

Nastavno-naučnom veću  
Matematičkog fakulteta  
Univerziteta u Beogradu

**Izveštaj Komisije za pregled i ocenu doktorske disertacije**  
*”Ubrzanje metoda za rešavanje problema prenosa polarizovanog zračenja  
u više dimenzija i njihova primena”*  
**kandidata Ivana Milića**

**Biografija kandidata**

Ivan Milić je rođen 10. januara 1985. Završio je Valjevsku gimnaziju 2004, a Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu 2010. godine, sa prosečnom ocenom 8.94. Doktorske studije je upisao u oktobru 2010. godine na Matematičkom fakultetu u Beogradu pod rukovodstvom prof. Olge Atanacković. Od februara 2011. radi na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu kao istraživač-pripravnik. U zvanje istraživač-saradnik izabran je u septembru 2012. godine. Angažovan je na projektu ”Fizika zvezda” (176004) pod rukovodstvom dr Gojka Đuraševića sa punim istraživačkim vremenom.

Kao dobitnik stipendije ”Henry Poincaré” 2011. godine radio je 3 meseca sa prof. Marianne Faurobert na Univerzitetu u Nici - Sophia Antipolis. Od decembra 2011. godine prof. Marianne Faurobert je ko-mentor njegove doktorske disertacije na osnovu Ugovora između Univerziteta u Beogradu i Univerziteta u Nici. Tokom doktorskih studija, u više boravaka, proveo je u Nici ukupno petnaest meseci. Član je COST akcije 1104: Polarization as a tool to study solar system and beyond. Od 2009. do 2012. godine rukovodio je seminarom astronomije u IS Petnica, gde je i sada aktivan kao stručni saradnik. Održao je nekoliko javnih naučno-popularnih predavanja i autor je nekoliko naučno-popularnih tekstova.

Do sada je, samostalno ili kao ko-autor, objavio 11 radova: 5 radova u međunarodnim časopisima sa recenzijom i 6 u zbornicima radova sa međunarodnih i nacionalnih konferencija.

**Sadržaj doktorske disertacije**

Disertacija sadrži 134 stranice teksta sa 21 slikom i jednom tabelom, kao i spisak literature sa 90 referenci. Struktura teksta je sledeća:

1. Uvod (str. 1-31)
2. Formalno rešenje jednačine prenosa metodom kratkih karakteristika (str. 32-49)
3. Implicitna lambda iteracija na dvodimenzionim Dekartovskim koordinatnim mrežama (str. 50-76)
4. Polarizacija rasejanjem u spektralnim linijama u formalizmu redukovanog intenziteta (str. 77-85)
5. Prenos polarizovanog zračenja u 2D cilindričnim koordinatima (str. 86-122)
6. Završna diskusija i planovi za dalji rad (str. 123-125)
7. Dodatak A (str. 126-129)
8. Literatura (str. 130-134)

U svojoj disertaciji kandidat se bavi numeričkim metodama za rešavanje prenosa nepolarizovanog i polarizovanog zračenja u uslovima nelokalne termodinamičke ravnoteže (ne-LTR) u 2D sredinama (tj. na 2D pravouglim i cilindričnim koordinatnim mrežama).

U prvoj glavi se uvode osnovni pojmovi za opis polja zračenja, predstavlja ne-LTR problem i definišu osnovne veličine koje figurišu u polarizovanom prenosu zračenja.

U drugoj glavi je opisan numerički metod za formalno rešenje jednačine prenosa zračenja poznat kao metod kratkih karakteristika, i način njegove implementacije u metodama izloženim u poglavlju 3.

Treća glava opisuje postojeće metode za rešavanje ne-LTR prenosa zračenja u spektralnim linijama u 2D (Jacobi-jev i Gauss-Seidel-ov metod) i predstavlja dve nove iterativne šeme za rešavanje ovog problema: simetričnu Gauss-Seidel iteraciju i "Prolaz-po-prolaz" implicitnu lambda iteraciju.

Četvrta glava opisuje tzv. formalizam realnog redukovanog intenziteta za rad sa polarizovanim zračenjem.

Peta glava se bavi rešenjem problema prenosa polarizovanog zračenja u ne-LTR na cilindričnim koordinatnim mrežama i odgovarajućim primenama (gasovitim diskovima).

U šestoj glavi su sumirani najvažniji rezultati disertacije i pobrojani mogući pravci za dalji rad.

U Appendix-u A se predlaže implementacija iterativnih metoda izloženih u glavi 3 u rešavanju problema prenosa polarizovanog zračenja korišćenjem formalizma redukovanog intenziteta.

## Pregled rezultata

Rezultati ove disertacije se mogu podeliti u dva dela. Prvi deo sadrži opis i testiranje dve nove metode za numeričko rešavanje problema prenosa zračenja u uslovima ne-LTR na 2D pravouglim koordinatnim mrežama. Oba metoda koriste metod kratkih karakteristika za formalno rešenje jednačine prenosa zračenja u višedimenzionim geometrijama. Formalno rešenje je pritom modifikovano tako da se veličina od interesa, specifični intenzitet u lokalnoj tački, predstavlja kao linearna kombinacija lokalne funkcije izvora, osam susednih funkcija izvora i specifičnog intenziteta u uzlaznoj tački. Ova modifikacija omogućava vrlo jednostavne popravke funkcije izvora kroz iteracije. Prvi novi iterativni metod, simetrična Gauss-Seidel (SGS) iteracija, se vrlo jednostavno uvodi pomoću ove modifikacije formalnog rešenja i donosi poboljšanje u odnosu na standardnu Gauss-Seidel iteraciju uvođenjem

popravki funkcije izvora u svaki prolaz kroz koordinatnu mrežu (četiri puta po iteraciji umesto samo jednom). Na ovaj način se ostvaruje dva puta brža konvergencija u odnosu na standardni Gauss-Seidel-ov metod. Drugi metod, "Prolaz-po-prolaz" implicitna lambda iteracija, ostvaruje još bržu konvergenciju zahvaljujući korišćenju ideje iteracionih faktora. U tzv. "ulaznim" prolazima kroz 2D mrežu, koeficijentu uz lokalnu funkciju izvora (koji se koristi za popravku rešenja) dodaje se količnik nelokalnog polja zračenja i lokalne funkcije izvora, poznat iz prethodne iteracije. Numerički testovi predstavljeni u tezi pokazuju da upotreba ovog iteracionog faktora kao vrlo dobre kvazi-invarijante problema drastično ubrzava konvergenciju. Ovaj metod konvergira oko sedam puta brže od Jacobi iteracije, koja se smatra standardom u oblasti i više nego četiri puta brže od Gauss-Seidel iteracije. Takođe, ovaj metod se bolje skalira sa rezolucijom koordinatne mreže od Jacobi iteracije.

Drugi deo disertacije se bavi ne-LTR prenosom polarizovanog zračenja u 2D cilindričnim koordinatnim mrežama. Korišćenje cilindričnih koordinata može biti pogodno za modeliranje osno-simetričnih objekata. Razlike u odnosu na pravougle koordinate su detaljno diskutovane sa posebno istaknutim problemima u implementaciji. Posebna pažnja je posvećena interpolaciji po pravcima, integraciji po pravcima, kao i graničnim uslovima. Sve ove procedure mogu uticati na anizotropiju zračenja koja je od ključne važnosti za izračunavanje polarizacije rasejanjem. Pomenute procedure su implementirane u računarski kôd koji rešava problem ne-LTR prenosa zračenja u spektralnoj liniji. Kôd je prvo testiran na 1D problemima čija su analitička rešenja poznata, a zatim je primenjen na različite jednostavne modele samo-emitujućih i cirkumstelarnih gasovitih diskova. Pokazano je da geometrija diska značajno utiče na količinu polarizacije rasejanjem. Takođe su ispitani efekti rotacije na rezultujuće profile polarizacije spektralnih linija. Pokazano je da u pojedinim modelima diskova koji su iznutra osveljeni zvezdom-domaćinom dolazi do primetnog jačanja  $U$  komponente Stoksovog vektora. Ovaj rezultat bi mogao imati primenu u analizi kinematike cirkumstelarnih diskova.

### **Naučni radovi iz oblasti kojom se kandidat bavi u disertaciji**

Radovi objavljeni u časopisima sa recenzijom:

1. Milić I. & Atanacković O.: *Accelerating NLTE radiative transfer by means of the Forth-and-Back Implicit Lambda Iteration: A two-level atom line formation in 2D Cartesian coordinates*, 2014, prihvaćen u *Advances in Space Research*
2. Faurobert M., Milić I. & Atanacković O.: *Boundary conditions for polarized radiative transfer with incident radiation*, 2013, *Astronomy & Astrophysics*, 559A, 68F
3. Milić I.: *Transfer of polarized line radiation in 2D cylindrical geometry*, 2013, *Astronomy & Astrophysics*, 555A, 130M

Radovi sa konferencija objavljeni u celosti:

1. Milić I., Faurobert M.: *Multidimensional and inhomogeneity effects on scattering polarization in solar prominences*, 2014, *IAUS*, 300, 453M

## Zaključak i predlog

Doktorska disertacija kandidata Ivana Milića, pod nazivom "Ubrzanje metoda za rešavanje problema prenosa polarizovanog zračenja u više dimenzija i njihova primena" predstavlja originalno naučno delo posvećeno numeričkim metodama u prenosu zračenja. Kandidat je demonstrirao dobro poznavanje oblasti, kao i originalnost i sistematičnost u naučnom radu. Novi metodi prikazani u disertaciji predstavljaju bitan doprinos oblasti numeričkog rešavanja problema prenosa zračenja. Iz naučne oblasti kojom se bavi u disertaciji, kandidat je samostalno i kao koautor objavio četiri rada, od kojih dva u vrhunskim međunarodnim časopisima.

Predlažemo Nastavno-naučnom veću da prihvati ovaj izveštaj i pozitivnu ocenu doktorske disertacije "Ubrzanje metoda za rešavanje problema prenosa polarizovanog zračenja u više dimenzija i njihova primena" kandidata Ivana Milića i odredi komisiju za njenu odbranu.

U Beogradu, 24. aprila 2014. godine

---

dr Olga Atanacković,  
redovni profesor  
Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu

---

dr Marianne Faurobert,  
redovni profesor  
Laboratorija Lagrange, Univerzitet u Nici

---

dr Jiří Štěpán,  
viši naučni saradnik  
Opservatorija Ondřejov, AI AN Republike Češke

---

dr Dejan Urošević,  
vanredni profesor  
Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu