

UNIVERZITET U BEOGRADU
FIZIČKI FAKULTET
INSTITUT ZA METEOROLOGIJU

Nemanja D. Kovačević

**NUMERIČKI EKSPERIMENTI
ZASEJAVANJA SA DVOMOMENTNIM
MODELOM KONVEKTIVNIH OBLAKA**

doktorska disertacija

Beograd, 2014

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF PHYSICS
INSTITUTE OF METEOROLOGY

Nemanja D. Kovačević

**NUMERICAL SEEDING EXPERIMENTS
WITH TWO-MOMENT MODEL OF THE
CONVECTIVE CLOUDS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2014

Komisija za pregled i odbranu:

Mentor: Dr Mladen Ćurić, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Fizički fakultet

Članovi Komisije: 1. Dr Mladen Ćurić, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Fizički fakultet
2. Dr Dejan Janc, vanredni profesor
Univerzitet u Beogradu, Fizički fakultet
3. Dr Mirjana Ruml, vanredni profesor
Univerzitet u Beogradu, Poljoprivredni fakultet

Datum odbrane: _____

Numerički eksperimenti zasejavanja sa dvomomentnim modelom konvektivnih oblaka

Rezime

Glavni cilj doktorske disertacije je simuliranje oblaka i padavina na tlu za modifikovanu verziju modela konvektivnih oblaka – ARPS (Advanced Regional Prognostic System) u nezasejavanim i zasejavanim slučajevima. Osnovna verzija modela ARPS je razvijena u Univerzitetu u Oklahomi. Suština naše modifikacije se sastoji od uvođenja dve kategorije padavinskih elemenata kao embriona zrna grada (krupa i smrznute kišne kapi) i dvomomentne mikrofizičke šeme. Uvedena je brojna koncentracija kao prognostička veličina za sva mikrofizička polja izuzev vodene pare i oblačne vode. Prema tome, model prognozira odnos smeše i brojnu koncentraciju šest mikrofizičkih elemenata – kišnih kapi, ledenih kristala, snega, krupe, smrznutih kišnih kapi i grada. Koncentracija oblačnih kapljica je konstantna u datim simulacijama. Pored toga, softverski paket za zasejavanje oblaka sa srebro-jodidom je ubačen u model.

Aktivnosti modifikacije vremena su sprovedene poslednjih nekoliko decenija u mnogim zemljama. Glavni ciljevi modifikacije vremena su suzbijanje grada i povećanje kiše na tlu. Gradonosne oluje prouzrokuju veliku štetu poljoprivredi i imovini u mnogim delovima sveta. Numerički modeli mogu poslužiti da bi bolje ispitali oblake i njihovu reakciju na zasejavanje. Prvo je ispitan uticaj koncentracije oblačnih kapljica na efektivnost suzbijanja grada. Izvršeni su eksperimenti osetljivosti akumuliranih padavina na tlu (kiše i grada) od koncentracije oblačnih kapljica za nezasejavane i zasejavane slučajeve. Za nezasejavani slučaj je pokazano da rast koncentracije oblačnih kapljica rezultuje u smanjenju akumulacije kiše, dok iznos akumuliranog grada na tlu se povećava. Potrebno je razumeti da li prirodna raznovrsnost u vrednostima koncentracije oblačnih kapljica može uticati na efektivnost u suzbijanju grada. Za operative projekte zasejavanja oblaka, bilo bi korisno odrediti da li je moguće suzbiti grad na tlu ako znamo vrednost koncentracije oblačnih kapljica. Rezultati pokazuju da efektivnost suzbijanja grada ima najveći uticaj na malim koncentracijama oblačnih kapljica; dok efektivnost suzbijanja grada opada kako koncentracija oblačnih kapljica raste.

Pored toga, izvršene su simulacije za dva različita načina u opisu spektra tečne vode: jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela za ceo spektar kapi i monodisperzna raspodela za oblačne kapljice sa eksponencijalnom Maršal-Palmerovom raspodelom za kišne kapi. Analizirane su razlike u simuliranim padavinama na tlu za dva pretpostavljena pristupa sa različitim vrednostima koncentracije oblačnih kapljica. Rezultati pokazuju da postoje značajne razlike u pojavi, iznosu i prostornoj raspodeli akumuliranih padavina na tlu. Može se primetiti da je jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela generalno osetljivija na promene u koncentraciji oblačnih kapljica nego alternativni pristup. Dobro poznata karakteristika pljuskova kiše kod konvektivnih oblaka i osmotreno razdvajanje oblaka su dobro simulirani sa jedinstvenom Hrgijan-Mazinovom raspodelom, pogotovo za niže vrednosti koncentracije oblačnih kapljica. U slučaju sa jedinstvenom Hrgijan-Mazinovom raspodelom, zasejavanje oblaka rezultuje u znatnom smanjenju akumuliranog grada na tlu. Nasuprot, drugi slučaj je okarakterisan sa povećanjem grada na tlu.

Korisno je opisati spektar grada po veličini i detaljno mehanizme njegovog formiranja. Važna tačka u formiranju grada je uloga embriona zrna grada. Ispitivan je uticaj embriona zrna grada na iznos i trajanje padavina na tlu. Stoga, sprovedeno je numeričko poređenje dve mikrofizičke šeme, jedne sa embrionima zrna grada i druge bez njih. Rezultati pokazuju da mikrofizički scenario sa embrionima zrna grada vodi većem rastu akumuliranog grada u poređenju sa šemom bez embriona. Vreme pojave grada na tlu se dešava u ranim etapama života oblaka u eksperimentu bez embriona zrna grada. U drugom slučaju, pojava grada na tlu je odložena za kasnije faze života oblaka, što je mnogo realnije i u saglasnosti sa merenjima. Zasejavanje oblaka u modelu sa embrionima zrna grada rezultuje značajnim smanjenjem akumuliranog grada na tlu, dok model bez embriona zrna grada nije osetljiv na zasejavanje oblaka.

Dvomentni model sa uključenim embrionima zrna grada i jedinstvenom Hrgijan-Mazinom raspodelom je generalno osetljiviji na zasejavanje oblaka, u poređenju sa jednomomentnim modelom. Dvomentni model se pokazao kao bolje sredstvo u numeričkoj simulaciji oblaka. Stoga, dvomentni model se preporučuje za korišćenje u numeričkom modeliranju konvektivnih oblaka.

Ključne reči: konvektivni oblaci; zasejavanje oblaka; embrioni zrna grada; numeričko modeliranje; dvomomentni mikrofizički model; funkcija raspodele kapi po veličini

Naučna oblast: Meteorologija

Uža naučna oblast: Fizika oblaka

UDK: 551.576.1 (043.3)

Numerical seeding experiments with two-moment model of the convective clouds

Abstract

The main objective of this thesis is the simulation of the cloud and accumulated precipitation at the surface for a modified model of convective clouds – ARPS (Advanced Regional Prognostic System) in unseeded and seeded cases. The basic version of the ARPS model was developed at the University of Oklahoma. The essence of our modification consisted of introducing two categories of precipitation elements as hail embryos (graupel and frozen raindrops) and two-moment bulk microphysical scheme. It introduced the number concentration as a prognostic variable for all microphysics fields except water vapour and cloud water. Therefore, the model predicts the mixing ratios and number concentration of the six microphysical elements – raindrops, ice crystals, snow, graupel, frozen raindrops and hail. The cloud droplet number concentration was prescribed. Nevertheless, the software package for cloud seeding with silver-iodide is incorporated in the model.

Weather modification activities have been conducted over the past several decades in many countries. The main objectives of weather modification are hail suppression and rain enhancement on the ground. Hailstorms cause significant damage to agriculture and property in many areas of the world. Numerical models can be used in order to better investigate the clouds and their response to cloud seeding. First, it investigated the impact of cloud droplet concentration on hail suppression effectiveness. It performed sensitivity tests of accumulated precipitation amounts (rain and hail) on the cloud droplet concentration in unseeded and seeded cases. For the unseeded case, it can be noted that increasing the concentration of cloud droplets created a reduction in rain accumulation, while the amount of hail accumulation increased. It is necessary to understand whether natural diversity in the cloud droplet concentration can affect the effectiveness of hail suppression. For operational cloud seeding activities, it would be helpful to determine whether it is possible to suppress hail if we know the optimal level of concentration for cloud droplets. The results showed that hail suppression

effectiveness had the greatest influence on lowering cloud droplet concentration levels; suppression effectiveness decreased as the cloud droplet concentration increased.

Further, it performed cloud simulations for two different modes of the liquid water spectrum: a unified Khrgian-Mazin size distribution for the entire spectrum of drops and the monodisperse size distribution for cloud droplets with the exponential Marshall-Palmer distribution for raindrops. It is analysed the differences in simulated surface precipitation for the two assumed approaches with different values of cloud droplet number concentration. The results showed that there are significant differences in the occurrence, amount and spatial distribution of accumulated precipitation at the surface. It can be noted that the unified Khrgian-Mazin size distribution is generally more sensitive to changes in the cloud droplet number concentration than an alternative approach. A well-known characteristic of the rain showers generated by convective clouds and observed cloud splitting are well simulated with the unified Khrgian-Mazin size distribution, especially for smaller values of cloud droplet number concentration. In the case with the unified Khrgian-Mazin size distribution, cloud seeding results in significantly reducing of the accumulated hail on the ground. Contrary, the second case is characterized by the increase of the accumulated hail at the surface.

It is useful to describe the size spectrum of hail and the mechanisms of formation in more detail. One important point in the formation of hail is the role of hailstone embryos. It examined the influence of hailstone embryos on the amount and duration of ground precipitation. Thus, we performed a numerical comparison of the two microphysical schemes, one with hailstone embryos and the other without them. The results indicated that the microphysical scenario with hailstone embryos lead to a greater increase in accumulated hail compared with the scheme without hailstone embryos. The time of hail occurrence on the ground occurs during the early stages of cloud life in the experiment without hailstone embryos. In the second case, the hail occurrence on the ground was delayed for the later stages of cloud life, which is much more realistic and in agreement with the measurements. In the model with hail embryos, cloud seeding results in a significant reduction of the accumulated hail at the surface, while the second case is not sensitive to cloud seeding.

The two-moment model with included hailstone embryos and the unified Khrgian-Mazin size distribution is generally more sensitive to cloud seeding, in compared to the single-moment model. The two-moment model proved to be a better tool in numerical simulation of clouds. Therefore, the two-moment model is recommended for use in numerical modeling of the convective clouds.

Keywords: convective clouds; cloud seeding; hailstone embryos; numerical modeling; two-moment microphysical model; the drop size distribution function

Scientific discipline: Meteorology

Scientific subdiscipline: Cloud Physics

UDC: 551.576.1 (043.3)

Sadržaj

1 UVOD	1
1.1 Pregled studija o numeričkom zasejavanju oblaka	1
1.2 Cilj rada	4
2 MODEL	5
2.1 Osnovne osobine ARPS modela	5
2.2 Modifikovani ARPS model	11
2.2.1 Dvomentna mikrofizička šema sa embrionima zrna grada	11
2.2.2 Raspodela tečne vode u dvomentnom modelu	18
2.2.3 Mikrofizički transferi u dvomentnom modelu	19
2.3 Početni uslovi modela	20
3 REAGENS	23
3.1 Osnovne osobine	23
3.2 Jednačina kontinuiteta reagensa	26
3.2.1 Braunovo prikupljanje reagensa od oblačnih kapljica	27
3.2.2 Braunovo prikupljanje reagensa od kišnih kapi	28
3.2.3 Inercijalno prikupljanje reagensa od oblačnih kapljica	29
3.2.4 Inercijalno prikupljanje reagensa od kišnih kapi	30
3.2.5 Prikupljanje reagensa od oblačnih kapljica zbog foretičkih procesa	32
3.2.6 Aktiviranje čestica reagensa depozicionom nukleacijom	33

3.2.7 Beržeronov proces	35
3.2.8 Proces podešavanja vodene pare	36
4 NUMERIČKI EKSPERIMENTI	38
4.1 Uticaj koncentracije oblačnih kapljica	38
4.1.1 Nezasejavani slučaj	39
4.1.2 Zasejavani slučaj	46
4.2 Uticaj izbora raspodele tečne vode	50
4.2.1 Nezasejavani slučaj	50
4.2.2 Zasejavani slučaj	61
4.3 Uticaj embriona zrna grada	67
4.3.1 Nezasejavani slučaj	67
4.3.2 Zasejavani slučaj	72
5 ZAKLJUČAK	79
Literatura	81
Dodatak A	86
Dodatak B	109
Biografija	
Prilog 1	
Prilog 2	
Prilog 3	

UVOD

Ovde će se navesti pregled nekih studija o numeričkom zasejavanju oblaka kao i cilj rada. Numerički modeli oblaka se već dugo koriste u cilju simulacije oblaka i padavina, kao i simuliranju zasejavanja oblaka. Oni su korisni jer mogu pomoći u postavljanju hipoteza o zasejavanju oblaka, o proceni zasejivosti oblaka, mogu dati procene o uspehu zasejavanja (naročito suzbijanju grada i povećavanju kišnih padavina), kao i poboljšati naše razumevanje o procesima u oblaku, bilo da je reč o nezasejavanom ili zasejavanom slučaju.

1.1 Pregled studija o numeričkom zasejavanju oblaka

U prethodnih nekoliko decenija, numerički modeli su korišćeni za simuliranje života konvektivnih oblaka i bolje upoznavanje mikrofizičkih i dinamičkih osobina oblaka (*Wisner i sar.*, 1972; *Lin i sar.*, 1983; *Murakami*, 1990; *Meyers i sar.*, 1997; *Phillips et al.*, 2007). Takođe, numerički modeli oblaka mogu pomoći u simulaciji zasejavanja oblaka (*Orville*, 1996; *Young*, 1996; *Garstang i sar.*, 2005). Klasifikacija numeričkih modela oblaka može biti dinamička i mikrofizička. Dinamička klasifikacija se odnosi na broj nezavisnih prostornih promenljivih, kao i na to da li je vreme nezavisna promenljiva ili ne. Tako, najčešće korišćeni numerički modeli za zasejavanje

oblaka su: jednodimenzioni (Cotton, 1972; Young, 1977; Nelson, 1979; Ćurić i sar., 1997), dvodimenzioni (Hsie i sar., 1980; Young, 1993; Farley i sar., 2004), kao i trodimenzioni modeli (Cotton i sar., 2006; Ćurić i sar., 2007; Chen i Xiao, 2010). Mikrofizička klasifikacija se odnosi na to da li je spektar mikrofizičkih elemenata podeljen na više kategorija (modeli kategorije ili „bin“ modeli) ili ne (modeli ukupne vode, ili „bulk“ modeli). Za svaki spektar mikrofizičkih elemenata se računa jedan ili više momenata raspodele, pa se modeli dalje dele na jednomomentne, dvomomentne ili višemomentne.

Meyers i sar. (1995) su koristili trodimenzioni vremenski zavisani model *RAMS* (*Regional Atmospheric Modeling System*) za simuliranje zasejavanja orografskih oblaka da bi prognozirali koncentraciju oblačnih kristala. Njihovi rezultati su pokazali da se koncentracija oblačnih kristala može povećati za red veličine zbog zasejavanja. Padavine pri tlu su neznatno povećane, dok je bilo oblasti gde su bile i smanjene.

Cotton i sar. (2006) su koristili *RAMS* model za zasejavanje orografskih oblaka u Koloradu. Zasejavanje je simulirano prizemnim generatorima sa srebro-jodidom. Ocena prognoze modela je dobijena poređenjem sa 30 izabranih dana kada je sprovedeno operativno zasejavanje. Zaključeno je da model može biti korisno sredstvo pri operativnom zasejavanju, mada je pokazano da model precenjuje padavine, pogotovo pri vlažnim danima sa jugozapadnim vetrom. Ovo može biti posledica precenjivanja prirodnih padavina, kao i nepoznavanje koncentracija oblačnih kondenzacionih jezgara (CCN) i jezgara mržnjenja (IN). Brojne studije su ispitivale uticaj CCN na evoluciju konvektivnih oluja i padavina (van den Heever i sar., 2006; Seifert i Beheng, 2006; Lim i sar., 2011; Lim i Hong, 2012). Tako, Noppel i sar. (2010) ističu da intenzitet gradonosnih oluja može zavisiti od nenamernog zasejavanja antropogenim aerosolom (industrijske emisije) ili od zasejavanja oblaka.

Chen i Xiao (2010) su koristili trodimenzioni model sa dvomomentnom mikrofizičkom šemom ukupne vode za simuliranje zasejavanja konvektivnih oblaka sa srebro-jodidom. Mikrofizički elementi u njihovom modelu su: oblačna i kišna voda, oblačni led, sneg, krupa, sugradica i grad. Oblačne kapljice su monodisperzno raspodeljene. Kišna voda i oblačni led su raspodeljeni po gama raspodeli, dok su ostali elementi raspodeljeni po inverznoj eksponencijalnoj raspodeli. Za padavinske elemente

je korišćen tzv. idealizovani spektar ($D_{min} = 0$; $D_{max} = \infty$). Zasejavanje je započinjano kada vrh oblaka pređe -10 °C izotermu. Koncentracija oblačnih kapljica je bila 1000 cm^{-3} i nije menjana u studiji. Njihovi rezultati pokazuju povećanje iznosa akumulirane kiše i grada na tlu usled zasejavanja. Neispitivanje uticaja prirodnih karakteristika (kao što je koncentracija oblačnih kapljica) na zasejavanje oblaka je nedostatak ove studije.

Uspeh u sprečavanju grada pri tlu zavisi od vremena zasejavanja, lokacije početne zone zasejavanja u datom oblaku i mase ubačenog reagensa. Ovi parametri su detaljno ispitivani u studiji (Ćurić i sar., 2007). Oni zaključuju da se zasejavanjem sa srebro-jodidom količina kišnih padavina može povećati, dok se padavine grada pri tlu mogu povećati ili smanjiti. Najbolji rezultati zasejavanja oblaka su bili kada se sva oblačna voda pretvorila u ledene kristale iznad -30 °C. Takođe, najvažniji mehanizmi za sprečavanje grada na tlu prilikom zasejavanja su prikupljanje oblačnih kapljica gradom u suvom režimu rasta grada, kao i prikupljanje kišnih kapi snegom. Pored toga, najvažniji mehanizam za povećanje akumulirane kiše na tlu je bilo topljenje grada.

Ćurić i sar. (2009) su ispitivali disperziju reagensa koji je postavljen na različite lokacije u odnosu na oblak. U prvom slučaju, zasejavana je oblast između -8 °C i -12 °C izoterme za dve lokacije. Prva lokacija je bila na rastojanju 2.5 km od centra mase oblaka, dok je druga bila 10 km. Kada je centar mase početno raspodeljenog reagensa bio na udaljenosti od 2.5 km od centra mase oblaka pokazano je da se skoro sav reagens aktivira mikrofizičkim procesima u oblaku. Za rastojanje od 10 km, samo mali deo reagensa biva uvučen u oblak, dok je veći deo reagensa transportovan horizontalnim vetrom dalje od oblaka. U drugom slučaju je ispitivan nenamerni transport reagensa kao posledica zasejavanja oblaka. Tu su vršena dva testa zasejavanja oblaka. U prvom eksperimentu je vršeno podoblačno zasejavanje ispred oblaka (što je simulacija zasejavanja pomoću aviona). Veći deo reagensa je putem konvergencije uvučen u oblak i aktiviran, dok je pronađeno dosta reagensa na nižim nivoima daleko od samog oblaka. U drugom testu, horizontalna razdaljina početne zone zasejavanja u odnosu na oblak je ostala ista, samo što je zasejavanje vršeno između -8 °C i -12 °C izoterme (što je simulacija zasejavanja raketama). Ovaj test pokazuje da je sva masa reagensa ostala neiskorišćena i transportovana daleko od oblaka.

1.2 Cilj rada

U ovom radu biće korišćen trodimenzioni, vremenski zavisni, nehidrostatički model ARPS, Univerziteta u Oklahomi. Jednomomentna mikrofizička šema modela je promenjena u dvomomentnu, uvođenjem još jednog momenta raspodele mikrofizičkih elemenata – koncentracije. Pored toga, detaljnije je opisana evolucija grada uvođenjem embriona zrna grada u model. Cilj rada je bio da se detaljnije opiše model konvektivnih oblaka, što bi dovelo do bolje simulacije života oblaka i reakcije oblaka na zasejavanje.

U tom cilju je urađeno sledeće:

- Modifikovan je model uvođenjem novog momenta raspodele mikrofizičkih elemenata – koncentracije.
- U model su implementirane dve nove mikrofizičke kategorije – krupa i sugradica (smrznute kišne kapi), koje predstavljaju embrione zrna grada.
- Takođe, uvedena je jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela za opis spektra kapi vode (oblačnih kapljica i kišnih kapi).
- Model je nadograđen poljem glaciogenog reagensa – srebro-jodida (AgI) i novom šemom zasejavanja.
- Izvršeni su numerički eksperimenti u nezasejavanom i zasejavanom slučaju i analizirani dobijeni rezultati.

MODEL

U ovom poglavlju će se ukratko opisati osnovne osobine korišćenog mezorazmernog modela konvektivnih oblaka (**ARPS** – **A**dvanced **R**egional **P**rediction **S**ystem), kao i detaljna modifikacija mikrofizičke šeme datog modela. Ona se sastoji od pretvaranja jednomomentne mikrofizičke šeme u dvomomentnu, uvođenjem novog momenta raspodele mikrofizičkih elemenata – koncentracije, kao i uvođenje dve nove mikrofizičke kategorije – krupe i sugradice, kao embriona zrna grada. Takođe, u model je implementiran softverski paket zasejavanja oblaka putem glaciogenog reagensa – srebro-jodida.

2.1 Osnovne osobine ARPS modela

Model ARPS koji je razvijen u Centru za analizu i prognozu olujnih nepogoda (**CAPS** – **C**enter for **A**nalysis and **P**rediction of **S**torms) Univerziteta u Oklahomi, je trodimenzioni, nehidrostatički, mezorazmerni model konvektivnih oblaka koji je zasnovan na Navier-Stokesovim jednačinama (*Xue i sar.*, 2000, 2001). Osnovne jednačine modela su jednačine količine kretanja, prvog principa termodinamike, jednačina kontinuiteta vazduha i mikrofizičkih elemenata, kao i jednačina turbulentne kinetičke energije i jednačina stanja. Date jednačine su rešene u krivolinijskom

koordinatnom sistemu koji je pravougli u horizontalnoj ravni. Koordinatni sistem je specijalni slučaj trodimenzionog Dekartovog koordinatnog sistema, gde je izvršena samo transformacija vertikalne koordinate zbog orografije.

Prema tome, prognostičke veličine ovog modela su: tri komponente vektora brzine kretanja vazduha (u , v i w), odstupanja potencijalne temperature i pritiska vazduha, kao i odnosi smeše šest mikrofizičkih kategorija: *vodene pare* (v), *oblačne vode* (c), *kišne vode* (r), *oblačnog leda* (i), *snega* (s) i *grada* (h).

Sve veličine modela su predstavljene kao sume osnovnog stanja i odstupanja od osnovnog stanja. Osnovno stanje je funkcija samo visine, hidrostatički uravnoteženo i vremenski invarijantno. Takođe, osnovno stanje vertikalne brzine i mikrofizičkih kategorija je nula. Ono se može inicijalizovati bilo analitičkim funkcijama ili radiosondažnim podacima.

Jednačine modela su numerički rešene koristeći metodu konačnih razlika na pravougaonoj računskoj mreži tačaka. Promenljive modela su raspoređene na Arakavinoj C – mreži, gde su skalarne promenljive i komponente brzine razdvojene.

Pošto je model nehidrostatičan, javljaju se zvučni talasi. Zvučni talasi ograničavaju dužinu vremenskog koraka u eksplicitnim šemama za diferenciranje po vremenu. Da bi se poboljšala efikasnost modela, uvodi se tehnika rascepljivanja u vremenu (*Klemp i Wilhelmson, 1978*). Veliki vremenski korak se sastoji od celog broja malih vremenskih koraka. Članovi povezani sa zvučnim talasima se računaju u malom vremenskom koraku, a svi ostali članovi jednačina u velikom vremenskom koraku.

Za diferenciranje u velikom vremenskom koraku koristi se preskočna šema. Veliki vremenski korak je ograničen uslovima stabilnosti zasnovanim na advektivnim brzinama i (opciono) brzinama gravitacionih talasa. Što se tiče malog vremenskog koraka, postoje dve opcije. Prva opcija je šema unapred-unatrag. Ako se ona koristi, jednačine kretanja se rešavaju u malom vremenskom koraku, tako što se za članove sile gradijenta pritiska koristi šema unapred, a zatim integrali jednačina tendencije pritiska šemom unatrag za računanje divergencije sa prethodno ažuriranom brzinom. Druga opcija je korišćenje implicitne Krank-Nikolsonove šeme za rešavanje treće jednačine kretanja i jednačine tendencije pritiska implicitno u vertikalnom pravcu.

Mikrofizička šema je zasnovana na šemi (*Lin i sar.*, 1983), a kodirana je u saglasnosti sa (*Tao i Simpson*, 1993). Mikrofizička šema je jednomomentna, što znači da su mikrofizička polja oblačnih elementa (oblačne vode i oblačnog leda) i padavinskih elemenata (kiše, snega i grada) opisana pomoću samo jednog momenta raspodele. Kod ovog modela je to odnos smeše, što je masa date kategorije u jedinici mase suvog vazduha.

Moment raspodele n -tog reda neke mikrofizičke kategorije X možemo predstaviti kao:

$$m_n = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} D^n N(D) dD, \quad (2.1)$$

gde je D prečnik elementa, a $N(D)$ je broj elemenata date kategorije u jedinici zapremine po jediničnom prečniku tj. raspodela elemenata po veličini. Vrednosti D_{\min} i D_{\max} su minimalne i maksimalne vrednosti prečnika datih elemenata. Pretpostavljeno je da svi elementi imaju sferni oblik. U ovom modelu (osim oblačne vode i oblačnog leda) je $D_{\min} = 0$ i $D_{\max} = +\infty$, što se naziva idealizovani spektar date mikrofizičke kategorije.

Oblačni elementi se pokoravaju monodisperznoj raspodeli, dok se padavinski elementi pokoravaju eksponencijalnoj raspodeli po veličini kao:

$$N(D) = N_0 \exp(-\lambda D). \quad (2.2)$$

Specijalno, za kišne kapi, raspodela (2.2) se naziva *Maršal-Palmerova raspodela* (*Marshall i Palmer*, 1948). Vrednost N_0 je tzv. *parametar preseka*.

Veličina λ se naziva *parametar nagiba* i dobija se preko odnosa smeše date kategorije X :

$$\lambda = \left(\pi \frac{\rho_X N_0}{\rho q_X} \right)^{0.25}, \quad (2.3)$$

gde je ρ gustina vazduha. Veličine ρ_X i q_X su gustina i odnos smeše date kategorije vode, respektivno.

Terminalne brzine taloženja kišnih kapi (*Liu i Orville, 1969*), snega (*Locatelli i Hobbs, 1974*) i zrna grada (*Wisner i sar., 1972*) su, redom:

$$U(D_r) = aD_r^b \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5}, \quad (2.4)$$

$$U(D_s) = cD_s^d \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5}, \quad (2.5)$$

$$U(D_h) = \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} D_h^{0.5}. \quad (2.6)$$

Spisak svih korišćenih promenljivih i konstanti je dat u Dodatku B.

Konačno, jednačina kontinuiteta za odnos smeše q_X se može napisati kao:

$$\frac{\partial q_X}{\partial t} = -ADV(q_X) + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} V_X q_X) + D_{q_X} + S_{q_X}, \quad (2.7)$$

gde su članovi na desnoj strani redom: advekcija datog polja, član taloženja, član difuzije i član izvora (ponora) datog polja. Veličina V_X predstavlja osrednjenu brzinu date mikrofizičke kategorije po masi.

Poslednji član je sumarni doprinos izvora i ponora datog mikrofizičkog polja, u ovom slučaju samo odnosa smeše, pa se može za svaku kategoriju vode napisati kao:

➤ **vodena para**

$$S_{q_v} = P_{ssub} + P_{hsub} + P_{revp} - (P_{sdep} + P_{cnd} + P_{idep} + P_{int}), \quad (2.8)$$

➤ **oblačna voda**

$$S_{q_c} = P_{cnd} + P_{imlt} - (P_{ihom} + P_{idw} + P_{sacw} + P_{raut} + P_{racw}) \\ + P_{sfw} + D_{hacw} + Q_{sacw} + Q_{hacw}, \quad (2.9)$$

➤ **kišna voda**

$$S_{q_r} = P_{smlt} + P_{hmlt} + P_{raut} + P_{racw} + Q_{sacw} + Q_{hacw} \\ - (P_{iacr} + P_{sacr} + D_{hacr} + W_{hacr} + P_{ifr} + P_{revp}), \quad (2.10)$$

➤ **oblačni led**

$$S_{q_i} = P_{idep} + P_{ihom} + P_{int} + P_{idw} - (P_{imlt} + P_{saut} + P_{saci} + P_{raci}) \\ + P_{sfi} + D_{haci} + W_{haci}, \quad (2.11)$$

➤ **sneg**

$$S_{q_s} = P_{sdep} + P_{iauts} + P_{saci} + P_{sacw} + P_{sfw} + P_{sfi} + \delta_2 P_{sacr} \\ + \delta_3 (P_{raci} + P_{iacr}) - [(1 - \delta_2) P_{racs} + P_{hacs} + D_{hacs} \\ + W_{hacs} + P_{sauth} + P_{smlt} + P_{ssub}], \quad (2.12)$$

➤ **grad**

$$S_{q_h} = P_{sauth} + (1 - \delta_2)(P_{sacr} + P_{racs}) + (1 - \delta_3)(P_{raci} + P_{iacr})$$

$$\begin{aligned}
& +D_{hacw} + D_{haci} + W_{haci} + P_{hacs} + D_{hacs} + W_{hacs} + D_{hacr} \\
& +W_{hacr} + P_{ifr} - (P_{hsub} + P_{hmlt}), \tag{2.13}
\end{aligned}$$

gde je:

$$W_{hacr} = P_{hwet} - D_{hacw} - W_{haci} - W_{hacs}. \tag{2.14}$$

Za $T > 273.16$ K imamo,

$$\begin{aligned}
P_{iauts} &= P_{saci} = P_{sacw} = P_{raci} = P_{iacr} = P_{sfi} = P_{sfw} = D_{hacs} \\
&= W_{hacs} = D_{hacw} = D_{hacr} = P_{hwet} = W_{hacr} = W_{haci} \\
&= P_{racs} = P_{sacr} = P_{ifr} = P_{sauth} = P_{idw} = P_{ihom} = 0. \tag{2.15}
\end{aligned}$$

Kada je $T < 273.16$ K biće:

$$Q_{sacw} = Q_{hacw} = P_{hacs} = P_{imlt} = 0. \tag{2.16}$$

Oznake mikrofizičkih transfera se mogu naći u Dodatku A. Dodatak A specijalno predstavlja spisak izraza za mikrofizičke transfere u dvomomentnoj mikrofizičkoj šemi sa embrionima zrna grada. Spisak promenljivih i konstanti korišćenih u mikrofizičkoj parametrizaciji je dat u Dodatku B.

2.2 Modifikovani ARPS model

U modelu ARPS su izvršene sledeće modifikacije:

1. Postojeći jednomomentni model ARPS je nadograđen uvođenjem novog momenta raspodele mikrofizičkih elemenata – koncentracije.
2. Uvedene su dve nove kategorije vode – krupa i sugradica (smrznute kišne kapi), koje predstavljaju embrione zrna grada.
3. Spektar kapi koji se deli na kategorije oblačnih kapljica i kišnih kapi je opisan pomoću jedinstvene Hrgijan-Mazinove raspodele, što je bila tema i ranijih radova (*Janc*, 1996; *Kovačević*, 2005; *Kovačević*, 2008).
4. Uveden je softverski paket zasejavanja oblaka pomoću glaciogenog reagensa – srebro-jodida.
5. Uvedena je nova raspodela oblačnog leda u saglasnosti sa (*Hu i He*, 1988).
6. Određene su realnije donje i gornje granice spektra nekih mikrofizičkih kategorija.

2.2.1 Dvomentna mikrofizička šema sa embrionima zrna grada

Mezorazmerni mezo model konvektivnih oblaka je nadograđen sa novom prognostičkom promenljivom – brojnom koncentracijom (broj elemenata u jedinici zapremine vazduha), koja dodatno opisuje spektar mikrofizičkih elemenata, pored odnosa smeše.

Ako u izraz (2.1) za n -ti moment raspodele po veličini neke mikrofizičke kategorije X zamenimo $n = 0$, dobićemo *nulti moment* raspodele, što ujedno predstavlja koncentraciju n_X date mikrofizičke kategorije:

$$m_0 = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} N(D)dD = n_X . \quad (2.17)$$

Zamenom $n = 3$ u izraz za n -ti moment raspodele (2.1), imajući u vidu izraz za vodnost w_X date kategorije (što predstavlja masu kategorije u jedinici zapremine vazduha), imamo:

$$w_X = \rho q_X = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \frac{\pi}{6} D^3 \rho_X N(D)dD , \quad (2.18)$$

pa možemo zaključiti da je odnos smeše proporcionalan trećem momentu raspodele:

$$q_X = \frac{\pi}{6} \frac{\rho_X}{\rho} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} D^3 N(D)dD = \frac{\pi}{6} \frac{\rho_X}{\rho} m_3 , \quad (2.19)$$

tj. kraće se može reći da odnos smeše predstavlja *treći moment* raspodele date mikrofizičke kategorije. Analogno, zamenom $n = 6$ u izraz (2.1), imajući u vidu izraz za radarsku refleksivnost, možemo videti da je radarska refleksivnost Z , *šesti moment* raspodele neke mikrofizičke kategorije:

$$Z = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} D^6 N(D)dD = m_6 . \quad (2.20)$$

Tako, može se analogno jednačini kontinuiteta za odnos smeše (2.7) napisati jednačina kontinuiteta za koncentraciju kao:

$$\frac{\partial n_x}{\partial t} = -ADV(n_x) + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho} V_x n_x) + D_{n_x} + S_{n_x} . \quad (2.21)$$

Pored pretvaranja jednomomentne mikrofizičke šeme u dvomomentnu, uvedene su i nove kategorije vode. To su krupa i sugradica (smrznute kišne kapi). One predstavljaju embrione zrna grada. Ove dve kategorije su opisane pomoću raspodele (2.2), svaka sa svojim parametrima preseka i nagiba. Razlika između ove dve kategorije je u njihovom načinu nastanka, što se ogleda u različitoj gustini. Krupa u prirodi nastaje injenjem krupnijih ledenih kristala, dok je sugradica kompaktnija i nastaje smrzavanjem kišnih kapi. Maksimalna dimenzija ovih kategorija je 0.5 cm u prečniku, što je ujedno i donja granica spektra grada, po definiciji. Terminalne brzine krupe i sugradice su:

$$U(D_g) = A_{vg} D_g^{0.64} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} , \quad (2.22)$$

$$U(D_f) = \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} D_f^{0.5} . \quad (2.23)$$

Može se primetiti da je terminalna brzina sugradice istovetna izrazu (2.6), tj. terminalnoj brzini zrna grada.

Dakle, model sada ima osam mikrofizičkih kategorija: *vodenu paru* (*v*), *oblačnu vodu* (*c*), *kišnu vodu* (*r*), *oblačni led* (*i*), *sneg* (*s*), *krupu* (*g*), *sugradicu* (*f*) i *grad* (*h*). Za sve kategorije vode, osim vodene pare i oblačne vode, se računaju dva momenta raspodele – odnos smeše i koncentracija, u svakoj tački vremena i u svakom

vremenskom koraku. Koncentracija oblačnih kapljica se uzima da je konstantna u datom eksperimentu. To je posledica nepostojanja polja aerosola u modelu.

Sa stanovišta mikrofizike oblaka, najznačajniji je poslednji član izvora (ponora) datog mikrofizičkog polja (odnosa smeše i koncentracije). Ovaj član za sve mikrofizičke kategorije je dat u konačnom obliku, uzimajući u obzir u model ugrađeno polje glaciogenog reagensa (srebro-jodid) i njegovu interakciju sa oblačnim kapljicama i kišnim kapima. Sada se mikrofizički član u dvomomentnom modelu može napisati za svaku kategoriju vode kao:

➤ **vodena para**

$$S_{q_v} = P_{ssub} + P_{gsub} + P_{fsub} + P_{hsub} + P_{revp} - (P_{sdep} + P_{cnd} + P_{idep} + P_{int}), \quad (2.24)$$

➤ **oblačna voda**

$$S_{q_c} = P_{cnd} + P_{imlt} - (P_{raut} + P_{sfw} + P_{sacw} + P_{gacw} + P_{facw} + D_{hacw} + Q_{sacw} + Q_{gacw} + Q_{facw} + Q_{hacw} + P_{bc} + P_{ic} + P_{ph}), \quad (2.25)$$

➤ **kišna voda**

$$S_{q_r} = P_{smlt} + P_{gmlt} + P_{fmlt} + P_{hmlt} + P_{raut} + P_{racw} + Q_{sacw} + Q_{gacw} + Q_{facw} + Q_{hacw} - (P_{iacr} + P_{sacr} + P_{gacr} + P_{facr} + D_{hacr} + W_{hacr} + P_{ifr} + P_{revp} + P_{br} + P_{ir}), \quad (2.26)$$

$$S_{N_r} = NP_{smlt} + NP_{gmlt} + NP_{fmlt} + NP_{hmlt} + NP_{raut} + NQ_{sacw} + NQ_{gacw} + NQ_{facw} + NQ_{hacw} - (NP_{iacr} + NP_{sacr} + NP_{gacr} + NP_{facr} + ND_{hacr} + NW_{hacr} + NP_{ifr})$$

$$+NP_{revp} + NP_{br} + NP_{ir}), \quad (2.27)$$

➤ **oblačni led**

$$\begin{aligned} S_{q_i} = & P_{idep} + P_{ihom} + P_{idw} + P_{int} + P_{bc} + P_{ic} + P_{ph} \\ & - (P_{iauts} + P_{sfi} + P_{raci} + P_{saci} + P_{gaci} + P_{faci} \\ & + D_{haci} + W_{haci} + P_{imlt}), \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} S_{N_i} = & NP_{idep} + NP_{ihom} + NP_{int} + NP_{bc} + NP_{ic} + NP_{ph} \\ & - (NP_{iauts} + NP_{sfi} + NP_{raci} + NP_{saci} + NP_{gaci} \\ & + NP_{faci} + ND_{haci} + NW_{haci} + NP_{imlt}), \end{aligned} \quad (2.29)$$

➤ **sneg**

$$\begin{aligned} S_{q_s} = & P_{sdep} + P_{iauts} + P_{saci} + P_{sacw} + P_{sfi} + P_{sfi} \\ & + \delta_2 P_{sacr} + \delta_3 (P_{raci} + P_{iacr}) - ((1 - \delta_2) P_{racs} \\ & + P_{gacs} + P_{faci} + P_{hacs} + D_{hacs} + W_{hacs} \\ & + P_{sautg} + P_{smlt} + P_{ssub}), \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} S_{N_s} = & NP_{iauts} + NP_{sfi} + \delta_3 (NP_{raci} + NP_{iacr}) \\ & - ((1 - \delta_2) NP_{racs} + NP_{gacs} + NP_{faci} + NP_{hacs} \\ & + ND_{hacs} + NW_{hacs} + NP_{sautg} + NP_{smlt} + NP_{ssub}), \end{aligned} \quad (2.31)$$

➤ **krupa**

$$S_{q_g} = P_{sautg} + P_{gacw} + P_{gaci} + P_{gacr} + P_{gacs}$$

$$-\left(P_{gauth} + P_{gsub} + P_{gmlt}\right), \quad (2.32)$$

$$S_{N_g} = NP_{sautg} - \left(NP_{gauth} + NP_{gsub} + NP_{gmlt}\right), \quad (2.33)$$

➤ **sugradica**

$$\begin{aligned} S_{q_f} = & (1 - \delta_2)(P_{sacr} + P_{racs}) + (1 - \delta_3)(P_{raci} + P_{iacr}) \\ & + P_{facw} + P_{faci} + P_{facr} + P_{facs} + P_{ifr} + P_{br} + P_{ir} \\ & - \left(P_{fauth} + P_{fsub} + P_{fmlt}\right), \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} S_{N_f} = & (1 - \delta_2)(NP_{sacr} + NP_{racs}) + (1 - \delta_3)(NP_{raci} + NP_{iacr}) \\ & + NP_{ifr} + NP_{br} + NP_{ir} - \left(NP_{fauth} + NP_{fsub} + NP_{fmlt}\right), \end{aligned} \quad (2.35)$$

➤ **grad**

$$\begin{aligned} S_{q_h} = & P_{gauth} + P_{fauth} + D_{hacw} + D_{haci} + W_{haci} + D_{hacr} \\ & + W_{hacr} + P_{hacs} + D_{hacs} + W_{hacs} - \left(P_{hsub} + P_{hmlt}\right), \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$S_{N_h} = NP_{gauth} + NP_{fauth} - \left(NP_{hsub} + NP_{hmlt}\right). \quad (2.37)$$

Pored padavinskih kategorija (kišne kapi, sneg, krupa, sugradica i grad), uvedene su terminalne brzine i za oblačne kategorije. Tako, izrazi za terminalne brzine oblačnih kapljica i oblačnih ledenih kristala su redom:

$$U(D_c) = eD_c^2, \quad (2.38)$$

$$U(D_i) = A_{vi} D_i^{\frac{1}{3}} \left(\frac{P_0}{P}\right)^{0.3}. \quad (2.39)$$

Donje i gornje granice spektra mikrofizičkih elemenata su predstavljene znatno realnije, u saglasnosti sa merenjima ili arbitrarno (*Tabela 2.1*). Tako, minimalni prečnik kišnih kapi je određen u saglasnosti sa definicijom (*Glickman, 2000*). Na osnovu merenja (*Hobbs i Rangno, 2004*) je uzeta gornja granica spektra kišnih kapi. Takođe, minimalni prečnik zrna grada je uzet iz definicije (*Matson i Huggins, 1980*). Što se tiče gornje granice spektra zrna grada, ona je arbitrarno određena. *Brimelow i sar. (2006)* izveštavaju da 3 % ukupnog uzorka zrna grada su oni veći od 5 cm u prečniku. U saglasnosti sa izmerenim dimenzijama ledenih kristala (*Pruppacher i Klett, 1997*) arbitrarno su određene gornje granice za oblačni led i sneg.

Tabela 2.1: Minimalni i maksimalni prečnici mikrofizičkih kategorija.

<i>kategorija</i>	D_{min} (mm)	D_{max} (mm)
<i>oblačna voda</i>	0.0	0.2
<i>kišna voda</i>	0.2	10.0
<i>oblačni led</i>	0.0	1.0
<i>sneg</i>	0.0	5.0
<i>krupa</i>	0.0	5.0
<i>sugradica</i>	0.0	5.0
<i>grad</i>	5.0	50.0

Umesto monodisperzne raspodele oblačnog leda po veličini, uvedena je raspodela gama tipa u saglasnosti sa *Hu i He (1988)*. Data raspodela ima oblik:

$$N(D) = N_{0i} D \exp(-\lambda_i D), \quad (2.40)$$

gde se parameter nagiba za oblačni led može napisati kao:

$$\lambda_i = \left(\frac{A_{mi}}{q_i} \frac{N_{0i}}{\rho} \Gamma(4; \lambda_i D_{imax}) \right)^{0.25}, \quad (2.41)$$

gde je $\Gamma(4; \lambda_i D_{imax})$ nekompletna gama funkcija koja se rešava po algoritmu (Abramowitz i Stegun, 1970).

2.2.2 Raspodela tečne vode u dvomomentnom modelu

U dvomomentni model konvektivnih oblaka uvedena je jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela gama tipa, čiji najčešće korišćeni oblik izgleda kao (Pruppacher i Klett, 1997):

$$N(D) = \frac{AD^2}{4} \exp\left(-\frac{BD}{2}\right), \quad (2.42)$$

gde su A i B parametri raspodele, dati kao:

$$A = 1.452 \frac{\rho Q}{\rho_w R_M^6}, \quad (2.43)$$

$$B = \frac{3}{R_M}. \quad (2.44)$$

Veličina Q je ukupni odnos smeše tečne vode, tj. $Q = q_c + q_r$. Oznaka R_M predstavlja srednji poluprečnik spektra kapi (oblačnih kapljica i kišnih kapi) i dat je kao:

$$R_M = \left(\frac{3\rho Q}{4\pi\rho_w N} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.45)$$

gde je N ukupna koncentracija kapi, tj. $N = n_c + n_r$. U dvomomentnom modelu, srednji poluprečnik R_M se dijagnostički rešava iz prognostičkih promenljivih q_c , q_r i n_r , dok je u jednomomentnom modelu dat kao parametar.

Raspodela (2.42) se koristi kao jedinstvena raspodela za sve kapi, sa granicom između dva spektra (spektra oblačnih kapljica i kišnih kapi) – $D_{rmin} = 0.2$ mm, što je minimalni prečnik kišnih kapi (Tabela 2.1).

2.2.3 Mikrofizički transferi u dvomomentnom modelu

Brzine promene odnosa smeše i koncentracije zbog gravitacionog prikupljanja mikrofizičkog elementa X od strane elementa Y se mogu uopšteno napisati kao:

$$P_{XY} = \int_{D_{Xmin}}^{D_{Xmax}} \int_{D_{Ymin}}^{D_{Ymax}} \frac{\pi}{4} (D_X + D_Y)^2 E_{XY} |U(D_Y) - U(D_X)| \frac{\pi}{6} \frac{\rho_X}{\rho} D_X^3 N(D_X) N(D_Y) dD_X dD_Y, \quad (2.46)$$

$$NP_{XY} = \int_{D_{Xmin}}^{D_{Xmax}} \int_{D_{Ymin}}^{D_{Ymax}} \frac{\pi}{4} (D_X + D_Y)^2 E_{XY} |U(D_Y) - U(D_X)| N(D_X) N(D_Y) dD_X dD_Y, \quad (2.47)$$

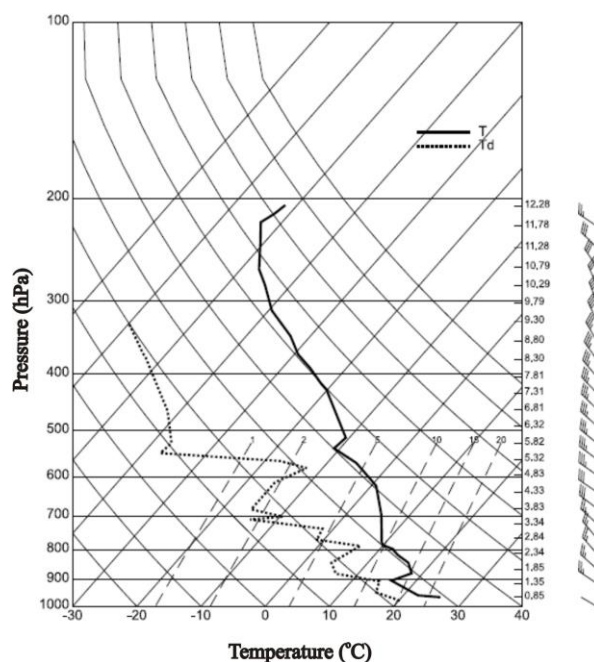
gde je E_{XY} koeficijent prikupljanja elementa X od elementa Y .

Izrazi za sve produkcione članove zbog gravitacionog prikupljanja, kao i za druge članove vezane za fazne prelaze i autokonverzije između kategorija, su dati u

Dodatku A. Produkcioni članovi su dati za jedinstvenu Hrgijan-Mazinovu raspodelu (tzv. HM verzija modela), kao i za slučaj kada su oblačne kapljice monodisperzno raspodeljene, a za kišne kapi važi Maršal-Palmerova raspodela (tzv. MMP verzija modela).

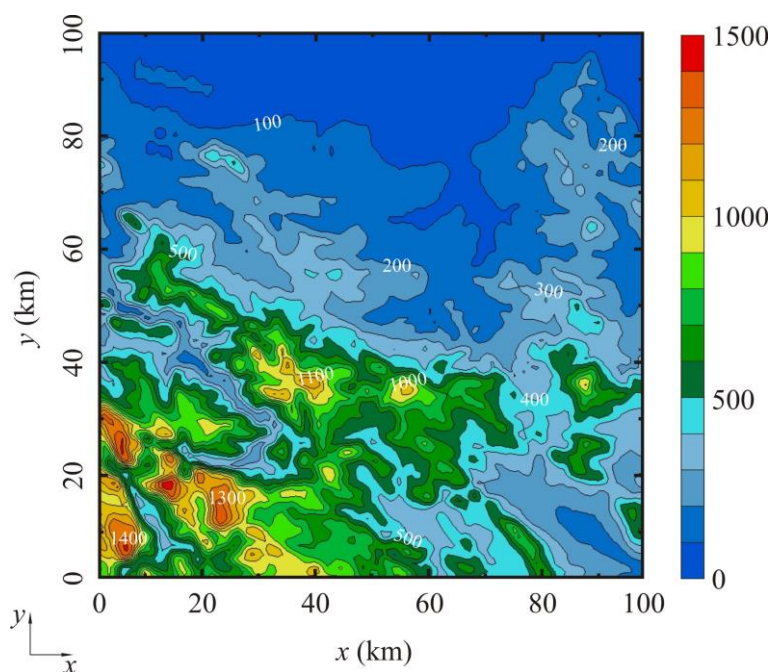
2.3 Početni uslovi modela

Početni uslovi modela su dobijeni pomoću radiosondažnih podataka koji su predstavljeni na kosougloim T/–ln p dijagramu datom na *Slici 2.1*. Ovu sondažu karakteriše jako smicanje vetra po pravcu (od jugoistočnog do severozapadnog pravca) od tla do oko 1 km visine. Preovlađujući vetar je severozapadnog pravca. Intenzitet brzine vetra raste od 9 ms^{-1} u prizemlju do oko 17 ms^{-1} na 9 km visine od tla. Veliki sadržaj vodene pare u vazduhu je prisutan do oko 3 km visine. Može se reći da su ovakvi atmosferski uslovi pogodni za razvoj individualnih Cb oblaka (Ćurić, 1982).



Slika 2.1: Radiosondažni podaci korišćeni za inicijalizaciju modela.

Oblast integracije modela je bila $100 \times 100 \times 15$ km, sa korakom mreže od 1000 m u horizontalnim pravcima x i y , dok je u vertikalnom pravcu z – 500 m. Centar oblasti integracije je bio $(\lambda, \varphi) = (19.9^\circ \text{ E}, 44.4^\circ \text{ N})$, što pokriva deo Zapadne Srbije. U model je uključena orografija (Slika 2.2). Svi numerički eksperimenti su integrisani u toku 120 min. Veliki vremenski korak je bio 6 s, dok je mali vremenski korak za filtriranje zvučnih talasa bio 1 s.



Slika 2.2: Orografija modela.

Oblak je inicijalizovan mehurom toplog vazduha (termikom) oblika elipsoida, koji je opisan funkcijom poremećenja potencijalne temperature kao

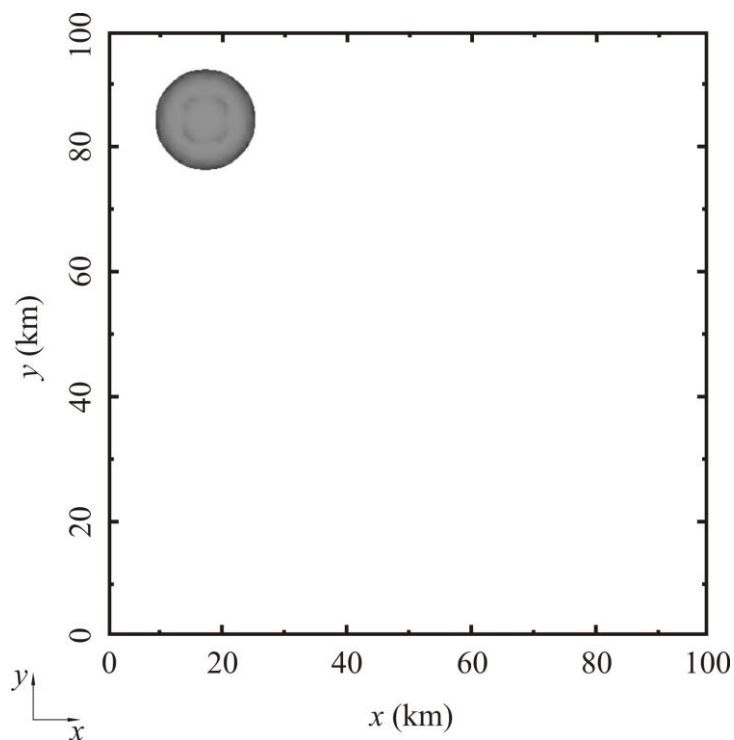
$$\Delta\theta = \theta_0 \cos^2\left(\frac{\pi\beta}{2}\right), \quad (2.48)$$

gde je θ_0 maksimalna pregrejanost u centru termika, a β je bezdimenzioni poluprečnik dat funkcijom

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{x-x_c}{x_r}\right)^2 + \left(\frac{y-y_c}{y_r}\right)^2 + \left(\frac{z-z_c}{z_r}\right)^2}, \quad (2.49)$$

gde su (x_c, y_c, z_c) koordinate centra termika, a x_r, y_r, z_r su poluprečnici termika u pravcu x, y i z ose, respektivno.

Koordinate centra termika su (16, 84, 1.65) km. Termik je horizontalnog poluprečnika od 10 km, dok je vertikalni poluprečnik – 1.5 km. Maksimalna pregrejanost u centru mehura je 2 K. Početni položaj termika u horizontalnoj ravni se može videti na *Slici 2.3*. U datim eksperimentima, baza oblaka je aproksimativno bila na visini od 1550 m iznad tla, gde je pritisak bio oko 820 mb i temperatura 12 °C.



Slika 2.3: Početni položaj mehura toplog vazduha u horizontalnoj ravni.

REAGENS

U ovom poglavlju biće navedene osnovne osobine srebro-jodida, kao i parametrizacija njegove interakcije sa oblačnim kapljicama i kišnim kapima u dvomomentnom modelu konvektivnih oblaka. Dati produkcionni članovi će biti opisani za dve verzije modela, okarakterisane sa različitim opisom spektra tečne vode: jedan preko jedinstvene Hrgijan-Mazinove raspodele, drugi uzimajući u obzir monodisperznu raspodelu oblačnih kapljica i Maršal-Palmerovu raspodelu kišnih kapi.

3.1 Osnovne osobine

Srebro-jodid (AgI) je glaciogeni reagens, koji može poslužiti za obrazovanje većeg broja kristala leda u oblaku, uzimajući u obzir činjenicu da je atmosfera deficitarna u pogledu broja jezgara mržnjenja. Kristalna rešetka AgI je slična kristalnoj rešetki leda, pa se obrazovanje ledenih kristala može vršiti na četiri načina: depozicionom nukleacijom, kontaktnom nukleacijom, imerzionim mržnjenjem i putem kondenzacionog mržnjenja (sorpciona nukleacija).

U modelu su eksplicitno opisane depoziciona i kontaktna nukleacija. Sorpciona nukleacija je implicitno uključena preko depozicione, dok je imerziono mržnjenje zanemareno. Kontaktna nukleacija je posledica Braunovog i inercijalnog sudaranja

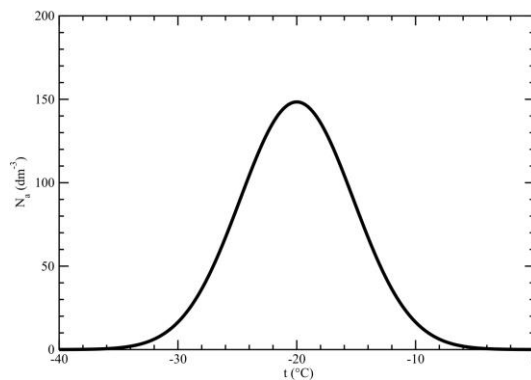
čestica reagensa sa kapima vode (oblačne kapljice i kišne kapi) i prikupljanja reagensa putem foretičkih procesa (termoforeze i difuzioforeze).

Bilo je više studija o raspodeli čestica srebro-jodida po veličini (*Mossop i Tuck-Lee*, 1968; *DeMott i sar.*, 1983). One su pokazivale da su čestice AgI obično raspodeljene po log-normalnoj raspodeli. U ovom modelu je pretpostavljeno da je raspodela čestica AgI po veličini monodisperzna sa poluprečnikom $0.1 \mu\text{m}$ i masom $2.38 \times 10^{-17} \text{ kg}$.

Aktivacione krive AgI predstavljaju zavisnost broja aktivnih čestica AgI u funkciji temperature ili prehlađenja ΔT ($\Delta T = T_0 - T$). Na osnovu eksperimentalnih podataka za prehlađenja od 5 do 20 °C (*Hsie i sar.*, 1980; *Kopp*, 1988) imamo aktivacionu krivu AgI za sve mehanizme nukleacije leda kao:

$$N_a(\Delta T) = \exp\left[-0.022(\Delta T)^2 + 0.88\Delta T - 3.8\right]. \quad (3.1)$$

Aktivaciona kriva za AgI u funkciji temperature je data na *Slici 3.1*.



Slika 3.1: Aktivaciona kriva srebro-jodida u zavisnosti od temperature.

Cooper (1974) je pokazao da se koncentracija aktivnih depozicionih nukleusa N_{ad} razlikuje od koncentracije aktivnih kontaktnih nukleusa N_{ac} . Relacija između datih

koncentracija je oblika: $N_{ad}(\Delta T_d) \leq N_{ac}(\Delta T_c)$, gde su ΔT_d i ΔT_c odgovarajuća prehlađenja za depoziciju i kontaktnu nukleaciju ($\Delta T_d \approx 2.3\Delta T_c$). Iz ovoga vidimo da čestice AgI u većoj meri služe kao kontaktni nukleusi i to, pre svega, na manjim prehlađenjima.

U saglasnosti sa (Hsie i sar., 1980), koncentracija čestica srebro-jodida koje služe kao aktivni kontaktni nukleusi na prehlađenju ΔT je data kao:

$$n_{cs} = \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}, \quad (3.2)$$

gde je X_s odnos smeše reagensa, a m_s masa jedne čestice reagensa. Slično, koncentracija čestica koje služe kao aktivni depozicioni nukleusi na prehlađenju ΔT je:

$$n_{ds} = \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)}. \quad (3.3)$$

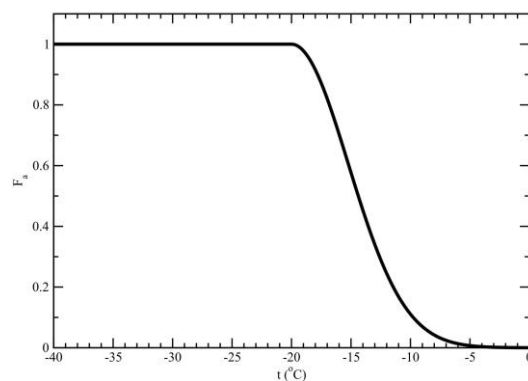
Odnos

$$F_a = \frac{N_a(\Delta T)}{N_a(20^\circ C)} \quad (3.4)$$

se naziva *aktivnost reagensa*. To je odnos koncentracije čestica reagensa koje služe kao kontaktni (ili depozicioni) nukleusi na datom prehlađenju ΔT i koncentracije čestica koje su aktivne na prehlađenju od $20^\circ C$. Specijalno, ako je $\Delta T = 20^\circ C$ tada dobijamo:

$$n_{cs}(n_{ds}) = \frac{\rho X_s}{m_s}, \quad (3.5)$$

što ujedno predstavlja ukupnu koncentraciju čestica AgI. Drugim rečima to znači da je pretpostavljeno da su sve čestice aktivne kada se dovedu na prehlađenje od 20 °C. Udeo aktivnih čestica AgI u funkciji temperature je dat na *Slici 3.2*.



Slika 3.2: Udeo aktivnih čestica srebro-jodida u zavisnosti od temperature.

3.2 Jednačina kontinuiteta reagensa

Jednačina kontinuiteta odnosa smeše reagensa X_S se može napisati kao:

$$\frac{dX_S}{dt} = D_{X_S} + S_{X_S} + S_0. \quad (3.6)$$

Članovi na desnoj strani jednačine (3.6) su: član difuzije reagensa, član ponora reagensa (zbog interakcije između čestica reagensa i mikrofizičkih elemenata) i član izvora reagensa zbog zasejavanja, respektivno. Ukupan ponor reagensa je:

$$S_{X_s} = S_{bc} + S_{br} + S_{ic} + S_{ir} + S_{ph} + S_{cswd} + S_{int} + S_{adj}, \quad (3.7)$$

gde su članovi na desnoj strani brzine promene odnosa smeše reagensa. Te brzine su redom, zbog: Braunovog prikupljanja od oblačnih kapljica (S_{bc}) i kišnih kapi (S_{br}), inercijalnog prikupljanja od oblačnih kapljica (S_{ic}) i kišnih kapi (S_{ir}), foretičkih procesa (S_{ph}), Beržeronovog procesa trošenja oblačne vode (S_{cswd}), obrazovanja oblačnog leda putem depozicije (S_{int}) i dodatnim članom zbog promene procesa podešavanja vodene pare (S_{adj}).

3.2.1 Braunovo prikupljanje reagensa od oblačnih kapljica

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog Braunovog sudaranja sa oblačnim kapljicama (S_{bc}) za HM verziju modela je:

$$S_{bc} = -8\pi D_s X_s \frac{A}{B^4} \Gamma\left(4; \frac{BD_{rmin}}{2}\right). \quad (3.8)$$

Interakcijom oblačnih kapljica sa česticama reagensa dolazi do obrazovanja oblačnog leda. Brzine promene odnosa smeše (P_{bc}) i koncentracije oblačnog leda (NP_{bc}) su tada:

$$P_{bc} = \frac{32}{3} \pi^2 D_s \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A \rho_w}{B^7} \Gamma\left(7; \frac{BD_{rmin}}{2}\right), \quad (3.9)$$

$$NP_{bc} = 8\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A}{B^4} \Gamma\left(4; \frac{BD_{rmin}}{2}\right). \quad (3.10)$$

Za MMP verziju modela ove tri veličine su redom:

$$S_{bc} = -2\pi D_s X_s D_c \frac{\rho q_c}{m_{cw}}, \quad (3.11)$$

$$P_{bc} = 2\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} q_c D_c \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}, \quad (3.12)$$

$$NP_{bc} = 2\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{\rho q_c}{m_{cw}} D_c \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}. \quad (3.13)$$

3.2.2 Braunovo prikupljanje reagensa od kišnih kapi

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog Braunovog sudaranja sa kišnim kapima (S_{br}) za HM verziju modela je:

$$S_{br} = -8\pi D_s X_s \frac{A}{B^4} \left[\Gamma\left(4; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(4; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right]. \quad (3.14)$$

Sudaranjem kišnih kapi sa česticama reagensa se formiraju smrznute kišne kapi. Brzine promene odnosa smeše (P_{br}) i koncentracije smrznutih kišnih kapi (NP_{br}) su, redom:

$$P_{br} = \frac{32}{3} \pi^2 D_s \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A \rho_w}{B^7} \left[\Gamma\left(7; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(7; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right], \quad (3.15)$$

$$NP_{br} = 8\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A}{B^4} \left[\Gamma\left(4; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(4; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right]. \quad (3.16)$$

Odgovarajuće vrednosti za MMP verziju modela su, respektivno:

$$S_{br} = -2\pi D_s X_s \frac{N_{0r}}{\lambda_r^2} [\Gamma(2; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(2; \lambda_r D_{rmin})], \quad (3.17)$$

$$P_{br} = \frac{\pi^2}{3} D_s \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \rho_w \frac{N_{0r}}{\lambda_r^5} [\Gamma(5; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(5; \lambda_r D_{rmin})], \quad (3.18)$$

$$NP_{br} = 2\pi D_s \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{N_{0r}}{\lambda_r^2} [\Gamma(2; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(2; \lambda_r D_{rmin})]. \quad (3.19)$$

3.2.3 Inercijalno prikupljanje reagensa od oblačnih kapljica

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog inercijalnog sudaranja oblačnih kapljica sa česticama reagensa (S_{ic}) za HM verziju modela je:

$$S_{ic} = -8\pi E_{cs} e \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} X_s \frac{A}{B^7} \Gamma \left(7; \frac{BD_{rmin}}{2} \right). \quad (3.20)$$

Inercijalno prikupljanje čestica reagensa od oblačnih kapljica (S_{ic}) vodi obrazovanju oblačnog leda. Brzine promene odnosa smeše (P_{ic}) i koncentracije oblačnog leda (NP_{ic}) su tada, respektivno:

$$P_{ic} = \frac{32}{3} \pi^2 E_{cs} e \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A \rho_w}{B^{10}} \Gamma \left(10; \frac{BD_{rmin}}{2} \right), \quad (3.21)$$

$$NP_{ic} = 8\pi E_{cs} e \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A}{B^7} \Gamma \left(7; \frac{BD_{rmin}}{2} \right). \quad (3.22)$$

Odgovarajuće vrednosti za MMP verziju modela su:

$$S_{ic} = -\frac{\pi}{4} E_{cs} e \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} X_s D_c^4 \frac{\rho q_c}{m_{cw}}, \quad (3.23)$$

$$P_{ic} = \frac{\pi}{4} E_{cs} e \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\rho X_s}{m_s} q_c D_c^4 \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}, \quad (3.24)$$

$$NP_{ic} = \frac{\pi}{4} E_{cs} e \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{\rho q_c}{m_{cw}} D_c^4 \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}. \quad (3.25)$$

3.2.4 Inercijalno prikupljanje reagensa od kišnih kapi

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog inercijalnog sudaranja kišnih kapi sa česticama reagensa (S_{ir}) za HM verziju modela je:

$$S_{ir} = -3.48\pi E_{rs} X_s a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{A}{B^{5.8}} \left[\Gamma \left(5.8; \frac{BD_{rmax}}{2} \right) - \Gamma \left(5.8; \frac{BD_{rmin}}{2} \right) \right]. \quad (3.26)$$

Inercijalnim prikupljanjem reagensa od kišnih kapi se obrazuju smrznute kišne kapi. Odgovarajuće brzine promene odnosa smeše (P_{ir}) i koncentracije smrznutih kišnih kapi (NP_{ir}) su, redom:

$$P_{ir} = 4.64\pi^2 E_{rs} a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A\rho_w}{B^{8.8}} \left[\Gamma\left(8.8; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(8.8; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right], \quad (3.27)$$

$$NP_{ir} = 3.48\pi E_{rs} a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A}{B^{5.8}} \left[\Gamma\left(5.8; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(5.8; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right]. \quad (3.28)$$

Date brzine promene odnosa smeše reagensa, odnosa smeše i koncentracije smrznutih kišnih kapi za MMP verziju modela su, respektivno:

$$S_{ir} = -\frac{\pi}{4} E_{rs} a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} X_s \frac{N_{0r}}{\lambda_r^{3.8}} \left[\Gamma(3.8; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(3.8; \lambda_r D_{rmin}) \right], \quad (3.29)$$

$$P_{ir} = \frac{\pi^2}{24} E_{rs} a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \rho_w \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{N_{0r}}{\lambda_r^{6.8}} \left[\Gamma(6.8; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(6.8; \lambda_r D_{rmin}) \right], \quad (3.30)$$

$$NP_{ir} = \frac{\pi}{4} E_{rs} a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{N_{0r}}{\lambda_r^{3.8}} \left[\Gamma(3.8; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(3.8; \lambda_r D_{rmin}) \right]. \quad (3.31)$$

3.2.5 Prikupljanje reagensa od oblačnih kapljica zbog foretičkih procesa

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog prikupljanja reagensa od oblačnih kapljica putem foretičkih procesa (S_{ph}) za HM verziju modela je:

$$S_{ph} = -8\pi F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) X_s \frac{A}{B^4} \Gamma \left(4; \frac{BD_{min}}{2} \right), \quad (3.32)$$

gde je f_t termoforetički faktor dat izrazom (Cotton i sar., 1986):

$$f_t = \frac{0.4 \left[1 + 1.45 K_n + 0.4 \exp(-1/K_n) \right] (K_n + 2.5 K_n K_s)}{(1 + 3K_n)(2K_a + 5K_n K_s + K_s)}. \quad (3.33)$$

Veličina F_2 je data kao (Cotton i sar., 1986):

$$F_2 = \frac{G(T, p) L_v}{p} (S - 1), \quad (3.34)$$

gde je $G(T, p)$ termodinamička funkcija data u saglasnosti sa (Pruppacher i Klett, 1997). Ova interakcija vodi obrazovanju oblačnog leda. Brzine promene odnosa smeše (P_{ph}) i koncentracije oblačnog leda (NP_{ph}) u ovom slučaju su, redom:

$$P_{ph} = \frac{32}{3} \pi^2 F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A \rho_w}{B^7} \Gamma \left(7; \frac{BD_{min}}{2} \right), \quad (3.35)$$

$$NP_{ph} = 8\pi F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)} \frac{A}{B^4} \Gamma \left(4; \frac{BD_{min}}{2} \right). \quad (3.36)$$

Odgovarajuće vrednosti za slučaj MMP verzije modela su, respektivno:

$$S_{ph} = -2\pi D_c F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) X_s \frac{\rho q_c}{m_{cw}}, \quad (3.37)$$

$$P_{ph} = 2\pi D_c F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) q_c \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}, \quad (3.38)$$

$$NP_{ph} = 2\pi D_c F_2 \left(f_t - \frac{R_v T}{L_v} \right) \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{\rho q_c}{m_{cw}} \frac{N_{ac}(\Delta T)}{N_{ac}(20^\circ C)}. \quad (3.39)$$

3.2.6 Aktiviranje čestica reagensa depozicionom nukleacijom

Produkcioni član generisanja oblačnog leda zbog aktiviranja jezgara mržnjenja depozicijom je, u opštem slučaju, zbir doprinosa zbog aktiviranja prirodnih jezgara mržnjenja i čestica reagensa.

Pretpostavlja se da je koncentracija prirodnih jezgara mržnjenja koja su aktivna na prehlađenju ΔT data funkcijom (*Fletcher*, 1962)

$$n_{ci} = n_0 \exp(-\beta \Delta T), \quad (3.40)$$

gde je $n_0 = 0.01 \text{ m}^{-3}$ i $\beta = 0.6 \text{ K}^{-1}$; dok je koncentracija aktivnih čestica reagensa koje služe kao depozicioni nukleusi data izrazom (3.3).

Produkcioni član za oblačni led (tj. brzina promene odnosa smeše oblačnog leda) je sada:

$$P_{int} = \frac{M_0}{\rho \Delta t} (n_{ci} + n_{ds}), \quad (3.41)$$

gde je $M_0 = 10^{-12}$ kg početna masa oblačnog kristala leda. Zamenom (3.40) i (3.3) u (3.41) imamo:

$$P_{int} = \frac{M_0}{\rho \Delta t} \left\{ n_0 \exp(-\beta \Delta T) + \frac{\rho X_s}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)} \right\}. \quad (3.42)$$

Na nižim temperaturama se može dogoditi da produkcionni član (3.42), zbog velikog broja aktivnih nukleusa leda, prevaziđe količinu prezasićene vodene pare dostupne za rast ledenih kristala depozicijom, te se u modelu uzima:

$$P_{int} = \min \left\{ \begin{array}{l} P_{int} \\ \frac{q_v - q_{si}}{\Delta t} \end{array} \right., \quad (3.43)$$

gde je q_{si} odnos smeše zasićene vodene pare u odnosu na led na temperaturi T . Konačno, brzina promene odnosa smeše reagensa zbog depozicione nukleacije (S_{int}) je, sada:

$$S_{int} = - \frac{P_{int} m_s}{M_0} \frac{n_{ds}}{n_{ci} + n_{ds}}. \quad (3.44)$$

3.2.7 Beržeronov proces

Depozicioni rast jednog oblačnog kristala leda se može predstaviti funkcijom (Koenig, 1971):

$$\frac{dm}{dt} = a_1 m^{a_2}, \quad (3.45)$$

gde su a_1 i a_2 parametri temperature. Ako se taj oblačni kristal leda nađe u oblaku prehladenih kapljica, on će depozicijom rasti na račun oblačne vode koja će isparavati zbog razlike u prezasićenju. Ako kristali leda nastaju depozicionom nukleacijom na aktivnim česticama reagensa, čija je koncentracija data sa (3.3), onda će brzina promene odnosa smeše oblačnog leda zbog dodatnog depozicionog rasta na račun oblačne vode biti:

$$P_{cswd} = \frac{n_{ds}}{\rho} \frac{dm}{dt} = \frac{n_{ds}}{\rho} a_1 m^{a_2} = \frac{X_s}{m_s} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)} a_1 m_s^{a_2}. \quad (3.46)$$

Konačno, brzina promene odnosa smeše reagensa zbog Beržeronovog procesa je:

$$S_{cswd} = -\frac{P_{cswd} m_s}{m_{ci}} = -\frac{X_s}{m_{ci}} \frac{N_{ad}(\Delta T)}{N_{ad}(20^\circ C)} a_1 m_s^{a_2}, \quad (3.47)$$

gde je m_{ci} masa jednog kristala leda.

3.2.8 Proces podešavanja vodene pare

Brzina promene odnosa smeše reagensa zbog promene procesa podešavanja (jer je sada prisutan reagens) je

$$S_{adj} = -\left(DEP_n dq_{vn} - DEP dq_v \right) \frac{m_s}{M_0 \Delta t}. \quad (3.48)$$

Veličine sa indeksom n se odnose za slučaj kada je prisutan reagens. Funkcija depozicije vodene pare kada nije prisutan reagens je

$$DEP = \begin{cases} 0, & T \geq T_0 \\ \frac{T - T_0}{T_0 - T_{00}}, & T_{00} < T < T_0, \\ 1, & T \leq T_{00} \end{cases} \quad (3.49)$$

dok, kada je prisutan reagens je:

$$DEP_n = \begin{cases} 0, & T \geq T_0 \\ \left(n_{cimax} \frac{T_0 - T}{T_0 - T_{00}} + n_{ds} \right) / n_{cimax}, & T_{00} < T < T_0, \\ 1, & T \leq T_{00} \end{cases} \quad (3.50)$$

gde je n_{cimax} maksimalna koncentracija prirodnih nukleusa leda na $T_{00} = -40$ °C, a n_{ds} je koncentracija čestica reagensa.

Dakle, kada je sredina prezasićena u odnosu na led i prisutan reagens, koristi se veličina DEP_n (i sa njom CND_n za kondenzaciju) umesto DEP . Time se sprečava da se oblačni led utroši pre oblačne vode (Vučković, 2003).

NUMERIČKI EKSPERIMENTI

U ovom poglavlju će biti prikazani rezultati modela sa ciljem ispitivanja simulacije oblaka i zasejavanja u dvomomentnom modelu sa embrionima zrna grada. Posebno će se analizirati rezultati u zasejavanom i kontrolnom, nezasejavanom slučaju. Ispitaće se uticaj koncentracije oblačnih kapljica na simulirani oblak i akumulirane padavine u oba slučaja; zatim razlike u modelskim eksperimentima kada se promeni raspodela tečne vode (jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela protiv monodisperzne raspodele oblačnih kapljica i Maršal-Palmerove raspodele kišnih kapi), kao i uticaj embriona zrna grada u nezasejavanom i zasejavanom slučaju koristeći dvomomentnu mikrofizičku šemu.

4.1 Uticaj koncentracije oblačnih kapljica

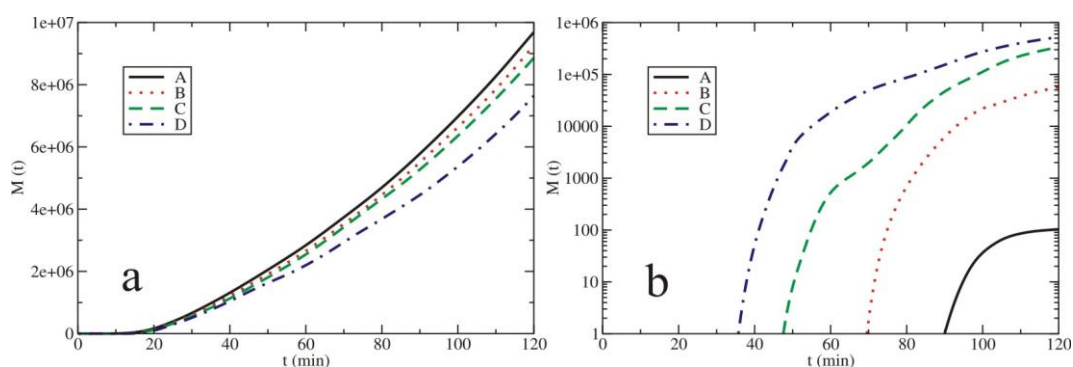
U ovom odeljku će se ispitati uticaj koncentracije oblačnih kapljica na efekte koji se dobijaju zasejavanjem oblaka sa akcentom na promenu akumuliranih padavina na tlu. Ovde će se posmatrati promena iznosa akumulirane kiše i grada na tlu zbog zasejavanja u odnosu na kontrolni, nezasejavani slučaj. Prvo će se ispitati uticaj koncentracije oblačnih kapljica u nezasejavanom slučaju, a potom, taj uticaj ispitati i za zasejavani slučaj.

4.1.1 Nezasejavani slučaj

Razmotrimo prvo nezasejavani slučaj. Izvršena su četiri testa osetljivosti koje karakteriše različita koncentracija oblačnih kapljica. Tako, imamo testove A, B, C i D kojima odgovaraju koncentracije oblačnih kapljica od: 50 cm^{-3} , 100 cm^{-3} , 150 cm^{-3} , i 200 cm^{-3} , respektivno. Ovde su analizirani samo iznosi akumulirane kiše i grada na tlu.

Tabela 4.1: Ukupne akumulirane padavine kiše i grada na tlu (u kilotonama) za nezasejavani slučaj.

<i>test</i>	$n_c \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	$TP_{kiša} \text{ (kt)}$	$TP_{grad} \text{ (kt)}$
A	50	9688.43	0.10
B	100	9269.67	56.76
C	150	8864.42	335.90
D	200	7646.35	525.70



Slika 4.1: Zavisnost akumuliranih padavina (u tonama) od vremena pri nezasejavanom slučaju za kišu (a) i grad (b).

Ukupan iznos akumulirane kiše i grada (u kilotonama) na tlu za 120 min integracije je prikazan u *Tabeli* 4.1. Možemo videti da povećanje koncentracije oblačnih

kapljica vodi smanjivanju ukupnog iznosa akumulirane kiše, dok se iznos akumuliranog grada povećava. Vremenska promena iznosa akumuliranih padavina kiše i grada se može videti na *Slici 4.1*.

Analizirani su uticaji određenih mikrofizičkih produkcionih članova na akumulirane padavine kiše i grada. Maseni doprinos nekog produkcionog člana P na mikrofizičko polje se dobija njegovom integracijom unutar zapremine oblaka V u datom vremenskom koraku Δt i može biti napisan kao (*Kovačević i Ćurić, 2014*):

$$MP = \int_V \rho P \Delta t dV . \quad (4.1)$$

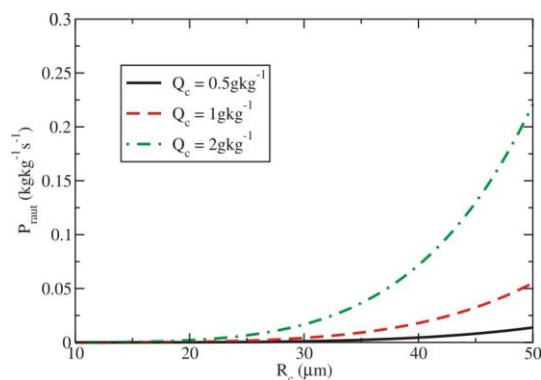
Pored trenutnog doprinosa nekog produkcionog člana, ispitivana je i odgovarajuća kumulativna suma, koja se može definisati kao (*Kovačević i Ćurić, 2014*):

$$M_i = \sum_{t=0}^{i \cdot \Delta t} MP(t) = \sum_{t=0}^{i \cdot \Delta t} \int_V \rho P(t) \Delta t dV , \quad (4.2)$$

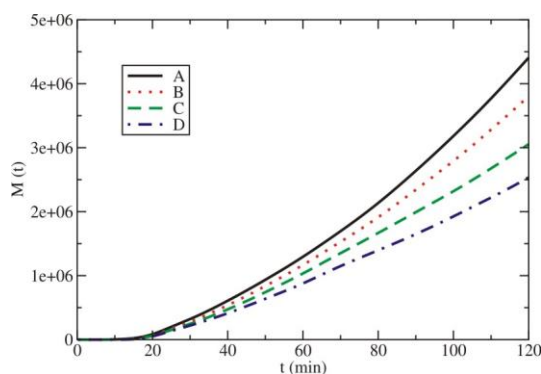
gde je i ($i = 1, \dots, n$) brojač vremenskih koraka, a n ($n = 1200$) ukupan broj vremenskih koraka u modelu.

Inicijalno, kišne kapi nastaju autokonverzijom oblačnih kapljica (P_{raut}). *Slika 4.2* predstavlja zavisnost autokonverzije od srednjeg poluprečnika oblačnih kapljica za tri vrednosti odnosa smeše oblačne vode. Pri manjim koncentracijama oblačnih kapljica, oblačne kapljice su prosečno veće za dati odnos smeše oblačne vode. Veće oblačne kapljice imaju veću verovatnoću da će obrazovati kišne kapi slučajnim međusobnim sudarima. Stoga, transfer oblačne vode u kišnu vodu je brži na nižim koncentracijama oblačnih kapljica. Dodatno, veće vrednosti odnosa smeše oblačne vode će dati više kiše.

Data činjenica je potvrđena i posmatrajući kumulativnu sumu autokonverzije oblačnih kapljica u kišne kapi u zavisnosti od vremena (Slika 4.3). Vidimo da doprinos obrazovanju kiše putem autokonverzije opada kako koncentracija oblačnih kapljica raste.



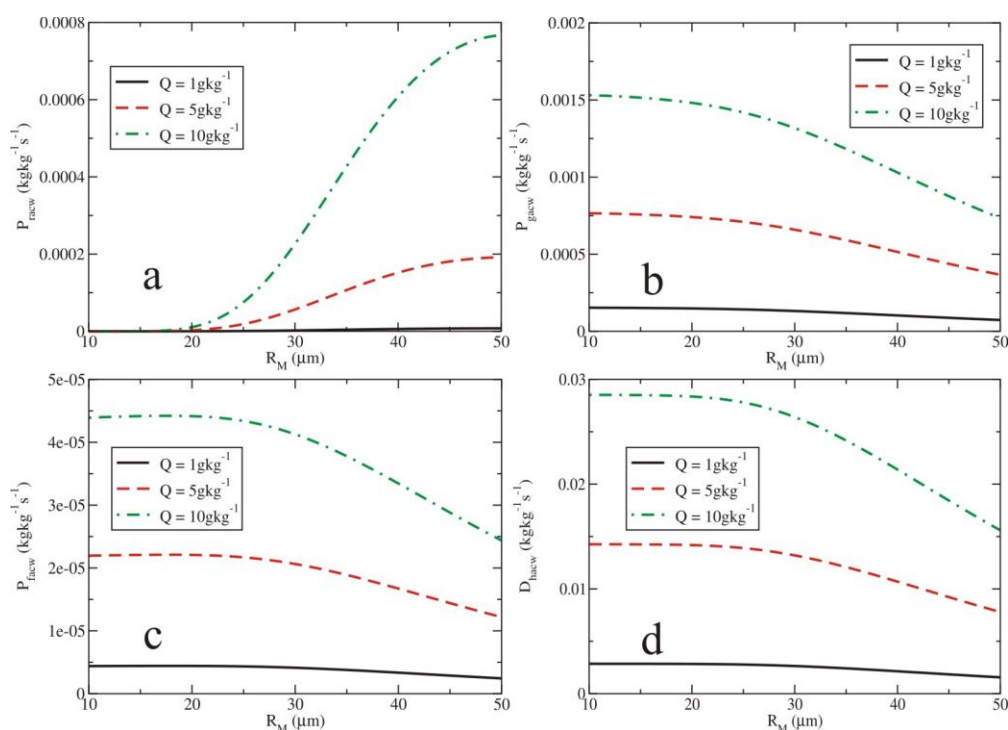
Slika 4.2: Autokonverzija oblačnih kapljica u kišne kapi kao funkcija srednjeg poluprečnika oblačnih kapljica R_c .



Slika 4.3: Kumulativna suma masenog doprinosa kiše (u tonama) od autokonverzije oblačnih kapljica za nezasejavani slučaj u zavisnosti od vremena.

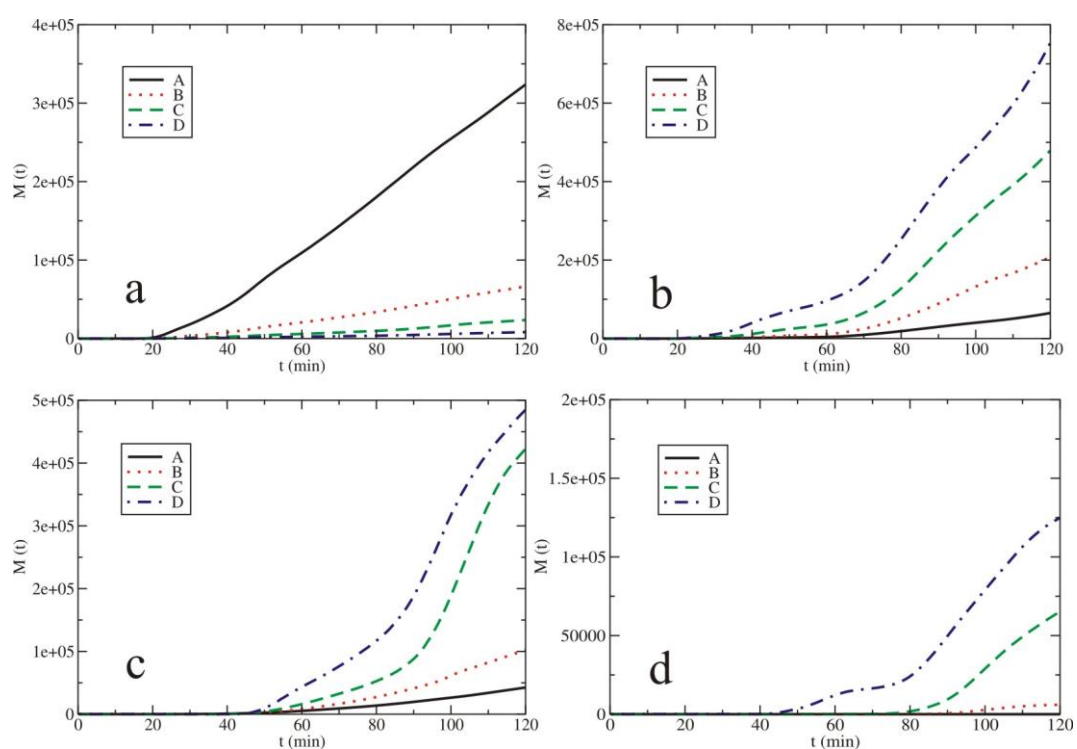
Pored autokonverzije oblačnih kapljica, važan mehanizam za evoluciju polja kišne vode je i prikupljanje oblačnih kapljica od kišnih kapi (P_{racw}). Slika 4.4 predstavlja produkcionni član za odnos smeše zbog prikupljanja oblačnih kapljica od: (a) kišnih kapi, (b) krupe, (c) sugradice i (d) grada kao funkciju srednjeg poluprečnika spektra

kapi – R_M . Slika 4.5 prikazuje kumulativnu sumu od masenog doprinosa (a) kiše, (b) krupe, (c) sugradice i (d) grada zbog prikupljanja oblačnih kapljica kao funkciju vremena za nezasejavani slučaj. Vidimo da efikasnost prikupljanja oblačnih kapljica od kišnih kapi opada kako se srednji poluprečnik spektra kapi smanjuje (Slika 4.4a). Male vrednosti ovog poluprečnika odgovaraju većim koncentracijama kapi. Stoga, veće koncentracije oblačnih kapljica vode njihovom sporijem prikupljanju od strane kišnih kapi. Sitne oblačne kapljice imaju malu inerciju i lako obilaze kišne kapi, te stoga smanjuju efikasnost prikupljanja. Isto tvrđenje se može zaključiti i na Slici 4.5a. Dakle, veća koncentracija oblačnih kapljica vodi smanjenoj autokonverziji u kišne kapi i smanjenom prikupljanju oblačnih kapljica od postojećih kišnih kapi. To znači da je veća koncentracija oblačnih kapljica uzrok većeg sadržaja oblačne vode, a manjeg iznosa kišne vode u oblaku. Činjenicu da pri većim koncentracijama ima više oblačne vode možemo potvrditi preko maksimalnog odnosa smeše oblačne vode (Slika 4.6).



Slika 4.4: Prikupljanje oblačnih kapljica od kišnih kapi (a), krupe (b), sugradice (c) i grada (d) u zavisnosti od srednjeg poluprečnika kapi – R_M .

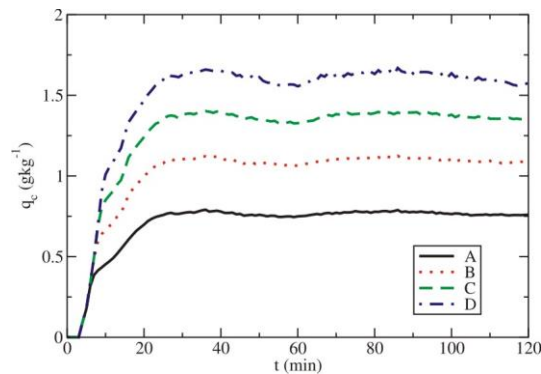
Slike 4.7, 4.8, i 4.9 ilustruju, redom, vremenske zavisnosti kumulativnih suma za masene doprinose krupe, sugradice i grada za glavne produkcione članove njihove evolucije pri nezasejavanom slučaju. Date kumulativne sume su prikazane za eksperiment B. Kao što će se kasnije videti (Tabela 4.2), ovaj eksperiment je reprezentativni primer uspeha u modifikaciji vremena. Naime, u eksperimentu B postoji smanjenje akumuliranog grada na tlu uz istovremeno povećanje akumulirane kiše, pa je zato dalje analiziran. Takođe, ostali eksperimenti daju slične zavisnosti.



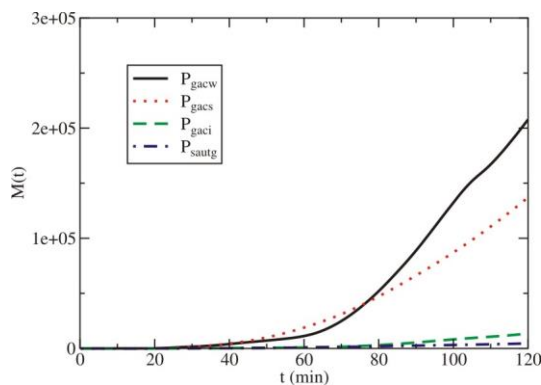
Slika 4.5: Kumulativna suma masenog doprinosa M (u tonama) kiše (a), krupe (b), sugradice (c) i grada (d) od prikupljanja oblačnih kapljica za nezasejavani slučaj u zavisnosti od vremena.

Krupa uglavnom raste prikupljajući oblačne kapljice (P_{gacw}) i sneg (P_{gacs}) (videti Sliku 4.7). Sugradica raste prikupljajući oblačne kapljice – P_{facw} (Slika 4.8). Veća koncentracija oblačnih kapljica (manje R_M) vode povećanom injenju krupe (Slika 4.4b) i

sugradice (Slika 4.4c). Sporija autokonverzija oblačnih kapljica u kišne kapi pri većim koncentracijama oblačnih kapljica indirektno teži snažnijem injenju. Dodatno, brojnije i



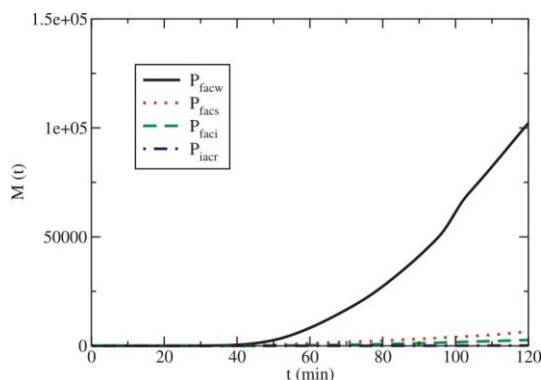
Slika 4.6: *Maksimalni odnos smeše oblačne vode u zavisnosti od vremena za nezasejavane slučajeve.*



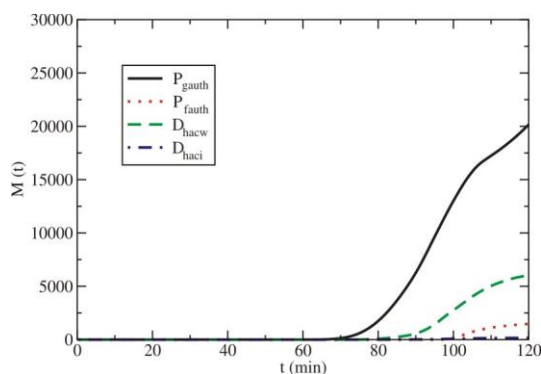
Slika 4.7: *Kumulativna suma masenog doprinosa M (u tonama) krupe od glavnih produkcionih članova za nezasejavani slučaj u zavisnosti od vremena za eksperiment B.*

manje oblačne kapljice se učestalije sudaraju sa ledenim padavinskim elementima koji obično imaju grube površine. Usled njihove male veličine i grube ledene površine, oblačne kapljice se momentalno mrznu na ledenim elementima. Prema tome, više krupe (Slika 4.5b) i sugradice (Slika 4.5c) se očekuje u oblacima koji imaju veću koncentraciju oblačnih kapljica.

Autokonverzija krupe (P_{gauth}) i sugradice (P_{fauth}) i prikupljanje oblačnih kapljica od zrna grada (D_{hacw}) su glavni procesi produkcije grada (*Slika 4.9*). Drugi procesi su od manjeg značaja. Veći iznosi krupe i sugradice (pri većem n_c) rezultuju u njihovim snažnijim autokonverzijama u zrna grada. Dakle, inicijalno formiranje grada je snažnije



Slika 4.8: Kumulativna suma masenog doprinosa M (u tonama) sugradice od glavnih produkcionih članova za nezasejavani slučaj u zavisnosti od vremena za eksperiment B.



Slika 4.9: Kumulativna suma masenog doprinosa M (u tonama) grada od glavnih produkcionih članova za nezasejavani slučaj u zavisnosti od vremena za eksperiment B.

pri većim koncentracijama oblačnih kapljica usled većeg iznosa krupe i sugradice čiji višak prelazi u grad. Dodatni rast grada je najviše pod uticajem prikupljanja oblačnih kapljica (D_{hacw}). Manje vrednosti poluprečnika R_M (veće n_c) rezultuje u povećanoj produkciji grada (*Slika 4.4d*). Stoga, više grada je pronađeno u oblacima sa većom

koncentracijom oblačnih kapljica. Ovaj rezultat je potvrđen i kod masenog doprinosa za grad koji potiče od prikupljanja oblačnih kapljica (*Slika 4.5d*).

4.1.2 Zasejavani slučaj

Sada ćemo analizirati rezultate zasejavanja za data četiri eksperimenta. Početna zona zasejavanja se prostirala preko tri računске tačke u x , y i z pravcu (što daje oblast od 27 računskih tačaka), koja čini zapreminu od 13.5 km^3 i ima oblik paraleloipeda. Srebro-jodid (AgI) je ravnomerno raspodeljen unutar date zone zasejavanja. Centar ove oblasti je smešten u prehlađenom delu oblaka, neposredno iznad $-8 \text{ }^\circ\text{C}$ izoterme, gde je maksimum radarske reflektivnosti i gde su uzlazne brzine vazduha. Operacija zasejavanja započinje kada maksimum radarske reflektivnosti pređe vrednost od 10 dbZ. Cilj je bio da se oblak zaseje što ranije, dok je još u kumulusnoj fazi, kada postoji malo prirodno stvorenog oblačnog leda koji se može takmičiti sa česticama reagensa. Pretpostavljeno je da je reagens ispuštan neprekidno u vremenu od 90 s sa brzinom koja ima vrednost $-1.67 \times 10^{-13} \text{ kgm}^{-3}\text{s}^{-1}$ u svakoj tački početne zone zasejavanja. Ovoj brzini odgovara ekvivalentna vrednost početnog odnosa smeše srebro-jodida $-10^{-12} \text{ kgkg}^{-1}$. Ukupna masa srebro-jodida koja je ispuštena je bila 203 g.

Tabela 4.2: *Relativna promena ukupnih padavina kiše i grada na tlu zbog zasejavanja u odnosu na nezasejavane slučajeve.*

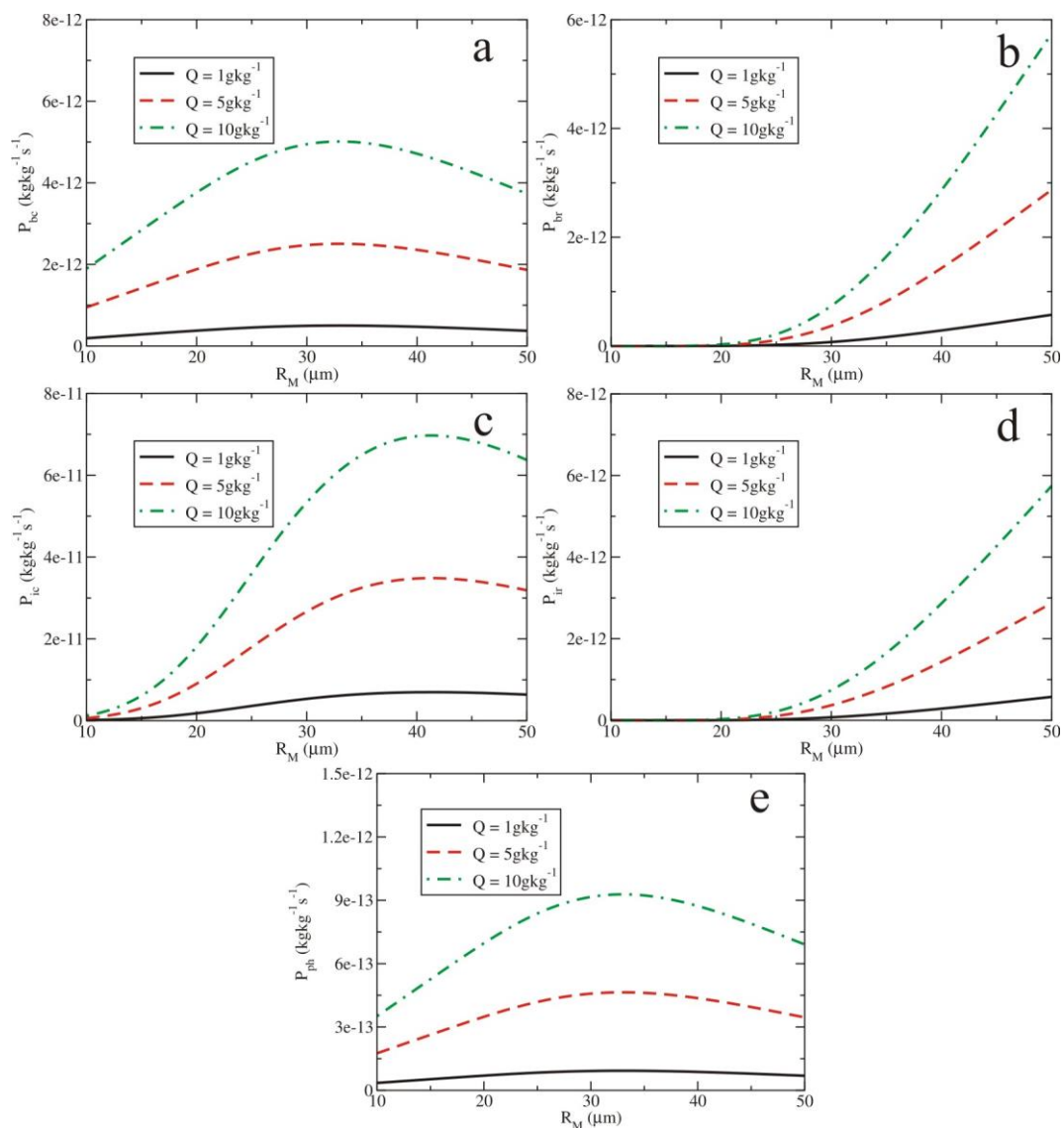
<i>test</i>	$p_{kiša} (\%)$	$p_{grad} (\%)$
A	-0.16	-91.85
B	1.34	-29.92
C	-6.05	3.61
D	-10.16	20.26

Relativne promene ukupnog iznosa akumulirane kiše i grada na tlu usled zasejavanja (u odnosu na nezasejavani slučaj) za data četiri eksperimenta su date na *Tabeli 4.2*. Vidimo da se povećavanjem koncentracije oblačnih kapljica smanjuje efikasnost sprečavanja grada na tlu usled zasejavanja oblaka. Najveće suzbijanje grada je bilo u eksperimentu A, dok su eksperimenti C i D okarakterisani sa povećanjem iznosa palog grada na tlu. Neka pravilnost u relativnoj promeni akumulirane kiše u zavisnosti od datih eksperimenata se ne može primetiti. Smanjenje palog grada, uz istovremeno povećanje pale kiše na tlu je primećeno samo u eksperimentu B.

Zasejavanje oblaka prouzrokuje dodatnu produkciju oblačnog leda putem procesa Braunovog i inercijalnog prikupljanja oblačnih kapljica (P_{bc} , P_{ic}), putem foretičkih procesa (P_{ph}) i depozicije vodene pare na česticama reagensa (P_{int}). Interakcijom čestica reagensa sa kišnim kapima, u modelu sa embrionima zrna grada, nastaje sugradica (Braunovo i inercijalno prikupljanje kišnih kapi – P_{br} , P_{ir}). Oblačne kapljice sudarajući se sa česticama AgI su uklonjene iz oblačne sredine i smanjuju rast ledenih elemenata (krupe, sugradice i grada) procesom prikupljanja oblačnih kapljica.

Kišne kapi sudarajući se sa česticama AgI obrazuju veliki broj smrznutih kišnih kapi (sugradica) koje se takmiče za isti sadržaj raspoložive tečne vode. Pitanje je da li prisustvo čestica AgI može pomoći u suzbijanju grada ili čak pospešiti njegov razvoj. To zavisi od toga da li procesi interakcije čestica AgI sa oblačnim kapljicama i kišnim kapima mogu nadjačati prirodne procese koji dovode do formiranja grada.

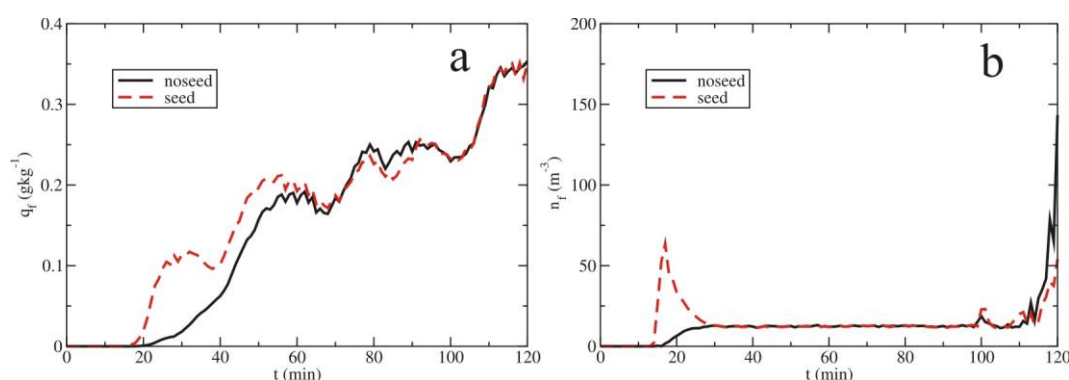
Slika 4.10 pokazuje zavisnost mehanizama kontaktne nukleacije (P_{bc} , P_{br} , P_{ic} , P_{ir} , P_{ph}) od srednjeg poluprečnika R_M . Tipične vrednosti ovog poluprečnika u kontinentalnim oblacima su aproksimativno $\sim 10 \mu\text{m}$ (*Pruppacher i Klett, 1997*). Ova vrednost odgovara većim koncentracijama kapljica. Poređene su vrednosti mehanizama kontaktne nukleacije za $R_M \sim 10 \mu\text{m}$ sa odgovarajućim vrednostima za veće vrednosti datog poluprečnika R_M . Na *Slici 4.10*, primećuje se da za veće vrednosti R_M (manje n_c), postoji veća brzina zamrzavanja oblačnih kapljica i kišnih kapi putem mehanizama kontaktne nukleacije (Braunovo i inercijalno prikupljanje i foretički procesi). Stoga, zasejavanje oblaka pri nižoj koncentraciji oblačnih kapljica je pogodnije za suzbijanje



Slika 4.10: Zavisnost kontaktne nukleacije od srednjeg poluprečnika spektra kapi – R_M : Braunovo prikupljanje čestica AgI od oblačnih kapljica (a) i od kišnih kapi (b); inercijalno prikupljanje čestica AgI od oblačnih kapljica (c) i od kišnih kapi (d); prikupljanje čestica AgI od oblačnih kapljica zbog foretičkih procesa (e).

grada usled snažnog ponora oblačne vode koja je važan izvor za rast ledenih elemenata (krupe, sugradice i grada) putem prikupljanja. Stoga, mali iznos oblačne vode vodi smanjenom rastu embriona zrna grada, pa, manje raspoložive krupe i sugradice može biti prebačeno u zrna grada, putem procesa autokonverzije. Dalje, mala količina grada raste sporije usled deficita oblačne vode, pa je, prema tome, manje grada proizvedeno.

Eksperiment A je karakterističan po najvećem smanjenju grada na tlu ($\sim 90\%$). U ovom slučaju, veoma mali iznosi grada su proizvedeni prirodnim putem. Uvođenje čestica AgI vodi rastu odnosa smeše (videti *Sliku 4.11a*) i koncentracije sugradice (*Slika 4.11b*) u ranoj fazi života oblaka. Smrznute kišne kapi su brzo pretvorene u zrna grada putem autokonverzije, koja se dalje takmiče za raspoloživu tečnu vodu sa zrnima grada koja su nastala prirodno. Kao posledica, brojna zrna grada postaju manja i brže se tope prilikom padanja. Veće koncentracije oblačnih kapljica obrazuju više zrna grada prirodno, stoga, pozitivni efekat takmičanja se smanjuje, što može rezultovati u prezasejavanju (eksperiment D).



Slika 4.11: Vremenska evolucija maksimalnog odnosa smeše (a) i maksimalne koncentracije (b) sugradice za nezasejavani slučaj (puna crna linija – noseed) i zasejavani slučaj (isprekidana crvena linija – seed) za eksperiment A.

Značajno povećanje u količini akumulirane kiše na tlu kao rezultat zasejavanja oblaka nije primećeno, izuzev malog rasta u eksperimentu B ($\sim 1\%$). Prezasejavanje u eksperimentu D je dovelo do smanjenja kiše na tlu ($\sim 10\%$). U ovom slučaju, prisustvo većeg sadržaja zrna grada rezultuje u povećanom prikupljanju oblačne vode (D_{hacw}). Ovo vodi sporijoj autokonverziji oblačnih kapljica u kišne kapi (P_{raut}) i smanjenom rastu kiše putem sudaranja sa oblačnim kapljicama (P_{racw}). Veći iznos grada vodi snažnijem topljenju zrna grada (P_{hmlt}). Međutim, proces autokonverzije i rast kiše putem gravitacione koagulacije oblačnih kapljica su dominantni mehanizmi formiranja kiše i,

prema tome, postoji smanjenje akumulirane kiše na tlu u poređenju sa nezasejavanim slučajem.

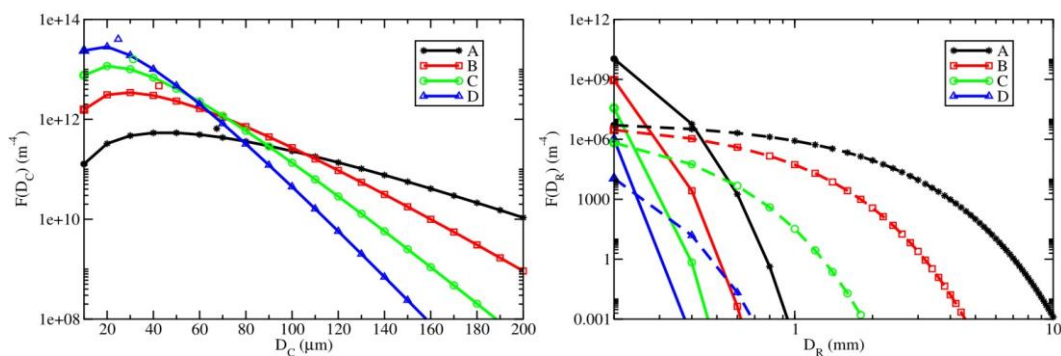
4.2 Uticaj izbora raspodele tečne vode

Ovde ćemo ispitati kakav je uticaj izbora raspodele tečne vode u dvomomentnom modelu sa uključenim embrionima zrna grada, za nezasejavani i zasejavani slučaj.

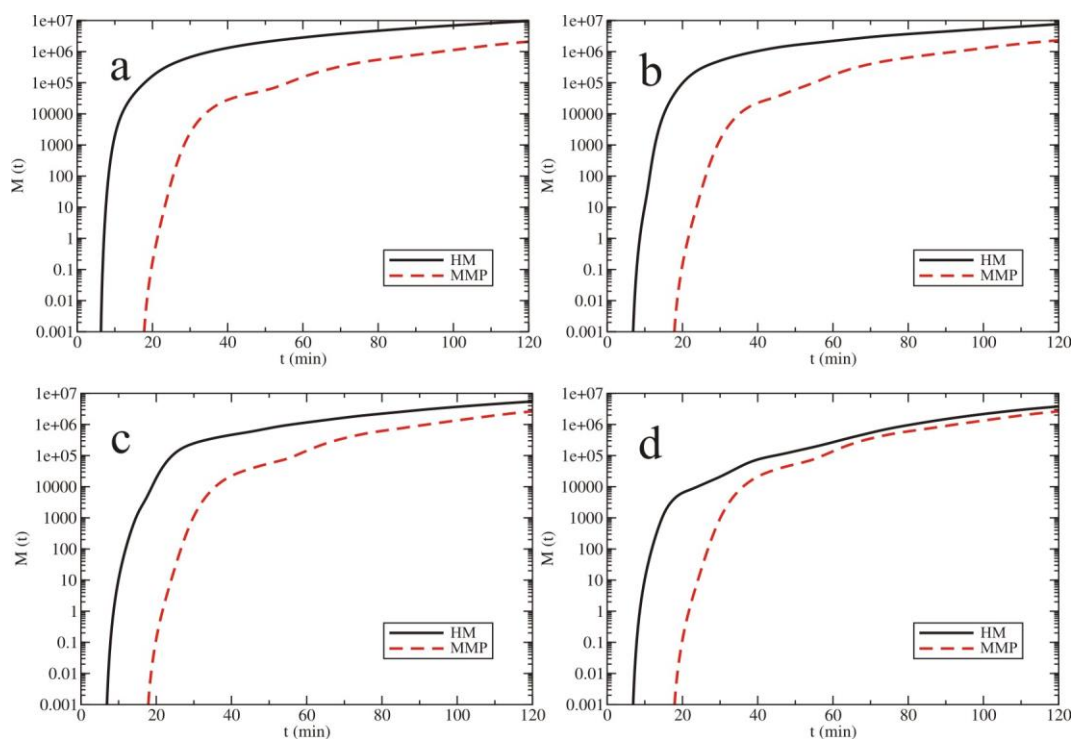
4.2.1 Nezasejavani slučaj

Izvršeni su eksperimenti osetljivosti za dva opisa spektra kapi (oblačnih kapljica i kišnih kapi). U jednom slučaju, raspodela tečne vode po veličini je predstavljena jedinstvenom Hrgijan-Mazinovom raspodelom (dalje nazivana HM raspodela) za ceo spektar kapi, sa granicom između spektra oblačnih kapljica i kišnih kapi od 0.2 mm (*Tabela 2.1*). U drugom slučaju, korišćena je monodisperzna raspodela oblačnih kapljica (dalje nazivana M raspodela) i Maršal-Palmerova raspodela za spektar kišnih kapi (dalje nazivana MP raspodela). Ova druga verzija modela će se dalje nazivati MMP verzija modela. Sprovedena su četiri eksperimenta (za HM i MMP verziju modela) za sledeće vrednosti koncentracije oblačnih kapljica: 50 cm^{-3} , 200 cm^{-3} , 500 cm^{-3} i 1000 cm^{-3} . Oni su nazvani: A, B, C i D, respektivno. Ove vrednosti pokrivaju opseg tipičnih vrednosti koncentracije oblačnih kapljica od maritimnih do kontinentalnih oblaka.

Na *Slici 4.12* su predstavljene raspodele kapi (oblačnih kapljica i kišnih kapi) po veličini koristeći dva pristupa opisu njihovog spektra, za četiri vrednosti koncentracije oblačnih kapljica. Možemo videti da M raspodela generiše veće koncentracije oblačnih kapljica u poređenju sa HM raspodelom (*Slika 4.12a*). MP raspodela generiše značajnu koncentraciju kišnih kapi sa prečnikom do oko 10 mm; HM raspodelu karakterišu zanemarljive koncentracije kišnih kapi preko 1–2 mm u prečniku (*Slika 4.12b*).

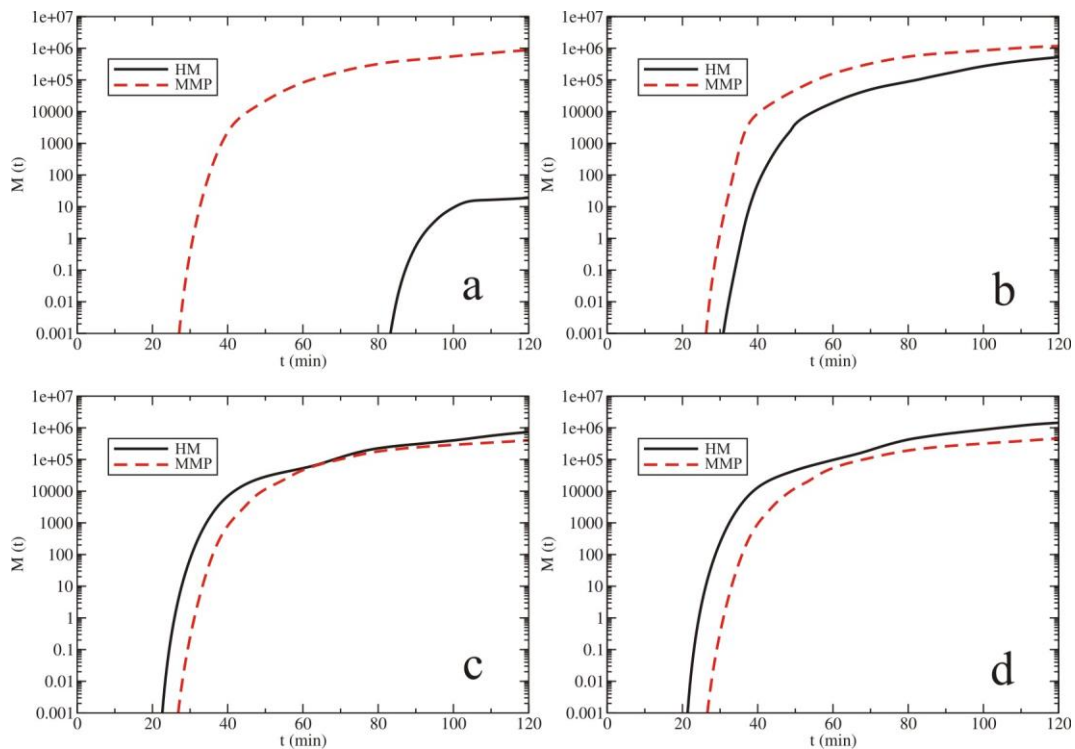


Slika 4.12: Funkcija raspodele po veličini: oblačnih kapljica (a) i kišnih kapi (b). Monodisperzna raspodela (pojedinačni simboli), Hrgijan-Mazinova raspodela (pune linije) i Maršal-Palmerova raspodela (isprekidane linije) su predstavljene za četiri koncentracije oblačnih kapljica. Raspodele su predstavljene za $Q = 10^{-2} \text{ kg kg}^{-1}$.



Slika 4.13: Masa M (u tonama) akumulirane kiše na tlu u zavisnosti od vremena za: $n_c = 50 \text{ cm}^{-3}$ (a), $n_c = 200 \text{ cm}^{-3}$ (b), $n_c = 500 \text{ cm}^{-3}$ (c) i $n_c = 1000 \text{ cm}^{-3}$ (d). Akumulirana kiša na tlu je predstavljena za HM (puna crna linija) i MMP verziju modela (isprekidana crvena linija).

Ispitivana je osetljivost akumulacije kiše i grada na tlu u zavisnosti od propisane raspodele tečne vode za različite koncentracije oblačnih kapljica. Vremenska zavisnost iznosa akumulirane kiše na tlu je predstavljena na *Slici 4.13*. Može se videti da je iznos pale kiše na tlu za HM slučaj veći nego za MMP slučaj. Ova razlika opada kako koncentracija oblačnih kapljica raste. Dodatno, pojava kiše na tlu je osmotrena oko 10 min ranije za HM verziju modela.



Slika 4.14: Masa M (u tonama) akumuliranog grada na tlu u zavisnosti od vremena za: $n_c = 50 \text{ cm}^{-3}$ (a), $n_c = 200 \text{ cm}^{-3}$ (b), $n_c = 500 \text{ cm}^{-3}$ (c) i $n_c = 1000 \text{ cm}^{-3}$ (d). Akumulirani grad na tlu je predstavljen za HM (puna crna linija) i MMP verziju modela (isprekidana crvena linija).

Na *Slici 4.14* je prikazana vremenska evolucija akumulacije grada na tlu. Iznos akumuliranog grada na tlu se smanjuje kako koncentracija oblačnih kapljica raste za MMP slučaj. Za ovu verziju modela, vreme pojave grada na tlu nije osetljivo na promenu koncentracije oblačnih kapljica. U HM verziji modela, iznos akumuliranog

grada raste pri većim vrednostima koncentracije oblačnih kapljica. Dodatno, postoji veća osetljivost u pojavi grada pri tlu za HM slučaj. Prema tome, veće vrednosti koncentracije oblačnih kapljica dovode do ranijeg pojavljivanja grada na tlu. U eksperimentu A, grad na tlu je osmotren posle 80. minuta, dok je u eksperimentu D, osmotren oko 20. minuta.

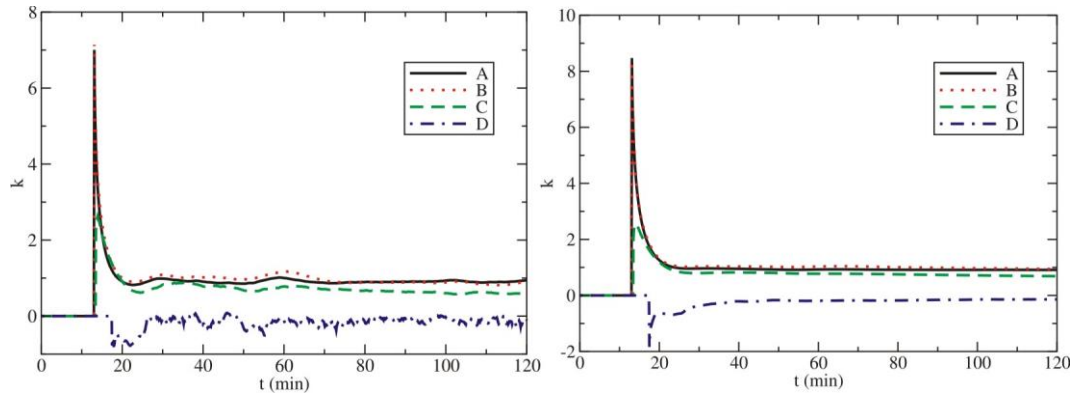
Analiziran je odnos masenih doprinosa nekih produkcionih članova za dve verzije modela kao:

$$k = \log_{10} \left(\frac{M_{HM}}{M_{MMP}} \right). \quad (4.3)$$

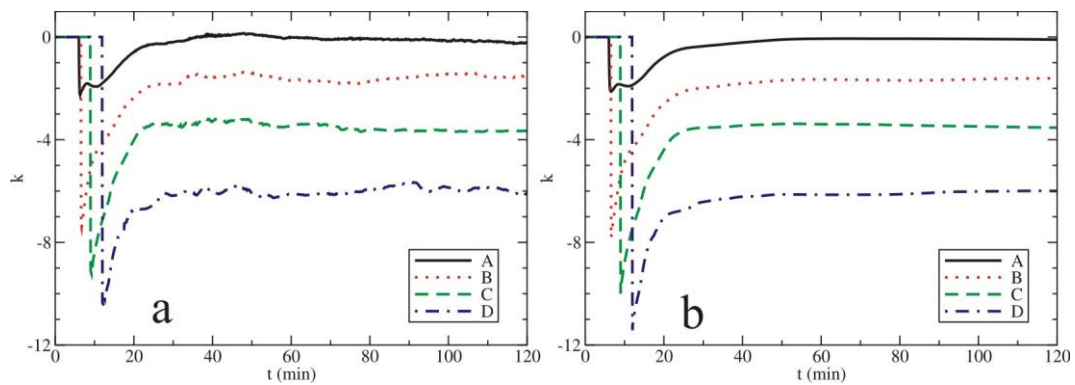
Pozitivne vrednosti k -odnosa pokazuju da je maseni doprinos za HM verziju modela veći od MMP dvojnika; nasuprot, negativne vrednosti pokazuju suprotnu relaciju.

Na *Slici 4.15* predstavljen je k -odnos za proces autokonverzije oblačnih kapljica u kišne kapi (P_{raut}) za trenutni vremenski korak (a) i za odgovarajuće kumulativne sume (b). U ovom slučaju, brzina transfera oblačnih kapljica raspodeljenih po HM raspodeli u kišne kapi je nekoliko redova veličine veća od odgovarajućeg za MMP verziju modela. Ova razlika je najveća pri nižim koncentracijama oblačnih kapljica (eksperimenti A i B), dok u eksperimentu D, MMP brzine transfera su nešto veće od HM dvojnika. Ova činjenica je posledica karakteristika raspodela oblačnih kapljica. U slučaju M raspodele, oblačne kapljice su istih dimenzija i njihov transfer u kišne kapi je sporiji u poređenju sa HM raspodelom koja obrazuje značajan broj većih oblačnih kapljica. Ovo rezultuje porastom verovatnoće slučajnih sudara između oblačnih kapljica i bržim formiranjem kišnih kapi za HM slučaj. U ranim etapama života oblaka, postoji oštar skok u vrednostima k -odnosa. Kasnije, interakcija oblačnih kapljica sa drugim mikrofizičkim elementima teži ugačavanju polja oblačne vode i minimalizovanju razlika između dve verzije modela; stoga, apsolutna vrednost k -odnosa brzo opada. Međutim, izuzev eksperimenta D, k -odnos ostaje pozitivan, što pokazuje da brzine autokonverzije u HM

slučaju su veće nego za MMP slučaj. Slično ponašanje k -odnosa kao funkcije vremena je primećeno i za druge mikrofizičke procese.



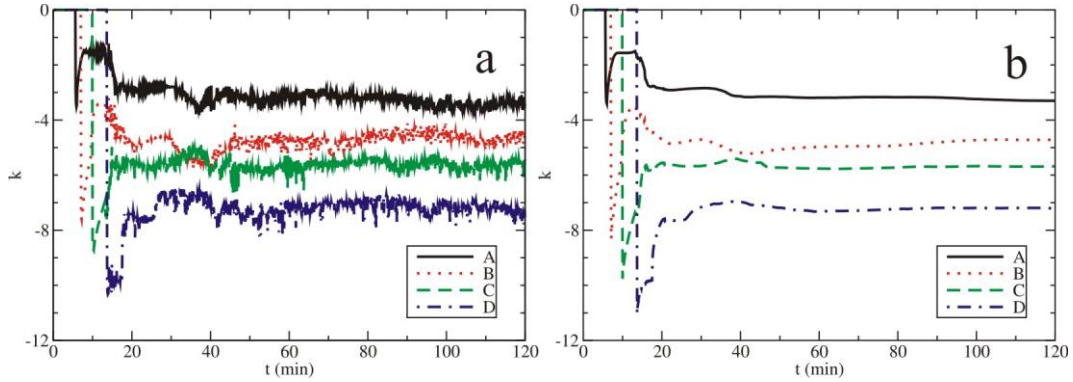
Slika 4.15: Odnos k za autokonverziju oblačnih kapljica u kišne kapi (P_{raut}) u zavisnosti od vremena za iznos sumiran po celoj oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (a) i kumulativnu sumu (b). Zavisnost je data za četiri koncentracije oblačnih kapljica.



Slika 4.16: Odnos k za član prikupljanja oblačnih kapljica od kišnih kapi (P_{racw}) u zavisnosti od vremena za iznos sumiran po celoj oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (a) i kumulativnu sumu (b). Zavisnost je data za četiri koncentracije oblačnih kapljica.

Vremenska zavisnost k -odnosa za slučaj prikupljanja oblačnih kapljica od kišnih

kapi (P_{racw}) je data na Slici 4.16. Možemo videti da su MMP brzine prikupljanja veće od odgovarajućih za HM raspodelu. Nerealno velike kišne kapi generisane od MP raspodele su uzrok većih brzina prikupljanja oblačnih kapljica u poređenju sa HM slučajem.



Slika 4.17: Odnos k za ukupni ponor kišne vode u zavisnosti od vremena za iznos sumiran po celoj oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (a) i kumulativnu sumu (b). Zavisnost je data za četiri koncentracije oblačnih kapljica.

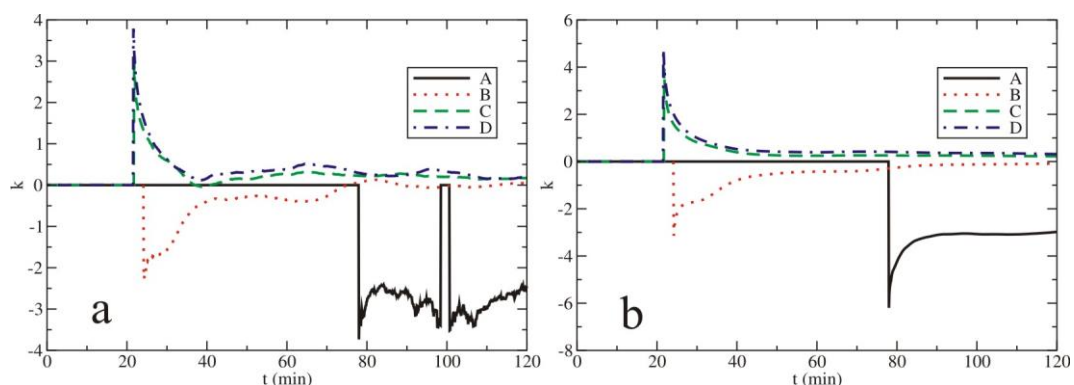
Slika 4.17 daje k -odnos za ukupan ponor kišne vode u zavisnosti od vremena. Ponor kišne vode je ukupan doprinos isparavanja kišnih kapi, imerzionog mržnjenja, kao i njihovog sudaranja sa ledenim elementima. Može se napisati kao:

$$P_{sink} = P_{revp} + P_{ifr} + P_{iacr} + P_{sacr} + P_{gacr} + P_{facr} + D_{hacr} + W_{hacr}. \quad (4.4)$$

Sa date slike možemo videti da je MMP verzija modela karakteristična po brzom potrošnji kišne vode u poređenju sa HM slučajem. Prisustvo veoma velikih kišnih kapi u značajnim koncentracijama, generisanim od MP raspodele, dovodi do njihovog bržeg isparavanja i brzog transfera mase kišne vode u druge mikrofizičke kategorije, kao što su krupa, sugradica i grad.

Sumarno, spora autokonverzija oblačnih kapljica u kišne kapi kao i snažan ponor kišne vode, za MMP verziju modela, generišu manje iznose akumulirane kiše na tlu u poređenju sa alternativnim pristupom koji je opisan preko jedinstvene HM raspodele.

Inicijalno, grad se stvara autokonverzijom krupe i sugradice. *Slika 4.18* pokazuje vremensku evoluciju posmatranog odnosa za inicijalnu produkciju grada. Može se primetiti da MMP verzija modela generiše više grada nego HM dvojnika za niže

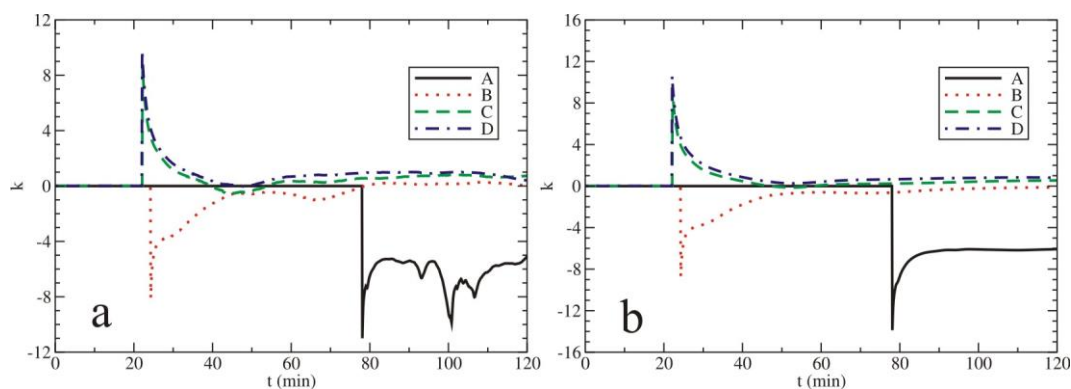


Slika 4.18: Odnos k za ukupnu inicijalnu produkciju grada u zavisnosti od vremena za iznos sumiran po celoj oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (a) i kumulativnu sumu (b). Zavisnost je data za četiri koncentracije oblačnih kapljica.

vrednosti koncentracije oblačnih kapljica. Kako data koncentracija raste, HM verzija preovlađuje nad MMP verzijom modela. Ovo znači da inicijalna produkcija grada za HM raspodelu opisuje bolje proces obrazovanja grada zato što je u pozitivnoj korelaciji sa rastom koncentracije oblačnih kapljica. Naime, veća koncentracija oblačnih kapljica obezbeđuje učestalije sudare oblačnih kapljica sa embrionima zrna grada (krupa i sugradica), drugim rečima, injenje je naglašeno. Ovo rezultuje u brzom transferu krupe i sugradice u grad. MMP slučaj ne simulira povećanu produkciju grada na većim koncentracijama oblačnih kapljica. Ovo je takođe pokazano i kod vremena pojavljivanja grada na tlu, pošto grad dolazi na tlo ranije (usled naglašenog injenja) na većim koncentracijama oblačnih kapljica. Može se reći da k -odnos veoma zavisi od date koncentracije. U slučaju većih vrednosti koncentracije (eksperimenti C i D), dati odnos

ima pozitivne vrednosti. U ovim slučajima, postoji mnogo HM raspodeljenih oblačnih kapljica koje su veće od M raspodeljenih, prema tome, brzina rasta embriona zrna grada je mnogo veća u HM slučaju, usled injenja. Višak mase embriona zrna grada iznad datog praga je automatski konvertovan u grad.

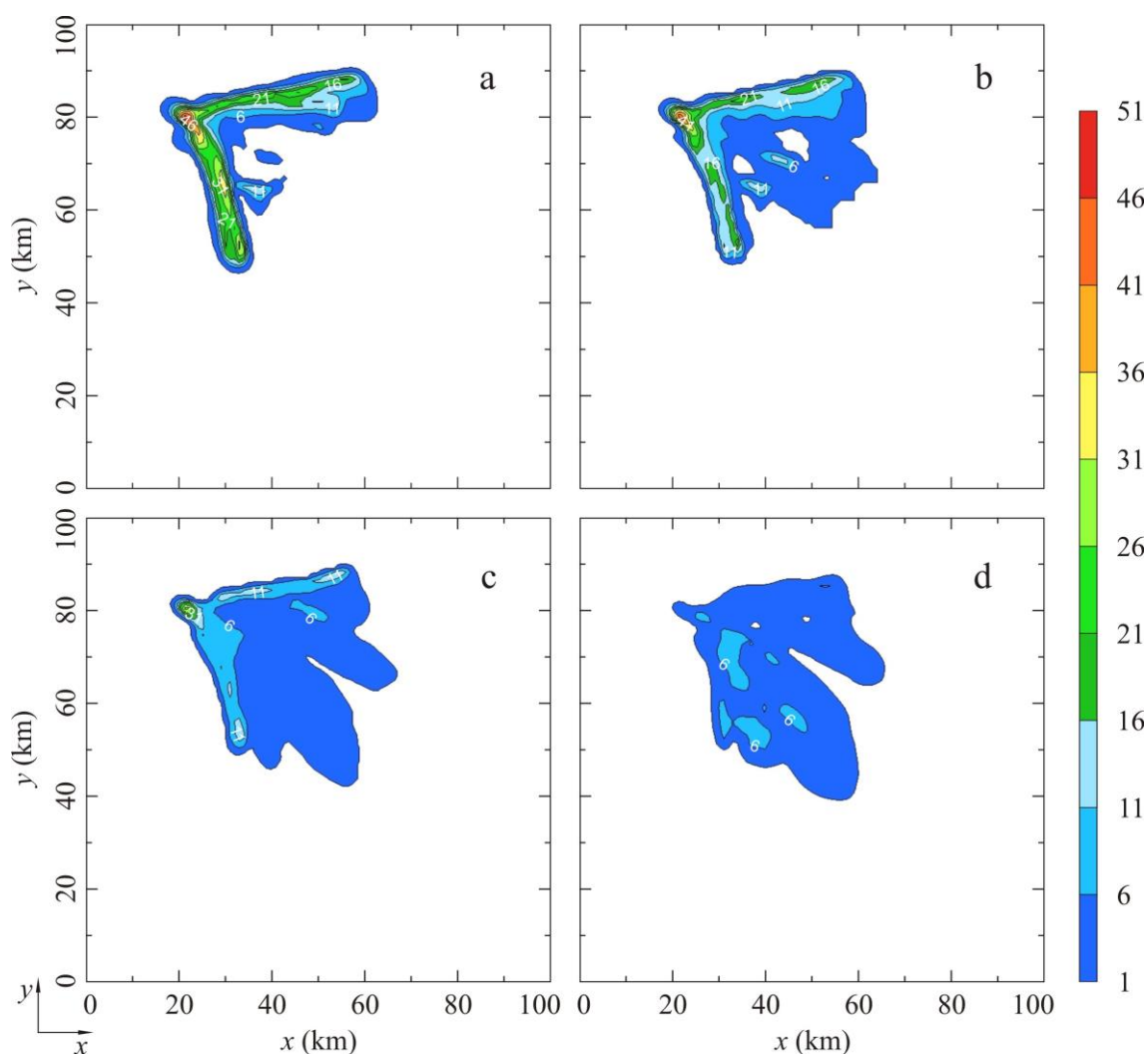
Slične relacije između dva modela, opisane preko datog odnosa kao funkcije vremena se mogu pronaći na *Slici* 4.19. Ona prikazuje dati odnos za proces prikupljanja oblačnih kapljica od strane zrna grada (D_{nacw}), koji je, videli smo, jedan od najvažnijih mehanizama rasta zrna grada. Slično, brzina rasta mase grada je veća za HM verziju modela na većim koncentracijama oblačnih kapljica. Veće koncentracije teže brojnim HM raspodeljenim oblačnim kapljicama koje su po dimenzijama veće od odgovarajućih monodisperznih kapljica. Ovo rezultuje većim iznosom obrazovanog grada zbog bržeg mržnjenja oblačnih kapljica na površini zrna grada.



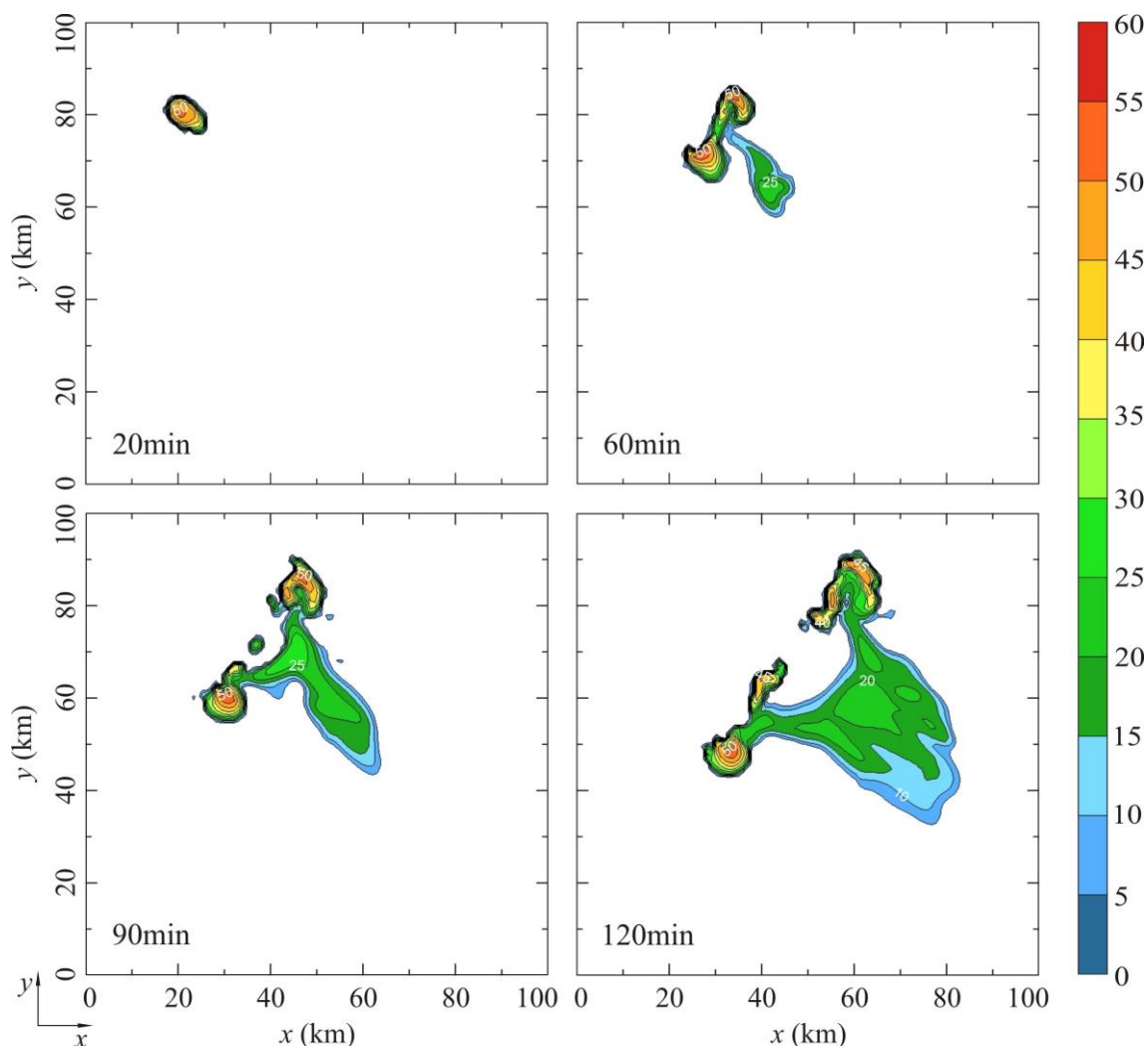
Slika 4.19: Odnos k za prikupljanje oblačnih kapljica od grada (D_{nacw}) u zavisnosti od vremena za iznos sumiran po celoj oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (a) i kumulativnu sumu (b). Zavisnost je data za četiri koncentracije oblačnih kapljica.

Na *Slici* 4.20 vidimo prostornu raspodelu ukupnih akumuliranih padavina (u mm) za sve eksperimente za HM verziju modela. Primećujemo da niže koncentracije oblačnih kapljica pogoduju razvitku intenzivnih olujnih ćelija koje su karakteristične po pljuskovima kiše i koje prouzrokuju cepanje oblaka u obliku slova V. Pri većoj koncentraciji, primećeno je slabljenje datih ćelija, padavine su uniformnije i zauzimaju

veću horizontalnu oblast. Ceganje oblaka na dve olujne ćelije se može videti preko radarske reflektivnosti. Na *Slici* 4.21 vidimo horizontalni presek radarske reflektivnosti, za četiri trenutka vremena, na visini $z = 2.2$ km (što je nekoliko stotina metara iznad baze oblaka) za HM verziju modela. Ovde je prikazan eksperiment A. Prateći razvoj oblaka preko ove veličine, vidimo ceganje oblaka na levoskreću i desnoskreću olujnu ćeliju, koje karakteriše povišena vrednost radarske reflektivnosti i koje se sve više udaljavaju jedna od druge.

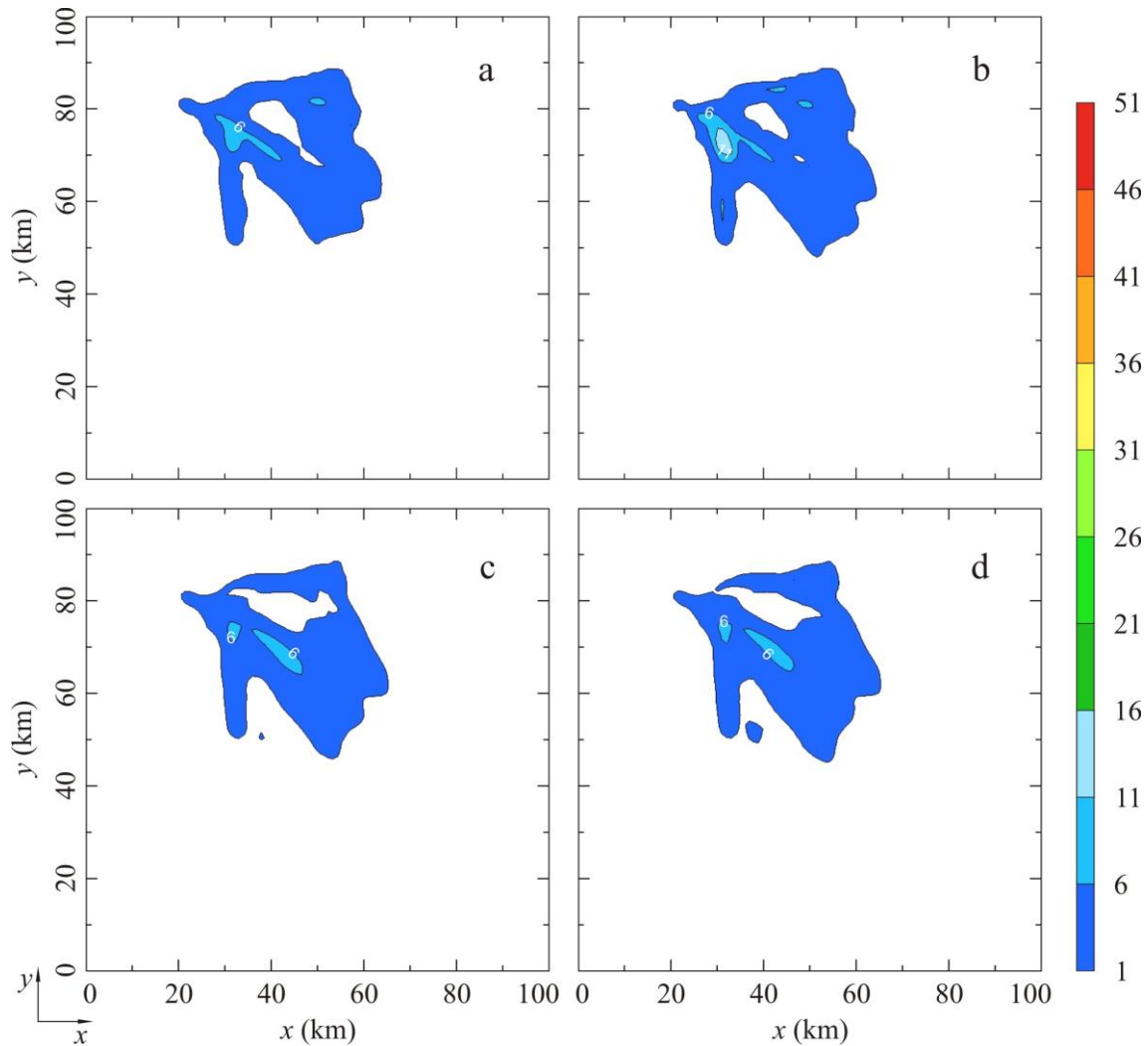


Slika 4.20: Prostorna raspodela ukupnih padavina na tlu za HM verziju modela na kraju integracije ($t = 120$ min) za: $n_c = 50 \text{ cm}^{-3}$ (a), $n_c = 200 \text{ cm}^{-3}$ (b), $n_c = 500 \text{ cm}^{-3}$ (c), $n_c = 1000 \text{ cm}^{-3}$ (d). Izohijete su iscrtane na 5 mm; okvirna izohijeta je 1 mm.



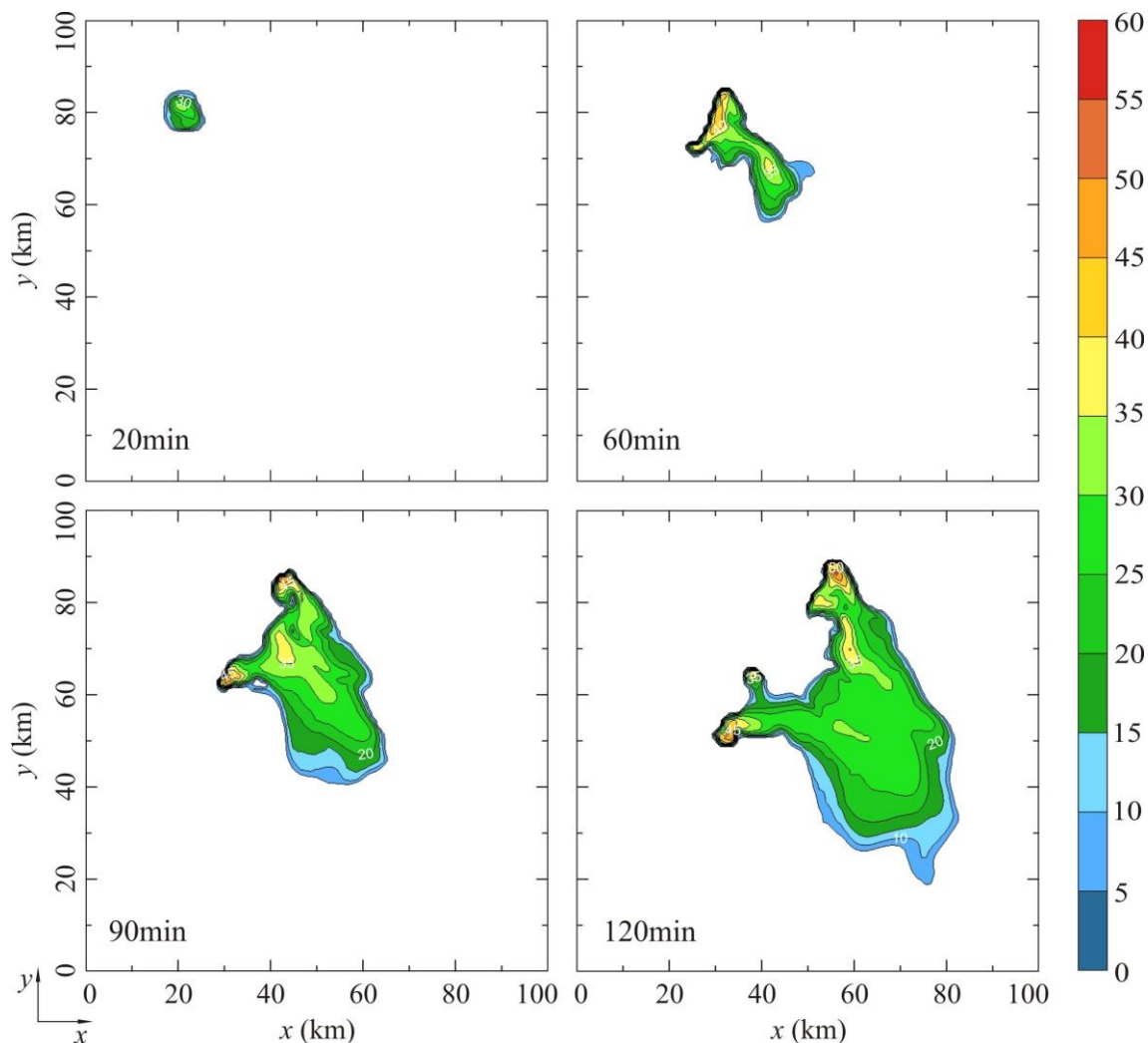
Slika 4.21: Radarska reflektivnost (u dbZ) u horizontalnoj ravni na visini $z = 2.2$ km za HM verziju modela u 20., 60., 90. i 120. minutu integracije. Koncentracija oblačnih kapljica je $n_c = 50 \text{ cm}^{-3}$. Minimalna vrednost radarske reflektivnosti je 5 dbZ.

U poređenju sa HM slučajem, prostorna raspodela ukupnih akumuliranih padavina na tlu za alternativni MMP slučaj (Slika 4.22) pokazuje neznatnu osetljivost na promene u koncentraciji oblačnih kapljica. Ova verzija modela ne generiše olujne ćelije sa pljuskovima kiše. Akumulirane padavine na tlu su ravnomerno raspodeljene preko čitave padavinske zone, slično padavinama iz stratiformnih oblaka. To možemo videti i na horizontalnom preseku radarske reflektivnosti sa vremenom na visini $z = 2.2$ km (Slika 4.23). Primećujemo slabije olujne ćelije koje su manjih horizontalnih dimenzija, te u ovom slučaju cepanje oblaka ne postoji.



Slika 4.22: Istovetna Slici 4.20 samo za MMP verziju modela.

Razlozi za ovo tvrđenje mogu se pronaći u transferima između mikrofizičkih kategorija. Za MMP verziju modela, sporiya autokonverzija oblačnih kapljica (P_{raut}) sa naglašenom gravitacionom koagulacijom (P_{racw}), prouzrokuje populaciju veoma velikih kišnih kapi u poređenju sa HM raspodelom. Pored toga, MP raspodela je takva da generiše nerealno velike kišne kapi. Brza potrošnja kišne vode putem isparavanja nerealno velikih kišnih kapi i sudari sa ledenim elementima (Slika 4.17) vode smanjenju intenziteta i visine padavina za sve eksperimente. Sa druge strane, pojavljivanje pljuskova kiše kod HM verzije može biti objašnjeno brzom autokonverzijom oblačnih kapljica u kišne kapi i manjim ponorom kišne vode. Dodatno, kako koncentracija raste, uske trake intenzivnih padavina su slabije i nestaju za eksperiment D. U ovom slučaju,



Slika 4.23: *Istovetna Slici 4.21 samo za MMP verziju modela.*

snažan ponor oblačne vode usled povećanog inženja i manje dimenzije oblačnih kapljica koje smanjuju njihovu autokonverziju u kišne kapi, su glavni razlozi slabljenja intenzivnih kišnih traka za HM verziju modela.

4.2.2 Zasejavani slučaj

Izvršeni su eksperimenti zasejavanja oblaka za koncentraciju oblačnih kapljica $n_c = 50 \text{ cm}^{-3}$ (eksperiment A). Simulacije su sprovedene za obe verzije modela.

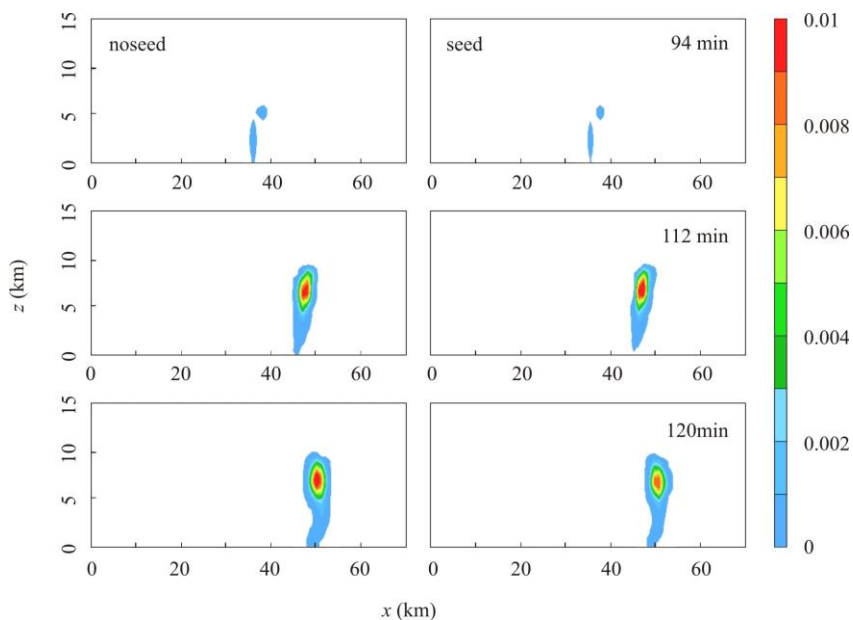
Menjana je količina ubačenog reagensa i vertikalni položaj centra zone zasejavanja. Centar zone zasejavanja je na mestu maksimalne radarske reflektivnosti koja je iznad neke prethodno odabrane izoterme. Na tom mestu je temperatura – t_{Zmax} . Karakteristike eksperimenta i relativna promena akumulirane kiše i grada na tlu su date u *Tabeli 4.3*. Može se primetiti da se suzbijanje grada na tlu dobija samo u slučaju sa pretpostavljenom HM raspodelom kapi i to, kada se zasejavanje sprovede iznad $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ izoterme. Pri tom je došlo do neznatnog povećanja akumulirane kiše na tlu ($\sim 0.5\%$). Ako se oblak zaseje na nižim visinama, dolazi do naglog skoka akumuliranog grada na tlu ($\sim 1800\%$) i neznatnog smanjenja akumulirane kiše i pored činjenice da je oblak ranije zasejan (402 s). Ovo se može objasniti prisustvom obilja tečne vode koja se mrzne na novonastalim embrionima zrna grada (sugradica), koje uzlazna struja nosi na veće visine i koje se brzo konvertuju u zrna grada. Pri padu, ona i dalje rastu, pa se ispod $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ izoterme sporije tope zbog svoje veličine.

Tabela 4.3: Eksperimenti zasejavanja u odnosu na raspodelu kapi vode.

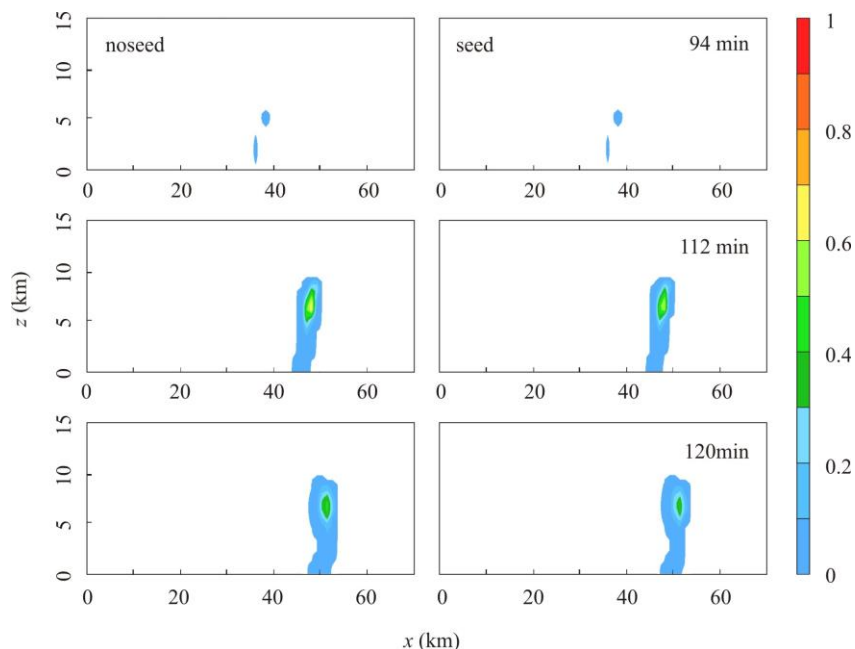
<i>test</i>	w_{qa} (g)	q_a (kgkg^{-1})	t_{Zmax} ($^{\circ}\text{C}$)	$t_{početak}$ (s)	$p_{kiša}$ (%)	p_{grad} (%)
HM1	405.0	2×10^{-12}	-8.2	702.0	0.45	-61.23
HM2	607.5	3×10^{-12}	-8.2	702.0	0.37	-59.09
HM3	405.0	2×10^{-12}	-1.7	402.0	-0.17	219.45
HM4	607.5	3×10^{-12}	-1.6	402.0	-0.33	1781.77
MMP1	405.0	2×10^{-12}	-5.3	696.0	3.85	14.88
MMP2	607.5	3×10^{-12}	-5.4	696.0	2.91	11.79
MMP3	405.0	2×10^{-12}	-5.3	456.0	4.17	9.43
MMP4	607.5	3×10^{-12}	-5.3	456.0	6.89	15.02

Kod MMP slučaja, zasejavanje oblaka nije dalo smanjenje grada niti u jednom eksperimentu, dok je došlo do malog povećanja akumulirane kiše na tlu ($\sim 5\%$). Zasejavanje oblaka je dalo povećanje grada ($\sim 10\text{--}15\%$).

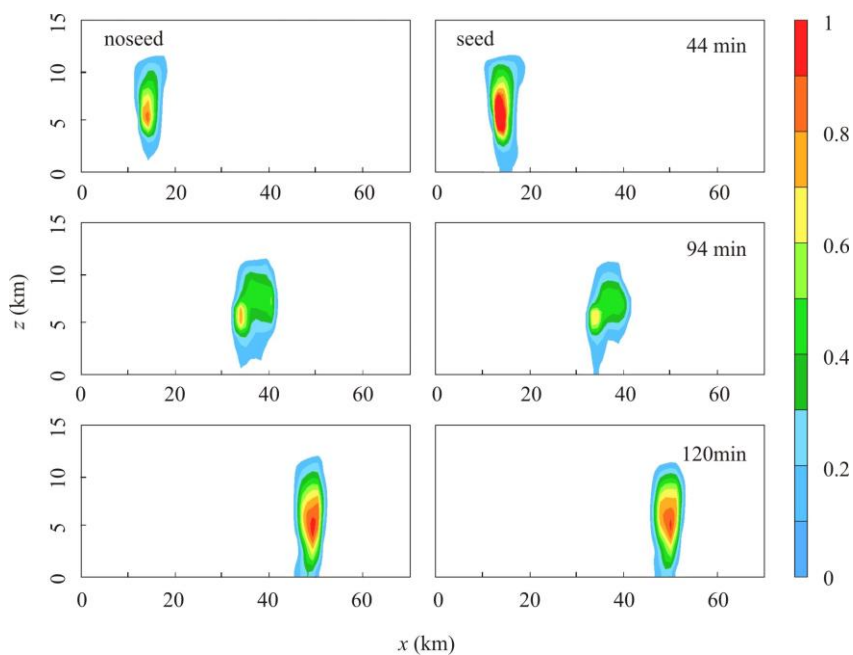
Na *Slici 4.24* se može pratiti evolucija odnosa smeše grada (u gkg^{-1}) u nezasejavanom (levi panel – *noseed*) i zasejavanom slučaju (desni panel – *seed*) u tri karakteristična trenutka vremena (94., 112. i 120. minut) za HM verziju modela. Ovo je vertikalni presek duž levoskrećuće olujne ćelije za koju se pokazalo da je dala znatno više grada od desnoskrećuće ćelije. Analogno, vertikalni presek polja koncentracije grada (u m^{-3}) je prikazan na *Slici 4.25*. Možemo videti da se zasejavanjem smanjuje maseni sadržaj i koncentracija grada, kao i da se odlaže pojava grada na tlu (*Slike 4.24, 4.25*).



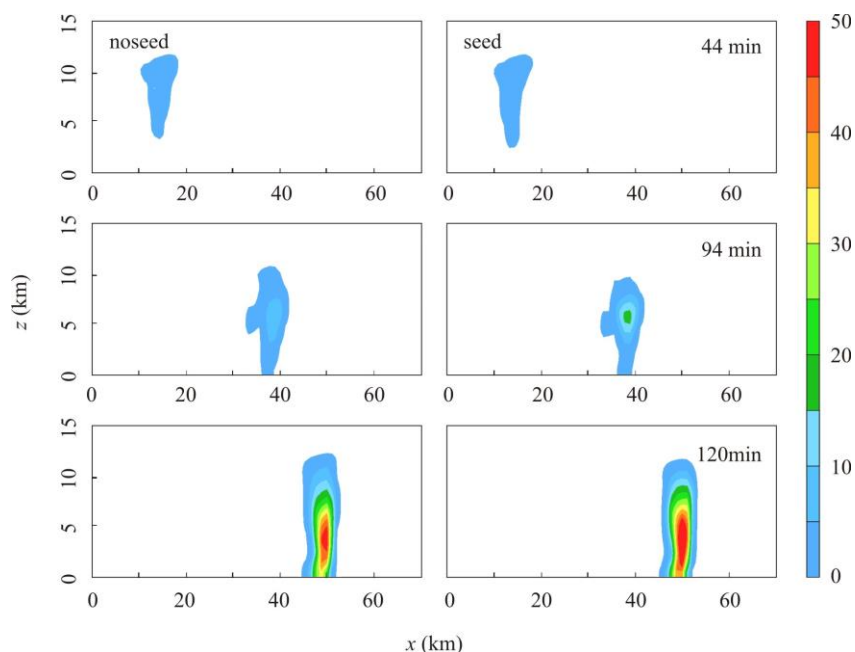
Slika 4.24: Vertikalni presek odnosa smeše grada (u gkg^{-1}) duž levoskrećuće olujne ćelije za HM verziju modela pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost odnosa smeše grada je 10^{-4} gkg^{-1} .



Slika 4.25: Vertikalni presek koncentracije grada ($u \text{ m}^{-3}$) duž levoskrećuće olujne ćelije za HM verziju modela pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost koncentracije grada je 10^{-3} m^{-3} .



Slika 4.26: Vertikalni presek odnosa smeše grada ($u \text{ gkg}^{-1}$) duž levoskrećuće olujne ćelije za MMP verziju modela pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost odnosa smeše grada je 0.1 gkg^{-1} .

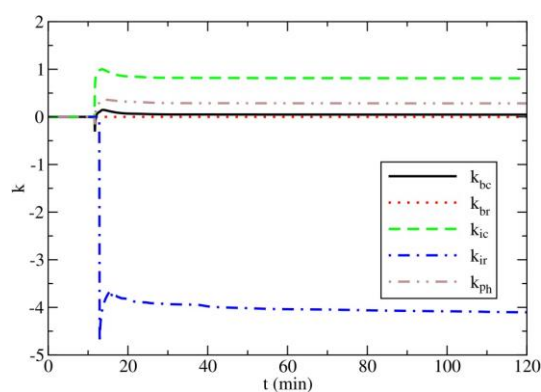


Slika 4.27: Vertikalni presek koncentracije grada (u m^{-3}) duž levoskrećuće olujne ćelije za MMP verziju modela pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost koncentracije grada je 1 m^{-3} .

Analogno HM verziji modela, vertikalni presek duž istog pravca možemo pratiti i za MMP verziju modela. Na *Slici* 4.26 je predstavljen vertikalni presek odnosa smeše grada u tri karakteristična trenutka vremena (44., 94. i 120. minut). *Slika* 4.27 prikazuje vertikalni presek koncentracije grada. Ovde dolazi do znatno ranijeg pojavljivanja grada (44. minut) u odnosu na HM verziju modela. Takođe, vrednosti odnosa smeše i koncentracije grada su znatno veće kod MMP verzije modela. U ovom slučaju, zasejavanjem se povećavaju vrednosti odnosa smeše (*Slika* 4.26) i koncentracije grada (*Slika* 4.27) i dolazi do ranije pojave grada pri tlu (*Slika* 4.26).

Posmatrajmo odnos (4.3) za produkcione članove koji predstavljaju interakciju reagensa sa oblačnim kapljicama i kišnim kapima. To su članovi zbog Braunovog prikupljanja, inercijalnih sudara i foretičkih procesa. Na *Slici* 4.28 je prikazan odnos k u funkciji vremena za kumulativne sume datih procesa. Primećujemo da interakcije reagensa i oblačnih kapljica (P_{bc} , P_{ic} i P_{ph}) su veće kod HM verzije modela, dok je član inercijalog prikupljanja reagensa od kišnih kapi (P_{ir}) mnogo veći za MMP verziju

modela (~ 10000 puta veći). Ovo vodi bržem i jačem obrazovanju oblačnog leda (putem procesa: P_{bc} , P_{ic} i P_{ph}) kod HM verzije; dok je proces obrazovanja sugradice (smrznutih kišnih kapi) jači kod MMP verzije modela (zbog procesa – P_{ir}). Posledica snažnijeg obrazovanja oblačnog leda kod HM verzije je posledica dela spektra kapi koje su većih dimenzija od kapljica raspodeljenih po M raspodeli. Sa druge strane, jače obrazovanje sugradice kod MMP verzije je posledica znatno krupnijih kišnih kapi koje MP raspodela generiše.



Slika 4.28: Vremenska evolucija odnosa kumulativnih suma HM i MMP verzije modela za: Braunovo prikupljanje reagensa od oblačnih kapljica (k_{bc}) i kišnih kapi (k_{br}), inercijalno sudaranje sa oblačnim kapljicama (k_{ic}) i kišnim kapima (k_{ir}) i za sudaranje oblačnih kapljica sa česticama reagensa zbog foretičkih procesa (k_{ph}).

Snažnije obrazovanje sugradice vodi bržem prelasku u zrna grada putem autokonverzije, nego što je to slučaj sa HM verzijom. Sa druge strane, oblačne kapljice se brže prevode u oblačni led kod HM verzije modela u odnosu na MMP verziju. Zatim, oblačni led se konvertuje u sneg, putem autokonverzije. Sneg se dalje konvertuje u krupu, a krupa u grad, putem odgovarajućih autokonverzija. Dakle, imamo postepen, etapni prelaz iz manjih ledenih elemenata (oblačnih ledenih kristala), preko srednje oinjenih (krupa), u veće, jako oinjene ledene elemente, što su zrna grada. Pri tom, dolazi do trošenja oblačnih kapljica u interakcijama sa reagensom, snegom i krupom, što smanjuje raspoloživu količinu oblačne vode za rast grada putem najvažnijeg procesa za

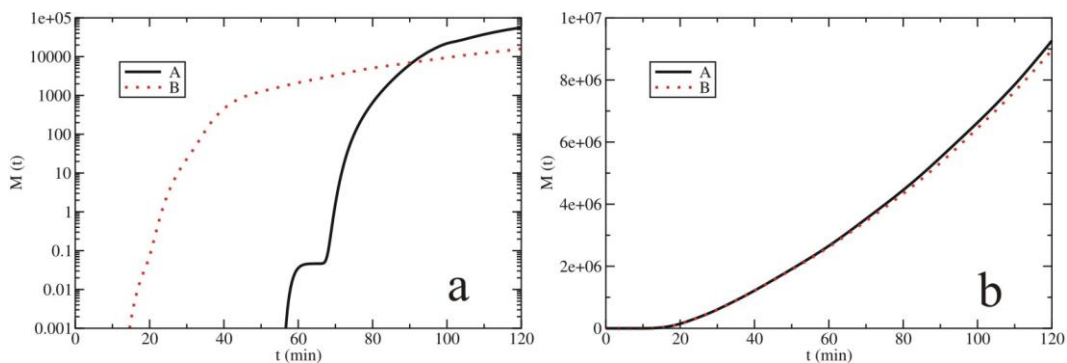
njegov rast – D_{hacw} . Pored toga, HM verzija generiše manje grada prirodno, zrna grada su manjih dimenzija i brže se tope, pa sumarno, imamo smanjenje grada na tlu.

4.3 Uticaj embriona zrna grada

U ovom delu ćemo ispitati uticaj embriona zrna grada (krupe i sugradice) u dvomomentnom modelu za nezasejavani i zasejavani slučaj. Pretpostavljena raspodela tečne vode je jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela. Koncentracija oblačnih kapljica je bila 100 cm^{-3} .

4.3.1 Nezasejavani slučaj

Analiza se najviše usresredila na uticaj embriona zrna grada na akumulirane padavine kiše i grada na tlu. U jednom slučaju, simulacija je izvršena sa uključenim poljem embriona (eksperiment A), dok je u drugom slučaju, model bio bez embriona zrna grada (eksperiment B).



Slika 4.29: Vremenska zavisnost akumuliranih padavina M (u tonama) na tlu za: grad (a) i kišu (b), za slučaj sa embrionima zrna grada (puna crna linija) i bez embriona zrna grada (tačkasta crvena linija).

Vremenska evolucija iznosa akumuliranih padavina grada i kiše na tlu na kraju integracije se može videti na *Slici 4.29*, za oba slučaja. Primećuje se da je količina akumulirane kiše na tlu nešto manja u eksperimentu B, za ceo period od 120 min. Dodatno, grad na tlu se pojavljuje mnogo ranije u eksperimentu B, oko 15 min od početka integracije. U eksperimentu sa embrionima zrna grada (A), pojava grada na tlu je odložena do otprilike 60. minuta od početka simulacije. Poređenjem iznosa grada akumuliranog na tlu u obe verzije modela, vidimo da je iznos grada na tlu veći pri simulaciji oblaka bez embriona, do otprilike 90. minuta integracije. Na kraju simulacije, međutim, iznos akumulacije grada je mnogo veći u scenariju sa uključenim embrionima zrna grada (aproksimativno 3.5 puta veći).

Inicijalno formiranje grada zavisi od toga da li su embrioni zrna grada prisutni ili ne. U scenariju sa embrionima zrna grada, ukupni maseni doprinos za formiranje grada je suma autokonverzije krupе i sugradice (*Kovačević i Ćurić, 2013*):

$$P_{init_A} = P_{gauth} + P_{fauth}. \quad (4.5)$$

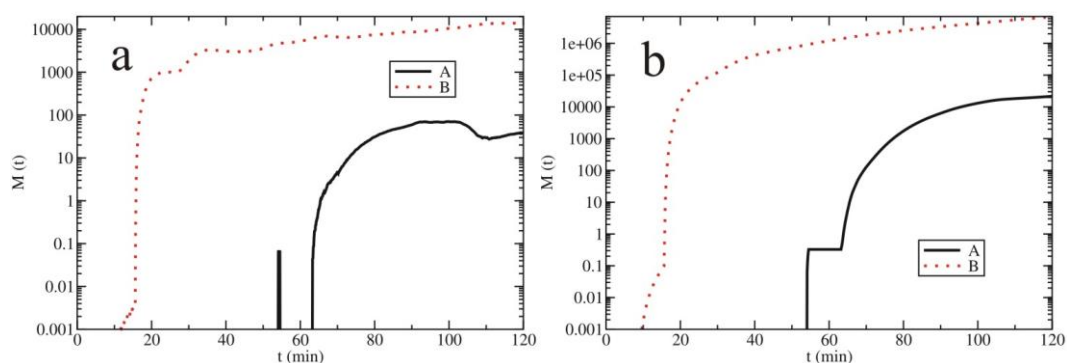
Scenario bez embriona zrna grada (test B) je istovetan tzv. Linovoj mikrofizičkoj šemi (*Lin i sar., 1983*), tako da se ukupni maseni doprinos inicijalnih produkcionih članova za formiranje grada može napisati kao:

$$P_{init_B} = P_{sauth} + (1 - \delta_2)(P_{racs} + P_{sacr}) + (1 - \delta_3)(P_{raci} + P_{iacr}) + P_{ifr}, \quad (4.6)$$

gde su δ_2 i δ_3 pokazatelji za rast grada ili snega opisani detaljno u *Lin i sar. (1983)*.

Slika 4.30 predstavlja ukupni maseni doprinos za grad koji potiče od inicijalnih produkcionih članova u zavisnosti od vremena za dati vremenski korak (a) i za njihove

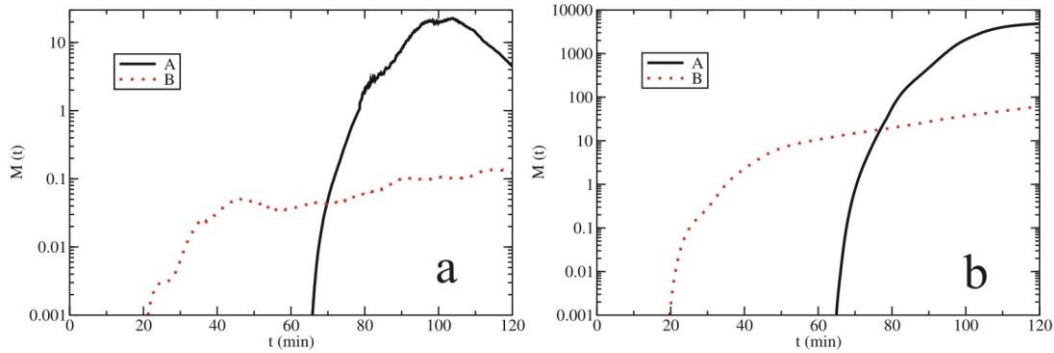
kumulativne sume (*b*), za mikrofizičku šemu sa embrionima zrna grada (A) i bez njih (B). Može se videti da se grad pojavljuje mnogo ranije u eksperimentu B (oko 15 min posle početka simulacije), što je rezultat direktnog transfera smrznutih kišnih kapi (sudaranjem kišnih kapi sa ledenim kristalima i snegom) i snega u kategoriju grada. Ovo rano obrazovanje grada je veliki nedostatak ove mikrofizičke šeme zato što prouzrokuje brzo formiranje zrna grada, koja imaju prečnik manji od 0.5 cm, pogotovo kada se sitne kišne kapi mrznu. U eksperimentu sa embrionima zrna grada, grad je formiran znatno kasnije, posle 60. minuta vremenske integracije. Kasnije obrazovanje grada je posledica faznog razvoja grada, razvijajući se od ledenih kristala i snega, preko srednje oinjenih elemenata (krupe) i sugradice, do jako oinjenih elemenata sa gustinom leda (grad).



Slika 4.30: Vremenska zavisnost ukupnog masenog doprinosa M (u tonama) za grad od inicijalnih produkcionih članova koji je sumiran po oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (*a*) i kumulativnu sumu (*b*). Zavisnost je data za obe verzije modela.

Pošto su zrna grada stvorena, ona dalje rastu sudarajući se sa oblačnim kapljicama (D_{hacw}), kišnim kapima (D_{hacr} , W_{hacr}), oblačnim ledenim kristalima (D_{haci} , W_{haci}) i snegom (P_{hacs} , D_{hacs} , W_{hacs}). Sudaranja između embriona zrna grada i grada su jako malog značaja i nisu uključena u model. Ukupan doprinos povećanju mase grada u oblaku može biti napisan kao (Kovačević i Ćurić, 2013):

$$P_{growth_A} = P_{growth_B} = D_{hacw} + D_{hacr} + W_{hacr} + D_{haci} + W_{haci} + P_{hacs} + D_{hacs} + W_{hacs} . \quad (4.7)$$

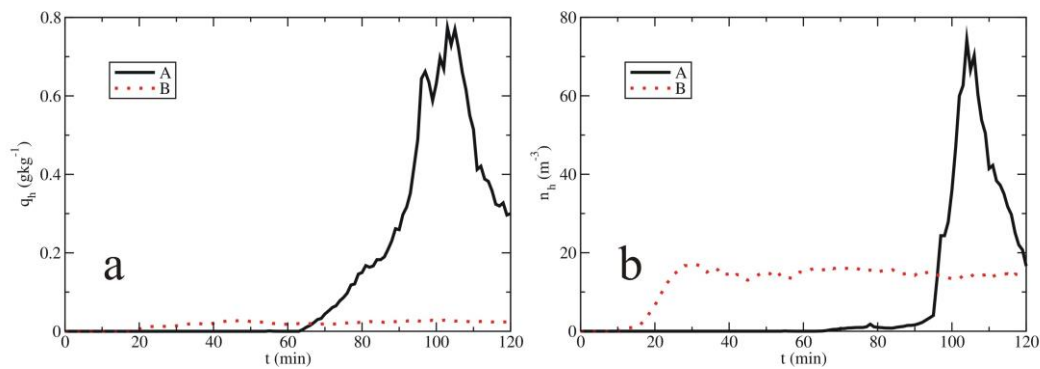


Slika 4.31: Vremenska zavisnost ukupnog masenog doprinosa M (u tonama) za produkcione članove za rast grada koji je sumiran po oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (a) i kumulativnu sumu (b). Zavisnost je data za obe verzije modela.

Slika 4.31 pokazuje ukupan maseni doprinos rasta grada kao funkciju vremena za dati vremenski korak (a) i odgovarajuće kumulativne sume (b) za oba eksperimenta. Može se primetiti da rast zrna grada je značajno veći u slučaju sa embrionima zrna grada u poznim etapama života oblaka. Pored toga, prisustvo embriona vodi mnogo većim vrednostima odnosa smeše (Slika 4.32a) i koncentracije grada (Slika 4.32b). Usled velikog broja zrna grada u eksperimentu A, postoji velika učestalost sudara sa drugim elementima, pre svega sa oblačnim kapljicama. Ovo rezultuje u snažnom injenju grada, stoga, grad raste znatno brže.

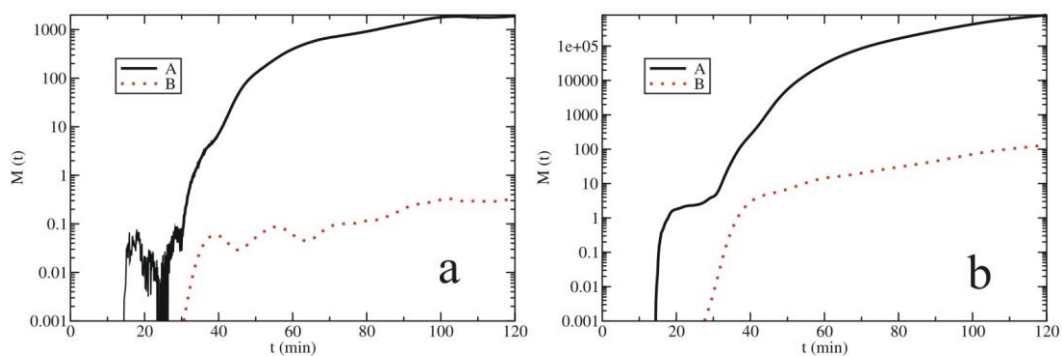
U prisustvu embriona zrna grada, ukupno topljenje oinjnih kategorija leda je zbir topljenja krupe, sugradice i grada, te se može predstaviti kao (Kovačević i Ćurić, 2013):

$$P_{mIt_A} = P_{gmIt} + P_{fmIt} + P_{hmIt} . \quad (4.8)$$



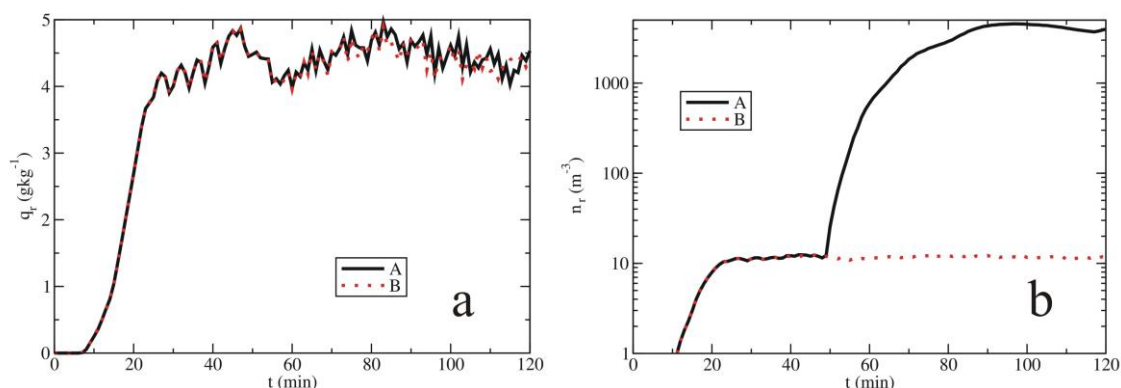
Slika 4.32: Vremenska evolucija maksimalnog odnosa smeše (a) i koncentracije (b) grada. Zavisnost je data za obe verzije modela.

Slika 4.33 pokazuje maseni doprinos obrazovanju kiše usled topljenja oinjanih elemenata (krupe, sugradice i grada). Vidimo da topljenje datih elemenata je veće u eksperimentu A za nekoliko redova veličine zato što postoje tri oinjene padavinske kategorije koje se tope, te to vodi većim iznosima akumulirane kiše na tlu. Takođe, embrioni zrna grada su manjih dimenzija i brže se tope; u drugom slučaju, imamo topljenje samo grada koji je većih dimenzija i sporije se topi pri padanju.



Slika 4.33: Vremenska zavisnost ukupnog masenog doprinosa M (u tonama) za produkcione članove topljenja ledenih padavinskih elemenata (krupe, sugradica i grad) koji je sumiran po oblasti integracije za: trenutni vremenski korak (a) i kumulativnu sumu (b). Zavisnost je data za obe verzije modela.

Slika 4.34 prikazuje vremensku zavisnost maksimalnih vrednosti odnosa smeše (a) i koncentracije (b) kiše za svaki scenario. Skoro da ne postoje razlike u vremenskoj zavisnosti za odnos smeše kišne vode (Slika 4.34a). Ipak, postoji značajna razlika u maksimalnoj koncentraciji kišnih kapi posle 50. minuta vremenske integracije (Slika 4.34b). Veliki skok u maksimalnoj koncentraciji kišnih kapi u eksperimentu A oko 50. minuta je povezan sa brzim topljenjem embriona zrna grada. Male čestice krupe i sugradice se brzo tope i pretvaraju u kišne kapi, što vodi povećanju njihove koncentracije. Jedan veliki nedostatak mikrofizičke šeme bez embriona zrna grada je podcenjivanje vrednosti koncentracije kišnih kapi u poređenju sa izmerenim vrednostima. U ovom slučaju, maksimalna koncentracija kišnih kapi je oko 10 m^{-3} , dok je u eksperimentu A, maksimalna koncentracija kišnih kapi oko 4000 m^{-3} .



Slika 4.34: Vremenska evolucija maksimalnog odnosa smeše (a) i koncentracije (b) kišnih kapi. Zavisnost je data za obe verzije modela.

4.3.2 Zasejavani slučaj

Sprovedeni su eksperimenti zasejavanja menjajući masu ubačenog reagensa za oblast oblaka iznad $-8 \text{ }^\circ\text{C}$ izoterme u uzlaznoj struji u oblaku. Numerički eksperimenti su izvršeni za model sa uključenim embrionima zrna grada (eksperimenti A1, A2 i A3) i bez njih (eksperimenti B1, B2 i B3). Karakteristike datih eksperimenata i relativna promena akumuliranih padavina kiše i grada na tlu u odnosu na nezasejavane slučajeve

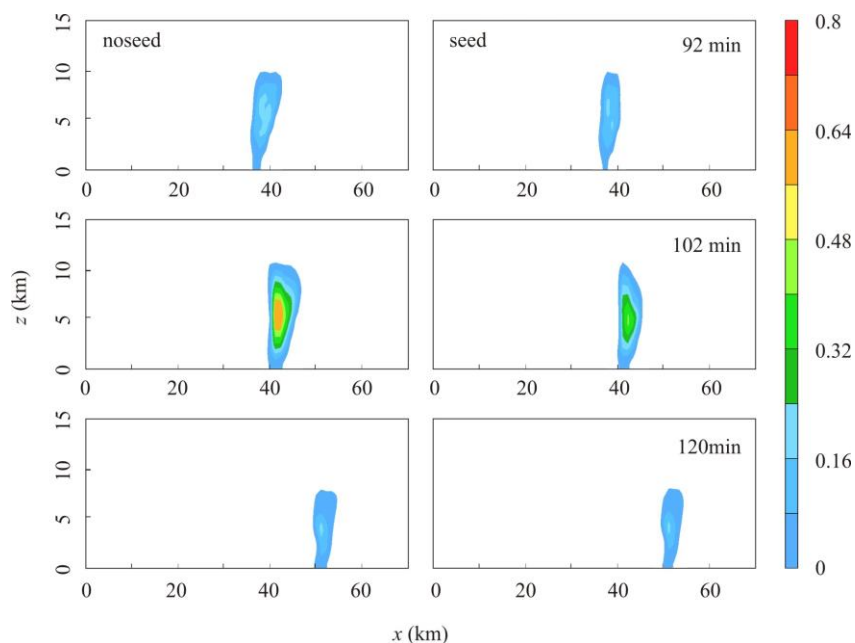
je prikazana u *Tabeli 4.4*. Može se primetiti da su značajnije promene u iznosu palog grada i kiše na tlu primećene kod modela sa embrionima grada.

Tabela 4.4: *Eksperimenti zasejavanja u odnosu na prisustvo embriona zrna grada.*

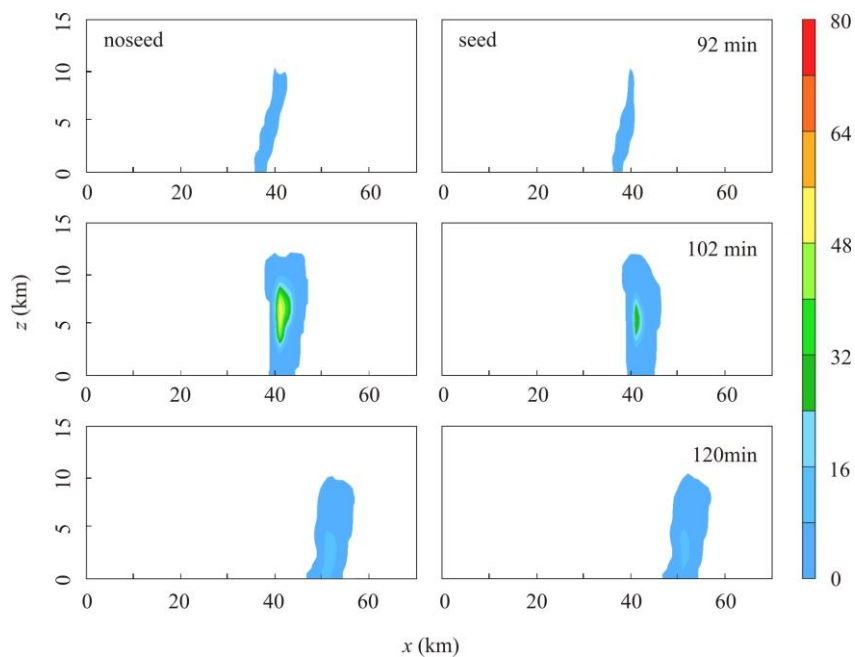
<i>test</i>	w_{qa} (g)	q_a (kgkg ⁻¹)	t_{Zmax} (°C)	$t_{početak}$ (s)	$p_{kiša}$ (%)	p_{grad} (%)
A1	337.5	1×10^{-12}	-8.2	690.0	1.37	-27.22
A2	675.0	2×10^{-12}	-8.2	690.0	1.48	-21.14
A3	1012.5	3×10^{-12}	-8.2	690.0	1.11	-13.79
B1	337.5	1×10^{-12}	-8.1	816.0	0.22	1.00
B2	675.0	2×10^{-12}	-8.1	816.0	-0.10	1.25
B3	1012.5	3×10^{-12}	-8.1	816.0	0.12	0.49

Tako, imamo najveće smanjenje palog grada od -27.22 % (eksperiment A1), dok povećanjem mase ubačenog reagensa se smanjuje efikasnost u suzbijanju grada. Relativne promene u iznosu akumulirane kiše su neznatne (~ 1 %). Kod modela bez embriona zrna grada, postoji neznatna promena u iznosu akumulirane kiše i grada na tlu zbog zasejavanja.

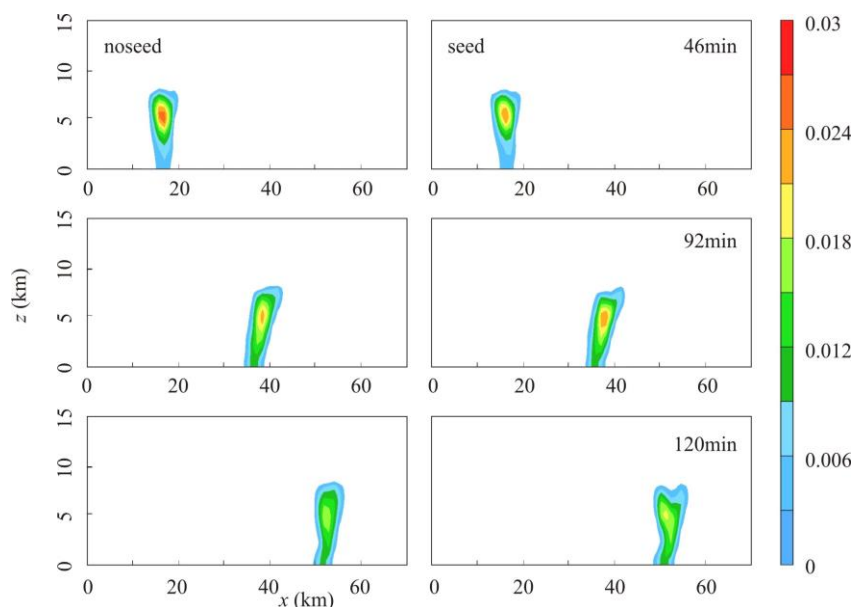
Ovo se sve može pratiti i na vertikalnom preseku oblaka posmatrajući dva polja grada. Na *Slici 4.35* je dat vertikalni profil polja odnosa smeše grada u nezasejavanom (levi panel – *noseed*) i zasejavanom slučaju (desni panel – *seed*) za tri karakteristična trenutka vremena (92., 102. i 120. minut integracije). Vertikalni presek je prikazan za levoskrećuću ćeliju, koja je bila karakteristična po većoj količini obrazovanog grada. Analogno, *Slika 4.36* pokazuje vertikalni presek koncentracije grada u modelu sa embrionima zrna grada. Vidimo da se zasejavanjem smanjuju vrednosti odnosa smeše (*Slika 4.35*) i koncentracije grada (*Slika 4.36*), kao i da grad obuhvata manju oblast u oblaku.



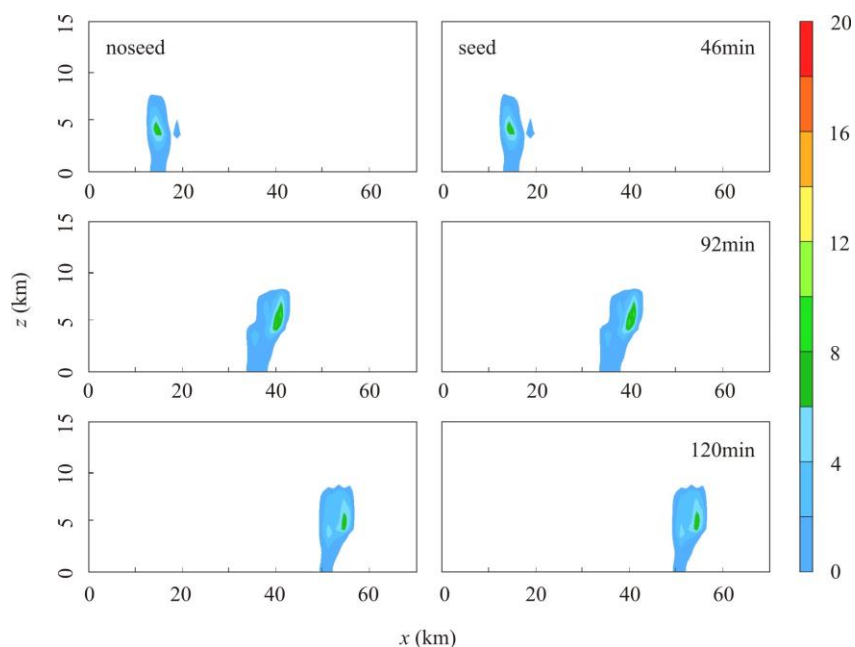
Slika 4.35: Vertikalni presek odnosa smeše grada ($u \text{ gkg}^{-1}$) duž levoskrećuće olujne ćelije za model sa embrionima zrna grada pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost odnosa smeše grada je 0.08 gkg^{-1} .



Slika 4.36: Vertikalni presek koncentracije grada ($u \text{ m}^{-3}$) duž levoskrećuće olujne ćelije za model sa embrionima zrna grada pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost koncentracije grada je 0.1 m^{-3} .



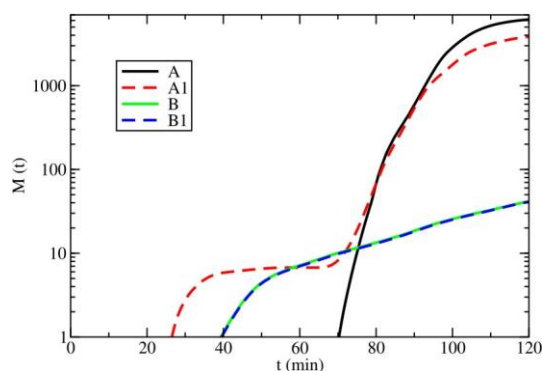
Slika 4.37: Vertikalni presek odnosa smeše grada (u gkg^{-1}) duž levoskrećuće olujne ćelije za model bez embriona zrna grada pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost odnosa smeše grada je 0.003 gkg^{-1} .



Slika 4.38: Vertikalni presek koncentracije grada (u m^{-3}) duž levoskrećuće olujne ćelije za model bez embriona zrna grada pri nezasejavanom (levi panel) i zasejavanom slučaju (desni panel). Minimalna vrednost koncentracije grada je 1 m^{-3} .

Ako pogledamo analogne vertikalne preseke odnosa smeše (Slika 4.37) i koncentracije grada (Slika 4.38) za model bez embriona zrna grada duž levoskrećuće ćelije, uočavamo da zasejavanjem ne dolazi do značajnijih promena u datim poljima. Kao što je ranije napomenuto, model bez embriona generiše ranije polje grada i njegovu pojavu pri tlu, što se ovde takođe može osmotriti (46. minut). Vrednosti odnosa smeše i koncentracije grada u ovom slučaju su mnogo niže nego u slučaju modela sa embrionima, što je ranije prikazano na Slici 4.32.

Zasejavanjem oblaka dolazi do interakcije između čestica reagensa i oblačnih kapljica i kišnih kapi. U obe verzije modela, interakcija reagensa sa oblačnim kapljicama (proces P_{bc} , P_{ic} i P_{ph}) vodi stvaranju oblačnog leda. U modelu sa embrionima zrna grada, interakcija reagensa sa kišnim kapima (proces P_{br} i P_{ir}) vodi obrazovanju elemenata sugradice (smrznute kišne kapi), dok u modelu bez embriona, ova interakcija rezultuje u formiranju zrna grada. Na Slici 4.39 možemo pogledati kumulativne sume za prikupljanje oblačnih kapljica od strane zrna grada (D_{hacw}) kao funkciju vremena za dve verzije modela pri nezasejavanom (eksperimenti A i B) i zasejavanom slučaju (eksperimenti A1 i B1). Ovaj produkcionni član je izabran jer predstavlja najdominantniji proces za rast grada. Primećujemo da su kumulativne sume manje u eksperimentu A1 u odnosu na odgovarajući nezasejavani slučaj (A), dok su u slučaju modela bez embriona, razlike između kumulativnih suma neznatne.



Slika 4.39: Maseni doprinos kumulativne sume prikupljanja oblačnih kapljica od zrna grada (D_{hacw}) za nezasejavane (A i B) i zasejavane slučajeve (A1 i B1).

Kada imamo embrione zrna grada, imamo postepeni prelaz od oblačnih ledenih elemenata (ledeni kristali), preko snega i embriona zrna grada (krupa i sugradica) do grada. Takođe, formiranje sugradice od interakcije čestica reagensa sa kišnim kapima vodi novim, malim ledenim elementima koji odlažu neko vreme prelazak u grad i troše oblačnu vodu za svoj rast, koja bi inače bila izvor za rast zrna grada, u modelu bez embriona. Takođe, formiranje brojnih elemenata sugradice zbog zasejavanja rezultuje u njihovim manjim dimenzijama i sporijem prelasku u grad. Konačni rezultat su brojna zrna grada manjih dimenzija koja se pri padu brže tope. Nasuprot, konvertovanje kišnih kapi u grad, mržnjenjem pri sudaru sa česticama reagensa, doprinosi malo njegovom značajnijem razvoju, jer se grad prirodno brzo stvara u modelu bez embriona zrna grada (Slika 4.30). Zbog toga imamo neznatnu relativnu promenu padavina grada i kiše na tlu kada se primeni zasejavanje oblaka u modelu bez embriona zrna grada, tj. model bez embriona je mnogo manje osetljiv na zasejavanje oblaka.

Konačno, navešćemo relativne promene padavina kiše i grada koje su dobijene

Tabela 4.5: Eksperimenti zasejavanja u jednomomentnom modelu.

<i>test</i>	w_{qa} (kg)	q_a (kgkg ⁻¹)	$p_{kiša}$ (%)	p_{grad} (%)
C1	0.3	1.5×10^{-12}	-8.04×10^{-2}	-2.11×10^{-2}
C2	3.0	1.5×10^{-11}	-8.29×10^{-2}	-1.30×10^{-2}
C3	30.4	1.5×10^{-10}	5.60×10^{-3}	7.37×10^{-2}
C4	303.8	1.5×10^{-9}	0.12	3.29×10^{-2}
C5	3037.5	1.5×10^{-8}	0.59	0.57
C6	30375.0	1.5×10^{-7}	0.82	1.07
C7	303750.0	1.5×10^{-6}	1.17	1.40
C8	3037500.0	1.5×10^{-5}	1.67	1.58

zasejavanjem oblaka u jednomomentnom modelu. Rezultati relativnih promena akumulirane kiše i grada na tlu su prikazani u *Tabeli 4.5*. Jednomomentni model ima uključene embrione zrna grada, dok je pretpostavljena raspodela tečne vode jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela. Poredeći sa dvomomentnim modelom (*Tabela 4.4*; eksperiment A1) i približno sličnom količinom ubačenog reagensa (~ 0.3 kg), primećuje se potpuna neosetljivost jednomomentnog modela na zasejavanje oblaka. Relativne promene akumulirane kiše i grada na tlu su neznatne i pri velikim količinama ubačenog reagensa ($\sim 10^6$ kg), koje su inače nepraktične u operativnim postupcima zasejavanja oblaka i ekonomski neisplative.

ZAKLJUČAK

Sušтина ove doktorske disertacije je bila numeričko simuliranje života konvektivnih oblaka i zasejavanja u dvomomentnom modelu. Nehidrostatski model mezo razmera – ARPS je modifikovan pretvaranjem iz jednomomentnog u dvomomentni model, uvođenjem koncentracije mikrofizičkih elemenata. Pored toga, u model su uvedene i dve nove mikrofizičke kategorije – krupa i sugradica, koje predstavljaju embrione zrna grada. U modelu je omogućeno korišćenje dva različita pristupa u opisu spektra tečne vode. Jedan slučaj karakteriše jedinstvena Hrgijan-Mazinova raspodela koja opisuje spektar oblačnih kapljica i kišnih kapi. Drugi pristup je pretpostavljanje monodisperzne raspodele za raspodelu oblačnih kapljica i Maršal-Palmerove raspodele kao raspodele kišnih kapi. Takođe, u model je ubačeno polje reagensa – srebro-jodida i napravljena nova šema zasejavanja oblaka.

Ispitivan je uticaj vrednosti koncentracije oblačnih kapljica, prisustva embriona zrna grada i izbora raspodele tečne vode na numeričke simulacije oblaka u nezasejavanom i zasejavanom slučaju.

Dobijeni su sledeći rezultati:

- Povećanje koncentracije oblačnih kapljica vodi većim iznosima akumuliranog grada, a smanjenoj količini akumulirane kiše na tlu. Najvažniji proces za rast grada je prikupljanje oblačnih kapljica od strane zrna grada.

- Suzbijanje grada na tlu je najveće pri nižim vrednostima koncentracije oblačnih kapljica; kako koncentracija oblačnih kapljica raste, efektivnost u suzbijanju grada naglo opada.
- Nije primećeno značajnije povećanje akumulirane kiše na tlu usled zasejavanja.
- Hrgijan-Mazinova raspodela je osetljivija na promene koncentracije oblačnih kapljica, prateći akumulirane padavine na tlu. Pojava pljuskova kiše i cepanja oblaka je osmotreno u verziji modela sa Hrgijan-Mazinovom raspodelom. U alternativnom pristupu (MMP verzija modela), padavine su prostorno ravnomernije raspodeljene.
- Zasejavanjem oblaka sa pretpostavljenom Hrgijan-Mazinovom raspodelom je dobijeno značajno smanjenje akumuliranog grada na tlu, dok je u drugom slučaju dobijeno povećanje palog grada na tlu.
- Prisustvo embriona zrna grada u oblaku rezultuje u kasnijoj pojavi grada i većim iznosima akumuliranog grada na tlu.
- Vrednosti koncentracije kišnih kapi su podcenjene u modelu bez embriona zrna grada. Najveći doprinos koncentraciji kišnih kapi dolazi od topljenja embriona zrna grada.
- Model sa embrionima zrna grada je osetljiviji na zasejavanje oblaka, dok su relativne promene akumulirane kiše i grada na tlu male, u slučaju modela bez embriona zrna grada.
- Dvomentni model je generalno osetljiviji na zasejavanje oblaka, u poređenju sa jednomomentnim modelom, gde su relativne promene akumulirane kiše i grada na tlu neznatne.
- Konačno, dvomentni model sa prisutnim embrionima zrna grada i jedinstvenom Hrgijan-Mazinovom raspodelom se pokazao kao bolje numeričko sredstvo u simulaciji života oblaka i zasejavanja, pa se preporučuje za dalje korišćenje u numeričkom modeliranju konvektivnih oblaka.

Literatura

- Abramowitz, M., Stegun, I. A. (1970). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Dover, Mineola, 364 pp.
- Brimelow, J. C., Reuter, G. W. (2006). Spatial forecasts of maximum hail size using prognostic model soundings and HAILCAST. *Weather Forecast.* **21**, 206–219.
- Chen, B., Xiao, H. (2010). Silver iodide seeding impact on the microphysics and dynamics of convective clouds in the high plains. *Atmos. Res.* **96**, 186–207.
- Cooper, W. A. (1974) A possible mechanism for contact nucleation. *J. Atmos. Sci.* **31**, 1832–1837.
- Cotton, W. R. (1972). Numerical simulation of precipitation development in a supercooled cumuli – Part II. *Mon. Weather Rev.* **100**, 764–784.
- Cotton, W. R., Tripoli, G. J., Rauber, R. M., Mulvihill, E. A. (1986). Numerical simulation of the effects of varying ice crystal nucleation rates and aggregation processes on orographic snowfalls. *J. Climate Appl. Meteorol.* **14**, 718–733.
- Cotton, W. R., McAnelly, R., Carrio, G., Mielke, P., Hartzell, C. (2006). Simulations of Snowpack Augmentation in the Colorado Rocky Mountains. *J. Weather Modif.* **38**, 58–65.
- Ćurić, M. (1982). The development of the cumulonimbus clouds which moves along a valley. In: Asai T (ed) *Cloud dynamics* (Agee EM.). Reidel, Dordrecht, pp. 259–272.
- Ćurić, M., Janc, D., Vučković, V. (1997). The influence of cloud drop size distribution on simulated seeding effects of hailbearing cloud. *J. Weather Modif.* **29**, 70–73.
- Ćurić, M., Janc, D., Vučković, V. (2007). Cloud seeding impact on precipitation as revealed by cloud-resolving mesoscale model. *Meteorol. Atmos. Phys.* **95**, 179–193.

- Ćurić, M., Janc, D., Vučković, V., Kovačević, N. (2009). An inadvertent transport of the seeding material as a result of cloud modification. *Meteorol. Atmos. Phys.* **105**, 157–165.
- DeMott, P. J., Finnegan, W. G., Grant, L. O. (1983). An application of chemical kinetic theory and methodology to characterize the ice nucleating properties of aerosols used for weather modification. *J. Climate Appl. Meteor.* **22**, 1190–1203.
- Farley, R. D., Chen, H., Orville, H. D., Hjelmleft, M. R. (2004). Numerical simulation of hail formation in the 28 June 1989 Bismarck thunderstorm. Part II: cloud seeding results. *Atmos. Res.* **71**, 81–113.
- Fletcher, N. H. (1962). *The Physics of Rain Clouds*. Cambridge University Press, 390 pp.
- Garstang, M., Bruintjes, R., Serafin, R., Orville, H., Boe, B., Cotton, W., Warburton, J. (2005). Weather modification: finding common ground. *B. Am. Meteorol. Soc.* **86**, 647–655.
- Glickman, T. S. (2000). *Glossary of meteorology* (2nd ed.). Am. Meteorol. Soc., New York, 855 pp.
- Hobbs, P. V., Rangno, A. L. (2004). Super-large raindrops. *Geophys. Res. Lett.* **31**, L13102.
- Hsie, E.-Y., Farley, R. D., Orville, H. D. (1980). Numerical simulation of ice-phase convective cloud seeding. *J. Appl. Meteorol.* **19**, 950–977.
- Hu, Z., He, G. (1988). Numerical simulation of microphysical processes in cumulonimbus – part I: microphysical model. *Acta Meteorol. Sin.* **2**, 471–489.
- Janc, D. (1996). *Poboljšanje parametrizacije mikrofizičkih procesa u modelima konvektivnih oblaka uvođenjem Hrgian-Mazinove raspodele*. Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu.
- Klemp, J. B., Wilhelmson, R. B. (1978). The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J. Atmos. Sci.* **35**, 1070–1096.

- Koenig, L. R. (1971) Numerical modeling of ice deposition. *J. Atmos. Sci.* **28**, 226–237.
- Kopp, F. J. (1988). A simulation of Alberta cumulus. *J. Appl. Meteorol.* **27**, 626–641.
- Kovačević, N. (2005). *Ispitivanje efekata Hrgijan-Mazinove raspodele na rezultate mezo modela*. Diplomski rad, Univerzitet u Beogradu.
- Kovačević, N. (2008). *Osetljivost mezorazmernog modela konvektivnih oblaka na parameter okoline*. Magistarska teza, Univerzitet u Beogradu.
- Kovačević, N., Čurić, M. (2013). The impact of the hailstone embryos on simulated surface precipitation. *Atmos. Res.* **132–133**, 154–163.
- Kovačević, N., Čurić, M. (2014). Sensitivity study of the influence of cloud droplet concentration on hail suppression effectiveness. *Meteorol. Atmos. Phys.* **123**, 195–207.
- Lim, K.-S. S., Hong, S.-Y. (2012). Investigation of aerosol indirect effects on simulated flash-flood heavy rainfall over Korea. *Meteorol. Atmos. Phys.* **118**, 199–214.
- Lim, K.-S. S., Hong, S.-Y., Yum, S. S., Dudhia, J., Klemp, J. B. (2011). Aerosol effects on the development of a supercell storm in a double-moment bulk-cloud microphysics scheme. *J. Geophys. Res.* **116**, D02204.
- Lin, Y.-L., Farley, R. D., Orville, H. D. (1983). Bulk parameterization of the snow field in a cloud model. *J. Appl. Meteorol.* **22**, 1065–1092.
- Liu, J. Y., Orville, H. D. (1969). Numerical modeling of precipitation and cloud shadow effects on mountain-induced cumuli. *J. Atmos. Sci.* **26**, 1283–1298.
- Locatelli, J. D., Hobbs, P. V. (1974). Fall speeds and masses of solid precipitation particles. *J. Geophys. Res.* **79**, 2185–2197.
- Marshall, J. S., Palmer, W. M. (1948). The distribution of raindrops with size. *J. Meteorol.* **5**, 165–166.
- Matson, R. J., Huggins, A. W. (1980). The direct measurement of the sizes, shapes and kinematics of falling hailstones. *J. Atmos. Sci.* **37**, 1107–1125.

- Meyers, M. P., DeMott, P. J., Cotton, W. R. (1995). A comparison of seeded and nonseeded orographic cloud simulations with an explicit cloud model. *J. Appl. Meteorol.* **34**, 834–846.
- Meyers, M. P., Walko, R. L., Harrington, J. Y., Cotton, W. R. (1997). New RAMS cloud microphysics parameterization. Part II: the two-moment scheme. *Atmos. Res.* **45**, 3–39.
- Mossop, S. C., Tuck-Lee, C. (1968). The composition and size distribution of aerosols produced by burning solutions of AgI and NaI in acetone. *J. Appl. Meteor.* **7**, 234–240.
- Murakami, M. (1990). Numerical modeling of dynamical and microphysical evolution of an isolated convective cloud – the 19 July 1981 CCOPE cloud. *J. Meteorol. Soc. Jpn.* **68**, 107–127.
- Nelson, L. D. (1979). Observations and numerical simulations of precipitation mechanisms in natural and seeded convective clouds. Ph.D. dissertation, University of Chicago. 188 pp.
- Noppel, H., Blahak, U., Seifert, A., Beheng, K. D. (2010). Simulations of a hailstorm and the impact of CCN using an advanced two-moment cloud microphysical scheme. *Atmos. Res.* **96**, 286–301.
- Orville, H. D. (1996). A review of cloud modeling in weather modification. *B. Am. Meteorol. Soc.* **77**, 1535–1555.
- Phillips, V. T. J., Donner, L. J., Garner, S. T. (2007). Nucleation processes in deep convection simulated by a cloud-resolving model with double-moment bulk microphysics. *J. Atmos. Sci.* **64**, 738–761.
- Pruppacher, H. R., Klett, J. D. (1997). *Microphysics of clouds and precipitation* (2nd ed.). Kluwer, Dordrecht, 954 pp.
- Seifert, A., Beheng, K. D. (2006). A two-moment cloud microphysics parameterization for mixed-phase clouds. Part 2: maritime vs. continental deep convective storms. *Meteorol. Atmos. Phys.* **92**, 67–82.

- Tao, W. K., Simpson, J. (1993). Goddard cumulus ensemble model. Part I: Model description. *Terr. Atmos. Ocean. Sci.* **4**, 35–72.
- van den Heever, S. C., Carrio, G. G., Cotton, W. R., DeMott, P. J., Prenni, A. J. (2006). Impacts of nucleating aerosol on Florida storms. Part I: Mesoscale simulations. *J. Atmos. Sci.* **63**, 1752–1775.
- Vučković, V. (2003). *Numerička simulacija zasejavanja konvektivnih oblaka*. Doktorska disertacija. Univerzitet u Beogradu.
- Wisner, C., Orville, H. D., Myers, C. (1972). A numerical model of a hail-bearing cloud. *J. Atmos. Sci.* **29**, 1160–1181.
- Xue, M., Droegemeier, K. K., Wong, V. (2000). The Advanced Regional Prediction System (ARPS) – a multi-scale nonhydrostatic atmospheric simulation and prediction model. Part I: model dynamics and verification. *Meteorol. Atmos. Phys.* **75**, 161–193.
- Xue, M., Droegemeier, K. K., Wong, V., Shapiro, A., Brewster, K., Carr, F., Weber, D., Liu, Y., Wang, D. (2001). The Advanced Regional Prediction System (ARPS) – a multi-scale nonhydrostatic atmospheric simulation and prediction tool. Part II: model physics and applications. *Meteorol. Atmos. Phys.* **76**, 143–165.
- Young, K.C. (1977). A numerical examination of some hail suppression concepts. *Meteor. Monogr.* **38**, 195–214.
- Young, K.C. (1993). *Microphysical processes in clouds*. Oxford University Press, Oxford, 427 pp.
- Young, K.C. (1996). Weather modification – a theoretician’s viewpoint. *B. Am. Meteorol. Soc.* **77**, 2701–2710.

Dodatak A

Produkcioni članovi u dvomomentnoj mikrofizičkoj parametrizaciji

1. Prikupljanje oblačnih kapljica od kišnih kapi – P_{racw}

Ovaj produkcionni član je izvor kišne vode, a ponor za oblačnu vodu. Utiče samo na promenu odnosa smeše datih kategorija vode, jer ovim procesom se ne menja koncentracija kišnih kapi, dok je koncentracija oblačnih kapljica konstantna.

Za HM verziju modela je:

$$P_{racw} = \frac{16}{3} \pi^2 E_{rw} \frac{\rho_w}{\rho} A^2 \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \frac{1.74a}{B^{11.8}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \Gamma \left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2} \right) \right. \\ \left[\Gamma \left(2.8+i; \frac{BD_{rmax}}{2} \right) - \Gamma \left(2.8+i; \frac{BD_{rmin}}{2} \right) \right] - \frac{4e}{B^{13}} \Gamma \left(11-i; \frac{BD_{rmin}}{2} \right) \\ \left. \left[\Gamma \left(2+i; \frac{BD_{rmax}}{2} \right) - \Gamma \left(2+i; \frac{BD_{rmin}}{2} \right) \right] \right\},$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{racw} = \frac{\pi}{4} E_{rw} q_c N_{0r} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{D_c^{3-i}}{\lambda_r^{0.8+i}} \left[\Gamma(0.8+i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(0.8+i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right. \\ \left. - e \frac{D_c^{5-i}}{\lambda_r^i} \left[\Gamma(i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\},$$

gde je: $E_1 = 1$, $E_2 = 2$, $E_3 = 1$.

2. Prikupljanje oblačnih kapljica od snega – P_{sacw} , NQ_{sacw}

Dati produkcionni član je izvor za sneg, a ponor za oblačnu vodu pri $T < 0$ °C. Tada utiče samo na promenu odnosa smeše date dve kategorije. Specijalno, za $T > 0$ °C, izvor je za kišnu vodu, te utiče na promenu odnosa smeše i koncentracije kišne vode.

Za HM verziju modela je:

$$P_{sacw} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{sw} \frac{\rho_w}{\rho} AN_{0s} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \frac{c}{B^{9-i} \lambda_s^{0.25+i}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \Gamma \left(9-i; \frac{BD_{min}}{2} \right) \Gamma (0.25+i; \lambda_s D_{smax}) \right. \\ \left. - \frac{4e}{B^{11-i} \lambda_s^i} \Gamma \left(11-i; \frac{BD_{min}}{2} \right) \Gamma (i; \lambda_s D_{smax}) \right\},$$

$$NQ_{sacw} = \frac{Q_{sacw} n_s}{q_s}, \quad Q_{sacw} = P_{sacw} \text{ za } T > 0^\circ C,$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{sacw} = \frac{\pi}{4} E_{sw} q_c N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ c \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{D_c^{3-i}}{\lambda_s^{0.25+i}} \Gamma (0.25+i; \lambda_s D_{smax}) - e \frac{D_c^{5-i}}{\lambda_s^i} \Gamma (i; \lambda_s D_{smax}) \right\},$$

$$NQ_{sacw} = \frac{P_{sacw} n_s}{q_s}, \quad Q_{sacw} = P_{sacw} \text{ za } T > 0^\circ C,$$

gde je: $F_1 = 4$, $F_2 = 4$, $F_3 = 1$.

3. Prikupljanje oblačnih kapljica od krupе – P_{gacw} , NQ_{gacw}

Ovaj produkcionni član je izvor za krupu, a ponor za oblačnu vodu pri $T < 0^\circ C$. Tada utiče samo na promenu odnosa smeše date dve kategorije. Specijalno, za $T > 0^\circ C$, izvor je za kišnu vodu, te utiče na promenu odnosa smeše i koncentracije kišne vode.

Za HM verziju modela je:

$$P_{gacw} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{gw} \frac{\rho_w}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} AN_{0g} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \frac{A_{vg}}{B^{9-i} \lambda_g^{0.64+i}} \Gamma \left(9-i; \frac{BD_{min}}{2} \right) \right. \\ \left. \Gamma (0.64+i; \lambda_g D_h^*) - \frac{4e}{B^{11-i} \lambda_g^i} \Gamma \left(11-i; \frac{BD_{min}}{2} \right) \Gamma (i; \lambda_g D_{hmin}) \right\},$$

$$NQ_{gacw} = \frac{Q_{gacw} n_g}{q_g}, \quad Q_{gacw} = P_{gacw} \text{ za } T > 0^\circ C,$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{gacw} = \frac{\pi}{4} E_{gw} q_c N_{0g} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ A_{vg} \frac{D_c^{i-1}}{\lambda_r^{4.64-i}} \Gamma(4.64-i; \lambda_g D_{hmin}) - e \frac{D_c^{1+i}}{\lambda_g^{4-i}} \Gamma(4-i; \lambda_g D_{hmin}) \right\},$$

$$NQ_{gacw} = \frac{Q_{gacw} n_g}{q_g}, Q_{gacw} = P_{gacw} \text{ za } T > 0^\circ C.$$

4. Prikupljanje oblačnih kapljica od sugradice – P_{facw} , NQ_{facw}

Ovaj produkcionni član je izvor za sugradicu, a ponor za oblačnu vodu pri $T < 0^\circ C$. Tada utiče samo na promenu odnosa smeše date dve kategorije. Specijalno, za $T > 0^\circ C$, izvor je za kišnu vodu, te utiče na promenu odnosa smeše i koncentracije kišne vode.

Za HM verziju modela je:

$$P_{facw} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{fw} \frac{\rho_w}{\rho} A N_{0f} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{B^{9-i} \lambda_f^{0.5+i}} \Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \Gamma(0.5+i; \lambda_f D_{fmax}) - \frac{4e}{B^{11-i} \lambda_f^i} \Gamma\left(11-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \Gamma(i; \lambda_f D_{fmax}) \right\},$$

$$NQ_{facw} = \frac{Q_{facw} n_f}{q_f}, Q_{facw} = P_{facw} \text{ za } T > 0^\circ C,$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{facw} = \frac{\pi}{4} E_{fw} q_c N_{0f} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{D_c^{3-i}}{\lambda_f^{0.5+i}} \Gamma(0.5+i; \lambda_f D_{hmin}) - e \frac{D_c^{5-i}}{\lambda_f^i} \Gamma(i; \lambda_f D_{hmin}) \right\},$$

$$NQ_{facw} = \frac{Q_{facw} n_f}{q_f}, Q_{facw} = P_{facw} \text{ za } T > 0^\circ C.$$

5. Prikupljanje oblačnih kapljica od zrna grada – D_{hacw} , NQ_{hacw}

Ovaj produkcionni član je izvor za grad, a ponor za oblačnu vodu pri $T < 0$ °C. Tada utiče samo na promenu odnosa smeše date dve kategorije. Specijalno, za $T > 0$ °C, izvor je za kišnu vodu, te utiče na promenu odnosa smeše i koncentracije kišne vode.

Za HM verziju modela je:

$$D_{hacw} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{hw} \frac{\rho_w}{\rho} AN_{0h} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{B^{9-i} \lambda_h^{0.5+i}} \Gamma \left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2} \right) \right. \\ \left. \left[\Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmin}) \right] - \frac{4e}{B^{11-i} \lambda_h^i} \Gamma \left(11-i; \frac{BD_{rmin}}{2} \right) \right. \\ \left. \left[\Gamma(i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right\},$$

$$NQ_{hacw} = \frac{Q_{hacw} n_h}{q_h}, \quad Q_{hacw} = D_{hacw} \text{ za } T > 0^\circ C,$$

dok je za MMP verziju modela:

$$D_{hacw} = \frac{\pi}{4} E_{hw} q_c N_{0h} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{D_c^{3-i}}{\lambda_h^{0.5+i}} \right. \\ \left. \left[\Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmin}) \right] - e \frac{D_c^{5-i}}{\lambda_h^i} \right. \\ \left. \left[\Gamma(i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right\},$$

$$NQ_{hacw} = \frac{Q_{hacw} n_h}{q_h}, \quad Q_{hacw} = D_{hacw} \text{ za } T > 0^\circ C.$$

6. Prikupljanje oblačnih ledenih kristala od kišnih kapi – P_{raci} , NP_{raci}

Ovaj produkcionni član je izvor za sugradicu, a ponor za kišnu vodu i oblačni led.

Za HM verziju modela je:

$$\begin{aligned}
 P_{raci} &= \frac{\pi}{2} E_{ri} \frac{A_{mi}}{\rho} AN_{0i} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ 1.74a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(3+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{3+i} B^{6.8-i}} \right. \\
 &\quad \left[\Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \\
 &\quad \left. \frac{\Gamma(3.33+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{3.33+i} B^{6-i}} \left[\Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\}, \\
 NP_{raci} &= \frac{\pi}{2} E_{ri} AN_{0i} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ 1.74a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(1+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1+i} B^{6.8-i}} \right. \\
 &\quad \left[\Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \\
 &\quad \left. \frac{\Gamma(1.33+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1.33+i} B^{6-i}} \left[\Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\},
 \end{aligned}$$

dok je za MMP verziju modela:

$$\begin{aligned}
 P_{raci} &= \frac{\pi}{4} E_{ri} \frac{A_{mi}}{\rho} N_{0r} N_{0i} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(3+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{3+i} \lambda_r^{4.8-i}} \right. \\
 &\quad \left[\Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \\
 &\quad \left. \frac{\Gamma(3.33+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{3.33+i} \lambda_r^{4-i}} \left[\Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\},
 \end{aligned}$$

$$NP_{raci} = \frac{\pi}{4} E_{ri} N_{0r} N_{0i} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(1+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1+i} \lambda_r^{4.8-i}} \right. \\ \left. \left[\Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \right. \\ \left. \frac{\Gamma(1.33+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1.33+i} \lambda_r^{4-i}} \left[\Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\}.$$

7. Prikupljanje kišnih kapi od oblačnih ledenih kristala – P_{iacr} , NP_{iacr}

Ovaj mikrofizički transfer je izvor za sugradicu, a ponor za kišnu vodu i oblačni led.

Za HM verziju modela je:

$$P_{iacr} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{ri} \frac{\rho_w}{\rho} AN_{0i} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ 1.74a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(1+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1+i} B^{9.8-i}} \right. \\ \left. \left[\Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \right. \\ \left. \frac{\Gamma(1.33+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1.33+i} B^{9-i}} \left[\Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\},$$

$$NP_{iacr} = NP_{raci},$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{iacr} = \frac{\pi^2}{24} E_{ri} \frac{\rho_w}{\rho} N_{0r} N_{0i} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(1+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1+i} \lambda_r^{7.8-i}} \right. \\ \left. \left[\Gamma(7.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(7.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \right. \\ \left. \frac{\Gamma(1.33+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1.33+i} \lambda_r^{7-i}} \left[\Gamma(7-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(7-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\},$$

$$NP_{iacr} = NP_{raci}.$$

8. Prikupljanje oblačnih ledenih kristala od snega – P_{saci} , NP_{saci}

Dati produkcionni član je izvor za sneg, a ponor za oblačni led.

$$P_{saci} = \frac{\pi}{4} E_{si} \frac{A_{mi}}{\rho} N_{0s} N_{0i} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ c \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(4.25 - i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(3 + i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_s^{4.25-i} \lambda_i^{3+i}} \right. \\ \left. - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \frac{\Gamma(4 - i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(3.33 + i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_s^{4-i} \lambda_i^{3.33+i}} \right\}$$

$$NP_{saci} = \frac{\pi}{4} E_{si} N_{0s} N_{0i} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ c \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(4.25 - i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(1 + i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_s^{4.25-i} \lambda_i^{1+i}} \right. \\ \left. - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \frac{\Gamma(4 - i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(1.33 + i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_s^{4-i} \lambda_i^{1.33+i}} \right\}$$

9. Prikupljanje oblačnih ledenih kristala od krupe – P_{gaci} , NP_{gaci}

Dati produkcionni član je izvor za krupu, a ponor za oblačni led.

$$P_{gaci} = \frac{\pi}{4} E_{gi} \frac{A_{mi}}{\rho} N_{0g} N_{0i} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ A_{vg} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_g^{4.64-i} \lambda_i^{3+i}} \right. \\ \left. \Gamma(4.64 - i; \lambda_g D_h^*) \Gamma(3 + i; \lambda_i D_{imax}) - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \frac{1}{\lambda_g^{4-i} \lambda_i^{3.33+i}} \right. \\ \left. \Gamma(4 - i; \lambda_g D_{hmin}) \Gamma(3.33 + i; \lambda_i D_{imax}) \right\}$$

$$NP_{gaci} = \frac{\pi}{4} E_{gi} N_{0g} N_{0i} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ A_{vg} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_g^{4.64-i} \lambda_i^{1+i}} \right.$$

$$\Gamma(4.64-i; \lambda_g D_h^*) \Gamma(1+i; \lambda_i D_{imax}) - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \frac{1}{\lambda_g^{4-i} \lambda_i^{1.33+i}}$$

$$\left. \Gamma(4-i; \lambda_g D_h^*) \Gamma(1.33+i; \lambda_i D_{imax}) \right\}$$

10. Prikupljanje oblačnih ledenih kristala od sugradice – P_{faci} , NP_{faci}

Dati produkcionni član je izvor za sugradicu, a ponor za oblačni led.

$$P_{faci} = \frac{\pi}{4} E_{fi} \frac{A_{mi}}{\rho} N_{0i} N_{0f} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_i^{3+i} \lambda_f^{4.5-i}} \right.$$

$$\Gamma(3+i; \lambda_i D_{imax}) \Gamma(4.5-i; \lambda_f D_{hmin}) - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \frac{1}{\lambda_i^{3.33+i} \lambda_f^{4-i}}$$

$$\left. \Gamma(3.33+i; \lambda_i D_{imax}) \Gamma(4-i; \lambda_f D_{hmin}) \right\}$$

$$NP_{faci} = \frac{\pi}{4} E_{fi} N_{0i} N_{0f} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_i^{1+i} \lambda_f^{4.5-i}} \right.$$

$$\Gamma(1+i; \lambda_i D_{imax}) \Gamma(4.5-i; \lambda_f D_{hmin}) - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \frac{1}{\lambda_i^{1.33+i} \lambda_f^{4-i}}$$

$$\left. \Gamma(1.33+i; \lambda_i D_{imax}) \Gamma(4-i; \lambda_f D_{hmin}) \right\}$$

11. Prikupljanje oblačnih ledenih kristala od zrna grada – P_{haci} , NP_{haci}

Dati produkcionni član je izvor za grad, a ponor za oblačni led.

$$P_{haci} = \frac{\pi}{4} E_{hi} \frac{A_{mi}}{\rho} N_{0i} N_{0h} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(3+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{3+i} \lambda_h^{4.5-i}} \right.$$

$$\begin{aligned}
& \left[\Gamma(4.5 - i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4.5 - i; \lambda_h D_{hmin}) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \\
& \frac{\Gamma(3.33 + i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{3.33+i} \lambda_h^{4-i}} \left[\Gamma(4 - i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4 - i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \Big\} \\
NP_{haci} &= \frac{\pi}{4} E_{hi} N_{0i} N_{0h} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(1+i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1+i} \lambda_h^{4.5-i}} \right. \\
& \left. \left[\Gamma(4.5 - i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4.5 - i; \lambda_h D_{hmin}) \right] - A_{vi} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.3} \right. \\
& \left. \frac{\Gamma(1.33 + i; \lambda_i D_{imax})}{\lambda_i^{1.33+i} \lambda_h^{4-i}} \left[\Gamma(4 - i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4 - i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right\}
\end{aligned}$$

12. Prikupljanje snega od kišnih kapi – P_{racs} , NP_{racs}

Dati produkcionni član je izvor za sugradicu, a ponor za kišnu vodu i sneg.

Za HM verziju modela je:

$$\begin{aligned}
P_{racs} &= \frac{\pi^2}{12} E_{rs} \frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} AN_{0s} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ 1.74a \frac{\Gamma(3+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{3+i} B^{6.8-i}} \right. \\
& \left[\Gamma\left(6.8 - i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6.8 - i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - c \frac{\Gamma(3.25+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{3.25+i} B^{6-i}} \\
& \left. \left[\Gamma\left(6 - i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6 - i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\}, \\
NP_{racs} &= \frac{\pi}{2} E_{rs} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} AN_{0s} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ 1.74a \frac{\Gamma(i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^i B^{6.8-i}} \right. \\
& \left[\Gamma\left(6.8 - i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6.8 - i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - c \frac{\Gamma(0.25+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{0.25+i} B^{6-i}}
\end{aligned}$$

$$\left[\Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \Bigg\},$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{racs} = \frac{\pi^2}{24} E_{rs} \frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} N_{0r} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ a \frac{\Gamma(3+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{3+i} \lambda_r^{4.8-i}} \right.$$

$$\left[\Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - c \frac{\Gamma(3.25+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{3.25+i} \lambda_r^{4-i}}$$

$$\left. \left[\Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\},$$

$$NP_{racs} = \frac{\pi}{4} E_{rs} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} N_{0r} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ a \frac{\Gamma(i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^i \lambda_r^{4.8-i}} \right.$$

$$\left[\Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - c \frac{\Gamma(0.25+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{0.25+i} \lambda_r^{4-i}}$$

$$\left. \left[\Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\}.$$

13. Prikupljanje kišnih kapi od snega – P_{sacr} , NP_{sacr}

Isto kao prethodni produkcionni član, izvor je za sugradicu, a ponor za kišnu vodu i sneg.

Za HM verziju modela je:

$$P_{sacr} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{sr} \frac{\rho_w}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} AN_{0s} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \frac{1.74a}{\lambda_s^i B^{9.8-i}} \Gamma(i; \lambda_s D_{smax}) \right.$$

$$\left[\Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - c \frac{\Gamma(0.25+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{0.25+i} B^{9-i}}$$

$$\left[\Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \Bigg\},$$

$$NP_{sacr} = NP_{racs},$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{sacr} = \frac{\pi^2}{24} E_{rs} \frac{\rho_w}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} N_{0r} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ a \frac{\Gamma(i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^i \lambda_r^{7.8-i}} \right.$$

$$\left. \left[\Gamma(7.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(7.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - c \frac{\Gamma(0.25+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{0.25+i} \lambda_r^{7-i}} \right.$$

$$\left. \left[\Gamma(7-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(7-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\},$$

$$NP_{sacr} = NP_{racs}.$$

14. Prikupljanje kišnih kapi od krupe – P_{gacr} , NP_{gacr}

Dati produkcionni član je izvor za krupu, a ponor za kišnu vodu.

Za HM verziju modela je:

$$P_{gacr} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{gr} \frac{\rho_w}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} AN_{0g} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ A_{vg} \frac{\Gamma(0.64+i; \lambda_g D_{hmin})}{\lambda_g^{0.64+i} B^{9-i}} \right.$$

$$\left. \left[\Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - 1.74a \frac{\Gamma(i; \lambda_g D_{hmin})}{\lambda_g^i B^{9.8-i}} \right.$$

$$\left. \left[\Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\},$$

$$NP_{gacr} = \frac{\pi}{2} E_{gr} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} AN_{0g} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ A_{vg} \frac{\Gamma(0.64+i; \lambda_g D_{hmin})}{\lambda_g^{0.64+i} B^{6-i}} \right.$$

$$\left[\Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - 1.74a \frac{\Gamma\left(i; \lambda_g D_{hmin}\right)}{\lambda_g^i B^{6.8-i}}$$

$$\left[\Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \Bigg\},$$

dok je za MMP verziju modela:

$$P_{gacr} = \frac{\pi^2}{24} E_{gr} \frac{\rho_w}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} N_{0r} N_{0g} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ A_{vg} \frac{\Gamma\left(4.64-i; \lambda_g D_{hmin}\right)}{\lambda_g^{4.64-i} \lambda_r^{5+i}} \right.$$

$$\left[\Gamma\left(5+i; \lambda_r D_{rmax}\right) - \Gamma\left(5+i; \lambda_r D_{rmin}\right) \right] - 1.74a \frac{\Gamma\left(4-i; \lambda_g D_{hmin}\right)}{\lambda_g^{4-i} \lambda_r^{3.8+i}}$$

$$\left. \left[\Gamma\left(3.8+i; \lambda_r D_{rmax}\right) - \Gamma\left(3.8+i; \lambda_r D_{rmin}\right) \right] \right\},$$

$$NP_{gacr} = \frac{\pi}{4} E_{gr} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} N_{0r} N_{0g} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ A_{vg} \frac{\Gamma\left(4.64-i; \lambda_g D_{hmin}\right)}{\lambda_g^{4.64-i} \lambda_r^{2+i}} \right.$$

$$\left[\Gamma\left(2+i; \lambda_r D_{rmax}\right) - \Gamma\left(2+i; \lambda_r D_{rmin}\right) \right] - 1.74a \frac{\Gamma\left(4-i; \lambda_g D_{hmin}\right)}{\lambda_g^{4-i} \lambda_r^{0.8+i}}$$

$$\left. \left[\Gamma\left(0.8+i; \lambda_r D_{rmax}\right) - \Gamma\left(0.8+i; \lambda_r D_{rmin}\right) \right] \right\}.$$

15. Prikupljanje kišnih kapi od sugradice – P_{facr} , NP_{facr}

Dati produkcionni član je izvor za sugradicu, a ponor za kišnu vodu.

Za HM verziju modela je:

$$P_{facr} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{fr} \frac{\rho_w}{\rho} AN_{0f} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho}\right)^{0.5} \frac{\Gamma\left(0.5+i; \lambda_f D_{hmin}\right)}{\lambda_f^{0.5+i} B^{9-i}} \right.$$

$$\begin{aligned}
& \left[\Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - \frac{1.74a}{\lambda_f^i B^{9.8-i}} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} \\
& \Gamma(i; \lambda_f D_{hmin}) \left[\Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \Bigg\}, \\
NP_{facr} &= \frac{\pi}{2} E_{fr} AN_{0f} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho}\right)^{0.5} \frac{\Gamma(0.5+i; \lambda_f D_{hmin})}{\lambda_f^{0.5+i} B^{6-i}} \right. \\
& \left[\Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] - \frac{1.74a}{\lambda_f^i B^{6.8-i}} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} \\
& \left. \Gamma(i; \lambda_f D_{hmin}) \left[\Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(6.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\},
\end{aligned}$$

dok je za MMP verziju modela:

$$\begin{aligned}
P_{facr} &= \frac{\pi^2}{24} E_{fr} \frac{\rho_w}{\rho} N_{0r} N_{0f} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho}\right)^{0.5} \frac{\Gamma(4.5-i; \lambda_f D_{hmin})}{\lambda_f^{4.5-i} \lambda_r^{3+i}} \right. \\
& \left[\Gamma(3+i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(3+i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - a \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} \frac{\Gamma(4-i; \lambda_f D_{hmin})}{\lambda_f^{4-i} \lambda_r^{3.8+i}} \\
& \left. \left[\Gamma(3.8+i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(3.8+i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\}, \\
NP_{facr} &= \frac{\pi}{4} E_{fr} N_{0r} N_{0f} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho}\right)^{0.5} \frac{\Gamma(4.5-i; \lambda_f D_{hmin})}{\lambda_f^{4.5-i} \lambda_r^i} \right. \\
& \left[\Gamma(i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(i; \lambda_r D_{rmin}) \right] - a \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0.5} \frac{\Gamma(4-i; \lambda_f D_{hmin})}{\lambda_f^{4-i} \lambda_r^{0.8+i}} \\
& \left. \left[\Gamma(0.8+i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(0.8+i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

16. Prikupljanje kišnih kapi od grada – $D(W)_{hacr}$, $ND(NW)_{hacr}$

Dati produkcionni član je izvor za grad, a ponor za kišnu vodu. Razlikujemo suvi (D) i mokri režim (W) rasta zrna grada.

Za HM verziju modela je:

$$D(W)_{hacr} = \frac{2}{3} \pi^2 E_{hr} \frac{\rho_w}{\rho} AN_{0h} \sum_{i=1}^3 F_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_h^{0.5+i} B^{9-i}} \right.$$

$$\left. \left[\Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \left[\Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right.$$

$$\left. - \frac{1.74a}{\lambda_h^i B^{9.8-i}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \left[\Gamma(i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right.$$

$$\left. \left[\Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(9.8-i; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\},$$

$$ND(NW)_{hacr} = \frac{D(W)_{hacr} \cdot n_r}{q_r},$$

dok je za MMP verziju modela:

$$D(W)_{hacr} = \frac{\pi^2}{24} E_{hr} \frac{\rho_w}{\rho} N_{0r} N_{0h} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_h^{0.5+i} \lambda_r^{7-i}} \right.$$

$$\left. \left[\Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right.$$

$$\left. \left[\Gamma(7-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(7-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right.$$

$$\left. - a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_h^i \lambda_r^{7.8-i}} \left[\Gamma(i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right.$$

$$\left. \left[\Gamma(7.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(7.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\},$$

$$\begin{aligned}
ND(NW)_{hacr} &= \frac{\pi}{4} E_{hr} N_{0r} N_{0h} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_h^{0.5+i} \lambda_r^{4-i}} \right. \\
&\quad \left[\Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(0.5+i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \\
&\quad \left[\Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \\
&\quad - a \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_h^i \lambda_r^{4.8-i}} \left[\Gamma(i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \\
&\quad \left. \left[\Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4.8-i; \lambda_r D_{rmin}) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

17. Prikupljanje snega od krupe – P_{gacs} , NP_{gacs}

Dati produkcionni član je izvor za krupu, a ponor za sneg.

$$\begin{aligned}
P_{gacs} &= \frac{\pi^2}{24} E_{gs} \frac{\rho_s}{\rho} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} N_{0g} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ A_{vg} \frac{\Gamma(3+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{3+i} \lambda_g^{4.64-i}} \right. \\
&\quad \left. \Gamma(4.64-i; \lambda_g D_{gmin}) - c \frac{1}{\lambda_s^{3.25+i} \lambda_g^{4-i}} \right. \\
&\quad \left. \Gamma(3.25+i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(4-i; \lambda_g D_{gmin}) \right\} \\
NP_{gacs} &= \frac{\pi}{4} E_{gs} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} N_{0g} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ A_{vg} \frac{\Gamma(i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^i \lambda_g^{4.64-i}} \right. \\
&\quad \left. \Gamma(4.64-i; \lambda_g D_{gmin}) - c \frac{1}{\lambda_s^{0.25+i} \lambda_g^{4-i}} \right. \\
&\quad \left. \Gamma(0.25+i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(4-i; \lambda_g D_{gmin}) \right\}
\end{aligned}$$

18. Prikupljanje snega od sugradice – P_{fac} , NP_{fac}

Dati produkcionni član je izvor za sugradicu, a ponor za sneg.

$$P_{fac} = \frac{\pi^2}{24} E_{fs} \frac{\rho_s}{\rho} N_{0f} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(3+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{3+i} \lambda_f^{4.5-i}} \right.$$

$$\Gamma(4.5-i; \lambda_f D_{hmin}) - c \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_s^{3.25+i} \lambda_f^{4-i}}$$

$$\left. \Gamma(3.25+i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(4-i; \lambda_f D_{hmin}) \right\}$$

$$NP_{fac} = \frac{\pi}{4} E_{fs} N_{0f} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^i \lambda_f^{4.5-i}} \right.$$

$$\Gamma(4.5-i; \lambda_f D_{hmin}) - c \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_s^{0.25+i} \lambda_f^{4-i}}$$

$$\left. \Gamma(0.25+i; \lambda_s D_{smax}) \Gamma(4-i; \lambda_f D_{fmin}) \right\}$$

19. Prikupljanje snega od zrna grada – P_{hacs} , NP_{hacs}

Dati produkcionni član je izvor za grad, a ponor za sneg.

$$PH = \frac{\pi^2}{24} E_{hs} \frac{\rho_s}{\rho} N_{0h} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(3+i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{3+i} \lambda_h^{4.5-i}} \right.$$

$$\left[\Gamma(4.5-i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4.5-i; \lambda_h D_{hmin}) \right] - c \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_s^{3.25+i} \lambda_h^{4-i}}$$

$$\left. \Gamma(3.25+i; \lambda_s D_{smax}) \left[\Gamma(4-i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4-i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
NPH = & \frac{\pi}{4} E_{hs} N_{0h} N_{0s} \sum_{i=1}^3 E_i \left\{ \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{0.5} \frac{\Gamma(i; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^i \lambda_h^{4.5-i}} \right. \\
& \left[\Gamma(4.5-i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4.5-i; \lambda_h D_{hmin}) \right] - c \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \frac{1}{\lambda_s^{0.25+i} \lambda_h^{4-i}} \\
& \left. \Gamma(0.25+i; \lambda_s D_{smax}) \left[\Gamma(4-i; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(4-i; \lambda_h D_{hmin}) \right] \right\}
\end{aligned}$$

20. Sublimacija snega – P_{ssub} , NP_{ssub}

Ovaj produkcionni član predstavlja fazni prelaz – sublimaciju snega. Izvor je za vodenu paru, a ponor za sneg.

$$\begin{aligned}
P_{ssub} = & \frac{2\pi(1-S_i)}{\rho(A''+B'')} N_{0s} \left\{ \frac{0.78}{\lambda_s^2} \Gamma(2; \lambda_s D_{smax}) \right. \\
& \left. + 0.308 \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{c}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\Gamma(2.625; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{2.625}} \right\}
\end{aligned}$$

$$NP_{ssub} = \frac{P_{ssub} n_s}{q_s}$$

$$A'' = \frac{L_s}{K_a T} \left(\frac{L_s}{R_v T} - 1 \right)$$

$$B'' = \frac{R_v T}{e_{si} D_v}$$

21. Sublimacija krupe – P_{gsub} , NP_{gsub}

Slično prethodnom mikrofizičkom transferu; izvor je vodene pare, a ponor za krupu.

$$P_{gsub} = \frac{2\pi(1-S_i)}{\rho(A''+B'')} N_{0g} \left\{ \frac{0.78}{\lambda_g^2} \Gamma(2; \lambda_g D_{hmin}) \right.$$

$$+0.308 \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{A_{vg}}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\Gamma(2.82; \lambda_g D_{hmin})}{\lambda_g^{2.82}} \Bigg\}$$

$$NP_{gsub} = \frac{P_{gsub} n_g}{q_g}$$

22. Sublimacija sugradice – P_{fsub} , NP_{fsub}

Slično prethodnom mikrofizičkom transferu; izvor je vodene pare, a ponor za sugradicu.

$$P_{fsub} = \frac{2\pi(1-S_i)}{\rho(A'' + B'')} N_{0f} \left\{ \frac{0.78}{\lambda_f^2} \Gamma(2; \lambda_f D_{hmin}) \right. \\ \left. + 0.308 \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \nu^{-0.5} \frac{\Gamma(2.75; \lambda_f D_{hmin})}{\lambda_f^{2.75}} \right\}$$

$$NP_{fsub} = \frac{P_{fsub} n_f}{q_f}$$

23. Sublimacija zrna grada – P_{hsub} , NP_{hsub}

Slično, ovaj produkcionni član je izvor vodene pare, a ponor za grad.

$$P_{hsub} = \frac{2\pi(1-S_i)}{\rho(A'' + B'')} N_{0h} \left\{ \frac{0.78}{\lambda_h^2} [\Gamma(2; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(2; \lambda_h D_{hmin})] \right. \\ \left. + 0.308 \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \nu^{-0.5} \frac{[\Gamma(2.75; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(2.75; \lambda_h D_{hmin})]}{\lambda_h^{2.75}} \right\}$$

$$NP_{hsub} = \frac{P_{hsub} n_h}{q_h}$$

24. Topljenje snega – P_{smlt} , NP_{smlt}

Ovaj proces u modelu opisuje topljenje snega. Izvor je za kišnu vodu, a ponor za sneg.

$$P_{smlt} = \frac{2\pi N_{0s}}{\rho L_f} \left[K_a (T - T_0) - L_v D_v \rho (q_{sw}(T_0) - q_v) \right]$$

$$\left\{ \frac{0.78}{\lambda_s^2} \Gamma(2; \lambda_s D_{smax}) + 0.308 \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{c}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \right.$$

$$\left. \frac{\Gamma(2.625; \lambda_s D_{smax})}{\lambda_s^{2.625}} \right\} + \frac{c_w}{L_f} (T - T_0) [Q_{sacw} + Q_{sacr}]$$

$$NP_{smlt} = \frac{P_{smlt} n_s}{q_s}$$

25. Topljenje krupe – P_{gmlt} , NP_{gmlt}

Produkcioni član topljenja krupe je izvor kišne vode, a ponor krupe.

$$P_{gmlt} = \frac{2\pi N_{0g}}{\rho L_f} \left[K_a (T - T_0) - L_v D_v \rho (q_{sw}(T_0) - q_v) \right]$$

$$\left\{ \frac{0.78}{\lambda_g^2} \Gamma(2; \lambda_g D_{hmin}) + 0.308 \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{A_{vg}}{\nu} \right)^{0.5} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.25} \right.$$

$$\left. \frac{\Gamma(2.82; \lambda_g D_{hmin})}{\lambda_g^{2.82}} \right\} + \frac{c_w}{L_f} (T - T_0) [Q_{gacw} + Q_{gacr}]$$

$$NP_{gmlt} = \frac{P_{gmlt} n_g}{q_g}$$

26. Topljenje sugradice – P_{fmlt} , NP_{fmlt}

Ovaj produkioni član je izvor kišne vode, a ponor za sugradicu.

$$P_{fmlt} = \frac{2\pi N_{0f}}{\rho L_f} \left[K_a (T - T_0) - L_v D_v \rho (q_{sw}(T_0) - q_v) \right]$$

$$\left\{ \frac{0.78}{\lambda_f^2} \Gamma(2; \lambda_f D_{hmin}) + 0.308 \left(\frac{v}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{\frac{1}{4}} v^{-\frac{1}{2}} \right.$$

$$\left. \frac{\Gamma(2.75; \lambda_f D_{hmin})}{\lambda_f^{2.75}} \right\} + \frac{c_w}{L_f} (T - T_0) [Q_{facw} + Q_{facr}]$$

$$NP_{fmlt} = \frac{P_{fmlt} n_f}{q_f}$$

27. Topljenje zrna grada – P_{hmlt} , NP_{hmlt}

Ovaj član je izvor kišne vode, a ponor grada.

$$P_{hmlt} = \frac{2\pi N_{0h}}{\rho L_f} [K_a (T - T_0) - L_v D_v \rho (q_{sw}(T_0) - q_v)]$$

$$\left\{ \frac{0.78}{\lambda_h^2} [\Gamma(2; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(2; \lambda_h D_{hmin})] + 0.308 \left(\frac{v}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{4g\rho_h}{3C_D\rho} \right)^{\frac{1}{4}} v^{-\frac{1}{2}} \right.$$

$$\left. \frac{[\Gamma(2.75; \lambda_h D_{hmax}) - \Gamma(2.75; \lambda_h D_{hmin})]}{\lambda_h^{2.75}} \right\} + \frac{c_w}{L_f} (T - T_0) [Q_{hacw} + Q_{hacr}]$$

$$NP_{hmlt} = \frac{P_{hmlt} n_h}{q_h}$$

28. Isparavanje kišnih kapi – P_{revp} , NP_{revp}

Isparavanje je ponor za kišnu vodu, a izvor je vodene pare.

Za HM verziju modela je:

$$P_{revp} = \frac{\pi(1-S)}{F_k + F_d} \frac{\rho_w}{\rho} A \left\{ \frac{6.24}{B^4} \left[\Gamma\left(4; \frac{BD_{rmax}}{2}\right) - \Gamma\left(4; \frac{BD_{rmin}}{2}\right) \right] \right\}$$

$$+4.63 \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{a}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \left[\Gamma \left(4.9; \frac{BD_{max}}{2} \right) - \Gamma \left(4.9; \frac{BD_{min}}{2} \right) \right] B^{-4.9} \Bigg\},$$

$$NP_{revp} = \frac{P_{revp} n_r}{q_r},$$

dok je za MMP verziju:

$$P_{revp} = \frac{2\pi(1-S)}{F_k + F_d} \frac{\rho_w}{\rho} N_{0r} \left\{ \frac{0.78}{\lambda_r^2} \left[\Gamma(2; \lambda_r D_{max}) - \Gamma(2; \lambda_r D_{min}) \right] \right. \\ \left. + \frac{0.308}{\lambda_r^{2.9}} \left(\frac{\nu}{D_v} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{a}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \left[\Gamma(2.9; \lambda_r D_{max}) - \Gamma(2.9; \lambda_r D_{min}) \right] \right\},$$

$$NP_{revp} = \frac{P_{revp} n_r}{q_r}.$$

29. Imerziono mržnjenje kišnih kapi – P_{ifr} , NP_{ifr}

Imerziono (odloženo) mržnjenje je izvor sugradice, a ponor kišne vode. U modelu bez embriona zrna grada je izvor za grad.

Za HM verziju modela je:

$$P_{ifr} = \frac{32}{9} \pi^2 \frac{\rho_w}{\rho} \frac{AB'}{B^9} \left\{ \exp(A'(T_0 - T)) - 1 \right\}$$

$$\left[\Gamma \left(9; \frac{BD_{max}}{2} \right) - \Gamma \left(9; \frac{BD_{min}}{2} \right) \right],$$

$$NP_{ifr} = \frac{8}{3} \pi \frac{\rho_w}{\rho} \frac{AB'}{B^6} \left\{ \exp(A'(T_0 - T)) - 1 \right\}$$

$$\left[\Gamma \left(6; \frac{BD_{max}}{2} \right) - \Gamma \left(6; \frac{BD_{min}}{2} \right) \right],$$

dok je za MMP verziju:

$$P_{ifr} = \frac{\pi^2}{36} \frac{\rho_w}{\rho} B' \frac{N_{0r}}{\lambda_r^7} \left\{ \exp(A'(T_0 - T)) - 1 \right\} \left[\Gamma(7; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(7; \lambda_r D_{rmin}) \right],$$

$$NP_{ifr} = \frac{\pi}{6} B' \frac{N_{0r}}{\lambda_r^4} \left\{ \exp(A'(T_0 - T)) - 1 \right\} \left[\Gamma(4; \lambda_r D_{rmax}) - \Gamma(4; \lambda_r D_{rmin}) \right].$$

30. Autokonverzija oblačnih ledenih kristala u sneg – P_{iauts} , NP_{iauts}

Ova autokonverzija je izvor snega, a predstavlja ponor oblačnog leda.

$$P_{iauts} = 10^{-3} \exp[0.025(T - T_0)](q_i - q_{i0})$$

$$NP_{iauts} = \frac{P_{iauts} n_i}{q_i}$$

31. Autokonverzija snega u krupu – P_{sautg} , NP_{sautg}

Ova autokonverzija je izvor krupe, a predstavlja ponor snega. U modelu bez embriona zrna grada je izvor grada (P_{sauth} , NP_{sauth}).

$$P_{sautg} = 10^{-3} \exp[0.09(T - T_0)](q_s - q_{s0})/dt$$

$$NP_{sautg} = \frac{P_{sautg} n_s}{q_s}.$$

32. Autokonverzija krupe u zrna grada – P_{gauth} , NP_{gauth}

Ova autokonverzija je izvor grada, a predstavlja ponor krupe.

$$P_{gauth} = \frac{\pi}{6} A_{trg} \frac{\rho_g}{\rho} \frac{N_{0g}}{\lambda_g^4} \left[\Gamma(4; \lambda_g D_{hmax}) - \Gamma(4; \lambda_g D_{hmin}^*) \right]$$

$$NP_{gauth} = \frac{P_{gauth} n_g}{q_g}$$

33. Autokonverzija sugradice u zrna grada – P_{fauth} , NP_{fauth}

Ovaj produkcionni član je izvor grada, a ponor sugradice.

$$P_{fauth} = \frac{\pi}{6} A_{rf} \frac{\rho_h}{\rho} \frac{N_{0f}}{\lambda_f^4} \left[\Gamma(4; \lambda_f D_{hmax}) - \Gamma(4; \lambda_f D_{hmin}) \right]$$

$$NP_{fauth} = \frac{P_{fauth} n_f}{q_f} .$$

Dodatak B

Promenljive i konstante korišćene u mikrofizičkoj parametrizaciji

Oznaka	Opis	Vrednost	Jedinica
q_v	odnos smeše vodene pare		kgkg^{-1}
q_{sw}	odnos smeše zasićene vodene pare		kgkg^{-1}
q_c	odnos smeše oblačne vode		kgkg^{-1}
q_r	odnos smeše kišne vode		kgkg^{-1}
q_i	odnos smeše oblačnog leda		kgkg^{-1}
q_s	odnos smeše snega		kgkg^{-1}
q_g	odnos smeše krupe		kgkg^{-1}
q_f	odnos smeše sugradice		kgkg^{-1}
q_h	odnos smeše grada		kgkg^{-1}
X_s	odnos smeše reagensa (srebro-jodida)		kgkg^{-1}
n_c	koncentracija oblačnih kapljica		m^{-3}
n_r	koncentracija kišnih kapi		m^{-3}
n_i	koncentracija ledenih kristala		m^{-3}
n_s	koncentracija snega		m^{-3}
n_g	koncentracija krupe		m^{-3}
n_f	koncentracija sugradice		m^{-3}
n_h	koncentracija grada		m^{-3}

Oznaka	Opis	Vrednost	Jedinica
λ_r	parametar nagiba za kišnu vodu		m^{-1}
λ_i	parametar nagiba za oblačni led		m^{-1}
λ_s	parametar nagiba za sneg		m^{-1}
λ_g	parametar nagiba za krupu		m^{-1}
λ_f	parametar nagiba za sugradicu		m^{-1}
λ_h	parametar nagiba za grad		m^{-1}
N_{0r}	parametar preseka za kišnu vodu		m^{-4}
N_{0i}	parametar preseka za oblačni led		m^{-5}
N_{0s}	parametar preseka za sneg		m^{-4}
N_{0g}	parametar preseka za krupu		m^{-4}
N_{0f}	parametar preseka za sugradicu		m^{-4}
N_{0h}	parametar preseka za grad		m^{-4}
ρ_0	standardna gustina vazduha	1.225	kgm^{-3}
ρ_w	gustina vode	1000.	kgm^{-3}
ρ_s	gustina snega	100.	kgm^{-3}
ρ_g	gustina krupe	400.	kgm^{-3}
ρ_h	gustina grada	917.	kgm^{-3}
D_{hmin}^*	minimalni prečnik grada (<i>Hu i He</i> , 1988)	0.66	cm
a	konstanta u izrazu za terminalnu brzinu kišnih kapi	842.	$m^{0.2}s^{-1}$

Oznaka	Opis	Vrednost	Jedinica
c	konstanta u izrazu za terminalnu brzinu snega	4.836	$m^{0.75}s^{-1}$
e	konstanta u izrazu za terminalnu brzinu oblačnih kapljica	3×10^7	$m^{-1}s^{-1}$
A_{mi}	konstanta u izrazu za masu ledenih kristala	0.01	kgm^{-2}
A_{vi}	konstanta u izrazu za terminalnu brzinu ledenih kristala	3.249	$m^{2/3}s^{-1}$
A_{vg}	konstanta u izrazu za terminalnu brzinu krupe	124.	$m^{0.36}s^{-1}$
L_v	latentna toplota kondenzacije (isparavanja)	2.5×10^6	Jkg^{-1}
L_f	latentna toplota mržnjenja (topljenja)	3.4×10^5	Jkg^{-1}
L_s	latentna toplota sublimacije (depozicije)	2.84×10^6	Jkg^{-1}
R_v	gasna konstanta za vodenu paru	461.51	$Jkg^{-1}K^{-1}$
T_0	trojna tačka vode	273.16	K
T	temperatura vazduha		K
S	relativna vlažnost iznad vode		
S_i	relativna vlažnost iznad leda		
e_{si}	pritisak zasićene vodene pare iznad leda		Nm^{-2}
c_w	specifična toplota vode	4187.	$Jkg^{-1}K^{-1}$
A'	konstanta u izrazu za imerziono mržnjenje	0.66	K^{-1}
B'	konstanta u izrazu za imerziono mržnjenje	100.	$m^{-3}s^{-1}$
p_0	standardan pritisak vazduha	10^5	Nm^{-2}
p	pritisak vazduha		Nm^{-2}

Oznaka	Opis	Vrednost	Jedinica
g	ubrzanje sile Zemljine teže	9.8	ms^{-2}
C_D	koeficijent otpora vazduha za zrno grada	0.6	
K_a	toplotna provodljivost vazduha		$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
K_s	toplotna provodljivost reagensa	5.59×10^{-9}	$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
μ	dinamička viskoznost vazduha		$\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$
ν	kinematička viskoznost vazduha		m^2s^{-1}
D_v	difuzivnost vodene pare u vazduhu		m^2s^{-1}
D_s	difuzivnost reagensa u vazduhu		m^2s^{-1}
m_s	masa čestice reagensa	2.38×10^{-17}	kg
R_s	poluprečnik čestice reagensa	0.1	μm
a'	konstanta u izrazu za pokretljivost čestice reagensa	0.9	
k	Bolcmanova konstanta	1.38×10^{-23}	JK^{-1}
E_{rw}	koeficijent prikupljanja kišna-oblačna voda	1.	
E_{sw}	koeficijent prikupljanja sneg-oblačna voda	1.	
E_{gw}	koeficijent prikupljanja krupa-oblačna voda	1.	
E_{fw}	koeficijent prikupljanja sugradica-oblačna voda	1.	
E_{hw}	koeficijent prikupljanja grad-oblačna voda	1.	
E_{ri}	koeficijent prikupljanja kišna voda-oblačni led	0.1	

Oznaka	Opis	Vrednost	Jedinica
E_{si}	koeficijent prikupljanja sneg-oblačni led	$\exp(0.025 \times (T - T_0))$	
E_{gi}	koeficijent prikupljanja krupa-oblačni led	0.1	
E_{fi}	koeficijent prikupljanja sugradica-oblačni led	0.1	
E_{hi}	koeficijent prikupljanja grad-oblačni led	0.1	
E_{rs}	koeficijent prikupljanja kišna voda-sneg	0.8	
E_{gr}	koeficijent prikupljanja krupa-kišna voda	0.8	
E_{fr}	koeficijent prikupljanja sugradica-kišna voda	0.8	
E_{hr}	koeficijent prikupljanja grad-kišna voda	0.8	
$E_{gs} (E_{fs}, E_{hs})$	koeficijent prikupljanja snega od krupe (sugradice, grada)	$\exp(0.09 \times (T - T_0))$	
E_{cs}	koeficijent prikupljanja reagens-oblačna voda	10^{-4}	
E_{rs}	koeficijent prikupljanja reagens-kišna voda	5×10^{-5}	
A_{trg}	konstanta u izrazu za autokonverziju krupe u grad	0.01	s^{-1}
A_{trf}	konstanta u izrazu za autokonverziju sugradice u grad	0.001	s^{-1}
q_{i0}	prag odnosa smeše oblačnog leda za autokonverziju oblačnog leda u sneg	0.6	gkg^{-1}
q_{s0}	prag odnosa smeše snega za autokonverziju snega u krupu	0.3	gkg^{-1}

Biografija

- Nemanja Kovačević je rođen 16.06.1981.god. u Valjevu.
- 2000.god. je završio Valjevsku gimnaziju (prirodno-matematički smer).
- 19.10.2005.god. je diplomirao na Univerzitetu u Beogradu–Fizički fakultet, Institut za meteorologiju, prosek ocena 9,31.
- Od 01.02.2006. do 26.12.2008.god. je bio istraživač-stipendista Ministarstva nauke i tehnološkog razvoja.
- Od školske 2006/2007 godine, do 2013.god. je držao računske vežbe iz predmeta „Opšta meteorologija 1“ i „Opšta meteorologija 2“.
- 26.12.2008.god. je završio poslediplomske studije na Univerzitetu u Beogradu–Fizički fakultet, Institut za meteorologiju, prosek ocena 10, i stekao akademsko zvanje magistra meteoroloških nauka. Tema magistarskog rada: „*Osetljivost mezorazmernog modela konvektivnih oblaka na parametre okoline.*“
- Od 01.01.2009.god. je zaposlen kao istraživač – saradnik na projektima „*Prognoza vremena i klime u Srbiji*“ (2006–2010) i „*Meteorološki ekstremi i klimatske promene u Srbiji*“ (2011–2014) na Fizičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu pod rukovodstvom prof. dr Mladena Ćurića.
- Od školske 2012/2013 godine drži računske vežbe iz predmeta „Dinamička meteorologija 2“.
- Od školske 2013/2014 godine drži eksperimentalne vežbe iz predmeta „Meteorološka merenja“ i „Meteorološke informacije“.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Немања Ковачевић

број индекса 8016/2013

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

НУМЕРИЧКИ ЕКСПЕРИМЕНТИ ЗАСЕЈАЊА СА
ДВОМОМЕНТНИМ МОДЕЛОМ КОНВЕКТИВНИХ ОБЛАКА

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 5. МАЈА 2014. год.

Немања Ковачевић

Прилог 2.

**Изјава о истоветности штампане и електронске верзије
докторског рада**

Име и презиме аутора Немања Ковачевић

Број индекса 8016/2013

Студијски програм МЕТЕОРОЛОГИЈА

Наслов рада НУМЕРИЧКИ ЕКСПЕРИМЕНТИ ЗАСЕДАВАЊА СА
ДВОМОМЕНТНИМ МОДЕЛОМ КОНВЕКТИВНИХ ОБЛАКА

Ментор ПРОФ. ДР МЛАЂЕН ЂУРИЋ

Потписани/а Немања Ковачевић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 5. МАЈА 2014. ГОД

Немања Ковачевић

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

НУМЕРИЧКИ ЕКСПЕРИМЕНТИ ЗАСЕЈАЊА СА
ДВОМОМЕНТНИМ МОДЕЛОМ КОНВЕКТИВНИХ ОБЛАКА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 5. МАЈА 2014. ГОД.

Кристина Ковачевић

1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.