

Универзитет у Београду  
Електротехнички факултет

## НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ

**Предмет:** Реферат о урађеној докторској дисертацији кандидата Милана Костића, магистра електротехнике

Одлуком бр. 933/3 од 26.11.2014. године, именовани смо за чланове Комисије за преглед, оцену и одбрану докторске дисертације кандидата Милана Костића, магистра електротехнике, под насловом

### **Ефикасно електромагнетско моделовање засновано на ортогонализацији функција базиса и једначина методе момената**

После прегледа достављене Дисертације и других пратећих материјала и разговора са Кандидатом, Комисија је сачинила следећи

## РЕФЕРАТ

### 1. УВОД

#### 1.1. Хронологија одобравања и израде дисертације

1.11.2007. године кандидат Милан Костић је стекао звање магистра одбранивши магистарску тезу под насловом "Дијакоптика анализа антенских система" на Електротехничком факултету Универзитета у Београду.

20.11.2013. године кандидат је пријавио тему за израду докторске дисертације на Електротехничком факултету Универзитета у Београду под насловом "Ефикасно електромагнетско моделовање базирано на ортогонализацији функција базиса и једначина методе момената".

27.11.2013. године Комисија за студије трећег степена разматрала је предлог теме за израду докторске дисертације и сугерисало кандидату да реч базирано у наслову тезе замени речју засновано, што је кандидат прихватио.

4.12.2013. године Наставно-научно веће је именовало Комисију за оцену услова и прихватање теме докторске дисертације у саставу

- др Бранко Колунџија, редовни професор (ментор, Универзитет у Београду - Електротехнички факултет),
- др Миодраг Тасић, доцент (Универзитет у Београду - Електротехнички факултет)

- др Братислав Миловановић, редовни професор (Универзитет у Нишу - Електронски факултет).

17.6.2014. године Наставно-научно веће је прихватило извештај Комисије за оцену услова и прихватање теме докторске дисертације.

7.7.2014. године Веће научних области техничких наука Универзитета у Београду је дало сагласност на тему докторске дисертације (број одлуке 61206-3148/2014)

24.10.2014. године кандидат је предао докторску дисертацију на преглед и оцену.

12.11.2014. године Комисија за студије трећег степена потврдила је испуњеност потребних услова за подношење предлога Наставно-Научном већу Електротехничког факултета за формирање Комисије за преглед и оцену докторске дисертације.

18.11.2014. године Наставно-научно веће је на својој 780. седници донело одлуку о именовану Комисије у саставу (број одлуке 933/3 од 26.11.2014. године):

- др Бранко Колунџија, редовни професор (ментор, Универзитет у Београду - Електротехнички факултет),
- др Драган Олћан, ванредни професор (Универзитет у Београду - Електротехнички факултет)
- др Братислав Миловановић, редовни професор (Универзитет Сингидунум у Београду),
- др Милан Илић, ванредни професор (Универзитет у Београду - Електротехнички факултет),
- др Миодраг Тасић, доцент (Универзитет у Београду - Електротехнички факултет).

## 1.2. Научна област дисертације

Докторска дисертација под називом "Ефикасно електромагнетско моделовање засновано на ортогонализацији функција базиса и једначина методе момената" припада научној области Електротехника и рачунарство, ужа научна област Електромагнетика, за коју је матичан Електротехнички факултет у Београду.

Ментор кандидата је др Бранко Колунџија, редовни професор Електротехничког факултета Универзитета у Београду, члан Катедре за општу електротехнику и члан Групе за микроталасну технику. Ментор држи наставу из више предмета на основним, мастер и докторским студијама. Др Бранко Колунџија је аутор и коаутор већег броја радова у међународним часописима са импакт фактором, који га квалификују за вођење ове дисертације. Релевантни радови ментора су наведени при пријави теме дисертације кандидата.

## 1.3. Биографски подаци о кандидату

Милан Костић је рођен 01.06.1979. године у Пироту. Основну школу и природно-математички смер гимназије је завршио у Пироту. Носилац је дипломе "Вук Стефановић Караџић". Електротехнички факултет Универзитета у Београду је уписао 1998. године. Дипломирао је 06.09.2004. године на Смеру за телекомуникације Одсека за електронику, телекомуникације и аутоматику, са укупном просечном оценом 9.36. Дипломски рад "Прилог анализи сигнала импулсно Доплеровог метеоролошког радара" одбранио је са

Постдипломске студије је уписао 2004. године из области Примењена електромагнетика и оптоелектроника на Електротехничком факултету Универзитета у Београду. Све предмете је положио са оценом 10. Магистарски рад "Дијакоптичка анализа антенских система", који је радио под руководством проф. др Бранка Колунџије, је одбранио 01.11.2007. године. У свом раду кандидат је разрадио општи алгоритам за рачунање дијаграма зрачења произвољних антенских низова и система полазећи од дијаграма зрачења појединих елемената у тим низовима и системима.

Од фебруара 2007. године ради у фирми WIPL-D d.o.o. као стручни сарадник за истраживање и развој у области софтвера за електромагнетско моделовање антена, расејача, микроталасних компоненти и проблема електромагнетске компатибилности.

Током досадашњег научно-истраживачког рада кандидат је објавио један рад у врхунском међународном часопису (M21), један рад у истакнутом међународном часопису (M22) и девет радова на међународним скуповима штампаних у целини (M33). Ко-аутор је софтверских пакета *WIPL-D Pro* и *WIPL-D Pro Microwave*. Главни је аутор софтвера за анализу и пројектовање антенских низова *WIPL-D Array Designer*.

## 2. ОПИС ДИСЕРТАЦИЈЕ

### 2.1. Садржај дисертације

Дисертација садржи 202 странице, 56 слика и 20 табела. Садржај дисертације чини 9 поглавља, листа референци и 3 прилога. Називи поглавља су: 1. Увод; 2. Електромагнетско моделовање засновано на површинским интегралним једначинама и функцијама базиса вишег реда; 3. Итеративне методе за решавање система линеарних једначина; 4. Стандардни поступци за прекондиционирање система линеарних једначина; 5. Општи поступак прекондиционирања базиран на линеарном комбиновању функција базиса и тест функција; 6. Матрична еквилибрација; 7. Максимално ортогонализоване функције базиса; 8. Један нов поступак прекондиционирања базиран на линеарном комбиновању врста и колона матрице методе момената; 9. Закључак. Листа референци садржи 122 публикације. Називи прилога су: Прилог А. Норме вектора и матрица; Прилог Б. Лежандрови полиноми, Прилог Ц. Максимално ортогонализоване функције базиса у случају хексаедарских елемената.

### 2.2. Кратак приказ појединачних поглавља

У првом поглављу су дати предмет и значај истраживања, преглед релевантних радова у отвореној литератури, циљеви дисертације, полазни резултати, очекивани научни допринос, као и преглед садржај дисертације за наредна поглавља.

У другом поглављу је дата општа теорија електромагнетског моделовања заснованог на површинским интегралним једначинама и функцијама базиса вишег реда. Најпре је представљена интегрална једначина електричног поља, па онда интегрална једначина РМСНWT, и на крају један општи систем интегралних једначина различитог типа. Затим су дати основни елементи методе момената, као и општи облик ове методе примењен на систем интегралних једначина. Посебан нагласак је дат коришћењу Галеркинове тест процедуре, при чему је показано да се у случају система интегралних једначина састављених од једначине електричног поља и једначине РМСНWT адекватним скалирањем може добити симетрична матрица система. На крају је дат кратак приказ моделовања геометрије коришћењем жичаних и површинских елемената, као и приказ једноставних хијерархијских функција базиса вишег реда дефинисаних над овим елементима.

У трећем поглављу је дат преглед неких основних итеративних метода за решавање система

(Јакобијева, Гаус Зајделова и SOR метода), које представљају основу за разумевање сложенијих итеративних метода, али се ретко користе за решавање матричних једначина добијених применом методе момената на површинске интегралне једначине. Затим су представљене нестационарне линеарне методе, прво градијентне методе (а међу њима посебно метода коњугованих градијената), а затим методе засноване на Криловљевим потпросторима (а међу њима посебно метода GMRES). У овом поглављу је дискутован и оптималан избор итеративне методе за решавање матричних једначина добијених применом методе момената на површинске интегралне једначине. На крају поглавља је на нумеричком примеру показано да се у случају једноставних хијерархијских функција базиса вишег реда добија матрица врло високог кондиционог броја за чије је решавање потребан јако велики број итерација. Овим примером је показано да за ефикасно решење матричне једначине није довољно изабрати најбољу итеративну методу, већ се пре примене итеративног поступка мора извршити припрема матричне једначине путем неке врсте прекоондиционирања.

У четвртном поглављу су приказани неки од приступа који се најчешће користе за прекоондиционирање матричних једначина добијених применом методе момената на површинске интегралне једначине: разне варијанте непотпуне LU факторизације матрице, прекоондиционирање засновано на апроксимацији инверзне матрице и прекоондиционирање засновано на декомпозицији домена. На крају овог поглавља је на нумеричком примеру показано да су у случају једноставних хијерархијских функција базиса вишег реда стандардни прекоондиционери у великој мери неефикасни.

У петом поглављу је дата општа теорија прекоондиционирања базирана на линеарном комбиновању функција базиса и тест функција, односно врста и колона матричне једначине.

У шестом поглављу је прво представљена општа теорија матричне еквилибрације. Затим је приказано како се матрична еквилибрација може искористити за уједначавање величина извора и поља у систему површинских интегралних једначина и функција базиса различитог реда дефинисаних на елементима различите електричне величине. Посебна пажња је посвећена матричним еквилибрацијама које укључују сва ова уједначавања кроз уједначавање дијагоналних елемената матрице и уједначавање норми врста и колона матрице. На крају ове главе је на нумеричком примеру показано да се у случају једноставних хијерархијских функција базиса вишег реда кондициони број матрице система, као и број итерација за њено решавање, може знатно смањити коришћењем матричне еквилибрације, али да тако добијено итеративно решење по ефикасности и даље заостаје за директним решењем матрице.

У седмом поглављу је приказан нов поступак извођења максимално ортогонализованих функција базиса, који се базира на двостепеној примени Грам Шмитове ортогонализације. Посебно једноставан облик је демонстриран у случају када се полази од скоро ортогоналних функција базиса. Коришћењем овог поступка изведене су две варијанте рекурентних израза за максимално ортогонализоване функције базиса. У једној варијанти изрази су дати преко степених функција, а у другој преко Лежандрових полинома. На основу ових рекурентних израза табелирани су и нацртани изрази за максимално ортогонализоване функције базиса закључно са осмим редом. Посебно су табелирани тежински коефицијенти ових функција базиса, који задовољавају различите захтеве у погледу нормализације. Додатна пажња је посвећена конверзији развоја за струје изражених преко максимално ортогонализованих функција базиса у развоје изражене преко модификованих функција базиса. На крају поглавља је дат низ нумеричких примера којима се илуструје драматично смањење кондиционог броја и броја итерација у случају коришћења максимално ортогонализованих уместо једноставних хијерархијских функција базиса вишег реда.

У осмом поглављу је приказана нова метода прекоондиционирања симетричних матричних једначина базирана на линеарном комбиновању врста и колона матрице, која на једној страни тежи да што више ортогонализује те врсте и колоне, а на другој да што више смањи

модуле недијагоналних елемената. Посебна пажња је посвећена критеријумима за оптималан избор врста и колона које се комбињују, као и тежинских коефицијената, којима се те врсте и колоне множе у току комбиновања. На крају је дат низ нумеричких примера којима се илуструје ефикасност нове методе, без обзира да ли се примењује на максимално ортогонализоване или на једноставне функције базиса вишег реда.

У деветој глави су дати закључци уз смернице даљег развоја. На крају дисертације су након списка коришћене литературе дати и прилози релевантни за дисертацију.

### 3. ОЦЕНА ДИСЕРТАЦИЈЕ

#### 3.1. Савременост и оригиналност

Једна од најчешће коришћених метода у примењеној електромагнетици за потребе анализе и синтезе антена, анализе електромагнетске интерференције и компатибилности и пројектовања микроталасних кола у фреквентном домену је метода момената (Method of Moments - MoM) примењена на решавање површинских интегралних једначина поља (Surface Integral Equations - SIEs). У случају ове методе површинска расподела струја се апроксимира редом познатих функција базиса помножених непознатим коефицијентима, а систем површинских интегралних једначина се трансформише у систем линеарних једначина (матричну једначину) чијим се решавањем ти непознати коефицијенти одређују. Број непознатих коефицијената  $N$  расте са електричном величином и сложености структуре која се анализира. Са повећањем броја непознатих коефицијената меморијско заузеће и рачунарско време потребно за рачунање елемената матричне једначине расту са  $N^2$ . У случају када се за решавање матричне једначине користе директне методе (нпр. Гаусова елиминација или LU декомпозиција) време потребно за решавање матричне једначине расте са  $N^3$ . Одатле следи да је ефикасност решавања електромагнетског проблема као и максимална величина ових проблема, која се изражава бројем непознатих коефицијената директно ограничена меморијским ресурсима компјутера и временским ресурсима који стоје на располагању за симулацију. На другој страни, не само индустрија, него и наука, постављају захтеве за све бржим и тачнијим решавањем све већих и сложенијих електромагнетских проблема.

Постоји више начина да се редукују меморијски ресурси и време потребно за симулацију. Један начин је да се смањи број непознатих коефицијената потребан за жељену тачност, што се постиже пре свега коришћењем софистицираних функција базиса вишег реда уместо најчешће коришћених функција базиса најнижег реда. Други начин је да се уместо директних метода за решавање матричне једначине користе итеративне методе, код којих је време решавања сразмерно са  $MN^2$ , где је  $M$  потребан број итерација за добијање довољно тачног решења. Трећи начин је да се користе разне методе за компресију матричне једначине, са идејом да меморијско заузеће матрице буде сразмерно са  $N$ , а време рачунања једне итерације итеративног поступка са  $N \log N$ . Да би итеративне методе биле доиста ефикасније од директних потребно је да број итерација  $M$  буде много мањи од броја непознатих коефицијената  $N$ , што веома често није случај, и зависи од типа електромагнетског проблема који се решава. Како је спора конвергенција по правилу повезана са високим кондиционим бројем матрице, то се у задњих десет година у круговима оних који се баве електромагнетским симулацијама велика пажња посвећује развоју метода за прекондиционирање којима се смањује кондициони број матрице.

Потенцијално се највећа ефикасност очекује од комбинације функција базиса вишег реда и итеративних поступака решавања матричних једначина уз примену одговарајућих прекондиционера. Међутим, показује се да класичне хијерархијске функције базиса вишег реда резултују изузетно високим кондиционим бројем и да стандардни прекондиционери у том случају нису он неке помоћи. На другој страни познато је да се кондициони број у том

случају може знатно смањити ортогонализацијом класичних функција базиса вишег реда, а далеко у највећој мери коришћењем тзв. максимално ортогонализираних функција базиса вишег реда. Међутим, основна теорија максимално ортогонализираних функција базиса изведена пре ове докторске дисертације је била релативно компликована за примену и захтевала много више рачунских операција у процесу израчунавања системске матрице него што је то био случај са класичним функцијама базиса вишег реда.

У том смислу су доприноси кандидата, софистицирана теорија максимално ортогонализираних функција базиса, општи поступци еквilibризације матрица и нов начин прекондиционирања матрица базиран на истовременој ортогонализацији и врста и колона матрица, у самој су жици савремених истраживања, што је и потврђено објављивањем два рада у водећим међународним часописима, од којих је један у категорији M21, а други у категорији M22.

### 3.2. Осврт на референтну и коришћену литературу

Током израде дисертације кандидат је истражио постојећу литературу и као најрелевантније за тему дисертације навео 122 референце. Литература обухвата широк опсег доступних публикација, од фундаменталних до савремених. Литература укључује и публикације на којима је Милан Костић аутор, а које су директно проистекле из рада на дисертацији.

### 3.3. Опис и адекватност примењених научних метода

У току израде докторске дисертације коришћени су следећи поступци:

- Прикупљање постојећих знања објављених у отвореној литератури, а пре свега у часописима и зборницима радова који се баве електромагнетским моделовањем.
- Генерисање типичних матричних једначина, кондиционих бројева матрица и бројева итерација потребних за њихово решавање коришћењем комерцијалног програмског пакета WIPL-D Pro.
- Теоријска анализа прикупљених радова и емпиријских података и постављање хипотеза о начину решавања постављеног проблема.
- Развој и примена математичких метода за ортогонализацију функција базиса и врста и колона матричне једначине.
- Развој програмских модула и пакета у којима су имплементиране ортогонализоване функције базиса и алгоритми за ортогонализацију врста и колона матрице система.
- Компаративна анализа кондиционих бројева и број итерација потребних за решавање матричне једначине пре и после примене новоразвијених техника.
- Поређење ефикасности новоразвијених техника у смањењу кондиционог броја и броја итерација са стандардним методама прекондиционирања.

Успешно и ефикасно испуњење циљева истраживања потврђује да су примењени поступци адекватно коришћени. Посебно треба истаћи да су предложена решења испитана и верификована на великом броју примера што даје велику тежину у погледу њихове применљивости.

### 3.4. Применљивост остварених резултата

Коришћењем резултата до којих је кандидат дошао у својој дисертацији могуће се:

- значајно убрзати рад већ постојећих алгоритама и софтверских пакета за анализу и синтезу 3Д електромагнетских система
- значајно проширити скуп 3Д електромагнетских проблема за које је могуће добити тачне и стабилне резултате

Резултати овог истраживања већ се уграђују у комерцијални програмски пакет WIPL-D Pro.

### 3.5. Оцена достигнутих способности кандидата за самостални научни рад

У току израде докторске дисертације кандидат је обучен за уочавање проблема, постављање хипотезе за њихово решавање, систематску проверу постављених хипотеза и критичку анализу добијених резултата. Тиме је он стекао добре основе за самостални научни рад.

## **4. ОСТВАРЕНИ НАУЧНИ ДОПРИНОС**

### 4.1. Приказ остварених научних доприноса

1. Двостепена Грам-Шмитова процедура за конструкцију максимално ортогонализованих функција базиса дефинисаних на закривљеним четвороугаоним (површинским) елементима, које аутоматски задовољавају једначину континуитета струје на крајевима и спојевима елемената.
2. Проширење теорије максимално ортогонализованих функција базиса на закривљене жичане (линијске) и хексаедарске (запреминске) елементе.
3. Табелирање максимално ортогонализованих функција базиса за различите редове апроксимације изражених преко (1) степених функција и (2) Лежандрових полинома.
4. Извођење релација између максимално ортогонализованих функција базиса вишег реда и других типова функција базиса вишег реда.
5. Оптимално скалирање функција базиса, укључујући и ортогонализоване функције базиса, засновано у потпуности на вредностима елемената матрице методе момената.
6. Развој техника за симетрично прекондиционирање које се заснивају на ефикасној ортогонализацији врста и колона оригиналне матричне једначине.

### 4.2. Критичка анализа резултата истраживања

Појединачно за сваки од горе наведених доприноса се може рећи следеће:

1. Двостепена Грам-Шмитова процедура за конструкцију максимално ортогонализованих функција базиса омогућава једноставно одређивање таквих функција базиса коришћењем рекурентних формула, а не као што је то раније било потребно - коришћењем сложених рачунарских програма.
2. Проширење теорије максимално ортогонализованих функција базиса на жичане и хексаедарске елементе омогућава да се предности двостепене ортогонализације користе за све типове елемената у методи момената и методи коначних елемената.
3. Табелирање ортогонализованих функција базиса омогућава једноставну примену приликом прављења софтвера за електромагнетско моделовање.
4. Релације, којима се максимално ортогонализоване функција базиса представљају преко других једноставнијих типова функција базиса, омогућавају да се за ефикасно пост-процесирање користе већ постојећи алгоритми пост-процесирања.
5. Предложено оптимално скалирање функција базиса представља посебан случај матричне еквилибрације која је ефикаснија од свих претходно познатих начина еквилибрације.
6. Развој техника за симетрично прекондиционирање, које су засноване на ефикасној ортогонализацији врста и колона оригиналне матричне једначине, омогућава ефикасно смањење кондиционог броја матрице и броја итерација потребних за решавање једначине и у случају функција базиса вишег реда, где се стандардни прекондиционери нису показали ефикасним.

У целини гледано сви ови резултати доприносе смањењу кондиционог броја матрице методе момената и броја итерација потребних за решавање одговарајуће матричне једначине и знатно проширују скуп проблема 3Д електромагнетског моделовања који се могу решити са задовољавајућом тачношћу и у оквиру расположивих рачунарских ресурса.

#### 4.3. Верификација научних доприноса

##### Категорија M21:

- [1.] Kostic M.M., Kolundzija B.M.: Maximally Orthogonalized Higher Order Bases Over Generalized Wires, Quadrilaterals, and Hexahedra, *-IEEE Trans. on Antennas and Propagat.* vol. 61, no. 6, pp. 3135 - 3148, June 2013, (IF=2.459) (ISSN 0018-926X) (DOI: 10.1109/TAP.2013.2249036).

##### Категорија M22:

- [2.] Kolundzija B.M., Kostic M.M.: "Matrix equilibration in method of moment solutions of surface integral equations," *Radio Sci.*, vol. 49, no. 12, pp.1265-1276, Dec. 2014. (IF=1.45) (ISSN 1944-799X) (DOI: 10.1002/2014RS005536)

##### Категорија M33:

- [3.] Kolundzija B., Kostic M.: "Matrix Equilibration in Method of Moment Solutions of Surface Integral Equations", Proc. of the URSI Commission B 2013 Int. Symp. on Electromagnetic Theory, Hiroshima, Japan, pp. 147-150, 20-24 May 2013. (ISBN 978-4-88552-276-5).

Радови [1] и [3], укључујући и финалне верзије послате су пре 1. октобра 2013. године, односно пре ступања на снагу Одлуке о афилијацији коју је донело Наставно-научно веће Електротехничког факултета 16. априла 2013. године. Рад [2] представља проширену верзију рада [3], који је написан по позиву после конференције у Хирошими, те стога у њему нису мењане афилијације у односу на оне у раду [3].

## 5. ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

На основу изложеног Комисија констатује да докторска дисертација кандидата Милана Костића, магистра електротехнике, под насловом „Ефикасно електромагнетско моделовање засновано на ортогонализацији функција базиса и једначина методе момената“ испуњава све формалне и суштинске услове предвиђене Законом о високом образовању, као и прописима Универзитета у Београду и Електротехничког факултета.

Докторска дисертација Милана Костића садржи више научних доприноса, од којих су најважнији: 1) двостепена Грам-Шмитова процедура за конструкцију максимално ортогонализованих функција базиса, 2) оптимално скалирање функција базиса засновано у потпуности на вредностима елемената матрице методе момената и 3) развој техника за симетрично прекондиционирање које се заснивају на ефикасној ортогонализацији врста и колона оригиналне матричне једначине. У целини гледано сви ови научни доприноси омогућавају смањење кондиционог броја матрице методе момената и броја итерација потребних за решавање одговарајуће матричне једначине и знатно проширују скуп проблема 3Д електромагнетског моделовања који се могу решити са задовољавајућом тачношћу и у оквиру расположивих рачунарских ресурса. Током израде докторске дисертације, као и самом дисертацијом, кандидат је показао да је оспособљен за самостални научно-истраживачки рад.

Комисија предлаже Наставно-научном већу Електротехничког факултета да се докторска дисертација под насловом „Ефикасно електромагнетско моделовање засновано на ортогонализацији функција базиса и једначина методе момената“ кандидата Милана Костића, магистра електротехнике, прихвати, изложи на увид јавности и упути на коначно усвајање Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду.

Београд, 26. јануар 2015. године

#### ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

---

др Бранко Колунџија, редовни професор  
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

---

др Драган Олћан, ванредни професор  
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

---

др Братислав Миловановић, редовни професор  
Универзитет Сингидунум

---

др Милан Илић, ванредни професор  
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

---

др Миодраг Тасић, доцент  
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет