određena ovom metodom je $u_{xmin} = u_{xmax} = u_{ymin} = u_{ymax} = u_{zmin} = u_{zmax} = 0.3 \mu\text{m}$.

Kako se procena greške ravnosti vrši MZ metodom ovaj pristup se naziva polu – analitički jer je potrebno izvršiti nekoliko ponavljanja da bi se odrediti statistički pokazatelji u jednačini referentne ravni.

U cilju dobijanja statističkih pokazatelja u_a , u_b i u_{ab} , MZ ravan je procenjena za 100 Monte Karlo uzorkovanja. Prema GUM-u, koeficijent korelacije predstavlja količnik kovarijanse parametra ravni (a i b) i kvadratni koren njihove varijanse (6.2):

$$\rho_{ab} = \frac{cov(a,b)}{\sqrt{u_a u_b}}, \quad (6.2)$$

a korelacija parametara a i b se računa prema formuli 6.3:

$$\text{cov}(a,b) = \text{cov}(b,a) = E([(a - E(a))[b - E(b)])], \quad (6.3)$$

gde je sa E označena srednja vrednost iz 100 Monte Karlo uzorkovanja.

Za verifikaciju GUM metodologije vršeno je merenje plan - paralelne pločice u 14 mernih tačaka što je ekonomski opravdano. Radni predmet je postavljen tako da u radnoj zapremini zauzima položaj blizu položaja „5“ (središnje mesto u mernoj zapremini). Primenom MZ programskog rešenja dobijeni su podaci o parametrima jednačina ravni i greška ravnosti (tabela 6.3).

Tabela 6.3. Jednačina referente ravni i greška ravnosti

Jednačina referentne MZ ravni:	Greška ravnosti:
$- 5.03358 \times 10^{-5} - 9.1331 \times 10^{-6} - z + 0.49981598 = 0$	$\delta=0.001546796$

Rešavanjem pojedinih članova u jednačini 6.1 dobija se vrednost standardne nesigurnosti:

$$u_{\delta} = 0.000499,$$

a vrednost proširene nesigurnosti uzimanjem faktora pokrivanja $k=2$ iznosi:

$$U_{\delta} = k \times 0.000499 = 0.001.$$

Ako se poredi ova vrednost sa vrednosti proširene nesigurnosti dobijene primenom Monte Karlo simulacije može se konstatovati da je vrednost dobijena GUM-om niža ($0.001 < 0.001579933$). Ova razlike može da proistekne iz pretpostavke o nesigurnosti tačke. Međutim, ako se uzme u obzir da je za potrebe GUM-a, korišćeno 14 tačaka i ako se uporedi rezultat sa onim koji odgovara Monte Karlo proceni u položaju „5“ za primer 20 tačaka iz tabele 6.1 ($U=0.00114634$) može se uočiti mnogo manja razlika između dve proširene nesigurnosti. Naravno, ako bi u kojem slučaju merili u položaju „3“ ili blizu i vodili se pretpostavkom o jednakosti nesigurnosti tačke uzorkovanja, vrednosti proširenih nesigurnosti bi se znatno razlikovale.

6.3.2. Procena merne nesigurnosti primenom standarda ISO 15530-3:2011

Kako je već navedeno, nesigurnost KMM se može proceniti korišćenjem standarda ISO/TS 15530-3. Predložena metodologija uključuje merenje kalibrisanog dela najmanje 20 puta na različitim mestima i orijentacijama radne zapremine KMM. Iz ponovljenih merenja izvodi se srednja vrednost i na ovaj način se eliminišu gotovo sve geometrijske greške mašine. Takođe, iz ponovljenih merenja se procenjuju činioći nesigurnosti zbog ponovljivosti i tačnosti KMM. Merna nesigurnost se procenjuje iz formule 6.4:

$$U = k \times \sqrt{u_{cal}^2 + u_p^2 + u_b^2 + u_w^2}, \quad (6.4)$$

gde je k faktor pokrivanja za proširenu nesigurnost (obično je $k=2$, kako sugeriše ISO/TS 15530-3); u_{cal} predstavlja standardnu nesigurnost kalibracije radnog predmeta koja je navedena u kalibracionom sertifikatu, u_p predstavlja standardnu nesigurnost dobijenu iz sprovedenih eksperimenata i sadrži činioce nesigurnosti vezane za hardver KMM. u_b predstavlja standardnu nesigurnost povezanu sa sistematskom greškom procesa merenja i u_w je standardna nesigurnost koja se odnosi na varijacije u materijalu i proizvodnji.

Prateći uputstva standarda, plan - paralelna pločica je merena na 20 nasumično izabranih položaja i orijentacija u radnom prostoru KMM. Ono što je takođe navedeno u standardu jeste da broj i položaj mernih tačaka tokom sprovođenja eksperimenta treba da bude isti. Na ovaj način se eliminiše broj tačaka kao signifikantan činilac merne nesigurnosti što predstavlja nedostatak ove metode. Takođe, pri sprovođenju eksperimenta, merenje je vršeno u 14 mernih tačaka. Rezultati greške ravnosti procenjeni MZ metodom rotacija oko jedne tačke prikazani su tabeli 6.4.

Na osnovu rezultata iz tabele izračunava se srednja vrednost $\bar{\delta} = 0.001584$ i standardna devijacija koja predstavlja standardnu nesigurnost $u_p = 0.0002905$ u jednačini 6.4. Vrednost standardne nesigurnosti u_{cal} se izračunava iz kalibracionog sertifikata sa tim da treba napomenuti da je ovde izostavljena nesigurnost koja je proistekla iz razlike u metodi merenja interferometrom korišćenim za kalibraciju plan - paralelne pločice i KMM čija se nesigurnost želi proceniti. Standardna nesigurnost u_w u ovom slučaju ne figuriše u ukupnoj nesigurnosti kao i u_b jer vrednost standardne nesigurnosti koeficijenta toplotnog širenja u_a je zanemarljivo mala ($CTE=0.55 \times 10^{-5}/^{\circ}C$) i temperaturno odstupanje je bilo u granicama $\pm 0.5^{\circ}C$ [124].

Vrednost pojedinih proširene nesigurnosti, standardne nesigurnosti i formule za njihovo izračunavanje prikazane su u tabeli 6.5.

Tabela 6.4: Rezultati greške ravnosti u 20 različitih položaja i orijentacija na KMM

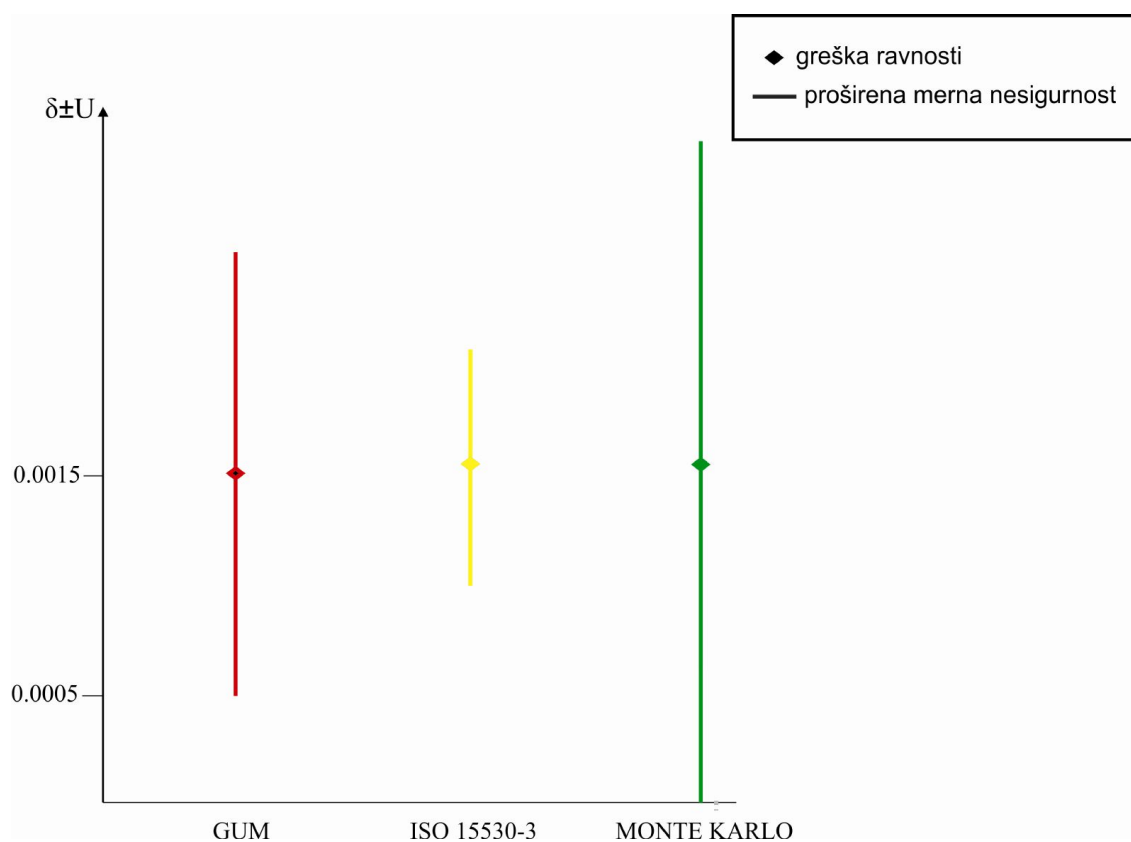
Redni broj	Greška ravnosti [mm]	Redni broj	Greška ravnosti [mm]
1.	0.001146796	11.	0.001878956
2.	0.001656815	12.	0.001547823
3.	0.001549856	13.	0.001978951
4.	0.001156486	14.	0.001854785
5.	0.001445817	15.	0.001947895
6.	0.001287989	16.	0.001451349
7.	0.001587562	17.	0.001347891
8.	0.001787921	18.	0.001747853
9.	0.001178956	19.	0.001923598
10.	0.001247896	20.	0.001947892

Tabela 6.5: Vrednosti ukupne nesigurnosti dobijene primenom ISO 15530-3 i standardne nesigurnosti pojedinih činioca

Proširena nesigurnost	[mm]
$U_{ISO\ 15530-3}$	0.0006
Standardna nesigurnost	[mm]
$u_{cal} = U_{cal} / 2$	0.00001
$u_p = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$	0.000290
$u_w = (T - 20^\circ C) \times u_\alpha \times l$	0
$u_b = (T - 20^\circ C) \times u_\alpha \times l$	0

6.3.3. Uporedna analiza

Na slici 6.14. dat je grafički prikaz greške ravnosti i njima pripadajuće proširene nesigurnosti procenjene primenom različitih pristupa za razmatrani merno kontrolni zadatak. Može se uočiti da merna nesigurnost procenjena Monte Karlo metodom ima najveći raspon. Razlozi za ovu pojavu se mogu obrazložiti na sledeći način. GUM uvodi dosta pojednostavljenja i naročito se to odnosi na nesigurnost uzorkovane tačke. Takođe, uzorkovanje radnog predmeta je sprovedeno samo jedanput tako da broj tačaka i merno mesto, kao uticajni činioci na nesigurnost, nisu razmatrani u ovom slučaju. U slučaju primene standarda ISO 15530-3 raspon merne nesigurnosti neznajčajno je manji od nesigurnosti procenjene Monte Karlom i GUM-om. Prema standardu broj tačaka tokom izvršenja najmanje 20 merenja mora ostati nepromenjen što ukazuje da ovaj činilac nesigurnosti nije uključen u ukupnu nesigurnost. Takođe, ako se pogledaju rezultati srednjih grešaka ravnosti u tabeli 4.1 može se zaključiti da su varijacije u srednjim vrednostima male sem u slučaju kod mernog mesta „3“ stoga je i standardna devijacija, kao činilac koji najviše utiče na procenu nesigurnosti, mala. Ova eksperimentalna metoda ne može dati prostorni prikaz nesigurnosti prema položaju radnog predmeta u radnoj zapremini KMM nego daje jedinstvenu nesigurnost koja verovatno neće zadovoljiti sve scenarije merenja plan – paralelne pločice na KMM. Stoga, predložena metoda u ovoj disertaciji je mnogo fleksibilnija po pitanju uključenja činioaca nesigurnosti mada treba naglasiti da i u ovom pristupu nisu uključeni svi činioaci nesigurnosti.



Slika 6.14. Greška ravnosti i njima pripadajuće nesigurnosti procenjene različitim pristupima

7. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA I PRAVCI BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA

Ova doktorska disertacija opisuje deo raznolikog, interesantnog i neiscrpnog sveta proizvodne metrologije. Istraživanje je usmereno u skladu sa aktuelnim razvojem i zahtevima tržišta. U prvom planu istraživanja su koordinatne merne mašine kao dominantan merni instrument u proizvodnoj metrologiji, koje su u stanju da zamene više konvencionalnih mernih instrumenta koji se svakodnevno koriste u proizvodnom okruženju. Korišćenjem KMM može se proveriti usklađenost sa tolerancijom makrokarakteristika specifikacije radnog predmeta naznačene na tehničkoj dokumentaciji. Kako navodi standard ISO 14253-1:2013, rezultat merenja je validan samo u slučaju da je sa njim iskazana i merna nesigurnost. Međutim, procena merne nesigurnosti kod KMM merenja je kompleksan zadatak i ova oblast predstavlja aktuelno polje istraživanja u prethodnih dvadeset godina. Posebno predstavlja poteškoću kada se merna nesigurnost ocenjuje pri merenju greške oblika. Mnogo se uradilo na ovom polju od usvajanja standardnih metoda za procenu nesigurnosti pod okriljem ISO standarda do razvoja komercijalnih softverskih paketa za ovu namenu. Opšte je mišljenje da simulacioni alati spadaju među najadekvatnije za procenu merne nesigurnosti KMM merenja. Monte Karlo metoda, kao moćan simulacioni alat, se ubraja među najpogodnije za ovu primenu.

Od nekoliko tolerancija oblika, težište istraživanja je stavljeno na ravnost koja je često prisutna na tehničkoj dokumentaciji jer ispunjava mnoge funkcionalne zahteve. Prvo, potrebno je prema metodi koju preporučuje standard - minimalna zona, odrediti grešku ravnosti. Razvijena je nova metoda „rotacija kroz jednu tačku“ koja na osnovu verifikacionih rezultata daje slične ili bolje rezultate u odnosu na ostale metode koje određuju minimalnu zonu. Drugo, razvijen je model koji procenjuje mernu nesigurnost pri merenju ravnosti na KMM zasnovan na Monte Karlo simulaciji. Model je uključio dva značajna činioca nesigurnosti – broj tačaka uzorkovanja i položaj radnog predmeta u mernoj zapremini KMM. Verifikacija je sprovedena na plan – paralelnoj pločici (etalonu ravnosti) i na taj način je izvršena kalibracija mernog prostora za slučaj merenja ravnosti. Identifikovani su položaji u kojima KMM meri najveću/najmanju grešku ravnosti i položaji sa najvećom/najmanjom proširenom nesigurnosti. Vrednosti nesigurnosti, dobijene predloženim modelom, su upoređene sa vrednostima proširenih nesigurnosti dobijenih u skladu sa ISO 15530-3 i GUM.

Sprovedene verifikacije, u vidu eksperimentalnih istraživanja, potvrdile su polazne hipoteze:

H1: Moguće je razviti metodologiju za procenu greške ravnosti zasnovane na metodi minimalne zone koristeći analitičku geometriju.

- Razvijena je metodologija za procenu greške ravnosti, a na osnovu nje i namenski programski sistem. Nova metodologija u potpunosti ispunjava zahtev minimalne zone i zasnovana je na analitičkoj geometriji.
- Ispravnost rada metode je dokazana koristeći raspoložive podatke iz literaturnih izvora i u većini slučajeva predložena metodologija daje iste ili manje greške ravnosti od metoda predloženih u korišćenoj literaturi.
- Takođe, vršeno je i eksperimentalno istraživanje merenja ravne površine koje je pokazalo sličnost rezultata dobijenih primenom nove metodologije i komercijalnog KMM softvera.

H2. Moguće je razviti model zasnovan na Monte Karlo simulaciji za procenu merne nesigurnosti KMM pri merenju ravnosti dodeljivanjem funkcije raspodele verovatnoća koordinata uzorkovanih tačaka.

- Razvijen je model zasnovan na Monte Karlo simulaciji za procenu merne nesigurnosti pri merenju greške ravnosti. Predloženi model je izgrađen na osnovu dodeljivanja funkcija raspodele verovatnoća ulaznim podacima (x, y, z koordinate). Na ovaj način, opisana uzorkovana tačka preko odgovarajuće funkcije raspodele verovatnoće sadrži komponente nesigurnosti, prouzrokovane geometrijskim greškama KMM i greškama senzora uz prisustvo temperaturnog uticaja.
- U cilju procene uticaja broja mernih tačaka u strategiji uzorkovanja na grešku ravnosti i mernu nesigurnost, verifikacija je uključila merenje sa različitim brojem tačaka.
- Vrednosti nesigurnosti dobijene predloženom metodom su poređene sa drugim dostupnim metodama za procenu merne nesigurnosti na KMM. Bliskost rezultata procenjene nesigurnosti primenom razvijenog modela i ISO 15530-3:2011 (koja se smatra kao referentna metoda [125]) ukazuje na ispravnost postavljenog modela.

H3. Moguće je za konkretnu koordinatnu mernu mašinu dati vrednost proširene merne nesigurnosti koja će, uz postavljena ograničenja, sigurno sadržati rezultat merenja greške ravnosti na osnovu raspodele merne nesigurnosti u radnom prostoru KMM.

- Predloženi model je uključio merenje radnog predmeta u različitim položajima u okviru merne zapremine KMM sa ciljem otkrivanja polja sa najmanjom/najvećom nesigurnosti za dati merni zadatak.

- Verifikacija je sprovedena na etalonu ravnosti (plan - paralelnom staklu) tako da je izvršena kalibracija mernog prostora KMM za slučaj merenja ravnosti uz isključivanje uticaja z ose
- Na osnovu svih mogućih simulacionih scenarija izveden je interval nesigurnosti koji će, uz određeni nivo verovatnoće, sadržati rezultat stvarnog merenja greške ravnosti na KMM.

Pravci budućih istraživanja se mogu podeliti na kratkoročne i dugoročne. Ono što se prvo nameće jeste modifikacija modela za procenu ravnosti. Ovo znači uključiti više činioca nesigurnosti u model. Kao prvo, u model je potrebno uključiti moguće scenarije odstupanja greške ravnosti proistekle iz različitih obradnih procesa (dodeliti odgovarajuću raspodelu) i utvrditi odnos dobijenih grešaka ravnosti i proširene merne nesigurnosti za interakciju činioca nesigurnosti broj mernih tačaka, položaj radnog predmeta i vrednosti greške oblika. Takođe, treba uzeti u obzir da u proizvodnom okruženju radni predmeti „nemaju vremena da se temperaturno stabilizuju“ te je uticaj temperature na proširenu nesigurnost veoma značajan. Kako bi se eliminisalo definisanje ulaza u model zasnovano na eksperimentu, cilj je modelovati merenje na KMM gde će u određenom programskom jeziku biti definisane nesigurnosti svake uzorkovane tačke. Ovako definisan model će pružiti mogućnost, uz razvoj dodatnih funkcija modela, procene merne nesigurnosti pri merenju ostalih dimenzionalnih i geometrijskih specifikacija na radnom predmetu.

Takođe, primenu metode „rotacija kroz jednu tačku“ je moguće proširiti na ostale tolerancije oblika kao što su pravost, kružnost, cilindričnost i sferičnost. Ovako kreirano softversko rešenje bi se moglo plasirati u vidu komercijalnog paketa, pogodnog za instrumente za procenu odstupanja oblika koji rade na principu koordinatne metrologije. Ovde ne postoji ograničenje u vezi sa tipom mernog senzora, tako da se programsko rešenje može primeniti i kod skenirajućih kontaktnih senzora i kod beskontaktnih senzora (laserski, optički, itd.).

Ako se pravac istraživanja posmatra dugoročno, onda će se svakako odnositi na razvoj nezavisnog softverskog rešenja namenjenog potrebama koordinatnog merenja, gde će svakom rezultatu merenja biti pridružena proširena merna nesigurnost.

Trenutni nastavak istraživanja iz ove doktorske disertacije odnosi se na ispitivanje zavisnosti izmerene ravnosti na KMM, hrapavosti određene površine i tipa proizvodnog procesa kojim se dobija ispitivana površina. Ako se ovoj zavisnosti doda i proširena merna nesigurnost, mogu se dati odgovarajuće preporuke za vrstu i režim obrade ravnih površina u cilju minimizacije greške ravnosti i proširene merne nesigurnosti merene na KMM.

LITERATURA

- [1] ISO/TR 14638: „*Geometrical product specifications (GPS) – Masterplan*“, ISO, Geneva, 1995.
- [2] Humienny, Z.: „*State of art in standardization in GPS area*“ CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, Vol 2, No 1, pp. 1-7, 2009.
- [3] Ma, L., Jiang, X., Wang, J., Xu, Z., Li, Z.: „*Study on the expression specifications of geometrical products for function, design, manufacture i verification based on the improved GPS language*“, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol 32, pp. 990-998, 2007.
- [4] ISO/TS 17450-1: „*Geometrical product specification (GPS) – General concept – Part 1: Model for geometric specification and verification*“, International Organization for Standardization, Geneva, 2012.
- [5] Ricci, F.: „*Effective product lifecycle management: the role of uncertainties in addressing design, manufacturing and verification processes*“, PhD thesis, Politecnico di Torino, 2012.
- [6] ISO 1101 „*Geometrical product specifications (GPS) – General concepts -- Part 1: Model for geometrical specification and verification*“, Geneva, 2005.
- [7] Concheri, G., Cristofolini, I., Meneghello, R., Wolf, G.: „*Geometric Dimensioning and Tolerancing (GD&T) versus Geometrical Product Specification (GPS)*“, XII ADM International Conference Grand Hotel, Rimini, Italy 2001.
- [8] ISO 14660-1:2008: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Geometrical features -- Part 1: General terms and definitions*“, Geneva, 2008.
- [9] Chiabert, P.: „*New Language and mathematical background supporting geometrical product specifications*“, 4. International Conference on Axiomatic Desing – ICAD, Firenze, 2006.
- [10] Majstorović, V.; Hodolič, J.; „*Numerički upravljane merne mašine*“, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 1998.
- [11] Stević, M.: „*Povećanje tačnosti merenja numerički upravljanih mernih mašina*“, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2006.

- [12] ISO/TS 17450-2: „*Geometrical product specifications (GPS) - General concepts - Part 2: Basic tenets, specifications, operators and Uncertainties*“, ISO, Geneve, 2002.
- [13] Durakbasa, N.M., Osanna, P.H., Afjehi-Sadat, A.: „*A general approach to workpiece characterization in the frame of GPS (Geometrical Product Specification and Verification)*“, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 41 No. 13-14, pp. 2147-2151, 2001.
- [14] ISO/IEC Guide 99:2007: „*International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*“, ISO/IEC, 2007.
- [15] ISO/IEC Guide 98-3:2008: „*Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995)*“. ISO/IEC, 2008.
- [16] Taylor, B.N., Kuyatt, C.E. NIST Technical Note 1297: „*Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results*“, 1994.
- [17] ISO 14253-1:2013: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment – Part 1: Decision rules for proving conformance or non-conformance with specifications*“, ISO, 1998.
- [18] Trapet, E., Savio, E., De Chiffre, L.: „*New advances in traceability of CMMs for almost the entire range of industrial dimensional metrology needs*“, CIRP Annals - Manufacturing Technology, 2004; 53: 433–438.
- [19] ISO/TS 14253-3:2013: „*Geometrical product specification (GPS) – Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment – Part 3: Guidelines for achieving agreements on measurement uncertainty statements*“, International Organization for Standardization, Geneva.
- [20] Baldwin, M.J., Summerhays, D.K., Campbell, A.D., Henke, P.R.: „*Application of Simulation Software to Coordinate Measurement Uncertainty Evaluations*“, Measure, Vol. 2, No. 4, pp. 40-52, 2007.
- [21] ISO 2000: „*General product specifications (GPS)—Acceptance and Reverification Tests for Coordinate Measuring Machines, parts 1–6*“ (Geneva: International Organization for Standardization) ISO 10360.
- [22] Acko, B., McCarthy, M., Haertig, F., Buchmeister, B.: „*Standards for testing freeform measurement capability of optical and tactile coordinate measuring machines*“, Measurement Science and Technology, Vol 23, 2012.
- [23] Savio, E., De Chiffre, L.: „*An artefact for traceable freeform measurements on coordinate measuring machines*“, Precision Engineering; Vol 26: pp 58–68, 2002.

- [24] Barini, E. M., Tosello, G, De Chiffre, L.: „*Uncertainty analysis of point-by-point sampling complex surfaces using touch probe CMMs: DOE for complex surfaces verification with CMM*“, Precision Engineering, Vol 34, pp 16-19, 2010.
- [25] Trapet, E., Savio, E., De Chiffre, L.: „*New advances in traceability of CMMs for almost the entire range of industrial dimensional metrology needs*“, CIRP Annals – Manufacturing Technology, Vol. 53, No. 1, pp. 433-438, 2004.
- [26] ISO 10360-2:2001: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM) – Part 2: CMMs used for measuring size*“, ISO, 2001.
- [27] Wang, J.X., Jiang, X., Ma, L.M., Xu, Z.G., Li, Z.: „*Decision rules for workpieces based on total uncertainty*“, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 28, pp. 1169-1174, 2006.
- [28] Weckenmann, A., Knauer, M., Kunzmann, H.: „*The Influence of Measurement Strategy on the Uncertainty of CMM-Measurements*“. Annals of the CIRP, Vol. 47 No. 1, pp. 451–454, 1998.
- [29] Wilhelm, R., Hocken, R., Schwenke, H.: „*Task Specific Uncertainty in Coordinate Measurement*“, Annals of the CIRP, Vol. 50, No.2, pp.553–563, 2001.
- [30] Hadžistević, M., Štrbac, B., Spasić – Jokić, V., Delić, M., Sekulić, M., Hodolič, J.: „*Fastors of estimating flatness error as a surface requirement of exploitation*, Metalurgija, Vol. 54, No. 1, pp. 239-242, 2015.
- [31] Cui, C., Fu, S., Huang, F.: „*Research on the uncertainties from different form error evaluation methods by CMM sampling*“, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 43, pp. 136-145, 2009.
- [32] ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1:2008: „*Propagation of distributions using a Monte Carlo method*“, ISO/IEC, 2008.
- [33] ISO/TS 15530-3:2011: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement – Part 3: Use of calibrated workpieces or standards*“, 2011.
- [34] ISO, 2004. ISO/TS 15530-4:2011: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Coordinate measuring machines (CMM): Technique for determining the uncertainty of measurement – Part 4: Evaluating task-specific measurement uncertainty using simulation*“, ISO, 2011.

- [35] Feng, C.J., Saal, A.L., Salsbury, J.G., Ness, A.R., Lin, G.C.S.: „*Design and analysis of experiments in CMM measurement uncertainty study*“, Precision Engineering; Vol. 31, pp.94–101, 2007.
- [36] Vrba, I., Palenčar, R., Hadžistević, M., Štrbac, B., Spasić – Jokić, V., Hodolič, J.: „*Different Approaches in Uncertainty Evaluation for Measurement of Complex Surfaces Using Coordinate Measuring Machine*“, Measurement Science Review, Vol. 15, No. 3, pp. 111-118, 2015.
- [37] Savio, E., Hansen, H.N., De Chiffre, L.: *Approaches to the Calibration of Freeform Artefacts on Coordinate Measuring Machines*, CIRP Annals - Manufacturing Technology, 2002; 51: 433–436.
- [38] Arenhart, A.F., Donatelli, D.G., Porath, C.M.: *An experimental method for assessing the contribution of the production process variations to the task-specific uncertainty of coordinate measurements*, Measurement, Vol. 45, pp. 507-516, 2012.
- [39] Wübbeler, G., Krystek, M., Elster, C.: *Evaluation of measurement uncertainty and its numerical calculation by a Monte Carlo method*, Measurement Science and Technology, Vol. 19, pp. 1-4, 2008.
- [40] Cox, M.G., Siebert, B.: *The use of a Monte Carlo method for evaluating uncertainty and expanded uncertainty*, Metrologia, Vol. 43, pp. 178-188, 2006.
- [41] Angeles Herrador, M., Gustavo Gonzalez, A.: „*Evaluation of measurement uncertainty in analytical assays by means of Monte-Carlo simulation*“, Talanta, Vol. 64, pp. 415-422, 2004.
- [42] Trenk, M., Franke, M. & Schwenke, H.: *The "virtual CMM" a software tool for uncertainty evaluation - Practical application in an accredited calibration lab*, In ASPE Summer Topical Meeting on Uncertainty Analysis in Measurement and Design. State College, Pennsylvania, USA, 2004.
- [43] Trapet, E., Waldele, F.: *The Virtual CMM Concept*, In Advanced Mathematic Tools in Metrology II, World Scientific, pp. 238-247, 1996.
- [44] Kunzmann, H., Trapet, E., Waldele, F.: „*Concept for the Traceability of Measurements*“, Procecing of 7th IPES, Kobe, Japan, pp. 41-52, 1995.
- [45] Balsamo, A., Colonnetti, G., Franke, M., Trapet, E., Waldele, F., De Jonge, L., Vanherck, P.: „*Results of the CIRP-Euromet Intercomparison of Ball Plate-Based Techniques for Determining CMM Parametric Errors*“, CIRP Annals – Manufacturing Technology, Vol. 46, No.1, pp. 464-466, 1997.

- [46] Yang, H.: „Investigation and Development of an Advanced Virtual Coordinate Measuring Machine“, PhD thesis, Brunel University, 2010.
- [47] Balsamo, A., Di Ciommo, M., Mugno, R., Rebaglia, B.I., Ricci, E., Grella, R.: „*Evaluation of CMM Uncertainty Through Monte Carlo Simulations*“, CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. 48, No. 1, pp. 425-428, 1999.
- [48] Summerhays, K.D., Baldwin, J.M., Campbell, D.A., Henke, R.P.: „*Application of Simulation Software to Coordinate Measurement Uncertainty Evaluations*“, In Proceedings of the NCSL International Workshop and Symposium, 2004.
- [49] Phillips, S.D., Borchardt, B.R., Sawyer, D., Estler, W.T., Ward, D., Ederhardt, K., Levenson, M.S., McClain, M., Melvin, B., Hopp, T., Shen, Y.: „*The Calculation of CMM Measurement Uncertainty via The method of Simulation by Constraints*“, Proceedings of the 12th Annual meeting of the American Society for Precision Engineering, October 1997, Norfolk, VA, pp. 443-446.
- [50] Aggogeri, F., Barbato, G., Barini, E.M., Genta, G., Levi, R.: „*Measurement Uncertainty assessment of Coordinate measuring Machines by Simulation and Planned Experimentation*“, CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, Vol. 4, pp 51-56, 2011.
- [51] Sladek, J., Gaska, A.: „*Evaluation of Coordinate Measurement Uncertainty with Use of Virtual Machine model based on Monte Carlo Method*“, Measurement, Vol.45, pp. 1565-1575, 2012.
- [52] Sladek, J., Gaska, A., Olszewska, M., Kupiec, R., Krawczyk, M.: „*Virtual Coordinate Measuring Machine Built Using LaserTracer System and Spherical Standard*“, Metrology and Measurement System, Vol. 20, No. 1, pp. 77-86, 2013.
- [53] Gaska, A.: „*Modelowanie Dokladnosci Pomiaru Wspolrzednoscowego z Wykorzystaniem Metody Monte Carlo*“, Praca doktorska, Politechnika Krakowska, 2011.
- [54] Van Gestel, N.: „*Determining measurement uncertainties of feature measurements on CMMs*“, PhD thesis, Katholieke University Leuven, 2011.
- [55] Kruth, J.P., Van Gestel, N., Bleys, P., Welkenhuyzen, F.: „*Uncertainty determination for CMMs by Monte Carlo simulation integrating feature form deviations*“, CIRP – Manufacturing Technology, Vol. 58, pp. 463-466, 2009.
- [56] Lobato, G.M.P.: „*An Investigation into Coordinate Measuring Machine Task Specific Measurement Uncertainty and Automated Conformance Assessment of Airfoil Leading Edge Profiles*“, The University of Birmingham, 2011.

- [57] Dhanish, P.B., Mathew, J., „*Effect of CMM Point Coordinate Uncertainty on Uncertainties in Determination of Circular Features*“, *Measurement*, Vol. 39, pp. 522-531, 2006.
- [58] Beaman, J., Morse, E.: „*Experimental Evaluation of Software Estimates of Task Specific Measurement Uncertainty for CMMs*“, *Precision Engineering*, Vol. 34, pp. 28-33, 2010.
- [59] Wen, X., Xu, Y., Li, H., Wang, F., Sheng, D.: „*Monte Carlo Method for the Uncertainty Evaluation of Spatial Straightness Error Based on New Generation Geometrical Product Specification*“, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*“, Vol. 25, No. 5, 2012.
- [60] Wen, X-L., Zhu, X-C., Zhao, B-Y., Wang, D-X, Wang, F-L.: *Flatness error evolution and verification based on new generation geometrical product specification (GPS)*, *Precision Engineering*, Vol. 36, pp. 70-76, 2012.
- [61] Kosarevsky, S.V., Latypov, V.N.: „*Practical Procedure for Position Tolerance Uncertainty Determination via Monte – Carlo Error Propagation*“, *Measurement Science Review*, Vol.12, No. 1, pp. 1-7, 2001.
- [62] Kung, A., Meli, F., Nicolet, A., Thalmann, R.: „*Application of a Virtual coordinate Measuring Machine for measurement uncertainty estimation of Aspherical Lens Parameters*“, *Measurement Science Technology*, Vol. 25, pp. 1-7, 2014.
- [63] Ostrowska, K., Gaska, A., Sladek, J.: „*Determining the Uncertainty of Measurement with the Use of a Virtual Coordinate Measuring Arm*“, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 71, pp. 529-537, 2014.
- [64] Rost, K., Wendt, K., Härtig, F.: „*Evaluating a task – specific measurement uncertainty for gear measuring instruments via Monte Carlo simulacion*“ *Precision Engineering*, Vol. 44, pp. 220-230, 2016.
- [65] ISO 12781-1: *Geometrical product specification (GPS) – Flatness – Part 1: Vocabulary and parameters of flatness*, 2003.
- [66] ISO 4287: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture: Profile method Terms, definitions and surface texture parameters*“, ISO, 1997.
- [67] Leach, R., NPL Good Practice Guide 37: „*The Measurement of Surface Texture using Stylus Instruments. National Physical Laboratory*“, UK, 2001.
- [68] ISO 3274:1996: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture: Profile method – Nominal characteristics of contact (stylus) instruments*“, ISO, 1996.
- [69] ISO 4288:1996: „*Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture: Profile method – Rules and procedures for the assessment of surface texture*“, ISO, 1996.

- [70] VDI/VDE 2601: „Requirements on the surface structure to cover function capability of surfaces manufactured by cutting; list of parameters“, VDI/VDE, 1991.
- [71] Ricci, F., Scott, P.J., Jiang, X.: „A categorical model for uncertainty and cost management within the Geometrical Product Specification (GPS) framework, Precision Engineering, Vol. 37, pp. 265-274, 2013.
- [72] Ruffa, S., Panciani, G.D., Ricci, F., Vicario, G.: „Assessing measurement uncertainty in CMM measurement: comparison of different approaches, International Journal of Metrology and Quality Engineering. Vol. 4, pp. 163–168, 2013.
- [73] Štrbac, B., Radlovački, V., Spasić – Jokić, V., Matin, I., Hadžistević, M.: *Estimating total uncertainty of measuring flatness in accordance with GPS standards using CMM*, International Scientific Conference "Flexible Technologies" – MMA, Andrievlje, pp. 97-100, 2015.
- [74] ISO/TS 12781-2:2011, „Geometrical product specifications (GPS) - Flatness - Part 2: Specification operators“, ISO, Geneva, 2011.
- [75] ISO/TS 12780-2:2011, „Geometrical product specifications (GPS) - Straightness - Part 2: Specification operators“, ISO, Geneva, 2011.
- [76] Colosimo, B.M., Moroni, G., Petro, S.: „A tolerance interval based criterion for optimizing discrete point sampling strategies“, Precision Engineering, Vol. 34, pp. 745-754, 2010.
- [77] Kim, W.S., Raman, S.: „On the selection of flatness measurement points in coordinate measuring machine inspection“, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 40, pp. 427 – 443, 2000.
- [78] ISO/TS 12180-2:2011, „Geometrical product specifications (GPS) - Cylindricity - Part 2: Specification operators“, ISO, Geneva, 2011.
- [79] ISO/TS 12181-2:2011, *Geometrical product specifications (GPS) - Roundness - Part 2: Specification operators*“, ISO, Geneva, 2011.
- [80] Edgeworth, R., Wilhelm, R.G: „Adaptive sampling for coordinate metrology“, Precision Engineering, Vol. 23, pp. 144–54, 1999.
- [81] Pedone, P., Vicario, G., Romano, D.: „Kriging-based sequential inspection plans for coordinate measuring machines“, Applied Stochastic Models in Business and Industry, Vol. 25, pp. 133-149, 2009.

- [82] Badar, M.A., Raman, S., Pulat, P.S.: „*Intelligent search-based selection of sample points for straightness and flatness estimation*“, Journal of Manufacturing Science and Engineering. Vol. 125, pp. 263–271, 2003.
- [83] Capello, E., Semeraro, Q.: „*The harmonic fitting method for the assessment of the substitute geometry estimate error. Part I: 2D and 3D theory*“. International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 41, pp. 1071-1102, 2001.
- [84] Capello, E., Semeraro, Q.: „*The harmonic fitting method for the assessment of the substitute geometry estimate error. Part II: statistical approach, machining process analysis and inspection plan optimisation*“ . International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 41, pp. 1103-1129, 2001.
- [85] Colosimo, B.M., Gutierrez, M. E., Moroni, G., Petrò, S. „*Statistical sampling strategies for geometric tolerance inspection by CMM*“, Journal of Economic Dynamics and Control, Vol. 23, pp. 109-121, 2008.
- [86] Lee, G., Mou, J., Shen, Y.: „*Sampling strategy design for dimensional measurement of geometric features using coordinate measuring machine*“, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol.37, pp. 917–934, 1997.
- [87] Raghunandan, R., Venkateswara Rao, P.: „*Selection of sampling points for accurate evaluation of flatness error using coordinate measuring machine*“ Journal of Materials Processing Technology, Vol. 202, pp. 240-245, 2008.
- [88] Stojadinović, S., Majstorović, V., Durakbasa, N., Šibalija, T.: „*Ants colony optimisation of measuring path of prismatic parts on a CMM*“, Metrology and Measurement System“, Vol. 23(1), pp. 119-132, 2016.
- [89] Woo, T.C., Liang, R.: „*Dimensional measurement of surfaces and their sampling*“, Computer Aided Design, Vol. 25 (4), pp. 233-239, 1993.
- [90] Samuel, G.L., Shunmugam, M.S.: „*Evaluation of straightness and flatness error using computational geometric techniques*“, Computer Aided Design, Vol. 31, pp. 829–843, 1999.
- [91] Štrbac, B., Hodolič, J., Spasić – Jokić, V., Radlovački, V., Hadžistević, M: „*Different approaches in uncertainty estimation for flatness measurements using coordinate measuring machine*“, International Working Conference "Total Quality Management - Advanced and Intelligent Approaches" - TQM & AIA, Beograd, pp. 361-365, 2015.
- [92] Murthy, T. S. R., Abdin, S.Z., „*Minimum zone evaluation of surfaces*“, International Journal of Machine Tool Design and Research, Vol. 20 (2), pp. 123-136, 1980.

- [93] Calvo, R., Gomez, E., Domingo, R.: „*Vectorial method of minimum zone tolerance for flatness, straightness, i their uncertainty estimation*“, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Vol. 15(1), pp. 31-44, 2014.
- [94] Zhu, X., Ding, H., Wang, M. Y.: „*Form error evaluation: An iterative reweighted least squares algorithm*“, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 126(3), pp. 535-541, 2004.
- [95] Shunmugam, M. S.: „*On assessment of geometric errors*“, International Journal of Production Research, Vol. 24 (2), pp. 413-425, 1986.
- [96] Shunmugam, M. S.: „*Criteria for computer aided form evaluation*“, Journal of Engineering for Industry, Vol. 113 (2), pp. 233-238, 1991.
- [97] Wang, Y.: „*Minimum zone evaluation of form tolerances*“, Manufacturing Review, Vol. 5 (3), pp. 213-220, 1992.
- [98] Kaiser, M. J., Krishnan, K. K.: „*Geometry of the minimum zone flatness functional: planar and spatial case*“, Precision Engineering, Vol. 22 (3) pp. 174-183, 1998.
- [99] Damodarasamy, S., Anand, S. A. M.: „*Evaluation of minimum zone for flatness by normal plane method and simplex search*“, IIE Transactions, Vol. 31 (7), pp. 617-626, 1999.
- [100] Cheraghi, S. H., Lim, H. S., Motavalli, S.: „*Straightness and flatness tolerance evaluation: an optimization approach*“, Precision Engineering, Vol. 18, (1), pp. 30-37, 1996.
- [101] Prakashvudhisarn, C., Trafalis, T. B., Raman, S.: „*Support vector regression for determination of minimum zone*“, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 125 (4), pp. 736-739, 2003.
- [102] Weber, T., Motavalli, S., Fallahi, B., Cheraghi, S. H.: „*A unified approach to form error evaluation*“, Precision Engineering, Vol. 26 (3), pp. 269-278, 2002.
- [103] Zhu, X., Ding, H.: „*Flatness tolerance evaluation: An Approximate minimum zone solution*“, Computer-Aided Design, Vol. 34 (9), pp. 655-664, 2002.
- [104] Huang, S. T., Fan, K. C., Wu, J. H.: „*A New Minimum Zone Method for Evaluating Flatness Errors*“, Precision Engineering, Vol. 15 (1), pp. 25-32, 1993.
- [105] Deng, G., Wang, G., Duan, J.: „*A New Algorithm for Evaluating Form Error: The Valid Characteristic Point Method with the Rapidly Contracted Constraint Zone*“, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 139, (1-3), pp. 247-252, 2003.
- [106] Dhanish, P. B., Shunmugam, M. S.: „*An algorithm for form error evaluation - using the theory of discrete and linear chebyshev approximation,*” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 92, No. 3, pp. 309-324, 1991.

- [107]Burdekin, M., Pahk, H. J.: „*The Application of a microcomputer to the on-line calibration of the flatness of engineering surfaces*“, Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, Vol. 203, (2), pp. 127-137, 1989.
- [108]Sharma, R., Rajagopal, K., Anand, S.: „*A Genetic algorithm based approach for robust evaluation of form tolerances*“, Journal of Manufacturing Systems, Vol. 19, (1), pp. 46-57, 2000.
- [109]Cui, C., Li, B., Huang, F., Zhang, R.: „*Genetic algorithm based form error evaluation*,” Measurement Science and Technology, Vol. 18 (7), pp. 1818-1822, 2007.
- [110]Liu, C. H., Chen, C. K., Jywe, W. Y.: „*Evaluation of straightness and flatness using a hybrid approach - genetic algorithms and the geometric characterization method*“, Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, Vol. 215, (3), pp. 377-382, 2001.
- [111]Kovvur, Y., Ramaswami, H., Anand, R. B., Anand, S.: „*Minimum - zone form tolerance evaluation using particle swarm optimisation*“, International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications, Vol. 4 (1), pp. 79-96, 2008.
- [112]Malyscheff, A. M., Trafalis, T. B., Raman, S.: „*From support vector machine learning to the determination of the minimum enclosing zone*“, Computers and industrial engineering, Vol. 42 (1), pp. 59-74, 2002.
- [113]Traband, M. T., Joshi, S., Wysk, R. A., Cavalier, T. M.: „*Evaluation of Straightness and Flatness Tolerance using the Minimum Zone*“, Manufacturing Review, Vol.2, pp.189–195, 1989.
- [114]Lee, M. K.: „*A New Convex-Hull Based Approach to Evaluating Flatness Tolerance*“, Computer Aided Design, Vol. 29 (12), pp. 861-868, 1997.
- [115]Sartori, S., Zhang G.X.: „*Geometric error measurement and compensation of machines*“, Annals of the CIRP, Vol. 44(2), pp.599-609, 1995.
- [116]Evans, C.J., Hocken, R.J., Estler, W.T.: „*Self-calibration: reversal, redundancy, error separation and absolute testing*“, Annals of the CIRP, Vol. 45(2) :pp. 617-634, 1996.
- [117]Kunzmann, H., Trapet, F., Waeldele, F.: „*A uniform concept for calibration, acceptance test and periodic inspection of coordinate measuring machines using reference objects*“, Annals of the CIRP, Vol. 39(1), pp. 561-564, 1990.
- [118]Camboulives, M., Lartigue, C., Bourdet, P., Salgado, J.: „*Calibration of 3-D working space by multilateration*, Precision Engineering, Vol. 44, pp. 163-170, 2016.

- [119] Sudatham, W., Matsumoto, H., Takahashi, S., Takamasu., K.: „*Diagonal in space of coordinate measuring machine verification using an optical-comb pulsed interferometer with a ball-lens target*“, Precision Engineering, Vol. 43, pp. 486-492, 2016.
- [120] Hu, Y., Yang, Q., Sun, X.: „*Design, implementation, and testing of advanced virtual coordinate-measuring machines*“, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 61 (5), pp. 1368-1376, 2012.
- [121] Cheung, C., Ren, M., Kong, L., Whitehouse, D.: „*Modelling and analysis of uncertainty in the form characterization of ultra-precision freeform surfaces on coordinate measuring machines*“, CIRP Annals - Manufacturing Technology, Vol. 63 (1), pp. 481-484, 2014.
- [122] Choi, W., Kurfess, T.R., Cagan, J.: „*Sampling uncertainty in coordinate measurement data analysis*“, Precision Engineering, Vol. 22, pp. 153-163, 1998.
- [123] Automotive Industry Action Group (AIAG): „*Measurement Systems Analysis Reference Manua*“, 3rd edition, Chrysler, Ford, General Motors Supplier Quality Requirements Task Force, 2002
- [124] Doiron, T., Stoup, J.: „*Uncertainty and dimensional calibrations*“, Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, Vol. 102(6), pp. 647-676, 1997.
- [125] Gromczak, K., Gaska, A., Ostrowska, K., Sladek, J., Harmatys, W., Gaska, P., Gruza M., Kowalski, M.: „*Validation model for coordinate measuring methods based on the concept of statistical consistency control*“, Precision Engineering, Vol. 45, pp. 414-422, 2016.

- PRILOZI -

SADRŽAJ

SADRŽAJ.....	I
-PRILOG A- IZVORNI KOD ZA HAMMERSLEY RASPODELU MERNIH TAČAKA.....	1
-PRILOG B- IZVORNI KOD ZA ODREĐIVANJE LS REFERENTNE RAVNI I KOORDINATE UZORKOVANIH TAČAKA	3
-PRILOG C- IZVORNI KOD METODE „ROTACIJA KROZ JEDNU TAČKU“	7
-PRILOG D- KOORDINATE UZORKOVANIH TAČAKA ZA VERIFIKACIJU METODE „ROTACIJA KROZ JEDNU TAČKU“	19
-PRILOG E- TESTOVI NORMALNOSTI PONOVLJIVOSTI UZORKOVANIH TAČAKA	23
-PRILOG F- IZVORNI KOD MONTE KARLO SIMULACIJE	96
-PRILOG G- REZULTATI MONTE KARLO SIMULACIJE – HISTOGRAMI	113
-PRILOG H- SERTIFIKAT O KALIBRACIJI KMM „CARL ZEISS UMC 850“	127
-PRILOG I- SERTIFIKAT O KALIBRACIJI PLAN – PARALELNE PLOČICE	134

**-PRILOG A- IZVORNI KOD ZA HAMMERSLEY RASPODELU
MERNIH TAČKA**

```

function tacke=ham(N)
    k=ceil( log2(N) );
    fidva=[];
    for j=1:k
        fidva=[fidva 2^(-j)];
    end
    fidva=fidva';
    for i=1:N
        x(i)=(i-1)/N;
        q=0;
        bi=[];
        for j=1:k
            bij= rem( floor((i-1)/(2^(j-1))) , 2);
            bi=[bi bij];
        end
        q=bi*fidva;
        y(i)=q;
    end
    tac=50*[x,y]-25*ones(2,N);
    plot(tac(1,:),tac(2:),'o');
    j=1;
    for i=1:N
        if sqrt( (tac(1,i))^2+(tac(2,i))^2 )<25
            tacke(:,j)=tac(:,i);
            j=j+1;
        end
    end
    hold on
    plot(tacke(1,:),tacke(2:),'or')

```

**-PRILOG B- IZVORNI KOD ZA ODREĐIVANJE LS
REFERENTNE RAVNI I KOORDINATE UZORKOVANIH
TAČAKA**

```

Sub Proracun()
    Dim i, j As Integer
    Dim X, Y, Z As Variant
    Dim Zmax, Zmin As Double
    Dim PosDistance, NegDistance, maxPosDistance, MinNegDistance As Double
    Dim Nx, Ny, Nz As Double
    Dim TackaX, TackaY, TackaZ As Double
    Dim Step As Double
    'preuzmi nizove vrednosti koordinata ocitanih tacaka
    X = Range("RangeX").Value
    Y = Range("RangeY").Value
    Z = Range("RangeZ").Value
    'podesi normalu na pocetnu ravan
    Nx = 0
    Ny = 0
    Nz = 1
    'Podesi pocetnu tacku na zmax
    TackaX = 0
    TackaY = 0
    TackaZ = Worksheets("polazni").Range("G12").Value
    'Podesi Step
    Step = (Worksheets("polazni").Range("G12").Value -
    Worksheets("polazni").Range("G11").Value) / 9
    'radi po ravnima
    For i = 1 To 10
        'radi po tackama
        For j = 1 To 100
            Next
        
```

Br.	x	y	z	Br.	x	y	z
1.	16.7931571	13.4096243	1.50665279	49.	57.2486255	26.4146946	1.50237428
2.	35.47505057	12.43889316	1.5030188	50.	37.6609547	14.1259914	1.50165611
3.	16.09950715	23.72441098	1.50641463	51.	35.6683664	16.7160207	1.50152512
4.	27.17022793	12.03952562	1.50454746	52.	25.7097717	20.1981971	1.50345308
5.	52.52411513	13.24258258	1.50151968	53.	32.4930471	24.7996768	1.50351373
6.	77.19893348	10.85497226	1.50334617	54.	36.4743357	29.083969	1.50315251
7.	69.98752524	20.4736394	1.5033419	55.	37.3379985	4.99372017	1.50172392
8.	59.92770861	17.00374798	1.50109718	56.	19.4878841	4.7106521	1.50421888
9.	66.62464174	9.69879557	1.50281844	57.	7.51169659	6.36306032	1.50494392
10.	57.77984193	11.9270011	1.50180934	58.	12.7717535	8.71199115	1.50535034
11.	42.12063539	27.14373477	1.50264953	59.	12.5789762	16.0189054	1.50629424
12.	41.89013714	9.661051243	1.50210961	60.	7.0469937	18.0676549	1.50641067
13.	29.01956197	26.38068623	1.50449343	61.	18.2242615	29.6257531	1.50517359
14.	18.5343871	9.004169627	1.5053508	62.	20.939798	14.8314861	1.50478781
15.	7.9447075	9.530430646	1.50597814	63.	22.2014019	8.57591984	1.50425993
16.	8.187320647	22.27646712	1.50647378	64.	41.5946064	5.65168372	1.50128186
17.	9.682092085	26.50338623	1.50625976	65.	48.7513013	4.66223897	1.50105337
18.	25.70159296	7.498816034	1.50387374	66.	60.1700703	4.70434676	1.50134025
19.	23.40581342	22.32243327	1.50467581	67.	72.5172866	7.05117533	1.50312434
20.	31.32873496	6.818827995	1.50294686	68.	65.0237106	21.6216727	1.50224352
21.	47.50220833	7.611362991	1.50164527	69.	61.9454473	20.9052021	1.50141406
22.	38.73188586	19.73879489	1.50128918	70.	67.3652008	17.7473556	1.50161806
23.	44.4161242	21.48307461	1.50142981	71.	79.1134583	19.2725599	1.50446132
24.	52.88880096	24.72676802	1.50208673	72.	81.8479437	22.1985166	1.50498569
25.	71.28456252	16.0648291	1.50266049	73.	73.233411	28.5507123	1.50392587
26.	76.59393156	8.006672454	1.50251567	74.	79.9767192	8.06450524	1.50346985
27.	87.07806675	10.11339605	1.5036728	75.	94.043175	14.422444	1.50445522
28.	89.76121778	21.17417006	1.50537316	76.	93.515647	22.0946188	1.50459138
29.	89.07185318	12.98977048	1.50425258	77.	95.5763769	28.9226306	1.5030433
30.	73.19125329	22.60875474	1.50393535	78.	48.7712734	14.1876785	1.50077785
31.	83.48143486	25.23659748	1.50537335	79.	42.4657379	19.0298342	1.50036336
32.	70.72185473	28.40486128	1.50372401	80.	46.0277098	29.5018192	1.50221031
33.	58.72951098	24.62899521	1.50217556	81.	49.8603238	22.9198031	1.50150689
34.	47.48509286	18.95034551	1.5003033	82.	69.4371033	6.33592819	1.50278141
35.	53.36221999	29.33784092	1.50227001	83.	82.0497323	4.84745324	1.50338901
36.	30.76354384	30.71010492	1.50357589	84.	81.2138132	15.5402282	1.50428352
37.	14.84044693	30.47997023	1.50471574	85.	84.1915396	18.3263572	1.50463637
38.	27.70820789	15.59464597	1.50347194	86.	54.3191548	21.663714	1.50105155

39.	15.09109421	17.90073783	1.50594011	87.	50.5673528	8.46119827	1.50151111
40.	20.23294991	19.71879604	1.50474863	88.	31.5183566	14.1968309	1.50261266
41.	55.09864968	5.509543787	1.5014277	89.	27.9206482	22.4767213	1.50330679
42.	64.16854204	4.788371937	1.50203411	90.	23.2962387	30.5237896	1.50411393
43.	85.6572273	5.260495815	1.50318909	91.	64.3964711	29.5099124	1.50269882
44.	93.43729263	4.839791266	1.50179153	92.	67.1919061	24.9926747	1.50306794
45.	90.89064941	17.3110167	1.50498136	93.	83.2980331	30.6139836	1.50526326
46.	75.78888657	17.96479391	1.50337796	94.	77.110593	25.5299613	1.50374289
47.	90.46401493	27.33788491	1.50588579	95.	62.3253677	15.1644435	1.5009157
48.	76.96866173	30.3927277	1.5049366	96.	32.843826	20.5924313	1.50192592

**-PRILOG C- IZVORNI KOD METODE „ROTACIJA KROZ
JEDNU TAČKU“**


```

function rotacijaokojednetacke
% Ucitava naziv fajla u kome se nalaze podaci za racunanje ravnosti
% iz tekst fajla, podaci su broj tacaka i koordinate tih tacaka.
% Fajl se mora nalaziti u MATLAB radnom direktorijumu.
S.slika1 = figure('name','Ulazni parametri', 'menubar','none',
    'position',[300 300 255 350],
    'resize','off');
    S.text1 = uicontrol('Style','text','String',...
    'Koordinate X Y Z uzorkovane na K.M.M.',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 295 200 15]);
    %set(S.text1, 'FontName', 'TimesNewRoman')
    ptext = 'x_y_z_koordinate.txt';
    S.ulaz = uicontrol('Style','edit','String',ptext,
    'Position',[18 255 150 36]);
    S.text2 = uicontrol('Style','text','String',
    'Unesi broj rotacija oko x ose R = ',
    'BackgroundColor',[0.9 0.9 0.9],'Position',[18 225 160 15]);
    ptext1 = '100';
    S.ulazR = uicontrol('Style','edit','String',ptext1,...
    'Position',[180 225 30 15]);
    S.text3 = uicontrol('Style','text','String',...
    'Unesi broj rotacija oko z ose P = ',...
    'BackgroundColor',[0.9 0.9 0.9],'Position',[18 195 160 15]);
    ptext2 = '100';
    S.ulazP = uicontrol('Style','edit','String',ptext2,...
    'Position',[180 195 30 15]);
    S.button = uicontrol('Style','pushbutton','String','RADI',...
    'Position',[90 78 75 36],'callback',{@button_call,S});
    % Izvrsava se klikom na RADI
function [] = button_call(varargin)
    S = varargin{3};
    dat = get(S.ulaz,'String');
    izvor = fopen(dat);
    celltext = textscan(izvor,'%s');

```

```

numPo = str2num(celltext{1}{1});
Coord = zeros(numPo, 4);
NumCell = 2;
for i = 1:numPo
Coord( i,1) = str2double(celltext{1}{NumCell});
NumCell = NumCell + 1;
Coord( i,2) = str2double(celltext{1}{NumCell});
NumCell = NumCell + 1;
Coord( i,3) = str2double(celltext{1}{NumCell});
NumCell = NumCell + 1;
Coord( i,4) = 1.;
end
fclose(izvor);
%[numPo NumCoords] = size(Coord);
%XY = Coord( : , 1:2 );
%X = Coord( : , 1 );
%Y = Coord( : , 2 );
%Z = Coord( : , 3 );
% pocetno vreme
T1 = clock;
% R - vektor normale se u svakoj tacki rotira od 0 do ugla defionisanog sa
% UgaoRotacijeX, R puta oko x ose
Rstr = get(S.ulazR,'String'); %R=100;
R = str2num(Rstr);
% P - za svaki rotiran vektor oko x ose dalje se P puta rotita oko z ose
% od 0 to 180 stepeni
Pstr = get(S.ulazP,'String'); %P=100;
P = str2num(Pstr);
%[NumPo NumCoords] = size(Coord);
Coordmax = max(Coord);
Coordmin = min(Coord);
Xmax = Coordmax(1);
Ymax = Coordmax(2);
Zmax = Coordmax(3);

```

```

Xmin = Coordmin(1);
Ymin = Coordmin(2);
Zmin = Coordmin(3);

%izracunavanje maksimalnog ugla rotacije vektora normale na referentnu ravan
%oko X ose - izracunat ugao je u radijanima
if(Ymax - Ymin) < (Xmax - Xmin) %Ugao do koga se rotira vektor normale oko X ose (u
stepenima)
MaxUgaoRotacijeX = 2 * atan((Zmax - Zmin) / (Xmax - Xmin)); %!!!PRETPOSTAVKA JE DA
RAVAN SA NAJMANJOM RAVNOSCU NECE BITI NAGNUTA U ODNOSU NA X OSU ZA
VISE OD MaxUgaoRotacijeX
else
MaxUgaoRotacijeX = 2 * atan((Zmax - Zmin) / (Ymax - Ymin)); %Mozda ce morati da se
razmatra u nekoj od kasnijih faza!
end

% izracunavanje maksimalnog ugla rotacije oko z ose (vektor pravi samo polukrug oko z ose jer se
oko x ose rotira od + MaxUgaoRotacijeX do - MaxUgaoRotacijeX)
StepR = 2 * MaxUgaoRotacijeX / R; %korak za rotaciju oko x ose u radijanima
StepP = 180 / P; %korak za rotaciju oko z ose u stepenima. Ugao od 180 stepeni se
deli sa P koraka jer se vektor oko z ose rotira od
%- MaxUgaoRotacijeZ do + MaxUgaoRotacijeZ, pa bi se vrednosti duplirale
% inicijalna vrednost brojaca iteracija
Count = 0;
% inicijalna vrednost ravnosti (prva je sigurno manja od ove - 1000 mm)
RavnostMin = 1000;
% postavljanje tacke na sredinu paralelopipeda
X = Xmin + (Xmax - Xmin) / 2.; %x koordinata tacke - na sredini paralelopipeda
Y = Ymin + (Ymax - Ymin) / 2.; %y koordinata tacke - na sredini paralelopipeda
Z = Zmin + (Zmax - Zmin) / 2.; %postavljamo ravan sa tackama na sredinu
VNmax = [0;0;1]; %pocetna vrednost vektora normale
Dmax = -Z;
Data = [0 0;0 0;1 0;-Z 0;1000 0];
% rotacija oko x
for l = 1:R
%izbaci brojeve iteracije i procena završenosti
%procenat_završenosti = (Count / (R * P)) * 100;
% pre nove rotacije po x postavi sve ponovo na pocetnu poziciju

```

```

a = 0; B = 0; C = 1; D = -Z;
% rotiraj vektor normale oko x ose, UgaoRotacijeX vec je u radijanima
UgaoRotacijeX = -0.5 * MaxUgaoRotacijeX + (1 - 1) * StepR; %Racunanje novog ugla rotacije
% oko x ose - "-0.5+" je ostavljeno da se ilustruje da se polazi
%od -atn ()
Anew = a; % formule na osnovu matrice rotacije oko x ose
Bnew = B * cos(UgaoRotacijeX) - C * sin(UgaoRotacijeX); % formule na osnovu matrice
% rotacije oko x ose
Cnew = B * sin(UgaoRotacijeX) + C * cos(UgaoRotacijeX); % formule na osnovu matrice
% rotacije oko x ose
a = Anew; B = Bnew; C = Cnew; % prebaci nove koordinate u tekuce
AXrot = a; BXrot = B; CXrot = C; % zapamti vektor normale rotiran po x da bi se
% na pocetku sledece petlje mogla resetovati vrednost nakon rotacije
% rotacija oko z ose
for m = 1 : P
%resetuj vrednost vektora pre rotacije po z
a = AXrot; B = BXrot; C = CXrot;
% brojac (posto se tek ovde, u unutrašnjoj petlji, generise nova ravan, broji se ovde)
Count = Count + 1;
% rotiraj vektor normale oko z ose
UgaoRotacijeZ = 0 + (m - 1) * StepP; % Racunanje novog ugla rotacije oko z ose - "0+" je
% ostavljeno da se ilustruje da se polazi od horizontalne ravni
UgaoRotacijeZ = UgaoRotacijeZ * (pi / 180); % Preracunavanje u radijane za pretsdojece sinuse
% i cosinuse
% rotiraj vektor normale oko z ose
Anew = a * cos(UgaoRotacijeZ) - B * sin(UgaoRotacijeZ); % formule na osnovu matrice rotacije
% oko z ose
Bnew = a * sin(UgaoRotacijeZ) + B * cos(UgaoRotacijeZ); % formule na osnovu matrice rotacije
% oko z ose
Cnew = C; % formule na osnovu matrice rotacije oko z ose
a = Anew; B = Bnew; C = Cnew; % prebaci nove koordinate u tekuce
% proracun parametra D na osnovu vektora normale i tekuce tacke (provlačenje ravni kroz tacku sa
% poznatim vektorom normale)
D = -a * X - B * Y - C * Z;
pom = sqrt(a*a+B*B+C*C);
Fcoll = ( a * Coord(:,1) + B * Coord(:,2) + C * Coord(:,3) + D)./pom;

```

```

Rveliko = max(Fcoll);
Rmalo = min(Fcoll);
if Rveliko > 0 && Rmalo >= 0
    Ravnost = Rveliko - Rmalo;
elseif Rveliko >= 0 && Rmalo < 0
    Ravnost = Rveliko + abs(Rmalo);
elseif Rveliko <= 0 && Rmalo < 0
    Ravnost = abs(Rmalo) - abs(Rveliko);
end

```

% ako je postignut novi optimum, prebaci na MZ worksheet paramtre A, B, C i D, ravnosti i
% redne brojeve tacaka u nizovima cija udaljenja od ravni cine ravnost i ostalo (koordinate tacke x,
Y i Z, kao i vrednosti brojaca na petljama)

```

% if Ravnost < RavnostMin
if Ravnost <= RavnostMin
    RavnostMin = Ravnost;
    RastojanjeMZ = Fcoll;
    VNmax = [a;B;C];
    Dmax = D;
    %Countmax = Count;
    Count = Count + 1;
end
end %end for P
end %end for R
%(Count / (R * P)) * 100;
%RastojanjeMZ
RavnostMZ = max(RastojanjeMZ) - min(RastojanjeMZ);
Data(1,1) = VNmax(1);
Data(2,1) = VNmax(2);
Data(3,1) = VNmax(3);
Data(4,1) = Dmax;
Data(5,1) = RavnostMZ;

```

% Izracunavanje ravni metodom najmanjih kvadrata

```
X = Coord( : , 1 );
```

```

Y = Coord( : , 2 );
Z = Coord( : , 3 );
K = [numPo sum(X) sum(Y); ...
sum(X) sum(X*X) sum(X*Y); ...
sum(Y) sum(X*Y) sum(Y*Y)];
b =[sum(Z); sum(X*Z); sum(Y*Z)];
beta1 = K \ b;
A = beta1(2);
B = beta1(3);
C = -1;
D = beta1(1);
pom = sqrt(A*A+B*B+C*C);
Rastojanje_LSM = ( A * Coord(:,1) + B * Coord(:,2) + C * Coord(:,3) + D)./pom;
Ravnost_LSM = abs( max(Rastojanje_LSM) - min(Rastojanje_LSM) );
Data(1,2) = A;
Data(2,2) = B;
Data(3,2) = C;
Data(4,2) = D;
Data(5,2) = Ravnost_LSM;
% završno vreme
T2 = clock;
proteklo_vreme = 23; %etime(T2,T1);
close(S.slika1)
S.slika2 = figure('name','Izlazni parametri', 'menubar','none',...
'position',[300 300 255 350],...
'resize','off');
ptext4 = strcat('Vreme izvršenja: ',num2str(proteklo_vreme));
S.text4 = uicontrol('Style','text','String',ptext4,...
'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 295 150 15]);
S.text4 = uicontrol('Style','text','String',...
'Prikazi koeficijente jednacine ravnih',...
'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 225 200 15]);
S.cb1 = uicontrol('Style','checkbox','String','MZ ravan',...
'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 200 150 15]);

```

```

S.cb2 = uicontrol('Style','checkbox','String','LS ravan',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 175 150 15]);
%S.cb3 = uicontrol('Style','checkbox','String','Graficki prikaz tacaka',...
    %     'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 150 150 15]);
S.button1 = uicontrol('Style','pushbutton','String','Prikazi koeficijente',...
    'Position',[50 78 155 36],'callback',{@button1_call,S,Data,Coord});
    function [] = button1_call(varargin)
        S = varargin{3};
        Da = varargin{4};
        Co = varargin{5};
        %close(S.slika2)
S1.slika3 = figure('name','Rezultati','menubar','none',...
    'position',[100 300 255 350],...
    'resize','off');
    if (get(S.cb1,'Value') == get(S.cb1,'Max'))
S1.text5 = uicontrol('Style','text','String','Koeficijenti MZ ravni su:',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 315 150 15]);
        ptext51 = strcat('A = ',num2str(Da(1,1)));
        S1.text51 = uicontrol('Style','text','String',ptext51,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 300 150 15]);
        ptext52 = strcat('B = ',num2str(Da(2,1)));
        S1.text52 = uicontrol('Style','text','String',ptext52,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 285 150 15]);
        ptext53 = strcat('C = ',num2str(Da(3,1)));
        S1.text53 = uicontrol('Style','text','String',ptext53,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 270 150 15]);
        ptext54 = strcat('D = ',num2str(Da(4,1)));
        S1.text54 = uicontrol('Style','text','String',ptext54,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 255 150 15]);
        %ptext55 = strcat('Ravnost MZ = ',num2str(Da(5,1)));
        %S1.text55 = uicontrol('Style','text','String',ptext55,...
    %     'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 200 150 15]);
        end
    if (get(S.cb2,'Value') == get(S.cb2,'Max'))

```

```

S1.text6 = uicontrol('Style','text','String','Koeficijenti LS ravni su:',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 225 150 15]);
    ptext61 = strcat('A = ',num2str(Da(1,2)));
    S1.text61 = uicontrol('Style','text','String',ptext61,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 210 150 15]);
    ptext62 = strcat('B = ',num2str(Da(2,2)));
    S1.text62 = uicontrol('Style','text','String',ptext62,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 195 150 15]);
    ptext63 = strcat('C = ',num2str(Da(3,2)));
    S1.text63 = uicontrol('Style','text','String',ptext63,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 180 150 15]);
    ptext64 = strcat('D = ',num2str(Da(4,2)));
    S1.text64 = uicontrol('Style','text','String',ptext64,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 165 150 15]);
    %ptext65 = strcat('Ravnost LSM= ',num2str(Da(5,2)));
    %S1.text65 = uicontrol('Style','text','String',ptext65,...
%    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 100 150 15]);
        end
        close(S.slika2)
        %if (get(S.cb3,'Value') == get(S.cb3,'Max'))
        %S2.slika4 = figure('name','Graficki prikaz', ...
            % 'position',[400 300 350 350],...
            % 'resize','off');
            %end
            S1.text7 = uicontrol('Style','text','String',...
                'Prikazi ravnost za',...
                'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 135 200 15]);
            S1.cb3 = uicontrol('Style','checkbox','String','MZ ravan',...
                'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[70 120 150 15]);
            S1.cb4 = uicontrol('Style','checkbox','String','LS ravan',...
                'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[70 105 150 15]);
            S1.button2 = uicontrol('Style','pushbutton','String','Prikazi Ravnost',...
                'Position',[50 50 155 36],'callback',{@button2_call,S1,Da,Co});

```



```

function [] = button2_call(varargin)
    S1 = varargin{3};
    Data = varargin{4};
    Coord = varargin{5};
S2.slika4 = figure('name','Izlazni parametri', 'menubar','none',...
    'position',[300 300 255 350],...
    'resize','off');
    if (get(S1.cb3,'Value') == get(S1.cb3,'Max'))
S2.text8 = uicontrol('Style','text','String','Ravnost MZ je:',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 315 150 15]);
        ptext81 = num2str(Data(5,1));
        S2.text81 = uicontrol('Style','text','String',ptext81,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 300 150 15]);
        end
    if (get(S1.cb4,'Value') == get(S1.cb4,'Max'))
S2.text9 = uicontrol('Style','text','String','Ravnost LMS je:',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 275 150 15]);
        ptext91 = num2str(Data(5,2));
        S2.text91 = uicontrol('Style','text','String',ptext91,...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 260 150 15]);
        end
        close(S1.slika3)
        S2.text10 = uicontrol('Style','text','String',...
    'Prikazi graficki',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[18 225 200 15]);
        %S2.cb5 = uicontrol('Style','checkbox','String','Tacke',...
%     'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[70 210 150 15]);
        S2.cb6 = uicontrol('Style','checkbox','String','MZ ravan',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[70 195 150 15]);
        S2.cb7 = uicontrol('Style','checkbox','String','LS ravan',...
    'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8],'Position',[70 180 150 15]);
S2.button3 = uicontrol('Style','pushbutton','String','Prikazi graficki',...
    'Position',[50 50 155 36],'callback',{@button3_call,S2,Data,Coord});
    function [] = button3_call(varargin)

```

```

        S2 = varargin{3};
        Data = varargin{4};
        Coord = varargin{5};
        S3.slika5 = figure('name','Graficki prikaz');
        %if (get(S1.cb3,'Value') == get(S1.cb3,'Max'))
            X = Coord( : , 1 );
            Y = Coord( : , 2 );
            Z = Coord( : , 3 );
            Xosa = linspace(min(X),max(X),10);
            Yosa = linspace(min(Y),max(Y),10);
            Z_MZ = zeros(10,10);
            Z_LS = zeros(10,10);
            for i = 1:10
                for j = 1:10
                    Z_MZ(i,j) = (Data(1,1)*Xosa(i) + Data(2,1)*Yosa(j) + Data(4,1))/(-Data(3,1));
                    Z_LS(i,j) = Data(1,2)*Xosa(i) + Data(2,2)*Yosa(j) + Data(4,2);
                end
            end
        %if (get(S2.cb5,'Value') == get(S2.cb5,'Max'))
            %subplot(1,2,1)
            plot3(X,Y,Z,'o')
            hold on
            %plot3(X,Y,Z,'o')
            %end
            figure
            Vp = cross([Data(1,1) Data(2,1) Data(3,1) ], ...
                [Data(1,2) Data(2,2) Data(3,2)]);
            [az,el] = view(Vp); A = viewmtx(az,el);
            data_transformed = A*Coord';
            %subplot(1,2,2)
            plot(data_transformed(1,:), data_transformed(2,:), 'o')
            hold on
            plane_MZ = zeros(100,4);
            plane_LS = zeros(100,4);

```

```

        k=1;
        for i = 1:10
            for j = 1:10
plane_MZ(k,:) = [ Xosa(i) Yosa(j) Z_MZ(i,j) 1.];
plane_LS(k,:) = [ Xosa(i) Yosa(j) Z_LS(i,j) 1.];
                k=k+1;
            end
        end

        plane_MZ_proj = A*plane_MZ';
        plane_LS_proj = A*plane_LS';
        if (get(S2.cb6,'Value') == get(S2.cb6,'Max'))
plot(plane_MZ_proj(1,:),plane_MZ_proj(2:,:),'r')
            end
        if (get(S2.cb7,'Value') == get(S2.cb7,'Max'))
plot(plane_LS_proj(1,:),plane_LS_proj(2:,:),'b')
            end
    end

```

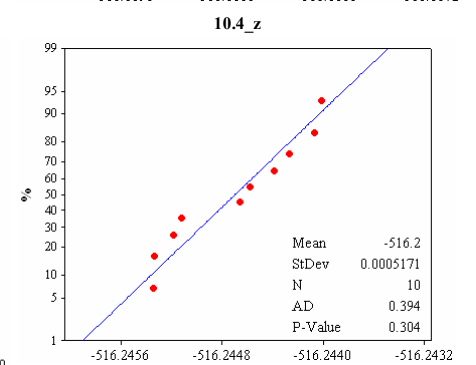
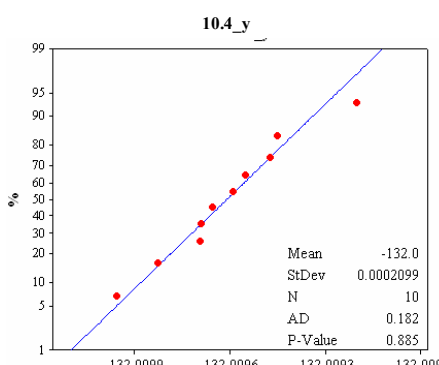
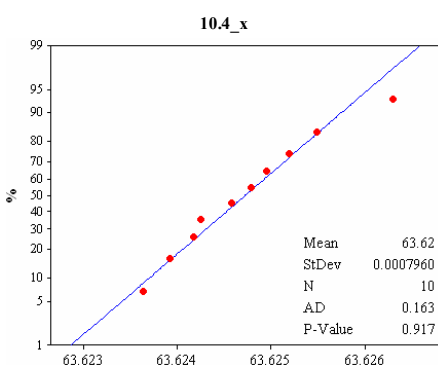
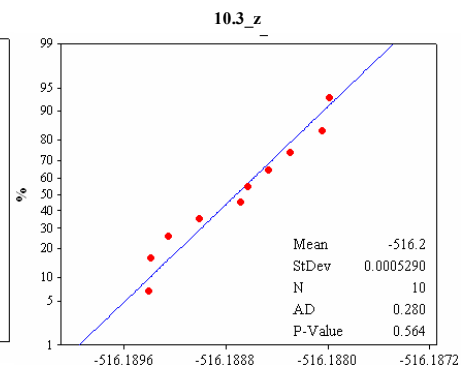
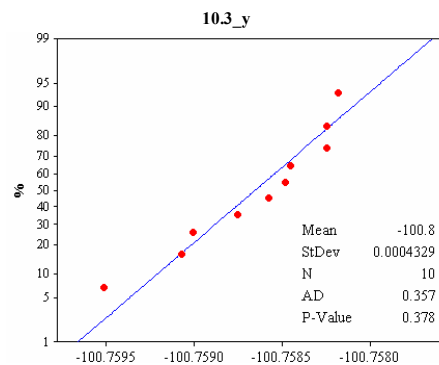
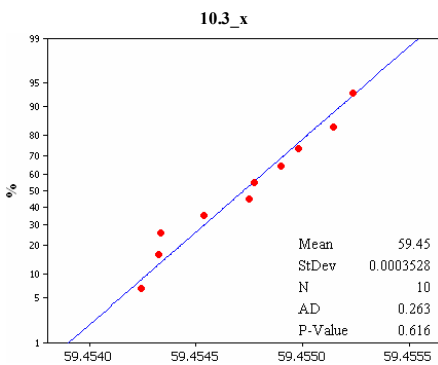
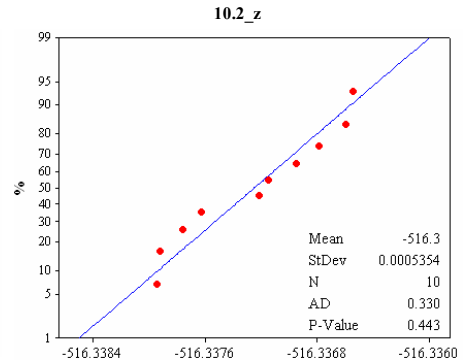
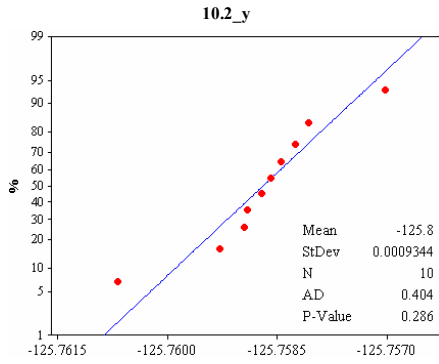
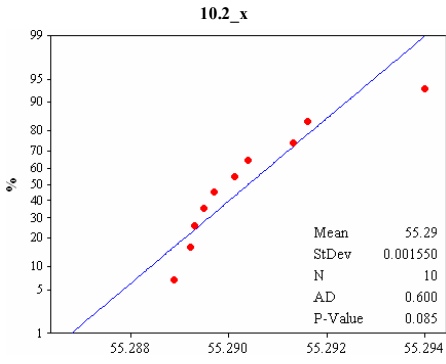
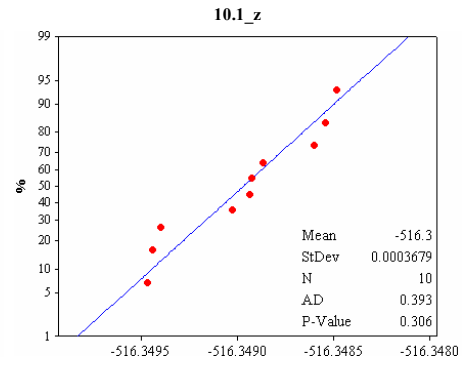
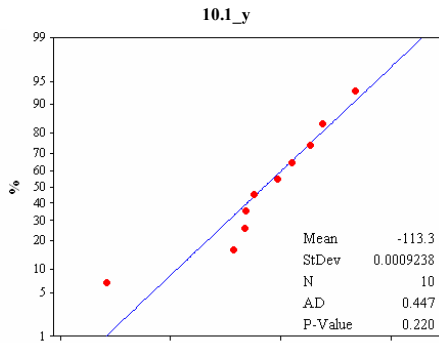
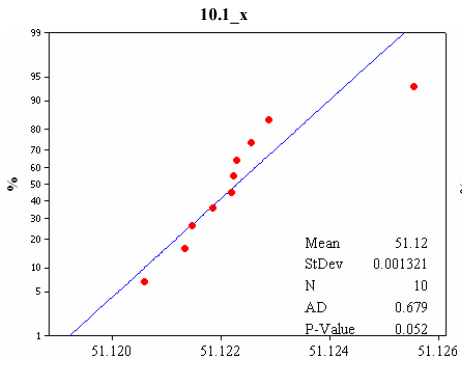
**-PRILOG D- KOORDINATE UZORKOVANIH TAČKA ZA
VERIFIKACIJU METODE „ROTACIJA KROZ JEDNU TAČKU“**

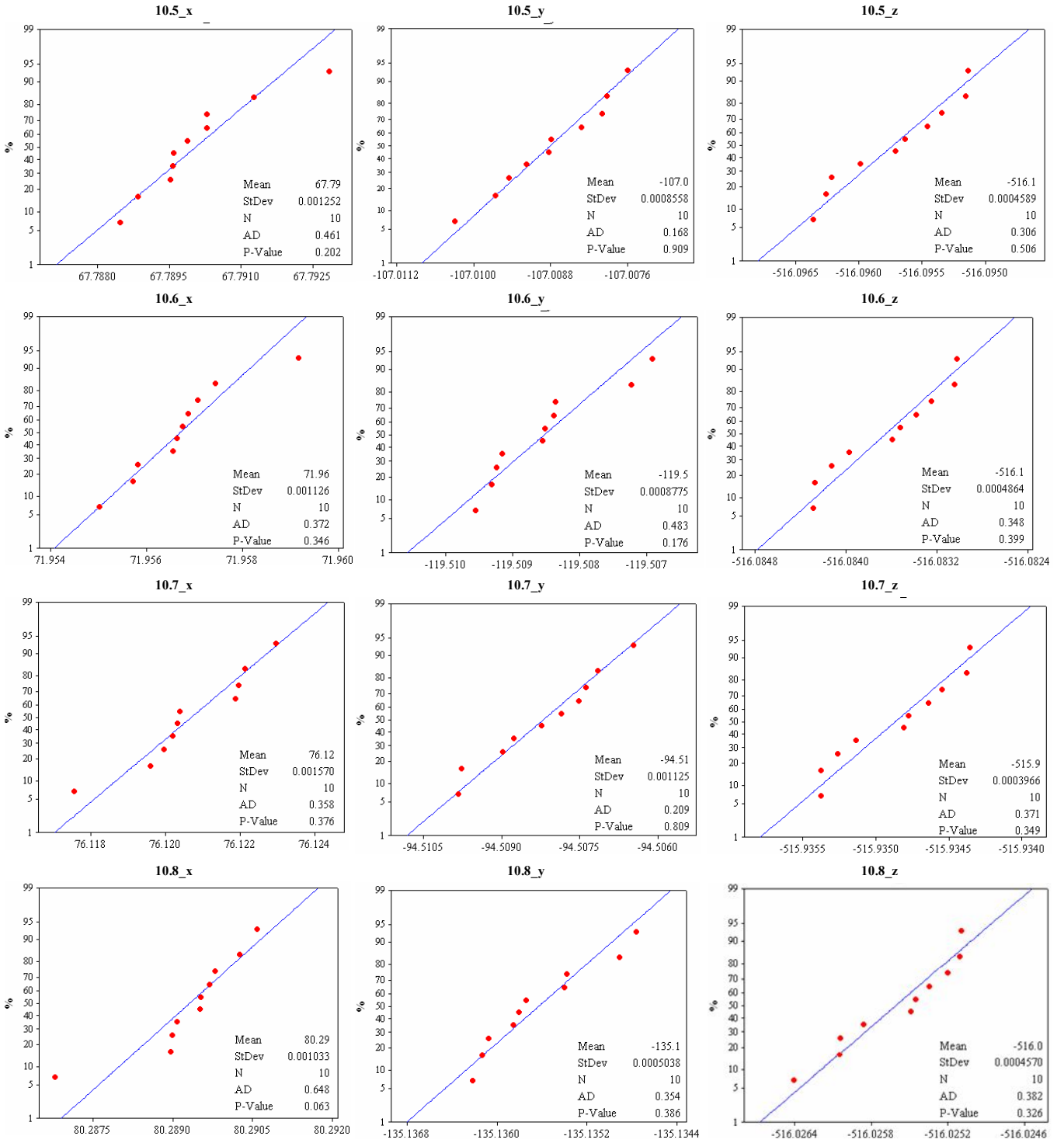
Br.	x	y	z	Br.	x	y	z
1.	-69.38646	22.0378891	1.548523162	101.	-56.91619	12.5069814	1.571914788
2.	-67.01227	11.9950874	1.552034959	102.	-58.82789	9.89914281	1.567126633
3.	-73.02981	10.6078281	1.554153988	103.	-67.23673	7.00996173	1.553160764
4.	-74.594667	16.4472747	1.547330329	104.	-71.064147	5.81116445	1.539245573
5.	-67.538571	9.61986028	1.548262712	105.	-75.979865	6.70416908	1.536491203
6.	-60.439035	14.283169	1.56084706	106.	-76.129492	10.334206	1.5479777
7.	-48.377518	15.9494783	1.580552753	107.	-72.408469	12.1314987	1.556304173
8.	-54.736957	10.3913892	1.568971164	108.	-68.660108	15.7063524	1.565178539
9.	-61.959943	24.943802	1.567478915	109.	-64.578383	16.695373	1.565221626
10.	-53.887574	17.6745254	1.572924808	110.	-60.045809	17.3995814	1.564024876
11.	-44.624717	15.5634558	1.56911617	111.	-57.31105	15.2269297	1.570511709
12.	-14.455209	10.4911107	1.466776116	112.	-57.148498	18.5107278	1.562674472
13.	-7.2357627	7.20369748	1.493018297	113.	-60.075509	24.7765785	1.576751922
14.	-5.5559063	3.72549286	1.487433374	114.	-71.91142	23.4374664	1.531869997
15.	-6.7426322	11.2294235	1.479439084	115.	-74.711101	20.2782453	1.533313465
16.	-6.2501104	18.5562743	1.466930636	116.	-76.653964	18.4602365	1.530965398
17.	-4.7636328	28.0323643	1.482166745	117.	-75.417964	24.790173	1.517130123
18.	-10.804158	26.4155165	1.500001541	118.	-76.897117	29.5975424	1.493823705
19.	-12.28654	20.2453002	1.460997497	119.	-71.679849	29.4773563	1.528844768
20.	-22.629424	22.5918352	1.533885305	120.	-69.362741	24.2350238	1.538282718
21.	-24.4651	15.755546	1.474739877	121.	-66.464023	25.3465374	1.551429992
22.	-37.722374	8.21582049	1.49125315	122.	-55.416916	28.108936	1.581199842
23.	-37.759298	12.7183893	1.527380459	123.	-46.305746	26.4886661	1.583972484
24.	-40.37623	19.8116054	1.57759097	124.	-44.111889	20.0593773	1.587598496
25.	-47.156457	24.6677129	1.572127707	125.	-38.113838	15.6223824	1.543513862
26.	-51.864307	25.5124688	1.584856126	126.	-34.166667	13.9824402	1.518874259
27.	-55.950292	23.8301668	1.583299501	127.	-30.990846	8.62688211	1.459449507
28.	-60.747165	20.4664611	1.576223632	128.	-37.804159	21.8616829	1.582484108
29.	-64.236481	21.4625155	1.57366686	129.	-37.11491	18.4709083	1.569421384
30.	-66.740929	18.0016851	1.569622386	130.	-28.096795	20.3420319	1.53843187
31.	-71.382919	18.6972132	1.555625191	131.	-19.659468	11.8357186	1.450827968
32.	-74.83501	27.7031623	1.506723856	132.	-17.821155	6.2170285	1.469422321
33.	-69.651537	27.2300954	1.53753143	133.	-21.06709	7.36017758	1.460723781
34.	-65.37935	28.1195187	1.547892375	134.	-24.999914	10.7750785	1.459625689
35.	-44.835931	25.97111	1.576492597	135.	-23.939244	13.4908164	1.467563298
36.	-37.522283	23.9400274	1.59333098	136.	-22.486119	13.4856978	1.464113404
37.	-34.402851	18.2712949	1.549980478	137.	-19.382661	9.38713896	1.458078263
38.	-28.678249	11.4154428	1.467037504	138.	-12.031694	6.99123027	1.475121386

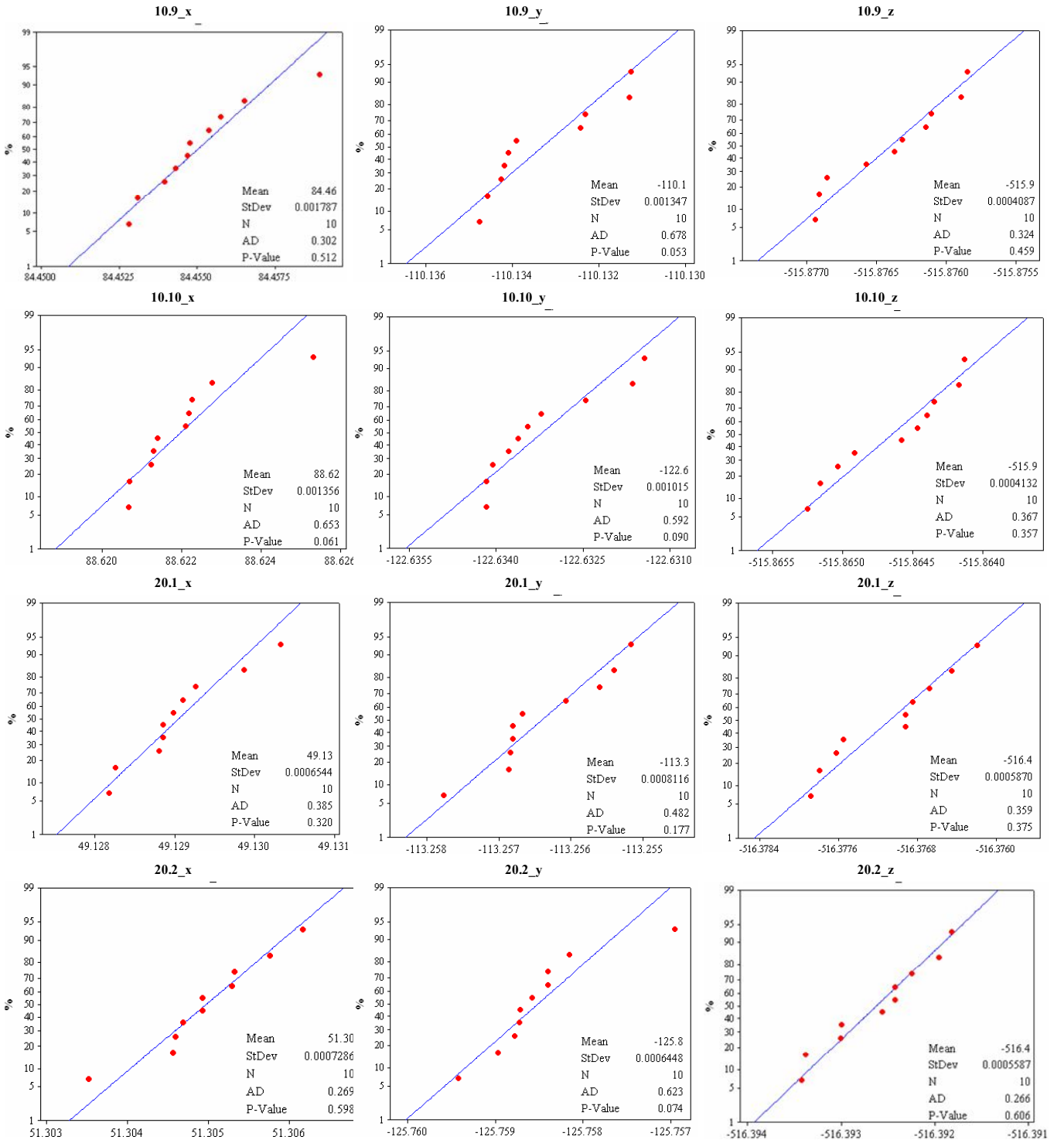
39.	-24.818734	8.83385788	1.457609196	139.	-12.772345	11.9667924	1.469385407
40.	-22.862885	8.76999242	1.45347823	140.	-9.3731959	19.2436863	1.453504697
41.	-16.11603	5.46102859	1.474072089	141.	-10.225395	23.3684674	1.469144962
42.	-43.024119	9.68438551	1.53038242	142.	-15.121213	24.5918036	1.512310182
43.	-47.533743	7.1350545	1.525331127	143.	-15.83683	22.1896964	1.48371669
44.	-54.643546	6.12209723	1.545591517	144.	-21.768636	23.9230812	1.537809058
45.	-61.579899	6.91466741	1.56080219	145.	-26.103813	23.1439875	1.545550822
46.	-59.334457	4.71445201	1.544406083	146.	-33.446407	20.4024183	1.566315684
47.	-61.545106	11.6231992	1.564199775	147.	-35.364657	24.3797155	1.588814072
48.	-65.908754	12.7813763	1.551732221	148.	-35.557033	9.83403646	1.489528043
49.	-53.136779	16.6484959	1.57441756	149.	-51.642848	14.8207688	1.581949011
50.	-51.021052	11.4362596	1.562212728	150.	-49.692495	19.5352666	1.581561629
51.	-53.153709	12.6435281	1.573276812	151.	-41.320163	24.3374953	1.586148679
52.	-51.673821	9.25533914	1.555015003	152.	-42.015888	22.2650943	1.586945413
53.	-43.482936	7.41230181	1.512466961	153.	-42.610227	27.625352	1.580183738
54.	-37.769952	6.1125065	1.475263339	154.	-48.492311	30.345485	1.590285493
55.	-32.111043	5.65854553	1.453775259	155.	-49.525955	26.8400694	1.589503436
56.	-27.523692	5.46057633	1.448839159	156.	-56.365179	30.2612414	1.568404165
57.	-32.350245	13.2055111	1.503110163	157.	-59.204718	20.9810417	1.577969515
58.	-29.495253	23.5919809	1.56843414	158.	-64.587219	9.78112808	1.558774597
59.	-35.128702	28.3999593	1.58722781	159.	-63.691901	5.19333562	1.556930633
60.	-42.874596	29.2096004	1.592805704	160.	-70.383625	7.55426528	1.546890875
61.	-44.005046	23.7066074	1.583374304	161.	-71.44765	11.4262172	1.552682956
62.	-46.373166	20.2994715	1.580714168	162.	-69.818387	15.0370052	1.564663747
63.	-49.703183	22.4025968	1.576017342	163.	-73.626492	14.1655911	1.559568196
64.	-53.766842	21.7738319	1.571035933	164.	-76.102913	13.5610534	1.547544405
65.	-58.754434	28.4103054	1.568821461	165.	-70.548461	12.3034566	1.556504678
66.	-61.747154	30.4833029	1.55214781	166.	-11.403566	10.3188523	1.476031758
67.	-52.207604	28.4987888	1.588134199	167.	-9.9109694	4.38629572	1.476783388
68.	-37.975041	27.9261052	1.585210397	168.	-20.582397	5.16164887	1.461226069
69.	-22.221441	19.8069387	1.495919129	169.	-22.565987	3.80953845	1.455345936
70.	-16.106556	15.3711024	1.454193495	170.	-25.939734	7.7888592	1.45808631
71.	-20.401992	16.3839369	1.470014273	171.	-24.871839	5.36837159	1.453471364
72.	-18.471656	21.5227535	1.486323884	172.	-30.296947	9.25155137	1.459351096
73.	-22.544866	29.7518774	1.586278041	173.	-35.779565	6.6824398	1.471308414
74.	-28.290214	29.3011536	1.591683177	174.	-41.803339	3.87778694	1.479973649
75.	-31.145944	28.4750843	1.588397398	175.	-46.582602	4.83026053	1.511841156
76.	-13.091275	26.9312109	1.51697766	176.	-49.76316	4.72186238	1.520459982
77.	-17.517127	25.6298679	1.530920029	177.	-51.648417	5.33749905	1.539562347
78.	-19.036952	28.3363339	1.569036999	178.	-50.094424	8.75436545	1.554922953
79.	-13.902725	30.5924457	1.570682748	179.	-49.147242	13.1876856	1.567064623

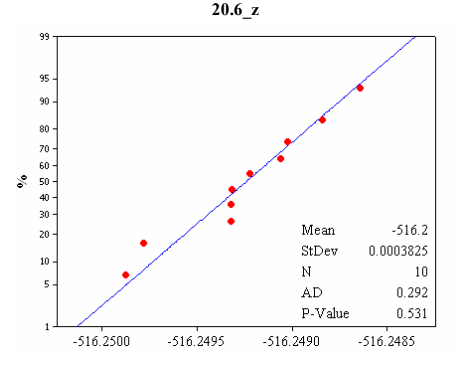
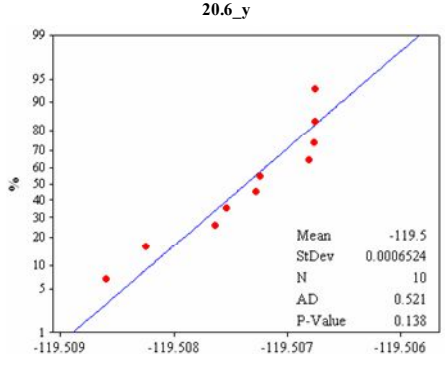
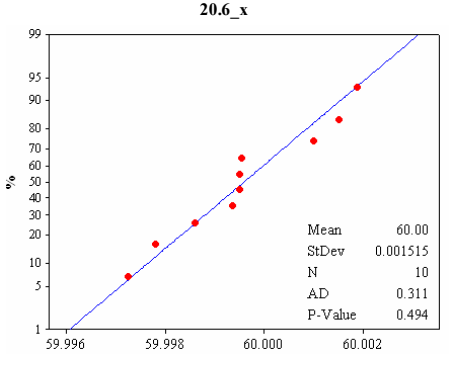
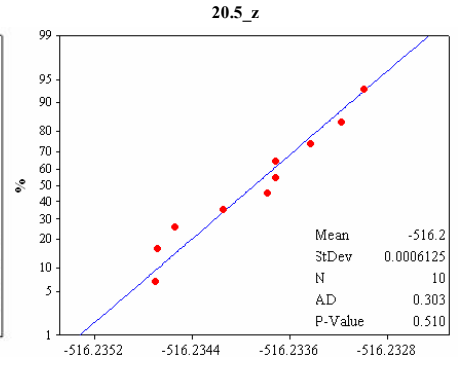
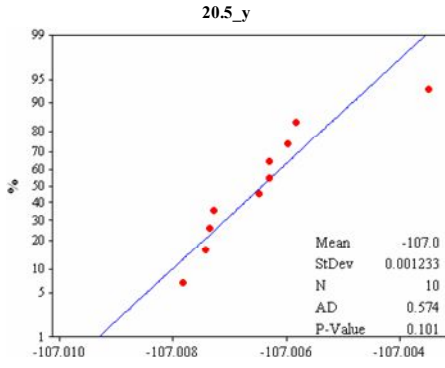
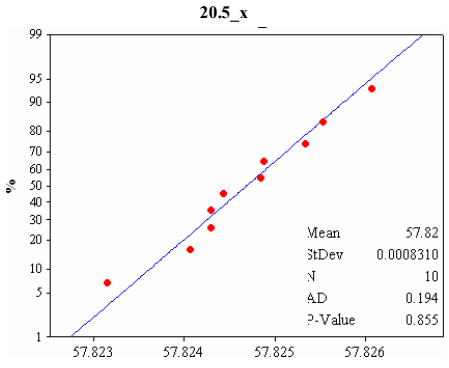
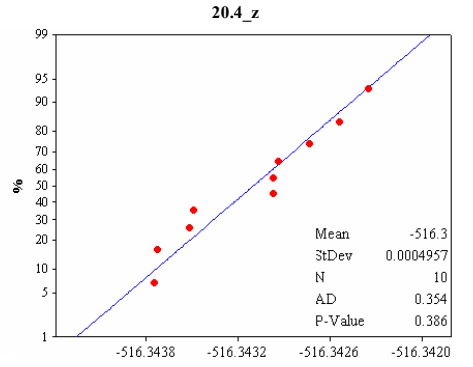
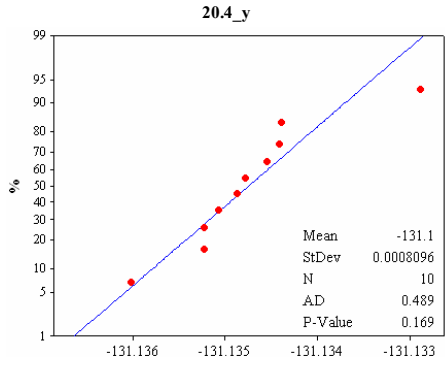
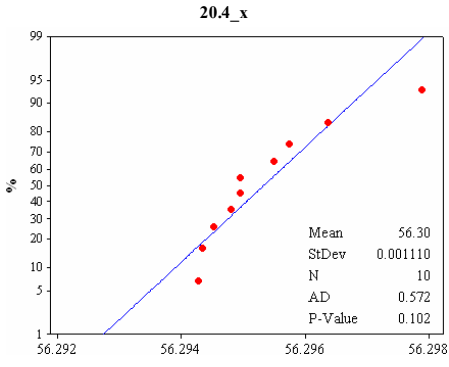
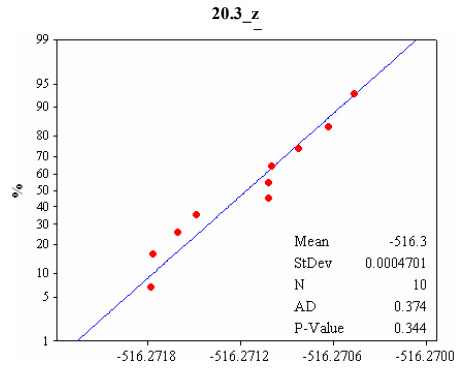
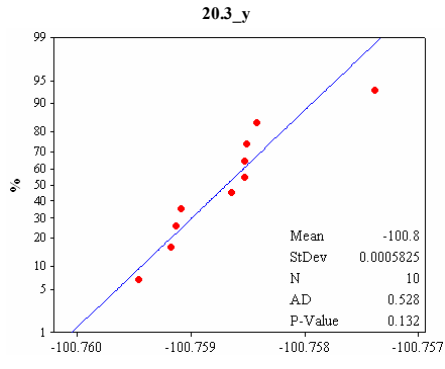
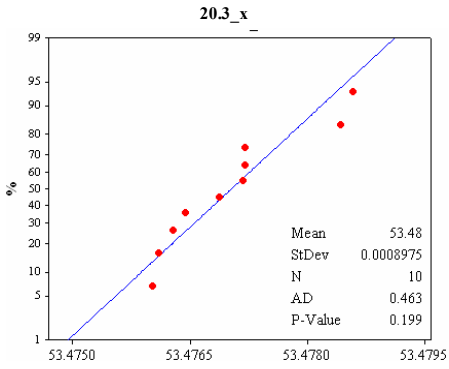
80.	-10.75469	30.0472102	1.540797483	180.	-35.607787	20.9012588	1.573010583
81.	-5.5657686	22.6853732	1.461100418	181.	-9.4388627	21.9452613	1.465726558
82.	-6.9711436	15.6399642	1.470756795	182.	-7.7932346	24.4373921	1.466535846
83.	-9.6902564	14.1242769	1.469501823	183.	-8.0768201	28.0067392	1.505964334
84.	-14.805882	13.6452178	1.459948709	184.	-8.6383377	30.0098296	1.527561305
85.	-13.174738	17.254574	1.452399911	185.	-4.9821774	26.475251	1.466847635
86.	-16.160279	19.6381666	1.467202319	186.	-5.7339091	13.9311685	1.478172043
87.	-25.834459	19.2462182	1.518347071	187.	-5.2125233	9.82492095	1.491415121
88.	-29.905553	17.1373273	1.523908885	188.	-4.2320414	6.87937384	1.480108657
89.	-33.441154	21.8523998	1.57012802	189.	-16.688833	7.67667496	1.469446328
90.	-29.863441	24.7098348	1.576550438	190.	-18.93149	13.1183061	1.453903684
91.	-23.392464	27.2283249	1.570196609	191.	-40.429904	6.24932106	1.495058679
92.	-25.322158	24.2932845	1.561712512	192.	-41.564546	11.3743183	1.529907728
93.	-28.216705	27.1975225	1.584390916	193.	-43.731263	17.0104843	1.571281869
94.	-28.359311	17.6558897	1.520414603	194.	-47.056531	17.9607685	1.585020219
95.	-28.672987	13.982456	1.481212346	195.	-64.527667	13.663912	1.555405332
96.	-40.49951	15.5379316	1.562723633	196.	-62.965372	18.5259966	1.573601804
97.	-40.406908	12.0433024	1.531014143	197.	-67.796601	21.065299	1.562808923
98.	-44.180721	13.2781047	1.562750224	198.	-70.06958	19.2650593	1.557201725
99.	-46.932819	11.106471	1.55896818	199.	-29.758663	5.47202274	1.452407486
100.	-51.387703	18.6291669	1.577319821	200.	-33.773464	9.81436893	1.478999404

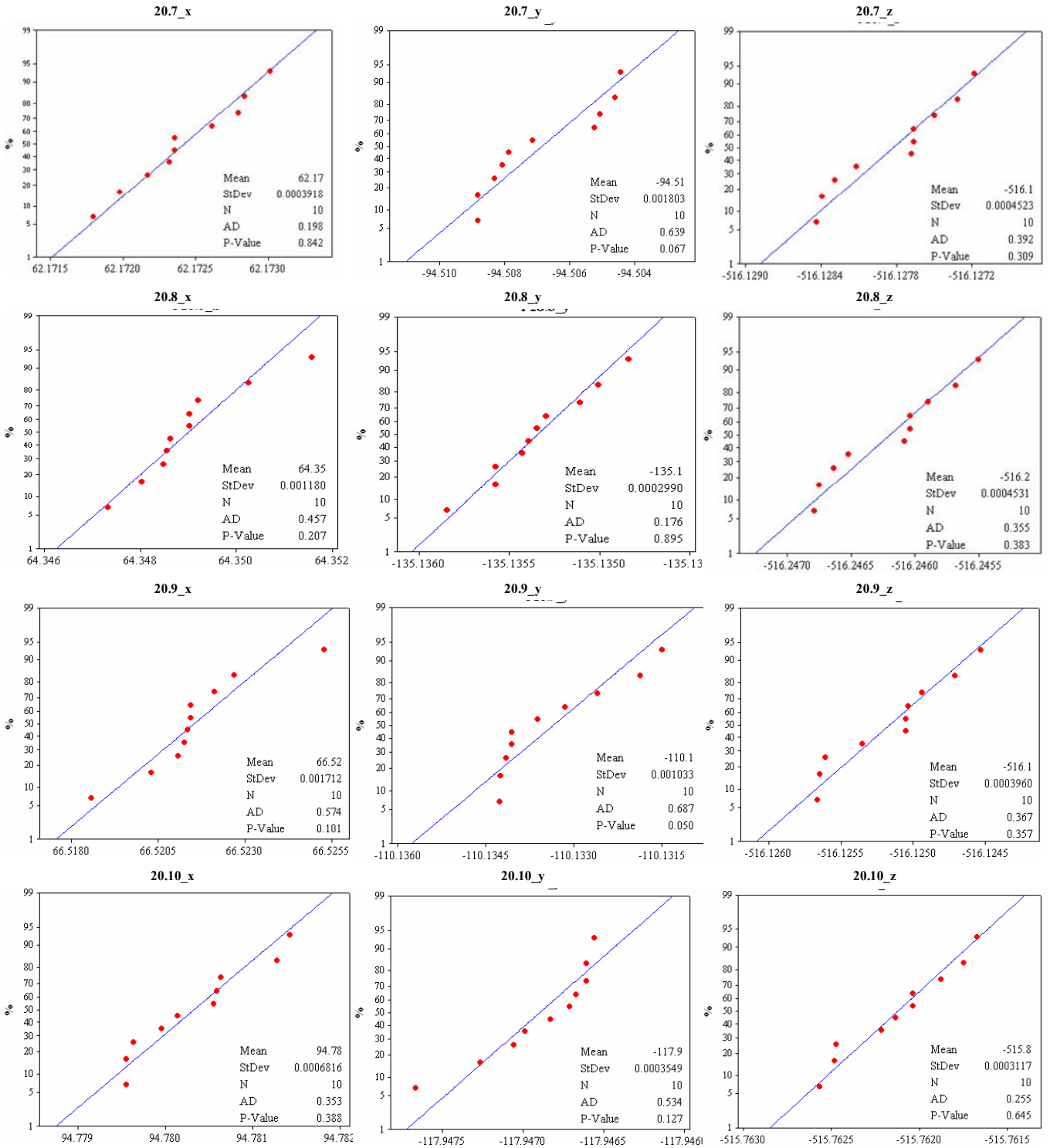
**-PRILOG E- TESTOVI NORMALNOSTI PONOVLJIVOSTI
UZORKOVANIH TAČKA**

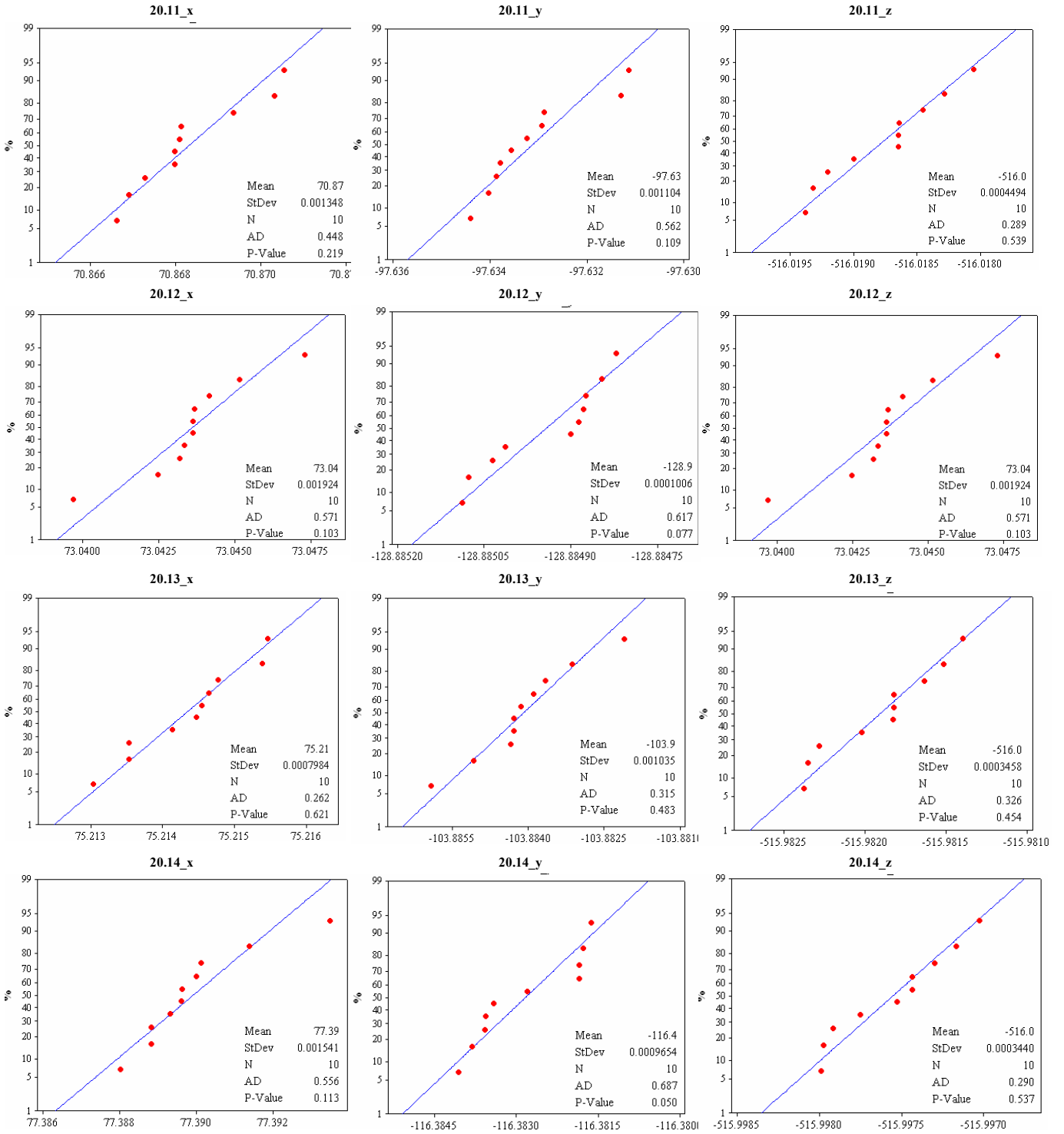


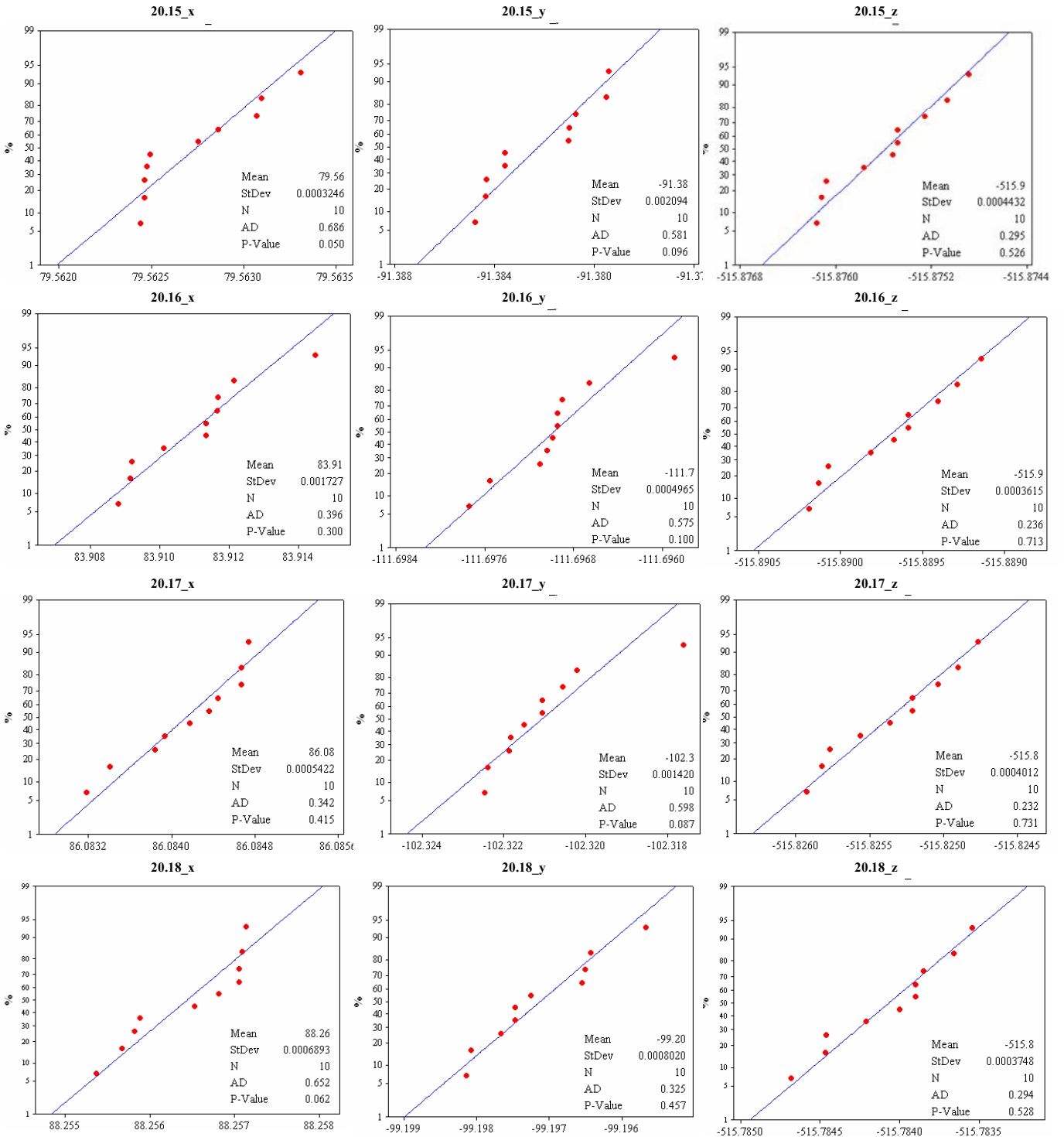


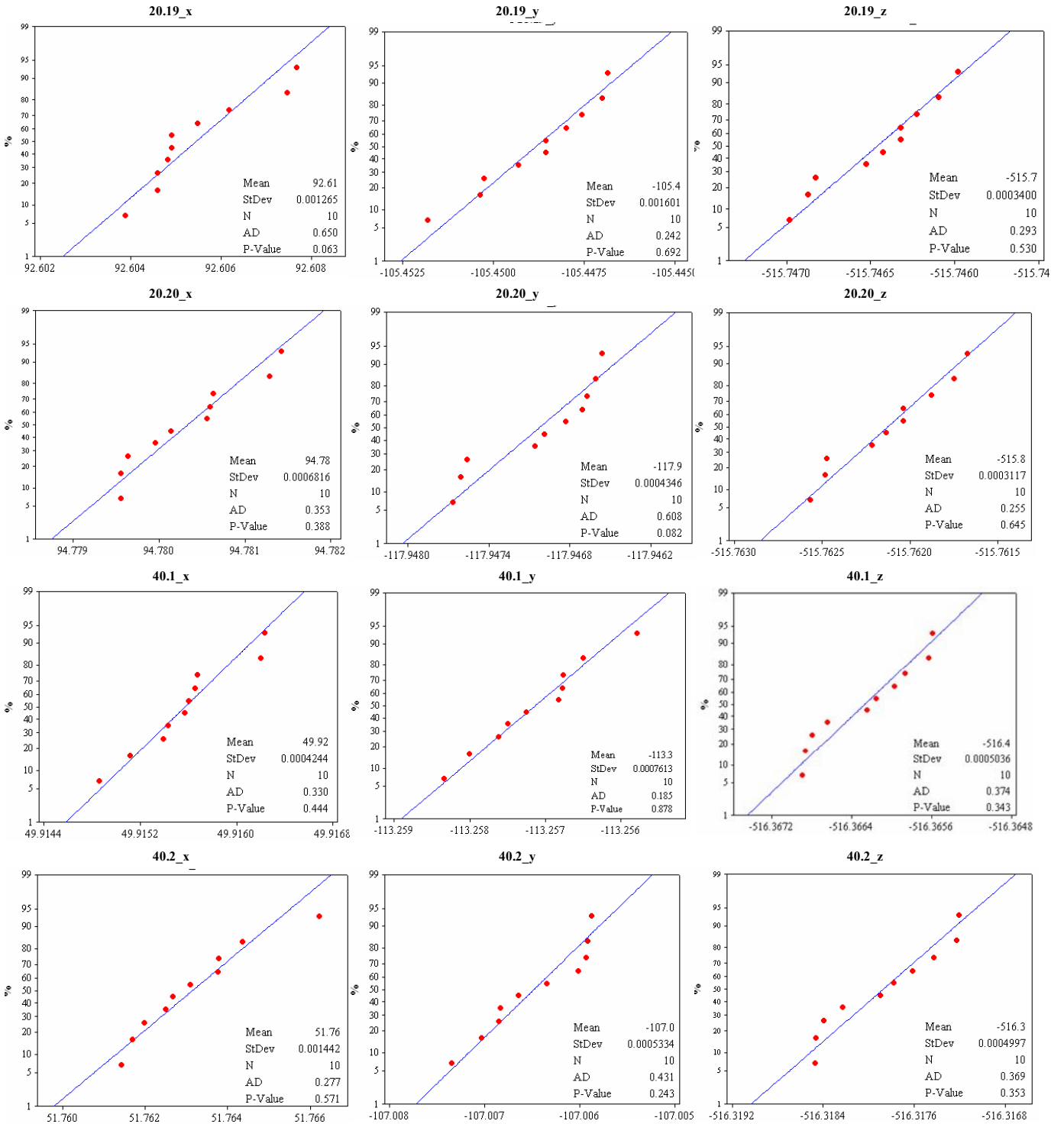


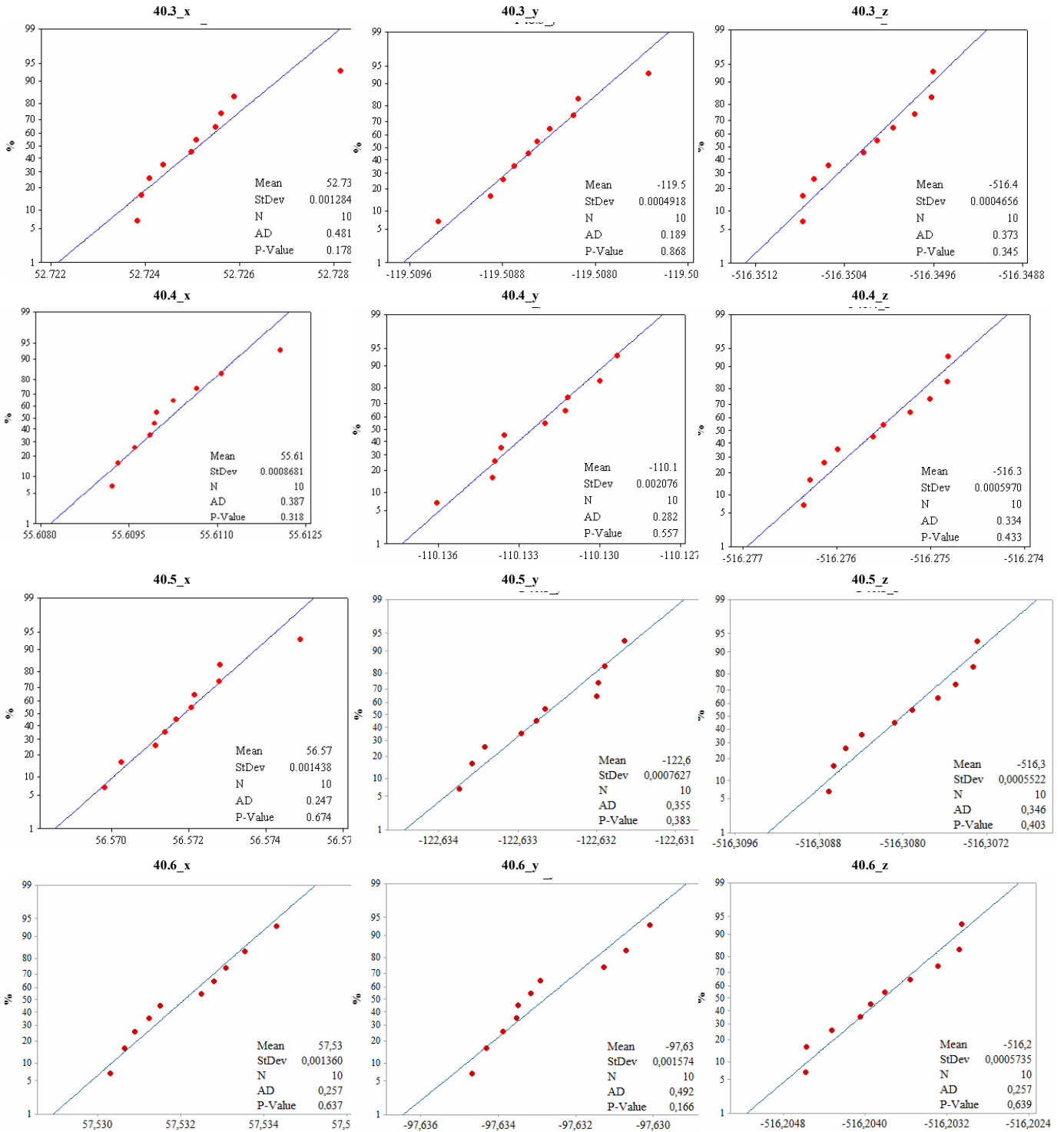


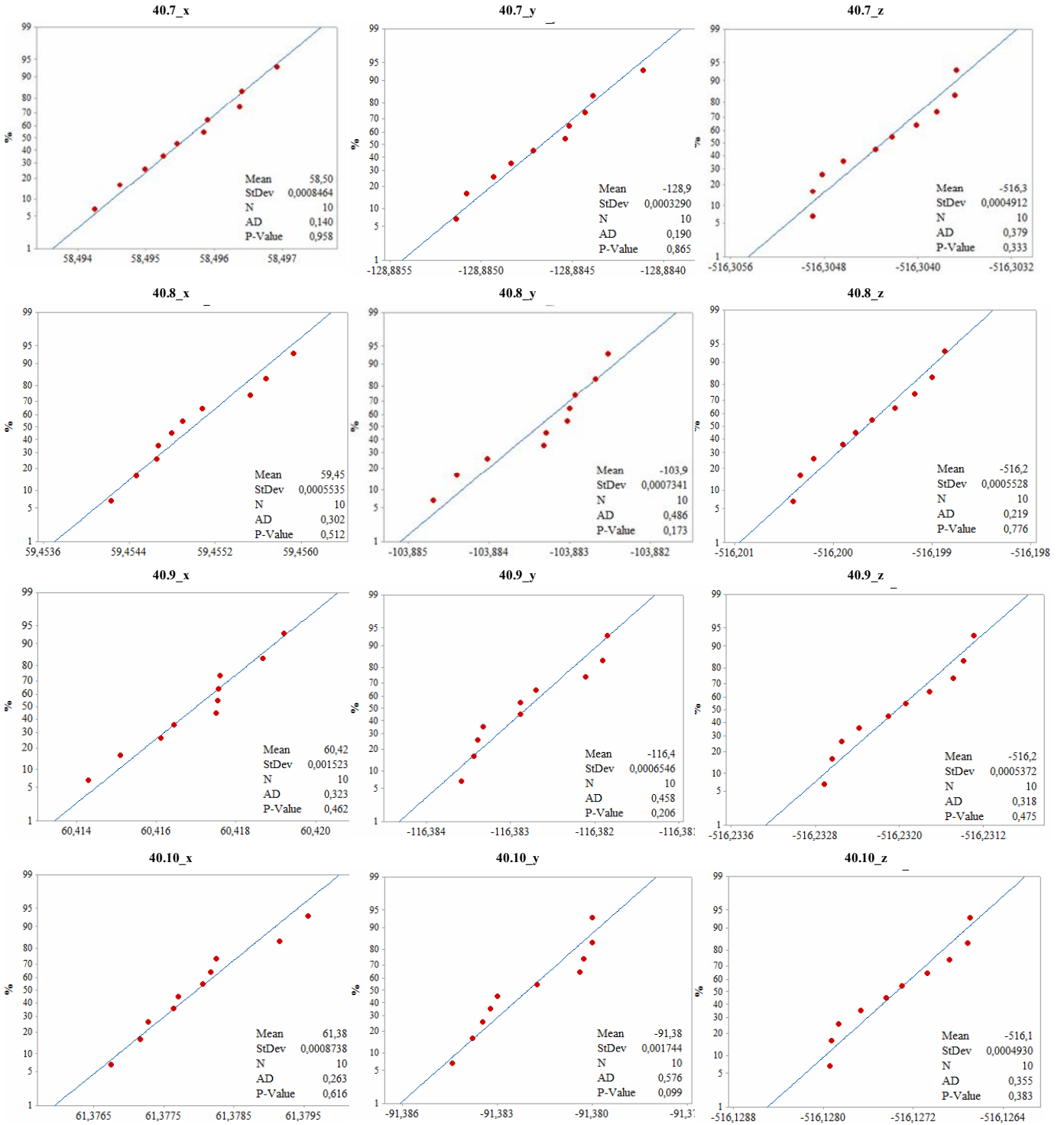


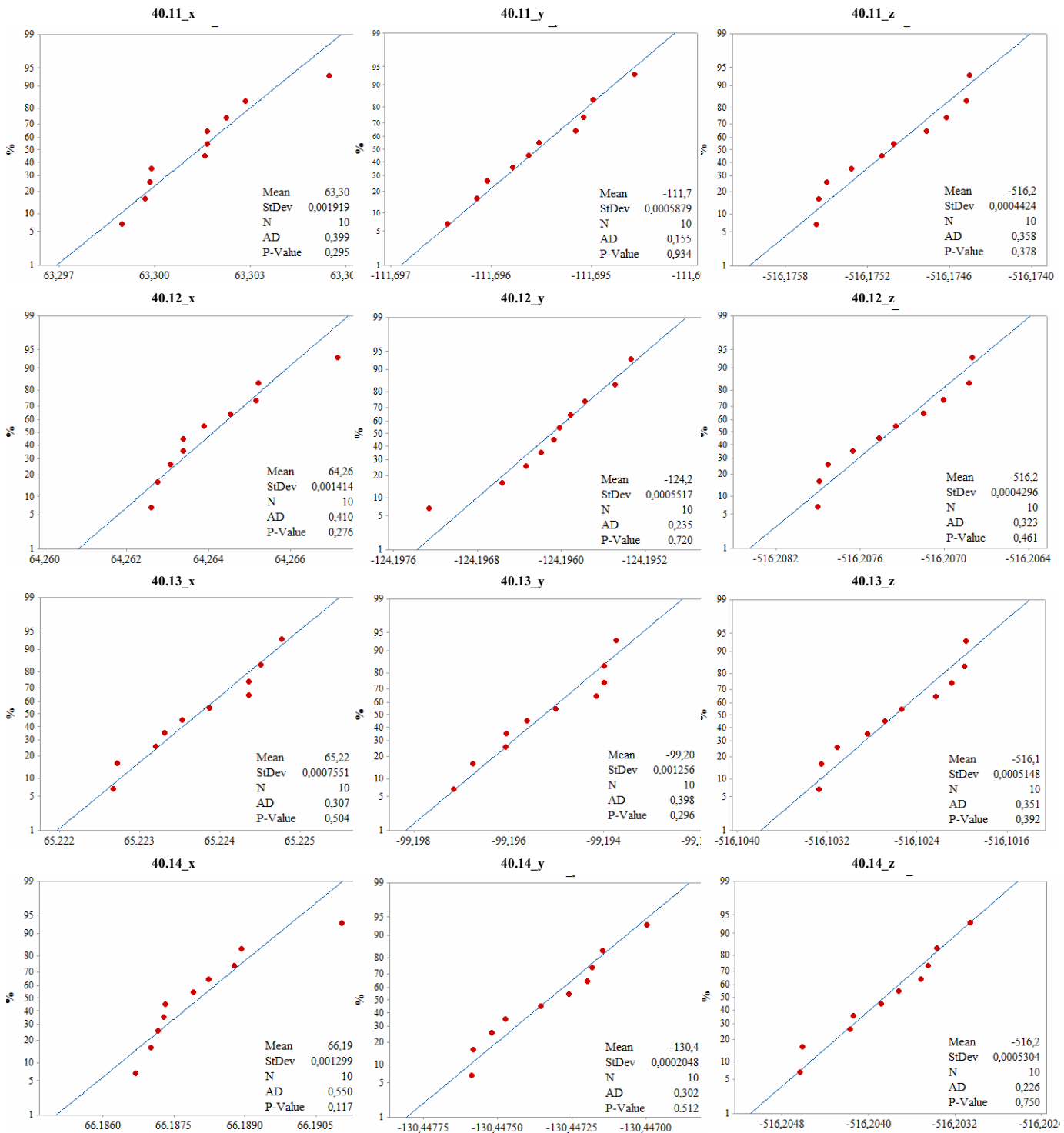


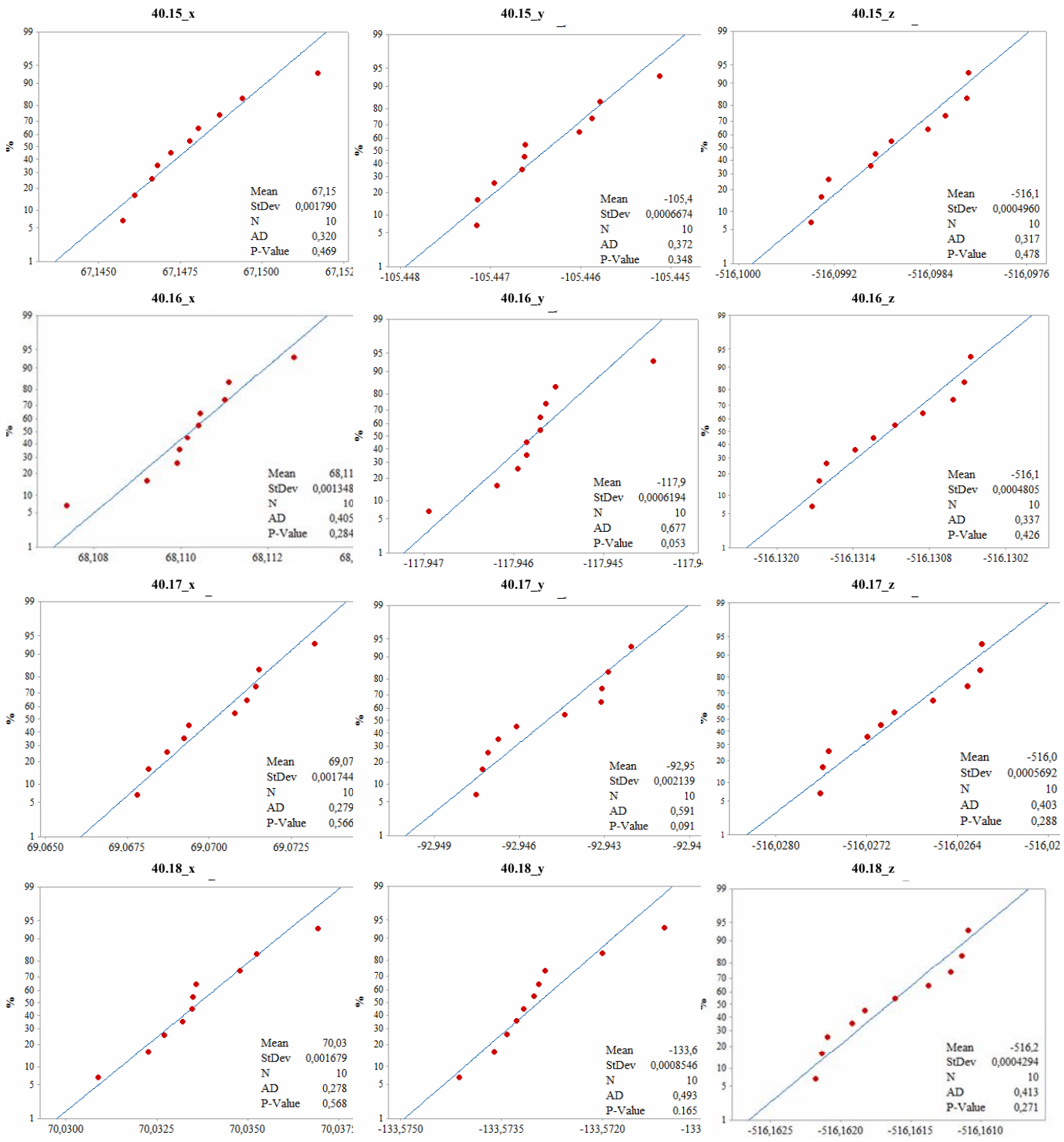


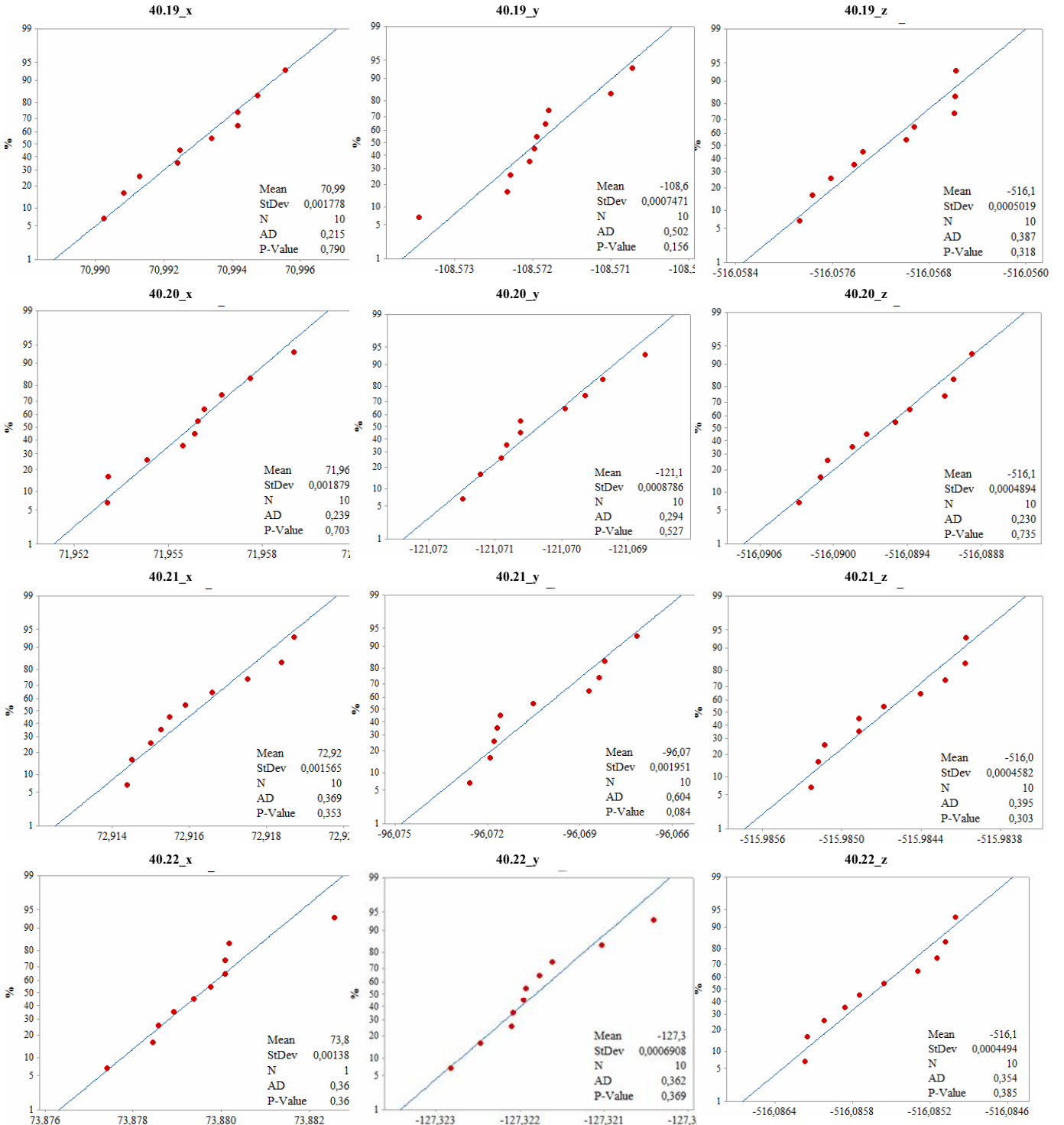


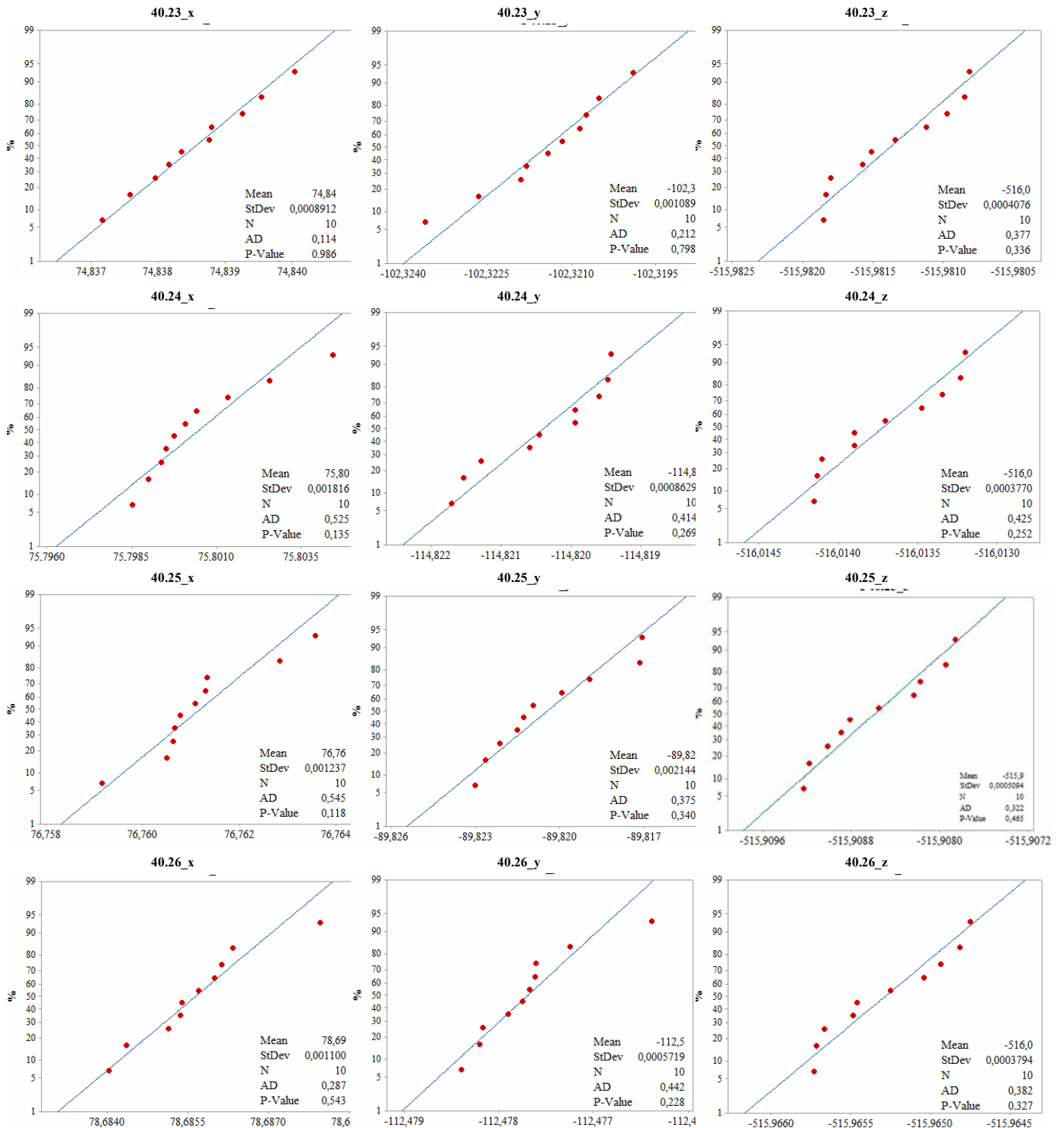


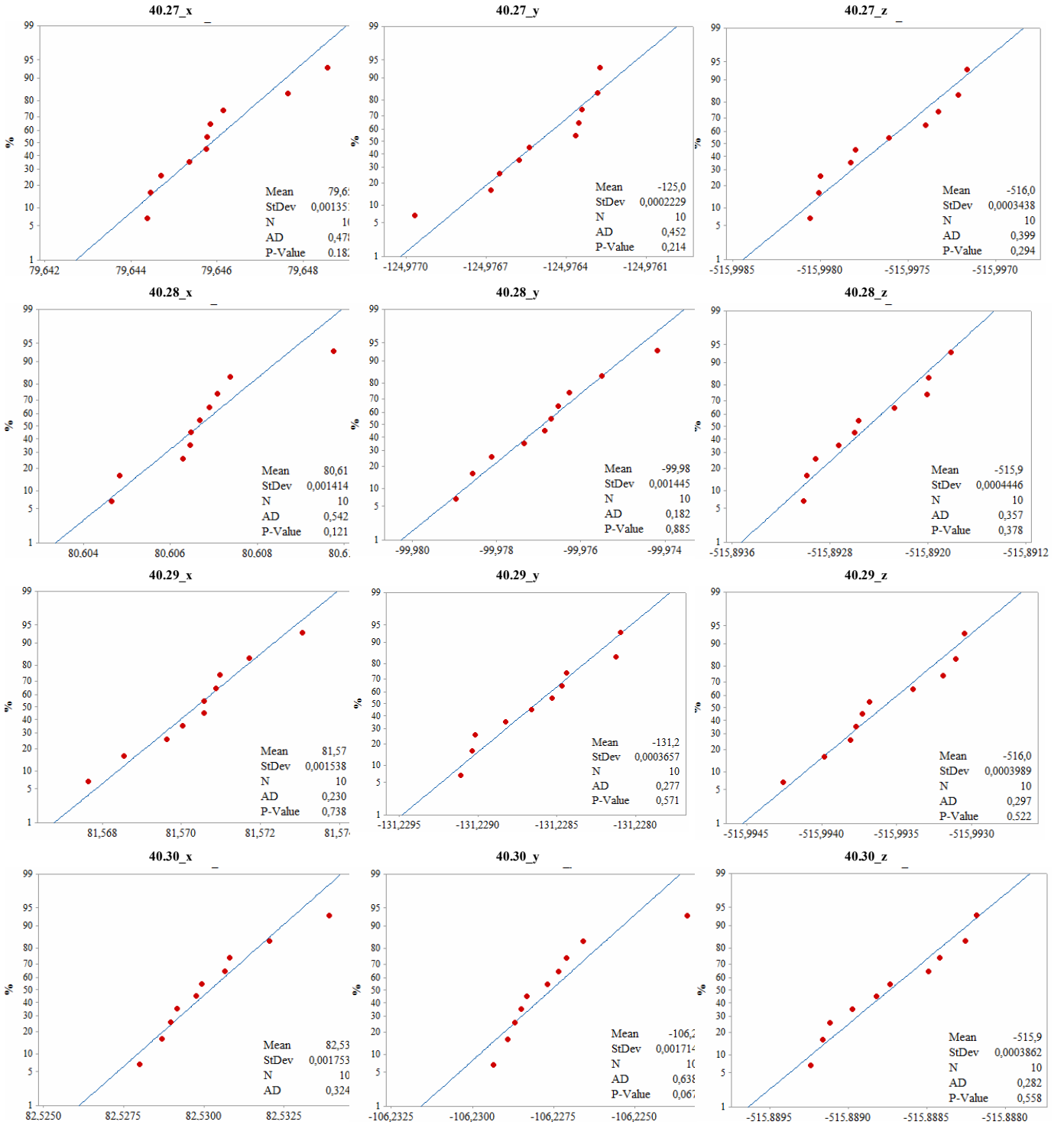


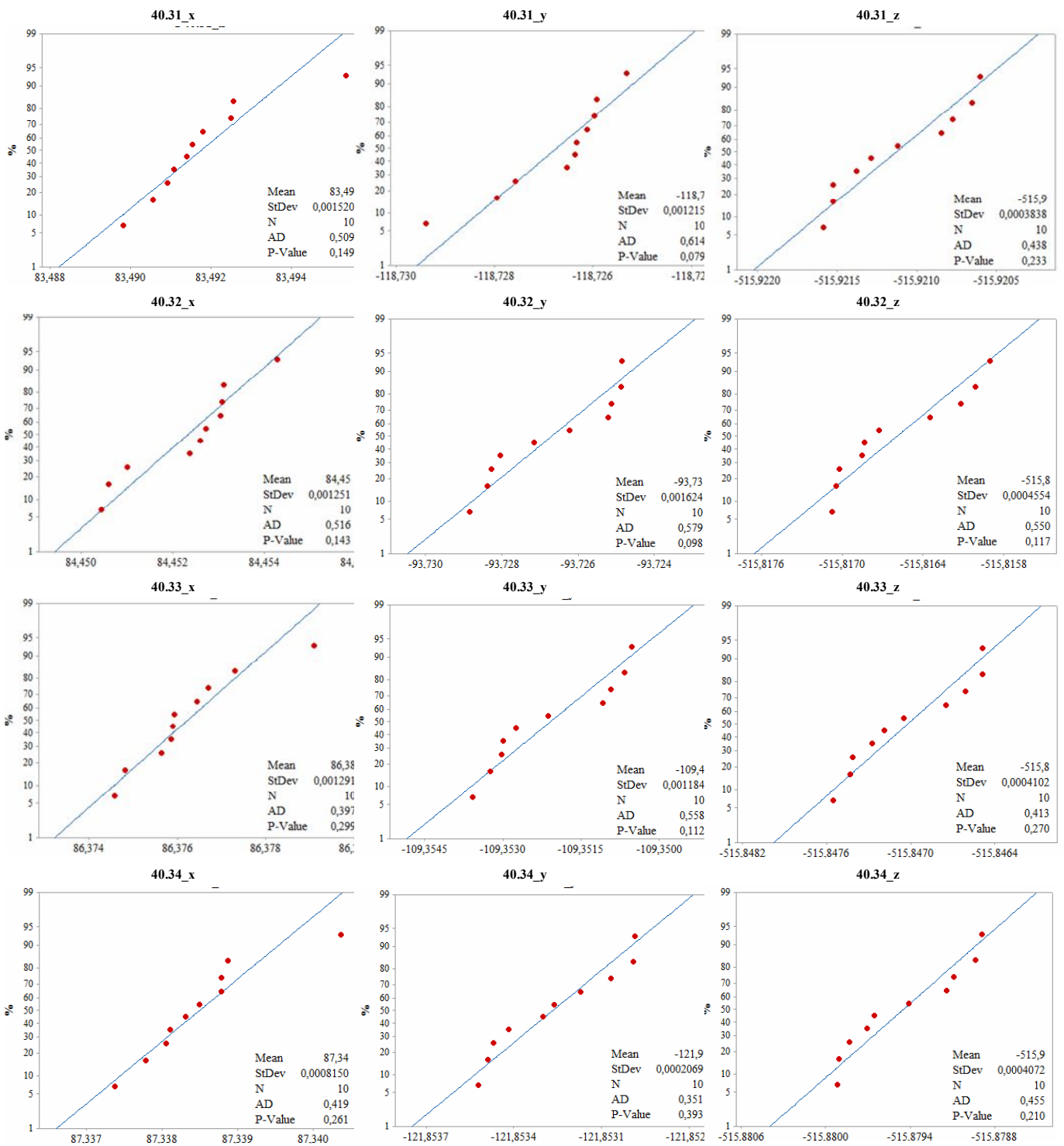


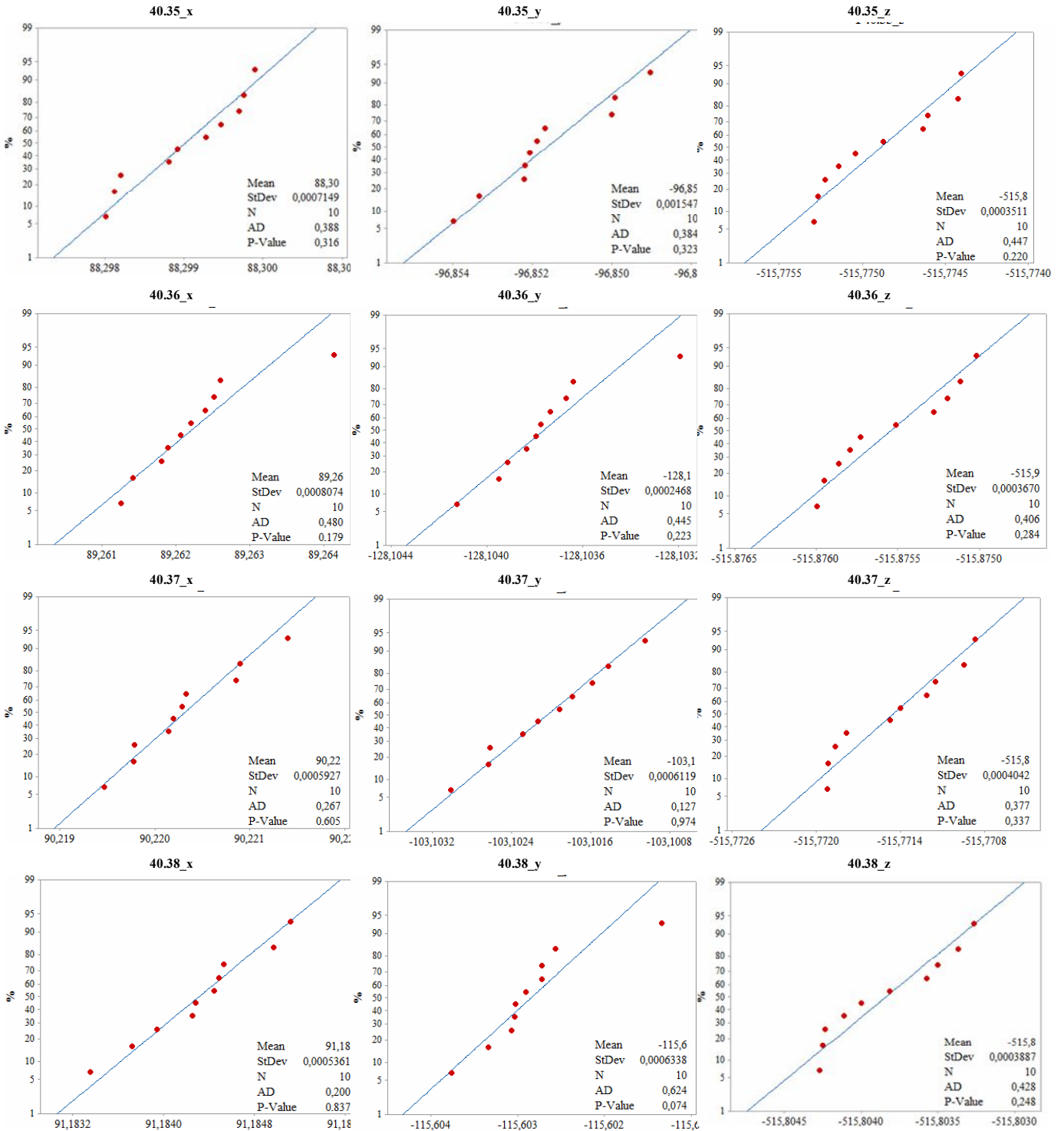


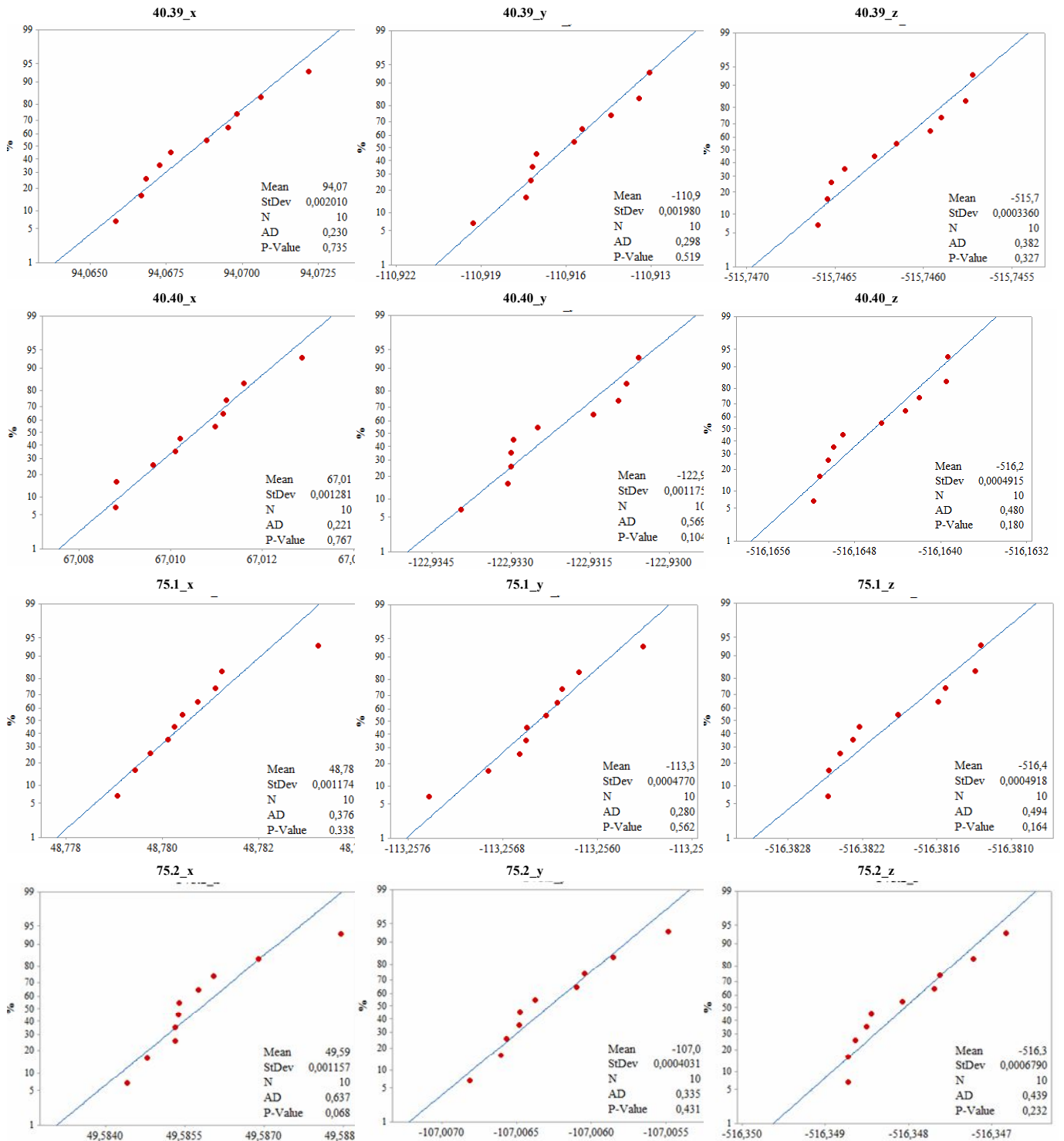


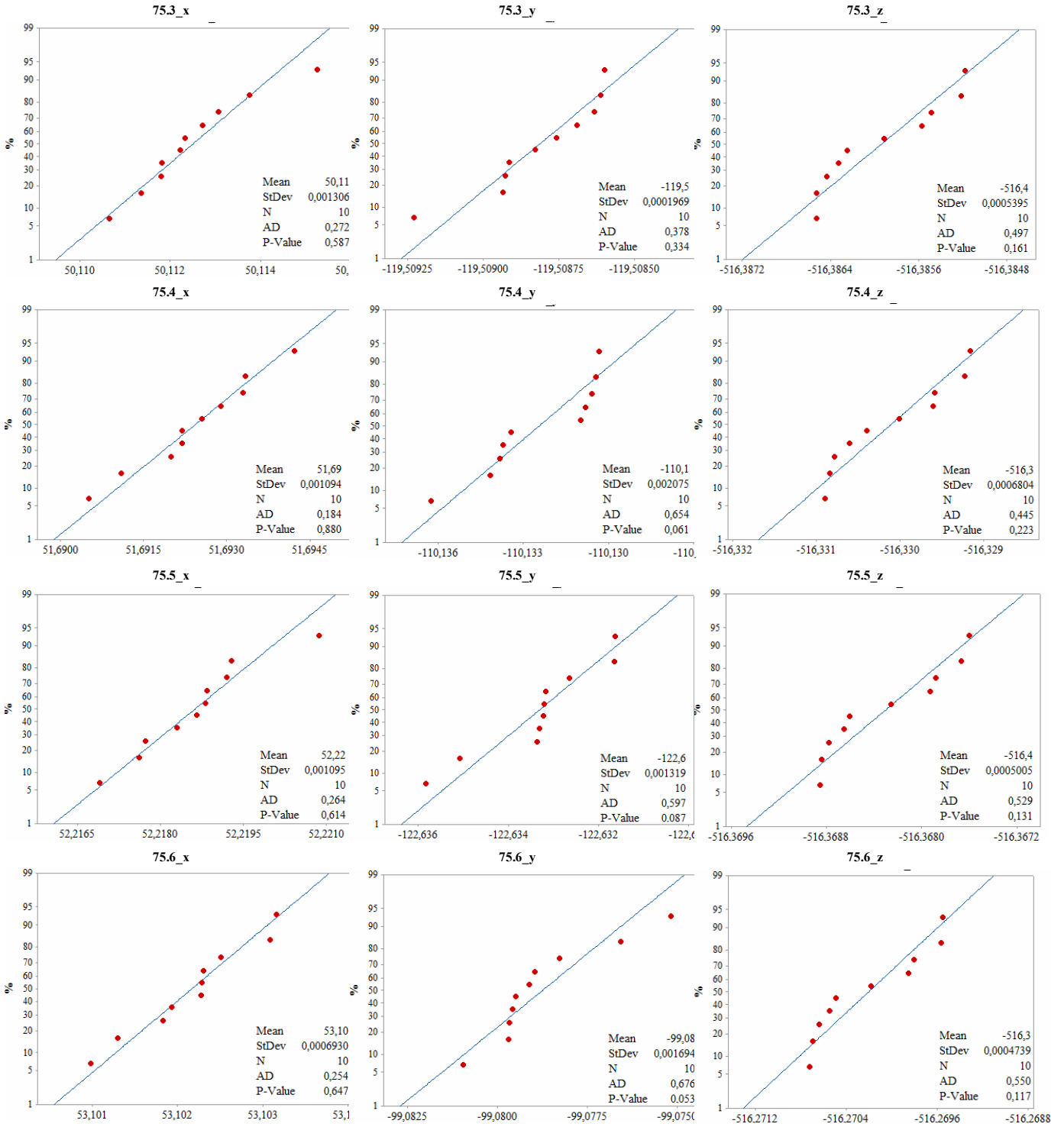


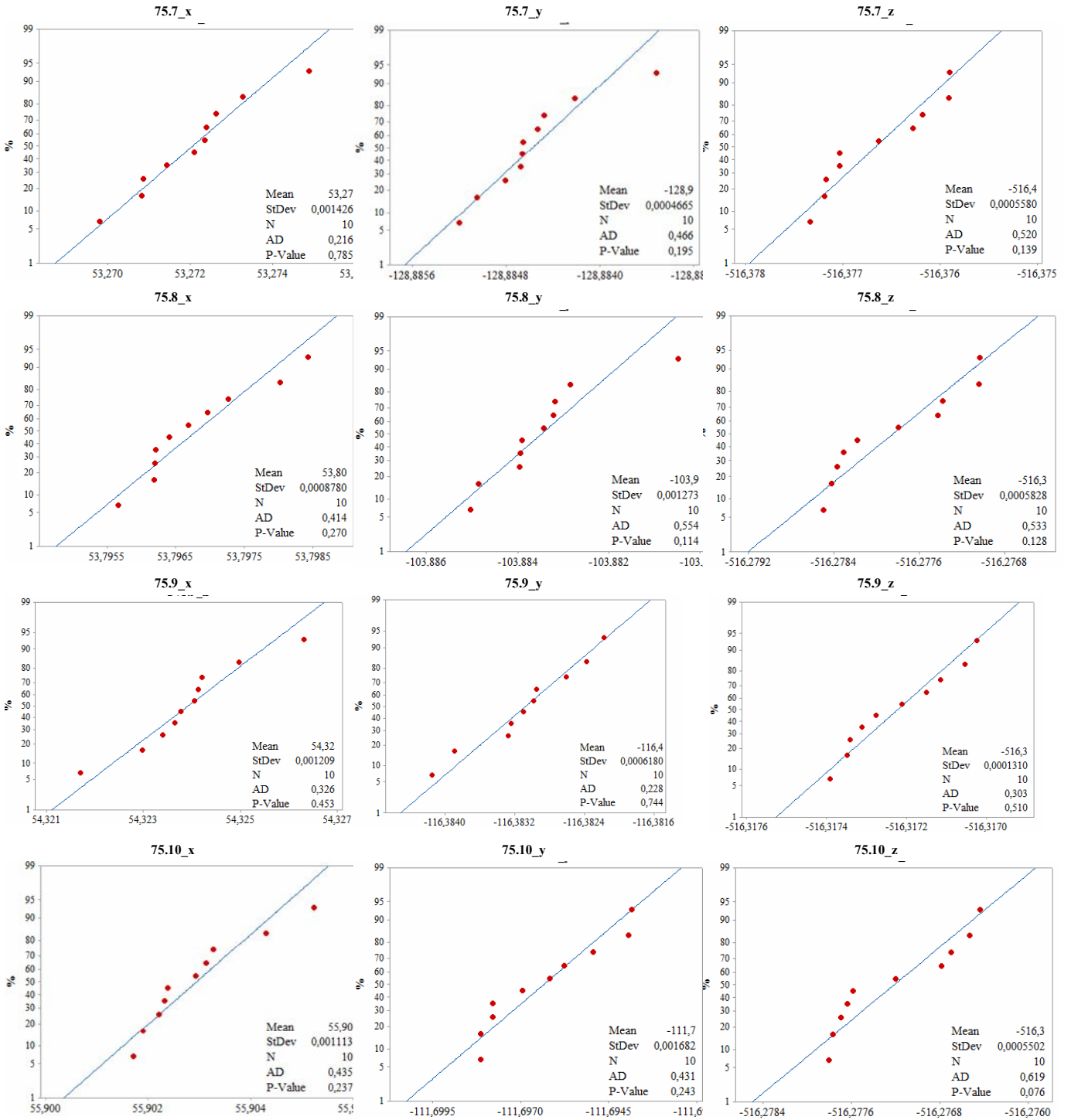


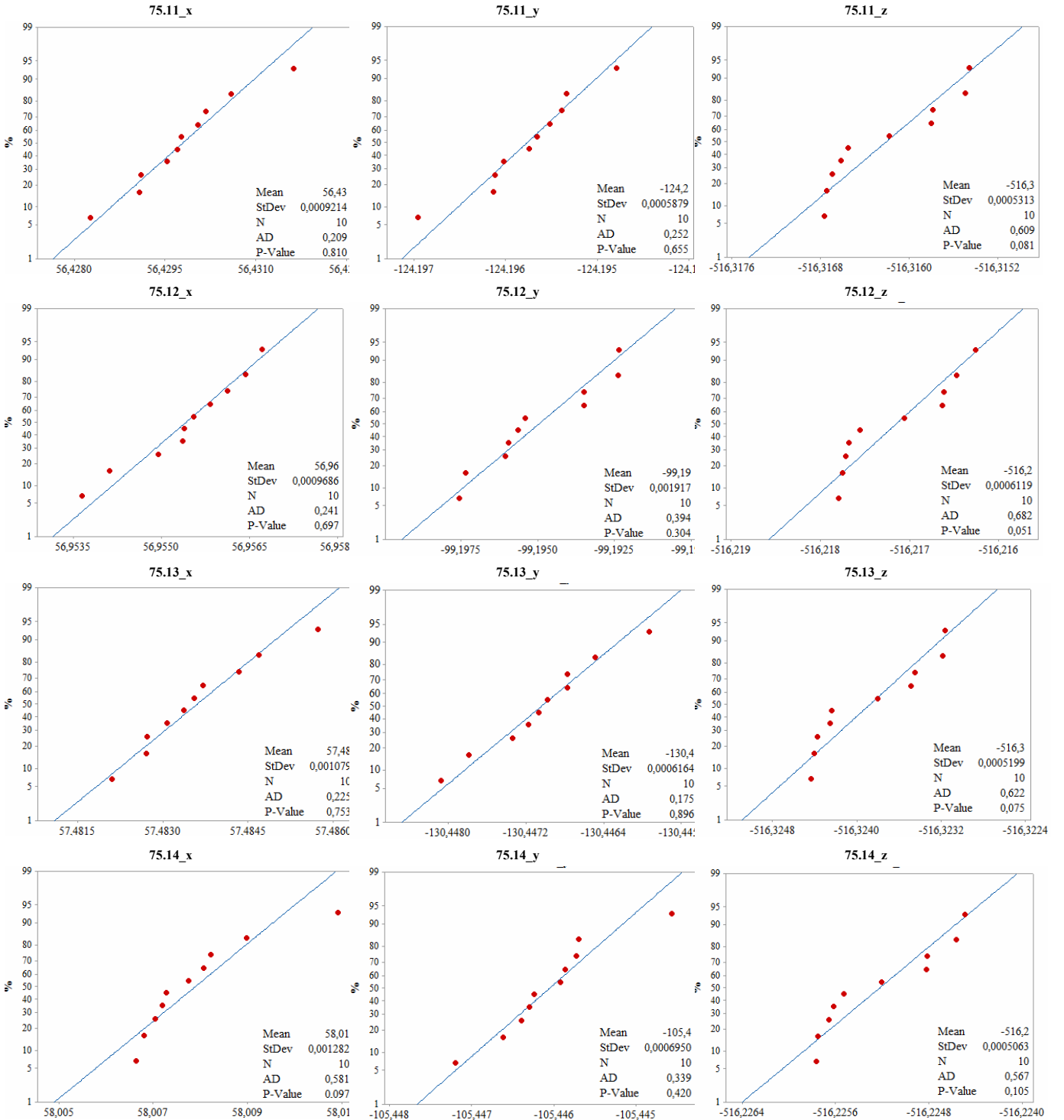


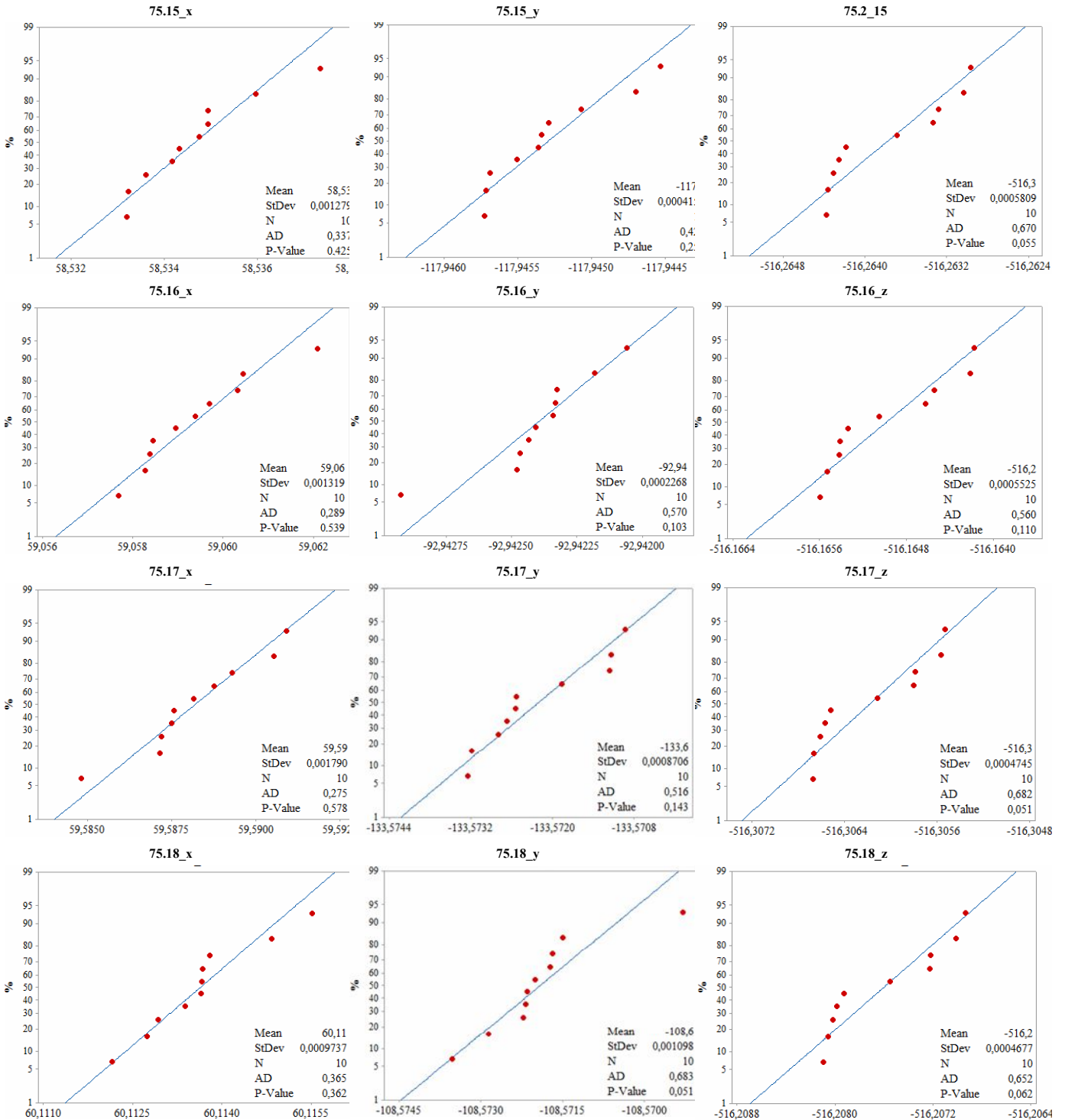


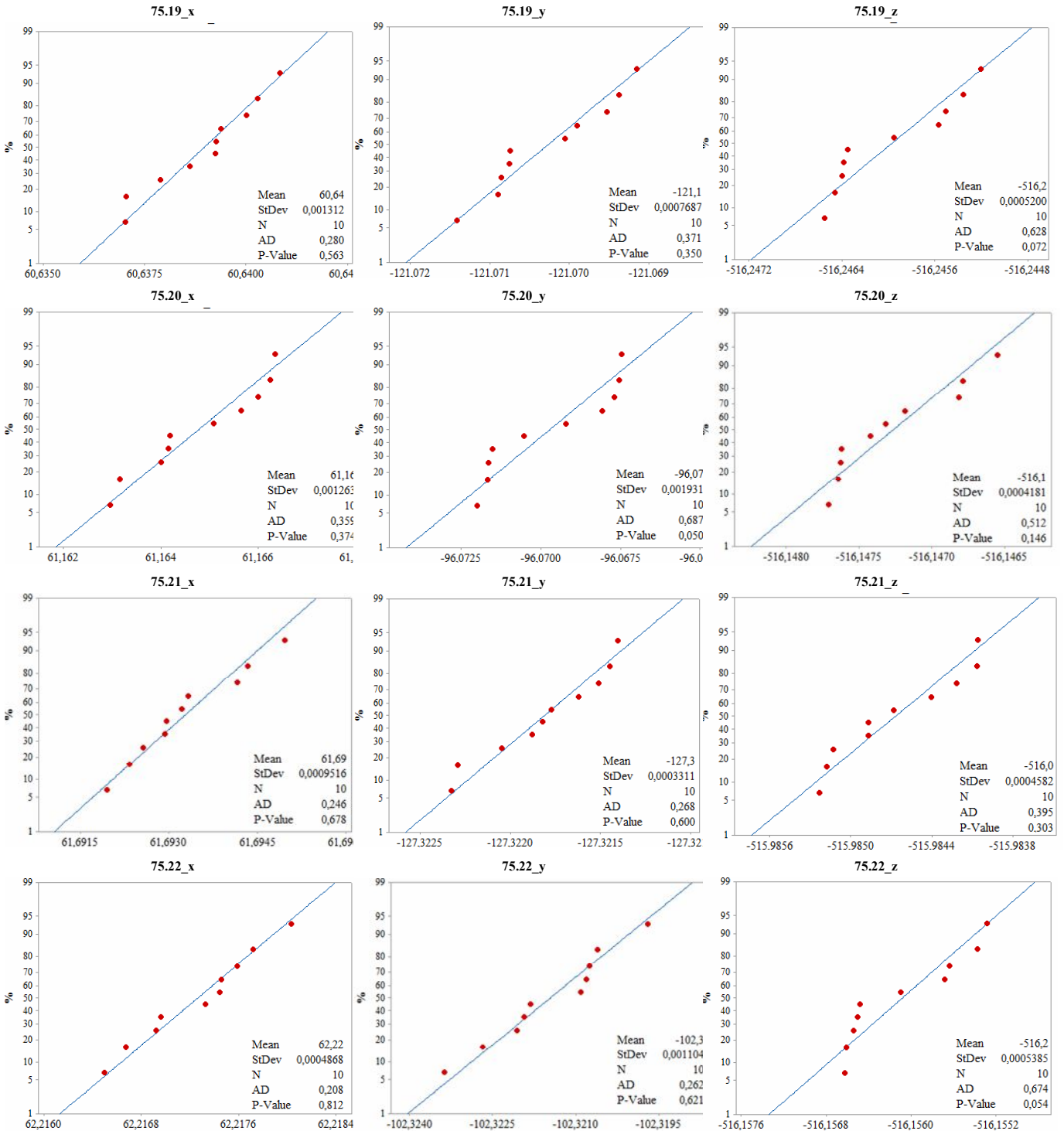


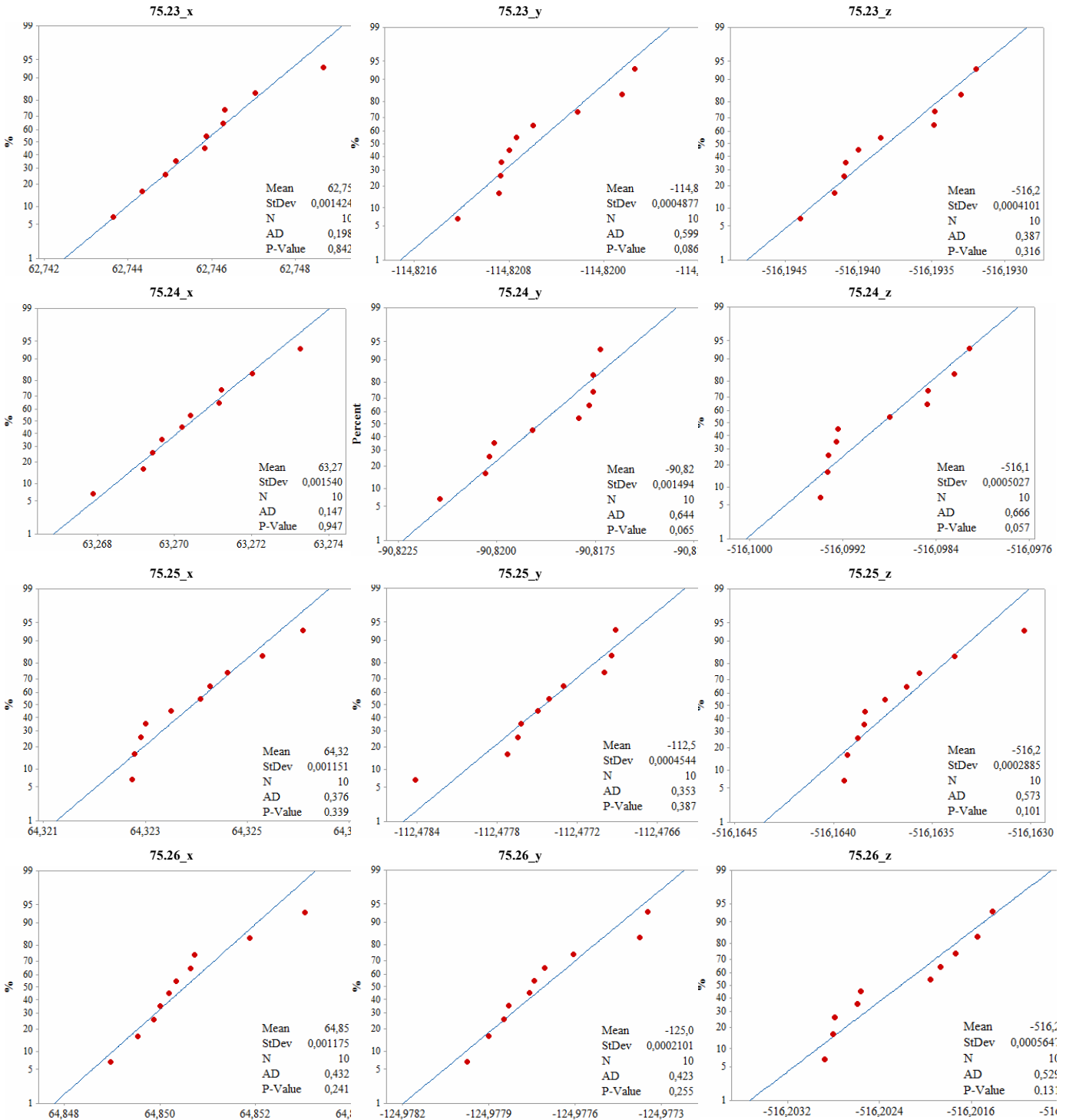


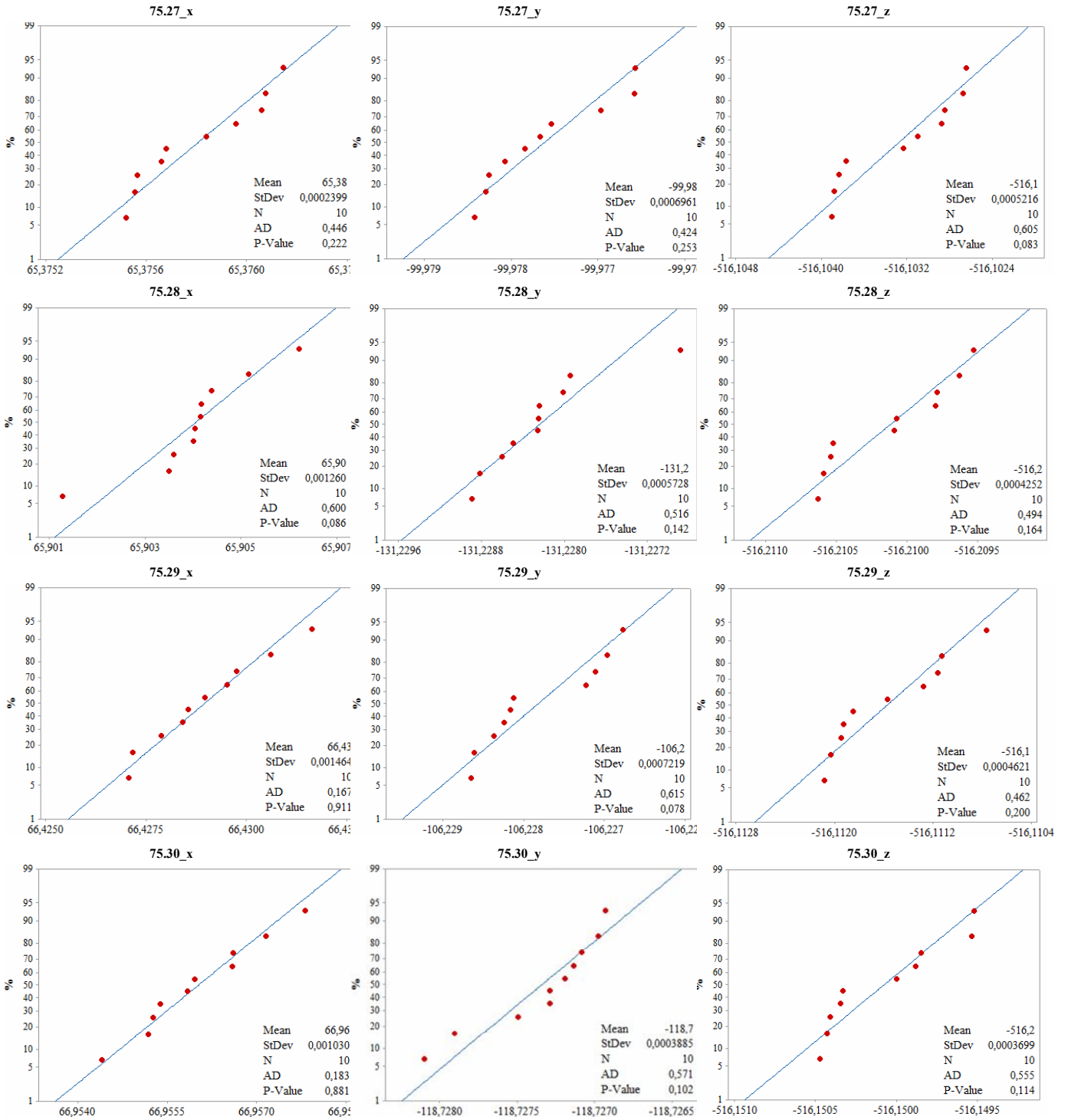


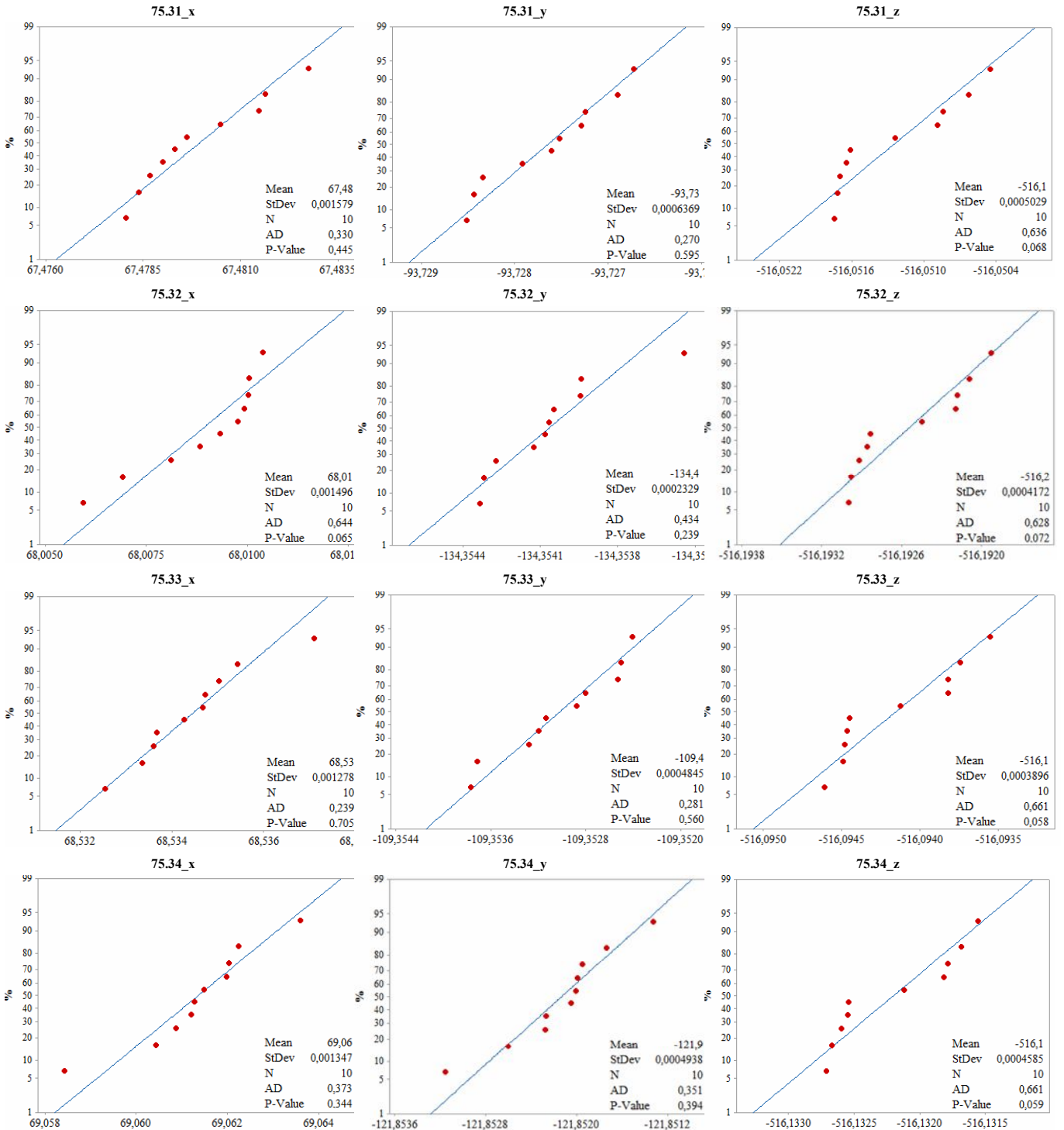


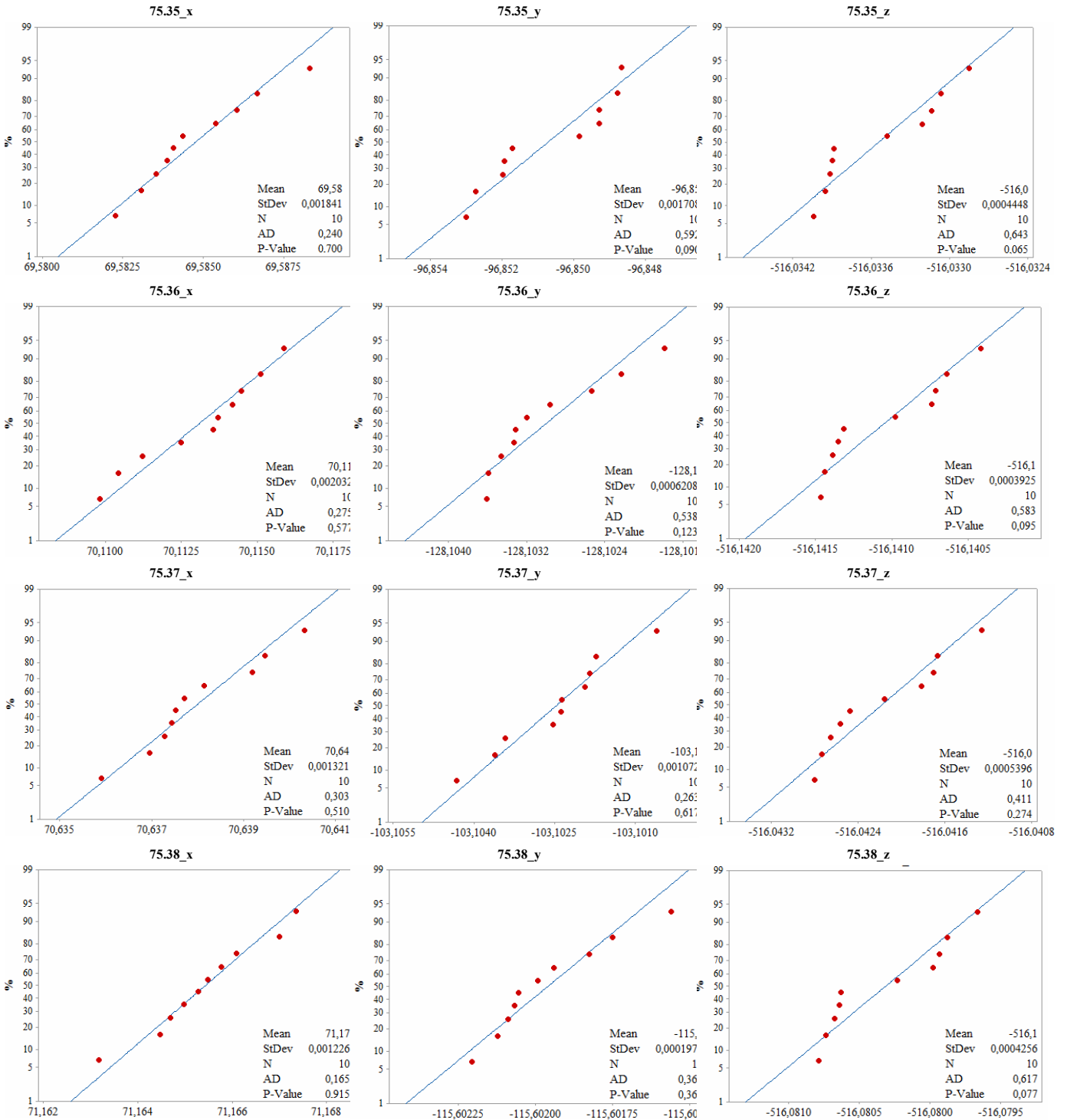


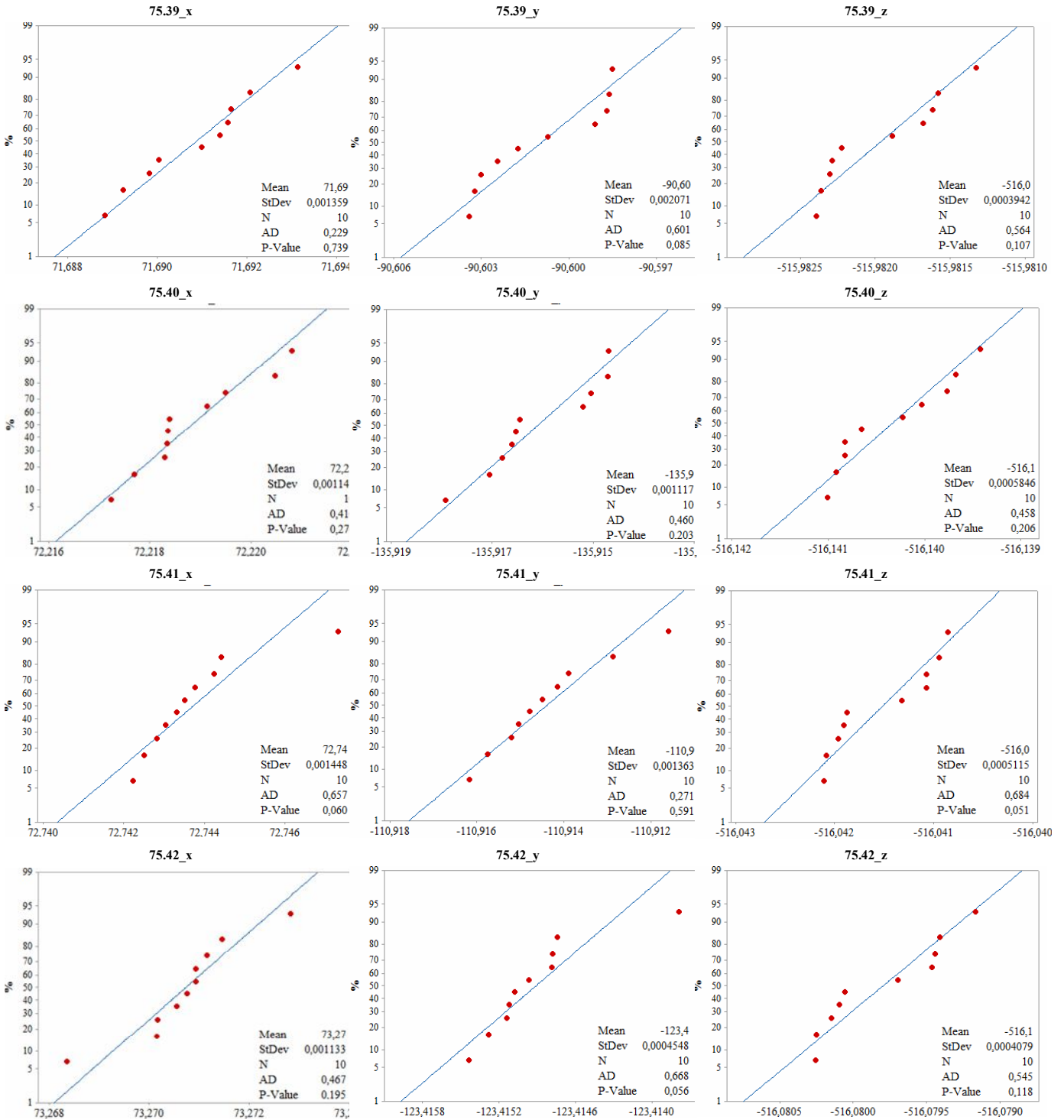


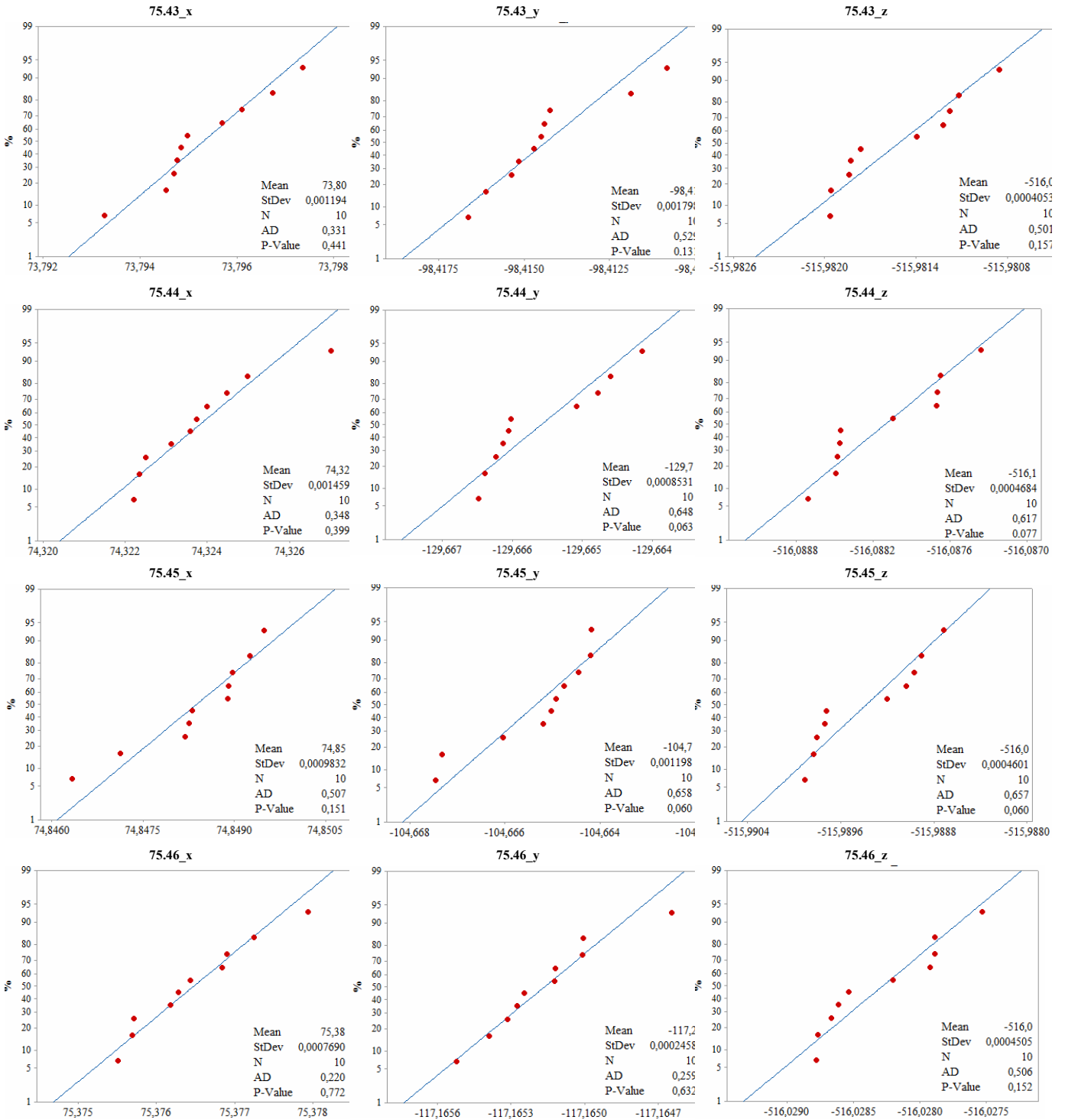


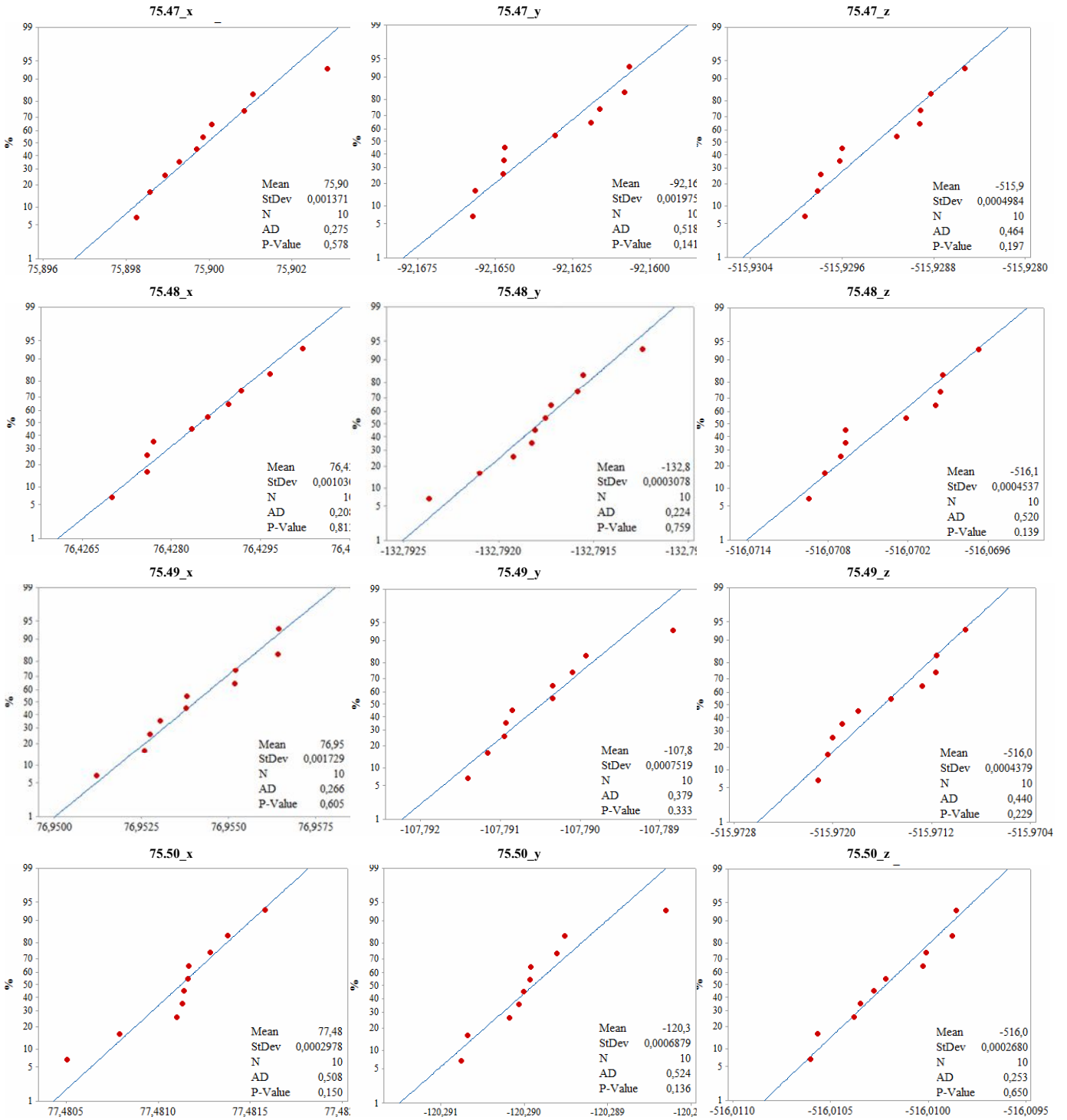


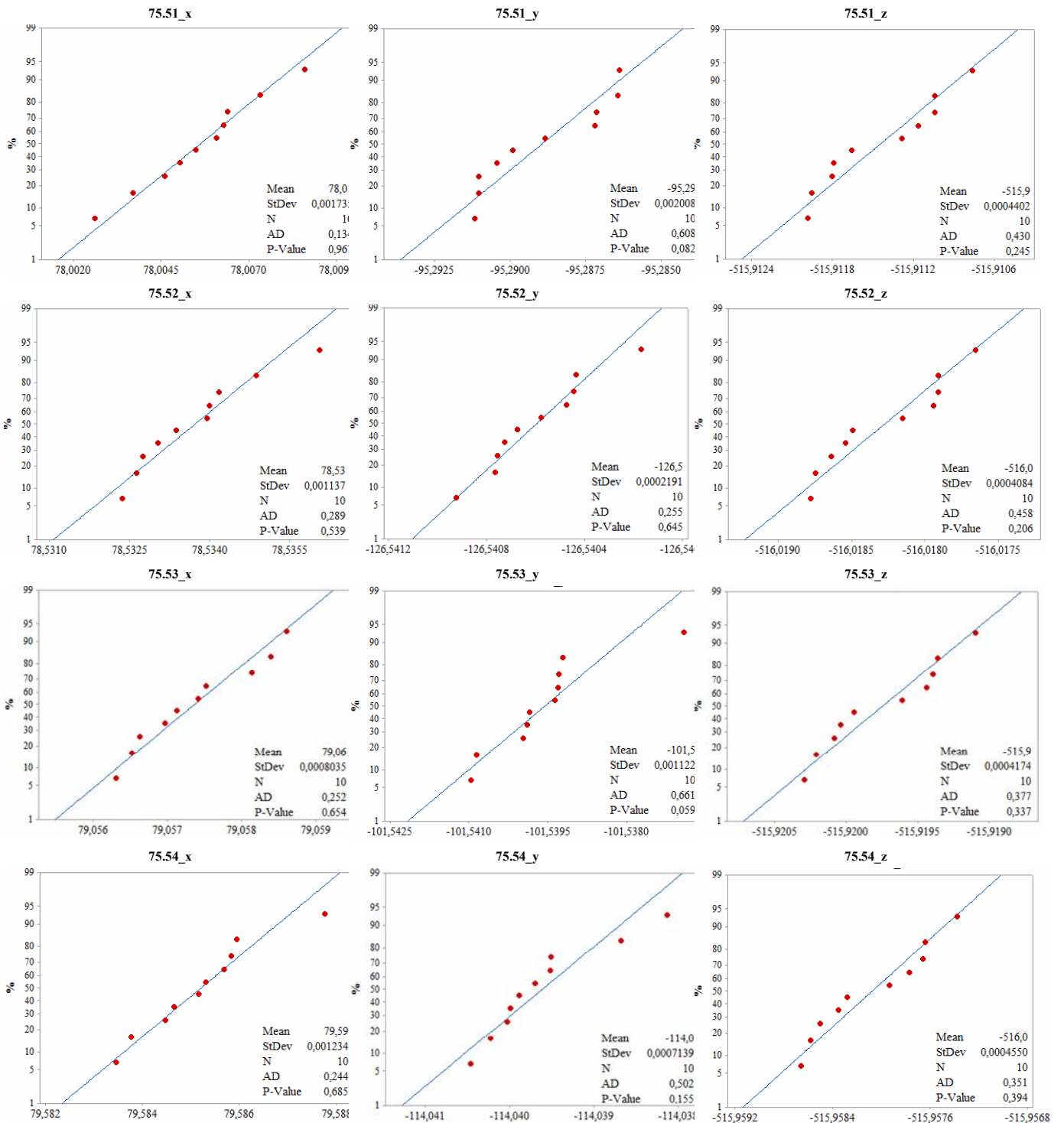


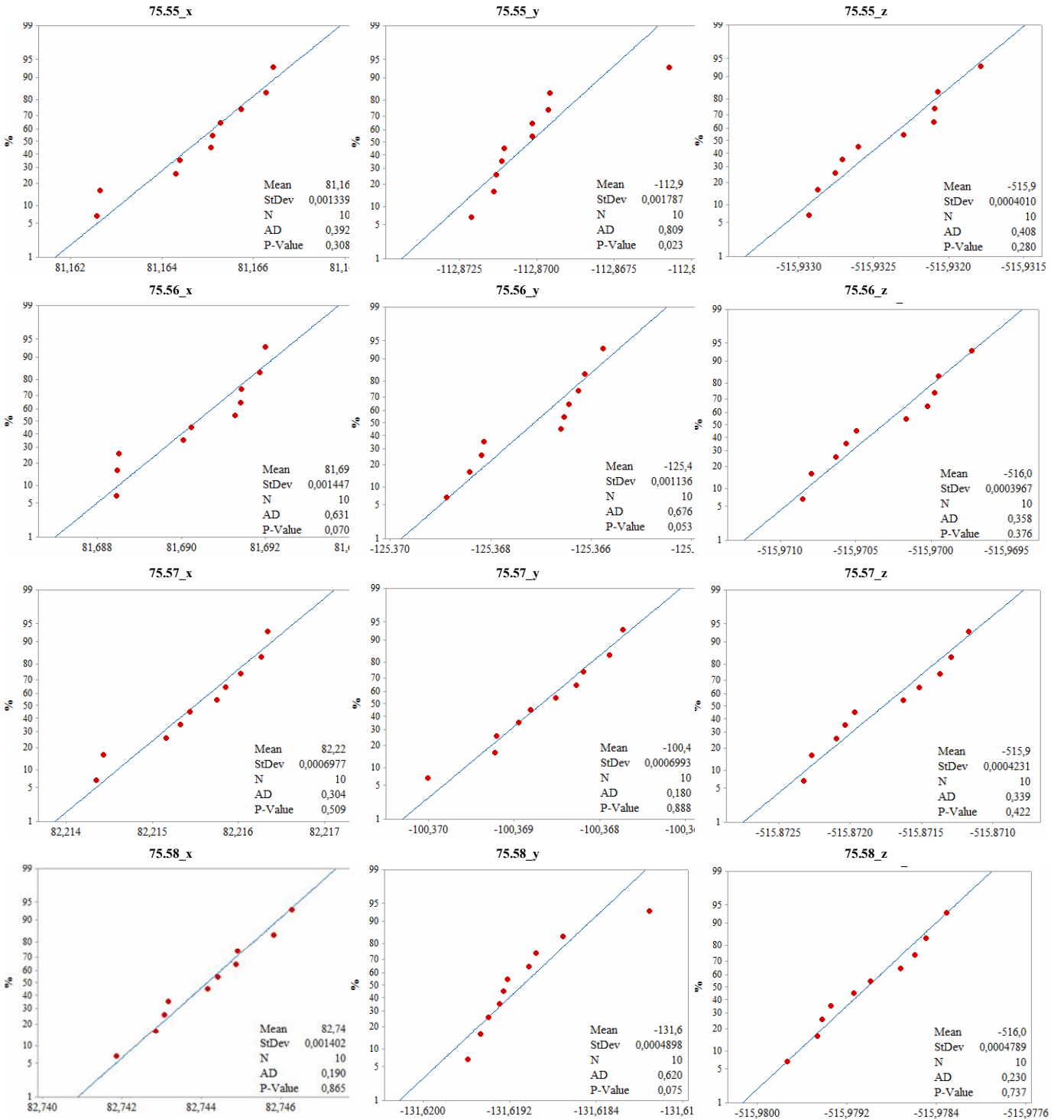


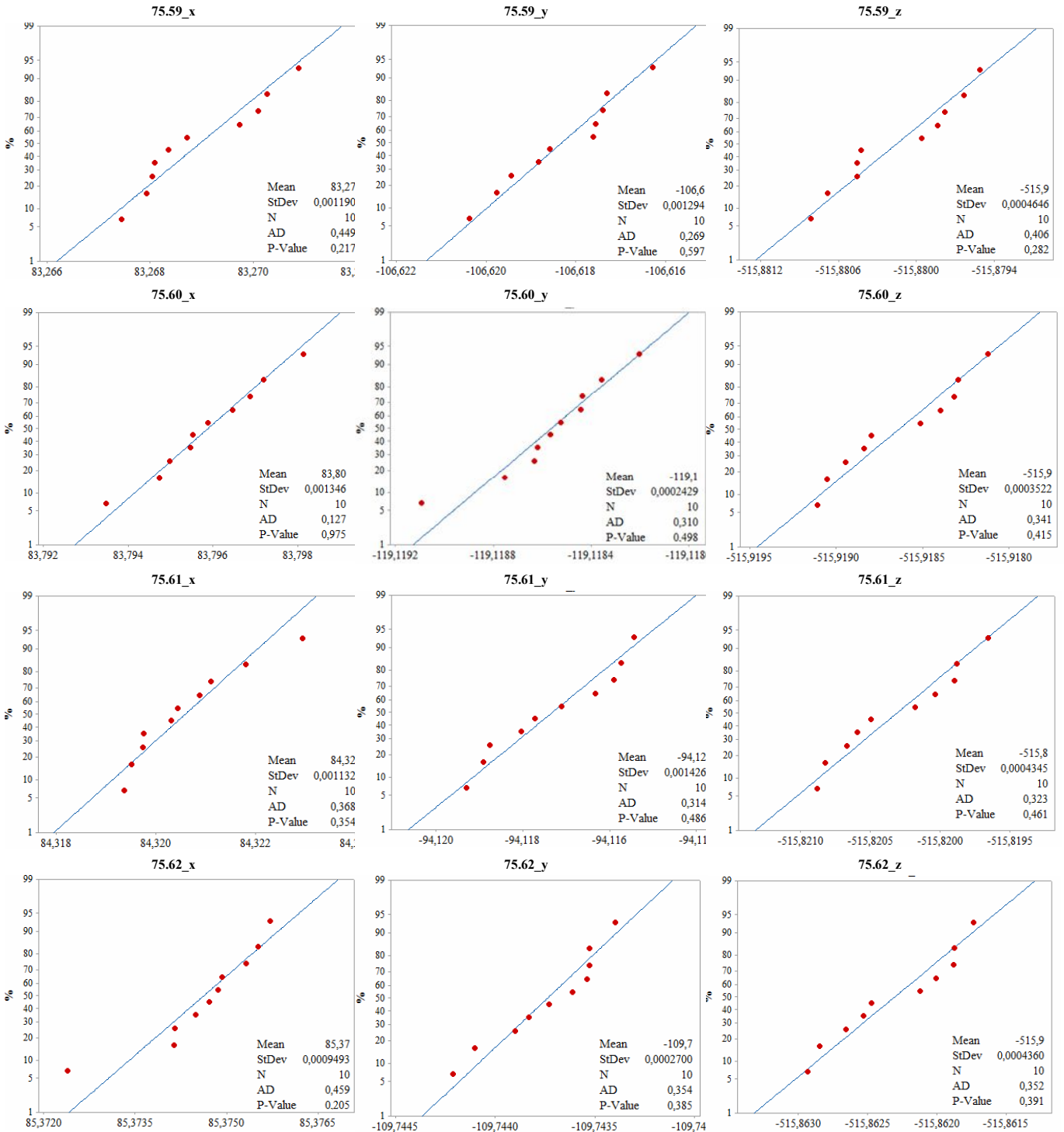


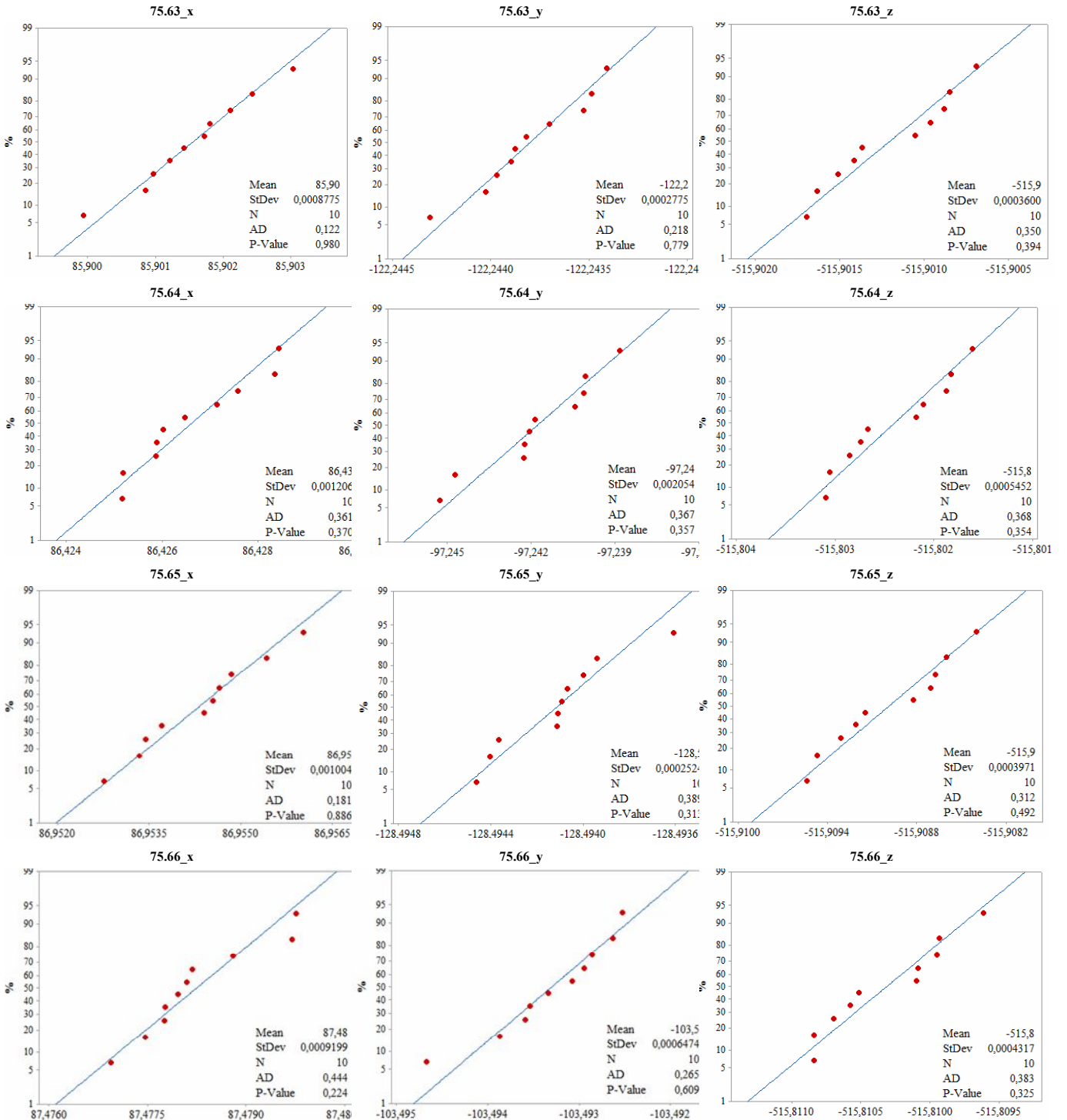


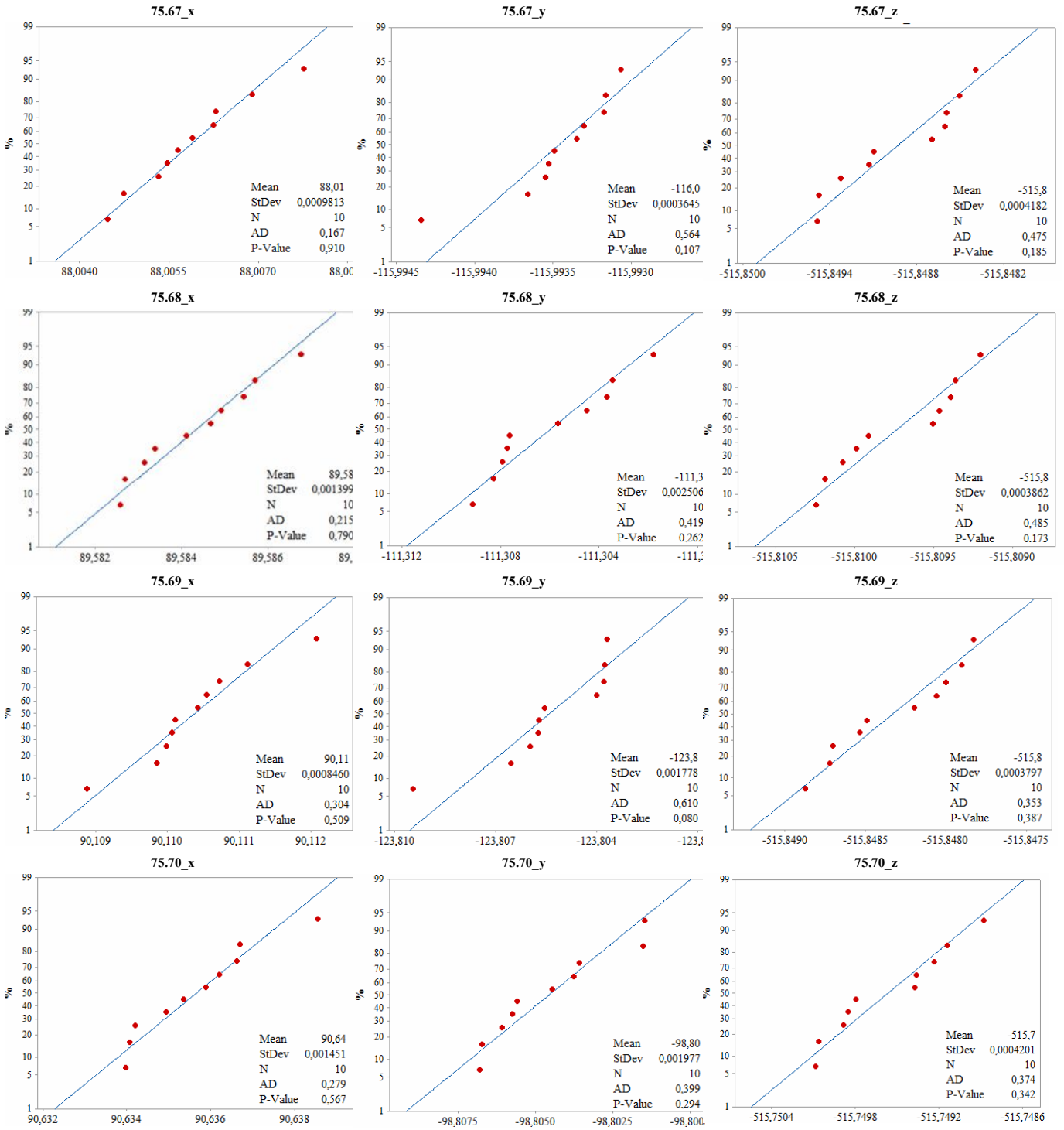


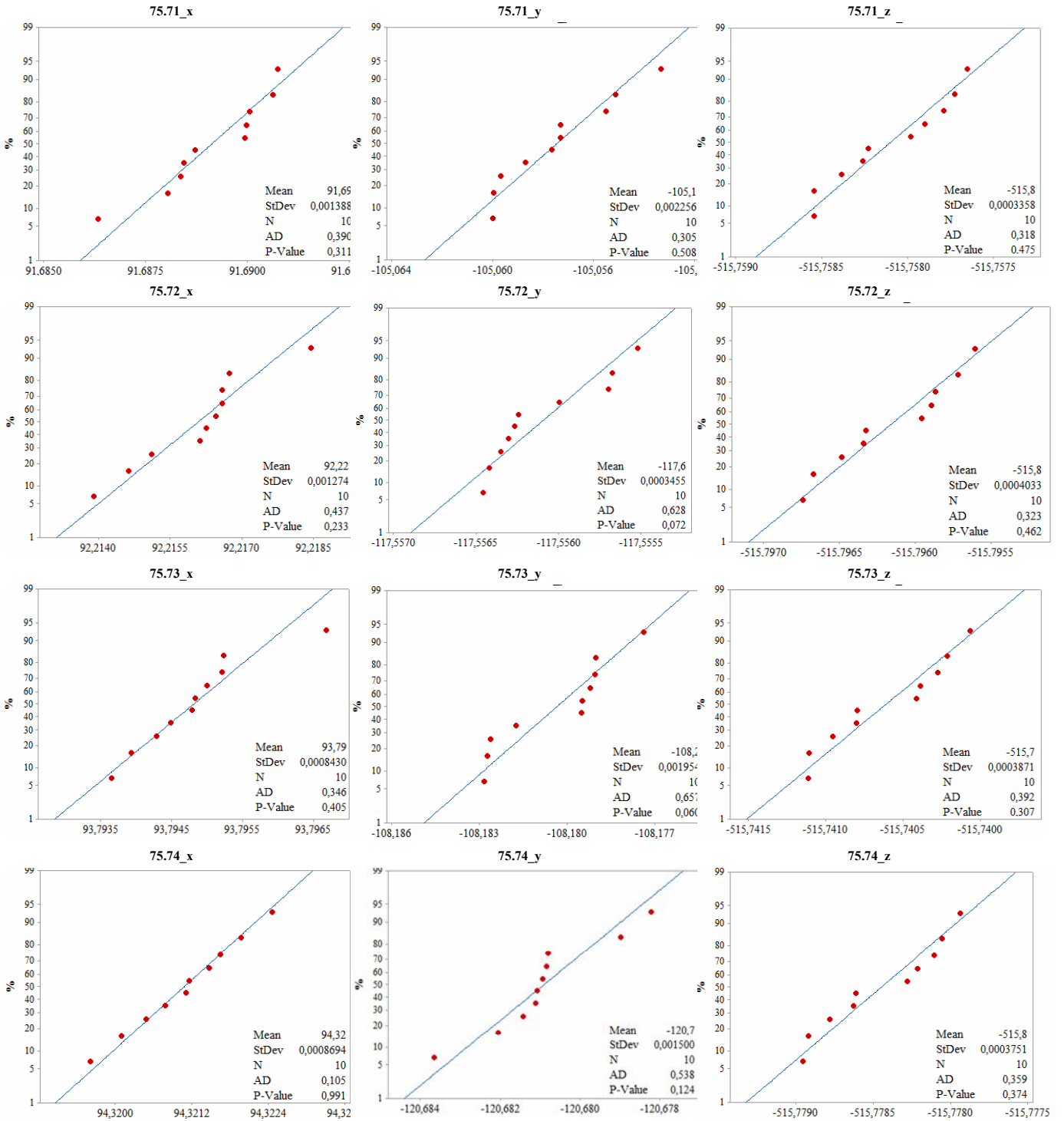


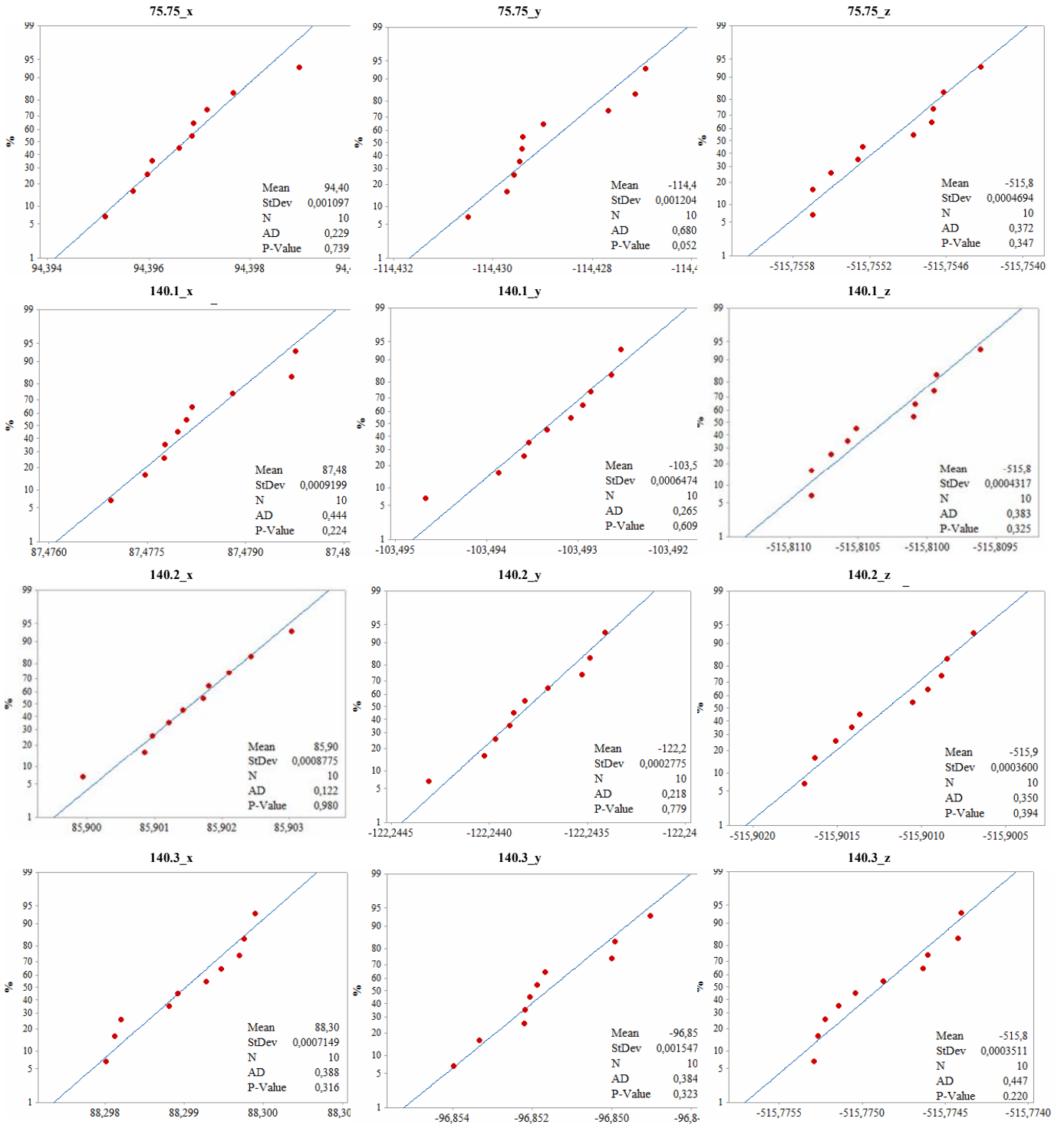


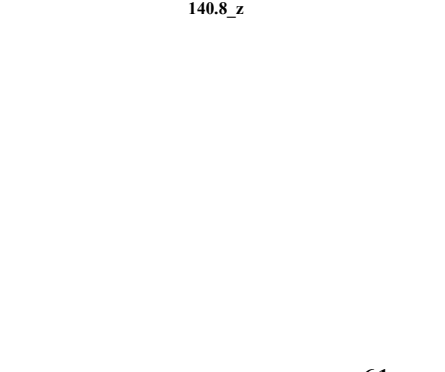
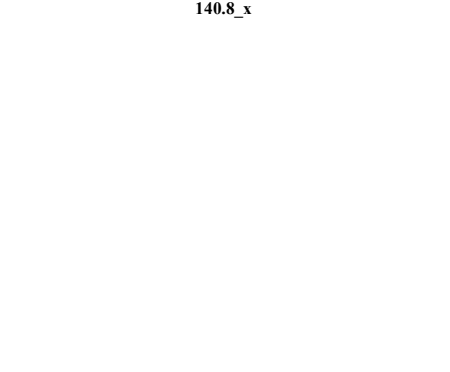
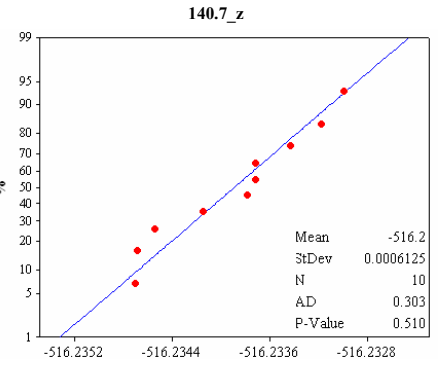
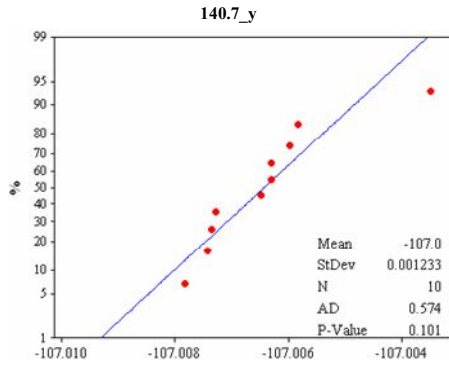
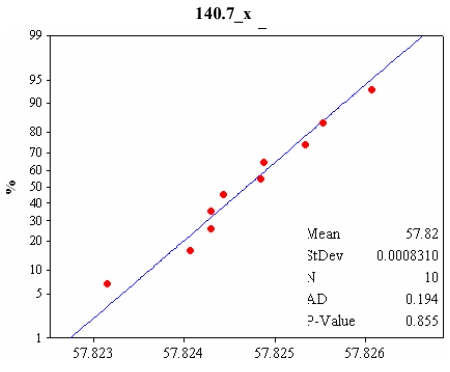
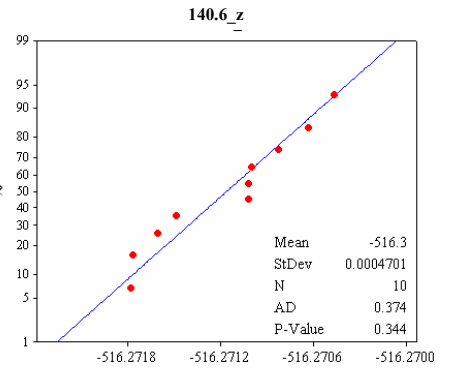
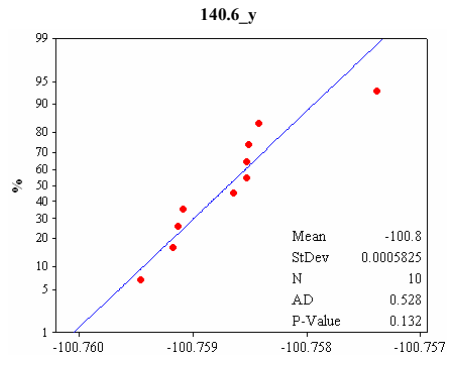
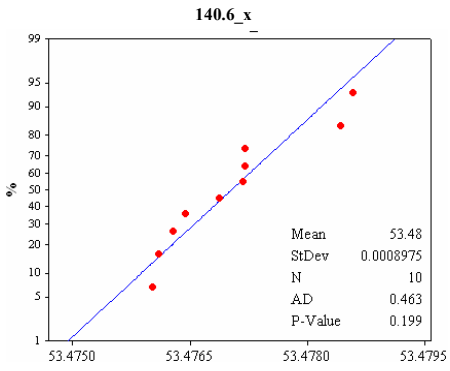
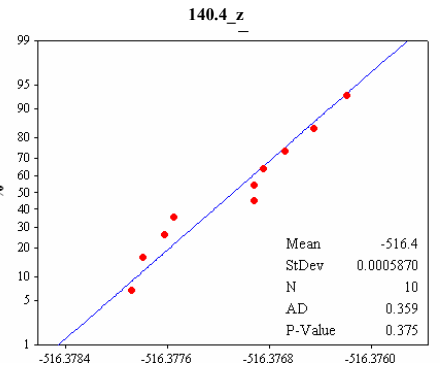
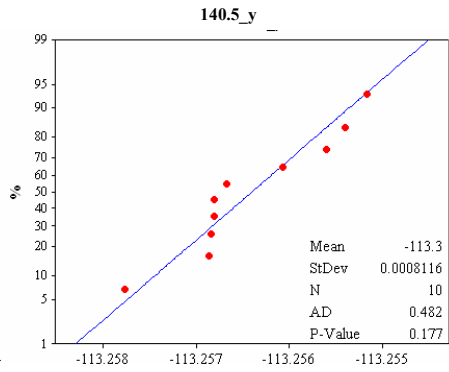
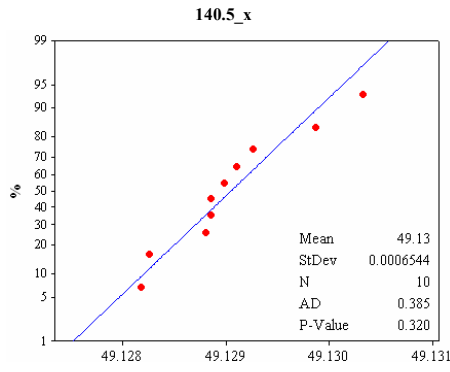
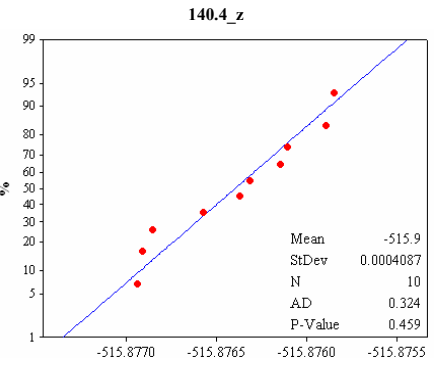
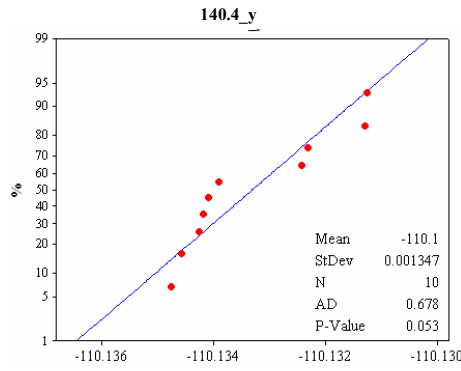
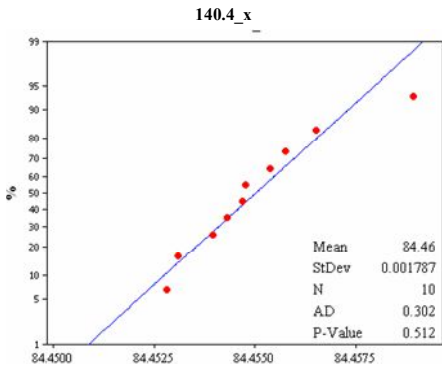


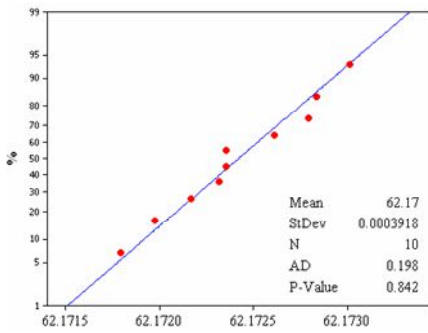




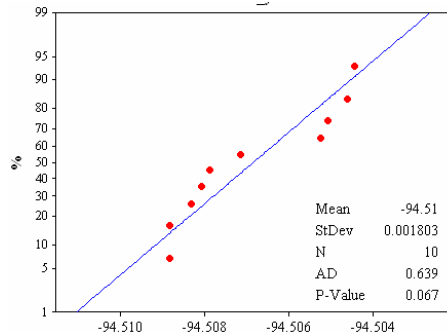




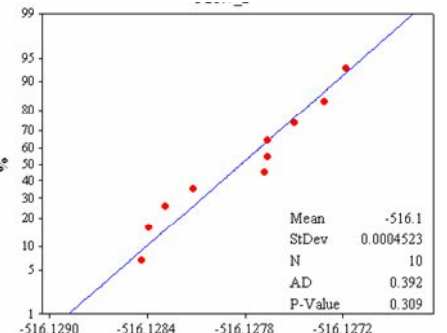




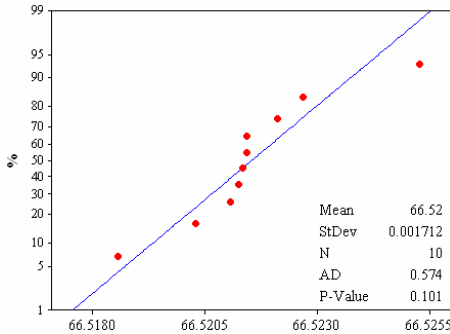
140.9_x



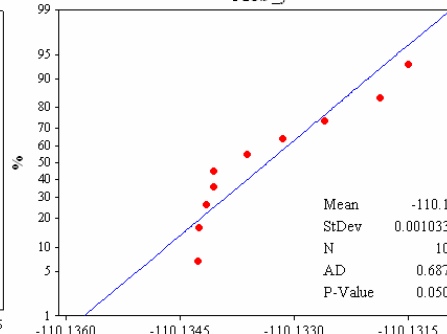
140.9_y



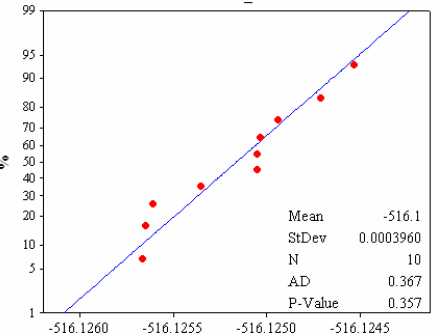
140.9_z



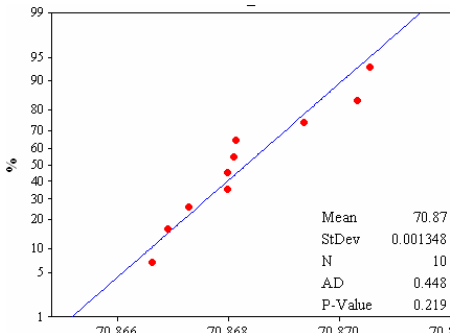
140.10_x



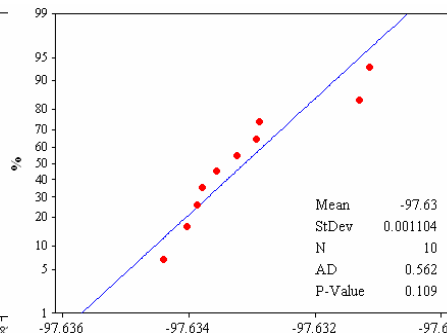
140.10_y



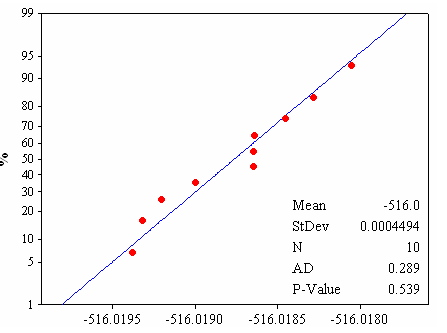
140.10_z



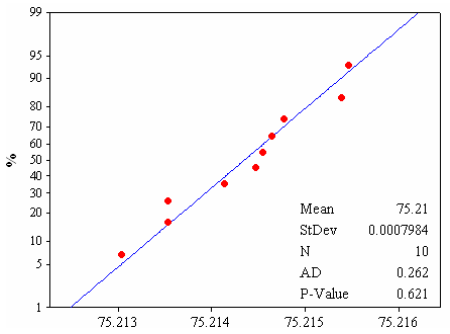
140.11_x



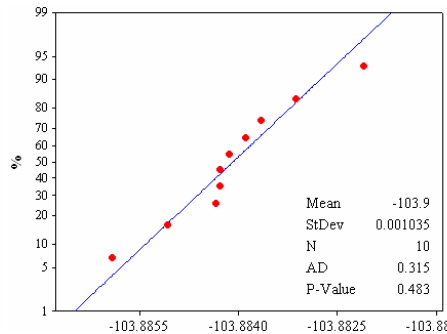
140.11_y



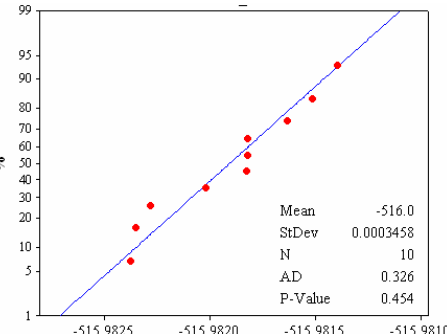
140.11_z



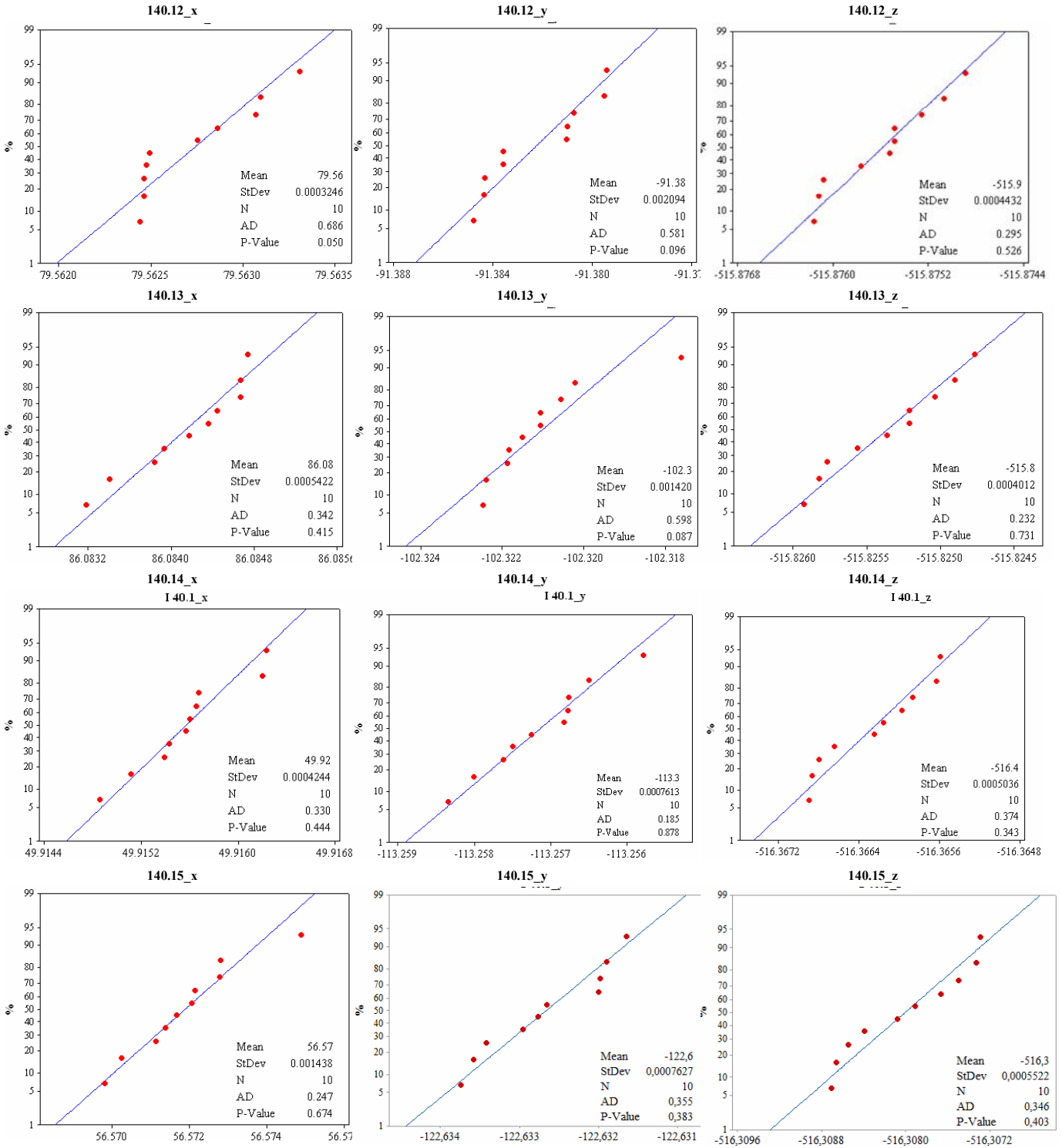
140.11_x

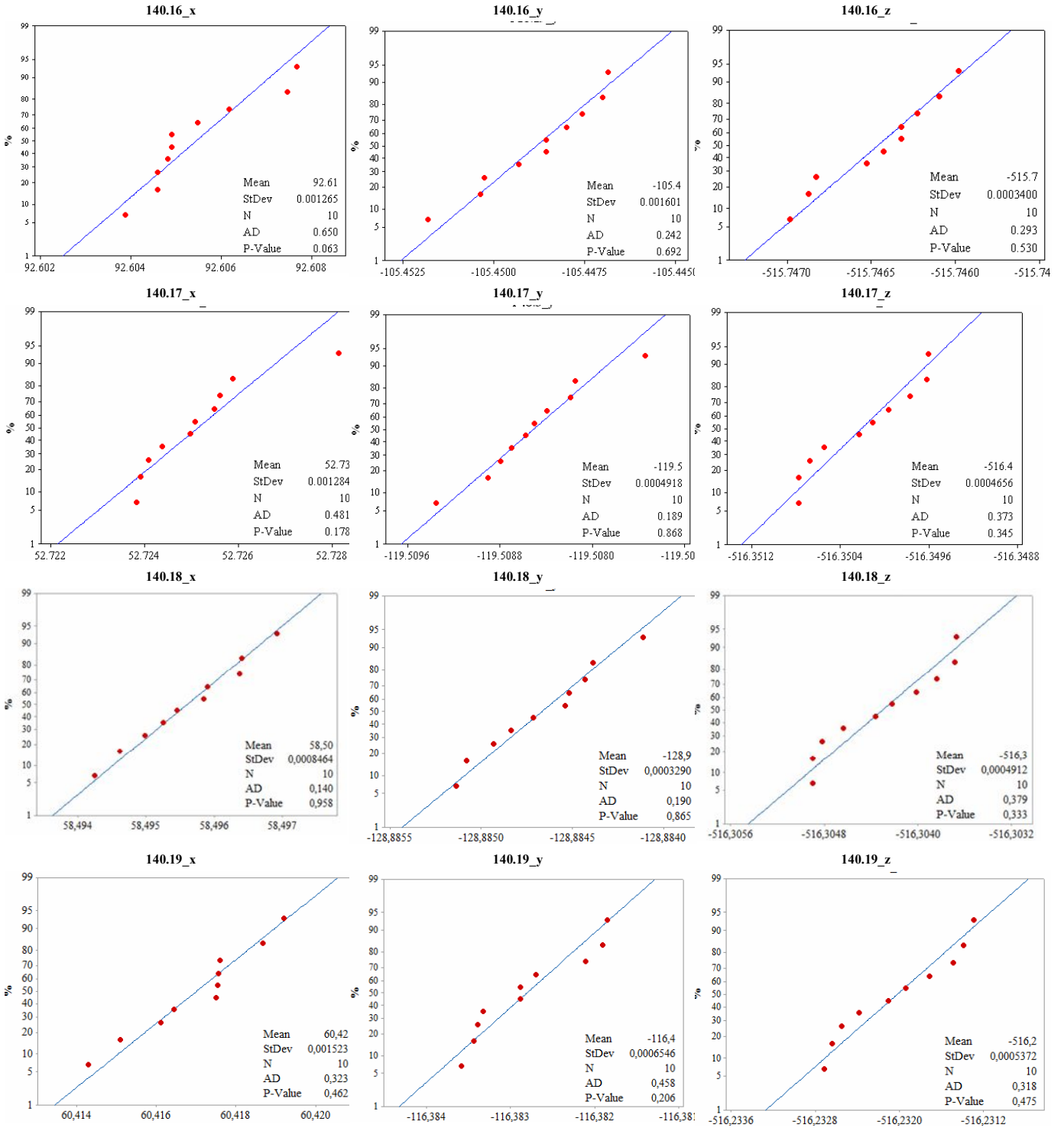


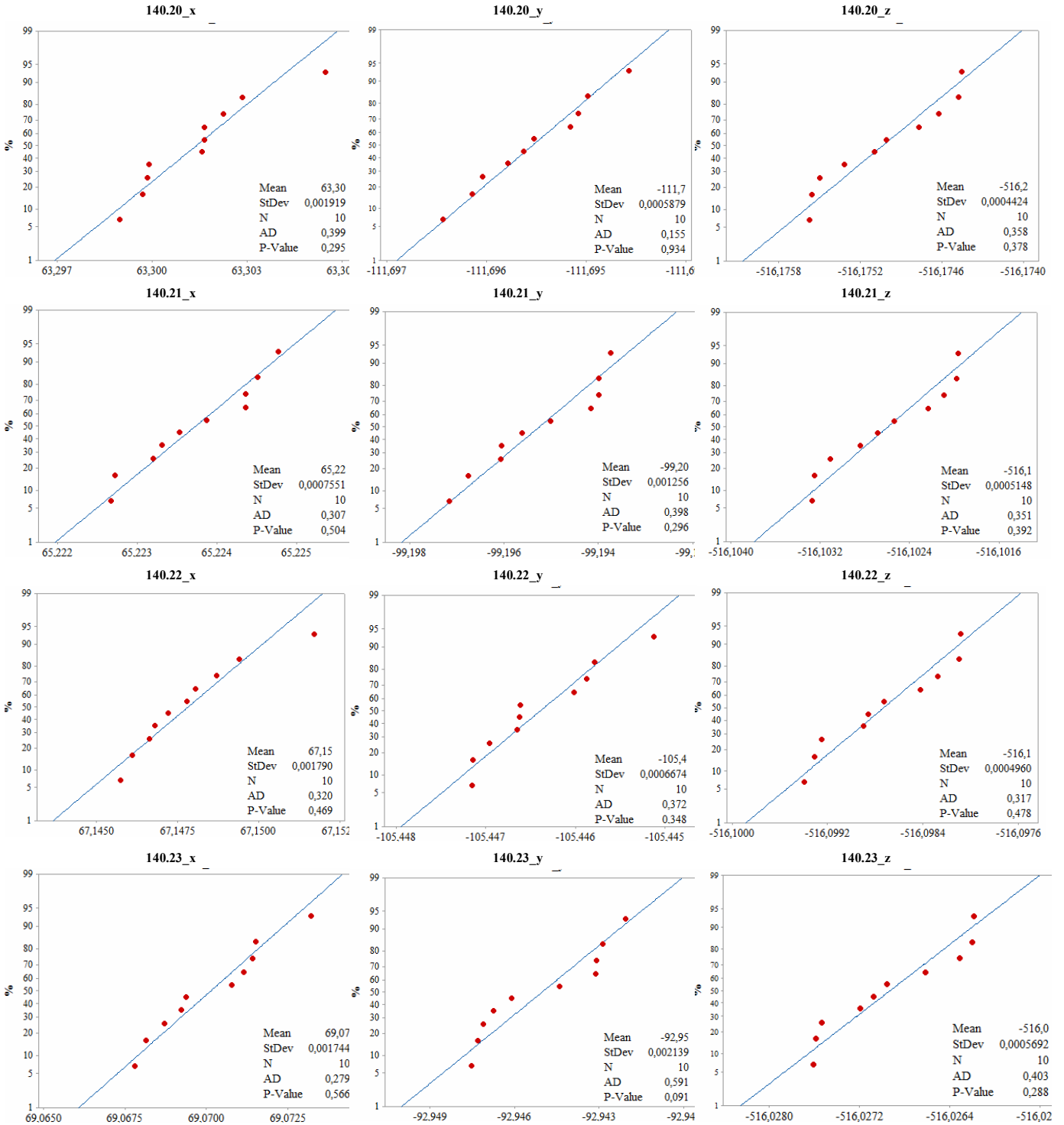
140.11_y

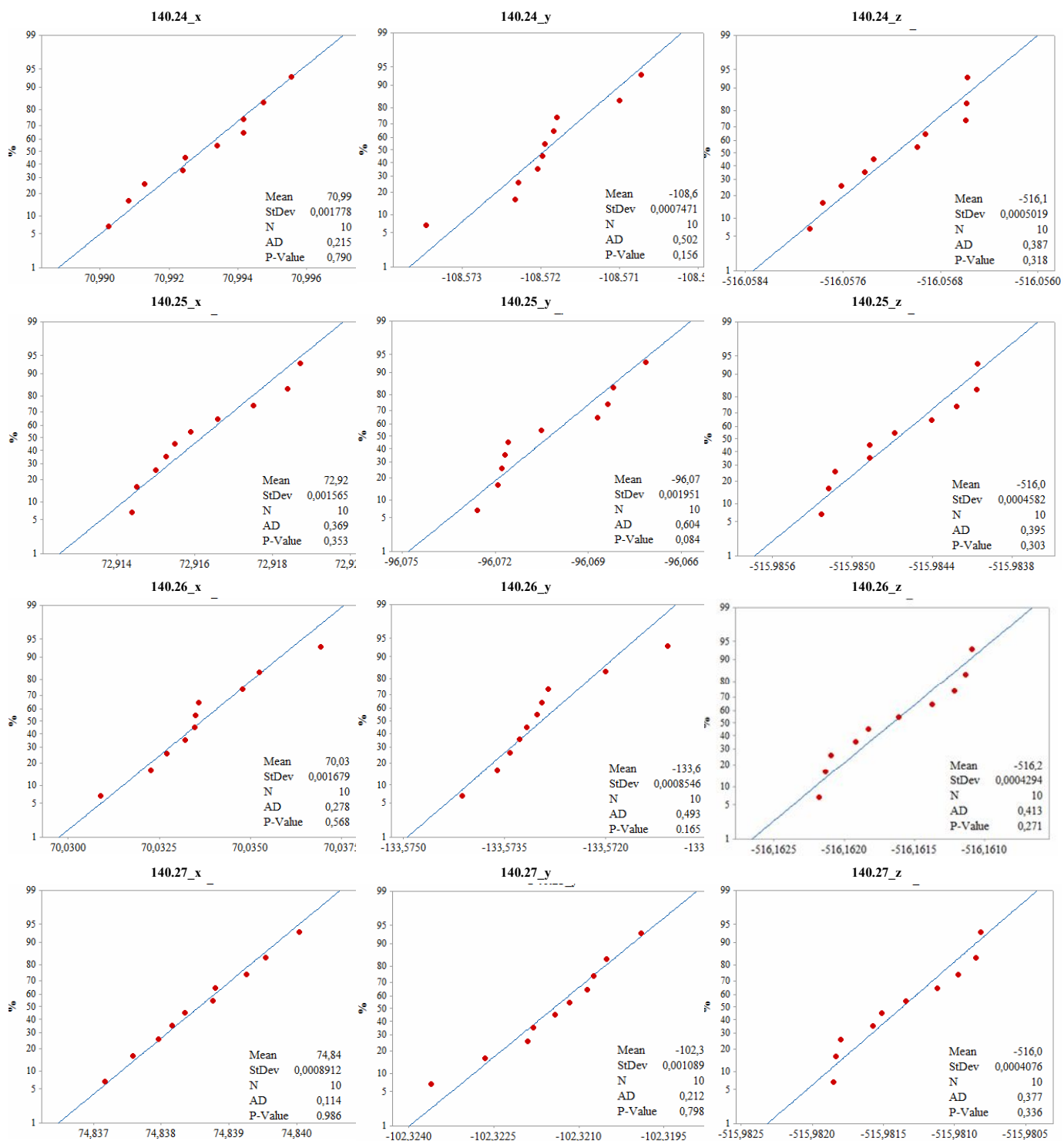


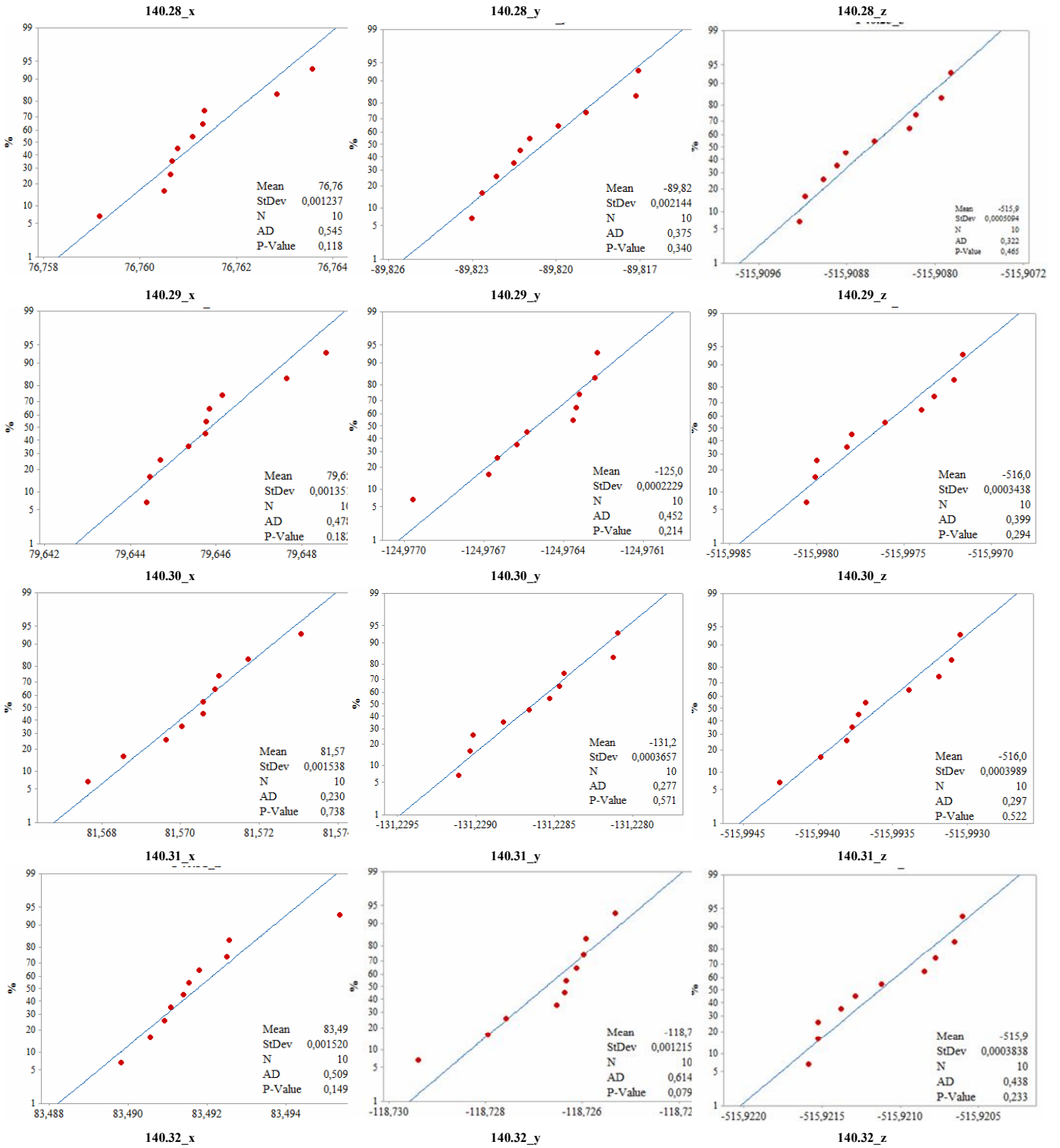
140.11_z

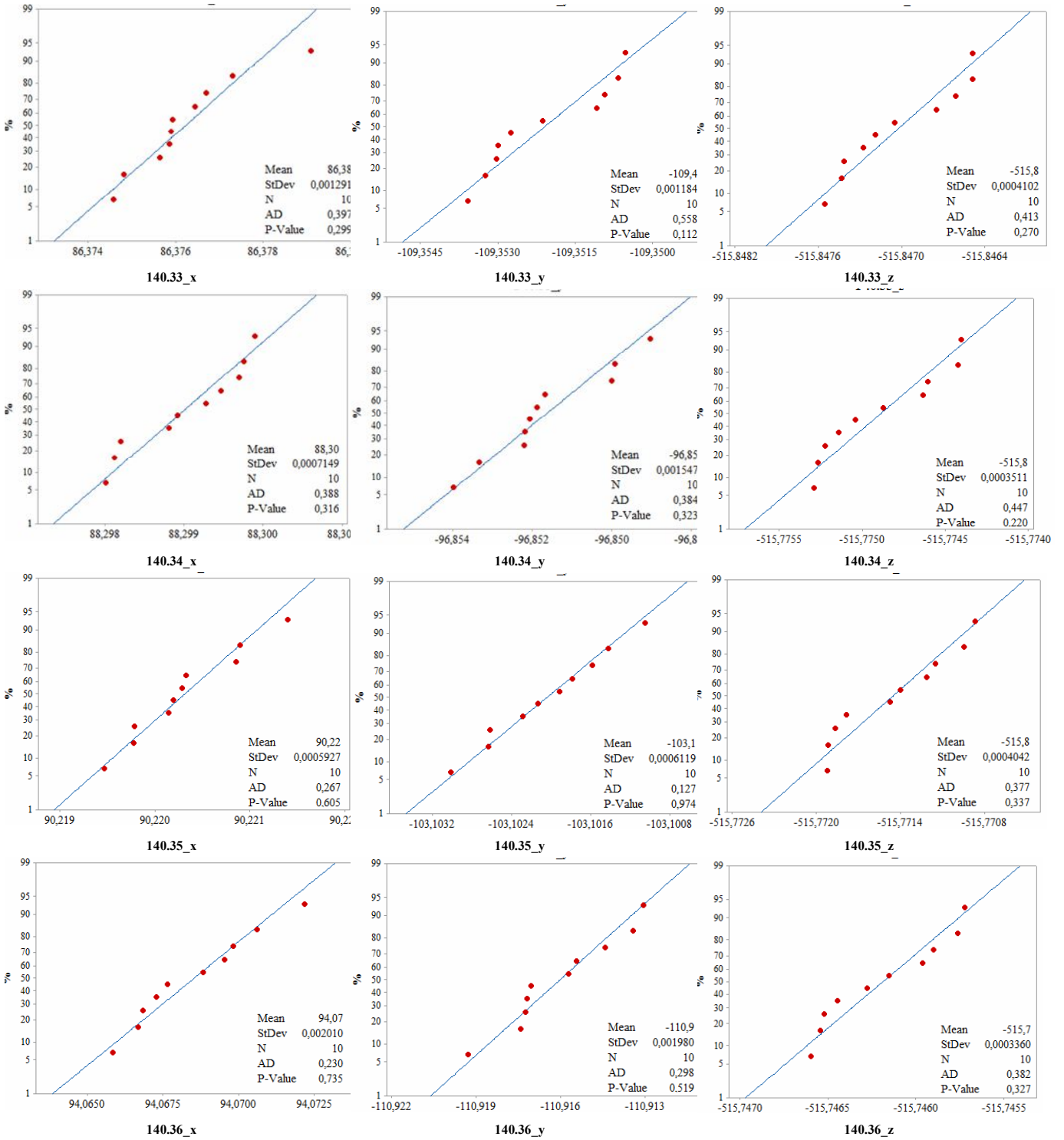


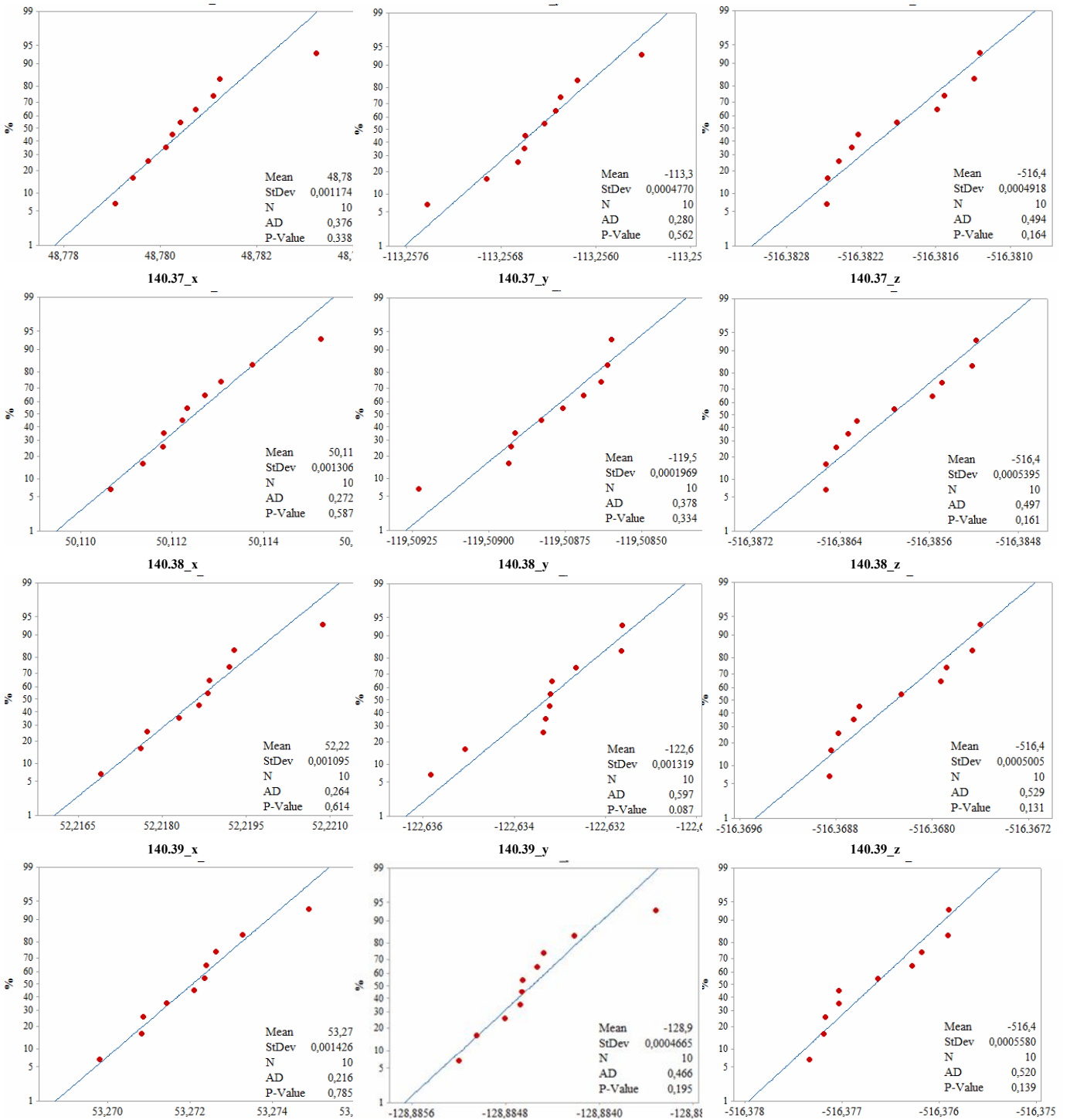


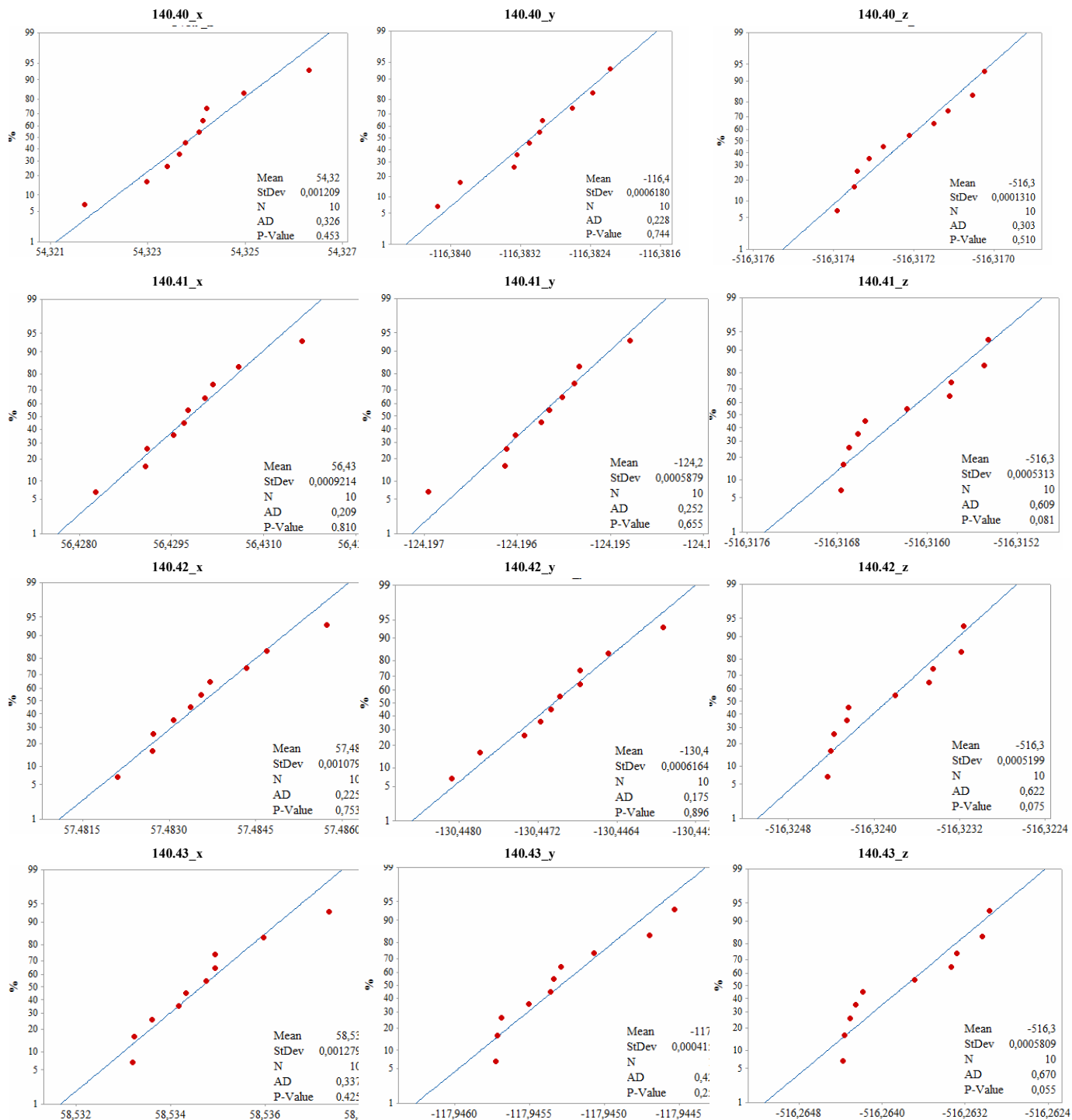


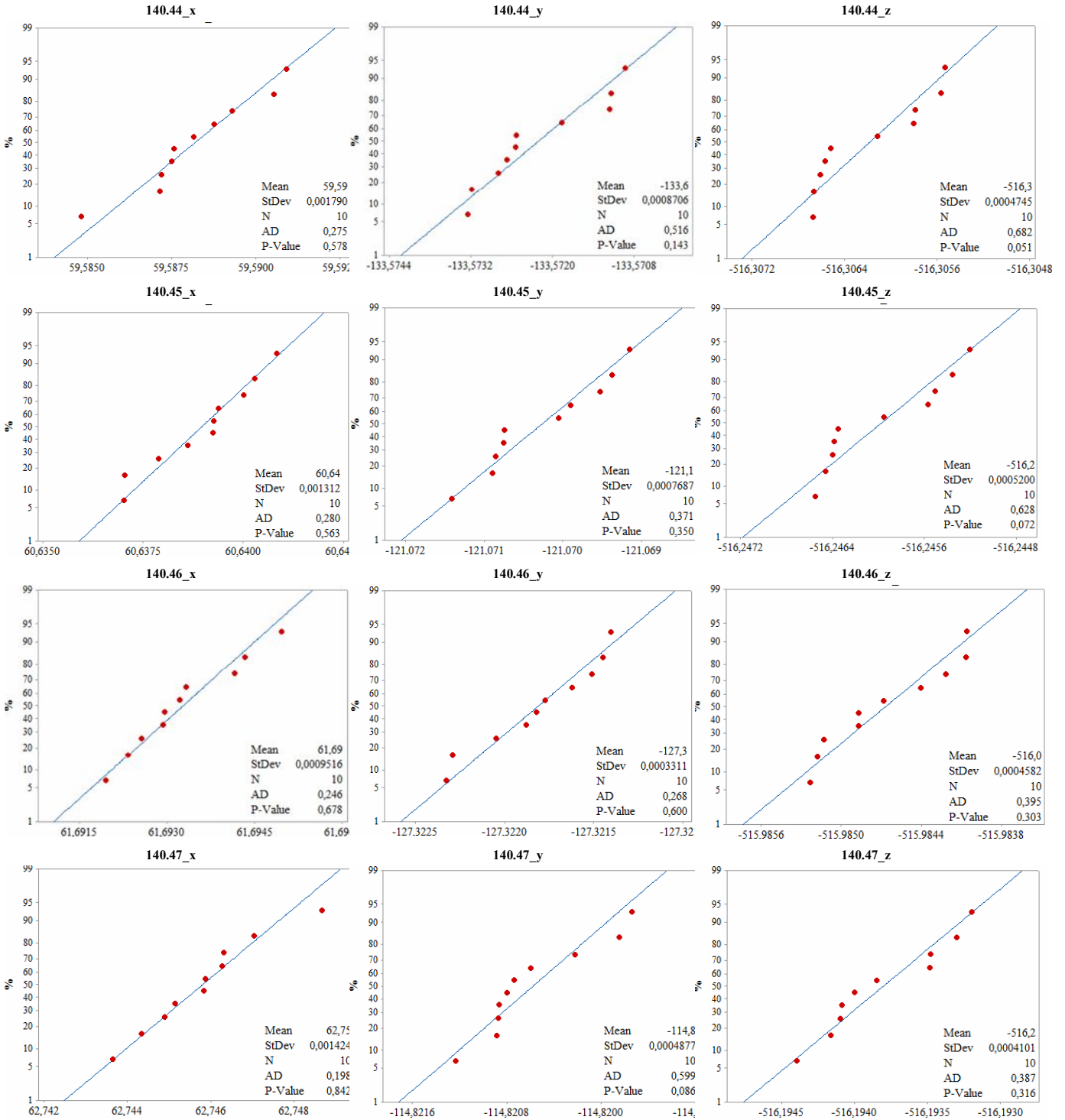


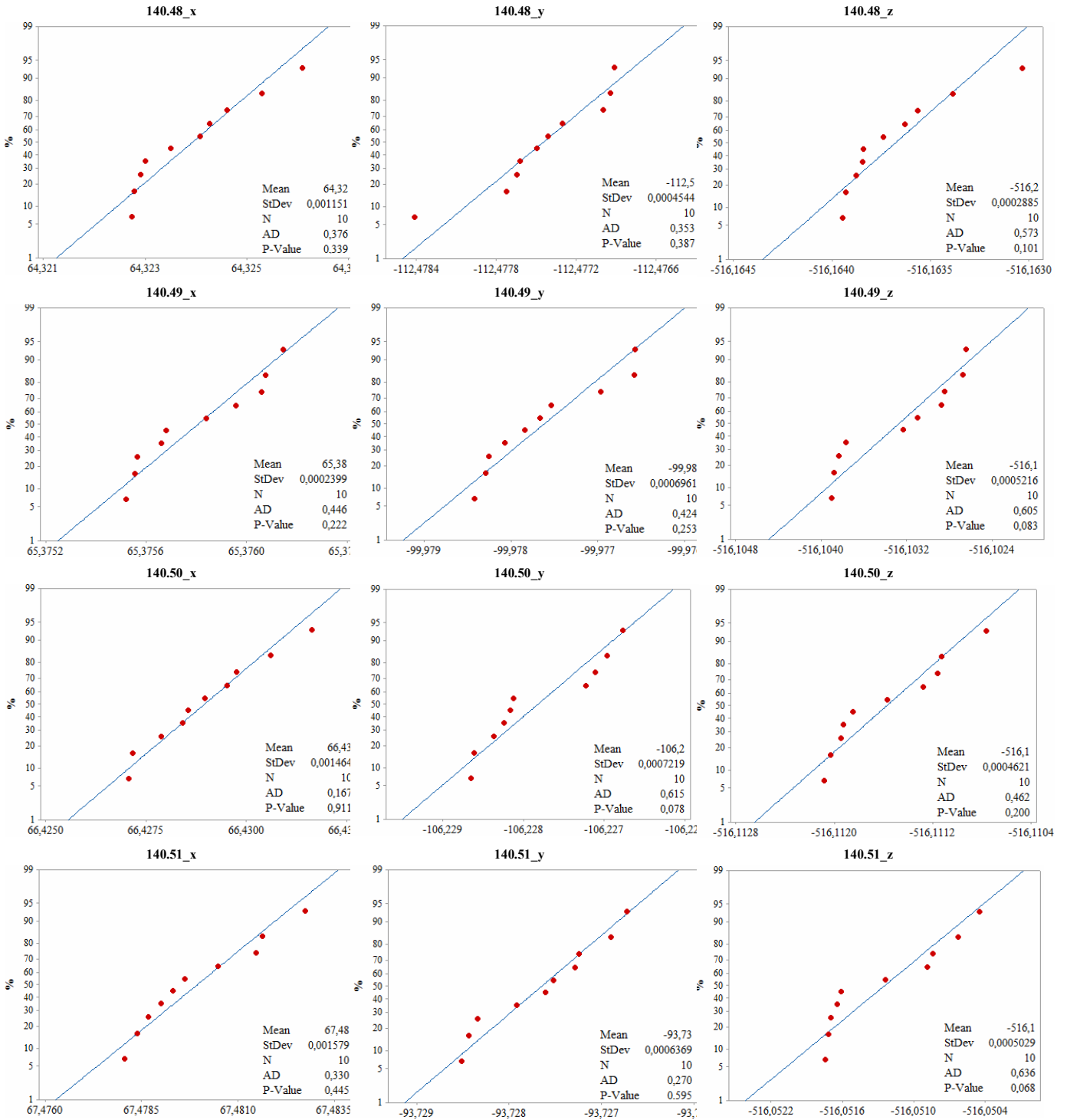


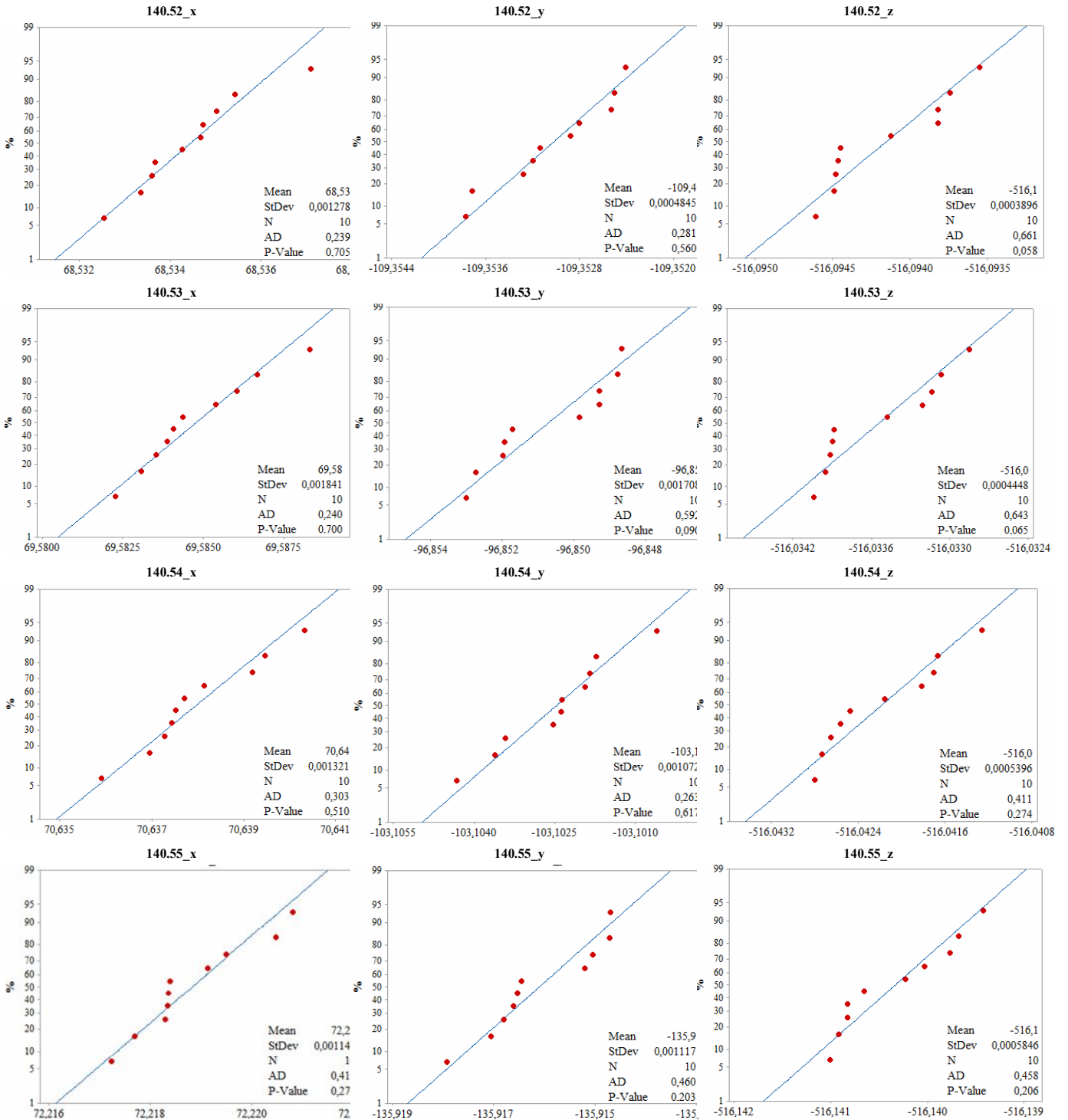


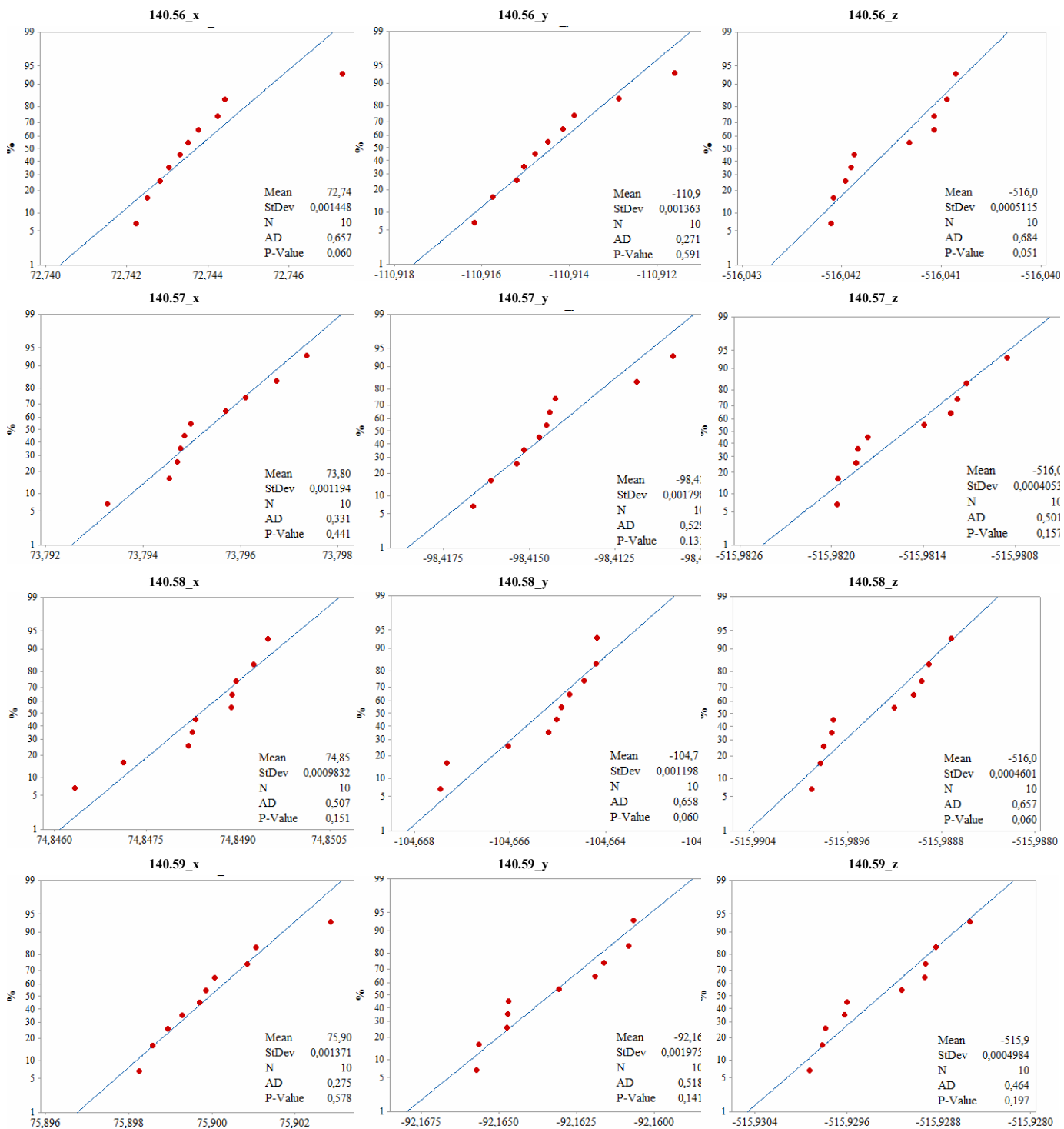


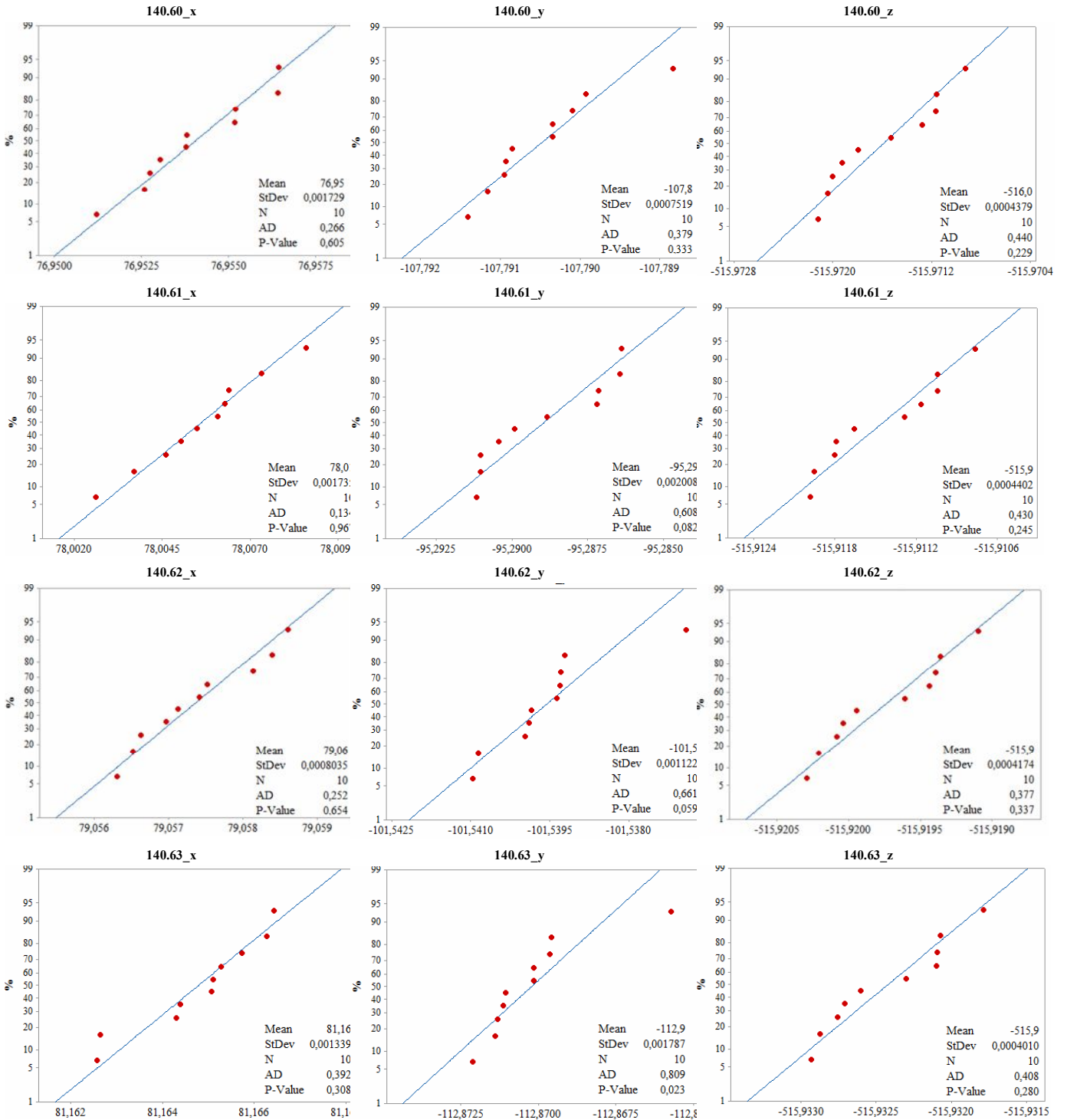


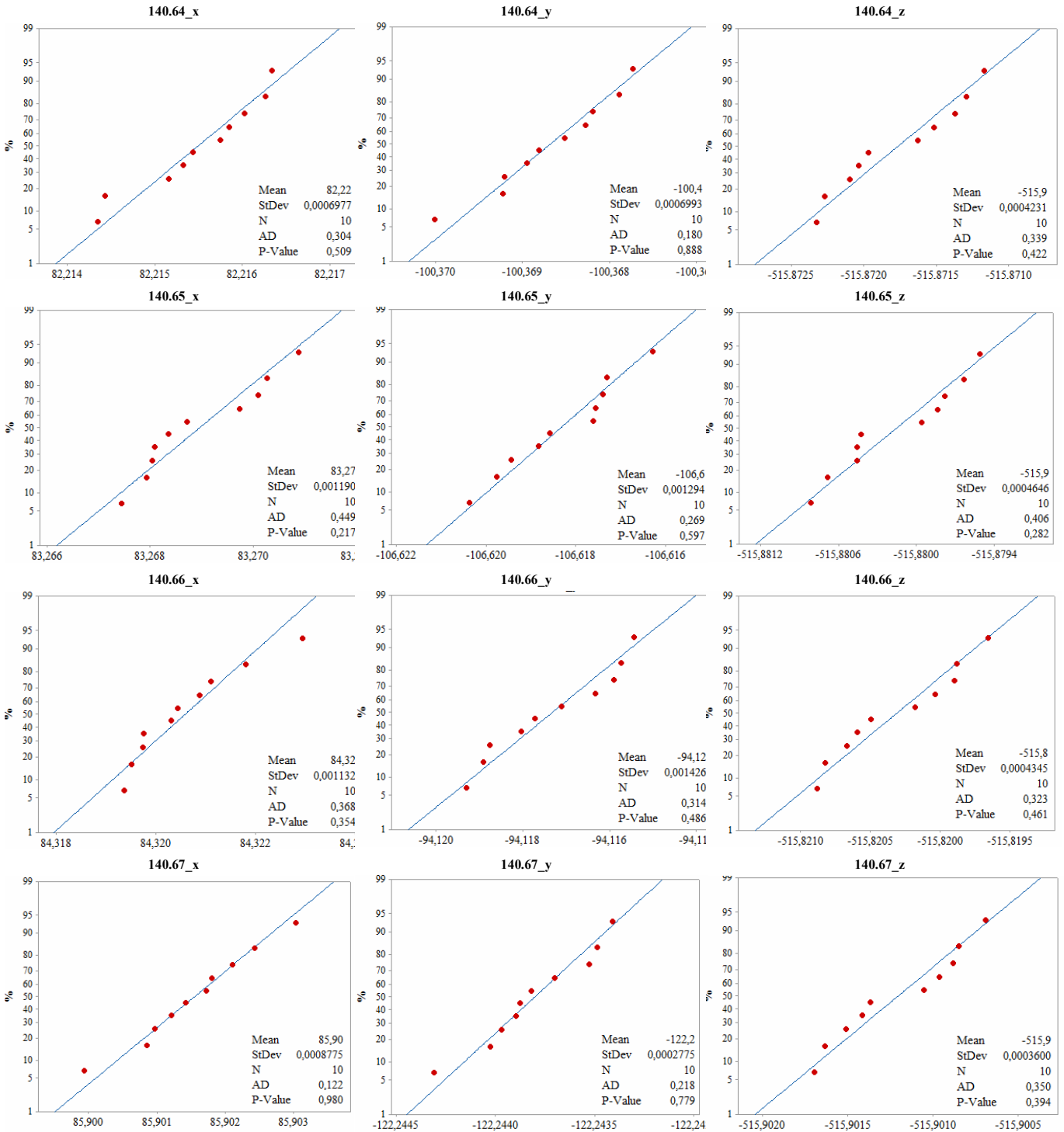


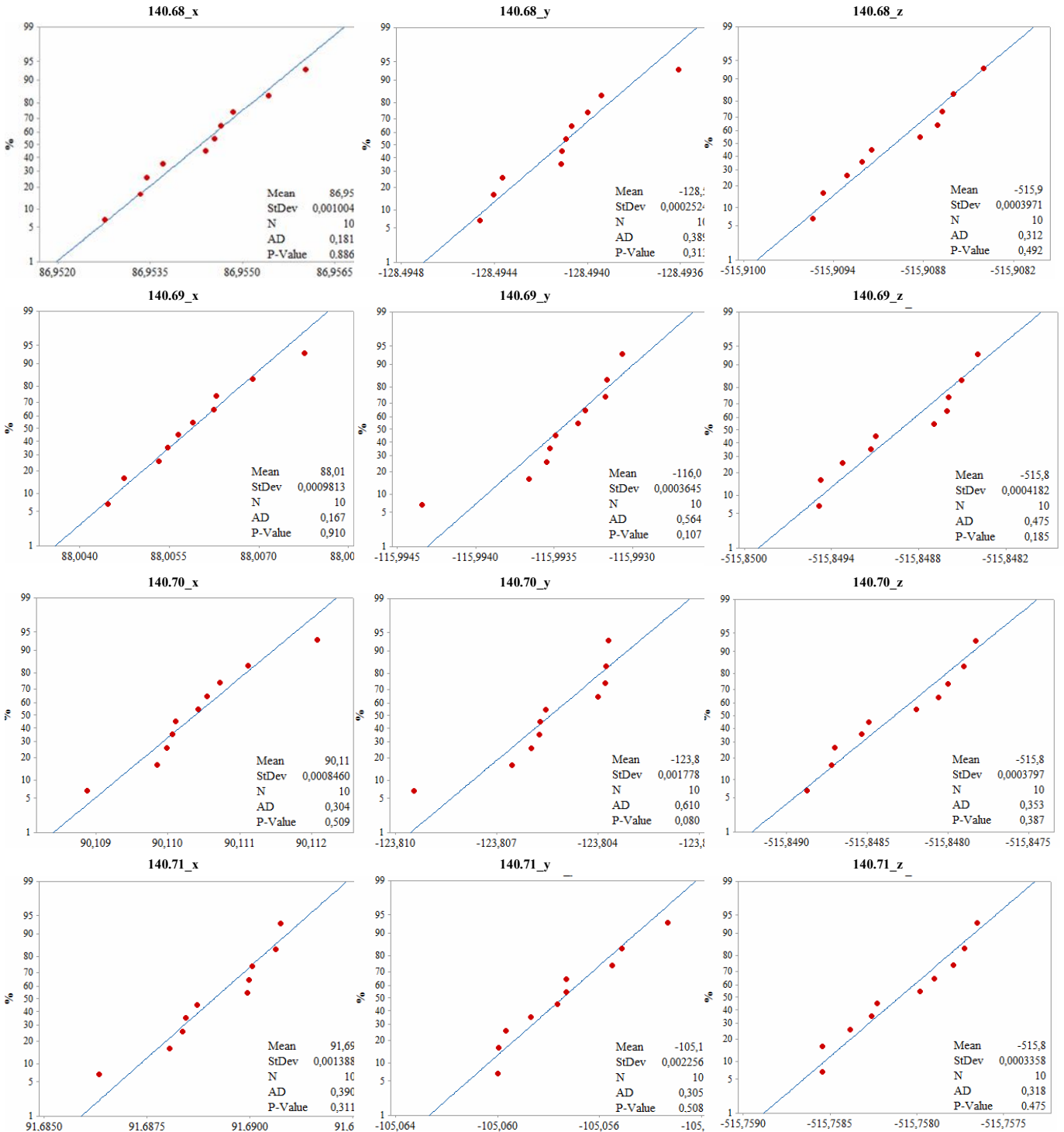


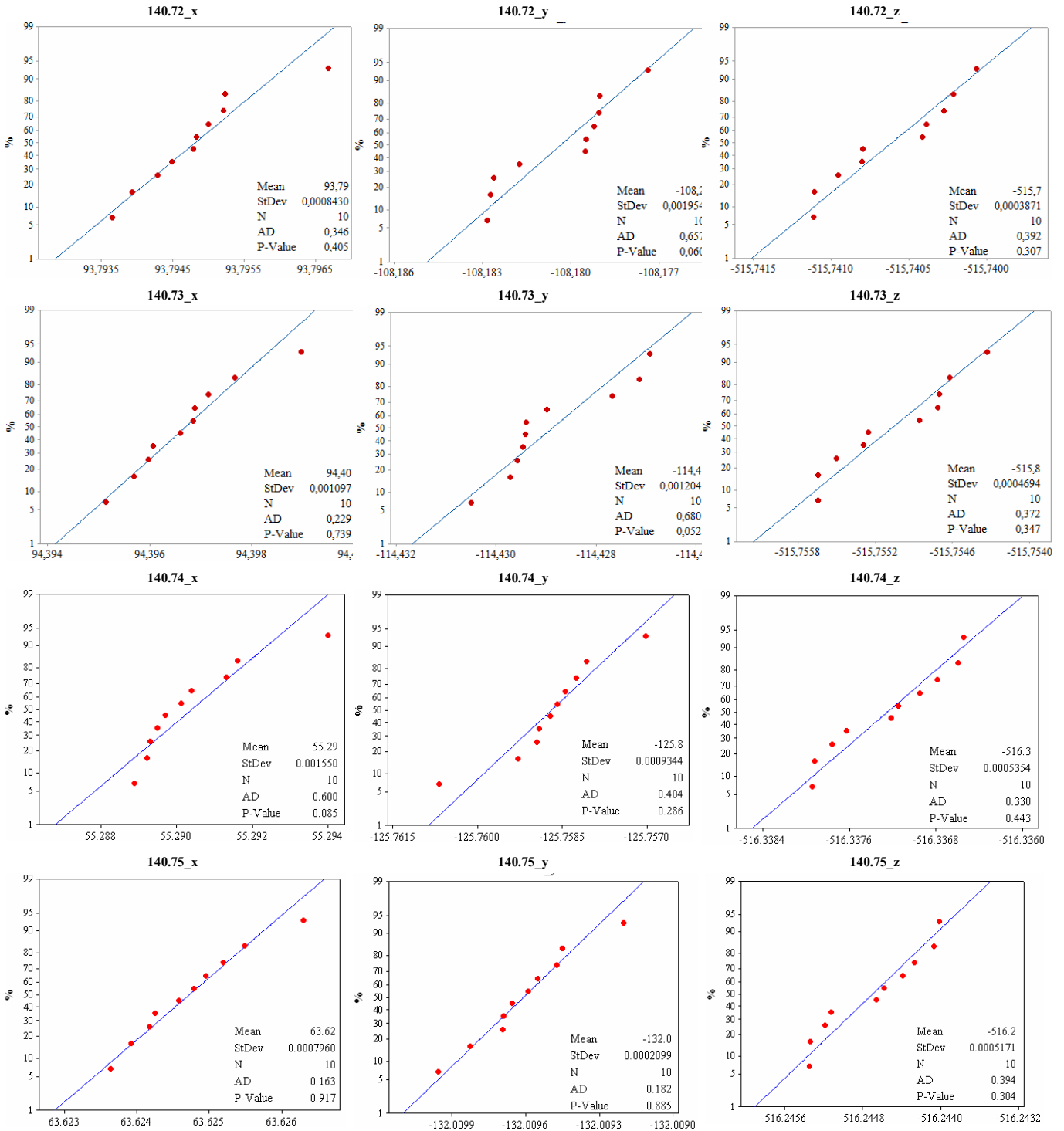


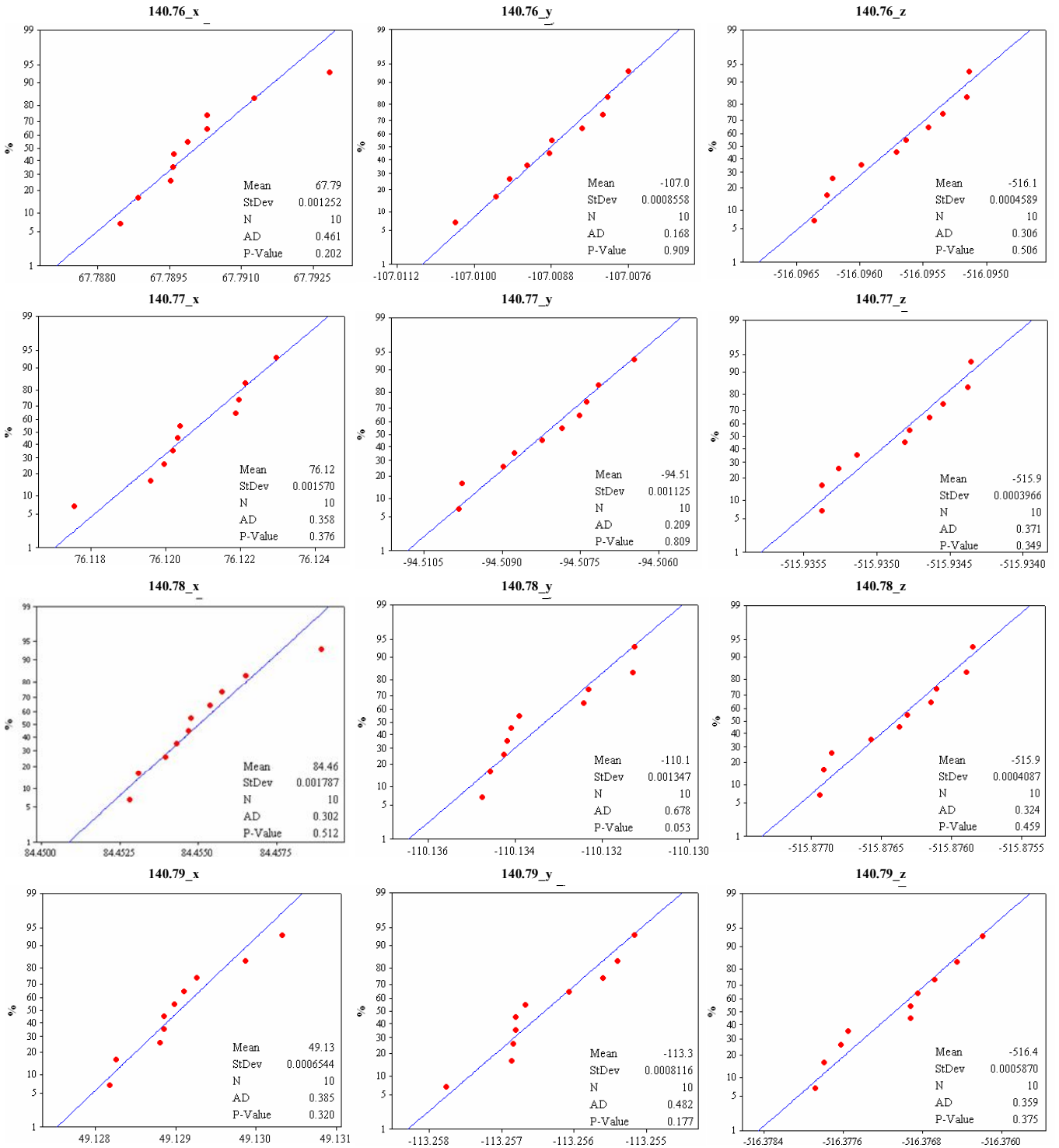


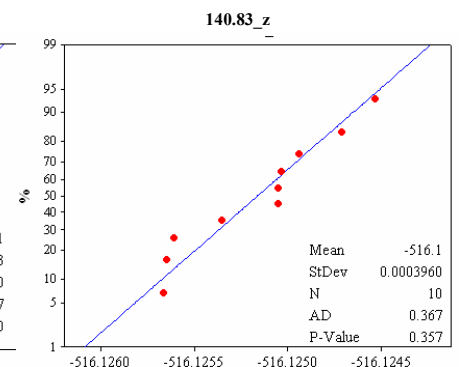
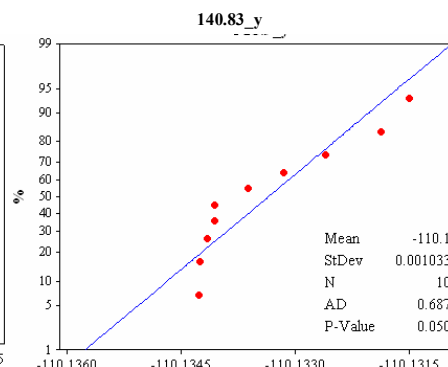
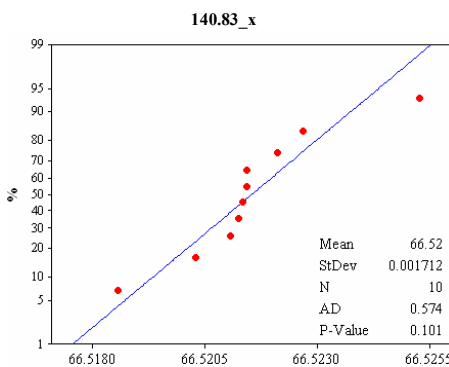
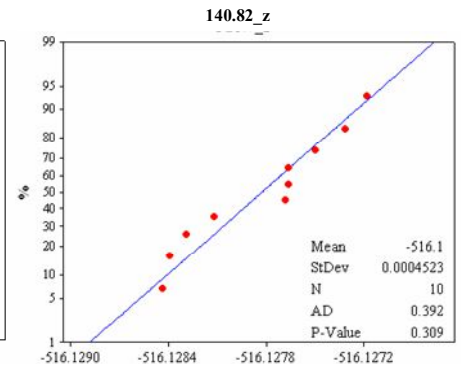
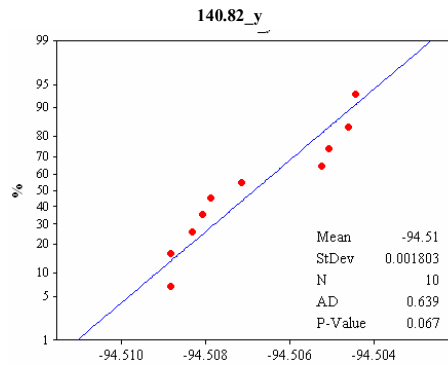
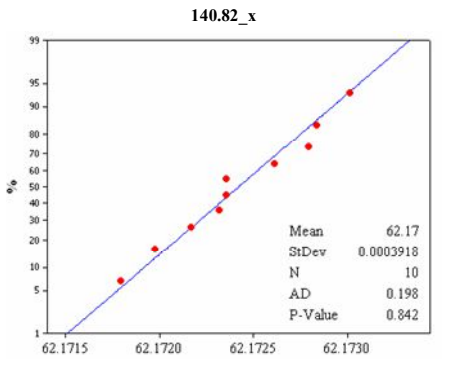
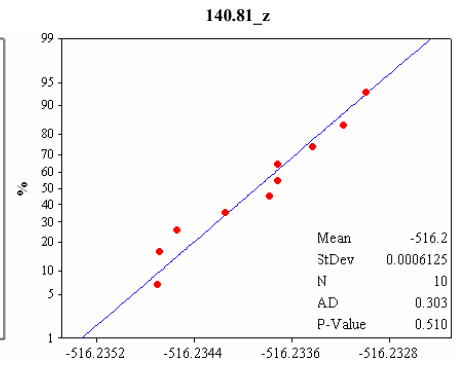
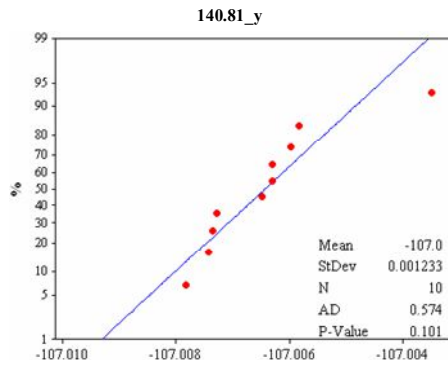
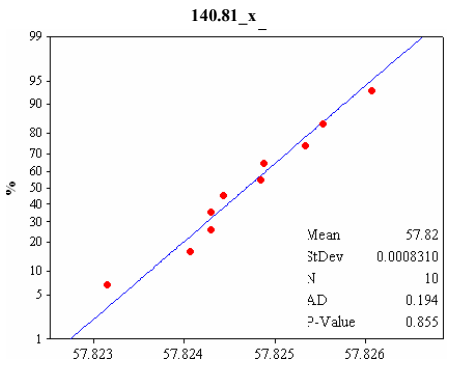
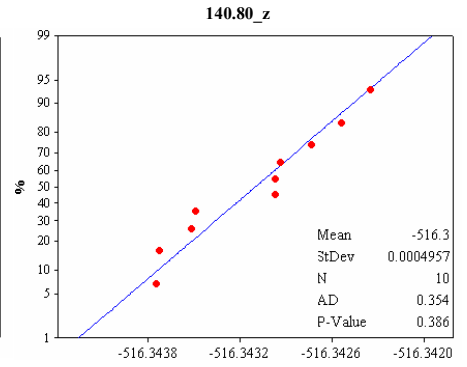
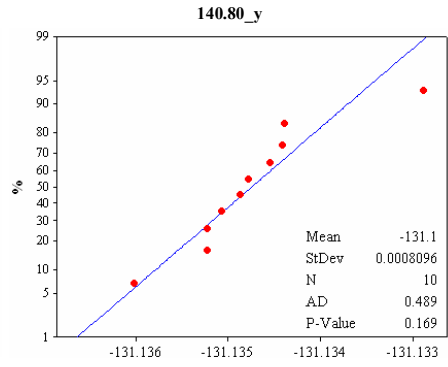
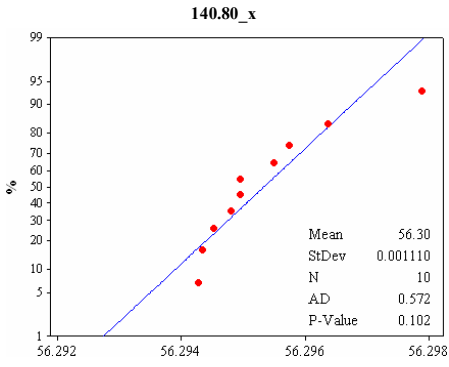


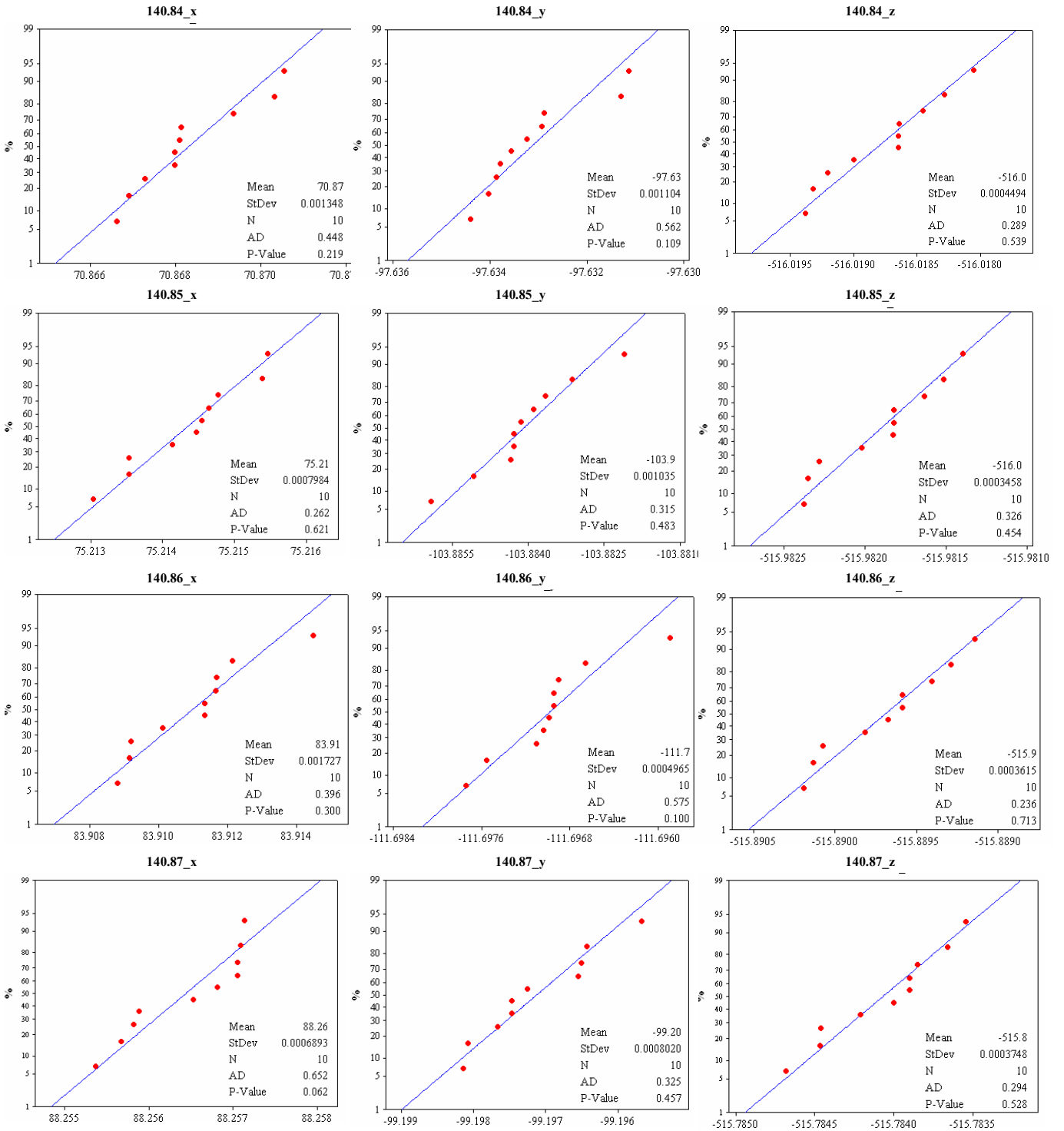


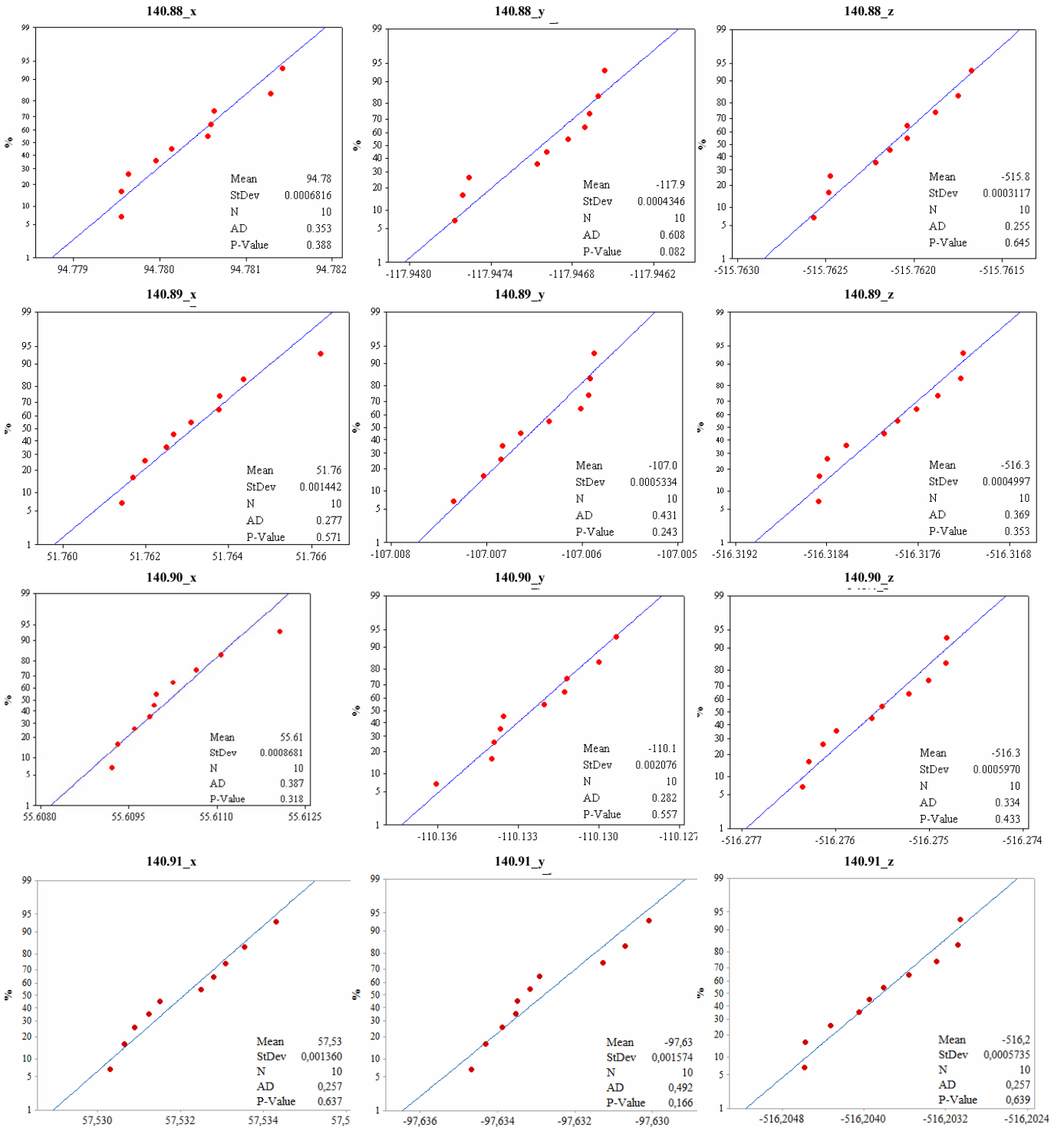


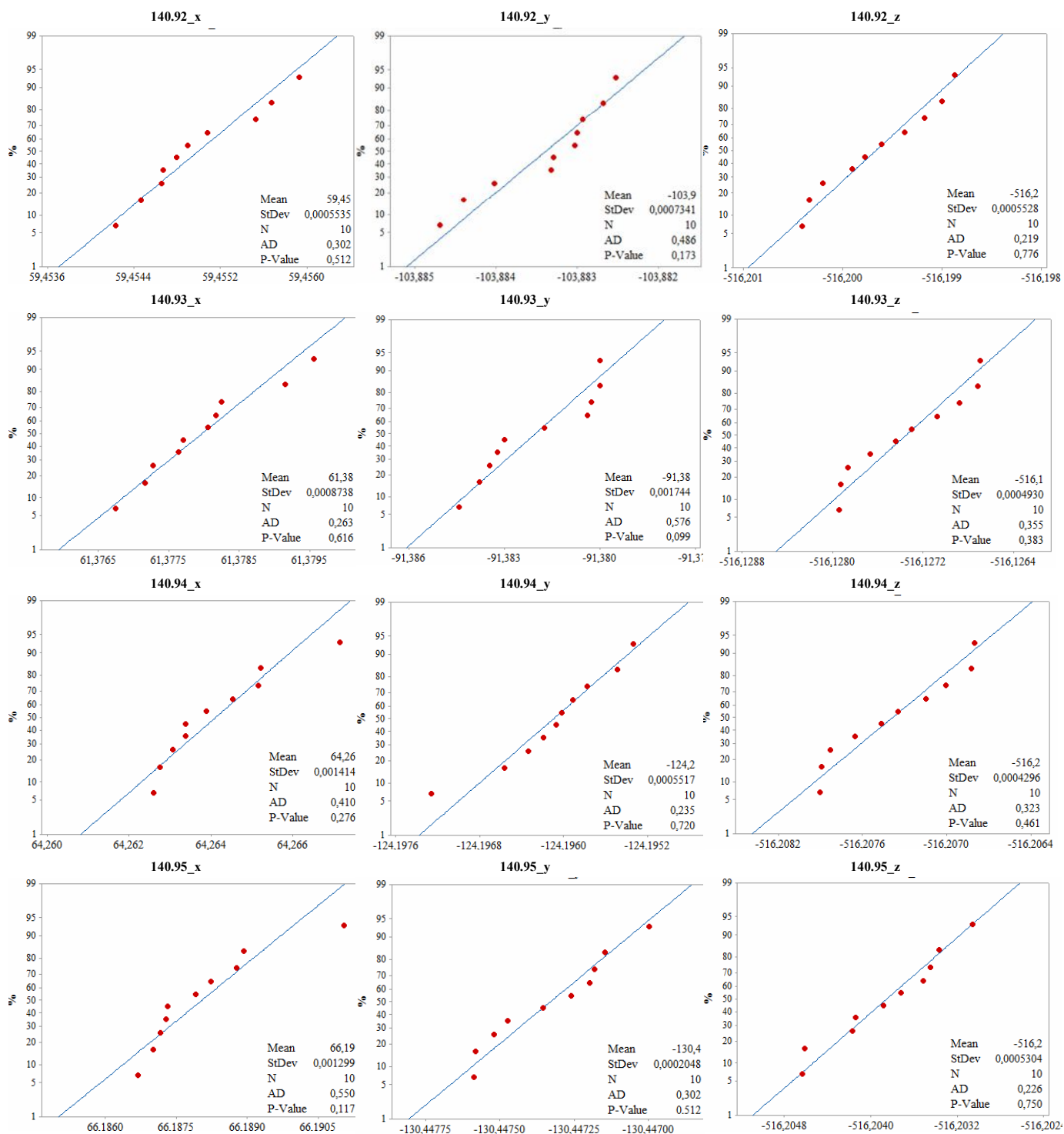


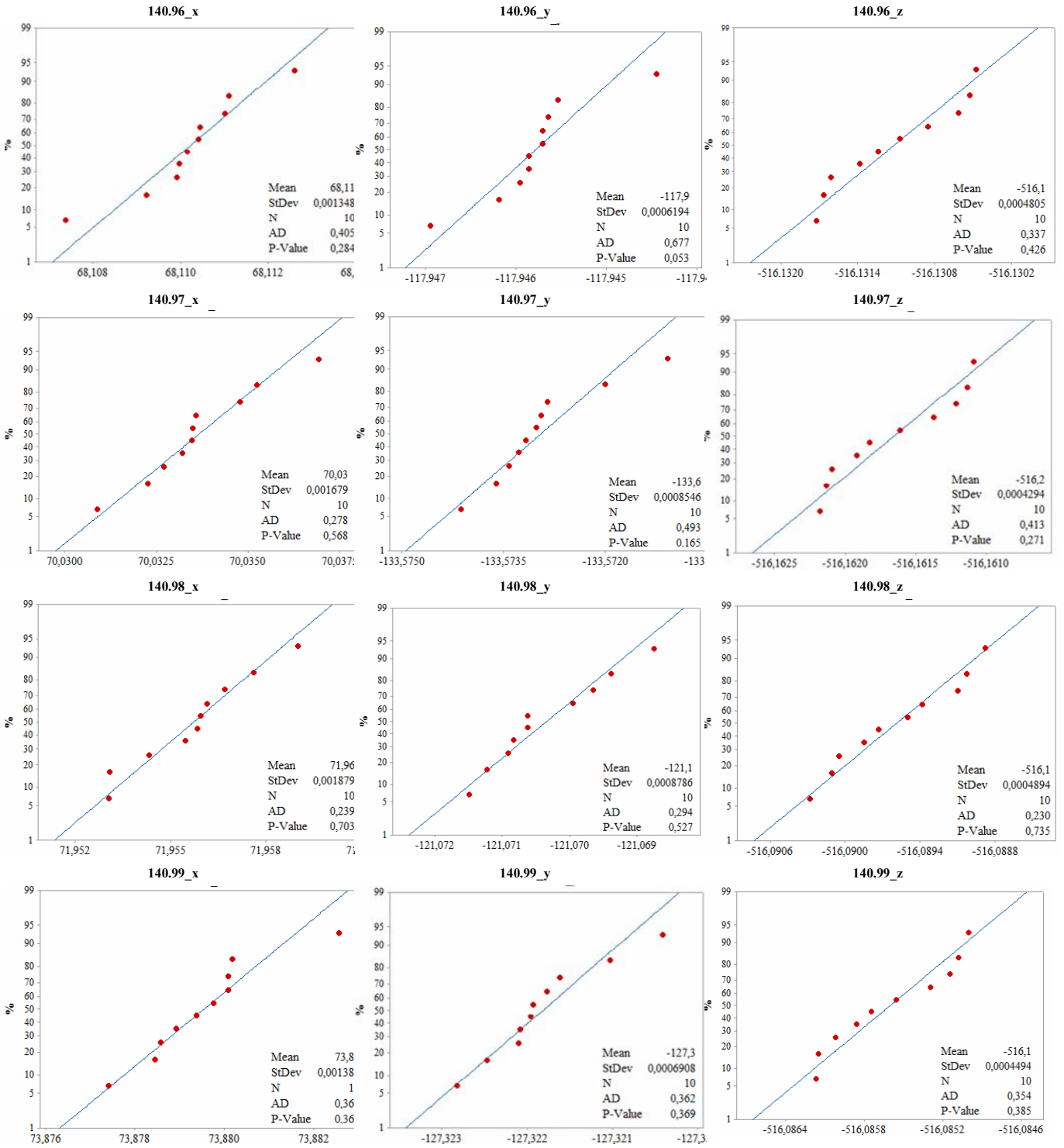


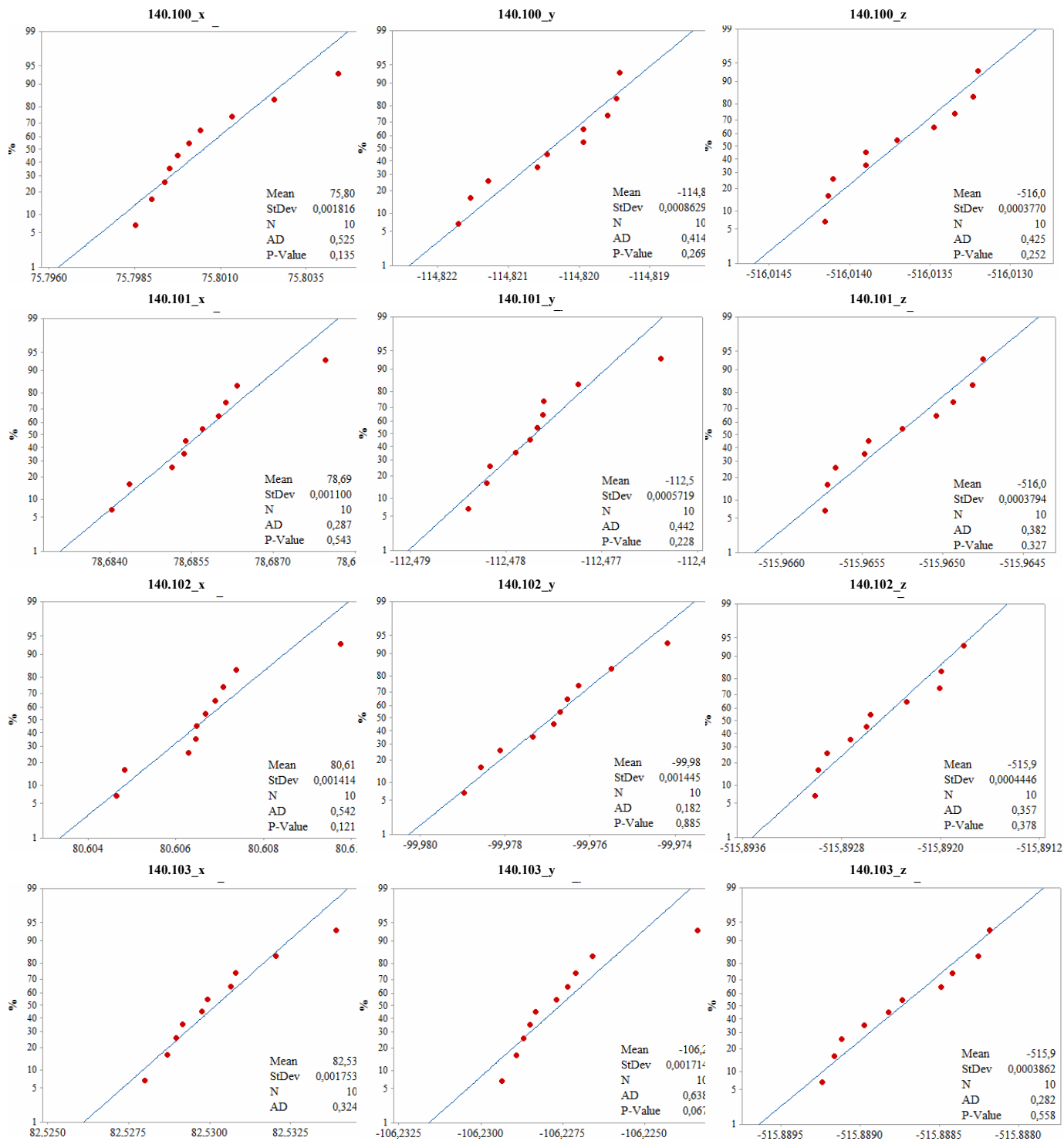


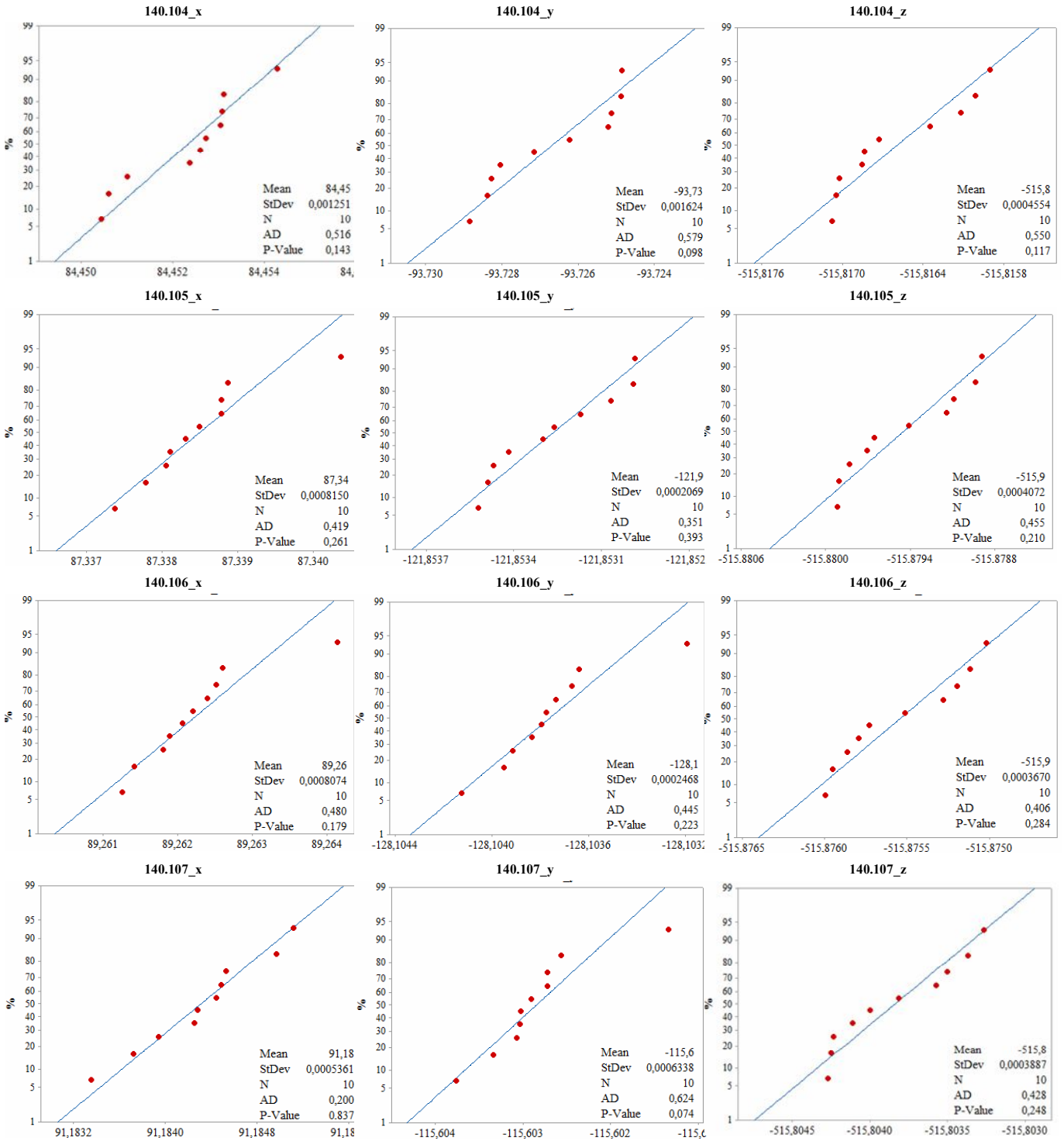


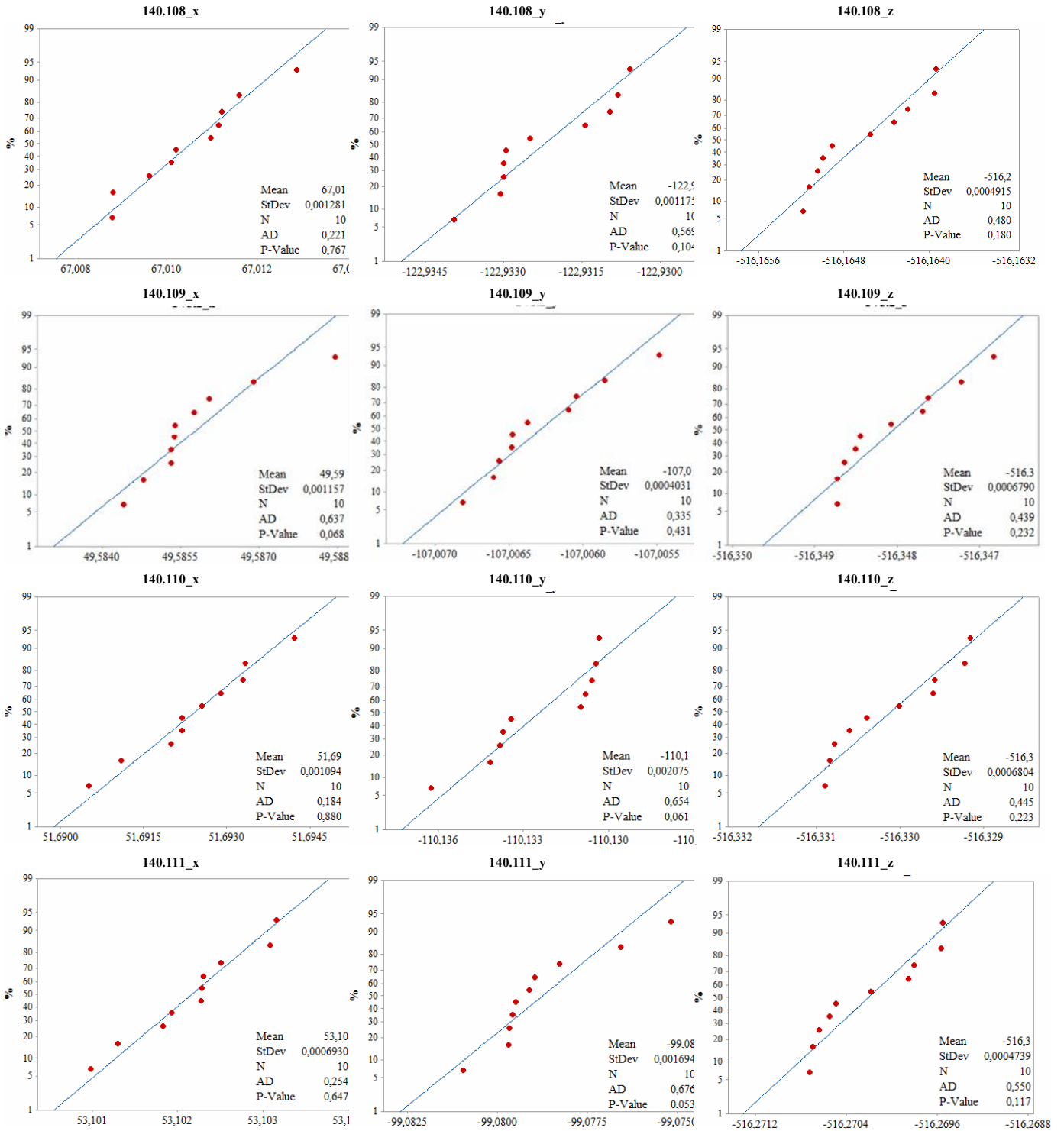


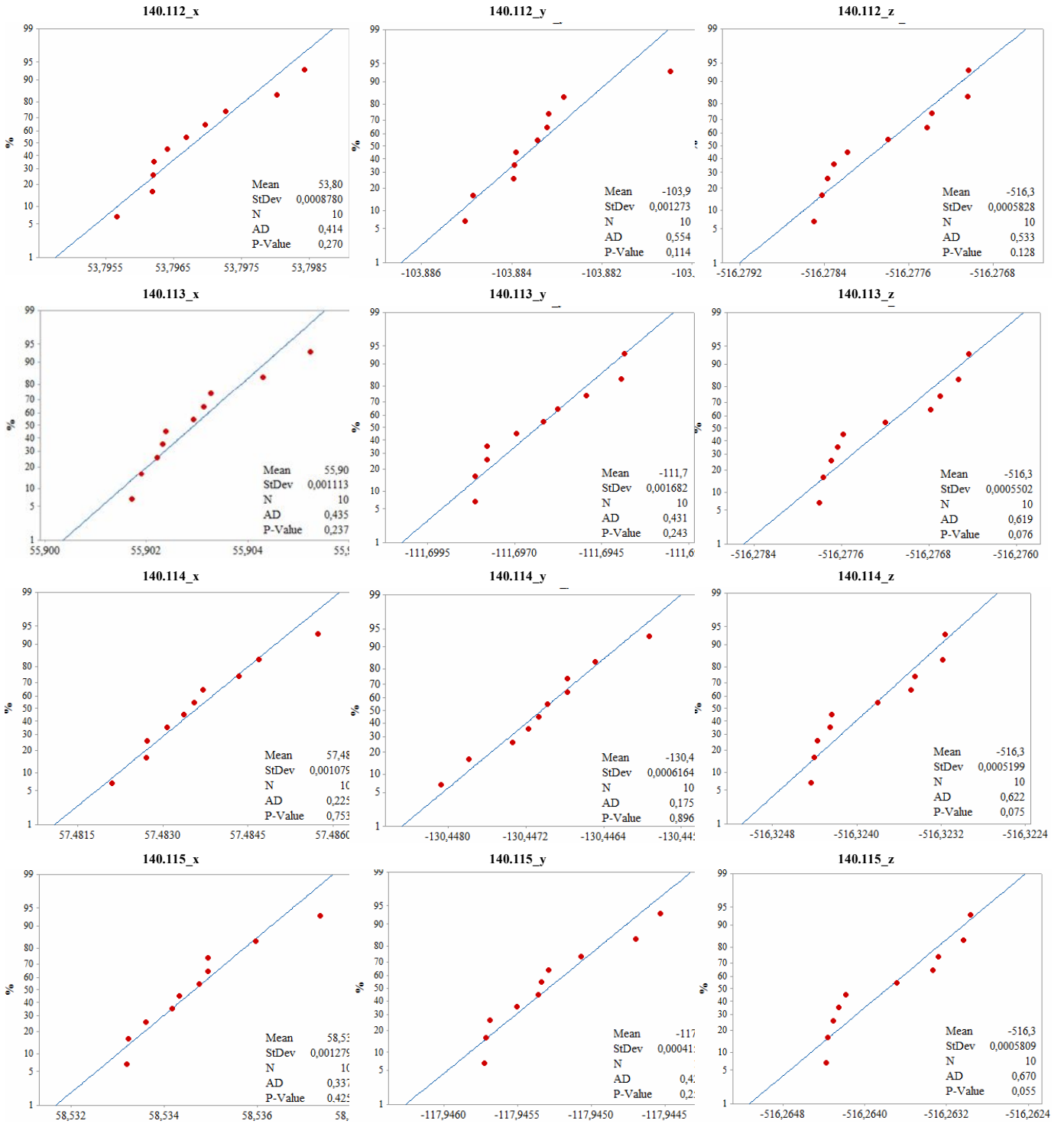


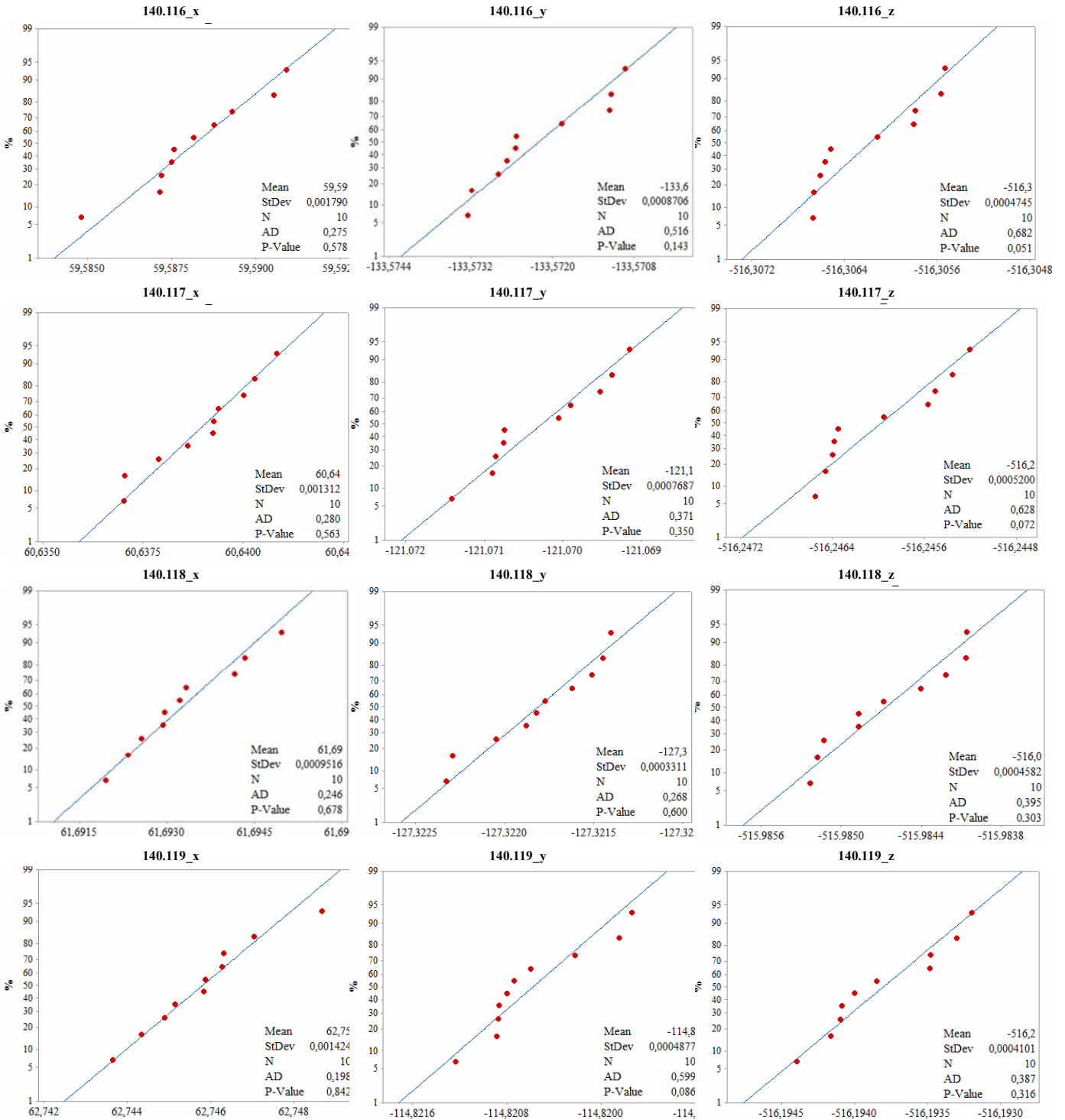


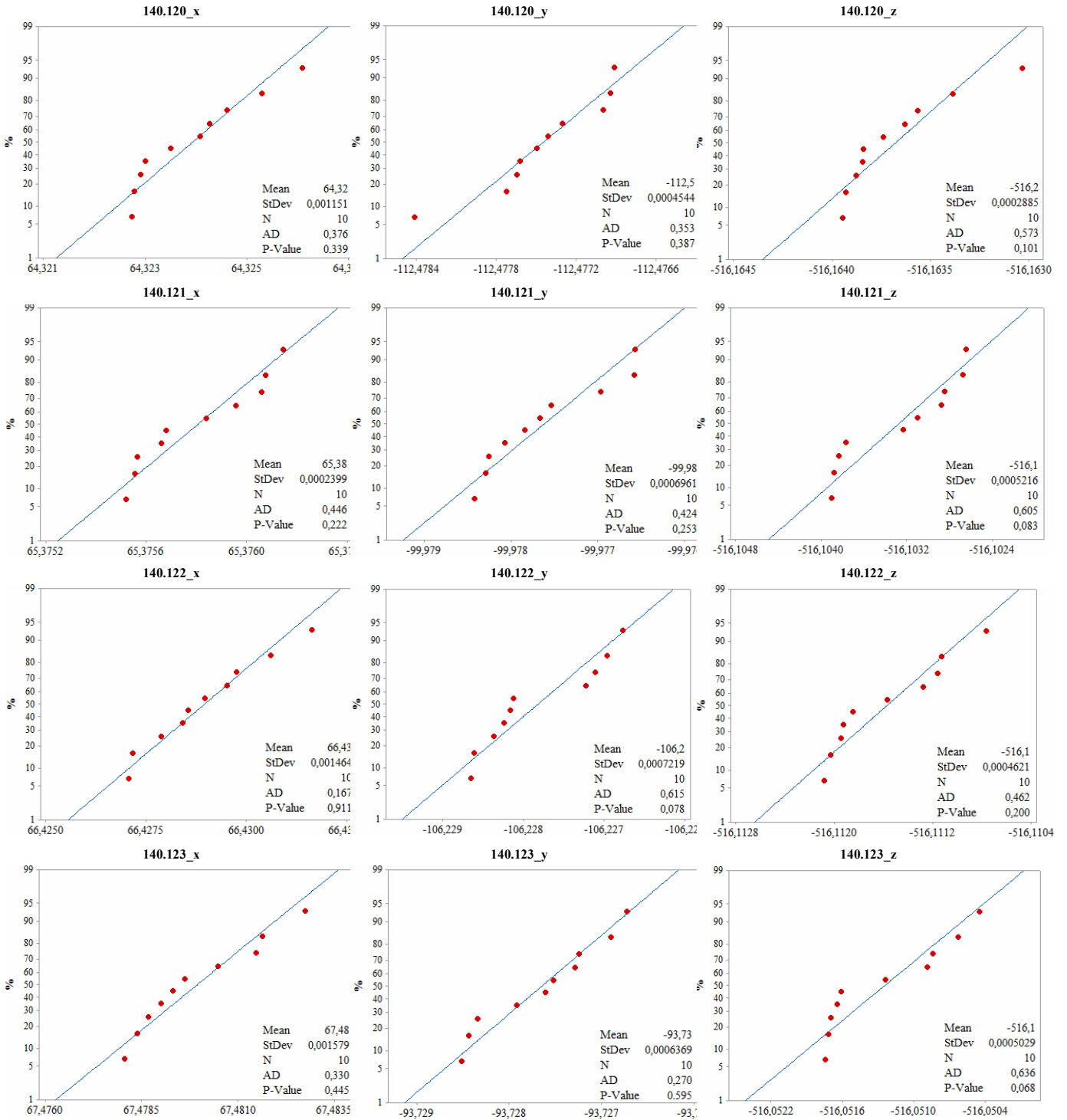


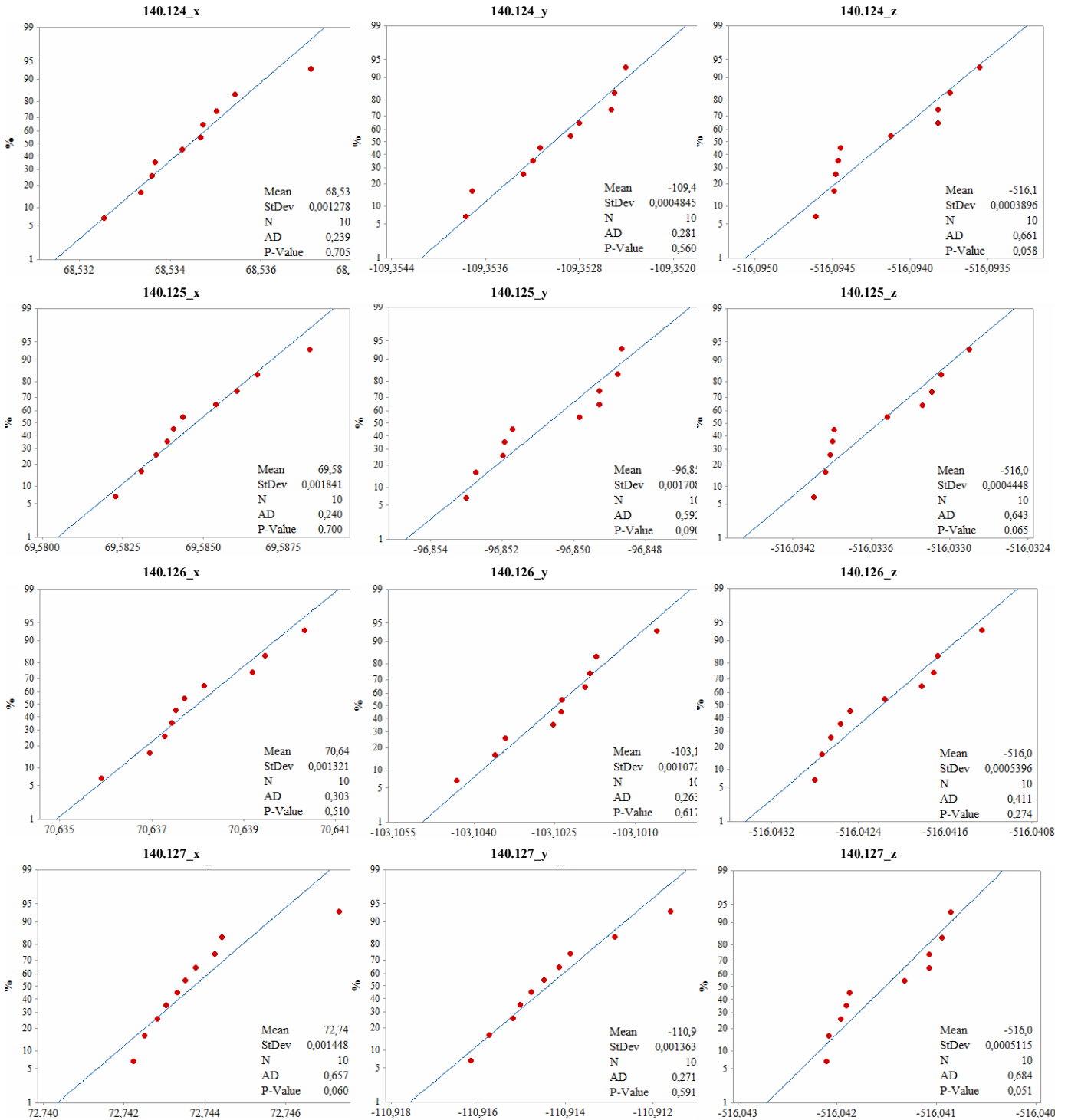


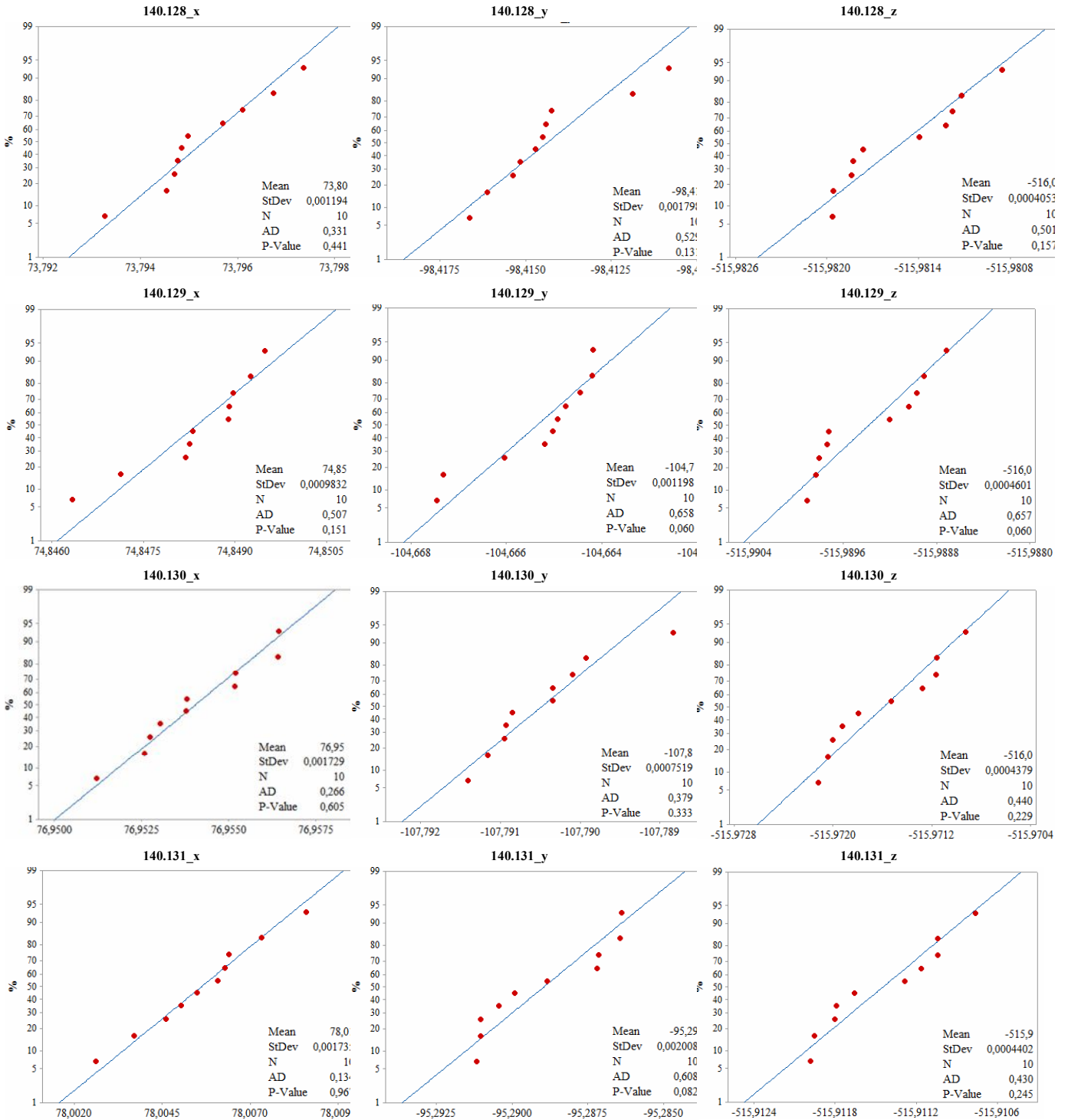


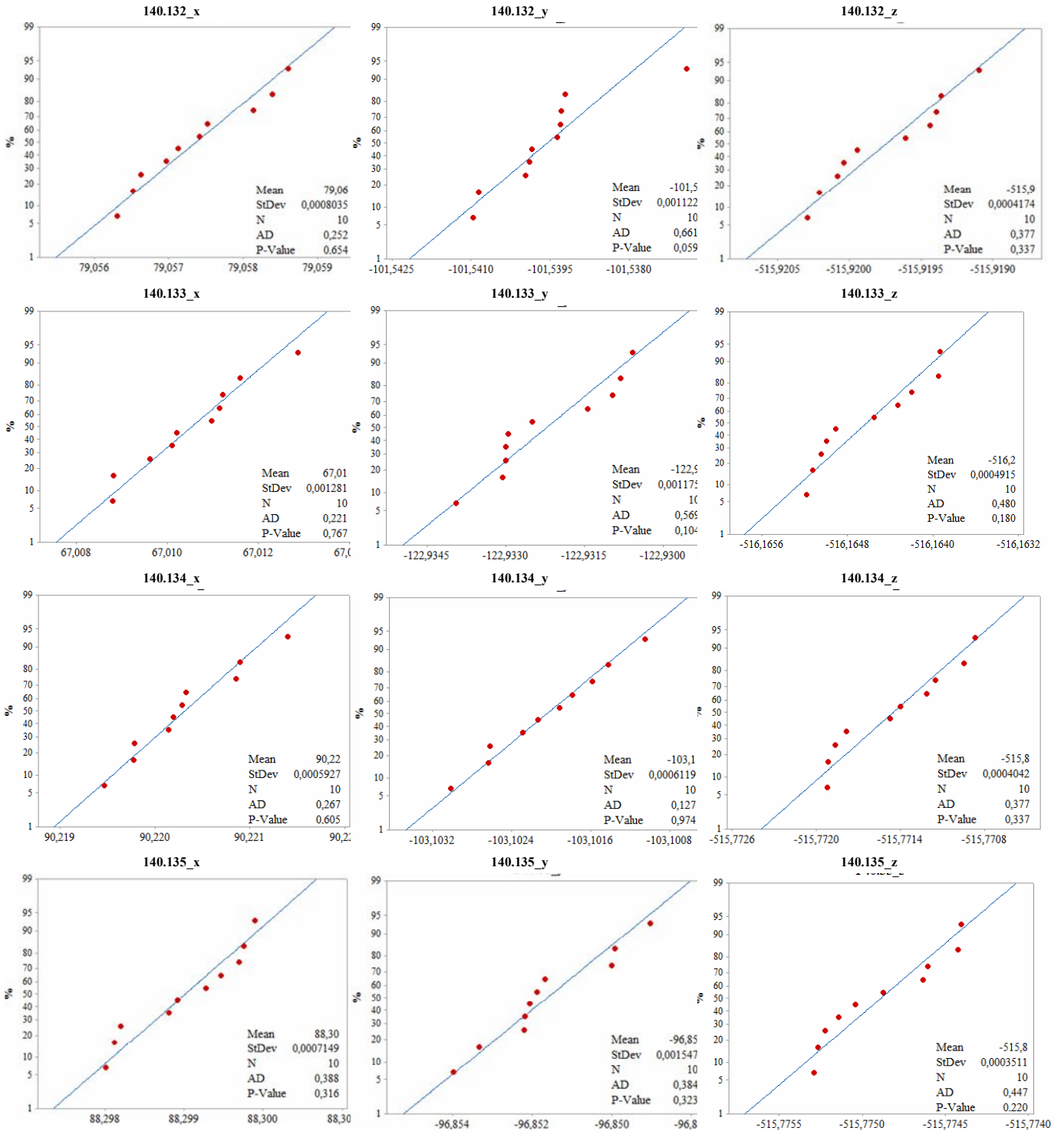


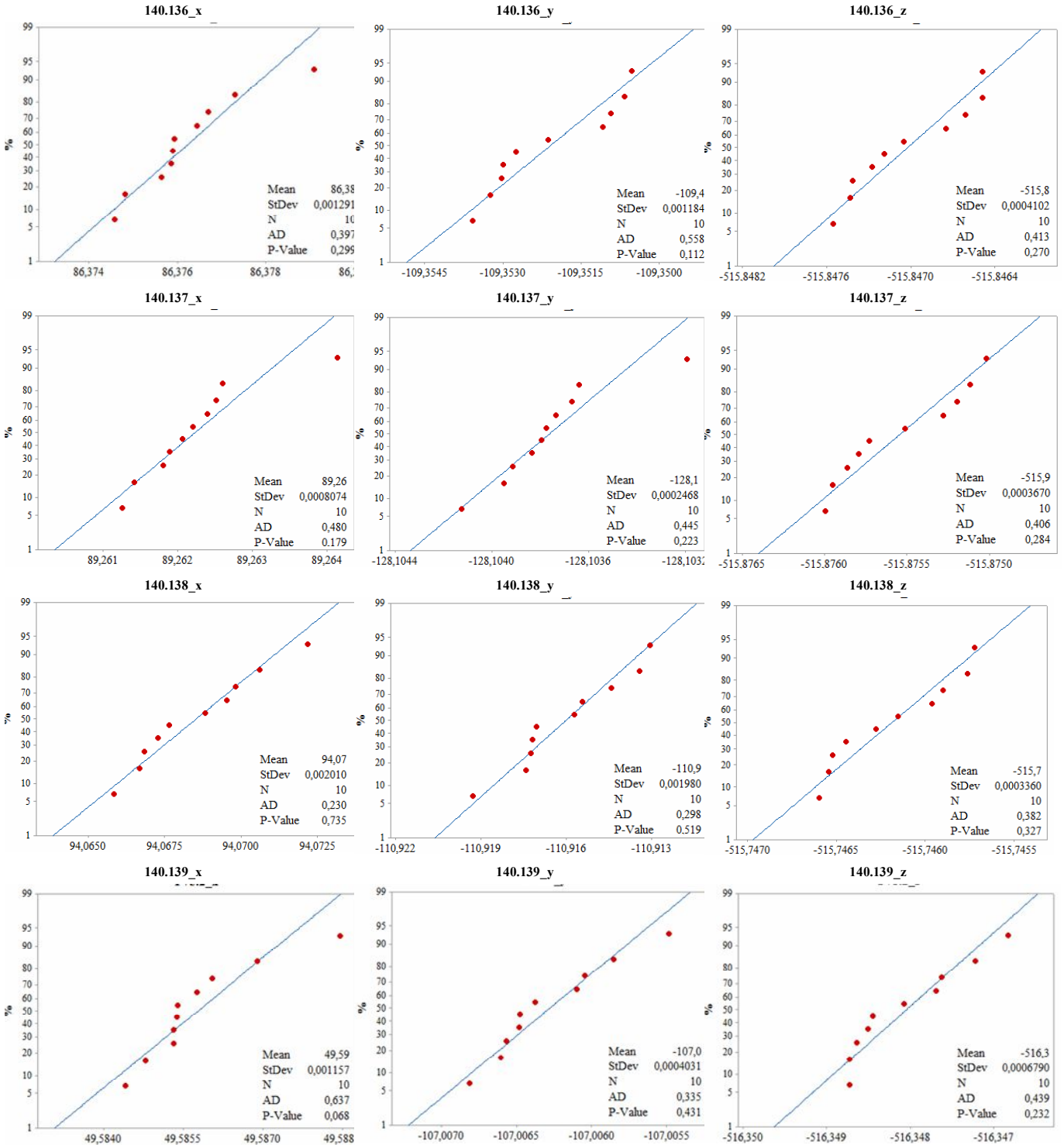


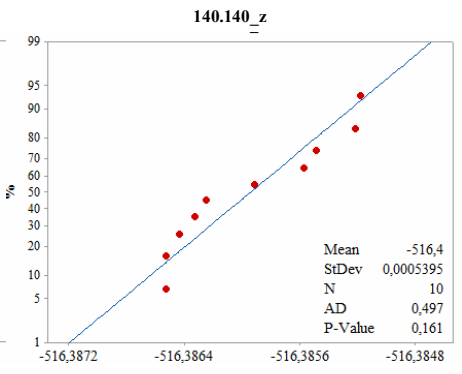
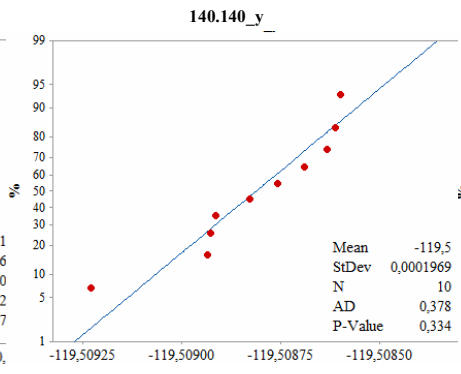
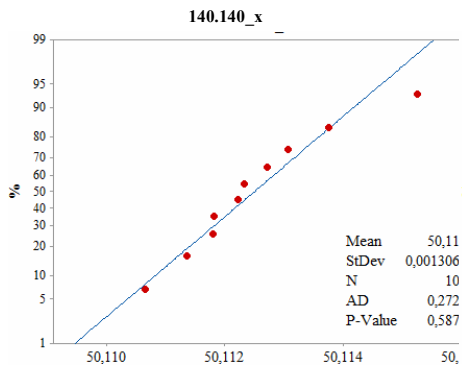












-PRILOG F- IZVORNI KOD MONTE KARLO SIMULACIJE

In[195]: = uvoz = {{51.1255350492086`, -113.257965116056`, -516.348927522622`,
 "", "", 51.1228706713154`, -113.256473908631`, -516.349397129488`,
 "", "", 51.1225363758651`, -113.257346551973`, -516.349468317029`,
 "", "", 51.1222208305837`, -113.256918624216`, -516.349437965812`,
 "", "", 51.121836560727`, -113.257093863519`, -516.348865303472`,
 "", "", 51.1222792274824`, -113.257988045994`, -516.349027556986`,
 "", "", 51.1221812411631`, -113.257534720215`, -516.348603912302`,
 "", "", 51.1214584204752`, -113.259863440416`, -516.348483456683`,
 "", "", 51.121330248941`, -113.258137515206`, -516.348937031601`,
 "", "", 51.1205756072465`, -113.257859429038`, -516.348544995022`},
 {55.2940182837314`, -125.758063474764`, -516.337624436982`,
 "", "", 55.2916197150467`, -125.758942610629`, -516.337941565764`,
 "", "", 55.289710311148`, -125.757026375812`, -516.337918755256`,
 "", "", 55.2913251946682`, -125.759289594542`, -516.337753706875`,
 "", "", 55.289226436873`, -125.760681707598`, -516.337145709475`,
 "", "", 55.2901241915902`, -125.758583452906`, -516.337210124682`,
 "", "", 55.2903979935659`, -125.758710997919`, -516.336785390192`,
 "", "", 55.2893112999858`, -125.758904130876`, -516.336590966428`,
 "", "", 55.2894990367723`, -125.758253970131`, -516.336944709999`,
 "", "", 55.2888957698669`, -125.75844586826`, -516.33653926642`},
 {59.4599822550275`, -100.755248374845`, -516.189004752079`,
 "", "", 59.4543341928966`, -100.755245605248`, -516.189401169769`,
 "", "", 59.4547723648416`, -100.758454716389`, -516.189384181311`,
 "", "", 59.4551464269974`, -100.758178445624`, -516.189252056955`,
 "", "", 59.4547511890891`, -100.758755528125`, -516.18862205443`,
 "", "", 59.4545349185608`, -100.758480010811`, -516.1886844287`, "", "",
 59.4552351784723`, -100.759070803189`, -516.188290950926`, "", "",
 59.4543249076814`, -100.759004399904`, -516.188044868565`, "", "",
 59.4542415562253`, -100.758574831458`, -516.188467008269`, "", "",
 59.4548998077918`, -100.759517640168`, -516.187988472011`},
 {63.6284879359967`, -132.009692733862`, -516.245117246471`,
 "", "", 63.6262996702053`, -132.009447786982`, -516.245331795927`,
 "", "", 63.6247869801374`, -132.008201690318`, -516.245340644872`,
 "", "", 63.6251950195876`, -132.009824543115`, -516.245181698102`},

""', ""', 63.6241725768279', -132.009653645411', -516.244576406378',
""', ""', 63.6249596180448', -132.009588917469', -516.244652348549',
""', ""', 63.6239287463934', -132.007689659327', -516.24426258136',
""', ""', 63.6245777804915', -132.009470478751', -516.244063331239',
""', ""', 63.6242502587421', -132.009954732276', -516.244382970127',
""', ""', 63.6236407715242', -132.009550431415', -516.244009530058'},
{67.7938546208251', -107.005003054087', -516.095986695621',
""', ""', 67.7912817532382', -107.004601796815', -516.096259166809',
""', ""', 67.7902861645387', -107.010289224492', -516.096360728052',
""', ""', 67.7902901165227', -107.009452677522', -516.096213021034',
""', ""', 67.7895827437808', -107.009170806784', -516.095637197055',
""', ""', 67.7884848160233', -107.008317419499', -516.095708668945',
""', ""', 67.789883013694', -107.008828203539', -516.095342057671',
""', ""', 67.7895215798699', -107.00792169898', -516.095138035427',
""', ""', 67.7896016709711', -107.008793536489', -516.095457839096',
""', ""', 67.7888511903634', -107.009656601616', -516.095152063932'},
{71.959177411172', -119.506912707241', -516.083967744947',
""', ""', 71.9558233652782', -119.507229937054', -516.084288341331',
""', ""', 71.9574380430036', -119.509157384726', -516.084269712058',
""', ""', 71.9568792935262', -119.509559210358', -516.084122228589',
""', ""', 71.9567545289019', -119.508378708663', -516.083517870187',
""', ""', 71.9570806201942', -119.508362800879', -516.083590318348',
""', ""', 71.9566455955588', -119.508518904985', -516.08324483326',
""', ""', 71.9565619117207', -119.509316411884', -516.083045057139',
""', ""', 71.9557223273241', -119.508548923383', -516.083379257221',
""', ""', 71.9550239010007', -119.509238527368', -516.083025605389'},
{76.1229610185212', -94.507373433684', -515.935136277449',
""', ""', 76.122128958383', -94.5075203416635', -515.935375311589',
""', ""', 76.1218917855806', -94.5064620635068', -515.935375336344',
""', ""', 76.1219674324019', -94.5071559423633', -515.935263509833',
""', ""', 76.120339100737', -94.5078459775576', -515.934777057286',
""', ""', 76.1202145211839', -94.5089800327845', -515.934810120232',
""', ""', 76.1196072481866', -94.5082272015016', -515.934545066142',
""', ""', 76.1199701103526', -94.5087613622467', -515.93435503591',

"" , "" , 76.120404907559` , -94.5098266003399` , -515.934641880071` ,
"" , "" , 76.1175658556083` , -94.5097622493619` , -515.934375578729` } ,
{80.2935796835123` , -135.135375053104` , -516.025861660039` ,
"" , "" , 80.2890809737713` , -135.133759647982` , -516.026407960657` ,
"" , "" , 80.2902625142677` , -135.136132482898` , -516.026049267538` ,
"" , "" , 80.2898025086178` , -135.135855643554` , -516.026042663821` ,
"" , "" , 80.2895307568014` , -135.136074993272` , -516.025449750682` ,
"" , "" , 80.2895133780389` , -135.136216605248` , -516.025488491148` ,
"" , "" , 80.2896977662543` , -135.135740404656` , -516.025104627025` ,
"" , "" , 80.2889703834637` , -135.13580191762` , -516.025095240518` ,
"" , "" , 80.2889963485959` , -135.135403042467` , -516.025345706019` ,
"" , "" , 80.286793743351` , -135.133906857073` , -516.02519845797` }
, {84.4589411053783` , -110.12826067041` , -515.876571447099` ,
"" , "" , 84.4565284823917` , -110.131307031817` , -515.876855617337` ,
"" , "" , 84.4557707864439` , -110.132424706514` , -515.876910246701` ,
"" , "" , 84.4530824533944` , -110.134102351924` , -515.876936629116` ,
"" , "" , 84.454768046093` , -110.132308046944` , -515.87631622684` ,
"" , "" , 84.4553777945339` , -110.134762735019` , -515.876369436944` ,
"" , "" , 84.4528128425175` , -110.134187670039` , -515.876108909906` ,
"" , "" , 84.4546967117966` , -110.13390253011` , -515.875850071901` ,
"" , "" , 84.4543181759164` , -110.134568691179` , -515.876145560847` ,
"" , "" , 84.4539579111025` , -110.1342538598` , -515.875891901777` } ,
{88.6253132637081` , -122.633786114646` , -515.864910487595` ,
"" , "" , 88.6221186144459` , -122.632449695722` , -515.865158157482` ,
"" , "" , 88.6212414647392` , -122.631436107369` , -515.865248012818` ,
"" , "" , 88.6227767362977` , -122.634618567504` , -515.865030527927` ,
"" , "" , 88.6222836489283` , -122.634163938156` , -515.864576081843` ,
"" , "" , 88.6221877413136` , -122.634446820641` , -515.864461174469` ,
"" , "" , 88.6207030402705` , -122.631638754612` , -515.864342344815` ,
"" , "" , 88.621406929529` , -122.634157988167` , -515.8641678273` ,
"" , "" , 88.6213097924699` , -122.634051535357` , -515.864394850755` ,
"" , "" , 88.6206800641086` , -122.634210651637` , -515.86412530711` } }

```

Out[195]= {{51.1255, -113.258, -516.349,
, , 51.1229, -113.256, -516.349,
, , 51.1225, -113.257, -516.349,
, , 51.1222, -113.257, -516.349,
, , 51.1218, -113.257, -516.349,
, , 51.1223, -113.258, -516.349,
, , 51.1222, -113.258, -516.349,
, , 51.1215, -113.26, -516.348,
, , 51.1213, -113.258, -516.349,
, , 51.1206, -113.258, -516.349},
{55.294, -125.758, -516.338,
, , 55.2916, -125.759, -516.338,
, , 55.2897, -125.757, -516.338,
, , 55.2913, -125.759, -516.338,
, , 55.2892, -125.761, -516.337,
, , 55.2901, -125.759, -516.337,
, , 55.2904, -125.759, -516.337,
, , 55.2893, -125.759, -516.337,
, , 55.2895, -125.758, -516.337,
, , 55.2889, -125.758, -516.337},
{59.46, -100.755, -516.189,
, , 59.4543, -100.755, -516.189,
, , 59.4548, -100.758, -516.189,
, , 59.4551, -100.758, -516.189,
, , 59.4548, -100.759, -516.189,
, , 59.4545, -100.758, -516.189,
, , 59.4552, -100.759, -516.188,
, , 59.4543, -100.759, -516.188,
, , 59.4542, -100.759, -516.188,
, , 59.4549, -100.76, -516.188},
{63.6285, -132.01, -516.245,
, , 63.6263, -132.009, -516.245,
, , 63.6248, -132.008, -516.245,
, , 63.6252, -132.01, -516.245,

```

, , 63.6242, -132.01, -516.245,
, , 63.625, -132.01, -516.245,
, , 63.6239, -132.008, -516.244,
, , 63.6246, -132.009, -516.244,
, , 63.6243, -132.01, -516.244,
, , 63.6236, -132.01, -516.244},
{67.7939, -107.005, -516.096,
, , 67.7913, -107.005, -516.096,
, , 67.7903, -107.01, -516.096,
, , 67.7903, -107.009, -516.096,
, , 67.7896, -107.009, -516.096,
, , 67.7885, -107.008, -516.096,
, , 67.7899, -107.009, -516.095,
, , 67.7895, -107.008, -516.095,
, , 67.7896, -107.009, -516.095,
, , 67.7889, -107.01, -516.095},
{71.9592, -119.507, -516.084,
, , 71.9558, -119.507, -516.084,
, , 71.9574, -119.509, -516.084,
, , 71.9569, -119.51, -516.084,
, , 71.9568, -119.508, -516.084,
, , 71.9571, -119.508, -516.084,
, , 71.9566, -119.509, -516.083,
, , 71.9566, -119.509, -516.083,
, , 71.9557, -119.509, -516.083,
, , 71.955, -119.509, -516.083},
{76.123, -94.5074, -515.935,
, , 76.1221, -94.5075, -515.935,
, , 76.1219, -94.5065, -515.935,
, , 76.122, -94.5072, -515.935,
, , 76.1203, -94.5078, -515.935,
, , 76.1202, -94.509, -515.935,
, , 76.1196, -94.5082, -515.935,
, , 76.12, -94.5088, -515.934,

```

, , 76.1204, -94.5098, -515.935,
, , 76.1176, -94.5098, -515.934},
{80.2936, -135.135, -516.026,
, , 80.2891, -135.134, -516.026,
, , 80.2903, -135.136, -516.026,
, , 80.2898, -135.136, -516.026,
, , 80.2895, -135.136, -516.025,
, , 80.2895, -135.136, -516.025,
, , 80.2897, -135.136, -516.025,
, , 80.289, -135.136, -516.025,
, , 80.289, -135.135, -516.025,
, , 80.2868, -135.134, -516.025},
{84.4589, -110.128, -515.877,
, , 84.4565, -110.131, -515.877,
, , 84.4558, -110.132, -515.877,
, , 84.4531, -110.134, -515.877,
, , 84.4548, -110.132, -515.876,
, , 84.4554, -110.135, -515.876,
, , 84.4528, -110.134, -515.876,
, , 84.4547, -110.134, -515.876,
, , 84.4543, -110.135, -515.876,
, , 84.454, -110.134, -515.876},
{88.6253, -122.634, -515.865,
, , 88.6221, -122.632, -515.865,
, , 88.6212, -122.631, -515.865,
, , 88.6228, -122.635, -515.865,
, , 88.6223, -122.634, -515.865,
, , 88.6222, -122.634, -515.864,
, , 88.6207, -122.632, -515.864,
, , 88.6214, -122.634, -515.864,
, , 88.6213, -122.634, -515.864,
, , 88.6207, -122.634, -515.864}}

```

```

In[197]:= tacke = Table[ Table[{uvoz[[i, j]], uvoz[[i, j + 1]], uvoz[[i, j + 2]]}, {j, 1, 48, 5}], {i,
10}] TableForm[ tacke]

```

```

Out[197]= {{{51.1255, -113.258, -516.349},
  {51.1229, -113.256, -516.349},
  {51.1225, -113.257, -516.349},
  {51.1222, -113.257, -516.349},
  {51.1218, -113.257, -516.349},
  {51.1223, -113.258, -516.349},
  {51.1222, -113.258, -516.349},
  {51.1215, -113.26, -516.348},
  {51.1213, -113.258, -516.349},
  {51.1206, -113.258, -516.349}},
  {{55.294, -125.758, -516.338},
  {55.2916, -125.759, -516.338},
  {55.2897, -125.757, -516.338},
  {55.2913, -125.759, -516.338},
  {55.2892, -125.761, -516.337},
  {55.2901, -125.759, -516.337},
  {55.2904, -125.759, -516.337},
  {55.2893, -125.759, -516.337},
  {55.2895, -125.758, -516.337},
  {55.2889, -125.758, -516.337}},
  {{59.46, -100.755, -516.189},
  {59.4543, -100.755, -516.189},
  {59.4548, -100.758, -516.189},
  {59.4551, -100.758, -516.189},
  {59.4548, -100.759, -516.189},
  {59.4545, -100.758, -516.189},
  {59.4552, -100.759, -516.188},
  {59.4543, -100.759, -516.188},
  {59.4542, -100.759, -516.188},
  {59.4549, -100.76, -516.188}},
  {{63.6285, -132.01, -516.245},
  {63.6263, -132.009, -516.245},
  {63.6248, -132.008, -516.245},
  {63.6252, -132.01, -516.245},

```


{63.6242, -132.01, -516.245},
{63.625, -132.01, -516.245},
{63.6239, -132.008, -516.244},
{63.6246, -132.009, -516.244},
{63.6243, -132.01, -516.244},
{63.6236, -132.01, -516.244}},
{{67.7939, -107.005, -516.096},
{67.7913, -107.005, -516.096},
{67.7903, -107.01, -516.096},
{67.7903, -107.009, -516.096},
{67.7896, -107.009, -516.096},
{67.7885, -107.008, -516.096},
{67.7899, -107.009, -516.095},
{67.7895, -107.008, -516.095},
{67.7896, -107.009, -516.095},
{67.7889, -107.01, -516.095}},
{{71.9592, -119.507, -516.084},
{71.9558, -119.507, -516.084},
{71.9574, -119.509, -516.084},
{71.9569, -119.51, -516.084},
{71.9568, -119.508, -516.084},
{71.9571, -119.508, -516.084},
{71.9566, -119.509, -516.083},
{71.9566, -119.509, -516.083},
{71.9557, -119.509, -516.083},
{71.955, -119.509, -516.083}},
{{76.123, -94.5074, -515.935},
{76.1221, -94.5075, -515.935},
{76.1219, -94.5065, -515.935},
{76.122, -94.5072, -515.935},
{76.1203, -94.5078, -515.935},
{76.1202, -94.509, -515.935},
{76.1196, -94.5082, -515.935},
{76.12, -94.5088, -515.934},

{76.1204, -94.5098, -515.935},
{76.1176, -94.5098, -515.934}},
{{80.2936, -135.135, -516.026},
{80.2891, -135.134, -516.026},
{80.2903, -135.136, -516.026},
{80.2898, -135.136, -516.026},
{80.2895, -135.136, -516.025},
{80.2895, -135.136, -516.025},
{80.2897, -135.136, -516.025},
{80.289, -135.136, -516.025},
{80.289, -135.135, -516.025},
{80.2868, -135.134, -516.025}},
{{84.4589, -110.128, -515.877},
{84.4565, -110.131, -515.877},
{84.4558, -110.132, -515.877},
{84.4531, -110.134, -515.877},
{84.4548, -110.132, -515.876},
{84.4554, -110.135, -515.876},
{84.4528, -110.134, -515.876},
{84.4547, -110.134, -515.876},
{84.4543, -110.135, -515.876},
{84.454, -110.134, -515.876}},
{{88.6253, -122.634, -515.865},
{88.6221, -122.632, -515.865},
{88.6212, -122.631, -515.865},
{88.6228, -122.635, -515.865},
{88.6223, -122.634, -515.865},
{88.6222, -122.634, -515.864},
{88.6207, -122.632, -515.864},
{88.6214, -122.634, -515.864},
{88.6213, -122.634, -515.864},
{88.6207, -122.634, -515.864}}}

In[199]: n = 10 000

Out[199]: 10 000

In[200]: m = 10 (*broj ponovljenih merenja svaje kordinate*)

Out[200]: 10

In[201]: uBmerka = 10^{-5} (*izrazeno u nm, u kalibracionom sertifikatu je $u=20$ nm sa 95 %*)

Out[201]: $\frac{1}{100000}$

In[202]: merkaniz = RandomVariate [UniformDistribution [{0 - uBmerka * $\sqrt{3}$, 0 + uBmerka * $\sqrt{3}$ }], n]

Out[202]:

```
{-8.42147 × 10-6, -1.50132 × 10-6, 0.0000166567,  
-0.0000144309, 0.0000131654, ... 9999 ..., 6.38028 × 10-6,  
0.0000171943, 6.19196 × 10-6, -9.47908 × 10-7, 8.24437 × 10-6}
```

large output show less show more show all set size limit...

In[203]: x1 = Table[tacke[[1, j, 1]], {j, 10}]

Out[203]: {51.1255, 51.1229, 51.1225, 51.1222, 51.1218, 51.1223, 51.1222, 51.1215, 51.1213, 51.1206}

In[204]: x1niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x1], StandardDeviation[x1]], n];

In[205]: x2 = Table[tacke[[2, j, 1]], {j, 10}]

Out[205]: {55.294, 55.2916, 55.2897, 55.2913, 55.2892, 55.2901, 55.2904, 55.2893, 55.2895, 55.2889}

In[206]: x2niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x2], StandardDeviation[x2]], n];

In[207]: x3 = Table[tacke[[3, j, 1]], {j, 10}]

Out[207]: {59.46, 59.4543, 59.4548, 59.4551, 59.4548, 59.4545, 59.4552, 59.4543, 59.4542, 59.4549}

In[208]: x3niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x3], StandardDeviation[x3]], n];

In[209]: x4 = Table[tacke[[4, j, 1]], {j, 10}]

Out[209]: {63.6285, 63.6263, 63.6248, 63.6252, 63.6242, 63.625, 63.6239, 63.6246, 63.6243, 63.6236}

In[210]: x4niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x4], StandardDeviation[x4]], n];

In[211]: x5 = Table[tacke[[5, j, 1]], {j, 10}]

Out[211]: {67.7939, 67.7913, 67.7903, 67.7903, 67.7896, 67.7885, 67.7899, 67.7895, 67.7896, 67.7889}

In[212]: x5niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x5], StandardDeviation[x5]], n];

In[213]: x6 = Table[tacke[[6, j, 1]], {j, 10}]

Out[213]= {71.9592, 71.9558, 71.9574, 71.9569, 71.9568, 71.9571, 71.9566, 71.9566, 71.9557, 71.955}

In[214]:= x6niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x6], StandardDeviation[x6]], n];

In[215]:= x7 = Table[tacke[[7, j, 1]], {j, 10}]

Out[215]= {76.123, 76.1221, 76.1219, 76.122, 76.1203, 76.1202, 76.1196, 76.12, 76.1204, 76.1176}

In[216]:= x7niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x7], StandardDeviation[x7]], n];

In[217]:= x8 = Table[tacke[[8, j, 1]], {j, 10}]

Out[217]= {80.2936, 80.2891, 80.2903, 80.2898, 80.2895, 80.2895, 80.2897, 80.289, 80.289, 80.2868}

In[218]:= x8niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x8], StandardDeviation[x8]], n];

In[219]:= x9 = Table[tacke[[9, j, 1]], {j, 10}]

Out[219]= {84.4589, 84.4565, 84.4558, 84.4531, 84.4548, 84.4554, 84.4528, 84.4547, 84.4543, 84.454}

In[220]:= x9niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x9], StandardDeviation[x9]], n];

In[221]:= x10 = Table[tacke[[10, j, 1]], {j, 10}]

Out[221]= {88.6253, 88.6221, 88.6212, 88.6228, 88.6223, 88.6222, 88.6207, 88.6214, 88.6213, 88.6207}

In[222]:= x10niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[x10], StandardDeviation[x10]], n];

In[223]:= y1 = Table[tacke[[1, j, 2]], {j, 10}]

y2 = Table[tacke[[2, j, 2]], {j, 10}]

y3 = Table[tacke[[3, j, 2]], {j, 10}]

y4 = Table[tacke[[4, j, 2]], {j, 10}]

y5 = Table[tacke[[5, j, 2]], {j, 10}]

y6 = Table[tacke[[6, j, 2]], {j, 10}]

y7 = Table[tacke[[7, j, 2]], {j, 10}]

y8 = Table[tacke[[8, j, 2]], {j, 10}]

y9 = Table[tacke[[9, j, 2]], {j, 10}]

y10 = Table[tacke[[10, j, 2]], {j, 10}]

y1niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y1], StandardDeviation[y1]], n];

y2niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y2], StandardDeviation[y2]], n];

y3niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y3], StandardDeviation[y3]], n];

y4niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y4], StandardDeviation[y4]], n];

y5niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y5], StandardDeviation[y5]], n];

y6niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y6], StandardDeviation[y6]], n];

```

y7niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y7], StandardDeviation[y7]], n];
y8niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y8], StandardDeviation[y8]], n];
y9niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y9], StandardDeviation[y9]], n];
y10niz=RandomVariate[NormalDistribution[Mean[y10], StandardDeviation[y10]], n];
Out[223]= {-113.258, -113.256, -113.257, -113.257, -113.257, -113.258, -113.258, -113.26, -
113.258, -113.258}
Out[224]= {-125.758, -125.759, -125.757, -125.759, -125.761, -125.759, -125.759, -125.759, -
125.758, -125.758}
Out[225]= {-100.755, -100.755, -100.758, -100.758, -100.759, -100.758, -100.759, -100.759, -
100.759, -100.76}
Out[226]= {-132.01, -132.009, -132.008, -132.01, -132.01, -132.01, -132.008, -132.009, -132.01, -
132.01}
Out[227]= {-107.005, -107.005, -107.01, -107.009, -107.009, -107.008, -107.009, -107.008, -
107.009, -107.01}
Out[228]= {-119.507, -119.507, -119.509, -119.51, -119.508, -119.508, -119.509, -119.509, -
119.509, -119.509}
Out[229]= {-94.5074, -94.5075, -94.5065, -94.5072, -94.5078, -94.509, -94.5082, -94.5088, -
94.5098, -94.5098}
Out[230]= {-135.135, -135.134, -135.136, -135.136, -135.136, -135.136, -135.136, -135.136, -
135.135, -135.134}
Out[231]= {-110.128, -110.131, -110.132, -110.134, -110.132, -110.135, -110.134, -110.134, -
110.135, -110.134}
Out[232]= {-122.634, -122.632, -122.631, -122.635, -122.634, -122.634, -122.632, -122.634, -
122.634, -122.634}
In[243]:= z1 = Table[tacke[[1, j, 3]], {j, 10}
z2 = Table[tacke[[2, j, 3]], {j, 10}
z3 = Table[tacke[[3, j, 3]], {j, 10}
z4 = Table[tacke[[4, j, 3]], {j, 10}
z5 = Table[tacke[[5, j, 3]], {j, 10}
z6 = Table[tacke[[6, j, 3]], {j, 10}
z7 = Table[tacke[[7, j, 3]], {j, 10}
z8 = Table[tacke[[8, j, 3]], {j, 10}
z9 = Table[tacke[[9, j, 3]], {j, 10}
z10 = Table[tacke[[10, j, 3]], {j, 10}
z1niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z1], StandardDeviation[z1]], n];
z2niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z2], StandardDeviation[z2]], n];
z3niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z3], StandardDeviation[z3]], n];

```

```

z4niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z4], StandardDeviation[z4]], n];
z5niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z5], StandardDeviation[z5]], n];
z6niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z6], StandardDeviation[z6]], n];
z7niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z7], StandardDeviation[z7]], n];
z8niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z8], StandardDeviation[z8]], n];
z9niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z9], StandardDeviation[z9]], n];
z10niz = RandomVariate[NormalDistribution[Mean[z10], StandardDeviation[z10]], n];

```

Out[243]= {-516.349, -516.349, -516.349, -516.349, -516.349, -516.349, -516.349, -516.348, -516.349, -516.349}

Out[244]= {-516.338, -516.338, -516.338, -516.338, -516.337, -516.337, -516.337, -516.337, -516.337, -516.337}

Out[245]= {-516.189, -516.189, -516.189, -516.189, -516.189, -516.189, -516.188, -516.188, -516.188, -516.188}

Out[246]= {-516.245, -516.245, -516.245, -516.245, -516.245, -516.245, -516.244, -516.244, -516.244, -516.244}

Out[247]= {-516.096, -516.096, -516.096, -516.096, -516.096, -516.096, -516.095, -516.095, -516.095, -516.095}

Out[248]= {-516.084, -516.084, -516.084, -516.084, -516.084, -516.084, -516.083, -516.083, -516.083, -516.083}

Out[249]= {-515.935, -515.935, -515.935, -515.935, -515.935, -515.935, -515.935, -515.934, -515.935, -515.934}

Out[250]= {-516.026, -516.026, -516.026, -516.026, -516.025, -516.025, -516.025, -516.025, -516.025, -516.025}

Out[251]= {-515.877, -515.877, -515.877, -515.877, -515.876, -515.876, -515.876, -515.876, -515.876, -515.876}

Out[252]= {-515.865, -515.865, -515.865, -515.865, -515.865, -515.864, -515.864, -515.864, -515.864, -515.864}

Out[259]=

```

{-515.935, -515.935, -515.936, -515.934, -515.935, -515.934,
... 9988 ... , -515.935, -515.935, -515.935, -515.934, -515.935, -515.935}

```

large output show less show more show all set size limit...

In[263]:= tacka1niz = Table[{x1niz[[i]], y1niz[[i]], z1niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];

In[264]:= TableForm[tacka1niz]

Out[264]//TableForm=

```

... L ...

```

large output show less show more show all set size limit...

```

In[265]: tacka2niz = Table[{x2niz[[i]], y2niz[[i]], z2niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka3niz = Table[{x3niz[[i]], y3niz[[i]], z3niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka4niz = Table[{x4niz[[i]], y4niz[[i]], z4niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka5niz = Table[{x5niz[[i]], y5niz[[i]], z5niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka6niz = Table[{x6niz[[i]], y6niz[[i]], z6niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka7niz = Table[{x7niz[[i]], y7niz[[i]], z7niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka8niz = Table[{x8niz[[i]], y8niz[[i]], z8niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka9niz = Table[{x9niz[[i]], y9niz[[i]], z9niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];
tacka10niz = Table[{x10niz[[i]], y10niz[[i]], z10niz[[i]] + merkaniz[[i]]}, {i, 1, n}];

```

```

In[274]: ravanfit = Table[{tacka1niz[[i, 1]], tacka1niz[[i, 2]], tacka1niz[[i, 3]]},
{tacka2niz[[i, 1]], tacka2niz[[i, 2]], tacka2niz[[i, 3]]},
{tacka3niz[[i, 1]], tacka3niz[[i, 2]], tacka3niz[[i, 3]]},
{tacka4niz[[i, 1]], tacka4niz[[i, 2]], tacka4niz[[i, 3]]},
{tacka5niz[[i, 1]], tacka5niz[[i, 2]], tacka5niz[[i, 3]]},
{tacka6niz[[i, 1]], tacka6niz[[i, 2]], tacka6niz[[i, 3]]},
{tacka7niz[[i, 1]], tacka7niz[[i, 2]], tacka7niz[[i, 3]]},
{tacka8niz[[i, 1]], tacka8niz[[i, 2]], tacka8niz[[i, 3]]},
{tacka9niz[[i, 1]], tacka9niz[[i, 2]], tacka9niz[[i, 3]]},
{tacka10niz[[i, 1]], tacka10niz[[i, 2]], tacka10niz[[i, 3]]}], {i, 1, n}

```

Out[274]=

```

{{{51.121, -113.257, -516.349}, {55.2905, -125.759, -516.337},
... 7 ... , {88.6184, -122.633, -515.864}}, ... 9998 ... , { ... 1 ... }}

```

large output show less show more show all set size limit...

```

In[275]: TableForm[ravanfit]

```

Out[275] (TableForm)=

```

... 1 ...

```

large output show less show more show all set size limit...

```

In[276]: ravanjednacinaSve = Table[ModelFit[ravanfit[[i]], {x, y}, {x, y}], {i, 1, n}]

```

```

Out[276]= { FittedModel [ -516.646 + 0.0138528 x + 0.00363636 y ] ,
  FittedModel [ -516.646 + 0.0138559 x + 0.00363771 y ] ,
  FittedModel [ -516.645 + 0.0138418 x + 0.0036352 y ] ,
  FittedModel [ -516.642 + 0.0138287 x + 0.00365101 y ] ,
  FittedModel [ -516.642 + 0.0138224 x + 0.00364561 y ] ,
  FittedModel [ -516.644 + 0.0138504 x + 0.00365005 y ] ,
  FittedModel [ -516.643 + 0.0138377 x + 0.00365123 y ] ,
  FittedModel [ -516.642 + 0.0138273 x + 0.00365351 y ] ,
  FittedModel [ -516.642 + 0.0138263 x + 0.00365108 y ] ,
  ... 9981 ... , FittedModel [ -516.644 + 0.0138249 x + 0.00363423 y ] ,
  FittedModel [ -516.643 + 0.0138328 x + 0.00364686 y ] ,
  FittedModel [ -516.641 + 0.0138163 x + 0.00365784 y ] ,
  FittedModel [ -516.642 + 0.0138393 x + 0.00365676 y ] ,
  FittedModel [ -516.643 + 0.0138382 x + 0.00365098 y ] ,
  FittedModel [ -516.643 + 0.0138406 x + 0.00365076 y ] ,
  FittedModel [ -516.644 + 0.0138505 x + 0.00365477 y ] ,
  FittedModel [ -516.643 + 0.0138574 x + 0.0036642 y ] }

```

large output show less show more show all set size limit...

In[277]: ravanjednacina = Table[Normal[ModelFit[ravanfit[[i]], {x, y}, {x, y}]], {i, 1, n}]

```

Out[277]= { -516.646 + 0.0138528 x + 0.00363636 y, -516.646 + 0.0138559 x + 0.00363771 y,
  ... 9997 ... , -516.643 + 0.0138574 x + 0.0036642 y }

```

large output show less show more show all set size limit...

In[278]: Clear[izlazsve]

```
Do[rezidueSve = ravanjednacinaSve[[i]]["FitResiduals"];  
izlazsve[i] = Max[rezidueSve] + Abs[Min[rezidueSve]], {i, 1, n}];  
flatnesserrorSve = Table[izlazsve[i], {i, 1, n}]
```

Out[279]=

```
{0.00173541, 0.00117036, 0.000959478, 0.00120721, 0.0017715,  
... 3990 ... , 0.00130474, 0.00152403, 0.00136434, 0.000711645, 0.00112128}
```

large output

show less

show more

show all

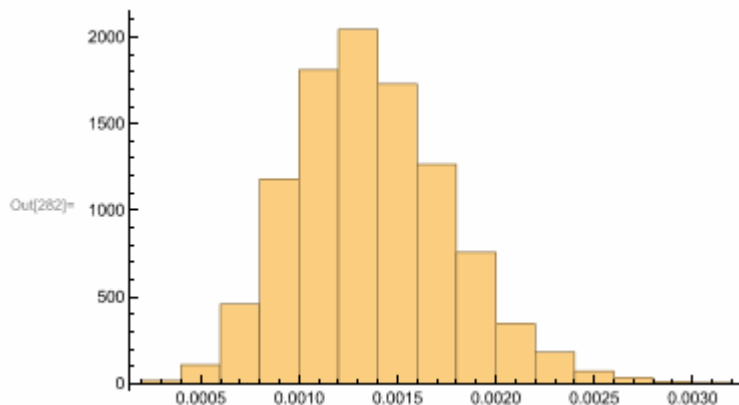
set size limit...

In[280]: Export["koordinate uzorkovanih tačka.xlsx", flatnesserrorSve]

Out[280]= koordinate uzorkovanih tačka.xlsx

In[281]: SystemOpen["koordinate uzorkovanih tačka.xlsx"]

In[282]: Histogram[flatnesserrorSve]

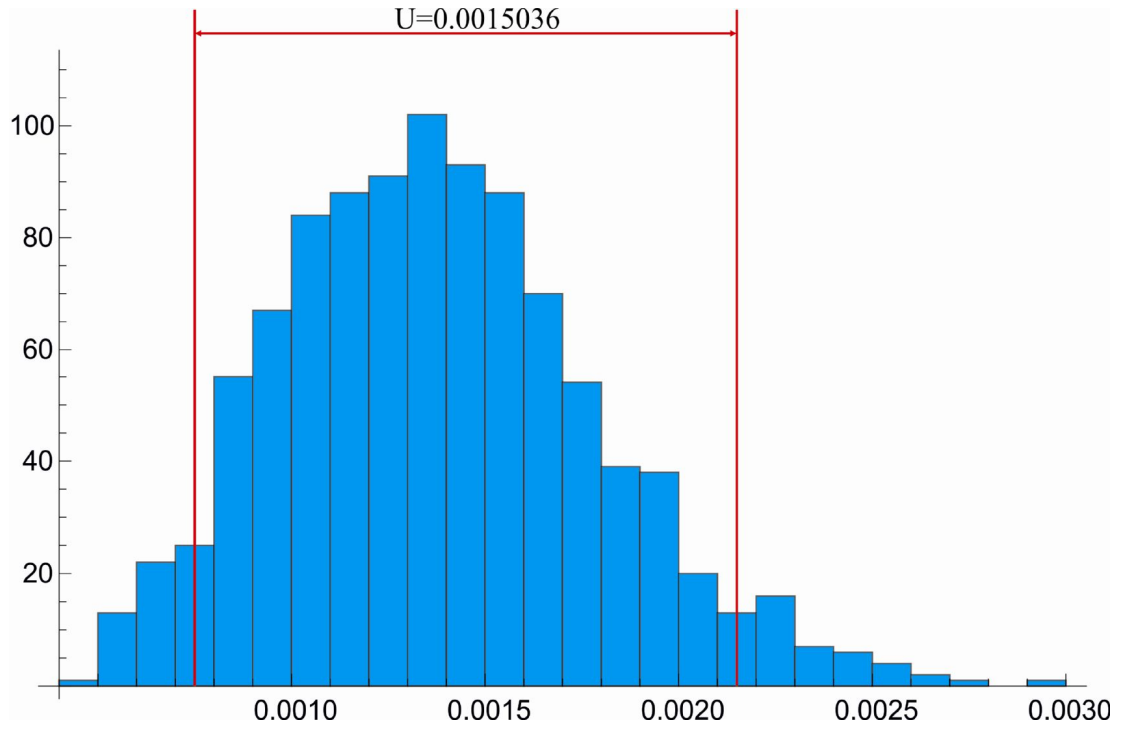


In[283]: rezultatfinal = {Mean[flatnesserrorSve], Median[flatnesserrorSve],
Quantile[flatnesserrorSve, 0.025], Quantile[flatnesserrorSve, 0.975],
Quantile[flatnesserrorSve, 0.975] - Quantile[flatnesserrorSve, 0.025]}

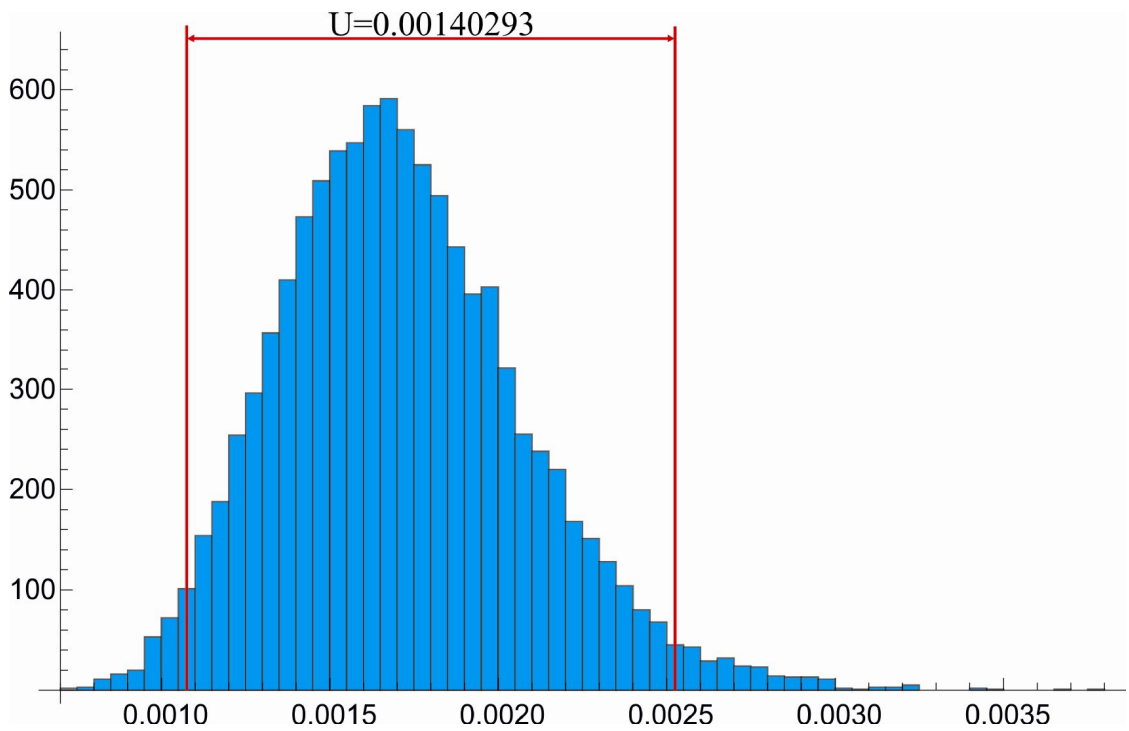
Out[283]= {0.00136957, 0.00133721, 0.000682474, 0.00223685, 0.00155437}

**-PRILOG G- REZULTATI MONTE KARLO SIMULACIJE –
HISTOGRAMI**

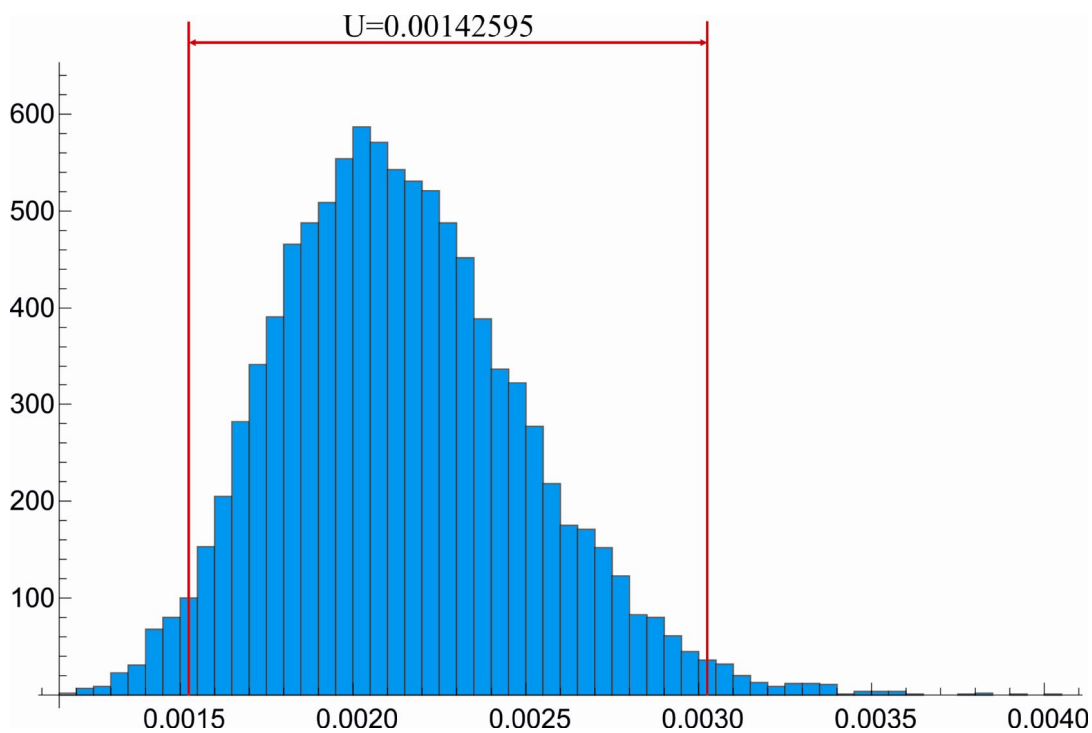
Položaj I broj tačka 10



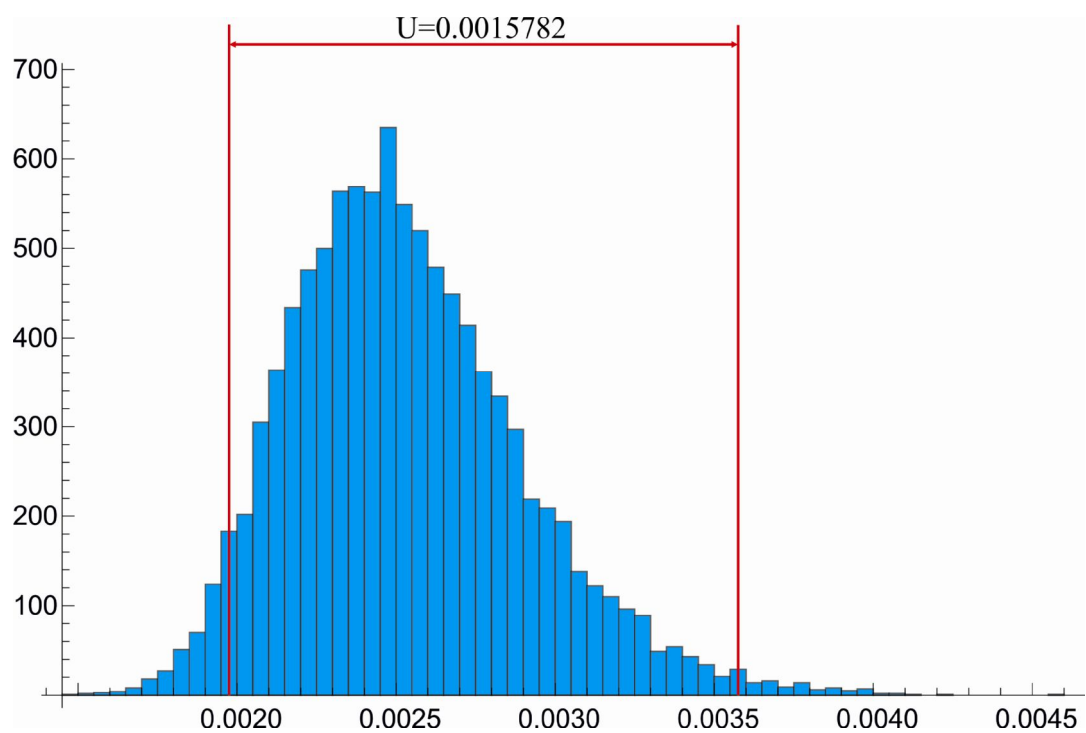
Položaj I broj tačka 20



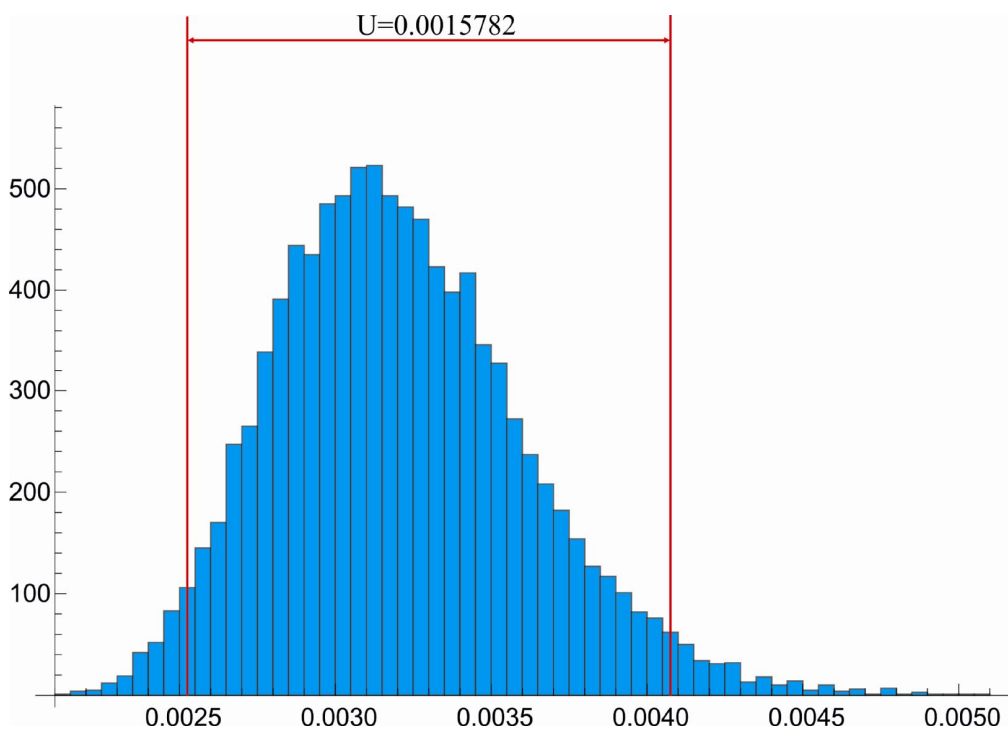
Položaj I broj tačka 40



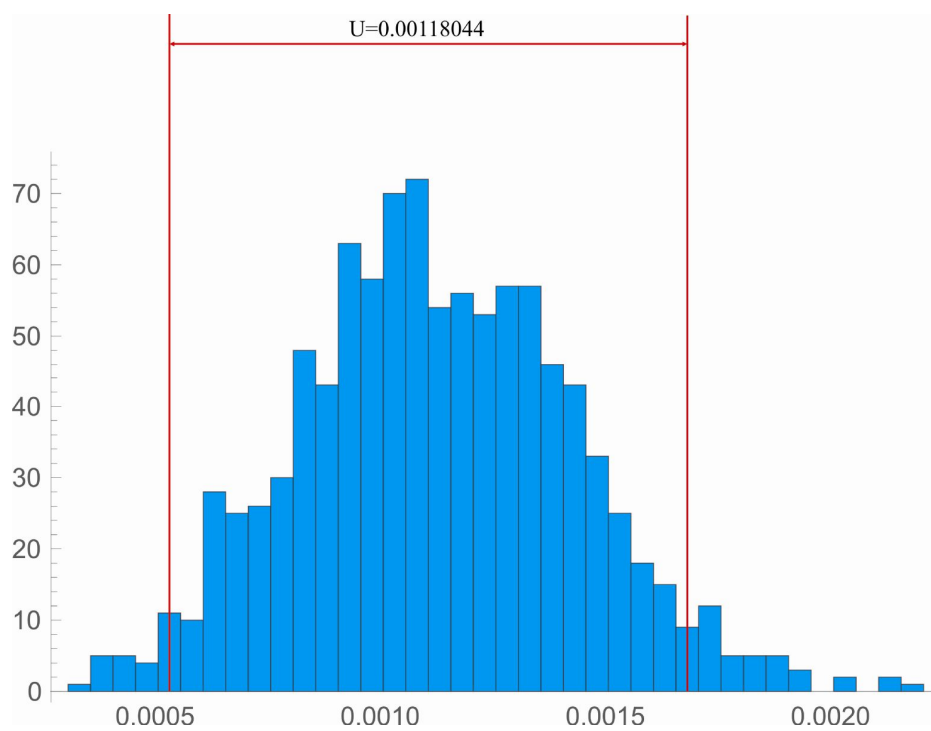
Položaj I broj tačka 75



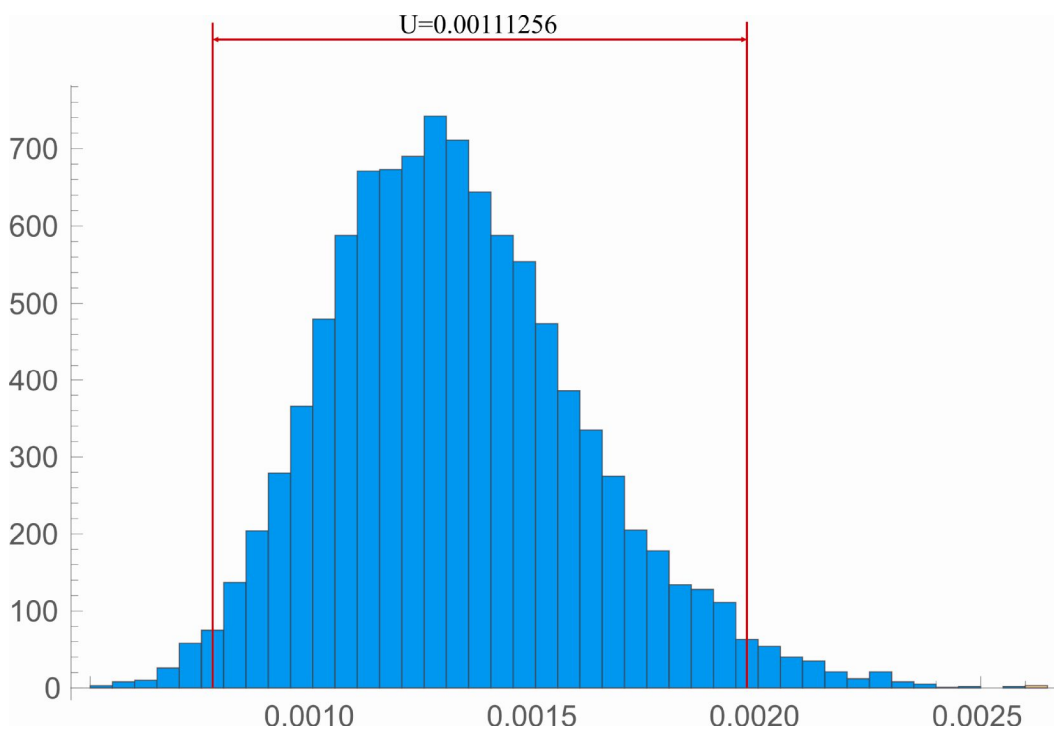
Položaj I broj tačka 140



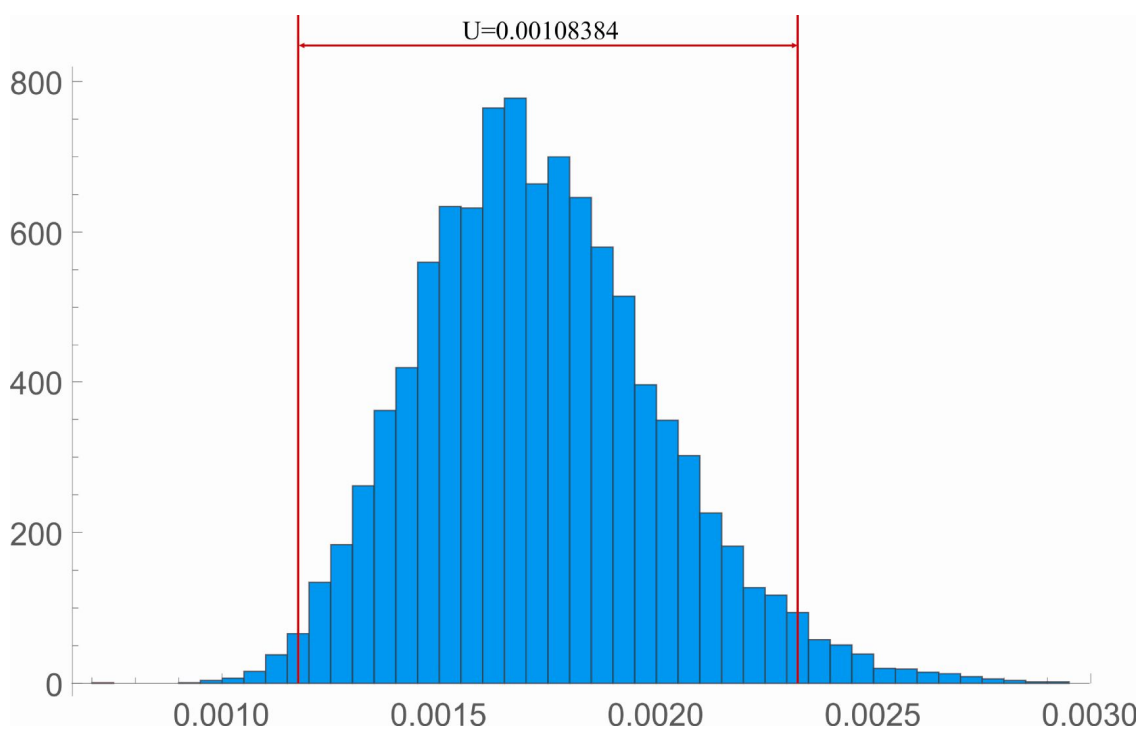
Položaj II broj tačka 10



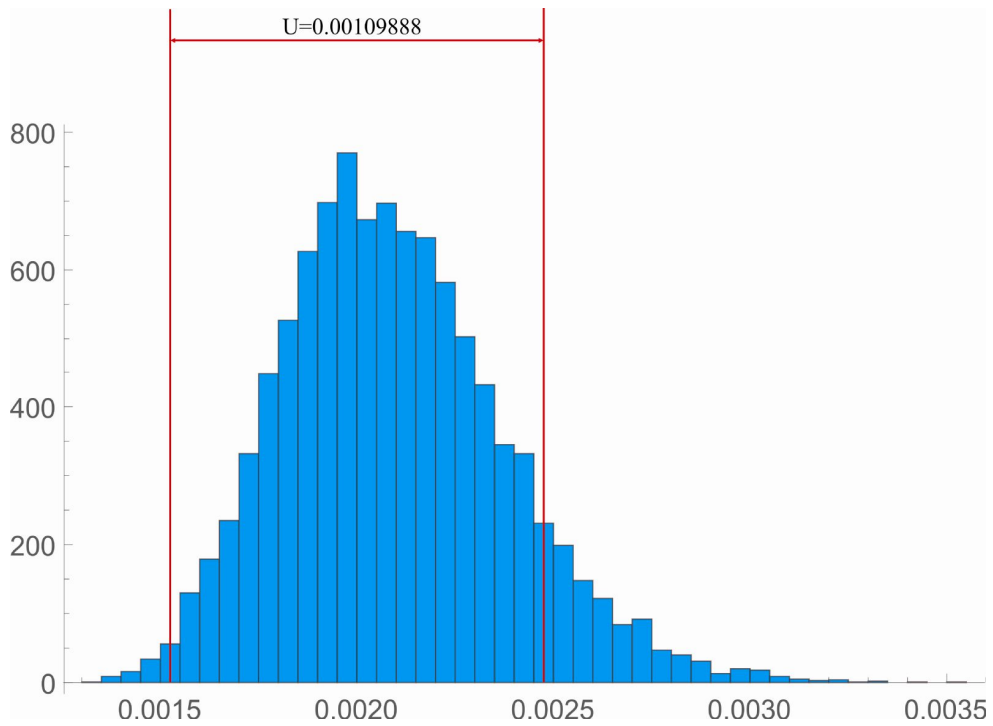
Položaj II broj tačka 20



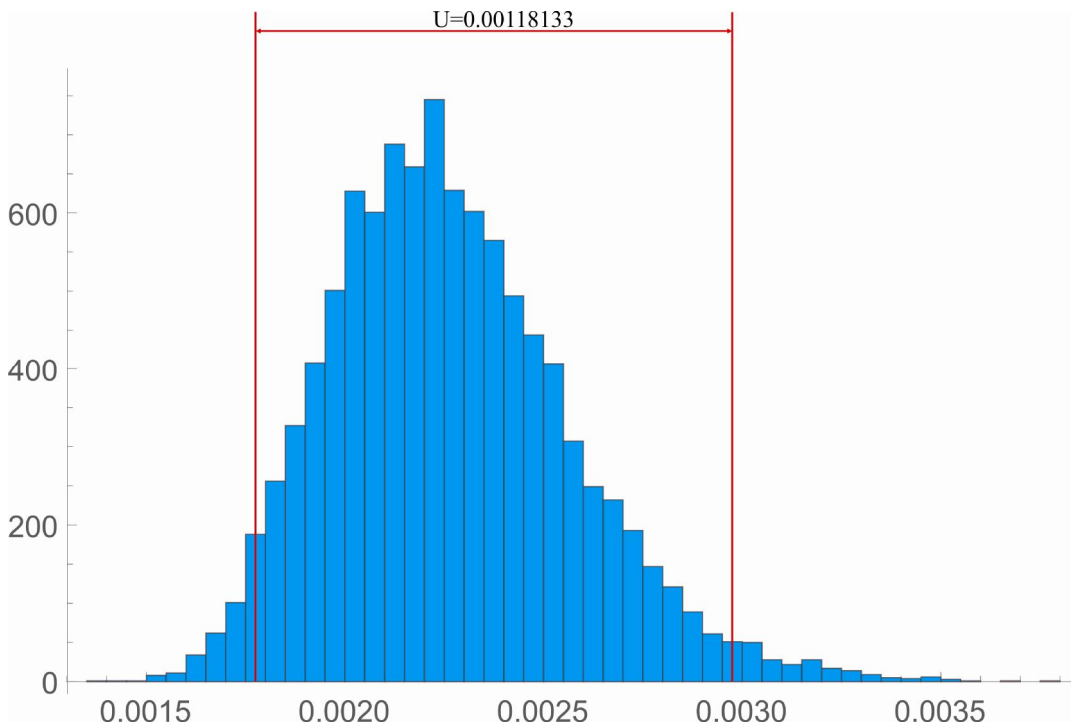
Položaj II broj tačka 40



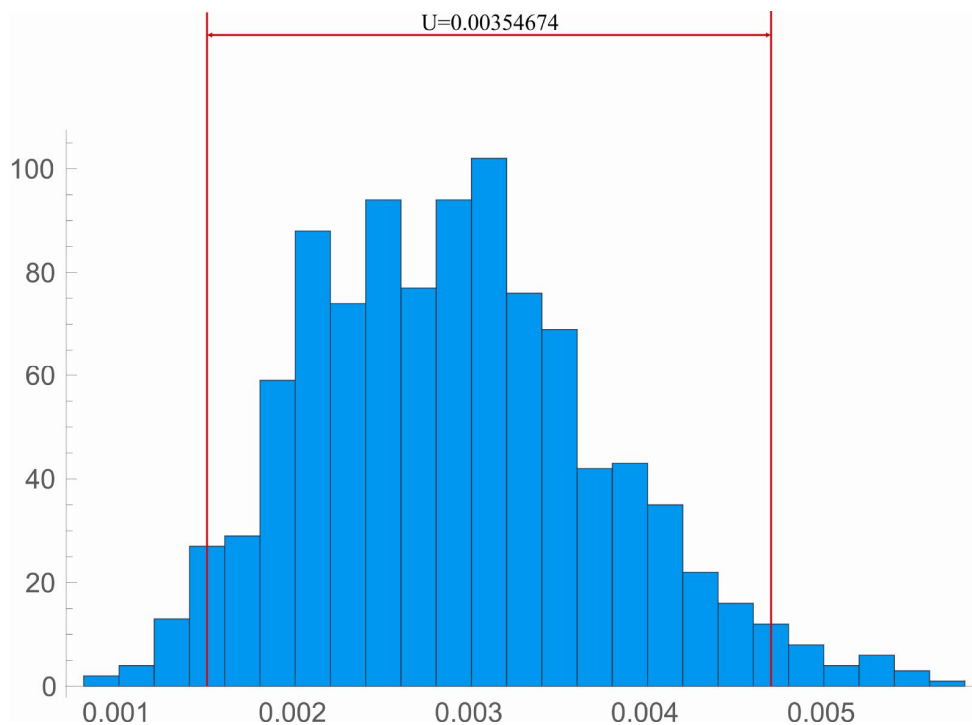
Položaj II broj tačka 75



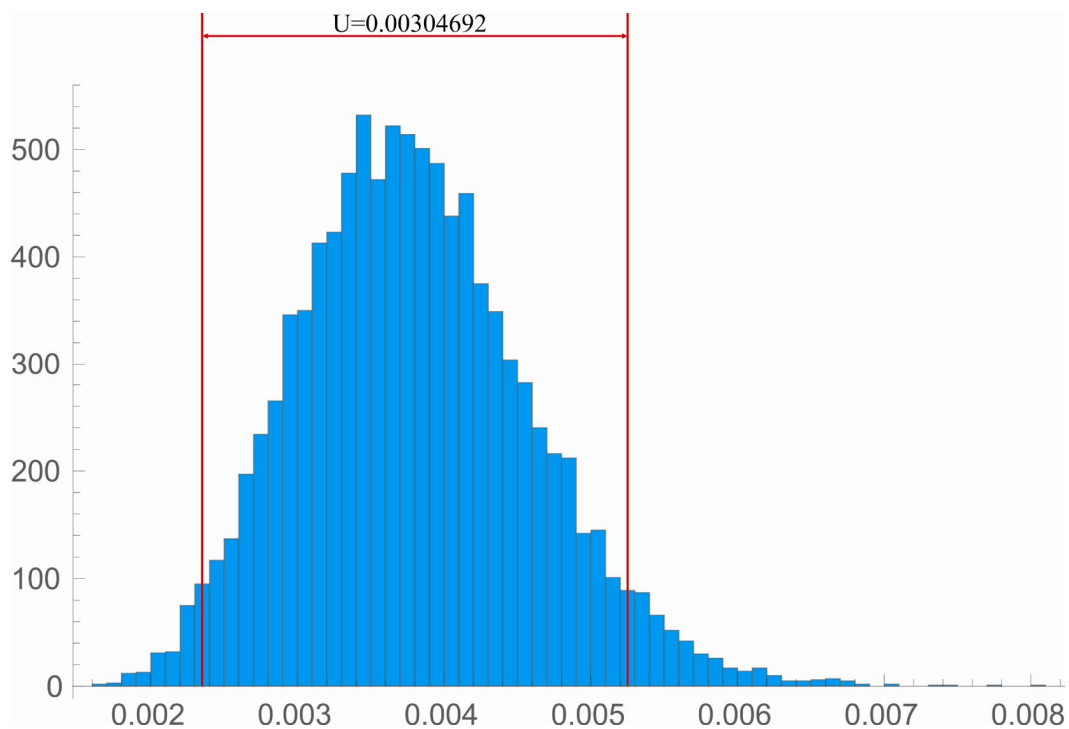
Položaj II broj tačka 140



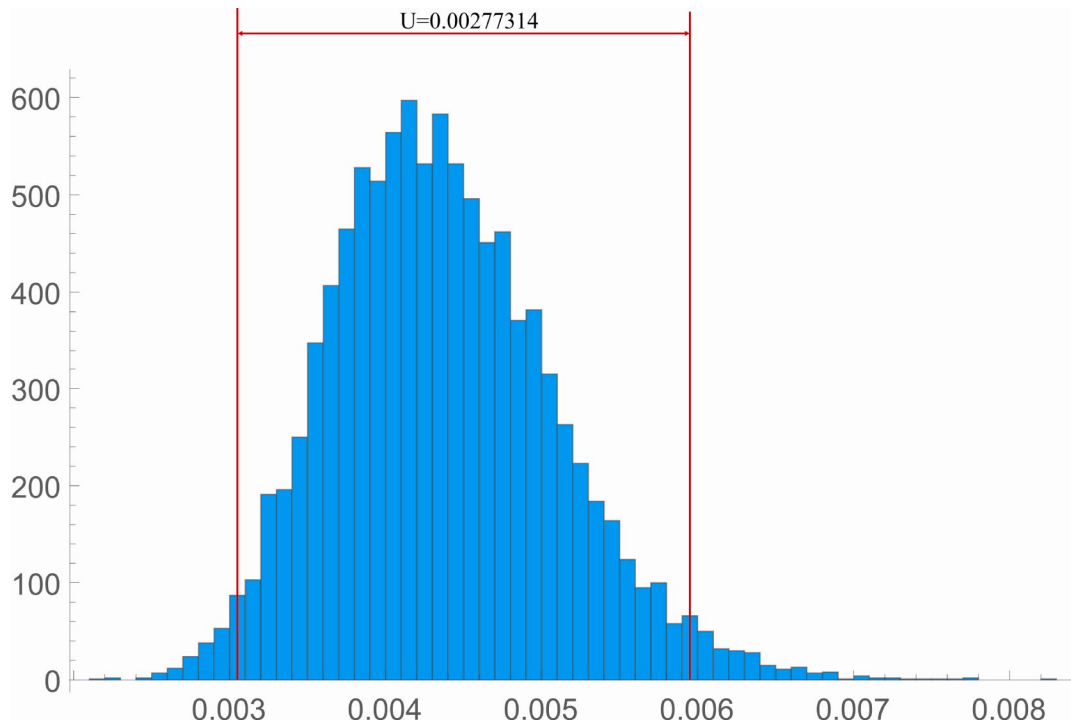
Položaj III broj tačka 10



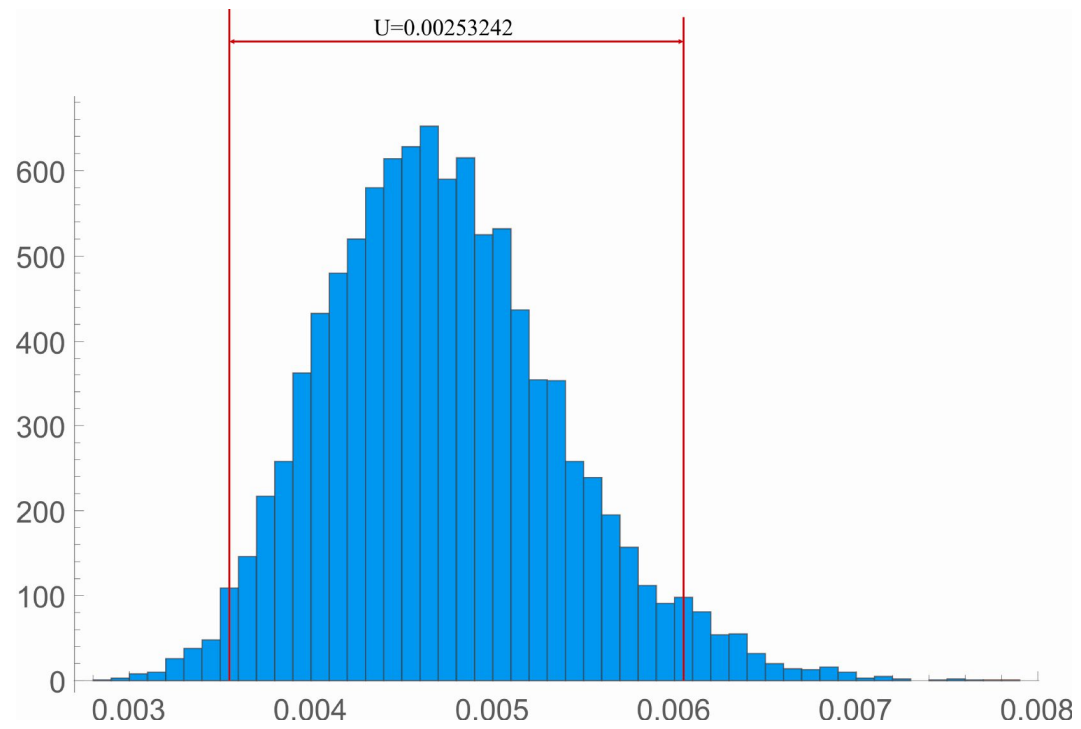
Položaj III broj tačka 20



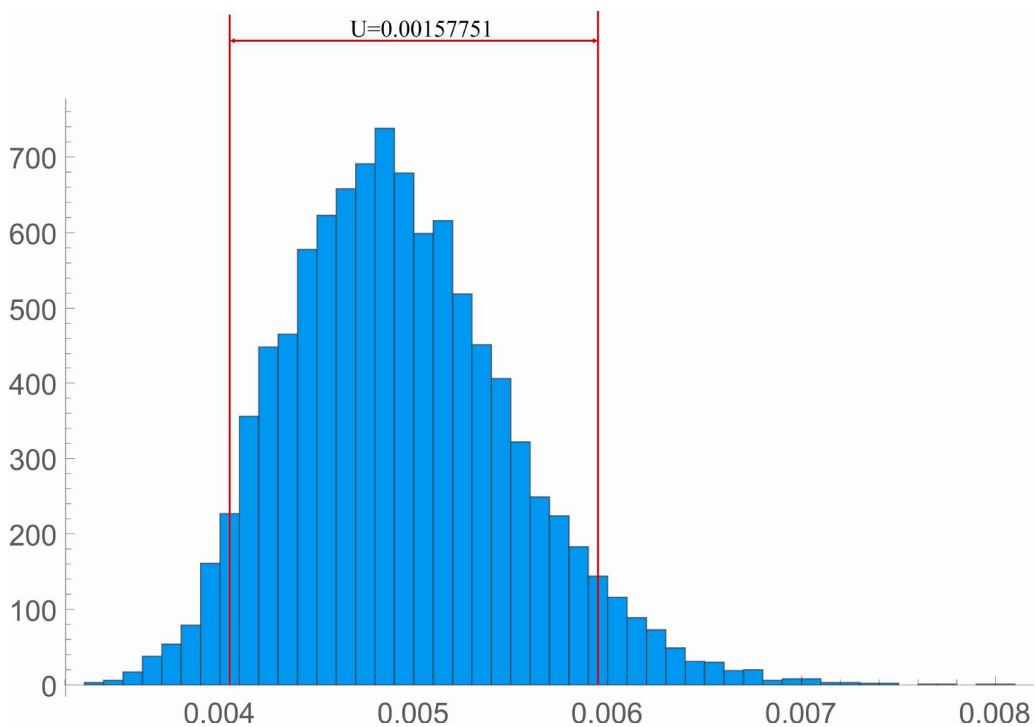
Položaj III broj tačka 40



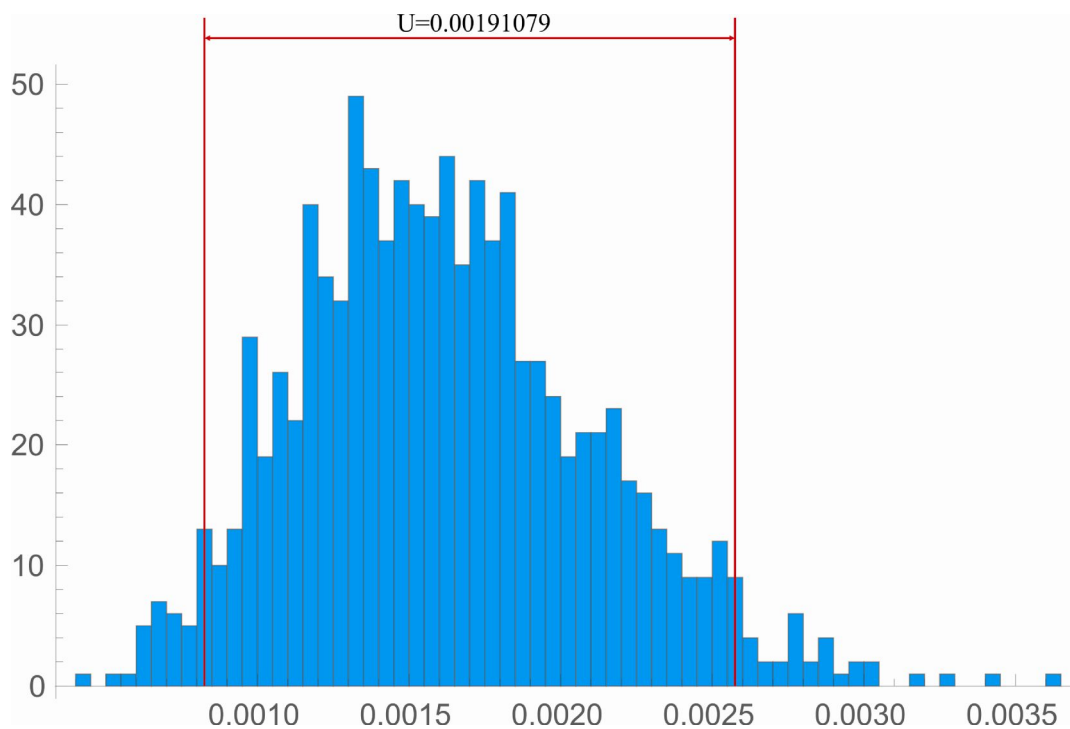
Položaj III broj tačka 75



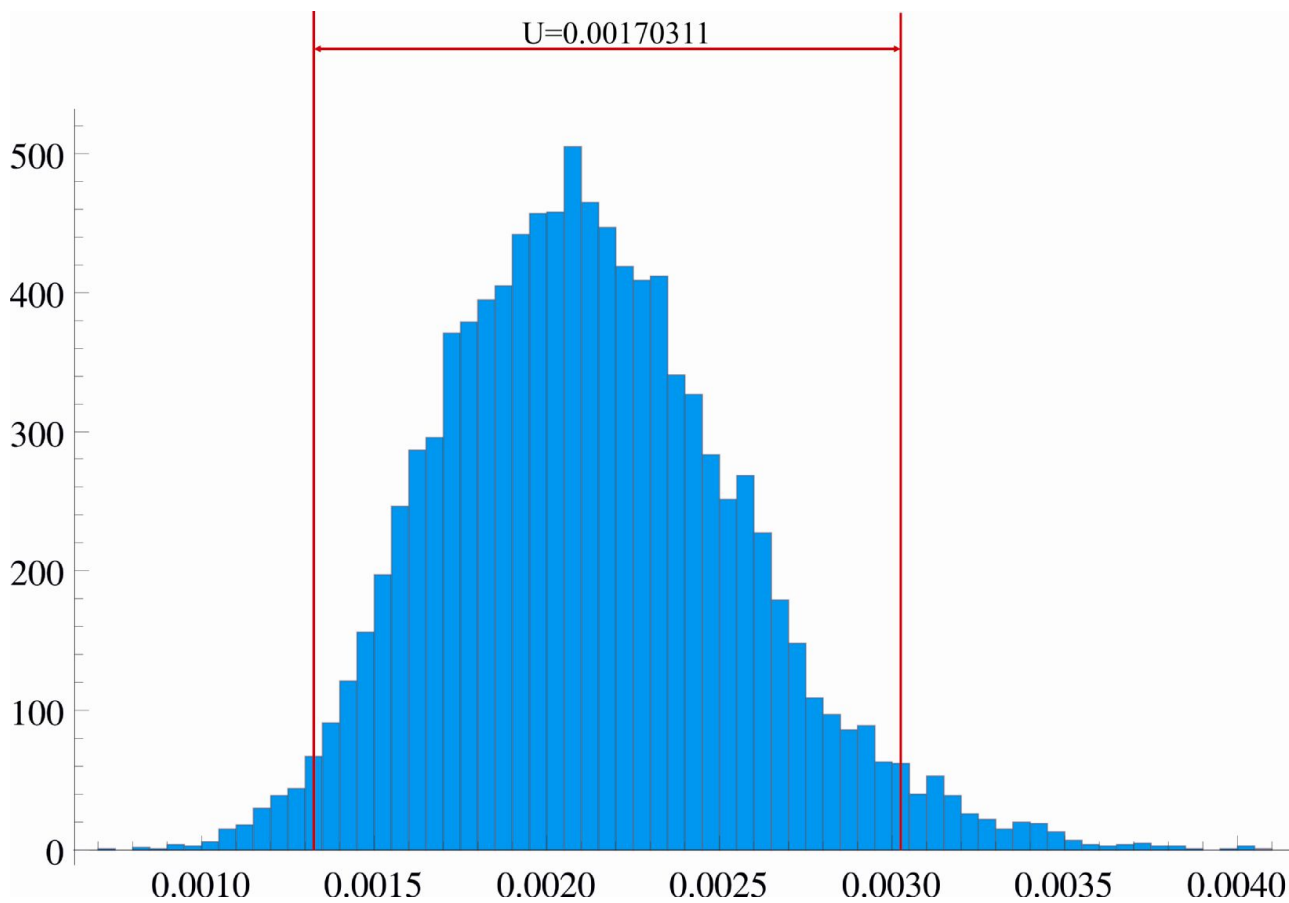
Položaj III broj tačka 140



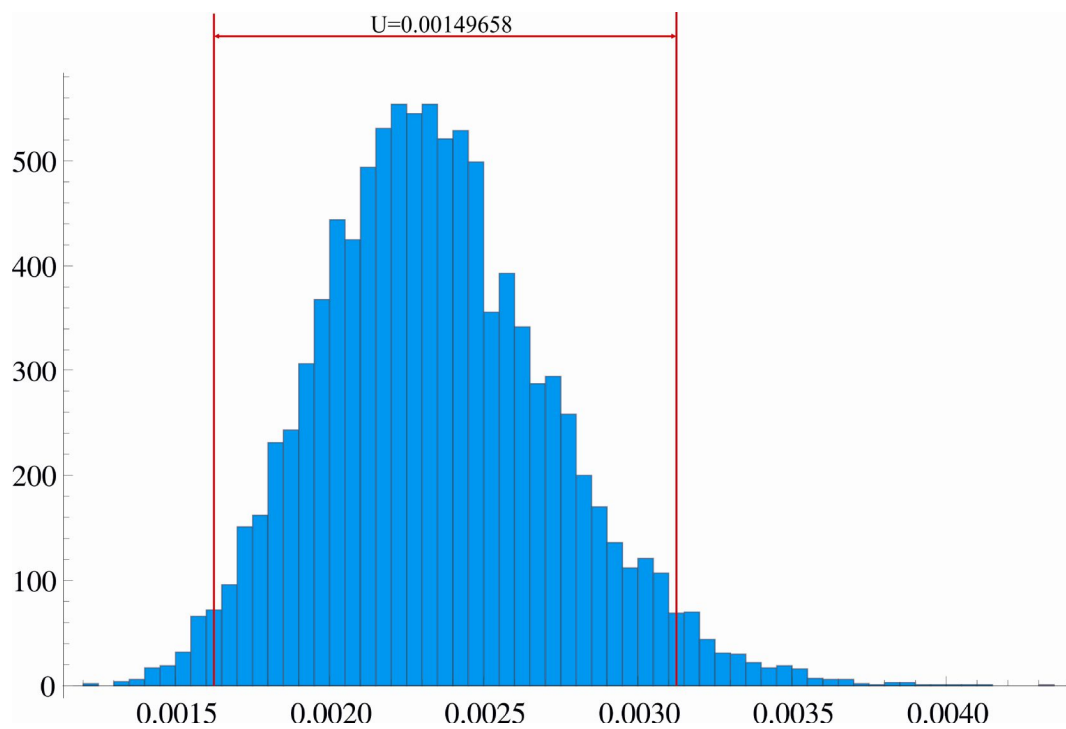
Položaj IV broj tačka 10



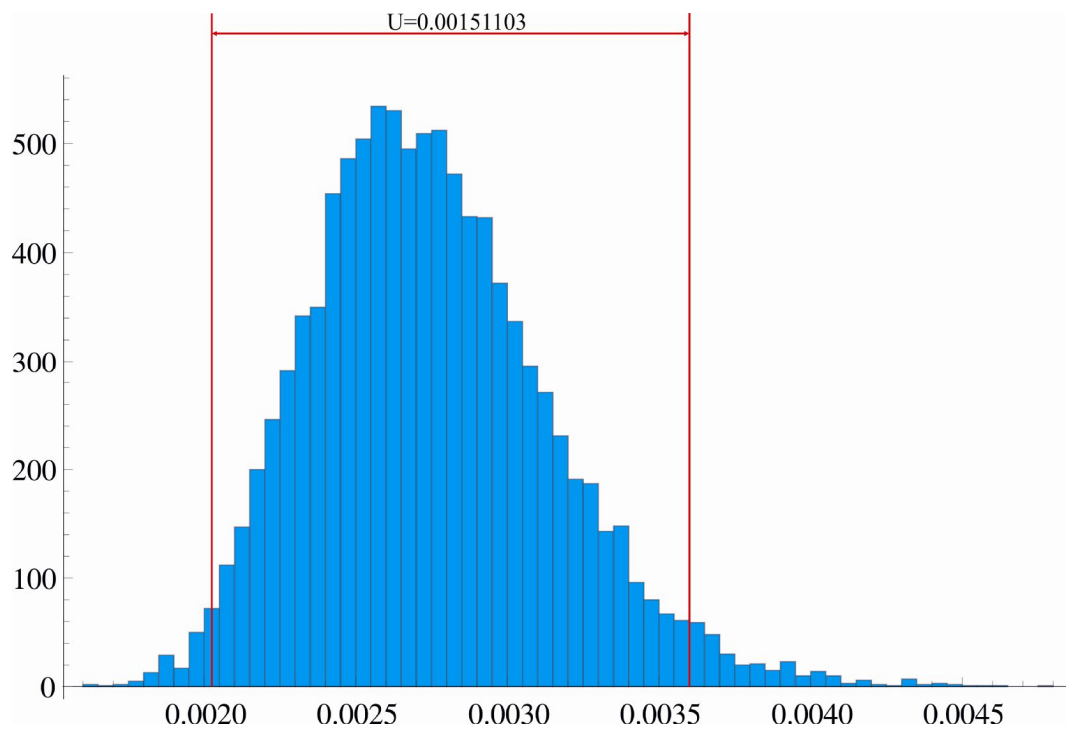
Položaj IV broj tačka 20



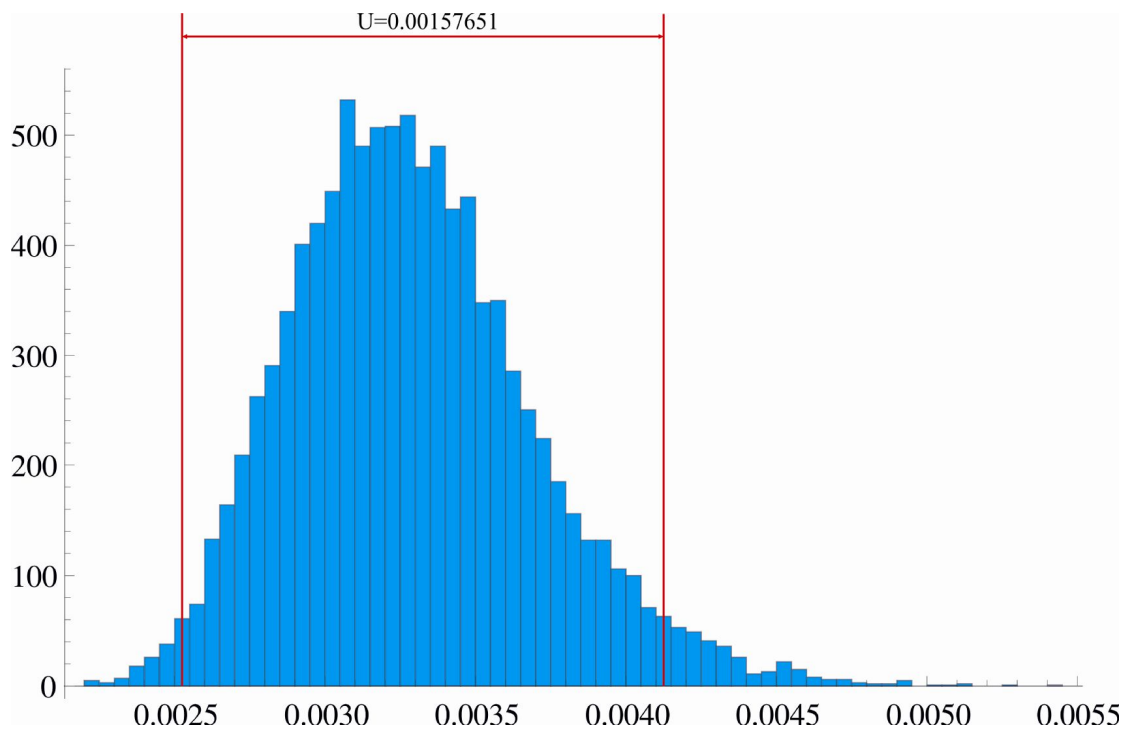
Položaj IV broj tačka 40



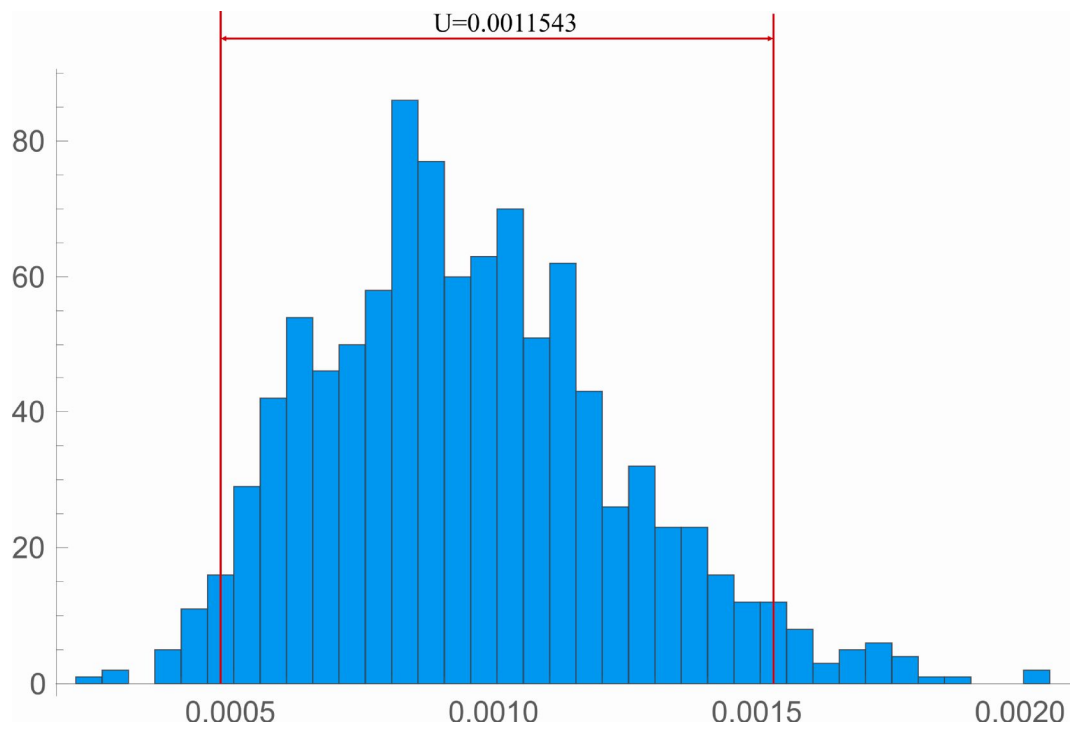
Položaj IV broj tačka 75



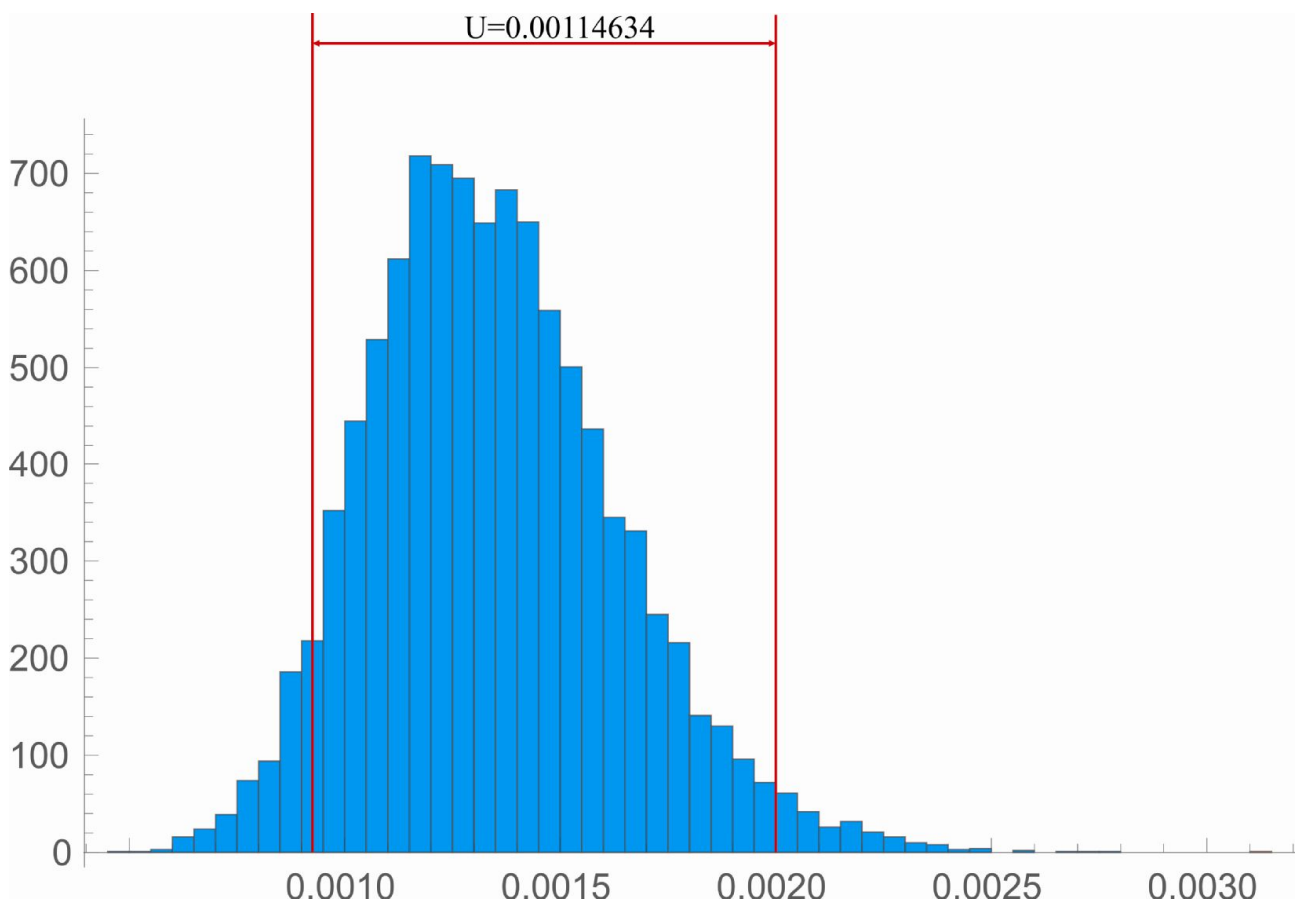
Položaj IV broj tačka 140



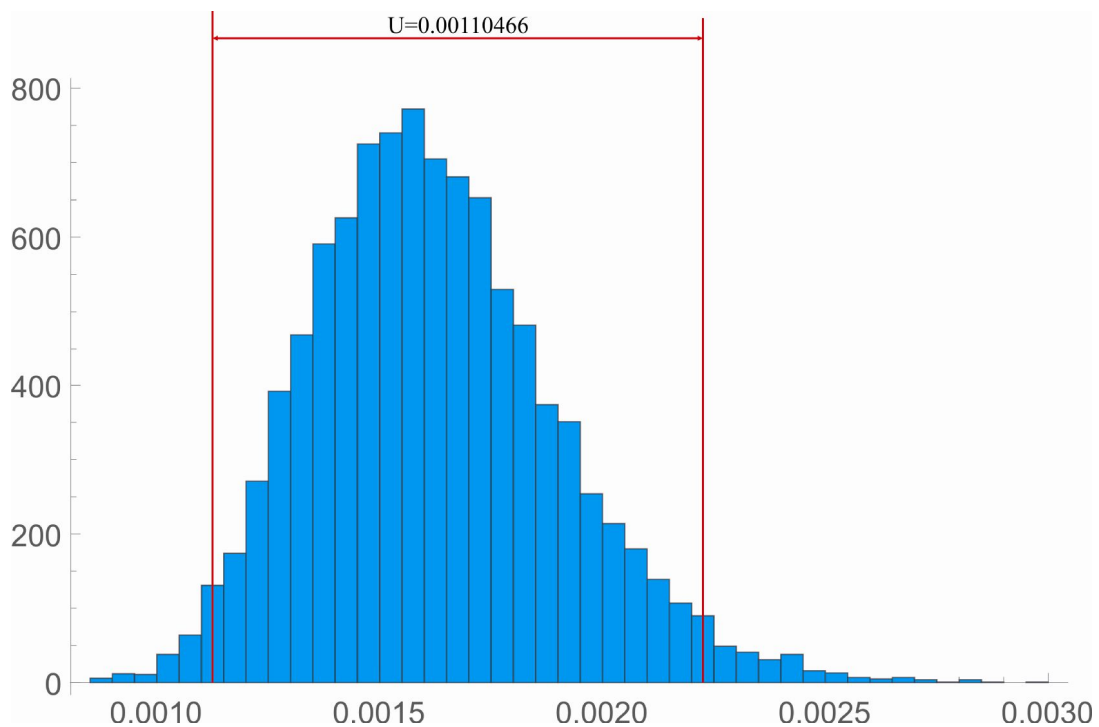
Položaj V broj tačka 10



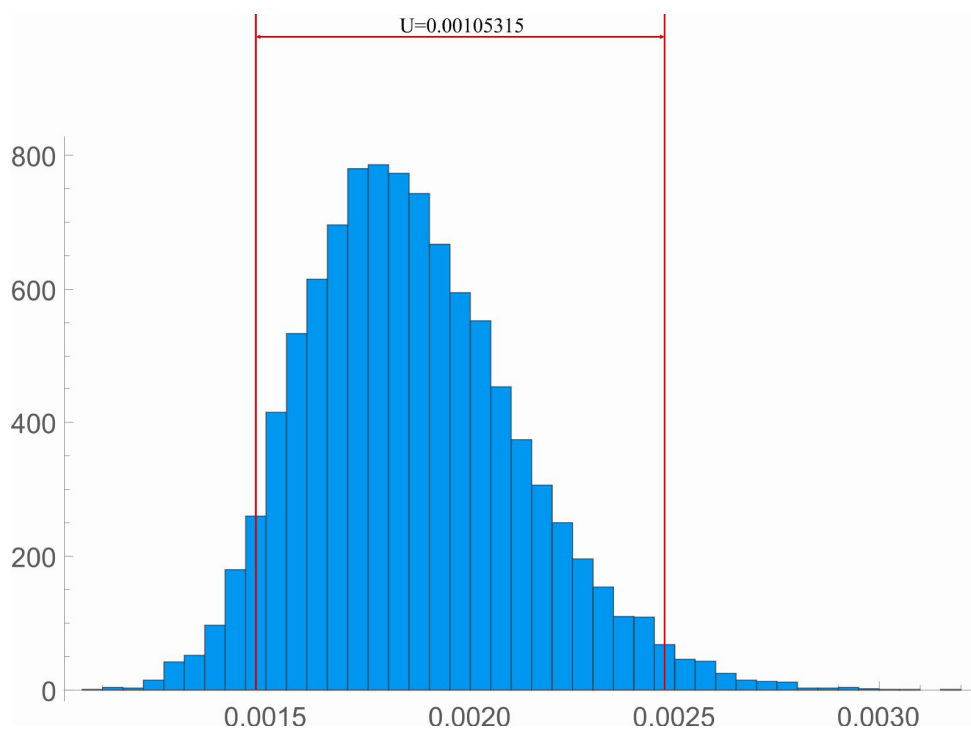
Položaj V broj tačka 20



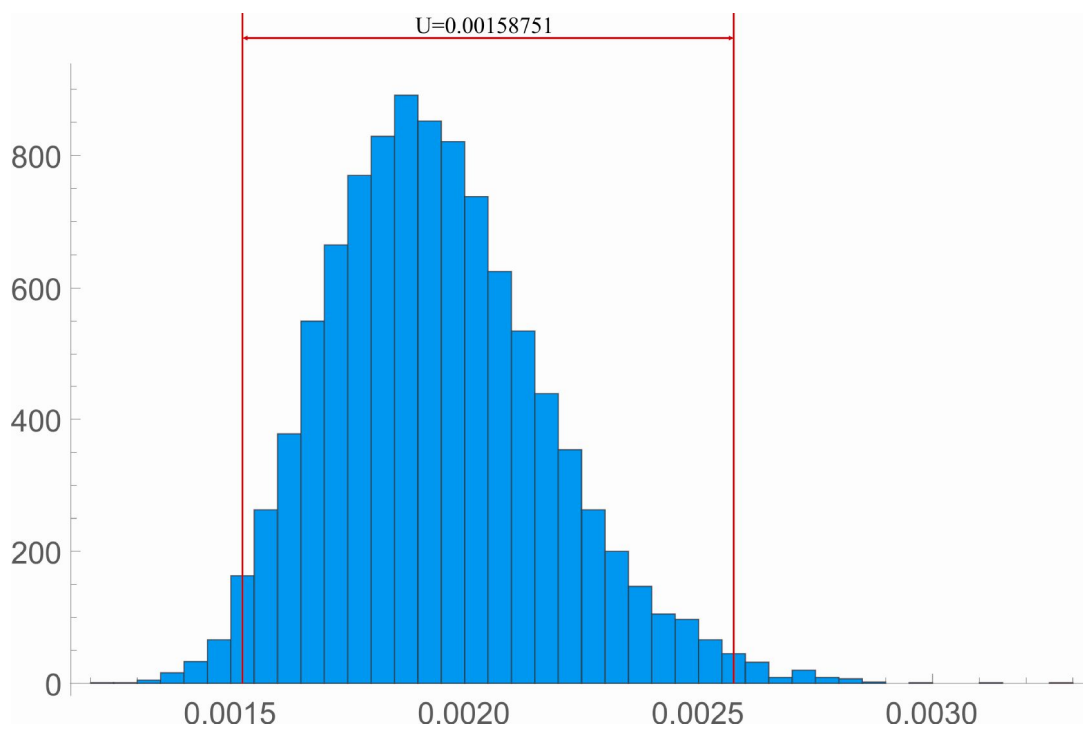
Položaj V broj tačka 40



Položaj V broj tačka 75



Položaj V broj tačka 140



**-PRILOG H- SERTIFIKAT O KALIBRACIJI KMM „CARL
ZEISS UMC 850“**



Laboratorij za
tehnološke meritve
Fakulteta za strojništvo
Univerza v Mariboru



**SLOVENSKA
AKREDITACIJA**
SIST EN ISO/IEC 17025
LK-003


CERTIFIKAT O KALIBRACIJI / CALIBRATION CERTIFICATE

stran / page 1 od 6


Št. certifikata / Certificate no. 10820-LTM-15

Naročnik <i>Applicant</i>	Fak. za strojništvo UM, LTM Smetanova 17 2000 MARIBOR
Instrument <i>Instrument</i>	Koordinatni merilni stroj
Proizvajalec <i>Manufacturer</i>	CARL ZEISS
Tip <i>Type</i>	UMC 850
Serijska številka <i>Serial no.</i>	74698
Kalibracijska metoda <i>Calibration method</i>	Merilo je bilo kalibrirano skladno s standardom VDI/VDE 2617. Odstopki po standardu so navedeni na straneh 2-6 ob podanih merilnih rezultatih.
Pogoji okolja <i>Environmental conditions</i>	Temperatura (20 ± 1)°C, rel. vlažnost (50 ± 10)%
Čas kalibracije <i>Calibration period</i>	Od 16.10.2015 do 20.10.2015
Rezultati <i>Results</i>	Rezultati kalibracije so podani na straneh 2 do 6
Negotovost <i>Uncertainty</i>	Razširjena negotovost meritve je podana kot standardna negotovost pomnožena s faktorjem k=2. <i>The reported expanded uncertainty of measurement is stated as the standard uncertainty of measurement multiplied by the coverage factor k=2.</i>
Sledljivost <i>Traceability</i>	Pri meritvah so bili uporabljeni etaloni, ki so sledljivi na primarni etalon za dolžino. <i>The measurements have been executed using standards, which are traceable to primary standard of length.</i>

Izvedel / Performed by


Digitally signed
by Mitja Mlakar
Date: 2015.10.20
17:53:09 +02'00'
Mitja Mlakar, dipl.inž.

Odobril / Approved by


Bojan Ačko
2015.10.20
18:00:42
+02'00'
prof. dr. Bojan Ačko

Datum / Date

20.10.2015

Laboratorij za tehnološke meritve
Univerza v Mariboru
Fakulteta za strojništvo
Smetanova ul. 17, 2000 Maribor
tel.: +386 2 220-7587
fax.: +386 2 220-7586

SA ne prevzema nobene odgovornosti v zvezi z izdajo tega certifikata o kalibraciji.

Dovoljeno je razmnoževanje celotnega certifikata.
Razmnoževanje posameznih delov je dovoljeno samo s pisno odobritvijo laboratorija.

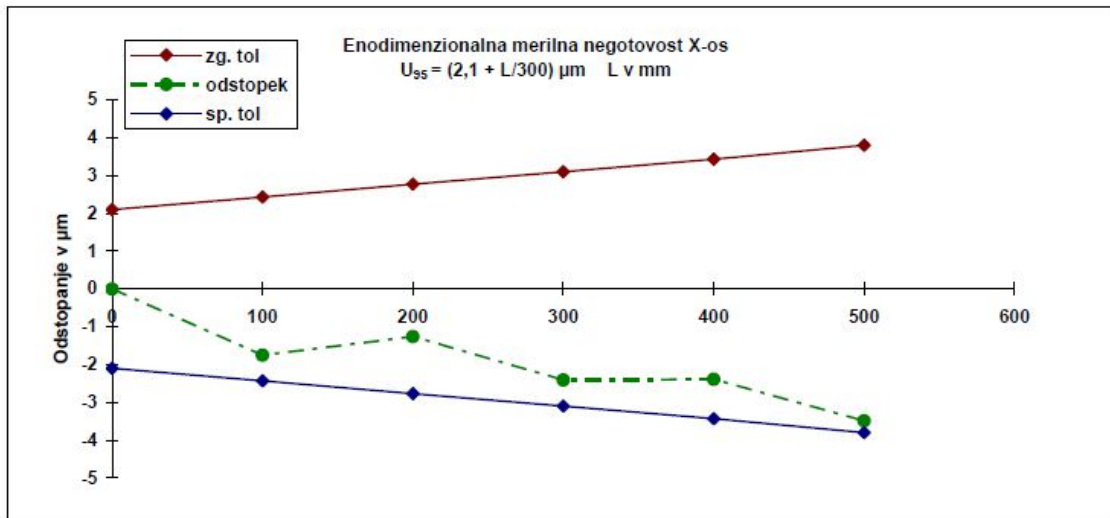
This certificate is issued provided that the SA does not accept any liability.

Reproduction of the complete certificate is allowed. Parts of the certificate may only be reproduced with written approval of the calibration laboratory.



Rezultati kalibracije: Os - X
Measurement result

Preskusna dolžina v mm	100	200	300	400	500
Odstopanje v μm	-1,75	-1,26	-2,41	-2,39	-3,49



Kalibracijski postopek

Calibration method

Koordinatni merilni stroj je bil kalibriran po priporočilu VDI/VDE 2617 s pomočjo končnih meril KOBA dimenzij od 100 do 500 mm.

Stanje merila med kalibracijo - Brezhibno

Artefact condition during the calibration

Merilna negotovost

Uncertainty of measurement

$$U = 1,0 \mu\text{m} + 8,2 \cdot 10^{-6} \cdot L$$

Sledljivost

Traceability

Etalon	Proizvajalec	Tip	Oznaka	Št. kalibracije
<i>Standard</i>	<i>Manufacturer</i>	<i>Type</i>	<i>Identification</i>	<i>Calibration No.</i>
Končna merila	KOBA	1122M	86098	10017-LTM-13
Končna merila	KOBA	1008M	35570	10720-LTM-15

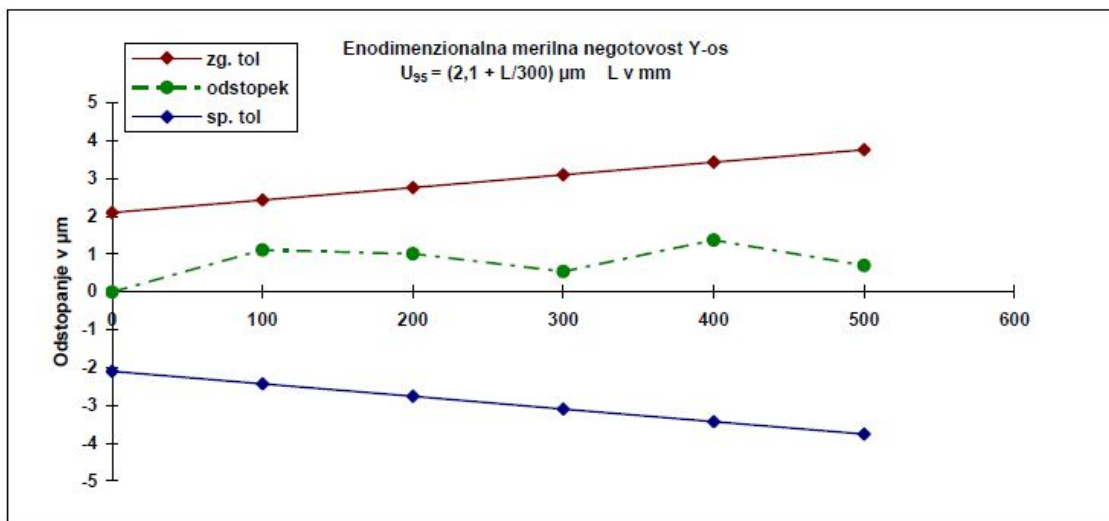
Opomba Pri izračunu odstopanj je bila izvedena temperaturna korekcija.

Remark



Rezultati kalibracije: Os - Y
Measurement result

Preskusna dolžina v mm	100	200	300	400	500
Odstopanje v μm	1,11	1,01	0,54	1,37	0,70



Kalibracijski postopek

Calibration method

Koordinatni merilni stroj je bil kalibriran po priporočilu VDI/VDE 2617 s pomočjo končnih meril KOBA dimenzij od 100 do 500 mm.

Stanje merila med kalibracijo - Brezhibno

Artefact condition during the calibration

Merilna negotovost

Uncertainty of measurement

$$U = 1,0 \mu\text{m} + 8,2 \cdot 10^{-6} \cdot L$$

Sledljivost

Traceability

Etalon	Proizvajalec	Tip	Oznaka	Št. kalibracije
<i>Standard</i>	<i>Manufacturer</i>	<i>Type</i>	<i>Identification</i>	<i>Calibration No.</i>
Končna merila	KOBA	1122M	86098	10017-LTM-13
Končna merila	KOBA	1008M	35570	10720-LTM-15

Opomba Pri izračunu odstopanj je bila izvedena temperaturna korekcija.

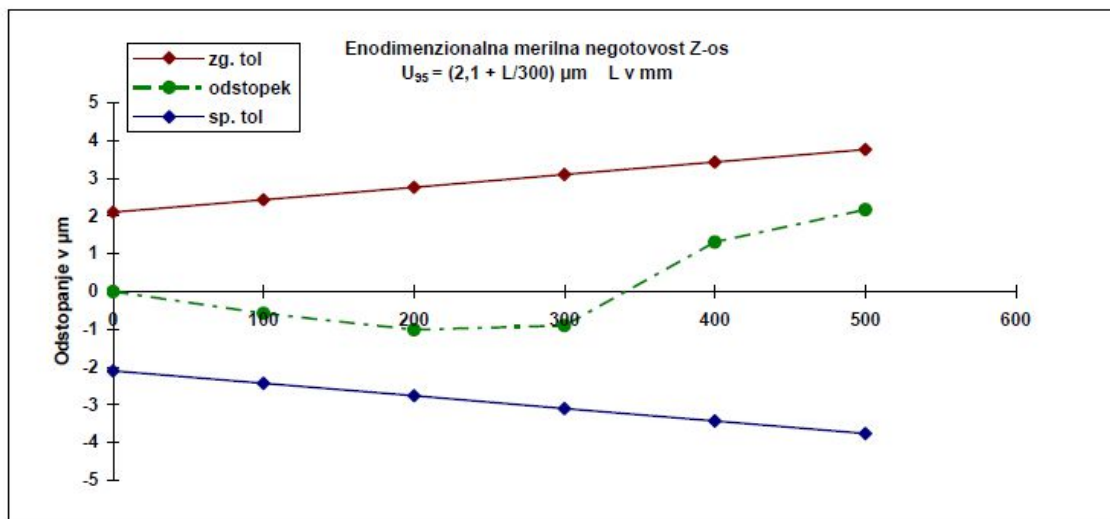
Remark



Rezultati kalibracije: Os - Z

Measurement result

Preskusna dolžina v mm	100	200	300	400	500
Odstopanje v μm	-0,58	-1,01	-0,90	1,31	2,17



Kalibracijski postopek

Calibration method

Koordinatni merilni stroj je bil kalibriran po priporočilu VDI/VDE 2617 s pomočjo končnih meril KOBA dimenzij od 100 do 500 mm.

Stanje merila med kalibracijo - Brezhibno

Artefact condition during the calibration

Merilna negotovost

Uncertainty of measurement

$$U = 1,0 \mu\text{m} + 8,2 \cdot 10^{-6} \cdot L$$

Sledljivost

Traceability

Etalon	Proizvajalec	Tip	Oznaka	Št. kalibracije
Standard	Manufacturer	Type	Identification	Calibration No.
Končna merila	KOBA	1122M	86098	10017-LTM-13
Končna merila	KOBA	1008M	35570	10720-LTM-15

Opomba Pri izračunu odstopanj je bila izvedena temperaturna korekcija.

Remark



Laboratorij za
tehnološke meritve
Fakulteta za strojništvo
Univerza v Mariboru



**SLOVENSKA
AKREDITACIJA**
SIST EN ISO/IEC 17025
LK-003

stran / page 5 od 6

Št. certifikata / Certificate no. 10820-LTM-15

Merilni rezultat

Measurement result

PROSTORSKO MERILNO ODSTOPANJE

Rezultati kalibracije: Os - xYz - I. kvadrant

Končno merilo 500 mm	1.mer	2.mer	3.mer	4.mer	5.mer
Odstopanje v μm	-2,0	-2,2	-2,2	-2,1	-2,1

Korigirano sredje odstopanje znaša -1,19 μm

Rezultati kalibracije: Os - xYz - II. kvadrant

Končno merilo 500 mm	1.mer	2.mer	3.mer	4.mer	5.mer
Odstopanje v μm	-3,6	-4,5	-3,5	-4,5	-3,1

Korigirano sredje odstopanje znaša -1,42 μm

Kalibracijski postopek

Calibration method

Koordinatni merilni stroj je bil kalibriran po priporočilu VDI/VDE 2617 s pomočjo končnega merila 500 mm.

Stanje merila med kalibracijo - Brezhibno

Artefact condition during the calibration

Merilna negotovost

Uncertainty of measurement

$$U = 1,0 \mu\text{m} + 8,2 \cdot 10^{-6} \cdot L$$

Sledljivost

Traceability

Etalon	Proizvajalec	Tip	Oznaka	Št. kalibracije
<i>Standard</i>	<i>Manufacturer</i>	<i>Type</i>	<i>Identification</i>	<i>Calibration No.</i>
Končna merila	KOBA	1122M	86098	10017-LTM-13
Končna merila	KOBA	1008M	35570	10720-LTM-15

Opomba Pri izračunu odstopanj je bila izvedena temperaturna korekcija.

Remark

Laboratorij za tehnološke meritve
Univerza v Mariboru
Fakulteta za strojništvo
Smetanova ul, 17, 2000 Maribor
tel.: +386 2 220-7587
fax: +386 2 220-7586

SA ne prevzema nobene odgovornosti v zvezi z izdajo tega certifikata o kalibraciji.

Dovoljeno je razmnoževanje celotnega certifikata.
Razmnoževanje posameznih delov je dovoljeno samo s pisno odobritvijo laboratorija.

This certificate is issued provided that the SA does not accept any liability.

Reproduction of the complete certificate is allowed, Parts of the certificate may only be reproduced with written approval of the calibration laboratory.



Rezultati kalibracije

Measurement result

KOTNO MERILNO ODSTOPANJE

Ravnina	Odstopanje
X / Z	$\Delta W1 = -1,34$ sek
Y / Z	$\Delta W2 = -0,02$ sek
X / Y	$\Delta W2 = -1,11$ sek

Merilna negotovost

Uncertainty of measurement

$$U = 0,9''$$

Rezultati kalibracije

Measurement result

PRESKUS TIPALNEGA SISTEMA S POMOČJO ETALONSKEGA OBROČA 50 mm IN KONČNEGA MERILA 17 mm

R_{dop}	L 17 mm	\varnothing 50 mm
2,1 μ m	$\Delta L = 0,26$ μ m	$\Delta r = 0,02$ μ m

Kalibracijski postopek

Calibration method

Koordinatni merilni stroj je bil kalibriran po priporočilu VDI/VDE 2617 s pomočjo končnega merila 17 mm in kontrolnega obroča 50 mm.

Stanje merila med kalibracijo - Brezhibno

Artefact condition during the calibration

Merilna negotovost

Uncertainty of measurement

$$U = 1,0 \mu\text{m} + 8,2 \cdot 10^{-6} \cdot L$$

Sledljivost

Traceability

Etalon	Proizvajalec	Tip	Oznaka	Št. kalibracije
Standard	Manufacturer	Type	Identification	Calibration No.
Končna merila	KOBA	1122M	86098	10017-LTM-13
Končna merila	KOBA	1008M	35570	10720-LTM-15

Opomba Kotno merilno odstopanje je bilo izmerjeno s pomočjo končnega merila 500 mm.

Remark

**-PRILOG I- SERTIFIKAT O KALIBRACIJI PLAN –
PARALELNE PLOČICE**

Physikalisch-Technische Bundesanstalt

Braunschweig und Berlin



Kalibrierschein

Calibration Certificate

Gegenstand:
Object: 1 Planplatte / Flat

Hersteller:
Manufacturer: Tesa

Typ:
Type: Ø = 50 mm / t = 15 mm

Kennnummer:
Serial No.: 5E9

Auftraggeber:
Applicant: University of Maribor, Faculty for Mechanical.

Anzahl der Seiten:
Number of pages: 5

Geschäftszeichen:
Reference No.: 4.21-4070310

Kalibrierzeichen:
Calibration mark: 1627PTB14 44250

Datum der Kalibrierung:
Date of calibration: 01.07.2014

Im Auftrag
On behalf of PTB Braunschweig, 04.07.2014

381 008 1

Dr. M. Schulz

Siegel
Seal



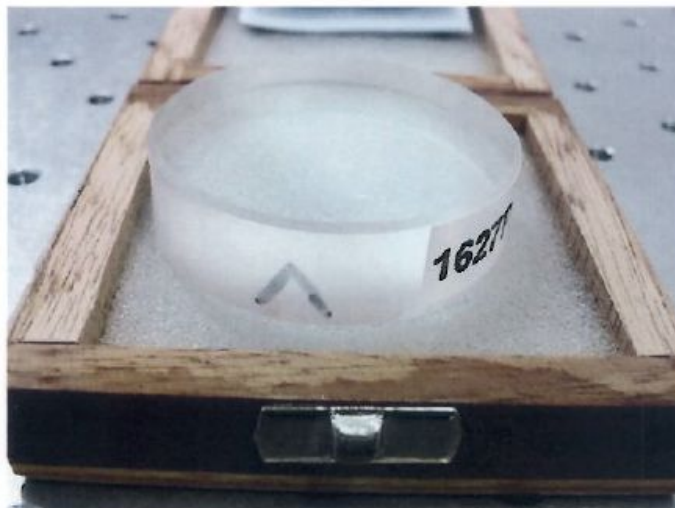
Im Auftrag
On behalf of PTB

H. Reinsch

Kalibrierscheine ohne Unterschrift und Siegel haben keine Gültigkeit. Dieser Kalibrierschein darf nur unverändert weiterverbreitet werden. Auszüge bedürfen der Genehmigung der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt.
Calibration Certificates without signature and seal are not valid. This Calibration Certificate may not be reproduced other than in full. Extracts may be taken only with the permission of the Physikalisch-Technische Bundesanstalt.

Im Rahmen der Kalibrierung wurde die Topografie einer Planplatte gemessen. Der Prüfling wurde stehend in einem V-Profil gemessen. Bei der Messung befand sich der Pfeil (siehe Bild) oben. Die obere Seite im Bild wurde gemessen.

Within the scope of the calibration, the topography of a flat was measured. The test specimen was measured in an upright position, placed in a V-profile. During the measurement, the arrow shown in the following photo was on the top. The upper side shown in the photo was measured.



Zur Messung wurde ein Interferometer mit waagerechter optischer Achse verwendet, dessen Licht rechtwinkelig auf den Prüfling gelangte. Auf dem Prüfling wurde ein Kalibrierzeichen angebracht. Die nachfolgenden flächenhaften Darstellungen zeigen die Höhenwerte an den einzelnen Koordinaten in Bezug auf eine bestangepasste Ebene (Offset- und Tilt- Korrektur). Sie entsprechen einem Blick auf den Prüfling. Zusätzlich sind zwei markante Schnitte gezeigt.

Measurement was carried out with an interferometer, whose light reached the test specimen at right angles. To the specimen a calibration mark was applied. The two-dimensional figure below represents the height values at the particular coordinates with reference to a best fit plane (offset and tilt correction). It corresponds to a view facing the specimen. Additionally, two distinctive sections are shown.

Die Messbedingungen sind durch nachfolgende Daten beschrieben.

The conditions of measurement are described by the following information.

Interferometertyp, <i>type of Interferometer</i>	Zygo Verifire MST	Einheit, <i>unit</i>
Wellenlänge, <i>wavelength</i>	633	nm
Umgebungstemperatur, <i>ambient temperature</i>	20,3 ± 0,5	°C
Temperierungsdauer, <i>thermalisation time</i>	24	h
Messunsicherheit *, <i>uncertainty *</i>	11	nm
Kalibrierzeichen, <i>calibration mark</i>	1627PTB14 44250	
Rekalibrierung, <i>recalibration of</i>	4386PTB05	

Allgemeine Bemerkungen, *general remarks*

Der Kalibrierschein 1627PTB14 ersetzt den Kalibrierschein 4386PTB05.

The calibration certificate 1627PTB14 replaces the calibration certificate 4386PTB05.

Der Prüfling ist stark zerkratzt.

The test specimen is badly scratched.

This Report is written in German. In case of any conflict between the German language version and the English translation of it, the German version shall prevail.

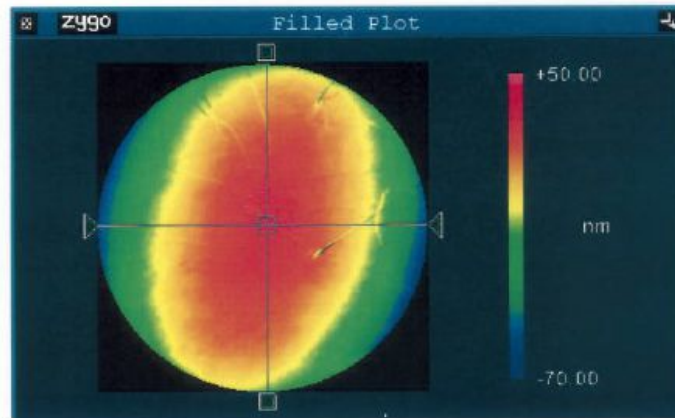
*Angegeben ist die erweiterte Messunsicherheit, die sich aus der Standardmessunsicherheit durch Multiplikation mit dem Erweiterungsfaktor $k = 2$ ergibt. Sie wurde gemäß dem „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)“ ermittelt. Der Wert der Messgröße liegt dann im Regelfall mit einer Wahrscheinlichkeit von annähernd 95% im zugeordneten Überdeckungsintervall.

** The uncertainty stated is the expanded measurement uncertainty obtained by multiplying the standard measurement uncertainty by the coverage factor $k = 2$. It has been determined in accordance with the "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)". The value of the measurand then normally lies, with a probability of approximately 95%, within the attributed coverage interval.*

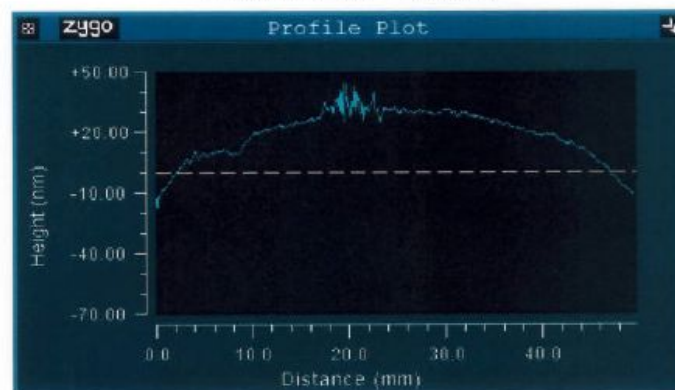
Physikalisch-Technische Bundesanstalt



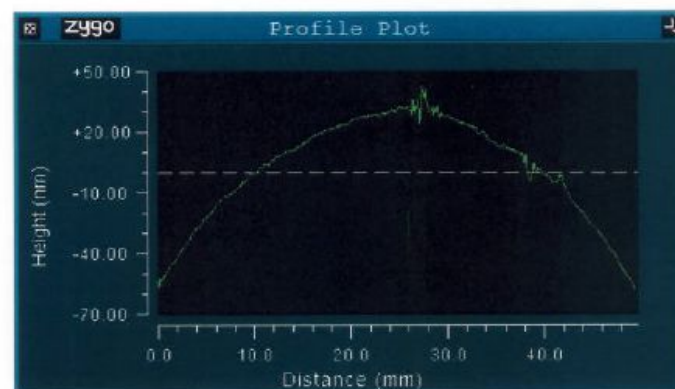
Seite 4 zum Kalibrierschein vom 04.07.2014, Kalibrierzeichen: 1627PTB14 44250
Page 4 of the Calibration Certificate dated 04.07.2014, calibration mark: 1627PTB14 44250



Schnitt Y – Richtung
Sectional view Y - direction



Schnitt X- Richtung
Sectional view X - direction



Messergebnis

Die Längenangaben gelten für die Bezugstemperatur 20 °C (ITS-90) und für die messtechnische Beschaffenheit der Anschlagplatte, die während der Kalibrierung vorlag.

Die Abweichung f_d der Ebenheit beträgt 68 nm. Die maximalen Abweichungen von der Ausgleichsebene betragen + 30 nm und – 38 nm.

Die Topographie der Platte ist in der Anlage zum Kalibrierschein dargestellt.

Measurement result

The lengths stated are valid for a reference temperature of 20 °C (ITS-90) and the metrological quality of the auxiliary plate during calibration.

The deviation f_d from flatness is 68 nm. The maximum deviations from the fitting plane are + 30 nm and – 38 nm.

The topography of the plate is pictured in the annex of the calibration certificate.

Messunsicherheit

Uncertainty of measurement

Die Messunsicherheit der Abweichung f_d von der Ebenheit beträgt

The uncertainty of measurement of the deviation f_d from flatness

$$U = 20 \text{ nm}$$