

**Универзитет у Београду**  
**Машински факултет**

**Драгољуб М. Спасић**

**Нумеричко моделовање ударних  
оштећења ваздухопловних структура**

**докторска дисертација**

**Београд, 2015**

**University of Belgrade**  
**Faculty of mechanical engineering**

**Dragoljub M. Spasić**

**Numerical modeling of impact damages  
in aeronautical structures**

**Phd dissertation**

**Belgrade, 2015**

**Комисија за преглед и одбрану:**

**Ментор:** Проф. др Слободан Ступар,  
Машински факултет у Београду

**Чланови Комисије:** Проф. др Александар Симоновић,  
Машински факултет у Београду

Проф. др Слободан Гвозденовић,  
Саобраћајни факултет у Београду

**Датум одбране:** \_\_\_\_\_ 2015

## **НУМЕРИЧКО МОДЕЛОВАЊЕ УДАРНИХ ОШТЕЋЕЊА ВАЗДУХОПЛОВНИХ СТРУКТУРА**

### ***Резиме***

У току експлоатације ваздухоплова могу се јавити и ударна оштећења структуралних елемената насталих ударом страног тела и изазвати озбиљна оштећења. Дисертацијом су обухваћене савремене методе моделирања ударних оштећења које се базирају на комбинованој примени метода развијених теоријским, експерименталним и нумеричким средствима. Нумеричким методама су анализирани различити типови удара. Дефинисани нумерички модели су примењени за анализу нормалних и косих удара пројектила различитих облика врхова о челичне, алуминијумске и сендвич структуре за широки интервал брзина удара. За извршене анализе коришћене су различите дебљине препрека (Weldox челична плоча од 6 до 20 mm, алуминијумска од 10 до 25 mm). Комбиновањем нумеричке анализе, теоријских резултата и експерименталних испитивања остварен је шири увид у процесе који се дешавају при ударним оштећењима на различитим структурама ваздухоплова. Представљена метода за симулацију балистичког утицаја на керамичко-металне препреке, пружа могућности за брз прорачун балистичких граничних брзина излазних брзина, те се показала као користан алат за пројектовање керамичко-металне сендвич структуре. У току истраживања примењене су нумеричке методе засноване на методи коначних елемената (МКЕ) и методи која се заснива на спреси методе хидродинамике глатких честица и методе коначних елемената (СФМ). Обе методе могу да предвиде одговарајуће облике лома, природне брзине пројектила и балистичке граничне брзине у поређењу са онима запаженим у претходно објављеним анализама за случајеве удара различитих облика врхова пројектила, при чему постоје границе примене једне и друге методе.

Сprovedена су експериментална испитивања ради утврђивање узрока оштећења (прелома) звездастог сепаратора виталног дела структуре двоцевног ваздухопловног топа, који се догодио у току дејства. За добијање резултата

коришћене је метода коначних елемената (МКЕ), нумеричке анализе, мерење тврдоће, мерење енергије удара, хемијска анализа и фрактографска испитивања.

**Кључне речи:** Ваздухоплов, ваздухопловне структуре, удар, ударна оштећења моделовање пројектил, панцирни пројектил, пенетратор, продор пројектила, пенетрација, пробојност, балистичка заштита.

**Научна област:** Машинство

**Ужа научна област:** Ваздухопловство

**УДК:** 629.762(043.3)/ 623.565.3(043.3)

## **NUMERICAL MODELLING OF IMPACT DAMAGES IN AERONAUTICAL STRUCTURES**

### ***Abstract***

During the aircraft exploitation serious damage may appear as a consequence of a foreign body impact. In this dissertation modern methods for modeling of impact, based on the combined use of methods developed by theoretical, experimental and numerical means are researched. Different types of impacts are numerically analyzed. The defined numerical models are applied in analysis of normal and oblique impacts of steel, aluminium and sandwich structures by projectiles with different nose shapes and for a wide impact velocity interval. In the analysis different barrier thickness is used (Weldox steel plate from 6 to 20 mm, aluminium plate from 10 to 25 mm). Combining the numerical analysis, theoretical results and experimental investigations a wider insight in the impact damage processes of different aircraft structures is achieved. The presented method for simulation of the ballistic influence on ceramic/metal barriers provides the possibility for fast computation of the ballistic limit and residual velocities and therefore proved to be a useful tool for design of ceramic/metal sandwich structures. During the research numerical methods based on the finite element method (FEM) and the coupling of FEM and the smoothed particle hydrodynamics method (SPH) have been used. Both methods can predict the fracture shapes, residual velocities and ballistic limits in comparison with results observed in previously published analysis for cases of impacts with different projectile nose shapes, wherein there are limitations of the use of one or the other method.

Experimental investigations are conducted in order to determine the cause of damage (fracture) of a star separator, vital part a double pipe aerial cannon, which happened during the cannon operation. For obtaining the results finite element method (FEM), hardness measurements, impact energy measurements, chemical analysis and fractographic investigations are used.

**Keywords:** Aircraft, aircraft structures, impact, impact damage, projectile, penetration, penetrability, ballistic armour

**Scientific discipline:** Mechanical engineering

**Scientific subdiscipline:** Aerospace engineering

**UDC:** 629.762 (043.3)/ 623.565.3 (043.3)

## САДРЖАЈ

1.	УВОД	1
1.1	Уводна разматрања	3
1.2	Досадашњи резултати истраживања	5
2.	ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА УДАРА И УДАРНИХ ОШТЕЋЕЊА	9
2.1	Удар пројектила о еластичну структуру	12
2.2	Удар о дебеле препреке	16
2.3	Удари пројектила велике брзине о изотропне структуре	16
2.4	Моделовање својстава материјала при ударима велике брзине	21
2.5	Моделови лома (отказа)	24
3.	УДАР О СЕНДВИЧ СТРУКТУРУ	30
3.1	Врсте сендвич структура	30
3.2	Удар сендвич структура при малим брзинама	31
3.3	Удар о керамичко-металне сендвич структуре	32
4.	КОСИ УДАР ПРОЈЕКТИЛА О ТВРДЕ ПРЕПРЕКЕ	38
4.1	Моделовање косог удара	39
5.	НУМЕРИЧКО МОДЕЛОВАЊЕ УДАРА ПРОЈЕКТИЛА	44
5.1	Продор пројектила при великим брзинама	44
5.2	Конститутивни модел	45
5.3	Моделовање материјала	48
5.4	Нумеричка анализа	49
5.5	Анализа утицаја различитих улазних параметара на резултате нумеричких прорачуна	56
5.6	Анализа перфорације weldox 460Е челичних плоча	59
5.6.1	Перфорација тупим пројектилом СФМ методом	59
5.6.2	Перфорација тупим пројектилом ФЕМ методом	62
5.6.3	Упоредна анализа ФЕМ и СФМ методе	68
5.7	Перфорација AA5083-X116 алуминијумских плоча	71
5.8	Перфорација пројектила разних геометрија врхова	75
5.9	Нумеричко анализа удара сендвич структура	84
5.10	Конститутивни модел керамичке плоче	85
5.11	Резултати испитивања нормалног и косог удара	88



6.	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА АНАЛИЗА УЗРОКА УДАРНОГ ОШТЕЋЕЊА	96
6.1	Уводна анализа	96
6.2	Уводна анализа ударног оштећења	97
6.3	Нумеричка анализа	100
6.4	Експериментални резултати испитивања	103
6.5	Макрофрактографски и микрофрактографски преглед	103
6.6	Металографско СЕМ испитивање	107
6.7	Испитивање хемијског састава	109
6.8	Испитивање тврдоће материјала	111
6.9	Испитивање енергије удара	112
6.10	Испитивање микроструктуре	113
6.11	Анализа резултата узрока лома	117
7.	ЗАКЉУЧАК	118
7.1	Резултати истраживања	118
7.2	Научни допринос истраживања	122
7.3	Препоруке за будући рад	123
8.	ЛИТЕРАТУРА	124

## ПОПИС ОЗНАКА И ОДГОВАРАЈУЋИХ СИМБОЛА

Симбол	Значење
$V$	брзина кретањатела
$M, m$	маса тела
$I$	импулс
$e$	кофицијент удара (реституције)
$t$	време
$t_s$	времеудара (реституције)
$F$	укупна контактна сила
$k$	кофицијент крутости
$x, y, z$	координате
$L$	даљина
$E$	енергија савијања (увијања)
$\lambda$	кофицијент нелинеарности
$\omega$	фреквенција испуштања
$P$	контактна сила потиска
$L$	дужина
$\sigma$	напон
$\varepsilon$	кофицијент нелинеарности
$D_f$	крутост савијања површине
$\theta$	угао нагиба мете
$E_c$	потенцијална кинетичка енергија
$T$	температура
$T_{top}$	температура топљења
$T_{at}$	собна температура
$R$	пречник
$\sigma_e$	Фон Мизесов напон
$\rho$	густина материјала
$u_{ij}$	убрзање
$f$	фреквенција истезања
$\mu$	кофицијент трења
$W$	функција поравнања језгра

$h$	дужина поравнања
$t_1$	температура реакције
$p_c$	притисак у зониконтакта
$v_c$	специфична запремина утачки
$\varphi$	угао нагиба пројектила
$v$	брзина честица
$g$	убрзање слободног пада
$e_i$	енергија по јединици масе честице
$S$	површина маеријала
$N$	Њутн
$U$	кинетичка енергија
$U_b$	апсорбована кинетичка енергија
$U_c$	локална кинетичка енергија
$m_s$	модална маса
$k_s$	модална крутост структуре,
$J$	тензор напона,
$D_c$	степен оштећења при отказу
$\varepsilon_r$	аксијална деформација при иницијалном оштећењу
$\varepsilon_D$	аксијална деформација при отказу
$\nu$	Поасонов коефицијент
$\sigma_{eq}$	ефективни напон
$\sigma_H$	нормални напон
$\dot{\varepsilon}^*$	бездимензиона брзина деформације
$\Omega$	компактни под-домен утицаја

## 1. УВОД

Појава првих оштећења ваздухопловних структура везана је за почетак производње и употребе ваздухоплова. До оштећења ваздухопловних структура долазило је и услед различитих ударних оштећења. Први ваздухоплови за цивилне потребе у Енглеској су рађени по узору на ратне бомбардере, али за разлику од бомбардера који су имали радни век од око 5.000 сати, цивилни ваздухоплови су захтевали радни век од преко 30.000 сати лета. С тим у вези вероватноћа појаве ударних оштећења је била већа као и појава замора материјала.

Ради предупређења настанка оштећења ваздухоплова 1945. године М. А. Минер израдио је критеријум линеарног кумулативног оштећења којег је још 1924. предложио Енглески научник Палмгрен [1]. Код ове хипотезе полази се од чињенице да неки елемент код процеса рада, витални део изложен оптерећењу апсорбује рад, који се онда користи као мера за проценат оштећења микрокристалне структуре материјала.

Током 1948. године почело је пројектовање ваздухоплова које је дизајнирао је Хавиланд па су их по њему називали де „Navillandovi“ ваздухоплови серије "Comet" који су били први комерцијални авиони на млазни погон западног порекла и имали су радну висину дупло већу од савремених ваздухоплова на клипни погон. Тако да је забележено 1954. године да су се два "Cometa" срушила због ломова трупа авиона у близини отвора за прозоре.

Почетком педесетих година појавиле су се сумње у Минерово правило, али је то могло бити проверено тек кад су пронађени уређаји за мерење напрезања и ударних оштећења ваздухоплова. Ти уређаји су дали велики допринос истраживању утицаја замора материјала и узрока ударних оштећења, који су омогућили испитивања под стварним оптерећењима узорака, компоненти и читавих механичких структура.

Крајем тог раздобља извођено је много испитивања, настанка пукотина и доста је хипотеза развијено без кориштења механике лома. Мансон С. С., [2] и Л. Ф. Кофин 1954. године [3] описали су понашање метала под цикличким нееластичним амплитудама деформацијама помоћу формуле с четири параметра. Параметри креирају нискоциклички замор који карактерише релативно мали број циклуса при променама температура којим су подвргнути делови различитих

материјала од којих су изграђене конструкције ваздухоплова и постављају темеље данашњих истраживања ударних оштећења и замора путем анализе деформација.

Због учесталих ваздухопловних несрећа 1974. године, Војно ваздухопловство САД-а донело је нове структурне захтеве за толеранцију оштећења код којих се претпоставља постојање оштећења на свим критичним тачкама структуре. Та оштећења могу бити узрокована на различите начине, између осталог постанак оштећења може бити и удар птице, удар спољних предмета, експлозија сопственог наоружања или ноचेкивано експлоатационо оптерећење. Произвођач ваздухоплова мора рачунски и испитивањем доказати да у оштећеном стању постоји додатна издржљивост и статичка чврстоћа (толеранција оштећења).

Из досадашњих истраживања закључује се да удари у одређене ваздухопловне структуре узрокују оштећења, чија је карактеризација екстремно захтевна и сложена. Постоје аналитички, експериментални и нумерички приступи анализи механизма настанка и развоја тих оштећења. Током дугогодишњег рада на испитивању, одржавању и припреми наоружања за дејство ватреним наоружањем борбених ваздухоплова уочена су различита ударна оштећења на ваздухопловним структурама. Оштећења су настајала због застоја и остатка неиспаљених граната у уводнику топа у неутралном положају између цеви топа. Због специфичности рада топа и његовог положаја у односу на носну ногу за ваздухоплове који наоружани топом испод трупа. Удари настају у току повратака ваздухоплова са извршавања бојевог гађања због неконтролисаног опаљења приликом и вожње по рулним стазама. Детаљним истраживањем утврђени су различити узроци који су доводили до неконтролисаног дејства као што су оштећења и лом делова структуре ваздухоплова и делова топа (уводник граната, карике реденика, ударника, гасног компезатора и звездастог сепаратора и сл.). Ради спречавања настанка случајних опаљења на ваздухопловним структурама вршене су различите промене које су довеле до смањења таквих појава. Међутим и поред спровођења измена и даље је долазило до застоја топа након дејства и настанка случајних опаљења топа и то најчешће због лома звездастог сепаратора. Из наведеног разлога у овој дисертацији пажња је усмерена на изналажење узрока

настанка оштећења и лома ваздухопловних структура. При томе, неопходно је проценити узрок настанка и толеранцију већ присутног ударног оштећења. Сви развијени модели ударних оштећења, са одређеном тачношћу, апроксимирају настало ударно оштећење (прскање структуре, лом делова структуре и пробијање структуре), што зависи од бројних утицајних параметара.

### **1.1 Уводна разматрања**

Борбени ваздухоплови су, током лета и у борбеним дејствима, најчешће изложени оштећењима намерним дејством или случајног карактера. Оштећења намерним дејством на ваздухопловне структуре су очекивана, јер се изводе борбена дејства ракетама или авиобомбама (слика 1.) или ватреним наоружањем (слика 2.), док су ударна оштећења случајног карактера ређа, али могу имати велики утицај на интегритет структуре ваздухоплова. Таква оштећења случајног карактера, која некада не морају да буду приметна, могу допринети лаганом разарању елемената структуре. Моделовање настанка и ширења оштећења код компонената и структура које су иначе оптерећене променљивим оптерећењима током лета, је један од најтежих проблема који је потребно решавати приликом анализе чврстоће структуре при дејству и након дејства.

Досадашња искуства показују да је велики проценат оштећења структура који се догодио проузрокован случајним ударним дејством сопственог ватреног или неког другог наоружања. Реални проблеми настали као последица случајних ударних оштећења представљају област која је била и која ће наставити да буде предмет истраживања како са теоријског тако и практичног аспекта. У последњих неколико година публикован је велики број радова из области балистичке пенетрације. Неки од њих садрже детаљне описе и дају одређене препоруке за различите инжењерске моделе и нумеричке технике. Активности на развоју нових модела процеса удара пројектила и његове пенетрације у различите препреке сада су врло изражене. Бројна истраживања су у завршним фазама и резултати из њих се непрекидно појављују у литератури.



*Слика 1- Оштећење ваздухопловних структура гелерима авио-бомбе*



*Слика 2 - Оштећење ваздухопловних структура ватреним пројектилом*

## 1.2 Досадашњи резултати истраживања

Велики напор се чини дужи низ година у циљу истраживања механизма настанка и ширења оштећења услед удара као и развитка прорачунских метода које ће на адекватан начин описивати појаве које су последица дејства ударних оптерећења на ваздухопловне структуре. Сматра се да би правилно спознавање узрока настанка ударног оштећења требало да обезбеди најефикаснији пут како код увођења побољшања приликом пројектовања елемената структура, тако и приликом развоја бољих метода помоћу којих је могуће пратити и анализирати оштећења настала услед удара пројектила или неког другог страног тела.

Неколико истраживача је закључило да су облици оштећења под утицајем растуће перфорације, и они добијени из тестова статичког удара идентични и да се могу искористити за моделирање и предвиђање брзих балистичких утицаја и пенетрације. Треба знати да ударна оштећења од пројектила и процеса пробијања је незамислив без свестраних експерименталних испитивања, док су теоријска истраживања мултидисциплинарна, будући да обухватају велики део механике крутог и деформабилног тела (отпорност материјала, теорију еластичности и пластичности, простирање таласа деформације итд.).

Голдсмит ет ал. [4] су вршили експериментална и аналитичка истраживања квазистатичке и балистичке перфорације таласастих Т-300/934 епокси мембрана од стране цилиндрично-конусног пројектила. Установљено је да су механизми оштећења били изражени кроз ширење пукотина, лом влакана, листање, деламинација и повећање улазне рупе пројектила.

Сун ет ал. су [5] вршили процену криве удара из експеримената квази-статичког удара и користили криву удара као „структурални конститутивни модел“ за добијање нелинаерности током великих брзина и пенетрације графитно епоксних мембрана разних дебљина и величина. У раду кроз експериментална истраживања су потврдили да су динамички рад и енергија перфорације већи од статичких за исту дебљину узорка плоче, док су облици оштећења исти или слични код проверених узорака два различита случаја.

Ли и Сун [6] су описали процес пенетрације графичко епокси мембране употребом модела базираног на испитивању квази-статичких удара. У раду су



идентификовани главни механизми оштећења мембрана. Извршена је анализа методом коначних елемената у циљу анализе процеса пенетрације. Добијена је сагласност нумерички и експериментално испитиване зависности деформација од оптерећења.

Волт, А. [7] је истраживао понашање влакана металног ламината услед балистичке пенетрације, која се понаша квази статички при малој брзини, употребом конусних и оживалних пројектила. Истраживањем је дошао до података да је апсорбована енергија при малим брзинама балистичке перфорације већа него код спроведеног експеримента кидања квазистатичким оптерећењем.

Ursenbach et al. [8] је испитивао квази статичку реакцију CFRP мембране (плоче) употребом комбинованих експерименталних и аналитичких метода. У току испитивања идентификована су два главна облика оштећења која су узрокована деламинацијом и отпадањем током пенетрације цилиндричних пројектила. Експериментом је потврђено да кидање квазистатичким ударом (QS-PS) као механизмом оштећења и да представља функцију подршке ширења тих оштећења.

Себастијан Хеимбс се у раду „*Bird Strike Simulations on Composite Aircraft Structures*“ [9] бавио истраживањем издржљивости композитних материјала при удару меких летећих објеката (птица). Посебна пажња у истраживању посвећена је нумеричком моделирању и симулацији оптерећења при ударима великих брзина о композитне структуре у софтверском пакету ABAQUS/Explicit.

У раду који је објавио *Abrate S., Modeling of impacts on composite structures*“ [10], приказани су утицаји који страни објекти приликом удара могу имати на композитне структуре, као и последице које настају након удара и да ли настала оштећења смањују носивост структуре. Резултати из овог рада потврдили су да једноставни модели могу дати увид у проблем удара и да буду ефикасни, али имају ограничену примењивост. Сложени модели могу имати ширу примену, али захтевају дефинисање већег броја параметара за моделирање и веће рачунарске ресурсе.

У научном раду који су објавили *Раде Вигњевић* и *Ненад Ђорђевић* „*Моделирање брзог удара на угљеничне композитне материјале*“ [11], анализирано је моделирање пропагације удара, еволуција оштећења и лом код

ортотропних материјала који су изложени интензивном динамичком оптерећењу. Предмет истраживања су композитни ламинати са карбонским влакнима. Развијен је модел који је делом верзија Tuler-Bucher критеријума [12] и имплементиран је у нелинеарни код DYNA 3D.

Дарко Иванчевић је у докторској тези „Нумеричко моделирање оштећења у зракопловним конструкцијама“ [13] разматрао удар птица у делове конструкције ваздухоплова (крила, преткрила, закрила). Разматране су конструкције израђене од угљених композита (CFRP), сандвичаи алуминијских легура 2024 и 7075. Моделирање удара птице извршено је кориштењем спрегнуте Ојлер–Лангранж анализе.

У раду који је објавили М.А. Iqbal, N.K. Gupta and G.S. Sekhon „Behaviour of Thin Aluminium Plates Subjected to Impact by Ogive-nosed Projectiles“ [14] су истраживали понашање танке алуминијумске плоче (1 mm) подвргнуте ударом челичним пројектилом са ојвалним врхом. Експеримент је спроведен дејством са брзинама већим од граничне балистичке брзине. Експериментални резултати представљали су основу за моделирање феномена перфорације користећи методу коначних елемената рачунарски програм ABACUS. Моделовање материјала вршено је применом Johnson-Cook-ових конститутивних модела за чврстоћу и лом материјала.

Алексовски В.П. у раду „Penetration of a rod into a target at high velocity“ [15] описао је општи оквир за пенетрацију пројектила у круте препреке. Дати су оквири примене нумеричке симулације користећи методе за предвиђање процеса пенетрације, анализиран отпор продирања пројектила у функцији круте површине у односу на брзину пројектила. Модели оштећења од удара различитих пројектила у различите структура (циљне плоче) разматрани су стандардном методом коначних елемената при различитим брзинама пројектила. Упоредна анализа је потврдила поклапање планираних и добијених података коначних дубина продирања пројектила са добијеним одговарајућим експерименталним подацима.

G.Wei and W. Zhang у раду „Perforation of thin aluminum alloy plates by blunt projectiles, an experimental and numerical investigation“ [16] објавили су резултате истраживања базираних на експериментима и нумеричким симулација удара пројектила о алуминијумске плоче. Анализирани су удари равних челичних

пројектила гасном пушком калибра 12.7 mm, о алуминијуску плочу (легура 7А04) дебљине 3.3 mm, са почетном брзином од 90~170 m/s. Добијена је гранична балистичка брзина. Примећена су оштећења у облику истискивања дела плоче и видљивих деформација у широј зони удара плоче. Рађене су одговарајуће 2D симулације удара применом методе коначних елемената спроведене применом софтвера ABAQUS/EXPLICIT у комбинацији са експерименталним тестирањем својстава материјала.

Валидност нумеричких симулација је потврђена упоређивањем са експерименталним резултатима. Извршена је детаљна анализа облика ломова на плочама ради утврђивања механизма оштећења у комбинацији са нумеричком симулацијом.

## **2. ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА УДАРА И УДАРНИХ ОШТЕЋЕЊА**

У циљу одређивања последица ударних оштећења, потребно је извршити уводна разматрања динамике одзива различитих ваздухопловних и других структура под различитим врстама динамичких удара или удара страног тела као и питања везана за развој инжењерских модела за анализу таквих догађаја.

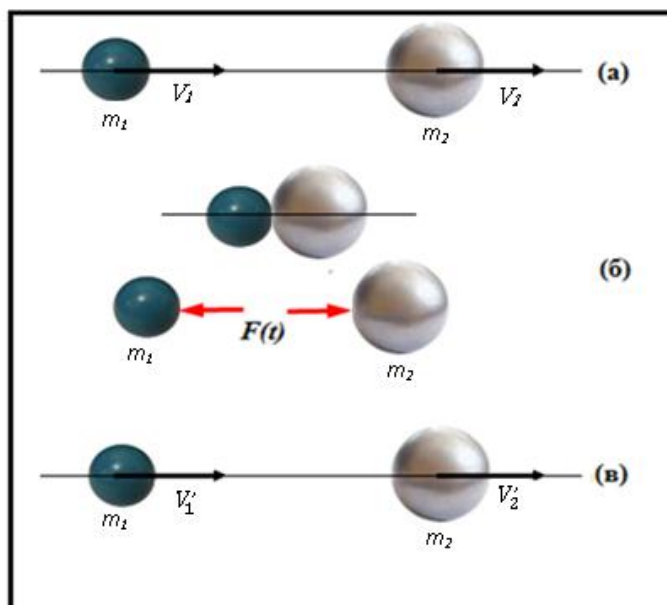
Удар страног тела, пада алата или неких летећих делова може узроковати значајно оштећење различитих металних и неметалних структура. Када се подвргну удару, ваздухопловне структуре ће вероватније бити више оштећене у поређењу са сличним структурама које се спорије крећу или мирују, а направљене су од истих металних или композитних структура. Обично, се дешава да оштећење буде у унутрашњости структуре и да се не може установити визуелним прегледом. Оштећење се може развијати под оптерећењем и може значајно смањити капацитет носивости структуре. Ваздухопловне структуре могу бити металне или композитне структуре, а удари се могу дешавати у широком интервалу брзина. Имајући у виду својства материјала и могуће динамичке и кинематске услове, методе и приступ моделирања удара може се битно разликовати по уведеним претпоставкама за извођење потребних једначина. На пример, за ударе при малим брзинама и еластичне материјале могуће је применити једнодимензијске моделе са једним или више степени слободe коришћењем опруга и пригушивача којима је могуће моделирати понашање материјала. С друге стране, при нееластичним ударима великих брзина и са материјалима који испољавају пластична својства, основне претпоставке модела се битно разликују, те су и модели потпуно другачији. У оквиру аналитичких модела користе се претпоставке којима се проблем упрошћава до нивоа који омогућава постављање одговарајућих једначина. И поред тога уводе се константе чије су вредности емпиријски утврђене за одређене врсте материјала и класе проблема. Уобичајене претпоставке су да је утицај удара локализован, тј. да је утицај пројектила на препреку ограничен на домен који је приближно једнак калибру пројектила, тела пре удара нису изложена оптерећењима, померања крутих тела су занемарљива, утицај топлоте је занемарљив (топлота која потиче од трења, ударног таласа или промена у саставу материјала). Ове претпоставке су

валидне за широк интервал брзина удара које се срећу у инжењерској пракси, осим за брзине блиске граничној брзини.

Најједноставији случај еластичног удара представља удар крутог тела о друго круто тело. Под крутим телом подразумевамо материјални систем са дефинисаним распоредом масе код кога се растојања између тачака система не мења под деловањем спољашњих и унутрашњих сила. За поменути материјални систем могу се поставити једначине одржања количине кретања, одржања масе и одржања енергије.

Удар или судар представља тренутни контакт два тела током њиховог кретања. Удар је контакт покретног тела са непокретним, а судар је контакт два покретна тела. Удар је веома краткотрајно механичко дејство између два објекта. У теорији удара се као мера механичког узајамног дејства тела која се сударају узима ударни импулс ( $I$ ) или импулс ударне силе [17].

Посматрајмо директан централни судар између два тела масе  $m_1$  и масе  $m_2$ , са брзинама тела непосредно пре удара  $V_1$  и  $V_2$  где је ( $V_1 > V_2$ ) (слика 3) и брзинама тела непосредно после удара  $V'_1$  и  $V'_2$  које задржавају исти смер као и пре судара.



(a)- пре удара; (б)- у тренутку удара; (в)- после удара

Слика 3. Удар између два крута тела

У складу са законом о промени количине кретања, за оба тела заједно, непосредно после и непосредно пре удара може се уочити да независно од врсте судара, количина кретања тела остаје непромењена и добија се да је:

$$(m_1V_1' + m_2V_2') - (m_1V_1 + m_2V_2) = 0 \quad (2.1)$$

где је дат однос између брзина два тела, пре и након удара.

Коефицијент удара је количник релативне вредности разлике брзина тачке удара оба тела у правцу нормале непосредно после удара ( $V_2' - V_1'$ ) и брзина тачке удара оба тела у правцу нормале непосредно пре удара ( $V_1 - V_2$ ).

Односно

$$e = \frac{V_2' - V_1'}{V_1 - V_2} \quad \text{за } e \in [0,1] \quad (2.2)$$

Овде нема апсолутних вредности бројилац је  $> 0$ , за случајеве када је мањи од нуле тело **A** би прошло кроз тело **B**, док је именилац такође  $> 0$  јер у супротном не би ни дошло до удара. Коефицијент удара или коефицијент реституције је реалан број који се налази у затвореном интервалу  $(0,1)$ . Како кинетичка енергија након удара не може бити већа од почетне кинетичке енергије, може се показати да коефицијент удара мора бити мањи или једнак јединици. Када је  $e = 1$ , нема губитка кинетичке енергије и сматра се да је удар еластичан. Граничне вредности коефицијента удара су  $e = 0$  идеално пластичан удар [18-20]. Реалан удар (или судар) је када је  $e \in (0,1)$ .

Једначина одржања кинетичке енергије може бити написана као:

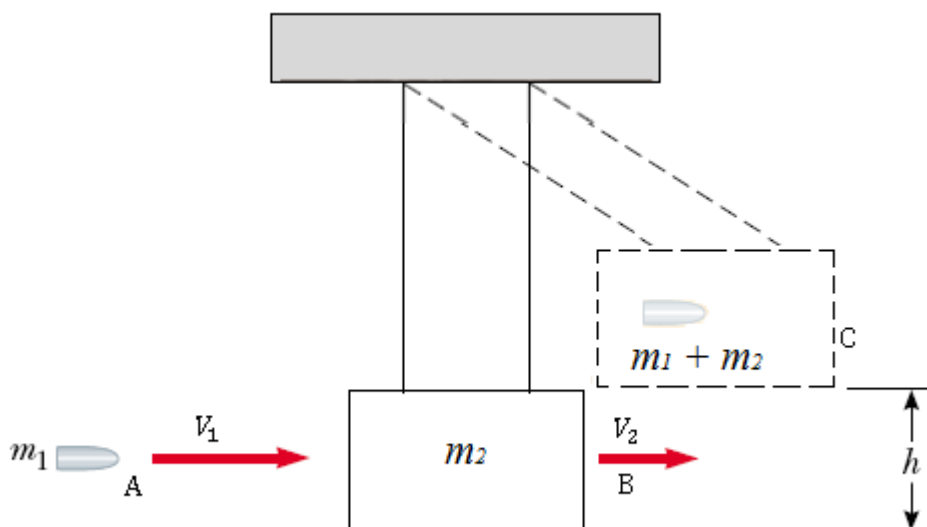
$$\frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 = \frac{1}{2}mV_1'^2 + \frac{1}{2}mV_2'^2 + A_d \quad (2.3)$$

Рад деформације потиче од еластичних и нееластичних деформација.

Пример савршено нееластичног удара може се приказати ако посматрамо удар пројектила о металну препреку у виду клатна (слика 4). У складу са законом о количини кретања након удара метка о металну препреку добијамо да је:

$$m_1V_{1A} = (m_1 + m_2)V_{2B} \quad (2.4)$$

Ако посматрамо удар пројектила о металне структуре (мету), разлика између иницијалне и преостале кинетичке енергије пројектила након балистичког удара описује износ апсорбоване кинетичке енергије пројектила потрошену на деформацију при удару о масивни блок (мету). Где нам брзина  $V_{1A}$  представља брзину пројектила,  $m_1$  масу пројектила,  $V_{2B}$  брзина мете и  $m_2$  маса мете.



Слика 4. Нееластични удар пројектила о препреку

За ударе при малим брзинама и за различите материјале елемената структуре ваздухоплова може се применити једноставан модел под претпоставком да структура одговара на квази-статички начин и моделирана је опругом о коју потом удара круто тело масе  $m$ . Овај једноставни модел пружа процену узрока промене контактне силе у времену и даје увид и утицај неколико параметара при удару: брзина удара, маса ударног објекта, контактна сила и крутост пројектила. Поменути модел је формулисан у аналитичком облику и може бити веома једноставно проширен како би узео у обзир факторе као што су тежина пројектила, маса препреке, нелинеарност услед великих померања, унутрашње пригушење и оштећење препреке. Овакви модели пружају увид у основне феномене при удару малим брзинама и уз емпиријске корекције могу бити од значаја за инжењерске прорачуне.

## 2.1 Удар пројектила о еластичну структуру

Посматрајући удар пројектила масе  $m_0$  линеарну еластичну структуру, препоставимо да се структура дефинише на квази-статички начин. У тренутку удара, деформација структуре биће директно пропорционална померању тако да се структура може моделирати као опруга крутости  $k$  која се може одредити из експеримената или нумерички. Једначина кретања система масе и опруге са

једним степеном слободe приказано на слици 5. Одговарајућа диференцијална једначина кретања у правцу осе била би где је

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2.5)$$

Са почетним условима  $x(0) = 0$  и  $\dot{x}(0) = V$ .

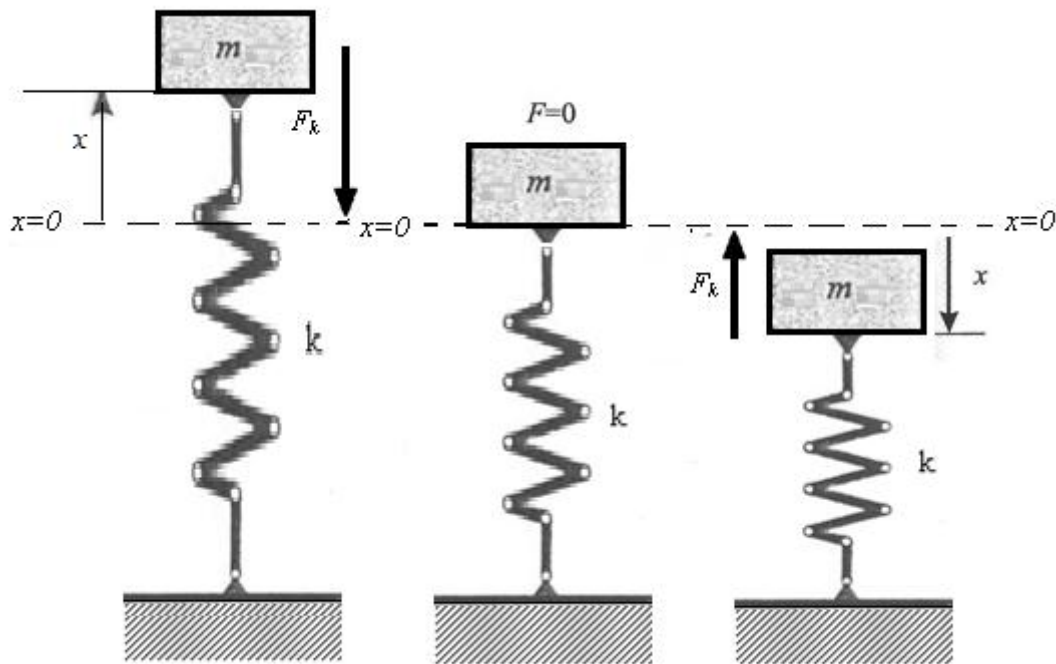
Решавање овог проблема почетне вредности добија се зависност контактне силе у функцији времена  $t$  као:

$$F = kx = V\sqrt{mk} \sin \omega t \quad (2.6)$$

за  $0 \leq t \leq T_s$ .

Трајање контакта и максимална контактна сила дате су као

$$T_s = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{и} \quad F_{max} = V\sqrt{km} \quad (2.7)$$



Слика 5. Модел система масе и опруге са једним степеном слободe [21]

Различити материјали од којих се састоје ваздухопловне структуре генерално имају одређену количину пригушења. Користећи системе са једним степеном слободe са пригушењем, једначина кретања Петерса [22] има облик:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0, \quad (2.8)$$

Са почетним условима  $x(0)=0$  и  $\dot{x}(0) = V$ .



Дефинисањем непригушене природне фреквенције  $\omega = \sqrt{k/m}$  односно пригушења  $\eta$ , из израза  $c/m = 2\omega\eta$ , решење једначине је датаокао:

$$x = \frac{V}{\omega} e^{-\omega\eta t} \sin(\omega\sqrt{1-\eta^2}t). \quad (2.9)$$

Контактна сила  $F = c\dot{x} + kx$  може се написати као:

$$F = V\sqrt{kme}^{-\omega\eta t} [(1-\eta^2t) \sin(\omega_d t) + 2\eta\sqrt{1-\eta^2} \cos(\omega_d t)]. \quad (2.10)$$

Где је

$\omega_d = \sqrt{1-\eta^2}$  је природна фреквенција пригушења.

Већина анализа које се баве динамичком реакцијом ваздухопловних структура у временском домену при ударима малих брзина бивају вршене без узимања у обзир утицаја оштећења током удара. Овај приступ је погодан због тога што не захтева могућности предвиђања настанка и ширења оштећења током удара. Сдруге стране логично је испитати да ли овај приступ може да предвиди промену контактне силе у времену са довољном тачношћу. Према Садерленд Гудес Соарезу (2004), [23] утицај оштећења насталог као последица удара уведен је у анализу под претпоставком да је однос силе потиска и угиба – увлачења структуре билинеаран.

Односно,  $P = k_0\dot{x}$  када је  $x \leq x_1$  и  $P = k_1\dot{x} + (k_0 - k_1)\dot{x}_1$  када је  $x \geq x_1$ .

Једначина кретања је:

$$m\ddot{x} + k_0x = 0 \quad \text{када је } x \leq x_1 \quad (2.11)$$

$$m\ddot{x} + k_1x + (k_0 - k_1)x_1 = 0 \quad \text{када је } x \geq x_1 \quad (2.12)$$

убездимензионалном облику,

$$\bar{x}'' + \bar{x} = 0 \quad \text{када је } \bar{x} \leq \bar{x}_1 \quad (2.13)$$

и

$$\bar{x}'' \frac{k_1}{k_0} x + \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \bar{x}_1 = 0 \quad \text{када је } \bar{x} \geq \bar{x}_1 \quad (2.14)$$

Већина аутора моделира локалне деформације тела употребом Херцовог контактнoг закона или модификованог контактнoг закона који су предложили Суни Јанг [24]. Према Херцовом закону, контактна сила  $P$  везана је за деформацију – удубљење на следећи начин,

$$P = k_c \alpha^{3/2}. \quad (2.15)$$

Где је контакт на крутост  $k_c$  датаокао,

$$k_c = \frac{4}{3} E \sqrt{R} \quad (2.16)$$

где су:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ и } \frac{1}{E} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (2.17)$$

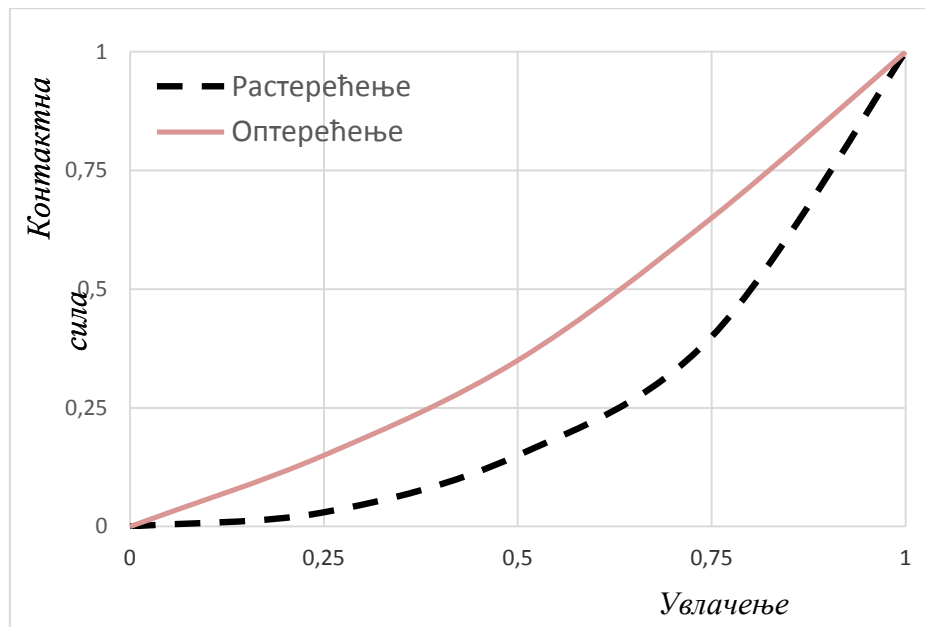
Гдесу  $R_1$  и  $R_2$  радијуси закривљености два тела,  $E_1$  и  $E_2$  представљају модуле еластичности, а  $\nu_1$  и  $\nu_2$  представљају Поасонове коефицијенте. Са Херцовим контактним законом, како је дато у једначини (2.15) користи се и за фазу оптерећења и за фазу растерећења. Међутим, познато је да је путања растерећења обично другачија од тока деформацијетокомфазеоптерећења. Корк С.Р. је [25] предложио следећи однос за фазу растерећења:

$$P = P_m \left[ \frac{(\alpha - \alpha_0)}{(\alpha_m - \alpha_0)} \right]^{5/2} \quad (2.18)$$

где је  $P_m$  максимална достигнута сила потиска пре растерећења,  $\alpha_m$  је максимална деформација и  $\alpha_0$  је трајна деформација.  $\alpha_0 = 0$  када је  $\alpha_m$  мања од критичне вредности  $\alpha_{cr}$ . Када је  $\alpha_m > \alpha_{cr}$ , трајна деформација је дата као:

$$\alpha_0 = \alpha_m \left[ \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_m} \right)^{2/5} \right]. \quad (2.19)$$

На слици 6. показан је контактни закон дефинисан једначинама (2.15 и 2.18) претпостављајући да не долази до трајне деформације.



Слика 6. Бездимензионални контактни закон [26]

Област под пуном линијом је енергија апсорбована током фазе оптерећења и понекад се назива контактном енергијом. Област под испрекиданом кривом је повраћај енергије током фазе растерећења.

Из једначина (2.15 и 2.18) може се показати да је повраћена енергија 5/7 вредности контактне енергије па је само 71.4% енергије повраћено [26].

## 2.2 Удар о дебеле препреке

Ако је локална деформација услед удара много већа од укупне деформације структуре, кретање структуре може се описати једначином,

$$m\ddot{x} + k_1x^{3/2} = 0, \quad (2.20)$$

или, у бездимензионалном облику као:

$$\bar{x}'' + \bar{x}^{3/2} = 0, \quad (2.21)$$

где је  $\bar{x}'' + \bar{x}^{3/2} = 0$ .

Почетни услови постају  $\bar{x}(0) = 0$  и  $\bar{x}'(0) = 0$ .

Овај модел је коришћен за анализу удара о полу-модел. Максимална контактна сила може се одредити употребом принципа одржања енергије. Рад који изврши контактна сила, са повећањем локалне деформације од нуле на максималну вредност  $\alpha_{\max}$  добијамо да је

$$E_c = \int_0^{\alpha_{\max}} P d\alpha = \frac{2}{5} k_c \alpha_{\max}^{5/2} \quad (2.22)$$

Почетна кинетичка енергија је једнака  $E_c$  када контактна сила достигне свој максимум:

$$U = \frac{1}{2} \quad (2.23)$$

Одређивањем максималне локалне деформације и заменом исте у контактни закон у једначини (2.23), добија се максимална контактна сила:

$$U = \frac{1}{2} m \quad (2.24)$$

Ова једначина показује утицај контактне крутости, масе пројектила и ударне брзине.

## 2.3 Удари пројектила велике брзине о изотропне структуре

При анализи удара пројектила велике брзине користе се резултати проучавања таласног кретања. Наиме, при удару пројектила у препреку долази до

појаве притисног таласа који се простира кроз препреку. Нека је одређена зона препреке тренутно изложена дејству силе притиска која је потом константна. Препрека може да се моделира као низ танких слојева који су паралелни са равни удара. У тренутку удара сили притиска супротставља се инерција површинског слоја препреке. Након почетка кретања првог слоја развијају се притиснинапони и дејство на други слој препреке који почиње да се креће, односно убрзање је различито од нуле и може бити променљиво у току времена. Када су притисни напони између два слоја једнаки притисној сили нема релативног кретања између слојева. Поремећај се преноси даље кроз препреку, што у ствари представља талас простирања напона кроз препреку. За изотропне материјале који се користе у ваздухопловству таласни фронт се може разматрати као дисконтинуитет имајући у виду да се поремећај преноси на микро нивоу. Напони могу бити испод границе течења, када се генеришу еластични таласи. За веће брзине удара напони прелазе границу течења те долази до појаве простирања нееластичних - пластичних поремећаја кроз материјал. Најједноставнији приступ анализе простирања таласа напона кроз материјал је једнодимензионални и он омогућава одређени увид у процесе који се дешавају при удару, односно анализу конститутивних једначина у домену пластичности материјала. Одзив материјала и простирање поремећаја кроз конструкцију могуће је описати на основу квази-статичког понашања материјала у погледу зависности напона од деформације или увођењем зависности напона од деформације којом би се моделирало динамичко понашање материјала при удару [27].

Имајући у виду потребне кинетичке енергије које доводе до еластичних и пластичних деформација хомогених изотропних материјала који се најчешће користе у ваздухопловству може се закључити да се балистички удари могу описати као нееластични, те да се кинетичка енергија пројектила при уобичајеним брзинама трансформише у енергију пластичне деформације и енергију потребну за лом препреке. Ипак, процес интеракције пројектила и препреке започиње и може се завршити еластичним деформацијама.

Постављањем једначина одржања количине кретања и енергије за еластопластични судар могуће је моделирати удар пројектила о препреку. Нека се пројектил масе  $m_1$  непосредно пред удар креће брзином  $V_1$ , а плоча масе  $m_2$  је у

стању мировања. Након удара и пластичне деформације, а пре појаве релативне брзине између два тела услед ослобађања еластичне енергије, пројектил и препрека ће се кретати истом брзином  $V_r$ . Применом принципа одржања количине кретања може се одредити брзина  $V_r$ :

$$V_r = \frac{m_1 V_1^2}{m_1 + m_2} \quad (2.25)$$

Према закону одржања енергије, кинетичка енергија система у почетном тренутку једнака је збиру кинетичке енергије система након удара и губитака услед нееластичног судара  $E_f$ . Користећи претходни израз за брзину након удара  $V_r$ , може се израчунати:

$$E_f = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 V_1^2}{2} \quad (2.26)$$

У случају појаве одсечка у препреци који бива истиснут, укупна енергија која се троши на деформацију се увећава за рад сила смицања. У случају када не долази до распарчавања пројектила једначине одржања количине кретања и енергије су:

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V_r + I \quad (2.27)$$

$$m_1 \frac{V_1^2}{2} = (m_1 + m_2) \frac{V_r^2}{2} + E_f + W_s \quad (2.28)$$

$I$  – количина кретања предата препреци услед смицања

$E_f$  – енергија еластопластичне деформације услед судара пројектила и плоче за случај непостојања веза

$W_s$  – енергија еластопластичне деформације услед постојања веза на препреци

Решавање проблема удара крутог пројектила у вископластичну плочу извршили су Равид и Боднер користећи принцип минималне енергије, односно снаге [28]. У току удара претпоставља се напонско стање за које се постављају једначине одржања. У иницијалној фази удара претпоставља се општи облик напонског стања у зони удара чије су димензије дефинисане користећи два произвољна параметра,  $\alpha$  и  $\eta$ . Поље брзина у зони удара дефинише се у функцији ова два параметра. Постављене једначине се користе да се одреди минимална потребна снага пластичних сила у сваком посматраном тренутку процеса пробијања.

Конвективни инерцијални чланови који потичу од кретања материјала препреке су пропорционални квадрату брзине и представљају део дисипационе функције чији минимум треба одредити. Локални инерцијални чланови су пропорционални убрзању и узимају се у обзир кроз масу препреке која је у интеракцији са пројектилом. Она се не узима у обзир за функцију дисипације.

Једначина одржања енергија, тј. снаге за систем гласи:

$$\dot{W}_p = \dot{W}_v + \dot{W}_s + \dot{W}_f + \dot{W}_k + \dot{W}_d \quad (2.29)$$

$$\dot{W}_p = -\rho_p \pi R^2 L \dot{v} \text{ рад пројектила у јединици времена.}$$

Чланови у једначини (2.29) су редом: запремински рад у јединици времена, рад у јединици времена површинских сила, рад у јединици времена услед трења, рад услед кретања и динамички рад. При чему су:

$$\dot{W}_v = \sum_n \int_{V_n} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV_n \quad (2.30)$$

$$\dot{W}_s = \sum_m \frac{(\sigma_y)_m}{\sqrt{3}} \int_{A_m} |\Delta v_i| dA_m, \text{ на сличан начин се може израчунати дисипација}$$

енергије услед трења на границама

$$\dot{W}_k + \dot{W}_d = \rho_t \sum_n \int_{V_n} \dot{v}_i v_i dV_n \quad (2.31)$$

$$\dot{W}_T = \dot{W}_p - \dot{W}_d = \dot{W}_v + \dot{W}_s + \dot{W}_f + \dot{W}_k \quad (2.32)$$

Додатне две једначине се добијају из услова минималне дисипације енергије:

$$\frac{\partial \dot{W}_T}{\partial \alpha} = 0 \text{ и } \frac{\partial \dot{W}_T}{\partial \eta} = 0 \quad (2.33)$$

У случају посматрања раванског проблема дејства трансверзалне силе на танку препреку напони затезања и смицања који се јављају у препреци су константни. Напони смицања имају тенденцију да ротирају изоловани сегмент плоче. Нормални, тј. затезни напони се јављају како би постојала статичка равнотежа. При удару о исту танку плочу долази до ширења таласног поремећаја напона смицања ка крајевима плоче који су укљештени. Као и у статичком случају јавиће се напони затезања, који ће изазвати поремећајни талас истог карактера. Ови други имају већу брзину од првих таласа. У случају просторног проблема таласи се шире радијално у односу на зону удара.

Удар деформабилног пројектила о препреку одвија се у више фаза. У првој фази непосредно пре удара маса пројектила је  $m_1$ , а брзина  $V_1$ . Уколико је брзина пројектила довољно велика, и уколико су карактеристике материјала одговарајуће, долази до формирања одсечка препреке чији је пречник сличан пречнику, тј. калибру пројектила. При удару долази до ерозије материјала, а затим и до ширења еластичних и пластичних деформација кроз пројектил и препреку, што изазива иницијално деформисање тела и успоравање пројектила. Ерозија пројектила ће се одвијати до тренутка када релативна брзина кретања пројектила постане мања у односу на брзину простирања таласа пластичних деформација, чиме се завршава друга фаза удара. У наредној фази долази до појаве прслина у препреци услед напона смицања. Може доћи до топљења материјала у зони смицања. С друге стране, на пројектилу може доћи до оштећења смицањем, односно лома делова при врху пројектила који су пластично деформисани. Након лома долази до одвајања пројектила различите масе од почетне  $m_1$ , и одсечка масе  $m_2$ .

Уколико се предпостави да је маса која је изгубљена допринела повећању кинетичке енергије система у правцу кретања пројектила могу се поставити једначине одржања количине кретања и енергије у следећем облику:

$$m_1 V_1 = (m_{1p} + m_2) V_r + I \quad (2.34)$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{(m_{1p} + m_2) V_r^2}{2} + \frac{(m_1 - m_{1p}) V_1^2}{2} + E_f + W_s \quad (2.35)$$

$I$  – импулс саопштен препреци услед смицајне чврстоће материјала препреке, при чему је укључена и количина кретања масе дела пројектила која је одвојена од лома при удару

$E_f$  – енергија еластопластичне деформације која би била утрошена при удару масе пројектила  $m_{1p}$  и масе одсечка препреке  $m_2$  када би маса  $m_2$  била невезана

$W_s$  – енергија еластопластичне деформације услед везе одсечка масе  $m_2$  са остатком препреке

Излазна брзина  $V_r$  је брзина центра масе пројектила и одвојеног одсечка препреке која остаје константна и након удара. Уколико претпоставимо да се кинетичка енергија троши искључиво на рад деформације из претходне једначине одржања енергије може се израчунати енергија  $W_s$ :

$$W_s = \frac{V_1^2}{2} \frac{m_{1p}^2}{m_{1p} + m_2} - \frac{V_r^2}{2} (m_{1p} + m_2) \quad (2.36)$$

Када је почетна брзина пројектила једнака брзини балистичког лимита  $V_{50}$ , излазна брзина једнака је нули те је:

$$(W_s)_{50} = \frac{V_{50}^2}{2} \frac{m_{1p}^2}{m_{1p} + m_2} \quad (2.37)$$

Претходне једначине је потребно уопштити за случај косог удара [29]. Нека је енергија  $W_s$  по дефиницији једнака:

$$W_s = \frac{V_x^2}{2} \frac{m_{1p}^2}{m_{1p} + m_2} \quad (2.38)$$

Тада се из једначине енергије за удар може одредити излазна брзина:

$$V_r = \sqrt{V_1^2 - V_x^2} \frac{m_{1p}}{m_{1p} + m_2} \quad (2.39)$$

односно

$$V_r = \sqrt{V_1^2 - V_{50}^2} \frac{m_{1p}}{m_{1p} + m_2} \quad (2.40)$$

у случају да рад потребан за ослобађање утицаја везе одсечка од остатка препреке не зависи у већој мери од интензитета улазне брзине. У претходној једначини  $m_{1p}$  и  $m_2$  нису познате величине. Ако је губитак масе пројектила занемарљив једначина за излазну брзину се даље може поједноставити:

$$V_r = \sqrt{V_1^2 - V_{50}^2} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad (2.41)$$

За масу одсечка се са довољном тачношћу може претпоставити да је једнака маси препреке која одговара маси дела димензија које су једнаке пречнику пројектила и дебљини препреке за нормални удар.

За разарајуће пројектиле код којих је маса одсечка препреке занемарљива излазна брзина зависи искључиво од граничне брзине:

$$V_r = \sqrt{V_1^2 - V_{50}^2} \quad (2.42)$$

## 2.4 Моделовање својстава материјала при ударима велике брзине

Лом конструкције зависи од особина материјала. Иницијално оштећење код кртих материјала формира се око микропрелина које су присутне у оваквим



материјалима. Када су напони изнад граничне вредности долази до ширења оштећења по поменутиим микропрслинама. С друге стране, материјали који су еластичнији, тзв. дуктилни, односно жилави или растегљиви материјали подлежу лому према механизму који је спорији. Наиме, микро-празнине (укључци, нечистоће у материјалу) се у току деформације повезују, те након достизања одређене граничне величине деформација долази до лома. У пракси се јављају материјали који су између ове две крајности, те би при моделирању требало обухватити различита понашања материјала између поменутих крајности.

Нека  $D$  представља оштећење дела као ефективну површинску густину прслина:

$$D = \frac{A - A'}{A} \quad (2.43)$$

$A$  је површина посматраног пресека дела,  $A'$  је отпорна површина која узима у обзир микропрскотине и шупљине. Ефективни напон на пресеку је тада:

$$\sigma' = \frac{\sigma}{1 - D}, \text{ где је } \sigma \text{ номинални напон (који делује по укупној површини}$$

посматраног попречног пресека). Ако се предпостави да је зависност напона и релативне деформације непромењена за случај оштећеног дела, као и за неоштећени део може се написати:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma'}{E} = \frac{\sigma}{(1 - D)E} = \frac{\sigma}{E'} \quad (2.44)$$

Ефективни Јангов модуло  $E'$  за материјал оштећеног дела може представљати меру оштећења дела.

Нека је први извод степена оштећења по времену  $\dot{D}$  пропорционалан првом изводу енергије деформације по времену и промени пластичне деформације у времену  $\dot{p}$  онда је [30]:

$$\dot{D} = \frac{D_c}{\varepsilon_r - \varepsilon_D} \left[ \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] p^{2n} \dot{p} \quad (2.45)$$

$D_c$  - степен оштећења при отказу

$\varepsilon_r$  - аксијална деформација при иницијалном оштећењу

$\varepsilon_D$  - аксијална деформација при отказу

$\nu$  - Поасонов коефицијент

$\sigma_{eq}$  - ефективни напон

$\sigma_H$  - нормални напон

$n$  – експонент очвршћавања

$$\sigma = \sigma_0 \varepsilon^n$$

За прорачуне лома потребно је увести зависност оштећења од различитих параметара везаних за процес деформисања дела. Најчешће се користе напон, нормални напон, релативна деформација, брзина релативне деформације и температура који су променљиви у току времена. Најједноставније је претпоставити оштећење у зависности од напона и деформације при лому који су одређени у квазистатичким испитивањима.

Обично се користи просторно моделирање понашања материјала при чему се користи Фон Мизесов критеријум за напон течења, при чему он може бити константан или функција релативне деформације, брзине релативне деформације и/или температуре. На пример, очвршћавање материјала се може моделовати додавањем утицаја пластичних деформација:

$Y = a(b + \bar{\varepsilon}^{-p})^c$ , где је  $\bar{\varepsilon}^{-p}$  ефективна вредност пластичне релативне деформације.

$$\bar{\varepsilon}^{-p} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p} \quad (2.46)$$

Модел Џонсона и Кука узима у обзир утицај температуре на карактеристике материјала [31]:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n) (1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*) (1 - T^{*m}) \quad (2.47)$$

где је  $\varepsilon$  - је еквивалентна релативна пластична деформација и

$\dot{\varepsilon}^*$  - брзина релативне пластичне деформације сведена на јединичну брзину деформације

$$T^* = \frac{T - T_{amb}}{T_{top} - T_{amb}} - T_{top} - \text{температура топљења материјала}$$

У поменутом моделу брзина деформације и зависност чврстоће од температуре су раздвојени, што одступа од уобичајеног понашања метала.

Међутим, овакав приступ омогућава релативно једноставан начин експерименталног одређивања константи модела тако што се испитује зависност деформације од напона за више различитих брзина деформације и температура.

За разлику од Џонсон-Кук модела, Зерили и Армстронг су формулисали модел у коме постоји спрега између релативне деформације, брзине деформације и температуре [32]. Они су формулисали одвојене моделе за веома еластичне метале као што је бакар и мање пластичне метале веће чврстоће као што је гвожђе.

За прву поменућу групу метала:

$$\sigma = C_0 + C_2 \varepsilon^{1/2} \exp(-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}) \quad (2.48)$$

а за другу:

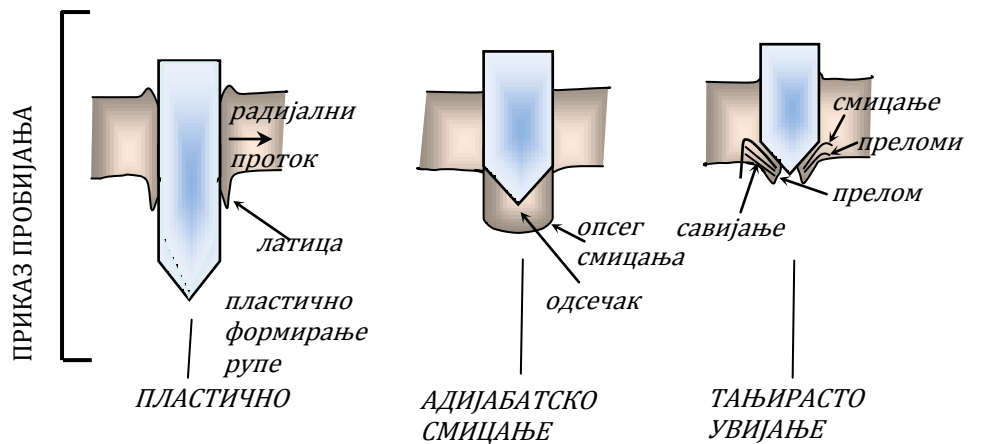
$$\sigma = C_0 + C_1 \exp(-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}) + C_5 \varepsilon^n \quad (2.49)$$

Овакви модели, који су у основи развијени према теорији малих деформација, имају проблема са описивањем понашања материјала при великим релативним деформацијама.

## 2.5 Модели лома (отказа)

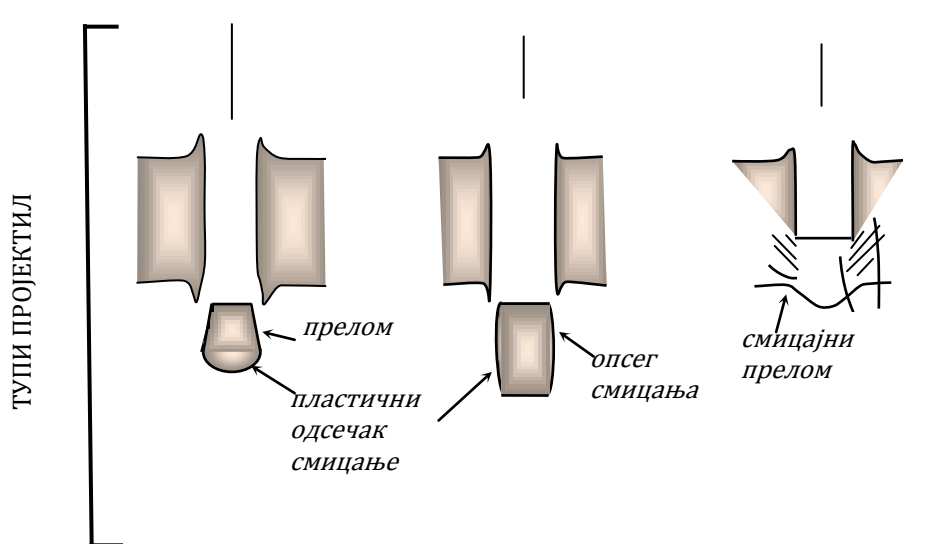
Тип лома препреке при удару пројектила зависи од карактеристика материјала оба тела и њиховог облика, слика 7. За пројектиле који имају врх и пластичне препреке најчешће се уочава радијална деформација препреке. Уколико су термомеханичка својства материјала таква да долази до формирања смицајних зона долази до формирања одсечка, а уколико је могућ лом у равни препреке долази до појаве одвајања дела препреке.

За пројектиле са тупим врхом оштећени део препреке се креће испред пројектила слика 8. У случају пластичне препреке одвајање одсечка се дешава затезањем, остали типови ломова су слични као код пројектила са конусним врхом. Код танких препрека, дебљине мање од пречника - калибра пројектила долази до савијања у широј зони удара пошто је потребан рад за такве деформације мањи од рада потребног за радијални продор.



**Слика 7. Пробој конусног пројектила кроз различите препреке и понашање материјала**

У случају адијабатског смицања кроз танку препреку долази до формирања одсечка пречника мањег од пречника пројектила. У реалним продорима и пробијањима дешава се мешавина различитих феномена деформације и оштећења који могу бити изазвани несиметричном расподелом оптерећења, укључцима у материјалу итд.



**Слика 8. Пробој тупим пројектилом кроз различите препреке и понашање материјала**

Адијабатско смицање је карактеристично за веома високе брзине деформисања металних структура. При њиховом испитивању на смицање ради утврђивања зависности напона смицања и деформације у изотермским условима јавља се очвршћавање материјала при дејству оптерећења. Уколико се испитивање спроведе у адијабатским условима очекује се да ће температура узорка порасти и да ће доћи до пада чврстоће материјала услед омекшавања материјала, под условом да је напон течења висок.

Да би деформација била адијабатска потребно је да је провођење топлоте слабо и да је време деформације кратко. Стога, адијабатско смицање је карактеристично за ударна оптерећења. Џонсон је испитивањима утврдио да крива зависности напона од деформације при адијабатским условима може имати негативан нагиб након достизања релативне деформације која зависи од понашања материјала са порастом температуре [33]. Ипак, резултати испитивања варирају, у неким случајевима нису примећена оштећења изазвана смицањем. Поређење експерименталних и прорачунских резултата је отежано. При експерименталним испитивањима често није могуће једнозначно утврдити порекло оштећења које је изазвано смицањем, док је у прорачунским моделима потребно тачно предвидети понашање материјала при повишеним температурама, у понекад врло уским температурским границама.

Адијабатско смицање се може очекивати при удару тупих пројектила о препреку и деформацијама које воде до формирања одсечка у препреци. Сам процес настанка смицајних оштећења зависи од својстава материјала као и брзине и облика пројектила [34-36]. За удар конусног пројектила и случајеве када је дебљина препреке већа од пречника пројектила може се очекивати деформација облика локалног расцветавања препреке. Основни критеријуми везани су за количине енергије потребне за истезање, савијање и пробијање препреке.

За пластични материјал када је дебљина мања од  $t < (\sqrt{3}/2)d$  према принципу минимума енергије пробијање се врши механизмом смицања које доводи до формирања одсечка.

Да би дошло до формирања одсечка потребно је да постоји релативно уска зона у правцу кретања пројектила где је смицање могуће. При побољшању својстава метала при дејству деформационог рада промена карактера деформације

са радијалне на формирање одсечка се неће десити уколико се не формира узана зона смицања. Појава адијабатског смицања које се дешава при великим брзинама релативне деформације уз генерисање топлоте у зони деформисања објашњава настанак одсечка. Под претпоставком да се након одвајања одсечка више не врши рад деформисања на смицање може се израчунати рад деформације као збир рада потребног за продирање препреке у зони где је дуктилно оштећење примарни механизам и рада потребног за истискивање одсечка:

$$A = \frac{\pi d^2}{2} \left( h - \frac{\sqrt{3}}{2} d \right) \sigma_T + \frac{\pi d^3 \sigma_T}{12 t g(\theta / 2)} \quad (2.50)$$

где је  $\theta$  - угао конуса

Модели лома се користе за прорачуне удара пројектила и продоре и пробијање препрека. Врло често се користе модели у којима се претпоставља тренутни отказ дела. Они се могу заснивати на праћењу вредности једне или више величина, при чему до отказа долази након достизања критичних вредности. На пример, користе се затезна деформација, деформациони рад или инваријанте напона или релативних померања. Такође се користе емпиријски модели кумулативног оштећења у којима се, након достизања критичне вредности параметра који се користи за квантификацију оштећења, претпоставља да је дошло до лома. Код оваквих модела лом зависи и од начина уношења оптерећења у току времена. Параметри којима се карактерише оштећење могу бити изабрани тако да зависе од напонског стања, деформације, притиска, температуре итд.

Најједноставнији модел претпоставља да до отказа дела долази када напон или деформација достигну одређену критичну вредност која се одређује експериментално, обично испитивањем удара пројектила у препреку облика плоче. У основним моделима овог типа не узима се у обзир зависност од времена, брзине деформације или начина оптерећења. Наредна сложенија група модела узима у обзир временску зависност критеријума лома [37]. Експериментално је утврђено да нижи напон у дужем импулсном оптерећењу доводи до отказа пре него при краћем импулсном оптерећењу истог напонског нивоа. Критеријум отказа је:

$$\int_0^{t_f} (\sigma - \sigma_0)^\lambda dt \geq K_c \quad (2.51)$$

$\sigma \geq \sigma_0 \geq 0$ ,  $\sigma_0$  је гранична вредност затезног напона изнад које започиње отказ тј. лом дела, а  $t_f$  је време од иницијације лома до коначног отказа дела. Параметри  $\sigma_0$ ,  $\lambda$  и  $K_c$  зависе од материјала, геометрије и типа удара. Одређују се комбинацијом експерименталних и нумеричких метода. Овим моделом нису експлицитно обухваћени промена брзине деформације, локалне промене температуре и други раније поменути фактори који имају утицај у свим фазама удара, настанка ударних оштећења и лома.

Џонсон и Кук са још научника су развили модел који је намењен имплементацији у софтвере који су развијани за анализу удара [38]. Овај модел спада у групу модела где испуњење критеријума лома изазива дисконтинуитет у променама напона у делу, тј. тренутно се вредност изједначава са нулом. Модел је базиран на акумулацији оштећења, којом се посредно у обзир узимају промене оптерећења у току времена, укључујући промене брзине деформације, температуре и напона. Степен оштећења дефинисан је као:

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon^f} \quad (2.52)$$

$\Delta \varepsilon$  је промена еквивалентне пластичне деформације услед временски променљивог оптерећења затезањем

$\varepsilon^f$  је еквивалентна деформација до лома која одговара тренутним условима када је достигнута деформација  $\Delta \varepsilon$ .

Деформација до лома је особина материјала и дата је у функцији брзине деформације, температуре и напона:

$$\varepsilon^f = \left( D_1 + D_2 e^{D_3 \sigma^*} \right) \left( 1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}^* \right) \left( 1 + D_5 T^* \right) \quad (2.53)$$

где је

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \text{ средњи напон}$$

$\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$  Фон Мизесов еквивалентни напон,  $J_2$  је друга инваријанта тензора

напона,  $\dot{\varepsilon}^*$  је бездимензиона брзина деформације сведена на јединичну брзину,

$T^* = \frac{T - T_{amb}}{T_{top} - T_{amb}}$ , промена у температури  $T$  може бити изазвана спољашњим

изворима топлоте или услед загревања при раду пластичне деформације.  $D_i$  ( $i=1,5$ ) су параметри модела који се одређују експериментално. Ово је инжењерски модел у коме нису моделирани фундаментални механизми лома, ипак веома је распрострањен у инжењерској пракси [39].



### **3. УДАР О СЕНДВИЧ СТРУКТУРУ**

#### **3.1 Врсте сендвич структура**

Сендвич структурине две или више носећих оплата, које могу бити међусобно растављене испуном, материјалом мале специфичне тежине који је спојен са носећим оплатама. Могу бити формиране од различитих материјала као што су полимери, алуминијум, челик, керамика и различите легуре метала. Сендвич структуре последњих деценија имају широку примену у пројектовању и изради лаких конструкција посебно у авио индустрији због њихове високе специфичне чврстине и крутости.

Сендвич структуре састављене од композитних материјала (полимера), састоје се од смеше или комбинације два или више нано, микро, или макро конституената који се разликују по облику и хемијском саставу и који се у суштини не растварају један у другом. Постоји значајно и растуће интересовање за примену металних сендвич конструкција за структуре ваздухоплова и других транспортних средстава. Алуминијумске сендвич структуре добијају се комбиновањем метално површинских танких плоча и лаке металне пене језгра. Овакве структуре показују изузетне особине као што су: ниска специфична тежина, висок коефицијент крутости, висока чврстоћа, акустичност, топлотну изолацију и висок степен пригушења, који су их уврстили у највиши ранг материјала при изради различитих структура. Алуминијумски сендвич панели се широко примењују у изради лаких конструкција посебно у авио индустрији због њихове високе специфичне чврстоће и крутости. Комбиновање металних и керамичких плоча у сендвич структуру све више добија значајну улогу у оклопној заштити осетљивих зона структура, мада је њихова динамичка реакција још недовољно испитана и позната. Употреба керамичких структура самостално има велике недостатке јер није отпорна на понављање више удара. Керамика је врло крта тако да њени слојеви који приме удар, и често и наредни слојевим бивају потпуно фрагментовани што значи да је способност заштите од наредног удара значајно смањена.

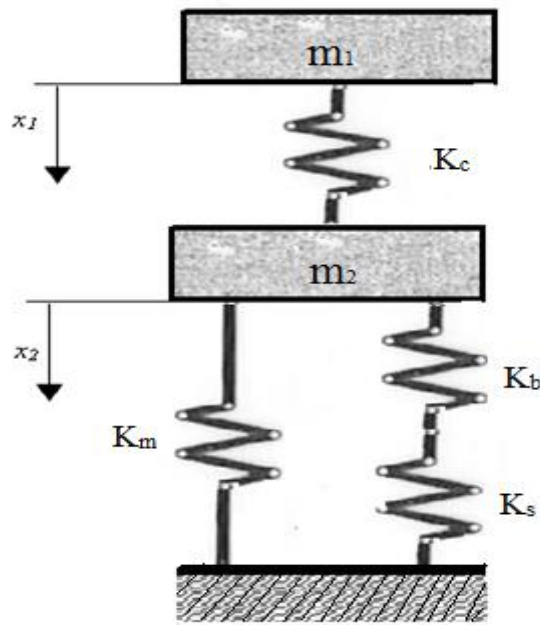
### 3.2 Удар сендвич структура при малим брзинама

Већина аналитичких модела за удар о сендвич структуру при малим брзинама претпоставља еластично понашање конструкције и они не могу моделирати раст оштећења. Поред тога, у овим моделима занемарен је лом језгра и велика дефлексија површине. Олсон и Мекманус су показали да се узимањем у обзир великих деформација – угиба плоча сендвич структуре, као и понашања језгра могу добити побољшани резултати у односу на резултате добијене применом теорије којом се претпоставља да су угиби потпуно еластични [40-41].

Одзив алуминијумских сендвич структура при удару малим брзинама може анализирати применом закона одржања енергије, при чему се разматра квази-статички случај оптерећења. Ова претпоставка је потврђена експерименталним анализама удара пројектила о сендвич структуре при малим брзинама. Као што је у претходном излагању наведено овај модел омогућава идентификацију токова енергије при удару, тј. енергије које су потребне за савијање, деформацију контакта или лом могу се квантификовати одвојено. Међутим, основна претпоставка еластичног материјала искључује примену модела на случајеве када долази до оштећења језгра, као што је извијање хелија саћа или потпуног сабијања језгра услед удара при великим брзинама. Такође се истиче да овај модел даје само максималну ударну силу, без могућности анализе временски променљивог одзива конструкције.

Током удара при малим брзинама, алуминијумска сендвич плоча се у основи деформише под статичким оптерећењем, и може се представити изолованим динамичким системом еквивалентних маса и опруга као што је приказано на слици 9 [42].

Крутости опруга  $K_c$ ,  $K_b$ ,  $K_s$  и  $K_m$  представљају контакт, савијање, смицање и крутост препреке. Уколико је плоча велике дебљине, крутост опруге  $K_m$  се може занемарити. За одређивање крутости  $K_c$ ,  $K_b$  и  $K_s$  може се користити метода коначних елемената користећи различите контурне услове у циљу одређивања локалних ефеката везаних за зону удара и глобалног одзива конструкције тј. плоче.



Слика 9. Модел опруге-месе са два степена слободe [42]

Применом енергетског модела за претходно одређене крутости могу се одредити енергије деформације плоче [42]:

$$E_c = \int_0^\alpha P dx = \frac{P^{1+\frac{1}{n}}}{(n+1)K_c^n} \quad (3.1)$$

$$E_{bs} = \int_0^w P dw = \frac{P^2}{2K_{bc}} \quad (3.2)$$

Законом о одржању енергије, укупан извршени рад контактнoг оптерећења над плочом једнак је промени у кинетичкој енергији ударача у тренутку  $t$ ,

$$E_c + E_{bs} = \frac{1}{2} M_i (V_i^2 - V(t)^2) \quad (3.3)$$

Где  $M_i$  означава масу пројектила,  $V_i$  је ударна брзина а  $V(t)$  представља брзину пројектила у тренутку  $t$ . Контактнo оптерећење је такође у функцији времена, односно,  $P-P(t)$ . Очувањем импулса момента,

$$M_i (V_i^2 - V(t)) = \int_0^t P dt \quad (3.4)$$

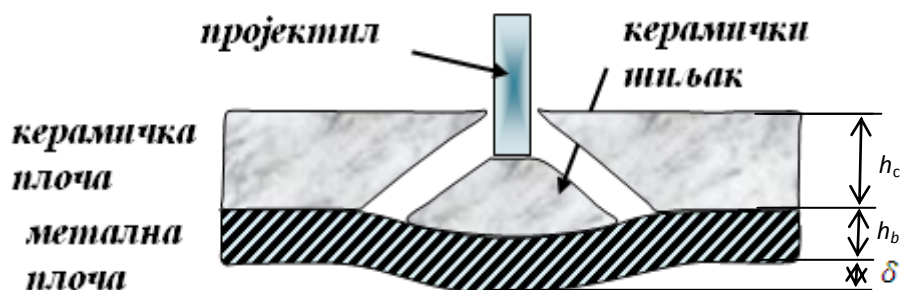
### 3.3 Удар о керамичко-металне сендвич структуре

Структуре које се састоје од комбинације различитих метала и керамике имају веома добре особине апсорпције енергије удара, те су често у употреби. Методе анализе и прорачуна балистичких заштитних конструкција које се састоје

од слојева керамике и метала заснивају се као у општем случају на аналитичком моделирању, емпиријским методама и нумеричким симулацијама. Развој једноставних аналитичких модела уз увођење хипотеза које поједностављују стварне механизме пробоја пројектила представља један од начина моделирања удара о керамичко-металне сендвич структуре. Опис материјала је поједностављен коришћењем једноставних једначина и/или неколико параметара материјала који су одређени експериментално [43]. Основне карактеристике овако формираних аналитичких модела су једноставност и јасна физичка заснованост која указује на суштинске процесе који се одигравају у току пробоја пројектила.

Експерименталним испитивањима се долази до искуствених података који се могу применити на одређене типске случајеве проблема удара о сендвич структуре. За дате типове проблема емпиријска метода даје поуздане резултате. Изведене емпиријске једначине поуздане су само под условима и ограничењима изведених експеримената, па је могућност њиховог уопштавања врло ограничена.

Обично се претпоставља да је развијен керамички шиљак (*conoid*) од уситњене керамике са полуугловима од око  $65^\circ$  који гура напред кружну површину металне плоче димензија једнаке или већи него база керамичког шиљка (Слика 10).



Слика 10. Деформација сендвич структуре (мете) ударом пројектила [43]

Под усвојеним претпоставкама сила којом пројектил делује на мету преноси се преко кружне површине металне плоче, која је много већа од ударне површине пројектила. На овај начин могуће је добити прихватљиве резултате за ударе

пројектила малих калибра као што су 5.56 и 7.62 АП. Међутим, понашање пројектила средњег калибра и одзив сендвич структуре није могуће моделирати на поменути начин.

За моделирање продора пројектила кроз препреку може се користити модификована Бернулијева једначина. Овај приступ је чест у литератури [44] Једначине модела су:

$$Y_p + \frac{1}{2} \rho_p (v - u)^2 = R_t + \frac{1}{2} \rho_t u^2 \quad (3.5)$$

$$\frac{dL}{dt} = -(v - u) \quad (3.6)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{Y_p}{\rho_p L} \quad (3.7)$$

где је  $Y_p$  динамичка чврстоћа материјала пројектила,  $R_t$  је чврстоћа продирања (пенетрације) мете,  $\rho_p$  и  $\rho_t$  су густине пројектила и препреке,  $L$  стварна дужина пројектила,  $V$  брзина пројектила и  $u$  брзина пенетрације (продирања). Уведена је претпоставка да је пројектил круто тело. Једначина количине кретања у том случају постаје:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{R_t + \frac{1}{2} \rho_t v^2}{\rho_p L} \quad (3.8)$$

За нецилиндричне пројектиле, потребно је одредити еквивалентни пречник и дужину:

$$D_{eq} = \frac{\int_0^{L_p} D^3(z) dz}{\int_0^{L_p} D^2(z) dz} \quad (3.9)$$

$$L_{eq} = \frac{M_p}{\pi D_{eq}^2 \rho_p} \quad (3.10)$$

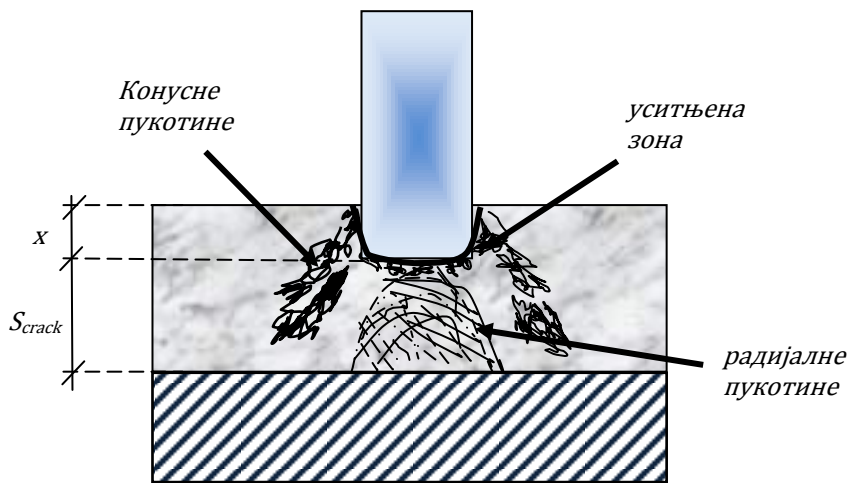
где је  $L_p$  стварна дужина пројектила,  $D(z)$  пречник за позицију  $z$ , а  $M_p$  јемаса пројектила.

Удар пројектила о керамичке плоче је најкритичнији у почетној фази одмах након контакта са пројектилом. Слично раније описаном процесу ширења поремећајног таласа и деформација кроз хомоген материјал, у тренутку удара започиње ширење ударног таласа. С обзиром на карактеристике керамике, у току продора долази до фрагментације керамичке плоче и настанка керамичког праха који ствара притисак већи од чврстоће препреке.

Време потребно да фрагменти од керамичке плоче достигну други део сендвич структуре може се изразити једначином

$$t_c = \frac{h_c}{u_{long}} + \frac{h_c}{v_{lc}}, \quad (3.11)$$

где је  $h_c$  дебљина керамичке плоче,  $u_{long}$  аксијална брзина простирања деформационог таласа и  $v_{lc}$ , брзина простирања радијалне пукотине [45-47]. Формирање керамичког шиљака је завршено када је збир дубине продора и зоне у којој се јављају радијалне пукотине једнак дебљини керамичке плоче. (слика 11.):



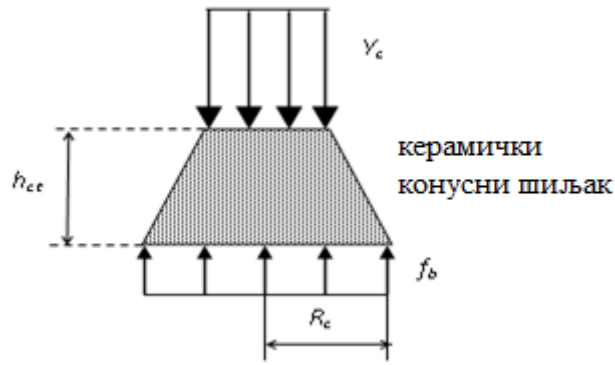
Слика 11. Продор пројектила у керамичко/металну структуру [43]

$$x + s_c = h_c \quad (3.12)$$

При пробијању пројектила кроз керамичку препреку стварају се керамичке честице, чија је брзина једнака брзини продора пројектила  $U$ . Њихова брзина се врло брзо смањује до константне брзине којом честице доспевају до споја керамичке и металне плоче. Са овом претпоставком, променаколичине кретања  $p_c$  за шиљасте опилке од керамике може се написати у облику једначине

$$\frac{dp_c}{dt} = Y_c \pi \frac{D_{eq}^2}{4} - f_b \pi R_c^2 \quad (3.13)$$

где је  $f_b$  притисак на керамичко-металну додирну површину у зони оштећења,  $R_c$  полупречник шиљастог керамичког конуса (Слика 12).



Слика 12. Шематски приказ керамичког конусног шиљака [43]

радијус  $R_c$  такође опада пропорционално са  $D_{eg}$  из једначине (3.13), где је шиљаста сегмент керамике

$$R_c = \frac{D_{eg}}{2} + h_{ct} \tan \alpha \quad (3.14)$$

Количина кретања шиљастог сегмента  $r_c$  може се одредити ако се претпостави линеарна промена брзине од места додира пројектила и керамичког шиљака до металне плоче [44-46].

Аналитичко моделирање металне плоче која је подвргнута импулсном оптерећењу може се обављати на основу постављања енергетског биланса [47].

Рад услед пластичне деформације  $E_p$  је:

$$E_p = \pi h_b \delta Y_b \left( \frac{2}{3} h_b + \frac{1}{2} \delta \right) \quad (3.15)$$

где  $h_b$  је дебелина плоче,  $\delta$  је угиб – деформација плоче и  $Y_b$  напон течења при динамичком оптерећењу. Рад силе која делује на прелазу плоча керамике/метал је

$$T = \pi f_b R_c^2 \delta \quad (3.16)$$

Уколико претпоставимо да је ефективна површина металне плоче једнака пречнику керамичког шиљака на додирној површини кинетичка енергија је једнака:

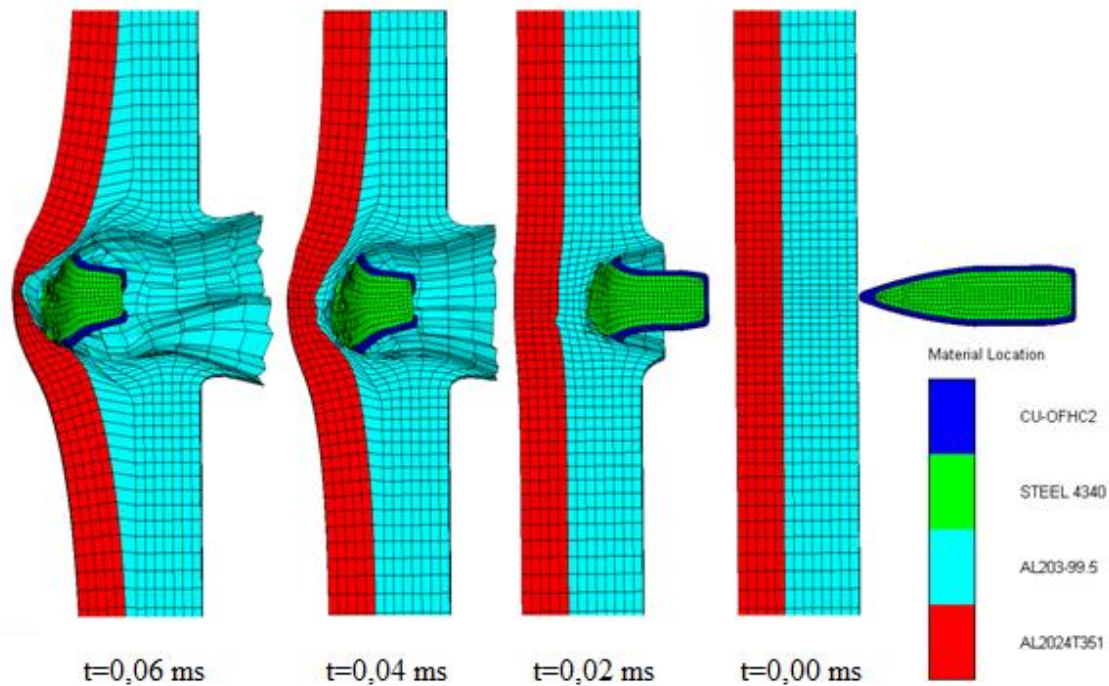
$$E_k = \frac{1}{2} \pi R^2 h_b \rho_b w^2 \quad (3.17)$$

Једначина равнотеже прираштаја енергије у току времена је:

$$f_b R_c^2 = h_b Y_b \left( \frac{2}{3} h_b + \delta \right) + R^2 h_b \rho_b \frac{dw}{dt} \quad (3.18)$$

За велике брзине удара пројектил може у потпуности оштетити керамичке плоче и испуњавајући предњи део канала испред пројектила опилцима керамичке

плоче. У том случају, пројектил наставља продор у металну плочу до потпуне перфорације (пробијања) или док пројектил не остане у плочикао што је приказано на слици 13.



Слика 13. Нумеричка симулација удора пројектила о сендвич структуру

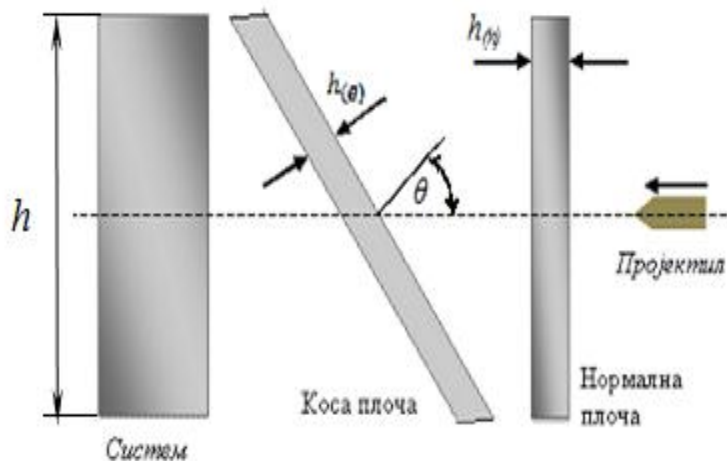
У овом делу представљен је аналитички модел за симулацију балистичког утицаја на керамичко/металне препреке. Модел пружа веома брз прорачун балистичких граница, заосталих брзинама и заосталих маса, као и користан алат за пројектовање керамика/метал сендвич структура. Модел је искоришћен за мале и средње калибре пројектила, које су вршиле пробој керамика/металне препреке моделовање материјала плоче и резултати нумеричке анализе дати су у поглављу 5.



#### 4. КОСИ УДАР ПРОЈЕКТИЛА О ТВРДЕ ПРЕПРЕКЕ

Коси удари пројектила као најсложенији вид удара о било коју структуру па тако и о ваздухопловне структуре се и најчешће дешавају у току експлоатације ваздухоплова. Сложености косог удара и разлика од нормалног посебно се одражава на веће оштећење пројектила који удара о косу препреку, а смим тим и до смањења продора у саму препреку. Међутим врло често код косог удара долази до рикошета што може изазвати додатна оштећења и на осталим деловима структуре а не само на месту удара. Коси удар као сложени процес завређује посебну пажњу и представља проблем који захтева шири аспект истраживања тако да ће у овом раду бити дата само неке основе које су приказане аналитички и нумерички упоређујући их са слични подацим у до сада објављеним радовима из ове области.

Већина удара о ваздухопловне структуре дешавају се под неким углом тојест косо, док се удар по нормали дешава врло ретко. Структуре ваздухоплова су често нагнуте у односу на раван нормалну на правцу испаливања гранате. То повећава дебљину структуре (оклопа) у равни напада и пројектил мора да путује дуже да би дошло до пробијања, чиме се побољшава заштита [48]. Али то такође може повећати тежину структуре у смислу површинске густине у односу на раван напада, дефинисано као на слици 14.



Слика 14. Приказ нормалне и косе плоче при удару пројектила [48]

Посматрано са слике добиамо да је

$$AD_{(\theta)} = \frac{h_{(\theta)}\rho}{\cos \theta}. \quad (4.1)$$

где су  $A$ - константа материјала и  $D$  - променљиво оштећење,

Па је у том случају ове две плоче (оклопи), једна постављена под углом (косо), а друга нормална у односу на правац дејства пројектила, имале исту површинску густину према равни напада ако је:

$$\frac{h_{(\theta)}}{h_{(n)}} = \cos \theta, \quad (4.2)$$

Отпорност на пробојност металних структура погођених при одређеном нагибу се често описује фактором еквивалентне заштите (ФЕЗ), дефинисаног као однос површинске густине металне структуреа који пружа заштиту при косом удару  $AD_{(\theta)}$  и заштитне површинске густине при нормалном удару  $AD_{(n)}$ . Фактор еквивалентне заштите се углавном приказује у односу на угао нагиба како би се показало повећање у дебљини структуре са повећањем нагиба удара. Ако је ова крива испод косинусне криве (једначина 4.2), укошена структура је лакша у смислу површинске густине према равни удара. Ако је (ФЕЗ) крива изнад косинусне криве онда долази до повећања масе.

Научници Наидан и Хетхерингтон (1997) [49-50] су анализирали издржљивост керамичких плоча, где су кроз испитивање потврдили да је добар однос са експерименталним подацима фактора еквивалентне заштите при употреби емпиријског односа заснованог на изразу где корен из косинуса  $E$  може да се изрази као,

$$\frac{AD_{(\theta)}}{AD_{(n)}} = \sqrt{\cos \theta} \quad (4.3)$$

Ово је потврђено извођењем експеримената дејством аутоматском пушком пројектила пречника 5,56 mm, ударом о сендвич структуру састављену од керамика-метал и може се искористити при потврђивању издржљивости тих структура. Како је корен косинуса изнад косинусне криве, нагнута керамичко-метална сендвич структура обично подразумева превелику тежину.

#### 4.1 Моделовање косог удара

Коси удар пројектила у препреке је у основи тродимензионални проблем, и много тежи за моделовање од нормалног удара. Нумеричко моделовање косог удара је могуће посматрањем просторних геометријских модела. Фавазје је [51,52] вршио 3D нумеричке симулације косих удара о алуминијумско/CFRP плочу, а Схокриехи Јавадпоур [53] су радили исто за карбон карбит/кевлар 49

панеле ради анализирања ефекта нагиба на перформансе керамичких плоча. Потешкоће су се такође јавиле у формулисању аналитичких модела. Стога, обично се проблем косог удара трансформише у еквивалентно нормални, применом правила балистичког еквивалента. Проблем нагиба се трансформише у нормални еквивалент серијом конверзија у параметре који дефинишу проблем удара. Када су карактеристике новог проблема одређене, он се решава моделом за нормални удар. Последњи корак је поновно трансформисање добијеног решења и то применом друге групе правила балистичког еквивалента, која даје резултат за оригинални проблем.

Трансформација се врши само за геометријске параметре који дефинишу проблем. Врло једноставно правило које се често користи за дизајнирање металних мета је такозвано Косинусно правило. Оно се састоји од трансформисања косог удара пројектила о раван дебљине  $x_b$  у нормални удар истог пројектила о мету истог материјала али веће дебљине  $x'_b$  како је изражено једначином:

$$h'_b = \frac{\alpha_p}{\cos \theta}. \quad (4.4)$$

Где је  $\theta$  угао између правца испаливања и правца нормалног у односу на мету.

Резултати еквивалентног нормалног удара се узимају директно као решење косог удара. Хетхерингтон и Лемиеух (1994) [50] примењују геометријски БЕР на керамичко-метални модел који је развио Флоренце (1969) [54]. Ова метода подразумева претпоставку да постоји елиптична контактна површина између пројектила и керамике, чија је мања оса иста као пречник пројектила  $\alpha_p$  и главна оса  $A$  је једнака:

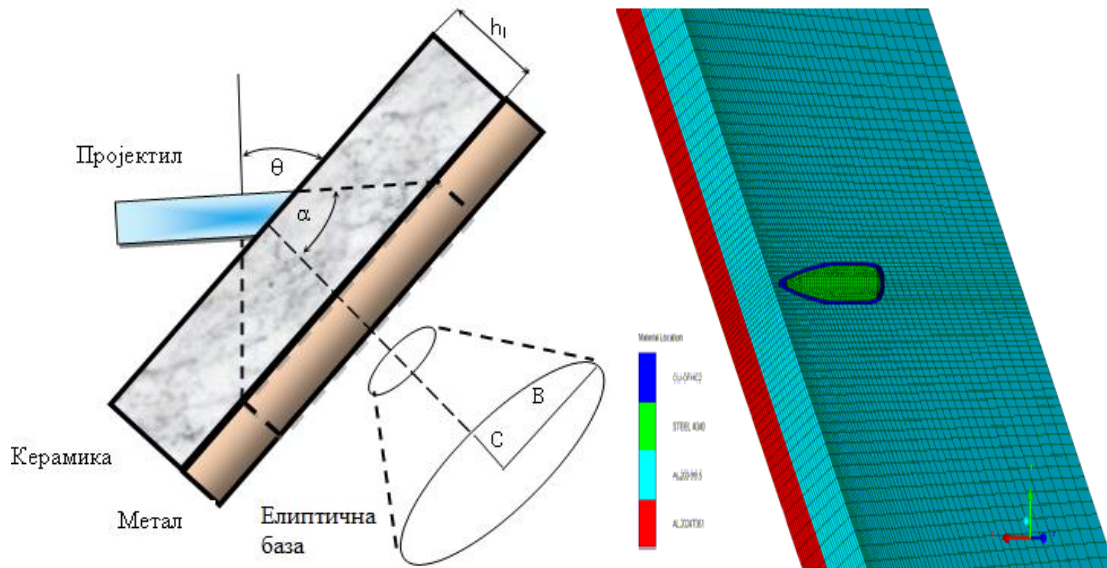
$$A = \frac{\alpha_p}{\cos \theta} \quad (4.5)$$

где је  $\theta$  угао нагиба плоче.

Сломљени керамички одсечени врх је окружен површином која формира угао  $\alpha$  са нормалном површином плоча (слика 15) и распоређује оптерећење преко металне равни у виду елиптичне површине са полу осама  $B$  и  $C$  са вредностима,

$$B = \alpha_p + h_1 \tan \alpha \quad (4.6)$$

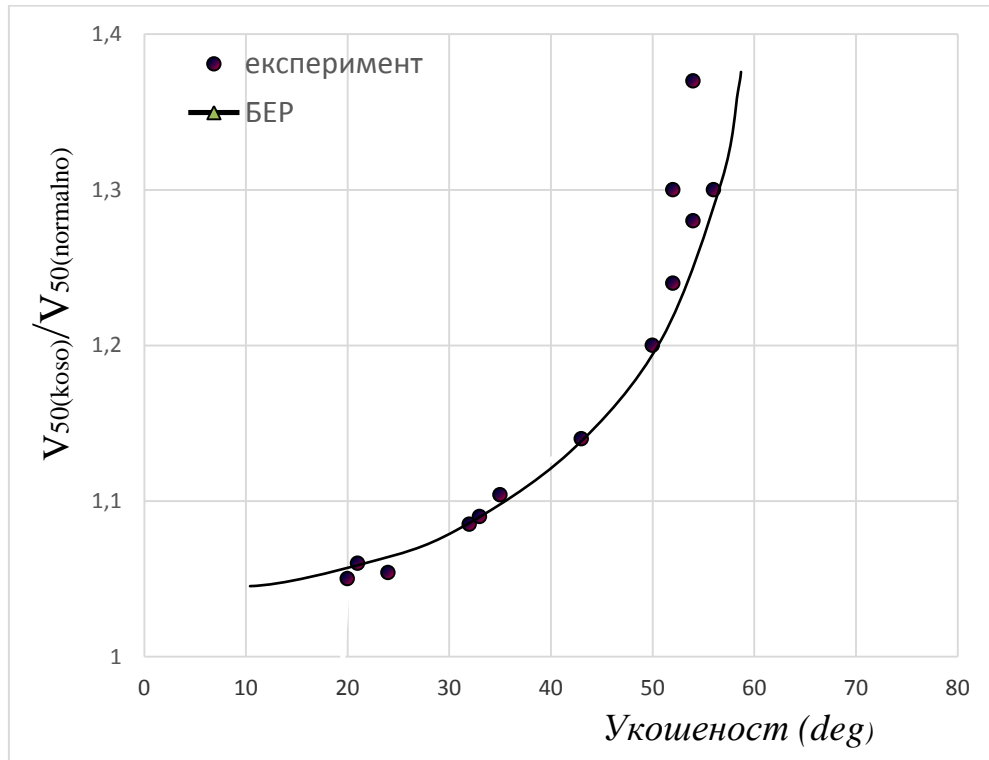
$$C = \frac{\alpha_p}{\cos \theta} \quad (4.7)$$



Слика 15. Шематски и нумерички приказ модела косог удара пројектила

Енергија која може да се упије од стране елиптичне области равни, кроз пластичну деформацију до лома, је иста као енергија кружне мембране исте области, па су Флоренцеови изрази модификовани само једним геометријским фактором. Резултати добијени кроз правила балистичког еквивалента су упоређени са експерименталним подацима на слици 16. Овај случај показује да употреба једноставног правила балистичког еквивалента може дати доста тачне резултате.

Примена једноставног правила балистичког еквивалента (БЕР) описаног једначином (4.4) за нумерички или аналитички модел керамичке плоче дала би еквивалентну заштиту са већом јачином од стварне заштите. Објашењење одступања лежи у трајању фазе фрагментације, која је краћа у стварним случајевима него у оном претпостављаном у еквивалентном проблему нормалног удара, јер је стварни керамички слој тањи од еквивалентног.

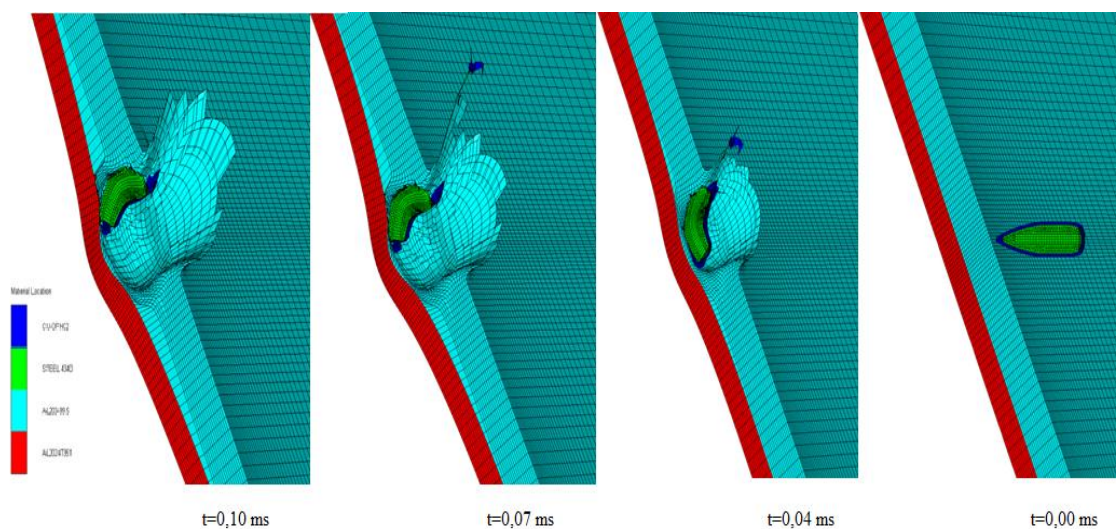
Слика 16. Варијација брзине ( $V_{50}$ ) при косиму дару [52]

У радовима који су објавили Заера и Санчез-Галвез [45-46] користили су мало другачији приступ за својаналитички модел правило косинуса није примењивано у фази фрагментације, за коју је симулирана трајекторија правог пројектила.

Иако је коси удар тродимензионалан, поље напона произведено током првих микросекунди задржава аксијалну симетрију виђену при нормалном удару, јер је ширење таласа напона радијално од тачке удара. Процес керамичке фрегментације је тако врло сличан оном у случајевима нормалног удара, са конусним пукотинама које се шире по задњој страни слоја. Фаза фрагментације се завршава када врх пројектила сусретне радијалну пукотину напред пропагирану са задње стране слоја керамичке плоче. Једноставни БЕР се потом примењује употребом аналитичког модела са еквивалентном дебљином.

Моделовање карактеристика материјала извршено је Џонсон Кук конститутивним моделом чврстоће за метале и Џонсон-Холкмистовим (Johnson-Holmquistov) [55] конститутивним моделом чврстоће за керамичку плочу датим у поглављу 5. Нумеричком симулацијам потврђено је описано понашање керамичке

плоче при косом удару пројектила калибра 5.56 mm, где се види разлетање керамичке плоче, али довољно да смањи енергију удара пројектила и спречи пробијање металне препреке приказано на слици 17. Симулација је вршена дејством пројектила са почетном брзином од 913 m/s, у сендвич структуру односа плоча керамика/метал 8/5 mm. Детаљни резултати за остале дебљине плоча за нормални и коси удар дати су у поглављу 5.



Слика 17. Коси удар пројектила о керамичко/металну плочу

## 5. НУМЕРИЧКО МОДЕЛОВАЊЕ УДАРА ПРОЈЕКТИЛА

### 5.1 Продор пројектила при великим брзинама

Удар пројектила о препреку при великим брзинама може изазвати различите облике оштећења препреке. У зависности од брзине пројектила и отпорности препреке пројектил најчешће пробија препреку, прави задор и/или остаје у препреци или оштећује препреку до потпуног лома. Процес који настаје током удара пројектила и његовом евентуалном пробијању је незамислив без свестраних експерименталних испитивања. Међутим, нумерички прорачуни у комбинацији са теоријским и експерименталним резултатима, пружају широке могућности анализе различитих типова удара са становишта коришћених материјала, геометрија и варијације свих параметара удара (почетна брзина пројектила, угао удара). За нумеричко моделирање потребно је познавање како нумеричких метода, тако и механике крутог и деформабилног тела (отпорност материјала, теорију еластичности и пластичности, простирање таласа деформације итд.).

Најраније нумеричке симулације удара и пенетрације односиле су се на високобрзински удар и те ране формулације нису укључивале ефекте чврстоће, тако да су метали третирани као флуид без вискозности, а изрази "хидродинамички рачунарски кодови" коришћени су за упућивање на те рачунарске програме. Џонсон и Андерсон [56-60] су дали кратак историјат еволуције и развоја хидрокодова у односу на проблеме удара у којима су посебно приказани модели оштећења и дубоке пенетрације. Највише коришћени модели за одређивањемогућих оштећења структура у хидросимулацијама захтевали су дефинисање критичне вредности напона, деформација, пластичног рада и остале тренутне критеријуме.

Да би се могли описати различити феномени који се одвијају током балистичке пенетрације, потребно је да се изврши карактеризација понашања материјала у условима ударног оптерећења које генерише велике брзине деформације. Карактеризација укључује не само реакције напон-деформација при великим деформацијама, различитим брзинама деформације и температурама, већ и акумулацију оштећења и начин оштећења. Тако комплексно понашање материјала укључује и прскотине, које је тешко описати аналитичким моделима.

У нумеричким симулацијама, конститутивни модели било којег степена комплексности могу да се инкорпорирају у код. Међутим, иако су присутне многе потешкоће у добијању константи за динамичко понашање материјала, инжењерски модели су у предности за софистицираније моделе. Први разматрани тест проблем је пенетрација плоче (мете) од алуминијума пројектилом од арне алатног челика и други проблем је пенетрација челичне мете пројектилом од такође арне алатног челика [61-63].

Мала густина, велика специфична чврстоћа, добра апсорпција енергије, добра отпорност на корозију, добра термална проводљивост као и слабија осетљивост на адијабатско смицање и термопластичну нестабилност карактеристике су алуминијумских легура које их чине погодним за примену у ове сврхе. У прилог примени иде и чињеница да се многе алуминијумске легуре лако могу обликовати у комплексне структуре.

У овом раду биће разматрана перфорација Welдох 460Е челичне плоче и алуминијумске плоче челичним пројектилом. Најбитнија карактеристика која указује на заштитну способност и отпорност плоче на удар је балистички лимит т.ј. балистичка гранична брзина која представља највећа брзина удара пројектила при којој неће доћи до пробијања плоче. Са циљем одређивања балистичке граничне брзине и преостале брзине у прошлости су стварани аналитички и емпиријски модели који су у одређеној мери могли да предвиде понашање материјала изложеног на удар. Развојем рачунарске технологије створила се могућност за нумеричко решавање овог проблема. Најчешће коришћени методи који се користе за нумерички прорачун удара јесу метод коначних елемената (ФЕМ – Finite Element Method) и метод хидродинамике глатких честица (СПХ – Smoothed Particle Method). У задње време је све популарнија комбинација ове две методе т.ј. СФМ метода. У овом раду биће приказана анализа удара пројектила са оштрим врхом у равну алуминијумску плочу и биће поређени резултати добијени ФЕМ и СФМ методама са експерименталним резултатима.

## **5.2 Конститутивни модел**

Удар често проузрукује пластично течење материјала са великим брзинама деформације, локални раст температуре као и пуцање материјала. Стандардни



приступ решавању проблематике удара укључује два различита конститутивна модела. Један који дефинише пластичност и други који дефинише критеријум оштећења (лома) материјала. У литератури за овакву врсту анализа најчешће се користе Џонсон Куков (ЈС) конститутивни модели те ће из тог разлога исти бити коришћени и у овом раду. Ова два модела нису повезана и могу се користити одвојено.

Џонсон и Кук створили су конститутивни модел за метале изложене вееликим деформацијама, великим брзинама деформисања и високим температурама примарно намењен за прорачуне удара [66]. Како би се дефинисале карактеристике материјала овај модел користи пет различитих коефицијената којих је потребно одредити експерименталним испитивањем. Џонсон и Кук су представили Фон Мизесов напон течења преко релације:

$$\bar{\sigma} = [A + B\dot{\epsilon}_p^n][1 + C \ln \dot{\epsilon}_p^*][1 - T^{*m}] \quad (5.1)$$

где,  $\bar{\sigma}$ - Фон Мизесов еквиваленти напона. Коефицијенти  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $C$  и  $m$  су константе материјала. Константа  $A$  је напон течења,  $B$  и  $n$  су последица очвршћавања, а  $C$  је константа брзине деформације.  $\dot{\epsilon}_p^* = \dot{\epsilon}_p / \dot{\epsilon}_0$  - бездимензиона брзина деформисања,  $\dot{\epsilon}_p$ - еквивалентна пластична деформација,  $\dot{\epsilon}_0$ - референтна стопа деформације, а  $T^*$ - одговарајућа хомогена температура дефинисана као  $T^* = (T - T_r) / (T_m - T_r)$ , а  $T$  је апсолутна температура, и експонент  $r$  и  $m$  указују на собну температуру и температуру топљења. Борвик [64,65] извршио је модификацију Џонсон и Кук модела и његова релација има облик,

$$\bar{\sigma} = [A + B\dot{\epsilon}_p^n][1 + \dot{\epsilon}_p^*]^C [1 - T^{*m}] \quad (5.2)$$

У овом моделу, видимо да када су стопе деформације приближне тј. уједначавају се тада стопа деформације теже ка нули, што има велику предност у одређивању параметара модела и за нумеричком имплементацију овог модела.

Комбинацијом еласто-високопластичног модела и дуктилног оштећења, еквивалентан фон Мизесов напона је дат као

$$\bar{\sigma} = [1 - \beta D][A + Br^n][1 - \dot{r}^*]^C [1 - T^{*m}] \quad (5.3)$$

где је  $D$  променљиво оштећење, узимајући вредности између 0 као условне и 1 када настаје потпу пробој, а  $\dot{r}^* = (1 - \beta D)$  представља оштећење еквивалентно

пластичне стопе деформације и  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$  је бездимензионално оштећење еквивалентно пластичне стопе деформације.

Лиу ет ал. [6] узели су у обзир и утицај прираштаја температуре који је последица адијабатског загревања материјала т.ј. раду који се при пластичном течењу претвара у топлоту.

$$\dot{T} = \chi \frac{\bar{\sigma} \dot{\epsilon}_p}{\rho C_p} \quad (5.4)$$

где је  $\rho$  густина,  $C_p$  је специфична топлота, а  $\chi$  представља Тејлор-Куиннеов [34] емпиријски коефицијент који представља однос који при пластичном течењу претвара у топлоту. Обично за металне плоче овај коефицијент се узима да је 0,9.

Аутори овог рада сматрају да се задовољавајући резултати могу добити и оригиналним Џонсон Кук моделом те ће из тог разлога у овом раду бити коришћен само стандардни немодификовани Џонсон Кук конститутивни модел чврстоће материјала. Као критеријум за лом материјала Џонсон и Кук [66] су предложили конститутивни модел прилагођен рачунарским симулацијама и он је представљен релацијама:

$$\sigma = [A + B(\epsilon_p)^\alpha][1 + C \ln \dot{\epsilon}_{eff}] \left[ 1 - \left( \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^b \right] \quad (5.5)$$

$$D = \sum_{t=0}^{t_c} \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon^f} \quad (5.6)$$

$$\epsilon^f = \left[ D_1 + D_2 \exp D_3 \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_e} \right) \right] [1 + D_4 \ln \dot{\epsilon}_{eff}] [1 - D_5 T^*] \quad (5.7)$$

Где је  $\epsilon^f$  еквивалентна деформација до лома при тренутним условима температуре,  $(\epsilon_0 = 1s^{-1})$  и  $\epsilon_p$  представљају еквивалентно и пластично истезање,  $\dot{\epsilon}_{eff} = \epsilon_p/\epsilon_0$  је ефективна стопа истезања,  $T_m$  и  $T_r$  су референтна температура течења и собна температура,  $t_c$  је време у тренутном удара,  $\sigma_a$  и  $\sigma_e$  су просечни нормални и еквивалентни напон и А, В, а, С и б су константе материјала.

У овим релацијама D представљају пет параметара оштећење елемента и лом је могућ када је D=1.

### 5.3 Моделовање материјала

За нумеричку анализу у овом раду коришћени су Џонсон – Кукови конститутивни модели чврстоће и лома материјала. Материјал који је коришћен у анализама је Welдох 460Е челичн плоча и алуминијумска легура AA5083-X116, плоча . Ова легура припада класи AA5xxx т.ј. алуминијум-магнезијумских легура. Има добре особине за ваљање те је стога практична за употребу. Такође има добру отпорност на корозију. Легура AA5083-X116 је друга најјача комерцијална алуминијум-мегнезијумска легура. Детаљну анализу карактеристике материјала и дефинисање коефицијената намењеним за Џонсон Кук конститутивне моделе урадили су Клаусен ет. ал. [67].

У табелама 1-3 приказане су карактеристике материјала и вредности коефицијената коришћене у анализама.

Табела 1. Карактеристике материјала за Welдох 460Е челичну плочу

E [GPa]	$\nu$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	A [MPa]	B [MPa]	$\dot{\epsilon}$ [s <sup>-1</sup> ]	n	C	m	D <sub>c</sub>
200	0.33	7850	490	807	1	0.73	0.00114	0.94	0,3 0
C <sub>p</sub> [J/kgK]	$\alpha$	$\bar{\alpha}$ [K <sup>-1</sup> ]	T <sub>t</sub> [K]	T <sub>a</sub> [K]	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>5</sub>
910	0.9	1.1 x 10 <sup>-5</sup>	1800	293	0.0705	1.732	-0.54	-0.015	0

Табела 2. Карактеристике и константе за AA5083-H116 [66]

E [GPa]	$\nu$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	A [MPa]	B [MPa]	$\dot{\epsilon}$ [s <sup>-1</sup> ]	n	C	m	D <sub>c</sub>
70	0.3	2700	167	596	1	0.551	0.001	0.859	1
C <sub>p</sub> [J/kgK]	$\alpha$	$\bar{\alpha}$ [K <sup>-1</sup> ]	T <sub>m</sub> [K]	T <sub>0</sub> [K]	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>5</sub>
452	0.9	2.3 x 10 <sup>-5</sup>	893	293	0.0261	0.263	-0.349	0.147	16. 8

Пројектил је моделован са карактеристикама Арне алатног челика. Његове карактеристике приказане су у табели 3.

Табела 3. Карактеристике Арне алатног челика

$\sigma_y$ [GPa]	$\nu$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	E [GPa]	E <sub>t</sub> [MPa]	$\varepsilon_t$ [%]
1.9	0.33	7850	204	15	2.15

У овом раду за симулирање перфорације и пенетрације (пробијање, задор и расцветавање) челичних и алуминијумских плоча коришћен је челични пројектил различитих облика врхова и димензија (тупи, конусни и хемисферични).

(I) Тупи пројектил је коришћен за испитивање ударних оштећења укључујући перфорацију Welдох 460E челичне плоче са дебљином плоче од 6, 8, 10, 12, 16 и 20 mm,

(II) перфорацију челичне плоче дебљине 12 mm пројектилима различитих врхова и

(III) перфорацију AA5083-X116 алуминијумских плоча конусним челичним пројектилом дебљине од 15, 20, 25 и 30 mm.

Симулиране вредности почетних брзина и балистичких граничених брзина и њихово упоређене су са експерименталним резултатима.

При ударима великих брзина, материјали су обично подвргнути екстремно великом истезању, високом утицају пластичних деформација, повећање температуре и озбиљна оштећења. Конститутивна веза за метале, Џонсон Кук модел који разматра све наведене параметре је предложена [66]. Џонсон Кук моделе материјала, параметар оштећења и истезање ломом изражени су у изворном облику као у једначинама до (5.5 до 5.7).

#### 5.4 Нумеричка анализа

Независно од експерименталног тестирања механизми оштећења челичних Welдох 460E плоча и AA5083-X116 алуминијумских плоча током балистичког удара може бити одређен коришћењем нумеричке симулације. Иако је овај метод постао популаран у карактерисању свих врста материјала, он мора бити коришћен са обзиривошћу и увек потврђен експериментима. Такође је неизвесно да ли експериментално тестирање може бити тотално замењено са нумеричком симулацијом.

Нумеричка симулација проблема удара о челичне и алуминијумске плоче извршен је пројектилом од Арне алатног челика и анализиран да се добију процене глобалног оштећења. Сва та предвиђања спроведена су користећи нумерички код коначне разлике програма AUTODYN-2D и 3D, а затим поређена са експерименталним подацима да се илуструју перформансе симулације. AUTODYN поседује седам различита солвера за просторну дискретизацију: Lagrange, Shellm, Beam, ALE, SPH, Euler-FCT, Euler-Godunov. Када су у питању проблеми везани за балистику најчешће се користе Лагранжов и СПХ солвер. СПХ је такође Лагранжов метод који је базиран на интеракцији суседних честица.

Урађени су нумерички прорачуни за Welдох 460Е челичне и АА5083Х116 алуминијумске плоче различитих дебљина и различите почетне брзине пројектила. Геометрије пројектила и облици врхова приказани су на слици 18.

За нумеричке прорачуне коришћен је софтвер за експлицитно решавање једначина стања у Лагранжовим координатама. Лагранжова формулација је лакша за примену код ове врсте прорачуна јер код Ојлерове постоје потешкоће при прецизном дефинисању деформабилних граница материјала и контакта између пројектила и плоче. Код Лагранжове формулације мрежа се помера и деформише са материјалом који је моделован тако да је одржање масе аутоматски задовољено. Ако размотримо тродимензионално (3D) тело које заузима Лагранжов простор [68] запремине  $V$  подвргнутом истезању  $f_{t_i}(t)$  над делом спољне површине  $S_t$  и са силом екстерног тела  $f_{b_i}(t)$ . Одакле добијамо да је виртуални рада једнак,

$$\int_V \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \int_V \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV - \int_V \rho f_{b_i} \delta u_i dV - \int_{S_t} f_{t_i} \delta u_i ds = 0 \quad (5.8)$$

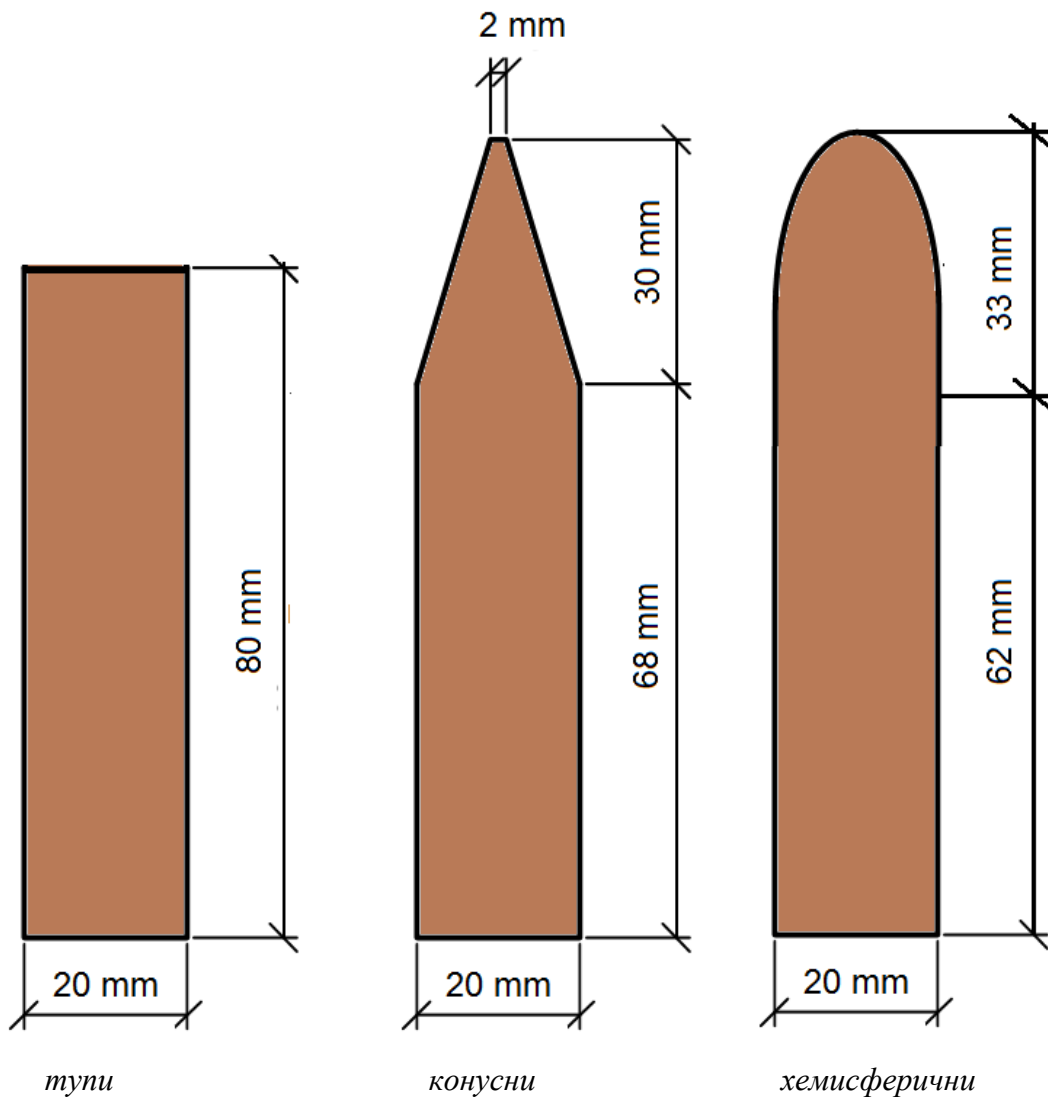
Где је  $\rho$  густина материјала,  $\sigma_{ij}$  је Кошијев тензор напона,  $u_{i,j}$  је убрзање а  $\delta u_i$  је обавезно виртуелно померање.

Применом просторне дискретизације коначним елементима једначине (5.8), главна једначина постаје:

$$[M](\ddot{u}) + [K](u) = (F) \quad (5.9)$$

$$[M] = \sum_{n_1=0}^{n_{total}} \int_V \rho [N]^t [N] dV_e$$

Где су  $M$ ,  $K$  и  $N$  су матрице функција масе, крутости и облика,  $n_{total}$  је укупни број елемената у домену,  $V_e$  је обим елемента а  $F$  је еквивалентни вектор чворне силе комбинованих унутрашњих и спољашњих сила укључујући оне добијене реституцијом тела током удара. За проблем удара велике брзине користи се метода експлицитне централне разлике по времену за решавање једначине (5.10).



**Слика 18. Геометрија и димензије пројектила са различитим облицима врхова**

Метода хидродинамике глатких честица (СПХ) је нехомогена Лагранжова метода која може природно решавати проблеме који укључују велике деформације и озбиљна оштећења материјала и стога је прикладан алат за решавање проблеме удара великих брзина. Метода је прво развијена од стране Lucy [69], Gingolda и Monaghana [70] за описивање астрофизичких феномена.

Систем је представљен скупом честица, и променљивеу посматраном домену су срачунате употребоминтерполационе функције. Интегрална репрезентација или апроксимација функције језгра  $f(x)$  надкомпактним под-доменом утицаја  $\Omega$ , може се изразити као:

$$\{f(x)\} = \int_{\Omega} f(x_i) W(x - x_i, h) dx_i \quad (5.12)$$

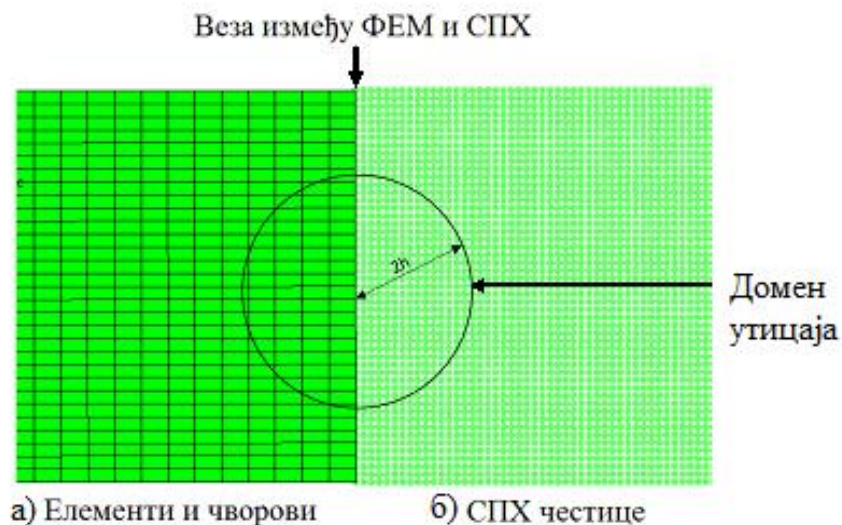
где је  $W$  функција поравнања језгра а  $h$  је дужина поравнања која представља јединичну меру под-домена утицаја функције  $W$  (слика 19а). За задовољење потребне партиције јединичног услова, интерполациона функција мора бити нормализована у сваком под-домену:

$$\int_{\Omega} f(x_i) W(x - x_i, h) dx_i = 1 \quad (5.13)$$

Често коришћена интерполациона функција кубни „ $B$ -splajn“ изражена као:

$$W_{(q,h)} = \frac{K}{h^{\xi}} \begin{cases} 1 - \left(\frac{3}{2}\right)q^2 + \left(\frac{3}{4}\right)q^3 & q \leq 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)(2 - q)^3 & 1 < q \leq 2 \\ 0 & q > 2 \end{cases} \quad (5.14)$$

где је  $q=(x-x_i)/h$ , ( $\xi = 1,2$  или  $3$ ) димензија проблема а  $K$  је скаларни фактор за слагање са једначином (5.13).



Слика 19. Спрегнута СПХ и ФЕМ метода

На основу очувања масе, момента и енергије у механици чврстих тела, СПХ основне једначине израженесу као, парцијалне диференцијалне једначине о одржању количине кретања које повезују убрзање са напонским тензором изгледају:

$$\rho \ddot{x} = b_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (5.15)$$

$$\rho \ddot{y} = b_y + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \quad (5.16)$$

$$\rho \ddot{z} = b_z + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (5.17)$$

Где сур,  $\sigma$  и  $b$  густина, напон и убрзање у правцу оса  $x$ ,  $y$  и  $z$  у изворном облику.

Једначина о одржању енергије представљена је преко релације:

$$\dot{e} = \frac{1}{\rho} (\sigma_{xx} \dot{\epsilon}_{xx} + \sigma_{yy} \dot{\epsilon}_{yy} + \sigma_{zz} \dot{\epsilon}_{zz} + 2\sigma_{xy} \dot{\epsilon}_{xy} + 2\sigma_{yz} \dot{\epsilon}_{yz} + 2\sigma_{zx} \dot{\epsilon}_{zx}) \quad (5.18)$$

Треба напоменути да експлицитни софтвер намеће само одржање масе и количине кретања док се одржање енергије посматра због процене квалитета решења. Недостатак решавања Лагранжове формулације методом коначних елемената је проблем великих изобличења елемената, прекида елемената и појаве негативних запремина. Постоје методе решавања овог проблема, на пример увођењем ерозије елемената, међутим у последње време све актуелније је увођење СПХ домена у домен великих деформација. СПХ је нехомоген Лагранжев метод развијен за описивање астрофизичких појава међутим погодан је за решавање проблема удара у којима су актуелне велике деформације и оштећење материјала. Код СПХ метода систем је представљен сетом честица и њихове променљиве рачунају се помоћу Кернел интерполационе функције. Интегрална репрезентација т.ј. кернелова апроксимација за функцију  $f(x)$  за поддомен  $\Omega$  приказана је у облику:

$$\langle f(x) \rangle \cong f(x') W(x - x', h) dx' \quad (5.19)$$

где је  $W$  Кернел функција а  $x$  је мера домена утицаја функције  $W$ . Кубна Б-сплајн функција се најчешће користи за поравнање Кернел функције.



Комбинована (упарена) метода (СФМ) користи се за оптимизацију и најбоље искоришћење рачунарских програма. Овом методом моделује се СПХ домен само у домену великих деформација тј. тамо где се очекују велика оштећења чиме се смањује број СПХ честица, а тиме и знатно мање потребног времена за прорачун. Штавише употребом ФЕМ за остатак прорачунског домена побољшава тачност решења. СПХ честице са доменом утицаја и интерфејс СПХ-ФЕМ код СФМ методе приказани су графички на слици 19.

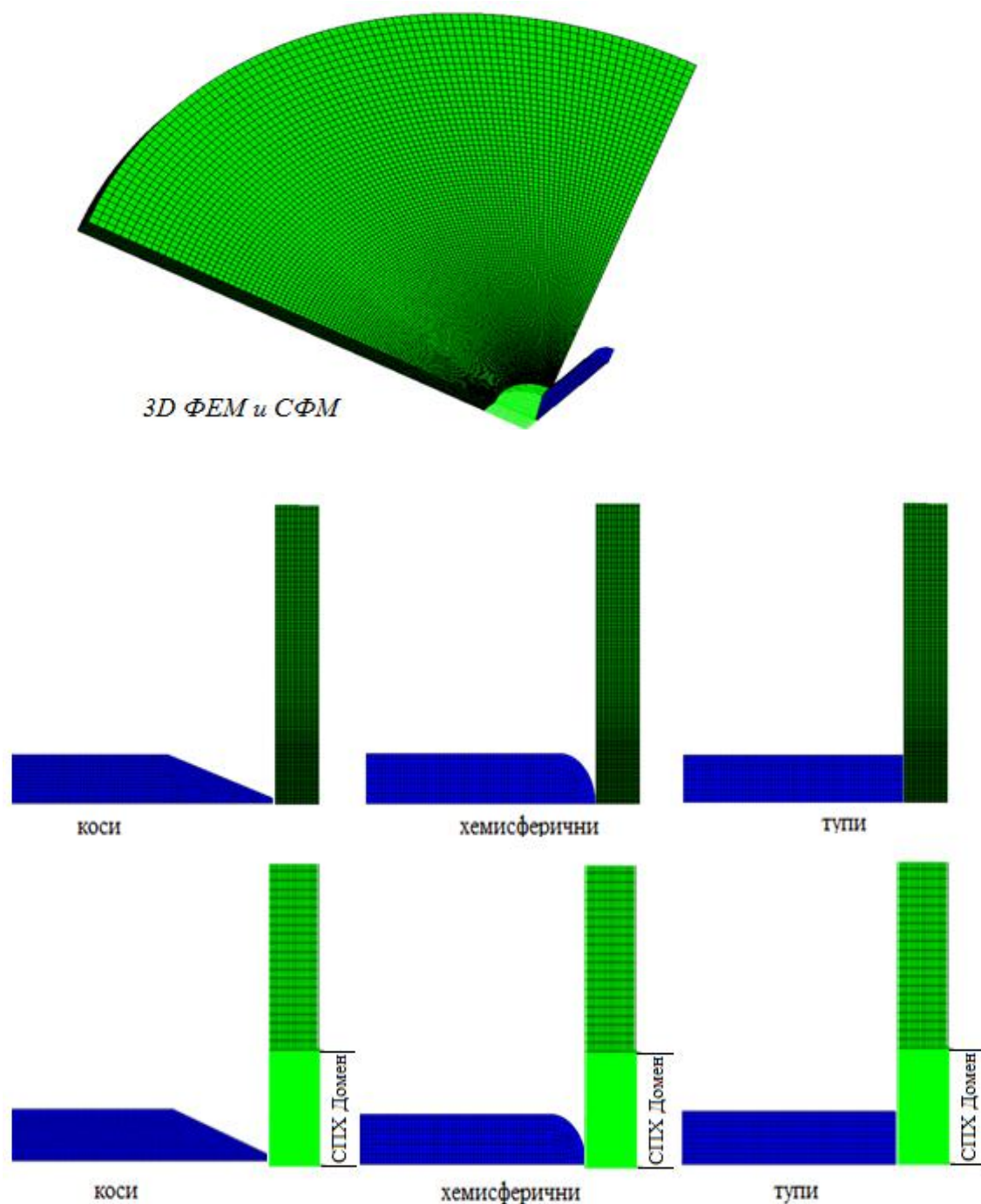
За нумеричко испитивање извршене су СФМ симулације перфорације Welдох 460Е челика и AA5083-H116 алуминијумске плоче променљивих дебљина од стране пројектила разних врхова (тупи, конусни и хемисферични). Геометрија три пројектила различитих врхова приказана је на слици 18 [71].

Моделовање сваке појединачне циљне плоче састоји се од два региона. За све анализе, како за метод коначних елемената тако и за комбиновани метод коришћен је аксисиметричан модел. Део ФЕМ и СФМ мрежа коришћених за анализу приказане су на слици 20, за конусни, тупи и хемисферични пројектил. Нумеричке СПХ честице се усвајају у близини удара где се очекују оштећење и велике деформације док се остатак циљног домена и пројектила моделира употребом мреже коначних елемената како је приказано на слици 20. Проблем се може свести на осно симетричан равански случај или просторни када се моделира четвртина домена, с обзиром на симетрију у  $x_3$  и  $u_3$  равнима где су гранични услови симетрије наметнути за ФЕМ мрежу. Скуп честица је дефинисан да омогући услов симетрије за СПХ регион.

Нумеричке симулације које су вршене у овом раду спроведене су употребом софтверског програма AUTODYN, 2D тј. 3D за дводимензионалне тј. тродимензионалне проблеме респективно. Овај програм базиран је на методима коначних разлика, коначних запремина и коначних елемената. Такође поседује могућност прорачуна т.з. безмрежном методом тј. методом хидродинамике глатких честица који је погодан за прорачуне где се јављају велике деформације и велике брзине деформисања као што је овде случај. У случају коришћења неке од већ наведених мрежа потребно је водити рачуна о ерозији елемената.

Џонсон - Кук модел материјала је усвојен за циљне плоче док је сваки пројектил моделиран као једноставни еластично-пластични материјал са

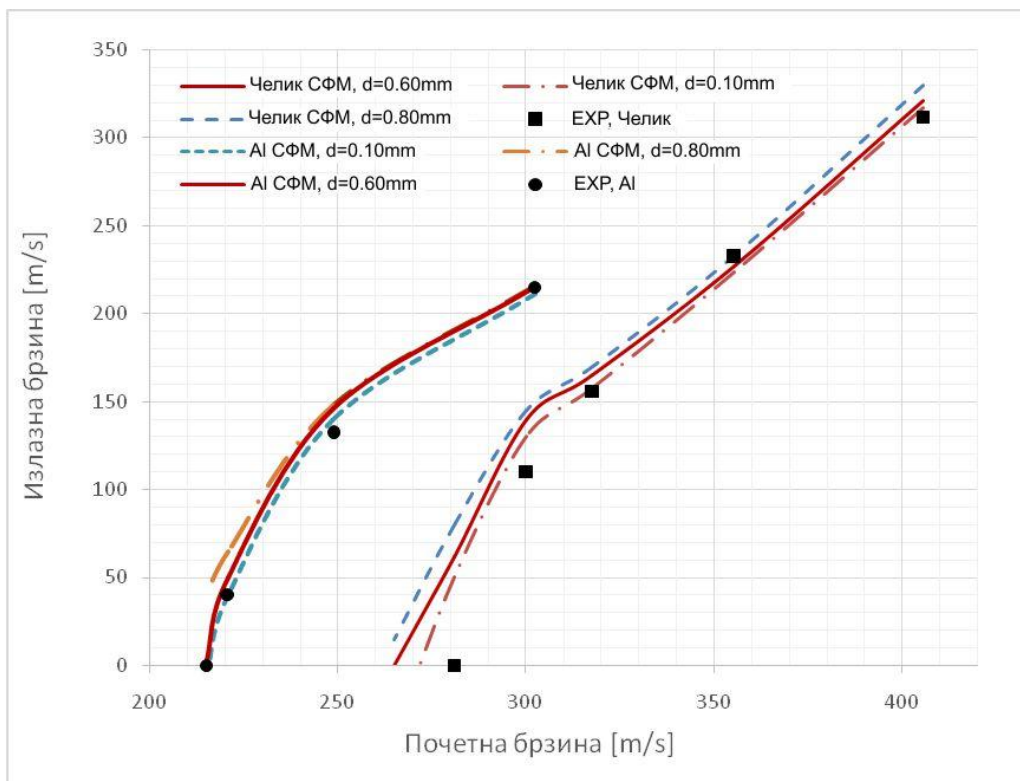
изотропским очвршћавањем. Важне константе материјала за челичне и алуминијумске одређене плоче и очврснути челични пројектил дате које су дате у табелама 1-3.



Слика 20. Прорачунске мреже плоче и пројектила 3D и 2D ФЕМ и СФМ

## 5.5 Анализа утицаја различитих улазних параметара на резултате нумеричких прорачуна

Почетни нумерички резултати перфорације челичне плоче конусним пројектилом употребом СФМа показују да су природне брзине осетљиве на удаљеност СПХ честица. Феномен осетљивости мреже је такође запажен за ФЕМ симулацију код Деуа [72] који сматра да је она последица локализованог адијабатског продора цепањем у делу око продора пројектила. Стога, студија је вршена ради испитивања ефекта удаљености СПХ честица за два узорка Weldox 460Е челичне плоче дебљине 12 mm и алуминијумске плоче дебљине 15 mm, СПХ студија конвергенције за два случаја како је приказано на слици 21, показује да се разумни конвергентни резултати могу остварити употребом удаљености СПХ честица од 0.6 mm што представља вредност која је усвојена за наредне прорачуне. Ефекти удаљености СПХ честица такође су испитивани за пројектиле са оштрим конусним врхом и резултати потврдули да се иста удаљеност честица од 0.6 mm може усвојити.



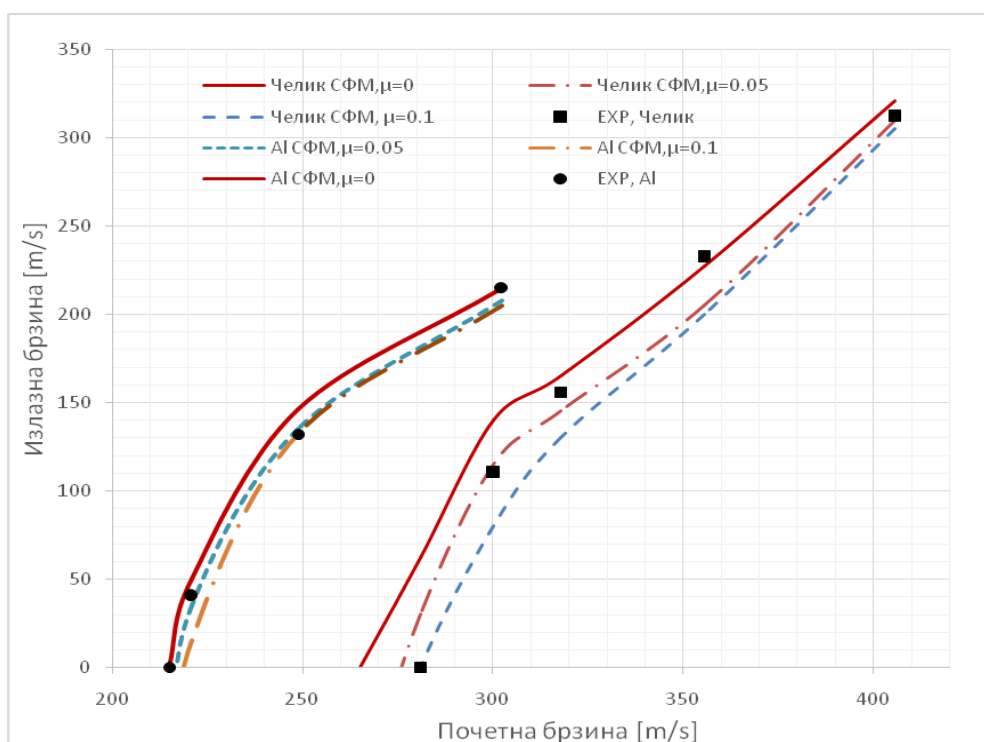
Слика 21. Анализа удаљености СПХ честица за удар конусног пројектила о челичну плочу 12 mm и алуминијумску плочу 15 mm

Температура топљења и чврстоћа материјалаплоче које су коришћени за испитивање, утиче на вредности коефицијента трења које је коришћен у овој студији. Ниже температуре топљења теже да произведу тањи слој између плоче (мете) и пројектила који делује као лубрикант. У раду који је објављен фотомикрографија пенетрације алуминијумске циљне плоче пројектилом сферног врха при почетној брзини од 120 m/s показује значајне микроструктуралне промене у танком слоју од 5-15  $\mu\text{m}$  у плочи око пројектила [73-77]. Слично понашање је запажено за друге пројектиле са оштрим врхом као што су конусни и шиљастии врх, на контактної површини између циљаног материјала (мете) и пројектила када се мета креће по вертикалној равни. Такав догађај нам говори да клизно трење између пројектила и мете постоји и мора бити узето у обзир. Поменути слој није запажен за перфорацију тупим пројектилом, јер се циљна плоча сломила услед локализованог адијабатског смицања узрокујући занемарљиво контактнo трење између пројектила и циља. Ово је потврђено запаженом константном природном брзином након оштећења плоче услед, адијабатског смицања "цепања" и сабијања тупог пројектила што је и у својим научним радовима објавио Борвик [64-65].

Одабир одговарајуће вредности коефицијента трења,  $\mu$ , је сложено јер никакви експериментални подаци нису тренутно доступни за удар велике брзине. Равид и Боднер [28] претпостављају вредности од  $\mu=0.1$  и  $\mu=0.05$  при перфорацији челичних плоча пројектилама велике брзине за фронталну и латералну површину пројектила. Мања вредност за латералну површину пројектила је очекивана услед ефекта велике брзине и присуства танког вискозног филма јер се температура материјала повећава преко тачке топљења у контактної површини. Како би се упоредили подаци из наведеног рада спроведена су испитивања са три различите вредности коефицијента трења и то за  $\mu$  од 0.0, 0.05 и 0.1 које су коришћене за перфорације пројектилом конусног врха кроз челичну циљну плочу дебљине 12 mm. Приказ природне наспрам иницијалне брзине пројектила са усвојеним трима вредностима  $\mu$  које су дате на слици 24. Може се приметити значајни ефекат трења на природну брзину. Вредност коефицијента трења  $\mu=0.05$  показује да пружа разумно тачан резултат симулиран преко СФМ-а и усвојена је у наредним симулацијама перфорација пројектилама конусног врха. Такође у даљим анализама вршена је симулација за тупи пројектил са коефицијентом трења

вредности  $\mu=0.02$ , за различите дебљине челичних плоча (6, 8, 10, 12 и 16 mm) и при различитим брзинама али само за ФЕМ методу који су приказани на сликама од 29 до 34. У анализи СФМ методе уочено је да са утицајем трења долази до ерозије елемената при излазу пројектила тако да нису разматрани са утицајем трења. [78].

Како би се упоредили подаци из проучаваних научних радова, извршена су поређење експерименталних података са онима добијеним на основу вредности коефицијента трења  $\mu$  од (0.0, 0.05 и 0.1) за 15 mm дебелу AA5083.X116 алуминијумску плочу перфорирану пројектилом конусног врха. На слици 22. приказани су нумерички резултати који су коришћени за наведене вредности где је такође потврђено да се резултати слажу добро са резултатима теста удара. Ова вредност је усвојена за наредне анализе перфорирања алуминијумске плоче.

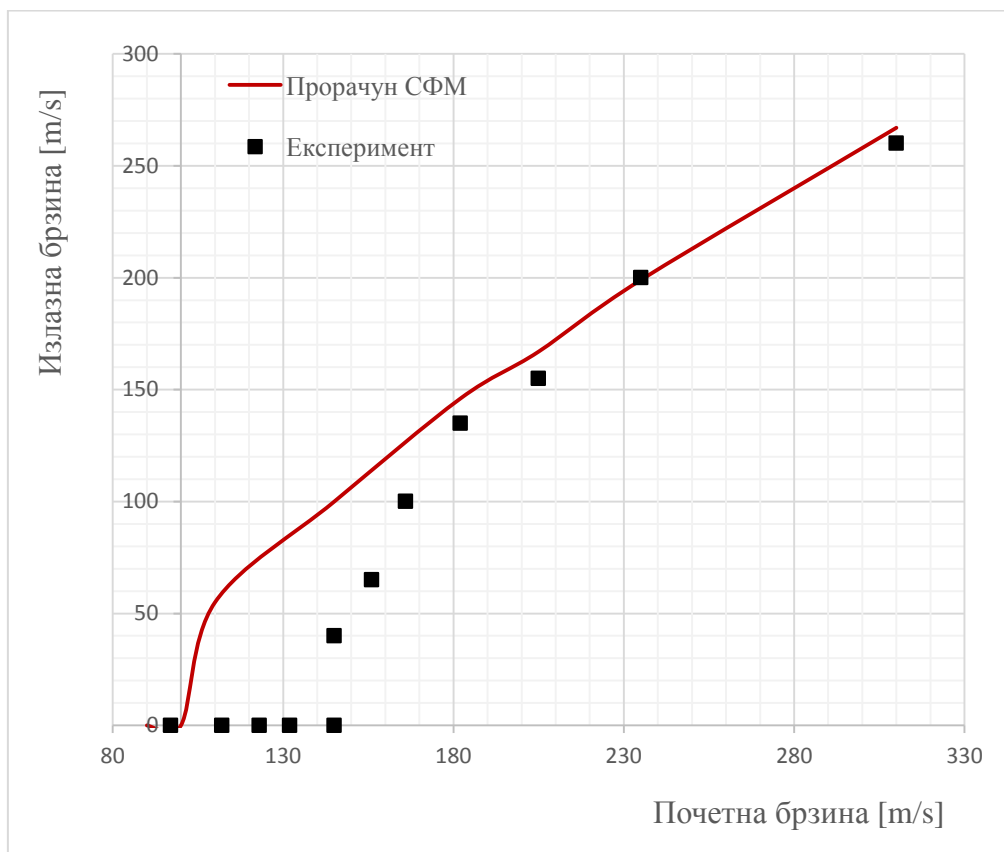


Слика 22. Ефекти трења при перфорацији челичне плоче дебљине 12 mm и алуминијумске плоче 15 mm, конусним пројектилом

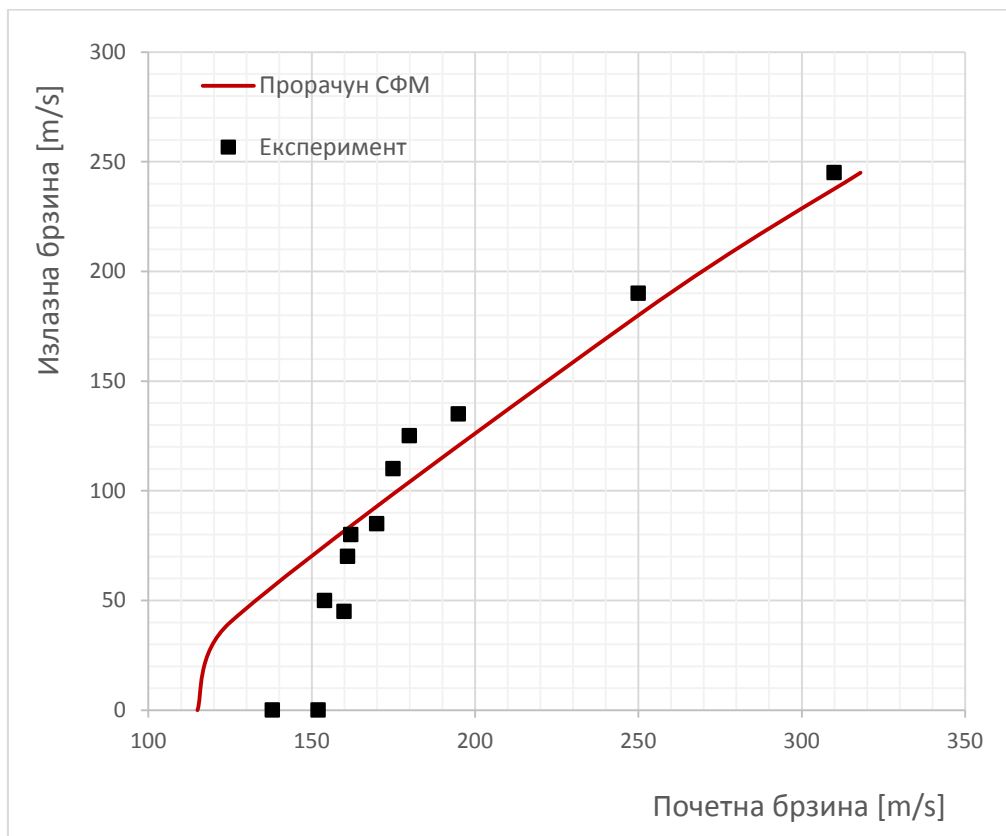
## 5.6 Анализа перфорације weldox 460Е челичних плоча

### 5.6.1 Перфорација тупим пројектилом СФМ методом

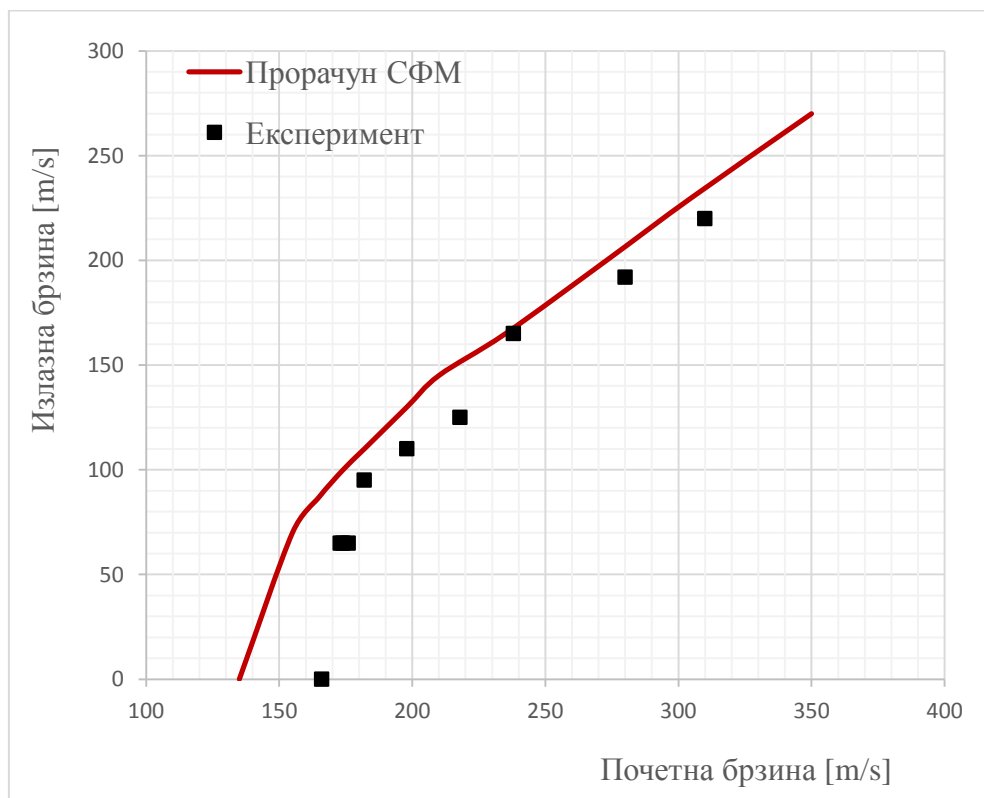
У овом делу извршена је анализа перфорације челичних плоча различитих дебљина од 6, 8, 10, 12, 16 и 20 mm, дејством различитим брзинама са тупим пројектилом применом 2D СФМ методеу AUTODYN. Нумеричке природне и балистичке граничене брзине поређене су са експерименталним подацима које је у свом раду објавио Борвик [62-63]. У раду је потврђено да је осим за танке плоче, при релативно ниским почетним брзинама пројектила од око 170 m/s и мање, СФМ резултати се слажу добро са експерименталним вредностима. На сликама од 23 до 28 приказани су резултати нумеричке анализе дејством тупим пројектилом различитим брзинама од 435,6 [m/s] до 145 [m/s] за плоче дебљине 6, 8, 10, 12, 16 и 20 mm.



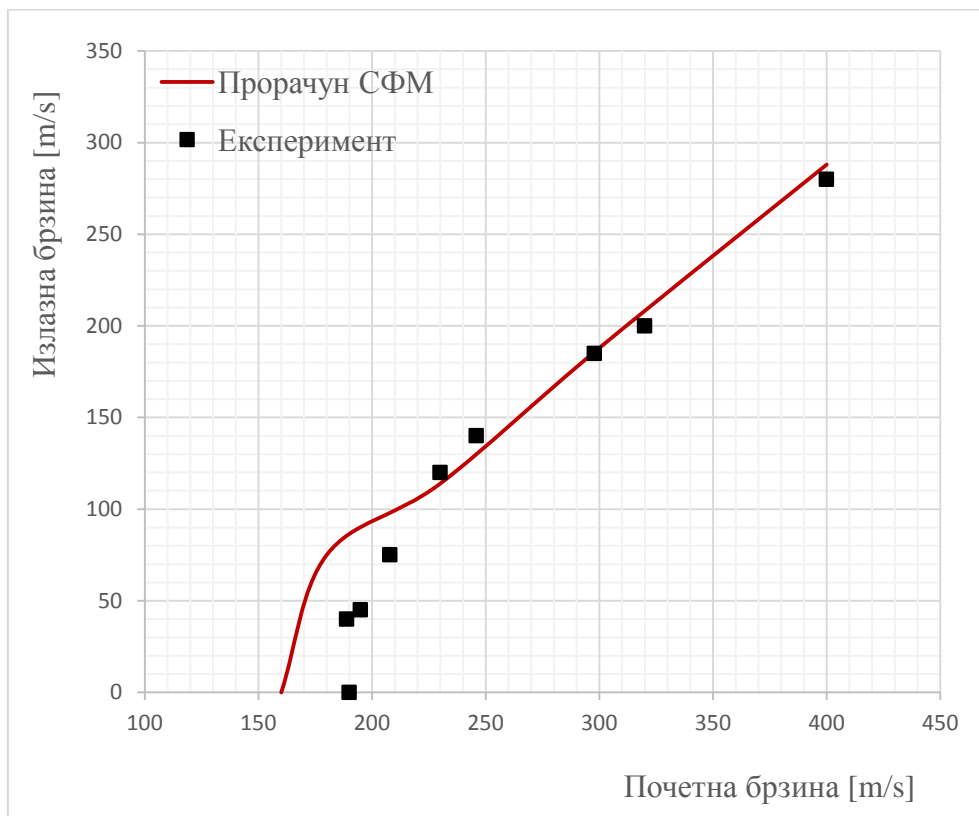
Слика 23. Анализа СФМ тупим пројектилом за плочу 6 [mm]



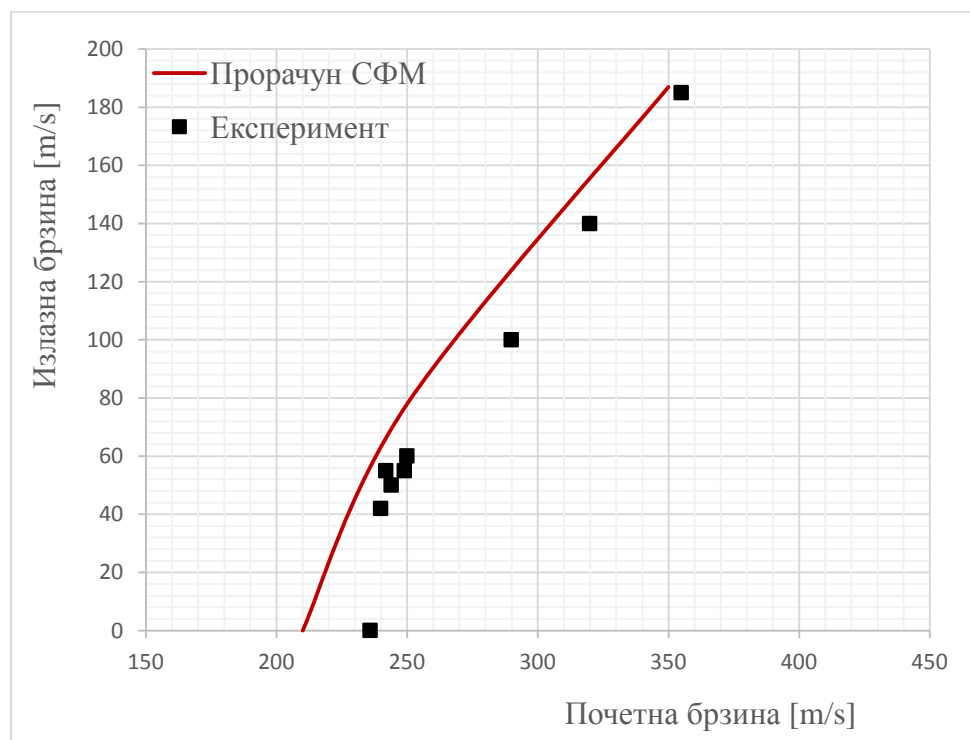
Слика 24. Анализа СФМ тупим пројектилом за плочу 8 [mm]



Слика 25. Анализа СФМ тупим пројектилом за плочу 10 [mm]

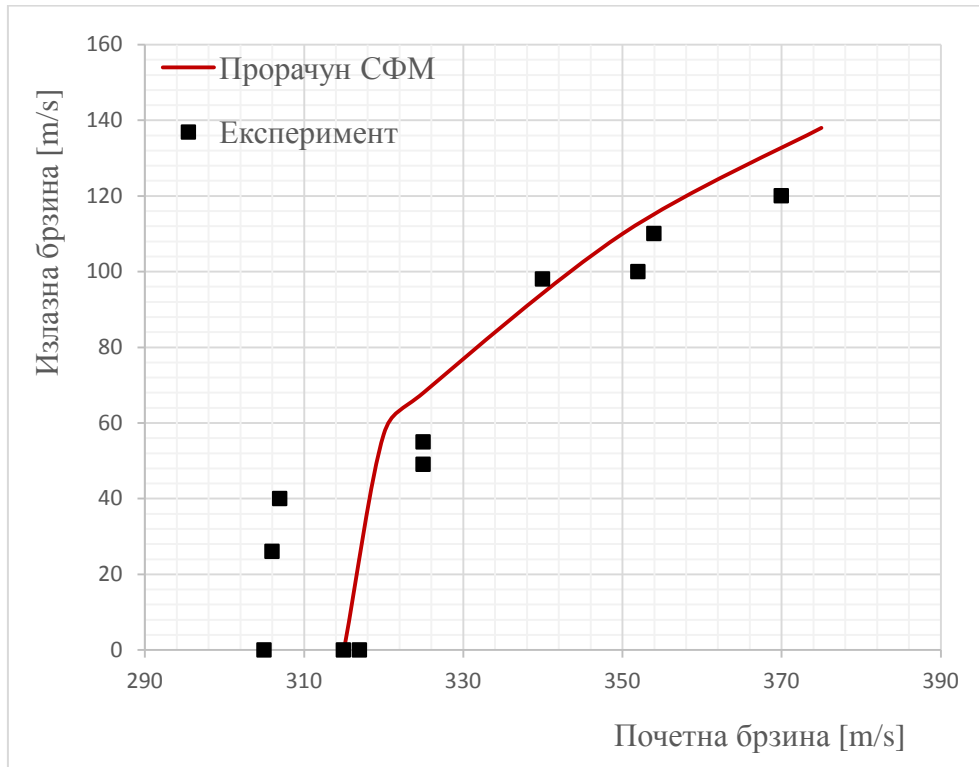


Слика 26. Анализа СФМ тупим пројектилом за плочу 12 [mm]



Слика 27. Анализа СФМ тупим пројектилом за плочу 16 [mm]





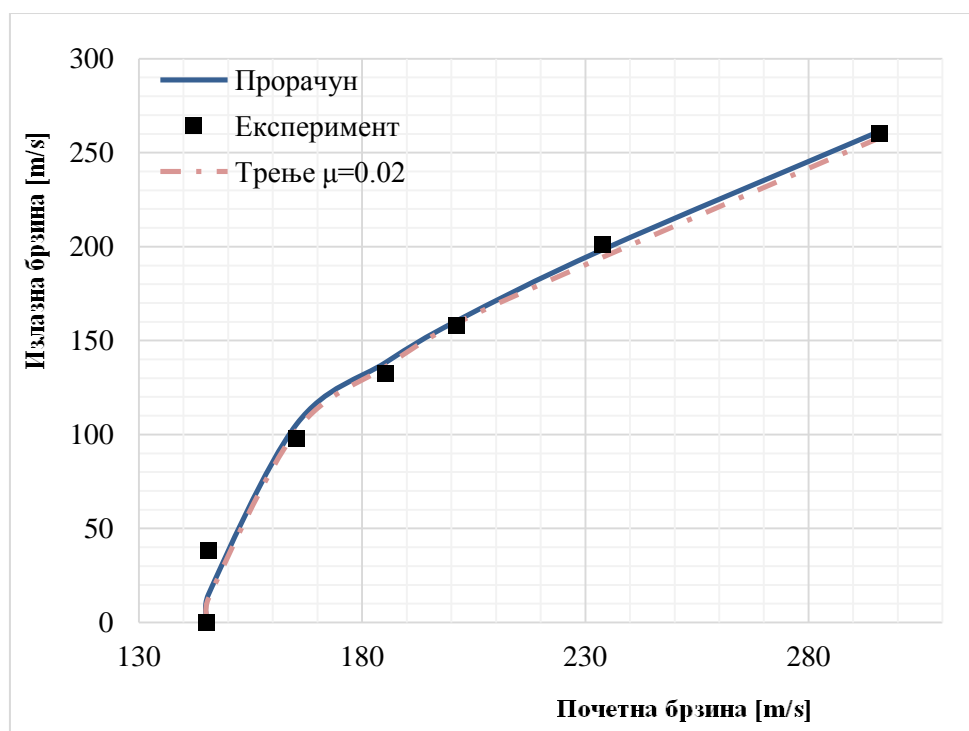
**Слика 28. Анализа СФМ тупим пројектилом за плочу 20 [mm]**

Балистичка гранична брзина је дефинисана као минимална брзина пројектила потребна да пробије потпуно циљну плочу. Добијени резултати указују да примена методе СФМ, за тупе пројектиле посебно за тање плоче мањим од 10 mm и ниже вредности балистичких граничних брзина има одступања од експерименталних резултата, као и код резултата које је објавио, Борвик [65]. Ова разлика у нагибу је објашњена као промена у облику лома од адијабатског смицања и лома сабијањем за дебље плоче до глобалног пропагирања и лома за танке плоче.

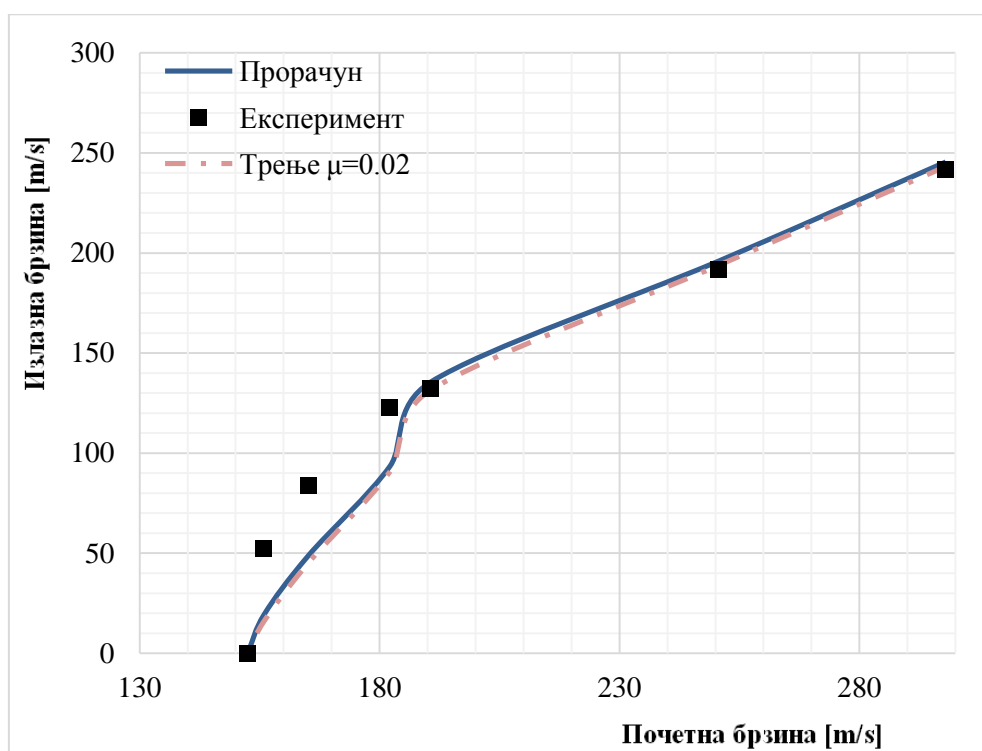
### 5.6.2 Перфорација тупим пројектилом ФЕМ методом

За упоређење добијених резултата извршена је анализа перфорације челичних плоча различитих дебљина од 6, 8, 10, 12, 16 и 20 mm, дејством различитим брзинама са тупим пројектилом применом 2D ФЕМ методе применом у програму AUTODYN. У овој анализи применом методе ФЕМ за све дебљине плочеа вршена је и анализа са применом утицаја трења  $\mu=0.02$ . Анализа је вршена за распон брзина од 145,3 [m/s] до 435,6 [m/s]. Резултати за граничне балистичке и

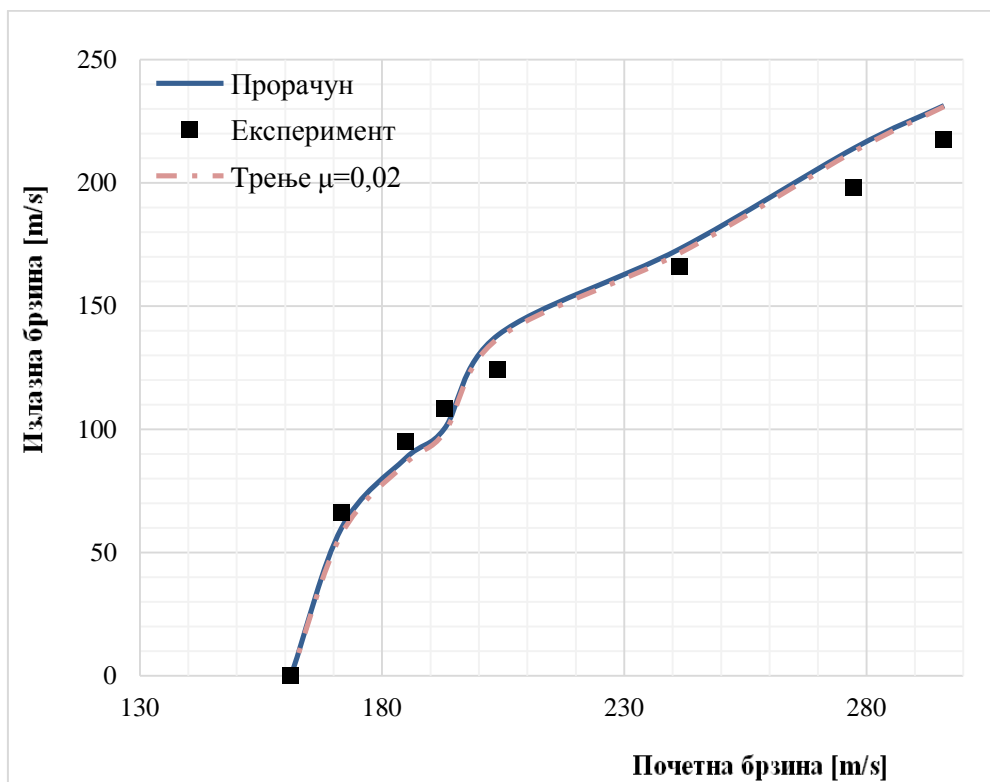
природне брзине за плоче разних дебљине од 6 mm до 20 mm приказане су дијаграмима на сликама од 29 до 34.



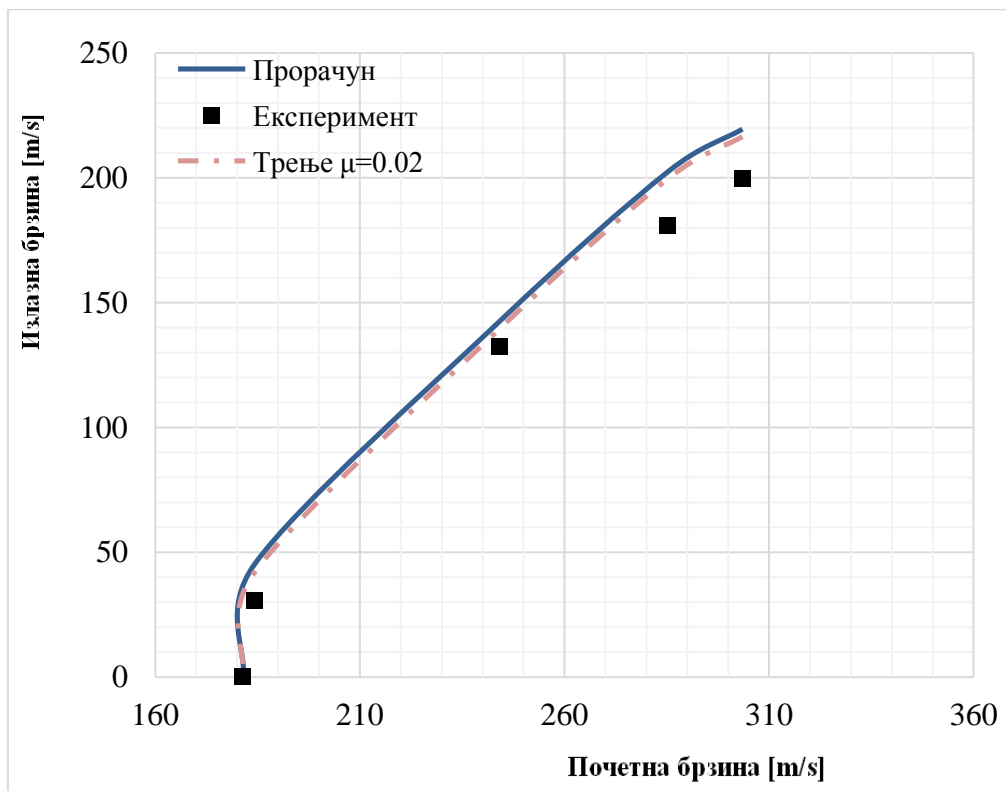
Слика 29. Анализа ФЕМ тупим пројектилом за плочу 6 [mm]



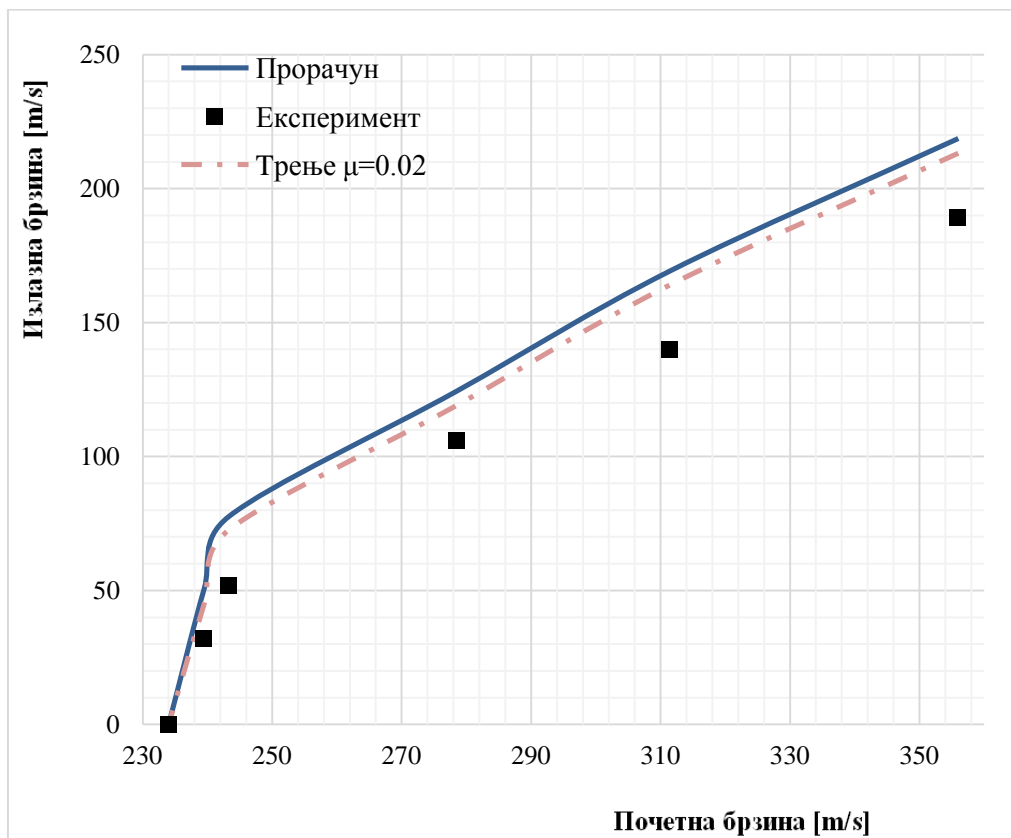
Слика 30. Анализа ФЕМ тупим пројектилом за плочу 8 [mm]



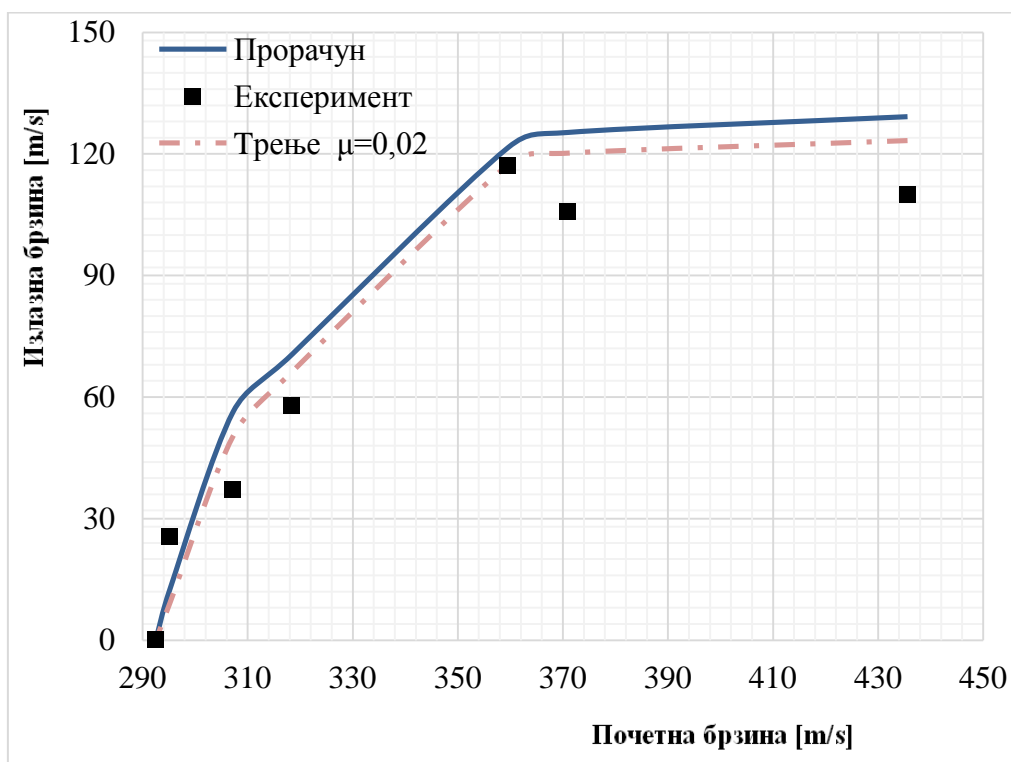
Слика 31. Анализа ФЕМ тупим пројектилом за плочу 10 [mm]



Слика 32. Анализа ФЕМ тупим пројектилом за плочу 12 [mm]



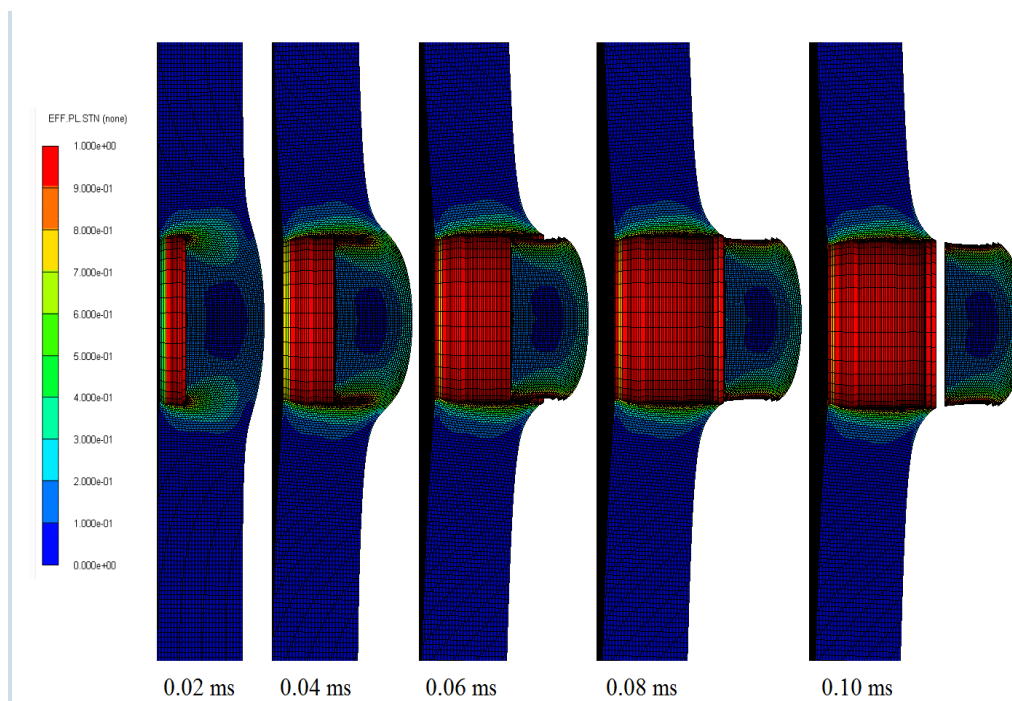
Слика 33. Анализа ФЕМ тупим пројектилом за плочу 16 [mm]



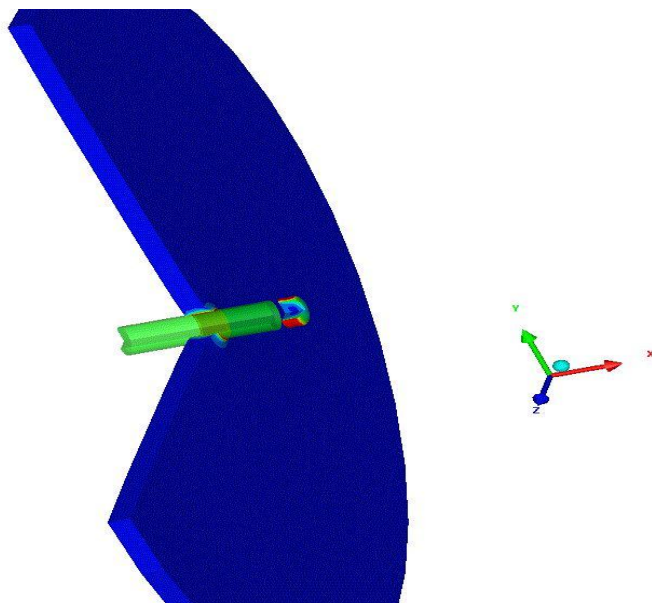
Слика 34. Анализа ФЕМ тупим пројектилом за плочу 20 [mm]

Анализа ФЕМ методе за балистичке граничне брзине које су дефинисане као минималне брзине пројектила потребне да пробију потпуно циљану плочу. Потврђено је да ФЕМ метода пружа добру слагање са експерименталним резултатима код свих испитиваних дебљина. Нумеричком анализом тупим пројектилом како је приказано у 2D моделу на слици 35 и 3D моделу на слици 36. види се да је извршена правилна симулација и добијен правилан одсечак након пробијања плоче као и код експерименталних дејстава.

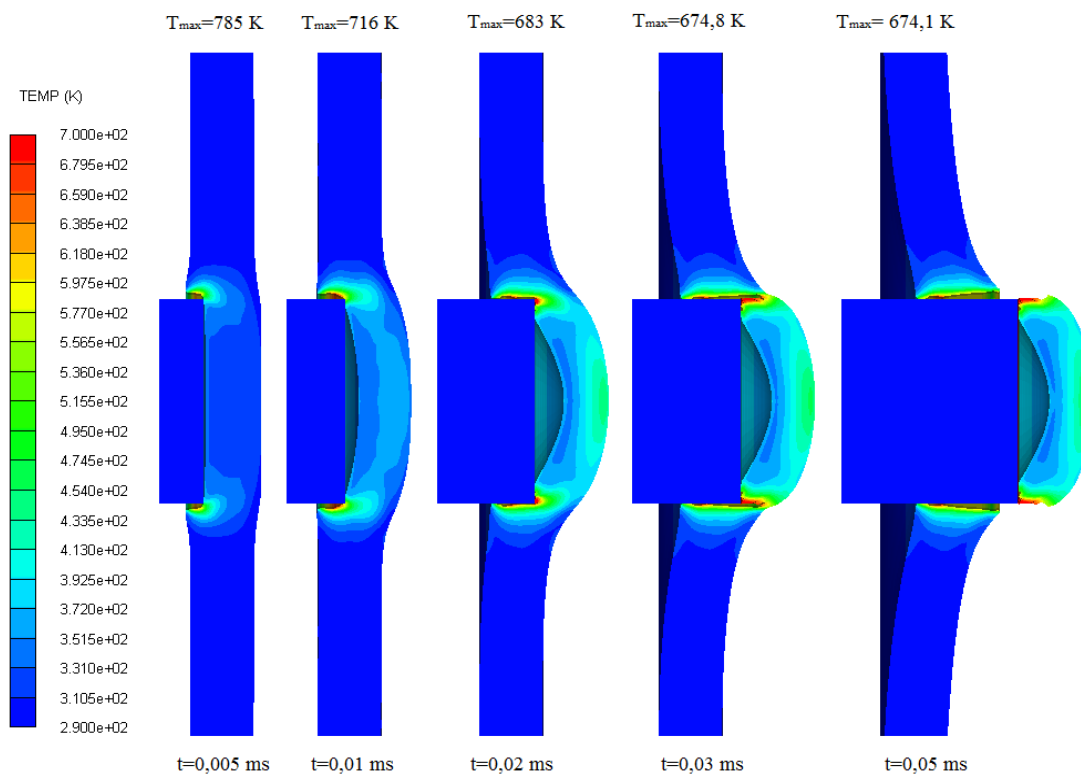
На слици 37 Приказани су резултати промене температуре и утицај температуре на перфорацију плоче. Јасно се са слике може уочити да температура је највећа у делу ивица пројектила и плоче. Са слике се може видети да лом плоче настаје услед дуктилном ширењу рупе и пробоја због течења матерјала плоче услед адијабатског смицања и пораста температуре. Слично понашање примећује се и код осталих случајева за које је вршен прорачун. Утицај оштећења (damage) променом брзине добијено нумеричком анализом приказано на слици 38 за почетну брзину од  $V_0 = 296$  [m/s], указује да је промена оштећења челичне плоче од почетног дела где брзина нагло успорава и линеарно се смањује до тренутка пробијања плоче.



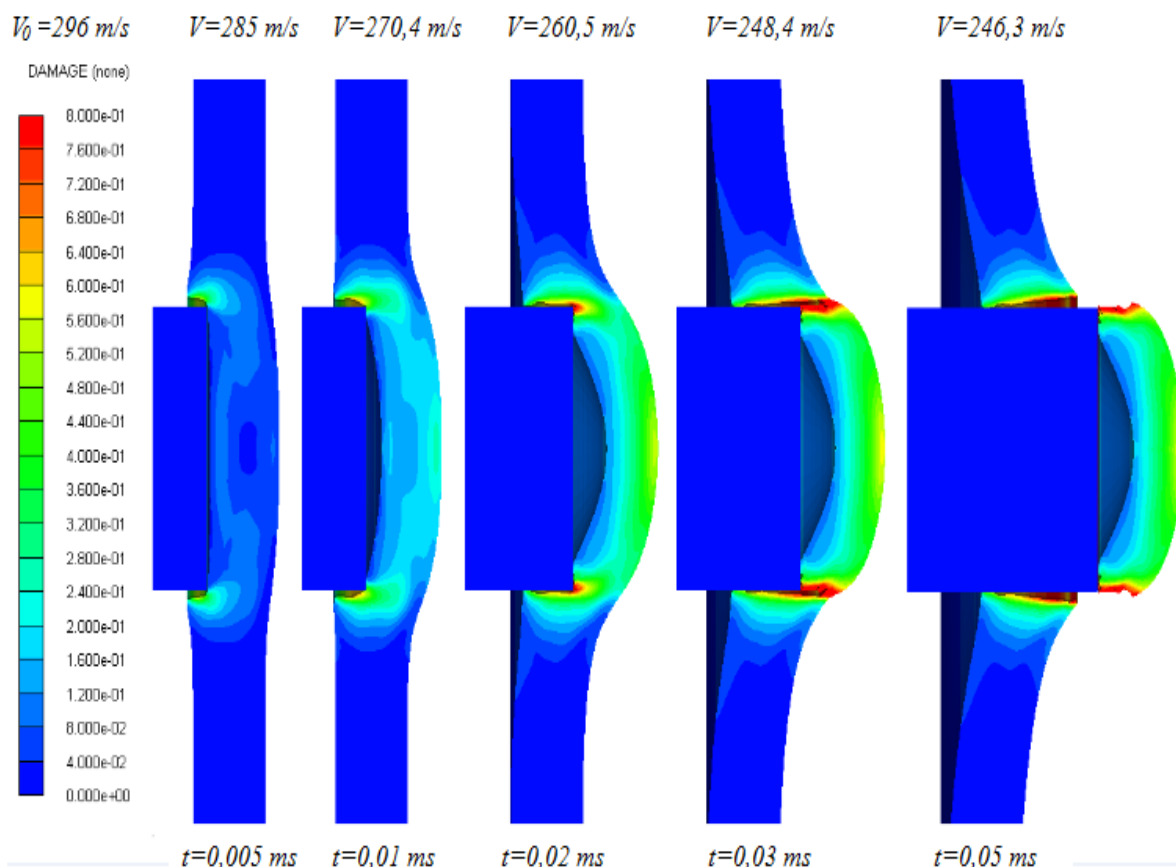
**Слика 35. Перфорација челичне плоче тупим пројектилом  
(ФЕМ метода)**



Слика 36. Приказ 3D перфорације челичне плоче тупим пројектилом (ФЕМ метода)



Слика 37. Анализа промене температурног поља при пробоју челичне плоче тупим пројектилом (ФЕМ метода)

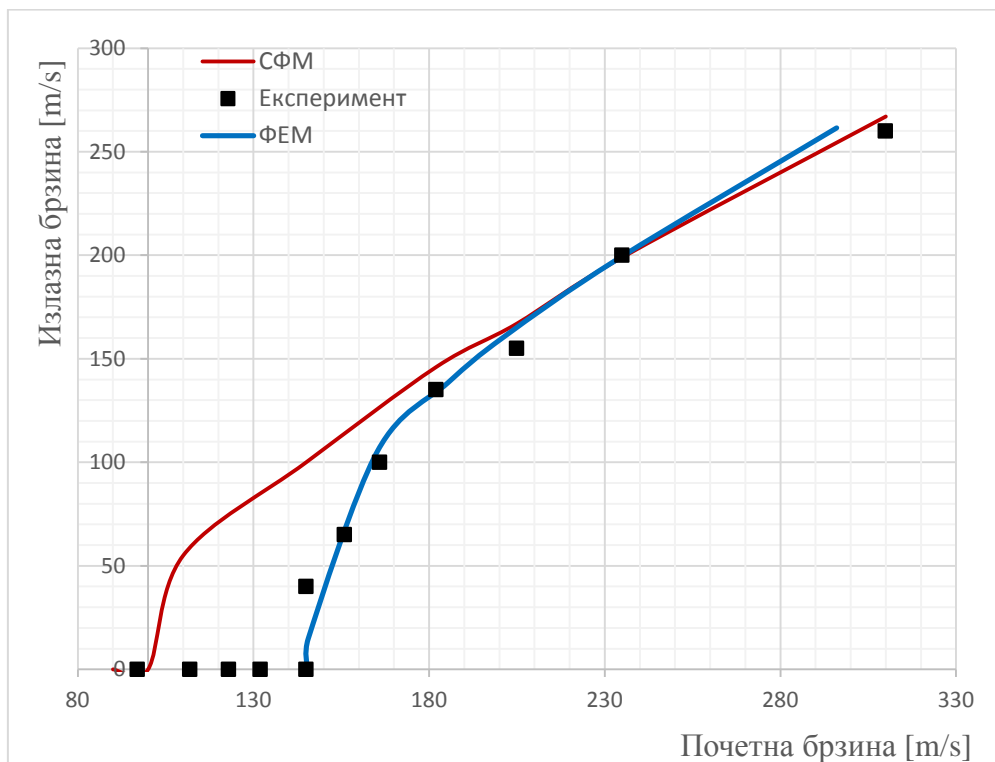


Слика 38. Анализа оштећења (*damage*) са променом брзине при пробоју челичне плоче тупим пројектилом (ФЕМ метода)

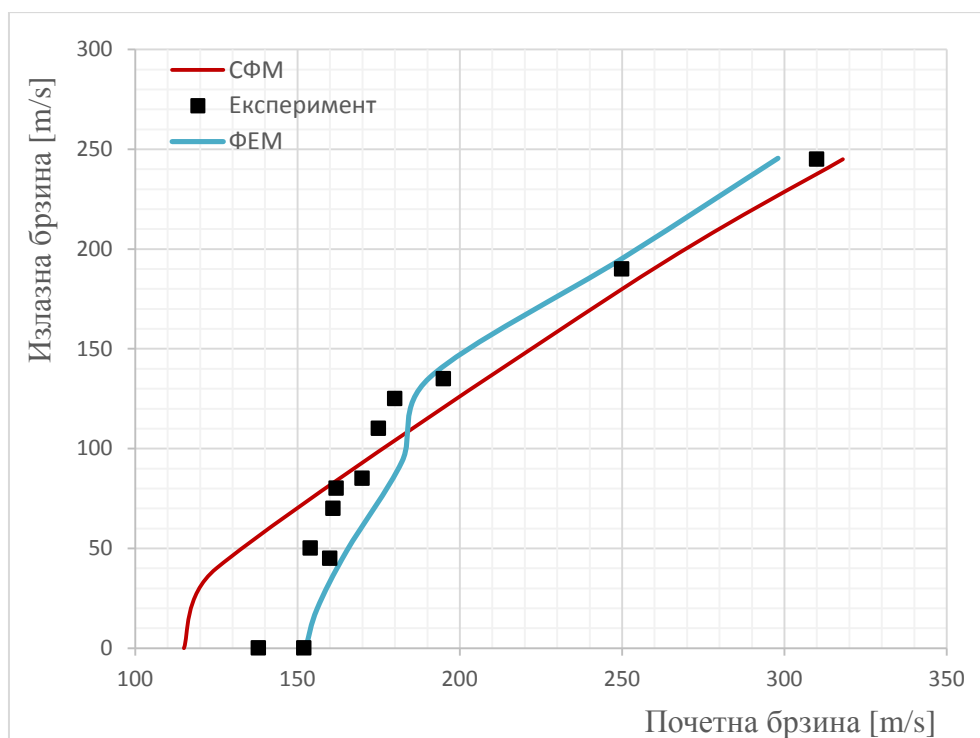
### 5.6.3 Упоредна анализа ФЕМ и СФМ методе

Упоређењем методе ФЕМ и СФМ на основу студије конвергенције за усвојене елементе величине  $0.25 \times 0.25 \times 0.25 \text{ mm}^3$  за моделирање циљане плоче у СФМ моду, утицајној близини дејства пројектила и мрежа је постепено преусмерена ка спољној ивици. Добијени ФЕМ резултати заједно са експерименталним и СФМ вредностима предвиђају промену у нагибу сличну оној уоченој у претходним експериментима.

На сликама 39, 40 и 41 приказана је упоредна анализа резултата нумеричке симулације ФЕМ и СФМ методе са истим почетним брзинама, дејством тупим пројектилом за дебљину плоча 6 mm, 8 mm и 16 mm.

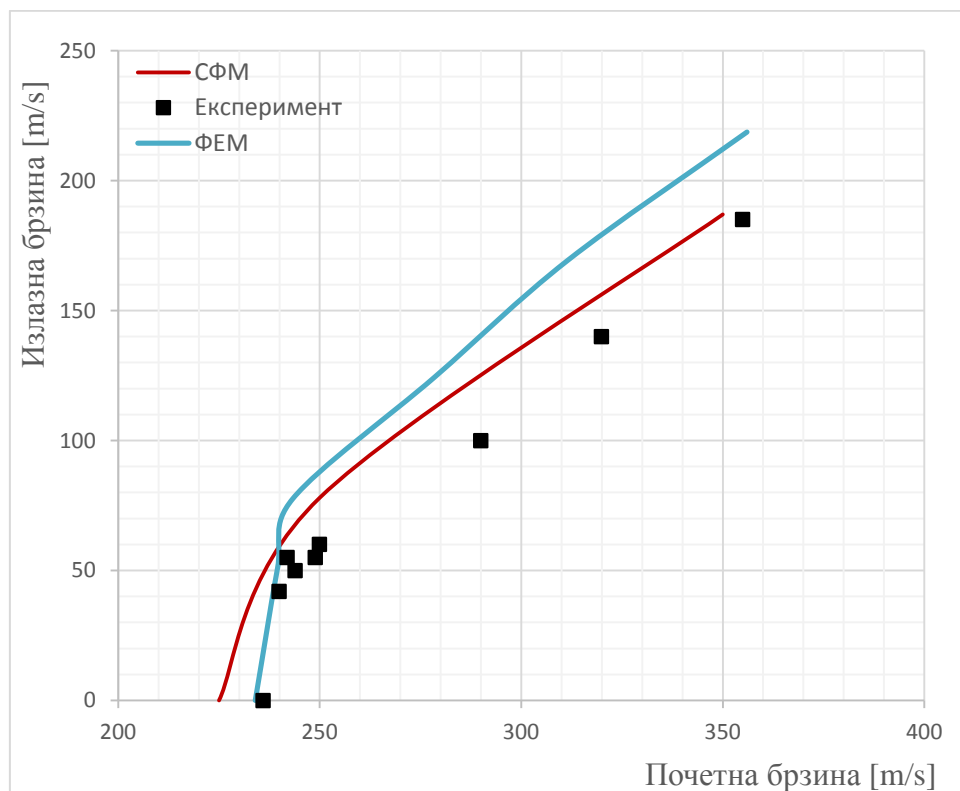


Слика 39. Поређење резултата добијених ФЕМ и СФМ методом за челичну плочу 6 мм, тупим пројектилом



Слика 40. Поређење резултата добијених ФЕМ и СФМ методом за челичну плочу 8 мм, тупим пројектилом





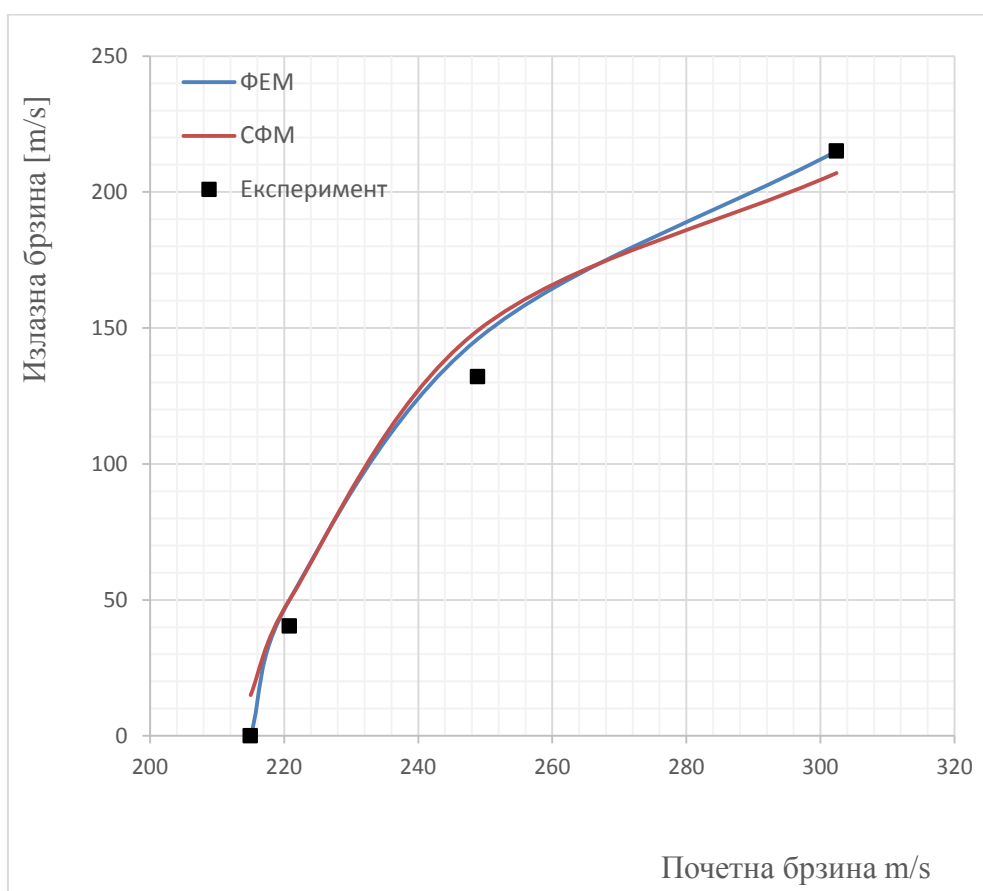
**Слика 41. Поређење резултата добијених ФЕМ и СФМ методом за челичну плочу 16 mm, тупим пројектилом**

Са дијаграма се може уочити да се резултати добијени методама ФЕМ и СФМ за плоче малих дебљина у почетном делу поклапају међутим у завршном делу близу граничних балистичких брзина СФМ метода има мањих одступања. Такође се уочава и при нумеричкој анализи за СФМ методу слика 51, где се види неправилан облик одвајања задњег дела плоче а у појединим случајевима долази и до разлетања и лома плоче.

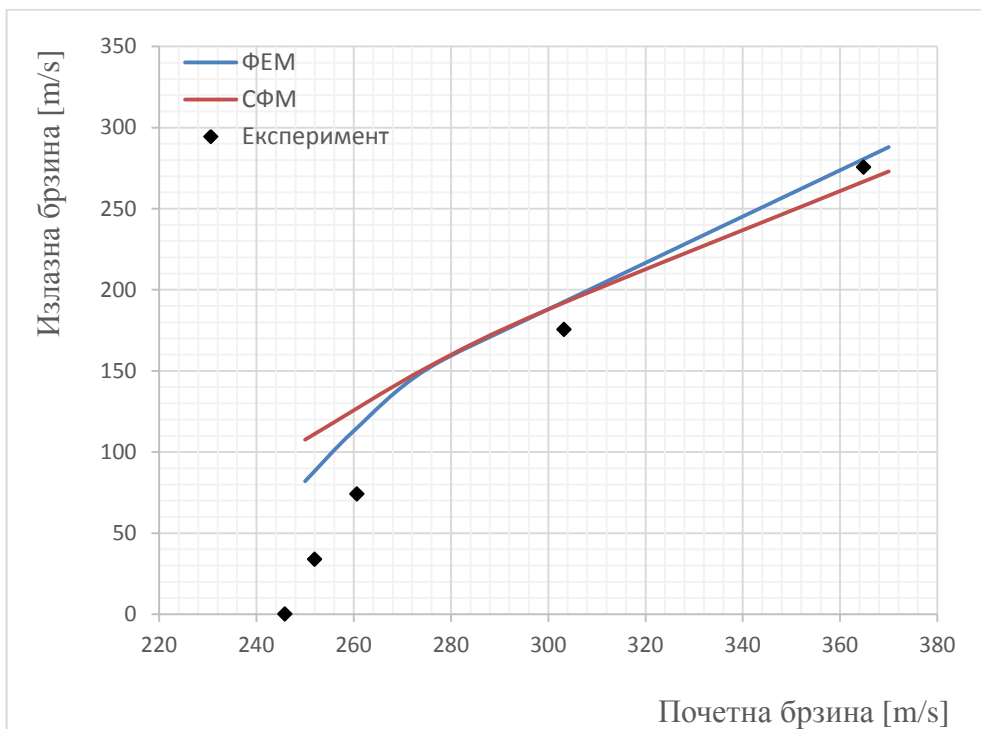
За дебљине изнад 10 mm поклопање резултата је у границама толеранције у свим фазама продора пројектила што је и показано за продор тупим пројектилом СФМ методом за плочу 16 mm.

## 5.7 Перфорација АА5083-Х116 алуминијумских плоча

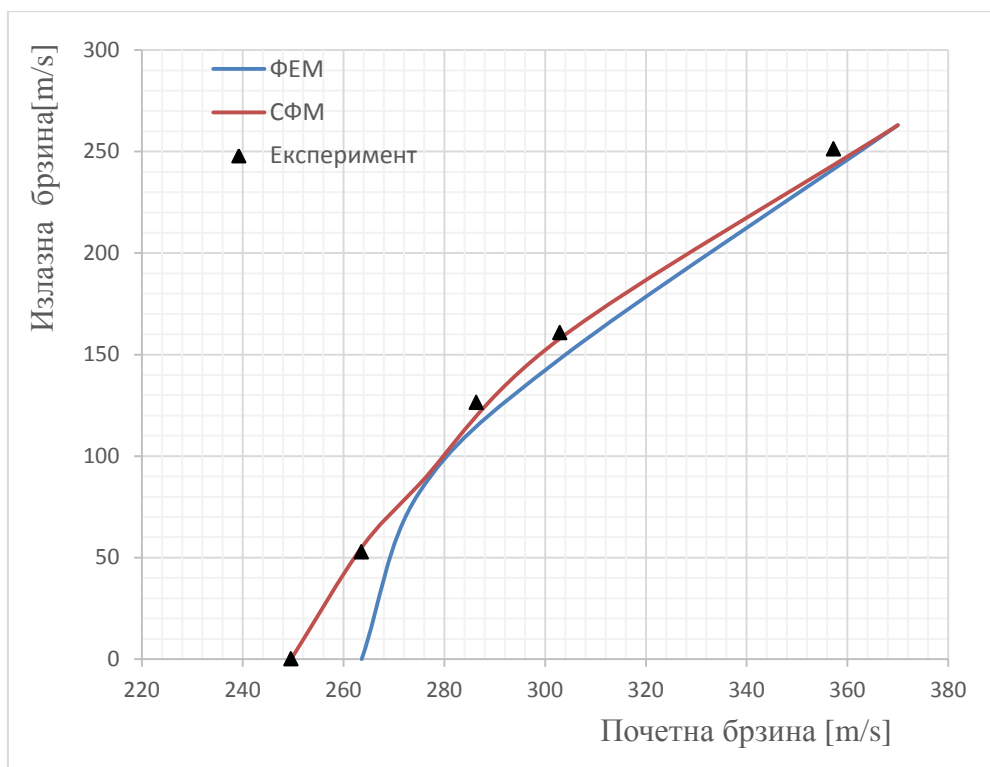
У овом делу рада приказана је перфорација АА5083-Х116 алуминијумских плоча дебљине од 15 mm до 30 mm пројектилом конусног врха. Софтвер коришћен за анализе које су приказане у овом раду је Autodyn, 2D тј. 3D за дводимензионалне тј. тродимензионалне проблеме у изворном облику. Нумеричке природне брзине пројектила и балистичке граничне брзине су поређене са експерименталним подацима које је раније објавио Борвик[65]. Варијација природних брзина са иницијалним брзинама за различите дебљине плоча од 15, 20, 25 и 30 mm представљена је на сликама 42 до 45. Балистичке граничне брзине се повећавају линеарно са повећањем дебљине плоча како је приказано на наведеним сликама показујући сличан шаблон лома за плоче свих дебљина.



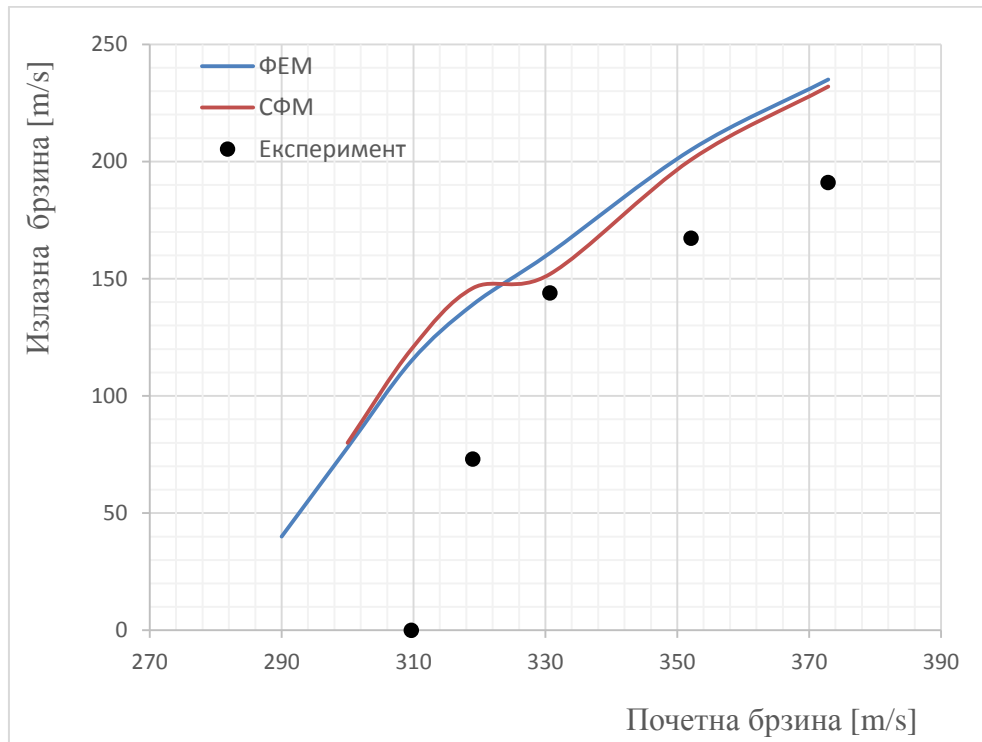
**Слика 42. Поређење резултата добијених ФЕМ и СФМ методом за алуминијумску плочу 15 mm, конусним пројектилом**



Слика43. Поређење резултата добијених ФЕМ и СФМ методом за алуминијумску плочу 20 тт, конусним пројектилом



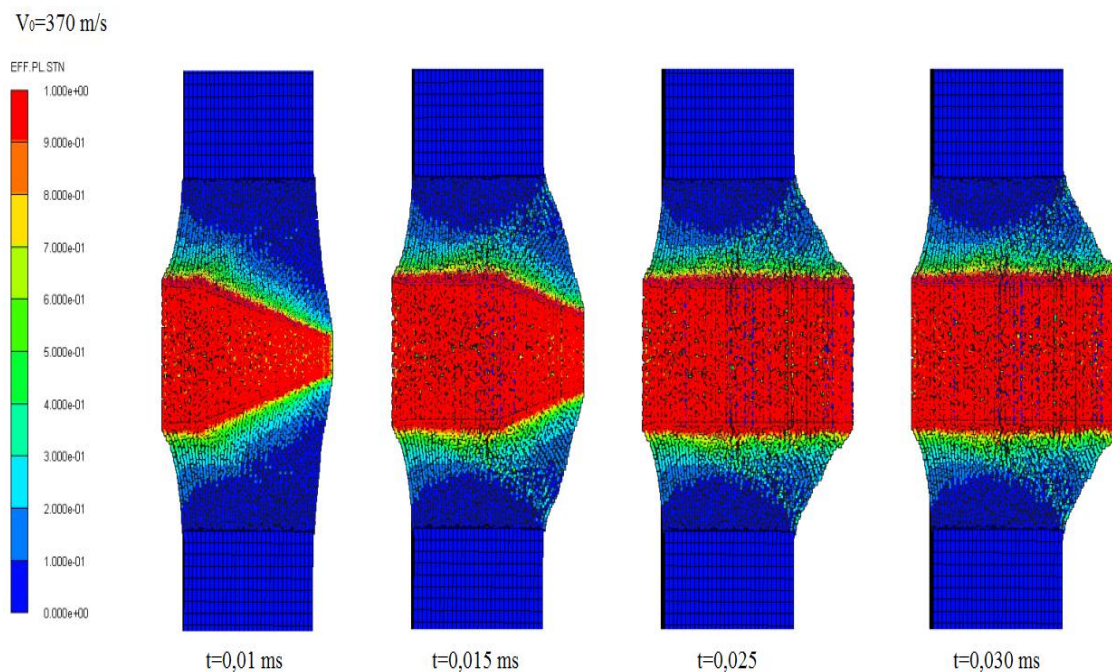
Слика44. Поређење резултата добијених ФЕМ и СФМ методом за алуминијумску плочу 25 тт, конусним пројектилом



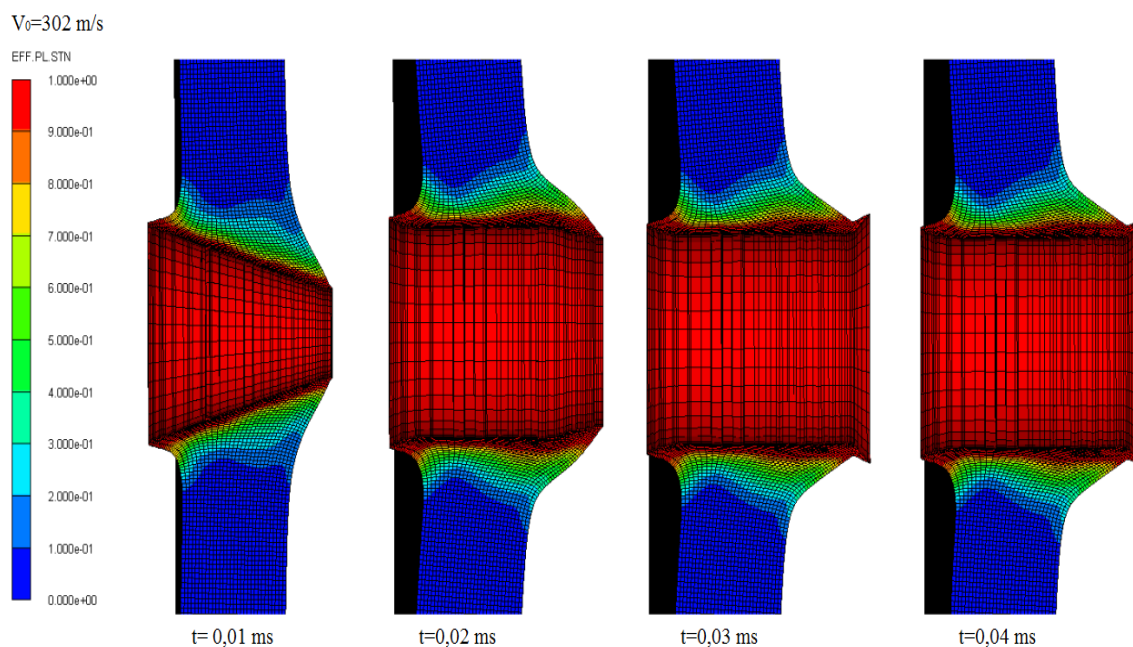
**Слика 45. Поређење резултата добијених ФЕМ и СФМ методом за алуминијумску плочу 30 мм, конусним пројектилом**

Анализе су урађене за распон почетних брзина од 200 m/s до 400 m/s. Дебљина алуминијумских плоча је варирана од 15 mm, 20 mm, 25 mm и 30 mm. Излазна брзина пројектила мерена је када се брзина пројектила при перфорацији након излаза из плоче стабилизовала. Добијени резултати поређени су експерименталним резултатима који су добили Борвик et. al. [64,65]. На претходним дијаграмима (слике 42-45) приказано је поређење резултата за ФЕМ и СФМ са експерименталним резултатима. Приметно је да су резултати СФМ приближнији експерименталним подацима што је и карактеристично за мекше плоче. На слици 46 приказана је ефективна пластична деформација за СФМ методу у различитим временским интервалима приликом перфорације алуминијумске плочу дебљине 20 mm са почетном иницијалном брзином  $V_0 = 370$  [m/s]. Са слика се може видети да пробијање плоче настаје услед дуктилног ширењу рупе. Слично понашање примећује се и код ФЕМ методе (слика 47) за плочу дебљине 15mm почетном иницијалном брзином пројектила  $V_0 = 302$  [m/s] и

то са израженим делом адијабатског смицања што је случај и код осталих дебљина плоча за које је вршен прорачун.



**Слика 46. Приказ перфорације алуминијумске плоче 20 mm, конусним пројектилом (СФМ методом)**



**Слика 47. Приказ перфорације алуминијумске плоче 15 mm, конусним пројектилом (ФЕМ методом)**

## 5.8 Перфорација пројектила разних геометрија врхова

У овом делу рада вршена је анализа перфорације 12 mm дебеле  $\text{welдох}$  460E челичне плоче тупим, конусним и хемисферичним врхом пројектила. Нумеричке просечне и балистичке граничне брзине су упоређене са експерименталним подацима из литературе. Потврђено је да се нумерички резултатисе добро слажу са експерименталним подацима како је приказано у табели 4. Упоређени резултати за балистичке граничне брзине применом ФЕМ методе показују да за проверене случајеве одступају мање од 6% од експерименталних података.

Табела 4. Балистичка гранична брзина ( $V_{bl}$ ) за три различита пројектила

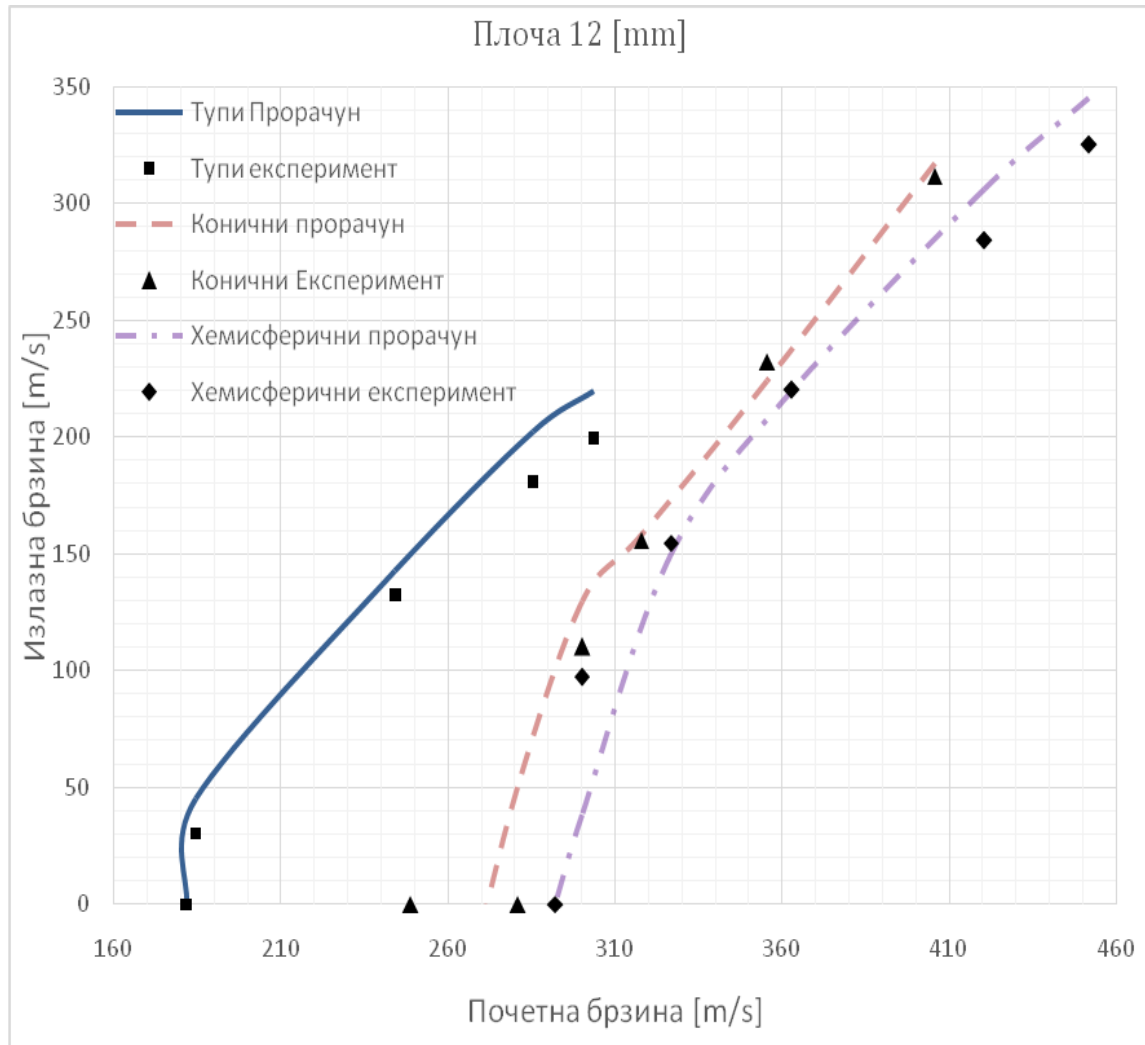
Балистичка гранична брзина, $V_{bl}$ (m/s)	тупи	конусни	хемисферични
Експеримент	181,5	280,9	292,1
ФЕМ	181,5	265,0	292,1

Нумеричка симулација продора челичне плоче 12 mm са три пројектила различитих геометрија врхова како је приказано на дијаграму (слика 48), показала су добро слагање са експерименталним резултатима које је приказао Деј у свом научном раду [72].

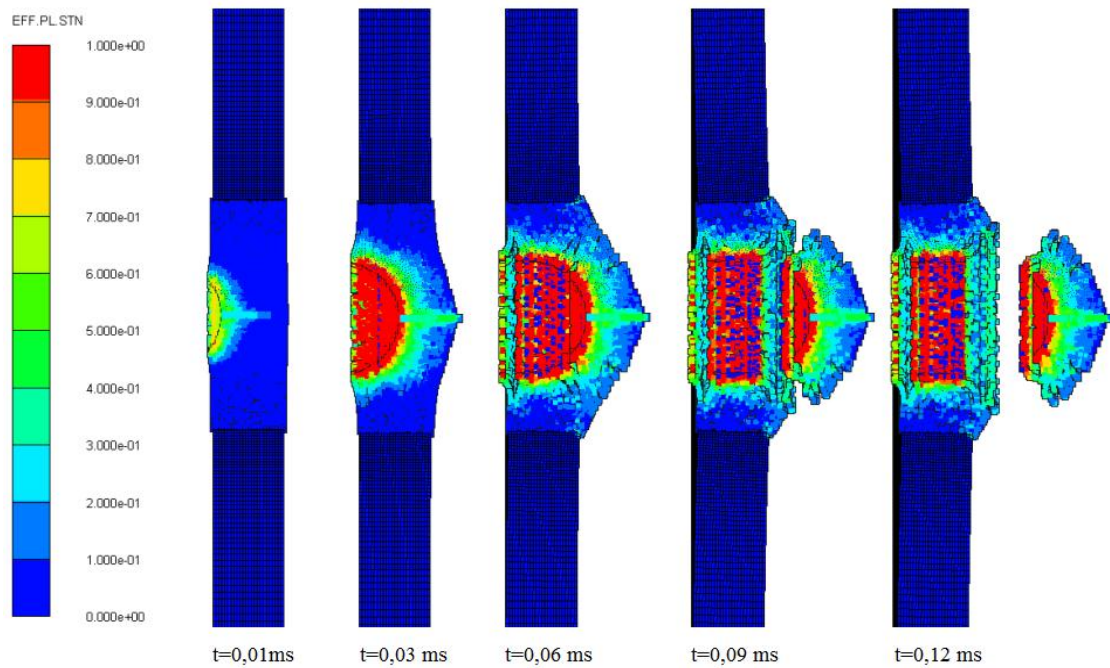
Нумеричком анализом утврђено је да конусни и хемисферични пројектили имају карактеристику бржег продирања кроз различите врсте препрека (плоча) померањем материјала у радијалном смеру и повећањем пластичне рупе како је приказано сликама 49 и 50. За исти хемисферични пројектил СФМ методом приказан је изглед челичне плоче у времену од  $t=0.0$  ms до  $t=0,12$  ms. У времену од  $t=0,06$  ms почиње неправилно одвајање површине задње стране челичне плоче и на самом крају плоче одвајање (цепање) се све више примећује на излазу из плоче. Прорачуни су заустављени у временском интервалу  $t=0,12$ ms, када је пројектил пробио плочу.

За тупи пројектил, пробој плоче је преко адијабатског цепања и сабијања са дебљином набораног дела сличном дебљини плоче и расцветавања листања детектованим на задњој површини приказано на слици 51 што је и

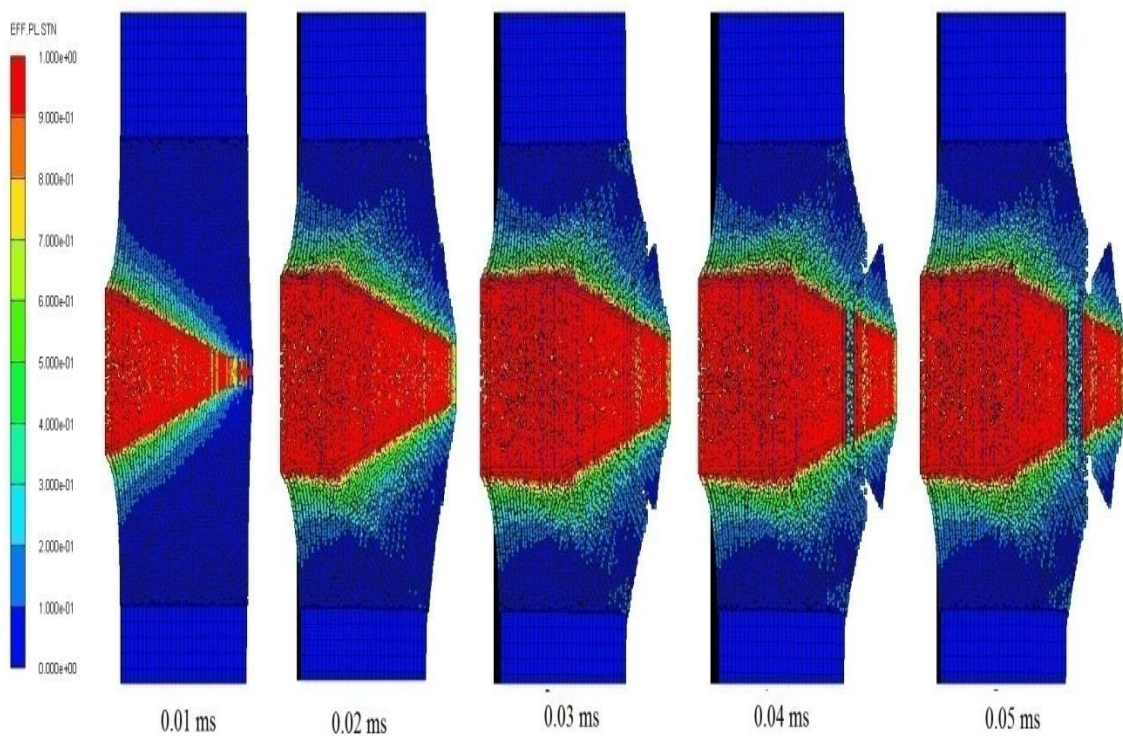
карактеристично за примену СФМ методе код нумеричке анализе дејством тупим пројектилом о челичне тврде плоче.



Слика 48. Поређење експерименталних, просечних вредности нумеричких и балистичких граничних брзина

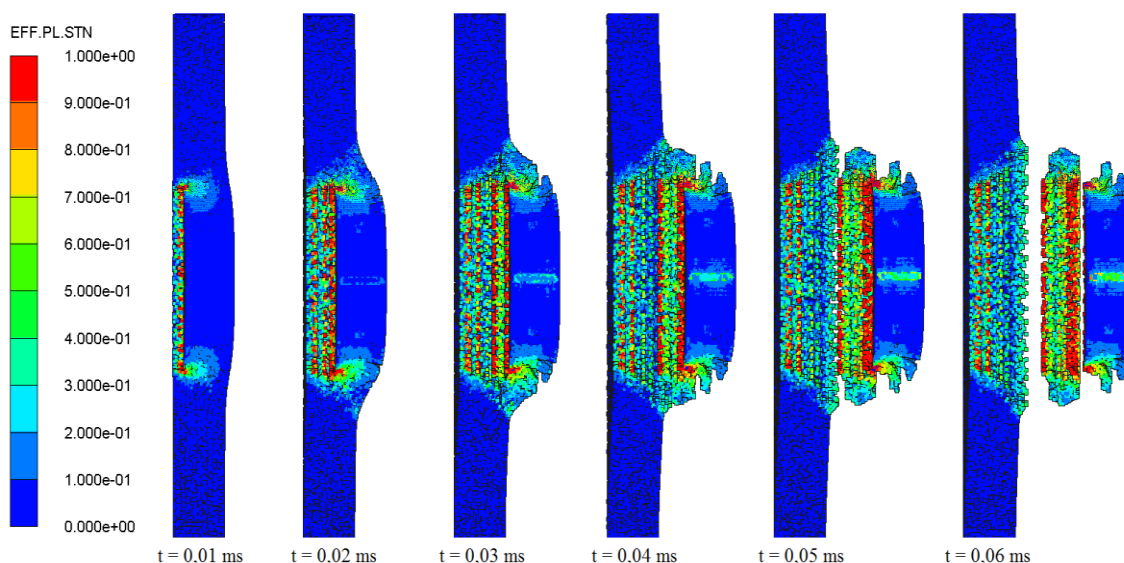


Слика 49. Перфорација челичне плоче 12 мм, хемисферичним пројектилом (СФМ метода)



Слика 50. Перфорација челичне плоче 15 мм, конусним пројектилом (СФМ метода)

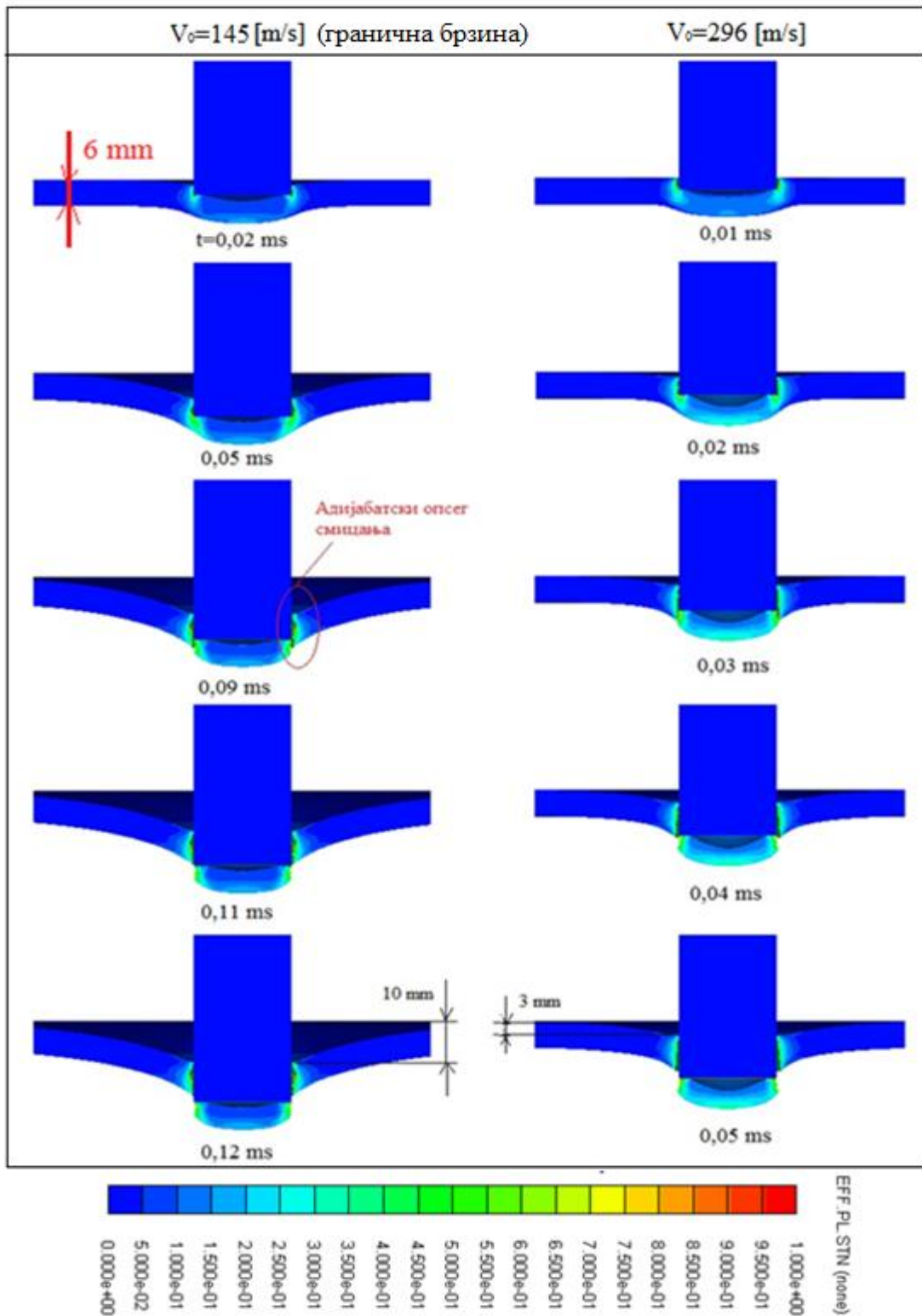




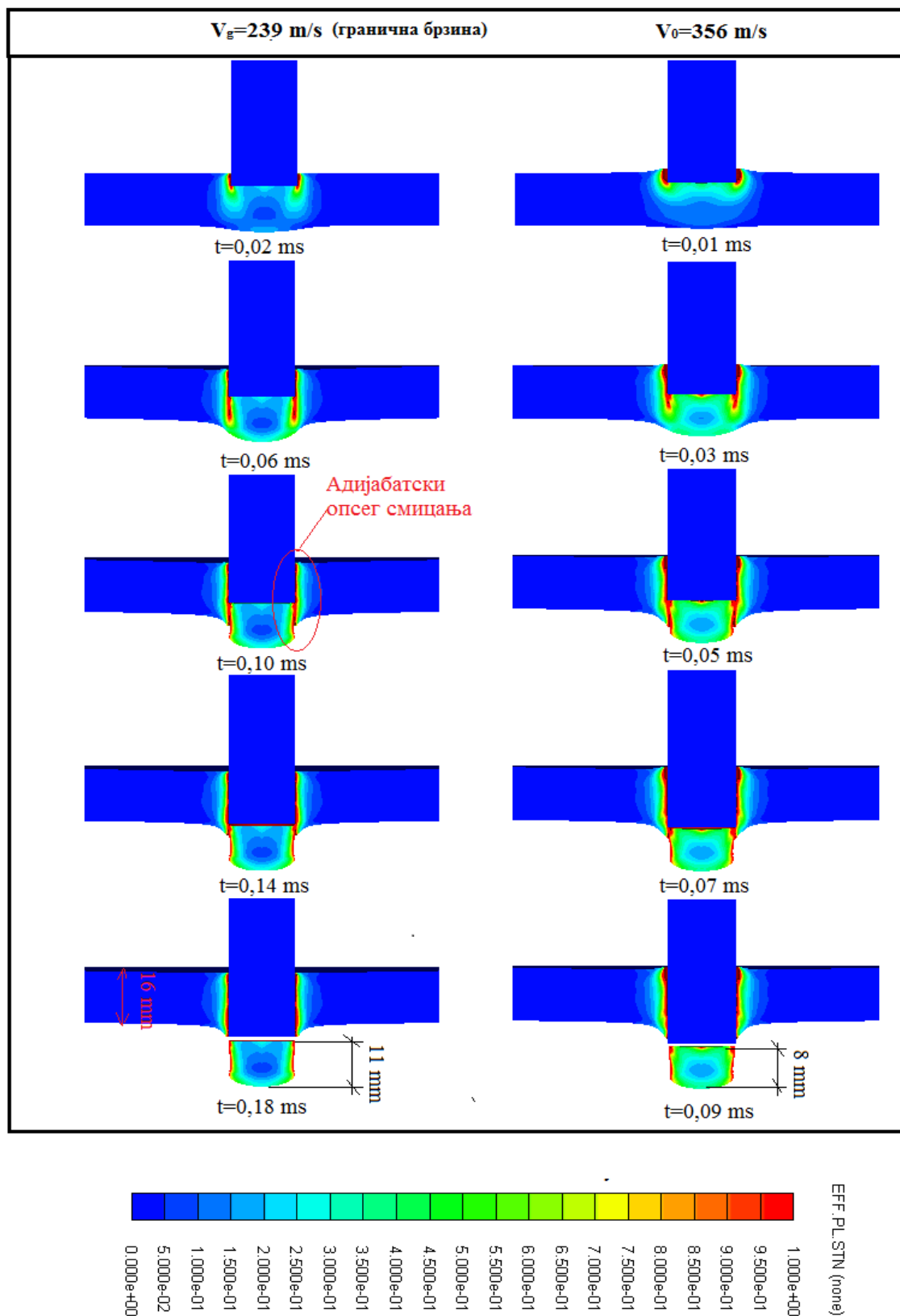
**Слика 51. Перфорација челичне плоче 6 mm, тупим пројектилом (СФМ метода)**

Резултати добијени нумеричким симулацијама обухватили су утицај оштећења челичне плоче разних дебелина, дејством пројектила различитих облика врхова (носа) као што је приказано на сликама 52 до 55. Приказани режим оштећења за сваки проверени случај је у границама са експерименталним резултатима датим у коришћеној литератури. Анализа је извршена са тупим пројектилом за две различите дебелине плоча (6 и 16 mm), симулацијом дејстава са просечним брзинама (296 и 356 m/s ) и грничним брзинама (145 и 239 m/s) како је приказано на сликама 52 и 53. Из анализе резултата се може видети да дејством тупим пројектилом, иницијација адијабатског опсега смицања појављује се врло брзо, због геометријског сингуларитета пројектила, након неколико милисекунди. Такв опсег адијабатског смицања ствара чеп (одсечак) који се избацује у фази коначног пробијања плоче (слика 52 и 53). Са слике се може видети да што је брзина већа, пре долази до пробоја плоче, а одсечак који се ствара адијабатским смицањем је тањи за веће брзине. Такође уочено је да дејством пројектила истог калибра за тање плоче (6 mm) и то за мање брзине (близу граничној балистичкој брзини) долази до трипута већег увијања плоче. Како би се упоредили резултати за плочу дебелине 16 mm (слика 53) вршена је анализа за две различите брзине и потврђено је као и код тањих плоча да за веће брзине брже долази до пробоја и има разлике у дебелини одсечка након пробијања плоче што се са слике и види.

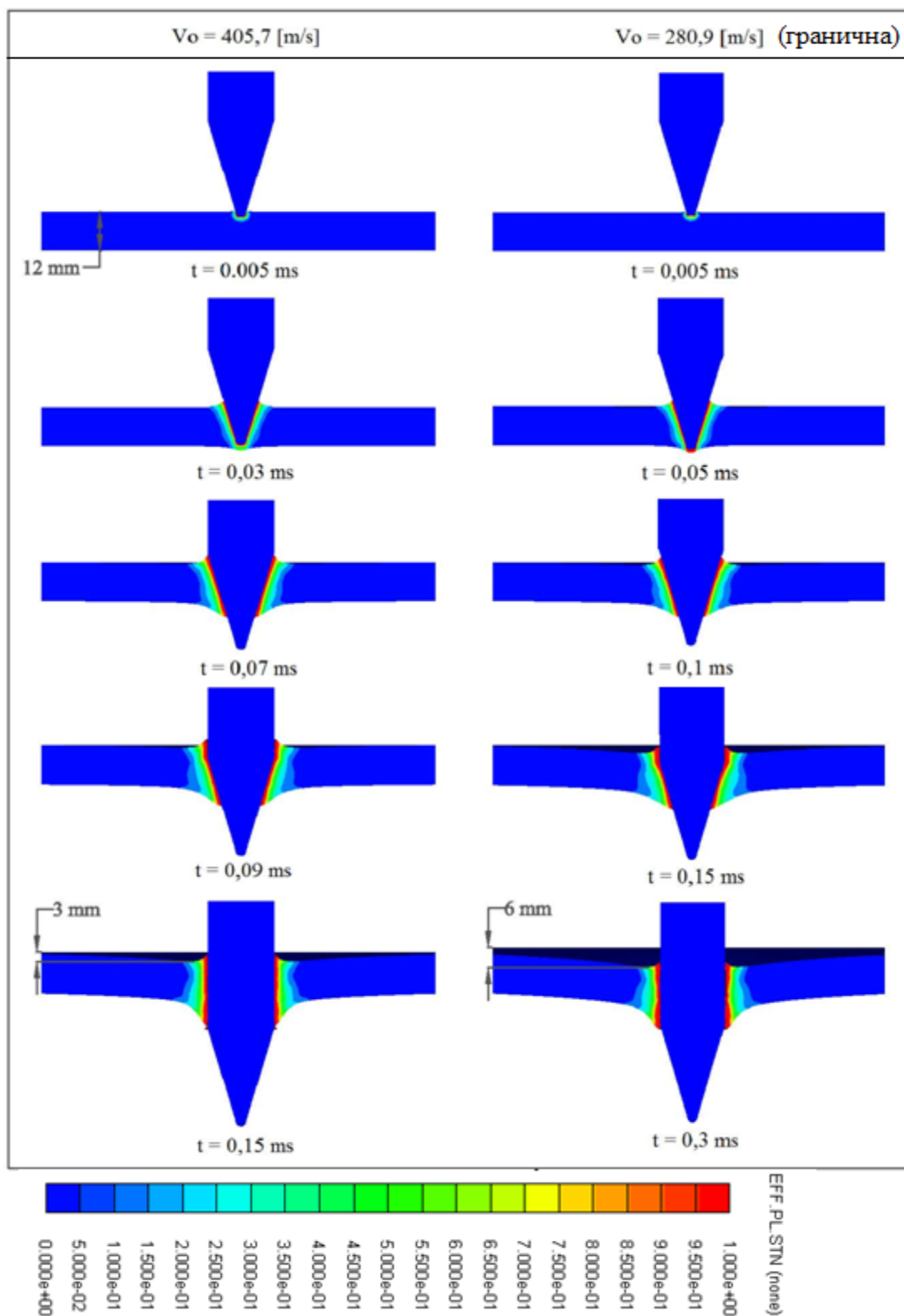
Међутим примећено је да код дебљих плоча „тањирасто“ увијање је знатно мање од тањих плоча што се на слици 53 из анализе може видети.



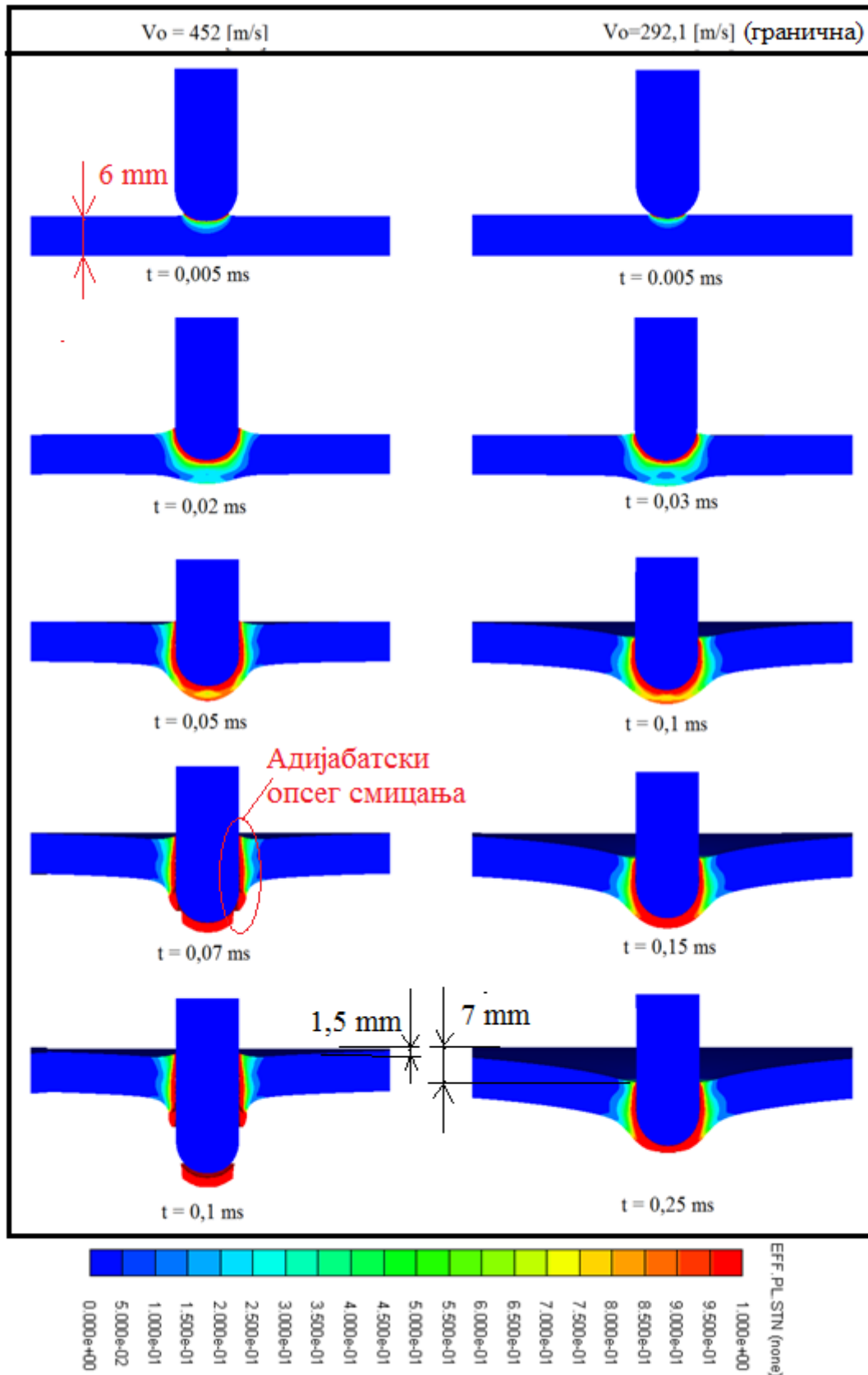
Слика 52. Упоредни приказ пробоја челичне плоче тупим пројектилом са две брзине, ФЕМ методом



Слика 53. Упоредни приказ пробоја челичне плоче тупим пројектилом са две брзине, ФЕМ методом



Слика 54. Упоредни приказ пробоја челичне плоче конусним пројектилом са две брзине, ФЕМ методом



Слика 55. Упоредни приказ пробоја челичне плоче хемисферичним пројектилом са две брзине, ФЕМ методом

Приказани резултати добијени су спрегнутом СПХ-ФЕМ метода (СФМ) и ФЕМ које су усвојене за симулирање перфорације челичних и алуминијумских плоча разних дебљина при великим брзинама са челичним пројектиlima различитих врхова. Потврђено је да обе методе могу да предвиде прилично тачне облике лома, природне брзине пројектила и балистичке граничне брзине у поређењу са онима запаженим у претходно објављеним анализама за случајеве удара различитих облика врхова пројектила. Одступање у резултатима је примећено за перфорацију танких плоча тупим пројектилом применом СФМ методе. Међутим промене у шаблону лома није пуно одражена у решењу добијеном из усвојене методе осим при мањим ударним брзинама на танким плочама која се јавља услед проблема нестабилног оптерећења карактеристичног за СФМ методу. При мањем распону ударних брзина, ФЕМ решења су у бољој сагласности са експериментима и могу се усвојити за овај распон ударних брзина. Методом СФМ комбинују се предности СПХ и ФЕМ метода док решава њихове недостатке у захтевној (при већим брзинама) обради и раном крају програма услед озбиљног прекида изворних елемената из реалне примене. Иако је СФМ мање тачна при нижим ударним брзинама од 170 m/s и мање, метода је погодна и ефикасна за нумеричку анализу пенетрације ударом велике брзине и перфорацију мекших материјала као што је алуминијумска плоча.

Џонсон-Куков конститутивни модел и метод коначних елемената како и упарени метод (ФЕМ и СФМ) искоришћени су како би се направила нумеричка анализа удара челичног пројектила за алуминијумску плочу великим брзинама. Анализе су показале да за плоче мањих дебљина постоје прилично добра поклапања са експерименталним подацима док за плоче веће дебљине јављају се мања одступања. Такође нумерички резултати више одступају од експерименталних у области нижих (мањих) брзина удара. Како би се побољшао нумерички модел и добијени резултати приближили експерименталним, код плоче већих дебљина могуће је увести утицај промене температуре у Џонсон-Куков конститутивни модел чврстоће материјала и увести утицај трења које се јавља приликом интеракције пројектила и плоче.

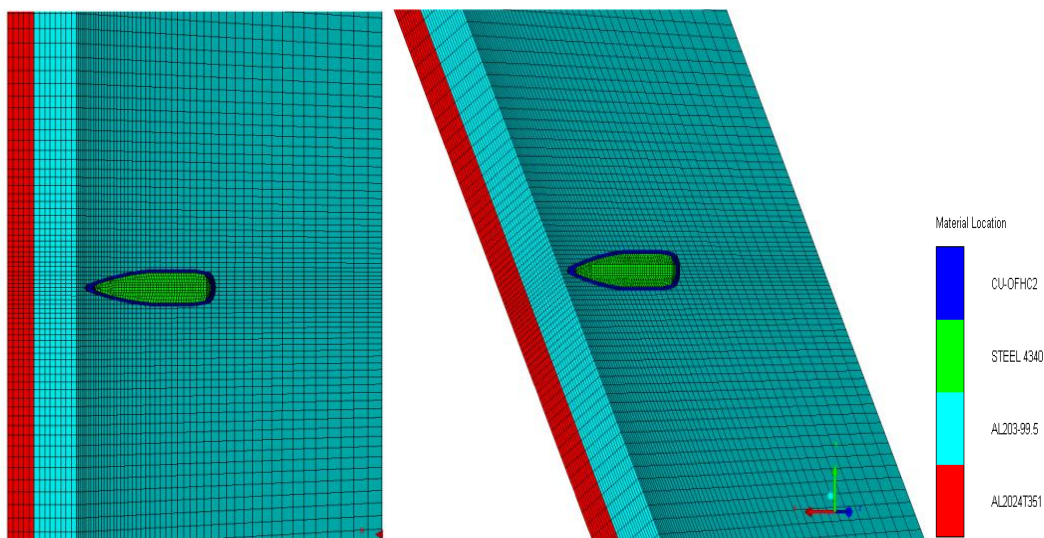
## 5.9 Нумеричко анализа ударасендвич структура

Значајан аспект моделирања ударних оштећења је анализа система оклопа. Керамике добијају значајну улогу у војне сврхе најчешће у оклопној заштити, мада је њихова динамичка реакција још недовољно позната. Уопште, способност да се изврше тачне прогнозе инжињеријских и нумеричких модела захтева обухватније истраживање. За извршење нумеричке симулација удара потребно је направити 3D модел пројектила и сендвич структуре. Такође потребно је користити софтвер намењен решавању нелинерних нестационарних проблема као што су удар, пенетрација итд. Тренутно постоји неколико комерцијалних софтвера који су у могућности да решавају проблеме везане за удар и пенетрацију пројектила. Неки од најпопуларнијих су Autodyn, LS-DYNA, Abaqus/Explicit итд.

Софтвер коришћен за анализе које су приказане у овом раду је Autodyn, 2D тј. 3D за дводимензионалне тј. тродимензионалне проблеме респективно. Овај програм базиран је на методима коначних разлика, коначних запремина и коначних елемената. Такође поседује могућност прорачуна т.з. безмержним методом тј. методом хидродинамике глатких честица који је погодан за прорачуне где се јављају велике деформације и велике брзине деформисања као што је овде случај. У случају коришћења неке од већ наведених мрежа потребно је водити рачуна о ерозији елемената [74-77].

Autodyn поседује седам различита солвера за просторну дискретизацију: Lagrange, Shellm, Beam, ALE, SPH, Euler-FCT, Euler-Godunov. Када су у питању проблеми везани за балистику најчешће се користе Лагранжов и СПХ солвер. СПХ је такође Лагранжов метод који је базиран на интеракцији суседних честица.

За приказ нумерички добијених резултата направљен је тродимензионални модел пројектила калибра НАТО 5,56 mm слика 56. Језгро пројектила је челично док је кошуљица бакарна. Такође узимајући у обзир исти експеримент, моделована је сендвич структура која се састоји од керамичке плоче израђене од алуминијум оксида ( $Al_2O_3$ ) и металне плоче израђене од алуминијумске легуре (Al 2024T3) [78] слика 56, за више различитих односа дебљина (керамика/метал дебљине 8/5 mm, 3/6 mm, 2/4 mm, 4/2 mm и 3/3 mm),



Слика 56. Прорачунске мреже керамика/метал плоче и пројектила ФЕМ

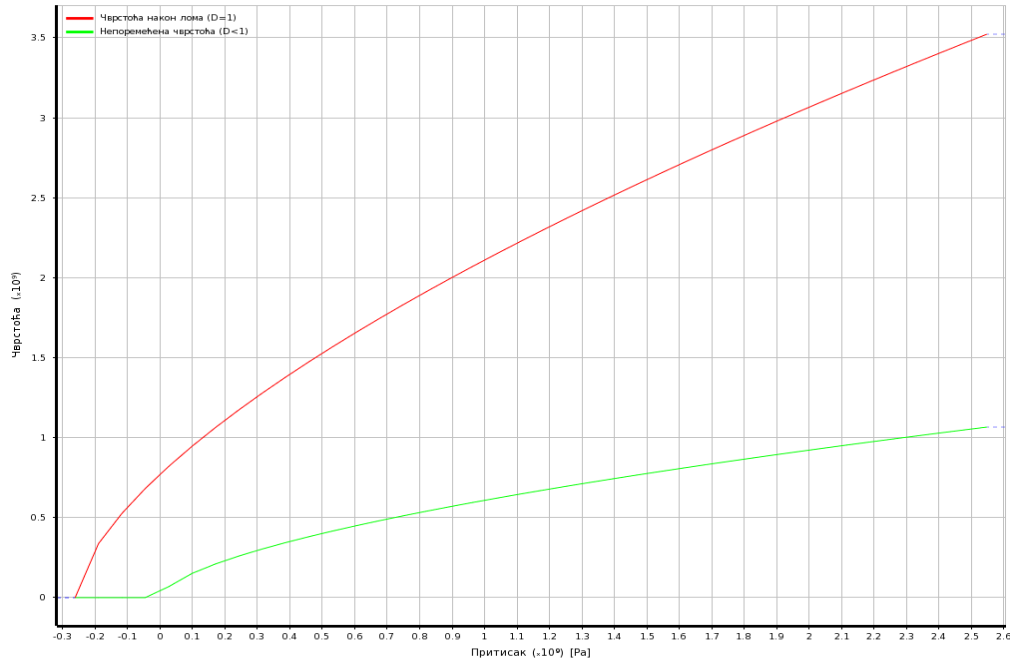
Дискретизација тродимензионалног модела пројектила и оклопа извршена је призматичним елементима која се препоручују код експлицитних солвера. Извршене су анализе са неколико мрежа различитих густина како би се утврдила оптимална мрежа по питању резултата и време трајања прорачуна [79].

### 5.10 Конститивни модел керамичке плоче

Најпознатији и најчешће коришћени модели за керамичке плоче јесу Johnson Holmquist керамички модели (ЈН) [55]. Аутори су развили три различита модела (ЈН-1, ЈН-2 и ЈНВ). Сви ови модели су базирани на две врсте кривих које су функција напона течења и притиска, непоремнећени (нетакнути) сет и сет у отказу (лому). Свака од криви зависи од пластичног деформисања и пласичне стопе деформисања. Ниво лома дефинисано је променљивом  $D$ . ЈН-1 и ЈН-2 користе нетакнуту криву пре него што дође до лома ( $D < 1.0$ ). Након лома ( $D = 1.0$ ) користи се крива лома. Код ЈН-2 модела крива се постепено опушта са акумулацијом штете. ЈНВ (Johnson, Holmquist i Beissel) модел представља побољшана верзија ЈН-1 модела. Код ЈНВ криве чврстоће материјала представљене су аналитичким функцијама док су код ЈН-1 линеарне апроксимације. Разлика ЈН-2 модела од ова два је што код ових модела чврстоћа



материјала не опада док не дође до лома ( $D=1.0$ ) док код ЈН-2 модела имамо криву која приказује прелаз са једног на други тј. ( $0 < D < 1.0$ ) слика 12.



Слика 57. Johnson Holmquist керамички модели [55].

Неоштећена површина одређује се једначином

$$\sigma_i^* = A(P^* + T^*)(1 + C \ln|\epsilon^*|) \quad (3.19)$$

Оштећење одређује се једначином

$$\sigma_D^* = \sigma_i^* - D(\sigma_i^* - \sigma_F^*) \quad (3.20)$$

Прелом (Fractured) одређује се једначином

$$\sigma_F^* = \text{Min} B[(P^*)^m (1 + C \ln|\epsilon^*|) \sigma_F^{Max}] \quad (3.21)$$

$P^*$  - притисак нормализован са притиском до еластичног граничног лимита Игонија (Phell)

$T^*$  - максималан затезни хидростатички притисак нормализован са еластичним лимитом Игонија (Phell)

$\sigma_{HEL}$  (Limit Игонија) – еластични лимит у условима динамичког нормалног (uniaxial) напона сабијања

$A$  – константа непоремећене чврстоће

$n$  – експонент непоремећене чврстоће

$B$  – константа чврстоће након лома

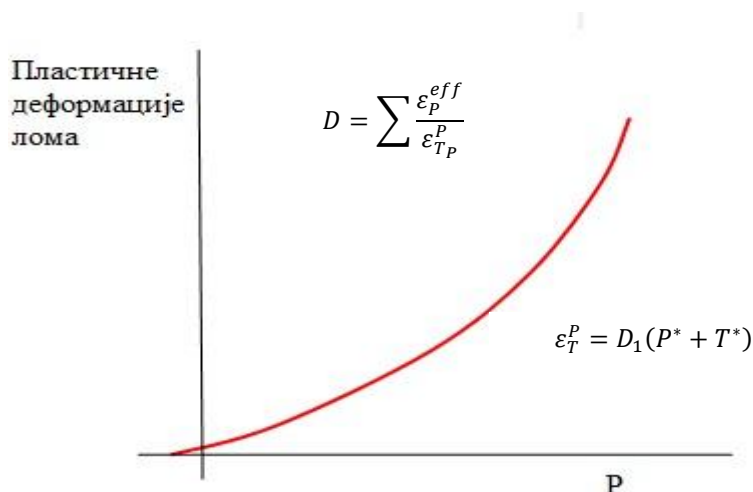
$m$  – експонент чврстоће након лома

$C$  – константа брзине деформације

$\sigma_{F Max}$  – максимални однос чврстоће лома (максимална чврстоћа након лома као део непоремећене (нетакнуте) чврстоће

$D_1, D_2$  – константе отказа (лома)

$T$  – хидродинамички затезни лимит



Слика 58 Модел отказа (лома) [55].

Моделовање карактеристика материјала извршено је Џонсон-Куковим (JC) конститутивним моделом чврстоће за метале и Џонсон-Холмквистовим (Johnson-Holmquistовим) конститутивним моделом чврстоће за керамичку плочу. Код оклопа (плоче) коришћена је линеарна ударна тј. полиномна једначина стања (EOS) за алуминијум тј. керамику у изворном облику [78]. Коришћене величине за керамичку и металну плочу у моделима приказане су у табелама 4 и 5.

Табела 5. JC, SEOS карактеристике материјала за Al2024T3 алуминијумску плочу

$\rho_0$ ( $k/m^3$ )	G (GPa)	V	A (MPa)	B (MPa)	n
2785	27.6	0.33	265	426	0,34
C	$C_p$ (J/kgK)	$T_{toplj}$ (K)	$T_{amb}$ (K)	$p_d$	$\Gamma$
0.015	875	775	293	1	2
$C_1$ (m/s)	$S_1$	$S_2$ (s/m)			
5328	1.338	0			

Табела 6. ЈН, PEOS карактеристике материјала за  $Al_2O_3$  керамичку плочу

$\rho_0$ ( $k/m^3$ )	G (GPa)	HEL (GPa)	A	N	C
3890	15,2	6.57	0.88	0.64	0.007
B	m	D1	D2	B1	T (MPa)
0.28	0.6	0.01	0.7	1	-262
A1 (GPa)	A2 (GPa)	A3 (GPa)	B0	B1	T1
231	-160	2774	0	0	231
T2					
0					

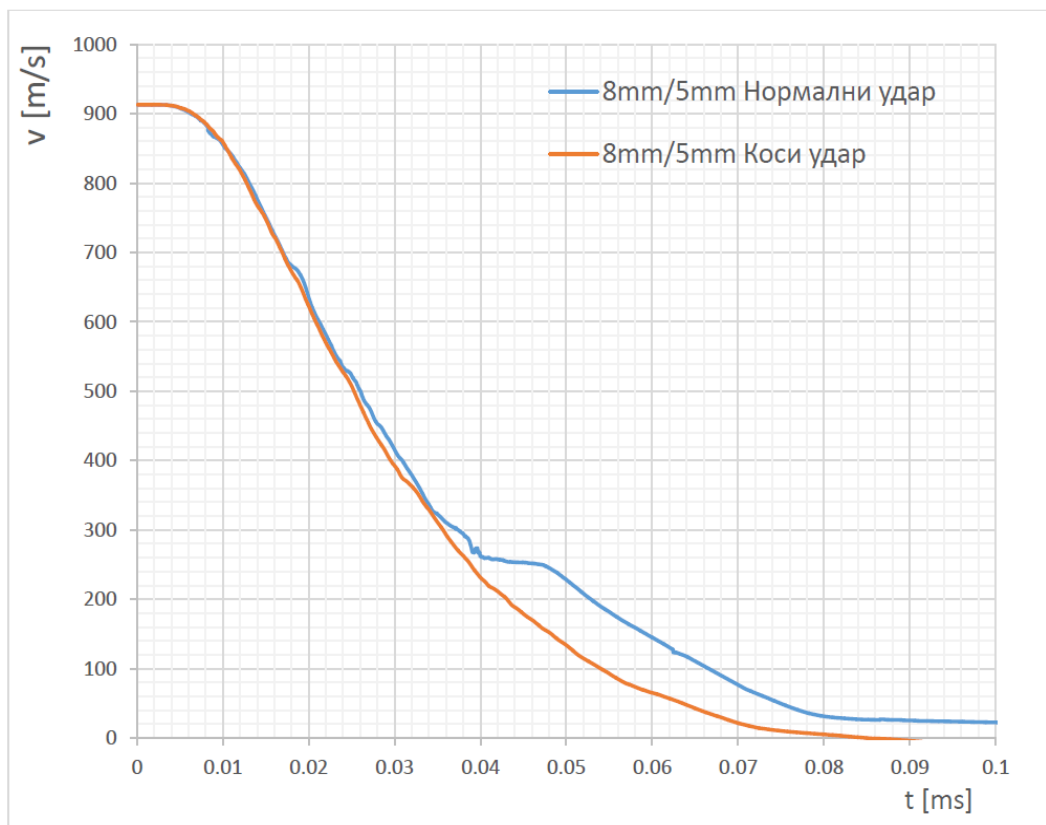
где је *HEL* – Игонијев еластични лимит, *A* - константа додирне чврстоће и *N*- експонент додирне чврстоће

### 5.11 Резултати испитивања нормалног и косог удара

На дијаграмима слике 59 до 65. приказани су нумерички резултати нормалног и косог удара пројектила за различити однос дебљина керамичко/металних сендвич структура за номиналну масу пројектила је 4,0 g, док је симулирана иницијална брзина 913 m/s (према експерименталним подацима испитивања спроведених у ВТИ Жарково 2002 године).

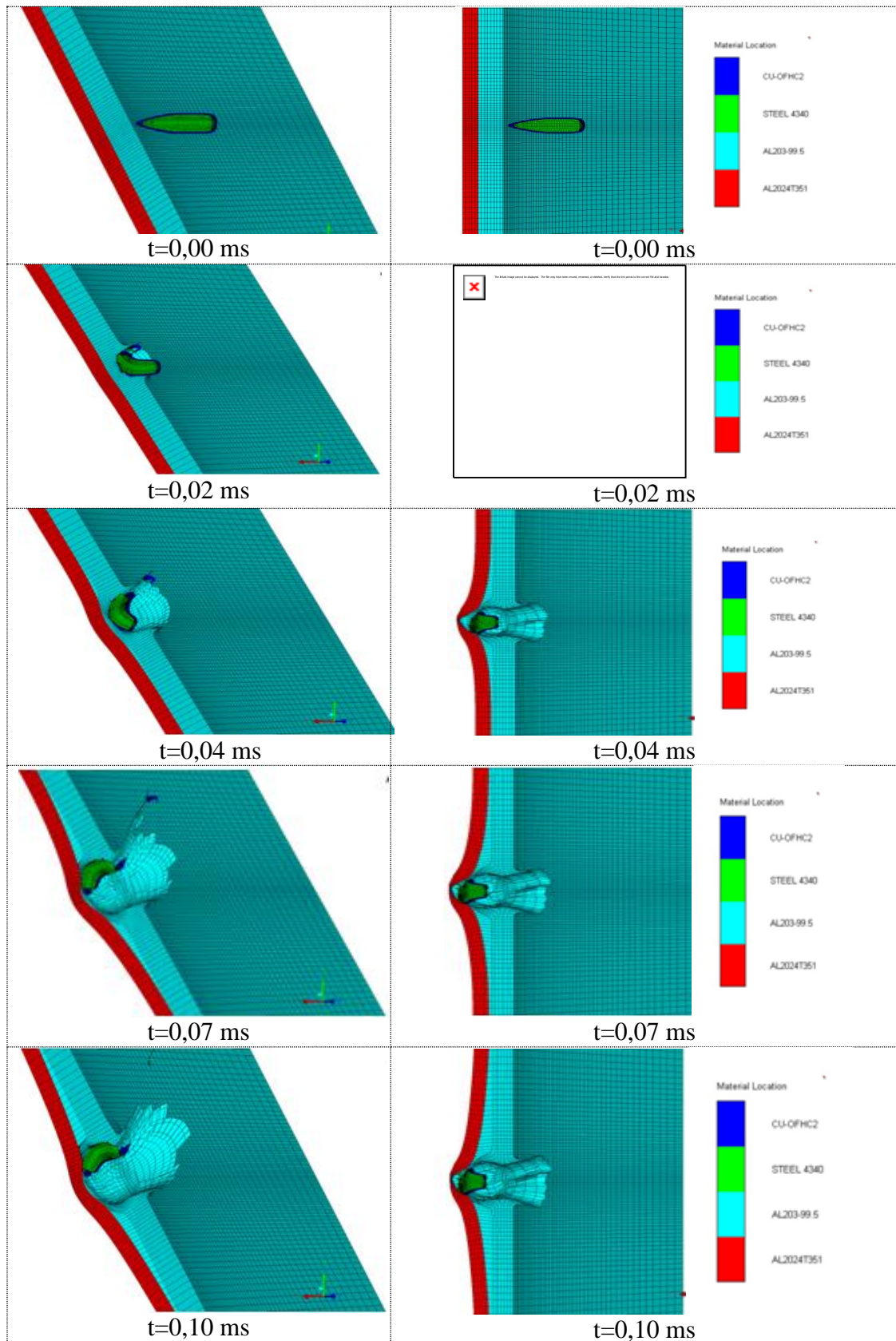
Резултати нумеричке симулације удара пројектила методом коначних елемената ФЕМ за различити однос керамичко/металних дебљина и то: 8/5 mm, 3/6 mm, 4/2 mm, 2/4 mm и 3/3 mm. Анализа је вршена под нормалним углом пројектила у доносу на сендвич структуром и косо под углом од 60°, док је пројектил у односу на сендвич структуру под углом од 30°. На дијаграму слика 59 приказане су упоредне анализе кретања брзине по времену косог и нормалног удара за однос дебљина сендвич структуре (8/5 mm). Са дијаграма се види да је пад брзине израженији код косог удара посебно од времена  $t=0,04$  ms. Добијени резултати нумеричком симулацијом и експериментални подаци се добро поклапају. Упоредним приказом, приказно је кретање пројектила кроз структуру

( $t=0,00$  до  $t=0,1$  ms тј до заустављања пројектила) где се види да је дошло до фрагментације керамичке плоче и задора металне плоче, без пробијања као што је и у експерименту добијено, посматрано из две пројекције и код косог и нормалног удара слика 60. Такође из анализе уочено је да у истом временском раздобљу показује да је за нормални удар пројектил више пробио сендвич структуру и направио већи задор у металну плочу [80-86].

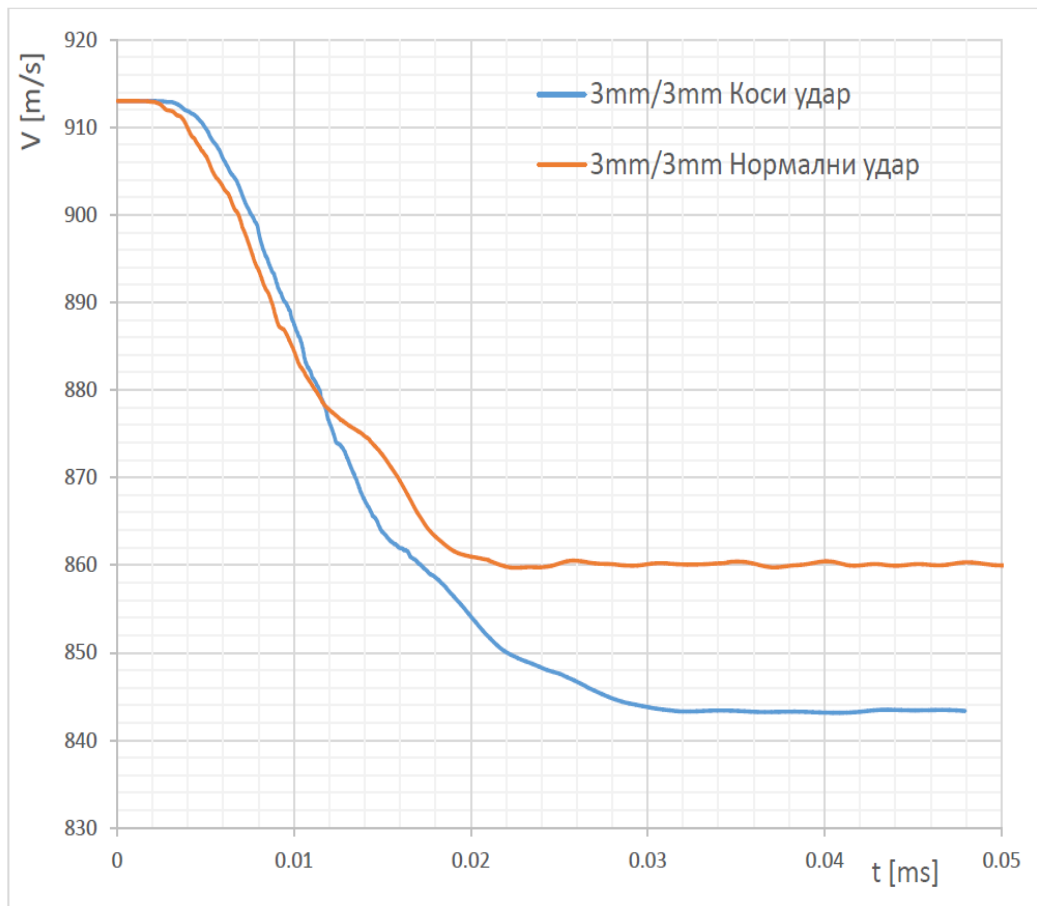


**Слика 59. Упоредни приказ кретања брзина по времену за нормални и коси удар пројектила у керамичко/металну сендвич структуру**

На дијаграму слика 61, приказана је упоредна анализа односа брзине по времену за дејство пројектила за коси и нормални удар пројектила за однос дебљина керамичко/металне сендвич структуре (3/3 mm). Пад брзине за овај однос дебљине сендвич структуре је израженији, а такође и раније (већ од  $t=0,011$  ms) настаје разлика брзине за коси и нормални удар. Резултати нумеричке анализе за дати однос дебљина потврдили су да је дошло до бробоја керамичко/металне структуре што се види на слици 62. Разлика брзина продора пројектила је у истим временским интервалима уочена и код овог односа дебљина.

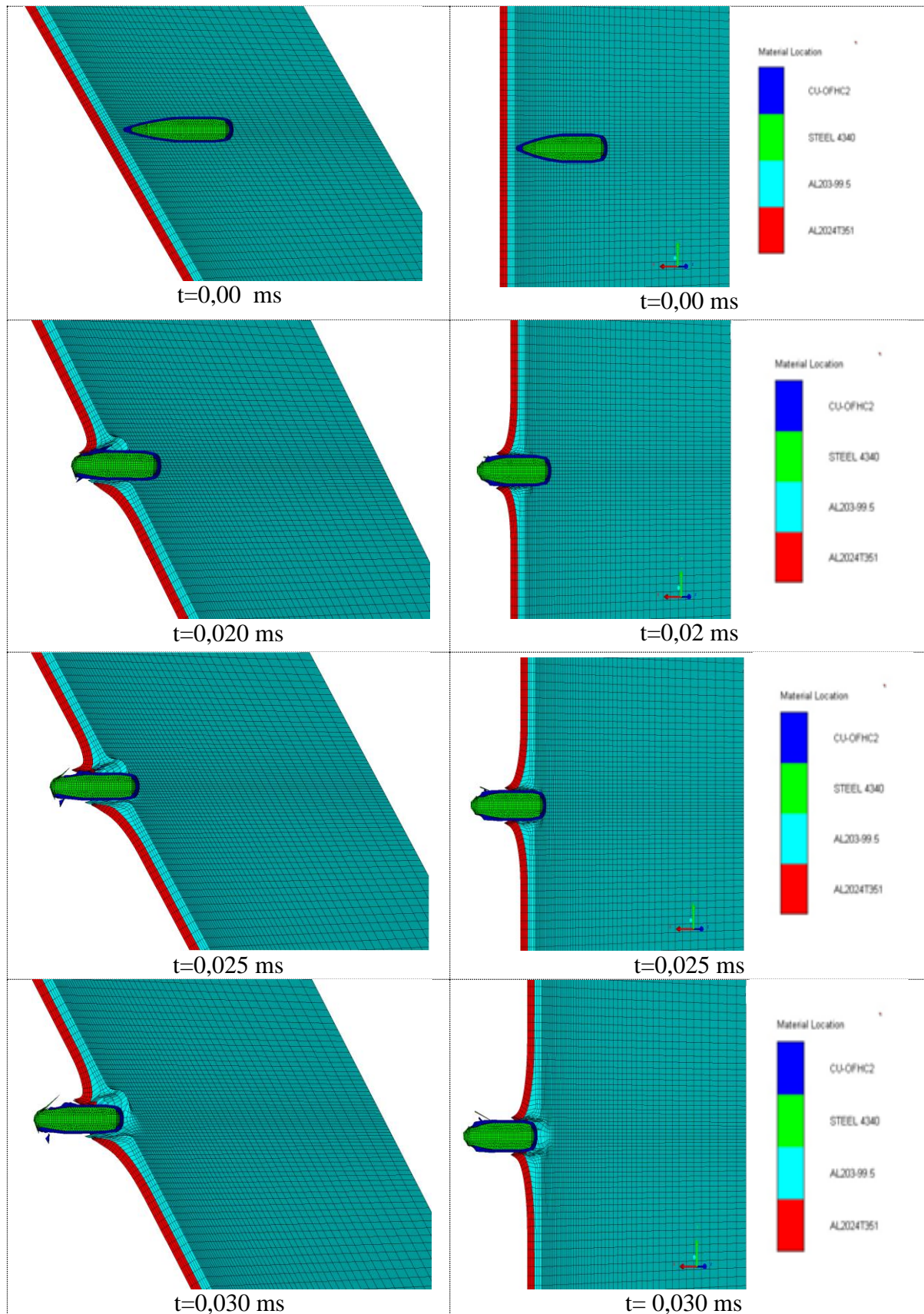


Слика 60. Упоредни приказ косог и нормалног удара пројектила о керамичко/металну сендвич структуру (8/5 mm)

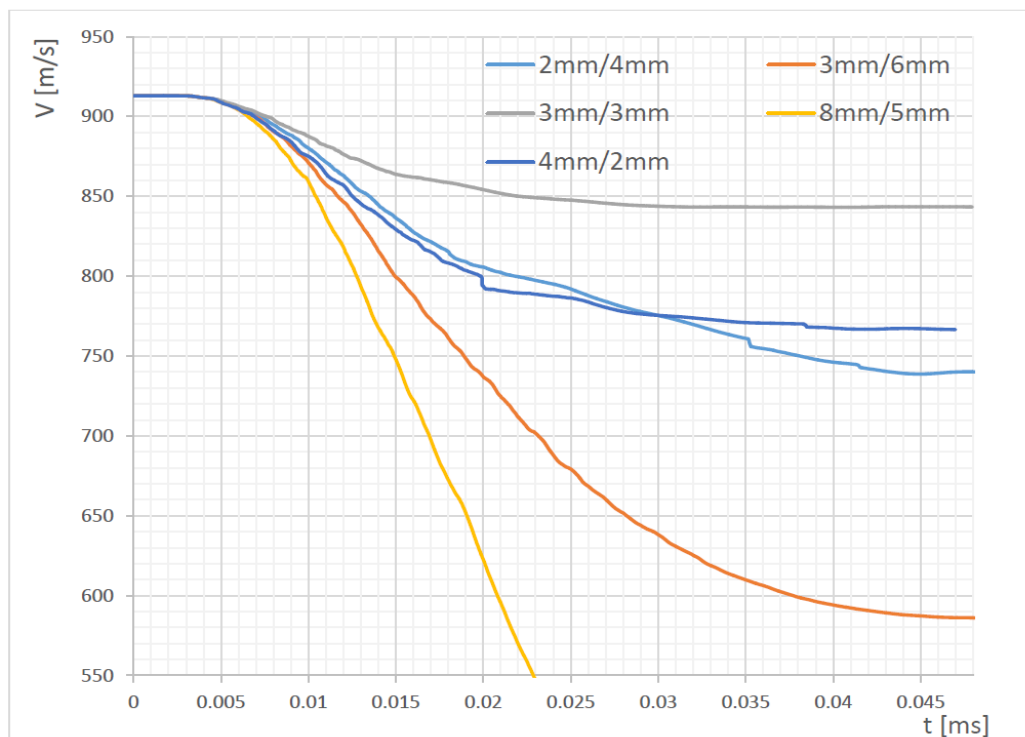


**Слика 61. Упоредни приказ брзина за коси и нормални удар пројектила керамичко/металне сендвич структуру**

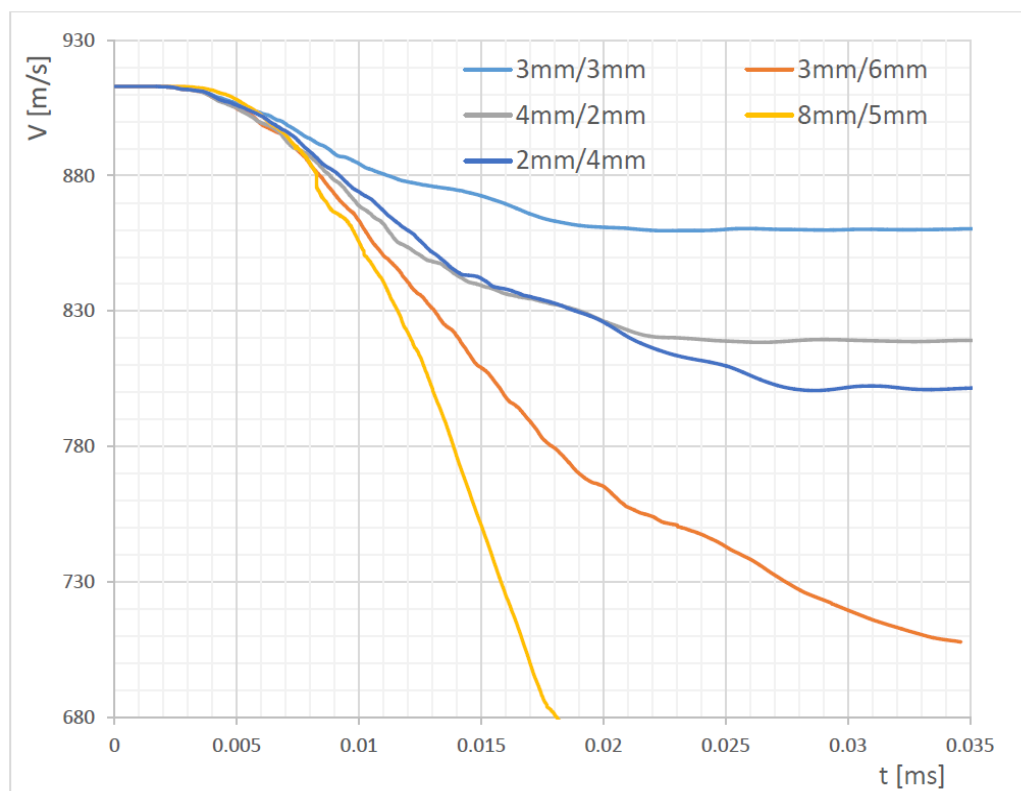
На дијаграмима слике 63 за коси удар и 64 за нормални удар, приказан је однос брзина по времену за различит однос дебљина керамичко/металне сендвич структуре (8/5, 3/6, 4/2, 2/4 и 3/3 mm). Резултати показују да је за дебље структуре већи пад брзина, посебно за однос дебљина где је керамички део дебљи у односу на метални. Из више спроведених нумеричких анализа потврђено је да керамички део структуре има већи утицај на пројектил од металног дела, што се види на слици 65.



Слика 62. Нумеричка анализа косог и нормалног удара пројектила о керамичко/металну сендвич структуру (3/3 mm)

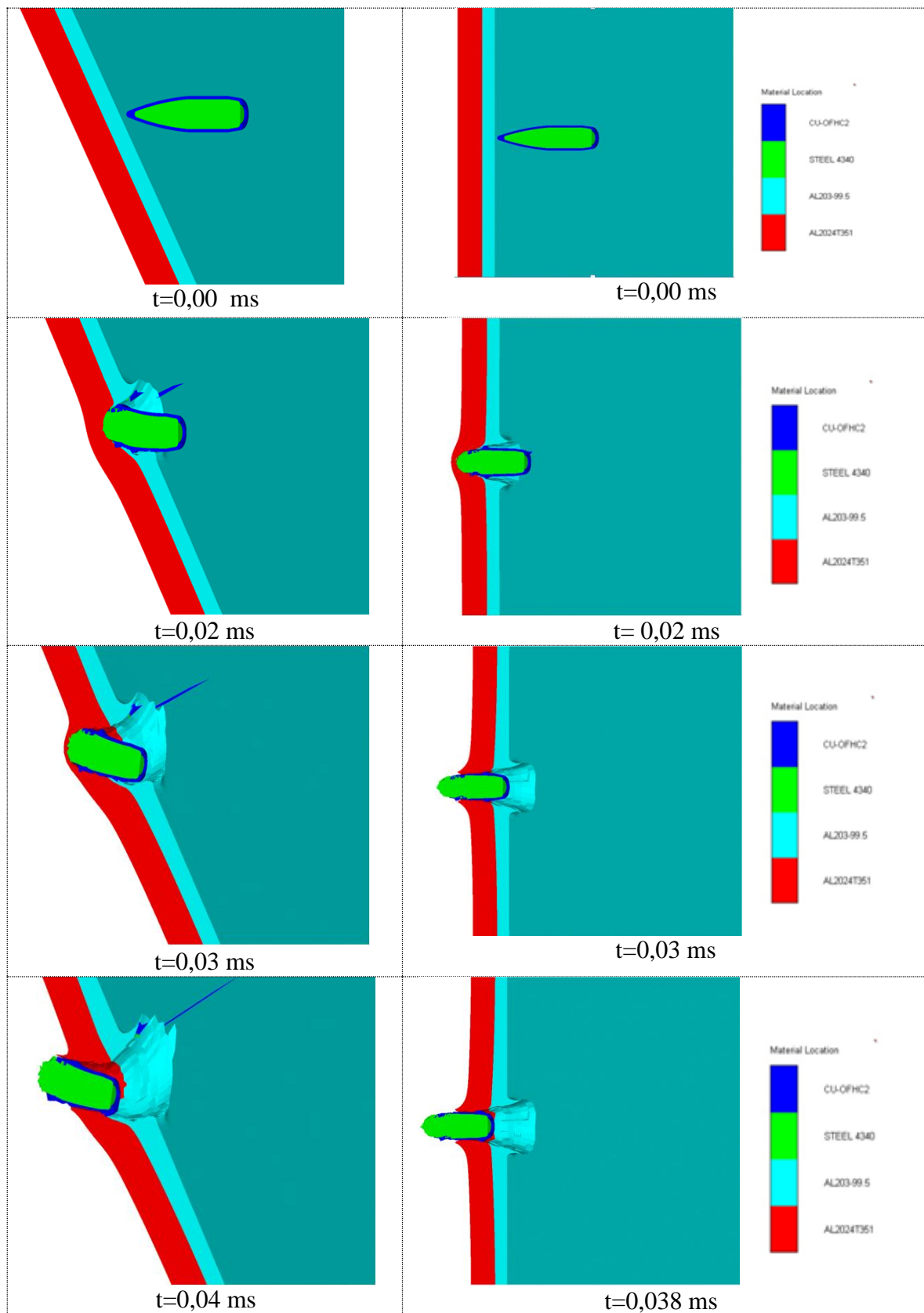


Слика 63. Упоредни приказ косог удара пројектила за различит однос дебљина керамичко/металних сендвич структура



Слика 64. Упоредни приказ нормалног удара пројектила за различит однос дебљина керамичко/металних сендвич структура





Слика 65. Нумеричка анализа косог и нормалног удара пројектила о керамичко/металну сендвич структуру (3/6 mm)

У до сада спроведеним анализама утврђено је значајно побољшање у алгоритмима коришћеним за моделовање чврстих механичких проблема и омогућило симулацију високо нелинеарних проблема удара о керамичко/металне структуре различитих односа дебљина. Међутим, третирање контаката и дисторзије која настаје у тренутку удара керамичког дела структуре, због великих деформација које прате ову врсту проблема представља изазов за који новија Лангранжеова техника честица представља одређени напредак [87-100]. Студије спроведене у овој области све више се боре са овим изазовом користећи наведене нумеричке симулације у експериментима ради смањења утршка муниције за испитивања на полигонима као и утврђивања карактеристика сендвич структура (при различитим ударима) које се користе у ижињерству а пре свега у последње време све више при пројектовању савремених ваздухопловних структура. Резултати добијени симулацијама удара о сендвич структуре потврдили податке из експерименталних испитивања који су спроведени на полигону ВТИ за метак 5,56 mm. Проблеми које су се јавили показују да однос дебљина плоча има велики утицај на пробој пројектила тако да када су керамичке плоче дебље у односу на метални део продирање дуже траје, а тиме се повећава отпорност структуре, док је у обрнутом случају мања отпорност и краће време пробоја што је и симулацијама потврђено. Међутим повећање дебљине керамичког дела повећава масу структуре што смањује његове употребне позитивне карактеристике.

## 6. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА АНАЛИЗА УЗРОКА УДАРНОГ ОШТЕЋЕЊА

### 6.1 Уводна анализа

Борбени ваздухоплови су током лета и у борбеним дејствима најчешће изложени оштећењима намерним дејством или случајног карактера. Оштећења намерним дејством на ваздухопловне структуре су очекиване јер се изводе борбена дејства, док ударна оштећења која су случајног карактера су ређа али могу изазвати велика оштећења на структури ваздухоплова. Таква оштећења случајног карактера могу лагано разарати елемент структуре која се некада немогу приметити визуелним прегледом. Процес оштећења код компонената и структура које су иначе оптерећене променљивим оптерећењима током лета, је један од најсложенијих проблема који је потребно решавати приликом анализе чврстоће структуре насталог услед ударних оштећења. Досадашња искуства показују да је велики проценат оштећења структура који се догодио проузрокован случајним ударним дејством сопственог ватреног или неког другог наоружања приказаног на слици 66. Реални проблеми настали као последица случајних ударних оштећења од сопственог топа. Случајно опаљење настаје у току кретања ваздухоплова на полетању и слетању, јер су осе цеви топа усмерене у правцу стајног трапа носне ноге.



Слика 66. Ваздухоплов са подвешеним контејнером топа

Случајна оштећења настају застојем у току гађања са топом од заосталих граната (неиспаљених граната) у неутралном положају. Настанак таквих случајних оштећења представља област која је била и која ће наставити да буде предмет истраживања како са теоријског тако и практичног аспекта. Велики напор се чини дужи низ година у циљу истраживања природе самог механизма оштећења као и развика прорачунских метода које ће на адекватан начин описивати појаве настале услед ударних оштећења. Сматра се да би правилно спознавање узрока настанка ударног оштећења требало да обезбеди најефикаснији пут како код увођења побољшања приликом пројектовања елемената структура, тако и приликом развоја бољих метода помоћу којих је могуће пратити и анализирати узроке настанка ударних оштећењанастала услед удара пројектила.

У литератури, многи истраживачи су испитивали статичко, динамичко и ударно понашање механичких делова топа, који посебно преузимају улогу поддинамичким оптерећењем. Међутим, делови топова који изазивају ударно оштећење конструкција ваздухоплова нису формално испитивани. Стога је пажња усмерена на статичко и динамичко понашање као и на карактеристике материјалазвездостог сепараторауслед замора, који је интегрални део механизма затварача топа за повлачење реденика током паљбе. У овој студији, током испитивања коришћене сутехнике као што су мерење тврдоће, микрографски и макрофрактографски преглед. На основу резултата испитивања утврђено је да су љуштење и лонгитудиналне пукотине отпочеле од нискоцикличног замора и површинског хабања материјала у најтањој зони зуба звездостог сепаратора, а не од ударног оптерећења, тј. преоптерећења.

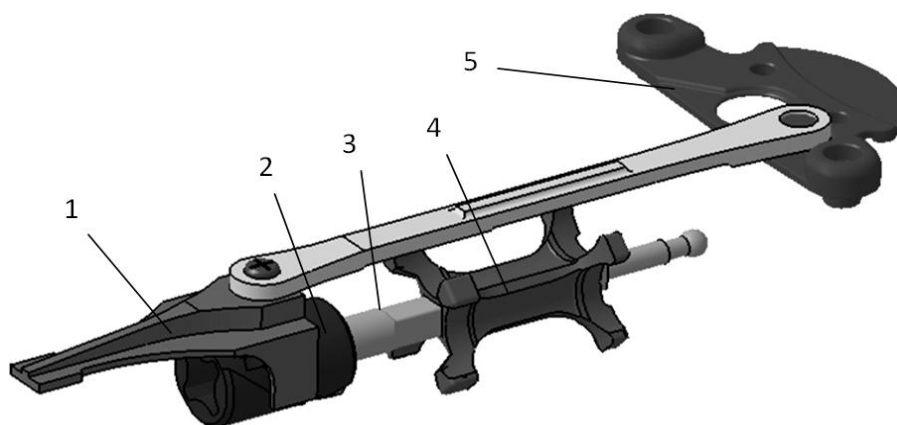
## **6.2 Уводна анализа ударног оштећења**

Ватрено наоружање борбених ваздухоплова токомдејства ствара радна и ударна оптерећења која се директно преносе и изазивају поремећаје на конструкцији ваздухоплова. Да би се спречио настанак таквог поремећаја предузимају се превентивне мере још у току производње и интеграције у конструкцију ваздухоплова. Према томе, пројектовање и израда функционалнијег, ергономичнијег, сигурнијег, поузданијег и робуснијег дизајна ових елемената

постала је једно од круцијалних питања код произвођача. Спроведен је велики број студија које се баве анализом грешке различитих динамичких ударних компоненти. Међутим, нема довољно студија које испитују облик грешке компоненти авионских топова. Ју et al. [101] су испитали анализу грешке забрављивача (клина) пушке М116. Њихова студија је показала да су се напрелине појавиле због концентрације напона у ускокрадијусу забрављивача.

Двоцевни авионски топ је сложени уређај, са брзином гађања 3000 до 3400 граната у минути [102]. Век употребе топа уз коришћење припадајућег комплекта резервних делова је 4000 опаљења, у току којег не сме бити више од 200 пирорепетирања и у том броју не више од 80 репетирања након утрошка комплекта муниције без реденика и метака у аутоматски топ. Принциписки, аутоматски рад топа заснива се на коришћењу енергије барутних гасова, који се одводе из цеви у гасну спојницу.

Пуњење топа се врши са једним редеником. Довођење реденика у уводно грло топа врши се помоћу звездастог сепаратора који се налази у склопу механизма за довођење. Механизам за довођење реденика слика 67. се састоји из звездастог сепаратора, профилисаног вратила, добоша и водилице, спрегнуте са спојном полугом. Звездасти сепаратор је кинематски повезан са основним склопом аутоматике топа и трпи велика оптерећења при повлачењу реденика са гранатама кроз уводнике и усмериваче карика.

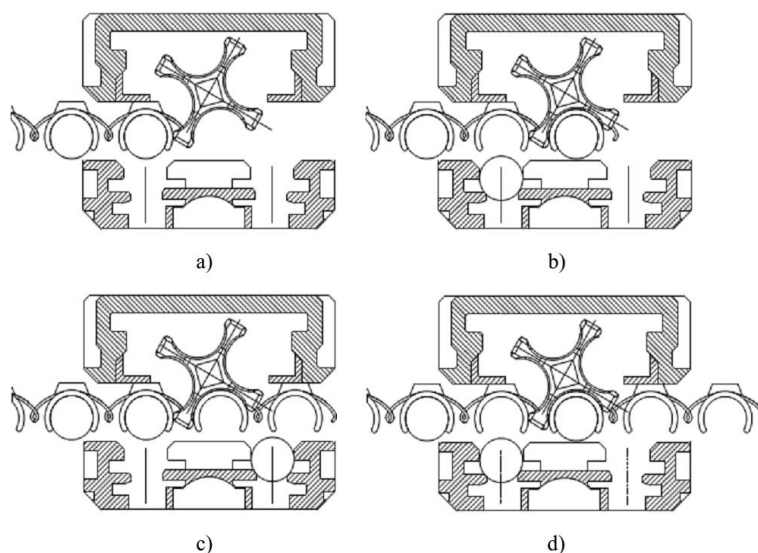


1.-Водилица, 2.-Добош, 3.-Профилисано вратило, 4.-Звездасти сепаратор,  
5.-Спојна полуга

**Слика 67. Шема механизма за довођење реденика**

Поузданост рада основних склопова аутоматике топа у многоне зависи од квалитета материјала од којег су израђени, квалитета извођења прегледа, чишћења и монтирања у процесу руковања и одржавања. Отказ виталних делова авионског топа као што је звездасти сепаратор, може резултирати застојем топа и немогућношћу наставка гађања. Застој узрокује да делови топа остану у неутралном положају где може доћи до неконтроланог опаљења и оштећења делова топа, ударног оштећења конструкција ваздухоплова, посаде и послуге око ваздухоплова.

Најкритичнија зона у којој може доћи до оштећења звездастог сепаратора је приликом, захвата гранате у току друге половине хода покретних делова топа. Због тога, уколико нема померања реденика, строго се забрањује довођење покретних делова до крајњег положаја. Застој топа при лому (деформацији) захватајућих зуба звездастог сепаратора доводи до нагиба првог метка, његовог заривавања између звездастог сепаратора и сандука цеви, извлачења карика и лома задњег репића карика. Кретање реденика кроз уводно грло топа повлачењем помоћу звездастог сепаратора, приказано је на слици 68.



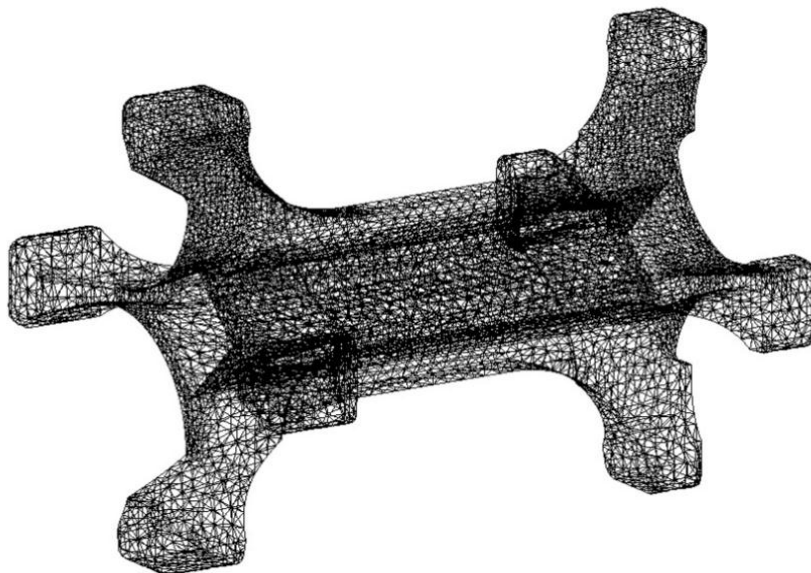
**Слика 68. Приказ рада звездасти сепаратор**

Пуњење (храњење) агрегата цеви гранатама при гађању врши се, увођењем реденика у уводном грлу топа и ослањањем на звездасти сепаратор слика 68а, у току друге половине хода покретних делова, при првом ручном репетирању. На слици 68b, приказан је положај реденика након спуштања прве гранате у лежиште цеви топа. На слици 68c, приказан је положај реденика након спуштања друге

гранате у лежиште цеви топа. На слици 68d, приказан је положај реденика после првог опаљења и понављање поступка храњења агрегата цеви са муницијом. Сви парни меци реденика користе се за храњење агрегата цеви првог са стране увођења, а сви непарни меци другог агрегата цеви што је и приказано.

### 6.3 Нумеричка анализа

За нумеричко одређивање напонско-деформационог стања при статичком оптерећењу звездастог сепаратора приликом пуњења гранатама коришћен је метод коначних елемената. Стога, креирана је мрежа коначних елемената од тродимензионалних параболичких тетраедарских елемената различитих димензија (ФЕМ) [103]. Комплетни модел сепаратора представљен је са 169574 елемената и 262798 чворова. (слика 69.)



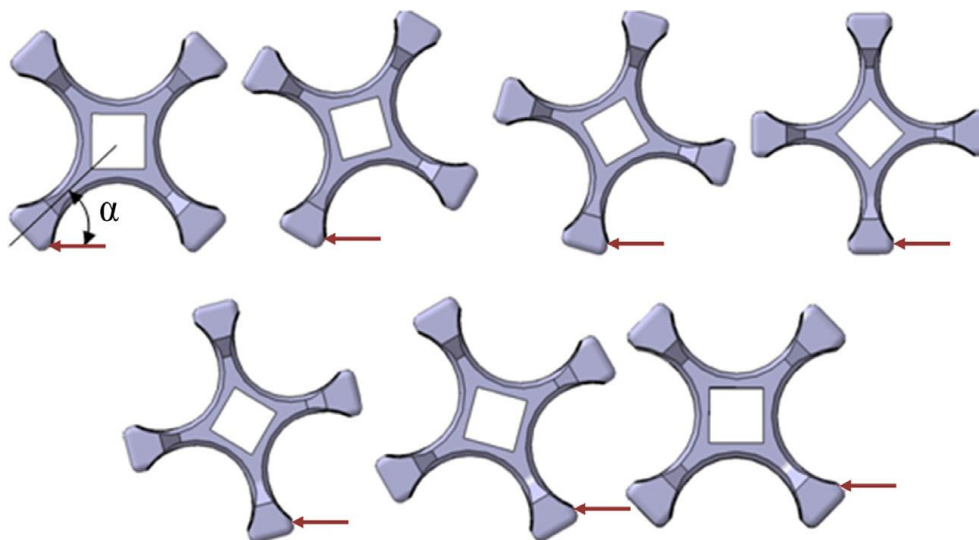
Слика 69. ФЕМ модел звездастог-сепаратора

Матрица материјала креирана је користећи карактеристике 5432Т производног челика. Јангов модул је 216 *GPa*. Затезна чврстоћа материјала је 785 *MPa*. Ови параметри су за референтну температуру 20 С.

Тачна оптерећења на сепаратору су непозната и стога постоји потреба за варирањем оптерећења како би се разумело статичко понашање сепаратора. На сепаратор делује више оптерећења: убрзање топа приликом трзаја, температурне разлике, сила неопходна да се вуче реденик итд. Са циљем поједностављења анализе самореакција вучења реденика трење, с обзиром да ова оптерећења имају највећи утицај на сепаратор. Из документације топа може се видети да потребна

сила неопходна за покретање реденика је  $90 \pm 5 \text{ kg}$  . Како би се узело у обзир и трење, унета је сила од  $100 \text{ kg}$  ( $981 \text{ N}$ ).

Дејство оптерећења је изведено узимајући у обзир сепараторов радни циклус у неколико радних фаза и приказан је на слици 70.



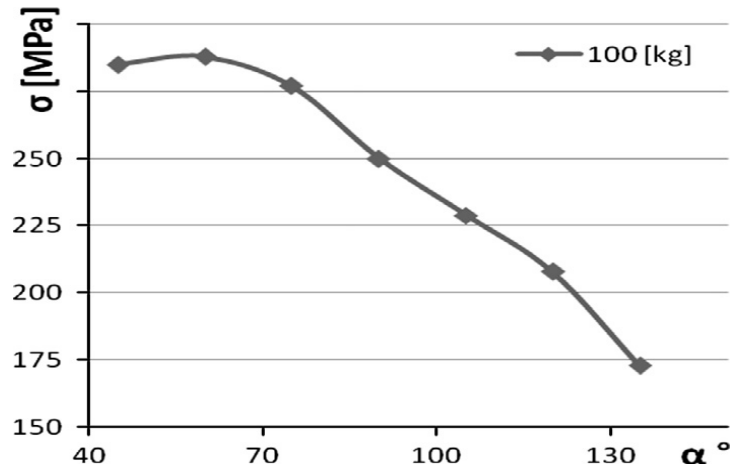
Слика 70. Различите фазе рада звездастог-сепаратора

У табели 7. дате су нумеричке вредности оптерећења за све фазе увођења метка приказане на слици 70. У истој табели су такође дати добијени максимални напони и деформације који представљају резултат спроведене анализе. Максимални напони добијени су користећи се Фон Мизесовим критеријумом за напоне. Ови резултати су такође приказани на дијаграмима (слике 71 и 72) за ударне напоне и статичке деформације, изворно.

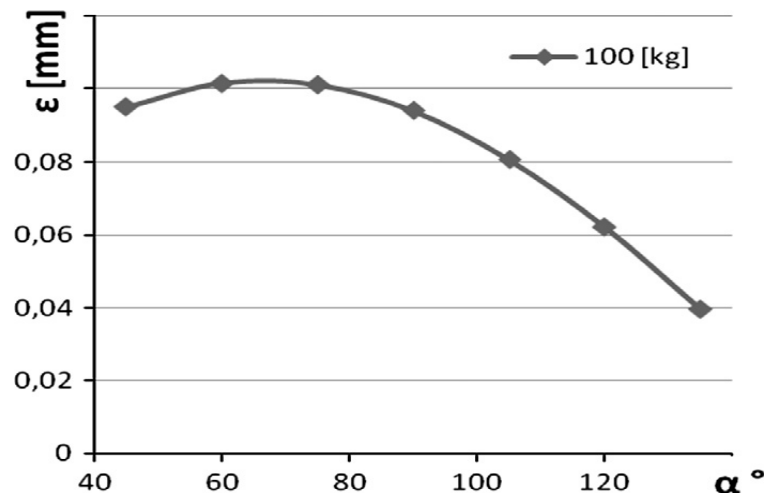
Табела 7. Фон Мизесови максимални напони и деформације

$\alpha$ [°]	$\sigma$ [MPa]	$\varepsilon$ [mm]
45	285	0.095166
60	288	0.101625
75	277	0.101227
90	250	0.094043
105	229	0.080598
120	208	0.062097
135	173	0.039485



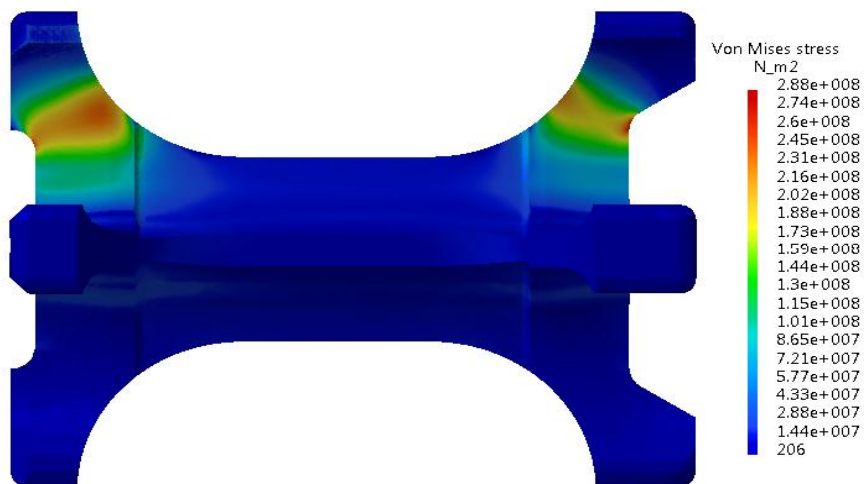


Слика 71. Дијаграм Фон Мизесовим напон



Слика 72. Дијаграм деформације

На слици 73. приказан је други случај оптерећења када напон има највећу вредност



Слика 73. Фон Мизесово напонско оптерећење

#### 6.4 Експериментални резултати испитивања

Оба дела поломљеног звездастог сепаратора затварача авионског топа су достављена у лабораторију у стању у каквом су нађена након отказа слика 68. Топом на коме је дошло до лома звездастог сепаратора испаљено је 1695 граната што је 42% од предвиђеног века топа и 63 пирорепетирања или 32% предвиђеног веком употребе. У тренутку оштећења (лома) звездастог сепаратора дејствовано је са топом са 147 граната. Прегледом документације утврђено је да је звездасти сепаратор авионског топа, према техничкој документацији цртеж бр. 04-24 израђен од челика 5432Т, при чему није дефинисан стандард за израду и испоруку материјала [102].

Лабораторијска испитивања су обухватила:

- макрои микрофрактографски преглед преломних површина,
- металографски преглед помоћу скенирајућег електронског микроскопа,
- испитивање хемијског састава
- испитивање тврдоће материјала.
- испитивање енергије удара

#### 6.5 Макрофрактографски и микрофрактографски преглед

Изглед поломљеног звездастог сепаратора приказан је на слици 74, и на слици 75. Увећано је приказана преломна површина добијена помоћу стерео микроскопа типа „Leica“ M205А.

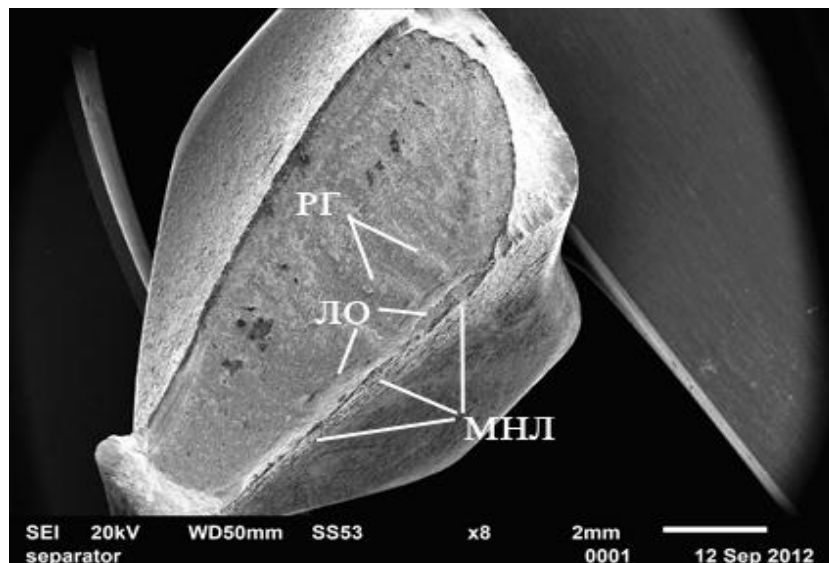


*Слика 74. Поломљени звездасти сепаратор*



*Слика75.Изгледполомљеногзвездастогсепаратора*

Изглед преломне површине сепаратора добијена скенирајућем електронском микроскопу (СЕМ) типа „JOEL“, приказан је на слици 76. На површини лома су видљиве линије одмора (ЛО) карактеристичне за заморн илом. Заморни лом је настао на више места (МНЛ). У завршној фази лома видљиви су радијални гребени карактеристични за нестабилан раст прслине.

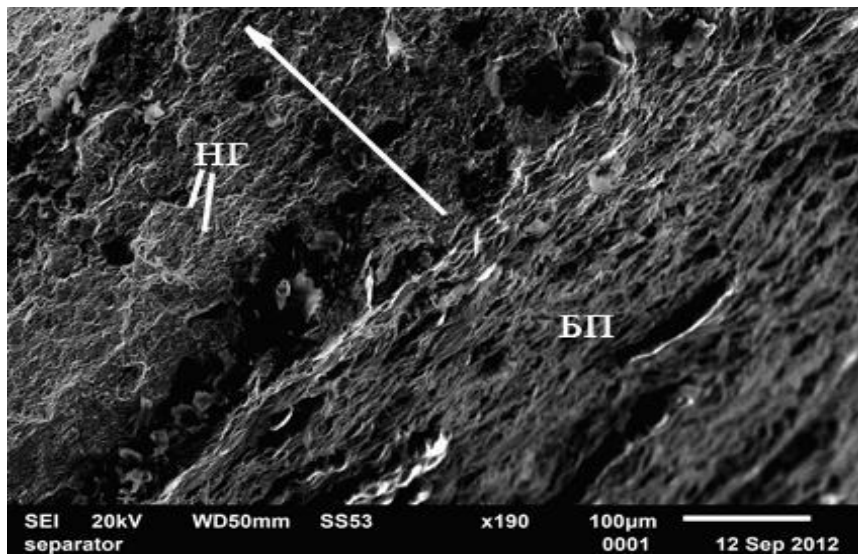


*РГ-радијални гребени; ЛО-линије одмора; МНЛ-места настанка лома*

*Слика 76. Макро изглед лома са подручјем настанка прслине*

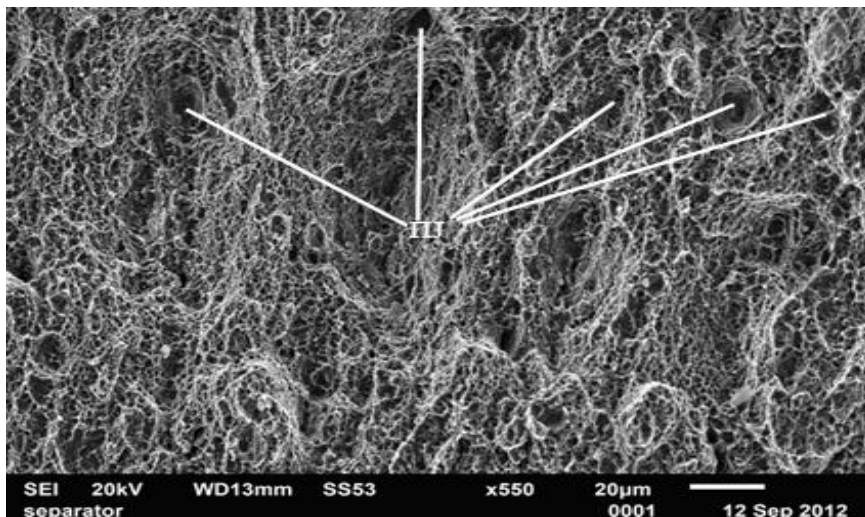
Микрофрактографски преглед преломних површина извршен је помоћу скенирајућег електронског микроскопа. Изглед је дног од подручја настанка лома приказан је на слици 77. Смер простирања прслине приказан је стрелицом. У

почетном делу простирања прслине присутни су гребени нормални на правац простирања прслине (НГ). Изглед нормалних гребена приказан је на слици 78. На преломној површини видљиве су веће примарне јамице (ПЈ), окружене мноштвом ситнијих секундарних јамица. Примарне јамице (ПЈ) формиране су на неметалним укључцима, док су секундарне јамице формиране на карбидима (К), слика 79. Присуство нормалних гребена (НГ) и јамичастог лома указује на нискоциклични карактер лома. На спољашњој брунираној површини присутне сусекундарне заморне прслине (СП) слика 80.



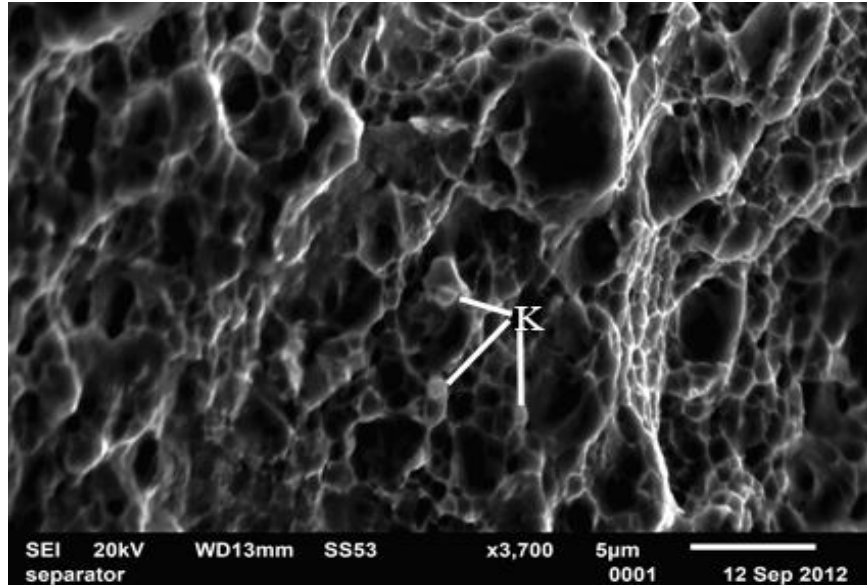
*НГ-нормални гребени; БП-брунирана површина*

**Слика 77. Подручје настанка лома**



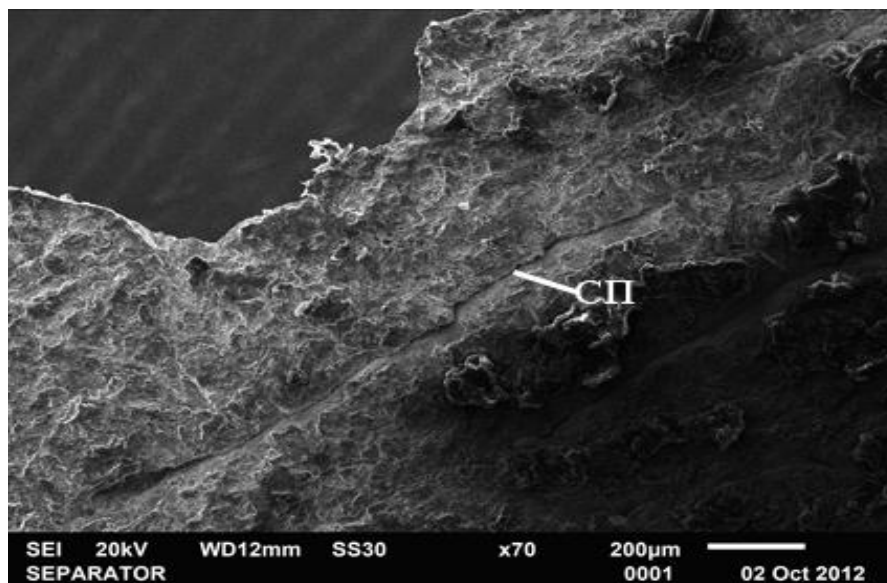
*ПЈ-примарне јамице*

**Слика 78. Подручје настанка лома**



*К-карбиди*

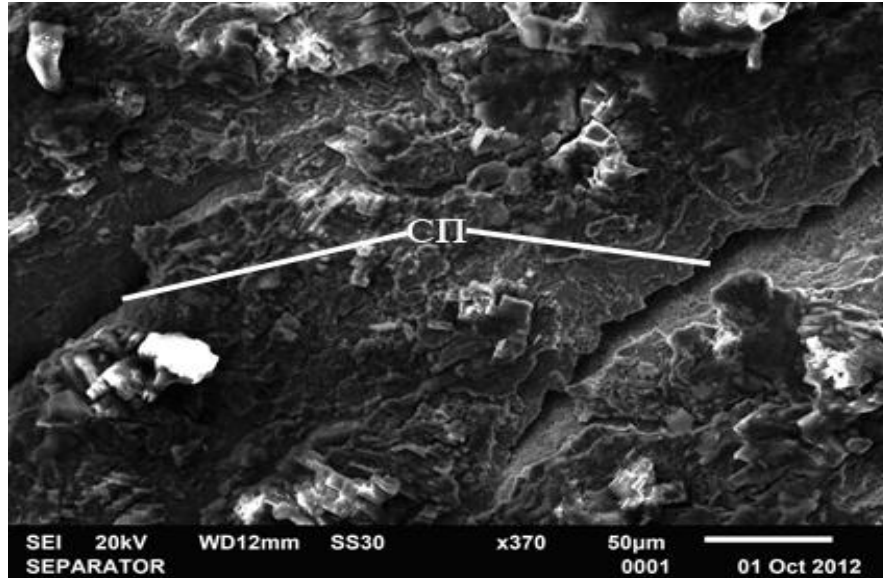
**Слика 79. Брзи смицајни лом са јамицама насталим на карбидима**



*СП-секундарна прлина*

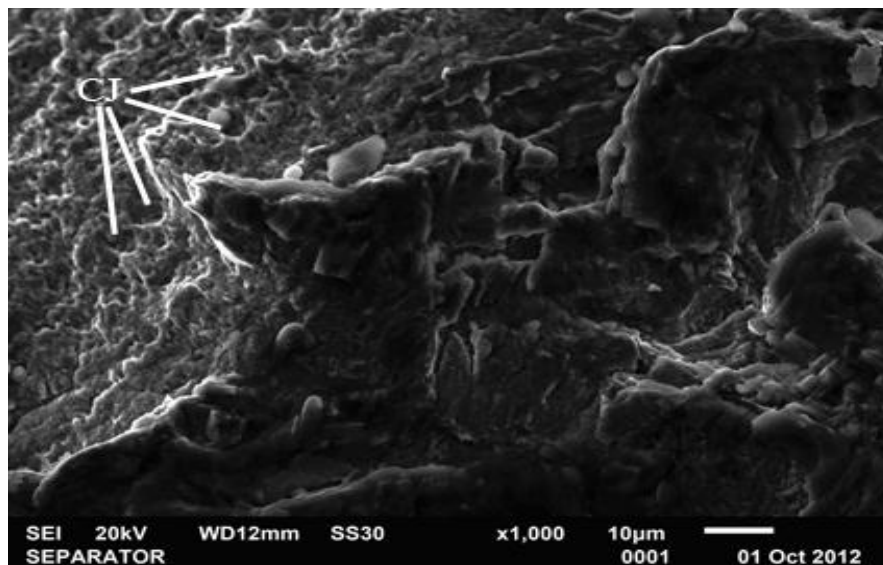
**Слика 80. Позиција секундарне прлине на спољашњој површини**

Увећани изглед секундарних прлина (СП) приказан је на слици 81. Секундарне прлине се простиру у дубину под извесним углом у односу на раван површине, што указује да су настале под деловањем смицајних напона. То потврђује и присуство смицајних јамица на почетку примарне прлине слика 82.



*СП-секундарна прелина*

*Слика 81. Увећани изглед секундарних прелина*



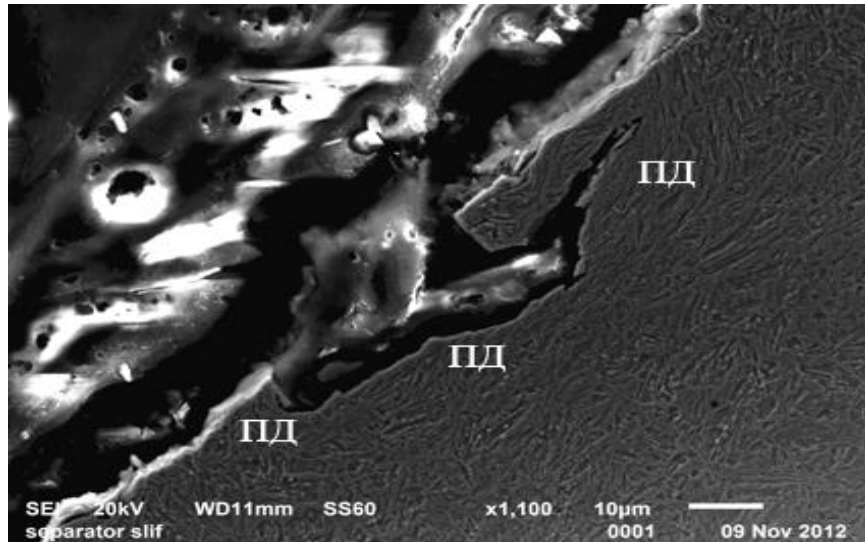
*СЈ-смицајне јамце*

*Слика 82. Изглед примарне прелине уз саму спољашњу површину*

## 6.6 Металографско СЕМ испитивање

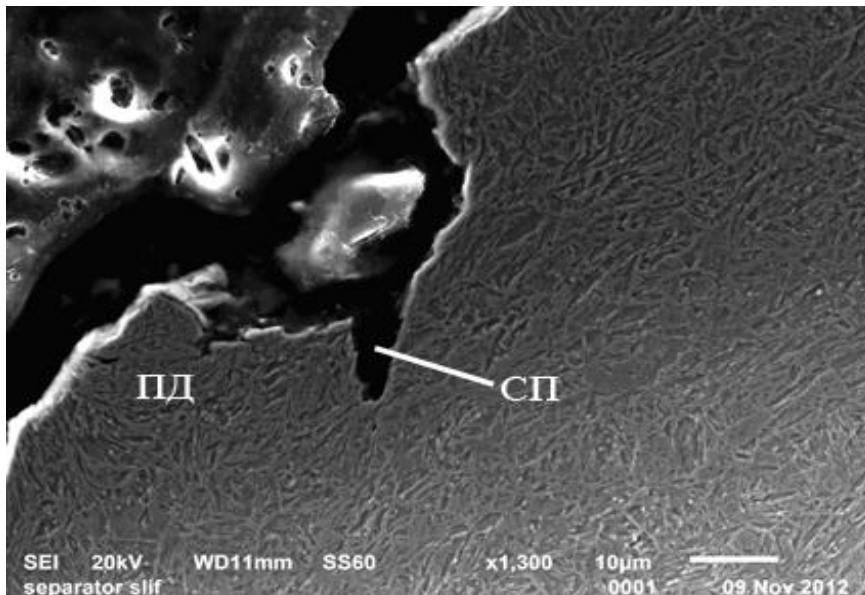
Металографским испитивањем површина звездастог сепаратора уочена је појава љуштења површинских слојева, слике 83и 84. Под деловањем контактних напона дошло је до пластичне деформације (ПД) површинских слојева која се повећавала са бројем циклуса оптерећења, све док се није формирала прелина. Како се код контактних Херцових напона максимална вредност напона јавља на

одређеној дубини, прлина се простирала паралелно спољашњој површини и то на одређеној дубини, због чега је дошло до појаве љуштења површинских слојева. При одређеним условима прстирање прлине се може усмерити у дубину материјала, [104] као што је случај код секундарне прлине (СП) на слици 84.



*ПД-подручје пластичне деформације*

**Слика 83. Појава љуштења површинског слоја**



*ПД-подручје пластичне деформације; СП-секундарна прлина*

**Слика 84. Појава љуштења површинског слоја са секундарном прлином**

## 6.7 Испитивање хемијског састава

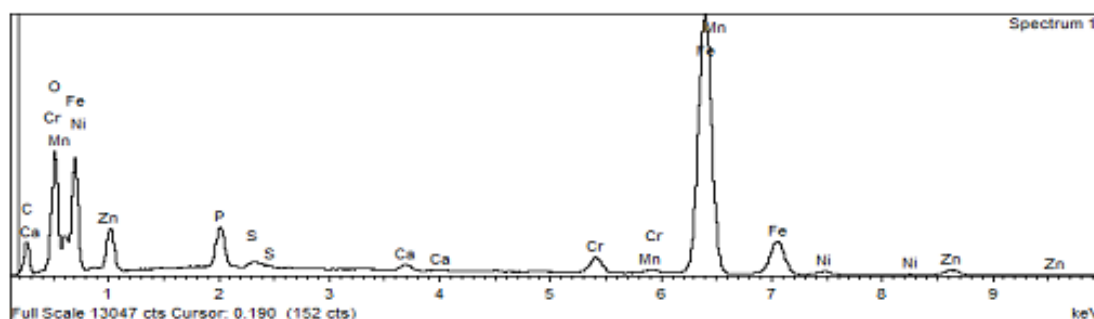
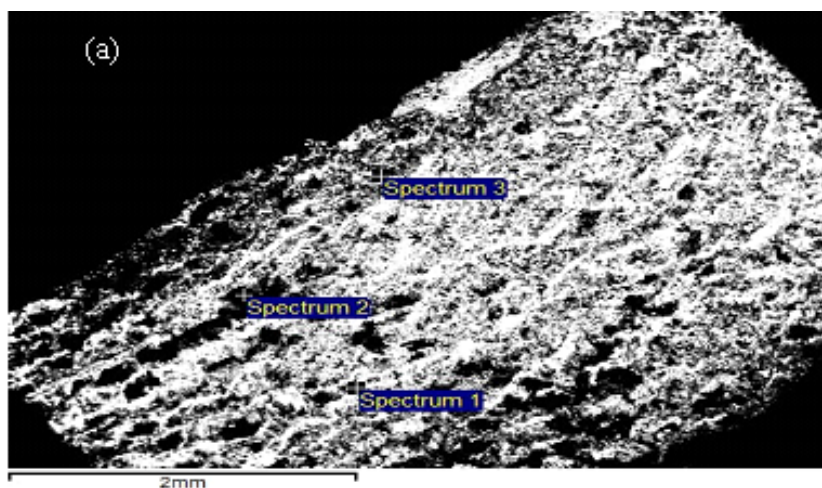
Хемијски састав основног материјала, односно садржај легирајућих елеманата је проверен методом рендгенске флуоресцентне спектрометрије (спектрохемијском анализом). Резултати испитивања су приказани у Табели 8. На основу добијених резултата хемијског састава, може се закључити да је тестиран сепаратор направљен од квалитетног челика 5432Т (српски ознака), који одговара челику 30CrNiMo8 (Европски Стандард).

Табела 8. Хемијски састав основног материјала

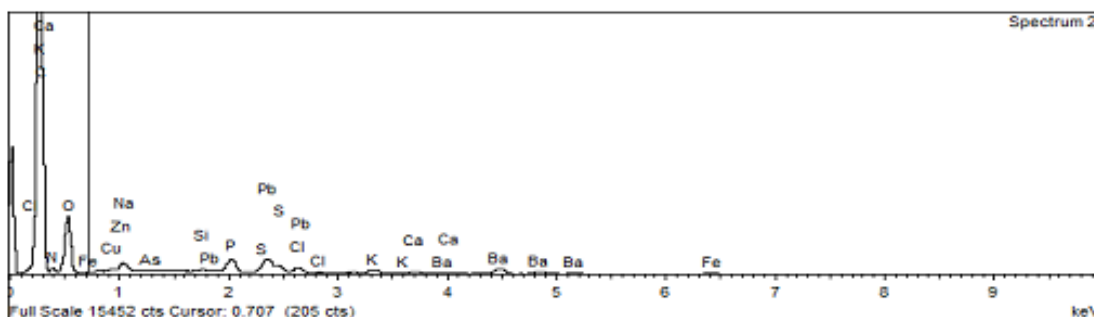
Ознака узорка	Садржај елемента (мах.%)									
	C	Si	Mn	Cr	Mo	Ni	V	Cu	S	P
Спектрометријска анализа	0.29	0.04	0.371	2.117	0.289	1.673	0.08	0.151	0.004	0.012
Захтев за 5432Т SRPS EN.ISO 65073-3	0.26- 0.34	Мах.- 0.4	0.5- 0.8	1.8- 2.2	0.3- 0.5	1.8- 2.2				

Испитивање хемијског састава спољашње бруниране површине звездастог сепаратора извршено је EDC методом (енергодисперзивне спектрометрије) на скенирајућем електронском микроскопу типа „JOEL“. Места анализе и одговарајући спектри приказани су на слици 85а. Квалитативни хемијски састав испитан EDC анализом приказан је на слици 85б, и потврђује присуство елемената који потичу из брунираног слоја, као и из челика испод превлаке. Спектар приказан на слици 85в, Показује да је анализирано место обогаћено на угљенику, а спектар на слици 85г, да је ово место обогаћено на кисеонику.

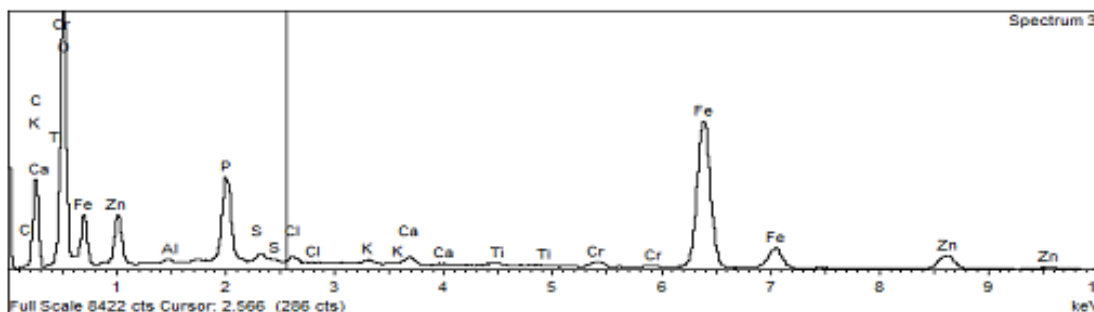




(б) Спектрум 1.



(в) Спектрум 2.

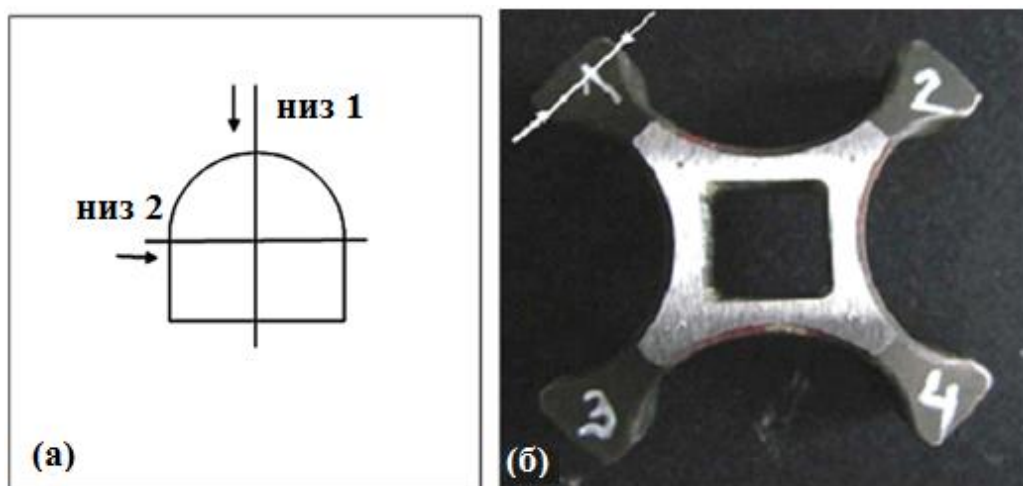


(г) Спектрум 3.

Слика 85. Површински слој сепаратора испитан EDS анализом

## 6.8 Испитивање тврдоће материјала

Тврдоћа на металографском узорку исеченом из неоштећеног крака сепаратора, мерена је у два међусобно управна низа, према распореду приказаном на слици 86а. На слици 86б приказан је део сепаратора, на страни без оштећења, а стрелицама је означено место сечења узорка број 1. за испитивање тврдоће по пресеку. Испитивање тврдоће урађено је по методи „Vickers“ са оптерећењем од 294 N (HV30), према стандарду SRPSC. A4.030, на уређају за испитивање тврдоће типа „WOLPERT“ [105]. Добијени резултати тврдоће приказани су у Табели 9.



(а) распоред мерења, (б) ознака местосечења узорка број 1.

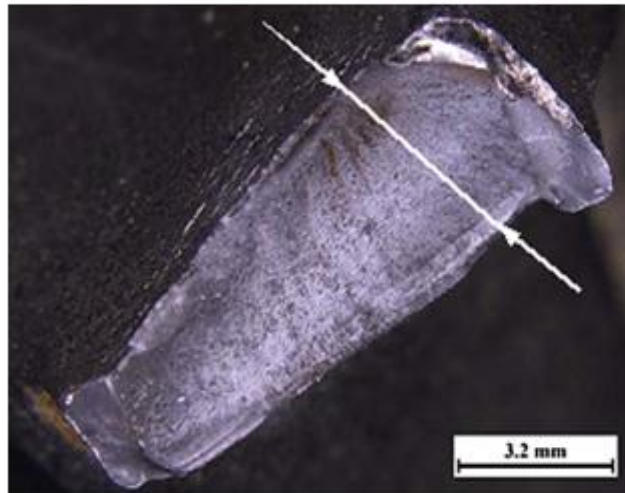
Слика 86. Мерење тврдоће звездастог сепаратора

Табела 9. Вредности тврдоће основног материјала

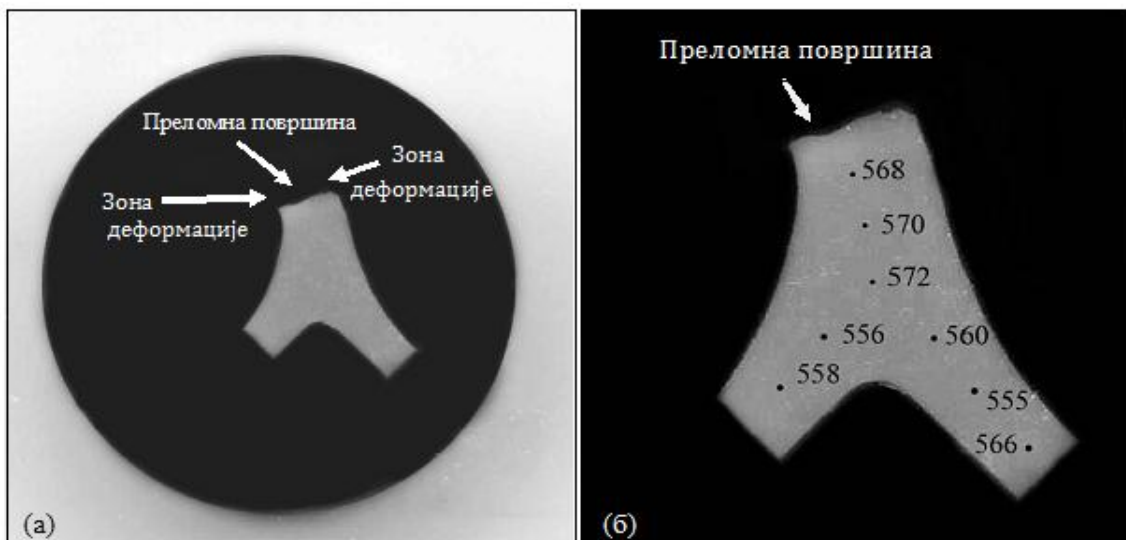
Ознака/мерно место		Измерене вредности HV30
Узорак број 1	Низ 1	528,530,530,529,532,528,531
	Низ 2	527,529,533,534,532,531,529

Тврдоћа је под истим условима и на истом уређају, мерена и на металографском узорку сеченом у циљу анализе микроструктуре материјала у попречном правцу у односу на преломну површину. На слици 87 стрелицама је означено место сечења металографског узорка, изглед узорка приказан је на слици 88а, а распоред мерних места и добијене вредности тврдоће на слици 88б. Према лиценцираној документацији за производњу, звездастог сепаратора коришћен је

материјала тврдоће 425-497 ХВ [102]. Потврђено је да су добијене измерене вредности тврдоће у захтеваним границама.



Слика 87. Преломна површина-увећано



а) пресек уз површину прелома,

б) распоред мерних места и вредности тврдоће HV30

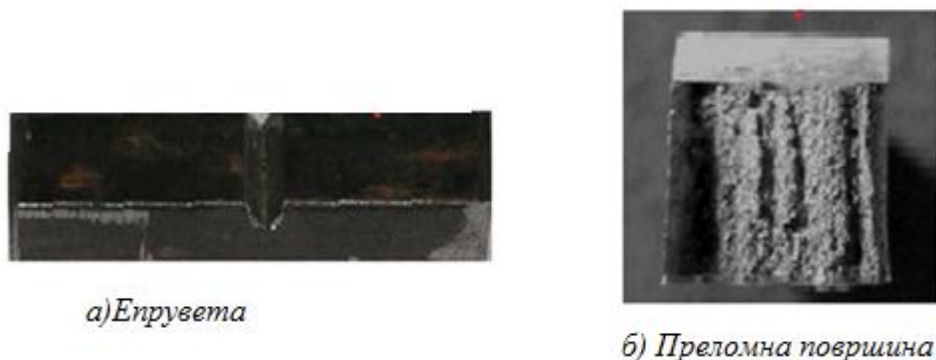
Слика 88. Изглед металографског узорка попречно на површини прелома

## 6.9 Испитивање енергије удара

Енергија удара одређена је на стандардним епруветама 10x7,5x55mm са ISO – V зарезом. Испитивање је извршено на инструментираним Шарпи клатну на собној температури према стандару SRPS EN 10045-1 [106]. Називна енергија

удара клатна је 300J а брзина 5,11m/s. Добијене вредности приказане су у табели 10.

Изглед преломних површина епрувете за одређивање енергије удара указује на изражену тракавост материјала, што одговара стандарду измерених вредности енергије удара датим у табели 10. Карактеристичан изглед епрувете испитиваног дела пре и након прелома приказан је на слици. 89.



Слика 89. Приказ епрувете и преломне површине

Табела 10. Измерене вредности енергије удара

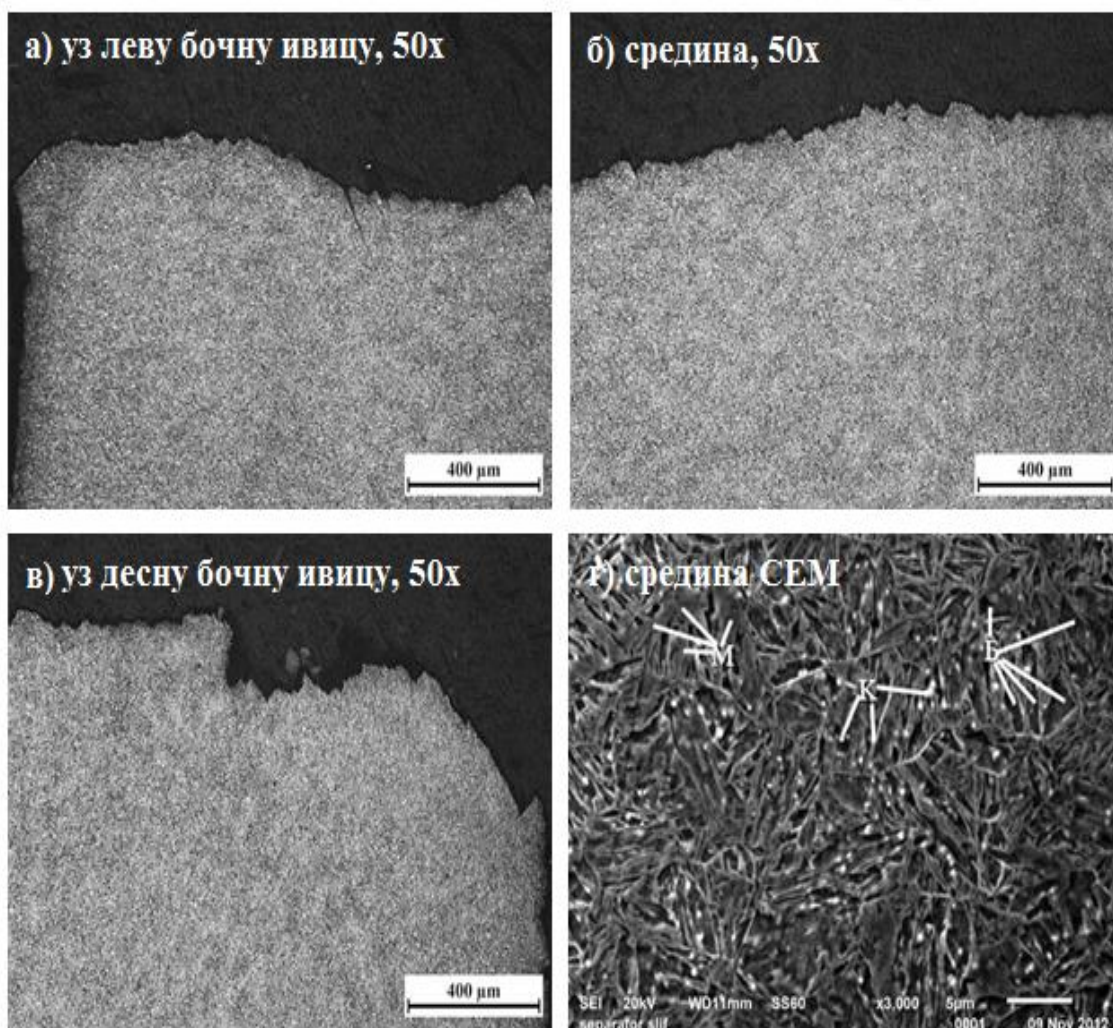
Епрувета број	Механичке карактеристике							
	R <sub>p</sub> [Nm <sup>2</sup> ]	R <sub>m</sub> [Nm <sup>2</sup> ]	A <sub>5</sub> [%]	Z [%]	E <sub>i</sub> [J]	E <sub>p</sub> [J]	E <sub>u</sub> [J]	KV <sub>sred</sub> [J]
Стандард Челика <b>Ч5432Т</b>	1050	1250- 1450	>=9%	>=40%				>=30J
1	1045	1270	19.6	52.5	49	58	107	112
2	1049	1310	21.5	58.3	46	67	113	
3	1054	1420	14.8	47.4	48	69	117	

### 6.10 Испитивање микроструктуре

Испитивање микроструктуре извршено је на оптичком микроскопу типа „Leitz“.

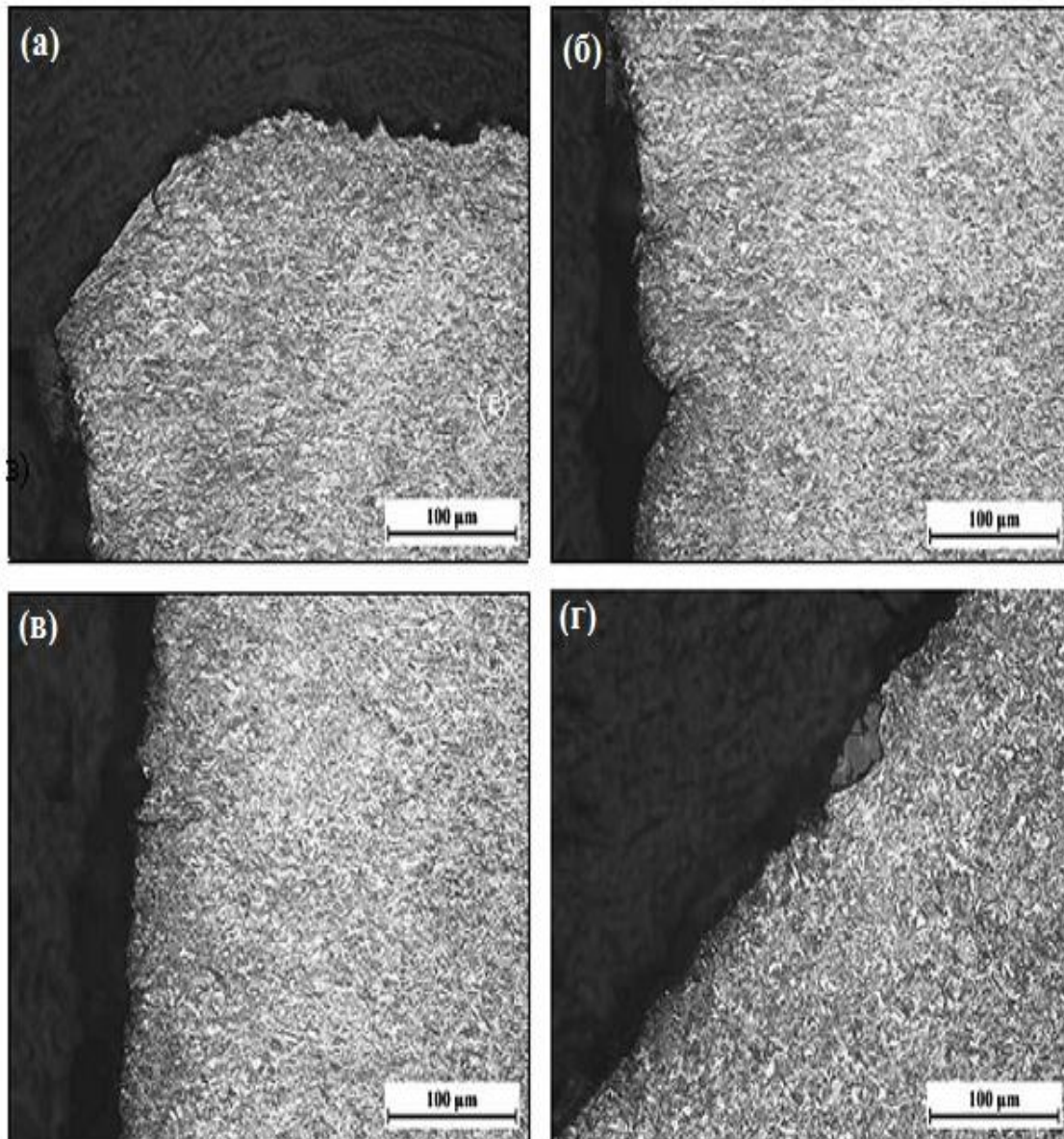
Микроструктура је нагрисана у

3% ниталу. Микроструктура материјала одговара нискоотпуштеној мартензитно-беинитној структури [107], слике 90-92. У погледу металуршке чистоће материјал сепаратора одговара челику претопљеном по Троском. Структура уз површину прелома приказана је на слици 90. Није уочена разлика у структури материјала уз преломну површину у односу на структуру попресеку, што потврђује и релативно уједначене измерене вредности тврдоће, слика 90б. Такође, у површинском слоју нема појаве разугљеничења материјала [103]. У структури површинског слоја са леве стране (слика 90а), а посебно на десној бочној површини поломљеног узорка звездастог сепаратора, (слика 90в), постоји оштећење на површини, присуство секундарних микро прелина (слике 91ц, д и 92б, д, е) и деформација зрна у површинској зони; местимична, дубина је око 100  $\mu\text{m}$  (слике 91а, ц, д и 92б, ф).

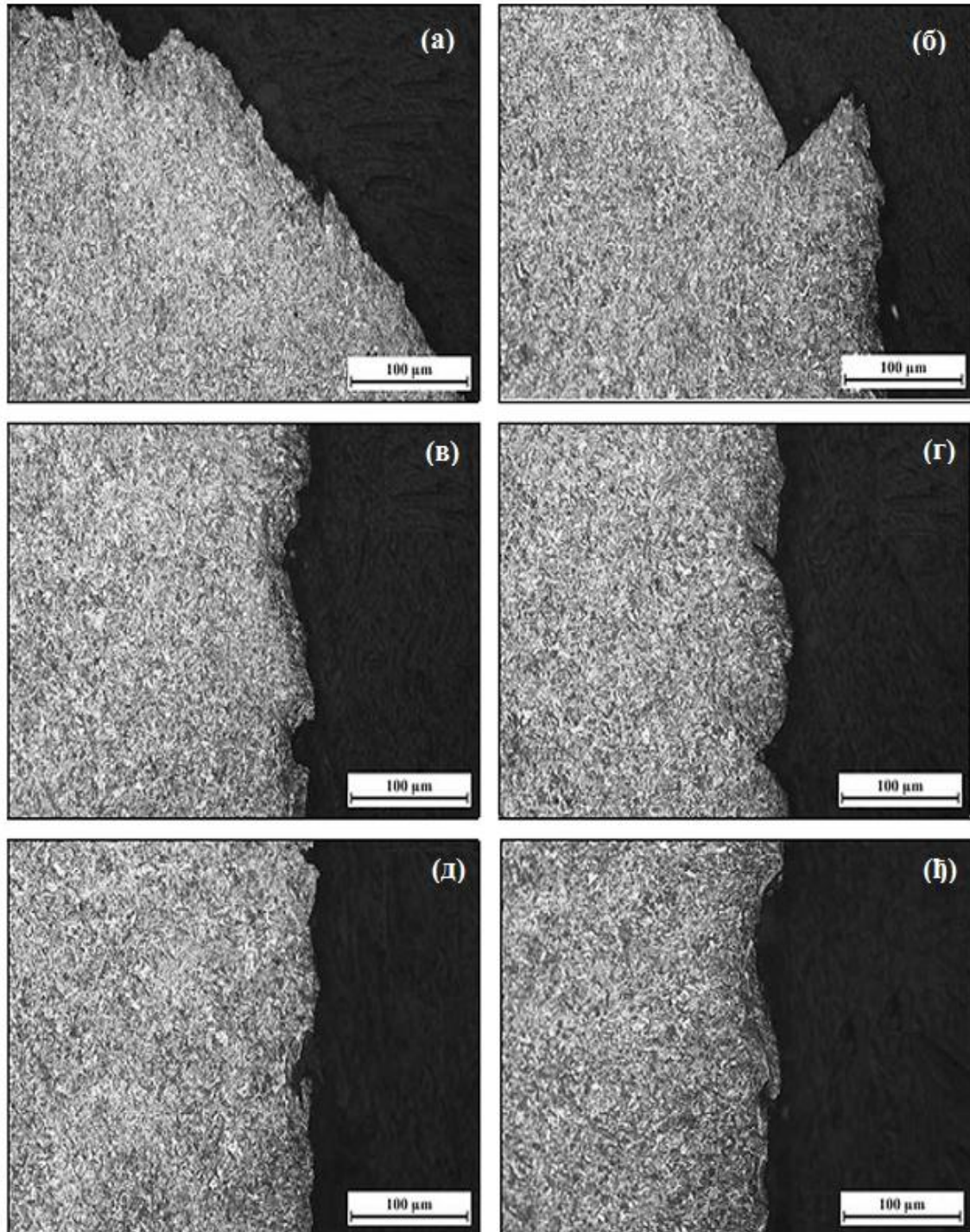


*М-мартензит; К-карбид; Б-беинит*

Слика 90. Микроструктура материјала уз површину прелома



Слика 91. Микроструктура материјала уз леубочну ивицу узорка, 200x



Слика 92. Микроструктура материјала уз десну бочну ивицу узорка, 200x

### 6.11 Анализа резултата узрока лома

Добијени резултати нумеричке анализе показују да затезна чврстоћа материјала је мања од 785 МПа. Резултати нумеричких вредности за радни циклус сепаратора мерени у неколико радних фаза који су добијени максимални напони користећи се са Вон Мисесовим критеријумом за напоне [104].

Резултати добијени макро и микрофрактографским прегледом преломних површина, металографским прегледом помоћу скенирајућег електронског микроскопа, испитивањем хемијског састава, тврдоће материјала и енергије удара на Шарпијевом клатну, утврђено је да је звездасти сепаратор израђен од челика 5432Т и да је поседовао прописану тврдоћу и жилавост. Микроструктура чистог челика одговарајућу квалитету челика прописаном документацијом [102]. Појави прсине претходила је појава пластичне деформације површинског слоја, услед деловања контактеног замора (Херцовог напона), који је стварало вишеосноно напонско стање. Обзиром на чистоту челика, прсина инициран на самој површини и њен раст се одвијао под дејством контактеног напона, односно вишеосноног напонског стања изазивајући појаву оштећења површинских слојева [104-107, 109]. Појава оштећења површинских слојева материјала карактеристична је за **контактни замор**, који спада у један од облика трећа што су резултати потврдили. Под одређеним условима, прсина формира се у површинском слоју могуће до четирестубину материјала под дејством истицајућег напона. У следећој фази, прсина се одвија под дејством високог напона и одговара простирању прсине при **нискоцикличном замору** [110]. Прсина је наставила да проширује своје критичне величине, када је дошло до завршне фазе простирања прсине при једнократно оштећењу, односно коначног лома. Познато је да на машинског дела при контактном замору



утичу вредност контактног напона, материјал од којег се израђен, присуство превлака, квалитет површине, заостали напони и друго [111].

Повећање века звездастог сепаратора затварача авионског топа могуће је применом материјала мартензитно стареног челика [112], а тиме се спречавају застоји и појава случајних ударних оштећења ваздухопловних структура.

## **7. ЗАКЉУЧАК**

### **7.1 Резултати истраживања**

Истраживањем су обухваћене савремене методе моделирања ударних оштећења које се базирају на комбинованој примени метода развијених теоријским, експерименталним и нумеричким средствима. Досадашња истраживања нумеричког моделовања ударних оштећења а пре свега ваздухопловних структура базирају се на оптималном постављању проблема различитих врста удара без конкретизације узрока настанка тих ударних оштећења. Нумерички су анализирани различити типови удара. Дефинисани нумерички модели су примењени за анализу нормалних удара пројектила различитих облика врхова о челичне, алуминијумске и сендвич структуре за широки интервал брзина удара. За анализе коришћене су различите дебљине препрека (Weldox челична плоча од 6 до 20 mm, алуминијумска од 10 до 25 mm). Варирањем геометријских облика и материјала створене су широке могућности за нумеричку анализу различитих феномена који се јављају при удару, а који су претходно идентификовани експерименталним испитивањима.

Комбиновањем нумеричке анализе, теоријских резултата и експерименталних испитивања могуће је остварити шири увид у процесе који се дешавају при ударним оштећењима на различитим структурама ваздухоплова.

Увид стечен кроз истраживања аналитичких и емпиријских модела удара о металне и керамичко металне сендвич структуре је био од помоћи у развоју нумеричких модела за компликованије услове геометрија и различитих сендвич структура и површине.

Представљена метода за симулацију балистичког утицаја на керамичко-металне препреке, пружа могућности за брз прорачун балистичких граничних брзина и излазних брзина, те се показала као користан алат за пројектовање

керамичко-металне сендвич структуре. Модел може бити искоришћен за мале и средње калибре пројектила, за симулацију пробоја керамичко-металне препреке.

Разматрене су могућности нумеричког моделирања косог удара и удара о сендвич структуру, имајући у виду значајно побољшане алгоритме за прорачун удара који су развијени у протеклим деценијама. Уочени су проблеми везани за третирање контаката и великих деформација које прате ову врсту проблема, што и даљеу општем случају моделирања проблема удара применом нумеричких метода представља изазов.

У току истраживања примењене су нумеричке методе засноване на методи коначних елемената (ФЕМ) и методи која се заснива на спреси методе хидродинамике глатких честица и методе коначних елемената (СФМ). Потврђено је да обе методе могу да предвиде тачне облике лома, природне брзине пројектила и балистичке граничне брзине у поређењу са онима запаженим у претходно објављеним анализама за случајеве удара различитих облика врхова пројектила, при чему постоје границе примене једне и друге методе. Одступање у резултатима је примећено за перфорацију челичних, тврдих плоча тупим пројектилом применом СФМ методе. Међутим, неслагања у предвиђеном облику лома немају већег утицаја на прорачунате излазне брзине осим при мањим ударним брзинама на танким плочама. При брзинама удара које су блиске граничној балистичкој брзини ФЕМ решења су у бољој сагласности са експериментима и могу се усвојити за интервал ударних брзина који је у примењен у анализи. Метода СФМ комбинује предности СПХ и ФЕМ метода, при чему се превазилази проблем везан за немогућност реализације ФЕМ прорачуна услед превеликог деформисања нумеричке мреже, што је посебно изражено код сложених геометријских облика. Иако је СФМ мање тачна при нижим ударним брзинама, метода је погодна и довољно ефикасна за нумеричку анализу пенетрације ударом велике брзине и перфорацију мекших материјала као што је алуминијумска плоча, при чему се уз минимално повећање потребног времена за прорачун избегавају проблеми везани за прекомерно деформисање нумеричке мреже.

Применом Џонсон-Кук конститутивног модела за материјале и модела лома остварени су резултати који су у доброј сагласности са одговарајућим експериментима за обе примењене нумеричке методе. Анализе за алуминијумску

плочу су показале да за мање дебљине постоје прилично добра поклапања са експерименталним подацима док за плоче веће дебљине јављају се значајнија одступања. Такође нумерички резултати више одступају од експерименталних у области нижих брзина удара. Како би се побољшао нумерички модел и добијени резултати приближили експерименталним, код плоче већих дебљина могуће је увести утицај промене температуре у ЈС конститутивни модел чврстоће материјала и увести утицај трења које се јавља приликом интеракције пројектила и плоче.

Резултати су приказани за перфорацију пројектилама са различитим врховима, при чему је приказан утицај температуре, пластичних деформација, брзине пластичних деформација, смицања и брзине на продирање пројектила кроз челичну и алуминијумску плочу различитих дебљина (од 6-25 mm).

Применом Џонсон-Хомквистовог конститутивног модела за керамичку плочу дати су резултати анализе удара пројектила 5,56 mm брзином 913 m/s керамичко/металне структуре различитих односа дебљина (8/5, 3/6, 4/2, 2/4 и 3/3 mm) који се поклапају са експерименталним подацима. Нумеричком анализом утврђено је значајно побољшање симулације високо нелинеарних проблема удара и моделовање чврстих механичких керамичко/металних сендвич структура што може значајно смањити поступке испитивања.

Експериментално је идентификован узрок отказа дела авионског топа – звездастог сепаратора. Извршена су експериментална испитивања оштећених и неоштећених делова кроз:

- макро и микрофрактографски преглед преломних површина,
- металографски преглед помоћу скенирајућег електронског микроскопа,
- испитивање хемијског састава,
- испитивање тврдоће материјала и
- испитивање енергије удара.

Експериментално су утврђена својства материјала који је коришћен за израду поменутих делова. Потврђен је предвиђен квалитет материјала.

На основу спроведене нумеричке анализе методом коначних елемената и експерименталних анализа утврђено је до је до лома звездастог сепаратора није дошло због преоптерећења, већ услед појаве контактеног замора између најтањег

дела зуба сепаратора и реденика са муницијом. Прслина је иницирана на самој површини и њен раст се одвијао под утицајем контактнoг напона, односно вишеоосног напонског стања изазивајући појаву љуштења површинских слојева. Пропагирање прслине се одвијало сведодостизањакритичневеличине, када је дошло до завршне фазе простирања прслине приједнократном оптерећењу, односно коначног лома.

Резултати испитивања комбиновани су и упоређивани са резултатима претходних експерименталних и нумеричких испитивања на сличним моделима да би се обезбедио бољи увид у понашање ваздухопловних конструкција изложени дејством удара и утврђен један од више могућих узрока настанка лома дела топа који изазива ударно оштећење ваздухопловних структура.

Анализа је изведена за звездасти сепаратор у оквиру механизма за довођење реденика, који представља витални део авионског топа и услед чијег отказа може доћи до неконтролисаног опаљења, оштећења делова топа и ударног оштећења конструкције ваздухоплова, посаде и послуге око ваздухоплова. Идентификоване су критичне зоне у којима може доћи до оштећења применом методе коначних елемената. Описана су лабораторијска испитивања која су обухватила макро и микрофрактографски преглед преломних површина, металографски преглед, испитивање хемијског састава и тврдоће материјала. Приказан је макроизглед лома са подручјем настанка прслине и извршена је анализа узрока настанка оштећења и отказа дела. Идентификовано је присуство нормалних гребена и јамичастог лома што указује на појаву лома услед нискоцикличног замора, те да су секундарне прслине последица деловања напона смицања. Металографским испитивањем уочена је појава љуштења површинских слојева карактеристична за контактни замор. Спектрометријом је утврђен хемијски састав основног материјала који је потврдио присуство елемената који потичу из брунираног слоја, као и из челика испод превлаке. Мерењем тврдоће по Викерсу и ударне енергије Шарпијевим клатном утврђено је да су измерене вредности тврдоће и ударна енергија у захтеваним границама. Испитивањем микроструктуре није уочена разлика у структури материјала уз преломну површину у односу на структуру по пресеку.

## 7.2 Научни допринос истраживања

На основу остварених резултата истраживања и њихове упоредне анализе са расположивим досадашњим истраживањима, научни доприноси ове дисертације су следећи:

Досадашња истраживања нумеричког моделовања ударних оштећења а пре свега ваздухопловних структура базирају се на оптималном постављању проблема различитих врста удара без конкретизације узрока настанка тих ударних оштећења. Синтезом аналитичких и нумеричких метода, моделовањем различитих врста материјала и пројектила, представљених у овој дисертацији, потврђени су неки од спроведених резултата експерименталних испитивања на полигонима и из научних радова. Адекватним избором густине нумеричких мрежа (броја елемената) у области прорачуна ФЕМ методом и величине СПХ домена за СФМ модел, који се оптимизују током нумеричке симулације, могу се остварити довољно добри резултати у поређењу са експерименталним. Представљени модели у оквиру дисертације резултирали су смањеним временом прорачуна за исту величину коначних елемената за ФЕМ и СФМ прорачуне, при чему је избегнут утицај на тачност резултата. Научни допринос овог рада укупно сагледавајући све утврђене чињенице у току истраживања представља напређење постојећих метода испитивања ударних оштећења у смислу настанка и ширења оштећења. Са инжењерске тачке гледишта, спроведене структурне анализе узрока настанка лома делова топа имају употребну вредност у циљу спречавања ударних оштећења како самих делова авинског топа, тако и структуре ваздухоплова.

Комбиновањем нумеричке анализе и експерименталних испитивања остварен је шири увид у процесе који се дешавају у структурама ваздухоплова при удару. СПХ метода је успешно примењена за потребе нумеричког моделовања динамичког удара, при чему треба обратити пажњу на величину домена, удаљеност честица, ефекте трења и моделирање материјала. Експериментална испитивања указала су на узроке лома испитиваног дела и пружила могућности за потврду резултата нумеричких анализа.

Добијени резултати истраживања су од велике користи за контролу и испитивање при експлоатацији и одржавању структуре ваздухоплова и ваздухопловног ватреног наоружања.

### **7.3 Препоруке за будући рад**

Комплексност разматраних феномена који се дешавају при удару указује на велики број могућих праваца даљег истраживања. При анализи ударних оштећења потребно је размотрити динамику система пројектила и препреке (при чему оба тела могу бити деформабилна), понашање материјала у зони пластичних деформација и критеријуме при којима долази до лома. С обзиром да је највећи број нумеричких симулација изведен за пројектиле изузетно велике крутости, у будућем истраживању би се могао узети и обзир утицај деформација пројектила на резултате прорачуна, што је посебно битно код косог удара. Полуемпиријски модели за понашање материјала при удару се могу калибрисати за одређене материјале и геометрије делова који се налазе у употреби у ваздухопловству. Слично се може тврдити и за постављене критеријуме лома, који су засновани на великом броју експерименталних испитивања и емпиријским изразима који су калибрисани за одређене материјале, епрувете или делове, те су ово области у којима постоји изузетно широк простор за даља истраживања. У области нумеричких метода постоји потреба за превазилажењем проблема везаних за стабилност прорачуна применом СФМ методе, односно утицаја ерозије јако деформисаних елемената у нумеричкој мрежи на резултате прорачуна у случају примене ФЕМ методе.

Закључци резултата спроведених истраживања у овом раду могу бити од користи у пројектовању уређаја који би спречавао настанак случајних ударних оштећења од сопственог наоружања на ваздухопловима.

## 8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Miner MA. Cumulative damage in fatigue. J Appl Mech 1945;12:A159–A64.
- [2] Manson, S.S., Behaviour of materials under conditions of thermal stress, Heat transfer symposium, University of Michigan Engineering Research Institute, pp. 9-75, 1953.
- [3] Coffin, L.Ф., A study of effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal, Trans. American Society for Testing and Materials, 76, 931-950, 1954.
- [4] W. Goldsmith / Review, Non-Ideal Projectile Impact on Targets / International Journal of Impact Engineering 22 (1999) 95-395
- [5] Sun, C.T. and Point, S.V. (1996). A simple model to prediction residual velocities of thick composite laminates subjected to high velocity impact. Int J Impact Engineering. 18(3):339-353.
- [6] Lee, S.W, Sun, C.T, A Quasi-Static Penetration Model for Composite Laminates. Journal of Composite Materials , v. 27, (3), 1993, p. 251-271
- [7] Volt, A. (1996). Impact loading on fiber metal laminates. International Journal of Impact Engineering. 18(3):291-307.
- [8] Ursenbach D.O., Vaziri R., Delfosse D.. An engineering model for deformation of CFRP plates during penetration. Composite Structures 32 (1–4): 197–202
- [9] Sebastian Heimbs „Bird Strike Simulations on Composite Aircraft Structures“ Innovation Works, 81663 Munich, Germany
- [10] Abrate S. (2001). Modeling of impacts on composite structures. Composite Structures 51(2): 129-138.
- [11] Rade Vignjević, Nenad Đorđević (2010). „Modeliranje brzog udara na ugljenične kompozitne materijale“ Scientific Technical Review, vol. 60, бр. 3-4, страна 3-8
- [12] Tuler, F.R., Bucher, B.M.: A criterion for the time dependence of dynamic fracture, International Journal of Fracture Mechanics, 1968, 4:431-437,
- [13] Darko Ivančević, mag. ing. aeroing. doktorska teza „Numerička analiza oštećenja kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija primjenom višerazinskih metoda“ Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.

- [14] M.A. Iqbal, N.K. Gupta and G.S. Sekhon „Behaviour of Thin Aluminium Plates Subjected to Impact by Ogive-nosed Projectiles“, Indian Institute of Technology Delhi, New Delhi 110 016, November 2006, pp. 841-852 [14]
- [15] Alekseevskii V.P. (1966). „Penetration of a rod into a target at high c. In Combustion, Explosion and Shock Waves 2. Faraday Press, New York, USA.
- [16] G Wei1 and W Zhangu radu „Perforation of thin aluminum alloy plates by blunt projectiles: An experimental and numerical investigation“, Journal of Physics: Conference Series 500 (2014) 112065
- [17] Prof. dr Stanko Brčić, Doc. dr Stanko Ćorić, TEHNIČKA MEHANIKA 2. Građevinski fakultet; Univerzitet u Beogradu; [www.grf.bg.ac.rs/p/learning/tm2](http://www.grf.bg.ac.rs/p/learning/tm2)
- [18] Abot J.L., Daniel I.M. and Gdoutos E.E. (2002). Contact Law for Composite Sandwich Beams. *Journal of Sandwich Structures and Materials* 4(2): 157-173.
- [19] Abrate S. (1991). Impact on Laminated Composite Materials. *Applied Mechanics Reviews* 44(4): 155-189.
- [20] Abrate S. (1994). Impact on Laminated Composites: Recent Advances. *Applied Mechanics Reviews* 47(11): 517-544.
- [21] Abrate S. (1997). Localized impact on sandwich structures with laminated facings. *Applied Mechanics Reviews* 50(2): 69-82.
- [22] Peters D.A. (1997). Optimum spring-damper design for mass impact. *SIAM Review* 30(1): 118-122.
- [23] Sutherland L.S. and Guedes Soares C. (2004). Effect of laminate thickness and of matrix resin on the impact of low fibre-volume, woven roving E-glass composites. *Composites Science and Technology* 64: 1691-1700.
- [24] Sun, CT. and Potti, SV. (1996). A simple model to predict residual velocities of thick composite laminates subjected to high velocity impact. *Int J Impact Engng* 18(3):339- 353.
- [25] Cork C.R., Foster P.W. (2007). The ballistic performance of narrow fabrics. *Int J Impact Engng* 34:495-508.
- [26] Abrate, S. (1998). *Impact on Composite Structures*. Cambridge University Press.
- [27] Johnson W. *Impact Strength of Materials*. Hodder Arnold Ltd. 1972.
- [28] Ravid. M., Bodner S. R., Dynamic perforation of viscoplastic plates by rigid projectiles, *Int. J. Eng. Sci.*, 1983, 21, 577–591.



- [29] Zukas J. High Velocity Impact Dynamics. John Wiley & Sons Inc. 1990.
- [30] Lemaitre J. A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture. Journal of Engineering Materials and Technology (1985).
- [31] Johnson G.R, Cook W.H. Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures and Pressures. Engineering Fracture Mechanics Vol. 21, No.1 pp. 31-48, 1985.
- [32] Zerilli F.J, Armstrong W. Dislocation-Mechanics-Based Constitutive Relations for Material Dynamics Calculations. Journal of Applied Physics, 61, pp 1816-1825
- [33] Johnson, G.R., Cook W.H.: A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures., Proceedings of the Sevenths International Symposium on Ballistics, The Hague, 1983.
- [34] Taylor G. I. The Formation and Enlargement of a Circular Hole in a Thin Plastic Sheet. Q J Mechanics Appl Math (1948) 1 (1): 103-124.
- [35] Thomson W.T. An Approximate Theory of Armor Penetration. J Appl Phys (1955) 26:80-82,
- [36] Hill R. Plastic Distortion of Non-Uniform Sheet. Philosophical Magazine Series 7 (1949) Vol. 40 No. 309:971-983
- [37] Tuler F.R, Butcher B.M. A Criterion for the Time Dependence of Dynamic Fracture. International Journal of Fracture Mechanics (1968) 4, pp. 431-437
- [38] Johnson G.R., Stryk R.A., Beissel S.R: SPH for high velocity impact computations, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 139, 347-373, 1996.
- [39] Zhou D.W. and Stronge W.J. (2006). Low velocity impact denting of HSSA lightweight sandwich panel. *International Journal of Mechanical Sciences* 48(10): 1031-1045.
- [40] Olsson R, McManus HL. Improved theory for contact indentation of sandwich panels. Am Inst Aeronaut Astronaut J 1996;34(6):1238-44.
- [41] Olsson R. (2002). Engineering Method for Prediction of Impact Response and Damage in Sandwich Panels. Journal of Sandwich Structures and Materials 4: 3-29.

- [42] Shivakumar KN, Elber W, Illg W. Prediction of impact force and duration due to low-velocity impact on circular composite laminates. *J Appl Mech* 1985; 52:674–80.
- [43] Foo C, Seah L, Chai G. Low-velocity impact failure of aluminium honeycomb sandwich panels. *Composite structures* 85 (2008) pp. 20-28
- [44] Zaera R. (1997). Modelo analitico para el diseno de sistemas de protection frente a impacto formados por paneles de ceramica/metal. PhD Thesis, Universidad Politecnica de Madrid.
- [45] Zaera R., Sanchez-Galvez V. (1998-a). Analytical modelling of normal and oblique ballistic impact on ceramic/metal lightweight armours. *Int J Impact Engng* 21:133148.
- [46] Zaera R., Sanchez-Galvez V. (1998-b). Using an analytical model of simulation in the design of flight-weight armours. *Simulation* 70:175-181.
- [47] Zaera R., Sanchez-Saez S., Perez-Castellanos J.L., Navarro C. (2000). Modelling of the adhesive layer in mixed ceramic/metal armours subjected to impact. *Composites: Part A* 31:823-833.
- [48] Cheon S.S., Lim T.S. and Lee D.G. (1999). Impact energy absorption characteristics of glass fiber hybrid composites. *Composite Structures* 46(3): 267-278.
- [49] Sadanandan S., Hetherington J.G. (1997), Characterisation of ceramic/steel and ceramic/aluminium armours subjected to oblique impact. *Int J Impact Engng* 19:811819.
- [50] Hetherington J.G., Lemieux P.Ф. (1994). The effect of obliquity on the ballistic performance of two component composite armours. *Int J Impact Engng* 15:131-137.
- [51] Fawaz Z., Behdinan K., Xu Y. (2006). Optimum design of two-component composite armours against high-speed impact. *Composite Structures* 73:253-262.
- [52] Fawaz Z., Zheng W., Behdinan K. (2004). Numerical simulation of normal and oblique ballistic impact on ceramic composite armours. *Composite Structures* 63:387-395.
- [53] Shokrieh M., Javadpour G.H. (2008). Penetration analysis of a projectile in ceramic composite armor. *Composites Structures* 82:269-276.

- [54] Florence A.L. (1969), Interaction of projectiles and composite armor, *Part II*. Stanford Research Institute, Menlo Park, CA, USA, AMRA CR 69-15.
- [55] Lamberts A.P.T.M.J., Numerical simulation of ballistic impacts on ceramic material, Eindhoven, August 22nd, 2007.
- [56] Anderson C.E. (1987). An overview of the theory of hydrocodes. *Int J Impact Engng* 5:33-59.
- [57] Anderson C.E. Jr., Morris B.L. (1992). The ballistic performance of confined A1203 ceramic tiles. *Int J Impact Engng* 12:167-187.
- [58] Anderson C.E., Cox P.A., Johnson G.R., Maudlin P.J. (1994). A constitutive formulation for anisotropic materials suitable for wave propagation computer programs II. *Comput Mech* 15:201-23.
- [59] Anderson T. and Madenci E. (2000). Experimental investigation of low-velocity impact characteristics of sandwich composites. *Composite Structures* 50(3): 239-247.
- [60] Anderson T.A. (2005). An investigation of SDOF models for large mass impact on sandwich composites. *Composites Part B: Engineering* 36(2): 135-142.
- [61] Backman M. E. and Goldsmith W., The mechanics of penetration of projectiles into targets, *Int. J. Eng. Sci.*, 1978, 16, 1–99.
- [62] A. Arias, J.A. Rodriguez-Martinez, A. Rusinek,. Numerical simulations of impact behaviour of thin steel plates subjected to cylindrical, conical and hemispherical non-deformable projectiles; University Carlos III of Madrid, Avda. de la Universidad 30, 28911 Leganes, Madrid, Spain.
- [63] Wilkins M. L., Mechanics of penetration and perforation, *Int. J. Eng. Sci.*, 1978, 16, 793–807.
- [64] Borvik T., Hopperstad O. S., Langseth M. and Malo K. A., Effect of target thickness in blunt projectile penetration of Weldox 460 E steel plates. *Int. J. Impact Eng.*, 2003, 28, 413–464.
- [65] Borvik T., Clausen A. H., Hopperstad O. S. and Langseth M., Perforation of AA5083-H116 aluminium plates with conical-nose steel projectiles – experimental study, *Int. J. Impact Eng.*, 2004, 30, 367–384.

- [66] Johnson, G.,R., Cook, W.,H.: Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates,temperatures and pressures. Engineering Fracture Mechanics, Vol.21(1), 31-48, 1985.
- [67] Clausen, A., H., Borvik, T., Hopperstad, O., S., Benallal, A.: Flow and fracture characteristics of aluminium alloy AA5083-H116 as function of strain rate, temperature and triaxiality, Materials Science and Engineering, A364, 260-272, 2004.
- [68] Grytten, F.: Low-Velocity Penetration of Aluminium Plates, Phd Thesis, Trondheim, 2008.
- [69] Lucy L. B., A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, Astron. J., 1977, 82, 1013–1024.
- [70] Gingold R. A. andMonaghan J. J., Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to nonspherical stars, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977, 181, 375–389.
- [71] Murray, YD, et al. (2005). Evaluation ofLS-DYNA Wood Material Model 143,
- [72] Dey S., High-strength steel plates subjected to projectile impact – an experimental and numerical study.Doctoral Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim ISBN 82-471-6282-2, 2004.
- [73] Forrestal M. J., Okajima K. and Luk K. V., Penetration of 6061-T651 aluminum targets with rigid long rods, J. Appl. Mech., 1988, 55, 755–760
- [74] Rosenberg Z., Yeshurun Y. (1988). The relation between ballistic efficiency andcompressive strength of ceramic tiles. *IntJImpactEngngl'*.351-362.
- [75] Rosenberg Z., Tsaliah J. (1990). Applying Tate's model for the interaction of long rod projectiles with ceramic targets. *IntJImpactEngng* 9:247-251.
- [76] Roberson C.J. (1995). Ceramicmaterials and their use in lightweight armour systems. In *Proceedings on Lightweight Armour System Symposium*,Cranfield, England.
- [77] Rosenberg Z., Surujon Z., Yeshurun Y., Ashuach Y., Dekel E. (2005). Ricochet of 0.3” AP projectile from inclined polymeric plates. *IntJImpactEngng* 31:221-233.
- [78] M., Lee, Y.H. Yoo, Analysis of ceramic/metal armour system, Int. Journal of Impact Engineering, 25 (2001), 819-829.

- [79] Hazell, P.J., Numerical Simulations and Experimental observations of the 5.56-MM L2A2 Bullet Perforating Steel Targets of Two Hardness Values, *Journal of Battlefield Technology*, Vol. 6, No.1, 2003.
- [80] Wilkins, M.L., Mechanics of penetration and perforation. *Int.J. Engng.Sci.*,1978, 16, 793-807.
- [81] R. A. Clegg, C.J. Hayhurst, Numerical modelling of the compressive and tensile response of brittle materials under high pressure dynamic loading, *Shock Compression of Condensed Matter Symposium*, Snowbird, USA, June, 1999
- [82] Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. (2008). Improved Florence model and optimization of two-component armor against single impact or two impacts. *Composite Structures* 88:158-165.
- [83] Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. (2005). Optimization of two-component composite armor against ballistic impact. *Composite Structures* 69:89-94.
- [84] Bless S.J., Rosenberg Z., Yoon B. (1987). Hypervelocity penetration of ceramics. *Int J ImpactEngng* 5:165-171.
- [85] Bless S.J., Subramanian R., Partom Y., Lynch N. (1995). Effects of radial confinement on the penetration resistance of thick ceramic tiles. In *Proceedings on the 15th International Symposium on Ballistics*, Jerusalem.
- [86] Chocron S., Pintor A., Galvez Ф., Rosello C., Cendon D., Sanchez-Galvez V. (2008). Lightweight polyethylene non-woven felts for ballistic impact applications: Material characterization. *CompositesPartB: Engineering* 39:1240-1246.
- [87] Chocron-Benloulo I.S., Sanchez-Galvez V. (1998). A New Analytical Model to Simulate Impact onto Ceramic/Composite Armors. *IntJImpactEngng* 21:461-471.
- [88] Chou P. C., Liang D. and Wu L., Mesh rezoning for a dynamic triangular finite-element hydrocode, *Finite Elem. Anal. Des.*, 1988, 4, 175–192.
- [89] Schwer L. E. and Day J., Computational techniques for penetration of concrete and steel targets by oblique impact of deformable projectiles, *Nucl. Eng. Des.*, 1991, 125, 215–238.
- [90] Chen E. P., Numerical simulation of penetration of aluminum targets by spherical-nose steel rods, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 1995, 22, 159–164.

- [91] Libersky L. D., Petschek A. G., Carney T. C., Hipp J. R. and Allahdadi Ф. А., High strain Lagrangian hydrodynamics, *J. Comput. Phys.*, 1993, 109, 67–75.
- [92] Liu Z. S., Swaddiwudhipong S. and Koh C. G., Stress wave propagation in 1-D and 2-D media using smooth particle hydrodynamics method, *Struct. Eng. Mech.*, 2002, 14, 455–472.
- [93] Liu Z. S., Swaddiwudhipong S. and Koh C. G., High velocity impact dynamic response of structures using SPH method, *Int. J. Comput. Eng. Sci.*, 2004, 5, 315–326.
- [94] Belytschko T., Lu Y.Y., Gu L. (1994). Element free galerkin methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 37:229-256.
- [95] Billon H.H., Robinson D.J. (2001). Models for the ballistic impact of fabric armour. *Int J Impact Engng* 25:411-422.
- [96] Cortes R., Navarro C., Martinez M.A., Rodriguez J., Sanchez-Galvez V. (1992). Numerical modelling of normal impact on ceramic composite armours. *Int J Impact Engng* 12:639-651.
- [97] Cunniff P.M., Auerbach M.A. (2005). High performance M5 fiber for ballistic/structural composites. *Course Mechanical Behavior of Polymers*. MIT, D. Roylance.
- [98] Cunniff P.M. (1999). Dimensionless parameters for optimization of textile-based armor systems. In *Proceedings 18th International Symposium on Ballistics*, San Antonio, Texas.
- [99] Curran D., Seaman L., Cooper T., Shockey D. (1993). Micromechanical model for comminution and granular flow of brittle material under high strain rate application to penetration of ceramic targets. *Int J Impact Engng* 13:53-83.
- [100] Denoual C., Hild F. (2002). Dynamic fragmentation of brittle solids: a multi-scale model. *European J Mech A/Solids* 21:105-120.
- [101] Yu VY, Kohl RA, Crapanzano MW, Davies AG, Elam AG, Veach MK. Failure analysis of the M16 rifle bolt. *Eng Fail Anal* 2005;12:746–54.
- [102] Rendulić Z. *Vzduhoplovnotehničkoupustvozatop*, Београд; 1971 [Србија].
- [103] Ognjanović M, Simonović A, Ristivojević M, Lazović T. „Research of rail traction shafts and axles fractures towards impact of service conditions and fatigue damage accumulation“. *Eng Fail Anal* 2010;17:1560–71.

- [104] Francis JA, Mazur W, Bhadeshia HKDH. Type IV cracking in ferritic power plant steels. *Mater Sci Technol* 2006;22(12):1387–95.
- [105] SRPS EN ISO 6507-3:2012. Metallic materials – Vickers hardness test – Part 3. Institute for Standardization of Serbia. <<http://www.iss.rs>>.
- [106] SRPS EN 10045-1, Ispitivanje udarne žilavosti, EN 10045 Part 1 Test Method EN 10045 Part 1 Verification of Impact Testing Machines. <<http://www.iss.rs>>.
- [107] Albert SK et al. Microstructural investigations on type IV cracking in a high Cr steel. *ISIJ Int* 2002;42(12):1497–504.
- [108] Schwalbe KH. Comparison of several fatigue crack propagation laws with experimental results. *Eng Fract Mech* 1974;6:235–40.
- [109] Francis JA, Mazur W, Bhadeshia HKDH. Estimation of type IV cracking tendency in power plant steels. *ISIJ Int* 2004;44(11):1966–8.
- [110] Gubelj N, Sedmak A, Kozak D. Fracture mechanics. Maribor: Fakulteta za strojništvo; 2009 [in Slovenian].
- [111] Wheeler OE. Spectrum loading and crack growth. *J Basic Eng, Trans, ASME, Ser D* 1972;94(1):181–6.
- [112] Milovic Lj, Vuherer T, Radakovic Z, Petrovski B, Jankovic M, Zrilic M, et al. Determination of fatigue crack growth parameters in welded joint of HSLA steel. *Struct Integr Life* 2011;11(3):183–7.

## Биографија

<b>Име и презиме:</b>	Драгољуб М Спасић	
<b>Датум рођења:</b>	17. 11. 1964.	
<b>Место рођења:</b>	Земаница, Лепосавић, Србија	
<b>Школовање:</b>	1971.-.1979.:	Основна школа у Лешак
	1979.-1983.:	Гимназија, Лепосавић
	1983.-1986.:	Ваздухопловнотехничка војна академија у Рајловцу Сарајево
	1990.-1993.:	Универзитет у Београду, Машински факултет, одсек за ваздухопловство, просек 8.00
	1998.-2002.:	Специјализација из Ваздухопловног наоружања „Интеграција ваздухопловно невођених ракета“ просек 10.00
	2010.-2015.:	Докторске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду
<b>Кретање у послу:</b>	1986.- 1990.:	Командир, командир чете у ваздухопловној ескадрили у Пули, Хрватска.
	1993.-2006.,	Ваздухопловно опитни центар Батајница, Референт самостални истраживач, Начелник одељења за испитивање ваздухопловног наоружања, Начелник сектора за испитивање ваздухоплова.
	2006.-2015.,	Генералштаб Војске Србије, Управа за логистику (J-4), Начелник одсека за одржавање средстава РВ и ПВО.

## Радови у часописима међународног значаја:

- [1] Đorđjević M.; Đorić D.; Kadelburg Z.; Radenović S, **Spasić D.** „**Fixed point results under c-distance in tvs-cone metric spaces**“ Fixed Point Theory and Applications 2011, 2011:29, pp. 1-9, (IF=1.882)(ISSN 1687-1812)
- [2] **Spasić D.**, Stupar S.; Simonovi’A.; Trifkovi’G.; Ivanov ST, „**The destruction analysis of the star-separator of an aircraft cannon**“ Engineering Failure Analyses (2014) vol. 42, pp 74-86, (IF=1.173) (ISSN 1350-6307)



**Прилог 1.**

Изјава о ауторству

Потписани-а Драгољуб М. Спасић

број индекса Д21/10

**Изјављујем**

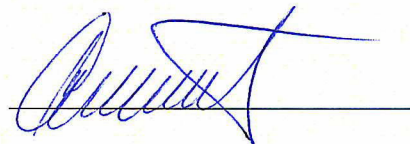
да је докторска дисертација под насловом

**НУМЕРИЧКО МОДЕЛОВАЊЕ УДАРНИХ ОШТЕЋЕЊА**  
**ВАЗДУХОПЛОВНИХ СТРУКТУРА**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис докторанда**

У Београду, 29.04.2015



## Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Драгољуб М. Спасић

Број индекса Д21/10

Студијски програм Докторске академске студије

Наслов рада Нумеричко моделовање ударних оштећења ваздухопловних  
структура

Ментор проф.др Слободан Ступар

Потписани/а Драгољуб М. Спасић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

У Београду, 29.09.2015

Потпис докторанта



### Прилог 3.

#### Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

---

**НУМЕРИЧКО МОДЕЛОВАЊЕ УДАРНИХ ОШТЕЋЕЊА ВАЗДУХОПЛОВНИХ СТРУКТУРА**

---

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

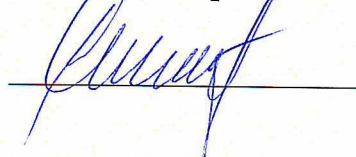
5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

У Београду, 29.04.2015

Потпис докторанда



1. Ауторство - Дозвољавање умножавања, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.