

UNIVERZITET U BEOGRADU  
TEHNIČKI FAKULTET U BORU

**Marija Savić**

**VIŠEKRITERIJUMSKA OPTIMIZACIJA  
SASTAVA ŠARŽE ZA HIDROMETALURŠKI  
PROCES DOBIJANJA CINKA**

**Doktorska disertacija**

**Bor, 2015.**

UNIVERSITY OF BELGRADE  
TECHNICAL FACULTY IN BOR

**Marija Savić**

**MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION OF  
BATCH COMPOSITION FOR THE  
HYDROMETALLURGICAL PROCESS OF  
ZINC PRODUCTION**

**Doctoral Dissertation**

**Bor, 2015.**

**Mentor:**

Dr Živan Živković,  
Redovni profesor Tehničkog fakulteta u Boru, Univerziteta u Beogradu

**Članovi komisije:**

1. Dr Vesna Spasojević Brkić,  
Vanredni profesor Mašinskog fakulteta, Univerziteta u Beogradu
2. Dr Đorđe Nikolić,  
Docent Tehničkog fakulteta u Boru, Univerziteta u Beogradu

*Ovim putem želim da izrazim duboku zahvalnost onima koji su svojom podrškom omogućili realizaciju i izradu ove doktorske disertacije.*

*Najveću zahvalnost dugujem mom mentoru, Prof dr Živanu Živkoviću, uz čiju bezrezervnu pomoć i dalje stičem neophodna znanja. Želim da se zahvalim za veliku i nesebičnu podršku, dragocene savete i toleranciju koju mi je pružio tokom svih godina mog rada na odseku.*

*Veliku zahvalnost takođe dugujem i mom kolegi Docentu dr Đorđu Nikoliću, na stručnoj i kolegijalnoj pomoći pri izradi ove disertacije.*

*Na kraju, ali ne i najmanje važni, za sav moj uspeh zaslužni su moji najbliži i najdraži, prepoznaćete se...*

## ***Višekriterijumska optimizacija sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka***

### ***Izvod***

Ova doktorska disertacija ima za cilj definisanje originalnog algoritma za formiranje optimalne mešavine od raspoloživih koncentrata cinka, kroz sedam koraka, postupnim uvođenjem pojedinih metoda višekriterijumskog pristupa odlučivanju, u cilju definisanja integralnog modela za rangiranje pojedinih komponenti u mešavini i višekriterijumske optimizacije sastava šarže, kao inputa u tehnološki proces. Definisan je originalni AHP – OEW – PROMETHEE (GAIA) – TOPSIS model u fazi okruženju. Ovaj model zasnovan je na poređenju različitih koncentrata cinka prema kriterijumima koji su definisani u modelu (korisne komponente, štetne komponente, kao i nabavna cena koncentrata). Za rangiranje pojedinih vrsta koncentrata u sastavu šarže, korišćena je PROMETHEE (GAIA) metodologija, uz primenu AHP (*Analytical Hierarchy Process*) i OEW (*Objective Entropy Weight*) pristupa u dodeljivanju težinskih parametara kriterijumima. Uvođenjem hibridnog modela F-PROMETHEE (Fazi PROMETHEE), vrednosti svake alternative u odnosu na kriterijume, predstavljene su kao fazi brojevi. U postupku definisanja Fazi TOPSIS metodologije, određena su fazi pozitivna i fazi negativna idealna rešenja. Zatim, određene su distance svih alternativa od idealno pozitivnog i idealno negativnog rešenja, što je omogućilo da se odrede relativne blizine idealnom rešenju za svaki od definisanih scenarija. Definisani hibridni model na primeru optimizacije sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka, predstavlja poboljšanje pristupa u rešavanju problema mešavine i kao takav može biti primenjen i na druge sisteme, s obzirom da u sebi sadrži elemente koji se mogu primeniti na bilo koji drugi sistem.

***Ključne reči:*** optimizacija šarže, cink, sulfidni koncentрати, PROMETHEE, fazi logika, TOPSIS

***Uža naučna oblast:*** Inženjerski menadžment

UDK: 519.8:669.531.432(043.3)

## ***Multi-criteria optimization of batch composition for the hydrometallurgical process of zinc production***

### ***Abstract***

This doctoral dissertation is dealing with the development of original algorithm for optimal mixture formation from available zinc concentrates, through seven steps, by introduction of certain methods of multi-criteria decision making approach, in order to define an integrated model for ranking the individual components in the mixture and multi-criteria optimization of the batch composition, as input in the technological process. The original AHP – OEW – PROMETHEE (GAIA) – TOPSIS model in the fuzzy environment is defined. This model is based on a comparison of different zinc concentrates according to the criteria defined in the model (useful components, harmful components, as well as the purchase price of concentrate). PROMETHEE (GAIA) methodology was used for the ranking of certain types of concentrates in the batch composition, by application of the AHP (*Analytical Hierarchy Process*) and the OEW (*Objective Entropy Weight*) approach in the allocation of the weight parameters for the optimization criteria. With the introduction of the hybrid Fuzzy PROMETHEE model, the value of each alternative in relation to the criteria, are presented as fuzzy numbers. In the process of defining the Fuzzy TOPSIS methodology, fuzzy positive and fuzzy negative ideal solution were determined. Then, the distances of all the alternatives from ideal positive and ideal negative solutions were determined, which enabled us to determine the relative closeness to the ideal solution for each of the defined scenarios. Defined hybrid model in the case of the batch composition optimization for the hydrometallurgical process of zinc production, represents an improvement of the approach for blending problem solving and as such can be applied to other systems, since it contains elements that can be applied to any other system.

***Keywords:*** batch optimization, zinc, sulphide concentrates, PROMETHEE, fuzzy logic, TOPSIS

***Scientific field:*** Engineering management

UDK: 519.8:669.531.432(043.3)

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	3
2. LITERATURNI PREGLED ISTRAŽIVANJA OPTIMIZACIJE POJEDINIH FAZA KOD HIDROMETALURŠKOG POSTUPKA DOBIJANJA CINKA .....	5
3. DEFINISANJE PREDMETA ISTRAŽIVANJA I ISTRAŽIVAČKIH HIPOTEZA .....	9
3.1. Predmet i cilj istraživanja .....	9
3.2. Polazne hipoteze .....	11
3.3. Naučne metode istraživanja .....	12
3.4. Očekivani naučni doprinos .....	13
4. FORMIRANJE MODELA OPTIMIZACIJE NA PROBLEMU SASTAVA MEŠAVINE .....	14
4.1. Problem mešavine (engl. <i>blending problem</i> ) .....	14
4.1.1. Opšti matematički model problema mešavine .....	15
4.2. Formiranje modela optimizacije .....	16
4.3. Višekriterijumska analiza odlučivanja (MCDA) .....	18
4.3.1. Određivanje kardinalnih korisnosti alternativa u modelu .....	20
4.3.2. Subjektivni i objektivni pristup za određivanje težina u modelu .....	21
4.3.3. PROMETHEE metoda .....	24
4.3.4. TOPSIS metoda .....	27
4.4. Fazi logika .....	29
4.4.1. Fazi PROMETHEE metoda .....	34
4.4.2. Fazi TOPSIS metoda .....	36
5. REZULTATI I DISKUSIJA EMPIRIJSKOG ISTRAŽIVANJA .....	40
5.1. Proračun elemenata višekriterijumskog modela optimizacije .....	40
5.1.1. Proračun funkcija korisnosti .....	42
5.1.2. Proračun težinskih parametara .....	45
5.2. Rezultati PROMETHEE višekriterijumskog modela optimizacije .....	47
5.2.1. PROMETHEE II kompletno rangiranje koncentrata .....	47

5.2.2. Primena PROMETHEE V metode – formiranje optimalne mešavine koncentrata .....	52
5.2.3. Fazi PROMETHEE II kompletno rangiranje koncentrata .....	55
5.2.4. Primena PROMETHEE V metode – formiranje optimalne mešavine koncentrata na osnovu F-PROMETHEE II rezultata .....	61
5.3. Rezultati Fazi TOPSIS rangiranja koncentrata .....	64
5.4. Uporedna analiza dobijenih rezultata .....	80
6. ZAKLJUČAK .....	84
7. LITERATURA .....	87
8. PUBLIKACIJE KOJE SU PROIZAŠLE KAO REZULTAT ISTRAŽIVANJA PRIKAZANIH U DISERTACIJI .....	101
BIOGRAFIJA .....	102



## 1. UVOD

Cink je element koji zauzima 24. mesto po sadržaju u zemljinoj kori, sa srednjom koncentracijom od 65 g/t (0,0065%). U današnje vreme potrošnja cinka rapidno raste, a posebno intenzivan rast registrovan je u zadnjih pet godina (Abkhoshk et al., 2014). Hidrometalurški postupak dobijanja cinka iz sulfidnih sirovina je od 1980. godine dominantan postupak u ukupnoj proizvodnji cinka u svetu sa udelom od preko 80% (Tripathy et al., 2003). U sulfidnim rudama cink je najčešće prisutan u obliku minerala sfalerita ( $ZnS$ ), a u mnogim slučajevima i u obliku minerala marmatita ( $ZnS.FeS$ ). Postupkom flotacijske koncentracije dobijaju se sulfidni koncentрати cinka sa sadržajem cinka od preko 50% (Balarini et al., 2008; Gilg et al., 2008). Proizvodnja cinka iz nesulfidnih sirovina počinje od 1996. godine, ali udeo dobijenog cinka iz ovih sirovina ne prelazi više od 10% (Gilg et al., 2008).

U toku poslednjih 50 godina stabilizovana je tehnologija dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata koja se sastoji iz tri celine: oksidaciono prženje sulfidnih koncentrata, sumporno-kiselo luženje prženca i elektrolitičko dobijanje cinka iz sulfatnog rastvora (Rosenkvist, 1983; Habashi, 1997; Habashi, 2009). U slučajevima kada je u sulfidnim koncentratima cinka prisutan povećani sadržaj Fe, u cilju povećanja tehnološkog iskorišćenja cinka, koriste se pomoćne operacije: velcovanje i jarožit postupak (Habashi, 2009; Dutrizac, 2010). Oslobođeni gas  $SO_2$  u toku procesa oksidacionog prženja, koji se odvija autogeno uz pomoć energije oksidacije sulfida, posle otprašivanja, koristi se za proizvodnju  $H_2SO_4$ . U praksi se ne sreću „idealni“ cinkovi koncentрати, već koncentрати sa sadržajem brojnih teških metala koji u toku tehnološkog postupka dobijanja cinka, u fazi oksidacionog prženja, zbog lake isparljivosti zagađuju okolinu (As, Cd, Pb, Ni,...); u fazi sumporno-kiselog luženja, zbog prisustva železa u koncentratu, stvara se teško-rastvorno jedinjenje  $ZnFe_2O_4$  (Chen & Dutrizac, 2004), što uslovljava smanjenje stepena izluženja cinka; i konačno, u fazi elektrolitičkog dobijanja cinka, elektro-pozitivniji elementi od cinka (Cu, Ni, Co, Cd, Fe, As, Ge, Sb,...) koji dospeju u rastvor, smanjuju kvalitet katodnog cinka (Habashi, 2009). Za kvalitet koncentrata potrebno je da sadržaj Zn i S bude što veći, a sadržaj svih ostalih elemenata što manji. Posebna pažnja se obraća na prisustvo železa u koncentratu, zbog toga što njegov sadržaj smanjuje iskorišćenje cinka usled stvaranja cinkferita, što je neizbežno ukoliko je u rudi cink prisutan u obliku minerala marmatita  $ZnS.FeS$  (Dimitrov et al., 2000),

pa se u tim slučajevima stepen iskorišćenja cinka povećava uvođenjem procesa velcovanja ili jarožit postupka (Dutrizac, 2010).

U velikom broju slučajeva, kapaciteti rudnika cinka i flotacija su mnogo manji nego kapaciteti metalurških postrojenja za dobijanje cinka, zbog čega se ova postrojenja najčešće snabdevaju koncentratima iz više rudnika. Ova činjenica ukazuje da su na raspolaganju koncentri cinka koji se međusobno razlikuju po hemijskom i mineraloškom sastavu (Queiroz et al., 2005; Castro & Salum, 2008), zbog čega je, u cilju obezbeđivanja optimalnog sastava šarže za proces dobijanja cinka, neophodno vršiti optimiziranje mešavine različitih koncentrata da bi se ostvarili zadovoljavajući tehnološki i ekonomski rezultati.

Na području jugoistočne Evrope i Balkanskog poluostrva, mnogi pogoni za proizvodnju cinka su zatvoreni iz ekoloških, ekonomskih ili političkih razloga. Na ovom području prisutni su rudnici cinka u kojima se proizvode cinkovi koncentri koji se danas uglavnom prodaju proizvođačima cinka izvan ove regije, a cena koncentrata se uglavnom utvrđuje na osnovu ponude i potražnje. Takođe, Svetska zdravstvena organizacija (WHO, 2001) i Evropska Unija (EU, 2004) svojim direktivama propisuju limitirane vrednosti sadržaja SO<sub>2</sub>, PM<sub>10</sub>, PM<sub>2,5</sub>, kao i sadržaj teških metala u vazduhu, što direktno definiše kvalitet koncentrata. Ove mere su uvedene u cilju zaštite zdravlja ljudi u okolini ovih postrojenja.

Autor ove doktorske disertacije veruje da je pogodnom kombinacijom raspoloživih koncentrata cinka moguće sastaviti „optimalni“ sastav šarže iz raspoloživih koncentrata na tržištu, na sličnim principima kao što je urađeno za pirometalurški postupak dobijanja bakra iz sulfidnih koncentrata (Nikolić et al., 2009; Jovanović & Stanimirović, 2012), kako bi se obezbedili zahtevi: zadovoljavajućeg tehnološkog iskorišćenja, zadovoljavajućeg kvaliteta finalnog proizvoda (katodnog cinka) i zadovoljenja zahteva direktiva EU po pitanju zaštite životne sredine. Dobijeni rezultati mogu biti od velike koristi i kao ohrabrenje za donošenje odluke o pokretanju proizvodnje u postrojenjima cinka koja su u poslednjim dekadama zaustavljena.

## 2. LITERATURNI PREGLED ISTRAŽIVANJA OPTIMIZACIJE POJEDINIH FAZA KOD HIDROMETALURŠKOG POSTUPKA DOBIJANJA CINKA

S obzirom na činjenicu da u novije vreme zahtevi za povećanom proizvodnjom cinka rastu zbog povećanja njegove potrošnje, mnogi istraživači se bave optimizacijom pojedinih faza hidrometalurškog procesa dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata, kao dominantnog postupka njegovog dobijanja.

Hidrometalurški proces dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata se sastoji iz tri faze. Prva faza predstavlja proces oksidacionog prženja u kome se vrši potpuna desulfurizacija, odnosno „prženje na mrtvo“, kada svi sulfidi prelaze u okside, a izdvojeni gas  $\text{SO}_2$  koristi se za proizvodnju sumporne kiseline. Druga faza predstavlja proces luženja prženca vodenim rastvorom  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , u kome se oksid cinka rastvara u obliku  $\text{ZnSO}_4$ . Osnovni cilj u ovoj fazi procesa jeste što potpunije rastvaranje cinka, uz što manji stepen rastvaranja štetnih komponenti, a pre svega Fe. U trećoj fazi, vrši se elektrolitičko izdvajanje cinka iz vodenog rastvora cink-sulfata sa nerastvornom anodom (Habashi, 1997).

Prva matematička modelovanja procesa u tehnologiji dobijanja i prerade cinka publikovao je Richards sa saradnicima 1989. godine, korišćenjem podataka iz kinetičkih ispitivanja pojedinih delova tehnološkog procesa, koji su bila osnova za kasnija modelovanja i optimizaciju pojedinih faza u hidrometalurškom postupku dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata (Richards et al., 1989).

Prva faza hidrometalurškog postupka dobijanja cinka predstavlja **oksidaciono prženje sulfidnog koncentrata cinka** „na mrtvo“, u cilju prevođenja sulfida u okside. Ovaj proces predstavlja pripremnu fazu za proces luženja vodenim rastvorom sumporne kiseline. Proces oksidacionog prženja cinkovih koncentrata bio je predmet istraživanja u cilju optimizacije tehnoloških parametara, korišćenjem višeciljnog hibridnog inteligentnog modela, koji omogućuje kontrolu procesa oksidacionog prženja u realnom vremenu, što mu omogućuje praktičnu primenu (Yan et al., 2012). Wu sa saradnicima je definisao integrisani ANN model za predikciju toka procesa oksidacionog sinter prženja Pb - Zn koncentrata (Wu et al., 2012).

Druga faza hidrometalurškog postupka dobijanja cinka **predstavlja luženje isprženog sulfidnog koncentrata** vodenim rastvorom sumporne kiseline, u cilju prevođenja cinka u vodeni rastvor sumporne kiseline u obliku  $ZnSO_4$  (Habashi, 1997).

Wu sa saradnicima definisao je ekspertski sistem za automatsku kontrolu procesa u hidrometalurškom pogonu dobijanja cinka. Ekspertski model definisan je na osnovu matematičkog modelovanja korišćenjem Bayes-ove uslovne verovatnoće (Wu et al., 2002). Korišćenjem Taguchi metode vršena je optimizacija uslova za rastvaranje prženca rastvorom  $H_2SO_4$ . Pri optimalnim uslovima omogućuje se rastvaranje  $Zn+Cu$  oko 99% (Copur et al., 2004). Pareto analiza korišćena je za određivanje optimalnih parametara procesa vezanih za rastvaranje mešavine Pb-Zn sirovina (Moradi & Monhemius, 2011).

Statistička optimizacija procesa luženja prženca vršena je kontrolom sledećih parametara procesa: reakciona temperatura, vreme odvijanja reakcije, gustina pulpe, koncentracija  $H_2SO_4$ , koncentracija  $Fe^{3+}$  i veličine čestica prženca, korišćenjem Taguchi tehnike. Definisani model omogućuje predikciju stepena izluženja cinka sa  $R^2 = 0,976$  (Dehghan et al., 2008).

Istraživanja mogućnosti optimizacije pojedinih tehnoloških parametara u procesu luženja, kao i prerade ostatka od luženja po Velc postupku u cilju postizanja što većeg stepena iskorišćenja cinka, vršena su na Univerzitetu u Plovdivu (Bugarska) (Peltekov, 2014; Živković, 2014).

U nekim slučajevima, dobijeni rastvor posle luženja, pre završne faze tehnološkog procesa elektrolitičkog dobijanja cinka iz vodenog rastvora cinksulfata, tretira se u cilju prečišćavanja ili obogaćivanja (Abkhoshk et al., 2014). Za optimizaciju kontrole sastava lužnog rastvora cinksulfata, definisan je numerički kompjuterski algoritam, koji omogućuje upravljanje procesom prečišćavanja lužnog rastvora u cilju dobijanja zadatih izlaznih rezultata (Li et al., 2012).

Završna faza u hidrometalurškom procesu dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata je **elektrolitički proces taloženja cinka** na katodi u kupatilu sa nerastvornom anodom (Habashi, 1997). Wu sa saradnicima definisao je ekspertski kontrolni sistem korišćenjem veštačkih neuronskih mreža (ANN) za praćenje procesa elektrolitičkog dobijanja cinka, sa

stanovišta optimalne koncentracije cinka i sumporne kiseline u elektrolitu (Wu et al., 2001). Važan tehnološki parametar u procesu elektrolitičkog dobijanja cinka je i protok elektrolita između katode i anode u elektrolitičkoj ćeliji. Matematički model za numeričku simulaciju ovog procesa, korišćenjem komercijalnog softwera Fluent, omogućuje pouzdanu kontrolu brzine protoka elektrolita između elektroda i kontrolu potrošnje električne energije u procesu elektrolitičkog izdvajanja cinka iz elektrolita (Li et al., 2014).

Imajući u vidu činjenicu da su kapaciteti rudnika i flotacija cinka manji od kapaciteta metalurških pogona za dobijanje cinka, metalurški pogoni su prinuđeni da se snabdevaju koncentratima cinka iz različitih rudnika, koji se razlikuju po svom hemijskom i mineraloškom sastavu. U cilju stabilnog rada metalurških pogona, za hidrometaluršku preradu cinkovih koncentrata neophodno je izvršiti optimizaciju sastava ulazne šarže, kako bi se stabilizovali tehnološki parametri u pojedinim fazama tehnološkog procesa, radi obezbeđivanja zadovoljavajućih izlaznih rezultata.

Problematika optimizacije sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata, bila je predmet interesovanja bugarskih istraživača na Univerzitetu u Plovdivu (Bugarska). Kao rezultat ovih istraživanja definisan je softver na osnovu Web informacionog sistema, koji vrši izbor udela pojedinih vrsta koncentrata u šarži za prženje u reaktoru sa fluidizovanim slojem (Boyanov et al., 2011). Međutim, ovi rezultati nisu našli primenu u praksi, pre svega zbog neadekvatne teorijske podloge, uprkos nastojanju autora da ga primene u fabrici za dobijanje cinka u Plovdivu (Bugarska).

Problematiku sastava šarže od više koncentrata bakra različitog hemijskog sastava za pirometalurški postupak dobijanja bakra, razrađivali su Jovanović i Nikolić na Tehničkom fakultetu u Boru. Primenom metoda linearnog programiranja, definisani su matematički modeli u programskom jeziku MATHEMATIKA sa aspekta zahteva tehnološkog procesa (Jovanović & Stanimirović, 2012; Jovanović et al., 2013), a korišćenjem familije metoda PROMETHEE definisan je višekriterijumski model optimizacije sastava šarže sa aspekta zahteva procesa, zaštite životne sredine i cene koštanja koncentrata (Nikolić et al., 2009). Modelovanje sastava šarže se vrši, pre svega, za potrebe optimizacije tehnološkog procesa (Jovanović & Stanimirović, 2012; Jovanović et al., 2014), ali u okviru zahteva optimizacije mogu da se uzmu u obzir takođe i kriterijumi zaštite okoline (Nikolić et al., 2009), kao i ekonomski kriterijumi (Jovanović et al., 2013).

Problem sastava šarže prisutan je kod brojnih tehnoloških procesa u keramičkoj industriji, naftnoj industriji, metalurgiji, industriji uglja, energetici,... u kojima dolazi do mešanja većeg broja komponenti. Problem optimizacije sastava inputa u ovim tehnološkim procesima se vrši u cilju predikcije željenih ishoda procesa (Ashayeri et al., 1994; Kolodziej et al., 2012). Problem optimizacije mešavine uglja, ulaza u termoelektranu, je važan teorijski i praktični problem kojim se bavi veći broj istraživača (Liu & Sherali, 2000; Chakraborty & Chandra, 2005; Dai et al., 2014). Optimizacije sastava inputa za proizvodnju veštačkih đubriva (Ashayeri et al., 1994), zatim, optimizacija mešavine je takođe proučavana u livarstvu i preradi metala (Sakalli & Baykoc, 2011), optimizacije sastava šarže za šahtne peći (Zhang et al., 2011), mešavine gasova u naftnoj industriji (Chen & Wang, 2010) i u mnogim drugim oblastima.

Zajednički imenitelj u svim istraživanjima rešavanja problema mešavine (engl. *blending problem*) jeste nalaženje adekvatnog matematičkog modela optimizacije mešavine – inputa u tehnološki proces, u cilju dobijanja očekivanih rezultata – outputa tehnološkog procesa.

### 3. DEFINISANJE PREDMETA ISTRAŽIVANJA I ISTRAŽIVAČKIH HIPOTEZA

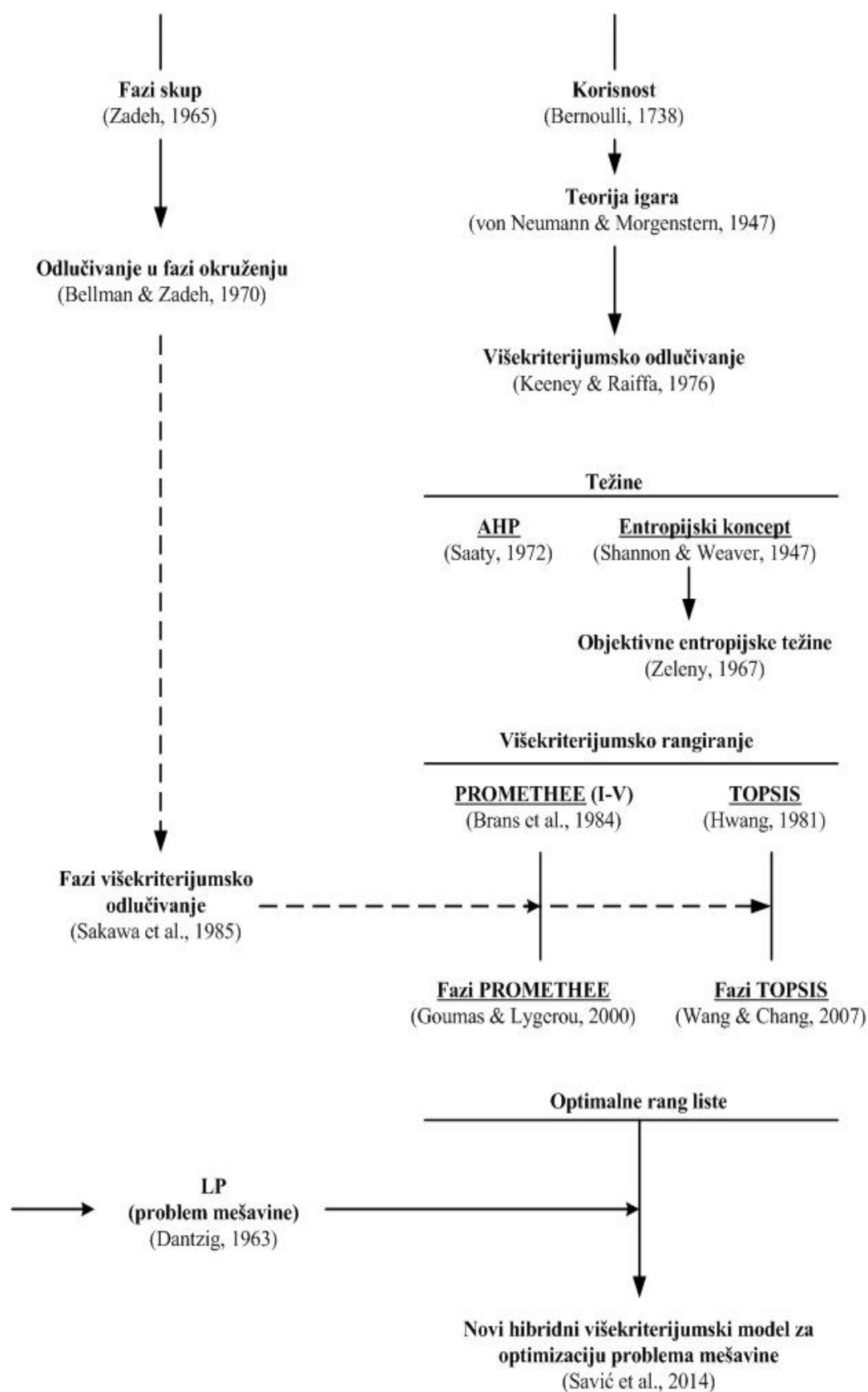
#### 3.1. Predmet i cilj istraživanja

Predmet istraživanja u ovom radu predstavlja razvoj višekriterijumskog modela optimizacije sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka u cilju optimizacije tehnoloških, ekoloških i ekonomskih autputa procesa. Da bi se ovaj problem rešio na adekvatan način, potrebno je koristiti različite tehnike. U ovom radu predviđeno je da se proces optimizacije izvede kroz sledeće korake i to:

1. Definisane ciljeva;
2. Definisane varijabli o raspoloživim koncentratima i definisanje mogućih alternativa;
3. Definisane kriterijuma i njihovih ograničenja;
4. Prikupljanje podataka i definisanje odgovarajuće baze;
5. Kalkulacija težinskih parametara kroz prizmu subjektivnog AHP (*Analytical Hierarchy Process*) i objektivnog OEW (*Objective Entropy Weight*) pristupa;
6. Rangiranje koncentrata korišćenjem PROMETHEE II (GAIA) i TOPSIS metodologije;
7. Kreiranje optimalne mešavine primenom modifikovane PROMETHEE V metode.

U fazi kalkulaciji težinskih parametara, kao i rangiranja razmatranih koncentrata, biće uključena fazi logika (engl. *fuzzy logic*) i definisani fazi skupovi (engl. *fuzzy sets*).

Višekriterijumska analiza (*Multi Criteria Decision Analysis – MCDA*) za definisanje modela optimizacije sastava šarže od različitih koncentrata, primenljiva je korišćenjem familije PROMETHEE (*Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluations*) metodologije. Ova metodologija može dati bolje rezultate uvođenjem AHP, OEW, TOPSIS i fazi metodologije, koje će se koristiti u izgradnji modela koji je definisan kao cilj u ovom istraživanju (Slika 1).



Slika 1. Istorijski pregled razvoja hibridnog modela



U skladu sa predmetom istraživanja, ciljevi istraživanja u ovom radu su sledeći:

- Razvoj originalne metodologije za definisanje algoritma primene i integrisanja pojedinih metoda optimizacije za optimizaciju sastava šarže, u cilju obezbeđivanja optimalnih tehnoloških, ekoloških i ekonomskih ishoda procesa hidrometalurškog dobijanja cinka;
- Definisanje metodologije integralnog korišćenja različitih metoda: AHP – OEW – PROMETHEE I÷V (GAIA) – TOPSIS u okruženju fazi logike, u okviru jedinstvenog modela za optimizaciju sastava šarže;
- Definisanje integralnog modela optimizacije treba istovremeno da obezbedi optimalne ishode tehnološkog postupka dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata promenljivog hemijskog i mineraloškog sastava sa stanovišta: maksimalnog tehnološkog iskorišćenja, minimalne emisije štetnih komponenti i minimalnih troškova prerade.

### 3.2. Polazne hipoteze

Osnovna pretpostavka je da je integralni model optimizacije sastava šarže, kao inputa u hidrometalurški postupak dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata, sveobuhvatniji od pojedinačnog modelovanja pojedinih faza u tehnološkom postupku. Takođe, veruje se da se optimizacijom inputa u procesu, obezbeđuje stabilan rad u celom tehnološkom postupku dobijanja cinka, a smanjenjem oscilacija u pojedinim fazama, stabilizuju se svi autputi koji su važni za tehnološki proces: tehnološki, ekološki i ekonomski.

Kod predloženog istraživanja polazi se od pojedinačno prethodno razvijenih analitičkih metoda kod rešavanja problema mešavina (engl. *blending problem*), od kojih svaka metoda ima svoja ograničenja. Kombinacijom familije PROMETHEE (GAIA) metodologije, definisani problem može dati limitirani nivo rešenja. U cilju pomeranja definisanog limita, koje omogućuje navedena metodologija, uvođenjem dodatnih metoda višekriterijumskog odlučivanja, kao što su AHP i OEW, procenjuje se da se limiti dobijenog modela znatno proširuju. Konačno, uvođenjem dodatnih alata, TOPSIS i fazi logike, u

jedinstveni integralni model, veruje se da će definisani model optimalnog sastava šarže obezbediti viši nivo pouzdanosti.

Pristup integralnom korišćenju metodologija: AHP – OEW – PROMETHEE I-V (GAIA) – TOPSIS u okruženju fazi logike, u definisanju optimalnog sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka, daje mogućnost definisanja opšteg modela za rešavanje problema mešavine, generalno.

### 3.3. Naučne metode istraživanja

Za potrebe istraživanja u okviru ove doktorske disertacije, pored klasičnih metoda analize i sinteze raspoloživih podataka, koristiće se i analitičke metode višekriterijumskog odlučivanja, sa odgovarajućim matematičkim aparatom i licenciranim softverima.

Istraživanje će biti sprovedeno kroz sledeće faze:

1. Analiza literaturnih podataka o dostignućima u rešavanju problema mešavine (engl. *blending problem*) sa posebnim osvrtom na problem mešavine koncentrata cinka kao inputa u tehnološki proces. Takođe, analiziraće se svi rezultati koji se odnose na sve oblike optimizacije u pojedinim fazama tehnološkog postupka dobijanja cinka;
2. Analiza dostupnosti koncentrata cinka na tržištu sa svim njihovim karakteristikama, a pre svega sa aspekta mineraloškog i hemijskog sastava, dostupnosti, raspoloživih količina i nabavne cene;
3. Definišaće se kriterijumi i ograničenja pojedinih elemenata za model optimizacije korišćenjem AHP – OEW – PROMETHEE (GAIA) metodologije;
4. Dogradnja na navedeni način definisanog modela vršiće se uvođenjem fazi logike i definisanjem odgovarajućih fazi skupova, što uz dodatak TOPSIS metodologije, omogućuje definisanje integralno: AHP – OEW – PROMETHEE (GAIA) – TOPSIS modela u fazi okruženju, za optimizaciju sastava šarže kao inputa u hidrometalurški postupak dobijanja cinka;

5. Testiranje i validacija definisanog integralnog modela optimizacije sastava šarže kao inputa u hidrometalurški postupak dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata, vršiće se na osnovu raspoloživih koncentrata cinka na tržištu jugoistočne Evrope.

### **3.4. Očekivani naučni doprinos**

Očekuje se da će realizacijom ciljeva istraživanja biti ostvaren napredak u razvoju metodologije rešavanja problema mešavine, uz razvoj pouzdanijeg integralnog modela optimizacije. U toku istraživanja, u okviru ovako definisane teme doktorske disertacije, očekuju se sledeći naučni doprinosi:

- Definisanje originalnog algoritma za postupak definisanja integralnog modela za optimizaciju sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata;
- Definisanje originalnog integralnog AHP – OEW – PROMETHEE (GAIA) – TOPSIS modela u fazi okruženju za optimizaciju sastava šarže – inputa u tehnološki proces dobijanja cinka;
- Definisani originalni model treba istovremeno da optimizuje tehnološke parametre, ekološke posledice i ekonomske efekte u celom tehnološkom postupku, što će predstavljati značajno unapređenje u odnosu na rezultate dosadašnjih istraživanja;
- Generalizacijom definisanog modela optimizacije sastava šarže u tehnološkom postupku dobijanja cinka, učiniće se pokušaj definisanja originalnog univerzalnog modela za rešavanje problema mešavine, što bi trebalo da predstavlja napredak u oblasti nevedene problematike.

## 4. FORMIRANJE MODELA OPTIMIZACIJE NA PROBLEMU SASTAVA MEŠAVINE

### 4.1. Problem mešavine (engl. *blending problem*)

Matematičko programiranje je jedna od najčešće primenjivanih tehnika Operacionih istraživanja. U mnogim slučajevima, njegova primena je bila toliko uspešna da je matematičko programiranje izašlo iz okvira oblasti operacionih istraživanja i postalo prihvaćen rutinski alat za planiranje (Williams, 1989). Najvažnije tehnike matematičkog programiranja su: Linearno programiranje (*Linear Programming – LP*), Celobrojno programiranje (*Mixed Integer Programming – MIP*) i Kvadratno programiranje (*Quadratic Programming – QP*) (Ashayeri et al., 1994). Trenutno postoji nekoliko različitih algoritama optimizacije i kompjuterskih paketa za svaku tehniku. Najvažniji korak u Operacionim istraživanjima je adekvatna upotreba i primena ovih tehnika na realne životne probleme.

Jedna od najčešćih primena linearnog programiranja (LP) je tzv. problem mešavine (engl. *blending problem*), gde se različiti sastojci (inputi) mešaju u jednu ili više mešavina (outputa) kako bi se zadovoljila određena ograničenja i dostigli željeni ciljevi (Dantzig, 1963). Problem koji treba rešiti jeste, kako izvršiti mešanje željenih proizvoda u cilju maksimiziranja profita ili minimiziranja troškova, a istovremeno održati odgovarajući nivo kvaliteta proizvoda i snabdevanja tržišta (Jovanović & Stanimirović, 2012). Opšti pregled literature koja se bavi problemom mešavine dao je Ashayeri sa saradnicima (Ashayeri et al., 1994). Problem mešavine se može podeliti u dve kategorije: singl-mešavina i multi-mešavina. Problemi multi-mešavine pokušavaju da minimiziraju sveukupne troškove proizvodnje nekoliko mešavina istovremeno. Problemi singl-mešavine teže minimiziranju troškova svake mešavine posebno.

Za rešavanje bilo kog problema mešavine, najčešće se razvija model LP i vrši njegova optimizacija primenom softverskih paketa. Modeli linearnog programiranja za potrebe problema mešavine se mogu pronaći u mnogim radovima različitih autora. Jedno od najranijih istraživanja u ovoj oblasti je problem ishrane (Stigler, 1945). Dobar opis modelovanja problema mešavine pomoću LP dat je u radovima Wilson-a i Willis-a (1985), Munford-a (1989) i De Cock-a i Sinclair-a (1987). U ovim modelima LP korišćene su

neprekidne varijable kako bi se predstavila količina sirovina u finalnim mešavinama. Problem mešavine je postao rutinska aplikacija LP-a.

#### 4.1.1. Opšti matematički model problema mešavine

U postavljanju opšteg matematičkog modela, u literaturi se koriste sledeće oznake (Jovanović & Stanimirović, 2012):

- $n$  – broj vrsta sirovina,  $i = 1, \dots, n$ ;
- $m$  – broj sastojaka,  $j = 1, \dots, m$ ;
- $x_{ij}$  – količina koncentrata  $K_i$  koja se koristi za proizvodnju proizvoda  $P_j$ ;
- $a_i$  – ukupna količina koncentrata  $K_i$  iskorišćena za kompletnu proizvodnju;
- $g_i$  – raspoloživa količina koncentrata  $K_i$ ;
- $ci_i$  – jedinična cena koncentrata  $K_i$ ;
- $b_j$  – količina proizvoda  $P_j$  u odnosu na optimalno rešenje;
- $t_j$  – potražnja za proizvodom  $P_j$  na tržištu;
- $co_j$  – jedinična prodajna cena finalnog proizvoda  $P_j$ ;
- $p_{ij}$  – odnos učešća proizvoda  $P_j$  unutar sirovine  $K_i$ ;
- $U_j, L_j$  – standardizovana gornja i donja specifikacija ograničenja procenta proizvoda  $P_j$  u mešavini;
- $Y_i$  – koeficijent prinosa sirovine  $K_i$ .

Zadatak matematičkog modela je da sumira i odredi količine  $x_{ij}$  kako bi se napravila najveća razlika između dobitaka od prodaje proizvoda i troškova kupovine sirovina, u skladu sa objektivnom funkcijom (Jednačina 1). Matematički model problema se može formulisati na sledeći način:

$$\max F(x) = \sum_{j \in I} co_j \sum_{i=1}^m Y_i x_{ij} - \sum_{i=1}^m ci_i \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (1)$$

$$x_{ij} - p_{ij} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq g_i, i = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m Y_i x_{ij} \leq t_i, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (5)$$

U predstavljanju nekih dodatnih ograničenja u matematičkom modelu, mogu se koristiti sledeći izrazi:

$$a_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}, i = 1, \dots, m$$

$$b_j = \sum_{i=1}^m Y_i x_{ij}, j = 1, \dots, n$$

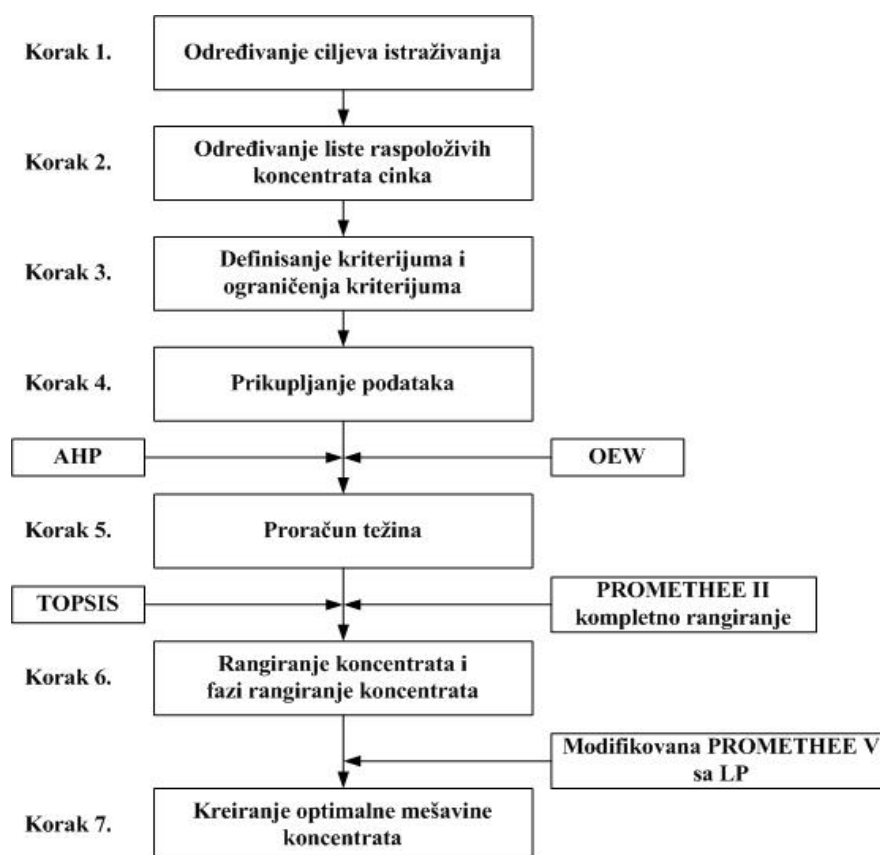
Značenje ovih oznaka je očigledno:  $a_i$  označava upotrebenu količinu  $i$ -tog koncentrata  $K_i$ , dok  $b_j$  označava količinu proizvoda  $P_j$  u finalnoj mešavini.

U problemima mešavine postoje specifična ograničenja koja limitiraju sadržaj različitih svojstava mešavine na određeni maksimalni ili minimalni procenat ukupne mešavine (Akinc, 2008).

## 4.2. Formiranje modela optimizacije

Formiranje optimalne mešavine raspoloživih sirovina za potrebe procesa u metalurškim industrijama, predstavlja jedan od ključnih faktora koji garantuje kvalitet finalnog proizvoda (Yang et al., 2009). Međutim, definisanje matematičkih modela za formiranje optimalnih mešavina, predstavlja veoma kompleksan problem koji se rešava primenom različitih tehnika linearnog ili nelinearnog programiranja (Liu & Sherali, 2000; Gaustad et al., 2007; Zhou & Chen, 2004), inteligentnih sistema kao što su veštačke neuronske mreže (Gui et al., 2007; Yang et al., 2008; Mihajlović et al., 2010), kao i metoda višekriterijumske optimizacije (Figueira et al., 2005; Nikolić et al., 2009; Chakraborty & Chakraborty, 2012). U ovom radu, višekriterijumski model optimizacije za formiranje

optimalne mešavine koncentrata cinka, definisan je kroz proceduru proračuna, koja se sastoji iz sedam koraka, kao što je prikazano na Slici 2.



*Slika 2. Procedura formiranja modela optimizacije*

Za višekriterijumski model optimizacije, u okviru koraka 2 i 3, najpre je definisano 10 mogućih opcija koncentrata cinka koji su na raspolaganju na tržištu i identifikovane su hemijske komponente razmatranih koncentrata. Korišćenjem strukture od ukupno 17 kriterijuma, tj. hemijskih komponenti u koncentratima (Tabela 1), nakon faze prikupljanja podataka (korak 4), izvršen je proračun značajnosti kriterijuma, kroz prizmu subjektivnog (*Analytical Hierarchy Process – AHP*) i objektivnog (*Objective Entropy Weight*) pristupa pri dodeli težinskih parametara kriterijumima (korak 5). Zatim je, u okviru koraka 6, primenom PROMETHEE II višekriterijumske metode izvršeno rangiranje raspoloživih koncentrata cinka na osnovu sadržaja korisnih i štetnih komponenti u njima, a primenom TOPSIS metode izvršeno je fazi rangiranje koncentrata. Rezultati rangiranja i fazi rangiranja iskorišćeni su za formiranje optimalne mešavine šarže u postupku dobijanja cinka (korak 7), primenom modifikovane PROMETHEE V metode uz pomoć tehnike linearnog

programiranja (Nikolić et al., 2009). Detaljan opis svakog koraka dat je u narednim poglavljima.

**Tabela 1.** Definisani kriterijumi modela optimizacije

Br.	Kriterijumi-Hemijske komponente u koncentratima	Simbol	Uticaj kriterijuma	Definisana granična vrednost kriterijuma
1.	Cink	Zn	Ekonomska korist	$\geq 50$ [%]
2.	Sumpor total	$S_{tot}$	Tehnološka korist, gorivo u fazi prženja	$\geq 31$ [%]
3.	Bakar	Cu	Kvalitet katodnog cinka	$\leq 1$ [%]
4.	Kadmijum	Cd	Ekološki štetni efekti	$\leq 0.3$ [%]
5.	Kobalt	Co	Kvalitet katodnog cinka	$\leq 0.01$ [%]
6.	Nikl	Ni	Ekološki štetni efekti	$\leq 0.0014$ [%]
7.	Aluminijum oksid	$Al_2O_3$	Tehnološki štetan, povećana potrošnja $H_2SO_4$ u fazi luženja	$\leq 0.5$ [%]
8.	Talijum	Tl	Kvalitet katodnog cinka	$\leq 5$ [g/t]
9.	Olovo	Pb	Ekološki štetan i kvalitet katodnog cinka	$\leq 2.5$ [%]
10.	Gvožđe	Fe	Tehnološki štetan, gradi nerastvorni $Zn_2FeO_4$	$\leq 8$ [%]
11.	Silicijum dioksid	$SiO_2$	Tehnološki štetan, gradi nerastvorne silikate	$\leq 2.3$ [%]
12.	Antimon	Sb	Kvalitet katodnog cinka	$\leq 0.08$ [%]
13.	Arsen	As	Ekološki štetan	$\leq 0.08$ [%]
14.	Magnezijum oksid	MgO	Tehnološki štetan, povećana potrošnja $H_2SO_4$ u fazi luženja	$\leq 0.3$ [%]
15.	Kalcijum oksid	CaO	Tehnološki štetan, povećana potrošnja $H_2SO_4$ u fazi luženja	$\leq 0.5$ [%]
16.	Hlor	Cl	Ekološki štetan	$\leq 0.02$ [%]
17.	Fluor	F	Ekološki štetan	$\leq 0.02$ [%]

### 4.3. Višekriterijumska analiza odlučivanja (MCDA)

**Višekriterijumska analiza odlučivanja (Multi Criteria Decision Analysis – MCDA)** predstavlja jednu od najznačajnijih oblasti Operacionih istraživanja (Behzadian et al., 2010), koja je veoma brzo napredovala u poslednjih 20 godina. Pored najčešćih funkcija rangiranja, sortiranja i selekcije kojima se bavi MCDA (Corrente et al., 2013), značajna pažnja se sve više usmerava na teoriju i metodologiju, koje mogu rešavati kompleksne probleme u različitim naučnim oblastima (Behzadian et al., 2010). Razvijen je veliki broj tehnika višekriterijumske analize (Figueira et al., 2005) i kako navode Hyde i saradnici (2003), ove tehnike se najčešće dele u četiri grupe: *multi-objective optimization*, *value-focused approaches*, *outranking methods* i *disaggregation methods*. Svaka od ove četiri grupe metoda



ima veoma dobru softversku podršku. Na primer, Weistroffer i saradnici (2005) su dali pregled 79 MCDA softverskih paketa koji su implementirani u različite višekriterijumske metode.

U ovoj doktorskoj disertaciji predložen je integralni višekriterijumski optimizacioni model, kao efikasan način rešavanja problema rangiranja u situaciji kada donosilac odluke mora da oceni alternative u odnosu na konfliktne kriterijume, reši problem određivanja značaja kriterijuma u modelu, kao i da otkloni moguću neizvesnost i neodređenost u strukturi polaznih podataka.

Pravilna procena značaja kriterijuma u modelu, kako mnogi autori u naučnoj literaturi navode (Chen & Li, 2010), predstavlja ključnu fazu u procesu donošenja odluke, obzirom da varijacije težinskih vrednosti mogu značajno da utiču na dobijanje različitih rang lista alternativa koje se razmatraju u modelu. Prema Ma-u i saradnicima (Ma et al., 1999), težine u MCDA se mogu podeliti u dve grupe:

- **Subjektivne težine** se dobijaju na osnovu subjektivne intuicije ili procene donosioca odluke o preferencijama koje postoje između kriterijuma u modelu odlučivanja. Najpoznatiji pristupi za generisanje subjektivnih težina uključuju metodu AHP (*Analytic Hierarchy Process*) (Saaty, 1980) i metodu Delfi (Hwang & Lin, 1987).
- **Objektivne težine** se dobijaju na osnovu informacija iz matrice odlučivanja kroz matematičke modele. Jedan od najčešće korišćenih pristupa za određivanje objektivnih težina je Entropijska metoda, koja izražava relativni intenzitet značaja kriterijuma, kako bi se donosiocu odluke naznačila prosečna inherentna informacija (Zeleny, 1982).

U ovom radu, za potrebe određivanja značajnosti kriterijuma u višekriterijumskom modelu, korišćena su dva pristupa, pri čemu je za subjektivnu ocenu značaja kriterijuma od strane eksperata primenjena AHP metodologija, dok je za objektivnu ocenu značaja kriterijuma na osnovu strukture podataka u definisanoj matrici odlučivanja, primenjena metoda Objektivnih entropijskih težina.

Za razvijanje i uspešnu implementaciju kompleksnih modela MCDA neophodna je dobra, jasna, i što preciznija reprezentacija informacija o elementima odlučivanja. Neizvesnost (engl. *uncertainty*), koja predstavlja rezultat nedostatka informacija kao što su nekompletnost informacije, leksički utisak ili, od posebne važnosti, nepreciznost merenja, može značajno da utiče na kvalitet konačnih rezultata u procesu donošenja odluka. Deterministička priroda rezultata, kao posledica korišćenja najčešće egzaktnih vrednosti u modelu MCDA, u ovom radu je analizirana kroz prizmu fazi logike (engl. *fuzzy logic*), koja kao matematički i računarski alat pruža mogućnost manipulacije sa fazi informacijama, koje su po svojoj prirodi jako kompleksne. Pri tome, sama složenost ovakvih informacija dolazi iz nesigurnosti podataka, preciznije od višeznačnosti (Bellman & Zadeh, 1970).

Uvođenjem procesa rangiranja u oblast fazi logike, stiče se mogućnost realizacije analize osetljivosti dobijenih rezultata rangiranja kroz primenu razvijenog optimizacionog višekriterijumskog modela u ovoj doktorskoj disertaciji. Pri tome, moguće je zaključiti da li varijacije u vrednostima značaja kriterijuma, kao i varijacije u vrednostima alternativa u odnosu na razmatrane kriterijume, značajno utiču na finalne rezultate u ovom radu.

#### 4.3.1. Određivanje kardinalnih korisnosti alternativa u modelu

Za formiranu matricu odlučivanja MCDA modela u ovom radu, koju čine elementi odlučivanja  $a_i$ ,  $C_j$  i  $x_{ij}$  ( $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ ), svaka vrednost elementa  $x_{ij}$  prevedena je u kardinalne korisnosti  $u_{ij}$  za svaku opciju  $a_i$ , odnosno realan broj koji pokazuje stepen značajnosti vrednosti razmatrane alternative  $a_i$  po kriterijumu  $C_j$ , nezavisno od rezultata ostalih alternativa.

Za kriterijume sa monotono rastućom funkcijom preferencije („veće je bolje“), polazne vrednosti  $x_{ij}$  su prevedene u kardinalne korisnosti pomoću eksponencijalne funkcije korisnosti  $U_j(x_{ij})$ , definisane izrazom:

$$0 \leq U_j(x_{ij}) = \frac{1 - e^{-(x_{ij} - x_{ij_{\min}})/\rho}}{1 - e^{-(x_{ij_{\max}} - x_{ij_{\min}})/\rho}} \leq 1, \quad \text{ako } \rho_j \neq \infty, \quad i \text{ za } i = 1 \dots m; j = 1 \dots n; \quad (6)$$

pri čemu su  $x_{ijmax}$  i  $x_{ijmin}$  maksimalne i minimalne vrednosti za opciju  $a_i$  razmatranog kriterijuma  $C_j$ , respektivno.

Konstanta  $\rho_j$ , zvana tolerancija rizika (engl. *risk tolerance*), odražava stav osobe u odnosu na rizik ili prioritet za učinak određene alternative  $x_{ij}$ . Pozitivne vrednosti  $\rho_j$  ukazuju na funkciju korisnosti nepovoljnog rizika. Negativne vrednosti  $\rho_j$  ukazuju na funkciju korisnosti koja zahteva rizik. Vrednost  $\rho_j$  jednaka beskonačnosti ukazuje na funkciju korisnosti sa neutralnim rizikom.

Za ostale kriterijume sa monotono opadajućom funkcijom preferencije („*manje je bolje*”), korišćen je sledeći oblik eksponencijalne funkcije korisnosti  $U_j(x_{ij})$  da bi se odredile kardinalne vrednosti korisnosti  $x_{ij}$ , kada je stav u odnosu na rizik neutralan, odnosno  $\rho_j = \infty$ :

$$0 \leq U_j(x_{ij}) = \frac{x_{ijmax} - x_{ij}}{x_{ijmax} - x_{ijmin}} \leq 1, \quad \text{ako } \rho_j = \infty, \quad i \quad \text{za } i = 1 \dots m; j = 1 \dots n; \quad (7)$$

#### 4.3.2. Subjektivni i objektivni pristup za određivanje težina u modelu

Jedan od najvažnijih parametara koji se mora definisati prilikom formiranja višekriterijumskog modela optimizacije, jeste odgovarajuća težina kriterijuma u modelu. Da bi se dodelili težinski parametri svakom kriterijumu  $C_j$  u modelu, neophodno je najpre odrediti značaj svakog kriterijuma u MCDA modelu, što predstavlja odraz subjektivne preferencije donosioca odluke, kao i objektivnih karakteristika samih kriterijuma (Zeleny, 1982).

**AHP (Analytical Hierarchy Process)** metoda podrazumeva subjektivno ocenjivanje značaja kriterijuma, koje se zasniva na iskustvu, znanju i percepciji donosioca odluka (Macharis et al., 2014). AHP razlaže teške i komplikovane probleme na jednostavnije forme i onda ih rešava. Ova metoda je predložena od strane Saaty-ja (1980) i njena primena podrazumeva upoređivanje parova kriterijuma na Saaty-jevoj skali od 1-9, nakon čega se proračunavaju tzv. normalizovani vektori težina, koji se zatim uzimaju kao polazni težinski parametri za formiranje MCDA modela (Macharis et al., 2004). Međutim, najveći problem

subjektivnog pristupa pri dodeljivanju težina kriterijumima, predstavlja nekonzistentnost (Mareschal, 1988), koja je uglavnom posledica činjenice da donosilac odluke ne može uvek da da konzistentnu ocenu pod različitim šemama za određivanje težina, a i sam proces dodeljivanja težina zavisi od strukture problema. Ovaj problem se može prevazići kroz pristup objektivnog dodeljivanja težina kriterijumima.

AHP algoritam se sastoji iz četiri koraka: (Ramanathan, 2001)

**Korak 1:** Definisanje problema odlučivanja u okviru hijerarhijskog modela.

**Korak 2:** Poređenje parova i dobijanje matrice pretpostavki.

**Korak 3:** Procena sopstvenih specifičnih prioriteta i konzistentnosti parova.

**Korak 4:** Sumiranje sopstvenih specifičnih prioriteta.

**Stopa konzistentnosti** se određuje na sledeći način:

- a. **Vektor ukupnih težina** (**WSV** – engl. *Weighted Sum Vector*) bi trebalo analizirati množenjem matrice poređenja parova sa vektorom relativne težine:

$$WSV = D \times W \quad (8)$$

- b. **Vektor konzistentnosti** (**CV** – engl. *Consistency Vector*) se analizira deljenjem elemenata vektora ukupnih težina i vektora relativnih težina.
- c. Određivanje **maksimalnog vektora sopstvenih vrednosti matrice poređenja parova** ( $\lambda_{max}$ ). Iz ovih razloga neophodno je odrediti faktore prosečnih vektora konzistentnosti.
- d. Određivanje **drugog stepena konzistentnosti** (**CI** – engl. *Consistency Index*) pomoću sledeće jednačine:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (9)$$

- e. Određivanje **stope konzistentnosti** (**CR** – engl. *Consistency Ratio*) na osnovu sledeće jednačine:

$$CR = \frac{CI}{CI^*} \quad (10)$$

$CI^*$  je slučajni indeks konzistentnosti koji se uzima iz tabele na osnovu simulacija koje je Saaty (1980) obezbedio sa prosečnim konzistentnostima ( $CI^*$  vrednosti) nasumično generisanih matrica (do veličine 11 x 11) za uzorak veličine od 500.

U slučaju da je stopa nekonzistentnosti manja ili jednaka 0.10, poređenja parova su konzistentna i proces se može nastaviti. U suprotnom, donosioci odluka bi trebalo ponovo da razmotre poređenje parova.

**OEW (Objective Entropy Weight)** metoda omogućava objektivno dodeljivanje težina kriterijumima na osnovu prosečne unutrašnje informacije, koja se generiše kroz dati skup alternativa  $A$  za svaki kriterijum  $C_j$  i oslikava prirodu konfliktnih kriterijuma i omogućava ujedinjavanje međusobno zavisnih kriterijuma (Jian et al., 1999). Jedna od najpoznatijih metoda za određivanje objektivnih težina je *Shannon*-ova entropijska metoda (Zhi-Hong et al., 2006). Što je entropijska vrednost manja, to je manji stepen poremećaja u sistemu, čime se pokazuje da, ukoliko je razlika vrednosti unutar objekta evaluacije u pogledu istog kriterijuma visoka, onda kriterijum daje korisnije informacije. Detaljna procedura za određivanje entropijskih objektivnih težina je prikazana u nastavku (Zhi-Hong et al., 2006):

**Korak 1.** Kardinalne korisnosti  $u_{ij}$  se normalizuju za svaki kriterijum  $C_j$  pomoću izraza:

$$p_{ij} = \frac{1 + u_{ij}}{\sum_{i=1}^m (1 + u_{ij})}; \text{for } j = 1 \dots n; \quad (11)$$

**Korak 2.** Količina informacija sadržanih u normalizovanoj matrici odluka i emitovana od strane svakog kriterijuma  $C_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) se prema tome može meriti entropijskom vrednošću  $E_j$  na sledeći način:

$$0 \leq E_j = -\frac{1}{\ln(m)} \sum_{i=1}^m p_{ij} \cdot \ln p_{ij} \leq 1; i = 1 \dots m; j = 1 \dots n; \quad (12)$$

gde odnos  $(1/\ln(m))$  predstavlja konstantu koja garantuje da je entropijska vrednost  $E_j$  između vrednosti 0 i 1.

**Korak 3.** Stepen neslaganja (divergencije -  $d_j$ ) prosečnih suštinskih informacija sadržanih u svakom kriterijumu  $C_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) se može izračunati na sledeći način:

$$d_j = 1 - E_j; j = 1 \dots n; \quad (13)$$

**Korak 4.** Na kraju, entropijska težina  $j$ -og kriterijuma se izračunava kao:

$$w_{e_j} = w_{o_j} = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j}; j = 1 \dots n; \quad (14)$$

#### 4.3.3. PROMETHEE metoda

U ovom radu primenjena je i **PROMETHEE** (*Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluations*) **metoda**, kao jedna od najpoznatijih porodica metoda rangiranja, za rešavanje problema definisanog višekriterijumskog modela optimizacije formiranja mešavine cinkovih koncentrata (Nikolić et al., 2009). PROMETHEE metoda je razvijena 1985. godine od strane Brans-a i Vincke-a (Brans & Vincke, 1985) i predstavlja jednu od metoda za rangiranje koja se najčešće primenjuje, zbog toga što prati jasnu proceduru proračuna i veoma jednostavno se može interpretirati za potrebe donosioca odluke, kao i niza drugih prednosti koje su izložene u mnogobrojnim naučnim radovima (Macharis et al., 2004; Rousis et al., 2008).

Metoda PROMETHEE predstavlja metodu za rangiranje konačnog skupa alternativa (Vego et al., 2008). Pri primeni ove metode neophodno je, u fazi modelovanju, definisati odgovarajuću funkciju preferencije i dodeliti težinske parametre svakom kriterijumu (Mascharis et al., 2004). Funkcija preferencije definiše kako je rangirana pojedinačna opcija u odnosu na ostale opcije i prevodi devijaciju između dve paralelne alternative u jedan jedinstveni parametar, koji se vezuje za stepen preferencije. Stepenn preferencije predstavlja rastuću funkciju devijacije koja, ukoliko je devijacija mala, ukazuje na slabu preferenciju, a ukoliko je devijacija velika, predstavlja jaku preferenciju određene alternative. Kod PROMETHEE metode moguće je izabrati jedan od šest oblika funkcije preferencije (*Usual*, *U-shape*, *V-shape*, *Level*, *Linear*, *Gaussian*), gde se svaki od oblika može opisati pomoću dva praga (Q i P), čime se definiše granica zona preferencije i indiferencije, kao i stanje među njima (Brans & Vincke, 1985). Prag indiferencije (Q) predstavlja najveću devijaciju za koju donosilac odluka smatra da nije značajna, dok se prag preferencije (P) odnosi na najmanju devijaciju koja se smatra krucijalnom za donošenje odluka. Vrednost P ne bi trebalo da bude manja od Q. Gauss-ov prag (s) predstavlja srednju vrednost P i Q pragova (Brans, 1982; Brans et al., 1984; Brans & Vincke, 1985; Herngren et al., 2006). U PROMETHEE metodi, izabrana struktura preferencije dovodi do indikatora preferencije  $P_j(a,b)$  za j-ti kriterijum, što zavisi od razlike u proceni akcije **a** i akcije **b** za  $C_j$  kriterijum. Ako je **a** bolje od **b**, onda je  $P_j(a,b) > 0$ ; u suprotnom je  $P_j(a,b) < 0$ . Koristeći težinske koeficijente  $w_j$  koji su dodeljeni svakom kriterijumu  $C_j$ , moguće je odrediti indikator preferencije pomoću izraza:

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot P_j(a, b); \left( \sum_{j=1}^n w_j = 1 \right); \quad (15)$$

Odavde se mogu odrediti pozitivni ( $\Phi^+$ ) i negativni ( $\Phi^-$ ) tokovi za svaku alternativu:

$$\begin{aligned} \Phi^+(a) &= \frac{1}{m-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x) \\ \Phi^-(a) &= \frac{1}{m-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a) \end{aligned} \quad (16)$$

PROMETHEE metoda se zasniva na određivanju pozitivnih ( $\Phi^+$ ) i negativnih ( $\Phi^-$ ) tokova za svaku alternativu u skladu sa proporcionalnošću i vezama sa dobijenim težinskim

koeficijentima za svaki kriterijum. Pozitivni tok preferencije izražava stepen dominacije određene alternative u poređenju sa ostalim alternativama. To znači da, što je vrednost veća ( $\Phi^+ \rightarrow 1$ ), alternativa je značajnija. Negativni tok preferencije pokazuje koliko se određena alternativa preferira od strane ostalih alternativa. Alternativa je mnogo značajnija ukoliko je vrednost negativnog toka manja ( $\Phi^- \rightarrow 0$ ).

PROMETHEE II je neparametarska metoda koja se koristi za rangiranje većeg broja opcija na osnovu definisanih kriterijuma. Detaljna procedura PROMETHEE II metode je opisana kroz tri osnovna koraka (Brans & Mareschal, 1994), gde se svi kriterijumi posmatraju kao tzv. pseudo-kriterijumi. Kompletno rangiranje (PROMETHEE II) se zasniva na proračunu net-tokova ( $\Phi$ ) za svaku alternativu, što ukazuje na ravnotežu, odnosno razliku između pozitivnih ( $\Phi^+$ ) i negativnih ( $\Phi^-$ ) tokova preferencije. Alternativa sa najvećom vrednošću net-toka se rangira kao najbolja (Brans & Mareschal, 1994; Albadvi et al., 2007; Anand & Kodali, 2008).

$$\Phi(a_i) = \Phi^+(a_i) - \Phi^-(a_i) \quad (17)$$

PROMETHEE V metoda proširuje polje primene PROMETHEE II metode (Brans & Mareschal, 1992; Nikolić et al., 2009). Može se primeniti za rešavanje problema izbora nekoliko alternativa za definisani skup ograničenja. PROMETHEE V metoda se sprovodi u dva koraka:

**Korak 1.** Višekriterijumski problem se razmatra bez ograničenja. Primenom PROMETHEE II metode, utvrđuje se vrednost net-tokova ( $\Phi$ ) za svaku alternativu.

**Korak 2.** Formira se matematički model linearnog programiranja (LP), uzimajući u obzir vrednosti dobijenih net-tokova ( $\Phi$ ) i definisani skup ograničenja za određene kriterijume  $C_j$  u višekriterijumskom modelu optimizacije. Funkcija cilja optimizacije je prikazana u nastavku:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^m \Phi(a_i) \cdot X_i \quad (18)$$

gde  $m$  predstavlja broj alternativa koje se uzimaju u razmatranje.



Jedna od najvećih prednosti PROMETHEE metode za rangiranje alternativa jeste mogućnost primene **GAIA ravni**, koja predstavlja grafičku interpretaciju PROMETHEE metode i daje jasnu sliku problema donošenja odluke na osnovu PROMETHEE rangiranja (Visual Decision Inc., 2007). GAIA ravan predstavlja metod vizuelizacije gde se vrši projekcija specijalnog vektora ili tzv. *štapa odluke*  $\pi$  (Mareschal & Brans, 1988). Takođe, u GAIA ravni se vrši projekcija skupa od  $n$  alternativa u  $k$ -dimenzionalnom prostoru, gde  $n$  predstavlja broj alternativa, a  $k$  broj kriterijuma. Na osnovu pozicije kriterijuma u GAIA ravni (kvadratići), može se utvrditi saglasnost ili konflikt između određenih kriterijuma, a na osnovu pozicije alternativa (trougličići) može se utvrditi snaga ili slabost alternativa u odnosu na kriterijum, odnosno što je alternativa bliže pravcu vektora kriterijuma, to je ta alternativa bolja u odnosu na taj kriterijum (Brans & Mareschal, 1994; Nikolić et al., 2009).

#### 4.3.4. TOPSIS metoda

Među brojnim metodama MCDA koje su razvijene za rešavanje različitih problema odlučivanja, metoda **TOPSIS** (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*), koju su razvili autori Hwang i Yoon (1981), i dalje nastavlja uspešno da se primenjuje u različitim oblastima (Chen, 2000; Chu, 2002; Chu & Lin, 2002; Lai et al., 1994; Wang & Triantaphyllou, 2005). Kako Behzadian i saradnici navode u preglednom radu o TOPSIS metodi iz 2012. godine (Behzadian et al., 2012), globalni interes za ovom metodom raste eksponencijalno iz godine u godinu. Ovi autori su to i dokumentovali u njihovom radu, u kojem se analizira 266 različitih naučnih radova, u kojima se koristi TOPSIS metodologija nezavisno ili u kombinaciji sa drugim alatima i tehnikama iz oblasti MCDA (Behzadian et al., 2012).

U skladu sa ovom tehnikom, najbolja alternativa je ona koja je istovremeno najbliža pozitivno idealnom rešenju i najdalje od negativno idealnog rešenja (Ertugrul & Karakasoglu, 2007).

Pozitivno idealno rešenje (*PIS – Positive Ideal Solution*) je ono koje maksimizira korisne kriterijume i minimizira nepovoljne kriterijume (kriterijume troškova), dok je

negativno idealno rešenje (*NIS – Negative Ideal Solution*) ono koje maksimizira nepovoljne, a minimizira korisne kriterijume (Wang & Elhag, 2006).

U nastavku je prikazana procedura TOPSIS metode koja se sastoji iz pet koraka: (Hwang & Yoon, 1981)

**Korak 1:** Konstruisanje normalizovane matrice odlučivanja.

$$r_{ij} = x_{ij} / \sqrt{\sum x_{ij}^2} \quad \text{za } i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (19)$$

gde su  $x_{ij}$  i  $r_{ij}$  originalni i normalizovani rezultat matrice odlučivanja, respektivno.

**Korak 2:** Konstruisanje ponderisane normalizovane matrice odlučivanja.

$$v_{ij} = w_j r_{ij} \quad (20)$$

gde  $w_j$  predstavlja težinu za  $j$ -ti kriterijum.

**Korak 3:** Određivanje pozitivno idealnog i negativno idealnog rešenja.

$$A^* = \{v_1^*, \dots, v_n^*\} \quad (21)$$

gde je  $v_i^* = \{\max (v_{ij}) \text{ ako je } j \in J; \min (v_{ij}) \text{ ako je } j \in J'\}$

$$A' = \{v_1', \dots, v_n'\} \quad (22)$$

gde je  $v_i' = \{\min (v_{ij}) \text{ ako je } j \in J; \max (v_{ij}) \text{ ako je } j \in J'\}$

**Korak 4:** Izračunavanje mera razdvajanja za svaku alternativu.

Odvojenost od pozitivne idealne alternative je:

$$S_i^* = [\sum (v_j^* - v_{ij})^2]^{1/2} \quad i = 1, \dots, m \quad (23)$$

Isto tako, odvojenost od negativne idealne alternative je:

$$S_i' = [\sum (v_j' - v_{ij})^2]^{1/2} \quad i = 1, \dots, m \quad (24)$$

**Korak 5:** Izračunavanje relativne blizine idealnom rešenju  $C_i^*$ .

$$C_i^* = S_i' / (S_i^* + S_i') \quad (25)$$

Bira se alternativa čiji je  $C_i^*$  najbliži 1.

#### 4.4. Fazi logika

U osnovnim formama metoda MCDA, donosioci odluka evaluacije relacija preferencija među kriterijumima, subkriterijumima i alternativama, predstavljaju u obliku egzaktnih vrednosti, tj. brojeva. Međutim, kako Torfi i saradnici (2010) konstatuju, u mnogim praktičnim situacijama informacije o preferencijama elemenata odlučivanja su neizvesne, što veoma često nerado dovodi i do situacije da nije moguće ostvariti kompletost u numeričkoj komparaciji, kao osnovni uslov racionalnog odlučivanja. Uvođenje fazi logike (engl. *fuzzy logic*) u proces donošenja odluka, predstavlja moćan alat odlučivanja. Fazi teorija je uvedena od strane Zadeh-a (1965) za prevođenje lingvističkih varijabli u numeričke vrednosti u okviru procesa donošenja odluke. Nakon toga, autori Bellman i Zadeh 1970. godine razvili su fazi MCDA metodologiju, kako bi rešili nedostatak preciznosti prilikom određivanja značaja kriterijuma, kao i ocenjivanje alternativa u odnosu na kriterijume u MCDA modelu.

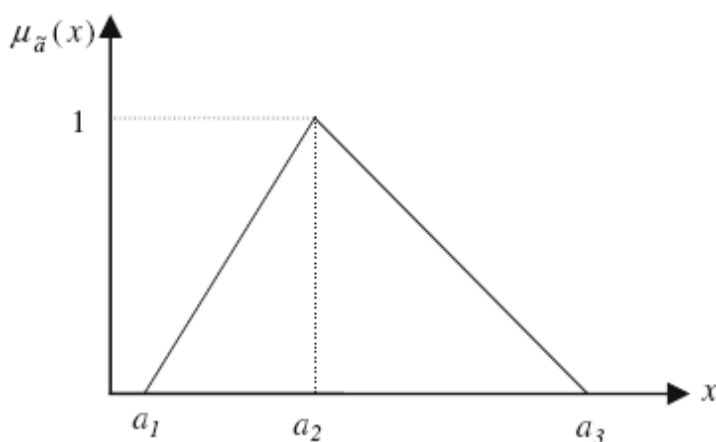
Fazi skup je skup objekata u kojem ne postoje jasne ili unapred definisane granice između objekata, tj. da li jesu ili nisu elementi skupa. Fazi skupovi daju sredstva pomoću kojih se može modelovati nesigurnost koja je povezana sa neodređenošću, nepreciznošću i nedostatkom informacija vezanih za dati problem (Negota et al., 1978). Fazi skupovi se karakterišu funkcijom pripadnosti (engl. *membership function*), koja svakom elementu dodeljuje ocenu pripadnosti na intervalu  $[0,1]$ , i na taj način određuje u kojoj meri je neki element član skupa (Bevilacqua et al., 2006).

U nastavku je dato nekoliko osnovnih definicija fazi logike i fazi skupova: (Chen, 1996; Chen et al., 2006; Cheng & Lin, 2002; Raj & Kumar, 1999; Zimmerman, 1996).

**Definicija 1.** Fazi skup  $\tilde{A}$  u množtvu rešenja  $X$  odlikovan je funkcijom pripadanja  $\mu_{\tilde{A}}(X)$  koja se vezuje za svaki element  $x$  iz skupa  $X$ , koji zapravo predstavljaju realne brojeve u intervalu  $[0,1]$ . Vrednost funkcije  $\mu_{\tilde{A}}(X)$  predstavlja stepen članstva elementa  $x$  u setu  $\tilde{A}$ .

**Definicija 2.** Triangularni fazi broj može se definisati skupom od tri broja  $(a_1, a_2, a_3)$  (Slika 3). Funkcija  $\mu_{\tilde{A}}(X)$  se, u skladu sa tim, može definisati na sledeći način:

$$\mu_{\tilde{A}}(X) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{x-a_3}{a_2-a_3}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \quad (26)$$



Slika 3. Triangularni fazi broj  $\tilde{a}$  (Dağdeviren et al., 2009)

Ukoliko sa  $\tilde{a}$  i  $\tilde{b}$  predstavimo dva triangularna fazi broja, koja su zapravo parametri skupova  $(a_1, a_2, a_3)$  i  $(b_1, b_2, b_3)$ , respektivno, onda se operativni zakoni ova dva triangularna broja mogu predstaviti na sledeći način:

$$\tilde{a} (+)\tilde{b} = (a_1, a_2, a_3)(+)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (27)$$

$$\tilde{a} (-)\tilde{b} = (a_1, a_2, a_3)(-)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \quad (28)$$

$$\tilde{a} (\times)\tilde{b} = (a_1, a_2, a_3)(\times)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 \times b_1, a_2 \times b_2, a_3 \times b_3) \quad (29)$$

$$\tilde{a} (/)\tilde{b} = (a_1, a_2, a_3)(/)(b_1, b_2, b_3) = (a_1/b_3, a_2/b_2, a_3/b_1) \quad (30)$$

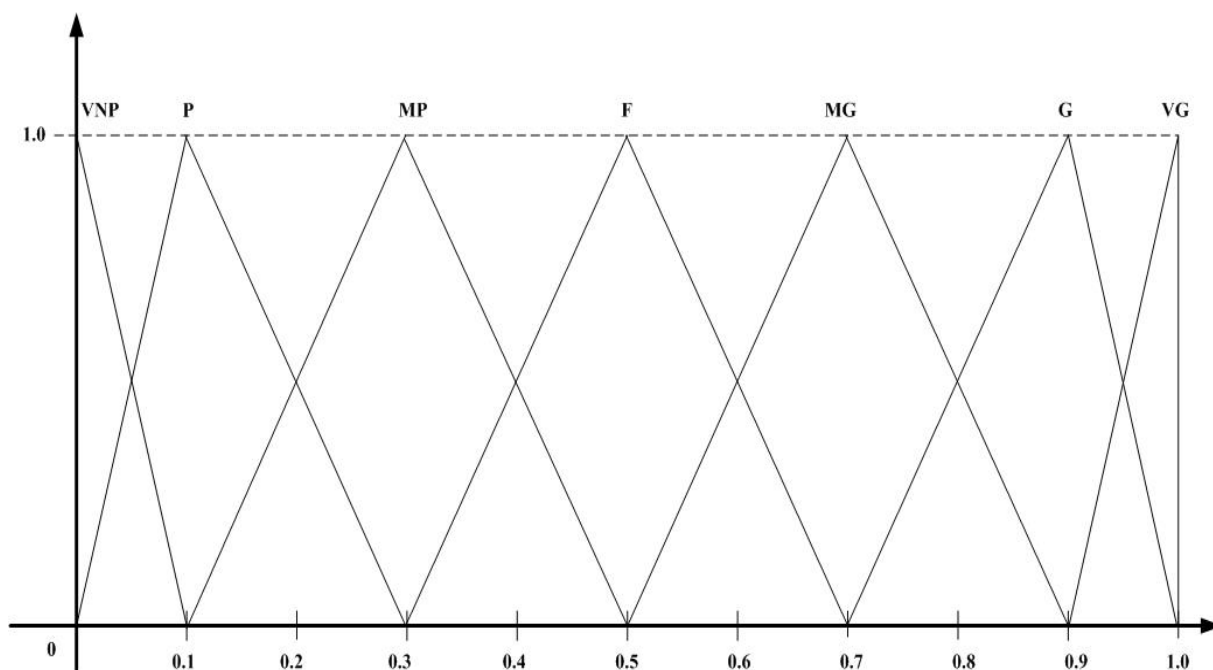
$$\tilde{a} = (ka_1, ka_2, ka_3) \quad (31)$$

**Definicija 3.** *Lingvistička promenljiva* je vrednosna varijabla koja predstavlja jezičke pojmove. Koncept jezičke varijable je veoma koristan u rešavanju situacija koje su previše složene ili loše definisane za razumno opisivanje konvencionalnim kvantitativnim izrazima. Na primer, „težina“ je jezička promenljiva, a njene vrednosti su: veoma nisko, nisko, srednje, visoko, veoma visoko itd., i te jezičke vrednosti mogu biti predstavljene fazi brojevima (Chen, 2000; Zadeh, 1975).

Lingvistička varijabla (jezička promenljiva) je alternativni pristup za modelovanje, gde se na približno isti način rezimiraju informacije i izražavaju u vidu triangularnih fazi brojeva (Zadeh, 1975). Jezičkim varijablama se izražava značaj i prioritet svakog kriterijuma, ali i težinskih parametara. Jedan od mogućih načina prikaza lingvističkih varijabli prikazan je u Tabeli 2 i Tabeli 3, a na Slikama 4 i 5 grafički su prikazane lingvističke promenljive.

**Tabela 2.** Lingvističke varijable za rangiranje alternativa po svakom kriterijumu  
(Madi & Md. Tap, 2011).

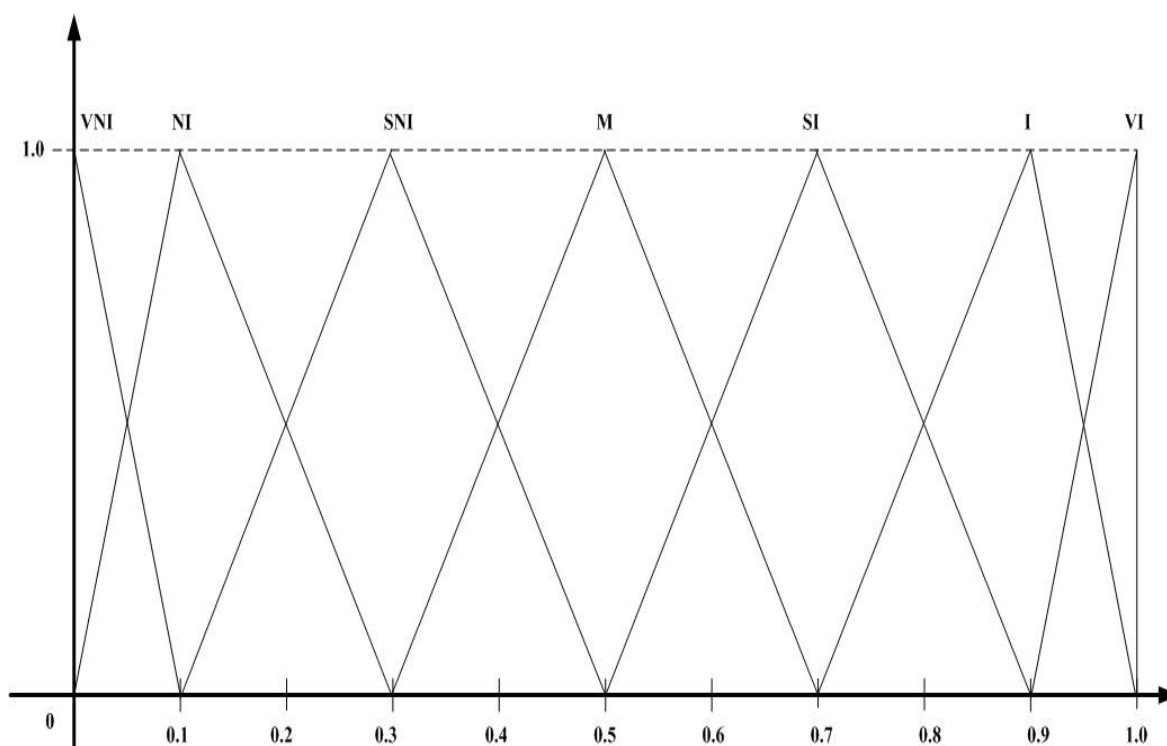
Veoma Slabo ( <i>Very Not Poor - VNP</i> )	(0, 0, 0.1)
Slabo ( <i>Poor - P</i> )	(0, 0.1, 0.3)
Srednje Slabo ( <i>Medium Poor - MP</i> )	(0.1, 0.3, 0.5)
Osrednje ( <i>Fair - F</i> )	(0.3, 0.5, 0.7)
Srednje Dobro ( <i>Medium Good - MG</i> )	(0.5, 0.7, 0.9)
Dobro ( <i>Good - G</i> )	(0.7, 0.9, 1.0)
Veoma Dobro ( <i>Very Good - VG</i> )	(0.9, 1.0, 1.0)



**Slika 4.** Grafički prikaz lingvističkih promenljivih za rangiranje alternativa po svakom kriterijumu

**Tabela 3.** Lingvističke varijable za procenu značaja težinskih parametara  
(Madi & Md. Tap, 2011).

Veoma Nije Značajno ( <i>Very Not Important - VNI</i> )	(0, 0, 0.1)
Nije značajno ( <i>Not Important - NI</i> )	(0, 0.1, 0.3)
Donekle Nije Značajno ( <i>Somewhat Not Important - SNI</i> )	(0.1, 0.3, 0.5)
Srednje ( <i>Medium - M</i> )	(0.3, 0.5, 0.7)
Donekle Značajno ( <i>Somewhat Important - SI</i> )	(0.5, 0.7, 0.9)
Značajno ( <i>Important - I</i> )	(0.7, 0.9, 1.0)
Veoma Značajno ( <i>Very Important - VI</i> )	(0.9, 1.0, 1.0)



**Slika 5.** Grafički prikaz lingvističkih promenljivih za procenu značaja težinskih parametara

**Definicija 4.** Neka su  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$  i  $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3)$  dva triangularna fazi broja. U tom slučaju, metod je definisan na taj način da krajnja vrednost predstavlja rastojanje između njih.

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2]} \quad (32)$$

**Definicija 5.** Imajući u vidu različit značaj svakog kriterijuma, normalizovana fazi matrica odlučivanja, uključujući i težinske koeficijente, konstruiše se na sledeći način:

$$\check{V} = [\check{v}_{ij}]_{n \times j}, \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J. \quad (33)$$

gde je:

- $\check{v} = \tilde{x}_{ij} \times w_i$ .
- Skup ocena performansi  $\tilde{X} = \{\tilde{x}_{ij}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J\}$  koji se sastoji od alternativa  $A_j$  ( $j = 1, 2, \dots, J$ ) i kriterijuma  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).
- Skup značajnih težinskih koeficijenata za svaki kriterijum  $w_i(1, 2, \dots, n)$ .

#### 4.4.1. Fazi PROMETHEE metoda

U okviru fazi PROMETHEE (engl. *Fuzzy PROMETHEE* ili skr. *F-PROMETHEE*) metode, vrednosti svake alternative u odnosu na kriterijume predstavljene su kao fazi brojevi. Razlog tome proizilazi iz činjenice da se u većini slučajeva ulazni podaci u matrici odlučivanja ne mogu definisati sa odgovarajućim stepenom tačnosti.

Osnovne karakteristike fazifikacije u procesu odlučivanja razmatrali su autori Bellman i Zadeh 1970. godine, i od tada u naučnoj literaturi postoji veliki broj istraživanja i primene F-PROMETHEE metode, kojom se prevazilazi neizvesnost koju su stvorile nejasne okolnosti u procesu višekriterijumskog odlučivanja (Goumas & Lygerou, 2000; Geldermann et al., 2000; Bilsel et al., 2006; Chou et al., 2007; Tuzkaya et al., 2010; Ozgen et al., 2011). S toga, nadogradnja klasične PROMETHEE metodologije, definisane u poglavlju 4.3.3, sa fazi logikom (F-PROMETHEE) u ovoj doktorskoj disertaciji, koristi se za obezbeđivanje



pouzdanosti polaznih podataka u definisanom hibridnom optimizacionom višekriterijumskom modelu (Yilmaz & Dagdeviren, 2011).

U ovom radu odabrana je varijanta F-PROMETHEE metode predstavljene od strane autora Yuen-a i Ting-a (2012), koja se zasniva na tome da se fazi matrica odlučivanja „defazifikuje” u „egzaktnu“ matricu odlučivanja. U nastavku su prikazani osnovni koraci ove metodologije (Yuen & Ting, 2012).

### **Korak 1: Formulisanje fazi matrice odlučivanja.**

Tipična  $m \times n$  fuzzy matrica odlučivanja je prikazana u produžetku:

$$\begin{array}{c}
 (\hat{w}_1 \cdots \hat{w}_j \cdots \hat{w}_n) \\
 \hat{c}_1 \cdots \hat{c}_j \cdots \hat{c}_n \\
 \hat{A}_1 \\
 \vdots \\
 \hat{A}_i \\
 \vdots \\
 \hat{A}_m
 \end{array}
 \left( \begin{array}{c} \\ \\ \hat{r}_{ij} \\ \\ \end{array} \right)
 \tag{34}$$

gde je  $\hat{c}_j \in \hat{C}$  fazi pozitivni kriterijum. Kriterijum je kriterijum maksimuma ukoliko donosilac odluke preferira više vrednosti za ovaj kriterijum. U suprotnom je kriterijum minimum.  $A_j \in \hat{A}$  je fazi alternativa.  $\hat{A}^*$  je idealna fazi alternativa od  $\hat{A}$ .  $\hat{r}_{ij} \in \hat{r}$  je vrednost korisnosti.  $\hat{w}_j \in \hat{W}$  je fazi težina od  $\hat{c}_j$ . Goumas i Lygerou (2000) u svom radu koriste fazi broj u obliku  $(\eta, a, b)$ , što je ekvivalentno konvencionalnoj formi triangularnog fazi broja  $(l, \eta, u)$ , tako da je  $(l, \eta, u) = (\eta - a, \eta, \eta + b)$ , gde je  $\eta - a$  donja granica  $l$ ,  $\eta + b$  je gornja granica  $u$ , a  $\eta$  je srednja vrednost.

**Korak 2: Defazifikacija fazi brojeva u fazi matrici odlučivanja.**

Fazi broj u fazi matrici odlučivanja može biti “defazifikovan” u „egzaktni“ broj pomoću funkcije:

$$I(l, \eta, u) = \frac{l, \eta, u}{3} \tag{35}$$

Drugim rečima, ovaj proces konvertuje fazi matricu odlučivanja u „egzaktnu“ matricu odlučivanja kao što je prikazano:

$$\begin{matrix} (w_1 \cdots w_j \cdots w_n) \\ c_1 \cdots c_j \cdots c_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} \begin{pmatrix} & & \\ & r_{ij} & \\ & & \end{pmatrix} \end{matrix} \tag{36}$$

$c_j \in C$  je pozitivni kriterijum.  $A_i \in A$  je alternativa.  $A^*$  je idealna alternativa od  $A$ .  $r_{ij} \in r$  je vrednost korisnosti.  $w_j \in W$  je težina kriterijuma  $c_j$ . Uklanjanje kapa iz fazi oznaka je „egzaktna“ vrednost.

Nastavak F-PROMETHEE metodologije se dalje razvija prema koracima definisanim za klasičnu PROMETHEE metodu u poglavlju 4.3.3.

4.4.2. Fazi TOPSIS metoda

TOPSIS metoda se široko primenjuje za rešavanje problema rangiranja u realnim situacijama. Uprkos njenoj popularnosti i jednostavnosti, ova metoda je najčešće kritikovana zbog nesposobnosti da adekvatno rukuje neizvesnošću i nepreciznošću u dodeljivanju

vrednosti od strane donosioca odluka (Chan & Kumar, 2007). Jedan od razloga jeste i što se donosioci odluka uglavnom osećaju sigurnije kada daju procene u vidu intervala, nego da ih izražavaju u obliku jedne numeričke vrednosti.

Primena *teorije fazi skupova* (Zadeh, 1965) omogućava donosiocima odluka da inkorporiraju nemerljive, nepotpune i nedostupne informacije u modele odlučivanja (Kulak et al., 2005). Kao rezultat, razvijena je Fazi TOPSIS metoda (Chu, 2002; Chu & Lin, 2002) u cilju rešavanja problema rangiranja i opravdanosti dobijenih rezultata (Yong, 2006; Wang & Elhag, 2006; Büyükközkcan et al., 2007; Chen & Tsao, 2007; Kahraman et al., 2007; Önüt & Soner, 2007; Yang & Hung, 2007). Kako navode Behzadian i saradnici (2012), TOPSIS metodologija se u poslednje vreme najčešće koristi sa fazi logikom, i prema njihovoj studiji o TOPSIS metodi (Behzadian et al., 2012), 52.2 % analiziranih radova u okviru TOPSIS metodologije sadrži lingvističke varijable i fazi brojeve, implementirane sa ciljem da reše problem nepreciznosti i neizvesnosti polaznih podataka.

Ova metoda može da koristi *triangularne fazi brojeve*, što je donosiocima odluka jednostavnije za upotrebu i proračunavanje. Pored toga, uspostavljanje modela korišćenjem ovih brojeva, pokazalo se kao efikasan način za formulisanje problema kod kojih su dostupne informacije subjektivne i neprecizne. U praktičnoj primeni, triangularni oblik funkcije članstva se češće koristi za predstavljanje fazi brojeva (Ding & Liang, 2005; Kahraman et al., 2004; Karsak & Tolga, 2001; Xu & Chen, 2007).

Prema svemu gore navedenom, može se reći da se primena *Fazi TOPSIS metode* sastoji iz sledećih koraka: (Madi & Md Tap, 2011):

**Korak 1:** Donosioci odluka koriste lingvističke varijable za određivanje nivoa značajnosti kriterijuma.

**Korak 2:** Donosioci odluka koriste lingvističke varijable kako bi se odredio prioritet svake alternative u odnosu na dati kriterijum.

**Korak 3:** Pretvaranje lingvističkih vrednosti u *triangularne fazi brojeve* i konstruisanje fazi matrice odlučivanja i određivanje težina za svaki kriterijum.

**Korak 4:** Konstruisanje *normalizovane fazi matrice odlučivanja* ( $\tilde{N}$ ), što je neophodno kako bi se prevazišle razlike između jedinica. Normalizacija takođe omogućava meru vrednovanja u istom opsegu vrednosti, obično između 0 i 1. Normalizovane vrednosti  $\tilde{n}_{ij}$  se mogu izračunati kao:

$$\tilde{n}_{ij} = \frac{\tilde{x}_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \tilde{x}_{ij}^2}} \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (37)$$

**Korak 5:** Konstruisanje *ponderisane normalizovane fazi matrice odlučivanja* ( $\tilde{V}$ ). Ponderisana normalizovana vrednost  $\tilde{v}_{ij}$  se računa kao:

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{w}_j \tilde{n}_{ij} \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (38)$$

**Korak 6:** Određivanje fazi pozitivnog idealnog (*Fuzzy Positive Ideal Solution – FPIS* ( $A^*$ )) i fazi negativnog idealnog rešenja (*Fuzzy Negative Ideal Solution – FNIS* ( $A^-$ )):

$$A^* = \{\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_2^*, \dots, \tilde{v}_i^*\} = \{(\max_j \tilde{v}_{ij} | i \in I^+), (\min_j \tilde{v}_{ij} | i \in I^-), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J \quad (39)$$

$$A^- = \{\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_i^-\} = \{(\min_j \tilde{v}_{ij} | i \in I^+), (\max_j \tilde{v}_{ij} | i \in I^-), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J \quad (40)$$

**Korak 7:** Proračun *distance D* (udaljenosti) svake alternative od FPIS i FNIS:

$$D_j^* = \sqrt{\sum_{j=1}^n (\tilde{v}_{ij} - \tilde{v}_i^*)^2}, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (41)$$

$$D_j^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (\tilde{v}_{ij} - \tilde{v}_i^-)^2}, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (42)$$

**Korak 8:** Izračunavanje relativne blizine idealnom rešenju (*Closeness Coefficient* – *CC*) pomoću sledećeg izraza:

$$CC_j = \frac{D_j^-}{D_j^* + D_j^-}, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (43)$$

gde je vrednost *CC* između vrednosti 0 i 1.

**Korak 9:** Rangiranje alternativa pomoću vrednosti *CC*. Što je vrednost veća, to je alternativa bolja.

## 5. REZULTATI I DISKUSIJA EMPIRIJSKOG ISTRAŽIVANJA

### 5.1. Proračun elemenata višekriterijumskog modela optimizacije

Da bi se izvršila optimizacija definisanog višekriterijumskog modela prikazanog na Slici 2, u ovom radu je razmatrano 10 koncentrata cinka koji su na raspolaganju fabrici olova i cinka u Plovdivu (Bugarska). Radi se o koncentratima koji su dostupni na tržištu (Tabela 4) i za koje postoji mogućnost da ih fabrika olova i cinka u Plovdivu koristi u dobijanju katodnog cinka. Za svaki od ovih 10 koncentrata utvrđen je hemijski sadržaj korisnih i štetnih komponenti u njima (17 hemijskih komponenti definisanih u Tabeli 1). Oni su zatim uzeti kao polazni podaci za analiziranje koncentrata kroz definisani višekriterijumski model optimizacije i to prema 4 istraživačka scenarija:

- **Scenario 1:** primena definisanog višekriterijumskog modela optimizacije u slučaju subjektivne procene značaja razmatranih kriterijuma (hemijskih komponenti) u pogledu ostvarivanja ekonomskih, tehnoloških i ekoloških ciljeva u proizvodnji cinka.
- **Scenario 2:** primena definisanog višekriterijumskog modela optimizacije u slučaju objektivnog određivanja značaja kriterijuma, pri čemu je njihov uticaj u modelu razmatran kroz strukturu prikupljenih podataka za sadržaj hemijskih komponenti u analiziranim koncentratima cinka u ovom radu.
- **Scenario 3 i Scenario 4:** predstavljaju modifikovane verzije Scenarija 1 i Scenarija 2, respektivno, pri čemu se modifikacija ogleda u uvođenju dopunskog 18-og kriterijuma (cena koncentrata na tržištu – Tabela 4) u model, radi naglašavanja veoma značajnog ekonomskog aspekta u višekriterijumskoj analizi razmatranih koncentrata.

**Tabela 4.** Lista koncentrata cinka, sa njihovim tržišnim cenama, koji su na raspolaganju fabrici olova i cinka u Plovdivu (Bugarska)

Br.	Koncentrat	Simbol	Kriterijumi														Tržišna cena* USD/ DMT			
			Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO		CaO	Cl	F
			%	%	%	%	%	%	(g/t)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	
1.	B: Bugarska	Con. 1	49.3	30	1.96	0.29	0.006	0.002	0.17	5	2.85	6.9	2.25	0.001	0.002	0.08	0.38	0.02	0.01	498
2.	Pe: Peru	Con. 2	53.75	32.2	0.55	0.09	0.002	0.001	0.14	5	0.56	9.05	1.7	0.001	0.02	0.13	0.14	0.01	0.013	580
3.	S1: Srbija	Con. 3	47.16	32.85	1.52	0.36	0.01	0.006	0.35	11	0.85	13.15	2.2	0.001	0.007	0.09	0.45	0.01	0.009	447
4.	S2: Srbija	Con. 4	49.8	31.75	0.22	0.28	0.001	0.001	0.17	7	1.75	11.46	1.85	0.064	0.04	0.08	0.09	0.01	0.01	501
5.	M1: Makedonija	Con. 5	50.22	32.3	0.53	0.26	0.001	0.001	0.5	15	2.77	6.8	4.55	0.027	0.13	0.06	0.12	0.01	0.01	515
6.	M2: Makedonija	Con. 6	55.25	31.35	0.98	0.42	0.01	0.001	0.28	9	3.31	4.69	1.9	0.001	0.002	0.13	0.38	0.01	0.01	606
7.	M3: Makedonija	Con. 7	47.6	31.35	1.04	0.42	0.011	0.001	0.22	9	1.5	10.55	2.6	0.001	0.01	0.16	1.57	0.01	0.01	460
8.	B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	48.72	33.15	0.3	0.49	0.001	0.001	0.08	10	1.89	13.22	0.62	0.012	0.18	0.1	0.4	0.01	0.008	476
9.	G: Grčka	Con. 9	50.37	33.5	0.21	0.3	0.001	0.002	0.05	11	1.06	10.85	0.95	0.02	1.02	0.07	0.3	0.01	0.005	513
10.	T: Turska	Con. 10	46.45	32.5	2.06	0.23	0.056	0.003	0.38	8	2.65	9.75	3.3	0.002	0.05	0.07	0.43	0.01	0.01	440

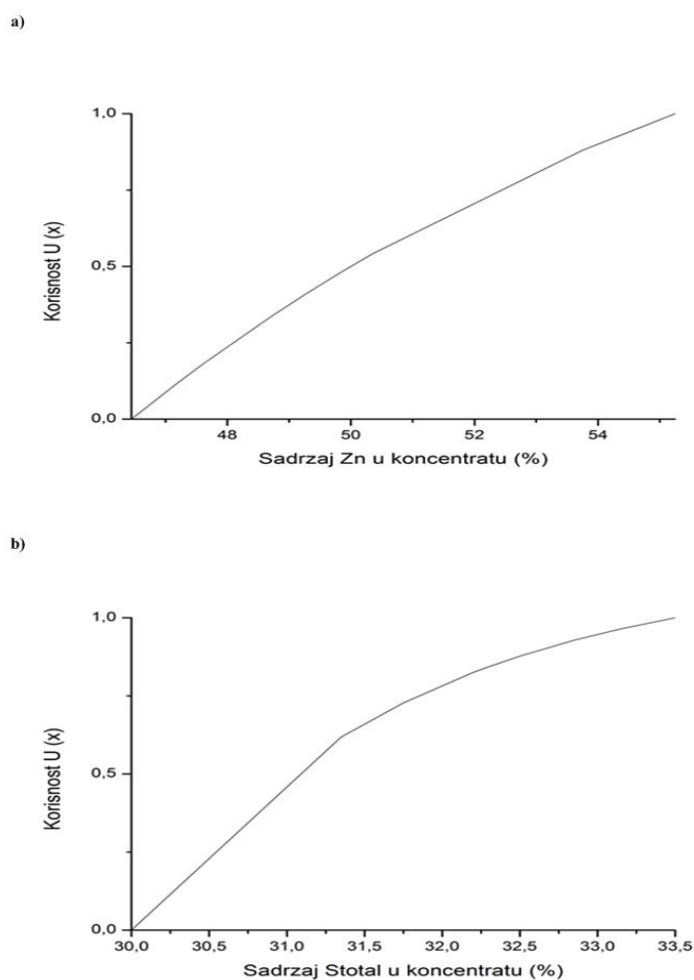
\* Napomena:

1. Cene su proračunate na osnovu cene Zn (SHG) 1910 USD/t ([www.kitco.com](http://www.kitco.com)) – prosečna cena za mesec novembar 2012.
2. Cene se odnose na suve koncentrate cinka.
3. Reference: [http://investors.boliden.com/afw/files/press/boliden/Kokkola-2008-5\\_Smelters\\_Zinc\\_US.pdf](http://investors.boliden.com/afw/files/press/boliden/Kokkola-2008-5_Smelters_Zinc_US.pdf)
4. Proračunavanje cena je upoređivano sa metodom kalkulacije korišćene u KCM S.A., Plovdiv, Bugarska i rezultati su isti.

### 5.1.1. Proračun funkcija korisnosti

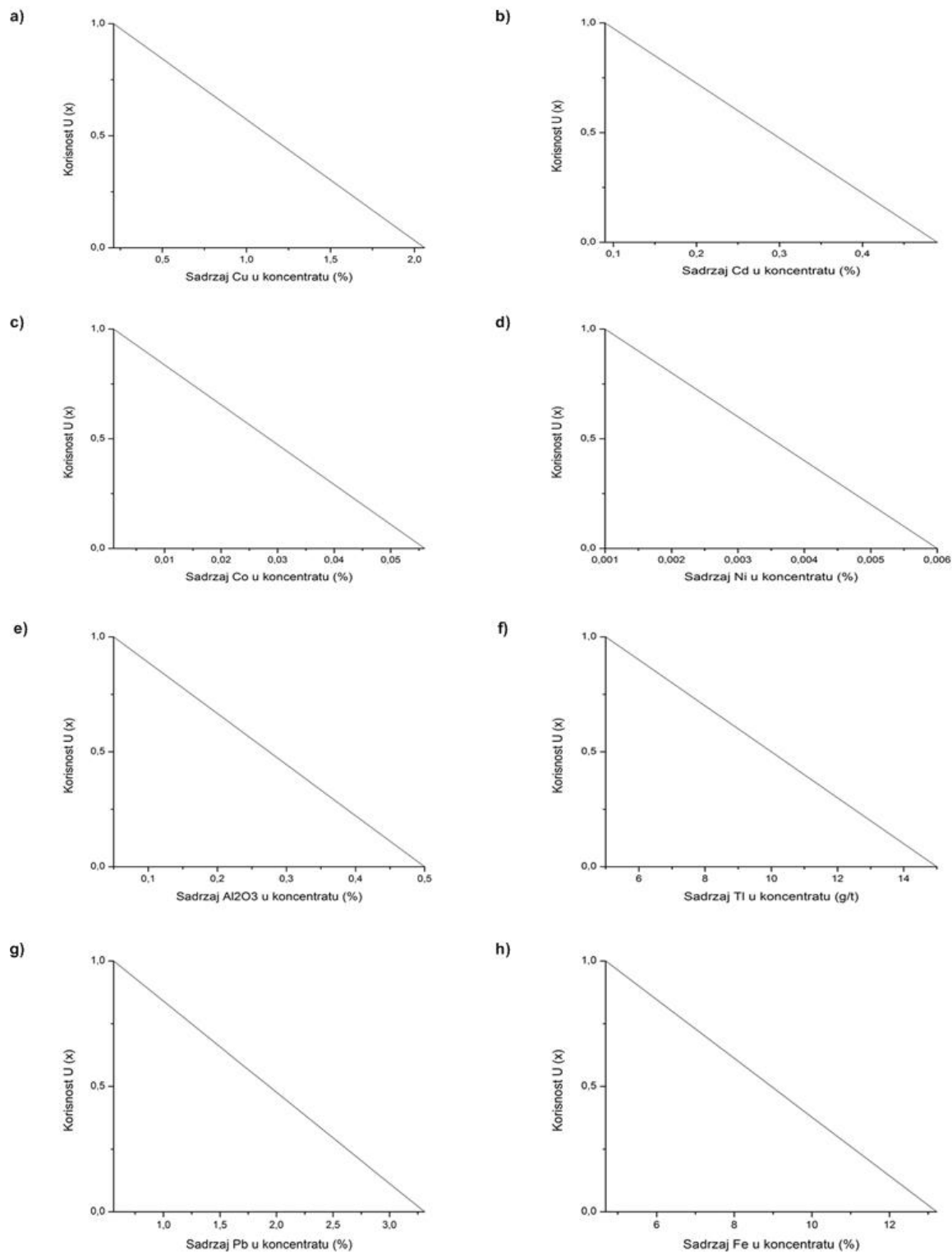
Za potrebe višekriterijumskog modela i razmatranje postavljenih scenarija, svi polazni podaci, odnosno sve vrednosti koncentrata za razmatrane kriterijume, su prevedene u kardinalne korisnosti primenom formula (6) i (7), uzimajući u obzir karakter funkcije preferencije svakog kriterijuma („veće je bolje“ ili „manje je bolje“).

Primer proračunatih funkcija korisnosti za jedina dva korisna kriterijuma u modelu (Zn i  $S_{total}$ ) prikazan je na Slici 6, a primer proračuna funkcija korisnosti za kriterijume sa opadajućom funkcijom korisnosti (Cu, Cd, Co, Ni,  $Al_2O_3$ , Tl, Pb, Fe,  $SiO_2$ , Sb, As, MgO, CaO, Cl i Tržišna cena) prikazan je na Slici 7.

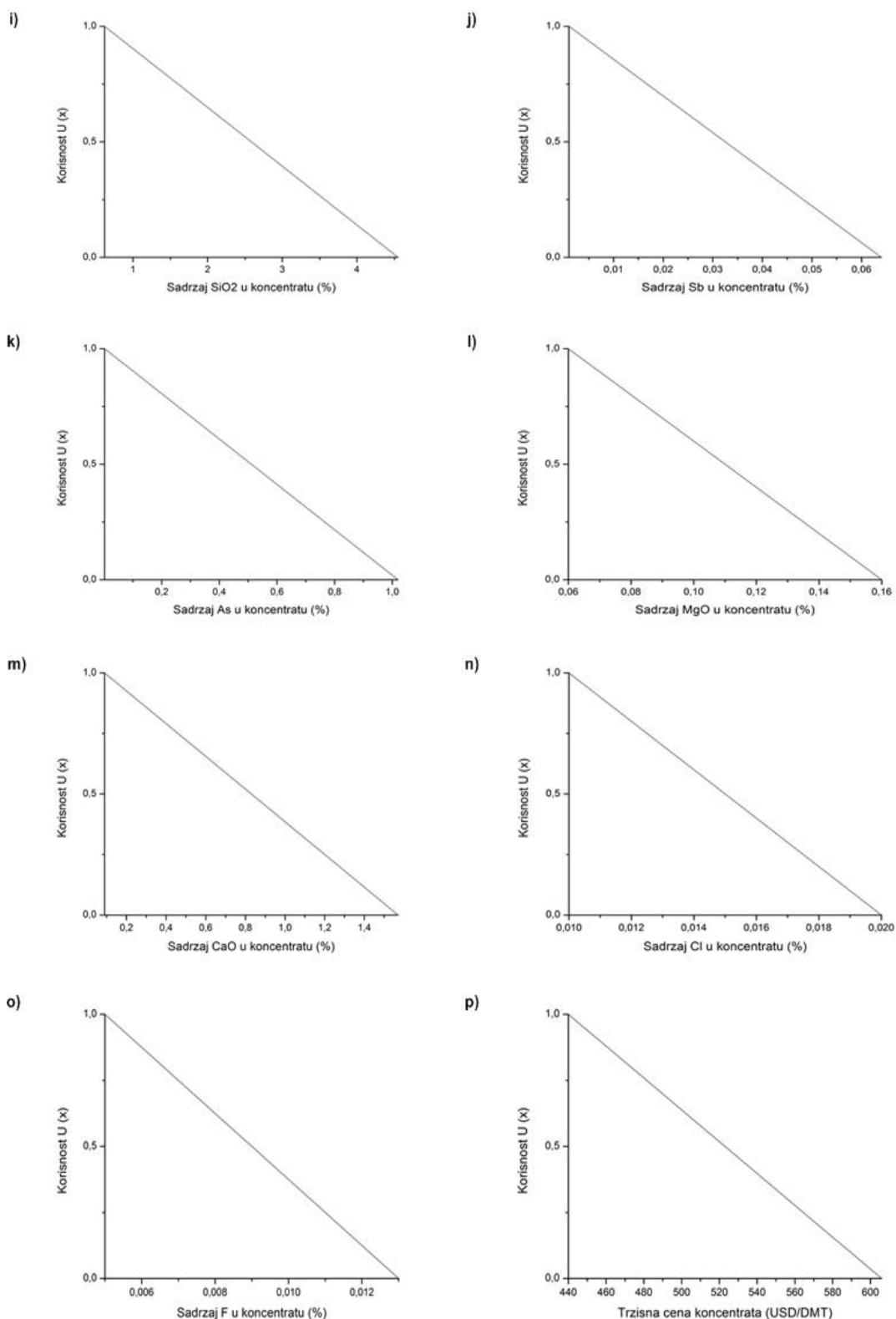


**Slika 6.** Funkcije korisnosti za kriterijume sa rastućom funkcijom korisnosti: a) funkcija korisnosti za kriterijum Zn ( $\rho=11.102$ ); b) funkcija korisnosti za kriterijum  $S_{total}$  ( $\rho=1.778$ )





**Slika 7.** Funkcije korisnosti za kriterijume sa opadajućom funkcijom korisnosti ( $\rho = \infty$ ): a) funkcija korisnosti za kriterijum Cu; b) funkcija korisnosti za kriterijum Cd; c) funkcija korisnosti za kriterijum Co; d) funkcija korisnosti za kriterijum Ni; e) funkcija korisnosti za kriterijum Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; f) funkcija korisnosti za kriterijum Tl; g) funkcija korisnosti za kriterijum Pb; h) funkcija korisnosti za kriterijum Fe



*Nastavak Slike 7. i) funkcija korisnosti za kriterijum SiO<sub>2</sub>; j) funkcija korisnosti za kriterijum Sb; k) funkcija korisnosti za kriterijum As; l) funkcija korisnosti za kriterijum MgO; m) funkcija korisnosti za kriterijum CaO; n) funkcija korisnosti za kriterijum Cl; o) funkcija korisnosti za kriterijum F; p) funkcija korisnosti za kriterijum Tržišna cena*

### 5.1.2. Proračun težinskih parametara

Za definisani višekriterijumski model optimizacije koji se primenjuje u formiranju optimalne mešavine koncentrata, što predstavlja veoma kompleksan dinamički proces, potrebno je odrediti značaj svakog kriterijuma u modelu. Za potrebe ovog rada, za razmatranje definisanih scenarija, značaj izabranih kriterijuma je određivan na dva načina.

Kod prvog načina, izvršena je subjektivna ocena značaja kriterijuma kroz primenu AHP metodologije za određivanje uticaja kriterijuma (Macharis et al., 2004). U oceni značaja kriterijuma, tj. hemijskih komponenti koje ulaze u sastav koncentrata, učestvovalo je nekoliko eksperata iz oblasti metalurgije, koji su na osnovu Saaty-jeve skale izvršili subjektivnu procenu značaja kriterijuma sa aspekta njihovog uticaja na postupak proizvodnje katodnog cinka. Na taj način, svaki ekspert je formirao svoju individualnu listu prioriteta kriterijuma u modelu. Prosečne vrednosti dodeljenih težinskih parametara značaja svakog kriterijuma od strane eksperata, prikazane su u koloni težina za Scenario 1 u Tabeli 5.

U okviru drugog načina, objektivno određivanje težina kriterijuma izvršeno je na osnovu napred izložene procedure empirijske metode. Na taj način istaknut je značaj onih kriterijuma u modelu koji, na osnovu strukture polaznih podataka, ostvaruju najveću distinkciju između vrednosti razmatranih koncentrata. Dobijene vrednosti entropijskih težina su prikazane u koloni težina za Scenario 2 u Tabeli 5.

Što se tiče težina kriterijuma za Scenario 3 i Scenario 4 u Tabeli 5, uvođenjem dopunskog ekonomskog kriterijuma sa procenjenim značajem od 30%, vrednosti težina za prvih 17 kriterijuma, za Scenario 3 i Scenario 4, dobijene su modifikacijom subjektivnih i objektivnih težina, tako da njihov sumarni značaj u modelu iznosi 70%.

Tabela 5. Težine kriterijuma za definisane scenarije

Br.	Kriterijum	Scenario 1 (Subjektivne AHP težine)		Scenario 2 (Objektivne entropijske težine)		Scenario 3		Scenario 4	
1.	Zn	17 %	17.84 % <sup>a</sup> 16.18 % <sup>b</sup>	7.1 %	7.42 % <sup>a</sup> 5.42 % <sup>b</sup>	12 %	12.67 % <sup>a</sup> 9.77 % <sup>b</sup>	5.0 %	7.15 % <sup>a</sup> 2.37 % <sup>b</sup>
2.	S <sub>tot</sub>	16 %	18.63 % <sup>a</sup> 15.06 % <sup>b</sup>	4.7 %	5.53 % <sup>a</sup> 4.39 % <sup>b</sup>	11 %	12.94 % <sup>a</sup> 2.48 % <sup>b</sup>	3.3 %	3.30 % <sup>a</sup> 1.86 % <sup>b</sup>
3.	Cu	8 %	10.94 % <sup>a</sup> 7.68 % <sup>b</sup>	8.8 %	10.52 % <sup>a</sup> 8.23 % <sup>b</sup>	6 %	7.26 % <sup>a</sup> 4.1 % <sup>b</sup>	6.2 %	6.36 % <sup>a</sup> 4.77 % <sup>b</sup>
4.	Cd	5 %	12.03 % <sup>a</sup> 4.40 % <sup>b</sup>	5.9 %	7.00 % <sup>a</sup> 2.71 % <sup>b</sup>	3 %	3.85 % <sup>a</sup> 1.56 % <sup>b</sup>	4.1 %	4.97 % <sup>a</sup> 1.75 % <sup>b</sup>
5.	Co	4 %	5.07 % <sup>a</sup> 2.76 % <sup>b</sup>	4.8 %	12.06 % <sup>a</sup> 2.65 % <sup>b</sup>	3 %	6.09 % <sup>a</sup> 1.64 % <sup>b</sup>	3.4 %	4.83 % <sup>a</sup> 1.39 % <sup>b</sup>
6.	Ni	3 %	7.89 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	5.3 %	10.91 % <sup>a</sup> 4.44 % <sup>b</sup>	2 %	4.89 % <sup>a</sup> 0.65 % <sup>b</sup>	3.7 %	4.38 % <sup>a</sup> 1.91 % <sup>b</sup>
7.	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4 %	5.41 % <sup>a</sup> 2.93 % <sup>b</sup>	6.2 %	10.99 % <sup>a</sup> 5.30 % <sup>b</sup>	3 %	5.06 % <sup>a</sup> 0.99 % <sup>b</sup>	4.4 %	5.40 % <sup>a</sup> 3.73 % <sup>b</sup>
8.	Tl	4 %	7.02 % <sup>a</sup> 2.86 % <sup>b</sup>	5.6 %	7.51 % <sup>a</sup> 4.90 % <sup>b</sup>	3 %	3.90 % <sup>a</sup> 1.34 % <sup>b</sup>	3.9 %	6.08 % <sup>a</sup> 3.79 % <sup>b</sup>
9.	Pb	9 %	10.13 % <sup>a</sup> 8.55 % <sup>b</sup>	7.9 %	8.74 % <sup>a</sup> 7.61 % <sup>b</sup>	6 %	7.37 % <sup>a</sup> 4.25 % <sup>b</sup>	5.5 %	8.02 % <sup>a</sup> 4.69 % <sup>b</sup>
10.	Fe	5 %	5.24 % <sup>a</sup> 4.14 % <sup>b</sup>	8.0 %	8.24 % <sup>a</sup> 7.34 % <sup>b</sup>	3 %	5.42 % <sup>a</sup> 0.66 % <sup>b</sup>	5.6 %	6.99 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>
11.	SiO <sub>2</sub>	4 %	7.12 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	5.1 %	10.86 % <sup>a</sup> 3.96 % <sup>b</sup>	3 %	4.88 % <sup>a</sup> 1.27 % <sup>b</sup>	3.6 %	9.19 % <sup>a</sup> 3.68 % <sup>b</sup>
12.	Sb	4 %	3.76 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	5.4 %	6.94 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	3 %	4.19 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	3.8 %	6.09 % <sup>a</sup> 3.21 % <sup>b</sup>
13.	As	2 %	9.25 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	4.8 %	7.10 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	2 %	2.72 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	3.4 %	4.87 % <sup>a</sup> 2.50 % <sup>b</sup>
14.	MgO	4 %	6.51 % <sup>a</sup> 3.21 % <sup>b</sup>	6.4 %	6.53 % <sup>a</sup> 5.15 % <sup>b</sup>	2 %	3.28 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	4.5 %	5.64 % <sup>a</sup> 3.58 % <sup>b</sup>
15.	CaO	3 %	11.65 % <sup>a</sup> 1.96 % <sup>b</sup>	4.5 %	4.51 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	2 %	4.51 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	3.1 %	4.73 % <sup>a</sup> 2.61 % <sup>b</sup>
16.	Cl	3 %	100 % <sup>a</sup> 2.77 % <sup>b</sup>	4.9 %	5.47 % <sup>a</sup> 4.58 % <sup>b</sup>	2 %	2.67 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	3.5 %	3.26 % <sup>a</sup> 2.07 % <sup>b</sup>
17.	F	3 %	7.39 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	4.5 %	9.57 % <sup>a</sup> 3.83 % <sup>b</sup>	2 %	7.28 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>	3.2 %	4.71 % <sup>a</sup> 0.00 % <sup>b</sup>
18.	Cena koncentrata	–	–	–	–	30 %	32.36 % <sup>a</sup> 29.64 % <sup>b</sup>	30 %	31.78 % <sup>a</sup> 28.42 % <sup>b</sup>
Σ		100 %		100 %		100 %		100 %	

a - gornja granica intervala stabilnosti težina

b - donja granica intervala stabilnosti težina

## 5.2. Rezultati PROMETHEE višekriterijumskog modela optimizacije

### 5.2.1. PROMETHEE II kompletno rangiranje koncentrata

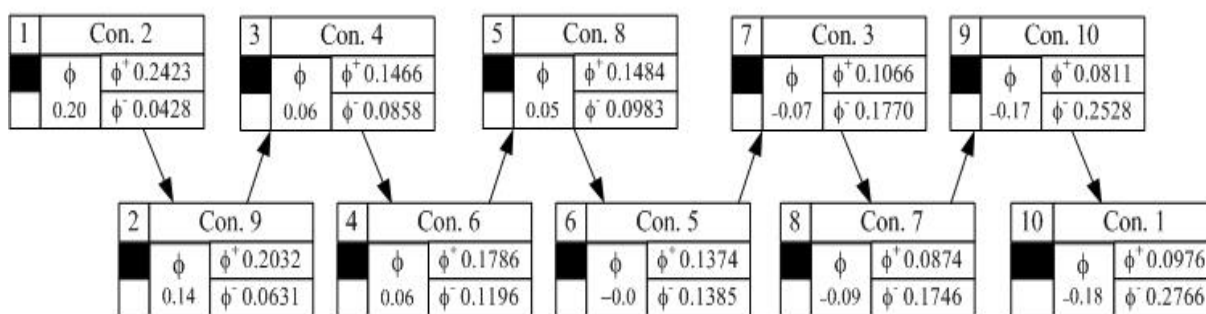
PROMETHEE II model, korišćen za kompletno rangiranje koncentrata, zasnovan je na ulaznim podacima koji predstavljaju vrednosti korisnosti koncentrata po datim kriterijumima. Uzimajući u obzir činjenicu da su sve vrednosti alternativa za sve kriterijume prevedene u korisnosti pomoću formula (6) i (7), max/min karakter svih kriterijuma u PROMETHEE II modelu je postavljen na opciju maksimizacije. Pored toga, formiranje PROMETHEE modela zahteva dodeljivanje nekoliko parametara svakom kriterijumu. Sve dok su podaci kvantitativnog karaktera, bira se V-oblik funkcije preferencije za sve kriterijume, obezbeđujući na taj način jasniju distinkciju preferencije među alternativama. Prag preferencije  $p_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ; za  $n$  kriterijuma) se definiše kao razlika između maksimalnih i minimalnih vrednosti alternativa za svaki kriterijum ( $p_j = 100\%$ ), tako da se sve alternative, čije su vrednosti niže od maksimalnih vrednosti za svaki kriterijum, smatraju značajnim u analizi.

Primenom ovog modela, za sve definisane scenarije određene su vrednosti net-tokova ( $\Phi$ ) koncentrata, pomoću softverskog paketa *Decision Lab 2000*. Rezultati net-tokova ( $\Phi$ ) koncentrata za svaki scenario dati su u Tabeli 6, a redosled alternativa (koncentrata) je grafički prikazan na Slici 8.

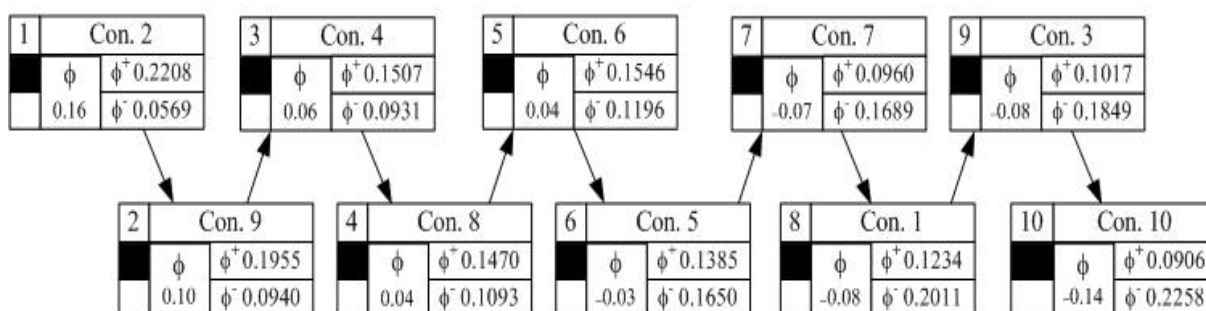
**Tabela 6.** Rezultati net-tokova ( $\Phi$ ) koncentrata cinka za definisane scenarije

Koncentrati	Scenario 1	Scenario 2	Scenario 3	Scenario 4
	Net-tok $\Phi$	Net-tok $\Phi$	Net-tok $\Phi$	Net-tok $\Phi$
Con. 1	-0.1796	-0.0778	-0.1063	-0.0252
Con. 2	0.1998	0.1639	0.008	-0.0142
Con. 3	-0.0699	-0.0832	0.0398	0.0258
Con. 4	0.0608	0.0575	0.0585	0.0491
Con. 5	-0.0011	-0.0265	-0.0067	-0.0277
Con. 6	0.0587	0.035	-0.1647	-0.1802
Con. 7	-0.0874	-0.0729	0.0114	0.0219
Con. 8	0.0501	0.0376	0.0862	0.075
Con. 9	0.1402	0.1016	0.0964	0.0697
Con. 10	-0.1716	-0.1353	-0.0228	0.0059

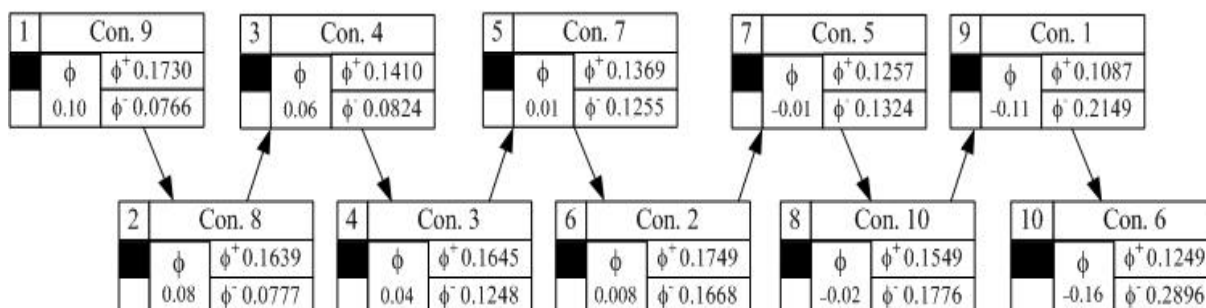
a) Scenario 1



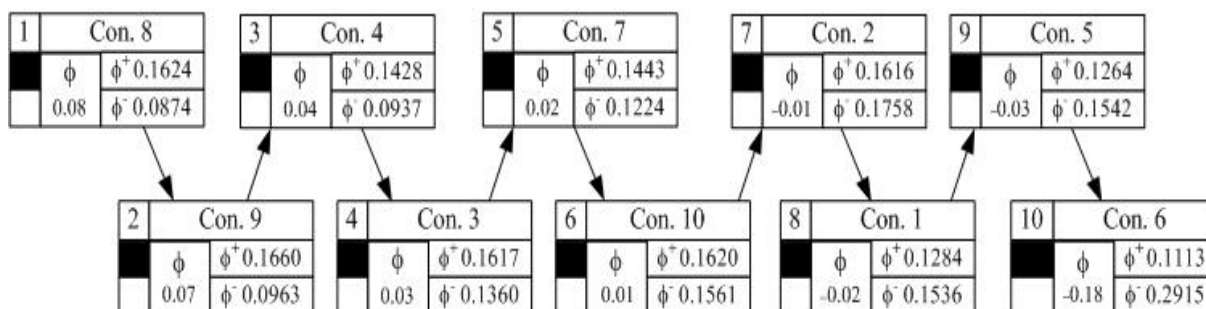
b) Scenario 2



c) Scenario 3



d) Scenario 4



Slika 8. Grafički prikaz rangiranja koncentrata za svaki scenario

Rezultati rangiranja PROMETHEE II pokazuju da su, generalno, za Scenario 1 i Scenario 2, prioritetni koncentri Con. 2 i Con. 9, dok su najmanje poželjni koncentri Con. 10 i Con. 1. Sa druge strane, za Scenario 3 i Scenario 4, lista prvih pet najpoželjnijih koncentrata je ista, sa vrlo malim odstupanjima u vrednostima net-tokova, dok je najlošiji koncentrat za oba scenarija koncentrat Con. 6.

Glavni razlog za ovako dobijene rezultate PROMETHEE II rangiranja mogao bi se naći u analizi uticaja definisanih kriterijuma na alternative. Prema tome, dodeljene težine kriterijumima kroz razmatrane scenarije u ovako definisanoj višekriterijumskoj situaciji, gde su konfliktne kriterijumi prisutni, ozbiljno utiču na konačne rezultate rangiranja u predstavljenim slučajevima.

U prvom scenariju, kada su subjektivne težine eksperata bile uključene u model, može se uočiti da se izdvaja 6 kriterijuma, tj. hemijskih komponenti (Zn,  $S_{total}$ , Cu, Cd, Pb, Fe), čiji je zajednički uticaj u modelu bio skoro 60%. Dakle, analizom polaznih podataka jasno je utvrđeno da se za grupu od ovih 6 kriterijuma, koncentri Con. 2, Con. 9, Con. 4 i Con. 6 ističu kao poželjniji koncentri po sadržaju korisnih i štetnih komponenti u poređenju sa ostalima, što je uslovalo njihove visoke pozicije na rang listi za Scenario 1.

U drugom scenariju, pri primeni objektivnih težina kriterijuma u modelu, došlo je do smanjenja uticaja najznačajnijih kriterijuma u prvom scenariju (Zn and  $S_{total}$ ), što se nije previše odrazilo na rang listu najboljih koncentrata u poređenju sa Scenario 1, već je jedino oslabila pozicija Con. 6. Razlog opadanja značaja ovog karakterističnog koncentrata jeste u činjenici da je glavni „adut“ ovog koncentrata najveći sadržaj cinka (55.25%) u poređenju sa ostalim koncentratima, čime je umanjnjem značaja ove hemijske komponente u modelu za skoro 10% u Scenario 2, došlo do slabljenja pozicije koncentrata Con. 6.

U Scenario 3 i Scenario 4, uticaj najznačajnijeg kriterijuma - cene koncentrata, doprineo je promeni pozicije na rang listi određenih koncentrata u oba modela scenarija, koji su bili među najpoželjnijima u prva dva scenarija. Posebno se ističu koncentri Con. 2 i Con. 6, a najveći razlog je njihova najviša cena na tržištu, kao i slabljenje značaja težinskih parametara za kriterijume po kojima su se istakli u prva dva scenarija. Na kraju se može zaključiti da je jedino koncentrat iz Grčke (Con. 9) uspeo da zadrži svoju visoku poziciju na rang listama za sva četiri scenarija. Međutim, ovaj koncentrat ima ozbiljan nedostatak u tome

što je uočeno veoma visoko prisustvo arsena u koncentratu od skoro 1.02%, što je skoro 13 puta više od propisane granice od 0.08% (Tabela 4) i predstavlja veoma negativan ekološki aspekt.

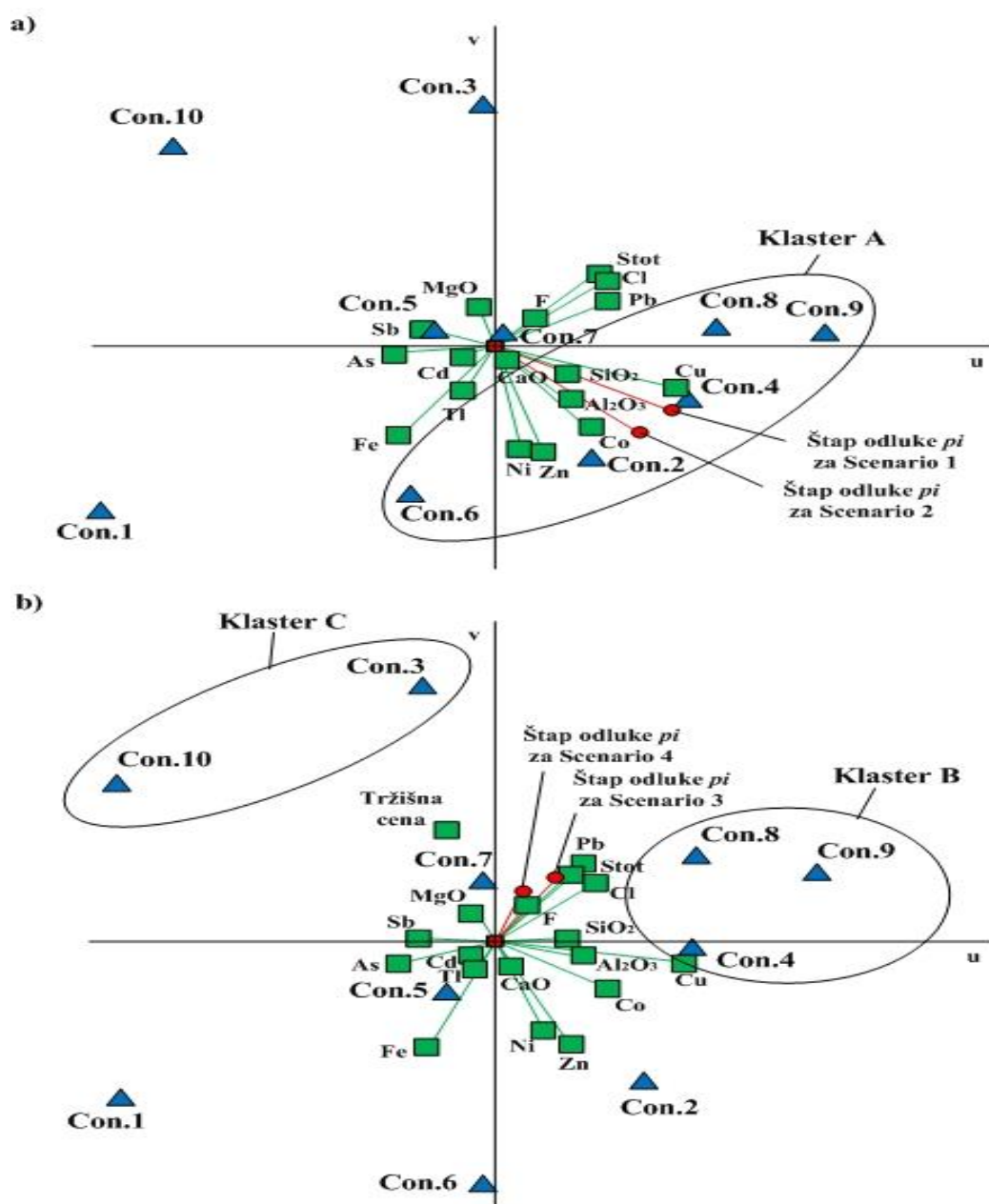
Pored ovoga, još jedna prednost primene PROMETHEE višekriterijumske metode za rangiranje koncentrata, jeste mogućnost primene GAIA ravni. GAIA je metoda vizuelizacije koja upotpunjava PROMETHEE kompletno rangiranje i daje smernice u pogledu analize uticaja najvažnijih kriterijuma u MCDA modelu. Takođe, GAIA ravan je veoma značajna za ispitivanje MCDA modela, sa dodeljenim različitim značajem kriterijumima, pa se iz ovih razloga u GAIA ravni nalazi projekcija specijalnog vektora odluke ili tzv. štapa odluke  $\pi$  (Mareschal & Brans, 1988). GAIA ravan takođe predstavlja projekciju skupa od  $n$  alternativa koje se predstavljaju kao oblak od  $n$  tačaka u  $k$ -dimenzionalnom prostoru, gde  $n$  predstavlja broj alternativa, a  $k$  broj kriterijuma. Na osnovu pozicije kriterijuma u GAIA ravni (kvadrati), može se utvrditi saglasnost ili konflikt između njih. Takođe, pozicije alternativa (trouglovi) određuju snagu ili slabost svojstava akcija u vezi sa kriterijumima, odnosno što je bliže pravcu vektora kriterijuma, to je sama alternativa bolja u odnosu na taj kriterijum (Brans & Mareschal, 1994; Nikolić et al., 2009).

Na Slici 9, date su GAIA ravni u slučaju prvog i drugog scenarija (Slika 9a), kao i u slučaju trećeg i četvrtog scenarija (Slika 9b). Položaj kriterijuma u GAIA ravni daje informaciju o značaju kriterijuma u procesu rangiranja koncentrata u modelu, kao i mogućnost postojanja konflikata među njima. Kao što se može videti na Slici 9a, grupacija najuticajnijih kriterijuma je usmerena ka klasteru A, u kojem se nalaze i najpoželjniji koncentрати (Con. 2, Con. 9, Con. 4, Con. 8 i Con. 6), čime se potvrđuju razlozi dobijenih rezultata kompletnog rangiranja za slučaj prvog i drugog scenarija. Veličina uticaja dodeljenih subjektivnih i objektivnih težinskih parametara za Scenario 1 i Scenario 2 se takođe može odrediti na osnovu položaja i dužine štapova odluka na Slici 9a, gde se može utvrditi da je usmerenost oba štapa odluke ka klasteru A, što znači da bi najpreferiraniju opciju trebalo tražiti u ovom skupu od 5 opcija. Najmanje poželjne opcije, na Slici 9a za prvi i drugi scenario, sa aspekta svih kriterijuma u modelu su Con. 1, Con. 3 i Con. 10.

Uvođenjem 18-og kriterijuma (tržišne cene koncentrata), došlo je do značajnog slabljenja u prioritetima koncentrata Con. 2 i Con. 6, što se jasno može videti na Slici 9b. Ova



dva koncentrata su se izdvojila iz prvobitnog klastera A, a unutar modela za Scenario 3 i Scenario 4, došlo je do njihovog udaljavanja od klastera B, u kojem ostaju samo 3 najpoželjnije opcije u modelima za treći i četvrti scenario (Con. 9, Con. 8 i Con. 4). Pored toga, Slika 9b pokazuje da je usmerenost najuticajnijeg kriterijuma (tržišne cene) ka klasteru C, koji čine koncentri Con. 3 i Con. 10, što je osnovni razlog jačanja značaja ovih opcija u modelu rangiranja i slabljenja značaja koncentrata Con. 2 i Con. 6, čije su pozicije u GAIA ravni na Slici 9b locirane nasuprot najvažnijem kriterijumu u modelu (tržišne cene).



Slika 9. GAIA ravan za razmatrane scenarije: a) Scenario 1 i Scenario 2;

b) Scenario 3 i Scenario 4

### 5.2.2. *Primena PROMETHEE V metode – formiranje optimalne mešavine koncentrata*

Optimizacija raspoloživih resursa je vrlo važan deo upravljanja procesima u jednom sistemu. Prema tome, dobijena optimalna rešenja moraju da zadovolje niz postavljenih ograničenja i ciljeva. U ovom radu, kreiranjem višekriterijumskog modela optimizacije, daje se mogućnost formiranja optimalne mešavine od raspoloživih koncentrata, koja zadovoljava definisane ekonomske, tehnološke i ekološke ciljeve u jednom proizvodnom sistemu, kao što je fabrika olova i cinka u Plovdivu (Bugarska).

S obzirom da se na tržištu koncentrata ne može naći „idealni“ koncentrat koji ispunjava sve napred navedene ciljeve, težnja ovog rada je da se ponude optimalna rešenja mešavina koncentrata, koja se razmatraju za različite scenarije višekriterijumske analize, pri čemu variraju vrednosti najbitnijih faktora u MCDA modelu. Na taj način se donosi odluka, koji odlučuje o nabavci koncentrata u razmatranoj fabrici olova i cinka, daje mogućnost sagledavanja ovog kompleksnog problema kroz prizmu nekoliko slučajeva u ostvarivanju različitih definisanih ciljeva.

Iako je PROMETHEE II kompletno rangiranje dalo jasnu sliku po pitanju najkvalitetnijih raspoloživih koncentrata za različite scenarije, očigledno je da i među njima postoje oni koncentri koji ne zadovoljavaju sve ciljeve istovremeno. Iz tih razloga, u dalju analizu uvedena je PROMETHEE V metoda sa ograničenjima (Nikolić et al., 2009), kako bi se formirao izbor udela samo onih opcija u formiranju optimalne mešavine koncentrata cinka, koje ispunjavaju sve ciljeve definisane u okviru 4 razmatrana scenarija.

Za potrebe formiranja višekriterijumskog PROMETHEE V modela optimizacije, vrednosti net-tokova ( $\Phi$ ) koncentrata iz Tabele 6 uključene su u formiranje funkcija cilja, za sva 4 razmatrana scenarija. Za najznačajnije hemijske komponente uzete su granične vrednosti njihovog prisustva u koncentratima (Tabela 1) i definisane kao ograničenja u PROMETHEE V modelu optimizacije (Tabela 7).

**Tabela 7.** Definisani skup ograničenja u višekriterijumskom modelu optimizacije

<b>Br.</b>	<b>Ograničenje</b>	<b>Funkcija</b>	<b>Zahtev</b>
1.	Uslov za formiranje mešavine	$X_1+X_2+X_3+X_4+X_5+X_6+X_7+X_8+X_9+X_{10} = 1$	Tehnološki proces
2.	Koncentrat mora da sadrži minimum 50% cinka	$49.3X_1+53.75X_2+47.16X_3+49.8X_4+50.22X_5+55.25X_6+47.6X_7+48.72X_8+50.37X_9+ 46.45X_{10} \geq 50$	Tehnološki proces
3.	Koncentrat mora da sadrži minimum 31 % sumpora total	$30X_1+32.2X_2+32.85X_3+31.75X_4+32.3X_5+31.35X_6+31.35X_7+33.15X_8+33.5X_9+32.5X_{10} \geq 31$	Tehnološki proces
4.	Sadržaj bakra u koncentratu ne treba da pređe vrednost od 1 %	$1.96X_1+0.55X_2+1.52X_3+0.22X_4+0.53X_5+0.98X_6+1.04X_7+0.3X_8+0.21X_9+2.06X_{10} \leq 1$	Tehnološki proces
5.	Sadržaj kadmijuma u koncentratu ne treba da pređe vrednost od 0.3 %	$0.29X_1+0.09X_2+0.36X_3+0.28X_4+0.26X_5+0.42X_6+0.42X_7+0.49X_8+0.3X_9+0.23X_{10} \leq 0.3$	Ekološki faktor
6.	Sadržaj olova u koncentratu ne treba da pređe vrednost od 2.5 %	$2.85X_1+0.56X_2+0.85X_3+1.75X_4+2.77X_5+3.31X_6+1.5X_7+1.89X_8+1.06X_9+ 2.65X_{10} \leq 2.5$	Tehnološki proces i ekološki faktor
7.	Sadržaj gvožđa u koncentratu ne treba da pređe vrednost od 8 %	$6.9X_1+9.05X_2+13.15X_3+11.46X_4+6.8X_5+4.69X_6+10.55X_7+13.22X_8+10.85X_9+ 9.75X_{10} \leq 8$	Tehnološki proces
8.	Sadržaj arsena u koncentratu ne treba da pređe vrednost od 0.08 %	$0.002X_1+0.02X_2+0.007X_3+0.04X_4+0.13X_5+0.002X_6+0.01X_7+0.18X_8+1.02X_9+ 0.05X_{10} \leq 0.08$	Ekološki faktor

Definisane funkcije cilja za PROMETHEE V model optimizacije su analizirane kroz linearno programiranje, za sva 4 scenarija. Dobijene vrednosti, koje predstavljaju skup optimalnih rešenja za definisane scenarije, prikazane su u Tabeli 8.

Tabela 8. Optimalni skup rešenja mogućih koncentrata u mešavini

Kon.	Scenario 1				Scenario 2				Scenario 3				Scenario 4			
	Optimalna rešenja		Koeficijenti		Optimalna rešenja		Koeficijenti		Optimalna rešenja		Koeficijenti		Optimalna rešenja		Koeficijenti	
	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica
X1	0	-0.1796	-∞	0.13	0	-0.0778	-∞	0.1	0	-0.1063	-∞	-0.04	0.3767	-0.0252	-0.03	∞
X2	<b>0.7592</b>	0.1998	0.12	∞	<b>0.7592</b>	0.1639	0.08	∞	<b>0.4031</b>	0.008	-0.02	0.02	<b>0.0585</b>	-0.0142	-0.01	0.01
X3	0	-0.0699	-∞	0.33	0	-0.0832	-∞	0.29	0	0.0398	-∞	0.08	0	0.0258	-∞	0.09
X4	0	0.0608	-∞	0.28	0	0.0575	-∞	0.24	<b>0.0629</b>	0.0585	0.04	0.11	<b>0.1992</b>	0.0491	0.04	0.05
X5	0	-0.0011	-∞	0.13	0	-0.0265	-∞	0.1	<b>0.5340</b>	-0.0067	-0.03	0.11	<b>0.3403</b>	-0.0277	-0.08	-0.03
X6	<b>0.2408</b>	0.0587	-0.19	0.2	<b>0.2408</b>	0.035	-0.21	0.16	0	-0.1647	-∞	-0.08	0	-0.1802	-∞	-0.1
X7	0	-0.0874	-∞	0.25	0	-0.0729	-∞	0.21	0	0.0114	-∞	0.03	0	0.0219	-∞	0.05
X8	0	0.0501	-∞	0.33	0	0.0376	-∞	0.29	0	0.0862	-∞	0.13	0	0.075	-∞	0.09
X9	0	0.1402	-∞	0.26	0	0.1016	-∞	0.22	0	0.0964	-∞	0.29	<b>0.0254</b>	0.0697	0.07	0.48
X10	0	-0.1716	-∞	0.22	0	-0.1353	-∞	0.18	0	-0.0228	-∞	0.03	0	0.0059	-∞	0.04

Na osnovu rezultata predstavljenih u Tabeli 8, moguće je formirati optimalne mešavine koncentrata prema utvrđenom procentualnom udelu izabranih koncentrata. Za oba scenarija (Scenario 1 i Scenario 2), dobijen je optimalni skup od samo 2 koncentrata (Con. 2 i Con. 6), čiji je udeo u mešavini 75.92% i 24.08%, respektivno. Za Scenario 3, kada su uključeni subjektivna procena kriterijuma i dopunski kriterijum (tržišna cena koncentrata), dobijena je mešavina koja je sačinjena od 3 koncentrata (Con. 5, Con. 2 i Con. 4) u odnosu 53.4%, 40.31% i 6.29%, respektivno. Što se tiče Scenarija 4, najveći broj koncentrata je uključen u optimalnu mešavinu, i to: Con. 1, Con. 5, Con. 4, Con. 2 i Con. 9, sa udelima koji su prikazani u Tabeli 8.

Ova rešenja pokazuju da ukoliko donosilac odluke prilikom nabavke razmatra jedino hemijski sastav koncentrata (Scenario 1 i Scenario 2), onda bi trebalo nabaviti koncentrat Con. 2 iz Perua i Con. 6 iz Makedonije, s obzirom da ova dva koncentrata imaju najbolji sadržaj najvažnijih korisnih i štetnih hemijskih komponenti.

Sa druge strane, kada višekriterijumska analiza uključuje cenu koncentrata na tržištu (Scenario 3 i Scenario 4), donosilac odluke ima mogućnost da, kroz dodatni ekonomski kriterijum, utvrdi listu najpovoljnijih koncentrata koji će ući u sastav optimalne mešavine, sa ciljem da se zadovolje svi postavljeni ciljevi u procesu proizvodnje cinka. Očigledno je da je, u toj situaciji, koncentrat Con. 6 isključen iz razmatranja zbog svoje najveće cene na tržištu, uprkos tome što je u njemu prisutan najveći sadržaj cinka.

### *5.2.3. Fazi PROMETHEE II kompletno rangiranje koncentrata*

Rangiranje koncentrata cinka je takođe urađeno primenom Fazi PROMETHEE II metode prema koracima koji su detaljno opisani u Poglavlju 4.4 u ovom radu.

Najpre su određeni indeksi fazi brojeva u fazi matrici odlučivanja. Fazi matrica odlučivanja, koja je prikazana u Tabeli 9 zajedno sa subjektivnim i objektivnim težinskim parametrima za sva četiri definisana scenarija, je „defazifikovana“ primenom jednačine (35). Dobijeni rezultati za sva četiri scenarija prikazani su u Tabelama 10, 11, 12 i 13, respektivno.

Tabela 9. Normalizovane vrednosti početnih podataka

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi														Tržišna cena			
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO		CaO	Cl	F
1. B: Bugarska	Con. 1	0.41	0.00	0.05	0.50	0.91	0.80	0.73	1.00	0.17	0.74	0.59	1.00	1.00	0.80	0.80	0.00	0.38	0.65
2. Pe: Peru	Con. 2	0.88	0.83	0.82	1.00	0.98	1.00	0.80	1.00	1.00	0.49	0.73	1.00	0.98	0.30	0.97	1.00	0.00	0.16
3. S1: Srbija	Con. 3	0.11	0.93	0.29	0.33	0.84	0.00	0.33	0.40	0.89	0.01	0.60	1.00	1.00	0.70	0.76	1.00	0.50	0.96
4. S2: Srbija	Con. 4	0.48	0.73	0.99	0.53	1.00	1.00	0.73	0.80	0.57	0.21	0.69	0.00	0.96	0.80	1.00	1.00	0.38	0.63
M1: Makedonija	Con. 5	0.53	0.84	0.83	0.58	1.00	1.00	0.00	0.00	0.20	0.75	0.00	0.59	0.87	1.00	0.98	1.00	0.38	0.55
M2: Makedonija	Con. 6	1.00	0.62	0.58	0.18	0.84	1.00	0.49	0.60	0.00	1.00	0.67	1.00	1.00	0.30	0.80	1.00	0.38	0.00
M3: Makedonija	Con. 7	0.18	0.62	0.55	0.18	0.82	1.00	0.62	0.60	0.66	0.31	0.50	1.00	0.99	0.00	0.00	1.00	0.38	0.88
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	0.34	0.96	0.95	0.00	1.00	1.00	0.93	0.50	0.52	0.00	1.00	0.83	0.83	0.60	0.79	1.00	0.63	0.78
9 G: Grčka	Con. 9	0.54	1.00	1.00	0.48	1.00	0.80	1.00	0.40	0.82	0.28	0.92	0.70	0.00	0.90	0.86	1.00	1.00	0.56
10. T: Turska	Con. 10	0.00	0.88	0.00	0.65	0.00	0.60	0.27	0.70	0.24	0.41	0.32	0.98	0.95	0.90	0.87	1.00	0.38	1.00
Scenario 1	Subjektivni težinski parametri	0.17	0.16	0.08	0.05	0.04	0.03	0.04	0.04	0.09	0.05	0.04	0.04	0.02	0.04	0.03	0.03	0.03	/
Scenario 2	Objektivni težinski parametri	0.071	0.047	0.088	0.059	0.048	0.053	0.062	0.056	0.079	0.08	0.051	0.054	0.048	0.064	0.045	0.49	0.045	/
Scenario 3	Subjektivni težinski parametri	0.12	0.11	0.06	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03	0.06	0.03	0.030	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.30
Scenario 4	Objektivni težinski parametri	0.05	0.033	0.062	0.041	0.034	0.037	0.044	0.039	0.055	0.056	0.036	0.038	0.034	0.045	0.031	0.035	0.032	0.30

Tabela 10. Matrica donošenja odluke nakon indeksiranja za Scenario 1

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi															
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl
1. B: Bugarska	Con. 1	0.5	0.033	0.033	0.5	0.967	0.867	0.7	0.967	0.133	0.7	0.5	0.967	0.967	0.867	0.033	0.3
2. Pe: Peru	Con. 2	0.867	0.867	0.867	0.967	0.967	0.967	0.867	0.967	0.967	0.3	0.7	0.967	0.967	0.3	0.967	0.033
3. S1: Srbija	Con. 3	0.133	0.967	0.3	0.3	0.867	0.033	0.3	0.3	0.867	0.033	0.5	0.967	0.967	0.7	0.967	0.5
4. S2: Srbija	Con. 4	0.5	0.7	0.967	0.5	0.967	0.967	0.7	0.867	0.5	0.3	0.7	0.033	0.967	0.867	0.967	0.3
5. M1: Makedonija	Con. 5	0.5	0.867	0.867	0.5	0.967	0.967	0.033	0.033	0.133	0.7	0.033	0.5	0.867	0.967	0.967	0.3
6. M2: Makedonija	Con. 6	0.967	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.3	0.5	0.033	0.967	0.7	0.967	0.967	0.3	0.867	0.3
7. M3: Makedonija	Con. 7	0.133	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.7	0.5	0.7	0.3	0.3	0.967	0.967	0.033	0.967	0.3
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	0.3	0.967	0.967	0.033	0.967	0.967	0.967	0.5	0.5	0.033	0.967	0.867	0.867	0.7	0.867	0.7
9 G: Grčka	Con. 9	0.5	0.967	0.967	0.5	0.967	0.867	0.967	0.3	0.867	0.3	0.967	0.7	0.033	0.867	0.867	0.967
10. T: Turska	Con. 10	0.033	0.867	0.033	0.7	0.033	0.5	0.133	0.7	0.3	0.3	0.3	0.967	0.967	0.867	0.867	0.3
Subjektivni težinski parametri		0.3	0.3	0.133	0.133	0.033	0.033	0.033	0.033	0.133	0.133	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033

Tabela 11. Matrica donošenja odluke nakon indeksiranja za Scenario 2

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi																
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F
1. B: Bugarska	Con. 1	0.5	0.033	0.033	0.5	0.967	0.867	0.7	0.967	0.133	0.7	0.5	0.967	0.967	0.867	0.867	0.033	0.3
2. Pe: Peru	Con. 2	0.867	0.867	0.867	0.967	0.967	0.967	0.867	0.967	0.967	0.3	0.7	0.967	0.967	0.3	0.967	0.967	0.033
3. S1: Srbija	Con. 3	0.133	0.967	0.3	0.3	0.867	0.033	0.3	0.3	0.867	0.033	0.5	0.967	0.967	0.7	0.7	0.967	0.5
4. S2: Srbija	Con. 4	0.5	0.7	0.967	0.5	0.967	0.967	0.7	0.867	0.5	0.3	0.7	0.033	0.967	0.867	0.967	0.967	0.3
M1: Makedonija	Con. 5	0.5	0.867	0.867	0.5	0.967	0.967	0.033	0.033	0.133	0.7	0.033	0.5	0.867	0.967	0.967	0.967	0.3
M2: Makedonija	Con. 6	0.967	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.3	0.5	0.033	0.967	0.7	0.967	0.967	0.3	0.867	0.967	0.3
M3: Makedonija	Con. 7	0.133	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.7	0.5	0.7	0.3	0.3	0.967	0.967	0.033	0.033	0.967	0.3
B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	0.3	0.967	0.967	0.033	0.967	0.967	0.967	0.5	0.5	0.033	0.967	0.867	0.867	0.7	0.867	0.967	0.7
9 G: Grčka	Con. 9	0.5	0.967	0.967	0.5	0.967	0.867	0.967	0.3	0.867	0.3	0.967	0.7	0.033	0.867	0.867	0.967	0.967
10. T: Turska	Con. 10	0.033	0.867	0.033	0.7	0.033	0.5	0.133	0.7	0.3	0.3	0.3	0.967	0.867	0.867	0.967	0.967	0.3
Objektivni težinski parametri		0.133	0.033	0.133	0.133	0.133	0.133	0.133	0.133	0.133	0.133	0.133	0.133	0.033	0.133	0.033	0.033	0.033



Tabela 12. Matrica donošenja odluke nakon indeksiranja za Scenario 3

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi														Tržišna cena				
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO		CaO	Cl	F	
1. B: Bugarska	Con. 1	0.5	0.033	0.033	0.5	0.967	0.867	0.7	0.967	0.133	0.7	0.5	0.967	0.967	0.867	0.867	0.033	0.3	0.7	
2. Fe: Peru	Con. 2	0.867	0.867	0.867	0.967	0.967	0.967	0.867	0.967	0.967	0.3	0.7	0.967	0.967	0.3	0.967	0.967	0.033	0.133	
3. S1: Srbija	Con. 3	0.133	0.967	0.3	0.3	0.867	0.033	0.3	0.3	0.867	0.033	0.5	0.967	0.967	0.7	0.7	0.967	0.5	0.967	
4. S2: Srbija	Con. 4	0.5	0.7	0.967	0.5	0.967	0.967	0.7	0.867	0.5	0.3	0.7	0.033	0.967	0.867	0.967	0.967	0.3	0.7	
5. M1: Makedonija	Con. 5	0.5	0.867	0.867	0.5	0.967	0.967	0.033	0.033	0.133	0.7	0.033	0.5	0.867	0.967	0.967	0.967	0.3	0.5	
6. M2: Makedonija	Con. 6	0.967	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.3	0.5	0.033	0.967	0.7	0.967	0.967	0.3	0.867	0.967	0.3	0.033	
7. M3: Makedonija	Con. 7	0.133	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.7	0.5	0.7	0.3	0.3	0.967	0.967	0.033	0.033	0.967	0.3	0.867	
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	0.3	0.967	0.967	0.033	0.967	0.967	0.967	0.5	0.5	0.033	0.967	0.867	0.867	0.7	0.867	0.967	0.7	0.867	
9. G: Grčka	Con. 9	0.5	0.967	0.967	0.5	0.967	0.867	0.967	0.3	0.867	0.3	0.967	0.7	0.033	0.867	0.867	0.967	0.967	0.5	
10. T: Turska	Con. 10	0.033	0.867	0.033	0.7	0.033	0.5	0.133	0.7	0.3	0.3	0.3	0.967	0.967	0.867	0.867	0.967	0.3	0.967	
Subjektivni težinski parametri		0.3	0.133	0.133	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.133	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.3	0.5

Tabela 13. Matrica donošenja odluke nakon indeksiranja za Scenario 4

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi																Tržišna cena		
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl		F	
1. B: Bugarska	Con. 1	0.5	0.033	0.033	0.5	0.967	0.867	0.7	0.967	0.133	0.7	0.5	0.967	0.967	0.867	0.867	0.033	0.3	0.7	
2. Pe: Peru	Con. 2	0.867	0.867	0.867	0.967	0.967	0.967	0.867	0.967	0.967	0.3	0.7	0.967	0.967	0.3	0.967	0.967	0.033	0.133	
3. S1: Srbija	Con. 3	0.133	0.967	0.3	0.3	0.867	0.033	0.3	0.3	0.867	0.033	0.5	0.967	0.967	0.7	0.7	0.967	0.5	0.967	
4. S2: Srbija	Con. 4	0.5	0.7	0.967	0.5	0.967	0.967	0.7	0.867	0.5	0.3	0.7	0.033	0.967	0.867	0.967	0.967	0.3	0.7	
M1: Makedonija	Con. 5	0.5	0.867	0.867	0.5	0.967	0.967	0.033	0.033	0.133	0.7	0.033	0.5	0.867	0.967	0.967	0.967	0.3	0.5	
M2: Makedonija	Con. 6	0.967	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.3	0.5	0.033	0.967	0.7	0.967	0.967	0.3	0.867	0.967	0.3	0.033	
M3: Makedonija	Con. 7	0.133	0.7	0.5	0.133	0.867	0.967	0.7	0.5	0.7	0.3	0.3	0.967	0.967	0.033	0.033	0.967	0.3	0.867	
B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	0.3	0.967	0.967	0.033	0.967	0.967	0.967	0.5	0.5	0.033	0.967	0.867	0.867	0.7	0.867	0.967	0.7	0.867	
9 G: Grčka	Con. 9	0.5	0.967	0.967	0.5	0.967	0.867	0.967	0.3	0.867	0.3	0.967	0.7	0.033	0.867	0.867	0.967	0.967	0.5	
10. T: Turska	Con. 10	0.033	0.867	0.033	0.7	0.033	0.5	0.133	0.7	0.3	0.3	0.3	0.967	0.967	0.867	0.867	0.967	0.3	0.967	
Objektivni težinski parametri		0.133	0.033	0.133	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.133	0.133	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.033	0.5

Sledeći korak Fazi PROMETHEE II metode je izračunavanje net-tokova. Pomoću zbirnih indeksa preferencije izračunati su pozitivni, negativni i net-tokovi, primenom formula (16) i (17), respektivno. Dobijene vrednosti net-tokova koncentrata za svaki scenario dati su u Tabeli 14, a redosled rangiranja alternativa (koncentrata) grafički je prikazan na Slici 10.

**Tabela 14.** Vrednosti ukupnih net-tokova za razmatrane scenarije

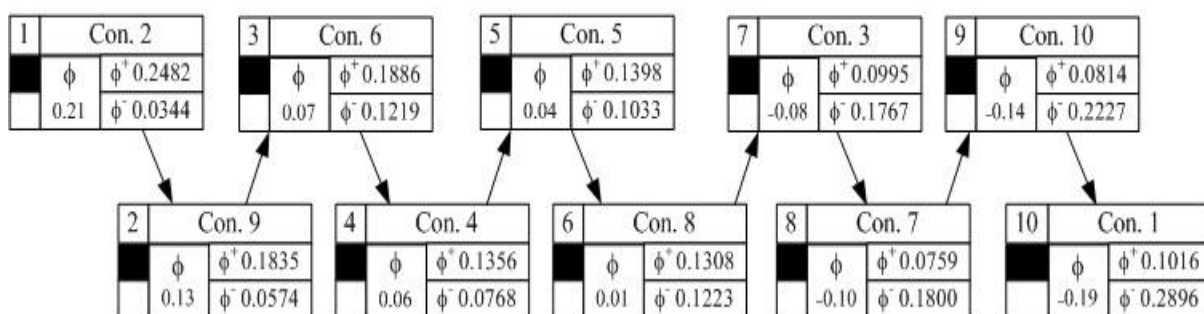
Koncentrati	Scenario 1	Scenario 2	Scenario 3	Scenario 4
	Net-tok $\Phi$	Net-tok $\Phi$	Net-tok $\Phi$	Net-tok $\Phi$
Con. 1	-0.1880	0.0094	-0.0849	-0.0296
Con. 2	0.2138	0.1798	0.0125	-0.0417
Con. 3	-0.0772	-0.1198	0.0322	0.0324
Con. 4	0.0588	0.0563	0.0856	0.0828
Con. 5	0.0365	-0.0700	-0.0206	-0.0187
Con. 6	0.0667	0.0124	-0.1462	-0.1795
Con. 7	-0.1041	-0.0804	-0.0035	0.0269
Con. 8	0.0085	0.0543	0.1096	0.0968
Con. 9	0.1262	0.1218	0.0775	0.0612
Con. 10	-0.1413	-0.1637	-0.0622	-0.0307

Rezultati rangiranja primenom Fazi PROMETHEE II metode (Tabela 14 i Slika 10) pokazuju da su, generalno, za Scenario 1 i Scenario 2, prioritetni koncentraci Con. 2 i Con. 9, dok je najmanje poželjan koncentrat Con. 10. Sa druge strane, za Scenario 3 i Scenario 4, lista najpoželjnijih koncentrata je ista (Con. 8, Con. 4, Con. 9, Con. 3), dok je najlošiji koncentrat za oba scenarija koncentrat Con. 6.

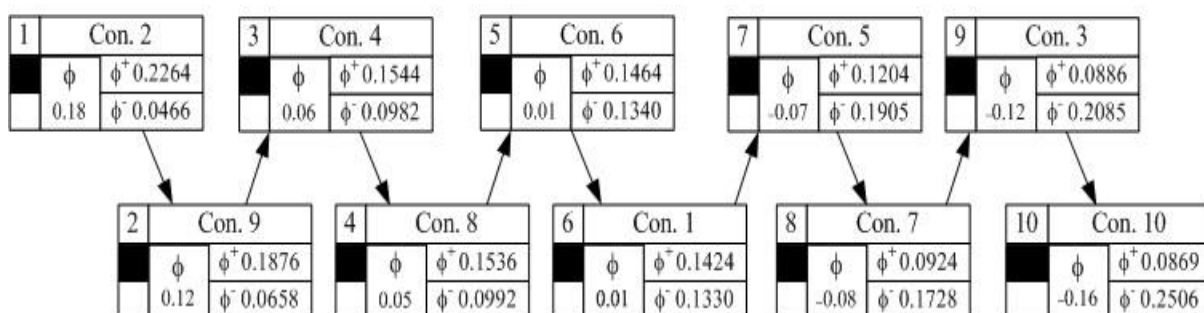
#### 5.2.4. Primena PROMETHEE V metode – formiranje optimalne mešavine koncentrata na osnovu F-PROMETHEE II rezultata

Definisane funkcije cilja za Fazi PROMETHEE II model optimizacije, analizirane su primenom linearnog programiranja, za sva 4 definisana istraživačka scenarija. Dobijene vrednosti, koje predstavljaju skup optimalnih rešenja za definisane scenarije, prikazane su u Tabeli 15.

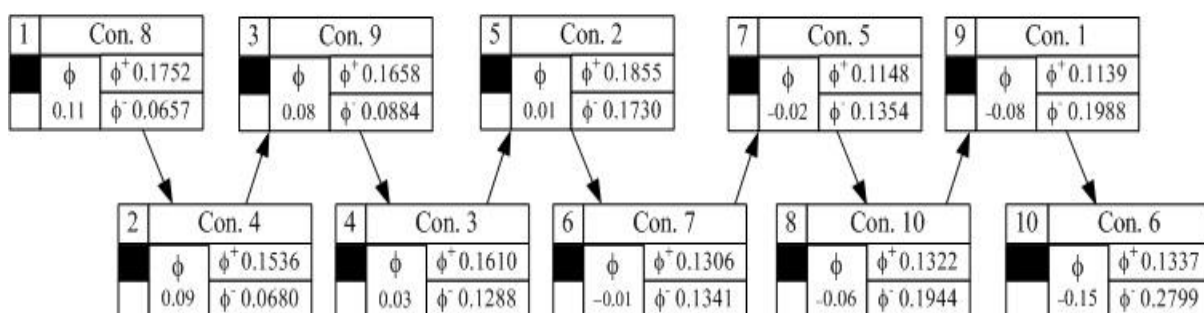
a) Scenario 1



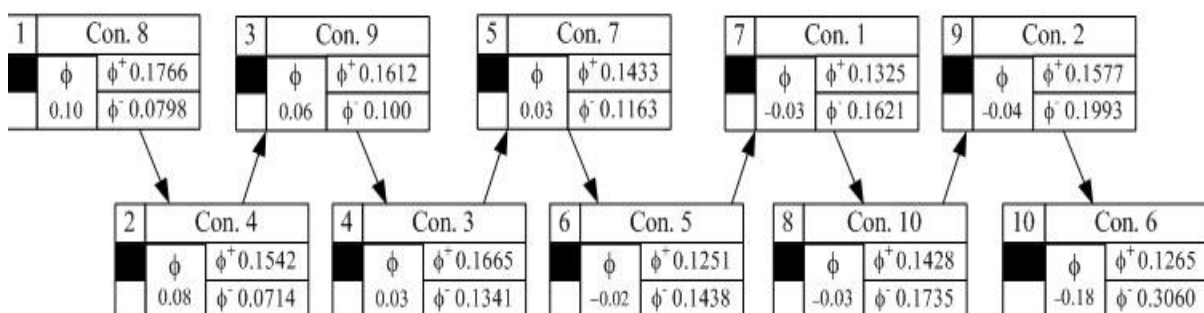
b) Scenario 2



c) Scenario 3



d) Scenario 4



Slika 10. Grafički prikaz rangiranja koncentrata za svaki scenario

Tabela 15. Optimalni skup rešenja mogućih koncentrata u mešavini

Kon.	Scenario 1				Scenario 2				Scenario 3				Scenario 4			
	Optimalna rešenja		Koficijenti		Optimalna rešenja		Koficijenti		Optimalna rešenja		Koficijenti		Optimalna rešenja		Koficijenti	
	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica	Net tok (Φ)	Donja granica	Donja granica	Gornja granica
X1	0	-0.1796	-∞	0.13	0	-0.0778	-∞	0.1	0	-0.1063	-∞	-0.04	0.3767	-0.0252	-0.03	∞
X2	0.7592	0.1998	0.12	∞	0.7592	0.1639	0.08	∞	0.4031	0.008	-0.02	0.02	0.0585	-0.0142	-0.01	0.01
X3	0	-0.0699	-∞	0.33	0	-0.0832	-∞	0.29	0	0.0398	-∞	0.08	0	0.0258	-∞	0.09
X4	0	0.0608	-∞	0.28	0	0.0575	-∞	0.24	0.0629	0.0585	0.04	0.11	0.1992	0.0491	0.04	0.05
X5	0	-0.0011	-∞	0.13	0	-0.0265	-∞	0.1	0.5340	-0.0067	-0.03	0.11	0.3403	-0.0277	-0.08	-0.03
X6	0.2408	0.0587	-0.19	0.2	0.2408	0.035	-0.21	0.16	0	-0.1647	-∞	-0.08	0	-0.1802	-∞	-0.1
X7	0	-0.0874	-∞	0.25	0	-0.0729	-∞	0.21	0	0.0114	-∞	0.03	0	0.0219	-∞	0.05
X8	0	0.0501	-∞	0.33	0	0.0376	-∞	0.29	0	0.0862	-∞	0.13	0	0.075	-∞	0.09
X9	0	0.1402	-∞	0.26	0	0.1016	-∞	0.22	0	0.0964	-∞	0.29	0.0254	0.0697	0.07	0.48
X10	0	-0.1716	-∞	0.22	0	-0.1353	-∞	0.18	0	-0.0228	-∞	0.03	0	0.0059	-∞	0.04

Na osnovu rezultata predstavljenih u Tabeli 15, moguće je formirati optimalne mešavine koncentrata prema utvrđenom procentualnom udelu izabranih koncentrata. Za oba scenarija (Scenario 1 i Scenario 2), dobijen je optimalni skup od samo 2 koncentrata (Con. 2 i Con. 6), čiji je udeo u mešavini 75.92% i 24.08%, respektivno. Ova rešenja pokazuju da, ukoliko donosilac odluke prilikom nabavke razmatra jedino hemijski sastav koncentrata (Scenario 1 i Scenario 2), onda bi trebalo nabaviti koncentrat Con. 2 iz Perua i Con. 6 iz Makedonije, s obzirom da ova dva koncentrata imaju najbolji sadržaj najvažnijih korisnih i štetnih hemijskih komponenti.

Za Scenario 3, kada je uključen dopunski kriterijum (tržišna cena koncentrata), dobijena je optimalna mešavina koja se sastoji od 3 koncentrata (Con. 5, Con. 2 i Con. 4) u odnosu 53.4%, 40.31% i 6.29%, respektivno. Dalje, za Scenario 4 dobijena je optimalna mešavina od 4 koncentrata sa procentualnim sadržajem 53.48 % Con. 5, 24.38 % Con.4, 20.25 % Con. 1 i 1.95 % Con. 2.

Kada višekriterijumska analiza uključuje cenu koncentrata na tržištu (Scenario 3 i Scenario 4), donosilac odluke ima mogućnost da, kroz dodatni ekonomski kriterijum, utvrdi listu najpovoljnijih koncentrata koji će ući u sastav optimalne mešavine, sa ciljem da se zadovolje svi postavljeni ciljevi u procesu proizvodnje cinka. Očigledno je da je, u toj situaciji, koncentrat Con. 6 isključen iz razmatranja zbog svoje najveće cene na tržištu, uprkos tome što je u njemu prisutan najveći sadržaj cinka.

### **5.3. Rezultati Fazi TOPSIS rangiranja koncentrata**

U ovom delu rada, hibridni višekriterijumski model proširen je uvođenjem Fazi TOPSIS metodologije opisane u poglavlju 4.4.2, sa ciljem da se ostvare uslovi za uporednu analizu sa rezultatima kompletnog rangiranja pomoću PROMETHEE i F-PROMETHEE metodologije. Sprovedenjem ovako definisanog „*ex ante*“ pristupa u procesu rangiranja koncentrata, postiže se mogućnost ocene da li procedure (metode) višekriterijumskog rangiranja utiču na značajnu razliku u rezultatima dobijenih rang lista koncentrata u ovom radu.

Primenom Fazi TOPSIS metodologije na početne podatke o koncentratima cinka koji su na raspolaganju fabrici olova i cinka iz Plovdiva (Bugarska) i njihovom sadržaju hemijskih komponenti, kao i njihovim tržišnim cenama (videti Tabelu 4), teži se, pre svega, rangiranju alternativa, odnosno raspoloživih koncentrata cinka za sva četiri definisana istraživačka scenarija.

S obzirom da je cilj rangiranja alternativa (cinkovih koncentrata) donošenje efikasne i kvalitetne odluke o tome koje koncentrate nabaviti za potrebe proizvodnje katodnog cinka, neophodno je primeniti pristup fazi logike. Primena ovakvog pristupa nije nimalo jednostavna i samim tim nije moguće navedeni pristup direktno primeniti na polazne podatke iz Tabele 4.

S tim u vezi, najpre je bilo neophodno izvršiti normalizaciju podataka, odnosno vrednosti svih alternativa po svakom kriterijumu moraju biti prevedene u vrednosti koje se kreću u intervalu  $[0, 1]$  radi lakšeg obračuna podataka, primenom formula (6) i (7). Normalizacija podataka za prva dva kriterijuma ( $Z_n$  i  $S_{total}$ ) koji imaju monotono rastuću funkciju preferencije („*veće je bolje*“), vrši se primenom formule (6), dok se normalizacija svih ostalih kriterijuma koji imaju monotono opadajuću funkciju preferencije („*manje je bolje*“), vrši primenom formule (7). Primenom ovih izraza dobijene su normalizovane vrednosti početnih podataka, koje su prikazane u Tabeli 9.

Chen (2000) je izvršio modifikaciju TOPSIS metode za potrebe donošenja odluka u fazi okruženju, na taj način što je značaj težinskih parametara kriterijuma i svih alternativa izražavao lingvističkim varijablama (jezičkim promenljivama). Ove lingvističke varijable su dodeljivane od strane grupe za višekriterijumsko odlučivanje, nakon čega se vrši njihovo prevođenje u triangularne fazi brojeve (Prašćević & Prašćević, 2013).

U skladu sa tim, normalizovane vrednosti početnih podataka (vrednosti svake alternative po svakom kriterijumu, subjektivni i objektivni težinski parametri) moraju proći kroz proces dodeljivanja lingvističkih varijabli, kako bi se odredili triangularni fazi brojevi.

Sledeći korak Fazi TOPSIS metodologije se sastoji u određivanju fazi skupova primenom lingvističkih varijabli iz Tabele 2, radi kvalitativnog ocenjivanja svih alternativa

(koncentrata cinka) prema svakom kriterijumu, i iz Tabele 3 za kvalitativno ocenjivanje težinskih parametara. Dobijeni podaci kvalitativnog ocenjivanja prikazani su u Tabeli 16.

Naredni korak u primeni Fazi TOPSIS metodologije jeste prevođenje dodeljenih kvalitativnih ocena iz Tabele 16 u kvantitativne ocene, odnosno triangularne fazi brojeve, takođe na osnovu fazi setova lingvističkih varijabli iz Tabele 2 i Tabele 3, kako bi se odredile vrednosti koje su neophodne za dalji postupak u okviru ove metode. Na ovaj način, dobija se triangularna fazi matrica odlučivanja koja je prikazana u Tabeli 17.

Zatim, neophodno je formiranje ponderisane normalizovane fazi matrice odlučivanja. Ponderisane vrednosti  $v_{ij}$  dobijaju se primenom jednačine (38). Da bi se formirala ponderisana matrica odlučivanja, najpre su uzeti u obzir subjektivni težinski parametri za Scenario 1 (Tabela 18) i za Scenario 3 (Tabela 20), a zatim i objektivni težinski parametri za Scenario 2 (Tabela 19) i za Scenario 4 (Tabela 21).



Tabela 16. Lingvističke ocene svake alternative u odnosu na svaki kriterijum i lingvističke ocene težinskih parametara

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi														Tržišna cena				
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO		CaO	Cl	F	
1. B: Bugarska	Con. 1	F	VNP	VNP	F	VG	G	MG	VG	P	MG	F	VG	VG	G	G	VNP	MP	MG	
2. Fe: Peru	Con. 2	G	G	G	VG	VG	VG	G	VG	VG	MP	MG	VG	VG	MP	VG	VG	VNP	P	
3. S1: Srbija	Con. 3	P	VG	MP	MP	G	VNP	MP	MP	G	VNP	F	VG	VG	MG	MG	VG	F	VG	
4. S2: Srbija	Con. 4	F	MG	VG	F	VG	VG	MG	G	F	MP	MG	VG	VG	G	VG	VG	MP	MG	
MI: Makedonija	Con. 5	F	G	G	F	VG	VG	VNP	VNP	P	MG	VNP	F	G	VG	VG	VG	MP	F	
M2: Makedonija	Con. 6	VG	MG	F	P	G	VG	MP	F	VNP	VG	MG	VG	VG	MP	G	VG	MP	VNP	
M3: Makedonija	Con. 7	P	MG	F	P	G	VG	MG	F	MG	MP	MP	VG	VG	VNP	VNP	VG	MP	G	
B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	MP	VG	VG	VNP	VG	VG	VG	F	F	VNP	VG	G	G	MG	G	VG	MG	G	
9. G: Grčka	Con. 9	F	VG	VG	F	VG	G	VG	MP	G	MP	VG	MG	VNP	G	G	VG	VG	F	
10. T: Turska	Con. 10	VNP	G	VNP	MG	VNP	F	P	MG	MP	MP	MP	VG	VG	G	G	VG	MP	VG	
Scenario 1	Subjektivni težinski parametri	SNI	SNI	NI	NI	VNI	VNI	VNI	VNI	NI	NI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	/
Scenario 2	Objektivni težinski parametri	NI	VNI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	NI	VNI	VNI	VNI	/
Scenario 3	Subjektivni težinski parametri	SNI	NI	NI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	NI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	M
Scenario 4	Objektivni težinski parametri	NI	VNI	NI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	NI	NI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	VNI	M

**Tabela 17.** Fazi vrednosti svake alternative (koncentrata) u odnosu na kriterijume i fazi vrednosti težinskih parametara

Br.	Koncentrat	Simbol	Kriterijumi									
			Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	
1.	B: Bugarska	Con.1	(0.3, 0.5, 0.7)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0, 0.1, 0.3)	
2.	Pe: Peru	Con.2	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	
3.	S1: Srbija	Con.3	(0, 0.1, 0.3)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0, 0, 0.1)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.7, 0.9, 1.0)	
4.	S2: Srbija	Con.4	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.3, 0.5, 0.7)	
5.	M1: Makedonija	Con.5	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	
6.	M2: Makedonija	Con.6	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0, 0.1, 0.3)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0, 0, 0.1)	
7.	M3: Makedonija	Con.7	(0, 0.1, 0.3)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0, 0.1, 0.3)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.5, 0.7, 0.9)	
8.	B&H: Bosna i Hercegovina	Con.8	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0, 0, 0.1)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.3, 0.5, 0.7)	
9.	G: Grčka	Con.9	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.7, 0.9, 1.0)	
10.	T: Turska	Con.10	(0, 0, 0.1)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0, 0, 0.1)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0, 0, 0.1)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0, 0.1, 0.3)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.1, 0.3, 0.5)	
Scenario 1	Subjektivni težinski parametri		(0.1, 0.3, 0.5)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	
Scenario 2	Objektivni težinski parametri		(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	
Scenario 3	Subjektivni težinski parametri		(0.1, 0.3, 0.5)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	
Scenario 4	Objektivni težinski parametri		(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	

Napomena: nastavak Tabele 17 je na sledećoj strani

Nastavak Tabele 17.

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi										Tržišna cena
		Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F			
1. B: Bugarska	Con. 1	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0, 0, 0.1)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.5, 0.7, 0.9)		
2. Pe: Peru	Con. 2	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)		
3. S1: Srbija	Con. 3	(0, 0, 0.1)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.9, 1.0, 1.0)		
4. S2: Srbija	Con. 4	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0, 0, 0.1)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.5, 0.7, 0.9)		
5. M1: Makedonija	Con. 5	(0.5, 0.7, 0.9)	(0, 0, 0.1)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.3, 0.5, 0.7)		
6. M2: Makedonija	Con. 6	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0, 0, 0.1)		
7. M3: Makedonija	Con. 7	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.7, 0.9, 1.0)		
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	(0, 0, 0.1)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.7, 0.9, 1.0)		
9. G: Grčka	Con. 9	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0, 0, 0.1)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.3, 0.5, 0.7)		
10. T: Turska	Con. 10	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.7, 0.9, 1.0)	(0.9, 1.0, 1.0)	(0.1, 0.3, 0.5)	(0.9, 1.0, 1.0)		
Scenario 1	Subjektivni težinski parametri	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)		/
Scenario 2	Objektivni težinski parametri	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)		/
Scenario 3	Subjektivni težinski parametri	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)		(0.3, 0.5, 0.7)
Scenario 4	Objektivni težinski parametri	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)		(0.3, 0.5, 0.7)

**Tabela 18.** Podaci dobijeni množenjem fazi vrednosti alternativa u odnosu na kriterijume i subjektivnih težinskih parametara za Scenario 1

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi									
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	
1. B: Bugarska	Con. 1	(0,03, 0,15, 0,35)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,03)	(0, 0,05, 0,21)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0,01, 0,09)	
2. Pe: Peru	Con. 2	(0,07, 0,27, 0,5)	(0,07, 0,27, 0,5)	(0, 0,09, 0,3)	(0, 0,1, 0,3)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0,1, 0,3)	
3. S1: Srbija	Con. 3	(0, 0,03, 0,15)	(0,09, 0,3, 0,5)	(0, 0,3, 0,15)	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,05)	(0, 0,09, 0,3)	
4. S2: Srbija	Con. 4	(0,03, 0,15, 0,35)	(0,05, 0,21, 0,45)	(0, 0,1, 0,3)	(0, 0,05, 0,21)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0,05, 0,21)	
5. M1: Makedonija	Con. 5	(0,03, 0,15, 0,35)	(0,07, 0,27, 0,5)	(0, 0,09, 0,3)	(0, 0,05, 0,21)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,01)	(0, 0,01, 0,09)	
6. M2: Makedonija	Con. 6	(0,09, 0,3, 0,5)	(0,05, 0,21, 0,45)	(0, 0,05, 0,21)	(0, 0,01, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,07)	(0, 0, 0,03)	
7. M3: Makedonija	Con. 7	(0, 0,03, 0,15)	(0,05, 0,21, 0,45)	(0, 0,05, 0,21)	(0, 0,01, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,07)	(0, 0,07, 0,27)	
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	(0,01, 0,09, 0,25)	(0,09, 0,3, 0,5)	(0, 0,1, 0,3)	(0, 0, 0,03)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,07)	(0, 0,05, 0,21)	
9. G: Grčka	Con. 9	(0,03, 0,15, 0,35)	(0,09, 0,3, 0,5)	(0, 0,1, 0,3)	(0, 0,05, 0,21)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	(0, 0,09, 0,3)	
10. T: Turska	Con. 10	(0, 0, 0,05)	(0,07, 0,27, 0,5)	(0, 0, 0,03)	(0, 0,07, 0,27)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,03)	(0, 0, 0,03)	(0, 0, 0,09)	(0, 0,03, 0,15)	

**Napomena:** nastavak Tabele 18 je na sledećoj strani

Nastavak Tabele 18.

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi								
		Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F	
1. B: Bugarska	Con. 1	(0, 0,07, 0,27)	(0, 0, 0,07)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	
2. Pe: Peru	Con. 2	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	
3. S1: Srbija	Con. 3	(0, 0, 0,03)	(0, 0, 0,07)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,07)	
4. S2: Srbija	Con. 4	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	
5. M1: Makedonija	Con. 5	(0, 0,07, 0,27)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,07)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	
6. M2: Makedonija	Con. 6	(0, 0,1, 0,3)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	
7. M3: Makedonija	Con. 7	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	(0, 0, 0,03)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	
9. G: Grčka	Con. 9	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	
10. T: Turska	Con. 10	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	

**Tabela 19.** Podaci dobijeni množenjem fazi vrednosti alternativa u odnosu na kriterijume i objektivnih težinskih parametara za Scenario 2

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi									
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	
1. B: Bugarska	Con. 1	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.03)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.01, 0.09)	
2. Pe: Peru	Con. 2	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	
3. SI: Srbija	Con. 3	(0, 0.01, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.03)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.09, 0.3)	
4. S2: Srbija	Con. 4	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.09)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.05, 0.21)	
5. M1: Makedonija	Con. 5	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.03)	(0, 0.01, 0.09)	
6. M2: Makedonija	Con. 6	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.09)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.01, 0.09)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.03)	
7. M3: Makedonija	Con. 7	(0, 0.01, 0.09)	(0, 0, 0.09)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.01, 0.09)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.07, 0.27)	
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.03)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.05, 0.21)	
9. G: Grčka	Con. 9	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.09, 0.3)	
10. T: Turska	Con. 10	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.03)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0, 0.03)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.01, 0.09)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.03, 0.15)	

Napomena: nastavak Tabele 19 je na sledećoj strani

Nastavak Tabele 19.

Br.	Koncentrat	Simbol	Kriterijumi							
			Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F
1.	B: Bugarska	Con. 1	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.05)
2.	Pe: Peru	Con. 2	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.01)
3.	S1: Srbija	Con. 3	(0, 0, 0.03)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.07)
4.	S2: Srbija	Con. 4	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)
5.	M1: Makedonija	Con. 5	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0, 0.03)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)
6.	M2: Makedonija	Con. 6	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)
7.	M3: Makedonija	Con. 7	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)
8.	B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	(0, 0, 0.03)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)
9.	G: Grčka	Con. 9	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0.07, 0.27)	(0, 0, 0.01)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)
10.	T: Turska	Con. 10	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)

**Tabela 20.** Podaci dobijeni množenjem fazi vrednosti alternativa u odnosu na kriterijume i subjektivnih težinskih parametara za Scenario 3

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi									
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	
1. B: Bugarska	Con.1	(0,03, 0,15, 0,35)	(0,0, 0,03)	(0,0, 0,03)	(0,0, 0,07)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,09)	(0,0, 0,1)	(0,0,01, 0,09)		
2. Pe: Peru	Con.2	(0,07, 0,27, 0,5)	(0,0,09, 0,3)	(0,0,09, 0,3)	(0,0, 0,1)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,1)	(0,0, 0,1)	(0,0,1, 0,3)		
3. S1: Srbija	Con.3	(0,0,03, 0,15)	(0,0,1, 0,3)	(0,0,03, 0,15)	(0,0, 0,05)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,05)	(0,0, 0,05)	(0,0,09, 0,3)		
4. S2: Srbija	Con.4	(0,03, 0,15, 0,35)	(0,0,07, 0,27)	(0,0,1, 0,3)	(0,0, 0,07)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,09)	(0,0, 0,1)	(0,0,05, 0,21)		
5. M1: Makedonija	Con.5	(0,03, 0,15, 0,35)	(0,0,09, 0,3)	(0,0,09, 0,3)	(0,0, 0,07)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,01)	(0,0,01, 0,09)		
6. M2: Makedonija	Con.6	(0,09, 0,30, 0,5)	(0,0,07, 0,27)	(0,0,05, 0,21)	(0,0, 0,03)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,05)	(0,0, 0,07)	(0,0, 0,03)		
7. M3: Makedonija	Con.7	(0,0,03, 0,15)	(0,0,07, 0,27)	(0,0,05, 0,21)	(0,0, 0,03)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,09)	(0,0, 0,07)	(0,0,07, 0,27)		
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con.8	(0,01, 0,09, 0,25)	(0,0,1, 0,3)	(0,0,1, 0,3)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,1)	(0,0, 0,07)	(0,0,05, 0,21)		
9. G: Grčka	Con.9	(0,03, 0,15, 0,35)	(0,0,1, 0,3)	(0,0,1, 0,3)	(0,0, 0,07)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,1)	(0,0, 0,05)	(0,0,09, 0,3)		
10. T: Turska	Con.10	(0,0, 0,05)	(0,0,09, 0,3)	(0,0, 0,03)	(0,0, 0,09)	(0,0, 0,01)	(0,0, 0,03)	(0,0, 0,09)	(0,0,03, 0,15)		

Napomena: nastavak Tabele 20 je na sledećoj strani



Nastavak Tabele 20.

Br. Koncentrat	Kriterijumi										Tržišna cena
	Simbol	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F		
1. B: Bugarska	Con.1	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.05)	(0.15, 0.35, 0.63)	
2. Pe: Peru	Con.2	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.01)	(0, 0.05, 0.21)	
3. SI: Srbija	Con.3	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.07)	(0.27, 0.5, 0.7)	
4. S2: Srbija	Con.4	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0.15, 0.35, 0.63)	
5. M1: Makedonija	Con.5	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0.09, 0.25, 0.49)	
6. M2: Makedonija	Con.6	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.07)	
7. M3: Makedonija	Con.7	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0.21, 0.45, 0.7)	
8. B&H: Bosna i Hercegovina	Con.8	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0.21, 0.45, 0.7)	
9. G: Grčka	Con.9	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0.09, 0.25, 0.49)	
10. T: Turska	Con.10	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0.27, 0.5, 0.7)	

**Tabela 21.** Podaci dobijeni množenjem fazi vrednosti alternativa u odnosu na kriterijume i objektivnih težinskih parametara za Scenario 4

Br. Koncentrat	Simbol	Kriterijumi									
		Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Ti	Pb	
1. B: Bugarska	Con. 1	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.01, 0.09)	
2. Pe: Peru	Con. 2	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	
3. S1: Srbija	Con. 3	(0, 0.01, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.05)	(0, 0.09, 0.3)	
4. S2: Srbija	Con. 4	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.09)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.05, 0.21)	
5. M1: Makedonija	Con. 5	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.09, 0.3)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.01)	(0, 0.01, 0.09)	
6. M2: Makedonija	Con. 6	(0, 0.01, 0.3)	(0, 0, 0.09)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.03)	
7. M3: Makedonija	Con. 7	(0, 0.01, 0.09)	(0, 0, 0.09)	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.07)	(0, 0.07, 0.27)	
8. E&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	(0, 0.03, 0.15)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.07)	(0, 0.05, 0.21)	
9. G: Grčka	Con. 9	(0, 0.05, 0.21)	(0, 0, 0.1)	(0, 0.1, 0.3)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.05)	(0, 0.09, 0.3)	
10. T: Turska	Con. 10	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.1)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.09)	(0, 0, 0.01)	(0, 0, 0.07)	(0, 0, 0.03)	(0, 0, 0.09)	(0, 0.03, 0.15)	

**Napomena:** nastavak Tabele 21 je na sledećoj strani

Nastavak Tabele 21.

Br.	Koncentrat	Simbol	Kriterijumi									
			Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F	Tržišna cena	
1.	B: Bugarska	Con. 1	(0, 0,07, 0,27)	(0, 0, 0,07)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	(0,15, 0,35, 0,63)
2.	Pe: Peru	Con. 2	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,01)	(0, 0,05, 0,21)
3.	S1: Srbija	Con. 3	(0, 0, 0,03)	(0, 0, 0,07)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,07)	(0,27, 0,5, 0,7)
4.	S2: Srbija	Con. 4	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	(0,15, 0,35, 0,63)
5.	M1: Makedonija	Con. 5	(0, 0,07, 0,27)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,07)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	(0,09, 0,25, 0,49)
6.	M2: Makedonija	Con. 6	(0, 0,1, 0,3)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,07)
7.	M3: Makedonija	Con. 7	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	(0,21, 0,45, 0,7)
8.	B&H: Bosna i Hercegovina	Con. 8	(0, 0, 0,03)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,09)	(0,21, 0,45, 0,7)
9.	G: Grčka	Con. 9	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,1)	(0,09, 0,25, 0,49)
10.	T: Turska	Con. 10	(0, 0,03, 0,15)	(0, 0, 0,05)	(0, 0, 0,09)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,1)	(0, 0, 0,01)	(0, 0, 0,05)	(0,27, 0,5, 0,7)

Nakon konstruisanja ponderisane normalizovane fazi matrice odlučivanja, neophodno je odrediti pozitivno idealno rešenje ( $A^*$  - *Fuzzy Positive Ideal Solution – FPIS*) i negativno idealno rešenje ( $A^-$  - *Fuzzy Negative Ideal Solution – FNIS*) pomoću izraza (39) i (40), respektivno. Kao idealno pozitivno rešenje ( $A^*$ ) uzima se vrednost (1, 1, 1), dok se kao idealno negativno rešenje ( $A^-$ ) uzima vrednost (0, 0, 0), za svaku alternativu u odnosu na svaki kriterijum.

Naredni korak Fazi TOPSIS metodologije predstavlja određivanje distance  $D$ , odnosno udaljenosti svake alternative od idealno pozitivnog ( $D^*$ ) i udaljenosti svake alternative od idealno negativnog rešenja ( $D^-$ ), primenom formula (41) i (42), respektivno, za sva četiri definisana istraživačka scenarija. Dobijene vrednosti se mogu videti u nastavku u Tabeli 22.

**Tabela 22.** Distanca  $D$ , odnosno udaljenost svake alternative od pozitivno idealnog i negativno idealnog rešenja, za 4 definisana istraživačka scenarija

Kon.	Scenario 1		Scenario 2		Scenario 3		Scenario 4	
	$D_j^*$	$D_j^-$	$D_j^*$	$D_j^-$	$D_j^*$	$D_j^-$	$D_j^*$	$D_j^-$
Con. 1	16.290	1.136	15.796	1.831	17.087	1.356	17.100	1.358
Con. 2	15.748	1.844	15.537	2.212	16.938	1.635	17.123	1.421
Con. 3	16.150	1.283	16.014	1.536	16.890	1.574	17.001	1.425
Con. 4	15.965	1.572	15.716	1.965	16.833	1.726	16.952	1.580
Con. 5	15.991	1.503	15.946	1.628	17.007	1.482	17.103	1.372
Con. 6	15.961	1.531	15.811	1.822	17.166	1.284	17.303	1.142
Con. 7	16.192	1.253	15.950	1.618	16.952	1.527	17.012	1.441
Con. 8	16.047	1.442	15.751	1.910	16.795	1.757	16.934	1.578
Con. 9	15.865	1.686	15.621	2.096	16.860	1.706	16.995	1.545
Con. 10	16.235	1.176	16.080	1.439	17.030	1.379	17.084	1.303

Zatim je neophodno, na osnovu rezultata prikazanih u Tabeli 22, pristupiti izračunavanju relativne blizine svake alternative idealnom rešenju (*Closeness Coefficient – CC*) pomoću formule (43), za svaki od definisanih istraživačkih scenarija. Na taj način, na osnovu proračunatih vrednosti CC se može pristupiti rangiranju alternativa u okviru svakog scenarija ponaosob, i na taj način utvrditi optimalni sastav mešavine koncentrata cinka. Što je vrednost CC veća, odnosno bliža 1, to je alternativa bolja, i obrnuto, što je vrednost CC bliža 0, to se alternativa smatra manje poželjnom za sastav optimalne mešavine koncentrata cinka. Istovremeno, stvara se mogućnost za vršenje uporedne analize sa rezultatima rangiranja alternativa (koncentrata cinka) koji su dobijeni primenom PROMETHEE (GAIA)

metodologije. Krajnji rezultati Fazi TOPSIS metodologije, na osnovu kojih je moguće izvršiti rangiranje alternativa koje će ući u sastav optimalne mešavine za definisane scenarije, dati su u Tabeli 23.

**Tabela 23.** Krajnji Fazi TOPSIS rezultati rangiranja alternativa

Kon.	Scenario 1		Scenario 2		Scenario 3		Scenario 4	
	CC <sub>j</sub>	Rang	CC <sub>j</sub>	Rang	CC <sub>j</sub>	Rang	CC <sub>j</sub>	Rang
Con. 1	0.065	10	0.104	5	0.074	9	0.074	8
Con. 2	0.105	1	0.125	1	0.088	4	0.076	6
Con. 3	0.074	7	0.088	9	0.085	5	0.077	5
Con. 4	0.090	3	0.111	3	0.093	2	0.085	1
Con. 5	0.086	5	0.093	7	0.080	7	0.074	7
Con. 6	0.088	4	0.103	6	0.070	10	0.062	10
Con. 7	0.072	8	0.092	8	0.083	6	0.078	4
Con. 8	0.082	6	0.108	4	0.095	1	0.085	2
Con. 9	0.096	2	0.118	2	0.092	3	0.083	3
Con. 10	0.068	9	0.082	10	0.075	8	0.071	9

Na osnovu rezultata rangiranja dobijenih pomoću Fazi TOPSIS metodologije, koji su predstavljeni u Tabeli 23, može se zaključiti da su za Scenario 1, odnosno u slučaju kada se uzima u obzir hemijski sastav koncentrata i kada su subjektivne ocene eksperata uključene u model, najpoželjniji koncentrat Con. 2 iz Makedonije, Con. 9 iz Grčke i Con. 4 iz Srbije, dok se najmanje poželjnim koncentratima smatraju koncentrat Con. 1 iz Bugarske i Con. 10 iz Turske.

U Scenariju 2, kada se posmatra samo hemijski sastav koncentrata i objektivne entropijske težine kriterijuma i kada dolazi do smanjenja uticaja najznačajnijih kriterijuma u prvom scenariju (Zn and S<sub>total</sub>), lista tri najbolja koncentrata ostaje ista kao i za Scenario 1 (Con. 2, Con. 9 i Con. 4), dok se najmanje poželjnim koncentratima smatraju Con. 10 i Con. 3. Ono što je karakteristično jeste da je dosta ojačala pozicija koncentrata Con.1 koji je, u poređenju sa Scenariom 1, imao najslabiju poziciju na rang listi.

U Scenariju 3 i Scenariju 4, uticaj najznačajnijeg kriterijuma – cene koncentrata na tržištu uslovio je promenu pozicije određenih koncentrata koji su se smatrali najpoželjnijima u prva dva scenarija. Lista od prva tri najprioritetnija koncentrata ista je i za Scenario 3 i za Scenario 4: Con. 8 iz BiH, Con. 4 iz Srbije i Con. 9 iz Grčke, dok se najlošijim koncentratima za oba scenarija smatraju Con. 6, Con. 1 i Con. 10. Poslednje mesto na rang listi za

koncentrat Con. 6, kao i slabljenje pozicije koncentrata Con. 2 i ne čudi, s obzirom da imaju najveću cenu na tržištu, uprkos najvećem sadržaju cinka. Ono što je karakteristično su poslednja mesta na rang listama za koncentrate Con. 1 i Con. 10 koji i nemaju visoke tržišne cene u odnosu na ostale koncentrate, čak štaviše, koncentrat Con. 10 je najjeftiniji na tržištu. Razlog bi najverovatnije mogao biti u tome što oba koncentrata imaju najveći sadržaj bakra (1.96% i 2.06%, respektivno) i olova u sebi (2.85% i 2.65%, respektivno), a istovremeno sadrže najmanje cinka (49.3% i 46.45%, respektivno).

Na kraju se može zaključiti da su jedino koncentri Con. 4 iz Srbije i Con. 9 iz Grčke uspeali da zadrže svoje visoke pozicije na rang listama za sva četiri definisana istraživačka scenarija, iako imaju ozbiljne nedostatke. Kod oba koncentrata je uočeno veoma visoko prisustvo gvožđa (11.46% i 10.85%, respektivno), što je dosta više u odnosu na propisanu granicu od 8% i predstavlja štetnu tehnološku komponentu koja gradi nerastvorno jedinjenje  $Zn_2FeO_4$ , dok je kod koncentrata Con. 9 zapažen i veoma visok sadržaj arsena od skoro 1.02%.

#### 5.4. Usporedna analiza dobijenih rezultata

U okviru ove sekcije rada izvršena je usporedna analiza svih dobijenih rezultata na osnovu razvijenog hibridnog višekriterijumskog modela, korišćenog za optimizaciju problema mešavine cinkovih koncentrata (Slika 2). Naime, validaciona procedura koja je primenjena u ovom radu ima za cilj da analizira osetljivost dobijenih rezultata, i to:

- u zavisnosti od promene značaja kriterijuma u višekriterijumskom modelu, što je sprovedeno kroz definisanje različitih scenarija (Scenario 1÷4), uzimajući u obzir subjektivni i objektivni značaj konfliktnih kriterijuma;
- u zavisnosti od mogućih varijacija u vrednostima sadržaja razmatranih povoljnih i nepovoljnih komponenti u koncentratima, kao i oscilacija u tržišnoj ceni razmatranih 10 koncentrata cinka, pri čemu, za prevazilaženje problema determinističkih vrednosti, tj. korišćenje egzaktnih vrednosti (engl. *crisp values*) u modelu, u ovom radu proces rangiranja koncentrata je uveden u fazi okruženje. Cilj ovakvog pristupa je da se otkloni nepreciznost i neizvesnost u vrednostima značaja kriterijuma, kao i vrednostima koncentrata cinka po kriterijumima (Torfi et al., 2010);

- i poslednja, ali ne i najmanje značajna zavisnost, predstavlja izbor odgovarajuće metode rangiranja. Razmatranjem kombinacija različitih višekriterijumskih metoda u ovom radu, stiče se mogućnost boljeg sagledavanja realnog uticaja procedure rangiranja na tačnost i pouzdanost dobijenih rezultata (Kheirkhah et al., 2014).

Na osnovu sumarnih rezultata rangiranja cinkovih koncentrata, prikazanih u Tabeli 24, može se uočiti da se uticaj subjektivnog i objektivnog pristupa u postupku dodeljivanja težina nije mnogo odrazio na promenu pozicija alternativa - koncentrata cinka, na finalnim rang listama. Prema Scenariju 1 (subjektivni pristup) i prema Scenariju 2 (objektivni pristup), najbolje rangirani koncentri su: Con. 2, Con. 9 i Con. 4; takođe, prema Scenariju 3 (subjektivni pristup) i prema Scenariju 4 (objektivni pristup) najbolje rangirani koncentri su: Con. 8, Con. 9 i Con. 4. Razlog za ovakvu klasterizaciju dobijenih rezultata u slučaju Scenarija 1 i Scenarija 2 u odnosu na Scenario 3 i Scenario 4, očigledno je uvođenje dopunskog 18. kriterijuma (tržišne cene koncentrata cinka) u okviru poslednja dva scenarija i njegovog značaja od 30% u modelu.

Dalje, primenom različitih kombinacija višekriterijumskih metoda, kako sa egzaktnim vrednostima (engl. *crisp values*), tako i sa uvođenjem ligvističkih vrednosti i fazi logike (engl. *fuzzy logic*) u strukturi polaznih podataka, dolazi se do zaključka da procedure – metode rangiranja nemaju značajan uticaj na finalni redosled koncentrata na rang listama u razmatranim scenarijima. Štaviše, u Tabeli 24 jasno se može uočiti konzistentnost dobijenih rezultata rangiranja po svakom scenariju, respektivno. Dakle, dopunskom Fazi PROMETHEE i Fazi TOPSIS metodologijom, ostvaren je cilj da se rangovi najoptimalnijih koncentrata verifikuju kao u osnovnom PROMETHEE modelu, sa egzaktnim vrednostima polaznih podataka (Savić et al., 2014), i to za sva četiri definisana scenarija istovremeno. Ovo ukazuje da je pouzdanost definisanog hibridnog višekriterijumskog modela u ovoj razmatranoj studiji slučaja veoma značajna, i da se on kao takav i realno može efikasno koristiti za formiranje optimalnog izbora koncentrata od strane donosioca odluka pri različitim okolnostima.

**Tabela 24.** Usporedna analiza svih rezultata rangiranja

Kon.	Scenario 1						Scenario 2					
	AHP + PROMETHEE II		AHP + F-PROMETHEE II		AHP + Fazi TOPSIS		OEW + PROMETHEE II		OEW + F-PROMETHEE II		OEW + Fazi TOPSIS	
	Net-tok $\Phi$	Rang	Net-tok $\Phi$	Rang	$CC_j$	Rang	Net-tok $\Phi$	Rang	Net-tok $\Phi$	Rang	$CC_j$	Rang
Con. 1	-0.1796	10	-0.1880	10	0.065	10	-0.0778	8	0.0094	6	0.104	5
Con. 2	0.1998	1	0.2138	1	0.105	1	0.1639	1	0.1798	1	0.125	1
Con. 3	-0.0699	7	-0.0772	7	0.074	7	-0.0832	9	-0.1198	9	0.088	9
Con. 4	0.0608	3	0.0588	4	0.090	3	0.0575	3	0.0563	3	0.111	3
Con. 5	-0.0011	6	0.0365	5	0.086	5	-0.0265	6	-0.0700	7	0.093	7
Con. 6	0.0587	4	0.0667	3	0.088	4	0.035	5	0.0124	5	0.103	6
Con. 7	-0.0874	8	-0.1041	8	0.072	8	-0.0729	7	-0.0804	8	0.092	8
Con. 8	0.0501	5	0.0085	6	0.082	6	0.0376	4	0.0543	4	0.108	4
Con. 9	0.1402	2	0.1262	2	0.096	2	0.1016	2	0.1218	2	0.118	2
Con. 10	-0.1716	9	-0.1413	9	0.068	9	-0.1353	10	-0.1637	10	0.082	10

Kon.	Scenario 3						Scenario 4					
	AHP + PROMETHEE II		AHP + F-PROMETHEE II		AHP + Fazi TOPSIS		OEW + PROMETHEE II		OEW + F-PROMETHEE II		OEW + Fazi TOPSIS	
	Net-tok $\Phi$	Rang	Net-tok $\Phi$	Rang	$CC_j$	Rang	Net-tok $\Phi$	Rang	Net-tok $\Phi$	Rang	$CC_j$	Rang
Con. 1	-0.1063	9	-0.0849	9	0.074	9	-0.0252	8	-0.0296	7	0.074	8
Con. 2	0.008	6	0.0125	5	0.088	4	-0.0142	7	-0.0417	9	0.076	6
Con. 3	0.0398	4	0.0322	4	0.085	5	0.0258	4	0.0324	4	0.077	5
Con. 4	0.0585	3	0.0856	2	0.093	2	0.0491	3	0.0828	2	0.085	1
Con. 5	-0.0067	7	-0.0206	7	0.080	7	-0.0277	9	-0.0187	6	0.074	7
Con. 6	-0.1647	10	-0.1462	10	0.070	10	-0.1802	10	-0.1795	10	0.062	10
Con. 7	0.0114	5	-0.0035	6	0.083	6	0.0219	5	0.0269	5	0.078	4
Con. 8	0.0862	2	0.1096	1	0.095	1	0.075	1	0.0968	1	0.085	2
Con. 9	0.0964	1	0.0775	3	0.092	3	0.0697	2	0.0612	3	0.083	3
Con. 10	-0.0228	8	-0.0622	8	0.075	8	0.0059	6	-0.0307	10	0.071	9

U nastavku primene hibridnog višekriterijumskog optimizacionog modela (Slika 2), na osnovu dobijenih rezultata rangiranja (Tabela 24) i primenom PROMETHEE V metodologije, kako je to već objašnjeno u prethodnim sekcijama ovog poglavlja, analiziran je i rešavan problem optimalne mešavine koncentrata cinka. U Tabeli 25 dati su sumarni rezultati optimalnih rešenja, koja ulaze u sastav mešavine u zavisnosti od razmatranih scenarija.

Na osnovu ove tabele (videti Tabelu 25) za prva tri scenarija može se uočiti usporedno poklapanje rezultata u strukturi optimalnih rešenja, za obe višekriterijumske procedure rangiranja (PROMETHEE II i F-PROMETHEE II). Neslaganje u strukturi koncentrata koji ulaze u sastav mešavine postoji u okviru Scenarija 4, i nastalo je kao rezultat primene F-PROMETHEE II procedure rangiranja koncentrata, pri čemu je iz mešavine isključen koncentrat Con. 9. Dalje, značajno „jačanje“ pozicije koncentrata Con. 5 na rang



listi F-PROMETHEE rangiranja pri Scenariju 4, doprinelo je da se njegov sadržaj u optimalnoj mešavini poveća sa 34.3 % na 53.4 %, a takođe smanjenje objektivnog značaja sadržaja cinka kao kriterijuma u modelu pri F-PROMETHEE rangiranju u Scenariju 4, umanjilo je prisustvo koncentrata Con. 2, koji je jedan od razmatranih koncentrata sa najpovoljnijim sadržajem cinka (videti Tabelu 4). Dakle, može se zaključiti da je, u razmatranom slučaju, osetljivost sastava mešavine na promenu značaja kriterijuma u modelu, kroz uvođenje fazi opsega u proceni težina, prisutna samo kod Scenarija 4.

**Tabela 25.** Uporedna analiza optimalnih mešavina u zavisnosti od scenarija i primenjene višekriterijumske metode u modelu

Scenario	PROMETHEE II rezultati rangiranja		F-PROMETHEE II rezultati rangiranja	
	Optimalna rešenja	Procenat optimalnih rešenja u mešavini	Optimalna rešenja	Procenat optimalnih rešenja u mešavini
Scenario 1	Con. 2, Con. 6	75.92 % (Con. 2) + 24.08 % (Con. 6)	Con. 2, Con. 6	75.92 % (Con. 2) + 24.08 % (Con. 6)
Scenario 2	Con. 2, Con. 6	75.92 % (Con. 2) + 24.08 % (Con. 6)	Con. 2, Con. 6	75.92 % (Con. 2) + 24.08 % (Con. 6)
Scenario 3	Con. 2, Con. 4, Con. 5	40.31 % (Con. 2) + 6.29 % (Con. 4) + 53.4 % (Con. 5)	Con. 2, Con. 4, Con. 5	40.31 % (Con. 2) + 6.29 % (Con. 4) + 53.4 % (Con. 5)
Scenario 4	Con. 1, Con. 2, Con. 4, Con. 5, Con. 9	37.67 % (Con. 1) + 5.85 % (Con. 2) + 19.2 % (Con. 4) + 34.3 % (Con. 5) + 2.54 % (Con. 9)	Con 1., Con. 2, Con. 4, Con. 5	20.25 % (Con. 1) + 1.95 % (Con. 2) + 24.38 % (Con. 4) + 53.48 % (Con. 5)

Uvođenjem dodatnog 18-og kriterijuma u model (prodajna cena koncentrata), eliminiše se koncentrat 6 u Scenariju 3 i Scenariju 4, zbog odnosa cena / sadržaj cinka. Očigledno je da je hibridni model OEW – F-PROMETHEE dao pouzdaniji rezultat u odnosu na osnovni OEW – PROMETHEE II model, jer ne uzima u obzir koncentrat 9 koji je u osnovnom modelu zastupljen sa samo 2.54%. Istovremeno, porast udela koncentrata 5 sa najboljim odnosom cena / sadržaj cinka, sa 34.30% na 53.48%, ukazuje na prednost F-PROMETHEE II modela u odnosu na PROMETHEE II model.

## 6. ZAKLJUČAK

Sastav šarže, koja predstavlja input za hidrometalurški postupak dobijanja cinka, ima dominantan uticaj na efikasnost i efektivnost procesa, kao i na kvalitet finalnog proizvoda (katodnog cinka). Kod sastavljanja šarže, donosiocima odluke nisu na raspolaganju uvek isti koncentracije cinka, pa su zbog toga prinuđeni da vrše višekriterijumsku optimizaciju sastava šarže, da bi se istovremeno ostvarili tehnološki zahtevi, zahtevi zaštite životne sredine, kao i ekonomski zahtevi koji se odnose pre svega na proizvodnu cenu koštanja katodnog cinka.

Definisanje naučnog okvira za rešavanje ovog problema, kroz formiranje višekriterijumskog modela optimizacije kao efikasnog načina za unapređenje kvaliteta donošenja odluka, ima vidljiv naučni značaj, ali istovremeno i praktičnu primenu.

U okviru ovog rada, ostvareni su određeni naučni doprinosi koji su unapredili dosadašnju praksu u rešavanju problema mešavine (engl. *blending problem*) sa posebnim osvrtom na optimizaciju sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka.

Definisan je originalni algoritam za formiranje optimalne mešavine od raspoloživih koncentrata cinka, kroz sedam koraka, postupnim uvođenjem pojedinih metoda višekriterijumskog pristupa odlučivanju, u cilju definisanja integralnog modela za rangiranje pojedinih komponenti u mešavini i višekriterijumske optimizacije sastava šarže, kao inputa u tehnološki proces.

U cilju sveobuhvatnog sagledavanja problema optimizacije sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka, definisana su četiri različita istraživačka scenarija, kako bi definisani model mogao da odredi opšte okvire njegove univerzalne primene za rešavanje problema mešavine.

Definisan je originalni AHP – OEW – PROMETHEE (GAIA) – TOPSIS model u fazi okruženju. Ovaj model zasnovan je na poređenju različitih koncentrata cinka prema kriterijumima koji su definisani u modelu (korisne komponente, štetne komponente, kao i nabavna cena koncentrata).

Za rangiranje pojedinih vrsta koncentrata u sastavu šarže, korišćena je PROMETHEE (GAIA) metodologija, a određivanje težinskih faktora u modelu vršeno je primenom AHP metode, gde su eksperti vršili subjektivnu dodelu težina definisanim kriterijumima. Entropijska metoda (OEW) je korišćena za objektivnu dodelu težina definisanim kriterijumima, na osnovu relevantnih podataka o razmatranim koncentratima cinka.

GAIA vizuelizacija je jasno identifikovala jačinu konflikata između karaktera kriterijuma, kao i uticaj pojedinih koncentrata na kvalitet mešavine u skladu sa definisanim kriterijumima, za sva četiri definisana scenarija.

Uvođenjem hibridnog modela F-PROMETHEE (Fazi PROMETHEE), vrednosti svake alternative u odnosu na kriterijume, predstavljene su kao fazi brojevi. U postupku definisanja Fazi TOPSIS metodologije, određena su fazi pozitivna i fazi negativna idealna rešenja. U nastavku nadgrađenog hibridnog modela Fazi TOPSIS, određene su distance svih alternativa od idealno pozitivnog i idealno negativnog rešenja, što je omogućilo da se odrede relativne blizine idealnom rešenju za svaki od definisanih scenarija.

Dobijeni rezultati ukazuju da se, dopunskom Fazi PROMETHEE i Fazi TOPSIS metodologijom, rangovi optimalnih koncentrata verifikuju kao i u osnovnom PROMETHEE modelu sa egzaktnim vrednostima polaznih podataka za sva četiri definisana scenarija.

Dobijeni rezultati takođe pokazuju da su vrednosti za Scenario 1 i Scenario 2 približno iste primenom PROMETHEE II, F-PROMETHEE i Fazi TOPSIS modela. Uvođenjem 18. kriterijuma (nabavna cena koncentrata) sa težinskim uticajem od 30%, menjaju se konačna rešenja za Scenario 3 i Scenario 4 u smeru povećanog sadržaja koncentrata 5 u mešavini za čitavih 20%, zbog najboljeg odnosa cena / sadržaj cinka. Ovi rezultati ukazuju da OEW – F-PROMETHEE II hibridni model daje najprihvatljivije rezultate i kao takav se može preporučiti kao model koji poboljšava pristup u rešavanju problema mešavine, generalno.

Ostvareni rezultati u ovom radu pokazali su da se optimizacijom sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka iz sulfidnih koncentrata, postižu rezultati koji obezbeđuju stabilniji rad u celom tehnološkom postupku. Smanjenjem oscilacija u pojedinim

fazama tehnološkog procesa dobijanja cinka konstantnim inputom u tehnološki proces (optimalni sastav šarže), obezbeđuje se stabilizacija autputa procesa: tehnoloških, ekoloških i ekonomskih.

Pojedinačne analitičke metode koje se koriste u rešavanju problema mešavine sa svojim ograničenjima, imaju limitirane domete u primeni.

Kombinacijom familije PROMETHEE I÷V (GAIA) metodologije, uz uvođenje dodatnih metoda višekriterijumskog odlučivanja AHP i OEW, limiti osnovne PROMETHEE (GAIA) metodologije su prošireni. Konačno, u izgradnji hibridnog modela za rešavanje problema mešavine, uvođenje dodatnog alata Fazi TOPSIS u jedinstveni integralni model, na analognim karakteristikama pojedinih metoda koje omogućuju izgradnju hibridnog modela, omogućilo je definisanje integralnog modela koji daje pouzdane rezultate.

Definisani hibridni model AHP – OEW – PROMETHEE (GAIA) – TOPSIS u fazi okruženju, na primeru optimizacije sastava šarže za hidrometalurški postupak dobijanja cinka, predstavlja poboljšanje pristupa u rešavanju problema mešavine i kao takav može biti primenjen i na druge sisteme, s obzirom da u sebi sadrži elemente koji se mogu primeniti na bilo koji drugi sistem.

Dobijeni rezultati pokazuju da su postavljene hipoteze kod definisanja ciljeva u ovom radu u potpunosti dokazane i da su otvorena nova istraživačka područja:

- dalji razvoj hibridnog modela za rešavanje problema mešavine, a pre svega metoda grupnog odlučivanja GDSS, ANP (*Analytical Network Process*) i druge;
- definisanje ključnih faktora koji sinergijski povezuju pojedine metode u hibridnom modelu sa određivanjem težine pojedinačnog uticaja u konačnom rezultatu, na principima genetičkog algoritma.

## 7. LITERATURA

Abkhoshk, E., Jorjani, E., Al-Harabsheh, M. S., Rashchi, F. & Naazeri, M. (2014). Review of the hydrometallurgical processing of non-sulfide zinc ores. *Hydrometallurgy*, 149, 153-167.

Akinc, U. (2008). A note on the linear programming sensitivity analysis of specification constraints in blending problems. *Applied Mathematical Sciences*, 2, 241-248.

Albadvi, A., Chaharsooghi, S. K. & Esfahanipour, A. (2007). Decision making in stock trading: an application of PROMETHEE. *European Journal of Operational Research*, 177(2), 673-683.

Anand, G. & Kodali, R. (2008). Selection of lean manufacturing systems using the PROMETHEE. *Journal of Modelling in Management*, 3(1), 40-70.

Ashayeri, J., van Eijs, A. G. M. & Nederstigt, P. (1994). Blending modelling in a process manufacturing: A Case Study. *European Journal of Operational Research*, 72, 460-468.

Ballarini, J. C., Polli, L. O., Miranda, T. L. S., Castro, R. M. Z., & Salum, A. (2008). Importance of roasted sulphide concentrates in the hydrometallurgical extraction of zinc. *Minerals Engineering*, 21, 100-110.

Behzadian, M., Kazemzadeh, R. B., Albadvi, A. & Aghdasi, M. (2010). PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and application. *European Journal of Operational Research*, 200, 198–215.

Behzadian, M., Otaghsara, K., Yazdani, M. & Ignatius, J. (2012). A state-of-art survey of TOPSIS applications. *Expert Systems with Applications*, 39, 13051-13069.

Bellman, R. E. & Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in fuzzy environment management. *Science*, 17(4), 141-164.

Bernoulli, D. (1738). Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis. *Commentarri Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 5, 175-192.

Bevilacqua, M., Ciarapica, F. & Giacchetta, G. (2006). A fuzzy-QFD approach to supplier selection. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 14–27.

Bilsel, R. U., Büyüközkan, G. & Ruan, D. (2006). A fuzzy preference ranking model for a quality evaluation of hospital web sites. *International Journal of Intelligent Systems*, 21(11), 1181–1197.

Boyanov, B. S., Sondelski, M. A. & Ivanov, K. I. (2011). Zinc sulphide concentrates and optimization of thier roasting in fluidized bed reactor. *World Academy of Science Engineering and Technology*, 5(1), 1-21.

Brans, J. P. (1982). *L'ingenierie de la decision; Elaboration d'instruments d'aide a la decision. La methode PROMETHEE*. In: Nadeau, R., Landry, M. (Eds.), *L'aide a la decision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir*. Presses de l'Universite Laval, Quebec, Canada, 183–213.

Brans, J. P. & Mareschal, B. (1992). Promethee V – MCDM problems with segmentation constraints. *INFOR*, 30(2), 85–96.

Brans, J. P. & Mareschal, B. (1994). The PROMCALC & GAIA decision support system for multicriteria decision aid. *Decision Support Systems*, 12, 297–310.

Brans, J. P. & Mareschal, B. (2005). *PROMETHEE Methods*. In J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott, (eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, International Series in Operations Research & Management Science. 2005, 78, chapter 5, 163-195.

Brans, J. P. & Vincke, P. H. (1985). A preference ranking organization method. The PROMETHEE method for MCDM. *Management Science*, 31, 641-656.

Brans, J. P., Mareschal, B. & Vincke, P. H. (1984). *PROMETHEE: a new family of outranking methods in multi-criteria analysis*. In: Brans, J.P. (Ed.), *Operational Research '84*. North-Holland, Amsterdam, 477–490.

Büyüközkan, G., Feyzioğlu, O. & Nebol, E. (2007). Selection of the strategic alliance partner in logistics value chain. *International Journal of Production Economics*. doi: 10.1016/j.ijpe.2007.01.016.

Castro, R. M. Z. & Salum, A. (2008). Importance of roasted sulphide concentrates characterization in the hydrometallurgical extraction of zinc. *Minerals Engineering*, 21(1), 100-110.

Chakraborty, A. & Chakraborty, M. (2012). Multi criteria genetic algorithm for optimal blending of coal. *OPSEARCH*, 49(4), 386-399.

Chakraborty, M. & Chandra, M. K. (2005). Multi criteria decision making for optimal blending for beneficiation of coal: a fuzzy programming approach. *OMEGA*, 33, 413-418.

Chan, F. T. S. & Kumar, N. (2007). Global supplier development considering risk factors using fuzzy extended AHP-based approach. *OMEGA*, 35, 417–431.

Chen, C. T. (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 1–9.

Chen, C.T. Lin, C. T. & Huang, S. F. (2006). A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management. *International Journal of Production Economics*, 102, 289–301.

Chen, S. M. (1996). Evaluating weapon systems using fuzzy arithmetic operations. *Fuzzy Sets and Systems*, 77, 265–276.

Chen, T. H. & Li, C. H. (2010). Determining objective weights with intuitionistic fuzzy entropy measures: A comparative analysis. *Information Sciences*, 180, 4207–4222.

Chen, T. T. & Dutrizac, J. E. (2004). Mineralogical changes occurring during the fluid-bed roasting of zinc sulfide concentrates. *Journal of Metals*, 56(12), 46-51.

Chen, T. Y. & Tsao, C. Y. (2007). The interval-valued fuzzy TOPSIS methods and experimental analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, doi.org/10.1016/j.fss.2007.11.004.

Chen, X. & Wang, N. (2010). Optimization of short-time gasoline blending scheduling problem with a DNA based hybrid generic algoritam. *Chemical Engineering and processing: Process Intensification*, 49, 1076-1083.

Cheng, C. H. & Lin, Y. (2002). Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142, 174–186.

Chou, W. C., Lin, W. T. & Lin, C. Y. (2007). Application of fuzzy theory and PROMETHEE technique to evaluate suitable ecotechnology method: a case study in Shismen reservoir watershed, Taiwan. *Ecological Engineering*, 31, 269–280.

Chu, T. C. (2002). Selecting plant location via a fuzzy TOPSIS approach. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 20, 859–864.

Chu, T. C. & Lin, Y. C. (2002). Improved extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Journal of Information and Optimization Sciences*, 23, 273–286.

Copur, M., Ozmetin, C., Ozmetin, E. & Kocakerim, M. M. (2004). Optimization study of the leaching of roasted zinc sulphide concentrate with sulphuric acid solutions. *Chemical Engineering and Processing*, 43, 1007-1014.

Corrente, S., Greco, S. & Slowinski, R. (2013). Multiple criteria hierarchy process with ELECTRE and PROMETHEE. *Omega*, 41, 820–846.

Dağdeviren, M., Yavuz, S. & Kılınc, N. (2009). Weapon selection using the AHP and TOPSIS methods under fuzzy environment. *Expert Systems Applications*, 36, 8143-8151.



Dai, C., Cai, X. H., Gai, Y. P. & Huang, G. H. (2014). A simulation-based fuzzy possibilistic programming model for coal blending management with consideration of human health risk under uncertainty. *Applied Energy*, 133, 1-13.

Dantzig, G. (1963). *Linear programming and extensions*. Princeton University, Princeton, N.J.

De Cock, H. C. & Sinclair, M. (1987). Multi-mix feedstock problems on microcomputers. *Operational Research Quarterly*, 38, 585-590.

Dehghan, R., Noaparast, M., Kolahdoozan, M. & Mousavi, S. M. (2008). Statistical evaluation and optimization of factors affecting the leaching performance of a sphalerite concentrate. *International Journal of Mineral Processing*, 89(1), 9-16.

Dimitrov, R. I., Moldovanska, N., Bonev, I. K. & Živković, Ž. (2000). Oxidation of marmatite. *Thermochimica Acta*, 362(1-2), 145-151.

Ding, J. F. & Liang, G. S. (2005). Using fuzzy MCDM to select partners of strategic alliances for liner shipping. *Information Sciences*, 173, 197–225.  
doi.org/10.1016/j.wasman.2007.05.019.

Dutrizac, J. E. (2010). Comparative rates of precipitation of ammonium jarosite and sodium jarosite in ferric sulphate – sulphuric acid media. *The Canadian Metallurgical Quarterly*, 49(2), 121-130.

Ertugrul, I. & Karakasoglu, N. (2007). Performance evaluation of Turkish cement firms with fuzzy analytic hierarchy process and TOPSIS methods. *Expert Systems with Applications*, 36 (1), 702–715.

EU directive 2004/107/CE. (2004). Council Directive relating to arsenic, cadmium, mercury, nickel and polycyclic aromatic hydrocarbons in ambient air, The Council of the European Union.

Figueira, J., Greco, S. & Ehrgott, M., editors. (2005). *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys*. Springer Verlag, Boston, Dordrecht, London.

Gaustad, G., Li, P. & Kirchain, R. (2007). Modeling methods for managing raw material compositional uncertainty in alloy production. *Resources, Conservation and Recycling*, 52, 180-207.

Geldermann, J., Spengler, T. & Rentz, O. (2000). Fuzzy outranking for environmental assessment. Case study: iron and steel making industry. *Fuzzy Sets Systems*, 115(1), 45–65.

Gilg, H. A., Boni, M. & Cook, N. J. (2008). A special issue devoted to nonsulfide Zn-Pb deposits – editorial. *Ore Geology Reviews*, 33, 115-116.

Goumas, M. & Lygerou, V. (2000). An extension of PROMETHEE method for decision making in fuzzy environment: Ranking of action energy exploitation projects. *European Journal of Operational Research*, 123, 347-357.

Gui, W. H., Wang, Y. L. & Yang, C. H. (2007). Composition-prediction-model-based intelligent optimisation for lead-zinc sintering blending process. *Measurement & Control*, 40(6), 176-181.

Habashi, F. (1997). *Handbook of Extractive Metallurgy, Volume 2*. Heidelberg, Germany: WILEY-VCH.

Habashi, F. (2009). Recent trends in extractive metallurgy. *Journal of Mining and Metallurgy, Section B. Metallurgy*, 45B(1), 1-13.

Herngren, L., Goonetilleke, A. & Ayoko, G. A. (2006). Analysis of heavy metals in road-deposited sediments. *Analytica Chimica Acta*, 571(2), 270–278.

Hwang, C. L. & Lin, M. J. (1987). *Group Decision Making under Multiple Criteria: Methods and Applications*, Springer, Berlin, 1987.

Hwang, C. L. & Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making: Methods and applications, A State of the Art Survey*. Springer-Verlag, New York.

Hyde, K., Maier, H. & Colby, C. (2003). Incorporating Uncertainty in the PROMETHEE MCDA Method. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 12, 245–259.

Jian, M., Zhi-Ping, F. & Li-Hua, H. (1999). A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights. *European Journal of Operational Research*, 112, 397–404.

Jovanović, I. & Stanimirović, P. (2012). A blending problem in copper production. *Environmental Modeling and Assessment*, 58, 147-158.

Jovanović, I., Stanimirović, P. & Živković, Ž. (2013). Environmental and Economic criteria in ranking of copper concentrates. *Environmental Modeling and Assessment*, 18, 73-83.

Jovanović, I., Stanimirović, P., Nikolić, Dj. & Živković, Ž., (2014). Batch composition optimization for copper smelting process, case study RTB Bor. *Clean Technologies and Environmental Policy*, (in press).

Kahraman, C., Beşkese, A. & Ruan, D. (2004). Measuring flexibility of computer integrated manufacturing systems using fuzzy cash flow analysis. *Information Sciences*, 168, 77–94.

Kahraman, C., Büyüközkan, G. & Ateş, N. Y. (2007). A two phase multi-attribute decision making approach for new product introduction. *Information Sciences*, 177, 1567–1582.

Karsak, E. E. & Tolga, E. (2001). Fuzzy multi-criteria decision-making procedure for evaluating advanced manufacturing system investments. *International Journal of Production Economics*, 69, 49–64.

Keeney, R. L. & Raiffa, H. (1976). *Decision with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*. New York: John Wiley and Sons.

Kheirkhah, A.S., Babaeianpour, M. & Bassiri, P. (2014). Development of a Hybrid Method Based on Fuzzy PROMETHEE and ANP in the Framework of SWOT Analysis For Strategic Decisions. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*, 8(4), 504-515.

Kolodziej, S. P., Grossmann, I. E., Furman, K. C. & Sawaya, N. W. (2012). A novel global optimization approach to the multiperiod blending problem, Proceedings of the 11th International Symposium on Process Systems Engineering, 15-19 July 2012, Singapore, 1492-1496.

Kulak, O., Durmusoglu, B. & Kahraman, C. (2005). Fuzzy multi-attribute equipment selection based on information axiom. *Journal of Materials Processing Technology*, 169, 337–345.

Lai, Y. J., Liu, T. Y. & Hwang, C. L. (1994). TOPSIS for MODM. *European Journal of Operational Research*, 76, 486–500.

Li, H., Hu, J., Zhou, P., Wei, W. & Su, Y. (2014). Optimization of operating conditions and structure parameters of zinc electrolytic cell based on numerical simulation for electrolyte flow. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 24(5), 1604-1609.

Li, Y. G., Gui, W. H., Teo, K. L., Zhu, H. Q. & Chai, Q. Q. (2012). Optimal control for zinc solution purification based on integrating CSR models. *Journal of Process Control*, 22, 1878-1889.

Liu, C. M. & Sherali, H. D. (2000). A coal shipping and blending problem for an electric utility company. *OMEGA*, 28, 433-444.

Ma, J., Fan, Z. P. & Huang L. H. (1999), A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights. *European Journal of Operational Research*, 112, 397–404.

Macharis, C., Springael, J., De Brucker, K. & Verbeke, A. (2004). PROMETHEE and AHP: The design of operational synergies in multicriteria analysis. Strengthening PROMETHEE with ideas of AHP. *European Journal of Operational Research*, 153, 307–317.

Madi, E. N. & Md. Tap, A. O. (2011). Fuzzy TOPSIS method in the selection of investment boards by incorporating operational risks. Proceedings of the World Congress on Engineering, 2011, Vol. 1, WCE 2011, July 6-8, 2011, London, U.K.

Mareschal, B. (1988). Weight stability intervals in multi-criteria decision aid. *European Journal of Operational Research*, 33, 54–64.

Mareschal, B. & Brans, J. P. (1988). Geometrical representations for MCDA. The GAIA module. *European Journal of Operational Research*, 34, 69–77.

Mihajlović, I., Nikolić, Đ., Štrbac, N. & Živković, Ž. (2010). Statistical modelling in ecological management using the artificial neural networks (ANNs). *Serbian Journal of Management*, 5(1), 39-50.

Moradi, S. & Monhemius, A. J. (2011). Mixed sulphide-oxide lead and zinc ores: Problems and solutions. *Minerals Engineering*, 24(10), 1062-1076.

Munford, A. G. (1989). A microcomputer system of formulating animal diets which may involve liquid raw materials. *European Journal of Operational Research*, 41, 270-276.

Negoita, C. V., Zadeh, L. A. & Zimmermann, H. J. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems 1*, 3-28.

Nikolić, Dj., Jovanović, I., Mihajlović, I. & Živković, Ž. (2009). Multi-criteria ranking of copper concentrates according to their quality – An element of environmental management in the vicinity of copper smelting complex in Bor, Serbia. *Journal of Environmental Management*, 91, 509-515.

Önüt, S. & Soner, S. (2007). Transshipment site selection using the AHP and TOPSIS approaches under fuzzy environment. *Waste Management*, 28(9), 1552-1559.

Ozgen, A., Tuzkaya, G., Tuzkaya, U. R. & Ozgen, D. (2011). A Multi-Criteria Decision Making Approach for Machine Tool Selection Problem in a Fuzzy Environment. *International Journal of Computational Intelligence Systems*. 4(4), 431–445.

Peltekov, A. B. (2014). Novi vazmožnosti za optimizirane na procesite v hidrometalurgijata na cinka, Avtoreferat disertacije, Univerzitet P. Hilendarski Plovdiv (na bugarskom jeziku).

Prašćević, Ž. & Praščević, N. (2013). One modification of Fuzzy TOPSIS method. *Journal of Modelling in Management*, 8, 81-102.

Queiroz, C. A. R., Carvalho, R. J. & Moura, F. J. (2005). Oxidation of zinc sulphide concentrate in a fluidized bed reactor - Part 2: The influence of experimental variables and kinetics. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 22(1), 117-125.

Raj, P. A. & Kumar, D. N. (1999). Ranking alternatives with fuzzy weights using maximizing set and minimizing set. *Fuzzy Sets and Systems*, 105, 365–375.

Ramanathan, R. (2001). A note on the use of the analytic hierarchy process for environmental impact assessment. *Journal of Environmental Management*, 63, 27-35.

Richards, G. G., Dreisinger, D., Peters, E. & Brimacombe, J. K. (1989). Mathematical modelling of zinc processes, Proceedings of the International Symposium on Computer Software in Chemical and Extractive Metallurgy, 223-252.

Rosenkvist, T. (1983). *Principles of extractive metallurgy*. McGraw- Hill Book Company, New York.

Rousis, K., Moustakas, K., Malamis, S., Papadopoulos, A. & Loizidou, M. (2008). Multi-criteria analysis for the determination of the best WEEE management scenario in Cyprus. *Waste Management*, 28, 1941–1954.

Saaty, T. L. (1972). *Priorities and hierarchies: Eigenvalue structure*. University of Pennsylvania.

Saaty, T. L. (1980). *The analytic hierarchy process*. McGraw-Hill, New York.

Sakalli, U. S. & Baykoc, O. F. (2011). An optimization approach for brass casting blending problem under aleatory and epistemic uncertainties. *International Journal of Production Economics*, 133(2), 708-718.

Sakawa, Y., Matsuno, F. & Fukushima, S. (1985). Modeling and feedback control of a flexible arm. *J. Robotic Systems*, 2-4, 453-472.

Savić, M., Nikolić, Dj., Mihajlović, I., Živković, Ž., Boyanov, B. & Djordjević, P. (2014). Multi-criteria decision support system for optimal blending process in zinc production. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*. doi: 10.1080/08827508.2014.962135

Shannon, C. & Weaver, W. (1947). *The mathematical theory of communication*. Urbana, IL: University of Illinois Press.

Stigler, G. J. (1945). The cost of subsistence. *Journal of Farm Economics*, 27, 303-314.

Torfi, F., Farahani, R. Z. & Rezapour, S. (2010). Fuzzy AHP to determine the relative weights of evaluation criteria and Fuzzy TOPSIS to rank the alternatives. *Applied Soft Computing*, 10, 520-528.

Tripathy, B. C., Das, S. C. & Misra, V. N. (2003). Effect of antimony (III) on the electrocrystallisation of zinc from sulphate solutions containing SLS. *Hydrometallurgy*, 69(1-3), 81-88.

Tuzkaya, G., Gülsün, B., Kahraman, C. & Özgen, D. (2010). An integrated fuzzy multi-criteria decision making methodology for material handling equipment selection problem and an application. *Expert System with Applications*, 37(4), 2853–2863.

Vego, G., Kučar-Dragičević, S. & Koprivanac, N. (2008). Application of multi-criteria decision-making on strategic municipal solid waste management in Dalmatia, Croatia. *Waste Management*, 28(11), 2192–2201.

Visual Decision Inc. (2007). *Getting Started Guide, Decision Lab 2000, Executive Edition*, Montreal, Quebec, Canada.

von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and economic behavior*. 2nd ed. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Wang, T. C. & Chang, T. H. (2007). Application of TOPSIS in evaluating initial training aircraft under a fuzzy environment. *Expert Systems with Application*, 33, 870-880.

Wang, X. & Triantaphyllou, E. (2005). Ranking irregularities when evaluating alternatives by using some ELECTRE methods. *OMEGA*, doi.org/10.1016/j.omega.2005.12.003.

Wang, Y. M. & Elhag, T. M. S. (2006). Fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment. *Expert Systems with Applications*, 31, 309–319.

Weistroffer, H. R., Smith, C. H. & Narula, S. C. (2005). *MCDM Software*. In: Figueira, J., Salvatore, G., Ehrgott, M., (Eds.) *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer, New York, 989–1018.

WHO (World Health Organization). (2001). *Air quality Guidelines for Europe*, second ed., Who regional publications, Regional office for Europe, Copenhagen, Denmark.

Williams, H. P. (1989). *Model building in mathematical programming*. Wiley, New York.

Wilson, E. & Willis, R. (1985). Microcomputers and linear programming – feedstock revisited. *European Journal of Operational Research*, 19, 297-304.

Wu, M., She, J. H. & Nakano, M. (2001). An expert control system using neural networks for the electrolytic process in zinc hydrometallurgy. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 14, 589-598.

Wu, M., She, J. H., Nakano, M. & Gui, W. (2002). Expert control and fault diagnosis of the leaching process in a zinc hydrometallurgy plant. *Control Engineering Practice*, 10(4), 433-442.



Wu, M., Xu, C., She, J. & Cao, W. (2012). Neural-network-based integrated model for predicting burn-through point in lead-zinc sintering process. *Journal of Process Control*, 22(5), 925-934.

Xu, Z. S. & Chen, J. (2007). An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making. *Information Sciences*, 177, 248–263.

Yan, A., Chai, T., Yu, W. & Xu, Z. (2012). Multi-objective evaluation-based hybrid intelligent control optimization for shaft furnace roasting process. *Control Engineering Practice*, 20, 857-868.

Yang, C. H., Wang, X. L. & Tao, J. (2008). Modeling and intelligent optimization algorithm for burden process of copper flash smelting. *Journal of System Simulation*, 20(8), 2152-2155.

Yang, C., Gui, W., Konga, L. & Wang, Y. (2009). Modeling and optimal-setting control of blending process in a metallurgical industry. *Computers and Chemical Engineering*, 33, 1289-1297.

Yang, T. & Hung, C. C. (2007). Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 23, 126–137.

Yilmaz, B. & Dagdeviren, M. (2011). A combined approach for equipment selection: F-PROMETHEE method and zero–one goal programming. *Expert Systems with Applications* 38, 11641–11650.

Yong, D. (2006). Plant location selection based on fuzzy TOPSIS. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 28, 839–844.

Yuen, K. K. F. & Ting, T. O. (2012). Textbook selection using Fuzzy PROMETHEE II method. *International Journal of Future Computer and Communication*, 1(1), 76-78.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338–353.

Zadeh, L. A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information Sciences*, 8, 199–249(I), 301–357(II).

Zeleny, M. (1967). Network analysis by dynamic programming technique. *Ekonomicko-matematicky obzor*, 3, 63-74.

Zeleny, M. (1982). *Multiple Criteria Decision Making*. New York, McGraw-Hill.

Zhang, R., Lu, J. & Zhang, G. (2011). A knowledge-based multi-role decision support system for ore blending cost optimization of blast furnaces. *European Journal of Operational Research*, 215, 194-203.

Zhi-hong, Z., Yi, Y. & Jing-nan, S. (2006). Entropy method for determination of weight of evaluating indicators in fuzzy synthetic evaluation for water quality assessment. *Journal of Environmental Science*, 18, 1020–1023.

Zhou, Z. K. & Chen, H. W. (2004). New research on burden calculation for raw mix slurry in production of alumina with sintering process. *World Nonferrous Metals*, 4, 41-45.

Zimmerman, H. J. (1996). *Fuzzy sets theory and its applications*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

Živković, Ž. (2014). Supervision of the external expert from Doctoral thesis of Alexander Biserov Peltekov, entitled: New possibilities for the process optimization in zinc hydrometallurgy.

## 8. PUBLIKACIJE KOJE SU PROIZAŠLE KAO REZULTAT ISTRAŽIVANJA PRIKAZANIH U DISERTACIJI

Radovi u časopisima:

a) Časopisi sa impakt faktorom:

**Savić M.**, Nikolić Đ., Mihajlović I., Živković Ž., Boyanov B., Đorđević P. Multi-Criteria Decision Support System for Optimal Blending Process in Zinc Production. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, doi: 10.1080/08827508.2014.962135, ISSN: 0882-7508 [IF 2013: 0.690]

Saopštenja na skupovima:

a) Skupovi međunarodnog značaja

**Savić M.**, Nikolić Đ., Živković Ž. Multi-criteria optimization of batch composition for the hydrometallurgical process of zinc production. 4<sup>th</sup> International Symposium on Environmental and Material Flow Management – EMFM2014, 31.10. – 2.11.2014., Bor, Serbia.

## BIOGRAFIJA

Marija Savić je rođena 23.11.1985. godine u Zaječaru, gde je završila osnovnu i srednju školu. Tehnički fakultet u Boru – studijski program Industrijski menadžment završila je 2009. godine, sa prosečnom ocenom 8.94 i 10 na diplomskom ispitu. Master studije je takođe završila na istom fakultetu 2010. godine sa prosečnom ocenom 9.85 i 10 na odbrani master rada. Po završetku master studija upisala je doktorske studije na Tehničkom fakultetu u Boru na studijskom programu Inženjerski menadžment, gde je položila sve ispite sa prosečnom ocenom 10.

Od februara meseca 2012. godine, zaposlena je kao asistent na Tehničkom fakultetu u Boru, Univerziteta u Beogradu, na grupi predmeta u užoj naučnoj oblasti inženjerski menadžment. Trenutno je angažovana na izvođenju vežbi iz predmeta: 1) Operaciona istraživanja 1, 2) Operaciona istraživanja 2, 3) Upravljanje rizikom i 4) Upravljanje promenama. Autor je ili koautor više radova saopštenih na nacionalnim i međunarodnim konferencijama i autor ili koautor nekoliko radova štampanih u časopisima.

U okviru aktivnosti na projektu *Resita Network*, učestvovala je na nekoliko letnjih škola: septembar 2012. – Međunarodna manifestacija „*Night and Day of the Entrepreneurship*“ (Ruse, Bugarska); oktobar 2012. – Međunarodni skup „*Summer School – Business Plan 2012*“ (Ljubljana, Slovenija); maj 2013. – Međunarodni skup „*Summer School – Social Entrepreneurship – Social Business Models*“ (Ohrid, Makedonija). Januara 2014. godine bila je na jednomesečnom studijskom boravku u Manhajmu (Nemačka), finansirano od strane DAAD fondacije, u cilju unapređenja naučno-istraživačkog rada u okviru doktorskih studija.

Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписана Марија Савић

број индекса 9/2011

### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Вишекритеријумска оптимизација састава шарже за хидрометалуршки поступак добијања цинка

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршила ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис докторанда**

У Београду, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Марија Савић

Број индекса 9/2011

Студијски програм Инжењерски менаџмент

Наслов рада Вишекритеријумска оптимизација састава шарже за  
хидрометалуршки поступак добијања цинка

Ментор Проф. др Живан Живковић

Потписана Марија Савић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предала за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис докторанда**

У Београду, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Вишекритеријумска оптимизација састава шарже за хидрометалуршки поступак добијања цинка

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предала сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучила.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

**Потпис докторанда**

У Београду, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

1. Ауторство - Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.