

UNIVERZITET U BEOGRADU
FAKULTET ORGANIZACIONIH NAUKA

mr Miloš B. Vujnović

**VALIDACIJA MODELA KREDITNOG
RIZIKA**

doktorska disertacija

Beograd, 2016.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF ORGANIZATIONAL SCIENCES

M.Sc. Miloš B. Vujnović

VALIDATION OF CREDIT RISK MODELS

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2016.

Mentor: Prof. dr Vesna Bogojević Arsić, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Fakultet organizacionih nauka

Članovi komisije:

Prof. dr Mirko Vujošević, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Fakultet organizacionih nauka

Prof. dr Bratislav Petrović, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Fakultet organizacionih nauka

Prof. dr Zoran Radojičić, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Fakultet organizacionih nauka

Prof. dr Boško Živković, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet

Datum odbrane doktorske disertacije: _____

REZIME

U savremenom bankarstvu evidentira se sve šira primena modela merenja kreditnog rizika zasnovanih na rangiranju prema utvrđenom kreditnom kvalitetu. Sa tim se nameće i potreba među korisnicima da se razume ekonomska vrednost i opravdanost primene modela i da se isti integrišu u tradicionalne prakse kreditiranja na profitabilan način, što može da bude zahtevno.

Osnovni cilj istraživanja je da se razvije empirijski prikladan savremen metodološki okvir procesa validacije modela kreditnog rizika, kao bazičnog segmenta sistema upravljanja kreditnim rizikom za primenu u bankaskoj industriji, a kroz jednostavne, ali moćne, kvantitativne modele izgrađene na realnim podacima iz raspoložive baze podataka.

Usled razvoja finansijskog tržišta u našoj zemlji, a imajući u vidu činjenicu da bankarsko poslovanje na tržištima u razvoju kao što je naše, predpostavlja preuzimanje visokih rizika, a primarno kreditnog, adekvatna procena izloženosti istom se mora smatrati empirijskom potrebom finansijskih institucija.

Kroz disertaciju je utvrđeno da je i u uslovima ograničene baze podataka, što je često razlog za odustajanje od razvoja bilo kakvog kvantitativnog modela obračuna kreditnog rizika, moguće kreirati model i izvršiti validaciju istog kroz primenu statistički zasnovanih testova. Pokazano je da se rezultati istog u pogledu parametara rizika mogu da imaju široku primenu u procesu upravljanja kreditnim rizikom u finansijskim institucijama. Ovo je posebno bitno u kontekstu značajnijih regulatornih zahteva u pogledu tretmana rizika u bankarskom poslovanju i podsticaja za primenu kvantitativnih modela.

Disertacija u tom kontekstu može da bude koristan izvor, kako onima koji se ovom problematikom bave na naučnoj osnovi, tako i onima koji su u finansijskim institucijama zaduženi za uspostavljanje i validaciju modela merenja i upravljanja kreditnim rizikom.

Ključne reči: kreditni rizik, verovatnoća neizvršenja, rejting klasa, validacija rejting modela, kalibracija rejting modela, očekivani gubitak

Naučna oblast: Finansijski menadžment, računovodstvo i revizija

UDK brojevi: 336.77/78:519.23

ABSTRACT

In the modern banking, a broader application of the models for measurement of credit risk based on the ranking in accordance to the credit quality is recorded. With this arises a need among customers to understand the economic value and justifiability of the model application and that the same are integrated into traditional lending practices in a profitable manner, which can be challenging.

The main objective of the research is to develop a empirically suitable modern methodological framework for process of credit risk models validation, as the basic segment of credit risk management systems for use in banking industry, through simple but powerful quantitative models built on real data from available database.

Due to the development of financial market in our country and bearing in mind the fact that banking business in developing markets such as ours assumes undertaking high risks, especially credit risk, proper valuation of exposure to the same must be considered as the empirical need of financial institutions.

Through the dissertation it was found that even in conditions of limited database, which is often the reason for the abandonment of the development of any quantitative calculation model of credit risk, it is possible to create a model and perform validation of the same through the use of statistically designed tests. It is shown that results in terms of risk parameters may have broad application in the process of credit risk management in financial institutions. This is particularly important in the context of significant regulatory requirements of the supervisory institutions regarding the treatment of risk in the banking business and the incentives for the application of quantitative models.

Dissertation, in this context, can be a useful resource to those who deal with these issues in a scientific context, and those who are in the financial institutions responsible for the establishment and validation of models for measuring and managing credit risk.

Key words: Credit risk, Probability of default, Rating class, Scoring model validation, Rating calibration, Expected loss

Scientific field: Financial management, accounting and auditing

UDK numbers: 336.77/78:519.23

SADRŽAJ

UVOD	1
1. MODELI KREDITNOG RIZIKA I VALIDACIJA MODELA	3
1.1. DEFINICIJA KREDITNOG RIZIKA I KREDITNOG PROCESA	3
1.2. TRADICIONALNI PRISTUPI MERENJU I UPRAVLJANJU KREDITNIM RIZIKOM	4
1.3. NOVI PRISTUPI MERENJU I UPRAVLJANJU KREDITNIM RIZIKOM	4
1.4. RAZVOJ TEHNIKA MODELIRANJA KREDITNOG RIZIKA	5
1.5. STRUKTURNI I REDUKOVANI MODELI	5
1.6. MODELI KREDITNOG RIZIKA U BANKARSKOJ INDUSTRIJI	7
1.6.1. <i>Creditmetrics</i>	7
1.6.2. <i>Mc Kinsey Credit Portfolio view</i>	7
1.6.3. <i>KMV</i>	8
1.6.4. <i>CreditRisk+</i>	8
1.7. REJTING AGENCIJE I POJAM EKSTERNOG REJTINGA	9
1.8. INTERNI SISTEMI RANGIRANJA	10
1.9. DEFINISANJE KREDITNOG GUBITKA	10
1.10. DEFINICIJA I OSNOVNI PRINCIPI VALIDACIJE	11
1.11. OSNOVNE KOMPONENTE VALIDACIJE	13
2. REGULATORNI OKVIR ZA PRIMENU I VALIDACIJU MODELA KREDITNOG RIZIKA	16
2.1. BAZEL II	16
2.2. REGULATORNI OKVIR ZA KORIŠĆENJE KREDITNOG REJTINGA	16
2.3. STRUKTURA BAZELA II	18
2.3.1. <i>Stub I: Minimalni zahtev za kapitalom</i>	18
2.3.2. <i>Stub II: Proces nadzorne revizije</i>	18
2.3.3. <i>Stub III: Tržišna disciplina i zahtev za objavljivanjem</i>	19
2.4. PRISTUPI OBRAČUNA KAPITALA ZA KREDITNI RIZIK U SKLADU SA BAZELOM II	19
2.4.1. <i>Standardizovani pristup</i>	19
2.4.2. <i>Pristupi na osnovi internog rejtinga</i>	20
3. STATISTIČKE METODE MODELIRANJA KREDITNOG RIZIKA	23
3.1. PROCES I METODE UTVRĐIVANJA UZORKA	24
3.1.1. <i>Metode na osnovu verovatnoće</i>	24
3.1.2. <i>Metode koji nisu zasnovane na verovatnoći</i>	25
3.2. UNIVARIJANTNA ANALIZA	26
3.2.1. <i>Jednostavna linearna regresija</i>	26
3.2.2. <i>Višestruka linearna regresija</i>	28
3.2.3. <i>Logaritamska regresija</i>	29
3.3. MULTIVARIJACIONA REGRESIJA	30
3.4. DISKRIMINACIONA ANALIZA	31
3.5. STATISTIČKE DISTRIBUCIJE VEROVATNOĆE	34
3.5.1. <i>Normalna distribucija</i>	34
3.5.2. <i>Log-normalna distribucija</i>	35
3.5.3. <i>Beta distribucija</i>	35
3.5.4. <i>Gama distribucija</i>	35
3.5.5. <i>Eksponecijalna distribucija</i>	36
3.5.6. <i>Weibull-ova distribucija</i>	36
3.6. INTERVALI POUZDANOSTI, NIVO POUZDANOSTI I PERCENTIL	36
3.7. PROCENA MAKSIMALNOG OČEKIVANJA	37
4. IZGRADNJA I IMPLEMENTACIJA INTERNOG SISTEMA RANGIRANJA	38
4.1. PRISTUPI PROCENE KREDITNOG RIZIKA	38
4.2. KONSTRUKCIJA I STRUKTUIRANJE BAZE PODATAKA	41
4.2.1. <i>Definisanje baze podataka</i>	41
4.2.2. <i>Izvori podataka</i>	42
4.2.3. <i>Finansijski i nefinansijski podaci neophodni za formiranje baze</i>	43
4.3. DEFINISANJE I PODELA UZORAKA ZA KREIRANJE MODELA	45
4.3.1. <i>Kriterijumi veličina uzorka</i>	47

4.3.2.	<i>Raspoloživost i kvalitet podataka za kreiranje uzorka</i>	47
4.3.3.	<i>Utvrđivanje veličine uzorka</i>	49
4.3.4.	<i>Pitanja nedostataka podataka prilikom definisanja uzorka</i>	52
4.4.	POJAM I KONCEPT SKORINGA	53
4.4.1.	<i>Modeli scoringa</i>	54
4.4.2.	<i>Kreiranje modela scoringa i procene</i>	57
4.4.3.	<i>Uloga rejtinga u kalibraciji modela</i>	64
5.	METODI VALIDACIJE MODELA KREDITNOG RIZIKA	69
5.1.	KVALITATIVNA I KVANTITATIVNA VALIDACIJA	69
5.2.	KONSTRUKCIJA UZORKA ZA KVANTITATIVNU VALIDACIJU	72
5.2.1.	<i>Problem nedostatka podataka</i>	72
5.2.2.	<i>Načini utvrđivanja uzorka za testiranje</i>	73
5.3.	POJAM I OSNOVNE DIMENZIJE DISKRIMINACIJE	73
5.4.	DISTRIBUCIJA POPULACIJE DOBRIH I LOŠIH DUŽNIKA	74
5.5.	KRIVA OPERATIVNE KARAKTERISTIKE PRIJEMNIKA	75
5.5.1.	<i>Osobine krive operativne karakteristike prijemnika</i>	76
5.5.2.	<i>Površina ispod krive operativne karakteristike prijemnika</i>	77
5.5.3.	<i>Interval pouzdanosti oko površine ispod krive operativne karakteristike prijemnika</i>	78
5.5.4.	<i>Procena diskriminacione snage modela</i>	79
5.6.	KRIVA KUMULATIVNOG PROFILA PRECIZNOSTI	80
5.6.1.	<i>Racio preciznosti</i>	81
5.7.	OSTALE MERE DISKRIMINACIONE SNAGE	82
5.7.1.	<i>Pietra index</i>	82
5.7.2.	<i>Bajesova stopa greške</i>	83
5.7.3.	<i>Mere entropije</i>	83
5.7.4.	<i>Brier vrednost</i>	84
5.7.5.	<i>Kullback-Leibler odstupanje</i>	85
5.7.6.	<i>Informaciona vrednost</i>	85
5.8.	MERENJE STABILNOSTI MODELA	86
5.9.	MERENJE PRECIZNOSTI KROZ BENČMARKING	86
5.9.1.	<i>Definicija i ciljevi benčmarkinga</i>	86
5.9.2.	<i>Izbor uporedne vrednosti</i>	88
5.9.3.	<i>Mapiranje uporedne vrednosti prema internim skalama rangiranja</i>	89
5.9.4.	<i>Validacija benčmarking modela</i>	90
6.	KALIBRACIJA I PROCES VALIDACIJE PARAMETARA KREDITNOG RIZIKA	92
6.1.	PROCENA I KALIBRACIJA VEROVATNOĆE NEIZVRŠENJA	92
6.1.1.	<i>Karakteristike modela utvrđivanja verovatnoće neizvršenja na osnovu karakteristika dužnika</i> ..	93
6.1.2.	<i>Verovatnoća neizvršenja vezana za grupu sličnih izloženosti</i>	94
6.1.3.	<i>Pravila Bazela II za procenu verovatnoće neizvršenja</i>	96
6.1.4.	<i>Godišnje i kumulativne stope neizvršenja obaveza</i>	98
6.1.5.	<i>Metodi procene verovatnoće neizvršenja</i>	98
6.1.6.	<i>Metodi procene za baze sa malim brojem događaja neizvršenja obaveza</i>	100
6.1.7.	<i>Statističke tehnike kalibracije i validacije verovatnoće neizvršenja</i>	101
6.1.8.	<i>Kalibracija verovatnoće neizvršenja putem intervala pouzdanosti</i>	104
6.2.	PROCENA I KALIBRACIJA GUBITKA U SLUČAJU NEIZVRŠENJA OBAVEZA	106
6.2.1.	<i>Standardi novog sporazuma iz bazela za merenje gubitka u slučaju neizvršenja obaveza</i>	108
6.2.2.	<i>Proces razvoja procene gubitka u slučaju neizvršenja obaveza</i>	112
6.2.3.	<i>Merenje rizika naplate</i>	115
6.2.4.	<i>Gubitak u slučaju neizvršenja obaveza u periodu recesije</i>	116
6.2.5.	<i>Osnovne tehnike procene gubitka u slučaju neizvršenja obaveza</i>	117
6.2.6.	<i>Izbor diskontne stope za procenu ekonomskog gubitka u slučaju neizvršenja obaveza</i>	118
6.2.7.	<i>Parametri gubitka u slučaju neizvršenja obaveza</i>	120
6.2.8.	<i>Metode procene parametara gubitka u slučaju neizvršenja obaveza</i>	122
6.2.9.	<i>Modeliranje stope naplate</i>	124
6.2.10.	<i>Korelacija gubitka u slučaju neizvršenja obaveza i verovatnoće neizvršenja i uticaj na modeliranje kreditnog rizika</i>	124
6.2.11.	<i>Pristupi validacije gubitka u slučaju neizvršenja obaveza</i>	125
6.3.	PROCENA I KALIBRACIJA IZLOŽENOSTI NEIZVRŠENJU OBAVEZA	129

6.3.1.	Pojam i karakteristike izloženosti neizvršenju obaveza	129
6.3.2.	Bazel II pravila i zahtevi za obračun izloženosti neizvršenju obaveza	132
6.3.3.	Struktura podataka za procenu izloženosti neizvršenju obaveza	133
6.3.4.	Tehnike procene izloženosti neizvršenju obaveza	135
6.3.5.	Utvrdjivanje realizovanih faktora konverzije.....	136
6.3.6.	Izloženost neizvršenju obaveza u periodu ekonomske recesije	137
6.3.7.	Validacija izloženosti neizvršenju obaveza.....	137
7.	OKVIR STRES TESTIRANJA KREDITNOG RIZIKA I EKONOMSKI KAPITAL	139
7.1.	OKVIR STRES TESTIRANJA	139
7.2.	OBLICI STRES TESTIRANJA.....	141
7.2.1.	Testiranje parametara modela kreditnog rizika na stres.....	141
7.2.2.	Stres testiranje modela kroz ciklus	143
7.3.	STRES TESTIRANJE KAPITALA I UPRAVLJANJE RASPOLOŽIVIM KAPITALOM.....	144
7.3.1.	Pojam i značaj ekonomskog kapitala.....	145
7.3.2.	Spremnost za preuzimanje rizika	146
7.3.3.	Regulatorni okvir za ekonomski kapital.....	147
7.3.4.	Utvrdjivanje ekonomskog kapitala za kreditni rizik.....	149
7.3.5.	Ekonomski kapital i rizikom prilagođene mere prinosa.....	150
7.3.6.	Alokacija ekonomskog kapitala	152
8.	EMPIRIJSKI REZULTATI KREIRANJA I VALIDACIJE MODELA KREDITNOG RIZIKA..	157
8.1.	DEFINISANJE OSNOVNOG SETA ULAZNIH PODATAKA	157
8.2.	DEFINISANJE UZORKA	158
8.3.	DEFINISANJE NEZAVISNIH PROMENJIVIH	159
8.4.	DEFINISANJE STATUSA NEIZVRŠENJA OBAVEZA	159
8.5.	ANALIZA NEZAVISNIH PROMENJIVIH	159
8.6.	REGRESIONA ANALIZA	162
8.7.	TESTIRANJE DISKRIMINACIONE SNAGE	165
8.7.1.	Kumulativni profil preciznosti	165
8.7.2.	Distribucije populacije dobrih i loših dužnika.....	166
8.7.3.	Oprativna karakteristika prijemnika.....	168
8.7.4.	Kolmogorov-Smirnov test	169
8.7.5.	Pietra indeks	170
8.7.6.	Test proporcionalne opasnosti.....	170
8.7.7.	Informaciona vrednost.....	170
8.7.8.	Kullback-Leibler odstupanje.....	171
8.7.9.	Razlika srednjih vrednosti	171
8.8.	DEFINISANJE REJTINGA I KALIBRACIJA MODELA.....	171
8.9.	KALIBRACIJA MODELA	173
8.9.1.	Binomni test	173
8.9.2.	Chi-kvadrat (Hosmer-Lemeshov) test	174
8.9.3.	Spiegelhalter test	175
8.9.4.	Interval pouzdanosti oko verovatnoće neizvršenja	175
8.10.	BRIER VREDNOST	177
8.11.	OBRAČUN I VALIDACIJA GUBITKA U SLUČAJU NEIZVRŠENJA OBAVEZA.....	177
8.11.1.	Obračun gubitka u slučaju neizvršenja obaveza.....	177
8.11.2.	Pristupi validacije gubitka u slučaju neizvršenja obaveza.....	179
8.12.	OBRAČUN IZLOŽENOSTI NEIZVRŠENJU OBAVEZA.....	181
8.13.	STABILNOST POPULACIJE MODELA	182
8.14.	PRIMENA INTERNOG MODELA.....	183
8.14.1.	Obračun nivoa obezvređenja na kolektivnom nivou.....	183
8.14.2.	Utvrdjivanje cena plasmana.....	184
8.14.3.	Utvrdjivanje ekonomskog kapitala	185
8.15.	STRES TESTIRANJE.....	188
8.15.1.	Testiranje parametara kreditnog rizika na stres	188
8.15.2.	Testiranje korelacija izloženosti na stres	188
8.15.3.	Očekivani nedostatak	191
ZAKLJUČAK	192	

LITERATURA	194
PRILOZI	204
PRILOG 1: POKAZATELJI ZA ANALIZU	204
PRILOG 2: IZBOR POKAZATELJA	207
PRILOG 3: MATRICA KORELACIJE POKAZATELJA	210
PRILOG 4: REZULTATI DESKRIPTIVNE ANALIZE	226
PRILOG 5: ANALITIČKI PODACI IZABRANIH POKAZATELJA MODELA	227
PRILOG 6: OBRAČUN FAKTORA KONVERZIJE.....	233
PRILOG 7: ANALITIČKI PRIKAZ PORTFOLIJA IZLOŽENOSTI.....	235
PRILOG 8: OBRAČUN FAKTORA ZA SIMULACIJU	238
PRILOG 9: MATRICA KORELACIJE IZMEĐU POJEDINAČNIH IZLOŽENOSTI U PORTFOLIJU.....	240
PRILOG 10: DEKOMPONOVANA KORELACIONA MATRICA POJEDINAČNIH IZLOŽENOSTI	250
PRILOG 11: OBRAČUN FAKTORA ZA SIMULACIJU UZ PRETPOSTAVKU KORELACIJE PLASMANA	260
PRILOG 12: UPOREDNI PRIKAZ EMPIRIJSKE I TEORIJSKE DISTRIBUCIJE	262

TABELE

TABELA 1: PRIMER REJTING KATEGORIJA I OBJAŠNJENJE REJTINGA.....	10
TABELA 2: VELIČINE UZORKA ZA ODREĐENE NIVOE PRECIZNOSTI.....	51
TABELA 3: POREĐENJE PIT I TTC REJTING SISTEMA.....	65
TABELA 4: PRIMER TRANZICIONE MATRICE.....	68
TABELA 5: MATRICA KONFUZIJE.....	74
TABELA 6: NAČINI OBRAČUNA DUGOROČNOG PROSEKA LGD.....	110
TABELA 7: ISTORIJSKE PROSEČNE JEDNOGODIŠNJE FREKFENCIJE NEIZVRŠENJA OBAVEZA KORPORACIJA PREMA STANDARD & POOR'S I MOODY'S ZA REJTINGE INVESTICIONOG STEPENA.....	146
TABELA 8: PODELA NA RAZVOJNI I VALIDACIONI UZORAK.....	158
TABELA 9: SEGMENT KORELACIONE MATRICE POKAZATELJA.....	162
TABELA 10: PREGLED RAZMATRANIH MODELA SKORINGA.....	163
TABELA 11: REZULTATI REGRESIONE ANALIZE IZABRANOG MODELA SKORINGA.....	163
TABELA 12: BROJ BODOVA, OKVIRI VREDNOSTI I WOE PROMENJIVIH IZABRANOG MODELA SKORINGA.....	164
TABELA 13: MATRICA KONFUZIJE RAZVOJNOG UZORKA.....	167
TABELA 14: MATRICA KONFUZIJE VALIDACIONOG UZORKA.....	167
TABELA 15: PH TEST RAZVOJNOG I VALIDACIONOG UZORKA.....	170
TABELA 16: INFORMACIONA VREDNOST RAZVOJNOG UZORKA.....	170
TABELA 17: INFORMACIONA VREDNOST VALIDACIONOG UZORKA.....	171
TABELA 18: K-L VREDNOST RAZVOJNOG UZORKA.....	171
TABELA 19: K-L VREDNOST VALIDACIONOG UZORKA.....	171
TABELA 20: JEDNOGODIŠNJA TRANZICIONA MATRICA U PERIODU 2008. – 2013. GODINA.....	172
TABELA 21: OKVIRI PD PO REJTING KLASAMA.....	173
TABELA 22: USLOVI ZA PRIMENO NORMALNE APROKSIMACIJE BINOMSNOG TESTA PD.....	174
TABELA 23: REZULTATI BINOMNOG TESTA.....	174
TABELA 24: CHI-KVADRAT TEST.....	175
TABELA 25: SPIEGELHALTER TEST.....	175
TABELA 26: WALD-OV INTERVAL POUZDANOSTI.....	176
TABELA 27: AGRESTI-COULL INTERVAL POUZDANOSTI.....	176
TABELA 28: PRILAGOĐENA KRIVA NEIZVRŠENJA OBAVEZA.....	176
TABELA 29: BRIER VREDNOST - RAZVOJNI UZORAK.....	177
TABELA 30: BRIER VREDNOST - VALIDACIONI UZORAK.....	177
TABELA 31: GUSTINA VEROVATNOĆE LGD.....	178
TABELA 32: GRANICE OKVIRA PREDVIĐENIH I OSTVARENIH LGD.....	179
TABELA 33: TAČKE CLAR KRIVE.....	180
TABELA 34: REGRESIONA ANALIZA.....	180
TABELA 35: ANALIZA STABILNOSTI.....	182
TABELA 36: PROCENTI KOLEKTIVNOG OBEZVREĐENJA PO REJTING KLASAMA.....	183

TABELA 37: DESKRIPTIVNE STATISTIČKE MERE SIMULACIJE.....	186
TABELA 38: REZULTATI SIMULACIJE GUBITAKA.....	186
TABELA 39: KRETANJE EL I UL.....	187
TABELA 40: REZULTATI STRES TESTOVA	188
TABELA 41: KORELACIONA MATRICA – PRIVREDNI SEKTORI	189
TABELA 42: KRETANJE STOPA NEIZVRŠENJA OBAVEZA PO SEKTORIMA	189
TABELA 43: ISEČAK KORELACIONE MATRICE POJEDINAČNIH IZLOŽENOSTI.....	189
TABELA 44: ISEČAK DEKOMPOVANE KORELACIONE MATRICE POJEDINAČNIH IZLOŽENOSTI	190
TABELA 45: DESKRIPTIVNE STATISTIČKE MERE SIMULACIJE UZ KORELACIJU PLASMANA	190
TABELA 46: REZULTATI SIMULACIJE GUBITAKA UZ KORELACIJU PLASMANA	190
TABELA 47: REZULTATI ANALIZE EKSTREMNIH GUBITAKA	191
TABELA 48: REZULTATI POVEĆANJA NIVOVA POUZDANOSTI.....	191
TABELA 49: POKAZATELJI ZA ANALIZU	204
TABELA 50: IZBOR POKAZATELJA PREMA WOE, INFORMACIONOJ VREDNOSTI I ANALIZI KORELACIJE.....	207
TABELA 51: MATRICA KORELACIJE POKAZATELJA	210
TABELA 52: MERE DESKRIPTIVNE STATISTIKE POKAZATELJA.....	226
TABELA 53: POKAZATELJ 33 - ANALITIČKI PODACI	227
TABELA 54: POKAZATELJ 47 - ANALITIČKI PODACI	228
TABELA 55: POKAZATELJ 49 - ANALITIČKI PODACI	229
TABELA 56: POKAZATELJ 77 - ANALITIČKI PODACI	230
TABELA 57: POKAZATELJ 90 - ANALITIČKI PODACI	231
TABELA 58: POKAZATELJ 96 - ANALITIČKI PODACI	232
TABELA 59: OBRAČUN CCF PREUZETIH NEOPOZIVIH KREDITNIH OBAVEZA	233
TABELA 60: OBRAČUN CCF FINANSIJSKIH INSTRUMENTATA GARANTOVANJA	234
TABELA 61: PORTFOLIO IZLOŽENOSTI.....	235
TABELA 62: PROCENA GUBITAKA	238
TABELA 63: MATRICA KORELACIJE IZMEĐU POJEDINAČNIH IZLOŽENOSTI U PORTFOLIJU	240
TABELA 64: DEKOMPOVANA KORELACIONA MATRICA POJEDINAČNIH IZLOŽENOSTI	250
TABELA 65: PROCENA GUBITAKA UZ PRETPOSTAVKU KORELACIJE PLASMANA	260
TABELA 66: UPOREDNI PRIKAZ EMPIRIJSKE I TEORIJSKE DISTRIBUCIJE GUBITAKA	262

GRAFIKONI

GRAFIKON 1: OSNOVNI APEKTI VALIDACIJE	69
GRAFIKON 2: DISTRIBUCIJA SKOROVA DUŽNIKA KOJI SU IZVRŠILI I KOJI NISU IZVRŠILI OBAVEZE	75
GRAFIKON 3: ROC KRIVA I LOKALNA STATISTIKA	76
GRAFIKON 4: CAP KRIVA	80
GRAFIKON 5: PROCES BENČMARKINGA PD	90
GRAFIKON 6: MAPIRANJE REJTINGA	90
GRAFIKON 7: CLAR KRIVA	127
GRAFIKON 8: EKONOMSKI KAPITAL ZA KREDITNI RIZIK	149
GRAFIKON 9: WOE POKAZATELJ 71	161
GRAFIKON 10: WOE POKAZATELJ 48.....	161
GRAFIKON 11: DISTRIBUCIJA SKOROVA RAZVOJNOG I VALIDACIONOG UZORKA	165
GRAFIKON 12: CAP KRIVA	166
GRAFIKON 13: DISTRIBUCIJA POPULACIJE DOBRIH I LOŠIH DUŽNIKA	167
GRAFIKON 14: ROC KRIVA.....	168
GRAFIKON 15: K-S TEST DISTRIBUCIJE DOBRIH I LOŠIH DUŽNIKA	169
GRAFIKON 16: K-S TEST EMPIRIJSKE I TEORIJSKE DISTRIBUCIJE.....	169
GRAFIKON 17: MONOTONOST RASTA STOPE NEIZVRŠENJA PO KLASAMA	173
GRAFIKON 18: FUNKCIJA GUSTINE VEROVATNOĆE LGD	179
GRAFIKON 19: CLAR KRIVA	180
GRAFIKON 20: REGRESIONA LINIJA	181
GRAFIKON 21: UPOREDNI PREGLED UČEŠĆA INTERNIH KLASA.....	183
GRAFIKON 22: ELEMENTI CENE PLASMANA	185
GRAFIKON 23: UPOREDNI PRIKAZ TEORIJSKE I EMPIRIJSKE DISTRIBUCIJE GUBITAKA.....	187
GRAFIKON 24: KRETANJE EL I UL PREMA PD	187
GRAFIKON 25: UPOREDNI PRIKAZ TEORIJSKE I EMPIRIJSKE DISTRIBUCIJE GUBITAKA UZ KORELACIJU PLASMANA.....	191
GRAFIKON 26: POKAZATELJ 33 - WOE	227
GRAFIKON 27: POKAZATELJ 33 - SEGMENTACIJA GRUPA ATRIBUTA PO BROJU DOGAĐAJA ...	227
GRAFIKON 28: POKAZATELJ 33 – UČEŠĆE NEIZVRŠENJA OBAVEZA PO GRUPAMA ATRIBUTA	227
GRAFIKON 29: POKAZATELJ 47 - WOE	228
GRAFIKON 30: POKAZATELJ 47 - SEGMENTACIJA GRUPA ATRIBUTA PO BROJU DOGAĐAJA ...	228
GRAFIKON 31: POKAZATELJ 47 – UČEŠĆE NEIZVRŠENJA OBAVEZA PO GRUPAMA ATRIBUTA	228
GRAFIKON 32: POKAZATELJ 49 - WOE	229
GRAFIKON 33: POKAZATELJ 49 - SEGMENTACIJA GRUPA ATRIBUTA PO BROJU DOGAĐAJA ...	229
GRAFIKON 34: POKAZATELJ 49 – UČEŠĆE NEIZVRŠENJA OBAVEZA PO GRUPAMA ATRIBUTA	229
GRAFIKON 35: POKAZATELJ 77 - WOE	230
GRAFIKON 36: POKAZATELJ 77 - SEGMENTACIJA GRUPA ATRIBUTA PO BROJU DOGAĐAJA ...	230

GRAFIKON 37: POKAZATELJ 77 – UČEŠĆE NEIZVRŠENJA OBAVEZA PO GRUPAMA ATRIBUTA	230
GRAFIKON 38: POKAZATELJ 90 - WOE	231
GRAFIKON 39: POKAZATELJ 90 - SEGMENTACIJA GRUPA ATRIBUTA PO BROJU DOGAĐAJA ...	231
GRAFIKON 40: POKAZATELJ 90 – UČEŠĆE NEIZVRŠENJA OBAVEZA PO GRUPAMA ATRIBUTA	231
GRAFIKON 41: POKAZATELJ 96 - WOE	232
GRAFIKON 42: POKAZATELJ 96 - SEGMENTACIJA GRUPA ATRIBUTA PO BROJU DOGAĐAJA ...	232
GRAFIKON 43: POKAZATELJ 96 – UČEŠĆE NEIZVRŠENJA OBAVEZA PO GRUPAMA ATRIBUTA	232

UVOD

Preuzimanje kreditnog rizika je uvek bila osnovna aktivnost banaka. Kreditni portfolio predstavlja najveće ulaganje banke i dominantni izvor prihoda za banku. Kao takav on je i najveći izvor rizika i najčešći razlog bankarskih gubitaka i neuspeha. Efikasno upravljanje portfoliom izloženosti kreditnom riziku i kreditnom funkcijom je, dakle, osnova sigurnosti i zdravog poslovanja banaka.

Ekspertiza banaka za upravljanje rizikom potiče iz njihove sposobnosti da mere rizik svog poslovanja, kao i rizik poslovanja svojih klijenata, pa je ispravna procena rizika osnova za adekvatno upravljanje rizikom.

U predhodnoj deceniji došlo je do dramatičnih gubitaka u bankarskoj industriji. Kao reakcija na ovo, bankarski sektor je pristupio usavršavanju sistema merenja i upravljanja kreditnim rizikom i kontrole kreditnog rizika kao osnovnog rizika poslovanja banaka. Razvijeni su sofisticirani sistemi koji modeliraju kreditni rizik. Takvi sistemi su dizajnirani za identifikaciju, kvantifikaciju, agregaciju i upravljanje kreditnim rizikom.

Potreba za pocenom kvaliteta sistema rangiranja koji se nalaze u osnovi modela merenja kreditnog rizika koje banke primenjuju postala je značajnija u poslednjim godinama sa implementacijom standarda Novog sporazuma iz Bazela u bankarsku praksu (Bazel II). Kako je sa objavom dokumenata Bazela II omogućeno bankama da interne modele kreditnog rizika zasnovane na rangiranju, koriste za procenu minimalno potrebnog kapitala za pokriće izloženosti ovoj vrsti rizika, pitanje validacije takvih modela zauzelo je veoma bitnu poziciju. Ovo je primoralo banke i supervizore da razviju statističke alate za evaluaciju internih sistema rangiranja, s obzirom da neadekvatni pristupi mogu da dovedu banke u situaciju neoptimalne alokacije kapitala. Bazelska komisija, primarno iz ovog razloga, naglašava značaj validacije modela kreditnog rizika kao jedan od osnovnih izazova za finansijske institucije i supervizore.

Okvir Bazela II za utvrđivanje adekvatnosti kapitala teži da promoviše standarde dobre prakse upravljanja rizicima u bankarskoj industriji. Implementacija takvih standarda čini validaciju kreditnih modela značajnim elementom upravljanja datim rizikom, ali postavlja i mnoga pitanja tehničke prirode u pogledu organizacije, razvoja i kalibracije tih modela.

Ovo je posebno podstaknuto zahtevom za banke da u procesu interne procene adekvatnosti svog kapitala imaju obavezu preispitivanja osnovnih pretpostavki korišćenih za potrebe utvrđivanja minimalno potrebnog regulatornog kapitala, ali i zahtevom za revizijom takvih modela od strane supervizora. Banke dakle imaju potrebu za metodologijom validacije kako bi imali potvrdu primene adekvatnih modela za potrebe obračuna kapitala i upravljanja rizicima. Iako banke pridaju veliki značaj procesu validacije, opšte prihvaćena metodologija i jedinstven proces ne postoje.

Termin validacija označava celokupan proces procene internih modela kreditnog rizika, od validacije diskriminacione sposobnosti sistema rangiranja, do validacije celokupnog procesa identifikovanja, merenja i upravljanja rizicima.

Svi ovi navodi ukazuju na potrebu razvitka sveobuhvatnih metoda validacije modela kreditnog rizika koji se primenjuju u bankama za razumevanje i kvantifikaciju rizika kreditnog portfolio, pa će centralna tema ove disertacije biti prikaz mogućih rešenja na tom polju, a u cilju dizajniranja konzistentnog i kompletnog procesa validacije koji uzima u obzir sva ograničenja koja su vezana za tržište u razvoju.

Istraživanje centralne teme disertacije treba da postigne sledeće ciljeve:

- da ponudi nalaze o potrebi validacije modela kreditnog rizika koji se primenjuju u savremenom bankarstvu;
- da ponudi objašnjenje činjenica na osnovu komparativnog pristupa relevantnim izvorima;
- da oceni trendove razvoja analize modela ovog segmenta upravljanja rizicima banaka;
- da pronade i ponudi rešenja specifičnih problema i ograničenja primene modela.

Imajući u vidu činjenicu da validacija modela kreditnog rizika predstavlja veliki izazov, kako za one koji ih primenjuju, tako i za one koji su nadležni za njihovu superviziju postavljene su osnovne hipoteze na kojima će se zasnivati istraživanje u tezi:

- Postojanje adekvatnih modela kreditnog rizika koji omogućavaju uvid u potencijalne gubitke, inherentne u portfolijima izloženim datom riziku, koje nije moguće ili nije ekonomično sagledati analizom na individualnom nivou, pruža veće mogućnosti portfolio menadžerima u optimizaciji portfolia odnosno minimiziranju rizika prema prinosu.
- Validacija predstavlja bazični segment procesa modeliranja kreditnog rizika koji omogućava adekvatno izračunavanje očekivanog gubitka na individualnom ili portfolio nivou, kao i optimalnu alokaciju kapitala.
- Formulisanje preciznih kvantitativnih metoda koji se koriste za validaciju parametara modela kreditnog rizika i modela u celini pruža korisne indikatore adekvatnosti strateških i taktičkih odluka u procesu upravljanja kreditnim rizikom koje se zasnivaju na uspostavljanim modelima.
- Modeli kreditnog rizika imaju primarnu ulogu u obračunu minimalno potrebnog kapitala za pokriće izloženosti kreditnom riziku u skladu sa naprednim pristupima zasnovanim na internom rangiranju, i kao takvi su važan element procesa nadzorne revizije od strane supervizora koji predstavlja jedan od tri osnovna stuba Novog sporazuma iz Bazela.
- Uz adekvatno procenjenu izloženost riziku u uslovima stresnih situacija banka može, kroz proces interne procene adekvatnosti kapitala, da obezbedi da ukupan raspoloživ ekonomski kapital bude dovoljan za održavanje ciljnog rejtinga banke.

Namera disertacije je, dakle, da se ponudi osnova za korake koje banke moraju da preduzmu radi izgradnje i validacije modela kvantifikacije kreditnog rizika koje će banke primenjivati kako u procesu identifikacije i merenja izloženosti kreditnom riziku, tako i za potrebe implementacije Bazel II pristupa za obračun potrebnog kapitala za pokriće izloženosti kreditnom riziku.

1. MODELI KREDITNOG RIZIKA I VALIDACIJA MODELA

1.1. Definicija kreditnog rizika i kreditnog procesa

Bazelska komisija za superviziju banaka (BCBS¹, 1996) definiše kreditni rizik na sledeći način: Kreditni rizik predstavlja rizik da suprotna strana u ugovoru ne izvrši obavezu u punoj vrednosti ili u trenutku dospeća ili u bilo kojem trenutku nakon dospeća. Pogoršanje kreditnog rizika predstavlja opadanje kreditnog kvaliteta jednog ili više dužnika, takav da je verovatno da banka neće biti u mogućnosti da naplati, ili više ne postoji razumno osiguranje da će banka moći da naplati ukupnu sumu potraživanja u skladu sa odredbama ugovora koji sadrži kreditni rizik.

Gubici mogu nastati u vezi sa kreditnim poslovanjem u situaciji kada dužnik ne izvršava otplatu dobijenog kredita banci. Kreditni rizik nastaje kao rezultat kreditnog procesa, te je isti neophodno definisati. Kreditni proces počinje sa definisanjem strateške opredeljenosti banke prema određenom segmentu potencijalnih klijenata. Na osnovu potrebne dokumentacije i informacija o kreditnom bonitetu banka donosi odluku o rizičnosti klijenta i dodeljuje mu ocenu kreditnog kvaliteta (kreditni rejting). Banke koriste takođe i mogućnosti pribavljanja podataka o kreditnom kvalitetu klijenata od specijalizovanih rejting agencija². Za fizička lica podaci o kreditnoj sposobnosti klijenata pribavljaju se od kreditnih biroa.³ Banka donosi odluku o odobravanju kredita klijentu na osnovu ocene, kao i uslova (kolateral, kamatna stopa i dr.) pod kojima će odobriti kredit.

Postavlja se pitanje razloga za merenja kreditnog rizika. Osnovne grupe odluka koje se mogu doneti na bazi merenja i praćenja kreditnog rizika su: odluka o odobravanju kredita, optimizacija portfolia i upravljanje kapitalom.

Osnovna odluka koja se donosi predstavlja odgovor na pitanje, da li prihvatiti novi plasman u postojeći portfolio. Pitanje se postavlja u dva oblika:

- uz definisani rizik i fiksnu cenu, da li je plasman vredan plasiranja⁴
- uz definisani rizik, koja je cena potrebna da bi plasman bio vredan plasiranja⁵.

¹ Bazelska komisija za superviziju nad bankama osnovana je sredinom 1980-ih. To je komisija nacionalnih regulatora, koju čine predstavnici 12 zemalja. Komisija zaseda u Banci za međunarodnu ekonomsku saradnju (BIS) u Švajcarskoj pa se često naziva komisija BIS-a. Međutim, BIS i BCBS su dva odvojena entiteta. Komisija ne respože nikakvim nadnacionalnim kontrolnim ovlašćenjima, pa zaključci nemaju snagu zakona. Komisija formuliše široke standarde kontrole i smernice o najboljim praksama. Na ovaj način Komisija postiže približavanje gledišta zajedničkim pristupima i standardima, bez pokušaja ostvarivanja potpune harmonizacije kontrolnih tehnika zemalja članica.

² Proces procene kreditnog kvaliteta koji primenjuju rejting agencije sličan je onom koji primenjuju kreditni analitičari u bankama. Oni vrše procenu, na osnovu informacija subjektivnim ocenjivanjem i primenom objektivnih modela procene. Najznačajnije svetske rejting agencije su Standard & Poor's, Moody's i Fitch IBCA za korporativne klijente, odnosno za tržište malih i srednjih preduzeća (MSP), vodeću ulogu imaju Dunn and Bradstreet.

³ Kreditni biro su organizacije koje prikupljaju, arhiviraju i sistematizuju podatke o kreditnoj zaduženosti klijenata finansijskih institucija, koji se na zahtev tih institucija ili klijenata stavljaju njima na raspolaganje.

⁴ Pitanje se može preformulisati u oblik: Da li je očekivani prinos na kapital od transakcije veći od minimalnog prinosa na kapital banke. Pitanje se postavlja kada se posluje sa velikim brojem klijenata koja su fizička lica ili mala pravna lica.

⁵ Pitanje se obično koristi u fleksibilnijem okruženju korporativnog kreditiranja, gde se počinje od nerizične kamatne stope i kalkuliše minimalna prihvatljiva marža (razlika između cene plasmana i nerizične kamatne stope).

1.2. Tradicionalni pristupi merenju i upravljanju kreditnim rizikom

Tradicionalni pristupi se fokusiraju na proceni verovatnoće neizvršenja (engl. *Probability of default*, PD) pre nego na magnitudi potencijalnih gubitaka u slučaju neizvršenja obaveza (engl. *Loss given default*, LGD). Tradicionalni pristupi obično specificiraju neizvršenje obaveza kao bankrot ili likvidaciju ne razlikujući opadanje ili rast kreditnog kvaliteta.

Tokom razvoja upravljanja rizicima mnogi bankari su se oslanjali na 5C (engl. *character, capital, capacity, collateral, conditions*) ekspertske sisteme analize kako bi procenili kreditni kvalitet potencijalnog dužnika. 5C predstavljaju: karakter (mera reputacije firme, volje za otplatom kredita i istoriju otplate); kapital (leveridž ratio sopstvenog prema ukupnom kapitalu); kapacitet (sposobnost otplate koja se odnosi na volatilitet zarade dužnika); kolateral; ekonomski ciklus ili uslovi (makroekonomski uslovi u kojima se nalazi privreda). Procenu 5C obavljaju eksperti (kreditni službenici) koji mogu biti nedosledni i subjektivni u proceni. Takođe, tradicionalni ekspertske sistemi ne specificiraju nikakvu šemu ponderisanja koja će odrediti značaj pojedinih navedenih faktora.

Jedan od tradicionalnih pristupa merenju kreditnog rizika predstavlja i Z-funkcija predviđanja bankrota kompanija, Edvarda Altmana (1968). Model se zasniva na višestrukoj diskriminacionoj analizi predviđanja bankrotstva kompanije za vremenski period od 1 do 5 godina sa određenom verovatnoćom, korišćenjem pet, po njegovom izboru, za tu svrhu najznačajnijih finansijskih pokazatelja.

1.3. Novi pristupi merenju i upravljanju kreditnim rizikom

Prema odredbama Bazela II⁶ banke bi trebale da zamene formalizovane sa novim pristupima upravljanju rizikom. Potrebno je razviti sisteme kvantifikacije rizika u cilju poboljšanja procesa selekcije i ocene kreditnih transakcija. Kvantitativne mere procene rizika su postale još značajnije od usvajanja zahteva za regulatornim kapitalom od strane BCBS. Sistemi kvantifikacije rizika moraju biti dovoljno detaljni da uzimaju u obzir dinamiku današnjih tržišta, a sa druge strane dovoljno prilagodljivi da izlaze u susret potrebama individualnih institucija. Pred finansijske institucije postavljaju se zakonska ograničenja, u pogledu adekvatnosti kapitala, koja svaki institucija mora da uvaži kako bi limitirala rizik. Ustanovljene su obaveze izveštavanja nadležnih regulatornih institucija o izloženosti rizicima. Iz navedenih razloga finansijske institucije imaju veliki interes za tačnom procenom rizika, što se čini kroz matematičko modeliranje rizika.

Verovatno najveći podsticaj razvoju modela kreditnog rizika bilo je nezadovoljstvo BIS - ovim i zahtevima za adekvatnim kapitalom nametnutim od strane lokalnih regulativa. Prvi sporazum iz Bazela (Bazel I), predviđao je jedan pristup za sve jer je na sve vrste i visine kredita primenljiv jedan koeficijent adekvatnosti kapitala (8%), ne uzimajući u obzir različite uticaje visine kredita, dospelosti kredita i najvažnije, kreditnog kvaliteta dužnika. Evropska unija (EU) je 1997. godine prva odobrila pojedinim velikim bankama diskreciono pravo da računaju iznose potrebnog kapitala koristeći interne modele (engl. *Internal ratings based approach* - IRB u slučaju kreditnog rizika) umesto standardnih regulatornih modela. Interni modeli su pod uticajem određenih regulatornih ograničenja i podložni su testiranju odnosno verifikaciji. Novi interni modeli potencijalno nude bolji uvid u vrednost i način merenja plasmana u vidu kredita i instrumenata izloženih kreditnom riziku, kao i bolje metode procene PD kreditnih obaveza.

⁶ Finalna verzija Novog sporazuma iz Bazela, odnosno Bazela II objavljena je u junu 2004, a postaje važeća od decembra 2006. Bazel II se zasniva na tri stuba: minimalni zahtevi za potrebnim kapitalom, nadzorna supervizija i tržišna disciplina. Bazel II unaprađuje tretman kreditnog rizika, uvodi kapitalni zahtev za operativni rizik i vrši harmonizaciju merenja kapitalnih zahteva banaka.

U savremenom bankarstvu evidentira se sve šira primena modela merenja kreditnog rizika zasnovanih na rangiranju prema evidentiranom kreditnom kvalitetu. Sa tim se nameće i potreba među korisnicima da se razume ekonomska vrednost i opravdanost primene modela i da se isti integrišu u tradicionalne prakse kreditiranja na profitabilan način⁷, što može biti zahtevno.

1.4. Razvoj tehnika modeliranja kreditnog rizika

S obzirom da kreditno izlaganje prema eksterno nerangiranim dužnicima (npr. lica koja nisu korporativni klijenti) predstavlja značajan segment portfolija kreditnih institucija, procena rizika angažovanja prema ovim licima je kontinuirani zahtev koji se postavlja pred banke.

Ipak imajući u vidu da procena rizika na pojedinačnom nivou zahteva nekada i značajna sredstva, a da se radi o velikom broju pojedinačnih plasmana ove vrste, može da se zaključi da je ista i neekonomična za banke. Nije iznenađujuće da su baš banke bile među prvima koji su usvojili potrebu uspostavljanja kvantitativnih modela merenja kreditnog rizika. Takvi modeli mogu biti troškovno efikasni alati za odobrenje kredita i pomoći u implementaciji procesa i sistema upravljanja kreditnim rizikom na portfolio osnovi.

Interni sistemi rangiranja i scoring metodologije koje se nalaze u osnovi modela kreditnog rizika razlikuju se od rejting sistema velikih rejting kompanija. Fokus sistema rangiranja je na dimenziji rizika i na PD. Rejtinzi pribavljeni od strane specijalizovanih rejting kuća odnose se ne samo na rizik dužnika, već i proizvoda. Interni sistemi podrazumevaju vremenski period od jedne godine, za razliku od eksternih rejtinga koji, u suštini, daju previđanja dugoročnih performansi kompanija imajući u vidu i cikličnost kretanja u ekonomskom okruženju.

Kako banke postaju sve više upoznate sa tehnologijama modeliranja kreditnog rizika njihov fokus se proširuje na taj način da se značajnija pažnja posvećuje validaciji modela i benčmarkingu⁸. Institucije koje čuvaju podatke o kreditnim istorijama dužnika su u poziciji da sprovode testove validacije i objektivno sagledaju adekvatnost različitih modela.

Potreba za procenom kvaliteta sistema rangiranja koji se nalaze u osnovi modela merenja kreditnog rizika koje banke primenjuju postala je značajnija sa implementacijom standarda Bazela II u bankarsku praksu.⁹ Kako je sa objavom dokumenata Bazela II omogućeno bankama da interne modele kreditnog rizika zasnovane na rangiranju, koriste za procenu minimalno potrebnog kapitala za pokriće izloženosti ovoj vrsti rizika, pitanje validacije takvih modela zauzelo je veoma bitnu poziciju. Ovo je primoralo banke i supervizore da razviju statističke alate za evaluaciju internih sistema rangiranja, obzirom da neadekvatni pristupi mogu da dovedu banke u situaciju neoptimalne alokacije kapitala. Bazelska komisija, primarno iz ovog razloga, naglašava značaj validacije modela kreditnog rizika kao jedan od osnovnih izazova za finansijske institucije i supervizore.

1.5. Strukturni i redukovani modeli

Prva istraživanja predikcije bankrota potiču iz 1930 godine (Fitzpatrick 1932). U 1960-im godinama objavljena su dva rada na ovu temu od strane Altmana (1968) i Beaver (1966). Nakon toga objavljen je značajan broj teorijskih radova i empirijskih istraživanja na ovu temu.

⁷ npr. mnoge institucije definišu prag u pogledu ranga u procesu odobravanja plasmana ili analize dužnika.

⁸ Proces poređenja rezultata sa izabranim referentnim vrednostima alternativnih izvora.

⁹ "Banke moraju da uspostave politike za sve aspekte validacije. Banke moraju da sveobuhvatno validiraju segmentaciju i kvantifikaciju rizika najmanje jednom godišnje, dokumentuju rezultate i izveštavaju nalaze višem menadžmentu" (Federal Register, 2004)

Savremeni modeli merenja kreditnog rizika mogu da se podele u dve odvojene grane u akademskoj finansijskoj literaturi: strukturni pristup koji je uveo Merton (1974)¹⁰ i redukovani pristup koji koristi modele bazirane na intenzitetu i migraciji, prateći literaturu Jarrow i Turnbull-a (1995), Jarrow, Lando i Turnbull-a (1997) i Duffie i Singleton-a (1998,1999)¹¹.

Značajna pažnja matematičkih istraživanja posvećenih kreditnom riziku bavi se modeliranjem slučajnog trenutka kada nastupa neizvršenje obaveza, a imajući u vidu da određeni modeli predviđaju mogućnost međukoraka u smislu tretmana prelaska u nepovoljniji rejting kao kreditnog događaja. Navedene dve škole mišljenja nude različite metodologije postizanja osnovnog zadatka svih modela merenja kreditnog rizika – procena PD.

Pod takozvanim strukturnim modelima (modeli neizvršenja obaveza), vrednost portfolia se simulira razmatrajući samo dva moguća ishoda za bilo koji plasman u okviru portfolia: izvršenje ili neizvršenje obaveza. Neizvršenjem obaveza se smatra situacija i trenutak kada vrednost imovina kompanije bude na odgovarajućem nivou u odnosu na obaveze (prag neizvršenja obaveza). Strukturni modeli povezuju kreditni događaj sa fundamentima kompanije, te u tom smislu, zahtevaju postojanje mogućnosti modeliranja dinamike vrednosti kompanije¹² i kapitalne strukture.

Ipak najveći broj modela kreditnog rizika koristi takozvani model usaglašavanja sa tržištem, u kojem se vrednost portfolia simulira za sve moguće kreditne događaje, uključujući promenu u pozitivnom ili negativnom smeru u pogledu kreditnog kvaliteta, a takođe i neizvršenje obaveza kao mogući ishod¹³. Kod redukovanih pristupa ne modeliraju se vrednost imovine kompanije i kapitalna struktura, a kreditni događaji se definišu u smislu nekog egzogenog procesa. Razlikuju se redukovani modeli kojima je fokus modeliranje trenutka neizvršenja obaveza (modeli zasnovani na intenzitetu) i migracioni modeli (modeli zasnovani na migracijama između rejtinga). Modeli zasnovani na intenzitetu modeliraju faktore koji utiču na neizvršenje obaveza, ali ne fokusiraju se na pitanje šta pokreće neizvršenje. Osnovni naglasak u njima je na modeliranju slučajnog trenutka neizvršenja obaveza, kao i proceni očekivanja pod uslovom riziko-neutralne verovatnoće trenutka neizvršenja. Slučajni trenutak neizvršenja se definiše kao trenutak migracije kreditnog kvaliteta u određenom skokovitom procesu. Ukoliko migracije među rejtingima nisu dozvoljene, model se naziva model jednog kreditnog rejtinga (izuzev rejtinga neizvršenja obaveza). U suprotnom, radi se o modelu višestrukog kreditnog rejtinga, a takvi su rezultat novih radova na temu redukovanih pristupa, dok su modeli na osnovu intenziteta modeli jednog kreditnog rejtinga. Kreditni kvalitet se tokom vremena menja za određenog dužnika, odnosno migrira između različitih rejting klasa. Ova migracija se često modelira u smislu Markovljevog lanca (Norris, 1998), sa konačnim okvirom mogućih rejtinga i diskretnim ili kontinuelnim vremenom. U većini slučajeva višestruka neizvršenja obaveza su isključena, odnosno rejting neizvršenja obaveza je

¹⁰ Pristup je dalje analiziran i razvijan u radovima sledećih autora: Black i Cox (1976), Galai i Masulis (1976), Geske (1977), Brennan i Schwarz (1977,1978,1980), Pitts i Selby (1983), Longstaff i Schwarz (1995), Nielsen et al (1993), Anderson i Sundersan (1996, 2000)

¹¹ Ostali radovi na temu modela zasnovanih na intenzitetu su: Pye (1974), Ramaswamy i Sundaresen (19866), Littermann i Iben (1991), Duffie (1996), Schonbucher (1996, 1998), Maden i Unal (1998), a na temu modela zasnovanih na migraciji: Das i Tufano (1996), Thomas (1998), Huye i Lando (1999), Lando (2000), Schonbucher (2000).

¹² Često se naziva pristup vrednovanja kompanije

¹³ I strukturalni i redukovani model se može koristiti za procenu verovatnoće svakog kreditnog događaja, u cilju određivanja distribucije vrednosti portfolia. Ove verovatnoće predstavljaju kritične ulazne podatke u sve kvantitativne modele kreditnog rizika.

apsorbirajuće stanje. Osnovno pitanje u ovom pristupu je modeliranje tranzicione matrice¹⁴ za proces migracije, kako pod riziko-neutralnim, tako i stvarnim verovatnoćama. Poseban segment su tzv faktorski modeli, zasnovani na teoriji Cox-ovog procesa (Cox, 1955), u kojima su intenziteti neizvršenja obaveza i migracija definisani kao funkcije makro i mikro-ekonomskih faktora.

1.6. Modeli kreditnog rizika u bankarskoj industriji

1.6.1. Creditmetrics

CreditMetrics je razvijen da predstavlja dobru metodologiju za obuhvatanje rizika neizvršenja obaveza. Predstavljen je od strane J.P. Morgana 1997. i njihovih sponzora (*Bank of America, KMV, Union bank of Switzerland i ostali*) kao vrednost pod rizikom VaR (engl. *Value at Risk - VaR*) okvir za ocenu i merenje rizika netržišnih plasmana, kao što su krediti i obveznice van organizovanog tržišta kapitala. (Gupton et al., 1997). Kod *CreditMetrics* metodologije postoje relativno oskudni i nefrekventni podaci na osnovu kojih se može konstruisati model. Za razliku od tržišnih rizika gde dnevni podaci o cenama omogućavaju direktnu kalkulaciju VaR-a, *CreditMetrics* metodologija konstruiše hipotetičku tržišnu vrednost i volatilitet vrednosti usled promena kreditnog rejtinga koji se ne mogu direktno evidentirati. *CreditMetrics* metodologija prihvata kao ulazni podatak bilo koju procenu PD(eksterne rejting agencije, interni model i dr.) koja rezultira u klasifikaciji kompanije u diskretne grupe (rejting klase), svaka sa definisanim PD. *CreditMetrics* metodologija je sredstvo za procenu rizika portfolia usled promena u vrednosti duga, izazvanim promenama u kreditnom kvalitetu dužnika, a ne samo promene u vrednosti usled mogućih događaja neizvršenja obaveza (model na osnovu intenziteta). *CreditMetrics* ne polazi od pretpostavke da je tržišna vrednost obveznice ili PD mogu dobiti korišćenjem vrednosti imovine kompanije kao osnovni ulazni podatak. Procedura vrednovanja mora biti konzistentna sa stvarnim tržišnim cenama. Pretpostavka modela je da se sve promenjive, izuzev trenutnog rejtinga kompanije, ponašaju deterministički tokom vremena. Stoga, vrednost duga u određenom trenutku u budućnosti zavisi od rejtinga dužnika u sadašnjem trenutku. Veoma je važno naglasiti, da se procenjuju rizici u okviru celokupnog portfolia, uz uzimanje u obzir korelacije među dužnicima.

1.6.2. Mc Kinsey Credit Portfolio view

CreditMetrics pretpostavlja da su tranzicione verovatnoće stabilne po vrstama dužnika i poslovnim ciklusima. Pretpostavka stabilnosti je kritična za pristup *CreditMetrics*. Međutim istraživanja pokazuju da stope neizvršenja za, niže od investiciono rangiranih kredita, su veoma osetljive na stanje poslovnog ciklusa. Štaviše, za to postoje empirijski dokazi. Ovi empirijski dokazi pokazuju da verovatnoća opadanja kreditnog kvaliteta i neizvršenja obaveza može biti značajno veća u recesivnim nego u ekspanzivnim kretanjima ekonomije (Nickell et al. 1998, Wilson 1997).

CrediPortfolioView (CPV) model se može smatrati komplementarnim sa *CreditMetrics* metodologijom. Osnovni koncept je tranziciona matrica za posmatranu zemlju. CPV je multifaktorski model koji se koristi za simulaciju povezane uslovne distribucije neizvršenja obaveza i verovatnoće migracije za različite rejting klase u različitim privrednim granama i za svaku zemlju, a uslovno od vrednosti makroekonomskih faktora. Jedan od oblika makroekonomskog modela neizvršenja obaveza razvio je Mc Kinsey i primenjen je u *CPVtm* softveru.

¹⁴ Za detalje videti poglavlje 4.4.3. disertacije

CPV se bazira na shvatanju da su *PD* i verovatnoće kreditnih migracija povezane sa stanjem ekonomije. Kada se ekonomska situacija pogorša opadanje rejtinga i neizvršenje obaveza raste i obrnuto kada ekonomija jača. Drugim rečima, kreditni ciklusi blisko prate poslovne cikluse.

Pošto je oblik ekonomije u velikom stepenu pod uticajem makroekonomskih faktora, CPV predstavlja metodologiju za povezivanje tih makroekonomskih faktora sa neizvršenjem obaveza i migracionim verovatnoćama. Ona uzima u obzir vrednost makroekonomskih faktora, kao što su stopa nezaposlenosti, stopa rasta bruto domaćeg proizvoda, nivo dugoročnih kamatnih stopa, devizni kursevi i visina kamatnih stopa na štednju.

1.6.3. KMV

KMV model (Bharath i Shumway 2004) se zasniva na strukturnom pristupu obračuna očekivane učestalosti neizvršenja obaveza (engl. *Expected default frequency*, EDF) i najčešće se primenjuje za javno kotirane kompanije na organizovanom tržištu kapitala. Osnova ovog pristupa je cena akcije ovakih kompanija i osnovni podaci iz finansijskih izveštaja istih.

KMV model je uključen u aplikativni softver *CreditMonitor*. U skladu sa KMV pristupom, pretpostavlja se mikroekonomski pristup, odnosno kompanija je u statusu neizvršenja kada ne može da izmiruje svoje obaveze. KMV model koristi istorijske podatke.

U ovom pristupu izdvajaju se tri koraka za dobijanje *PD*:

1. Procena tržišne vrednosti i volatilnosti neto vrednosti kompanije;
2. Obračun udaljenosti od trenutka neizvršenja obaveza, što predstavlja meru rizika neizvršenja obaveza;
3. Mapiranje udaljenosti od neizvršenja obaveza na stvarne verovatnoće neizvršenja obaveza korišćenjem baze podataka neizvršenja obaveza.

Pretpostavka modela je da neto vrednost kompanije prati geometrijsko Braunovo kretanje. Kompanija se nalazi u statusu neizvršenja obaveza ukoliko su obaveze kompanije u određenom trenutku veće od vrednosti kompanije. Tačka neizvršenja obaveza se definiše kao trenutak kada se vrednost kompanije izjednači sa vrednosti kratkoročnih obaveza uvećanih za polovinu dugoročnih obaveza kompanije.

1.6.4. CreditRisk+

CreditRisk+ metodologija primenjuje aktuarsku nauku za izvođenje distribucije gubitaka portfolia obveznica ili kredita. *CreditRisk+* je brend Credit Suisse Financial Products i opisan je u njihovoj publikaciji (Credit Suisse, 1997). U ovoj metodologiji modelira se samo rizik neizvršenja, dok se rizik promene kreditnog rejtinga ne uzima u obzir. Za razliku od KMV pristupa modeliranju neizvršenja obaveza, ne postoji pokušaj da se poveže rizik neizvršenja sa strukturom kapitala kompanije. Takođe ne prave se pretpostavke oko razloga neizvršenja obaveza.

Pretpostavlja se da:

- za kredit, *PD* u datom periodu, je ista kao u svakom drugom periodu;
- za veliki broj dužnika, *PD* po jednom dužniku je mala, a broj neizvršenja obaveza koji se javlja u nekom periodu je nezavisan od broja neizvršenja koji se javlja u bilo kojem drugom periodu.

CreditRisk+ metodologija prati sledeći tok:

1. Funkcija generisanja verovatnoće za svaku grupu;
2. Funkcija generisanja verovatnoće za celokupni portfolio;
3. Uz datu funkciju generisanja verovatnoća, kreira se distribucija gubitaka.

1.7. *Rejting agencije i pojam eksternog rejtinga*

Eksterne kreditne rejtinge obezbeđuju kompanije koje su specijalizovane u tom pogledu. Pristup je prvi put komercijalizovan kroz kompanije Moody's (1909) i Standard & Poor (1916). Ove kompanije pružaju investitorima analitičke usluge zasnovane na nezavisnoj, objektivnoj, kredibilnoj i transparentnoj proceni kroz pristup jeftinim informacijama o kreditnoj sposobnosti potencijalnih dužnika. Prema stavovima S&P-a: Kreditni rejting je opšta kreditna sposobnost dužnika, pojedinačne dužničke hartije od vrednosti ili druge finansijske obaveze, na osnovu relevantnih faktora rizika.

Subjekt kreditnog rangiranja je kompanija ili specifična finansijska obaveza. U slučaju kreditnog rejtinga kompanije, rejting je mišljenje o sveobuhvatnom kapacitetu kompanije da ispoštuje svoje finansijske obaveze. Ovi rejtinzi indiciraju izvesnost neizvršenja obaveza vezano za sve finansijske obaveze kompanije, odnosno pružaju ocenu fundamentalne kreditne sposobnosti kompanije. Druga klasa rejtinga je vezana za specifičnu finansijsku obavezu. Kreditni rejting određene finansijske obaveze predstavlja trenutni stav o kreditnoj sposobnosti kompanije sa obzirom na određenu finansijsku obavezu ili klasu finansijskih obaveza, odnosno uzima u obzir očekivanja u pogledu naplate određene obaveze koja se rangira. Kreditni rejting finansijske obaveze se razlikuje za dugoročne i kratkoročne obaveza. Kratkoročne se primenjuju na komercijalne papire, certifikate o depozitima i put obveznice.

Rejting se deli se u dve fundamentalne grupe: rejtinge investicionog stepena i neinvesticionog stepena (špekulativnog karaktera). Pojedini rejtinzi se mogu dopuniti znakom (+) ili (-) koji označavaju relativni položaj u okviru rejting kategorije (odnosno očekivani trend).

Rejting agencija obezbeđuje rejting samo ukoliko postoje raspoložive adekvatne informacije potrebne za davanje kreditnog mišljenja. Proces rangiranja uključuje kvantitativnu, kvalitativnu i zakonsku analizu. Kvantitativna analiza je prvenstveno finansijska analiza zasnovana na finansijskim izveštajima kompanije. Kvalitativna analiza se bavi kvalitetom menadžmenta kompanije, konkurentnosti kompanije u industriji, predviđanima razvoja industrijske proizvodnje i osetljivost na tehnološke promene i dr.

Svi rejtinzi se prate kontinuirano. Rejting agencije vrše reviziju njihovih rejtinga na periodičnoj osnovi ili pod uslovom da se desi značajan događaj koji utiče na profil rizika kompanije. U skorije vreme uveden je i koncept predviđanja u smislu očekivanog trenda rejtinga. Važna činjenica koju sve rejting agencije konstantno ističu je da on predstavlja isključivo mišljenje, a nikako preporuku za investiranje u, ili prodaju bilo koje vrste hartije od vrednosti, iako sam rejting može značajno da utiče na cenu hartija od vrednosti kompanije.

Rejting agencije redovno objavljuju tabele stopa neizvršenja obaveza (engle. Default rate, DR) po rejting klasi, godini, privrednom sektoru i regionu. Ove tabele odslikavaju empirijske proseke neizvršenja obaveza. Pored toga rejting agencije izračunavaju i tranzicione matrice koje ukazuju na verovatan smer razvoja nekog plasmana u datom periodu vremena.

U vezi sa kreditnim rejtingom mogu se izdvojiti tri značajna pitanja: vremenski period rejtinga i njegov odnos sa poslovnim ciklusom, konzistentnost tranzicionih matrica tokom vremena i dokumentovani uticaj promena rejtinga na korporativne hartije od vrednosti i vrednost kompanija (De Servigny i Renault 2004).

Rejting agencije izričito tvrde da rejting nije samo trenutna slika situacije kompanije, već se zasniva na dugoročnoj analizi. Agencije se trude da, u tu svrhu, u analizu uključe uticaj poslovnih ciklusa, mada to nije uvek jednostavno iz razloga što se ciklusi ne javljaju uvek u istom trajanju, intenzitetu i dinamici.

Rejting koji izdaju agencije postoji samo za velike kompanije, što predstavlja problem za banke koje kao svoje klijente imaju mala ili srednja preduzeća. Stoga banke razvijaju svoje interne sisteme rangiranja u cilju pravljenja razlike između izloženosti riziku pojedinačnih klijenata.

Tabela 1: Primer rejting kategorija i objašnjenje rejtinga

AAA	Sposobnost dužnika da ispunji svoje finansijske obaveze je ekstremno snažna.
AA	Dužnik rejtinga AA se razlikuje od najviše rangiranih dužnika samo mali stepen. Kapacitet dužnika da ispunji svoje finansijske obaveze je veoma snažan.
A	Dužnik rangiran sa A je nekako više podložan nepovoljnim efektima promena u okolnostima i ekonomskim uslovima nego dužnici u više rangiranim kategorijama.
BBB	Dužnici rangirani BBB iskazuju adekvatne parametre zaštite. Ipak, nepovoljni ekonomski uslovi ili promene u okolnosti su izvesniji da će voditi slabljenju kapaciteta dužnika za izmirenje svojih finansijskih obaveza.
BB	Obaveze rangirane sa BB su manje osetljive na neizvršenje, od ostalih spekulativnih emisija. Ipak, susreću se sa značajnom konstantnom neizvesnošću ili izloženosti nepovoljnim poslovnim, finansijskim ili ekonomskim uslovima koji mogu voditi neadekvatnom kapacitetu dužnika da ispunji svoje finansijske obaveze.
B	Dužnik trenutno ima kapacitete za ispunjenje finansijskih obaveza. Nepovoljni poslovni, finansijski ili ekonomski uslovi će izvesno obezvređiti kapacitet dužnika ili spremnost da ispunji finansijske obaveze.
CCC	Obaveze rangirane CCC su trenutno osetljive na neizvršenje, i zavise od povoljnih poslovnih, finansijskih i ekonomskih uslova kako bi dužnik ispunio svoje finansijske obaveze.
CC	Obaveza rangirana CC je trenutno visoko osetljiva na neizvršenje.
C	Rejting C može da se koristi za situaciju gde je podnet zahtev za pokretanje stečaja ili su preduzete slične aktivnosti, ali se plaćanja po obavezama nastavljaju.
D	Rejting D, za razliku od ostalih rejtinga, nije izgledan. Koristi se samo kada se neizvršenje obaveza stvarno desilo a ne kada se neizvršenje obaveza samo očekuje.

Izvor: Standard & Poor's Corporate Rating Criteria, 2000

1.8. Interni sistemi rangiranja

U sklopu primene Bazel II standarda, mnoge banke su uvele interne rejting sisteme u kojima se sveobuhvatni rejting dodeljuje svakom kreditu na osnovu *PD* ili očekivanog gubitka (engl. *Expected loss – EL*). Tipične metodologije rangiranja inicijalno dodeljuju svakom dužniku očekivani *PD* (ili grupi dužnika) u smislu vraćanja obaveza, a zatim identifikuje rizik gubitka (glavnice ili kamate) dodeljivanjem rejting rizika svakoj individualnoj obavezi dužnika. U ranijem periodu, rejting i scoring su se smatrali različitim konceptima, a delimično iz razloga što se razlikuju populacije na koje se oni primenjuju. Rejting se primarno primenjuje na velike kompanije i njihove emisije obveznica, dok se scoring primenjuje na male i srednje nerangirane kompanije za potrebe analize i odobravanja plasmana. Rejting sisteme primarno razvijaju eksperti na osnovu svog iskustva, dok se scoring razvija primenom statističkih metoda. Sa razvojem savremenog pristupa upravljanja rizicima, ova dva pristupa se posmatraju objedinjeno. Oba sistema se primarno koriste za utvrđivanje *PD* dužnika, a u cilju utvrđivanja cene i odobravanja plasmana, kao i za alokaciju kapitala za pokriće izloženosti kreditnom riziku. Bazel II preporuka je da se rejting i scoring primenjuju kao osnova za obračuna kapitalnog zahteva za kreditni rizik. Kreditne institucije koje su odabrale da koriste pristup na osnovu internog rejting sistema (engl. *Internal rating based approach – IRB*) moraće da obračunaju *PD* iz rejtinga ili skorova koje su same utvrdile. Takvi rejtingi se nazivaju interni rejtingi. Postoje različiti načini za razvoj internih sistema rangiranja, te se u tom smislu razlikuju tradicionalni (ekspertski) pristupi rangiranju i statistički zasnovani pristupi. Statistički pristupi razultiraju u scoringu koji je potom neophodno mapirati na relativno mali broj rejtinga (najmanje sedam klasa aktivnih dužnika).

1.9. Definisane kreditnog gubitka

Pre nego što se pristupi modeliranju mora da se izvrši definisanje kreditnog gubitka. Bazelska komisija pruža dve definicije kreditnog gubitka, koje finansijske institucije koriste, u

kalkulacijama kreditnog rizika, jednu koristeći koncept usaglašavanja sa tržištem (engl. *mark-to-market*, MTM) i drugu koristeći koncept neizvršenja obaveza (engl. *default mode*, DM). DM modeli prepostavljaju da se krediti drže do dospeća, zanemaruje se svaka promena u tržišnoj vrednosti pošto je jedina briga da li će se kredit vratiti ili ne (Matten 2000). Ovi modeli preovlađuju i koriste se uglavnom za računovodstvene aktivnosti banke.

Paradigma modela neizvršenja govori da se kreditni gubitak javlja samo ukoliko dužnik ne izvrši obaveze otplate duga u okviru vremenskog perioda. U slučaju neizvršenja obaveza kreditni gubitak se izračunava kao razlika između kreditne izloženosti banke (knjigovodstvena vrednost potraživanja) i sadašnje vrednosti budućih tokova gotovine od naplativog kredita (diskontovani prilivi). Buduća vrednost kredita je nesigurna i zavisi od činjenice, da li je dužnik izvršio obaveze u definisanom vremenskom periodu. U slučaju izvršenja obaveza, buduća vrednost se izračunava kao kreditno angažovanje banke na kraju perioda posmatranja (prilagođeno za bilo koju naplaćeni deo potraživanja u toku perioda). U slučaju neizvršenja obaveza, buduća vrednost se dobija kao iznos potraživanja umanjen za LGD. Ovakva postavka zahteva promenjivu koja za svaki kredit određenog kreditnog rejtinga uzima vrednost 1 kada dužnik ne izvrši obaveze sa determinisanom verovatnoćom i 0 u drugačijem slučaju (Saunders et al., 2002).

MTM modeli (npr. *CreditMetrics*) su sofisticiraniji, pošto uzimaju u obzir ne samo rizik neizvršenja obaveza o dospeću nego i potencijalno smanjenje vrednosti. Ovakva paradigma tretira sve kreditne ugovore u skladu sa prepostavkom da kreditni gubitak može da raste tokom vremena, umanjujući time kreditni kvalitet pre dospeća duga u planiranom vremenskom periodu. U skladu sa ovom paradigmom svi kreditni ugovori se tretiraju kao portfolio instrumenti koji se usaglašavaju sa tržištem na početku i kraju posmatranog perioda. Kreditni gubitak odslikava razliku u oceni na početku i kraju vremenskog perioda. Modeli uključuju verovatnoće promene kreditnog rejtinga koje odslikavaju promene u kreditnoj sposobnosti. Za svaku poziciju u kreditnom portfoliju moraju da se sačine migracioni putevi, koristeći tranzicione matrice i Monte Karlo simulaciju. Za sve pozicije simulirana migracija koristi se za usaglašavanje pozicije sa tržištem na kraju perioda posmatranja. MTM modeli zahtevaju procenu vrednosti kredita, koju je teško pribaviti kada vremenska struktura kamatnih stopa i kreditnih prinosa nije dostupna. Kako bi se modeliralo na ovaj način, mora da se prepostavi da svaki put kada kredit migrira iz jednog kreditnog rejtinga u drugi menja se i tržišna vrednost za poznati procenat (Saunders et al., 2002).

1.10. Definicija i osnovni principi validacije

Okvir Bazela II za utvrđivanje adekvatnosti kapitala teži da promoviše standarde dobre prakse upravljanja rizicima u bankarskoj industriji. Implementacija takvih standarda čini validaciju modela kreditnog rizika značajnim elementom upravljanja istim, ali postavlja i mnoga pitanja tehničke prirode u pogledu organizacije, razvoja i kalibracije tih modela. Ovo je posebno podstaknuto zahtevom za banke da u procesu interne procene adekvatnosti svog kapitala (engl. *Internal capital adequacy assesment process* - ICAAP)¹⁵ imaju obavezu preispitivanja osnovnih pretpostavki korišćenih za potrebe utvrđivanja minimalno potrebnog regulatornog kapitala, ali i zahtevom za revizijom takvih modela od strane supervizora. U tom smislu neki od supervizora objavljuju smernice za sprovođenje procesa validacije. Banke dakle imaju potrebu za metodologijom validacije kako bi imali potvrdu primene adekvatnih

¹⁵ Osnovni aspekt ICAAP-a je da, pored obuhvatanja rizika koji nisu definisani Stubom I – Minimalni kapitalni zahtevi (kreditni, tržišni i operativni), banke vrše samostalnu procenu izloženosti različitim rizicima kroz definisan proces i održe kapital na adekvatnom nivou koji bi trebao da bude viši od regulatorno obračunatog. Ovo podrazumeva potrebu procene sveobuhvatne kapitalne adekvatnosti u zavisnosti od profila rizika banaka i strategije održanja definisanog nivoa kapitala.

modela za potrebe obračuna kapitala i upravljanja rizicima. Iako banke pridaju veliki značaj procesu validacije, opšte prihvaćena metodologija i jedinstven proces ne postoje.

Termin validacija označava celokupan proces procene internih modela kreditnog rizika, od validacije diskriminacione sposobnosti sistema rangiranja, do validacije celokupnog procesa identifikovanja, merenja i upravljanja rizicima. Ovo podrazumeva verifikaciju minimalnih standarda za primenu IRB pristupa¹⁶. Validacija mora da u obzir uzme dinamičke efekte predviđanja i da se zasniva na istorijskim osnovama. Priroda validacije zavisi od modela kreditnog rizika koji se primenjuje.

Kada se razmatra adekvatnost rejting sistema kao osnove utvrđivanja kapitala, postoji potreba da se osigura objektivnost, preciznost, stabilnost i prikladan nivo konzervativnosti. Interni rejting i procene neizvršenja obaveza i gubitaka moraju da imaju osnovnu ulogu u procesu odobravanja kredita, upravljanju rizicima, internoj alokaciji kapitala i funkciji korporativnog upravljanja banaka koje koriste IRB pristup. Sa Bazelom II, uspostavljeni su određeni zahtevi u pogledu validacije modela koji se zasnivaju na internim rejting sistemima i obračunu osnovnih parametara kreditnog rizika koji se koriste prilikom primene IRB pristupa. Banke moraju da imaju robustne sisteme za validaciju preciznosti i konzistentnosti rejting sistema, procesa i procene svih relevantnih komponenti rizika (BCBS, 2004). Validacija je osnova IRB pristupa.

Bazelski sporazum ne definiše precizno šta se podrazumeva pod validacijom. BCBS je uspostavila Grupu za implementaciju sporazuma (*Accord Implementation Group, AIG*) kao telo gde se na nivou supervizora razmatraju pitanja implementacije i pružaju osnovni principi implementacije Bazel II okvira. AIG je 2004. godine osnovala podgrupu za validaciju (AIGV), sa ciljem definisanja validacije i preciziranja okvira iste. AIGV se sastoji od predstavnika jedanaest zemalja i osnovni im je cilj klasifikacija različitih sistema rangiranja, razvoj uniformne terminologije za potrebe validacije, revizija važećih metodologija koje se primenjuju u bankarskoj praksi i analiza metodologija validacije tri osnove komponente kreditnog rizika sa teorijskog stanovišta AIGV je postigla sporazum o tome šta se smatra pod validacijom. U kontekstu rejting sistema, termin "validacija" obuhvata skup procesa i aktivnosti koji doprinose proceni, da li rejtinzi adekvatno razdvajaju riziku i da li procene komponenti rizika prikladno karakterišu relevantne aspekte rizika, pri čemu sa pod komponentama rizika podrazumevaju PD, LGD i izloženost neizvršenju obaveza (engl. *Exposure at default – EAD*). Okvir validacije obuhvata sve aspekte validacije koji su, u tom kontekstu, definisani opštim principima validacije koje je predložila AIGV. Okvir validacije obuhvata cilj validacije (princip 1), odgovornost za validaciju (princip 2), očekivanja od tehnika validacije (principi 3,4,5) i kontrolno okruženje za validaciju (princip 6). Većina principa je vezana za proces validacije, a samo mali deo za kvantitativnu validaciju.

Sledeći principi se odnose na pitanje kvantitativne validacije¹⁷:

1. *Validacija je fundamentalno pitanje procene prediktivne sposobnosti procena rizika banke i korišćenja rejtinga u kreditnom procesu. IRB parametri moraju, kao statističke procene, uvek da budu zasnovani na istorijskim podacima kao osnovom za orijentaciju na buduće promene i kretanja. Potrebno je da banke adekvatno diskriminišu¹⁸ i kalibriraju rizik. Modeli procene rizika moraju biti konzistentni, s obzirom da neprediktivnost može da podceni ili preceniti kapitalni zahtev za kreditni*

¹⁶ Studies on Validating Internal Rating Systems, BCBS, 2005

¹⁷ Update on work of the Accord Implementation Group related to validation under the Basel II Framework, BCBS, 2005

¹⁸ Uobičajeno, pod diskriminacijom se podrazumeva razdvajanje između dobrih i loših dužnika, odnosno adekvatnost rangiranja dužnika putem rejting sistema.

rizik. Proces validacije treba da aktivira ponovnu procenu parametara IRB pristupa kada empirijski ishodi odstupaju od očekivanih rezultata.

2. *Banka ima primarnu odgovornost za validaciju.* Supervizori imaju obavezu da vrše reviziju procesa validacije koji je banka sproveda, ali je validacija primarno u nadležnosti i odgovornost banke.
3. *Validacija je iterativan proces.* Validacija mora da uzima u obzir promene u okruženju i mora da se sprovodi kontinuirano, uz održavanje dijaloga između banke i supervizora;
4. *Ne postoji jedinstven metod validacije.* Polazeći od uspostavljenog rejting sistema potrebno je definisati alate i tehnike za validaciju, poput testiranja unazad, benčmarkinga¹⁹ i dr., imajući u vidu činjenicu da ne postoji jedinstveni alat koji je primenljiv na sve portoflije i tržišta.
5. *Validacije treba da obuhvati i kvantitativne i kvalitativne elemente.* U proceni performansi rejting sistema, važno je, takođe, da se izvrši procena komponenti rejting sistema (podaci, modeli i dr.), kao i strukture i procesa vezanog za rejting sistem. Ovo treba da obuhvati procenu uspostavljenih kontrola (uključujući nezavisnost istih), dokumentovanosti, interne upotrebe i ostalih relevantnih kvalitativnih aspekata;
6. *Proces validacije i rezultati treba da budu predmet nezavisne revizije.* Revizori moraju da budu nezavisni od organizacionog dela koji je razvijao i implementirao model u banci.

AIGV je definisala tri podjednako prihvatljiva načina za validaciju internih rejting sistema:

- *validacija zasnovana na komponentama:* analiza svakog od tri osnovna parametara kreditnog rizika²⁰, prikupljanje podataka i kompilacija istih, kvantitativne procedure i ljudski uticaj;
- *validacija zasnovana na rezultatima* (testiranje unazad – engl. *Backtesting*²¹): ex post analiza kvantifikacije kreditnog rizika;
- *validacija zasnovana na procesu:* analiza odnosa rejting sistema sa ostalim procesima u banci i načina integracije rejting sistema u sveobuhvatnu strukturu upravljanja u banci.

1.11. Osnovne komponente validacije

Validacija se može vršiti u dva konteksta, kvalitativna i kvantitativna validacija. Tehnike koje se koriste za kvalitativnu validaciju zavise od uslova pod kojima se validacija sprovodi. Među pravilima validacije u Bazel II okviru, dva su posebno relevantna za statistički zasnovanu kvantitativnu validaciju²²:

- Banke moraju imati uspostavljen robustan sistem za validaciju tačnosti i konzistentnosti rejting sistema, procesa i procenu svih relevantnih komponenti rizika;

¹⁹ U paragrafu 502 navodi se da “Banke moraju takođe da koriste alate kvantitativne validacije i upoređivanje sa relevantnim eksternim izvorima (International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, BCBS, 2004)

²⁰ U paragrafu 504, zahteva se da “Banke moraju da imaju dobro artikulisanе interne standarde gde devijacije u realizovanim PD, LGD i EAD od očekivanja postaju dovoljno značajne da dovedu u pitanje validanost procena. Ovi standardi moraju da uzmu u obzir poslovne cikluse i sličnu sistematsku promenljivost u iskustvu vezanom za neizvršenje obaveza.” (International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2006)

²¹ U paragrafu 501 zahteva se da “Banke moraju redovno da upoređuju realizovane stope neizvršenja sa procenjenim PD za svaku rejting klasu i da moraju da budu u stanju da demonstriraju da su realizovane stope neizvršenja u očekivanom okviru za datu rejting klasu.” International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, BCBS, 2004

²² International Convergence on Capital Measurement and Capital Standards, 2006, paragraf 500

- Banke moraju da demonstriraju nacionalnom supervizoru da proces interne validacije omogućava procenu performansi sistema internog rejtinga i procene rizika konzistentno i smisleno.

Bitno je da se prvo objasni osnovne komponente procesa validacije. Proces validacije modela polazi od procene sistema rangiranja, odnosno dizajna sistema i validacije osnovnih parametara rizika koji su dobijeni iz procesa internog rangiranja koja podrazumeva procenu sistema rangiranja i metoda za utvrđivanje datih parametara. Nakon navedenog sledi procena sistema rangiranja.

Za porebe validacije koriste se kvantitativne i kvalitativne²³ metode. U analizi procena parametara modela razlikuju se pristupi testiranja unazad (engl. *backtesting*) koje koristi statističke metode za procenu parametara rizika, i poređenja (engl. *benchmarking*) internih procena sa eksternim podacima (eksterni rejtinzi, modeli koje su razvile kvalifikovane kuće ili supervizori). Validacija obuhvata okvir iterativnog procesa i aktivnosti koje doprinose proceni da li sistem rangiranja adekvatno diferencira rizike i da li procene parametara rizika na odgovarajući način karakterišu relevantne aspekte rizika.

Osnovni kriterijumi za kvantitativnu validaciju sistema rangiranja i na njima izgrađenih modela kreditnog rizika su diskriminaciona snaga, stabilnost i kalibracija (Engelmann, Hyden, Tasche, 2003).

Diskriminaciona snaga označava sposobnost modela da vrši adekvatnu diferencijaciju između dužnika koji su dospeli u situaciju neizvršenja obaveza i onih koji nisu. Diskriminaciona snaga se procenjuje primenom različitih statističkih metoda. Izdvajaju se dva osnovna metoda procene diskriminacione sposobnosti modela kreditnog rizika zasnovanih na rangiranju, kojima će biti posvećena i značajna pažnja, kroz detaljan prikaz metoda, njihovih prednosti, nedostataka i međusobnih veza, a i koji su korišćeni u empirijskom istraživanju u disertaciji: kumulativni profil preciznosti (engl. *Cumulative accuracy profile - CAP*)²⁴ i mera koja proizilazi iz primenjenog metoda, racio preciznosti (engl. *Accuracy ratio - AR*)²⁵ i koncept koji svoje osnove ima u radarskoj tehnologiji, psihologiji i medicinskoj dijagnostici, operativna karakteristika prijemnika (engl. *Receiver operating characteristic - ROC*) i mera koja proizilazi i ovog modela, površina ispod ROC krive (engl. *Area under the receiver operating curve - AUROC*). Za oba ova koncepta moguće je, dakle, sumirati informacije o kvalitetu modela rangiranja jednom merom. Potvrdu značaja ova dva pristupa merenja diskriminacione snage dala je i AIGV koja je utvrdila da AR i AUROC predstavljaju najprihvatljivije diskriminacione mere za potvrdu adekvatnosti modela koji se primenjuje (BCBS, 2005). Pored CAP i ROC metoda, moguća je primena i drugih analitičkih pristupa kao što su : Pietra indeks, Bajesova stopa grešaka, mere entropije, Brier pokazatelj, i dr.

Stabilnost je osobina koja označava da je odnos uzroka i posledice između faktora rizika i kreditnog rejtinga adekvatno modeliran, izbegnute zavisnosti nastale na osnovu empirijskih korelacija, što direktno implicira kvalitetom predviđanja tokom vremena.

Kalibracija označava mapiranje procenjenih vrednosti parametara rizika na empirijske rezultate uz prihvatljivi nivo devijacije. Model je dobro kalibriran ukoliko procene PD odstupaju samo marginalno od stvarnih empirijski evidentiranih stopa neizvršenja obaveza

²³ U modeliranom sistemu rangiranja validacija dizajna modela treba npr. da uključi i kvalitativne ocene statističkih tehnika izgradnje modela, relevantnost raspoloživih podataka korišćenih za izgradnju modela i sl.

²⁴ Birdsall, 1966, 1973; Hanley i Mc Neal, 1982; Hanley, 1989, Swets, 1988, 1996

²⁵ Soberahart, Keenan i Stein, 2000

(engl. *Default rate* – DR).²⁶ Kalibracija takođe obuhvata i mapiranje ostalih osnovnih parametara kreditnog rizika (LGD i EAD). Kvalitet kalibracije je kriterijum koji obezbeđuje sigurnost procene sistema rangiranja, a samim tim i modela kreditnog rizika.

Usled ograničenja koje korišćenje statističkih testova može da ima prilikom verifikacije preciznosti kalibracije, benčmarking može da posluži kao koristan komplement validacije procena komponenti rizika. Važan pristup u tom kontekstu je mapiranje internih rejtinga prema eksternim referentnim izvorima. I pored koristi od benčmarkinga, on se mora koristiti isključivo kao komplement, a ne supstitut statističkih metoda validacije.

Osnova obračuna kapitala u skladu sa IRB pristupom je rejting sistem, odnosno parametri kreditnog rizika koji proizilaze iz rejting sistema. Stoga je validacija ovih parametara i sistema rangiranja suština procesa nadzorne revizije (Stub II). Struktura metodologije validacije zavisi od tipa rejting sistema (tip dužnika, dinamičke karakteristike rangiranja i dr.), te validacija zahteva dobro razumevanje rejting sistema i njegovih karakteristika.

Osnovne komponente validacije rezultat su projekta AIGV koji je imao za cilj da utvrdi iste kao koncept. Proces validacije obuhvata ispitivanje rejting sistema i procesa procenjivanja, kao i metoda za procenu parametara rizika. Takođe zahteva i verifikaciju minimalnih zahteva za IRB pristup. Banke pristupaju validaciji kao sredstvo kojim se osigurava da su rezultati internog rejting sistema adekvatni za interno korišćenje i potvrđuje svrsishodna interna upotreba (engl. *use test*) kako je definisano u Bazel II okviru.

Validacija koju sprovodi banka sastoji se od dve osnovne komponente: 1. validacija rejting sistema i procene parametara (komponenti) rizika i 2. validacija procesa rejtinga, sa fokusom na način implementacije istog. Validacija rejting sistema se dalje može podeliti u dva segmenta: 1. procena dizajna rejting sistema ili dizajna modela i 2. ispitivanje procena komponenti rizika. U oba slučaja se mogu primenjivati i kvalitativni i kvantitativni metodi. U slučaju rejting sistema zasnovanog na statističkom modelu, validacija dizajna modela treba da uključuje npr. kvalitativni pregled statističkih tehnika i relevantnost podataka koje su korišćene za razvoj modela, način na koji su faktori rizika koji su osnovni ulazni podaci modela izabrani, kao i procena ekonomske smislenosti datih faktora²⁷.

Pored rejting sistema, validacija obuhvata i analizu procesa rangiranja u pogledu važnih pitanja kao što su: kvalitet podataka, interno izveštavanje, načini rešavanja problema, upotreba rejting sistema u procesu odobravanja kredita, uniformnost korišćenja rejtinga u banci. Iako se koriste kvantitativne tehnike, posebno u slučaju procene kvaliteta podataka, validacija procesa rejtinga je primarno kvalitativni aspekt validacije.

²⁶ Uzrok odstupanja empirijskih stopa od kritičnih vrednosti PD koje nije marginalno i eventualno se javlja sistematski mogu biti korelacije između neizvršenja obaveza u portfoliju, ukoliko je sistem uspostavljen uz pretpostavku nezavisnosti događaja neizvršenja obaveza. Ovo može lako da se dogodi čak i dobro kalibriranim modelima.

²⁷ Banka neće uključiti u modeliranje finansijski racio koji daje odnos između bilansnih pozicija koji nema ekonomskog smisla, a za ekonomski smislene pokazatelje ispitivaće se da li postoji uslađenost kretanja broja događaja neizvršenja obaveza sa kretanjem nivoa izabranog pokazatelja, npr. rast broja događaja u slučaju rasta nivoa pokazatelja zaduženosti (Ukupne obaveze / Ukupna pasiva)

2. REGULATORNI OKVIR ZA PRIMENU I VALIDACIJU MODELA KREDITNOG RIZIKA

2.1. *Bazel II*

U junu 2004. godine BCBS je obelodanila dokument pod nezivom “*International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*” koji predstavlja tzv. Bazel II okvir. Implementacija Bazela II je otpočela sa krajem 2006. godine. U decembru 2009 godine, Bazelska komisija je izdala konsultativni dokument pod nazivom “*Strengthening the Resilience of the Banking Sector*” kao deo reformskog paketa kako bi se posvetila pažnja iskustvima iz ekonomske krize koja je otpočela 2007. godine. Bazel II sadrži po prvi put integrisani pristup koji pokušava da objedini kreditni, tržišni operativni rizik, a u cilju obračuna sveobuhvatne izloženosti banke riziku i obračuna potrebnog kapitala u skladu sa specifičnim profilom rizika banke. Okvir Bazela II je utvrdio pristupe koji su obuhvatniji i osjetljiviji na rizike nego Sporazum iz 1988. godine (Bazel I)²⁸, zadržavajući sveobuhvatni nivo potrebnog kapitala (8%).

Značajna razlika u odnosu na Bazel I sastoji se u tome da će pojedine banke moći da izaberu između dva pristupa kod merenja kapitala koji je potreban za pokriće kreditnog rizika. Veće banke mogu potreban kapital da utvrđuju na osnovu internog pristupa (IRB), dok drugi mogu da odaberu da primenjuju jednostavniji standardni model bliži Bazel I pristupu. Bazel II pruža fleksibilan okvir u kojem će finansijske institucije podložne nadzornoj reviziji usvojiti pristupe koji najbolje odgovaraju njihovom nivou sofisticiranosti i profilu rizika. Dva osnovna principa sporazuma su, da osigura adekvatan nivo kapitala u međunarodnom bankarstvu i da izgradi takav sistem da banke ne mogu da povećaju volumen plasmana bez povećanja kapitala. Bazel II podrazumeva konsolidovanu i primenu na svim nivoima unutar bankarske grupacije kod međunarodno aktivnih banaka.

Procenjene posledice Bazela II su:

- sposobnost ciljanja određenog rejtinga banke;
- značajno povećanje kapitalne adekvatnosti;
- veća preciznost u obračunu kapitalnih zahteva;
- bolje shvatanje potrebe za kontrolom rizika;
- smislenija diferencijacija limita rizika;
- početak stavljanja većeg naglaska na neočekivane gubitke;
- svesnost o potrebi razmatranja ekstremnih događaja u distribuciji gubitaka;
- utvrđivanje cena plasmana na osnovu rizika;
- unapređenje regulatornih sposobnosti u mnogim zemljama,

2.2. *Regulatorni okvir za korišćenje kreditnog rejtinga*

Bazel II je ciljao da obezbedi međunarodnu usklađenost supervizorskih regulativa o standardima utvrđivanja adekvatnosti kapitala međunarodno aktivnih banaka, a u cilju promovisanja otpornijeg bankarskog sektora u budućnosti. U skladu sa tim, povećanje pokrića izloženosti rizicima, kao i smanjenje procikličnosti su među osnovnim ciljevima standarda Bazela II. U ranijem periodu, procena kreditnog rizika za potrebe utvrđivanja minimalno potrebnog kapitala se bazirala isključivo na regulatorno propisanim ponderima koji su zavisili od vrste izloženosti i transakcije.

²⁸ Prvi sporazum koji je usvojila Bazelska komisija, a koji se zasnivao isključivo na tretmanu kreditnog rizika i koji opisuje pristupe obračuna potrebnog kapitala za pokriće ove vrste rizika.

Bazel II podrazumeva sledeće osnovne inovacije koje rezultiraju u većoj osetljivosti na rizike:

- Standardi su dopunjeni sa sva dodatna stuba, koji s bave nadzornom revizijom i tržišnom disciplinom. Oni smanjuju fokus na kvantitativni stub I;
- Bankama sa naprednim sposobnostima upravljanja rizicima je dozvoljeno da koriste sopstvene sisteme za merenje kreditnog rizika, zasnovanih na internim rejtnizima, umesto standardizovanih pondera rizika za klase izloženosti;
- Bankama je dozvoljeno da koriste rangiranje koje obezbeđuju eksterne institucije za procenu kreditnog rizika (engl. *External credit rating institutions*, ECAI) za klasifikaciju izloženosti državama i privrednim društvima.

Stoga, kreditni rejtni (interni ili eksterni) su osnovni ulazni podatak za primenu Bazel II standarda.

Bazel II predstavlja potencijalno poboljšanje u odnosu na Bazel I u svojoj sofisticiranosti u merenju kreditnog rizika. Štaviše, on pomera regulatorni kapital u smeru ekonomskog kapitala. Ipak, on je daleko od integrisanog pristupa merenju kreditnog rizika. Fokus na individualne rejting klasifikacije (bilo eksterne ili interne) sprečava agregatni pogled na kreditni rizik kroz sve transakcije, a regulatorne brige oko sistematskog rizika sprečavaju potpuno razmatranje međuzavisnosti (korelacija) plasmana koje mogu dalje umanjiti potrebe za kapitalom.²⁹ Stoga, kada se uzimaju u obzir stvarne portfolio korelacije, potrebe za kapitalom će verovatno biti više od ekonomski potrebnih.³⁰

Standardnim pristupom Bazela II predviđene grupe rizika pokazuju nedovoljnu osetljivost na rizike, posebno za najlošije rangirane grupe. Nasuprot tome, ponder rizika u prve dve grupe izloženosti privrednim društvima može biti previsok. Na taj način podsticaji za arbitražnu regulaciju kapitala neće biti potpuno eliminisani pod Bazel II ponderima kreditnog rizika.

Grupa rizika (ponder rizika za određeni kreditni kvalitet), tzv nerangirane izloženosti (od 100%), pod standardnim pristupom je takođe predmet kritike. Više od 70% izloženosti privrednim društvima su bile narangirane u 138 banka koje su pristupile BIS istraživanju (*QIS 2*). Pošto je većina potraživanja nerangirano, zadržavanje takve grupe rizika ugrožava i umanjuje osetljivost Bazela II na rizik,³¹ posebno uzimajući u obzir činjenicu da stvarni podaci o neizvršenju obaveza nerangirane izloženosti stavlja bliže ponderu 150%, a ne 100%.

U osnovi, istaknuta je zabrinutost oko vezivanja potreba za kapitalom za eksterni rejting. Postoji samo mali broj rejting agencija, a pošto su dužnici slobodni da biraju rejting agenciju, moralni hazard može da vodi pogrešnom iskazivanju rejtinga, a u cilju privlačenja ili zadržavanja klijenata. Štaviše, pošto ne postoji univerzalno prihvaćen standard kreditnog rejtinga, ne može se vršiti upoređivanje za različite rejting agencije i zemlje.

Banke su, stoga, Bazel II standardima podstaknute da implementiraju naprednije pristupe merenju kapitalnih zahteva za kreditni rizik primenom IRB pristupa. Procesi u skladu sa IRB pristupom su više formalizovani, standardizovani i objektivniji putem razvoja i primene internih sistema rangiranja. Ljudski element nije u potpunosti isključen, ali je uključen i rejting sistem kao važan element odobravanja izloženosti. Rejting sistem koji dobro funkcioniše treba da dokaže da se interne rejting kategorije razlikuju u smislu nivoa njihovog

²⁹ Hoggarth, Reis i Saporta (2001) pokazuju da su kumulativni gubici tokom sistemskih kriza u proseku 15% - 20% godišnjeg BDP-a.

³⁰ IRB okviri su podešeni na set korelacija od 0.20, koji su viši od stvarnih korelacija.

³¹ Altman i Saunders (2001) sugerišu da ponder rizika za nerangirane klase rizika mora biti najmanje 150%. Postoji dokaz da je racio neizvršenja obaveza usled propadanja nerangiranih kredita sličan raciju neizvršenja obaveza grupa izloženosti najnepovoljnijeg kreditnog kvaliteta (ponder rizika od 150%).

rizika. Opisana standardizacija rejtinga dozvoljava korišćenje kvantitativnih modela kreditnog rizika primenom statističkih tehnika i alata gde se primarni fokus stavlja na kvalitet i raspoloživost podataka. S obzirom da je interni sistem banke individualno vezan za potrebe banke, tehnike validacije moraju da budu isto tako individualne kao rejting za koji se koristi.³²

2.3. *Struktura Bazela II*

BCBS ističe da poboljšani okvir za adekvatnost kapitala ima za cilj stavljanje jakog naglaska na upravljanje rizicima i podsticanje poboljšanja u sposobnosti banaka da procenjuju rizike. Sa Bazelom II napušta se princip jednog procenta primenjivog za sve banke prilikom obračunavanja potrebnog kapitala i uvodi koncept tri stuba koji teži usklađivanju propisanih zahteva sa ekonomskim principima upravljanja rizicima. Bazel II uvodi skalu sofisticiranih pristupa kreditnom riziku i stavlja fokus i na operativni rizik.

Bazel II okvir se sastoji iz tri stuba:

- Stub 1 – minimalni potreban kapital (adekvatnost kapitala za tržišni, kreditni i operativni rizik) usled povećanja osetljivosti na rizik i fleksibilnosti kroz poboljšani standardni i IRB pristup;
- Stub 2 – nadzorni proces revizije koji se sastoji u podsticanju banaka da razviju i koriste bolji sistem upravljanja rizikom u cilju merenja i upravljanja istim; da se izvrši revizija procene rizika i nivoa integracije menadžmenta u proces izveštavanja;
- Stub 3 - tržišna disciplina kreirana nametanjem kapitalne regulacije i ostalih napora nadzornih tela za obezbeđivanje sigurnosti i zdravlja bankarskog sistema.

2.3.1. *Stub I: Minimalni zahtev za kapitalom*

Stub I uspostavlja minimalne kapitalne zahteve za pokriće rizika, zadržava postojeću definiciju kapitala iz Bazela I i minimalni nivo koeficijenta adekvatnosti (engl. *Capital adequacy ratio*, CAR) od 8%. Cilj nije bio ni da se poveća ni umanji agregatni potrebni kapital za međunarodno aktivne banke, već da se osigura da su zahtevi za potrebnim (regulatornim) kapitalom³³ dovoljni za pokriće rizika. Poboljšanja u okviru Bazela II fokusirana su na unapređenje merenja rizika tj. obračuna imenioca u CAR-u.

$$CAR = \frac{\text{Ukupan kapital}}{\text{Kreditni rizik} + \text{Tržišni rizici} + \text{Operativni rizik}}$$

2.3.2. *Stub II: Proces nadzorne revizije*

Stub II se fokusira na nadzorni proces koji se implementira na nacionalnom nivou. Proces nadzora zahteva da nacionalni supervizori osiguraju da svaka banka ima zdrave interne procese u cilju procene adekvatnosti kapitala zasnovane na temeljnoj evaluaciji njihovih rizika. Stubom II uveden je koncept ekonomskog kapitala, što znači da omogućava bankama da određuju adekvatnost kapitala na osnovu nivoa rizika svake pojedinačne transakcije. Banke moraju da imaju metode procene sveobuhvatne adekvatnosti kapitala zasnovane na:

³² Kao primer, može da se navede portfolio sa malim brojem neizvršenja obaveza (engl. *Low default portfolio*, LDP). Kod istog je teško vršiti kvantifikaciju parametara kreditnog rizika na osnovu istorijskih podataka. Stoga, jednostavna procena koja se zasniva na istorijskim podacima ne bi bila dovoljno pouzdana, ali konzervativne procene koje služe kao gornji benčmark se mogu dobiti iz istih.

³³ Osnovni cilj Stuba I je dobra kapitalizacija banaka. U tom kontekstu u literaturi se obično tretira koeficijent adekvatnosti preko 10% kao dobro kapitalizovana banka, između 8% i 10% kao adekvatno kapitalizovana banka, ispod 8% kao podkapitalizovana banka, a ispod 2% kao značajno podkapitalizovana banka.

stavovima visokog menadžmenta, zdravom upravljanju kapitalom, sveobuhvatnoj proceni rizika, adekvatnom izveštavanju i internoj reviziji.

Bazel II zahteva da lokalni nadzorni organi revidiraju i analiziraju procene i strategije banke, da utvrde da li banka posluje na nivou iznad minimalnih kapitalnih zahteva i da interveniše u ranoj fazi neusklađenosti. Bazel II ističe značaj menadžmenta banke u izgradnji internog procesa procene potreba za kapitalom i uspostavlja ciljne visine kapitala, koje su u skladu sa svojevrsnim profilom rizika banke. Nadzorni organi su odgovorni za utvrđivanje koliko dobro banke procenjuju njihovu adekvatnost kapitala u odnosu na njihove rizike. Ovaj interni proces je podložan nadzoru i, po potrebi, intervenciji u ranoj fazi, a da bi se sprečilo da kapital padne ispod minimalnih nivoa potrebnih da pokrije izloženost pojedine banke rizicima.

2.3.3. Stub III: Tržišna disciplina i zahtev za objavljivanjem

Stub III teži da podstakne tržišnu disciplinu kroz obaveze objavljivanjem podataka o poslovanju banke. Efikasno objavljivanje podataka je osnova osiguranja da tržišni učesnici mogu bolje da razumeju profil rizika banke i adekvatnost njihovih kapitalnih pozicija. Bazel II je uspostavio zahteve za objavljivanje i definisao preporuke u više segmenata, uključujući načine na koje banka računa adekvatnost kapitala i procenjuje njene rizike:

- Banke treba da imaju formalne politike objavljivanja podataka odobrene od strane upravnog odbora koje opisuju ciljeve i strategije objavljivanja javnih informacija;
- Zahtevi za detaljnijim objavljivanjem podataka primenjuju se za potrebe upoznavanja supervizora sa internim metodologijama merenja i upravljanja kreditnim rizikom;
- Objavljivanje uključuje kako osnovne (kvantitavne i kvalitativne tako i dodatne komponente);

Objavljivanje mora da bude minimalno na polugodišnjoj osnovi, dok kvartalno objavljivanje važi za međunarodno aktivne banke sa takvim izloženostima koje su podložne naglom opadanju vrednosti tokom vremena.

2.4. Pristupi obračuna kapitala za kreditni rizik u skladu sa Bazelom II

U kontekstu obračuna minimalnog kapitalnog zahteva za kreditni rizik, banke mogu da biraju između standardizovanog i IRB pristupa (osnovnog i naprednog).

2.4.1. Standardizovani pristup

Standardizovani pristup je kompleksniji nego pristup korišćen u sporazumu iz 1988. godine i uključuje delove koji se bave velikim brojem specifičnih slučajeva. Namera je da se ponderi rizika uspostavaljaju u skladu sa kreditnim rejtingom klijenta. Standardizovani pristup je konceptualno isti kao Bazel I, u smislu primene eksternih procena rizika (kreditnih rejtinga), ali više osetljiv na rizike, podelom plasmana u finije grupe rizika, sa ponderima koji su funkcija eksternih kreditnih rejtinga.

Pod Bazelom I smatra se da svi komercijalni krediti imaju isti kreditni rizik (samim tim i isti ponder rizika). Standardni pristup uzima u obzir tehnike ublažavanja kreditnog rizika (engl. *Credit risk mitigation*, CRM) koje koriste banke prilagođavajući transakcijske izloženosti neizvršenju obaveza kolateralom, kreditnim derivatima ili garancijama treće strane. Ipak svaka vrednost kolaterala umanjuje se faktorom umanjenja vrednosti (engl. *Haircut*) kako bi se prilagodila za neizvesnost tržišne vrednosti instrumenta. Standardizovani pristup dozvoljava smanjenje u rizikom ponderisanoj aktivi (engl. *Risk weighted assets*, RWA) za sredstva koja su kolateralizovana finansijskim instrumentima.

$$RWA_c = RWA ((E - C_a) / E)$$

gde je: C_a prilagođena vrednost sredstva obezbeđenja, a E izloženost.

U dizajnu CRM-a prema Bazelu II težilo se:

- većem podsticaju za banke da upravljaju kreditnim rizikom na efikasan način;
- definisanju većeg broja pristupa kako bi ih mogle koristiti širi spektar banaka;
- povezivanju kapitalnog tretmana sa ekonomskim efektima različitih CRM tehnika i većoj konzistentnosti u tretmanu različitih formi CRM-a.

Iako CRM tehnike umanjuju rizik, ne eliminišu ga, te ostaje određeni rezidualni rizik. Prepoznate su tri forme rezidualnog rizika: neuslađenost imovine, ročnosti i valute. Prilagođena vrednost sredstva obezbeđenja se obračunava uzimajući u obzir tržišnu vrednost istog (C) i deljenjem sa faktorima umanjenja vrednosti koji koriguju vrednost u skladu sa volatilitetom izloženosti (H_e), volatilitetom vrednosti sredstava obezbeđenja (H_c) i volatilitetom deviznog kursa (H_{fx}):

$$C_a = C / (1 + H_e + H_c + H_{fx})$$

2.4.2. *Pristupi na osnovi internog rejtinga*

Za one banke koje poseduju raspoloživa sredstva za preciznije merenje rizika, Bazel II dozvoljava da kreditni rizik mere koristeći svoje interne modele. IRB pristupi dozvoljavaju bankama da koriste svoje interne procene kreditne sposobnosti dužnika za procenu kreditnog rizika u njihovim portfolijima, podložno strogim metodološkim i standardima obelodanjivanjima. Ponderi rizika, dodeljeni svakoj izloženosti banke, baziraju se na rejtingu, tako da povoljnije rangirane izloženosti imaju niže pondere rizika i stoga niže potrebe za kapitalom. Korišćenje IRB pristupa je predmet odobrenja supervizora, a na osnovu propisanih standarda o ispunjenosti zahteva.

Regulatorni kapital za pristupe na bazi internog rejtinga bi trebao biti manje konzervativan od standardnog sistema. Ovo podrazumeva da ukoliko banke izaberu da koriste IRB pristup mogu da očekuju smanjenje sume potrebnog kapitala.

IRB pristup sadrži 5 elemenata:

- Klasifikacija izloženosti kreditnom riziku – interni model procene;
- Komponente rizika: PD i EAD za osnovni IRB model i PD , EAD , LGD i efektivna ročnost izloženosti (engl. *Maturity* – M) za napredni model;
- Funkcija pondera rizika koja koristi komponente rizika za računanje pondera;
- Set minimalnih zahteva za primenu IRB pristupa: demonstracija da banka održava potrebne informacione sisteme u cilju tačne implementacije IRB pristupa;
- Nadzor usaglašenosti sa minimalnim zahtevima.

Kako bi dobila dozvolu za korišćenje IRB pristupa, banka mora da dokaže da poseduje pouzdane procese merenja i upravljanja rizikom. Moraju da postoje odvojeni sistemi za merenje parametara rizika, jaka formalna kontrola i adekvatna dokumentovanost u korišćenju modela i podataka. Modeli moraju da budu kontrolisani od strane grupe koja je nezavisna od sektora koji profitiraju iz odobravanja kredita (*front office*).

Napredni IRB modeli mogu da služe kao sistem ranog upozorenja i pruže osnovu za fleksibilne poslovne odluke. Ovo se zasniva na obračunu rizika svakog plasmana i mogućnost uključivanja istog u cenu, kao i obračun prinosa na takav rizičan plasman, a putem mera kao što su RAROC³⁴.

³⁴ Za detalje videti glavu 7 disertacije.

Banka računa pondere rizika za individualnu izloženost uključujući procene osnovnih parametara rizika pribavljenih iz internih modela procene rizika i internih sistema podataka. Razmatra se samo jedan mogući kreditni događaj, neizvršenje obaveza, a ignoriše verovatnoća gubitka koji rezultira iz opadanja kreditnog kvaliteta. Opadanje u kreditnom kvalitetu izazvano rastom *PD* ili *LGD* prouzrokuje otpis vrednosti kredita pre dolaska u neizvršenje obaveza, rezultirajući time u gubicima portfolija (ukoliko se vrednost kredita usklađuje sa tržištem).

Rizikom ponderisana aktiva dobija se na osnovu ponderisanja *EAD* sa ponderima rizika. Jednom kada se *RWA* izračuna za svaki plasman³⁵, oni se sumiraju da bi se dobio *RWA* za portfolio kao celinu.

Kako bi mogle da koriste IRB pristup potrebno je da banke imaju podatke o vrednostima *PD*³⁶, *LGD*³⁷, *EAD*³⁸ i *M* za svaki kredit. U proceni ovih parametara sporazum dozvoljava dva nivoa sofisticiranosti: osnovni IRB i napredni IRB pristup.

2.4.2.1. Osnovni IRB pristup

Prema osnovnom IRB pristupu, banci je dozvoljeno da koristi svoje sopstvene procene *PD* tokom jednogodišnjeg perioda posmatranja, kao i *EAD* svakog kredita pojedinačno. Postoji donja granica za *PD* koja je ± 3 procentna poena, tako da se kreira ne-nulta donja granica pondera kreditnog rizika (i time potrebnog kapitala za pokriće kreditnog rizika). Prosečan *PD* za svaki interno procenjeni rizik se koristi radi kalkulacije pondera rizika za svaki interni rejting. *PD* se može zasnivati na istorijskim iskustvima ili na kreditnim scoring modelima.

EAD za bilansne transakcije je jednak nominalnoj (knjigovodstvenoj) sumi izloženosti. Faktori za ublažavanje kreditnog rizika (kolateral, kreditni derivati, garancija treće strane, netting pozicija i dr.) su uključeni u obračun prilagođavanjem *EAD* za sumu kolaterala, uz umanjenje za faktor prilagođavanja vrednosti, koji je, prema Stubu II, određen od strane nadzornih tela. *EAD* za vanbilansne aktivnosti se račune korišćenjem pristupa Bazela I, prevođenjem vanbilansnih pozicija u bilansne ekvivalente, uglavnom pomoću Bazel I faktora konverzije. Osnovni IRB pristup uspostavlja referentnu vrednost za dospeće (*M*) na tri godine. Formula osnovnog IRB pristupa za pondere rizika na korporativne izloženosti je:

$$RW = (LGD/50) * BRW \text{ ili } 12.50 * LGD$$

u zavisnosti, šta je manje od ta dva, a gde je uporedni ponder rizika (engl. *Benchmark risk weights* - *BRW*) izračunat za svaki rejting primenom sledeće formule:

³⁵ Ovo se odnosi na izloženost državi, bankama i privrednim društvima, dok se kod izloženosti stanovništvu klijenti se grupišu u segmente, a onda se koristi jednačina *BRW* za definisanje potrebnog kapitala za svaki segment.

³⁶ Svaka od procena *PD* mora da predstavlja konzervativni pogled na dugoročni prosečan *PD* za dati rejting i mora da se zasniva na istorijskom iskustvu i empirijskim podacima.

³⁷ *LGD* se utvrđuje na nivou pojedinačne transakcije, a zavisi od osnovnih karateristika transakcije, kao npr prisustvo kolaterala ili subordinacije. *LGD* se može utvrditi na dva načina: prema osnovnom pristupu na osnovu propisanih procenata (za prioritetni dug 45%, a za sav ostali dug 75%), a u skladu sa naprednim pristupom, banke moraju same da utvrde nivo *LGD*-a. Ukoliko postoji transakcija obezbeđena određenim vrstama kolaterala, primenjuje se metodološki pristup umanjenja vrednosti (engl. *haircut*).

³⁸ Kod osnovnog pristupa propisan je način utvrđivanja *EAD*, dok u slučaju naprednog pristupa, banka ima obavezu da primenom propisanog okvira procenjuje nivo *EAD*. U najvećm broju slučajeva, *EAD* je jednak nominalnoj vrednost neke izloženosti, izuzev u slučaju vanbilansnih stavki u vidu preuzetih obaveza, kod kojih je neophodno da se izvrši procena budućeg korišćenja odobrenih, a neiskorišćenih sredstava, koja će se uključiti u *EAD*.

$$BRW = 976.5 * N(1.118 * G(PD) + 1.288) * (1 + 0.0470 * (1 - PD)) / D^{0.44}$$

Izraz $N(y)$ obeležava kumulativnu funkciju distribucije za standardnu normalnu slučajnu promenljivu, a izraz $G(z)$ obeležava inverznu kumulativnu funkciju distribucije za standardnu normalnu slučajnu promenljivu. Nivo pouzdanosti uključen u funkciju ponderisanja rizika je 99.9%.

2.4.2.2. Napredni IRB pristup

Sofisticirane banke se podstiču da pređu sa osnovnog na napredni IRB pristup. Primarni razlog za ovakav podsticaj je dozvola da banke koriste stvarne LGD iz iskustva umesto fiksnih regulatornih pretpostavki LGD -a. Stvarnost pokazuje da je istorijski LGD za izloženosti bankama znatno niži od 50%³⁹ i stoga se očekuje da prelazak na napredni IRB pristup umanju potrebu banka za kapitalom za 2-3%. Ipak dozvola za korišćenje stvarnog LGD -a je u saglasnosti sa dodatnim skupom minimalnih zahteva koji opredeljuju efikasnost informacionih sistema banaka u održavanju podataka o LGD -u.

Još jedno prilagođavanje osnovnog pristupa je uključivanje prilagođavanja za M . Napredni IRB pristup dozvoljava banci da koristi sopstvene procene kreditnog rizika radi prilagođavanja PD , LGD i EAD za kolateral, kreditne derivate garancije i bilansni netting. Ponderi rizika za MTM napredni pristup se računaju na sledeći način:

$$RW = (LGD/50) * BRW(PD) * [1 + b(PD) * (\mu - 3)]$$

gde je:

$$b(PD) = [0,0235 * (1 - PD)] / [PD^{0,44} + 0,0470 * (1 - PD)]$$

a BRW se definiše u jednačini u osnovnom IRB pristupu.

Efekat $(1 + b(PD)) * (M - 3)$, prilagođava rizik kredita za njenu dospelost.⁴⁰ Za instrumente sa dužim dospećima prilagođavanja za dospeće se povećavaju za visoko rangirane dužnike (nizak PD). Intuicija je da je dospelost najznačajnija za visoko rangirane dužnike pošto se oni mogu kretati samo u jednom pravcu (opadanje kreditnog kvaliteta) i što je duže dospeće kredita veća je verovatnoća. Za nisko rangirane dužnike koji su blizu neizvršenja obaveza, prilagođavanje za dospelost neće biti toliko od značaja, pošto oni mogu biti blizu neizvršenja obaveza bez obzira na dužinu dospeća kredita.

³⁹ Carty (1998) nalazi da je srednja vrednost LGD za prioritetni neobezbeđeni (obezbeđeni) bankarski kredit 21% (13%). Carey (1998) nalazi srednju vrednost od 36% za portfolio netržišnih plasmana. Asanow i Edwards (1995) nalaze 35% LGD za komercijalne izloženosti.

⁴⁰ Ovo može uključivati prilagođavanje za usaglašavanje se tržištem. Ipak, ovo prilagođavanje u Bazelu II ne uključuje tranzicioni rizik (opadanje kreditnog kvaliteta) i rizik razlike u prinosu (promena u tržišnoj ceni kreditnog rizika) kao komponente potpunog modela usaglašavanja sa tržištem. Takođe postoji i alternativna specifikacija $b(PD)$ prilagođavanja na osnovu pretpostavki modela neizvršenja obaveza.

3. STATISTIČKE METODE MODELIRANJA KREDITNOG RIZIKA

Nasuprot ranijeg perioda, tokom kojeg je kreditni rejting predstavljao samo *PD*, novi trendovi su ga pretvorili u metod procene očekivanog gubitka od kreditnog rizika. Modeli kreditnog rizika, dakle, sada pružaju informacije, kako o *PD*, tako i o visini *LGD*. Bazel II okvir zahteva da se, kada se statistički modeli koriste u rangiranju, obezbedi sveobuhvatna metodologija koja pruža detaljan iskaz i opravdanje hipoteza koje se uspostavljaju, detaljno opisuje izvore podataka koji se koriste za procene rejtinga i trendove, kao i obrazloženje matematičkih i empirijskih osnova dodeljivanja procena *PD* rejtinzima za pojedinačne dužnike. Ostali zahtevi podrazumevaju uspostavljanje rigoroznog statističkog procesa, uključujući testove performansi van vremena (engl. *Out of time testing*)⁴¹ i van uzorka (engl. *Out of sample testing*), kao i obezbeđenje zdravih osnova za validaciju izabranih nezavisnih promenljivih. Ovo predstavlja neophodnu infrastrukturu za efektivno modeliranje rizika. Modeli kreditnog rizika, s obzirom na namenu, moraju da budu prediktivni, umesto da se samo oslanjaju na istorijske podatke.⁴² U tom kontekstu, značajna pažnja se mora posvetiti raspoloživosti i strukturiranju podataka. Rejting agencije, banke i ostala lica koja koriste pristupe zasnovane na statističkim modelima za procenu kreditnog rizika, moraju da imaju veoma kvalitetne i široke baze podataka. Baze podataka moraju da obuhvataju: događaje kreditnog rizika, rejting istorije, *PD* vezane za rejtinge, migracije rejtinga, metodologiju koja se koristila, tipove podataka, datume rangiranja i dr. Činjenica je, međutim, da su ograničene informacije⁴³ univerzalni problem svih modela rizika. Iako su parametri modela kreditnog rizika zasnovani na istorijskom iskustvu isti moraju da budu orijentisani ka predviđanjima, što je konzistentno sa prvim principom validacije, tako da nedostatak podataka nije ograničenje za primenu ovih modela. Banke dakle moraju da budu spremne da i u takvim situacijama razviju modele koji bi se mogli primenjivati.

Mora da se bude veoma pažljiv sa statističkom informacijom. Postojanje grešaka u statističkim rezultatima su posledica privida visoke preciznosti i relevantnosti statističkih informacija. Pored toga, pristupno je i pitanje interpretacije statističkih informacija, odnosno potencijalnog precenjivanja ili podcenjivanja rezultata. Pitanje utvrđivanja uzorka je takođe bitno. Neadekvatan pristup utvrđivanju uzorka, gde se koriste premali, pristrasni ili nerelevantni uzorci, je često osnov pogrešnih statističkih rezultata. Obzirom da se radi o statističkim analizama, procene se vrše na osnovu uzorka koji mora da bude dovoljno veliki kako bi se obezbedila statistička značajnost.

Standardi Bazela II predviđaju da IRB model bude tako kreiran da mora da bude prikladan za primenu naprednijih i kompleksnijih analiza⁴⁴ neophodnih npr. za merenje interne adekvatnosti kapitala, kao i za obelodanjivanje svih relevantnih podataka.

⁴¹ Videti poglavlje 5.2 disertacije

⁴² Trenutne *PD* su osnovni element modeliranja, ali je važnija sposobnost procene budućih DR.

⁴³ mali broj podataka o prelasku u status neizvršenja obaveza, a posebno u klasama koje označavaju nizak nivo rizika i kratak istorijski period posmatranja.

⁴⁴ Pod ovim se može podrazumevati npr. kreditni VaR, iako pojedini regulatori ne priznaju trenutno VaR kao meru kreditnog rizika. Argumentacija je da je model i informacije koje isti koristi često nepouzdan. Interni podaci, u tom smislu, nisu uvek prikupljeni u potrebnom formatu, eksterni podaci mogu da budu nerelevantni za domicilno tržište, a informacije o uticaju makroekonomskih faktora mogu da budu neprecizne, kreditni prinosi teže da budu pomereni i sa debelim repovima distribucije, te Monte Carlo simulacija može da bude prikladna alternativa proceni kreditnog rizika. Kreditni VaR zahteva utvrđivanje korelacija, te podelu na privredne grane, a činjenica da se veoma često raspolaze sa malo bazom podataka, vodi koncentraciji pre nego diversifikaciji kojoj se teži primenom modela kreditnog VaR-a.

3.1. *Proces i metode utvrđivanja uzorka*

Statističke analize se primenjuju na uzorak koji se kreira iz definisane populacije, pri čemu se populacijom smatraju svi elementi sa karakteristikom koja se analizira, a koji ne moraju biti isti kao populacija o kojoj se želi informacija.

Proces utvrđivanja uzorka se sastoji iz više faza:

- definisanje populacije;
- uspostavljanje okvira utvrđivanja uzorka;
- uspostavljanje metoda utvrđivanja uzorka;
- definisanje veličine uzorka;
- implementacija plana utvrđivanja uzorka;
- utvrđivanje uzorka i prikupljenje podataka;
- revizija procesa utvrđivanja uzorka.

U praksi se koriste dve osnovne vrste pristupa utvrđivanju uzorka: pristupi na osnovu verovatnoće i koji se ne zasnivaju na verovatnoći. Prvi pristup podrazumeva da svi elementi u populaciji imaju mogućnost izbora, a verovatnoća izbora može da se izračuna i različita je od nule. Utvrđivanje uzorka koje se ne zasniva na verovatnoći vrši se na osnovu raspoloživosti elemenata populacije ili ekspertske proceni reprezentativnosti istih, odnosno elementi se biraju na način koji nije slučajan. Prednost uzorkovanja na osnovu verovatnoće je što se greška uzorkovanja može izračunati.⁴⁵ Kada se primenjuju na populaciju, rezultati se iskazuju kao plus/minus greška uzorkovanja. Posledica utvrđivanja uzorka koje nije zasnovano na verovatnoći je da se nepoznat deo populacije isključuje.

Utvrđivanje uzorka (uzorkovanje) na osnovu verovatnoće obuhvata sledeće metode:

- slučajno uzorkovanje;
- sistematsko slučajno uzorkovanje;
- stratifikovano uzorkovanje;
- višestepeno uzorkovanje.

Utvrđivanje uzorka koje se ne zasniva na verovatnoći obuhvata sledeće metode:

- prikladno uzorkovanje;
- uzorkovanje na osnovu procene;
- kvota uzorkovanje
- panel uzorkovanje.

3.1.1. *Metode na osnovu verovatnoće*

Slučajno uzorkovanje je najosnovnija forma uzorkovanja na osnovu verovatnoće. Svaki element populacije ima jednaku šansu da bude izabran. Uzorak n elemenata koji su izabrani iz populacije naziva se slučajnim ukoliko svaki drugi uzorak iste veličine iz populacije ima jednaku verovatnoću izbora. Slučajno uzorkovanje se primenjuje kada je populacija mala, homogena i odmah raspoloživa. Svim elementima se dodeljuje ista verovatnoća izbora, a one se potom mogu koristiti za zaključivanje vezano za populaciju iz koje se uzorak kreira.⁴⁶ Svakom elementu se dodeljuje broj, te se nasumičnim izborom brojeva kreira uzorak. Pristrasnost je prisutna u vidu precenjivanja ili podcenjivanja određenih segmenata populacije. Nedostatak ovakve vrste uzorkovanja je da je isti nepraktičan u slučaju velike populacije.

⁴⁵ Greška uzorkovanja predstavlja stepen do kojeg se uzorak može razlikovati od populacije.

⁴⁶ Uzorkovanje koje se ne zasniva na slučajnom izboru, obično je pristrasno (engl. *biased*) u pogledu izbora.

Sistematsko slučajno uzorkovanje se zasniva na organizovanju ciljne populacije prema određenom kriterijumu i izboru elemenata prema određenim intervalima (izbor svakog n -tog elementa, gde je $n = \text{veličina populacije} / \text{veličina uzorka}$). Početak intervala nije početak liste elemenata, već slučajno izabrani element od prvih n elemenata. Ova vrsta uzorkovanja može biti pristrasna ukoliko inherentna periodičnost u populaciji koincidira sa periodikom izbora.

Stratifikovano uzorkovanje je često korišćeni metod uzorkovanja koji se superioran u odnosu na slučajno uzorkovanje, pošto umanjuje grešku uzorkovanja. Ukoliko populacija obuhvata određeni broj kategorija, ista se može podeliti u odgovarajuće stratume. Iz svakog stratuma, kao posebnog segmenta portfolija, se potom utvrđuje dovoljno veliki uzorak, primenom opisane metode slučajnog izbora, pri čemu dovoljna veličina označava veličinu uzorka dovoljno veliku za razumno pouzdanu ocenu da stratum predstavlja populaciju. Stratifikovano uzorkovanje se koristi kada jedan ili više stratuma u populaciji imaju mali broj neizvršenja obaveza relativno posmatrajući u odnosu na ostale stratume. Ovim se osigurava proporcionalna zastupljenost svakog stratuma u uzorku. S obzirom da svaki stratum predstavlja poseban deo populacije, moguće je i korišćenje različitih metoda uzorkovanja kod različitih stratuma. Nedostaci su da je neophodna priprema okvira za svaki stratum posebno, kao i da je u nekim slučajevima neophodan veći broj elemenata u populaciji nego kod ostalih metoda.

Primer **višestepeno uzorkovanja** je klaster uzorkovanje. U prvoj fazi, vrši se podela populacije na klaster⁴⁷, zatim se u drugoj bira uzorak klastera, a u trećoj, u okviru tih klastera, može da se izabere uzorak elemenata ili koriste svi elementi izabranih klastera.

Panel uzorkovanje se zasniva na slučajnom uzorkovanju u određenom trenutku, a potom ponavljanju istog metoda u više trenutaka u vremenu. Prikladan je za analize velikih baza podataka.

3.1.2. Metode koji nisu zasnovane na verovatnoći

Prikladno uzorkovanje koristi se kada je u kratkom vremenskom periodu potrebna aproksimativna procena. Korisiti se obično prilikom preliminarnih procena okvirnih rezultata, kada se ne želi ulazak u kompletniju, ali i pouzdaniju procenu. Prikladno uzorkovanje podrazumeva izbor uzorka iz onog dela populacije koji je najraspoloživiji. Korišćenjem ovakvog uzorka se ne može utvrditi naučno zasnovan zaključak, s obzirom da isti neće biti dovoljno reprezentativan.

Uzorkovanje na osnovu procene je metod kod kojeg se ekspertski bira uzorak na osnovu sopstvene procene analitičara. Ovo predstavlja proširenje prikladnog uzorkovanja.⁴⁸ Kada se koristi ovaj metod, mora postojati pouzdano uverenje da izabrani uzorak adekvatno odslkava karakteristike populacije.

Kvota uzorkovanje predstavlja ekvivalent stratifikovanog uzorkovanja, gde se isto prvo identifikuju stratumi i njihova proporcija u populaciji, a zatim se, za razliku od stratifikovanog uzorkovanja gde se izbor vrši slučajnim metodom, koristi prikladno ili uzorkovanje na osnovu procene za dobijanje potrebnog broja elemenata iz svakog stratuma.

⁴⁷ Klaster predstavlja segment populacije koji obuhvata skup homogenih elemenata, npr. geografsko područje.

⁴⁸ Izbor elemenata populacije za uzorak može npr. da se vrši isključivo iz jednog regiona iako podaci u populaciji obuhvataju celu zemlju.

3.2. Univarijantna analiza

Regresiona analiza predstavlja statistički alat pomoću kojeg se utvrđuje da li se promene u jednoj (zavisnoj) promenljivoj, mogu objasniti i predvideti kao funkcija druge (nezavisne) ili drugih promenljivih.

Univarijantna regresija podrazumeva ispitivanje uticaja promene jedne (jednostavna regresija) ili više (višestruka regresija) nezavisnih promenljivih na jednu zavisnu promenljivu.

3.2.1. Jednostavna linearna regresija

Ukoliko se zavisna promenljiva definiše kao Y , a X kao nezavisna promenljiva, najjednostavniji statistički model može objasniti Y kao funkciju X u vidu linearne regresije. Linearna regresija definiše linearni odnos između promenljivih Y i X i za svaki par promenljivih (x_i, y_i) ovo se može iskazati na sledeći način: $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), gde je α presek regresione funkcije, β je koeficijent nagiba regresione funkcije (regresioni koeficijent)⁴⁹, a ε_i slučajna greška regresione funkcije (rezidual), vezana za obzervaciju i .

Pretpostavke linearne regresije su sledeće:

- veza između X i Y je linearna;
- varijanse reziduala σ^2 su konstantne za sve vrednosti X (homoskedastičnost);
- greške vezane za različite obzervacije su nezavisne jedna od druge;
- nekorelisanost reziduala sa x_i vrednostima;
- normalna distribucija reziduala.

Regresiona funkcija ima dva osnovna dela, regresionu liniju i grešku. Regresiona linija se može dobiti na osnovu empirijskih podataka, dok greška opisuje kako regresiona linija aproksimira zavisnu promenljivu. Regresiona linija je linearna funkcija: $\hat{y}_i = a + bx_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), gde \hat{y}_i označava prilagođenu i vrednost zavisne promenljive, obračunatu na osnovu i vrednosti nezavisne promenljive x_i . Greška predstavlja, za svaku obzervaciju y_i , razliku između te vrednosti i odgovarajuće vrednosti prilagođene regresionoj liniji \hat{y}_i : $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$.

Svaki rezidual se može objasniti kao deo odgovarajuće vrednosti koji nije objašnjen linearnim odnosom sa nezavisnom promenljivom. U slučaju linearne regresije dovoljno je obračunati koeficijente α i β na osnovu raspoloživih podataka. Za ovo se najčešće koristi metod najmanjih kvadratnih odstupanja (engl. *Ordinary least square – OLS*)⁵⁰ ili procena maksimalnog očekivanja (engl. *Maximum likelihood estimation – MLE*)⁵¹. Time se bira prava linija koja minimizira sumu kvadrata grešaka prilagođavanja (engl. *Residual sum of squares – RSS*):

$$RSS = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$$

Za ε se pretpostavlja da je nezavisna identično normalno distribuirana slučajna promenljiva sa srednjom vrednošću 0 i varijansom σ^2 . Utvrđivanje minimuma RSS se vrši rešavanjem tzv. normalnih jednačina, a na osnovu izvoda RSS funkcije. Paramtri α i β dobijeni primenom metode OLS jednaki su:

⁴⁹ Kada je $\beta > 0$ regresiona linija ima pozitivan nagib, a u obrnutom slučaju negativan.

⁵⁰ Metod prilagođavanja modela raspoloživim podacima kroz procenu nepoznatih parametara u modelu linearne regresije na osnovu minimiziranja sume kvadratnih vertikalnih odstupanja između regresione linije koja je dobijena linearnom aproksimacijom i stvarnih podataka koji se koriste u linearnoj regresiji.

⁵¹ Videti poglavlje 3.7.

$$\alpha = \sum \frac{y_i}{n} - \beta \sum \frac{x_i}{n} = \mu_Y - b\mu_X$$

$$\beta = \left(\frac{\sum x_i y_i / (n-1) - \sum y_i \sum x_i / (n-1)^2}{\sum x_i^2 / (n-1) - (\sum x_i / (n-1))^2} \right) = \frac{Cov(X, Y)}{Var(x)} = r(X, Y) \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

gde su μ_Y i μ_X srednje vrednosti, σ_Y i σ_X standardne devijacije promenljivih X i Y , a $r(X, Y)$ korelacioni koeficijent između X i Y .

Standardna greška nagiba, $se\hat{\beta}$, indicira koliko precizno može da se proceni vrednost. Kvalitet procene $\hat{\beta}$ pod uticajem je varijanse greške, σ_R^2 , i veličine varijacije u nezavisnoj promenljivoj, S_{xx} : $\sigma_{\hat{\beta}_i} = se\hat{\beta}_i = \frac{\sigma_R}{\sqrt{S_{xx}}}$. U praksi σ_R nije poznato i mora da se proceni na osnovu podataka uzorka koja je jednaka je sumi kvadrata reziduala podeljenih sa $n - 2$ stepeni slobode: $s_R^2 = \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$. Korenovanjem se dobija standardna devijacija oko regresione linije, standardna greška procene, odnosno RSS.

Parametri, takođe, mogu da se procene i metodom MLE.⁵² U tom slučaju pretpostavka je da reziduali imaju normalnu distribuciju: $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, pa su pojedinačne vrednosti $y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$, gde je $\mu_i = \alpha + \beta x_i$. Jednačina očekivanja jednaka je: $L(\mu_i, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n f(y_i | \mu_i, \sigma^2)$. Logaritmovanjem dobija se logaritam očekivanja čiji su rezultat skoro identične formule za α i β , izuzev što se varijansa dobija podelom sa n umesto sa $n - 1$ u slučaju OLS metode.

Keoficijent determinacije

Regresiona linija podrazumeva određeni stepen aproksimacije. Neophodno je izmeriti tu aproksimaciju, a to se bazira na dekompoziciji varijanse zavisne promenljive. Ukupna suma kvadratnih odstupanja (engl. *Total sum of squares* - TSS) jednaka je sumi kvadrata objašnjenih regresijom (engl. *Estimated sum of squares* - ESS) i RSS.

$$TSS = RSS + ESS$$

ili na drugačiji način iskazano: $\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$. Ukoliko se ovaj izraz podeli sa n , dobija se sledeće: $Var(Y) = Var(\hat{Y}) + Var(E)$.

Varijasa zavisne promenljive je podeljena na deo objašnjen regresijom i deo koji nije objašnjen regresijom (rezidualna varijansa). Ovim se dobija osnovni indeks prilagođenosti regresione linije, koeficijent determinacije, R^2 , koji se definiše na sledeći način:

$$R^2 = \frac{Var(\hat{Y})}{Var(Y)} = 1 - \frac{Var(E)}{Var(Y)}$$

On je ekvivalentan kvadratu koeficijenta linearne korelacije, pa uzima vrednosti između 0 i 1. Ukoliko je jednak 0, onda je regresiona linija konstanta, a 1 kada je regresiona linija savršeno prilagođena (reziduali su jednaki 0). Visoke vrednosti R^2 indiciraju da zavisna promenljiva može da bude dobro predviđena linernom funkcijom nezavisne promenljive.

Prilagođenost regresione linije preporučljivo je dopuniti sa grafičkim prikazom iste. Ukoliko je regresiona linija dobro prilagođena, tačke Y vrednosti treba da budu raspoređenje na slučajan način oko linije bez uočavanja trendova u njima. Za model koji loše prilagođava keoficijent determinacije će biti mali. R^2 dakle predstavlja proporciju ukupne varijanse objašnjenu kroz regresioni model.

⁵² MLE metod rezultira u varijasi uzorka koja je pristrasna, s tim da kako n raste ova pristrasnost se smanjuje.

***t* test i intervali pouzdanosti**

Cilj je da se korišćenjem linearne regresije odredi da li vrednost zavisnih promenljivih može da bude objašnjena pomoću nezavisnih promenljivih. U ovom slučaju, za dvostrani test hipoteze uz standardnu grešku β koja se označava sa $se\hat{\beta}$, testna vrednost se dobija na sledeći način: $t_{\alpha/2} = (\hat{\beta} - \beta_0)/se\hat{\beta}$. Interval pouzdanosti se definiše kao $(1 - \alpha)$: $\hat{\beta} \pm se\hat{\beta} \times t_{\alpha/2}$, gde t predstavlja t distribuciju sa $n - 2$ stepena slobode. Statistički test bi imao sledeći oblik:

Hipoteze:

1. $H_0: \beta_1 \leq 0; H_a: \beta_1 > 0$
2. $H_0: \beta_1 \geq 0; H_a: \beta_1 < 0$
3. $H_0: \beta_1 = 0; H_a: \beta_1 \neq 0$

Test:

1. Odbaciti H_0 ukoliko je $t > t_{\alpha}$
2. Odbaciti H_0 ukoliko je $t < -t_{\alpha}$
3. Odbaciti H_0 ukoliko je $|t| > t_{\alpha/2}$

***F* test i intervali pouzdanosti**

Alternativni F test, $F = \frac{ESS/1}{RSS/n-2} = \frac{MS_{regresije}}{MS_{reziduala}}$, testira nultu hipotezu, sa $n - 2$ stepena slobode, da nijedna od nezavisnih promenljivih nema uticaja na zavisnu promenljivu.⁵³

Hipoteza: $H_0: \beta_1 = 0; H_a: \beta_1 \neq 0$

Test: odbaciti H_0 , ukoliko je $F > F_{\alpha}$

Interval pouzdanosti za β , korišćenjem $se\hat{\beta}$ se definiše kao $\hat{\beta} \pm se\hat{\beta} \times t_{\alpha/2}$, gde je: $se\hat{\beta} = s_R \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}}$.

3.2.2. Višestruka linearna regresija

Jednostavni model regresije je samo teorijska pretpostavka. Često je neophodno više nezavisnih promenljivih kako bi se objasnilo kretanje zavisne promenjive. U ovom slučaju radi se o višestrukoj regresiji koji ima sledeći oblik:

$$y_i = \alpha + \beta_1 x_i^1 + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_n x_i^n + \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, k); k > n)$$

gde je ε_i rezidualna vrednost za koju se pretpostavlja da je nezavisna identična normalno distribuirana slučajna promenjiva sa srednjom vrednošću 0 i varijansom σ^2 , a $x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n$ nezavisne promenjive koje odgovaraju obzervaciji y_i .

Kao i u slučaju jednostavnog modela regresije parametri se procenjuju putem OLS ili MLE metoda. Putem OLS metoda biraju se koeficijenti $\alpha, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ koji minimiziraju RSS. Koeficijenti se dobijaju putem rešavanja normalnih jednačina. Standardna devijacija modela, σ_R se dobija na sledeći način:

$$RSS = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum [y_i - (\alpha + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ik})]^2$$

Stepeni slobode su $n - k - 1$. Jedan stepen slobode se oduzima za presek i jedan za svaku nezavisnu promenljivu. Ukoliko su sve pojedinačne nezavisne promenjive nekorelisane, suma ESS svake od promenjiva je čini ESS modela⁵⁴. Ukoliko su međusobno korelisane, javlja se tzv. multikolinearnost te je teže utvrditi mere prihvatljivosti regresije.

Testiranje u slučaju višestruke regresije vrši se ispitivanjem objedinjenog testa nulte hipoteze vezano za delimične nagibe ($\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$) u modelu regresije. Prema ovoj hipotezi, $H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$, odnosno nijedna nezavisna promenjiva nema nikakvu prediktivnu moć. Sprovodi se dakle F test, $F = \frac{(TSS - RSS)/k}{RSS/(n - k - 1)} = \frac{MS_{regresije}}{MS_{reziduala}}$, sa $n - k - 1$ stepeni slobode.

⁵³ U jednostavnoj linearnoj regresiji, ovo znači da je nagib jednak 0.

⁵⁴ U slučaju višestruke regresije, može se računati sekvencionalna suma kvadrata koja ukazuje na inkrementalni doprinos ESS-u kada se pojedinačna nezavisna promenjiva uključi u model.

Ukoliko je ESS jednako 0, sva predviđanja y vrednosti su jednaka, odnosno nema prediktivne moći promenljivih.

Hipoteze:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_\alpha: \text{najmanje jedan } \beta \neq 0$$

Test:

$$\text{Odbaciti } H_0 \text{ ukoliko je } F > F_\alpha$$

Odbacivanje nulte hipoteze ne ukazuje na stepen doprinosa svake od nezavisnih promenljivih, već samo da barem jedna od promenljivih ima uticaja na nezavisnu promenljivu, te se mora proceniti standardna greška svakih od pojedinačanih nagiba, $se\hat{\beta}_j$:

$$se\hat{\beta}_j = s_R \sqrt{\frac{1}{\sum (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 (1 - R_j^2)}}$$

gde R_j^2 predstavlja R^2 koja se dobija kada x_j bude zavisna promenjiva u višestrukoj regresiji sa svim ostalim nezavisnim promenjivama. Ovim se ispituje kolinearnost, jer ukoliko je visoka R_j^2 je veliko, te je $se\hat{\beta}_j$ veliko. Izraz $\frac{1}{(1-R_j^2)}$ se naziva inflacioni faktor varijacije, i ukazuje na uvećanje kolinearnosti zbog određene nezavisne promenjive.

Merenja prilagođenosti regresione linije ne može da se meri jednostavnim koeficijentom determinacije kako se može desiti da isti teži maksimalnoj vrednosti 1 samo kroz dodavanje novih nezavisnih promenljivih u model. Iz tog razloga se koristi prilagođeni koeficijent koji uzima u obzir broj nezavisnih promenljivih u modelu (k).

$$R_{adj}^2 = 1 - \left[\frac{\frac{RSS}{n-k}}{\frac{TSS}{n-1}} \right]$$

Vrednost koeficijenata regresije se može ispitati primenom t testa.

3.2.3. Logaritamska regresija

Pod pretpostavkom binarne zavisne promenjive Y , gde je $Y = 1$ ukoliko se događaj desio, a 0 u suprotnom slučaju, ukoliko se pretpostavi da se takav događaj dešava sa verovatnoćom p , a da postoji k nezavisnih promenljivih X_1, X_2, \dots, X_k , binarni logistički model ima sledeći oblik:

$$\ln \left[\frac{p}{(1-p)} \right] = \alpha + \beta_1 x_i^1 + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_k x_i^k + \varepsilon_i$$

gde je ε rezidual, odnosno greška. Odnos $\left[\frac{p}{(1-p)} \right]$ se naziva racio šansi (engl: *Odds ratio*). Logaritam racia šansi, naziva se log šansi (engl: *logodd*), odnosno *logit*. Pošto je p verovatnoća, logaritamski regresioni model se konstruiše tako da je $0 \leq p \leq 1$. Linearna kombinacija nezavisnih promenljivih može da se kreće u intervalu $(-\infty, +\infty)$. Kako se verovatnoća kreće između 0 i 1, racio šansi može imati vrednosti između 0 i ∞ . Logaritmovanjem racija šansi, vrši se transformacija koja vrednosti ima u intervalu između $-\infty$ i $+\infty$.

Transformacija se može formulisati direktno u iskazu verovatnoće p :

$$p(x) = \frac{e^{\alpha + \beta_1 x_i^1 + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_k x_i^k}}{1 + e^{\alpha + \beta_1 x_i^1 + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_k x_i^k}}$$

Parametar β meri stepen asocijacije kretanja nezavisne i zavisne promenjive. Ukoliko je $\beta > 0$ verovatnoća događaja se povećava sa nezavisnom promenjivom kojoj odgovara dati koeficijent, a u obrnutom slučaju se smanjuje. Ukoliko su α i β jednaki 0 model je

neinformativan, imajući u vidu da je verovatnoća jednaka 0.5 u slučaju jedne nezavisne promenljive.

Polazeći od racia šansi: $\frac{p}{(1-p)} = e^{\alpha + \beta_1 x_1^1 + \beta_2 x_1^2 + \dots + \beta_k x_1^k}$, sledi da uvećanje nezavisne promenljive rezultira u množenju šansi određenog događaja sa e^β , odnosno šanse se ne menjaju kada se menja vrednost nezavisne promenljive. $e^{\hat{\beta}_i}$ predstavlja efekat nezavisne promenljive na racio šansi. Pozitivni koeficijenti vode raciu šansi većem od 1, a negativni manjem od 1. Kao i u slučaju linearne regresije, cilj je da se utvrdi vrednost zavisne promenljive koja se može objasniti promenama u nezavisnoj promenljivoj. U ovom slučaju testna mera je:

$$C = \left[\frac{\hat{\beta}_i}{se\hat{\beta}_i} \right]^2$$

gde je $se\hat{\beta}_i$ standardna greška $\hat{\beta}_i$, a ovakva mera ima *chi-kvadrat* distribuciju sa 1 stepenom slobode.

Takođe se može koristiti objedinjeni test svih nezavisnih promenljivih. U tom slučaju koristi se testna mera:

$$G = -2[LL(\hat{\alpha}) - LL(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)]$$

gde je: $LL(\hat{\alpha})$ maksimizirana logaritamska funkcija izvesnosti samo sa presekom, a $LL(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)$ maksimizirana logaritamska funkcija izvesnosti sa presekom i svim nezavisnim promenljivima. G ima *chi-kvadratnu* distribuciju sa k stepeni slobode. Odbacivanje nulte hipoteze označava da barem jedna nezavisna promenljiva ima uticaj na zavisnu promenljivu.

Merenje celog modela nije jednostavno kao u slučaju linearne regresije, s obzirom da nije moguće utvrditi uporedivu meru R^2 . Ima, međutim, dosta pseudo- R^2 mera (kao npr. Mc Fadden-ov R^2):

$$McR^2 = 1 - \frac{LL(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)}{LL(\hat{\alpha})}$$

McR^2 se kreće u okviru između 0 i 1. Ne može se koristiti za upoređivanje modela, ali viši nivo McR^2 ukazuje na bolje prilagođen model.

3.3. Multivarijaciona regresija

Ukoliko se regresioni model proširi na takav način da se, pored korišćenja više nezavisnih promenljivih kod utvrđivanja zavisne promenljive (rezultata), uključi i mogućnost dobijanja više zavisnih promenljivih y_1, y_2, \dots, y_m na osnovu istih r nezavisnih promenljivih, z_1, z_2, \dots, z_r , radi se o multivarijacionoj regresiji.

Svaki od rezultata prati svoj regresioni model:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_{01} + \beta_{11}z_1 + \dots + \beta_{r1}z_r + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= \beta_{02} + \beta_{12}z_1 + \dots + \beta_{r2}z_r + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ Y_p &= \beta_{0p} + \beta_{1p}z_1 + \dots + \beta_{rp}z_r + \varepsilon_p \end{aligned}$$

gde je $\beta_{01} = \alpha$, odnosno presek, β_{11} do β_{rp} koeficijenti nagiba krive regresije, a $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p)$ ima očekivanje jednako 0 i matricu varijansi $\Sigma_{p \times p}$. Greške vezane sa različitim rezultatima na istom elementu uzorka mogu da imaju različite varijanse i mogu da budu korelisani.

Ukoliko se polazi od uzorka veličine n , matrica Z ima $n \times (r + 1)$ dimenzija.

$$Y_{n \times m} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1p} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{np} \end{bmatrix} = [Y_{(1)} \quad Y_{(2)} \quad \cdots \quad Y_{(p)}]$$

gde je $Y_{(i)}$ vektor n rezultata merenja i -te promenjive.

$$\beta_{(r+1) \times m} = \begin{bmatrix} \beta_{01} & \beta_{02} & \cdots & \beta_{0m} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{r1} & \beta_{r2} & \cdots & \beta_{rm} \end{bmatrix} = [\beta_{(1)} \quad \beta_{(2)} \quad \cdots \quad \beta_{(m)}]$$

gde je $\beta_{(i)}$ vektor $r + 1$ koeficijenata regresije u modelu za i -tu promenjivu.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1p} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_{n1} & \varepsilon_{n2} & \cdots & \varepsilon_{np} \end{bmatrix} = [\varepsilon_{(1)} \quad \varepsilon_{(2)} \quad \cdots \quad \varepsilon_{(p)}] = \begin{bmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \vdots \\ \varepsilon'_n \end{bmatrix}$$

gde p -dimenzionalni vektor ε_j uključuje rezidualne za svaki od p zavisnih promenjivih za j -ti element.

Model multivariacione linearne regresije ima sledeći oblik:

$$Y_{n \times p} = Z_{r \times (n+1)} \beta_{(r+1) \times p} + \varepsilon_{n \times p},$$

$$E(\varepsilon_{(i)}) = 0, \quad Cov(\varepsilon_{(i)}, \varepsilon_{(k)}) = \sigma_{ik} I, \quad i, k = 1, 2, \dots, p$$

Nepoznati elementi u modelu su $\beta_{(r+1) \times p}$ i $\varepsilon_{n \times p}$. Procena koeficijenata regresije vezanih za i -ti rezultat korišćenjem samo merenja uzetih iz n elemenata uzorka za i -tu promenjivu. Korišćenjem OLS:

$$\hat{\beta}_{(i=(r+1) \times p)} = (Z \cdot Z)^{-1} Z \cdot Y_{(i)}$$

$$\hat{\beta} = [\hat{\beta}_{(1)} \quad \hat{\beta}_{(2)} \quad \cdots \quad \hat{\beta}_{(p)}] = (Z \cdot Z)^{-1} Z \cdot [Y_{(1)} \quad Y_{(2)} \quad \cdots \quad Y_{(p)}]$$

OLS za β minimizira sumu kvadratih elemenata na dijagonali sume reziduala kvadrata matrice $(Y - Z\hat{\beta})(Y - Z\hat{\beta})' =$

$$\begin{bmatrix} (Y_{(1)} - Z\hat{\beta}_{(1)})'(Y_{(1)} - Z\hat{\beta}_{(1)}) & \cdots & (Y_{(1)} - Z\hat{\beta}_{(1)})'(Y_{(p)} - Z\hat{\beta}_{(p)}) \\ (Y_{(2)} - Z\hat{\beta}_{(2)})'(Y_{(1)} - Z\hat{\beta}_{(1)}) & \cdots & (Y_{(2)} - Z\hat{\beta}_{(2)})'(Y_{(p)} - Z\hat{\beta}_{(p)}) \\ \vdots & & \vdots \\ (Y_{(p)} - Z\hat{\beta}_{(p)})'(Y_{(1)} - Z\hat{\beta}_{(1)}) & \cdots & (Y_{(p)} - Z\hat{\beta}_{(p)})'(Y_{(p)} - Z\hat{\beta}_{(p)}) \end{bmatrix}$$

te ista ima najmanji trag (engl. *trace*), a takođe i generalizovana varijansa je minimizovana putem OLS.

Koristeći OLS metodu za predviđanje β utvrđuju se predviđene vrednosti i reziduali:

$$\hat{Y} = Z\hat{\beta} = Z(Z \cdot Z)^{-1} Z \cdot Y$$

$$\hat{\varepsilon} = Y - \hat{Y} = Y - (Z \cdot Z)^{-1} Z \cdot Y = [I - Z(Z \cdot Z)^{-1} Z \cdot] Y$$

Dekompozicija na sume kvadrata se može prikazati na sledeći način: $TSSCP = ESSCP + RSSCP \rightarrow Y \cdot Y = \hat{Y} \cdot \hat{Y} + \hat{\varepsilon} \cdot \hat{\varepsilon}$, gde je: $\hat{\varepsilon} \cdot \hat{\varepsilon} = Y \cdot Y - \hat{Y} \cdot \hat{Y} = Y \cdot [I - Z(Z \cdot Z)^{-1} Z \cdot] Y$

3.4. Diskriminaciona analiza

Modeli linearne i logaritamske regresije su, u suštini, scoring modeli, odnosno oni dodeljuju numerički skor svakoj vrednosti za koju se vrši predviđanje. Ovi skorovi se mogu koristiti za utvrđivanje verovatnoće dobijanja rezultata nezavisne promenjive i klasifikaciju rezultata u definisane klase. Ovaj cilj je posebno vezan za logaritamsku regresiju, gde se predviđeni

skorovi koriste za konverziju u binarne vrednosti rezultata (npr. 0 i 1). Za ovo je neophodno pravilo u pogledu definisanja praga (engl: *Cut-off*), a što se analizira u klasičnoj teoriji diskriminacione analize. Izbor između dve klase je obično probabilistički, odnosno bira se klasa sa većom verovatnoćom dešavanja na osnovu raspoloživih podataka. Ovo vodi pravilu na osnovu očekivanja, koje dozvoljava da se se dodeljuje rezultat klasi 1 kada su očekivanja (šanse) u korist klase 1 veća od 1 i obrnuto. Logistička regresija se može iskazati kao funkcija logaritmovanog očekivanja (šansi) te se pravilo diskriminacije⁵⁵ može iskazati u formi linearne regresije, dodeljivanjem i -te obzervacije klasi 1 ukoliko je $a + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + \dots + b_kx_{ik} > 0$ (u slučaju višestruke regresije).

Alternativa logističkoj diskriminacionoj analizi je linearna diskriminaciona analiza, poznata kao Fisher-ovo pravilo (1936). Zasniva se na pretpostavci da su, za svaku klasu zavisne promenljive, nezavisne promenljive distribuirane prema multivarijacionoj normalnoj distribuciji sa matricom varijansi-kovarijansi. U tom slučaju, za jednu nezavisnu promenljivu pravilo dodeljuje nezavisnu promenljivu i klasi 1 ukoliko je:

$$\log \frac{n_1}{n_0} - \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)^2}{2s^2} + \frac{x_i(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)}{s^2} > 0$$

gde su n_1 i n_0 broj obzervacija u klasama 1 i 0; x_1 i x_0 su srednje vrednosti nezavisne promenljive X u dve klase, a s^2 varijansa X svih obzervacija.

Linearna diskriminaciona analiza se zasniva na proceni linearne diskriminacione funkcije sa ciljem odvajanja pojedinačnih grupa (dužnika koji će dospeti u status neizvršenja i onih koji neće) u skladu sa određenim karakteristikama. Diskriminaciona funkcija ima sledeći oblik: $S_i = \beta \cdot x_i$, gde je S_i diskriminaciona promenljiva. Procena diskriminacione funkcije se zasniva na sledećem principu: Maksimizacija razlike između grupa (dobri i loši dužnici) i minimizacija razlike u okviru pojedinačnih grupa. Diskriminaciona analiza⁵⁶ je slična linearnoj regresiji, odnosno proporcije među koeficijentima regresionog modela su jednake optimalnoj proporciji u skladu sa diskriminacionom analizom. Razlika je teorijska. Dok su u regresiji karakteristike determinističke i status neizvršenja obaveza je realizacija slučajne promenljive, za diskriminacionu analizu je obrnuta situacija. U njoj su grupe determinističke i karakteristike diskriminacione funkcije su realizacije slučajne promenljive. Diskriminaciona analiza može da koristi jednu ili više nezavisnih promenljivih kada se radi o višestrukoj diskriminacionoj analizi (engl. *Multivariate discriminant analysis* – MDA). Verovatno osnovna prednost MDA u problemima klasifikacije je potencijal da analizira celokupan profil objekta umesto sekvencionalnog ispitivanja individualnih karakteristika (Altman, 2000).

Onovna pretpostavka diskriminacione analize je da se dve populacije (dužnici u statusu neizvršenja obaveza i oni koji nisu) normalno distribuirane sa različitim srednjim vrednostima. Normalne distribucije su onda multivariaciono normalne⁵⁷ i svaki element predstavlja relevantnu karakteristiku kompanije. U logističkoj regresiji određena karakteristika kompanije će uticati na PD. Uz date karakteristike, nesistematske varijacije određuju da li će kompanija dospeti u status neizvršenja obaveza. U diskriminacionoj analizi, date su kompanije koje su dospеле u status neizvršenja, a karakteristike iste su onda proizvod nesistematske varijacije.

⁵⁵ Pravilo logističke determinante (može se primenjivati kako na kvantitativne, tako i na kvalitativne nezavisne promenljive sa više od dve nezavisne promenljive kao rezultat).

⁵⁶ Najpoznatiji primer diskriminacione analize je Altmanov (1968) model *Z-scor* za predviđanje bankrota pravnih lica.

⁵⁷ Kako je ovo nerealno za promenljive koje se obično koriste u rejting modelima, analiza stabilnosti i smislenosti koeficijenata ograničena je na upoređivanje razvojnog i validacionog uzorka.

Osnova diskriminacione analiza je sledeća. Ukoliko se pođe od razvojnog uzorka koji se sastoji od N aktivnih društva i D društava u statusu neizvršenja obaveza, da je x_1^0 vektor karakterisitika za društvo označeno sa 1 u grupi aktivnih društva (društva koja nisu dospela u status neizvršenja obaveza), kod nove obzervacije, cilj je da se odluči da li vektor karakteristika pripada kompaniji koja će dospeti ili neće u status neizvršenja obaveza. Koriste se dva pristupa za navedeno: teorijski pristup i pristup na osnovu testova izvesnosti (npr. kao MLE). Stvarne srednje vrednosti populacije dve grupe su μ_0 i μ_1 , Σ označava matricu varijansi-kovarijansi, a ϕ_0 i ϕ_1 multivarijante normalne gustine verovatnoće.

Kod **teorijskog pristupa odlučivanju**, ukoliko pravilo odlučivanja rasporedi kompaniju u grupu neizvršenja obaveza (odnosno aktivnih) kada njene karakteristike pripadaju R_0 (odnosno R_1) mogu se izračunati verovatnoće mogućih tipova klasifikacije. Neka je $p(i|j)$ verovatnoća dodeljivanja kompanije klasi i kada treba klasi j , tada je:

$$p(i|j) = \int_{R_i} \phi_j x dx, \quad \text{za } i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots$$

Ukoliko se sa $\Sigma^{-1}(\mu^0 - \mu^1)$ označi kolona vektor d , kriterijum je da se ispituje da li je linearna funkcija $d \cdot x$ veća od određene konstante ili nije. U praksi diskriminaciona analiza parametara populacije se procenjuje korišćenjem razvojnog uzorka, a paramteri procenjeni na osnovu uzorka se koriste u diskriminacionoj funkciji.

$$\hat{\mu}^0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^0, \quad \hat{\mu}^1 = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^1$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{N + D - 2} \left(\sum_{i=1}^N (x_i^0 - \hat{\mu}^0) \cdot (x_i^0 - \hat{\mu}^0) + \sum_{i=1}^D (x_i^1 - \hat{\mu}^1) \cdot (x_i^1 - \hat{\mu}^1) \right)$$

Diskriminaciona funkcija ima sledeću formu:

$$d(x) = x \cdot \Sigma^{-1}(\mu^0 - \mu^{01}) - \frac{1}{2}(\mu^0 - \mu^{01}) \cdot \Sigma^{-1}(\mu^0 - \mu^{01})$$

i raspoređuje kompaniju sa karateristikama x u klasu 1 ukoliko je $d(x) \geq \log K$ i u obrnutom slučaju u klasu 0, gde je

$$K = \frac{q_1 c(0|1)}{q_0 c(1|0)}$$

gde su $c(0 | 1)$ ($c(1 | 0)$) očekivani troškovi pogrešne klasifikacije.

Drugi pristup (Anderson, 1984) je korišćenje **MLE pristupa**. Uz dat uzorak aktivnih kompanija i njihove karateristike, potrebno je obračunati MLE za μ_0 , μ_1 i Σ pod hipotezom da obzervacija x pripada klasi 1 i zatim klasi 0. Na osnovu toga koja je izvesnost veća vrši se raspoređivanje u klasu 0 ili 1. Nedostatak ovakvog pristupa je što se ne dobija rezultat u pogledu PD⁵⁸, već samo raspodela u klase.

⁵⁸ Verovatnoća se može utvrditi putem Bajesove teoreme, pod uslovom da je poznata zajednička distribucija kompanija u populaciji. Verovatnoća se označava sa q_i , a neka je Y indikator neizvršenja obaveza. Ona iz Bajesova teoreme sledi da $p(x) = P[Y = 1 | X = x] = \frac{q_1 \phi_1(x) q_0 \phi_0(x)}{q_1 \phi_1(x)}$ gde je ϕ_i gustina verovatnoće $N(\mu_i, \Sigma)$ distribucije. Može da se uspostavi veza sa logističkom regresijom korišćenjem: $\frac{p(x)}{1-p(x)} = \frac{q_1 \phi_1(x)}{q_0 \phi_0(x)}$ i kada se uključi u izraz za multivariacionu normalnu gustinu verovatnoće: $\text{logit}(p(x)) = \text{logit}(q_1) + \left(x - \frac{\mu_1 + \mu_0}{2}\right)' \Sigma^{-1}(\mu^1 - \mu^0)$; $\alpha = \text{logit}(q_1) - \left(\frac{\mu_1 + \mu_0}{2}\right)' \Sigma^{-1}(\mu^1 - \mu^0)$; $\beta = \Sigma^{-1}(\mu^1 - \mu^0)$ dobija se PD pod uslovom datih karakteristika koja je slična logit modelima.

3.5. Statističke distribucije verovatnoće

Obzirom da je kvantifikacija rizika, kao sume angažovanog kapitala koja zavisi od distribucije verovatnoće potencijalnih gubitaka, u osnovi merenja i upravljanja rizikom, potrebno je utvrditi na koji način se može doći do distribucije i kako se ona može definisati. U ovom delu disertacije izvršiće se definicija distribucije verovatnoće i statističkih mera i tehnika koje se koriste u merenju rizika, a koje će se koristiti u daljem tekstu disertacije.

Distribucija gustine verovatnoće definisana je njenim parametrima. Kako bi se isti utvrdili neophodno je korišćenje određenih alata za procenu:

- Upoređivanje empirijskih podataka naspram funkcija kumulativne verovatnoće;
- Korišćenje sistema jednakosti koji odgovara broju neophodnih parametara;
- Metodi optimizacije koji maksimizuju ili minimizuju određenu funkciju, kao npr. OLS ili MLE.

Funkcija gustine verovatnoće je jednakost koja daje vrednost gustine verovatnoće u zavisnosti od moguće vrednosti slučajne promenjive i parametara kao što su srednja vrednost, standardna devijacija, zakošenost i dr. (Marrison, 2002). Ovo omogućava da se zna kompletna distribucija verovatnoće bez pribavljenja velikog broja podataka. Gustina verovatnoće bi se definisala kao verovatnoća da ishod padne u određeni okvir vrednosti podeljena sa širinom okvira (w): $p_i = P_i/w$ gde je $P_i = n_i/N$. Iz gustine verovatnoće može da se izračuna kumulativna verovatnoća koja predstavlja verovatnoću da će slučajna promenjiva da padne ispod neke zadate vrednosti. Kumulativna verovatnoća se može dobiti množenjem gustine verovatnoće svake pojedinačne grupe odnosno okvira vrednosti sa širinom okvira kako bi se dobila verovatnoća grupe. Sumiranjem svih verovatnoća vrednosti ispod ili jednakih datoj

vrednosti dobija se kumulativna verovatnoća: $CP(x_i) = w \sum_{k=1}^i p_k$

Postoji nekoliko distribucija koje se obično koriste u merenju rizika: normalna, log-normalna, beta distribucija, gama distribucija, eksponencijalna distribucija, Pareto distribucija i Weibull-ova distribucija

3.5.1. Normalna distribucija

Normalna distribucija je takođe poznata kao Gausova distribucija ili Gausovo zvono. To je distribucija koja se obično koristi za opisivanje slučajnih promena u tržišnim faktorima rizika, kao što su kursevi, kamatne stope i cene hartija od vrednosti. Može da se prikaže u sledećem obliku:

$$f[x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

gde $f[x]$ predstavlja gustinu verovatnoće za promenljivu koja uzima vrednost x , π je matematička konstanta približno jednaka 3,14159, e je matematička konstanta (osnova prirodnog logaritma) približno jednaka 2,71828, μ je aritmetička sredina normalne slučajne promenjive, a σ standardna devijacija normalne slučajne promenjive. U okviru funkcije gustine verovatnoće više se koristi integracija nego sumiranje kako bi se dobila funkcija gustine verovatnoće:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

gde $f(x)$ predstavlja simbol koji se koristi za integraciju, a x je gornji limit integracionog intervala. Kumulativna verovatnoća daje podatak o verovatnoći da slučajna promenljiva ima

vrednost manju od x . Ukoliko je $\mu = 0$ i $\sigma = 1$, distribucija se naziva standardna normalna distribucija. Normalna distribucija je simetrična oko srednje vrednosti. Ovo implicira normalno distribuiranu slučajnu promenjivu koja ima nultu zakošenost i medianu i modus koji su jednaki srednjoj vrednosti.

3.5.2. Log-normalna distribucija

Log-normalna distribucija koristi se za opisivanje promenjivih koje ne mogu da imaju negativnu vrednost, kao što su kamatne stope ili cene akcija. Kada promenljiva ima log-normalnu distribuciju, onda logaritam promenjive ima normalnu distribuciju. Za kontinuelnu slučajnu promenjivu gde je $0 \leq x \leq \infty$, funkcija gustine verovatnoće log-normalne distribucije ima sledeći oblik:

$$f(x) = \frac{1}{x\beta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[\log\left(\frac{x}{\alpha}\right)\right]^2}{2\beta^2}\right)$$

Srednja vrednost je jednaka $\alpha \exp\left(\frac{1}{2}\beta^2\right)$, a standardna devijacija $\alpha\sqrt{(c^2 - c)}$ gde je $c = \exp\beta^2$. Parametri se mogu procenjivati primenom MLE pristupa:

$$\hat{\alpha} = \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \log X_i\right) \text{ i } \hat{\beta} = \left[\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^n (\log x_i - \log \alpha)^2\right]$$

3.5.3. Beta distribucija

Beta distribucija je korisna za opisivanje gubitaka od kreditnog rizika, koje su tipično visoko pomerene (visok kurtozis). Funkcija gustine verovatnoće kontinuelne promenjive x koja prati beta distribuciju ima sledeći oblik:

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} \text{ gde je: } B(\alpha,\beta) = \int_0^1 u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1} du, \alpha > 0, \beta > 0$$

Za beta distribuciju potrebno je definisati α i β parametre, koji su funkcije standardne devijacije i srednje vrednosti. Srednja vrednost beta distribucije se dobija na sledeći način:

$\mu = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$, a standardna devijacija: $\sigma = \sqrt{\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}}$. Parametri ove distribucije se izračunavaju na sledeći način:

$$\hat{\alpha} = \frac{\mu^2(1-\mu)}{\sigma^2} - \mu \text{ i } \hat{\beta} = \frac{\mu(1-\mu)^2}{\sigma^2} + (\mu - 1)$$

3.5.4. Gama distribucija

Za kontinuelnu slučajnu promenjivu gde je $0 \leq x \leq \infty$, funkcija gustine verovatnoće gama distribucije ima sledeći oblik:

$$f(x) = \frac{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{x}{\alpha}\right)}{\alpha\Gamma(\beta)}$$

gde je $\alpha > 0$ parametar skale, a $\beta > 0$ parametar oblika $\Gamma(\beta)$ gama funkcija:

$$\Gamma(\beta) = \int_0^{\infty} \exp(-u)u^{\beta-1} du$$

Srednja vrednost je jednaka $\alpha\beta$, a standardna devijacija, zakošenost i pomenost (kurtozis) $\sqrt{\alpha^2\beta}$. Parametri se mogu procenjivati na osnovu uzorka:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sigma^2}{\bar{\mu}} \text{ i } \hat{\beta} = \left(\frac{X}{\sigma}\right)^2$$

gde je σ standardna devijacija uzorka.

3.5.5. Eksponencijalna distribucija

Za kontinuelnu slučajnu promenjivu gde je $0 \leq x \leq \infty$, funkcija gustine verovatnoće eksponencijalne distribucije ima sledeći oblik:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{x}{\alpha}\right)$$

gde je α parametar veličine. Srednja vrednost i standardna devijacija su jednake toj vrednosti, dok je mediana jednaka $\log 2$, a modus 0. Parametar se može proceniti MLE metodom.

3.5.6. Weibull-ova distribucija

Slučajna promenjiva X sa funkcijom gustine verovatnoće $f(x) = \left(\frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha^\beta}\right) \exp^{-(x/\alpha)^\beta}$, za $x > 0$ ima Weibull-ovu distribuciju sa parametrom veličine $\alpha > 0$ i parametrom oblika $\beta > 0$. Za uzorak od n obzervacija x , procena se može izvršiti na sledeći način: $\hat{\alpha} =$

$$\exp\left(\bar{Y} - \frac{\bar{X}}{\hat{\beta}}\right), \text{ gde je: } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left[\ln \frac{1}{\left(1 - \frac{i}{n+1}\right)} \right] \text{ i } Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

3.6. Intervali pouzdanosti, nivo pouzdanosti i percentil

Intervali pouzdanosti omogućavaju da se sa određenim nivoom sigurnosti da iskaz o vrednosti koju će promenljiva da uzme.⁵⁹ Obrnuto posmatrano od nivoa pouzdanosti je percentil odnosno mogućnost da će rezultat biti ispod određenog nivoa ima definisani procenat šanse da se dogodi.

Finansijske institucije koriste različite nivoe pouzdanosti za različite analize. Izbor nivoa pouzdanosti zavisi prvenstveno od svrhe za koju se analiza koristi.⁶⁰ Umesto fiksiranja jednog nivoa pouzdanosti, banke koriste više nivoa pouzdanosti i više perioda predviđanja. U biranju nivoa pouzdanosti banka treba da razmotri rezultate koji su dovoljno visoki da bi bili značajni, ali takođe i koji se dovoljno često pojavljuju da bi bili uočljivi. Problem sa višim nivoima pouzdanosti jeste da čini rezultate koji prevazilaze prag vrednosti relativno retkim, te je potrebno povećanje uzorka radi dobijanja validnih rezultata.

Kada se meri kreditni rizik ili potrebe za kapitalom preporučljiva je primena 99% ili višeg nivoa pouzdanosti iz razloga snižavanja verovatnoće nastupanja rizika. Nasuprot tome ukoliko se mere rizika koriste samo za poređenje rizika različitih tržišta onda izbor nivoa pouzdanosti nije toliko bitan. Prikladan nivo pouzdanosti kada se procenjuju potrebe za kapitalom zavisi od stava menadžmenta prema riziku povezanim sa ekstremnim događajima. Što oni iskazuju veću averziju prema riziku, pridavaće više značaja kapitalu za pokriće negativnih ishoda, odnosno gubitaka. Viši nivoi kapitala biće postignuti izborom viših nivoa pouzdanosti. Viši nivoi pouzdanosti impliciraju više vrednosti mere rizika ili uži okvir intervala pouzdanosti, obzirom da podrazumevaju veće faktore nivoa pouzdanosti (α), koji figuriraju u testiranju regresije prilikom modeliranja kreditnog rizika.

Ukoliko se pretpostavi normalnost, mera koja koristi nivou pouzdanosti se može vrlo lako transformisati iz jednog u bilo koji drugi nivo pouzdanosti u zavisnosti od potreba izračunavanja (primena kod tržišnih rizika, dok je kod kreditnih rizika ograničeno primenljivo).

⁵⁹ Npr. verovatnoća da će x biti između a i b data je funkcijom gustine verovatnoće, tako da ako se posmatra standardna normalna distribucija, postoji 95% pouzdanosti da će slučajna promenljiva pasti u rasponu +/- 1.64, što znači da je za ovu promenljivu 95-o procentni interval pouzdanosti +/-1.64.

⁶⁰ Svrhe mogu biti npr.: testiranje rezultata regresije kod modeliranja kreditnog rizika, testiranje VaR sistema, utvrđivanje internih potreba za kapitalom, izveštavanje ili poređenje sa drugim institucijama.

Interval pouzdanosti (BCBS, 2005) u slučaju kreditnog rizika je fiksiran na 99.9%, u kontekstu IRB pristupa, tj. očekuje se da institucija pretrpi gubitke koji prevazilaze nivo Tier 1 i Tier 2 kapitala u proseku jednom u hiljadu godina. Visok nivo pouzdanosti je izabran da štiti od grešaka procene, koje se mogu desiti prilikom interne procene parametara modela, kao i ostalih neizvesnosti u modelu.

3.7. Procena maksimalnog očekivanja

Najjednostavnije opravdanje procena maksimalnog očekivanja (engl. *Maximum likelihood* - ML) procene je promptna intuitivna privlačnost dodeljivanja vrednosti nepoznatim parametrima koji maksimiziraju verovatnoću događaja koji su se stvarno dogodili (Cramer, 2008). Metodi maksimalne izvesnosti razmatraju izvesnost modela, koji je u parametarskom slučaju, zajednička gustina verovatnoće promenjive X , iskazana kao funkcija nepoznatih parametara, θ :

$$p(x; \theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i; \theta)$$

gde se pretpostavlja da je x diskretna promenjiva. Isti izraz stoji i za kontinuelni slučaj, s tim da se p menja sa f . Ukoliko se koristi parametarski model, pretpostavlja se da model ima preciznu formu, a da su jedine nepoznate vrednosti parametri. Stoga je izvesnost funkcija parametra θ . Metodi maksimalnog očekivanja sugerišu da se kao procene nepoznatog parametra θ koriste vrednosti koje maksimiziraju $p(x; \theta)$ u odnosu na θ . ML bira vrednost parametra koja čini posmatrane podatke najizvesnijim pod pretpostavljenim statističkim modelom. Vrednosti koje se generišu korišćenjem ML metoda nazivaju se procenjivači maksimalne izvesnosti. One se mogu koristiti za utvrđivanje intervala pouzdanosti, uz pretpostavku normalne distribucije procenjivača u slučaju velike baze podataka. Onda se MLE može iskoristiti za dobijanja asimptotskog intervala pouzdanosti.

$$\left(T - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}T}, T + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}T} \right)$$

gde je $\text{Var}T$ asimptotska varijansa, $z_{1-\alpha/2}$ je $100(1 - \alpha/2)$ percentil standardne normalne distribucije. U slučaju normalne distribucije, estimator za μ je srednja vrednost uzorka, $\bar{X} = n^{-1} \sum X_i$. Sledi da interval pouzdanosti za srednju vrednost uz pretpostavku poznate varijanse σ^2 ima sledeći oblik:

$$\left(\bar{X} - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}\bar{X}}, \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}\bar{X}} \right) \text{ gde je } \text{Var}\bar{X} = \frac{\sigma^2}{n}$$

Uobičajeno se pretpostavlja interval pouzdanosti od 95%, pri kojem je $z_{1-\alpha/2} = 1.96$.

4. IZGRADNJA I IMPLEMENTACIJA INTERNOG SISTEMA RANGIRANJA

4.1. *Pristupi procene kreditnog rizika*

U poslovnoj praksi postoji više modela procene kreditnog rizika. Podela se vrši na: heurističke modele, statističke modele i uslovne modele. Pored navedenih osnovnih modela, mogu se javiti i modeli zasnovani na kombinaciji pristupa dva ili više osnovnih modela. Opisani modeli se koriste za ocenu (rangiranje) dužnika, a u kontekstu procene parametara kreditnog rizika relevantnih u primeni sistema u skladu sa Bazel II standardima zasnovanih na internim rejtinzima.

Heuristički modeli predstavljaju metodološki okvir predviđanja okolnosti zasnovan na prethodnom iskustvu. Oni su u cilju utvrđivanja rešenja, a primenom pravila, baziraju na subjektivnom prethodnom iskustvu u kreditiranju koje se ugrađuje u modele procene kreditnog boniteta. Za razliku od statističkih metoda, prisutan je iterativni postupak koji kreira nova znanja koja se koriste za unapređenje procesa procenjivanja. Ovi metodi nisu zasnovani na algoritmima i često se označavaju kao ekspertske sistemi. U razvoju ovih modela, faktori relevantni za kreditni bonitet ne prolaze statističku validaciju i optimizaciju, već su heuristički određeni, kao i njihov uticaj u ukupnoj proceni. U heurističke modele se ubrajaju klasični rejting upitnici, kvalitativni sistemi, ekspertske sistemi, „*Fuzzy logic*“ sistemi

Klasični rejting upitnici su dizajnirani na osnovu iskustva kreditnih eksperata. Za ove potrebe kreiraju se pitanja na koja se lako može dati odgovor u vezi sa faktorima relevantnim za procenu kreditnog boniteta i dodeljuje se fiksni broj bodova za odgovarajuće odgovore. Ovo je osnovna razlika između klasičnog rejting upitnika i kvalitativnih sistema, koji dozvoljavaju korisniku određeni stepen diskrecije u proceni, pri čemu se svaka od ocena vrednuje prema značaju u skladu sa subjektivnim procenama i iskustva, a vrlo često uz jednako ponderisanje.

Ekspertske sistemi su softverska rešenja koja imaju za cilj da kreiraju sposobnost rešavanja problema u specifičnim oblastima primene, zahtevaju dug period iskustva. Čak i kada su sposobnosti predikcije ovih sistema potvrđene u praksi u nekom periodu, ne postoji sigurnost da će isti rezultati biti postignuti i u budućnosti, što može nepovoljno uticati na sisteme internog rangiranja. Osnovne komponente ekspertske sistema su baza znanja i informacioni sistem za zaključivanje. Baza znanja sadrži znanje prikupljeno, na osnovu ispitivanja kreditnih eksperata i procena faktora za sve dužnike (finansijska situacija, potencijal, perspektive sektora). Zaključivanje vezano za specifični problem je što približnije analitičkom rasuđivanju kreditnog eksperta. Informacioni sistem za zaključivanje je osnova sistema i povezuje produkciona pravila (ako/onda) kako bi se došlo do zaključka i utvrdilo rešenje problema. Ekspertske sistemi kao izlazni podatak produkuju procenu u formi verbalnog objašnjenja vrednosti bodova.

Sistemi nejasne logike (engl. *Fuzzy logic*) se mogu smatrati specijalnim slučajem klasičnih ekspertske sistema. Omogućavaju finiju gradaciju i nisu ograničeni na dva izbora za kriterijume kreditnog boniteta koji predstavljaju suprotnost: dobro/loše, već mogu da imaju svaku vrednost između dva ekstrema. Rezultirajući izlazni podatak je sveobuhvatna procena zasnovana na jezičkim promenjivima.

Statistički modeli predstavljaju klasu modela koji koriste ekonometrijske (statističke) pristupe u cilju klasifikacije dužnika prema njihovom riziku. Primarno podrazumevaju ispitivanje koje promenjive obezbeđuju pouzdano predviđanje opadanja kreditnog boniteta dužnika. Za razliku od drugih modela isti su formalni (kvantitativni) i polaze od pretpostavke koja je utvrđena prilikom kreiranja modela a koja definiše osnovu odnosa između promenjivih i okvir

validnosti primene modela. Za proceduru procene kreditnog rizika, podrazumeva se formulacija hipoteze koja se tiče potencijalnih kriterijuma kreditnog boniteta. Ova hipoteza sadrže iskaze u vezi stava da li se za solventne, odnosno nesolventne (status neizvršenja obaveza) dužnike mogu očekivati u proseku više ili niže vrednosti nekih faktora.

Polazna pretpostavka da svaki statistički model je da koristi karakteristične pokazatelje u određenom trenutku koji se istorijski prikupljaju kako za dužnike koji izvršavaju, tako i za one koji ne izvršavaju obaveze i eventualno makroekonomske faktore. Stanje neizvršenja obaveza (nesolventnosti) se smatra binarnom promenljivom (nosi vrednost 0 za izvršenje obaveza i 1 za neizvršenje obaveza). Karakteristika modela je da oni koriste informacije iz istorijske baze podataka o korelaciji između stanja u kojem se dužnik nalazi i karakteristika koje se analiziraju, na osnovu čega se formira model za predviđanje.

Statistički pristupi se mogu koristiti za objektivni izbor pondera faktora kreditnog boniteta iz raspoloživih informacija o statusu neizvršenja obaveza. U ovom procesu izbor i ponderisanje su izvedeni sa ciljem optimizacije preciznosti klasifikacije dužnika prema solventnosti, a na osnovu empirijske baze podataka.

Ispravnost i prihvatljivost bilo kojeg statističkog modela zavisi stoga značajno od kvaliteta podataka koji su se koristili u njegovom razvoju. Neophodno je ispuniti nekoliko uslova kako bi model bio kvalitetan. Prvo se tu javlja pitanje obezbeđivanja dovoljne veličine baze podataka kako bi se obezbedila statistički značajan rezultat. Drugo, važno je obezbediti da set podataka precizno odslikava segment za koji se namerava primena modela. Ukoliko ovo nije ispunjeno, statistički model klasifikacije će pružiti kvalitetne rezultate u pogledu preciznosti klasifikacije za korišćenji set podataka, ali neće biti primenjiv na poslovnu aktivnost za koju je namenjen. Statistički modeli obuhvataju diskriminacionu analizu, regresione modele, kao i veštačke neuronske mreže.

U praksi se najčešće primenjuju diskriminaciona analiza i regresioni modeli kao statistički modeli procene kreditnog boniteta dužnika.

Diskriminaciona analiza je tehnika klasifikacije koju je prvi put primenio Altman 1968. godine na podatke o bankrotstvima (neizvršenjima obaveza) korporativnih dužnika. Osnovni cilj multivariacione diskriminacione analize u okviru procesa procene kreditnog boniteta je, što preciznije, razdvajanje dužnika koji će izvršiti i onih koji neće izvršiti obaveze, korišćenjem funkcije koja sadrži nekoliko nezavisnih kriterijuma kreditnog boniteta (npr. racio brojevi, podaci iz finansijskih izveštaja i dr.). Dominantan pristup multivariacione diskriminacione analize u praksi je zasnovan na linearnoj funkciji diskriminacije. U linearnoj multivariacionoj diskriminacionoj analizi (engl. *Linear discriminant analysis* - LDA) kreira se ponderisana linearna kombinacija indikatora kako bi omogućila klasifikaciju dobrih i loših slučajeva sa što više diskriminacione snage, a na osnovu rezultata obračuna. Modeli predstavljaju modele redukovano oblika, obzirom da rešenje zavisi od egzogenog izbora promenljivih, grupne strukture i definicije neizvršenja obaveza. Analiza kreira linearnu funkciju, poznatu kao scoring funkcija, promenjive se obično biraju iz velikog seta finansijskih racia i podataka, kvalitativnih karakteristika i ocena, a na osnovu statističkog značaja.

LDA dodeljuje svakoj kompaniji skor u određenom trenutku, na osnovu raspoloživih podataka u vezi sa kompanijom. Grupe kompanija koje će u budućem trenutku izvršiti ili neće izvršiti obavezu indikovane su distribucijom skorova. Diferencijacija nije savršena, odnosno neke kompanije za koje je predviđeno da će dospeti u status neizvršenja obaveza iste će izvršiti i obrnuto. Drugim rečima postoji preklapanje između distribucije skorova dobrih i loših dužnika, odnosno grešaka u klasifikaciji. LDA je jedan od prvih modela koji je pokušao da reši problem raspoređivanja dužnika u klase rizika.

$$D = a_0 + a_1 \cdot K_1 + a_2 \cdot K_2 + \dots + a_n \cdot K_n$$

LDA optimizuje koeficijente promenljivih kako bi se dobio skor koji je sposoban da minimizuje preklapanje između dve grupe dužnika. U ovoj formuli n predstavlja broj potencijalnih finansijskih indikatora koji su uključeni u skoring funkciju, k_i se odnosi na određenu vrednost indikatora, a a_i predstavlja koeficijent svakog indikatora u okviru skoring funkcije.

Linearna multivariaciona diskriminaciona analiza zahteva pretpostavku normalne distribucije (u strogo matematičnom smislu) indikatora koji se ispituju. Stoga se ova pretpostavka mora testirati za sve ulazne indikatore.

Regresioni modeli, služe za modeliranje zavisnosti binarnih promenljivih od ostalih nezavisnih promenljivih. Kod regresionog modela karakteristike dužnika su determinističke, a stanje neizvršenja obaveza je rezultat slučajne promenjive, dok kod diskriminacione analize važi obrnut pristup. Regresioni model uspostavlja linearni odnos između karakteristika dužnika i promenjive statusa neizvršenja obaveza. Kao i u diskriminacionim modelima, y_i označava da je dužnik i ušao u status neizvršenja obaveza ($y_i = 1$) ili ne ($y_i = 0$). Cilj je da se korišćenjem karakteristika kreditnog boniteta (nezavisne promenjive) utvrdi da li da se dužnik klasifikuje kao solventan ili nesolventan (zavisna binarna promenjiva). Korišćenje nelinearnih funkcija u modelu, kao i metod maksimalnog očekivanja⁶¹ za optimizaciju ovih funkcija znači da regresioni model takođe omogućava računanje verovatnoća neizvršenja direktno iz funkcije modela.

U ovom kontekstu postoji razlika između *logit* i *probit* regresionih modela. Ako se pretpostavlja normalna distribucija, radi se o probističkim (*probit*) modelima, a ako se pretpostavi logaritamska distribucija, *logit* modelima. Razlike u rezultatima su zanemarljive, a kao rezultat iste forme modela, izuzev repova distribucije, koji su veći kod logaritamske distribucije. *Logit* model je lakši za korišćenje i interpretaciju. Logistička regresija ne zahteva normalnu distribuciju ulaznih indikatora, što dozvoljava procesiranje kvalitativnih karakteristika baz prethodne transformacije. Rezultat logističke regresije se može interpretirati direktno kao verovatnoće grupe karakteristika, što omogućava dodeljivanje jednogodišnje stope neizvršenja obaveza za svaki rezultat. Ovo su prednosti primene logističke regresije i u odnosu na diskriminacionu analizu, a pored toga karakteriše je i veća preciznost i manja zahtevnost u pogledu podataka.

U binarnoj *logit* regresiji, verovatnoća p da će dati slučaj biti klasifikovan kao solventan (ili nesolventan) je jednak: $P(y_i = 1) = \frac{1}{1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_n \cdot x_n)}}$, a u *probit* regresiji: $P(y_i = 1) = \Phi(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_n \cdot x_n)$, gde je n broj indikatora boniteta koji su uključeni u skoring funkciju, x_i vrednost istog, a β_i označava koeficijent indikatora u okviru skoring funkcije

Neuronske mreže su inspirisane načinom na koji funkcionišu biološke funkcije obrade informacija i pokušavaju da koriste informacione tehnologije radi simulacije načina na koji ljudski mozak vrši date funkcije. Sastoje se od velikog broja čvorova (neurona) koji šalju određeni podatak ukoliko od drugih čvorova sa kojima su povezani dobiju određeni ulazni podatak. Ulazni sloj služi uzimanju informacija (npr. specifičnih vrednosti indikatora) i prosleđivanje istih dalje neuronima. Ovim vezama su dodeljeni ponderi značaja u veštačkoj mreži i na taj način se kontroliše protok informacija. Neuralne mreže uče na osnovu setova

⁶¹ Standardni pristup je procene y_i putem OLS (engl. *Ordinary least square* – metoda najmanjih kvadrata) β . Zbog heteroskedastičnosti koeficijenata primenom pristupa OLS, i teškoća u primeni WLS (engl. *Weighted least square* - podaci moraju biti grupisani pre procene neizvršenja, što otvara pitanja broja i veličine grupa), kao najadekvatniji pristup, koji ne zahteva grupisanje može se koristiti MLE sa funkcijom verovatnoće: $L(\beta) = \prod_i P(\beta \cdot x_i)^{y_i} [1 - P(\beta \cdot x_i)]^{1-y_i}$

podataka za trening za koje je stvarni ispravan izlazni podatak već poznat, pri čemu je neophodno izbeći tzv. preterano prilagođavanje (simulacija na osnovu podataka koji se obrađuju u krug). Ovo rezultira u visokoj diskriminacionoj vrednosti korišćenoga uzorka, ali niskoj diskriminacionoj snazi u nepoznatim uzorcima. Nakon inicijalnog treniranja sposobne su da uče iz grešaka i pogodaka tokom vremena, ali zbog voje zatvorenosti nisu često primenjivi u praksi.

Kao adekvatan primer *uslovnih modela* mogu da se izdvoje simulacioni modeli koji su zasnovani na predviđanju pro-forma finansijskih izveštaja i ispitivanju volatiliteta budućih rezultata. Mera verovatnoće neizvršenja obaveza se dobija kao odnos broja scenarija koji su rezultirali u prelasku definisane granice (prag neizvršenja obaveza) sa ukupnim brojem scenarija. Neizvršenje obaveza može biti egzogeno (modeli redukovane forme) ili endogeno (strukturni modeli) definisano u zavisnosti od ciljeva i dizajna modela. Modeli simulacije su najbolja su alternativa za procenu neizvršenja obaveza za kompanije koja počinju sa radom, kao i u slučaju transakcija specijalizovanog kreditiranja, odnosno kada ne postoje istorijski podaci. Kreditni bonitet, u ovom kontekstu zavisi primarno od budućih tokova gotovine.

4.2. Konstrukcija i struktuiranje baze podataka

4.2.1. Definisanje baze podataka

Set podataka koji predstavlja osnov stvaranja mogućnosti za vršenje adekvatnog modeliranja mora da zadovoljava sledeće uslove:

- podaci moraju da budu očišćeni od očiglednih grešaka;
- set podataka mora da se sastoji isključivo od homogenih podataka, gde se može očekivati da veza između npr. finansijskih racia i događaja ulaska u status neizvršenja obaveza bude uporediva;
- podaci o neizvršenju obaveza su raspoloživi i pouzdani za sve dužnike.

Radi definisanja baze podataka koja će služiti kao izvor podataka za razvoj i validaciju modela, neophodno je definisati ciljeve modela. U tom smislu neophodno je definisati da li će se model koristiti za nove dužnike (aplikacioni modeli) ili analizi kreditne sposobnosti postojećih dužnika (bihevioralni modeli). Sledeći bitan aspekt je na koju vrstu dužnika u pogledu pripadnosti privrednoj grani će se koristiti model. Neophodno je takođe dati odgovor na pitanje da li je bolje razviti različite scoring funkcije za različite vrste podataka (finansijski, kvalitativni i dr.) i dalje vršiti kombinaciju pojedinih modula u konačan model ili će se koristiti svi podaci odjednom, od čega veoma zavisi struktura podataka koji će se koristiti.

Prikupljanje podataka je najčešće vremenski i troškovno najzahtevniji segment procesa razvoja modela. Veoma značajno za integritet modela je da empirijski podaci zadovoljavaju zahteve, kao što je reprezentativnost segmenta na koji će se primenjivati model, kvantitet (dovoljna količina za omogućavanje statistički značajnih rezultata), kvalitet (radi izbegavanja distorzija kao rezultat nepouzdanosti podataka). Neophodno je izvršiti preliminarnu analizu baze podataka radi sticanja uvida u raspoložive podatke, brisanja duplih unosa i identifikacije prirode nedostajućih podataka.

Osnovni aspekt prikupljanja podataka je definisanje tačnog vremenskog okvira u kojem se prikupljaju podaci. U trenutku procene što se tiče finansijskih podataka, isti u principu postaju raspoloživi za analizu nekoliko meseci nakon završetka izveštajnog perioda (godine). Uobičajeno je da se period predviđanja koristi jedna godina, što se poklapa sa izveštajnim periodom za finansijske podatke. Korišćenje dužih perioda posmatranja može imati povoljan uticaj na prediktivnu snagu modela, a iako nije obavezno u skladu sa Bazel II standardima,

banke su podstaknute da koriste duže vremenske periode predviđanja kada dodeljuju interne rejtinge (BCBS, 2004, paragraf 414).

Moguće je prikupljati opzervacije različitih dužnika radi uključivanja u bazu podataka koristeći različite polazne trenutke u vremenu. Ovaj pristup vremenske stratifikacije je poželjan, s obzirom da umanjuje zavisnost podataka od određene kalendarske godine, odnosno ekonomskog ciklusa koji je prisutan u trenutku na koji se podaci odnose. Ovo je posebno bitno sa stanovišta rada sa malim bazama podataka, a u cilju formiranja kvalitetnog statistički značajnog uzorka koji se može koristiti za kreiranje modela.

Kod formiranja baze podataka svaki od pokazatelja koji potencijalno može da uđe u model mora da bude definisan na osnovu određenog broja atributa pokazatelja, koji obuhvataju: naziv promenjive; tip podatka (broj, datum, valuta i dr.); veličinu podatka (broj karaktera); broj decimalnih mesta; oznake deskriptivnih promenjivih; širinu kolone; nivo merenja (skaliranje podataka); uloga promenjive u analizi (ulazna, ciljna i dr.).

Baza podataka treba da sadrži kako dužnike koji su redovni u izvršenju svojih obaveza, tako i dužnike koji nisu izvršili svoje obaveze. Imajući u vidu da je broj dužnika koji nisu izvršili obaveze u principu veoma mali i da je takav slučaj redak, prilikom definisanja baze, mogu se u ovu vrstu dužnika uključiti i oni koji pripadaju statusu dužnika koji su pod pojačanim merama kontrole, ili lošiji od standardnih dužnika. Isto je preporuka i Bazel II standarda, pogotovo u prvim periodima uvođenja ovih standarda kada je teško bankama da iz istorijskih podataka dobiju podatke o dužnicima koji nisu izvršili obaveze (kasnili preko propisanog broja dana).

4.2.2. Izvori podataka

Pre nego što se pristupi prikupljanju podataka neophodno je definisati podatke koji će biti predmet te aktivnosti, a u zavisnosti od potreba korišćenja baze podataka. U ovaj proces se uključuju sve kategorije podataka koje su relevantne za procenu boniteta dužnika. S tim u vezi neophodno preciznije definisanje podataka na osnovu kategorija podataka koje su utvrđene. Ovo podrazumeva definisanje različitih zahteva u pogledu kvaliteta, kvantitativnih i kvalitativnih podataka.

Kvantitativni podaci su najvećim delom standardizovani, što omogućava pouzdano sagledavanje finansijske pozicije dužnika na osnovu obračuna finansijskih racio pokazatelja iz zvaničnih godišnjih finansijskih izveštaja.

U cilju formiranja baze podataka moguće je koristiti podatke registara finansijskih izveštaja ili bonitetnih kuća. U domaćim okvirima kao relevantan izvor za finansijske izveštaje i druge relevantne podatke o dužniku, mogu se koristiti informacije pribavljene od Agencije za privredne registre, Kreditnog biroa, Narodne banke Srbije. Pravna regulativa podrazumeva obaveznost pravnih lica da kompletne finansijske izveštaje godišnje dostavljaju Agenciji za privredne registre. Pored toga obavezno je i ažuriranje svih drugih relevantnih podataka o pravnim licima u evidenciji Agencije. Baza podataka formirana na taj način je kvalitetna i fleksibilna za korišćenje, imajući u vidu da se može koristiti za kreiranje modela svih veličina i vrsta privrednih društava, kao i ostalih lica koja podležu dvojnomo knjigovodstvu. Bitna karakteristika je da se baza podataka ažurira na godišnjem nivou, te se može vršiti analiza za duže vremenske priode, ili izborom određenog vremenskog perioda.

Određeni problemi ipak mogu da se jave u slučaju pribavljanja finansijskih podataka za obračun pojedinih racio pokazatelja, kako kao rezultat njihovog netransparentnog prikazivanja u finansijskim izveštajima, tako i u slučaju korišćenja finansijskih izveštaja iz različitih pravnih okvira. U slučaju primene modela u različitim pravnim okvirima,

neophodno je usklađivanje značenja podataka prema različitim računovodstvenim standardima ili razvoj mapiranja podataka u različitim zemljama. Moguće je i korišćenje samo onih pokazatelja koji se obračunavaju isključivo na osnovu nespornih pozicija finansijskih izveštaja.

Finansijski podaci iz navedene baze Agencije za privredne registe povezuju se sa promenljivima koje mogu da dobiju vrednost 1 ili 0, u zavisnosti da li kompanija ušla u status neizvršenja obaveza ili nije. Neizvršenje obaveza je interni podatak banke i utvrđuje se isključivo za dužnike banke, a ne za sva lica u bazi podataka.

Korišćenje kvalitativnih podataka u modelima može da rezultira u značajnom padu kvaliteta modela, a kao posledica subjektivnih procena. Iz tog razloga, neophodno je ispuniti sledeće zahteve kako bi se navedeno izbeglo:

- pitanja moraju da budu jednostavna, precizna i nedvosmislena uz objašnjenje termina i kategorizacija;
- mora se omogućiti nedvosmisleno davanje odgovora;
- ne sme postojati sloboda u odgovorima, što se postiže postavljanjem izbora definisanih odgovora;
- potrebno je omogućiti davanje odgovora na osnovu postojećeg znanja, kako bi se izbeglo ne davanje odgovora;
- odgovori različitih analitičara moraju generisati iste rezultate;
- pitanja moraju da analitičaru daju utisak da će odgovori ponuditi osnov za procenu;
- pitanja ne smeju da budu postavljena na takav način da imaju uticaja na odgovore analitičara.

4.2.3. *Finansijski i nefinansijski podaci neophodni za formiranje baze*

Jednom kada se utvrdi kvalitet osnovnih finansijskih podataka, mora da se izvrši izbor potencijalnih promenljivih koje mogu da opisuju ishode. Kada se radi o modelima koji se primenjuju na pravna lica, racio brojevi se obično koriste za standardizaciju raspoloživih informacija. Ovo podrazumeva racia koja ukazuju na strukturu i finansijski položaj dužnika, kao i trendove razvoja pojedinih aspekata poslovanja dužnika. Izabrani ulazni racio pokazatelji bi trebali da predstavljaju najvažnije faktore kreditnog rizika, odnosno, leveridž, likvidnost, produktivnost, obrt, profitabilnost, veličinu, rast itd.

Nakon kalkulacije ulaznih finansijskih racio pokazatelja, potrebno je identifikovati i eliminisati potencijalne elemente koji značajno odstupaju (izuzeci), jer mogu ozbiljno da poremete procenjenje parametre modela. Izuzeci u racijima mogu da postoje čak i kada je su finansijski podaci u osnovi istih potpuno čisti (npr. kada su dozvoljene vrednosti imenioca blizu nule). Kako bi se izbegla potreba za eliminacijom opzervacija po ovakvim uticajem, moguća procedura je zamena ekstremnih podataka sa 99% percentilom odgovarajućeg racia. Finansijski racio pokazatelji su poželjniji za korišćenje u odnosu na finansijske podatke iz izveštaja imajući u vidu da su čisti finansijski podaci zavisni od veličine kompanije.

Prva dva zadatka u vezi obrade racio pokazatelja su razumevanje njihovog ekonomskog značenja i uspostavljanje radnih hipoteza njihovog odnosa sa PD i provera strukturne monotonosti u vezi sa rizikom neizvršenja obaveza.

Pokazatelj se smatra pouzdanim faktorom predviđanja rizika neizvršenja obaveza ukoliko se ponaša empirijski u skladu sa ekonomskom teorijom. U ovom slučaju može se pretpostaviti da nije korelisan samo slučajno sa rizikom neizvršenja obaveza, već ukazuje na činjenice koje imaju značajnu ekonomsku vezu sa PD. Test zahteva iskaz u vezi sa radnom hipotezom koja opisuje znak odnosa sa PD, usled ekonomskih razloga. Radna hipoteza se može verifikovati na osnovu analize uzorka za kreiranje modela upoređujući srednje vrednosti i medijane dva

dela uzorka, dobrih i loših dužnika. Samo kada se radna hipoteza može uspostaviti i empirijski potvrditi, moguće je određeni pokazatelj koristiti u daljoj analizi.

Ako empirijski podaci imaju kontradiktorno kretanje u odnosu na finansijsku teoriju, a na osnovu uzorka za razvoj modela, takav pokazatelj treba da bude isključen iz liste mogućih promenjivih koje se uključuju u multivarijacionu analizu.

Za relativne pokazatelje kao što su npr. finansijski racio brojevi, druga analiza je verifikacija da li se može načiniti pretpostavka monotone⁶² veze sa rizikom neizvršenja obaveza. Ovo je ključan zahtev za savremene multivarijacione statističke pristupe rejting modelima kao što su logistička regresija i diskriminaciona analiza.

Četiri aspekta se ističu za svaki finansijski pokazatelj u setu podataka:

- ekonomsko značenje;
- radna hipoteza vezano za njihov očekivani odnos sa PD;
- procena njihove strukturne monotonosti
- moguće rešenje u slučaju strukturne nemonotonosti.

Kao primer logike koja se može primeniti u analizi pojedinog finansijskog pokazatelja može da posluži jedan od najbitnijih finansijskih racia boniteta kompanije, odnosno prinos na kapital – ROE (engl. *Return on equity*) – odnos neto profita i iznosa raspoloživog kapitala.

ROE predstavlja knjigovodstvenu profitabilnost kompanije. Negativan odnos sa PD je očekivan sa višim prinosom na kapital. Imenilac predstavlja ukupan kapital, umanjen/uvećan za dobit/gubitke za datu finansijsku godinu i eventualno umanjen za kredite odobrene akcionarima. Isključivanje recimo kredita odobrenih akcionarima, uvodi mogućnost postojanja negativnih vrednosti ovog pokazatelja u potencijalni okvirima promenjivosti ovog pokazatelja. Ovo pretpostavlja nemonotoni odnos sa rizikom neizvršenja obaveza. Ukoliko se imenilac smanjuje, dok je u zoni pozitivnih vrednosti, ROE raste i ukazuje na smanjenje rizika neizvršenja obaveza. Ako se međutim, imenilac nađe u zoni negativnih vrednosti dalje smanjenje pokazatelja ROE ukazuje na promenjeni odnos sa rizikom neizvršenja obaveza. Pokazatelj je strukturno nemonoton u odnosu na rizik neizvršenja obaveza.

Ipak, može se konstatovati da bi tradicionalni ROE pokazatelj mogao da bude empirijski nemonoton, iz razloga što može da ima veoma visoke vrednosti u slučaju visokih profita i niske kapitalne baze, koja je najverovatnije rezultat gubitaka u prethodnom periodu koji je značajno umanjio kapitalnu bazu kompanije i ima visok rizik neizvršenja. Navedeno ukazuje da je ovom pokazatelju neophodno prilagođevanje, odnosno transformacija kako bi bio prihvatljiv za model procene kreditnog rizika.

Ukoliko se međutim posmatra recimo pokazatelj prinosa na aktivu (engl. *Return on assets* – ROA) - odnos neto rezultata sa ukupnom angažovanom imovinom, očekivan je negativan odnos sa PD. Imenilac je uvek pozitivan i stoga pokazatelj je strukturno monoton u odnosu na rizik neizvršenja obaveza.

Aktivnosti koje se preduzimaju u cilju procene ekonomskog značenja i monotonosti pokazatelja u odnosu na rizik neizvršenja obaveza imaju potpuno drugačiji kontekst kada se

⁶² U matematičkom smislu, monotona funkcija $f(x)$ je funkcija koja zadržava dati redosled x . Na primer, ukoliko za svako x i y takve da je $x \leq y$ postoji $f(x) \leq f(y)$, kaže se da je funkcija monotono rastuća (obrnuto funkcija je monotono opadajuća). Finansijski racio je strukturno monoton, kada okvir promenjivosti imenioca teorijski osigurava da se racio uvek kreće u istom smeru, konsekvantno održavajući jednosmernost (bilo pozitivno ili negativno) odnosa sa rizikom neizvršenja obaveza. Dakle, strukturna monotonost se može potvrditi ispitivanjem imenioca racio brojeva i okvira njihove promenjivosti: x je imenilac, a $f(x)$ finansijski racio. Uslov empirijske monotonosti je potvrđen kada se kategorizacijom promenjivih u kontinuirano poredane intervale i računanje prosečne DR dužnika uključenih u takve intervale, dobija monotoni rast (ili pad) DR.

razmatraju kategoričke (opisne) promjenjive. Često finansijska teorija ne obezbeđuje jasnu i jednosmernu radnu hipotezu, dok empirijski testovi ukazuju na jak i statistički značajan odnos sa stopama neizvršenja obaveza. Ovo je slučaj sa kategoričkim promjenjivima, kao npr. region u kojem kompanija posluje. U principu, ne postoji nikakav poseban razlog zašto bi različiti regioni trebali da imaju različite DR, ali to se često empirijski sreće. Čak i kada ne postoji specifična prepoznatljiva teorija, ponekad je zadovoljavajuće da se uspostavi radna hipoteza na osnovu dokumentovanih istorijskih dokaza sa kojima banka raspolaže. Ukoliko podaci u uzorku za kreiranje modela potvrde istorijsko ponašanje, može se pretpostaviti da je data kategorička promjenjiva prošla test ekonomskog značaja.

Ispitivanje strukturne i empirijske monotonosti promjenjivih ima potpuno drugačiji kontekst kada se razmatraju kategoričke promjenjive. Strukturna monotonost tada nema smisla. U slučaju nominalnih promjenjivih, ispitivanje empirijske monotonosti takođe nema smisla, jer se svaka pojedinačna vrednost promjenjive može smatrati različitom promjenjivom. Ovo je očigledno kada se uvidi da su nivoi kategoričkih promjenjivih uključeni u multivarijacionu analizu kao lažne (engl. *dummy*) promjenjive sa vrednostima nula ili jedan. U slučaju ordinalnih promjenjivih, empirijska monotonost se analizira na isti način kao u slučaju finansijskih pokazatelja.

4.3. Definisanje i podela uzoraka za kreiranje modela

Ne postoji precizno pravilo za definisanje adekvatne populacije. Populacija se definiše u skladu sa ciljevima analize. Populacija nekad može da bude mala, te se cela populacija može uključiti u analizu, ali uz određena ograničenja. Ovo se naziva cenzus istraživanje, pošto se svi podaci prikupljaju za sve elemente populacije. Obično je međutim populacija prevelika za analizu na osnovu celokupne populacije, te za analizu mora da se koristi pažljivo izabran uzorak.

Podaci koji su prikupljeni i očišćeni predstavljaju celokupan set podataka. Ipak, kao što je već navedeno, potrebno je da se izvrši podela na uzorak za kreiranje (razvoj) modela, validacioni uzorak i testni uzorak. Uzorak je moguće podeliti kroz stvarnu podelu na segmente uzorka i primenom procedure tzv. *bootstrappinga*.

U slučaju raspolaganja sa dovoljnom količinom podataka poželjna je primena stvarne podele. Na ovaj način moguće je ispitivanje scoring funkcije razvijene na razvojnom uzorku na nepoznatom setu podataka u validacionom uzorku i konačno na testnom uzorku. Radi izbegavanja pristrasnosti (engl. *bias*) zbog subjektivne procene, u pogledu izbora uzorka, neophodna je selekcija na bazi slučajnog izbora, ali uz verifikaciju reprezentativnosti podataka u smislu definisanih strukturnih atributa, odnosno strukture uzoraka. U slučaju baza podataka gde kvalitet podataka varira, pouzdanije podatke je potrebno rasporediti u razvojni model, ali će u tom slučaju pouzdanost validacionih ispitivanja biti manja.

Uzorak za kreiranje modela (razvojni uzorak) ne sme da sadrži iste obzervacije kao validacioni i testni uzorak. Ovo predstavlja sagledavanja mogućnosti primene modela na slučajeve različite od onih koji su se koristili za razvoj modela.

Proporcija u okviru razvojnog uzorka dobrih i loših obzervacija, može da se definiše na dva načina. Prvi način je da se proporcija definiše u skladu sa proporcijom u populaciji iz koje se kreira uzorak. U ovom slučaju ne postoji potreba korekcije uzorka za, s obzirom da uzorak odslikava stvarne verovatnoće. Drugi način podrazumeva povećanje proporcije loših u odnosu na dobre dužnike, a što je standardna praksa ukoliko postoje restrikcije u prikupljanju podataka, odnosno ako je broj loših obzervacija (koje nisu izvršile obaveze) u uzorku nizak, ili odstupa od proporcije u stvarnoj populaciji. U praksi od jedne četvrtine do jedne trećine razvojnog uzorka bi trebalo da čine loši dužnici. Mali broj loših dužnika može da poremeti

pouzdanost sa kojom statistička procedura može da identifikuje razlike između dobrih i loših dužnika. Povećanje proporcije vodi maksimizaciji pouzdanosti sa kojom statistički model može da napravi razliku između dobrih i loših dužnika, čak i za male baze podataka, ali zahteva kalibraciju i reskaliranje obračunatih PD kroz skoring funkciju.

Povećanje proporcije, odnosno tzv. *oversampling*, koje se u praksi često koristi, može da vodi smanjenju uticaja multikolinearnosti i statistički značajnim rezultatima logističke regresije. Poznato je i kao pristrasno, stratifikovano i uzorkovanje zavisno od ishoda. Prilagođavanje je potrebno vršiti pre ispitivanja adekvatnosti modela. Postoje dva osnovna metoda prilagođavanja: metod neutralizacije i metod pondera uzorkovanja, pri čemu je prvi superiorniji u odnosu na drugi kada se koristi linearna logistička funkcija, a kada je logistički model aproksimacije nelinearnog modela, metod pondera je bolji.

Standardna logaritamska funkcija u regresiji za povezano uzorkovanje je:

$$\text{Logit}(p_i) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$$

gde su p_i , β_k , x_k verovatnoća, regresioni koeficijenti i promenljive respektivno.

Kod ovog uzorkovanja, logovi su korigovani neutralizatorom, $\ln(\rho_1 \pi_0 / \rho_0 \pi_1)$, i nova logistička funkcija je:

$$\text{Logit}(p_i^*) = \ln(\rho_1 \pi_0 / \rho_0 \pi_1) + \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$$

gde su ρ_1 i ρ_0 proporcija ciljnih klasa u uzorku, π_1 i π_0 proporcija ciljnih klasa u populaciji.

Navedeno prilagođavanje je u slučaju prethodne primene. Prilagođena naknadna verovatnoća se takođe može obračunati i nakon prilagođavanja modela korišćenjem:

$$p_i^* = \frac{(p_i^* \rho_0 \pi_1)}{[(1 - p_i^*) \rho_0 \pi_1 + p_i^* \rho_0 \pi_1]}$$

gde je p_i^* neprilagođena procena naknadne verovatnoće.

Prilikom prilagođavanja ponderima uzorka, svaka vrednost se ponderiše definisanim ponderom kako bi uzorak odlikavao populaciju. Ponderi su $\rho_1 \pi_1$ and $\rho_0 \pi_0$ za klase 1 i 0, respektivno. Alternativno, ponder svakog u status neizvršenja obaveza se može utvrditi kao 1, a svakog koji je izvršio obaveze kao $p(\text{izvršene obaveze})/p(\text{neizvršene obaveze})$, gde su $p(\text{izvršene obaveze})$ i $p(\text{neizvršene obaveze})$ verovatnoće izvršenja i neizvršenja obaveza u populaciji.

Kada je uzorak mali, može da se koristi alternativni pristup u cilju obezbeđenja validacije na drugačijem uzorku od razvojnog. Takav pristup bi bio metod reuzorkovanja koji kroz više iteracija analizira model, ali na takav način da se prilikom svake iteracije iz uzorka za kreiranje modela isključuje jedan mali broj obzervacija (čak i jedna), i to kroz slučajan izbor istih. Ovaj metod obezbeđuje način za korišćenje celokupnog uzorka za razvoj i u isto vreme osiguravajući pouzdanu validaciju skoring funkcije.

Za potrebe validacije celokupan uzorak se više puta deli na parove razvojnog i validacionog uzorka. Alokacija opzervacija u date uzorke je u svakoj iteraciji različita i slučajna. Koeficijenti skoring funkcije se svaki put računaju koristeći razvojni uzorak, na način koji je primenjen za razvoj sveobuhvatne skoring funkcije. Merenjem margina fluktuacija rezultujućih koeficijenata od skoring funkcija koja se testira u poređenju sa sveobuhvatnom skoring funkcijom omogućava ispitivanje stabilnosti skoring funkcije. Rezultujuća diskriminaciona snaga skoring funkcija koje se testiraju se utvrđuje korišćenje validacionih uzoraka. Srednja vrednost i margina fluktuacije rezultujućih pokazatelja diskriminacione snage se uzimaju u obzir i služe kao indikator diskriminacione snage modela primenjenog na nepoznate podatke.

Iako *bootstrap* metod ne obezbeđuje validaciju na drugom uzorku (engl. *out-of-sample*), statistički je validan instrument koji omogućava optimalno korišćenje informacija raspoloživih bez korišćenje nepoznatih podataka. U ovom kontekstu izuzetno velike fluktuacije, posebno promene u znaku koeficijenata i inverzije visokih i niskih koeficijenata u testnim scoring funkcijama, ukazuju da je korišćeni uzorak premali za razvoj statističkih modela rejtinga, odnosno ne može se razviti validan model na osnovu datog uzorka. Ukazuje da se kroz ponavljanje slučajnog izbora uzorka dobijaju veoma nehomogeni podaci. Razvoj bi se u ovom slučaju vršio na 100% uzorka, dok bi se validacija sprovodila korišćenjem nekoliko slučajno izabranih uzoraka npr. od 50% do 80% po uzorku iz date kompletne populacije ili na potpuno zasebnom setu podataka.

Sveobuhvatni uzorak se može na više načina podeliti na razvojni, validacioni i testni uzorak. Testni uzorak se može i isključiti ukoliko se ne raspolaže sa dovoljnom količinom obzervacija, ali se u tom slučaju mora obezbediti testiranje na novom setu podataka, nezavisnom od ostala dva uzorka. Prihvatljiva opcija bi bila testiranje na ažurnim opzervacijama za novi period (poslednja godina), pri čemu bi se razvoj i validacija vršili na starijim periodima vremena (prethodne godine). Obično se 70% do 80% uzorka koristi za potrebe razvoja, a 20% do 30% za potrebe nezavisne validacije modela, ali može biti prihvatljiva i drugačija podela ukoliko su uzorci statistički održivi.

4.3.1. Kriterijumi veličina uzorka

U cilju određivanja adekvatne veličine uzorka, prilikom razvoja modela moraju se definisati sledeći kriterijumi: nivo preciznosti, nivo pouzdanosti i stepen varijabilnosti u atributima koji se mere (Miaoulis and Michener, 1976).

Nivo preciznosti se ponekad naziva greška uzorkovanja i predstavlja okvir u kojem se procenjuje stvarna vrednost populacije. Okvir se iskazuje najčešće u procentnim poenima (npr. +/-5 procentnih poena).

Nivo pouzdanosti se zasniva na Centralnoj graničnoj teoremi. Ovo podrazumeva da, kada se uzorci kontinuirano kreiraju iz populacije, prosečna vrednost atributa dobijenih na osnovu ovih uzoraka je jednaka stvarnoj vrednosti populacije. Pored toga, vrednost dobijena na ovaj način je distribuirana normalno oko stvarne vrednosti, sa nekim uzorcima koji imaju više vrednosti, a nekim niže od stvarne vrednosti populacije.⁶³

Stepen varijabiliteta u atributima koji se procenjuju odnosi se na distribuciju atributa populacije. Što je heterogenija populacija, veća je veličina uzorka potrebna za definisani nivo preciznosti i obrnuto. Proporcija od 50% predstavlja maksimalni varijabilitet u populaciji i koristi se za konstrukciju konzervativnije veličine uzorka u odnosu na stvarno neophodnu u skladu sa karakteristikama populacije.

4.3.2. Raspoloživost i kvalitet podataka za kreiranje uzorka

Za potrebe razvoja i validacije modela neophodni su ažurni i kvalitetni podaci. Ovo je znatno olakšano kada postoji sveobuhvatno skladištenje podataka (engl. *data warehousing*). Kvantitet podataka koji su neophodni varira, ali mora da ispunjava zahteve statističke značajnosti i slučajnosti. Kada se razmatraju podaci, mora da se analizira da li su podaci ispravni, odnosno da li su nepouzdanosti iz nekog razloga. Pojedini podaci u bazi su podložniji pogrešnoj prezentaciji, ali podaci u vidu finansijskih pokazatelja, statusnih podataka, podataka kreditnog biroa su pouzdaniji i mogu se stoga koristiti sa većom sigurnošću. Nakon analize i

⁶³ U normalnoj distribuciji u okviru dve standardne devijacije oko srednje vrednosti se nalazi oko 95% vrednosti populacije

verifikacije internih podataka, banka mora da izvrši analizu i eksternih podataka. Kada se osigura da se može obezbediti kvalitet i kvantitet podataka, stvoreni su uslovi za nastavak razvoja modela.

Osnovni podaci za kreiranje razvojnog uzorka moraju da budu slučajni su i reprezentativni u odnosu na segment za koji se razvija model. Uzorak koji obuhvata koncentrisane obzervacije u pogledu neke karakteristike (atribute), možda neće biti prikladan za primenu na celoj populaciji i može da vodi pogrešnim zaključcima u pogledu preuzetog rizika. U slučaju da se razvija više modela, za svaki segment je potrebno prikupiti podatke, kao i one koji nisu segmentirani. Kada se prikupljaju iskrivljeni podaci, mora se biti svestan istorijskih promena, pogotovo kada se radi o podacima u periodima pre i posle vremenskog perioda iz kojeg se uzima uzorak. Ove promene u strukturi i prirodi podataka preporučljivo je beležiti u bazu podataka, kako analiza istih ne bi zavisila isključivo od analitičara.

Izbor pokazatelja za uključivanje u uzorak za razvoj modela je kritična faza razvoja. Pokazatelji koji se uključuju u uzorak doprinosi efikasnosti procesa i treba da budu zasnovani na sledećim faktorima:

- očekivana mogućnost predviđanja: informacija se dobija na osnovu kolektivnog iskustva, prethodnih analiza itd;
- pouzdanost;
- lakoća pribavljanja: podaci koje je teško pribaviti treba zaobilaziti prilikom analize, odnosno uključivati isključivo ukoliko su obavezni;
- objašnjivost: neke karakteristike koje su podložne subjektivnosti u proceni, treba isključiti iz analize, osim u slučajevima kada se može potkrepiti iskustvom (npr. kvalitet menadžmenta);
- ljudska intervencija: pokazatelji koji su značajno pod uticajem ljudske intervencije (npr. indikator stečaja ili likvidacije treba isključivati kada postoji politika neizlaganja prema likvidiranim ili licima u procesu stečaja);
- kreiranje pokazatelja na osnovu poslovnog rezonovanja: neophodno je izbegavanje pokazatelja koji uzimaju sve podatke u obračun i iako imaju prediktivnu sposobnost, neobjašnjivi su;
- buduća raspoloživost: potrebno je osigurati raspoloživost bilo kojeg podatka koji se uključuje u uzorak u budućnosti;
- promene u okruženju: moraju se razmatrati prošli i očekivani budući trendovi.

Dva su osnovna zadatka kada se vrši definisanje uzorka za potrebe razvoja modela. Prvi podrazumeva delu uzorka na razvojni i validacioni segment, a drugi odlučivanje o proporciji dobrih i loših dužnika za uključivanje u uzorak. Pored kvaliteta podataka neophodno je obezbediti i odgovarajući kvantitet podataka. Prikupljanje dovoljnog broja dužnika za proces razvoja modela osigurava statistički značaj atributa u modelu i samog modela.

Reprezentativnost podataka podrazumeva da uzorak odslikava relevantne strukturne karakteristike i njihove međusobne proporcije u osnovnoj populaciji koju predstavlja uzorak. Iz ovog razloga prvo je neophodno da se definišu relevantne reprezentativne karakteristike podataka. Za ove karakteristike neophodno je utvrditi distribuciju učestalosti u osnovnoj populaciji. Naravno nije moguće potpuno podudaranje s učestalošću populacije, ali je stoga potrebno definisati prihvatljivi nivo devijacije, uz određeni nivo pouzdanosti.

U procesu prikupljanja podataka neophodno je definisati katalog podataka uz detaljan opis svakog neophodnog podatka koji će se kroz uniformni alat za unošenje istih pohraniti u bazu podataka. Unošenje podataka mora da bude precizno propisno odgovarajućim uputstvima.

Istorijski interval će zavisiti od željenog perioda predviđanja, sa definisanim datumima preseka (obično jedna godina). Za slučajeve dužnika koji su izvršili obaveze, mora se utvrditi da se stvarno radi o takvim slučajevima, odnosno da, ukoliko se koristi presek od jedne godine, mogu se koristiti isključivo podaci o izvršenju obaveza dužnika koji su bili u preseku od pre godinu dana.

4.3.3. Utvrđivanje veličine uzorka

Nije jednostavno definisati minimalnu prihvatljivu veličinu uzorka. U nekim pristupima preporučuje se da, nakon podele uzorka po klasama rejtinga, trebalo bi da bude najmanje deset opzervacija (Peduzi, 1996) u statusu neizvršenja obaveza po jednoj klasi. Ovo važi i za grupe koje se javljaju prilikom transformacije podataka primenom pondera izvesnosti događaja (eng. *Weight of evidence* - *WoE*) pristupa, odnosno grupa nivoa rizika za analizu pojedinih atributa, kandidata za uključivanje u konačnu scoring funkciju.

4.3.3.1. Osnovne promenjive utvrđivanja veličine uzorka

Primarno je određivanje svrhe analize i strukture raspoloživih podataka iz populacije. Cochran je 1977. u vezi ovog pitanja rekao da je "jedan metod određivanja veličine uzorka određivanje margine greške za stavke koje se smatraju od vitalnog značaja za istraživanje. Procenu veličine uzorka je potrebno prvo praviti posebno za svaku od ovih važnih stavki". Kada se završe kalkulacije, analitičari će imati niz od n vrednosti, obično u rasponu od manjih n za skalirane, kontinuelne promenljive, do većih n za dihotomne ili kategoričke promenljive. Potrebno je donošenje odluke analitičara o veličini uzorka na osnovu ovih podataka. Ako su n promenljive od interesa relativno blizu, analitičar može da jednostavno koristiti najveći n kao veličinu uzorka i da bude siguran da će uzorak dati željene rezultate. Češće, postoji dovoljno varijacija između n tako da ne postoji volja da se izabere najveća vrednost n , ili iz budžetskih razloga ili zbog toga što će to dati viši standard preciznosti nego što je prvobitno planirano. U tom slučaju, željeni standard preciznosti može da bude smanjen za pojedine stavke, kako bi se omogućilo korišćenje manjih vrednosti n (Cochran, 1977).

4.3.3.2. Procena grešaka

Cochran-ova formula koristi dva ključna faktora: 1. rizik koji je analitičar spreman da prihvati u analizi, a koji se naziva margina greške i 2. alfa nivo, odnosno nivo prihvatljivog rizika koji je analitičar spreman da prihvati da stvarna margina greške prevazilazi prihvatljiv nivo margine greške - Tip greške I. Tip II greška se javlja kada se na osnovu rezultata statističke procedure u proceni nema značajnih razlika, kada te razlike zaista postoje.

U Cochran-ovoj formuli, alfa nivo je inkorporiran u formulu pomoću t -vrednosti za izabrani alfa nivo (npr. t -vrednost za alfa nivo 0.05 je 1,96 za uzorak veličine iznad 120). Analitičari treba da koriste adekvatnu t -vrednost kada analiza uključuje manje populacije, npr. t -vrednost za alfa od 0.05 i populaciju od 60 je jednaka 2.0. Uopšteno govoreći, alfa nivo od 0.05 je prihvatljiv za većinu istraživanja. Alfa nivo 0.10 ili manje može da se koristi ako je analitičar više zainteresovan za identifikovanje marginalnih odnosa, razlika ili drugih statističkih fenomena kao osnove za dalje analize. Alfa nivo 0.01 može da se koristi u onim slučajevima kada su odluke na osnovu analize kritične i greške mogu da izazovu značajne finansijske ili lične povrede, na primer, velike programske promene.

Opšte pravilo u odnosu na prihvatljivu marginu greške je sledeće: Za kategorički podatak, prihvatljiva je margina greške od 5%, a za kontinuelne podatke, 3% (Krejcie i Morgan, 1970). Za promenljivu, 5% margina greške će rezultirati time da je analitičar siguran da je procenat u

okviru $\pm 5\%$ od proporcija izračunatih iz analize uzorka. Ove vrednosti mogu da se povećaju kada je prihvatljiva veća margina greške ili smanje kada je potreban viši stepen preciznosti.

4.3.3.3. Procena varijanse

Kritična komponenta formula za utvrđivanje veličine uzorka je procena varijanse u osnovnim promenjivima analize. Varijansa se ne može tačno utvrditi već se vrši procenjivanje na osnovu raspoloživih podataka populacije. Cochran navodi četiri načina procene varijanse populacije za utvrđivanje veličine uzorka: (1) posmatranje uzorka u dva koraka, uz korišćenje rezultata prvog koraka da se utvrdi koliko je dodatnih podataka potrebno za postizanje odgovarajuće veličine uzorka na osnovu varijanse utvrđene u prvom koraku, (2) korišćenje rezultata probnog istraživanja, (3) korišćenje podataka iz prethodnih analiza iste ili slične populacije; ili (4) procena strukture populacije uz pomoć matematičkih rezultata.

4.3.3.4. Pristupi utvrđivanju veličine uzorka

Dve najčešće greške koje se javljaju kod formiranja uzorka su: neobraćanje pažnje na greške uzorkovanja prilikom utvrđivanja veličine uzorka i neobraćanje pažnje na pristrasnost podataka.

Ukoliko se koristi slučajno uzorkovanje, dobijanje potrebne veličine uzorka moguće je kroz nekoliko pristupa. Veličina uzorka zavisi od svrhe i vrste analize koja se vrši. Ako se koriste metodi deskriptivne statistike, moguće je korišćenje uzorka bilo koje veličine. Ukoliko se međutim želi izvršiti multivarijaciona regresija, analiza kovarijansi i slične analize neophodne za procenu parametara kreditnog rizika prilikom uspostavljanja ili validacije modela skoringa, potrebna veličina je od 200 do 500 elemenata uzorka. Takođe, veličina uzorka mora da omogući i upoređivanje između osnovnih grupa (npr. rejting klasa) u uzorku. Sudman (1976) argumentuje da je minimum 100 elemenata neophodno da postoji u svakoj grupi ili podgrupi u uzorku, a za svaku manje značajnu grupu od 20 do 50 elemenata. Isto tako Kish (1965) predlaže da je dovoljno od 30 do 200 elemenata kada je atribut prisutan kod 20% do 80% slučajeva (distribucija se približava normalnoj). Pomerene distribucije mogu da rezultiraju odstupanjem od normalnosti i za uzorke umerene veličine. Zbog toga je potrebno korišćenje većih uzoraka ili cenzusa.

Metodi utvrđivanja veličine uzorka obuhvataju: cenzus za male populacije, imitacije veličina uzoraka za slične analize, korišćenje objavljenih tabela i primena formula za računanje veličine uzorka.

Korišćenje cenzusa za male populacije je jedan od pristupa kod kojeg se koriste celokupne populacije kao uzorci (za nale uzorka, npr 200 ili manje). Cenzus eliminiše greške uzorkovanja i obezbeđuje podatke o svim elementima u populaciji.

Korišćenje veličine uzorka prema sličnim analizama podrazumeva rizik ponavljanja grešaka koje su načinjene u utvrđivanju veličine uzorka drugog istraživanja čiji rezultati žele da se koriste.

Treći pristup je korišćenje tabela koje su već objavljene a koje daju veličine uzoraka u zavisnosti od tri navedena osnovna kriterijuma (tabela 2).⁶⁴

⁶⁴ Rezultati prikazani u tabeli pretpostavlja osnovnu pretpostavku normalnosti distribucije populacije.

Tabela 2: Veličine uzorka za određene nivoe preciznosti

Veličina populacije	Veličina uzorka (n) za preciznost (e)		
	$\pm 5\%$	$\pm 7\%$	$\pm 10\%$
100	81	67	51
125	96	78	56
150	110	86	61
175	122	94	64
200	134	101	67
225	144	107	70
250	154	112	72
275	163	117	74
300	172	121	76
325	180	125	77
350	187	129	78
375	194	132	80
400	201	135	81
425	207	138	82
450	212	140	82

Tabele ne pružaju mogućnost za određivanje veličine uzorka za drugačije kombinacije nivoa preciznosti i valijabiliteta. Iz tog razloga, potrebno je koristiti formule koje su korišćene i za dobijanje podataka iz objavljenih tabela kao što je prethodna.

Za populacije koje su velike, Cochran je razvio formulu za dobijanje veličine reprezentativnog uzorka: $n_o = Z^2 pq / e^2$ gde je n_o veličina uzorka, Z^2 apscisa normalne krive koja seče površinu distribucije na repovima (1-definisani nivo pouzdanosti, npr 95%), e je željeni nivo preciznosti, p je procenjena proporcija atributa u populaciji, a q je jednako $1 - p$. Ova formula za utvrđivanje veličine uzorka se koristi za kategoričke promenjive.

Ukoliko je populacija mala, onda se veličina uzorka može malo smanjiti. Ovo je iz razloga da data veličina uzorka obezbeđuje proporcionalno više informacija za malu populaciju, negu za veliku populaciju. Veličina uzorka se može prilagoditi koristeći sledeću formulu: $n = n_o / (1 + (n_o - 1) / N)$, gde je n veličina uzorka, a N veličina populacije. Kao što se vidi, korekcija, koja se naziva korekcija konačne populacije, može značajno da smanji neophodnu veličinu uzorka za male populacije.

Yamane (1967) je ponudio pojednostavljenu formulu za izračunavanje veličine uzorka: $n = N / (1 + N(e)^2)$, gde je n veličina uzorka, N veličina populacije, a e nivo preciznosti. Ova formula je korišćena za obračun veličine uzorka u prethodnoj tabeli.

Napred navedene tabele i formule za utvrđivanje veličine uzorka podrazumevale su korišćenje kategoričkih promenjivih. Postoje dva metoda koja se koriste za utvrđivanje veličine uzorka za promenjive koje su kontinuelne koje predlaže Cochran. Jedan metod je da se kombinuje odgovor u dve kategorije i onda koristi veličina uzorka zasnovana na proporciji (Miller, Smith, 1983). Drugi pristup je da se koristi formula za srednju vrednost za veličinu uzorka. Formula uključuje σ^2 umesto $p \times q$ u napred navedenoj formuli: $n_o = (Z^2 \times \sigma^2) / e^2$, gde je n_o veličina uzorka, Z apscisa normalne krive koja seče površinu na repovima (za utvrđeni nivo α od 0.025 jednaka 1.96 u svakom repu distribucije), e je željeni nivo preciznosti (prihvatljiva margina greške za procenjenju srednju vrednost, izražena u istim merema kao varijansa), a σ^2 je varijansa atributa u populaciji.

Ukoliko utvrđena veličina uzorka odstupa za više od 5% od populacije, potrebno bi bilo koristiti Cochran-ovu korigovanu formulu za dobijanje konačne veličine uzorka: $n = n_o / (1 + n_o / N)$.

Postoje situacije u kojima prethodno opisane formule neće dati adekvatne rezultate. Jedna od takvih situacija je kada se koristi multivarijaciona regresija. U tom slučaju potrebno je zadovoljiti uslov da odnos obzervacija i nezavisnih varijabli ne sme biti ispod 5. Ako se ovaj minimum ne ispoštuje, postoji rizik preteranog uslađivanja – eng. *Overfitting* (Hair, Anderson,

Tatham, & Black, 1995). Konzervativniji optimalni odnos, od deset opservacija za svaku nezavisnu promenljivu predlažu Miler i Kunce (1973) i Halinski i Feldt (1970).

Ovi odnosi su posebno kritični prilikom korišćenja regresione analize sa kontinuelnim podacima, jer je veličina uzorka za kontinuelne podatke obično mnogo manja nego u slučaju kategoričkih podataka. Potrebno je ipak biti oprezan prilikom donošenja odluke o povećanju veličine uzorka, jer podizanje veličine uzorka iznad nivoa utvrđenog kroz formulu povećava verovatnoću tipa greške I.

4.3.4. Pitanja nedostataka podataka prilikom definisanja uzorka

Preliminarna analiza baze podataka i čišćenje podataka su osnovni koraci u izbegavanju situacije „đubre unutra, đubre napolje“. Potrebno je obezbediti da baza podataka ne sadrži duplikate unosa. Naravno, s obzirom da se podaci prikupljaju iz sistema banaka, najčešće nije slučaj da se dobiju podaci sa istim jedinstvenim identifikatorom, ali upoređivanjem ostalih podataka može da se otkrije postojanje slučaja da se podaci odnose na istog dužnika.

Posebna pažnja mora biti posvećena adekvatnom evidentiranju i razmatranju nedostajućih podataka. Obično je situacija da barem za jedan deo opservacija (dužnika), neki od podataka nedostaju. Ukoliko je ovaj broj relativno mali, najlakši način je da se isti eliminišu iz uzorka. Ukoliko se međutim radi o velikom broju podataka koji bi ugrozio analizu, preporučljivo bi bilo isključenje svih promenljivih koje imaju veliki broj nedostajućih podataka.

Analiza nedostajućih podataka se sprovodi kako bi se verifikovala kompletnost baze i radi odlučivanja na koji način da se reši problem nedostajućih vrednosti. Neophodno je detaljno analizirati nedostajuće vrednosti, iz razloga što: 1. u multivarijantnim analizama, vrednosti za svaki pokazatelj moraju biti dostupne ili se ne može dobiti rezultat; 2. nedostajuće vrednosti mogu biti rezultat razloga koji umanjuju reprezentativnost podataka.

Osnovni razlozi nedostatka podataka u bazi podataka i uzorku su neprimenjivost (npr. zalihe za uslužnu kompaniju, troškovi kamata za lica koja nisu finansijski zadužena), neraspoloživost i slučaj deobe sa nulom.

Podatke iz uzorka je neophodno prvo analizirati u pogledu srednje vrednosti nedostajućih podataka, upoređivanjem sa populacijom. Ovaj korak potvrđuje da su svi aspekti podataka razumljivi. Nedostajuće vrednosti mogu biti ili polja koja nisu bila obuhvaćena ili raspoloživa, nisu popunjena u procesu prikupljanja podataka, pogrešno su unete vrednosti ili se radi o slučajevima ekstremnih vrednosti. Dok su neke statističke tehnike kao što su stabla odlučivanja neutralna na nedostajuće vrednosti, logističke regresije zahtevaju potpune skupove podataka bez postojanja podataka koji nedostaju.

Postoje četiri osnovna načina za rešavanje problema nedostajućih vrednosti:

- isključenje svih podataka sa nedostajućim vrednostima, što će u većini slučajeva verovatno rezultirati malim brojem raspoloživih podataka za rad;
- isključenje atributa koji imaju značajne nivoe nedostajućih vrednosti (preko 50%), posebno ako se smatra da će isti trend biti nastavljen i u budućnosti;
- uključivanje atributa sa nedostajućim vrednostima u model. "Nedostaje" se na taj način može tretirati kao poseban atribut i koristiti u regresiji kao ulazni podatak. Model može dodeljivati pondere značajnosti (težine) ovom atributu. Ova opcija podrazumeva da i činjenica da podatak nema određenu vrednost ima neki značaj za analizu i model;
- uključivanje nedostajućih vrednosti korišćenjem statističkih i drugih tehnika.

Nedostajući podaci obično nisu nasumični, te bi prvo trebalo izvršiti analizu da li se radi o slučajnim nedostacima ili postoji neka zakonitost u tome, što bi podrazumevalo potrebu uključivanja u analizu istih.

Kada se radi o ekstremnim vrednostima (engl. *outliers*) nekih atributa, koji se, iako postoje, mogu smatrati pojavnim oblikom nedostajućih vrednosti, ovi podaci mogu imati negativan uticaj na rezultate regresije i mogu da se isključe, ali isključivo ukoliko se radi o slučajevima da nedostatak postoji u malom broju observacija. U suprotnom potrebno je razmotriti tehnike unošenja određenih vrednosti umesto ekstremnih, ili transformacije istih.

U praksi, može da se ili zahteva dopuna informacija ili brisanje dužnika iz uzorka, te uticaj na ukupnu analizu neće biti značajan. Analiza nedostajućih vrednosti mora da ustanovi o kojim vrednostima se radi, odnosno da li se radi o nasumičnom nedostatku ili frekvencija ukazuje da postoji određena pravilnost u tome.

Ukoliko postoji veliki broj nedostajućih vrednosti u pojedinoj observaciji (dužnik-godina), možda će biti potrebno isključiti istu iz dalje analize. Ukoliko se međutim radi o dužniku koji je dospao u status neizvršenja obaveza, poželjnija je dopuna nedostajućih podataka ili primena sistema inputacije modelirane vrednosti, s obzirom da se uvek radi o malom broju ovakvih dužnika u uzorku. Ovo bi se moglo koristiti ukoliko nedostaje određeni veliki broj podataka čiji bi nivo banka definisala svojom politikom (npr. preko 75%).

Ukoliko u pojedinom atributu postoji veliki broj nedostajućih podataka, potrebno je razmotriti isključenje datog atributa iz dalje analize (npr. predstavljaju preko 10% nedostajućih vrednosti).

Ukoliko mali broj atributa predstavlja mali procenat nedostajućih vrednosti, može se izabrati ili da se ne obrađuju ili da se zamene sa određenom vrednošću. Ta vrednost može da bude srednja vrednost datog pokazatelja dobijenog na osnovu ostalih vrednosti u bazi⁶⁵ ili medijana. Medijana može da se primenjuje samo ukoliko pokazatelj predstavlja manje od 10% vrednosti. Mora da se obračuna zasebno za dobre i loše dužnike za uzorak za analizu i kao jedinstvena vrednost za celokupan uzorak za validaciju. Opravdanje ovakvog pristupa je stvaranje uslova za nepostojanje uticaja ovih promenljivih na obračun korišćenjem ostalih faktora. Zamena nedostajućih vrednosti sa medijanom ili srednjom vrednosti ostalih podataka, može, međutim, prouzrokovati pikove u podacima i nemogućnost diferencijacije između dobrih i loših na osnovu podataka koji sadrže zamenjene vrednosti. Stoga je u svakom slučaju ipak preporučljivije korišćenje odgovarajućih kompleksnijih tehnika procene vrednosti za unošenje.

4.4. Pojam i koncept skoringa

Skoring model procenjuje kreditni bonitet dužnika, odnosno predstavlja funkciju predikcije verovatnoće prelaska dužnika u status neizvršenja obaveza. Izlazni podatak modela je iskazan u broju koji se naziva rezultat (engl. *score*). Veći nivoi ukazuju obično na niži rizik. Model koji obračunava skor se obično naziva skoring tabela, odnosno skor kartica. Skoring modeli se obično procenjuju na osnovu istorijskih podataka i primenom statističkih metoda. Istorijski podaci uključuju informacije o kreditnoj istoriji dužnika u banci, kao i atributa dužnika, odnosno finansijske situacije istog (ukoliko se radi o skoringu koji se primenjuje na pravna lica) u prethodnom periodu. Vremenski razmak između merenja atributa sa jedne strane i

⁶⁵ Stav OENB FMA: procene specifične za određenu grupu su ključne u uzorku analize, jer se univarijantna diskriminaciona snaga atributa ne može optimalno analizirati u sveobuhvatnoj skoring funkciji bez takvog grupisanja. U validacionom uzorku mediana vrednosti atributa za sve slučajeve se primenjuje kao opšta procena. Kako je namera validacionog uzorka da simulira procenu podataka sa rejting modelom u budućnosti, takva procena ne diferencira dobro na dobre i loše slučajeve. Ukoliko se primeni procena specifična za određenu grupu, diskriminaciona snaga rezultujućeg rejting modela može biti lako precenjena korišćenjem nepoznatih podataka. U slučaju da se nedostajuće vrednosti menjaju sa srednjom vrednošću ili medijanom u cilju procene modela, neophodno je vršenje svih univarijantnih analiza pokazatelja pre rada sa nedostajućim vrednostima, a radi izbegavanja pogrešnog zaključivanja, npr. o njihovoj diskriminacionoj snazi.

stvarnog ponašanja sa druge strane određuje vremenski period predviđanja modela. Najviše prihvaćene procedure procene za scoring modele su pomenute regresiona i diskriminaciona analiza. Rezultati procene su skorovi (ocene) pojedinih atributa. Ideja scoringa je da se utvrde osnovni faktori neizvršenja obaveza pre nego što se isto desi i da se isti ponderišu u kvantitativni skor. Ovaj skor se može ili direktno interpretirati kao verovatnoća neizvršenja ili koristiti za razvoj internih sistema rangiranja (interni rejting).

4.4.1. Modeli scoringa

Oblik scoring modela zavisi od vrste izloženosti kreditnom riziku. Razlog je raspoloživost podataka, a koja je specifična za pojedine vrste izloženosti.

Osnovna podela scoring modela je na bihevioralne i aplikacione modele. Bihevioralni modeli se dominantno zasnivaju na istorijskim informacijama o ponašanju dužnika, odnosno redovnosti naplate, prometu po računima i dr. Bihevioralni scoring ima definisanu periodiku promena (npr. kvartalno). Aplikacioni scoring, koji je primarno alat za odlučivanje o kreditnom izlaganju, sa druge strane, zasniva se ne na istorijskim, već podacima o dužniku raspoloživim iz kreditnog zahteva. Jednom kada se obračuna, ostaje isti tokom vremena.

Logit i probit modeli se smatraju najpopularnijim pristupima u literaturi predviđanja neizvršenja obaveza, te će isti biti predmet dalje analize uspostavljanja i validacije modela. Ovi modeli se mogu relativno lako primeniti u slučaju zavisne promenljive koja je nominalna ili ordinalna i ima dva ili više nivoa. Nezavisna promenljiva može biti mešavina kvalitativnih i kvantitativnih promenljivih.

Logit i probit regresioni modeli regresiraju funkciju verovatnoće da će određeni element dospeti u određenu kategoriju zavisne promenljive Y , na linernoj kombinaciji X_i promenljivih. Opšta forma oba modela je: $Y = f(\beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i)$, gde je β_0 konstanta a β_i su procenjeni ponderi X_i , transformisanih sirovih podataka. Izraz na desnoj strani predstavlja ulazni podatak u funkciju distribucije, koja je ili iz logaritamske (logit) ili iz normalne (probit) distribucije. Desne strane u slučaju logit i probit distribucije su iste kao u slučaju normalnog linearnog regresionog modela. Koeficijent nagiba (β_0) pruža podatak o jediničnoj promeni u X na funkciji verovatnoće Y .

Razlika između logit i probit funkcije se nalazi na levoj strani jednakosti. U logit funkciji leva strana je logaritam od Y , tj. logaritam šanse da se dospe u određenu kategoriju naspram šanse da ne dospe u datu kategoriju. U probit modelu jedinična promena u X_i proizvodi β_i jediničnu promenu u kumulativnoj normalnoj verovatnoći ili skor u da će X dospeti u određenu kategoriju.

4.4.1.1. Logit modeli

U slučaju predviđanja bankrota, binarni ishod, čija se verovatnoća procenjuje kroz logit model je neizvršenje obaveza, a za isto se koristi veliki broj promenljivih. Metod obično prilagođava (fituje) modele linearne logističke regresije za podatke o binarnim ili ordinalnim ishodima pomoću metoda maksimalne izvesnosti (Hosmer i Lemeshow, 1989). Jedna od prvih primena logističke analize u kontekstu finansijskog poremećaja može se naći u Ohlson (1980), zatim Zavgren (1985) i Maddala (1983). Ova tehnika ponderiše nezavisne promenljive i dodeljuje Y skor u formi PD za svakog dužnika u uzorku.

Neka y_i označava ishod kompanije i u zavisnosti od ishoda promenljive x_1, \dots, x_{ki} . Na primer, neka $Y = 1$ označava neizvršenje obaveza, a $Y = 0$ redovno izvršenje (preživljenje). Korišćenjem logističke regresije PD za kompaniju se označava kao:

$$P(Y = 1 | x_1, \dots, x_k) = f(x_1, \dots, x_k)$$

Funkcija f označava logističku distribucionu funkciju takvu da se dobija:

$$P(Y = 1 | x_1, \dots, x_k) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}$$

Logistička regresiona funkcija transformiše regresiju u interval (0,1). Logit (x) se može definisati kao:

$$\log \text{it}(x) = \log\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

pa se model može napisati na sledeći način:

$$\log \text{it}(P(Y = 1 | x_1, \dots, x_k)) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n$$

sa stvarnim konstantama $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$. Prednost modela je da ne pretpostavlja multivarijantnu normalnost i jednake matrice kovarijanse, kao npr. diskriminaciona analiza. Pored toga logistička regresija je dobro prilagođena za probleme kada je promenjiva binarna ili ima višestruke kategoričke vrednosti, ili kada postoje višestruke nezavisne promenjive u problemu.

Funkcija logaritamske izvesnosti će biti maksimizirana (MLE):

$$L(\beta) = \ln[l(\beta)] = \sum_{i=1}^n \{y_i \ln[P(x_i)] + (1 - y_i) \ln[1 - P(x_i)]\}$$

Analiza reziduala predstavlja metod kojim se meri da li je utvrđena standardna greška konzistentna sa slučajnom greškom. Za logističku regresiju, reziduali u terminima verovatnoće se dobijaju kao razlika između posmatrane i predviđene verovatnoće neizvršenja obaveza.

$$\varepsilon_i = P(y_i = 1) - \hat{P}(y_i = 1) = P(x_i) - \hat{P}(x_i)$$

Pošto ove greške nisu nezavisne od uslovne srednje vrednosti y , korisno je prilagođavati ih za njihove standardne greške, utvrđujući Pearsonove ili standardizovane rezidualne.

$$r_i = \frac{P(x_i) - \hat{P}(x_i)}{\sqrt{\hat{P}(x_i)[1 - \hat{P}(x_i)]}}$$

Ovi standardni reziduali prate simptotički standardnu normalnu distribuciju. Slučajevi koji imaju veoma visoke apsolutne vrednosti su slučajevi za koje model odgovara loše i moraju da se ispituju.

Za potrebe testiranja statističkog značaja individualnih koeficijenata koristi se Wald Chi-kvadratni test. Pod hipotezom da je $\beta_i = 0$, sledeća test mera prati χ -kvadrat distribuciju sa jednim stepenom slobode:

$$W_i = \frac{\hat{\beta}_i^2}{SE(\hat{\beta}_i)^2}$$

U cilju procene kako efikasno model opisuje zavisnu promenjivu, primenjuje se Hosmer-Lemeshow (HL) test kvaliteta prilagođenja. Test se sastoji u podeli predviđene verovatnoće u grupe (g) i računanje Pearsonove χ -kvadrat mere koja upoređuje predviđene sa izmerenim frekvencijama u 2×10 tabeli zavisnosti. HL mera sa χ -kvadrat distribucijom i $g - 2$ stepeni slobode jednaka je:

$$HL = \sum_{i=1}^g \left[\frac{(o_i^0 - p_i^0)^2}{p_i^0} + \frac{(o_i^1 - p_i^1)^2}{p_i^1} \right]$$

Ovde o_i^0 predstavlja izmereni broj izvršenih obaveza za grupu i , a p_i^0 predviđeni broj. Što su niže vrednosti HL mere, ukazuje na nepostojanje značaja, odnosno dobro prilagođavanje podataka i modela.

Za linearnu regresiju, visok nivo kolinearnosti između nezavisnih promenljivih rezultira u smanjenju efikasnosti u logističkoj regresiji, sa nerazumno visokim koeficijentima i standardnim greškama. Otkrivanje višestruke kolinearnosti (multikolinearnost) se može vršiti kroz korišćenje mere tolerancije, definisane kao varijansa svake nezavisne promenjive koja nije objašnjena pomoću ostalih nezavisnih promenljivih. Za nezavisnu promenjivu X_i , mera tolerancije je jednaka $1 - R_{X_i}^2$ gde je $R_{X_i}^2$ predstavlja R^2 linearne regresije, korišćenjem X_i kao zavisne promenjive i svih ostalih nezavisnih promenljivih kao elemenata predviđanja.

Ukoliko je vrednost testne mere za datu nezavisnu promenjivu blizu 0, indicira da informacije koje daje promenjiva, mogu da se iskažu kao linearna kombinacija ostalih nezavisnih promenljivih. Predlaže se da se prihvataju samo nezavisne promenjive koje imaju vrednost mere tolerancije ispod 0.2.

4.4.1.2. Probit modeli

Probit modeli sugerišu da se PD kompanije modelira na osnovu nelinearne funkcije f : $P(Y=1|x_1, \dots, x_k) = f(x_1, \dots, x_k)$. Za probit model pretpostavlja se sledeći odnos: $P(Y=1|x_1, \dots, x_k) = \Phi(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)$, gde Φ označava distribucionu funkciju standardne normalne distribucije. Data funkcija transformiše regresiju u interval (0,1). Generalno rezultati probit modela bi trebali da budu relativno slični rezultatima logističkog modela, izuzev u slučaju da su verovatnoće koje se predviđaju veoma male ili velike. Regresioni koeficijenti probit modela predstavljaju efekte na normalnu kumulativnu funkciju verovatnoće da je $Y = 1$ (tj. da kompanija dospe u neizvršenje obaveza).

Ishod promenjive prema modelu određuje da li će kompanija dospeti u neizvršenje ili ne:

$$z_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_n x_{in} + \varepsilon_i$$

gde ε_i označava slučajnu promenjivu sa standardnom normalnom distribucijom. Posmatra se neizvršenje obaveza $y_i = 1$ ili izvršenje $y_i = 0$ za kompaniju za prag t_1 takav da je:

$$y_i = \begin{cases} 0 & \text{uz } z_i \leq t_1 \\ 1 & \text{uz } z_i > t_1 \end{cases}$$

Uvođenjem $K - 1$ pragova t_k za rejting klase $k = 1, \dots, K$, model se može proširiti na takav način da umesto postojanja dva nivoa rejtinga za binarni model, postoji K nivoa i $K - 1$ pragova t_1, \dots, t_{K-1} .

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{ukoliko } z_i \leq t_1 \\ 2 & \text{ukoliko } t_0 < z_i \leq t_2 \\ 3 & \text{ukoliko } t_1 < z_i \leq t_3 \\ \dots & \dots \\ K & \text{ukoliko } z_i > t_{K-1} \end{cases}$$

t_k pragovi su nepozanti parametri koji kolektivno definišu seriju okvira u koje zavisna promenjiva može da padne. Isti moraju da se procene kao u slučaju β parametara.

Pretpostavlja se da ε_i standardno normalno distribuirane na takav način da verovatnoća za y_i koji uzima vrednosti $k = 1, \dots, K$ može da se proceni na sledeći način:

$$\begin{aligned} P(y_i = 1) &= \Phi(t_1 + \beta X_i) - \Phi(\beta X_i) \\ P(y_i = 2) &= \Phi(t_2 + \beta X_i) - \Phi(t_1 + \beta X_i) \\ &\dots \\ P(y_i = K) &= 1 - \Phi((t_{K-1}) + \beta X_i) \end{aligned}$$

gde je $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)'$, a $X_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$.

4.4.2. Kreiranje modela skoringa i procene

Prilikom kreiranja modela skoringa, kao bitan aspekt mora da se razmotri objektivnost izbora pokazatelja na osnovu empirijske procedure. Cilj je ostvarivanje visoke diskriminacione snage modela. U tom smislu neophodno je težiti uključivanju što više različitih kategorija informacija, ali uz obavezno razmatranje poslovne smislenosti pokazatelja na osnovu kojih bi se uključivali ili isključivali pojedini pokazatelji.

Na osnovu konačne liste pokazatelja formira se veći broj skoring funkcija, koje se zatim procenjuju na osnovu razvojnog uzorka. Odluka o konačnoj skoring funkciji donosi se na osnovu sledećih kriterijuma:

- razmatranje znakova koeficijenata;
- diskriminacione snage skoring funkcije;
- stabilnost diskriminacione snage;
- statistička značajnost pojedinih koeficijenata;
- obuhvatnost relevantnih informacionih kategorija.

Nakon definisanja svih funkcija koje prolaze prvi kriterijum provere, potrebno je obračunati diskriminacionu snagu istih i doneti odluku na osnovu rezultata o najinformativnijoj. Stabilnost skoring funkcije ispituje se na podacima koji nisu element razvojnog uzorka, odnosno na osnovu validacionog uzorka. Očekivan je blag pad diskriminacione snage modela (do 10%) primenom na validacionom uzorku (engl. *out of sample testing*), te se preko tog nivoa mora vršiti dalja optimizacija. Diskriminaciona snaga se može ispitivati i u drugom vremenskom periodu od razvojnog perioda, odnosno sa periodom predviđanja dužnim od onog korišćenog u razvoju modela (engl. *out of time testing*). Statistička značajnost se ispituje primenom statističkih testova o kojima će kasnije biti reči. U daljem tekstu date su informacije o osnovnim vrstama analize pokazatelja koji bi mogli biti uključeni u model skoringa, odnosno o univarijantnoj i multivarijantnoj analizi.

4.4.2.1. Univarijantna analiza

Svrha univarijantne analize je da se identifikuju karakteristike kreditnog boniteta koje imaju ekonomski značaj, odnosno diskriminacionu snagu i podatke koji su odgovarajući za multivarijantnu analizu, a u cilju razvoja skoring funkcije. Krajnji cilj ove aktivnosti je lista nezavisnih promenljivih za uključivanje u multivarijantnu analizu. Univarijantna analiza razmatra jedan po jedan pokazatelj, vršeći podelu u okviru uzoraka na obzervacije koje su izvršile i nisu izvršile obavezu i upoređujući njihove mere centralne tendencije i distribucije.

Ishodi vezani za promenljivu koja se ispituje se mogu označiti na sledeći način: x_1, x_2, \dots, x_N , isključujući oznaku vezanu za samu promenljivu. Određene vrednosti među N obzervacija se označavaju sa $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*$ ($k \leq N$). n_i pokazuje broj puta koliko se određena vrednost x_i^* javlja u bazi (apsolutna učestalost), a suma svih n_i jednaka je N , odnosno ukupnom broju obzervacija. Kako bi se olakšala interpretacija rezultata, distribucija frekvencije se obično

prikazuje u relativnim iskazima. Relativna frekvencija obzervacije x_i^* označava se sa p_i i definisana je odnosom između apsolutne frekvencije n_i i ukupnog broja obzervacija $p_i = n_i / N$, a suma svih p_i je jednaka jedinici.

Izbor pokazatelja kroz univarijantnu analizu umanjuje kompleksnost multivarijacione analize. Pokazatelji koji ulaze u proces analize zasnivaju se na finansijskim podacima koji pružaju informacije o finansijskoj situaciji dužnika, sa stanovišta relevantnih aspekata poslovanja. Pokazatelji koji se koriste za svaki aspekt poslovanja dužnika mogu se definisati u različitim varijantama iako daju informacije o istom aspektu poslovne situacije. Ovo podrazumeva mogućnost definisanja velikog broja pokazatelja sa sličnim karakteristikama, kako bi se našla najinformativnija varijanta. Mora da se obezbedi uslov da svi pokazatelji mogu da se izračunaju za sve obzervacije.

Za svaki pokazatelj, neophodno je postaviti radnu hipotezu koja objašnjava značaj indikatora u poslovnim terminima. Univarijantna analiza služi verifikaciji pretpostavljene hipoteze sa empirijskim vrednostima. Radna hipoteza može da se formuliše na dva načina. Prvi pristup koristi meru diskriminacione snage koja je već izračunata za svaki pokazatelj. Ukoliko je rezultujuća diskriminaciona snaga pozitivna, pokazatelj podržava empirijsku hipotezu da je vrednost pokazatelja veća kod dobrih nego kod loših dužnika.

U obrnutom slučaju znak diskriminacione snage bi bio negativan i ukazivao bi na povredu hipoteze i pokazatelj bi se isključio iz dalje analize. Pokazatelji treba da se koriste samo u slučajevima kada je empirijska vrednost pokazatelja u saglasnosti sa radnom hipotezom najmanje u razvojnom uzorku, ali po mogućstvu i u validacionom uzorku.

Imajući u vidu da postoji veliki broj mogućih finansijskih podataka i racio brojeva, mora se napraviti selekcija onih koji imaju najveću prediktivnu snagu, tj. predstavljaju kvalitetne pokazatelje kreditnog boniteta dužnika.

Prvi korak je da se definišu i obračunaju svi mogući pokazatelji iz raspoloživog seta podataka. Jedan deo pokazatelja će biti isključen još u prvoj fazi kao posledica nedovoljne ili neadekvatne raspoloživosti podacima. U cilju omogućavanja vršenja multivarijacione analize, moraju da se reše problemi nedostajućih vrednosti, kao što je ranije objašnjeno.

Pored toga, a što je takođe već navedeno, postoji potencijalna mogućnost i postojanja pokazatelja čiji rezultati nisu adekvatni u svakom slučaju. Primer takvog pokazatelja bilo bi stavljanje u odnos vrednosti koje mogu biti negativne i dobijanje pozitivnog konačnog ishoda koji evidentno ne ukazuje na povoljnu finansijsku situaciju, odnosno može da vodi pogrešnom zaključivanju (Neto gubitak/Poslovni gubitak). Jedno od rešenja je isključivanje svih pokazatelja koji mogu da imaju negativan imenilac iz dalje analize. Poželjno je klasifikovati sve moguće pokazatelje u određene grupe, a prema suštini segmenta finansijske situacije koji isti objašnjavaju: leveridž, pokrivenost zaduženosti, aktivnost, produktivnost, obrt, profitabilnost, veličina, rast. Svaki od pokazatelja može imati negativan ili pozitivan uticaj na moguće neizvršenje obaveza, te je isto potrebno evidentirati.

Inicijalna analiza karakteristika ima dva osnovna zadatka. Prvi je da se proceni snaga svakog pokazatelja zasebno, kao prediktora, što je poznato kao univarijantna analiza i koristi se za isključivanje slabih ili nelogičnih pokazatelja. Drugi zadatak je grupisanje najsnažnijih pokazatelja u kontinualne i diskretne pokazatelje, što olakšava rad sa nelogičnim vrednostima.

Osnovna pretpostavka modela je linearnost, te je neophodno ispitati da li ista može da se primeni na raspoložive podatke. Ukoliko se koristi *logit* model koji implicira linearni odnos između logaritma verovatnoće i ulaznih promenljivih: $Logodd = \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta' \cdot x_i$, pretpostavka linearnosti može da se lako testira podelom indikatora u grupe koje sadrže isti

broj obzervacija, računajući istorijsku DR respektivo empirijski logaritam verovatnoće u okviru svake grupe, i procenjujući linearnu regresiju logaritama verovatnoće na srednje vrednosti intervala pokazatelja.

Ukoliko se kod nekog od pokazatelja evidentira nelinearno i nemonotono ponašanje, usled pretpostavke linearnosti inherentne *logit* modelu, odnos između takvog racia i DR ne može da se obuhvati. Stoga je potrebno takav racio linearizovati pre uključivanje u regresiju. Ovo se može vršiti na više načina: 1. Tačke dobijene podelom ovakvog racia u grupe i stavljanjem u odnos kroz grafički prikaz istih prema respektivnom empirijskim logaritmima verovatnoće se prilagođavaju pomoću filtera, radi smanjivanja šuma (engl. *noise*). Zatim se originalna vrednost pokazatelja transformiše u logaritamsku vrednost prema prilagođenom odnosu, i u svakoj daljoj analizi transformisane logaritamske vrednosti zamenjuju originalni racio kao ulaznu promenljivu.

Test prikladnosti pretpostavke linearnosti predstavlja prvu proveru da li je univarijantna zavisnost između razmatrane promenjive i PD očekivana i ima karakter značajnosti u pogledu objašnjenja međuzavisnosti.

Obično je raspoloživ veliki broj pokazatelja, ali sa statističkog stanovišta nije preporučljivo uključivanje svih pokazatelja u regresiju. Neki pokazatelji će biti visoko korelisani, te će procenjeni koeficijenti biti značajno i sistematski pristrasni. Stoga preporučljivo je da se prethodno izvrši izbor pokazatelja na osnovu univarijantne analize i korelacije među istima. Da bi se to učinilo, raspoloživi set podataka, kao što je ranije objašnjeno, se mora podeliti na dva poduzorka, jedan za razvoj modela i jedan za validaciju istog. Ovom prilikom mora se obezbediti da obzervacije jedne kompanije pripadaju samo jednom segmentu uzorka i da je odnos kompanija koje nisu izvršila obaveze i onih koje su ih izvršile na istom nivou u oba segmenta uzorka.

Proces prethodne selekcije se svodi na sledeće: potrebno je prvo izvršiti univarijantnu logističku regresiju za sve potencijane pokazatelje kao ulazne podatke, čija vrednost za procenu neizvršenja obaveza se procenjuje putem izračunavanja mera koje opisuju značajnost ovog odnosa. Primer jedne takve mere je informaciona vrednost (IV - engl. *Information value*). Nakon toga vrši se analiza korelacija između parova pokazatelja kako bi se identifikovale subgrupe visoko korelisanih pokazatelja, gde se takvi (npr sa korelacijom iznad 50%) grupišu u jednu grupu. Na kraju iz svake korelacione grupe (obično grupa pokazatelja iste vrste rizika) bira se pokazatelj koji će biti uključen u multivarijacionu analizu, a prema dobijenim vrednostima korišćene mere značajnosti odnosa.

Korelacija između nezavisnih promenljivih može voditi problemima u stabilnosti modela prilikom procene koeficijenata scoring funkcije. Visoko korelisani pokazatelji ukazuju na slične informacije koje su sadržane u pokazateljima i mogu voditi problematičnom rezonovanju. Preporuka je uvek da se koriste nisko korelisani pokazatelji, kada je to moguće. Između dva korelisana pokazatelja potrebno je isključiti onaj sa nižom diskriminacionom snagom. Ne može se definisati nikakav poseban limit koji ukazuje na postojanje problematične korelacije. Odluka o tome se donosi na osnovu primenjenih statističkih alata i prirode podataka. Činjenica je da različiti statistički pokazatelji korelacije mogu davati različite rezultate.

$$\rho_{XY} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

gde je $COV(X, Y)$ kovarijansa dve nezavisne promenjive, a σ_X i σ_Y standardne devijacije istih. Za obračun korelacije može se koristiti navedena formula Pearsonove paramatarske korelacije i Spearmanove korelacije:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

gde je $d_i = x_i - y_i$, pri čemu su x_i i y_i rangovi nezavisnih promenljivih X_i i Y_i .

U cilju ispitivanja prihvatljivosti pojedinih pokazatelja neophodno je sprovesti analizu istih i to sa stanovišta monotonosti kretanja pokazatelja prema PD, postojanja ekstremnih vrednosti, kao i prediktivne sposobnosti pokazatelja kroz merenje njihove diskriminacione snage.

Analiza monotonosti i transformacija vrednosti pokazatelja

Radi testiranja pretpostavke linearnosti, potrebno je podeliti promenjive u grupe koje sadrže isti broj obzervacija i za svaku grupu izračunati logaritama. Procenjuje se linearna regresija logaritma verovatnoće na srednju vrednost intervala promenljivih. Ukoliko je ispunjena linearna pretpostavka, pokazatelj je adekvatan za dalju analizu. Ako međutim pokazatelj pokazuje da je funkcionalna zavisnost između logaritma i promenjive nelinearna, potrebno je obratiti pažnju na monotonost iste. Ukoliko je odnos monoton, nema potrebe za prilagođavanje ovih pokazatelja pošto će verovatno isti biti isključeni kroz sledeću fazu razvoja modela, odnosno univarijantnu analizu.

Ukoliko se međutim evidentira nemonotono ponašanje, najpoželjnije je isključivanje takvih pokazatelja iz dalje analize. Ovde se može javiti problem isključivanja pokazatelja koji mogu biti od značajne koristi u predikciji u modelu. Ekspertskim procenama može da se oceni da pojedini pokazatelji mogu da sadrže značajne informacije za kvalitet modela i predviđenje neizvršenja obaveza.

Ukoliko se javlja problem nemonotonog odnosa pokazatelja sa PD, potrebno je razmotriti mogućnost transformacije pokazatelja u PD. Transformacija se vrši podelom vrednosti pokazatelja u okviru grupe i obračunom prosečne vrednosti pokazatelja za svaki okvir kojem se pridružuje empirijska PD za odgovarajući okvir vrednosti pokazatelja.

Rezultat transformacije je dodeljivanje empirijskih verovatnoća iz uzorka, te se javlja problem subjektivnosti u određivanju okvira. Dakle pored izbacivanja pokazatelja, moguće je zadržavanje i takvih pokazatelja, ali je neophodno izvršiti linearizaciju istih pre logaritamske regresije. Ovo se može učiniti filterom za prilagođavanja (engl. *smoothing*), koji su npr predložili Hodrick i Prescott (1997).

Za razliku od pristupa isključenja pokazatelja, prihvatljivija opcija je upravljanje ovim ishodima, na osnovu logističke transformacije originalnog pokazatelja. Logistička funkcija bi predstavljala kontinuelnu funkciju, koja je ograničena okvirom između jedan i nula. Transformacija bi se izvršila na sledeći način: $y = \frac{1}{1 + e^{-(x-a)/b}}$, gde je a presek, a b nagib funkcije. Nagibom funkcije treba upravljati u smislu da se smanjenjem nagiba može umanjiti akumulacija na repovima distribucije.

Analiza ekstremnih vrednosti

U slučaju kada su neke vrednosti pokazatelja značajno različite od ostalih, iste mogu da imaju značajan uticaj na prihvatljivost pokazatelja za uključivanje u model. Ovakvi ishodi pokazatelja povećavaju standardnu devijaciju i pomeraju srednju vrednost. Potrebno je utvrditi koliko pokazatelja je pod uticajem ovakvi ishoda, koliko obzervacija će imati ovakve ishode i kakva je struktura tih obzervacija.

Ispitivanje ovakvih slučajeva se može vršiti na tri načina. Prvi način bi bio da se, ukoliko postoji saznanje kolika bi vrednost nekog pokazatelja koja bi bila normalna, analizom podataka može da se utvrdi koliko pokazatelja ima nenormalne ishode. Standardizacija ishoda, sa druge strane, podrazumeva oduzimanje od svake vrednosti srednje vrednosti

pokazatelja i podelu sa standardnom devijacijom. U standardizovanoj normalnoj distribuciji, evidentiraju se vrednosti koje su izvan ± 3.29 intervala za svaku Z vrednost pokazatelja. Nedostatak je što se procena da li se radi o nenormalnom ishodu nekog pokazatelja procenjuje na osnovu standardne devijacije i srednje vrednosti koje uključuju i datu nenormalnu vrednost. Treći model je korišćenje proizvoda interkvartalnog okvira i \pm gornje ili donje granice interkvartalnog okvira. Ovde se ne pravi razlika između dobrih i loših dužnika.

Merenje diskriminacione snage pokazatelja

Nakon potvrde osnovnih pretpostavki logističke regresije, sledeći korak je ispitivanje značaja pojedinih pokazatelja, a radi pronalaženja onih koje najbolje opisuju očekivanje u pogledu neizvršenja obaveza. Univarijantna analiza se vrši na razvojnom uzorku. Najpoželjniji pokazatelji se mogu birati npr. prema procenjenoj diskriminacionoj snazi svakog od pokazatelja. Diskriminaciona snaga pokazatelja se može ispitivati pomoću modela koji će se kasnije detaljnije obrađivati i služe i za potrebe validacije ukupnog modela. Radi se o više testova poput t -testa, F -testa, ROC i CAP krivama i merama koje proizilaze iz istih, odnosno AUROC i AR.

Prvi korak prilikom merenja diskriminacione snage je utvrđivanje da li polazi od pretpostavke da su varijanse u dve podgrupe jednake ili nisu. Merenje ovoga kao što je opisano se vrši ispitivanjem p vrednosti. Nakon što se utvrdi da li se polazi od pretpostavke da su varijanse jednake ili ne, postavlja se t test koji za nultu hipotezu ima stav da ne postoji razlika između srednjih vrednosti. Ukoliko je p vrednost t testa manja od npr. 5%, to ukazuje da se t statistika nalazi u delu neodbacivanja nulte hipoteze (razlike srednjih vrednosti grupa mogu da budu rezultat slučajnosti). Ukoliko je p vrednost veća od 5%, odnosno iskazuje statističku značajnost, sledi ispitivanje snage međusobnog uticaja, i to putem merenja korelacije na osnovu t statistike: $r = \sqrt{\frac{t^2}{t^2 - df}}$. Rezultat je korelacioni koeficijent koji se, ukoliko je viši od 50%, može smatrati snažnom vezom, a oko 30% prosečnim nivoom korelacije.

F statistika je dobar indikator diskriminacione snage pojedinog pokazatelja. F racio je jednak odnosu kvadrata srednjih vrednosti modela i kvadrata srednjih vrednosti reziduala (MS_m / MS_r). Kvadrati srednjih vrednosti su suma kvadrata podeljena sa stepenima slobode, pri čemu su stepeni slobode jednaki broju grupa minus jedan. Suma kvadrata (TSS_m) je suma kvadratnih razlika između srednje vrednosti svake od grupa (\bar{x}_k) i ukupne srednje vrednosti (\bar{x}_{ukupno}), pomnožen sa brojem obzervacija u svakoj grupi: $TSS_m = \sum n_k (\bar{x}_k - \bar{x}_{ukupno})^2$.

ESS_m meri varijansu koju objašnjava model (sistemska varijacija), gde se pod modelom podrazumeva samo podela na dobre i loše dužnike. Stepeni slobode su broj elemenata u grupi minus broj grupa. Rezidualna suma kvadrata (RSS_r) predstavlja sumu kvadratnih razlika između svakog podatka i grupne srednje vrednosti: $RSS_r = \sum (\bar{x}_{ik} - \bar{x}_k)^2$. ESS_r indicira varijansu vrednosti datog pokazatelja za svakog dužnika oko srednje vrednosti grupe

Što je viša vrednost F racia, sve više nominalna promenljiva koja se ispituje više objašnjava ukupnu varijaciju (svih obzervacija), tj. srednje vrednosti grupa objašnjavaju u velikom delu ukupnu varijansu, a varijanse pojedinačnih obzervacija oko srednjih vrednosti grupa su niske. Ovo znači da su srednje vrednosti grupa statistički značajno različite. F test može da se koristi za upoređivanje različitih potencijalnih pokazatelja samo ukoliko se testiranje vrši na istom uzorku.

U slučaju kategoričkih promenljivih moguće je ispitivati promenjivu pomoću mera asocijacije. U tom smislu može se primenjivati Pearsonov χ -kvadrat test, koji ispituje da li su dve kategoričke promenjive koje kreiraju tabeli zavisnosti zaista povezane. Ukoliko je χ -kvadrat

test p vrednost značajno iznad statistički značajnog nivoa (5%), ovo ukazuje da se radi o promenljivoj koja nema nasumičan uticaj na PD, odnosno podelu na dobre i loše. Test ne ukazuje koliko je ta veza jaka, već samo da li je verovatno da se mera desila slučajno.

Diskriminaciona snaga modela može da se meri primenom pristupa informacione vrednosti⁶⁶ (IV - engl. *Information value*) koji ukazuje na stepen razdvajanja dobrih i loših dužnika korišćenjem pojedinog pokazatelja. Informaciona vrednost se utvrđuje na sledeći način:

$$\sum_{i=1}^n (\text{Distribucija dobrih}_i - \text{Distribucija loših}_i) \times \ln\left(\frac{\text{Distribucija dobrih}_i}{\text{Distribucija loših}_i}\right)$$

Pokazatelj sa informacionom vrednošću preko 0.5 se mora ispitivati u pogledu preterano visoke snage predviđanja, odnosno mogu se ili držati van procesa modeliranja ili koristiti na kontrolisani način.

Snaga atributa se može procenjivati korišćenjem *WOE* mere prediktivne snage. *WOE* meri snagu pokazatelja ili grupe pokazatelja u razdvajanju dobrih i loših dužnika. To je mera razlike između proporcije dobrih i loših u svakom atributu (tj. šanse da dužnik sa određenim pokazateljem bude dobar ili loš dužnik). Bazira se na obračunu logaritma šansi:

$$\text{Ln}(\text{Distribucija dobrih}/\text{distribucija loših}) \times 100$$

koji meri šanse dobrog ishoda. Negativne vrednosti ukazuju da određeni pokazatelj izoluje veći broj loših od dobrih. Pritom, moguća je primena ove mere i na nivou grupisanih atributa u okviru posmatranog pokazatelja, kada analiza podrazumeva i praćenje okvira i trenda *WOE* za izabranu grupu atributa.

Izuzev nedostajućih podataka, ostala grupisanja pokazatelja moraju da imaju linearni odnos sa *WOE*, odnosno oni označavaju linearni i logičan odnos vrednosti datog pokazatelja i proporcije loših dužnika. Stoga, kao jedan od osnovnih elemenata procesa izbora pokazatelja potrebno je izvršiti operativna i poslovna razmatranja trendova mere *WOE*⁶⁷.

Pristup zasnovan na poslovnoj logici kod izbora pokazatelja je bolji, promarno iz razloga što logični odnosi osiguravaju smislenu konačno ponderisanje u modelu, a takođe i razumevanje i prihvatanje od strane konačnih korisnika. Poslovno iskustvo, doprinosi unapređenju modela od jednostavno statističkog. Grupisanjem pokazatelja na logičan način smanjuje se mogućnoast preteranog prilagođavanja modela raspoloživim podacima.

4.4.2.2. Multivarijantna analiza

Multivarijantna regresija predstavlja zajedničko ispitivanje za više od jedne promenjive. Multivarijantna analiza podrazumeva korišćenje regresije za dobijanje malog broja pokazatelja koji će činiti konačan model i utvrđivanje pondera značaja za date pokazatelje i funkcionalne forme modela. Kroz procenu statističke značajnosti svakog od pokazatelja ispituje da li se logistički model može poboljšati i smanjiti uključivanjem ili isključivanjem nekih od pokazatelja.

Multivarijantna regresija se najčešće sprovodi kroz jednu od jedan sledeća tri pristupa:

- Selekcija unapred;
- Selekcija unazad;
- *Stepwise*.

Selekcija unapred podrazumeva da se prvo vrši izbor najboljeg pokazatelja i onda dodaju dodatni pokazatelji radi kreiranja modela sa najboljih dva, tri itd. pokazatelja, sve dok nijedan preostali pokazatelj nema p vrednost ili nižu od nivoa značajnosti (npr. 0.5), ili univarijantni

⁶⁶ Detaljno opisano u poglavlju 5.8.6. ove disertacije

⁶⁷ Primer logičnog trenda kretanja pokazatelja dat je u grafikonu 26, a nelogičnog 9

χ -kvadrat iznad definisanog nivoa. Metod je efikasan, ali može biti slab kada se radi sa velikim brojem pokazatelja.

Selekcija unazad polazi od modela koji uključuje sve izabrane pokazatelje (nakon univarijantne analize) i isključuje pokazatelj jedan po jedan sve dok svi preostali pokazatelji ne budu sa nivoom značajnosti statistike koja se koristi za merenje adekvatnosti modela preko definisanog nivoa (npr. 10%).

Kombinacija dva navedena pristupa, odnosno *stepwise* regresija, podrazumeva uključivanje i isključivanje pokazatelja sve dok se ne dobije najbolja kombinacija pokazatelja na osnovu minimalne p vrednosti ili χ -kvadrat testa za uključivanje ili zadržavanje pokazatelja u modelu.

Regresija se ponavlja korišćenjem različitih kombinacija pokazatelja u različitim koracima i sa različitim nivoima značaja u iterativnom procesu kako bi se dobila najviša snaga modela. U okviru svake regresije, pokazatelji se ređaju od najslabije ka najjačem. Karakteristike koje su ušle u model u prethodnom koraku se uključuju u regresiju u svakom sledećem koraku. Neka su X i Y dve promenjive koje se ispituju za N statističkih jedinica, koje mogu da uzmu h vrednosti za X i k vrednosti za Y . Rezultat zajedničke klasifikacije promenljivih u tabelama zavisnosti može se sumirati parovima $\{(x_i^*, y_j^*), n_{xy}(x_i^*, y_j^*)\}$, gde je $n_{xy}(x_i^*, y_j^*)$ brojem statističkih jedinica među N posmatranih gde se posmatra par vrednosti x_i^* i y_j^* . Naziva se apsolutna zajednička frekvencija koja se odnosi na posmatrani par vrednosti. Često se označava sa n_{ij} . Pošto je $N = \sum_i \sum_j n_{xy}(x_i^*, y_j^*)$ jednak ukupnom broju observacija, relativne zajedničke frekvencije se mogu dobiti na sledeći način: $p_{xy}(x_i y_j) = \frac{n_{xy}(x_i^* y_j^*)}{N}$.

Često *stepwise* regresija nije dovoljna pa je potrebno sprovesti procenu ekonomske smislenosti modela, a u cilju garancije optimizacije modela. Finije podešavanje modela se vrši na osnovu ekspertskog mišljenja i poznavanja statistike i finansija. Dalje podešavanje multivarijacionog regresionog modela se odnosi na naprednu transformaciju pojedinačnih promenljivih. Primer bi bila nelinearna polinomialna transformacija. Svaka promenjiva se transformiše u PD primenom nelinearne regresije. Ova transformacija zahteva procenu regresione funkcije, koja zahvaljujući nelinearnosti može na zadovoljavajući način da proceni PD za intervale originalne promenjive. Jednom kada se originalna promenjiva podeli u intervale, obračunava se DR za svaki interval i povezuje sa srednjom vrednošću intervala, poznatom kao čvor. Interpolacija ovih čvorova, vrši se pomoću nelinearne funkcije.

Iako se pristupom stepenaste regresije često ne dobije najbolji mogući model, koji bi se dobio drugim kompleksnijim i zahtevnijim pristupima, poput npr. algoritma iscrpnog obračuna (engl. *Brute force*), a posebno kada je broj promenljivih veliki, njihova primena značajno utiče na vremensku i troškovnu uštedu, a rezultat su modeli koji mogu da ispune statističke zahteve i adekvatno vrše diskriminaciju. *Brute force* pristup izbora promenljivih bio bi da se izvrši regresija svake moguće kombinacije promenljivih. Ovakvim pristupom, ukoliko postoji n promenljivih, postojalo bi 2^n modela. Uključivanjem i njihovih međusobnih veza, značajno se povećava broj modela koji mogu da se dobiju. Ovo čini proces kreiranja modela često nepraktičnim i skupim, te je stepenasta regresija jednostavniji, a prihvatljiv, okvir za dobijanje adekvatnog modela.

Rezultati konačnog modela za procenu PD primenom multivariantne regresije prikazani su u tabeli 11. Promenjive koje su izabrane u prethodnom koraku se vezuju u jedan model koji mora da bude statistiki značajan sa malom korelacijom između promenljivih i intuitivan, odnosno znak pokazatelja mora da ima ekonomski smisao.

Izabrani model mora da ima najvišu vrednost mere koja se koristi za procenu prihvatljivosti modela (npr. Gini koeficijent, AUROC) i da zadovoljava statističke uslove. Zavisna

promenljiva Y_{it} je binarna diskretna promenljiva koja indicira da li je kompanija dospela ili nije u neizvršenje obaveza u godini t . Opšta prezentacija modela je: $Y_{it} = f(\beta_k, X_{it-1}^k) + \varepsilon_{it}$, gde X_{it-1}^k predstavlja vrednosti k promenjive za kompaniju i , jednu godinu pre procene zavisne promenjive. U cilju analize da li empirijski podaci podržavaju radnu hipotezu za indikatore koji se razmatraju za svaki od njih se mogu izračunati deskriptivne statističke mere za sve grupe dužnika: one koji su dospeli u status neizvršenja obaveza i one koji to nisu.

Konačna skoring funkcija bi trebala da ima najmanje 6 pokazatelja, kako bi se osigurala stabilna funkcija. Modeli sa malim brojem pokazatelja često ne mogu da podnesu test vremena, kako su osetljiva na male promene u profilu izloženosti riziku.

4.4.3. Uloga rejtinga u kalibraciji modela

Kalibracija modela podrazumeva dodeljivanje rejting klasa i PD kao izlazni podatak modela. Cilj kalibracije modela je dodeljivanje PD svakom mogućem konačnom skor, koji može predstavljati ocenu ili skor vrednost. Intervale je neophodno definisati na takav način da su razlike između odgovarajuće prosečne DR dovoljno velike, a u isto vreme odgovarajuće klase sadrže dovoljno veliki broj slučajeva (i dobrih i loših). U praksi potrebno je definisati veliki broj pragova rejtinga u cilju transformacije kontinuelnih skorova u intervale, koji predstavljaju rejting klase. Bazel II zahteva najmanje sedam klasa i jednu klasu za neizvršenje obaveza, ukoliko se teži kreiranju sistema koji bi se mogao koristiti za potrebe primene IRB sistema za utvrđivanje potrebnog kapitala za kreditni rizik. Moguće je izvršiti optimizaciju broja rejting klasa, putem primene klastering metodologije, poput K-Means algoritma (Calinski i Harabasz, 1974), a koja se u literaturi pominje kao najbolji izbor (Milligan i Cooper, 1985 i Fernandes, 2005).

4.4.3.1. Glavna skala i segregirane skale

Postoji mnogo načina za uspostavljanja pragova i vezanih za to intervala skoringa. Najjednostavniji od njih je utvrđivanje jednakih učestalosti dužnika za svaki interval skora. U ovom slučaju definisanje pragova intervala znači pronalaženje izabranih percentila distribucije (u zavisnosti od broja zahtevanih intervala). Potrebno je ispitati učestalost neizvršenja za svaki interval, odnosno klasu. Logika nalaže da bi rejting klase pokazivale rastuću stopu neizvršenja od najpovoljnije ka najlošijoj klasi. Cilj je da se verifikuje da li različite rejting klase dobijaju slučajno. Nulta hipoteza je da klase imaju istu DR (p vrednost je visoka). Segmentacija skorova korišćenjem pristupa jednakih percentila je objektivna i osigurava da svaka rejting klasa ima dovoljno obzervacija. Ima ipak dva ograničenja. Prva je da klase ne mogu da imaju monotone DR. U ovom slučaju, ponekad se subjektivna korekcija pragova neophodna kako bi se obezbedila objektivnost ili spajanje pojedinih intervala. Zahtev je da ne postoji situacija u kojoj su nekoliko klasa prepune obzervacija, a pojedine su bez dovoljnog broja obzervacija. Drugo ograničenje je da utvrđene PD na osnovu ovakvog pristupa daje podatke koji nisu uporedivi sa dugoročnim DR koje koriste i objavljuju rejtinga agencije. Takođe, postoje i različiti modeli rangiranja za različite tržišne segmente u bankama. Ovo je razlog zašto banke koriste jednu glavnu (master skalu) koja predstavlja uniformnu referencu za različite sisteme rangiranja u banci i pojedinačne segmente izloženosti banke, kao i povezivanje sa eksternim rangiranjem. Prednost ovakvog pristupa je u uporedivosti rezultata rejtinga kroz banku. Kako je svaki segment karakterišu druge karakteristike, u vezi sa PD, potrebno je odvojena kalibracija za svaki rejting model. U kalibraciji se okviri skoringa koji definišu određeni rejting segmenta izloženosti dodeljuju rejting klasi glavne skale. Svaka rejting klasa glavne skale predstavlja ciljnu DR za klase različitih internih sistema. U ovom slučaju kalibracija modela podrazumeva identifikacija pragova koji minimiziraju odstupanje između empirijskih DR i ciljne DR na glavnoj skali.

4.4.3.2. Uspostavljanje perioda predviđanja rejtinga

Svi rejtinzi moraju da poštuju unapred definisani pristup rangiranja u cilju obezbeđivanje kvaliteta i objektivnosti. Izbor rejting pristupa značajno utiče na matrice migracije. Bazel II stanadardi zahtevaju da se banka opredeli koju će rejting filozofiju da koristi u okviru svojih internih sistema rangiranja. Rejting filozofija diktira kako će se rejting sistemi ponašati u odnosu na kreditne cikluse. U praksi se javljaju dva osnovna pristupa (filozofije) procene: pristup posmatranje u jednom trenutku u vremenu (engl. *Point in time* – PIT) i pristup posmatranja kroz cikluse (engl. *Through the cycle* - TTC).

U kontekstu Bazela II, rejting sistem banke treba da meri PD dužnika tokom određenog vremenskog perioda. U praksi ciljevi rejting sistema se razlikuju vezano posebno u zavisnosti od vremenskog perioda predviđanja i uslovnosti PD od poslovnog (kreditnog) ciklusa (tabela 3).

Tabela 3: Poređenje PIT i TTC rejting sistema

Pitanje	PIT	TTC
Šta meri rejting sistem?	Bezuslovna PD	PD uslovna od stanja kreditnog ciklusa. PD procena može biti ili uslovna u odnosu na najnepovoljniji slučaj (scenario dna ciklusa) ili od scenarija proseka ciklusa.
Stabilnost rejtinga dužnika tokom ciklusa	Prociklična: Rejting se poboljšava tokom ekspanzije, a opada tokom recesije.	Stabilan: Rejtinzi teže da budu bez uticaja od promena i kreditnom ciklusu.
Stabilnost bezuslovnih PD rejtinga	Stabilan: Bezuslovni PD rejtinga se ne menja. Viši PD tokom recesije se iskazuje migracijom u niže rejtinge i obrnuto.	Prociklično: PD se poboljšava tokom ekspanzije a opada tokom recesije.

Pod PIT filozofijom, očekuje se da se dodeljene PD dužnika menjaju sa kretanjem kroz kreditni ciklus, odnosno da se kreću na gore ili na dole tokom recesije, odnosno ekspanzije. TTC, dakle, treba da obezbedi isti stepen boniteta kompanije koja se procenjuje nezavisno od trenutka u poslovnom ciklusu u kojem se trenutno nalazi. Dodeljna PD kod PIT pristupa je osetljiva na rizik i odslikava najbolju procenu PD tokom sledeće godine. Nasuprot tome, prema filozofiji posmatranja kroz cikluse, dodeljeni PD ne odslikavaju najbolje procene PD tokom jedne godine, već predstavljaju prosečne jednogodišnje verovatnoće neizvršenja tokom kreditnog ciklusa. PIT rejtinzi vrše ocenu dužnika na osnovu svih raspoloživih aktuelnih informacija. PD prema PIT pristupu treba da ostane ista u svakom trenutku, dok PD za TTC rejtinge podrazumeva promenu rejting klasa tokom vremena.

PIT sistemi se obično koriste kod banaka koje koriste kvantitativne scoring sisteme, npr. zasnovane na diskriminacionoj analizi i logističkim modelima. TTC sistemi se koriste obično za velike kompanije, čija procena zahteva kvalitativni pristup, dok se za SME kompanije obično koriste scoring modeli, a procesom mapiranja vezuju za glavnu skalu rejtinga banke.

Volatilitet PIT rejtinga je mnogo veći od volatiliteta TTC rejtinga. Bankari obično imaju PIT perspektivu posmatranja kreditnog boniteta dužnika u okviru vremenskog periodu od jedan do sedam godina (BCBS, 2004). U tipičnom rejting sistemu, dužnicima se dodeljuju različiti rejtinzi, koji se mapiraju na odgovarajuće PD primenom glavne skale, a postoji nekoliko pristupa postizanja senzitivnosti na rizik. Prvi pristup bi bio zadržavanje nepromenjenog mapiranja rejtinga prema PD, a vršiti pogoršanje ili poboljšanje rejtinga svih dužnika tokom recesije, odnosno ekspanzije, tako da će dužnicima biti dodeljen novi PD vezan za novododeljene rejtinge rizika. Druga mogućnost bi bila da se ne vrši pogoršanje ili poboljšanje rejtinga, već se dužnicima dodeljuje niži ili viši PD, u periodima recesije ili ekspanzije. Pored navedenih pristupa, kao treća opcija, moguća je i kombinacija istih.

Potrebno je praviti razliku između PD koji se dodeljuju rejtinzima i PD koji se dodeljuju dužnicima. PD koji se dodeljuje rejtinzima su bezuslovni dugoročni PD, dok PD koji se dodeljuju dužnicima mogu da budu PIT, TTC ili hibridni. Filozofija rangiranja se odnosi na rejtinge dužnika.

Prema Kantor i Mann (2003), TTC pristup ima za cilj da se izbegne preterane promene rejtinga, zadržavajući blagovremenost ocene na prihvatljivom nivou. Rejting agencije ukazuju da bi rejtinzi trebali da se fokusiraju na duži period, a ne samo slika u trenutku u vremenu.

TTC filozofija podrazumeva nemogućnost smanjenja rejtinga kao posledice recesije u ekonomiji, odnosno sistemskih razloga, već isključivo onih vezanih za samu kompaniju. Matrice migracije (tranzicione matrice) prema TTC rejtingu imaju veliku verovatnoću grupisanja na dijagonalama zbog stabilnosti rejtinga tokom vremena. U tranzicionim matricama na osnovu PIT pristupa verovatnoća je distribuirana dalje od dijagonale tokom vremena.

Standard za opis tranzicione matrice je tzv. pomeranje rejtinga (engl. *rating drift*). Da bi se bolje opisale razlike između dve matrice potrebno je uvesti dva veličine, rejting pravac i brzinu rejtinga. Pomoću ove dve veličine, a ne samo pomeranja rejtinga, mogu se bolje opisati matrice PIT migracije. Pravac rejtinga se može definisati kao razlika između porasta i smanjenja rejtinga. Brzina rejtinga označava veličinu migracije, odnosno migracije preko nekoliko klasa će dati veće brzine od migracija u klase koje su blizu. Obe veličine su nezavisne od broja rejting klasa, pa se mogu porediti matrice različite veličine.

$$pravac = \frac{\sum_{i=1}^{K-1} (\sum_{j<i} p_{ij} - \sum_{j>i} p_{ij})}{K-1} \in [-1,1] \quad brzina = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K |i-j| p_{ij}}{(K-1)^2} \in [0,1]$$

PIT matrice menjaju i pravac i brzinu često ukoliko dođe do ekonomske tranzicije. TTC migracione matrice imaju samo male promene u brzini, a samo povremene promene pravca iz smanjenja u poboljšanje rejtinga.

U PIT filozofiji rangiranja, posmatrana godišnja stopa neizvršenja će biti prilično blizu PD dodeljenom rejtingu u svakom trenutku. Ovo je iz razloga što bi u slučaju PIT filozofije svi dužnici već bili prebačeni u rizičniju rejting klasu te bi prosečan PD dužnika u određenom rejtingu, bio blizu PD dodeljenom određenom rejtingu rizika. Pod TTC filozofijom, reklasifikacija će se vršiti u redovnim periodima rezultirajući u situaciji da jednogodišnji PD ne moraju da odgovaraju dodeljenom PD.

Kao i u slučaju rejting filozofije, LGD filozofija definiše očekivano ponašanje LGD tokom ciklusa. Pod PIT sistemom, LGD je ciklična mera koja opisuje očekivani LGD tokom sledećih 12 meseci. Nasuprot tome, pod TTC filozofijom, LGD je aciklična i definiše se kao prosečna LGD za ciklus za koji je relativno konstantna. Bazel II zahteva LGD za najnepovoljniju situaciju u jednom ciklusu procenjenu tokom dovoljno dugog perioda, tokom kojeg su posmatrane visoke stope neizvršenja. Bazel II dakle pretpostavlja korišćenje metodologije koja je slična TTC filozofiji, kako bi se izbegla cikličnost u kretanju procenjenog kapitala. Najveći broj banaka usvaja acikličnu LGD filozofiju, odnosno promene LGD mogu biti rezultat samo promenama u karakteristikama kolaterala, a ne previđanja kretanja LGD tokom sledeće godine u okviru kreditnog ciklusa.

U skladu sa navedenim za LGD, banka najčešće koristi i aciklične filozofije u proceni EAD. Kao u slučaju zahteva za postojanje LGD u najnepovoljnijem trenutku ciklusa, isto se traži i u slučaju EAD. Ovo je potrebno iz razloga što u funkciji obračuna pondera rizika za utvrđivanje zahteva za kapitalom nije obuhvaćena korelacija između PD i EAD, koja evidentno postoji.

4.4.3.3. Formiranje tranzicionih matrica

BCBS je prvi put prepoznala važnost tranzicionih matrica 1999. godine u radu o modeliranju kreditnog rizika. Metodologije modeliranja kreditnog rizika koriste tranzicione matrice kreditnog rejtinga za potrebe merenja rizika i vrednovanja plasmana. One su zasnovane na hipotezi da je pomeranje u kreditnom rejtingu plasmana u portfoliju tokom vremena indikativno za buduće performanse portfolija i da je kreditni rejting u sadašnjem trenutku dovoljan za predviđanje budućeg kreditnog rejtinga dok su istorijski kreditni rejtingi irelevantni.

Tranzicione matrice pružaju frekvenciju migracije između bilo kojeg para rejting klasa, za promenljivi vremenski period. Vrednost negativne migracije (pomeranje prema rizičnijem rejtingu) proizilazi iz većih marži između rizične i nerizične kamatne stope, uključenih u tržišne stope za diskontovanje budućih tokova kada se vrši usaglašavanje sa tržištem.

Sa protokom vremena rizik ili raste ili opada. Ove promene mogu se predstaviti tranzicionim verovatnoćama (verovatnoćama migracije) između klasa rizika. U okviru definisanog perioda vremena, tranzicione frekvencije između klasa rizika predstavljaju broj prelazaka podeljen sa brojem firmi koje su originalno postojale u svakoj klasi rizika.

Iz razloga, što se više frekvencije prelaska dešavaju najčešće u bližim klasama rejtinga, postoji koncentracija duž dijagonale matrice. Svaki od redova i kolona predstavlja jednu rejting klasu, a poslednja predstavlja stanje neizvršenja obaveza. Svaka od ćelija ukrštenih redova i kolona predstavlja verovatnoću prelaska iz jedne navedene klase u drugu. Sve verovatnoće daju u zbiru 1 preko svakog reda. Ukupna verovatnoća prelaska u neko stanje data je sumom verovatnoća po kolonama. Rejting agencije obično objavljuju matrice prelazaka na jedno-, dvo- i petogodišnjoj bazi. Ukoliko verovatnoće tranzicije ostanu stabilne može se jednostavno koristiti jedna ista jednogodišnja matrica i druge, treće i svake druge godine, međutim petogodišnja matrica nije samo proizvod matrica jedne godine pošto tranzicione verovatnoće i PD nisu proporcionalne sa vremenom.

Polazna tačka uobičajenog pristupa predviđanja budućih kreditnih rejtinga je pretpostavka da je pomeranje kreditnih rejtinga vremenski homogen Markovljev proces. Ono može da se smatra takvim ukoliko je sadašnji kreditni rejting sve što je potrebno za predviđanje budućeg kreditnog rejtinga. Pretpostavka vremenske homogenosti podrazumeva da se tranzicione verovatnoće ne menjaju sa vremenom i da su konstantne kroz čitav period koji se posmatra. Osobina vremenske homogenosti implicira da, ukoliko je P tranziciona matrica za jednu godinu, onda je P^2 tranziciona matrica za dve godine.

Ukoliko se pretpostavi da je S okvir konačnih stanja: $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N, D\}$ ⁵ i da je proces kreditnog rangiranja Markovljev proces, onda će, ukoliko se p_{ij} definiše kao verovatnoća da će proces rangiranja, koji je u stanju S_i u trenutku t , ostati u stanju S_j u trenutku $t + 1$, p_{ij} da zavisi isključivo od sadašnjeg stanja procesa. Ovo znači da je put koji proces prati do trenutka $t + 1$ irelevantan u definisanju verovatnoće migracije u trenutku t . Uzimajući polje stanja S , matrica može da se definiše na sledeći način:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1N} & p_{1D} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2N} & p_{2D} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NN} & p_{ND} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gde p_{ij} predstavlja verovatnoću prelaska iz stanja i u stanje j .

Imajući u vidu realnost, tranzicione matrice ipak, moraju da budu uslovne od određenih faktora kao što su makroekonomski uslovi, delatnost, geografska lokacija.⁶⁸ Može da se očekuje da su vrednosti β_{ij} pozitivne za sva stanja S_j koja su rizičnija od stanja S_i , pošto bi se verovatnoća pomeranja u lošiji rejting povećala sa rizičnijim uslovima u ekonomiji. Isto tako za vreme prosperiteta u ekonomiji distribucija kreditnog rejtinga teži pomeranju ka boljim rejting kategorijama.

Formiranje tranzicionih matrica (tabela 4) predstavlja proces koji se može opisati kroz sledeće aktivnosti:

1. utvrđivanje vektora stanja S ;
2. određivanje veličine tranzicionog koraka;
3. prikupljanje podataka o kreditnim rejtingima;
4. formiranje tranzicione matrice;
5. određivanje faktora rizika;
6. regresija tranzicione matrice po vektoru $r(t)$.

Svaki kreditni rejting može da odgovara određenom stanju u vektoru S . Veličina tranzicionog koraka (npr. 1 godina) će zavistiti, ne samo od ciljeva banke nego i od raspoloživosti makroekonomskih statističkih podataka. Prikupljanje podataka o kreditnom rejtingu dužnika se vrši iz razumljivog vremenskog perioda. Poželjno je da se razmatra pun ekonomski ciklus. Prema odredbama Bazela II dužina istorijskog perioda iz kojeg se koriste podaci mora da bude najmanje pet godina. Ukoliko banka raspolaže sa dužim periodom i dati podaci su relevantni, potrebno je da koristi taj duži period. Banka ne mora da priključi isti značaj istorijskim podacima ukoliko može da ubedi regulatora da su skoriji podaci bolji za predviđanje PD dužnika.

Tranziciona matrica za odabrani period se može konstruisati kada se izloženosti klasifikuju u definisana stanja u S . Za tu namenu je potrebno razmotriti sve izloženosti i rejtinge na početku perioda i godinu dana kasnije. Ukoliko se sa $N(t)_i$ obeleži broj izloženosti u stanju i u trenutku t , a sa $N(t+k)_{ij}$ broj izloženosti koji su bile u stanju i u trenutku t , a u stanju j su u trenutku $t+k$ može da se napiše: $P(t)_{ij} = \frac{N(t+k)_{ij}}{N(t)_i - N(t+k)_{iNR}}$, gde je NR oznaka za nerangirane izloženosti. Važno je da se naglasi da se neizvršene obaveze u trenutku t moraju, i dalje, smatrati neizvršenim u trenutku $t+k$, s obzirom da je stanje neizvršenja obaveza apsorpciono stanje.

Ukoliko model predviđa uključivanje i makroekonomskih faktora, potrebno je da se definiše makroekonomski faktor rizika $r(t)$ koji će uzimati veće vrednosti ukoliko se rizik poveća (npr. Bruto domaći proizvod).

Tabela 4: Primer tranzicione matrice

Inicijalni rejting	Rejting na kraju godine (%)							Neizvr. obav.
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	
AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0	0	0
AA	0.70	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0
A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06
BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18
BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1.00	1.06
B	0	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.20
CCC	0.22	0	0.22	1.30	2.38	11.24	64.86	19.79

Izvor: Standard & Poor's

⁶⁸ Pristup uključen u CreditPortfolioView (McKinsey & Company)

5. METODI VALIDACIJE MODELA KREDITNOG RIZIKA

Banke imaju potrebu za metodologijom validacije kako bi imali potvrdu primene adekvatnih modela za potrebe obračuna kapitala i upravljanja rizicima. Iako banke pridaju veliki značaj procesu validacije, opšte prihvaćena metodologija i jedinstven proces ne postoje. Termin validacija označava celokupan proces procene internih modela kreditnog rizika, od validacije diskriminacione sposobnosti sistema rangiranja, do validacije celokupnog procesa identifikovanja, merenja i upravljanja rizicima. Ovo podrazumeva verifikaciju minimalnih standarda za primenu IRB pristupa

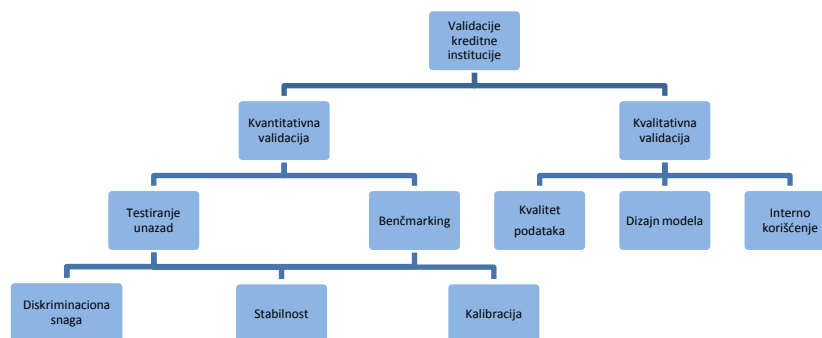
Za potrebe validacije koriste se kvantitativne i kvalitativne metode. U analizi procena parametara modela razlikuju se pristupi testiranja unazad (engl. *backtesting*) koje koristi statističke metode za procenu parametara rizika i poređenja (engl. *benchmarking*). Osnovni kriterijumi za kvantitativnu validaciju sistema rangiranja i na njima izgrađenih modela kreditnog rizika su diskriminaciona snaga, stabilnost i kalibracija.

Kroz ovaj segment disertacije razvija se jedan od osnovnih ciljeva iste kompletnim pregledom pristupa validacije modela kreditnog rizika primenom specifičnih mera diskriminacione snage. Posebno se analiziraju pristupi ROC i CAP kao najzastupljeniji u praksi validacije, kao i njihova međusobna veza. Ukazano je na detalje i specifičnosti ovih pristupa, kao i ograničenja primene. Pored navedenih, date su osnovne napomene o drugim pristupima, a analizirano je i merenje preciznosti kroz *benčmarking* jedna od mogućnosti u uslovima nepouzdanosti rezultata internog modela.

5.1. Kvalitativna i kvantitativna validacija

Bazelska komisija za nadzor nad bankama potencira validaciju kao jedno od najvećih izazova razvoja kvantitativnih modela kreditnog rizika. Validacija obuhvata dva osnovna segmenta: kvalitativnu i kvantitativnu validaciju.

Grafikon 1: Osnovni aspekti validacije



Izvor: Deutsche Bundesbank

Kvalitativna validacija osigurava ispravnu primenu kvantitativnih metoda i korišćenje rejtinga. Kvantitativna validacija obuhvata sve validacione procedure rangiranja u kojima se statistički indikatori obračunavaju i interpretiraju na osnovu empirijskog seta podataka. Radi se o komplemetarnim segmentima. Osnovni kriterijumi kvantitativne validacije rejting sistema su njegova diskriminaciona snaga, stabilnost i kalibracija. Validacija rejting sistema je primarno validacija parametara rizika koji nastaju iz rejting procene. Statistički zasnovana validacija primenjuje se kada se koristi sistem rangiranja zasnovan na modelima, a ukoliko se kao osnova rangiranja koristi *benčmarking*, ne vrši se statistička validacija.

Kvalitativna validacija obuhvata osnovna pitanja u pogledu dizajna rejting sistema, kvaliteta podataka i dokaza internog korišćenja (engl. *use test*). Dizajn rejting sistema tiče se ispravnog izbora arhitekture modela u smislu tržišnog segmenta za koji će se model koristiti. Neophodno je osigurati transparentnost pretpostavki koje predstavljaju osnovu za dizajn rejting modela.

Potrebno je ispitati i konzistentnost procesa razvoja modela i metodologija, adekvatnost kalibraciju ishoda modela, ispravnost dokumentovanosti celokupnog procesa, psotojanje analitičkog opisa procesa rangiranja, kao i robustnih procedura za validaciju i redovnu reviziju modela.

Osnovni zahtevi koji se moraju ispitati kroz kvalitativnu validaciju su: pribavljanje PD, obuhvatnost, objektivnost, prihvatljivost, konzistentnost.

PD su osnovni ishod svakog rejting modela. Kako su rejting modeli zasnovani na statističkim obračunima i velikom broju podataka, kalibracija rezultata prema empirijskim podacima omogućava dobijanje kvalitetnih PD. Potrebno je i validiranje kalibracije, kako bi se dobijene PD bile u skladu sa empirijskim ishodima.

Kako bi se osigurala kompletnost, banka mora da uzme u obzir sve raspoložive informacije kada dodeljuje rejtinge dužnicima ili transakcijama (BCBS, 2004, paragraf 417). Potrebno je da se koristi što širi obim podataka koji ukazuju npr. na kreditnu sposobnost dužnika, kako bi se ispitalo da li neki od njih ima veliki značaj za procenu rizika neizvršenja.

Dobar rejting sistem koristi procedure koje utvrđuju faktore kreditne sposobnosti jasno i precizno bez ostavljanja mesta za interpretacije. Potrebno je da sistem rangiranja postigne što veću diskriminacionu snagu, dodeljujući rejtinge što objektivnije, a minimizirajući pristrasnost.

Rejting sistem moraju da prihvate svi interni korisnici i postavka istog ne sme da značajno odstupa od stavova i očekivanja analitičara koji bi trebali da ga primenjuju. Proces validacije, dakle, mora da potvrdi da se rejting modeli dobro razumeju i da se koriste.

Konzistentnost rejting sistema zahteva da model bude koherentan i odgovarajući za dužnike za koje se koristi. U razvoju modela se mogu javiti indikatori koji kontradiciiraju ekonomskoj teoriji ili logici, te iste treba isključiti. Potrebno je postojanje dovoljnog nivoa ljudskog uticaja i supervizije kako bi se osiguralo da sve relavantne i materijalno značajne informacije, uključujući i one koji se nalaze van podataka koje koristi model, budu uključene u ocenu rejtinga. Za takvo uključivanje ljudskog faktora potrebno je postojanje detaljnih uputstava u banci.

Validacija mora da bude kontinualna i mora postojati adekvatna dokumentacija koja podržava taj proces. Banka mora da ima redovan ciklus validacije modela koji obuhvata monitoring performansi modela i stabilnosti, reviziju odnosa u modelu, i testiranje rezultata modela. U statističkim modelima poseban naglasak je na dokumentovanju statističkih osnova modela.

Osnovna pretpostavka u statističkim modelima je kvalitet podataka, zbog čega je potrebno razmotriti kompletnost podataka, veličinu raspoloživih podataka, reprezentativnost uzorka koji se koristi za razvoj i validaciju, konzistentnost i integritet izvora podataka, kao i adekvatnost procedura koje se koriste za kvalitet podataka.

Poseban značaj imaju pouzdanost i kompletnost podataka o dužnicima koji su dospeli u status neizvršenja obaveza, pošto su oni osnova i ograničenje razvoja i validacije modela. Potrebno je obezbediti konzistentnost definicije neizvršenja obaveza koja se koristi prilikom prikupljanja podataka. Veoma je bitna veličina uzorka, kao i njegova homogenost. Neophodno je da se generiše iz jedinstvene populacije, korišćenjem istih metodologija i

procedura. Poželjno bi bilo da podaci potiču iz vremenskog perioda koji obuhvata celokupan ekonomski ciklus, kako procene ne bi bile zavisne od promene istog. Proces validacije mora da se bavi i tretmanom podataka u smislu nalaženja ekstremnih i nelogičnih vrednosti, nedostajućih podataka, lošeg nivoa reprezentativnosti podataka i sl. Uzorci koji se koriste za razvoj modela treba da imaju poželjne tehničke karakteristike (nisku heteroskedastičnost, bez nenormalnih vrednosti, i sl.).

Korišćenje samog modela je jedan od osnovnih elemenata kvalitativne validacije, odnosno ista treba da potvrdi da se rejtinzi koriste u donošenju npr. kreditnih odluka, utvrđivanju cena plasmana, utvrđivanju sistema limita i sl, odnosno da banka bazira važne poslovne politike na proceni rizika kroz interne sisteme rangiranja. Ovo znači da model ne može da postoji samo kao formalan obračun za potrebe kalkulacije kapitalnog zahteva, već mora da u potpunosti bude integrisan u procese odlučivanja u banci.

Kvantitativna validacija obuhvata sledeća četiri najvažnija aspekta:

- reprezentativnost koju uzorak ima u odnosu na referentnu populaciju u trenutku procena i naknadno;
- diskriminaciona snaga: preciznost dodeljivanja rejtinga u smislu sposobnosti modela da rangira dužnika prema nivou rizika;
- dinamičke karakteristike: stabilnost rejting sistema i karakteristika tranzicione matrice;
- kalibracija: prediktivna snaga u pogledu PD.

Vežano za kvalitet podataka, osnovni rizik koji se javlja je postojanje portfolija sa veoma malim brojem neizvršenja obaveza (engl. *Low default portfolio* - LDP). Postoji set principa koji se moraju imati u vidu kada se radi o kvalitetu podataka. Ne može se vršiti isključivanje izloženosti iz primene rejting modela, samo zato što postoji mali broj podataka za validaciju parametara rizika na statističkim osnovama. U ovom slučaju mora da se odredi određeni nivo (margina) konzervativnosti u pogledu procene parametara rizika. Validacija mora da ima u vidu ograničenja tehnika koje se koriste u procesu procena.

U slučajevima kada se ne postiže minimalna veličina uzorka, a iz razloga razvoja modela za npr. segmente koji nemaju istorijski veliki broj neizvršenja obaveza. U takvim slučajevima prihvatljiva je npr. primena tzv. *bootstrap* procedura. Zadržavajući uvek isti (mali) broj dužnika u statusu neizvršenja obaveza i njihovim spajanjem sa istim brojem aktivnih dužnika (bez ponavljanja istih) može se kreirati veliki broj uzoraka i ispitati njihove statističke karakteristike. Ukoliko se evidentira određena konvergencija, npr. u pogledu korišćenja pojedinih promenljivih, može se pretpostaviti da je rešenje stabilno i dovoljno održivo.

Validacija kalibracije, označava analizu razlika između predviđenih PD i ostvarenih DR.

Pored nevedenoga, kvantitativna validacija obuhvata i sledeće: testiranje unazad, benčmarking i stres testiranje. Testiranje unazad predstavlja upoređivanje predviđenih rezultata kroz statističke analize (PD) sa ostvarenih rezultatima (DR). Kada realizovani rezultati značajno (neophodno definisati nivo značajnosti) odstupaju od predviđanja potrebno je analizirati razloge odstupanja. Benčmarking je upoređivanje rezultata rejting modela sa izabranim drugim eksternim modelima i nivo njihovog odstupanja. Ukoliko se dese takve značajne devijacije, neophodno je ispitati nastanak i razloge istih. Moguće je, ali oprezno, upoređivanje sintetičkih mera testova za više modela. Pored ovoga potrebno je ispitati i ponašanja modela kada se pojedine promenjive definišu kao značajno više ili niže, odnosno primena stresnih okolnosti, kako bi se utvrdila robustnost modela.

5.2. **Konstrukcija uzorka za kvantitativnu validaciju**

Pre nego što se pristupi validaciji modela, neophodno je ispitati da li je definisan adekvatan uzorak. Ovo je bitno iz razloga što, s obzirom da se statistički alati koriste za razvoj i validaciju modela, neophodan je dovoljno veliki i reprezentativan uzorak koji će služiti za validaciju modela. Ocena uzorka je neophodna, ne samo za potrebe validacije, već je neophodno da se oceni i razvojni uzorak kako se ne može očekivati da će model kvalitetne rezultata da pruži na validacionom uzorku, ukoliko je razvijen na neadekvatnom uzorku. Ovo predstavlja tzv. validaciju unutar uzorka (engl. *in-sample*). Proces validacije unutar uzorka obuhvata sledeće:

- kalkulaciju testnih mera radi obezbeđivanja snage objašnjavanja relevantnih promenljivih (faktori rizika). Ovo čini model efikasnijim, stabilnijim i uz manje očekivanje preterane prilagođenosti modela uzorku;
- procenu parametara stabilnosti (Harrell, 2001, Medema, Konig i Lensink, 2007) i
- izbor potencijalnog modela kroz sukcesivno upoređivanje testnih statističkih mera pojedinačnih rezultujućih modelima.

Model mora da se validira na nezavisnom uzorku, kako bi se potvrdila njegova stabilnost. Skoring model se razvija na razvojnom uzorku koji odlikava klasu dužnika koji će biti predmet skoringa u narednom periodu. Iako se tehnikama izbora uzorka za razvoj modela pokušava obezbediti prisustvo karakteristika populacije u uzorku, sam uzorak imaće određene osobine koje su odlika isključito datog uzorka. Takve karakteristike koje su vezane za razvojni uzorak mogu doprineti pristrasnosti modela ukoliko je njihov uticaj visok. Validacioni uzorci, dakle mogu da budu kreirani iz iste populacije, ali da ne dolazi do postojanja istih obzervacija u oba uzorka, kako bi se osigurala snaga i stabilnost modela.

Validacioni uzorak bi trebao da sadrži 10-50 dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza, kako bi se omogućila primena statističkih procedura testiranja modela. Problem nedostatka podataka neophodno je rešavati, s obzirom da isti može sa ugrozi kvalitet rezultata, kako prilikom razvoja modela, tako i prilikom validacije istog. Najčešće korišćena tehnika je tzv. *bootstrapping*⁶⁹.

5.2.1. **Problem nedostatka podataka**

Kreiranje adekvatnog uzorka za sprovođenje kvalitetnog procesa razvoja i validaciju modela može da bude ograničeno veličinom raspoložive populacije iz koje se uzorak kreira. Ovo podrazumeva korišćenje alternativnih pristupa razvoja i validacije modela, odnosno *benčmarking* (SRA – engl. *Shadow rating models*). SRA modeli podrazumevaju korišćenje eksternih rejtinga za obračun PD, a što primarno zahteva kalibraciju rejtinga eksternih agencija kako bi se istima dodelio PD. Prilikom kreiranja uzorka za procenu PD kod SRA modela neophodno je razmotriti aspekte kao što su: period koji se obuhvata (radi obezbeđenja reprezentativnosti), postojanje grupa dužnika koje je neophodno isključiti, vrsta analize koja se vrši (univarijantna / multivarijantna), uključivanje pored eksterno rangiranih i interno rangirane dužnike, razdvajanje razvojnog i validacionog uzorka. Ukoliko se kvantitativni model razvija na eksternim podacima, interni podaci predstavljaju adekvatan validacioni uzorak. Za validaciju kompletnog modela neophodno je razmotriti konstrukciju dva potpuno

⁶⁹ *Bootstrapping* može imati sledeće oblike:

- Ponovno uzorkovanje (engl. *resampling*): odabir slučajnog seta podataka iz raspoložive populacije sa zamenjivanjem elemenata i obračunom mera (npr. srednja vrednost) na osnovu velikog broja ponavljanja.
- Parametarski *bootstrapping*: pretpostavka da distribucija novih dužnika odgovara određenoj teorijskoj distribuciji (dužnika koji su dospeli i koji nisu dospeli u status neizvršenja obaveza) i vršenje ponovnog uzorkovanja uz datu pretpostavku.

različita uzorka (po mogućnosti *out od time*), razvoj na kompletnom internom uzorku, a validacija na delu (npr. najnovijim obzervacijama) ovog uzorka, ili primenu *bootstrap* metoda.

5.2.2. Načini utvrđivanja uzorka za testiranje

Okvir za testiranje podrazumeva kombinaciju dve dimenzije: populacija i vreme. Strateški pristupi testiranju se dele u zavisnosti od toga da li se koristi validacija kroz vreme i validacija kroz različite populacije. Ukoliko se podaci za testiranje biraju slučajno iz potpunog seta podataka, to podrazumeva da karakteristike seta podataka ostaju iste tokom vremena (stacionarni proces). S obzirom da se podaci biraju slučajnim principom, ovaj pristup validira model kroz populaciju dužnika, zadržavajući njihovu originalnu distribuciju. Uzorak za validaciju koji se ne kreira iz postojećeg uzorka koji je korišćen za razvoj modela javlja se u više oblika i to kao:

- van uzorka (engl. *Out of sample*);
- van uzorka i van vremena (engl. *Out of sample/Out of Time*);
- van uzorka i van univerzuma (engl. *Out of Sample/Out of Universe*);
- van uzorka, vremena i univerzuma (engl. *Out of Sample/Out of Time/Out of Universe*).

Van uzorka podrazumeva testiranje podataka koji su slučajnim izborom izabrani iz populacije, ali uz osiguranje da se ti podaci ne poklapaju sa podacima u razvojnom uzorku koji su korišćeni za kalibraciju modela. Ovaj pristup obezbeđuje da se održi originalna distribucija populacije dužnika.

Najčeći pristup utvrđivanja uzorka je “van uzorka i vremena”. U ovom slučaju razvojni uzorak se kreira iz podataka koji prethode određenom datumu, dok se validacioni uzorak kreira od podataka koji potiču iz perioda nakon tog datuma. Ovaj pristup je manje restriktivan od prethodno navedenog, a vremenska zavisnost se može definisati korišćenjem poduzoraka (npr. po godinama iz koje su potekle obzervacije u uzorku). Ipak, kako je uzorak dužnika dobijen iz populacije na slučajnom principu, ovaj pristup takođe validira model zadržavajući inicijalnu distribuciju. Ovaj pristup se naziva “*walk forward*” testiranje i da bude biti efikasno rešenje problema nedostatka podataka.

U pristupu “van uzorka i van univerzuma”, podaci su podeljeni u dva segmenta koji ne sadrže zajedničke obzervacije (dužnike), nezavisno od vremena iz kojeg podaci potiču, pri čemu se jedan segment kreira za razvoj modela, a drugi za njegovu validaciju (npr. model se razvija na jednoj privrednoj grani, a testira na drugoj). Pristup polazi od pretpostavke da relevantne karakteristike populacije ne variraju tokom vremena, te se ne koristi vremenska odrednica podataka.

“Van uzorka, vremena i univerzuma” predstavlja najrobusniji pristup, kod kojeg su podaci segmentirani u zavisnosti od vremena i vrste dužnika (npr. privredna grana).

5.3. Pojam i osnovne dimenzije diskriminacije

Diskriminaciona snaga rejting sistema označava njegovu sposobnost da unapred izvrši razdvajanje dužnika koji će izvršiti i koji neće izvršiti obaveze. Diskriminaciona snaga se može da se revidira samo *ex post*, korišćenjem podataka o izvršenim i neizvršenim obavezama. Poželjno je korišćenje dužih vremenskih perioda i velikog broja testova kako bi se dobili kvalitetniji rezultati. Diskriminaciona snaga⁷⁰ se procenjuje statističkim merama.

⁷⁰ Bazelska komisija navodi sledeće moguće metode za procenu diskriminacione snage:

- Statistički testovi, kao npr. Fisher-ovo R^2 , Wilks-ovo λ , Hosmer-Lemeshow test;
- Tranzicione matrice;

Neke od mera diskriminacione snage, kao što su ROC i CAP direktno uzimaju u obzir veličinu uzorka. Diskriminaciona snaga modela mora da se testira, ne samo u razvojnom uzorku, već i u nezavisnom (validacionom) uzorku. U suprotnom postoji opasnost da će diskriminaciona snaga biti precenjena preteranim prilagođavanjem razvojnom uzorku.

U praksi se javljaju različite mere diskriminacione snage modela:

- CAP i njegova mera AR;
- ROC i njegove mere površina ispod ROC krive i Pietra indeks;
- Bajesova stopa greške;
- Kullback-Leibler odstupanje;
- Uslovna informaciona entropija (engl. *Conditional information entropy* - CIER)
- Informaciona vrednost;
- Brier vrednost i dr.

5.4. Distribucija populacije dobrih i loših dužnika

Frekvencija distribucije dobrih i loših dužnika je posebno značajan aspekt diskriminacije. U stvari, stope grešaka prilikom ocene dužnika pružaju jedan od najboljih uvida u kvalitet modela. Modeli rangiranja mogu da prave grešku, odnosno vrše pogrešno predviđanje, na dva načina. Prvo, mogu da ukazuju na nizak rizik kada je u suštini on visok, što se smatra greškom tipa I i korespondira dodelom visokog rejtinga (nizak kreditni rizik) dužnicima koji naknadno uđu u status neizvršenja obaveza. Drugo, model može da dodeli nizak rejting (visok kreditni rizik), kada je u suštini on nizak. Ovo se smatra greškom tipa II. Troškovi greške tipa I mogu biti gubitak glavnice i očekivanih prihoda, dok tip II rezultira u gubitku prihoda zbog smanjenja aktivnosti.

Sledeća tabela prikazuje kvalitet modela. Upoređivanje tabela za različite modele zavisiće od definicije neizvršenja obaveza, odnosno od tačke praga (engl. *cut-off* - C) za utvrđivanje visokog očekivanja neizvršenja obaveza (ili odbijanje plasmana). Prag se odnosi na PD, odnosno rejting skor, pri čemu rejting skor ispod praga vrednosti C ima visoko očekivanje da će dospeti u status neizvršenja obaveza, a iznad C ima visoko očekivanje da će redovno izmirivati obaveze.

U tom smislu potrebno je detaljno ispitivanje nivoa praga i njegove kalibracije. Za različite nivoe pragova model će prikazivati različite rezultate u pogledu kvaliteta, te nije preporučljivo korišćenje ovih tabela za upoređivanje modela ukoliko se koriste različiti pragovi (tabela 5).⁷¹

Tabela 5: Matrica konfuzije

Predviđanje (u zavisnosti od nivou praga C)	Ishod	
	Neizvršenje obaveza	Izvršenje obaveza
Neizvršenje obaveza (ispod C)	Ispravno predviđanje (prihvatanje) $HR(C) = \frac{H(C)}{H(C) + M(C)}$	Tip greške II (pogrešno odbijanje) $FAR(C) = \frac{F(C)}{F(C) + R(C)}$
Izvršenje obaveza (iznad C)	Tip greške I (pogrešno prihvatanje) $1 - HR(C)$	Ispravno predviđanje (odbijanje) $1 - FAR(C)$

Na ovaj način dobijaju se stopa ispravnih predviđanja (HR - engl. *hit rate*) i stopa pogrešnih predviđanja (FAR - engl. *False alarm rate*), a u zavisnosti od vrednosti praga C , gde je $H(C)$

- Racija preciznosti (AR) kao što je Lorencova kriva i Gini koeficijent (za različite varijante, ROC, CAP);
- Klasifikacioni testovi (binomni test, χ^2 test, test normalnosti i sl.).

⁷¹ Prevazilaženje ovog problema je moguće ispitivanjem kvaliteta modela za sve moguće nivoe pragova. ROC kriva se koristi u tom smislu, s obzirom da ista raspoređuje stopu ispravnih predviđanja (veritkalna osa) nasuprot stope pogrešnih predviđanja (horizontalna osa).

broj ispravnih prihvatanja, $M(C)$ broj pogrešnih prihvatanja, $F(C)$ broj pogrešnih odbijanja, a $R(C)$ broj ispravnih odbijanja. $HR(C)$ se definiše kao kumulativna verovatnoća da će skor dužnika koji je dospelo u neizvršenje obaveza (R_D) biti niži od praga C i stoga se može napisati u sledećem obliku:

$$HR(C) = P(R_D \leq C)$$

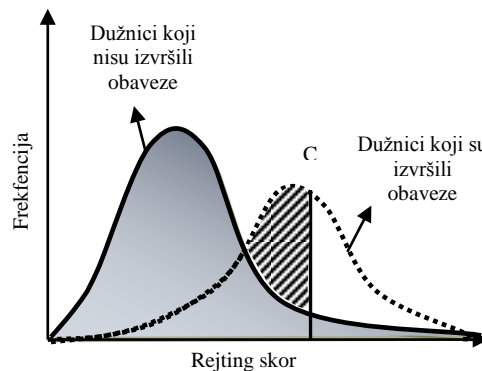
$HR(C)$ meri sposobnost modela da ispravno predviđa dužnike koji će dospeti u neizvršenje obaveza na nivou vrednosti praga C (BCBS, 2005). Stoga, $1 - HR(C)$ predstavlja Tip I greške. Stopa pogrešnog predviđanja se definiše kao kumulativna verovatnoća da je dužnik koji nije dospelo u neizvršenje obaveza pogrešno klasifikovan kao potencijalni dužnik koji će dospeti u neizvršenje obaveza u zavisnosti od vrednosti C :

$$FAR(C) = P(R_{ND} \leq C)$$

$FAR(C)$ se može smatrati Tipom II greške u modelu. $1 - FAR(C)$ meri sposobnost modela da ispravno identifikuje one dužnike koji će redovno izvršiti obaveze.

Realna distribucija skorova dužnika onih koji su dospeli u neizvršenje obaveza i onih koji nisu neće biti potpuno odvojene, već će se u određenom stepenu preklapati. Savršen scoring model bi potpuno odvojio ove dve distribucije. Ukoliko se pretpostavi normalnost to se može prikazati sledećim grafikonom:

Grafikon 2: Distribucija skorova dužnika koji su izvršili i koji nisu izvršili obaveze



Sagledavanjem grafičkog prikaza distribucije dobrih i loših dužnika mogu se utvrditi zaključci vezani za kvalitet scoring funkcije, odnosno modela. U tom kontekstu, veličina površine preklapanja između ove dve distribucije ukazuje na sposobnost modela da izvrši diferencijaciju između dobrih i loših dužnika. Što je veća površina preklapanja, model lošije vrši diferencijaciju dužnika. HR je predstavljen levim šrafiranim delom grafikona, a FAR levi nešrafiranim delom grafikona rasporeda frekvencije skoringa dužnika do C vrednosti. Veličina površine FAR ukazuje na stopu greške klasifikacije. Minimalna stopa greške klasifikacije se dobija kalkulacijom stope greške klasifikacije za svaku vrednost C između minimalnog i maksimalnog skora, a može da se meri i Kolmogorov – Smirnov merom, o kojoj će biti reči u daljem tekstu disertacije. Precizniji model klasifikacije rezultira manjom stopom greške klasifikacije. Informacije o $HR(C)$ i $FAR(C)$ su inkorporirane u mere koje proizilaze iz CAP i ROC analize.

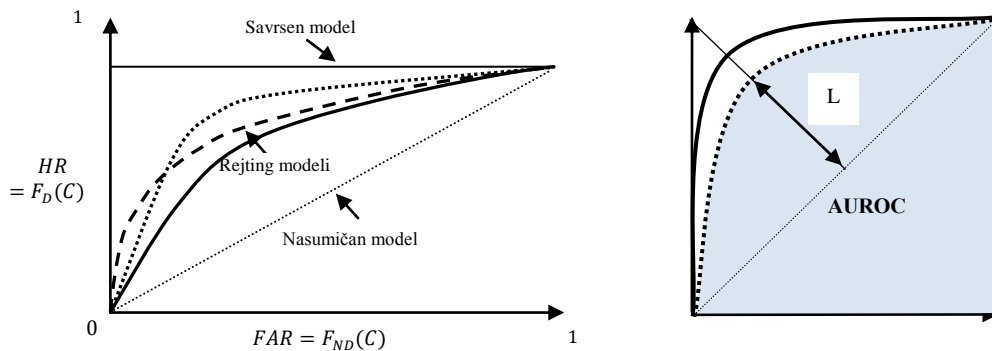
5.5. Kriva operativne karakteristike prijemnika

Jedna od osobina kvalitetnih rejting sistema je da postoji veliki broj ispravnih predviđanja u pogledu očekivanja izmirenja obaveza, odnosno klasifikacija. ROC se može kreirati korišćenjem osnovnog pravila donošenja odluke na osnovu praga C , u smislu da se svi dužnici sa skoringom većim od C smatraju kreditno sposobnim, a svi oni čiji je skor ispod C izvesno

dužnicima koji neće izmiriti obaveze. ROC kriva predstavlja grafički prikaz kvaliteta modela i najpopularniji alat za merenje diskriminacione snage koja se koristi za procenu preciznosti kreditnog scoringa, a i kao deo validacije modela prema Bazelu II. Osnovna mera koja proizilazi iz ROC krive i predstavlja vrednosni iskaz sposobnosti razdvajanja dobrih i loših dužnika naziva se površina ispor ROC krive, odnosno AUROC.

Ukoliko se pođe od određenog trenutka u vremenu t i određenog broja dužnika N koji se klasifikuju prema rejting sistemu, onda rezultat klasifikacije može da se sumira u vrednosti skora R_n za svakog dužnika. Polazeći od pretpostavke da niže vrednosti skora ukazuju na veću PD, nakon određenog perioda vremena Δt koji je protekao, D dužnika je dospelo u status neizvršenja obaveza, dok je $S = N - D$ dužnika i dalje aktivno. Na osnovu informacija o neizvršenju obaveza u trenutku $t + \Delta t$, rejting sistem diskriminiše savršeno ukoliko će rejting skorovi svih dužnika koji su dospeli u ovaj status, $R, d \leq D$ pasti ispod vrednosti rejting skora C , dok će skorovi svih aktivnih dužnika, $R, s > D$ biti iznad ovog praga.

Grafikon 3: ROC kriva i lokalna satatistika



ROC kriva se konstruiše tako što se za svaki mogući C utvrđuje HR i FAR i definišu tačke na grafikonu za svaku od tih kombinacija. ROC se sastoji od svih tačaka: $(CD_{ND}^i, CD_D^i)_{i=0, \dots, k}$. Tačke između ovih se dobijaju linearnom interpolacijom. ROC kriva se definiše tačkama $HR(C) = F_D(C)$ (kumulativna verovatnoća da će rejting skor dužnika koji je dospo u neizvršenje obaveza biti niži od praga C) nasuprot $FAR(C) = F_{ND}(C)$ (kumulativna verovatnoća da će rejting skor svih dužnika biti niži od C) za sve vrednosti C .

5.5.1. Osobine krive operativne karakteristike prijemnika

Što je ROC kriva ima oštrij nagib ista ukazuje na povoljniji model rangiranja. U savršenom modelu, ROC kriva bi bila horizontalna linija na maksimalnom nivou ispravnih predviđanja. U potpuno neinformativnom modelu ROC kriva će biti jednaka dijagonali grafikona pod uglom od 45 stepeni jediničnog kvadrata. ROC kriva koja, dakle, ima veću udaljenost od dijagonale na grafikonu ukazuje na informativniji (bolji) model scoringa. Konkavnost ROC krive meri uspešnost modela, te će realan model imati krivu konkavnog oblika između dva ekstremna ishoda. Nekonkavnost indicira suboptimalno korišćenje informacija u scoring funkciji.

ROC kriva je konkavna samo ukoliko je racio izvesnosti neopadajući u tački i :

$$LR_i = \frac{p_D^i}{p_{ND}^i}, \quad i = 1, \dots, k$$

ROC kriva koja se nalazi iznad ROC krive drugog modela ukazuje na bolji kvalitet predviđanja tog modela, odnosno veću diskriminacionu snagu za bilo koji nivo praga. Ukoliko se evidentira presek krivih koje se analiziraju, u tački preseka dakle postoji promena diskriminacione snage ovih modela. Iz razloga što se ne može, na osnovu grafičkog prikaza, adekvatno proceniti koji je model bolji u slučaju kada dolazi do njihovog preseka u nekoj

tački, kao adekvatniji alat za izbor modela koristi se kvantitativni iskaz grafičkog prikaza, odnosno AUROC. U tom smislu čak i ukoliko je $AUROC_1 > AUROC_2$ može da postoji više tačaka C u kojima model 2 ima bolju diskriminacionu snagu od modela 1, te isti može da se izabere kao konačan.

Razdaljina između ROC krive modela i neinformativne ROC krive merena na dijagonali može da se izračuna na sledeći način:

$$L = \sqrt{\left(HR(C^*) - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(FAR(C^*) - \frac{1}{2}\right)^2}$$

L se sastoji iz dva elementa. Prvi izraz je razlika između medijane populacije dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza i kumulativnog udela dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza ispravno klasifikovanih kroz model na vrednosti C^* . Drugi izraz je razlika između medijane dužnika koji nisu dospeli u status neizvršenja obaveza i kumulativnog udela pogrešnih predviđanja na vrednosti praga C^* . Modeli koji imaju visoku snagu predviđanja imaju $HR(C^*)$ blizu 1, a $FAR(C^*)$ blizu 0. Loši modeli imaju $HR(C^*)$ i $FAR(C^*)$ blizu 0.5. Modeli sa L blisku nuli nisu povoljan izbor i vrše lošu diskriminaciju, dok modeli sa L blizu $1/\sqrt{2}$ ukazuju na dobro razdvajanje dužnika. L se meri samo u jednoj tački na krivoj, te ne obezbeđuje apsolutni model rangiranja modela skoringa kada ROC krive imaju različite oblike.

Racio površine između ROC krive i neinformativne ROC krive i površine između idealne ROC krive i neinformativne ROC krive meri prediktivnu sposobnost okvira mogućih vrednosti PD. Ukoliko je ovaj racio blizak nuli, isto ukazuje na malo bolji model od onog koji nasumično dodeljuje skoringe, a ako je blizak jedinici ukazuje na skoro savršen model diferencijacije dužnika.

5.5.2. Površina ispod krive operativne karakteristike prijemnika

U cilju adekvatnog merenja diskriminacione snage, neophodno je utvrđivanje razlike između skorova dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza i onih koji su aktivni. Ukoliko se dva dužnika izaberu slučajnim putem iz distribucije dužnika u statusu neizvršenja obaveza i onih koji nisu, njihovi skorovi se mogu interpretirati kao realizacija dve nezavisne slučajne promenljive R_D i R_{ND} . Ukoliko je potrebno odlučiti koji su dužnici koji će potencijalno dospeti u neizvršenje obaveza, racionalno zaključivanje bi pretpostavilo da je onaj sa nižim skorom dužnik koji će dospeti u neizvršenje obaveza. Ukoliko međutim dužnici imaju isti skor, dilema se svodi na bacanje novčića. Stoga, verovatnoća da je odluka ispravna jednaka je $P(R_D < R_{ND}) + \frac{1}{2}P(R_D = R_{ND})$. Ova verovatnoća je jednaka površini ispod ROC krive (AUROC). U savršenom slučaju svim dužnicima u statusu neizvršenja obaveza je dodeljen nepovoljniji skor, odnosno AUROC je jednak 1.

ROC kriva (Hand i Henley, 1997; Engelmann et al., 2003; Sobehart i Keenan, 2001) se dobija mapiranjem kumulativnih gustina verovatnoće dužnika koji nisu i koji jesu dospeli u status neizvršenja obaveza na horizontalnoj i vertikalnoj osi, respektivno. Grafikon se kreira stavljanjem u odnos procenata dužnika od loših ka dobrim skorovima, odnosno:

$$\frac{1 - F_{ND}(C)}{1 - F_D(C)} \text{ za sve } C \in (+\infty, -\infty).$$

AUROC se onda izračunava na sledeći način:

$$AUROC = \int_{+\infty}^{-\infty} \{1 - F_D(C)\} d\{1 - F_{ND}(C)\} = 1 - \int_{+\infty}^{-\infty} F_D(C) dF_{ND}(C)$$

Ukoliko se koristi analitička formula ROC krive, ista zavisi od distribucije za koju se pretpostavlja da je u osnovi rasporeda rejting skorova. U tom smislu ovde su prikazani slučajevi Weibull-ove, logističke i normalne distribucije, kao distribucije koje se najviše koriste za ove potrebe.

Weibull-ova distribucija ima sledeći oblik:

$$ROC: y = 1 - \exp\left(-\left\{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}\left[-\ln(i-x)\right]^{\frac{1}{\alpha_x}}\right\} + (M_x - M_y)\right)^{\alpha_y}$$

gde je $y = HR(C)$, a $x = FAR(C)$, M srednja vrednost, λ parametar veličine, a α parametar oblika.

Ukoliko se pretpostavi da je $\alpha_x = \alpha_y = 1$ ranija formula može da se napiše u sledećem obliku:

$$ROC: y = 1 - e^{-\frac{M_y - M_x}{\lambda_y} (1-x)^{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}}}$$

Neka je $K = e^{\frac{M_y - M_x}{\lambda_y}}$ i $\theta = \frac{\lambda_x}{\lambda_y}$ sledi da je AUROC jednak:

$$AUROC = \int_0^1 [1 - K(1-x)^\theta] dx = 1 - \frac{K}{1+\theta} = 1 - \frac{\lambda_y}{\lambda_x + \lambda_y} e^{\frac{M_y - M_x}{\lambda_y}}$$

ROC kriva na osnovu dvoparametarske logaritamske distribucije se dobija na sledeći način

$$ROC: y = F_Y(C) = F_Y(F_X^{-1}(x)) = \frac{e^{-\frac{C-M_x}{\lambda_x}}}{1 + e^{-\frac{C-M_x}{\lambda_x}}} = \frac{e^{-\frac{M_x - M_y}{\lambda_y} \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}}}}{1 + e^{-\frac{M_x - M_y}{\lambda_y} \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}}}}$$

Uz pretpostavku da je $\lambda_x = \lambda_y = 1$, a da je K različito od jedan, $K = e^{M_x - M_y}$, prethodna formula se može pojednostaviti u sledeći oblik:

$$y = \frac{e^{M_x - M_y} x}{1 - x + 1 + e^{M_x - M_y} x} = \frac{Kx}{1 + (K-1)x}$$

AUROC se tada dobija na sledeći način:

$$AUROC = K \int_0^1 \frac{x}{1 + (K-1)x} dx = \frac{K}{K-1} \int_0^1 \frac{(K-1)x}{1 + (K-1)x} dx$$

ROC kriva na osnovu normalne distribucije se dobija na sledeći način

$$ROC: y = \Phi\left(\frac{C - M_y}{\lambda_y}\right) = \Phi\left(\frac{(M_x - M_y) + \lambda_x \Phi^{-1}(x)}{\lambda_y}\right)$$

Iz toga sledi da je AUROC jednak:

$$AUROC = \int_0^1 \Phi\left(\frac{(M_x - M_y) + \lambda_x \Phi^{-1}(x)}{\lambda_y}\right) dx$$

5.5.3. Interval pouzdanosti oko površine ispod krive operativne karakteristike prijemnika

Ukoliko se AUROC smatra verovatnoćom⁷², oko iste se mogu utvrditi intervali pouzdanosti, s tim da je širina intervala pouzdanosti veća ukoliko postoji manji broj evidentiranih neizvršenja obaveza. Širi intervali pouzdanosti podrazumevaju lošiji kvalitet procena.

⁷² Probabilistička interpretacija ROC krive i efikasan način za kalkulaciju nivoa pouzdanosti korišćenjem asimptotičke normalnosti zasnivaju se na članku Bambara iz 1975. godine.

Veza između površine ispod ROC krive i Mann-Whitney mere se može koristiti za obračun intervala pouzdanosti za AUROC, a omogućava i testiranje razlika između AUROC vrednosti dva rejting sistema koji se validiraju na istoj bazi podataka (DeLong i DeLong i Clarke-Pearson, 1988). Statističke osobine AUROC mere koncidiraju sa Mann-Whitney merom (1947)⁷³. Ukoliko se svaki skor posmatra kao jedan mogući rezultat slučajne promenjive, R_D ili R_{ND} , verovatnoća ispravnog predviđanja događaja neizvršenja obaveza je tada jednaka $P(R_D < R_{ND})$, a što ustvari predstavlja AUROC.

U najjednostavnijoj formi U -test se dobija iz kontinuelnih distribucija skorova⁷⁴.

$$P(R_D < R_{ND}) = 0.5$$

U -mera je statistički nepristrasan alat za procenu AUROC i prema Mann-Whitney se definiše na sledeći način:

$$\hat{U} = \frac{1}{N_D N_{ND}} \sum_{(D, ND)} u_{D, ND}$$

gde se $u_{D, ND}$ definiše na sledeći način:

$$u_{D, ND} = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko je } R_D < R_{ND} \\ 1/2, & \text{ukoliko je } R_D = R_{ND} \\ 0, & \text{ukoliko je } R_D > R_{ND} \end{cases}$$

Na osnovama Mann i Whitney nalaza, Engelman (2003) je pokazao da je U -mera asimptotski normalno distribuirana i predlaže obračun interval pouzdanosti u sledećoj formi:

$$\left[\hat{U} - \hat{\sigma}_{\hat{U}} \Phi^{-1} \left(\frac{1 + \alpha}{2} \right), \hat{U} + \hat{\sigma}_{\hat{U}} \Phi^{-1} \left(\frac{1 + \alpha}{2} \right) \right]$$

Stvarna vrednost AUROC-a bi trebala da bude u okviru interval pouzdanosti sa verovatnoćom α , dok \hat{U} , $\hat{\sigma}$ i Φ označavaju U -meru, standardnu devijaciju U -mere i standardnu normalnu distribuciju respektivno.⁷⁵ $\Phi^{-1} \left(\frac{1 + \alpha}{2} \right)$ u tom kontekstu predstavlja gornji α percentil standardne normalne i . \hat{U} može imati vrednosti koje se okreću između 0 i 1. Ukoliko je \hat{U} samo nekoliko standardnih devijacija udaljeno od jedinice normalna aproksimacija može da bude netačna.

5.5.4. Procena diskriminacione snage modela

Uz nivo pouzdanosti α , asimptotska normalnost se može primeniti za testiranje da li rejting sistem ima dovoljno diskriminacione snage da odbije nultu hipotezu. Ukoliko se napravi dvostrani test p -vrednost ovog testa rešavanje formule intervala pouzdanosti za $1 - \alpha$ dobija se rešenje u sledećem obliku:

$$p - \text{vrednost} = 2 - 2 \cdot \alpha \left(\frac{U - 0.5}{\hat{\sigma}} \right)$$

⁷³ Mann i Whitney su uspostavili U -meru za statički test nulte hipoteze diskriminacione snage određenog modela. Mann – Whitney test je klasičan neparametarski test ispitivanja da li su dve distribucije identične.

⁷⁴ Ukoliko je R_{ND} skor aktivnog dužnika, a R_D skor neizvršenja obaveza, a $R_{ND}^{(i)}$ i $R_D^{(k)}$ dve obzervacije iz portfolija, U -test broji parove gde je $R_D^{(i)} < R_{ND}^{(k)}$ za sve i, k . Ukoliko scoring funkcija savršeno razdvaja neizvršenje obaveza i aktivne dužnike, onda je $\hat{U} = N_{ND} \times N_D$. Ukoliko ne postoji nikakva relacije između skora i događaja neizvršenja obaveza onda se $R_D^{(i)} < R_{ND}^{(k)}$ dešava sa verovatnoćom 0.5, t.j. $\hat{U} \approx 0.5(N_{ND} \times N_D)$. AUROC se dakle može predstaviti na sledeći način: $P\{R_D < R_{ND}\} = 1 - \int F_D(C) dF_{ND}(C)$.

⁷⁵ Empirijska analiza ukazuje da je navedeni interval pouzdanosti zadovoljavajući aproksimator sve dok je broj događaja neizvršenja obaveza u uzorku najmanje 50, a u drugim slučajevima neophodno je koristiti druge obračunske metode kao oni koji su opisani u Bamber (1975).

gde se, pod nultom hipotezom, da je $R_D = R_{ND}$, varijansa dobija na sledeći način:

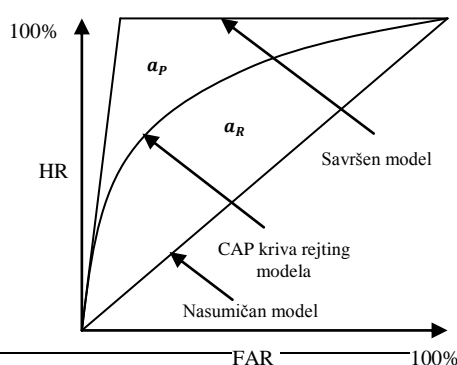
$$\sigma_{\hat{u}}^2 = \frac{N_D + N_{ND} + 1}{12N_D N_{ND}}$$

Modeli koji rezultiraju u tačkama u levom delu grafikona, blizu x ose, mogu da se smatraju konzervativnim, odnosno oni čine malo grešaka predviđanja, ali takođe imaju niske stope ispravnih predviđanja. Modeli koji raspoređuju u gornji desni deo grafikona mogu da se smatraju liberalnim, kako klasifikuju skoro sve dužnike koji neće dospeti u neizvršenje obaveza ispravno, ali imaju i visoke greške predviđanja. Model koji se javlja u donjem levom uglu ima lošije rezultate od nasumičnog izbora. Za takve modele, može se obrnuti logika pokazatelja čija se diskriminaciona snaga procenjuje odnosno ukoliko taj pokazatelj daje rezultate u donjem levom delu grafikona, negacija tog pokazatelja će davati rezultate u gornjem levom uglu grafikona. Takav pokazatelj znači ima kvalitetne informacije, ali koje se ne koriste na adekvatan način.

5.6. Kriva kumulativnog profila preciznosti

CAP se takođe naziva i Gini kriva ili Lorencova kriva i predstavlja grafički alat za ispitivanje diskriminacione snage rejting sistema. Skor kao rezultat diskriminacione analize ili logističke regresije može da bude kontinuelan ili diskretan ukoliko se dužniku dodeljuje jedan broj, odnosno rejting ocena. CAP se definiše kao površina definisana tačkama $HR(C) = F_D(C)$ (kumulativna verovatnoća prikazana na vertikalnoj osi da je rejting skor dužnika koji je dospeo u neizvršenje obaveza niži od praga C) nasuprot $F(C)$ (kumulativna verovatnoća prikazana na horizontalnoj osi da je rejting skor svih dužnika niži od C) za sve vrednosti C . Rejting model koji može unapred da savršeno diskriminiše između dužnika koji su dospeli i koji nisu dospeli u neizvršenje obaveza će dodeljivati niži skor dužnicima koji su dospeli u neizvršenje obaveza nasuprot onih koji nisu dospeli. Savršen model će kreirati CAP, koji je prava linija koja obuhvata 100% dužnika u statusu neizvršenja obaveza jednak stopi neizvršenja obaveza u uzorku. Nasuprot tome, u nasumičnom modelu bez diskriminacione snage, kumulativna verovatnoća rejting skora dužnika u neizvršenju obaveza niža ili jednaka C biće jednaka kumulativnoj verovatnoći rejting skora za sve dužnike nižoj ili jednakoj C . Što je oštriji nagib CAP krive na početku grafikona, precizniji je rejting proces, a idealan bi bio u slučaju da su svi dužnici u statusu neizvršenja obaveza bili raspoređeni u najnepovoljniji rejting. Potpuno neinformativan model imao bi poklapanje sa dijagonalom (što je ekvivalentno nasumičnom dodeljivanju skorova). U praksi se CAP kriva nalazi negde između ova dva ekstrema. Stoga, što je CAP kriva stvarnog rejting modela bliža savršenom modelu, bolja je prediktivna sposobnost. Konkavnost CAP krive predstavlja karakteristiku da uslovne PD pod uslovom definisanih scoringa kreiraju opadajuću funkciju skora. Nekonkavnost indicira suboptimalno korišćenje informacija u scoring funkciji. Oblik CAP krive zavisi od proporcije dobrih i loših dužnika u uzorku, te vizuelno upoređivanje CAP krivih različitim portfolija može dovesti do pogrešnog zaključivanja.

Grafikon 4: CAP kriva



CAP istovremeno meri greške tipa 1 i 2. Kako bi se formirala CAP kriva, dužnici se ređaju po skorom na osnovu modela, od najrizičnijeg ka najpovoljnijem skorom. Za dati deo ukupnog broja dužnika, $x\%$, CAP kriva se konstruiše kalkulacijom procenta $y(x)$ onih koji su dospeli u status neizvršenja obaveza čiji je skor jednak ili manji od jedan, za deo x . Prikazuje procenat neizvršenih obaveza obuhvaćenih modelom (vertikalna osa) prema skorom modela (horizontalna osa).

Ukoliko se безусловna funkcija distribucije $F(r)$, prikaže u sledećem obliku:

$$F(r) = P[R \leq r] = (1 - p) F_{ND}(r) + p F_D(r)$$

gde F_{ND} and F_D predstavljaju distribucione funkcije promenljive skora nad dužnicima koji nisu dospeli u status neizvršenja obaveza i onima koji jesu, p predstavlja verovatnoću neizvršenja u okviru ukupnog portfolija. Jednačina CAP krive da može da se napiše na sledeći način:

$$CAP(u) = F_D(F^{-1}(u)), \quad u \in (0, 1)$$

Grafikon CAP krive može da se kreira bilo nanošenjem svih tačaka $(u, CAP(u))$, $u \in (0, 1)$ ili $(F(r), F_D(r))$, $r \in R$. Druga jednakost može da se koristi čak i kada funkcije distribucije skorova F nisu inverzne. U slučaju nasumičnog modela, dve uslovne gustine verovatnoće, F_D i F_{ND} , su identične. Takva promenljiva skora nema nikakvu diskriminacionu snagu.

U kontekstu CAP krive, $F(r)$ se naziva stopa alarma vezana za skor nivo r , a F_D se naziva ciljna stopa vezana za nivo skora r . Ovo indicira šta se dešava ukoliko se svi dužnici sa skorom jednakim ili manjim od određenog fiksnog praga, r , smatraju mogućim neizvršenjem obaveza (pravilo praga). Stopa pogodaka onda odslikava koji će deo dužnika koji su dospeli u neizvršenje obaveza biti otkriveni kroz procedure rangiranja. Stopa alarma ukazuje na deo ukupne populacije koja će razviti sumnju da će biti pogodna za ulazak u neizvršenje obaveza. Iz ovoga sledi da CAP indicira procenat svih dužnika u statusu neizvršenja obaveza koji se nalaze među istim procentom (prema njihovim skorovima) svih dužnika. Nije izgledno da će ijedan rejting model kreirati savršenu, a ni CAP krivu bez diskriminacione snage.

5.6.1. Racio preciznosti

Najčešće korišćena mera koja proizilazi iz CAP krive i meri kvalitet rejting sistema naziva se racio preciznosti (AR - engl. *Accuracy ratio ili Gini koeficient*). AR sumira u jednoj vrednosti prediktivnu snagu modela ili pojedinačne promenljive i dobija se kao odnos površine između CAP krive i krive neinformativnog modela (a_R) sa jedne strane i površine između krive savršenog modela i neinformativnog modela sa druge strane, a_P . Kreće se u okviru od -1 do 1, s tim da je precizniji model bliži 1, dok blizina 0 ukazuje na slučajan model.

$$AR = \frac{a_R}{a_P}$$

Što je bliža CAP kriva savršenom slučaju, model ima bolje performance. Što je veća površina između CAP krive i krive neinformativnog modela, model je bolji. AR, kao površina između dijagonale i CAP krive stvarnog modela može da se izračuna kao integral od 0 do 1 funkcije CAP-a minus $\frac{1}{2}$. Površina između krive savršenog modela i dijagonale izračunava se kao $\frac{1}{2} - p/2$, gde je p ukupna verovatnoća neizvršenja.

$$AR = \frac{2 \int_0^1 CAP(u) du - 1}{1 - p}$$

Alternativno, AR se može opisati i kao razlika između dve verovatnoće, ukoliko su dva dužnika slučajno izabrana iz populacije dužnika u neizvršenju obaveza i onih koji to nisu. Prva verovatnoća predstavlja verovatnoću događaja da se evidentira viši skor za dužnika koji

nije u status neizvršenja obaveza, a druga je verovatnoća događaja da dužnik koji je dospao u neizvršenje ima veći skor.

$$AR = P[R_D < R_{ND}] - P[R_D > R_{ND}]$$

gde R_{ND} i R_D su nezavisne i distribuirane u skladu sa F_{ND} i F_D respektivno. Očigledno, ukoliko se pretpostavi da aktivni dužnici imaju više skorove, prva verovatnoća će očekivano imati veći skor, od druge, odnosno biće viša diskriminaciona snaga modela, pošto AR indicira da model sa visokim AR ima visoke PD za niske skorove i obrnuto.

Alat za procenjivanje AR putem Mann-Whitney testne mere se dobija na sledeći način:

$$\hat{V} = \frac{1}{N_D N_{ND}} \sum_{(D, ND)} v_{D, ND}$$

gde je $v_{D, ND}$ definisano kao:

$$v_{D, ND} = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko je } r_D < r_{ND} \\ 0, & \text{ukoliko je } r_D = r_{ND} \\ -1, & \text{ukoliko je } r_D > r_{ND} \end{cases}$$

gde su r_D i r_{ND} skorovi slučajnog izabranog dužnika koji je nije izvršio obaveze i dužnika koji jeste, respektivno. Za varijansu od \hat{V} , $\sigma_{\hat{V}}^2$ sledi:

$$\sigma_{\hat{V}}^2 = \frac{1}{(N_D - 1)(N_{ND} - 1)} [\tilde{P}_{D \neq ND} + (N_D - 1)\tilde{P}_{D, D, ND, ND} + (N_{ND} - 1)\tilde{P}_{ND, ND, D} - (N_D + N_{ND} - 1)\hat{V}^2]$$

gde $\tilde{P}_{D \neq ND}$ predstavlja procenu za $P(R_D \neq R_{ND})$, $\tilde{P}_{ND, ND, D}$ procenu za izraz $P_{ND, ND, D}$, a $\tilde{P}_{D, D, ND, ND}$ procenu za $P_{D, D, ND, ND}$. Za kovarijasu između dva racija preciznosti, $\hat{\sigma}_{\hat{V}_1 \hat{V}_2}$ izraz je sledeći:

$$\hat{\sigma}_{\hat{V}_1 \hat{V}_2} = \frac{1}{(N_D - 1)(N_{ND} - 1)} [\tilde{P}_{D, D, ND, ND}^{12} + (N_D - 1)\tilde{P}_{D, D, ND, ND}^{12} + (N_{ND} - 1)\tilde{P}_{ND, ND, D}^{12} - (N_D + N_{ND} - 1)\hat{V}_1 \hat{V}_2]$$

gde su $\tilde{P}_{D, D, ND, ND}^{12}$, $\tilde{P}_{D, D, ND, ND}^{12}$ i $\tilde{P}_{ND, ND, D}^{12}$ procene za odgovarajuće izraze.

AUROC, kao mera koja se može dobiti na osnovu ROC analize, predstavlja linearnu transformaciju AR mere. S obzirom da se dobija na osnovu istih ulaznih podataka kao AR može se uspostaviti jednakost koja predstavlja njihov međusobni odnos:

$$AR = 2 \cdot AUROC - 1$$

5.7. Ostale mere diskriminacione snage

Iako se ROC i CAP najčešće koriste kao pristupi za procenu diskriminacione snage modela, poželjno je u cilju preciznije procene sprovesti testiranje i primenom drugih testova, od kojih su neki nevedeni u daljem tekstu.

5.7.1. Pietra index

Pietra indeks predstavlja meru koja proizilazi iz ROC krive. Pietra Indeks se može definisati kao maksimalna površina ispod ROC krive i dijagonale jediničnog kvadrata, odnosno polovina maksimalne udaljenosti ROC krive i dijagonale.

$$PI = \frac{\sqrt{2}}{4 \max_c |HR(C) - FAR(C)|}$$

Kao i AUROC mera, Pietra indeks se može interpretirati u terminima dobro poznate testne mere, Kolmogorov-Smirnov mere. Obe navedene mere koje proizilaze iz ROC krive ne zavise od PD portfolija, te mogu da se procenjuju na uzorcima sa nereprezentativnim odnosom

dužnika koji nisu i jesu izvršili obaveze, odnosno mogu se direktno upoređivati različiti delovi dužnika koji nisu izvršili obaveze. Za obe ove mere, nije moguće definisati smislen način generisanja minimalne vrednosti radi odlučivanja da li rejting sistem ima dovoljno diskriminacione snage. Značajnost odbacivanja nulte hipoteze (rejting sistem nema više diskriminacione snage od slučajnog rangiranja) sa Mann-Whitney ili Kolmogorov-Smirnov testom na npr. nivou od 5% može da služi kao minimalni zahtev za rejting sisteme. Niže p -vrednosti pod ovim testovima predstavljaju indikator veće diskriminacione snage. Ipak za većinu rejting sistema koji se koriste u bankarstvu, p -vrednosti će biti skoro jednake nuli, što vodi ograničenoj primenjivosti p -vrednosti kao indikatora kvaliteta rejting sistema.

5.7.2. Bajesova stopa greške

Jedna od mogućnosti za merenje diskriminacione snage je da se meri ukupna verovatnoća greške umesto zasebnog merenja grešaka tipa I i tipa II. Bajesova stopa greške (klasifikaciona ili minimalna greška) utvrđuje minimalnu verovatnoću greške ukoliko se rejting sistem ili scoring funkcija koji se razmatraju koristi za odlučivanje o tome da li će dužnik izvršiti obaveze ili ne, uz primenu pravila odlučivanja u skladu sa C vrednošću praga. U slučaju konkavne ROC krive, Bajesova stope greške može da se utvrdi na sledeći način:

$$\text{Bajesova stopa greške} = \min_c (p(1 - HR(C)) + (1 - p)FAR(C))$$

U specijalnom slučaju ukupnog PD od 50%⁷⁶, Bajesova stopa greške se naziva greška klasifikacije. Ukoliko se pretpostavi da dužnici koji su u neizvršenju obaveza dobijaju manje skorove od onih koji nisu, odnosno da je $HR(C)$ stohastički niže od $FAR(C)$ za sve C , klasifikaciona greška onda može da se napiše na sledeći način:

$$\text{Greška klasifikacije} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \max_c |HR(C) - FAR(C)|$$

Maksimum izraza u zagradi u prethodnoj jednakosti predstavlja u stvari verziju Kolmogorov-Smirnov mere za testiranje da li su dve distribucije dužnika (u statusu neizvršenja obaveza i aktivnih dužnika) identične na nivou celokupne populacije, što označava nepostojanje diskriminacione snage. U tom slučaju stopa greške je jednaka Pietra indeksu i Kolmogorov-Smirnov meri.

5.7.3. Mere entropije

Entropija je koncept koji je potekao iz informacione teorije. Minimizacija mera entropije poput, Uslovne entropije, Kullback-Leibler odstupanja, CIER i Informacione vrednosti predstavlja opšteprihvaćen kriterijum za konstrukciju rejting sistema ili scoring funkcija.

Informaciona entropija - $H(p)$ događaja sa verovatnoćom p se definiše na sledeći način:

$$H(p) = -(p \log(p) + (1 - p) \log(1 - p))$$

Informaciona entropija ima svoj maksimum ukoliko je $p = 1/2$, što označava najveću neizvesnost. Ukoliko je $p = 0$ ili $p = 1$, događaj ili komplementarno stanje će se sa sigurnošću desiti i nikakva informaciona korist se ne može očekivati. Informaciona entropija se dakle može koristiti kao mera neizvesnosti događaja. Informaciona entropija je primenjiva na sve tipove izlaznih podataka modela, ne zahteva nikakve distribucione pretpostavke i predstavlja snažan način objektivnog merenja koliko je stvarna vrednost sadržana u setu skorova rizika. Entropija meri sveukupnu sumu neizvesnosti koju predstavlja distribucija

⁷⁶ Pretpostavka da je $PD = 50\%$ nije na prvi pogled razumna, ali ukoliko se model razvija na uzorku koji nije reprezentativan u smislu odnosa broja dužnika u statusu neizvršenja obaveza i onih koji to nisu, u ovom slučaju stopa greške sa ovom pretpostavkom je dobar izbor jer ne zavisi od stvarne proporcije dva segmenta dužnika.

verovatnoće. Kada se mora meriti diskriminaciona snaga promenjive skoringa, može biti korisno razmotriti informacionu entropiju koja se primenjuje na uslovni PD pod uslovom datih skorova, tj. $H(P[D|R])$. Ukoliko se uzmu u razmatranje dva isključiva ishoda kreditnog događaja, neizvršenje (D) ili izvršenje obaveza (ND), uz dati set skorova rizika $R = \{R_1, R, \dots, R_n\}$ koji su dobijeni na osnovu modela, uslovna entropija podrazumeva da se utvrđuje informaciona entropija u slučaju PD nasumičnog rejtinga:

$$H(P(D|S)) = -[P(D|S)\log P(D|S) + P(\bar{D}|S)\log P(\bar{D}|S)]$$

gde je $P(D|R)$ verovatnoća neizvršenja pod uslovom postojanja skora R . Ova vrednost kvantifikuje prosečnu informaciju koja je pribavljena posmatrajući dva događaja (neizvršenja i izvršenje obaveza) koji su se stvarno desili.

Ukoliko je prosečna vrednosti informacione entropije bliska 0, uslovna PD uz uslov datih skorova biće bliska 0 ili 1 u proseku, indicirajući visoku diskriminacionu snagu. Formalno, prosečna informaciona entropija uslovne PD opisuje se uslovnom entropijom H_R koja se definiše kao očekivanje informacione entropije koja je primenjena na uslovni PD pod uslovom datih skorova.

$$H_S = -E[P(D|R)\log P(D|R) + P(\bar{D}|R)\log P(\bar{D}|R)]$$

5.7.4. Brier vrednost

Još jedan od pristupa merenja diskriminacione snage zasniva se na merenju varijacije uslovnog PD pod uslovom datih skoringa. Ekstremni slučaj predstavlja situacija kada promenjiva skoringa nema nikakvu diskriminacionu snagu, odnosno dve distribucije uslovne verovatnoće su identične. U tom slučaju promenjiva skoringa R i promenjiva stanja Z su stohastički nezavisne. Kao posledica toga, uslovna PD je konstantna i jednaka je ukupnom PD.

$$P[D|R] = p$$

Ovakva promenjiva R ne nosi nikakve informacije o neizvršenju obaveza i može se smatrati beskorisnom. Drugi ekstremni slučaj je kada uslovna PD uzima samo vrednosti 0 i 1.

$$P[D|R] = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko dužnik dospe u neizvršenje obaveza} \\ 0, & \text{ukoliko dužnik ostane solventan} \end{cases}$$

Ovo bi bila indikacija savršene promenjive skoringa, odnosno više ne postoji neizvesnost o budućem statusu dužnika, iako se ekstremni slučajevi u praksi neće pojavljivati.

Brier vrednost predstavlja meru za procenu srednjeg kvadratnog odstupanja promenjive indikatora neizvršenja obaveza u portfoliju i projekcije neizvršenja obaveza ili skor vrednosti. Minimiziranje Brier vrednosti je ekvivalent maksimiziranja varijanse projekcija neizvršenja obaveza. U ovoj suštini, Brier vrednost je mera diskriminacione snage i može se koristiti u tom smislu. Brier vrednost se dobija podelom sume kvadratnih razlika indikatora neizvršenja obaveza i uslovne PD pod uslovom datih skorova sa veličinom uzorka.

$$\text{Brier skor} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P[D|R] - P[D|R = R_i])^2$$

Kada je promenjiva skoringa već izabrana, Brier vrednost se može koristiti za potrebe kalibracije.

Brier mera može da ima vrednosti u okviru između 0 i 1. Što je Brier vrednost bliža 0, bolje je predviđenje PD. Nedostatak Brier vrednosti je slučaj kada postoje male PD. Za $p \rightarrow 0$ Brier vrednost konvergira ka 0. Jedina mogućnost da se primeni Brier vrednost na smislen način je da se izračuna Brier vrednost relativno prema trivijalnom skoru (svim dužnicima dodeljena

stopa neizvršenja na nivou celokupnog uzorka), pošto su apsolutne vrednosti veoma blizu za slučajeve sa malo neizvršenja obaveza.

5.7.5. Kullback-Leibler odstupanje

Uslovna entropija je najviše jednaka Informacionoj entropiji ($H_R \leq H(p)$), odnosno prosečan obim informacija koja se može otkriti ukoliko je poznat rejting skor je uvek manja od informacija u slučaju nepostojanja prethodnog saznanja. Razlika $H(p)$ i H_R bi trebala da bude što veća kako bi korist u pogledu informacija bila veća u slučaju primene rejtinga skora. Formalno ova razlika se naziva Kullback-Leiber razlika.

$$KL = H(p) - H_R$$

Kako i uslovni PD pod uslovom datih skorova, kao i kalkulacija očekivanja, zavisi od ukupnog PD na nivou portfolija nije smisleno upoređivanje direktno uslovne vrednosti entropije promenljivih skoringa iz populacije sa različitim učešćima dužnika koji su u status neizvršenja. Uslovna entropija prevazilazi informacionu entropiju ukupne PD populacije koja se razmatra. Uslovna informaciona entropija (engl. *Conditional information entropy* – CIER) se može koristiti za upoređivanje neizvesnosti u različitim modelima sve dok se modeli testiraju na istom uzorku. CIER upoređuje neizvesnost vezanu za neizvršenje obaveza u slučaju gde ne postoji model prema neizvesnosti koja je preostala nakon što je počela primena modela sa određenom preciznošću. CIER se računa na taj način što se prvo obračuna neizvesnost vezana za događaj neizvršenja obaveza pre uvođenja modela. Nakon toga se obračunava neizvesnost nakon uvođenja modela. Ukoliko model nema nikakve prediktivne sposobnosti, CIER će biti jednak nuli. U ovom slučaju model ne obezbeđuje dodatne informacije o izvesnosti ishoda u odnosu na one koje su već poznate. U savršenom modelu CIER će biti jednak jedinici. U tom slučaju neće biti nekakve neizvesnosti oko ishoda, odnosno postojaće savršeno predviđenje neizvršenja obaveza.

$$CIER = \frac{H(p) - H_R}{H(p)} \in [0,1]$$

5.7.6. Informaciona vrednost

Informaciona vrednost je mera razlike između skora dužnika koji je dospao u status neizvršenja obaveza i onoga koji nije. Informaciona vrednost se može iskazati u obliku ponderisane Kolmogorov-Smirnov mere. U slučaju primenjene kontinuelne distribucije skorova sa gustinom verovatnoće f_D za neizvršenje obaveza i f_{ND} za dužnika koji nisu u statusu neizvršenja obaveza, informaciona vrednost se može utvrditi kao suma relativnih entropija distribucije aktivnih dužnika pod uslovom distribucije dužnika u statusu neizvršenja obaveza i relativne entropije dužnika u statusu neizvršenja obaveza pod uslovom distribucije dužnika koji nisu u tom statusu:

$$\begin{aligned} \text{Informaciona vrednost} &= E \left[\log \frac{f_D(r)}{f_N(r)} \mid D \right] + E \left[\log \frac{f_N(r)}{f_D(r)} \mid N \right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (f_D(r) - f_N(r)) (\log f_D(r) - \log f_N(r)) dr \in [0, \infty) \end{aligned}$$

Informaciona vrednost ima samo pozitivne vrednosti. Ne postoji gornja granica ovog okvira, odnosno što je veća informaciona vrednost povoljniji je sistem rangiranja, tj. model. Ovo iz razloga što treba težiti što većoj razlici između dužnika u statusu neizvršenja obaveza i onog koji nije. Informaciona vrednost se takođe naziva divergencija ili indeks stabilnosti koji se ponekad koristi za praćenje stabilnosti promenljivih skoringa tokom vremena.

5.8. *Merenje stabilnosti modela*

Stabilnost rejting modela može da se analizira putem tranzicionih matrica. One mogu da se kreiraju kada se rejting model primenjuje najmanje dve godine. Poželjna su sledeća svojstva tranzicionih matrica:

- Tranzicione stope bi trebale da budu rastuće kako se pogoršava rejting;
- Visoke vrednosti stopa treba da se nalaze na dijagonalama, a niske vrednosti van dijagonale. Ovo je indikacija TTC modela, nasuprot PIT modelu koji će imati značajne stope prelaza iz jednog rejtinga u drugi s obzirom na njegovu dinamičnost;
- Vrednosti stopa van dijagonala treba da imaju opadajući trend. Ovo potvrđuje da se promene rejtinga postepene.

Procena stabilnosti modela se vrši i na osnovu statističkog značaja faktora rizika, a potrebno je razmotriti i određene korelacione efekte pošto visoka ili nestabilna korelacija može ugroziti stabilnost rejting sistema.

Neophodno je ispitati i stabilnost populacije tokom vremena, a u smislu sličnosti između populacije korišćene za formiranje modela rangiranja i populacije na kojem se primenjuje model. Odstupanja u populaciji mogu da se dese kao rezultat promena politike od strane banke ili promene u strukturi dužnika. Ako je promena značajna, onda je neophodno meriti stabilnost kako individualnih promenljivih u modelu tako i samog modela rangiranja. Stabilnost populacije se meri putem indeksa stabilnosti (SI) koji se utvrđuje na osnovu tabele koja upoređuje broj klijenata po klasi rizika u trenutku $(t - 1)$ na osnovu kojih su utvrđene očekivane stope prelaska u neizvršenje obaveza i broja klijenata po rejtingima u posmatranom trenutku (t) .

$$SI = \sum_{i=1}^N (R_i - O_i) \ln \frac{R_i}{O_i}$$

gde je: N broj rejtinga, R_i procenat klijenata u rejtingu i u trenutku $t - 1$, a O_i procenat posmatranih klijenata u klasi i u trenutku t .

5.9. *Merenje preciznosti kroz benčmarking*

5.9.1. *Definicija i ciljevi benčmarkinga*

Portfolija sa malim brojem neizvršenja obaveza (engl. *Low default portfolios – LDP*)⁷⁷ su portfolija koja imaju samo nekoliko ili nijedno neizvršenje obaveza. Kvantitativna validacija putem testiranja unazad za LDP je veoma ograničene mogućnosti, s obzirom da statistički testovi ne daju razumne rezultate iz razloga postojanja malog broja događaja neizvršenja obaveza. I pored toga, ne postoji nekakva specifičnost u Bazelskim standardima vezanim za ovakvu vrstu portfolija. Iz tog razloga potrebno je veću pažnju posvetiti mogućnosti sprovođenja procesa benčmarkinga korišćenjem eksternih izvora podataka (npr. rejting agencije) i alternativnih načina validacije poput obračun rizika neizvršenja obaveza iz tržišnih cena - tržišno implicirane PD iz marži na obveznice ili cena CDS-ova. Marža na obveznice je razlika u prinosu između rizične obveznice i nerizične obveznice iste ročnosti. CDS je ugovor za hedžovanje od kreditnog rizika u smislu da prodavac obezbeđenja ugovara da će nadoknaditi kupca obezbeđenja u sumi potencijalnog gubitka u slučaju ugovorenog kreditnog

⁷⁷ Portfolio može biti LDP iz sledećih razloga:

- portfolio je sa nekoliko dužnika (npr. države);
- postoji mala evidentirana DR za pojedine grupe dužnika (npr. banke);
- postoji mala DR za pojedine vrste dužnika u određenim vremenskim periodima;
- postoji vrlo kratka istorija praćenja neizvršenja obaveza pojedinih dužnika (npr. ulazak na novo tržište).

dogadaja. Tradicionalno se izmirenje na tržištu svopova neizvršenja kreditnih obaveza (engl. *Credit default swap* – CDS) baziralo na fizičkoj predaji od strane kupca obezbeđenja referentnih dužničkih hartija od vrednosti emitenta u zamenu za nominalnu vrednost. Fizičko izmirenje je prirodan mehanizam izmirenja kada se hedžuje kreditni rizik posedovanja obveznice. Izmirenje u gotovini je manje poželjno u toj situaciji, pošto vrednost posedovanja obveznice emitenta u statusu neizvršenja obaveza može da odstupa od cene izmirenja CDS-a u gotovini, čime se smanjuje efektivnost hedžinga (Bogojević Arsić, 2008). Za obezbeđenje kupac istog plaća naknadu, koja se naziva CDS marža (u procentu od nominalne vrednosti izloženosti) za period važenja ugovora. Što je veća verovatnoća kreditnog događaja (neizvršenja obaveza), veća je naknada. Umesto statistički razvijenih modela, u ovom slučaju se primenjuju ekspertske modeli. Ipak ovakvi modeli ne prave izuzeće u pogledu neophodnosti da banke vrše validaciju modela primenom kvantitativnih tehnika, a što takođe predstavlja problem, s obzirom da primena ovih tehnika zahteva postojanje događaja neizvršenja obaveza.

Benčmarking se može definisati kao proces mapiranja internih rejting sistema i procena sa eksternim informacijama.⁷⁸ Proces mapiranja podrazumeva uspostavljanje veze između procene rizika i referentnih podataka iz eksternih izvora, poput rejting agencija. Korišćenje mapiranja može da se izbegne problem pristrasnosti koji se javlja kod pojedinih modela. Najjednostavniji benčmarking se obično sprovodi za procene PD, s obzirom da su specifični za dužnike i da je relativno jednostavno definisanje seta dužnika za koje se vrši benčmarking. Prema zahtevima Bazela II, procene PD treba da budu dugoročni prosek jednogodišnjih stopa neizvršenja dužnika. U benčmarking modelu, umesto korišćenja strukturalnih modela za dobijanje jednogodišnjih PD za potrebe benčmarkinga, odgovarajući rejting listiranih kompanija se dobija mapiranjem ročne strukture PD⁷⁹ na osnovu strukturalnog modela prema ročnoj strukturi stvarnih DR eksternih kreditnih rejtinga. Jednogodišnja PD listirane kompanije se dodeljuje kao stvarni jednogodišnji prosek DR odgovarajućeg kreditnog rejtinga. Ovakav proces mapiranja može da zadovolji zahtev za dugoročnim prosekom. Benčmarking rejtinga je teža opcija zbog potrebe za mapiranjem različitih rejting skala na opštu skalu. Nakon mapiranja dužnika na eksterni rejting, odgovarajuća jednogodišnja DR datog rejtinga dodeljuje se kao benčmark jednogodišnja PD dužnika. Takav benčmark se može smatrati procenom prosečne jednogodišnje PD zasnovane na pulu kompanija koje obuhvata procena rejting kompanije.

Benčmarking predstavlja jedno od sredstava za procenu adekvatnosti interno obračunatih procena faktora rizika i rejtinga. Može da se koristi kao dopuna statističkih testova za merenje kvaliteta internih modela kreditnog rizika. Ipak, interni rejting banke mora primarno da ima u fokusu interne podatke i rezultate, a ne da predstavlja repliku eksternog rejtinga.

U praksi se razlikuju dva načina sprovođenja benčmarkinga:

1. Upoređivanje internih procena faktora rizika (npr. PD). Osnovni cilj je da se proceni korelacija procena faktora, a ne da se utvrdi da li su ove procene ispravne ili ne;

⁷⁸ Većina banaka i drugih finansijskih institucija vrše mapiranje između internih skala i eksternih rejtinga. Mapiranja se koriste za sledeće:

- Kvantifikaciju rejting sistema kada se koristi benčmarking, odnosno kada se eksterne DR koriste za procenu dugoročnih PD internih rejtinga;
- Validaciona testiranja;
- Radi usklađivanja internih rejting skala banaka u slučajevima kada banka posluje u više država i ima različite skale za različite države.

⁷⁹ Ročna struktura PD može da ukazuje na promene u ekonomiji, privrednim granama ili pojedinačnim kompanijama, odnosno sadrži informacije o poslovnom ciklusu. Korišćenje npr. kumulativne PD za dug period za potrebe mapiranja, izbegava se pitanje definisanja preciznog vremenskog perioda za obračun DR.

2. Upoređivanje internih procena sa eksternih nezavisnim benčmarkom, npr. rejting agencija. U ovom pristupu uporedna vrednosti (benčmarka) se koristi za kalibraciju ili validaciju internih procena.

U oba slučaja benčmarking je deo validacije, što podrazumeva da benčmarking menja formalni validacioni proces ka više empirijskom pristupu.

Prvi pristup podrazumeva npr. zahtev bankama da obezbede svoje procene PD-a za zajednički set dužnika. Vezano za ovaj pristup javlja se par značajnih pitanja. Neophodno je postojanje zajedničkog seta dužnika u svim bankama, a što primarno predstavlja tehnički problem. Pored toga, upoređivanje izabranih dužnika zahteva njihovo mapiranje prema glavnoj skali. Bankčmarking se takođe može smatrati kao neparametarski test sistematske pristrasnosti u metodologiji banke.

Što se tiče drugog pristupa, uključivanje eksterne uporedne vrednosti postavlja pitanje izbora te vrednosti i mapiranja iste. Izbor adekvatne uporedne vrednosti možda neće biti tako lako, s obzirom da podrazumeva poznavanje osnovnih elemenata modela (stresni ili nestresni PD, dinamički ili statički PD i sl.). Formalizacija mapiranja koje podrazumeva preslikavanje jedan na jedan može da bude izuzetno zahtevno.

5.9.2. Izbor uporedne vrednosti

Modeli kreditnog rizika su u osnovi pristupi odozdo na gore. Banke razvijaju različite modele za različite vrste poslovnih aktivnosti. Ovo se opravdava činjenicom da je kreditni rizik pod uticajem ekonomskih faktora koji su specifični za određeni tip portfolija. U tom smislu, segmentacija portfolija prema specifičnim ekonomskim karakteristikama rezultira u tome da su modeli kreditnog rizika takođe različiti.

Bitni aspekti u pogledu kalibracije rejtinga eksternih agencija su:

- tipovi eksternog rejtinga;
- rejting agencija (za i protiv različitih rejting agencija);
- definicija neizvršenja obaveza / stope neizvršenja obaveza
- način upoređivanja rejtinga;
- tehnike procene PD-a;
- prilagođavanja rejting ocena;
- prilagođavanje za PIT pristup.

Tipovi eksternih rejtinga mogu da budu zasnovani na PD ili EL, zatim dugoročni ili kratkoročni, kao i u domaćoj ili stranoj valuti.

Kod stope neizvršenja obaveza razlike mogu postojati u pogledu tretmana neizvršenja obaveza, odnosno pitanja da li se brojanje događaja vrši po pojedinačnom plasmanu ili po dužniku. Takođe moguće su razlike između eksternih i internih definicija događaja neizvršenja obaveza i stopa neizvršenja. U tom smislu mogući su različiti tipovi neizvršenja obaveza za pojedine vrste dužnika ili instrumente (neizvršenje obaveza banke / neizvršenje obaveza po izdatim obveznicama). Razlika može postojati u kvalitativnim kriterijumima neizvršenja obaveza. Prema Bazelu II dužnik se klasifikuje u neizvršenje ukoliko se može očekivati da će imati finansijske probleme, te se primenom takvog pravila svi dužnici u rejtingzima bliskim neizvršenju obaveza mogu svrstati u neizvršenje obaveza. Broj dana za utvrđivanje statusa neizvršenja obaveza se razlikuje od jedne do druge rejting agencije tako da S&P neizvršenjem obaveza smatra docnju u izmirenju obaveza 10 do 30 dana, Moodys 1 dan, a Bazel II definiše neizvršenje obaveza kao kašnjenje preko 90 dana. Takođe, materijalnost iznosa u docnji je bitan aspekt Prema Bazelu II svaka nematerijalno značajna docnja u odnosu

na iznos izloženosti prema pojedinom dužniku smatra se da nije osnov za dodeljivanje statusa neizvršenja obaveza.

Upoređivanje rejtinga se može vršiti kroz procenu racija eksternih neizvršenja za svako interno neizvršenje. Takav racio se može smatrati faktorom prilagođavanja (skaliranja) eksternog rejtinga prema internom.

Procena PD-a se može vršiti na osnovu pristupa kohorti ili pristupa na osnovu trajanja. Uobičajen i transparentan pristup je pristup kohorti, koji podrazumeva brojanje svih dužnika koji su u periodu od npr. godinu dana dospeli u statusu neizvršenja obaveza u određenoj klasi rejtinga i stavljanjem u odnos sa brojem dužnika koji su na početku perioda bili u datim klasama.

Ukoliko rejting ocene nemaju poželjna svojstva (npr. monotonost) potrebno je izvršiti određena prilagođavanja. U slučaju nemonotonosti, potrebno je regresirati logaritama PD procena na rejting ocene (Altman i Rijken, 2004) i utvrditi da li su rezultati za nemonotone rejtinge u okviru limita interavala pouzdanosti.

Rejtinzi eksternih rejting agencija teže da budu u skladu sa TTC pristupom. Potrebno je izvršiti određena prilagođavanja kako bi npr. ovi rejtinzi postali osetljivi na makroekonomske uslove.

5.9.3. Mapiranje uporedne vrednosti prema internim skalama rangiranja

Ispravnost mapiranja se mora validirati, i u tom smislu moraju se ispitati sledeći aspekti rejting skala koje se mapiraju: rejting metodologije, faktori rizika koji se koriste i njihovi ponderi, kriterijumi rangiranja, definicija neizvršenja obaveza, kvalitativni opis rejtinga.

Sa stanovišta testiranja unazad, potrebno je validirati:

- konzistentnost PD za mapirane interne i eksterne rejtinge;
- konzistentnost eksterno rangiranih dužnika prema internom i eksternom rejting sistemu;
- konzistentnost rejtinga za ostale dužnike;
- konzistentnost filozofija rangiranja;
- stabilnost mapiranja tokom vremena.

Ispitivanje konzistentnosti PD za mapirane interne i eksterne rejtinge podrazumeva pružanje odgovora na pitanje da li se javljaju razlike između internih procena PD-a i eksternih stopa neizvršenja na osnovu kojih se vrši mapiranje, a što bi ukazivalo na loše mapiranje.

U smislu konzistentnosti eksterno rangiranih dužnika prema internom i eksternom rejting sistemu ispituje se da li veliki procenat dužnika ima iste ili vrlo bliske rejtinge po eksternom i internom rejtingu nakon mapiranja. (npr. +/-1).

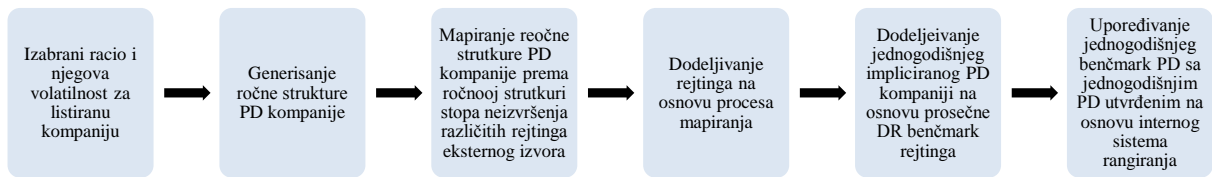
Ukoliko ostali dužnici nisu rangirani u skladu sa eksternom rejtingom, može da se primeni eksterni model i ispita konzistentnost rangiranja sa internim modelom.

Konzistentnost filozofija rangiranja podrazumeva ispitivanje da li je interni rejting kreiran na osnovu pristupa PIT, s obzirom da je poznato da je u osnovi eksternih rejtinga obično je TTC pristup.

Faktor na osnovu kojeg se vrši mapiranje je ročna struktura PD (grafikon 5), npr. primenom pristupa najmanjeg kvadratnog odstupanja na taj način da se ročna struktura PD mapira prema najbližoj ročnoj strukturi DR prema rejting agenciji prema kojoj se vrši benčmarking. Takav rejting se dodeljuje kao uporedni rejting. Stvarna prosečna jednogodišnja DR uporednog rejtinga daje odgovarajuću jednogodišnju uporednu PD kompanije. Na osnovu upoređivanja PD na osnovu modela banke i uporednog rejtinga mogu da se uoče nedoslednosti ili

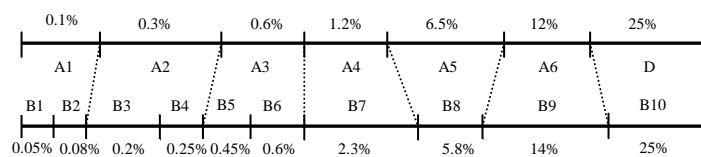
sistematsko podcjenjivanje procena PD-a banke relativno u odnosu na uporedni PD. Na ovaj način mogu da se upoređuju i rangiranja prema internoj skali i uporednom rejtingu.

Grafikon 5: Proces benčmarkinga PD



Benčmarking zahteva da se definišu procedure mapiranja, tj. pravila koja povezuju neosporno jedan rejting sistem sa drugim. U većini slučajeva, mapiranje se oslanja na empirijsko upoređivanje prosečnih PD kao osnove za grupisanje i povezivanje klasa rizika sa glavnom skalom (grafikon 6).

Grafikon 6: Mapiranje rejtinga



Ovakav pristup ipak ne mora da bude odgovarajući za primenu u pogledu sprovođenja validacije iz dva razloga. Prvi je, da PD koje se upoređuju možde nisu homogene. Zavisе od definicije neizvršenja obaveza koja se koristi i vremenskog okvira posmatranja (TTC ili PIT), kao i uslovnosti (stresni ili nestresni). Ove osobine su vezane za model koji se analizira. Problem potiče iz činjenice da se ne posmatra distribucija dužnika po klasama, već samo prosečan PD. Spajanje klasa samo na osnovu prosečnog PD implicira pretpostavku da spajanje njihove distribucije ne menja rezultirajuću prosečnu PD. Ovo može, ali ne mora da bude tačno.⁸⁰ Problem mapiranja se može u tom smislu smatrati kao optimizacija granularnosti glavne skale kako bi se minimizirao gubitak informacija. Vezano za validaciju, posebna pažnja se mora posvetiti adekvatnoj granulaciji glavne skale i korišćenog benčmarka.⁸¹ Problem mapiranja javlja se i iz razloga što se interni modeli upoređuju sa eksternim modelima uz određeno očekivanje da su osnove modela koji se primenjuju iste. Ovo može da bude ispravna pretpostavka za portfolija izloženosti prema korporativnim klijentima ili institucijama, ali kada je reč o SME portfoliju i portfoliju izloženosti prema malim licima, ovakva pretpostavka je diskutabilna.

5.9.4. Validacija benčmarking modela

Jedan od metoda za ispitivanje sposobnost rangiranja benčmarking modela je putem opisane ROC krive. Benčmark rejtinzi se dodeljuju pojedinačnim kompanijama u uzorku putem procesa mapiranja. Rangiranje kompanija se vrši u skladu sa procenom njegovog rizika prema

⁸⁰ Npr. deo dužnika koji je bio klasifikovan u klasu sa prosečnim PD 5%, reklasifikovan je u klasu sa prosečnom PD 1%.

⁸¹ Npr., banka ima dva značajna portfolija, korporativni i SME, i pritom koristi rejting skalu za korporativni segment sa 20 rejtinga, a za SME segment 10 rejtinga. Za svaki segment koristi odgovarajući različit model predikcije neizvršenja obaveza. Ukoliko banka želi da utvrdi ukupan rizik za celokupan portfolio, moraće da izvrši agregaciju dva segmenta ukupnog portfolija, i to tako da će, ili računati kapitalne zahteve za svaki segment zasebno pa rezultate agregirati, a što otvara pitanja konzistentnosti među modelima. Češći pristup je da se sačini glavna skala i glavni model utvrđivanje neizvršenja obaveza. Ako glavna skala ima npr. 5 rejtinga, doći će do gubitka informacija o distribuciji rizika za korporativne dužnike, a ako se koristi glavna skala od 20 rejtinga, moraće da se dodaju neznačajni ili nepotrebni rejtinzi za SME. U svakom slučaju diskriminaciona snaga glavne skale će biti pod uticajem ovih aktivnosti.

benčmark PD-u, polazeći od najrizičnijih kompanija i završavajući sa najmanje rizičnim kompanijama. Stopa ispravnih predviđanja – $HR(C)$ se dobija kao: $HR(C) = H(C)/N_{NI}$, gde je $H(C)$ broj kompanija ispravno klasifikovanih kao neinvesticionog ranga, a N_{NI} ukupan broj kompanija neinvesticionog ranga u uzorku. Ovo znači da se kao ciljna promenjiva predviđanja javlja da li je dužnik ispravno klasifikovan kao da pripada rejtinzima investicionog ili neinvesticionog ranga na osnovu benčmark rejtinga. Stopa ispravnog predviđanja je dakle procenat neinvesticionih kompanija koje su adekvatno klasifikovane. Stopa neispravnih predviđanja – $FAR(C)$ se dobija na sledeći način: $FAR(C) = F(C)/N_I$, gde je $F(C)$ broj kompanija investicionog ranga koje su na osnovu benčmark rejtinga klasifikovane kao neinvesticionog ranga, a N_I ukupan broj kompanija investicionog ranga u uzorku. Kvalitet se meri površinom ispod ROC krive.

Mere asocijacije između eksternog i benčmark rejtinga obuhvataju jednostavne korelacije koje mogu da budu pod značajnim uticajem neadekvatnih podataka. Ovakve korelacione mere pokazuju stepen komonotone⁸² zavisnosti dve promenjive. Za navedene korelacione mere utvrđuje se standardna greška mere i p -vrednost, na osnovu čega se procenjuje da se nulta hipoteza (nepostojanje asocijacije između eksternog i benčmark rejtinga) može odbaciti.

⁸² Svaki put kada se jedna od dve promenjive može iskazati kao bilo kakva transformacije druge promenjive, iste su komonotono zavisne.

6. KALIBRACIJA I PROCES VALIDACIJE PARAMETARA KREDITNOG RIZIKA

Kalibracija predstavlja proces kroz koji se izlazni podaci modela konvertuju u stvarne DR. Kalibracija podrazumeva mapiranje skora modela na empirijsku verovatnoću neizvršenja korišćenjem istorijskih podataka i prilagođavanje razlike između empirijski evidentirane DR i modelirane PD. Fokus je na preciznosti kalibracije modela u smislu adekvatnosti nivoa PD koje model proizvodi.

Razlike između DR u uzorku i stvarnih DR populacije mogu da se jave u procesu kreiranja modela. Javlja se kao prirodna posledica ograničene sposobnosti da se pribave potpuni podaci. Pod oba IRB pristupa u okviru Bazela II, zahtevi za kapitalom se utvrđuju na osnovu internih procena parametara rizika za svaku izloženost. Oni se dobijaju iz internih modela banke i uključuju PD za osnovni pristup, a za napredni i LGD i EAD. U vezi sa tim pitanje je i kalibracija rejting sistema koji se nalazi u osnovi obračuna parametara rizika. Kako se ovi parametri obračunavaju samostalno od strane banke, kvalitet kalibracije predstavlja odlučujući kriterijum za procenu rejting sistema. Rejting sistem je dobro kalibriran ako procenjena PD odstupa samo marginalno od stvarnih DR i ako su odstupanja slučajna i ne pojavljuju se sistematski. Suprotno bi rezultiralo u obračunatom zahtevu za kapitalom koji ne odgovara nivou preuzetog rizika.

Očekivani gubitak (engl. *Expected loss* - EL) se može razmatrati sa stanovišta odozgo na dole, odnosno portfolio aspekt, ali i sa stanovišta odozdo na gore, polazeći od komponenti (parametara) rizika. Pretpostavlja se da je očekivani gubitak portfolija jednak proporciji dužnika koji mogu dospeti u status neizvršenja obaveza u okviru definisanog vremenskog perioda (1 godina u kontekstu Bazela II), pomnoženih sa EAD i očekivanom LGD. Naravno, banke ne mogu unapred da imaju preciznu informaciju o broj neizvršenja obaveza u datoj godini, o EAD ili stvarnoj LGD, odnosno ovi faktori su slučajne promenljive. Banke, međutim, mogu da izvrše procenu očekivane vrednosti ovih veličina. Kao takvi, ova tri pomenuta faktora predstavljaju parametre rizika na kojima je izgrađen Bazel II IRB pristup (BCBS, 2005):

- Verovatnoća neizvršenja;
- Izloženost neizvršenju obaveza;
- Gubitak u slučaju neizvršenja obaveza.

Verovatnoća neizvršenja za određenu rejting klasu označava prosečan procenat dužnika koji ne izvrše obavezu u određenoj rejting klasi tokom jedne godine. Izloženost neizvršenju obaveza predstavlja procenu sume izloženosti u trenutku neizvršenja obaveza. Gubitak u slučaju neizvršenja obaveza predstavlja procenat izloženosti koji banka može da izgubi u slučaju neizvršenja obaveza. Ovi gubici se obično prikazuju kao procenat od EAD i zavise, primarno od vrste i vrednosti kolateralna.

Očekivani gubitak (u nominalnom iskazu) se može predstaviti sledećom formulom $EL = PD \times EAD \times LGD$ ili u procentualnom iskazu kao: $EL = PD \times LGD$.

6.1. Procena i kalibracija verovatnoće neizvršenja

Rizik neizvršenja obaveza predstavlja verovatnoću da može doći do neizvršenja obaveza. Postoji nekoliko definicija neizvršenja obaveza: neplaćanje obaveze, kršenje odredbi ugovora, ulazak u zakonske procedure ili ekonomsko neizvršenje obaveza. Neizvršenje obaveza proglašava se kada se dospele obaveze ne izvrše za određeni period vremena, kao npr. 90 dana nakon datuma dospeća. Kršenja ugovornih odredbi, kao što je npr. finansijski racio sa donjim i gornjim ograničenjima naziva se tehničko neizvršenje obaveza. On obično prouzrokuje

pregovore, iako neke situacije tehničkog neizvršenja obaveza nekada ne ugrožavaju poslovanje klijenta. Ipak neke ugovorne odredbe mogu da prouzrokuju trenutno dospeće celokupnog duga. Neizvršenje obaveza može takođe da bude čisto ekonomsko, što podrazumeva situaciju kada ne postoji izvesnost mogućnosti naplate potraživanja banke.

Definicija neizvršenja obaveza je važna u proceni PD. Istorijski podaci pružaju frekvencije neizvršenja obaveza u skladu sa specifičnom definicijom neizvršenja. Banke, u praksi, često dodeljuju interne rejting klase i usklađuju ih sa rejtingima agencija kako bi napravili rasporede njihovih rejtinga prema PD, što je predloženo i u IRB pristupu Bazela II.

PD ne može da se meri direktno već korišćenjem statističkih metoda nad bazom istorijskih podataka. Takvi podaci se mogu, ili prikupljati interno od strane banaka, ili eksterno pribavljati od strane rejting agencije. Iz tih podataka o neizvršenjima obaveza može da se dobije DR u datom periodu i uzorku. Međutim neizvršenje obaveza predstavlja samo jedan od mogućih ishoda. Pored prelaska u stanje neizvršenja obaveza kompanija može da pređe u niži ili viši kreditni kvalitet (migracija) bilo da se rangiranje vrši interno ili eksterno. Kao i verovatnoće neizvršenja, tako se i verovatnoće migracije u drugu klasu rizika dobijaju iz istorijskih podataka. Migracija u stanje neizvršenja obaveza ustvari predstavlja materijalizaciju gubitka, dok prelazak u svaku drugu klasu ne predviđa evidentiranje gubitka iako PD u tom slučaju može da se poveća.

6.1.1. Karakteristike modela utvrđivanja verovatnoće neizvršenja na osnovu karakteristika dužnika

Procena PD za pojedinačne dužnike je prvi korak u proceni kreditne izloženosti i potencijalnih gubitaka sa kojima se suočavaju finansijske institucije. Kada su PD poznate, jednostavno je izvršiti procenu distribucije gubitaka koja predstavlja osnovni element procene rizika prisutnog u privredi i finansijskim sistemima (Avesani, Liu, Mirenstean i Salvati, 2005). Procena PD, međutim, može da bude izazov uglavnom zbog ograničenja dostupnosti podataka. Modeli procene se svrstati u dve kategorije: tržišni modeli, koji se oslanjaju na cena hartija na tržištu i fundamentalni modeli, koji se oslanjaju na finansijske podatke, tržište i sistemske ekonomske faktore, kao i podatke o rejtingima. Fundamentalni modeli su posebno korisni kada se analiziraju kompanije koje nemaju hartije koje su kotirane na organizovanim tržištima ili su podaci nepouzdana zbog niske likvidnosti. U principu, ovi modeli su pogodni za procenu PD dužnika banaka koji su zatvorena akcionarska društva ili društva sa ograničenom odgovornošću. Modeli se mogu klasifikovati u nekoliko osnovnih grupa: skoring modeli, modeli zasnovani na makroekonomskim podacima i modeli zasnovani na rejtingu.

Skoring modeli, kako je u ranijem delu disertacije objašnjeno, se zasnivaju na finansijskim i drugim podacima vezanim za konkretnu kompaniju, bez razmatranja ostalih faktora van iste. Rana primena je kod Fitzpatrick-a (1932), koji je utvrdio da je PD povezana sa individualnim karakteristikama dužnika. Finansijski pokazatelji koji se mogu koristiti navedeni su u Prilogu 1 disertacije. Modeli su obično zasnovani na regresiji. Makroekonomski modeli pokušavaju da procene kakav bi uticaj imale makroekonomske promenjive na PD dužnika. Primenjuju se primarno za procenu PD na nivou ekonomije ili privrednog sektora. Modeli zasnovani na rejtingu koriste se na tržištima koja imaju obezbeđene podatke kreditnih registara i eksterne podatke o rejtingu. Bazelom II istaknuta je potreba banaka da idu ka razvoju i primeni isključivo internih modela kreditnog rizika, te kvantitativni modeli procene PD predstavljaju osnovu primene IRB pristupa.

IRB sistemi ne zahtevaju od banaka da razvijaju procenu verovatnoća na nivou jednog dužnika. Od banaka se zahteva da se omogući procena PD na osnovu grupe dužnika sa

sličnim karakteristikama. Imajući u vidu da se PD koja se dodeljuje grupi sličnih dužnika treba da ukazuje na prosečan nivo PD za tu grupu, polazna osnova je razmatranje PD karakterističnih za jednog dužnika. PD vezane za jednog dužnika sadrže u osnovi pretpostavke oko kretanja ekonomskih uslova. Može da se pođe i od stresnih scenarija. U tom smislu mogu da se razmatraju stresni PD⁸³ i nestresirani PD⁸⁴.

Neizvršenje obaveza se modelira korišćenjem latentne promenljive Z_{it} , koja je normalno raspoređena i jedinstvena za svakog dužnika i u trenutku t . Dužnik će da dospe u status neizvršenja u trenutku t ukoliko je realizovana vrednost Z_{it} ispod nule, tako da se Z_{it} može smatrati merom udaljenosti dužnika o statusa neizvršenja obaveza.

$$Z_{i,t+1} = \alpha + \beta_W W_i + \beta_X X_{it} + \beta_Y Y_t + U_{i,t+1}$$

W_i predstavlja fiksni faktor rizika koji prikazuje karakteristike dužnika koje ne variraju tokom vremena, kao što su npr. privredna grana ili kvalitet menadžmenta itd. Y_t predstavlja faktor rizika koji utiče na kreditni bonitet dužnika i celokupnog portfolija banke. U istom se obuvata komponenta u vidu makroekonomskih uslova u trenutku t . X_{it} predstavlja takve dinamičke karakteristike dužnika i koje su uočljive u trenutku t i ne mogu se predvideti uz uslove Y_t . β parametri su pozitivni i negativno korelisani sa kreditnim bonitetom dužnika. Standardna normalna slučajna promenljiva $U_{i,t+1}$ odlikava informacije koje utiču na dužnikov status neizvršenja obaveza u trenutku $t + 1$ i ne mogu da se sagledaju u trenutku t . Radi se dakle o sistematskom riziku koji ima kontinuirani uticaj na status neizvršenja obaveza dužnika.

$$U_{i,t+1} = \omega V_{t+1} + \sqrt{1 - \omega^2} E_{i,t+1}$$

gde je V_{t+1} sistematski faktor rizika koji utiče na sve dužnike, a $E_{i,t+1}$ predstavlja idiosinkratski faktor rizika, odnosno faktor vezan za pojedinačnog dužnika. Parametar ω određuje osetljivost neizvršenja obaveza na neposmatrani faktor sistematskog rizika. Vrednost ovog parametra blizu jedan implicira da su neizvršenja obaveza visoko korelisana tokom vremenskog perioda i obrnuto kretanjem ka nuli. Sve ostale promenljive se pretpostavljaju da su nezavisne i identično distribuirane.

Ukoliko je D_{it} indikator koji je jednak 1 ukoliko dužnik dospe u status neizvršenja obaveza i 0 ako ne dospe, nestresna PD za dužnika i u trenutku t je jednaka:

$$PD_{it}^U = E[D_{i,t+1} | W_i = w_i, X_{it} = x_{it}, Y_t = y_t] = \Phi(-(\alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} + \beta_Y y_t))$$

6.1.2. Verovatnoća neizvršenja vezana za grupu sličnih izloženosti

Pretpostavka da je PD za grupu sličnih izloženosti jednak proseku PD pojedinačnih dužnika odlikava težnju da PD za grupu dužnika treba da pruža uvid u centralnu tendenciju u okviru date grupe. Ukoliko se radi o PIT rejting sistemu, nestresni PD će imati svi dužnici u okviru jedne rejting klase i isti će biti stabilan u odnosu na poslovni ciklus. Dužnici će kroz poslovni ciklus prelaziti u povoljnije i nepovoljnije klase rizika na taj način održavajući fiksni PD u okviru pojedinog rejtinga. Fiksni PD za grupu u okviru jedne rejting klase ne znači da će i ekonomski kapital biti konstantan obzirom da će se u zavisnosti od uslova poslovnog ciklusa distribucija dužnika po rejting klasama menjati.

⁸³ Meri izvesnost neizvršenja obaveza dužnika tokom perioda posmatranja korišćenjem raspoloživih informacija o dužniku, uz pretpostavku naglih nepovoljnih promena ekonomskih uslova. PD će se menjati sa promenom karakteristika dužnika, ali neće biti visoko korelisano sa poslovnim ciklusom.

⁸⁴ Nepristrasna procena izvesnosti neizvršenja obaveza dužnika tokom perioda posmatranja, na osnovu svih trenutno raspoloživih informacija. Očekivano ovaj PD bi trebao da pada kako se makroekonomski uslovi u kojima dužnik posluje pogoršavaju.

Sa druge strane stresni PD za PIT rejting nije stabilan tokom vremena i biće pozitivno korelisan sa poslovnim ciklusom. Kako se poboljšavaju poslovni uslovi, dužnici sa lošijim karakteristikama moraju da pređu u bolju PIT rejting klasu (iz lošije rejting klase) kako bi se održala konstantna nestresna PD. Kao rezultat toga, prosečna vrednost stresnog PD za dužnike kojima je trenutno dodeljen PIT rejting težiće da se poboljša kako se poboljšavaju poslovni uslovi.

Stresni PD za određenu rejting klasu imaće relativno isti stresni PD. Ovo implicira da će stresni PD za jednu rejting klasu u TTC sistemu rangiranja biti relativno stabilan tokom vremena. Pojedinačni dužnici mogu da ulaze i izlaze iz određenog rejtinga kako se menjaju uslovi, ali snažan ciklični efekat u takvim tranzicijama ne bi trebalo da se uočava. Nasuprot tome nestresni PD za grupu dužnika TTC rejting sistema može da se iskaže kao negativno korelisan sa poslovnim ciklusom. Kako se poslovni uslovi menjaju nestresni PD će težiti padu, čak i kada njihov stresni PD ostaje stabilan. Kao rezultat, nestresni PD za dužnike koji su dodeljeni TTC rejting klasi težiće da pada tokom pozitivnih kretanja u ciklusu i da raste tokom negativnih kretanja.

U praksi prosečna vrednost PD vezanog za pojedinačne dužnike u okviru jedne rejting klase ne odlikava precizno PD vezan za klasu. Stoga se primenjuju pristupi validacije kako bi se utvrdilo da li pristupi koji se primenjuju proizvode precizne procene PD vezanog za grupu sličnih dužnika (rejting klasa).

Okvir Bazela II ističe tri pristupa kvantifikaciji grupnog PD:

- pristup zasnovan na istorijskom neizvršenju obaveza. PD za rejting klasu se procenjuje korišćenjem istorijskih podataka o frekvenciji posmatranih neizvršenja obaveza među dužnicima koji su raspoređeni u rejting klasu;
- pristup zasnovan na statističkom modelu, pod kojim se statistički modeli koriste za procenu PD za svakog dužnika raspoređenog u rejting klasu. PD za grupu dužnika se računa kao prosek (medijana) PD vezane za pojedinačne dužnike;
- pristup eksternog mapiranja, pod kojim se mapiranje koristi kako bi se interne rejting klase povezale sa eksternim rejting klasama. PD za grupu dužnika se računa za eksterne rejting klase i dodeljuje internim rejtingima.

Učestalost neizvršenja obaveza za rejting klasu se definiše kao evidentirana DR za klasu tokom posmatranog perioda vremena (obično jedna godina): $DR_t = D_t/N_t$, gde je D_t broj neizvršenja obaveza tokom perioda u klasi rejtinga, a N_t je ukupan broj dužnika u rejting klasi u početnom periodu posmatranja. Nestresni PD za klasu predstavlja predviđanje DR za period posmatranja. Korelacija je razlog što PD za rejting klasu ne odgovara empirijskoj DR. Tokom perioda kada se agregatni ekonomski uslovi poboljšaju evidentirana DR za klasu rejtinga će težiti da bude ispred nestresne PD i obrnuto u slučaju pogoršanja uslova. Dugoročni prosek DR (engl. *Long-run default frequency* – LRDF) predstavlja samo prosek godišnjih stopa tokom posmatranog perioda: $LRDF = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T DR_t$.

Tokom perioda, razlike između godišnjih nestresnih PD i evidentirani DR će se poništiti i LRDF će konvergirati prema dugoročnom proseku nestresnog PD za određenu klasu. Nestresni PD za klasu u slučaju PIT sistema je konstantan tokom vremena, pa će LRDF za PIT aproksimirati nestresnom PD za klasu. Dugoročna prosečna DR pod TTC filozofijom neće predstavljati dobru aproksimaciju nestresnog PD za klasu, pošto će PD za klasu biti ispod LRDF tokom cikličnih pikova i viši od LRDF tokom padova u ciklusu. Pristup istorijskog iskustva neće biti adekvatan ni za preciznu kvantifikaciju stresnog PD, pošto se stresni uslovi ne javljaju često tako da istorijsko iskustvo neće odslikavati stresne događaje.

Statistički modeli se zasnivaju na empirijskom modelu za predviđanje neizvršenja. Model bi trebao da raspolaže sa informacijama o dužniku i agregatnim informacijama o poslovnim uslovima kako bi se dobile PD karakteristične za određenog dužnika. Model može da generiše ili stresni ili nestresni PD za određenog dužnika. PD se, za klasu rejtinga, dobija kao prosek PD za pojedinačne dužnike koji se trenutno nalaze u klasi. Ovaj pristup se stoga može koristiti bez obzira na rejting filozofiju i precizan je onoliko koliko je precizan model procene PD koji se koristi, te se mora vršiti redovna validacija.

Pristup eksternog mapiranja, naizgled jednostavan, nameće problematična pitanja validacije modela koji se koristi za procenu PD vezanog za eksterne rejting skale i naravno procesa mapiranja internih na eksterne rejtinge. Ukoliko banka i eksterni rejting provajder koriste različite filozofije rangiranja, evidentno će dolaziti do promene mapiranja na godišnjem nivou. PIT rejtinzi će se menjati sa poslovnim ciklusom, dok će TTC rejtinzi neće, što otežava posao validacije mapiranja.

6.1.3. Pravila Bazela II za procenu verovatnoće neizvršenja

U cilju dokazivanja adekvatnosti primenjivanog modela potrebna je metodologija validacije osnovnih parametara modela, a posebno za banke koje se kandiduju za IRB pristup obračuna kapitala za kreditni rizik. Banka mora da uspostavi politike za sve aspekte validacije. Banka mora da sveobuhvatno validira segmentaciju i kvantifikaciju rizika najmanje jednog godišnje, dokumentuje rezultate i izvesti viši menadžment o nalazima (Federal Register, 2004). Nezavisno od IRB pristupa (osnovni ili napredni) PD je uvek ulazni podatak za obračun kapitalnih zahteva. Da bi bankama bilo dozvoljeno da koriste IRB pristup, iste moraju ispuniti minimalne kriterijume. Banke moraju da utvrde PD za svakog dužnika. Minimalno banke moraju da imaju sedam rejtinga za aktivne dužnike i jednu za dužnike koji su dospeli u status neizvršenja obaveza (paragraf 404 Bazela II). Bankama je dozvoljeno da utvrde odvojene modele za svaku klasu plasmana (kreditni stanovništvu, hipotekarni krediti, krediti MSP, korporativni krediti). Na osnovu različitih PD modela, moraju da se utvrde rejtinzi za svaku klasu plasmana. IRB zahteva od banaka da se modeliraju svi rizici vezani za njihove portfolije. Banke raspolažu sa različitim informacijama u vezi sa njihovim portfolijima. Traži se da se koriste sve relevantne informacije za utvrđivanje rizika portfolija (BCBS, 2004, paragraf 411), a koje se kombinuju u okviru seta podataka koji predstavlja osnovu za procenu PD. Proces merenja PD mora da bude predmet validacije (paragraf 500 Bazela II): banke moraju da imaju uspostavljen robustan sistem za validaciju preciznosti i konzistentnosti rejting sistema, procesa i procena svih relevantnih konponenti rizika. Najvažniji (kvantitativni) zahtevi koje PD model mora da ispuni navedeni u Bazelu II (BCBS, 2004) su:

- 389. Rejting sistem mora da proizvodi smislenu procenu dužnika i karakteristika transakcije. Sistem mora biti konzistentan sa internim korišćenjem.
- 394. Rejting sistem obuhvata sve metode, procese, kontrole i sakupljanje podataka i informacione sisteme koji pružaju podršku proceni kreditnog rizika, dodeljivanje internih rejtinga rizika i kvalifikaciju procena neizvršenja obaveze i gubitaka.
- 395. Banka može da koristi višestruke sisteme. Obrazloženje dodeljivanja mora biti dokumentovano. Sistem mora da odslikava rizik dužnika na najbolji mogući način.
- 397. Različite izloženosti istom dužniku moraju imati dodeljenu istu ocenu dužnika, bez obzira na razlike u prirodi svake specifične transakcije.
- 402. PD, LGD i EAD se moraju proceniti za svaki segment. Minimalno se moraju razmotriti karakteristike rizika dužnika, karakteristike rizika transakcije i delikventnost izloženosti kao faktori rizika
- 403. Banka mora da ima smislenu distribuciju izloženosti po ocenama bez preterane koncentracije, bilo na skalama dužnika ili proizvoda.

- 404. Banka mora da ima najmanje sedam ocena dužnika za aktivne dužnike i jednu za dužnike u statusu neizvršenja obaveza.
- 411. Sve relevantne i materijalne informacije moraju da se koriste u dodeljivanju rejtinga dužnicima i proizvodima. Što manje informacija banka ima, mora biti konzervativnija u svojim procenama.
- 414. Iako je vremenski horizont koji se koristi u PD procenama jedna godina, očekuje se da banka koristi duži vremenski horizont.
- 415. Rejting dužnika mora da predstavlja bančinu procenu sposobnosti i volje dužnika da u skladu sa ugovorom izvrši obaveze bez obzira na nepovoljne ekonomske uslove ili pojavljivanje neočekivanih događaja.
- 416. Imajući u vidu teškoće u prognoziranju budućih događaja, banka mora da ima konzervativan pogled na projektovane informacije.
- 417. U proceni PD modela
 - promenjive moraju da formiraju razuman set prediktora;
 - mora da postoji preciznost, kompletnost i prikladnost podataka;
 - podaci koji se koriste moraju da budu reprezentativni za populaciju;
 - ljudska procena mora da uzme u obzir informacije koje nisu razmotrene u modelu;
 - banka mora imati procedure za subjektivnu reviziju;
 - banka mora imati regulatni ciklus validacije modela (monitoring uspesnosti i stabilnosti modela; odnosi u modelu, testiranje rezultata modela naspram stvarnih ishoda).
- 420. U slučaju statističkog modela mora da se dokumentuje sledeće:
 - pregled teorije, pretpostavki, matematičkih i empirijskih osnova i podataka koji se koriste;
 - rigorozan statistički proces validacije (testovi van vremena i van uzorka);
 - indikaciju kada model ne radi dobro.
- 425. Rejtinzi moraju da se revidiraju najmanje jednom godišnje.
- 430. Moraju da se čuvaju rejting istorije, uključujući rejting od kada je dužnik/garantor dobio internu ocenu, datume, metodologiju i osnovne podatke koji se koriste.
- 434. Banka mora da ima uspostavljen zdrav proces stres testiranja za potrebe korišćenja u proceni adekvatnosti kapitala.
- 435. Banka mora da sprovodi stres testove kreditnog rizika za procenu efekata određenih specifičnih uslova na IRB zahteve za regulatornim kapitalom.
- 447. Procene PD moraju da budu dugoročan prosek jednogodišnjih stopa neizvršenja obaveza za dužnike u određenom rejtingu.
- 448. Interne procene PD, LGD i EAD moraju da inkorporiraju sve relevantne, materijalne i raspoložive podatke, informacije i metode.
- 452. Neizvršenje obaveza se javlja kada se dogodi jedan od sledeća dva ili oba događaja:
 - nije izvesno da će dužnik izmiriti obaveza.
 - dužnik kasni u izmirenju obaveza preko 90 dana.
- 458. Banka mora da ima jasno artikulisane i dokumentovane politike brojanja dana docnje u izmirenju obaveza.
- 501. Banka moraju da regularno upoređuju realizovane stope neizvršenja obaveza sa procenjenim PD za svaku ocenu i da budu u stanju da demonstriraju da se realizovane stope neizvršenja nalaze u okviru očekivanog okvira za datu ocenu.
- 503. Banka mora da demonstrira da metodi kvantitativnog testiranja i ostali metodi validacije ne variraju sistematično sa ekonomskim ciklusom.

- 504. Banke moraju da imaju dobro artikulisane interne standarde za situacije gde odstupanja u realizovanim PD, LGD i EAD od očekivanja postanu dovoljno značajni da dovede u pitanje validnost procena.
- 506. Banke, pod osnovnim IRB pristupom, koje ne ispunjavaju zahteve za sopstvenu procenu LGD i EAD, moraju da ispune minimalne zahteve opisane u standardizovanom pristupu.

Napred navedena definicija neizvršenja obaveza (paragraf 452) je osnov uspostavljanja modela zasnovanih na internom rejtingu, s tim da su kvalitet i uspešnost modela zavisni od definicije neizvršenja obaveza. Ovo pitanje je od posebnog značaja za male banke, imajući u vidu ograničen broj dužnika, kako bi se obezbedila statistička značajnost rejting modela.

Za većinu banaka, uobičajeno je korišćenje perioda predviđanja od jedne godine. Razlog ovoga je što ovaj period predstavlja interval za koji može da se prikupi novi kapital, preduzmu aktivnosti ublažavanja gubitaka u cilju eliminisanja rizika iz portfolija, dođe do novih podataka o dužnicima. Takođe u tom period se vrši i objavljivanje podataka o neizvršenju obaveza, interno budžetiranje, planiranje kapitala i finansijsko izveštavanje, kao i revidiranje kredita radi revolviranja.

Duži periodi predviđanja takođe mogu biti cilj analize kroz korišćenje jednogodišnjih matrica prelaza radi dobijanja stopa za više godina ili razvoj modela za procenu neizvršenja obaveza za duže vremenske periode.

6.1.4. Godišnje i kumulativne stope neizvršenja obaveza

Kalkulacija stope neizvršenja obaveza se odnosi na broj kompanija. Polazna informacija je broj kompanija koje nisu bile u statusu neizvršenja obaveza na početku perioda (godine). Proces obuhvata sledeće korake:

- agregacija podataka o neizvršenju obaveza za datu grupu kompanija;
- podela grupa u delove portfolia po rejtingu;
- kalkulacija DR kao odnos neizvršenih obaveza u datom periodu i ukupnog broja kompanija koje nisu u statusu neizvršenja obaveza (aktivne) na početku perioda.

Godišnje DR predstavljaju odnose kompanija koje nisu izvršile obaveze sa aktivnim kompanijama na početku perioda. Postoje aritmetičke i ponderisane DR. DR pojedinih rejting klasa i njihov volatilitet tokom perioda vremena proističu iz ovih statističkih podataka. DR kumuliraju se i rastu sa protokom vremena, pošto veći vremenski period podrazumeva i veću šansu da nastane situacija neizvršenja obaveza. Volatilitet godišnjih istorijskih DR predstavljen je standardnom devijacijom posmatrane vremenske serije. Volatilitet je u porastu ukoliko opada rejting. Ukoliko je volatilitet visok, potencijalna devijacija DR oko prosečne vrednosti može da bude značajna. Ukoliko je volatilitet nizak devijacija je mala. Porast stopa tokom vremena nije proporcionalan. Za više klase rejtinga, odnosno niže DR, porast je više nego proporcionalan, dok je za niže klase rejtinga, odnosno više DR, manji od proporcionalnog. Visokorizični dužnici poboljšavaju svoj rizik kada prežive duži period vremena, dok niže rizični dužnici se suočavaju sa opadanjem njihovog kreditnog rejtinga kako vreme prolazi.

6.1.5. Metodi procene verovatnoće neizvršenja

Tranzicione matrice karakterišu protekle promene kreditnog boniteta dužnika korišćenjem istorije migracija rejtinga. U vezi sa nastankom događaja neizvršenja obaveza, značajna informacija je data u matrici, gde je u poslednjoj koloni data verovatnoća nastupanja takvog događaja. Uobičajena praksa je da se koristi jednogodišnji vremenski period predviđanja iz napred navedenih razloga, kao i što podaci koji ukazuju na nastanak kreditnog rizika nisu tako

česti, odnosno najprikladnije se mogu posmatrati kroz zvanično finansijsko izveštavanje. Lando i Skodeberg (2002) predstavljaju i pregledaju nekoliko pristupa proceni ovih matrica migracija koje se porede i u radovima Jafry and Schuermann (2004).

Uopšteno, postoje dva pristupa:

- pristup kohorti;
- pristup trajanja, gde se izdvajaju dve varijante:
 - parametarski (nameće vremensku homogenost i invarijantnost) i
 - neparametarski (relaksira vremensku homogenost).

Metod kohorti se zasniva na evidenciji dužnika koji se na početku perioda posmatranja (npr. 1 godina) nalaze u određenim rejting klasama, a zatim se prati da li su i koliko njih prešli u status neizvršenja obaveza tokom perioda posmatranja. Rezultujuća stopa PD se dobija podelom broja dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza sa ukupnim brojem dužnika u određenoj rejting klasi. Periodi posmatranja mogu da budu i kraći (npr. kvartal ili mesec itd.). Pristup kohorti uzima u obzir posmatrane proporcije sa početka perioda posmatranja (godine u slučaju godišnjih tranzicionih matrica) do kraja istog kao procene verovatnoća migracija. Ukoliko se pretpostavi da je $N_{ij}(t)$ kompanija u rejting klasi i na početku godine t i $N_{ij}(t)$ migriranih u klasu j do kraja godine, procena verovatnoće tranzicije za godinu t jednaka je:

$$P_{ij}(t) = \frac{N_{ij}(t)}{N_i(t)}$$

Bilo koje promene u toku posmatranog perioda se isključuju, odnosno npr. plasmani koji su odobrani u toku posmatranog perioda ne ulaze u matrice tranzicije. Takođe, kompanije koje su u toku perioda izmirile svoje obaveze u nemaju rejting sa krajem posmatranog perioda isključene su iz obračuna. Ukoliko se posmatra više godina (T), verovatnoća tranzicije je sledeća:

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} = \frac{\sum_{t=1}^T N_{ij}(t)}{\sum_{t=1}^T N_i(t)}$$

U **modelima zasnovanim na trajanju** fokus je na vremenskom periodu do neizvršenja obaveza. Obično, ovo se modelira pomoću funkcije hazarda: koja je PD u kratkom vremenskom intervalu polazeći od t , pod uslovom da se takav događaj nije desio u prethodnom periodu. U praksi, baze podataka su obično previše ograničene kako bi se mogle koristiti za ovaj model. Drugi problem je nedostajuće promenjive ili neprimećena heterogenost. Nedostajuće promenjive mogu da budu ili zavisne ili nezavisne od posmatranih promenljivih. Promenjive koje nisu uzete u obzir izazvaće heterogenost i kod modela na osnovu trajanja ovo rezultira u ozbiljnoj grešci. Drugi nedostatak je da ovi modeli ne obezbeđuju PD u narednom periodu direktno.

Pristup na osnovu trajanja broji sve rejting promene tokom trajanja perioda posmatranja (jedne ili više godina) i deli ih sa brojem kompanija-godina, N_R^* , provedenih u svakom rejtingu kako bi se pribavio intenzitet migracija koji se transformiše u verovatnoću migracije. Dakle, pored rejting klase u kojoj se određena kompanija nalazila u toku perioda posmatranja, bitno je i vreme provedeno u svakom od rejtinga kako bi se utvrdila procena verovatnoće. Ovakvi podaci ne bi igrali nikakvu ulogu u pristupu kohorti. Kako je pomenuto, kompanije koje nisu rangirane na kraju perioda nemaju nikakav uticaj na verovatnoće u pristupu kohorti, što kod pristupa na bazi intenziteta svaka kompanija koja je bila rangirana u toku godine imaće svoj doprinos verovatnoćama koje čine migracionu matricu.

Metod zasnovan na trajanju teži da poboljša metod kohorti uključanjem informacija o rejting migracijama u proces procene. Ideja u osnovi je da se događaji neizvršenja obaveza interpretiraju kao rezultat procesa migracija. U najjednostavnijem primeru gde se polazi od pretpostavke da proces migracija prati stacionarni Markovljev proces, t -godišnja migraciona matrica M_T se može dobiti primenom jednogodišnje migracione matrice T puta.

$$M_T = M_1^T$$

U slučaju kontinuelnog vremena može se napisati u sledećem obliku:

$$M_t = e^{(m \cdot t)}$$

gde m predstavlja migracionu matricu, t vremenski indeks, a $e^{(m \cdot t)}$ eksponencialnu matricu. Stoga M_1 može da se dobije (uključujući i jednogodišnje PD) prvo procenom m , brojanjem migracija, a zatim primenom eksponencijala matrica na procenjenju marginalnu tranzicionu matricu.

6.1.6. Metodi procene za baze sa malim brojem događaja neizvršenja obaveza.

Kalkulacija zasnovana na istorijskim podacima za dati segment neće biti dovoljno pouzdana za procenu PD, a posebno ne za procenu LGD ili EAD. Takođe, testiranje unazad empirijskih podataka prema procenama možda neće moći da pruži adekvatne informacije o kvalitetu modela i samim tim dovešće u pitanje primenjivost modela za takva portfolija za IRB pristup, iako BCBS nikada nije dala eksplicitan stav da je to neprihvatljivo. Smatra se da je Bazel II okvir objavljen u vezi sa principima validacije (2005), dovoljno fleksibilan da su i LDP prihvatljivi za primenu pod IRB sistemima. Kao i u slučaju drugih portfolija, LDP moraju da ispune minimalne kriterijume uspostavljene u Bazel II okviru, a koji uključuju zahteve za smislenom diferencijacijom rizika i razumno precizne i konzistentne kvantitativne procene rizika. Izbor određenih alata i tehnika značajno će zavisi od situacije određene banke i samog portfolija. U tom smislu, kada, npr., postoji nedostatak skorijih podataka o gubicima, ali istorijsko iskustvo ili druge analize ukazuju na to da je ovo malo verovatno da je takva situacija izvesnih dugoročnih ishoda, procene rizika je potrebno bazirati na dodatnim informacijama o gubitaka. Pored toga, postoji niz IRB kvalifikacionih kriterijuma u Bazela II okviru, od čega su podaci i statistički elementi su samo jedan deo (kao što je navedeno u petom principu validacije). Ukoliko validacija ne može da se sprovede zbog navedenih ograničenja, pristup poput benčmarkinga može da bude dovoljan za potvrdu adekvatnosti rejting modela.

Alati koji mogu da se koriste za povećanje kvaliteta podataka, u kontekstu stvaranja uslova za adekvatnu kvantifikaciju i validaciju rizika su:

- objedinjavanje podataka sa drugim bankama ili tržišnim učesnicima, kao i upotreba drugi spoljnih izvora podataka, uz neophodnu potvrdu relevantnosti datih izvora podataka za banku;
- kombinovanje segmenata portfolija sa sličnim karakteristikama rizika;
- kombinovanje različitih rejting kategorije, odnosno mapiranje rejting sistema u odnosu na rejting agenciju i
- procena PD na osnovu podataka u okviru horizonta koji je različit od jedne godine (korišćenje višegodišnje kumulativne PD uz anualizacije ishoda, ili analiza unutargodišnjih migracija).

Imajući u vidu da je PD osnovni ulazni podatak modela kreditnog rizika, primarni problem može da se javi u slučaju malog broja neizvršenja obaveza. Pored ovog problema i pored postojanja određenih događaja u pojedinim godinama, javlja se i problem volatiliteta broja neizvršenja, a kao rezultat malog broja dužnika u pojedinim rejting klasama. Banke obično

koriste mapiranje prema osnovnim skalama u banci ili eksternim izvorima podataka. Ovakvi pristupi, iako se široko primenjuju, ne zadovoljavaju osnovne pretpostavke statističkih osnova PD vrednosti. Hanson i Schuermann (2004) su u svom radu predstavili pristup da se PD računa primenom migracionih matrica, odnosno utvrđivanjem PD za dobre klase rizika računajući migracije dužnika kroz lošije klase i eventualno neizvršenja obaveza i korišćenje svojstva Markovljevih lanaca.

Pluto i Tasche (2004) prezentovali su pristup koji je prikladan za portfolije sa malo ili čak nimalo događaja neizvršenja obaveza. Pretpostavlja se da je rangiranje dužnika ispravno. Metodologija funkcioniše na osnovu obračuna okvira pouzdanosti oko PD za svaku rejting klasu. Prema najopreznijem principu procene, metodologija daje monotone procene PD.

6.1.7. Statističke tehnike kalibracije i validacije verovatnoće neizvršenja

Realizacija $y = 1$ ili $y = 0$, respektivno je rezultat slučajnog procesa koji je izražen uključivanjem slučajne promenjive ε_i u pristup. Ovo znači da čak i kada su parametri modela β definisani savršeno tačno, postoji nekakva nepredvidiva slučajnost. Iz toga razloga, određena realizacija slučaja neizvršenja obaveza ne može se predvideti, jer bi time bilo implicirano da rejting sistem može sa sigurnošću da predvidi slučajnu promenjivu ε_i . Rejting model može samo da predvidi PD najtačnije moguće.

U daljem tekstu termin kalibracija označava svojstvo rejting sistema, a ne aktivnost. Termin se odnosi na ishode rejting sistema i jeste svojstvo rejting sistema. Ovo znači da predviđena verovatnoća neizvršenja je tačna: $\widehat{PD}_i = PD_i \forall i$. Iz tog razloga neohodno je izvršiti određeni broj testova kalibriranosti modela. Testovi koji su navedeni u praksi su mnogu primenjiviji na PIT u odnosu na TTC rejting, s obzirom da se TTC rejting modeli odnose na duže vremenske periode. Statistički testovi se mogu podeliti na testove za jedan ili više perioda, kao i u zavisnosti od mogućnosti da se istima obuhvati samo jedan rejting ili više rejtinga u testiranju u isto vreme.

Binomni test uzima u obzir jedan rejting u jednom periodu vremena, obično jedna godina, uz pretpostavku nezavisnosti događaja neizvršenja obaveza u okviru datog rejtinga.

Kod stvarnog binomnog testa, polazeći od pretpostavke da postoji N_g dužnika u rejtingu g , koji imaju iste verovatnoće neizvršenja obaveza PD_g , da su realizacije nezavisne jedna od druge, onda broj neizvršenja u rejtingu g , $N_{g,y=1}$, prati binomnu distribuciju sa:

$$P(N_{g,y=1} | N_g, PD_g) = \binom{N_g}{N_{g,y=1}} \cdot PD_g^{N_{g,y=1}} \cdot (1 - PD_g)^{N_g - N_{g,y=1}}$$

Na osnovu ovoga, može da se sprovede statistički test hipoteze sa nultom hipotezom:

$$H_0: PD_g = \widehat{PD}_g$$

Ova hipoteza polazi od stava da je procenjeni PD određenog rejtinga dovoljno konzervativan, tj. da stvarne DR su manje ili jednake procenjenim DR. Alternativna hipoteza polazi od stava da je procenjena PD rejtinga manja od stvarne stope neizvršenja:

$$H_1: PD_g \neq \widehat{PD}_g$$

gde \widehat{PD}_g označava predviđanje dobijeno iz rejting modela. Testna statistika je posmatrani broj neizvršenja $N_{g,y=1}$ i nulta hipoteza se odbacuje ukoliko posmatranjem $N_{g,y=1}$ pod H_0 je previše neizvesno. Konstataciju previše neizvesno označava nivo pouzdanosti α . Poznavajući distribuciju $N_{g,y=1}$ pod H_0 može da se izračuna ova kritična vrednost kao:

$$N_{g,y=1} \leq b \binom{\alpha}{2} \quad \text{ili} \quad N_{g,y=1} \geq b \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

gde $b(\cdot)$ predstavlja kvantil kumulativne distribucije funkcije binomne distribucije $B(N_g, PD_g)$.

Prema Tasche (2009), binomni test je naj snažniji test među testovima uz fiksni nivo i stvarni tip I greške (verovatnoća da će se odbaciti adekvatna projekcija PD) može da bude značajno veći od nominalnog nivoa testa ukoliko su događaji neizvršenja korelisani. Pretpostavka nezavisnosti, međutim u praksi, nije realna i korelacije⁸⁵ postoje.

Jedan od načina da se pribavi jednostavniji izraz za broj kritičnih neizvršenja obaveza u okviru jedne klase rejtinga, je primena centralne granične teoreme. *Normalna aproksimacija binomnog testa* se često koristi u praksi, koristeći se činjenicom da tačna diskretna binomna distribucija konvergira normalnoj distribuciji kroz povećanje veličine uzorka. Ova aproksimacija može da bude ispravna ukoliko je $N_g \cdot PD_g \geq 10$ i u isto vreme stoji i da je $N_g \cdot PD_g \cdot (1 - PD_g) \geq 10$. Broj neizvršenja obaveza je normalno distribuiran $N_g \sim N(N_g \cdot PD_g; N_g \cdot PD_g \cdot (1 - PD_g))$ i testna statistika $\Phi^{-1}(\cdot)$, inverzna kumulativna funkcija standardne normalne distribucije) mora da se konstruiše kao:

$$Z_{bin} = \frac{N_g \cdot \bar{y}_g - N_g \cdot PD_g}{\sqrt{N_g \cdot PD_g \cdot (1 - PD_g)}} \sim N(0,1)$$

i prati standardnu normalnu distribuciju, gde $\bar{y}_g = N_{g,y=1}/N_g$ označava posmatranu stopu neizvršenja obaveza u izabranoj klasi g. Izvedeći dvostrani test hipoteze kritične vrednosti se mogu lako dobiti kao $\alpha/2$ i $1 - \alpha/2$, odnosno kao kvantili standardne normalne distribucije.

Kritična vrednost \tilde{d}_α se dakle može dobiti na sledeći način:

$$\tilde{d}_\alpha = N_g \cdot PD_g + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{N_g \cdot PD_g \cdot (1 - PD_g)}$$

Asimptotska aproksimacija normalnom distribucijom zahteva tzv. Laplasovo pravilo bude ispunjeno:

$$N_g \cdot PD \cdot (1 - PD) > 9$$

ili da je ispunjen sledeći manje restriktivan zahtev:

$$N_g \cdot PD_g > 5 \text{ i } N_g \cdot (1 - PD_g) > 5$$

Praksa je pokazala da aproksimacija radi na prihvatljivom nivou, čak i za nivoe N_g od 50. Za male PD i mali broj dužnika u jednoj rejting klasi ovi preduslovi korišćenja normalne distribucije impliciraju nezamislivo veliki broj dužnika.

Pretpostavka nekorelisanih neizvršenja za binomni test generalno rezultira u precenjivanju značaja odstupanja realizovane stope neizvršenja od procenjene stope. Ovo je u suštini tačno za slučajeve kada je realizovana stopa viša od procenjene. Iz tog razloga, iz prosto konzervativnog tačke gledišta na procenu rizika, precenjivanje značaja nije kritično u slučajevima podcenjenog rizika. Ovo znači da je potpuno moguće raditi pod pretpostavkom nekorelisanih neizvršenja. Za konstantno podcenjene rizike, precenjivanje značajnosti će voditi češćoj rekalkibraciji rejting modela, što može da ima negativne efekte na stabilnost modela tokom vremena. Neophodno je stoga utvrditi barem približne nivoe do kojih korelacije neizvršenja utiču na PD procene, a što je osnova *modifikovanog binomnog testa*.

Uz nivo pouzdanosti α , nulta hipoteza (H_0) se odbacuje pod pretpostavkama fiksne rejting klase i nezavisnosti neizvršenja kada se broj posmatranih neizvršenja (d) u rejting klasama $g = 1, \dots, g$ veća ili jednaka kritičnoj vrednosti:

⁸⁵ Bazel II okvir podrazumeva postojanje korelacija između 12% i 24%.

$$d_\alpha = q + \frac{2q - 1}{2N_g} - \frac{q(1 - q)}{\varphi\left(\frac{\sqrt{\rho}\Phi^{-1}(1 - \alpha) + \Phi^{-1}(\pi_g)}{\sqrt{\rho(1 - \rho)}}\right)} \cdot \frac{(1 - 2\rho)\Phi^{-1}(1 - \alpha) - \sqrt{\rho}\Phi^{-1}(\pi_g)}{2N_g\sqrt{\rho(1 - \rho)}}$$

gde ρ označava korelaciju neizvršenja, a q je jednako:

$$q = \Phi^{-1}\left(\frac{\sqrt{\rho}\Phi^{-1}(\alpha) + \Phi^{-1}(PD_g)}{\sqrt{(1 - \rho)}}\right)$$

Prilagođavanje uzima u obzir da usled nesistematske korelacije rizika sa sistematskim faktorima rizika, odgovarajući kvantil se nalazi dalje na repu distribucije, nego bez ove dalje neizvesnosti i stoga mora da se koriguje.⁸⁶

Hosmer-Lemeshow test se, nasuprot binomnom testu, koristi za kalibraciju i validaciju u slučaju jednog perioda radi provere adekvatnosti procena PD za nekoliko rejting klasa⁸⁷. Polazi od pretpostavki da su predviđanja PD, PD_g , i stope neizvršenja $\widehat{PD}_g = d_g/N_g$ identično distribuirane, kao i da su svi događaj neizvršenja obaveza u okviru iste rejting klase i među različitim rejting klasama nezavisni. Test penalizuje kvadratne razlike predviđenih stopa i empirijskih stopa neizvršenja na grupnom nivou.

$$\chi_{HL}^2 = \sum_{g=1}^G \frac{(N_g \cdot \bar{y}_g - d_g)^2}{N_g \cdot \widehat{PD}_g \cdot (1 - \widehat{PD}_g)} = \sum_{g=1}^G N_g \cdot \frac{(\bar{y}_g - \widehat{PD}_g)^2}{\widehat{PD}_g \cdot (1 - \widehat{PD}_g)}$$

U prethodnoj jednačini $d_g = N_g \cdot \widehat{PD}_g$ označava broj dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza sa odgovarajućim rejtingom $g = 1, \dots, G$. Originalno grupisanje potiče od raspoređivanja pojedinačnih projekcija u segmente korišćenjem modela logističke regresije. Grupe se na taj način definišu kao rejting ocene. Za potrebe testiranja unazad modela, χ_{HL}^2 je približno χ^2 -distribuirano sa G stepeni slobode. χ_{HL}^2 se sastoji od G nezavisnih kvadratnih standardnih normalnih distribucija slučajnih promenljivih ako je ispravna hipoteza: $H_0: PD_g = \widehat{PD}_g \forall g$. Imajući u vidu načinjene pretpostavke prema centralnoj graničnoj teoremi, kada N_g teži beskonačnosti, konvergencija će ići ka χ^2 distribuciji sa $G - 2$ stepeni slobode. Teorijska distribucija se koristi za procenu adekvatnosti predviđanja PD rejting sistema razmatrajući p -vrednost χ_{G-2}^2 test. Što je p -vrednost bliža nuli, veće je očekivanje (značajnost) da se može odbaciti nulta hipoteza. Iz razloga što je ovaj test takođe zasnovan na pretpostavci nezavisnosti, u slučaju normalne aproksimacije, izgledno je da će isti podceniti tip I greške. Problem se javlja kada su PD_g veoma male, pa stopa konvergencije χ_{G-2}^2 distribuciji može takođe biti veoma mala.

U slučaju potrebe za testiranjem više rejtinga odjednom prikladniji za primenu je **Spiegelhalter test** (1986). Polazna tačka je srednja kvadratna greška (engl. *Mean square error* – MSE), poznata i kao *Brier score* (Brier, 1950).

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \widehat{PD}_i)^2$$

MSE predstavlja kvadratnu razliku indikatora izvršenja ($y = 1$) i neizvršenja ($y = 0$) obaveza, i odgovarajuće predviđanje verovatnoće neizvršenja \widehat{PD}_i , kao prosek na nivou svih dužnika u analiziranim rejting klasama. MSE je sve manje, kako je viši projektovani PD

⁸⁶ Tasche je pokazao da pretpostavka nezavisnosti nije održiva za više percentile, tj mala odstupanja od nulte korelacije već vode dramatičnim promenama kritične vrednosti testa što naravno nije poželjna karakteristika testa.

⁸⁷ U slučajevima kada postoji samo jedna rejting klasa Spiegelhalter test, binomni test i Hosmer-Lemeshow test daju identične rezultate.

dodeljen neizvršenjima obaveza i niži projektovani PD dodeljen onima koji su izvršili obaveze. Uopšteno govoreći, mala vrednost MSE ukazuje na postojanje dobrog rejting sistema. Spiegelhalter je razvio pristup koji omogućava da se testira da li je posmatrani MSE značajno različit od očekivane vrednosti ili nije. Uspostavlja se hipoteza:

$$H_0: PD_i = \widehat{PD}_i \forall i$$

i alternativna hipoteza

$$H_1: ne H_0$$

Pod H_0 , MSE ima očekivanu vrednost:

$$E(MSE_{PD_i=\widehat{PD}_i}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N PD_i \cdot (1 - PD_i)$$

i varijansu:

$$Var(MSE_{PD_i=\widehat{PD}_i}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N (1 - 2PD_i)^2 \cdot PD_i \cdot (1 - PD_i)$$

Očekivana vrednost MSE je pod nultom hipotezom veća od nule i funkcija stvarnih (ali nepoznatih) PD. Stoga apsolutna vrednost MSE nije svrsishodan indikator uspešnosti rejting sistema jer njegova vrednost ograničena kvalitetom rejting sistema i strukturom portfolija. Jedan od osnovnih nedostataka MSE je ponašanje u slučaju malih PD. U ovom slučaju nasumičan rejting model daje mali MSE. Rejting sistem minimizira očekivani MSE kada predviđa PD za svakoga dužnika jednaku stvarnoj DR.

Moguće je upoređivati i dva rejting sistema, a što se može vršiti primenom **Redelmeier testa** (1991) koji je razvijen na poređenju dva MSE izračunata na osnovu istih podataka. Dobijena testna mera omogućava da se ispita da li je devijacija ostvarene MSE od očekivane vrednosti značajno različita u odnosu na devijaciju druge MSE od njene očekivane vrednosti korišćenjem drugog sistema rangiranja na osnovu iste baze podataka. Zaključak testa bi bio da je model sa nižim MSE bolji. Mera na kojoj se zasniva test je jednaka:

$$Z_R = \frac{\sum_{i=1}^N [(\widehat{PD}_{i,m1}^2 - \widehat{PD}_{i,m2}^2) - 2(\widehat{PD}_{i,m1}^2 - PD_{i,m2}^2) \cdot y_i]}{[\sum_{i=1}^N [(\widehat{PD}_{i,m1}^2 - \widehat{PD}_{i,m2}^2)(\widehat{PD}_{i,m1}^2 + \widehat{PD}_{i,m2}^2)(2 - \widehat{PD}_{i,m1}^2 - \widehat{PD}_{i,m2}^2)]]^{0,5}}$$

i prati standardnu normalnu distribuciju pod hipotezom:

$$H_0: E[(E(MSE_{m1}) - MSE_{m1}) - (E(MSE_{m2}) - MSE_{m2})] = 0$$

$$H_1: E[(E(MSE_{m1}) - MSE_{m1}) - (E(MSE_{m2}) - MSE_{m2})] \neq 0$$

Ovim testom ima smisla porediti samo dva MSE dobijena na osnovu dva modela kada oba modela prolaze neki od testova kalibracije.

6.1.8. Kalibracija verovatnoće neizvršenja putem intervala pouzdanosti

Kada se obezbede procene PD, može da se razmotri nekoliko pristupa za testiranje zaključaka i hipoteza. Ukoliko se sa PD_R obeleži jednogodišnja PD za kompaniju sa rejtingom R , teži se konstrukciji $(1 - \alpha)\%$ intervala pouzdanosti (npr. $\alpha = 5\%$) uz datu procenu $PD_{R-\alpha}$, \widehat{PD}_R .

$$Pr[PD_R^{donja} < PD_R < PD_R^{gornja}] = 1 - \alpha$$

Kako su stope neizvršenja veoma male za visoko kvalitetne dužnike PD_R^{donja} može biti jednako nuli tako da interval ne bi bio simetričan oko \widehat{PD}_R . Ukoliko se neizvršenje obaveza posmatra kao binomna slučajna promenljiva, kao što je u osnovi pristupa kohorti, onda je standardni Waldov interval pouzdanosti CI_w jednak:

$$CI_w = \widehat{PD}_R \pm k \sqrt{\frac{\widehat{PD}_R(1 - \widehat{PD}_R)}{N_R}}$$

gde N_R predstavlja ukupan broj kompanija koji je godinu otpočeo u rejtingu R , a k je $1 - \alpha/2$ kvantil standardne normalne distribucije. Gornja jednačina prati asimptotiske rezultate za binomnu slučajnu promenljivu. Naravno, ovo podrazumeva da je \widehat{PD}_R procenjen iz seta *iid* izbora, što znači da PD ne varira sistematski kroz vreme ili segmente portfolija i da je izvesnost neizvršenja kompanije i u godini t nezavisna od kompanije j u istoj godini. Ovo očigledno jeste problematičan polaz, s obzirom da postoje zajednički faktori koji imaju uticaj na poslovanje svih kompanija u istoj godini. Navedeno ukazuje da je pristup Waldovog intervala pouzdanosti prilično uzak.

Brown, Cai i DasGupta (2001) pokazuju da pokrivenost verovatnoća standardnog Waldovog intervala pouzdanosti može da bude značajno manja od njihove nominalne vrednosti, i to ne samo za slučajeve kada je stvarna, ali nepoznata, verovatnoća blizu graničnih vrednosti 0,1, već i kroz jedinični interval. Takođe kada postoji situacija nepostojanja događaja neizvršenja obaveza, rezultujući interval pouzdanosti je degenerativan i zahteva korišćenje drugih pristupa (Pluto i Tasche, 2005). Među mnogim pristupima obračuna intervala pouzdanosti, najveća preporuka se daje Agresti i Coull intervalu (1998). Oni predlažu da se umesto korišćenja jednostavne proporcije $\widehat{PD}_R = \frac{N_{R,D}}{N_R}$ kao centar intervala pouzdanosti koristi:

$$\widehat{PD}_R = \frac{\tilde{N}_{R,D}}{\tilde{N}_R}$$

gde je $\tilde{N}_{R,D} = N_{R,D} + k^2/2$, a $\tilde{N}_R = N_R + k^2$

Odgovarajući interval pouzdanosti za jednu godinu je:

$$CI_{AC} = \widehat{PD}_R \pm k \sqrt{\frac{\widehat{PD}_R(1 - \widehat{PD}_R)}{\tilde{N}_R}}$$

Verovatnoća pokrića za Agresti-Coull interval je daleko bliža njegovoj nominanoj $1 - \alpha\%$ vrednosti. Clopper-Pearson interval se izvodi iz binomne distribucije konačnog uzorka. Za dati α , interval pouzdanosti ima krajnje tačke PD_R^{dole} i PD_R^{gore} koja su rešenja u izkazima jednačina:

$$\sum_{k=N_{R,D}}^{N_R} \binom{N_R}{k} PD^k (1 - PD)^{N_R - k} = \alpha/2$$

$$\sum_{k=0}^{N_{R,D}} \binom{N_R}{k} PD^k (1 - PD)^{N_R - k} = \alpha/2$$

osim da je $PD_R^{dole} = 0$ kada je $N_{R,D} = 0$. Drugim rečima PD_R^{dole} je tako nisko da je verovatnoća uočavanja $N_{R,D}$ ili više neizvršenja obaveza jednaka $\alpha/2$. Isto tako PD_R^{gore} je tako visoko da je verovatnoća uočavanja $N_{R,D}$ ili više neizvršenja obaveza jednaka $\alpha/2$.

Od navedenih intervala pouzdanosti najuži je onaj dobijen primenom Waldovog pristupa, a najširi Clopper-Pearsonov pristup, sa izuzetnom najpovoljnijih rejtinga. Kod sva tri pristupa u slučaju nekoliko najpovoljnijih rejtinga intervali pouzdanosti se preklapaju, čineći razlikovanje rejtinga praktično nemogućim.

Alternativni pristup dobijanja intervala pouzdanosti za procene PD je putem *bootstrap* (neparametarskog ili parametarskog) metoda. *Bootstrap* uzorak je kreiran kroz reuzorkovanje (engl. *resampling*) iz istorijskih podataka veličine N_t , gde isti predstavlja broj istorijskih

podataka o kompanijama tokom izvesnog perioda vremena koji može biti jedna ili više godina. Efron i Tibshirani (1993) sugerišu najmanje 1000 reuzorkovanja za intervale pouzdanosti i najmanje 200 reuzorkovanja za obračun standardne greške mere *bootstrap*-a.

Neparametarski *bootstrap* koji se zasniva na reuzorkovanju podataka pretpostavlja da su podaci serijski nekorelisani i nezavisni kako proces reuzorkovanja stalno ponovo meša podatke. Nezavisnost je teška za nametanje u periodu od više godina, ali je lakše u kraćim vremenskim periodima kao što je jedna godina. Uslovljavanjem ekonomskim režimima (tj. ekspanzijom naspram recesije) ili fokusirajući na kraće vremenske horizonte, neizvršenja kompanija mogu da se približe uslovnoj nezavisnosti.⁸⁸ Mešanjem industrijskih sektora rezultati metoda *bootstrapa* će imati verovatno veću pristrasnost nego kada to nije slučaj. Poslovni odnosi kompanija (unutar sektora ili pojedinačno) mogu voditi korelisanim neizvršenjima obaveza. Nasuprot ovom, parametarski *bootstrap* pristup koje su izneli Christensen, Hansen i Lando (2004), koji procenjuju migracionu matricu koristeći modele zasnovane na intenzitetu i sve raspoložive podatke i generišući, sintetičke rejting istorije kompanije. Ove sintetičke istorije se generišu korišćenjem standardnih rezultata na Markovljevim lancima u kontinuelnom vremenu pod pretpostavkom da procenjeni intenziteti opisuju stvarni proces sakupljanja podataka. Iz raspoloživih setova podataka oni izračunavaju migracionih matrica zasnovanih na intenzitetu i na taj način stvaraju uslove da izračunaju intervale pouzdanosti zasnovane na simulaciji iz kolona neizvršenja obaveza migracionih matrica.

Na ovaj način njihov parametarski pristup se može smatrati simulacionim, a neparametarski pristupom reuzorkovanja.

Za neparametarski *bootstrap* metod jedinica u reuzorkovanju je realizovana istorija rejtinga kompanija, a pošto su njihove istorije različite u vremenskom pogledu, ukupan broj kompanija-godina N^* može da se malo razlikuje u *bootstrap* uzorcima. Ipak, ova varijacija je prilično mala. Koeficijent varijacije N^* u *B bootstrap* replikacija uzorka je ispod 1%. Varijacija u broju kompanija-godina može se javiti i u parametarskom *bootstrap* pristupu, usled mogućnosti neizvršenja obaveza, pa sintetička istorija kompanija može imati kraću istoriju od stvarne istorije na koju se odnosi. Kao i u prethodnom slučaju varijacija u broju podataka kompanija-godina je prilično mala.

Poređenjem parametarskog i neparametarskog *bootstrap* pristupa može da se zaključi da oba pristupa daju približno iste rezultate. Svaki rejting interval pouzdanosti dobijen putem *bootstrap* pristupa je uži u odnosu na analitičke modele.

Bez obzira na pristup kod skoro svih rejtinga investicionog stepena dolazi do preklapanja intervala pouzdanosti, te su isti neprepoznatljivi.

6.2. Procena i kalibracija gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

LGD se definiše na različite načine u praksi i teoriji. EU direktiva (CRR/CRD IV, 2014) stvara jednoznačnu osnovu sa svojom definicijom gubitka u LGD proceni: „Za potrebe procene LGD, termin gubitka označava ekonomski gubitak. Merenje ekonomskog gubitka treba da uzme u obzir sve relevantne faktore, uključujući materijalne efekte diskonta i materijalne direktne i indirektno troškove vezane za naplatu po osnovu instrumenta.“ Za

⁸⁸ Christensen, Hansen i Lando (2004) vrše svoja *bootstrap* simulacije podelom uzorka na višegodišnje stabilne i volatilne periode.

procenu LGD, korišćenje ove definicije znači da je takođe neophodno uzeti u obzir gubitke koji potiču od restrukturiranih potraživanja⁸⁹ (pored potraživanja koja se likvidiraju).

Osnovno polje primene procena LGD je u procesu internog upravljanja rizicima u bankama i vezano za to proceni neophodnog kapitala za pokriće izloženosti kreditnom riziku, ukoliko je banka opredeljena za primenu IRB pristupa u skladu sa Bazel II standardima. U izgradnji sistema baziranih na IRB pristupu mogu se koristiti ekspertske, kvantitativne i hibridne modele procene LGD. Modeli zasnovani na ekspertske procenama obično se koriste u slučaju portfolija sa malim brojem neizvršenja obaveza, specifičnih proizvoda. Tako npr., iako se LGD procenjuje na empirijskim osnovama na sveobuhvatnom nivou portfolija, LGD za pojedine segmente mogu da se procenjuju na osnovu ekspertske procene.⁹⁰ Za one sektore gde su podaci o LGD dostupniji, kvantitativni modeli su komercijalno raspoloživi.⁹¹ Hibridni modeli, kao i u slučaju PD modela, sastoje se od osnovnih kvantitativnih modela, kombinujući ih sa kvalitativnim elementom. Prikladni su za one finansijske institucije koje žele da koriste kvantitativne elemente, ali žele i uticaj ekspertske mišljenja u konačan izlazni podatak. U hibridnom okviru, kvantitativni ishod modela se prvo prevodi u LGD nivo (engl.: *score*), a zatim u odgovarajuću LGD vrednost.

Računovodstvo može da bude još jedno polje primene LGD procena, s tim da se u obračun možda neće uključivati pojedine komponente, poput npr. internih troškova naplate potraživanja. Kada se računaju procene obezvređenja na osnovu međunarodnih računovodstvenih standard (MRS) i međunarodnih standard finansijskog izveštavanja (MSFI), LGD može da bude element obračuna. Prema ovim standardima, banke moraju da obračunaju fer vrednost za finansijska sredstva i obaveze najmanje prilikom izrade godišnjih izveštaja. Obračun može da se vrši kroz primenu diskontovanih novčanih tokova sa LGD vrednostima koje služe kao prilagođavajući faktor novčanih tokova naplate potraživanja. Test obezvređenja na kolektivnom nivou koji se vrši u skladu sa navedenim računovodstvenim standardima predstavlja, takođe, moguću primenu obračunatog LGD i vezivanja računovodstva i upravljanja rizicima. Kolektivne procene obezvređenja mogu da se računaju primenom prilagođenih vrednosti LGD na osnovu sličnosti pristupa pretrpljenih gubitaka, zahtevanog pod MRS/MSFI i očekivanog gubitka pod standardima upravljanja rizicima.

Jasna definicija neizvršenja obaveza je preduslov za procenu LGD. Drugi osnovni preduslov je definicija LGD.

U zavisnosti od definicije trenutka neizvršenja obaveza, LGD obračun može da pruži različite rezultate. Ukoliko se npr. kao definicija neizvršenja koristi docnja od 90 dana, a nakon tog perioda dužnik izvrši svoje obaveze, isključenje takvog događaja rezultiraće u podcenjenosti stope naplate. Ukoliko će se model koristiti za obračun kapitala u skladu sa Bazel II standardima, potrebno je koristiti regulatornu definiciju neizvršenja obaveza (BCBS, 2004,

⁸⁹ Banke će pristupiti restrukturiranju (moguće i otpisu) ako je verovatan gubitak u slučaju uspešnog restrukturiranja niži nego u slučaju likvidacije. U skladu sa tim, uzimanje u obzir samo likvidacionih potraživanja prilikom LGD procene vodilo bi značajnom precenjivanju gubitaka, te je neophodno uzeti u obzir svih potraživanja, uključujući i potraživanja koja su izašla iz statusa neizvršenja obaveza.

⁹⁰ Npr. u slučaju S&P risk solution, koji ima komercijalno pristupačne LGD forme koje se zasnivaju na velikom broju neizvršenja obaveza. Pretpostavlja se da vrednost imovine dužnika prati normalnu distribuciju. Smatra se da je dužnik u statusu neizvršenja obaveza kada vrednost imovine padne ispod određenog nivoa koji definiše neizvršenje. Rep distribucije iza ove vrednosti se koristi u LGD proceni. Površina odsečka se integriše i uprosečuje za specifičnu srednju vrednost LGD. Ekspertska procena, pored raspoloživih empirijskih podataka, se koristi za utvrđivanje adekvatne volatilnosti vrednosti imovine i za tipove kolaterala koji se koriste.

⁹¹ Npr. Moody's Loss Calc model je kalibriran prema istoriskim tržišnim cenama instrumenata emitenata koji su dospeli u neizvršenje obaveza. Ovaj model kalkuliše LGD za kredite, obveznice i prioritetne akcije na osnovu pet osnovnih faktora LGD: kolateral, tip duga i prioritet, specifične informacije o dužniku, specifične informacije o industriji i makroekonomske informacije o zemlji i regionu.

paragraf 452). Distribucija stopa naplate ukazuje na bitnu karakteristiku ovih stopa, a to je da su one ili prilično velike ili prilično niske. Niže stope naplate su češće u praksi. Prioritet u naplati (engl. *seniority*) i prisustvo kolateralna predstavljaju najbitnije kriterijume podele stopa naplate problematičnih potraživanja. Činjenica da se neko nalazi prvi u redu za naplatu potraživanja u slučaju pokrenutog procesa stečaja ili sličnog procesa, predstavlja značajnu prednost.⁹² Jednom kada se desi neizvršenje obaveza, LGD uključuje tri vrste gubitka: gubitak glavnice, gubitak prihoda od plasmana u datom statusu i troškove naplate problematičnih potraživanja.

LGD filozofija, analogno sa PD filozofijom, definiše očekivano ponašanje dodeljenog LGD tokom ekonomskog (kreditnog) ciklusa. Pod cikličnom filozofijom, LGD je sinhronizovano sa ciklusom, dok pod acikličnom filozofijom, LGD ostaje konstantna tokom ciklusa. Pod opšte korišćenom PIT filozofijom, LGD je ciklična mera koja odslikava očekivani LGD tokom perioda od obično 12 meseci. Nasuprot tome, pod TTC filozofijom, LGD je acikličan i može definisati ciklično-prosečan LGD, koja je relativno konstantan tokom ciklusa. Bazel II zahteva LGD koji se odnosi na najlošiju tačku ciklusa, procenjen tokom dovoljno stresnog perioda tokom kojeg se evidentiraju visoke stope neizvršenja. Ovo je uporedivo sa PIT LGD tokom recesivnog perioda. U cilju dobijanja dovoljno konzervativne procene LGD, pod cikličnom LGD filozofijom, može da se razmotri uvećanje prosečnog LGD prema cikličnoj metodologiji za određeni iznos radi popunjavanja nedostatka modeliranja korelacije PD i LGD. Rezultujući kapital će i dalje biti cikličan. Dodatak na kapitalni zahtev se može utvrditi razmatrajući uticaj korelacije na rezultujući kapital. Sa druge strane, nametanje konzervativnog acikličnog LGD rezultiralo bi u stabilnijem, ali konzervativnijem kapitalnom zahtevu tokom kreditnog ciklusa.

Ovo ukazuje da je moguće koristiti kako TTC tako i PIT filozofiju uz zadržavanje konzervativnosti. Većina banaka ipak usvaja relativno acikličnu LGD filozofiju, gde LGD na nivou proizvoda, jednom kada se uspostavi, nije prilagođena za bilo kakve promene u očekivanjima LGD vrednosti tokom sledeće godine. U većini slučajeva LGD se samo prilagođavaju za promene u kolateralima, pre nego u pogledu na LGD tokom ciklusa. Drugim rečima, filozofija većine banaka je bliža acikličnoj meri.

6.2.1. Standardi novog sporazuma iz bazela za merenje gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Bazel II definiše nekoliko zahteva u vezi LGD, kako bi procena istog bila prihvatljiva za utvrđivanje regulatornog kapitala:

- okvir primene;
- definicija neizvršenja obaveza;
- definicija gubitka;
- LGD procene;
- potrebe za podacima;
- procena garancija i kreditnih derivata;
- validacija.

Primena osnovnog IRB pristupa zahteva LGD procenu za izloženosti stanovništvu (paragraf 331). Napredni pristup dozvoljava bankama da koriste svoje sopstvene procene za korporativne izloženosti, izloženosti prema bankama i državama.

⁹² Asarnow i Edwards (1995) su, koristeći Citibank podatke o kreditima za tržište srednjih pravnih lica i tržište korporativnih dužnika od 1970 do 1993, utvrdili da monitoring i strukturiranje imaju značaja. Za standardno korporativno i investiciono kreditiranje oni su utvrdili prosečnu stopu naplate od 65%, dok je za strukturirano kreditiranje ista 87%.

Referentna definicija neizvršenja obaveza data u Bazelu II predstavlja osnovu za LGD procenu, pri čemu je ista data u paragrafima 452-457. Paragraf 460 definiše da se LGD zasniva na ekonomskom gubitku, pri čemu banka mora da proceni LGD za svaki plasman tako da odslilkava recesivne uslove, što je neophodno kako bi se obuhvatili relevantni rizici (paragrafi 468-471). Dugoročni prosečni LGD zasnovan na ponderisanju neizvršenjem obaveza za datu vrstu izloženosti. Ukoliko postoji, ciklična varijacija mora da se uzme u obzir. LGD procene moraju da se zasnivaju na istorijskim naplatama, i gde je primenjivo, moraju biti zasnovane na procenjenoj tržišnoj vrednosti kolaterala. Za izloženosti u neizvršenju, banke moraju da odrede najbolju procenu LGD, koja se zasniva na trenutnim ekonomskim uslovima i statusu izloženosti, kao i konzervativne procene koje odslilkavaju mogućnost da će banka imati dodatni neočekivani gubitak tokom perioda naplate. Podaci za obračun LGD (paragrafi 472-473) bi trebali da obuhvate najmanje jedan ekonomski ciklus, ali ne kraći period od 7 godina za izloženosti prema državama, bankama i korporacijama, odnosno 5 godina za izloženosti prema fizičkim licima

Bankama je dozvoljeno da uzimaju u obzir efekte garancija kroz prilagođavanja PD ili LGD procena (paragrafi 480-489). Banka moraju, međutim, da primenjuje izabranu tehniku na konzistentan način. Svaki garantor mora imati dodeljen rejting.

Banke moraju da imaju održiv sistem za validaciju preciznosti i konzistentnosti rejting sistema, procesa i svih relevantnih komponenti (paragrafi 500-505). Upoređivanje između realizovanog i procenjenog LGD mora da se sprovodi regularno (najmanje jednom godišnje) radi demonstriranja da je realizovani LGD u okviru očekivanog okvira. Banke takođe moraju da koriste ostale kvantitativne alate validacije i upoređivanje sa relevantnim eksternim izvorima podataka.

Bazel II zahteva konzervativne LGD procene. LGD se mora procenjivati na takav način da odslilkava uslove ekonomske recesije i da ne može biti niži od dugoročnog proseka ponderisanog neizvršenjem obaveza. Banke moraju da dodaju marginu konzervativnosti na LGD procene koja će isključiti nepredviđene greške. Moraju se, takođe, uzeti u obzir zavisnosti između rizika dužnika i kolaterala kao i pružaoca kolateralnog pokrića.

Margine konzervativnosti se mogu dobiti kao percentili iz empirijske distribucije zasnovane na prikladnim pretpostavkama distribucije ili npr. primene tehnika reuzorkovanja ili *bootstrapping-a*.

U zavisnosti od izbora IRB pristupa: osnovnog ili naprednog pristupa razlikuju se parametri obračuna kapitala za kreditni rizik koje Banka ima obavezu da sama računa. Za osnovni pristup LGD je fiksiran i zasnovan na regulatornim vrednostima: 45% za prioritetni neobezbeđeni dug, a 75% za subordinirani dug. Fleksibilnost u obračunu LGD vrednosti prema stanju i strukturi portfolija banke izvesno predstavlja posticaj bankama da sa osnovnog pristupa pređu na napredni IRB pristup.

Postoje tri osnovna pristupa obračuna LGD: LGD naplate problematičnih potraživanja (engl.: *workout LGD*), tržišni LGD i implicirani tržišni LGD. Tržišni LGD se dobija na osnovu tržišnih cena neizvršenih obveznica ili utrživih kredita, brzo nakon događaja neizvršenja obaveza. LGD naplate problematičnih potraživanja se dobija iz procenjenih novčanih tokova koji proističu iz procesa naplate potraživanja, diskontovanih na dan ulaska u status neizvršenja obaveza. Implicirani tržišni LGD dobija se iz rizičnih, ali još nedospelih u status neizvršenja obaveza, obveznica, korišćenjem teorijskog modela vrednovanja imovine.

Postoje četiri načina obračuna dogoročnog proseka LGD na nivou portfolija (tabela 6), a prikazani su u sledećoj tabeli. Vremensko ponderisanje je manje poželjno, imajući u vidu da ublažava uticaje godina sa visokim stopama LGD na osnovu godina sa niskim stopama, tako

da se u praksi češće koristi ponderisanje svih dospelih u status neizvršenja obaveza. Kod korporativnog segmenta preporučljiva je primena obračun proseka na osnovu broja izloženosti koje su ušle u status neizvršenja obaveza, dok se ponderisanje sa veličinom izloženosti primenjuje u većem obimu u slučaju izloženosti segmentu fizičkih lica.

Tabela 6: Načini obračuna dugoročnog proseka LGD

	Ponderisanje na osnovu broja neizvršenja	Ponderisanje na osnovu iznosa izloženosti
Prosek na osnovu ponderisanja iznosom neizvršenja	$LGD = \frac{\sum_{y=1}^m \sum_{i=1}^{n_y} LR_{i,y}}{\sum_{y=1}^m n_y}$	$LGD = \frac{\sum_{y=1}^m \sum_{i=1}^{n_y} EAD_{i,y} \times LR_{i,y}}{\sum_{y=1}^m \sum_{i=1}^{n_y} EAD_{i,y}}$
Prosek na osnovu ponderisanja vremenom	$LGD = \frac{\sum_{i=1}^{n_y} \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_y} LR_{i,y}}{n_y} \right)}{m}$	$LGD = \frac{\sum_{i=1}^{n_y} \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_y} EAD_{i,y} \times LR_{i,y}}{\sum_{i=1}^{n_y} EAD_{i,y}} \right)}{m}$

gde je: i obzervacija neizvršenja obaveza, y je godina neizvršenja obaveza, n_y je broj neizvršenja obaveza u svakoj godini, a posmatra se m godina obzervacija, LR je stopa gubitka ili LGD za svaku obzervaciju.

Gubitak koji se koristi za procenu LGD za regulatorne svrhe predstavlja ekonomski gubitak. Kada se meri ekonomski gubitak, moraju se uzimati u obzir svi relevantni faktori, kao što su materijalni efekti diskontovanja, materijalni direktni i indirektni troškovi vezani za proces naplate (BCBS 2004, paragraf 460). Direktni eksterni troškovi obuhvataju npr. naknade agentu naplate potraživanja, troškove prodaje založene imovine, troškove vođenja posla. Indirektni troškovi predstavljaju troškove koje podnosi banka za naplatu u formi troškova radne snage i materijala organizacionih delova kod kojih je u nadležnosti naplata problematičnih potraživanja. Ekonomski gubici moraju da obuhvate i troškove držanja problematičnog potraživanja tokom perioda pokušaja naplate. Troškovi izvora sredstava koji je korišćen za finansiranje ovakvih plasmana treba da se odslikaju u diskontnoj stopi koja uključuje premiju rizika za dati plasman. Indirektni troškovi treba da se baziraju na ukupnom obimu izloženosti, obimu naplate ili broju plasmana u statusu problematične izloženosti. Eksterni troškovi su obično eksplicitni i poznati banci.

Ekonomski gubitak se može posmatrati kao promena u vrednosti izloženosti sa kojom se banka susreće u trenutku neizvršenja obaveza.

$$\text{Ekonomski gubitak}_j(t_{DF}) = V_j(t_{DF}, p) - V_j(t_{DF}, np)$$

gde $V_j(t_{DF}, np)$ opisuje vrednost neizvršenih izloženosti j u t_{DF} trenutku neizvršenja obaveza. Vrednost aktivnih izloženosti $V_j(t_{DF}, p)$ se aproksimira iznosom izloženosti u trenutku neizvršenja obaveza uvećanom za eventualna dodatna korišćenja sredstava nakon neizvršenja obaveza. Rezidualna vrednost izloženosti u statusu neizvršenja može da se prikaže kao neto sadašnja vrednost svih naplata umanjena za sve direktne i indirektno troškove koji nastaju po osnovu neizvršenja obaveza.

LGD izloženosti j je onda:

$$LGD_j(t_{DF}) = \frac{EAD_j(t_{DF}) - NPV(Naplata_j(t), t \geq t_{DF}) + NPV(Troškovi_j(t), t \geq t_{DF})}{EAD_j(t_{DF})}$$

gde $NPV(\cdot)$ predstavlja neto sadašnju vrednost, $Naplata_j(t)$ i $Troškovi_j(t)$ predstavljaju sve naplate i troškove koji su evidentirani u trenutku t .

Regulativa zahteva korišćenje LGD procena koje su zasnovane na uslovima ekonomske recesije (engl. *downturn LGD*). Ovakva procena LGD ne može biti manja od dugoročnog

proseka ponderisnog na osnovu izloženosti dospelih u status neizvršenja obaveza. Radi stvaranja uslova za ovakvu procenu, banke moraju da raspolažu sa istorijskim podacima od najmanje sedam godina i da podaci budu visoko kvalitetni. Ukoliko istorijski podaci nisu dovoljno obuhvatni, potrebno je razmotriti sledeće opcije radi utvrđivanja recesivnog LGD:

- korišćenje različitih diskontnih faktora;
- korišćenje LGD ponderisanog izloženostima dospelim u status neizvršenja obaveza umesto ponderisanog veličinom izloženosti ili godišnjeg proseka;
- korišćenje makroekonomskih faktora u okviru stresnih scenarija;
- korišćenje određenog broja najgorih godina umesto poslednjih sedam.

U osnovnom IRB pristupu, LGD ulazi u obračun kapitalnih zahteva kao jedan od četiri osnovna parametra kalkulacije. Za razliku od PD, koji banka procenjuje samostalno u okviru ovog pristupa, svi ostali parametri su definisani od strane regulatora. LGD se definiše na nivou od 75% za subordinirane izloženosti, ali se može u određenom procentu umanjiti ukoliko postoji zaloga nad prikladnom imovinom. Isti sistem umanjenja vrednosti (engl. *heircut*) kao u slučaju standardizovanog modela se primenjuje i u slučaju osnovnog IRB pristupa. Kada se radi o finansijskim instrumentima, formula za kalkulaciju prilagođenog LGD (koji se označava sa LGD*) je sledeća:

$$LGD^* = 45\% \cdot \max \left[0, 1 + H_E - \frac{C}{E} (1 - H_C - H_{FX}) \right]$$

gde C/E označava odnos vrednosti kolaterala i izloženosti, H_E predstavlja faktor umanjenja vrednosti vezan za konkretnu izloženost, a H_{FX} faktor umanjenja vrednosti za valutnu neusklađenost kolaterala i izloženosti. Kada se radi o nefinansijskoj imovini, različite kategorije kolaterala se priznaju. To su potraživanja, nepokretnosti (stambene i komercijalne), ostali kapital. Za ove kolaterale, faktori umanjenja vrednosti su zamenjeni sistemom minimalnih i maksimalnih pragova (T_{min} i T_{max}) pomoću kojih se obračunava prilagođeni LGD:

$$LGD^* = \begin{cases} 45\% - \frac{\min(C/E, T_{max})}{T_{max}} (45\% - LGD_{min}) & \text{ukoliko je } C/E \geq T_{min} \\ 45\% & \text{ukoliko je } C/E < T_{min} \end{cases}$$

gde LGD_{min} indicira minimalnu vrednost koja se može pribaviti kroz prilagođeni LGD, kada je $C/E \geq T_{max}$.

Sa druge strane, banke koje usvoje napredni IRB pristup imaju mogućnost da koriste sopstvene procene LGD ukoliko mogu da demonstriraju supervizorima da su interni modeli koje primenjuju zdravi i konzistentni sa njihovim istorijskim iskustvom. Radi demonstracije ovoga, banka mora da prikuplja podatke o stopama naplate i arhivirati iste. Ovo podrazumeva sve potrebne komponente stope naplate, kao što su vrsta i vrednost kolaterala, tip likvidacione i procedure naplate, troškovi naplate i dr. Podaci se moraju čuvati na nivou pojedinačnog plasmana, odnosno naplata od pojedinačnog dužnika u statusu neizvršenja obaveza mora da bude podeljena po pojedinačnim partijama. Bazel II zahteva da procene LGD budu dugoročne, uzimajući u obzir potencijalnu korelaciju između stopa naplate i PD za rizik recesije u ekonomskom ciklusu. Ovo znači da ove procene ne mogu da budu niže od prosečnih stopa gubitaka ponderisanih neizvršenjem obaveza na osnovu prosečnog ekonomskog gubitka svih posmatranih neizvršenja obaveza.

Ovakav ponderisani prosek možda međutim nije dovoljan za period recesije, pošto kapital ne služi za pokriće očekivanih scenarija, već zaštita od nepovoljnih ekonomskih uslova. Tada se moraju koristiti procene koje su adekvatne za ekonomsku recesiju. Bazel II, iako navodi da

banke treba da koriste procene recesionog LGD, ne propisuje nijedan konkretan pristup za obračun.⁹³

Za razliku od osnovnog IRB pristupa gde se kolateral vrednuje na osnovu trenutne tržišne vrednosti, u slučaju naprednog IRB pristupa sve vrednosti kolaterala moraju biti vrednovane u skladu sa istorijskim stopama naplate. Ovo znači da ukoliko se na osnovu istorijskog iskustva evidentira nemogućnost banke da realizuje kolateral u određenom vremenskom periodu, to znači da se ovakva činjenica mora uključiti u procenu LGD. Pored toga, banke moraju da osiguraju da je njihov važeći zahtev za upravljanje kolateralom u skladu sa onima koji su postojali kada je prethodna LGD procenjivana. Dok su u osnovnom IRB pristupu umanjene pondera prihvatljivo samo kada se radi o prihvatljivom kolateralu, u IRB pristupu umanjena u obračunu LGD su moguća vezano za bilo koji faktor koji se dokaže kao značajan u objašnjenju stopa naplate.

6.2.2. Proces razvoja procene gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Proces razvoja LGD procene obuhvata sledeće aktivnosti:

- prikupljanje podataka, preliminarno procesiranje i analiza;
- dizajniranje modela i procena;
- validacija modela

Prikupljanje podataka. Najkorisniji podaci za procenu LGD potiču iz iskustva same banke, pošto LGD direktno odslikava karakteristike procesa naplate pojedine institucije. Relevantni podaci stoga podrazumevaju kompletnu istoriju slučajeva gubitaka, kao i informacije o vremenu pre neizvršenja obaveza. Istorija relevantnih podataka o gubicima se sastoji iz sledećeg:

- podaci o mogućim dodatnim povlačenjima nakon neizvršenja obaveza;
- podaci o svim naplatama vezanima za izloženost u neizvršenju i instrumentima ublažavanja rizika;
- podaci o svim troškovima koji nastaju iz procesa naplate potraživanja;
- sve dodatne informacije⁹⁴ o procesu naplate.

Pošto je broj raspoloživih podataka o gubicima obično mali, a skoriji podaci o gubicima sadrže i informacije o trenutnim uslovima, javlja se potreba uključivanja i nezavršenih slučajeva u bazu za analizu i razvoj modela. Odluka o uključivanju ovakvih slučajeva se obično donosi na pojedinačnoj osnovi. Razuman kriterijum može biti definisan na osnovu neizvesnosti konačne visine naplate usled nepotpunosti slučaja gubitka.

Dodatni aspekti se, takođe, moraju uzeti u obzir prilikom prikupljanja podataka. Većina potrebnih podataka obično može da se obezbedi iz informacionog sistema, kroz omogućavanje automatskog prikupljanja podataka. Ipak dodatni ručni unosi su verovatno potrebni tokom procesa naplate, a uključivaće dodatne informacije u vezi sa procesom naplate. Pošto će se proces naplate poboljšavati tokom vremena, korisno je prikupljanje ažurnog skupa podataka o gubicima. Osiguravanje kvaliteta podataka o gubicima može da bude vremenski izuzetno zahtevno, te je preporučljivo sprovođenje jednostavnih testova konzistentnosti koji bi otkrili neregularnosti u podacima, mada je realno očekivati da će većina podataka zahtevati dublju analizu.

⁹³ Pojednostavljen pristup mogao bi biti da se koriste procenti LGD iz loših perioda. Alternativno banke mogu imati kompleksnije pristupe koji podrazumevaju simulacione modele uzimajući u obzir uticaj makroekonomskih faktora.

⁹⁴ Dodatni podaci uključuju novčane podatke pre neizvršenja obaveza (ili izloženosti u trenutku neizvršenja), istorija rangiranja, vrednosti kolaterala i dr. Modeli takođe mogu da zahtevaju vremenske serije makroekonomskih promenljivih.

Dizajn modela i procena. Procena LGD se obično sastoji od tri koraka. Prvi je prikupljanje podataka, a koji obuhvata identifikaciju i prikupljanje svih podataka neophodnih za generisanje LGD procene. Drugi korak predstavlja prliminarno procesiranje. Ovaj korak podrazumeva transformaciju sirovih podataka u odgovarajuću formu za procenu LGD vrednosti. Poslednji korak je generisanje LGD procena putem prikladnog prikupljanja rezultata preliminarne procesiranja.

Radi identifikacije odgovarajućih faktora rizika, poželjno je početi sa listom mogućih faktora koji rezultiraju iz ekspertske procene, koji bi se potom testirali tokom razvoja modela u pogledu njihove individualne i zajedničke snage objašnjavanja. U praksi će, ponekad, ograničeni broj slučajeva gubitaka otežavati statističku analizu ili je čak onemogućavati, što može ograničiti i skup faktora rizika koji se mogu razmatrati u modelu LGD procene. Kao osnovne determinante rizika LGD mogu se navesti sledeći faktori:

- prioritet u naplati;
- privredni sektor;
- uticaj makroekonomskih i faktora poslovnog ciklusa;
- uticaj sredstava obezbeđenja;
- zakonska regulative;
- uticaj pregovaračke snage dužnika;
- interne karakteristike banke.

Koncept prioriteta sa jasno definisanim nivoima duga koji se otplaćuje u preciznom redosledu je pojednostavljeni pogled. Na mnogim tržištima privredna društva sredstva prikupljaju putem kredita od banaka, pre nego na tržištu.

Vrednost likvidacione imovine je zavisna od privredne grane ili sektora u kojem dužnik posluje. Kompanije u određenim sektorima imaju velike obime realne imovine koja može da se proda na tržištu, dok su drugi sektori više radno intenzivni, te se može očekivati odlazak zaposlenih kada kompanija beleži poremećaj u poslovanju. Ovo je osnovni razlog zašto okvir delatnosti mora da bude determinanta stope naplate.

Iznosi naplate su vezani za vrednost imovine dužnika i stoga su osetljivi na promene u ekonomskim uslovima. Makroekonomska situacija⁹⁵ u trenutku neizvršenja generalno će imati uticaj na LGD. Bazel II eksplicitno zahteva da se ekonomski ciklus uzme u obzir. Pošto prelazak u neizvršenja i naplata obično zavise od istih ekonomskih promenljivih, razmatranje međuzavisnosti mora da se razmotri kako bi se izbeglo precenjivanje naplata.⁹⁶

Kolateral se sastoji od imovine koja služi kao garancija u slučaju neizvršenja obaveza po potraživanju. Poverioci zahtevaju kolateral kao uslov odobravanje plasmana. Kolateral može imati suprotan efekat na monitoring banke, smanjujući podsticaj bankama za ažurno praćenje potraživanja kao rezultat postojanja obezbeđenja u vidu imovine i vrednost kolaterala može pasti kada ekonomija uđe u recesiju i kompanije počnu u velikom broju da neizvršavaju obaveze.⁹⁷ Naplate iz kolaterala će zavisiti od mogućnosti prodaje odgovarajuće imovine. U zavisnosti od veličine tržišta i strukture određene klase imovine, može se javiti neophodnost da banka prihvati diskonte za prodaju kolaterala u slučaju problematičnosti potraživanja.

⁹⁵ Rast BDP, industrijske proizvodnje, i bilo koji dugi faktor koji ukazuje na poslovni ciklus ima jaku korelaciju sa prosečnom stopom naplate. Kamatne stope na obveznice trezora bi trebale značajno da utiču na stope naplate nakon neizvršenja, a po osnovu toga što rast ovih stopa vodi nižim diskontovanim prilivima naplate.

⁹⁶ Allen i Sounders (2002) ističu da iako institucije i neki empirijski podaci indiciraju da LGD treba da bude ciklična, ovo još nije inkorporirano u većini portfolio modela gde se LGD obično uzima kao egzogena promenljiva.

⁹⁷ Frye (2000) pokazuje da je veza između LGD i PD delimično usled činjenice da vrednost kolaterala pada u recesiji, kada su visoke stope neizvršenja. Stope naplate stoga opadaju kao rezultat pada vrednosti kolaterala.

Tehničke karakteristike određene imovine u vidu kolaterala mogu služiti kao indikator nivoa diskonta i troškova prodaje.

Kada status neizvršenja obaveza rezultira u bankrotstvu, naplata se utvrđuje kroz sudski proces ili putem privatnog izvršioca. Međunarodna razlika u regulativi vezanoj za nesolventnost je stoga osnov razumevanja razlike u stopama naplate i vremenu do naplate.

U slučaju više poverioca, stopa naplate će biti ishod procesa pregovaranja. Pri tome, poverioci javnog duga su manje fleksibilni od privatnih, što kao rezultat ima da u slučaju javnog duga neće biti moguće efikasno pregovaranje, vodeći problemima za kompaniju koja se susreće sa poremećajem u poslovanju. Sa stanovišta prakse, većina poravnanja neizvršenih obaveza se dešavaju van suda i po osnovu pregovora među poveriocima. Veći poverioci stoga imaju veću pregovaračku snagu i mogućnost veće naplate svojih potraživanja.

Interne karakteristike banke se primarno odnose na strategije naplate potraživanja. Naplate su generalno osnovni faktor rizika LGD. Stope naplate se mogu definisati na sledeći način:

$$RR_{j,i}(sc_i) = \frac{NPV(CF_{j,i}(sc_i))}{sq_{j,i} \cdot EAD_j}$$

za neobezbeđene izloženosti veličine $sq_{j,i} \cdot EAD_j$ posmatrane za slučaj gubitka j i scenariju nakon neizvršenja obaveza sc_i . $NPV(CF)$ označava neto sadašnju vrednost novčanih tokova koji su posmatrani vezano za određenu izloženost.

Pošto se efekat ublažavanja rizika putem garancija sastoji od delimičnog transfera kreditnog rizika na drugo lice, može se eksplicitno modelirati PD garantora kao osnovni faktor vrednosti garancije, tj naplate od garancije se mogu opisati na sledeći način:

$$RR_{j,l} = PD(G|B) \cdot RR_{j,l}^{DD} + (1 - PD(G|B)) \cdot RR_{j,l}^{SD}$$

sa $PD(G|B)$ kao uslovnom PD garantora pod uslovom da dužnik ne izvrši svoje obaveze. RR^{SD} i RR^{DD} stope naplate koju banka može evidentirati u slučaju pojedinačnog neizvršenja obaveza dužnika (SD - engl. *single default*) ili neizvršenja obojice, dužnika i garantora (DD – engl. *double default*). Isti pristup se može primeniti u slučaju postojanja više garancija koje pokrivaju istu izloženost. U standardizovanom pristupu u okviru stuba I Bazela efekti ublažavanja rizika putem garancija se prepoznaju u vidu mogućnosti zamene rizika izloženosti dužnika sa rizikom garantora, ukoliko je rizik garantora najmanje jednak riziku dužnika. Ovo podrazumeva da se banka suočava sa značajnim gubicima ukoliko garantor nije u mogućnosti da izmiri obaveze kad dužnik ne izvrši svoje obaveze. Bazel II prepoznaje efekte uticaja simultanog neizvršenja obaveza (engl. *Joint probability of default – JPD*) u okviru primene IRB pristupa. Ograničenja postoje u vidu skupa prihvatljivih instrumenata, dužnika i garantora kao i u vezi metoda i korelacionih parametara. Zajednička PD se može izračunati na sledeći način:

$$JPD(B, G) = \Phi(\Phi^{-1}(PD(B)), \Phi^{-1}(PD(G)), \rho_{BG})$$

sa $\Phi^{-1}(PD(i)) = k_i$ i $\rho_{BG} = (\rho_B \cdot \rho_G)^{0.5} + \Psi_{BG}((1 - \rho_B) \cdot (1 - \rho_G))^{0.5}$ kao korelacijom između dužnika i garantora.

Procena troškova naplate potraživanja. Troškovi takođe mogu da se alociraju prema dužnicima, kolateralima, izloženostima ili garancijama. Pritom raspodela troškova se vrši na dve osnovne komponente: 1. opšti troškovi, koji odlikavaju sve troškove procesa naplate nevezane za garancije i kolaterale i 2. specifični troškovi, koji nastaju iz određene izloženosti.

$$Troškovi_{j,l}(sc_i) = Troškovi_j^{opšti}(sc_i) + \sum_{k \text{ obezbeđuje } sq_{j,l}} Troškovi_j^{specif icni}(sc_i)$$

Ukoliko banka koristi LGD za potrebe MRS / MSFI procena, potrebno je razdvojiti interne i eksterne troškove, pošto eksterni mogu biti element procene obezvređenja prema MRS. Dok eksterni troškovi mogu da se direktno dodele procesima, interni troškovi moraju da se utvrđuju kroz proces procenjivanja. Ukoliko se troškovi modeliraju na nivou dužnika, kolaterala ili garantora, obračun LGD zahteva podelu troškova na nivou izloženosti što se može učiniti tokom razvoja modela.

6.2.3. *Merenje rizika naplate*

Dve osnovne mere naplate su: cena duga odmah nakon neizvršenja obaveza (u slučaju dužničkih hartija od vrednosti kojima se trguje na organizovanom tržištu) i konačan iznos naplaćen kroz proces naplate problematičnih izloženosti nakon ulaska u status neizvršenja obaveza (kada je reč o kreditima i sličnim instrumentima).

Analiza raspoloživih podataka predstavlja osnovu adekvatnog merenja rizika naplate. Analiza mora da obuhvati definisanje adekvatnog perioda i predmeta koji će biti uključeni i obračun. Ovo podrazumeva da se na osnovu analize istorijskih podataka utvrdi kada se neki predmet može smatrati zatvorenim, iako nije formalno zatvoren. Ukoliko se npr. evidentira da, nakon pet godina od datuma ulaska u status neizvršenja obaveza i pokretanja procesa naplate, svaki dalji protok vremena povećava stopu naplate samo neznatno, može se zaključiti da se ovakvi predmeti mogu uključiti u analizu i obračun LGD.

Pored toga, neophodno je izvršiti analizu vremenskog perioda naplate. Uzorak se može podeliti na segment zatvorenih predmeta u kratkom vremenskom periodu nakon ulaska u neizvršenje (jedna godina ili kraće) i segment predmeta zatvorenih u dužem vremenskom periodu. Predmeti zatvoreni u kratkom vremenskom periodu, bilo kroz priznavanje potpunog gubitka (LGD=100%) ili kroz potpunu naplatu (LGD = 0%) mogu da budu rezultat tehničkog neizvršenja obaveza ili prevara. Ovakvi slučajevi, u suštini, se otkrivaju kroz ekspertsku analizu.

Procena dužine perioda naplate i praćenje naplate u tom periodu je važna sa stanovišta modeliranja i sa regulatornog stanovišta. Period naplate počinje kada dužnik uđe u status neizvršenja obaveza ili kada se predmet datog dužnika prenese u organizacioni deo nadležan za naplatu problematičnih potraživanja. Period se završava sa potpunim otpisom potraživanja ili sa naplatom i vraćanjem dužnika u okvir portfolija aktivnih plasmana. Problem koji se evidentira na domaćem tržištu, vezan je primarno za činjenicu da su naplate potraživanja otpočete relativno skoro imajući u vidu da su u skorije vreme počeli da se dešavaju značajni ulasci u status neizvršenja obaveza. Ukoliko se u obračun uključuju nezatvoreni predmeti naplate potraživanja, za ove slučajeve se mogu koristiti neki od sledećih kriterijuma:

- kad nivo nenaplaćenih potraživanja bude ispod 5%;
- jednu godinu nakon ulaska u status neizvršenja obaveza (obično se koristi u radu sa fizičkim licima);
- +25% gornji percentil distribucije dužine perioda naplate potraživanja;
- do efektivnog perioda naplate.

Bitan element kod analize je raspoloživost podataka. Slučajevi kada nedostaju podaci obično se isključuju iz analize, kako ne bi proizveli nekvalitetne rezultate. Druga opcija je zamena nedostajućih podataka sa srednjom vrednošću ili medijanom koja se odnosi na celokupan portfolio, ili donjom ili gornjom vrednošću repa distribucije u okviru portfolia. Postoji, naravno, i opcija da se nedostajući podaci ne menjaju niti isključuju iz analize, ali takvi podaci se ne mogu koristiti za modeliranje LGD. Ekstremni podaci se detektuju putem ekspertske procene ili analize distribucije.

6.2.4. Gubitak u slučaju neizvršenja obaveza u periodu recesije

Funkcija pondera rizika Bazela II pretpostavlja nezavisnost PD i LGD, što može rezultirati u podcjenjivanju kapitalnog zahteva. Ova pretpostavka postoji iako je evidentna činjenica da u periodima rasta PD dolazi i do rasta LGD, što ukazuje na potrebu uključivanja korelacije u procenu. Međutim, imajući u vidu takvu pretpostavku, jedan od načina uključivanja ovakvog uticaja u obračun je povećanje LGD kroz korišćenje najkonzervativnije procene, odnosno one koja odgovara periodima ekonomskog opadanja, tj. recesije (engl. *downturn LGD*).⁹⁸

Može da se identifikuje nekoliko metoda ovakve procene LGD. Procena LGD može da se zasniva na identifikovanju stresnih perioda (internih ili eksternih) na osnovu istorijskih stopa prelaska u neizvršenje obaveza i obračun neizvršenjem ponderisanog LGD za stresni period i za celokupan period koji se analizira. Sledeća mogućnost bi bila korišćenje modela LGD podložnog stresiranju na osnovu stresnih stopa neizvršenja obaveza (ili na osnovu promene makroekonomskih faktora). Pored navedenih metoda, koji plaze od pretpostavke nezavisnosti PD i LGD, moguća je i primena metoda koji podrazumevaju uključivanje PD i LGD korelacije u model za obračun kapitala i računanje koliko bi porast i srednjoj vrednosti LGD bio potreban za popunjavanje nedostatka korelacije u funkciji pondera rizika u prvom stubu Bazela II.

Preporučljivo je da banka pristupi obračunu po svakom od tri metoda i na taj način stekne uvid u stvarnu veličinu LGD. Obično se može očekivati da bi prema obračunu po metodu 3 rezultujuća LGD bila veća od obračuna po metodu 2 koji je dalje veći od obračuna po metodu 1. U prvom metodu koriste se interni podaci banke i period koji se obuhvata je kraći od jednog ekonomskog ciklusa, drugi metod obuhvata šire podatke, dok samo treći metod u potpunosti uključuje u obračun uticaj potencijalnih korelacija na kapital. Kako direktno rezultira u VaR-u koji služi kao osnovna mera rizika u formulisanju kapitalnih zahteva prema standardima Bazela II, LGD prema metodu 3 bi bio najprihvatljiviji sa stanovišta i regulatora.

Metod 1. Osnovno pitanje je kako definisati period koji se može smatrati recesionim za čitavo tržište. Jedan od pristupa može biti izbor perioda kada je rast BDP-a niži od dugoročnog proseka. Ista logika se može primeniti i na stopu neizvršenja, odnosno periodi sa izuzetno visokim stopama, ili stopama koje prevazilaze dugoročne proseke se mogu smatrati stresnim uslovima. Naravno, u tom kontekstu prihvatljivo bi bilo korišćenje kako internih, tako i eksternih podataka o stopama neizvršenja. Prikladnija opcija je procena promena u stopama, na osnovu rejtinga špekulativnog nivoa, odnosno nižeg kvaliteta, iz razloga što su podaci o njima raspoloživiji i što su ovakve kompanije osetljivije na promene u ekonomskom okruženju.

Metod 2. Primer ovog metoda je *S&P LossStats Model*⁹⁹ koji generiše uslovni LGD, koji odgovara nivou stope neizvršenja koji se tipično evidentira tokom ekonomske recesije. Ovaj model utvrđuje uslovnu gustinu verovatnoće u zavisnosti od sledećih faktora: starost i vrsta duga, nivoa duga višeg (nižeg) prioriteta u odnosu na instrument koji se analizira, vrste kolaterala, regionalne stope neizvršenja, faktora pripadnosti privrednoj grani. Model se može koristiti kroz vrednovanje na osnovu podataka o stopi naplate ili cenama neizvršenog duga na tržištu. Model takođe nudi i izbor diskontne stope u skladu sa preferencijom korisnika. Navedene faktore treba uneti u aplikaciju, s tim što se kao stopa neizvršenja može uneti 100%, kako je cilj proceniti LGD, a ne distribuciju gubitaka. Na ovaj način se za svaki

⁹⁸ BCBS, 2004, Paragraf 468

⁹⁹ *LossStats Model* predstavlja web aplikaciju i primenjuje napredni matematički okvir na najveću komercijalno raspoloživu bazu podataka o naplati i tržišnim cenama neizvršenih obveznica i kredita preko 50 miliona dolara kako bi sačinila projekciju distribucije LGD vrednosti. Bazira se na pristupu maksimalne očekivane korisnosti. Kalibracija prema istorijskim podacima se vrši primenom ML na eksponencijalnu distribuciju.

plasman može proceniti uslovna distribucija verovatnoće LGD, a na osnovu srednje vrednosti LGD svih plasmana može se dobiti LGD za uslove opadajuće ekonomije.

Metod 3. Uključivanje u obračun korelacije između PD i LGD može se izvršiti na sledeće načine: 1. uključivanjem korelacije u potpunosti; 2. procenom korelacije korišćenjem podataka o istorijskim stopama neizvršenja i LGD za kreditna portfolija; 3. sprovođenjem simulacija sa ciljem upoređivanja posebnih komponenti korelacije PD i LGD u obračun kapitalnog zahteva.

6.2.5. Osnovne tehnike procene gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Banke, u slučaju LDP ili novih proizvoda, kao i drugih slučajeva u kojima se može javiti nedostatak podataka, koriste subjektivne metode zasnovane na ekspertske proceni. Objektivne metode predstavljanju kvantitativne modele koji podrazumevaju statistički dovoljan broj podataka. Objektivne metode se mogu klasifikovati kao eksplicitne i implicitne, u zavisnosti od karakteristika izvora podataka na kojima su bazirani. Set podataka koji se analizira u eksplicitnim metodima omogućava direktno računanje LGD (tržišni LGD ili LGD na osnovu naplate potraživanja). Za razliku od eksplicitnih pristupa, implicitni pristupi se oslanjaju na izvore podataka koji ne omogućavaju direktnu procenu LGD, ali implicitno sadrže relevantne podatke za procenu (implicitni LGD). LGD procene koje se baziraju na empirijskim statističkim modelima mogu da se generišu primenom jedne jednačine ili pristupa zasnovanog na komponentama. Dok prvi pristup teži da opiše LGD putem jednog modela, drugi se sastoji od više modela od kojih svaki opisuje određenu komponentu LGD, npr. stopu naplate za određeni kolateral ili troškove određenih aktivnosti naplate potraživanja.

Mogu da se izdvoje tri načina merenja LGD:

- tržišni LGD;
- LGD na osnovu potraživanja u procesu naplate;
- implicirani tržišni LGD.

Tržišni LGD se utvrđuje iz tržišnih cena obveznica koje su dospеле u neizvršenje obaveza ili utrživih kredita nakon stvarnog događaja neizvršenja obaveza. Za obveznice i kredite kojima se trguje na organizovanom tržištu¹⁰⁰, cene se mogu evidentirati direktno sa tržišta, sve dok se trgovina stvarno i dešava. Pristupi rejting agencija vezani za stopu naplate baziraju se na ovom pristupu. Stvarne cene imaju određene poželjne karakteristike pošto se uočavaju rano i predstavljaju ocenu tržišta u tom trenutku. Ova cena je stoga tržišna procena očekivane vrednosti eventualne naplate.

$$LGD = 1 - \frac{\text{Tržišna cena nakon ulaska u neizvršenje obaveza}}{\text{Knjigovodstvena vrednost u trenutku neizvršenja obaveza}}$$

LGD na osnovu potraživanja u procesu naplate se utvrđuje tokom procesa naplate. Fokus je na procenjenim novčanim tokovima koji rezultiraju iz procesa naplate problematičnih izloženosti, uz adekvatno diskontovanje i procenu izloženosti¹⁰¹. Novčani tokovi moraju da se diskontuju pa je neophodno definisanje diskontne stope. Adekvatna stopa bi bila stopa koje je odgovarajuća za plasman sličnog nivoa rizika. Banke moraju da adekvatno vrše izbor

¹⁰⁰ Carty i Lieberman (1996) i Gupton i Stein (2002) upoređuju cene na sekundarnom tržištu obveznica dužnika u neizvršenju obaveza i kredita banaka jedan mesec nakon neizvršenja obaveza u odnosu na nominalnu vrednost. Varijacija ovog pristupa je kada se stopa naplate definiše kao vrednost rekonstruiranih potraživanja na sekundarnom tržištu obično 18 meseci nakon neizvršenja obaveza. Altman, Resti i Sironi (2001) su dobili rezultujuću stopu naplate pod nerizičnom merom i uključuju premiju za tržišnu cenu rizika usled korelacije kompanije sa tržištem. Problem sa ovim pristupom je što uključuje agregatnu averziju prema riziku koja se ne identifikuje nezavisno.

¹⁰¹ Ovaj pristup je korišćen od strane Edwardsa i Asarnowa (1995) za procenu LGD za banke

diskontne stope i vrednuju svoju imovinu, ako je moguće po ciljnoj stopi (engl. *hurdle rate*) banke. Neprikladan izbor za diskontnu stopu predstavlja kuponska stopa ili nerizična stopa.

LGD se definiše kao jedan minus ratio sadašnje vrednosti naplate potraživanja u odnosu na knjigovodstvenu vrednost potraživanja u trenutku neizvršenja obaveza:

$$LGD = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{CF_{t_i}}{(1-d)^{t_i}}}{Knjigovodstvena\ vrednosti\ u\ trenutku\ neizvršenja}$$

gde CF_{t_i} predstavlja neto priliv po osnovu naplate u trenutku t_i nakon neizvršenja obaveza, a d diskontnu stopu (nerizična stopa uvećana za fiksnu premiju rizika), dok je n ukupan broj novčanih tokova naplate.

Implicirani tržišni LGD predstavlja LGD koji se dobija na osnovu rizičnih (ali još nedospelih u status neizvršenja obaveza) cena obveznica koristeći teorijski model utvrđivanja cena imovine. Pristupi analiziranja kreditnih marži (engl. *spreads*) za aktivne obveznice rizičnih dužnika kojima se trenutno trguje primarno se koriste prilikom trgovanja instrumentima sa fiksnim prinosom i kreditnim derivatima. Marža iznad nerizične stope (npr. obveznice trezora) predstavlja indikator premije rizika koja se zahteva od strane investitora. Ova marža odlikava EL, odnosno zajedno i PD i LGD, kao i premiju za likvidnost. Tek u skorije vreme razvijeni su modeli koji omogućavaju da se identifikuju navedena dva parametra odvojeno iz marži na obveznice (Bakshi, Madan i Zhanf, 2001 i Unal, Madan i Guntay, 2003).

6.2.6. Izbor diskontne stope za procenu ekonomskog gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Osnovno pitanje prilikom korišćenja pristupa na osnovu novčanih tokova, a za koje ne postoji jedinstven stav u okviru prakse i teorije, je sa kojom diskontnom stopom bi trebalo vršiti diskontovanje istih. Novčani tokovi od naplate potraživanja nakon ulaska u status neizvršenja obaveza ili prodaje imovine dužnika dešavaju se u datom statusu i nemaju veze sa ugovornim novčanim tokovima. Neto novčani tok se sastoji od pozitivnih novčanih tokova po osnovu priliva od naplate potraživanja ili prodaje imovine i odliva po osnovu troškova vezanih za naplatu potraživanja (sudski troškovi, troškovi vezani za prodaju imovine i dr.). Srednja vrednost istorijskog uzorka se potom uzima kao očekivana LGD kada se procenjuje funkcija gustine verovatnoće.

U slučaju naplate kroz realizaciju kolaterala naplata će da zavisi od cene istog koja može da se ostvari na tržištu. Diskonta stopa može da varira u zavisnosti od izvora otplate tako da nekoliko stopa diskonta može da odgovara prilikom procene stope naplate za pojedinačnu kompaniju. Kao diskontne stope mogu da se razmotre:

- ugovorna stopa kredita;
- cena kapitala kreditora;
- nerizična stopa;
- ex-post prinosi na neizvršene obveznice.

Često navođeno obrazloženje korišćenja ugovorne stope kredita je da je to oportunitetni trošak ponovnog plasiranja sredstava kredita koji nije naplaćen (eventualno korišćenje kaznene stope koja se može koristiti u slučaju neizvršenja obaveza, a u skladu sa ugovorom). Ovaj metod međutim meša zahtevane prinose pre i posle neizvršenja obaveza u slučajevima kada naplata dolazi kroz likvidaciju imovine. Neizvršenje obaveza može da rezultira u promeni prirode finansijskog potraživanja, stvarajući novu klasu imovine gde se banka nalazi u statusu investitora u naplativa problematična potraživanja. U tom slučaju zahtevana stopa prinosa će da zavisi od sistematskog rizika nove klase imovine koji je uslovljen nižom

vrednošću realizacije od tržišnih cena. Prikladna diskontna stopa stoga može biti manja od ugovorne stope koja uključuje kompenzaciju očekivanom umanjenju novčanih tokova vezano za ugovorena plaćanja.

Objasnjavanje cene kapitala kreditora kao moguće diskontne stope je da akcionari moraju da rekapitalizuju banku za ostvareni gubitak. Ovaj metod pogrešno zamenjuje sistematski rizik neizvršenog duga sa rizikom banke. Navedena dva rizika predstavljaju različite investicije i rezultirale bi u LGD stopama koje variraju sa nivoom leveridža banke i premijom rizika. Vrednovanje imovine mora da se vrši sa stanovišta šta bi kupac želeo da plati, a ne koliko bi koštalo prodavca da nadoknadi gubitak u bilansu.

Primena nerizične stope je diskutabilna, imajući u vidu da su istraživanja pokazala da su stope naplate sistematski korelisane sa ekonomskim uslovima, tako da će neizvršeni dug nositi stopu prinosa veću od nerizične stope, izuzev u slučaju kada je pokrivena gotovinskim kolateralom.

Primena ex-post prinosa na neizvršene obveznice je metod koji koriste velike kompanije na razvijenim tržištima, na osnovu istorijskih podataka i proseka istih. Činjenica je međutim da je stopa prinosa na ovakvu imovinu značajno volatilna tokom vremena.

Često se u komercijalnom bankarstvu susreće situacija da se ne rešava naplata kroz prodaju potraživanja, već kroz novo ugovaranje ili sprovođenje postojećeg ugovora. U tom smislu novčani tokovi naplate ostaju podložni riziku neizvršenja obaveza, a diskontna stopa je u skladu sa zahtevanom stopom prinosa na dati ugovor. Pravljenje razlike između prodaje potraživanja i ponovnog ugovaranja naplate je važno jer podrazumeva da se kao diskontne stope kod ponovnog ugovaranja i tehničkih neizvršenja obaveza koriste najmanje originalne ugovorne stope.

Postoji nekoliko načina da se izvrši naplata pod ugovorom. Prvo, banka može da pristupi pregovorima koji će rezultirati nižim iznosom dogovorene naplate od originalno ugovorene. Drugo, dužnik može da dospe u status neizvršenja obaveza i nakon toga da ispuni ugovorne obaveze po osnovnom ugovoru. Treće, dužnik može da refinansira ili otplati celokupne obaveze. U ovim situacijama banka će naplatiti potraživanja koja su se nalazila pod rizikom neizvršenja obaveza, a ne pod rizikom prodaje imovine. Diskontna stopa koja se primenjuje na ovakvu naplatu trebala bi da odslikava internu zahtevanu stopu prinosa za pokriće rizika neizvršenja obaveza za potraživanja od dužnika u statusu neizvršenja obaveza. U slučaju postojanja garantora, prikladna diskontna stopa morala bi da bude vezana za rizik neizvršenja obaveza garantora, a ne dužnika.

Postoji mogućnost i korišćenja diskontne stope vezane za najnepovoljniji kreditni rejting dužnika, ali ovakav pristup može da podceni rizik neizmirenja obaveza nakon ulaska u status neizvršenja obaveza, a preceni rizik za dužnike u povoljnijim rejtingovima rizika.

U skladu sa Bazel II standardima, LGD ne sme da se bazira samo na tržišnoj vrednosti kolaterala, već da na osnovu istorijskih podataka o prilivima od prodaje kolaterala ili druge vrste naplate obračuna adekvatno očekivanje budućeg LGD.

Ukoliko se, za razliku od prethodno opisanih situacija, naplata očekuje iz kolaterala, mora da se primeni fer stopa očekivane naplate od prodaje imovine. Poseban slučaj se javlja kada postoji kolateral u vidu imovine koja ima karakteristike odnosa prinosa i rizika različite od kompanije. Ovo se odnosi npr. na kolateral u vidu gotovine ili jemstva drugih kompanija. Imajući to u vidu, može da se zaključi da bi u kompleksnim dužničko poverilačkim odnosima novčani tokovi naplate mogli da imaju različite stope diskonta ukoliko je sistematski rizik različit kod kolaterala.

Teorijski, diskontna stopa mora da odslikava oportunitetne troškove držanja sredstava vezanih u neizvršenim obavezama tokom perioda naplate, uključujući i adekvatnu premiju rizika koju zahteva poverilac, odnosno finansijska institucija.¹⁰² Što je veća diskontna stopa, veći je LGD. U praksi se koristi veći broj rešenja za adekvatnu diskontnu stopu. Neke finansijske institucije koriste ugovorenu diskontnu stopu.¹⁰³ U cilju obračuna adekvatnog LGD potrebno je izvršiti segmentiranje u zavisnosti od toga da li se ili ne radi o kolateralizovanom instrumentu, da li se radi o instrumentu sa špekulativnim rejtingom ili ne, prema sektoru kojem pripada dužnik i prema tipu instrumenta. Za svaki segment mogla bi da se izračuna procena premije rizika što omogućava kontrolu činjenice da nerizična stopa može da varira značajno tokom perioda. U tom slučaju dobijena premija rizika može da se jednostavno doda na nerizičnu stopu. S obzirom da se procenjuju intervali pouzdanosti, ne može se isključiti mogućnost da stvarna premija rizika ove vrste instrumenata može ustvari da bude pozitivna.

Tokom stresnih perioda, kada su stope neizvršenja visoke, ne samo da očekivane naplate mogu da budu niže, veći i premije rizika u okviru diskontnih stopa više, kao rezultat većih ekonomskih LGD. U ovakvim periodima, ne samo da očekivana naplata opada, već se neizvesnost naplate povećava. Premija rizika za klase srednjeg prioriteta u naplati je mnogo viša nego u slučaju višeg ili nižeg prioriteta. Ovo nije baš intuitivno, ali polazeći od činjenice da neizvesnost oko stope naplate merena premijom rizika u okviru diskontne stope, viša premija rizika oko prioritetnijih potraživanja ne implicira da je LGD takvih instrumenata viša. Obrnuto je u stvari slučaj u praksi, pošto viša očekivana naplata prioritetnih potraživanja može više nego dovoljno pokriti višu premiju rizika koju zahtevaju poverioci ovakvog duga, rezultirajući u nižem LGD.

Privredne grane i delatnosti sa tipično kolateralizovanim izloženostima kroz stalnu imovinu i nekretnine, čije se vrednosti mogu laku utvrditi, zahtevaće nižu premiju rizika od izloženosti kolateralizovim imovinom čija se vrednost ne može lako utvrditi. Očekivana stopa naplate opada tokom recesije, nasuprot činjenice da raste neizvesnost naplate. Ovo konsekventno vodi rastu diskontne stope kroz rast premije rizika. Više premije rizika se javljaju kod starije neobezbeđene obaveze, što sugerise viši nivo neizvesnosti naplate.

6.2.7. Parametri gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Parametri LGD razlikuju se u zavisnosti od vrste druge strane u transakciji.

U slučaju transakcija u kojem druga strana nije fizičko lice, osnovni parametri LGD su iznos potraživanja koji neće biti naplaćen nakon realizacije kolaterala i troškovi naplate. Periodi vremena u kojima se očekuju naplata potraživanja u statusu neizvršenja obaveza, vezuje se, ili za ugovorene rokove otplate osnovnog duga i kamate, ili se moraju posebno procenjivati.

Knjigovodstvena vrednost gubitka/naplate se razlikuje u slučaju restrukturiranja i likvidacije duga. U slučaju restrukturiranja gubitak nastaje kroz delimičan otpis, a u slučaju likvidacije gubitak je jednak EAD umanjenom za naplatu duga. Iznos delimičnog otpisa može značajno da varira i ne može da se izračuna na osnovu očekivanih naplata, s obzirom da se kolaterali ne realizuju u procesu restrukturiranja. Realizacija se razlikuje u slučaju likvidacije kolaterala kroz proces stečaja stečaja ili likvidacije društva. Naplata iz procesa stečaja je moguća ukoliko za to postoje sredstva. Uspostavljeni kolaterali po imovini dužnika izdvajaju datu imovinu iz raspoložive stečajne mase, što umanjuje stopu naplate kroz proces stečaja. Veliki

¹⁰² Bazelski dokument ističe da „kada su novčani tokovi naplate neizvesni i uključuju rizike koji se ne mogu diversifikovati, neto sadašnja vrednost kalkulacija mora da odslikava vremensku vrednost novca i premiju rizika prikladnu riziku koji nije moguće diversifikovati.

¹⁰³ Teško je objašnjiva kao izbor s obzirom da kamatne stope pre neizvršenja obaveza nemaju veze sa rizicima i neizvršenjima vezanim za potraživanje koje se nalazi u statusu neizvršenja obaveza.

broj parametara (i komponenti istih) definiše sumu naplate, a mogu se navesti sledeći u slučaju korporativnih lica: vrednost kompanije u statusu neizvršenja obaveza, prilivi iz procesa bankrota (likvidaciona vrednost kompanije u trenutku realizacije, period trajanja priliva od bankrota, troškovi bankrota), vrednost kolaterala u statusu neizvršenja obaveza (tržišna ili nominalna vrednost), naplata po osnovu kolaterala (tržišna vrednost kolaterala u vreme realizacije, period likvidacije, troškovi realizacije, cena u slučaju prinudne prodaje), troškovi kamate (troškovi refinansiranja potraživanja do realizacije, gubitak kamate usled otpisa), troškovi regulisanja problematičnog potraživanja (administrativni troškovi, troškovi restrukturiranja i troškovi likvidacije).

Polazna tačka procene naplate je definisanje osnove procene, a što je vrednost kolaterala u slučaju naplate iz istog, odnosno likvidaciona vrednost imovine dužnika u slučaju naplate kroz proces stečaja. U tom smislu neophodno je u trenutku ulaska u status neizvršenja obaveza utvrditi vrednost kolaterala, posebno imajući u vidu da ista može biti umanjena nedostatkom održavanja pre neizvršenja obaveza, a kao rezultat problema likvidnosti u prethodnom periodu. Naravno, bitno je korišćenje procene vrednosti kolaterala ili likvidacione vrednosti u trenutku realizacije, imajući u vidu da ista može značajno da varira tokom perioda realizacije.

Sledeći bitan element naplate predstavljaju troškovi vezani za realizaciju kolaterala (npr. agenta prodaje) ili sprovođenje stečaja (npr. stečajnog upravnika). Vezano za realizaciju kolaterala, možda će biti neophodno sprovesti diskontovanje tržišne vrednosti kolaterala zbog ograničenog perioda za realizaciju i nelikvidnosti tržišta.

Gubitak kamate se sastoji od nenaplaćenih kamata od trenutka neizvršenja obaveza. Sadašnja vrednost ovih gubitaka može se uključiti u procenu gubitka. U slučajevima gde se zahteva precizniji profil, potrebno je detaljnije ispitati ove gubitke na osnovu: troškova refinansiranja do realizacije, kamate koja je izgubljena u slučaju ispravke vrednosti ili otpisa, oportunitetnih troškova kapitala i dr.

Troškovi naplate potraživanja zavise od vrste aktivnosti koja se preduzima u procesu naplate, u smislu da li su vezani za prodaju kolaterala ili za proces stečaja.

Svaki od parametara LGD se može podeliti na više komponenti. U slučaju potraživanja od korporativnih dužnika izdvajaju se sledeće komponente:

- dužnici: podaci o bonitetu, kolateralu i transakciji, osnovni podaci o dužniku;
- sredstva obezbeđenja: vrednost, vrsta, kolateralni poverilac;
- transakcije: knjigovodstvena vrednost, dodeljeni kolateral, vrsta proizvoda, kamatna stopa, struktura otplate.

Neizvesnost oko naplate zavisi, ne samo od kvantitativnih činjenica, nego i od nekih malo više nejasnih faktora, kao što je sposobnost pregovaranja dužnika i poverioca.

Kreditni banaka se obično odobravaju pod nestandardnim uslovima. Banka je obično u situaciji, na osnovu sprovedenih analiza kreditne sposobnosti dužnika, da predvidi bilo kakve probleme vezane za dužnika. Ukoliko se ovakvi problemi identifikuju, izloženosti takvim dužnicima preusmeravaju se u organizacione delove u čijoj nadležnosti je naplata problematičnih potraživanja. Pre nego što formalno dospe u status neizvršenja obaveza, kod kompanije se obično evidentira poremećaj u poslovanju. Poremećaj se može efektivirati npr. kroz kršenje ugovornih obaveza. Spašavanje ovakvog dužnika može da se izvrši kroz ponovno ugovaranje obaveza sa istima. Banka, međutim, možda neće uvek biti u poziciji da uoči formalno stanje poremećaja, već se evidentira direktno neizvršenje obaveza.

Koraci od neizvršenja obaveza do bankrota ili likvidacije zavise u mnogome od zakonske regulative vezane za nesolventnost na određenom tržištu.

Priroda ugovora o kreditu i postojanje kolaterala i garancija ima značajan uticaj na ponašanje banaka i stopu naplate. U literaturi se navodi nekoliko osnovnih faktora koji mogu voditi neefikasnosti i stopama naplate ispod optimalnih:

- struktura obaveza dužnika, s obzirom da postoji mogućnost nekoordinacije između poverioca;
- pregovaračka snaga dužnika koji pokušava da izvuče ustupke od poverioca što može da rezultira u neefikasnom ponašanju;
- visok nivo prioriteta u naplati ili prekomerna prava kontrole od strane primarnog poverioca mogu da rezultiraju u smanjenju praćenja (kontrola kompanije od strane banaka može da šteti poslovanju kompanije).

6.2.8. Metode procene parametara gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Može da se napravi razlika između dva pristupa procene parametara LGD: pristup odozgo na dole i pristup odozdo na gore.

Pristup procene odozdo na gore na dole podrazumevaju korišćenje raspoloživih tržišnih podataka za dobijanje LGD korišćenjem eksplicitnih podataka o gubicima ili korišćenjem implicitnih podataka o gubicima.

Eksplicitni podaci o gubicima se mogu koristiti na dva načina. Prvo je korišćenjem istorijskih podataka obezbeđenih od strane specijalizovanih agencija. LGD se može izračunati na sledeći način:

$$LGD = 1 - \text{Stopa naplate}$$

Istorijske stope naplate su u značajnoj meri raspoložive na razvijenim finansijskim tržištima, ali na domaćem tržištu ne postoje. Imajući u vidu da podaci mogu da budu sa različitih tržišta, može se postaviti pitanje kolateralizacije, zakonskih procedura stečaja, strukture bilansa i dr., koje nisu uvek uporedive. Od svih parametara, samo knjigovodstvena vrednost gubitka je obuhvaćena gornjom formulom. Sve ostale komponente kamatnog gubitka su vezane za pojedinačnu banku i stoga nisu uključene. Što se tiče troškova naplate, samo su uključeni troškovi vezani za stečaj, dok dodatni troškovi banke nisu obuhvaćeni. Ove komponente moraju da se dopune kako bi se obračunala procena LGD.

Druga mogućnost uključuje direktno korišćenje cena na sekundarnom tržištu. Uspostavljeni standard je tržišna vrednost 30 dana nakon ulaska obveznice u status neizvršenja obaveza. Pretpostavka je da samo tržište može da proceni stvarne stope naplate u tom trenutku i da se ovo manifestuje na adekvatan način u ceni. Kao stope naplate, cene na sekundarnom tržištu ne sadrže sve komponente ekonomskog gubitka. Cene na sekundarnom tržištu uključuju implicitnu premiju za neizvesnost stvarne stope naplate. Tržišna cena je konzervativnija od stope naplate, pa stopa naplate može da bude prihvatljivija.

Implicitni podaci o gubicima podrazumevaju da se procene LGD dobijaju iz kompleksnih tržišnih informacija na osnovu verifikovanih odnosa između podataka i LGD. Dva osnovna elementa su marže (engl. *spread*) kreditnog rizika i rejtinzi. Kada se koriste marže, polazi se od pretpostavke da se iste određuju između prinosa na obveznicu kojom se trguje i odgovarajuće nerizične kamatne stope kao očekivani gubitak (EL) emisije. Ukoliko je poznat PD, može da se izračuna LGD korišćenjem formule $EL = PD \times EAD$. Ukoliko postoji interni rejting mora da se dodeli PD ili PD interval.

Prilikom korišćenja kreditnih marži za dobijanje LGD, isti opšti zahtevi i ograničenja se primenjuju kao u slučaju eksplicitnih podataka. Podaci sa tržišta kapitala su raspoloživi samo za pojedine kompanije ili tipove transakcija, pa se raspoloživost mora posmatrati u kontekstu opštih ekonomskih uslova. Pored toga, mora da bude moguće izvlačenje implicitnih

informacija koje se sadrže u podacima sa tržišta. Mora biti raspoloživa i nedvosmislena PD vrednost. Ovo znači da rejtinzi moraju da budu čisti rejtinzi dužnika, bez elemenata koji se odnose na transakcije. Takođe, podaci o kreditnim maržama ne sadrže podatke pojedinačnih banaka, što je slično kao sa eksplicitnim podacima.

Kada se koriste pristupi odozgo na dole, osnovno je vršenje provere raspoloživosti tržišnih podataka koji se koriste. Kako se koriste tržišni podaci, isti se moraju dopuniti sa podacima vezanim za specifičnu banku, kako bi se dobila adekvatna procena LGD.

Pristup procene odozgo na dole uključuju objedinjavanje informacija o tri parametra gubitka u LGD vrednost. Analiza se zasniva na pretpostavci različitih scenarija koji opisuju kako se izloženost ponaša nakon ulaska u status neizvršenja obaveza.

Mogući scenariji mogu biti kompletno izmirenje duga, moguće pregovaranje uslova i naplate duga i vraćanje duga iz statusa neizvršenja obaveza u aktivno potraživanje, zatim restrukturiranje potraživanja sa kreiranjem delimičnih otpisa, likvidacija potraživanja sa realizacijom kolaterala, kao i likvidacija bez realizacije kolaterala.

Obračun LGD se zasniva na procenama pojedinačnih parametara gubitka, odnosno gubitaka knjigovodstvene vrednosti, gubitka kamate i troškova naplate potraživanja. U tom procesu, neophodno je napraviti razliku najmanje prema tipu dužnika, kolaterala i vrsti transakcije, a u skladu sa nivoom materijalnosti.

Gubici knjigovodstvene vrednosti mogu da nastanu u procesu restrukturiranja usled delimičnog otpisa ili u procesu likvidacije. Likvidacija može da se zasniva na realizaciji stečaja ili kolaterala. U slučaju realizacije u stečaju, istorijski podaci o neizvršenju obaveza se koriste za potrebe direktne procene.

Stopa naplate za sredstva obezbeđenja u vidu imovine sadrži individualne komponente (vrednost kolaterala u vreme neizvršenja obaveza, period realizacije, troškovi realizacije i dr.).

Kao alternativa, moguće je proceniti vrednost komponenti pojedinačno, posebno u slučaju materijalnog kolaterala. Ovo je uobičajena praksa u slučaju velikih objekata (nekretnine, brodovi, avioni i dr.). Kapitalna oprema se generalno vrednuje korišćenjem poslovnih kriterijuma na takav način da vrednost kolaterala zavisi od prihoda za koji se očekuje da treba da generiše (sadašnja vrednost novčanih tokova). U takvim slučajevima, prikladni metodi uključuju modele novčanih tokova, koji se mogu povezati sa ekonometrijskim modelima za potrebe procene promena npr. u renti. Umesto simulacija novčanih tokova, sadašnja vrednost može činiti osnov za procenu vrednosti kolaterala u trenutku neizvršenja obaveza, koja se obračunava pomoću ekspertske procene nekretnina i velike pokretne imovine. Imovina privatnih vlasnika, npr automobili, mogu se procenjivati korišćenjem cena na sekundarnom tržištu. Nasuprot tome, utrživost je neizvesna u slučaju fizičkog kolaterala za koja ne postoji likvidno i uspostavljeno sekundarno tržište. Svi troškovi generalno se kreću u okviru poznatih okvira, i preporučljivo je korišćenje ekspertske procene za ove komponente.

Osnova za kalkulaciju *gubitaka kamate* su novčani tokovi kamate izgubljeni usled neizvršenja obaveza. Sadašnja vrednost obračunata diskontovanjem kamatnih priliva sa nerizičnom stopom predstavlja realizovani kamatni gubitak.

Kalkulaciju *troškova naplate potraživanja*, može se bazirati na internim troškovima i računovodstvu aktivnosti. Razuman pristup je procena troškova naplate potraživanja u okviru homogenog segmenta plasmana. U slučaju kada se na osnovu evidencije ne mogu utvrditi adekvatno troškovi naplate, potrebno je korišćenje ekspertske procene za obračun, ali je neophodno korišćenje računovodstvene evidencije u što većem mogućem obimu.

6.2.9. Modeliranje stope naplate

Veza između stope naplate i LGD izloženosti i u trenutku t se može prikazati na sledeći način:

$$LGD_{t(i)} = 1 - R_{t(i)}$$

Broj neizvršenih izloženosti u godini t , $t = 1, \dots, T$ se označava sa n_t .

Rezultujuće stope naplate i gubitka obično se kreću od 0 do 1, iako ima izuzetaka¹⁰⁴. Prvo se transformiše LGD na sledeći način:

$$y_{t(i)} = \log \frac{LGD_{t(i)}}{1 - LGD_{t(i)}}$$

Posmatrano u smislu stope naplate prethodna jednakost se može napisati u sledećem obliku:

$$y_{t(i)} = \log \frac{1 - R_{t(i)}}{R_{t(i)}} = -\log \frac{R_{t(i)}}{1 - R_{t(i)}}$$

Ovaj *logit* model za stopu naplate je takođe predložen od strane Schonbucher (2003) i Dullmann i Trapp (2004). LGD se može napisati na sledeći način:

$$LGD_{t(i)} = \frac{\exp(y_{t(i)})}{1 + \exp(y_{t(i)})}$$

$$y_{t(i)} = \mu + \sigma\sqrt{\omega}f_t + \sigma\sqrt{1 - \omega}\varepsilon_{t(i)}$$

Slučajne promenjive f_t i $\varepsilon_{t(i)}$ su standardno normalno distribuirane i pretpostavlja se da su nezavisne. Parametar σ je nenegativan i kreće se u okviru od 0 do 1. Logaritamska transformacija vrednosti LGD je normalno distribuirana sa srednjom vrednošću $\mu_{t(i)}$ i varijansom σ^2 . Slučajni vremenski efekti f_t izazivaju korelaciju transformisane vrednosti LGD, $y_{t(i)}$ različitih izloženosti koje dospevaju u neizvršenje obaveza u godini t . Ova korelacija pokazuje uticaj sistematskih izvora rizika koji nisu uključeni u model. Nepoznati parametri u jednakostima se procenjuju putem maksimalne izvesnosti (ML). Uticaj na LGD ima i ročnost izloženosti. Duže ročnosti vode višem LGD. Ukoliko je ročnost duža, veće isplate se vrše u dužim rokovima, koji su nesigurniji.

Najveći deo modela kreditnog rizika, uključujući Portfolio Manager, Portfolio Risk Tracker, CreditMetrics, pretpostavljaju stopu naplate koja prati beta distribuciju. Ovaj tip parametarske distribucije pruža veliku količinu fleksibilnosti. Potrebna je samo srednja vrednosti i varijansa za kalibraciju. Ipak, pretpostavka beta distribucije naplate sadrži nedostatak da model ne može da se nosi sa masovnim grupisanjima na 0% i 100% koji se mogu uočiti kada se razmatraju konačne naplate.

6.2.10. Korelacija gubitka u slučaju neizvršenja obaveza i verovatnoće neizvršenja i uticaj na modeliranje kreditnog rizika

Najveći broj portfolio modela kreditnog rizika ne uzimaju u obzir postojanje koreliranih LGD. Svaka volatilitet u stopama naplate se računa kao idiosinkratska.¹⁰⁵ Postojanje korelacije PD i LGD koja je negativna, ukazuje da bi modeli koji ne uzimaju ovakvu pretpostavku u obzir u značajnoj meri podcenili rizik. Ukoliko se korišćenjem Monte Carlo simulacije kreira veliki broj simulacija, empirijska distribucija ishoda simulacije se može

¹⁰⁴ Situacije kada je stopa naplate preko 1 su retke i kao takve se isključuju iz analize, a mogu se javiti ako se npr. sa obveznicom po osnovu koje nisu izvršene obaveze trguje iznad nominalne vrednosti nakon neizvršenja obaveza dužnika.

¹⁰⁵ U *CreditRisk+* modelu LGD se uzima kao deterministička komponenta, dok je u *Creditmetrics* modelu (stvarna stopa naplate se dobija iz beta distribucije kroz Monte Carlo simulaciju), ali se stope naplate dobijaju nezavisno od PD, odnosno rast rizika neizvršenja obaveza ne utiče na distribuciju stope naplate.

koristiti kao aproksimacija teorijske distribucije gubitaka. Svaki scenario može da se bazira na logici, da na kratak vremenski period, PD svakog dužnika može da se posmatra kao pod uticajem dva elementa, PD dužnika i kratkoročnog šoka usled makroekonomskih i individualnih faktora. Individualne karakteristike mogu biti npr. privredna grana kojoj pripada, veličina i ročnost izloženosti i dr. Iz ovoga sledi da je:

$$PD_{kratkoročno} = PD_{dugoročno} \times \text{Šok}$$

Ovaj pristup uzima u obzir činjenicu da kompanije sa različitim rejtzima teže da u proseku imaju različite stope neizvršenja i da njihov PD može da fluktuiru tokom vremena zbog uticaja makroekonomskih faktora.

Kratkoročni šok se može smatrati ponderisanom sumom dve slučajne komponente, od kojih jedna predstavlja komponentu jednaku za sve dužnike, odnosno stanje u ekonomiji, a druga komponenta je vezana isključivo za pojedinog dužnika.

$$\text{Šok} = w_1x_1 + w_2x_2$$

Ovo ukazuje da će recesivni uticaji ekonomije (visoke vrednosti prvog faktora) imati kombinovano sa pojedinačnim karakteristikama svakog dužnika značajan uticaj koji će voditi rastu kratkoročne PD preko nivoa prosečnih dugoročnih vrednosti, odnosno rezultiraće u većoj osetljivosti portfolija banke na rizik neizvršenja obaveza. Posebna pažnja mora da se posveti ponderima značaja sistematskog i pojedinačnog rizika pošto bi pre naglašavanje visine jednog od ova dva pondera moglo da vodi preosetljivosti ili maloj osetljivosti PD banke na promene u ekonomskom okruženju.

Za razliku od situacija kada se LGD smatra determinističkom promenljivom ili nekorelisanom stohastičkom promenljivom u slučaju pretpostavke korelacije pod uticajem evidentiranog faktora rizika veličina očekivanog i neočekivanog gubitka može da bude značajno viša, odnosno može se konstatovati da bi u prva dva slučaja rizik bio podcenjen. Ovaj efekat posebno se ističe kada se razmatra procikličnost. U periodu kada stope neizvršenja počinju da rastu i opadaju rejtni dužnika, LGD će očekivano imati rastući trend, što kapital stavlja još pod veći uticaj procikličnosti. Ovo je i razlog što je napredni IRB sistem predvideo potrebu korišćenja dugoročnih konzervativnih procena stopa naplate (umesti revizije istih na kratke rokove prema novim signalima).

6.2.11. Pristupi validacije gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Postoje dve osnovne razlike između validacije PD i LGD:

- PD se testiraju prema DR, koje se definišu za grupe dužnika, dok se očekivane LGD testiraju prema pojedinačno realizovanim LGD;
- neizvršenje ili izvršenje obaveza je diskretna promenljiva sa dva moguća stanja, dok LGD predstavlja kontinuelnu promenljivu gde realizovani LGD mogu da imaju vrednosti od 0% do 100%.

Ove razlike diktiraju različite pristupe u testiranju LGD i PD. Dimenzije koje moraju da se testiraju ipak ostaju iste, a odnose se na procenu diskriminacione snage LGD sistema rangiranja prema riziku, kalibraciju LGD sistema rangiranja prema riziku, realizaciju LGD filozofije rangiranja i homogenost LGD rejtinga prema riziku. Procena diskriminacione snage LGD sistema rangiranja prema riziku vrši se na osnovu kumulativnog LGD racia preciznosti (engl. *Cumulative accuracy ratio* – CLAR) koji predstavlja modifikovani AR. Kalibracija LGD sistema rangiranja prema riziku podrazumeva razne analize na pojedinačnom i agregatnom niou. Ispitivanje homogenosti LGD rejtinga prema riziku se odnosi na validaciju na nivou segmenata portfolija i sprovođenje testova statističke značajnosti.

Realizovani LGD je potrebno upoređivati sa očekivanim LGD jednu godinu pre neizvršenja obaveza kako bi se testirala preciznost sistema rangiranja. Referentna tačna za LGD rejting, jednu godinu pre neizvršenja je konzistentna sa periodom rizika ekonomskog kapitala. Za razliku od posmatranih stopa neizvršenja, realizovana LGD nije poznata u trenutku neizvršenja. Potrebno je obično nekoliko godina da se realizuje naplata osim ukoliko je praksa finansijske institucije da prodaje neizvršena potraživanja brzo nakon ulaska u status neizvršenja. LGD testiranje se stoga obično sprovodi sa vremenskim kašnjenjem. Još jedan osnovni izazov kod LGD testiranja je nedostatak relevantnih istorijskih podataka. Godišnji broj neizvršenja obaveza je ograničen kako bi se ostvarila statistička značajnost rezultata testiranja unazad. Neke finansijske institucije koriste agerirane podatke umesto godišnjih kako bi rešile ovaj problem. Nedostatak ovog pristupa je što ugrožava sposobnost pribavljanja skorašnjih trendova kroz analizu.

6.2.11.1. Testiranje diskriminacione snage LGD rangiranja

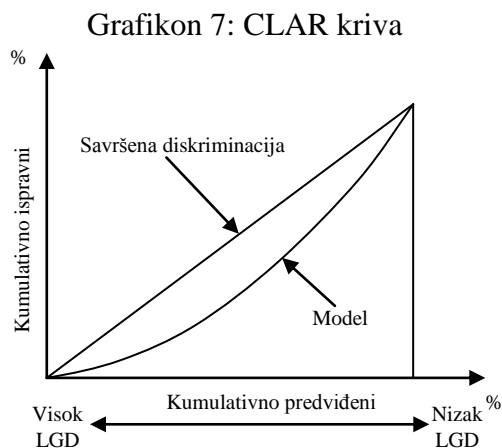
Ograničeni podaci i velike standardne devijacije vezane za “U” izgled distribucije LGD mogu da stvore značajan “šum” u sprovođenju bilo kakvih statističkih testova u pojedinačnoj analizi. Grupisanje LGD obzervacija u predefinisane okvire može da pomogne u redukovanju ovog statističkog “šuma”. LGD okviri moraju da se koriste kako bi se LGD rejtingi uporedili prema realizovanim LGD u diskriminacionim testovima. Svrha diskriminacionih testova je da validiraju ispravnost rangiranja izloženosti prema LGD riziku. Ukoliko LGD rejting može da izvrši efektivnu diskriminaciju prema LGD riziku, očekivano je da većina od realizovanih LGD potiču iz visoko predvidivih LGD okvira. Kumulativni LGD racio preciznosti služi kao mera sposobnosti rangiranja.

Prvi korak je utvrđivanje broja izloženosti kojima se dodeljuje LGD rejting (predviđeni LGD) u svaki LGD okvir. Ovi LGD okviri se nazivaju predviđeni LGD okviri. Realizovani LGD se potom sortiraju u opadajućem redosledu i grupišu na takav način da je broj LGD u svakom okviru jednak broju izloženosti kojima se dodeljuje LGD rejting u svakom od predviđenih LGD okvira. Na osnovu raspoređivanja ispituje se koliko je dodeljenih LGD rejtinga poteklo iz predviđenog LGD okvira. Ovo se vrši i na kumulativnoj osnovi, svaki put uključujući još jedan okvir sa nižim predviđenim i realizovanim LGD. Pomenuto brojanje se vrši za najgora dva rejtinga, pa za najgora tri rejtinga itd., čime se kreira CLAR kriva.

Na osnovu sprovedenih navedenih aktivnosti može da se obračuna CLAR koeficijent, a koji je sličan Gini koeficijentu. Kroz rezultate se može provući CLAR kriva, slična CAP krivoj. y osa CLAR krive predstavlja kumulativni procenat ispravno dodeljenih realizovanih LGD, dok x osa prikazuje kumulativni procenat obzervacija u LGD okvirima. U najpovoljnijem slučaju rangiranja, obzervacije u predviđenim i realizovanim okvirima se poklapaju i CLAR kriva će biti na 45-stepenoj liniji. CLAR koeficijent će biti jednak $2x$ površini ispod CLAR krive. CLAR koeficijent se kreće između 0 i 1, gde 1 predstavlja savršenu diskriminacionu snagu. Što je viša CLAR vrednost, veća je diskriminaciona snaga LGD sistema rangiranja.

Prvi korak je podela LGD na diskretne LGD rejtinge. Sledeći korak je segmentiranje realizovanog LGD na osnovu ordinalnog rangiranja. Realizovani LGD se rangiraju od najnepovoljnijeg (100%) ka povoljnijem. Nakon identifikacije okvira predviđenih i realizovanih LGD za svakog dužnika u uzorku, može se sprovesti diskriminacioni test.

Ovakav pristup se nastavlja dalje dok se ne obuhvate svi okviri.



6.2.11.2. Testiranje kalibracije

Imajući u vidu ograničenost podataka i visok volatilitet oko istorijskih LGD procena, rezultati ovih testova preciznosti moraju pažljivo da se ispituju. U suštini, rezultati bilo kojeg od testova ili racija ne smeju da se posmatraju izolovano, već u kombinaciji sa rezultatom sveobuhvatnog seta testova preciznosti. Na nivou pojedinačne izloženosti, postoji veliki broj standardnih testova koji se mogu sprovesti:

1. Jednostavan grafikon, sa predviđenim LGD izloženosti na horizontalnoj osi i odgovarajuće realizovane LGD na vertikalnoj osi, treba da se koriste za vizuelno ispitivanje sveobuhvatnog odnosa i isticanja bilo koje pristrasnosti u sveobuhvatnom LGD rejting procesu;
2. Pored toga, srednja vrednost procene greške može se obračunati na sledeći način:

$$MSE = \sum (\text{realizovani LGD} - \text{predviđeni LGD})^2 / \text{broj} \text{ obzervacija}$$

3. Regresiona analiza¹⁰⁶ kroz segmente između predviđenog LGD (zavisna promenljiva) i realizovanog LGD (nezavisna promenljiva) treba da se sprovede i rezultati ispituju.

6.2.11.3. Pristup na osnovu intervala pouzdanosti

Još jedan test koji može da se sprovede je testiranje hipoteza zasnovanih na intervalu pouzdanosti, gde se upoređuju realizovana srednja vrednost LGD sa predviđenim LGD za svaki LGD okvir. Imajući u vidu raspoloživost podataka o LGD moguće je primeniti različite statističke testove.

Kada je raspoloživo više od 30 podataka (realizovanih LGD) u LGD okviru može da se sprovede testiranje hipoteza uspostavljanjem intervala (CI) oko srednje vrednosti uzorka prema t distribuciji. Ovaj CI se može smatrati pouzdanim za podatke uzorka koji sadrži više od 30 podataka. CI je:

$$\bar{y} \pm t \times s / \sqrt{n}$$

gde je \bar{y} srednja vrednost uzorka (prosečna realizovana LGD u okviru), t kritična vrednost pod t -distribucijom (sa stepenima slobode jednaka $n - 1$) koja odgovara sa željenim nivoom pouzdanosti, s standardna devijacija uzorka (standardna devijacija realizovane LGD u okviru), a n broj podataka u uzorku (broj realizovanih LGD u okviru). Preporučuje se korišćenje nivoa pouzdanosti značajno većeg od 50%. U suprotnom se može desiti da tip I

¹⁰⁶ Npr., R^2 regresije je mera statističke snage objašnjenja (kvadratni koren od kojih je korelacija između predviđene i realizovane LGD).

greške bude veliki (odbacivanje tačnih ishoda). Ukoliko je stvarna vrednost razlike realizovanog i predviđenog nivoa LGD veća od nivoa pouzdanosti može da se odbaci hipoteza da je predviđeni LGD srednja vrednost sa definisanim nivoom pouzdanosti;

Kada postoji manje od 30 podataka (realizovanih LGD) u LGD okviru, t -distribucija predstavlja lošu aproksimaciju distribucije srednje vrednosti uzorka kada je veličina uzorka mala. Kada je ovo slučaj, predlaže se korišćenje rezultata Hoeffdingove nejednakosti (1963) radi dobijanja limita za interval pouzdanosti u testiranju hipoteze. Ona samo obezbeđuje granicu verovatnoće u repu distribucije, na taj način rezultirajući u širem intervalu pouzdanosti i smanjenju snage testiranja hipoteze. Gornja granica verovatnoće da je razlika između realizovane srednje vrednosti uzorka i predviđene vrednosti veća od određene kritične vrednosti, a , je:

$$Pr[\bar{y} - E(\bar{y}) \geq a] \leq e^{-2 \times n \times a^2}$$

gde je \bar{y} srednja vrednost uzorka, $E(\bar{y})$ predviđena LGD vrednost, a n broj obzervacija.

Pored zasebnog korišćenja dva osnovna pristupa moguće je i *korišćenje ovih pristupa zajedno*: U ovom slučaju preporučljivo je korišćenje intervala pouzdanosti sa t distribucijom kada je n veće od 30, a kada je n manje od 30, a veće od 10, korišćenje Hoeffdingova nejednakosti kao primarnog alata, s tim da se razmatra i t -distribucija na konzervativan način:

- ako realizovana srednja vrednost LGD pada van uspostavljenog CI putem Hoeffdingove nejednakosti, odbija se predviđena LGD;
- ako realizovana srednja vrednost LGD pada u okviru CI pod t distribucijom (i time unutar CI pod Hoeffdingovom nejednakosti), prihvata se predviđena LGD;
- ukoliko realizovana srednja vrednost LGD pada u okviru CI prema Hoeffdingovoj nejednakosti, ali van t distribucije, procenjuje se prihvatanje ili odbacivanje predviđenog LGD.

Kada je n manji od 10, procenjuje se prihvatanje ili odbacivanje predviđenog LGD.

6.2.11.4. Testiranje homogenosti

Slično PD testiranju, validacija na nivou segmenata portfolija je korisna za LGD testiranje kako bi se obezbedio dublji uvid u LGD rangiranje. Kako se već radi sa malim uzorkom na agregatnom nivou, bilo koja podela na segmente može da rezultira u većem gubitku statističke snage od koristi koje se mogu dobiti iz ovakvog testiranja. Ipak, kada je moguća za sprovođenje, analiza na nivou segmenata obezbeđuje indikaciju validnosti pretpostavke homogenosti različitih faktora rizika LGD. Dimenzije koje treba da se razmotre su karakteristike izloženosti: sredstva obezbeđenja, ugovorne odredbe, prioritet u naplati i karakteristike dužnika u smislu vrste dužnika (privredna društva, banke, države i dr.), privredne grane, lokacije i dr.

Za dati LGD rejting, može da se uporedi srednja vrednost uzorka (pod pretpostavkom nezavisnosti LGD) dva potencijalno različita podportfolija i testira da li su statistički različiti. Pošto nema nikakvog razloga zašto bi standardna devijacija populacije dva podportfolija bila različita, sledeći test bi bio prikladniji:

$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

gde je:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

\bar{y}_1 i \bar{y}_2 predstavljaju srednje vrednosti realizovane LGD subportfolija 1 i 2, s_1^2 i s_2^2 su varijanse realizovanih LGD subportfolija 1 i 2, gde je n_1 i n_2 broj LGD obzervacija u subportfolijima. Za broj obzervacija veći od 30 u oba subportfolija t -statistika se može aproksimirati kroz t -distribuciju sa stepenima slobode jednakim $n_1 + n_2 - 2$. U slučaju malog broja obzervacija može se koristiti Hoeffdingova nejednakost kako bi se dobile gornja granica repne verovatnoće. Za y_1 i y_2 ograničenim jedinicom i nulom i pod nultom hipotezom da dva subportfolija imaju identične srednje vrednosti LGD, verovatnoća da će razlika u srednjim vrednostima uzorka veće od određene kritične vrednosti (a) zadovoljava sledeću nejednakost:

$$Pr[y_1 - y_2 \geq a] \leq e^{-2a^2/(n_1^{-1} + n_2^{-1})}$$

6.2.11.5. Ispitivanje LGD faktora rizika

Pojedinačni faktori rizika mogu takođe biti fokus analize. Kako bi se fokusirali na srednju vrednost distribucije, LGD okviri bi trebali da se koriste za upoređivanje realizovanih gubitaka među LGD faktorima rizika. Moguća segmentacija uključuje ograničene nasuprot neograničenih izloženosti, obezbeđene nasuprot neobezbeđenih nasuprot subordiniranih izloženosti, različite kategorije sredstava obezbeđenja i dr.

Neki od LGD sistema rangiranja dozvoljavaju subjektivne korekcije u pojedinim situacijama gde se veruje da modelirana LGD nije najbolji prediktor potencijalnog gubitka na izloženosti. Važno je pratiti ove korekcije i analizirati ih odvojeno kako bi se ispitalo da li su ona dovela do neto koristi. Ukoliko se tako nešto utvrdi, možda će biti neophodno uvođenje novog LGD faktora rizika u karakteristike izloženosti za koje je vršena subjektivna korekcija. Sa druge strane, evidencija lošije situacije u pogledu korišćenja korekcije i nivou usklađenosti realizovanog LGD i predviđenog može da vodi potrebi za boljom kontrolom korišćenja sistema korigovanja na subjektivnoj osnovi.

Kako sve više podataka postaje raspoloživo tokom vremena, ponovna procena LGD faktora može da se sprovede kao deo godišnjeg procesa validacije. Validnost ovih faktora mora da se potvrdi, npr putem regresione analize. Analiza mora da se sprovede na agregatnim podacima, a ne samo na novim podacima. Cilj je da se potvrdi da su LGD faktori i dalje opravdani kako se novi podaci uvode u bazu podataka.

6.3. Procena i kalibracija izloženosti neizvršenju obaveza

Izloženost predstavlja vrednost angažovanih sredstava pod rizikom. Trenutna izloženost nije dovoljna da se opiše rizik izloženosti. Za bankarski portfolio, volatilitet bilansnih i vanbilansnih izloženosti zavisi od neizvesnih događaja koji zahtevaju postavljanje pravila merenja. Pošto su buduće izloženosti nepoznate iste moraju da se procene na osnovu pretpostavki, ili modeliranjem budućih izloženosti.

6.3.1. Pojam i karakteristike izloženosti neizvršenju obaveza

Rizik izloženosti se javlja kada je nepoznato buduće korišćenje kreditnih linija. Izuzetak su plasmani sa utvrđenim planom amortizacije, koji predstavlja adekvatnu odrednicu buduće izloženosti. Neophodno je definisati koje su očekivane izloženosti u budućem periodu i izloženosti pod rizikom neizvršenja obaveza, a koje se mogu povećati sa opadanjem kreditnog kvaliteta. Nisu sve linije obavezujuće. U nekim slučajevima ne postoji nikakva obaveza osim one da je banka voljna da poveća korišćenje do određenih limita ukoliko to dužnik želi. Banka može da informiše klijenta da može povećati zaduženje, ali pošto banka nije zakonski obavezna da to učini, neiskorišćeni deo kreditne linije ne mora biti zabeležen vanbilansno.

Trenutna izloženost je trenutno korišćenje sredstava. Dok postoji volja banke da pređe trenutno korišćenje, postoji neizvesnost buduće izloženosti.

Osnovna činjenica u vezi sa vanbilansnim izloženostima jeste da su one uvek neizvesne, a ponekad i veoma malo verovatne da će biti iskorišćene tako da pređu u bilansne stavke. Iz razloga takve neizvesnosti uobičajena praksa ja da se vanbilansnim pozicijama dodeljuju ponderi rizika niži od jedan, kako bi se razlikovale od bilansnih izloženosti. To je ekvivalentno postojanju bilansnih kreditnih ekvivalenata manje izloženosti.

Date garancije trećoj strani imaju samo malu verovatnoću izvršenja, pošto isključivo dospeće dužnika u situaciju neizvršenja obaveza pokreće garanciju. Ipak one su veoma slične direktnim izloženostima pošto neizvršenje obaveza dužnika aktivira garanciju kao da je direktna izloženost. Postoji širok spektar oblika garancija od kojih neke ne nose zakonsku obavezu pa ne predstavljaju pravi rizik, dok druge koje nose zakonsku obavezu su ekvivalent direktnih plasmana.

Pod IRB pristupom, bankama je dozvoljeno da koriste njihove interne procene EAD za svaku izloženost. EAD se sastoji iz dva dela, sume koja je trenutno iskorišćena i procene budućeg korišćenja po osnovu raspoloživog ali neiskorišćenog odobrenog plasmana. Procene potencijalnog budućeg korišćenja predstavljaju CCF. Pošto je CCF slučajni ili nepoznati deo EAD, procena EAD svodi se na procene CCF. Upoređujući sa PD i LGD relativno malo se zna u vezi sa EAD. Iz toga razloga, može se razmotriti kvalitativna validacija kao smisleniji pristup u odnosu na kvantitativnu validaciju. Kada se procenjuje EAD, neophodno je prepoznati da EAD, čak i više nego PD i LGD, zavisi od odnosa između banke i dužnika u različitim situacijama, kada dužnik odluči da iskoristi neiskorišćenu odobrenu sumu. Ovo znači da je EAD u značajnom stepenu pod uticajem ranijih odluka i obaveza preuzetih od strane banke.

EAD predstavlja jedini parametar kreditnog rizika na koji banka može unapred da utiče putem definisanja limita odobravanja. U aktivnim ugovorima, banka takođe može da nametne limit putem ugovaranja dodatnih odredbi. Nivo EAD je definisan vrstom transakcije i dužnika. Vezano za vrstu transakcije, osnovna podela može da se napravi između bilansnih i vanbilansnih transakcija. U slučaju bilansnih transakcija, EAD je jednak trenutnoj knjigovodstvenoj vrednosti potraživanja. U slučaju vanbilansnih transakcija, procenjeni faktor kreditne konverzije (engl.: *Credit conversion factor* – CCF) se koristi kako bi se odobrene, a neiskorišćene kreditne linije konvertovale u EAD vrednost. U slučaju neizvršenja obaveza, EAD je uvek jednak trenutnoj knjigovodstvenoj vrednosti. Stoga, procena EAD korišćenjem CCF ukazuje na očekivano korišćenje vanbilansnih transakcija odobrenih u trenutku procene. Nivo iskorišćenosti vanbilansnih transakcija može da se kreće u okviru od 0% do 100% u slučaju neizvršenja obaveza.

Razmatranje vrsta dužnika je relevantno sa obzirom na različito ponašanje u pogledu korišćenja kreditnih linija. Istraživanja su pokazala da korporativni dužnici često ne iskoriste kompletnu kreditnu liniju u slučaju neizvršenja obaveza. Pored toga, uočeno je da je EAD za dužnike sa kojima je banka ugovorila posebne ugovorne odredbe (engl. *covenants*) teži smanjivanju kako dolazi do opadanja kreditne sposobnosti, a da postojanje velikog broja mogućnosti pribavljanja izvora finansiranja takođe vodi smanjivanju EAD. Nasuprot tome, u slučaju malih i srednjih privrednih društava postoji veća verovatnoća korišćenja odobrenih linija u potpunosti. U slučaju ovih dužnika ne postoji široki spektar mogućnosti pribavljanja kapitala kao u slučaju korporativnih dužnika.

CCF se procenjuju na osnovu istorijskih podataka o gubicima za određene kombinacije vrsta transakcija i dužnika (kao eventualno i ostalih kriterijuma sementacije). Neophodno je prvo sakupiti podatke o kreditnim linijama koje su dospеле u status neizvršenja obaveza. U ovom

procesu, neophodno je obezbediti da su uključeni i plasmani koji su kasnije naplaćeni u toku trajanja perioda u kojem je dužnik u statusu neizvršenja obaveza. Procenat koji je iskorišćen u trenutku neizvršenja obaveza utvrđuje se za svaki plasman. U kalkulaciji CCF, svaki aktivni plasman se dodeljuje segmentu prema njegovim specifičnim karakteristikama. Dodeljeni CCF je jednak aritmetičkoj sredini procenata iskorišćenja za plasmane dospele u status neizvršenja obaveza dodeljene određenom segmentu. Prilikom kvantitativne validacije, neophodno je izvršiti proveru standardne devijacije realizovanih stopa iskorišćenja. U slučajevima gde su devijacije od aritmetičke sredine veoma velike, srednju vrednost (CCF segmenta) je potrebno konzervativno korigovati.

U standardnim plasmanima isplata i otplata su definisani datumom sklapanja ugovora. U slučaju revolving proizvoda (kreditnih linija, odnosno preuzetih obaveza), unapred se samo definiše maksimalni iznos plasmana. Dužnici su u mogućnosti da odobrena sredstva koriste i vrše otplatu istih prema svojim potrebama, odnosno mogućnostima. Ovo znači da banka ne može biti sigurna u vezi sa visinom izloženosti riziku u svakom trenutku. Struktura otplate vanbilansnih transakcija je posebno interesantna tokom dužeg perioda posmatranja, kako PD raste sa produženjem ročnosti izloženosti. Sledeće vrste bankarskih proizvoda predstavljaju relevantne vrste vanbilansnih transakcija¹⁰⁷:

- kreditne linije (revolving krediti, minusi po tekućim računima);
- preuzete obaveze odobravanja kredita (nepovučene ili delimično povučene);
- garancije, akreditivi i sl. instrumenti.

U praksi se koriste tri pristupa izračunavanju izloženosti neizvršenju obaveza banke, čiji izbor zavisi od raspoloživosti podataka i situacije.

$$EAD = A \times \text{Iskorišćeni iznos}$$

$$EAD = B \times \text{Iznos preuzete obaveze (limita)}$$

$$EAD = \text{Iskorišćeni iznos} + C \times (\text{Iznos preuzete obaveze} - \text{Iskorišćeni iznos})$$

Iskorišćeni iznos predstavlja iznos koji je dužnik pozajmio. Iznos ukupne preuzete obaveze je maksimalna suma koja se može iskoristiti po revolving plasmanu. A, B, C su konstante koje se dobijaju iz analize istorijskih izloženosti neizvršenju obaveza. Kod revolving plasmana banka je izložena riziku, kako na iskorišćenom, tako i na neiskorišćenom iznosu preuzete obaveze, što se odražava u izdvajanju sredstava za zaštitu od rizika po oba osnova i naplati troškova na iskorišćeni i neiskorišćeni iznos sredstava. Kako bi se preciznije modelirali revolving plasmani, potrebno je proceniti ne samo iznos preuzetih obaveza koji će biti iskorišćen u slučaju neizvršenja obaveza nego i promenu iznosa iskorišćenosti u slučaju promene rejtinga dužnika.

Kao i u slučaju LGD, validacija EAD se zasniva na verifikaciji internih procena banke. Za bilansne pozicije, minimalni zahtevi Bazela II obuhvataju procenjene vrednosti koje moraju biti manje od trenutno povučenih iznosa kredita. Centralni problem je utvrđivanje iskorišćenog dela kreditne linije u slučaju neizvršenja obaveza. Dodatna iskorišćenost kreditne linije teži da uveća EAD u skladu sa dužinom preostalog dospeća plasmana. Ovo je moguće, s obzirom da, što su duža preostala dospeća plasmana, veća je verovatnoća da će rejting dužnika opadati i njegov potencijalni pristup alternativnim izvorima finansiranja će se smanjivati. Ipak stepen iskorišćenosti kreditne linije do trenutka neizvršenja obaveza može da teži smanjenju u skladu sa kvalitetom rejtinga dužnika u trenutku kada je kreditna linija

¹⁰⁷ Prema EU direktivi (CRD IV), valutni, kamatni, kreditni i robni derivati su isključeni iz internih CCF procena banke. U ovim slučajevima, troškovi zamene uvećani za premiju za potencijalnu buduću izloženost su uključene prema pojedinačnim proizvodima i ročnim okvirima. Pored toga, nije neophodno procenjivati EAD u slučaju neiskorišćenih preuzetih obaveza kreditiranja, koji se mogu promptno otkazati u slučaju opadanja kreditne sposobnosti dužnika. U takvim slučajevima, banka mora da obezbedi mogućnost otkrivanja opadanja kreditne sposobnosti na vreme u cilju smanjivanja kreditne linije.

odobrena kao posledica ugovaranja klauzule koje onemogućavaju dalje korišćenje sredstava kreditne linije u slučaju opadanja rejtinga dužnika.

U praksi, faktori rizika utiču na procene EAD na dva načina. Prvo, određene kvalitativne i kvantitativne karakteristike se koriste za segmentaciju portfolija koji se analizira u homogene klase. Među ovim faktorima rizika izdvajaju se:

- tip plasmana: značaj ove karakteristike postoji zbog širokog spektra plasmana sa definisanim limitima i različitim uslovima za povlačenje sredstava; od plasmana sa bezuslovnim limitima, do plasmana kod kojih korišćenje sredstava zahteva odobrenje;
- ugovorne klauzule: banka može u određenim okolnostima da ne odobri dodatna korišćenja sredstava na osnovu ugovornih klauzula. Obično su ovi kovenanti vezani za objektivne situacije koji predstavljaju indikatore opadanja kreditne sposobnosti dužnika kao što su: opadanje profitabilnosti ili nepovoljne promene u određenim finansijskim pokazateljima koje prevazilaze definisani prag.

Pored navedenih poželjno je razmotriti i sledeće faktore rizika:

- veličina obaveze (t_r);
- iskorišćeni i neiskorišćeni iznos, $E(t_r)$ i $L(t_r) - E(t_r)$;
- procenat iskorišćenosti na referentni datum, $e(t_r)$;
- vreme do neizvršenja obaveza, $t_d - t_r$;
- klasa rejtinga u referentnom trenutku, $R(t_r)$;
- status plasmana na referentni datum, $S(t_r)$;
- makroekonomski indikatori.

6.3.2. Bazel II pravila i zahtevi za obračun izloženosti neizvršenju obaveza

Vezano za regulatorna pitanja, ne postoje nikakvi posebni zahtevi vezani za obračun EAD i CCF u slučaju primene standardizovanog i osnovnog IRB pristupa, dok kod naprednog IRB pristupa postoje minimalni zahtevi za procenu istih.

EAD se meri u bruto iskazu. EAD na iskorišćena sredstva ne bi trebala da bude manja od sume: 1. iznosa za koje bi regulatorni kapital banke bio smanjen ukoliko bi se izloženost otpisala u potpunosti i 2. bilo koje ispravke vrednosti i delimičnih otpisa. Kada je razlika između EAD plasmana i navedene sume pozitivna, ovaj iznos se naziva diskontom. Izloženost za vanbilansne pozicije se računa u iznosu preuzetih, ali neiskorišćenih obaveza ponderisanih faktorima kreditne konverzije. Postoje dva definisana pristupa za obračun CCF: osnovni i napredni IRB pristup.

U slučaju osnovnog pristupa vrste instrumenata i CCF koji se primenjuju na iste su definisane u okviru standardizovanog pristupa, sa izuzetkom preuzetih obaveza koje podrazumevaju: NIF (engl. *Note Issuance Facilities*) i RUF (engl. *Revolving Underwriting Facilities*). Za sve instrumente u okviru osnovnog pristupa primenjuju se CCF od 75%, izuzev za NIF i RUF u slučaju kada se radi o nepreuzetim obavezama, bezuslovno otkazivim ili automatski otkazivim (npr. u slučaju opadanja kreditne sposobnosti dužnika) u svakom trenutku za koje se primenjuje CCF od 0%. Iznos koji podleže ponderisanju sa CCF je manji od vrednosti neiskorišćene kreditne linije ili vrednosti koja odlikava neku vrstu ograničenja, u kojem slučaju banka mora da ima uspostavljen sistem praćenja i upravljanja nivoom iskorišćenosti kreditnih linija. Zahtev u pogledu postojanja konstantnog monitoringa i mogućnosti da se isto dokaže, postoji i za primenu faktora od 0% za napred navedene slučajeve.

U slučaju naprednog pristupa, banke moraju da ispune zahteve za priznavanje sopstvenih procena EAD, a može da ima se dozvoli i da koriste njihove procene CCF u zavisnosti od vrste proizvoda, pod uslovom da za isti, u okviru osnovnog pristupa, nije predviđen faktor konverzije od 100%. Minimalni zahtevi za internu procenu EAD pod naprednim pristupom,

fokusiraju se na procenu EAD za vanbilansne pozicije. EAD mora da bude procenjen za svaku jasno i neosporno evidentiranu vrstu izloženosti, a procene moraju da odslikavaju mogućnost dodatnog korišćenja sredstava od strane dužnika do trenutka i nakon ulaska u status neizvršenja obaveza. Procena EAD mora da predstavlja dugoročni prosek EAD na osnovu ponderisanja neizvršenjem obaveza za slične vrste izloženosti i dužnike tokom dovoljno dugog perioda vremena, ali sa određenim nivoom konzervativnosti.

Ukoliko može da se očekuje da između EAD i stope neizvršenja obaveza postoji pozitivna korelacija, procena EAD mora da uključuje veći nivo konzervativnosti. Za izloženosti koje su volatilne tokom ekonomskog ciklusa, banka mora da koristi EAD procene koje su prikladne za uslove ekonomske recesije, ako su iste konzervativnije od dugoročnog proseka. Banka mora da koristi sve relevantne materijalne informacije u svojim procenama EAD. Takođe, banka mora da revidira sve procene EAD svaki put kada pribavi novu materijalnu informaciju, a najmanje na godišnjoj osnovi. Banke moraju a imaju adekvatne sisteme i procedure za praćenje iznosa izloženosti, trenutne iskorišćenosti kreditnih linija i promene u iskorišćenosti po dužniku ili rejtingu. Banka mora da bude sposobna da prati nivoe iskorišćenosti na dnevnoj osnovi. Banka ne mora da pridaje isti značaj svim istorijskim podacima, ukoliko može da demonstrira da skoriji podaci predstavljaju bolju osnovu za predviđenje iskorišćenosti preuzetih obaveza.

U slučaju garancija, kada banka koristi sopstvene procene LGD, može da koristi ublažavajuće efekte na rizik garancija kroz korekciju procena PD i LGD. Kako dužniku, tako rejtingu, u skladu sa svim minimalnim zahtevima utvrđivanja rejtinga, mora da se dodeli i garantoru na konstantnoj osnovi. Ni u kojem slučaju, banka ne može da dodeli garantovanoj izloženosti prilagođeni PD ili LGD takve da je prilagođeni ponder rizika niži od direktne izloženosti garantoru. Nijedan kriterijum ni rejting proces ne sme da rezultira u mogućim povoljnim efektima nesavršene očekivane korelacije neizvršenja obeveza za dužnika i garantora za potrebe obračuna regulatornim minimalnih kapitalnih zahteva, odnosno ponder rizika ne sme da uzme u obzir ublažavanje rizika kroz tzv. „duplo neizvršenje obaveza (engl. *double default*)“. Iako ne postoje nikakva ograničenja u pogledu prihvatljivih garantora, banka mora da ima jasno definisane kriterijume za vrste garantora koje će koristiti za potrebe obračuna regulatornog kapitala. Garancija mora da bude napismena, neotkaziva od strane garantora i na snazi do trenutka izmirenja obaveza u potpunosti, kao i zakonski sprovediva. Nasuprot tome, u slučaju standardizovanog pristupa gde su prihvatljive isključivo bezuslovne garancije, kod naprednog pristupa, garancije kojima je definisano pod kojim uslovima se može zahtevati ispunjenje garancije (uslovne garancije) mogu da budu prihvatljive, ali je na banci da dokaže da se kriterijum dodeljivanja istih adekvatno odslikava kroz potencijalnu redukciju efekta ublažavanja rizika.

6.3.3. *Struktura podataka za procenu izloženosti neizvršenju obaveza*

Struktura seta podataka mora da obuhvati sve relevantne informacije, na osnovu obzervacija (O_i) koje sadrže podatke o plasmanu koji je dospelo u neizvršenje obaveza i validan referentni datum, $t_r < t_d$. Svaka od opservacija uključuje vrednost određene statičke karakteristike g , $l(g)$, vrednost seta promenljivih vezanih za g na referentni datum t_r , koji će se koristiti kao faktori rizika, kao i evidentirani EAD_i i datum neizvršenja obaveza t_d .

Uopšteno, struktura za referentni set podataka (engl. *Reference data set* - RSD) je data u sledećem obliku:

$$RDS = \{O_{i=(g,t_r)}\}; O_{i=(g,t_r)} = \{(g, t_r), l(g), RD(t_r), EAD_i = E(t_d)\}$$

Minimalno su potrebne statističke karakteristike $l(g)$ i podaci o faktorima rizika. Statističke karakteristike podrazumevaju identifikator plasmana, oznaku tipa plasmana, identifikator

portfolija i identifikator dužnika. Faktori rizika su referentni datum, t_r , datum neizvršenja obaveza, t_d , referentna izloženost, $E(t_r)$, referentni limit, $L(t_r)$, status plasmana, $S(t_r)$ i klasa rejtinga ili pul, $R(t_r)$.

Potrebno je identifikovati i opisati izvore podataka i precizno definisati sve elemente okvira seta podataka i to: tipove plasmana, dužnika i portfolija, kao i neizvršenje obaveza (konzistentna sa onom koja se koristi za obračun PD i LGD) i period posmatranja koji je obuhvaćen.

RDS mora da obuhvati sve obzervacije za sve plasmane dužnicima koji su dospeli u neizvršenje obaveza tokom perioda posmatranja i ispunjavaju druge eventualno uspostavljene zahteve. Period posmatranja mora da bude dovoljno dug da obuhvati sve obzervacije koje su dospele u neizvršenje obaveza pod veoma različitim opštim ekonomskim uslovima, a koji u idealnom slučaju obuhvataju ceo ekonomski ciklus.

CCF ne pada obavezno u okvir između 0% i 100%. Uprkos hipotezi da dužnici koji se susreću sa poremećajem u poslovanju imaju snažan podsticaj da povuku sredstva kako bi došli do gotovine koja bi podržala nastavak poslovanja, pre i nakon ulaska u status neizvršenja obaveza, činjenica je da zaduživanje u velikom broju slučajeva opada u periodu koji neposredno prethodi neizvršenju obaveza. Sa druge strane, postoji veliki broj slučajeva koji proizvode CCF veći od 100%.

Smanjenje zaduživanja pre neizvršenja obaveza se može javiti iz više razloga. Izloženost na referentni datum je atipična, u smislu da je smanjenje zaduženosti nakon referentnog datuma normalan deo poslovanja dužnika (sezonalnost u poslovanju). Smanjenje može biti rezultat ugovornih uslova, odnosno opreznog ugovaranja koje predviđa otplatu obaveza dužnika ukoliko dođe do probijanja. Dužnik može da ima ugovorene alternativne izvore finansiranja koji bi mu omogućili finansiranje i u slučaju neizvršenja obaveza, kada će banke ograničiti dostupnost sredstvima.

Postojanje CCF većeg od 100% je moguće iz više razloga. Moguće je postojanje administrativne greške banke koja je omogućila prelazak limita. Takođe, zaduživanje u više valuta u slučaju fluktuacije kurseva valuta, može voditi probijanju limita nakon konverzije valuta. Ukoliko je poverilac izabrao da poveća limit u periodu između referentnog datuma i datuma ulaska u neizvršenje obaveza može doći do obračuna CCF preko 100%. Odluka poverioca da poveća limit u periodu između referentnog i datuma ulaska u neizvršenje obaveza je preporučljivo da se uključi u analizu kako bi se obuhvatilo realno ponašanje poverioca koje može imati uticaj na CCF. U nekim slučajevima, banke koriste preporučene limite umesto normalnih limita plasmana kako bi upravljale rizicima na internom nivou. Mogućnost dodatnih korišćenja sredstava za dužnika zaustavlja se samo kada je izloženost veća od preporučenih limita. Ponekad izloženosti u trenutku neizvršenja obaveza uključuju poslednju likvidaciju kamate (i naknade) i ova suma se naplaćuje sa računa čak i kada je limit prethodno već dostignut.

Negativni realizovani faktori se javljaju u slučajevima kada je $EAD_i = E(t_d) < E(t_r)$. Ova situacija je posebno učestala kada je $t_d - t_r$ veoma veliko i kada je procenat iskorišćenosti plasmana na referentni datum, $e(t_r)$, veoma blizu 100%.

Posledica ovoga je da se mora definisati tretman negativnih vrednosti, a u praksi se javlja nekoliko pristupa. Najjednostavniji način je da se ovakve izloženosti tretiraju kao i svake druge i da se uključe u obračune bez korekcija. Ovo omogućava da se negativne CCF kod nekih izloženosti uključe kao korektivni faktor pozitivnih CCF u podacima i smanji prosek CCF za čitav set podataka. Ovaj pristup ne bi bio prihvatljiv za kalibraciju Bazel II procena jer efektivno dozvoljava slučajeve otplate obaveza dužnika pre ulaska u status neizvršenja

obaveza koji će biti uključeni u obračun. Bazel II predviđa 100% CCF faktor na potraživanja koja su u stanju na dan obračuna kapitala. Bilo bi nekonzistentno dozvoljavanje slučajeva otplate pre neizvršenja u CCF za nepovučeni iznos plasmana, kada uključivanje takve situacije u CCF za iskorišćeni deo nije dozvoljeno. Drugi pristup je da se odbace negativne CCF i da se isključe iz analize. Ovo će voditi mnogo većem prosečnom CCF nego prvi pristup. Ipak odbacivanje negativnih CCF ima dva nedostatka. Prvo, EAD podaci su retki, pogotovo u slučajevima gde se beleži mali broj neizvršenja. Svaki obračunati CCF sadrži važne informacije za konačne procene, te isključenje onih koji ne padaju u očekivani okvir smanjuje reprezentativnost rezultata. Pored toga odbacivanje negativnih CCF stvara razliku između ponašanja dužnika koja u stvari mogu biti veoma blisko povezani. Ovakav slučaj je npr. kod dva dužnika koji će u trenutku blizu neizvršenja obaveza otplatiti svoje obaveze korišćenjem odobrenih sredstava limita kod banke ili prilivima iz poslovanja, pri čemu će onaj koji koristi sredstva limita imati pozitivan CCF, a drugi negativan CCF. Treći pristup je najprihvatljiviji i podrazumeva uključivanje i negativnih CCF u obračun, ali uz ograničavanje istih na 0%, korišćenjem informacija iz ovih slučajeva, ali uz isključivanje nelogičnosti.

6.3.4. Tehnike procene izloženosti neizvršenju obaveza

Potreba za predviđanjem EAD postoji samo onda kada poverilac uspostavlja ugovor sa dužnikom takav da mu omogućava povlačenje sredstava u okviru odobrenog limita. U nekim slučajevima poverilac će uspostaviti formalnu obavezu prema dužniku kako bi dozvolio takvo korišćenje sredstava i u zakonskoj je obavezi da odobri takvo korišćenje sredstava sve dok dužnik ispunjava sve uslove ugovora.¹⁰⁸

U Bazelu II, EAD podrazumeva ukupan iznos koji može predstavljati obavezu dužnika u trenutku neizvršenja obaveza. Dati iznos se utvrđuje sabiranjem potraživanja u trenutku završetka kalkulacije za obračun kapitala za koje se pretpostavlja da će ostati na istom nivou sa danom neizvršenja obaveza i procene korišćenja sredstava koja će se dogoditi između dana kalkulacije i dana neizvršenja obaveza.

Pristup procene EAD uslovljava definisanje referentnog datuma pre neizvršenja obaveza za početak referentnog perioda za merenje EAD. Moguće je opravdati veliki broj datuma koji su prihvatljivi. Korišćenje referentnog datuma jednu godinu pre ulaska u status neizvršenja obaveza je konzistentno sa shvatanjem da se procena kapitala zasniva na jednogodišnjem period predviđanja. Ipak ovo vodi pretpostavki da u svakom trenutku kada se vrši procena kapitala u skladu sa Bazel II standardima, svaki dužnik u portfoliju je najmanje jednu godinu daleko od neizvršenja obaveza. Ovo sigurno nije tačno, s obzirom da ulazak u neizvršenje dužnika ni na koji način nije vezano za procenu kapitala koje banka sprovodi. Procena CCF korišćenjem jednogodišnjeg referentnog perioda možda neće da proizvede precizne procene inkrementalnih načina zaduživanja koji vode neizvršenju obaveza. Ukoliko se pretpostavi da je korišćenje sredstava pod kreditnom linijom takvo da se zaduženje povećava kako se

¹⁰⁸ U nekim slučajevima iako ne postoji formalna obaveza, poverilac je saopštio dužniku da će vršiti odobravanje sredstava dužniku sve dok se isti ne odluči da odustane od dogovora. Ovakva vrsta „mekih-obaveza“ naziva se obično plasman na osnovu poziva ili opoziva obaveza, pošto dužnik ima pravo da promptno zahteva korišćenje sredstava. Sa druge strane, u nekim slučajevima banka neće saopštiti limit dužniku, već se samo uspostaviti neku vrstu internog limita do kojeg kreditni službenik može da vrši odobravanje sredstava dužniku bez autorizacije viših organa ili odbora. Iako u ovom slučaju dužnik nije informisan o postojanju limita ne može se smatrati da ne postoji rizik korišćenja sredstava do nivoa takvih internih limita. Iako će banka u svakom slučaju odbiti odobravanje sredstava dužniku kod kojeg se evidentira poremećaj finansijske situacije, može se očekivati da će, zbog postojanja asimetrije informisanosti između banke i dužnika o nastanku poremećaja, dužnik iskoristi saznanje o postojanju internog limita za povlačenje sredstava pre širenja informacija o finansijskom poremećaju u njegovom poslovanju.

skraćuje period do neizvršenja obaveza, onda je pretpostavka perioda posmatranja od jednu godinu pre neizvršenja obaveza konzervativna upoređivajući je sa bilo kojom drugom.¹⁰⁹

Za razvoj internog modela za procenu EAD neophodno je obezbediti čuvanje svih informacija koje se odnose na EAD i CCF najmanje jednom godišnje, kao i ukoliko je potrebno podatke o tržišnim kamatnim stopama, uslovima, strukturi novčanih tokova i dr. Pored toga, neophodno je izvršiti segmentaciju klasa potraživanja za kreiranje pulova za procenu EAD i CCF, npr. krediti za izgradnju kuća, minusi po tekućim računima, garancije, kao i klasifikaciju prema klasama, npr. potraživanja, klase rejtinga i dr.

6.3.5. Utvrđivanje realizovanih faktora konverzije

Utvrđivanje realizovanih faktora konverzije moguće je kroz nekoliko pristupa.

Pristup fiksnog vremenskog perioda primarno podrazumeva definisanje vremenskog perioda. Za svaku izloženost koja dospe u status neizvršenja obaveza sa $L(t_d - T) \neq E(t_d - T)$, realizovani CCF se računa korišćenjem definisanog perioda $(t_d - T)$ na sledeći način:

$$CCF(t_d - T) = \frac{E(t_d) - E(t_d - T)}{L(t_d - T) - E(t_d - T)}$$

Praksa, kao što je navedeno, obično uspostavlja T kao jednu godinu. Korišćenje jedinstvenog perioda doprinosi homogenosti realizovanog CCF i omogućava disperiziju datuma koji se mogu izabrati, ali ima određene nedostatke. Ovakav pristup onemogućava direktno uključivanje plasmana u slučajevima kada je period protekao od trenutka odobravanja plasmana do trenutka neizvršenja obaveza kraći od jedne godine. S obzirom da se za svaki plasma g koji je dospeo u status neizvršenja obaveza koristi samo obzervacija $(g, t_d - T)$, pristup ne uzima u obzir sve relevantne informacije. Procene zasnovane na ovom pristupu impliciraju da će datum neizvršenja obaveza za svaki plasman koji će dospeti u status neizvršenja obaveza tokom narednih dvanaest meseci biti na kraju ovog perioda, a što nije realna pretpostavka i može rezultirati pristrasnom procenom.

Kod metoda kohorti, definisani period posmatranja je podeljen na intervale fiksne dužine, npr. od jedne godine. Grupisanje plasmana u kohorte vrši se na osnovu njihovog datuma neizvršenja. Kako bi se obračunao realizovani CCF vezan za svaki plasman, polazni trenutak vremenskog intervala koji sadrži datume neizvršenja datih plasmana koristi se kao referentni datum $(t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n)$.

$$CCF(t_i) = \frac{E(t_d) - E(t_i)}{L(t_i) - E(t_i)}$$

Realizovani CCF su manje homogeni nego oni obračunati korišćenjem fiksnog vremenskog perioda, pošto se u ovom slučaju CCF za svaki plasman obračunava sa veoma različitim vrednostima posmatranog perioda $(t_d - t_r)$. Kod ovog pristupa je izražena koncentracija referentnih datuma, a pristup ne koristi sve raspoložive informacije zato što se za svaki plasman g koji je dospeo u neizvršenje obaveza tokom perioda posmatranja (a uključen je u kohortu sa inicijalnim datumom t_j) koristi samo obzervacija (g, t_j) .

¹⁰⁹ Dve studije su prepoznate kao osnova za praktično shvatanje pitanja vezanih za EAD: Asarnow i Marker (1995) koji je ispitivao korišćenje S&P rangiranih dužnika tokom perioda od 1987. do 1993., i Araten i Jacobs (2001) koji su ispitivali interne podatke JPMorganChase tokom šest godina koji se završavaju u decembru 2000. Što se tiče odnosa između PD i EAD, Araten i Jacobs tvrde da su našli dokaz da EAD opada sa rastom rizika neizvršenja, dok Asarnow i Marker tvrde suprotno.

Osnov za pristup promenjivog vremenskog perioda je uzimanje u obzir šireg seta mogućih datuma neizvršenja obaveza, nego u drugim pristupima, kada se procenjuju odgovarajući CCF za aktivne plasmane uslovno od neizvršenja obaveza tokom sledeće godine.

$$CCF(t_{d-j}) = \frac{E(t_d) - E(t_{d-j})}{L(t_{d-j}) - E(t_{d-j})}, \quad j = 1, \dots, 12 \text{ meseci}$$

U suštini, neophodno je uzeti u obzir dvanaest odvojenih CCF datuma. Ovaj pristup uzima u obzir više obzervacija nego prethodna dva pristupa. Međutim, za potrebe sprovođenja ovog pristupa, banke moraju da raspolažu sa više podataka za svaki plasman koji je dospelo u neizvršenje obaveza (do dvanaest obzervacija) i neophodno je korišćenje promenjive u vidu statusa u pogledu npr. interne klase koji doprinosi identifikaciji homogenih CCF.

6.3.6. Izloženost neizvršenju obaveza u periodu ekonomske recesije

Isto što važi za LGD, važi i za EAD u periodu recesije. Tokom ovakvih perioda, veliki broj neizvršenja obaveza se može povezati sa nadprosečnim EAD, uvećavajući gubitke na portfolio osnovi. Veliki broj finansijskih institucija prepoznaje PD kao jedan od faktora rizika EAD, odnosno što je veći PD, veći je EAD. Bazel II formula pondera rizika (kao i većina komercijalno raspoloživih modela procena ekonomskog kapitala), ipak ne uključuje ove korelacije, što može da rezultira u podcenjivanju zahteva za kapitalom. Jedan način kompenzovanja ovoga u okviru ograničenja Bazel II formula jeste povećanje EAD procene pre korišćenja iste u proceni zahteva za kapitalom.

Može da se istakne da je prost prosek istorijskog EAD možda već uključio određeni stepen recesionih uslova. Većina istorijskih EAD podataka se posmatra tokom ekonomskih recesija kada se stope neizvršenja nalaze iznad prosečnih. Sledeći koraci moraju da se predzmu za procenu EAD za periode recesije. Prvo se meri relevantan korelacioni parametar između PD i EAD kroz korišćenje istorijskih podataka. Nakon toga se vrši procena potrebnog kapitala kroz simulaciju portfolio gubitaka sa i bez uključivanja procenjenih korelacija. Uzimajući kapitalne zahteve na osnovu simulacija koje uzimaju u obzir potpunu korelaciju kao ciljni kapital, procenjuje se koliko je neophodno da se poveća EAD kroz simulaciju uz nultu korelaciju kako bi se došlo do ciljnog kapitala pod simulacijom uz potpunu korelaciju.

Ovakav pristup je težak za primenu i nije raširen u praksi. Verovatan razlog toga je nedostatak istorijskih EAD podataka. U nedostatku modela koji se zasniva na korelacijama, modeli stres testiranja mogu da budu adekvatna osnova za uključivanje uticaja recesivnih perioda na EAD.

6.3.7. Validacija izloženosti neizvršenju obaveza

Validacija EAD je veoma slična validaciji LGD. Testovi u okviru validacije se sprovode na nivou individualne izloženosti i na kolektivnom nivou. Za testove na kolektivnom nivou, slično testovima LGD koji su navedeni, potrebno je da se grupišu očekivane EAD (dodeljene izloženostima jednu godinu pre događaja neizvršenja obaveza) i realizovani EAD (evidentiran u trenutku neizvršenja obaveza).

Validacija EAD podrazumeva sprovođenje sledećih testova:

- grafičko ispitivanje;
- diskriminacija;
- testovi kalibracije;
- potvrđivanje EAD filozofije;
- homogenost: testiranje značaja.

Testiranje diskriminacije obuhvata standardne mere korelacije ranga (Spearman-ova korelacija) i kumulativni EAD ratio preciznosti. Testiranje kalibracije podrazumeva sprovođenje regresione analize i testiranje hipoteza.

Empirijska distribucija EAD faktora ima U oblik, odnosno EAD za pojedinačne plasmane je ili podcenjeno ili precenjeno, ali je ispravno u proseku. U oblik može takođe biti i indikacija neadekvatnosti segmentacije kao rezultat nemogućnosti svih faktora rizika vezanih za EAD.

7. OKVIR STRES TESTIRANJA KREDITNOG RIZIKA I EKONOMSKI KAPITAL

7.1. Okvir stres testiranja

Primena modela kreditnog rizika može da bude razlog podcenjivanja izloženosti banke rizicima, kako se modelima zasnovanim na statističkim osnovama ne obuhvataju događaji (neuobičajni ekonomski ili politički uslovi) koji mogu da nose značajan rizik, a koji se ne dešavaju dovoljno često da bi bili obuhvaćen statističkim modelima. Radi se o događajima koji imaju nisku verovatnoću dešavanja, ali nisu nemogući. Iako sadašnje okolnosti ne ukazuju na postojanje izvesnosti nastupanja situacija koje mogu imati značajan uticaj na poslovanja banke, iz ranijeg iskustva se može zaključiti da takve situacije mogu da nose značajne posledice za banku, te ih je neophodno ispitati. Za ograničavanje gubitaka koji mogu nastati kao posledica ovakvih događaja, sprovodi se procedura stres testiranja uticaja ovakvih okolnosti na faktore rizika. Stres testiranje se obično koristi za ispitivanje regulatornih i ekonomskih kapitalnih zahteva koje određuje distribucija gubitaka. Rezultati stres testova se mogu koristiti na više načina za potrebe upravljanja portfolijom i rizikom:

- testiranje viškova kapitala (kapitalne zaštite);
- testiranje ili definisanje kapaciteta za preuzimanje rizika;
- uspostavljenje limita;
- testiranje politike rizika, tolerancije na rizike i apetita za rizike.

Stres testovi su u tom smislu, značajan komplement drugih alata za upravljanje rizicima i element drugog stuba Bazela II, odnosno procesa interne procene adekvatnosti kapitala banke.

Primena stres testova podrazumeva razmatranje strukture portfolija i opštih uslova u okruženju. Prilikom kreiranja stres testova potrebno je razmoriti specifičnosti portfolija, s obzirom da se stres testovi za otkrivanje slabosti vezanih za dati portfolio. Kako u stresnim okolnostima postoji visoka izvesnost da će svi faktori rizika imati nepovoljno kretanje, neophodno je sagledati da li su svi obuhvaćeni. Stres testovi moraju da budu logični i sveobuhvatni, kako bi bili prihvaćeni od strane menadžementa. Kako bi se mogli definisati zaključci i mere za sve moguće gubitke u stresnim situacijama, neophodno je razviti dovoljan broj različitih stres testova i iste redovno ažurirati u skladu sa promenama u ekonomskim uslovima. Sva dokumentacija vezana za ciljeve, procedure i odgovornosti stres testiranja moraju da budu adekvatna i predmet razmatranja i odobravanja od strane menadžementa.

Korist od stres testova ogleda se primarno u mogućnosti sagledavanja uticaja na portfolio neočekivanih, ali mogućih događaja značajnog gubitka. Oni pružaju informacije van okvira procene na osnovu statističkih modela (npr. VaR), odnosno koriste se kao dodatak istih. Kroz testiranje osetljivosti promena faktora rizika na portfolio banke omogućava se razumevanje profila rizika banke. Dok se VaR obično koristi za inicijalnu alokaciju ekonomskog kapitala, stres testiranje se koristi odnosno kako bi se ukazalo na mogućnost prelaska limita i gubitaka radi prethodnog sačinjavanja korektivnih mera.

Rezultate stres testiranja je poželjno upoređivati sa utvrđenim limitima i indikatorima ranog upozorenja radi omogućavanja pravovremenog informisanja menadžementa o potencijalnim kriznim problemima, ponovnog prilagođavanja postojećeg sistema limita i kapitalne zaštite od kreditnog rizika i razmatranja politike upravljanja rizicima i nivoa tolerancije na rizike.

Indikatori upozorenja mogu da budu u sledećim oblicima:

- očekivani gubitak, neočekivani gubitak, očekivani manjak (engl. *expected shortfall*);
- kapitalni zahtevi (regulatorni ili ekonomski);
- očekivani gubitak portfolija iznad standardnog troška rizika;

- odnos rizika i prinosa gde se rizik meri neočekivanim gubitkom.

Jedan od osnovnih preduslova formulisanja i sprovođenja kvalitetnog stres testiranja je postojanje kvalitetnog seta podataka. Bitni podaci o portfoliju obuhvataju: ažurne rejtinge dužnika, iznos plasmana, visina kamatne stope, vrsta kolaterala, kao i volatilitet i korelacija pojedinačnih izloženosti ili dužnika u portfoliju. Pored podataka o portfoliju, bitno je sagledati i tržišne podatke kao što su: kamatne stope, devizni kursevi, kretanje berzanskih indeksa i dr.

Potrebno je takođe sagledavati i strukturu kreditnog portfolija, kao i eksterne okolnosti (političkih i ekonomskih). Sagledavaju se trenutno aktuelni i potencijalni kreditni proizvodi, koje će banka uvoditi u narednom periodu. Za svaki kreditni proizvod potrebno je identifikovati najvažnije faktore rizika, kao i njihovu međusobnu korelaciju, posebno u kriznim uslovima. Grupisanje faktora rizika prema njihovo međuzavisnosti omogućava stres testiranje svih relevantnih faktora simultano. Na osnovu analize političke i ekonomske situacije, neophodno je identifikovati što veći broj kriznih situacija koje mogu biti izvesne.

Faktori rizika se mogu podeliti u tri grupe: faktori vezani za vrste drugih ugovornih strana i plasmana, faktori vezani za opšte uslove i faktori vezani za modele i parametre kreditnog rizika. Scenariji koji se zasnivaju na faktorima rizika vezanim za druge ugovorne strane i vrste plasmana se mogu realizovati relativno jednostavno putem procene kreditnih gubitaka nakon modeliranja promena u PD i/ili LGD/EAD.

Stres testiranje makroekonomskih faktora obuhvata ispitivanje uticaja nepovoljnih promena u datim faktorima na rezultate modela (PD ili EL). Pod ovim faktorima podrazumevaju se uslovi na finansijskom tržištu, u privrednim granama, makroekonomiji, regulatorni okvir i političko okruženje.

Potrebno je definisati arhitekturu stres testova. Ukoliko banka koristi modele kreditnog rizika potrebno je razmotriti da li pretpostavke modela takođe mogu da budu pod uticajem kriznih situacija. Stres testovi takođe mogu da obuhvataju i razmatranje parametara rizika kao što su korelacije, tranzicione matrice i volatilnosti stopa neizvršenja. Izvesno je očekivati da će u kriznim periodima, korelacije biti povećane u odnosu na redovnu situaciju. Primeri takvih stresnih scenarija mogu biti povećanje korelacije između pojedinačnih dužnika (svih ili u privrednoj grani), povećanje verovatnoće tranzicije u nižu rejting klasu i simultano smanjenje verovatnoće tranzicije u povoljniju rejting kategoriju, kao i povećanje stopa volatiliteta DR.

Opšta podela stres testova je na scenario analizu (višefaktorski testovi) i testovi osetljivosti (jednofaktorski testovi). Stres testiranje se može vršiti primenom pristupa odozgo na dole ili odozdo na gore. U pristupu odozgo na dole, identifikuje se krizna situacija koja ima uticaja na faktore rizika i dati uticaj. Pristup odozdo na gore podrazumeva direktne promene u faktorima rizika bez definisanja određenog kriznog događaja.

Scenario analiza se zasniva na pristupu na osnovu portfolija ili na osnovu događaja. U portfolio pristupu razmatraju se i identifikuju slabosti u portfoliju banke. Na osnovu procene takvih slabosti, formulišu se smisleni scenariji, pod kojima se ispituju uticaji stresnih promene. U pristupima zasnovanim na događajima, scenario se formuliše na osnovu smislenog događaja i ispitivanja kako on može da utiče na relevantne faktore rizika u portfoliju banke. Kada se stvarna kriza dogodi, više faktora rizika je uvek pod uticajem u isto vreme. Stres testovi koji obuhvataju više faktora rizika simuliraju realnost adekvatnije i ispituju efekte simultanih promena u faktorima rizika.

Testovi osetljivosti preciziraju finansijske parametre rizika, ali izvor stresnog događaja nije identifikovan, pri čemu je i vremenski period za testove osetljivosti je generalno kraći, odnosno trenutni.

Veličina promene faktora rizika prema stres testu može da se definiše na osnovu istorijskog iskustva u kriznim situacijama ili na osnovu ekspertske procene. Ukoliko se koristi istorijsko iskustvo, potrebno je sagledati najmanje jedan ekonomski ciklus i više krizih događaja. U tom smislu mogu se ispitivati istorijski evidentirane promene koje su vodile najvećem gubitku. Druga opcija je korišćenje hipotetičkih promena u faktorima rizika. Kombinacija promena više faktora rizika na ovaj način osigurava dobijanje rezultata u vidu maskimalnog gubitka, koji je, međutim, prilično nerealan.

Odluka da li će se koristiti istorijske ili hipotetičke promene faktora rizika zavisi od relevantnosti istorijskih događaja za aktuelni portfolio. Prednost istorijskih scenarija se ogleda u tome što omogućavaju obuhvatanje svih faktora rizika i da su isti logični, a na osnovu prethodnog iskustva. U tom smislu potrebno je izabrati scenarija koja su relevantna za kreditni portfolio i primenjiva na potencijalne promene u opštim uslovima. Korišćenje hipotetičkih scenarija je adekvatno posebno onda kada se ne raspolaže sa istorijskim scenarijima koje odgovaraju kreditnom portfoliju ili kada je poželjno ispitivanje efekata novih kombinacija faktora rizika i njihovih promena. Prilikom konstrukcije hipotetičkih scenarija, posebno je važno da se ne izostavi nijedan faktor rizika, da su simultane promene faktora rizika imaju smislene i sveobuhvatne. Osnovni nedostatak ovakvih scenarija je činjenica da može da postoji veoma veliki broj faktora rizika koji utiču na portfolio, što stvara problem procene korelacije između njih.

7.2. Oblici stres testiranja

Uobičajena praksa stres testiranja kreditnog rizika je testiranje promena u parametrima rizika, kao što su PD, korelacije plasmana, LGD ili EAD. Primena IRB pristupa¹¹⁰ zahteva korišćenje ovih parametara za obračun kapitalnog zahteva za kreditni rizik, te je sama regulatorna formula za obračun kapitalnog zahteva zasnovana na stresnim pretpostavkama:

- testiranje PD na stres: Testiranje PD na stresne okolnosti se vrši jednofaktorskim linearnim modelom gde je faktor jednak 99.9 percentilu standardne normalne distribuirane promenjive;
- testiranje EAD i LGD na stres: Modeliraju se pod pretpostavkom postojanja ekonomske recesije;
- testiranje korelacija izloženosti na stres: Mogu da se interpretiraju kao mera osetljivosti PD na poslovni ciklus i stoga stres testiranje korelacija ima značajan uticaj na testiranje PD na stresne okolnosti.

7.2.1. Testiranje parametara modela kreditnog rizika na stres

Stres testovi parametara modela kreditnog rizika obuhvataju testiranje PD, LGD i EAD, s tim da se testovi pojedinih parametara mogu i kombinovati.

Ekonomski uslovi koji se pogoršavaju, kao i razlozi vezani za pojedinačnu kompaniju, opšti i specifični rizici, vode stresnim scenarijima koji značajno imaju uticaj na PD dužnika i opšti PD. PD koji ne uključuju stresne pretpostavke se izvesno menjaju značajno u skladu sa promenama preovlađujućih ekonomskih uslova težeći padu tokom ekspanzionih ciklusa i

¹¹⁰ Banka mora da ima uspostavljen zdrav proces stres testiranja koji se koristi za procenu adekvatnosti kapitala. Ove stresne mere se mogu upoređivati sa merama očekivane izloženosti i predstavljaju deo procesa interne procene adekvatnosti kapitala. Stres testiranje takođe mora da uključi identifikovanje mogućih događaja ili budućih promena u ekonomskim uslovima koji mogu da imaju nepovoljne uticaje na kreditnu izloženost banke i procenu sposobnosti banke da izdrži takve promene. Primeri takvih scenarija koji mogu da se koriste su: recesija, tržišni događaji ili uslovi smanjene likvidnosti. Pored opštih testova koji su navedeni, banka mora da sprovodi stres testove kreditnog rizika za procenu efekata određenih specifičnih uslova na regulatorne zahteve za kapitalom utvrđene prema IRB sistemu; BCBS, 2004

rastu tokom recesije. Što se tiče stresnih scenarija PD¹¹¹ specifičnog za pojedinačnog dužnika, oni treba da uključe informacije relevantne za procenu njegove sposobnosti otplate obaveza istog, nezavisno od ekonomskih uslova u okruženju. Najpopularniji stres testovi su uniformni stres testovi. Oni podrazumevaju uvećanje vrednosti pojedinačnih faktora rizika, npr. PD prilikom kalkulacije ekonomskog ili regulatornog kapitala. U najjednostavnijem slučaju, postoji jedinstvena stopa rasta za sve PD dužnika, ali u praksi se obično koriste različite stope u zavisnosti od rejtinga, zemlje porekla, privredne grane i sl. Varijacije u PD mogu da se dogode iz dva razloga: prvo, promena rejting klase dužnika može biti rezultat promenjenih inputa u rejting procesu; drugo, realizovane DR mogu da se promene kao rezultat promenjenih ekonomskih uslova. Ove dve situacije predstavljaju opcije za uključivanje PD-a u stres testiranje. Promena dodeljivanja rejtinga odgovara činjenici da se promena PD zasniva na promeni rejtinga. Prednost modifikacije PD kroz promene u rejting klasama pruža veću varijabilnost u izboru promena, dok je nedostatak nepostojanje modifikovanog raspoređivanja u aktivan i neaktivan portfolio.

“Stresni” PD se može dobiti kroz analiziranje podataka o neizvršenju obaveza vezano za zavisnost od rejting klase, regiona, privredne grane i dr. Podaci treba da potiču iz portfolija banke i da se utvrde devijacije DR od PD. Kao rezultat, moguće je sačiniti stres test rejting klase. Za svaki originalni rejting može se utvrditi “stresna” rejting klasa ili originalni PD zameniti stresnim PD. Pored navedenoga, moguće je dobijanje “stresnog” PD korišćenja migracionih stopa za određivanje tranzicija između rejtinga klasa. Konačno, stresni uslovi se mogu uključiti kroz smanjenje povoljnih tranzicija i povećanje stopa nepovoljnih tranzicija.

Jednostavni stres testovi za LGD se takođe mogu bazirati na statističkoj analizi, odnosno podacima o gubicima. Pristup za određivanje i ispitivanje devijacija u podacima o gubicima je analogna istim za DR. Stresni tržišni LGD će se zasnivati na cenama kredita koji su u statusu neizvršenja obaveza. Implicitni tržišni LGD se dobija na osnovu cena obveznica dužnika koji nisu dospeli u status neizvršenja obaveza putem modela vrednovanja imovine. Oba rezultata je neophodno upoređivati i analizirati. Stres testiranje treba da uključi sve pretpostavke korišćene tokom obračuna LGD, uz definisanje viših percentila distribucije umesto srednjih vrednosti ili medijane kao mere za LGD. Fokus se uvek mora staviti na loše godine i dužnike. Stresni LGD mora da obuhvati najmanje jedan poslovni ciklus, odslikava sve relevantne faktore gubitka, obuhvati sve stresne procene parametara rizika i uključi gotovinske i negotovinske naplate problematičnih potraživanja banke. Stres testovi treba da posvete pažnju svim troškovima naplate i diskontnim faktorima, s obzirom da obračun LGD mora da rezultira u neto vrednosti, a ne bruto vrednosti naplate. U tom kontekstu treba razmotriti jaz koji može postojati između istorijskih diskontnih stopa i trenutnih diskontnih stopa. Istorijske diskontne stope su obično niže od trenutnih, zbog činjenice da su one pod uticajem želje u prvom momentu da se obaveza izvrši, što takođe treba stresirati. LGD je poželjno koristiti u periodima recesije kao jednu od opcija stresnog LGD.

Uniformni stres testovi EAD obično nisu relevantni. Devijacije ovog parametra primarno zavise od individualnih karakteristika plasmana. Varijacije deviznih kurseva se mogu smatrati najvažnijim uticajem na devijaciju EAD od očekivane vrednosti.

Za uniformno stres testiranje parametara kreditnog rizika, najbolje je oslanjanje na ekspertske mišljenje, s obzirom da je veoma teško otkrivanje i statistička verifikacija efekata ovih parametara na devijacije od očekivane vrednosti, odnosno predviđene vrednosti neizvršenja obaveza i gubitaka. Testovi, primera radi, mogu da imaju sledeće oblike:

¹¹¹ Bazelska komisije definiše stresni PD kao meru izvesnosti da će dužnik dospeti u status neizvršenja obaveza u narednoj godini, koristeći sve raspoložive informacije, ali pretpostavljajući nepovoljne ekonomske i uslove specifične za dužnika u stresnom scenariju.

- pogoršanje svih dužnika za jednu rejting klasu (ili specificiranje za pojedine privredne grane ili regione);
- uvećanje PD za odgovarajući procenat;
- uvećanje LGD za odgovarajući procenat;
- uvećanje EAD za varijabilne kreditne proizvode (revolving krediti, okviri) za odgovarajući procenat s obzirom da se može očekivati da će dužnici u kriznim situacijama sva raspoloživa sredstva iskoristiti;
- modeliranje ulaznih podataka (npr. podataka iz finansijskih izveštaja) itd.

7.2.2. Stres testiranje modela kroz ciklus

Ekonomsko okruženje je jedan od osnovnih faktora sistematskog kreditnog rizika. Izostavljanje istog prilikom modeliranja kreditnog rizika može stoga značajno potceniti izloženost riziku.

Stresiranje makroekonomskih (sistematskih, tržišnih) promenjivih podrazmeva kvantifikaciju veze između njih i pozicije banke ili celokupnog finansijskog sektora. Ozbiljan nedostatak standardnih stres testova je opasnost da izostanu opasni, ali izvesni scenariji. Način da se ovo prevaziđe je da se sistematski traže oni scenariji koji su izvesni, a najnepovoljniji za portfolio.

U stres testiranju kreditnog portfolija uvek postoji problem raspoloživosti podataka. Za sada ne postoji standard kvantitativne validacije rezultata stres testiranja.

Činjenica je da stope neizvršenja rastu u periodima recesije, kao i da se u njima dešavaju češći prelasci i nepovoljnije rejting klase. Za efektivnu procenu uticaja ekonomskog stresa na finansijski sistem, mnoge centralne banke su načinile napore za uspostavljanje okvira za makro stres testiranje¹¹².

U cilju procene uticaja makroekonomskih šokova na finansijski sektor, razvijeni su jednostavni modeli za vezivanje otpisa ili rezervisanja (Y_t) sa makroekonomskim faktorima (X_t) i njihovim odloženim dejstvima ($X_{t,k}$) koji mogu da uključuju stopu rasta BDP-a, referentne kamatne stope, prinos osnovnih berzanskih indeksa, promene u stopi nezaposlenosti i dr. Drugim rečima, model bi se mogao predstaviti kao:

$$\ln(Y_t) = a_0 + \sum_{k=1}^n \sum_{t=0}^h a_k X_{k,t} + u_t$$

gde k predstavlja izabrani makroekonomski faktor, a t predstavlja izabrani vremenski period odloženog dejstva. Procena se može izvršiti primenom jednostavne regresije. Ovi modeli imaju određene nedostatke. Modeli primarno ispituju uticaj makroekonomskih faktora na agregatni kreditni kvalitet celokupnog bankarskog sektora, a ne procenjuju uticaj na pojedinačne banke. Kako se samo mali deo istorijskih podataka odnosi na stresne situacije, modeli mogu da podcene osetljivost kreditnog rizika na ekonomski stress. Modeli pretpostavljaju linearno ponašanje, ali efekti kriznih situacija mogu da imaju veoma značajno dejstvo (npr. značajan rast PD). Za razvoj stabilnog ekonometrijskog modela, preporučljivo je da broj stepeni slobode bude preko 30, te broj podataka za ispunjenje statističkih zahteva predstavlja ograničenje. Promene u regulatornom okruženju značajno doprinose nestabilnosti

¹¹² Boss 2002; Hoggarth i Whitley 2003; Bundesbank 2003; Virolainen 2004; Drehmann 2005; Wong, Choi i Fong 2006 koji predstavljaju preteču inicijative *Financial Sector Assessment Program* (FSAP), zajedničku inicijativu MMF-a i Svetske banke. Cilj programa je da se bolje procene nedostaci finansijskih sistema i razviju sistemi nadgledanja stabilnosti finansijskog sektora. Polazeći od ove inicijative, MMF je razvio *Financial System Stability Assessments* (FSSA) koji procenjuje rizike makroekonomske stabilnosti koja potiče iz finansijskog sektora i kapacitet sektora da apsorbuju makroekonomske šokove.

veze kreditnog rizika i makroekonomskih promjenjivih što nije pretpostavka ekonometrijskih modela.

Alternativa koju banka može da razmotri je primena istorijski zasnovanih stopa neizvršenja. Ipak, nepostojanje dugih vremenskih serija DR ili promene politika banke može dovesti do toga da istorijski PD možda neće adekvatno odlikavati buduće stresne gubitke.

Makrostres testiranje obuhvata: analizu osetljivosti na poslovni ciklus promjenjivih koje iskazuju kvalitet portfolija banke, uspostavljanje stresnog scenarija i kalkulaciju kreditnog rizika i obezvređenja za kreditni rizik na osnovu istog. Neke centralne banke u analize uključuju testiranje njihovih projekcija kretanja makroekonomskih promjenjivih. Vremenski period predviđanja obično obuhvata period od jedne do tri godine.

U kriznim periodima mogu se očekivati značajniji prelasci u nepovoljnije rejtinge. Rast nepovoljnijih tranzicija podstiče rast troškova kreditnog rizika i utiče na rast buduće izloženosti rizicima. Iz tog razloga neophodno je ispitivanje izloženosti kreditnom riziku, a posebno rejtinga i stopa prelazaka u status neizvršenja obaveza, vezano za kretanja u makroekonomskim faktorima rizika. Ovo podrazumeva ispitivanje uticaja recesivnih kretanja na tranzicijne matrice.

7.3. Stres testiranje kapitala i upravljanje raspoloživim kapitalom

Stres testiranje regulatornog kapitala podrazumeva korišćenje stresnih parametara kreditnog rizika (PD, LGD, EAD) za dobijanje formula pondera rizika ukoliko se primenjuje IRB pristup obračuna kapitalnog zahteva za kreditni rizik. Ispravna metodologija stres testiranja podrazumeva odvojeno ispitivanje osnovnog i dopunskog kapitala, bez sagledavanja njihovog međusobnog odnosa. Stres test treba da pruži odgovor na pitanje da li je alokacija kapitala održiva u srednjoročnom periodu (npr 5 godina) i koja je izvesnost nastupanja situacije nedostatka kapitala, polazeći od pretpostavke očekivanog rasta potrebe za kapitalom. Rast potreba za kapitalom opredeljuje se na osnovu poslovnih strategija. Pažnju je neophodno usmeriti i na analizu promena u regulatornom okviru i usaglašenost sa istim, kao i različitih očekivanja neto rezultata. Na osnovu rezultata stres testiranja moguće je vršiti adekvatno planiranja kapitala za naredni period.

Banka koja koristi IRB pristup u obavezi je da razvije zdrave procedure za stres testiranje obračuna kapitalnih zahteva, putem procene efekata nepovoljnih okolnosti na IRB kapital, identifikujući izvesne događaje i promene u ekonomskim uslovima, sa nepovoljnim efektima na kreditne izloženosti i izradom projekcija izloženosti rizicima za duže periode (najmanje 3 godine, a preporuka je i do 10).

Pravilno stres testiranje adekvatnosti kapitala uzima u obzir neizvesne događaje koji se ipak mogu dogoditi, procenjuje korelaciju između različitih vrsta izloženosti, odlikava recesivne efekte i makroekonomiju, sučeljava se sa procikličnošću u obračunu kapitala.

Sa stanovišta obračuna ekonomskog kapitala primenom statističkih metoda, koji rezultira u iznosu kapitala uz definisani nivo pouzdanosti, stres testiranje ekonomskog kapitala podrazumeva ispitivanje gubitaka iznad utvrđenog nivoa kapitala kroz promenu nivoa pouzdanosti ili utvrđivanje neophodnog kapitala na osnovu empirijskih gubitaka u repovima distribucije. Ispitivanje gubitaka iznad nivoa ekonomskog kapitala pri postojećem nivou pouzdanosti podrazumeva ispitivanje ekstremnih slučajeva gubitaka i potencijalnog nedostatka kapitala u tom slučaju (engl. *Expected shortfall*). Ekonomski kapital koji bi se utvrdio na osnovu analize stresnih gubitaka koji se nalaze u repu distribucije iznad nivoa pouzdanosti, predstavljao bi odgovarajuću rezervu za pokriće u slučaju nastupanja ekstremnih događaja. Rezultat analize ekstremnih gubitaka bi mogao da bude ekonomski kapital koji se

procenjuje da je neophodan za održanje solventnog poslovanja banke, na osnovu distribucije ekstremnih gubitaka (srednje vrednosti ovih gubitaka) ili kroz povećanje nivoa pouzdanosti.

7.3.1. Pojam i značaj ekonomskog kapitala

U klasičnoj finansijskoj teoriji izdvajaju se dve uloge kapitala: transfer vlasništva i finansiranje poslovanja. Transfer vlasništva znači da se kroz prodaju akcija trećim licima, transferiše vlasništvo nad imovinom, novčanim tokovima i profitom, vlasnicima tih akcija. U nefinansijskim institucijama prenos vlasništva i finansiranje poslovanja su usko povezani, pošto kompanija kapital vidi kao način na koji prikuplja sredstva, a akcionari kao vlasništvo nad kompanijom od kojeg očaju ostvarivanje prinosa na investirana sredstva.

Klasična korporativna finansijska teorija se ne može lako primeniti na banke zbog toga što u finansijskim institucijama obaveze u bilansu stanja ne postoje samo radi finansiranja aktivnosti banke, nego su i same po sebi aktivnost banke. Bankama nije potreban kapital kao primarni izvor investiranja zato što one mogu da pozajme u meri u kojoj im je to potrebno, kao deo normalnih dnevnih aktivnosti, po značajno nižim kamatnim stopama od onih po kojim bi plaćali angažovanje svog sopstvenog kapitala.

Jedna od osnovnih funkcija banaka je preuzimanje, apsorbovanje i prenošenje rizika. Kapital banke se stoga može posmatrati kao zaštita u apsorpciji onih ishoda koji budu bili ispod očekivanih vrednosti, što omogućava banci da ostvaruje korist iz ishoda koji prevazilaze očekivanja. Stoga kao osnovna uloga kapitala u bankama, moglo bi se da se istakne, da kapital deluje kao zaštita protiv neidentifikovanih budućih, čak i malo verovatnih, gubitaka koji mogu rezultirati u insolventnosti banke, omogućavajući banci normalno poslovanje ili eventualni oporavak nakon finansijskih kriza. Rizik nastanka insolventnosti se ipak ne može izbeći. Stoga kapital pruža zaštitu banci samo do određene verovatnoće nastupanja insolventnosti, a koja se naziva nivo pouzdanosti.

Ekonomski kapital predstavlja procenu najgoreg mogućeg smanjenja (najgori scenario) kapitala na određenom nivou pouzdanosti u određenom vremenskom periodu predviđanja. Kao takav, on je direktna funkcija rizika kojima je banka izložena. Ukoliko se nivo pouzdanosti smatra verovatnoćom da će banka ostati solventna, onda ekonomski kapital predstavlja iznos kapitala koji bi banka trebala da poseduje. Termin "ekonomski" precizira da je cilj istog da meri potencijalne promene u ekonomskoj vrednosti imovine i obaveza, nasuprot promenama u vrednosti koju definišu računovodstveni standardi. Ekonomski kapital se koristi kao mera prilikom procene prinosa na principima odnosa prinosa i preuzetog rizika, a kojoj je cilj maksimiziranje prinosa za akcionare i ostale zainteresovane strane (engl. *stakeholders*). Ekonomski kapital ima sledeće tri osnovne funkcije: uspostavljanje operativne baze, finansiranje kontinuiranih poslovnih aktivnosti, zaštita od nepovoljnih finansijskih rezultata.

Ne postoji jednostavno primenjiva formula za određivanje adekvatne visine zaštite, odnosno nivoa kapitala za bilo koju banku. Prilikom određivanja nivoa kapitala menadžment mora da razmotri dva faktora. Prvi je nivo kapitala koji rejting agencije smatraju konzistentnim sa datim kreditnim rejtingom banke (ili zadržavajući trenutni rejting nivo ili težeći određenom ciljnom rejtingu). Ni jedna rejting agencija neće pružiti decidan stav o rejtingu isključivo na osnovu kapitalnog racia već uzimanjem u obzir celokupnog poslovanja banke. Drugi faktor koji treba razmotriti je nivo kapitala koji menadžment banke smatra prikladnim, a na osnovu internih procena kapitala pod rizikom.

Regulatorni minimum CAR predviđen je strategijama i poslovnim planovima banaka tokom normalnog planskog perioda. Margina greške mora da se uključi u takve planove pošto nedostatak regulatornog kapitala može da ima ozbiljne posledice.

Važno je meriti performanse na osnovu potrebnog nivoa kapitala, a ne na osnovu stvarno raspoloživog kapitala. Nivo potrebnog kapitala može da se posmatra sa stanovišta regulatornog, rizičnog (ekonomskog) ili zahteva za kapitalom koji postavljaju akcionari.

7.3.2. Spremnost za preuzimanje rizika

Svrha kapitala je, dakle, da obezbedi zaštitu od gubitaka finansijske institucije pri čemu regulatorni kapital koristi jednostavna pravila za obračun, a ekonomski se zasniva na statističkim modelima. Ekonomski kapital za kreditni rizik utvrđuje se u skladu sa apetitom za preuzimanje rizika u bankama. Ekonomski kapital je procena sveobuhvatnog nivoa kapitala potrebnog da garantuje solventnost banke sa pred određenim nivoom pouzdanosti¹¹³ koji je konzistentan sa ciljnim rejtingom banke (Schroeck, 2002).

Profil rizika banke je definisan nivoom pouzdanosti koji je utvrđen za obračun ekonomskog kapitala, željenim prinosom akcionara na kapital i postojećim poslovnim modelom banke (konkurentna sposobnost banke). Utvrđivanje ekonomskog kapitala u skladu sa apetitom za preuzimanje rizika se svodi na izbor intervala (nivoa) pouzdanosti u distribuciji gubitaka¹¹⁴, prihvatljivim za menadžment. Distribucija gubitaka se dobija na osnovu modela kreditnog portfolija. Iako se regulatorni kapital ne utvrđuje na osnovu ovakvih modela, oni su kvalitetna osnova za upravljanje kapitalom i rizicima.

Nivoom pouzdanosti se definišu veoma male verovatnoće da će iznos kapitala pasti ispod vrednosti ekonomskog kapitala, a koje je banka spremna da prihvati. Kako se rizik ne može nikada smanjiti na nulti nivo, to što je agresivniji profil rizika banke, veća je i verovatnoća insolventnosti za dati nivo kapitala. Apetit za preuzimanje rizika, odnosno verovatnoća prelaska u insolventnost, kada se upoređuje sa istorijski evidentiranim stopama prelaska u status neizvršenja obaveza, opredeljuje ciljani eksterni rejting banke,. Ovo je vezano za ciljani eksterni rejting banke, s obzirom da,¹¹⁵. Navedeno važi uz pretpostavku da je status neizvršenja obaveza jednak insolventnosti, ali što ipak nije uvek situacija.

U praksi, banke pokušavaju da drže dovoljno kapitala da kreditni rejting njihovog prioritetnog duga odgovara zahtevanom nivou sigurnosti (i verovatnoći neizvršenja). Rejting agencije redovno obelodanjuju verovatnoće neizvršenja njihovih rejtinga (tabela 7).

Tabela 7: Istorijske prosečne jednogodišnje frekvencije neizvršenja obaveza korporacija prema Standard & Poor's i Moody's za rejtinge investicionog stepena

Standard & Poors 1981-2007	AAA	AA	A	BBB
Prosečna jednogodišnja stopa neizvršenja (%)	0.00	0.01	0.06	0.23
Moodys 1970-2007	Aaa	Aa	A	Baa
Prosečna jednogodišnja stopa neizvršenja (%)	0.00	0.01	0.02	0.17

Izvori: Standard & Poor's i Moody's

¹¹³ Cilj regulatornog kapitala je da zahteva adekvatnu zaštitu protiv gubitaka u vrednosti imovine. Namera je slična onoj kod ekonomskog kapitala, a to je da definiše nivo kapitala koji će osigurati solventnost.

¹¹⁴ Npr., ukoliko banka želi da održi godišnju očekivanu verovatnoću opstanka preko 99%, ovo će zahtevati manje kapitala nego u slučaju stope 99.9%, a koja je karakteristična za visokorangirane banke.

¹¹⁵ Nivo pouzdanosti je dakle $1 - PD$ koji se vezuje za odgovarajući ciljni rejting. Npr. ukoliko je ciljni rejting banke A, a period predviđanja jedna godina, potrebno je sagledati istorijske stope neizvršenja koje objavljuju velike rejting kuće, kao S&P, Moody's. Ukoliko su npr. stope neizvršenja 0.05%, onda je nivo pouzdanosti 99.5%. Iako se cilja isti rejting, različiti rezultati u pogledu stopa neizvršenja, pa samim tim i PD i različiti metodološki pristupi mogu da vode tome da banke koje ciljaju isti rejting imaju različite nivoe pouzdanosti. Prosečan nivo pouzdanosti za A rangirane dužnike je između 99.95% i 99.98%.

Iznos raspoloživog kapitala ograničava nivo neobezbeđenih transakcija u koje bi banka mogla da uđe. Raspoloživi kapital, kao kapacitet za preuzimanje rizika predstavlja osnovu poslovne strategije banke i strategije upravljanja rizicima. Na menadžmentu je da odluči stepen do kojeg se raspoloživi kapital može iskoristiti za apsopciju rizika. Nepotpuno korišćenje kapitala znači da banka ima dodatnu kapitalnu zaštitu koju može da koristi za nove poslovne aktivnosti. Odnos između raspoloživog i regulatornog kapitala je takav, da ukoliko raspoloživi kapital prevazilazi regulatorni kapital, postoji prostor za širenje aktivnosti banke ili povećanje prinosa na kapital akcionara. U obrnutom slučaju, banka mora da smanji aktivnosti preuzimanja rizika ili da pribavi novi kapital. Najčešća situacija je da se raspoloživi i regulatorni kapital poklapaju. U tom slučaju, ukoliko ekonomski kapital prevazilazi regulatorni i raspoloživi kapital, regulatorna pravila potcenjuju rizike u aktivnostima banke i banka mora da smanji aktivnosti preuzimanja rizika. Ukoliko je, sa druge strane, ekonomski kapital manji od regulatornog i raspoloživog kapitala, rizici su precenjeni regulatornim pravilima i izvesno postoji prostor da banka preuzima nove rizike.

Nedostaci ekonomskog kapitala kao mere rizika odnosi se na činjenicu da je ekonomski kapital procena veoma malo verovatnog događaja. Drugi nedostatak se ogleda u tome da, kao i sve mere zasnovane na VaR-u, ne zadovoljava teorijsku pretpostavku da se može tretirati kao koherentnom merom.¹¹⁶ Mera rizika koja zadovoljava princip subaditivnosti je ranije pomenuti očekivani nedostatak. Ovaj nedostatak se može utvrditi, u kontekstu ekonomskog kapitala, kao prosečna vrednost ishoda preko nivoa ekonomskog kapitala definisanog na određenom nivou pouzdanosti. Ukoliko se kapital utvrđuje na nivou pouzdanosti, razlika između ekonomskog kapitala i očekivanog nedostatka predstavlja deficit koji će pasti na teret poverioca u slučaju insolvenosti.

Ekonomski kapital se može koristiti za upravljanje bankarskim aktivnostima kao osnova za alokaciju kapitala za poslovne segmente, obračun rizikom prilagođenih pokazatelja prinosa, kao i ograničenje za rizike koji se preuzimaju (kreiranje i održavanje zaštitnog amortizera putem definisanja limita izlaganja rizicima).

Kao alternativa ekonomskom kapitalu, za potrebe upravljanja i kontrolu rizika može da se koristi regulatorni kapital, ali je on manje precizan u odslikavanju izloženosti rizicima. Banke koje kapacitet za preuzimanje rizika zasnivaju na regulatornim kapitalnim zahtevima, nemaju raspoloživog kapitala za pokriće svih rizika i nisu stoga u mogućnosti da iskoriste šanse koje nastaju usled tržišnih promena.

7.3.3. Regulatorni okvir za ekonomski kapital

Osnovni interes regulatora je obezbeđenje stabilnosti bankarskog sistema kroz osiguranje dovoljnog nivoa kapitala za održanje kontinuiteta poslovne aktivnosti banaka. Garancija kontinuiteta je raspoloživi kapital banaka. Vrednost raspoloživog kapitala u proceni adekvatnosti kapitala dobija se iz finansijskih izveštaja banke.

Kada se vrednuje ekonomski kapital, neophodno je adekvatno vrednovati svu imovinu i obaveze po fer vrednosti. Raspoloživi kapital se dakle mora korigovati za sve razlike između knjigovodstvene i fer vrednosti. Odnos između knjigovodstvenog i ekonomskog kapitala se sagledava kroz sledeće aspekte odnos knjigovodstvene i fer vrednosti pozicija, rezervisanja, nematerijalna ulaganja i odložena poreska sredstva. Za pojedine pozicije uspostavljaju se rezervisanja za potencijalne ili očekivane gubitke. Ova rezervisanja su onda deo obaveza u

¹¹⁶ Artzner, Delbaen, Eber i Heath, 2002, su naveli osobine koje koherentna mera mora da poseduje. VaR mera (uključujući ekonomski kapital) krši osobinu subaditivnosti (kombinacija dva elementa koja nose rizik imaju rizik koji je uvek manji ili jednak sumi rizika elemenata), iako se takva situacija retko sreće u praksi. Subaditivnost je poželjna kao osobina koja omogućava efekat diversifikacije.

bilansu stanja, te se ista moraju uzeti u obzir kada se obračunava ekonomski kapital. Ukoliko su nematerijalna ulaganja uključena u bilans stanja i ekonomski kapital uključuje potencijalno opadanje vrednosti ovih pozicija, onda su ista element raspoloživog kapitala. Ukoliko ekonomski kapital ne obuhvata potencijalno smanjanje ovih pozicija, iste ne predstavljaju deo raspoloživog kapitala. Vrednost ovih pozicija će očekivano značajno da padne ukoliko dođe do finansijskog poremećaja u poslovanju banke. U slučaju finansijske krize banke, pozicija odložena poreska sredstva gubi vrednost, s obzirom da se može efektuirati samo ako u budućnosti ostvari dobitak. S obzir da u takvim situacijama nije izvesna materijalizacija dobitka, ovu poziciju treba ili uključiti u ekonomski i raspoloživ kapital ili isključiti iz oba.

Prvi stub Bazela II definiše utvrđivanje minimalnih kapitalnih zahteva, primenom standardnog ili IRB pristupa za kreditni rizik. Kako je ranije navedeno, IRB pristup podrazumeva obavezu interne procene parametara kreditnog rizika (PD, LGD, EAD). Sa druge strane, pod Stubom II banka je u obavezi da demonstrira adekvatnost kapitala. Implementacija Stuba II podrazumeva korišćenje ulaznih podataka u vidu, u prvom stubu, procenjenih parametara rizika za potrebe obračuna ekonomskog kapitala i sprovođenje stres testiranja izloženosti banke rizicima. Prema Stubu II banke su u obavezi da uspostave okvir procene kapitalne adekvatnosti, odgovarajuće procese i metodologije za utvrđivanje adekvatnosti svog kapitala. Pored toga one moraju da demonstriraju regulatorima zašto procenjuju da je kapital adekvatan. Proces mora da bude transparentan, podložan reviziji i validiran. Proces takođe uključuje projekciju promena u kapitalu, razmatranje potencijalnih kapitalnih izvora i alokaciju kapitala u banci. Banka je u obavezi da utvrdi sve materijalno značajne rizike i da ih kroz ovaj proces detaljno analizira i utvrdi neophodan kapital za pokriće istih. Ovaj proces se naziva Proces interne procene adekvatnosti kapitala (engl. *Internal Capital Adequacy Assessment Proces - ICAAP*).

Implementacija Stuba II uključuje sledeće aspekte:

- dizajniranje okvira za upravljanje sa adekvatnošću kapitala;
- kvantifikaciju rizika: procenu inputa i parametara za okvir procene adekvatnosti kapitala, efekte stres testiranja/scenario analize;
- upravljanje alokacijom kapitala: različit pogledi na kapital i upravljanje razlikama između njih u procesu alokacije kapitala vezano za poslovni ciklus;
- okvir za validaciju: uspostavljanje okvira validacije kroz ceo proces procene adekvatnosti kapitala.

Rezultat ICAAP-a je izveštaj o datom procesu koji se sastavlja najmanje jednom godišnje i predstavlja sopstvenu procenu potreba banke za kapitalom. Ovaj izveštaj mora da bude predmet razmatranja i analize od strane menadžerata banke. Izveštaj o ICAAP-u mora da obuhvati kvantifikaciju svih rizika obuhvaćenih Stubom I (minimalni kapitalni zahtevi za kreditni, tržišne i operativni rizik), kao i ostalih rizika koji su identifikovani, a koji nisu pokriveni pristupima regulatornog obračuna zahteva za kapitalom.

Izveštaj o ICAAP-u mora da obuhvati pregled procesa upravljanja rizicima u banci, opis procesa i metoda obračuna rezultata ICAAP-a, pregled rezultata ICAAP-a, definicije osnovnih vrsta rizika kojima je banka izložena i opis metodologija stres testiranja i scenario analiza i dr.

Redovna revizija ICAAP-a omogućava da se banka kontinuirano fokusira na materijalno značajne rizike kojima je izložena. Okvir upravljanja kapitalom i planska aktivnost banke se zasniva na ICAAP-u. Kao segment ICAAP-a procenjuje se profil rizika Banke na osnovu relevantnih procena i parametara. Rezultat ovog procesa je ukupan potreban ekonomski kapital za održanje adekvatnog nivoa pokrića izloženosti rizicima. Interna procena adekvatnosti kapitala uključuje planiranje ekonomskog kapitala i nivoa njegove adekvatnosti

za naredni period, kao i razmatranje načina za eventualno potrebno uvećanje kapitala u planskom periodu. Na osnovu rezultata interne procene adekvatnosti kapitala vrši se i alokacija raspoloživog kapitala na evidentirane rizike.

7.3.4. Utvrđivanje ekonomskog kapitala za kreditni rizik

Kako bi upravljanje rizikom bilo korisno, u cilju maksimiziranja vrednosti banke, potrebno je definisati kako će se rizik meriti. Mera rizika koja izračunava da će određeni gubitak biti pokriven sa datom verovatnoćom $\alpha\%$ tokom perioda merenja je VaR.

$$P(\Delta V \leq -VaR) \leq \alpha\%$$

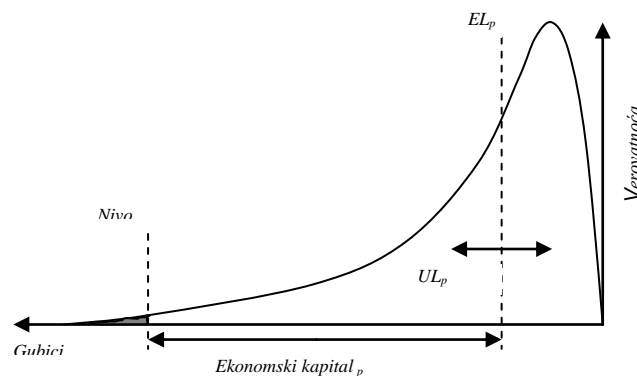
VaR sa verovatnoćom $\alpha\%$ je ekvivalent α kvantila kumulativne distribucije verovatnoće promena u vrednosti portfolia između sadašnjeg trenutka i datuma H na kraju definisanog perioda posmatranja (Schroeck, 2002). Stoga banka može da bude $1 - \alpha\%$ sigurna da gubici neće preći VaR. Razlog izračunavanja VaR-a je taj što banka želi da upravlja veličinom loših ishoda tako da se verovatnoća finansijskih potresa svede na minimum. Stoga je izuzetno značajno da ima predstavu o distribuciji promena vrednosti u svom portfoliju. VaR se koristi za:

- procenu distribucije promena vrednosti za specifični tip rizika na kraju perioda predviđanja;
- procenu nivoa pouzdanosti ciljne verovatnoće solventnosti institucije;
- merenje razlika između očekivanih ishoda i izabranog nivoa pouzdanosti.

Dok se VaR ranije računao na donekle arbitrarno izabranom nivou pouzdanosti distribucije (uglavnom 99% ili 95%) sada je usvojen industrijski standard za to. Ovaj industrijski standard je ekonomski kapital, koji određuje količinu kapitala banke potrebnu za zaštitu banke od nepovoljnih događaja. Ekonomski kapital je stoga funkcija rizičnosti aktivnosti banke i željene solventnosti banke (objektivno indicirano kreditnim rejtingom banke). Određuje se na sledeći način (Schroeck, 2002): $P[(X_H - E(X_H)) \geq \text{ekonomski kapital}] \leq \alpha\%$ kao verovatnoća da razlika između očekivanog (pozitivnog) ishoda X i neočekivanog (negativnog) odstupanja $E(X)$ neće preći ekonomski kapital, koji garantuje određenu solventnost sa $\alpha\%$ u i do trenutka H .

Ekonomski kapital se izračunava na nivou transakcije, u konzistentnom vremenskom periodu (H) i nivoom pouzdanosti i potom agregira potreban kapital koristeći međusobne korelacije. Suma potrebnog ekonomskog kapitala je razlika između očekivanog ishoda i neočekivanog ishoda sa određenim nivoom pouzdanosti. Ako se zna oblik distribucije gubitaka portfolia, EL_p i UL_p , onda se može proceniti udaljenost između očekivanog ishoda i izabranog nivoa pouzdanosti na osnovu UL_p (grafikon 8).

Grafikon 8: Ekonomski kapital za kreditni rizik



Izvor: Schroeck, 2002

Potreban ekonomski kapital po pojedinačnoj transakciji je direktno proporcionalan njenom doprinosu sveobuhvatnom riziku kreditnog portfolia.

Osnovni zadatak u proceni ekonomskog kapitala je, dakle, izgled distribucije verovatnoće. Događaji kreditnog rizika nisu normalno distribuirani, već je raspored njihove verovatnoće značajno pomeren zbog toga što je pozitivan potencijal ograničen visinom naplate ugovorom utvrđenog iznosa potraživanja, a samo u veoma retkim slučajevima značajnim iznosima gubitaka.

Teorijske distribucije koje najbolje opisuju kreditni rizik su beta i Weibull-ova distribucija, s tim što se može koristiti i empirijska distribucija gubitaka.

7.3.5. *Ekonomski kapital i rizikom prilagođene mere prinosa*

Na osnovu kapaciteta banke za preuzimanje rizika, i njene strategije upravljanja rizicima, najbolji način za merenje profitabilnosti i alokaciju kapitala na pojedine poslovne segmente je definisanje indikatora koji su odgovarajući za balansiranje izloženosti rizicima i prinosa na prihvatljiv način. Ovi pokazatelji se nazivaju merama uspešnosti prilagođenih rizicima (RAPM – engl. *Risk Adjusted Performance Measures*). Najčešći je rizikom prilagođen prinos na kapital (engl. *Risk Adjusted Return on Capital - RAROC*¹¹⁷), prinos na rizikom prilagođeni kapital (engl. *Return on Risk Adjusted Capital - RORAC*), rizikom prilagođen prinos na rizikom prilagođen capital (engl. *Risk Adjusted Return on Risk Adjusted Capital - RARORAC*) i dodata ekonomska vrednost (engl. *Economic Value Added - EVA*). Pored korišćenja za potrebe alokacije kapitala, RAPM indikatori se takođe mogu koristiti za procenu efikasnosti zaposlenih u banci.

Cena plasmana treba da služi kao zaštita od očekivanih gubitaka, dok neočekivani gubitak meri visinu ekonomskog kapitala za pokriće finansijskog rizika. Cena plasmana treba da obuhvata, kako očekivane gubitke, tako i maržu za rizični kapital. Osnova mera rizikom prilagođenih prinosa je procena odnosa rizika koji se preuzima i prinosa. Cilj je da se uspostavi uporediva veličina za procenu ekonomskog prinosa poslovnih aktivnosti. Mera prilagođenog rezultata rizikom se dobija na sledeći način:

$$RAPM = \frac{\text{Dobitak}}{\text{Kapital pod rizikom}}$$

Za potrebe alokacije kapitala, rizik mora da se sagleda u kontekstu celokupnog portfolija banke, merenog marginalnim doprinosom sveukupnom riziku banke. Merenje rizika i određivanja sume rizičnog kapitala koji je potreban za pokriće svake transakcije banke je neophodno za upravljanje rizikom u cilju utvrđivanja doprinosa transakcije celokupnom riziku banke i za procenu u cilju određivanja ekonomske profitabilnosti različitih transakcija na uporedivoj osnovi, usklađenoj sa nivoom rizika.

Za drugu namenu, najbolja praksa bankarstva je primena RAROC-a kao mere. RAROC se formalno definiše na sledeći način (Belmont, 2004):

$$RAROC = \text{Rizikom prilagođeni prinos} / \text{Ekonomski kapital pod rizikom}$$

Rizikom prilagođeni prinos je prihod korigovan za redovne troškove i trošak ekonomskog kapitala, odnosno EVA. U procenjivanju RAROC-a uzimaju se prinos i kapital prilagođen za rizik. RAROC zahteva merenje portfolio izloženosti, volatilnosti i korelacije rizika. Ovo zahteva izbor nivoa pouzdanosti i period predviđanja za VaR meru, na osnovu koje se računa ekonomski kapital. RAROC se može izračunati kako na nivou cele banke tako i na nivou

¹¹⁷ RAROC je razvio Bankers Trust kasnih 70-ih godina prošlog veka.

pojedinačne transakcije. *RAROC* se obično izračunava za jedan period, pa se i ekonomski kapital i prilagođeni neto prihod takođe računa za jedan period.

RAROC, takođe, računa ekonomski profit transakcije uključujući oportunitetni trošak kapitala, što je izuzetno značajno poboljšanje u odnosu na tradicionalne mere koje su banke koristile za utvrđivanje doprinosa pojedinačne transakcije ukupnoj vrednosti banke. Kada se *RAROC* mera pravilno konstruiše, on omogućava procenu ekonomskog prinosa po jedinici angažovanog ekonomskog kapitala banke. *RAROC* mera ima osnovne odlike bilo koje razumne procedure usaglašavanja sa rizikom: raste kada rizik opada i opada kada rizik raste.

EVA meri vrednost ostvarenu tokom određenog perioda vremena iznad zahtevanog prinosa na kapital, odnosno rezidualni ekonomski profit.

$$EVA = \text{Dobitak} - (\text{Kapital} \cdot k)$$

gde je dobitak prilagođen za trošak ekonomskog kapitala koji se definiše kao diskontna stopa.

Ukoliko se rizični kapital može investirati po određenoj stopi, konačna isplata mora uzeti u obzir prinos na kapital. EVA tada ima sledeći oblik:

$$EVA = [\text{Dobitak} - \text{Kapital} \cdot (k - r)]$$

Dodata vrednost akcionarima (engl. *Shareholder value added* – *SVA*) predstavlja meru maksimizacije ukupne vrednosti za akcionare. Okvir je da se vrednost projekta diskontovana adekvatnom kamatnom stopom umanjeno za inicijalni kapital. *SVA* je mera koja se odnosi na više perioda, dok se *EVA* odnosi na jedan period.

$$NPV = \frac{(\text{Profit} + \text{Kapital})}{(1 + k)} - \text{Kapital} = \frac{(\text{Profit} - \text{Kapital} \cdot k)}{(1 + k)}$$

Na osnovu ovih mera moguće je upravljati poslovnim aktivnostima, tako da se postigne optimalna buduća profitabilnost. Upravljanje bankom podrazumeva da se na nivou banke, kao i na nivou pojedinačnih poslovnih linija generiše adekvatan prinos za akcionare. Ovo zahteva određivanje stope ciljanog (željenog) prinosa (engl. *Hurdle rate*) koja predstavlja minimalni očekivani prinos koji adekvatno kompenzira akcionare za rizik koji preuzimaju. Ukoliko *RAROC* prevazilazi željenu stopu prinosa, poslovna transakcija stvara vrednost za akcionare.

Merenje uspešnosti se može vršiti naknadno ili unapred. Kada se *RAROC* koristi za merenje uspešnosti unazad, praksa je da se od operativnog rezultata oduzimaju očekivani gubici za prethodnu godinu i posmatraju u odnosu na prosečan ekonomski kapital koji je bio alocirano na datu poslovnu liniju u tom periodu. Kada se koristi za procenu unapred, obračun se vrši na osnovu projektovanog prinosa i troškova rizika. Treba imati u vidu da korišćenje jednogodišnjeg vremenskog perioda ekonomskog kapitala tom prilikom može da vodi pogrešnim odlukama za nove projekte ili investicije sa dužim vremenskim periodom.

Bitan aspekt kada se interpretira *RAROC* je da li je ekonomski kapital obračunat na osnovu *PIT* ili *TTC* pristupa. U slučaju *TTC* pristupa *RAROC* će biti nizak u povoljnim ekonomskim okolnostima, a visok u nepovoljnim. Razlog je što su ekonomski kapital i očekivani gubitak u takvom pristupu relativno stabilni kroz ciklus, ali će marže i prihodi varirati sa promenama u tržišnim uslovima. Rezultat je visok *RAROC* tokom recesivnih perioda i nizak tokom ekspanzivnih. Ovo može da podstakne proširenje kreditiranja u nepovoljnim ekonomskim okolnostima i njegovo smanjenje tokom povoljnih perioda. Pitanje se može rešiti korišćenjem *PIT* procena ekonomskog kapitala i *RAROC*-a za ove potrebe ili prilagođavanjem ciljanih stopa prinosa zbog promena u ekonomskim okolnostima u okruženju.

7.3.6. Alokacija ekonomskog kapitala

Upravljanje rizicima u banci zahteva postojanje strategije upravljanja rizicima, usklađene sa poslovnom strategijom banke i njenim kapacitetom za preuzimanje rizika. Strategija upravljanja rizicima se definiše na opštem i operativnom nivou. Na opštem nivou strategija definiše principe koji se poštuju vezano za izlaganje rizicima, dizajn procesa, kao i organizacione strukture. Strategija upravljanja rizicima na operativnom nivou predstavlja definisanje operativnih indikatora kao što su osnovna poslovna aktivnost, ciljevi, i limiti.

Strategija upravljanja rizicima u operativnom smislu treba da se revidira najmanje jednom godišnje, postavljajući balans između strategije preuzimanja rizika i prodaje. Strategija predstavlja operativnu vezu između poslovne orijentacije i kapaciteta za preuzimanje rizika.

Strategija treba da obuhvati osnovne poslovne segmente u skladu sa ciljnom strukturom portfolija, limite rizika, ciljeve rizika vezano za EL i UL i stepen diversifikacije portfolija. Osnovni poslovni segmenti podrazumevaju definisanje alokacije kapitala na pojedinačne poslovne segmente, tipove rizika, proizvode i dr. Željena distribucija rizika se onda definiše kao ciljana struktura portfolija. Limiti za pojedinačne kategorije rizika, segmente dužnika i proizvode definisane u procesu kalkulacije kapaciteta za preuzimanje rizika i poslovnog planiranja zasnivaju se na kapitalu alociranom u strategiji. Ekonomski kapital za pojedinačne kategorije rizika stvarnog portfolija upoređuje se sa sveukupnim kapacitetom za preuzimanje rizika. Pored toga, EL ciljnog portfolija se upoređuju sa nivoom uspostavljenih obezvređenja koja je neophodno pokriti prihodom određene godine. Cilj diversifikacije portfolija je izbegavanje koncentracije rizika na pojedinačne izloženosti ili segmente portfolija, a radi izbegavanja neočekivano visokih gubitaka zbog iste.

Strategija upravljanja kapitalom je stalni proces utvrđivanja i održavanja visine i strukture kapitala najmanje na propisanom, odnosno odgovarajućem nivou, kao i jasno razumevanje realnih potreba banke za kapitalom. Strategija upravljanja kapitalom banke obuhvata aktivnosti pribavljanja, obračuna i praćenja potrebe za kapitalom banke, zahteve po pitanju adekvatnosti i strukture kapitala, kao i mere za povećanje kapitala u slučaju nedostatka. Strategija upravljanja kapitalom ima za primarni cilj obezbeđenje i održavanje nivoa i strukture regulatornog i ekonomskog kapitala koja može da podrži očekivani rast plasmana, budućih izvora sredstava i njihovog korišćenja, politiku dividendi, kao i sve promene iznosa kapitala banke.

Strateški ciljevi banke u pogledu upravljanja kapitalom su:

- obezbeđenje dovoljnog nivoa kapitala za usklađenost sa minimalnim regulatornim zahtevima za kapitalom;
- obezbeđenje dovoljnog nivoa kapitala za podršku sklonosti banke za preuzimanje rizika i zadovoljenje potreba za ekonomskim kapitalom;
- obezbeđenje mogućnosti kontinuiranog nastavka poslovanja, uz obezbeđenje prinosa akcionarima i koristi drugim zainteresovanim stranama;
- obezbeđenje jake kapitalne osnove, kao podrške daljem, dugoročno održivom, razvoju poslovanja banke;
- alokacija kapitala u skladu sa strateškim ciljevima banke, uključujući optimizaciju prinosa na ekonomski i regulatorni kapital.

Mogu da se izdvoje tri izazova u upravljanju kapitalom (Matten, 2000). Neophodno je osigurati da ukupna suma raspoloživog kapitala bude konzistentna sa trenutnim i planiranim nivoima aktivnosti banke i željenim nivoom adekvatnosti kapitala. Pored toga potrebno je odabrati odgovarajuću strukturu kapitalnih instrumenata i pribaviti iste i obezbediti upravljanje njima. Treći izazov je da se osigura da se prikupljena sredstva investiraju na odgovarajući način.

Jedan od najznačajnijih zadataka u upravljanju kapitalom banke je osiguranje da kapital u svakom trenutku bude adekvatan za obavljanje njenih aktivnosti, a u skladu sa željenim nivoom adekvatnosti kapitala banke. Ovo nekad može da ima značajan uticaj na cenu akcija banke, kreditni rejting i sveobuhvatnu sposobnost poslovanja na tržištu.

U upravljanju raspoloživim kapitalom moraju da se izbegnu iznenađenja. Stoga je veoma važno da institucija sačini plan kapitala koji bi trebao da obuhvati najmanje sledeće tri godine. Planiranje kapitala banke ima za cilj da se osigura adekvatan kapital pod promenjivim makroekonomskim uslovima, kao stratejski resurs, za podršku banke u ostvarenju njenog stratejskog poslovnog plana. Planom kapitala banka konkretizuje i precizira sprovođenje strateških ciljeva i smernica za planiranje kapitala, te utvrđuje vremenski horizont za njihovo ostvarenje s obzirom na uticaj makroekonomskih faktora i promenu smera ekonomskog ciklusa na strateške planove, način na koji će da zadovoljava kapitalne zahteve u narednom periodu, relevantna ograničenja vezana za kapital (npr. uticaj izmene ili donošenja novih propisa), kao i opšti plan za postupanje u nepredviđenim okolnostima (npr. pribavljanje dodatnog kapitala, ograničavanje poslovne aktivnosti ili primena tehnika ublažavanja rizika).

Banka u procesu planiranja kapitala redovno razmatra sledeće osnovne elemente:

- postojeće potrebe za kapitalom (ekonomski i minimalni regulatorni);
- planirano iskorišćenje kapitala, odnosno trenutne i očekivane nivoe rizika¹¹⁸;
- ciljani (optimalni) nivo kapitala imajući u vidu strategiju razvoja banke i sklonost za preuzimanje rizika;
- poznate ili izgledne promene u kapitalu;
- očekivanu profitabilnost i raspoređivanje ostvarenih dobitaka;
- sredstva upravljanja kapitalom koja podrazumevaju interne i eksterne resurse koji se mogu iskoristiti za uvećanje kapitala (sposobnost za generisanje dobiti) i
- ostala moguća sredstva obezbeđenja adekvatnosti kapitala (npr. planiranje dividendi, obim poslovnih aktivnosti i dr.).

U procesu planiranja kapitala raspoloživi kapital se alocira na evidentirane rizike, i dalje, po potrebi, na niže nivoe koji podrazumevaju segmente poslovanja izložene pojedinačnim vrstama rizika. Iz plana kapitala proističe plan prikupljanja dodatnog potencijala ili otplate nepotrebnog dela istog. Plan mora biti revidiran najmanje godišnje, odnosno češće ukoliko dođe do značajnih promena u faktorima koji utiču na visinu kapitala. S obzirom da je ovo veoma značajan segment finansijskog upravljanja, to on mora biti odobren na visokom nivou menadžmenta.

S obzirom da se tipični bankarski portfolio sastoji u najvećem delu od kreditnih plasmana, koji mogu da budu podložni retkim ali značajno negativnim događajima, distribucija ishoda je zakošena i nenormalna. Banka će stoga snositi velike gubitke sa pozitivnom verovatnoćom ulaska u insolventnost¹¹⁹ na određenom nivou gubitaka. Držanje više kapitala stoga čini banku sigurnijom, što je konzistentno sa željom regulatora.

Alokacija kapitala podrazumeva raspoređivanje raspoloživog kapitala na poslovne segmente i na niže nivoe. Alokacija kapitala na različite poslovne segmente je prevashodno uslovljen

¹¹⁸ Ukoliko banka utvrdi da kapital kojim raspolaže nije dovoljan, ona može pribaviti novi kapital ili upravljati rizičnim izloženostima. Procena kapitala mora da bude zasnovana na dinamičkim principima, odnosno da se kroz procenu ekonomskog kapitala može proceniti potreba banke za kapitalom za dalje planirane aktivnosti.

¹¹⁹ Za razliku od regulatorne nesolventnosti (neizvršenja obaveza) banke koja se javlja kada neto imovina banke padne ispod zahtevanog (*minimalnog regulatornog kapitala*) postavljenog od strane regulatora, banka dolazi u situaciju ekonomske nesolventnosti kada tržišna vrednost njenih sredstava padne ispod tržišne vrednosti njenih obaveza.

doprinosom poslovnih segmenata ukupnoj profitabilnosti banke ili obimom ekonomskog ili regulatornog kapitala zahtevanog u pojedinom poslovnom segmentu za pokriće rizika.

Kako bi se odredila alokacija kapitala koja rezultira optimalnim prinosom, koriste se mere poput RAROC-a, pri čemu se stvarni RAROC za poslovni segment upoređuje sa ciljnim RAROC-om za banku kao celinu, što omogućava procenu da li pojedinačni poslovni segment obezbeđuje dovoljan doprinos ciljanoj profitabilnosti. U skladu sa strateškim ciljem maksimizacije prinosa, kapital (i u skladu sa tim obim poslovne aktivnosti) treba povlačiti iz poslovnih segmenata sa niskim prinosom.

Prilikom definisanja metoda koji se koriste za alokaciju kapitala neophodno je uspostaviti ključ za alokaciju, definisati proces alokacije i uzeti u obzir korelacione efekte. Kao ključ za alokaciju mogu se koristiti ekonomski ili regulatorni kapital. Alokacija na osnovu ekonomskog kapitala ima prednost u odnosu na alokaciju prema regulatornom kapitalu zato što preciznije odslikava rizike na nižem nivou agregacije, što nije moguće korišćenjem regulatornog kapitala. S obzirom da se alokacija kapitala zasniva na ekonomskom kapitalu, a da je isti cikličniji od regulatornog, ciklusi imaju implikacije na adekvatnost i alokaciju.

Proces alokacije se može dizajnirati na više načina: korišćenjem pristupa odozgo na dole ili pristupom aukcije.

Pristupom odozgo na dole kapital se alokira korišćenjem ciljnog RAROC-a svake poslovnog segmenta. Jedan od nedostataka ovog pristupa je to što je fiksiran na određeni period vremena i što se obično zasniva na istorijskim podacima u smislu potrebnog rizičnog kapitala i postognutih vrednosti RAROC-a. Ovaj nedostatak se može otkloniti uključivanjem poslovnih segmenata u proces alokacije i njihovih očekivanja u pogledu, u narednom periodu, neophodnog nivoa rizičnog kapitala i profitabilnosti segmenta. Postizanje optimalne alokacije je izvesnije ukoliko se u obzir uzimaju očekivanja budućih rezultata.

Pristup aukcije znači da više poslovnih segmenata daju ponude u pogledu očekivanog RAROC-a, tako da se rizični kapital alokira se na osnovu upoređivanja ove vrednosti sa ostalim segmentima. U tom slučaju, odgovornost je poslovnog segmenta da ostvari ciljni prinos.

Uzimanje u obzir korelacionih efekata prilikom određivanja rizičnog kapitala se podrazumeva s obzirom da se kao ključ za alokaciju koristi ekonomski kapital koji u osnovi ima VaR pristup. Prilikom određivanja VaR-a pojedinih poslovnih jedinica ili segmenata potrebno je definisati da li se utvrđuje kapital na pojedinačnoj osnovi ili se uzimaju u obzir korelacije između datih segmenata sa ostalim segmentima. Procena na pojedinačnom nivou znači da se prilikom obračuna rizika datog segmenta polazi od pretpostavke da nikakve korelacije nemaju efekat kada se rizik pojedinačnog segmenta uključuje u ukupan rizik banke¹²⁰. Ovo nije realno i preceniće ukupni ekonomski kapital, odnosno suma svih rizika pojedinačnih segmenata poslovanja prevazilaziće stvarni rizik za celokupnu banku. Neophodno je, dakle, prilikom agregacije rizika za procenu sveobuhvatnog ekonomskog kapitala, u obračun uključiti korelaciju¹²¹ između različitih rizika (procena diversifikacionih efekata).

¹²⁰ Prema regulatornom pristupu obračuna kapitala ne primenjuje se nikakva diversifikacija među tipovima rizika, odnosno minimalni kapitalni zahtevi za definisane vrste rizika se samo sabiraju za obračun ukupnog minimalnog kapitalnog zahteva, što implicira da će se veliki ekonomski gubici dogoditi u isto vreme.

¹²¹ Osnovni pristupi za agregaciju procena ekonomskog kapitala za više rizika su pristup varijansa-kovarijansa i pristup kopula. Pristup varijansi-kovarijansi zasniva se na formuli koja iskazuje standardnu devijaciju sume slučajnih promenljivih u smislu standardne devijacije pojedinačnih slučajnih promenljivih, zajedno sa korelacijom između ovih slučajnih promenljivih. Kopule vezuju pojedinačne distribucije verovatnoća kroz strukture zavisnosti kako bi se dobila sveobuhvatna distribucija verovatnoće promena vrednosti.

Upravljanje kapitalom podrazumeva ne samo upravljanjem nivoom kapitala, već i optimalnom strukturom kapitala. Željena struktura kapitala se može ostvariti korišćenjem različitih nivoa pouzdanosti prilikom obračuna ekonomskog kapitala. Kada se bira vremenski period predviđanja, najprirodniji izbor sa stanovišta adekvantosti kapitala je korišćenje vremenskog perioda za koji neće biti moguće pribaviti dodatni kapital ili značajno smanjiti rizike. Za merenje uspešnosti ovih aktivnosti vremenski period se poklapa sa periodima finansijskog izveštavanja. Drugačija situacija je kada se ekonomski kapital koristi za potrebe optimizacije rizikom prilagođene profitabilnosti.

Kapital ima tri pojavna oblika: PIT, TTC i kapital na osnovu najniže tačke ciklusa. Pod PIT pristupom, kapital je cikličan, odlikava nivo potrebnog kapitala pod uslovom postojećeg preuzimanja rizika koji odgovara postojećem stanju u ekonomskom ciklusu. Pod TTC pristupom, kapital je acikličan i odslikava proseke PIT kapitala kroz cikluse. Pod pristupom najniže tačke ciklusa, kapital je acikličan i odslikava maksimalni kapitalni zahtev tokom ciklusa. Ukoliko finansijska institucija upravlja kapitalom na osnovu PIT pristupa, kapital će varirati, s obzirom da tokom ciklusa fluktuiraju i nivo rizika. Ukoliko banka upravlja kapitalom na osnovu TTC pristupa, namera nije da se drži kapital na osnovu trenutnog stanja rizika već na osnovu proseka rizika kroz ciklus. TTC kapital se definiše na sledeći način:

$$Kapital_{TTC} = \frac{\sum_{i=1}^n Kapital_{i\ PIT}}{n}$$

gde je n broj godina u ciklusu. Regulatori preferiraju stabilni TTC kapital u odnosu na ciklični PIT kapital. Razlozi su konzervativizam (višak kapitala za zaštitu rizika) i aciklični kapital (za zaštitu od sistematskog rizika).

Ukoliko se nivo pouzdanosti zasniva na prosečnim realizovanim jednogodišnjim stopama neizvršenja za željeni kreditni rejting, onda će ekonomski kapital biti procena prosečnog potencijalnog opadanja tokom ekonomskog ciklusa. To će predstavljati TTC ekonomski kapital. Alternativno, ukoliko se nivo pouzdanosti definiše na osnovu stvarne PD za ciljani rejting za narednu godinu, PD će biti viša u periodima recesije, a niža u periodima ekspanzije. Na ovaj način dobija se PIT procena ekonomskog kapitala, koja odslikava minimalan potreban kapital koji je konzistentan sa očekivanom jednogodišnjom stopom neizvršenja u tom trenutku. Pod pretpostavkom da su u ostale pretpostavke konstantne, PIT procena opada u periodima recesije (pošto će PD da raste, a nivo pouzdanosti da pada), a raste u ekspanzivnim periodima (PD opada i nivo pouzdanosti raste). DR rastu u periodima recesije, te će i ekonomski kapital za banku beležiti rast po tom osnovu, i uprkos suprotnom efektu po osnovu smanjenja nivoa pouzdanosti. U slučaju TTC procene ekonomskog kapitala, parametri rizika i nivo pouzdanosti će biti relativno konstantni tokom vremena, odnosno ekonomski kapital će biti relativno konstantan. Same parametre je teško često procenjivati, te pristup može da bude održavanje relativno konstantnog nivoa pouzdanosti tokom ciklusa, što rezultira relativno stabilnim procikličnim nivoom ekonomskog kapitala. Pitanje da li da se koristi TTC ili PIT procena ekonomskog kapitala zavisi od primarne namene obračuna ekonomskog kapitala. Ukoliko se vrši procena dugoročne rizikom prilagođene profitabilnosti ili adekvatnosti kapitala poželjno je koristiti TTC procenu, a zbog evidentirane procikličnosti koja ne postoji u tom slučaju. Ipak primena TTC procene onemogućava korišćenje ekonomskog kapitala kao indikatora ranog upozorenja na solvenost banke u uslovima koji se pogoršavaju, s obzirom da je relativno neosetljiv na promene u toku ciklusa. Za takve potrebe treba koristiti PIT model. Na osnovu takve procene, banka će moći da relativno rano smanji izloženost ili pribavi kapital.

Kada se ekonomski kapital koristi za optimizaciju profitabilnosti, onda on utiče na proces budžetiranja u okviru banke, te takve mere profitabilnosti treba da budu prihvaćene od strane

menadžementa. Kada se ekonomski kapital i RAROC koriste za podršku menadžerskim odlukama i alokaciju kapitala, ove mere treba da budu uključene u budžet banke. Kapital će se alocirati na osnovu njihovog rasta i projekcija prinosa. Za potrebe upravljanja i projekcije na osnovu ovih mera bitno je da postoji jasna politika koje definišu model i promene parametara, načine i ovlašćenja za izmene modela i situacije u kojima će se budžet prilagođavati.

Limiti pojedinačnih poslovnih aktivnosti banke se zasnivaju na poslovnoj orijentaciji banke, njenoj strategiji i metodama alokacije kapitala koje se primenjuju. Konzistentan sistem upravljanja limitima trebalo bi da bude uspostavljen tako da za definiše, prati i kontroliše limite. Sistem limita se uspostavlja na osnovu kapaciteta banke za preuzimanje rizika. Limiti se mogu definisati za upravljanje portfolio rizicima, rizicima proizvoda, rizicima zemlje ili privredne grane. Maksimalni limit rizika se definiše kapitalom koji je alociran za pokriće rizika u procesu planiranja. Sa tog nivoa može se vršiti dalja distribucija limita na podsegmente. Podsegmenti mogu da budu npr. poslovne jedinice, grupe dužnika, regioni, neobezbeđeni deo, pojedinačni dužnici, klase rizika itd. Metod koji se koristi za obračun limita mora da bude definisan (npr. VaR). VaR limiti su limiti zasnovani na riziku, koji se uspostavljaju za ograničenje neočekivanih gubitaka i kako bi se osiguralo da kapital može da apsorbuje rizike. Za utvrđivanje VaR limita na pojedinačne transakcije potrebno je mnogo podataka, te se češće praktikuje da se limiti na tom nivou utvrđuju u vrednosnom smislu. VaR limiti su povoljniji od limita na osnovu iznosa izloženosti, s obzirom da limiti iznosa podrazumevaju rigidnu vezu rizika i iznosa koja u praksi ne postoji.

Mora se definisati trenutak u kojem se utvrđuje usklađenost sa usvojenim limitima. U tom smislu, banka može da ulazi u transakciju na osnovu procene potencijalnih koristi od iste, a onda korišćenjem instrumenata kontrole rizika obezbeđuje usklađenost sa limitima ili da ne ulazi u transakciju ukoliko postoji mogućnost prelaska limita u daljem periodu. Ex post razmatranje usklađenosti sa limitima ima veoma visok broj prevazilaženja limita, smanjujući efektivnost sistema limita, a podrazumeva i posao oko korektivnih aktivnosti u slučaju probijanja limita (npr. derivati).

Ex ante praćenje usklađenosti ograničava mogućnost prelaska limita pre odobravanja transakcije i na taj način omogućava usmeravanje strukture portfolija ka željenoj (definisanoj strategijom). Moguć je i kombinovani pristup gde se *ex ante* limiti koriste za velike izloženosti, a *ex post* za sve ostale izloženosti.

Rigidnost limita podrazumeva da se definiše da li se oni koriste kao striktna ograničenja ili kao indikatori ranog upozorenja. Ovo omogućava da se kontrolni signali šalju ne samo kada se limiti prekorače već i da sistem ranog upozorenja istakne da postoji rizik prevazilaženja limita, te da je neophodno i moguće pripremiti korektivne mere.

8. EMPIRIJSKI REZULTATI KREIRANJA I VALIDACIJE MODELA KREDITNOG RIZIKA

U daljem tekstu je opisan sprovedeni proces razvoja i validacije internog modela klasifikacije (rangiranja) privrednih društava (korporativnih klijenata) prema kreditnom riziku, kao i obrazloženje mogućih koristi kroz korišćenje ovog modela u pogledu upravljanja kreditnim rizikom i kapitalom.

Proces razvoja modela rangiranja obuhvatio je više faza:

1. definisanje osnovnog seta ulaznih podataka;
2. definisanje uzoraka za razvoj i validaciju modela;
3. definisanje nezavisnih promenljivih;
4. korelacionu analiza promenljivih;
5. regresionu analiza;
6. testiranje modela skoringa i
7. definisanje rejtinga (klase).

Korišćenje modela u procesu upravljanja kreditnim rizikom prikazano je kroz primenu koncepta EL za potrebe obračuna obezvređenja na kolektivnom nivou (ispravke vrednosti bilansnih potraživanja i rezervisanja za gubitke po vanbilansnim stavkama) u skladu sa MRS, utvrđivanje cene plasmana banke primenom osnovnih parametara kreditnog rizika obračunatih kroz interni model, kao i za potrebe utvrđivanja ekonomskog kapitala za pokriće kreditnog rizika kroz merenje UL i primenu VaR koncepta za kreditni rizik.

Za neophodne obračune u procesu razvoja i validacije modela primenjeni su pojedini koncepti validacije u vidu merenja diskriminacione snage modela i adekvatnosti kalibracije istog koji su opisani u prethodnim delovima disertacije. Izabrani su pristupi za koje je utvrđeno da najbolje mere kvalitet modela, na osnovu procesa validacije rezultata modela prema empirijskim rezultatima.

Svi neophodni metodi i modeli primenjeni su na relevantne podatke dobijene iz poslovanja izloženog kreditnom riziku male banke (mereno visinom bilansne sume i njenim učešćem u ukupnoj bilansnoj sumi bankarskog sektora) koja dominantan deo poslovne aktivnosti sa korporativnim klijentima (privrednim društvima) obavlja u domaćim okvirima, odnosno na tržištu Republike Srbije.

8.1. *Definisanje osnovnog seta ulaznih podataka*

Osnovni set ulaznih podataka koji je korišćen za razvoj modela skoringa i validaciju, odnosno testiranje sačinjen je od informacija o dužnicima - privrednim društvima u referentnom periodu od 2009.-2013. godine. Populacija iz koje su kreirani uzorci za razvoj i validaciju modela podrazumeva privredna društva za koja su raspoložive kompletne informacije o finansijskom položaju, redovnosti servisiranja obaveza prema banci, blokadama računa i ostalim relevantnim kategorijama podataka.

Imajući u vidu da je za razvoj modela kao osnovna informacija (zavisna promenljiva) neophodan podatak o ulasku dužnika u status neizvršenja obaveza potrebno je bilo iz osnovne populacije isključiti dužnike koji nakon početnog datuma posmatranja nisu bili u dužem vremenskom periodu u stanju izloženosti banke. Ovo je učinjeno imajući u vidu da se PD, kao jedan od osnovnih parametara koji će biti rezultat modela rangiranja, u skladu sa standardima Bazela II na kojima se zasniva i regulativa NBS, procenjuje za period od jedne godine. Period od jedne godine najprikladniji je za procenu PD s obzirom da se poklapa sa izveštajnim i periodom revizije poslovanja privrednih društava.

U populaciju su uključeni svi dužnici koji su dospeli u neizvršenje obaveza u referentnom periodu posmatranja. Radi kvalitetnije diskriminacije loših dužnika (dužnika koji će potencijalno dospeti u status neizvršenja obaveza) od dobrih dužnika, odnosno radi kvalitetnijeg prepoznavanja finansijskih i ostalih pokazatelja koji ukazuju na potencijalno problematičnog dužnika, u populaciji su, pored

dužnika koji su prvi put dospeli u status neizvršenja obaveza, uključeni i dužnici koji se nalaze u datom statusu ukoliko se za iste raspolagalo sa svim relevantnim podacima. Drugim rečima, ukoliko je jedno privredno društvo dospelo u status neizvršenja obaveza u toku 2010. godine, a raspolaže se finansijskim izveštajima tog društva za 2010. i 2011. godinu, ono će očekivano biti u preseku stanja potraživanja tih godina i biće označen da je i u 2011. i u 2012. godini takođe dospeo u isti status. Ovakav pristup je izabran imajući u vidu ograničenje male banke u pogledu raspoloživosti podataka, kao i racionalan zaključak da će dužnik koji je ranije dospeo u status neizvršenja obaveza, a i dalje se nalazi u njemu, odnosno nije uspeo da izvrši svoje obaveze, imati finansijske i ostale relevantne pokazatelje na osnovu kojih se kroz analizu može konstatovati očekivanje da u narednom periodu neće izvršiti redovno svoje obaveze. Dužnik, čija se finansijska pozicija poboljšala u narednim godinama izvesno će biti u situaciji da tada izmiri svoje dospele obaveze koje su bile razlog ulaska u status neizvršenja obaveza, te se neće nalaziti u preseku stanja koje je osnov za uključivanje u populaciju. Ovo je korišćeno isključivo za uspostavljanje scoring funkcije, procenu diskriminacije modela i PD. Kada je reč o drugom osnovnom parametru kreditnog rizika, odnosno LGD, u osnovni set podataka pojedini dužnici su uključeni samo jedan put, odnosno LGD je procenjen na osnovu naplate u periodu nakon stvarnog ulaska u status neizvršenja obaveza.

Ukupna populacija se sastoji od 718 ulaznih podataka, odnosno dužnik-godina, u okviru kojih 161 (22.4234%) dužnik-godina koji su označeni kao dospeli u status neizvršenja obaveza (događaj koji predstavlja osnovu za modeliranje).

8.2. Definisane uzorka

U cilju izbegavanja efekta preterane prilagođenosti rezultata podacima na osnovu kojih se razvija model, ukupna populacija je podeljena na uzorak za razvoj modela i validacioni uzorak. U ovom slučaju radi se o validaciji nad podacima koji su iz istog vremenskog perioda, ali različiti u odnosu na one koji su korišćeni za razvoj modela (engl. *out of sample*). Razlog ove podele je činjenica da bi ukoliko se svi podaci iskoriste za razvoj modela (i pored toga što se radi o većem broju podataka) moglo doći u situaciju da se nad tim podacima kreira model koji po svim merama kvaliteta pokazuje dobre rezultate, ali kada se primeni u praksi (na drugačijim podacima) rezultati nisu zadovoljavajući.

Pre kreiranja opisane konačne populacije na osnovu koje je razvijen model klasifikacije, pokušalo se sa razvojem na osnovu podataka u periodu 2009.- 2012. godine. Ukupna populacija je i tada podeljena na razvojni i validacioni uzorak sa idejom da se model dodatno testira u periodu i nad podacima van osnovne populacije (engl. *out of sample – out of time*), odnosno na osnovu podataka 2013. godine. Ovo je urađeno, ali je analizom diskriminacije modela uočeno da relevantne mere diskriminacije naglo i značajno opadaju. Na osnovu takvih evidentiranih rezultata moglo se konstatovati da je izvesno došlo do promene u ekonomskom okruženju u 2013. godini koje je uslovalo i promenu značaja pojedinih pokazatelja na predviđenje statusa neizvršenja obaveza (npr. veći značaj u predviđanju dobili su pokazatelji koji tretiraju pozicije bilansa uspeha i obaveza, umesto pozicija kapitala i stalne imovine). Na osnovu ovoga je zaključeno da je adekvatnije 2013. godinu uključiti u populaciju i kreiranje modela izvršiti na proširenoj populaciji, umesto da se primenjuje ranije kreirani model na osnovu podataka od 2008. do 2012. godine koji beleži značajniji pad vrednosti mera diskriminacije.

Podela na razvojni i validacioni uzorak je načinjena na sledeći način:

Tabela 8: Podela na razvojni i validacioni uzorak

Vrsta uzorka	Razvojni	%	Validacioni	%	Ukupno	%
Broj aktivnih dužnika	279	77.7159%	278	77.4373%	557	77.5766%
Broj dužnika u statusu neizvršenja	80	22.2841%	81	22.2567%	161	22.4234%
Ukupno	359		359		718	
%	50%		50%			

Minimalna veličina uzoraka je definisana primenom 10k pravila (Peduzzi, Concato, Kemper, Holford, Feinstein, 1996) polazeći od osnovne pretpostavke modela koji se razvija, a to je da će on biti definisan sa minimalnim brojem parametara (npr. finansijskih pokazatelja) u modelu koji se preporučuje, a to je 6. Primenom ovog pristupa, uz utvrđeni procenat učešća dužnika u statusu neizvršenja obaveza u ukupnoj populaciji, bilo bi neophodno kreiranje uzorka od 312 ulaznih podataka. Na osnovu ovoga, iako je preporučljiva podela na razvojni i validacioni uzorak u pogledu učešća u populaciji u odnosu 70:30, ovde je primenjena proporcija učešća ova dva uzorka od 50:50. Ovakva proporcija je zadovoljila primenjeno pravila za utvrđivanje minimalne veličine uzorka, pružila bolju osnovu za validaciju modela, s obzirom da je obezbedila dovoljan broj događaja neizvršenja obaveza i za kreiranje i za testiranje modela.

8.3. Definisanje nezavisnih promenljivih

Ova faza podrazumeva definisanje prihvatljivih pokazatelja finansijskog položaja dužnika koji mogu da budu adekvatni za uključivanje u konačnu scoring funkciju. Kao potencijalne relevantne nezavisne promenjive ispitani su definisani finansijski pokazatelji i pokazatelji redovnosti servisiranja obaveza i mogućnosti servisiranja obaveza (blokade računa). Ukupno je ispitano 149 pokazatelja, od čega se na finansijske pokazatelje odnosi 142 pokazatelja, a preostali se primarno odnose na blokadu računa dužnika. U procesu analize pokazatelja utvrđeno je da pokazatelji koji se odnose na blokade računa (trenutne i u prethodnom periodu) imaju izuzetno veliki značaj u predviđanju statusa neizvršenja obaveza. Ovakvi pokazatelji su stoga isključeni iz daljeg procesa razvoja modela, s obzirom da bi bili previše prediktivni i ograničavali značaj drugih pokazatelja, svodeći scoring funkciju na svega dve do tri nezavisne promenjive, odnosno parametra modela, čime bi stabilnost istog bila ugrožena. Pokazatelji koji su bili premet analize su navedeni u Prilogu 1.

8.4. Definisanje statusa neizvršenja obaveza

Kao osnovni događaj koji je analiziran, na osnovu raspoloživih podataka u definisanom uzorku, odnosno koji će se kroz scoring funkciju predviđati je neizvršenje obaveza dužnika prema banci, odnosno ulazak u status neizvršenja obaveza. Za status neizvršenja, korišćena je definicija u skladu sa regulativom NBS i Bazelom II, a koja podrazumeva sledeće:

- situaciju kada dužnik kasni u izmirenju svojih obaveza više od 90 dana od dana dospeća predmetne obaveze u bilo kojem materijalno značajnom iznosu;
- evidenciju postojanja problematične finansijske situacije koja može (najverovatnije će) rezultirati u nemogućnosti izmirenja obaveze prema Banci (glavnice, kamate, naknade) iako to još nije slučaj, ne uzimajući u obzir mogućnost naplate po osnovu aktiviranja sredstava obezbeđenja;
- otvoren postupak stečaja, likvidacije ili neke vrste finansijskog restrukturiranja privrednog društva.

8.5. Analiza nezavisnih promenljivih

U postupku kreiranja scoring funkcije, jedan od osnovnih koraka je bio grupisanje atributa svake od promenljivih koje je analizirana u grupe koje imaju zajedničke karakteristike, uzimajući u obzir vrednosti atributa i ograničenja poslovne logike. U slučaju finansijskih pokazatelja grupisanje je npr. podrazumevalo formiranje 3-5 grupa gde su vrednosti posmatranog pokazatelja u određenim rasponima (npr. rasponi stope zaduženosti 0-0.2, 0.2.-0.4., ...), ali da raspored loših dužnika bude na takav da rast ili opadanje učešća ovih dužnika po grupama (rasponima vrednosti pokazatelja) odgovara poslovnoj logici (npr. rast učešća sa rastom stope zaduženosti). Poslovno nelogična postavka grupisanja (i grafikon koji prikazuje WoE) može da vodi neadekvatnoj funkciji scoringa, a samim tim i rangiranju dužnika. U ovoj fazi kreiranja scoring funkcije rešavala su se sva pitanja u vezi atributa analiziranih promenljivih.

Grupisanjem atributa je obezbeđeno da se za svaki analizirani pokazatelj (promenjivu) između grupa maksimizira razlika prema stopi posmatranog događaja (neizvršenje obaveza), radi najbolje moguće diferencijacije među dužnicima i što preciznijih informacija koje se mogu dobiti iz posmatranja pokazatelja. Grupisanje je vršeno npr. na sledeći način: ukoliko je stopa događaja u uzorku 10%, grupisanje je za određeni pokazatelj vršeno u 5 grupa gde su stope događaja po grupama 0.5%, 2.5%, 6.0%, 11.0% i 20.0%.

Na ovaj način je obezbeđeno da takav pokazatelj ima određenu informativnu vrednost u proceni verovatnoće nastanka analiziranog događaja. U suprotnom, ukoliko bi se po grupama napravio takav raspored dužnika koji bi u svakoj grupi obezbedio stopu događaja od 10% takav pokazatelj ne bi imao nikakvu informativnu vrednost.

U svakoj od grupa atributa koje su formirane po analiziranim pokazateljima osnovni uslov grupisanja je bio da se u svakoj grupi obezbedi dovoljno statističkih podataka (i dobrih i loših dužnika). Dovoljno statističkih podataka po grupama je obezbeđeno tako što se nastojalo da u svakoj grupi bude najmanje po 10 dužnika (ulaznih podataka) koji pripadaju dobrim i lošim dužnicima (10k pravilo), s tim da ne bude manje od 3 grupe, kao i da postoji što veći broj ulaznih podataka po jednoj grupi.

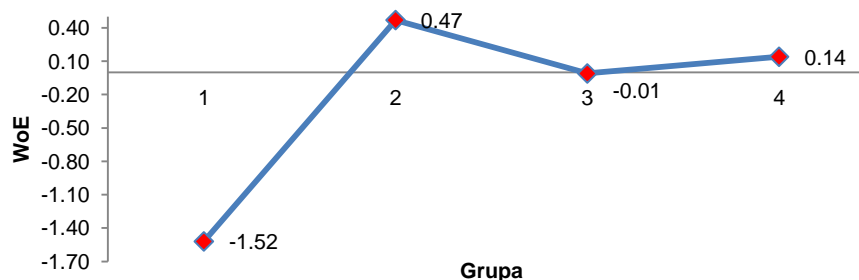
Tretman nepostojećih podataka (npr. deljenje u analiziranom pokazatelju sa nulom) ili podataka sa ekstremnim vrednostima (npr. Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije¹²²/Rashodi kamata gde su veoma niski rashodi kamata, pa pokazatelj značajno odstupa od prosečno očekivanih vrednosti ovog pokazatelja) je rešavano u ovoj fazi kreiranja modela. Podaci sa ekstremnim vrednostima grupisani su na nekoliko načina, a u skladu sa poslovnom logikom i uz održavanje kvaliteta grupisanja. Ovo podrazumeva da su takvi podaci:

- uključivani u grupu sa najbližijim karakteristikama;
- uključivani u grupu sa najvećim brojem elemenata;
- uključivani u krajnje grupe (sa minimalnim ili maksimalnim vrednostima).

Izbor nezavisnih promenljivih koje su podobne za dalju analizu i kreiranje scoring funkcije izvršen je na osnovu merenja WoE, kao mere informacione snage svakog atributa promenjive i IV svake promenjive, kao mere informacione snage te promenjive. WoE je korišćen u smislu analize informacione snage svakog od atributa pokazatelja i postojanja racionalne finansijske logike za korišćenje određenog pokazatelja za dalje aktivnosti na kreiranju scoring funkcije. U tom kontekstu pokazatelji kojima se kroz analizu WoE ne može utvrditi postojanje adekvatne logike iza kretanja WoE isključivani su iz dalje analize. Npr, ukoliko se posmatra pokazatelj pod rednim brojem 71 (Neto rezultat/Prihodi od prodaje) iz Priloga 1, utvrđeno je da je IV za dati pokazatelj 0.309, a što bi u skladu sa okvirima procene prediktivne sposobnosti na osnovu IV bilo u kategoriji pokazatelja sa visokom sposobnosti predviđanja. Problem je međutim sa oblikom grafikona WoE koji pokazuje cik-cak kretanje. Ovakvo kretanje obično ukazuje da se ne može utvrditi prihvatljiva finansijska logika istog te je takav pokazatelj najbolje isključiti iz dalje analize i pored visoke IV. Grafikon 9 ukazuje da nakon određene visine odnosa Neto rezultata i Prihoda od prodaje prethodno evidentiran trend pada učešća loših dužnika menja smer, odnosno evidentira se rast učešća loših dužnika sa većom vrednošću racia. Ovo bi značilo da veća profitabilnost rezultira u većem očekivanju neizvršenja obaveza, što nema ekonomsku logiku, te pokazatelj nije podoban za scoring funkciju.

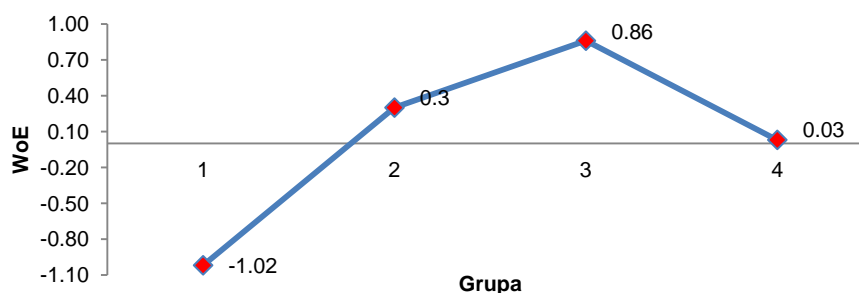
¹²² engl. *Earnings before interest, tax, depreciation and amortization* - EBITDA

Grafikon 9: WoE pokazatelj 71



Još jedan primer nelogičnog kretanja WoE je pokazatelj 48 (EBITDA/Poslovni prihodi) gde se evidentira grafikon kretanja WoE takav da nakon dostizanja maksimalne vrednosti grafikon ima opadajući trend koji se ne može obrazložiti ekonomskom logikom (grafikon 10). Naime, ovakva situacija ukazuje da do određenog nivoa sa rastom učešća EBITDA u prihodima smanjuje broj neizvršenja obaveza (rast WoE) te da nakon određenog nivoa rasta učešća dovodi do rasta i neizvršenja obaveza (pad WoE), a što se ne može ekonomski obrazložiti.

Grafikon 10: WoE pokazatelj 48



Nasuprot ova dva pokazatelja, pokazatelji koji su izabrani nakon analize IV i WoE beleže rastući ili opadajući trend kretanja učešća neizvršenja obaveza u grupama vrednosti atributa (i samim tim WoE) koji se mogu obrazložiti ekonomskom logikom. Ovo podrazumeva npr. rastući trend na grafikonu WoE kod pokazatelja prinosa na kapital (pokazatelj 33; Neto rezultat/Kapital) koji pokazuje smanjenje učešća loših dužnika sa rastom vrednosti atributa ili npr. opadajući trend kod pokazatelja 47 (Finansijske obaveza / Kapital), odnosno rast učešća loših plasmana sa većim odnosom finansijskih obaveza prema sopstvenim izvorima finansiranja.

Promenjlive sa atributima koji imaju visoke vrednosti WoE imaju veću snagu predviđanja od promenljivih koje imaju WoE blisko nuli. WoE jednak nuli odgovara stopi događaja koji je analiziran jednakoj prosečnoj stopi nastanka događaja u uzorku. Dakle, što je veća stopa nastanka analiziranog događaja, niži je WoE i obrnuto. Segmenti (grupe) sa većim od prosečnog učešća loših dužnika (dužnika u statusu neizvršenja obaveza) imaće nizak WoE, a grupa sa većim učešćem dobrih (aktivnih) dužnika od prosečnog za uzorak imaće viši WoE.

Promenjlive sa slabom ili bez sposobnosti predviđanja isključene su iz dalje analize, kao promenjlive sa lošom prediktivnom sposobnošću. IV je kroz razvoj modela interpretirana na sledeći način:

- $IV < 0.05$: bez sposobnosti predviđanja
- $0.05 \leq IV < 0.1$: slaba sposobnost predviđanja
- $0.1 \leq IV < 0.25$: prihvatljiva sposobnost predviđanja
- $IV > 0.25$: visoka sposobnost predviđanja

Na osnovu navedenih analiza WoE grafikona, poslovne logike i merenja IV za dalji proces izabrano je 93 pokazatelja koji su navedeni u prilogu br. 2 (Tabela 51). Za dalju analizu izabrani su pokazatelji koji imaju najvišu IV, kod kojih je moguće izvršiti podelu atributa pokazatelja na adekvatan broj

grupa (najmanje 3) pod napred navedenim uslovima u pogledu broja elemenata u svakoj grupi i za koje grafikon WoE prati poslovnu logiku za dati pokazatelj. Iz daljeg procesa su isključeni i pojedini pokazatelji koji imaju značajno visoku IV i pored zadovoljenih ostalih uslova, s obzirom da bi time bila ugrožena mogućnost kreiranja modela sa većim brojem promenljivih, imajući u vidu da bi takvi pokazatelji bili predominantno značajni u modelu.

Nakon navedenih analiza WoE i IV sprovedena je analiza korelacije između pokazatelja kako bi se identifikovale grupe (klasteri) pokazatelja koji su visoko korelisani, odnosno kako model ne bi bio kreiran od pokazatelja koji suštinski pokazuju isti trend koji korišćenje više takvih pokazatelja svodi na korišćenje praktično jedne vrednosti za rangiranje.

Tabela 9: Segment korelacione matrice pokazatelja

Pokazatelji	Pokazatelji											
	73	75	77	79	80	82	83	85	86	87	89	90
73	100.00%	10.96%	34.25%	41.40%	32.76%	39.14%	31.87%	32.86%	37.78%	39.59%	30.74%	0.23%
75	10.96%	100.00%	19.32%	5.00%	6.09%	4.06%	5.04%	6.83%	1.07%	0.80%	1.09%	7.67%
77	34.25%	19.32%	100.00%	25.25%	29.19%	25.54%	28.39%	31.18%	30.43%	27.83%	30.56%	9.49%
79	41.40%	5.00%	25.25%	100.00%	22.31%	87.32%	8.59%	25.96%	47.55%	49.44%	15.32%	-26.50%
80	32.76%	6.09%	29.19%	22.31%	100.00%	21.51%	88.62%	94.66%	56.11%	56.34%	57.25%	22.06%
82	39.14%	4.06%	25.54%	87.32%	21.51%	100.00%	8.99%	23.87%	46.21%	45.02%	15.55%	-31.31%
83	31.87%	5.04%	28.39%	8.59%	88.62%	8.99%	100.00%	84.57%	42.00%	41.87%	52.64%	20.32%
85	32.86%	6.83%	31.18%	25.96%	94.66%	23.87%	84.57%	100.00%	57.37%	58.67%	56.66%	22.27%
86	37.78%	1.07%	30.43%	47.55%	56.11%	46.21%	42.00%	57.37%	100.00%	94.79%	75.50%	22.82%
87	39.59%	0.80%	27.83%	49.44%	56.34%	45.02%	41.87%	58.67%	94.79%	100.00%	74.70%	24.64%
89	30.74%	1.09%	30.56%	15.32%	57.25%	15.55%	52.64%	56.66%	75.50%	74.70%	100.00%	49.74%
90	0.23%	7.67%	9.49%	-26.50%	22.06%	-31.31%	20.32%	22.27%	22.82%	24.64%	49.74%	100.00%

U prethodnoj tabeli dat je jedan segment iz korelacione matrice (Prilog 3, tabela 51) koja prikazuje korelacije između pojedinih pokazatelja, a na osnovu čega su utvrđeni klasteri sa visokom korelacijom. Označene su korelacije između pokazatelja 80, 83 i 85. Iz navedenoga se vidi da pokazatelj 80 ima visok nivo korelacije sa pokazateljima 83 i 85, dok su ostali pokazatelji koji su prikazani u ovoj tabeli, a i drugi koji nisu u značajno nižoj korelaciji sa promenama WoE ovog pokazatelja.

Nakon identifikacije klastera visoko korelisanih pokazatelja izbor pokazatelja primarno je izvršen na osnovu najviše vrednosti IV u okviru klastera (najinformativniji pokazatelj) i za dalju analizu je izabrano 34 pokazatelja. U dva slučaja, pokazatelj 77 i 86 iskorišćen je pokazatelj u okviru klastera visoko korelisanih pokazatelja koji nema najvišu vrednost IV. Ovo je učinjeno zato što je utvrđeno da bi uključivanje pokazatelja sa najvišim IV u okviru ovih klastera ugrozilo mogućnost kreiranja modela sa dovoljnim brojem promenljivih. Korišćenjem istih dobijali su se modeli sa 3-4 promenjive i predominantnim učešćem ovih pokazatelja, koji se, iako pokazuju rezultate testova diskriminacione snage više nego izabrani model, ne mogu smatrati dovoljno stabilnim.

Sprovedena je i analiza osnovnih statističkih mera (mere deskriptivne statistike) za sve pokazatelje, a u cilju sagledavanja adekvatnosti pojedinih pokazatelja za dalji proces razvoja modela kreditnog rizika. U Prilogu 4 prikazane su mere deskriptivne statistike za 44 izabrana pokazatelja nakon korelacione analize.

8.6. Regresiona analiza

Nad izabrane 44 nezavisne promenjive sprovedena je regresiona analiza. Regresiona analiza je sprovedena primenom stepenaste regresije, koja podrazumeva da se analizom kombinacija promenljivih naizmeničnim uključivanjem po jedne dodatne promenjive u model dobije određeni broj modela sa rezultatima regresije u vidu β i α faktora za promenjive koje su obuhvaćene datim modelima.

Regresija je sprovedena nad razvojnim uzorkom, a testiranje nad validacionim uzorkom. Težnja je bila da se kao najprihvatljiviji model izabere onaj koji kroz testiranje ima najpovoljnije rezultate testova koji se odnose na analizu diskriminacione snage modela, a posebno Gini pokazatelja, kao i regresione sposobnosti modela.

Regresionom analizom dobijeni su sledeći modeli skoringa:

Tabela 10: Pregled razmatranih modela skoringa

Broj promenljivih	Gini razvojnog uzorka	Gini validacionog uzorka	Max Značaj	Pokazatelji												
				8	24	33	47	49	51	65	77	90	96	102	109	116
6	75.94%	69.99%	0.029583			x	x	x			x	X	x			
5	73.90%	70.98%	0.025462			x	x	x			x	X				
4	73.39%	68.03%	0.028661					x	x	x	x					
5	75.49%	70.73%	0.034852					x		x			x			X
5	48.06%	39.57%	0.021752	x	x							X		x		
5	74.11%	72.06%	0.029771				x	x			x		x		x	
5	74.65%	68.76%	0.036842			x	x	x			x		x			
5	73.71%	71.21%	0.021480				x	x			x	X	x			

Nakon analize diskriminacione snage i regresione sposobnosti modela izabran je, u prethodnoj tabeli označen model. Rezultati sprovedene regresione analize za izabrani model nad razvojnim uzorkom su dati sledećom tabelom:

Tabela 11: Rezultati regresione analize izabranog modela skoringa

R.b.	Promenjliva	Raspon skora	Min skor	Max skor	β	Σ	T	P
0	A	-	-	-	-1.313181	0.172092	-7.63435	2.28964e-14
1	Promenjliva 33	33.0056	65.927	98.9325	-0.97927	0.356854	-2.74418	0.00606639
2	Promenjliva 47	56.002	53.7498	109.752	-0.737784	0.230044	-3.20714	0.00134075
3	Promenjliva 49	36.9978	58.3545	95.3523	-0.610575	0.25618	-2.37754	0.0174285
4	Promenjliva 77	82.6126	33.7186	116.331	-0.824538	0.134674	-6.12247	9.24954e-10
5	Promenjliva 90	35.9832	65.1758	101.159	-1.1069	0.449372	-2.46322	0.0137696
6	Promenjliva 96	28.9161	75.1327	104.049	-0.520198	0.239102	-2.17563	0.0129583

Izabran je dakle model sa 6 promenljivih, iako isti nije bio najpovoljniji sa stanovišta testova diskriminacione i regresione snage validacionog uzorka, ali je činjenica bila da je najpovoljniji model (Model 4) imao 5 promenljivih, što sa stanovišta standarda modeliranja kreditnog rizika na granici adekvatnog broja promenljivih (minimalno neophodno 5 promenljivih da bude obuhvaćeno modelom, a preporuka je i više).

U prethodnoj tabeli navedene su promenjlive koje su ušle u skoring model, kao i njihove osnovne karakteristike:

- β Koeficijenti važnosti (značaja) izabranih pokazatelja klasifikacije;
- α Koeficijent preseka (engl. *intercept*) modela klasifikacije;
- Raspon skora** Pokazatelj prediktivnosti promenjlive u odnosu na ostale promenjlive u modelu, odnosno što je veća razlika između minimalnog i maksimalnog skora za datu promenjlivu kroz elemente uzorka, veća je prediktivna sposobnost promenjlive.
- σ Standardna greška koeficijenta važnosti, odnosno procena standardne devijacije tog koeficijenta. Meri preciznost sa kojim su koeficijenti obračunati.
- t Količnik vrednosti koeficijenta i standardne greške koeficijenta. Koristi se za utvrđivanje P vrednosti koeficijenta na osnovu Studentove t distribucije.
- P Verovatnoća dobijanja sličnog rezultata kao u slučajnom uzorku iste veličine gde pokazatelj nema nikakav uticaj na vrednost funkcije. Opšte je prihvaćen standard da

ukoliko je P vrednost 5% i manje, može da se zaključi da pokazatelj ima uticaj na vrednost funkcije. P vrednost, dakle, meri snagu svakog pokazatelja.

U narednoj tabeli dati su rezultati analize WoE za promenjive koje su ušle u model, kao i okviri vrednosti promenjivih za koje se primenjuje dati WoE. Vrednosti WoE imaju ulogu prilikom obračuna PD-a za svakog pojedinačnog dužnika, odnosno za svaki element uzorka i zavise od načina grupisanja vrednosti atributa svake od promenjivih.

Tabela 12: Broj bodova, okviri vrednosti i WOE promenjivih izabranog modela skoringa

R.b.	Broj bodova	Okvir vrednosti promenjive	WOE
Promenjiva 33			
1	65.927	$x < 0.668398$	$WoE_{1,1} = -0.763677$
	78.0991	$0.668398 \leq x < 3.36431$	$WoE_{1,2} = -0.332894$
	89.1777	$3.36431 \leq x \leq 10.8966$	$WoE_{1,3} = 0.0570665$
	98.9325	$10.8966 \leq x$	$WoE_{1,4} = 0.404424$
Promenjiva 47			
2	109.752	$x < 0.501071$	$WoE_{1,1} = 1.04503$
	96.6688	$0.501071 \leq x < 1.3836$	$WoE_{1,2} = 0.430457$
	83.4482	$1.3836 \leq x < 3.3767$	$WoE_{1,3} = -0.190578$
	71.1218	$3.3767 \leq x < 2,571.4$	$WoE_{1,4} = -0.769612$
	53.7498	$2,571.4 \leq x$	$WoE_{1,5} = .1.58566$
Promenjiva 49			
3	95.3253	$x < 2.91623$	$WoE_{1,1} = 0.445411$
	86.2627	$2.91623 \leq x < 5.66949$	$WoE_{1,2} = -0.0705302$
	73.9466	$5.66949 \leq x < 10.5263$	$WoE_{1,3} = -0.769612$
	58.3545	$10.5263 \leq x$	$WoE_{1,4} = -1.65465$
Promenjiva 77			
4	33.7186	$x < 0.00012408$	$WoE_{1,1} = -2.26079$
	65.3621	$0.00012408 \leq x < 0.000884127$	$WoE_{1,2} = -0.930731$
	94.9293	$0.000884127 \leq x < 0.00877981$	$WoE_{1,3} = 0.312051$
	116.331	$0.00877981 \leq x$	$WoE_{1,4} = 1.21162$
Promenjiva 90			
5	65.1758	$x < 0.0537668$	$WoE_{1,1} = -0.699139$
	75.0817	$0.0537668 \leq x < 0.105112$	$WoE_{1,2} = -0.388984$
	86.2666	$0.105112 \leq x < 0.28837$	$WoE_{1,3} = -0.0387815$
	101.159	$0.28837 \leq x$	$WoE_{1,4} = 0.427505$
Promenjiva 96			
6	75.1327	$x < -1.09678$	$WoE_{1,1} = -0.824302$
	81.6667	$-1.09678 \leq x < -0.949665$	$WoE_{1,2} = -0.388984$
	89.8727	$-0.949665 \leq x < -0.844019$	$WoE_{1,3} = 0.157729$
	104.049	$-0.844019 \leq x$	$WoE_{1,4} = 1.10219$

Verovatnoća neizvršenja na osnovu logit modela koji je ovom prilikom korišćen se obračunava primenom sledeće formule:

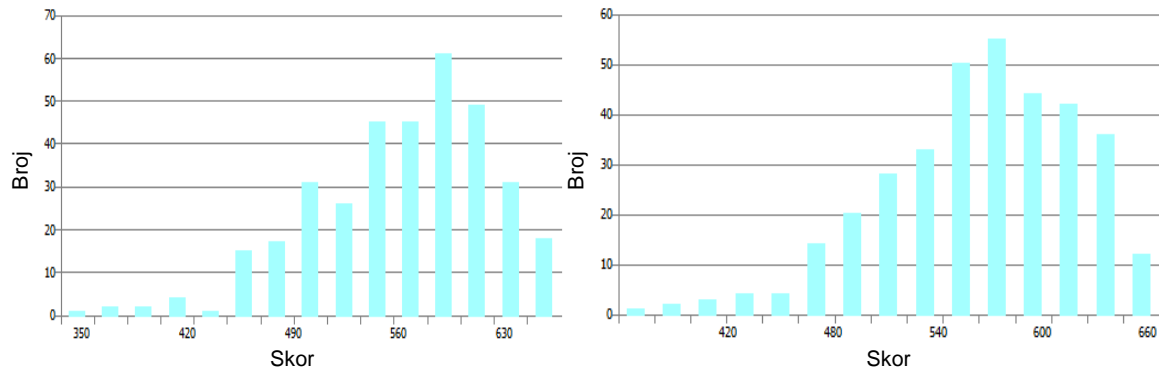
$$PD_i = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + \beta_{1,(i)} \times WoE_{1,(i)} + \beta_{2,(i)} \times WoE_{2,(i)} + \beta_{3,(i)} \times WoE_{3,(i)} + \beta_{4,(i)} \times WoE_{4,(i)} + \beta_{5,(i)} \times WoE_{5,(i)} + \beta_{6,(i)} \times WoE_{6,(i)})}}$$

gde je:

- PD_i Verovatnoća neizvršenja i - tog dužnika;
- α Koeficijent preseka (*intercept*) modela klasifikacije;
- $\beta_{1,...,6,(i)}$ Koeficijenti važnosti izabranih pokazatelja klasifikacije i - tog dužnika;
- $WoE_{1,...,6,(i)}$ Transformisane vrednosti izabranih kvantitativnih pokazatelja i - tog dužnika.

Na sledećim grafikonima (grafikon 11) prikazane su distribucije dužnika prema dobijenim skorovima primenom modela skoringa. Uočava se da je distribucija u oba slučaja pomerena u desno što odgovara prirodi kreditnog rizika gde se u repu distribucije u kojima se nalaze dužnici sa visokom verovatnoćom neizvršenja obaveza, odnosno niskim skorovima nalazi veoma mali broj dužnika.

Grafikon 11: Distribucija skorova razvojnog i validacionog uzorka



U tabelama i pratećim grafikonima datim u prilogu 5 prikazani su analitički podaci izabranih pokazatelja modela skoringa.

8.7. Testiranje diskriminacione snage

Testiranje diskriminacione snage izvršeno je primenom napred opisanih relevantnih testova za, u skladu sa visinom Gini pokazatelja razvojnog i validacionog uzorka, preliminarno izabrani model. Za preliminarno izabrani model kao adekvatan kandidat izvršeno je kompletno testiranje diskriminacione snage. Testiranje diskriminacione snage izvršeno je za razvojni i za validacioni uzorak, za šta su u deljem tekstu dati uporedni rezultati. U cilju merenja diskriminacione snage modela klasifikacije, korišćeni su sledeći pristupi:

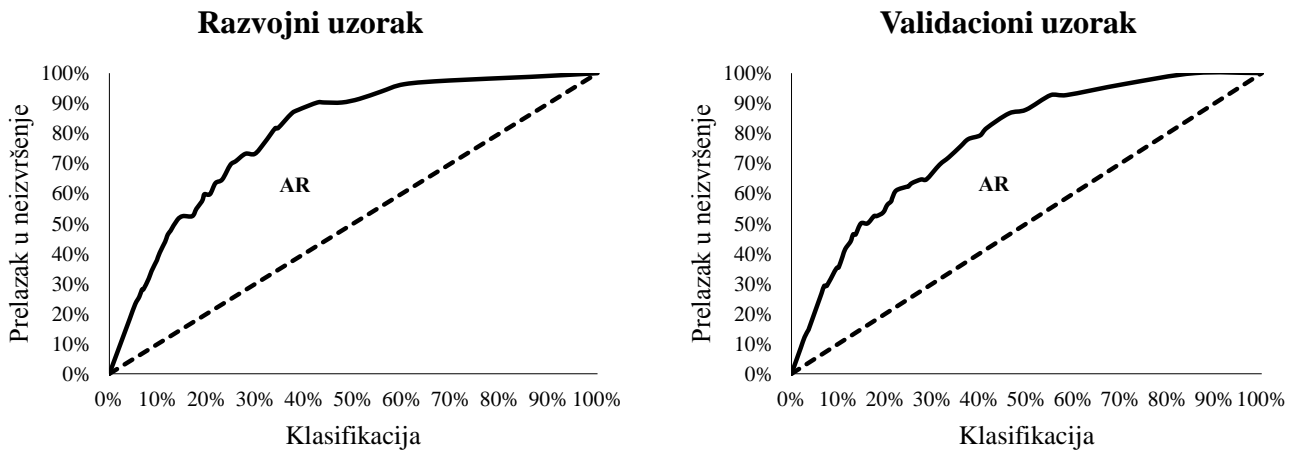
- Kumulativni profil preciznosti;
- Operativna karakteristika prijemnika;
- Stopa greške;
- Pietra indeks;
- Optimalna greška;
- Diskriminaciona greška klasifikacije;
- Kolmogorov-Smirnof test;
- Informaciona vrednost;
- Test proporcionalne opasnosti;
- Kulback-Leibler odstupanje;
- Razlika srednjih vrednosti.

Na osnovu sagledanih svih mera dobijenih primenom navedenih pristupa utvrđena je adekvatnost diskriminacione snage modela.

8.7.1. Kumulativni profil preciznosti

CAP predstavlja vizuelnu prezentaciju diskriminatorne snage modela. Ideja je da će se, ako model funkcioniše adekvatno, neizvršenje obaveza uglavnom evidentirati među klijentima u (nepovoljnijim) klasama višeg rizika. CAP kriva je korišćena za procenu konzistentnosti predviđanja modela (u smislu utvrđivanje skora, odnosno PD) sa rangiranjem na osnovu empirijskih podataka o neizvršenju obaveza. CAP kriva omogućava izračunavanje dela klijenata koji je prešao u neizvršenje obaveza, a klijenti koji se već nalaze u statusu neizmirenja obaveza su isključeni.

Grafikon 12: CAP kriva



Grafikon sadrži podatke o učešću posmatranih elemenata uzorka (dužnika) na x osi i učešću dužnika koji su u periodu od 1 godine dospeli u status neizmirenja obaveza na y osi. Oblik krive kod oba uzorka u značajnom delu ukazuje na brži rast učešća neizvršenja obaveza, u odnosu na rast učešća na nivou svih dužnika, što je povoljna situacija, odnosno ovaj test ukazuje na dobru diskriminacionu snagu modela.

Mera koja proizilazi iz kreirane krive za model naziva se racio preciznosti (accuracy ratio – AR , Gini koeficijent) i može da ima vrednosti između -1 i 1 . Predstavlja odnos rezultata analiziranog modela skoringa i idealnog modela u kojem bi svi empirijski događaji prelaska u status neizvršenja obaveza bili evidentirani u klasi koja označava najviši rizik. Za analizirani model AR ima vrednost za razvojni uzorak modela 77.43% , a za validacioni uzorak 70.45% .

Za potrebe procene kvaliteta modela razmatrani su sledeći okviri vrednosti Gini koeficijenta:

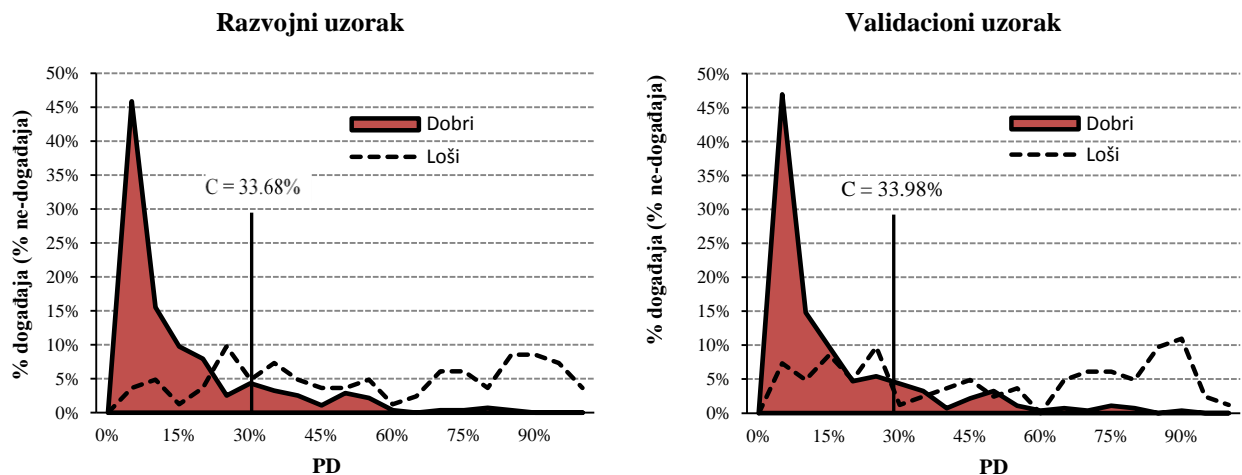
- 0-14%: nasumičan
- 14-27.6%: diskutabilan
- 27.6-40.4%: loš
- 40.4-52%: granični
- 52-62.3%: zadovoljavajući
- 62.3-71.1%: dobar
- 71.1-78.4%: veoma dobar
- 78.4-84.3%: snažan
- 84.3-90.08%: veoma snažan
- 90.08-98.91%: odličan
- preko 98.91%: izuzetan

Analizom AR i $AUROC$ mera dobijenih kroz testiranje modela potvrđena je i njihova međusobna veza prema kojoj je $AR = 2 \cdot AUROC - 1$, odnosno $AR = 2 \cdot 0.8872 - 1 = 0.7743$, u slučaju razvojnog, odnosno $AR = 2 \cdot 0.8522 - 1 = 0.7045$ u slučaju validacionog uzorka, a što je dobijeno i empirijskim obračunom AR na osnovu CAP krive.

8.7.2. Distribucije populacije dobrih i loših dužnika

Savršena diskriminacija primenom modela rangiranja nije moguća, te se krive klasifikacije dužnika koji su dospeli u status neizvršenja i onih koji nisu u određenom delu uvek preklapaju.

Grafikon 13: Distribucija populacije dobrih i loših dužnika



Uz pretpostavku normalne distribucije dužnika u razvojnom i validacionom uzorku, utvrđen je prag (granična tačka) za utvrđivanje visokog nivoa očekivanja neizvršenja obaveza (C - *cut off value*). Dužnici sa nepovoljnijim PD i klasom rejtinga predstavljaju dužnike koji očekivano neće izvršiti obavezu, a sa povoljnijom dužnike za koje je očekivano da će izvršiti obavezu. Granična tačka predstavlja rejting klasu utvrđenu na osnovu PD kod koje se evidentira najveća razlika kumulativnih distribucija dobrih i loših dužnika. U tom kontekstu svaki dužnik koji je dospao u status neizvršenja obaveza, a imao je PD povoljniju od C se smatrao neispravnim predviđanjem, odnosno tipom I greške. Tip greške II predstavlja odbijanje dužnika koji nisu dospeli u neizvršenje obaveza. Posledice Tipa greške I je mogući trošak gubitka glavnice i kamate zbog neizvršenja obaveze dužnika, dok tipa greške II je gubitak zbog smanjene aktivnosti.

Sagledavanjem grafičkog prikaza distribucije dobrih i loših dužnika utvrđeni su zaključci vezani za kvalitet scoring funkcije, odnosno modela. U tom kontekstu, veličina površine preklapanja između ove dve distribucije ukazuje na sposobnost modela da izvrši diferencijaciju između dobrih i loših dužnika. Što je veća površina preklapanja modela, lošija je diferencija dužnika. HR (engl. *hit rate*) je predstavljen desnim obojenim delom grafikona iza tačke C , a FAR (engl. *false alarm rate*) desnim neobojenim delom grafikona rasporeda frekvencije skoringa dužnika iza C vrednosti. Veličina površine FAR ukazuje na stopu greške klasifikacije (Bajesova stopa greške) i za razvojni uzorak ona iznosi 24.23%, a za validacioni uzorak 23.68%. Imajući u vidu stopu greške klasifikacije može se konstatovati da model adekvatno diferencira dobre i loše dužnike, a što se potvrđuje i kroz sagledavanje grafikona gde se beleži malo preklapanje dve distribucije dužnika.

U naredne dve tabele su date matrice konfuzije u zavisnosti od utvrđenog nivoa C za razvojni (tabela 13) i validacioni uzorak (tabela 14). Utvrđeni nivo granične vrednosti PD je 33.68% za razvojni, odnosno 33.98% za validacioni uzorak, a što odgovara rejting klasi 6 u skladu sa utvrđenim okvirima PD za definisanih 7 klasa rejtinga.

Tabela 13: Matrica konfuzije razvojnog uzorka

Predviđanje	Ishod	
	Neizvršenje obaveza	Izvršenje obaveza
Neizvršenje obaveza	HR = 25 (9.76%)	Tip greške II: FAR = 30 (10.83%)
Izvršenje obaveza	Tip greška I: 1-HR = 57 (69.51%)	1-FAR = 247 (89.17%)

Tabela 14: Matrica konfuzije validacionog uzorka

Predviđanje	Ishod	
	Neizvršenje obaveza	Izvršenje obaveza
Neizvršenje obaveza	HR = 32 (39.02%)	Tip greške II: FAR = 33 (11.91%)
Izvršenje obaveza	Tip greška I: 1-HR = 50 (60.98%)	1-FAR = 244 (88.09%)

Podaci o tipovima grešaka I i II se mogu koristiti za procenu gubitaka pogrešnog procenjivanja. Tip greške I vodi gubicima po osnovu nenaplate potraživanja od dužnika koji su procenjeni kao dobri (na osnovu primene pravila praga C), odnosno LGD, a tip greške II izgubljenim prihodima po osnovu plasmana koji nisu odobreni zbog pogrešne procene dobrih dužnika kao loših. Gubitak ostvaren zbog tipa greške I dobijen je kao proizvod troškova LGD-a i učešća loših dužnika koji su procenjeni kao dobri. Izgubljeni prihod, sa druge strane, da je banka primenjivala utvrđeni prag C za potrebe odobravanja plasmana utvrđen je kao proizvod FAR učešća i ostvarenih prihoda od plasmana dužnicima klasifikovanim nepovoljnije od C .

8.7.3. Oprativna karakteristika prijemnika

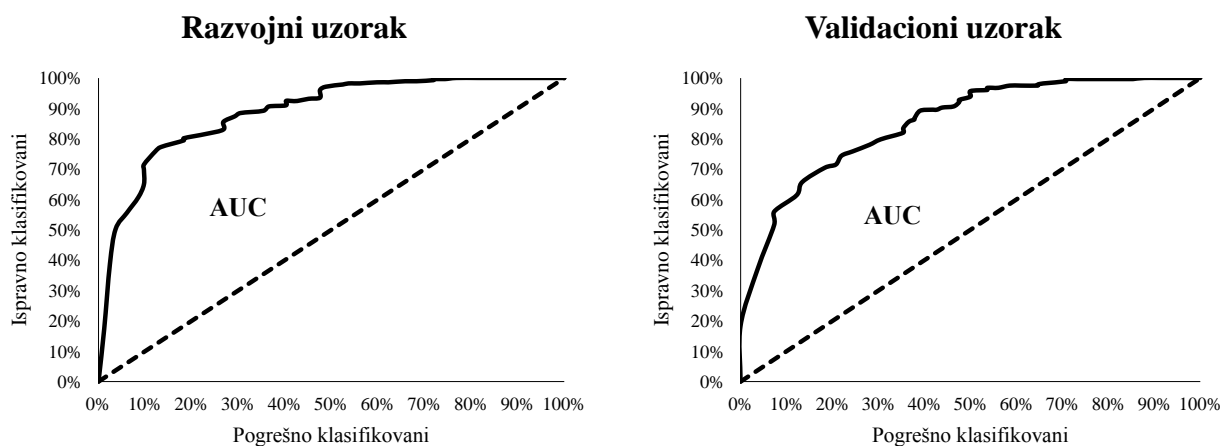
ROC krivom su sagledane moguće distribucije klasifikacija za dužnike koji su dospeli u status neizmirenja obaveza i onih koji nisu dospeli u isti. U cilju kreiranja ROC krive nije analizirana referentna granična tačka C nakon koje se smatra da dužnici neće izvršiti svoje obaveze. Ista nije analizirana kako bi se u obzir uzeo širi okvir za analizu, odnosno pretpostavka da svaki od mogućih skorova, tj. vrednosti PD-a može predstavljati graničnu tačku. Pretpostavka je, dakle, da su svi dužnici inicijalno prihvatljivi za odobravanje.

Analiza ROC krive obuhvatila je nagib krive, pri čemu se polazi od činjenice da je diskriminacija bolja ukoliko je pozicija ROC krive bliža tački (0,1) i evidentira se veća konkavnost, odnosno ima veći nagib u levom delu grafikona, kao i merenje površine ispod krive (AUC). Površina ispod krive je bila jedna od osnovnih mera na osnovu koje je izabran prihvatljiv model skoringa. Za potrebe upoređivanja modela kandidata koji su dobijeni nakon korelacione analize pokazatelja i multivariacione regresije AUC je utvrđivan empirijski, odnosno nije uspostavljena pretpostavka teorijske distribucije. U ovom slučaju AUC se praktično svodi na Mann-Whitney U ROC meru.

Površina ispod krive izabranog modela iznosi za razvojni uzorak 88.72%, za validacioni uzorak 85.22%. Za oba uzorka modela AUC je prihvatljiva s stanovišta procene diskriminacione snage modela, imajući u vidu okvir mogućih vrednosti koji se kreće od 50% za nasumičan (neinformativan) model, do 100% za model koji savršeno vrši diskriminaciju (grafikon 14).

Diskriminaciona snaga modela ispitana je i testom statističke značajnosti, odnosno putem intervala pouzdanosti oko AUC, pri čemu je nulta hipoteza bila da je $AUC = 50\%$. Pod nultom hipotezom varijansa je jednaka 0.0011367, odnosno 0.0011422 za razvojni i validacioni uzorak respektivno. Primenjen je dvostrani test p -vrednosti uz nivo pouzdanosti od 97.5%. Interval pouzdanosti za razvojni uzorak je jednak [88.22%, 88.61%], a za validacioni [85.33%, 85.12%]. Dobijene p -vrednosti su ispod 2.5%, čime je utvrđeno da se može odbaciti nulta hipoteza da model skoringa nema diskriminacionu snagu.

Grafikon 14: ROC kriva

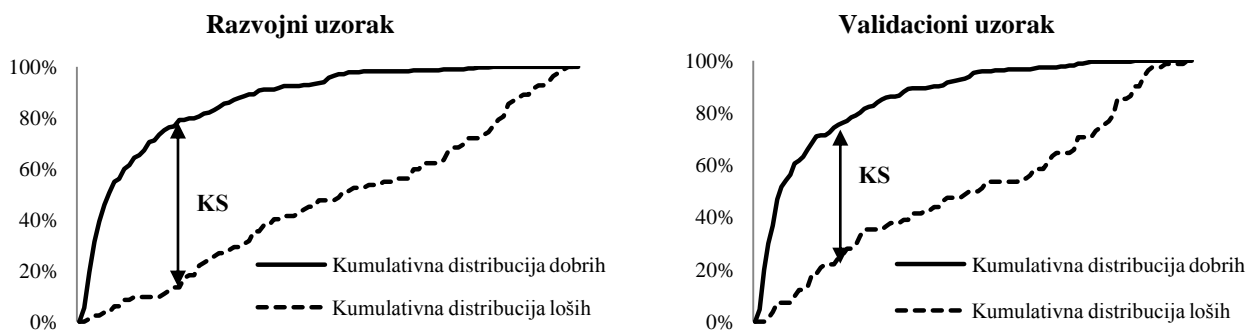


Ukoliko se pođe od utvrđene granične vrednosti C , može se utvrditi lokalna statistika ROC krive (L) koja u slučaju analiziranog modela takođe pokazuje dobru diskriminaciju, kako na razvojnom tako i na validacionom uzorku. Vrednost L jednaka je 43.76% za razvojni, a 39.65% za validacioni uzorak, a kako bi model sa L blizu $1/\sqrt{2}$ ukazivao na dobru diskriminaciju, može se konstatovati da model adekvatno diskriminuje dobre i loše dužnike. Imajući, međutim u vidu da se L meri samo u jednoj tački grafikona, te da ROC krive mogu imati različite oblike, ova mera nije korišćena za rangiranjem modela kandidata.

8.7.4. Kolmogorov-Smirnov test

Kolmogorov-Smirnov (KS) pokazatelj predstavlja maksimalno apsolutno odstupanje između kumulativne distribucije dobrih i loših dužnika. Nulta hipoteza koja je testirana pretpostavlja da su distribucije identične.

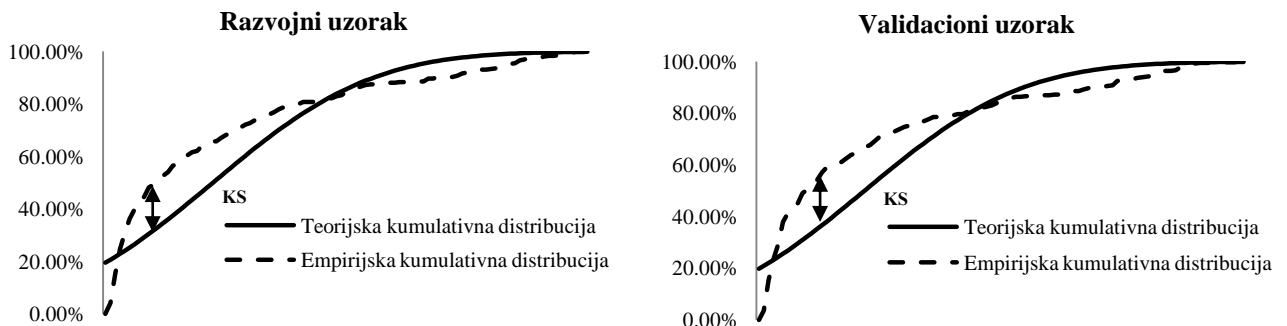
Grafikon 15: K-S test distribucije dobrih i loših dužnika



Vrednost KS pokazatelja za analizirani model u slučaju razvojnog uzorka je 65.6467%, a u slučaju validacionog uzorka 52.8265% (grafikon 15). Ovo ukazuje na zadovoljavajući nivo razdvajanja dobrih od loših dužnika kod analiziranog modela.

Kako je KS neparametarski test za utvrđivanje stope greške, nije sprovedeno testiranje održivosti statističkih pretpostavki (npr. normalnosti rasporeda). Ipak, izvršeno je upoređivanje krivih empirijske i teorijske kumulativne distribucije svih dužnika u okviru posmatranih uzoraka, uz pretpostavku normalne raspodele. Na sledećim grafikonima prikazane su ove dve krive. Analizom ovih krivih može se uočiti da je empirijska distribucija dobro apriksimirana normalnom distribucijom u oba analizirana uzorka. Ovo potvrđuje i KS test za ove dve distribucije, kako je vrednost KS pokazatelja razdvojenosti empirijske i teorijske distribucije (grafikon 16) veoma niska i za razvojni (19.5528%) i za validacioni uzorak (20.9899%).

Grafikon 16: K-S test empirijske i teorijske distribucije



8.7.5. Pietra indeks

Kao dodatna mera koja proističke iz ROC krive utvrđena je vrednost Pietra indeksa (PI) kao mere razdaljine između dijagonale (neinformativan model) i dobijene ROC krive. Iako ne postoji precizan okvir vrednosti PI koji ukazuje na adekvatnost diskriminacione snage, logično zaključivanje je da što je veća vrednost ove mere bolja je diskriminacija. Iako se ova mera može koristiti za upoređivanje različitih modela, kako ne zavisi od broja dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza u uzorku, ovom prilikom nije korišćena za tu namenu, s obzirom da nije moguće definisati smislen način generisanja minimalne vrednosti radi odlučivanja da li rejting sistem ima dovoljno diskriminacione snage. p -vrednost kao mera značajnosti odbacivanja nulte hipoteze das u modeli isti i na taj način indikator diskriminacione snage modela nije ipak najbolja opcija iz razloga što će za većinu modela rangiranja koji se primenjuju u bankarstvu p -vrednosti biti veoma bliske nuli, ograničavajući time njenu primenljivost. Vrednost PI za oba uzorka je 0.353553.

8.7.6. Test proporcionalne opasnosti

Test proporcionalne opasnosti (engl. *proportional hazards* - PH) pruža podatak o odnosu kumulativne distribucije klijenata koji nisu dospeli u status neizvršenja obaveza i onih koji jesu. Rezultat PH testa iznosi za razvojni uzorak izabranog modela 0.9573, a za validacioni uzorak 0.8938 (tabela 15), što predstavlja kumulativni procenat klijenata koji nisu dospeli u status neizvršenja obaveza za 50% kumulativne distribucije klijenata koji su dospeli u status neizvršenja obaveza. Primenom ovog testa takođe se potvrđuje adekvatna sposobnost diskriminacije izabranog modela.

Tabela 15: PH test razvojnog i validacionog uzorka

Statistika	Vrednost	
	Razvojni uzorak	Validacioni uzorak
Med _B	47.08%	49.80%
S _M	47.00%	49.00%
S _{M+1}	48.00%	50.00%
CP _G (S _i)	2.17%	3.97%
p _G (S _{i+1})	25.00%	8.33%
CP _B (S _M)	48.78%	48.78%
CP _B (S _{M+1})	48.78%	50.00%
Med B	49.50%	51.44%
1-PH	95.73%	89.38%

8.7.7. Informaciona vrednost

Informaciona vrednost (IV) predstavlja sumu relativne entropije dužnika koji nisu dospeli u status neizvršenja obaveza pod uslovom distribucije dužnika koji su dospeli u dati status i relativne entropije dužnika koji su dospeli u status neizvršenja obaveza pod uslovom distribucije dužnika koji nisu dospeli u status neizvršenja. Visoke vrednosti ove mere u razvojnog i validacionom uzorku modela ukazuju na zadovoljavajuću razliku distribucije dužnika koji nisu izvršili obavezu i dužnika koji su izvršili obavezu primenom ovog modela. IV za model kod razvojnog uzorka iznosi 2.0712 (tabela 16), a kod validacionog uzorka 1.6263 (tabela 17).

Tabela 16: Informaciona vrednost razvojnog uzorka

Rejting	Neizvršenje obaveza		Izvršenje obaveza		Informaciona vrednost
	Broj dužnika	%	Broj dužnika	%	
1	1	1.22%	39	14.08%	31.46%
2	1	1.22%	46	16.61%	40.18%
3	0	0.00%	27	9.75%	0.00%
4	1	1.22%	28	10.11%	18.80%
5	5	6.10%	41	14.80%	7.72%
6	31	37.80%	81	29.24%	2.20%
7	43	52.44%	15	5.42%	106.77%
Ukupno	82		277		207.12%

Tabela 17: Informaciona vrednost validacionog uzorka

Rejting	Neizvršenje obaveza		Izvršenje obaveza		Informaciona vrednost
	Broj dužnika	%	Broj dužnika	%	
1	0	0.00%	41	14.80%	0.00%
2	1	1.22%	40	14.44%	32.68%
3	2	2.44%	26	9.39%	9.36%
4	3	3.66%	38	13.72%	13.30%
5	5	6.10%	38	13.72%	6.18%
6	30	36.59%	79	28.52%	2.01%
7	41	50.00%	15	5.42%	99.10%
Ukupno	82		277		162.63%

8.7.8. Kullback-Leibler odstupanje

Kullback-Leibler (K-L) odstupanje je mera različitosti između dve potpuno definisane distribucije verovatnoće. Odstupanje treba da bude što je veće moguće, iz razloga što je u takvoj situaciji korist od informacije dobijene primenom klasifikacije najveća. K-L za razvojni uzorak modela iznosi 1.1462 (tabela 18), a za validacioni 1.0417 (tabela 19). Pokazatelj ukazuje na dovoljan nivo razlike distribucija dužnika koji nisu izvršili obavezu i dužnika koji su izvršili obavezu kod oba analizirana uzorka.

Tabela 18: K-L vrednost razvojnog uzorka

Rejting	Neizvršenje obaveza		Izvršenje obaveza		Informaciona vrednost
	Broj dužnika	%	Broj dužnika	%	
1	1	1.22%	39	14.08%	-2.98%
2	1	1.22%	46	16.61%	-3.18%
3	0	0.00%	27	9.75%	0.00%
4	1	1.22%	28	10.11%	-2.58%
5	5	6.10%	41	14.80%	-5.41%
6	31	37.80%	81	29.24%	9.71%
7	43	52.44%	15	5.42%	119.06%
Ukupno	82		277		114.62%

Tabela 19: K-L vrednost validacionog uzorka

Rejting	Neizvršenje obaveza		Izvršenje obaveza		Informaciona vrednost
	Broj dužnika	%	Broj dužnika	%	
1	0	0.00%	41	14.80%	0.00%
2	1	1.22%	40	14.44%	-3.01%
3	2	2.44%	26	9.39%	-3.29%
4	3	3.66%	38	13.72%	-4.84%
5	5	6.10%	38	13.72%	-4.94%
6	30	36.59%	79	28.52%	9.11%
7	41	50.00%	15	5.42%	111.14%
Ukupno	82		277		104.17%

8.7.9. Razlika srednjih vrednosti

Razlika između srednjih vrednosti PD iznosi 3.4376 u slučaju razvojnog uzorka, a 3.0015 u slučaju validacionog uzorka, što daje potvrdu različitosti klijenata koji pripadaju distribucijama onih koji nisu i koji jesu dospeli u status neizvršenja obaveza.

8.8. Definisane rejtinga i kalibracija modela

Imajući u vidu da je analizom diskriminacione snage modela skoringa utvrđena prihvatljivost istog, primenom istog izvršeno je utvrđivanje PD na osnovu podataka iz oba uzorka (razvojnog i validacionog). Ovako dobijeni podaci predstavljali su osnovu za definisanje rejting klasa. Kako Bazel II standardi definišu kao prihvatljive okvire za interne modele klasifikacije najmanje 7 klasa za aktivne dužnike i jednu klasu za dužnike u statusu neizvršenja obaveza, a imajući u vidu veličinu populacije sa kojom se raspolaže (mala populacija), to je ovakav stav usvojen i navedeni broj klasa je definisan

Definisanje klasa podrazumeva utvrđivanje okvira visine PD dobijene primenom scoring modela po klasama. Ovo ne predstavlja prostu podelu verovatnoća od 0% do 100% na sedam okvira, već je definisanje izvršeno kroz fino podešavanje putem pomeranja granica okvira, a u cilju ostvarenja optimalne strukture istih, odnosno klasifikacije. Naime, optimizacija podrazumeva postizanje takve strukture rejting klasa koja će obezbediti ostvarivanje jednog od dva (ili oba) cilja koja se mere na osnovu tranzicionih matrica. Ciljevi optimizacije su bili sledeći:

- maksimizacija stopa na dijagonali tranzicione matrice, odnosno stopa koje pokazuju ostanak dužnika u istoj rejting klasi i monotonost opadanja stopa prelaza u druge klase što se više udaljava od inicijalne klase;
- monotonost rasta stopa prelaza u klasu koja označava neizvršenje obaveza kako se kreće ka nepovoljnjoj klasifikaciji.

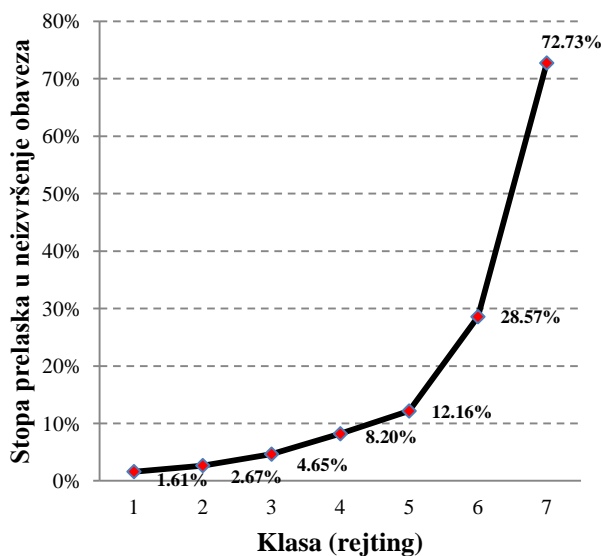
Tranzicione matrice su kreirane na osnovu stopa prelaza među klasama u periodu predviđanja od jedne godine. Ovo podrazumeva evidentiranje rejting klase u kojoj se nalazi jedan dužnik godinu dana nakon inicijalne klasifikacije, pod uslovom da se nalazi u plasmanu na kraju tog perioda. Primenjen je dakle metod kohorti gde je svaka godina u okviru perioda posmatranja smatrana posebnom kohortom u okviru koje se bilo koje promene unutar perioda isključuju. Takođe, polazna pretpostavka je da su PD nezavisne od poslovnog ciklusa, odnosno da se baziraju na PIT filozofiji.

U sledećoj tabeli (tabela 20 i grafikon 17) data je matrica kreirana na osnovu prelaza dužnika nakon perioda od jedne godine od inicijalne klasifikacije, a u periodu posmatranja od 2008. do 2013. godine.

Tabela 20: Jednogodišnja tranziciona matrica u periodu 2008. – 2013. godina

		Krajnji rejting							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Inicijalni rejting	1	61.29%	17.74%	6.45%	9.68%	1.61%	1.61%	0.00%	1.61%
	2	20.00%	33.33%	16.00%	14.67%	5.33%	6.67%	1.33%	2.67%
	3	6.98%	13.95%	30.23%	13.95%	13.95%	13.95%	2.33%	4.65%
	4	1.64%	18.03%	8.20%	22.95%	19.67%	19.67%	1.64%	8.20%
	5	2.70%	4.05%	10.81%	13.51%	28.38%	27.03%	1.35%	12.16%
	6	1.14%	2.29%	2.29%	5.71%	10.86%	42.29%	6.86%	28.57%
	7	0.00%	0.00%	2.60%	2.60%	1.30%	7.79%	12.99%	72.73%
	8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%

Grafikon 17: Monotonost rasta stope neizvršenja po klasama



Rejting klase su utvrđene sa sledećim okvirima PD (tabela 21):

Tabela 21: Okviri PD po rejting klasama.

Rejting	Donja granica PD	Gornja granica PD
1	0%	1.66%
2	1.66%	2.91%
3	2.91%	4.12%
4	4.12%	6.18%
5	6.18%	12.22%
6	12.22%	49.46%
7	49.46%	100.00%

8.9. Kalibracija modela

Nakon definisanja načina utvrđivanja rejting klasa dužnika, ispitana je kalibracija modela. Kalibracija je korišćena da bi se utvrdilo da li prethodna procena mere kreditnog rizika (PD) značajno odstupa od empirijskih rezultata u pogledu mere rizika. Smatralo se da su model rangiranja i klasifikacija proistekla iz modela rangiranja dobro kalibrirani ako je procenjeni PD za svaku rejting klasu odgovarao stvarnim (empirijskim) DR, odnosno odstupa samo marginalno od DR. U praksi će procene PD odstupati od DR, ali osnovno pitanje je da li su odstupanja slučajna ili se pojavljuju sistematično. Procena kalibracije je izvršena na razvojnom i validacionom uzorka koji su korišćeni i prilikom testiranja diskriminacione snage modela. DR su izračunate na osnovu broja izloženosti na početku posmatranog perioda po inicijalnim klasama i broja izloženosti koje su dospele u neizvršenje obaveza u periodu od jedne godine.

Procena kalibracije izvršena je primenom binomnog testa, chi-kvadrat testa, spiegelhalter testa, kao i ispitivanjem intervala pouzdanosti oko verovatnoće neizvršenja. Pored navedenih sproveden je i obračun Brier vrednosti, kao testa kalibracije i diskriminacione snage modela.

8.9.1. Binomni test

Binomni test korišćen je za testiranje sledećih hipoteza:

- Nulta hipoteza (H_0): Procenjena PD je najviše jednaka empirijskoj DR
- Alternativna hipoteza (H_1): Procenjena PD je podcenjena u odnosu na empirijsku DR, odnosno veća od iste.

Za testiranje hipoteza pretpostavljena je binomna distribucija neizvršenja obaveza i stopa po rejting klasama rizika, uz interval pouzdanosti (engl. *Confidence interval* – CI) od 95%, na osnovu koje je

utvrđena kritična vrednost značaja odstupanja empirijske vrednosti od procenjene. Nulta hipoteza se odbacuje sa datim CI, ako je broj posmatranih empirijskih neizvršenja obaveza, funkcije (binomne distribucije) dodeljene za određenu klasu rizika veća ili jednaka kritičnoj vrednosti broja neizvršenja obaveza za izabranu klasu rizika. Normalna aproksimacija istog nije korišćena kako zbog ograničene populacije sa kojom se raspolaže nije za sve rejting klase ispunjeno Laplasovo pravilo, kao ni druga manje restriktivni uslovi korišćenja asimptotske aproksimacije normalne distribucije.

Tabela 22: Uslovi za primenu normalne aproksimacije binomnog testa PD

Rejting, g	Razvojni uzorak					Validacioni uzorak				
	P_g	N_g	$N_g \times P_g > 5$	$\frac{N_g \times (1 - P_g)}{5} >$	$\frac{N_g \times P_g}{5} > 9$	P_g	N_g	$N_g \times P_g > 5$	$\frac{N_g \times (1 - P_g)}{5} >$	$\frac{N_g \times P_g}{5} > 9$
1	1.11%	40	0.44	39.56	0.44	1.13%	41	0.46	40.54	0.46
2	2.32%	47	1.09	45.91	1.06	2.30%	41	0.94	40.06	0.92
3	3.55%	27	0.96	26.04	0.92	3.54%	28	0.99	27.01	0.95
4	4.91%	29	1.42	27.58	1.35	4.90%	41	2.01	38.99	1.91
5	8.56%	46	3.94	42.06	3.60	9.09%	43	3.91	39.09	3.55
6	26.47%	112	29.65	82.35	21.80	26.38%	109	28.76	80.24	21.17
7	73.28%	58	42.50	15.50	11.36	73.49%	56	41.15	14.85	10.91

Ako je broj posmatranih neizvršenja obaveza za određenu klasu rizika veći od kritične vrednosti broja neizvršenja ili je DR za određenu klasu veća od kritične vrednosti DR, može se zaključiti sa definisanim CI da je procenjenja PD za određenu klasu rizika potcenjena, odnosno da je stvarni broj neizvršenja veći od procenjene PD.

Tabela 23: Rezultati binomnog testa

Inicijalna klasifikacija	Razvojni uzorak				Validacioni uzorak			
	Procenjena stopa prelaska u neizvršenje	Empirijska stopa prelaska u status neizvršenja obaveza	Funkcija binomne distribucije (N)	Znacaj odstupanja ($N > 95\%$)	Procenjena stopa prelaska u neizvršenje	Empirijska stopa prelaska u status neizvršenja obaveza	Funkcija binomne distribucije (N)	Znacaj odstupanja ($N > 95\%$)
1	1.11%	2.50%	92.70%	nije značajno	1.13%	0.00%	62.73%	nije značajno
2	2.32%	2.13%	70.25%	nije značajno	2.30%	2.44%	75.70%	nije značajno
3	3.55%	0.00%	37.66%	nije značajno	3.54%	7.14%	92.49%	nije značajno
4	4.91%	3.45%	58.03%	nije značajno	4.90%	7.32%	85.98%	nije značajno
5	8.56%	10.87%	80.25%	nije značajno	9.09%	11.63%	80.73%	nije značajno
6	26.47%	27.68%	65.94%	nije značajno	26.38%	27.52%	65.28%	nije značajno
7	73.28%	74.14%	60.83%	nije značajno	73.49%	73.21%	53.24%	nije značajno

Rezultati testiranja modela ukazuju da, za posmatrani set podataka o klasifikaciji, model ne pokazuje odstupanje od adekvatne kalibracije ni u jednoj definisanoj klasi, kako kod razvojnog tako i kod validacionog uzorka.

8.9.2. Chi-kvadrat (Hosmer-Lemeshov) test

Chi-kvadrat testom je izvršeno testiranje sledećih hipoteza za analizirani model klasifikacije:

- Nulta-hipoteza (H_0): Rangiranje na osnovu modela i dobijena PD nije bolja od nasumičnog rangiranja;
- Alternativna hipoteza (H_1): Rangiranje na osnovu modela i procenjena PD su adekvatni.

Chi-kvadrat testom je merena statistička značajnost da je chi-kvadrat vrednost bolja od nasumične. Polazna pretpostavka je bila da je uzorak potekao iz populacija koju karakteriše normalna distribucija. Kao mera preciznosti modela korišćena je p -vrednost chi-kvadrat testa primenjenog uz 8 stepeni slobode (broj rejtinga+1). Chi-kvadrat test zahteva kalkulaciju očekivanog broja neizvršenja obaveza po rejtingima i upoređivanje sa stvarnim brojem neizvršenja obaveza. Očekivani broj

neizvršenja obaveza se dobija na osnovu očekivanih PD po rejting klasama dobijenih na osnovu modela. Na osnovu dobijenih rezultata analize može se konstatovati da se nulta hipoteza za izabrani model odbacuje sa 95% CI, kako je p -vrednost je i slučaju razvojnog i validacionog uzorka niža od 5%, odnosno da se kalibracija modela može smatrati adekvatnom. Sledećom tabelom (tabela 24) dati su rezultati Chi-kvadrat testa:

Tabela 24: Chi-kvadrat test

Rejting	Razvojni uzorak					Validacioni uzorak				
	Broj dužnika	Stvarni broj neizvršenja	Očekivano neizvršenje	Stvarno neizvršenje	Chi-kvadrat vrednost	Broj dužnika	Stvarni broj neizvršenja	Očekivano neizvršenje	Stvarno neizvršenje	Chi-kvadrat vrednost
1	40	1	1.11%	2.50%	0.7017937	41	0	1.13%	0.00%	0.4690058
2	47	1	2.32%	2.13%	0.0075279	41	1	2.30%	2.44%	0.0035290
3	27	0	3.55%	0.00%	0.9943689	28	2	3.54%	7.14%	1.0687647
4	29	1	4.91%	3.45%	0.1322188	41	3	4.90%	7.32%	0.5121140
5	46	5	8.56%	10.87%	0.3137860	43	5	9.09%	11.63%	0.3344067
6	112	31	26.47%	27.68%	0.0840068	109	30	26.38%	27.52%	0.0727917
7	58	43	73.28%	74.14%	0.0220097	56	41	73.49%	73.21%	0.0021376
Ukupno	359	82			2.255712	359	82			2.462750
<i>p-vrednost</i>					2.784836%					3.655464%

8.9.3. Spiegelhalter test

Spiegelhalter testom, kao i u slučaju binomnog testa, izvršeno je testiranje sledećih hipoteza:

- Nulta hipoteza (H_0): Procenjena PD je najviše jednaka empirijskoj DR;
- Alternativna hipoteza (H_1): Procenjena PD je podcenjena u odnosu na empirijsku DR, odnosno veća od iste.

Test podrazumeva da se utvrdi da li se srednja kvadratna greška (MSE, poznata kao Brier vrednost) značajno razlikuje od očekivane vrednosti. Za testiranje hipoteza pretpostavljena je standardna normalna distribucija neizvršenja obaveza i stopa po klasama rizika, kao i CI od 95%, na osnovu kojeg je utvrđena kritična vrednost značaja. Cilj testiranja je da se utvrdi da li je MSE dovoljno mali, kako niže vrednosti MSE ukazuju na kvalitetniji rejting sistem.

Tabela 25: Spiegelhalter test

Rejting, r	Razvojni uzorak			Validacioni uzorak		
	MSE	E(MSE)	VAR(MSE)	MSE	E(MSE)	VAR(MSE)
1	98.23%	2.44%	2.20%	98.23%	0.00%	0.00%
2	97.09%	2.08%	1.91%	97.09%	2.38%	2.15%
3	3.43%	0.00%	0.00%	3.43%	6.63%	4.87%
4	98.55%	3.33%	2.89%	98.55%	6.78%	4.94%
5	452.87%	9.69%	5.93%	452.87%	10.28%	6.05%
6	2082.16%	20.02%	3.99%	2082.16%	19.95%	4.03%
7	834.83%	19.17%	4.47%	834.83%	19.61%	4.23%
Zs			78.07%			80.85%

Polazna hipoteza da procenjena PD stvarno jednaka PD vodi minimiziranju MSE. U ovom slučaju u oba uzorka nad kojim je sproveden predmetni test rezultati su povoljni, odnosno moguće je odbaciti H_0 sa CI od 95% (tabela 25).

8.9.4. Interval pouzdanosti oko verovatnoće neizvršenja

U okviru analize kalibracije modela, izvršeno je ispitivanje CI oko ranije utvrđenih procena PD. Polazi se od toga da se na određenom CI, stvarni PD se nalazi u okviru određenog intervala oko utvrđene DR, odnosno istorijskog PD. Kako ovaj pristup polazi od pretpostavke primene zakona velikih brojeva neophodan je veliki broj podataka kako bi se mogli dobiti smisleni CI za PD procene.

Kreirani su CI uz nivo pouzdanosti od 95% ($\alpha = 5\%$), a što znači da će se sa verovatnoćom od 95% PD procena nalaziti u okviru utvrđenog CI. Ovaj pristup, pored navedenog problema veličine baze sa

kojom se raspolaže, a što će biti prikazano, ima ograničenje i u činjenici da za najpovoljnije klasifikacije DR mogu biti jednake nuli, te interval neće biti simetričan. Obračun CI izvršen je na osnovu podataka koji su bili predmet analize prilikom procene PD po rejting klasama.

Ukoliko se razmatra standardni Waldov CI , što je slučaj ukoliko se neizvršenje obaveza posmatra kao binomna promenljiva sa dva moguća ishoda, dobijeni su sledeći rezultati (tabela 26):

Tabela 26: Wald-ov interval pouzdanosti

Rejting, r	Stopa neizvršenja, \widehat{PD}_R	Neizvršenje obaveza po rejtingzima, $N_{R,D}$	Broj dužnika po rejtingzima, N_R	Donja granica intervala pouzdanosti	Gornja granica intervala pouzdanosti
1	1.61%	1	62	-1.52%	4.75%
2	2.67%	2	75	-0.98%	6.31%
3	4.65%	2	43	-1.64%	10.95%
4	8.20%	5	61	1.31%	15.08%
5	12.16%	9	74	4.72%	19.61%
6	28.57%	50	175	21.88%	35.26%
7	72.73%	56	77	62.78%	82.67%

Ukoliko se primeni Agresti-Coull pristup u obračunu CI , koji je širi od Wald-ovog, dobijaju se sledeći rezultati (tabela 27):

Tabela 27: Agresti-Coull interval pouzdanosti

Rejting, r	Stopa neizvršenja, \widehat{PD}_R	Neizvršenje obaveza po rejtingzima, $N_{R,D}$	Broj dužnika po rejtingzima, N_R	Donja granica intervala pouzdanosti	Gornja granica intervala pouzdanosti
1	4.44%	2.9207294	65.8415	-0.54%	9.41%
2	4.97%	3.9207294	78.8415	0.17%	9.77%
3	8.37%	3.9207294	46.8415	0.44%	16.30%
4	10.67%	6.9207294	64.8415	3.16%	18.19%
5	14.03%	10.920729	77.8415	6.31%	21.74%
6	29.03%	51.920729	178.8415	22.38%	35.68%
7	71.65%	57.920729	80.8415	61.82%	81.47%

Iz prethodnih tabela može da se uoči da se kako kod Wald-ovog tako i kod Agresti-Coull pristupa obračuna CI javljaju značajna preklapanja među intervalima za prvih 5 rejting klasa, te da se javljaju i negativne vrednosti donje granice intervala pojedinih rejtinga. Ovo bi moglo da ukazuje da je razlikovanje rejtinga praktično nemoguće. Mora se, međutim, imati u vidu činjenica da je za formiranje dovoljno uskih CI oko PD neophodan veoma veliki broj podataka. Ovo se može pokazati polazeći od istorijskih DR i prilagođavanja (engl. *smoothing*) krive neizvršenja obaveza primenom npr. eksponencijalne funkcije pri čemu će se kao koeficijent prilagođavanja koristiti mera koja opisuje linearni trend koji povezuje poznate podatke povlačenjem linije trenda na osnovu pristupa najmanjih kvadratnih odstupanja (*Linest* funkcija u *Excel*-u).

Tabela 28: Prilagođena kriva neizvršenja obaveza

Rejting, r	Stopa neizvršenja, \widehat{PD}_R	Prilagođena \widehat{PD}_R	Minimalni broj po rejtingzima	Donja granica CI	Gornja granica CI
1	1.61%	0.17%	40,387	0.13%	0.21%
2	2.67%	0.47%	14,858	0.36%	0.58%
3	4.65%	1.28%	5,466	0.98%	1.58%
4	8.20%	3.48%	2,011	2.68%	4.28%
5	12.16%	9.46%	740	7.35%	11.57%
6	28.57%	25.72%	272	20.53%	30.92%
7	72.73%	69.92%	100	60.94%	78.91%

Primenom npr. 10k pravila za utvrđivanje minimalnog broja elemenata populacije na osnovu kojih se može vršiti obračun (tabela 28), a posmatrano za svaki rejting zasebno, utvrđen je veliki broj

elemenata po rejtingu koji bi bio problematičan za prikupljenje i za velike banke i rejting kuće. Ono što se uočava je da se tek u tom slučaju *CI* oko PD za povoljne rejting klase ne poklapaju. Navedeno ukazuje na ograničenu primenljivost *CI* kao adekvatnog pristupa za procenu kalibracije modela.

8.10. Brier vrednost

Brier vrednost predstavlja test kalibracije i diskriminacione snage modela. Brier vrednost predstavlja metod procene kvaliteta predviđanja PD dobijene primenom modela, odnosno da li predviđanja DR odstupaju od DR uzorka. Računa se i kao prosečno odstupanje između predviđenih i empirijskih PD i zavisi od DR za celokupan portfolio. Veća dobijena Brier vrednost ukazuje na lošiji model, a prednost joj je da ne zavisi od statističkih pretpostavki.

Brier vrednost za podatke o neizvršenju obaveza iz razvojnog uzorka iznosi 0.1142 (tabela 29), a iz validacionog uzorka 0.1194 (tabela 30). S obzirom da se vrednosti mogu kretati od 0 do 1, ove vrednosti ukazuju na kvalitetno predviđanje dobijeno kroz primenu modela.

Tabela 29: Brier vrednost - razvojni uzorak

Rejting	Donja granica PD	Gornja granica PD	Procenjeni PD (P_i)	Broj po rejtingzima (N_i)	Stvarno neizvršenje (θ_i)	Stvarno neizvršenje u % $p(i)$	$p(i) \times (1 - PD(i))^2$	$(1 - p(i)) \times PD(k)^2$	$N(i) \times [(p(i) \times (1 - PD(i))^2 + (1 - p(i)) \times PD(k)^2)]$
1	0.00%	1.66%	1.11%	40	1	2.50%	0.0244474	0.0001204	0.9827130
2	1.66%	2.91%	2.32%	47	1	2.13%	0.0203016	0.0005259	0.9788939
3	2.91%	4.12%	3.55%	27	0	0.00%	0.0000000	0.0012617	0.0340657
4	4.12%	6.18%	4.91%	29	1	3.45%	0.0311818	0.0023247	0.9716867
5	6.18%	12.22%	8.56%	46	5	10.87%	0.0908854	0.0065294	4.4810800
6	12.22%	49.46%	26.47%	112	31	27.68%	0.1496474	0.0506740	22.4359936
7	49.46%	100.00%	73.28%	58	43	74.14%	0.0529477	0.1388627	11.1249997
Ukupno				359	82			Brier vrednost	0.114232

Tabela 30: Brier vrednost - validacioni uzorak

Rejting	Donja granica PD	Gornja granica PD	Procenjeni PD (P_i)	Broj po rejtingzima (N_i)	Stvarno neizvršenje (θ_i)	Stvarno neizvršenje u % $p(i)$	$p(i) \times (1 - PD(i))^2$	$(1 - p(i)) \times PD(k)^2$	$N(i) \times [(p(i) \times (1 - PD(i))^2 + (1 - p(i)) \times PD(k)^2)]$
1	0.00%	1.66%	1.13%	41	0	0.00%	0.0000000	0.0001279	0.0052444
2	1.66%	2.91%	2.30%	41	1	2.44%	0.0232812	0.0005161	0.9756891
3	2.91%	4.12%	3.54%	28	2	7.14%	0.0664678	0.0011604	1.8935886
4	4.12%	6.18%	4.90%	41	3	7.32%	0.0661706	0.0022286	2.8043687
5	6.18%	12.22%	9.09%	43	5	11.63%	0.0960950	0.0073061	4.4462460
6	12.22%	49.46%	26.38%	109	30	27.52%	0.1491553	0.0504526	21.7572575
7	49.46%	100.00%	73.49%	56	41	73.21%	0.0514652	0.1446519	10.9825593
Ukupno				359	82			Brier vrednost	0.119401

8.11. Obračun i validacija gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

8.11.1. Obračun gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

LGD, kao jedan od osnovnih parametara kreditnog rizika, procenjen je na osnovu empirijskih podataka i to na nivou celokupnog portfolija. U cilju obuhvatanja što šireg okvira promena u ekonomskom okruženju, korišćen je period od poslednjih pet godina (2008-2013. godine) za obračun istog. Iako je ovaj period kraći od preporučenih 7 godina za obračun LGD u skladu sa Bazel II standardima, može se smatrati relevantnim i konzervativnim kako je to upravo period koji obuhvata ekonomsku ekspanziju i recesiju. Može se, dakle, smatrati da obračunati LGD prati TTC filozofiju, odnosno da je aciklična mera, kako je utvrđena na osnovu perioda vremena koji obuhvata recesiju, gde se utvrđeni LGD ne koriguje za bilo kakva očekivanja u toku naredne godine.

Za obračun LGD-a korišćen je pristup na osnovu naplate potraživanja, s obzirom tržišne vrednosti kredita (klasičan plasman banke na domaćem tržištu) nisu raspoložive, odnosno ne postoje tržišni podaci, što ograničava primenu druga dva pristupa (tržišni i implicitni tržišni). LGD pojedinačnog potraživanja je obračunat na osnovu novčanih tokova naplate i procenjenih troškova izvora sredstava i poznatih eksternih troškova. Ovo je odslikano kroz proces diskontovanja svih evidentiranih priliva po osnovu naplate za period od datuma ulaska dužnika u status neizvršenja obaveza ili naknadni datum dospeća potraživanja, pri čemu je kao diskontna stopa korišćena stopa koja obuhvata trošak izvora sredstava za finansiranje ovakvih potraživanja i premiju za rizik koja odgovara plasmanima rejting klasi iz koje je dužnik ušao u status neizvršenja obaveza.

Podaci koji su bili neophodni za obračun LGD obuhvatali su pored osnovnih podataka o dužniku i sledeće kategorije podataka: jedinstveni identifikator plasmata, datum ulaska u status neizvršenja obaveza, datum izlaska iz statusa neizvršenja obaveza (ukoliko postoji), valuta potraživanja, rejting klasa iz koje je dužnik ušao u status neizvršenja obaveza, premija za rizik za odgovarajuću klasu rizika, cena izvora sredstava, troškovi naplate potraživanja, podaci o kolateralu.

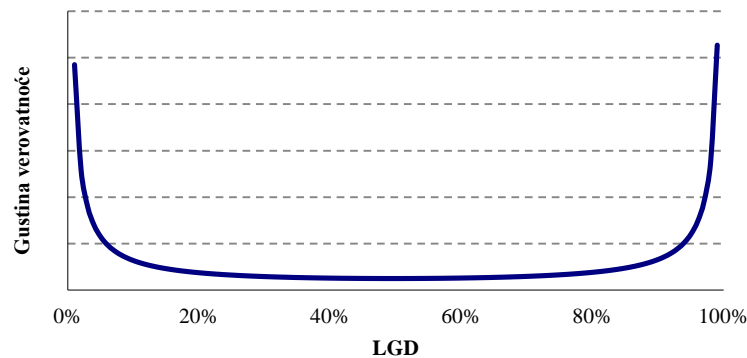
Za obračun LGD na nivou celokupnog portfolija korišćen je pristup na osnovu proseka stope LGD po pojedinačnom potraživanju bez vremenskog ili ponderisanja sa EAD. Kako ne bi došlo do uprosečavanja godina sa visokim stopama LGD, podacima iz godina sa niskim stopama LGD, nije vršeno vremensko ponderisanje, već je celokupan uzorak korišćen za obračun LGD-a na osnovu broja izloženosti koje su ušle u status neizvršenja obaveza. Ponderisanje EAD-om nije vršeno zbog toga da ne bi došlo do distorzije obračunatog LGD kroz pridruživanja velikog pondera većim iznosima potraživanja, polazeći od pretpostavke da je pristup banke isti za svako potraživanja, nezavisno od visine istog. Ovo bi, u slučaju uzorka koji je korišćen, vodilo precenjivanju LGD. U obračunu LGD nije se vršila podela prema vrsti potraživanja, odnosno kvalitetu sredstava obezbeđenja ili prioritetu u naplati. Razlog za ovakav pristup je činjenica da stopa naplata problematičnih potraživanja u uslovima domaćeg tržišta nije u značajnoj meri uslovljena postojanjem kolaterala. Ovo je potvrđeno i kroz analizu populacije za obračun LGD gde se evidentira da je prosečan LGD obezbeđenih potraživanja (hipoteka, zaloga na pokretnoj imovini i sl.) 58.20%, a nekolateralizovanih 55.47%, odnosno čak i niži od kolateralizovanih.

Primenom beta distribucije LGD stopa kreirana je funkcija gustine verovatnoće ostvarenih empirijskih LGD (tabela 31), koja ima očekivani "U" oblik (grafikon 18).

Tabela 31: Gustina verovatnoće LGD

Srednja vrednost LGD	Standardna devijacija LGD
0.564751	0.464475
Parametri beta distribucije	
A	0.078716
B	0.060666
Bin	Gustina verovatnoće
0.01	2.424
0.1	0.318
0.2	0.187
0.3	0.146
0.4	0.130
0.5	0.125
0.6	0.131
0.7	0.149
0.8	0.192
0.9	0.331
0.99	2.634

Grafikon 18: Funkcija gustine verovatnoće LGD



Iz grafikona funkcije gustine verovatnoće može da se uoči da je grupisanje utvrđenih procenata značajno oko 0% i 100%, što i opredeljuje njen “U” oblik, odnosno u najvećem broju slučajeva potraživanje u status neizvršenja obaveza je bilo ili potpuno naplativo ili potpuno nenaplativo. Ovo je delimično posledica i definicije neizvršenja obaveza, odnosno činjenice da je premet modeliranja bio svaki ulazak u status neizvršenja obaveza, odnosno primarno kašnjenja preko 90 dana (tehničko neizvršenje obaveza), ali koje nije u svakom slučaju rezultiralo i ekonomskim neizvršenjem obaveza. Korišćenje ove definicije je ipak bilo neophodno kako je cilj bio da se razvije model i prikažu pristupi validacije takvi da model može da se koristi za potrebe obračuna kapitalnog zahteva u skladu sa IRB pristupom u čijoj osnovi se nalazi primenjena definicija neizvršenja obaveza.

8.11.2. Pristupi validacije gubitka u slučaju neizvršenja obaveza

Validacija LGD sprovedena je kroz ispitivanje kumulativnog LGD racija preciznosti, obračun sredsne kvadratne greške, kao i regresionu analizu podataka iz uzorka za obračun LGD.

Kumulativni racio preciznosti

Kumulativni LGD racio preciznosti (engl. *Cumulative LGD accuracy ratio - CLAR*) služi kao mera sposobnosti rangiranja prema LGD riziku. Za potrebe obračuna CLAR-a utvrđeni su okviri LGD koji definišu rizik (pet okvira, gde je kao 1 označen najniži rizik, a 5 najviši rizik). Takođe, izvršeno je i ispitivanje adekvatnosti predviđenja LGD na osnovu procenjenog LGD godinu dana pre ulaska u status neizvršenja obaveza određenog plasmana i evidentiranog emirijskog LGD tog plasmana. U tabeli 32 dati su okviri LGD prema predviđenom i realizovanim LGD:

Tabela 32: Granice okvira predviđenih i ostvarenih LGD

Okvir	Predviđeni LGD		Ostvareni LGD		Broj obzervacija
	Min LGD (%)	Max LGD (%)	Min LGD (%)	Max LGD (%)	
1	0.00	12.65	0.00	0.05	23
2	12.65	24.51	0.05	1.41	22
3	24.51	29.78	1.41	32.95	44
4	29.78	29.95	32.95	98.03	36
5	29.95	100.00	98.03	100.00	92

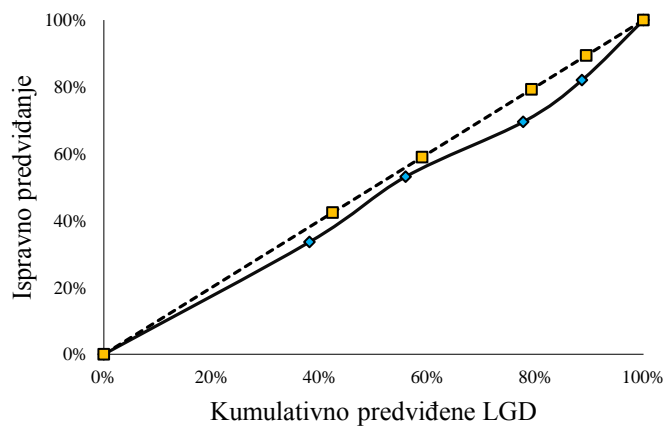
Granice okvira su utvrđene na osnovu analize podataka o LGD. Po okvirima nije bilo moguće uzeti potpuno jednak broj obzervacija, što je posledica činjenice da se (kao i što je uobičajeno i slučaj kod LGD, a pojačano činjenicom da je izvor podataka mala banka) ne raspolaže sa velikim brojem pojedinačnih obzervacija, a imajući u vidu značajnije grupisanje LGD oko 0% i 100% (evidentirano i kroz “U” oblik krive gustine verovatnoće LGD). Ipak, ovakva podela ne ugrožava analizu kako je raspored broja obzervacija prema predviđenom i realizovanom LGD isti. Nakon raspoređivanja podataka o LGD prema visini istog, utvrđena je kumulativna distribucija predviđenih LGD

obzervacija i kumulativna distribucija ispravno dodeljnih LGD okvira rizika. Pod ispravnim dodeljivanjem okvira (predviđanjem) smatralo se da je pojedinačna obzervacija raspoređena u isti LGD okvir prema predviđenom i realizovanom LGD. U sledećoj tabeli (tabela 33) date su utvrđene tačke CLAR krive.

Tabela 33: Tačke CLAR krive

Okvir	Kumulativno - predviđene LGD obzervacije (u %)	Kumulativno - ispravno dodeljeni ostvareni LGD (u %)
1	100.00	100.00
2	89.40	99.30
3	79.26	95.80
4	58.99	88.81
5	42.40	64.34

Grafikon 19: CLAR kriva



Površina ispod CLAR krive iznosi 0.4611 (grafikon 19), na osnovu čega se, primenjujući pravilo obračuna CLAR koeficijenta dobija da je vrednost istog 0.9221 (2×0.4611). Kako je vrednost vrlo bliska 1, može se konstatovati da rangiranje na predloženi način dobro diskriminiše prema nivou LGD rizika.

Srednja kvadratna greška

Utvrđena srednja kvadratna greška uzorka predstavlja jedan od pristupa analize kalibracije modela koji je korišćen za obračun LGD i iznosi 0.003256. Kako je srednja kvadratna greška statistički značajna odnosno manja od 0.05 (pretpostavka 95% nivo pouzdanosti) može se konstatovati da prosečno srednje kvadratno odstupanje nije značajno.

Regresiona analiza i R^2

Kao jedan od pristupa kojim se analizira kalibracija modela LGD, vršena je regresiona analiza podataka iz uzorka za obračun LGD. Pritom, kao nezavisna promenljiva utvrđena je realizovana LGD, dok je zavisna promenljiva predviđena LGD. U narednim tabelama (tabela 34) nalaze se relevantni podaci o sprovedenoj regresionoj analizi.

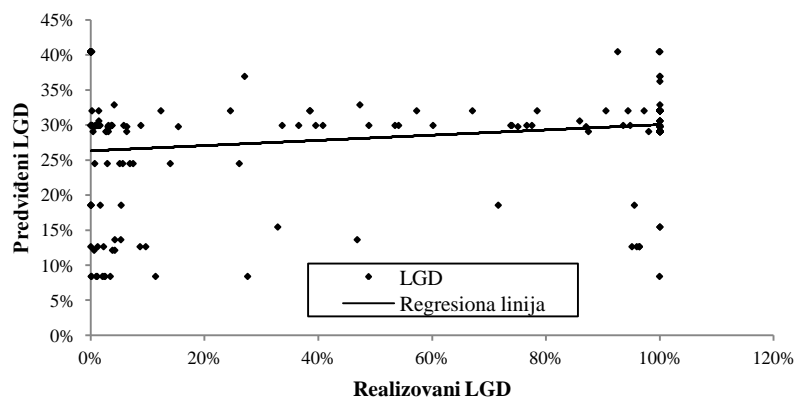
Tabela 34: Regresiona analiza

Regresiona statistika	
Višestruki R	0.214571451
R^2	0.046040907
Prilagođeni R^2	0.041603888
Standardna greška	0.077478107
Broj obzervacija	217

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Značajnost F</i>
Regresija	1	0.06228889	0.06228889	10.37654043	0.001474295
Rezidual	215	1.290614284	0.006002857		
Ukupno	216	1.352903174			

	<i>Koeficijenti</i>	<i>Standardna greška</i>	<i>t statistika</i>	<i>P-vrednost</i>	<i>Donja granica 95%</i>	<i>Gornja granica 95%</i>
Presek (α)	0.263126955	0.008339015	31.55372039	1.23131E-82	0.246690264	0.279564
LGD	0.037246106	0.011562575	3.221263794	0.001474295	0.014455586	0.060037

Grafikon 20: Regresiona linija



Polazna tačka regresione analize je bila analiza reziduala, odnosno grafičkog prikaza odstupanja empirijskih obzervacija i rezultata dobijenih kroz model. Na grafikonu 20 prikazane su tačke empirijskih podataka i regresiona linija i na istom se može uočiti da tačke u značajnoj meri nisu grupisane oko regresione linije, odnosno da su razlike između analiziranih podataka i kroz model predviđenih vrednosti velike. Ovo je potvrđeno i kroz obračun koeficijenta determinacije (R^2) koji je veoma nizak. Zaključak bi bio da predviđanje LGD isključivo na osnovu realizovanih LGD sadrži veliku količinu neobjašnjene varijabilnosti. Ovo, međutim, ne podrazumeva da LGD obračun nije ispravan, već ukazuje na činjenicu da se predviđanje LGD ne može vršiti isključivo na osnovu podataka o kretanju LGD u prethodnom periodu, te da je neophodno u model predviđanja LGD uključiti i druge parametre (npr. makroekonomske promenjive, pripadnost privrednom sektoru i sl.), a u cilju povećanja sposobnosti objašnjavanja promena u predviđenom LGD (veća suma kvadratnih odstupanja objašnjenih regresijom, odnosno veći R^2). Model ipak ima koeficijente koji su statistički značajni (p -vrednost manja od 0.05, korišten 95% nivo pouzdanosti), te će promena vrednosti realizovanog LGD imati uticaja na predviđeni LGD.

8.12. Obračun izloženosti neizvršenju obaveza

U skladu sa ranije navedenim, nivo EAD je definisan vrstom transakcije i dužnika. U analizi se pošlo od dve osnovne vrste transakcija, odnosno bilansnih i vanbilansnih transakcija. U slučaju bilansnih pozicija, EAD je obračunat kao trenutna knjigovodstvena vrednost potraživanja. U slučaju vanbilansnih transakcija, korišćen je procenjeni faktor kreditne konverzije (engl. *Credit conversion factor* – CCF) kako bi se iste konvertovale u EAD vrednostna osnovu procene izvesnosti prelaska vanbilansne stavke u bilansno potraživanje. Putem CCF je, dakle, procenjeno očekivano korišćenje vanbilansnih transakcija u trenutku neizvršenja obaveza. Sledeće vrste proizvoda su uključene u procenu CCF, s tim da je izvršeno grupisanje u dve kategorije:

1. preuzete neopozive obaveze kreditiranja:
 - kreditne linije (revolving krediti, minusi po tekućim računima) i

- preuzete obaveze odobravanja kredita (nepovučene ili delimično povučene);
2. Finansijski instrumenti garantovanja:
- akreditivi;
 - garancije (plative i činidbene) i
 - avali i akcepti.

Polazni set podataka koji je korišćen prilikom utvrđivanja CCF za pojedine potencijalne obaveze čine dužnici koji su dospeli u status neizvršenja obaveza. U slučaju preuzetih neopozivih kreditnih obaveza model se sastojao u analizi prirasta iskorišćenosti odobrenih kreditnih linija u definisanom periodu od jedne godine pre ulaska u status neizvršenja obaveza. U slučaju finansijskih instrumenata garantovanja CCF pojedinačnog plasmana je utvrđen kao odnos iznosa aktiviranog instrumenta garantovanja do jednu godinu nakon ulaska dužnika u status neizvršenja obaveza i iznosa istog na dan ulaska u status neizvršenja obaveza. CCF koji je primenjen za portfolio izloženosti utvrđen je kao srednja vrednost dobijenih CCF pojedinačnih plasmana. Iako se u najvećem broju slučajeva, procenat CCF kreće od 0% do 100%, u slučajevima gde je CCF preko 100% isti je ograničen na 100%, a u slučaju negativnog CCF, na 0%. Dobijeni CCF za navedene segmente portfolija vanbilansnih stavki primenjeni su na iznos preuzete neopozive kreditne obaveze ili iznos finansijskog instrumenta garantovanja radi konverzije istih u bilansne ekvivalenta koji sabiranjem sa knjigovodstvenim iznosom bilansnog potraživanja daju EAD pojedinačnog plasmana. U tabelama u Prilogu 7 dat je obračun faktora konverzije za dva utvrđena segmenta portfolija.

8.13. Stabilnost populacije modela

Analizom stabilnosti merena je sličnost između populacije korišćene za formiranje modela rangiranja i populacije na kojem se primenjuje model, odnosno trenutne populacije. Cilj je bio da se utvrdi da li je došlo do odstupanja u populaciji kao rezultat npr. promena politike od strane banke ili promene u strukturi dužnika, a što može da ima posledice na primenjivost modela koji je razvijen za procenu rizika sadašnje populacije. Stabilnost je merena putem indeksa stabilnosti koji se utvrđuje na osnovu broja klijenata po rejting klasi rizika na osnovu kojih je kreiran model rangiranja i broja klijenata po klasama u posmatranom trenutku (tabela 35 i grafikon 21). Standardni kriterijumi koji se primenjuju kod analize stabilnosti modela, a koji su primenjeni i ovom prilikom, su:

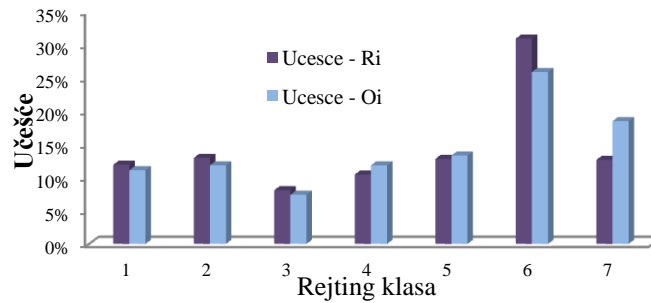
Indeks stabilnosti ≤ 0.1	nema značajne promene
$0.1 < \text{Indeks stabilnosti} \leq 0.25$	granična promena
Indeks stabilnosti > 0.25	značajna promena

Tabela 35: Analiza stabilnosti

Klasa rizika	Struktura populacije na osnovu koje je razvijem model		Struktura populacije na dan analize stabilnosti	
	Broj klijenata	Ucesce - R_i	Broj klijenata	Ucesce - O_i
1	81	11.95%	15	11.11%
2	88	12.98%	16	11.85%
3	55	8.11%	10	7.41%
4	71	10.47%	16	11.85%
5	87	12.83%	18	13.33%
6	210	30.97%	35	25.93%
7	86	12.68%	25	18.52%
Ukupno	678	1	135	1

Indeks stabilnosti na osnovu posmatranih podataka iznosi 0.0346 što ne prevazilazi interval koji označava da se evidentiraju značajne promene u populaciji u odnosu na onu koja je korišćena za kreiranje modela, odnosno na prihvatljivom je nivou te nije bila neophodna dalja analiza radi eventualnog usklađivanja modela sa novom strukturom populacije.

Grafikon 21: Uporedni pregled učešća internih klasa



8.14. Primena internog modela

Osnovna korist od primene internog modela kreditnog rizika je procena rizika pojedinačnog podnosioca zahteva za plasman u procesu odobravanja istog od strane banke. Ovo, međutim, nije jedina korist od implementacije internog sistema rangiranja i statistički zasnovanog obračuna osnovnih parametara kreditnog rizika. Pored istog, mogu da se navedu sledeće koristi od implementacije: obračun nivoa obezvređenja izloženosti na kolektivnom nivou u skladu sa zahtevima MRS, utvrđivanje metodološkog pristupa obračuna cene plasmana (kamatne ili diskontne stope) koja se zasiva na adekvatnoj i preciznoj proceni marže za preuzete rizike, obračun minimalnih kapitalnih zahteva za kreditni rizik primenom IRB pristupa, ispunjavanje zahteva Stuba II Bazelskog sporazuma koji podrazumevaju merenje internog kapitalnog zahteva za kreditni rizik kroz ICAAP proces primenom statističkih modela i vršenje stres testiranja izloženosti banke kreditnom riziku, uspostavljanje sistema limita kreditnog rizika koji se zasniva na merama rizika (VaR, ekonomski kapital), a ne nominalnim iznosima izloženosti, kao i kvalitetnije merenje prinosa sposobnosti i upravljanje profitabilnošću kroz obračun pokazatelja prinosa koji se zasnivaju na proceni rizika i angažovanom ekonomskom kapitalu banke.

Primena internog modela razmotrena je kod obračuna nivoa obezvređenja na kolektivnom nivou, utvrđivanja cene plasmana i utvrđivanja ekonomskog kapitala.

8.14.1. Obračun nivoa obezvređenja na kolektivnom nivou

Na osnovu dobijenih rezultata obračuna osnovnih faktora kreditnog rizika, odnosno PD i LGD, moguće je obračunati, a u skladu sa zahtevima MRS, procenat obezvređenja (ispravke vrednosti bilansnih potraživanja i rezervisanja po vanbilansnim stavkama) plasmana na kolektivnoj osnovi, što je i učinjeno. Za svaku rejting klasu, a na osnovu distribucije PD, utvrđena je srednja vrednost PD koja nakon poderisanja sa utvrđenim LGD određuje procenat obezvređenja primenjiv za određenu rejting klasu (tabela 36). Iznos obezvređenja dobijen je ponderisanjem svake pojedinačne EAD¹²³ utvrđenim procentima obezvređenja za svaku rejting klasu.

Tabela 36: Procenti kolektivnog obezvređenja po rejting klasama

Rejting	Procenat obezvređenja
1	0.68%
2	1.41%
3	2.17%
4	3.04%
5	5.34%
6	16.10%
7	44.43%

¹²³ Za vanbilansne stavke EAD je utvrđena kroz ponderisanje knjigovodstvene vrednosti sa utvrđenim faktorima konverzije.

Procena kolektivnog nivoa obezvređenja može da pođe i od pojedinačnog PD svakog dužnika, a ne prosečne vrednosti za utvrđenu klasu rizika. Ovo bi značilo uvažavanje činjenice postojanja drugačijeg nivoa rizika svakog pojedinačnog dužnika, odnosno utvrđivanja nivoa obezvređenja na osnovu procenta EL svakog pojedinačnog dužnika.

8.14.2. Utvrđivanje cena plasmana

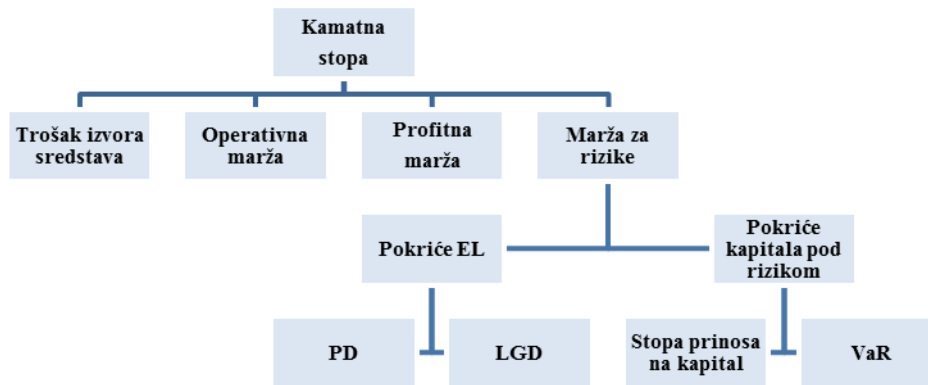
Utvrđeni faktori kreditnog rizika, odnosno, kao i u prethodnom slučaju, PD i LGD predstavljaju jedan od osnovnih ulaznih faktora prilikom utvrđivanja cena plasmana (efektivna kamatna stopa, diskontna stopa) zasnovane na profilu rizika dužnika. Naime, cena plasmana mora da u obračun uključi nekoliko osnovnih troškova za koje je neophodno obezbediti pokriće. Neophodna cena plasmana se dobija kao zbir cene izvora (ili bazne kamatne stope), profitne marže, operativne marže i marže za pokriće nivoa preuzetog rizika (grafikon 22). Prilikom obračuna ukupne cene izvora plasmana za pozajmljene izvore (depoziti, krediti) u obračun se, pored stvarne kamatne stope na izvore koja se plaća poveriocu, uključuju i zavisni troškovi u vidu npr. stope obavezne rezerve i prihod od iste. U slučaju da su izvori plasmana sopstveni, baznom kamatnom stopom se može smatrati ciljane stopa prinosa zahtevana od strane akcionara, koja može biti definisana u zavisnosti od tržišnih repernih kamatnih stopa na međubankarskom tržištu (BELIBOR, EURIBOR) ili na državne obveznice odgovarajuće ročnosti i valute plasmana.

Operativna marža predstavlja dodatak na aktivnu kamatnu stopu plasmana za pokriće svih indirektnih rashoda, kao što su npr. troškovi zarada, operativni rashodi i dr. Operativna marža se može izračunati kao odnos planiranih neto operativnih rashoda vezanih za određeni segment poslovanja za koji se utvrđuju nivoi cene plasmana i planiranog iznosa kamatonosnih plasmana te vrste. Oba neophodna elementa obračuna operativne marže se mogu utvrditi na osnovu poslovnih planova i politika za period za koji se iste utvrđuju.

Profitna marža predstavlja planirani prinos na angažovana sredstva raspodeljiv u vidu dividende akcionarima banke.

Marža za rizike obuhvata dva segmenta: pokriće očekivanih gubitaka (troškova obezvređenja) i pokriće potrebnog kapitala (neočekivani gubici). Oba se utvrđuju na osnovu internog sistema klasifikacije, odnosno PD svakog pojedinačnog plasmana i LGD vezanog za određenu vrstu proizvoda. Očekivani gubici (EL) se utvrđuju kao proizvod PD i LGD, kao što je ranije objašnjeno. Trošak rizika kapitala se utvrđuje na osnovu rezultata simulacije koja rezultira u marži kapitala zaviosnoj od VaR vrednosti, a ukoliko banka primenjuje simulacione ili neke druge napredne modele procene portfolio nivoa kreditnog rizika i ekonomskog kapitala za pokriće kreditnog rizika. U simplifikovanom pristupu deo marže za pokriće rizika kapitala može da se utvrdi kao proizvod zahtevanog (ciljnog) prinosa na kapital i ciljanog koeficijenta adekvatnosti kapitala (engl. *Capital adequacy ratio* – CAR), eventualno korigovanog određenim faktorima korekcije adekvatnosti kapitala, ukoliko isti postoje. Željeni prinos na kapital predstavlja cenu sopstvenih izvora, odnosno ciljane stopa zarade na sredstva akcionara definisana poslovnom politikom ili strategijom banke. Sa druge strane željena stopa adekvatnosti se odnosi na utvrđeni profil rizika banke, odnosno apetit banke za preuzimanje rizika definisan koeficijentom interne adekvatnosti kapitala (uključuje izloženost svim materijalno značajnim rizicima).

Grafikon 22: Elementi cene plasmana



Marža za rizike na osnovu analiziranih podataka za dužnika x sa $PD = 8.75\%$, utvrđenom LGD od 55.9664% u delu pokrića EL iznosila bi 4.8971 procentnih poena, dok bi npr. na osnovu analize iz sledećeg poglavlja stopa pokrića kapitala pod rizikom iznosila 1.9024 procentnih poena na osnovu pretpostavke ciljanog prinosa na kapital od 10% i VaR vrednosti od 29.9831% (tabela 38) utvrđene na osnovu distribucije gubitaka portfolia od 100 izloženosti.

8.14.3. Utvrđivanje ekonomskog kapitala

Kao što je ranije konstatovano, ekonomski kapital predstavlja procenu najgoreg mogućeg smanjenja (najgori scenario) kapitala na određenom nivou pouzdanosti u određenom vremenskom periodu predviđanja. Tako utvrđen kapital predstavlja zaštitu od insolventnosti sa definisanim nivoom pouzdanosti prihvatljivim za menadžment (apetit za preuzimanje rizika), odnosno verovatnoćom, a i osnovu obračuna prinosa na principima preuzetog rizika i upravljanja kapitalom i rizicima. U daljem tekstu je prikazan jedan od načina obračuna ove kapitalne zaštite na principima i osnovama modela kreditnog rizika, kako ne postoji jednostavno primenjiva formula obračuna kapitala. VaR sa verovatnoćom $\alpha\%$ je ekvivalent α kvantila kumulativne distribucije verovatnoće promena u vrednosti portfolia između sadašnjeg trenutka i kraja definisanog perioda posmatranja. Matematički, ovo implicira da banka mora da drži ekonomski kapital dovoljan da prostor ispod njegove distribucije verovatnoće bude jednak npr. 99.97% ukoliko AA definiše kao svoju ciljnu solventnost (rejting).

Polazna osnova obračuna potrebnog kapitala ponovo predstavljaju parametri kreditnog rizika, odnosno PD, LGD i EAD. Obračun je izvršen za portfolio od 100 dužnika za koji je kapital utvrđen kroz proces simulacije gubitaka. U tabeli 62 u Prilogu 8 dat je analizirani portfolio, a iznosi u istoj i u narednim tabelama vezanim za portfolio izloženosti su dati u dinarima u apsolutnim vrednostima:

U osnovnom pristupu pošlo se od pretpostavke nepostojanja korelacije među dužnicima. Ova pretpostavka može da se iskoristi u daljim analizama kao osnova stres testa, odnosno uvođenja pretpostavke postojanja korelacije plasmana.

U osnovi poslovanja banke je veoma mala spremnost da se prihvati gubitak koji iznad vrednosti kapitala, odnosno banke utvrđuju nivo kapitala na visokim nivoima pouzdanosti, a što je u skladu sa njihovim ciljanim rejtingzima. U tom kontekstu prvoklasne banke obično ciljaju nivo pouzdanosti od 99.97% , što odgovara prvoklasnim rejtingzima renomiranih međunarodnih rejting kuća.

Za svaki od ulaznih podataka (dužnik) primenom inverzne kumulativne normalne distribucije slučajne promenljive i upoređivanjem iste se inverznom kumulativnom distribucijom PD vezanom za rejting klasu svakog dužnika utvrđeno je da li je simulacijom dobijeno očekivanje neizvršenja ili izvršenja obaveza. Neizvršenje obaveze definisano je kao situacija gde je vrednost iz distribucije kumulativne normalne promenljive PD veća od vrednosti iz distribucije kumulativne slučajne promenljive. Ukoliko je simulirano neizvršenje obaveze, utvrđen je nivo gubitaka kao proizvod EAD i LGD (iskazan nominalno). Na osnovu analiziranog portfolija može da se utvrdi i distribucija EL i

UL, gde se EL definiše kao proizvod PD, LGD i EAD, a UL kao $(PD - PD^2) \times EAD \times LGD$ za svakog dužnika. Ukupan EL na nivou portfolija utvrđen je kao suma svih EL na nivou pojedinačnih dužnika. Prosečan nivo gubitaka, kao količnik ukupnih EL i ukupnog EAD portfolija predstavljalo je osnov za simulaciju, odnosno simulacija gubitaka je izvršena oko vrednosti prosečnog nivoa gubitaka. U analiziranom slučaju, prosečna vrednost gubitaka je 9.48% (Prilog 9). Celokupan model je kreiran u *excel*-u, odnosno ne zahteva korišćenje statističkih paketa, već samo vršenje simulacije korišćenjem opcije *Data table*. Ova opcija, za zadati broj pokušaja, vrši simulaciju oko definisane vrednosti. Radi stabilnosti, neophodno je u simulacijama koristi što veći broj iteracija, te je u ovom modelu korišćeno 10,000 iteracija, čime je dobijen stabilan rezultat. Na osnovu rezultata simulacije utvrđena je srednja vrednost (očekivana vrednost gubitaka) i standardna devijacija istih.

U narednoj tabeli (tabela 37) su date osnovne deskriptivne statističke mere rezultata simulacije.

Tabela 37: Deskriptivne statističke mere simulacije

Broj simulacija	10,000
Srednja vrednost	10.9596%
Standardna devijacija	4.8718%
Min	0.1247%
Max	32.4780%
Kurtosis	21.6917%
Mediana	10.5064%

Za obračun maksimalnog neočekivanog gubitka (engl. *Unexpected loss* – UL) primenjena je empirijska distribucija simuliranih gubitaka, a takođe je ispitana i primena teorijske Weibull-ove distribucije. Upoređivanjem ove dve distribucije utvrđeno je da teorijska Weibull-ova distribucija može da aproksimira empirijsku distribuciju, ali da empirijska ipak odstupa od teorijske distribucije. Parametri α i β potpuno određuju oblik Weibull distribucije, a isti su utvrđeni na osnovu parametara *EL* i *UL*. Ipak problem je usaglašavanje ove, kao i svake druge teorijske distribucije koja bi se koristila za modeliranje distribucije gubitaka, sa profilom rizika kreditnog portfolio banke.¹²⁴ Iz ovog razloga, za obračun zahteva kapitalom ipak je primenjena empirijska distribucija, kod koje se ne vrši nikakva teorijska pretpostavka i samim tim ne podleže se nikakvim ograničenjima koja mogu da rezultiraju u potcenjenosti ili precenjenosti zahteva za kapitalom zbog iste. Primena empirijske distribucije, u suštini, označava da je kao UL, odnosno VaR vrednost, uz utvrđeni nivo pouzdanosti od 99.90% izabrana 9,990 najgora simulacija, koja u analiziranom slučaju predstavlja gubitak od 29.9831%. Sa druge strane, primenom teorijske Weibull-ove distribucije utvrđen je VaR 27.7046%. Osnovni parametri za obračun VaR vrednost uz pretpostavku Weibull-ove distribucije dobijeni su na osnovu OLS pristupa, odnosno primenom *Goal seek* funkcije u *excel*-u, gde su na osnovu utvrđene standardne devijacije rezultata simulacije dobijeni parametri α i β svodenjem standardne greške na nulu promenom parametra α , dok je β dobijena kroz predefinisane formula koja zavisi od vrednosti α parametra. Kroz ovaj pristup utvrđene su vrednosti ova dva parametra i to $\alpha = 2.395280$ i $\beta = 0.123634$ (tabela 38).

Tabela 38: Rezultati simulacije gubitaka

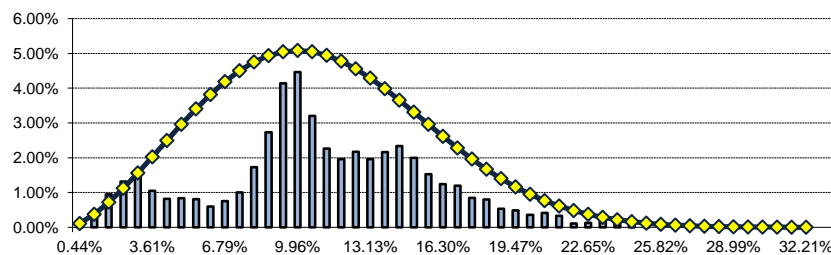
	Teorijska Distribucija	Empirijska distribucija
VaR verovatnoća (UL)	27.7046%	29.9831%
Zahtevani kapital (UL-EL)	16.7450%	19.0235%
Zahtevani kapital (u RSD)	283,109,816.65	321,632,389.24
Zahtevana marža za pokriće EL		10.9596%
Zahtevana marža za pokriće Kapitala	1.6745%	1.9024%

¹²⁴ Odsečak (rep) usaglašene Weibull distribucije zavisi od racia *EL* i *UL*. Za visokokvalitetan portfolio ($EL > UL$) ova distribucija ima previše značajan odsečak (debeo rep), u kojem slučaju ista precenjuje ekonomski kapital. Nasuprot tome, nekvalitetan portfolio ($EL < UL$) ima previše tanke odsečke.

Zahtevana marža za pokriće očekivanih gubitaka predstavlja srednju vrednost distribucije gubitaka, a zahtevana marža za pokriće kapitala zavisi od visine troška kapitala, odnosno ciljanog prinosa (engl. *Hurdle rate*) koji je prihvatljiv za akcionare. U ovom slučaju korišćena je stopa od 10%.

Na narednom grafikonu su prikazane dve analizirane distribucije. Empirijska je prikazana kroz histogram, a teorijska je predstavljena kontinuelnom krivom¹²⁵. Iz grafikona 23 se takođe može uočiti odstupanje teorijske od empirijske distribucije. Suština se odnosi na činjenicu da zbog prirode kreditnog rizika, odnosno mogućnosti ostvarivanja značajnih gubitaka sa malom verovatnoćom bilo kojom teorijskom distribucijom nije moguće precizno opisati empirijske rezultate simulacije gubitaka kreditnog rizika, te je ispravnije koristiti empirijsku distribuciju za obračun kapitalnih zahteva.

Grafikon 23: Uporedni prikaz teorijske i empirijske distribucije gubitaka

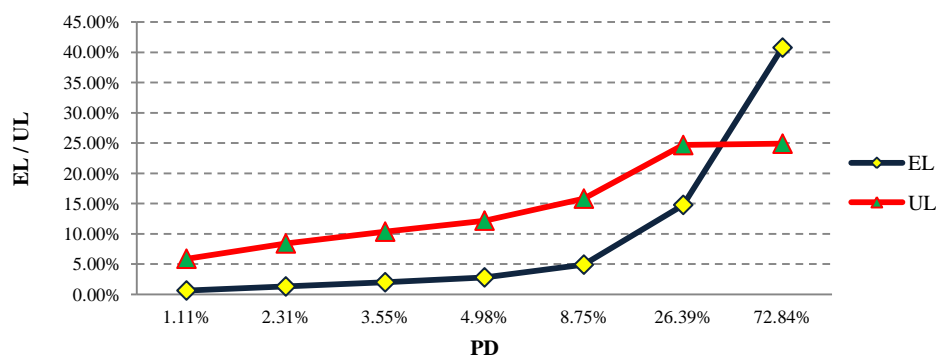


Iz rezultata procene EL i UL kreiran je grafikon na kojem se može uporedo prikazati kretanje ove dve vrednosti po rejting klasama (tabela 39 i grafikon 24).

Tabela 39: Kretanje EL i UL

Rejting	PD	EL	UL
1	1.11%	0.62%	5.88%
2	2.31%	1.29%	8.41%
3	3.55%	1.99%	10.36%
4	4.98%	2.79%	12.18%
5	8.75%	4.90%	15.81%
6	26.39%	14.77%	24.67%
7	72.84%	40.77%	24.89%

Grafikon 24: Kretanje EL i UL prema PD



Uočava se da je UL u svakoj rejting klasi veći od EL, što je intuitivno tačno, izuzev za klasu 7 što je u skladu sa empirijski evidentiranom činjenicom da u toj klasi postoji najveći broj prelazaka u neizvršenje obaveza, a da je UL dobijen primenom pretpostake teorijske distribucije, a ne empirijskog podatka.

¹²⁵ Frekvencija je dobijena primenom funkcije *Frequency* u excel-u.

8.15. Stres testiranje

Stres testiranje je zahtev Bazelskih standarda i regulative, ali i adekvatan komplement statističkih analiza. Postoji više načina i metoda na koje se može sprovesti stres testiranje, ali su ovde izvršena pojedina testiranja promene parametara kreditnog rizika ili reklasifikacija dužnika, kao i testiranje uvođenja konzervativne pretpostavke postojanja korelacije između dužnika, a vezano za privrednu granu kojoj isti pripadaju.

U cilju ispitivanja uticaja mogućih stresnih okolnosti na EL i UL izvršeno je testiranje stresnih promena parametara kreditnog rizika, a sprovedena je i simulacija gubitaka pod pretpostavkom uvođenja pretpostavke postojanja korelacije između neizvršenja obaveza između različitih privrednih sektora.

8.15.1. Testiranje parametara kreditnog rizika na stres

Stres testovi parametara modela kreditnog rizika obuhvatili su testiranje promena na sledeće načine, s tim da nije vršena kombinacija testova po pojedinim parametrima, iako takva mogućnost takođe postoji:

- pogoršanje svih dužnika za jednu rejting klasu (vrsta testiranja promene PD);
- uvećanje PD za odgovarajući procenat;
- uvećanje LGD-a za odgovarajući procenat;
- uvećanje EAD-a za varijabilne kreditne proizvode (revolving krediti, okviri) za odgovarajući procenat.

Primenjeni su najjednostavniji oblici stres testova u kojima je promena parametara izvršena za sve rejting klase u istom procentu, iako postoji mogućnost različitih korekcija u zavisnosti od klase rejtinga, privredne grane i sl. U slučaju LGD takođe je korišćena jednostavna pretpostavka promene LGD za odgovarajući procenat na osnovu višeg percentila distribucije i medijane umesto srednje vrednosti. U narednoj tabeli (tabela 40) dati su rezultati svih sprovedenih stres testova uz pretpostavku primene empirijske distribucije gubitaka.

Tabela 40: Rezultati stres testova

	Osnovni rezultati	Vrsta stres testa			
		PDx125%	Rejting+1	LGD, 90-ti percentil	EAD _{preuzete neopozive obaveze=100%}
Srednja vrednost	10.9596%	14.4077%	18.6703%	15.0673%	10.9201%
Standardna devijacija	4.8718%	4.7660%	6.2088%	5.5891%	4.8352%
Min	0.1247%	1.0996%	1.9244%	1.0996%	0.1659%
Max	32.4780%	37.7402%	43.7221%	49.3985%	32.0640%
Kurtozis	21.6917%	79.1644%	1.9814%	217.3532%	30.7353%
Mediana	10.5064%	13.9184%	18.4537%	14.4968%	10.4374%
VaR verovatnoća (UL)	29.9831%	32.4690%	39.2968%	42.3975%	28.1001%
Zahtevani kapital (UL – EL)	19.0235%	18.0613%	20.6265%	27.3302%	17.1800%
Zahtevani kapital (u RSD)	321,632,389.24	305,364,241.42	348,733,058.45	462,074,019.86	290,462,885.63
Zahtevana marža za pokriće EL	10.5064%	14.4077%	18.6703%	15.0673%	10.9201%
Zahtevana marža za pokriće Kapitala	1.9024%	1.8061%	2.0626%	2.7330%	1.7180%

8.15.2. Testiranje korelacija izloženosti na stres

Jedna od mogućih opcija testiranja na stres je uvođenje pretpostavke postojanja korelacija između izloženosti u portfoliju, odnosno dužnika. U sprovedenoj analizi uvedena je pretpostavka postojanja korelacije po osnovu pripadnosti pojedinih dužnika različitim privrednim granama, odnosno svakom dužniku je utvrđen koeficijent korelacije na osnovu korelacije koja postoji u pogledu kretanja učešća izloženosti u statusu neizvršenja obaveza između privredne grane u kojoj isti posluje i drugih privrednih grana (tabela 41). Za potrebe ova analize primenjen je Spearmanov koeficijent korelacije.

Tabela 41: Korelaciona matrica – privredni sektori

Privredne grane	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	Građevinarstvo	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti
Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	100.00%	88.67%	58.26%	-34.53%	-77.81%
Građevinarstvo	88.67%	100.00%	35.27%	-50.60%	-85.25%
Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	58.26%	35.27%	100.00%	54.75%	-0.19%
Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	-34.53%	-50.60%	54.75%	100.00%	73.72%
Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	-77.81%	-85.25%	-0.19%	73.72%	100.00%

Imajući u vidu da je primarni fokus analize rizik nenaplate potraživanja, korelacije među privrednim granama su utvrđene na osnovu kretanja stopa neizvršenja obaveza kod dužnika po sektorima u analiziranom period 2008-2012. godina.

U narednoj tabeli (tabela 42) je dat pregled kretanja ovih stopa po privrednim granama:

Tabela 42: Kretanje stopa neizvršenja obaveza po sektorima

	2008	2009	2010	2011	2012
Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	22.73%	17.86%	23.53%	35.29%	56.67%
Građevinarstvo	22.22%	14.29%	22.22%	25.00%	30.00%
Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	26.19%	23.91%	14.81%	14.55%	36.36%
Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	9.09%	9.09%	6.67%	6.25%	7.69%
Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	15.38%	18.75%	14.29%	7.14%	9.09%
Ukupno	21.65%	19.44%	16.67%	18.90%	35.19%

Na osnovu podataka o korelaciji, odnosno matrice korelacija među privrednim granama utvrđena je korelaciona matrica portfolija dimenzija 100x100, čiji isečak je dat u narednoj tabeli (tabela 43).

Tabela 43: Isečak korelacione matrice pojedinačnih izloženosti¹²⁶

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	100
1	100.00%	51.98%	-5.02%	21.53%	21.53%	-5.02%	51.98%	-5.02%	21.53%	22.81%	...	22.81%
2	51.98%	100.00%	-4.42%	45.98%	45.98%	-4.42%	75.78%	-4.42%	45.98%	26.91%	...	26.91%
3	-5.02%	-4.42%	100.00%	7.31%	7.31%	2.17%	-4.42%	2.17%	7.31%	-4.31%	...	-4.31%
4	21.53%	45.98%	7.31%	100.00%	82.18%	7.31%	45.98%	7.31%	82.18%	0.07%	...	0.07%
5	21.53%	45.98%	7.31%	82.18%	100.00%	7.31%	45.98%	7.31%	82.18%	0.07%	...	0.07%
6	-5.02%	-4.42%	2.17%	7.31%	7.31%	100.00%	-4.42%	2.17%	7.31%	-4.31%	...	-4.31%
7	51.98%	75.78%	-4.42%	45.98%	45.98%	-4.42%	100.00%	-4.42%	45.98%	26.91%	...	26.91%
8	-5.02%	-4.42%	2.17%	7.31%	7.31%	2.17%	-4.42%	100.00%	7.31%	-4.31%	...	-4.31%
9	21.53%	45.98%	7.31%	82.18%	82.18%	7.31%	45.98%	7.31%	100.00%	0.07%	...	0.07%
10	22.81%	26.91%	-4.31%	0.07%	0.07%	-4.31%	26.91%	-4.31%	0.07%	100.00%	...	15.79%
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
100	22.81%	26.91%	-4.31%	0.07%	0.07%	-4.31%	26.91%	-4.31%	0.07%	15.79%	...	100.00%

¹²⁶ Kompletna korelaciona matrica pojedinačnih izloženosti data je u Prilogu 10

Nakon primene Cholesky dekompozicije matrice, tako dekomponovana matrica (tabela 44) korišćena je za obračun korelisane očekivane stope rasta neizvršenja obaveza i primenom ranije opisanog metodološkog pristupa utvrđena je distribucija gubitaka nakon upoređivanja sa vrednošću kumulativne inverzne funkcije PD.

Tabela 44: Isečak dekomponovane korelacione matrice pojedinačnih izloženosti¹²⁷

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	100
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	0.519754	0.854316	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
3	-0.05016	-0.02128	0.998515	0	0	0	0	0	0	0	...	0
4	0.215292	0.407214	0.092668	0.882745	0	0	0	0	0	0	...	0
5	0.215292	0.407214	0.092668	0.680893	0.561804	0	0	0	0	0	...	0
6	-0.05016	-0.02128	0.018732	0.102855	0.036955	0.992338	0	0	0	0	...	0
7	0.519754	0.570847	-0.00604	0.131399	0.047211	-0.02134	0.619679	0	0	0	...	0
8	-0.05016	-0.02128	0.018732	0.102855	0.036955	0.006458	-0.03395	0.991736	0	0	...	0
9	0.215292	0.407214	0.092668	0.680893	0.24464	0.011811	0.02457	0.012583	0.50485	0	...	0
10	0.22807	0.176264	-0.02797	-0.13322	-0.04786	-0.01203	0.111839	-0.00813	-0.03503	0.939228	...	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
100	0.22807	0.176264	-0.02797	-0.13322	-0.04786	-0.01203	0.111839	-0.00813	-0.03503	0.042615	...	0.92481

Rezultati analize su dati u tabeli 66 u prilogu 12, iz kojese uočava da uvođenje pretpostavke postojanja korelacije među plasmanima utiče na značajno uvećanje nivoa ukupnog EL. Ovo je i očekivano imajući u vidu značajne pozitivne korelacije koje su evidentirane među izloženostima u portfoliju.

U narednoj tabeli (tabela 45) su date osnovne deskriptivne statistike rezultata simulacije.

Tabela 45: Deskriptivne statističke mere simulacije uz korelaciju plasmana

Broj simulacija	10,000
Srednja vrednost	10.8926%
Standardna devijacija	4.8459%
Min	0.1702%
Max	32.2018%
Kurtozis	17.8316%
Mediana	10.4626%

Rezultat procene VaR vrednosti i potrebnog kapitala (tabela 46) dobijen nakon sprovedene simulacije je sledeći:

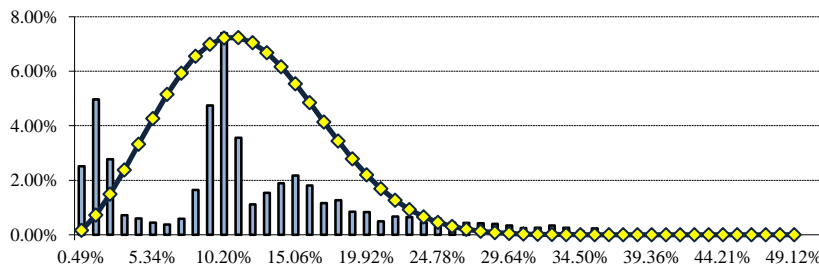
Tabela 46: Rezultati simulacije gubitaka uz korelaciju plasmana

	Teorijska distribucija	Empirijska distribucija
VaR verovatnoća (UL)	27.5561%	28.8459%
Zahtevani kapital (UL – EL)	16.6636%	17.9533%
Zahtevani kapital (u RSD)	281,732,220.10	303,538,504.18
Zahtevana marža za pokriće EL		10.8926%
Zahtevana marža za pokriće Kapitala	1.6664%	1.7953%

Rezultati pokazuju sada značajno viši nivo potrebnog kapitala za pokriće kreditnog rizika, a što se može uočiti i kroz grafičku prezentaciju distribucije gubitaka (grafikon 25), gde se evidentira viši kurtozis ka jednom kraju distribucije, odnosno veće grupisanje gubitaka oko događaja velike učestalosti sa manjim nivoom gubitaka i duži rep distribucije, u kojem se nalaze ekstremni gubici.

¹²⁷ Kompletna dekomponovana korelaciona matrica pojedinačnih izloženosti data je u Prilogu 11

Grafikon 25: Upporedni prikaz teorijske i empirijske distribucije gubitaka uz korelaciju plasmana



8.15.3. Očekivani nedostatak

Sa stanovišta obračuna ekonomskog kapitala, primenom statističkih metoda, dobija se kapital na definisanom nivou pouzdanosti, pri čemu je stres testiranje ekonomskog kapitala izvršeno i kroz ispitivanje gubitaka iznad nivoa ekonomskog kapitala i utvrđivanje neophodnog kapitala na osnovu gubitaka u repu distribucija, odnosno ispitivanje ekstremnih gubitaka i potencijalnog nedostatka kapitala u tom slučaju. U narednoj tabeli (tabela 47) su rezultati nakon navedene analize (uz pretpostavku nepostojanja korelacije plasmana):

Tabela 47: Rezultati analize ekstremnih gubitaka

	Teorijska distribucija	Empirijska distribucija
VaR verovatnoća (UL)	27.1110%	30.7563%
Zahtevani kapital (UL – EL)	16.1515%	19.7967%
Zahtevani kapital (u RSD)	273,074,296.75	334,704,944.11

Ekonomski kapital koji je utvrđen na osnovu ovakve analize predstavlja odgovarajuće rezerve za pokriće ekstremnih događaja. Još jedna od solucija je povećanje nivoa pouzdanosti i utvrđivanje ekonomskog kapitala na takvom nivou, što podrazumeva veće izdvajanje za kapital. Npr. banka bi mogla da testira koji je nivo kapitala neophodan za ostvarivanje nivoa pouzdanosti koji odgovara AA rejtingu prema matrici renomiranih međunarodnih rejting kuća, odnosno kapital utvrđen uz nivo pouzdanosti od 99.97% (tabela 48).

Tabela 48: Rezultati povećanja nivoa pouzdanosti

	Teorijska distribucija	Empirijska distribucija
VaR verovatnoća (UL)	29.6267%	30.8279%
Zahtevani kapital (UL – EL)	18.6671%	19.8683%
Zahtevani kapital (u RSD)	315,606,257.05	335,915,491.09
Zahtevana marža za pokriće EL		10.9596%
Zahtevana marža za pokriće Kapitala	1.8667%	1.9868%

ZAKLJUČAK

Imajući u vidu da se za upravljanje rizikom kreditnog portfolia pored procene, odnosno kvantifikacije, rizika kao osnovni postulat uspostavljanja adekvatnog sistema, može izdvojiti pitanje kvaliteta modela koji se koriste za procenu i upravljanje rizikom, kroz istraživanje prikazano u disertaciji su obrađena sva relevantna pitanja vezana za proces validacije modela kreditnog rizika.

Iako je preciznost sistema rangiranja samo jedna od dimenzija modela kreditnog rizika, istraživanje je potvrdilo da se ona može smatrati najznačajnijom. Važno je razumeti prednosti i nedostatke svakog od modela koji se razvija ili je već u primeni, s obzirom da se oni koriste za stvaranje mišljenja o kreditnom kvalitetu dužnika i mogu stoga da je imaju uticaja i na obim i kvalitet poslovnih aktivnosti banaka.

U cilju dizajniranja konzistentnog i kompletnog procesa validacije razmotrena su ograničenja koja su vezana za tržište u razvoju, a primarno u pogledu raspoloživih podataka neophodnih za sprovođenje statističkih analiza, odnosno obezbeđenje statističke značajnosti, kao univerzalnog problema kvantitativnih modela rizika.

Kroz sprovedeno istraživanje prikazano u disertaciji potvrđene su sve polazne hipoteze istraživanja:

- Adekvatno uspostavljeni modeli kreditnog rizika omogućavaju precizan obračun osnovnih parametara rizika, verovatnoće neizvršenja, gubitka u slučaju neizvršenja i izloženosti neizvršenju obaveza, na osnovu kojih se može kreirati distribucija gubitaka i utvrditi nivo očekivanog i neočekivanog gubitka kako na nivou portfolija, tako i pojedinačne izloženosti. Ovakve informacije pružaju mogućnost za optimizaciju portfolija kroz korišćenje mera prinosa koje uključuju rizik, npr. RAROC, EVA. Utvrđivanje cene rizika na osnovu očekivanih gubitaka obračunatih kroz model, obezbeđuje preuzimanje minimalnog rizika prema utvrđenom nivou prinosa, kako na nivou pojedinačnog plasmana tako i na nivou segmenata portfolija.
- Uspostavljanje modela kreditnog rizika koji može da predstavlja adekvatnu osnovu za alokaciju kapitala, a na osnovu utvrđene distribucije gubitaka, uslovljeno je sprovođenjem sveobuhvatnog procesa validacije modela, kako bi se potvrdilo da su nezavisne promenjive obuhvaćene modelom statistički značajne, da model vrši kvalitetnu diskriminaciju dužnika i da je dobro kalibriran za rangiranje dužnika.
- Sprovođenje procesa validacije parametara kreditnog rizika, kao npr. testiranje kalibracije PD za pojedine segmente portfolija, a na osnovu empirijskih stopa prelazaka u status neizvršenja obaveza, pruža uvid u adekvatnost strateških ili taktičkih odluka kao što su alokacija kapitala na pojedine segmenta portfolija (rejting klasa, vrsta proizvoda, privredna grana, i dr.) utvrđene na osnovu modela koji se primenjuje.
- Parametri kreditnog rizika utvrđeni kroz primenu kvantitativnih modela predstavljaju osnovni ulazni podatak u regulatorno definisane formule za obračun minimalnog kapitalnog zahteva za pokriće izloženosti kreditnom riziku primenom IRB pristupa u skladu sa Bazel II standardima. Validacija ovih parametara je jedan od osnovnih zahteva regulative usklađene sa Bazel II standardima, a i predmet nadzorne revizije od strane regulatora.
- Ekonomski kapital utvrđen na osnovu mera poput VaR-a kreditnog rizika, a koja je podložna i stres testiranju, može da se utvrdi uz pretpostavku nivoa pouzdanosti koji odgovara ciljnom rejtingu banke. Obračun VaR-a uslovljen je postojanjem uslova za kreiranje distribucije gubitaka, odnosno kvantitativnog modela koji obezbeđuje osnovne parametre kreditnog rizika.

Kroz istraživanje je potvrđena neophodnost sprovođenja validacije modela kreditnog rizika i pruženi su relevantni nalazi o istom, utvrđena su osnovna ograničenja sprovođenja procesa razvoja i validacije modela i pružena relevantna rešenja za prevazilaženje istog.

Na osnovu sprovedenog istraživanja, uz primenu prikladnih naučnih metoda, ispunjen je osnovni cilj disertacije i predložen je empirijski prikladan savremen metodološki okvir procesa validacije modela kreditnog rizika primenom relevantnih statistički zasnovanih pristupa. Navedeno je urađeno kroz jednostavan i u praksi primenjiv pristup validaciji kvantitativnog modela kreditnog rizika zasnovanog na sistemima rangiranja prema kreditnom riziku dužnika, izgrađenog na realnim podacima iz raspoložive baze podataka i u potpunosti replikabilnog kroz primenu metoda i pristupa opisanih u disertaciji.

LITERATURA

1. Agresti Alan, Coull Brent A. (1998), Approximate is better than exact for interval estimation of binomial proportions, *The American Statistician*, Vol. 52, Issue 2, pp. 119–126
2. Agresti Alan, Min Yongyi (2002), Unconditional small-sample confidence intervals for the odds ratio, *Biostatistics*, Vol. 3, Issue 3, pp. 379-386
3. Allen Linda, Boudoukh Jacob, Saunders Anthony (2004), *Understanding Market, Credit and Operational risk: The Value at Risk Approach*, Blackwell Publishing, Malden,.
4. Altman E., Brady B., Resti A., Sironi A. (2003), The Link between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence and Implications, *Journal of Business*, Vol. 78, Issue 6, pp. 2203-2227
5. Altman, E. I., & Saunders, A. (2001), An analysis and critique of the BIS proposal on capital adequacy and ratings, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 25, Issue 1, pp. 25-46.
6. Altman E., Haldeman R., Narayanan P. (1977), Zeta Analysis: A New Model to Identify Bankruptcy Risk of Corporations, *The Journal of Banking & Finance*, Vol. 1, Issue 1, pp.29-54
7. Altman E., Rijken H. A. (2004), How rating agencies achieve rating stability, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 28, Issue 11, pp. 2679-2714
8. Altman Edward (1968), Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy, *The Journal of Finance*, Vol. 23, Issue 4, pp. 589-609
9. Altman Edward (2006), Default Recovery Rates and LGD in Credit Risk Modeling and Practice: An Updated Review of the Literature and Empirical Evidence, *New York University, Stern School of Business*
10. Altman Edward I. (2001), *Analyzing and Explaining Default Recovery Rates*, Department of Mathematics and Statistics, Bergamo University
11. Altman Edward I., Resti Andrea, Sironi Andrea (2006), Default Recovery Rates: A Review of the Literature and Recent Empirical Evidence, *Journal of Finance Literature*, Vol. 2, pp. 21-45
12. Altman Edward, Resti Andrea, Sironi Andrea (2005), *Recovery risk, The Next Challenge in Credit Risk Management*, Risk books
13. Altman Edward, Sabato Gabriele (2007), Modeling credit risk for SMEs: Evidence from US market, *Abacus*, Vol. 43, Issue 3, pp. 332–357
14. Altman, Edward I., Rijken, Herbert A. (2005), The Effects of Rating Through the Cycle on Rating Stability, Rating Timeliness and Default Prediction Performance, *NYU Working Paper No. FIN-05-004*
15. Anderson Ronald, Sundaresan Suresh (2000), A comparative study of structural models of corporate bond yields: An exploratory investigation, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 24, Issue 1, pp.255-269
16. Aragón Aker (2004), Discriminant Analysis of Default Risk, *MPRA paper 1002*
17. Araten M., Jacobs Jr. M. (2001), Loan equivalents for defaulted revolving credits and advised lines, *The Journal of the Risk Management Association*, Vol. 83, Issue 9, pp. 34-39.
18. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. (2000), Coherent Measures of Risk, *Risk management: value at risk and beyond*, 145
19. Asarnow E., Marker E. (1994), Historical performance of the U.S. Corporate loan market: 1988-1993, *Commercial Lending Review*, 10,13
20. Asarnow, Elliot, Edwards David (1995), Measuring Loss on Defaulted Bank Loans: A 24- Year Study, *The Journal of Commercial Lending*, Vol. 77, Issue 7, pp. 11-23
21. Avesani Renzo G., Liu Kexue, Mirenstean Alin, Salvati Jean (2005), *Credit Risk Models for the Financial Sector Assessment Program*, International Monetary Fund
22. Bakshi Gurdeep, Madan Dilip, Zhang Frank (2001), *Recovery in Default Risk Modeling: Theoretical Foundations and Empirical Applications*, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board

23. Bamber, D (1975), The Area above the Ordinal Dominance Graph and the Area below the Receiver Operating Characteristic Graph, *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 12, Issue 4, pp. 387-415
24. Bangia, A. Diebold, F.X., Kronimus, A., Schagen, C., and Schuermann, T. (2002), Ratings Migration and the Business Cycle, with Application to Credit Portfolio Stress Testing, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26, Issue 2, pp. 445- 474.
25. Bartlett James E, Kotrlik Joe W, Higging Chadwick H (2001), Organizational research: Determining appropriate sample size in survey research, *Information Technology, Learning, and Performance Journal*, Vol. 19, Issue 1, pp. 43
26. Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlement (2005), *An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*
27. Basel Committee on Banking Supervision Publications, Bank for International Settlement (1999), *Credit risk modelling: Current Practices and Applications*
28. Basel Committee on Banking Supervision Publications, Bank for International Settlement (2000), *Best Practices for Credit Risk Disclosure*
29. Basel Committee on Banking Supervision Publications, Bank for International Settlement (2004), International Convergence on Capital Measurement and Capital Standards, *Basel Committee on Banking Supervision Publications No. 107*,
30. Basel Committee on Banking Supervision Publications, Bank for International Settlement (2005), *Studies on validation of internal rating systems*
31. Basel Committee on Banking Supervision Publications, Bank for International Settlement (2005), Update on work of the Accord Implementation Group related to validation under the Basel II Framework, *Basel Committee Newsletter No. 4*
32. Basel Committee on Banking Supervision Publications, Bank for International Settlement (2006), Validation of low-default portfolios in the Basel II Framework, *Basel Committee Newsletter No. 6*
33. Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlement (1996), *Sound Practices for Loan Accounting and Disclosure*
34. Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlement (1996), *Settlement Risk in Foreign Exchange Transactions: Report Prepared for the Committee on Payment and Settlement Systems of Central Banks of the Group of Ten Countries*
35. Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlement (1999), Sound Practices for Loan Accounting and Disclosure, *Basel Committee on Banking Supervision Publications*
36. Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlement (2000), Principles for Management of Credit Risk, *Basel Committee on Banking Supervision Publications*
37. Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlement (2001), *Risk Management Practices and Regulatory Capital; Cross Sectoral Comparison*,
38. Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlement (2004). Implementation of Basel II: Practical Consideration, *Basel Committee on Banking Supervision Publications No. 109*
39. Bastos João A. (2010), Forecasting bank loans loss-given-default, *Journal of Banking & Finance*, Vol 34, Issue 10, pp 2510-2517
40. Beaver, W. H. (1966), Financial ratios as predictors of failure, *Journal of Accounting Research*, pp. 71-111
41. Belmont P. David (2004), *Value Added Risk Management in Financial Institutions: Leveraging Basel II & Risk Adjusted Performance Measurement*, John Wiley & Sons
42. Berg Daniel (2007), Bankruptcy Prediction by Generalised Additive Models, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Vol. 23, Issue 2, pp. 129-143

43. Bernhardsen Eivind (2001), A Model of Bankruptcy Prediction, *Norges bank*
44. Bessis Joël (2004), *Risk Management in Banking*, John Wiley & Sons
45. Bharath, Sreedhar T., Shumway Tyler (2004), Forecasting Default with the KMV Model, *AFA 2006 Boston Meetings Paper*
46. Bielecki Tomasz R., Rutkowski Marek (2004), *Credit Risk: Modeling, Valuation, and Hedging*, Springer Finance
47. Black Fischer, Cox John C. (1976), Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions, *Journal of Finance*, Vol. 31, Issue 2, pp. 351-367
48. Blöchinger Andreas, Leippold Markus (2006), Testing Probability Calibrations: Application to Credit Scoring Models, *National Centre of Competence in Research Financial Valuation and Risk Management, Working Paper No. 323*
49. Blochwitz Stefan, Hohl Stefan, Tasche Dirk, Wehn Carsten S. (2004), Validating Default Probabilities on Short Time Series, *Capital & Market Risk Insights, Federal Reserve Bank of Chicago*
50. Bogojevic Arsic, V. (2008), Risk Management with Credit Derivatives. In *Proceedings of the 11th Toulon-Verona international conference on quality in services*, pp. 1000-1007, Firenze University Press
51. Boston, C. S. F. (1997). *CreditRisk+: Technical Documentation*.
52. Bottazzi Giulio, Grazi Marco, Secchici Angelo, Federico Tamagni (2011), Financial and Economic Determinants of Firm Default, *Journal of Evolutionary Economics*, Vol. 21, Issue 3, pp. 373-406
53. Bradley Andrew P., Longstaff I. D., Sample Size Estimation using the Receiver Operating Characteristic Curve, paper, *Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on*, Vol. 4, pp. 428 - 431
54. Bradley Efron, Tibshirani Robert J. (1993), *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall
55. Brennan M. J., Schwartz E. S. (1977), Convertible Bonds: Valuation and Optimal Strategies for Call and Conversion, *Journal of Finance*, Vol. 32, Issue 5, pp. 1699-1715
56. Brier, G. W. (1950), Verification of forecasts expressed in terms of probability, *Monthly Weather Review*, Vol. 78, Issue 1, pp. 1-3
57. Brown L. D., Cai T., DasGupta A. (2001), Interval estimation for a binomial proportion, *Statistical Science*, No. 16, pp. 101-133
58. Bruche Max, González-Aguado Carlos (2010), Recovery rates, default probabilities, and the credit cycle, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 34, Issue 4, pp. 754-764
59. Bundesbank, D. (2003), Approaches to the validation of internal rating systems, *Monatsbericht September*, pp. 59-71.
60. C. S. Wong Michael, Yat-fai Lam (2008), Macro Stress Tests and History-Based Stressed PD: The Case of Hong Kong, *Journal of Financial Regulation and Compliance*, Vol. 16, Issue 3, pp. 251-260
61. Cabenoyan A. Sinan, Strahan E. Philip (2004), Risk Management, Capital Structure and Lending at Banks, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 28, Issue 1, pp.19-43
62. Calders Toon, Jaroszewicz Szymon (2007), Efficient AUC Optimization for Classification, *Knowledge Discovery in Databases: PKDD 2007*, pp 42-53
63. Calinski T., Harabasz J. (1974), A Dendrite Method for Cluster Analysis, *Communications in Statistics -theory and Methods*, Vol. 3, Issue 1, pp. 1-27
64. Cantor Richard, Mann Christopher (2003), Measuring the Performance of Corporate Bond Ratings, *Special Comment, April*
65. Cantor, R., & Falkenstein, E. (2001), Testing for Rating Consistency in Annual Default Rates, *The Journal of Fixed Income*, Vol. 11, Issue 2: pp. 36-51
66. Carty L., Lieberman D. (1996), Defaulted Bank Loan Recoveries, *Moody's Investors Service*, 15, 79

67. Carty L, Hamilton D, Keenan S, Moss A, Mulvaney M, Marshella T, Subhas M (1998), Bankrupt Bank Loan Recoveries, *Moody's Special Comment*, June.
68. Chalupka Radovan, Kopecsni Juraj (2008), Modeling Bank Loan LGD of Corporate and SME Segments: A Case Study, *Czech Journal of Economics and Finance*, Vol. 59, Issue 4, pp. 360-382,
69. Chan-Lau Jorge A. (2006), Fundamentals-Based Estimation of Default Probabilities: A Survey, *International Monetary Fund*, WP/06/149
70. Chavas Jean-Paul (2004), Risk Analysis in Theory and Practice, Elsevier Academic Press
71. Chen Ren-Raw, Shing-yang Hu, Ging-Ging Pan (2006), Default Prediction of Various Structural Models, *Rutgers University, National Taiwan University, and National Ping-Tung University of Sciences and Technologies*
72. Chorafas Dimitris N. (2004), *Economic Capital Allocation with Basel II: Cost, Benefit and Implementation Procedures*, Elsevier Finance
73. Chorafas Dimitris N. (2007), *Stress Testing for Risk Control Under Basel II*, Elsevier Finance
74. Christodoulakis George, Satchell Stephen (2008), *The Analytics of Risk Model Validation*, Elsevier Finance,
75. Clopper C., Pearson E. S. (1934), The use of confidence or fiducial limits illustrated in the case of the binomial, *Biometrika*, No. 26, pp. 404–413
76. Cochran, W. G. (1977), *Sampling Techniques*, 3rd edition, John Wiley & Sons
77. Committee on the Global Financial System, Bank for International Settlement (2005) *Stress testing at major financial institutions: survey results and practice*
78. Cortes Corinna, Mohri Mehryar (2004), AUC Optimization vs. Error Rate Minimization, *Advances in Neural Information Processing Systems 16*, No. 16, pp. 313-320
79. Cox D. R. (1955), Some Statistical Methods Connected with Series of Events, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 17, Issue 2, pp. 129–164
80. Cramer J. S. (2008), *Econometric applications of Maximum Likelihood methods*, Cambridge University Press
81. Darrell Duffie, Singleton Kenneth J. (1999), Modeling Term Structures of Defaultable Bonds, *Review of Financial studies*, Vol. 12, Issue 4, pp. 687-720
82. De Laurentis Giacomo, Maino Renato, Molteni Luca (2010), *Developing, Validating and Using Internal Ratings*, John Wiley & Sons
83. De Servigny Arnaud, Renault Oliver (2004), *Measuring and Managing Credit Risk*, Mc Graw-Hill
84. Dell Ralph B., Holleran Steve, Ramakrishnan Rajasekhar (2002) , Sample Size Determination, *IJAR Journal*, Vol. 43, Issue 4, pp. 207-213.
85. DeLong J. Bradford (1998), Rules, Old and New, for the Twenty-First Century Economy, *The Magazine of the World Economic Forum*
86. Dermine J., de Carvalho C. Neto (2006), Bank loan losses-given-default: A case study, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 30, Issue 4, pp. 1219–1243
87. De Servigny, A., & Renault, O. (2004), *Measuring and managing credit risk*, McGraw Hill Professional
88. Dev Ashish (2004), *Economic Capital A Practitioner Guide*, Risk books
89. Dimitris N. Chorafas (2002), *Liabilities, Liquidity and Cash Management – Balancing Financial Ratios*, John Wiley & Sons
90. Duffie Darrel, Singleton Kenneth. (1999), Credit risk for financial institutions: management and pricing, Graduate School of Business, Stanford University
91. Duffie Darrell, Singleton Kenneth J. (1997), An Econometric Model of the Term Structure of Interest Rate Swap Yields, *Journal of Finance*, Vol. 52, Issue 4, pp. 1287-1321
92. Dullmann, K., & Trapp, M. (2004), Credit-Risk+: a credit risk management framework, *New York: Credit Suisse First Boston*

93. Dwyer Douglas W., Stein Roger M. (2006), Inferring the default rate in a population by comparing two incomplete default databases, *Journal of banking and finance*, Vol. 30, Issue 3, pp 797–810
94. Elizalde Abel (2006), Credit Risk Models II: Structural Models, *Centro de Estudios Monetarios y Financieros, Working Paper No. 0606*
95. Engelmann Bernd, Hyden Evelyn, Tasche Dirk (2003), Measuring the discriminative power of rating systems, discussion paper, *Deutsche Bank, Series 2: Banking and Financial Supervision, No. 1*
96. Engelmann Bernd, Hyden Evelyn, Tasche Dirk (2003), Testing Rating Accuracy, *Risk*, Vol. 16, Issue 1, pp. 82-86
97. Engelmann Bernd, Rauhmeier Robert (2006), *The Basel II Risk Parameters: Estimation, Validation, and Stress Testing, second edition*, Springer
98. European Parliament (2013), Directive 2013/36/EU on access to the activity of credit institutions and the prudential supervision of credit institutions and investment firms (CRD IV),
99. European Parliament (2013), Regulation No. 575/2013 on prudential requirements for credit institutions and investment firms (CRR),
100. Fabozzi J. Frank, Peterson P. Pamela (2003), *Financial Management and Analysis, second edition*, John Wiley & Sons Inc.
101. Falkenstein Eric (2002), Credit Scoring for Corporate Debt, *Credit ratings: methodologies, rationale and default risk*, pp. 169-188
102. Fantazzini Dean, Figini Silvia (2009), Default forecasting for small-medium enterprises: does heterogeneity matter?, *International Journal of Risk Assessment and Management*, Vol. 11, Issue 1-2, pp. 138-163
103. Fawcett Tom (2006), An introduction to ROC analysis, *Pattern Recognition Letters*, Vol. 27, Issue 8, pp 861–874
104. Fernandes Joao Eduardu (2005), Corporate credit risk modeling: Quantitative rating system and probability of default estimation, *SSRN 722941*
105. Fisher, R. A. (1936), The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems, *Annals of Eugenics*, Vol. 7, Issue 2, pp. 179–188
106. Fitzpatrick, P. J. (1932), *A comparison of the ratios of successful industrial enterprises with those of failed companies*, Accountants Publishing Company
107. Franke Michael, Hommel Ulrich, Rudolf Markus (2000), *Risk Management: Challenge and Opportunity*, Springer –Verlag
108. Frye J. (2000), Depressing Recoveries, *Risk-London-Risk Magazine Limited*, Vol. 13, Issue 11, pp. 108-111
109. Galai Dan, Masulis Ronald, (1976), The option pricing model and the risk factor of stock, *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, Issue 1, pp. 53-81
110. Gallati Reto (2003), *Risk Management and Capital Adequacy*, Mc Graw-Hill
111. Geske R. (1977), The valuation of corporate liabilities as compound options, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 12, Issue 4, pp. 541-552
112. Giudici Paolo (2003), *Applied Data Mining: Statistical Methods for Business and Industry*, John Wiley & Sons
113. Greuning Hennie, Bratanović Brajović Sonja (2000), *Analyzing Banking Risk – A Framework for Assessing Corporate Governance and Financial Risk Management*, The World Bank Publications
114. Gu Jiezhun, Ghosal Subhashis, Roy Anindya (2006), Non-parametric estimation of ROC curve, *North Carolina State University, Institute of Statistics*
115. Gupton M. Greg, Finger C. Christofer, Bhatia Mickey (1997), CreditMetrics - Technical Document, The Benchmark for Understanding Credit Risk, *J.P.Morgan*

116. Gupton, G. M., Stein R.M. (2002), LossCalc™: Moody's Model for Predicting Loss Given Default, *Moody's Investor Service*
117. Halinski, R. S., Feldt, L. S. (1970), The selection of variables in multiple regression analyses, *The Journal of Educational Measurement*, Vol. 7, Issue 3, pp. 151-158
118. Hamerle Alfred, Knapp Michael, Liebig Thilo, Wildenauer Nicole (2005), *Incorporating prediction and estimation risk in point-in-time credit portfolio models*, discussion paper, Deutsche Bundesbank, Series 2: Banking and Financial Studies No. 13
119. Hand D. J., Henley W. E. (1997), Statistical classification methods in consumer credit, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 160, pp. 523–541
120. Hanley James A., McNeil Barbara J. (1983), A method of comparing the areas under receiver operating characteristic curves derived from the same cases, *Radiology*, Vol. 148, Issue 3, pp. 839-843
121. Hanson Samuel, Schuermann Til (2006), Confidence Intervals for Probabilities of Default, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 30, Issue 8, pp 2281–2301
122. Hardle Wolfgang, Kleinow Torsten, Stahl Gerhard (2002), *Applied quantitative finance*
123. Harrell Frank E. (2001), *Regression Modeling Strategies: With Applications to Linear Models, Logistic Regression and Survival Analysis*, Springer,
124. Hayden Evelyn (2003), Are Credit Scoring Models Sensitive With Respect to Default Definitions?, *Evidence from the Austrian Market, EFMA 2003 Helsinki Meetings*
125. Hosmer, D. & Lemeshow, S. (1989), *Applied Logistic Regression*, John Wiley & Sons
126. Hu Y-T, Perraudin W. (2002), The Dependence of Recovery Rates and Defaults, *Risk Control Research Paper No. 6/1*
127. Hui, C. H., Wong, T. C., Lo, C. F., & Huang, M. X. (2006), Benchmarking model of default probabilities of listed companies, *Journal of Fixed Income*, Vol. 15, Issue 2, pp. 76-86.
128. Internal Ratings-Based Systems for Retail Credit Risk for Regulatory Capital (2004), Notice, *Federal Register*, Vol. 69, No. 207, pp. 62748-62776
129. Internal Ratings-Based Systems for Retail Credit Risk for Regulatory Capital (2004), *Office of the Comptroller of the Currency, Federal Register*, Vol. 69, No. 207
130. Jaffry Yusuf, Schuermann Til (2003), Metrics for comparing credit migration matrices, *Center for Financial Institutions Working Papers*
131. Jarrow R. A., Lando D., Turnbull S. M. (1997), A Markov Model for the Term Structure of Credit Spreads, *Review of Financial Studies*, Vol. 10, Issue 2, pp. 481–523
132. Jarrow Robert A., Turnbull Stuart M. (1995), Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk, *Journal of Finance*, Vol. 50, Issue 1, pp. 53–85,
133. Jokivuolle Esa, Virolainen Kimmo, Vähämaa Oskari (2008), Macro-model-based stress testing of Basel II capital requirements, *Bank of Finland Research Discussion Paper*, 17
134. Jorion Philippe (2007), *Financial Risk Manager Handbook, 4th edition*, John Wiley & Sons
135. Jorion Philippe (2007), *Value At Risk: The New Benchmark For Managing Financial Risk, 3rd edition*, McGraw-Hill
136. Kiefer, Nicholas M. (2010), Default Estimation and Expert Information, *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 28, Issue 2, pp. 320-328
137. Kish, L. (1965), *Survey Sampling*, John Wiley & Sons
138. Klaassen Pieter, van Eeghen Idzard (2009), *Economic Capital*, Elsevier finance
139. Klaassen Pieter, van Eeghen Idzard (2009), *Economic Capital How It Works, and What Every Manager Needs to Know*, Elsevier Finance
140. Kotrlik Joe W., Higgins Chadwick C. (2001), Organizational research: Determining appropriate sample size in survey research appropriate sample size in survey research, *Information Technology, Learning, and Performance Journal*, Vol. 19, Issue 1, pp. 43
141. Krejcie, R.V., Morgan, D.W. (1970), Determining sample size for research activities, *Educational and Psychological Measurement*, Vol. 30, pp. 607-610.

142. Lando David (2004), *Credit Risk Modeling: Theory and Applications*, Princeton Series in Finance
143. Lando David, Skoderberg Maagard Torben, Analyzing rating transitions and rating drift with continuous observation (2002), *Journal of Banking & Finance*, Vol. 26, Issues 2–3, pp. 423–444
144. Lenth Russell V. (2001), Some Practical Guidelines for Effective Sample-Size Determination, *The American Statistician*, Vol. 55, Issue 3, pp. 187-193
145. Lewis Nigel Da Costa (2004), *Operational Risk with Excel and VBA: Applied Statistical Methods for Risk Management*, John Wiley & Sons
146. Li Hui (2010), Downturn LGD: A Spot Recovery Approach, *MPRA paper 20375*
147. Lingo Manuel, Winkler Gerhard (2008), Discriminatory Power – an Obsolete Validation Criterion?, *SSRN 1026242*
148. Longstaff Francis A., Schwartz Eduardo S. (1995), A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt, *Journal of Finance*, Vol. 50, Issue 3, pp. 789-819
149. Lopez Jose A., Saidenberg Marc R. (2000), Evaluating Credit Risk Models, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 24, Issue 1, pp. 151-165
150. Lopez Jose A., Saidenberg Marc R. (2000), Evaluating credit risk models, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 24, Issues 1–2, pp. 151–165
151. Maclachlan Iain, (2004), *Choosing the discount factor for estimating economic LGD*
152. Madan Dilip B., Unal Haluk, Santomero Anthony M. (1998), Pricing the risks of default, *Review of Derivatives Research*, Vol. 2, Issues 2-3, pp. 121-160
153. Maddala, G. S. (1983), *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Economics*, Cambridge University Press,
154. Mählmann Thomas (2004), *Classification and Rating of Firms in the Presence of Financial and Non-financial Information*
155. Marrison Chris (2002), *The Fundamentals of Risk Measurement*, Mc Graw-Hill
156. Martin Kent J., Hischberg D. S. (1996), Small sample statistics for classification error rates II: Confidence intervals and significance tests, University of California, Technical report no 96-22
157. Martin, R. (2004). *Credit portfolio modeling handbook*, Credit Suisse First Boston.
158. Matten Chris (2000), *Managing Bank Capital, second edition*, John Wiley & Sons Ltd
159. Medema Lydian, Koning Ruud H., Lensink Robert (2009), A Practical Approach to Validating a PD Model, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 33, Issue 4, pp. 701–708
160. Merton Robert (1974), On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates, *The Journal of Finance*, Vol. 29, Issue 2, pp. 449–470
161. Miaoulis, George i Michener R. D. (1976), *An Introduction to Sampling*, Kendall/Hunt Publishing Company
162. Miller, D. E., Kuncce, J. T. (1973), Prediction and statistical overkill revisited, *Measurement and Evaluation in Guidance*, Vol. 6, Issue 3, pp. 157-163
163. Miller, R. M., & Advisors, M. R. (1998), A Nonparametric Test for Credit Rating Refinements, *Risk Magazine*, No. 8
164. Miller, L. E., & Smith, K. L. (1983), Handling nonresponse issues, *Journal of Extension*, Vol. 21, pp. 45-50
165. Milligan G., Cooper M. (1985), An Examination of Procedures for Determining the Number of Cluster in the Data Set, *Psychometrika*, Vol. 50, Issue 2, pp. 159-179
166. Mittlbock M., Schemper M. (2002), Explained Variation for Logistic Regression – Small Sample Adjustments, Confidence Intervals and Predictive Precision, *Biometrical Journal*, Vol. 44, Issue 3, pp. 263-272
167. Mohri C. (2005), Confidence Intervals for the Area under the ROC Curve, *Advances in Neural Information Processing Systems 17*, pp 305-312

168. Nickell P., Perraudin W., Varotto S. (1998, 2000), Stability of Rating Transitions, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 24, Issue 1, pp. 203-227
169. Nielsen L. T., Saá-Requejo J., Santa-Clara P. (1993, 2001), *Default risk and interest rate risk: The term structure of default spreads*, University of California
170. Norris, J. R. (1998), *Markov chains* (No. 2008), Cambridge university press
171. OeNB (2004), *Credit Approval Process and Credit Risk Management*, Guidelines on Credit Risk Management
172. OeNB (2004), *Rating Models and Validation*, Guidelines on Credit Risk Management,
173. Ohlson James A. (1980), Financial ratios and the probabilistic prediction of bancruptcy, *The Journal of Accounting Research*, Vol. 18, Issue 1, pp.109-131
174. Oldfield S. George, Santomero m. Anthony (1997), The Place of Risk Management in Financial Institutions, *Financial Institutions Center, The Wharton School, University of Pennsylvania*,
175. Ong, Michael K. (1999), *Internal Credit Risk Models : Capital Allocation and Performance Measurement*, Risk Books
176. Ott Lyman, Longnecker Michael (2010), *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis, 6th Edition*, Brooks/Cole, Cengage Learning
177. Ozdemir Bogie, Miu Peter (2009), *Basel II Implementation: A Guide to Developing and Validating a Compliant, Internal Risk Rating System*, Mc Graw-Hill
178. Parnitzke Thomas (2005), Credit Scoring and the Sample Selection Bias, *Institute of Insurance Economics, University of St. Gallen*
179. Peduzzi P., Concato J., Kemper E., Holford T.R., Feinstein A.R (1996), A simulation study of the number of events per variable in logistic regression analysis, *J Clin Epidemiol*, Vol. 49, pp. 1373-1379
180. Peduzzi Peter, Concato John, Kemper Elizabeth, Holford Theodore R., Feinstein Alvan R. (1996), A simulation study of the number of events per variable in logistic regression analysis, *Journal of Clinical Epidemiology*, Vol. 49, Issue 12, pp. 1373–1379
181. Pitts C. G. C., Selby M. J. P. (1983), The Pricing of Corporate Debt: A Further Note, *The Journal of Finance*, Vol. 38, Issue 4, pp. 1311-1313
182. Pluto Katja, Tasche Dirk (2011), *Estimating Probabilities of Default for Low Default Portfolios, The Basel II Risk Parameters: Estimation, Validation, and Stress Testing, second edition*, Springer
183. Porath Daniel (2006), Estimating Probabilities of Default for German Savings Banks and Credit Cooperatives, *Schmalenbach Business Review*, Vol. 58, pp. 214-233
184. Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation, Hodrick Robert J., Prescott Edward C. (1997), *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 29, Issue 1, pp. 1-16
185. Provost Foster, Fawcett Tom (2001), Robust Classification for Imprecise Environments, *Machine Learning*, Vol. 42, Issue 3, pp. 203-231
186. Rating Credit Risk (2001), *Comptroller's Handbook, Comptroller of the Currency, Administrator of National Bank*
187. Rebba Ramesh, Mahadevan Sankaran (2006), Huang Shuping, Validation and error estimation of computational models, *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 91, Issues 10–11, pp. 1390–1397
188. Redelmeier, D. A., Bloch D. A., Hickam D. H. (1991), Assessing predictive accuracy: How to compare Brier scores, *Journal of Clinical Epidemiology*, Vol. 44, Issue 11, pp. 1141–1146
189. Roesch Daniel, Scheule Harald (2007), Stress-Testing Credit Risk Parameters: An Application to Retail Loan Portfolios, *Journal of Risk Model Validation*, Vol. 1, Issue 1, pp. 55-75
190. Rösch Daniel, Scheule Harald (2008), *Stress Testing for Financial Institutions, Applications, Regulations and Techniques*, Risk books
191. Rose S. Peter, Hudgins C. Sylvia (2005), *Bankarski menadžment i finansijske usluge*, Data status

192. Rosen Dan, Saunders David (2010), Risk factor contributions in portfolio credit risk models, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 34, Issue 2, pp. 336–349
193. Santner Thomas J., Yamagami Shin (1993), Invariant small sample confidence intervals for the difference of two success probabilities, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, Vol. 22, Issue 1, pp. 33-59
194. Santomero M. Anthony (1997), Commercial Bank Risk Management: An Analysis of the Process, *Journal of Financial Services Research*, Vol. 12, Issues 2-3, pp. 83-115
195. Satchet Steve, Xia Wei (2007), *Analytic models of ROC curve: Applications to Credit Rating Model Validation*
196. Saunders David, Xiouros, Zenios A Stavros (2002), *Measuring Portfolio Credit Risk. Application for a Cypriot Commercial Bank*, Risklab
197. Schönbucher, P. J. (2000), *Factor models for portofolio credit risk* (No. 16/2001), Bonn Econ Discussion Papers
198. Schroeck Gerhard (2002), *Risk Management and Value Creation in Financial Institutions*, John Wiley & Sons
199. Schuermann Til (2004), What do we know about Loss Given Default, *Wharton Financial Institutions Center Working Paper No. 04-01*
200. Schuermann Til, Hanson Samuel (2004), Estimating probabilities of default, *Staff Report (No. 190)*, Federal Reserve Bank of New York
201. Siddiqi Naeem (2006), *Credit Risk Scorecards: Developing and Implementing Intelligent Credit Scoring*, John Wiley & Sons
202. Sobehart J., Keenan S. (1999), Equity market value and its importance for credit analysis: facts and fiction, *Moodys Risk Management Services*
203. Sobehart Jorge R., Keenan Sean C. (2007), Understanding performance measures for validating default risk models: a review of performance metrics, *Journal of Risk Model Validation*, Vol. 1, Issue 2, pp. 61–79
204. Sobehart Jorge, Keenan Sean C., Stein Roger M. (2000), Benchmarking Quantitative Default Risk Models: A Validation Methodology, *Moody's Investor Services*
205. Sobehart, J., Keenan S., Stein R. (2000), Validation Methodologies for Default Risk Models, *Credit*, Vol. 4, Issue 1, pp. 51-56
206. Soberhart Jorge, Keenan Sean (2001), Measuring Default Accurately, *Risk*, Vol. 14, Issue 3, pp. 31-33
207. Sounders Anthony (2004), *Financial Institutions Management: A Risk Management Approach*, Mc Graw-Hill
208. Spiegelhalter D. J. (1986), Probabilistic prediction in patient management and clinical trials, *Statistics in Medicine*, Vol. 5, Issue 5, pp. 421–433
209. Stein Roger M. (2000), Benchmarking Default Prediction Models: Pitfalls and Remedies in Model Validation, *Moody's Investors Service*
210. Stein Roger M. (2005), The relationship between default prediction and lending profits: Integrating ROC analysis and loan pricing, *Journal of Banking and Finance*, Vol 29, Issue 5, pp. 1213–1236
211. Sudman S. (1976), *Applied Sampling*, New York: Academic Press
212. Tasche D. (2009), *Estimating discriminatory power and PD curves when the number of defaults is small*, Cornell University Library
213. Tasche Dirk (2008), Validation of internal rating systems and PD estimates, *The Analytics of Risk Model Validation*, Elsevier Finance, pp 169-196
214. Truerck Stefan, Rachev T. Svetlozar (2009), *Rating Based Modeling of Credit Risk: Theory and Application of Migration Matrices*, Academic Press, Elsevier,
215. van der Burgt Marco (2008), Calibrating low default portfolios usig cumulative accuracy profile, *Journal of Risk Model Validation*, Vol. 1, Issue 4, pp, 17-33
216. Warwick Ben (2003), *The Handbook of Risk*, John Wiley & Sons

217. West Graeme (2004), *Risk Measurement for Financial Institutions*, Financial Modeling Agency
218. Wilson, Thomas C. (1997), Credit Portfolio Risk (I), *Risk*,
219. Wilson, Thomas C. (1997), Credit Portfolio Risk (II), *Risk*,
220. Yamane Taro (1967), *Statistics: An Introductory Analysis*, 2nd Edition, Harper and Row
221. Yan Lian, Dodier Robert, Mozer Michael C., Wolniewicz Richard (2003), Optimizing Classifier Performance via an Approximation to the Wilcoxon-Mann-Whitney Statistic, *Twentieth International Conference on Machine Learning (ICML-2003)*
222. Zavgren, Christine V. (1985), Assessing the Vulnerability to Failure of American Industrial Firms: A Logistic Analysis, *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 12, Issue 1, pp. 19 – 46
223. Zhipeng Zhang (2009), Recovery rates and macroeconomic conditions: The role of loan covenants, *AFA 2010 Atlanta Meetings Paper*

PRILOZI

Prilog 1: Pokazatelji za analizu

Tabela 49: Pokazatelji za analizu

R.b. pokazatelja	Opis obračuna pokazatelja
1	Trenutna blokada računa
2	Blokada računa u poslednjih godinu dana
3	Broj dana u blokadi u poslednjih godinu dana
4	Maksimalan broj dana u blokadi u poslednjih godinu dana
5	Blokada računa u poslednje tri godine
6	Broj dana u blokadi u poslednje tri godine
7	Maksimalan broj dana u blokadi u poslednje tri godine
8	Poslovni rashodi / Ukupni rashodi
9	Neposlovni rashodi / Ukupni rashodi
10	Neto dobitak / Ukupni rashodi
11	Poslovni prihodi / Ukupni prihodi
12	Neposlovni prihodi / Ukupni prihodi
13	Neto gubitak / Ukupni prihodi
14	Gotovina i gotovinski ekvivalenti / Kratkoročne obaveze
15	Obrtna imovina / Kratkoročne obaveze
16	(Obrtna imovina - zalihe) / (Kratkoročne obaveze - Kratkoročni krediti)
17	Obrtna imovina / (Kratkoročne obaveze - Kratkoročni krediti)
18	Sopstveni kapital / Stalna imovina
19	Dugoročni kapital / Stalna imovina
20	Dugoročni kapital / (Stalna imovina + Zalihe)
21	Sopstveni kapital / Ukupni kapital
22	Ukupne obaveze / Ukupni kapital
23	Sopstveni kapital / Ukupne obaveze
24	(Dugoročna rezervisanja + Dugoročne obaveze) / Ukupni kapital
25	(Dugoročni krediti + Kratkoročne finansijske obaveze) / Ukupni kapital
26	(Neto rezultat + Rashodi kamata + Troškovi poreza) / Rashodi kamata
27	Poslovni dobitka/Rashodi kamata
28	(Poslovni rezultat +Troškovi amortizacije i rezervisanja) / Rashodi kamata
29	Poslovni rezultat / Prihodi od prodaje
30	Rezultat pre oporezivanja / Prihodi od prodaje
31	Neto rezultat / Prihodi od prodaje
32	Neto rezultat / Ukupna aktiva
33	Neto rezultat / Ukupni kapital
34	Poslovni prihodi / Poslovni rashodi
35	Ukupni prihodi / Ukupni rashodi
36	Potraživanja od kupaca / Obaveze prema dobavljačima
37	365 / Racio obrta zaliha
38	365 / Racio obrta potraživanja od kupaca
39	365 / Racio obrta obaveza iz poslovanja
40	365 / Racio obrta ukupne imovine
41	Bruto rezultat / Poslovni rezultat
42	Poslovni rezultat / Neto rezultat
43	Ukupni prihodi / Poslovna aktiva
44	Ukupni neto obrtni fond * 100 / Stalna imovina
45	Ukupni neto obrtni fond * 100 / Zalihe
46	Kapital / Ukupna pasiva
47	Finansijske obaveze / Kapital
48	Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije * 100 / Poslovni prihodi
49	Finansijske obaveze / Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije
50	Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije / Neto finansijski rashodi
51	Neto likvidna sredstva / Poslovni prihodi
52	(Obrtna imovina - Zalihe) / Kratkoročne obaveze

53	Bruto rezultat / Prihodi od prodaje
54	Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije / Prihodi od prodaje
55	Poslovni rezultat / Prihodi od prodaje
56	Zarada pre kamata i poreza / Prihod od prodaje
57	(Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije - Troškovi poreza - Finansijski rashodi) / Prihodi od prodaje
58	Obaveze prema dobavljačima / Prihodi od prodaje
59	Potrebe za ukupnim neto obrtnim fondom / Prihodi od prodaje
60	Ukupni neto obrtni fond / Prihodi od prodaje
61	Gotovina i gotovinski ekvivalenti / Kratkoročne finansijske obaveze
62	Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije / Kapital
63	Poslovni rezultat / Kapital
64	Zarada pre kamata i poreza / Kapital
65	Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije / (Kapital + Finansijske obaveze)
66	Poslovni rezultat / (Kapital + Finansijske obaveze)
67	Zarada pre kamata i poreza / (Kapital + Finansijske obaveze)
68	Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije / Stalna imovina
69	Poslovni rezultat / Stalna imovina
70	Zarada pre kamata i poreza / Stalna imovina
71	Neto dobit / Prihodi od prodaje
72	Neto obrtni fond / Potrebe za neto obrtnim fondom
73	Zarada pre kamata, poreza, deprecijacije i amortizacije / Finansijski rashodi (bruto)
74	Osnovna sredstva / Ukupna aktiva
75	Zalihe / Ukupna aktiva
76	Kratkoročna potraživanja / Ukupna aktiva
77	Gotovina / Ukupna aktiva
78	Gubitak iznad kapitala / Ukupna aktiva
79	Sopstveni izvori / Ukupna pasiva
80	Dugoročne obaveze / Ukupna pasiva
81	Kratkoročne obaveze / Ukupna pasiva
82	Ukupne obaveze / Ukupna aktiva
83	Kratkoročne obaveze / Ukupne obaveze
84	Ukupne obaveze / Materijalna imovina
85	Dugoročne obaveze / Ukupna aktiva
86	Finansijske obaveze / Ukupna aktiva
87	Finansijske obaveze / (Ukupna aktiva – Kreditne obaveze)
88	(Obaveze iz poslovanja – Gotovina i gotovinski ekvivalenti – Kratkoročni finansijski plasmani) / Ukupna aktiva
89	Finansijske obaveze / Obaveze iz poslovanja
90	Obaveze iz poslovanja / Ukupna aktiva
91	(Neto rezultat + Troškovi amortizacije, deprecijacije i rezervisanja) / Ukupne obaveze
92	(Neto dobit + Troškovi amortizacije i deprecijacije) / Finansijski rashodi
93	Poslovni rezultat / Finansijski rashodi
94	(Neto rezultat + Troškovi amortizacije, deprecijacije i rezervisanja) / Dugoročne obaveze
95	Obrtna imovina / Ukupne obaveze
96	Neto obrtni kapital / Ukupna aktiva
97	Kratkoročne obaveze / Ukupna aktiva
98	Obrtna imovina / Ukupna aktiva
99	Gotovina i gotovinski ekvivalenti / Ukupna aktiva
100	Neto obrtni kapital / Prihodi od prodaje
101	Gotovina i gotovinski ekvivalenti / Prihodi od prodaje
102	(Gotovina i gotovinski ekvivalenti + Kratkoročni finansijski plasmani) / Ukupna aktiva
103	(Gotovina i gotovinski ekvivalenti + Kratkoročni finansijski plasmani) / Kratkoročne obaveze
104	Obrtna imovina / Prihodi od prodaje
105	(Obrtna imovina – Zalihe) / Prihodi od prodaje
106	Kratkoročne finansijske obaveze / Ukupne finansijske obaveze
107	Neto obrtni kapital / Kratkoročne obaveze
108	Prihodi od prodaje / Ukupne aktiva
109	Prihodi od prodaje / Obrtna imovina
110	Prihodi od prodaje / Neto obrtni kapital
111	Zalihe / Poslovni rezultat

112	Zalihe / Prihodi od prodaje
113	Zalihe / (Nabavna vrednost prodate robe+Troškovi materijala)
114	Potraživanja / Prihodi od prodaje
115	Potraživanja / Poslovni rezultat
116	Finansijski rashodi / Prihodi od prodaje
117	Potraživanja / Ukupne obaveze
118	Potraživanja / (Nabavna vrednost prodate robe+Troškovi materijala)
119	Obaveze iz poslovanja / (Nabavna vrednost prodate robe+Troškovi materijala)
120	Obaveze iz poslovanja / Prihodi od prodaje
121	Potraživanja / Zalihe
122	Troškovi zarada i ostalih ličnih primanja/ Prihodi od prodaje
123	Poslovni prihodi / Troškovi zarada i ostalih ličnih primanja
124	(Prihodi od prodaje- Nabavna vrednost prodate robe+Troškovi materijala) /Troškovi zarada i ostalih ličnih primanja
125	(Nabavna vrednost prodate robe+Troškovi materijala) / Poslovni rezultat
126	Prihodi od prodaje / Ukupna aktiva
127	Dani obrta potraživanja (Potraživanja * 365 / Prihodi od prodaje)
128	Dani obrta obaveza (Obaveze iz poslovanja * 365 / (Nabavna vrednost prodate robe + Troškovi materijala)
129	Dani obrta potraživanja / Dani obrta obaveza
130	Zarada pre kamata i poreza / Ukupna aktiva
131	(Zarada pre kamata i poreza + Prihodi od kamata) / Ukupna aktiva
132	(Rezultat pre oporezivanja+Troškovi kamata+Troškovi amortizacije i depresijacije) / Ukupna aktiva
133	Zadržana dobit / Ukupna aktiva
134	$(\text{Ukupne obaveze/Ukupna aktiva})_n / (\text{Ukupne obaveze/Ukupna aktiva})_{n-1}$
135	$(\text{Finansijske obaveze/Ukupna aktiva})_n / (\text{Finansijske obaveze/Ukupna aktiva})_{n-1}$
136	$\text{Obaveze iz poslovanja}_n / \text{Obaveze iz poslovanja}_{n-1}$
137	$\text{Potraživanja}_n / \text{Potraživanja}_{n-1}$
138	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja} + \text{rast Obaveza iz poslovanja}) / \text{Obaveze iz poslovanja}$
139	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja} + \text{rast Obaveza iz poslovanja}) / \text{Ukupne obaveze}$
140	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja} + \text{rast Obaveza iz poslovanja}) / \text{Ukupna aktiva}$
141	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja} + \text{rast Obaveza iz poslovanja}) / \text{Prihodi od prodaje}$
142	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja}) / \text{Obaveze iz poslovanja}$
143	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja}) / \text{Ukupne obaveze}$
144	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja}) / \text{Ukupna aktiva}$
145	$(\text{Neto rezultat} - \text{rast Potraživanja}) / \text{Prihodi od prodaje}$
146	Gotovina i gotovinski ekvivalenti / Prihodi od prodaje
147	Stalna imovina / Ukupne obaveze
148	Ukupne obaveze / Prihodi od prodaje
149	$(\text{Gotovina i gotovinski ekvivalenti} + \text{Potraživanja}) / \text{Prihodi od prodaje}$

Prilog 2: Izbor pokazatelja

Tabela 50: Izbor pokazatelja prema WOE, informacionoj vrednosti i analizi korelacije

R.b. pokazatelja	Informaciona vrednost	Broj grupa	WoE trend	Izabran nakon WoE i IV analize?	Korelacija (klaster visoko koreliranih pokazatelja)	Izabran nakon analize korelacija?
8	0.177	4	rastući	Da		Da
9	0.535	5	opadajući	Da	116,9	
10	0.610	3	rastući	Da	10,30,31,32,35,132	
11	0.117	3	rastući	Da		Da
12	0.007	3	rastući			
13	0.619	3	opadajući			
14	1.426	4	rastući	Da	14,61,77,99,101,146	
15	0.407	4	rastući	Da	15,19,44,95,96	
16	0.124	5	cik cak			
17	0.024	3	rastući			
18	0.206	4	rastući	Da		Da
19	0.399	3	rastući	Da	15,19,44,95,96	
20	0.188	5	rastući	Da	20,45,52,60	
21	0.325	3	rastući	Da	21,23,46,47,79,82	
22	0.130	5	opadajući	Da		Da
23	0.510	3	rastući	Da	21,23,46,47,79,82	
24	0.105	3	opadajući	Da		Da
25	0.650	5	opadajući	Da	25,86,87,89,106	
26	0.789	4	rastući	Da		Da
27	0.343	4	rastući	Da	27,34,63,66,69,115	
28	0.455	4	rastući	Da		Da
29	0.146	4	rastući	Da		Da
30	0.638	3	rastući	Da	10,30,31,32,35,13	
31	0.562	3	rastući	Da	10,30,31,32,35,132	
32	0.763	4	rastući	Da	10,30,31,32,35,132	Da
33	0.215	4	rastući	Da		Da
34	0.245	3	rastući	Da	27,34,63,66,69,115	
35	0.565	4	rastući	Da	10,30,31,32,35,132	
36	0.090	4	konveksan			
37	0.164	3	opadajući			
38	0.266	2	opadajući			
39	0.173	3	opadajući			
40	0.624	4	opadajući	Da	40,43,100,108,110,126,148	
41	0.105	3	konkavan			
42	0.273	4	konkavan			
43	0.841	4	rastući	Da	40,43,100,108,110,126,148	
44	0.458	4	rastući	Da	15,19,44,95,96	
45	0.187	3	rastući	Da	20,45,52,60	
46	0.450	4	rastući	Da	21,23,46,47,79,82	
47	0.683	5	opadajući	Da	21,23,46,47,79,82	Da
48	0.431	4	konkavan			
49	0.432	4	opadajući	Da		Da
50	0.337	4	rastući	Da	50,92	
51	1.018	3	rastući	Da		Da
52	0.255	4	rastući	Da	20,45,52,60	
53	0.191	4	cik cak			
54	0.190	4	konkavan			
55	0.118	4	konkavan			
56	0.333	3	konkavan			
57	0.020	3	konkavan			
58	0.092	3	opadajući		58,120	
59	0.375	3	rastući	Da		Da
60	0.262	4	rastući	Da	20,45,52,60	Da
61	1.448	4	rastući	Da	14,61,77,99,101,146	

62	0.014	3	konkavan			
63	0.174	3	rastući	Da	27,34,63,66,69,115	
64	0.319	3	rastući	Da	64,67,68,70,130	
65	0.551	5	rastući	Da		Da
66	0.415	4	rastući	Da	27,34,63,66,69,115	Da
67	0.438	5	rastući	Da	64,67,68,70,130	
68	0.463	4	rastući	Da	64,67,68,70,130	
69	0.219	4	rastući	Da	27,34,63,66,69,115	
70	0.337	4	rastući	Da	64,67,68,70,130	
71	0.309	4	cik cak			
72	0.155	5	konveksan			
73	0.782	4	rastući	Da		Da
74	0.105	4	cik cak			
75	0.119	4	rastući	Da		Da
76	0.149	4	konkavan			
77	1.473	4	rastući	Da	14,61,77,99,101,146	Da
78	0.290	2	opadajući			
79	0.505	4	rastući	Da	21,23,46,47,79,82	
80	0.262	4	opadajući	Da	80,83,85	
81	0.087	4	konkavan			
82	0.462	4	opadajući	Da	21,23,46,47,79,82	
83	0.153	3	rastući	Da	80,83,85	
84	0.078	4	cik cak			
85	0.280	4	opadajući	Da	80,83,85	Da
86	0.669	4	opadajući	Da	25,86,87,89,106	Da
87	0.814	4	opadajući	Da	25,86,87,89,106	
88	0.087	3	rastući			
89	0.650	4	opadajući	Da	25,86,87,89,106	
90	0.149	4	rastući	Da		Da
91	1.077	4	rastući	Da		
92	0.366	4	rastući	Da	50,92	Da
93	0.260	4	rastući	Da		Da
94	1.009	4	rastući	Da		
95	0.393	4	rastući	Da	15,19,44,95,96	
96	0.568	4	rastući	Da	15,19,44,95,96	Da
97	0.110	4	cik cak			
98	0.170	3	rastući	Da		Da
99	1.569	4	rastući	Da	14,61,77,99,101,146	
100	0.966	5	rastući	Da	40,43,100,108,110,126,148	
101	1.309	4	konkavan		14,61,77,99,101,146	
102	0.136	4	rastući	Da	102,103	Da
103	0.131	4	rastući	Da	102,103	
104	0.727	5	opadajući	Da		Da
105	0.612	5	opadajući	Da		Da
106	0.393	4	rastući	Da	25,86,87,89,106	
107	0.140	4	konveksan			
108	0.861	4	rastući	Da	40,43,100,108,110,126,148	
109	0.728	4	rastući	Da		Da
110	0.912	5	opadajući	Da	40,43,100,108,110,126,148	
111	0.319	5	cik cak			
112	0.273	4	cik cak			
113	0.166	4	cik cak			
114	0.298	4	cik cak		114,127,149	
115	0.179	4	konkavan		27,34,63,66,69,115	
116	0.751	4	opadajući	Da	116,9	Da
117	0.287	3	rastući	Da		Da
118	0.104	4	cik cak			
119	0.096	4	opadajući		119,128	
120	0.292	5	opadajući	Da	58,120	Da
121	0.193	4	konkavan			
122	0.368	4	konkavan			
123	0.400	4	konkavan			

124	0.302	4	konkavan			
125	0.063	4	konkavan			
126	0.826	4	rastući	Da	40,43,100,108,110,126,148	
127	0.388	4	opadajući	Da	114,127,149	Da
128	0.223	4	opadajući	Da	119,128	Da
129	0.105	5	cik cak			
130	0.506	4	rastući	Da	64,67,68,70,130	Da
131	0.469	4	rastući	Da		Da
132	0.599	4	rastući	Da	10,30,31,32,35,132	
133	0.586	3	rastući	Da		Da
134	0.110	5	cik cak			
135	0.123	5	cik cak			
136	0.255	4	konkavan			
137	0.012	4	konkavan			
138	0.195	4	rastući	Da	138,139,140	
139	0.279	4	rastući	Da	138,139,140	
140	0.351	4	rastući	Da	138,139,140	Da
141	0.420	3				
142	0.430	4	rastući	Da	142,143,144	Da
143	0.246	4	konveksan		142,143,144	
144	0.277	4	rastući	Da	142,143,144	
145	0.662	3	rastući	Da		Da
146	1.167	3	rastući	Da	14,61,77,99,101,146	
147	0.035	5	cik cak			
148	1.160	4	opadajući	Da	40,43,100,108,110,126,148	Da
149	0.314	4	opadajući	Da	114,127,149	

Prilog 3: Matrica korelacije pokazatelja

Tabela 51: Matrica korelacije pokazatelja

	8	9	10	11	14	15	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
8	100%	72%	-12%	26%	21%	11%	16%	12%	-6%	-6%	-3%	1%	8%	18%	17%	8%	12%	-4%	-10%	-12%	6%	-4%
9	72%	100%	24%	38%	35%	25%	28%	23%	12%	17%	16%	24%	25%	37%	47%	35%	39%	13%	27%	27%	40%	24%
10	-12%	24%	100%	21%	29%	24%	9%	21%	26%	27%	18%	36%	7%	21%	72%	57%	55%	58%	92%	85%	85%	60%
11	26%	38%	21%	100%	20%	13%	18%	19%	2%	0%	-11%	1%	3%	16%	37%	45%	40%	32%	21%	19%	34%	24%
14	21%	35%	29%	20%	100%	34%	30%	30%	30%	27%	24%	30%	22%	26%	41%	34%	33%	23%	28%	28%	37%	12%
15	11%	25%	24%	13%	34%	100%	61%	80%	66%	51%	40%	48%	16%	11%	39%	35%	32%	27%	25%	30%	36%	4%
18	16%	28%	9%	18%	30%	61%	100%	59%	43%	36%	45%	29%	46%	22%	26%	26%	21%	7%	8%	14%	20%	6%
19	12%	23%	21%	19%	30%	80%	59%	100%	57%	39%	27%	40%	11%	12%	36%	30%	28%	25%	23%	27%	33%	1%
20	-6%	12%	26%	2%	30%	66%	43%	57%	100%	62%	51%	58%	13%	6%	31%	31%	27%	20%	26%	29%	29%	-3%
21	-6%	17%	27%	0%	27%	51%	36%	39%	62%	100%	80%	84%	44%	14%	27%	23%	23%	12%	24%	28%	24%	-16%
22	-3%	16%	18%	-11%	24%	40%	45%	27%	51%	80%	100%	70%	56%	9%	17%	10%	11%	-1%	14%	18%	14%	-14%
23	1%	24%	36%	1%	30%	48%	29%	40%	58%	84%	70%	100%	37%	18%	37%	26%	27%	17%	34%	36%	33%	-13%
24	8%	25%	7%	3%	22%	16%	46%	11%	13%	44%	56%	37%	100%	27%	15%	11%	11%	-7%	3%	7%	11%	-2%
25	18%	37%	21%	16%	26%	11%	22%	12%	6%	14%	9%	18%	27%	100%	36%	30%	30%	11%	21%	18%	29%	18%
26	17%	47%	72%	37%	41%	39%	26%	36%	31%	27%	17%	37%	15%	36%	100%	71%	74%	48%	74%	69%	81%	50%
27	8%	35%	57%	45%	34%	35%	26%	30%	31%	23%	10%	26%	11%	30%	71%	100%	89%	69%	54%	54%	66%	43%
28	12%	39%	55%	40%	33%	32%	21%	28%	27%	23%	11%	27%	11%	30%	74%	89%	100%	66%	52%	51%	65%	43%
29	-4%	13%	58%	32%	23%	27%	7%	25%	20%	12%	-1%	17%	-7%	11%	48%	69%	66%	100%	55%	56%	59%	42%
30	-10%	27%	92%	21%	28%	25%	8%	23%	26%	24%	14%	34%	3%	21%	74%	54%	52%	55%	100%	92%	79%	55%
31	-12%	27%	85%	19%	28%	30%	14%	27%	29%	28%	18%	36%	7%	18%	69%	54%	51%	56%	92%	100%	74%	53%
32	6%	40%	85%	34%	37%	36%	20%	33%	29%	24%	14%	33%	11%	29%	81%	66%	65%	59%	79%	74%	100%	68%
33	-4%	24%	60%	24%	12%	4%	6%	1%	-3%	-16%	-14%	-13%	-2%	18%	50%	43%	43%	42%	55%	53%	68%	100%

	8	9	10	11	14	15	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	-1%	15%	60%	37%	27%	30%	11%	26%	25%	16%	1%	21%	-8%	16%	54%	76%	71%	88%	54%	53%	65%	40%
35	6%	33%	83%	26%	35%	32%	12%	29%	29%	22%	8%	33%	-3%	23%	76%	61%	60%	65%	86%	82%	80%	53%
40	46%	52%	22%	31%	38%	30%	25%	30%	14%	-1%	-2%	3%	10%	23%	42%	40%	43%	43%	27%	25%	46%	38%
43	45%	50%	24%	31%	43%	35%	27%	33%	16%	5%	2%	9%	11%	24%	45%	38%	42%	36%	26%	24%	49%	36%
44	11%	24%	22%	12%	34%	94%	61%	82%	68%	51%	44%	48%	16%	12%	35%	31%	29%	23%	22%	26%	34%	4%
45	2%	17%	16%	6%	27%	68%	41%	58%	74%	38%	28%	36%	11%	8%	28%	30%	28%	21%	15%	18%	26%	1%
46	-1%	23%	33%	1%	33%	55%	38%	43%	63%	93%	82%	89%	45%	17%	33%	25%	25%	16%	29%	32%	30%	-15%
47	8%	32%	34%	9%	37%	46%	37%	43%	52%	78%	64%	79%	47%	47%	42%	31%	32%	17%	32%	34%	34%	-11%
49	-2%	16%	21%	5%	20%	8%	14%	7%	10%	29%	29%	30%	29%	48%	24%	16%	16%	-1%	16%	11%	29%	13%
50	13%	29%	46%	27%	20%	15%	3%	18%	14%	18%	12%	28%	12%	17%	51%	38%	42%	35%	43%	40%	54%	35%
51	33%	51%	30%	16%	43%	42%	27%	35%	37%	34%	29%	37%	21%	61%	49%	35%	39%	23%	31%	29%	45%	21%
52	4%	22%	22%	4%	31%	68%	46%	52%	82%	44%	34%	40%	18%	17%	33%	34%	32%	21%	23%	27%	32%	11%
59	34%	44%	35%	20%	30%	39%	24%	36%	21%	14%	11%	18%	10%	26%	44%	37%	36%	43%	37%	38%	44%	25%
60	14%	32%	19%	10%	32%	70%	48%	55%	73%	42%	36%	38%	22%	14%	33%	34%	34%	25%	20%	23%	33%	12%
61	24%	40%	29%	23%	91%	37%	32%	34%	30%	27%	23%	29%	26%	44%	44%	37%	36%	21%	27%	27%	39%	13%
63	5%	19%	55%	42%	24%	24%	8%	25%	16%	3%	-13%	10%	-11%	15%	51%	72%	65%	81%	51%	50%	63%	46%
65	-2%	24%	58%	31%	17%	14%	2%	21%	12%	3%	-9%	13%	-3%	30%	56%	55%	55%	54%	59%	55%	68%	53%
66	-3%	22%	59%	45%	28%	23%	16%	27%	19%	9%	-6%	16%	3%	31%	56%	78%	67%	74%	57%	54%	70%	52%
67	0%	27%	69%	35%	27%	25%	10%	30%	18%	7%	-6%	18%	-6%	28%	66%	63%	59%	64%	69%	65%	79%	59%
68	14%	33%	54%	42%	34%	47%	39%	54%	29%	10%	-3%	19%	7%	24%	62%	60%	56%	60%	56%	55%	71%	47%
69	3%	22%	49%	46%	29%	39%	38%	45%	27%	9%	-4%	14%	5%	24%	52%	72%	61%	67%	48%	48%	63%	45%
70	10%	29%	57%	41%	32%	45%	33%	51%	30%	15%	-1%	21%	2%	20%	65%	62%	59%	63%	59%	57%	70%	45%
73	15%	52%	71%	41%	34%	29%	24%	28%	22%	32%	24%	40%	24%	34%	72%	60%	65%	50%	68%	64%	73%	46%
75	17%	11%	2%	17%	14%	34%	18%	35%	-19%	-1%	-9%	-1%	-4%	0%	12%	11%	9%	12%	-1%	1%	8%	-2%

Prilozi

	8	9	10	11	14	15	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
77	23%	36%	28%	24%	93%	31%	28%	30%	23%	19%	15%	23%	20%	29%	42%	35%	34%	23%	28%	28%	38%	16%
79	1%	23%	36%	5%	33%	54%	33%	45%	61%	90%	75%	90%	40%	18%	36%	27%	27%	19%	33%	36%	33%	-15%
80	23%	42%	11%	23%	26%	7%	40%	8%	-5%	22%	18%	25%	61%	50%	26%	23%	23%	2%	11%	13%	19%	6%
82	2%	25%	34%	6%	29%	46%	21%	39%	54%	81%	56%	89%	27%	16%	35%	26%	27%	21%	33%	35%	33%	-13%
83	25%	45%	10%	25%	25%	2%	37%	6%	-10%	7%	6%	11%	49%	44%	26%	21%	23%	3%	11%	14%	19%	12%
85	23%	42%	11%	23%	27%	8%	41%	9%	-5%	25%	19%	27%	64%	48%	26%	22%	22%	2%	11%	12%	19%	3%
86	17%	37%	22%	8%	30%	22%	25%	17%	18%	45%	34%	46%	45%	77%	36%	27%	30%	8%	21%	18%	29%	2%
87	18%	38%	23%	7%	28%	24%	28%	18%	20%	46%	36%	48%	47%	77%	37%	29%	32%	8%	22%	20%	30%	3%
89	24%	40%	18%	15%	26%	11%	23%	11%	4%	12%	7%	15%	31%	86%	35%	27%	29%	9%	18%	15%	27%	17%
90	25%	11%	2%	7%	5%	-11%	-3%	-4%	-28%	-34%	-29%	-29%	-2%	42%	11%	3%	6%	10%	2%	-2%	9%	16%
91	9%	40%	75%	25%	35%	37%	16%	31%	37%	37%	28%	46%	15%	26%	72%	59%	63%	54%	74%	69%	83%	49%
92	16%	32%	45%	29%	21%	17%	6%	21%	18%	19%	13%	29%	11%	19%	50%	38%	43%	34%	41%	38%	52%	32%
93	10%	27%	37%	38%	27%	23%	17%	24%	21%	23%	11%	27%	13%	19%	44%	48%	43%	35%	37%	35%	47%	24%
94	25%	55%	60%	37%	39%	32%	35%	34%	17%	24%	18%	35%	38%	44%	75%	56%	59%	41%	62%	60%	73%	44%
95	22%	36%	22%	22%	34%	75%	62%	73%	43%	35%	21%	36%	30%	28%	40%	36%	33%	29%	24%	28%	36%	6%
96	14%	26%	21%	20%	35%	88%	66%	83%	64%	46%	38%	42%	15%	16%	38%	32%	30%	22%	23%	26%	33%	6%
98	29%	29%	8%	27%	24%	51%	53%	55%	16%	-8%	-15%	-4%	9%	26%	28%	28%	22%	21%	11%	15%	27%	16%
99	23%	36%	30%	23%	95%	30%	28%	29%	23%	20%	16%	24%	20%	29%	43%	35%	33%	23%	29%	29%	39%	16%
100	43%	55%	26%	30%	46%	57%	42%	53%	31%	16%	9%	20%	12%	31%	51%	46%	46%	38%	30%	29%	51%	34%
102	-3%	14%	26%	10%	47%	27%	18%	19%	36%	18%	16%	18%	11%	18%	23%	20%	15%	13%	27%	29%	27%	15%
103	-5%	16%	26%	9%	51%	35%	18%	24%	43%	30%	25%	29%	12%	18%	25%	22%	18%	16%	27%	31%	27%	12%
104	40%	48%	26%	25%	34%	12%	5%	9%	11%	12%	9%	17%	6%	21%	42%	36%	43%	35%	26%	25%	47%	34%

	8	9	10	11	14	15	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
105	38%	44%	21%	29%	31%	15%	2%	15%	-5%	12%	6%	17%	4%	16%	38%	35%	42%	34%	20%	19%	41%	26%
106	22%	40%	12%	18%	22%	4%	26%	6%	-6%	11%	4%	15%	38%	82%	29%	24%	26%	8%	14%	11%	21%	11%
108	47%	54%	23%	33%	42%	37%	32%	36%	18%	5%	0%	10%	12%	29%	46%	43%	46%	37%	25%	24%	49%	37%
109	38%	48%	28%	24%	35%	13%	5%	9%	11%	13%	8%	18%	6%	20%	43%	38%	45%	37%	27%	26%	48%	35%
110	43%	56%	26%	33%	44%	55%	42%	51%	30%	15%	10%	20%	13%	30%	52%	47%	46%	36%	29%	29%	52%	36%
116	58%	76%	27%	24%	46%	31%	33%	28%	21%	23%	20%	28%	29%	40%	49%	36%	40%	17%	33%	34%	40%	22%
117	14%	25%	15%	11%	22%	45%	41%	38%	42%	23%	15%	22%	26%	23%	31%	34%	33%	23%	16%	16%	30%	17%
120	25%	37%	17%	19%	35%	45%	25%	37%	41%	30%	23%	31%	12%	-7%	29%	33%	31%	28%	18%	19%	36%	17%
126	48%	54%	23%	33%	42%	39%	31%	38%	20%	6%	0%	11%	9%	29%	47%	44%	47%	39%	25%	24%	49%	36%
127	25%	35%	18%	19%	31%	15%	4%	13%	4%	19%	15%	21%	5%	12%	32%	24%	29%	21%	20%	21%	34%	19%
128	28%	32%	14%	16%	27%	35%	16%	26%	18%	19%	16%	18%	4%	-13%	24%	23%	24%	23%	13%	12%	28%	18%
130	0%	23%	68%	31%	26%	30%	8%	32%	27%	17%	6%	27%	-3%	11%	61%	61%	59%	66%	67%	65%	77%	55%
131	-13%	14%	64%	24%	19%	22%	1%	23%	25%	18%	7%	24%	-4%	9%	51%	51%	49%	56%	64%	61%	68%	50%
132	3%	27%	73%	25%	31%	30%	6%	27%	30%	18%	7%	30%	-5%	16%	60%	50%	50%	61%	76%	71%	78%	52%
133	10%	35%	46%	23%	30%	51%	39%	50%	48%	42%	34%	43%	22%	22%	53%	42%	46%	36%	49%	52%	51%	30%
138	-11%	20%	50%	10%	18%	16%	6%	13%	12%	24%	20%	28%	8%	25%	43%	32%	30%	32%	51%	51%	49%	33%
139	-4%	25%	50%	9%	20%	16%	9%	16%	10%	23%	21%	26%	10%	30%	45%	32%	31%	33%	48%	48%	51%	35%
140	0%	19%	44%	4%	22%	15%	-1%	13%	9%	23%	20%	28%	1%	24%	40%	26%	25%	27%	42%	41%	44%	23%
142	-3%	22%	52%	15%	25%	19%	6%	16%	14%	25%	18%	32%	4%	28%	51%	34%	34%	35%	54%	51%	53%	31%
144	-10%	17%	47%	12%	19%	22%	8%	15%	22%	33%	26%	37%	9%	20%	40%	29%	30%	31%	48%	47%	48%	25%
145	11%	30%	51%	21%	40%	25%	8%	22%	20%	27%	16%	34%	4%	23%	58%	42%	45%	42%	55%	53%	55%	28%
146	16%	24%	27%	12%	82%	22%	18%	19%	17%	21%	19%	24%	17%	20%	32%	25%	24%	17%	24%	24%	29%	7%
148	41%	60%	30%	29%	46%	46%	38%	41%	32%	30%	24%	32%	24%	36%	53%	47%	48%	35%	33%	31%	54%	31%

Prilozi

	34	35	40	43	44	45	46	47	49	50	51	52	59	60	61	63	65	66	67	68	69	70	73	75
8	-1%	6%	46%	45%	11%	2%	-1%	8%	-2%	13%	33%	4%	34%	14%	24%	5%	-2%	-3%	0%	14%	3%	10%	15%	17%
9	15%	33%	52%	50%	24%	17%	23%	32%	16%	29%	51%	22%	44%	32%	40%	19%	24%	22%	27%	33%	22%	29%	52%	11%
10	60%	83%	22%	24%	22%	16%	33%	34%	21%	46%	30%	22%	35%	19%	29%	55%	58%	59%	69%	54%	49%	57%	71%	2%
11	37%	26%	31%	31%	12%	6%	1%	9%	5%	27%	16%	4%	20%	10%	23%	42%	31%	45%	35%	42%	46%	41%	41%	17%
14	27%	35%	38%	43%	34%	27%	33%	37%	20%	20%	43%	31%	30%	32%	91%	24%	17%	28%	27%	34%	29%	32%	34%	14%
15	30%	32%	30%	35%	94%	68%	55%	46%	8%	15%	42%	68%	39%	70%	37%	24%	14%	23%	25%	47%	39%	45%	29%	34%
18	11%	12%	25%	27%	61%	41%	38%	37%	14%	3%	27%	46%	24%	48%	32%	8%	2%	16%	10%	39%	38%	33%	24%	18%
19	26%	29%	30%	33%	82%	58%	43%	43%	7%	18%	35%	52%	36%	55%	34%	25%	21%	27%	30%	54%	45%	51%	28%	35%
20	25%	29%	14%	16%	68%	74%	63%	52%	10%	14%	37%	82%	21%	73%	30%	16%	12%	19%	18%	29%	27%	30%	22%	-19%
21	16%	22%	-1%	5%	51%	38%	93%	78%	29%	18%	34%	44%	14%	42%	27%	3%	3%	9%	7%	10%	9%	15%	32%	-1%
22	1%	8%	-2%	2%	44%	28%	82%	64%	29%	12%	29%	34%	11%	36%	23%	-13%	-9%	-6%	-6%	-3%	-4%	-1%	24%	-9%
23	21%	33%	3%	9%	48%	36%	89%	79%	30%	28%	37%	40%	18%	38%	29%	10%	13%	16%	18%	19%	14%	21%	40%	-1%
24	-8%	-3%	10%	11%	16%	11%	45%	47%	29%	12%	21%	18%	10%	22%	26%	-11%	-3%	3%	-6%	7%	5%	2%	24%	-4%
25	16%	23%	23%	24%	12%	8%	17%	47%	48%	17%	61%	17%	26%	14%	44%	15%	30%	31%	28%	24%	24%	20%	34%	0%
26	54%	76%	42%	45%	35%	28%	33%	42%	24%	51%	49%	33%	44%	33%	44%	51%	56%	56%	66%	62%	52%	65%	72%	12%
27	76%	61%	40%	38%	31%	30%	25%	31%	16%	38%	35%	34%	37%	34%	37%	72%	55%	78%	63%	60%	72%	62%	60%	11%
28	71%	60%	43%	42%	29%	28%	25%	32%	16%	42%	39%	32%	36%	34%	36%	65%	55%	67%	59%	56%	61%	59%	65%	9%
29	88%	65%	43%	36%	23%	21%	16%	17%	-1%	35%	23%	21%	43%	25%	21%	81%	54%	74%	64%	60%	67%	63%	50%	12%
30	54%	86%	27%	26%	22%	15%	29%	32%	16%	43%	31%	23%	37%	20%	27%	51%	59%	57%	69%	56%	48%	59%	68%	-1%
31	53%	82%	25%	24%	26%	18%	32%	34%	11%	40%	29%	27%	38%	23%	27%	50%	55%	54%	65%	55%	48%	57%	64%	1%
32	65%	80%	46%	49%	34%	26%	30%	34%	29%	54%	45%	32%	44%	33%	39%	63%	68%	70%	79%	71%	63%	70%	73%	8%
33	40%	53%	38%	36%	4%	1%	-15%	-11%	13%	35%	21%	11%	25%	12%	13%	46%	53%	52%	59%	47%	45%	45%	46%	-2%

Prilozi

	34	35	40	43	44	45	46	47	49	50	51	52	59	60	61	63	65	66	67	68	69	70	73	75
34	100%	68%	37%	35%	26%	24%	20%	21%	7%	37%	26%	23%	37%	22%	28%	84%	55%	79%	66%	63%	73%	66%	51%	14%
35	68%	100%	36%	42%	28%	23%	28%	31%	14%	49%	39%	28%	44%	24%	32%	62%	61%	62%	73%	64%	56%	66%	67%	8%
40	37%	36%	100%	86%	29%	25%	4%	7%	14%	27%	47%	28%	45%	42%	37%	40%	43%	46%	47%	55%	48%	45%	36%	16%
43	35%	42%	86%	100%	35%	28%	9%	12%	25%	28%	52%	31%	45%	41%	40%	39%	44%	45%	53%	58%	47%	50%	38%	20%
44	26%	28%	29%	35%	100%	68%	55%	46%	13%	14%	43%	67%	35%	69%	37%	20%	14%	20%	23%	44%	36%	41%	28%	33%
45	24%	23%	25%	28%	68%	100%	40%	34%	10%	11%	35%	81%	23%	73%	29%	16%	14%	19%	21%	36%	30%	34%	19%	5%
46	20%	28%	4%	9%	55%	40%	100%	83%	32%	24%	38%	44%	20%	43%	33%	7%	8%	12%	12%	16%	12%	18%	39%	1%
47	21%	31%	7%	12%	46%	34%	83%	100%	41%	27%	53%	39%	26%	37%	44%	14%	18%	24%	21%	24%	19%	27%	45%	1%
49	7%	14%	14%	25%	13%	10%	32%	41%	100%	12%	45%	13%	7%	12%	29%	1%	27%	24%	26%	15%	16%	6%	31%	-1%
50	37%	49%	27%	28%	14%	11%	24%	27%	12%	100%	30%	13%	30%	17%	21%	32%	40%	39%	41%	38%	26%	37%	59%	3%
51	26%	39%	47%	52%	43%	35%	38%	53%	45%	30%	100%	45%	46%	48%	55%	24%	35%	34%	38%	35%	28%	34%	42%	4%
52	23%	28%	28%	31%	67%	81%	44%	39%	13%	13%	45%	100%	29%	85%	33%	17%	15%	22%	21%	35%	30%	31%	24%	-18%
59	37%	44%	45%	45%	35%	23%	20%	26%	7%	30%	46%	29%	100%	37%	35%	38%	35%	35%	40%	47%	37%	43%	38%	13%
60	22%	24%	42%	41%	69%	73%	43%	37%	12%	17%	48%	85%	37%	100%	36%	19%	20%	24%	25%	42%	33%	35%	30%	-7%
61	28%	32%	37%	40%	37%	29%	33%	44%	29%	21%	55%	33%	35%	36%	100%	24%	24%	32%	30%	36%	32%	34%	37%	16%
63	84%	62%	40%	39%	20%	16%	7%	14%	1%	32%	24%	17%	38%	19%	24%	100%	59%	84%	71%	66%	77%	67%	46%	16%
65	55%	61%	43%	44%	14%	14%	8%	18%	27%	40%	35%	15%	35%	20%	24%	59%	100%	73%	88%	68%	58%	65%	57%	2%
66	79%	62%	46%	45%	20%	19%	12%	24%	24%	39%	34%	22%	35%	24%	32%	84%	73%	100%	80%	71%	85%	69%	53%	11%
67	66%	73%	47%	53%	23%	21%	12%	21%	26%	41%	38%	21%	40%	25%	30%	71%	88%	80%	100%	80%	70%	81%	61%	11%
68	63%	64%	55%	58%	44%	36%	16%	24%	15%	38%	35%	35%	47%	42%	36%	66%	68%	71%	80%	100%	79%	89%	60%	24%
69	73%	56%	48%	47%	36%	30%	12%	19%	16%	26%	28%	30%	37%	33%	32%	77%	58%	85%	70%	79%	100%	73%	46%	21%
70	66%	66%	45%	50%	41%	34%	18%	27%	6%	37%	34%	31%	43%	35%	34%	67%	65%	69%	81%	89%	73%	100%	58%	22%
73	51%	67%	36%	38%	28%	19%	39%	45%	31%	59%	42%	24%	38%	30%	37%	46%	57%	53%	61%	60%	46%	58%	100%	11%
75	14%	8%	16%	20%	33%	5%	1%	1%	-1%	3%	4%	-18%	13%	-7%	16%	16%	2%	11%	11%	24%	21%	22%	11%	100%

Prilozi

	34	35	40	43	44	45	46	47	49	50	51	52	59	60	61	63	65	66	67	68	69	70	73	75
77	28%	36%	41%	48%	30%	22%	25%	32%	20%	22%	43%	26%	32%	28%	89%	26%	21%	32%	30%	37%	32%	35%	34%	19%
79	24%	33%	3%	7%	53%	39%	96%	84%	30%	27%	38%	42%	22%	41%	34%	12%	12%	15%	16%	19%	14%	22%	41%	5%
80	5%	13%	22%	24%	6%	1%	23%	42%	30%	11%	24%	5%	17%	7%	30%	6%	13%	17%	14%	24%	24%	20%	33%	6%
82	25%	32%	4%	8%	45%	33%	85%	75%	25%	27%	33%	37%	19%	37%	29%	15%	14%	18%	19%	21%	16%	23%	39%	4%
83	3%	13%	24%	26%	2%	-2%	9%	27%	26%	10%	18%	3%	17%	7%	29%	7%	13%	16%	15%	25%	24%	20%	32%	5%
85	6%	14%	21%	25%	7%	2%	27%	45%	33%	12%	24%	6%	16%	7%	31%	6%	12%	17%	12%	24%	23%	20%	33%	7%
86	13%	21%	17%	21%	21%	14%	48%	70%	51%	23%	59%	22%	24%	20%	44%	11%	26%	25%	23%	19%	18%	20%	38%	1%
87	13%	23%	19%	21%	23%	16%	50%	72%	52%	24%	62%	23%	26%	22%	43%	10%	27%	26%	23%	20%	18%	21%	40%	1%
89	13%	21%	22%	25%	11%	7%	15%	43%	44%	15%	57%	17%	27%	15%	43%	12%	25%	26%	23%	21%	21%	19%	31%	1%
90	9%	11%	30%	29%	-13%	-13%	-29%	-10%	10%	8%	18%	-13%	23%	-15%	11%	11%	17%	12%	16%	16%	13%	13%	0%	8%
91	56%	76%	43%	46%	37%	28%	45%	43%	36%	57%	49%	36%	45%	39%	36%	50%	64%	58%	67%	63%	48%	59%	75%	3%
92	39%	48%	27%	28%	17%	14%	27%	29%	12%	94%	27%	16%	29%	20%	22%	33%	38%	40%	38%	39%	28%	37%	57%	4%
93	42%	42%	28%	30%	22%	18%	26%	28%	13%	69%	29%	22%	27%	22%	28%	40%	33%	52%	37%	35%	45%	33%	46%	9%
94	44%	66%	47%	53%	31%	19%	32%	47%	34%	48%	47%	25%	45%	30%	43%	44%	54%	53%	62%	67%	51%	62%	74%	13%
95	30%	34%	43%	46%	71%	56%	40%	44%	12%	19%	41%	55%	46%	55%	38%	28%	20%	30%	31%	56%	48%	50%	32%	39%
96	26%	28%	29%	33%	90%	62%	48%	44%	14%	14%	42%	63%	35%	65%	39%	21%	16%	24%	25%	50%	41%	46%	28%	35%
98	21%	22%	46%	47%	48%	40%	-4%	8%	3%	4%	27%	35%	35%	35%	27%	27%	20%	28%	30%	55%	50%	46%	18%	44%
99	29%	37%	41%	47%	29%	22%	25%	33%	20%	22%	43%	26%	31%	27%	90%	25%	21%	32%	31%	37%	32%	36%	34%	17%
100	38%	42%	76%	82%	55%	43%	20%	24%	23%	27%	59%	46%	48%	55%	46%	43%	43%	48%	53%	67%	56%	57%	40%	28%
102	18%	31%	18%	23%	26%	30%	23%	22%	17%	5%	36%	37%	13%	29%	47%	15%	13%	16%	19%	20%	22%	16%	20%	-10%
103	20%	31%	14%	17%	33%	34%	34%	32%	17%	5%	39%	42%	17%	34%	50%	17%	10%	15%	18%	19%	20%	18%	24%	-5%
104	34%	39%	71%	78%	13%	13%	14%	15%	27%	34%	49%	17%	31%	28%	31%	37%	45%	43%	48%	41%	34%	36%	38%	2%

Prilozi

	34	35	40	43	44	45	46	47	49	50	51	52	59	60	61	63	65	66	67	68	69	70	73	75
105	34%	33%	59%	69%	17%	7%	15%	15%	25%	31%	39%	-5%	30%	11%	28%	38%	40%	41%	46%	37%	31%	37%	35%	34%
106	10%	16%	22%	23%	2%	1%	13%	42%	41%	13%	45%	8%	24%	8%	37%	9%	21%	24%	19%	21%	22%	18%	32%	2%
108	37%	40%	83%	90%	37%	30%	9%	15%	24%	29%	52%	32%	44%	44%	42%	41%	45%	49%	53%	62%	52%	52%	38%	22%
109	36%	40%	71%	78%	14%	13%	14%	15%	28%	35%	48%	18%	32%	28%	32%	39%	45%	44%	49%	41%	34%	37%	39%	3%
110	36%	41%	75%	80%	54%	42%	20%	24%	23%	27%	59%	46%	48%	54%	45%	41%	43%	48%	52%	66%	56%	55%	39%	26%
116	20%	40%	51%	48%	30%	21%	26%	36%	13%	35%	54%	30%	44%	35%	46%	18%	21%	23%	23%	33%	24%	29%	43%	3%
117	24%	21%	36%	35%	41%	42%	23%	25%	13%	18%	26%	59%	24%	55%	23%	21%	18%	29%	24%	40%	37%	35%	21%	0%
120	28%	28%	53%	60%	45%	39%	31%	23%	10%	24%	35%	41%	28%	55%	29%	31%	27%	35%	35%	43%	34%	38%	30%	9%
126	39%	42%	82%	89%	39%	32%	10%	15%	23%	30%	53%	34%	45%	45%	41%	42%	45%	50%	53%	63%	53%	53%	38%	22%
127	21%	30%	40%	50%	17%	6%	21%	21%	22%	23%	42%	-2%	22%	12%	28%	26%	28%	29%	34%	25%	20%	27%	29%	17%
128	23%	21%	47%	54%	35%	25%	20%	9%	8%	20%	25%	19%	22%	33%	20%	25%	18%	24%	30%	32%	24%	33%	26%	31%
130	66%	73%	46%	50%	30%	25%	23%	22%	24%	44%	33%	27%	37%	32%	26%	67%	79%	73%	86%	78%	64%	75%	63%	9%
131	54%	62%	36%	39%	22%	19%	22%	19%	27%	40%	25%	23%	31%	28%	20%	58%	78%	66%	78%	63%	54%	60%	55%	2%
132	62%	81%	44%	49%	28%	25%	25%	25%	18%	48%	38%	30%	41%	33%	29%	61%	68%	64%	76%	71%	55%	68%	64%	3%
133	34%	51%	36%	40%	48%	36%	44%	44%	20%	33%	45%	46%	37%	49%	33%	34%	38%	36%	43%	50%	40%	45%	51%	6%
138	31%	46%	17%	15%	14%	5%	27%	31%	21%	23%	27%	7%	22%	8%	19%	26%	36%	33%	42%	28%	26%	31%	41%	4%
139	33%	45%	24%	21%	14%	6%	26%	33%	24%	25%	36%	5%	23%	9%	24%	29%	41%	37%	46%	31%	28%	35%	42%	9%
140	29%	41%	15%	13%	11%	2%	26%	33%	21%	23%	29%	2%	22%	4%	24%	24%	31%	28%	37%	23%	20%	30%	33%	12%
142	31%	52%	19%	24%	19%	6%	29%	35%	20%	30%	37%	7%	30%	9%	25%	30%	44%	35%	47%	32%	24%	37%	46%	8%
144	27%	42%	12%	16%	22%	11%	36%	36%	21%	27%	31%	13%	25%	16%	21%	26%	39%	33%	41%	28%	23%	31%	41%	4%
145	39%	62%	35%	42%	25%	13%	32%	36%	21%	34%	45%	15%	35%	17%	36%	39%	44%	42%	52%	41%	31%	45%	48%	10%
146	23%	30%	22%	32%	20%	11%	26%	30%	10%	17%	28%	15%	24%	15%	75%	17%	13%	20%	21%	25%	17%	26%	27%	15%
148	35%	43%	72%	79%	46%	36%	33%	38%	32%	32%	62%	42%	43%	51%	46%	36%	42%	46%	50%	55%	47%	49%	47%	14%

Prilozi

	77	79	80	82	83	85	86	87	89	90	91	92	93	94	95	96	98	99	100	102	103	104
8	23%	1%	23%	2%	25%	23%	17%	18%	24%	25%	9%	16%	10%	25%	22%	14%	29%	23%	43%	-3%	-5%	40%
9	36%	23%	42%	25%	45%	42%	37%	38%	40%	11%	40%	32%	27%	55%	36%	26%	29%	36%	55%	14%	16%	48%
10	28%	36%	11%	34%	10%	11%	22%	23%	18%	2%	75%	45%	37%	60%	22%	21%	8%	30%	26%	26%	26%	26%
11	24%	5%	23%	6%	25%	23%	8%	7%	15%	7%	25%	29%	38%	37%	22%	20%	27%	23%	30%	10%	9%	25%
14	93%	33%	26%	29%	25%	27%	30%	28%	26%	5%	35%	21%	27%	39%	34%	35%	24%	95%	46%	47%	51%	34%
15	31%	54%	7%	46%	2%	8%	22%	24%	11%	-11%	37%	17%	23%	32%	75%	88%	51%	30%	57%	27%	35%	12%
18	28%	33%	40%	21%	37%	41%	25%	28%	23%	-3%	16%	6%	17%	35%	62%	66%	53%	28%	42%	18%	18%	5%
19	30%	45%	8%	39%	6%	9%	17%	18%	11%	-4%	31%	21%	24%	34%	73%	83%	55%	29%	53%	19%	24%	9%
20	23%	61%	-5%	54%	-10%	-5%	18%	20%	4%	-28%	37%	18%	21%	17%	43%	64%	16%	23%	31%	36%	43%	11%
21	19%	90%	22%	81%	7%	25%	45%	46%	12%	-34%	37%	19%	23%	24%	35%	46%	-8%	20%	16%	18%	30%	12%
22	15%	75%	18%	56%	6%	19%	34%	36%	7%	-29%	28%	13%	11%	18%	21%	38%	-15%	16%	9%	16%	25%	9%
23	23%	90%	25%	89%	11%	27%	46%	48%	15%	-29%	46%	29%	27%	35%	36%	42%	-4%	24%	20%	18%	29%	17%
24	20%	40%	61%	27%	49%	64%	45%	47%	31%	-2%	15%	11%	13%	38%	30%	15%	9%	20%	12%	11%	12%	6%
25	29%	18%	50%	16%	44%	48%	77%	77%	86%	42%	26%	19%	19%	44%	28%	16%	26%	29%	31%	18%	18%	21%
26	42%	36%	26%	35%	26%	26%	36%	37%	35%	11%	72%	50%	44%	75%	40%	38%	28%	43%	51%	23%	25%	42%
27	35%	27%	23%	26%	21%	22%	27%	29%	27%	3%	59%	38%	48%	56%	36%	32%	28%	35%	46%	20%	22%	36%
28	34%	27%	23%	27%	23%	22%	30%	32%	29%	6%	63%	43%	43%	59%	33%	30%	22%	33%	46%	15%	18%	43%
29	23%	19%	2%	21%	3%	2%	8%	8%	9%	10%	54%	34%	35%	41%	29%	22%	21%	23%	38%	13%	16%	35%
30	28%	33%	11%	33%	11%	11%	21%	22%	18%	2%	74%	41%	37%	62%	24%	23%	11%	29%	30%	27%	27%	26%
31	28%	36%	13%	35%	14%	12%	18%	20%	15%	-2%	69%	38%	35%	60%	28%	26%	15%	29%	29%	29%	31%	25%
32	38%	33%	19%	33%	19%	19%	29%	30%	27%	9%	83%	52%	47%	73%	36%	33%	27%	39%	51%	27%	27%	47%
33	16%	-15%	6%	-13%	12%	3%	2%	3%	17%	16%	49%	32%	24%	44%	6%	6%	16%	16%	34%	15%	12%	34%

Prilozi

	77	79	80	82	83	85	86	87	89	90	91	92	93	94	95	96	98	99	100	102	103	104
34	28%	24%	5%	25%	3%	6%	13%	13%	13%	9%	56%	39%	42%	44%	30%	26%	21%	29%	38%	18%	20%	34%
35	36%	33%	13%	32%	13%	14%	21%	23%	21%	11%	76%	48%	42%	66%	34%	28%	22%	37%	42%	31%	31%	39%
40	41%	3%	22%	4%	24%	21%	17%	19%	22%	30%	43%	27%	28%	47%	43%	29%	46%	41%	76%	18%	14%	71%
43	48%	7%	24%	8%	26%	25%	21%	21%	25%	29%	46%	28%	30%	53%	46%	33%	47%	47%	82%	23%	17%	78%
44	30%	53%	6%	45%	2%	7%	21%	23%	11%	-13%	37%	17%	22%	31%	71%	90%	48%	29%	55%	26%	33%	13%
45	22%	39%	1%	33%	-2%	2%	14%	16%	7%	-13%	28%	14%	18%	19%	56%	62%	40%	22%	43%	30%	34%	13%
46	25%	96%	23%	85%	9%	27%	48%	50%	15%	-29%	45%	27%	26%	32%	40%	48%	-4%	25%	20%	23%	34%	14%
47	32%	84%	42%	75%	27%	45%	70%	72%	43%	-10%	43%	29%	28%	47%	44%	44%	8%	33%	24%	22%	32%	15%
49	20%	30%	30%	25%	26%	33%	51%	52%	44%	10%	36%	12%	13%	34%	12%	14%	3%	20%	23%	17%	17%	27%
50	22%	27%	11%	27%	10%	12%	23%	24%	15%	8%	57%	94%	69%	48%	19%	14%	4%	22%	27%	5%	5%	34%
51	43%	38%	24%	33%	18%	24%	59%	62%	57%	18%	49%	27%	29%	47%	41%	42%	27%	43%	59%	36%	39%	49%
52	26%	42%	5%	37%	3%	6%	22%	23%	17%	-13%	36%	16%	22%	25%	55%	63%	35%	26%	46%	37%	42%	17%
59	32%	22%	17%	19%	17%	16%	24%	26%	27%	23%	45%	29%	27%	45%	46%	35%	35%	31%	48%	13%	17%	31%
60	28%	41%	7%	37%	7%	7%	20%	22%	15%	-15%	39%	20%	22%	30%	55%	65%	35%	27%	55%	29%	34%	28%
61	89%	34%	30%	29%	29%	31%	44%	43%	43%	11%	36%	22%	28%	43%	38%	39%	27%	90%	46%	47%	50%	31%
63	26%	12%	6%	15%	7%	6%	11%	10%	12%	11%	50%	33%	40%	44%	28%	21%	27%	25%	43%	15%	17%	37%
65	21%	12%	13%	14%	13%	12%	26%	27%	25%	17%	64%	38%	33%	54%	20%	16%	20%	21%	43%	13%	10%	45%
66	32%	15%	17%	18%	16%	17%	25%	26%	26%	12%	58%	40%	52%	53%	30%	24%	28%	32%	48%	16%	15%	43%
67	30%	16%	14%	19%	15%	12%	23%	23%	23%	16%	67%	38%	37%	62%	31%	25%	30%	31%	53%	19%	18%	48%
68	37%	19%	24%	21%	25%	24%	19%	20%	21%	16%	63%	39%	35%	67%	56%	50%	55%	37%	67%	20%	19%	41%
69	32%	14%	24%	16%	24%	23%	18%	18%	21%	13%	48%	28%	45%	51%	48%	41%	50%	32%	56%	22%	20%	34%
70	35%	22%	20%	23%	20%	20%	20%	21%	19%	13%	59%	37%	33%	62%	50%	46%	46%	36%	57%	16%	18%	36%
73	34%	41%	33%	39%	32%	33%	38%	40%	31%	0%	75%	57%	46%	74%	32%	28%	18%	34%	40%	20%	24%	38%
75	19%	5%	6%	4%	5%	7%	1%	1%	1%	8%	3%	4%	9%	13%	39%	35%	44%	17%	28%	-10%	-5%	2%

Prilozi

	77	79	80	82	83	85	86	87	89	90	91	92	93	94	95	96	98	99	100	102	103	104
77	100%	25%	29%	26%	28%	31%	30%	28%	31%	9%	34%	23%	28%	42%	37%	34%	28%	97%	50%	47%	48%	38%
79	25%	100%	22%	87%	9%	26%	48%	49%	15%	-27%	46%	29%	27%	35%	42%	47%	0%	26%	20%	23%	35%	13%
80	29%	22%	100%	22%	89%	95%	56%	56%	57%	22%	14%	12%	20%	58%	41%	10%	34%	31%	25%	12%	8%	15%
82	26%	87%	22%	100%	9%	24%	46%	45%	16%	-31%	44%	28%	29%	35%	36%	41%	-5%	23%	20%	17%	29%	18%
83	28%	9%	89%	9%	100%	85%	42%	42%	53%	20%	12%	12%	16%	57%	33%	7%	34%	30%	25%	9%	6%	17%
85	31%	26%	95%	24%	85%	100%	57%	59%	57%	22%	17%	13%	19%	58%	42%	11%	32%	33%	26%	10%	7%	16%
86	30%	48%	56%	46%	42%	57%	100%	95%	75%	23%	31%	24%	26%	47%	36%	24%	16%	30%	27%	13%	17%	23%
87	28%	49%	56%	45%	42%	59%	95%	100%	75%	25%	33%	25%	25%	48%	36%	25%	17%	29%	27%	11%	15%	22%
89	31%	15%	57%	16%	53%	57%	75%	75%	100%	50%	21%	16%	19%	45%	30%	17%	27%	30%	31%	16%	14%	20%
90	9%	-27%	22%	-31%	20%	22%	23%	25%	50%	100%	-1%	6%	2%	19%	12%	-8%	32%	12%	21%	-3%	-13%	15%
91	34%	46%	14%	44%	12%	17%	31%	33%	21%	-1%	100%	55%	42%	72%	32%	34%	13%	34%	48%	24%	27%	48%
92	23%	29%	12%	28%	12%	13%	24%	25%	16%	6%	55%	100%	73%	46%	21%	18%	5%	22%	28%	2%	2%	34%
93	28%	27%	20%	29%	16%	19%	26%	25%	19%	2%	42%	73%	100%	41%	31%	24%	16%	27%	30%	17%	15%	31%
94	42%	35%	58%	35%	57%	58%	47%	48%	45%	19%	72%	46%	41%	100%	47%	32%	36%	43%	54%	23%	22%	44%
95	37%	42%	41%	36%	33%	42%	36%	36%	30%	12%	32%	21%	31%	47%	100%	72%	73%	35%	62%	25%	27%	15%
96	34%	47%	10%	41%	7%	11%	24%	25%	17%	-8%	34%	18%	24%	32%	72%	100%	52%	31%	55%	21%	29%	11%
98	28%	0%	34%	-5%	34%	32%	16%	17%	27%	32%	13%	5%	16%	36%	73%	52%	100%	28%	59%	19%	14%	12%
99	97%	26%	31%	23%	30%	33%	30%	29%	30%	12%	34%	22%	27%	43%	35%	31%	28%	100%	49%	46%	46%	37%
100	50%	20%	25%	20%	25%	26%	27%	27%	31%	21%	48%	28%	30%	54%	62%	55%	59%	49%	100%	24%	24%	68%
102	47%	23%	12%	17%	9%	10%	13%	11%	16%	-3%	24%	2%	17%	23%	25%	21%	19%	46%	24%	100%	91%	11%
103	48%	35%	8%	29%	6%	7%	17%	15%	14%	-13%	27%	2%	15%	22%	27%	29%	14%	46%	24%	91%	100%	10%
104	38%	13%	15%	18%	17%	16%	23%	22%	20%	15%	48%	34%	31%	44%	15%	11%	12%	37%	68%	11%	10%	100%

	77	79	80	82	83	85	86	87	89	90	91	92	93	94	95	96	98	99	100	102	103	104
105	36%	15%	12%	20%	13%	12%	19%	18%	14%	10%	42%	31%	27%	39%	18%	14%	14%	35%	61%	-2%	2%	81%
106	27%	13%	74%	14%	69%	72%	74%	75%	87%	43%	16%	14%	17%	49%	32%	7%	32%	28%	24%	12%	9%	14%
108	47%	8%	30%	9%	32%	30%	24%	25%	29%	28%	45%	29%	32%	54%	50%	36%	53%	47%	88%	20%	16%	78%
109	38%	14%	14%	18%	16%	15%	21%	21%	18%	14%	50%	35%	30%	44%	15%	11%	13%	38%	69%	10%	11%	95%
110	48%	20%	25%	19%	25%	25%	27%	27%	30%	21%	48%	26%	29%	54%	59%	54%	58%	47%	97%	26%	25%	66%
116	44%	27%	41%	25%	41%	42%	40%	43%	42%	19%	41%	37%	35%	52%	41%	32%	29%	46%	56%	23%	21%	45%
117	21%	23%	30%	19%	27%	30%	29%	29%	27%	17%	26%	20%	23%	33%	54%	43%	44%	22%	44%	2%	0%	20%
120	34%	29%	5%	30%	6%	7%	4%	5%	-12%	-35%	42%	25%	29%	30%	37%	36%	23%	33%	66%	17%	21%	59%
126	46%	10%	26%	9%	29%	27%	23%	24%	29%	29%	46%	31%	33%	53%	51%	38%	53%	46%	90%	20%	15%	78%
127	34%	21%	11%	22%	14%	10%	16%	17%	8%	-11%	35%	21%	19%	33%	11%	11%	3%	33%	45%	20%	21%	61%
128	27%	18%	0%	15%	1%	0%	-3%	-3%	-12%	-22%	27%	22%	21%	20%	28%	29%	18%	26%	55%	9%	13%	52%
130	29%	26%	2%	27%	3%	3%	11%	12%	6%	0%	78%	43%	33%	59%	28%	29%	20%	29%	51%	19%	19%	50%
131	21%	23%	-3%	23%	-2%	-2%	8%	9%	2%	-8%	71%	37%	31%	46%	18%	20%	11%	21%	37%	19%	17%	43%
132	33%	28%	3%	30%	3%	5%	16%	17%	10%	4%	84%	47%	38%	62%	27%	26%	19%	33%	48%	28%	27%	47%
133	31%	44%	21%	38%	17%	21%	25%	28%	23%	0%	57%	33%	31%	51%	45%	52%	25%	29%	45%	27%	27%	32%
138	17%	30%	15%	29%	12%	13%	28%	29%	24%	5%	40%	23%	21%	39%	14%	14%	0%	19%	15%	19%	22%	17%
139	19%	29%	19%	27%	16%	17%	32%	33%	30%	7%	41%	24%	22%	43%	18%	15%	7%	20%	22%	20%	22%	22%
140	20%	31%	9%	30%	6%	8%	30%	30%	24%	7%	35%	23%	16%	34%	14%	14%	1%	22%	14%	12%	16%	14%
142	25%	32%	11%	29%	9%	12%	28%	28%	24%	4%	53%	28%	22%	46%	11%	17%	0%	25%	23%	18%	21%	28%
144	17%	38%	10%	35%	7%	11%	23%	25%	17%	-11%	49%	25%	22%	38%	12%	18%	-4%	18%	18%	18%	21%	21%
145	41%	34%	13%	33%	11%	14%	26%	26%	21%	5%	57%	33%	30%	52%	21%	22%	8%	41%	41%	26%	27%	45%
146	85%	26%	23%	22%	21%	25%	22%	22%	19%	7%	26%	19%	19%	31%	22%	22%	14%	86%	31%	32%	34%	24%
148	48%	32%	37%	31%	34%	38%	39%	40%	34%	11%	54%	32%	36%	59%	55%	44%	41%	48%	86%	23%	24%	75%

Prilozi

	105	106	108	109	110	116	117	120	126	127	128	130	131	132	133	138	139	140	142	144	145	146	148
8	38%	22%	47%	38%	43%	58%	14%	25%	48%	25%	28%	0%	-13%	3%	10%	-11%	-4%	0%	-3%	-10%	11%	16%	41%
9	44%	40%	54%	48%	56%	76%	25%	37%	54%	35%	32%	23%	14%	27%	35%	20%	25%	19%	22%	17%	30%	24%	60%
10	21%	12%	23%	28%	26%	27%	15%	17%	23%	18%	14%	68%	64%	73%	46%	50%	50%	44%	52%	47%	51%	27%	30%
11	29%	18%	33%	24%	33%	24%	11%	19%	33%	19%	16%	31%	24%	25%	23%	10%	9%	4%	15%	12%	21%	12%	29%
14	31%	22%	42%	35%	44%	46%	22%	35%	42%	31%	27%	26%	19%	31%	30%	18%	20%	22%	25%	19%	40%	82%	46%
15	15%	4%	37%	13%	55%	31%	45%	45%	39%	15%	35%	30%	22%	30%	51%	16%	16%	15%	19%	22%	25%	22%	46%
18	2%	26%	32%	5%	42%	33%	41%	25%	31%	4%	16%	8%	1%	6%	39%	6%	9%	-1%	6%	8%	8%	18%	38%
19	15%	6%	36%	9%	51%	28%	38%	37%	38%	13%	26%	32%	23%	27%	50%	13%	16%	13%	16%	15%	22%	19%	41%
20	-5%	-6%	18%	11%	30%	21%	42%	41%	20%	4%	18%	27%	25%	30%	48%	12%	10%	9%	14%	22%	20%	17%	32%
21	12%	11%	5%	13%	15%	23%	23%	30%	6%	19%	19%	17%	18%	18%	42%	24%	23%	23%	25%	33%	27%	21%	30%
22	6%	4%	0%	8%	10%	20%	15%	23%	0%	15%	16%	6%	7%	7%	34%	20%	21%	20%	18%	26%	16%	19%	24%
23	17%	15%	10%	18%	20%	28%	22%	31%	11%	21%	18%	27%	24%	30%	43%	28%	26%	28%	32%	37%	34%	24%	32%
24	4%	38%	12%	6%	13%	29%	26%	12%	9%	5%	4%	-3%	-4%	-5%	22%	8%	10%	1%	4%	9%	4%	17%	24%
25	16%	82%	29%	20%	30%	40%	23%	-7%	29%	12%	-13%	11%	9%	16%	22%	25%	30%	24%	28%	20%	23%	20%	36%
26	38%	29%	46%	43%	52%	49%	31%	29%	47%	32%	24%	61%	51%	60%	53%	43%	45%	40%	51%	40%	58%	32%	53%
27	35%	24%	43%	38%	47%	36%	34%	33%	44%	24%	23%	61%	51%	50%	42%	32%	32%	26%	34%	29%	42%	25%	47%
28	42%	26%	46%	45%	46%	40%	33%	31%	47%	29%	24%	59%	49%	50%	46%	30%	31%	25%	34%	30%	45%	24%	48%
29	34%	8%	37%	37%	36%	17%	23%	28%	39%	21%	23%	66%	56%	61%	36%	32%	33%	27%	35%	31%	42%	17%	35%
30	20%	14%	25%	27%	29%	33%	16%	18%	25%	20%	13%	67%	64%	76%	49%	51%	48%	42%	54%	48%	55%	24%	33%
31	19%	11%	24%	26%	29%	34%	16%	19%	24%	21%	12%	65%	61%	71%	52%	51%	48%	41%	51%	47%	53%	24%	31%
32	41%	21%	49%	48%	52%	40%	30%	36%	49%	34%	28%	77%	68%	78%	51%	49%	51%	44%	53%	48%	55%	29%	54%
33	26%	11%	37%	35%	36%	22%	17%	17%	36%	19%	18%	55%	50%	52%	30%	33%	35%	23%	31%	25%	28%	7%	31%

	105	106	108	109	110	116	117	120	126	127	128	130	131	132	133	138	139	140	142	144	145	146	148
34	34%	10%	37%	36%	36%	20%	24%	28%	39%	21%	23%	66%	54%	62%	34%	31%	33%	29%	31%	27%	39%	23%	35%
35	33%	16%	40%	40%	41%	40%	21%	28%	42%	30%	21%	73%	62%	81%	51%	46%	45%	41%	52%	42%	62%	30%	43%
40	59%	22%	83%	71%	75%	51%	36%	53%	82%	40%	47%	46%	36%	44%	36%	17%	24%	15%	19%	12%	35%	22%	72%
43	69%	23%	90%	78%	80%	48%	35%	60%	89%	50%	54%	50%	39%	49%	40%	15%	21%	13%	24%	16%	42%	32%	79%
44	17%	2%	37%	14%	54%	30%	41%	45%	39%	17%	35%	30%	22%	28%	48%	14%	14%	11%	19%	22%	25%	20%	46%
45	7%	1%	30%	13%	42%	21%	42%	39%	32%	6%	25%	25%	19%	25%	36%	5%	6%	2%	6%	11%	13%	11%	36%
46	15%	13%	9%	14%	20%	26%	23%	31%	10%	21%	20%	23%	22%	25%	44%	27%	26%	26%	29%	36%	32%	26%	33%
47	15%	42%	15%	15%	24%	36%	25%	23%	15%	21%	9%	22%	19%	25%	44%	31%	33%	33%	35%	36%	36%	30%	38%
49	25%	41%	24%	28%	23%	13%	13%	10%	23%	22%	8%	24%	27%	18%	20%	21%	24%	21%	20%	21%	21%	10%	32%
50	31%	13%	29%	35%	27%	35%	18%	24%	30%	23%	20%	44%	40%	48%	33%	23%	25%	23%	30%	27%	34%	17%	32%
51	39%	45%	52%	48%	59%	54%	26%	35%	53%	42%	25%	33%	25%	38%	45%	27%	36%	29%	37%	31%	45%	28%	62%
52	-5%	8%	32%	18%	46%	30%	59%	41%	34%	-2%	19%	27%	23%	30%	46%	7%	5%	2%	7%	13%	15%	15%	42%
59	30%	24%	44%	32%	48%	44%	24%	28%	45%	22%	22%	37%	31%	41%	37%	22%	23%	22%	30%	25%	35%	24%	43%
60	11%	8%	44%	28%	54%	35%	55%	55%	45%	12%	33%	32%	28%	33%	49%	8%	9%	4%	9%	16%	17%	15%	51%
61	28%	37%	42%	32%	45%	46%	23%	29%	41%	28%	20%	26%	20%	29%	33%	19%	24%	24%	25%	21%	36%	75%	46%
63	38%	9%	41%	39%	41%	18%	21%	31%	42%	26%	25%	67%	58%	61%	34%	26%	29%	24%	30%	26%	39%	17%	36%
65	40%	21%	45%	45%	43%	21%	18%	27%	45%	28%	18%	79%	78%	68%	38%	36%	41%	31%	44%	39%	44%	13%	42%
66	41%	24%	49%	44%	48%	23%	29%	35%	50%	29%	24%	73%	66%	64%	36%	33%	37%	28%	35%	33%	42%	20%	46%
67	46%	19%	53%	49%	52%	23%	24%	35%	53%	34%	30%	86%	78%	76%	43%	42%	46%	37%	47%	41%	52%	21%	50%
68	37%	21%	62%	41%	66%	33%	40%	43%	63%	25%	32%	78%	63%	71%	50%	28%	31%	23%	32%	28%	41%	25%	55%
69	31%	22%	52%	34%	56%	24%	37%	34%	53%	20%	24%	64%	54%	55%	40%	26%	28%	20%	24%	23%	31%	17%	47%
70	37%	18%	52%	37%	55%	29%	35%	38%	53%	27%	33%	75%	60%	68%	45%	31%	35%	30%	37%	31%	45%	26%	49%
73	35%	32%	38%	39%	39%	43%	21%	30%	38%	29%	26%	63%	55%	64%	51%	41%	42%	33%	46%	41%	48%	27%	47%
75	34%	2%	22%	3%	26%	3%	0%	9%	22%	17%	31%	9%	2%	3%	6%	4%	9%	12%	8%	4%	10%	15%	14%

Prilozi

	105	106	108	109	110	116	117	120	126	127	128	130	131	132	133	138	139	140	142	144	145	146	148
77	36%	27%	47%	38%	48%	44%	21%	34%	46%	34%	27%	29%	21%	33%	31%	17%	19%	20%	25%	17%	41%	85%	48%
79	15%	13%	8%	14%	20%	27%	23%	29%	10%	21%	18%	26%	23%	28%	44%	30%	29%	31%	32%	38%	34%	26%	32%
80	12%	74%	30%	14%	25%	41%	30%	5%	26%	11%	0%	2%	-3%	3%	21%	15%	19%	9%	11%	10%	13%	23%	37%
82	20%	14%	9%	18%	19%	25%	19%	30%	9%	22%	15%	27%	23%	30%	38%	29%	27%	30%	29%	35%	33%	22%	31%
83	13%	69%	32%	16%	25%	41%	27%	6%	29%	14%	1%	3%	-2%	3%	17%	12%	16%	6%	9%	7%	11%	21%	34%
85	12%	72%	30%	15%	25%	42%	30%	7%	27%	10%	0%	3%	-2%	5%	21%	13%	17%	8%	12%	11%	14%	25%	38%
86	19%	74%	24%	21%	27%	40%	29%	4%	23%	16%	-3%	11%	8%	16%	25%	28%	32%	30%	28%	23%	26%	22%	39%
87	18%	75%	25%	21%	27%	43%	29%	5%	24%	17%	-3%	12%	9%	17%	28%	29%	33%	30%	28%	25%	26%	22%	40%
89	14%	87%	29%	18%	30%	42%	27%	-12%	29%	8%	-12%	6%	2%	10%	23%	24%	30%	24%	24%	17%	21%	19%	34%
90	10%	43%	28%	14%	21%	19%	17%	-35%	29%	-11%	-22%	0%	-8%	4%	0%	5%	7%	7%	4%	-11%	5%	7%	11%
91	42%	16%	45%	50%	48%	41%	26%	42%	46%	35%	27%	78%	71%	84%	57%	40%	41%	35%	53%	49%	57%	26%	54%
92	31%	14%	29%	35%	26%	37%	20%	25%	31%	21%	22%	43%	37%	47%	33%	23%	24%	23%	28%	25%	33%	19%	32%
93	27%	17%	32%	30%	29%	35%	23%	29%	33%	19%	21%	33%	31%	38%	31%	21%	22%	16%	22%	22%	30%	19%	36%
94	39%	49%	54%	44%	54%	52%	33%	30%	53%	33%	20%	59%	46%	62%	51%	39%	43%	34%	46%	38%	52%	31%	59%
95	18%	32%	50%	15%	59%	41%	54%	37%	51%	11%	28%	28%	18%	27%	45%	14%	18%	14%	11%	12%	21%	22%	55%
96	14%	7%	36%	11%	54%	32%	43%	36%	38%	11%	29%	29%	20%	26%	52%	14%	15%	14%	17%	18%	22%	22%	44%
98	14%	32%	53%	13%	58%	29%	44%	23%	53%	3%	18%	20%	11%	19%	25%	0%	7%	1%	0%	-4%	8%	14%	41%
99	35%	28%	47%	38%	47%	46%	22%	33%	46%	33%	26%	29%	21%	33%	29%	19%	20%	22%	25%	18%	41%	86%	48%
100	61%	24%	88%	69%	97%	56%	44%	66%	90%	45%	55%	51%	37%	48%	45%	15%	22%	14%	23%	18%	41%	31%	86%
102	-2%	12%	20%	10%	26%	23%	2%	17%	20%	20%	9%	19%	19%	28%	27%	19%	20%	12%	18%	18%	26%	32%	23%
103	2%	9%	16%	11%	25%	21%	0%	21%	15%	21%	13%	19%	17%	27%	27%	22%	22%	16%	21%	21%	27%	34%	24%
104	81%	14%	78%	95%	66%	45%	20%	59%	78%	61%	52%	50%	43%	47%	32%	17%	22%	14%	28%	21%	45%	24%	75%

Prilozi

	105	106	108	109	110	116	117	120	126	127	128	130	131	132	133	138	139	140	142	144	145	146	148
105	100%	11%	67%	81%	58%	35%	2%	52%	67%	74%	53%	47%	38%	39%	22%	19%	23%	17%	29%	24%	46%	27%	62%
106	11%	100%	28%	13%	24%	39%	26%	-9%	26%	7%	-14%	4%	0%	8%	18%	18%	24%	16%	16%	11%	14%	20%	32%
108	67%	28%	100%	77%	86%	53%	38%	63%	98%	48%	52%	49%	39%	47%	39%	11%	19%	10%	22%	16%	40%	31%	81%
109	81%	13%	77%	100%	66%	46%	20%	61%	77%	60%	53%	52%	44%	47%	33%	18%	22%	14%	28%	22%	46%	25%	73%
110	58%	24%	86%	66%	100%	57%	45%	63%	87%	43%	53%	51%	38%	47%	46%	15%	21%	13%	23%	18%	39%	28%	85%
116	35%	39%	53%	46%	57%	100%	32%	34%	53%	28%	23%	21%	12%	32%	39%	22%	25%	20%	24%	16%	37%	32%	60%
117	2%	26%	38%	20%	45%	32%	100%	31%	39%	-18%	20%	23%	18%	20%	33%	2%	3%	5%	-5%	-5%	1%	12%	45%
120	52%	-9%	63%	61%	63%	34%	31%	100%	63%	50%	71%	44%	40%	42%	29%	3%	7%	4%	15%	21%	34%	21%	68%
126	67%	26%	98%	77%	87%	53%	39%	63%	100%	48%	52%	51%	39%	48%	39%	10%	17%	9%	20%	14%	39%	31%	81%
127	74%	7%	48%	60%	43%	28%	-18%	50%	48%	100%	43%	35%	29%	33%	24%	26%	28%	23%	36%	34%	51%	30%	50%
128	53%	-14%	52%	53%	53%	23%	20%	71%	52%	43%	100%	37%	31%	30%	20%	6%	12%	12%	14%	13%	28%	20%	56%
130	47%	4%	49%	52%	51%	21%	23%	44%	51%	35%	37%	100%	87%	84%	51%	36%	37%	30%	44%	40%	51%	20%	49%
131	38%	0%	39%	44%	38%	12%	18%	40%	39%	29%	31%	87%	100%	76%	45%	34%	33%	26%	42%	44%	45%	14%	39%
132	39%	8%	47%	47%	47%	32%	20%	42%	48%	33%	30%	84%	76%	100%	50%	40%	40%	34%	49%	44%	56%	27%	47%
133	22%	18%	39%	33%	46%	39%	33%	29%	39%	24%	20%	51%	45%	50%	100%	29%	28%	18%	36%	32%	41%	24%	47%
138	19%	18%	11%	18%	15%	22%	2%	3%	10%	26%	6%	36%	34%	40%	29%	100%	86%	74%	62%	56%	53%	14%	19%
139	23%	24%	19%	22%	21%	25%	3%	7%	17%	28%	12%	37%	33%	40%	28%	86%	100%	84%	59%	57%	51%	14%	26%
140	17%	16%	10%	14%	13%	20%	5%	4%	9%	23%	12%	30%	26%	34%	18%	74%	84%	100%	55%	48%	48%	19%	19%
142	29%	16%	22%	28%	23%	24%	-5%	15%	20%	36%	14%	44%	42%	49%	36%	62%	59%	55%	100%	85%	82%	19%	27%
144	24%	11%	16%	22%	18%	16%	-5%	21%	14%	34%	13%	40%	44%	44%	32%	56%	57%	48%	85%	100%	72%	12%	23%
145	46%	14%	40%	46%	39%	37%	1%	34%	39%	51%	28%	51%	45%	56%	41%	53%	51%	48%	82%	72%	100%	31%	43%
146	27%	20%	31%	25%	28%	32%	12%	21%	31%	30%	20%	20%	14%	27%	24%	14%	14%	19%	19%	12%	31%	100%	30%
148	62%	32%	81%	73%	85%	60%	45%	68%	81%	50%	56%	49%	39%	47%	47%	19%	26%	19%	27%	23%	43%	30%	100%

Prilog 4: Rezultati deskriptivne analize

Tabela 52: Mere deskriptivne statistike pokazatelja

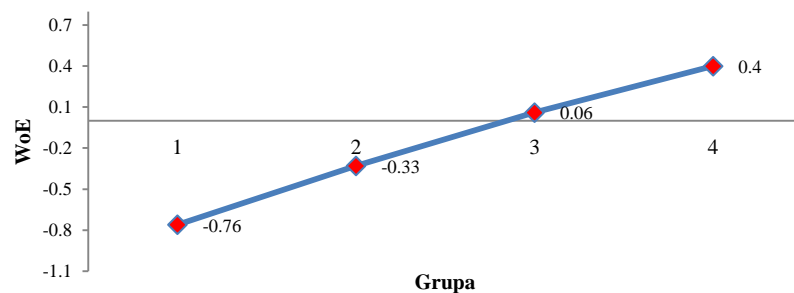
R.b.	μ	ε	Medijana	σ	Kurtosis	Zakošenost	Min	Max
8	0.861336	0.005411	0.901935	0.144990	7.821339	-2.489071	0.061527	1.000000
11	0.889836	0.007486	0.971288	0.200601	8.170930	-2.854561	0.000000	1.000000
18	50.391438	16.001841	1.023246	428.777673	130.337633	10.969309	0.000000	6,467.000000
22	21.720070	16.711989	0.694936	447.806480	593.011243	23.823840	0.008106	11,416.000000
24	10,160.204615	10,168.479604	0.089321	272,469.719087	717.998781	26.795488	-6,708.076355	7,300,957.000000
26	6,351.148979	3,253.376446	3.135307	87,175.920183	569.025564	22.926973	-139,364.000000	2,204,661.000000
28	11,128.522660	4,149.538761	5.470546	111,189.057228	374.278376	18.190045	-92,813.000000	2,499,344.000000
29	-19.011420	12.065870	4.373281	323.311278	360.805811	-18.655500	-6,790.823328	100.000000
32	267.237396	263.975123	2.064537	7,073.351216	717.993898	26.795351	-72.088106	189,537.000000
33	346.879788	251.111655	12.587838	6,728.667881	485.366022	21.463068	-10,661.904762	161,331.527094
47	184,525.145379	52,320.494230	0.910559	1,401,954.954920	99.041618	9.485678	0.000000	17,738,373.000000
49	154.238562	101.756794	1.672078	2,726.626423	342.559392	18.399062	-3,125.206379	51,195.000000
51	122,934.282612	138,069.958828	-23.029213	3,699,656.621233	714.486691	26.695444	-3,389,755.000000	98,998,220.000000
59	17.570276	18.038423	0.004691	483.348952	717.082025	26.769615	-217.945217	12,947.000000
60	133.571623	137.855954	-0.089427	3,693.922257	717.728967	26.787903	-1,027.353043	98,967.000000
65	-1,580.179672	1,573.800377	0.157083	42,170.802638	717.984538	-26.795091	-1,129,989.000000	16.548589
66	-80.957700	75.985571	0.103752	2,036.073044	711.017375	-26.607181	-54,430.000000	857.000000
73	273.825117	160.411702	1.823593	4,298.315283	349.258447	18.282231	-9,383.000000	89,125.000000
75	0.227239	0.008321	0.148753	0.222975	0.801993	1.192639	0.000000	0.978045
77	0.042459	0.003515	0.007392	0.094183	22.288185	4.329285	0.000000	0.773878
85	0.122005	0.005880	0.058175	0.157555	3.221222	1.662885	0.000000	0.933242
86	18.539136	18.237744	0.276819	488.689868	717.999669	26.795513	0.000000	13,095.000000
90	1.575475	1.272586	0.247405	34.099614	717.937272	26.793769	0.000000	914.000000
92	-0.330741	27.014297	0.841027	723.862202	185.069646	5.195375	-9,383.000000	12,391.000000
93	-13.453379	21.427658	1.295074	574.165277	140.689892	4.624573	-5,818.800000	8,606.000000
96	-110.241516	109.309288	-0.928723	2,928.999424	717.999972	-26.795521	-78,485.000000	0.064733
98	308.677710	308.049264	0.670967	8,254.340839	717.999998	26.795522	0.001147	221,180.000000
102	258.100971	258.020780	0.028367	6,913.801483	717.999999	26.795522	0.000000	185,259.000000
104	1,593.848717	1,099.251751	0.526880	29,455.024486	546.122572	22.685972	0.032364	734,351.000000
105	1,516.853053	1,077.464779	0.312692	28,871.231217	584.877076	23.544221	0.008153	733,951.000000
109	2.639098	0.108854	1.897965	2.916798	22.404077	3.814145	0.000000	30.898628
116	-133.234969	160.577053	0.020777	4,302.745959	695.490536	-26.110740	-114,351.000000	13,964.000000
117	0.504652	0.026498	0.374116	0.710021	108.113417	8.680641	0.000000	10.597998
120	1,122.193510	951.723780	0.227306	25,501.935511	700.014636	26.320158	0.000000	679,193.000000
127	144,988.932961	103,982.118001	77.981712	2,786,255.131958	555.567811	22.946577	0.000000	69,760,990.000000
128	375,527.760105	345,551.130952	146.497335	9,259,222.936370	715.324278	26.721919	0.000000	247,905,445.000000
130	271.876643	271.781204	0.083274	7,282.519240	717.999999	26.795522	-0.702643	195,139.000000
131	271.880814	271.781198	0.086332	7,282.519084	717.999999	26.795522	-0.702643	195,139.000000
133	264.157978	263.978859	0.115713	7,073.451337	717.999998	26.795522	-1.387360	189,537.000000
139	0.164363	0.048819	0.037895	1.308120	358.288188	16.200537	-5.183641	29.564481
140	226.918095	226.888538	0.024765	6,079.596826	26.795522	162,908.205196	162,906.000000	162,927.192297
142	-1,325.512450	1,336.735267	0.014179	35,818.519268	717.847463	-26.791239	-959,714.000000	8,701.000000
145	-538.245270	540.097233	0.003170	14,472.187310	714.494400	-26.695354	-387,316.000000	16,793.000000
148	10,339.573273	6,543.570802	0.576894	175,338.395486	343.423108	18.443895	0.012863	3,301,760.000000

Prilog 5: Analitički podaci izabranih pokazatelja modela

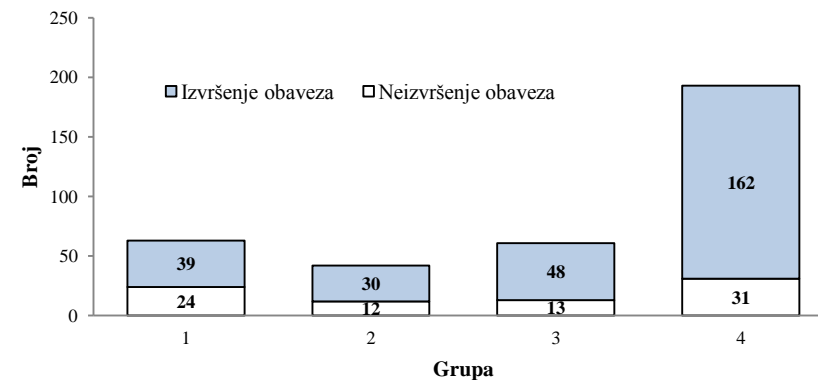
Tabela 53: Pokazatelj 33 - analitički podaci

Grupa	Vrednost atributa	WoE	Broj dužnika - neizvršenje obaveza	Broj ostalih dužnika	% učešća
1	<0.66838	-0.76	24	39	38.10
2	0.668398-3.36431	-0.33	12	30	28.57
3	3.36431-10.89666	0.06	13	48	21.31
4	>10.89666	0.40	31	162	16.06

Grafikon 26: Pokazatelj 33 - WoE



Grafikon 27: Pokazatelj 33 - segmentacija grupa atributa po broju događaja



Grafikon 28: Pokazatelj 33 – učešće neizvršenja obaveza po grupama atributa

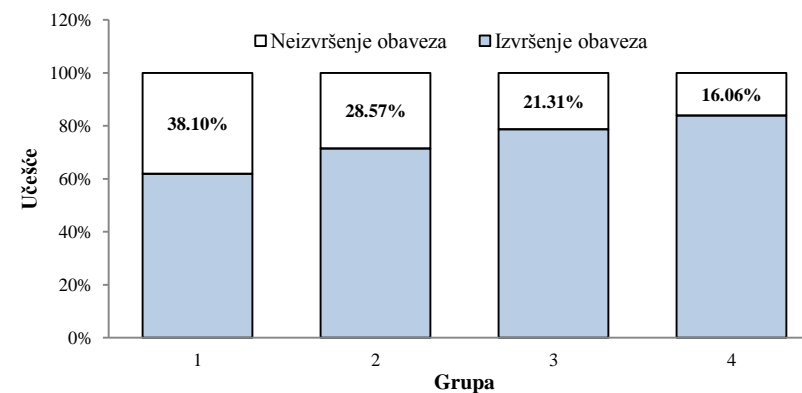
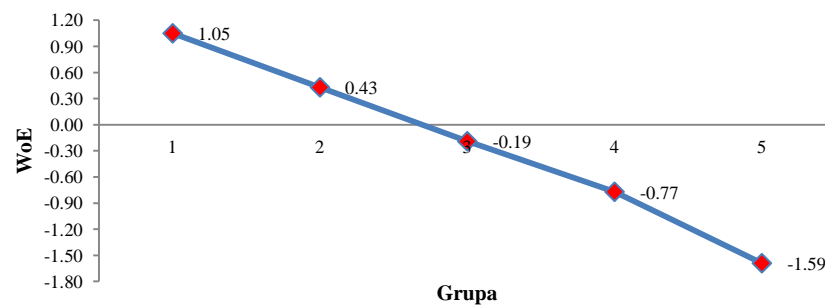


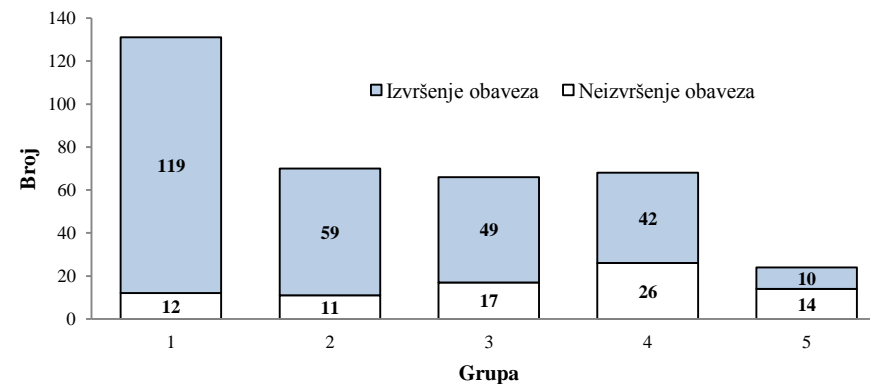
Tabela 54: Pokazatelj 47 - analitički podaci

Grupa	Vrednost atributa	WoE	Broj dužnika - neizvršenje obaveza	Broj ostalih dužnika	% učešća
1	<0.501071	-0.76	12	119	9.16
2	0.501071-1.3836	-0.33	11	59	15.71
3	1.3836-3.3767	0.06	17	29	25.76
4	3.3767-2,571.4	0.40	26	42	38.24
5	>2,571.4	0.40	14	10	58.33

Grafikon 29: Pokazatelj 47 - WoE



Grafikon 30: Pokazatelj 47 - segmentacija grupa atributa po broju događaja



Grafikon 31: Pokazatelj 47 – učešće neizvršenja obaveza po grupama atributa

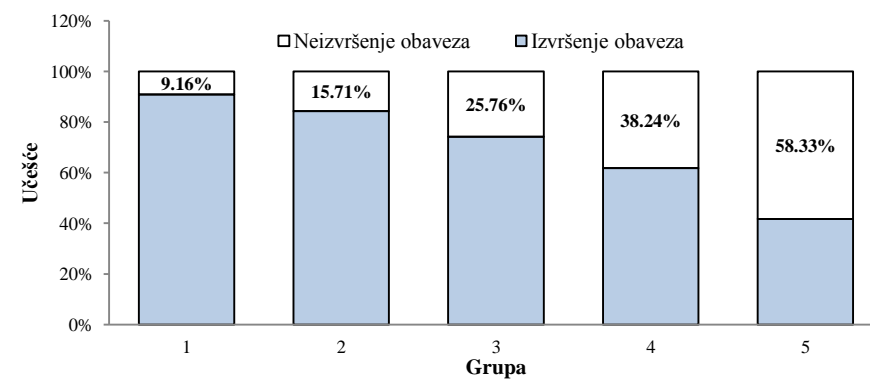
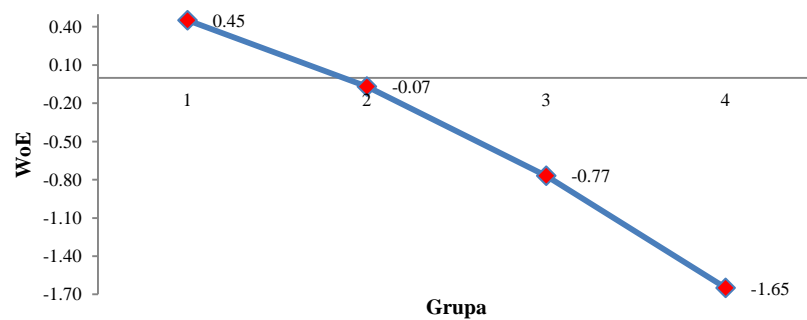


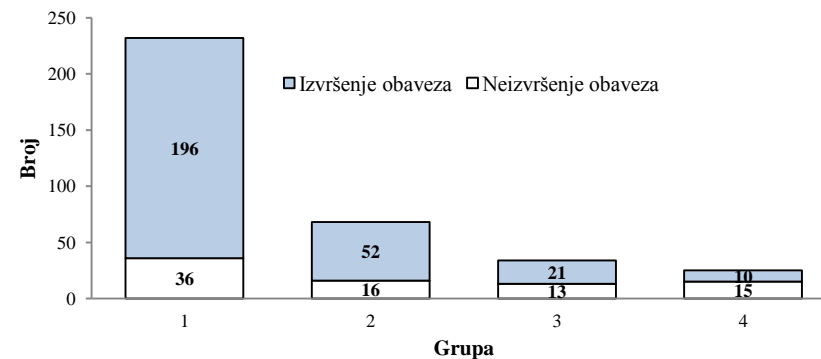
Tabela 55: Pokazatelj 49 - analitički podaci

Grupa	Vrednost atributa	WoE	Broj dužnika - neizvršenje obaveza	Broj ostalih dužnika	% učešća
1	<2.91633	0.45	36	196	15.52
2	2.91633-5.66949	-0.07	16	52	23.53
3	5.66949-10.5263	-0.77	13	21	38.24
4	>10.5263	-1.65	15	10	60.00

Grafikon 32: Pokazatelj 49 - WoE



Grafikon 33: Pokazatelj 49 - segmentacija grupa atributa po broju događaja



Grafikon 34: Pokazatelj 49 – učešće neizvršenja obaveza po grupama atributa

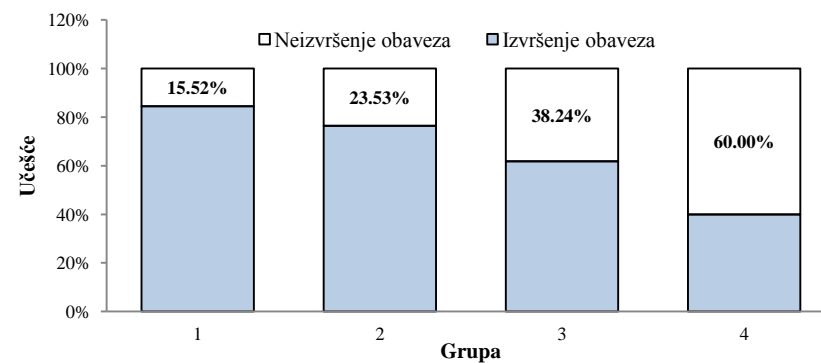
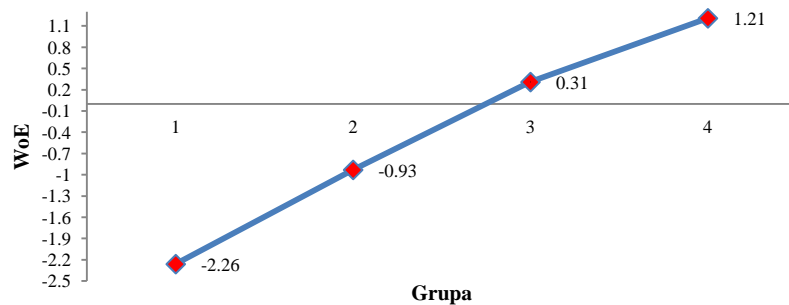


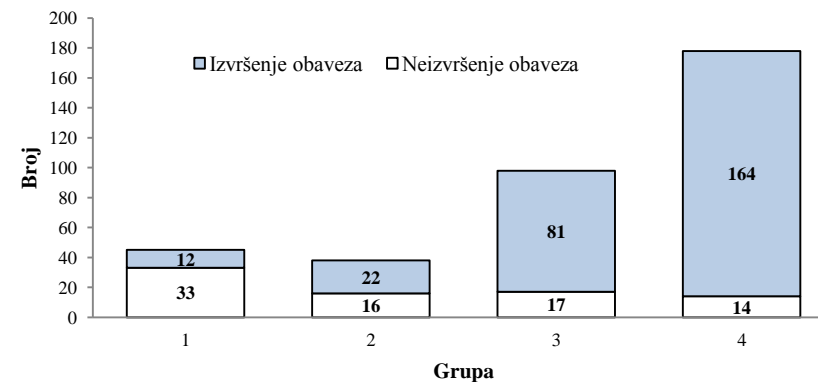
Tabela 56: Pokazatelj 77 - analitički podaci

Grupa	Vrednost atributa	WoE	Broj dužnika - neizvršenje obaveza	Broj ostalih dužnika	% učešća
1	<0.00012408	-2.26	33	12	73.33
2	0.00012408-0.000884127	-0.93	16	22	42.11
3	0.000884127-0.00877981	0.31	17	81	17.35
4	>0.00877981	1.21	14	164	7.87

Grafikon 35: Pokazatelj 77 - WoE



Grafikon 36: Pokazatelj 77 - segmentacija grupa atributa po broju događaja



Grafikon 37: Pokazatelj 77 – učešće neizvršenja obaveza po grupama atributa

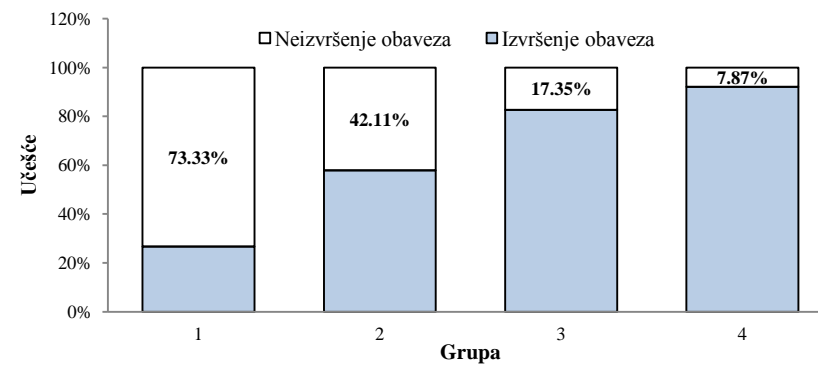
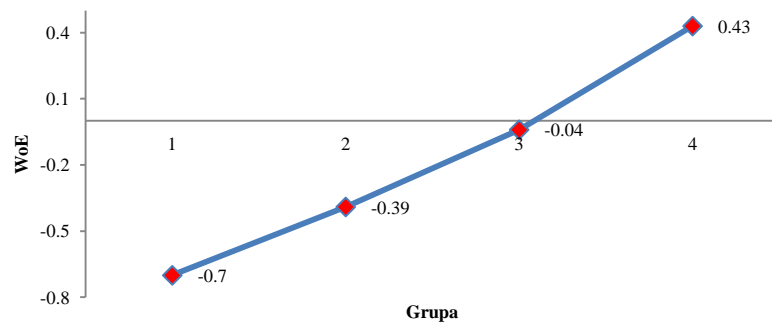


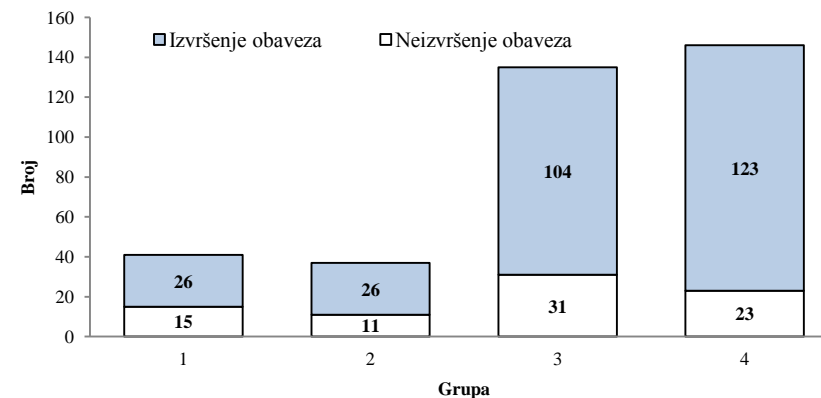
Tabela 57: Pokazatelj 90 - analitički podaci

Grupa	Vrednost atributa	WoE	Broj dužnika - neizvršenje obaveza	Broj ostalih dužnika	% učešća
1	<0.0537668	-0.70	15	26	36.59
2	0.0537668-0.105112	-0.39	11	26	29.73
3	0.105112-0.28837	-0.04	31	104	22.96
4	>0.28837	0.43	23	123	15.75

Grafikon 38: Pokazatelj 90 - WoE



Grafikon 39: Pokazatelj 90 - segmentacija grupa atributa po broju događaja



Grafikon 40: Pokazatelj 90 – učešće neizvršenja obaveza po grupama atributa

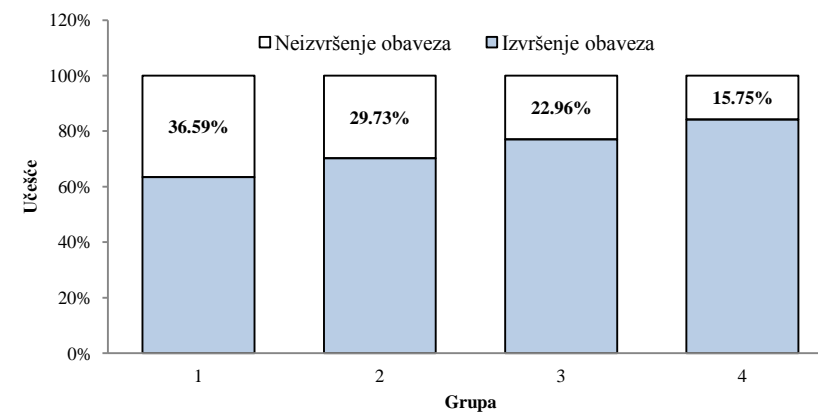
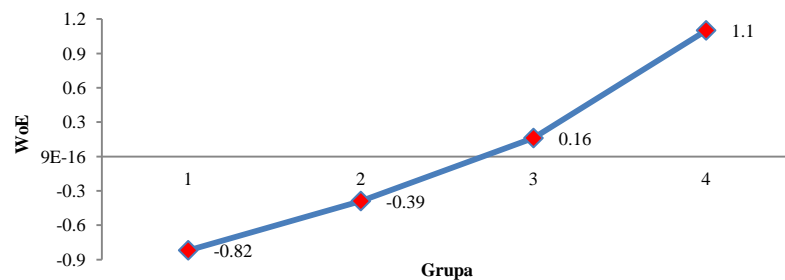


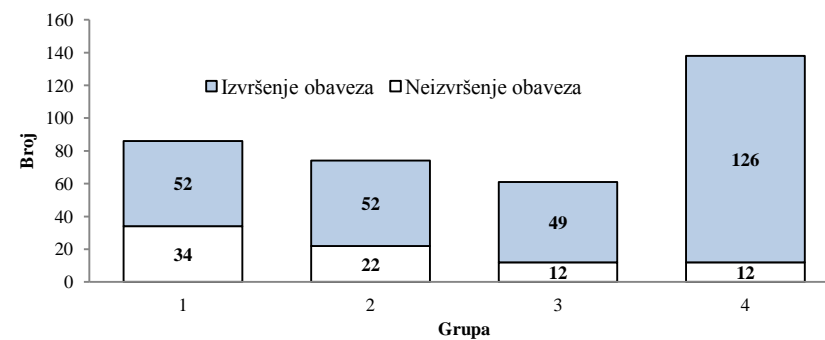
Tabela 58: Pokazatelj 96 - analitički podaci

Grupa	Vrednost atributa	WoE	Broj dužnika - neizvršenje obaveza	Broj ostalih dužnika	% učešća
1	<-1.09678	-0.82	34	52	39.53
2	-1.09678--0.949665	-0.39	22	52	29.73
3	-0.949665--0.844019	0.16	12	49	19.67
4	>-0.844019	1.10	12	126	8.70

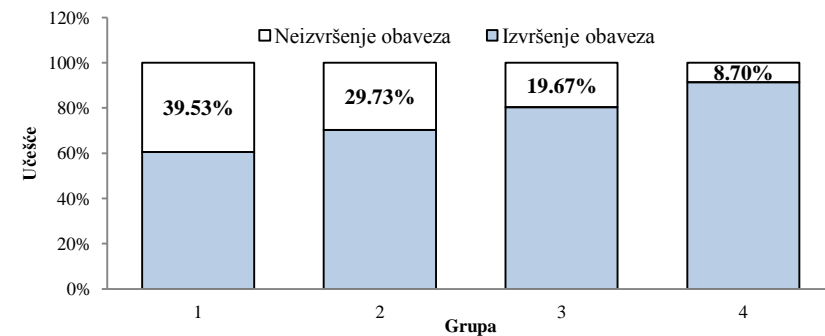
Grafikon 41: Pokazatelj 96 - WoE



Grafikon 42: Pokazatelj 96 - segmentacija grupa atributa po broju događaja



Grafikon 43: Pokazatelj 96 – učešće neizvršenja obaveza po grupama atributa



Prilog 6: Obračun faktora konverzije

Tabela 59: Obračun CCF preuzetih neopozivih kreditnih obaveza

Plasman	Datum ulaska u status neizvršenja obaveza	Datum - jedna godina	Odobren iznos limita	Neiskorišćeni iznos limita jednu godinu pre statusa neizvršenja obaveza	Neiskorišćeni iznos limita u trenutku ulaska u status neizvršenja obaveza	Iskorišćeni iznos limita jednu godinu pre statusa neizvršenja obaveza	Iskorišćeni iznos limita u trenutku ulaska u status neizvršenja obaveza	CCF _k
Plasman 1	31.01.2009	31.01.2008	550,000.00	550,000.00	3,450.00	0.00	546,550.00	0.00%
Plasman 2	31.01.2009	31.01.2008	350,000.00	350,000.00	5,755.27	0.00	344,244.73	100.00%
Plasman 3	30.04.2009	30.04.2008	1,500,000.00	1,500,000.00	0.00	0.00	1,500,000.00	0.00%
Plasman 4	03.07.2009	03.07.2008	5,000,000.00	5,000,000.00	0.00	0.00	5,000,000.00	0.00%
Plasman 5	31.01.2009	31.01.2008	2,000,000.00	2,000,000.00	692,662.89	0.00	1,307,337.11	97.35%
Plasman 6	30.04.2009	30.04.2008	1,400,000.00	5,466.88	5,466.88	0.00	1,394,533.12	87.96%
Plasman 7	15.11.2008	15.11.2007	1,000,000.00	1,000,000.00	0.00	0.00	1,000,000.00	0.00%
Plasman 8	30.09.2008	30.09.2007	5,000,000.00	5,000,000.00	0.00	0.00	5,000,000.00	97.53%
Plasman 9	31.03.2009	31.03.2008	10,000,000.00	10,000,000.00	5,130.88	0.00	9,994,869.12	100.00%
Plasman 10	13.09.2008	13.09.2007	5,000,000.00	892,565.10	892,565.10	4,107,434.90	4,107,434.90	0.00%
Plasman 11	30.06.2009	30.06.2008	200,000.00	200,000.00	0.00	0.00	200,000.00	98.83%
Plasman 12	26.09.2009	26.09.2008	10,000,000.00	10,000,000.00	133.98	0.00	9,999,866.02	100.00%
Plasman 13	31.01.2010	31.01.2009	2,000,000.00	2,000,000.00	80,714.64	0.00	1,919,285.36	100.00%
Plasman 14	15.12.2009	15.12.2008	5,000,000.00	5,000,000.00	17,037.97	0.00	4,982,962.03	100.00%
Plasman 15	15.12.2009	15.12.2008	350,000.00	350,000.00	524.91	0.00	349,475.09	99.37%
Plasman 16	31.03.2010	31.03.2009	100,000.00	100,000.00	2,648.00	0.00	97,352.00	98.36%
Plasman 17	03.07.2009	03.07.2008	5,000,000.00	0.00	0.00	0.00	5,000,000.00	99.74%
Plasman 18	29.09.2009	29.09.2008	10,000,000.00	630.63	630.63	9,999,369.37	9,999,369.37	89.84%
Plasman 19	03.01.2010	03.01.2009	10,000,000.00	10,000,000.00	2,802,163.71	0.00	7,197,836.29	99.95%
Plasman 20	03.09.2009	03.09.2008	2,000,000.00	300,000.00	0.00	1,700,000.00	2,000,000.00	100.00%
Plasman 21	31.10.2009	31.10.2008	5,000,000.00	5,000,000.00	5,000,000.00	0.00	0.00	100.00%
Plasman 22	26.09.2009	26.09.2008	2,000,000.00	2,000,000.00	203,000.00	0.00	1,797,000.00	99.61%
Plasman 23	29.09.2009	29.09.2008	1,000,000.00	1,000,000.00	0.00	0.00	1,000,000.00	100.00%
Plasman 24	31.03.2010	31.03.2009	350,000.00	350,000.00	902.52	0.00	349,097.48	100.00%
Plasman 25	29.09.2010	29.09.2009	10,000,000.00	10,000,000.00	10,000,000.00	0.00	0.00	0.00%
Plasman 26	31.05.2011	31.05.2010	1,500,000.00	1,500,000.00	37,093.75	0.00	1,462,906.25	100.00%
Plasman 27	30.06.2010	30.06.2009	1,500,000.00	1,500,000.00	0.00	0.00	1,500,000.00	100.00%
Plasman 28	16.10.2012	16.10.2011	1,000,000.00	0.00	0.00	1,000,000.00	1,000,000.00	65.37%
Plasman 29	31.03.2014	31.03.2013	5,000,000.00	0.00	0.00	5,000,000.00	5,000,000.00	0.00%
Plasman 30	31.03.2012	31.03.2011	300,000.00	300,000.00	0.01	0.00	299,999.99	100.00%
Plasman 31	30.04.2012	30.04.2011	5,000,000.00	5,000,000.00	5,000,000.00	0.00	0.00	0.00%
Plasman 32	30.04.2012	30.04.2011	500,000.00	500,000.00	5,836.08	0.00	494,163.92	99.66%
Plasman 33	30.05.2014	30.05.2013	100,000.00	0.00	0.00	100,000.00	100,000.00	99.85%
Plasman 34	31.12.2013	31.12.2012	1,000,000.00	1,000,000.00	0.00	0.00	1,000,000.00	71.98%
Plasman 35	28.03.2014	28.03.2013	1,000,000.00	0.00	0.00	1,000,000.00	1,000,000.00	95.96%
Plasman 36	31.07.2008	31.07.2007	100,000.00	5,816.65	700.00	94,183.35	99,300.00	0.00%
PROSEK_{k=1,...,n}								72.26%

Tabela 60: Obračun CCF finansijskih instrumenata garantovanja

Plasman	Datum ulaska u status neizvršenja obaveza	Iznos vanbilansne stavke (u RSD)	Iznos za koji je aktivirana vanbilansna stavka (u RSD)	CCF _k
Plasman 1	31.03.2013	0.00	0.00	0.00%
Plasman 2	31.07.2007	231,834.70	155,929.23	67.26%
Plasman 3	30.09.2007	5,000.00	0.00	0.00%
Plasman 4	30.06.2008	1,534,663.89	0.00	0.00%
Plasman 5	30.06.2008	1,534,663.89	0.00	0.00%
Plasman 6	30.06.2010	100,000.00	0.00	0.00%
Plasman 7	30.12.2012	9,087.00	0.00	0.00%
Plasman 8	31.05.2012	50,000.00	0.00	0.00%
Plasman 9	31.05.2012	60,000.00	60,000.00	100.00%
Plasman 10	31.05.2012	10,000.00	8,951.00	89.51%
Plasman 11	15.11.2007	500,000.00	0.00	0.00%
Plasman 12	26.09.2008	6,500,000.00	0.00	0.00%
Plasman 13	03.07.2008	1,500,000.00	0.00	0.00%
Plasman 14	03.07.2008	1,500,000.00	0.00	0.00%
Plasman 15	20.07.2010	700,000.00	0.00	0.00%
Plasman 16	01.04.2011	700,000.00	0.00	0.00%
Plasman 17	20.07.2010	700,000.00	0.00	0.00%
Plasman 18	01.04.2011	700,000.00	0.00	0.00%
Plasman 19	31.05.2012	10,000,000.00	10,000,000.00	100.00%
Plasman 20	31.05.2012	5,000,000.00	3,248,712.00	64.97%
Plasman 21	25.12.2012	11,422,447.50	3,495,594.00	30.60%
Plasman 22	12.08.2012	10,000,000.00	0.00	0.00%
Plasman 23	12.08.2012	700,000.00	0.00	0.00%
Plasman 24	12.08.2012	1,000,000.00	0.00	0.00%
Plasman 25	12.08.2012	1,700,000.00	0.00	0.00%
Plasman 26	15.11.2007	1,403,990.65	0.00	0.00%
Plasman 27	21.11.2009	141,621.71	141,621.71	100.00%
Plasman 28	28.05.2011	28,136.78	28,136.78	100.00%
Plasman 29	31.03.2011	271,829.15	75,187.60	27.66%
Plasman 30	20.07.2010	370,855.65	0.00	0.00%
Plasman 31	31.05.2012	916,977.46	916,977.46	100.00%
Plasman 32	29.09.2008	156,250.00	156,250.00	100.00%
Plasman 33	29.09.2008	156,250.00	156,250.00	100.00%
Plasman 34	30.04.2011	1,031,025.62	0.00	0.00%
Plasman 35	13.09.2007	30,565,789.91	0.00	0.00%
Plasman 36	13.09.2007	36,072,389.07	0.00	0.00%
Plasman 37	21.09.2011	4,507,250.65	0.00	0.00%
Plasman 38	20.03.2009	53,537.80	0.00	0.00%
Plasman 39	20.03.2009	290,000.00	0.00	0.00%
Plasman 40	22.09.2011	93,647.12	0.00	0.00%
Plasman 41	03.03.2010	55,468.60	0.00	0.00%
Plasman 42	20.07.2010	193,000.00	0.00	0.00%
Plasman 43	20.07.2010	62,000.00	0.00	0.00%
Plasman 44	31.05.2012	7,600,000.00	0.00	0.00%
Plasman 45	01.04.2011	155,000.00	0.00	0.00%
Plasman 46	31.05.2012	70,800.00	0.00	0.00%
Plasman 47	31.05.2012	36,000.00	0.00	0.00%
Plasman 48	31.05.2012	1,056,000.00	0.00	0.00%
Plasman 49	31.05.2012	528,100.00	0.00	0.00%
Plasman 50	31.05.2012	323,200.00	0.00	0.00%
Plasman 51	31.05.2012	323,200.00	0.00	0.00%
Plasman 52	31.05.2012	125,080.00	0.00	0.00%
Plasman 53	31.05.2012	1,912,530.00	0.00	0.00%
Plasman 54	31.05.2012	956,265.00	0.00	0.00%
Plasman 55	31.05.2012	36,500.00	0.00	0.00%
Plasman 56	31.05.2012	47,200.00	0.00	0.00%
Plasman 57	31.05.2012	400,000.00	0.00	0.00%
Plasman 58	30.12.2012	18,000,000.00	0.00	0.00%
Plasman 59	28.03.2013	3,991,320.00	0.00	0.00%
Plasman 60	28.03.2013	32,058,157.60	0.00	0.00%
Plasman 61	13.09.2007	7,100,000.00	0.00	0.00%
			PROSEK_{k=1...n}	16.07%

Prilog 7: Analitički prikaz portfolija izloženosti

Tabela 61: Portfolio izloženosti

R.b. dužnika	Privredni sektor	Rejting	EAD				Korelacija	
			Iznos bilansnih izloženosti	Iznos vanbilansnih stavki po osnovu preuzetih opozivih obaveza kreditiranja	Iznos vanbilansnih stavki po osnovu preuzetih neopozivih obaveza kreditiranja	Iznos vanbilansnih stavki po osnovu finansijskih instrumenata garantovanja		Iznos izloženosti
1	Gradevinarstvo	4	157,021,132.64	0.00	1,005,257.71	577,368,009.87	250,530,571.05	67.3%
2	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snažbevanje vodom	6	136,949,023.98	0.00	0.00	0.00	136,949,023.98	87.1%
3	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	5	97,027,106.14	0.00	0.00	0.00	97,027,106.14	14.7%
4	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	80,000,000.00	0.00	0.00	0.00	80,000,000.00	90.7%
5	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	0.00	0.00	0.00	479,282,774.56	77,020,741.87	90.7%
6	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	2	66,824,568.24	0.00	0.00	0.00	66,824,568.24	14.7%
7	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snažbevanje vodom	5	54,735,732.42	0.00	0.00	3,000,000.00	55,217,832.42	87.1%
8	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	7	34,506,480.00	0.00	0.00	0.00	34,506,480.00	14.7%
9	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	3	33,215,121.64	0.00	0.00	0.00	33,215,121.64	90.7%
10	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	5	20,789,365.27	0.00	1,927,598.08	50,411,163.82	30,283,321.67	-39.7%
11	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	4	28,757,130.44	0.00	0.00	0.00	28,757,130.44	90.7%
12	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snažbevanje vodom	2	17,000,000.00	36,921,392.31	3,000,000.00	44,469,187.50	26,313,998.43	87.1%
13	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snažbevanje vodom	5	25,511,762.67	0.00	0.00	0.00	25,511,762.67	87.1%
14	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	3	22,693,212.37	0.00	56,207.43	4,314,484.69	23,427,165.55	14.7%
15	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	6	19,362,259.52	0.00	0.00	0.00	19,362,259.52	90.7%
16	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snažbevanje vodom	5	16,888,930.27	2,884,612.50	1,101,951.00	0.00	17,685,200.06	87.1%
17	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snažbevanje vodom	4	16,634,581.44	0.00	19,778.71	4,335,735.30	17,345,626.20	87.1%
18	Gradevinarstvo	3	0.00	746,575,876.12	0.00	107,916,949.37	17,342,253.76	67.3%
19	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	3	8,109,076.20	0.00	6,979,418.87	0.00	13,152,404.28	90.7%
20	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	1	578,734.14	19,211,200.36	424,978.24	68,250,910.55	11,853,744.74	14.7%
21	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	10,878,502.59	0.00	0.00	0.00	10,878,502.59	90.7%
22	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	4	8,826,184.35	0.00	0.00	2,884,612.50	9,289,741.58	-39.7%
23	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	4	8,618,974.37	7,181,025.63	40,000.00	446,250.00	8,719,590.75	90.7%
24	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	8,124,817.01	0.00	0.00	0.00	8,124,817.01	90.7%
25	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	6	6,984,341.40	0.00	0.00	0.00	6,984,341.40	90.7%
26	Gradevinarstvo	1	6,801.19	6,923,070.00	5,493,290.00	12,036,543.99	5,910,525.16	67.3%
27	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	3	5,113,739.50	0.00	0.00	0.00	5,113,739.50	90.7%
28	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	2,244,081.48	13,682,114.01	3,206,325.41	0.00	4,560,972.22	90.7%
29	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	4,230,769.24	0.00	0.00	0.00	4,230,769.24	90.7%
30	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snažbevanje vodom	1	3,549,973.42	0.00	723,426.43	0.00	4,072,721.36	87.1%
31	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i	5	3,561,724.81	0.00	0.00	2,603,781.48	3,980,152.49	90.7%

motorcikala									
32	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	4	2,388,460.15	0.00	2,150,000.00	0.00	3,942,050.15	90.7%	
33	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	3,705,709.10	0.00	148,636.01	0.00	3,813,113.48	90.7%	
34	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	0.00	0.00	5,000,000.00	0.00	3,613,000.00	87.1%	
35	Gradevinarstvo	2	0.00	0.00	0.00	19,855,494.14	3,190,777.91	67.3%	
36	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	71,651.43	0.00	429,018.94	16,346,779.52	3,008,587.98	87.1%	
37	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	399,477.98	0.00	2,003,049.89	3,425,734.00	2,397,397.28	90.7%	
38	Gradevinarstvo	3	2,032,746.06	0.00	467,601.60	0.00	2,370,634.98	67.3%	
39	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	4	1,144,233.97	0.00	1,618,186.40	0.00	2,313,535.46	90.7%	
40	Gradevinarstvo	2	51,798.05	69,438,912.47	2,448,873.12	2,561,087.53	2,232,920.53	67.3%	
41	Gradevinarstvo	4	0.00	207,835,309.08	0.00	13,746,362.09	2,209,040.39	67.3%	
42	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	3	1,464,907.86	0.00	535,092.14	1,824,929.00	2,144,831.53	14.7%	
43	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	0.00	0.00	0.00	12,383,763.35	1,990,070.77	87.1%	
44	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	1,923,076.91	0.00	0.00	0.00	1,923,076.91	90.7%	
45	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	6,227.18	0.00	493,847.43	7,895,701.25	1,631,920.52	90.7%	
46	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	0.00	0.00	2,000,000.00	468,313.32	1,520,457.95	90.7%	
47	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	0.00	0.00	0.00	9,258,456.00	1,487,833.88	90.7%	
48	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	4	1,370,759.99	0.00	156,250.06	0.00	1,483,666.28	90.7%	
49	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	1,052,450.89	0.00	448,925.30	0.00	1,376,844.31	90.7%	
50	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	0.00	0.00	0.00	7,942,016.79	1,276,282.10	90.7%	
51	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	3	1,125,185.31	0.00	74,814.69	0.00	1,179,246.40	87.1%	
52	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	3	549,960.16	0.00	0.00	3,400,000.00	1,096,340.16	-39.7%	
53	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	1,017,059.25	0.00	0.00	0.00	1,017,059.25	90.7%	
54	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	4	806,322.98	0.00	193,677.02	0.00	946,273.99	14.7%	
55	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	4	17,317.02	0.00	0.00	5,456,858.50	894,234.18	90.7%	
56	Gradevinarstvo	2	0.00	2,108,656.35	0.00	5,430,238.30	872,639.29	67.3%	
57	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	4	818,471.87	0.00	0.00	0.00	818,471.87	-39.7%	
58	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	737,667.07	0.00	12,332.93	0.00	746,578.85	90.7%	
59	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	350.00	0.00	999,650.00	0.00	722,697.09	90.7%	
60	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	1	0.00	0.00	800,000.00	0.00	578,080.00	14.7%	
61	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	5	512,256.78	0.00	88,811.22	0.00	576,431.77	-39.7%	
62	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	6	497,829.16	0.00	92,170.84	0.00	564,431.81	90.7%	
63	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	76,100.59	0.00	674,625.58	0.00	563,585.03	87.1%	
64	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	7	165,140.18	0.00	35,691.16	2,000,000.00	512,330.61	14.7%	
65	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	2	0.00	0.00	0.00	3,000,000.00	482,100.00	14.7%	
66	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	2	451,208.79	0.00	0.00	0.00	451,208.79	14.7%	

67	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	79,871.04	0.00	420,925.21	0.00	384,031.60	90.7%
68	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	350.00	0.00	499,650.00	0.00	361,397.09	90.7%
69	Građevinarstvo	4	210,896.25	0.00	727.79	633,462.35	313,219.55	67.3%
70	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	92,090.76	0.00	8,895.01	1,244,000.00	298,429.09	90.7%
71	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	1	0.00	0.00	0.00	1,622,435.90	260,725.45	-39.7%
72	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	1	0.00	0.00	0.00	1,400,000.00	224,980.00	14.7%
73	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	0.00	0.00	0.00	942,867.23	151,518.76	90.7%
74	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	5	0.00	0.00	0.00	836,084.00	134,358.70	14.7%
75	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	0.00	0.00	230,669,478.56	180,100,000.00	195,623,835.21	90.7%
76	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	7	203,034,430.11	0.00	0.00	33,793,200.00	208,464,997.35	90.7%
77	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	2	0.00	59,832,767.47	0.00	0.00	0.00	87.1%
78	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	0.00	0.00	0.00	27,683,741.55	4,448,777.27	87.1%
79	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	7	21,210,728.72	0.00	0.00	0.00	21,210,728.72	90.7%
80	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	4	20,118,855.90	0.00	0.00	0.00	20,118,855.90	90.7%
81	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	7	18,000,000.00	0.00	0.00	0.00	18,000,000.00	90.7%
82	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	89,054.25	0.00	163,130.73	0.00	206,932.52	87.1%
83	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	12,908,353.17	0.00	0.00	0.00	12,908,353.17	90.7%
84	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	4,548,189.48	0.00	0.00	0.00	4,548,189.48	90.7%
85	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	5	2,450,000.00	0.00	550,000.00	0.00	2,847,430.00	90.7%
86	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	1	140,441.52	0.00	59,879.58	0.00	183,710.50	14.7%
87	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	3	2,317,402.37	0.00	0.00	0.00	2,317,402.37	14.7%
88	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	7	1,895,805.93	0.00	5,940.81	0.00	1,900,098.76	90.7%
89	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	7	1,867,394.57	0.00	0.00	0.00	1,867,394.57	90.7%
90	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	1	24,491.51	0.00	225,809.58	0.00	187,661.51	90.7%
91	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	7	350.00	0.00	499,650.00	0.00	361,397.09	90.7%
92	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	1	45,698.33	0.00	254,806.87	0.00	229,821.77	-39.7%
93	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	0.00	0.00	500,000.00	0.00	361,300.00	87.1%
94	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	2	350.00	0.00	499,650.00	0.00	361,397.09	87.1%
95	Usluge smeštaja i hrane, Saobraćaj i skladištenje i Informisanje i komunikacije	7	498,805.31	0.00	1,194.69	0.00	499,668.59	14.7%
96	Građevinarstvo	1	497,263.04	0.00	2,736.96	0.00	499,240.77	67.3%
97	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	4	0.00	0.00	450,000.00	0.00	325,170.00	-39.7%
98	Rudarstvo, Prerađivačka industrija i Snabdevanje vodom	1	350.00	0.00	449,650.00	0.00	325,267.09	87.1%
99	Trgovina na veliko, trgovina na malo i popravka motornih vozila i motorcikala	2	222,878.31	0.00	179,678.25	0.00	352,713.81	90.7%
100	Poslovanje nekretninama, Stručne, naučne, inovacione i tehničke delatnosti i Administrativne i pomoćne uslužne delatnosti	2	350.00	0.00	399,650.00	0.00	289,137.09	-39.7%

Prilog 8: Obračun faktora za simulaciju

Tabela 62: Procena gubitaka

Stopa rasta	R.b.	EAD (u RSD)	PD%	Rast	Indikator neizvršenja (Da/Ne)	LGD	Gubitak (u RSD)	EL (u RSD)	EL%	UL (u RSD)	UL%
141.263%	1	250,530,571	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	6,989,237.34	2.79%	30,514,457.04	12.18%
-148.585%	2	136,949,024	26.392%	-63.13%	Da	56.0%	76,645,438.56	20,228,318.05	14.77%	33,781,999.01	24.67%
-205.411%	3	97,027,106	8.750%	-135.63%	Da	56.0%	54,302,578.33	4,751,461.66	4.90%	15,344,061.76	15.81%
-69.132%	4	80,000,000	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	3,917,636.51	4.90%	12,651,360.94	15.81%
77.466%	5	77,020,742	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	3,771,740.88	4.90%	12,180,215.06	15.81%
-92.260%	6	66,824,568	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	864,032.29	1.29%	5,618,510.06	8.41%
113.904%	7	55,217,832	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	2,704,042.45	4.90%	8,732,259.10	15.81%
103.690%	8	34,506,480	72.842%	60.80%	Ne	56.0%	0.00	14,067,316.37	40.77%	8,589,476.76	24.89%
-84.778%	9	33,215,122	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	659,955.99	1.99%	3,439,852.19	10.36%
-116.371%	10	30,283,322	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	1,482,988.08	4.90%	4,789,065.41	15.81%
-130.152%	11	28,757,130	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	802,259.02	2.79%	3,502,599.37	12.18%
70.974%	12	26,313,998	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	340,236.31	1.29%	2,212,441.75	8.41%
-1.240%	13	25,511,763	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	1,249,322.66	4.90%	4,034,481.47	15.81%
-77.284%	14	23,427,166	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	465,477.69	1.99%	2,426,183.70	10.36%
120.089%	15	19,362,260	26.392%	-63.13%	Ne	56.0%	0.00	2,859,939.65	14.77%	4,776,199.30	24.67%
16.560%	16	17,685,200	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	866,052.32	4.90%	2,796,773.12	15.81%
-175.449%	17	17,345,626	4.985%	-164.63%	Da	56.0%	9,707,722.54	483,903.81	2.79%	2,112,685.74	12.18%
-25.643%	18	17,342,254	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	344,575.71	1.99%	1,796,012.98	10.36%
102.987%	19	13,152,404	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	261,327.00	1.99%	1,362,100.28	10.36%
-91.956%	20	11,853,745	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	73,943.32	0.62%	696,477.41	5.88%
48.206%	21	10,878,503	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	532,725.24	4.90%	1,720,348.28	15.81%
68.280%	22	9,289,742	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	259,162.82	2.79%	1,131,484.35	12.18%
22.948%	23	8,719,591	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	243,256.90	2.79%	1,062,040.36	12.18%
-55.623%	24	8,124,817	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	105,052.74	1.29%	683,122.50	8.41%
-175.593%	25	6,984,341	26.392%	-63.13%	Da	56.0%	3,908,884.45	1,031,635.53	14.77%	1,722,867.44	24.67%
-29.707%	26	5,910,525	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	36,869.68	0.62%	347,278.21	5.88%
107.547%	27	5,113,740	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	101,605.62	1.99%	529,593.36	10.36%
-5.865%	28	4,560,972	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	58,972.73	1.29%	383,479.74	8.41%
72.688%	29	4,230,769	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	54,703.25	1.29%	355,716.77	8.41%
-98.559%	30	4,072,721	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	25,405.52	0.62%	239,296.40	5.88%
-110.309%	31	3,980,152	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	194,909.88	4.90%	629,429.32	15.81%
25.461%	32	3,942,050	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	109,974.30	2.79%	480,139.09	12.18%
48.586%	33	3,813,113	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	23,786.09	0.62%	224,042.91	5.88%
44.602%	34	3,613,000	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	22,537.79	0.62%	212,285.06	5.88%
27.251%	35	3,190,778	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	41,256.31	1.29%	268,275.85	8.41%
-38.810%	36	3,008,588	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	18,767.48	0.62%	176,772.29	5.88%
-67.765%	37	2,397,397	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	14,954.89	0.62%	140,861.23	5.88%
104.090%	38	2,370,635	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	47,102.48	1.99%	245,509.68	10.36%
-26.994%	39	2,313,535	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	64,542.42	2.79%	281,787.08	12.18%
-28.743%	40	2,232,921	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	28,871.35	1.29%	187,740.63	8.41%
-83.908%	41	2,209,040	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	61,627.24	2.79%	269,059.65	12.18%
152.925%	42	2,144,832	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	42,615.96	1.99%	222,124.84	10.36%
145.890%	43	1,990,071	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	12,414.00	0.62%	116,928.39	5.88%
-75.259%	44	1,923,077	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	94,173.95	4.90%	304,119.25	15.81%
117.716%	45	1,631,921	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	10,179.87	0.62%	95,884.96	5.88%
19.585%	46	1,520,458	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	9,484.57	0.62%	89,335.87	5.88%
-121.747%	47	1,487,834	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	19,237.48	1.29%	125,094.85	8.41%
138.483%	48	1,483,666	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	41,390.94	2.79%	180,709.57	12.18%
-55.759%	49	1,376,844	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	17,802.40	1.29%	115,763.02	8.41%

Prilozi

-0.714%	50	1,276,282	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	7,961.41	0.62%	74,989.10	5.88%
-15.106%	51	1,179,246	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	23,430.61	1.99%	122,126.10	10.36%
-118.337%	52	1,096,340	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	21,783.34	1.99%	113,540.10	10.36%
-99.933%	53	1,017,059	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	49,805.86	4.90%	160,839.80	15.81%
-80.191%	54	946,274	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	26,398.91	2.79%	115,255.54	12.18%
1.886%	55	894,234	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	24,947.11	2.79%	108,917.13	12.18%
-6.893%	56	872,639	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	11,283.10	1.29%	73,370.21	8.41%
104.424%	57	818,472	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	22,833.52	2.79%	99,689.33	12.18%
-7.382%	58	746,579	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	36,560.31	4.90%	118,065.48	15.81%
111.657%	59	722,697	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	4,508.16	0.62%	42,462.72	5.88%
79.192%	60	578,080	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	3,606.05	0.62%	33,965.61	5.88%
28.772%	61	576,432	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	28,228.13	4.90%	91,158.08	15.81%
188.874%	62	564,432	26.392%	-63.13%	Ne	56.0%	0.00	83,370.48	14.77%	139,231.62	24.67%
177.408%	63	563,585	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	3,515.63	0.62%	33,113.94	5.88%
234.426%	64	512,331	72.842%	60.80%	Ne	56.0%	0.00	208,862.71	40.77%	127,531.17	24.89%
-64.127%	65	482,100	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	6,233.49	1.29%	40,534.25	8.41%
-43.503%	66	451,209	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	5,834.07	1.29%	37,936.96	8.41%
-9.793%	67	384,032	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	2,395.58	0.62%	22,564.12	5.88%
23.354%	68	361,397	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	4,672.81	1.29%	30,385.73	8.41%
-12.684%	69	313,220	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	8,738.12	2.79%	38,149.93	12.18%
-25.634%	70	298,429	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,861.59	0.62%	17,534.47	5.88%
-120.992%	71	260,725	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,626.40	0.62%	15,319.16	5.88%
211.858%	72	224,980	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,403.42	0.62%	13,218.90	5.88%
-26.146%	73	151,519	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	1,959.12	1.29%	12,739.47	8.41%
-135.279%	74	134,359	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	6,579.61	4.90%	21,247.75	15.81%
-33.269%	75	195,623,835	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	9,579,788.48	4.90%	30,936,346.84	15.81%
76.435%	76	208,464,997	72.842%	60.80%	Ne	56.0%	0.00	84,985,285.94	40.77%	51,891,854.78	24.89%
70.376%	77	0	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	0.00	1.29%	0.00	8.41%
177.145%	78	4,448,777	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	27,751.34	0.62%	261,391.90	5.88%
-126.660%	79	21,210,729	72.842%	60.80%	Da	56.0%	11,870,881.28	8,647,014.45	40.77%	5,279,850.66	24.89%
0.667%	80	20,118,856	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	561,270.66	2.79%	2,450,463.28	12.18%
74.360%	81	18,000,000	72.842%	60.80%	Ne	56.0%	0.00	7,338,091.12	40.77%	4,480,624.56	24.89%
-99.677%	82	206,933	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,290.84	0.62%	12,158.51	5.88%
-127.055%	83	12,908,353	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	166,903.19	1.29%	1,085,315.09	8.41%
55.217%	84	4,548,189	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	222,726.91	4.90%	719,259.83	15.81%
-18.534%	85	2,847,430	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	139,439.95	4.90%	450,298.31	15.81%
185.461%	86	183,711	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,145.98	0.62%	10,794.08	5.88%
-200.687%	87	2,317,402	3.550%	-180.55%	Da	56.0%	1,296,966.68	46,044.80	1.99%	239,996.76	10.36%
-54.823%	88	1,900,099	72.842%	60.80%	Da	56.0%	1,063,416.87	774,616.55	40.77%	472,979.40	24.89%
-58.193%	89	1,867,395	72.842%	60.80%	Da	56.0%	1,045,113.51	761,283.97	40.77%	464,838.55	24.89%
123.083%	90	187,662	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,170.63	0.62%	11,026.22	5.88%
-186.638%	91	361,397	72.842%	60.80%	Da	56.0%	202,260.94	147,331.38	40.77%	89,960.26	24.89%
-26.417%	92	229,822	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,433.62	0.62%	13,503.38	5.88%
-42.950%	93	361,300	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	2,253.78	0.62%	21,228.51	5.88%
-51.117%	94	361,397	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	4,672.81	1.29%	30,385.73	8.41%
57.320%	95	499,669	72.842%	60.80%	Da	56.0%	279,646.52	203,700.76	40.77%	124,379.30	24.89%
-86.587%	96	499,241	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	3,114.25	0.62%	29,333.34	5.88%
111.019%	97	325,170	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	9,071.51	2.79%	39,605.49	12.18%
-120.391%	98	325,267	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	2,029.01	0.62%	19,111.36	5.88%
71.046%	99	352,714	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	4,560.54	1.29%	29,655.65	8.41%
34.582%	100	289,137	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	3,738.50	1.29%	24,310.22	8.41%
UKUPNO		1,690,708,078					160,322,909.68	184,742,917.04		274,790,862.09	

Prilog 9: Matrica korelacije između pojedinačnih izloženosti u portfoliju

Tabela 63: Matrica korelacije između pojedinačnih izloženosti u portfoliju

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	100%	52%	-5%	22%	22%	-5%	52%	-5%	22%	23%	22%	52%	52%	-5%	22%	52%	52%	45%	22%	-5%
2	52%	100%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
3	-5%	-4%	100%	7%	7%	2%	-4%	2%	7%	-4%	7%	-4%	-4%	2%	7%	-4%	-4%	-5%	7%	2%
4	22%	46%	7%	100%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
5	22%	46%	7%	82%	100%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
6	-5%	-4%	2%	7%	7%	100%	-4%	2%	7%	-4%	7%	-4%	-4%	2%	7%	-4%	-4%	-5%	7%	2%
7	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	100%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
8	-5%	-4%	2%	7%	7%	2%	-4%	100%	7%	-4%	7%	-4%	-4%	2%	7%	-4%	-4%	-5%	7%	2%
9	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	100%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
10	23%	27%	-4%	0%	0%	-4%	27%	-4%	0%	100%	0%	27%	27%	-4%	0%	27%	27%	23%	0%	-4%
11	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	100%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
12	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	100%	76%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
13	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	100%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
14	-5%	-4%	2%	7%	7%	2%	-4%	2%	7%	-4%	7%	-4%	-4%	100%	7%	-4%	-4%	-5%	7%	2%
15	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	100%	46%	46%	22%	82%	7%
16	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	100%	76%	52%	46%	-4%
17	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	76%	100%	52%	46%	-4%
18	45%	52%	-5%	22%	22%	-5%	52%	-5%	22%	23%	22%	52%	52%	-5%	22%	52%	52%	100%	22%	-5%
19	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	100%	7%
20	-5%	-4%	2%	7%	7%	2%	-4%	2%	7%	-4%	7%	-4%	-4%	2%	7%	-4%	-4%	-5%	7%	100%
21	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
22	23%	27%	-4%	0%	0%	-4%	27%	-4%	0%	16%	0%	27%	27%	-4%	0%	27%	27%	23%	0%	-4%
23	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
24	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
25	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
26	45%	52%	-5%	22%	22%	-5%	52%	-5%	22%	23%	22%	52%	52%	-5%	22%	52%	52%	45%	22%	-5%
27	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
28	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
29	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
30	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
31	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
32	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
33	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
34	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
35	45%	52%	-5%	22%	22%	-5%	52%	-5%	22%	23%	22%	52%	52%	-5%	22%	52%	52%	45%	22%	-5%
36	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
37	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
38	45%	52%	-5%	22%	22%	-5%	52%	-5%	22%	23%	22%	52%	52%	-5%	22%	52%	52%	45%	22%	-5%
39	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
40	45%	52%	-5%	22%	22%	-5%	52%	-5%	22%	23%	22%	52%	52%	-5%	22%	52%	52%	45%	22%	-5%
41	45%	52%	-5%	22%	22%	-5%	52%	-5%	22%	23%	22%	52%	52%	-5%	22%	52%	52%	45%	22%	-5%
42	-5%	-4%	2%	7%	7%	2%	-4%	2%	7%	-4%	7%	-4%	-4%	2%	7%	-4%	-4%	-5%	7%	2%
43	52%	76%	-4%	46%	46%	-4%	76%	-4%	46%	27%	46%	76%	76%	-4%	46%	76%	76%	52%	46%	-4%
44	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
45	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%
46	22%	46%	7%	82%	82%	7%	46%	7%	82%	0%	82%	46%	46%	7%	82%	46%	46%	22%	82%	7%

Prilozi

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
2	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
3	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
4	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
5	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
6	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
7	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
8	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
9	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
10	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%
11	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
12	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
13	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
14	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
15	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
16	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
17	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
18	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
19	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
20	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
21	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
22	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%
23	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
24	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
25	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
26	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
27	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
28	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
29	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
30	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
31	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
32	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
33	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
34	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
35	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
36	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
37	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
38	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
39	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
40	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
41	100%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
42	-5%	100%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
43	52%	-4%	100%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
44	22%	7%	46%	100%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
45	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
46	22%	7%	46%	82%	82%	100%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
47	22%	7%	46%	82%	82%	82%	100%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
48	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	100%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
49	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	100%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
50	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	100%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%

Prilozi

51	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	100%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
52	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	100%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%
53	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	100%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
54	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	100%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
55	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	100%	22%	0%	82%	82%	7%
56	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	100%	23%	22%	22%	-5%
57	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	100%	0%	0%	-4%
58	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	100%	82%	7%
59	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	100%	7%
60	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	100%
61	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%
62	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
63	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
64	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
65	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
66	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
67	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
68	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
69	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
70	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
71	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%
72	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
73	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
74	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
75	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
76	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
77	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
78	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
79	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
80	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
81	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
82	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
83	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
84	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
85	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
86	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
87	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
88	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
89	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
90	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
91	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
92	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%
93	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
94	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
95	-5%	2%	-4%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	7%	2%	7%	-5%	-4%	7%	7%	2%
96	45%	-5%	52%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	52%	23%	22%	-5%	22%	45%	23%	22%	22%	-5%
97	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%
98	52%	-4%	76%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	46%	76%	27%	46%	-4%	46%	52%	27%	46%	46%	-4%
99	22%	7%	46%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	82%	46%	0%	82%	7%	82%	22%	0%	82%	82%	7%
100	23%	-4%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	16%	0%	-4%	0%	23%	16%	0%	0%	-4%

Prilozi

51	27%	46%	76%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	76%	76%	46%	46%	
52	16%	0%	27%	-4%	-4%	-4%	0%	0%	23%	0%	16%	-4%	0%	-4%	0%	0%	27%	27%	0%	0%	
53	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
54	-4%	7%	-4%	2%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
55	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
56	23%	22%	52%	-5%	-5%	-5%	22%	22%	45%	22%	23%	-5%	22%	-5%	22%	22%	52%	52%	22%	22%	
57	16%	0%	27%	-4%	-4%	-4%	0%	0%	23%	0%	16%	-4%	0%	-4%	0%	0%	27%	27%	0%	0%	
58	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
59	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
60	-4%	7%	-4%	2%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
61	100%	0%	27%	-4%	-4%	-4%	0%	0%	23%	0%	16%	-4%	0%	-4%	0%	0%	27%	27%	0%	0%	
62	0%	100%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
63	27%	46%	100%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	76%	76%	46%	46%	
64	-4%	7%	-4%	100%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
65	-4%	7%	-4%	2%	100%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
66	-4%	7%	-4%	2%	2%	100%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
67	0%	82%	46%	7%	7%	7%	100%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
68	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	100%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
69	23%	22%	52%	-5%	-5%	-5%	22%	22%	100%	22%	23%	-5%	22%	-5%	22%	22%	52%	52%	22%	22%	
70	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	100%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%
71	16%	0%	27%	-4%	-4%	-4%	0%	0%	23%	0%	100%	-4%	0%	-4%	0%	0%	27%	27%	0%	0%	
72	-4%	7%	-4%	2%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	100%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
73	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	100%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
74	-4%	7%	-4%	2%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	100%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
75	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	100%	82%	46%	46%	82%	82%	
76	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	100%	46%	46%	82%	82%	
77	27%	46%	76%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	100%	76%	46%	46%	
78	27%	46%	76%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	76%	100%	46%	46%	
79	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	100%	82%	
80	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	100%	
81	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
82	27%	46%	76%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	76%	76%	46%	46%	
83	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
84	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
85	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
86	-4%	7%	-4%	2%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
87	-4%	7%	-4%	2%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
88	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
89	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
90	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
91	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
92	16%	0%	27%	-4%	-4%	-4%	0%	0%	23%	0%	16%	-4%	0%	-4%	0%	0%	27%	27%	0%	0%	
93	27%	46%	76%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	76%	76%	46%	46%	
94	27%	46%	76%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	76%	76%	46%	46%	
95	-4%	7%	-4%	2%	2%	2%	7%	7%	-5%	7%	-4%	2%	7%	2%	7%	7%	-4%	-4%	7%	7%	
96	23%	22%	52%	-5%	-5%	-5%	22%	22%	45%	22%	23%	-5%	22%	-5%	22%	22%	52%	52%	22%	22%	
97	16%	0%	27%	-4%	-4%	-4%	0%	0%	23%	0%	16%	-4%	0%	-4%	0%	0%	27%	27%	0%	0%	
98	27%	46%	76%	-4%	-4%	-4%	46%	46%	52%	46%	27%	-4%	46%	-4%	46%	46%	76%	76%	46%	46%	
99	0%	82%	46%	7%	7%	7%	82%	82%	22%	82%	0%	7%	82%	7%	82%	82%	46%	46%	82%	82%	
100	16%	0%	27%	-4%	-4%	-4%	0%	0%	23%	0%	16%	-4%	0%	-4%	0%	0%	27%	27%	0%	0%	

Prilozi

51	46%	76%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	76%	76%	-4%	52%	27%	76%	46%	27%
52	0%	27%	0%	0%	0%	-4%	-4%	0%	0%	0%	0%	16%	27%	27%	-4%	23%	16%	27%	0%	16%
53	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
54	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
55	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
56	22%	52%	22%	22%	22%	-5%	-5%	22%	22%	22%	22%	23%	52%	52%	-5%	45%	23%	52%	22%	23%
57	0%	27%	0%	0%	0%	-4%	-4%	0%	0%	0%	0%	16%	27%	27%	-4%	23%	16%	27%	0%	16%
58	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
59	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
60	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
61	0%	27%	0%	0%	0%	-4%	-4%	0%	0%	0%	0%	16%	27%	27%	-4%	23%	16%	27%	0%	16%
62	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
63	46%	76%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	76%	76%	-4%	52%	27%	76%	46%	27%
64	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
65	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
66	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
67	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
68	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
69	22%	52%	22%	22%	22%	-5%	-5%	22%	22%	22%	22%	23%	52%	52%	-5%	45%	23%	52%	22%	23%
70	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
71	0%	27%	0%	0%	0%	-4%	-4%	0%	0%	0%	0%	16%	27%	27%	-4%	23%	16%	27%	0%	16%
72	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
73	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
74	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
75	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
76	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
77	46%	76%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	76%	76%	-4%	52%	27%	76%	46%	27%
78	46%	76%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	76%	76%	-4%	52%	27%	76%	46%	27%
79	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
80	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
81	100%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
82	46%	100%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	76%	76%	-4%	52%	27%	76%	46%	27%
83	82%	46%	100%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
84	82%	46%	82%	100%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
85	82%	46%	82%	82%	100%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
86	7%	-4%	7%	7%	7%	100%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
87	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	100%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	2%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
88	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	100%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
89	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	100%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
90	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	100%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
91	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	100%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	82%	0%
92	0%	27%	0%	0%	0%	-4%	-4%	0%	0%	0%	0%	100%	27%	27%	-4%	23%	16%	27%	0%	16%
93	46%	76%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	100%	76%	-4%	52%	27%	76%	46%	27%
94	46%	76%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	76%	100%	-4%	52%	27%	76%	46%	27%
95	7%	-4%	7%	7%	7%	2%	2%	7%	7%	7%	7%	-4%	-4%	-4%	100%	-5%	-4%	-4%	7%	-4%
96	22%	52%	22%	22%	22%	-5%	-5%	22%	22%	22%	22%	23%	52%	52%	-5%	100%	23%	52%	22%	23%
97	0%	27%	0%	0%	0%	-4%	-4%	0%	0%	0%	0%	16%	27%	27%	-4%	23%	100%	27%	0%	16%
98	46%	76%	46%	46%	46%	-4%	-4%	46%	46%	46%	46%	27%	76%	76%	-4%	52%	27%	100%	46%	27%
99	82%	46%	82%	82%	82%	7%	7%	82%	82%	82%	82%	0%	46%	46%	7%	22%	0%	46%	100%	0%
100	0%	27%	0%	0%	0%	-4%	-4%	0%	0%	0%	0%	16%	27%	27%	-4%	23%	16%	27%	0%	100%

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0.769894	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	-0.00326	0.989905	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0.012468	-0.00371	0.514766	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	-0.00088	0.001702	0.001092	0.43343	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	-0.00088	0.001702	0.001092	0.022327	0.432854	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	-0.00088	0.001702	0.001092	0.022327	0.021205	0.432335	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	-0.00088	0.001702	0.001092	0.022327	0.021205	0.020191	0.431863	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	-0.00088	0.001702	0.001092	0.022327	0.021205	0.020191	0.019269	0.431433	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	-0.00088	0.001702	0.001092	0.022327	0.021205	0.020191	0.019269	0.018427	0.431039	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	-0.00088	0.001702	0.001092	0.022327	0.021205	0.020191	0.019269	0.018427	0.017656	0.430677	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0.012468	-0.00371	0.044316	0.001185	0.001126	0.001072	0.001023	0.000978	0.000937	0.0009	0.512848	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Prilozi

54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
79	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
81	0.427564	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
82	0.000563	0.50725	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
83	0.01082	0.000462	0.427426	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
84	0.01082	0.000462	0.010549	0.427296	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
85	0.01082	0.000462	0.010549	0.010292	0.427172	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
86	0.001912	-0.00494	0.00187	0.001824	0.001781	0.989696	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
87	0.001912	-0.00494	0.00187	0.001824	0.001781	0.001183	0.989695	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
88	0.01082	0.000462	0.010549	0.010292	0.010047	0.000751	0.00075	0.427053	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
89	0.01082	0.000462	0.010549	0.010292	0.010047	0.000751	0.00075	0.009811	0.42694	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
90	0.01082	0.000462	0.010549	0.010292	0.010047	0.000751	0.00075	0.009811	0.009588	0.426832	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
91	0.01082	0.000462	0.010549	0.010292	0.010047	0.000751	0.00075	0.009811	0.009588	0.009375	0.426729	0	0	0	0	0	0	0	0	0
92	-0.00263	0.01264	-0.00257	-0.00251	-0.00245	0.001223	0.001222	-0.0024	-0.00234	-0.00229	-0.00224	0.925297	0	0	0	0	0	0	0	0
93	0.000563	0.02983	0.000516	0.000504	0.000492	-0.00239	-0.00238	0.000489	0.000478	0.000467	0.000457	0.006537	0.506318	0	0	0	0	0	0	0
94	0.000563	0.02983	0.000516	0.000504	0.000492	-0.00239	-0.00238	0.000489	0.000478	0.000467	0.000457	0.006537	0.028017	0.505542	0	0	0	0	0	0
95	0.001912	-0.00494	0.00187	0.001824	0.001781	0.001183	0.001182	0.001735	0.001696	0.001658	0.001622	0.001322	-0.00468	-0.00443	0.989667	0	0	0	0	0
96	-0.00055	0.009772	-0.00055	-0.00053	-0.00052	-0.00155	-0.00155	-0.0005	-0.00049	-0.00048	-0.00047	0.008106	0.009098	0.008608	-0.00147	0.762842	0	0	0	0
97	-0.00263	0.01264	-0.00257	-0.00251	-0.00245	0.001223	0.001222	-0.0024	-0.00234	-0.00229	-0.00224	0.015186	0.01175	0.011117	0.001321	0.009408	0.924982	0	0	0
98	0.000563	0.02983	0.000516	0.000504	0.000492	-0.00239	-0.00238	0.000489	0.000478	0.000467	0.000457	0.006537	0.028017	0.026508	-0.00214	0.005401	0.005705	0.504781	0	0
99	0.01082	0.000462	0.010549	0.010292	0.010047	0.000751	0.00075	0.009811	0.009588	0.009375	0.009171	-0.00101	0.00039	0.000369	0.000689	-0.00025	-0.001	0.000367	0.426627	0
100	-0.00263	0.01264	-0.00257	-0.00251	-0.00245	0.001223	0.001222	-0.0024	-0.00234	-0.00229	-0.00224	0.015186	0.01175	0.011117	0.001321	0.009408	0.014561	0.01029	-0.00215	0.924808

Prilog 11: Obračun faktora za simulaciju uz pretpostavku korelacije plasmana

Tabela 65: Procena gubitaka uz pretpostavku korelacije plasmana

Korelisana stopa rasta	R.b.	EAD	PD%	Rast	Indikator neizvršenja (Da/Ne)	LGD	Gubitak	EL	EL%	UL	UL%
53.739%	1	250,530,571	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	6,989,237.34	2.79%	30,514,457.04	12.18%
53.609%	2	136,949,024	26.392%	-63.13%	Ne	56.0%	0.00	20,228,318.05	14.77%	33,781,999.01	24.67%
-133.401%	3	97,027,106	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	4,751,461.66	4.90%	15,344,061.76	15.81%
-174.586%	4	80,000,000	8.750%	-135.63%	Da	56.0%	44,773,120.00	3,917,636.51	4.90%	12,651,360.94	15.81%
-175.229%	5	77,020,742	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	3,771,740.88	4.90%	12,180,215.06	15.81%
-122.579%	6	66,824,568	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	864,032.29	1.29%	5,618,510.06	8.41%
-20.565%	7	55,217,832	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	2,704,042.45	4.90%	8,732,259.10	15.81%
-174.567%	8	34,506,480	72.842%	60.80%	Da	56.0%	19,312,034.62	14,067,316.37	40.77%	8,589,476.76	24.89%
-28.752%	9	33,215,122	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	659,955.99	1.99%	3,439,852.19	10.36%
-34.396%	10	30,283,322	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	1,482,988.08	4.90%	4,789,065.41	15.81%
-97.869%	11	28,757,130	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	802,259.02	2.79%	3,502,599.37	12.18%
6.135%	12	26,313,998	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	340,236.31	1.29%	2,212,441.75	8.41%
-41.692%	13	25,511,763	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	1,249,322.66	4.90%	4,034,481.47	15.81%
71.980%	14	23,427,166	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	465,477.69	1.99%	2,426,183.70	10.36%
-83.949%	15	19,362,260	26.392%	-63.13%	Ne	56.0%	0.00	2,859,939.65	14.77%	4,776,199.30	24.67%
95.015%	16	17,685,200	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	866,052.32	4.90%	2,796,773.12	15.81%
41.783%	17	17,345,626	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	483,903.81	2.79%	2,112,685.74	12.18%
-17.471%	18	17,342,254	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	344,575.71	1.99%	1,796,012.98	10.36%
-132.095%	19	13,152,404	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	261,327.00	1.99%	1,362,100.28	10.36%
-10.418%	20	11,853,745	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	73,943.32	0.62%	696,477.41	5.88%
-141.574%	21	10,878,503	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	532,725.24	4.90%	1,720,348.28	15.81%
48.775%	22	9,289,742	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	259,162.82	2.79%	1,131,484.35	12.18%
-158.576%	23	8,719,591	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	243,256.90	2.79%	1,062,040.36	12.18%
-206.959%	24	8,124,817	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	105,052.74	1.29%	683,122.50	8.41%
-70.003%	25	6,984,341	26.392%	-63.13%	Ne	56.0%	0.00	1,031,635.53	14.77%	1,722,867.44	24.67%
49.624%	26	5,910,525	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	36,869.68	0.62%	347,278.21	5.88%
-110.075%	27	5,113,740	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	101,605.62	1.99%	529,593.36	10.36%
-92.147%	28	4,560,972	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	58,972.73	1.29%	383,479.74	8.41%
-155.840%	29	4,230,769	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	54,703.25	1.29%	355,716.77	8.41%
-20.222%	30	4,072,721	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	25,405.52	0.62%	239,296.40	5.88%
-54.008%	31	3,980,152	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	194,909.88	4.90%	629,429.32	15.81%
-71.207%	32	3,942,050	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	109,974.30	2.79%	480,139.09	12.18%
-94.847%	33	3,813,113	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	23,786.09	0.62%	224,042.91	5.88%
41.377%	34	3,613,000	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	22,537.79	0.62%	212,285.06	5.88%
28.265%	35	3,190,778	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	41,256.31	1.29%	268,275.85	8.41%
9.974%	36	3,008,588	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	18,767.48	0.62%	176,772.29	5.88%
-92.586%	37	2,397,397	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	14,954.89	0.62%	140,861.23	5.88%
128.855%	38	2,370,635	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	47,102.48	1.99%	245,509.68	10.36%
-108.907%	39	2,313,535	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	64,542.42	2.79%	281,787.08	12.18%
-73.610%	40	2,232,921	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	28,871.35	1.29%	187,740.63	8.41%
53.940%	41	2,209,040	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	61,627.24	2.79%	269,059.65	12.18%
-98.880%	42	2,144,832	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	42,615.96	1.99%	222,124.84	10.36%
45.326%	43	1,990,071	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	12,414.00	0.62%	116,928.39	5.88%
-80.206%	44	1,923,077	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	94,173.95	4.90%	304,119.25	15.81%
-79.253%	45	1,631,921	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	10,179.87	0.62%	95,884.96	5.88%
-119.279%	46	1,520,458	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	9,484.57	0.62%	89,335.87	5.88%
-142.979%	47	1,487,834	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	19,237.48	1.29%	125,094.85	8.41%
-77.949%	48	1,483,666	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	41,390.94	2.79%	180,709.57	12.18%

Prilozi

-77.953%	49	1,376,844	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	17,802.40	1.29%	115,763.02	8.41%
-53.646%	50	1,276,282	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	7,961.41	0.62%	74,989.10	5.88%
-42.102%	51	1,179,246	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	23,430.61	1.99%	122,126.10	10.36%
-78.395%	52	1,096,340	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	21,783.34	1.99%	113,540.10	10.36%
-28.299%	53	1,017,059	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	49,805.86	4.90%	160,839.80	15.81%
-188.843%	54	946,274	4.985%	-164.63%	Da	56.0%	529,595.49	26,398.91	2.79%	115,255.54	12.18%
-61.946%	55	894,234	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	24,947.11	2.79%	108,917.13	12.18%
14.498%	56	872,639	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	11,283.10	1.29%	73,370.21	8.41%
89.270%	57	818,472	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	22,833.52	2.79%	99,689.33	12.18%
-130.382%	58	746,579	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	36,560.31	4.90%	118,065.48	15.81%
-55.915%	59	722,697	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	4,508.16	0.62%	42,462.72	5.88%
102.222%	60	578,080	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	3,606.05	0.62%	33,965.61	5.88%
-108.496%	61	576,432	8.750%	-135.63%	Da	56.0%	322,608.11	28,228.13	4.90%	91,158.08	15.81%
-149.402%	62	564,432	26.392%	-63.13%	Da	56.0%	315,892.16	83,370.48	14.77%	139,231.62	24.67%
59.041%	63	563,585	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	3,515.63	0.62%	33,113.94	5.88%
-64.364%	64	512,331	72.842%	60.80%	Da	56.0%	286,733.00	208,862.71	40.77%	127,531.17	24.89%
160.752%	65	482,100	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	6,233.49	1.29%	40,534.25	8.41%
-54.449%	66	451,209	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	5,834.07	1.29%	37,936.96	8.41%
-96.722%	67	384,032	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	2,395.58	0.62%	22,564.12	5.88%
-59.926%	68	361,397	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	4,672.81	1.29%	30,385.73	8.41%
139.170%	69	313,220	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	8,738.12	2.79%	38,149.93	12.18%
-99.001%	70	298,429	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,861.59	0.62%	17,534.47	5.88%
-85.631%	71	260,725	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,626.40	0.62%	15,319.16	5.88%
111.006%	72	224,980	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,403.42	0.62%	13,218.90	5.88%
-101.071%	73	151,519	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	1,959.12	1.29%	12,739.47	8.41%
-111.560%	74	134,359	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	6,579.61	4.90%	21,247.75	15.81%
-76.723%	75	195,623,835	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	9,579,788.48	4.90%	30,936,346.84	15.81%
-115.982%	76	208,464,997	72.842%	60.80%	Da	56.0%	116,670,354.28	84,985,285.94	40.77%	51,891,854.78	24.89%
-5.020%	77	0	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	0.00	1.29%	0.00	8.41%
21.390%	78	4,448,777	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	27,751.34	0.62%	261,391.90	5.88%
-67.025%	79	21,210,729	72.842%	60.80%	Ne	56.0%	0.00	8,647,014.45	40.77%	5,279,850.66	24.89%
-198.301%	80	20,118,856	4.985%	-164.63%	Da	56.0%	11,259,799.37	561,270.66	2.79%	2,450,463.28	12.18%
-117.910%	81	18,000,000	72.842%	60.80%	Da	56.0%	10,073,952.00	7,338,091.12	40.77%	4,480,624.56	24.89%
-4.522%	82	206,933	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,290.84	0.62%	12,158.51	5.88%
-89.587%	83	12,908,353	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	166,903.19	1.29%	1,085,315.09	8.41%
-27.441%	84	4,548,189	8.750%	-135.63%	Ne	56.0%	0.00	222,726.91	4.90%	719,259.83	15.81%
-176.354%	85	2,847,430	8.750%	-135.63%	Da	56.0%	1,593,604.06	139,439.95	4.90%	450,298.31	15.81%
56.717%	86	183,711	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,145.98	0.62%	10,794.08	5.88%
-72.874%	87	2,317,402	3.550%	-180.55%	Ne	56.0%	0.00	46,044.80	1.99%	239,996.76	10.36%
-75.940%	88	1,900,099	72.842%	60.80%	Ne	56.0%	0.00	774,616.55	40.77%	472,979.40	24.89%
-143.420%	89	1,867,395	72.842%	60.80%	Da	56.0%	1,045,113.51	761,283.97	40.77%	464,838.55	24.89%
-69.374%	90	187,662	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,170.63	0.62%	11,026.22	5.88%
-135.665%	91	361,397	72.842%	60.80%	Da	56.0%	202,260.94	147,331.38	40.77%	89,960.26	24.89%
110.484%	92	229,822	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	1,433.62	0.62%	13,503.38	5.88%
-47.648%	93	361,300	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	2,253.78	0.62%	21,228.51	5.88%
48.526%	94	361,397	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	4,672.81	1.29%	30,385.73	8.41%
-260.543%	95	499,669	72.842%	60.80%	Da	56.0%	279,646.52	203,700.76	40.77%	124,379.30	24.89%
42.197%	96	499,241	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	3,114.25	0.62%	29,333.34	5.88%
98.306%	97	325,170	4.985%	-164.63%	Ne	56.0%	0.00	9,071.51	2.79%	39,605.49	12.18%
29.014%	98	325,267	1.115%	-228.54%	Ne	56.0%	0.00	2,029.01	0.62%	19,111.36	5.88%
-169.519%	99	352,714	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	4,560.54	1.29%	29,655.65	8.41%
-18.302%	100	289,137	2.310%	-199.35%	Ne	56.0%	0.00	3,738.50	1.29%	24,310.22	8.41%
UKUPNO		1,690,708,078					206,664,714.07	184,742,917.04		274,790,862.09	

Prilog 12: Uporedni prikaz empirijske i teorijske distribucije

Tabela 66: Uporedni prikaz empirijske i teorijske distribucije gubitaka

Okviri distribucije	Frekvencija	Središnje tačke okvira	Empirijska distribucija	Prilagodena teorijska
0.12%	0.01%	0.44%	0.04%	0.11%
0.76%	0.04%	1.08%	0.44%	0.37%
1.39%	0.44%	1.71%	0.95%	0.72%
2.03%	0.95%	2.35%	1.32%	1.12%
2.66%	1.32%	2.98%	1.64%	1.56%
3.30%	1.64%	3.61%	1.05%	2.03%
3.93%	1.05%	4.25%	0.82%	2.50%
4.57%	0.82%	4.88%	0.84%	2.96%
5.20%	0.84%	5.52%	0.81%	3.41%
5.83%	0.81%	6.15%	0.60%	3.82%
6.47%	0.60%	6.79%	0.75%	4.19%
7.10%	0.75%	7.42%	1.00%	4.50%
7.74%	1.00%	8.05%	1.73%	4.75%
8.37%	1.73%	8.69%	2.73%	4.94%
9.01%	2.73%	9.32%	4.14%	5.05%
9.64%	4.14%	9.96%	4.46%	5.09%
10.27%	4.46%	10.59%	3.20%	5.05%
10.91%	3.20%	11.23%	2.26%	4.95%
11.54%	2.26%	11.86%	1.96%	4.78%
12.18%	1.96%	12.50%	2.17%	4.56%
12.81%	2.17%	13.13%	1.96%	4.29%
13.45%	1.96%	13.76%	2.16%	3.99%
14.08%	2.16%	14.40%	2.34%	3.66%
14.72%	2.34%	15.03%	2.00%	3.31%
15.35%	2.00%	15.67%	1.53%	2.96%
15.98%	1.53%	16.30%	1.24%	2.62%
16.62%	1.24%	16.94%	1.20%	2.28%
17.25%	1.20%	17.57%	0.85%	1.96%
17.89%	0.85%	18.20%	0.80%	1.67%
18.52%	0.80%	18.84%	0.53%	1.40%
19.16%	0.53%	19.47%	0.49%	1.16%
19.79%	0.49%	20.11%	0.36%	0.95%
20.42%	0.36%	20.74%	0.41%	0.77%
21.06%	0.41%	21.38%	0.33%	0.61%
21.69%	0.33%	22.01%	0.11%	0.48%
22.33%	0.11%	22.65%	0.13%	0.37%
22.96%	0.13%	23.28%	0.18%	0.29%
23.60%	0.18%	23.91%	0.12%	0.22%
24.23%	0.12%	24.55%	0.08%	0.16%
24.87%	0.08%	25.18%	0.05%	0.12%
25.50%	0.05%	25.82%	0.04%	0.09%
26.13%	0.04%	26.45%	0.03%	0.06%
26.77%	0.03%	27.09%	0.02%	0.04%
27.40%	0.02%	27.72%	0.02%	0.03%
28.04%	0.02%	28.35%	0.00%	0.02%
28.67%	0.00%	28.99%	0.03%	0.01%
29.31%	0.03%	29.62%	0.03%	0.01%
29.94%	0.03%	30.26%	0.01%	0.01%
30.57%	0.01%	30.89%	0.00%	0.00%
31.21%	0.00%	31.53%	0.00%	0.00%
31.84%	0.00%	32.21%	0.01%	0.00%
32.58%	0.01%			

Biografija autora

Mr Miloš Vujnović je rođen 16.09.1977. godine u Zemunu, gde je završio osnovnu školu i gimnaziju. Diplomirao je na Ekonomskom fakultetu, Univerziteta u Beogradu, 2003. godine na smeru "Finansije, bankarstvo i osiguranje". U junu 2007. godine odbranio je magistarsku tezu pod nazivom „*VaR analiza kreditnog portfolia banaka*“ i stekao akademski naziv magistar ekonomskih nauka.

Svoju profesionalnu afirmaciju započeo je 2003. godine u JUBMES banci a.d. Beograd prvobitno na poslovima kreditiranja stanovništva, a od 2005. godine na poslovima merenja i upravljanja rizicima u banci. Od 2006. godine do 2010. godine nalazio se na mestu direktora Odeljenja upravljanja rizicima, zatim do 2015. godine na mestu direktora Sektora upravljanja rizicima, finansija i administrativne podrške. Od početka 2016. godine obavlja funkciju predsednika Izvršnog odbora JUBMES banke a.d. Beograd.

U više navrata angažovan je kao gostujući predavač na poslediplomskim i diplomskim studijama na Beogradskoj bankarskoj akademiji, kao i jednom prilikom na Fakultetu organizacionih nauka. Učestvovao je kao predavač na više specijalističkih seminara.

U julu 2007 godine objavio je knjigu pod naslovom „*VaR analiza kreditnog portfolia banaka*“ u kojoj je sistematski obrađena problematika primene jednog od najsavremenijih modela procene i upravljanja rizicima – Value at Risk (VaR) model – koji se nalazi u osnovi Novog sporazuma iz Bazela.

U martu 2010. u saradnji sa drugim autorima pripremio je rad pod nazivom „*Vrednovanje ugrađenih valutnih opcija*“. Rad je prihvaćen za objavljivanje na međunarodnom simpozijumu Symorg 2010, u organizaciji Fakulteta organizacionih nauka, Univerziteta u Beogradu.

Od 2011. godine, nosilac je prestižnog sertifikata PRM™ iz oblasti upravljanja rizicima, koji je izdat od strane PRMIA (eng. Professional Risk Managers International Association).

Izjava o autorstvu

Ime i prezime autora: Miloš Vujnović

Broj indeksa: _____

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom:

Validacija modela kreditnog rizika

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis autora

U Beogradu, 19.05.2016.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora: Miloš Vujnović

Broj indeksa: _____

Studijski program: _____

Naslov rada: Validacija modela kreditnog rizika

Mentor: Prof. dr Vesna Bogojević Arsić

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao radi pohranjena u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis autora

U Beogradu, 19.05.2016.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Validacija modela kreditnog rizika

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)

2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)

3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada (CC BY-NC-ND)

4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)

5. Autorstvo – bez prerada (CC BY-ND)

6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

Potpis autora

U Beogradu, 19.05.2016.
