

UNIVERZITET ODBRANE U BEOGRADU
VOJNA AKADEMIJA



DOKTORSKA DISERTACIJA

**Тема: Integracija GPS prijemnika i senzora niže klase tačnosti
u cilju preciznije navigacije objekata u prostoru**

Mentor:
dr Goran Dikić, dipl. inž.

Kandidat:
mr Vlada Sokolović, dipl. inž.

Beograd, 2015.

MENTOR

dr Goran Dikić, vanredni profesor

ČLANOVI KOMISIJE

dr Miodrag Regodić, vanredni profesor

Univerzitet odbrane u Beogradu - Vojna akademija

dr Stevica Graovac, vanredni profesor

Univerzitet u Beogradu - Elektrotehnički fakultet

dr Goran Dikić, vanredni profesor

Univerzitet odbrane u Beogradu - Vojna akademija

U Beogradu, 06.10.2015.

ZAHVALNICA

Najveću zahvalnost dugujem porodici za veliku podršku i požrtvovanje u toku izrade ove disertacije.

Ovom prilikom se naročito zahvaljujem i mentoru dr Goranu Dikiću, dipl. inž. na nesebičnoj pomoći tokom istraživanja i izrade doktorske disertacije.

Posebno se zahvaljujem kolegama i prijateljima dr Radetu Stančiću, dipl. inž. i dr Goranu Markoviću, dipl. inž. koji su stručnim savetima i duhovnim nadahnućem svakako doprineli da dosadašnja istraživanja zaokružim u jednu celinu pod nazivom “Doktorska disertacija”.

Za eksperimentalna ispitivanja zahvaljujem se kolegama iz Vojnogeografskog instituta i Tehničkog opitnog centra.

Takođe se zahvaljujem i svim mojim kolegama, nastavnicima, na razumevanju, savetima i saradnji u toku izrade ovog rada.

REZIME

U ovom radu je opisan integrisani navigacijski sistem koji se sastoji od sistema za globalno pozicioniranje GPS, jeftinih inercijalnih senzora, magnetometra i barometarskog visinomera, sa ciljem poboljšanja tačnosti navigacijskogrešenja.

Glavna prednost integracije navedenih senzora ogleda se u obezbeđenju pouzdanih navigacijskih parametara u toku perioda odsustva GPS informacija. U ovom radu je predložen specifičan metod kompenzacije drifta žiroskopa pomoću PI kontrolera, na osnovu merenja magnetometra, kao i metod kompenzacije grešaka u horizontalnom i vertikalnom kanalu navigacijskog sistema pomoću adaptivnih kontrolnih signala. Prihvatljiva tačnost inercijalnog navigacijskog sistema (INS) se postiže pravilnim prigušenjem INS grešaka. Integracija se vrši primenom proširenog Kalmanovog filtra sa kontrolnim signalom, koji je prilagođen karakteristikama šuma senzora niske tačnosti. U cilju poboljšanja kompenzacije grešaka u horizontalnom kanalu, razvijen je algoritam za sjedinjavanje podataka na izlazu navigacijskog sistema i podataka iz digitalne karte koja je dizajnirana na osnovu realnih prostornih podataka. Analiza karakteristika integrisanog navigacijskog sistema izvršena pomoću simulacija na računaru kao i eksperimentalno, pomoću vozila.

Eksperimentalni rezultati dobijeni na osnovu predloženih rešenja, koji su predstavljeni u ovom radu, potvrđuju mogućnost uspešne primene predloženih rešenja u realnom okruženju.

Ključne reči: inercijalna navigacija, navigacijski sistem, sistem globalnog pozicioniranja, barometarski visinomer, magnetometar, Kalmanov filter, kompenzacija grešaka, algoritmi, map-matching.

ABSTRACT

This paper describes integrated navigation system composed of a Global Positioning System (GPS) receiver, low-cost inertial sensors, magnetometer and a barometric altimeter, in order to improve accuracy of complete attitude and navigation solution. The main advantage of integration is consisted in availability of reliable navigation parameters during the intervals of absence of GPS informations. This thesis propose specific method of gyroscope drift compensation by using PI controller based on the magnetometer measurements, and also the method of errors compensation in the horizontal and vertical channel of navigation system by using the adaptive control signals. The acceptable accuracy of inertial navigation system (INS) is achieved by the proper damping of INS errors. The integration is made by the implementation of an extended Kalman filter with control signal that is designed appropriate for low accuracy sensors noise characteristics. In order to improve horizontal channel error correction a map-matching algorithm is designed based on digital map of real spatial data. The analysis of integrated navigation system performances were analyzed by a computer simulation as well as experimentally, using a land vehicle.

The experimental results obtained for the here proposed solutions, which are presented in this thesis, confirmed the possibility of successful application of these solutions in the real-world environment.

Keywords: inertial navigation, navigation system, global positioning system, barometric altimeter, magnetometer, Kalman filters, error compensation, algorithms, map-matching.

SADRŽAJ

U Beogradu,	1
ZAHVALNICA	2
REZIME.....	3
ABSTRACT.....	3
SADRŽAJ	4
Spisak slika	6
Spisak tabela	8
UVOD	9
1. Osnove satelitske navigacije	18
1.1. Osnovne karakteristike i struktura GPS signala.....	19
1.2. Određivanje pozicije i brzine korisnika pomoću GPS-a.....	20
1.3. Izvori grešaka i tačnost merenja GPS prijemnika.....	24
1.3.1. Proračun greške merenja rastojanja	28
1.4. Geometrijski položaj satelita i njegov uticaj na tačnost merenja u GPS	30
2. Osnove inercijalne navigacije	33
2.1. Algoritmi rada “strapdown” sistema inercijalne navigacije	33
2.1.1. Određivanje uglova orijentacije korišćenjem kvaterniona	36
2.1.2. Navigacione jednačine	38
2.2. Analiza grešaka u sistemima inercijalne navigacije	40
2.2.1. Greške inercijalnih senzora.....	40
2.2.2. Greške INS kao posledica početne nepodešenosti.....	42
2.2.3. Greške INS nastale u procesu izračunavanja	42
2.3. Modeli grešaka INS	42
2.1. Prigušenje grešaka INS	47
3. Magnetometri i baro-visinomeri	51
3.1. Magnetometri	51
3.1.1. Izvori grešaka magnetnih senzora.....	52
3.1.2. Kalibracija magnetometra.....	56
3.2. Baro-visinomeri	63
3.2.1. Karakteristike atmosfere	64
3.2.2. Model grešaka baro-visinomera.....	66
4. Višesenzorski integrisani navigacijski sistemi.....	68
4.1. Metode integracije INS i GPS.....	68
4.2. Integracija INS sa više spoljašnjih senzora.....	71
4.3. Orijentacija objekta u multisenzorskom integrisanom navigacijskom sistemu	72
4.3.1. Određivanje uglova orijentacije	73
4.4. Određivanje brzine i pozicije	83
4.4.1. Horizontalni kanal integrisanog navigacijskog sistema.....	84
4.4.2. Vertikalni kanal integrisanog navigacijskog sistema.....	85
4.5. Algoritam integracije INS/GPS	93
4.6. Kalmanov filter	95
4.6.1. Diskretni Kalmanov filter	96
4.6.2. Prošireni Kalmanov filter.....	98

4.6.3. Kalmanov filter sa kontrolnim signalom	99
4.7. Map-Matching.....	99
4.7.1. Digitalna karta.....	100
4.7.2. MM algoritam	101
5. Analiza rezultata ispitivanja.....	107
5.1. Laboratorijska ispitivanja senzora	107
5.2. Praktična ispitivanja navigacijskog sistema.....	113
5.2.1. Elementi proširenog Kalmanovog filtra.....	118
5.2.2. Analiza prigušenja grešaka uglova orijentacije	120
5.2.3. Analiza prigušenja grešaka horizontalnog kanala.....	122
5.2.4. Analiza prigušenja grešaka vertikalnog kanala.....	127
5.3. Testiranje MM algoritma	132
Zaključci i predlozi budućeg istraživanja	136
Prilog.....	139
Skraćenice	141
Literatura.....	143

Spisak slika

Sl. 1.1 Položaj vektora pozicije korisnika.	21
Sl. 1.2 Relacija između 1σ elipse i parametara raspodele.	31
Sl. 1.3 Kumulativna raspodela radijalne greške, za različite vrednosti σ_S/σ_L , za dvodimenzionalnu Gausovu slučajnu promenljivu.	32
Sl. 2.1 Blok dijagram "strapdown" sistema inercijalne navigacije.	36
Sl. 2.3 Blok dijagram za severni kanal INS za srednje vreme trajanja navigacije.	44
Sl. 2.4 Pojednostavljen blok dijagram severnog kanala INS – za kratko vreme trajanja navigacije.	45
Sl. 2.5 Propagacija greške pozicije severnog kanala INS, u funkciji različitih izvora grešaka.	47
Sl. 2.6 Algoritam SDINS sa prigušenjem grešaka horizontalnog kanala.	48
Sl. 2.7 Pojednostavljeni blok dijagram grešaka severnog kanala INS sa prigušenjem grešaka.	48
Sl. 2.8 Blok dijagram prigušenja grešaka vertikalnog kanala.	50
Sl. 3.1. Uticaj grešaka na tačnost merenja magnetometra (prikaz u horizontalnih ravni).	52
Sl. 3.2. Eliminacija temperaturnog drifta pomoću set/reset tehnike.	54
Sl. 3.3. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru (idealni slučaj).	61
Sl. 3.4. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru, (uticaj biasa i faktora skaliranja).	61
Sl. 3.5. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru, (uticaj biasa, faktora skaliranja i šuma).	62
Sl. 3.6. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru nakon kalibracije.	62
Sl. 3.7. Visina objekta u prostoru.	64
Sl. 3.8. Promena pritiska i temperature u odnosu na promenu nadmorske visine (MSL) za SA.	66
Sl. 3.9. Rezultati merenja baro-visinometra i apsolutna greška merenja.	67
Sl. 4.1 Centralizovana šema integracije INS/GPS.	69
Sl. 4.2 Kaskadna šema integracije INS/GPS.	70
Sl. 4.3 Funkcionalni blok dijagram integrisnog GPS/INS.	70
Sl. 4.4 Slabo spregnuta konfiguracija INS/GPS sa pridodatim spoljašnjim merenjima.	71
Sl. 4.5. Rotacija koordinatnog sistema B u odnosu na A za ugao θ oko ose r_A	72
Sl. 4.6. Merenja žiroskopa, akcelerometara i magnetometara.	79
Sl. 4.7. Referentni uglovi orijentacije objekta upotrebljeni u toku simulacije.	79
Sl. 4.8. Srednja kvadratna greška (rms) uglova orijentacije objekta, određenih na osnovu merenja žiroskopa.	80
Sl. 4.9. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške estimirane vrednosti uglova orijentacije nakon integracije žiroskopa i akcelerometara.	80
Sl. 4.10. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške estimirane vrednosti uglova orijentacije nakon integracije žiroskopa i magnetometra.	81
Sl. 4.11. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške estimirane vrednosti uglova orijentacije nakon integracije žiroskopa, akcelerometara i magnetometra.	82
Sl. 4.12. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške (rms) estimirane vrednosti uglova orijentacije određenih pomoću žiroskopa i nakon integracije žiroskopa i pojedinih senzora.	83
Sl. 4.13. Šema adaptacije koeficijenata u integrisanom INS/GPS navigacijskom sistemu.	85
Sl. 4.14. Blok šema petlje trećeg reda, za prigušenja grešaka vertikalnog kanala.	86
Sl. 4.15. Šema razdvajanja koeficijenata za prigušenje grešaka vertikalnog kanala.	87
Sl. 4.16. Vertikalni profil trajektorije i greška merenja visine baro-visinometra.	90
Sl. 4.17. Kontrolni signali visine i vertikalne komponente brzine.	90
Sl. 4.18. Srednja kvadratna greška (rms) estimirane vrednosti visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija funkcijom $\tanh(\cdot)$).	91
Sl. 4.19. Srednja kvadratna greška (rms) estimirane vrednosti visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija funkcijom $\sinh(\cdot)$).	92
Sl. 4.20. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške (rms) estimirane vrednosti visine i vertikalne komponente brzine primenom adaptivnih funkcija $\tanh(\cdot)$ i $\sinh(\cdot)$	92
Sl. 4.21. Blok šema integracije INS/GPS/Magnetometar/Baro-visinometar.	94

Sl. 4.22. Segment urbane sredine, na digitalnoj karti.	100
Sl. 4.23. Međusobni odnos tačaka neophodnih za određivanje verovatne pozicije vozila.	101
Sl. 4.24. Geometrijski odnosi karakterističnih tačaka, slučaj (A).....	103
Sl. 4.25. Geometrijski odnosi karakterističnih tačaka, slučaj (B).....	105
Sl. 4.26. Geometrijski odnosi karakterističnih tačaka, slučaj (B).....	105
Sl. 4.27. Određivanje pozicije vozila na putu.	106
Sl. 5.1. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse za žiroskope.	108
Sl. 5.2. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse za akcelerometre.	108
Sl. 5.3. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse barometra.	110
Sl. 5.4. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse termometra.	110
Sl. 5.5. Grafik autokorelacione funkcije Markovljevog slučajnog procesa u funkciji vremena korelacije.	111
Sl. 5.6. Grafici kvadratnog korena Allan-ove varijanse magnetometra.....	112
Sl. 5.7. Horizontalni profil trajektorije vozila sa kontrolnim tačkama.....	113
Sl. 5.8. Merenja troosnog akcelerometra, pre i nakon filtracije.....	115
Sl. 5.9. Merenja troosnog žiroskopa, pre i nakon filtracije.....	115
Sl. 5.10. Odbirci merenja troosnog magnetometra (fs=100 Hz).....	116
Sl. 5.11. Normalizovana merenja magnetometra, u horizontalnoj ravni.	117
Sl. 5.12. Merenja barometra, pre i nakon filtracije.	117
Sl. 5.13. Merenja termometra, pre i nakon filtracije.....	118
Sl. 5.14. Promena ugla skretanja u toku ispitivanja.....	120
Sl. 5.15. Promena ugla propinjanja u toku ispitivanja.	121
Sl. 5.16. Promena ugla valjanja u toku ispitivanja.....	121
Sl. 5.17. Kontrolni signali horizontalnog kanala.	122
Sl. 5.18. Horizontalne komponente brzine vozila u NED koordinantnom sistemu.	123
Sl. 5.19. Promena N koordinate u toku kretanja vozila, u NED koordinantnom sistemu.....	124
Sl. 5.20. Promena E koordinate u toku kretanja vozila u NED koordinantnom sistemu.	124
Sl. 5.21. Zumirani profil severne komponente brzine,(GPSoff).....	125
Sl. 5.22. Zumirani profil istočne komponente brzine,(GPSoff).....	125
Sl. 5.23. Apsolutna greška pozicije u pravcu severa nakon isključenja GPS prijemnika.	126
Sl. 5.24. Apsolutna greška pozicije u pravcu istoka nakon isključenja GPS prijemnika.	126
Sl. 5.25. Kontrolni signali visine i vertikalne komponente brzine.....	128
Sl. 5.26. Vertikalni profil trajektorije, GPS-on.....	128
Sl. 5.27. Greške merenja visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija pomoću funkcije sinh(.)), za vreme odsustva GPS merenja.....	129
Sl. 5.28. Greške merenja visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija pomoću funkcije tanh(.)), za vreme odsustva GPS merenja.....	129
Sl. 5.29. Uporedni prikaz greške merenja visine i vertikalne komponente brzine sa adaptivnim koeficijentima, za vreme odsustva GPS merenja.	130
Sl. 5.30. Trajektorija kretanja vozila u toku testiranja.	132
Sl. 5.31. Zumirani deo trajektorije vozila bez korekcije pozicije.	133
Sl. 5.32. Zumirani deo trajektorije vozila nakon korekcije pozicije.	133
Sl. 5.34. Zumirani deo trajektorije vozila bez uticaja MM algoritma.....	134
Sl. 5.35. Zumirani deo trajektorije vozila pri prolasku kroz raskršnicu (GPS off).	135
Sl. 5.36. Kretanje vozila van kolovoza.	135

Spisak tabela

Tab.1.1 Veličina pseudoslučajne greške merenja za prijemnik SPS sa C/A kodom.	29
Tab.1.2 Proračunata veličina pseudoslučajne greške merenja rastojanja.	29
Tab.1.3 Aproksimativne jednačine za izračunavanje veličine horizontalne greške.....	32
Tab. 2.1 Izmena greške pozicije u vremenu.	46
Tab. 4.1. Parametri inercijalnih senzora i magnetometra.	78
Tab. 4.2. Numerički rezultati simulacije kompenzacije grešaka uglova orijentacije.....	82
Tab. 4.3. Parametri senzora za potrebe simulacije.	88
Tab. 4.4. Rezultati simulacije prigušenja grešaka vertikalnog kanala.	93
Tab. 5.1. Parametri grešaka žiroskopa.....	109
Tab. 5.2. Parametri grešaka akcelerometara.	109
Tab. 5.3. Parametri grešaka baro-visinomera.	111
Tab. 5.4. Parametri grešaka magnetometra.	112
Tab. 5.5. Kalibracioni parametri magnetometra.....	112
Tab. 5.6. Koordinate kontrolnih tačaka.	114
Tab. 5.7. Greške merenja u horizontalnom kanalu u toku ispitivanja.	127
Tab. 5.8. Rezultati eksperimenta prigušenja grešaka vertikalnog kanala.	131

UVOD

Navigacija u opštem slučaju predstavlja proces određivanje pozicije, brzine i pravca kretanja nekog objekta u odnosu na sopstveno okruženje sa ciljem da se ostvari njegovo dovodjenje u zahtevanu prostornu poziciju (položaj). U proteklih nekoliko decenija velika pažnja poklonjena je istraživanjima u oblasti inercijalne navigacije radi zadovoljenja potreba vojnih i civilnih korisnika. U poslednje vreme sve više raste interes za integrisane navigacijske sisteme koji pored inercijalnih senzora uključuju i sisteme satelitske navigacije, senzore pritiska, temperature... Takođe, pored konstantnog interesa za povećanjem tačnosti određivanja navigacionih parametara, postoji potreba za upotrebom jeftinih senzora koji bi omogućili što ekonomičniju izgradnju navigacijskih sistema.

Problem istraživanja

Sistem inercijalne navigacije (*Inertial Navigation System*, INS), predstavlja autonomni sistem, koji obezbeđuje određivanje pozicije i brzine objekta u prostoru, bez korišćenja bilo kakvog spoljašnjeg izvora informacija. Pored informacije o brzini i poziciji objekta, INS obezbeđuju i informaciju o uglovima orijentacije objekta. Dobijene navigacione informacije sa izlaza INS (pozicija, brzina i uglovi orijentacije), mogu se dalje koristiti u procesu vođenja objekta u prostoru, ili kontroli i prikazu položaja objekta u izabranom koordinatnom sistemu [1]. Potreba za navigacijskim uređajima u stalnom je porastu, tako da INS ima široku primenu u navigaciji vozila, bespilotnih letelica (*Unmanned Aerial Vehicles*, UAV) i uopšte u vazduhoplovstvu. Kao inercijalni senzori koriste se žiroskopi, koji mere ugaonu brzinu u odnosu na inercijalni prostor, i akcelerometri, koji mere linearno ubrzanje u odnosu na inercijalni koordinatni sistem.

Inercijalni navigacijski sistemi koji imaju široku primenu, a naročito u vojnim sistemima zahtevaju određeni stepen tačnosti. Senzori visoke klase tačnosti omogućavaju visoku preciznost merenja ali su skupi (~10000\$-100000\$), [2]. Za razliku od njih, na tržištu postoje i jeftiniji senzori (~1000\$) (*Low-cost*), ali na žalost takvi senzori imaju velike vrednosti biasa i šuma, koji prouzrokuju grešku u određivanju pozicije i orijentacije objekta u prostoru. S ozirom da je trenutni trend u svetu postići što veću moguću tačnost navigacijskih uređaja a pritom maksimalno smanjiti troškove, senzori niske klase tačnosti, u kombinaciji sa drugim izvorima navigacione informacije, imaju sve veću primenu. Kao primer inercijalnih senzora koji spadaju u grupu senzora niske klase tačnosti su senzori izrađeni u (*Micro Electro Mechanical System*, MEMS) tehnologiji. U poređenju sa sensorima visoke preciznosti, kod upotrebe *low-cost* senzora postoje greške nelinearne prirode koje je veoma teško modelovati i odstraniti, pa se kao rezultat njihove primne pojavljuje velika greška u određivanju pozicije i orijentacije objekta, [2]. Kako se u algoritmu inercijalne navigacije nova vrednost brzine i pozicije dobija na bazi prethodnih izračunavanja to su ove greške kumulativne prirode i njihove vrednosti naglo rastu tokom vremena, [2]. U primenama koje podrazumevaju kratko vreme trajanja navigacije (nekoliko minuta) greške INS mogu biti prihvatljive, ali u slučaju kada vreme navigacije traje dugo, neophodno je vršiti periodičnu korekciju pozicije i brzine, dobijene na izlazu INS, uz pomoć drugog navigacijskog sistema ili nezavisnog spoljašnjeg merenja, [2].

Ukoliko bi tačnost izračunavanja navigacijskog rešenja pomoću *low-cost* INS bila povećana, troškovi izgradnje INS opreme bili bi manji a samim tim potreba za primenom ovakvih navigacijskih sistema bi porasla, što predstavlja ključni problem današnjih istraživanja u oblasti navigacijskih sistema koji se zasnivaju na INS tehnologiji.

Najčešće se, kao spoljašnji izvor informacija, za korekciju rezultata dobijenih na izlazu INS-a koristi sistem globalnog pozicioniranja (*Global Positioning System* - GPS). Ovaj sistem obezbeđuje relativno tačnu i kontinualnu informaciju o trodimenzionalnoj poziciji i brzini korisnika kao i vremensku sinhronizaciju svih uređaja u GPS sistemskom vremenu, [3]. Greške GPS sistema uslovljene su prisustvom smetnji u kanalu predaje informacije na liniji satelit-korisnik, izmenom geometrijskog rasporeda satelita u odnosu na prijemnik, pojavom višestruke refleksije, uticajem jonosfere na prostiranje GPS signala i šumom GPS prijemnika [4].

U cilju povećanja tačnosti navigacije objekta u prosturu, veliku primenu u praksi imaju integrisani navigacijski sistemi koji najčešće kao osnovu koriste integraciju INS/GPS. U zavisnosti od tehnike i metoda integracije, navedena dva navigacijska sistema međusobno se dopunjuju tako što GPS omogućava prigušenje grešaka INS, dok INS omogućava kontinualnu informaciju o poziciji, brzini i orijentaciji objekta u odsustvu GPS podataka kao i reinicijalizaciju GPS prijemnika. Bez obzira na određene nedostatke, GPS obezbeđuje dovoljno visoku tačnost određivanja pozicije i brzine korisnika u veoma dugom vremenskom periodu, za razliku od INS kod koga tačnost opada sa vremenom. Pošto se od INS zahteva kratkotrajna tačnost to je u integrisanom INS/GPS sistemu navigacije, moguće koristiti inercijalne *low-cost* senzore niske klase tačnosti, što u bitnoj meri umanjuje cenu inercijalnih senzora, a time i cenu čitavog navigacijskog sistema.

Radi povećanja tačnosti navigacijskog rešenja, u periodima kada na izlazu GPS prijemnika ne postoji navigaciona informacija, pored INS/GPS mogu se koristiti i drugi senzori kao što su magnetometri i barometarski visinomeri (sastavljeni od senzora temperature i pritiska), pomoću kojih je moguće dodatno korigovati greške inercijalnog sistema. Navedeni senzori takođe poseduju određeni stepen greške, koje određenoj meri mogu da se modeluju i koriguju.

U aplikacijama namenjenim za navigaciju objekata na zemlji pored integracije INS/GPS, barometarskog visinomera (baro-visinomera) i magnetometara mogu se koristiti i digitalne karte, koje pored moćnosti vizuelnog prikaza položaja objekta omogućavaju i dodatno poboljšanje tačnosti određivanja navigacijskog rešenja, naročito u urbanim sredinama gde je veoma česta pojava višestruka refleksija GPS signala kao i zaklonjenost GPS prijemnika zbog objekata na zemlji, [5].

Predmet istraživanja

Osnovni zadatak u razvoju i realizaciji višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema jeste rešavanje zadatka algoritma integracije. Dve osnovne šeme integracije, multisenzorskog navigacijskog sistema, mogu biti centralizovana (zatvorena) šema integracije INS/GPS i kaskadna (otvorena) šema integracije INS/GPS, [5].

Centralizovana šema integracije je najčešće primenljiva kod čvrsto spregnutih metoda integracije (*tightly coupling*), što podrazumeva formiranje zajedničkog navigacionog algoritma za inercijalni i satelitski sistem navigacije, u okviru jednog procesora, sa opštim modelom grešaka koji se koristi pri određivanju navigacionih parametara.

Kod kaskadne šeme integracije, metodom slabe sprege (*loosly coupling*, LC), procesor u okviru GPS prijemnika izračunava poziciju i brzinu korisnika nezavisno od ostalih senzora.

Predmet istraživanja u radu jeste razvoj višesenzorske konfiguracije koji treba da omogući efikasnije funkcionisanje integrisanog INS/GPS navigacionog sistema. Očekivano poboljšanje se zasniva na pretpostavci da će primena dodatnih senzora pritiska, temperature i magnetometra obezbediti prošireni skup merenja čijom će se obradom omogućiti tačnija i preciznija procena pozicije, brzine i orijentacije objekta u prostoru.

Dosadašnja istraživanja u oblasti višesenzorskih integrisanih navigacijskih sistema

Navigacija objekta u prostoru predstavlja određivanje navigacionih parametara nelinearnih dinamičkih sistema tako da se izračunavanje navigacijskog rešenja svodi na estimaciju stanja dinamičkog sistema. Zbog nelinearne prirode dinamičkog sistema u praksi ne postoji jedinstveno rešenje navigacijskog algoritma tako da se u dosadašnjim istraživanjima primenjuju tri osnovne metode estimacije stanja u okviru integrisanog navigacijskog sistema:

- Estimacija stanja pomoću linearizovanog Kalmanovog filtra (LKF) ili Proširenog Kalmanovog filtra (*Extended Kalman Filter*, EKF);
- Estimacija stanja pomoću (*Unscented Kalman Filter*) ili (*Particle Filters*);
- Estimacija stanja pomoću neuralnih mreža (*Neural Networks*, NN) ili adaptivnih fazi - neuralnih informacionih sistema (*Adaptive Neural Fuzzy Information Systems*, ANFIS).

Jan W. *et. al.* su izvršili komparaciju čvrste i slabe sprege ING/GPS, gde je na osnovu tačnosti, prednost data čvrstoj sprezi, [6]. Loebis *et. al.* je predložio integraciju INS i GPS na bazi KF i EKF pri čemu je tehnikom fazi logike izvršio prigušenje grešaka inercijalnih senzora, [7]. Wang *et al* su prikazali integrisani navigacijski sisem na bazi adaptivnog Kalmanovog filtra, [8]. Caron *et. al.* su razvili algoritam na bazi fazi logike kojom je izvršeno odbacivanje neprihvatljivih merenja INS i GPS, dok je integracija izvršena pomoću KF, [9]. Bian *et. al.* su prikazali adaptivno navigacijsko rešenje gde je na osnovu funkcije maksimalne verovatnoće izvršena adaptacija matrice kovarijanse greške i matrice pojačanja u KF, [10]. Johan B. i Steyn W. predložili su upotrebu dva EKF, pri čemu jedan služi za estimaciju orijentacije objekta a drugi za estimaciju pozicije i brzine objekta, [11]. Petovello *et. al.* su radili na vremenskoj sinhronizaciji INS i GPS podataka, pri čemu je integracija izvršena LC na bazi KF, [12]. David *et. al.* prikazali su metodu određivanja uglova orijentacija vozila sa jednom i više antena GPS prijemnika spregnutog sa inercijalnim sensorima, [13]. Wei *et. al.* su istraživali korekciju drifta žiroskopa i akcelerometara u okviru INS/GPS, pri čemu je stabilizacija drifta vertikalne ose žiroskopa, stabilisana algoritmom (*Zero Update Velocity*), [14]. Pored navedenih postoji još sličnih primera INS/GPS integracije na bazi Kalmanovih filtara prikazanih u [15-17]. El-Sheimy *et. al.* [18] i Shin *et. al.* [19] prikazali su integraciju INS/GPS na bazi Unscented KF. Chiang [20] i Forrest *et. al.* [21], su za integraciju, umesto KF, koristili neuralne mreže. Integracija na bazi

neuralnih mreža prikazana je i u sledećim radovima Haykin [22], Abdel-Hamid [23], Goodall [24], Aboelmagad *et. al.* [25], Gizawy *et. al.* [26] i Noureldin *et. al.* [27].

Istraživanja u oblasti integracije više izvora informacija, kao što su višesenzorski integrisani navigacijski sistemi zasnivaju se uglavnom na već pomenutim metodama, sa ciljem unapređenja, delimičnog ili kompletnog, navigacijskog rešenja. U cilju prigušenja grešaka vertikalnog kanala INS u odsustvu GPS informacija najčešće se primenjuje baro-visinomer kao što su prikazali Kim *et. al.* [28], Satheesh Readdy *et. al.* [29], Daduc *et. al.* [30], Park [31], Parviainen *et. al.* [32], i Chao-bin *et. al.* [33]. U navedenim radovima, prigušenje grešaka vertikalnog kanala uglavnom je izvršeno na bazi šeme integracije vertikalnog kanala prvog, drugog i trećeg reda, pri čemu je greška baro-visinomera korigovana na bazi GPS merenja ili je izvršena statistička procena greške. Za potrebe preciznijeg određivanja uglova orijentacije objekta najčešće je korišćen magnetometar. Madgwick *et. al.* [34], su koristili uglovnu razliku određenu pomoću žiroskopa i osa magnetometra. Fujiwara *et. al.* [35] su upotrebili merenja magnetometra u slučaju odsustva GPS informacija. U sledećim radovima magnetometar je upotrebljen za početnu orijentaciju ili za korekciju ugla skretanja INS, Hao *et. al.* [36], Borges *et. al.* [37], Chagas i Waldmann [38], Zhao i Wang [39], Caruso [40], Yun *et. al.* [41] i Han i Wang [42].

Jedan od načina za povećanje preciznosti navigacije vozila u urbanoj sredini jeste upotreba digitalne karte. Do sada je razvijeno više algoritama za sjedinjenje INS/GPS navigacionih podataka i digitalne karte (*Map-matching*, MM), koji pored toga što omogućavaju određivanje preciznije pozicije vozila takođe omogućavaju i bolju estimaciju grešaka INS senzora [43]. Quddus *et. al.* [44], su prikazali tri osnovna metoda u realizaciji MM algoritma, takozvani point-to-point, point-to-curve i curve-to-curve, koji se baziraju na geometrijskom rešenju položaja vozila. Primenom ovih metoda određivanje pozicije vozila na digitalnoj karti može biti nezavisno i zavisno od integrisanog navigacijskog sistema. U nezavisnom slučaju se informacija o poziciji vozila na izlazu INS/GPS direktno preslika na digitalnu kartu pomoću MM algoritma Quddus *et. al.* [45]. U zavisnom slučaju MM algoritam je direktno uveden u KF u kome se vrši estimacija položaja vozila, Chu *et. al.* [46]. Takođe je moguće najpre izvršiti korekciju položaja vozila određenu pomoću GPS prijemnika, a zatim se tako korigovana informacija uvodi u KF za korekciju grešaka INS, Taylor *et. al.* [47], Quddus *et. al.* [48], Jagadeesh *et. al.* [49]. Pored metoda u kojima se određivanje položaja vozila zasniva na geometrijskom rešenju, postoje i metode u kojima se MM algoritam bazira na fazi logici, kao što su prikazali Kim *et. al.* [50] i Wu *et. al.* [51], ili na nekoj funkciji verovatnoće Smaili *et. al.* [52]. U dosadašnjim istraživanjima, MM algoritmi rešavaju problem pridruživanja podataka sa izlaza navigacijskog sistema i podataka sa digitalne karte koja je definisana trajektorijom snimljenim pomoću GPS prijemnika. Na taj način su sve ulice, i moguće površine za kretanje vozila definisane jednom linijom.

Operacionalno određenje predmeta istraživanja

Na osnovu postojećih saznanja u oblasti višesenzorskih integrisanih navigacijskih sistema i na osnovu preliminarno određenog predmeta istraživanja, može se izvršiti konkretizacija predmeta istraživanja na sledeći način:

- izučavanje izvora i modela grešaka inercijalnih senzora,

-
- izučavanje tehnika metoda integracije INS/GPS, navigacionih jednačina i metoda kompenzacije grešaka u integrisanim sistemima,
 - istraživanje mogućnosti povećanja tačnosti određivanja uglova orijentacije objekta na osnovu integracije magnetometra u okviru INS/GPS navigacijskog sistema,
 - istraživanje mogućnosti bolje kompenzacije grešaka u vertikalnom kanalu INS/GPS i povećanje tačnosti određivanja vertikalne brzine i visine, integracijom INS/GPS/Baro-visinomer,
 - razvoj MM algoritma za sjedinjavanje podataka dobijenih od strane navigacijskog sistema i digitalne karte,
 - razvoj softvera za analizu i ispitivanje predloženih rešenja.

Cilj istraživanja

Opšti cilj istraživanja u ovom radu je razvoj modela navigacijskog sistema višesenzorske konfiguracije koji treba da omogući efikasnu primenu magnetometra i senzora pritiska i temperature u korekciji grešaka INS/GPS navigacijskog sistema i reinicijalizaciju procesa procene pozicije, brzine i uglova orijentacije objekta u prostoru odmah nakon obnavljanja procesa prijema podataka iz GPS prijemnika.

Naučni cilj istraživanja je da se na osnovu naučne deskripcije i objašnjenja u oblasti integracije višesenzorskih navigacijskih sistema, razviju algoritmi i metode koji će obezbediti objedinjenu obradu rezultata merenja prikupljenih primenom INS, GPS i senzora niže klase tačnosti kako bi se dobila pouzdanija informacija o položaju, brzini i orijentaciji objekta u prostoru.

Praktični cilj istraživanja je da se na osnovu razvijenog modela i dobijenih rezultata istraživanja i ispitivanja omogući dalje usavršavanje i razvoj stvarnog navigacijskog sistema i stvore uslovi za buduća istraživanja u oblasti višesenzorskih integrisanih navigacijskih sistema.

Hipoteze istraživanja

Polazeći od postavljenog problema i određenog predmeta istraživanja a u skladu sa postavljenim ciljem, u ovom istraživanju polazi se od sledećeg hipotetičkog okvira:

Opšta hipoteza

Multisenzorski sistem navigacije omogućava autonomnost, ekonomičnost i fleksibilnost. Autonomnost sistema odnosi se na nezavisnost navigacionog sistema od uređaja i opreme na zemlji. S obzirom da integrisani sistem navigacije ne zahteva izgradnju skupih zemaljskih stanica i da je izgrađen od senzora koji su relativno jeftini jasno je da bi ovakav sistem bio ekonomski isplativ. Fleksibilnost predloženog multisenzorskog navigacijskog sistema ogleda se u mogućnosti uvezivanja sa postojećim sistemima navigacije ili dodatnim sensorima.

Integracijom INS/GPS i senzora niže klase tačnosti, na osnovu određenog algoritma integracije i primenom novih metoda kompenzacije grešaka u višesenzorskom integrisanom

navigacijskom sistemu, moguće je ostvariti povećanje tačnosti određivanja pozicije, brzine i uglova orijentacije objekta u prostoru.

Posebne hipoteze

Opšta hipoteza u ovom radu, može se razložiti na nekoliko posebnih hipoteza:

- integracijom inercijalnih senzora i magnetometra, moguće je izvršiti prigušenje drifta žiroskopa a samim tim i povećati tačnost određivanja uglova orijentacije objekta u prostoru;

- integracijom INS/GPS i baro-visinomera, u periodima odsutnosti GPS informacija, moguće je smanjiti grešku izračunavanja vertikalne komponente brzine i visine, u vertikalnom kanalu integrisanog navigacijskog sistema, na osnovu primene odgovarajuće metode kompenzacije grešaka INS;

- sjedinjavanjem informacija o poziciji objekta, određenih pomoću višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema, i podataka iz digitalne karte, omogućilo bi se dodatno povećati tačnosti određivanja pozicije objekta.

Način i metode istraživanja

Način istraživanja određen je predmetom, ciljevima i hipotetičkim okvirom u kojem su izložene pretpostavke za povećanje tačnosti određivanja navigacijskog rešenja objekta u prostoru.

Metode koje su primenjene u ovom istraživanju su matematičko modelovanje, simulacije, metode analize, statističke metode i naučni eksperiment.

U toku istraživanja najpre su proučene teorijske osnove integracije INS/GPS i dosadašna iskustva u oblasti multisenzorskih konfiguracija i napravljena kritička analiza postojećih metoda integracije i kompenzacije grešaka u INS/GPS integrisanim sistemima.

Metode modelovanja, što podrazumeva dominantnu primenu matematičkih modela i simulacija na računaru, upotrebljene su u formiranju modela grešaka pojedinih senzora kao i u realizaciji modela navigacijskog sistema primenom programskog paketa MATLAB.

Na bazi matematičkih modela formirani su simulacioni modeli u bližem objašnjenju karakteristika senzora niže klase tačnosti i u toku ispitivanja rada pojedinih algoritama.

Kritičkom analizom je prikazan doprinos magnetometra u određivanju uglova orijentacije objekta, i doprinos baro-visinomera u određivanju vertikalne komponente brzine i visine u vertikalnom kanalu navigacijskog sistema. Rezultati ostvareni nakon analiza i simulacije statistički su obrađeni.

Eksperimentalne metode primenjene su radi prikupljanja podataka i verifikacije predloženog rešenja višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema.

Tokom razvoja modela višesenzorske konfiguracije zanemarene su greške koje nastaju kao posledica konverzije podataka, konverzije koordinata iz jednog u drugi koordinantni sistem, linearizacije pojedinih funkcija kao i zbog nepreciznosti u opisu gravitacionog ubrzanja.

Slučajni procesi su opisani kao Gaus-Markovljevi procesi prvog reda i beli šum. Greške usled kvantizacije, usrednjavanja, zaokruživanja izmerenih veličina i pretvaranja jednog tipa podataka u drugi tip podataka, su zanemarene jer ne utiču značajno na tačnost određivanja navigacionog rešenja. Tačnost izračunavanja navigacionog rešenja bazirana je na tačnosti GPS prijemnika. Utvrđivanje tačnosti u eksperimentu utvrđeno je pomoću kontrolnih tačaka određenih pomoću diferencijalnog GPS prijemnika.

Eksperimenti radi prikupljanja i verifikacije predloženog rešenja izvedeni su na vozilu. Na osnovu prikupljenih podataka u toku eksperimenta i softvera integrisanog navigacijskog sistema, realizovanog u programskom paketu MATLAB, izvršeno je ispitivanje predloženih rešenja a zatim i kritička analiza ostvarenih rezultata. Rezultati istraživanja prikazani su tabelarno, numerički i grafički.

Naučna i društvena opravdanost istraživanja

Višesenzorski sistemi navigacije izgrađeni od *low-cost* senzora, pre svega su ekonomični i fleksibilni jer omogućavaju uvezivanje sa postojećim sistemima navigacije. S obzirom da integrisani sistem navigacije ne zahteva izgradnju skupih zemaljskih stanica i da je izgrađen od senzora koji su relativno jeftini jasno je da su ovakvi sistemi ekonomski isplativi. Pored ekonomičnosti bitno ograničenje širokoj upotrebi *low-cost* integrisanih sistema jeste njihova tačnost što je danas u svetu izuzetno aktuelan predmet istraživanja. Aktuelnost istraživanja temelji se na brojnim naučnim i stručnim radovima u naučnim časopisima i konferencijama, a naročito u poslednjoj dekadi.

Algoritmi integracije i metode kompenzacije grešaka u multisenzorskim konfiguracijama svakako zavise od samih senzora. Kako tehnologija izgradnje senzora napreduje, tako se i metode primenjene u algoritmima integracije menjaju ili usavršavaju, što je jedan od razloga neprekidnog istraživanja u ovoj oblasti.

Uzimajući u obzir činjenicu da integrisani navigacijski sistemi imaju široku primenu i u vojne i civilne svrhe, smatra se da su ispunjeni zahtevi u pogledu opravdanosti istraživanja. S obzirom da su ostvareni rezultati verifikovani, predloženo rešenje moguće je dalje usavršavati i pretočiti u razvoj stvarnog navigacijskog sistema za upotrebu u realnom okruženju.

Ostvareni doprinos

U disertaciji je prikazana integracija INS/GPS i senzora niže klase tačnosti, na osnovu određenog algoritma integracije i primenom novih metoda kompenzacije grešaka u višesenzorskom integrisanom navigacijskom sistemu, pri čemu je ostvareno povećanje tačnosti određivanja pozicije, brzine i uglova orijentacije objekta u prostoru. Naučni doprinosi ostvareni u disertaciji su sledeći:

- definisan je algoritam integracije INS, GPS, magnetometra i baro-visinomera;
- razvijen je algoritam integracije inercijalnih senzora i magnetometra pri čemu je uz primenu PI kontrolera izvršeno prigušenje drifta žiroskopa a samim tim ostvareno povećanje tačnosti određivanja uglova orijentacije objekta u prostoru;
- predložen je originalni metod kompenzacije grešaka vertikalnog kanala na osnovu adaptacije koeficijenata za prigušenje grešaka;

- razvijen je MM algoritam za sjedinjavanje informacija o poziciji, određenoj pomoću integrisanog navigacijskog sistema i podataka iz digitalne karte, na osnovu kojeg je ostvarena dodatna tačnost određivanja pozicije objekta;

- razvijen je softver za analizu i ispitivanje predloženih rešenja.

Verifikovani rezultati istraživanja, prikazani u disertaciji, svakako predstavljaju unapređenje teorije u oblasti istraživanja te stoga mogu da nađu praktičnu primenu u realizaciji realnih navigacijskih sistema.

Razvijeni model višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema omogućava dalja istraživanja i ispitivanja novih rešenja u predmetnoj oblasti.

Struktura rada

Strukturu ove disertacije pored uvoda i zaključka, spiskova slika, tabela i skraćenica, i korišćene literature, čini još pet glava.

U prvoj glavi rada prikazane su osnove sistema i struktura GPS signala i način određivanja pozicije i brzine korisnika. Takođe su prikazane greške izračunavanja pozicije i brzine korisnika a posledica su greške merenja rastojanja, odstupanja satelitskog časovnika, predikcije ephemerisa, relativistički efekti, uticaja jonosfere i troposfere, greške nastale zbog prisustva šuma prijemnika i rezolucije prijemnikakao i greške merenja rastojanja zbog pojave višestrukog prostiranja GPS signala i efekta zaklanjanja satelita.

U drugoj glavi opisane su osnove inercijalne navigacije i algoritam rada "Strapdown" sistema inercijalne navigacije, (SDINS). Detaljno je prikazan metod određivanja parametara orijentacije objekta pomoću kvaterniona, koji omogućavaju prevazilaženje singulariteta na graničnim vrednostima uglova orijentacije. Izračunavanje položaja i brzine objekta pomoću SDINS opisano je pomoću navigacionih jednača, definisanih za NED koordinantni sistem. U skladu sa predmetom istraživanja, izvršena je analiza opšteg modela grešaka inercijalnih senzora a zatim su prikazani modeli grešaka uglova orijentacije i grešaka položaja i brzine korisnika kao i propagacija grešaka u zavisnosti od vremena trajanja navigacije. Posebno je objašnjen način prigušenja grešaka u horizontalnom i vertikalnom kanalu SDINS. Na osnovu izvršene analize izvora i propagacije grešaka, prikazani su poznati metodi prigušenja grešaka horizontalnog i vertikalnog kanala pomoću kontrolnih signala, koji predstavljaju polaznu osnovu istraživanja u ovom radu.

U trećoj glavi opisani su magnetometri i baro-visinomeri. Prikazani su izvori i model grešaka magnetometra. Metode kalibracije pojedinih izvora grešaka matematički su opisane za dvoosni i troosni magnetometar a zatim je na osnovu simulacije izvršena analiza uticaja pojedinih grešaka na tačnost merenja magnetometra. Takođe je izvedena jednačina za izračunavanje visine objekta, na osnovu merenja baro-visinomera, za standardnu atmosferu i prikazana je zavisnost promene pritiska i temperature vazduha u zavisnosti od promene visine. S obzirom da je za potrebe praktične implementacije senzora pritiska i temperature, neophodno izvršiti anuliranje grešaka merenja, definisan je model grešaka baro-visinomera, a zatim je na osnovu simulacije prikazan uticaj pojedinih grešaka na tačnost merenja baro-visinomera.

Metode i šeme integracije višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema prikazane su u četvrtoj glavi. Posebno je prikazana metoda integracije slabom spregom, koja predstavlja osnovu istraživanja u ovom radu. S obzirom da osnovu za izračunavanje uglova orijentacije, predstavljaju merenja žiroskopa, prikazan je metod prigušenja drifta žiroskopa na osnovu merenja magnetometra. Simulacijom prigušenja drifta žiroskopa na osnovu merenja magnetometra i akcelerometra, pokazan je doprinos predloženog rešenja u pogledu povećanja tačnosti određivanja uglova orijentacije objekta.

Opisan je metod prigušenja grešaka horizontalnog kanala, na osnovu adaptacije koeficijenata za prigušenje grešaka. Radi prigušenja grešaka vertikalnog kanala predloženo je rešenje koje je realizovano pomoću petlje prigušenja grešaka trećeg reda i adaptivnih koeficijenata, pri čemu je adaptacija izvršena pomoću hiperboličkih funkcija $\tanh(.)$ i $\sinh(.)$. Takođe je definisan i postupak određivanja adaptivnih koeficijenata. Na osnovu simulacije pokazana je prednost adaptacije koeficijenata za prigušenje grešaka vertikalnog kanala u odnosu na konstantne koeficijente.

U ovoj glavi opisan je predloženi MM algoritam, koji je dizajniran za specifičnu digitalnu kartu, kao i algoritam određivanja verovatne pozicije vozila u odnosu na referentne tačke kojima je definisana digitalna karta.

U petoj glavi prikazani su rezultati laboratorijskih i eksperimentalnih ispitivanja. Na osnovu softvera višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema, izvršena je obrada podataka prikupljenih u toku eksperimenta, i kritička analiza rezultata ispitivanja predloženih rešenja.

1. Osnove satelitske navigacije

Sistem globalnog pozicioniranja predstavlja jedan od najrasprostranjenijih sistema koji obezbeđuje korisnicima, kontinualnu informaciju o trodimenzionalnoj poziciji i brzini kao i vremensku sinhronizaciju svih korisnika u GPS sistemskom vremenu, (*Coordinated Universal Time*, UTC) [3]. GPS sistem podeljen je u tri segmenta. Na osnovu podele koja je data od strane Ministarstva odbrane Sjedinjenih američkih država [ICD GPS 200], definisani su: prostorni, kontrolni i korisnički segment. Prostorni segment čine 32 satelita, od kojih su 24 aktivna, raspoređeni u šest orbitalnih ravni sa po četiri satelita u svakoj ravni. Sateliti su tako raspoređeni, da u bilo kom trenutku vremena i na bilo kom mestu, obezbede u vidnom polju korisnika, minimalno četiri satelita [53].

Za obezbeđenje tačne učestanosti i vremena emitovanja signala, sateliti su opremljeni sa po dva cezijumska i rubidijumska časovnika. Kontrolni segment, sastoji se od glavne kontrolne stanice i pet monitoring stanica. Osnovna funkcija glavne kontrolne stanice je praćenje, monitoring i upravljanje položajem satelita GPS sistema. Glavna kontrolna stanica objedinjuje podatke od monitoring stanica i vrši kontinualnu procenu pozicije svakog GPS satelita i parametara sistemskog vremena. Podatak o poziciji GPS satelita (*ephemeris* podaci) i parametri sistemskog vremena, emituju se ka GPS satelitima preko jedne od antena na Zemlji, i koriste se za formiranje navigacione poruke, koju zatim satelit reemituje ka korisnicima. Korisnički segment sastoji se od GPS antene i prijemnika, specifično dizajniranog za prijem, dekodovanje i procesiranje koda za merenje rastojanja i navigacione poruke, koji su sadržani u satelitskom signalu - GPS signalu [54].

Satelit emituje GPS signal na dve učestanosti, L_1 (1575.42 MHz) i L_2 (1227.6 MHz), korišćenjem kodirane sekvence (*Code Division Multiple Access*, CDMA) [54]. Od 2005. i 2007. godine uvode se sateliti koji emituju signale na frekvenciji L_2C (1227.4 MHz) i L_5 (1176.45 MHz). Oba ova signala namenjena su za civilne primene [55, 56, 57].

Svaki od GPS satelita emituje signale na ovim učestanostima, ali sa različitim kodovima za merenje rastojanja (*ranging codes*). Navigaciona poruka sadrži podatke koji su potrebni GPS prijemniku za određivanje pozicije satelita sa kojeg je signal emitovan, dok se kod za merenje rastojanja koristi za merenje vremena prostiranja signala od satelita do korisnika, na osnovu čega prijemnik vrši određivanje rastojanja satelit-prijemnik.

Ova tehnika podrazumeva da GPS prijemnik mora imati časovnik. Ako su časovnik na satelitu i časovnik u GPS prijemniku vremenski sinhronizovani, određivanje pozicije korisnika može se izvršiti na osnovu merenja rastojanja od korisnika do tri različita satelita.

Radi smanjenja cene, komplikovanosti izrade i gabarita GPS prijemnika, njegov časovnik nije perfektно sinhronizovan sa sistemskim vremenom. Iz ovog razloga, da bi se tačno odredili: geografska širina, geografska dužina i visina korisnika, i odstupanje časovnika GPS prijemnika od sistemskog vremena, potrebno je izvršiti više merenja rastojanja od korisnika do nekoliko različitih satelita, (minimalno 4 satelita).

GPS obezbeđuje dva servisa usluga. Servis koji obezbeđuje standardnu tačnost određivanja pozicije (*Standard Positioning Service*, SPS) i servis koji obezbeđuje visoku tačnost određivanja pozicije (*Precise Positioning Service*, PPS). SPS servis je namenjen za civilne potrebe, dok je PPS servis namenjen za vojne potrebe i potrebe posebnih agencija vlade SAD. SPS servis je dostupan svim korisnicima širom sveta. Ne postoje ograničenja u pogledu korišćenja ovoga servisa.

Veličina, kvadratnog korena srednje vrednosti kvadrata rastojanja drms (*Distance Root Mean Square*), predstavlja osnovnu meru koja se koristi u navigaciji. Dvostruka vrednost drms, ili 2drms, označava poluprečnik kruga, unutar kojeg će se nalaziti najmanje 95% svih dobijenih izmerenih vrednosti pozicije sa sistemom. SPS servis obezbeđuje tačnost od 13m (2 drms, 95%) u horizontalnoj ravni i 22m (95%) u vertikalnoj ravni. Tačnost prenesenog UTC vremena 40 nsec (95%) [3].

1.1. Osnovne karakteristike i struktura GPS signala

GPS sateliti emituju GPS signal na dve noseće frekvencije, od kojih je L_1 primarna a L_2 sekundarna noseća frekvencija. Signali L_1 i L_2 modulirani su signalima proširenog spektra, koga čine jedinstvena pseudoslučajna sekvenca PRN (*Pseudo Random Noise*, PRN) i navigaciona poruka. PRN sekvenca definisana je za svaki satelit posebno. Svi sateliti emituju signale na istim nosećim frekvencijama. Signal sa svakog od satelita ima jedinstvenu PRN kodnu sekvencu, koja je nekorelisana sa PRN kodnim sekvencama signala sa drugih satelita u okviru GPS sistema. Na taj način, primenom CDMA (*Code Division Multiple Access*, CDMA) tehnike (tehnika izdvajanja signala sa kodnom raspodelom), moguće je izdvojiti i detektovati signal sa odgovarajućeg satelita. U toku praćenja jednog signala, sa satelita koji se nalazi u vidnom polju GPS prijemnika, pomoću CDMA tehnike, GPS prijemnik generiše PRN sekvencu satelita koji se prati, uzimajući u obzir Doplerov efekat [58].

Postojanjem dva nosioca L_1 i L_2 omogućeno je merenje kašnjenja signala zbog prolaska kroz jonosferu. Ukoliko se koristi prijemnik koji radi na jednoj učestanosti, procena jonosferskog kašnjenja vrši se na osnovu parametara modela, koji su sadržani u navigacionoj poruci. Korišćenjem parametara modela, tačnost određivanja kašnjenja GPS signala zbog njegovog prostiranja kroz jonosferu, lošija je za oko 50% [3, ICD GPS 200C].

Korisnici usluga PPS servisa, imaju pristup svim signalima na L_1 i L_2 nosećim frekvencijama. Pored toga, korisnici PPS servisa imaju posebne algoritme rada GPS prijemnika i

posebne tehnike za otklanjanje grešaka koje nastaju kao posledica odstupanja satelita od tačne putanje na orbiti (*Selective Availability*, SA greška). Korisnici usluga PPS servisa imaju posebne algoritme, specijalna hardverska rešenja po svakom kanalu GPS prijemnika koji prima Y kod, i poseban ključ koji omogućava pristup Y kodu. Ukoliko je na satelitu uključen zaštitni režim, nije moguće da korisnik usluga SPS servisa pristupi preciznom kodu [59].

Satelitski signal pored PRN sekvence sadrži i navigacionu poruku. Navigaciona poruka sadrži 25 blokova (*frame*) podataka, koji se emituju sa brzinom 50 bit/sec. Svaki blok podataka sastoji se od 1500 bita, podeljenih u podbloke od po 300 bita svaki. GPS prijemniku je potrebno 30 sec. da primi jedan blok podataka. Navigaciona poruka sadrži: GPS sistemsko vreme emitovanja signala sa satelita, (*ephemeris*) podatke (podatke o poziciji satelita na orbiti), odstupanje časovnika satelita od GPS sistemskog vremena, katalog podataka (*almanac data*) za satelite koji su aktivni, koeficijente za izračunavanje UTC i model jonosferskog kašnjenja, koji je posebno značajan za korisnike SPS servisa. Navigaciona poruka validna je za četvoročasovni period [60].

1.2. Određivanje pozicije i brzine korisnika pomoću GPS-a

Dobijanje rešenja pozicije korisnika, bazira na konceptu određivanja rastojanja satelit-korisnik, korišćenjem pseudoslučajne sekvence PRN koda [60], za šta je neophodno izvršiti pravilnu detekciju signala sa satelita u pogledu preciznog određivanja učestanosti nosioca [61], i faze PRN sekvence [62]. Pretpostavimo da ne postoji vremenska sinhronizacija časovnika GPS prijemnika sa sistemskim vremenom. Na Sl.1.1, vektor \mathbf{u} , predstavlja poziciju korisnika u odnosu na koordinatni početak ECEF koordinatnog sistema. Koordinate korisnika, x_u , y_u i z_u , su nepoznate veličine. Vektor \mathbf{r} , predstavlja vektor koji se nalazi na liniji korisnik-satelit. Koordinate satelita, x_s , y_s i z_s , predstavljaju poziciju satelita u ECEF koordinatnom sistemu. Vektor \mathbf{s} , predstavlja poziciju satelita u odnosu na koordinatni početak ECEF koordinatnog sistema.

Vektor \mathbf{s} , izračunava se na osnovu "ephemeris" podataka koje šalje satelit. Na osnovu Sl.1.1, vektor \mathbf{r} , može da se napiše kao,

$$\mathbf{r} = \mathbf{s} - \mathbf{u}. \quad (1.1)$$

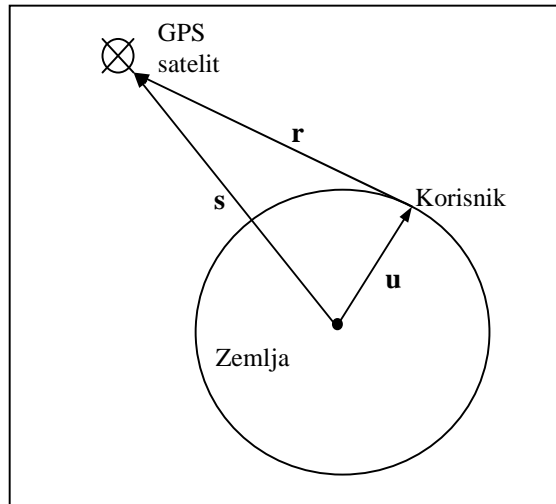
Intenzitet vektora \mathbf{r} je:

$$\|r\| = \|\mathbf{s} - \mathbf{u}\|. \quad (1.2)$$

Ako se sa r označi intenzitet vektora \mathbf{r} , tada je

$$r = \|\mathbf{s} - \mathbf{u}\|. \quad (1.3)$$

Rastojanje r , izračunava se merenjem vremena prostiranja koda za merenje rastojanja, koji emituje satelit, od satelita do antene GPS prijemnika.



Sl.1.1 Položaj vektora pozicije korisnika.

Neka je PRN kod, fazno modulisan, i emitovan sa satelita u trenutku t_1 . Taj isti kod stiže na stranu GPS prijemnika u trenutku t_2 . Vreme prostiranja ovoga koda od satelita do GPS prijemnika označeno je, za potrebe objašnjenja koja slede, sa Δt . Prijemnik generiše identični kod i pomera ga u vremenu sve dok se ne postigne korelacija sa kodom koji je generisan od strane satelita. Ako su časovnik na satelitu i časovnik GPS prijemnika vremenski sinhronizovani, tada će se u toku procesa korelacije, dobiti tačno vreme prostiranja signala. Množenjem ovog vremena sa brzinom svetlosti dobija se tačno (geometrijsko) rastojanje od satelita do korisnika [54].

Međutim, vremenska sinhronizacija praktično neće postojati, jer časovnik prijemnika i časovnik satelita odstupaju od sistemskog vremena. Zbog toga će rastojanje dobijeno na osnovu korelacionog procesa, predstavljati pseudoslučajno rastojanje, ρ .

Pseudoslučajno rastojanje sastoji se od geometrijskog rastojanja, r , rastojanja koje nastaje kao posledica odstupanja časovnika GPS prijemnika od sistemskog vremena i rastojanja koje nastaje kao posledica odstupanja časovnika na satelitu od sistemskog vremena. Vremena koja opisuju odnose trenutaka predaje i prijema signala jesu: T_s - sistemsko vreme u kojem je signal emitovan sa satelita, T_u - sistemsko vreme u kojem je signal stigao na stranu GPS prijemnika, δt - odstupanje satelitskog časovnika od sistemskog vremena (znak plus - časovnik prednjači, znak minus - časovnik kasni), t_u - odstupanje časovnika GPS prijemnika od sistemskog vremena, $T_s + \delta t$ - očitano vreme satelitskog časovnika, kada je signal emitovan sa satelita, $T_s + t_u$ - očitano vreme, kada je signal stigao na stranu prijemnika i c - brzina svetlosti. Geometrijsko rastojanje satelit korisnik može se napisati kao

$$r = c(T_u - T_s) = c\Delta t , \quad (1.4)$$

a pseudoslučajno rastojanje

$$\begin{aligned}\rho &= c[(T_u + t_u) - (T_s + \delta t)] \\ &= r + c(t_u - \delta t)\end{aligned}\quad (1.5)$$

Korišćenjem jednačina (1.4) i (1.5), i zanemarivanjem veličine odstupanja časovnika na satelitu, s'obzirom da se ista koriguje u prijemniku na osnovu podatka korekcije odstupanja časovnika satelita od sistemskog vremena, koji je sadržan u navigacionoj poruci, pseudoslučajno rastojanje, može se napisati jednačinom [60],

$$\rho - ct_u = \|\mathbf{s} - \mathbf{u}\|. \quad (1.6)$$

U cilju određivanja pozicije korisnika u tri dimenzije (x_u, y_u, z_u) i veličine odstupanja časovnika prijemnika od sistemskog vremena t_u , potrebno je izvršiti merenje pseudoslučajnih rastojanja od četiri satelita. Rezultat ovih merenja može se predstaviti u sistemu jednačina

$$\rho_j = \|\mathbf{s}_j - \mathbf{u}\| + ct_u, \quad (1.7)$$

gde j označava redni broj satelita (1 do 4). Ova jednačina može da se razvije u skup jednačina čije su nepoznate x_u, y_u, z_u i t_u [60]:

$$\rho_1 = \sqrt{(x_1 - x_u)^2 + (y_1 - y_u)^2 + (z_1 - z_u)^2} + ct_u \quad (1.8)$$

$$\rho_2 = \sqrt{(x_2 - x_u)^2 + (y_2 - y_u)^2 + (z_2 - z_u)^2} + ct_u \quad (1.9)$$

$$\rho_3 = \sqrt{(x_3 - x_u)^2 + (y_3 - y_u)^2 + (z_3 - z_u)^2} + ct_u \quad (1.10)$$

$$\rho_4 = \sqrt{(x_4 - x_u)^2 + (y_4 - y_u)^2 + (z_4 - z_u)^2} + ct_u, \quad (1.11)$$

gde x_j, y_j i z_j označavaju poziciju satelita j , u tri dimenzije. Ove jednačine predstavljaju sistem nelinearnih jednačina, koji se može rešiti primenom iterativne tehnike bazirane na linearizaciji ili primenom Kalmanovog filtra.

GPS može da vrši merenje brzine korisnika, $\dot{\mathbf{u}}$, u tri dimenzije [60]. U nekim GPS prijemnicima, brzina korisnika dobija se diferenciranjem pozicije korisnika po vremenu,

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} \approx \frac{\mathbf{u}(t_2) - \mathbf{u}(t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (1.12)$$

Ovakav način određivanja brzine korisnika, moguće je primeniti u slučaju ako se korisnik kreće konstantnom brzinom, i ako su greške određivanja pozicije korisnika, $\mathbf{u}(t_1)$ i $\mathbf{u}(t_2)$, manje u odnosu na njihovu razliku, $\mathbf{u}(t_1) - \mathbf{u}(t_2)$. U mnogim savremenim GPS prijemnicima, merenje brzine korisnika, dobija se u procesu merenja faze signala nosioca [63], koji se sastoji u proceni Doplerove frekvencije u primljenom satelitskom signalu [62]. Pomeraj frekvencije u spektru za veličinu Doplerove frekvencije, nastaje zbog međusobnog kretanja satelita i korisnika.

Vektor brzine \mathbf{v} , izračunava se korišćenjem "ephemeris" informacija i orbitalnog modela koji je smešten u memoriji GPS prijemnika. Frekvencija nosioca prijemnog signala postaje viša, kada se satelit približava prijemniku, a opada kada se satelit udaljava od prijemnika. Prijemni signal frekvencije f_R , koji dolazi na antenu GPS prijemnika, može se predstaviti klasičnom Doplerovom jednačinom,

$$f_R = f_T \left(1 - \frac{(\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{a})}{c} \right), \quad (1.13)$$

gde je f_T – frekvencija emitovanog signala sa satelita, \mathbf{v}_r – vektor brzine na liniji satelit-korisnik, \mathbf{a} – predstavlja jedinični vektor duž linije viziranja, i koji je usmeren od korisnika ka satelitu, a c – je brzina prostiranja signala. Proizvod $\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{a}$, predstavlja radialnu komponentu vektora brzine koji se nalazi na liniji viziranja, i usmeren je ka satelitu. Vektor \mathbf{v}_r , dat je kao razlika brzina,

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \dot{\mathbf{u}}, \quad (1.14)$$

gde je \mathbf{v} – brzina satelita, a $\dot{\mathbf{u}}$ - brzina korisnika. Opseg Doplerovih frekvencija dat je u obliku,

$$\Delta f = f_R - f_T = -f_T \frac{(\mathbf{v} - \dot{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{a}}{c}. \quad (1.15)$$

Brzina kretanja korisnika može se dobiti na osnovu Doplerove frekvencije u primljenom signalu [62]. Ova tehnika pretpostavlja da je pozicija prijemnika \mathbf{u} , određena. Brzina prijemnika u tri dimenzije $\dot{\mathbf{u}} = (\dot{x}_u, \dot{y}_u, \dot{z}_u)$ izračunava se naknadno. Emitovani signal sa satelita, može se napisati kao,

$$f_{Tj} = f_0 + \Delta f_{Tj}, \quad (1.16)$$

gde je f_0 – nominalna noseća frekvencija predajnog signala (npr. L1), a Δf_{Tj} – korekcija frekvencije predajnog signala, koja je sadržana u navigacionoj poruci. Procenjena vrednost frekvencije primljenog signala od j-tog satelita, može se označiti sa f_j . Ova procenjena vrednost frekvencije predstavlja grešku i razlikuje se od veličine frekvencije f_{Rj} , za veličinu odstupanja frekvencije. Veličina odstupanja vremena predstavlja drift časovnika korisnika, \dot{t}_u , u odnosu na GPS sistemsko vreme. Vrednost \dot{t}_u meri se u sec/sec, i daje brzinu sa kojom časovnik prijemnika žuri ili kasni u odnosu na GPS sistemsko vreme. Drift časovnika, f_j , i f_{Rj} povezani su izrazom,

$$f_{Rj} = f_j (1 + \dot{t}_u), \quad (1.17)$$

gde je \dot{t}_u pozitivno, kada časovnik prijemnika žuri. Na osnovu jednačina (1.12) - (1.17), dobija se, [3]:

$$\frac{c(f_j - f_{Tj})}{f_{Tj}} + \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{a}_j = \dot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{a}_j - \frac{cf_j \dot{t}_u}{f_{Tj}}, \quad (1.18)$$

gde su: $\mathbf{v}_j = (v_{xj}, v_{yj}, v_{zj})$, $\mathbf{a}_j = (a_{xj}, a_{yj}, a_{zj})$, i $\dot{\mathbf{u}} = (\dot{x}_u, \dot{y}_u, \dot{z}_u)$. Komponente vektora \mathbf{a} , dobijaju se u toku rešavanja pozicije prijemnika. Komponente vektora \mathbf{v}_j , određuju se na osnovu "ephemeris" podataka i modela satelitskih orbita. Frekvencija f_{Tj} , izračunava se na osnovu izraza (1.16) i podataka za korekciju frekvencije, koji se dobijaju u navigacionoj poruci.

Izračunavanje brzine prijemnika, zavisi od tačnosti određivanja pozicije, tačnosti "ephemeris" podataka i brzine satelita [60]. Ukoliko se vrši merenje u odnosu na više od četiri satelita, primenom tehnike najmanjeg kvadrata, može se poboljšati tačnost određivanja nepoznatih $(\dot{x}_u, \dot{y}_u, \dot{z}_u, \dot{t}_u)$.

1.3. Izvori grešaka i tačnost merenja GPS prijemnika

Tačnost sa kojom GPS prijemnik određuje poziciju ili brzinu korisnika, zavisi od složenog uticaja različitih faktora. U opštem slučaju, ona zavisi od kvaliteta pseudoslučajnog merenja rastojanja, i podataka dobijenih na osnovu satelitskog ephemerisa [59]. Tačnost relativnog odstupanja satelitskog časovnika od GPS sistemskog vremena, poznata je korisniku, i može se korigovati. Međutim, posebno je važna tačnost kompenzacije ostalih grešaka koje nastaju na liniji satelit-prijemnik. Sistemske greške nastaju u kontrolnom segmentu, satelitu i korisničkom segmentu. Za analizu uticaja grešaka na tačnost GPS merenja može se pretpostaviti da sve greške koje se pripisuju individualnim satelitima, predstavljaju ekvivalentnu grešku izraženu u veličini pseudoslučajnog rastojanja [59]. Tačnost GPS-a kao veličina koja zavisi od tačnosti pseudoslučajnog rastojanja, izražava se na osnovu ekvivalentne greška merenja rastojanja, (*User-Equivalent Range Error*, UERE). UERE za dati satelit predstavlja (statistički) sumu pojedinačnih grešaka koje doprinose ukupnoj grešci [3].

Obično se pojedinačne komponente ukupne greške razmatraju nezavisno. Pri tome se a ukupna UERE za dati satelit predstavlja kao Gausova slučajna promenljiva sa nultom srednjom vrednošću i varijansom koja je jednaka sumi varijansi svake pojedinačne komponente UERE greške. Obično se pretpostavlja da je UERE nezavisna i identički raspodeljena greška od satelita do satelita [3].

Tačnost GPS rešenja pozicije/vremena izražava se kao proizvod "faktora geometrije" (položaj GPS satelita u odnosu na prijemnik) i faktora pseudoslučajne greške merenja rastojanja, odnosno greška GPS rešenja pozicije prijemnika, može se proceniti pomoću jednačine,

$$(\text{greška GPS rešenja}) = (\text{faktor geometrije}) \times (\text{faktor pseudoslučajne greške}). \quad (1.19)$$

Pod izvesnim pretpostavkama, faktor pseudoslučajne greške u merenju rastojanja je satelitski UERE. Činilac "faktor geometrije" predstavlja složen uticaj međusobnog položaja satelita i prijemnika na grešku GPS rešenja. Ovaj efekat, pri kojem se javlja greška, koja zavisi od međusobnog položaja satelita i prijemnika, naziva se (*Dilution Of Precision*, DOP) [54].

Pseudoslučajne greške merenja rastojanja

Tačnost merenja rastojanja zavisi od grešaka koje nastaju zbog odstupanja časovnika satelita i časovnika GPS prijemnika, od grešaka nastalih zbog kašnjenja GPS signala prilikom njegovog prostiranja kroz atmosferu, refleksija GPS signala od lokalnih objekata i kašnjenja (prednjačenja) signala usled pomerenog faznog centra antene GPS prijemnika [3].

Greška zbog odstupanja satelitskog časovnika

Svaki GPS satelit sadrži atomski sat, koji vrši celokupnu vremensku sinhronizaciju rada satelita, uključujući i vremensku sinhronizaciju emitovanja GPS signala. Iako su atomski časovnici izuzetno stabilni, postoji izvesno odstupanje vremena ovog časovnika u odnosu na GPS sistemsko vreme. Veličina tog odstupanja, δt , iznosi najviše do 1 msec (veličina odstupanja od 1 msec odgovara greški u merenju rastojanja od 300 km) [3, 54, 59]. U praksi, greška merenja daljine, kao posledica odstupanja časovnika na satelitu je reda 3.0 m (1σ) [3]. Merenje odstupanja vremena satelitskog časovnika u odnosu na GPS sistemsko vreme, vrši se od strane glavne kontrolne stanice na Zemlji. Izmerena veličina korekcije šalje se na satelit, a zatim se ova korekcija u sastavu navigacione poruke emituje sa satelita prema GPS prijemnicima.

Uticaj greške merenja rastojanja, zbog odstupanja satelitskog časovnika, sveden je na minimum, uvođenjem korekcije odstupanja satelitskog časovnika, koja se emituje u navigacionoj poruci.

Greška predikcije "ephemerisa"

Optimalne procene ephemerisa za sve satelite izračunavaju se i zajedno sa ostalim navigacionim podacima reemituju prema korisnicima. Kao i u slučaju korekcija satelitskog časovnika i korekcije grešaka ephemerisa takođe predstavljaju procenjene vrednosti. Stvarna veličina pseudoslučajne greške merenja rastojanja kao posledica greške predikcije ephemerisa je reda 4.2 m (1σ) [3].

Relativistički efekti

U procesu merenja rastojanja satelit-prijemnik uzima se u obzir Ajnštajnova opšta i specijalna teorija relativnosti. Na osnovu specijalne teorije relativnosti, javlja se potreba uvođenja korekcije predajnog signala (na strani GPS satelita) ili prijemnog signala (na strani GPS prijemnika) ukoliko se dati signal kreće u odnosu na izabrani brzinski koordinatni sistem, koji se kreće brzinom svetlosti. Navedeni koordinatni sistem u GPS sistemu predstavljen je u ECI koordinatnom sistemu. Na osnovu opšte teorije relativnosti, javlja se potreba uvođenja relativističkih korekcija, pošto se predajni i prijemni signal nalaze na različitim gravitacionim potencijalima. Korekcija oba efekta na strani satelita vrši se podešavanjem satelitske osnovne učestanosti na veličinu od 10.22999999545MHz [3]. Posmatrano sa strane prijemnika ova učestanost će na nultoj nadmorskoj visini biti 10.23 MHz, pa stoga ne postoji potreba korekcije ovog efekta na strani prijemnika. Na strani prijemnika postoji potreba korekcije drugačijeg relativističkog efekta, koji proizilazi zbog neznatnog ekscentriciteta satelitske orbite. Polovina periode kretanja satelita po orbiti, nalazi se pod uticajem relativističkog efekta, koji je prouzrokovan periodičnom izmenom brzine satelita u odnosu na inercijalni koordinatni sistem,

dok je druga polovina prouzrokovana periodičnom izmenom gravitacionog potencijala satelita. Kada je satelit na perigeju (najmanje udaljenje satelita na orbiti), brzina satelita je veća, a gravitacioni potencijal je manji, što zahteva sporiji rad satelitskog časovnika. Kada je satelit na apogeju (najveće udaljenje satelita na orbiti), brzina satelita je manja, a gravitacioni potencijal je veći, što zahteva brži rad satelitskog časovnika [3].

Maksimalna greška merenja rastojanja satelit-prijemnik, zbog postojanja relativističkog efekta je 21 m (70 nsec) [3, 54].

Uticao atmosfere na prostiranje GPS signala

Brzina prostiranja elektromagnetnih talasa u nekoj sredini može se izraziti pomoću indeksa refrakcije date sredine. Indeks refrakcije definiše se kao odnos brzine prostiranja talasa u slobodnom prostoru i brzine prostiranja talasa u datoj sredini, i može se predstaviti jednačinom:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1.20)$$

U WGS-84, uzima se da je brzina prostiranja talasa u slobodnom prostoru $c = 299792458$ m/s. Sredina je disperzivna ako je brzina prostiranja talasa (ili ekvivalentno, indeks refrakcije) funkcija njegove učestanosti. U disperzivnoj sredini, brzina prostiranja faze signala nosioca v_p , razlikuje se od brzine prostiranja modulišućeg signala v_g (brzina prostiranja grupe). Modulišući signal može se posmatrati kao grupa talasa koji se kreću približno istim brzinama. Jasno je da koncept brzine prostiranja grupe i faze, podrazumeva postojanje dve komponente elektromagnetnog talasa, S_1 i S_2 , sa učestanostima f_1 i f_2 (ili ω_1 i ω_2) i faznim brzinama v_1 i v_2 , u pravcu x -ose. U nedisperzivnoj sredini, prostiranje talasa ne zavisi od njegove učestanosti, a brzina prostiranja grupe i brzina prostiranja faze su iste, pa su i indeksi refrakcije isti.

Uticao jonosfere na prostiranje GPS signala

Jonosfera predstavlja disperzivnu sredinu, koja se nalazi u oblasti između 70km i 1000km iznad površine Zemlje. Unutar ove oblasti ultravioletni zraci Sunca, vrše jonizaciju molekula gasa, pri čemu nastaju slobodni elektroni. Nastali slobodni elektroni vrše uticaj na prostiranje elektromagnetnih talasa unutar jonosfere, a samim tim i na emitovani GPS signal [1].

S'obzirom da je kašnjenje u jonosferi zavisno od učestanosti, ono može biti najvećim delom eliminisano, uvođenjem merenja rastojanja pomoću prijemnika sa dve prijemne učestanosti (L_1 i L_2).

Ukoliko se satelit nalazi pod elevacionim uglom od 90° , u odnosu na GPS prijemnik, veličina razlike u kašnjenju GPS signala, u odnosu na tačno rastojanje, iznosi oko 10 ns (3m) - noću, i 50 ns (15m) - danju. Ukoliko se satelit nalazi pod elevacionim uglom od 0° do 10° , u odnosu na GPS prijemnik, veličina razlike u kašnjenju GPS signala, u odnosu na tačno rastojanje, iznosi oko 30 ns (9m) - noću, i 150 ns (45m) - danju [3].

Uticaj jonosfere ne može biti izbegnut, ali se primenom GPS prijemnika koji rade na dve učestanosti, može eliminisati. Korišćenje ovakvih GPS prijemnika moguće je samo za korisnike PPS servisa.

Pored napred navedene tehnike eliminisanja uticaja jonosfere na grešku merenja rastojanja satelit-prijemnik, primena diferencijalnog GPS takođe doprinosi eliminaciji uticaja jonosfere, na tačnost određivanja pozicije prijemnika.

Uticaj troposfere na prostiranje GPS signala

Troposfera se nalazi u nižim delovima atmosfere, i nedisperzivna je za signale učestanosti viših od 15 GHz. Unutar ove sredine, brzina prostiranja faze i brzina prostiranja grupe, za učestanosti L_1 i L_2 , odgovara njihovim brzinama prostiranja u slobodnom prostoru. Kašnjenja su u funkciji indeksa refrakcije troposfere, koji zavisi od lokalne temperature, pritiska i relativne vlažnosti. Neiskompenzirana veličina kašnjenja, ekvivalentna je greški merenja rastojanja koje se kreće od oko 2.4 m, za slučaj kada se satelit nalazi u zenitu, i do 25 m, kada se satelit nalazi pod elevacionim uglom približno 5° , a korisnik se nalazi na nultoj nadmorskoj visini [1].

Kako je formiranje kompenzacionog modela kašnjenja prostiranja talasa u troposferi dosta teško, zbog postojanja komponente koja sadrži vlagu, a korišćenje radiometra za merenje temperature neba duž puta prostiranja signala dosta skupo, može se zaključiti da je ovu veličinu kašnjenja teško izbeći. Primenom diferencijalnog GPS-a uticaj troposfere na tačnost određivanja pozicije u bitnoj meri može biti umanjen.

Greška merenja rastojanja zbog prisustva šuma prijemnika i rezolucije prijemnika

Izvori greške merenja rastojanja na strani prijemnika mogu biti dvostruki. Primarni izvor greške merenja rastojanja javlja se zbog postojanja termičkog šuma i mehaničkih udara. Sekundarni izvor greške merenja rastojanja predstavlja hardverska i softverska rezolucija i stabilnost oscilatora u prijemniku. Tipični GPS prijemnici imaju grešku merenja rastojanja (1σ), zbog postojanja šuma prijemnika i rezolucione greške, reda 1.5 m za C/A kod i 20 cm za P(Y) kod [54]. Veličina ove greške, u velikoj meri zavisi od kvaliteta izrade GPS prijemnika. Termički šum u softverskom prijemniku nastaje jedino u ulaznom kolu tako de je uticaj termičkog šuma u softverskom prijemniku manji nego li u hardverskom.

Greška merenja rastojanja, zbog pojave višestruke refleksije GPS signala i efekta zaklanjanja satelita

Jedna od važnih grešaka koja se razmatra u procesu GPS merenja je pojava višestruke refleksije talasa. Ovo podrazumeva da se na ulazu GPS prijemnika pored direktnog signala, pojavljuje i signal koji je na ulaz prijemnika stigao posle refleksije od Zemljine površine ili bliskih objekata. Pojava višestruke refleksije GPS signala ne samo da izobličuje PRN kodnu sekvencu i navigacioni podatak, kojim je modulisan nosilac, već vrši i izobličenje faze nosioca. Ukoliko se prijemnik kreće, neprestano će se menjati i učestanost signala zbog Doppler-ovog efekta. To znači da će i amplituda signala na prijemu neprestano da fluktuira.

Zbog toga se uvodi pojam relativne amplitude prikazan jednačinom (1.21) za slučaj da na ulaz prijemnika stižu dva signala:

$$\alpha = \frac{A_2}{A_1} \quad (1.21)$$

U opštem slučaju, sve refleksije sadrže promenljive spektralne komponente koje zavise od kružne učestanosti signala i faznog odnosa i -te refleksije. Širina opsega ovih učestanosti određena je opsegom fedinga, koji zavisi od geometrijskog položaja satelit-prijemnik, geometrijskog položaja prijemnik-objekat refleksije i brzine kretanja prijemnika.

Zaključuje se da je veličina greške merenja rastojanja, u slučaju pojave višestrukog prostiranja GPS signala određena, odnosom amplituda, fazom i kašnjenjem reflektovanog signala u odnosu na direktni signal.

Kako je pojava višestrukog prostiranja GPS signala, vezana za signale koji se dobijaju od satelita na malim elevacionim uglovima, stoga se poseban značaj pridaje mestu postavljanja antene i smanjenju dobitka antene na minimalnim elevacionim uglovima, što zavisi od algoritma selekcije satelita u prijemniku.

Neki prijemnici normalno koriste signale od satelita koji se nalaze na elevacionim uglovima $\geq 5^\circ$. U različitim okruženjima, male varijacije položaja antene po visini mogu značajno uticati na performanse GPS prijemnika.

U mnogim slučajevima, greške merenja rastojanja, ne mogu biti precizno određene, pošto su refleksije zavisne od položaja satelita i položaja GPS prijemnika, koji se menjaju u vremenu. Greške merenja zbog višestrukog prostiranja GPS signala, posebno se razmatraju u slučaju kada se zahteva visoka tačnost merenja, i u tom slučaju posebno se mora voditi računa o položaju antene.

1.3.1. Proračun greške merenja rastojanja

Na osnovu prethodne diskusije izvora grešaka i njihovog uticaja na tačnost merenja, moguće je izvršiti proračun tačnosti standardnog GPS. Ranije je napomenuto da greška merenja pozicije pomoću GPS-a, je zavisi od pseudoslučajne greške merenja (UERE) i međusobnog položaja satelit-prijemnik (DOP). U Tab.1.1, data je proračunata greška UERE, savremenog SPS prijemnika za C/A (*Coarse/Acquisition, C/A*) kod.

U odnosu na SPS proračun, Tab.1.1, doprinos korisničkog segmenta u Tab.1.2, različit je za veličine kašnjenja u jonosferi, kašnjenja u troposferi i uticaj višestrukog prostiranja GPS signala. Veličina kašnjenja u jonosferi zavisi od modela prijemnika. Može se zaključiti na osnovu datih tabela da tačnost koju obezbeđuje SPS prijemnik, nije dovoljna za precizno vođenje objekata u prostoru. U Tab.1.2 date su vrednosti 1σ pseudoslučajne greške "NAVSTAR" GPS-a, za prostorni, kontrolni i korisnički segment, [54].

Tab.1.1 Veličina pseudoslučajne greške merenja za prijemnik SPS sa C/A kodom.

Segment	Izvor greške	GPS greška 1σ [m]
Prostorni	Stabilnost satelitskog sata	3.0
	Predikcija putanje satelita	1.0
	Ostale greške (termalno zračenje i sl.)	0.5
Kontrolni	Greška predikcije efemerisa	4.2
	Ostale greške (kapaciteti segmenta i sl.)	0.9
Korisnički	Kašnjenja u jonosferi	5.0
	Kašnjenja u troposferi	1.5
	Šum prijemnika i rezolucija	1.5
	Višestruko prostiranje GPS signala	2.5
	Ostale greške (međukanalna odstupanja i sl.)	0.5
Sistem UERE	Ukupna greška (rss)	8

Tab.1.2 Proračunata veličina pseudoslučajne greške merenja rastojanja.

Segment	Izvor greške	GPS greška 1σ [m]
Prostorni	Dati su u tabeli 6.2	1.93
Kontrolni	Dati su u tabeli 6.2	3.50
Korisnički	Kašnjenja u troposferi	2.0
	Kašnjenja u jonosferi (prijemnik sa jednom frekv.)	5.0
	Kašnjenja u jonosferi (C/A prijemnik sa dve frekv.)	3.30
	Kašnjenja u jonosferi (P(Y) prijemnik sa dve frekv.)	1.10
	Šum prijemnika i rezolucija	0.01
	Višestruko prostiranje GPS signala (CA)	1.40
Višestruko prostiranje GPS signala (P(Y))	0.70	

Ukupna sistemska greška UERE iz Tab. 1.2, izračunava se na sledeći način:

$$\begin{aligned}
 \text{UERE} = & \left(\text{greška prostornog segmenta}^2 + \text{greška kontrolnog segmenta}^2 + \right. \\
 & \left. \text{greška kašnjenja u troposferi}^2 + \text{greška kašnjenja u jonosferi}^2 + \right. \\
 & \left. \text{greška zbog višestrukog prostiranja}^2 + \text{greška prijemnika}^2 \right)^{0.5},
 \end{aligned}$$

odakle sledi da je korišćenjem P(Y) koda: $\text{UERE P(Y)} = 4.6556$.

1.4. Geometrijski položaj satelita i njegov uticaj na tačnost merenja u GPS

Koncept uticaja geometrijskog položaja satelita na tačnost merenja (*Dilution Of Precision*, DOP), pokazuje da je greška određivanja pozicije, kao rezultat greške merenja, zavisna od međusobnog položaja satelita i korisnika.

Dobijanje DOP relacija u GPS-u, počinje sa linearizacijom nelinearnih jednačina, pomoću kojih se određuje pseudoslučajna vrednost izmerenog rastojanja do satelita. U procesu linearizacije dobija se Jakobijan, koji predstavlja veličinu izmene pozicije korisnika i vremena odstupanja časovnika korisnika od njihove tačne vrednosti. DOP parametri definišu se kao geometrijski faktori koji u obliku pseudoslučajnih grešaka, utiču na tačnost određivanja pozicije korisnika i procene odstupanja vremena.

Greška u vertikalnoj ravni, na osnovu statistike, data je u obliku,

$$dz = VDOP \times UERE, \quad (1.22)$$

gde je UERE slučajna promenljiva sa Gauss-ovom raspodelom $N(0, \sigma_{UERE})$. Množenjem UERE i VDOP dobija se standardna devijacija od dz ,

$$\sigma_{dz} = VDOP \times \sigma_{UERE}. \quad (1.23)$$

VDOP je u funkciji geometrijskog položaja satelita u odnosu na poziciju prijemnika. UERE predstavlja grešku pseudoslučajne vrednosti izmerenog rastojanja, a dz predstavlja grešku vertikalne komponente izračunate pozicije korisnika. Za Gausovu raspodelu, 68 % izmerenih vrednosti nalazi se unutar oblasti jedne standardne devijacije u odnosu na srednju vrednost. Približno 95 % izmerenih vrednosti nalazi se unutar oblasti dve standardne devijacije u odnosu na srednju vrednost [3]. Ako je razmatrani geometrijski položaj satelita fiksiran u odnosu na prijemnik, 95 % grešaka vertikalne komponente pozicije prijemnika, biće procenjeno na osnovu jednačine [3]

$$2\sigma_{dz} = 2VDOP \times \sigma_{UERE}. \quad (1.24)$$

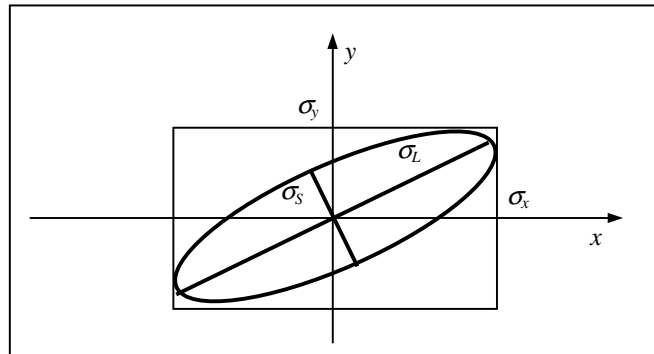
Tačnost pozicije korisnika u horizontalnoj ravni, tzv. horizontalna tačnost, dobija se rešavanjem dvodimenzionalnog problema. Kvadratni koren srednje vrednosti kvadrata greške (*distance root mean square*, drms), definiše se pomoću jednačine,

$$drms = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}, \quad (1.25)$$

gde su σ_x i σ_y standardne devijacije grešaka duž x i y osa. Zamenom jednačina dobija se

$$drms = HDOP \times \sigma_{UERE}. \quad (1.26)$$

Verovatnoća da se izračunata pozicija korisnika nalazi unutar kruga poluprečnika $drms$, sa centrom u tačnoj poziciji korisnika, zavisi od odnosa σ_s / σ_L za elipsu sa 1σ , što je predstavljeno na Sl.1.2.



Sl.1.2 Relacija između 1σ elipse i parametara raspodele.

Za odnos $\sigma_s / \sigma_L \approx 1$, verovatnoća da se izračunata pozicija korisnika nalazi unutar kruga poluprečnika $drms$, iznosi oko 0.63, [3].

Obično se uzima poluprečnik od $2 drms$ za koji važi da je

$$2 drms = 2 HDOP \times \sigma_{URE} . \quad (1.27)$$

Na osnovu prethodne jednačine, horizontalna greška nalazi se unutar kruga poluprečnika $2 drms$, sa verovatnoćom između 0.95 i 0.98, zavisno od odnosa σ_s / σ_L [3]. Drugi parametar koji se često koristi je verovatna raspodela kružne greške (*error distribution circular error probable*, CEP). CEP se definiše kao poluprečnik kruga, sa centrom u tačnoj lokaciji korisnika, u kojem se nalazi 50% grešaka. Vrovnatnoća da je magnituda greške manja od CEP je tačno $1/2$. CEP za dvodimenzionalnu Gauss-ovu slučajnu promenljivu, sa nultom srednjom vrednošću, može se aproksimirati pomoću jednačine,

$$CEP \approx 0.95(\sigma_L + \sigma_s) . \quad (1.28)$$

CEP se može proceniti korišćenjem $drms$, koji je dat jednačinom (1.29). Na Sl.1.3, prikazane su krive koje predstavljaju verovatnoću $|d\mathbf{R}| \leq k drms$, u funkciji od k , a za različite vrednosti odnosa σ_s / σ_L . Za $k = 0.75$, dobija se da je ova verovatnoća u opsegu od 0.43 do 0.54 [3]. Na osnovu aproksimativne relacije, date za CEP za 50% tačaka,

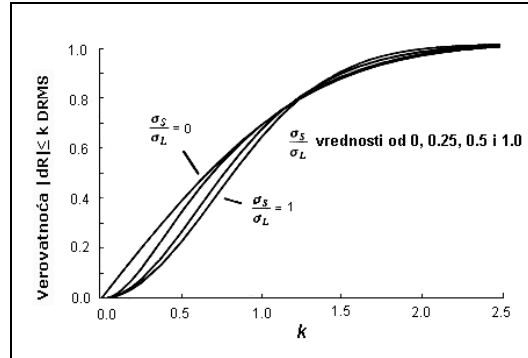
$$CEP \approx 0.75 drms = 0.75 HDOP \sigma_{URE} , \quad (1.29)$$

može se izračunati procenjena vrednost CEP, za slučaj kada je $HDOP = 1.5$ i $\sigma_{URE} = 33.3$ m, kao

$$CEP_{50\%} \approx 0.75 HDOP \sigma_{URE} = 0.75 \cdot 1.5 \cdot 33.3 = 37.5 \text{ m} . \quad (1.30)$$

Za iste vrednosti $HDOP$ i σ_{URE} , procenjena vrednost CEP, 80% tačaka i 95% tačaka, za veličinu horizontalne greške, izračunava se na sledeći način:

$$\begin{aligned} \text{CEP}_{80\%} &\approx 1.28 \text{ HDOP } \sigma_{\text{UERE}} = 1.28 \cdot 1.5 \cdot 33.3 = 63.9 \text{ m} \\ \text{CEP}_{95\%} &\approx 2.0 \text{ HDOP } \sigma_{\text{UERE}} = 2.0 \cdot 1.5 \cdot 33.3 = 99.9 \text{ m} \end{aligned} \quad (1.31)$$



Sl.1.3 Kumulativna raspodela radijalne greške, za različite vrednosti σ_s/σ_L , za dvodimenzionalnu Gausovu slučajnu promenljivu.

U Tab.1.3 date su aproksimativne jednačine za izračunavanje veličine horizontalne greške, gde CEP_{xx} predstavlja poluprečnik kruga, čiji se centar nalazi na tačnoj poziciji prijemnika. Unutar datog kruga raspodeljeno je xx % grešaka.

Tab.1.3 Aproksimativne jednačine za izračunavanje veličine horizontalne greške.

Aproksimativne formula	Opseg verovatnoće
$\text{CEP}_{50} \approx 0.75 \cdot \text{HDOP} \cdot \sigma_{\text{UERE}}$	0.43 do 0.54
$\text{CEP}_{80} \approx 1.28 \cdot \text{HDOP} \cdot \sigma_{\text{UERE}}$	0.80 do 0.81
$\text{CEP}_{90} \approx 1.6 \cdot \text{HDOP} \cdot \sigma_{\text{UERE}}$	0.89 do 0.92
$\text{CEP}_{95} \approx 2.0 \cdot \text{HDOP} \cdot \sigma_{\text{UERE}}$	0.95 do 0.98

2. Osnove inercijalne navigacije

Razmatranje osnova inercijalne navigacije bazira na pojedinim teorijama iz oblasti matematike, kinematike, mehanike, rešavanju navigacionih jednačina i analizi grešaka inercijalnih senzora. Skup inercijalnih senzora, koji obezbeđuju potpunu trodimenzionalnu informaciju za ugaone brzine u odnosu na inercijalni prostor, i linearnog ubrzanja u odnosu na neku nepokretnu tačku ili tačku koja se kreće konstantnom brzinom u prostoru, naziva se inercijalna merna jedinica (*Inertial Measuring Unit*, - IMU) [1]. U raznim primenama Zemljskih sistema inercijalne navigacije, uzima se u obzir uticaj gravitacije Zemlje, prilikom određivanja brzine i pozicije korisnika u datom koordinatnom sistemu. Sistem inercijalne navigacije u opštem slučaju, uključuje IMU i svu ostalu opremu koja se koristi za stabilizaciju i procesiranje izlaza inercijalnih senzora, u cilju dobijanja pozicije i brzine u izabranom koordinatnom sistemu. Inercijalni senzori mogu biti postavljeni na servo-pokretnu žirostabilisanu platformu, ili čvrsto vezani za telo objekta. U prvom slučaju reč je o INS sa žirostabilisanom platformom, a u drugom slučaju radi se o INS bez žirostabilisane platforme ili o "Strapdown" sistemu inercijalne navigacije. U "Strapdown" INS, stabilizacija izlaza inercijalnih senzora vrši se proračunski, umesto mehaničke stabilizacije koja je prisutna u INS sa žirostabilisanom platformom [5].

2.1. Algoritmi rada "strapdown" sistema inercijalne navigacije

Algoritmi rada "strapdown" sistema inercijalne navigacije zavisno od koncepta modela navigacijskog sistema mogu se definisati na više načina, kao što je prikazano u [2], međutim, nezavisno od toga koji je model navigacijskog sistema izabran, algoritam rada zasniva se na jednačinama kretanja objekta u prostoru. Osnovne jednačine kretanja objekta na osnovu kojih se izračunava brzina i položaj objekta u inercijalnom prostoru, mogu se napisati u obliku [2]:

$$\frac{d\mathbf{V}_I}{dt} = \mathbf{a}_I = \mathbf{f} + \mathbf{g}, \quad (2.1)$$

$$\frac{d\mathbf{R}_I}{dt} = \mathbf{V}_I, \quad (2.2)$$

gde su: \mathbf{a}_I – vektor apsolutnog ubrzanja, \mathbf{V}_I – vektor apsolutne brzine, \mathbf{R}_I – vektor položaja centra mase objekta (geocentrični radijus), \mathbf{f} – vektor specifične sile, a \mathbf{g} – vektor gravitacionog ubrzanja Zemlje koji je u funkciji položaja objekta.

Za određivanje kretanja objekta, odnosno određivanje brzine i pozicije objekta u odnosu na Zemlju, mogu se napisati sledeće jednačine:

$$\frac{d\mathbf{V}_E}{dt} = \mathbf{a}_E = \mathbf{f} + \mathbf{g}' - \mathbf{a}_{Coriolis}, \quad (2.3)$$

$$\frac{d\mathbf{R}_E}{dt} = \mathbf{V}_E, \quad (2.4)$$

gde su: \mathbf{a}_E – vektor relativnog ubrzanja objekta, \mathbf{V}_E – vektor relativne brzine objekta, \mathbf{R}_E – vektor relativnog položaja centra mase objekta u odnosu na Zemlju, \mathbf{g}' - ubrzanje koje nastaje pod uticajem gravitacionog polja Zemlje, tangencijalno i centripetalno ubrzanje, $\mathbf{a}_{Coriolis}$ – Koriolisovo ubrzanje.

Da bi se odredile komponente koje predstavljaju \mathbf{g}' i izraz za Koriolisovo ubrzanje, pretpostavićemo da je pozicija neke tačke na Zemlji predstavljena vektorom \mathbf{R} , koji je dat u geografskim koordinatama. Komponente ovog vektora duž osa inercijalnog koordinatnog sistema, mogu se napisati u obliku,

$$\mathbf{R}_I = \mathbf{C}_N^I \mathbf{R}, \quad (2.5)$$

gde je \mathbf{C}_N^I matrica transformacije koordinata iz lokalnog NED (North-East-Down) koordinatnog sistema u koordinate inercijalnog koordinatnog sistema.

Diferenciranjem izraza (2.5), i uvođenjem nekoliko aproksimacija, kao što je objašnjeno u [64], dobija se

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{R}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{R} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{R}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}). \quad (2.6)$$

U izrazu (2.6), leva strana definiše apsolutno ubrzanje izraženo u bilo kom koordinatnom sistemu u odnosu na \mathbf{R} , dok $\boldsymbol{\omega}$ predstavlja uglovnu brzinu rotacije osa rotirajućeg koordinatnog sistema u odnosu na inercijalni (nerotirajući) koordinatni sistem. Poslednja tri sabirka na desnoj strani jednačine (2.6), predstavljaju: tangencijalno, Koriolisovo i centripetalno ubrzanje respektivno.

Komponente koje čine \mathbf{g}' koje je dato u izrazu (2.3), osim komponente ubrzanja \mathbf{g} nastalog pod uticajem gravitacionog polja, mogu se, na osnovu (2.6), napisati kao: $\boldsymbol{\omega}_e \times (\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{R})$ -centripetalno ubrzanje, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_e \times \mathbf{R}$ - tangencijalno ubrzanje, $2\boldsymbol{\omega}_e \times \dot{\mathbf{R}}$ - Koriolisovo ubrzanje, pri čemu je \mathbf{R} – relativno rastojanje centra mase objekta u odnosu na Zemlju, a $\boldsymbol{\omega}_e$ - uglovna brzina rotacije Zemlje koja je jednaka sideralnoj brzini.

Jednačine se definišu za određeni koordinatni sistem koji se uzima kao referentni, odnosno koordinatni sistem u kome će se rešavati zadatak navigacije. Jednačine kretanja u ovom slučaju imaju oblik,

$$\frac{d\mathbf{V}_m}{dt} = -(\mathbf{2}\boldsymbol{\omega}_e + \boldsymbol{\omega}_{me}) \times \mathbf{V}_m + \mathbf{f} + \mathbf{g}', \quad (2.7)$$

$$\frac{d\mathbf{R}_m}{dt} = -\boldsymbol{\omega}_{me} \times \mathbf{R} + \mathbf{V}_m, \quad (2.8)$$

gde su: $\boldsymbol{\omega}_{me}$ - vektor uglovne brzine rotacije referentnog sistema navigacije M (x_m, y_m, z_m) u odnosu na Zemlju, pri čemu se \mathbf{V} i \mathbf{R} takođe izračunavaju u koordinatnom sistemu M . Jednačine (2.7) i (2.8) uz naglašeni problem određivanja orijentacije objekta u odnosu na inercijalni prostor i u odnosu na izabrani referentni koordinatni sistem, čine osnovu algoritma za "strapdown" sisteme inercijalne navigacije.

Pri izvođenju algoritma za "strapdown" sistem inercijalne navigacije (SDINS), može se početi od jednačina datih izrazima (2.1), (2.2) koje u vezanom koordinatnom sistemu mogu da se napišu u obliku,

$$\frac{d\mathbf{V}_B}{dt} = -\boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{V}_B + \mathbf{f} + \mathbf{g}, \quad (2.9)$$

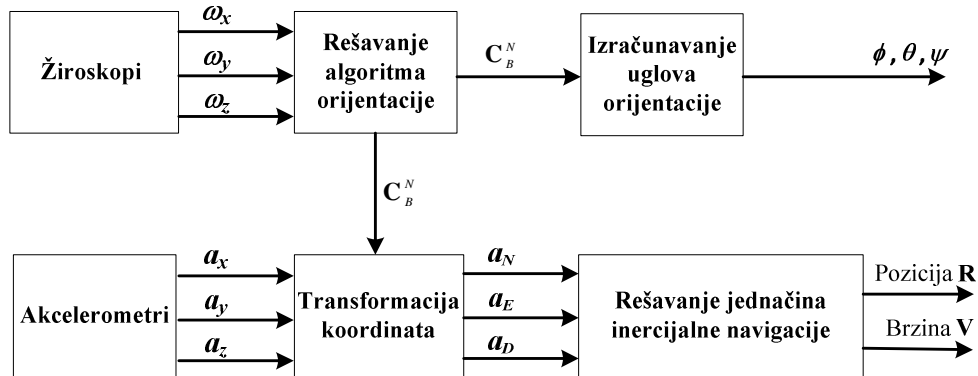
$$\frac{d\mathbf{R}_B}{dt} = -\boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{R}_B + \mathbf{V}_B. \quad (2.10)$$

Za rešavanje prethodnih jednačina potrebno je zadati \mathbf{g} koje se menja u funkciji \mathbf{R} , uvesti u navigacioni računar informaciju o vektorima \mathbf{f} i $\boldsymbol{\omega}$ i početne uslove za \mathbf{V} i \mathbf{R} ($\mathbf{V}_0, \mathbf{R}_0$). U vezanom koordinatnom sistemu vektori \mathbf{R} (\mathbf{R}_B) i \mathbf{V} (\mathbf{V}_B) mogu se napisati u matricnom obliku:

$$\mathbf{R}_B = [R_x \quad R_y \quad R_z]^T, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{V}_B = [V_x \quad V_y \quad V_z]^T. \quad (2.12)$$

U opštem slučaju, blok dijagram rada "strapdown" sistema inercijalne navigacije može se predstaviti kao na Sl.2.1. Određivanje navigacionih parametara \mathbf{R} (pozicija) i \mathbf{V} (brzina) u izabranom koordinatnom sistemu i orijentacije objekta u odnosu na njega, ostvaruje se na osnovu informacija prikupljenih pomoću akcelerometara i žiroskopa koji su čvrsto vezani za telo objekta. Pored informacije o ubrzanju, $\mathbf{a} = [a_x \quad a_y \quad a_z]$, dobijene od akcelerometara koji su postavljeni u pravcu osa vezanog koordinatnog sistema, i informacije o uglovnoj brzini rotacije osa vezanog koordinatnog sistema, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]$, takođe je potrebna informacija o modelu Zemlje koji se koristi u navigacionom sistemu, a na osnovu koga se određuje relativna brzina i položaj objekta. Za određivanje projekcije ubrzanja na ose referentnog navigacionog sistema N , Sl. 2.1, potrebno je odrediti matricu transformacije \mathbf{C}_B^N , koja se koristi za transformaciju koordinata iz vezanog sistema B u referentni koordinatni sistem N . Matrica transformacije \mathbf{C}_B^N , dobija se rešavanjem algoritma orijentacije.



Sl. 2.1 Blok dijagram "strapdown" sistema inercijalne navigacije.

2.1.1. Određivanje uglova orijentacije korišćenjem kvaterniona

Za definisanje matrica transformacije između dva koordinatna sistema potrebno je pratiti rotacije sve tri ose koordinatnog sistema. Umesto toga moguće je pratiti rotaciju koordinatnog sistema oko jedne ose koja se prostire pravcem izabranog vektora Φ čiji intenzitet je jednak uglu rotacije. Metod pomoću kojeg se mogu opisati rotacije koordinatnog sistema oko jedne ose zasniva se na primeni kvaterniona, [1].

Vektor rotacije koordinatnog sistema definisan je sledećom jednačinom:

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega + \frac{1}{|\Phi|^2} \left(1 - \frac{|\Phi| \sin|\Phi|}{2(1 - \cos|\Phi|)}\right) \Phi \times (\Phi \times \omega), \quad (2.13)$$

gde je ω ugaona brzina rotacije posmatranog koordinatnog sistema. Za male uglove rotacije prethodna jednačina može se napisati kao:

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega. \quad (2.14)$$

Za transformaciju uglova rotacije primenjen je Hamilton-ov kvaternion koji je definisan kao:

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k}, \quad (2.15)$$

gde su \mathbf{i} , \mathbf{j} i \mathbf{k} ortovi koji definišu vektorski prostor kvaterniona, pri čemu q_1 , q_2 i q_3 definišu vektor u prostoru a q_0 je intenzitet rotacije vektora.

Diferenciranjem kvaterniona dobija se sistem od četiri linearne diferencijalne jednačine koje treba rešavati u računaru "strapdown" INS. Ako sa ω označimo komponente ugaone brzine rotacije vezanog koordinatnog sistema u odnosu na inercijalni prostor, onda je Poisson-ova jednačina koja predstavlja rotaciju vezanog koordinatnog sistema u odnosu na navigacijski koordinatni sistem, pomoću kvaterniona data kao:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \cdot \omega. \quad (2.16)$$

U računaru “strapdown” INS, moguće je dobiti rešenje jednačine (2.16), ako se u njega uvedu početni podaci i informacija o komponentama ugaonih brzina vezanog koordinatnog sistema. Rekurentno rešenje prethodne jednačine može se napisati kao:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \frac{1}{2} \mathbf{q}_k \cdot \boldsymbol{\omega} T = \mathbf{q}_k \Delta \mathbf{q}, \quad (2.17)$$

gde T- period odabiranja, $\Delta \mathbf{q}$ - kvaternion male rotacije (*updating quaternion*). Transformacija iz jednog u drugi koordinatni sistem može se napisati kao:

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{C}_N^B \mathbf{R}_B. \quad (2.18)$$

Koristeći vrednosti parametara q_0 , q_1 , q_2 i q_3 , koji su dobijeni rešenjem (2.16), može se odrediti matrica transformacije, [65]:

$$\mathbf{C}_N^B = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Ukoliko su date uglovne brzine rotacije koordinata vezanog koordinatnog sistema u odnosu na inercijalni prostor, tada se sistem diferencijalnih jednačina dat pomoću (2.16), može napisati u sledećem obliku:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Ako su parametri kvaterniona q_0 , q_1 , q_2 i q_3 , poznati, onda je na osnovu njih moguće odrediti Euler-ove uglove, kao

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{2(q_2q_3 + q_0q_1)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \\ \sin \theta &= -2(q_1q_3 - q_1q_2) \\ \tan \psi &= \frac{2(q_0q_3 - q_1q_2)}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Takođe je moguće izračunati parametre kvaterniona preko Euler-ovih uglova, koristeći sledeće jednačine, [1]:

$$\begin{aligned}
q_0 &= \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \\
q_1 &= \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \\
q_2 &= \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} + \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \\
q_3 &= \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Prednosti izračunavanja matrice transformacije pomoću kvaterniona su što je izračunavanje brzo i što je definisano za sve vrednosti q_i , što nije slučaj sa Euler-ovim uglovima, kod kojih postoji mogućnost pojave singulariteta na graničnim vrednostima uglova orijentacije, [5]. Nedostaci korišćenja kvaterniona su što parametri nemaju jednostavno geometrijsko značenje, pa se iz tog razloga istovremeno moraju računati Euler-ovi uglovi za zadavanje početne orijentacije objekta.

2.1.2. Navigacione jednačine

Izračunavanja koja se vrše u algoritmu navigacije imaju za cilj određivanje brzine i pozicije objekta na kojem se "strapdown" navigacijski sistem nalazi. Jednačine brzine i pozicije, u navigacijskom koordinatnom sistemu, za koji je pretpostavljeno da je lokalni NED koordinatni sistem, mogu se izraziti u formi integrala kao [2],

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}^N &= \int_0^t \mathbf{f}^N dt - \int_0^t (2\boldsymbol{\omega}_{IE}^N + \boldsymbol{\omega}_{EN}^N) \times \mathbf{V}^N dt + \int_0^t \mathbf{g}^N dt, \\
\mathbf{R}^N &= \int_0^t \mathbf{V}^N dt.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Vektori u jednačini (2.23) su:

$\mathbf{V}^N = [V_N \ V_E \ V_D]^T$ - vektor brzine u lokalnom NED koordinatnom sistemu,

$\mathbf{R}^N = [R_N \ R_E \ R_D]^T$ - vektor pozicije u lokalnom NED koordinatnom sistemu,

$\mathbf{f}^N = [f_N \ f_E \ f_D]^T$ - vektor specifične sile (prividnog ubrzanja),

$\boldsymbol{\omega}_{IE}^N = [\omega_e \cos \varphi \ 0 \ -\omega_e \sin \varphi]^T$ - projekcija ugaone brzine rotacije Zemlje na ose NED koordinatnog sistema,

$\omega_e = 7.292115 \times 10^{-5}$ rad/s - ugaona brzina rotacije Zemlje u odnosu na inercijalni prostor,

$\boldsymbol{\omega}_{EN}^N = \begin{bmatrix} \frac{V_E}{r_P + h} & \frac{-V_N}{r_M + h} & \frac{V_E \tan \varphi}{r_P + h} \end{bmatrix}^T$ - vektor rotacije navigacijskog koordinatnog sistema u odnosu na Zemlju,

λ, φ, h - koordinate u WGS-84 koordinatnom sistemu (geografska dužina, geografska širina i visina).

Veličine r_M, r_P - predstavljaju poluose Zemlje duž meridijana i paralela i mogu se predstaviti kao [2]:

$$r_M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}, \quad r_P = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (2.24)$$

gde je a – Zemljina duža poluosa koja iznosi 6378137m, e^2 – kvadrat Zemljinog ekscentriteta koji iznosi 0.00669438, u WGS-84 koordinantnom sistemu.

Na osnovu napred navedenih izraza izvedene su navigacione jednačine pozicije (jednačine za izračunavanje geografske dužine, geografske širine i visine u WGS-84 koordinantnom sistemu) i brzine, kao u [2]:

$$\dot{\lambda} = \frac{V_E}{(r_P + h) \cos \varphi}, \quad \dot{\varphi} = \frac{V_N}{r_M + h}, \quad \dot{h} = -V_D, \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_N &= f_N - 2\omega_e V_E \sin \varphi + \frac{V_N V_D - V_E^2 \tan \varphi}{R_0 + h} + \xi g, \\ \dot{V}_E &= f_E + 2\omega_e (V_N \sin \varphi + V_D \cos \varphi) + \frac{V_E}{R_0 + h} (V_D + V_N \tan \varphi) - \eta g, \\ \dot{V}_D &= f_D - V_E 2\omega_e \cos \varphi - \frac{V_E^2 + V_N^2}{R_0 + h} + g, \end{aligned} \quad (2.26)$$

gde ξ i η predstavljaju uglove otklona vektora gravitacionog polja u odnosu na lokalnu verikalu NED koordinantnog sistema.

Vrednost vektora gravitacije izračunava se korišćenjem modela vektora gravitacije i ukoliko su poznate vrednosti geografske širine i visine,

$$g_\varphi(h) = \frac{\mu}{R_\varphi^2} \left[1 - \frac{3}{4} J_2 (1 - 3 \cos 2\varphi) \right] - R_\varphi \omega_{ie}^2 \cos \varphi \cos \varphi_c, \quad (2.27)$$

gde su:

$$R_\varphi = R_0 + h, \quad R_0 = a(1 - f \sin^2 \varphi), \quad \varphi_c = \varphi - f \left(1 - \frac{h}{R_0} \right) \sin 2\varphi, \quad (2.28)$$

U izrazu (2.27), μ predstavlja proizvod gravitacione konstante, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ [m³/kg⁻¹sec⁻²] i mase Zemlje, $Me = 5.98 \times 10^{24}$ [kg], odakle je $\mu = G \cdot Me = 3.986004418 \times 10^{14}$ [m³sec⁻²]. $J_2 = 1.081874 \times 10^{-24}$ je faktor dinamičkog oblika Zemlje, $a = 6,378.137$ [km] je Zemljina duža poluosa a $f = 0.00335281068$ predstavlja Zemljino zaravnjenje.

2.2. Analiza grešaka u sistemima inercijalne navigacije

Savremene tehnike linearne estimacije zahtevaju adekvatan dinamički model sistema čija se stanja procenjuju. Pored poznavanja dinamike sistema potrebno je definisati i odgovarajući model šuma sistema, kako bi diferencijalne jednačine pomoću kojih se dati model sistema opisuje, bile potpune. Model šuma sistema može se opisati na osnovu poznavanja izvora grešaka koje postoje u sistemu inercijalne navigacije i na osnovu poznavanja njihove statistike. Većina izvora grešaka su slučajne veličine, te stoga greške INS mogu biti opisane kao stohastički procesi. Stohastički procesi su slučajni procesi, čije su promenljive u funkciji vremena. Većina ovih procesa mogu da se opišu pomoću diferencijalnih jednačina, u kojima se koristi funkcija belog šuma. Greške u sistemima inercijalne navigacije, zavisno od izvora greške mogu se podeliti na [64]:

- Greške nastale kao posledica nesavršenosti inercijalnih senzora.
- Greške kao posledica početne nepodešenosti.
- Greške kao posledica grešaka u procesu izračunavanja u navigacionom računaru.
- Greške kao posledica uticaja okoline (uticaj vetra, temperature, vibracije tela objekta, faze kretanja (leta) objekta i sl.).

2.2.1. Greške inercijalnih senzora

Značajan izvor grešaka koji utiču na tačnost navigacijskog rešenja u sistemima inercijalne navigacije su greške inercijalnih senzora. Model grešaka za bilo koji senzor, sa izvesnim ograničenjima, zavisi od konstrukcije senzora. U osnovi model grešaka treba da opiše prisustvo nekoliko efekata kao što su: neortogonalnost ulaznih (osetljivih) osa inercijalnih senzora u sastavu senzorske trijade, prisustvo spoljašnjih uticaja (temperatura, vazdušni pritisak, magnetno polje, zvučne vibracije, itd.), nelinearnost ulazno/izlazne karakteristike (starenje senzora, saturacija, efekat histerezisa ili mrtve zone), primena kvantovanja u postupku diskretizacije i greške numeričke predstave kontinualnog signala, stohastičke greške itd. Bez obzira što većina grešaka inercijalnih senzora može biti procenjena i kompenzovana u postupku kalibracije senzora u laboratoriji, reziduali grešaka, kao što su greške stohastičke prirode, moraju biti kompenzovane u toku navigacionih izračunavanja [66].

Oduvek je bilo potrebno napraviti kompromis između potrebne tačnosti i kompleksnosti modela grešaka. Analizom uslova u kojima će navigacijski sistem raditi, analizom zahteva za potrebnom tačnošću i izborom inercijalnih senzora, može se doći do pravilne strategije za ocenu grešaka senzora. Sve greške senzora diskutovane u ovom poglavlju su relativno male vrednosti. Većina grešaka inercijalnih senzora biće kompenzovana u prethodnim procedurama, a one koje su nekompenzovane, predstavljaju potencijalne kandidate za procenu koja se realizuje korišćenjem Kalmanovog filtra. U ovom poglavlju biće definisan uopšten model grešaka inercijalnih senzora, akcelorometara i žiroskopa. Model grešaka je dat u vezanom koordinatnom sistemu, pod pretpostavkom da je koordinatni sistem IMU poklopljen sa vezanim koordinatnim sistemom i da je postavljen u centar mase objekta.

Greške akcelerometarske trijade

Model grešaka akcelerometarske trijade može se napisati u obliku [64]:

$$\mathbf{f}^B = (\mathbf{aSCF}^T \cdot \mathbf{I} + \delta\mathbf{aSCF} + \delta\mathbf{aMA}) \cdot \mathbf{f}_{in}^B + \delta\mathbf{b}_{acc} + \delta\mathbf{nI}_{acc} + \mathbf{v}_{acc}, \quad (2.29)$$

gde su:

\mathbf{f}_{in}^B - vektor specifične sile na ulazu akcelerometra,

\mathbf{aSCF}^T - faktor skaliranja (greška koja nastaje kao posledica nekompenzovane vrednosti odstupanja od uključenja do uključenja, zavisna funkcija odstupanja faktora skaliranja i greška faktora skaliranja kao posledica izmene temperature),

$\delta\mathbf{aMA}$ - neortogonalnost osa akcelerometarske trijade,

$\delta\mathbf{b}_{acc}$ - predstavlja sumu svih odstupanja izlaza senzora od tačne vrednosti izuzev belog šuma i grešaka nelinearnosti (ovi reziduali "bias"-a su reda 25 μg),

$\delta\mathbf{nI}_{acc}$ - greške nelinearnosti akcelerometara,

\mathbf{v}_{acc} - predstavlja šum elektronike i sve ostale nemodelovane stohastičke procese, koji zajedno, u skladu sa centralnom statističkom teoremom, imaju osobine aditivnog belog Gausovog šuma sa nultom srednjom vrednošću.

Greške žiroskopske trijade

Model grešaka žiroskopske trijade može se napisati u obliku [64]:

$$\boldsymbol{\omega}^s = (\mathbf{gSCF}^T \cdot \mathbf{I} + \delta\mathbf{gSCF} + \delta\mathbf{gMA}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{in}^s + \delta\mathbf{b}_{gsc} + \delta\mathbf{nI}_{gsc} + \delta\mathbf{gk}_{gsc} + \mathbf{v}_{gsc}, \quad (2.30)$$

gde su:

$\boldsymbol{\omega}_{in}^s$ - vektor uglovne brzine na ulazu žiroskopa,

\mathbf{gSCF}^T - faktor skaliranja (greška koja nastaje kao posledica nekompenzovane vrednosti odstupanja od uključenja do uključenja, zavisna funkcija odstupanja faktora skaliranja i greška faktora skaliranja kao posledica izmene temperature),

$\delta\mathbf{gMA}$ - neortogonalnost osa žiroskopske trijade,

$\delta\mathbf{b}_{gsc}$ - predstavlja sumu svih odstupanja izlaza senzora od tačne vrednosti izuzev belog šuma i grešaka nelinearnosti,

$\delta\mathbf{nI}_{gsc}$ - greške nelinearnosti žiroskopa,

\mathbf{v}_{gsc} - predstavlja šum elektronike i sve ostale nemodelovane stohastičke procese, koji zajedno, u skladu sa centralnom statističkom teoremom, imaju osobine aditivnog belog Gausovog šuma sa nultom srednjom vrednošću.

2.2.2. Greške INS kao posledica početne nepodešenosti

U greške nastale kao posledica početne nepodešenosti ubrajaju se sledeće greške [64]:

- Greška početne vrednosti pozicije objekta u prostoru.
- Greška početne vrednosti brzine objekta.
- Greška početnog nagiba platforme.
- Početna vrednost azimutalne greške.
- Greška kalibracije inercijalnih senzora.

Greška početnog nagiba platforme i početna vrednost azimutalne greške u "strapdown" sistemima inercijalne navigacije predstavljaju greške određivanja početnih parametara orijentacije.

2.2.3. Greške INS nastale u procesu izračunavanja

Greške koje nastaju u procesu obrade podataka u računaru INS, mogu se svrstati u greške zaokruživanja, skraćivanja i greške pretvaranja jednog tipa podataka u drugi tip podataka. Primenjeni algoritmi izračunavanja u računaru INS treba da obezbede potrebnu brzinu i tačnost. Primena DDA tehnike (*Digital Differential Analyzer*) [66] u značajnoj meri povećava brzinu izračunavanja, ali istovremeno povećava grešku zaokruživanja. Posle broja K aktivnih iteracija sa DDA, reč dužine N bita stvara kumulativni efekat greške zaokruživanja koji utiče na veličinu greške uglovne orijentacije, proporcionalno sa $2^{-N} \sqrt{K}$ radijana. U DDA greška zaokruživanja je manja u odnosu na grešku nastalu u procesu pretvaranja podataka, koja nastaje kao posledica procesa kvantizacije. Postupak kvantizacije vrši se pre otpočinjanja procesa izračunavanja i greška nastala u ovom procesu predstavlja značajan drift. Ova greška može da se okarakteriše kao moguće uglovno odstupanje DDA algoritma ili kao spektar signala koji ima konačno trajanje, a koji je uzorkovan sa konačnom brzinom uzorkovanja, u sistemu koji koristi numeričku integraciju. Efekat kvantizacije može takođe da se okarakteriše kao greška uzorkovanja (*timing error*) koja je direktno proporcionalna rezoluciji, a inverzno proporcionalna ugaonoj brzini.

2.3. Modeli grešaka INS

Analiza grešaka u inercijalnim navigacijskim sistemima pokazuje da je posledica tih grešaka nepreciznost određivanja pozicije, brzine i uglova orijentacije INS. Kako su greške promenljive u toku vremena, najčešće se opisuju setom diferencijalnih jednačina kojima se modeluju određene komponente grešaka, [68].

U ovoj tački poglavlja biće dat opis modela grešaka "strapdown" INS, za lokalni NED koordinatni sistem, koji je usvojen kao referentni. Potpuni model grešaka za trodimenzionalni navigacijski sistem, može se predstaviti kroz dve grupe grešaka: greške uglovne orijentacije objekta (*Attitude error*) i greške brzine i pozicije (*Velocity and position errors*).

Greške uglovne orijentacije INS

Uglovna orijentacija objekta u INS, u odnosu na navigacijski referentni koordinatni sistem definisana je elementima matrice C_N^B . Veza između procenjene vrednosti matrice \hat{C}_N^B i njene tačne vrednosti C_N^B , data je izrazom, [71],

$$\hat{C}_N^B = \mathbf{B}C_N^B, \quad (2.31)$$

gde je \mathbf{B} – matrica koja predstavlja transformaciju između koordinatnih osa referentnog koordinatnog sistema, i procenjene orijentacije tih istih koordinatnih osa, ili kako se još može definisati, matrica \mathbf{B} predstavlja nepoklopljenost koordinatnih osa referentnog koordinatnog sistema i koordinatnih osa "proračunske"(matematičke) platforme, formirane u navigacionom računaru. S obzirom da su uglovi odstupanja "proračunske" platforme i referentnog koordinatnog sistema mali, to je matricu \mathbf{B} moguće napisati kao kososimetričnu matricu,

$$\mathbf{B} = [\mathbf{I} - \boldsymbol{\Psi}], \quad (2.32)$$

gde je \mathbf{I} – jedinična matrica dimenzije 3×3 , a $\boldsymbol{\Psi}$ - kososimetrična matrica data kao,

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} 0 & -\Phi_D & \Phi_E \\ \Phi_D & 0 & -\Phi_N \\ -\Phi_E & \Phi_N & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

Elementi matrice $\boldsymbol{\Psi}$ predstavljaju greške uglova orijentacije, i to: Φ_N , Φ_E , - greške uglova orijentacije u odnosu na vertikalnu, greške nagiba "proračunske" platforme u horizontalnoj ravni, Φ_D - greška u ravni skretanja ili azimuta. Na osnovu matrice $\boldsymbol{\Psi}$ sledi da je matrica \mathbf{B} :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & \Phi_D & -\Phi_E \\ -\Phi_D & 1 & \Phi_N \\ \Phi_E & -\Phi_N & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

Greške uglovne orijentacije, detaljno su obrađene u [2].

Jednokanalni model grešaka brzine i pozicije INS

Za "strapdown" INS koji se nalazi na objektu i kreće se konstantnom brzinom i na konstantnoj visini iznad Zemlje, model grešaka severnog kanala može biti opisan skupom spregnutih diferencijalnih jednačina, shodno modelu grešaka SDINS kao u [71]:

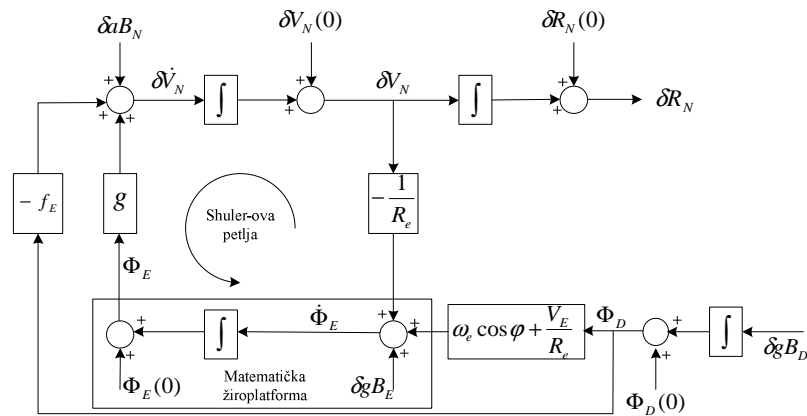
$$\begin{aligned}
\delta \dot{R}_N &= \delta V_N, \\
\delta \dot{V}_N &= g \Phi_E - f_E \Phi_D + \delta \alpha B_N, \\
\dot{\Phi}_E &= \left(\omega_e \cos \varphi + \frac{V_E}{R_e} \right) \Phi_D - \frac{\delta V_N}{R_e} - \delta g B_E, \\
\dot{\Phi}_D &= -\delta g B_D, \\
\delta g \dot{B}_E &= 0 \quad \delta g \dot{B}_D = 0 \quad \delta \alpha \dot{B}_N = 0
\end{aligned} \tag{2.35}$$

gde su: $\delta g B_E$ i $\delta g B_D$ - projekcije "biasa" žiroskopa u pravcu istočne i vertikalne ose, respektivno, i modelovani su kao slučajne konstante. $\delta \alpha B_N$ - projekcije "biasa" akcelometara u pravcu severne ose, modelovan kao slučajna konstanta. Iz prikazanog sistema diferencijalnih jednačina, mogu se izdvojiti dve komponente grešaka. Prva komponenta predstavlja Sculer-ovu komponentu greške koja je nezavisna od parametara kretanja objekta, jednačina (2.36), i drugu koja se naziva nestacionarnom komponentom, jednačina (2.37), i direktno je pod uticajem ubrzanja objekta.

$$\begin{aligned}
\delta \dot{V}_N^{sh} &= g \Phi_E^{sh} + \delta \alpha B_N, \\
\dot{\Phi}_E^{sh} &= -\frac{\delta V_N^{sh}}{R_e} + \left(\omega_e \cos \varphi + \frac{V_E}{R_e} \right) \Phi_D + \delta g B_E,
\end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned}
\delta \dot{V}_N^{nst} &= g \Phi_E^{nst} - f_E \Phi_D, \\
\dot{\Phi}_E^{nst} &= -\frac{\delta V_N^{nst}}{R_e}.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

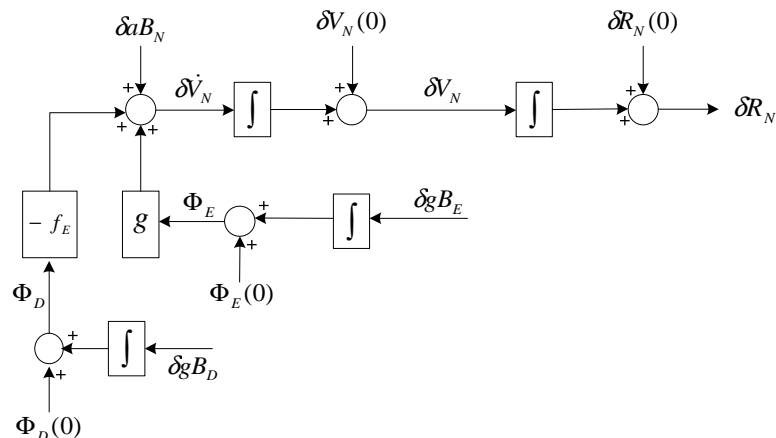
Prisustvo nestacionarne komponente i Schuler-ove komponente greške, predstavljeno je na Sl.2.3.



Sl. 2.3 Blok dijagram za severni kanal INS za srednje vreme trajanja navigacije.

Blok dijagram koji je predstavljen na Sl.2.3, ima jasan fizički smisao. Zbog postojanja grešaka inercijalnih senzora, analitička slika žiroplatforme u SDINS (matematička platforma), odstupa od tačne orijentacije lokalnog NED koordinatnog sistema za ugao Φ_E . Projekcija vektora gravitacije, $g\Phi_E$, zajedno sa greškom odstupanja izlaza akcelerometara δa_{B_N} , posle prvog integratora stvara grešku određivanja brzine severnog kanala. Prisutna greška brzine svernog kanala, ponovo učestvuje u formiranju veličine odstupanja orijentacije matematičke platforme u odnosu na orijentaciju lokalnog NED koordinatnog sistema, Φ_E . Prisustvo ove povratne sprege na Sl.2.3, označeno je kao Schuler-ova petlja. Greška orijentacije Φ_E , osciluje sa Schuler-ovom frekvencijom, ω_s . Oscilacije imaju konstantnu amplitudu i ne rastu sa vremenom, pošto je ostvarena povratna sprega na prvi integrator. Posle druge integracije dobija se greška određivanja pozicije u severnom kanalu, δR_N . Za razliku od greške brzine, greška pozicije nema povratnu spregu, pa greška pozicije raste u vremenu. Greške u SDINS koje su pod uticajem Schuler-ove petlje, ne zavise od parametara kretanja objekta. Dodatni uticaj greške postavljanja navigacijskog sistema po azimutu, koji se može uočiti na Sl.2.3, predstavljen je u članu $-f_E\Phi_D$ jednačine (2.37).

U slučaju kada je vreme trajanja navigacije kratko (reda nekoliko minuta), što predstavlja samo mali deo vremena Schuler-ovog perioda, moguće je izvršiti redukovanje blok dijagrama datog na Sl. 2.3, pošto je uticaj Schuler-ove petlje jako mali. Na Sl.2.4, predstavljen je uticaj nestacionarne komponente greške.



Sl. 2.4 Pojednostavljen blok dijagram severnog kanala INS – za kratko vreme trajanja navigacije.

Propagacija grešaka u SDINS

Na osnovu analize diferencijalnih jednačina (2.35), koje opisuju jednokanalni model grešaka severnog kanala, dinamika izmene greške pozicije koja je uslovljena prisustvom različitih izvora grešaka, dobija se formiranjem matrice prelaza [2], $\Phi(t) = e^{Ft}$. Tabela prikaz izmene greške pozicije u vremenu dat je u Tab. 2.1. Pomoću izraza koji su dati u Tab. 2.1 može se vršiti procena performansi INS koji treba da se realizuje u okviru date aplikacije.

Tab. 2.1 Izmena greške pozicije u vremenu.

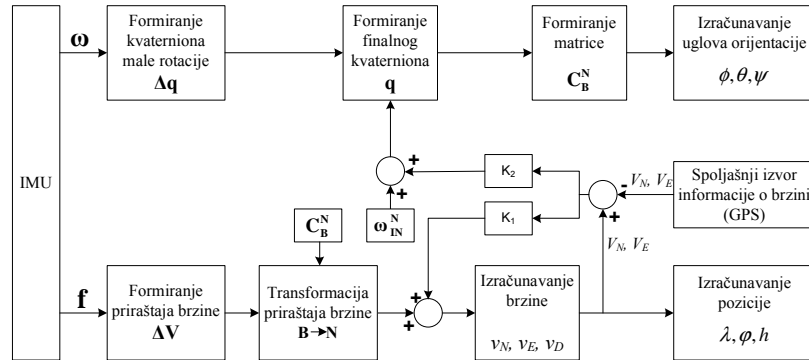
Greška pozicije	Greška pozicije	
	za srednje vreme navigacije	za kratko vreme navigacije
Greška horizontiranja fizičke platforme ($\Phi_E(0)$)	$R_e(1 - \cos \omega_s t)\Phi_E(0)$	$g\Phi_E(0)\frac{t^2}{2}$
Greška početnog postavljanja navigacijskog sistema po azimutu ($\Phi_D(0)$)	$R_e\dot{\Lambda}\cos\varphi\left(t - \frac{\sin\omega_s t}{\omega_s}\right)\Phi_D(0)$	$\dot{\Lambda}\cos\varphi(g\Phi_D(0)\frac{t^3}{6})$
Greška početne vrednosti brzine ($\delta V_N(0)$)	$\frac{\sin\omega_s t}{\omega_s}\delta V_N(0)$	$\delta V_N(0)t$
Greška početne vrednosti pozicije ($\delta R_N(0)$)	$\delta R_N(0)t$	$\delta R_N(0)t$
"Bias" žiroskopa ($\delta g B_E$)	$R_e\left(t - \frac{\sin\omega_s t}{\omega_s}\right)\delta g B_E$	$g\delta g B_E\frac{t^3}{6}$
"Bias" žiroskopa ($\delta g B_D$)	$-R_e\dot{\Lambda}\cos\varphi\left[\frac{t^2}{2} - \frac{1 - \cos\omega_s t}{\omega_s^2}\right]\delta g B_D$	$\dot{\Lambda}\cos\varphi(\delta g B_D\frac{t^4}{4})$
"Bias" akcelerometra ($\delta a B_N$)	$\left(\frac{1 - \cos\omega_s t}{\omega_s^2}\right)\delta a B_N$	$\delta a B_N\frac{t^2}{2}$
$\dot{\Lambda} = \omega_e + \frac{V_E}{R_e}(\cos\varphi)$		

Na Sl. 2.5 data je propagacija grešaka pozicije, uslovljena različitim izvorima grešaka. Zbog postojanja horizontalne komponente "bias"-a žiroskopa, $\delta g B_E$, greška pozicije u pravcu Severa, δR_N , menja se kao rastući signal, (na signal rampe superponirane su Schuler-ove oscilacije), Sl. 2.5. Ukoliko je rezidual "bias"-a žiroskopa $0.001^\circ/\text{h}$, greška pozicije će rasti brzinom 0.6 Nm/h . Ovo odgovara srednjoj vrednosti greške brzine 0.3 m/s [64].

Greška pozicije nastala kao posledica "bias"-a azimutalnog žiroskopa, $\delta g B_D$, ima kvadratni član na koji su dodate Schuler-ove oscilacije, Tab. 2.1. Amplituda Schuler-ovih oscilacija daleko je manja od uticaja kvadratnog člana, tako da je na grafiku, Sl. 2.5 (2), predstavljen samo uticaj kvadratnog člana.

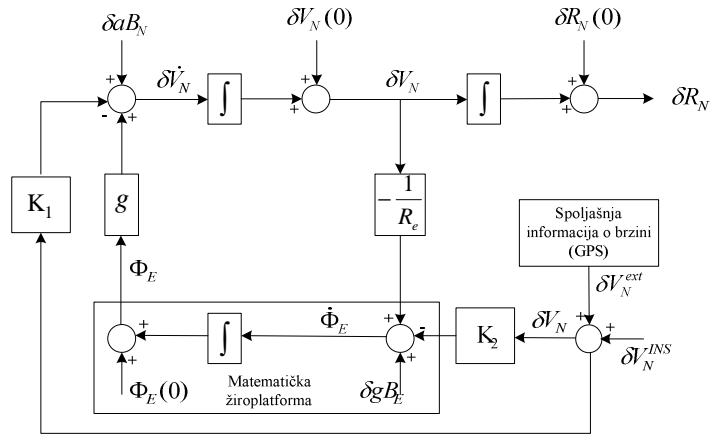
Uticaj "bias"-a akcelerometra, $\delta a B_N$, ograničen je na pojavu Schuler-ovih oscilacija, kao posledica prisustva Schuler-ove petlje. U slučaju "bias"-a akcelerometra od 0.1 mili-g (odgovarajuća vrednost greške početnog nagiba platforme je 0.1 mrad), vršne vrednosti greške pozicije i greške brzine su, 0.7 Nm i 0.8 m/s , respektivno [2, 64], Sl. 2.5 (3). Na sličan način, kao što se ispoljava uticaj "bias"-a akcelerometra, manifestuje se i prisustvo greške horizontiranja fizičke platforme, $\Phi_E(0)$.

Greška određivanja pozicije u pravcu Severa, zbog postojanja greške početne vrednosti brzine u pravcu Severa, $\delta V_N(0)$, ograničena je samo prisustvom Schuler-ovih oscilacija, Sl. 2.5 (4).



Sl. 2.6 Algoritam SDINS sa prigušenjem greška horizontalnog kanala.

Pojednostavljeni blok dijagram greška za jednokanalni model SDINS, sa uvođenjem prigušenja greška dat je na Sl. 2.7.



Sl. 2.7 Pojednostavljeni blok dijagram greška severnog kanala INS sa prigušenjem greška.

Na osnovu blok dijagrama sa Sl. 2.7, jednokanalni model greška SDINS se može napisati kao,

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_N &= g \Phi_E - K_1 \delta V_N + \delta a_{B_N}, \\ \dot{\Phi}_E &= -\frac{\delta V_N}{R_e} - K_2 \delta V_N + \delta g_{B_E}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

gde su: K_1, K_2 - koeficijenti, R_e - poluprečnik Zemlje, δa_{B_N} - "bias" akcelometara, δg_{B_E} - drift žiroskopa. Nalaženjem izvoda prve jednačine izraza (2.38) i zamenom druge jednačine u prvu, dobija se:

$$\delta \ddot{V}_N + K_1 \delta \dot{V}_N + (\omega_s^2 + K_2 g) \delta V_N = g \cdot \delta g_{B_E} + \delta \dot{a}_{B_N}. \quad (2.39)$$

Leva strana jednačine (2.39) opisuje oscilator drugog reda. Greške brzine u horizontalnom kanalu prigušuju se u vremenu. Po analogiji su uključeni i kontrolni signali u drugom horizontalnom (Istočnom) kanalu.

Optimalan izbor koeficijenata K_1 , K_2 bazira na kompromisu između veličine statičke greške i širine propusnog opsega sistema. Izbor velikih vrednosti K_1 , K_2 obezbeđuje malu statičku grešku, ali u ovom slučaju sistem će imati širok propusni opseg, što će omogućiti prolazak visoko-frekvencijskih komponenta šuma (slučajan šum drifta žiroskopa), [71].

Prigušenje grešaka vertikalnog kanala

Na osnovu opšte navigacione jednačine, date u lokalnom NED koordinatnom sistemu jednačina koja opisuje ponašanje vertikalnog kanala SDINS, može se napisati kao,

$$\dot{V}_D = f_D - \left[\left(2\omega_e \cos\varphi + \frac{V_E}{r_p + h} \right) V_E - \left(-\frac{V_N}{r_M + h} \right) V_N \right] + g_\varphi(h), \quad (2.40)$$

gde su: $\dot{V}_D = \frac{dV_D}{dt}$ - izmena vertikalne komponente brzine u vremenu, V_N , V_E - komponente brzine u pravcu Severa i Istoka, respektivno, f_D - specifična sila duž D-ose lokalnog NED koordinatnog sistema, veličine r_p , r_M - predstavljaju poluprečnike duž paralele i duž meridijana, φ , h - geografska širina i visina, $g_\varphi(h)$ - intenzitet gravitacionog ubrzanja. Jednačina (2.40), može se napisati u obliku,

$$\dot{V}_D = f_D - \Delta f_D^c + g_\varphi(h), \quad (2.41)$$

gde je sa Δf_D^c označen član u srednjoj zagradi izraza (2.40) i predstavlja Schuler-ove komponente greške. Varijacijom članova jednačine (2.41), dobija se model grešaka vertikalnog kanala,

$$\delta \dot{V}_D = \delta f_D - \delta \Delta f_D^c + \delta g_\varphi(h). \quad (2.41)$$

Zanemarivanjem greške $\delta \Delta f_D^c$, zbog njene male vrednosti u odnosu na ostale članove greške, jednačina (2.41) može se napisati u obliku,

$$\delta \dot{V}_D = \delta f_D + \delta g_\varphi(h). \quad (2.42)$$

Član koji predstavlja gravitaciono ubrzanje, može se napisati u pojednostavljenom obliku kao,

$$\delta g = -2g_0 \frac{R_0^2}{(R_0 + h)^2} \frac{\delta h}{(R_0 + h)} = \frac{-2g \delta h}{(R_0 + h)} = \frac{-2g \delta h}{R} = -2\omega_s^2 \delta h, \quad (2.43)$$

gde su: g_0 - intenzitet vektora gravitacije na ekvatoru, h - visina iznad nivoa mora, R_0 - ekvatorijalni radijus, $\omega_s = \sqrt{\frac{g}{R}}$ - Schuler-ova frekvencija. Zamenom jednačine (2.43) u jednačinu (2.42), model grešaka vertikalnog kanala može se napisati kao,

$$\delta \ddot{h} = \delta \dot{V}_D = \delta f_D - 2\omega_s^2 \delta h. \quad (2.44)$$

Pod pretpostavkom da je greška δf_D prouzrokovana samo prisustvom "bias"-a akcelerometra, to je krajnji izraz za model grešaka vertikalnog kanala,

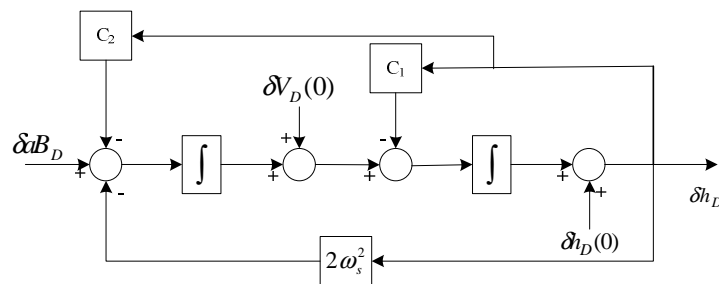
$$\delta \ddot{h} + 2\omega_s^2 \delta h = \delta \alpha B_D. \quad (2.45)$$

U praktičnim primenama obično se za obezbeđenje stabilnosti vertikalnog kanala koristi spoljašnji izvor informacije o visini (baro-visinomer ili GPS). Prigušenje grešaka u vertikalnom kanalu, pri korišćenju spoljašnje informacije o visini može biti opisano na sledeći način:

$$\begin{aligned} \dot{V}_D &= f_D - \Delta f_D^c + g_\varphi(h) + C_2 \delta h, \\ \dot{h} &= -C_1 \delta h - V_D, \end{aligned} \quad (2.46)$$

gde su: $\delta h = h_{ext} - h_{INS}$ - razlika pokazivanja visine spoljašnjeg izvora informacije o visini i SDINS, h - visina koja se izračunava na izlazu SDINS, C_1, C_2 - konstantni koeficijenti.

Na Sl. 2.8, prikazan je blok dijagram koji predstavlja petlju drugog reda za prigušenje grešaka vertikalnog kanala.



Sl. 2.8 Blok dijagram prigušenja grešaka vertikalnog kanala.

U skladu sa Sl. 2.8, model grešaka može se predstaviti kao,

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_D &= \delta \alpha B_D - 2\omega_s^2 \delta h_D + C_2 \delta h, \\ \delta \dot{h} &= -V_D - C_1 \delta h, \end{aligned} \quad (2.47)$$

ili

$$\delta \ddot{h} + C_1 \delta \dot{h} + (C_2 - 2\omega_s^2) \delta h = -\delta \alpha B_D. \quad (2.48)$$

Jednačina (2.48) predstavlja oscilator drugog reda, u kojem se greška visine prigušuje u vremenu. Izbor koeficijenata C_1, C_2 bazira na kompromisu između veličine statičke greške i širine propusnog opsega vertikalnog kanala, [71]. Izbor velikih vrednosti C_1, C_2 obezbeđuje malu statičku grešku. Međutim u ovom slučaju sistem će imati širok propusni opseg što će omogućiti prolazak visoko-frekvencijskih komponenata šuma. Nasuprot tome, za slučaj malih vrednosti C_1, C_2 , statičke greške su velike, ali je propusni opseg sistema uzak čime je obezbeđeno dobro prigušenje šuma, [71].

3. Magnetometri i baro-visinomeri

Mnogi integrisani navigacijski sistemi koriste GPS kao spoljašnji izvor informacija o poziciji i brzini objekta. U INS/GPS integrisanim navigacijskim sistemima određivanje orijentacije objekta vrši se na bazi merenja inercijalnih senzora. U slučaju odsustva GPS informacija, dolazi do akumuliranja grešaka pozicije i brzine. Iz tog razloga u integrisanim navigacijskim sistemima neophodan je još neki spoljašnji izvor informacija kao bi se poboljšala tačnost određivanja navigacijskog rešenja. Kao dodatni izvori informacija naješće se primenjuju magnetometri, baro-visinomeri, odometri, [71]...

3.1. Magnetometri

Magnetometri se najčešće koriste kao referentni senzori za određivanje magnetnog severa i kao takvi služe za poboljšanje određivanja orijentacije objekta. Kod satelitskih sistema magnetometri predstavljaju primarni izvor informacija o određivanju položaja satelita, [72]. S obzirom da je modelovanje dinamike orijentacije objekta pomoću magnetometara izuzetno složeno i da se ne može potpuno precizno modelovati za potrebe filtracije u Kalmanovom filtru, u zemaljskim navigacijskim sistemima se kao primarni izvor informacija o orijentaciji objekta koristi inercijalna merna jedinica dok se magnetometri koriste kao spoljašnji izvor informacija, [73]. Na taj način za potrebe formiranja matrice prelaza stanja u estimatoru integrisanog navigacijskog sistema koristi se model propagacije grešaka INS.

Jedna od bitnih karakteristika magnetnih senzora jeste da ne mere direktno fizičku veličinu od interesa, za razliku od senzora koji direktno mere temperaturu, pritisak itd. Magnetni senzori mere poremećaje ili promene u magnetnom polju a na osnovu čega se može dobiti informacija kao što je pravac, rotacija, ugao ili električni napon, što znači da izlazni signal iz magnetnih senzora zahteva određenu obradu radi dobijanja zahtevanog podatka.

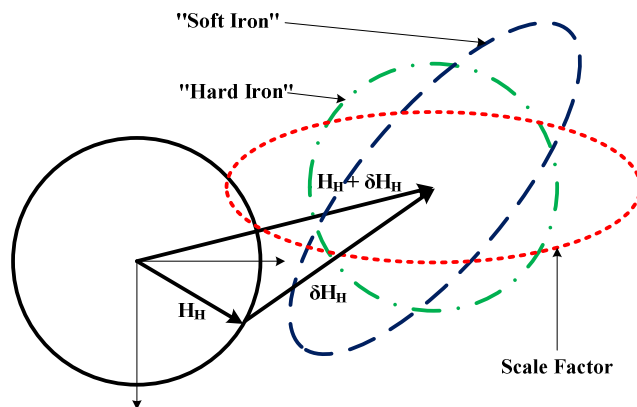
Za merenje magnetnog polja Zemlje, koriste se tri tipa magnetnih senzora i to senzori koji rade na bazi merenja promena magnetnog fluksa, senzori koji rade na bazi merenja magnetne indukcije i magnetno otporni senzori.

3.1.1. Izvori grešaka magnetnih senzora

Preciznost merenja magnetnih senzora uslovljena je određenim izvorima grešaka koje se mogu grupisati kao greške merenja magnetnih senzora, greške koje nastaju zbog devijacije magnetnog polja a koje je prouzrokovano uticajem okoline i greške kao posledica promene samog magnetnog polja, [75]. Iz navedenih grupa mogu se izdvojiti sledeći izvori grešaka:

- Nepreciznost senzora, greška merenja koja je konstanta i važi za konkretni senzor.
- Faktor skaliranja (*Scale Factor*), predstavlja grešku koja je posledica nejednake osetljivosti (preciznosti) merenja magnetometra na pojedinim osama magnetometarske trijade.
- Neortogonalnost, što prestalja razdešenost (neortogonalnost) osa magnetometarske trijade.
- *Hard Iron effect*, greška koja nastaje pod uticajem magnetnog polja stalnih magneta, ili namagnetisanih čvrstih feromagnetnih materijala, koji emituju vremenski konstantno magnetno polje.
- *Soft Iron effect*, greška koja nastaje usled uticaja namagnetisanih tela od mekog feromagnetnog materijala, koji emituju vremenski promenljivo magnetno polje.
- *Bias*, predstavlja sumu svih odstupanja izlaza senzora od tačne vrednosti izuzev belog šuma i grešaka nelinearnosti.

Uticaj tvrdih i mekih feromagnetika i faktora skaliranja, prikazan je na Sl. 3.1.



Sl. 3.1. Uticaj grešaka na tačnost merenja magnetometra (prikaz u horizontalnih ravni).

Sa slike Sl. 3.1, vidi se da čvrsti feromagnetici koji se ponašaju kao stalni izvor magnetnog polja, izmeštaju centar merenja u odnosu na centar magnetometra, što je prikazano zelenom linijom. Uticaj faktora skaliranja odražava se na oblik kružnice i pretvara je u elipsu, što je prikazano crvenom linijom. Na slici je takođe prikazano kako blizina mekih feromagnetika utiče na rezultate merenja, što se odražava na rotaciju osa elipse, odnosno zaokret elipse, što je prikazano plavom linijom.

Radi preciznog merenja magnetnog polja Zemlje, neophodno je eliminisati uticaj poremećaja magnetnog polja Zemlje od strane štetnih izvora zračenja. Veličina poremećaja zavisi od materijala platforme na kojoj se nalazi magnetni senzor kao i od materijala koji se kreću u blizini magnetnog senzora. Preporuka proizvođača je da se pre upotrebe magnetometara izvrši demagnetizacija okoline a tek nakon toga kalibracija koja se vrši u cilju eliminacije uticaja feromagnetnih materijala u blizini senzora. Takođe se preporučuje i ugradnja magnetometara na mestima van uticaja tvrdih i mekih feromagnetnih materijala a u cilju fizičke eliminacije drifta merenja, koji takvi materijali izazivaju.

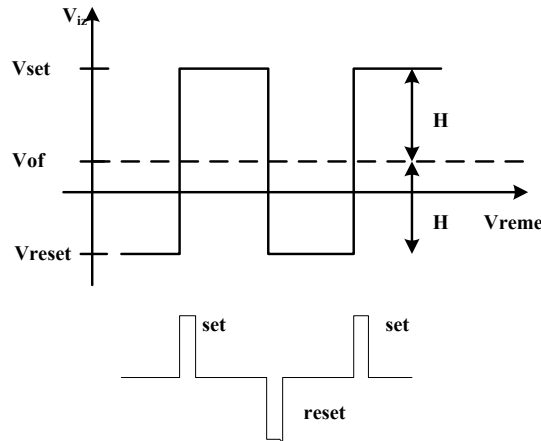
Najjednostavniji način kalibracije magnetometra jeste da se senzor usmeri ka izvoru zračenja iz nekoliko pravca i izvrši podešavanje senzora po azimutu. Međutim, na taj način nije izvršena potpuna kalibracija senzora jer će se greška u određivanju azimuta pojaviti usled promene uglova propinjanja i valjanja. U cilju što bolje kalibracije senzora neophodno je da se kalibracija vrši na mestu ugradnje senzora a rekalkibracija nakon bilo kakve promene položaja senzora.

Nakon kalibracije senzora za određivanje pravca geografskog severa neophodno je uvesti korekciju za ugao magnetne deklinacije. Ugao magnetne deklinacije predstavlja razliku između magnetnog i geografskog pravca severa i može se izračunati analitički, odrediti pomoću GPS prijemnika ili izračunati na osnovu modela WMM (*World Magnetic Model*). Navedeni model je alat koji se koristi za opisivanje magnetnog polja Zemlje na bilo kojoj tački i najčešće je korišćeni model u praksi, [74].

Izlazne karakteristike senzora uglavnom zavise od same lokacije senzora. Pored uticaja mekih i čvrstih metala, poremećaj magnetnog polja Zemlje može nastati i usled blizine motora, provodnika jednosmerne ili naizmjenične struje... Uticaj ovih izvora zračenja može se eliminisati postavljanjem magnetometra što dalje od njih. Neki od ovih uticaja mogu se eliminisati kalibracijom. Međutim, nije moguće izvršiti kompenzaciju vremenski promenljivog magnetnog polja kao na primer poremećaj nastao usled kretanja namagnetisanog tela ili poremećaj koji nastaje kao posledica promene električne struje u bliskom provodniku. Za velike izvore zračenja, kao što je motor ili zvučnik, može se primeniti oklopljavanje u cilju zaštite, ali se i pored toga preporučuje udaljavanje magnetnih senzora od izvora zračenja zato što jačina magnetnog polja opada sa kvadratom rastojanja.

Uticaj temperature svakako se odražava na tačnost merenja senzora. Posledice uticaja temperature su porast drifta i smanjenje osetljivosti senzora. Magnetnootporni senzori karakterišu se otpornošću na promenu temperaturnog koeficijenta jer postoji korelacija greške merenja, koja je posledica temperature, između pojedinih osa. Odnosno, uticaj temperature na x osu odraziće se i na y osu, tako da će njihov međusobni odnos ostati konstantan prilikom izračunavanja ugla azimuta.

Drift magnetnih senzora, kao posledica temperature, izmene napona napajanja i ostalih odstupanja izlaza senzora koja nisu korelisana, značajno može da naruši tačnost merenja. Postoje tehnike eliminacije drifta, [77], a najjednostavniji način jeste pomoću set/reset funkcije, koja se bazira na promeni polariteta napona za napajanje senzora. Promena napona vrši se pomoću set/reset impulsa kao što je prikazano na Sl.3.2.



Sl. 3.2. Eliminacija temperaturnog drifta pomoću set/reset tehnike.

U okviru dvokoračnog algoritma, senzor najpre izvrši merenje jačine magnetnog polja \mathbf{H} sa naponom napajanja postavljenim na osnovu impulsa *set* pri čemu je izlazni napon senzora V_{set} . Nakon promene polariteta napona napajanja, na osnovu impulsa *reset* ponovo se izvrši merenje i zapamti izlazni napon V_{reset} . Na osnovu jednačina (3.1) - (3.3) vrši se eliminacija temperaturnog drifta,

$$V_{set} = S \cdot H + V_{of}, \quad (3.1)$$

$$V_{reset} = -S \cdot H + V_{of}, \quad (3.2)$$

$$H = \frac{V_{set} - V_{reset}}{2S}, \quad (3.3)$$

gde je S osetljivost senzora i izražena je u (mV/gauss). Ova tehnika omogućava neutralisanje temperaturnog drifta pri čemu je greška merenja manja od 0.01 %/°C, odnosno greška određivanja azimuta manja od 0.29° pri promeni temperature od 50°C, [76].

Magnetno otporni senzori na bazi poluprovodnika, koji se nalaze na tržištu imaju mogućnost merenja magnetnog polja sa rezolucijom manjom od 0.07 mgauss što je više nego dovoljno da bi se postigla rezolucija merenja uglova orijentacije od 0.01°. Pri tom je ukupna greška merenja magnetno otpornih senzora manja od 0.1 mgauss [76].

Matematički model grešaka magnetometra u lokalnom NED koordinantnom sistemu može se opisati jednačinom, [75],

$$\hat{\mathbf{H}}^N = \mathbf{C}_B^N [\mathbf{C}_m \mathbf{C}_{sf} \mathbf{C}_{si} (\mathbf{H}^B + \delta \mathbf{H}^B) + \boldsymbol{\varepsilon}], \quad (3.4)$$

ili

$$\hat{\mathbf{H}}^N = \mathbf{C}_B^N [\mathbf{A}(\mathbf{H}^B + \delta \mathbf{H}^B) + \boldsymbol{\varepsilon}],$$

gde $\delta\mathbf{H}^B$ -predstavlja drift kao posledicu blizine čvrstog feromagnetnog materijala, \mathbf{C}_{si} - predstavlja matricu koeficijenata koji predstavljaju uticaj mekih feromagnetnih materijala, \mathbf{C}_{sf} - predstavlja greške faktora skaliranja, \mathbf{C}_m -predstavlja greške neortogonalnosti, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – predstavlja Gausov beli šum, $\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ i $\mathbf{A} = \mathbf{C}_m \mathbf{C}_{sf} \mathbf{C}_{si}$.

Posledica uticaja konstantnog magnetnog polja modeluje se konstantnim driftom koji se relativno lako eliminiše:

$$\delta\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \delta H_x & \delta H_y & \delta H_z \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Problem predstavlja vremenski promenljivo magnetno polje koje nastaje kao posledica namagnetisanja tela u blizini magnetometra, od strane spoljašnjeg izvora zračenja i kao takvo je nepredvidivo. Jačina magnetnog polja koje nastaje kao posledica mekih feromagnetnih materijala, proporcionalna je magnetnoj permeabilnosti samog materijala. U praktičnim aplikacijama, kao što su letelice, koriste se materijali sa veoma malom magnetnom permeabilnošću tako da se namagnetisanje mekih feromagnetnih materijala može posmatrati kroz linearnu zavisnost magnetne permeabilnosti i uticaja zračenja, jer je histerezis namagnetisanja materijala veoma mali. Uticaj mekih feromagnetika, može se modelovati matricom kao:

$$\mathbf{C}_{si} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Kod starijih tipova magnetometra, trodimenzionalno merenje magnetnog polja vrši se pomoću tri magnetna senzora. U idealnom slučaju na jednu istu pobudu sva tri senzora bi dala istu izlaznu veličinu. Međutim, u praksi to nije moguće zbog čega nastaju greške kao posledica faktora skaliranja. U cilju eliminisanja grešaka faktora skaliranja uvedena je matrica sa određenim koeficijentima kako bi se obezbedilo da svi magnetni senzori imaju isti odziv na identičnu pobudu:

$$\mathbf{C}_{sf} = \text{diag}[s_x \quad s_y \quad s_z]. \quad (3.7)$$

Prilikom ugradnje magnetnih senzora na objekat može doći do nepoklapanja osa samog objekta i osa magnetometarske trijade, što praktično znači da bi nastalo neslaganje između osa objekta, koje određuju vezani koordinantni sistem, i osa magnetometra. Iz tog razloga neophodno je izvršiti estimaciju koeficijenata neslaganja između osa magnetometra i tela objekta, pri čemu se matrica neortogonalnosti može definisati kao:

$$\mathbf{C}_{sf} = [\boldsymbol{\varepsilon}_x \quad \boldsymbol{\varepsilon}_y \quad \boldsymbol{\varepsilon}_z]^{-1}. \quad (3.8)$$

3.1.2. Kalibracija magnetometra

U cilju što boljeg prigušenja grešaka magnetometra neophodno je izvršiti kalibraciju senzora. Kalibracija magnetometra u ovom radu bazira se na teoriji opisanoj u [78].

Kalibracija dvoosnog magnetometra

Na osnovu merenja dvoosnog magnetometra izračunava se ugao magnetnog severa na osnovu jednačine,

$$\psi = -\arctan\left(\frac{H_y^B}{H_x^B}\right), \quad (3.9)$$

gde H_x i H_y , predstavljaju komponente magnetnog polja Zemlje duž osa vezanog koordinantnog sistema objekta. U idealnom slučaju komponente duž x i y osa vezanog koordinantnog sistema mogu se predstaviti izrazima kao,

$$\begin{aligned} H_x^B &= H_H \cos(\psi), \\ H_y^B &= -H_H \sin(\psi), \\ H_H &= \|\vec{H}_H\|. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ukoliko postoje greške merenja magnetometra, komponente magnetnog polja u horizontalnoj ravni mogu se predstaviti sledećim izrazima,

$$\hat{H}_x^B = H_x^B + \delta H_{x0} + \alpha_{xx} H_x + \alpha_{xy} H_y = H_x^B + \delta H_{x0} + \alpha_{xx} H_H \cos(\psi) - \alpha_{xy} H_H \sin(\psi), \quad (3.11)$$

$$\hat{H}_y^B = H_y^B + \delta H_{y0} + \alpha_{yx} H_x + \alpha_{yy} H_y = H_y^B + \delta H_{y0} + \alpha_{yx} H_H \cos(\psi) - \alpha_{yy} H_H \sin(\psi), \quad (3.12)$$

gde $\delta H_{x,y}$ predstavljaju driftove kao posledicu blizine čvrstog feromagnetnog materijala a α_{xx} , α_{xy} , α_{yx} , i α_{yy} , predstavljaju koeficijente uticaja mekih feromagnetnih materijala. U cilju utvrđivanja uticaja greške merenja na preciznost određivanja ugla azimuta, na osnovu (3.9) može se napisati,

$$\delta\psi = \left(\frac{\partial\psi}{\partial H_y}\right)\delta H_y + \left(\frac{\partial\psi}{\partial H_x}\right)\delta H_x = -\frac{1}{B_H}(\delta H_x \sin\psi + \delta H_y \cos\psi). \quad (3.13)$$

Greške merenja magnetometra na pojedinim osama predstavljaju razliku izmerene i tačne vrednosti i mogu se napisati kao,

$$\begin{aligned} \delta H_x &= \hat{H}_x^B - H_x^B, \\ \delta H_y &= \hat{H}_y^B - H_y^B. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Uvrštavanjem jednačine (3.14), (3.11) i (3.12) u (3.13) dobija izraz za izračunavanje greške ugla azimuta:

$$\delta\psi = \left(\frac{\alpha_{xy} - \alpha_{yy}}{2} \right) - \frac{\delta H_{x0}}{H_H} \sin \psi - \frac{\delta H_{y0}}{H_H} \cos \psi + \left(\frac{\alpha_{xx} - \alpha_{yx}}{2} \right) \sin(2\psi) \left(\frac{\alpha_{yy} - \alpha_{xy}}{2} \right) \cos(2\psi), \quad (3.15)$$

$$A + B \sin \psi + C \cos \psi + D \sin(2\psi) + E \cos(2\psi).$$

Prethodna jednačina predstavlja Fourier-ov red, gde koeficijenti B i C predstavlja greške kao posledice čvrstog a D i E mekog feromagnetnog materijala. Postupak određivanja ovih koeficijenata se zasniva na utvrđivanju greške merenju ugla azimuta za N poznatih pravaca, tako da se formira jednačina (3.16). Metodom najmanjeg kvadrata, na osnovu jednačine (3.16) određuju se koeficijenti od A do E.

$$\begin{bmatrix} \delta\psi_1 \\ \delta\psi_2 \\ \vdots \\ \delta\psi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\psi_1) & \cos(\psi_1) & \sin(2\psi_1) & \cos(2\psi_1) \\ 1 & \sin(\psi_2) & \cos(\psi_2) & \sin(2\psi_2) & \cos(2\psi_2) \\ \vdots & & & & \\ 1 & \sin(\psi_N) & \cos(\psi_N) & \sin(2\psi_N) & \cos(2\psi_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Osnovni nedostatak ovakvog načina kalibracije jeste komplikovana realizacija jer je potrebo usmeravati ojekat u više pravaca kako bi se prikupili rezultati merenja. Sledeći nedostatak je taj što greška određivanja ugla azimuta zavisi od jačine magnetnog polja u lokalnoj sredini. To znači da je za objekte (npr. avione) koji prelaze velika rastojanja, neophodno više puta vršiti kalibraciju.

Algoritam kalibracije koji ne zavisi od lokacije objekta i ne zahteva spoljašnji referentni izvor informacija, zasniva se na činjenici da magnetno polje izmereno pomoću dva ortogonalno postavljena senzora mora da opiše kružnicu prilikom merenja magnetnog polja u punom uglu, što se može dokazati sledećom jednačinom,

$$H_x^{B^2} + H_y^{B^2} = H_H^2 \cos^2 \psi + H_H^2 \sin^2 \psi = H_H^2, \quad (3.17)$$

gde je \mathbf{H}_H amplituda vektora magnetnog polja u horizontalnoj ravni. Jednačina (3.17) predstavlja jednačinu kruga sa centrom u tački senzora. Radijus kružnice predstavlja amplitudu magnetnog polja Zemlje u lokalnoj sredini i zavisi od geografskog položaja objekta jer se i jačina magnetnog polja Zemlje menja u zavisnosti od geografske širine, dužine i nadmorske visine.

Ukoliko pored magnetnog polja Zemlje postoji i uticaj drugih izvora zračenja tada prethodna jednačina dobija oblik:

$$(\hat{H}_x^B + \delta H_{x0})^2 + (\hat{H}_y^B + \delta H_{y0})^2 = H_H^2, \quad (3.18)$$

što znači da je centar kružnice pomeren za veličinu greške $(\delta H_{x0}, \delta H_{y0})$.

Uticaj faktora skaliranja na merenje magnetometra može se izraziti kao:

$$\begin{aligned}\hat{H}_x^B &= (1 + s_{fx})H_H \cos(\psi), \\ \hat{H}_y^B &= -(1 + s_{fy})H_H \sin(\psi).\end{aligned}\quad (3.19)$$

Uvrštavanjem prethodne jednačine u jednačinu (3.14) dobija se:

$$\left(\frac{H_x}{(1 + s_{fx})}\right)^2 + \left(\frac{H_y}{(1 + s_{fy})}\right)^2 = H_H^2, \quad (3.20)$$

što predstavlja jednačinu elipse sa centrom u tački senzora. Veličina duže i kraće poluose elipse zavise od veličine faktora skaliranja. Ukoliko pored uticaj faktora skaliranja postoji i uticaj tvrdih feromagnetnih materijala, pored deformacije kružnice u elipsu, postojaće i izmeštanje centra elipse u odnosu na centar kružnice.

Međutim, uticaj faktora skaliranja i uticaj tvrdih feromagnetika je mnogo lakše odstraniti nego uticaj mekih feromagnetika, zbog njihove nelinearne karakteristike. Pored deformacije kružnice u elipsu uticaj mekih feromagnetika odraziće se i na kretanje poluososa elipse, što se može predstaviti sledećom jednačinom:

$$\begin{aligned}\hat{H}_x^B &= (1 + \alpha_{xx})H_H \cos \psi - \alpha_{xy}H_H \sin \psi, \\ \hat{H}_y^B &= -(1 + \alpha_{yy})H_H \sin \psi + \alpha_{yx}H_H \cos \psi.\end{aligned}\quad (3.21)$$

Ova jednačina može se prikazati u matričnoj formi kao:

$$\begin{bmatrix} \hat{H}_x^B \\ \hat{H}_y^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 + \alpha_{xx}) & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & (1 + \alpha_{yy}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_H \cos \psi \\ -H_H \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Inverzijom, prethodna jednačina postaje:

$$\begin{bmatrix} H_x^B \\ H_y^B \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 + \alpha_{xx})(1 + \alpha_{yy}) - \alpha_{xy}\alpha_{yx}} \begin{bmatrix} (1 + \alpha_{xx}) & -\alpha_{xy} \\ -\alpha_{yx} & (1 + \alpha_{yy}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{H}_x^B \\ \hat{H}_y^B \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Iz ove jednačine vidi se da će pored deformacije kružnice u elipsu i sama elipsa biti zarotirana u zavisnosti od veličine koeficijenata α_{xx} , α_{xy} , α_{yx} , i α_{yy} , koji predstavljaju uticaj mekih feromagnetnih materijala.

Kalibracija troosnog magnetometra

Upotreba dvoosnog magnetometra moguća je ukoliko postoji potpuna nivelacija senzora po uglovima propinjanja i valjanja jer u suprotnom ugao skretanja neće biti adekvatno određen. Iz tog razloga neophodna je upotreba troosnog magnetometra i kalibracija senzora u sve tri ose. Kalibracija troosnog senzora predstavlja prošireni oblik kalibracije dvoosnog senzora.

Jednačina koja opisuje matematički model sfere koju opisuju pojedini elementi vektora magnetnog polja u trodimenzionalnom koordinatnom sistemu, može se napisati kao:

$$H_x^{B^2} + H_y^{B^2} + H_z^{B^2} = H^2. \quad (3.24)$$

Ukoliko u ovu jednačinu uvrstimo elemente greške pod uticajem faktora skaliranja i tvrdih feromagnetika, jednačina (3.24) dobija oblik:

$$\left(\frac{\hat{H}_x^B - \delta H_{x0}}{(1 + s_{fx})} \right)^2 + \left(\frac{\hat{H}_y^B - \delta H_{y0}}{(1 + s_{fy})} \right)^2 + \left(\frac{\hat{H}_z^B - \delta H_{z0}}{(1 + s_{fz})} \right)^2 = R^2. \quad (3.25)$$

Na osnovu prethodne jednačine, kalibracija magnetometra svodi se na kompenzaciju grešaka izvedenu pomoću nelinearnog dvokoračnog algoritma, prikazanog u [78]. Prvi korak ovog algoritma svodi se na formiranje vektora stanja promenljivih veličina. U drugom koraku formira se vektor stanja promenljivih koji se sastoji od elemenata biasa (uticaj tvrdih feromagnetnih materijala) i koeficijenata faktora skaliranja. Procena elemenata vektora stanja u prvom koraku je linearni proces. Procena elemenata vektora stanja u drugom koraku vrši se na osnovu algebarskih jednačina.

Kalibracija magnetometra zasniva se na jednačini (3.25) i može se napisati u obliku:

$$\begin{aligned} R^2 = & \frac{(\hat{H}_x^B)^2 - 2(\hat{H}_x^B)(\delta H_{x0}) + (\delta H_{x0})^2}{(1 + s_{fx})^2} \\ & + \frac{(\hat{H}_y^B)^2 - 2(\hat{H}_y^B)(\delta H_{y0}) + (\delta H_{y0})^2}{(1 + s_{fy})^2} \\ & + \frac{(\hat{H}_z^B)^2 - 2(\hat{H}_z^B)(\delta H_{z0}) + (\delta H_{z0})^2}{(1 + s_{fz})^2}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Prethodna jednačina može se preurediti i prikazati u matričnom obliku na sledeći način:

$$-(\hat{H}_x^B)^2 = \begin{bmatrix} 2(\hat{H}_x^B) & (\hat{H}_y^B)^2 & -2(\hat{H}_y^B) & (\hat{H}_z^B)^2 & -2(\hat{H}_z^B) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta H_{x0} \\ k_2 \\ k_2 \delta H_{y0} \\ k_3 \\ k_3 \delta H_{z0} \\ k_4 \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Ova jednačina predstavljena je u matričnom obliku $\mathbf{Z}=\mathbf{H}\mathbf{X}$, pri čemu vektor \mathbf{X} predstavlja procenjena stanja promenljivih u prvom koraku.

Iz jednačine je očigledno da postoji međuzavisnost merenja magnetnog polja na pojedinim osama te je stoga neophodno izvršiti samo procenu elemenata stanja promenljivih, pri čemu se koeficijenti $K_1 - K_4$ izračunavaju na sledeći način:

$$k_1 = R^2(1 + s_{fx})^2, \quad (3.28)$$

$$k_2 = \frac{(1 + s_{fx})^2}{(1 + s_{fy})^2}, \quad (3.29)$$

$$k_3 = \frac{(1 + s_{fx})^2}{(1 + s_{fz})^2}, \quad (3.30)$$

$$k_4 = (\delta H_{x0})^2 + k_2(\delta H_{y0})^2 + k_3(\delta H_{z0})^2 - k_1. \quad (3.31)$$

Kada se izvrši procena stanja elemenata u prvom koraku, greške faktora skaliranja i biasa se izračunavaju na osnovu sledećeg skupa jednačina:

$$\begin{aligned} \delta H_{x0} &= \mathbf{x}(1), \\ \delta H_{y0} &= \frac{\mathbf{x}(3)}{\mathbf{x}(2)}, \\ \delta H_{z0} &= \frac{\mathbf{x}(5)}{\mathbf{x}(4)}, \\ (1 + s_{fx}) &= \sqrt{\frac{k_1}{R^2}}, \\ (1 + s_{fy}) &= \sqrt{\frac{k_1}{k_2 R^2}}, \\ (1 + s_{fz}) &= \sqrt{\frac{k_1}{k_3 R^2}}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

U cilju prikazivanja rezultata izloženog metoda kalibracije magnetometra, urađena je simulacija na osnovu koje su prikazani uticaji pojedinih izvora grešaka na rezultate merenja magnetometra i rezultati nakon kalibracije.

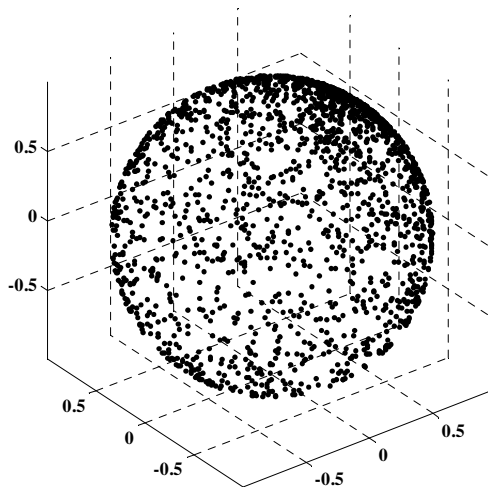
Na Sl. 3.3. prikazani su simulirani, normalizovani rezultati merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru. Simulacija je urađena na ograničenom skupu podataka, zbog čega prikazana sfera nije potpuno zatvorena.

Na Sl. 3.4 prikazani su rezultati merenja magnetometra u blizini tvrdih feromagnetika, uz dodatak greške kao posledice faktora skaliranja. Kako je već opisano ove dve greške utiču na deformaciju sfere, koja dobija oblik elipsoida i izmešta centar elipsoida iz tačke merenja, što se i može videti na slici.

Na Sl. 3.5. je pored uticaja greški kao posledice tvrdog feromagnetika i faktora skaliranja, dodata je i greška koja nastaje kao posledica mekih feromagnetika a ispoljava se kao slučajni šum sa uniformnom raspodelom. Na slici je takođe prikazano kako greška koja je posledica blizine mekih feromagnetika utiče na rezultate merenja, što se odražava na rotaciju osa elipsoida, odnosno zaokret elipsoida u odnosu na slučaj bez uticaja šuma.

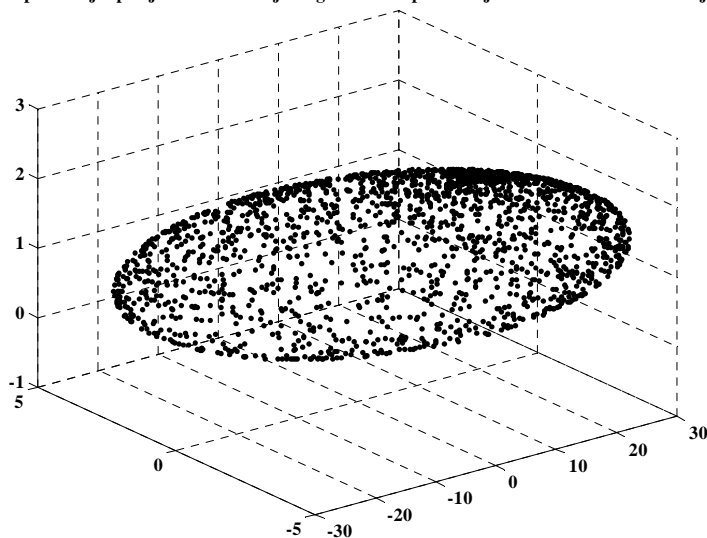
Na Sl. 3.6 prikazani su rezultati merenja magnetometra nakon kalibracije koja je izvršena na osnovu prethodno opisane metode kalibracije.

Sfera koju opisuje vektor merenja magnetometra u idealnom slučaju



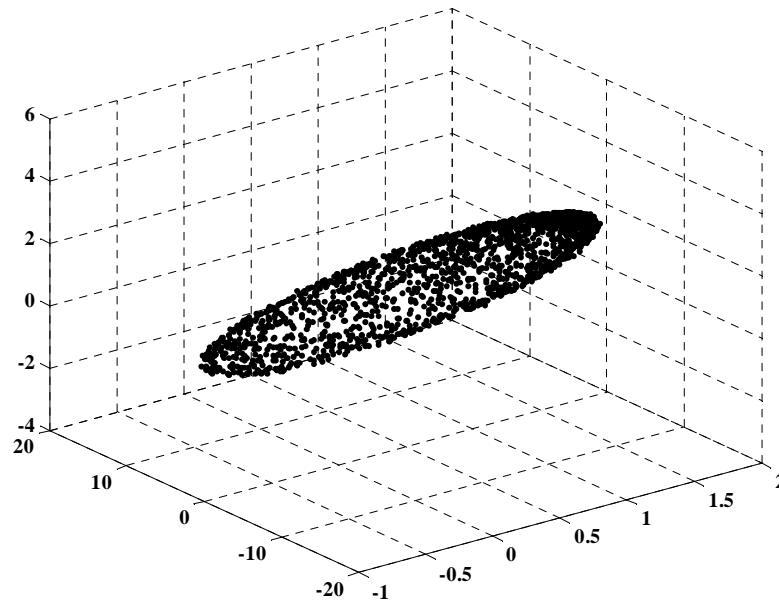
Sl. 3.3. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru (idealni slučaj).

Elipsoid koji opisuje vektor merenja magnetometra pod uticajem biasa i faktora skaliranja



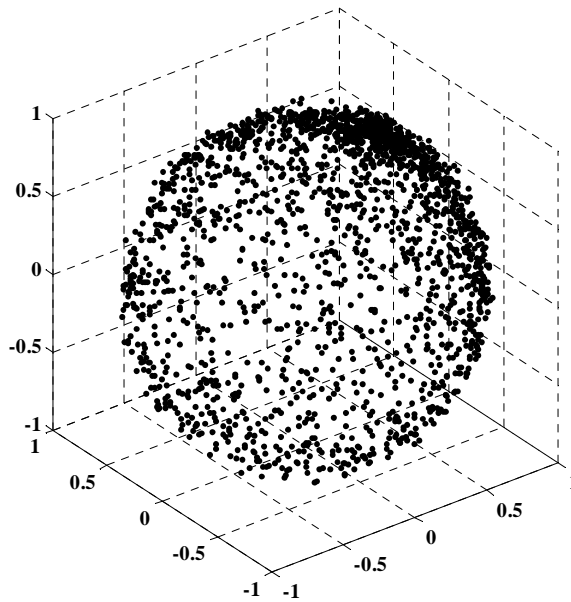
Sl. 3.4. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru, (uticaj biasa i faktora skaliranja).

Elipsoid koji opisuje vektor merenja magnetometra pod uticajem biasa, faktora skaliranja i suma



Sl. 3.5. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru, (uticaj biasa, faktora skaliranja i šuma).

Sfera koju opisuje vektor merenja magnetometra nakon kalibracije



Sl. 3.6. Vektor merenja magnetometra u trodimenzionalnom prostoru nakon kalibracije.

Kod senzora koji se nalaze na tržištu proizvođači daju podatke o faktoru skaliranja. Pažljivom ugradnjom senzora maksimalno se izbegavaju greške usled nepoklapanja osa senzora sa osama objekta, dok se uticaj mekih feromagnetika, pored izbegavanja ovakvih materijala, rešava oklopljavanjem i udaljavanjem senzora od potencijalnih štetnih izvora zračenja. Na taj način se kalibracija senzora u praksi svodi na odstranjivanje uticaja faktora skaliranja i uticaja tvrdih feromagnetika.

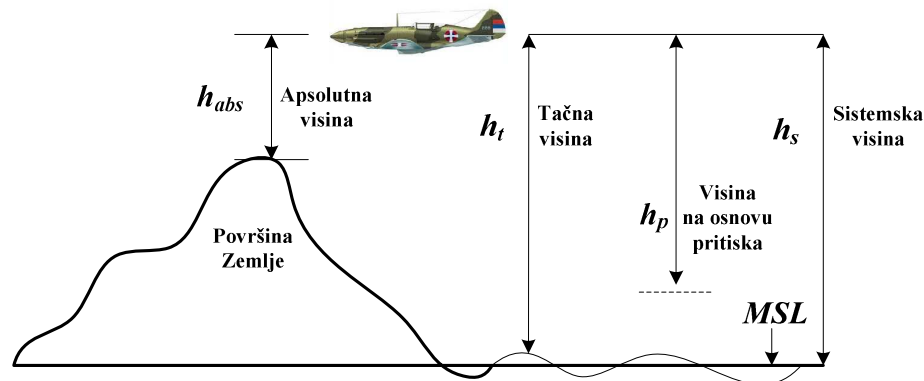
3.2. Baro-visinomeri

Poznato je da greška vertikalnog kanala INS divergira u toku vremena te je neophodno izvršiti prigušenje grešaka, što se postiže integracijom INS i GPS sistema. Međutim, u slučajevima odsustva GPS podataka greška vertikalnog kanala se akumulira u vremenu i raste eksponencijalno. Radi prigušenja grešaka vertikalnog kanala u INS/GPS integrisanom navigacijskom sistemu, potreban je dodatni izvor informacija o visini, što je u praksi najčešće barometarski visinomer, pri čemu se prigušenje vrši na osnovu informacije o visini iznad srednjeg nivoa mora (*Mean Sea Level*, MSL). Informacija o visini određuje se na osnovu podatka o statičkom pritisku P_s i temperaturi vazduha T_v , [79].

Inercijalna i barometarska visina su međusobno komplementarne. Baro-altimetri imaju spor odziv i pouzdanu informaciju o visini ukoliko se objekat ravnomerno kreće. U slučajevima naglog uspona ili poniranja objekta, potrebno je određeno vreme da bi informacija o visini bila potpuno pouzdana. Sa druge strane inercijalni senzori imaju brz odziv u svakom režimu kretanja objekta, pri čemu greška merenja u toku vremena divergira. Kao što će nadalje biti objašnjeno, razlika visina izmerena pomoću baro-altimetra i inercijalnih senzora, koristi se za prigušenje grešaka u vertikalnom kanalu integrisanog navigacijskog sistema.

Radi daljeg objašnjenja načina određivanja visine pomoću senzora pritiska neophodno je definisati određene termine (termini koji se koriste u imenovanju visine), [80, 81], čiji je grafički prikaz dat na Sl. 3.7, su:

- Apsolutna visina (h_{abs}) je visina iznad bilo koje tačke na površni Zemlje;
- Prava visina (h_t) je visina iznad standardnog nivoa mora i predstavlja sumu apsolutne visine i nadmorske visine tačke na Zemlji;
- Visina na osnovu pritiska (h_p) je visina određena na osnovu pritiska standardne atmosfere pri čemu u modelu standardne atmosfere nisu uračunate promene vazdušnog pritiska standardne atmosfere kao ni promene temperature vazduha standardne atmosfere. Zbog toga postoji konstantna razlika između visina, određenih na osnovu pritiska i prave visine, usled atmosferskih uslova;
- Sistemska visina (h_s) je visina iznad srednjeg nivoa mora određena na osnovu senzora pritiska, pri čemu su za određivanje visine uneti parametri korekcije za nestandardnu atmosferu.



Sl. 3.7. Visina objekta u prostoru.

3.2.1. Karakteristike atmosfere

S obzirom da merenje visine pomoću baro-visinomera zavisi od atmosfere, najpre je potrebno prikazati fizičke karakteristike atmosfere. Model atmosfere koji sadrži parametre gustine, pritiska i temperature, takozvana standardna atmosfera (SA) prvi put je definisan 1920. godine i to paralelno u SAD i Evropi, a u cilju definisanja standarda pri izradi instrumenata. Američki i Evropski standard su se neznatno razlikovali, te je 1952. godine (*International Civil Aviation Organization*, ICAO) definisao novi model standardne atmosfere, koji je nakon delimičnih izmena 1976.godine, i dalje u upotrebi, [80]. Kako je model formiran za uslove koji važe na 45° severne geografske širine, [81], nadmorska visina h_p neće odgovarati tačnoj visini merenja, zbog čega je neophodna korekcija parametara standardne atmosfere za merenja na određenoj lokaciji.

Poznato je da atmosfera nije potpuno homogena i da se sastoji od nekoliko slojeva, troposfere, stratosfere, mezosfere i termosfere, koji se razlikuju po temperaturnim karakteristikama. Od posebnog interesa za zemaljske navigacijske sisteme i navigacijske sisteme u civilnom i vojnom vazduhoplovstvu je oblast troposfere čije se granice nalaze u oblasti do 8km na polovima i do 18km na ekvatoru. Promena vazdušnog pritiska u odnosu na promenu visine, u oblasti troposfere, definisana je jednačinom, [81]:

$$dP = -\rho g dh, \quad (3.33)$$

gde je ρ - gustina atmosfere, g - gravitaciono ubrzanje i h - visina. Kako gravitaciono ubrzanje koje zavisi od položaja na Zemlji (geografske širine) može se izraziti kao, [81]:

$$g = g_0 \frac{R_\varphi^2}{(R_\varphi + h)^2} \quad (3.34)$$

gde je g_0 - gravitaciono ubrzanje na nivou mora na ekvatoru (9.78032677m/s^2), a R_φ - radijus Zemlje na određenoj geografskoj širini. Geopotencijalna visina h_g - izračunava se na osnovu jednačine:

$$h_g = \frac{hR_\varphi}{R_\varphi + h}, \quad (3.35)$$

gde je h - nadmorska visina iznad referentnog elipsoida. Na osnovu zakona idealnog gasa, gustina atmosfere izračunava se kao:

$$\rho = \frac{M \cdot P}{R^* \cdot T}, \quad (3.36)$$

gde je M - srednja molekularna masa vazduha, R^* - univerzalna gasna konstanta a T - temperatura. Kombinovanjem jednačina (3.29) i (3.32) dobija se:

$$d(\ln P) = \left(-\frac{gM}{R^* \cdot T} \right) dh. \quad (3.37)$$

Integracijom prethodnog izraza dobija se jednačina za izračunavanje pritiska:

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{gM}{R^* \cdot T} h \right), \quad (3.38)$$

gde je P_0 - pritisak na nivou mora. Slično prethodnoj jednačini, gustina atmosfere za određeni izotermalni sloj, može se izraziti kao:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{gM}{R^* \cdot T} h \right). \quad (3.39)$$

Ukoliko u datom izotermalnom sloju, temperatura varira linearno sa promenom visine, tada za temperaturu T_0 - na dnu izotermalnog sloja i gradijent temperature Γ , važi:

$$\begin{aligned} T &= T_0 - \Gamma h, \\ P &= P_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{(gM/R^*T)-1}, \\ \rho &= \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{(gM/R^*T)-1}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

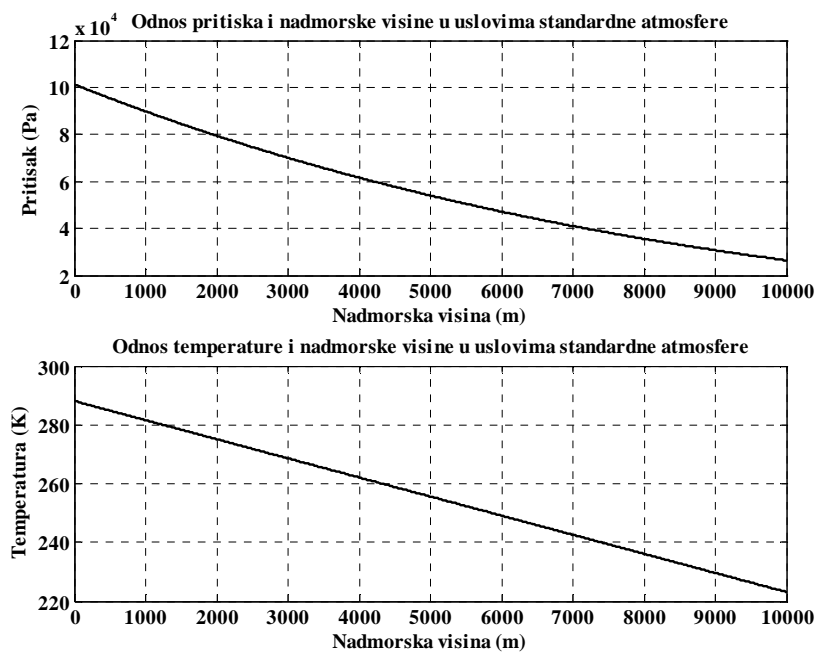
Rešenje jednačine (3.34) za $T = \Gamma(h_p - h_0) + T_0$ je:

$$h_p = h_0 + \frac{T_0 \left[\left(\frac{P}{P_0} \right) - \frac{R^* \Gamma}{g_0 M} - 1 \right]}{\Gamma}, \quad \Gamma \neq 0, \quad (3.41)$$

$$h_p = h_0 - \frac{R^* T_0}{g_0 M} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right), \quad \Gamma = 0. \quad (3.42)$$

Uvrštavanjem vrednosti $\Gamma = -6.5^\circ\text{C}/\text{km}$ za $h < 11 \text{ km}$, $T_0 = 15^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$, pod pritiskom od $P_0 = 1013.25 \text{ hPa}$, iz [81], može se izračunati visina na osnovu merenja pritiska, što je i osnovni matematički model za merenje visine pomoću senzora pritiska.

Na Sl. 3.8. prikazani su grafici promene pritiska i temperature atmosfere u zavisnosti od promene nadmorske visine u odnosu na srednji nivo mora i na osnovu modela standardne atmosfere.



Sl. 3.8. Promena pritiska i temperature u odnosu na promenu nadmorske visine (MSL) za SA.

3.2.2. Model greška baro-visinomera

Matematički model merenja baro-visinomera može se predstaviti jednačinom, [82]:

$$h_B = h_T + \delta h_B = h_T + B + S_f + v_B, \quad (3.43)$$

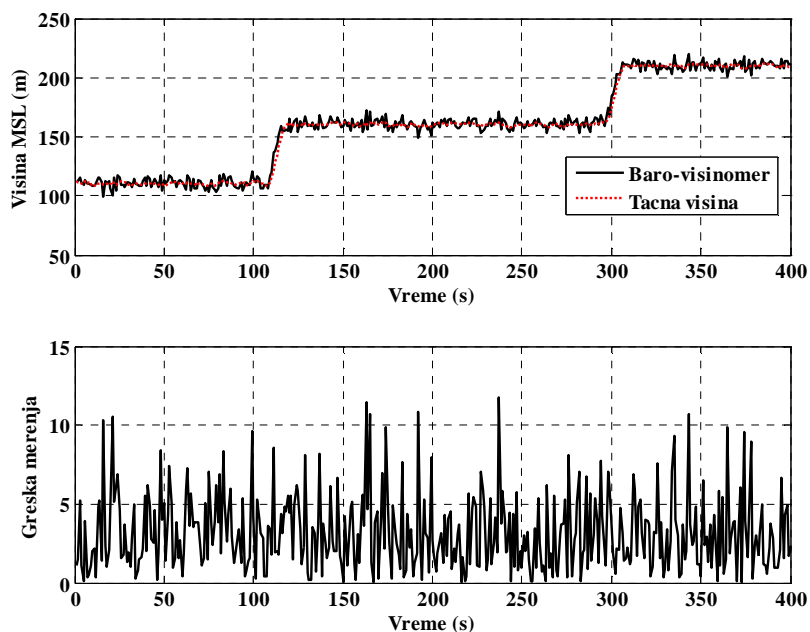
gde je δh_B – ukupna greška merenja, h_T – tačna visina, B – bias, S_f – faktor skaliranja, v_B – šum merenja. Greška biasa može se izraziti kao,

$$\dot{B} = -\frac{1}{\tau} B + w, \quad (3.44)$$

gde je τ – vreme korelacije i w – beli Gauss-ov šum.

Barometarska visina koja je data u odnosu na MSL ili u odnosu na pritisak standardne atmosfere 1013 hPa (mBar), može da se razlikuje od visine sa izlaza GPS prijemnika, jer GPS prijemnici najčešće prikazuju visinu u odnosu na WGS-84 elipsoid. Za geografsku širinu od 44° razlika ove dve visine je oko 33m, zbog čega je neophodna kalibracija senzora. Pored kalibracije neophodno je vršiti i estimaciju grešaka senzora koja se realizuje pomoću Kalmanovog filtra.

Na Sl. 3.9. prikazani su simulirani rezultati merenja barometarskog visinomera za određeni profil visine. Simulacija je izvedena na osnovu jednačine (3.43) pri čemu je šum merenja $1\sigma = 4\text{m}$ i bias 0.25m. Na slici su uporedo prikazani rezultati merenja u odnosu na tačnu visinu i apsolutna greška merenja baro-visinomera. S obzirom da je greška merenja izrazito velika neophodno je vršiti filtraciju signala na izlazu senzora, što će i biti prikazano u tekstu koji sledi.



Sl. 3.9. Rezultati merenja baro-visinomera i apsolutna greška merenja.

4. Višesenzorski integrirani navigacijski sistemi

Integracijom INS i GPS poboljšavaju se karakteristike jednog, odnosno drugog navigacijskog sistema na osnovu komplementarnosti informacija koje obezbeđuju, a koje su uslovljene različitim karakterom grešaka u jednom, odnosno drugom navigacijskom sistemu.

Za vreme rada oba sistema, greška integrisanog INS/GPS ograničena je tačnošću GPS rešenja. Pri standardnom režimu rada GPS prijemnik predstavlja osnovni izvor navigacione informacije. Pri tome se navigaciona rešenja sistema inercijalne navigacije, neprekidno upoređuju sa GPS navigacionim rešenjem i zavisno od modela integracije, omogućavaju korekciju parametara modela grešaka INS. U slučaju kada iz bilo kojih razloga ne postoji GPS navigaciona informacija, navigacioni sistem koristi informacije od sistema INS i prelazi u režim prediktivnog rada. Navigaciona informacija koja se pri tome dobija od INS, koriguje se na osnovu modela grešaka INS.

Imajući u vidu prethodni prikaz osnovnih karakteristika INS i GPS navigacijskih sistema, u ovoj glavi opisane su teorijske i praktične metode kao i algoritam integracije ova dva navigacijska sistema. Najpre će biti prikazane osnovne metode integracije INS/GPS sa „loosly coupled“ šemom integracije a zatim i integracija magnetometra i baro-visinomera u okviru jedinstvenog integrisanog navigacijskog sistema. Posebna pažnja posvećena je estimaciji grešaka INS, kao i opisu razvijenog MM algoritma.

4.1. Metode integracije INS i GPS

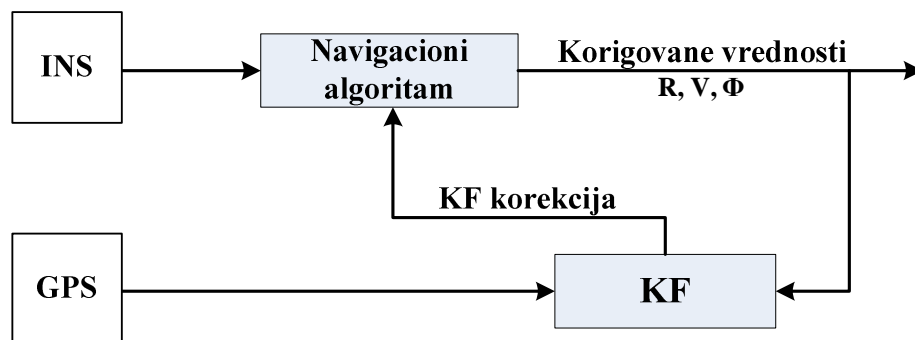
Integracija GPS i inercijalnog navigacijskog sistema započela je još 1980.godine, a do sada je razvijeno više metoda integracije koje se razlikuju po tipu podataka koji se razmenjuju između nezavisnih navigacijskih sistema. U praksi su poznata četiri metoda koja se primenjuju u integracije INS i GPS navigacijskih sistema [67]: ne spregnuta (*uncoupled*), slabo spregnuta (*loosely coupled*), čvrsto spregnuta (*tightly coupled*), veoma čvrsto spregnuta (*ultra-tightly coupled*).

Metoda nespregnute integracije podrazumeva da nema razmene podataka između nezavisnih navigacijskih sistema u cilju međusobnog prigušenja grešaka i poboljšanja određivanja navigacijskog rešenja. Suprotno od toga, kod veoma čvrsto spregnute integracije nezavisni senzori se tretiraju kao jedinstveni navigacijski sistem koji generiše više različitih tipova podataka koji se paralelno procesiraju sa ciljem poboljšanja funkcija pojedinih senzora. Kod slabo spregnute integracije postoji mogućnost prosleđivanja podataka iz jednog u drugi navigacijski sistem radi prigušenja grešaka nezavisnih navigacijskih sistema, pri čemu i jedan i drugi navigacijski sistem zadržavaju nezavisnu obradu podataka. Kod čvrste sprege i veoma čvrste sprege neophodan je pristup obradi signala u samom GPS prijemniku, zbog čega je ova metoda integracije primenljiva u toku same proizvodnje uređaja ili kod programiranja softverskih prijemnika.

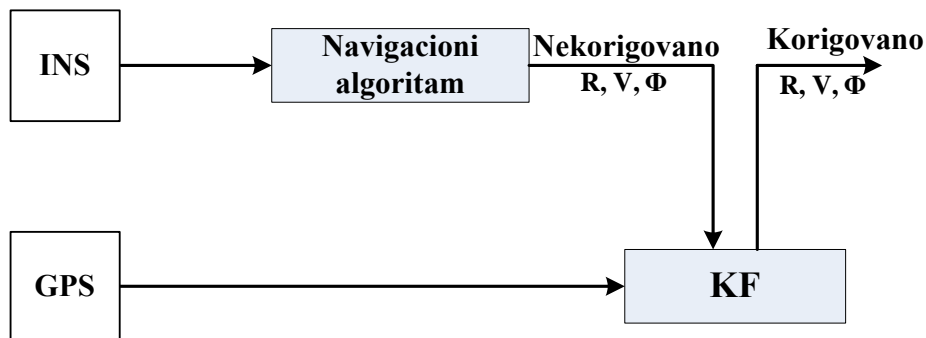
Centralizovana i kaskadna šema integracije

Dve osnovne šeme integracije, multisenzorskog navigacijskog sistema, mogu biti centralizovana (zatvorena) šema integracije INS/GPS i kaskadna (otvorena) šema integracije INS/GPS. Centralizovana šema integracije, prikazana na Sl. 4.1, najčešće se primenjuje kod čvrsto spregnutih metoda integracije. Ovo rešenje podrazumeva formiranje zajedničkog navigacionog algoritma za inercijalni i satelitski sistem navigacije, u okviru jednog procesora, [68], sa opštim modelom grešaka koji se koristi pri određivanju navigacionih parametara. Ne postoje univerzalni algoritmi za različite klase tačnosti INS, te je stoga potrebno vršiti izmene algoritma za svaki konkretni slučaj.

Pri kaskadnoj šemi integracija INS/GPS, Sl. 4.2, obezbeđuje se samo korekcija navigacione informacije na izlazu sistema inercijalne navigacije, a na osnovu izmerenih veličina navigacionih parametara od strane GPS prijemnika, bez izmene navigacionih algoritama obrade informacija dobijenih od inercijalnog i satelitskog sistema.



Sl. 4.1 Centralizovana šema integracije INS/GPS.



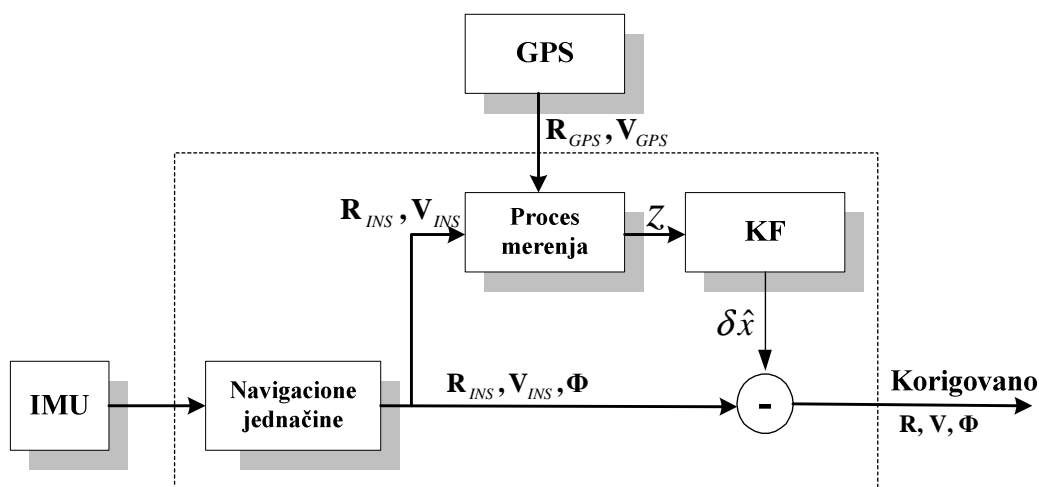
Sl. 4.2 Kaskadna šema integracije INS/GPS.

Slabo spregnuta metoda integracije

Kaskadna šema integracije, kao tip slabo spregnute metode, veoma je česta u upotrebi. Kod kaskadne šeme integracije, model sistema je definisan na osnovu modela grešaka INS sistema. Estimacija navigacionih podataka, integrisanog navigacijskog sistema vrši na osnovu razlike izmerenih veličina INS i GPS prijemnika. Kada iz bilo kojih razloga ne postoje GPS merenja, estimator radi u modu predikcije na osnovu modela grešaka INS.

Najvažniju prednost slabo spregnute konfiguracije predstavlja njena fleksibilnost i univerzalnost u odnosu na različite tipove GPS prijemnika jer algoritam izračunavanja nije povezan sa obradom GPS signala već kao ulazne podatke koristi krajnja rešenja na izlazu GPS prijemnika.

Konfiguracija koja objašnjava princip rada LC (*Loosely Coupled*) integrisanog INS/GPS navigacijskog sistema, prikazana na Sl. 4.3, dobija poziciju od GPS prijemnika, a komponente linearnog ubrzanja \mathbf{a} i uglovnu brzinu $\boldsymbol{\omega}$, od IMU.



Sl. 4.3 Funkcionalni blok dijagram integrisnog GPS/INS.

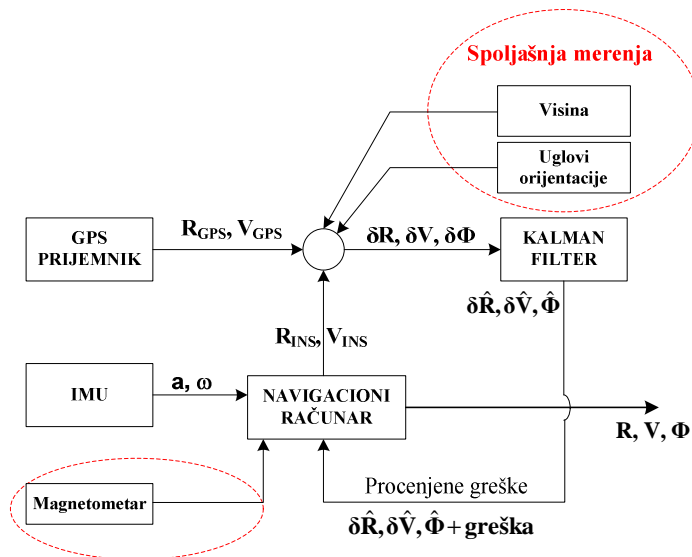
Na osnovu informacija o linearnom ubrzanju \mathbf{a} i ugaonoj brzini $\boldsymbol{\omega}$, koje se dobijaju od IMU, izračunavaju se navigacioni parametri: pozicija \mathbf{R}_{INS} , brzina \mathbf{V}_{INS} i uglovi orijentacije ϕ, θ, ψ , kao rešenja navigacionih jednačina. U procesu merenja vrši se poređenje izmerenih veličina pozicije i brzine od strane INS, sa veličinama pozicije \mathbf{R}_{GPS} i brzine \mathbf{V}_{GPS} . Kao rezultat ovog procesa formira se vektor observacije \mathbf{z} , koji se uvodi u algoritam Kalmanovog filtra.

Na osnovu poznatog modela šuma merenja (modela grešaka GPS), modela šuma sistema (modela grešaka INS), na izlazu Kalmanovog filtra dobija se vektor grešaka stanja sistema $\delta\hat{\mathbf{x}}$. Dobijeni vektor grešaka stanja sistema koristi se za korekciju pozicije i brzine dobijenih od strane INS.

4.2. Integracija INS sa više spoljašnjih senzora

U integrisanom INS/GPS navigacijskom sistemu, moguće je pored GPS-a koristiti i merenja koja se dobijaju od nekih drugih spoljašnjih senzora. Prisustvo dodatnog spoljašnjeg merenja poboljšava ukupne performanse celokupnog integrisanog navigacijskog sistema, posebno u trenucima odsustva GPS podataka. Prisustvo dodatne spoljašnje informacije u značajnoj meri povećava kompleksnost određivanja navigacionog rešenja, pošto je skup jednačina kojima su pojedina merenja opisana, veći.

Na Sl. 4.4 predstavljena je pojednostavljena blok šema integrisanog INS/GPS navigacijskog sistema, kojem su pridodata spoljašnja merenja. Slabo spregnuta konfiguracija je upravo pogodna za ovakve primene. Prilikom realizacije ovakve šeme potrebno je obezbediti strogu vremensku sinhronizaciju podataka koji dolaze sa različitih senzora. Takođe je potrebno definisati metod po kojoj će se spoljašnja merenja uvoditi u integrisani navigacijski sistem.



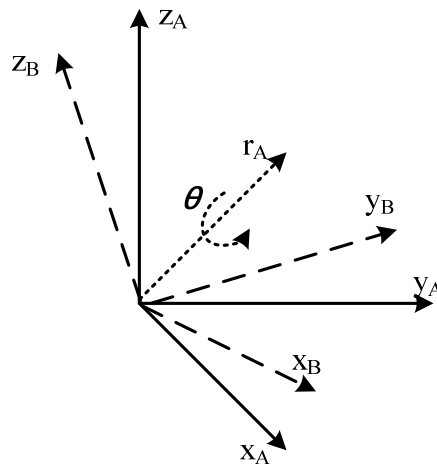
Sl. 4.4 Slabo spregnuta konfiguracija INS/GPS sa pridodatim spoljašnjim merenjima.

4.3. Orijentacija objekta u multisenzorskom integrisanom navigacijskom sistemu

Uglovi orijentacije objekta u prostoru se mogu odrediti pomoću žiroskopa ukoliko su poznate karakteristike senzora. Za precizno određivanje orijentacije neophodni su precizni žiroskopi, kao što su kružni laserski žiroskopi, koji su i veoma skupa. Iz toga razloga se u praksi sve više koriste MEMS senzori koji na račun preciznosti imaju i manju cenu. Kod MEMS senzora greška merenja raste tokom vremena rada navigacijskog sistema, zbog čega se oni ne mogu smatrati pouzdanim za određivanje uglova orijentacije.

U cilju poboljšanja tačnosti određivanja uglova orijentacije mogu se iskoristiti akcelerometri i magnetometri pomoću kojih se mogu odrediti vektor gravitacionog ubrzanja i vektor magnetnog polja, koji se zatim mogu upotrebiti kao referentni vektori za određivanje orijentacije objekta. Zadatak primenjene metode integracije jeste da se na osnovu optimalne integracije žiroskopa, akcelerometara i magnetometra omogući tačnije određivanje parametara orijentacije u odnosu na slučaj određivanja orijentacije pomoću žiroskopa, kao što je prikazano u [83].

Radi izbegavanja singulariteta predloženo rešenje određivanja uglova orijentacije realizuje se pomoću kvaterniona kojima je predstavljena orijentacija objekta u trodimenzionalnom prostoru. Orijentacija koordinantnog sistema B u odnosu na koordinantni sistem A može se odrediti na osnovu rotacije koordinantnog sistema B za ugao θ oko ose \mathbf{r}_A u odnosu na koordinantni sistem A . Odnos ova dva koordinantna sistema prikazan je na Sl. 4.5, gde međusobno ortogonalni ortovi $\mathbf{x}_A, \mathbf{y}_A, \mathbf{z}_A$ i $\mathbf{x}_B, \mathbf{y}_B, \mathbf{z}_B$ predstavljaju ose koordinantnih sistema A i B , respektivno, [84].



Sl. 4.5. Rotacija koordinantnog sistema B u odnosu na A za ugao θ oko ose \mathbf{r}_A .

Kvaternion koji opisuje orijenataciju koordinantnog sistema B u odnosu na A označen je sa \mathbf{q}_B^A i definisan je jednačinom, [84]:

$$\mathbf{q}_B^A = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4] = \left[\cos \frac{\theta}{2} \quad -r_x \sin \frac{\theta}{2} \quad -r_y \sin \frac{\theta}{2} \quad -r_z \sin \frac{\theta}{2} \right], \quad (4.1)$$

gde su r_x , r_y , i r_z komponente vektora \mathbf{r}_A . Konjugovana vrednost kvaterniona \mathbf{q}_B^A označava se sa \mathbf{q}_B^{A*} i predstavlja orijentaciju koordinantnog sistema A u odnosu na B , što se može predstaviti jednačinom, [84]:

$$\mathbf{q}_B^{A*} = \mathbf{q}_A^B = [q_1 \quad -q_2 \quad -q_3 \quad -q_4]. \quad (4.2)$$

Proizvod dva kvaterniona označava se sa \otimes i omogućava određivanje orijentacije koordinantnog sistema C u odnosu na A ukoliko je poznata orijentacija koordinantnog sistema B u odnosu na A , i C u odnosu na B , što je predstavljeno sledećom jednačinom:

$$\mathbf{q}_C^A = \mathbf{q}_C^B \otimes \mathbf{q}_B^A, \quad (4.3)$$

pri čemu proizvod kvaterniona nije komutativna operacija. Orijentacija B u odnosu na A može se predstaviti matricom transformacije, [84]:

$$\mathbf{C}_B^A = \begin{bmatrix} 2q_1^2 - 1 + 2q_2^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) & 2(q_2q_4 - q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2q_1^2 - 1 + 2q_3^2 & 2(q_3q_4 + q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 + q_1q_3) & 2(q_3q_4 - q_1q_2) & 2q_1^2 - 1 + 2q_4^2 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Rotacija vektora $\mathbf{v}_B = [0 \quad x_B \quad y_B \quad z_B]$, koji se nalazi u koordinantnom sistemu B u odnosu na koordinantni sistem A , može sa odrediti pomoću kvaterniona, na osnovu sledeće jednjčine, [84]:

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{q}_B^A \otimes \mathbf{v}_A \otimes \mathbf{q}_B^{A*}, \quad (4.5)$$

pri čemu \mathbf{v}_B predstavlja rotaciju vektora $\mathbf{v}_A = [0 \quad x_A \quad y_A \quad z_A]$, prikazanog u koordinantnom sistemu A , za ugao rotacije koji je određen kvaternionom \mathbf{q}_A^B .

4.3.1. Određivanje uglova orijentacije

Merenja žiroskopa $\boldsymbol{\omega}$, koji mere ugaonu brzinu oko osa koordinantnog sistema vezanog za telo objekta možemo predstaviti u vektorskom obliku kao,

$$\boldsymbol{\omega}_B = [0 \quad \omega_x^B \quad \omega_y^B \quad \omega_z^B]. \quad (4.6)$$

Puasson-ova jednačina koja predstavlja rotaciju vezanog koordinantnog sistema u odnosu na navigacijski koordinantni sistem, pomoću kvaterniona, formiranog na osnovu uglovnih brzina rotacije, data je kao, [2]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \otimes \boldsymbol{\omega}. \quad (4.7)$$

U računaru “strapdown” INS, moguće je dobiti rešenje prethodne jednačine, ako se u računar uvedu početni podaci i informacija o komponentama ugaonih brzina vezanog koordinatnog sistema. Rekurentno rešenje prethodne jednačine može se napisati kao:

$$\mathbf{q}_t = \hat{\mathbf{q}}_{t-1} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{q}}_{t-1} \otimes \boldsymbol{\omega} \Delta t, \quad (4.8)$$

gde je Δt - period odabiranja, $\hat{\mathbf{q}}$ - kvaternion male rotacije (*updating quaternion*), i $\hat{\mathbf{q}}$ - estimirana vrednost kvaterniona u određenom trenutku.

Kao što je već napomenuto, pri određivanju uglova orijentacije pored žiroskopa iskoristiće se i merenja akcelorometara i magnetometra. Akcelorometri pored specifične sile, mere intenzitet i pravac vektora gravitacije. U idealnom slučaju, zanemarujući gravitaciju Zemlje, merenja akcelorometara u stanju mirovanja bila bi jednaka nuli. S obzirom da, u realnim uslovima, gravitacija utiče na merenja akcelorometara, jasno je da merenje akcelorometra na z osi neće biti jednako nuli. Taj podatak iskorišćen je za formiranje referentnog vektora (lokalne vertikale) koja je određena normalizovanom vrednošću merenja akcelorometra na z osi. Troosni magnetometri mere intenzitet magnetnog polja Zemlje u sve tri ose vezanog koordinatnog sistema. Na osnovu tih merenja mogu formirati dva referentna vektora, jedan u horizontalnoj i jedan u vertikalnoj ravni. Zbog postojanja drifta žiroskopa javlja se greška uglova orijentacije koja predstavlja razliku između uglova orijentacije referentnih vektora i žiroskopske trijade. Imajući u vidu Sl. 4.5, moguće je izvršiti procenu i kompenzaciju drifta žiroskopa.

Međutim, određivanje orijentacije objekta na osnovu više nezavisnih senzora, neće dati jedinstveno rešenje, već će svako pojedinačno rešenje predstavljati rotaciju određenog vektora orijentacije (\mathbf{q}) oko ose referentnog vektora. Primena kvaterniona u definisanju vektora orijentacije, zahteva poznavanje svih Euler-ovih uglova. To se može postići ukoliko se orijentacija određenih senzora sa vektorom orijentacije ($\hat{\mathbf{q}}$), sa sensorima vezanim za telo objekta \mathbf{s}_B , postavi paralelno sa referentnim vektorom koji je predstavljen u koordinatnom sistemu Zemlje \mathbf{d}_E (navigacijskom koordinatnom sistemu), a na osnovu jednačine (4.5) koja definiše operaciju rotacije vektora. Komponente kvaterniona, referentnog vektora i vektora merenja određenih senzora prikazane su sledećim jednačinama:

$$\mathbf{q}_E^B = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4], \quad (4.9)$$

$$\mathbf{d}_E = [0 \quad d_x \quad d_y \quad d_z], \quad (4.10)$$

$$\mathbf{s}_B = [0 \quad s_x^B \quad s_y^B \quad s_z^B]. \quad (4.11)$$

Na osnovu navedenih elemenata pojedinih vektora, moguće je prikazati objektivnu funkciju koja predstavlja odnos vektora orijentacije i referentnog vektora:

$$f(\mathbf{q}_E^B, \mathbf{d}_E, \mathbf{s}_B) = \mathbf{q}_E^{B*} \otimes \mathbf{d}_E \otimes \mathbf{q}_E^B - \mathbf{s}_B. \quad (4.12)$$

Razvijeni oblik funkcije f može se napisati u matičnom obliku kao,

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{q}}_{E,k}^B, \hat{\mathbf{d}}_E, \hat{\mathbf{s}}_B) = \begin{bmatrix} 2d_x \left(\frac{1}{2} - q_3^2 - q_4^2\right) + 2d_y (q_1 q_4 + q_2 q_3) + 2d_z (q_2 q_4 - q_1 q_3) - s_x^B \\ 2d_x (q_2 q_3 - q_1 q_4) + 2d_y \left(\frac{1}{2} - q_2^2 - q_4^2\right) + 2d_z (q_1 q_2 - q_3 q_4) - s_y^B \\ 2d_x (q_1 q_3 + q_2 q_4) + 2d_y (q_3 q_4 - q_1 q_2) + 2d_z \left(\frac{1}{2} - q_2^2 - q_3^2\right) - s_z^B \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

Na osnovu prethodne jednačine određuje se odnos vektora orijentacije i referentnih vektora na osnovu čega je moguće odrediti promenu uglova orijentacije objekta. Navedena jednačina se može pojednostaviti ukoliko se referentni vektor može predstaviti sa jednom ili dve komponente trodimenzionalnog koordinantnog sistema. Dobar primer predstavlja vektor gravitacije koji se poklapa sa z osom Zemaljskog koordinantnog sistema. Ukoliko se iskoristi globalna jednačina referentnog vektora (4.10) i na osnovu nje formira vektor gravitacije kao referentni vektor (normalizovana veličina) dobija se:

$$\mathbf{d}_g = [0 \ 0 \ 0 \ 1]. \quad (4.14)$$

Ukoliko se po analogiji na osnovu (4.11) formira vektor merenja akcelerometara, dobija se:

$$\mathbf{a}_B = [0 \ a_x^B \ a_y^B \ a_z^B]. \quad (4.15)$$

Uvrštavanjem \mathbf{a}_B i \mathbf{d}_g u (4.13) dobijaju se sledeća jednačina:

$$\mathbf{f}_g(\hat{\mathbf{q}}, \mathbf{d}_g, \mathbf{a}_B) = \begin{bmatrix} 2(q_2 q_4 - q_1 q_3) - a_x^B \\ 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) - a_y^B \\ 2\left(\frac{1}{2} - q_2^2 - q_3^2\right) - a_z^B \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

Vektor magnetnog polja može se predstaviti pomoću jedne komponente u horizontalnoj i jedne u vertikalnoj ravni navigacijskog koordinantnog sistema, što se može iskazati kao,

$$\mathbf{d}_m = [0 \ b_x \ 0 \ b_z]. \quad (4.17)$$

Uvrštavanjem referentnog vektora \mathbf{d}_m i vektora normalizovanih merenja magnetometra \mathbf{m}_B (4.18) u (4.13) dobijaju se jednačine (4.19):

$$\mathbf{m}_B = [0 \ m_x^B \ m_y^B \ m_z^B], \quad (4.18)$$

$$\mathbf{f}_b(\hat{\mathbf{q}}, \mathbf{d}_m, \mathbf{m}_B) = \begin{bmatrix} 2b_x (0.5 - q_3^2 - q_4^2) + 2b_z (q_2 q_4 - q_1 q_3) - m_x^B \\ 2b_x (q_2 q_3 - q_1 q_4) + 2b_z (q_1 q_2 + q_3 q_4) - m_y^B \\ 2b_x (q_1 q_3 + q_2 q_4) + 2b_z (0.5 - q_2^2 - q_3^2) - m_z^B \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

Kao što je već rečeno, na osnovu nezavisnih merenja gravitacionog ubrzanja i merenja magnetnog polja Zemlje ne može se odrediti jedinstvena orijentacija objekta. U cilju određivanja jedinstvene orijentacije potrebno je na odgovarajući način iskoristiti i merenja akcelerometara i magnetometra i formirati jedinstveni referentni vektor, što je i predstavljeno sledećom jednačinom:

$$\mathbf{f}_{g,m}(\hat{\mathbf{q}}, \mathbf{a}_B, \mathbf{d}_E, \mathbf{m}_B) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_g(\hat{\mathbf{q}}, \mathbf{d}_g, \mathbf{a}_B) \\ \mathbf{f}_b(\hat{\mathbf{q}}, \mathbf{d}_m, \mathbf{m}_B) \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Kompensacija drifta žiroskopa

Poznato je da usled kretanja senzora početni bias žiroskopa počinje da se menja u toku vremena. Jedan od načina procene drifta žiroskopa realizuje se pomoću Kalmanovog filtra kao što je prikazano u [78, 86, 87]. Procenu i kompensaciju drifta žiroskopa moguće je izvršiti i pomoću filtra za estimaciju parametara orijentacije, kroz povratnu spregu, pri čemu se procena grešaka vrši u svakom koraku izračinavanja parametara orijentacije.

Normalizovana vrednost vektora procenjene greške orijentacije $\hat{\mathbf{q}}_{E,\varepsilon}^B$, može se izraziti kroz grešku ugaone brzine svakog pojedinačnog žiroskopa, na osnovu jednačine,

$$\boldsymbol{\omega}_{eB,t} = 2\hat{\mathbf{q}}_{E,t-1}^{B*} \otimes \dot{\hat{\mathbf{q}}}_{E,t}^B. \quad (4.21)$$

Drift žiroskopa $\boldsymbol{\omega}_{b,B}$, može se kompenzovati na osnovu procene srednje vrednosti greške $\boldsymbol{\omega}_\varepsilon$ uvećane za koeficijent pojačanja (prigušenja) ς . Kompenzovana vrednost merenja žiroskopa, $\boldsymbol{\omega}_{c,B}$, izračunava se na osnovu sledećih jednačina:

$$\boldsymbol{\omega}_{b,B} = \varsigma \sum_t \boldsymbol{\omega}_{eB,t} \Delta t, \quad (4.22)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{cB,t} = \boldsymbol{\omega}_{eB,t} - \boldsymbol{\omega}_{bB,t}. \quad (4.23)$$

Ovako kompenzovana vrednost merenja žiroskopa koristi se za određivanje uglova orijentacije. Veličina greške na svakoj osi merenja $\boldsymbol{\omega}_\varepsilon$, jednaka je vrednosti elementarnog kvaterniona, zbog čega koeficijent ς određuje brzinu prigušenja greške merenja žiroskopa.

Radi pojednostavljenja kompensacije drifta žiroskopa i smanjenja koraka izračunavanja uglova orijentacije u ovom radu je primenjen algoritam koji za određivanje referentnog vektora koristi merenja akcelerometara i magnetometra, a kompensacija drifta žiroskopa vrši pomoću PI kontrolera.

Referentni vektor gravitacije poklapa se sa vertikalnom osom Zemaljskog koordinantnog sistema. U cilju određivanja referentnog vektora magnetnog polja, najpre je izvršena transformacija merenja magnetometra iz vezanog u Zemaljski koordinantni sistem,

$$\mathbf{H}_{x,y,z} = 2\mathbf{m}_B \begin{bmatrix} 0.5 - q_3^2 - q_4^2 & q_2q_3 - q_1q_4 & q_2q_4 + q_1q_3 \\ q_2q_3 + q_1q_4 & 0.5 - q_2^2 - q_4^2 & q_3q_4 - q_1q_2 \\ q_2q_4 - q_1q_3 & q_3q_4 + q_1q_2 & 0.5 - q_2^2 - q_3^2 \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

$$b_x = \sqrt{H_x^2 + H_y^2},$$

$$b_z = H_z.$$

gde \mathbf{H} predstavlja vektor merenja magnetnog polja u Zemaljskom koordinatnom sistemu. Kao što je već rečeno, radi pojednostavljenja jednačine (4.13), formirana su dva elementa referentnog vektora određenog merenjima magnetometra i to jedan u horizontalnoj i jedan u vertikalnoj ravni Zemaljskog (navigacijskog) koordinatnog sistema, \mathbf{b}_x i \mathbf{b}_y .

Estimirane vrednosti referentnih vektora gravitacije i magnetnog polja, u Zemaljskom (navigacijskom) koordinatnom sistemu, \mathbf{v} i \mathbf{M} , izračunavaju se kao,

$$\mathbf{v}_{x,y,z} = \begin{bmatrix} 2(q_2q_4 - q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) \\ q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

$$\mathbf{M}_{x,y,z} = \begin{bmatrix} 2b_x(0.5 - q_3^2 - q_4^2) + 2b_z(q_2q_4 - q_1q_3) \\ 2b_x(q_2q_3 - q_1q_4) + 2b_z(q_1q_2 + q_3q_4) \\ 2b_x(q_1q_3 + q_2q_4) + 2b_z(0.5 - q_2^2 - q_3^2) \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Procenjena greška merenja, odnosno odstupanje vektora merenja od referentnih vektora u tekućoj iteraciji izračunava se kao,

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & v_z & -v_y \\ -v_z & 0 & v_x \\ v_y & -v_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x^B \\ a_y^B \\ a_z^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & M_z & -M_y \\ -M_z & 0 & M_x \\ M_y & -M_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x^B \\ m_y^B \\ m_z^B \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Korekcija merenja žiroskopa (korekcija drifta i šuma merenja) vrši se na osnovu procenjene vrednosti greške u tekućoj iteraciji, na osnovu sledeće jednačine:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_c = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{K}_p \cdot \mathbf{e} + \mathbf{K}_i \cdot \mathbf{e}_{\text{int}}, \quad (4.28)$$

gde je \mathbf{K}_i – koeficijent prigušenja drifta žiroskopa a \mathbf{K}_p – koeficijent prigušenja šuma merenja žiroskopa, greške neortogonalnosti i greške kvantizacije. Navedeni koeficijenti \mathbf{K}_p i \mathbf{K}_i predstavljaju koeficijente PI kontrolera. Na osnovu korigovane vrednosti merenja žiroskopa, i jednačine (4.7) vrši se određivanje kvaterniona male rotacije a na osnovu (4.8) izračunavanje kvaterniona (parametara orijentacije) u tekućoj iteraciji.

Koeficijenti \mathbf{K}_p i \mathbf{K}_i , imaju presudnu ulogu u pravilnoj proceni parametara orijentacije, te ih je zbog toga neophodno pravilno odrediti. Greška nastala kao posledica drifta žiroskopa može se označiti kao $\hat{\boldsymbol{\omega}}_\zeta$, dok se greška nastala kao posledica šuma merenja, neortogonalnosti i kvantizacije može označiti kao $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\beta$, pri čemu $\hat{\boldsymbol{\omega}}_\zeta$ predstavlja estimiranu vrednost brzine izmene drifta žiroskopa u svakom koraku izračunavanja a $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\beta$ predstavlja estimiranu vrednost greške merenja žiroskopa sa matematičkim očekivanjem koje ima vrednost nula u svakom koraku izračunavanja. Polazeći od jednačine (4.7) koeficijent \mathbf{K}_p može se odrediti na osnovu sledeće jednačine:

$$K_p = \left\| \frac{1}{2} \hat{q} \otimes [0 \quad \tilde{\omega}_\beta \quad \tilde{\omega}_\beta \quad \tilde{\omega}_\beta] \right\| = \frac{\sqrt{2}}{2} \tilde{\omega}_\beta, \quad (4.29)$$

gde je \hat{q} jedinični kvaternion. Na isti način može se odrediti i vrednost koeficijenta K_i , kao:

$$K_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{\tilde{\omega}}_\beta. \quad (4.30)$$

Simulacija kompenzacije grešaka uglova orijentacije

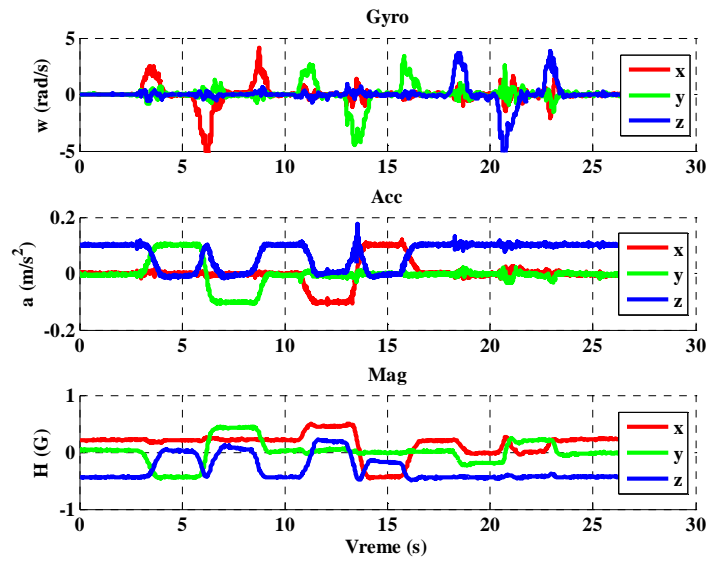
Radi analize grešaka uglova orijentacije na osnovu predložene metode izvršena je simulacija. Parametri inercijalnih senzora i magnetomera za potrebe simulacije prikazani su u Tab. 4.1. Odabrane vrednosti standardne devijacije šuma merenja i biasa odgovaraju redu veličine grešaka realnih senzora.

Tab. 4.1. Parametri inercijalnih senzora i magnetometra.

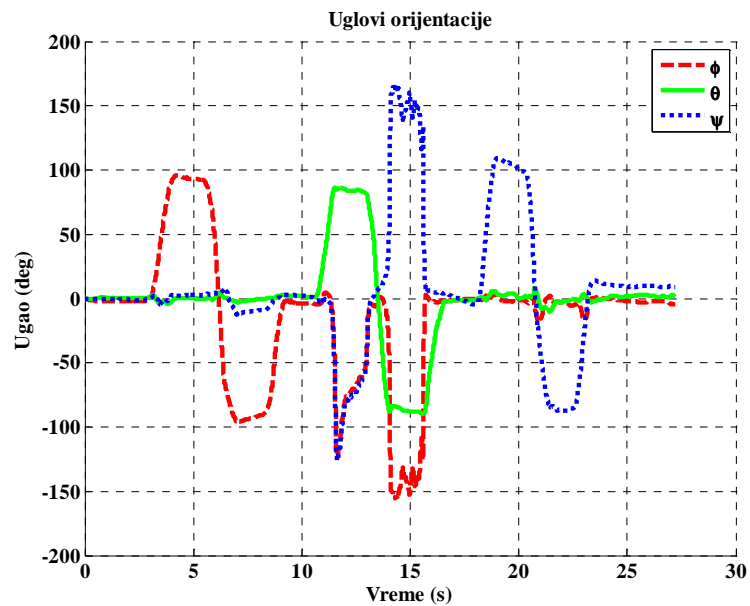
Senzor	Greška	Vrednost
Žiroskopi	Šum merenja (1σ)	0.04 rad/s
	Bias	0.0004 rad/s
Akcelerometri	Šum merenja (1σ)	0.05 m/s ²
	Bias	0.0001 m/s ²
Magnetometar	Šum merenja (1σ)	0.02 Gauss
	Bias	0.00001 Gauss

Merenja žiroskopa, akcelerometara i troosnog magnetometra, kojima su definisani tačni uglovi orijentacije objekta, prikazana su na Sl. 4.6, dok su uglovi orijentacije, dobijeni na osnovu tih merenja, prikazani na Sl. 4.7. Posmatrajući Sl. 4.7 dolazi se do zaključka da se objekat kreće u slobodnom prostoru. Za potrebe analize i prikazivanja punog efekta predložene metode izuzetno je pogodno to što se orijentacija objekta kreće u punom rasponu mogućih uglova.

Simulacija je izvedena tako što su na tačna merenja inercijalnih senzora i magnetometra Sl. 4.6, dodate greške prikazane u Tab. 4.1, pri čemu je integracija navedenih senzora izvedena pomoću PI kontrolera i prema algoritmu prikazanom u ovom poglavlju. Usvojeni koeficijenti prigušenja drifta žiroskopa i prigušenja šuma merenja su $K_p=0.0003$ i $K_i=0.03$. Analiza rezultata izvršena je na osnovu Monte Carlo simulacije, sa 100 iteracija. Srednja kvadratna greška određivanja uglova orijentacije određena je na osnovu tačnih uglova orijentacije objekta i upoređena je sa vrednostima uglova orijentacije dobijenim na osnovu merenja žiroskopa.



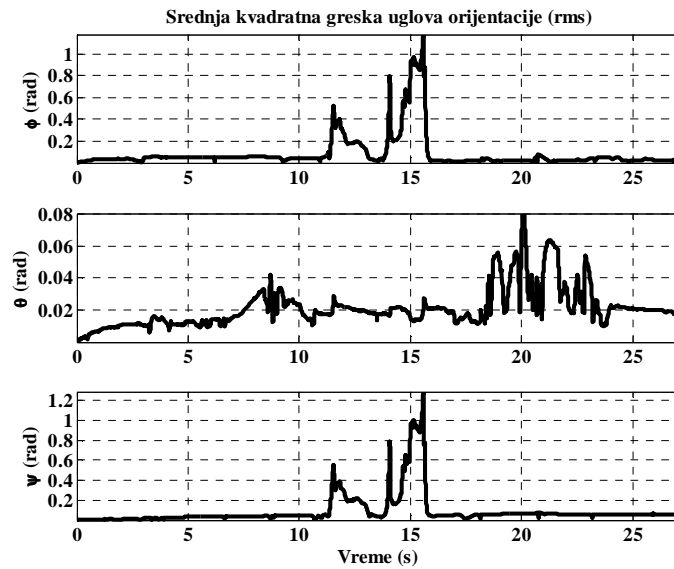
Sl. 4.6. Merenja žiroskopa, akcelerometara i magnetometara.



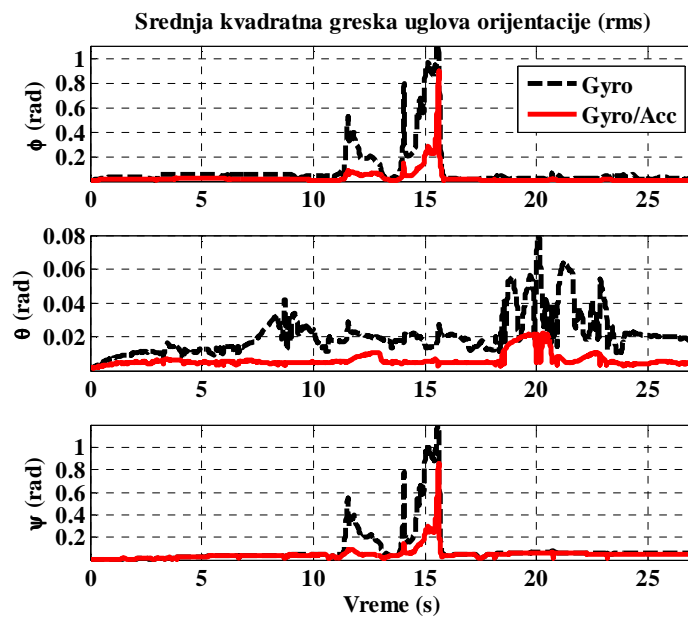
Sl. 4.7. Referentni uglovi orijentacije objekta upotrebljeni u toku simulacije.

Na Sl. 4.8, prikazana je srednja kvadratna greška uglova orijentacije objekta, određena na osnovu merenja žiroskopa. Posmatrajući pojedine grafike uočava se da greška raste u toku vremena, što govori o postojanju drifta žiroskopa. Takođe, maksimalna greška nastaje prilikom naglog ugaonog ubrzanja tj. promene pravca kretanja objekta.

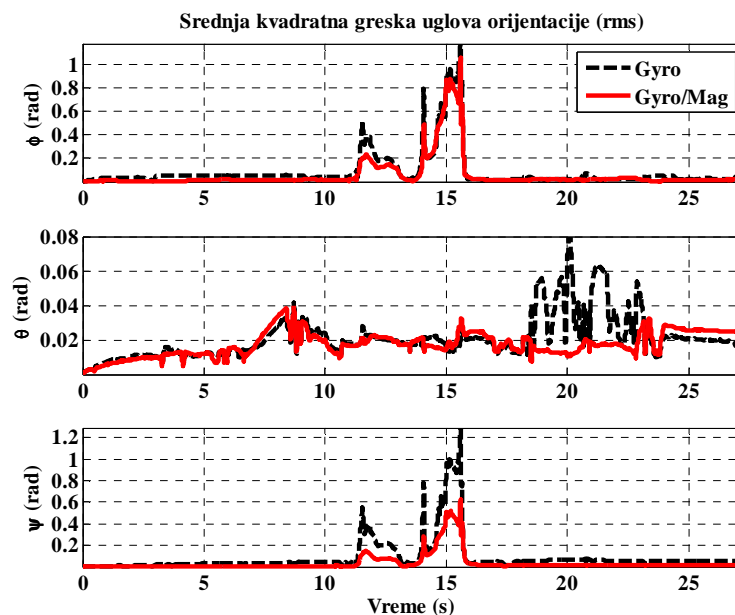
Na Sl. 4.9 i Sl. 4.10, uporedo su prikazane srednje kvadratne greške uglova orijentacije određenih pomoću žiroskopa i nakon kompenzacije grešaka na osnovu merenja akcelerometra odnosno magnetometra.



Sl. 4.8. Srednja kvadratna greška (rms) uglova orijentacije objekta, određenih na osnovu merenja žiroskopa.



Sl. 4.9. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške estimirane vrednosti uglova orijentacije nakon integracije žiroskopa i akcelerometara.



Sl. 4.10. Usporedni prikaz srednje kvadratne greške estimirane vrednosti uglova orijentacije nakon integracije žiroskopa i magnetometra.

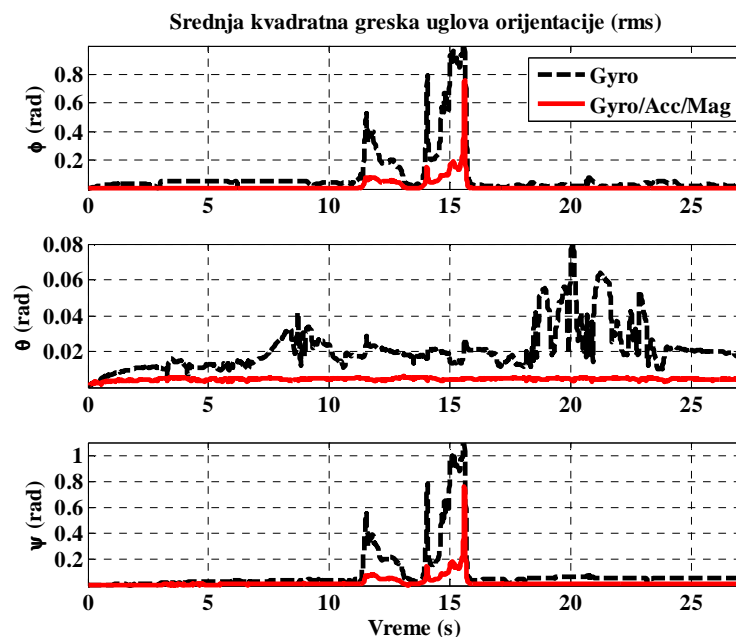
U skladu sa teorijskim objašnjenjem metode kompenzacije grešaka, na prethodnim navedenim slikama se vidi da prigušenje grešaka pomoću merenja akcelerometara najveći efekat ostvaruje pri korekciji uglova propinjanja i valjanja. Već je istaknuto da se primenom magnetometra prioritetno kompenzuje greška ugla skretanja. Efekti njegove primene jasno se mogu uočiti na Sl. 4.10. S obzirom da su magnetometri inertni, ne mogu da isprate trenutne promene uglova orijentacije, što je očigledno u okolini dvanaeste i petnaeste sekunde, kada, videti Sl. 4.7, postoji nagla promena svih uglova orijentacije objekta. Na osnovu ostvarenih rezultata uočljivo je da postoji i prigušenje drifta žiroskopa u horizontalnoj ravni, koje nije veliko ali je svakako značajno, jer greške uglova propinjanja i valjanja mogu da izazovu greške svih ostalih navigacionih parametara.

U analizi ostvarenih rezultati potrebno je dodati i sledeće. Magnetometar, pored početne orijentacije navigacijskog sistema po uglu skretanja, dodatno prigušuje grešku ugla skretanja u toku kretanja objekta. Ukoliko greška ugla skretanja u toku vremena raste, raste i greška horizontalnih komponenti brzina objekta, na osnovu kojih se vrši dodatno prigušenje grešaka uglova propinjanja i valjanja. Samim tim pojavile bi se i grške navedenih uglova orijentacije a zatim i svih ostalih parametara navigacije (pozicije i brzine). Potrebno je istaći da se na osnovu merenja magnetometra dodatno vrši korekcija uglova propinjanja i valjanja, koja nije velika ali je od izuzetnog značaja za tačnost izračunavanja svih parametara navigacije.

Sa druge strane, ukoliko postoji greška ugla skretanja, direktno se javlja greška pozicije objekta u posmatranom (Zemaljskom) koordinantnom sistemu. S obzirom da izračunavanje intenziteta gravitacionog ubrzanja direktno zavisi od položaja na Zemlji, javila bi se dodatna greška u izračunavanju brzina objekta, koje takođe zavise i od veličina poluosu Zemljinog elipsoida na određenoj geografskoj širini i dužini. Ovakve greške naročito su interesantne za srednje u dugo vreme navigacije, kada objekat prelazi velika rastojanja.

Na Sl. 4.11, uporedno su prikazani rezultati srednje kvadratne greške merenja kada su za kompenzaciju drifta i šuma merenja žiroskopa upotrebljeni i akcelerometri i žiroskopi. Upoređivanjem ovih rezultata sa rezultatima na prethodnim slikama očigledno je da se na ovaj način postiže najbolje prigušenje grešaka merenja žiroskopa a samim tim ostvaruje se i najtačnije određivanje uglova orijentacije objekta.

U Tab. 4.2, prikazana je maksimalna, srednja i srednja kvadratna greška estimacije uglova orijentacije objekta, za sve prethodno navedene varijante prigušenja grešaka. Numerički rezultati, potvrđuju teorijska objašnjenja i polaznu pretpostavku da je integracijom više senzora, na odgovarajući način, moguće ostvariti povećanje tačnosti određivanja uglova orijentacije objekta u prostoru. Navedeni rezultati takođe potvrđuju komentare grafika prikazane na Sl. 4.9, Sl. 4.10 i Sl. 4.11.

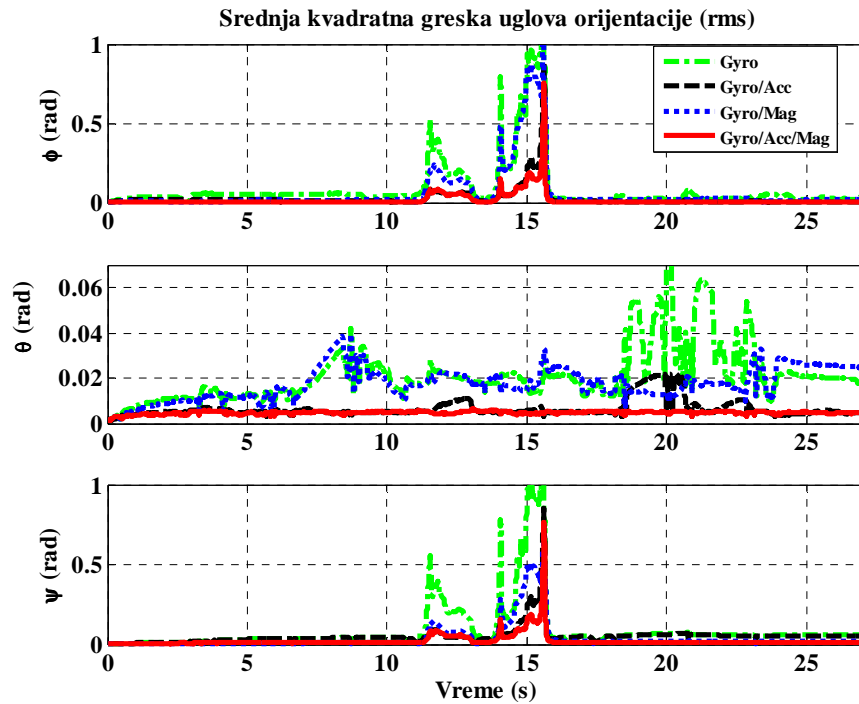


Sl. 4.11. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške estimirane vrednosti uglova orijentacije nakon integracije žiroskopa, akcelerometara i magnetometra.

Tab. 4.2. Numerički rezultati simulacije kompenzacije grešaka uglova orijentacije.

	Gyro			Gyro/Acc			Gyro/Mag			Gyro/ Acc / Mag		
	max	mean	rms	max	mean	rms	max	mean	rms	max	mean	rms
ϕ (rad)	2.8980	-0.0155	0.0854	2.221	5.9 e-3	0.0256	1.825	-0.0195	0.0586	1.9565	3.87e-4	0.0162
Θ (rad)	0.1212	-3.48e-4	0.0211	0.032	-1.3 e-3	0.0064	0.071	0.0020	0.0176	0.0183	3.37e-4	0.0048
ψ (rad)	2.599	-0.0042	0.0914	2.269	0.018	0.051	0.638	-0.009	0.037	1.952	2.5e-4	0.0224

Radi očiglednijeg prikaza grešaka određivanja uglova orijentacije, na osnovu merenja žiroskopa, akcelerometara i magnetometra, na Sl. 4. 12, uporedo su prikazane srednje kvadratne greške uglova valjanja, propinjanja i skretanja, određenih na osnovu merenja žiroskopa i nakon integracije žiroskopa i ostalih senzora u jedinstveni integrisani navigacijski sistem.



Sl. 4.12. Uporedi prikaz srednje kvadratne greške (rms) estimirane vrednosti uglova orijentacije određenih pomoću žiroskopa i nakon integracije žiroskopa i pojedinih senzora.

4.4. Određivanje brzine i pozicije

Kao što je već napomenuto u uvodnom delu ovog poglavlja, pored INS/GPS, u formiranju navigacijskog rešenja učestvuju magnetometar, koji je upotrebljen za poboljšanje određivanja parametara orijentacije i baro-visinomer, koji će biti upotrebljen za stabilizaciju vertikalnog kanala integrisanog navigacijskog sistema. Prisustvo dodatnog spoljašnjeg merenja baro-visinomera, poboljšaće ukupne performanse celokupnog integrisanog navigacijskog sistema, posebno u trenucima odsustva GPS navigacione informacije.

Određivanje brzine i pozicije u višesenzorskom integrisanom navigacijskom sistemu može se posmatrati nezavisno kroz horizontalni i vertikalni kanal integrisanog navigacijskog sistema.

4.4.1. Horizontalni kanal integrisanog navigacijskog sistema

Navigacijsko rešenje, horizontalnog kanala, integrisanog navigacijskog sistema zasniva se na jednačinama za određivanje brzine i pozicije INS. Prigušenje grešaka horizontalnog kanala, kao što je prikazano u [64, 71], zasniva se na određivanju koeficijenata K_1 , K_2 , kao što je prikazano u jednačini (2.39).

Optimalan izbor koeficijenata K_1 , K_2 bazira na kompromisu između veličine statičke greške i širine propusnog opsega sistema. Izbor velikih vrednosti K_1 , K_2 obezbeđuje malu statičku grešku, ali u ovom slučaju sistem će imati širok propusni opseg, što će omogućiti prolazak visoko-frekvencijskih komponenata šuma (slučajan šum drifta žiroskopa), [70].

Kontrolni signali u mogu se napisati kao,

$$u_N^v = -K_1(\delta\hat{V}_N), \quad u_E^v = -K_1(\delta\hat{V}_E), \quad u_N^\phi = -K_2(\delta\hat{V}_E), \quad u_E^\phi = -K_2(\delta\hat{V}_N), \quad (4.31)$$

gde su $\delta\hat{V}_N, \delta\hat{V}_E$ - procenjene vrednosti grešaka brzina duž N i E ose NED koordinatnog sistema, respektivno.

U "low-cost" INS primenama postojanje viših harmonika drifta žiroskopa dovodi do značajnog uvećanja statičke greške sistema, odakle sledi da vrednost kontrolnih signala, a time i prirodna frekvencija oscilovanja grešaka SDINS, ω_0 , treba da budu niže vrednosti. Najmanja vrednost za ω_0 , dobija se iz uslova da će vrednost grešaka orijentacije "proračunske" platforme, Φ_N, Φ_E biti u lineranoj oblasti, [70],

$$\omega_0 > 1.46 \frac{\omega_{E,N}^{dr}}{|\Phi_{E,N}|}, \quad (4.32)$$

gde su: $[\Phi_{N,E}]$ - moduo greške orijentacije "proračunske" platforme, u linearnoj oblasti ($|\Phi_N|, |\Phi_E| < 2-3^\circ$) i $\omega_{E,N}^{dr}$, projekcije drifta brzinskih žiroskopa duž E i N osa NED koordinatnog sistema.

Vrednosti koeficijenata K_1 i K_2 dobijaju se na osnovu analize INS modela grešaka za jednokanalni model i izračunavaju se kao [70],

$$K_1 = 2\xi\omega_0, \quad K_2 = \frac{\omega_0^2}{g}, \quad (4.33)$$

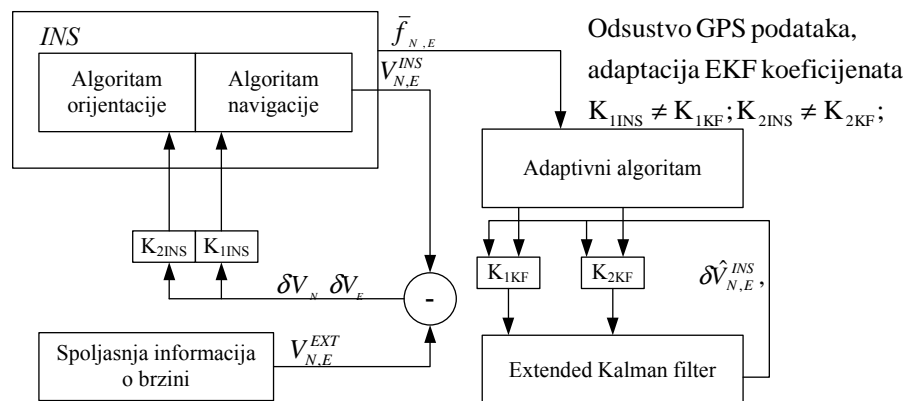
gde su: ξ - koeficijent prigušenja i ω_0 - prirodna frekvencija oscilovanja grešaka INS data izrazom (4.32).

U nominalnom slučaju vrednosti koeficijenata K_1 i K_2 , množe se sa procenjenim vrednostima grešaka brzina $\delta\hat{V}_N, \delta\hat{V}_E$ i uvode u algoritam INS, za prigušenje grešaka INS i u algoritam EKF za formiranje kontrolnih signala. Međutim, sa stanovišta INS korekcije, ovi koeficijenti mogu imati velike vrednosti, zbog velike statičke greške pri korišćenju inercijalnih senzora niske klase tačnosti. Posmatrano sa strane dinamike sistema, i ako se u ukupna razmatranja uključi i EKF kao sastavni deo celog sistema, velike vrednosti koeficijenata K_1 i K_2 , mogu štetno uticati na ukupnu stabilnost sistema.

Iz ovog razloga u algoritmu je izvršeno razdvajanje koeficijenata K_1 i K_2 , na dve grupe. Prvi par koeficijenata označeni kao K_{1INS} , K_{2INS} , uvodi se u algoritam INS za formiranje upravljačkih signala kojima se vrši prigušenje grešaka INS, a drugi par koeficijenata K_{1KF} , K_{2KF} , koristi se za formiranje kontrolnih signala za upravljanje EKF [64].

U toku odsustva GPS navigacione informacije integrisani INS/GPS navigacijski sistem radi u režimu predikcije. Formiranje upravljačkih signala za prigušenje grešaka INS u ovom režimu, vrši se korišćenjem brzinske informacije od nekog drugog spoljašnjeg izvora. U kopnenim primenama kao spoljašnji izvor brzinske informacije može se koristiti odometar, a u vazduhoplovnim primenama može se koristiti sistem vazdušnih podataka (*Air Data System*). Međutim, umesto dodatnog spoljašnjeg izvora informacija za formiranje upravljačkih (kontrolnih) signala prigušenje grešaka može se realizovati i pomoću adaptivne metode, formiranjem adaptivnih koeficijenata za prigušenje grešaka, [86,88].

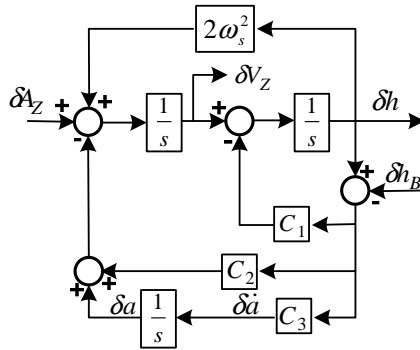
Na Sl. 4.13, predstavljena je uprošćena šema primene adaptivnih koeficijenata u integrisanom INS/GPS navigacijskom sistemu. U cilju smanjenja veličine greške procene u intervalima odsustva GPS navigacione informacije, vrši se adaptacija koeficijenata K_{1KF} , K_{2KF} . Izmena koeficijenata K_{1KF} , K_{2KF} , vrši se u skladu sa izmenom kinematičkih parametara koje mere inercijalni senzori. Adaptivna izmena koeficijenata K_{1KF} , K_{2KF} , vršena je u uslovima kada postoji linearna ili nelinearna zavisnost veličine koeficijenata od uglovnog ili linijskog ubrzanja. Kao nelinearna funkcija korišćena je hiperbolička funkcija: $\sinh(\cdot)$. U slučaju linearne zavisnosti, koeficijenti K_{1KF} , K_{2KF} , menjaju se linearno u skladu sa priraštajem brzine duž pravaca Severa i Istoka. Praćenje veličine ubrzanja vrši se korišćenjem "moving average" prozora unutar kojeg se prate vrednosti određenog broja uzoraka ubrzanja.



Sl. 4.13. Šema adaptacije koeficijenata u integrisanom INS/GPS navigacijskom sistemu.

4.4.2. Vertikalni kanal integrisanog navigacijskog sistema

Kod inercijalnih navigacijskih sistema greška vertikalnog kanala divergira eksponencijalno te je, u cilju prigušenja grešaka vertikalnog kanala, neophodan dodatni izvor informacija o visini, kao što je baro-visinomer. Integracija baro-visinomera i INS je već poznata u praksi. U ovom radu izvršena je adaptacija koeficijentata prigušenja grešaka pomoću hiperboličkih funkcija, primenjena na petlji trećeg reda za prigušenje greške vertikalnog kanala, koja je prikazana na Sl.4.14.



Sl. 4.14. Blok šema petlje trećeg reda, za prigušenja grešaka vertikalnog kanala.

Na osnovu prikazane blok šeme na Sl. 4.14, može se napisati jednačina modela grešaka vertikalnog kanala kao:

$$\begin{aligned}
 \dot{\delta h} &= \delta V_Z - C_1(\delta h - \delta h_B), \\
 \dot{\delta V}_Z &= \delta A_Z - C_2(\delta h - \delta h_B) - \dot{\delta a} + 2\omega_s^2 \delta h, \\
 \dot{\delta a} &= C_3(\delta h - \delta h_B),
 \end{aligned}
 \tag{4.34}$$

gde je δV_Z - greška vertikalne komponente brzine, δh - greška visine određena pomoću INS, δA_Z - greška merenja vertikalne komponente ubrzanja pomoću INS, δa - procenjena vrednost drifta akcelerometra, ω_s - Shuler-ova frekvencija oscilovanja, C_1 , C_2 and C_3 – koeficijenti za prigušenje grešaka vertikalnog kanala. Osnovni cilj ovog modela grešaka, je da omogući da δh teži nuli.

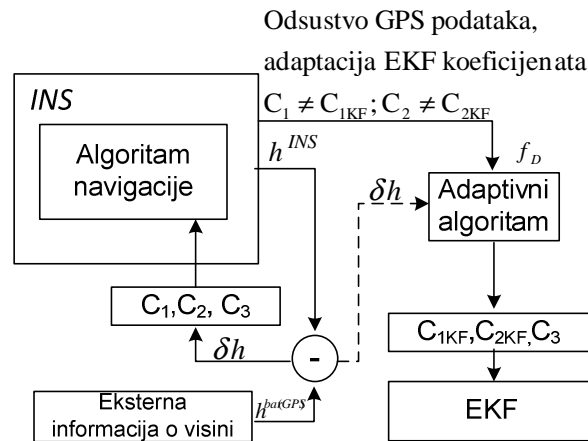
Za potrebe definisanja Kalmanovog filtra za slučaj kada se za stabilizaciju vertikalnog kanala koristi GPS i kada se, u odsustvu GPS informacija, koristi baro-visinomer, definisani su modeli grešaka, prikazani sledećim jednačinama:

$$\begin{aligned}
 m_{GPS} = h - h_{GPS} &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \delta h \\ \delta V_Z \\ \delta a \\ B \\ S \end{bmatrix} + v_{GPS}, \\
 m_{baro} = h - h_{baro} &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad -h_T] \begin{bmatrix} \delta h \\ \delta V_Z \\ \delta a \\ B \\ S \end{bmatrix} + v_B,
 \end{aligned}
 \tag{4.35}$$

gde je h_{GPS} – merenje visine pomoću GPS, v_{GPS} – šum merenja GPS, v_B – šum merenja baro-visinomera, B - bias merenja baro-visinomera i S- faktor skaliranja baro-visinomera.

Određivanjem koeficijenata C_1 , C_2 i C_3 definiše se i ponašanje sistema u celini. Velika vrednost koeficijenata omogućuje brži odziv ali i širok propusni opseg sistema, što omogućava veće prisustvo šuma. Takođe, veće vrednosti koeficijenata mogu da dovedu do nestabilnosti sistema, [90]. I ovde je, kao i u slučaju horizontalnog kanala izvršeno razdvajanje koeficijenata uvođenjem C_1 ; C_2 ; C_3 kao koeficijente za prigušenje grešaka u INS i C_{1KF} ; C_{2KF} ; C_{3KF} za potrebe implementacije u EKF. Ukoliko ne postoji validna GPS informacija o verikalnoj komponenti brzine i visini, EKF radi u modu predikcije. U tom periodu, prigušenje grešaka vrši se na osnovu tekućih merenja INS i spoljašnjeg senzora (baro-visinomera), što zahteva veće vrednosti koeficijenta prigušenja. Iz tog razloga adaptacija koeficijenta prigušenja C_{1KF} ; C_{2KF} , vrši se samo u odsustvu GPS informacija u skladu sa tekućim merenjima INS, odnosno kada EKF radi u modu predikcije. Optimalni izbor ovih koeficijenata zasniva se na kompromisu između statičke greške sistema i zahtevane širine propusnog opsega sistema u odnosu na više harmonike greške u sistemu.

Na Sl. 4.15. prikazana je šema razdvajanja koeficijenata za prigušenje grešaka vertikalnog kanala.



Sl. 4.15. Šema razdvajanja koeficijenata za prigušenje grešaka vertikalnog kanala.

Adaptacija koeficijenata prigušenja izvršena je na osnovu tekuće vrednosti greške visine, pomoću hiperboličkih funkcija ($\tanh(\cdot)$ i $\sinh(\cdot)$).

Na osnovu jednačine (4.34) prigušenje grešaka vertikalnog kanala, pomoću adaptivnih koeficijenata, može se napisati kao, [90],

$$\begin{aligned}
 \dot{\delta h} &= \delta V_Z - C_{1KF} \sinh(\delta h - \delta h_B), \\
 \delta \dot{V}_Z &= \delta A_Z - C_{2KF} \sinh(\delta h - \delta h_B) - \dot{\alpha} + 2\omega_s^2 \delta h, \\
 \dot{\alpha} &= C_{3KF} (\delta h - \delta h_B).
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

Karakteristična jednačina petlje prigušenja grešaka definisana je kao, [79]:

$$s^3 + C_1 s^2 + (C_2 - c)s + C_3 = 0, \quad c = 2g_0 / R_0. \tag{4.37}$$

Navedena karakteristična jednačina ima tri korena od kojih je jedan realan i dva kompleksna, pri čemu je vrednost realnog korena jednaka vrednostima realnih i imaginarnih elemenata kompleksnih korena, [91]. Na osnovu toga može se napisati sledeća jednačina:

$$\left(s + \frac{1}{\tau}\right) \left[s + \left(\frac{1}{\tau} + j\frac{1}{\tau}\right) \right] \left[s + \left(\frac{1}{\tau} - j\frac{1}{\tau}\right) \right] = 0. \quad (4.38)$$

Množenjem elemenata predhodne jednačine i sređivanjem jednačine, može se napisati,

$$s^3 + \frac{3}{\tau}s^2 + 4\frac{1}{\tau^2}s + 2\frac{1}{\tau^3} = 0. \quad (4.39)$$

Upoređivanjem elemenata jednačina (4.37) i (4.39), koeficijenti prigušenja grešaka izračunavaju se kao:

$$C_1 = \frac{3}{\tau}, C_2 = \frac{4}{\tau^2} + 2\frac{g_0}{R_0}, C_3 = \frac{2}{\tau^3}. \quad (4.40)$$

pri čemu je vrednost τ najčešće 100.

Simulacija prigušenja grešaka u vertikalnom kanalu

Radi analize grešaka vertikalnog kanala, sa predloženom metodom prigušenja grešaka pomoću adaptivnih koeficijenata izvedena je simulacija na osnovu tačno definisanog vertikalnog profila kretanja objekta sa parametrima senzora datim u Tab. 4.3. Adaptacija koeficijenata urađena je pomoću dve hiperboličke funkcije ($\tanh(x)$ ili $\sinh(x)$).

Tab. 4.3. Parametri senzora za potrebe simulacije.

Senzor	Greška	Vrednost
Akcelerometri	Šum merenja (1 σ)	0.05 m/s ²
	Bias	0.0001 m/s ²
GPS	Greška merenja pozicije (1 σ)	0.05 m
	Bias pozicije	0.0001 m
	Greška merenja brzine (1 σ)	0.001 m/s
	Bias brzine	0.00001 m/s
Baro-visinomer	Šum merenja (1 σ)	1 m
	Bias	0.05 m

Šema intergacije vertikalnog kanala realizovana je kao na Sl. 4.14. a karakteristike predloženog rešenja su analizirane Monte Carlo simulacijom, na osnovu 100 iteracija. Srednja kvadratna greška određivanja vertikalne brzine i visine objekta, upoređena je sa srednjom kvadratnom greškom dobijenom na osnovu već poznatih metoda prigušenja grešaka pomoću konstantnih koeficijenata. Filtracija je izvedena Kalmanovim filtrom koji je realizovan kao EKF, na osnovu modela grešaka za INS senzore i sa LC šemom integracije INS/GPS/Baro-visinomer.

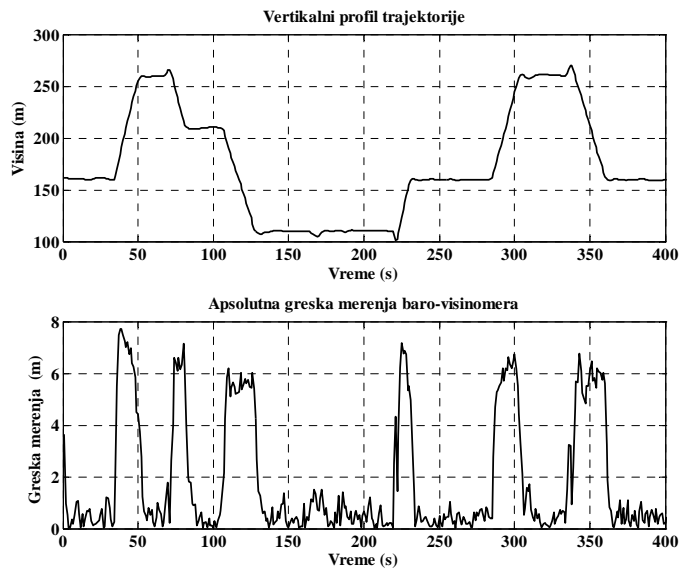
Vertikalni profil trajektorije kretanja objekta, koji je upotrebljen u analizi prigušenja grešaka, i greška merenja baro-visinomera, prikazani su na Sl. 4.16. Vertikalni profil trajektorije je izabran tako da omogući analizu prigušenja grešaka kada postoji i kretanje objekta na konstantnoj visini i kada postoji vertikalni manevar objekta, što prouzrokuje manju odnosno veću grešku u izračunavanju visine i vertikalne brzine objekta.

Sa Sl. 4.16. se vidi da spoljašnja informacija o visini, obezbeđena pomoću baro-visinomera, zbog inertnosti samog senzora, ne može u potpunosti da prati promenu visine usled naglog vertikalnog ubrzanja ali ima stabilnu karakteristiku u toku horizontalnog kretanja objekta. Za razliku od baro-visinomera, INS omogućava određivanje pozicije i vertikalne brzine objekta i pri naglom vertikalnom manevaru ali je njegova karakteristika nestabilna i zahteva korekciju od strane spoljašnjeg izvora informacija, u ovom slučaju od strane baro-visinomera.

Koeficijenti C_1 , C_2 i C_3 , moraju biti izabrani tako da visiha h , kao rezultat izračunavanja, ima stabilnu karakteristiku, i da integrisani sistem omogući izračunavanje visine i brzine pri veoma dinamičnom manevaru objekta. Takođe, neophodno je i pažljivo odrediti koeficijente C_{1KF} - C_{3KF} , u EKF. Velika vrednost ovih koeficijenata obezbeđuju malu statičnu grešku merenja ali i širok propusni opseg sistema i slabo prigušenje visokofrekventnih komponenti šuma, i obrnuto.

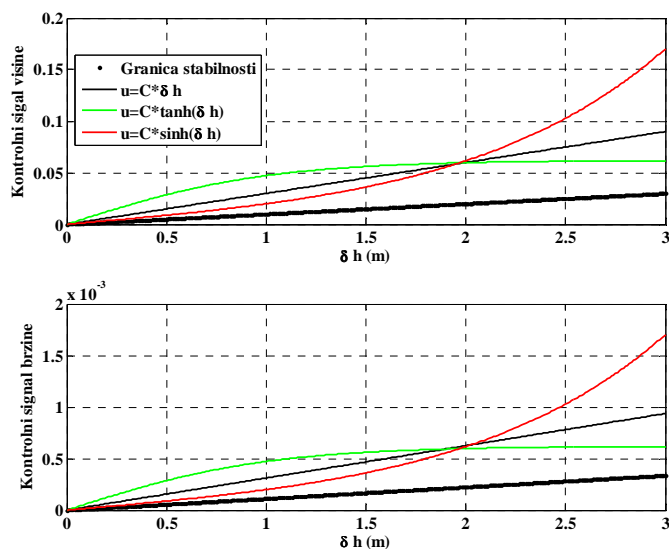
Potrebno je napomenuti da su Kalmanova pojačanja \mathbf{K} , po definiciji, vremenski promenljiva, i dostižu stabilno stanje kada se ostvari ravnoteža između varijanse akumuliranog procesnog šuma i varijanse šuma merenja, pri čemu je neophodno odrediti optimalne koeficijente (C_1 , C_2 , i C_3) za prigušenje grešaka u INS. Adaptacija ovih koeficijenata je urađena isključivo kada nema dostupnih GPS informacija i kada se stabilizacija visine i vertikalne brzine vrši na osnovu spoljašnje informacije iz baro-visinomera, jer tada EKF radi u modu predikcije $\mathbf{K}=0$.

Karakteristična jednačina (4.37) za konstantne koeficijente C_1 , C_2 , C_3 , se ne razlikuje od karakteristične jednačine koja se dobija linearizacijom primenjenih adaptivnih funkcija $\sinh(\cdot)$ i $\tanh(\cdot)$, tako da se koeficijenti C_{1KF} i C_{2KF} moraju odrediti u skladu sa uslovima iz jednačina (4.40) a na osnovu maksimalno očekivane razlike visina određene pomoću INS i baro-visinomera, što je u ovoj simulaciji usvojeno kao 2 m.



Sl. 4.16. Vertikalni profil trajektorije i greška merenja visine baro-visinomera.

Na Sl. 4.17, prikazani su kontrolni signali EKF, za prigušenje grešaka visine i vertikalne komponente brzine integrisanog sistema, [90].



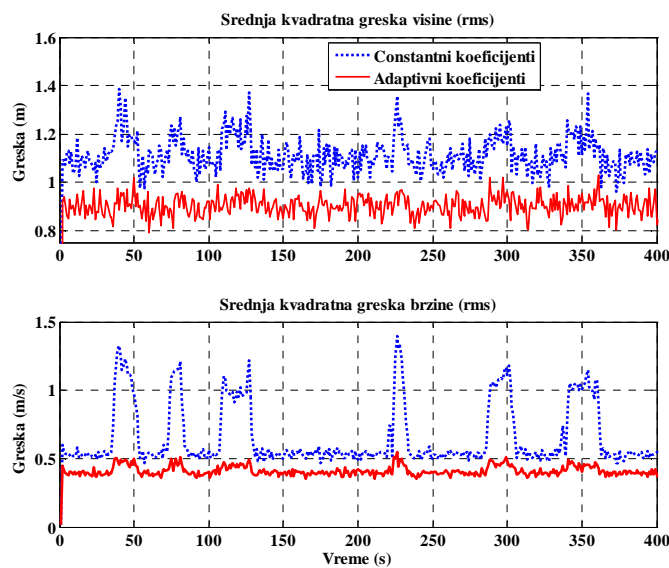
Sl. 4.17. Kontrolni signali visine i vertikalne komponente brzine.

Kao što je već rečeno, veće vrednosti koeficijenta prigušenja, omogućavaju brži odziv i širok propusni opseg sistema a samim tim i nemogućnost kvalitetnog prigušenja visokofrekventnih komponenti šuma i obrnuto. Primenom adaptivne funkcije $tanh(\cdot)$, Sl. 4.17., ostvaruje se brz odziv sistema jer funkcija naglo raste u zavisnosti od pobude (razlike visina δh) a zatim ulazi u zasićenje i ima konstantnu vrednost. Za razliku od $tanh(\cdot)$, oblast definisanosti funkcije $sinh(\cdot)$ je duplo šira, pri čemu sa porastom pobude, odziv funkcije lagano raste (za male

vrednosti pobude ima skoro linearnu karakteristiku) a sa porastom pobude naglo raste, što je i najvažniji razlog primene ove funkcije, jer omogućava bolje prigušenje grešaka i za male i velike razlike visina δh .

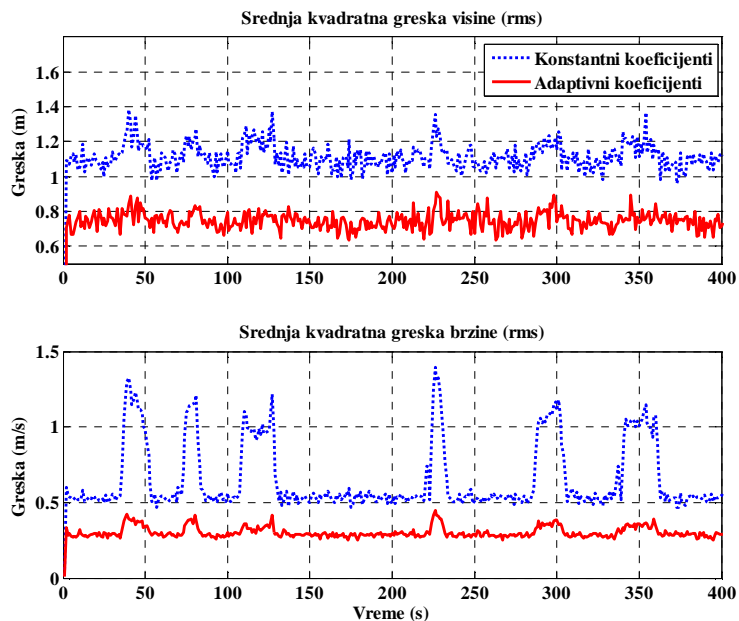
Za potrebe simulacije kada su dostupne GPS informacije usvojene su sledeće vrednosti koeficijenata prigušenja: $C_1 = 0.03$, $C_2 = 3.124 \times 10^{-4}$ i $C_3 = 1.2 \times 10^{-6}$. Kada GPS informacije nisu dostupne za $u = C \times \tanh(x)$: $C_{1KF} = 0.06$, $C_{2KF} = 6.2 \times 10^{-4}$ i $C_{3KF} = 1.2 \times 10^{-6}$, i za $u = C \times \sinh(x)$: $C_{1KF} = 0.017$, $C_{2KF} = 2 \times 10^{-4}$ i $C_{3KF} = 1.2 \times 10^{-6}$.

Na slikama Sl.4.18., i Sl.4.19. prikazane su estimirane vrednosti visine i vertikalne komponente brzine kao rezultati simulacije ostvareni na bazi prigušenja grešaka sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima, [90].

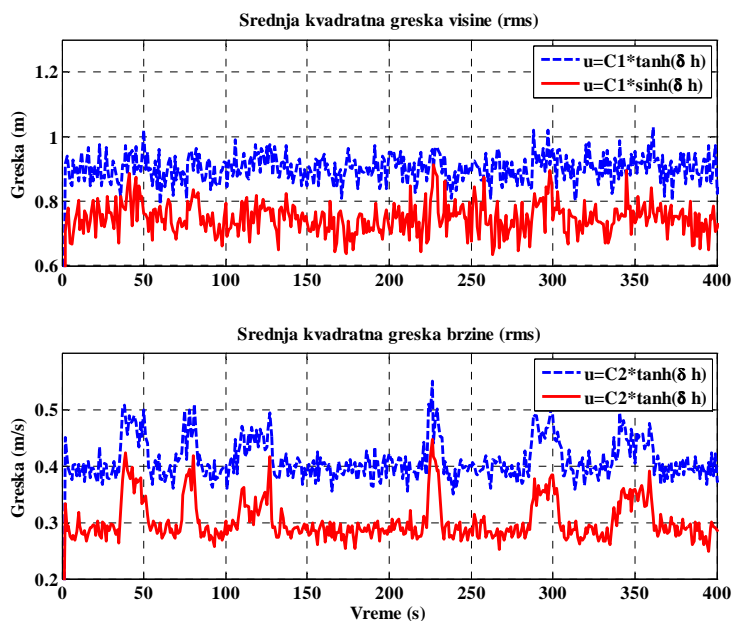


Sl. 4.18. Srednja kvadratna greška (rms) estimirane vrednosti visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija funkcijom $\tanh(\cdot)$).

Na slikama se jasno vidi da je prigušenje grešaka bolje u slučaju primene adaptivnih koeficijenata za prigušenje grešaka. Takođe, posmatrajući Sl. 4.16, i rezultate simulacije, jasno je da greška estimacije postaje veća u slučaju kada objekat vrši vertikalni manevar tačnije kada postoji linearno ubrzanje platforme, i obrnuto. Uporedni prikaz rezultata simulacije za slučaj adaptacije pomoću funkcija $\tanh(\cdot)$ i $\sinh(\cdot)$ prikazan je na sledećoj slici.



Sl. 4.19. Srednja kvadratna greška (rms) estimirane vrednosti visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija funkcijom $\sinh(\cdot)$).



Sl. 4.20. Uporedni prikaz srednje kvadratne greške (rms) estimirane vrednosti visine i vertikalne komponente brzine primenom adaptivnih funkcija $\tanh(\cdot)$ i $\sinh(\cdot)$.

Poređenjem rezultata na Sl. 4.20., očigledno je da se bolji rezultati postižu primenom adaptivne funkcije $\sinh(\cdot)$, kako u oblasti linearnog kretanja objekta tako i u toku manevra.

Na osnovu rezultata prikazanih u Tab. 4.4, i prikazanih grafika, dolazi se do jasnog zaključka da je prigušenje grešaka a samim tim i tačnost određivanja visine i vertikalne komponente brzine veća, primenom adaptivnih koeficijenata, a naročito ako je adaptacija izvršena primenom funkcije $\sinh(\cdot)$. Upoređujući rezultate rms iz Tab. 4.4, može se zaključiti da se tačnost određivanja visine i vertikalne komponente brzine, adaptacijom koeficijenata pomoću funkcije $\sinh(\cdot)$, poboljšava za više od 25% u odnosu na konstantne koeficijente i za oko 15% u odnosu na adaptaciju koeficijenata pomoću funkcije $\tanh(\cdot)$.

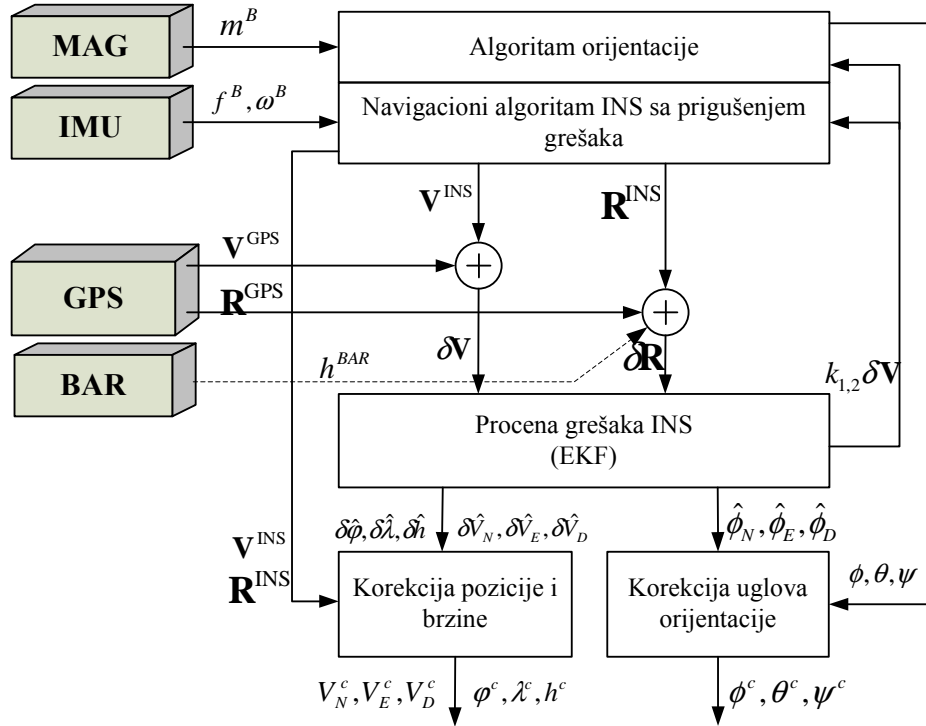
Tab. 4.4. Rezultati simulacije prigušenja grešaka vertikalnog kanala.

	Konstantni koeficijenti			Adaptivni koeficijenti $\tanh()/\sinh()$		
	max	min	rms	max	min	rms
Greška visine (m)	4.49	- 3.7	1.11	3.28/ 2.75	- 3.1/ - 2.5	0.91/ 0.78
Greška brzine (m/s)	3.09	- 2.37	0.66	3.11/ 2.8	- 2.9/ - 1.8	0.43/ 0.31

4.5. Algoritam integracije INS/GPS

Integracija navigacijskog sistema bazirana je na prethodno prikazanim metodama. Uzimajući u obzir sve prednosti i nedostatke slabo spregnute konfiguracije u otvorenoj petlji, a zbog činjenice da su na izlazu korišćenog GPS prijemnika dostupna merenja o poziciji i brzini, upravo ovakva konfiguracija je izabrana za praktičnu realizaciju. S obzirom da je korišćenje standardnog navigacionog algoritma u jednoj takvoj integraciji ograničeno kvalitetom inercijalnih senzora unutar IMU, to se u predloženoj šemi koristi navigacioni algoritam sa prigušenjem grešaka senzora. Blok šema integracije INS/GPS/Magnetometar/Baro-visinomer data je na Sl. 4.21.

Prigušenje grešaka u horizontalnom kanalu vrši se korišćenjem spoljašnje informacije o brzini. Podatak o veličini prigušenja uvodi se u navigacioni algoritam u vidu kontrolnih signala, $K_1\delta V$ na prvi integrator i $K_2\delta V$ za korekciju položaja proračunske platforme u algoritam orijentacije. Prigušenje grešaka vrši se u cilju smanjenja amplitude oscilacije greške u SDINS. Veličine kontrolnih signala rastu sa prirodnom frekvencijom oscilovanja grešaka SDINS. U takvom sistemu prigušenje oscilacija vrši se na frekvenciji koja je veća od Shuler-ove.



Sl. 4.21. Blok šema integracije INS/GPS/Magnetometar/Baro-visinomer.

U skladu sa primenjenim rešenjem prigušenja grešaka INS, model grešaka koji se koristi u bloku za procenu grešaka INS, može se napisati u razvijenom obliku kao:

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_N = & -V_E \cos \varphi [2\omega_e + \dot{\lambda} \sec^2 \varphi] \delta \varphi + \left[\frac{V_E \dot{\lambda} \sin \varphi}{r_p + h} - \frac{V_D \dot{\varphi}}{r_M + h} \right] \delta h + \frac{V_D}{r_M + h} \delta V_N, \\ & -2(\omega_e + \dot{\lambda}) \sin \varphi \delta V_E + \dot{\varphi} \delta V_D - f_D \phi_E + f_E \phi_D + B_N + \underline{u}_N^v, \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_E = & [2\omega_e (V_N \cos \varphi - V_D \sin \varphi) + \dot{\lambda} V_N \sec \varphi] \delta \varphi - \frac{\dot{\lambda}}{r_p + h} [V_D \cos \varphi + V_N \sin \varphi] \delta h \\ & + (2\omega_e + \dot{\lambda}) \sin \varphi \cdot \delta V_N + \frac{1}{r_p + h} [V_D + V_N \operatorname{tg} \varphi] \delta V_E + (2\omega_e + \dot{\lambda}) \cos \varphi \cdot \delta V_D, \\ & + f_D \phi_N - f_N \phi_D + B_E + \underline{u}_E^v, \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_D = & 2\omega_e V_E \sin \varphi \cdot \delta \varphi + \left[\frac{V_N}{r_M + h} \dot{\varphi} + \frac{V_E}{r_p + h} \dot{\lambda} \cos \varphi + (k-2) \frac{g}{R_e} \right] \delta h, \\ & -2\dot{\varphi} \delta V_N - 2(\omega_e + \dot{\lambda}) \cos \varphi \cdot \delta V_E - f_E \phi_N + f_N \phi_E + B_D + \underline{u}_D^v \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\dot{\phi}_N = -\omega_e \sin \varphi \cdot \delta\varphi - \frac{\dot{\lambda}}{r_p + h} \cos \varphi \cdot \delta h + \frac{1}{r_p + h} \delta V_E - (\omega_e + \dot{\lambda}) \sin \varphi \cdot \phi_E + \dot{\phi} \phi_D - \omega_N^{dr} + \underline{u}_E^\phi, \quad (4.44)$$

$$\dot{\phi}_E = \frac{\dot{\phi}}{r_M + h} \delta h - \frac{1}{r_M + h} \delta V_N + (\omega_e + \dot{\lambda}) \sin \varphi \cdot \phi_N + (\omega_e + \dot{\lambda}) \cos \varphi \cdot \phi_D - \omega_E^{dr} + \underline{u}_E^\phi, \quad (4.45)$$

$$\dot{\phi}_D = -(\omega_e \cos \varphi + \dot{\lambda} \sec \varphi) \delta\varphi + \frac{\dot{\lambda}}{r_p + h} \sin \varphi \cdot \delta h - \frac{tg \varphi}{r_p + h} \delta V_E - \dot{\phi} \phi_N - (\omega_e + \dot{\lambda}) \cos \varphi - \omega_D^{dr}, \quad (4.46)$$

$$\dot{\omega}_N^{dr} = -\beta \omega_N^{dr} + A \sqrt{2\beta} \cdot w(t), \quad (4.47)$$

$$\dot{\omega}_E^{dr} = -\beta \omega_E^{dr} + A \sqrt{2\beta} \cdot w(t), \quad (4.48)$$

$$\dot{\omega}_D^{dr} = -\beta \omega_D^{dr} + A \sqrt{2\beta} \cdot w(t), \quad (4.49)$$

$$\delta\dot{\phi} = \frac{\dot{\phi}}{r_M + h} \delta h + \frac{1}{r_M + h} \delta V_N, \quad (4.50)$$

$$\delta\dot{\lambda} = \dot{\lambda} tg \varphi \cdot \delta\varphi - \frac{\dot{\lambda}}{r_p + h} \delta h + \frac{1}{(r_p + h) \cos \varphi} \delta V_E, \quad (4.51)$$

$$\delta\dot{h} = -\delta V_D + u_D^h, \quad (4.52)$$

$$\dot{B}_N = 0, \quad \dot{B}_E = 0, \quad \dot{B}_D = 0, \quad (4.53)$$

gde su: $\delta V_N, \delta V_E, \delta V_D$ - greške brzine duž osa NED koordinantnog sistema, $\delta\varphi, \delta\lambda, \delta h$ - greške pozicije (geografske širine, geografske dužine i visine), ϕ_N, ϕ_E, ϕ_D - greške uglovnog položaja proračunske platforme, $\omega_N^{dr}, \omega_E^{dr}, \omega_D^{dr}$ - projekcije driftova brzinskih žiroskopa na ose NED koordinantnog sistema modelovani kao Gauss-Markov-ljevi procesi I reda, sa vrednošću korelacionog koeficijenta β , i varijansom A , $w(t)$ - Gauss-ov beli šum jedinične spektralne gustine snage, B_N, B_E, B_D - projekcije "bias-a" akcelerometara na ose NED koordinatnog sistema, modelovani kao slučajne konstante.

4.6. Kalmanov filter

Integracija sistema inercijalne navigacije i sistema satelitske navigacije ostvaruje se korišćenjem Kalmanovog filtra. Kalmanova filtracija, koju je 1960.godine predstavio Dr. R. E. Kalman, je statistička tehnika koja kombinuje poznavanje statističke prirode grešaka sistema sa poznavanjem dinamike sistema, koji se predstavlja modelom u prostoru stanja. Na osnovu poznavanja dinamičkog modela stanja sistema i modela šuma sistema vrši se procena njegovih stanja.

U slučaju navigacionih sistema procenjuju se minimalno dva stanja sistema (pozicija i brzina), ali nije neobično da se vrši filtriranje za model sistema sa vektorom stanja čije su dimenzije od 6 do 60. Procenjeno stanje dobija se na osnovu težinske funkcije, tzv. Kalmanovog pojačanja, koje je optimizovano za dobijanje minimalne varijanse greške, [70].

Kalmanov filtar predstavlja rekurzivni algoritam, koji je dizajniran za izračunavanje korekcija u sistemu baziranim na spoljašnjim merenjima. Veličina korekcije odgovara tekućoj proceni filtra, koja je u funkciji statistike greške sistema.

4.6.1. Diskretni Kalmanov filtar

U opštem slučaju, dinamika nekog sistema može se opisati pomoću diferencijalne jednačine, [70],

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(\mathbf{x}, t), \quad (4.54)$$

koja u slučaju linearnog sistema, može da se napiše u obliku,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{w}, \quad (4.55)$$

gde su: \mathbf{A} - matrica koeficijenata koji opisuju dinamiku sistema (\mathbf{A} može biti funkcija vremena, ali ne funkcija od \mathbf{x}), \mathbf{w} - funkcija koja predstavlja specifične karakteristike sistema. Polazeći od jednačine (4.55), jednačina kontinualnog sistema može se napisati kao,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t), \quad (4.56)$$

gde su \mathbf{A} i \mathbf{G} odgovarajuće matrice, pri čemu matrica \mathbf{A} opisuje dinamiku sistema, a $\mathbf{G}\mathbf{w}(t)$ opisuje uticaj šuma procesa na ponašanje sistema. Jednačina (4.56) može se napisati u diskretnom obliku kao,

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (4.57)$$

gde su: \mathbf{x}_k - stanje sistema u diskretnom trenutku vremena $t_k = kT$, \mathbf{w}_{k-1} - sekvenca belog šuma sa nultom srednjom vrednošću i matricom kovarijanse,

$$\mathbf{Q}_k = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T], \quad (4.58)$$

a Φ_{k-1} - matrica prelaza. Jednačina merenja u odnosu na stanje \mathbf{x}_k za diskretno merenje z_k data je pomoću jednačine,

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (4.59)$$

gde je \mathbf{z}_k vektor merenja, \mathbf{H}_k matrica merenja a \mathbf{v}_k sekvenca belog šuma sa nultom srednjom vrednošću i matricom kovarijanse \mathbf{R}_k , pri čemu su sekvence šumova \mathbf{w}_k i \mathbf{v}_k međusobno nekorelisane.

Matrica Φ , koja opisuje promenu stanja sistema između dva diskretna trenutka, za stacionarni sistem može se napisati kao,

$$\Phi = e^{F\Delta t}, \quad (4.60)$$

gde je F matrica dinamike sistema a Δt interval između dva diskretna trenutka. Pod pretpostavkom da je izmena stanja sistema, u toku kratkog vremenskog intervala Δt , konstanta, razvojem u Tajlorov red i zanemarivanjem viših članova reda, izraz (4.60) postaje,

$$\Phi = \mathbf{I} + F\Delta t + \frac{F^2(\Delta t)^2}{2}, \quad (4.61)$$

gde je \mathbf{I} jedinična matrica.

Radi konvencije uvode se sledeća označavanja: znakovi (-) i (+) označavaju trenutke neposredno pre i posle diskretnog merenja, znak (^) da je reč o procenjenoj veličini, a znak (~) predstavlja razliku između tačne i procenjene vrednosti.

Kalmanov filter predstavlja dvo-koračni rekursivni algoritam. U prvom koraku vrši se predikcija procenjenog stanja između dva merenja. Na osnovu (4.57) i činjenice da je $E[w(k)] = 0$, može se napisati u obliku,

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \quad (4.62)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \quad (4.63)$$

gde je $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ procenjeno stanje neposredno posle diskretnog merenja \mathbf{z}_{k-1} i \mathbf{P}_{k-1}^+ kovarijansa greške procene posle diskretnog merenja \mathbf{z}_{k-1} . U drugom koraku vrši se korekcija stanja i korekcija kovarijanse greške merenja posle izvršenog merenja. Korekcija vektora stanja vrši se korišćenjem izraza,

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \left[\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- \right], \quad (4.64)$$

gde je \mathbf{K}_k matrica Kalmanovog pojačanja i koja se formira kao,

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T \left[\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \right]^{-1}, \quad (4.65)$$

gde je \mathbf{R}_k matrica kovarijansi šuma merenja. Matrica \mathbf{R}_k , predstavlja matricu kovarijansi šuma merenja koja opisuje model šuma merenja. Netačnost u modelovanju šuma merenja može dovesti po pojave nemodelovanih grešaka ili pojave šuma koji po prirodi nije Gausov beli šum. Nepravilnost u formiranju ili vrednostima elemenata matrice \mathbf{R}_k , ima za posledicu značajno smanjenje kvaliteta procene.

Izraz u srednjoj zagradi jednačine (4.65) predstavlja inovaciju ili rezidual merenja i označava se kao,

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-. \quad (4.66)$$

Korekcija kovarijanse procenjenih vrednosti grešaka stanja \mathbf{P}_k^+ vrši se na osnovu sledeće jednačine,

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}(\mathbf{k})] \mathbf{P}_k^- \quad (4.67)$$

U jednačini (4.63) matrica \mathbf{Q}_k , predstavlja matricu kovarijansi šuma sistema i direktno utiče na kvalitet procene stanja Kalmanovog filtra za vreme faze predikcije. Ukoliko je vrednost elemenata matrice \mathbf{Q}_k , velika to će procena stanja imati šumnu prirodu, dok će mala vrednost matrice \mathbf{Q}_k , uslovljavati "glatkiju" procenu sa prisutnim odstupanjem od tačne vrednosti. Matrica \mathbf{Q}_k , se na svakom koraku izračunavanja može formirati korišćenjem jednačine:

$$\mathbf{Q}_k = \Phi_k \mathbf{Q} \mathbf{G} \mathbf{G}^T \Phi_k^T \Delta t, \quad (4.68)$$

gde se \mathbf{Q} formira na osnovu spektralnih gustina snaga sistema.

4.6.2. Prošireni Kalmanov filter

U mnogim realnim primenama model sistema, i model merenja predstavljeni su nelinearnim modelima. Kako bi se u takvim aplikacijama mogao koristiti Kalmanov filter, neophodno je najpre izvršiti linearizaciju nelinearnog modela. Linearizacija se može vršiti oko referentne (nominalne) trajektorije, i u tom slučaju reč je o linearizovanom Kalmanovom filteru (*Linearized Kalman Filter*, LKF), a ukoliko se linearizacija vrši oko svake prethodne procene onda je reč o proširenom Kalmanovom filteru (*Extended Kalman Filter*, EKF).

Prošireni Kalmanov filter razvio je Stanley F. Schmidt. EKF predstavlja najjednostavniji i veoma popularan prilaz u rešavanju problema nelinearne estimacije. Kod EKF se linearizacija vrši oko procenjene trajektorije, pri čemu se parcijalni izvodi izračunavaju duž trajektorije koja se menja sa svakom novom procenom filtra.

Razvojem nelinearne funkcije $f(\cdot)$ u Tajlorov red u okolini tačke koja odgovara proceni iz prethodnog koraka, matrica Jakobijana modela sistema, može se napisati kao, [64]:

$$\Phi_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}} \quad (4.69)$$

Tajlorova aproksimacija modela merenja vrši se u okolini tačke koja odgovara tekućoj ekstrapoliranoj proceni. Odgovarajuća matrica Jakobijana za model merenja, može se napisati kao,

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_k) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \frac{\partial h_1}{\partial x_3} & \dots \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \frac{\partial h_2}{\partial x_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \Big|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} \quad (4.70)$$

Koristeći navedene matrice Jakobijana dobijaju se linearizovani model sistema EKF,

$$\delta \hat{\mathbf{x}}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}} \cdot (\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (4.71)$$

i linearizovani model merenja,

$$\delta \mathbf{z}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} \cdot (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-) + \mathbf{v}_k \quad (4.72)$$

Jednačine (4.71) i (4.72) predstavljaju linearizovani model za diskretan slučaj. U datom slučaju vrši se procena devijacije trajektorije, tako da se tačna vrednost promenljive vektora stanja dobija kao zbir procenjene vrednosti devijacije trajektorije, u datom trenutku vremena, i procenjene trajektorije u prethodnom koraku.

4.6.3. Kalmanov filter sa kontrolnim signalom

U slučaju postojanja kontrolnih signala model sistema opisuje se jednačinom

$$\mathbf{x}_k = \Phi_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{L} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{G} \mathbf{w}_{k-1} \quad (4.73)$$

gde su \mathbf{u}_{k-1} - poznati kontrolni signali, \mathbf{L} – matrica nula i jedinica (matrica kontrolnih signala). Struktura algoritma Kalmanovog filtra u ovom slučaju može se napisati kao,

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \mathbf{L} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ - \mathbf{H}_k \mathbf{L} \mathbf{u}_{k-1}) \quad (4.74)$$

Vrednost Kalmanovog pojačanja računa se kao u jednačini (4.65). Može se zapaziti da uvođenje kontrolnih signala u model sistema nema uticaja na formiranje Kalmanovog pojačanja, matrice \mathbf{K}_k . Jedine izmene nastaju u toku estimacije vektora stanja, što se i može uočiti u jednačini (4.74). U ovom radu realizovan je EKF sa kontrolnim signalom.

4.7. Map-Matching

Narastajući zahtevi u pogledu potreba za navigaciju objekata, ne samo u oblasti vojnih već i civilnih primena, uslovili su porast interesovanja za istraživanja u ovoj oblasti. Iz komercijalnih razloga, posebna pažnja se poklanja navigaciji vozila u urbanim sredinama. GPS kao najrasprostranjeniji navigacioni sistem u upotrebi ima i određena ograničenja. Usled interferencije, višestrukog prostiranja GPS signala itd. dolazi do pojave grešaka koje mogu biti

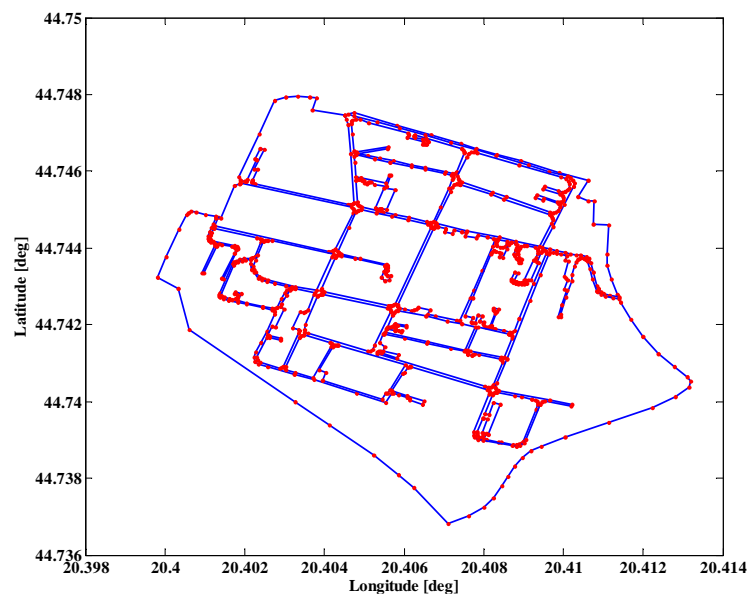
veće od 10 m, ili čak do gubitka informacija o poziciji i brzini korisnika, što je u određenim aplikacijama neprihvatljivo.

Jedan od načina da se poveća tačnost određivanja pozicije korisnika u urbanim sredinama jeste i upotreba digitalne karte. U skladu sa dosadašnjim istraživanjima, digitalne karte uglavnom su izrađene pomoću GPS prijemnika, gde su ulice definisane jednom linijom. U ovom istraživanju, upotrebljena je digitalna karta, definisana pomoću skupa referentnih tačaka, gde su sve ulice i moguće površine za kretanje vozila definisane u punom profilu, u dvodimenzionalnoj (2D) ravni.

U ovom poglavlju je dat opis razvijenog MM algoritma, koji je dizajniran za specifičnu digitalnu kartu, pri čemu se verovatna pozicija vozila određuje pomoću funkcije verovatnoće u odnosu na referentne tačke kojima je definisana digitalna karta. Kao što će rezultati ispitivanja pokazati, predloženo rešenje svakako doprinosi povećanju tačnosti određivanja položaja vozila.

4.7.1. Digitalna karta

Digitalna karta, koja je upotrebljena u ovom istraživanju, definisana je pomoću skupa referentnih tačaka. Jedan segment urbane sredine, predstavljen na digitalnoj karti, prikazan je na Sl. 4.22. Plavim linijama označen je profil svih ulica i površina gde je moguće kretanje vozila. Sve ulice i površine za kretanje vozila definisane su pomoću referentnih tačaka, koje su označene crvenim zvezdicama, i za koje su poznate sve tri koordinate. Svaki deo ulice definisan je pomoću dva skupa tačaka, koje su definisane na osnovu karakteristika samih ulica i koje određuju levu odnosno desnu ivicu puta. Dve susedne tačke određuju dužinu i pravac svakog segmenta na graničnoj liniji puta, (kojima su definisane leva odnosno desna ivica puta). Ovako definisane ulice pomoću referentnih tačaka, omogućavaju određivanje najbliže tačke na ivici puta, u odnosu na trenutno procenjenu poziciju vozila.



Sl. 4.22. Segment urbane sredine, na digitalnoj karti.

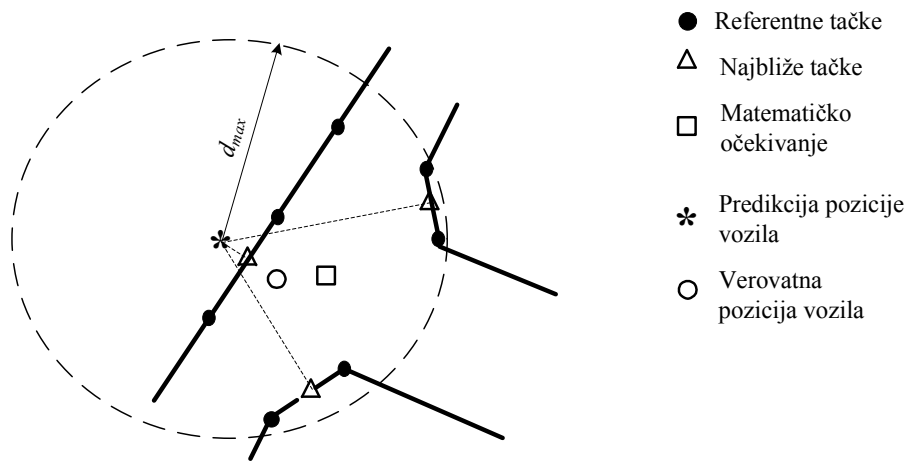
4.7.2. MM algoritam

Proces pridruživanja podataka u MM algoritmu, zasniva se na postojanju baze podataka, gde je svaka linija (ivica puta) definisana kao matrica $\mathbf{A}_{i(ni, 3)}$, gde je ni broj referentnih tačaka koji opisuje određenu ivicu puta (označenu kao lin), pri čemu je svaka od tih tačaka definisana svojim koordinatama u geografskom koordinatnom sistemu (x, y, z) (*latitude, longitude, height, LLH*). Sve matrice koje definišu ivice puta, deo su jedinstvene matrice \mathbf{A} , kojima je definisana digitalna karta, $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \dots \mathbf{A}_M]^T$. Radi odgovarajućeg upravljanja podacima iz digitalne karte, broj vrsta ni svake pod matrice \mathbf{A}_i je pridružen posebnoj matrici $\mathbf{D} = [n_1 n_2 \dots n_M]^T$.

Određivanje verovatne pozicije vozila, zasniva se na ideji prikazanoj na Sl. 4.23. Na ovoj slici, najbliže tačke na liniji puta, u okolini vozila, označene su trouglovima. Kvadrati predstavljaju matematičko očekivanje (x_m, y_m) njegovih koordinata $(x_{min}(i), y_{min}(i))$, a zvezdice predstavljaju trenutnu predikciju položaja vozila (x_p, y_p) . Verovatna pozicija vozila (x_c, y_c) , na slici je označena kružićima.

U slučaju kada predikcija pozicije vozila pokazuje da se vozilo nalazi van puta, verovatna pozicija vozila izračunava se kao:

$$[x_c \quad y_c] = \sum_{i=1}^n p_i [x_{min}(i) \quad y_{min}(i)]. \quad (4.75)$$



Sl. 4.23. Međusobni odnos tačaka neophodnih za određivanje verovatne pozicije vozila.

Težinski koeficijenti p_i se izračunavaju kao:

$$p_i = \frac{e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r_{pi}}{d_{max}} \right)^2}}{\sum_{i=1}^n e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r_{pi}}{d_{max}} \right)^2}}, \quad (4.76)$$

gde je r_{pi} rastojanje između predikcije položaja vozila i najbliže tačke na liniji (ivici puta) $(x_{min}(i), y_{min}(i))$, i može se izračunati na osnovu jednačine:

$$r_{pi} = \left((x_p - x_{min}(i))^2 + (y_p - y_{min}(i))^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.77)$$

Veličina d_{max} je maksimalno rastojanje od vozila u kome se vrši određivanje najbliže tačke a c je konstanta koja određuje brzinu promene eksponencijalne funkcije u odnosu na rastojanje r_{pi} . U ovom radu su usvojene vrednosti $d_{max} = 25$ m i $c = 3$.

Usvajanje vrednosti za $d_{max} = 25$ m je urađeno u skladu sa pretpostavkom da nijedna širina ulice ne prevazilazi usvojenu vrednost, jer je za određivanje verovatnog položaja vozila neophodno da se obe linije puta nalaze unutar radijusa d_{max} . Ova veličina svakako bi trebala da bude adaptivna i da se menja u skladu sa trenutnom širinom puta. Značaj ove adaptacije, biće objašnjen u narednoj glavi, u toku ispitivanja MM algoritma.

Objašnjenje za usvajanje vrednosti koeficijenta c povezano je sa eksponencijalnim delom jednačine (4.76). Očigledno je da ovaj deo ima formu definisanu u skladu sa funkcijom gustine verovatnoće normalne raspodele, kada je matematičko očekivanje odgovarajuće promenljive jednako nuli. Usvajajući vrednost $c = 3$, standardna devijacija ove funkcije je određena sa $d_{max}/3$.

U skladu sa karakteristikom normalne raspodele, većina realizacija odgovarajuće promenljive nalaziće se u intervalu od $\pm 3\sigma$, u odnosu na matematičko očekivanje. Upravo na ovaj način definisana je verovatna pozicija vozila kada se predikcija njegove pozicije nalazi van puta, ali imajući u vidu da suma težinskih koeficijenata p_i mora biti jedan.

Na ovaj način određuje se verovatna pozicija vozila kada god postoji više od jedne linije $line$, u okolini predikcije njegovog položaja (x_p, y_p) , i kada je minimalno rastojanje $(r_i)_{min}$, najbliže tačke $(x_{min}(i), y_{min}(i))$ manje od rastojanja vozila r_p , od matematičkog očekivanja (x_m, y_m) , označenog kvadratičima na Sl. 4.23.

Rastojanja r_p i r_i se izračunavaju kao:

$$r_i = \left((x_{min}(i) - x_m)^2 + (y_{min}(i) - y_m)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.78)$$

$$r_p = \left((x_p - x_m)^2 + (y_p - y_m)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.79)$$

U slučaju kada je minimalno rastojanje $(r_i)_{min}$ veće od r_p , ili ukoliko postoji samo jedna linija u okolini trenutne pozicije vozila, trenutna predikcija položaja vozila je prihvaćena kao validna:

$$[x_c \ y_c] = [x_p \ y_p]. \quad (4.80)$$

Proces određivanja verovatne pozicije vozila, započinje određivanjem najbliže tačke u odnosu na predikciju položaja vozila (x_p, y_p) , za svaku liniju. Pretpostavimo da najbliža tačka unutar svake linije lin ima i -tu poziciju i koordinate:

$$h_0(i) = (\Delta y_0^2(i) + \Delta x_0^2(i))^{\frac{1}{2}}, \quad (4.86)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_p(i) \\ \Delta y_p(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(i) - x_p \\ y(i) - y_p \end{bmatrix}, \quad (4.87)$$

$$\theta_p(i) = \arctan\left(\frac{\Delta y_p(i)}{\Delta x_p(i)}\right), \quad (4.88)$$

$$h(i) = |\sin(\theta_p(i) - \theta_0(i))| \cdot (\Delta x_p^2(i) + \Delta y_p^2(i))^{\frac{1}{2}}, \quad (4.89)$$

$$h_p(i) = |\cos(\theta_p(i) - \theta_0(i))| \cdot (\Delta x_p^2(i) + \Delta y_p^2(i))^{\frac{1}{2}}, \quad (4.90)$$

$$\begin{bmatrix} x_{\min}(i) \\ y_{\min}(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(i) - h_p(i)(x(i) - x_0)/h_0(i) \\ y(i) - h_p(i)(y(i) - y_0)/h_0(i) \end{bmatrix}, \quad (4.91)$$

gde su:

(x_0, y_0) i $(x(i), y(i))$ - koordinate tačkaka T_0 , i T_1, T_2 (u skladu sa i),

$\theta_0(i)$ - pravci segmenata $\overline{T_0T_1}$ i $\overline{T_0T_2}$;

$\theta_p(i)$ - pravci duži $\overline{PT_1}$ i $\overline{PT_2}$;

$h_0(i)$ - dužine segmenata $\overline{T_0T_1}$ i $\overline{T_0T_2}$;

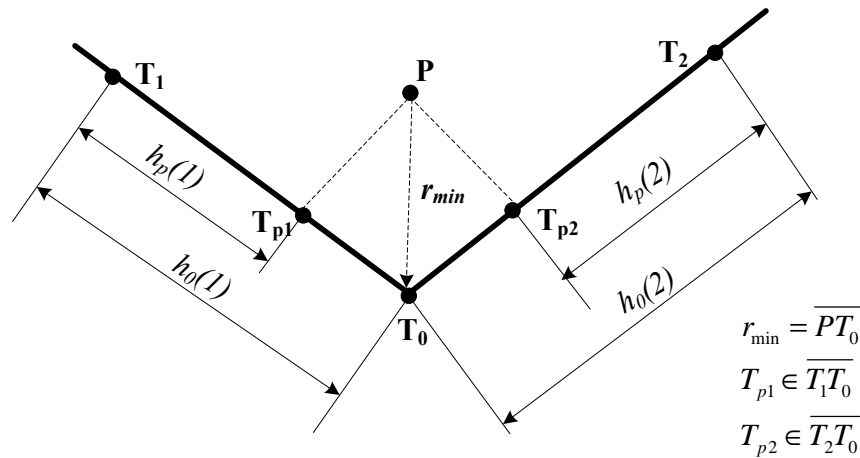
$h(i)$ - najkraće rastojanje pozicije vozila P u odnosu na segmente $\overline{T_0T_1}$ i $\overline{T_0T_2}$;

$h_p(i)$ - projekcije $\overline{PT_1}$, $\overline{PT_2}$ na linije koje prolaze kroz T_0, T_1 i T_0, T_2 , respektivno;

$x_{\min}(i)$, $y_{\min}(i)$ - koordinate tačkaka T_{P1} , T_{P2} .

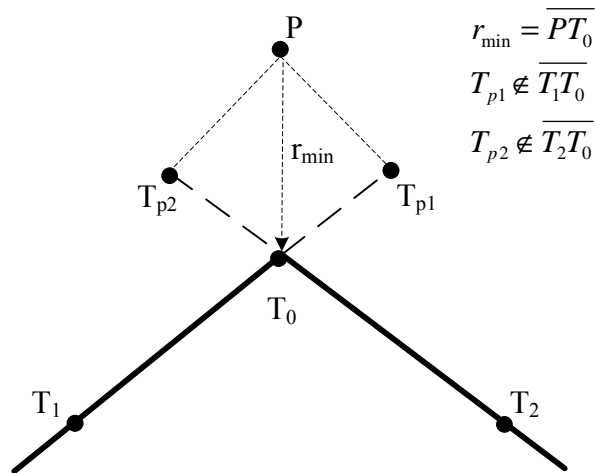
Uzimajući u obzir sve elemente prikazane na Sl. 4.24, jasno je da je pozicija tačke T_{P1} izvan segmentam $\overline{T_0T_1}$ zbog čega se ne smatra elementom specifične linije. Iz tog razloga jasno je da $\overline{PT_{P2}}$ predstavlja najkraće rastojanje trenutne predikcije položaja vozila P u odnosu na specifičnu liniju.

Slučaj (B) je situacija, prikazana na Sl. 4.25, gde projekcije tačke P , označene sa T_{P1} i T_{P2} , pripadaju određenim segmentima $\overline{T_0T_1}$ i $\overline{T_0T_2}$, tako da postoje dva kandidata za najbližu tačku.



Sl. 4.25. Geometrijski odnosi karakterističnih tačaka, slučaj (B).

Treći slučaj (C) je situacija, prikazana na Sl. 4.26, gde projekcije tačke P , označene sa T_{p1} and T_{p2} , ne pripadaju segmentima $\overline{T_0T_1}$ i $\overline{T_0T_2}$. U ovom slučaju samo jedna tačka, T_0 , je prihvatljiva za određivanje najkraćeg rastojanja u odnosu na specifičnu liniju, ukoliko je njeno rastojanje r_{\min} manje od d_{\max} . U ovom slučaju se koordinate (x_0, y_0) prihvataju kao (x_{\min}, y_{\min}) .



Sl. 4.26. Geometrijski odnosi karakterističnih tačaka, slučaj (B).

Poslednji slučaj (D), predstavlja situaciju kada je rastojanje r_{\min} veće od d_{\max} , i tada ne postoji ni jedna tačka koja pripada specifičnoj liniji u okolini vozila (u okolini tačke P).

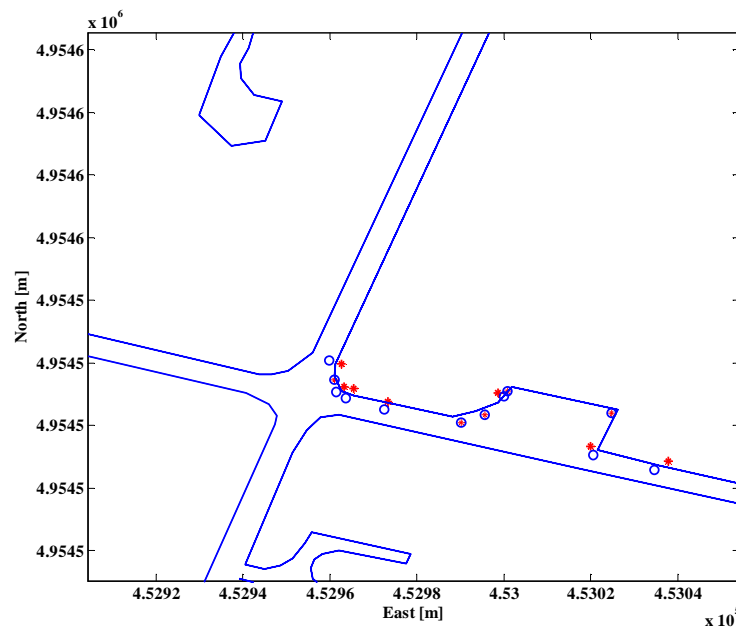
Obradom podataka u okviru algoritma, koordinate tačaka, koje se nalaze u blizini vozila, i indeksi koji određuju pripadnost konkretnoj liniji, moraju se memorisati u okviru matrica \mathbf{M}_{cnd} (matrica kandidata) i \mathbf{M}_{lne} (matrica indeksa). Na osnovu ovih matrica može se izvršiti estimacija, verovatnog položaja vozila, (x_c, y_c) , na sledeći način.

Prvi korak je utvrđivanje da li postoji više od jedne linije u okolini predikcije pozicije vozila. Ukoliko ne postoji više od jedne linije, nema potrebe za izračunavanjem već se verovatna pozicija vozila određuje na osnovu jednačine (4.80). U suprotnom, neophodno je, po nekom od već navedenih slučajeva (A), (B) ili (C), odrediti najbliže tačke na segmentima i njihovo matematičko očekivanje (x_m, y_m) , koje se izračunava na osnovu jednačine:

$$[x_m \quad y_m] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_{\min}(i) \quad y_{\min}(i)]. \quad (4.92)$$

Nakon toga, moguće je odrediti rastojanja r_i i r_p , na osnovu jednačina (4.81) i (4.82). Konačno, ukoliko je minimalno rastojanje $(r_i)_{\min}$ do najbližih tačaka $(x_{\min}(i), y_{\min}(i))$, manje od r_p , verovatna pozicija vozila se izračunava na osnovu jednačina od (4.75) do (4.87).

Određivanje pozicije vozila pomoću MM algoritma grafički je predstavljeno na Sl. 4.27, gde su ulice predstavljene u UTM koordinatama a verovatna pozicija vozila je određena pomoću simulacije. Na ovoj slici, plavi kružići predstavljaju verovatnu poziciju vozila određenu pomoću MM algoritma. Crvene zvezdice, predstavljaju tekuću predikciju pozicije vozila, a plave linije označavaju ivice puta. U slučaju kada tekuća estimacija pokazuje da je vozilo izvan puta i kada postoji dovoljan broj referentnih tačaka, MM algoritam određuje verovatnu poziciju vozila. U suprotnom, vozilo se nalazi na putu, i tada se estimacija i verovatna pozicija vozila poklapaju.



Sl. 4.27. Određivanje pozicije vozila na putu.

5. Analiza rezultata ispitivanja

Pri projektovanju integrisanog navigacijskog sistema neophodno je izvršiti analizu grešaka svih senzora koji učestvuju u integraciji. Svi senzori, a pre svega inercijalni, zbog svoje nesavršenosti i uticaja okoline, generišu grešku stohastičke prirode koja se u toku vremena akumulira, što dovodi do netačnog određivanja navigacijskog rešenja. Iz tog razloga neophodno je izvršiti određena laboratorijska ispitivanja, samih senzora i inercijalne merne jedinice u celini, kako bi se izvršila što bolja procena a zatim i kvalitetna kompenzacija grešaka senzora. Na osnovu statističkih metoda moguće je identifikovati izvore grešaka kao što su šum kvantizacije, beli šum, fluktuirajući šum (*flicker*), slučajni šetajući šum i eksponencijalno korelisani šum. Za ocenu parametara stohastičkog modela grešaka pojedinih senzora, najčešće se koristi Allan-ova varijansa, autokorelaciona funkcija i određivanje spektralne gustine snage [93].

Za izradu integrisanog navigacijskog sistema upotrebljeni su inercijalni MEMS senzori MPU-60X0 (troosni žiroskop i troosni akcelerometar) [94], GPS prijemnik "Gms-u1LP" (L1 C/A, frekvencija distribucije podataka 10 Hz) [95], barometarski visinomer MS5611-01BA03 [96], i magnetometar HMC5883 [97].

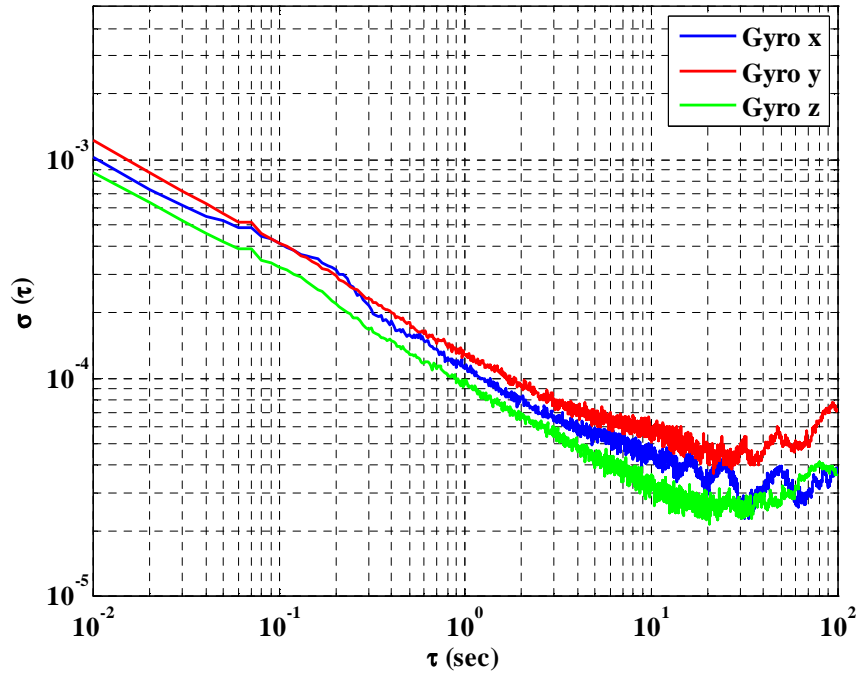
U ovoj glavi prikazani su rezultati laboratorijskih ispitivanja samih senzora i celokupne IMU, a zatim i analiza rezultata praktičnih ispitivanja integrisanog navigacijskog sistema.

5.1. Laboratorijska ispitivanja senzora

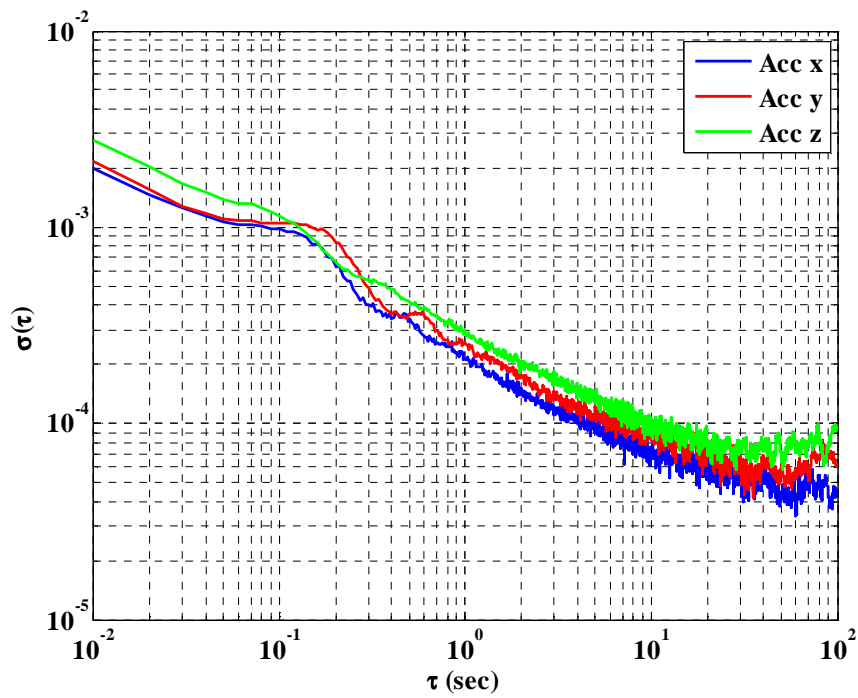
Za potrebe ispitivanja i kalibracije inercijalnih senzora korišćena je merna oprema metrološke laboratorije Tehničkog opitnog centra ML-03. Ispitivanje i kalibracija senzora, urađena je na osnovu kalibracionih procedura, opisanih u [64, 70]. Za stohastičku procenu grešaka i dobijanje vrednosti koeficijenata šumova primenjeno je softversko rešenje realizovano u MATLABu.

Allan-ova varijansa je statistička metoda za identifikaciju izvora grešaka pomoću koje je moguće odrediti varijanse pojedinih vrsta šumova i utvrditi koji je od identifikovanih šumova dominantan i najviše utiče na rad INS. Izračunavanje kvadratnih korena varijansi pojedinih vrsta šumova izvršeno je pomoću softvera generisanog u MATLABu, na osnovu tročasovnog prikupljanja podataka pomoću navedenih senzora, merenjem na ravnoj platformi i precizno određenoj lokaciji.

Grafički prikaz kvadratnog korena Allan-ove varijanse pojedinačnih senzora, prikazan je na sledećim slikama.



Sl. 5.1. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse za žiroskope.



Sl. 5.2. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse za akcelerometre.

Anliza rezultata metodom Allan-ove varijanse urađena je na skupu podataka koji su prikupljeni na osnovu jednočasovnog merenja u stacionarnom režimu, sa frekvencijom odabiranja 100 Hz i 16 bitnim A/D konvertorom. Obrada podataka urađena je nezavisno za žiroskope, akcelerometre i baro-visinomer a rezultati analize prikazani su u tabelama Tab. 5.1, Tab. 5.2 i Tab. 5.3, respektivno, u kojima su takođe prikazani i rezultati laboratorijskih ispitivanja.

S obzirom da su senzori izrađeni u MEMS tehnologiji, na osnovu Sl. 5.1 i Sl. 5.2 može se uočiti da su grafici žiroskopa, u sve tri ose, kao i grafici akcelerometara, u sve tri ose, međusobno veoma slični. Sa samih grafika takođe se može videti da je dominantan Gausov beli šum, a to je potvrđeno i rezultatima prikazanim u tabelama Tab. 5.1, Tab. 5.2, gde su prikazani beli, slučajno šetajući šum (*Random Walk*) i fluktuirajući šum (kod akcelerometara), dok su ostali šumovi zanemarljivo mali. Na osnovu autokorelacione funkcije merenja žiroskopa, ustanovljena je i prisutnost eksponencijalno korelisanog šuma sa vremenom korelacije τ_c , prikazanim u Tab. 5.1.

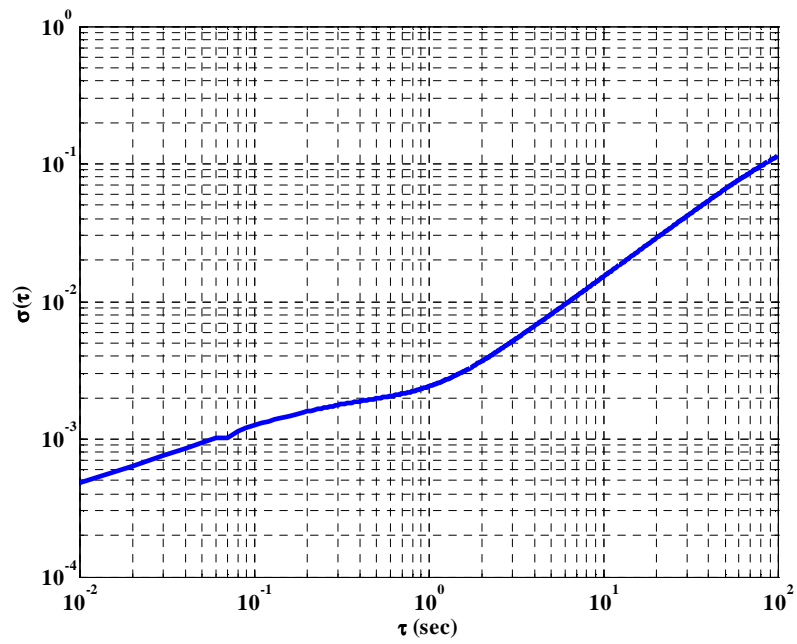
Tab. 5.1. Parametri grešaka žiroskopa.

Osa žiroskopa	Drift (rad/s)	Beli šum (m/s/s ^{1/2})	Random walk (rad/s/s ^{1/2})
x	9.28×10^{-3}	11.3×10^{-3}	3.7×10^{-4}
y	2.8×10^{-3}	10.5×10^{-3}	3.04×10^{-4}
z	1.02×10^{-4}	10.2×10^{-3}	6.07×10^{-5}

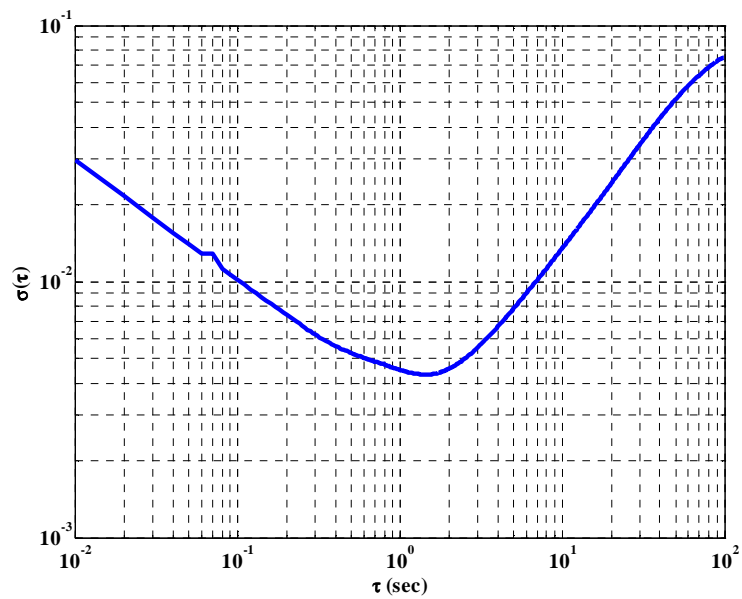
Tab. 5.2. Parametri grešaka akcelerometara.

Osa akcelerometra	Bias (m/s ²)	Beli šum (m/s/s ^{1/2})	Flicker (°/s ^{1/2})	Random walk (m/s ² /s ^{1/2})
x	-1.15×10^{-2}	1.77×10^{-2}	9.4×10^{-3}	6.48×10^{-4}
y	-1.66×10^{-2}	1.86×10^{-2}	9.25×10^{-3}	5.73×10^{-4}
z	9.8×10^{-2}	1.87×10^{-2}	9.1×10^{-3}	1.94×10^{-3}

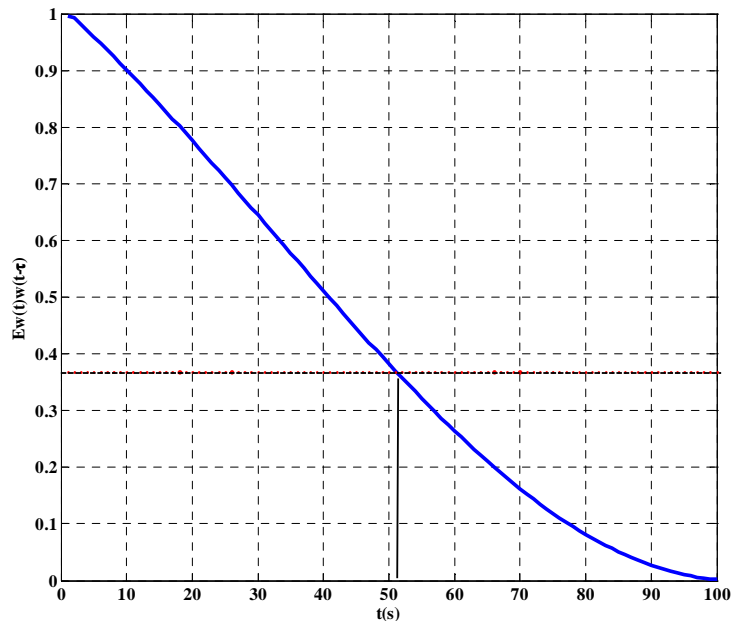
Grafici Allan-ove varijanse merenja barometra i termometra prikazani su na Sl. 5.3 i Sl. 5.4 i u tabeli Tab. 5.3 Kao dominantni šumovi prepoznaju se beli Gausov šum i šetajući šum. U slučaju kada je u sistemu prisutan eksponencijalno korelisan šum, vreme korelacije ne može se odrediti na osnovu grafika Allan-ove varijanse. U datom slučaju za određivanje korelacione konstante τ_c , može se koristiti autokorelaciona funkcija. Autokorelaciona funkcija se određuje po podacima koji se dobijaju sa izlaza senzora. Primer grafika autokorelacione funkcije Markovljevog slučajnog procesa dat je na Sl. 5.5. Korelaciona konstanta očitava se sa x-ose u tački u kojoj je normalizovana vrednost autokorelacione funkcije jednaka 36.8% od normalizovane vrednosti autokorelacione funkcije $R_{xx}(\tau = 0)$.



Sl. 5.3. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse barometra.



Sl. 5.4. Grafik kvadratnog korena Allan-ove varijanse termometra.



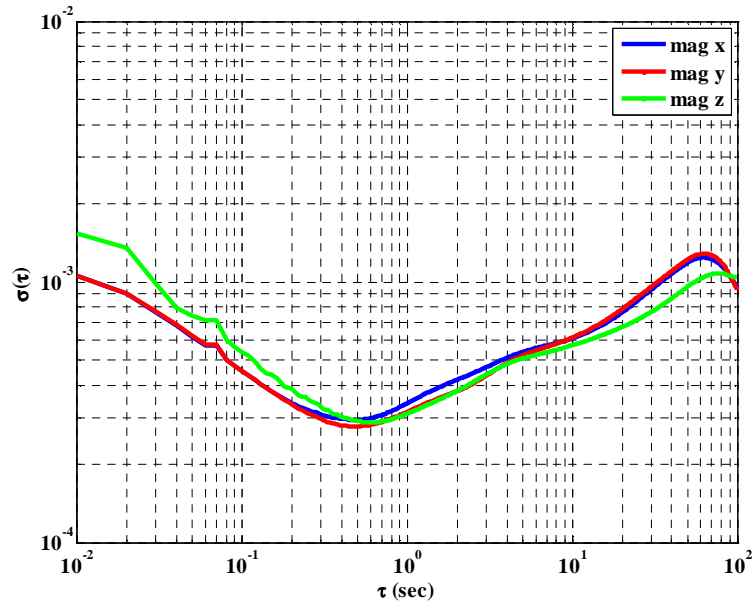
Sl. 5.5. Grafik autokorelacione funkcije Markovljevog slučajnog procesa u funkciji vremena korelacije.

Tab. 5.3. Parametri grešaka baro-visitomera.

Baro-visitomer	τ_c (s)	Beli šum (mbar/s ^{1/2})	Random walk (mbar/s/s ^{1/2})
Barometar	200	9.31×10^{-3}	13.9×10^{-2}
Termometar	52	13×10^{-2}	17.9×10^{-2}

Grafici Allan-ove varijanse merenja magnetometra, prikazani su na Sl. 5.6, dok su rezultati navedene statističke analize prikazani u Tab. 5.4. Na osnovu autokorelacione funkcije merenja magnetometra, ustanovljena je i prisutnost eksponencijalno korelisanog šuma sa vremenom korelacije τ_c , koje je takođe prikazano u Tab. 5.4. Parametri kompenzacije grešaka merenja magnetometra, koji su ustanovljeni u toku kalibracije, prikazani su u Tab. 5.5, gde $\delta \mathbf{B}$ - predstavlja drift kao posledicu blizine čvrstog feromagnetnog materijala, a \mathbf{A} predstavlja matricu kompenzacije uticaja mekih feromagnetnih materijala, greške faktora skaliranja i greške neortogonalnosti. Kalibracija senzora izvedena je na osnovu merenja magnetometra ugradjenog na vozilo, neposredno pre ispitivanja navigacijskog sistema. Navedeni rezultati pokazuju da na mestu ugradnje postoji priločno jak uticaj stalnog magnetnog polja (posledica čvrstih feromagnetnih materijala). Posmatrajući matricu \mathbf{A} može se zaključiti da su elementi van glavne dijagonale, koji potiču od promenljivog magnetnog polja (mekih feromagnetika) za dva reda veličina manji od elemenata na glavnoj dijagonali. To znači da je mesto ugradnje senzora zaštićeno od uticaja grešaka nastalih zračenjem promenljivog magnetnog polja.

Takođe, na osnovu elemenata glavne dijagonale zaključuje se da je dominantna greška merenja magnetometra, posledica faktora skaliranja, neortogonalnosti i šuma merenja magnetometra.



Sl. 5.6. Grafici kvadratnog korena Allan-ove varijanse magnetometra.

Tab. 5.4. Parametri grešaka magnetometra.

Osa magnetometra	τ_c (s)	Beli šum (Gauss/s ^{1/2})
x	155	22.93×10 ⁻³
y	155	24.28×10 ⁻³
z	155	12.38×10 ⁻³

Tab. 5.5. Kalibracioni parametri magnetometra.

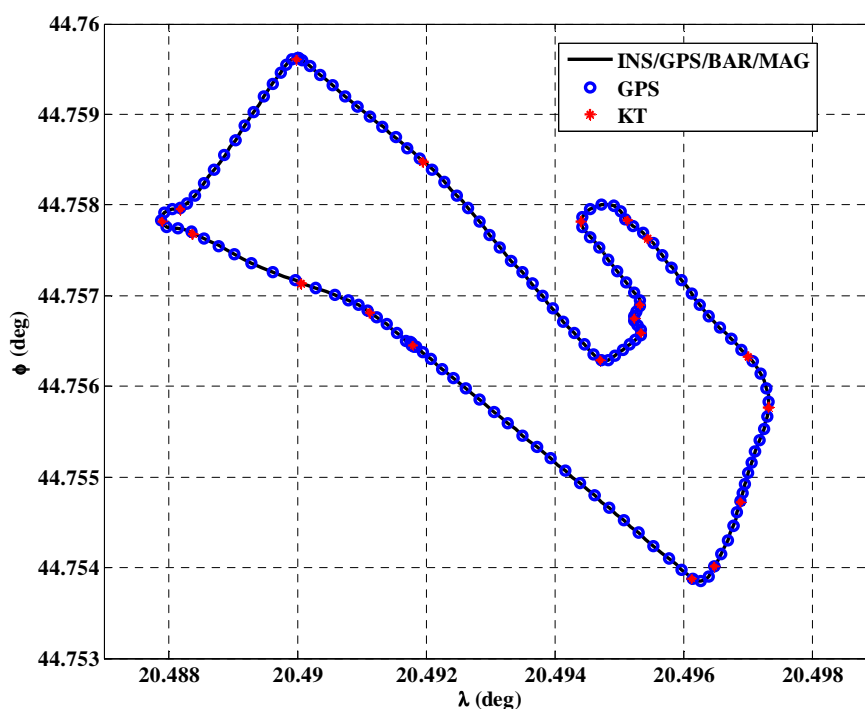
Izvor grešaka	x	y	y
δH (mGauss)	-70.4332	-125.6234	132.5878
A	x	0.001679073	0.000049210
	y	0.000049210	0.001905632
	z	0.000064158	0.000065087

5.2. Praktična ispitivanja navigacijskog sistema

Za potrebe praktičnih ispitivanja navigacijskog sistema, uređaj je postavljen u centar mase putničkog vozila, a antena GPS prijemnika na krov vozila, pri čemu je korekcija položaja INS senzora i antene GPSa, softverski korigovana. U toku istraživanja je obavljeno nekoliko testova navigacijskog sistema a u ovom radu su prikazani rezultati jednog eksperimenta, [89].

U stacionarnim uslovima je izvršeno početno podešavanje sistema (drift žiroskopa, bias akcelerometara, uglovi orijentacije i početna pozicija vozila u trajanju od 10 minuta), nakon čega je usledilo kretanje vozila i snimanje rezultata merenja žiroskopa, akcelerometara, barometra, temperature i GPS informacija o poziciji i brzini vozila u trajanju od 302 skunde. U toku ispitivanja, vozilo se kretalo po unapred definisanoj putanji u urbanoj sredini Sl. 5.7, na kojoj je definisano 20 kontrolnih tačaka sa koordinatama prikazanim u Tab. 5.6.

Putanja je izabrana tako da omogući ispitivanje parametara orijentacije, brzine i pozicije kada vozilo menja pravac i brzinu kretanja i u horizontalnoj i u vertikalnoj ravni.



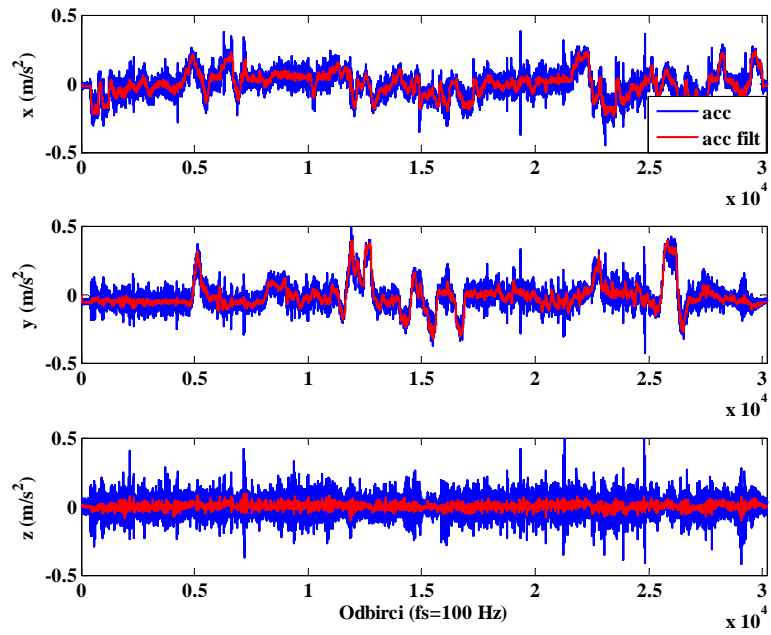
Sl. 5.7. Horizontalni profil trajektorije vozila sa kontrolnim tačkama.

Tab. 5.6. Koordinate kontrolnih tačaka.

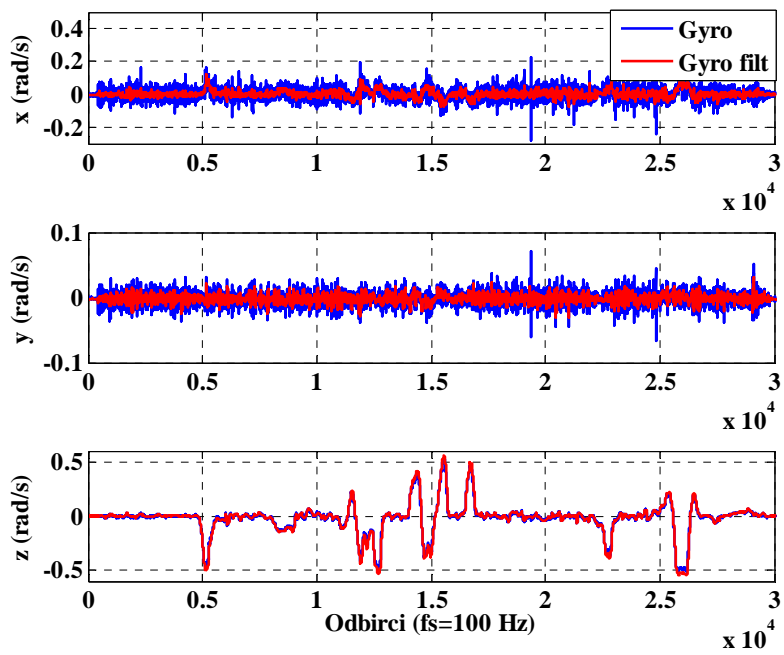
Kontrolna tačka	Geografska širina φ (rad)	Geografska dužina λ (rad)	Visina h (m)
KT 1	0.781147465145754	0.357649287634409	199.4
KT 2	0.781102572877059	0.357724825268817	201
KT 3	0.781104879594423	0.357730739247312	200
KT 4	0.781117300380228	0.357737862903226	195
KT 5	0.781135399239544	0.357745524193548	190.3
KT 6	0.781145158428390	0.357740147849462	186.5
KT 7	0.781168048162231	0.357712862903226	178.5
KT 8	0.781171419518378	0.357707217741935	177.5
KT 9	0.781171242078580	0.357694852150538	177
KT 10	0.781155272496831	0.357710712365591	182
KT 11	0.781152610899873	0.357709099462366	182.4
KT 12	0.781149771863118	0.357711115591398	183.2
KT 13	0.781144626108999	0.357699959677419	186.3
KT 14	0.781182775665399	0.357652110215054	188.2
KT 15	0.781202471482890	0.357617701612903	181.4
KT 16	0.781173726235741	0.357586384408602	192.8
KT 17	0.781171242078580	0.357581411290323	193
KT 18	0.781168935361217	0.357589610215054	194.2
KT 19	0.781159353612167	0.357618911290323	199
KT 20	0.781153675538656	0.357637459677419	199.5

Na slikama Sl. 5.8 i Sl. 5.9 prikazani su rezultati merenja akcelerometara i žiroskopa u sve tri ose, pre i nakon filtracije, koja je realizovana na osnovu stohastičkih parametara senzora. I kod akcelerometara i kod žiroskopa može se uočiti prisustvo šuma koje se u određenoj meri može odstraniti.

Međutim, prisustvo šuma kod senzora koji nisu imali veliku pobudu, akcelerometar na z osi i žiroskopi na x i y osi, ima poseban značaj jer mogu da izazovu veliku grešku određivanja uglova orijentacije (propinjanja i valjanja) i vertikalne komponente brzine vozila, čija kompenzacija predstavlja jedan od ciljeva istraživanja u ovom radu.

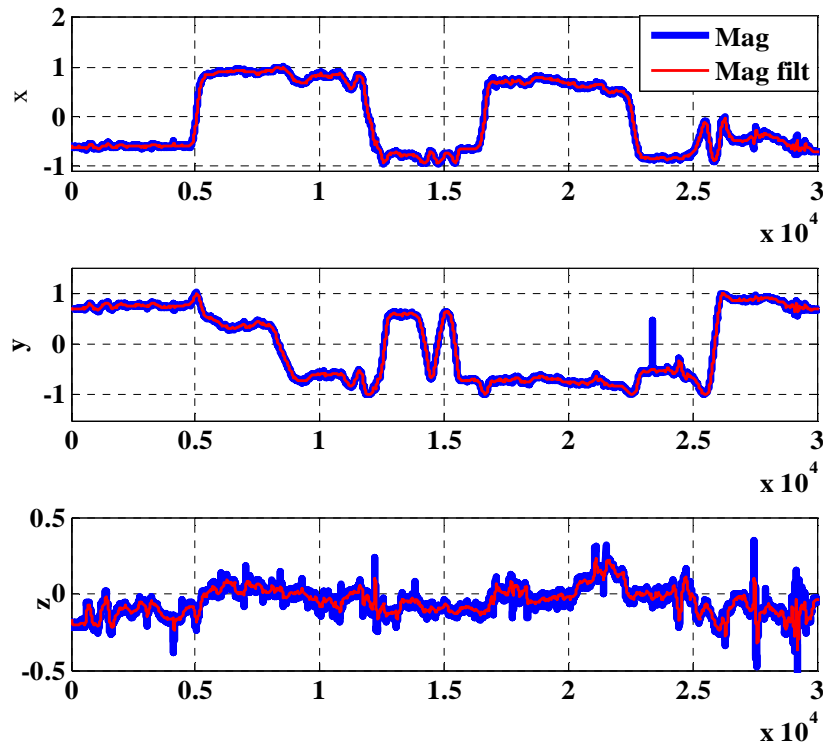


Sl. 5.8. Merenja troosnog akcelerometra, pre i nakon filtracije.



Sl. 5.9. Merenja troosnog žiroskopa, pre i nakon filtracije.

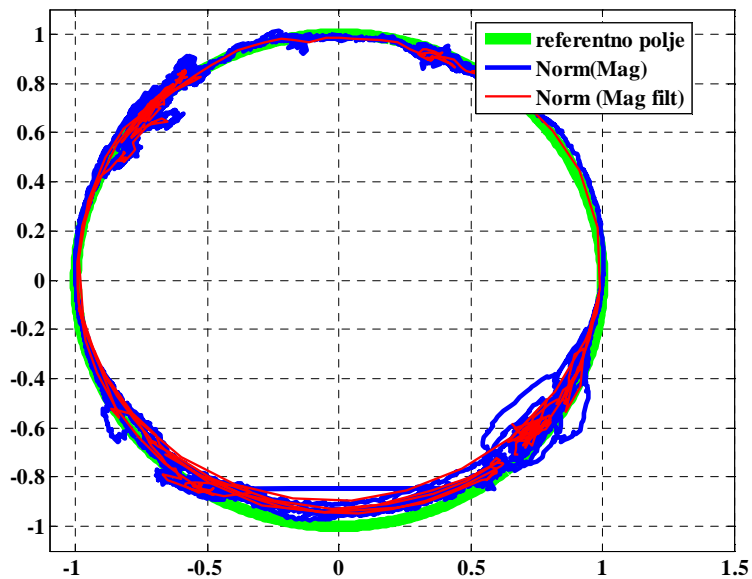
Na Sl. 5.10, prikazani su odbirci merenja magnetometra.



Sl. 5.10. Odbirci merenja troosnog magnetometra ($f_s=100$ Hz).

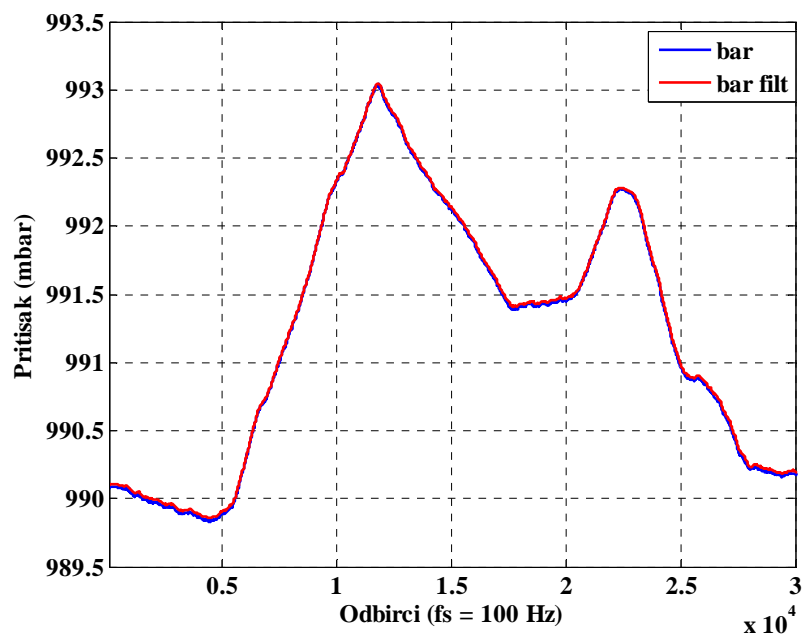
Plavom bojom, prikazani su rezultati merenja magnetometra nakon izvršenja kompenzacije grešaka na osnovu podataka prikazanih u Tab. 5.5. Crvenom bojom prikazani su rezultati merenja magnetometra nakon eliminacije šuma merenja, a na osnovu parametara prikazanih u Tab. 5.4.

Radi očiglednijeg prikaza prigušenja grešaka merenja magnetometra, na Sl. 5.11, prikazani su normalizovani rezultati merenja u horizontalnoj ravni. Zelenom bojom prikazano je referentno magnetno polje na osnovu koga je izvršena procena grešaka merenja. Plavom bojom prikazani su rezultati pre a crvenom nakon filtracije. S obzirom da grafik opisuje pun krug sa centrom u (0, 0), jasno je da je greška, pod uticajem čvrstih feromagnetika, maksimalno kompenzovana. Odstupanje rezultata od normirane vrednosti (1) pokazuje prisustvo šuma merenja. Grupisanje rezultata na pojedinim segmentima posledica je inertnosti senzora u toku promene pravca kretanja i uglova orijentacije vozila. Jasno je pokazano da se nakon filtracije rezultata merenja značajno poboljšava tačnost merenja magnetometra, što je od posebnog interesa za kompenzaciju grešaka uglova orijentacije vozila.

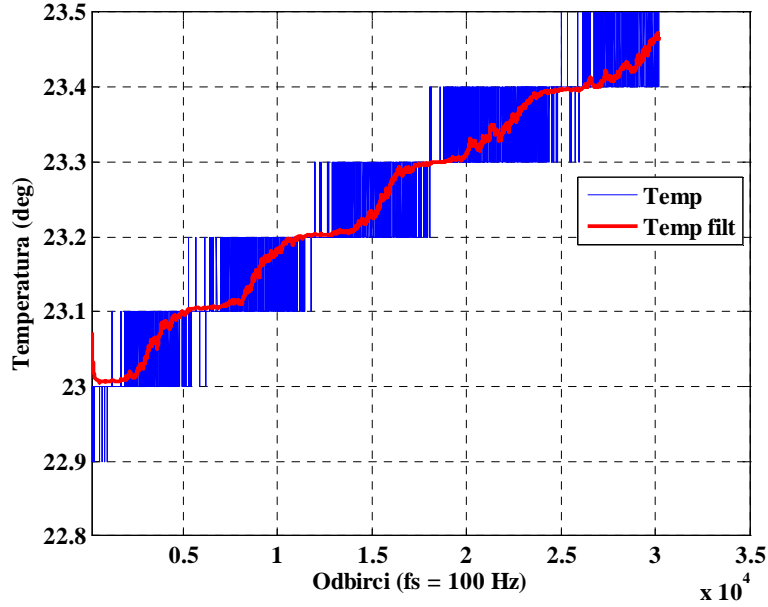


Sl. 5.11. Normalizovana merenja magnetometra, u horizontalnoj ravni.

Rezultati merenja senzora pritiska prikazani su na Sl.5.12. Imajući na umu stohastičke karakteristike senzora (prikazane u Tab.5.3.), jasno je da na prikazanom grafiku ne može da se vidi veliko prisustvo šuma merenja, jer je dominantna greška posledica *random walk* greške merenja. Rezultati merenja temperature u toku ispitivanja, prikazani su na Sl.5.13. Na grafiku se jasno uočava rezolucija senzora od 0.1 °C, kao i permanentni porast temperature.



Sl. 5.12. Merenja barometra, pre i nakon filtracije.



Sl. 5.13. Merenja termometra, pre i nakon filtracije.

5.2.1. Elementi proširenog Kalmanovog filtra

Za potrebe realizacije integrisanog navigacijskog sistema (za procenu grešaka SDINS) iskorišćen je EKF, objašnjen u prethodnoj glavi, čiji je vektor stanja prikazan sledećom jednačinom:

$$\mathbf{x} = [\delta r_\varphi \quad \delta r_\lambda \quad \delta r_h \quad \delta V_N \quad \delta V_E \quad \delta V_D \quad \Phi_N \quad \Phi_E \quad \Phi_D \quad B_N \quad B_E \quad B_D \quad \omega_N^{dr} \quad \omega_E^{dr} \quad \omega_D^{dr}] \quad (5.1)$$

Estimacija stanja u EKF sa kontrolnim signalom, data je jednačinom:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \mathbf{L} \mathbf{u}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ - \mathbf{H}_k \mathbf{L} \mathbf{u}_k), \quad (5.2)$$

gde se \mathbf{L} , matrica nula i jedinica,

$$\mathbf{L} = \text{diag}([0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]), \quad (5.3)$$

koja množi vektor kontrolnih signala:

$$\mathbf{u}_{k-1} = [0 \quad 0 \quad u_D^r \quad u_N^v \quad u_E^v \quad u_D^v \quad u_N^\phi \quad u_E^\phi \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (5.4)$$

i gde je \mathbf{K}_k matrica Kalmanovih pojačanja $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k]^{-1}$, određena na osnovu matrice kovarijanse greške procene stanja $\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^T$, a $\mathbf{Q}_k = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T]$ predstavlja matricu kovarijanse šuma sistema. Matrica kovarijansi \mathbf{R} , formirana je na osnovu dvanaestočasovnog merenja GPS prijemnika na poznatoj lokaciji i data je kao: $\mathbf{R}_{1,1} = 5.7296e-8$; $\mathbf{R}_{2,2} = 4.9e-8$; $\mathbf{R}_{3,3} = 1.55$; $\mathbf{R}_{4,4} = 0.01$; $\mathbf{R}_{5,5} = 0.01$; $\mathbf{R}_{6,6} = 0.01$. Matrica kovarijansi \mathbf{Q} je određena na osnovu

karakteristika senzora i definisana je kao: $Q_{3,3} = 1e-4$; $Q_{4,4} = 4.77e-5$; $Q_{5,5} = 2.75e-6$; $Q_{6,6} = 7.3e-3$; $Q_{7,7} = 1.5e-3$; $Q_{8,8} = 1.5e-3$; $Q_{9,9} = 1e-3$; $Q_{10,10} = 1.2e-3$; $Q_{11,11} = 1.2e-3$; $Q_{12,12} = 1e-4$; $Q_{13,13} = 1e-4$; $Q_{14,14} = 1e-4$; $Q_{15,15} = 1e-4$. Ostali elementi matrica \mathbf{R} i \mathbf{Q} su nula. Matrica Jakobijana $\mathbf{\Phi}_k$ kojom je definisana promena stanja sistema prikazana je u Prilogu. Kontrolni signali \mathbf{u} su definisani kao, [89]:

$$\begin{aligned} u_N^V &= -K_{1NKF} \sinh(\delta\hat{V}_N), u_E^V = -K_{1EKF} \sinh(\delta\hat{V}_E), \\ u_N^\phi &= -K_{2NKF} \sinh(\delta\hat{V}_E), u_E^\phi = -K_{2EKF} \sinh(\delta\hat{V}_N), \\ u_D^r &= -C_{1KF} \sinh(\delta\hat{h}), u_D^V = -C_{2KF} \sinh(\delta\hat{h}) - C_{3KF}(\delta\hat{h})\Delta t. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Korekcija komponenti brzine u NED koordinatnom sistemu, na osnovu estimacija grešaka u EKF, je realizovana kao:

$$V_N^c = V_N^{INS} - \delta\hat{V}_N, \quad V_E^c = V_E^{INS} - \delta\hat{V}_E, \quad V_D^c = V_D^{INS} - \delta\hat{V}_D, \quad (5.6)$$

gde su $\delta\hat{V}_N, \delta\hat{V}_E, \delta\hat{V}_D$, estimacije grešaka brzine. Korekcija pozicije je urađena na osnovu izraza:

$$\varphi^c = \varphi^{INS} - \delta\hat{\varphi}, \quad \lambda^c = \lambda^{INS} - \delta\hat{\lambda}, \quad h^c = h^{INS} - \delta\hat{h}, \quad (5.7)$$

gde su $\delta\hat{\varphi}, \delta\hat{\lambda}, \delta\hat{h}$, estimacije greške pozicije u LLH koordinatama. Korekcija uglova orijentacije je realizovana kao:

$$\mathbf{C}_B^N = \mathbf{C}_p^N \mathbf{C}_B^p, \quad (5.8)$$

gde su estimacije greške uglova orijentacije iskorišćene za formiranje matrice transformacije \mathbf{C}_p^N , koja služi za transformaciju matrice \mathbf{C}_B^p , formirane na osnovu INS merenja, dok je \mathbf{C}_B^N rezultatna matrica na osnovu koje se, nakon korekcije, dobijaju uglovi orijentacije vozila u odnosu na navigacijski koordinatni sistem.

Ovako opisan EKF upotrebljen je za estimaciju navigacionih parametara kada su dostupne GPS informacije. Kao što se vidi iz vektora stanja (5.1), kao izmerene veličine, u EKF ulaze signali greške (razlike merenja pozicije i brzine INS i GPS), u tekućoj iteraciji, pri čemu je matrica merenja \mathbf{H} , prikazana sledećom jednačinom:

$$\mathbf{H} = \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]). \quad (5.9)$$

U slučaju kada nema distribucije GPS informacija, EKF radi u modu predikcije na osnovu matrice kovarijansi šuma merenja i matrice kovarijansi šuma sistema. U odsustvu GPS informacija kao spoljašnji senzor koristi se baro-visinomer, tako da matrica merenja \mathbf{H} ima sledeći oblik:

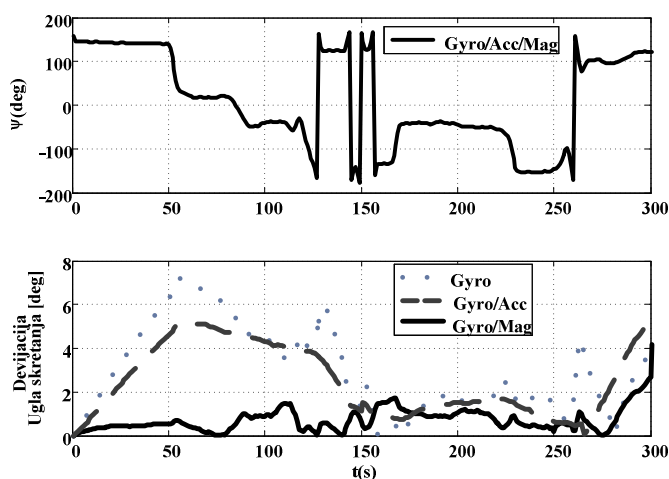
$$\mathbf{H} = \text{diag}([0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]). \quad (5.10)$$

Kako je sada referentni senzor za određivanje visine objekta baro-visinomer, dolazi do promene elementa matrice kovarijansi šuma merenja i šuma sistema, tako da je $R_{3,3} = 1.55$ i $Q_{3,3} = 1e-4$. Ostali elementi navedenih matrica zadržavaju svoje vrednosti. Na taj način za određivanje greške visine EKF radi estimaciju dok za ostale parametre radi predikciju elemenata stanja.

5.2.2. Analiza prigušenja grešaka uglova orijentacije

Prigušenje grešaka uglova orijentacije, realizovano je na osnovu teorijskih objašnjenja prikazanih u prethodnoj glavi. Na osnovu jednačina (4.40), (4.41) i (4.46) definisani su koeficijenti $\mathbf{K}_p = [0.0098, 0.0091, 0.0088]$ i $\mathbf{K}_i [0.008, 0.002, 0.00088]$.

Na Sl. 5.14. prikazana je promena ugla skretanja vozila u toku ispitivanja. Sa grafika se vidi da promena ugla skretanja prati promenu pravca kretanja vozila duž trajektorije prikazane na Sl. 5.7. Imajući u vidu merenja žiroskopa po vertikalnoj osi i adekvatne tehnike prigušenja drifta žiroskopa, na ovom grafiku se vide minimalne korekcije ugla skretanja i to pre svega pod uticajem spoljašnjih merenja magnetometra.



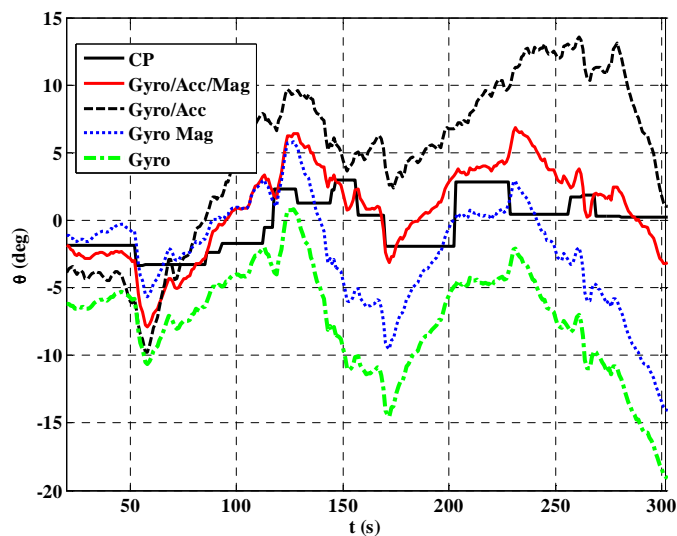
Sl. 5.14. Promena ugla skretanja u toku ispitivanja.

Doprinos u poboljšanju tačnosti određivanja uglova orijentacije pomoću spoljašnjih merenja (magnetometra), može se videti i na Sl.5.15. gde je prikazana promena ugla propinjanja u toku ispitivanja. Za analizu grešaka ugla propinjanja iskorišćene su kontrolne tačke, određene duž trajektorije kretanja vozila, kojima se grubo mogu definisati uglovi uspona i padova puta na segmentima između kontrolnih tačaka. S obzirom da u toku merenja nisu upotrebljeni referentni (etalonski) uređaji, nije bilo moguće odrediti grešku merenja u svakoj tački putanje. Na ovoj slici je pokazano da odstupanje ugla propinjanja, određenog pomoću žiroskopa, može da bude do 15° , a pri integraciji i magnetometra i akcelerometara do 5° , što predstavlja značajno poboljšanja pri primeni predloženog rešenja određivanja uglova orijentacije.

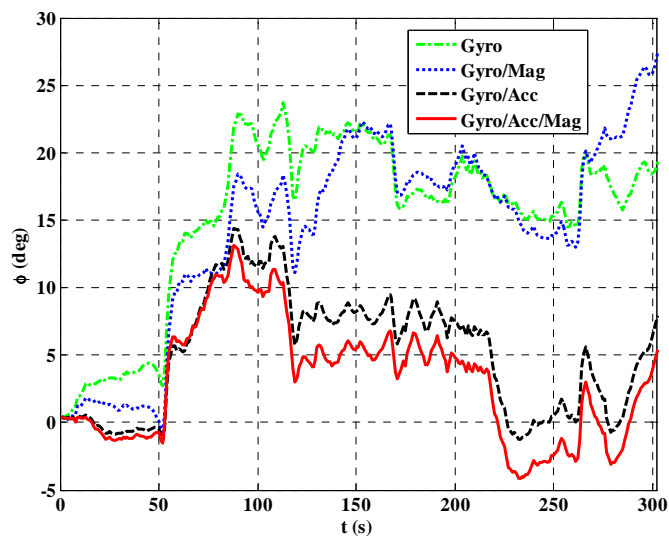
Promena ugla valjanja u toku ispitivanja prikazana je na Sl. 5.16. S obzirom da je ugao valjanja (bočni nagib vozila) prilikom kretanja mogao biti do 10° (utvrđeno na trajektoriji kretanja vozila), očigledno je da kompenzacija drifta žiroskopa, pomoću magnetometra i akcelerometara, maksimalno doprinosi povećanju tačnosti određivanja ugla valjanja, što je i prikazano na slici.

Takođe, na Sl. 5.15 i 5.16, jasno se uočava da su najveća odstupanja uglova propinjanja i valjanja u trenucima kada vozilo menja pravac kratanja (oko 120s i oko 220s) što je posledica gibanja vozila usled inercije.

S obzirom da su magnetometri inertniji od akcelometra, može se videti da grafici uglova, prikazani na ovim slikama, imaju ravniju karakteristiku u slučaju integracije Gyro/Mag i Gyro/Acc/Mag, nego u ostalim slučajevima, što znači da primena magnetometra ublažava iznenadne pojave promene uglova valjanja i propinjanja, koje mogu biti posledica neravnina puta ili vibracija u vozulu.



Sl. 5.15. Promena ugla propinjanja u toku ispitivanja.

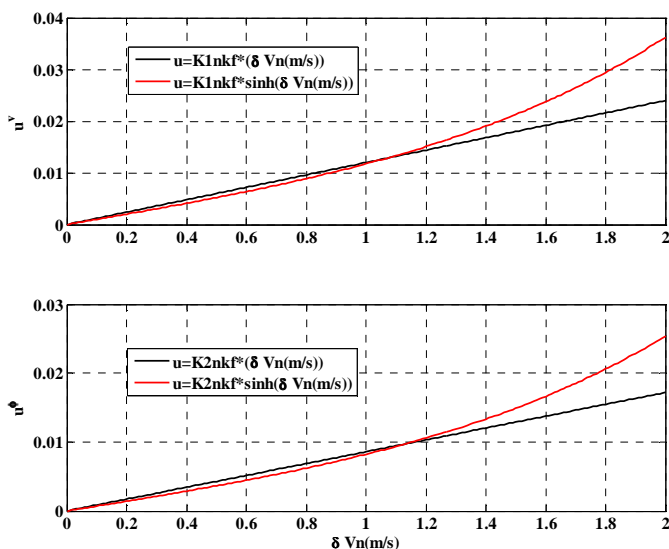


Sl. 5.16. Promena ugla valjanja u toku ispitivanja.

5.2.3. Analiza prigušenja grešaka horizontalnog kanala

Prigušenje grešaka u horizontalnom kanalu INS sistema realizovano je pomoću spoljašnjeg izvora informacija, (merenja drugih senzora). U ovom radu, kao izvor spoljašnjih merenja upotrebljen je GPS prijemnik, a u slučaju odsustva GPS informacija, za prigušenje grešaka upotrebljena je srednja vrednost poslednjih 16 merenja INS senzora.

Izbor koeficijenata za prigušenje grešaka horizontalnog kanala, kao što je već opisano, predstavlja kompromis između širine propusnog opsega sistema i veličine statičke greške, Kako MEMS senzori imaju veliku statičku grešku, to bi koeficijenti K_1 , K_2 imali veliku vrednost, što bi moglo da naruši stabilnost EKF. Iz tog razloga izvršeno je razdvajanje koeficijenata tako da su K_{1INS} , K_{2INS} , koeficijenti određeni za prigušenje grešaka INS a K_{1KF} , K_{2KF} , za prigušenje grešaka unutar EKF u odsustvu GPS informacija. Kontrolni signali K_{1KF} , K_{2KF} , u ovom radu definisani su na osnovu maksimalno očekivane vrednosti razlika brzina INS i GPS (u NED koordinatama) koja je u ovom slučaju 1,1 m/s i za severnu i istočnu komponentu brzine. Na Sl. 5.17. prikazani su kontrolni signali za prigušenje grešaka unutar EKF. Adaptacija kontrolnih signala je urađena pomoću hiperboličke funkcije $\sinh()$, koja za slučaj malih ulaznih veličina ($\delta \hat{V}_{N,E}$) ima skoro linearnu karakteristiku, i obezbeđuje nešto manje vrednosti kontrolnih signala u odnosu na kontrolne signale sa konstantnim koeficijentima, dok za slučaj velikih ulaznih vrednosti, veličina kontrolnih signala raste i veća je nego li za slučaj upotrebe konstantnih koeficijenata. Na taj način u oblasti malih razlika brzina $\delta \hat{V}_{N,E}$, sistem radi sa optimalnim prigušenjem grešaka sa malim propusnim opsegom dok za razlike brzina veće od očekivanih obezbeđuje brz odziv sistema i veće prigušenje grešaka.

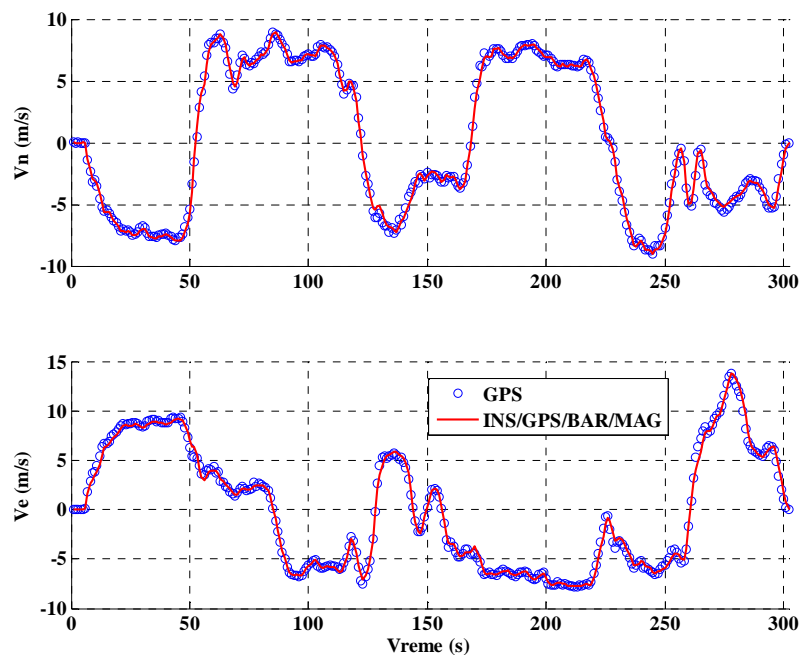


Sl. 5.17. Kontrolni signali horizontalnog kanala.

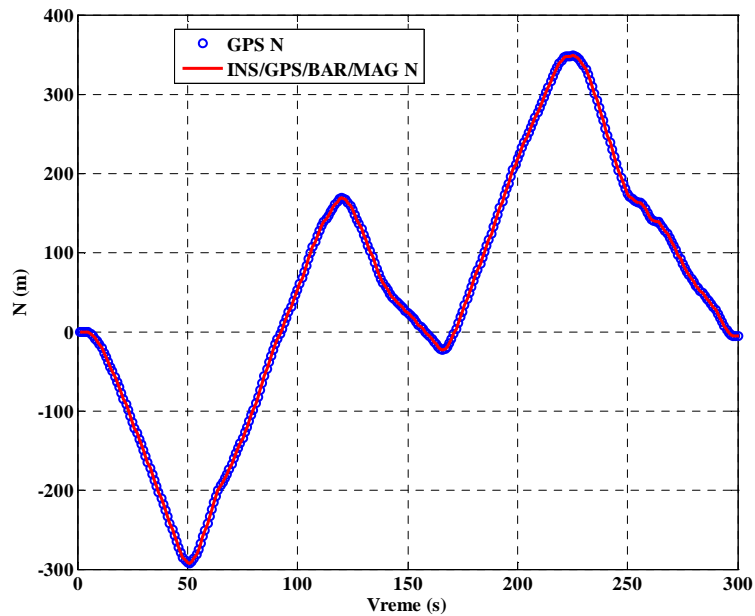
Koeficijenti K_{1KF} , K_{2KF} odabrani su tako da veličina kontrolnog signala, u tački maksimalno očekivane razlike brzine $\delta\hat{V}_{N,E}$, bude identična vrednosti kao i kada bi se koristile optimalne vrednosti konstantnih koeficijenata. U ovom radu su usvojene sledeće vrednosti koeficijenata: $K_{1INS} = 0.12$, $K_{2INS} = 1.2$, $K_{1NKF} = K_{1EKF} = 0.011$, $K_{2NKF} = K_{2EKF} = 0.007$.

U toku odsustva GPS informacija ne postoji mogućnost izračunavanja razlika brzina INS i GPS, već se vrši njihova procena, na osnovu srednje vrednosti (moving average) poslednjih 16 merenja, tako da se određuju vrednosti \hat{V}_{Nma} i \hat{V}_{Ema} , [89]. Zbog nesavršenosti INS senzora, dolazi do velikog odstupanja komponenti \hat{V}_{Nma} i \hat{V}_{Ema} od tačne vrednosti te je iz tog razloga, u ovom radu najpre određena horizontalna komponenta brzine \hat{V}_{Hma} koja predstavlja intenzitet vektora brzine u horizontalnoj ravni, a zatim je ova komponenta, na osnovu vrednosti ugla skretanja (određenog magnetometrom), razložena na severnu i istočnu komponentu brzine pomoću kojih se izračunava procenjena vrednost razlika brzina $\delta\hat{V}_N = V_{Nins} - \hat{V}_{Hma} \cos(\psi_m)$ i $\delta\hat{V}_E = V_{Eins} - \hat{V}_{Hma} \sin(\psi_m)$.

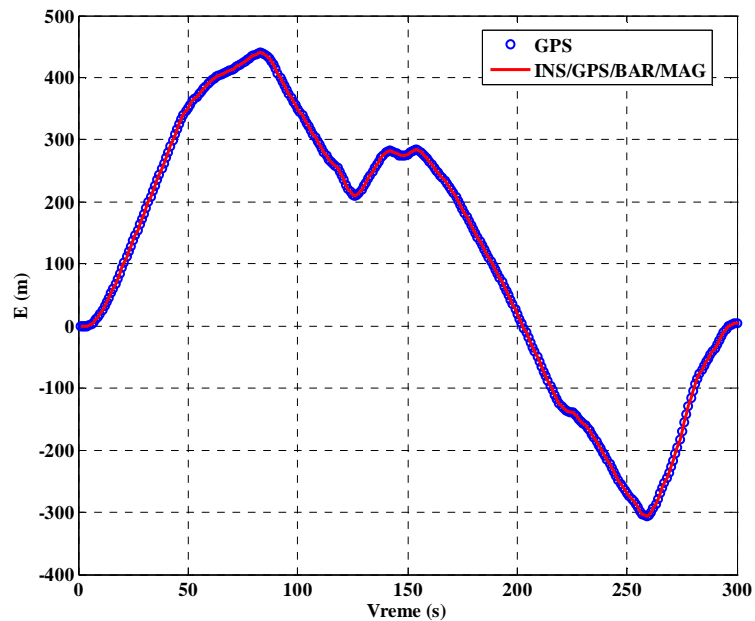
Na Sl. 5.18., prikazane su horizontalne komponente brzine u NED koordinatama za slučaj kada je GPS informacija neprekidno dostupna i kada se prigušenje grešaka INS merenja, vrši na opisani način. Na Sl. 5.19. i Sl. 5.20. prikazane su N i E koordinata kretanja vozila u toku ispitivanja. Sa ovih slika se jasno vidi da određene komponente pozicije i brzine vozila u horizontalnoj ravni prate GPS merenja.



Sl. 5.18. Horizontalne komponente brzine vozila u NED koordinantnom sistemu.



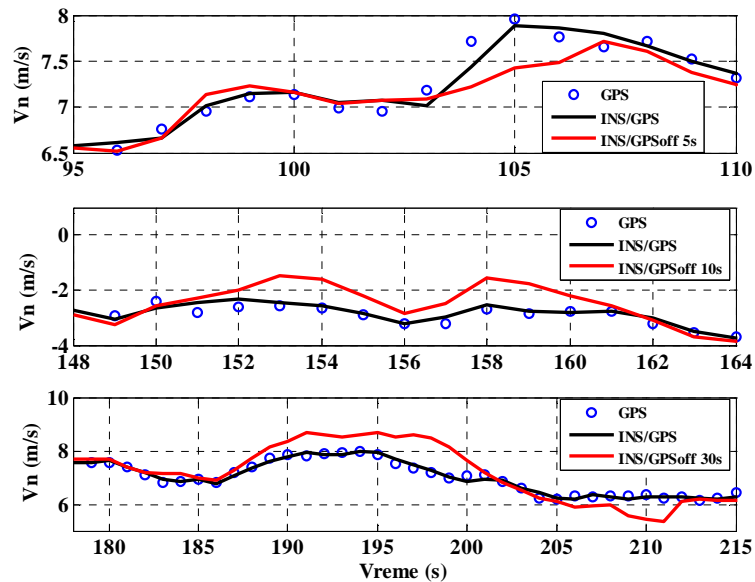
Sl. 5.19. Promena N koordinate u toku kretanja vozila, u NED koordinantnom sistemu.



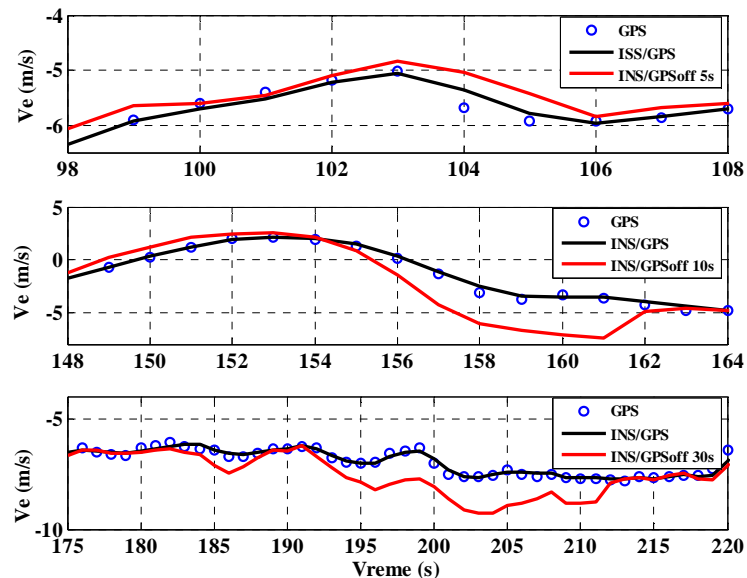
Sl. 5.20. Promena E koordinate u toku kretanja vozila u NED koordinantnom sistemu.

Doprinos u pogledu povećanja preciznosti određivanja pozicije i brzine vozila, ogleda se u metodi prigušenja grešaka za vreme odsustva GPS informacija. Za analizu rezultata tih slučajeva, GPS prijemnika je namerno isključen u periodima 101-105s, 151-160s, 181-210s,

odnosno u periodima od 5, 10 i 30 sekundi. Prigušenje grešaka je realizovano pomoću adaptivne funkcije $\sinh()$. Na slikama Sl. 5.21. i Sl.5.22. prikazani su zumirani profili severne i istočne komponente brzine za navedene periode odsustva GPS informacija, a u Tab.5.6, su prikazane maksimalna, srednja i srednja kvadratne greške merenja (rms).



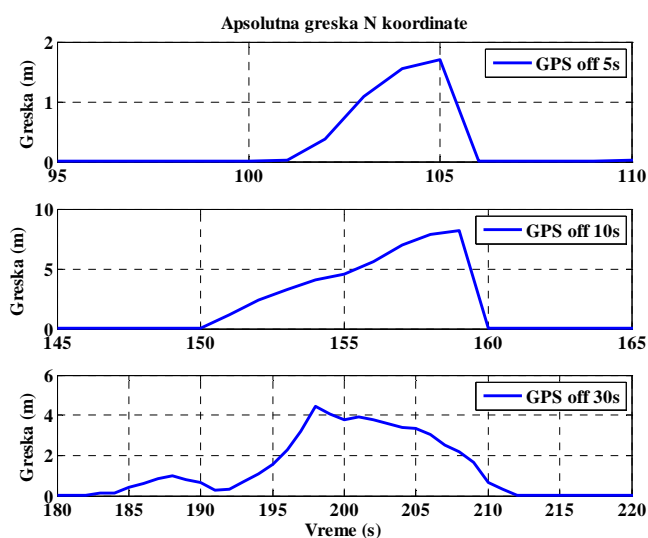
Sl. 5.21. Zumirani profil severne komponente brzine,(GPSoff).



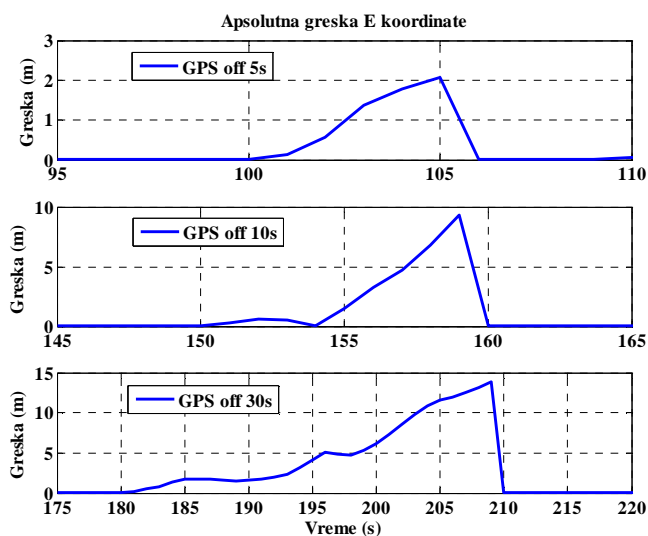
Sl. 5.22. Zumirani profil istočne komponente brzine,(GPSoff).

Posmatrajući grafike brzina, očekivano je da najveća greška postoji u najdužem periodu odsustva GPS merenja, jer se greška INS senzora akumulira u toku vremena.

Na Sl. 5.23. i Sl.5.24, su prikazani zumirani profili severne i istočne koordinate pozicije za periode odsustva GPS merenja od 5, 10 i 30s, a u Tab.5.7, su prikazane maksimalna, srednja i srednja kvadratne greške merenja (rms). U toku navedenih vremenskih intervala postoji linearno ubrzanje vozila u toku ispitivanja. Vremenski period od 151-160s je izabran tako da omogući analizu grešaka kada vozilo vrši promenu pravca kretanja, odnosno kada postoji i linearno i ugaono ubrzanje vozila. U toku vremenskog perioda od 181-210s vozilo se kretalo na pravcu sa minimalnim linearnim ubrzanjem. Imajući u vidu ove činjenice, jasno je zašto je greška merenja manja za slučaj dužeg vremenskog perioda odsustva GPS informacija od 30s, nego li za period od 10s.



Sl. 5.23. Apsolutna greška pozicije u pravcu severa nakon isključenja GPS prijemnika.



Sl. 5.24. Apsolutna greška pozicije u pravcu istoka nakon isključenja GPS prijemnika.

Tab. 5.7. Greške merenja u horizontalnom kanalu u toku ispitivanja.

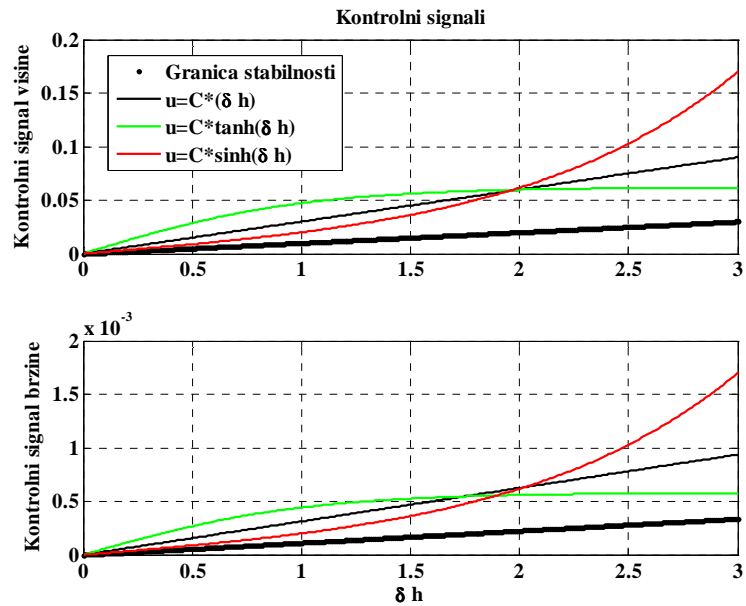
Parametar	Greška (GPS off 10 s)			Greška (GPS off 30 s)		
	max	mean	rms	max	mean	rms
N (m)	8.21	4.02	4.81	5.14	1.8	2.32
E (m)	9.3	2.23	3.49	13.9	4.84	6.43
Brzina N (m/s)	1.158	0.042	0.746	1.23	0.497	0.602
Brzina E (m/s)	1.56	0.031	0.823	1.76	0.882	1

5.2.4. Analiza prigušenja grešaka vertikalnog kanala

Za potrebe ispitivanja predloženog rešenja, GPS prijemnik je namerno isključen na 5, 10, 20 i 30 sekundi u vremenskim intervalima 101 - 105s, 151 - 160 s, 181 - 210s i 281 - 300s, tako da je u tim vremenskim intervalima EKF radio u modu predikcije. Koeficijenti prigušenja grešaka u INS su $C_1 = 0.04$, $C_2 = 0.8$ i $C_3 = 1.25 \times 10^{-6}$, a u okviru kontrolnog signala EKF $C_{1KF} = 0.035$, $C_{2KF} = 3.2 \times 10^{-4}$ i $C_3 = 1.25 \times 10^{-6}$, određeni na osnovu maksimalno očekivane razlike visina od 1.25 m.

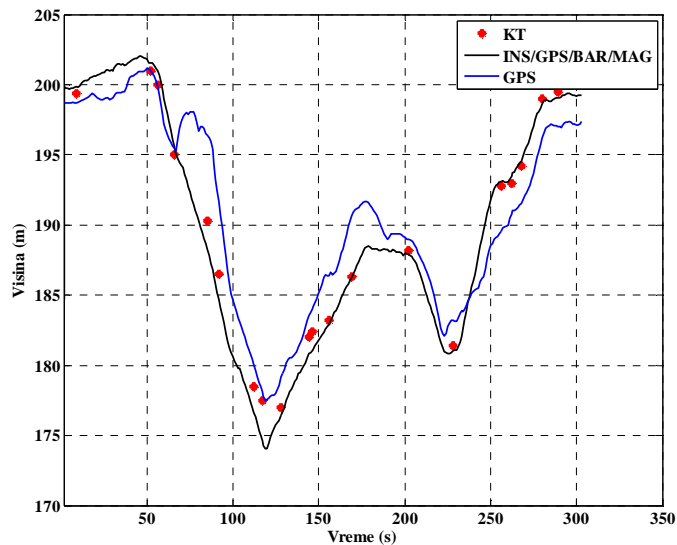
Na Sl. 5.25, prikazani su kontrolni signali EKF, za prigušenje grešaka visine i vertikalne komponente brzine integrisanog sistema, [90].

Kao što je već rečeno, veće vrednosti koeficijenata prigušenja, omogućavaju brži odziv i širok propusni opseg sistema a samim tim i nemogućnost kvalitetnog prigušenja visokofrekventnih komponenti šuma i obrnuto. Primenom adaptivne funkcije $\tanh(\cdot)$, Sl. 5.25, ostvaruje se brz odziv sistema jer funkcija naglo raste u zavisnosti od pobude (razlike visina δh) a zatim ulazi u zasićenje i ima konstantnu vrednost. Za razliku od $\tanh(\cdot)$, oblast definisanosti funkcije $\sinh(\cdot)$ je duplo šira, pri čemu sa porastom pobude, odziv funkcije lagano raste (za male vrednosti pobude ima skoro linearnu karakteristiku) a sa porastom pobude naglo raste, što je i bitna karakteristika ove funkcije, jer omogućava bolje prigušenje grešaka i za male i velike razlike visina δh .



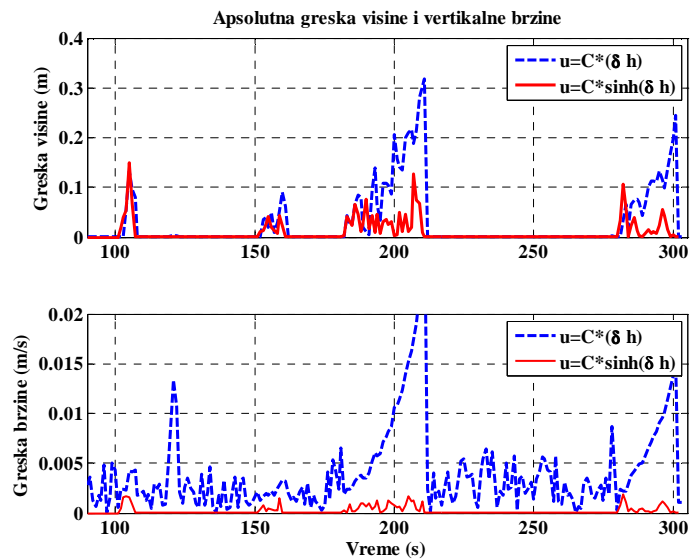
Sl. 5.25. Kontrolni signali visine i vertikalne komponente brzine.

Za potrebe eksperimenta kada su dostupne GPS informacije usvojene su sledeće vrednosti koeficijenata prigušenja: $C_{1INS}=0.04$, $C_{2INS}=0.8$, $C_{3INS}=1.2\times 10^{-6}$, $C_{1KF}=0.01$ i $C_{2KF}=3.124\times 10^{-4}$. Kada GPS informacije nisu dostupne za $u=C\tanh(x)$: $C_{1KF}=0.06$, $C_{2KF}=6.2\times 10^{-4}$ i $C_{3KF}=1.2\times 10^{-6}$, i za $u=C\times \sinh(x)$: $C_{1KF}=0.035$, $C_{2KF}=3.2\times 10^{-4}$ i $C_{3KF}=1.2\times 10^{-6}$. U nominalnom slučaju vrednosti koeficijenata C , množe se sa procenjenim vrednostima grešaka visine i uvode u algoritam INS, za prigušenje grešaka INS i u algoritam EKF za formiranje kontrolnih signala, kako je prikazano na Sl. 4.11. Na Sl. 5.26, prikazan je vertikalni profil trajektorije kretanja vozila u toku ispitivanja.

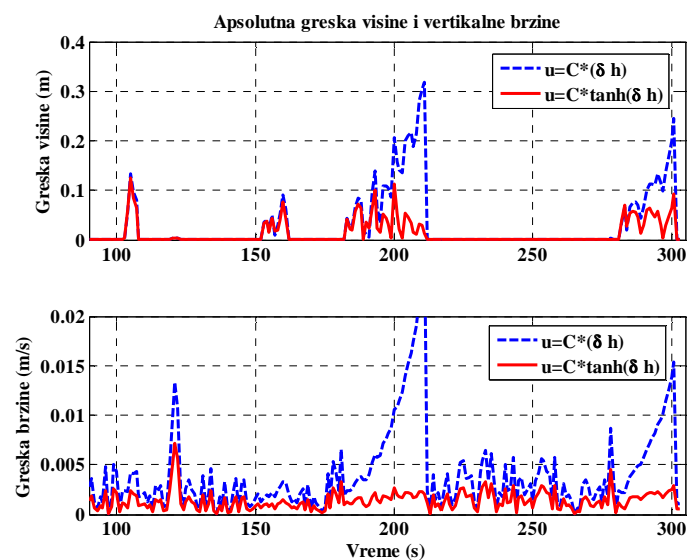


Sl. 5.26. Vertikalni profil trajektorije, GPS-on.

Na prethodnoj slici prikazana su merenja GPS prijemnika i integrisanog navigacijskog sistema u odnosu na kontrolne tačke. Na grafiku visine, izmerene pomoću GPS prijemnika, jasno se vide nagle promene visine u odnosu na kontrolne tačke, što je posledica nesavršenosti GPS prijemnika, a što je pak prouzrokovalo velike vrednosti kovarijansi grešaka merenja visine u EKF. Na Sl. 5.27, Sl. 5.28 i Sl. 5.29, su prikazane greške merenja visine i vertikalne komponente brzine za periode odsustva GPS merenja od 5, 10, 20 i 30s, a u Tab.5.8, su prikazane maksimalna, srednja i srednja kvadratne greške merenja (rms).



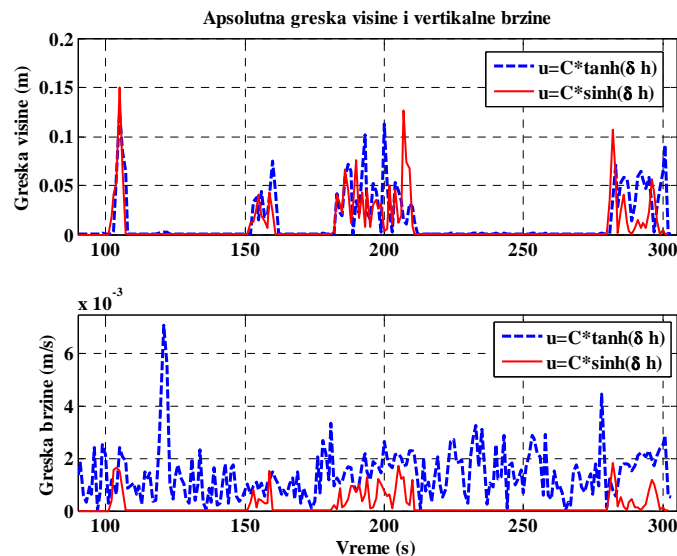
Sl. 5.27. Greške merenja visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija pomoću funkcije $\sinh(\cdot)$), za vreme odsustva GPS merenja.



Sl. 5.28. Greške merenja visine i vertikalne komponente brzine sa konstantnim i adaptivnim koeficijentima (adaptacija pomoću funkcije $\tanh(\cdot)$), za vreme odsustva GPS merenja.

Posmatrajući Sl. 5.26, vidi se da nakon 50s merenja postoji konstantno prisustvo vertikalnog manevra vozila, pri čemu duž kretanja vozila postoji i linearno i ugaono ubrzanje vozila.

Na Sl 5.27 i Sl. 5.28, prikazane su greške merenja visine i vertikalne brzine za vreme odsustva GPS informacija, u pomenutim vremenskim intervalima u odnosu na kontrolne tačke, pri čemu je adaptacija izvršena pomoću hiperboličkih funkcija $\sinh(\cdot)$ i $\tanh(\cdot)$. Uporedni prikaz grešaka merenja sa adaptivnim koeficijentima prikazan je na Sl. 5.29.



Sl. 5.29. Uporedni prikaz greške merenja visine i vertikalne komponente brzine sa adaptivnim koeficijentima, za vreme odsustva GPS merenja.

Vremenski interval odsustva GPS merenja od 5s izabran je na intervalu od 101 - 106s, kada postoji linearno vertikalno ubrzanje vozila. S obzirom da je vremenski intervala odsustva GPS merenja relativno kratak, nije moglo da dođe do znatne akumulacije grešaka. Vremenski interval 151 - 160s izabran je na delu trajektorije kada postoji i linearno ubrzanje vozila u vertikalnoj ravni. Iako je duži vremenski interval odsustva GPS merenja u odnosu na prethodni slučaj, greške merenja su neznatno manje jer postoji manji vertikalni manevar vozila u toku kretanja. Na intervalu od 181 – 211s, na jednom delu, vozilo se kretalo duž putanje sa minimalnom promenom visine, a zatim duž putanje sa značajnim vertikalnim manevrom. Kako je na ovom delu putanje maksimalno dosustvo GPS merenja u trajanju od 30s, bilo je očekivano da u ovom slučaju postoji i maksimalna greška merenja, što se vidi na osnovu rezultata u Tab. 5.9. a što je posledica akumulacije grešaka u toku vremena. Greške merenja za vreme odsustva GPS merenja u trajanju od 20s prikazane su na vremenskom intervalu od 280 – 300s, kada se vozilo kretalo duž putanje sa minimalnom promenom visine. Iako je ovaj vremenski interval znatno duži u odnosu na prva dva slučaja, greške merenja visine i vertikalne komponente brzine nisu značajno veće nego li u prva dva slučaja, što je posledica male promene visine u toku kretanja vozila.

Posmatranjem rezultata u Tab. 5.8, jasno je da su greške merenja manje za slučajeve primene adaptivnih koeficijenata prigušenja grešaka nego li konstantnih koeficijenata. Takođe, adaptacija koeficijenata pomoću funkcije $\sinh()$, omogućava nešto bolje rezultate nego li za slučaj adaptacije pomoću funkcije $\tanh()$. Zbog relativno male razlike visina u toku vertikalnih manevara vozila, nije moguće da do izražaja dođe poseban doprinos adaptacije koeficijenata pomoću funkcije $\sinh()$, kada je potiskivanje grešaka, nastalih naglom promenom visine objekta, bolje u odnosu na adaptaciju koeficijenata pomoću $\tanh()$, kao što je prikazano u simulaciji u prethodnoj glavi. Posmatrajući srednje kvadratne greške merenja, dolazi se do zaključka da je određivanje tačnosti visine za oko 15% bolje u slučaju primene funkcije $\sinh()$, u odnosu na konstantne koeficijente i za oko 10% u odnosu na primenu funkcije $\tanh()$.

Tab. 5.8. Rezultati eksperimenta prigušenja grešaka vertikalnog kanala.

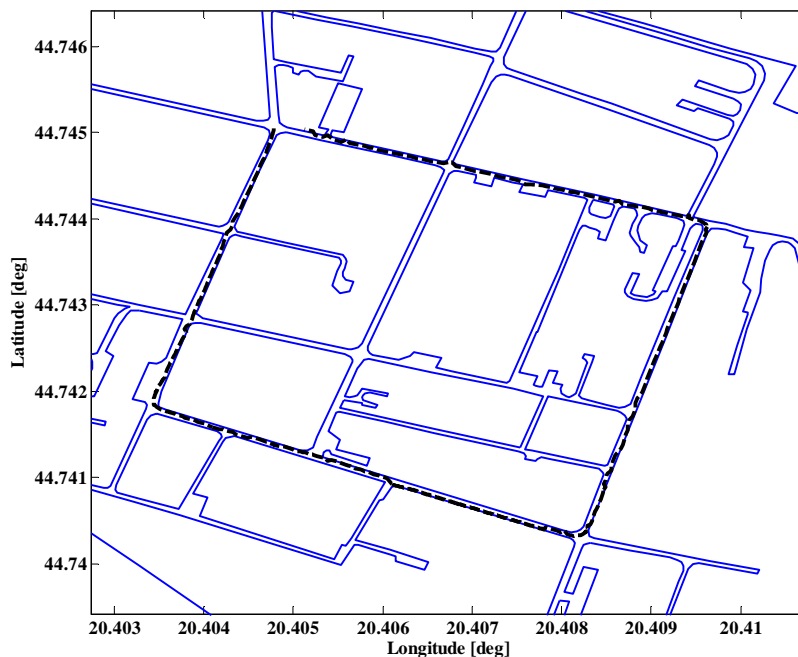
Period isljučenja	Parametar	Konstantni koeficijenti			Adaptivni koeficijenti $\tanh()$			Adaptivni koeficijenti $\sinh()$		
		max	mean	rms	max	mean	rms	max	mean	rms
5s	Greška visine (m)	0.188	0.075	0.093	0.179	0.0701	0.0872	0.162	0.0617	0.0764
	Greška brzine (m/s)	0.173	0.0168	0.031	0.171	0.0158	0.0314	0.169	0.0153	0.0312
10s	Greška visine (m)	0.1095	0.0378	0.0449	0.094	0.0317	0.0375	0.07	0.024	0.0289
	Greška brzine (m/s)	0.125	0.011	0.0213	0.124	0.0101	0.0208	0.123	0.0096	0.00205
20s	Greška visine (m)	0.35	0.1	0.1120	0.106	0.0467	0.0519	0.115	0.0266	0.0363
	Greška brzine (m/s)	0.1471	0.012	0.025	0.206	0.0095	0.024	0.2	0.009	0.022
30s	Greška visine (m)	0.355	0.1196	0.147	0.122	0.037	0.0459	0.109	0.035	0.042
	Greška brzine (m/s)	0.147	0.0141	0.0227	0.163	0.011	0.0232	0.135	0.009	0.019

5.3. Testiranje MM algoritma

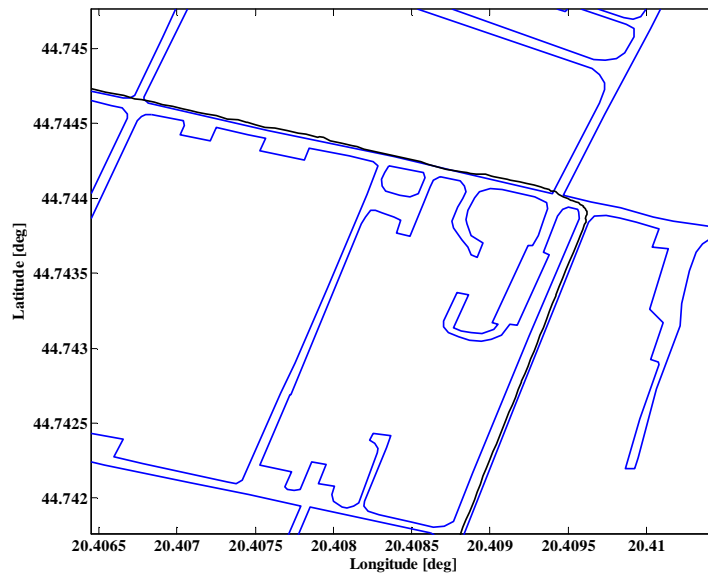
Testiranje MM algoritma realizovano je pomoću vozila koje se kretalo po tačno definisanoj putanji na digitalnoj karti. Podaci su prikupljeni pomoću INS senzora i GPS prijemnika koji su montirani na vozilo a zatim obrađeni u softverskoj aplikaciji integrisanog navigacijskog sistema, realizovanoj u MATLABu. Radi inicijalizacije i početnog podešavanja sistema vozilo je provelo u mestu oko šest minuta a zatim je otpočelo kretanje po definisanoj putanji u trajanju oko pet minuta.

Na Sl. 5.30, je crnim isprekidanim linijama prikazana definisana trajektorija kretanja vozila, dok plave linije predstavljaju ivice kolovoza. Rezultati testiranja prikazani su na nekoliko zumiranih delova trajektorije na kojima su prikazani karakteristični slučajevi pozicije vozila, da bi se lakše uočilo kada rezultati merenja pokazuju da je vozilo van definisane trajektorije i kako deluje predloženo rešenje MM algoritma na korekciju pozicije vozila na putu.

Na Sl. 5.31, prikazan je slučaj kada na delu INS/GPS nakon manevra vozila pokazuje da se vozilo nalazi van puta.

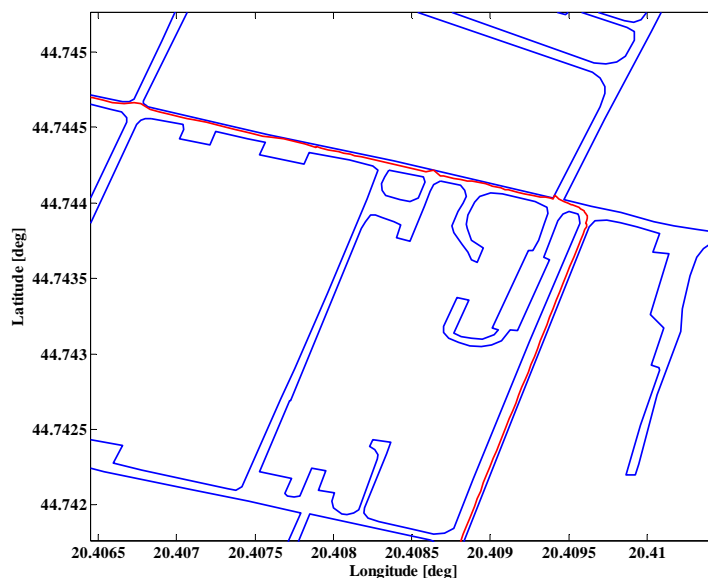


Sl. 5.30. Trajektorija kretanja vozila u toku testiranja.



Sl. 5.31. Zumirani deo trajektorije vozila bez korekcije pozicije.

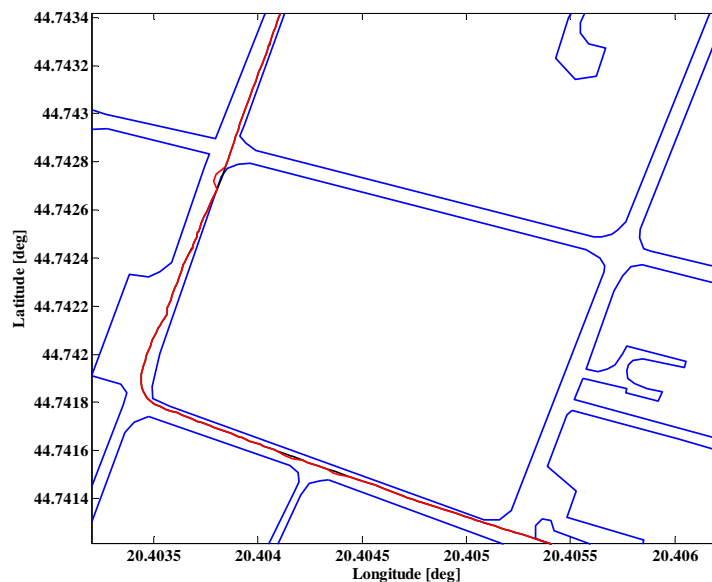
Na Sl. 5.32. zumiran je isti deo trajektorije vozila kao na prethodnoj slici, i na njoj je crvenom linijom prikazana pozicija vozila nakon korekcije pozicije. Na ovoj slici može se uočiti da i pored toga što vozilo u toku ispitivanja prolazi kroz tri raskrsnice i pored parkinga (čije su ivice takođe definisane referentnim tačkama), predloženi algoritam omogućava korektnu estimaciju verovatnog položaja vozila na putu.



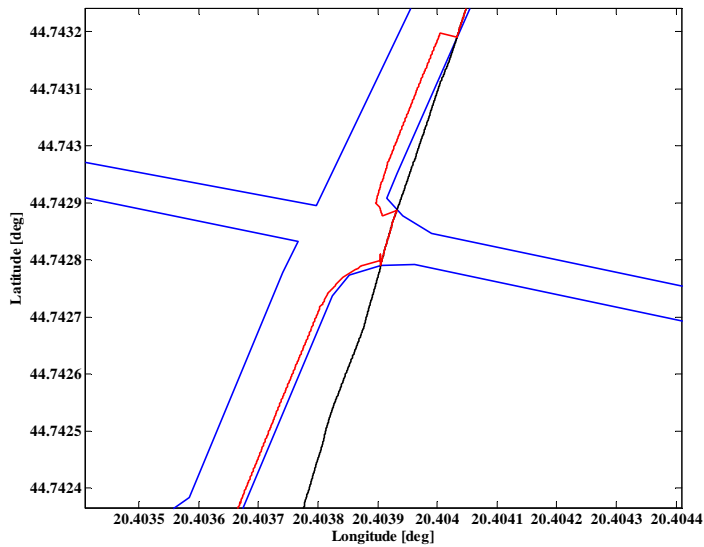
Sl. 5.32. Zumirani deo trajektorije vozila nakon korekcije pozicije.

Na Sl. 5.33, prikazan je slučaj kada vozilo u toku kretanja prolazi kroz tri raskrsnice i manevriše u krivini. S obzirom da integrisani navigacijski sistem pokazuje da se vozilo nalazi u okviru profila kolovoza, MM algoritam ne vrši korekciju pozicije zbog čega su crna linija, koja označava predikciju pozicije, i crvena linija, koja označava verovatnu poziciju vozila, poklopljene.

Posebno je razmatran slučaj kada integrisani navigacijski sistem radi u modu predikcije, tačnije kada nema dostupnih GPS podataka, što je karakterističan slučaj za urbane sredine. Ovaj slučaj gde je pozicija vozila određena na osnovu INS merenja, prikazan je na Sl. 5.34. Za potrebe ispitivanja GPS prijemnik je namerno isključen u trajanju od jednog minuta. Izmerena pozicija vozila prikazana je crnom linijom, i može se videti da se u toku vremena pozicija vozila sve više udaljava od tačne trajektorije, što je posledica akumulacije grešaka zbog nesavršenosti INS senzora. Naročito je interesantan prolaz vozila kroz raskrsnicu, gde korigovana pozicija vozila (crvena linija) pokazuje odstupanje od pravolinijskog kretanja vozila. Ovo odstupanje je posledica malog broja referentnih tačaka na digitalnoj karti kojima su definisane ivice kolovoza, što se vidi iz izlomljene ivice kolovoza u raskrsnici.

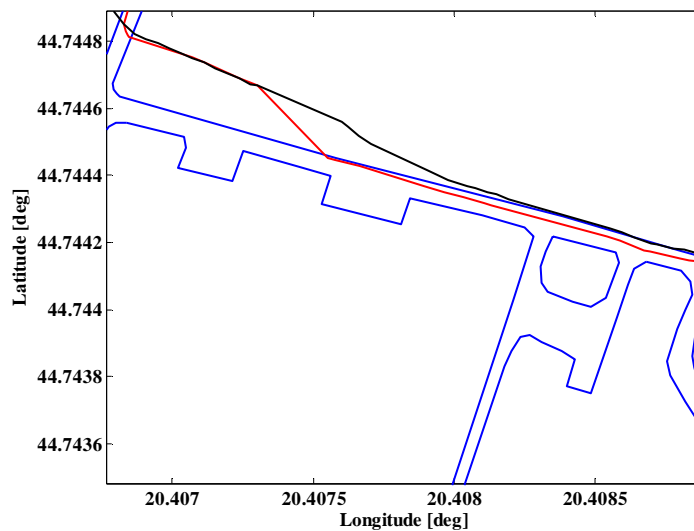


Sl. 5.34. Zumirani deo trajektorije vozila bez uticaja MM algoritma.



Sl. 5.35. Zumirani deo trajektorije vozila pri prolasku kroz raskrsnicu (GPS off).

Poseban slučaj kada vozilo zaista izlazi van kolovoza prikazan je na Sl. 5.36. Za potrebe ispitivanja INS/GPS putanja kretanja vozila je namerno promenjena, jer na ovom delu putanje realno nije moguće kretanje vozila. U ovom slučaju, kada u okolini vozila nije detektovana ni jedna linija (ivica kolovoza) MM algoritam prihvata predikciju pozicije vozila kao tačnu i ne vrši korekciju, što je i opisano u prethodnoj glavi. Na ovoj slici može se uočiti period kada zbog uticaja MM korekcije postoji greška između tačne i procenjene pozicije vozila. Naime, MM algoritam vrši korekciju dok god u okolini vozila, u zoni d_{max} , postoje detektovane ivice kolovoza. Ovaj prostor neodređenosti tačne pozicije vozila, može da se smanji ukoliko se uvedu adaptivne zone d_{max} .



Sl. 5.36. Kretanje vozila van kolovoza.

Zaključci i predlozi budućeg istraživanja

Pored konstantnog interesa za povećanjem tačnosti određivanja navigacionih parametara, postoji potreba za što jeftiniju izgradnju navigacijskih sistema. Ukoliko bi tačnost izračunavanja navigacijskog rešenja pomoću jeftinih senzora bila povećana, troškovi izgradnje navigacijske opreme bili bi manji a samim tim bi porasla potreba za primenom ovakvih navigacijskih sistema, što predstavlja ključni problem današnjih istraživanja u oblasti navigacijskih sistema koji se baziraju na MEMS tehnologiji.

Predmet istraživanja u ovom radu je razvoj modela integrisanog INS/GPS/Magnetometar/Baro-visinomer navigacijskog sistema. Cilj istraživanja jeste povećanje tačnosti određivanja uglova orijentacije, pozicije i brzine korisnika, na osnovu predloženih rešenja kompenzacije drifta žiroskopa i kompenzacije grešaka u vertikalnom kanalu integrisanog navigacijskog sistema.

U prvoj glavi rada prikazane su osnove sistema i struktura GPS signala i način određivanja pozicije i brzine korisnika. Takođe su prikazane greške izračunavanja pozicije i brzine korisnika. Analizom navedenih grešaka može se zaključiti da su GPS prijemnici posebno osetljivi na interferenciju, nastalu usled višestrukog prostiranja GPS, naročito u urbanim sredinama, pri čemu zaklonjenost GPS prijemnika (zatvoreni objekti, kanjoni, visoke zgrade...), može da dovede i do prekida praćenja GPS signala, tj. prekida distribucije podataka.

U drugoj glavi detaljno je opisan "Strapdown" sistem inercijalne navigacije. Prikazan je algoritam rada SDINS, metod određivanja parametara orijentacije pomoću kvaterniona i izračunavanje položaja i brzine objekta. Na osnovu izvršene analize grešaka inercijalnih senzora, izvora i propagacije grešaka SDINS, prikazani su poznati modeli prigušenja grešaka uglova orijentacije, horizontalnog i vertikalnog kanala pomoću kontrolnih signala.

U trećoj glavi opisani su magnetometri, izvori i model grešaka magnetometra. Prikazani su metode kalibracije magnetometra izvršena je analiza uticaja pojedinih grešaka na tačnost merenja magnetometra. Takođe, izvedena je jednačina za izračunavanje visine objekta na osnovu merenja pritiska i temperature vazduha. Definisana je model grešaka baro-visinomera, a zatim je na osnovu simulacije prikazan uticaj pojedinih grešaka na tačnost merenja baro-visinomera.

Šeme integracije višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema prikazane su u četvrtoj glavi. Predstavljena je teorijska osnova implementacije magnetometra i baro-visinomera u okviru integrisanog navigacijskog sistema, kao i metode određivanja uglova orijentacije, pozicije i brzine korisnika. Takođe su prikazane osnove Kalmanovog filtra, koji upotrebljen za integraciju INS/GPS/Magnetometra i baro-visinomera kao i razvijeni MM algoritam.

U petoj glavi prikazani su rezultati laboratorijskih i eksperimentalnih ispitivanja. Za izradu integrisanog navigacijskog sistema upotrebljeni su inercijalni MEMS senzori MPU-60X0 (troosni žiroskop i troosni akcelerometar), GPS prijemnik "Gms-u1LP" (L1 C/A, frekvencija znavljanja podataka 10 Hz), baro-visinomer MS5611-01BA03 i magnetometar HMC5883.

Za potrebe ispitivanja i kalibracije inercijalnih senzora korišćena je merna oprema metrološke laboratorije Tehničkog opitnog centra ML-03. Ispitivanje i kalibracija senzora, urađena je na osnovu poznatih kalibracionih procedura. Stohastička procena grešaka i dobijanje vrednosti koeficijenata šumova na osnovu Allan-ove varijanse, izvršena je na skupu podataka prikupljenih pomoću navedenih senzora. Navedeni podaci iskorišćeni su za definisanje matrice kovarijanse šuma sistema. Radi definisanja matrice kovarijanse greške merenja izvršena statistička obrada podataka prikupljenih na osnovu dvanaestčasovnog merenja GPS prijemnika na poznatoj lokaciji. U toku ispitivanja, vozilo se kretalo po unapred definisanoj putanji u urbanoj sredini na kojoj je definisano 20 kontrolnih tačaka. Radi analize ostvarenih rezultata na osnovu predloženih rešenja, prikazani su rezultati jednog eksperimentalnog merenja.

Zaključci

Na osnovu izvršene analize i ostvarenih rezultata istraživanja, mogu se izvući sledeći zaključci:

- Integracijom inercijalnih senzora i magnetometra, moguće je izvršiti prigušenje drifta žiroskopa a samim tim i povećati tačnost određivanja uglova orijentacije objekta. Predloženom tehnikom kompenzacije drifta žiroskopa pomoću merenja magnetometra, greška određivanja ugla valjanja, smanjena je za više od 10°, dok je greška ugla propinjanja svedena na manje od 2°. Poseban doprinos merenja magnetometra istaknut je kod određivanja ugla skretanja u toku promene pravca kretanja vozila, kada je greška ugla skretanja svedena na manje od 1°.
- Integracijom INS/GPS i baro-visinomera, u periodima odsutnosti GPS navigacionih podataka, moguće je smanjiti grešku izračunavanja visine i vertikalne komponente brzine na osnovu predložene metode adaptacije koeficijenata za prigušenje grešaka u vertikalnom kanalu. Analizom rezultata simulacije utvrđeno je da adaptacija koeficijenata pomoću funkcije $\sinh(\cdot)$, omogućava oko 25% povećanje tačnosti u odnosu na konstantne koeficijete i oko 15% u odnosu na adaptaciju funkcijom $\tanh(\cdot)$. Posebno je istaknut doprinos poboljšanja tačnosti određivanja visine i vertikalne komponente brzine prilikom naglog vertikalnog manevra objekta, pri čemu se najbolji rezultati postižu adaptacijom koeficijenata pomoću funkcije $\sinh(\cdot)$.
- Predloženom tehnikom prigušenja grešaka u horizontalnom kanalu, na osnovu poznate metode prigušenja grešaka pomoću kontrolnih signala, u toku odsustva GPS podataka od 30s, maksimalna srednja kvadratna greška izračunavanja brzine svedena je na 1m/s a pozicije na 6,43m, što je izuzetno povoljno za ovaj tip senzora.
- Na osnovu razvijenog algoritma za sjedinjavanje podataka o poziciji, određenih pomoću integrisanog navigacijskog sistema, i podataka iz digitalne karte, pokazano je da je moguće dodatno povećati tačnost određivanja pozicije vozila koje se kreće u urbanim sredinama.

Opšti zaključak koji potvrđuje cilj i hipoteze istraživanja jeste da je integracijom INS/GPS i senzora niže klase tačnosti, na osnovu određenog algoritma integracije i primenom metoda kompenzacije grešaka u višesenzorskom integrisanom navigacijskom sistemu, moguće ostvariti povećanje tačnosti određivanja pozicije, brzine i orijentacije objekta u prostoru.

Razvijeni model višesenzorskog integrisanog navigacijskog sistema, koji je realizovan u programskom paketu MATLAB, svakako omogućava dalja istraživanja i ispitivanja novih rešenja u predmetnoj oblasti.

Predlozi budućeg istraživanja

Predlozi budućih istraživanja u oblasti višesenzorskih integrisanih navigacijskih sistema dati su prema sledećem:

- Radi što bolje procene uglova orijentacije objekta potrebno je u postojeći integrisani navigacijski sistem ugraditi inklinometre.
- U cilju boljeg prigušenja grešaka pozicije i brzine objekta u horizontalnoj ravni, istražiti mogućnosti i metode integracije odometra i senzora dinamičkog pritiska u jedinstveni integrisani navigacijski sistem.
- Radi preciznijeg određivanja položaja vozila u urbanim sredinama, potrebno je nastaviti sa razvojem i usavršavanjem *map-matching* algoritma, u pogledu što tačnijeg određivanja verovatnog položaja vozila na putu i definisanja organizacije baze podataka iz digitalnih karata.
- U postojeći algoritam izračunavanja navigacijskih parametara potrebno je uvesti periodičnu reinicijalizaciju navigacijskog sistema primenom metode ZUPT (*zero-velocity-update-aided*) a pomoću algoritma za automatsku detekciju nulte brzine objekta.
- Kako su MEMS senzori, za razliku od mehaničkih senzora, osetljivi na poremećaje magnetnog polja, temperature... potrebno je detaljnije istražiti izvore i modele grešaka samih senzora, radi što bolje kompenzacije istih.
- S obzirom da tačnost integrisanog navigacijskog sistema zavisi od tačnosti GPS prijemnika potrebno je istražiti mogućnosti unapređenja tehnika i metoda obrade signala u samom GPS prijemniku, kako bi se što više eliminisao uticaj interferencije signala i kako bi GPS prijemnik omogućio neprekidnu distribuciju informacija o položaju i brzini korisnika.
- Zbog sve veće potražnje za MEMS sensorima koji se koriste za izgradnju navigacijskih sistema, pojedini proizvođači najavljuju proizvodnju GPS prijemnika, inercijalnih senzora... u jedinstvenom kućištu, kako bi se prevazišli nedostaci integracije navedenih senzora metodom lake sprege. S tim razlogom, potrebno je razmišljati o razvoju jedinstvenog algoritma integracije, metodom čvrste sprege, koji bi obuhvatao i algoritam izračunavanja pozicije i brzine od strane INS i softverski GPS prijemnik.

Prilog

Matrica Jakobijana modela sistema definisana je kao:

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}}, \quad (\text{P.1})$$

pri čemu u ovom radu navedena matrica ima dimenzije 15x15, i može se izraziti kao,

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} f_{RR} & f_{RV} & f_{R\Phi} & f_{RB} & f_{RG} \\ f_{VR} & f_{VV} & f_{V\Phi} & f_{VB} & f_{VG} \\ f_{\Phi R} & f_{\Phi V} & f_{\Phi\Phi} & f_{\Phi B} & f_{\Phi G} \\ f_{BR} & f_{BV} & f_{B\Phi} & f_{BB} & f_{BG} \\ f_{GR} & f_{GV} & f_{G\Phi} & f_{GB} & f_{GG} \end{bmatrix}. \quad (\text{P.2})$$

Navedeni elementi prikazane matrice su dimenzija 3x3 i predstavljaju diferencijale koji su definisani vektorom stanja sistema. Prikazane oznake R, V, Φ , B i G predstavljaju greške pozicije, brzine, i uglovnog položaja, projekcije biasa akcelerometara i projekcije driftova žiroskopa, respektivno, pri čemu na primer oznaka f_{VR} predstavlja izvod funkcije brzine po poziciji itd. Elementi matrice $\Phi_{\mathbf{k}}$, prikazane u (P.2), određeni su sledećim jednačinama:

$$f_{RR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{V_N}{(r_M + h)^2} \\ \frac{V_E \sin \varphi}{(r_p + h) \cos^2 \varphi} & 0 & \frac{-V_E}{(r_p + h)^2 \cos \varphi} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.3})$$

$$f_{VR} = \begin{bmatrix} -V_E \cos \varphi (2\omega_e + \frac{V_E \sec^2 \varphi}{(r_p + h) \cos \varphi}) & 0 & \frac{V_E^2 \tan \varphi}{(r_p + h)^2} - \frac{V_N V_D}{(r_M + h)^2} \\ 2\omega_e (V_N \cos \varphi - V_D \sin \varphi) + \frac{V_N V_E \sec \varphi}{(r_p + h) \cos \varphi} & 0 & \frac{-V_E}{(r_p + h)^2 \cos \varphi} (V_D \cos \varphi + V_N \sin \varphi) \\ 2\omega_e V_E \sin \varphi & 0 & \frac{V_N^2}{(r_M + h)^2} + \frac{V_E^2}{(r_p + h)^2} + \frac{g}{R_e} \end{bmatrix}, \quad (\text{P.4})$$

$$f_{\Phi R} = \begin{bmatrix} -\omega_e \sin \varphi & 0 & -\frac{V_E}{(r_p + h)} \\ 0 & 0 & \frac{V_N}{(r_M + h)^2} \\ -(\omega_e \cos \varphi + \frac{V_E \sec \varphi}{(r_p + h) \cos \varphi}) & 0 & \frac{V_E \tan \varphi}{(r_M + h)^2} \end{bmatrix}, \quad (\text{P.5})$$

$$f_{RV} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(r_M + h)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(r_p + h) \cos \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.6})$$

$$f_{VV} = \begin{bmatrix} \frac{V_D}{(r_M + h)} & -2\left(\omega_e + \frac{V_E}{(r_p + h) \cos \varphi}\right) \sin \varphi & \frac{V_N}{(r_M + h)} \\ 2\omega_e + \frac{V_E \tan \varphi}{(r_p + h)} & \frac{1}{(r_p + h)} (V_D + V_N \tan \varphi) & 2\omega_e + \frac{V_E}{(r_p + h)} \\ -2\frac{V_N}{(r_M + h)} & -2\left(\omega_e + \frac{V_E}{(r_p + h) \cos \varphi}\right) \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.7})$$

$$f_{\Phi V} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{(r_p + h)} & 0 \\ -\frac{1}{(r_M + h)} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan \varphi}{(r_p + h)} & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.8})$$

$$f_{v\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & -f_D & f_E \\ f_D & 0 & -f_N \\ -f_E & f_N & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.9})$$

$$f_{\Phi\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & -\left(\omega_e + \frac{V_E}{(r_p + h) \cos \varphi}\right) \sin \varphi & \frac{V_N}{(r_M + h)} \\ \left(\omega_e + \frac{V_E}{(r_p + h) \cos \varphi}\right) \sin \varphi & 0 & \left(\omega_e + \frac{V_E}{(r_p + h) \cos \varphi}\right) \cos \varphi \\ -\frac{V_N}{(r_M + h)} & -\left(\omega_e + \frac{V_E}{(r_p + h) \cos \varphi}\right) \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.10})$$

$$f_{VB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{P.11})$$

$$f_{GG} = \begin{bmatrix} -\beta_x & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_y & 0 \\ 0 & 0 & -\beta_z \end{bmatrix}. \quad (\text{P.12})$$

pri čemu su ostali elementi matrice $\Phi_{\mathbf{k}}$ jednaki $[0]_{3 \times 3}$.

Skraćenice

ANFIS (*Adaptive Neural Fuzzy Information Systems*) - Adaptivni fazi-neuralni informacijski sistem.

AS (*Antispoofing*) - Zaštićeni režim rada satelita.

C/A (*Coarse/Acquisition code*) - Prosti/akvizicijski kod (standardni kod).

CDMA (*Code Division Multiple Access*) –Kodne raspodele za pristup signalu.

CEP (*Circular Error Probable*) - Verovatna raspodela kružne greške, koji se definiše kao poluprečnik kruga sa centrom u tačnoj lokaciji korisnika, u kojem se nalazi (50%, 80%, 90%, 95%, ...) grešaka.

DGPS (*Differential GPS*) - Diferencijalni GPS.

DOP (*Dilution Of Precision*) - Multiplikativni faktor koji utiče na grešku određivanja rastojanja.

drms (*Distance Root Mean Square*) - Kvadratni koren srednje vrednosti kvadrata rastojanja.

ECEF (*Earth-Centered Earth-Fixed*) - Koordinatni sistem koji je vezan za Zemlju.

ECI (*Earth-Centered Inertial*) - Zemaljski inercijalni koordinatni sistem.

EKF (*Extended Kalman filter*) - Prošireni Kalmanov filter.

Ephemerides- Nalazi se u sastavu poruke koju emituje satelit, a sadrži informacije o tri izvora grešaka (greška zbog nestabilnosti rada satelita, greška predikcije satelitskog "ephemeris"-a, i SA greška).

Ephemeris - Podatak o koordinatama satelita koji se nalazi u sastavu poruke koju emituje satelit.

GDOP - Geometrijski DOP, HDOP - horizontalni DOP, VDOP - vertikalni DOP, TDOP - vremenski DOP.

GPS (*Global Positioning System*) - Sistem globalnog pozicioniranja.

ICAO (*International Civil Aviation Organization*) - Međunarodna civilna vazduhoplovna organizacija.

IMU (*Inertial Measuring Unit*) -Inercijalna merna jedinica.

INS (*Inertial Navigation System*) - Inercijalni navigacijski sistem.

KF (*Kalman filter*) - Kalmanov filter.

LC (*loosly coupling*) - slaba sprega.

LLH (*latitude, longitude, altitude*) - koordinate WGS-84 koordinatnog sistema.

MEMS (*Micro Electro Mechanical Sensors*) - Mikro elektromehanički senzori.

MM (*Map-matching*) - metoda sjedinjavanja podataka na karti.

MSL (*Mean Sea Level*) - Srednji nivo mora.

NED (*North-East-Down*) - Lokalni koordinatni sistem, vezan je za tačku na Zemlji.

NN (*Neural Network*) - Neuralna mreža.

P(Y) (*Precision code*) - Tačni kod (tačni kod koji se koristi pri zaštićenom režimu rada satelita).

PPS (*Precise Positioning Service*) - Uslužni servis koji obezbeđuje visoku tačnost određivanja pozicije GPS prijemnika.

PRN (*PseudoRange Noise*) - Pseudoslučajna sekvenca koja se koristi za merenje rastojanja.

SA (*Selective Availability*) - Namerno uvedena greška od strane Minisarstva odbrane SAD, radi smanjenja tačnosti određivanja pozicije za korisnike SPS servisa.

SPS (*Standard Positioning Service*) - Uslužni servis koji obezbeđuje standardnu tačnost određivanja pozicije GPS prijemnika.

Strapdown INS, SDINS– Bezplatformni inercijalni navigacijski sistem kod koga su inercijalni senzori vezani za telo objekta.

URE (*User-Equivalent Range Error*) - Ekvivalentna greška merenja rastojanja, koja predstavlja (statistički) sumu pojedinačnih grešaka koje doprinose ukupnoj grešci.

UTC (*Coordinated Universal Time*) - Univerzalno (sistemska) vreme.

WGS – 84 (*World Geodetic System 1984*) - Međunarodni geodetski koordinatni sistem, koji je uveden 1984 godine.

WMM (*World Magnetic Model*) - Model magnetnog polja Zemlje.

ZUPT (*zero-velocity-update-aided*).

Literatura

- [1] M. Grawal, L. Weill, A. Andrews, *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration-2nd edition*. A John Wiley & Sons, New Jersey, 2001.
- [2] D. H. Titerton, J. L. Weston, *Strapdown inertial navigation technology-2nd edition*. The Institution of Electrical Engineers, Herts UK, 2004.
- [3] E. Kaplan, *Understanding GPS Principles and Applications*. Mitre Corporation, Bedford MA, 1996.
- [4] P. Misra, Per Enge, *Global Positioning System, signals, measurements and performance*. Ganga-Jamuna Press, 2006.
- [5] P. D. Groves, *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. Artech House, London, 2008.
- [6] W. Jan, F. Gert, "Tightly coupled GPS/INS integration for missile applications", *Aerospace Science and Technology*, vol. 8, pp. 627-634, 2004.
- [7] D. Loebis, R. Sutton, J. Chudley W. Naeem, "Adaptive tuning of a kalman filter via fuzzy logic for an intelligent AUV navigation system", *Control Engineering Practice*, vol. 12, pp. 1531-1539, 2004.
- [8] B. Wang, J. Wang, J. Wu, B. Cai, "Study on Adaptive GPS/INS Integrated Navigation System", *IEEE*. 2003.
- [9] F. Caron, D. Emmanuel, D. Pomorski, P. Vanheeghe, "GPS/IMU data fusion using multisensor Kalman Filtering: introduction of contextual aspects", *Information Fusion*, vol. 7, pp. 221-230, 2006.
- [10] H. Bian, Z. Jin, W. Tian, "IAE-adaptive Kalman filter for INS/GPS integrated navigation system", *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 17, no. 3-9, pp. 502- 508, 2006.
- [11] B. Johan, W. Steyn, "Kalman filter configurations for a low-cost loosely integrated inertial navigation system on an airship", *Control Engineering Practice*, 2008.
- [12] M. Petovello, M. E. Cannon, G. Lachapelle, "Development and Testing of a Real-Time GPS/INS Reference System for Autonomous Automobile Navigation, *Proceedings of ION GPS-01*, September 11-14. 2001, Salt Lake City, UT.
- [13] M. David, R. Jihan, G. Christian, "Integrating INS Sensors With GPS Measurements for Continuous Estimation of Vehicle Sideslip, Roll, and Tire Cornering Stiffness", *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 7, no. 4, 2006.
- [14] G. Wei, N. Qi, Z. Guofu, J. Hui, "Gyroscope Drift Estimation in Tightly-coupled INS/GPS Navigation System", *Second IEEE Conference on industrial Electronics and Applications*, 2007.
- [15] H. Basil, M. R. Ananthasayanam, S. N. Puri, "Adaptive Kalman Filter Tuning In Integration of Low-Cost MEMS-INS/GPS", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2004, Providence, RI.
- [16] I. Klein, S. Filin, T. Toledo, "A modified loosely coupled approach to INS/GPS integration", *Journal of Applied Geodesy*, vol. 5, no. 2, pp. 87-97, 2011.
- [17] M. J. Yu, "INS/GPS integration system using adaptive filter for estimating measurement noise variance", *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 2, pp. 1786-1792, 2012.

-
- [18] N. El-Sheimy, E-H. Shin, X. Niu, "Kalman Filter Face-Off", *Inside GNSS*, pp. 48-54. 2006.
- [19] E-H. Shin, N. El-Sheimy, "Unscented Kalman Filter and Attitude Errors of Low-Cost Inertial Navigation Systems", *Navigation Journal of the Institute of Navigation*, vol. 54, no. 1, pp. 1-9, 2007.
- [20] K-W. Chiang, "INS/GPS Integration using Neural Networks for Land Vehicular Navigation Applications", PhD Thesis, UCGE Report 20209, The University of Calgary, Calgary, Canada, 2004.
- [21] M. Forrest, T. Spracklen, N. Ryan, "An Inertial Navigation Data Fusion System employing an Artificial Neural Network as the Data Integrator", *Institute of Navigation NTM 2000*, January 26-28, 2000, Anaheim, CA.
- [22] S. Haykin, *Kalman Filtering and Neural Networks*, A John Wiley & Sons, New Jersey, 2001.
- [23] W. Abdel-Hamid, "Accuracy Enhancement of Integrated MEMS-IMU/GPS Systems for Land Vehicular Navigation Applications", PhD Thesis, UCGE Report 20207, The University of Calgary, Calgary, Canada, 2005.
- [24] C. Goodall, "Intelligent Integration of a MEMS IMU with GPS using a Reliable Weighting Scheme", *ION GNSS 2006*, 2006, Fort Worth, Texas.
- [25] N. Aboelmagd, E. Ahmed, R. Mahmoud, "Optimizing neuro-fuzzy modules for data fusion of vehicular navigation systems using temporal cross-validation", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 20, pp. 49-61. 2007.
- [26] M. Gizawy, N. El-Sheimy, R. Taha, A. Noureldin, "Neuro-Fuzzy System for GPS/INS Integration", *The European Navigation Conference, GNSS*, 2004.
- [27] A. Noureldin, T. B. Karamat, M. D. Eberts, A. El-Shafie, "Performance enhancement of MEMS-based INS/GPS integration for low-cost navigation applications", *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 58, no. 3, pp. 1077-1096, 2009.
- [28] J. H. Kim, S. Sukkarieh, "A baro-altimeter augmented INS/GPS navigation system for an uninhabited aerial vehicle", *Presented at SatNav 2003, the 6th International Symposium on Satellite Navigation Technology Including Mobile Positioning & Location Services*, July 22-25, 2003, Melbourne, Australia.
- [29] G. S. Readdy, V. K. Saraswat, "Advanced Navigation System for Aircraft Applications", *Defense Science Journal*, vol. 63, no. 2, pp. 131-137, March 2013.
- [30] V. Daduc, B. V. Reddya, B. Sitaraa, R. S. Chandrasekhara, G. S. Reddya, "Baro-INS integration with kalman filter". in *Proceedings of National conference on Advances in Sensors for Aerospace applications*, December 2007, Hyderabad.
- [31] H. R. Park, "State-Space Representation of Complementary Filter and Design of GPS/INS Vertical Channel Damping Loop", *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 14, no. 8, pp. 727-732, 2008.
- [32] J. Parviainen, J. Hautamäki, J. Collin, J. Takala, "Barometer-aided road grade estimation", in *Proceedings of 13th IAIN World Congress*, October 2009, Stockholm, pp. 27-30.
- [33] Y. A. N. G. Chao-bin, N. I. U. Qiang-jun, X. U. Qi-dong, "Data Fusion of Barometric Altimeter Enhanced GPS Integrated Navigation System", *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, vol. 1, no. 22, 2012.
- [34] S. O. H. Madgwick, R. Vaidyanathan, A. J.L. Harrison, "An efficient orientation filter for IMU and MARG sensor arrays", Department of Mechanical Engineering, University of Bristol, Rep. 2010.
-

-
- [35] T. Fujiwara, H. Tomita, T. Tsujii, M. Harigae, "Performance improvement of MEMS INS/GPS during GPS outage using magnetometer", in *Proceedings of the International Symposium on GPS/GNSS 2008*, November 2008, pp. 165-172.
- [36] Y. Hao, Z. Zhang, Q. Xia, "Research on data fusion for SINS/GPS/magnetometer integrated navigation based on modified CDKF", in *Progress in Informatics and Computing (PIC), 2010 IEEE International Conference on*, December 2010, vol. 2, pp. 1215-1219.
- [37] G. A. Borges, A. P. L. Bó, J. Y. Ishihara, "An IMU/Magnetometer/GPS-based localization system using correlated Kalman filtering", in *XVII Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2008)*, 2008, pp. 1-6.
- [38] R. A. J. Chagas, J. Waldmann, "Geometric Inference-Based Observability Analysis Digest of INS Error Model with GPS/Magnetometer/Camera Aiding", in *19th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, Saint Petersburg, Russia, 2012.
- [39] H. Zhao, Z. Wang, "Motion measurement using inertial sensors, ultrasonic sensors, and magnetometers with extended kalman filter for data fusion", *Sensors Journal, IEEE*, vol. 12, no. 5, pp. 943-953, 2012.
- [40] M. J. Caruso, "Applications of magnetic sensors for low cost compass systems", in *Position Location and Navigation Symposium, IEEE 2000*, IEEE 2000, pp. 177-184.
- [41] X. Yun, E. R. Bachmann, R. B. McGhee, "A simplified quaternion-based algorithm for orientation estimation from earth gravity and magnetic field measurements", *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 3, pp. 638-650, 2008.
- [42] S. Han, J. Wang, "A novel method to integrate IMU and magnetometers in attitude and heading reference systems", *Journal of Navigation*, vol. 64, no. 4, pp. 727-738, 2011.
- [43] M. A. Quddus, W. Y. Ochieng, R. B. Noland, "Current map-matching algorithms for transport applications: State-of-the art and future research directions" *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 15, no. 5, pp. 312-328, 2007.
- [44] M. A. Quddus, W. Y. Ochieng, L. Zhao, R. B. Noland, "A general map matching algorithm for transport telematics applications", *GPS solutions*, vol. 7, no. 3, pp. 157-167, 2003.
- [45] M. A. Quddus, W. Y. Ochieng, R. B. Noland, "Integrity of map-matching algorithms", *Transport. Res. C-Emer.* vol. 14, pp. 283-302, 2006,
- [46] H. J. Chu, G. J. Tsai, K. W. Chiang, T. T. Duong, "GPS/MEMS INS data fusion and map matching in urban areas", *Sensors*, vol. 13, no. 9, pp. 11280-11288, 2013.
- [47] G. Taylor, C. Brunsdon, J. Li, A. Olden, D. Steup, M. Winter, "GPS accuracy estimation using map matching techniques: Applied to vehicle positioning and odometer calibration", *Computers, environment and urban systems*, vol. 30, no. 6, 757-772, 2006.
- [48] M. A. Quddus, W. Y. Ochieng, R. B. Noland, "Current map-matching algorithms for transport applications: State-of-the art and future research directions", *Transport. Res. C-Emer.* vol. 15, pp. 312-328, 2007.
- [49] G. R. Jagadeesh, T. Srikanthan, X. D. Zhang, "A map matching method for GPS based real-time vehicle location", *Journal of Navigation*, vol. 57, pp. 429-440, 2004.
- [50] S. Kim, J. H. Kim, "Adaptive fuzzy-network-based C-measure map-matching algorithm for car navigation system", *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 2, pp. 432-441, 2001.
-

-
- [51] Q. Wu, X. Gu, J. Luo, P. Zhang, X. Fang, "A Vehicle Map-matching Algorithm based on Measure Fuzzy Sorting", *Journal of Computers*, vol. 9, no. 5, pp. 1058-1065, 2014.
- [52] C. Smaili, M. E. B. El Najjar, F. Charpillat, "A Hybrid Bayesian Framework for Map Matching: Formulation Using Switching Kalman Filter", *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 74, no. 3-4, pp. 725-743, 2014.
- [53] ICD-GPS-200, NAVSTAR GPS, 2004.
- [54] B.W.Parkinson, J.J.Spilker, *Global Positioning System: Theory and Applications*. vol.1, American Institute of Aeronautics and Astronautic, Washington, 1996.
- [55] ICD-GPS-705, NAVSTAR GPS, 2004.
- [56] Richard Fontana, Wai Cheung, Paul Novak, Thomas Stansell, "The New L2 Civil Signal", *GPS World Magazine*, September 2001.
- [57] H. J. Christopher, "Evaluation of the Proposed Signal Structure for the New Civil GPS Signal at 1176,45 MHz", Mitre Corporation, CAASD, Virginia, 1999.
- [58] V. Sokolović, V. Popović, "Comparison of methods of synchronization signal in software GPS receiver," *TELFOR*, Serbia, Nov. 2009, pp. 604–607.
- [59] J. Bao, Y. Tsui, *Fundamentals of Global Positioning System Receivers*. John Wiley & Sons, New Jersey, 2005.
- [60] V. Sokolović, „Kritička analiza obrade signala u softverskom GPS prijemniku”, Magistarski rad, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 2009.
- [61] V. Sokolović, „Analiza akvizicije signala u softverskom GPS prijemniku“, *Vojnotehnički glasnik*, vol. 59, no. 1, pp. 81-95, 2011.
- [62] V. Sokolović, M. Oklobdžija, G. Marković, „Izbor metoda sinhronizacije signala u softverskom GPS prijemniku“, *Vojnotehnički glasnik*, vol. 59, no. 2, pp. 94-110, 2011.
- [63] V. Sokolović, V. Popović, „Analiza obrade signala u softverskom GPS prijemniku“, *Naučno stručni skup OTEH 09*, Beograd, 2009.
- [64] R. Stančić, „Razvoj integrisanog sistema inercijalne i satelitske navigacije“, Doktorska disertacija, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 2010.
- [65] S. Gleason, D. Gebre-Egziabher, *GNSS Applications and Methods*. Artech House, London, 2009.
- [66] M. Popović, „Analiza greški besplatformnih sistema inercijalne navigacije“, Doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 1997.
- [67] M. Petovello, "Real-time Integration of Tactical-Grade IMU and GPS for High-Accuracy Positioning and Navigation", PhD thesis, UCGE Report 20173, The Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, 2003.
- [68] C. Jekeli, *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. Walter de Gruyter, New York, 2001, pp.51-53, 104-106, 306-318.
- [69] M. S. Grewal, A. P. Andrews, *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. Second edition, A John Wiley & Sons, New Jersey, 2001.
- [70] O. S. Salychev, *Applied Inertial Navigation: Problems and Solutions*. The Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 2004.
- [71] O. S. Salychev, *MEMS – based Inertial Navigation: Expectations and Reality*. The Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 2012.
- [72] M. L. Psiaki, F. Martel, P. K. Pal, "Three-Axis Attitude Determination via Kalman Filtering of Magnetometer Data," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 3, pp.506–514, May-June 1990.

-
- [73] L. Kok-Lam, J. L. Crassidis, R. R. Harman, "Real Time Attitude Independent Gyro Calibration from 3 axis Magnetometer Measurements", *AIAA-AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*, AIAA-2004-4855.
- [74] National Geomagnetic Information Center, website URL <http://geomag.usgs.gov/>.
- [75] V. Renaudin, M. H. Afzal, G. Lachapelle, "Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain", *Journal of Sensor*, vol.2010, doi:10.1155/2010/967245.
- [76] M. J. Caruso, "Application of Magnetic Sensors for Low Cost Compass Systems", Honeywell A. N., 2004.
- [77] L. Kok-Lam, J. L. Crassidis, R. R. Harman, "Real Time Attitude Independent Gyro Calibration from 3 axis Magnetometer Measurements", *AIAA-AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*, AIAA-2004-4855.
- [78] D. Gebre-Egziabher, G. H. Elkaim, J. D. Powell, B. W. Parkinson, "A Non-linear, Optimal Two-Step Estimation Algorithm for Calibrating Solid-State Strapdown Magnetometers", in *Proc. of the Eighth International Conference on Integrated Navigation Systems, IEEE*, May 2001, St. Petersburg, Russia.
- [79] R. M. Rogers, *Applied mathematics in integrated navigation systems*. AIAA, 2003.
- [80] *Manual of the ICAO Standard Atmosphere*, International Civil Aviation Organization, Doc 7488-CD, 3rd edition., 1993.
- [81] U.S. Standard Atmosphere Supplements, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1966.
- [82] S. Jaewon, G. L. Jang, G. P. Chan, "A New error compensation scheme for INS vertical channel", *Presented at 16th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, Saint-Petersburg, Russia, June 14-18, 2004.
- [83] J. E. Bortz, "A new mathematical formulation for strapdown inertial navigation", *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, no.1, pp. 61-66, 1971.
- [84] J. B. Kuipers, *Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality*. Princeton University Press, 1999.
- [85] L. Ojeda, J. Borenstein, "Flexnav: fuzzy logic expert rule-based position estimation for mobile robots on rugged terrain", in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '02*, May 11-15, 2002, vol. 1, pp. 317-322.
- [86] R. Stancic, S. Graovac, "The integration of strap-down INS and GPS based on adaptive error damping", *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 58, no. 10, pp. 1117-1129, 2010.
- [87] D. Jurman, M. Jankovec, R. Kamnik, M. Topic, "Calibration and data fusion solution for the miniature attitude and heading reference system", *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 138, no. 2, pp. 411-420, 2007.
- [88] V. Sokolovic, G. Dikic, R. Stancic, "Integration of INS, GPS, Magnetometer and Barometer for Improving Accuracy Navigation of the Vehicle", *Defence Sci. J.* vol. 65, no. 5, pp. 451-455, 2013.
- [89] V. Sokolovic, G. Dikic, G. Markovic, R. Stancic, N. Lukic, "INS/GPS Navigation System Based on MEMS Technologies", *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering*. vol. 61, no. 7-8, pp. 448-458, 2015.
- [90] V. Sokolović, G. Dikić, R. Stančić " Adaptive Error Damping In Vertical Channel Of Ins/Gps/Baro-Altitude Integrated Navigation System", *Scientific Technical Review* vol. 64, no.2. pp 14-20, 2014.
- [91] R. M. Rogers, *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*. 3rd edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
-

-
- [92] R. G. Brown, P. Y. C. Hwang, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*. 3rd edition, A John Wiley & Sons, 1997, New Jersey, pp. 132-134.
- [93] IEEE Standard 952-1997, IEEE Standard Specification Format Guide and Testing Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros, IEEE New York, USA, 1998.
- [94] MPU-6000/MPU-6050 Product Specification, Document Number: PS-MPU-6000A-00 Revision: 3.4 Release Date: 19.08.2013.
- [95] GlobalTop Gms-u1LP Datasheet, Revision: V0B, Release Date: 16.07.2013.
- [96] MS5611-01BA03 Barometric Pressure Sensor, MEAS Switzerland, Release Date: 26.10.2012.