

Научно-наставном већу Математичког факултета Универзитета у Београду

На седници Научно-наставног већа Математичког факултета, која је одржана 27.03.2015. године, одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о докторској дисертацији *Граничне расподеле парцијалних максимума равномерних $AR(1)$ процеса* кандидата Ленке Главаш. После прегледа рукописа који је Ленка Главаш предала комисији, подносимо Научно-наставном већу Математичког факултета следећи

ИЗВЕШТАЈ

Докторска дисертација *Граничне расподеле парцијалних максимума равномерних $AR(1)$ процеса* написана је на 125+IX страница, а структура рада је следећа:

Увод

1. Теорија вишедимензионих екстремних вредности

- 1.1. Теорија у једнодимензионом случају – кратак преглед
 - 1.1.1. Класична теорија
 - 1.1.2. Теорија за стационарне случајне низове
- 1.2. Граничне расподеле вишедимензионих екстрема
- 1.3. Карактеризација вишедимензионих расподела екстремних вредности
 - 1.3.1. Репрезентација вишедимензионе расподеле екстремних вредности
 - 1.3.2. Дводимензиони случај
 - 1.3.3. Други избори маргиналних расподела
- 1.4. Област привлачења вишедимензионе расподеле екстремних вредности
- 1.5. Структуре зависности и мерење екстремалне зависности
- 1.6. Параметарске фамилије дводимензионих расподела екстремних вредности
- 1.7. Уопштења

2. Равномерни $AR(1)$ процеси

- 2.1. Ауторегресиони процеси првог реда са маргиналним расподелом која није Гаусова
- 2.2. Дефиниција и својства равномерног $AR(1)$ процеса

3. Асимптотске расподеле максимума комплетних и некомплетних узорака из стационарних низова

- 3.1. Општи резултати
- 3.2. Ранији резултати за узорке из равномерног $AR(1)$ процеса
- 3.3. Нове граничне теореме
 - 3.3.1. Докази граничних теорема
 - 3.3.2. Резултати симулација
- 3.4. Закључак

Литература (број библиографских јединица: 102)

ПРИКАЗ САДРЖАЈА ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ова докторска дисертација припада ужој научној области *Вероватноћа и статистика*, а конкретни проблеми који се у њој разматрају припадају *Теорији екстремних вредности*. Ова теорија обезбеђује теоријску основу за моделирање догађаја који се, због своје екстремалне природе, ретко или веома ретко дешавају. Интересовање за овакве догађаје, међутим, потиче из свести да они потенцијално могу имати велике последице по човечанство. Примери оваквих догађаја могу се наћи у разним областима живота и науке: климатологији, хидрологији, геофизици; финансијама, неживотном осигурању и реосигурању итд.

У последњих неколико деценија теорија, и једнодимензионих и вишедимензионих, екстремних вредности, постала је врло актуелна, много проучавана и примењивана математичка дисциплина. Постоји велики број књига посвећених теорији екстремних вредности, на пример: *Leadbetter, Lindgren and Rootzén* (1983), *Kotz and Nadarajah* (2000), *Coles* (2001), *Младеновић* (2002), *Beirlant et al.* (2004), *de Haan and Ferreira* (2006), *Resnick* (2007), *Resnick* (2008), *Falk et al.* (2011), а такође и јако велики број изворних научних радова.

Поглавље 1. Теорија вишедимензионих екстремних вредности

У овом поглављу прво су приказане основне поставке теорије једнодимензионих екстремних вредности, чије је познавање од суштинског значаја за рад са вишедимензионим екстремима, јер се ту многи концепти на природан начин уопштавају. При томе, приказана је класична теорија и теорија за стационарне случајне низове, уз формулисање услова слабе зависности. Када је у питању теорија вишедимензионих екстремних вредности разматрани су линеарно нормирани покомпонентни максимуми независних и једнако расподељених вишедимензионих случајних вектора и њихове граничне расподеле. У том смислу наведене су различите карактеризације вишедимензионих расподела екстремних вредности и одговарајућих структура зависности. Разматран је и проблем области привлачења вишедимензионих расподела екстремних вредности. Посебан одељак посвећен је неким параметарским фамилијама дводимензионих расподела екстремних вредности, које су највише заступљене у литератури. Коначно, поменути су извесна

уопштења, до којих се долази када се изостави бар једна од претпоставки о једнакој расподељености, односно независности, вишедимензионих вектора који су од интереса у екстремалном контексту.

Поглавље 2. Равномерни $AR(1)$ процеси

Дефинисани су линеарни модели временских серија и наведене опште форме линеарних модела стационарних временских серија. Пажња је посвећена, прво, стационарном Гаусовом ауторегресионом процесу првог реда, као једном од највише проучаваних модела временских серија, а затим и не-Гаусовим моделима, за којима је постојала насушна потреба са становишта примена. Ипак, најзначајнији за наредно, треће поглавље свакако је равномерни ауторегресиони процес првог реда, те су стога дефиниције за оба типа овог процеса, њихове екстремалне и друге особине издвојене у посебном одељку. При писању овог поглавља коришћене су ове референце: *Hamilton* (1994) – за анализу временских серија; *Chernick* (1978), *Chernick* (1981), *Chernick and Davis* (1982) – за својства равномерних $AR(1)$ процеса.

Поглавље 3. Асимптотске расподеле максимума комплетних и некомплетних узорака из стационарних низова

У овом поглављу прво је дат општи резултат, који се тиче заједничке граничне расподеле максимума комплетног узорка и парцијалног максимума из строго стационарног случајног низа за кога важе одређени услови слабе зависности. Референца је *Mladenović and Piterbarg* (2006). У ситуацији када се у улози стационарног случајног низа нађе баш позитивно корелиран равномерни $AR(1)$ процес, а некомплетан узорак је одређен специфичним неслучајним $0-1$ низом, односно случајним проређивањем, граничне теореме налазе се, редом, у референцама *Mladnović* (2009) и *Olshanski* (2005).

Оригинални допринос дисертације су нове граничне теореме, које садрже резултате у вези са асимптотском расподелом, при $n \rightarrow \infty$, линеарно нормираног дводимензионог покомпонентног максимума низа случајних вектора $((X_n, c_n X_n))$, где је (X_n) равномерни ауторегресиони процес првог реда, а (c_n) неслучајан $0-1$ низ. Нађене су граничне вредности, при $n \rightarrow \infty$, вероватноћа догађаја $\{\widetilde{M}_n \leq 1 - \frac{x}{n}, M_n \leq 1 - \frac{y}{n}\}$, где је \widetilde{M}_n максимум некомплетног узорка одређеног низом (c_n) , тј. максимум тзв. регистрованих међу првих n чланова низа (X_n) , а M_n максимум комплетног узорка обима n . При разматрању позитивно корелираног равномерног $AR(1)$ процеса и низа (c_n) , конструисаног надовезивањем серија 0011, добијени су међусобно различити изрази за граничну расподелу у следећим подобластима првог квадранта равни: $0 < y \leq x/r^2$, $0 < x/r^2 < y \leq x/r$, $0 < x/r < y \leq x$. Утврђено је да су за тачке (x, y) у првој од поменутих подобласти догађаји $\{\widetilde{M}_n \leq 1 - \frac{x}{n}\}$ и $\{M_n \leq 1 - \frac{y}{n}\}$ асимптотски перфектно зависни, док су за тачке (x, y) у преостале две подобласти они асимптотски независни. Ови изрази су, такође, различити и од израза за граничну расподелу вектора (\widetilde{M}_n, M_n) у истим областима у случају када је парцијални максимум одређен низом (c_n) добијеним надовезивањем серија 01. Ово је посебно интересантно с обзиром на чињеницу да оба детерминистичка низа (c_n) имају исту асимптотску рела-

тивну учестаност појављивања јединица, једнаку $1/2$. У погледу асимптотске (не)зависности раније је доказано да је у случају низа (c_n) добијеног надовезивањем серија 01 асимптотска потпуна зависност догађаја $\{\widetilde{M}_n \leq 1 - \frac{x}{n}\}$ и $\{M_n \leq 1 - \frac{y}{n}\}$ присутна у целој области $0 < y \leq x/r$, за разлику од претходног случаја.

Парцијални максимуми разматрани су и на узорцима из негативно корелираног равномерног $AR(1)$ процеса, одређеним већ поменутиим низовима (c_n) . Поређени су одговарајући гранични резултати за ова два типа равномерног $AR(1)$ процеса.

Формулисано је и доказано тврђење за случај некомплетног узорка из позитивно корелираног равномерног $AR(1)$ процеса, одређеног низом (c_n) који се добија надовезивањем блока 001. Добијен је резултат који показује да је у овом случају гранична расподела при $n \rightarrow \infty$ инваријантна у односу на транслацију индекса регистрованих чланова низа (X_n) .

Теоријски резултати праћени су компјутерским симулацијама, које су извршене и за некомплетне узорке одређене тачкастим процесом, за које гранични резултати (још увек) не постоје. У тим случајевима коришћене су статистичке методе, па су приказани и резултати тестирања статистичких хипотеза о вредностима граничних функција расподеле. Дати су и неки нумерички примери.

Референце су коауторски и самостални рад аутора дисертације:

- P. Mladenović and L. Živadinović (2015): Uniform $AR(1)$ processes and maxima on partial samples, *Communications in Statistics Theory and Methods*, 44, 2546–2563. IF2014=0.388, ISSN 0361-0926.
- L. Glavaš (2015): New examples of partial samples from the uniform $AR(1)$ process and asymptotic distributions of extremes. *Filomat*, 29(10), 2289–2299. IF2014=0.638, ISSN 0354-5180.

Кандидат Ленка Главаш објавила је још један коауторски научни рад и има неколико радова на рецензији или у припреми, који се не односе директно на тему дисертације. Успешно је излагала резултате на домаћим и међународним конференцијама.

ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

Ленка Главаш проучила је обимну литературу у области Теорије екстремних вредности случајних низова и процеса, која обухвата више монографија и већи број изворних научних радова. Успешно се бави научним радом у овој области. Објавила је следећа два рада (један коауторски и један самостални) који се односе на тему дисертације:

- P. Mladenović and L. Živadinović (2015): Uniform AR(1) processes and maxima on partial samples, *Communications in Statistics Theory and Methods*, 44, 2546–2563. IF2014=0.388, ISSN 0361-0926.
- L. Glavaš (2015): New examples of partial samples from the uniform AR(1) process and asymptotic distributions of extremes. *Filomat*, 29(10), 2289–2299. IF2014=0.638, ISSN 0354-5180.

Објавила је још један коауторски научни рад и има неколико радова на рецензији или у припреми. Успешно је излагала резултате на домаћим и међународним конференцијама.

Предлажемо Научно-наставном већу Математичког факултета да рукопис *Граничне расподеле парцијалних максимума равномерних AR(1) процеса* кандидата Ленке Главаш прихвати као докторску дисертацију и да одреди комисију за одбрану.

У Београду, 9.12.2015.

др Павле Младеновић, редовни професор,
ментор

др Слободанка Јанковић, редовни професор

др Љиљана Петровић, редовни професор
Економског факултета у Београду