

УНИВЕРЗИТЕТ ОДБРАНЕ У БЕОГРАДУ
ВОЈНА АКАДЕМИЈА
БЕОГРАД

ПРИЛОГ НУМЕРИЧКОЈ АНАЛИЗИ
СТРУЈНОГ ПОЉА ОКО ПРОЈЕКТИЛА
ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

МЕНТОР

редовни професор

др Душан Регодић, дипл. инж.

КАНДИДАТ

потпуковник

мр Дамир Јерковић, дипл. инж.

Београд, 2014.

Вукашину, Страхини и Долорес

ПРЕДГОВОР

Докторска дисертација је настала као жеља и потреба за усавршавањем, проширивањем знања и истраживањем. Свако ко је желео и тражио ново, боље и квалитетније је сигурно осетио велики напор на том путу, али велико задовољство на крају те раскрснице и жељу за новим напредовањем.

Највећу захвалност дугујем мојој породици, за подршку и пожртвовање током израде овог рада.

Посебно се захваљујем ментору професору др Душану Регодићу на подршци и стручној помоћи током рада и експерименталног истраживања. Захваљујем се колегама, наставницима и пријатељима на подршци и стручној сарадњи.

У изради и стручном погледу су свакако велику улогу одиграли моје колеге са катедре Војномашинског инжењерства на Војној академији, којима се захваљујем, а посебно колеги и пријатељу др Александру Карију.

За квалитетна експериментална истраживања захваљујем се Техничком опитном центру и колективу полигона Никинци и пуковнику др Слободану Илићу, као и Сектору за експерименталну аеродинамику Војнотехничког института и колегиници др Марији Самарцић.

ПРИЛОГ НУМЕРИЧКОЈ АНАЛИЗИ СТРУЈНОГ ПОЉА ОКО ПРОЈЕКТИЛА

Сажетак

У докторској дисертацији је дат теоријски модел струјања око пројектила, као и модел кретања пројектила. Дефинисан је физички модел, приказани су математички модели дејства аеродинамичке силе и момента на пројектил. Приказан је теоријски модел одређивања аеродинамичких коефицијената сила и момената. Представљене су нумерички решене једначине струјања око пројектила. Одабраним моделом одређени су аеродинамички коефицијенти и деривативи аеродинамичких коефицијената за одабрани модел пројектил, посебно у односу на дефинисана нумеричка истраживања прорачунске динамике флуида. Нумеричка истраживања су реализована за различите случајеве просторне дискретизације, раванске и просторне, помоћу усредњених Рејнолдсових облика Навије-Стоксових једначина са различитим моделима вискозности.

Извршено је експериментално истраживање потребних аеродинамичких коефицијената у функцији Маховог броја и нападног угла за модел пројектил. Урађена је упоредна анализа резултата теоријских и експерименталних резултата за модел пројектил и поређење са аеродинамичким карактеристикама сличних типова пројектила, као и међусобно у односу на вредности добијене различитим нумеричким моделима и експериментално одређеним, као и у односу на полуемпиријске поступке.

Извршена је квалитативна оцена аеродинамичких коефицијената добијених нумеричким моделом и експерименталним испитивањима и ти резултати су употребљени у моделу лета модел пројектила са шест степени слободе кретања за оцену карактера и стабилности кретања пројектила у атмосфери.

Прорачунско решење модела лета употребљено је за упоређење елемената путање и параметара стабилности лета модела класичног осносиметричног пројектила, као и оцену нумерички одређених вредности аеродинамичких коефицијената у односу на елементе путање одређене балистичким испитивањем.

Практична верификација употребљених прорачуна у односу на експериментална испитивања аеродинамичких коефицијената извршена је моделом спољнобалистичког прорачуна лета и стабилности са шест степени слободе кретања, као и анализом резултата експериментално извршеним реализацијом балистичких полигонских испитивања за пројектил 40 mm.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: аеродинамичка сила, аеродинамички момент, аеродинамички коефицијент, класични осносиметрични пројектил, прорачунска динамика флуида, елементи путање, стабилност лета, модел шест степени слободе кретања

THE CONTRIBUTION TO THE NUMERICAL ANALYSIS OF FLOW FIELD AROUND THE PROJECTILE

Abstract

Theoretical and computational motion model of the axis-symmetrical body as classic symmetrical projectile, through standard atmosphere, was presented in this paper. Physical and mathematical model of aerodynamic force and moment acting on classic symmetrical projectile was defined. Theoretical model of aerodynamic coefficients determination was described. Aerodynamic coefficients and derivatives of projectile model were calculated with adopted models of calculation, according models of computational fluid dynamics. Numerical investigation was realized in relation to the different spatial discretization, 2D and 3D, using Reynolds Averaged Navier-Stokes governing equation, and several models of turbulent viscosity.

Aerodynamic coefficients as function of Mach numbers and angle of attack of projectile model were determined experimentally, through wind tunnel tests and ballistic range firing tests. The comparative analysis of experimental and calculated values of aerodynamic coefficients and derivatives of projectile model was done. Those values were compared with appropriate values of aerodynamic coefficients of similar types of projectiles and between different model of research, numerical simulation, semi-empirical and experimentally obtained.

Qualitative evaluation of calculated and experimental values of aerodynamic coefficients was created, and its results were used for flight model of projectile with six degrees of freedom. Calculation of projectile path was used for analysis of trajectory and motion stability of projectile model in the real atmosphere.

Computational exterior ballistics program was used for determination of numerical and graphic comparison of path elements and stability parameters, and evaluation of numerical research according ballistic range test.

Practical evaluation and verification of aerodynamic coefficients calculations, in regard to experimental values, was done with six degrees of freedom calculation program model and also through analyses of results obtained from ballistic range test with 40 mm projectile on proving ground.

KEY WORDS: aerodynamic force, aerodynamic moment, aerodynamic coefficients, classic axis-symmetrical projectile, computational fluid dynamics, trajectory elements, stability of flight, model of six degrees of freedom.

ПРЕГЛЕД КОРИШЋЕНИХ ОЗНАКА

a [m/s]	– брзина звука у ваздуху,
a_{∞} [m/s]	– брзина звука у непоремећеној струји ваздуха,
A_0 [°]	– азимут полазног положаја пројектила,
C_l [–]	– аеродинамички коефицијент момента ваљања,
C_{lp} [–]	– дериватив аеродинамичког коефицијента момента ваљања због ротације,
$C_{l\alpha}$ [–]	– градијент аеродинамичког коефицијента момента ваљања по α ,
C_m [–]	– аеродинамички коефицијент момента пропињања,
C_{mq} [–]	– динамички дериватив аеродинамичког коефицијента момента пропињања због попречне угаоне брзине,
$C_{m\alpha}$ [–]	– градијент аеродинамичког коефицијента момента пропињања по α ,
$C_{m\alpha}$ [–]	– статички дериватив аеродинамичког коефицијента момента пропињања због нападног угла,
$C_{m\dot{\alpha}}$ [–]	– динамички дериватив аеродинамичког коефицијента момента пропињања због промене нападног угла,
C_n [–]	– аеродинамички коефицијент момента скретања,
$C_{n\alpha}$ [–]	– дериватив аеродинамичког коефицијента момента скретања због ротације и нападног угла,
$C_{n\dot{\alpha}}$ [–]	– градијент аеродинамичког коефицијента момента скретања по α ,
C_x [–]	– аеродинамички коефицијент аксијалне силе,
C_{x0} [–]	– аеродинамички коефицијент (нулти) аксијалне силе за нападни угао $\alpha = 0$,
C_{xd} [–]	– аеродинамички коефицијент аксијалне силе због отпора вртложења иза дна пројектила,
C_{xf} [–]	– аеродинамички коефицијент аксијалне силе због отпора трења,
C_{xp} [–]	– аеродинамички коефицијент аксијалне силе због таласног отпора,
C_{x1} [–]	– аеродинамички коефицијент аксијалне силе (таласног отпора) предњег дела пројектила,
C_{x3} [–]	– аеродинамички коефицијент аксијалне силе (таласног отпора) задњег конуса пројектила,
C_{x4} [–]	– аеродинамички коефицијент аксијалне силе (таласног отпора) водећег прстена,
$C_{x\alpha}$ [–]	– градијент аеродинамичког коефицијента аксијалне силе по α ,
$C_{x\alpha^2}$ [–]	– дериватив аеродинамичког коефицијента аксијалне силе по α^2 ,

$C_y [-]$	– аеродинамички коефицијент бочне силе,
$C_{y\alpha} [-]$	– градијент аеродинамичког коефицијента бочне силе по σ ,
$C_{y\alpha} [-]$	– дериватив аеродинамичког коефицијента бочне силе због ротације и нападног угла,
$C_z [-]$	– аеродинамички коефицијент нормалне силе,
$C_{z\alpha} [-]$	– градијент аеродинамичког коефицијента нормалне силе по σ ,
$d [m], [mm]$	– пречник пројектила – пројектила, референтни пречник, калибар,
$\bar{g}, g [m/s^2]$	– убрзање силе Земљине теже,
$G [-]$	– Марфијев коефицијент,
$G_\xi [-]$	– Марфијев коефицијент за комплексну брзину,
$H [-]$	– Марфијев коефицијент,
$H_\xi [-]$	– Марфијев коефицијент за комплексну брзину,
$I_{xx} [kg \cdot m^2]$	– главни момент инерције пројектила око уздужне осе,
$I_{yy} [kg \cdot m^2]$	– главни момент инерције пројектила око бочне осе,
$I_{zz} [kg \cdot m^2]$	– главни момент инерције пројектила око нормалне осе,
$k [J/kg], [m^2/s^2]$	– турбулентна кинетичка енергија,
$k_L [J/kg], [m^2/s^2]$	– ламинарна кинетичка енергија модела вискозитета $k - kl - \omega$,
$l_y [m]$	– крак бочне силе током мерења (експеримента),
$l_z [m]$	– крак нормалне силе током мерења (експеримента),
$\bar{L}, L [Nm]$	– момент ваљања (компонента аеродинамичког момента око уздужне осе),
$m [kg]$	– маса пројектила,
$\vec{M}, M [Nm], [-]$	– момент пропињања (компонента аеродинамичког момента око бочне осе); Марфијев коефицијент (стабилност),
$M_\xi [-]$	– Марфијев коефицијент за комплексну брзину,
$Ma [-]$	– Махов број,
$Ma_\infty [-]$	– Махов број непоремећене струје ваздуха,
$\vec{M}_R [Nm]$	– вектор укупног аеродинамичког момента,
$MRE [-]$	– Рејнолдсов број у милионима (10^6),
$\vec{N}, N [Nm]$	– момент скретања (компонента аеродинамичког момента око нормалне осе),
$p [s^{-1}], [Pa]$	– уздужна компонента угаоне брзине тела (ротација), притисак,
$p^* [-]$	– бездимензиона уздужна угаона брзина тела,

p_B [s^{-1}]	– угаона брзина балистичког координатног система,
p_d [Pa]	– потпритисак иза дна пројектила,
p_{st} [Pa]	– статички притисак струје ваздуха,
p_∞ [Pa]	– притисак непоремећене струје ваздуха,
P [–]	– Марфијев коефицијент,
q [s^{-1}], [Pa]	– бочна компонента угаоне брзине тела, динамички притисак,
\tilde{q} [s^{-1}]	– бочна компонента угаоне брзине тела у балистичком координатном систему,
q^* [–]	– бездимензиона бочна угаона брзина тела,
q_∞ [Pa]	– динамички притисак непоремећене струје ваздуха,
r [s^{-1}], [m]	– нормална компонента угаоне брзине тела, полупречник,
\tilde{r} [s^{-1}]	– нормална компонента угаоне брзине тела у балистичком координатном систему,
r^* [s^{-1}]	– бездимензиона нормална угаона брзина тела,
\vec{r}_{CM} [m]	– вектор положаја центра масе пројектила – пројектила,
R [J/kg · K]	– специфична гасна константа за ваздух,
\vec{R} [N]	– вектор укупне аеродинамичке силе,
Re [–]	– Рејнолдсов број,
RNG	– математичка техника метода ренормализације групе (енг. Renormalization group), у оквиру метода вискозитета $RNG k - \epsilon$,
S [m^2]	– површина попречног пресека осносиметричног пројектила, став летелице,
SST	– модел вискозитета смицајни прелазни (енг. Shear-Stress Transitional),
Sd [–]	– фактор динамичке стабилности кретања,
Sg [–]	– фактор жirosкопске стабилности кретања,
t [s], [$^{\circ}C$]	– време кретања (лета) пројектила – пројектила, температура у степенима Целзијуса, временски модел вискозитета ($t - k - kl$) енг. transitional
T [K], [s], [–]	– температура (апсолутна), укупно време лета пројектила; Марфијев коефицијент,
T_0 [K]	– апсолутна температура ваздуха (почетна),
T_ξ [–]	– Марфијев коефицијент за комплексну брзину,
u [m/s]	– уздужна компонента брзине центра масе тела (дуж Ox осе),
\tilde{u} [m/s]	– уздужна компонента брзине центра масе тела у балистичком координатном систему,
v [m/s]	– бочна компонента брзине центра масе тела (дуж Oy осе),

\tilde{v} [m/s]	– бочна компонента брзине центра масе тела у балистичком координатном систему,
\vec{V}_k [m/s]	– вектор релативне брзине центра масе пројектила – пројектила,
V_0 [m/s]	– почетна брзина осносиметричног пројектила,
V_∞ [m/s]	– брзина непоремећене (стационарне) струје ваздуха,
w [m/s]	– нормална компонента брзине центра масе тела (дуж Oz осе),
\tilde{w} [m/s]	– нормална компонента брзине центра масе тела у балистичком координатном систему,
x [m]	– хоризонтална (уздужна) координата центра масе пројектила, домет
x_c [m]	– положај нападне тачке нормалне силе од врха пројектила,
x_c^* [–]	– бездимензиони положај нападне тачке нормалне силе од врха пројектила,
x_{CM} [m]	– положај центра масе осносиметричног пројектила од врха,
x_{CM}^* [–]	– бездимензиони положај центра масе осносиметричног пројектила од врха,
x_{CP}^* [–]	– бездимензиони положај центра притиска укупне аеродинамичке силе од врха осносиметричног пројектила,
x_{CP} [m]	– положај центра притиска укупне аеродинамичке силе од врха осносиметричног пројектила,
x_K [m]	– положај нападне тачке бочне (Магнусове) силе од врха осносиметричног пројектила,
x_K^* [–]	– бездимензиони положај нападне тачке бочне (Магнусове) силе од врха осносиметричног пројектила,
\vec{X}, X [N]	– уздужна (аксијална) компонента аеродинамичке силе,
y [m]	– вертикална (бочна) координата центра масе тела,
\vec{Y}, Y [N]	– бочна компонента аеродинамичке силе,
Y_1 [N]	– бочна сила на предњем мерном мосту,
Y_2 [N]	– бочна сила на задњем мерном мосту,
z [m]	– бочна (нормална) координата центра масе тела,
\vec{Z}, Z [N]	– нормална компонента аеродинамичке силе,
Z_1 [N]	– нормална сила на предњем мерном мосту,
Z_2 [N]	– нормална сила на задњем мерном мосту,
α [–], [°]	– нападни угао (компонента просторног нападног угла у вертикалној равни),
$\tilde{\alpha}$ [–], [°]	– нападни угао у балистичком координатном систему,
α^* [–]	– бездимензиони нападни угао,

- $\beta [-], [^\circ]$ – угао клизања (компонента просторног нападног угла у хоризонталној равни),
- $\tilde{\beta} [-], [^\circ]$ – угао клизања у балистичком координатном систему,
- $\beta^* [-]$ – бездимензиони нападни угао, константа модела вискозитета износа 0,09
- $\delta [-], [^\circ]$ – угао препреке у струји ваздуха,
- $\varepsilon [J/kg \cdot s], [m^2/s^3]$ – брзина дисипације турбулентне кинетичке енергије,
- $\lambda_j [-]$ – реални део карактеристичне комплексне једначине стабилности лета,
- $\lambda_1, \lambda_2 [-]$ – пригушни коефицијенти параметара стабилности кретања,
- $\mu [Pa \cdot s], [Ns/m^2]$ – динамички коефицијент вискозности ваздуха,
- $\mu_\infty [Pa \cdot s], [Ns/m^2]$ – коефицијент динамичке вискозности непоремећене струје ваздуха,
- $\tilde{\mu} [s^{-1}]$ – комплексна попречна угаона брзина,
- $\nu_\infty [m^2/s]$ – коефицијент кинематске вискозности непоремећене струје ваздуха,
- $\kappa [-]$ – коефицијент политропе (однос специфичних топлота) за ваздух,
- $\rho [kg/m^3]$ – густина ваздуха,
- $\rho_\infty [kg/m^3]$ – густина непоремећене струје ваздуха,
- $\psi [-], [^\circ]$ – угао скретања,
- $\theta [-], [^\circ]$ – угао пропињања пројектила (око бочне осе), угао нагиба,
- $\theta_0 [^\circ]$ – полазни угао нагиба брзине пројектила,
- $\theta_c [^\circ]$ – падни угао нагиба брзине пројектила,
- $\theta_s [^\circ]$ – угао нагиба пројектила у темену путање,
- $\varphi [-], [^\circ]$ – угао географске ширине,
- $\phi [-], [^\circ]$ – угао скретања пројектила (око нормалне осе),
- $\phi'_j [-]$ – имагинарни део карактеристичне комплексне једначине, угао око уздужне осе,
- $\sigma [-], [^\circ]$ – просторни нападни угао,
- $\omega [s^{-1}]$ – специфична брзина дисипације турбулентне кинетичке енергије,
- $\vec{\Omega} [s^{-1}]$ – вектор угаоне брзине пројектила,
- $\vec{\Omega}_E [s^{-1}]$ – вектор угаоне брзине Земље (геоцентричног координатног система),
- $\vec{\Omega}_G [s^{-1}]$ – вектор угаоне брзине геодетског (ношеног) координатног система,
- $\tilde{\xi} [-]$ – комплексни просторни угао,
- $\tilde{\zeta} [m/s]$ – комплексна попречна брзина,

- $\partial C_x / \partial \alpha [-]$ – градијент аеродинамичког коефицијента аксијалне силе по α ,
- $\partial C_y / \partial \alpha [-]$ – градијент аеродинамичког коефицијента бочне силе по α ,
- $\partial C_z / \partial \alpha [-]$ – градијент аеродинамичког коефицијента нормалне силе по α ,
- $\partial C_L / \partial \alpha [-]$ – градијент аеродинамичког коефицијента момента ваљања по α ,
- $\partial C_M / \partial \alpha [-]$ – градијент аеродинамичког коефицијента момента пропињања по α ,
- $\partial C_N / \partial \alpha [-]$ – градијент аеродинамичког коефицијента момента скретања по α ,

САДРЖАЈ

	страна
ПРЕДГОВОР	2
САЖЕТАК	3
АВСТРАСТ	4
ПРЕГЛЕД КОРИШЋЕНИХ ОЗНАКА	5
САДРЖАЈ	11
1. УВОД	15
1.1. Предмет истраживања	16
1.2. Циљ истраживања	17
1.3. Методе истраживања	18
1.4. Научна и друштвена оправданост докторске дисертације	20
1.5. Очекивани научни допринос дисертације	21
1.6. Приказ докторске дисертације	22
2. ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА	23
2.1. Досадашња истраживања у области спољне балистике	23
2.1.1. Хронолошки преглед досадашњих истраживања	23
2.1.2. Преглед сопствених претходних истраживања	24
2.1.3. Преглед балистичких полигонских испитивања	25
2.2. Досадашња истраживања у области аеродинамике пројектила	25
2.2.1. Преглед сопствених претходних истраживања	25
2.2.2. Статичка аеротунелска мерења	26
2.2.3. Динамичка аеротунелска мерења	27
2.2.4. Истраживање динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената	28
2.3. Рачунарски капацитети за прорачунску динамику флуида	38
2.3.1. Преглед модела програма за нумеричко решавање струјања	39
3. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛ СТРУЈАЊА	43
3.1. Оријентација координатног система	43
3.2. Систем основних једначина струјања	44
2.2.1. Интегрални компактни облик једначина струјања	44
2.2.2. Нормализација основних једначина	46
3.3. Просторна дискретизација	46
3.3.1. Невискозни конвективни флуксеви	47
3.3.2. Вискозни дифузиони флуксеви	49
3.4. Временска дискретизација	50
3.5. Модели турбуленције	51
3.5.1. Модел турбуленције Спаларт Алмарас	52
3.5.2. Преносни смицајни $k-\omega$ модел турбуленције	55
3.5.3. Преносне једначине SST $k-\omega$ модела турбуленције	55
3.5.4. Модел ефективне дифузивности	56
3.5.5. Моделовање продукције турбуленције	57

	страна
3.5.6. Модел дисипације турбуленције	57
3.5.7. Попречна дифузивна модификација	57
3.5.8. Пригушење турбуленције	58
3.6. Гранични услови	58
3.6.1. Гранични услов удаљеног поља	58
3.6.2. Гранични услов препреке	59
3.6.3. Гранични услов симетрије	60
3.6.4. Гранични услови модела турбуленције	60
3.7. Систем основних једначина са угаоним кретањем	60
3.7.1. Примена ротационог кретања на систем основних једначина	60
3.7.2. Кретање прорачунске мреже	64
3.8. Рачунарска капацитети за програм нумеричког прорачуна струјања	66
4. НУМЕРИЧКИ ПРОРАЧУН СТРУЈАЊА	69
4.1. Модели прорачуна струјања	69
4.2. Нумеричка дискретизација прорачунског простора око пројектила	70
4.2.1. Дводимензионални нумерички домен	70
4.2.2. Тродимензионални нумерички домен	72
4.2.3. Концепт конструкције тродимензионалног нумеричког домена	77
4.3. Почетни и гранични услови за нумерички прорачун струјања	81
4.3.1. Услови дводимензионалних модела струјања	81
4.3.2. Услови тродимензионалних модела струјања	82
4.4. Резултати прорачуна нумеричке симулације струјања	83
4.4.1. Дводимензионални модел струјања без кретање препреке	83
4.4.2. Тродимензионални модел струјања без кретање препреке	87
4.4.3. Тродимензионални модел струјања са кретањем препреке	91
4.4.4. Тродимензионални временски модел струјања са кретањем препреке	94
4.5. Прорачун аеродинамичких коефицијената нумеричком симулацијом струјања	95
4.5.1. Статичке нумеричке симулације струјања	95
4.5.2. Тродимензионалне нумеричке симулације струјања са кретањем пројектила	102
5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСПИТИВАЊА	107
5.1. Предмет експерименталних истраживања	107
5.2. Аеродинамичка испитивања	107
5.2.1. Циљ и задаци аеродинамичких испитивања	107
5.2.2. Припрема аеротунелског испитивања	110
5.2.3. Мерење параметара струјања и положаја модела	111
5.2.4. Мерење аеродинамичких сила и момената	111
5.2.5. Програм аеротунелског испитивања модела	112
5.2.6. Обрада резултата мерења	112
5.3. Балистичка испитивања	113
5.3.1. Циљ и задаци балистичких испитивања	113

	страна
5.3.2. Концепт балистичких испитивања и мерна опрема	113
5.3.3. Припрема и план балистичких испитивања	114
5.3.4. Прикупљање и обрада података балистичких мерења	116
5.4. Резултати аеродинамичких мерења	117
5.4.1. Резултати мерења аеродинамичких коефицијената	117
5.4.2. Параметри струјања при аеротунелском испитивању	120
5.5. Резултати балистичких мерења	120
5.5.1. Резултати мерења елемената путање	121
5.5.2. Одређивање аеродинамичких коефицијената при балистичким испитивањима	124
6. АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА	127
6.1. Анализа профила струјања	128
6.2. Анализа резултата аеродинамичких коефицијената	128
6.2.1. Анализа аеродинамичког коефицијента аксијалне силе за случај раванског модела струјања	128
6.2.2. Анализа статичких аеродинамичких коефицијената	129
6.2.3. Анализа динамичких аеродинамичких коефицијената	140
6.3. Анализа параметара кретања пројектила	143
6.3.1. Анализа елемената путање	143
6.3.2. Анализа параметара стабилности	146
6.4. Предикција смањења аеродинамичког коефицијента аксијалне силе	150
6.4.1. Модел смањења аксијалног аеродинамичког коефицијента применом модела сагоревања пиротехничке смеше гасогенераторске јединице	150
6.4.2. Анализа смањења аеродинамичког коефицијента аксијалне силе	152
7. ЗАКЉУЧАК	153
7.1. Теоријско-нумерички показатељи истраживања	153
7.2. Експериментално-нумерички показатељи истраживања	154
7.2.1. Анализа аеродинамичких коефицијената	157
7.2.2. Анализа елемената путање и параметара стабилности кретања	159
ЛИТЕРАТУРА	161
ПРИЛОЗИ	173
Прилог 1: Преглед коришћених рачунарских капацитета	173
Прилог 2: Преглед извршених 2D нумеричких симулација струјања	174
Прилог 3: Преглед извршених 3D нумеричких симулација струјања	175
Прилог 4: Резултати балистичких испитивања на полигону Никинци	177

1. УВОД

Оптимално одређивање аеродинамичких коефицијената пројектила је главни задатак спољне балистике, аеродинамике пројектила и примењује се при конструкцији, испитивању и производњи пројектила. У односу на комплексност, могућност примене модела и ниво поузданости метода одређивања, одређивање аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива се у литератури најчешће назива аеродинамичка предикција. Одређивање вредности аеродинамичких сила и момената, које су у потпуности одређене вредностима аеродинамичких коефицијената, омогућује одређивања елемената путање пројектила и карактеристика стабилности кретања. Начин и интензитет промене ових сила и момената у односу на линеарне и угаоне компоненте брзине кретања пројектила, односно „деривативи стабилности“, играју главну улогу у динамичкој анализи кретања пројектила. На основу тога, потребно је одредити њихове вредности користећи различите технике.

Деривативи стабилности могу се одредити експериментално и на основу теоријских једначина. Пошто ротација није неопходна за стабилизацију статички стабилних пројектила, ваљање пројектила може да минимизира ефекте аеродинамичке и инерционе несиметрије, како за слободан лет на трајекторији, тако и за активни део трајекторије ракетних пројектила, [1]. Међутим, код класичних пројектила, који ротирају великим угаоним брзинама, због комбинације утицаја уздужне ротације пројектила, настаје сила нормална на вектор нормалне силе и њен момент. Наведена бочна сила се назива Магнусова сила, и резултујући момент скретања је Магнусов момент, који врше специфичан утицај на динамичку стабилност пројектила, [2,31]. Међутим, неки од коефицијената аеродинамичких сила и момената, као што је Магнусов ефекат, није могуће довољно добро одредити, чак и помоћу експерименталних испитивања. Поред тога, експериментална испитивања су свакако изузетно скупа, захтевају комплексну опрему и дуготрајни процес добијања резултујућих података. Полуексперименталне методе, [1,2,6], могу у одређеној мери да се употребе за процену или предикцију ових аеродинамичких коефицијената, али је њихова примена ограничена на најчешће специфичне режиме струјања, и врло специфичне аеродинамичке конфигурације, најчешће конвенционалних облика. Водећи недостатак код процене или предикције ових вредности аеродинамичких коефицијената везаних за Магнусов ефекат, није само величина вредности коефицијената у односу на режим струјања, колико и сам карактер промене тих вредности, [6,18,19,31,39,40,41,42,43].

Прихватљив начин за одређивање оваквих коефицијената аеродинамичких сила и момената, посебно њихових дериватива, према томе, представља предикција коришћењем метода рачунарске динамике флуида, скраћено ПДФ (енг. *Computational Fluid Dynamics*, скраћено CFD). Предности рачунарске технологије, рачунарских алгоритама и програма за прорачуне, омогућавају да се водећом улогом ПДФ у дизајну аеродинамичких конструкција, значајно смање трошкови потребни за експериментално испитивање физичких модела, [31,39,40,41,42,43]. Прорачуни са ПДФ програмима нуде квалитетне аеродинамичке параметре, који се могу, у великом броју случајева, добити за различите инжењерске примене, [1,6,21,25,31] и могу се врло често употребљавати као значајан алат у процесу пројектовања, ради одређивања аеродинамичких карактеристика пројектила, [1,6,25,31].

У односу на прорачунско становиште, много истраживачког напора се усмерава на одређивање статичких аеродинамичких карактеристика, као што је прорачун коефицијента отпора (аксијалне силе) или коефицијента момента пропињања, [31,39,40,41,42,43]. С друге стране, карактеристике везане за угаоно кретање су посебно значајне за стабилизациона својства пројектила. Угаоне карактеристике летелица могу се окарактерисати и помоћу резултујућег аеродинамичког коефицијента момента ваљања и дериватива (пригушног) момента ваљања, у односу на аксијалну компоненту угаоне брзине. Одређивање дериватива момента ваљања је веома значајно за стабилност лета и захтева прорачуна модела струјања, посебно укључујући утицај ротације.

Такође, ради одређивања вредности аеродинамичких коефицијената Магнусове силе и момента, који су изведени на основу резултата утицаја угаоне брзине и нападаог угла, односно угла клизања, угаона брзина мора бити узета у обзир. Коефицијент Магнусовог момента може се

дефинисати као интензитет промене момента скретања (односно пропињања) у односу на нападни угао (угао клизања) у случају угаоног кретања пројектила.

Један од мотива овог истраживања је заправо и симулација утицаја угаоног кретања на аеродинамичке карактеристике коришћењем техника рачунарске динамике флуида, тј. решавање проблема струјања око тела које ротира, односно има просторне компоненте сопствене угаоне брзине.

Истраживање у раду је засновано на примени паралелних тродимензионалних једначина струјања на основу Навије-Стоксових једначина и Ојлеровог начина решавања за случај струјања око пројектила, ради одређивања наведених специфичних компоненти аеродинамичких коефицијената. Пројектил је ротационо тело, које као препрека при различитим режимима струјања има сопствено угаоно кретање.

Ради решавања задатог модела струјања, било је неопходно селективно испитати и одабрати адекватне моделе и технике, које испуњавају квалитет резултата у односу на експериментално добијене резултате уз расположивост материјално-техничких услова у којима се вршило истраживање.

1.1. Предмет истраживања

Предмет истраживања је нумеричко одређивање параметара струјног поља око аеродинамичке конфигурације класичних пројектила, у циљу одређивања коефицијента притиска, аеродинамичких коефицијената и дериватива модела класичних пројектила.

Познавање вредности параметара струјног поља, аеродинамичких коефицијената, односно његових функционалних делова, представља потпуно одређење аеродинамичког оптерећења, које делује на класичан пројектил. Познавање аеродинамичких сила и момената који узрокују, уз познато дејство гравитационе и Кориолисове силе, у стандардним или тренутним познатим атмосферским условима, омогућује решење претпостављеног модела кретања пројектила. Решење модела кретања треба да да потпуну слику кретања (положај, брзину, време и др.) и стабилности током кретања (оријентација и угаони положај тела током лета).

На пројектил током кретања у ваздуху делују аеродинамичке силе и моменти, као резултат дејства сила притиска по површини тела пројектила (нормално на површину тела) и дејства напона смицања по површини тела пројектила (тангенцијално дејство на елемент површине тела као последица трења између пројектила и ваздушне струје). Ефекат „мреже“ дејства притиска и напона на површину пројектила резултује аеродинамичко оптерећење.

Ради потпуног одређивања карактеристика лета неопходно је у складу са физичким моделом лета пројектила и одговарајућом математичком интерпретацијом физичког модела одредити елементе путање. Проблематика кретања пројектила своди се поред тога и на дефинисање стабилности пројектила и услова под којима се стабилност остварује, изучавање утицаја конструктивних карактеристика, почетних услова кретања и параметара атмосфере на кретање пројектила. Затим, на примену и развој експерименталних метода за одређивање величина које карактеришу путању и услове лета пројектила. Посебно значајно је одређивање конкретних конструктивних параметара пројектила – геометријских, динамичких и енергетских својстава, на основу захтеваних карактеристика лета и карактера дејства на циљу.

Из потребе да се велика кинетичка енергија пројектила „пренесе“ до самог циља, намеће се потреба да се са што већом брзином кретања пројектил „доведе“ до циља. Овакав захтев могуће је испунити уз оптимизовану конфигурацију спољне трасе пројектила – облика пројектила. Ограничења која се уносе у облик пројектила захтеви су конструкције упаљача и тела које садржи експлозивно пуњење, а посебно значајно ограничење је равно дно које омогућује пројектилу довољну почетну брзину.

Класична теорија развијена у претходном веку за концепцију савремених пројектила, као основа теорије у нумеричким прорачунима, заснива се на дводимензионалном опструјавању пројектила. Теорија се базира на анализи малих поремећаја при опструјавању витког пројектила, при чему нападни углови не прелазе неколико степени. Из ове чињенице могуће је извести примену закона линеарне аеродинамике при прорачуну аеродинамичких коефицијената и њихових

дериватива. Класични модели посматрају струјно поље око пројектила по концепту потенцијалног поља, чиме се врши апроксимација физичке слике струјања.

Проблематика овог рада спада под спољнобалистичка истраживања која се у свом највећем делу ослањају на примењену механику флуида, аеродинамику, механику и механику наоружања, термодинамику, математику и метеорологију.

Класични пројектили остварују кретање у атмосфери само на основу полазног енергетског ресурса у виду почетне брзине, тако да је поред дејства сила Земљине теже, најзначајнији утицај аеродинамичке силе и њеног момента.

Предмет истраживања у дисертацији представља нумеричко одређивање параметара струјног поља у односу на пројектоване геометријске параметре пројектила.

1.2. Циљ истраживања

Циљ истраживања ове дисертације је даље унапређење методе одређивања аеродинамичких коефицијената и дериватива стабилности која се користи у пројектовању и развоју класичних пројектила.

Реализација циља истраживања спровешће се кроз:

- истраживање параметара струјног поља око пројектила класичних аеродинамичких конфигурација,
- истраживање метода и поступака за генерисање мреже око осносиметричне конфигурације пројектила у дводимензионалном и тродимензионалном струјном пољу,
- одређивање стабилности кретања класичног пројектила по дефинисаним законитостима стабилности и у складу са условима кретања модел пројектила,
- анализа утицаја конструктивних карактеристика и почетних услова кретања за стандардне параметре атмосфере на стабилност кретања пројектила,
- експериментално одређивање аеродинамичких коефицијената и дериватива модел пројектила за сва три режима брзина (подзвучни, околзвучни и надзвучни режим).

Познавање параметара струјног поља и аеродинамичких коефицијената уско је повезано са аеродинамичким истраживањима која се спроводе у аеротунелима. Практични значај ових испитивања представља квалитативно одређивање аеродинамичких карактеристика модела летелица у струји ваздуха у зависности од брзине струјања и карактера струјног режима.

Утврђивање аеродинамичких коефицијената који квалитативно дефинишу аеродинамичко оптерећење пројектила и омогућују истраживање карактера кретања и стабилности кретања условљава специфичан модел кретања – модел са шест степени слободе кретања.

Циљ теоријско-нумеричког модела опструјавања пројектила у различитим режимима струјања је одређивање карактеристика промена параметара атмосфере. Нумеричка симулација струјања око модела пројектила треба да да реалну слику физичких процеса у зависности од облика пројектила.

Истраживање ће бити реализовано кроз следеће фазе:

- Израда комплетног алгорита и употреба одговарајућих софтвера за решавање математичког модела опструјавања модела пројектила, односно нумеричко моделовање применом методе коначних запремина.
- Идентификација аеродинамичких коефицијента пројектила при испитивању нумеричким моделом и компарација са резултатима досадашњих истраживања, ради оцене валидности нумеричке методе и поступка,
- Анализа утицаја појединих геометријских карактеристика пројектила, посебно утицаја облика дна на укупну аеродинамичку силу и момент са аспекта побољшања и даљег усавршавања перформанси пројектила и његове прецизности,
- Упоредна анализа експерименталних и резултата нумеричког истраживања, као и поређење резултата са сличним типовима пројектила.

Наведене анализе и апликације биће урађене на примерима усвојених конструктивних решења пројектила, типичних за артиљеријске системе, односно за пројектиле за које постоје поуздани полазни и експериментално проверени резултати.

У теоријском и практичном погледу резултати реализованих истраживања представљаће побољшање постојеће методологије пројектовања пројектила и омогућиће сложеније анализе и симулацију понашања током лета.

У циљу успешне реализације истраживања, а због комплексности предмета и проблема истраживања као и недостатка одговарајуће литературе и конструктивних решења, следеће хипотезе:

a) Опште хипотезе

- За добијање јединственог и физички исправног решења дефинисан је домен у коме се тражи нумеричко решење. Унутрашња граница представља тродимензионално тело пројектила, а спољна граница се уводи синтетички (вештачки).
- Конструктивни параметри пројектила (дужине, пречници и полупречници делова тродимензионалног тела) утичу на аеродинамичко оптерећење пројектила.

b) Посебне хипотезе

- На површини тела се усваја да је струјање вискозног флуида са условом тангентности релативне брзине флуидног делића.
- На спољној граници разматраног домена дају се такви гранични услови да таласи поремећаја не напуштају домен, односно одбијање и враћање у нумерички домен.
- Валидност представљеног облика пројектила добиће се компарацијом нумерички добијених резултата аеродинамичког оптерећења са постојећим експерименталним резултатима модела пројектила.
- Аеродинамички коефицијенти и деривативи пројектила добијени нумеричком методом одабраног модела пројектила биће анализирани на основу резултата испитивања параметара струјног поља и слике струјног поља.
- Анализа стабилности кретања пројектила за добијене вредности и карактер аеродинамичких коефицијената биће извршена симулацијом кретања модела пројектила софтверским решењем развијеним по моделу лета са шест степени слободе кретања.
- Карактер промене аксијалног аеродинамичког коефицијента услед утицаја облика дна у полазној анализи представља полумпиријску зависност од компоненти аксијалног аеродинамичког коефицијента услед таласног отпора и отпора трења.
- Вредности и зависност карактера дериватива аеродинамичког коефицијента ће бити преузете из доступне литературе и досадашњих истраживања ради компарације са резултатима нумеричке анализе.

1.3. Методе истраживања

Имајући у виду основна подручја и циљ истраживања користиће се следеће методе:

- *Моделовање* као системски истраживачки поступак помоћу ког се дефинише модел способан да замени предмет који се истражује. Ово је посебно погодна метода, јер омогућава процењивање и предвиђање понашања техничких система у будућности.
- *Метод малих поремећаја и линеаризација* у тумачењу понашања модела пројектила при извођењу експеримената у радном делу аеротунела.
- *Метод абстракције и конкретизације* у фази математичког моделовања кретања модела пројектила у процесу анализе кретања.
- *Метод посматрања* која омогућава да се из реалног система прикупи довољан број података који ће се користити као улазни подаци за истраживања на моделима ради доношења закључака о систему којег модел репрезентује.
- *Компаративни метод и метод вишекритеријумске анализе* ће се користити ради упоређивања података добијених на основу различитих поступака и приступа. Основни циљ коришћења

- ових метода је оцена и поређење података добијених математичким моделовањем и експериментом ради даље употребе у различитим моделима, или анализа различитих варијанти ради правилног доношења одлуке-избора.
- Методе *анализе и синтезе* у проучавању опструјавања модела пројектила, као и у математичком описивању кретања модела пројектила при анализи кретања.
 - Метод *дескрипције* у описивању појава, стања и резултата истраживања.
 - Метод *суперпозиције* у дефинисању аеродинамичких сила и момената, односно свих спољашњих утицаја који делују на модел пројектила при анализи експерименталних и симулационих резултата испитивања.
 - За дефинисање адекватних дијагностичких параметара и критеријума користиће се *методе механике флуида, теоријске и експерименталне аеродинамике, спољне балистике и механике лета*.
 - У завршном стадијуму истраживања користиће се *експеримент* на моделу који представља кључни критеријум провере истинитости теорија и хипотеза истраживања.

У складу са постојећим теоријама, практичним поступцима и програмским решењима за одређивање и анализу аеродинамичких коефицијената, који се заснивају на различитим теоријским поставкама и експерименталним подацима и препорукама, извршиће се прелиминарна истраживања аеродинамичких карактеристика пројектила. Теорије се заснивају у складу са применљивим распонем вредности Махових бројева, бројем координата модела струјања флуида и обликом тела. У употреби је неколико теорија аеродинамичког струјања: класа основних дводимензионалних струјања, класа дводимензионалних теорија примењених на тродимензионалне облике, класа основних тродимензионалних струјања и класа непотенцијалних (вискозних) тродимензионалних струјања.

У истраживањима за потребе рада ће се користити следеће методе прорачуна:

- Полуемпиријске методе развијене на основу линеаризованих теорија дводимензионалних струјања. Методе се заснивају на теоријским изразима и вредностима добијеним применом метода карактеристика коригованих у складу са вредностима резултата експерименталних аеродинамичких истраживања. Резултати ових метода ће се користити у прелиминарним истраживањима за потребе компарације са добијеним резултатима нумеричког истраживања.
- Нумеричке прорачунске методе развијене на основу теорија дводимензионалних струјања примењених на тродимензионалне облике и основних тродимензионалних струјања. Ове методе представљају методе прорачуна применом рачунара (енг. *Computational Fluid Dynamics – CFD*) и састоје се од замене основних парцијалних диференцијалних једначина нумеричким изразима, који комплетно описују посматрано струјно поље. Крајњи производ нумеричких метода је заправо колекција нумеричких података, који квантитативно описују посматрани проблем струјања. Врсте метода су:

- *Метод коначних разлика*, која описује континуално струјно поље посебном мрежом тачака. Мрежа генерисана помоћу ових тачака најчешће је правоугаона, односно троугаона. Коначне разлике су алгебарски изрази који представљају различите парцијалне изводе, који се налазе у основним једначинама. Решење основних парцијалних диференцијалних једначина представља рачунање одговарајућих алгебарских вредности, које су погодне за примену на рачунару. Специјална метода коначних разлика за прорачун подзвучно-надзвучног опструјавања тупог тела је временски зависна метода (енг. *Time dependent method*). Прорачунске мреже могу бити структурисане и неструктурисане.

- *Метод коначних запремина*, који представља нумеричку методу решавања система парцијалних диференцијалних једначина и слична је методи коначних разлика с тим да су мреже генерисане у тродимензионалном простору. Мрежа тачака у струјном пољу – чворови служе за формирање адекватне прорачунске мреже, која је најчешће облика троуглова и назива се неструктурисана. Овакве мреже се добијају најчешће на основу триангулације Делонеја и Воронојевим дијаграмима. Метода ће се применити уз програмски пакет рачунарске динамике флуида, у оквиру програма за креирање прорачунских мрежа (енг. *Pre-Processor*). Ови програмски алати користе методу за решавање проблема динамике флуида на бази закона одржања. Програмски алати нумеричке динамике флуида који ће се користити су: Ansys Fluent (верзије 12 и 14), са адекватним нумеричким алатима за генерисање прорачунских мрежа струјног поља *Gambit* и *IcemCFD*.

- Нумеричке методе решавања система диференцијалних једначина модела кретања са шест степени слободе за прорачун елемената путање и параметара стабилности. Метода ће се користити за анализу параметара стабилности кретања пројектила у односу на вредности аеродинамичких коефицијената добијених прорачуном и експериментално.

Експерименталне методе и технике које ће се користити су везане за аеротунелска мерења и мерење величина које су неопходне за одређивање аеродинамичких коефицијената, односно током балистичких испитивања:

- Мерење примарних параметара струјања у радном делу аеротунела,
- Мерење аеродинамичких сила и момената шестокомпонетном аеровагом,
- Визуализација струјања,
- Мерење брзине пројектила током гађања балистичким радаром,
- Мерење положаја у функцији времена пројектила током гађања балистичким радаром,
- Мерење параметара атмосфере,
- Одређивање компоненти положаја, брзина и убрзања нумеричким методама на основу експерименталних података током балистичких радарских испитивања.

1.4. Научна и друштвена оправданост докторске дисертације

Докторска дисертација представља научноистраживачки рад у области наоружања и војне опреме, односно у области примењене механике флуида (експерименталне аеродинамике) и усклађена је са потребама развоја те области у систему одбране Републике Србије.

Имајући у виду да је за повећање домета, стабилности лета, као и за повећање тачности и прецизности гађања класичним пројектилима, најважније дефинисати геометријске карактеристике пројектила, намеће се потреба анализе аеродинамичког облика пројектила. Анализом аеродинамичког облика пројектила добијају се перформансе и ограничења, која дефинишу карактеристике лета пројектила. На основу прецизно дефинисаних аеродинамичких карактеристика могуће је поуздано анализирати елементе путање и параметре стабилности пројектила.

Код класичних артиљеријских пројектила делови облика, као што су равно дно, водећи и центрирајући прстен, ограничавају даље унапређење аеродинамичких и балистичких карактеристика пројектила. Изучавање процеса кретања пројектила у атмосфери на основу теоријског, нумеричког и експерименталног истраживања, представља сложен и скуп процес.

Дефинисање аеродинамичких карактеристика пројектила представља одређивање свих потребних компоненти аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива. Са становишта досадашњих истраживања и критеријума, конвенционалних облика класичних артиљеријских и стрељачких пројектила, постоје бројни полуемпиријски начини и модели одређивања аеродинамичких карактеристика, који дају поуздане вредности. Наведени полуемпиријски прорачуни су везани за класичне облике пројектила, дефинисане предњим делом облика оживала, средњим цилиндричним делом (на коме се налазе центрирајући прстен и водећи бакарни прстен) и задњим конусом (са равним или испупченим дном). Ради повећања квалитета пројектила у смислу повећања домета и прецизности, потребно је унапредити аеродинамички облик и дефинисати поуздан начин одређивања аеродинамичких карактеристика.

Друштвено-економска оправданост истраживања огледа се у решењу индиректног проблема спољне балистике, што представља одређивање конструктивних параметара пројектила, на основу захтеваних елемената путање и параметара стабилности. Конструктивни параметри пројектила представљају резултат аеродинамичког пројектовања и оптимизације облика. Квалитетна анализа заснована на нумеричком одређивању параметара струјног поља, омогућује да се нумерички прорачунају спољна оптерећења аеродинамичке конфигурације пројектила и дефинише оптимални облик за дате параметре атмосфере и услове кретања. Осим тога, поуздана нумеричка анализа струјања око пројектила, смањује потребе за скупим и сложеним експерименталним аеродинамичким истраживањима. Досадашњи полуемпиријски прорачуни су ограничени на конвенционалне облике пројектила и не дају поуздане вредности у случају принципјелне измене облика и структуре пројектила. Истраживање и усавршавање одређивања аеродинамичких карактеристика класичних пројектила који имају посебан значај за развој система

наоружања представља корак напред ка пројектовању и развоју савремених пројектила и тиме њихове веће конкурентности на тржишту.

Развијеном методологијом експерименталних испитивања аеродинамичких карактеристика базних модела пројектила, у лабораторијским условима, уз праћење промене вредности параметара струјног поља и аеродинамичких коефицијената са променом компоненти нападног угла, идентификоване су аеродинамичке карактеристике у односу на дефинисани нумерички модел.

Методологијом балистичких радарских испитивања, на основу измерених вредности положаја, брзине и угаоног положаја у функцији времена у полигонским условима, уз измерене атмосферске услове, одређују се елементи путање за стандардне атмосферске услове. Величине добијених резултата омогућују потпуну анализу трајекторије и параметара стабилности. Вредности динамичких својстава лета пројектила су изведена на основу временске и просторне зависности елемената путање и динамичких својстава пројектила. На основу датих једначина кретања и једначина струјања изведене су вредности аеродинамичких коефицијената и дериватива. Упоредна анализа показује квалитет и поузданост извршених експерименталних испитивања и спроведених нумеричких прорачуна у циљу предикције аеродинамичког оптерећења, односно поузданост оптерећења у функцији резултата карактеристика лета и стабилности.

1.5. Очекивани научни допринос дисертације

Резултати добијени у дисертацији треба да обезбеде унапређење и примену нумеричког одређивања аеродинамичких коефицијената и дериватива у односу на дефинисане геометријске параметре пројектила.

Очекивани научни допринос би се огледао у:

- дефинисању теоријског и математичког модела који описује струјање флуида око пројектила,
- избору стабилне конвергентне нумеричке методе за решавање струјања око пројектила (дефинисање почетних и граничних услова),
- генерисању нумеричке мреже око дефинисане конфигурације пројектила (структура и облик мреже) и нумеричка дискретизација система једначина,
- одређивању услова конвергенција решења струјања око дефинисане конфигурације пројектила,
- анализи нумеричких и експерименталних резултата аеродинамичких коефицијената и одређивању коефицијената корелације,
- одређивању и анализи параметара стабилности лета пројектила.

У теоријском и практичном погледу резултати реализованих истраживања представљају побољшање постојеће методологије пројектовања пројектила и омогућују сложеније анализе и симулацију понашања током лета.

Експериментално полигонско испитивање кретања пројектила представља посебно сложен, скуп и још увек поверљив процес одређивања карактеристика лета и оцене прецизности и тачности дејства пројектила на циљу, као и самог наоружања. Ова спољнобалистичка испитивања спроводe се у завршним и контролним фазама пројектовања и производње пројектила и њихова су незаменљива потврда. Развој и усавршавање спољнобалистичког прорачуна који даје квалитетну и поуздану слику кретања и елемената путање ових и сличних пројектила у великој мери може да смањи број ових испитивања. Програмска решења прорачуна и симулације лета пројектила већ дуго су у употреби и заснивају се првенствено на математички описаним физичким моделима лета. Ови прорачуни се такође користе да, за експериментално одређене резултате у тренутним атмосферским условима са средствима наоружања, омогуће прерачунавање за референтне атмосферске услове и конструктивно-експлоатациона својства наоружања. Међутим, за квалитетан резултат ових прорачуна потребан је низ поузданих и практичних података. Једни од најзначајнијих података су аеродинамички коефицијенти и њихови деривативи.

Све напред наведено представља оригиналан научно-истраживачки допринос у решавању проблема тачног и поузданог одређивања аеродинамичких коефицијената класичних пројектила.

1.6. Приказ докторске дисертације

Глава 1 приказује уводна разматрања, дефинисање проблема истраживања и усмеравање практичног значаја реализације циљева истраживања. Представљене су методе истраживања, научна и друштвена оправданост истраживања и очекивани допринос истраживања.

Глава 2 приказује преглед досадашњих теоријских, прорачунских и експерименталних истраживања у домену спољне балистике, сопствених досадашњих истраживања, корелацију и истраживања из области савремених аеродинамичких истраживања пројектила.

Глава 3 обрађује математички модел струјања око носиметричног пројектила, као препреке. Приказана је математичка интерпретација модела струјања на основу једначина одржања. Навије-Стоксовим једначинама у интегралном облику је представљен проблем с обзиром на погодност њихове примене за нумеричке прорачуне. Представљен је модел дискретизације прорачунског простора. Описан је модел временске дискретизације проблема. Објашњени су модели турбуленције и вискозности. Посебно је представљен модел турбуленције примењен за проблем просторног модела струјања, који је кључно примењен у истраживању. Дат је преглед примењених дефиниција граничних услова за потребе истраживања, као и могућности конкретне и паралелне процесорске обраде нумеричких прорачуна.

У глави 4 представљено је истраживање и моделирање прорачунског домена за прорачун струјања. Представљен је модел прорачунске мреже око пројектила за случај раванског одређивања параметара струјања, као и за случај просторног проблема струјања. Представљени су почетни услови, гранични услови и услови оптимизације за сетове вршених прорачуна. Представљене су примењене методе и технике нумеричког прорачуна проблема струјања, са конкретним сетовима података. Дата су ограничења и одабрани поуздани услови под којима су извршени прорачуни са конвергенцијом решења. Представљени су резултати струјања за сва три струјна режима (подзвучно, околосвучно и надзвучно), за различите оријентације тела при струјању (различити нападни углови), за различите угаоне брзине тела (пројектила) при свим режимима струјања, као и комбинација оријентације тела са различитим угаоним брзинама. Представљене су слике параметара струјања. Представљени резултати се односе на аеродинамичке коефицијенте сила и момената за све три осе координатног система.

Глава 5 представља приказ експерименталног истраживања модела пројектила. У оквиру експерименталног дела представљена су две групе испитивања: аеродинамичка аеротунелска испитивања и балистичка полигонска испитивања. Дат је приказ испитивања, опреме, мерних уређаја и метода коришћених за одређивање аеродинамичких коефицијената (у функцији режима струјања и нападног угла) у аеротунелским мерењима, односно добијених елемената путање из реалних гађања помоћу балистичког радара. Дат је приказ добијених резултата, њихов карактер и анализа. Извршена је делимична упоредна анализа експерименталних резултата са резултатима прорачуна аеродинамичких коефицијената пројектила.

Глава 6 обрађује добијене резултате о аеродинамичким коефицијентима и деривативима добијених нумеричким истраживањима упоредно са расположивим резултатима добијеним из две групе експерименталних испитивања. Такође даје анализу резултата прорачунских истраживања са експерименталним и у односу на референтне расположиве резултате досадашњих истраживања. Прорачун елемената путање и параметара стабилности према моделу кретања са шест степени слободе, примењен је ради одређивања елемената путање на основу добијених прорачунских аеродинамичких коефицијената и упоређивања са резултатима балистичких испитивања. Извршена је упоредна анализа параметара стабилности, за носеће вредности одређених динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената.

Глава 7 представља закључак о квалитету и значају добијених резултатима истраживања и могућностима даље примене.

2. ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА

2.1. Досадашња истраживања у области спољне балистике

2.1.1. Хронолошки преглед досадашњих истраживања

Интеракција пројектила у струји ваздуха представља физички модел кретања пројектила у атмосфери. Његов геометријски дефинисан облик представља спољну трасу којом се пројектил супротставља деловању ваздушне струје.

Модерни приказ аеродинамичког система сила и момената који делују на носиметричне пројектиле потиче од [1,2,3,15,16,18] Фоклера (Fowler), Галопа (Gallo), Лока (Lock) и Ричмонда (Richmond) из 1920. године. Нилсен (Nielsen) и Синг (Synge) допунили су захтеване силе и моменте усаглашавајући Фоклеров систем у логичку целину. Кент (Kent), Кели (Kelley) и Макшејн (McShane) [1,2,3,15,16,18] доградиле су систем аеродинамичких сила и момената и дефинисале два критеријума стабилности. Мејпл (Maple) и Синг [1,2,3,15,16,18] су испитали утицај аеродинамичке силе и момента на ротационо симетричне пројектиле.

Различит систем означавања аеродинамичких сила и момената до краја Другог светског рата настао је као последица недостатка стандарда и достигнућа у развоју науке и различитих приступа балистичара и аеродинамичара. Перкинс (Perkins) и Нејд (Nade) [1,2,3,15,16,18] 1949. године описали су аеродинамичку структуру летелице. Макшејн, Кели и Рино (Reno) [1,2,3,15,16,18] у свом уџбенику Спољна балистика, из 1953. године, систематизовали су научна достигнућа из класичне балистике.

Болц (Bolz), Николаидес (Nicolaidis) и Чартерс (Charters) [1,2,3,15,16,18] покушали су да стандардизују балистику и аеродинамички систем сила и момената у јединствен аеродинамички систем. Америчко удружење машинских инжењера публиковало је предложени стандардни аеробалистички систем 1954. године за аеродинамичке науке. Данас се овај стандард назива НАСА (National Advisory Committee for Aeronautics) аеробалистички систем. Марфи (Murphy) [1,2,3,15,16,18] је увео свој стандард, који се разликује од НАСА стандарда за чинилац два у изразима за израчунавање бездимензионих аеродинамичких коефицијената у којима је укључен утицај угаоне брзине. Овај стандард се често назива BRL (Ballistic Research Laboratory) аеробалистички систем. Научници из области аеробалистике употребљавају оба система. У пракси је једноставно претварање резултата једног стандардног аеробалистичког система у други, као и њихово поређење, [1,2,6,73].

Носиметрична ротациона тела имају геометријске и инерцијалне особине које захтевају ограничавајуће претпоставке. Мејпл и Синг дефинисали су аеробалистички систем сила и момената уважавајући предности осне симетрије. Претпоставили су да се ротација реализује око уздужне (главне) осе пројектила која је и главна оса инерције. Уколико је пројектил оребрен са три или више истоветних ребара, онда су они симетрично постављени по обиму ротационог тела. Аеробалистичари су усвојили најмање „троугаону симетрију“. Симетрија облика и масе представља додатно ограничење за лет пројектила и углове скретања на путању. Термин „скретање“ или „померање при скретању“ у класичној спољној балистици користи се за описивање релативног угаоног померања осе пројектила у односу на путању пројектила, [1,2,6].

У аеродинамици термин „пропињање“ (енг. *overturning* или *pitch*) или „нападни угао“ (енг. *angle of attack*) односи се на усмереност врха летелице изнад или испод путање, а „угао скретања“ (енг. *yaw*) или „угао клизања“ (енг. *side-slip angle*) односи се на усмереност врха пројектила лево или десно од путање, [1,2,6,73].

Савремени аеробалистичари често користе класични израз „помак при скретању“ (енг. *pitch* - *yaw*), а тиме описују било који комбиновани помак при пропињању или скретању. Смерови аеродинамичких сила и момената дефинисани су стандардима. Неке силе и моменти делују у супротном смеру од стандардног аеробалистичког система. Пример је момент пригушења, чији је коефицијент увек негативан. Остали коефицијенти су најчешће позитивни, али могу бити и негативни, као што је коефицијент Магнусовог момента, [1,2,6,31,73].

Спољна балистика као научно техничка дисциплина има развијен експериментални део на основу кога се цене теоријска сазнања. У првом периоду свог развоја првенствено се ослањала на

експериментална испитивања, због недовољно развијеног теоријског модела и математичког решења. Циљ спољнобалистичких испитивања и данас је да се прикупе, провере и ускладе подаци о елементима путање и ова испитивања су неопходна за формирање таблица гађања. Испитивања развојем модерних модела кретања нису изгубила на значају због нераскидиве потребе за потврдом теоријско – прорачунских истраживања у пракси, [1,2,6,31,73,91,93].

Развој физичког и математичког модела кретања пројектила, у складу са развојем науке и технике, почиње од Ојлера (Euler) [1,2,3,15,16,18], који је поставио тзв. класичан балистички модел, који посматра пројектил као материјалну тачку, и увео је силу отпора ваздуха супротно смеру вектора брзине. Његов систем диференцијалних једначина решавао је А. Сијачи (A. Sijaci) [1,2,3,15,16,18] и дао табличну методу одређивања елемената путање пројектила. Касније се развија и модел модификоване материјалне тачке, који даје могућност оцене стабилности кретања пројектила на основу угаоног положаја осносиметричног тела, поред одређивања елемената путање. Ова два модела, због своје релативне једноставности решавања система једначина и поузданости добијених података у зависности од специфичних врста пројектила, нашла су велику примену. У циљу повећања квалитета одређених карактеристика кретања и потпуније квантитативне анализе стабилности кретања развијен је модеран модел кретања. Један од најкомплекснијих модела кретања тела, који разматра сложено кретање пројектила (ротационо, прецесионо и нутационо), према [1,2,3,15,16,18], узевши у обзир поред инерцијалних карактеристика пројектила, потпуне аеродинамичке карактеристике и даје могућност квалитетније слике кретања и стабилности кретања тела, је модел са шест степени слободе кретања.

У оквиру истраживања, [2,234] дата је анализа елемената путање и параметара стабилности за моделе пројектила 122 mm, [88,233]. Приказани су резултати експериментално одређеног карактера промене коефицијента притиска у зависности од промене геометрије пројектила за сва три режима струјања. Извршено је нумеричко одређивање аеродинамичких коефицијената на основу Ојлерове једначине струјања. Показана је добра усаглашеност аеродинамичких коефицијената у односу на нумеричке и полуексперименталне резултате, у односу на експеримент. Извршен је прорачун и анализа елемената путање и параметара стабилности за различите конфигурације испитиваних пројектила.

2.1.2. Преглед сопствених претходних истраживања

У оквиру сопствених претходних истраживања, [6,14,16,17,18,20,21,24] извршена су спољнобалистичка испитивања на одређивању елемената путање и параметара стабилности класичног пројектила моделом са шест степени слободе кретања. Подаци о аеродинамичким коефицијентима коришћеним за модел лета добијени су аеродинамичким прорачунима и експерименталним аеротунелским испитивањима. Упоредна анализа је дала врло добру усаглашеност прорачунских резултата елемената путање и параметара стабилности, са датим моделом лета у односу на експерименталне резултате, [85,86,87].

Симулацијом лета на основу резултата аеродинамичких истраживања у раду, [6] извршена је анализа утицаја аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива на елементе путање и параметре стабилности, варијацијом њихових вредности у оквирним интервалима одступања у складу са аеродинамичким истраживањем, [6,14,16,17,18,20,21,24].

Према истраживању, [6,14,16,17,18,20,21,24] показан је кључан утицај истраживаних аеродинамичких коефицијената на елементе путање и параметре стабилности. Показано је да је домет у највећој мери зависи од вредности аксијалног коефицијента C_{x0} . На скретање – деривацију путање водеће утицаје имају статички деривативи нормалне силе $C_{z\alpha}$ и момента пропињања $C_{m\alpha}$, затим динамички деривативи момента пропињања $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$, момента ваљања C_{lp} и коефицијената Магнусове силе C_{ypr} и Магнусовог момента C_{npr} . На вредности угаоне брзине ротације кључан утицај имају аксијални коефицијент C_{x0} и дериватив момента ваљања C_{lp} .

Од параметара стабилности на фактор динамичке стабилности највећи утицај имају коефицијенти Магнусове силе C_{ypr} и Магнусовог момента C_{npr} , затим динамички деривативи момента пропињања $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$, а присутан је и мањи утицај аксијалног коефицијента C_{x0} . На фактор жироскопске стабилности доминантан утицај имају динамички деривативи момента

ваљања C_{lp} уз коефицијенте Магнусове силе $C_{y\alpha}$ и Магнусовог момента $C_{n\alpha}$ и аксијалног коефицијента C_{x0} .

На коефицијенте пригушења једначине стабилности λ_1 и λ_2 водећи утицај имају динамички коефицијенти Магнусове силе $C_{y\alpha}$ и Магнусовог момента $C_{n\alpha}$, с мањим утицајем статичког дериватива нормалне силе $C_{z\alpha}$, [6,14,16,17,18,20,21,24].

На основу анализе резултата стабилности дата је слика нападног угла у односу на летне вредности Маховог броја, [6,14,16,17,18,20,21,24]. Извршена је анализа фактора динамичке стабилности, у односу на предикцијом одређене вредности динамичких дериватива, [6,14,16,17,18,20,21,24] у односу на симулациону предикцију експерименталних резултата аеродинамичких коефицијента момента пропињања, [6, 21, 227-232]. Показан је карактер промене коефицијената пригушења стабилности у функцији лета, односно Маховог броја, [6,14,16-20,21,24,31,43]. Показан је карактер промене жироскопског фактора стабилности летног Маховог броја, [21], а у односу на одређене и експериментално процењене вредности динамичких дериватива. Поступак одређивања параметара стабилности је заснован на функционалној зависности елемената путање и параметара стабилности од Марфијевих коефицијената, [31,75, 248,250-253].

Значајан утицај аксијалног коефицијента на домет је искоришћен као могућност да се на рачун његовог умањења у зависности од карактера, повећа и домет, као један од циљева унапређења система наоружања и муниције. Смањење аксијалног коефицијента се углавном своди на смањење вртложне компоненте аксијалног отпора, резултованог највећим делом обликом дна пројектила. Модел смањења вртложног отпора се реализује конструкцијом испупченог дна, што је ређи случај, [85,86,87], упуштеног дна [85,86,87] и посебно ефикасно уградњом гасогенераторске јединице у дно (енг. *Base Bleed* или *Base Burn*), [235-241]. Гасогенераторски пројектили омогућавају повећање домета до око 30 процената, [25,235-241].

2.1.3. Преглед балистичких полигонских испитивања

Истраживања базирана на експерименталним истраживањима, [1,25,231,232] представљала су некада основу спољнобалистичких испитивања, а и данас свакако представљају незаменљиву експерименталну верификацију. Спољнобалистичка испитивања обухватају стандардно испитивање наоружања и муниције, уз мерење параметара атмосфере и дају податке о елементима путање, подацима о брзини са становишта унутрашњобалистичких предикција и експерименталну могућност оцене стабилности, као и мере прецизности, у складу са експерименталним вредностима растурања погодака.

Савременим развојем и доступношћу напредних радарских капацитета унапређених са високо технолошки развијеним уређајима за аквизицију, смештај и обраду резултата, отварају велике могућности за квалитетно испитивање трајекторије у широком опсегу брзина, положаја и великих домета, [91,250,251].

Модерним тродимензионалним балистичким радаром са великом тачношћу је могуће, [91,250,251], како у завршној фази испитивања конвенционалних типова пројектила и ракета, тако и у развојној фази нових, неконвенционалних или недовољно испитаних пројектила, ракета и других летелица извршити спољнобалистичка испитивања. Поред стандардних вредности о елементима путање, растурања и сличних балистичких мерења, могуће је уз високо прецизне податке о положају и брзини, а у складу са њиховом временском зависношћу током мерења, и у односу на модел атмосфере, извршити предикцију и аеродинамичког оптерећења, не само у статичком смислу, већ и динамичком. Ово се односи на аеродинамичка оптерећења узрокована сложеним угаоним кретањем.

2.2. Досадашња истраживања у области аеродинамике пројектила

2.2.1. Преглед сопствених претходних истраживања

У оквиру сопствених претходних истраживања, [6,21,25] извршени су аеродинамички прорачуни полуконвенционалним методама и статичка мерења аеродинамичких коефицијената шестокомпонентном аеровагом у аеротунелу Т-38, Војнотехничког института у Београду, за модел

пројектила 40 mm. Упоредна анализа је дала врло добру усаглашеност прорачунских статичких аеродинамичких коефицијената са експерименталним резултатима, са становишта вредности и карактера.

Највеће вредности аеродинамичких коефицијената, према анализи резултата испитивања у аеротунелу и прорачунских вредности показали су коефицијенти аксијалне силе C_x , нормалне силе C_z и момента пропињања C_m . Самим тим дат је и њихов претпостављени највећи утицај на укупан аеродинамички отпор током кретања пројектила. Вредности осталих компоненти аеродинамичких коефицијената квантитативно су мање према условима експеримента.

Аеродинамички коефицијент аксијалне силе C_{x0} за случај осносиметричног струјања ($\sigma = 0$) добијен полуексперименталном методом АДК0 има приближно исту вредност као експериментално добијен коефицијент и просечна разлика износи око 2 % за сва три режима струјања, с тим да се већа одступања јављају у подзвучном и околзвучном режиму. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе представља један од најзначајнијих коефицијената који дефинишу аеродинамичку силу и тиме у великој мери утиче на елементе путање пројектила (домет, брзину и време лета). Одступању експерименталних вредности од прорачунских у околзвучном, а посебно у подзвучном подручју доприносе и услови експерименталних истраживања. Према условима експеримента на задњем делу пројектила налази се носач модела Носач модела смањује вртложење иза дна пројектила и утиче на тачно одређивање коефицијента за сва три режима струјања. Ефекат смањења вртложења најзначајнији је фактор у укупном отпору за подзвучно подручје брзина. Ово је и разлог највеће разлике прорачунских и експерименталних вредности коефицијената у подзвучном подручју.

За статичке деривативе нормалне силе $C_{z\alpha}$ и момента пропињања $C_{m\alpha}$, поређењем експериментално добијених аеродинамичких коефицијената у односу на прорачунске вредности добијена је велика подударност карактера промене. Одступања се разликују у зависности од режима струјања и износе око 6 % у надзвучном режиму брзина. Нешто већа одступања се јављају у надзвучном подручју, а највеће у подзвучном, због ограничења експеримента.

Експериментално мерење динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената врло је сложено и скупо, јер подразумева израду новог модела пројектила, који се може поставити на уређаје за динамичка аеротунелска мерења, [2,10]. Да би се одредили сви динамички деривативи стабилности (директни, унакрсни и унакрсно-спрегнути) потребно је мерења урадити на два динамичка уређаја: на уређају за мерења дериватива стабилности у пропињању, односно скретању и на уређају за мерење дериватива стабилности у ваљању. То значи да је потребно извршити онолики број динамичких мерења аеродинамичког оптерећења, колико дериватива је потребно да се одреди при одређеном Маховом броју.

Вредности динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената према овом истраживању одређена су полуексперименталном методом АДК1, [2,6,14,16,18,21]. Њихово експериментално одређивање није извршено у истраживању, због комплексности и високих трошкова, [2,6,14,16,18,21]. Представљени резултати дају карактер промене и вредности динамичких дериватива у складу са претпостављеним теоријским моделом. Дате су аеродинамичке предикције дериватива момента ваљања C_{lp} , суме динамичких дериватива момента пропињања $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$ и коефицијената Магнусове силе $C_{y\alpha}$ и Магнусовог момента $C_{np\alpha}$.

2.2.2. Статичка аеротунелска мерења

Статички аеродинамички коефицијенти, према [31,43,45] се врло квалитетно могу одредити, како са дугогодишње испитиваним полуексперименталним поступцима, тако и помоћу потенцијалних ПДФ поступака, [24,31,43,45].

Статичке вредности аеродинамичких коефицијената се првенствено односе на аксијални аеродинамички коефицијент и статичке деривативе нормалне силе и момента пропињања. Према томе, у карактер наведених статичких коефицијената, не улази утицај угаоног кретања пројектила.

Током експерименталних истраживања, при струјањима са околзвучним и надзвучним режимима брзина, мерна опрема уводи одређена ограничења, [3,5,6,229]. Утицај носача модела у струји ваздуха, се у односу на мерене вредности базног притиска (притисак мерен на држачу

модела у пресеку где се налази база модела) може израчунати адекватним методама, [3,5,229]. Израчунате вредности утицаја носача модела на компоненте аеродинамичких коефицијената се највећим делом односи на аксијални аеродинамички коефицијент. Током претходних експерименталних истраживања, [6,14] уочен утицај носача на вредности и карактер аксијалног отпора, није могао бити израчунат. Наиме, због неповољног односа пречника држача модела и пречника базе модела није било могуће постављање сонде за мерење базног притиска.

Према бројним претходним истраживањима, [1,6,72,229,249], а у складу са карактеристичним утицајем вртложних компоненти аксијалног отпора у укупном отпору, које мерна опрема на овај начин доводи у питање, утицај држача модела у извршеним мерењима се може претпоставити. Просечан утицај појединих фактора отпора на укупан коефицијент аксијалне силе отпора ваздуха за различите режиме брзина приказан је у табели 2.1, према [1,6,72,229,249].

Табела 2.1. Преглед утицаја карактера отпора, [1,6,75,229,249]

Режим струјања	Отпор (%)		
	трење	вртлог	таласни
Подзвучно	20–30	70–80	0
Надзвучно	10–15	35–40	50

Према, [229] удео базног отпора вртложног карактера у укупном аксијалном отпору се креће од 25% до 40%, односно од 25% до 30% за тактичке ракете. Своја истраживања заснивају на бројним експерименталним истраживањима, визуализацији струјања различитим методама и у складу са развијеним теоријско-експерименталним моделом за предикцију утицаја. Повећањем угла нагиба задњег конуса, према том истраживању долази до повећања базног отпора.

2.2.3. Динамичка аеротунелска мерења

У аеротунелским мерењима најчешће се користе тензометријски давачи. У току мерења са мерних мостова ових давача прикупљају се сигнали. Сигнал се дефинише као функција која генерално носи информацију о стању или понашању физичког система. Дигиталном обрадом сигнал се представља помоћу низова бројева или симбола. Дигитална обрада сигнала је важно савремено оруђе у многим научним областима. Сврха такве обраде је процена карактеристичних параметара сигнала или претварање сигнала у такву форму која је у неком смислу повољнија за анализу. Мерни мостови свих давача на уређајима за мерење дериватива стабилности у аеротунелу Т-38 напајају се једносмерним напоном, тако да су и сви сигнали једносмерни. Такође, сигнали су периодични а компонента корисног сигнала има учестаност која је једнака побудној учестаности уређаја. У дигиталној обради сигнала у мерењима дериватива стабилности користе се корелационе функције: аутокорелациона функција и кроскорелациона функција [3,4,5,25]. Методом аутокорелације могуће је детектовати периодични сигнал у смислу одређивања амплитуде и учестаности сигнала. Овом методом није могуће детектовати фазни став сигнала. Детекција сигнала методом кроскорелације у присуству шума ефикаснија је од детекције сигнала методом аутокорелације. Кроскорелациона функција је чиста функција без модификације услед присуства шума. Једини услов који је потребан да би се применила ова метода јесте да мора постојати чист референтни сигнал којим се врши кроскорелација сигнала који се детектује. Из референтног сигнала ће се аутокорелацијом одредити амплитуда референтног сигнала и учестаност. Кроскорелациона функција носи у себи информацију и о фазном ставу између референтног сигнала и детектованог сигнала.

Да би се одредила кроскорелациона функција два сигнала са давача на уређајима за мерење дериватива стабилности, потребно је извршити следеће три операције, [3,5]:

- један од сигнала померити у временском домену за интервал времена,
- извршити множење помереног сигнала са сигналом који није померен и
- извршити интеграцију тако добијеног производа у читавом интервалу интеграције.

Наведену дефиницију кроскорелационе функције потребно је прилагодити условима дигиталне обраде, [3,5].

За мерење директних пригушних дериватива стабилности методом крутих принудних осцилација потребно је мерење сигнала са давача побудног момента и сигнала са давача положаја модела. На основу тако измерених сигнала врши се одређивање следећих величина [1,2,3,5,6,7,13,14]:

- амплитуде побудног момента у примарној равни осциловања модела,
- амплитуде осцилаторног кретања у примарној равни осциловања,
- фазног става између сигнала са давача побудног момента и давача примарног осцилаторног кретања модела и
- учестаности побудног момента и примарног осцилаторног кретања модела.

За мерење унакрсних и унакрсно-спрегнутих дериватива стабилности потребно је мерење сигнала са мерних мостова момената петокомпонентне аероваге и сигнала са давача положаја модела. На основу тако измерених сигнала врши се одређивање следећих величина:

- амплитуде осцилаторног кретања модела у примарној равни осциловања модела,
- амплитуде индукованог аеродинамичког момента у секундарним равнима осциловања модела,
- фазног става између осцилаторног кретања модела у примарној и секундарној равни осциловања модела и
- учестаности осцилаторног кретања у секундарним равнима осциловања модела.

Мерни мостови свих давача на уређајима за динамичка мерења формирану су од четири активне мерне траке.

Давач положаја модела налази се на унакрсном шарнирном елементу на уређају за мерење дериватива стабилности у пропињању/скретању, односно на торзионом шарниру на уређају за мерење дериватива стабилности у ваљању. У оба случаја формирана су по два фолијска давача са сваке стране елемента. Мерни мостови са леве, односно десне стране елемената могу се користити појединачно или се могу повезати паралелно, [3,5].

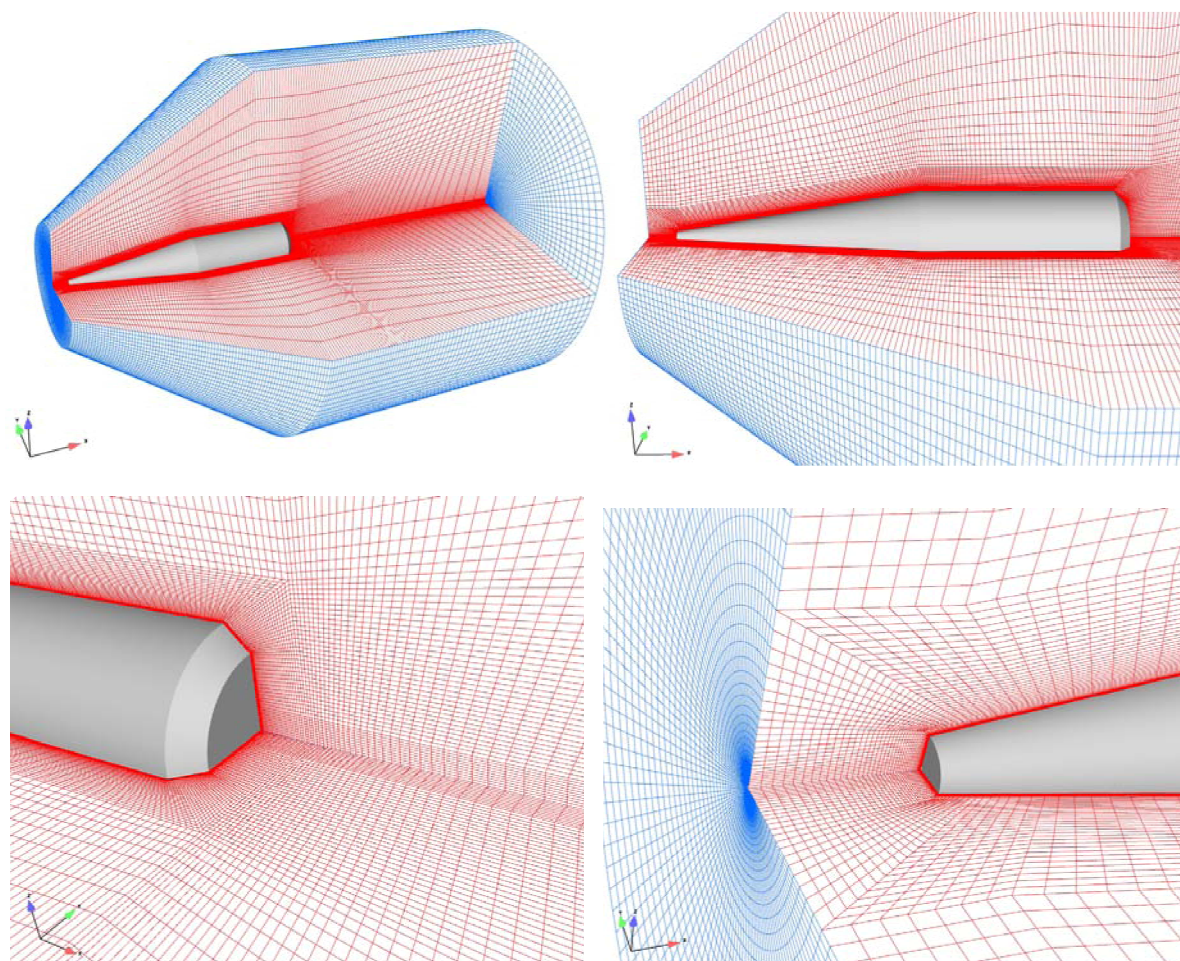
На уређају за мерење дериватива стабилности у пропињању/скретању реализован је давач осциловања држача модела у равни пропињања, скретања и ваљања. Овај давач је реализован у форми трокомпонентне аероваге чији су мерни мостови постављени у корену носача модела, односно у пресеку непосредно пре почетка конуса носача. Мерни мостови овог давача формирану су од фолијских мерних трака, при чему је за сваку компоненту формиран пун мерни мост. У процесу обраде података основна употреба сигнала са ових мерних мостова је у циљу елиминације утицаја трансаторног осцилаторног кретања носача модела на измерене вредности директних дериватива стабилности, [3,5].

Израчунавање коригованих директних димензионих дериватива стабилности услед трансаторних осцилација носача модела у равни пропињања врши се на основу коефицијената еластичности аероваге и шарнира уређаја у пропињању/скретању дуж z осе динамичког координатног система и коефицијената еластичности носача модела, [3,5].

2.2.4. Истраживање динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената

Методе прорачунске динамика флуида (ПДФ) се користи да би се прецизно предвидели статички аеродинамички коефицијенти (нпр. сила отпора, уздужне и попречне силе и моменти) и карактеристике струјања око различитих геометријски једноставних или сложених облика тела пројектила и ракета. Ове методе углавном користе на рутински начин помоћу комерцијалних програма, односно програма развијених у посебним истраживачким установама. Међутим, предикција – одређивање вредности динамичких коефицијената, као што су динамички дериватив момента пропињања (енг. *pitch-damping*), дериватив момента ваљања (енг. *spin/roll-damping*) и Магнусових дериватива није постигла широку употребу, поред тога што су одређене методе за ефикасну предикцију помоћу (енг. *steady-state*) временски независне методе развијене пре више од 15 година, [1,2,3,4,5,6]. Да би одредили читав сет вредности статичких и динамичких коефицијената, као и да би одредили елементе путање кретања пројектила, конструктори и произвођачи су и даље опредељени експерименталним испитивањима лета пројектила, како аеробалистичким полигонским гађањима, тако и телеметријским испитивањима лета, као примарним извором вредности динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената. Ако методе ПДФ потврде да могу на ефикасан начин да одреде тачне вредности динамичких коефицијената, поред статичких вредности аеродинамичких коефицијената, то би било врло значајно за произвођаче муниције, односно истраживаче у области конструкције пројектила.

Према истраживањима [31,232] потребно је да се развије адекватан прорачунски домен ради примене нумеричких ПДФ симулације струјања, ради одређивања динамичких дериватива стабилности, према слици 2.1.



Слика 2.1. Прорачунска мрежа за нумеричку ПДФ симулацију, [31,232]

Према датом истраживању, [31,232] дате су вредности у Табели 2.2 за услове параметара струјања, као и угаоних брзина кретања пројектила у зависности од Маховог броја.

Табела 2.2. Услови струјања и ротације пројектила у односу на Махов број, [31]

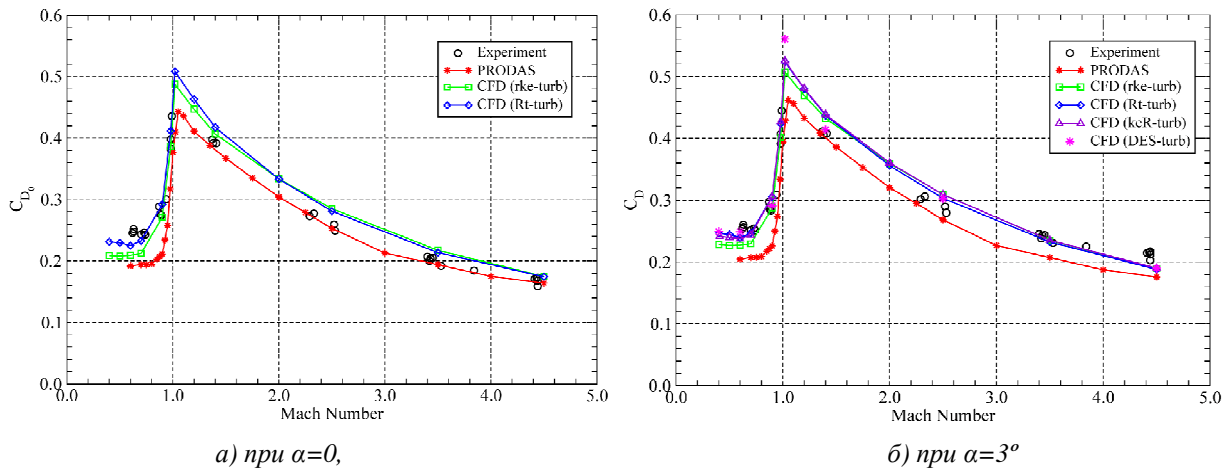
Махов број	Брзина струје	Рејнолдсов број	Притисак	Температура	Ротација
[-]	[m/s]	[10^3 m^{-1}]	[10^3 Pa]	[K]	[rad/s]
0,40	136,1	9,32	113,1	297,2	1431
0,50	170,1	11,7	120,2	302,4	1789
0,60	204,1	14,0	129,2	308,7	2147
0,70	238,1	16,3	140,5	316,3	2504
0,90	306,2	21,0	171,4	334,7	3220
0,98	333,4	22,8	187,4	343,3	3506
1,02	347,0	23,8	196,4	347,9	3649
1,20	408,2	28,0	245,7	370,9	4292
1,40	476,3	32,6	322,4	400,9	5009
2,00	680,4	46,6	792,8	518,4	7153
2,50	850,5	58,3	1731,2	648,0	8944
3,50	1190,7	81,6	7228,3	993,6	12522
4,50	1530,9	105	29324,9	1454,4	16100

У складу са претходним истраживањима у [31,232] дата су у Табели 2.3. процентуална одступања вредности динамичких аеродинамичких коефицијената добијених нумеричким поступцима у зависности од квалитета прорачунске мреже при вредности $Ma=2,5$.

Табела 2.3. Процентуална одступања динамичких АД коефицијената при $Ma=2,5$, [31]

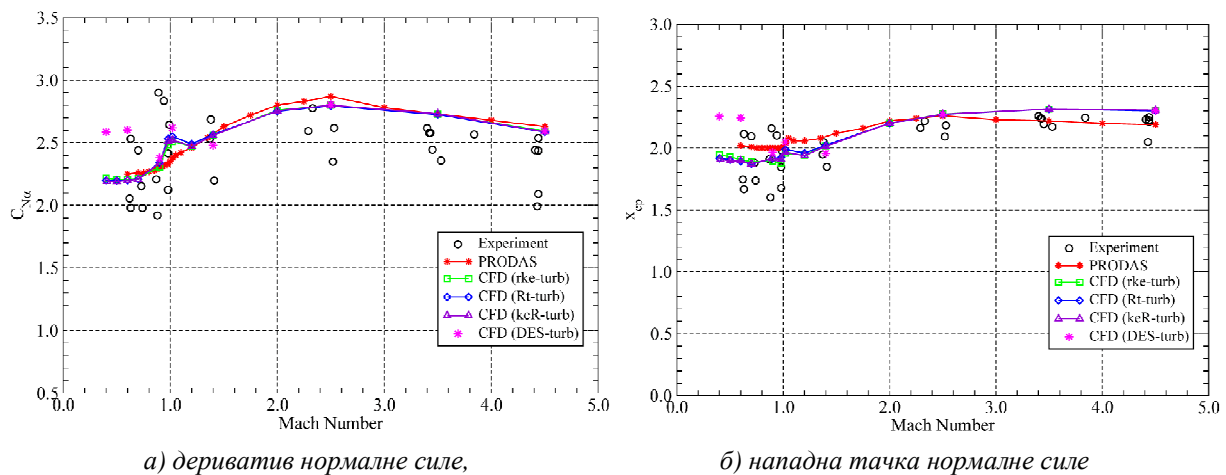
Мрежа	α [°]	C_x [%]	$C_{z\alpha}$ [%]	$C_{m\alpha}$ [%]	C_{lp} [%]	$C_{y\alpha}$ [%]	$C_{n\alpha}$ [%]
груба	2	0,06	- 0,55	- 0,69	- 1,29	0,75	- 1,26
	3	0,22	- 0,48	- 0,56	- 1,09	1,87	2,82
	5	0,35	- 0,26	- 0,44	- 0,52	- 0,89	10,93
фина	2	- 0,85	- 0,32	- 0,23	- 1,49	2,33	8,78
	3	- 0,73	- 0,32	- 0,18	- 1,40	1,90	- 2,87
	5	- 0,55	- 0,29	0,10	- 1,21	0,50	- 0,09

Вредности аксијалног аеродинамичког коефицијената према истраживању [31,232] дате су на слици 2.2. Ове вредности одређене су у односу на експерименталне и прорачунске вредности.



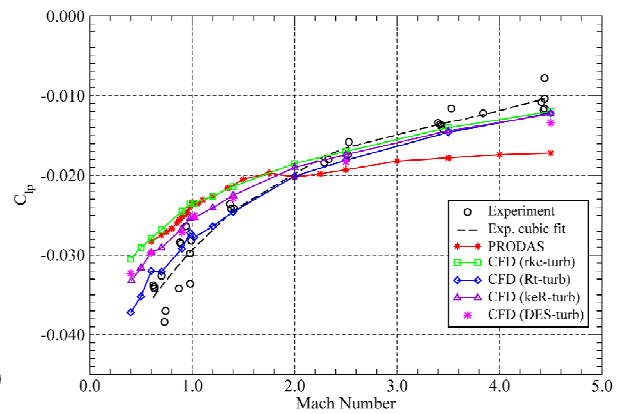
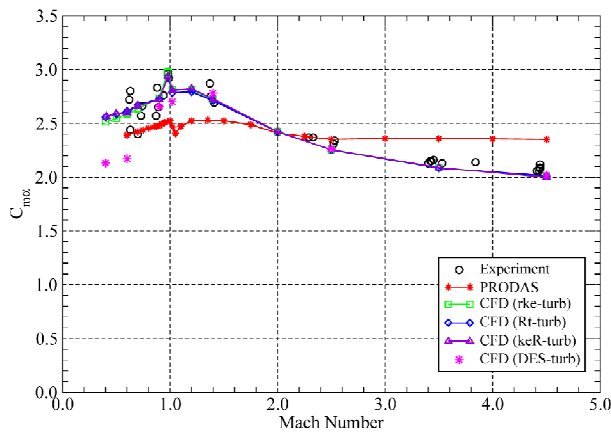
Слика 2.2. Аксијални АД коефицијент: нумерички (CFD), експериментални и прорачунски (PRODAS), [31]

На слици 2.3. представљене су вредности дериватива нормалне силе и нападне тачке према [31,232], нумерички одређених у односу на експерименталне и прорачунске вредности.



Слика 2.3. АД коефицијент нормалне силе: нумерички (CFD), експериментални и прорачунски (PRODAS), [31]

На слици 2.4. представљене су вредности дериватива момента пропињања (статички део) и дериватив момента ваљања (пригушни коефицијент ваљања) према [31,232] нумерички одређених у односу на експерименталне и прорачунске вредности.

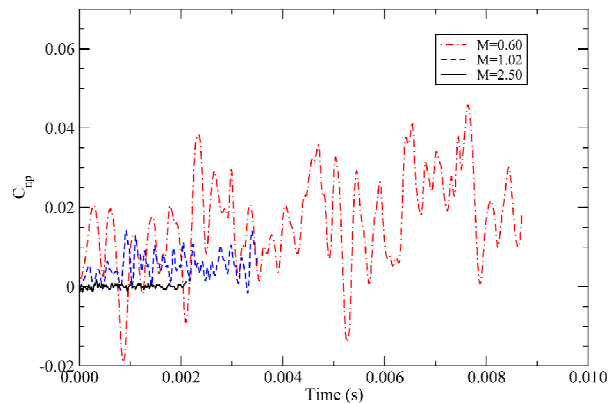
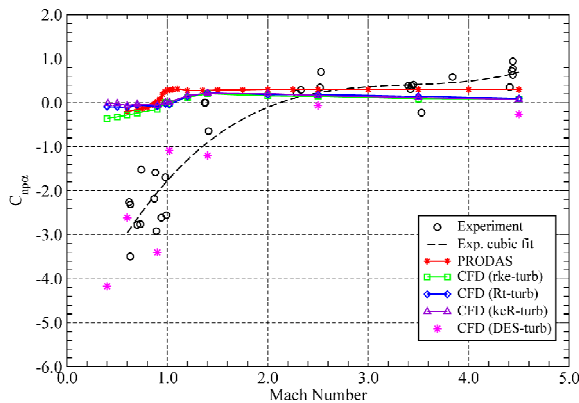


а) дериватив момента пропињања,

б) дериватив момента ваљања

Слика 2.4. АД коефицијенти: нумерички (CFD), експериментални и прорачунски (PRODAS), [31]

На слици 2.5. представљене су вредности дериватива момента скретања (коэффициент Магнусовог момента) према [31,232], нумерички одређених у односу на експерименталне и прорачунске вредности.

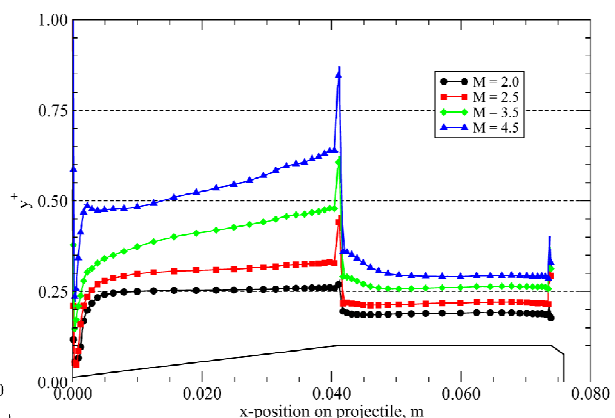
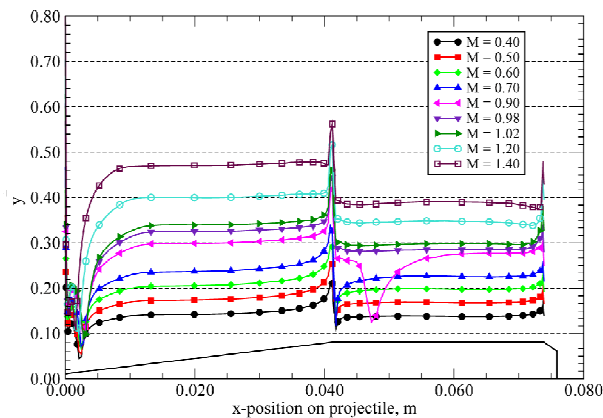


а) у односу на Махов број,

б) при $\alpha=3^\circ$ у односу на време

Слика 2.5. АД коефицијент Магнусовог момента: нумерички (CFD), експериментални и прорачунски (PRODAS), [31]

На слици 2.6. представљене су вредности функције препреке y^+ дуж пројектила, за сва три струјна режима, према [31,232], нумерички одређених у односу на експерименталне и прорачунске вредности. Значај вредности функције препреке је у циљу побољшања квалитета прорачунске мреже у односу на квалитет добијених резултата коефицијента Магнусовог момента, при различитим режимима струјања.



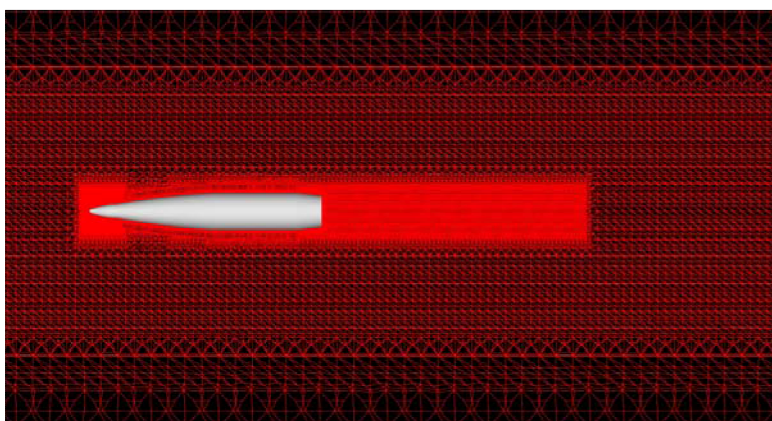
а) подзвучно и околзвучно струјање,

б) надзвучно струјање

Слика 2.6. Функција препреке при различитим режимима струјања, [31]

Према истраживањима Сахуа [231,245-248], анализиран је нумерички начин одређивања аеродинамичких коефицијената и виртуална симулација лета у циљу анализе стабилности кретања

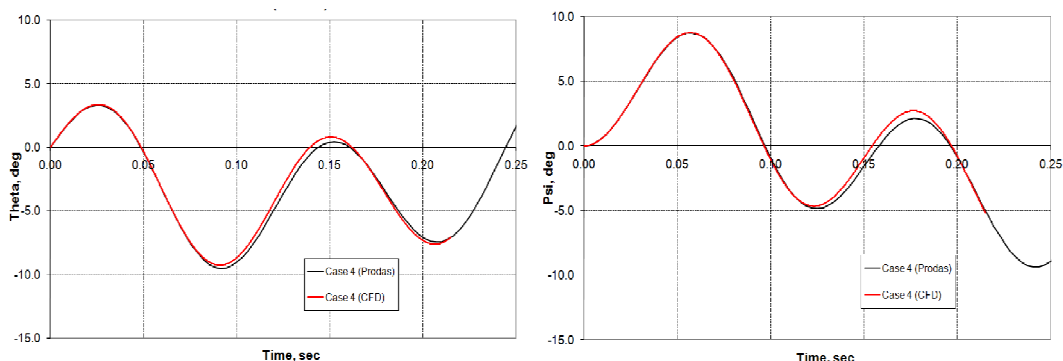
модела пројектила 155 mm дужине 6 калибара. Према том истраживању, дат је преглед нумеричког домена око модела ротирајућег пројектила, слика 2.7, [231,245]. Целокупан нумерички домен се састојао од око 5 милиона прорачунских ћелија, са функцијом препреке граничног слоја од око 1.



Слика 2.7. Нумерички домен око ротирајућег пројектила, [231]

У оквиру истраживања симулација лета је извршена коришћењем модел лета са шест степени слободe, који је упарен са нумеричком симулацијом струјања око модела пројектила. Интервал Махових бројева је био од 0,8 до 2,4. У односу на режим струјања интервал уздужних угаоних брзина је био од 542 rad/s до 1653 rad/s, са интервалом попречних угаоних брзина од 2,2 rad/s до 7,3 rad/s и брзина од 268 m/s до 818 m/s.

На слици 2.8. приказани су углови става пројектила, θ у вертикалној и ψ у хоризонталној равни, у складу са извршеним нумеричким симулацијама кретања (CFD) у односу на време у околзвучном режиму, упоредно са прорачунским (PRODAS) резултатима.

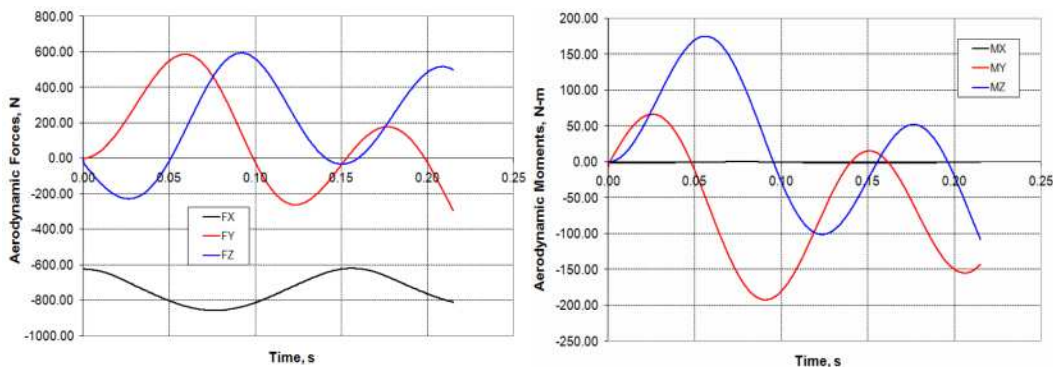


а) угао θ

б) угао ψ

Слика 2.8. Углови става пројектила у функцији времена при $Ma=1,2$, [231]

Према, [231] симулацијом кретања је дат карактер промене аеродинамичких сила и момената модела пројектила у односу на координатни систем везан за Земљу, у функцији времена, слика 2.9.

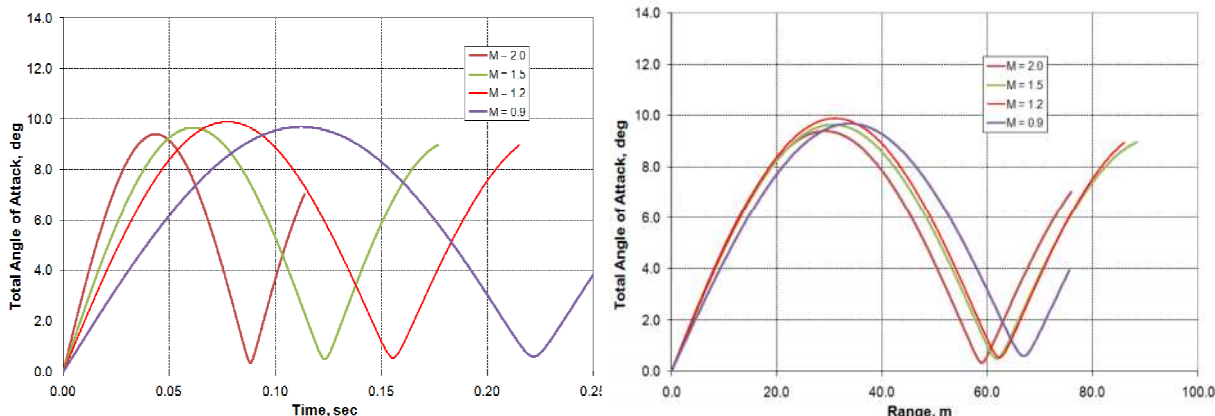


а) аеродинамичке силе

б) аеродинамички моменти

Слика 2.9. Прорачунске аеродинамичке силе и моменти при $Ma=1,2$, [231]

Истраживање [231] омогућава и анализу нападног угла током лета у функцији времена и у функцији домета, слика 2.10.

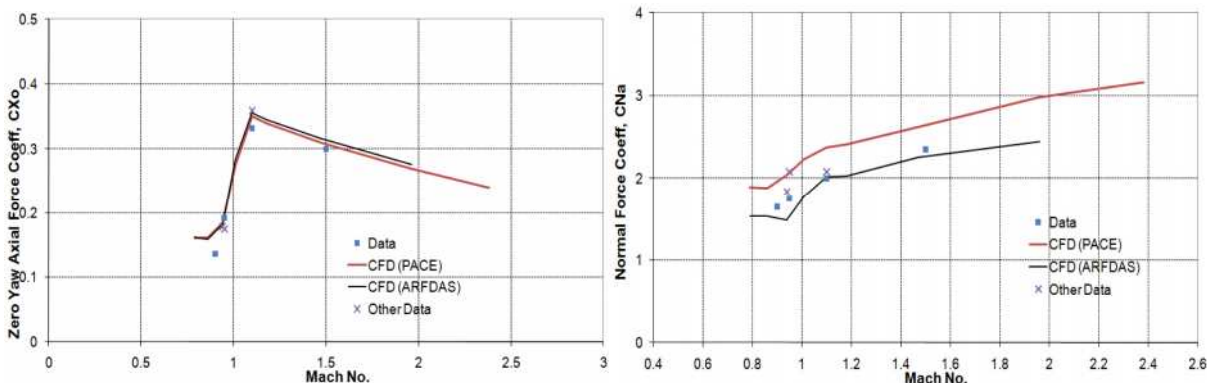


а) у функцији времена

б) у функцији пута

Слика 2.10. Прорачунски просторни нападни угао за различите Махове бројеве, [231]

На основу виртуалне симулације лета истраживање [231] омогућава и прорачун аеродинамичких карактеристика пројектила (CFD) у односу на друге референтне и ограничене податке (Data, Other data). На слици 2.11. су дати статички аеродинамички коефицијенти, аксијалне силе при $\alpha=0^\circ$, C_{X0} и дериватив нормалне силе, $C_{Z\alpha}$ у функцији Маховог броја.

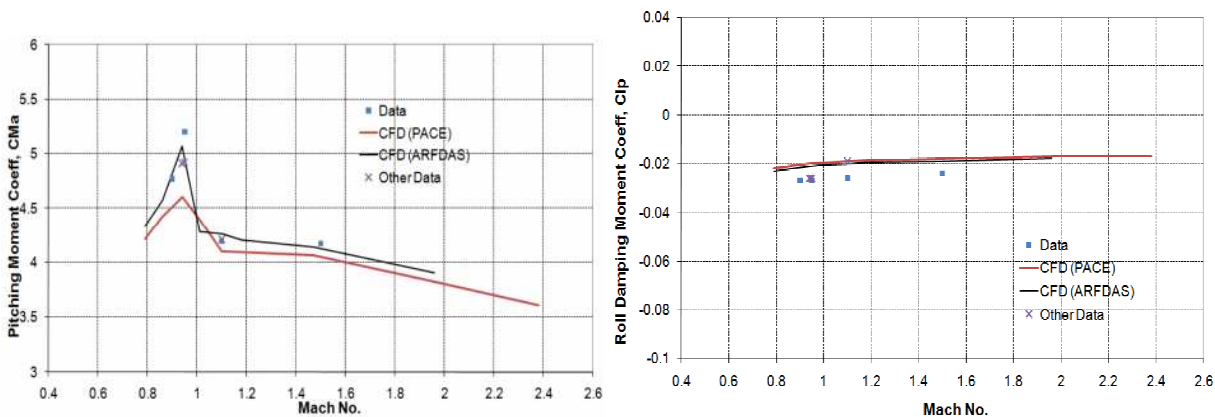


а) коефицијент аксијалне силе,

б) дериватив нормалне силе

Слика 2.11. Статички аеродинамички коефицијенти у функцији Маховог броја, [231]

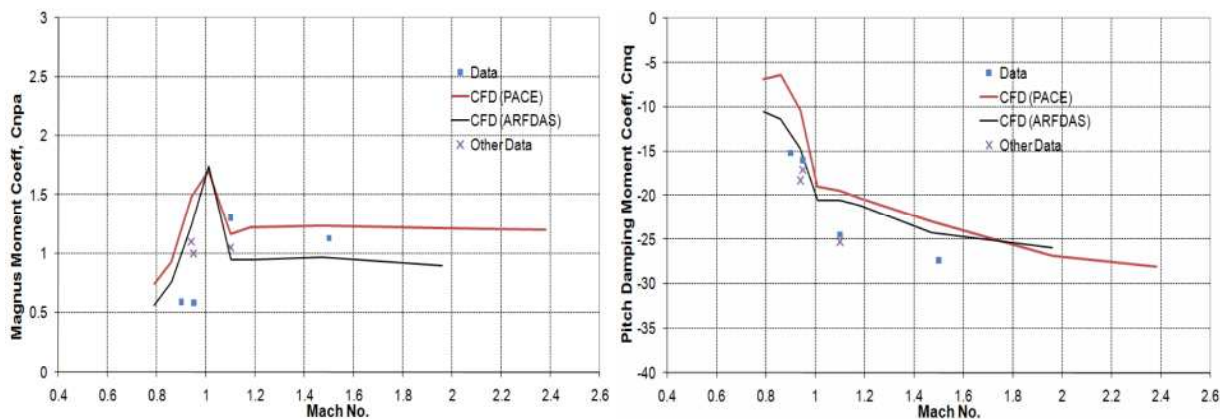
Вредности одређених динамичких аеродинамичких коефицијената добијених према [231] приказани су на сликама 2.12. и 2.13. На слици 2.12. дат је изглед дериватива момента пропињања $C_{m\alpha}$ и пригушног дериватива момента ваљања C_{lp} , а на слици 2.13. дериватив Магнусовог момента $C_{np\alpha}$ и динамички дериватив момента пропињања C_{mq} .



а) дериватив момента пропињања

б) дериватив момента ваљања

Слика 2.12. Аеродинамички коефицијенти у функцији Маховог броја, [231]



а) дериватив Магнусовог момента

б) динамички дериватив момента пропињања

Слика 2.13. Динамички аеродинамички коефицијенти у функцији Маховог броја, [231]

Врло је пожељно да се методе предикције дериватива аеродинамичких коефицијената довољно ефикасно употребљавају и базирају на временски независним методама уместо временски зависним, кад год је то могуће. Такође је препоручљиво смањење величине прорачунске мреже кад год је могуће, како би се ограничило време потребно за прорачуне у разумне оквире у циљу побољшања пројектне фазе развојних програма и пројеката. Методе Сахуа, [31,49,50] се заснивају на временски зависним (енг. Time-accurate), упареним (енг. Coupled) методама прорачунске динамике флуида и приступу динамике крутог тела (енг. Rigid Body Dynamics Approach), које представљају еквивалент симулацији слободног лета пројектила током балистичког полигонског испитивања. Поред тога што су ове комбинације метода веома захтевне и сложене, прорачунски су врло интензивне, а тачност динамичких дериватива стабилности може бити ограничена тачношћу вредности добијених експерименталним испитивањем, с обзиром да се користи исти тип криве током методе усаглашавања података („фитовање“) за одређивање аеродинамичких коефицијената.

Предикција Магнусове силе и момента пројектила стабилисаних ротацијом, помоћу временски независних (потенцијалних) метода ПДФ је приказана за високе околосвучне и надзвучне режиме струјања у ранијим радовима, [31,51,52,53]. Међутим, ова истраживања су потпуно ограничена рачунарским капацитетима. Недавни радови истраживачке лабораторије америчке војске (Army Research Laboratory, као и бивше Ballistics Research Laboratory) показују да одређивање коефицијената Магнусових ефеката, помоћу потенцијалних метода у режимима подзвучног и доњег околосвучног струјања, није толико прецизно, као у надзвучним режимима струјања, барем за одређене облике пројектила, [31,54,55,56]. Временски зависне методе ПДФ са побољшаним турбулентним моделима, као нпр. хибридни Рејнолдсов усредњени Навије-Стокс (RANS) модел, односно симулацијама са великим вртлогом (енг. Large-Eddy Simulation – LES) показују унапређење предикције Магнусових коефицијената, [54,55,56].

Дериватив коефицијента ваљања је иначе адекватно могуће одредити помоћу потенцијалних метода прорачуна, [54,55,56]. Вејнахт и др. [39,40,41,42] су показали успешно одређивање дериватива момента пропињања аносиметричних пројектила и пројектила са крилцима за околосвучне и надзвучне опсеге Махових бројева, помоћу решења потенцијалних метода, за случај конусног кретања пројектила.

У извештају [31] представљени су резултати истраживања на неколико пројектила стабилисаних ротацијом, различитих калибара, као што су америчка морнаричка ракета, поткалибарни пројектил 25 mm и пројектил 12,7 mm (0,5 cal.). Извршена су поређења вредности резултата момента пропињања добијених потенцијалним и непотенцијалним методама, за ракету. За исту ракету је извршено поређење резултата предикције момента пропињања добијених помоћу различитих ПДФ програмских решења. Овај извештај показује да вредности динамичких дериватива стабилности могу бити адекватно одређене за већину ротацијом стабилисаних пројектила помоћу потенцијалних метода ПДФ. Могућности ПДФ предикције коефицијента Магнусовог момента за случајеве подзвучног и околосвучног струјања су и даље предмет дискусије и других радова, [56,57].

У истраживањима, [31,230] је представљена нумеричка предикција динамичких дериватива стабилности, момента ваљања, Магнусовог момента и момента пропињања за три ротацијом стабилисана пројектила. Показано је да се момент ваљања може адекватно прорачунати помоћу

потенцијалних ПДФ поступака. Такође је показано, да је нумеричка предикција Магнусовог момента у надзвучном режиму струјања адекватна са уравнотеженим поступцима. Међутим, за подзвучне и околзвучне режиме струјања, тачност нумеричких предикција Магнусовог момента није јасно дефинисана. Прорачуни ПДФ углавном дају растући тренд Магнусовог момента са опадањем Маховог броја, међутим потенцијални ПДФ поступци дају веће вредности Магнусовог момента за ниже Махове бројеве. Временски зависне симулације са моделима *RANS/LES* су побољшале ПДФ предикцију вредности Магнусовог момента за пројектил, али за ракету су имале мали ефекат на предикцију Магнусовог момента. Предикција Магнусовог момента је и даље проблем за истраживање, [31,230].

У радовима [31,230] су такође демонстриране могућности нумеричке предикције динамичког дериватива момента пропињања помоћу потенцијалних ПДФ поступака. Нумерички одређене вредности динамичког дериватива момента пропињања су показале врло добро поклапање са расположивим експерименталним подацима за три пројектила са којима је вршено испитивање. Једина неслагања су се јавила за ниже вредности Маховог броја, при којима су експериментални подаци са високим нивоом расипања, а у неким случајевима су праћени са неочекиваним позитивним вредностима динамичког дериватива момента пропињања. Зато се може вероватно претпоставити да нумеричке предикције дају прецизније резултате при нижим Маховим бројевима, [31].

Нумеричка предикција динамичког дериватива момента пропињања за модел ракете је представљен са неколико ПДФ програма, са два потенцијална ПДФ поступка и са временски зависним поступком за случај угаоног кретања у вертикалној равни (раванско пропињање), [31]. Извршена је детаљна упоредна анализа различитих врста поступака, као и компарација са експерименталним подацима.

Показано је да предикција вредности динамичких момената ваљања и пропињања је врло добра за интервал Махових бројева, [31] при којима је вршено истраживање (од 0,5 до 4,5). Ограничења на мале нападне углове и ниске вредности брзина ротација за прорачуне динамичког дериватива момента пропињања нису умањила употребљивост методе, с обзиром да су вредности адекватне за већину случајева. Тачност резултата предикције Магнусовог момента за надзвучне режиме лета били су врло добри, док је долазило до одступања при подзвучним и околзвучним режимима. Најбоље поклапање нумеричких вредности Магнусовог момента са експерименталним подацима је показано за конфигурацију ракете са равним задњим делом, која није имала високе нелинеарне Магнусове моменте. Ови резултати показују да потенцијални ПДФ поступци могу адекватно да послуже за предикцију динамичких дериватива стабилности ротирајућих пројектила, [31]. Временски зависним поступцима треба једино прибегавати за оне случајеве за које је то неопходно, ради најефикасније употребе прорачунских капацитета рачунарских конфигурација.

Према истраживањима Силтона, [230] ради нумеричке предикције динамичких дериватива стабилности, пригушења ваљања, Магнусовог момента, пригушног момента пропињања, поред статичких аеродинамичких коефицијената за пројектил 0,5 калибра, даје оцену резултата, према тзв. виртуалним аеротунелским тестовима са потенцијалним нумеричким поступцима. Прорачунске мреже око датог пројектила су реда величине од око 7,5 милиона ћелија. Рачунарски капацитети превазилазе све досад наведене и сврставају се у ред највећих капацитета. Статички коефицијенти су за све струјне режиме врло добро одређени потенцијалним методама. Коришћени модели турбуленције $k-\varepsilon$ (турбулентна кинетичка енергија – брзина дисипације турбулентне кинетичке енергије) дали су боље резултате од модела са три једначине $k-\varepsilon-R$ (енг. Realizable, остварљиво). Резултати дериватива пригушног момента ваљања, одређени потенцијалним методама су у односу на експерименталне били одговарајућих карактера и вредности. Резултати динамичких дериватива момента пропињања су такође врло добри, како за потенцијалне, тако и за временске методе нумеричких прорачуна, без обзира на структуру мреже и модел турбуленције. Међутим, дошло је до одређених одступања резултата за неке вредности Махових бројева у околзвучном режиму, које су се и раније јављале, али нису у потпуности узете у обзир. Коначно, за околзвучни интервал Махових бројева, коришћених модела турбуленције и структура прорачунске мреже, нелинеарности дериватива Магнусовог момента за мале вредности нападних углова, нису у коректно одређене. Поред уоченог типичног бимодалног карактера при истраживаним вредностима Махових бројева, вредности и карактер се не поклапају са експерименталним резултатима. И даље није у потпуности јасно, да ли употреба временских

симулација са линеаризованим Навије-Стоксовим једначинама (енг. *LNS*) могу допринети бољој предикцији коефицијената Магнусовог момента, мада постоје индикације да би дошло до побољшања. Анализа стабилности кретања, у односу на одступања Магнусовог момента, који утичу на летне карактеристике, такође показују одступања, која не задовољавају квалитет резултата. Према овом истраживању, [230], део истраживања на одређивању коефицијента Магнусовог момента ће се наставити, све док се узрок одступања не изолује и отклони. За таква даља истраживања је потребна нова стратегија за процес креирања прорачунске мреже и симулационих модела. Она треба да укључе ефекте утицаја смањења растојања граничног слоја препреке (y^+ близу вредности од 0,1), дубља истраживања у погледу временског корака при *LNS* прорачунима, додатним вредностима Махових бројева током *LNS* истраживања, комбинована виртуелна истраживања са *RANS* и *LNS* моделима турбуленције, као и много ситнија прорачунска мрежа за *LNS* модел.

Истраживања Деспирита, [232] нумеричким прорачунима ПДФ, на примеру класичног пројектила 25 mm, се своди на одређивање потребних нумеричких параметара и модела за прецизно одређивање Магнусовог момента и момента ваљања ротирајућих пројектила. Коришћени су експериментални резултати за оцену нумеричке предикције. ПДФ прорачуни су вршени за интервал Махових бројева од 0,4 до 4,5. Вредности статичких аеродинамичких коефицијената и положаја центра притиска, за случај потенцијалних модела прорачуна, добијене су у оквиру 10% од експерименталних резултата. Резултат испитивања је дао да је за прецизну предикцију Магнусовог момента при подзвучним и околзвучним струјањима потребно користити временски зависне нумеричке симулације са моделом турбуленције одвојеног вртлога (енг. *DES*). Такође је према истом истраживању, дато да су адекватне потенцијалне симулације, које као и временски зависне дају вредности дериватива момента ваљања у оквиру од 15% у односу на експерименталне. У оквиру истраживања је наведено да се према резултатима претходних истраживања, а посебно експерименталних аеротунелских и балистичких истраживања разликује квалитет и поузданост добијених, како статичких, а посебно динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената, према табели 2.4., [232]

Табела 2.4. Очекивана одступања аеродинамичких коефицијената, [230]

Аеродинамички коефицијент	Мерења у аеротунелу	Аеробалистичка полигонска мерења	Прорачун Spinner-98 (PRODAS)
Аксијална сила	5 до 10 %	0 до 2 %	3 до 5 %
Нормална сила	3 до 7 %	4 до 8 %	6 до 10 %
Магнусова сила	Велика	25 %	33 %
Момент пропињања	5 до 10 %	0 до 3 %	3 до 6 %
Пригушни момент пропињања	Велика	10 до 20 %	15 до 25 %
Магнусов момент	Велика	10 до 20 %	15 до 25 %
Пригушни момент ваљања	Велика	5 до 10 %	10 до 15 %

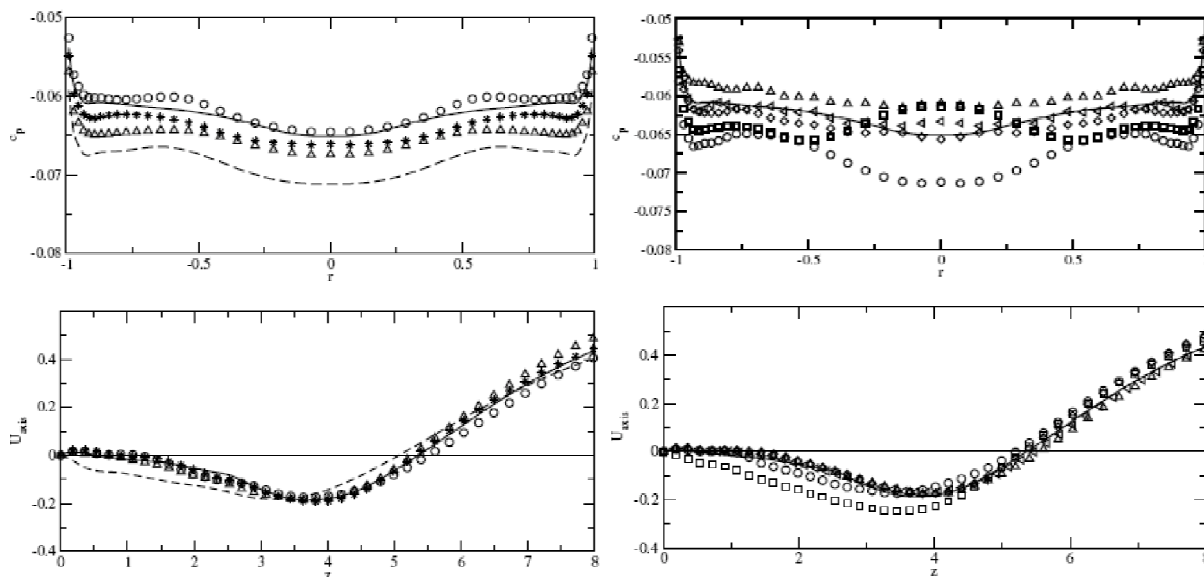
Истраживања, [247] препоручују употребу нестационарних временски зависних ПДФ поступака за проблеме струјања око ротирајућих пројектила. По овом истраживању модели ПДФ омогућују анализу физичких проблема струјања са великом тачношћу. Ово омогућује даљу употребу на моделовању струјања и унапређење постојећих модела пројектила и ракета.

Према истраживањима [250, 251] дат је нови приступ који обухвата интегрисану употребу ПДФ метода и динамике крутог тела при проблему истраживања летне аеродинамике како ротирајућих пројектила, тако и крилно стабилисаних пројектила. Извршен је нумерички прорачун са програмом за нумеричко решавање са нестационарним тродимензионалним Навије-Стоксовим једначинама увезан са летним аеродинамичким карактеристикама за надзвучно подручје за крилно стабилисане и за подзвучно подручје за ротацијом стабилисане пројектиле. Показана су веома добра поклапања модела лета са шест степени кретања, са одређеним вредностима аеродинамичких сила и момената у односу на експеримент. Примена ових упарених метода прорачунске динамике флуида са динамиком крутог тела, омогућују основу за будуће примене мултидисциплинарних, временски зависних симулација напредне управљиве муниције.

Истраживања базног отпора и струјања у пределу дна пројектила са напредним LES и DES нумеричким моделима прорачуна динамике флуида, показују добра поклапања за резултате базног притиска, [249]. Истраживања су вршена за режиме надзвучног струјања и различите вредности Рејнолдсовог броја, од 10^5 до $3,3 \cdot 10^6$ помоћу Cobalt нумеричког програма за решавање уз додатну

анализу са моделима турбуленције Спаларт Алмарас и $SST k-\omega$ Ментеровим моделом. Истраживања су спроведена на прорачунском домену од 1,3 до 7,7 милиона ћелија са рачунарским меморијским капацитетима од 1 до 59 GB, са прорачунским временом од око 1400 до 29000 часова са рачунарским системом врло високог капацитета (SGI Origin 3900 cluster, рачунарска група са 128 процесорских јединица).

На слици 2.14 приказани су коефицијент притиска дна у функцији радијалног растојања од дна пројектила (горњи дијаграм) и струјна брзина дуж осе симетрије (доњи дијаграм) за LES модел турбуленције при вредности $Re=10^5$.

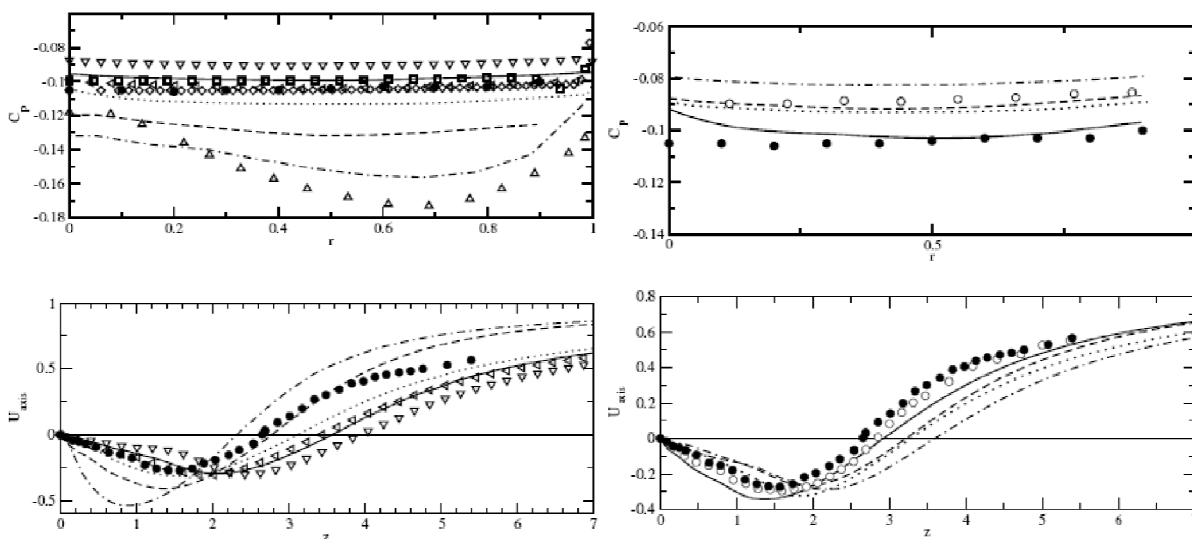


а) са константним поремећајем

б) са основсиметричним периодичним поремећајем

Слика 2.14. Коефицијент притиска C_p и струјна аксијална брзина, LES нумерички модел, $Re=10^5$, [249]

На слици 2.15 приказани су коефицијент притиска дна у функцији радијалног растојања од дна пројектила (горњи дијаграм) и струјна брзина дуж осе симетрије (доњи дијаграм) за DES модел турбуленције при вредности $Re=3 \cdot 10^6$, за пројектил са равним дном (без задњег конуса) и са задњим конусом.



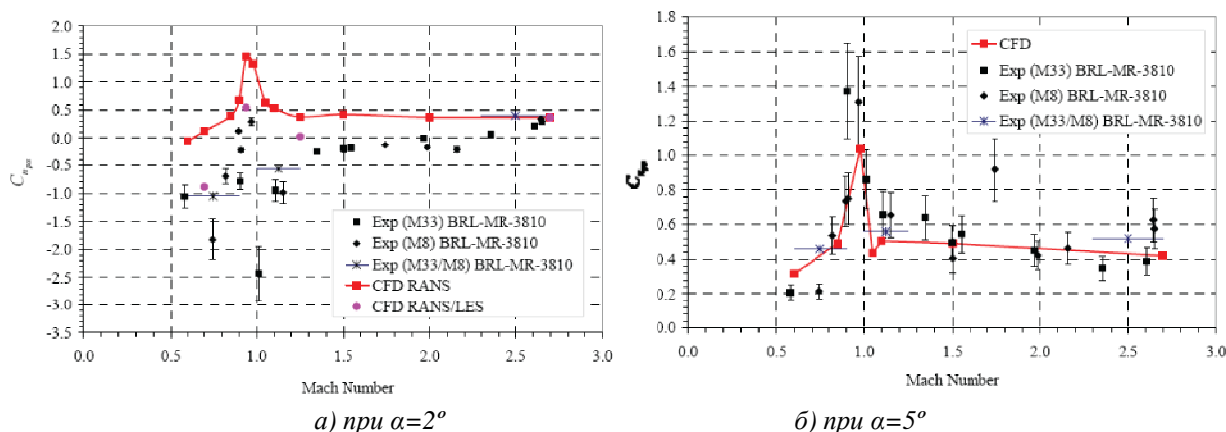
а) са равним дном

б) са задњим конусом

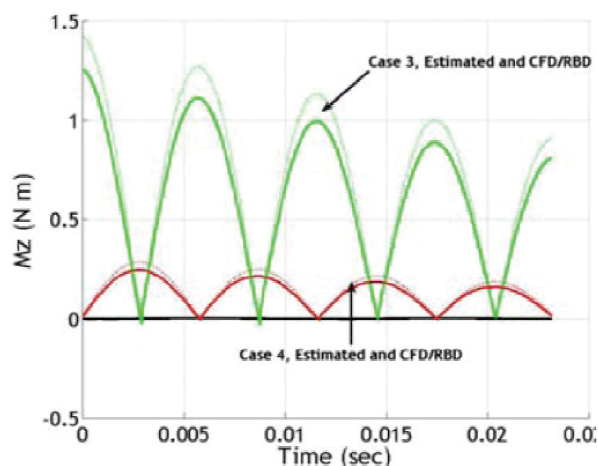
Слика 2.15. Коефицијент притиска C_p и струјна аксијална брзина, DES нумерички модел, $Re=3,3 \cdot 10^6$, [249]

Према истраживању групе аутора америчког истраживачког војног центра, [251] дати су резултати коришћења нумеричких прорачуна различитим техникама и виртуалним летним симулацијама у циљу одређивања прецизних резултата аеродинамичких коефицијената, а посебно динамичких дериватива. На слици 2.16. дат је упоредни приказ дериватива Магнусовог момента у функцији Маховог броја добијен различитим техникама прорачунске динамике флуида (CFD) у

односу на расположиве експерименталне резултате (Exp) за пројектил 0,5 калибра (12,7 mm Browning). Показани су интервали одступања вредности с обзиром на комплексност експерименталних поступака у односу на савремене моделе нумеричких поступака.



Слика 2.16. Коэффициент Магнусовог момента: нумерички (CFD) и експериментални (Exp), [251]



Слика 2.17. Момент скретања у функцији времена, [251]

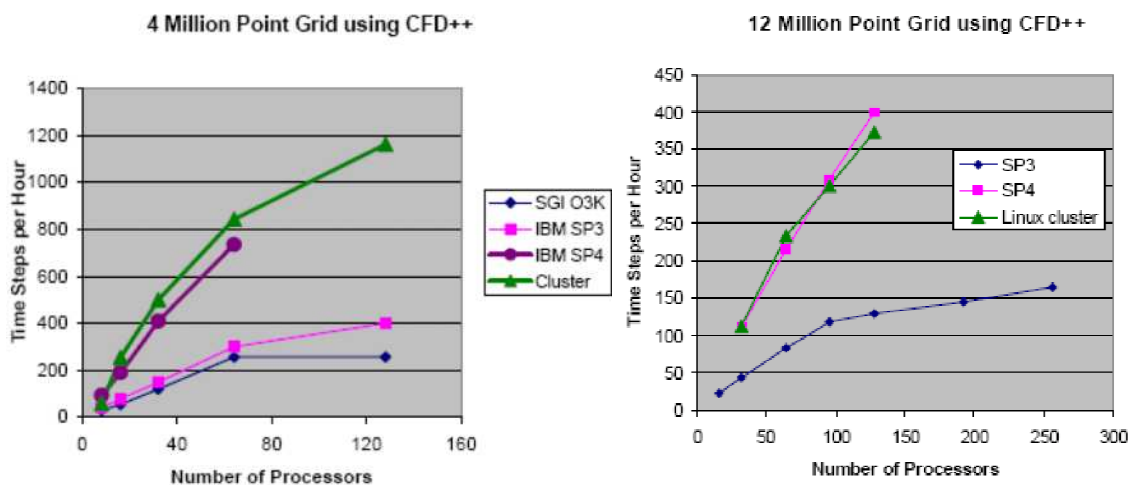
На слици 2.17. приказан је момент скретања у функцији времена за различите случајеве кретања, добијених прорачуном упареном симулацијом кретања (CFD/RBD, испрекиданом линијом) и у односу на вредности добијене полиномном функцијом (пуна линија), [251]. Резултати су добијени за четири временска дела од по 0,023 s са 50 тачака, што је дало просечан временски корак од $4 \cdot 10^{-4}$. Резултати су добијени за различите вредности нападаног угла и вредности уздужне и попречне угаоне брзине пројектила, потребних за предикцију аеродинамичких коефицијената. Вредности и карактер промене показују могућност примене у сагласности са експерименталним истраживањима.

2.3. Рачунарски капацитети за прорачунску динамику флуида

Већина симулација је изведена паралелним рачунарским процесима на 1100 чворова, са 4400 процесорских језгара у оквиру прорачунске мреже (Linux Networx Advanced Technology Cluster) америчке лабораторије (U.S. ARL Major Shared Resource Center), [31,230,231,249]. Сваки чвор се састоји од два процесора са два језгра 3.0 GHz Intel Woodcrest. Неке од симулација су изведен на старијој прорачунској мрежи (Linux Networx Evalocity II system) од 1024 чвора са по два процесора по чвору типа 3.6 GHz Intel Xeon EM64T. За сваки од покренутих прорачуна, сваки од процесора је вршио прорачун на око 145 до 150 хиљада ћелија мреже, [31, 230,231,249]. Прорачуни су трајали око 11 до 15 секунди процесорског времена по итерацији прорачуна на сваком од процесора и конвергенција је добијана за око 600 до 800 итерација. Сматрало се да је конвергенција решења добијена када су се нумерички остаци параметара струјања смањили на најмање трећи ред вредности и када су се величине аеродинамичких коефицијената мењале мање од 0,5 % вредности у задњих 100 итерација. Одлучујући фактор конвергенције је у свим случајевима био услов конвергенције аеродинамичких коефицијената.

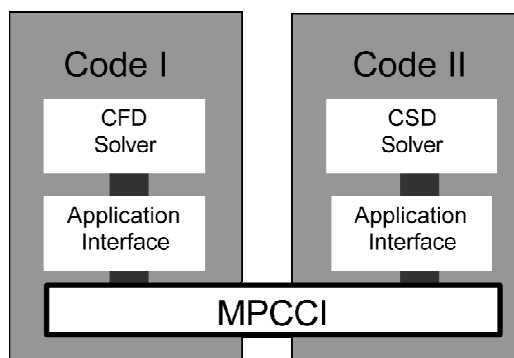
Резултати недавних истраживања многих аутора на пољу временски зависних метода ПДФ за одређивање динамичких дериватива су врло обећавајући, али и даље су скупи са становишта прорачунског времена и рачунарских ресурса, [45,46,47,48,49]. Цене посебно развијених комерцијалних рачунарских конфигурација за ПДФ прорачуне данас износе на страном тржишту од 25 до 60 хиљада евра. Њихове карактеристике се крећу од око 48 до 192 процесорских чворова (енг. node) са више-процесорским (са четири језгра) чиповима и од око 256 до 1024 GB RAM меморије. Посебно развијени рачунарски капацитети према, [31,230,231,247,248,249] умногоме превазилазе дате комерцијалне капацитете.

Истраживање Сахуа [244-248,253] поред наведене упарене ПДФ методологије са динамиком тела уводи нову технику контролисаних мера за решавање Навије-Стоксове једначине помоћу паралелних рачунарских капацитета на бази кластера високих перформанси. Ово истраживање тврди да омогућава квалитетну слику о струјању око како управљивих, тако и неуправљивих пројектила, на бази примењених резултата аеродинамике на трајекторију и омогућавају даљи развој. Прорачунске мреже су реда величине 4 и 12 милиона прорачунских ћелија, слика 2.18.



Слика 2.18. Упоредни приказ прорачунског убрзања за различите мреже, [253]

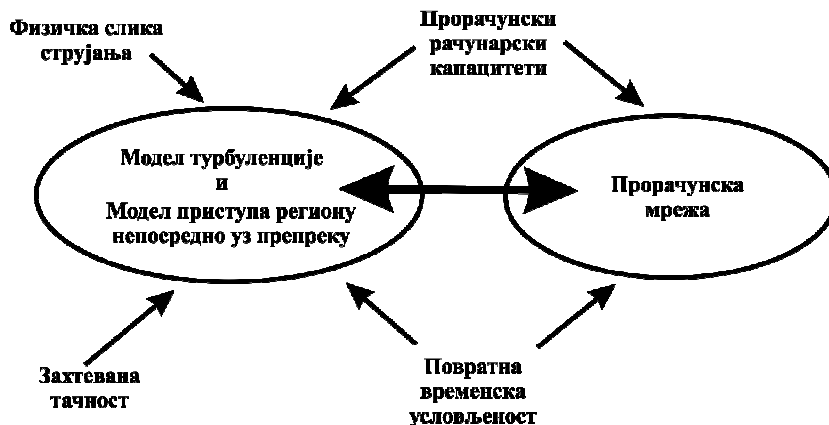
За потребе прорачуна аеродинамичког оптерећења поред модела и типа струјања потребно је због комплетне физичке слике у односу на механичка оптерећења упарити модел прорачуна, слика 2.19.



Слика 2.19. Шематски приказа упареног прорачунског модела, [170]

2.3.1. Преглед модела програма за нумеричко решавање струјања

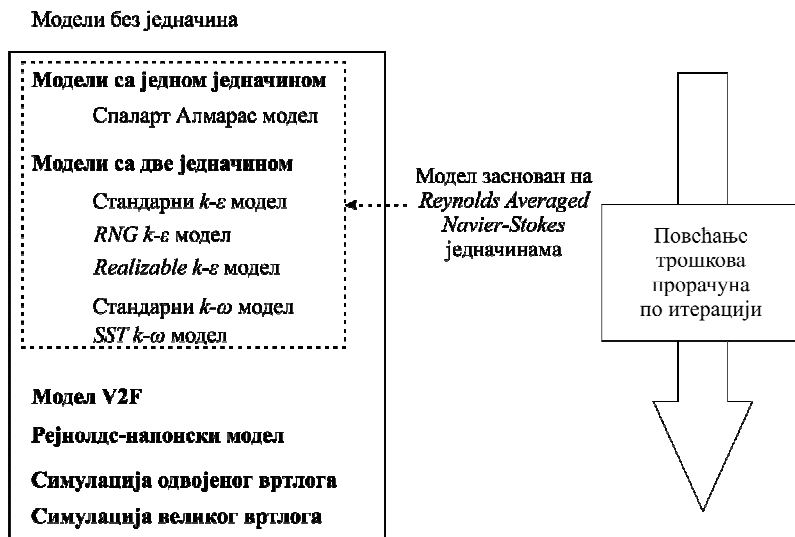
Проблем струјања је диктиран карактером струјног поља и карактером кретања препреке, у односу на предвиђен карактер параметара струјања. Веза са величином прорачунског поља и структуром зависи од употребљених модела, [31,32,36,39], слика 2.20.



Слика 2.20. Избор модела нумеричког прорачуна, [265]

Модел турбуленције, слика 2.21. обухваћени нумеричким моделом прорачуна на бази Рејнолдсових усредњених Навије-Стоксових једначина, су, [31,32,36,39]:

- Спаларт Алмарас модел, са једном транспортном једначином директно рачуна вредности за модификовану турбулентну вискозност. Специјално развијен за ваздухопловну примену, који укључује струјања ограничена са препрекама и са финим мрежама и посебним регионима мреже уз препреку. Поседују могућност укључивања брзине напона у изразу за продукцију турбулентне кинетичке енергије, што омогућава предикцију вртложних струјања.
- Стандардни $k-\varepsilon$ модел, заснован на две једначине за решавање за турбулентну кинетичку енергију и брзину турбулентне дисипације. Представља подразумевани $k-\varepsilon$ модел и коефицијенти су изведени експериментално и одговарају за потпуно турбулентно струјање. Поседује могућност да узме у обзир и вискозно грејање, „пловност“ својства вискозности (енг. Вуоуансу) и стишљивост, што је заједничко и за друге врсте $k-\varepsilon$ модела.
- $RNG k-\varepsilon$ модел, једна варијанта стандардног модела. Једначине и коефицијенти изведени су аналитички. Значајна промена се односи на побољшање једначине за брзину турбулентне дисипације, која омогућава употребу модела за струјања са високим степеном смицања. Поседује додатну могућност предикције за случајеве струјања са вртложењем и нижим Рејнолдсовим бројевима.
- *Realizable* $k-\varepsilon$ модел (тзв. остварљив), као варијанта стандардног модела, своју остварљивост остварује изменама које омогућавају да се унапред дозвољава да извесни математички услови буду достигнути, при чему се са сигурношћу унапређују могућности модела.
- Стандардни $k-\omega$ модел, модел са две једначине за турбулентну кинетичку енергију и специфичну брзину дисипације ($\omega = \varepsilon/k$), заснован на истраживањима Вилкокса из 1998. године. Представља основни $k-\omega$ модел. Показује врло квалитетне могућности за случајеве струјања ограничене препреком и са малим Рејнолдсовим бројевима. Поседује потенцијал за предикцију проблема са покретном препреком. Поседује могућности које узимају у обзир проблеме струјања са временском зависношћу, слободним смицањем и стишљивошћу.
- $SST k-\omega$ модел, варијанта стандардног модела са две једначине за турбулентну кинетичку енергију и специфичну брзину дисипације. Комбинује оригиналан Вилкокс модел за подручје препреке и стандардни $k-\varepsilon$ модел за подручје даље од препреке, помоћу изборне функције. Ограничава турбулентну вискозност да би се гарантовао услов да је турбулентни напон смицања приближно једнак турбулентној кинетичкој енергији.
- Рејнолдс-напонски модел, решен директно из преносних једначина, избегавајући претпоставке о изотропској вискозности, као код осталих модела. Користи се за изузетно интензивна вртложна струјања. Поседује могућност избора квадратне функције напона притиска, што побољшава решавање многих случајева основних струјања са трењем.



Директне нумеричке симулације

Слика 2.21. Шема модела турбуленције у односу на трошкове прорачуна, [265]

Model	Behavior and Usage
Spalart-Allmaras	Economical for large meshes. Performs poorly for 3D flows, free shear flows, flows with strong separation. Suitable for mildly complex (quasi-2D) external/internal flows and b.l. flows under pressure gradient (e.g. airfoils, wings, airplane fuselage, missiles, ship hulls).
Standard $k-\epsilon$	Robust. Widely used despite the known limitations of the model. Performs poorly for complex flows involving severe ∇p , separation, strong stream line curvature. Suitable for initial iterations, initial screening of alternative designs, and parametric studies.
RNG $k-\epsilon$	Suitable for complex shear flows involving rapid strain, moderate swirl, vortices, and locally transitional flows (e.g., b.l. separation, massive separation and vortex-shedding behind bluff bodies, stall in wide-angle diffusers, room ventilation)
Realizable $k-\epsilon$	Offers largely the same benefits and has similar applications as RNG. Possibly more accurate and easier to converge than RNG.
Standard $k-\omega$	Superior performance for wall-bounded b.l., free shear, and low Re flows. Suitable for complex boundary layer flows under adverse pressure gradient and separation (external aerodynamics and turbomachinery). Can be used for transitional flows (though tends to predict early transition). Separation is typically predicted to be excessive and early.
SST $k-\omega$	Similar benefits as SKO. Dependency on wall distance makes this less suitable for free shear flows.
RSM	Physically the most sound RANS model. Avoids isotropic eddy viscosity assumption. More CPU time and memory required. Tougher to converge due to close coupling of equations. Suitable for complex 3D flows with strong streamline curvature, strong swirl/rotation (e.g. curved duct, rotating flow passages, swirl combustors with very large inlet swirl, cyclones).

Слика 2.22. Преглед модела турбуленције у програму Ansys Fluent [32,33]

Програм за решавање Ansys Fluent има на располагању моделе турбуленције и вискозности у вези са проблемом екстерног – аеродинамичког струјања, приказане на слици 2.22., према [31,32].

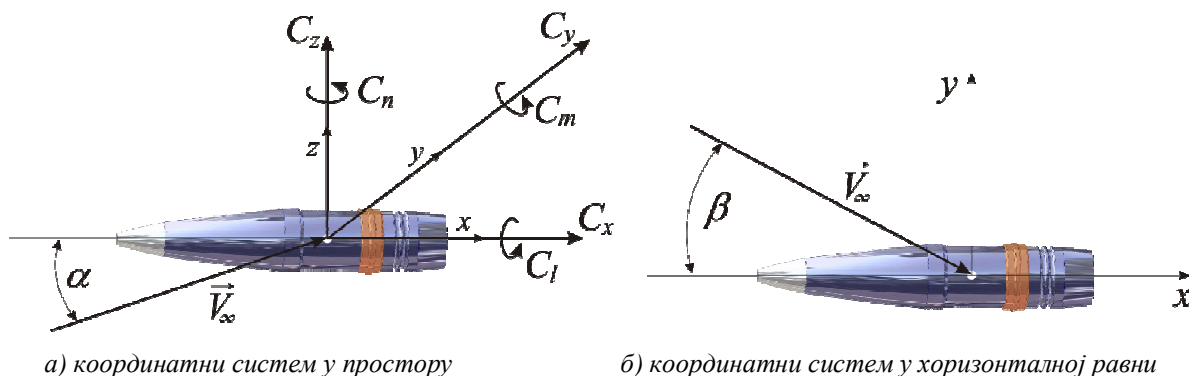
3. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛ СТРУЈАЊА

У овом делу рада описан је основни део модела струјања, са аспекта нумеричког модела струјања око модела пројектила. Модел пројектила представља аеродинамичку ротациону конфигурацију у струји ваздуха, са специфичним геометријским карактеристикама и са специфичним карактером кретања око оса координатног система везаног за центар масе тела, односно у односу на координати систем нумеричког домена. Представљен је део модела нумеричке дискретизације прорачунског домена струјног поља. Такође, дата су основна начела и параметри за кључни део модела вискозности са турбулентним моделом струјања.

3.1. Оријентација координатног система

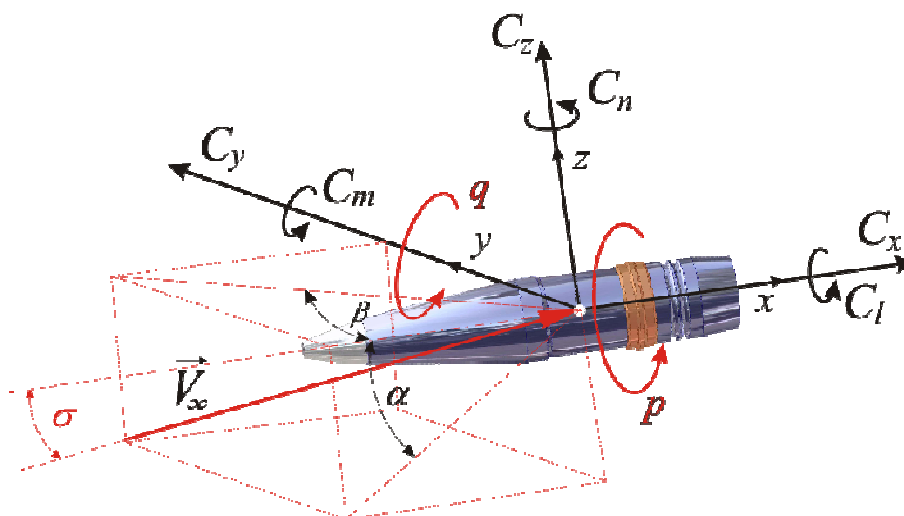
Оријентација оса Декартовог координатног система коришћеног за модел нумеричке симулације опструјавања аеродинамичке конфигурације пројектила, примењена за нумеричке прорачуне у раду, дата је према сликама 3.1 и 3.2. Правци брзина, сила и момената приказаних на овим сликама су узети као позитивни по правилу десне руке. Координатне осе су дате према следећем:

- Ox -оса: уздужна оса тела пројектила, која је позитивна у правцу струјања,
- Oy -оса: бочно (попречно) на тело пројектила,
- Oz -оса: вертикална на тело пројектила и позитивна навише.



Слика 3.1. Координатни систем струјања око пројектила

Нападни угао α лежи у xOy (вертикалној – енг. pitch) равни и позитиван је у односу на врх ка горе. Угао клизања β лежи у yOz (бочној – енг. yaw) равни и позитиван је на лево.



Слика 3.2. Оријентација аеродинамичких коефицијената и момената, брзине струјања, нападних углова и угаоних брзина пројектила

3.2. Систем основних једначина струјања

За случај просторног, тродимензионалног, струјања кроз коначну запремину Ω , брзине \vec{V}_{CV} , обухваћена граничном површином S и спољашњом нормалом \vec{n} , једначине одржања за неинерцијални референтни координатни систем интегралном облику су дате према [115, 134, 135] следећим једначинама.

Једначина одржања масе,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_S \rho (\vec{V} - \vec{V}_{CV}) d\vec{S} = 0. \quad (3.1)$$

Једначина одржања момента,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{V} d\Omega + \oint_S \left(\rho \vec{V} \otimes \vec{V} + P \vec{I} - \rho \vec{V} \otimes \vec{V}_{CV} \right) \cdot d\vec{S} = \oint_S \tau_{ij} \cdot d\vec{S}, \quad (3.2)$$

где је $\vec{V} \otimes \vec{V}$ тензорски производ.

Једначина одржања енергије,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E \cdot d\Omega + \oint_S \left(\rho E \vec{V} + P \vec{V} - \rho E \vec{V}_{CV} \right) \cdot d\vec{S} = \oint_S \left(\tau_{ij} \cdot \vec{V} - q \right) \cdot d\vec{S}, \quad (3.3)$$

где је тензор вискозног смицања дефинисан као,

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\partial_j V_i + \partial_i V_j \right) - \frac{2}{3} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \delta_{ij} \right]. \quad (3.4)$$

3.2.1. Интегрални компактни облик основних једначина

Интегрални компактни облик Навије-Стоксових једначина, који је погодан за нумеричке прорачуне дат је према следећем изразу.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{U} d\Omega + \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{Q} \cdot d\vec{S}. \quad (3.5)$$

Вектор колоне \vec{U} представља конзервативне променљиве, вектор колоне \vec{F} представља конвективни вектор флукса и вектор колоне \vec{Q} представља вектор вискозног дифузионог флукса. Ови вектори приказани су у једначини (3.6),

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{bmatrix} \rho (\vec{V} - \vec{V}_{CV}) \\ \left(\rho \vec{V} \otimes \vec{V} + P \vec{I} - \rho \vec{V} \otimes \vec{V}_{CV} \right) \\ \left(\rho E (\vec{V} - \vec{V}_{CV}) + P \vec{V} \right) \end{bmatrix}, \quad \vec{Q} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ \left(\tau_{ij} \cdot \vec{V} - q \right) \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

где је брзина флуида $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ и брзина мреже $\vec{V}_{CV} = u_{cv}\vec{i} + v_{cv}\vec{j} + w_{cv}\vec{k}$.

Вектор конвективног флукса $\vec{F} = F\vec{i} + G\vec{j} + H\vec{k}$, може се експлицитно изразити са,

$$F = \begin{bmatrix} \rho (u - u_{cv}) \\ \rho u (u - u_{cv}) + p \\ \rho v (u - u_{cv}) \\ \rho w (u - u_{cv}) \\ (\rho E + p)(u - u_{cv}) + u_{cv} p \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho(v - v_{cv}) \\ \rho u(v - v_{cv}) \\ \rho v(v - v_{cv}) + p \\ \rho w(v - v_{cv}) \\ (\rho E + p)(v - v_{cv}) + v_{cv} p \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

$$H = \begin{bmatrix} \rho(w - w_{cv}) \\ \rho u(w - w_{cv}) \\ \rho v(w - w_{cv}) \\ \rho w(w - w_{cv}) + p \\ (\rho E + p)(w - w_{cv}) + w_{cv} p \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Вектор вискозног дифузионог флуksа $\vec{Q} = \frac{Ma_\infty}{Re} (Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} + Q_z \vec{k})$ може се експлицитно изразити у Декартовом координатном систему као,

$$Q_x = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w - \dot{q}_x \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$Q_y = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w - \dot{q}_y \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

$$Q_z = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w - \dot{q}_z \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

где су тензори вискозног трења,

$$\tau_{xx} = 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (3.13)$$

$$\tau_{yy} = 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (3.14)$$

$$\tau_{zz} = 2(\mu + \mu_t) \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (3.15)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (3.16)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad (3.17)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad (3.18)$$

а изрази за топлотну проводљивост су,

$$\dot{q}_x = -\frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (3.19)$$

$$\dot{q}_y = -\frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (3.20)$$

$$\dot{q}_z = -\frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (3.21)$$

Најзад, притисак је дат једначином стања за идеални гас,

$$p = (\kappa - 1) \left[\rho E - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right]. \quad (3.22)$$

Печијер и др. [115] наводе да покрет мреже само мења конвективни флуks на површини коначне запремине тако да не постоји допринос покрета мреже на изразе дифузионог флуksа.

3.2.2. Нормализација основних једначина

Основне једначине струјања су преведене у бездимензијски облик помоћу параметара потенцијалног струјања: густине ρ_∞ , брзине звука a_∞ , температуре T_∞ , вискозитета μ_∞ односно референтне дужине L_{ref} . Бездимензијски изрази су дати у табели 3.1.

Табела 3.1. Бездимензијски облик променљивих

$u^* = \frac{u}{a_\infty}$	$v^* = \frac{v}{a_\infty}$	$w^* = \frac{w}{a_\infty}$	$a^* = \frac{a}{a_\infty}$
$p^* = \frac{p}{\rho_\infty a_\infty^2}$	$T^* = \frac{T}{T_\infty}$	$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}$	$E^* = \frac{E}{a_\infty^2}$
$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty}$	$\mu_t^* = \frac{\mu_t}{\mu_\infty}$	$t^* = \frac{t}{L_{ref}/a_\infty}$	$x^* = \frac{x}{L_{ref}}, y^* = \frac{y}{L_{ref}}, z^* = \frac{z}{L_{ref}}$

Табела 3.2. Бездимензијски облик параметара потенцијалног струјања

$a_\infty = 1$	$\rho_\infty = 1$	$a_\infty = 1$
$T_\infty = 1$	$\mu_\infty = 1$	$E_\infty = \frac{1}{\kappa(\kappa-1)} + \frac{Ma_\infty^2}{2}$

Једначине (3.6) до (3.22) су у бездимензијском облику, при чему је ознака (*), која означава бездимензионалност, изостављена. Бездимензијски облик параметара потенцијалног струјања, без ознаке (*), дат је у табели 3.2.

3.3. Просторна дискретизација

За центар хелије дискретне коначне запремине примењује се једначина (3.5), која је у интегралном облику. Временска стопа промене конзервативне променљиве вектора \vec{U} у оквиру прорачунског домена Ω , који се креће брзином \vec{V}_{CV} је уравнотежена са спрегом конвективних и дифузионих флуksева кроз граничну површину S . За ову намену прорачунски домен је подељен на коначан број неструктурисаних (тетраедарских) елемената, односно структурисаних (хексаедарских) елемената. Сваки дискретни елемент служи као прорачунска хелија према

приступу дефинисаном за центар ћелије. Утицај кретања границе са нумеричком интерпретацијом је приказан у поглављу 3.8.

За облик коначних запремина, са константном запремином ћелија (хексаедара, односно тетраедара), једначина (3.5) постаје,

$$\Omega \frac{\partial}{\partial t} \bar{U}_i + \sum_{j=1}^{n^f} \left[(\bar{F} \cdot \bar{n}S)_j \right]_i - \sum_{j=1}^{n^f} \left[(\bar{Q} \cdot \bar{n}S)_j \right]_i = 0, \quad (3.23)$$

где је $i = 1, 2, \dots, n^{\#}$ број ћелија.

Једначина (3.23) је експлицитно изражена кроз одређен број површина ћелија које граде коначну запремину ($n^f = 4$ за тетраедар, односно $n^f = 6$ за хексаедар),

$$\Omega \frac{\partial}{\partial t} \bar{U}_i + \sum_{j=1}^{n^f} \left((F - Q_x) n_x + (G - Q_y) n_y + (H - Q_z) n_z \right) \cdot \Delta S_i = 0. \quad (3.24)$$

3.3.1. Невискозни конвективни флуksеви

Вредности невискозног флуksа (3.23) и (3.24) израчунате су према Роовој [150, 151] шеми раздвајања разлике флуksа кроз сваку површину ћелије за центар ћелија коначних запремина. Ако низводно од струјања, односно леву граничну површину ћелије означимо са експонентом "L" и узводно од струјања, односно десну граничну површину ћелије означимо са експонентом "R", према Роовој формулацији, флуks кроз сваку граничну површину ћелије се изражава са,

$$F_{face} = \frac{1}{2} (F(U_L) + F(U_R)) - \frac{1}{2} |A| (U_R - U_L), \quad \text{или} \quad (3.25)$$

$$F_{face} = F(U_L) + A^- (U_R - U_L), \quad \text{или} \quad (3.26)$$

$$F_{face} = F(U_R) - A^+ (U_R - U_L), \quad (3.27)$$

где су $F(U_L)$ и $F(U_R)$ конзервативне променљиве на левој и десној страни површине ћелије и A је флуks Јакобијанове матрице, која се одређује коришћењем тзв. Роове просечне струјне променљиве. Дефиниција Јакобијановог флуksа и Роове просечне струјне променљиве дате су у наставку према [125, 150, 151],

$$A \equiv \frac{\partial F}{\partial \bar{U}}, \quad (3.28)$$

$$\rho_{face} = \sqrt{\rho_L \rho_R}, \quad (3.29)$$

$$u_{face} = \frac{\sqrt{\rho_L} u_L + \sqrt{\rho_R} u_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (3.30)$$

$$v_{face} = \frac{\sqrt{\rho_L} v_L + \sqrt{\rho_R} v_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (3.31)$$

$$w_{face} = \frac{\sqrt{\rho_L} w_L + \sqrt{\rho_R} w_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (3.32)$$

$$H_{face} = \frac{\sqrt{\rho_L} H_L + \sqrt{\rho_R} H_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (3.33)$$

$$a_{face}^2 = (\gamma - 1) \left(H_{face} - \frac{1}{2} (u_{face}^2 + v_{face}^2 + w_{face}^2) \right). \quad (3.34)$$

Према једначини (3.28) дато је,

$$F(U_R) - F(U_L) = |A|(U_R - U_L) . \quad (3.35)$$

Увођењем дијагоналне матрице – левих својствених вектора L и L^{-1} и дијагоналне матрице својствених вредности Λ , флуks Јакобијана A се дефинише као [125],

$$|A| = L|\Lambda|L^{-1}, \quad (3.36)$$

где је,

$$|\Lambda| = \begin{vmatrix} \vec{V} - \vec{a} \\ \vec{V} \\ \vec{V} \\ \vec{V} \\ \vec{V} + \vec{a} \end{vmatrix} . \quad (3.37)$$

Дакле, једначине (3.25) до (3.27) постају,

$$F_{face} = \frac{1}{2}(F(U_L) + F(U_R)) - \frac{1}{2}L|\Lambda|L^{-1}\Delta U , \quad (3.38)$$

$$F_{face} = F(U_L) + L|\Lambda|L^{-1}\Delta U , \quad (3.39)$$

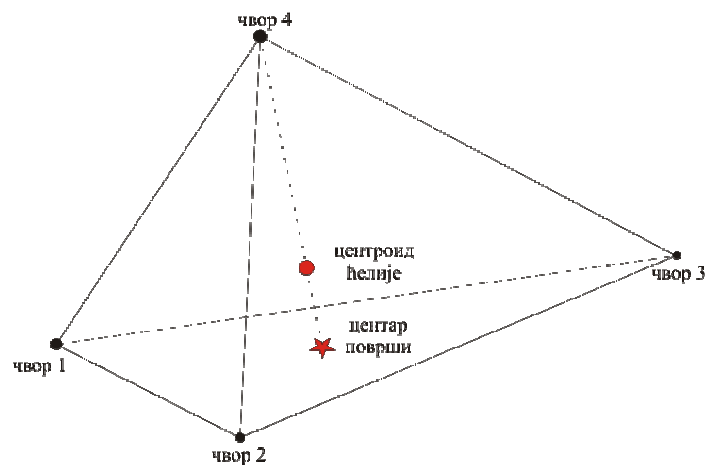
$$F_{face} = F(U_R) - L|\Lambda|L^{-1}\Delta U . \quad (3.40)$$

Постоје три компоненте ΔF разлике флуksа, од којих је свака повезана са посебном својственом вредношћу $\Lambda_1, \Lambda_2 = \Lambda_3 = \Lambda_4, \Lambda_5$,

$$L|\Lambda|L^{-1}\Delta U = |\Delta F_1| + |\Delta F_4| + |\Delta F_5| . \quad (3.41)$$

Увођењем ових разлика флуksа, које су израчунате коришћењем Роове просечне променљиве, у једној од једначина (3.25), (3.26) или (3.27), може се добити просечни флуks на свакој површини ћелије [128]. Ови вектори флуksа на све четири површине тетраедарске, односно свих шест површина хексаедарске прорачунске ћелије се рачунају, а затим сумирају за прорачунски домен да задовоље једначину (3.23).

За шему првог реда, стање примитивних променљивих на свакој површини ћелије је постављено на ћелијски центриран просек на свакој површини ћелије. За шему вишег реда, променљиве стања на површини ћелије добијају се екстраполацијом између просека суседних ћелија.



Слика 3.3. Реконструкциона шема за ћелијски центриран приступ, [122]

Важан приступ код прорачунских шема тетраедарски центрираних ћелија коначних запремина је тачна расподела ћелијских просечних података у односу на троугаоне површине за

израчунавање флукса, као што је илустровано на слици 3.3. Фринк и др. [122] су извели нови ћелијски реконструкциони процес, који се заснива на аналитичкој формулацији за израчунавање израза градијента Тејлоровог реда за експанзију унутар тетраедарске ћелије. Шема се састоји од једноставне, универзалне формуле за тетраедарску ћелија. За површине које се састоје од чворова 1, 2 и 3, дато је,

$$\tilde{U}_{face(1,2,3)} = \tilde{U}_{center} + \frac{1}{4} \left[\frac{1}{3} (\tilde{U}_{node1} + \tilde{U}_{node2} + \tilde{U}_{node3}) - \tilde{U}_{node4} \right], \quad (3.42)$$

где $\tilde{U} = [\rho \quad u \quad v \quad w \quad p]^T$ представља вектор примитивних струјних променљивих.

Фринк [122] је навео да употреба овакве реконструкционе шеме даје прихватљиве резултате око дисконтинуитета протока и не захтева увођење вишег реда просторне дискретизације са ограничавањем. Ово представља велику предност, с обзиром да већи ред просторне дискретизације уз струју изазива осцилације централне шеме око дисконтинуитета уколико нису уведена одговарајућа ограничења.

Такође постоји потреба за дистрибуцију ћелијски центрираних података ка чвору који је заједнички са околним ћелијама. Ово се обавља помоћу пондерисаног просечног поступка,

$$\tilde{U}_{node} = \frac{\sum_{i=1}^{n\#} \frac{\tilde{U}_{center,i}}{r_i}}{\sum_{i=1}^{n\#} \frac{1}{r_i}}, \quad (3.43)$$

где је $r_i = \sqrt{(x_{center,i} - x_{node})^2 + (y_{center,i} - y_{node})^2 + (z_{center,i} - z_{node})^2}$ и $n\#$ укупан број ћелија.

Познато је да су узструјни алгоритми изведени од једнодимензионалних гасодинамичких једначина. У циљу отклањања проблема у вишедимензионалном приступу користи се ротационо инваријантно својство Ојлерових једначина. Ово својство не само да доказује да су Ојлерове једначине у зависности од времена хиперболичног облика, већ такође може да се користи за потребе прорачуна, када домени нису усклађени са осама Декартовог координатног система, [157].

На овај начин вектор флукса се ротира тако да се подудара са нормалама површине ћелије. Једначине (3.7), (3.8) и (3.9) су преведене у следећи облик,

$$\cos \theta^{(y)} \cos \theta^{(z)} F(U) + \cos \theta^{(y)} \sin \theta^{(z)} G(U) + \sin \theta^{(y)} H(U) = T^{-1} F(TU), \quad (3.44)$$

где су $\theta^{(y)}$ и $\theta^{(z)}$ правци косинуса угла, а T је једноставна матрица трансформација, која је производ $T^{(y)}$ и $T^{(z)}$.

3.3.2. Вискозни дифузиони флуксевеи

Вискозни флуксевеи $\bar{Q}(\bar{U})$ (3.23) и (3.24), се апроксимативно рачунају за центар површине ћелије, при првом рачунању градијената брзине за центроиде ћелија, а затим се усредњавају у односу на вредности центроида суседних ћелија на заједничкој површини ћелије. Градијенти брзина за ћелијске центроиде се рачунају коришћењем теореме дивергенције. Према овој теореме се могу одредити просечне вредности градијента скалара U као функције својих вредности на границама коначне запремине, која се разматра. За произвољну запремину Ω , према [125] је,

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \bar{U} \cdot d\Omega = \oint_S \bar{U} \cdot d\vec{S}, \quad (3.45)$$

где је S затворена гранична површина. Просечни градијенти се могу дефинисати као,

$$\overline{\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)}_{\Omega} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \oint_S \bar{U} \cdot \vec{n}_x \cdot d\vec{S}, \quad (3.46)$$

$$\left(\overline{\frac{\partial U}{\partial y}}\right)_{\Omega} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \oint_S \bar{U} \cdot \bar{n}_y \cdot d\bar{S}, \quad (3.47)$$

$$\left(\overline{\frac{\partial U}{\partial z}}\right)_{\Omega} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \oint_S \bar{U} \cdot \bar{n}_z \cdot d\bar{S}. \quad (3.48)$$

За тродимензионални проблем, слика 3.4, градијенти брзине и градијенти температуре контролне (посматране) ћелија за центроиде ћелија изведени су као,

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{n^f} \bar{V}_k \cdot S_k \cdot \bar{n}_{x,k}, \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial y} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{n^f} \bar{V}_k \cdot S_k \cdot \bar{n}_{y,k}, \quad (3.50)$$

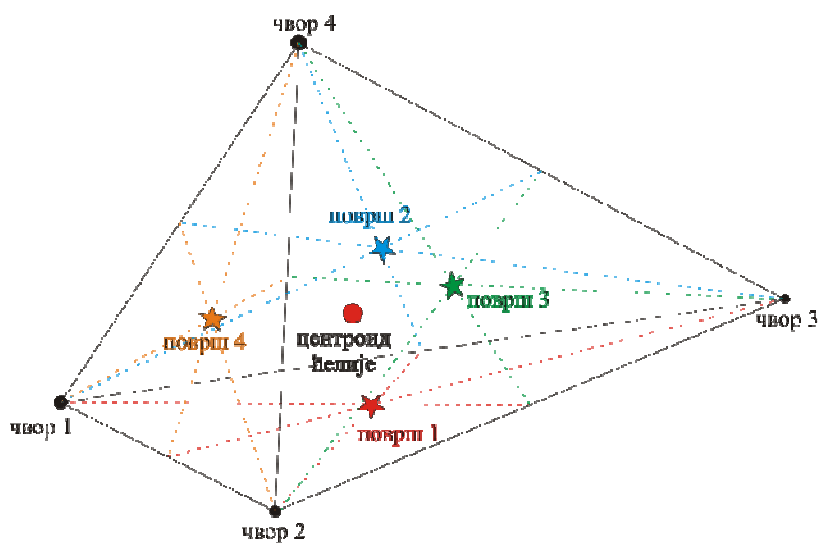
$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{n^f} \bar{V}_k \cdot S_k \cdot \bar{n}_{z,k}, \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial x} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{n^f} T_k \cdot S_k \cdot \bar{n}_{x,k}, \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial y} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{n^f} T_k \cdot S_k \cdot \bar{n}_{y,k}, \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial z} \cdot d\Omega = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{n^f} T_k \cdot S_k \cdot \bar{n}_{z,k}. \quad (3.54)$$

Након што су градијенти брзине израчунати у центрима ћелија, вискозна трења на површинама ћелије добијају се просеком вредности центра ћелије са вредностима суседних ћелија на заједничкој површини. За границе, с обзиром да градијенти брзина нису израчунати према непостојећим ћелијама, направљена је апроксимација, тако да су вредности градијената, које су израчунате за центроиде ћелија у близини границе, пројектовани на површину границе. Другим речима, вискозни чланови површине граница су вредности узете од непосредних центроида ћелија.



Слика 3.4. Тродимензионална прорачунска матрица за умножавање градијената брзине за центроид ћелије, [143]

3.4. Временска дискретизација

Једначина (3.24) може се написати као,

$$\Omega \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + R_i = 0, \text{ за } i = 1, 2, \dots, n^\#, \quad (3.55)$$

где је,

$$R_i = \sum_{j=1}^{n^f} \left((F - Q_x) n_x + (F - Q_y) n_y + (F - Q_z) n_z \right) \cdot \Delta S_i. \quad (3.56)$$

Величина R_i је остатак настао сумирањем флуксева кроз n^f површина прорачунске ћелије (четири тетраедарске, тј. шест хексаедарских). Овај систем једначина решен је интегралом по времену помоћу методе Рунге-Куте трећег реда у потпуном експлицитном облику, према Џејмсону[124], и гласи,

$$\begin{aligned} U_i^{(0)} &= U_i^{(n)}, \\ U_i^{(1)} &= U_i^{(n)} - \alpha_1 \Delta t R(U_i^{(0)}), \\ U_i^{(2)} &= U_i^{(n)} - \alpha_2 \Delta t R(U_i^{(1)}), \\ U_i^{(2)} &= U_i^{(n)} - \alpha_3 \Delta t R(U_i^{(2)}), \\ U_i^{(n+1)} &= U_i^{(3)}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Ова шема се користи за оба случаја, стационарних (енг. *steady state*) и нестационарних (енг. *unsteady* или енг. *time-accurate*) прорачуна. За нестационарне прорачуне, временски корак је изабран да буде општа константна вредност, која је минимална за све прорачунске ћелије. С друге стране, за стационарне прорачуне, просторна променљива са временским кораком се користи за убрзање конвергенције. Временски корак се рачуна за сваку прорачунску ћелију за просторно променљиву са временским кораком према,

$$\Delta t_i = \frac{CFL \cdot \Delta x_{\min,i}}{\bar{V}_i + a_i}. \quad (3.58)$$

Постоји неколико техника, које се примењују да се убрза конвергенција решења до стабилног стања. Прво, као што је објашњено у претходном пасусу, просторно променљиви временски корак се користи како би се елиминисао губитак брзине прорачуна, због употребе великих временских корака. Друго важно убрзање је употреба методе имплицитног поравнавања остатака (енг. *Implicit residual smoothing*).

Имплицитно поравнавање остатака значи увођење додатног имплицитног израза, који настаје од имплицитног упросечавања остатака са суседним ћелијама, са циљем да се максимално дозвољено повећа Курантов број (енг. *CFL, Courant Fridrich Levy*) и брзина конвергенције решења. По овој методи, могу да се користе већи временски кораци, који ће убрзати конвергенцију решења.

Једноставно речено, програмско решење ради на великим, највероватније нестабилним Курантовим бројевима, те се стабилност добија поравнавањем (углачавањем) остатака посредним начином (имплицитно). Ако решење конвергира, имплицитно поравнавање остатака не мења резултат.

У циљу спречавања губитка временске тачности за нестационарна решења, Курантов број је узет да буде мањи од 1,0 за покретне елементе прорачуна и имплицитно поравнавање остатака се не користи.

3.5. Модели турбуленције

За потребе модела струјања у равни коришћени су модели турбуленције Спалар Алмарас са једном једначином и модел $k - \varepsilon$ RNG, [32-38].

За потребе модела струјања око тродимензионалног модела пројектила у раду су коришћени комплексни модели турбуленције. За потребе стационарног случаја струјања у истраживању коришћени су транспортни $k - \omega$ модел базиран на Вилкоксовом $k - \omega$ моделу, као и прелазни $k - kl - \omega$ модел. За потребе нестационарног случаја струјања коришћени су и LES (енг. Large Eddy Simulation) модел и DES (енг. Detached Eddy Simulation) модел, за одређени број случајева струјања, [32-38].

3.5.1. Модел турбуленције Спаларт Алмарас

Модел турбуленције Спаларт-Алмарас са једном једначином је коришћен у овом истраживању за равански проблем струјања и симулација. Модел турбуленције Спаларт-Алмарас [204] је релативно једноставан модел са једном једначином, који решава моделовану прелазну једначину кинематског коефицијента вискозности за вртлог - турбуленцију. Посебно је дизајнирана за ваздухопловну примену код случајева са струјањем преко препреке и показало се да даје добре резултате за граничне слојеве изложене неповољним градијентима притиска.

Диференцијална једначина изведена је "коришћењем емпиризма и аргумената димензионалне анализе, Галилејеве инваријансе и изабране зависности од молекуларне вискозности" [204]. Гуијен и др. [205] наводе да Спаларт-Алмарас модел турбуленције са једном једначином не захтева резолуцију мреже већу од оне која је довољно осетљива на градијенте брзине поља заснована на алгебарским моделима.

Преносна променљива у моделу Спаларт-Алмарас $\tilde{\nu}$ је идентична турбулентној кинематској вискозности осим у подручју близу препреке (вискозно подручје). Једначина за преносну променљиву $\tilde{\nu}$ је,

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \tilde{\nu} = C_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left[\nabla \cdot \{ (\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu} \} + C_{b2} \nabla \tilde{\nu} \nabla \tilde{\nu} \right] - \left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2, \quad (3.59)$$

где изрази на десној страни представљају производ вртложне турбулентне вискозности, дифузије и израза за деструкцију вискозности у близини препреке, респективно. Вредности $\sigma = \frac{2}{3}$,

$C_{b1} = 0,1355$, $C_{b2} = 0,622$, $\kappa = 0,4187$ и $C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma} = 3,2059$ су константе, d је минимална удаљеност од препреке и то је молекуларна кинематска вискозност, [32, 33,36].

Турбулентна вискозност се дефинише као,

$$\mu_{turb} = \rho \tilde{\nu} f_{\nu 1}, \quad (3.60)$$

где је $f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu 1}^3}$ вискозна пригушна функција, а $\chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$ и $C_{\nu 1} = 7,1$ су константни изрази.

Интензитет брзине вртложног струјања (енг. *vorticity magnitude*) S , која се појављује у изразу за производ турбуленције је модификована тако да \tilde{S} одржава њен дневник понашања по слојевима [205],

$$\tilde{S} = S f_{\nu 3}(\chi) + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{\nu 2}(\chi), \quad (3.61)$$

где су,

$$f_{v2}(\chi) = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad \text{и} \quad (3.62)$$

$$f_{v3} = 1. \quad (3.63)$$

Измењене облике функција $f_{v2}(\chi)$ и $f_{v3}(\chi)$ увео је Спаларт у циљу елиминисања лоше конвергенције преостале турбуленције, посебно код нових додатака (енг. *near reattachment*),

$$f_{v2}(\chi) = \left(1 + \frac{\chi}{C_{v2}}\right)^{-3}, \quad (3.64)$$

$$f_{v3}(\chi) = \frac{(1 + \chi f_{v1})(1 - \chi f_{v2}(\chi))}{\chi}. \quad (3.65)$$

Према [205] наводи се да ови облици функција $f_{v2}(\chi)$ и $f_{v3}(\chi)$ утичу на промену природног ламинарно-турбулентног прелазног слоја Спаларт-Алмарас турбулентног модела.

Функција f_{t2} је уведена у изразе за настајање и нестајање, са циљем да оствари $\tilde{v} = 0$ стабилно решење линеаризованог проблема, [205]. Овај члан не дозвољава повећање вртложне вискозности у регионима, где она има вредност која одговара половини ламинарне вискозности, [207],

$$f_{t2} = C_{t3} \exp(-C_{t4} \cdot \chi^2), \quad (3.66)$$

где су $C_{t3} = 1,3$ и $C_{t4} = 0,5$ константе.

Продукција вртложне вискозности се односи на вртложност – вртложну брзину [207]. Израз S је скаларна мера деформације тензора, који се заснива на величини вртложне брзине,

$$S = |\vec{S}| = |2 \cdot \Omega_{ij}| \quad \text{и} \quad (3.67)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \vec{k} \right], \quad (3.68)$$

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2}. \quad (3.69)$$

Једначина (3.69) у дводимензионалном домену има следећи облик,

$$S = \left| \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right|. \quad (3.70)$$

У раду [207], наводи се да се у граничном слоју ефекат блокирања препреке на растојању изражава преко израза за притисак, који делује као главни члан за поништавање Рејнолдсовог трења смицања. У циљу добијања бржег понашања за пригушење деструкције у спољном делу граничног слоја, користи се функција f_w ,

$$f_w = g \left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad (3.71)$$

где је ,

$$g = r + C_{w2} (r^6 - r), \quad (3.72)$$

где је r карактеристична дужина,

$$r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}, \quad (3.73)$$

и $C_{w2} = 0,3$ и $C_{w3} = 2,0$ су константе, [32, 38].

У циљу прилагођавања једначине (3.59) у интегрални облик, примењује се теорема дивергенција на конзервативним и дифузивним деловима једначине. Члан продукције, члан деструкције и део члана дифузије, који су искључени из површинског интеграла, остављени су као изворни чланови интегралног облика једначине,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \tilde{v} d\Omega + \oint_S \tilde{v} \vec{V} \cdot \vec{n} dS - \oint_S \frac{1}{\sigma} (\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{v} \cdot \vec{n} dS = \\ & = \int_{\Omega} \left(C_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{v} + \frac{C_{b2}}{\sigma} \nabla \nu \nabla \tilde{v} - \left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \right) \cdot d\Omega. \end{aligned} \quad (3.74)$$

Бездимензионални облик једначина, у које је укључен модел опструјавања покретних тела према произвољном Лагранж - Ојлеровом моделу (енг. *Arbitrary Lagrange Eulerian – ALE*), [32, 38, 189,190,195,200-203] сада изгледа као,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \tilde{v} d\Omega + \oint_S \tilde{v} (\vec{V} - \vec{V}_{CV}) \cdot \vec{n} dS - \oint_S \frac{\text{Ma}_{\infty}}{\text{Re}_{\infty}} \frac{1}{\sigma} (\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{v} \cdot \vec{n} dS = \\ & = \int_{\Omega} \left(C_{b1} (1 - f_{t2}) \left(S f_{v3}(\chi) + \frac{\text{Ma}_{\infty}}{\text{Re}_{\infty}} \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} + f_{v2}(\chi) \right) \right) \cdot \tilde{v} d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} \frac{\text{Ma}_{\infty}}{\text{Re}_{\infty}} \left(\frac{C_{b2}}{\sigma} \nabla \nu \nabla \tilde{v} - \left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \right) \cdot d\Omega. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Треба имати на уму да, као и код једначине одржања, брзина прорачунске мреже је уведена само у конвективном изразу.

Посебна пажња је посвећена члану f_w који има димензионални члан r унутар себе. Овај члан је нормализован („раздимензиониран“) на следећи начин,

$$r = \frac{\text{Ma}_{\infty}}{\text{Re}_{\infty}} \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}, \quad (3.76)$$

где су сви чланови у овој једначини претходно нормализовани.

Интегрални компактни облик једначине (3.75), који је погодан за нумеричке прорачуне, дат је изразом,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{U}_{turb} d\Omega + \oint_S (\vec{F}_{turb,convective} - \vec{F}_{turb,diffusive}) \cdot d\vec{S} = \int_{\Omega} \vec{Q}_{turb} d\Omega, \quad (3.77)$$

где је вектор колона \vec{U}_{turb} представља пасивни скаларни вектор за радну променљиву \tilde{v} , вектор колона \vec{F}_{turb} представља чланове конвективног и дифузионог флукса и вектор колона \vec{Q} представља изворни члан,

$$\vec{U}_{turb} = |\tilde{v}|, \quad (3.78)$$

$$\vec{F}_{turb,convective} = \left| \tilde{v} (\vec{V} - \vec{V}_{CV}) \right|, \quad (3.79)$$

$$\vec{F}_{turb,diffusive} = \left| \frac{\text{Ma}_{\infty}}{\text{Re}_{\infty}} \frac{1}{\sigma} (\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{v} \right|, \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{turb} = & C_{b1} (1 - f_{t2}) \left(Sf_{v3}(\chi) + \frac{Ma_\infty}{Re_\infty} \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} + f_{v2}(\chi) \right) \cdot \tilde{v} + \\ & + \frac{Ma_\infty}{Re_\infty} \left(\frac{C_{b2}}{\sigma} \nabla \cdot \nabla \tilde{v} - \left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (3.81)$$

Бездимензионални интегрални облик преносне једначине (3.75) решен је одвојено од струјних једначина конзервације. За просторну дискретизацију конзервативног дела једначине (3.79), коришћена је HLLC апроксимација Римановог програма за нумеричко решавање, [157,221], применом турбулентне радне променљиве \tilde{v} као пасивног скалара у изразу, према [157]. Површински просек вредности струјних конзервативних променљивих се рачуна користећи исти израз дат у Роовој узструјној шеми, једначине (3.29) до (3.34). Површински просек вредности за пасивну скаларну турбулентну радну променљиву \tilde{v} за леву и десну страну се изражава према,

$$U_{turb,face,L/R} = \rho_{L/R} \left(\frac{S_{L/R} - u_{L/R}}{S_{L/R} - S_{face}} \right) \tilde{v}_{L/R}. \quad (3.81)$$

Члан флукса HLLC за површину хелије између хелија, дефинише се као,

$$F_{turb,convective,face} = \begin{cases} F_{turb,L} & \forall \quad 0 \leq S_L \\ F_{turb,L} + S_L (U_{turb,face,L} - \tilde{v}_L) & \forall \quad S_L \leq 0 \leq S_{face} \\ F_{turb,R} + S_R (U_{turb,face,R} - \tilde{v}_R) & \forall \quad S_{face} \leq 0 \leq S_R \\ F_{turb,R} & \forall \quad 0 \geq S_R \end{cases}, \quad (3.82)$$

где је S таласна брзина.

Дифузиони део једначине је решен коришћењем исте методе описане у одељку 3.3.2, коришћене за израчунавање вискозних флуксава.

Рунге-Кутова експлицитна шема трећег реда прилагођена је за временске дискретизације.

Прираст турбуленције се смањује до вредности вискозних тензора трења и чланова провођења топлоте, као што је наведено у једначинама (3.13) до (3.18) и (3.19) до (3.21).

3.5.2. Преносни смицајни $k - \omega$ модел турбуленције

Преносни смицајни $k - \omega$ модел (енг. *Shear-Stress Transport $k - \omega$ модел*, скраћено SST $k - \omega$ модел) развио је Ментер [32,33,38,125,126], да би ефикасно побољшао снагу и прецизност $k - \omega$ модела, [32,33,38,125] у области у околини препреке независно од $k - \omega$ модела слободне струје у непоремећеном пољу. Да би се то постигло, извршена је трансформација $k - \epsilon$ модела, [32,33,38,125,126,166] у облик $k - \omega$ модела. Модел SST $k - \omega$ је сличан стандардном $k - \omega$ моделу, са следећим изменама:

- Стандардни $k - \omega$ модел и трансформисани $k - \epsilon$ модел су помножени хибридном интерполационом функцијом (енг. *Blending function*) и међусобно сабрани. Хибридна интерполациона функција има вредност јединице у непосредној околини препреке, при чему активира стандардни $k - \omega$ модел и вредност нула у области удаљеној од површине препреке, при чему се активира трансформисани $k - \epsilon$ модел.
- У SST $k - \omega$ моделу је у једначини за ω укључен израз за пригушни попречно-дифузивни дериватив.
- Дефиниција турбулентне вискозности је промењена да би узела у обзир пренос турбулентног смицања.
- Константе у моделу су другачије.

Наведене измене чине SST $k - \omega$ модел тачнијим и поузданијим за примену у ширем опсегу струјања (нпр. Струјања са неповољним градијентом притиска, аерографи, околосвучни ударни таласи) у односу на стандардни $k - \omega$ модел.

3.5.3. Преносне једначине SST $k - \omega$ модела

Модел SST $k - \omega$ има сличну форму као и стандардни $k - \omega$ модел, [32,38,125],

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k, \text{ и} \quad (3.83)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega. \quad (3.84)$$

У овим једначинама, \tilde{G}_k представља формирање кинетичке енергије турбуленције због средње вредности градијената брзине израчунатих из G_k , према једначини продукције кинетичке енергије турбуленције, [32,38,125]. Величина G_ω представља формирање брзине дисипације турбуленције ω , која је одређена према једначинама стандардног $k - \omega$ модела, [32,38,125]. Величине Γ_k и Γ_ω представљају ефективну дифузивност k и ω , респективно, које ће бити описане у наставку. Величине Y_k и Y_ω представљају дисипацију k и ω , због турбуленције, према [32,38,125]. Величина D_ω представља попречни дифузиони израз, према [32,38,125]. Величине S_k и S_ω представљају корисничке изразе, [32,38,125].

3.5.4. Модел ефективне дифузивности

За SST $k - \omega$ модел ефективне дифузивности је представљен следећим изразима,

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad (3.85)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad (3.86)$$

где су σ_k и σ_ω турбулентни Прантлови бројеви за k и ω , респективно. Турбулентна вискозност μ_t се одређује према,

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]}, \quad (3.87)$$

где је S величина брзине напрезања и

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1-F_1)/\sigma_{k,2}}, \quad (3.88)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1-F_1)/\sigma_{\omega,2}}, \quad (3.89)$$

и при чему је величина α^* дефинисана према [32,38,125]. Хибридне интерполационе функције F_1 и F_2 су дате следећим изразима,

$$F_1 = \text{tgh}(\Phi_1^4), \quad (3.90)$$

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right], \quad (3.91)$$

$$D_\omega^+ = \max \left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right], \quad (3.92)$$

$$F_2 = \text{tgh}(\Phi_2^2), \quad (3.93)$$

$$\Phi_2 = \max\left[2\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right], \quad (3.94)$$

где је y растојање до следеће површине и D_ω^+ је позитивни део попречног дифузивног израза, према [32,38,125].

3.5.5. Модел продукције турбуленције

Израз \tilde{G}_k представља продукцију кинетичке енергије турбуленције и дефинише се са,

$$\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^*k\omega), \quad (3.95)$$

где је G_k дефинисан на исти начин као код стандардног $k-\omega$ модела, [32,38].

Израз \tilde{G}_ω представља продукцију брзине дисипације ω и дат је,

$$\tilde{G}_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_k. \quad (3.96)$$

Овај израз се разликује у односу на стандардни $k-\omega$ модел. Разлике у моделима постоје у односу на начин одређивања величине α_∞ . У стандардном $k-\omega$ моделу α_∞ је константна вредност 0,52. У *SST* $k-\omega$ моделу, она је дефинисана према следећем,

$$\alpha_\infty = F_1\alpha_{\infty,1} + (1-F_1)\alpha_{\infty,2}, \quad (3.97)$$

где су,

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{w,1}\sqrt{\beta_\infty^*}}, \quad (3.98)$$

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{w,2}\sqrt{\beta_\infty^*}}, \quad (3.99)$$

где је $\kappa = 0,41$, [32].

3.5.6. Модел дисипације турбуленције

Израз Y_k представља дисипацију кинетичке енергије турбуленције и дефинисан је на сличан начин као и за стандардни $k-\omega$ модел, [32,38]. Разлика се огледа у начину одређивања f_{β^*} израза. Док је стандардном моделу f_{β^*} дефинисан као функција по деловима (енг. *piecewise function*), у *SST* $k-\omega$ моделу, f_{β^*} је константа једнака јединици, тако да је,

$$Y_k = \rho\beta^*k\omega. \quad (3.100)$$

Израз Y_ω представља дисипацију ω и дефинисан је на сличан начин као и за стандардни $k-\omega$ модел, [32]. Разлика се огледа у начину одређивања β_i и f_β израза. Стандардним моделом β_i је дефинисан као константна вредност (0,072), а f_β је функција према [32]. По *SST* $k-\omega$ моделу, f_β је константа једнака јединици, тако да је,

$$Y_\omega = \rho\beta\omega^2. \quad (3.101)$$

Уместо константне вредности дат је израз за β_i према,

$$\beta_i = F_1\beta_{i,1} + (1-F_1)\beta_{i,2}, \quad (3.102)$$

при чему је функција F_1 дата са (3.90).

3.5.7. Попречна дифузивна модификација

Модел $SST\ k - \omega$ је заснован на стандардном $k - \omega$ моделу и $k - \varepsilon$ моделу. Ради међусобне комбинације ова два модела, једначине $k - \varepsilon$ модел су трансформисане у односу на k и ω , што је довело до увођења попречно-дифузивног израза у једначини (3.84). Попречно-дифузивни израз је дат следећим изразом,

$$D_\omega = 2(1 - F_1)\rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (3.103)$$

Према $SST\ k - \omega$ моделу дефинисане су следеће константе, [32,125],

$$\sigma_{k,1} = 1,176, \sigma_{\omega,1} = 2,0, \sigma_{k,2} = 1,0 \text{ и } \sigma_{\omega,2} = 1,168.$$

$$a_1 = 0,31, \beta_{i,1} = 0,075 \text{ и } \beta_{i,2} = 0,0828.$$

Остале константе су истих вредности као у стандардном $k - \omega$ моделу, [32,38] и то,

$$\alpha_\infty^* = 1, \alpha_0 = 1/9, \alpha_\infty = 0,52, \beta_\infty^* = 0,09, R_\beta = 8, R_k = 6, R_\omega = 2,95, \zeta^* = 1,5 \text{ и } M_{t0} = 0,25.$$

3.5.8. Пригушење турбуленције

При струјању преко глатких површина, велики градијент брзине резултује генерисање високе турбуленције, у оба нивоа слоја. Према томе, моделу је потребно пригушење турбуленције на међусобној површини да би струјања била коректна.

Пригушење турбуленције једино постоји у $k - \omega$ моделу. Следећи израз је додат изворној једначини за ω , према [32,38,128],

$$S_i = A_i \Delta n \beta \rho_i \left(\frac{B \mu_i}{\beta \rho_i \Delta n^2} \right)^2, \quad (3.104)$$

где су,

A_i – густина заједничке површине i -тог слоја,

Δn – висина ћелије нормално на заједничку површину,

$\beta = 0,075$ – специфични коефицијент деструкционог израза $k - \omega$ модела,

B – фактор пригушења,

μ_i – вискозност i -тог слоја и

ρ_i – густина i -тог слоја.

Густина међусобне површине i -тог слоја се одређује према,

$$A_i = 2,0 \alpha_i |\nabla \alpha_i|, \quad (3.105)$$

где су α_i делић запремине i -тог слоја, а $|\nabla \alpha_i|$ интензитет градијента делића запремине.

Величина мреже Δn је одређена интерно, на основу димензија и облика прорачунске мреже. Вредност фактора пригушења B се подешава непосредно при прорачуну у самом моделу вискозности, што је дату у поглављу прорачуна струјања симулацијама прорачунске динамике флуида. Предефинисана вредност фактора пригушења је 10, [32,38,125].

3.6. Гранични услови

Гранични услови су примењени на основу идеје о привидним ћелијама на границама прорачунског домена. Врсте граничних услова примењених у решавању дате су и представљене у складу са програмским решењем коришћеним за прорачун струјања, [32,38,145,146].

3.6.1. Гранични услов удаљеног поља

Услову удаљеног граничног поља (енг. *Far Field Boundary Condition*) за спољашња струјања одговарају карактеристичне Риманове инваријанте за долазеће и одлазеће таласе, дате једначинама (3.106) и (3.107), који се крећу у карактеристичним правцима, а који су дефинисани као нормале на граници, према [32,38,128, 129],

$$R^+ = \vec{U}_{\text{int}} \cdot \vec{n} + \frac{2a_{\text{int}}}{\kappa - 1}, \quad (3.106)$$

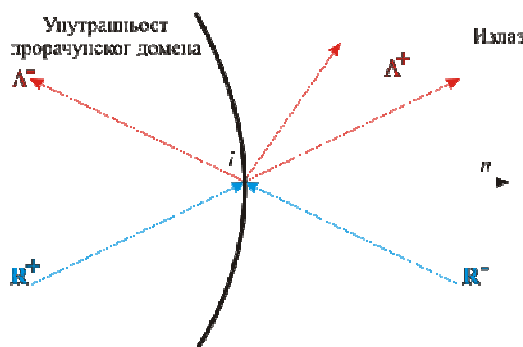
$$R^- = \vec{U}_{\infty} \cdot \vec{n} - \frac{2a_{\infty}}{\kappa - 1}. \quad (3.107)$$

Инваријанте су искоришћене да се одреди локално нормална компонента брзине и брзине звука, једначине (3.108) и (3.109). На овај начин подзвучно - надзвучни улазни и подзвучно - надзвучни излазни гранични услови одређени су истовремено према карактеристичним правцима,

$$\vec{U} \cdot \vec{n} = \frac{1}{2} [R^+ + R^-], \quad (3.108)$$

$$c = \frac{\kappa - 1}{4} [R^+ + R^-]. \quad (3.109)$$

Десно оријентисани и лево оријентисани таласи и Риманове инваријанте су приказани на слици 3.5, за подзвучни режим струјања на улазу односно излазу.



Слика 3.5. Илустрација десно и лево оријентисаних таласа и Риманових инваријанти, [143]

Густина се израчунава из односа ентропије, а притисак према једначини стања идеалног гаса, помоћу квадрата брзине звука, [32,38,125].

У истраживању [135] наводи се да таква метода правилно одређује пропацију таласа за удаљено поље, која је од значаја за брзину конвергенције и служи као нерелефтујући гранични услов за нестационарне примене.

За покретне граничне проблеме, као што је наведено, цео рачунски домен ротира уместо деформације мреже. Како су гранични услови удаљеног поља одређени коришћењем пропације таласа у карактеристичним правцима, померање мреже неће утицати на резултате на удаљеном пољу. При сваком временском кораку вредности удаљеног поља се добијају при специфичним условима. Али је потребно да удаљено поље буде сигурно довољно удаљено од покретног тела, тако да она нису под утицајем кретања препреке.

3.6.2. Гранични услов препреке

Вискозни гранични услов намеће услов да нема проклизавања струјања, нема градијента притиска, као и одговарајући услов преноса топлоте (адијабатска или константна температура) у

зони границе (површине зида – препреке). Услов без клизања може укључити брзину ако се зид креће. У примени овог граничног услова, негативан предзнак вредности централне компоненте брзине површине ћелије се додељује суседној привидној ћелији. Такође, компоненте брзине изричито су постављене на нулу на граничним површинама непокретног зида. Вредности притиска и густине за привидне ћелије су једнаке вредностима у суседној ћелији унутар домена.

Гранични услов невискозности на зиду намеће тангентност протока у граничној зони (површина препреке) задржавајући исту укупну брзину као тачка у близини границе. Једино је компонента брзине привидне ћелије нормална на површину додељена као негативна вредности одговарајуће ћелије. На овај начин, постигнута је тангентност протока на препреци. На граници препреке са леве и десне стране постављени су једнаки услови, тако да не постоји пренос масе и енергије кроз ове површине, с тим да постоји једино флукс притиска.

Гранични услов покретне препреке омогућава примену тангенцијалне брзине на препреку без клизања, како би се моделирало ротационо кретање тела. Одговарајућим поступком за покретне границе извршена је примена на релативну брзину, као што је објашњено за стационарне препреке, према [192,230]. Хирш [125] и Торо [157] предложили су следећи начин за одређивање компоненте брзине нормалне на границу чврсте препреке, која се креће одређеном брзином,

$$u_{ghost\ cell} = -(u_i - 2 \cdot u_{CV}), \rho_{ghost\ cell} = \rho_i, P_{ghost\ cell} = P_i. \quad (3.110)$$

Гранични услови препреке за модел $SST\ k - \omega$, се односе на k једначину модела, који се третира на исти начин као код k једначине модела $k - \epsilon$, код кога је употребљен поступак унапређеног приступа препреци (енг. *Enhanced Wall Treatments*), [32,38,166]. Ово значи да ће сви гранични услови делова мреже са функцијом препреке одговарати поступку са функцијом препреке, док ће деловима уситњене мреже, бити додељени гранични услови са одговарајућим вредностима мањих Рејнолдсових бројева.

Према [32,38,166], вредност дисипације ω је дефинисана на следећи начин,

$$\omega_w = \frac{\rho(u^*)^2}{\mu} \omega^+. \quad (3.111)$$

Следећим изразима су дата аналитичка решења, за ламинарни подслој,

$$\omega^+ = \frac{6}{\beta_i (y^+)^2}, \quad (3.112)$$

и за турбулентни (логаритамски) регион,

$$\omega^+ = \frac{1}{\sqrt{\beta_\infty^*}} \frac{du_{turb}^+}{dy^+}. \quad (3.113)$$

Према томе, на основу карактеристика прорачунске мреже, за ω -једначину се примењује начин третирања препреке, тако да се аутоматски пребацује формулација вискозног подслоја на функцију препреке. Овакав начин избора је оптимизован коришћењем Куетовог струјања да би се постигла независност решења вредности трења површинског слоја и проводљивости топлоте препреке од прорачунске мреже, [32,38,125].

3.6.3 Гранични услов симетрије

Гранични услов симетрије је исти као услов који је дефинисан за гранични услов невискозне препреке. То је једноставно непробојни гранични услов, [32,38].

Тангенс струјања у граничној зони (површина препреке) је примењен уз одржавање исте укупне брзине као у тачки, која је у непосредној близини границе.

3.6.4 Гранични услов модела турбуленције

На површинама без клизања, радна променљива \tilde{v} је постављена на нулу, [32]. За површине са тангентним протоком, односно за граничне услове симетрије, примењују се нулти

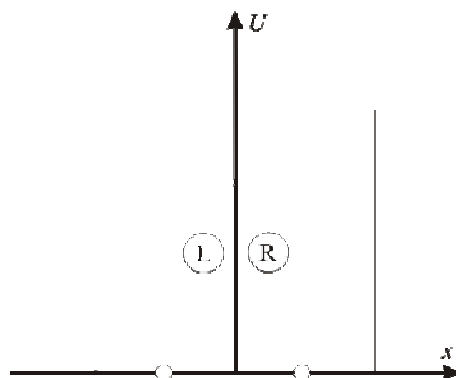
градијенти радне променљиве. За граничне услове удаљеног поља, прво се врши провера да ли је у питању прилив или одлив, а затим се радној променљивој додељује вредност, $\tilde{v} = 1,0$ за случај границе са приливом, која одговара турбулентној кинематској вискозности слободне струје од $v_t = 0,02786$. За случај границе са одливом вредност \tilde{v} је екстраполирана на основу услова из унутрашњости прорачунске мреже. За почетну вредност \tilde{v} је узета вредност из слободне струје.

3.7. Систем основних једначина са угаоним кретањем

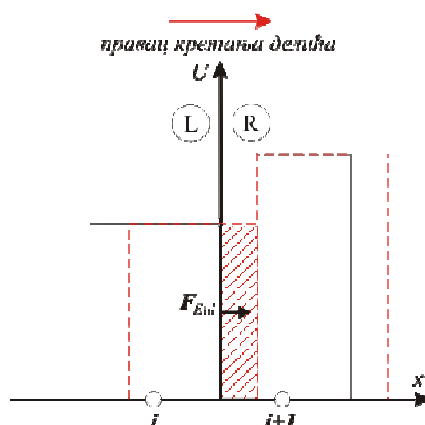
3.7.1. Примена ротационог кретања на систем основних једначина

Ради увођења ротационог кретања у систем једначина струјања, потребно је да се користи произвољан Лагранж-Ојлеров (ПЛО, енг. *Arbitrary Lagrange Eulerian formulation - ALE*) модел једначина. Према овом моделу, прорачунска мрежа се помера у било ком правцу са брзином различитом од брзине струје. Добијене бездимензионе основне једначине су дате једначинама (3.1) до (3.22). Физичка интерпретација ових једначина ће бити објашњена у наредном делу рада, [200-203].

На слици 3.6 је дат приказ расподеле првог реда вектора стања у контролној запремини и дисконтинуалне варијације на граници ћелије. Струјање флуида и кретање границе се третирају одвојено. Прво се разматра само струјање. Слика 3.7 приказује струјање преко покретне граничне ћелије између i -те и $i+1$ -ве контролне запремине.



Слика 3.6. Једнодимензионални приказ коначне запремине првог реда, [143,200]



Слика 3.7. Кретање флуида кроз граничну ћелију, [143,150]

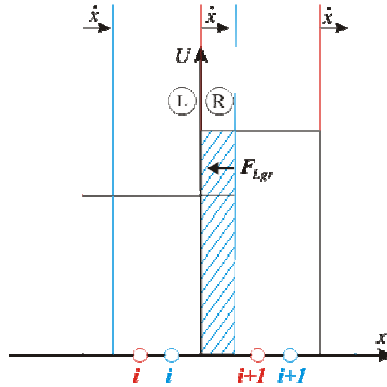
Ојлеров вектор флукса $F_{Eul}(U)$ који пролази кроз граничну ћелију за једнодимензиони случај према Роу [150, 151] је,

$$F_{Eul}(U) = F_{L,Eul}(U) + \sum_j \alpha_j \Lambda_{Eul}^- R^{(j)}, \quad (3.114)$$

$$F_{L,Eul} = \begin{bmatrix} \rho_L u_L \\ \rho_L u_L u_L + p \\ (\rho_L E_L + p) u_L \end{bmatrix}, \quad (3.115)$$

и вектор својствених вредности Λ_{Eul}^- ,

$$\Lambda_{Eul}^- = \begin{bmatrix} u - a \\ u \\ u + a \end{bmatrix}. \quad (3.116)$$



Слика 3.8. Кретање граничне ћелије у односу на непокретни флуид, [143]

На слици 3.8 је представљено да се граница помера брзином \dot{x} удесно, а сматра се да је флуид непокретан. Лагранжов флукс вектор $F_{Lgr}(U)$ пролази кроз границу ћелије, а у супротном смеру је,

$$F_{Lgr}(U) = F_{L,Lgr}(U) + F_{Lgr}(\Delta U), \quad (3.117)$$

где је,

$$F_{L,Lgr} = \begin{bmatrix} \rho_L \\ \rho_L u_L \\ \rho_L E_L \end{bmatrix} \cdot \dot{x}, \quad (3.118)$$

$$F_{Lgr}(\Delta U) = \begin{bmatrix} \Delta \rho \\ \Delta(\rho u) \\ \Delta(\rho E) \end{bmatrix} \cdot \dot{x}, \quad (3.119)$$

$$\Delta \rho = \rho_R - \rho_L, \quad (3.120)$$

$$\Delta(\rho u) = (\rho u)_R - (\rho u)_L, \quad (3.121)$$

$$\Delta(\rho E) = (\rho E)_R - (\rho E)_L. \quad (3.122)$$

Након одговарајућег поједностављења, мрежни флукс кроз граничну ћелију постаје,

$$F_{ALE}(U_{rel}) = F_{Eul}(U) - F_{Lgr}(U), \quad (3.123)$$

$$F_{ALE}(U_{rel}) = F_{L,ALE}(U) + \sum_j \alpha_j \Lambda_{ALE}^- R^{(j)}, \quad (3.124)$$

где је Λ_{ALE}^- ,

$$\Lambda_{ALE}^- = \begin{bmatrix} u - a - \dot{x} \\ u - \dot{x} \\ u + a - \dot{x} \end{bmatrix}, \quad (3.125)$$

$$F_{L,ALE} = \begin{bmatrix} \rho_L (u_L - \dot{x}) \\ \rho_L u_L (u_L - \dot{x}) + p \\ (\rho_L E_L + p)(u_L - \dot{x}) + \dot{x}p \end{bmatrix}. \quad (3.126)$$

Наведена нумеричка дискретизација према Роу [150, 151] за покретне границе важи за претходно изведена тродимензионалну основну једначину.

Са физичког аспекта, кретање прорачунске мреже утиче само на конвективне променљиве. Као што је претходно приказано, за израчунавање нових конвективних чланова и својствених вредности, потребно је одредити брзину \vec{V}_{CV} површине контролне запремине. Истраживања [192,193] наводе да се за деформабилне мреже, укупан запремински прираштај састоји од елементарних повећања дуж сваке од површина. Сходно томе, релевантна брзина површина, повезана са овим површинским прираштајем запремине $\Delta\Omega$, током временског корака Δt дефинисана је према,

$$\vec{V}_{CV} = \frac{\Delta\Omega}{S\Delta t}. \quad (3.127)$$

Истраживање [192,193] се завршава са једноставним експлицитним приступом коначних запремина, са напоменом да се мрежа деформише,

$$U^{n+1} = \frac{\Omega^n}{\Omega^{n+1}} \left(U^n + \frac{\Delta t}{\Omega^n} \sum_k F_{ALE,k} (U_{rel}) S_k \right). \quad (3.128)$$

Ова претпоставка је иста као и за представљени случај, с тим да мрежа није деформисана. Када се запремина не мења, горња једначина се своди на,

$$(U^{n+1} - U^n) \Omega = \Delta t \sum_k F_{ALE,k} (U_{rel}) S_k. \quad (3.129)$$

У овом истраживању, прорачунски домен ротира при сваком временском кораку без деформације прорачунске ћелије. Другим речима, мрежа остаје недеформисана и прати кретање тела. За недеформисане контролне запремине, површински прираштаји запремине сумирају се до нуле. Дакле, употреба флукса вектора и својствених вредности, изведених на почетку овог поглавља, обезбеђује испуњење закона геометријске конзервације. Баракос и др. [137] такође наводе да не постоји потреба да се употреби било који закон геометријске конзервације у овом моделу.

Поједина даља истраживања и радови о закону геометријског одржања су извршена како би се избегло ширење грешке у решењима, због изостављања тих закона за будуће примене деформабилних мрежа.

Постоје две додатне једначине поред постављених физичких закона конзервације, равнотежа између релевантних геометријских параметара за непокретне или покретне мреже. Прва једначина поставља услов да запремине ћелија морају бити затворене сопственим површинама (Закон одржања површине). Друга наводи да запремински прираштај покретних ћелија мора бити једнак збиру промена дуж површина које затварају запремину (Закон одржања запремине). Нумеричка шема која не задовољава ове једначине производи грешке у струјним пољима. Нумеричко нарушавање закона одржања површине ће довести до погрешног представљања конвективних брзина, док нарушавање закона одржања запремине производи додатне изворе и поноре у физички конзервативној средини. Такође, нарушавање ових закона доводи до искључења ограничења у перформансама нумеричких програма за нумеричко решавање. Ови геометријски закони представљени су на следећи начин,

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t} - \oint_B \vec{V}_{CV} \cdot d\vec{S} = 0, \text{ за закон одржања запремине и} \quad (3.130)$$

$$\oint_B \vec{a} \cdot d\vec{S} = 0, \text{ за закон одржања површине,} \quad (3.131)$$

где је Ω запремина материјалне запремине, S је векторисана површина спољног нормалног смера и \vec{a} је произвољан правац.

Закон одржања запремине наводи да је прираштај запремине контролне ћелије током временског интервала једнак суми запреминских прираштаја дуж њених површина. Закон одржања површине дефинише да свака контрола ћелија мора бити затворена својим површинама.

Истраживачи у [192-194] су предложили метод, тзв. законе имплицитног геометријског одржања, како би били задовољени претходно наведени закони. Према њима, ако је почетни положај мреже и њено кретање једном постављен, запремине и површине имају довољно информација да, без употребе посебних закона, осим основне информације о геометрији, задовољавају геометријске законе одржања. Другим речима, тачно нумеричко израчунавање запремина и површина аутоматски задовољава законе одржања. По овој методи, нема потребе за решавање геометријских закона одржања истовремено са једначинама струјања. Они су имплицитно задовољени у свим нумеричким моделима независно од методе, која се користи.

Закон одржања површине је углавном задовољен за нумеричке моделе коначних запремина за дводимензионални случај, док је за случај просторног – тродимензионалног домена потребно посветити посебну пажњу. Начин одржавања закона одржања површине омогућава тачно одређивање вектора површина.

За задовољење закона одржања запремине потребно је тачно израчунавање запреминског прираштаја по површинама ћелије. То није велики проблем за дводимензионалне случајеве, док је за тродимензионалне домене потребно посебно обратити пажњу на раванске површине. Употребом неструктурисаних тетраедарских мрежа директно се решава овај проблем, јер ће резултантна површина, настала кретањем мреже, у овом случају сигурно имати равански карактер. Ово произилази из очигледне тврдње да три неколинеарне тачке дефинишу раван. Такође, директно израчунавање запремина и површина није рачунски захтевно за облик тетраедра.

Трепанијер и др. одговарајућим извођењем дају завршну једначину, са којом константном брзином површине се може апроксимирати израз за тачан површински прираштај, (3.127). Показано је да грешке оваквом апроксимацијом могу бити најмање другог реда.

Програм за нумеричко решавање са коначним запреминама, коришћен у овом истраживању, развијен је на основу чињеница да са физичког становишта, кретање мреже утиче само на конвективне флуксе, и са математичког становишта, кретање прорачунске мреже мења само својствене вредности Јакобијана. Такође, као што је раније наведено, у овом раду је коришћена недеформабилна прорачунска мрежа. Дакле, не постоји посебна потреба да се експлицитно задовоље геометријски закони одржања.

Брзина прорачунске мреже се једноставно одређује одузимањем положаја мреже након померања домена у односу на претходни положај, а затим дељењем резултата помака са задатим временским кораком (3.132), (3.133) и (3.134),

$$u_{cv,i} = \frac{x_i^{n+1} - x_i^n}{\Delta t}, \quad (3.132)$$

$$v_{cv,i} = \frac{y_i^{n+1} - y_i^n}{\Delta t}, \quad (3.133)$$

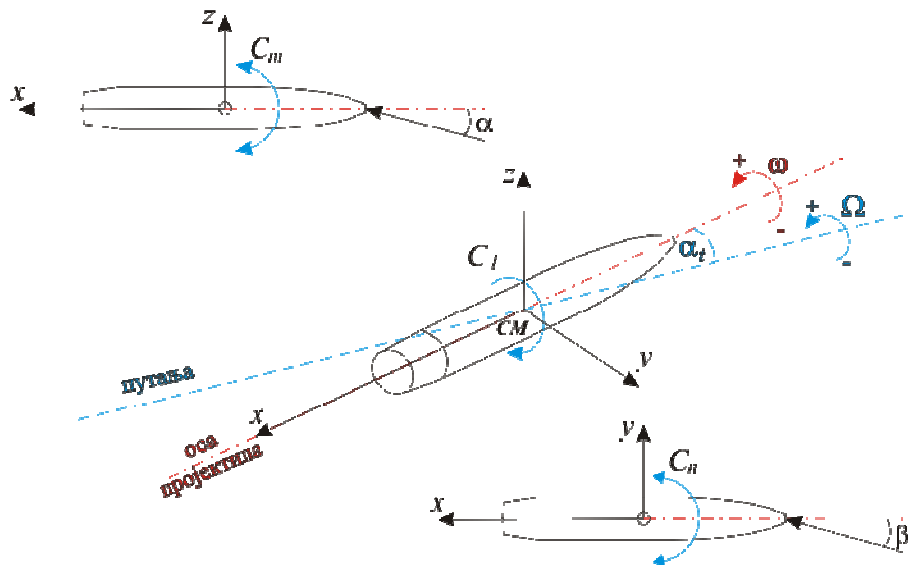
$$w_{cv,i} = \frac{z_i^{n+1} - z_i^n}{\Delta t}. \quad (3.134)$$

Одређивање положаја тачака прорачунске мреже услед ротационог кретања објашњено је у поглављу 3.7.

3.7.2. Кретање прорачунске мреже

При стабилном конусном кретању пројектила, уздужна оса пројектила врши ротацију константном угаоном брзином око линије паралелне са вектором брзине слободне струје и поклапа се са центром масе пројектила, док је оријентисана са константним углом у односу на вектор брзине слободне струје [39]. Пројектил такође може ротирати и око своје уздужне осе, слика 3.9.

Дакле, да би се извршила реална симулација кретања пројектила оба ротациона кретање се морају узети у обзир. Конусно кретање и ротациона угаона брзина су претпостављени аеробалистичком анализом. У односу на непокретни координатни систем, вертикална и хоризонтална компоненте нападаног угла α и β , варирају по периодичном закону у односу на ротационо кретање пројектила око вектора потенцијалне брзине. Углавном, укупни нападни угао, $\alpha_i = \sigma \approx \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ је константан.



Слика 3.9. Скица ротационог кретања пројектила, [39,143]

Ротационо кретање прорачунске мреже око пројектила, око осе пројектила и око вектора брзине слободне струје, може се извршити множењем једноставних матрица трансформација [208].

Примењени програм за нумеричко решавање поставља нападни угао α и угао клизања β иницијално ротирањем прорачунске мреже, прво са углом α , а затим са углом β , да би се глобална x -оса поклопила са осом путање. На овај начин, могуће је дати вектор брзине само у x -правцу који чини нумеричке прорачуне једноставнијим. Одговарајуће матрице трансформација су дате следећим једначинама,

$$[X'] = [X] \cdot [L_{z\beta}] \cdot [L_{y\alpha}], \quad (3.135)$$

где је,

$$[X] = \begin{bmatrix} x^n \\ y^n \\ z^n \end{bmatrix}, \quad (3.136)$$

почетни положај прорачунске мреже и,

$$[R_{z\beta}] = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.137)$$

$$[R_{y\alpha}] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (3.138)$$

Производ матрица (3.139) описује уздужно ротационо кретање и конусно кретања пројектила према датом редоследу. Ови матрични прорачуни се изводе за сваки временски корак нумеричких прорачуна у циљу симулације угаоног кретања пројектила.

Иницијално угаоно кретање пројектила је у односу на осе трајекторије због алгоритма програма за нумеричко решавање струјања. Због тога, ради ротације пројектила око своје осе, прво је потребно домен поставити у полазни положај (вратити уназад). Након што се изврши ротационо кретање око полазне глобалне x -осе, x -оса пројектила се поново поставља тако да се поклапа са осом трајекторије, ради конусног кретања око осе трајекторије. Матрице трансформација дате у једначини (3.139) представљају овај поступак,

$$[X''] = [X'] \cdot \left([L_{y\alpha}]^{-1} \cdot [L_{z\beta}]^{-1} \right) \cdot [L_{x\theta}] \cdot \left([L_{z\beta}] \cdot [L_{y\alpha}] \right) \cdot [L_{x\phi}], \quad (3.139)$$

где је,

$$[X''] = \begin{bmatrix} x^{n+1} \\ y^{n+1} \\ z^{n+1} \end{bmatrix}, \quad (3.140)$$

коначни положај прорачунске мреже после једног временског корака ротационог и конусног кретања.

Израз $\left([L_{y\alpha}]^{-1} \cdot [L_{z\beta}]^{-1} \right)$ у једначини (3.139) је инверзна матрица ротације у односу на померање осе тела назад у првобитни положај и израз за производ $[X'] \cdot \left([L_{y\alpha}]^{-1} \cdot [L_{z\beta}]^{-1} \right)$ је једнак полазном глобалном координатном систему.

Матрица ротације за ротацију тела око полазне глобалне x -осе, која се поклапа са осом тела под углом θ је,

$$[L_{x\theta}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \text{ где је } \theta = \omega \cdot \Delta t. \quad (3.141)$$

Матрица ротације за ротацију тела око нове глобалне x -оса која се поклапа са осом трајекторије под углом ϕ дата је изразом,

$$[L_{x\phi}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \text{ где је } \phi = \Omega \cdot \Delta t. \quad (3.142)$$

3.8. Рачунарски капацитети за програм нумеричког прорачуна струјања

Према претпостављеном проблему истраживања у претходном делу рада, а за представљене моделе струјања, моделе вискозности и турбуленције, и посебно за случај сложеног угаоног кретања пројектила при различитим режимима струјања, добијен је сложен математички систем једначина, тако да је број нумеричких прорачуна висок и врло интензиван, [168-172]. Према томе, за овако интензивне системе прорачуна је потребна посебна рачунарска архитектура, која би омогућила рад програма за нумерички прорачун струјања (прорачунска динамика флуида), и која захтева паралелан рад рачунарских процесора. Нумерички прорачуни динамике флуида, примењени на проблем аеродинамичког пројектовања, данас се најчешће ослањају на концепт паралелне процесорске симулације, јер се на тај начин омогућава решавање сложенијих аеродинамичких проблема, односно проблема на великом броју прорачунских ћелија. Рачунарска паралелна процесорска обрада представља истовремени рад великог броја рачунарских језгара на заједничком прорачуну, међусобно одговарајући повезаних у оквиру једне рачунарске конфигурације, односно више рачунарских конфигурација повезаних преко рачунарске мреже, одговарајућих капацитета (брзих и великих протока). Паралелни процесорски прорачуни захтевају посебно повезане рачунарске процесоре, односно рачунарске конфигурације, које на тај начин

омогућавају нумеричке прорачуне струјања за већи број ћелија (више од два милиона) и убрзавање процеса прорачуна, [230,231].

За потребе паралелног нумеричког прорачуна у задњих десетак година се у научно истраживачким и производним капацитетима у свету и код нас користе специјално дизајниране вишепроцесорске рачунарске конфигурације, са бројем процесорских језгара од неколико десетина, преко неколико стотина до око хиљаду процесорских језгара, уз велике сопствене капацитете како самих процесорских језгара, тако и радних меморија. Такође, могућа је примена, како локално постављене, тако и спољне тзв. кластерске мреже рачунарских процесора које омогућавају интензивне нумеричке прорачуне. У саставу Војне академије није било оваквих капацитета. За потребе својих истраживања у саставу сектора ВТИ, развијен је самосталан паралелно повезан рачунарски концепт за нумеричке прорачуне од десет конвенционалних рачунара међусобно повезаних одређеном рачунарском мрежом. Овај рачунарски концепт за потребе нумеричких прорачуна омогућава одређено рачунарско убрзање прорачуна до око пет паралелно ангажованих рачунарских конфигурација.

За потребе овог рада, у склопу могућности катедре Војномашинског инжењерства, током задњих пар година, извршен је покушај имплементације неколико рачунарских конфигурација у оквиру посебног кабинета са расположивом рачунарском мрежом ради концепта паралелне процесорске обраде за потребе интензивних нумеричких прорачуна. С обзиром на велике захтеве овог концепта и недостатке везане за материјалну и стручну базу оваквог пројекта, није било у потпуности могуће извршити паралелан процесорски нумерички прорачун на нивоу рачунарске мреже. Уместо тога, извршени нумерички прорачуни су вршени локално са паралелним процесорским прорачунима у оквиру могућности сваке од расположивих рачунарских конфигурација (рачунарски процесори са четири и осам процесорских језгара типа Intel i3, Intel i5 и Intel i7, одговарајућих капацитета) и одговарајућим верзијама програма за прорачунску динамику флуида, Прилог I.

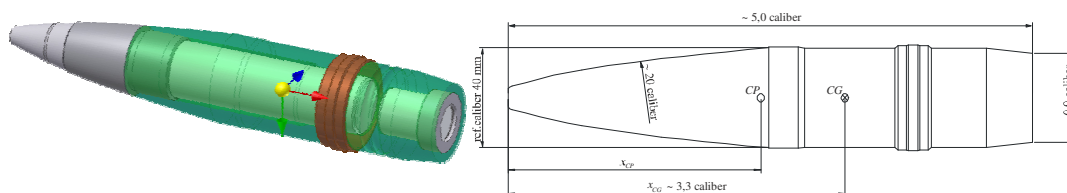
За сваки од потребних полазних и граничних услова нумеричке симулације коришћена је посебна рачунарска конфигурација. С обзиром на описана техничка ограничења у погледу расположиве рачунарске опреме и капацитета, било је потребно извршити и ограничења и оптимизацију како прорачунске мреже, тако и самог концепта прорачунске мреже, с обзиром на захтеве самог истраживања. Током процеса креирања адекватне прорачунске мреже, ограничење које се постављало је било у погледу броја прорачунских ћелија, поред осталих захтева адекватне мреже. Захтеви истраживања су били да се у погледу сагледавања проблема струјања око пројектила узму у обзир вискозно струјање са одговарајућим моделом граничног слоја око тродимензионалног модела пројектила, за сва три струјна режима и за сложен случај кретања пројектила (ротација, прецесија и нутација). Овакав захтев истраживања произилази из потребе за аеродинамичком предикцијом и анализом аеродинамичких коефицијената и дериватива, који би били у могућности да дају комплексну слику трајекторије, елемената путање и омогуће анализу стабилности кретања. С обзиром на питање поузданости, комплексности и трошкове експерименталног одређивања динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената, како при аеротунелским мерењима, тако и при балистичким испитивањима, потреба за веродостојним моделом струјања је утолико значајнија, [230-232].

4. НУМЕРИЧКИ ПРОРАЧУН СТРУЈАЊА

На основу истраживања спроведених у [6,14,18,31] извршен је прорачун аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива за распон Махових бројева, које дају карактер промене за сва три струјна режима, као сет прелиминарних вредности за ово истраживање. Спроведена истраживања дају и карактер промене аеродинамичких коефицијената у односу на вредност нападног угла, α , односно просторне интерпретације нападног угла, σ .

Истраживање спроведено у овом раду је засновано на претходним истраживањима, које дају анализу у односу на експерименталне статичке вредности аеродинамичких коефицијената датим у [6,14,18,31]. На основу циља и задатака истраживања, било је потребно да се вредности датих аеродинамичких коефицијената провере у односу на физичку слику струјања, решавањем система основних једначина одржања, у односу на представљен облик Навије Стоксових једначина струјања у простору датим у Глави 3 овог рада. Поред тога што је било потребно да се упоредном анализом добијених резултата статичких вредности аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива упореде у односу на нумеричку предикцију, било је потребно одредити динамичке вредности аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива.

Модел пројектил, који је дат предметом истраживања је класичан осносиметричан пројектил, који је заснован на тренутно обележавајућем пројектилу 40 mm, Слика 4.1. са геометријским параметрима датим у табели 4.1.



Слика 4.1. Модел пројектил

Табела 4.1. Параметри модел пројектила

Параметар	Ознака	Јединица мере	Вредност
маса пројектила	m	[kg]	0,960
положај центра масе од врха	x_{CM}	[mm]	133
референтни пречник	d	[mm]	40
пречник цилиндричног дела	d_2	[mm]	39,2
пречник дна пројектила	d_3	[mm]	35,2
пречник врха пројектила	d_1	[mm]	7,3
пречник водећег прстена	d_4	[mm]	42
дужина пројектила	l	[mm]	207,6
дужина предњег дела	l_1	[mm]	103,3
дужина цилиндричног дела	l_2	[mm]	85,9
дужина задњег конуса	l_3	[mm]	18,4
полупречник предњег оживала	R_0	[mm]	1103

4.1. Модели прорачуна струјања

Систем основних једначина струјања, представљен нумеричком шемом у Глави 3, према [32,33], преведен је у систем једначина коначних запремина. Нумерички домен, који представља простор на коме су извршени прорачуни једначина струјања је формиран у односу на модел пројектила као „унутрашњом“ границом прорачунског домена и „спољном“ границом на довољној удаљености од пројектила, која представља зону непоремећене струје ваздуха, у складу са препорукама претходних истраживања, [31,230,231]. Гранични услови доње и горње границе су дати у поглављу о граничним условима у претходној глави. Према моделу у Глави 3 примењени су наведени модели вискозности, модели турбуленције, нумеричких шема иницијализације и убрзања конвергенције, ради добијања коначних резултата параметара струјања. Представљени модел пројектил је испитан за интервал брзине кретања, односно за сва три струјна режима, које представља интервал Махових бројева од 0,2 до 3. Такође, прорачун је извршен у односу на

положај уздужне осе пројектила у струји, односно у односу на вредност нападног угла α , у интервалу од 0 до 10 степени. Коначно, поред наведеног, прорачун струјања је вршен и у односу на угаоно кретање пројектила, препреке у струји ваздуха у комбинацији са положајем у струји. Специфичне вредности угаоног кретања су засноване на вредностима Махових бројева при којима је вршен прорачун, и у односу на угаону брзину пројектила, засновану на угаоној брзини пројектила 40 mm, [6,81,82,83] у интервалу од око 400 до 3500 rad/s. За потребе специфичних вредности динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената извршена је нумеричка предикција за случај непотенцијалног струјања, при чему је извршено додатно угаоно кретање прорачунског домена за интервал бездимензионих угаоних брзина ($p^* = pd/2V$) од 0,005 до 0,05.

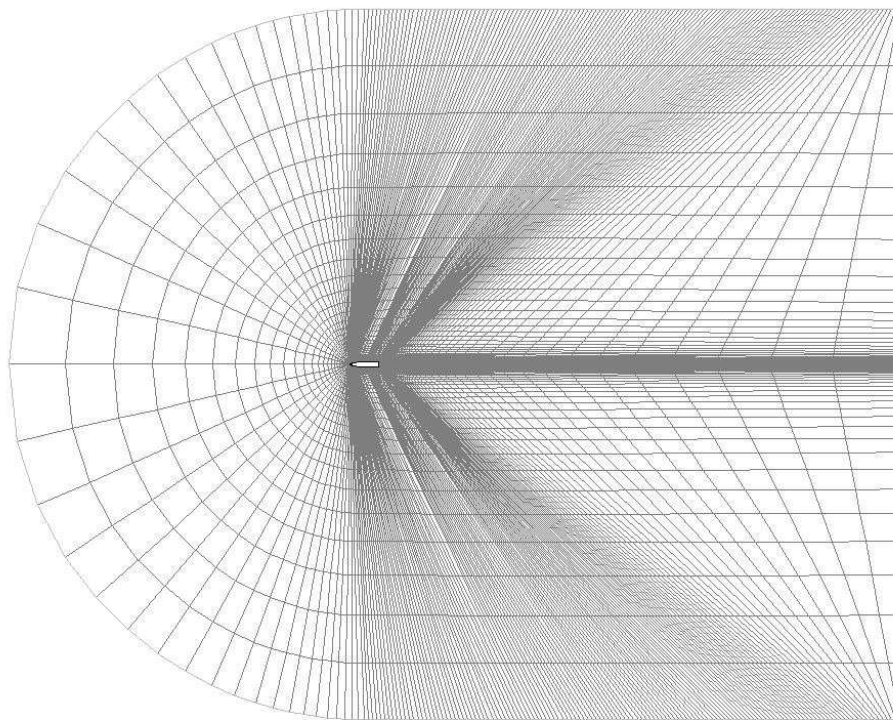
У циљу добијања конвергентног решења параметара струјања за дате сетове полазних услова струјања: Маховог броја струјног поља, угаоног положаја пројектила (препреке), угаоне брзине пројектила (препреке) и угаоне брзине прорачунског домена, било је потребно извршити адекватно, квалитетно и нумерички економично креирање коначног нумеричког прорачунског домена струјног поља.

Проблем истраживања спроведен симулацијом струјања извршен је на основу нумеричких сетова прорачуна за два случаја струјања: дводимензионално струјање око раванске фигуре модела пројектила и просторни проблем тродимензионалног струјања око тела модела пројектила. За случај раванског прорачуна примењени су следећи модели вискозности (са моделом турбуленције): Спаларт Алмарас модел ($S-A$), модел $SST k-\omega$, модел $RNG k-\epsilon$ и модел $t-k-kl-\omega$, [31,32,37,230,231]. За случај просторног прорачуна струјања примењен је кључно модел $SST k-\omega$, као оптималан модел према истраживањима раванског модела струјања. У случају непотенцијалног струјања примењени су и, у неколико случајева Махових бројева, временски SST и LES модели вискозности, [32,37,143,230,231,249].

4.2. Нумеричка дискретизација прорачунског простора око пројектила

4.2.1. Дводимензионални нумерички домен

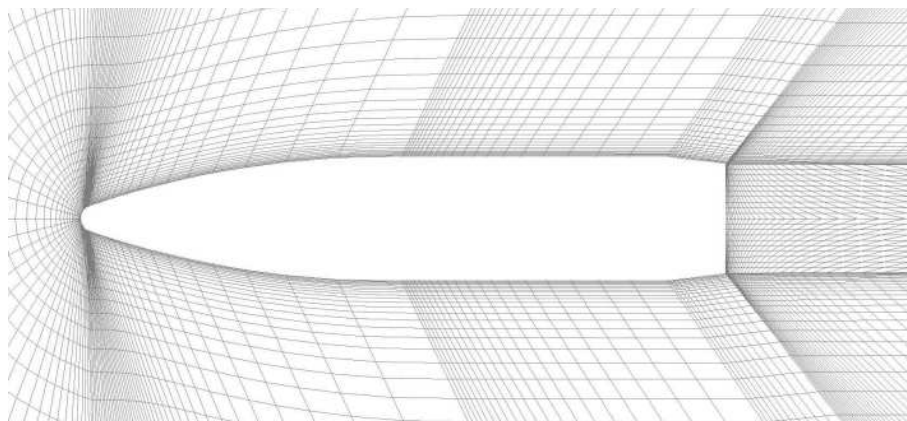
Нумеричка дискретизација домена струјања у случају раванског проблема струјања дефинисана је доњом (унутрашњом) границом нумеричког домена коју представља фигура модела пројектила и горњом границом дефинисаном на довољном растојању од препреке – фигуре пројектила, на којој се претпоставља зона непоремећеног струјног поља.



Слика 4.2. Прорачунска мрежа 2Д1

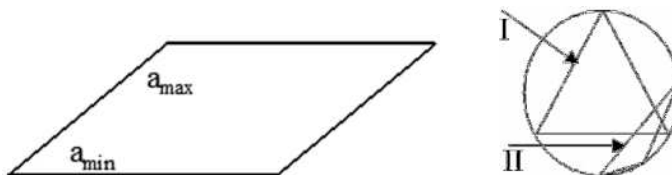
За прелиминарни проблем истраживања, извршена је конструкција мреже 2Д1, помоћу програма за креирање нумеричке мреже *Fluent Gambit 2.0*, [35]. Лева и десна спољна граница, у односу на уздужну осу пројектила, је на растојању од око 35 калибара од пројектила. Горња и доња спољна граница прорачунског домена, нормално на уздужну осу пројектила, је на растојању од око 25 калибара од тела. Изглед прорачунске мреже 2Д1 је дат на слици 4.2. Структура мреже се састоји од око 75 хиљада ћелија и представља структурисану мрежу четвороуглова, (енг. 2D Quad mapped).

Непосредно уз површину пројектила, дефинисан је модел граничног слоја, са нормалним растојањем првог нивоа прорачунских ћелија од 0,025 калибара. Фактор увећања растојања од унутрашње ка спољним границама је минимално 1,032. Изглед прорачунске мреже непосредно уз пројектил је дат на слици 4.3.



Слика 4.3. Прорачунска мрежа 2Д1 уз пројектил

За потребе даљих истраживања извршена је конструкција новог прорачунског домена. Ово је урађено због потребе за прецизнијим разматрањем утицаја вискозног модела на укупну слику струјања, за случај равни.

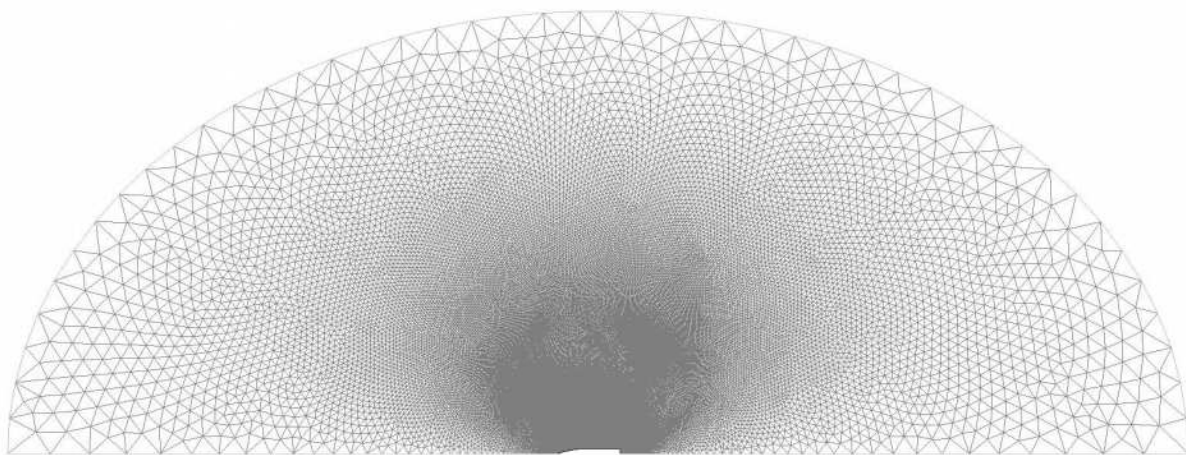


Слика 4.4. Фактор угаоне деформације

$$C_{EAS} = \max \left[\left(a_{\max} - \pi/2 \right) / \pi/2, \left(\pi/2 - a_{\min} \right) / \pi/2 \right] \quad (4.1)$$

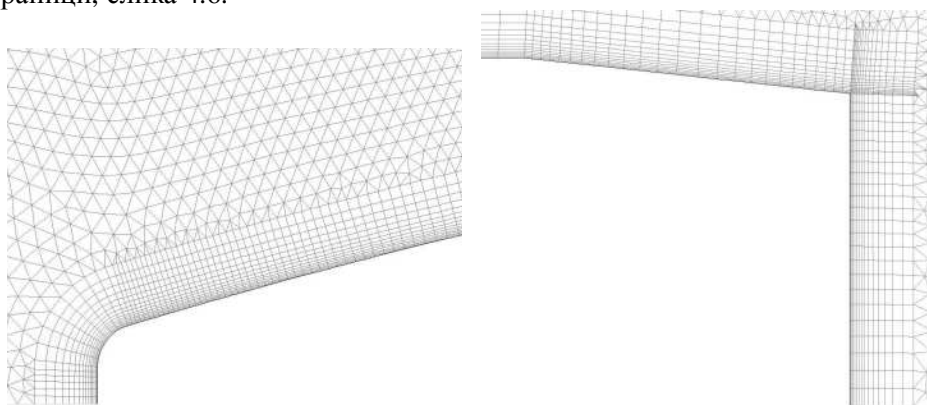
Ради обезбеђивања одговарајуће вредности фактора угаоне деформације елементарне прорачунске ћелије, (енг. EquiAngle Skew), Слика 4.4, коју је током креирања прорачунске мреже, за случај аеродинамике пројектила, тешко предвидети на самом почетку, одлучено је да мрежа буде састављена од троуглова, где је овај специфичан параметар лакше контролисати. Препоручене вредности фактора према, једначини (4.1), су за случај четвороуглова мање од 0,7, према [32,33,34,35].

Извршено је креирање прорачунског домена са мрежом 2Д2, слика 4.5, неструктурисаног карактера, састављене од око 190 хиљада прорачунских ћелија, помоћу програма за креирање мреже *Ansys Gambit 2.4.6*, [34]. С обзиром на планирану већу резолуцију мреже, а ради повећања брзине прорачуна у односу на предвиђени квалитет очекујућих резултата, одлучено је да се прорачун врши за осносиметричан равански случај опструјавања и формирана половина прорачунског домена уз симетрију у односу на главну уздужну осу пројектила.



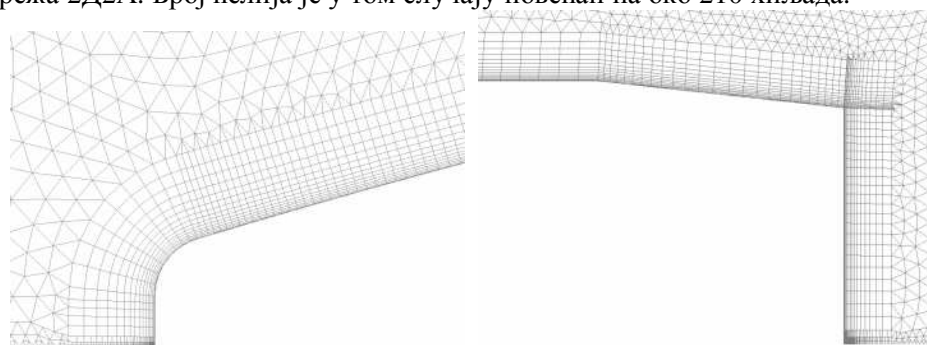
Слика 4.5. Прорачунска мрежа 2Д2

Креиран је структурисан гранични слој непосредно уз површину пројектила релативне дебљине од 0,075 калибара са 15 нивоа, најмањег првог растојања од 0,015 калибара и константног фактора увећања растојања од 1,2. Спољни део прорачунске мреже формиран је од хелија облика троуглова (неструктурисан), са релативним фактором увећања минимално 1,064 од граничног слоја ка спољној граници, слика 4.6.



Слика 4.6. Прорачунска мрежа 2Д2 са граничним слојем: предњи (лево) и задњи део (десно)

У односу на одговарајући модел струјања и вискозности, ради обезбеђивања конвергенције решења, извршена је додатна модификација прорачунског домена током симулација у односу на потребне вредности функције препреке, $10 < y^+ < 50$, и односе се на промену облика и растојања, Слика 4.7, мрежа 2Д2А. Број хелија је у том случају повећан на око 210 хиљада.



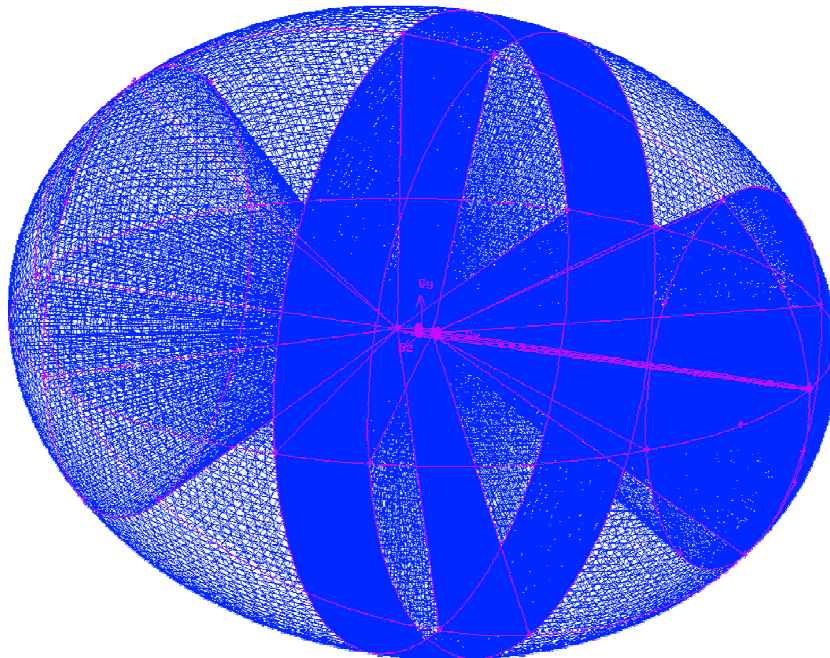
Слика 4.7. Прорачунска мрежа 2Д2А, модификована: предњи (лево) и задњи део (десно)

4.2.2. Тродимензионални нумерички домен

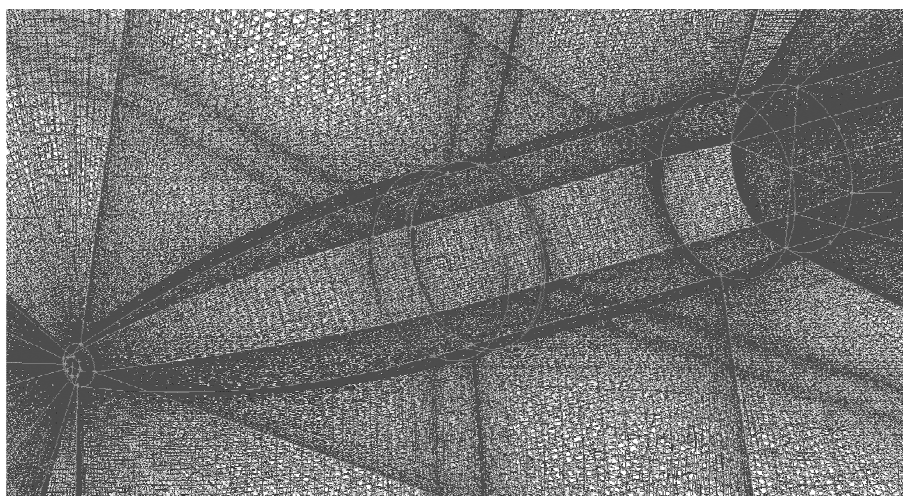
Нумеричка дискретизација домена струјања за случају просторног тродимензионалног проблема струјања дефинисана је доњом границом нумеричког домена коју представља тело модела пројектила, слика 4.1. и горњом границом дефинисаном на довољном растојању од препреке – тела пројектила. Током истраживања извршена је конструкција три принципијелно сличне структуре мреже. У складу са задацима истраживања, прецизношћу и поузданошћу

очекујућих резултата, а ограничено са техничким условима, развој тродимензионалне мреже се кретао ка оптималном облику.

Прва тродимензионална мрежа 3Д1, формирана је у складу са потребама истраживања и прецизношћу резултата и представља структурисану мрежу од око 12 милиона хексаедара подељених у 32 запремине струјног поља, слике 4.8 и 4.9. Креирање прорачунског домена извршено је помоћу програма за креирање мреже *Fluent Gambit 2.0*, [35].



Слика 4.8. Прорачунска мрежа 3Д1

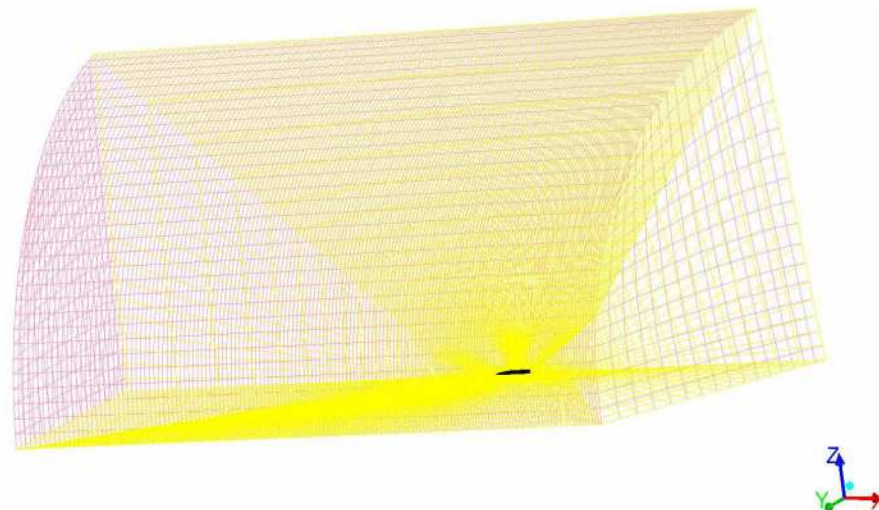


Слика 4.9. Прорачунска мрежа 3Д1 уз тело

Нумерички прорачуни на мрежи 3Д1 током прелиминарних истраживања у оквиру овог рада нису остварили очекиване резултате због великог броја прорачунских ћелија, за које није постојало довољно рачунарских капацитета. Током даљих прелиминарних истраживања, у складу са задацима истраживања, а у односу на смањење времена прорачуна извршена је конструкција тродимензионалне мреже 3Д2, помоћу програма за креирање мреже *Ansys Gambit 2.4,6*, [34]. С обзиром на кључни услов убрзања прорачуна, а самим тим и смањење броја прорачунских ћелија, ради тестирања модела струјања, одређено је да се мрежа креира у комбинацији са граничним условима симетрије, Глава 3, и креирана мрежа представља једну четвртину струјног простора. Лева и десна спољна граница, у односу на уздужну осу пројектила, је на растојању од око 60 калибара од пројектила. Бочна спољна граница прорачунског домена, нормално на уздужну осу пројектила, је на просечном растојању од око 50 калибара од тела. Изглед прорачунске мреже 3Д2 је дат на слици 4.10.

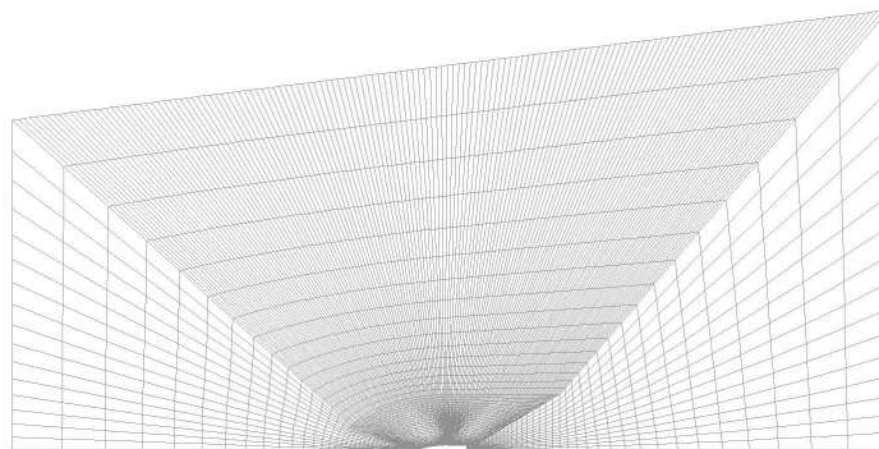
Структура мреже се састоји од око 400 хиљада ћелија и представља структурисану мрежу хексаедара, (енг. 3D Hex mapped). Током креирања мреже се водило рачуна да фактор угаоне деформације буде у оквирима препоручених вредности (4.1).

Непосредно уз само тело, креиран је гранични слој са двадесет нивоа ћелија и фактором увећања растојања 1,2. Први ниво ћелија је дефинисан као најмање нормално растојање од препреке величине $2 \cdot 10^{-4}$ калибара у складу са потребама модела вискозности и турбуленције посматраног проблема струјања око пројектила са великим угаоним брзинама ротације пројектила.

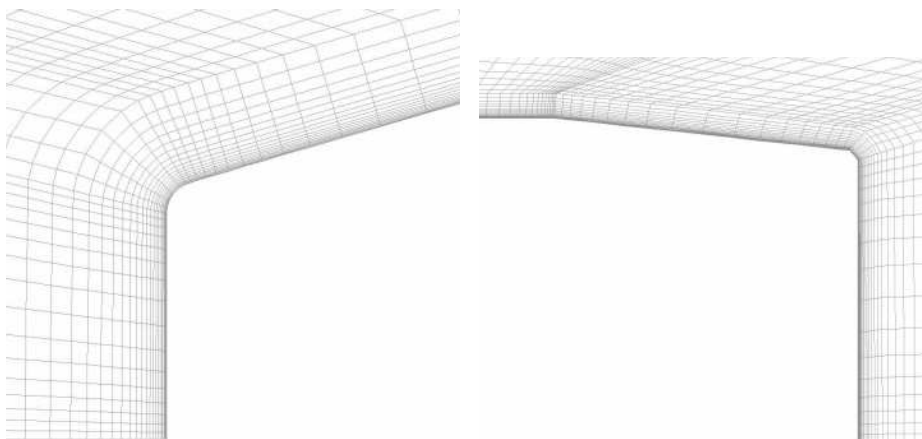


Слика 4.10. Прорачунска мрежа 3Д2

На слици 4.11. приказана је структура мреже у вертикалној равни, а на слици 4.12. детаљи прорачунске мреже уз тело у вертикалној равни.



Слика 4.11. Хоризонтална раван прорачунске мреже 3Д2



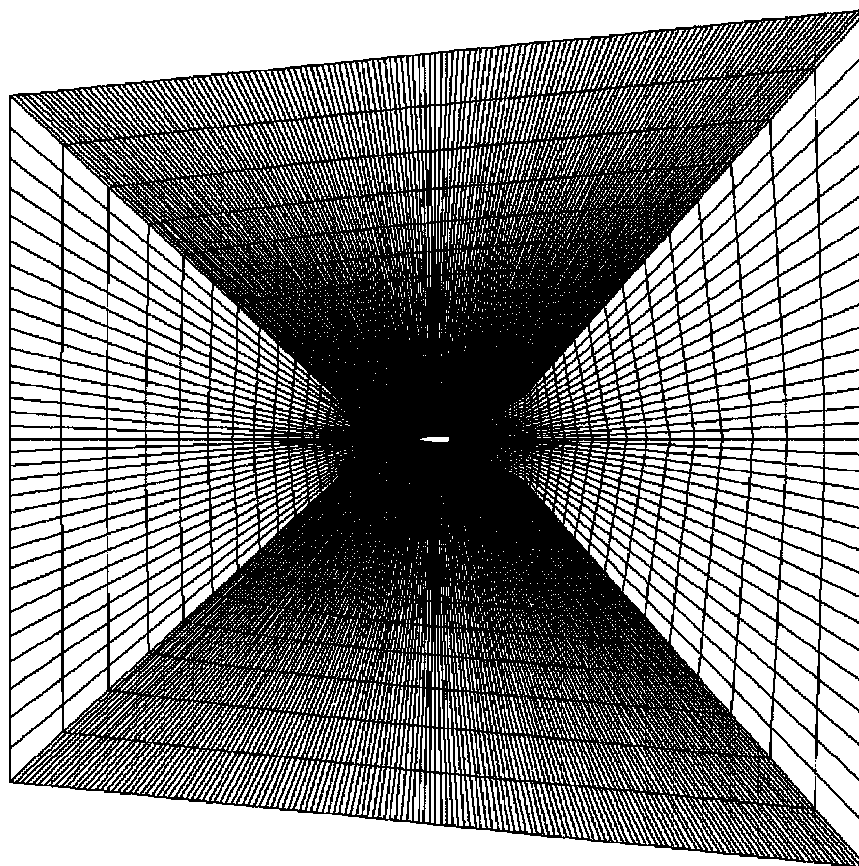
Слика 4.12. Детаљи прорачунске мреже 3Д2: предњи (лево) и задњи део (десно)

Коначна фаза прорачунских истраживања за потребе симулације струјања око тела пројектила са дефинисаним карактеристикама положаја, трансляторним и угаоним кретањима, захтевала је комплексан, адекватан и са становишта нумеричких прорачуна и расположивих рачунарских ресурса економичан дизајн прорачунске мреже. Пројектовање мреже 3Д3, слика 4.13, као полазног основа за случај тродимензионалног струјања око тела пројектила, заснован је на претходно представљеним облицима мрежа за равански и просторни случај струјања.



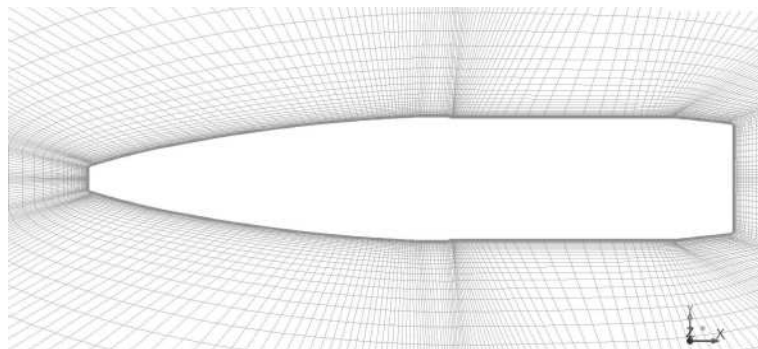
Слика 4.13. Прорачунска мрежа 3Д3

Основна структура прорачунске мреже је развијена од дводимензионалног структурисаног четвороугаоног облика елементарних ћелија, по принципу мреже 2Д1, уз креирање граничног слоја по принципу мреже 2Д2, облика препреке – тела пројектила према мрежи 3Д1 уз дефинисање спољне границе прорачунског домена према принципу мреже 3Д2. Изглед прорачунског домена у вертикалној равни (основној равни струјања) прорачунске мреже 3Д3, дат је на слици 4.14. и 4.15.



Слика 4.14. Вертикална раван прорачунске мреже 3Д3

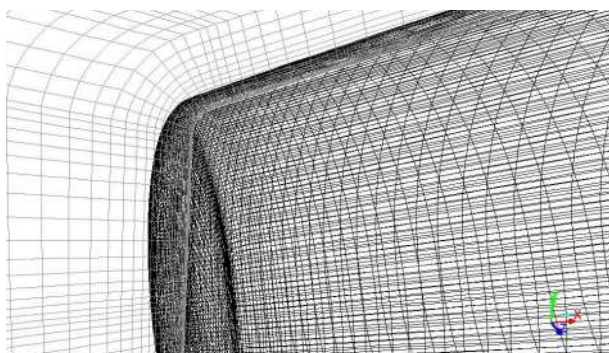
Формиран је тродимензионални прорачунски домен, који се састоји од 1,6 милиона прорачунских ћелија, облика хексаедара. Креиран је прорачунски домен у виду структурисане мреже. Спољна граница домена је облика зарубљеног конуса са углом од око 8° . Предња граница је кружног облика пречника 75 калибара, и у односу на врх пројектила и дуж његове уздужне осе је на растојању од око 57 калибара. Задња граница домена је кружног облика пречника 125 калибара, и у односу на дно пројектила и дуж његове уздужне осе је на растојању од око 58 калибара. Бочна граница прорачунског домена је облика омотача зарубљеног конуса и на просечном је растојању од тела пројектила нормално на уздужну осу, од око 50 калибара.



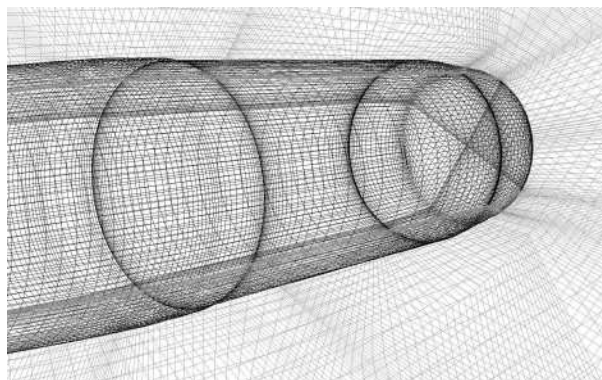
Слика 4.15. Вертикална пројекција прорачунског домена 3Д3 уз тело

Унутрашња структура прорачунског домена се састоји од три прорачунска омотача. Први прорачунски омотач је прорачунски гранични слој величине 20 слојева у односу на површину тела са фактором увећања растојања 1,2. Први ниво ћелија је дефинисан као најмање нормално растојање од препреке и величине је $2 \cdot 10^{-4}$ калибара.

На сликама 4.15. до 4.16 дати су детаљи прорачунске мреже 3Д3 према описаном моделу формирања и карактеристикама.

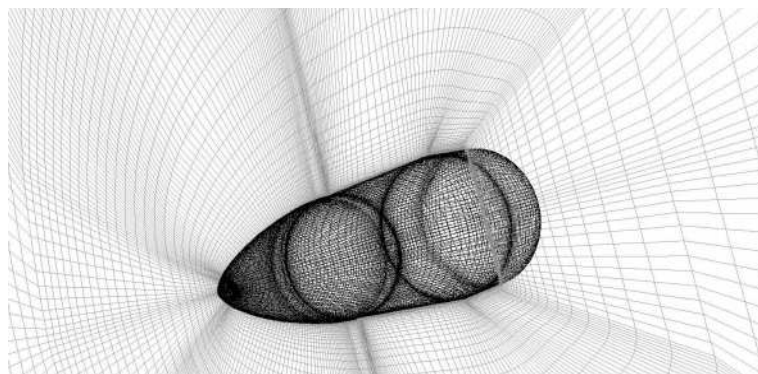


а) предњи део мреже уз тело



б) детаљ мреже код задњег дела тела

Слика 4.16. Прорачунска мрежа 3Д3, просторни детаљни приказ



Слика 4.17. Детаљи вертикалне равни прорачунске мреже 3Д3

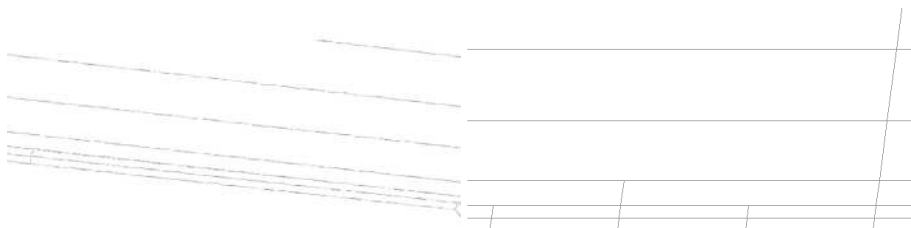
Унутрашња структура наставља се са прорачунског граничног слоја на два прорачунска међусобно усклађена омотача облика неправилног зарубљеног елипсоида. Наведена два омотача омогућавају адаптацију мреже са облика пројектила, као и граничног слоја на спољну границу

домена, у циљу смањења могућности појаве великих фактора угаоне деформације прорачунских ћелија хексаедарског облика. Овај проблем је највећи у зонама иза дна пројектила и радијално од те зоне. Фактор увећања растојања нормално на површину препреке омотача је у складу са претходним слојем, прати величину ћелија у задњем слоју претходног слоја и има вредности у зависности од региона мреже дуж осе пројектила и облика доњих граница. У другом омотачу, фактор увећања растојања је 1,208, у трећем слоју је од 1,016 до 1,064.

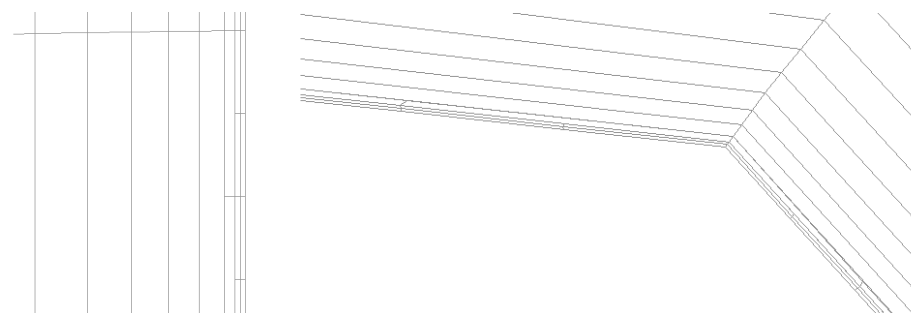
Задњи омотач је ограничен спољном границом прорачунског домена представљеног облика и дефинисан је са фактором увећања радијалног растојања у односу на претходни са 1,112 до 1,16. Подељен је у три региона у односу на уздужну осу.

Процес формирања прорачунске мреже је изискивао веома значајан део времена у истраживању и заснован је у складу са препорукама, [31] односно у складу је са физичком сликом струјања добијеном Шлирен методом визуализације у аеротунелу Т-38, [6,15], за пројектил 40 mm.

У оквиру самих прорачуна параметара струјања при различитим Маховим бројевима, нападним угловима и угаоним брзинама препреке, а у складу са моделима вискозности и турбуленције, а у циљу повећања поузданости резултата, према [31,38], извршена је модификација основне прорачунске мреже 3ДЗ у две варијанте 3ДЗА и 3ДЗБ, слике 4.18 и 4.19. Прва варијанта је креирана у односу на услове функције препреке у односу на турбулентну кинетичку енергију од $0,1 \leq y^+ \leq 0,5$ и састоји се од 1,68 милиона прорачунских ћелија. Друга варијанта уз додатни услов функције препреке висине у односу на смицајни напон слоја, $0,1 \leq y^* \leq 0,5$ и састоји се од 2,2 милиона ћелија. Прорачунска мрежа 3ДЗА је коришћена у највећем броју прорачуна и омогућила је конвергентно решење за случај различитих положаја тела и различитих угаоних брзина. Прорачунска мрежа 3ДЗБ је коришћена за прорачуне са већим вредностима нападног угла уз велике угаоне брзине зависно од Махових бројева, при околосвучним и надзвучним режимима струјања.



Слика 4.18. Модификације бочног дела граничног слоја прорачунске мреже 3ДЗ



Слика 4.19. Модификације задњег дела граничног слоја прорачунске мреже 3ДЗ

4.2.3. Концепт конструкције тродимензионалног нумеричког домена

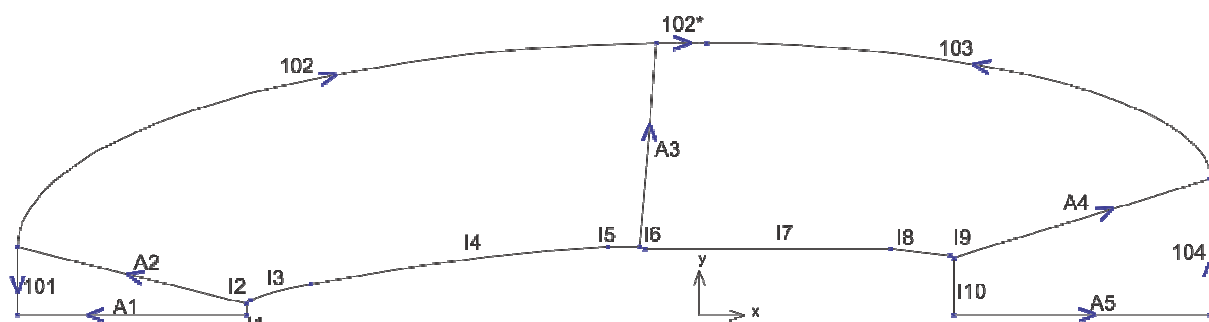
Представљена тродимензионална нумеричка мрежа формирана је на основу захтева за што мању деформацију елементарне прорачунске ћелије у односу на основни геометријски облик, заснован на дводимензионалној ћелији облика четвороугла (quad). С обзиром да се на основу квалитета мреже, а у складу са очекиваним резултатима нумеричке симулације, једино може претпоставити конвергенција нумеричке шеме и добијање резултата, било је потребно креирати мрежу у неколико етапа. Други захтев у креирању мреже је очекиван физички процес струјања са великим распоном брзина, односно вредности Махових бројева, који обухвата сва три режима струјања. Поред тога, одабрани модел струјања заснован на тоталним параметрима средине (температура, притисак и густина) уз одговарајући модел вискозности са одговарајућим моделом

турбуленције, у односу на претпостављајући проблем струјања уз угаоно кретање препреке (пројектила), намеће да прорачунска мрежа буде састављена у структурисаном облику хексаедара. Самим тим, процес креирања мреже је извршен мануелно, уз непрекидну контролу свих граница око тела, као и уз предвиђање импликације одговарајућих граница у односу на спољну непоремећену средину, која треба да испуњава услове зоне удаљеног поља.

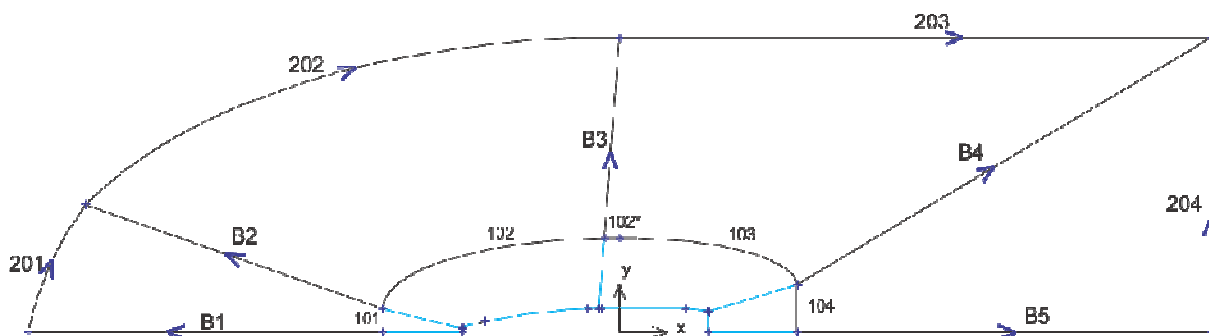
Гранични слој нумеричког домена смештен непосредно уз препреку, тело пројектила, је следећих карактеристика:

- Облик расподеле нумеричких слојева је униформан;
- Број нумеричких слојева, нормално на површину препреке је 20;
- Фактор повећања растојања између нумеричких слојева (пропорција) је 1,2;
- Висина првог нумеричког слоја је 0,008 mm, односно $2 \cdot 10^{-4}$ калибара и
- Услов унутрашњег континуитета је узет у обзир.

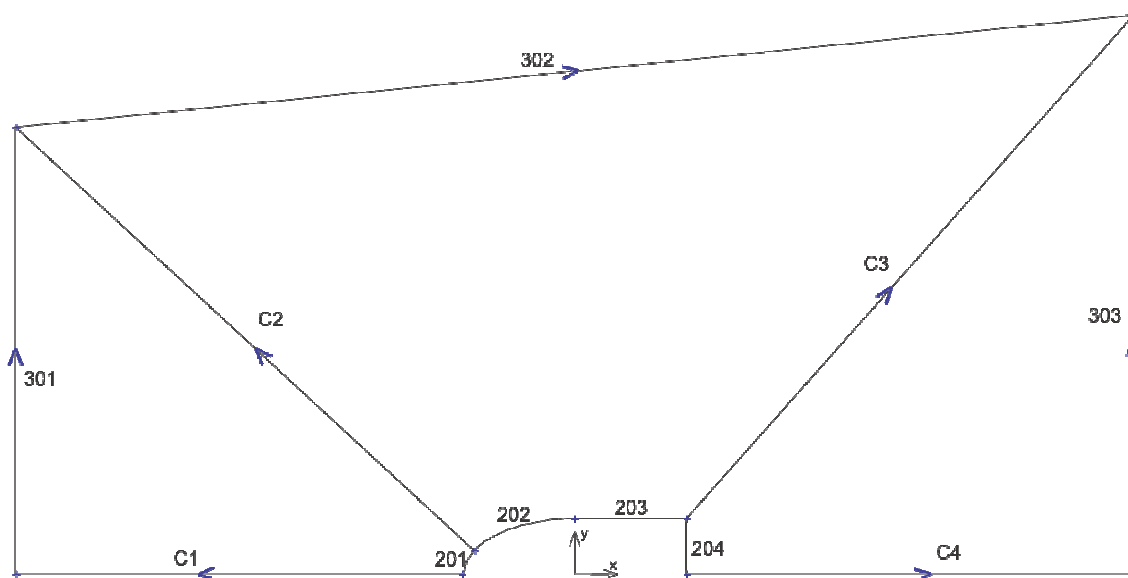
На слици 4.20, представљен је концепт израде тродимензионалне прорачунске мреже у вертикалној xOy равни, која је основа за целокупан просторни прорачунски домен.



а) прва зона мреже



б) друга зона мреже



в) трећа зона мреже

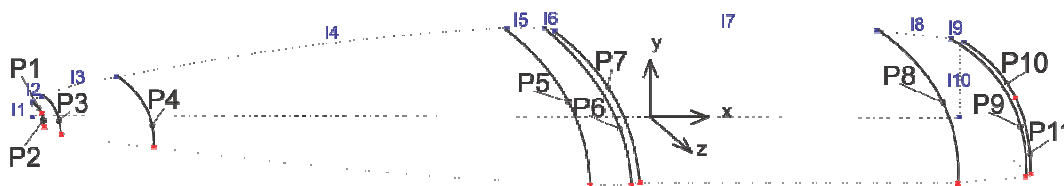
Слика 4.20. Концепт прорачунске мреже 3Д3 у вертикалној равни по зонама

Подаци о просторној дискретизацији граница прорачунског домена датог на слици 4.20, дат је у табели 4.2, за равански представљену базу нумеричког домена у равни xOy .

Табела 4.2. Подаци о просторној дискретизацији нумеричког домена

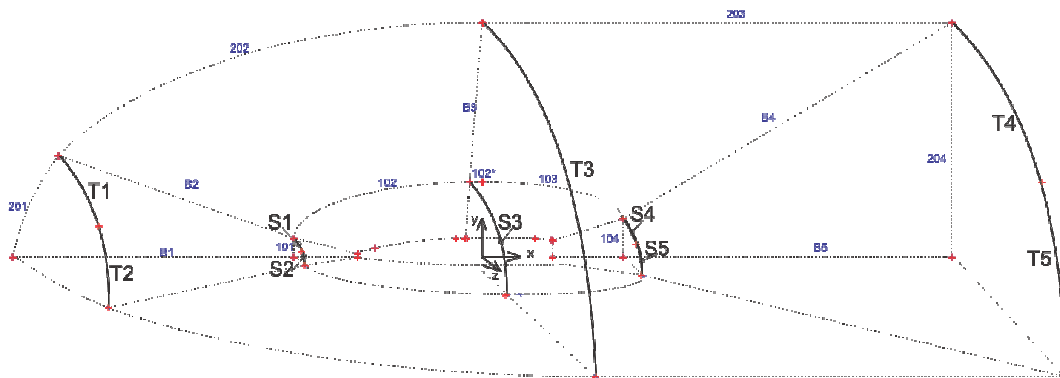
Зона	Ознака границе	Број ћелија	Врста пропорције	Лева пропорција	Десна пропорција	Напомена
преглед нумеричког домена у xOy равни						
1	I1	16	лево-десно	1,208	1,208	аксијално
1	I2	6	лево-десно	1,208	1,208	аксијално
1	I3	19	лево	1,208	-	аксијално
1	I4	42	лево-десно	1,064	0,968	аксијално
1	I5	12	лево-десно	1,208	1,208	аксијално
1	I6	3	лево-десно	1,208	1,208	аксијално
1	I7	48	лево-десно	1,208	1,208	аксијално
1	I8	18	лево-десно	1,208	1,208	аксијално
1	I9	3	лево	1	-	аксијално
1	I10	16	лево-десно	1,208	1,208	аксијално
1	A1 до A6	40	лево	1,208	-	радијално
1-2	101	16	лево-десно	1,16	1,16	аксијално
1-2	102	79	лево-десно	1,112	1,112	аксијално
1-2	102*	10	лево	1	-	аксијално
1-2	103	62	лево-десно	1,112	1,112	аксијално
1-2	104	16	лево	1,112	-	аксијално
2	B1, B2, B3 и B6	16	лево	1,016	-	радијално
2	B4 и B5	16	лево	1,064	-	радијално
2-3	201	16	лево-десно	1,16	1,16	аксијално
2-3	202	79	лево	1	-	аксијално
2-3	203	72	лево	1	-	аксијално
2-3	204	16	лево	1,064	-	аксијално
3	C1 до C3	16	лево	1,16	-	радијално
3	C4	16	лево	1,12	-	радијално
3	301	16	лево	1,064	-	аксијално
3	302	151	лево	1	-	аксијално
3	303	16	лево	1,064	-	аксијално
преглед нумеричког домена у yOz равни						
1	P1, P2, P10, P11	16	лево	1	-	попречно
1	P3 до P9	32	лево	1	-	попречно
1-2	S1, S2, S4 и S5	32	лево	1	-	попречно
1-2	S3	16	лево	1	-	попречно
2-3	T1, T2, T4 и T6	16	лево	1	-	попречно
2-3	T5	32	лево	1	-	попречно
3	Q1 до Q4	16	лево	1	-	попречно

На слици 4.21, представљен је концепт израде тродимензионалне прорачунске мреже за једну четвртину тела пројектила, унутрашње границе прорачунског домена, која је основа за целокупан просторни прорачунски домен. Геометријске величине тела пројектила одговарају у потпуности моделу пројектила датог на слици 4.1 са вредностима у табели 4.1. Једина разлика у односу на представљени модел је у водећем прстену. Ради поједностављења, економског приступа рачунарском времену и претпоставке да је тај део пројектила након испаливања у великој мери одстрањен, основа за модел тела је са равним задњим делом цилиндричног тела пројектила.

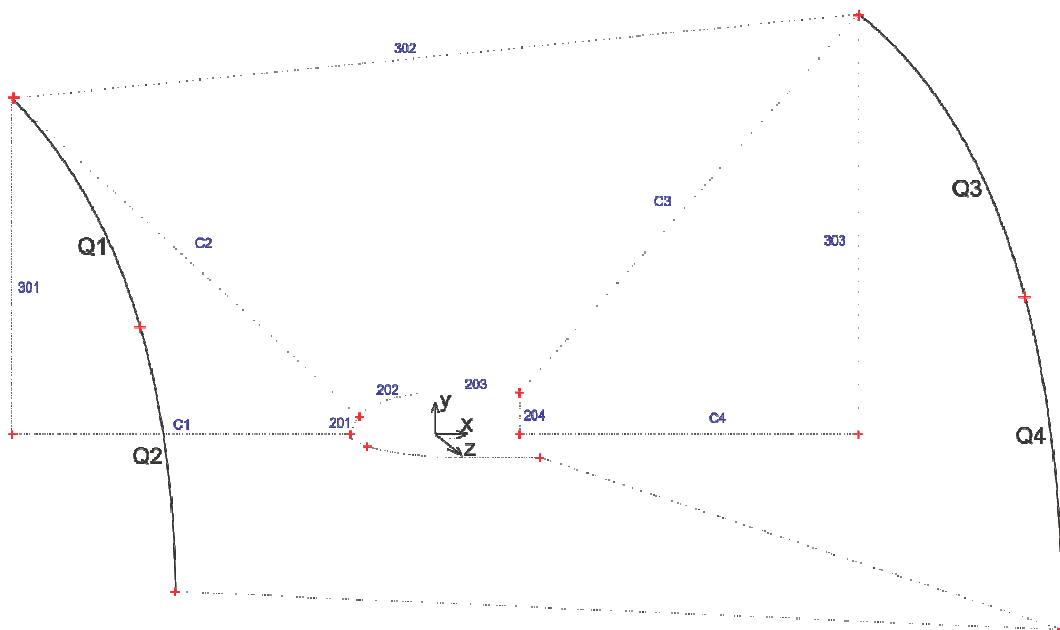


Слика 4.21. Концепт прорачунског домена на површини пројектила у yOz равни, унутрашња граница

Концепт прорачунског домена у просторном погледу са ознакама граница у односу на попречну yOz раван, дат је на сликама 4.21, 4.22 и 4.23 и објашњен у табели 4.2.

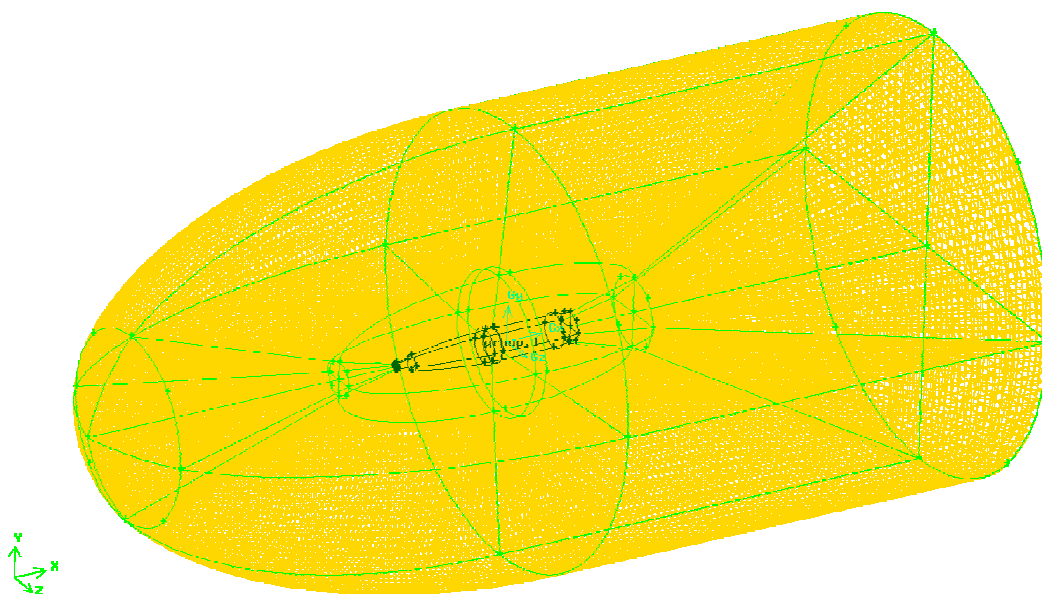


Слика 4.22. Концепт прорачунског домена за прву и другу зону у yOz равни

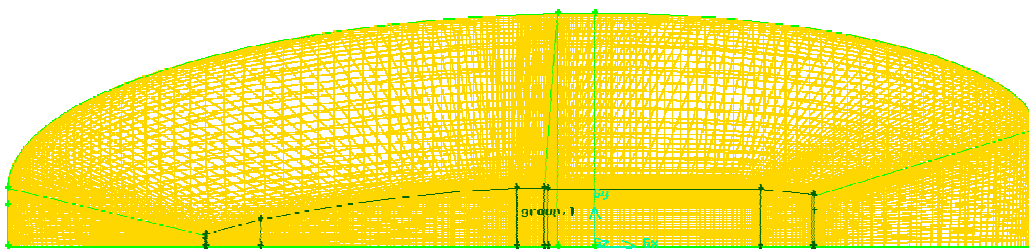


Слика 4.23. Концепт прорачунског домена за трећу зону у yOz равни

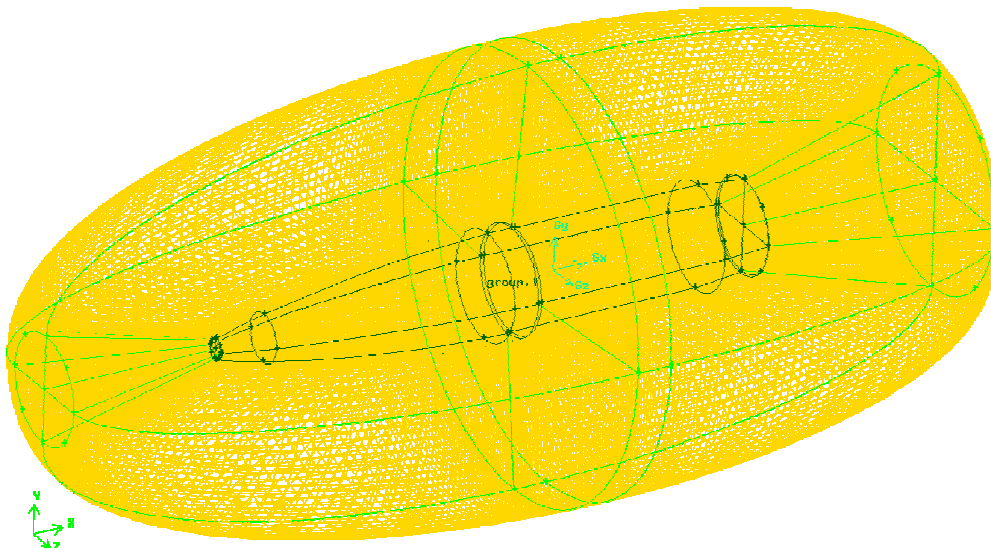
Просторни изглед зона прорачунског домена, у односу на дискретизовану шему домена, дат је на сликама 4.24 до 4.26.



Слика 4.24. Прва и друга зона мреже у односу на тело пројектила – просторни приказ



Слика 4.25. Прва зона мреже уз тело пројектила - приказ у xOy равни



Слика 4.26. Прва зона мреже уз тело пројектила – просторни приказ

4.3. Почетни и гранични услови за нумерички прорачун струјања

4.3.1. Услови дводимензионалних модела струјања

За случај раванског струјања са прорачунском мрежом 2Д1 извршен је нумерички прорачун струјања са програмом *Fluent 6.3*, [36], а са прорачунском мрежом 2Д2 извршен је прорачун струјања са програмом *Ansys Fluent 12.1*, односно *Ansys Fluent 14.5*, [32,33,37,39].

Са прорачунском мрежом 2Д1 извршен је прорачун струјања за интервал Махових бројева за сва три струјна режима, заснован на моделу нумеричког решавања једначина са притиском, према моделу вискозности са једном једначином Спаларт Алмарас. Ваздух је представљен као идеалан гас, стандардних параметара према ICAO стандарду, са коефицијентом вискозности заснованом на Сатерландовом закону са три коефицијента, [36,37]. Оперативни притисак је био стандардне вредности 101325 Pa. Вредности Курантовог броја су биле од 50 до 200, у зависности од режима струјања. Референтне вредности препреке – пројектила су биле у складу са моделом пројектила, референтне површине од $12,566 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ и референтне дужине – пречника пројектила од 40 mm. Ознаке вредности аеродинамичких коефицијената дате према овом нумеричком прорачуну су S-A.

Са прорачунском мрежом 2Д2 извршени су прорачуни струјања за интервал Махових бројева за сва три струјна режима и засновани су на моделу нумеричког решавања једначина са густином, за случај осносиметричног струјања. Ваздух је представљен као идеалан гас, стандардних параметара према ICAO стандарду, са коефицијентом вискозности заснованом на Сатерландовом закону са три коефицијента. Оперативни притисак је био 0 Pa. Модели вискозности са моделима турбуленције су били:

- Модел *transitional k – kl – ω* са опцијом *Enhanced Wall Treatment* (ознака *t – k – kl – ω*)
- Модел *k – ϵ* са опцијом *RNG* (ознака *k – ϵ – RNG*).

Подаци о параметрима ваздуха за различите вредности Махових бројева дате су у Табели 4.3, за тоталне параметре према ICAO атмосфери.

Табела 4.3. Вредности улазних параметара атмосфере за дводимензионалну симулацију

Махов број	Притисак	Температура	Брзина	Густина
Ma	p	T	V_{∞}	ρ
[-]	[Pa]	[K]	[m/s]	[kg/m ³]
0,2	98.538,23	297,62	297,62	1,153462
0,5	85.418,92	275,14	166,19	1,081586
0,6	79.439,20	269,50	197,38	1,026920
0,7	73.048,02	263,11	227,53	1,051861
0,8	66.471,39	256,12	256,56	0,904174
0,9	59.909,43	248,62	284,37	0,839498
0,95	56.687,28	244,73	297,81	0,806973
1	53.528,15	240,75	310,93	0,774598
1,1	47.455,99	232,61	336,19	0,710761
1,2	41.784,10	224,30	360,14	0,648994
1,5	27.601,24	199,24	424,29	0,482626
2	12.949,79	160,50	507,75	0,281092
2,5	5.930,32	128,40	567,68	0,160906
3	2.758,44	103,18	610,66	0,093138

Вредност Курантовог броја је била у односу на број итерација од 5 до 200, с тим да је промена вредности била у односу на режим струјања, након 100 итерација.

Критеријуми конвергенције решења су били дефинисани у односу на модел вискозности. Заједнички критеријум конвергенције решења је био у односу на остатке нумеричких решења једначина континуитета, компоненти брзина и енергије од 10^{-3} . За модел прорачуна са $k - \epsilon - RNG$ додатни услов конвергенције се односио на кинетичку турбулентну енергију и ϵ од 10^{-3} до 10^{-6} . Допунски критеријуми конвергенције се односио на проценат одступања вредности праћених аеродинамичких коефицијената.

4.3.2. Услови тродимензионалних модела струјања

За случај просторног струјања са прорачунском мрежама 3Д2 и 3Д3 извршен је нумерички прорачун струјања са програмима *Ansys Fluent* 12.1 и *Ansys Fluent* 14.5, [32,33,39].

Коришћен је модел рада са двоструком прецизношћу у тродимензионалном простору и паралелна процесорска обрада података на нивоу процесорске конфигурације, Прилог 1.

Прва група прорачуна тродимензионалног струјања је извршена за случај потенцијалног струјања. Нумерички програм за решавање је подешен на приступ базиран на густини средине, посебно развијен за случајеве вискозних струјања великих брзина и са нерелектујућим граничним условима, [32,33]. Модел вискозности коришћен у истраживању је *SST k - ω* модела, дат у Глави 3, са вредностима параметара, према табели 4.4. За потребе прорачуна коришћена је једначина енергије.

Табела 4.4. Параметри *SST k - ω* модела

Параметар	Вредност
α_{∞}^*	1
α_{∞}	0,52
β_{∞}^*	0,09
ζ^*	1,5

Прорачунско поље је подешено за ваздух, са карактеристикама идеалног гаса и динамичког коефицијента вискозитета према Сатерланду са три коефицијента, [32]. Референтна вредност коефицијента вискозности је $\mu_0 = 1,716 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$. Вредности специфичне топлоте $c_p = 1006,43 \text{ J/kg K}$ и топлотне проводљивости су били константни $0,0242 \text{ W/m K}$, [1,32,39].

Оперативни услови за услове зона прорачунских ћелија су према, [32], подешени за случај стишљивог струјања, при чему је оперативна вредност притиска нула, а са вредношћу притиска

струје, која се подешава у складу са условима прорачуна даје тотални притисак, који је дефинисан за нормалне услове атмосфере од 100.000 Pa, Прилог 2.

Гранични услови на телу пројектила су подешени као гранични услови препреке, према Поглављу 3.6.2. са нултом вредношћу топлотног флукса и са условом без клизања. При групи прорачуна без ротирања препреке, постављен је услов стационарне препреке. При групи прорачуна са ротацијом, препрека је подешена на услов покретне препреке са ротацијом око уздужне осе, одговарајућом угаоном брзином, у складу са режимом струјања и тоталних услова струјања, Прилог 2.

Гранични услови удаљеног поља су подешени у складу са Поглављем 3.6. и дефинисано је поље непоремећеног притиска одговарајуће вредности, Прилог 2, у складу са тоталним условима режима струјања и нападаног угла. Извршено је подешавање вредности Маховог броја, као референтне вредности режима струјања, и у складу са одговарајућим нападаним углом, вредности компоненти струјања у односу на осе координатног система. Модел турбуленције поља је дефинисан у односу на специфичан однос интензитета и вискозности. Притисак струјања и статичка температура су у складу са тоталним вредностима нормалних атмосферских параметара, [1], према (4.2) и (4.3).

$$p = p_0 / \left[1 + ((\kappa - 1) / 2) Ma^2 \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (4.2)$$

$$T = T_0 / \left[1 + ((\kappa - 1) / 2) Ma^2 \right] \quad (4.3)$$

Вредности односа специфичних топлота за ваздух је узета као $\kappa = 1,4$, док су тотални параметри атмосфере узети према АНА атмосфери, [1] и то, $T_0 = 288,9 \text{ K}$ и $p_0 = 100.000 \text{ Pa}$. У односу на програм нумеричких испитивања, Прилог 2, за одговарајуће вредности Махових бројева, одређене су вредности притисака и температура, табела 4.5.

Табела 4.5. Вредности улазних параметара температуре и притиска

Махов број	Статички притисак	Статичка температура	Брзина	Динамички притисак
Ma	p	T	V_∞	q_∞
[-]	[Pa]	[K]	[m/s]	[Pa]
0,2	97.249,67	286,61	67,87	2722,99
0,5	84.301,92	275,14	166,26	14752,84
0,6	78.400,40	269,50	197,45	19756,90
0,7	72.092,79	263,11	227,62	24727,83
0,8	65.602,16	256,12	256,65	29389,77
0,9	59.126,01	248,62	284,48	33524,45
0,95	55.946,00	244,73	297,92	35343,88
1	52.828,18	240,75	311,04	36979,73
1,1	46.835,42	232,61	336,31	39669,60
1,2	41.237,70	224,30	360,27	41567,61
1,5	27.240,31	199,24	424,44	42903,48
2	12.780,45	160,50	507,93	35785,27
2,5	5.852,77	128,40	567,88	25605,85
3	2.722,37	103,18	610,87	17150,92

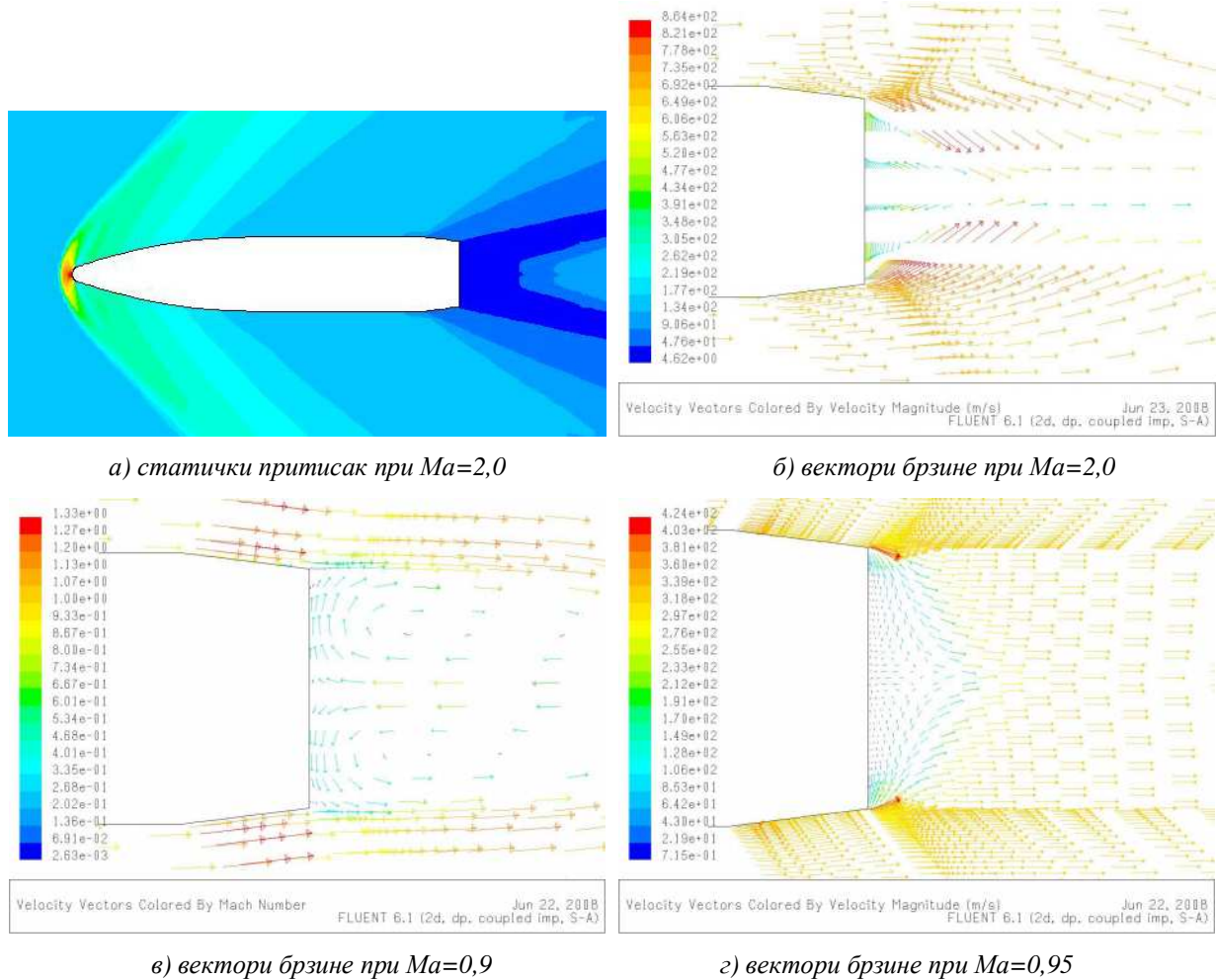
Прва група нумеричких симулација је извршена за статички карактер пројектила. За случај непокретног пројектила извршен је прорачун за различите вредности нападаних углова при различитим вредностима Маховог броја.

4.4. Резултати прорачуна нумеричке симулације струјања

4.4.1. Дводимензионални модел струјања без кретања препреке

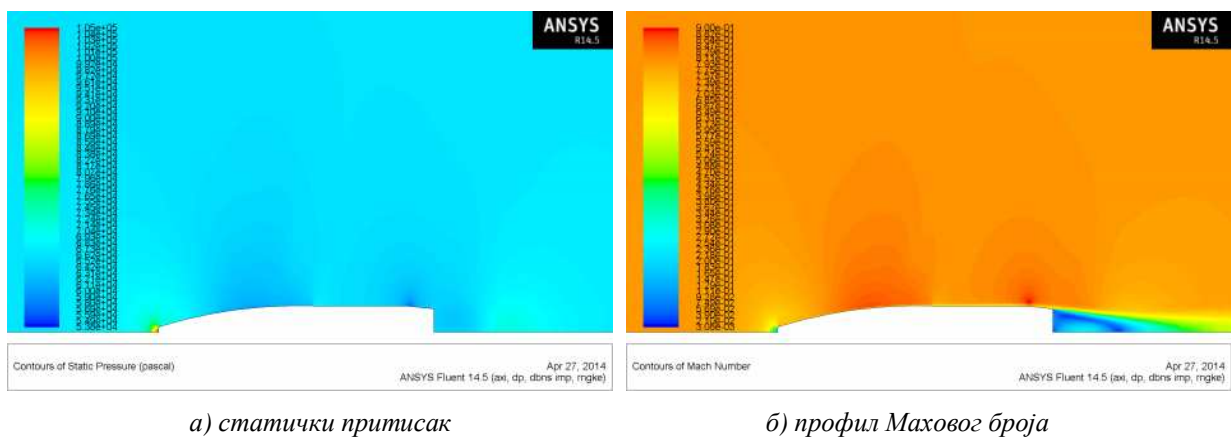
Извршени нумерички прорачуни струјања за случај раванског струјања са моделом прорачунске мреже 2Д1 (Поглавље 4.2) и према почетним и граничним условима (Поглавље 4.3) представљени су на следећим сликама.

На слици 4.27. представљен је добијени профил струјања за модел прорачунске мреже 2Д1 и модел вискозитета Спаларт-Алмарас.



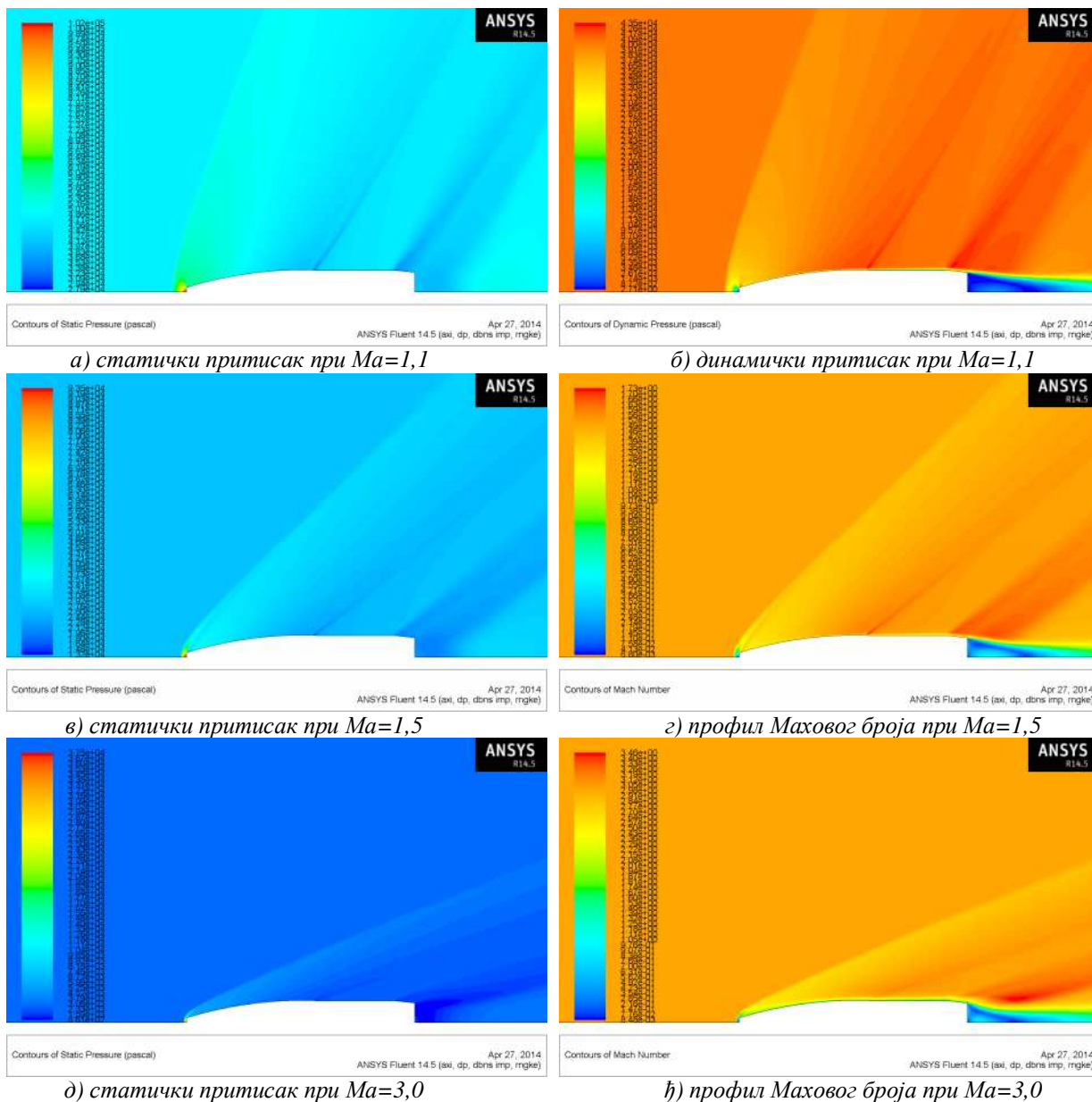
Слика 4.27. Профил параметара струјања при $\alpha=0^\circ$ (модел Спаларт-Алмарас)

На слици 4.28 представљен је добијени профил струјања за прорачунску мрежу 2Д2 и модел вискозитета $RNG\ k-\epsilon$ за $Ma=0,8$



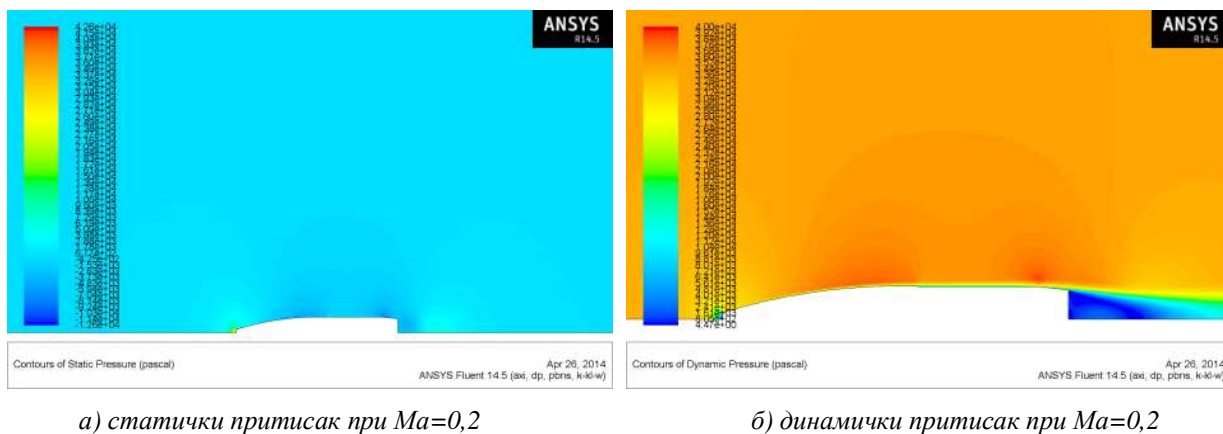
Слика 4.28. Профил параметара струјања при $\alpha=0^\circ$, при $Ma=0,8$ (модел $RNG\ k-\epsilon$)

На слици 4.29 представљен је добијени профил струјања за прорачунску мрежу 2Д2 и модел вискозитета $RNG\ k-\epsilon$ за вредности Маховог броја од 1,1 до 3.

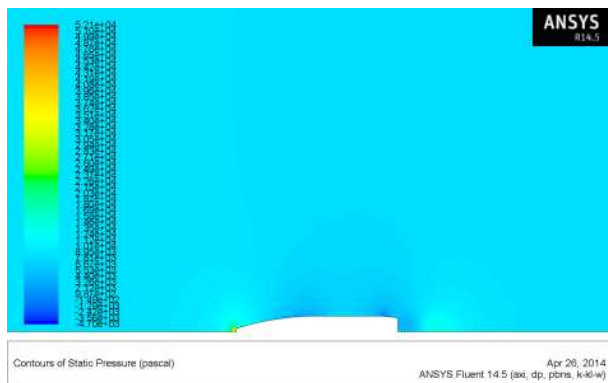


Слика 4.29. Профил параметара струјања при $\alpha=0^\circ$ (модел RNG k- ϵ)

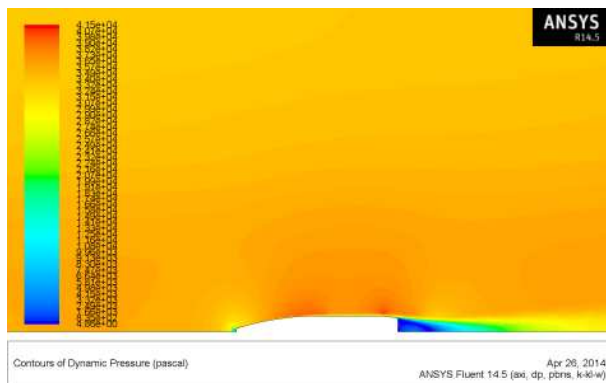
На сликама 4.30. до 4.32 представљени су профили струјања за прорачунску мрежу 2Д2 са моделом вискозитета *Transitional k-kl- ω* (k – kl – ω).



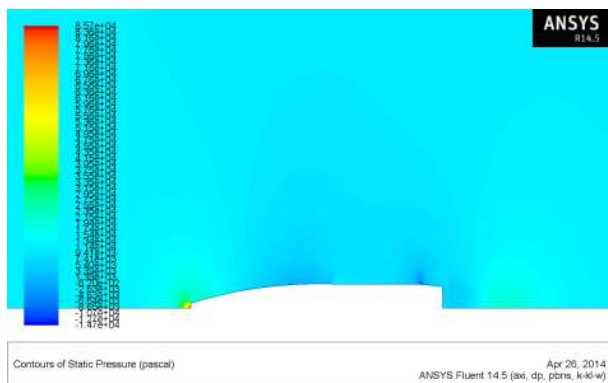
Слика 4.30. Профил параметара струјања у подзвучном режиму при $\alpha=5^\circ$ (модел k-kl- ω)



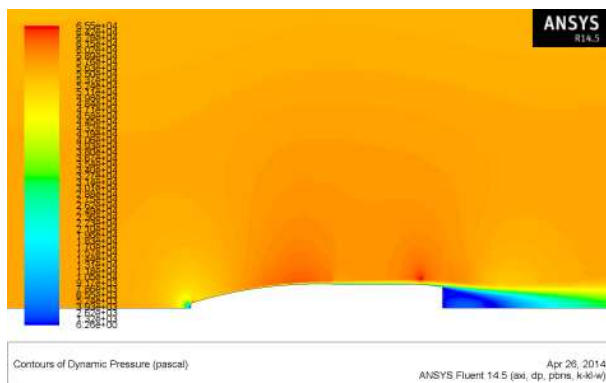
а) статички притисак при $Ma=0,7$



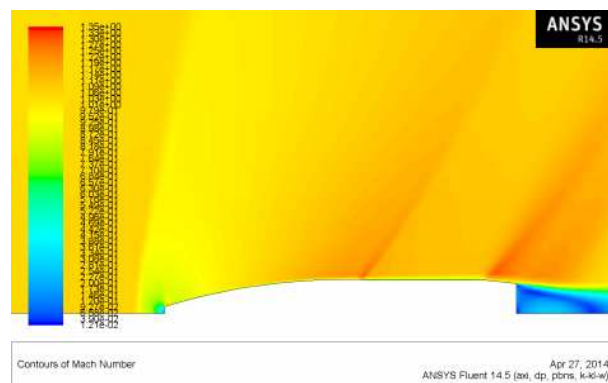
б) динамички притисак при $Ma=0,7$



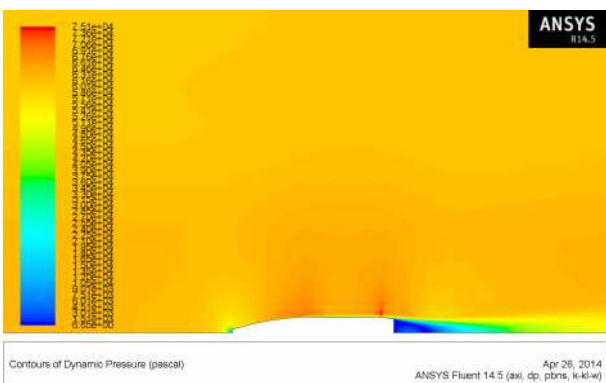
в) статички притисак при $Ma=0,9$



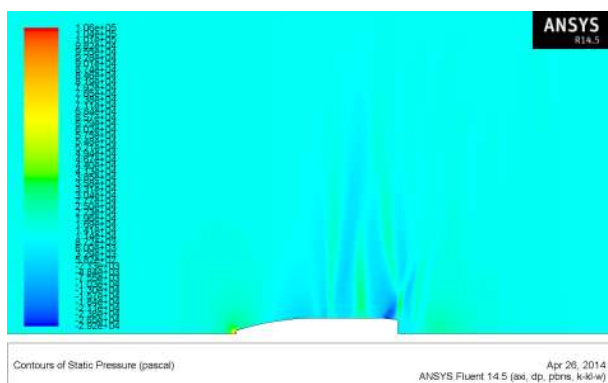
г) динамички притисак при $Ma=0,9$



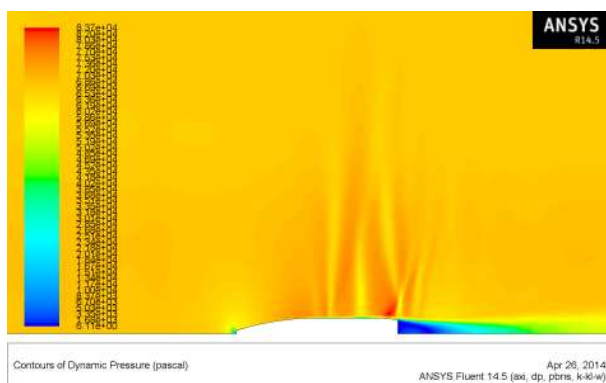
д) профил Махових бројева при $Ma=0,95$



ђ) динамички притисак при $Ma=0,95$

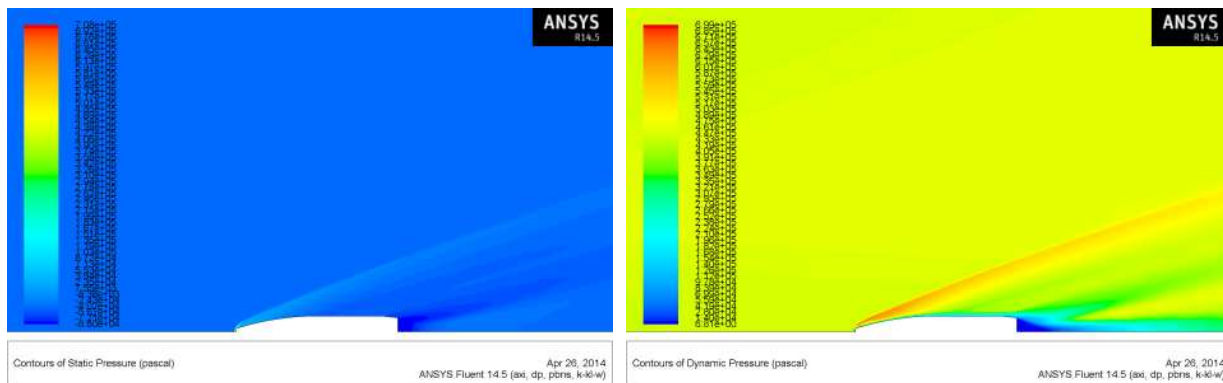


е) статички притисак при $Ma=1,0$



ж) динамички притисак при $Ma=1,0$

Слика 4.31. Профил параметара струјања у околзвучном режиму при $\alpha=5^\circ$ (модел k-kl- ω)



а) статички притисак при $Ma=3,0$

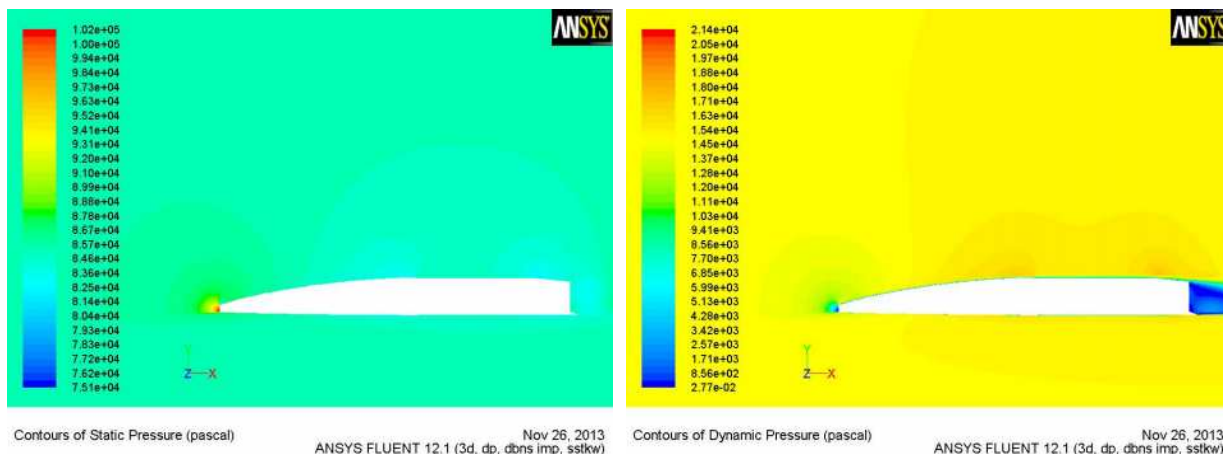
б) динамички притисак при $Ma=3,0$

Слика 4.32. Профил параметара струјања у надзвучном режиму при $\alpha=5^\circ$ (модел $k-kI-w$)

4.4.2. Тродимензионални модел струјања без кретања препреке

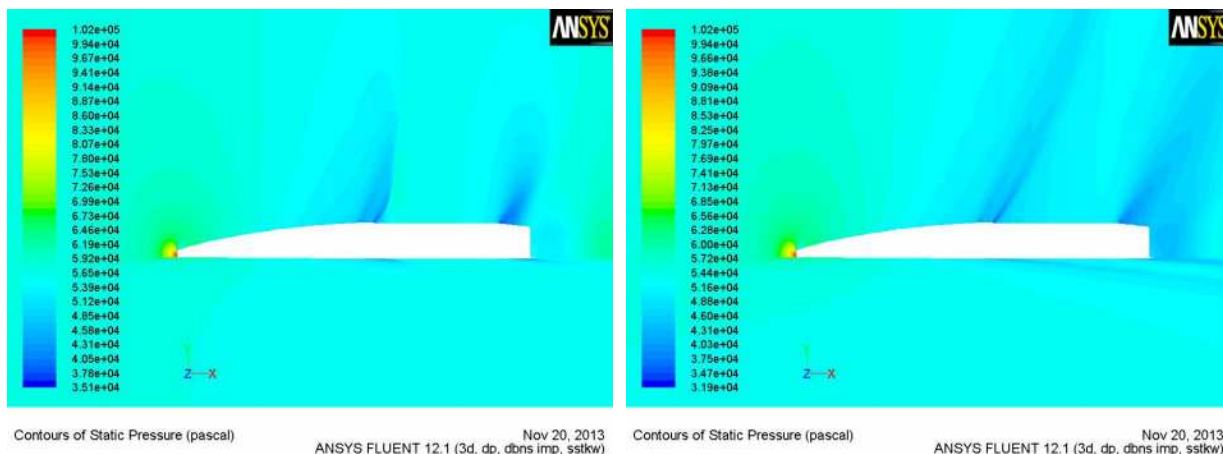
Извршени нумерички прорачуни струјања за случај просторног струјања са прорачунском мрежом 3Д2 (Поглавље 4.2) према почетним и граничним условима (поглавље 4.3) представљени су на следећим сликама.

На сликама 4.32. и 4.33. представљени су профили параметара струјања за модел прорачунске мреже 3Д2 и модел вискозитета $SST\ k-\omega$.



а) статички притисак при $Ma = 0,5$,

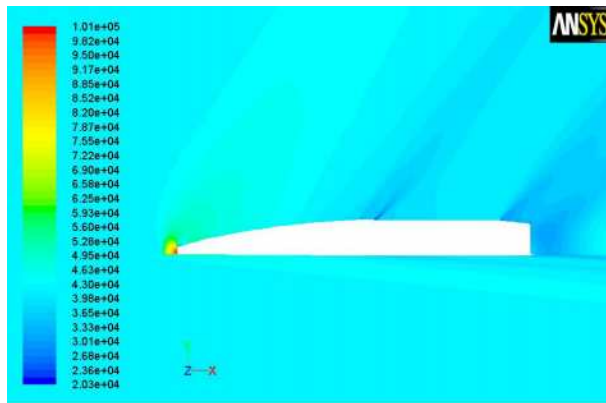
б) динамички притисак при $Ma = 0,5$



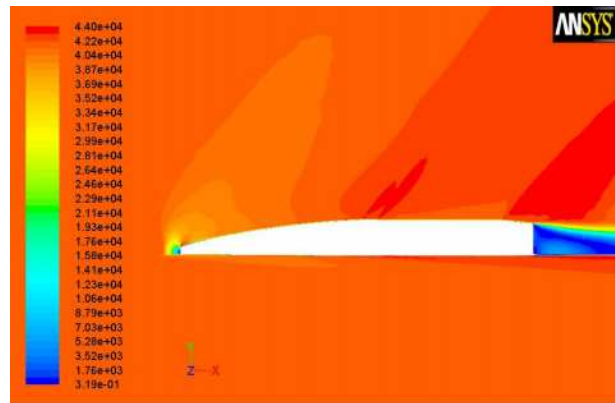
в) статички притисак при $Ma = 0,95$,

г) статички притисак при $Ma = 1,0$

Слика 4.33. Параметри подзвучног и околзвучног струјања при $\alpha=0^\circ$ (мрежа 3Д2, модел $SST\ k-\omega$)



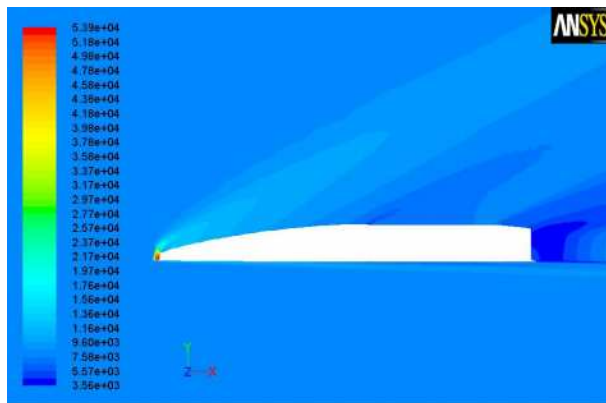
Contours of Static Pressure (pascal) ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk) Nov 20, 2013



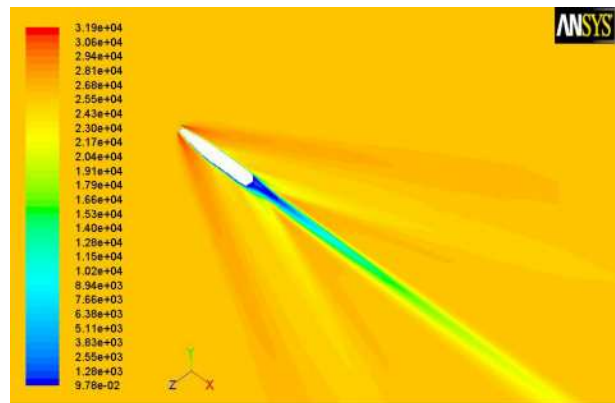
Contours of Dynamic Pressure (pascal) ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk) Nov 20, 2013

а) статички притисак при $Ma = 1,2$,

б) динамички притисак при $Ma = 1,2$



Contours of Static Pressure (pascal) ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk) Nov 26, 2013



Contours of Dynamic Pressure (pascal) ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk) Nov 26, 2013

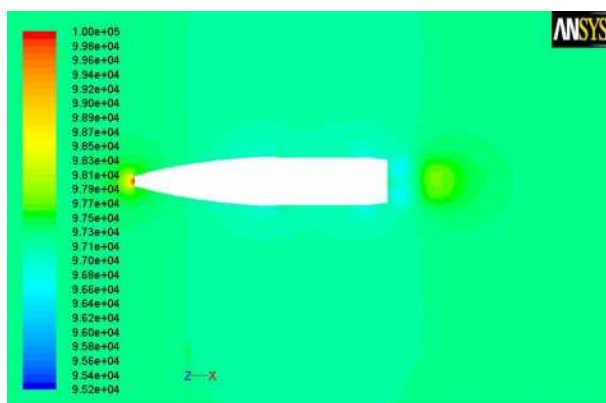
в) статички притисак при $Ma = 2,5$,

г) динамички притисак при $Ma = 2,5$

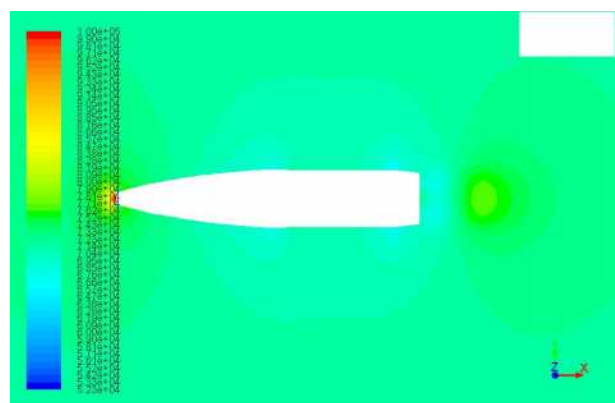
Слика 4.34. Параметри околзвучног и надзвучног струјања при $\alpha=0^\circ$ (мрежа 3Д2, модел SST k- ω)

Почетни и гранични услови струјања са моделом прорачунске мреже 3Д3 извршен је за сва три струјана режима, са вредностима параметара датим у табели 4.5.

На слици 4.35. представљен је профил параметара струјања за модел прорачунске мреже 3Д3 и модел вискозитета SST k- ω , при $\alpha = 0$, за подзвучни режим струјања.



Contours of Static Pressure (pascal) ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk) Jan 29, 2014



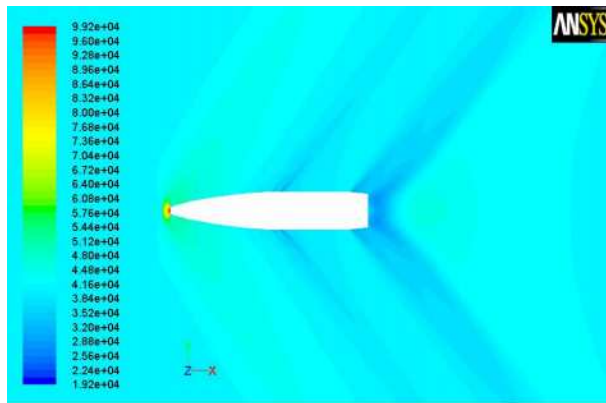
Contours of Static Pressure (pascal) ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, sstk) Jan 30, 2014

а) $Ma = 0,2$,

б) $Ma = 0,7$

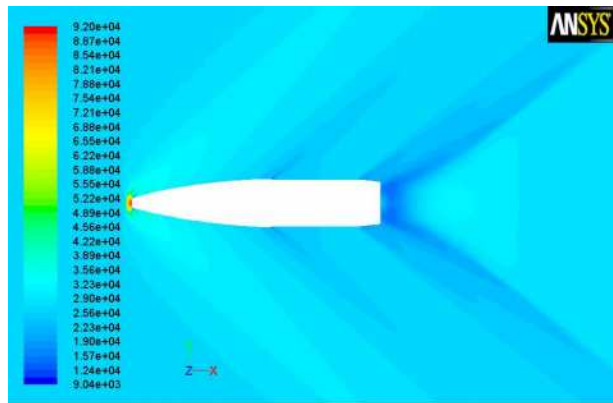
Слика 4.35. Параметри подзвучног струјања при $\alpha=0^\circ$ (мрежа 3Д3, модел SST k- ω)

На слици 4.36. представљен је профил параметара струјања за модел прорачунске мреже 3Д3 и модел вискозитета SST k- ω , при $\alpha = 0$, за околзвучни и надзвучни режим струјања.



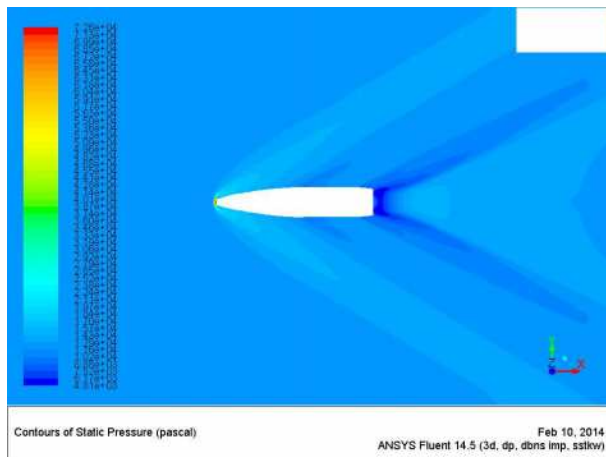
Contours of Static Pressure (pascal) Feb 10, 2014
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk)

а) статички притисак при $Ma = 1,2$,



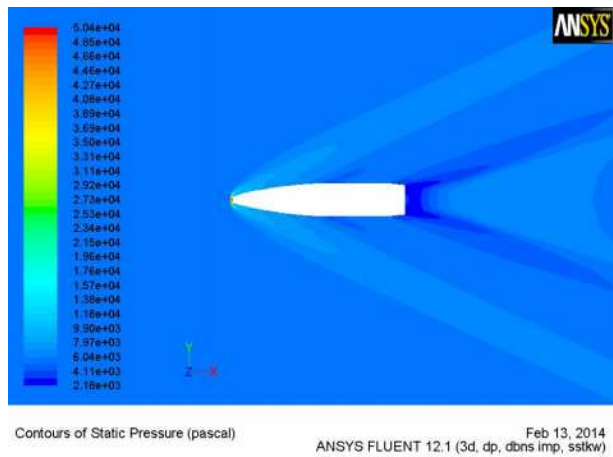
Contours of Static Pressure (pascal) Feb 10, 2014
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk)

б) статички притисак при $Ma = 1,5$



Contours of Static Pressure (pascal) Feb 10, 2014
ANSYS FLUENT 14.5 (3d, dp, dbns imp, sstk)

в) статички притисак при $Ma = 2,0$,

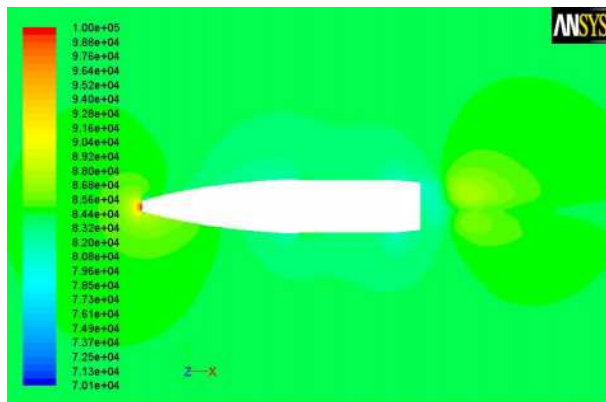


Contours of Static Pressure (pascal) Feb 13, 2014
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk)

г) статички притисак при $Ma = 2,5$

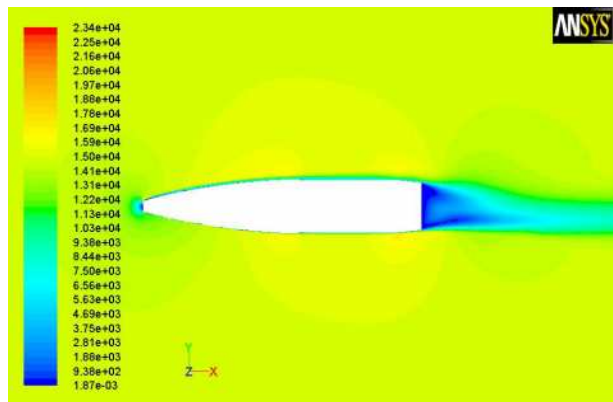
Слика 4.36. Параметри околзвучног и надзвучног струјања при $\alpha=0^\circ$ (мрежа 3ДЗ, модел SST k- ω)

На слици 4.37. представљен је профил параметара струјања за модел прорачунске мреже 3ДЗ и модел вискозитета SST k - ω , при $\alpha = 5^\circ$, за подзвучни режим струјања.



Contours of Static Pressure (pascal) Jan 21, 2014
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk)

а) статички притисак при $Ma = 0,5$,

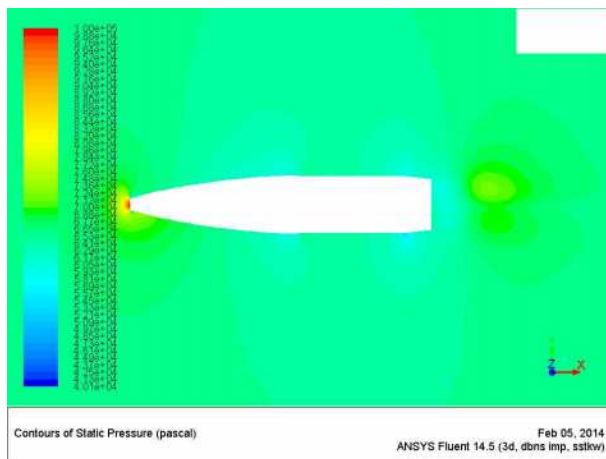


Contours of Dynamic Pressure (pascal) Jan 21, 2014
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, dbns imp, sstk)

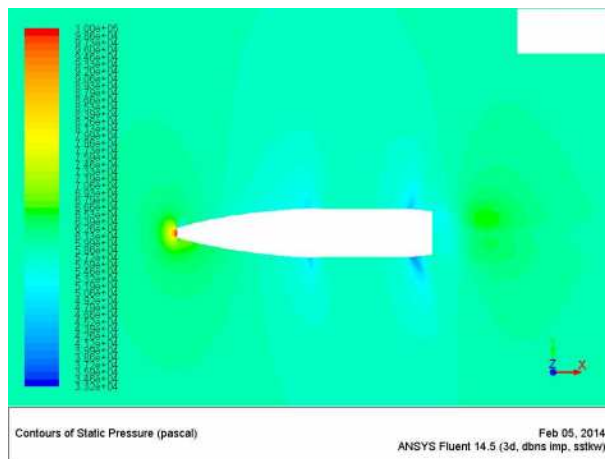
б) динамички притисак при $Ma = 0,5$

Слика 4.37. Параметри подзвучног струјања при $\alpha=5^\circ$ (мрежа 3ДЗ, модел SST k- ω)

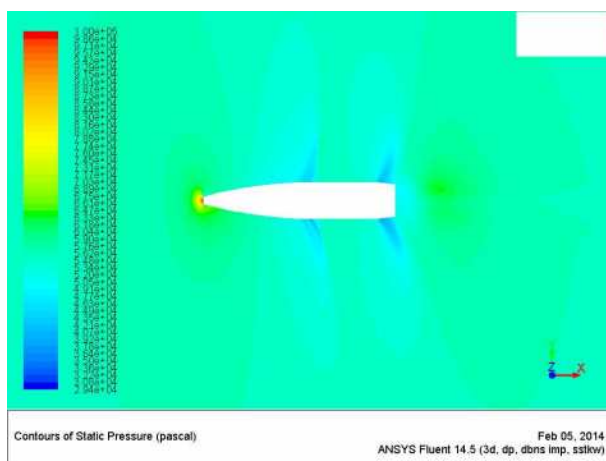
На слици 4.38. представљен је профил статичког притиска за модел прорачунске мреже 3ДЗ и модел вискозитета SST k - ω , при $\alpha = 5^\circ$ за околзвучни режим струјања.



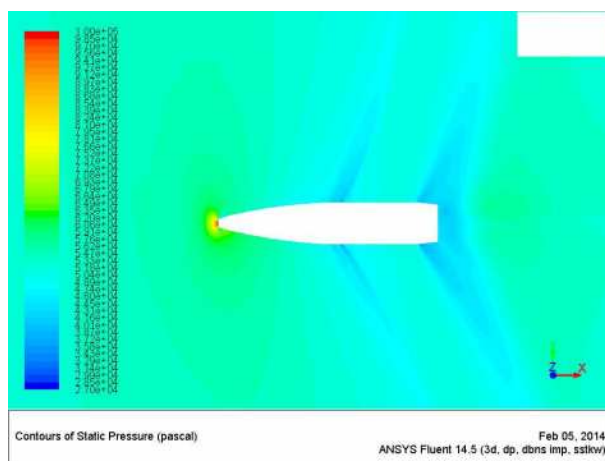
а) $Ma=0,8$



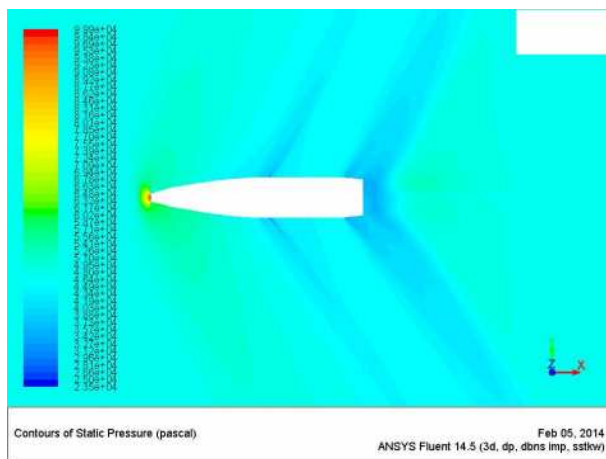
б) $Ma=0,9$



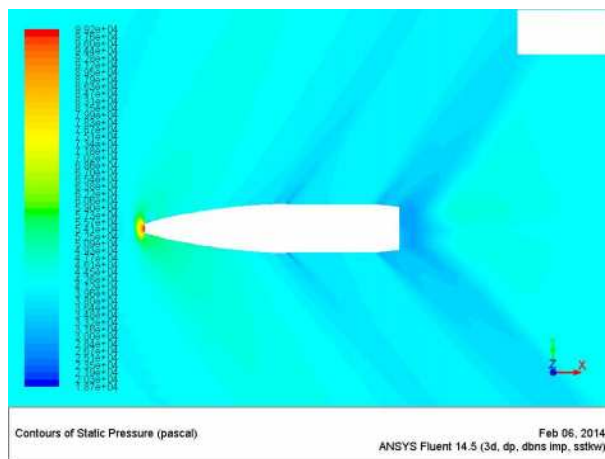
в) $Ma=0,95$



з) $Ma=1,0$



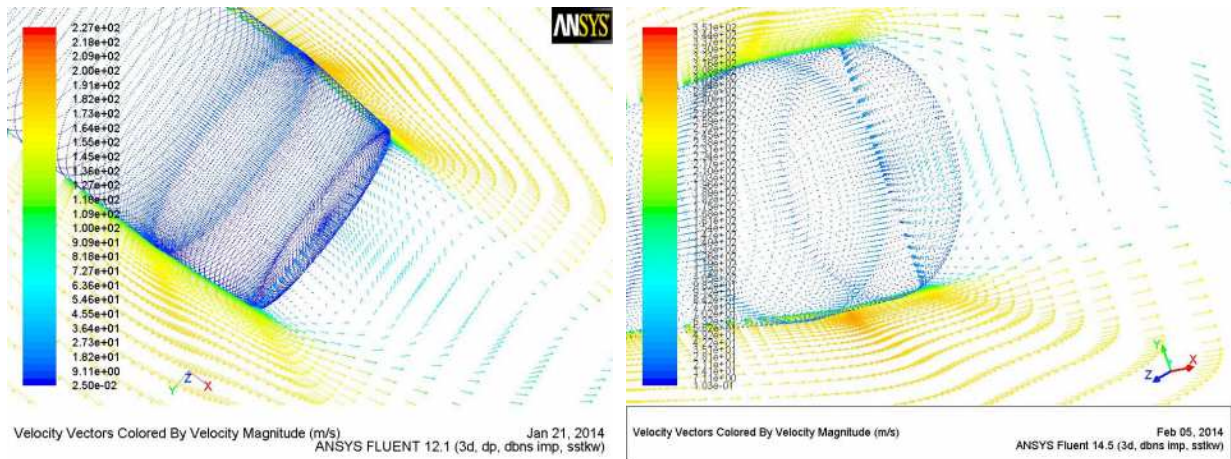
д) $Ma=1,1$



ђ) $Ma=1,2$

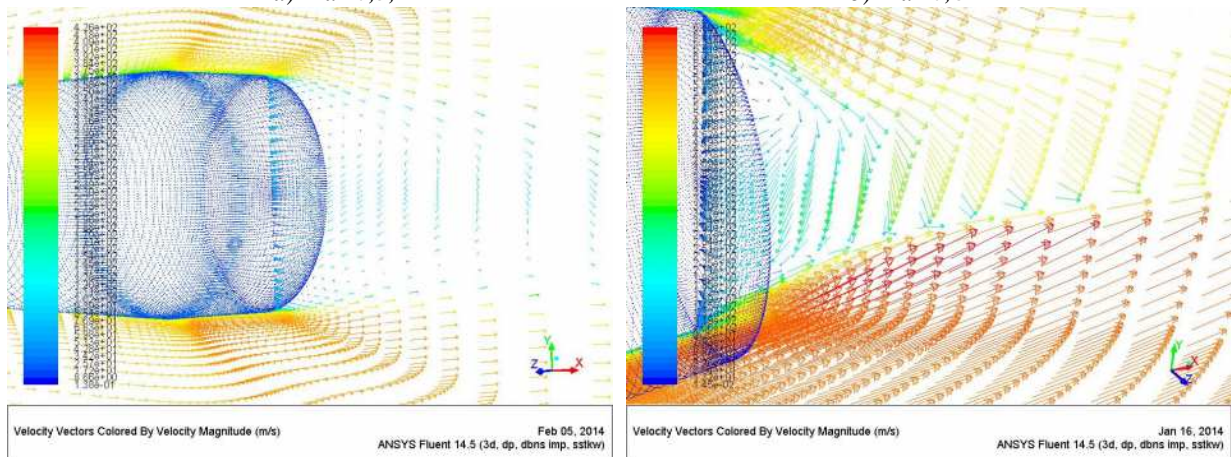
Слика 4.38. Профил статичког притиска при $\alpha=5^\circ$ (мрежа 3ДЗ, модел SST $k-\omega$)

На слици 4.39. представљен је профил вектора врзина струјања за модел прорачунске мреже 3ДЗ и модел вискозитета SST $k-\omega$, при $\alpha=5^\circ$.



а) $Ma=0,5$,

б) $Ma=0,8$

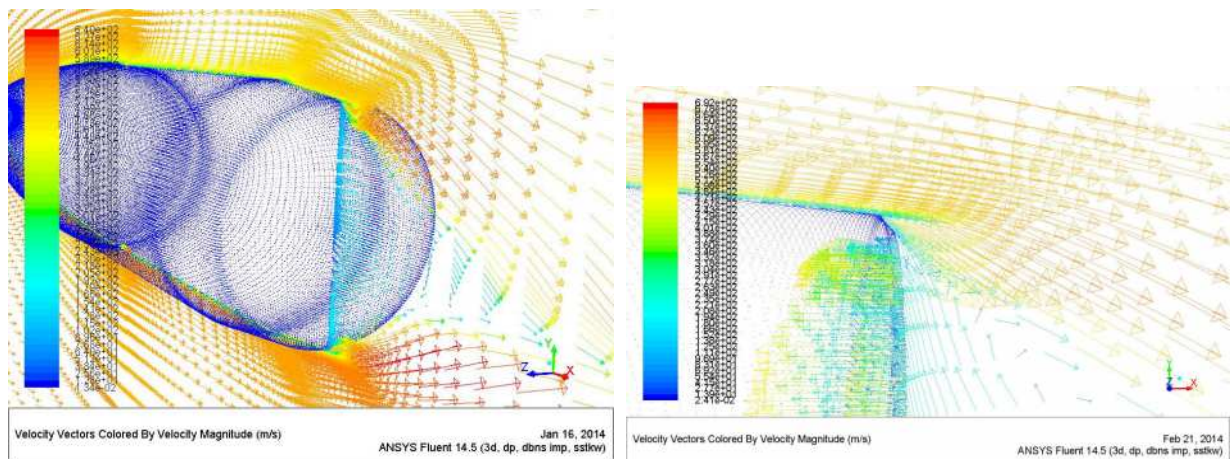


в) $Ma=1,1$,

з) $Ma=3,0$

Слика 4.39. Вектори брзина струјања при $\alpha=5^\circ$ (мрежа 3Д3, модел SST k- ω)

На слици 4.40. представљен је профил вектора брзина струјања за модел прорачунске мреже 3Д3 и модел вискозитета SST k- ω , при $\alpha=10^\circ$.

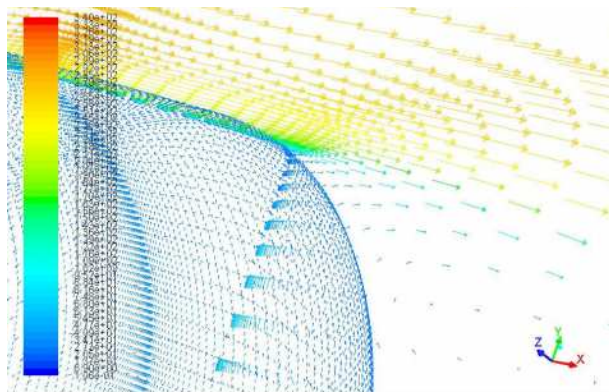


Слика 4.40. Вектори брзина за $Ma=2,5$ (лево) и $Ma=3,0$ (десно) при $\alpha=10^\circ$ (мрежа 3Д3, модел SST k- ω)

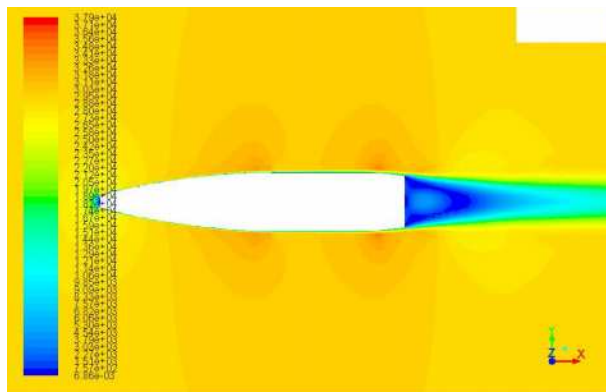
4.4.3. Тродимензионални модел струјања са кретањем препреке

Извршени нумерички прорачуни струјања за случај просторног струјања са прорачунском мрежом 3Д3 (поглавље 4.2) и према почетним и граничним условима (поглавље 4.3), уз кретање пројектила одговарајућим угаоним брзинама представљени су на следећим сликама.

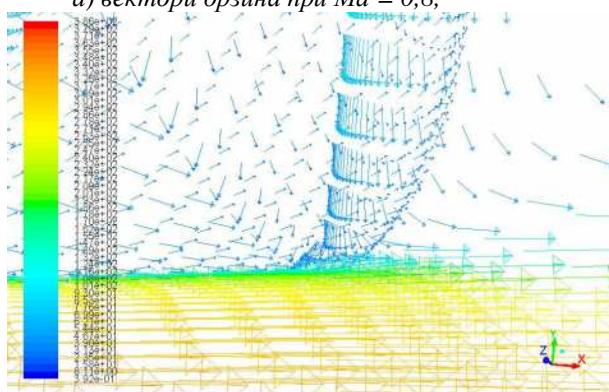
На слици 4.41. представљени су профили параметара струјања за прорачунску мрежу 3Д3А са моделом вискозитета SST k- ω при вредности бездимензионе угаоне брзине $p^*=0,116$ и нападаоног угла $\alpha=0$.



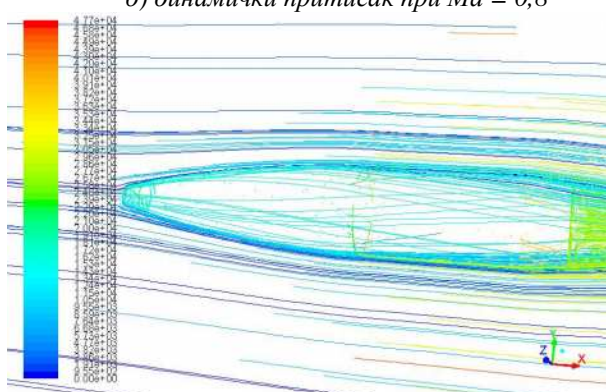
а) вектори брзина при $Ma = 0,8$,



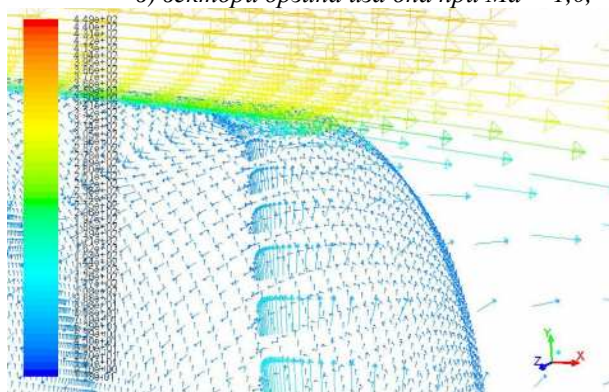
б) динамички притисак при $Ma = 0,8$



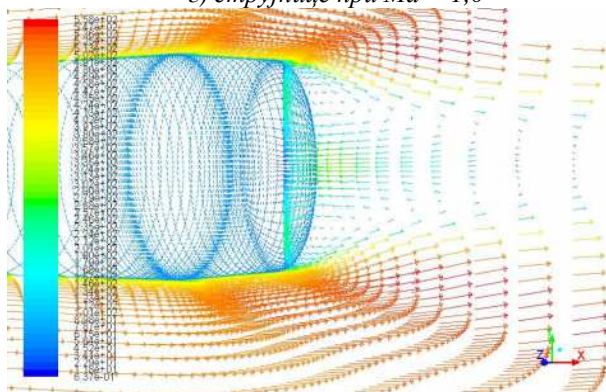
в) вектори брзина иза дна при $Ma = 1,0$,



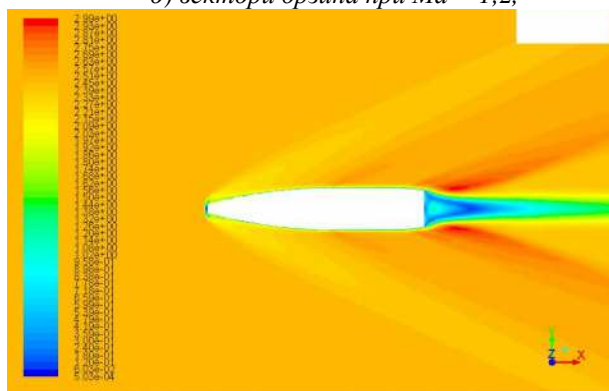
г) струјнице при $Ma = 1,0$



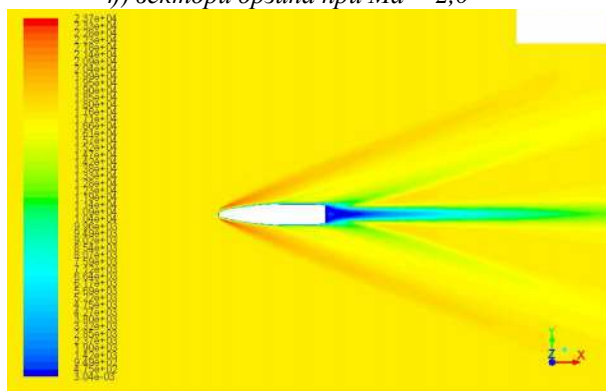
д) вектори брзина при $Ma = 1,2$,



ђ) вектори брзина при $Ma = 2,0$

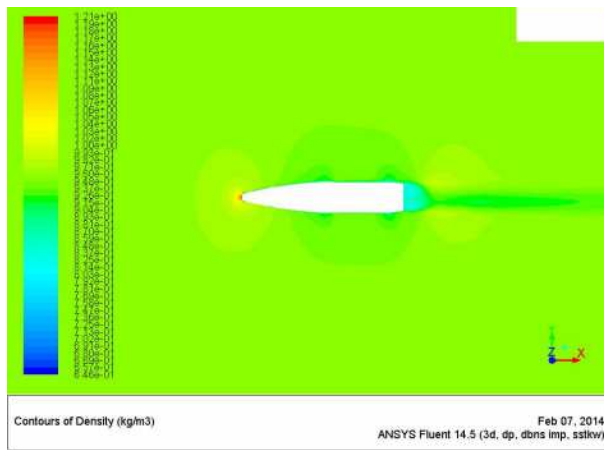


е) динамички притисак при $Ma = 2,5$,

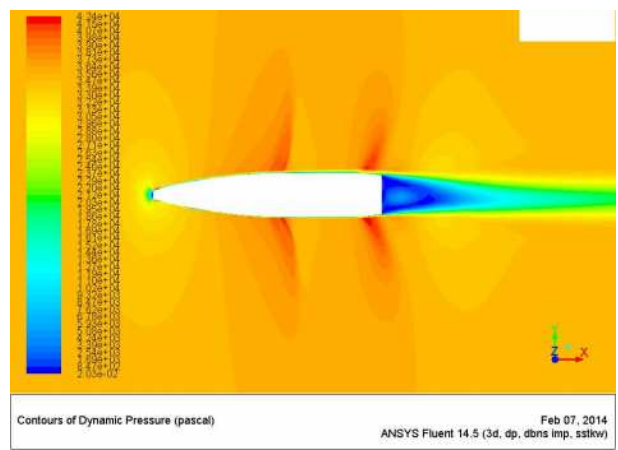


ж) динамички притисак при $Ma = 3,0$

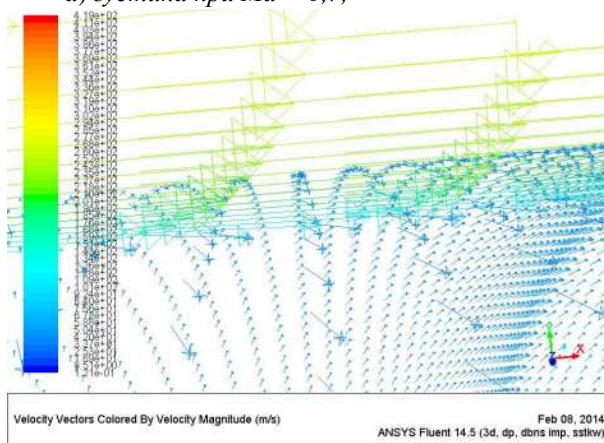
Слика 4.41. Параметри струјања при $\alpha=0^\circ$ и $p^*=0,116$ (мрежа ЗДЗА, модел SST k- ω)



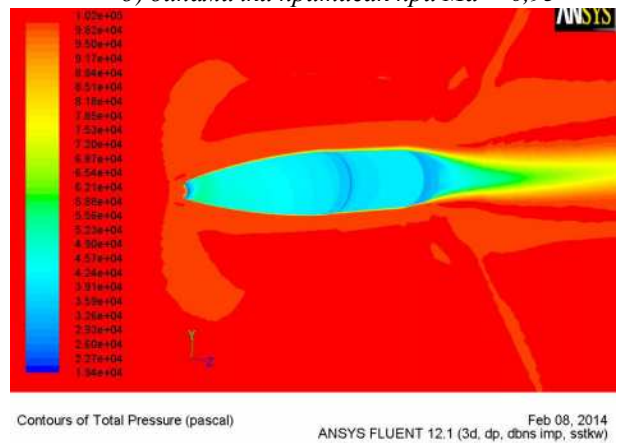
а) густина при $Ma = 0,7$,



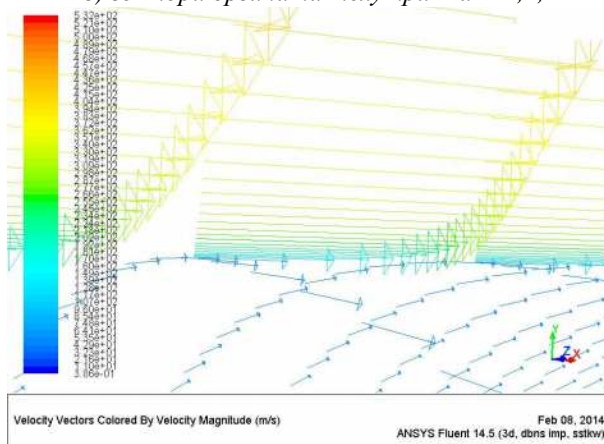
б) динамички притисак при $Ma = 0,95$



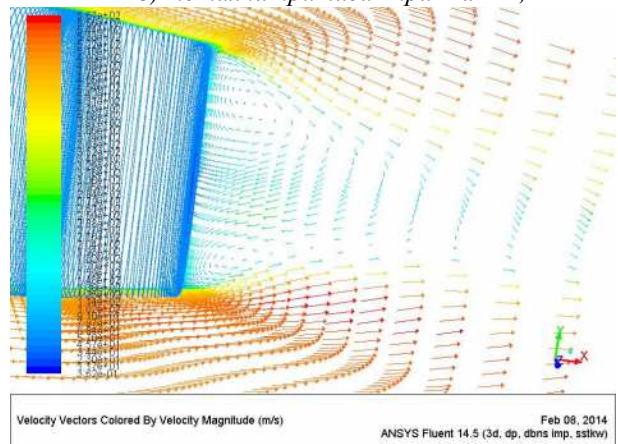
в) вектори брзина на телу при $Ma = 1,1$,



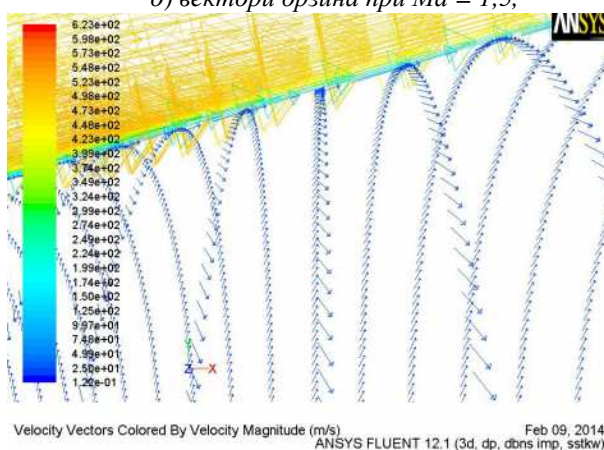
г) тотални притисак при $Ma = 1,2$



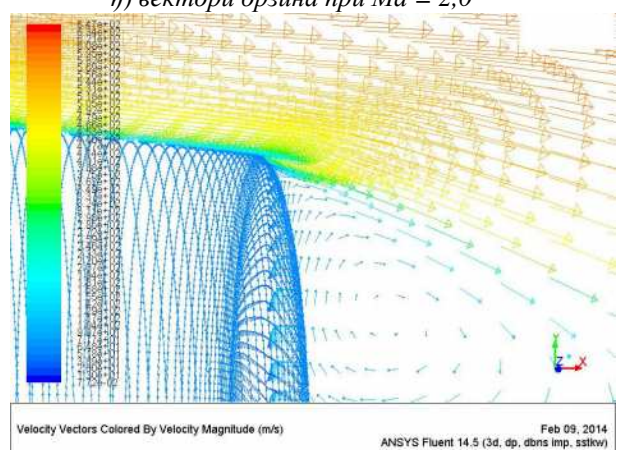
д) вектори брзина при $Ma = 1,5$,



ђ) вектори брзина при $Ma = 2,0$



е) вектори брзина при $Ma = 2,5$,



ж) вектори брзина при $Ma = 3,0$

Слика 4.42. Параметри струјања при $\alpha=2^\circ$ и $p^*=0,116$ (мрежа 3ДЗА, модел SST k- ω)

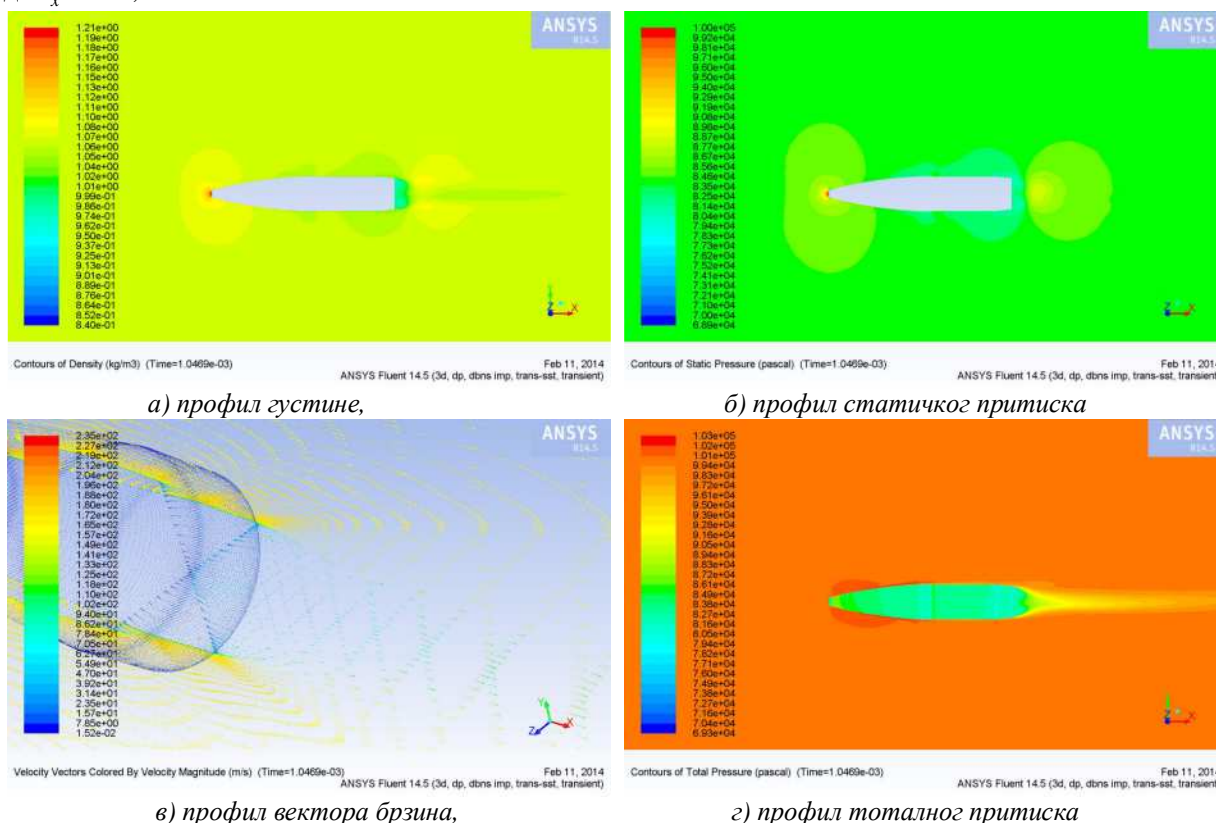
На слици 4.42. представљени су профили брзина и параметара струјања за различите режиме струјања израчунате за модел тродимензионалне мреже 3Д3А са моделом вискозитета $SST\ k-\omega$ при вредности бездимензионе угаоне брзине $p^* = 0,116$ и нападног угла $\alpha = 2^\circ$. Посебно су дати делови профила брзина у непосредној близини тела, ради истицања поузданости модела у односу на режиме кретања препреке – пројектила са угаоном брзином са и без нападног угла.

Прорачун струјања је реализован и за различите вредности угаоних брзина, у зависности од Махових бројева и вредности нападног угла. Комплетан преглед реализованих симулација струјања са различитим Маховим бројевима, различитим нападним угловима, различитим угаоним брзинама пројектила и са различитим осама ротације пројектила, као и њиховим комбинацијама, дат је у Прилогу 3.

4.4.4. Тродимензионални временски модел струјања са кретањем препреке

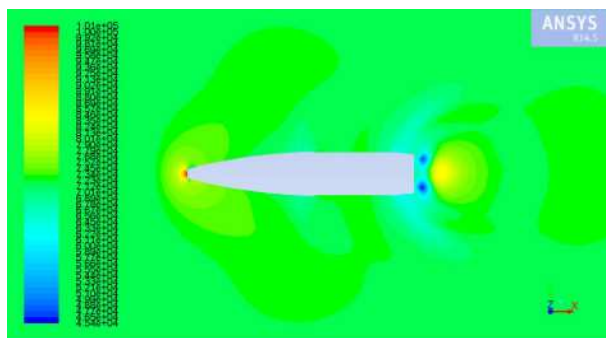
Извршени нумерички прорачуни струјања за случај временски зависног просторног струјања са прорачунском мрежом 3Д3Б (Поглавље 4.2), према почетним и граничним условима (Поглавље 4.3), уз кретање пројектила одговарајућим угаоним брзинама представљени су на следећим сликама.

На слици 4.43. представљен је профил струјања са прорачунском мрежом 3Д3Б, уз примену временски зависног модела вискозитета SST за $Ma=0,5$ при $\alpha = 2^\circ$ са бездимензионом вредношћу угаоне брзине ротације пројектила $p^* = 0,116$ и при вредности бездимензионе угаоне брзине нумеричког домена (мреже 3Д3Б) око Ox осе координатног система супротно ротацији пројектила од $\omega_x^* = -0,116$.



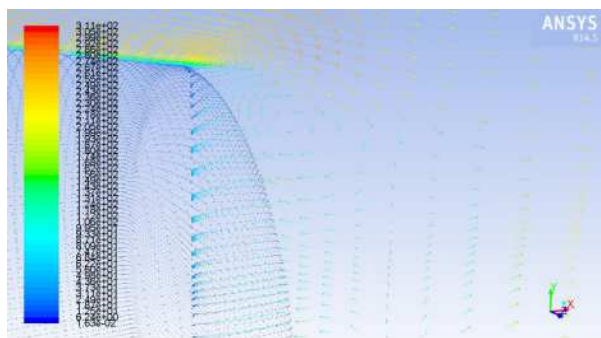
Слика 4.43. Параметри струјања за $Ma=0,5$ и $\alpha=2^\circ$ (мрежа 3Д3Б, модел временски SST)

На слици 4.44. представљени су профили параметара струјања за временски зависну симулацију струјања са прорачунском мрежом 3Д3Б, уз примену модела вискозитета LES при вредностима нападног угла од $\alpha = 2^\circ$, бездимензионом вредношћу угаоне брзине ротације пројектила $p^* = 0,116$ и при вредности угаоне брзине нумеричког домена око x - осе координатног система супротно ротацији пројектила од $\omega^* = -0,116$.



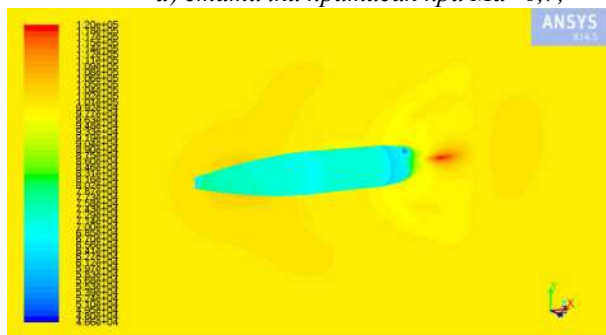
Contours of Static Pressure (pascal) (Time=2.0000e-04) Feb 12, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

а) статички притисак при $Ma=0,7$,



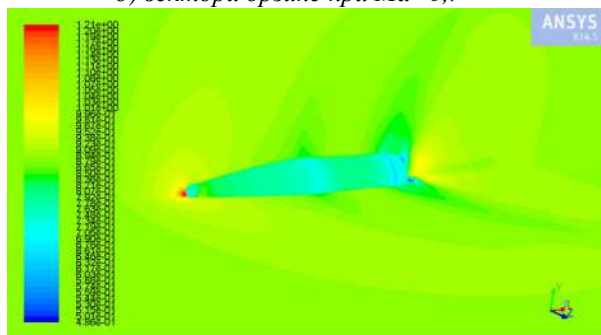
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) (Time=2.0000e-04) Feb 12, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

б) вектори брзине при $Ma=0,7$



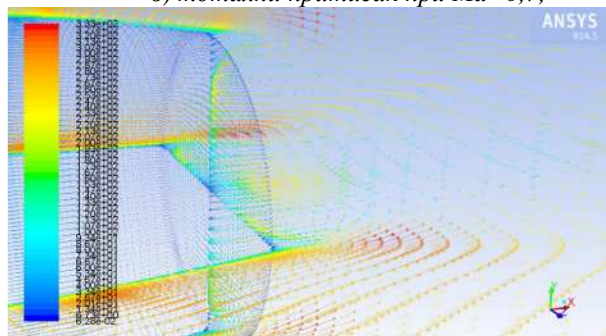
Contours of Total Pressure (pascal) (Time=2.0000e-04) Feb 12, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

в) тотални притисак при $Ma=0,7$,



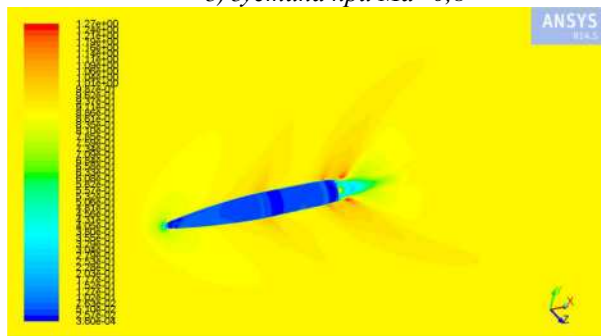
Contours of Density (kg/m3) (Time=1.0000e-03) Feb 13, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

г) густина при $Ma=0,8$



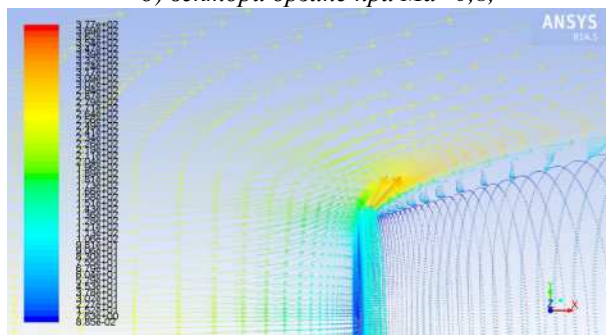
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) (Time=1.0000e-03) Feb 13, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

д) вектори брзине при $Ma=0,8$,



Contours of Mach Number (Time=1.0000e-03) Feb 14, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

ђ) профил Маховог броја $Ma=0,9$



Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) (Time=1.0000e-03) Feb 14, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

е) вектори брзине при $Ma=0,9$,



Contours of Static Pressure (pascal) (Time=1.0000e-03) Feb 27, 2014
ANSYS Fluent 14.5 (3d, dp, dbns imp, LES, transient)

ж) статички притисак при $Ma=1,0$

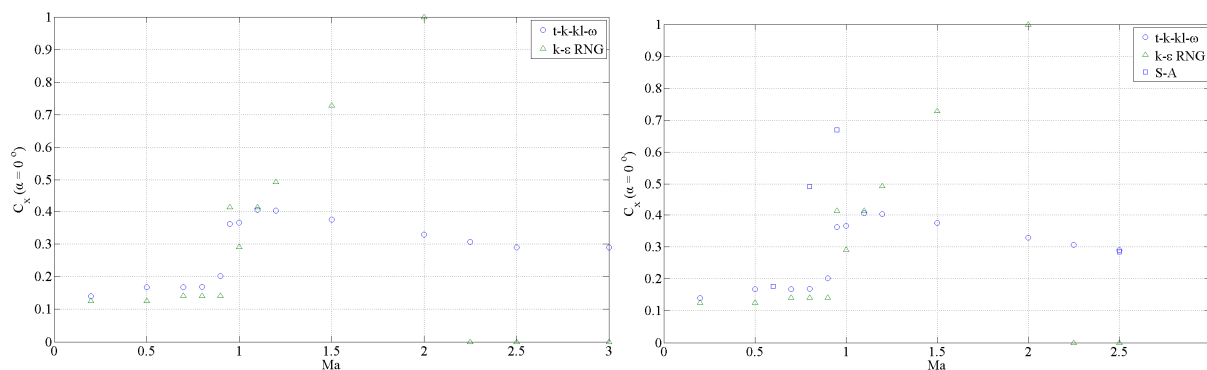
Слика 4.44. Параметри временске симулације струјања за $\alpha=2^\circ$ (мрежа 3ДЗБ, модел LES)

4.5. Прорачун аеродинамичких коефицијената нумеричком симулацијом струјања

4.5.1. Статичке нумеричке симулације струјања

Нумеричким прорачуном струјања за случај дводимензионалног струјања око пројектила добијени су резултати аеродинамичких коефицијената аксијалне силе у зависности од Маховог

броја. Карактер промене коефицијента аксијалне силе у функцији Маховог броја представљен је у зависности од коришћене прорачунске мреже и модела вискозитета и дат је на слици 4.44.

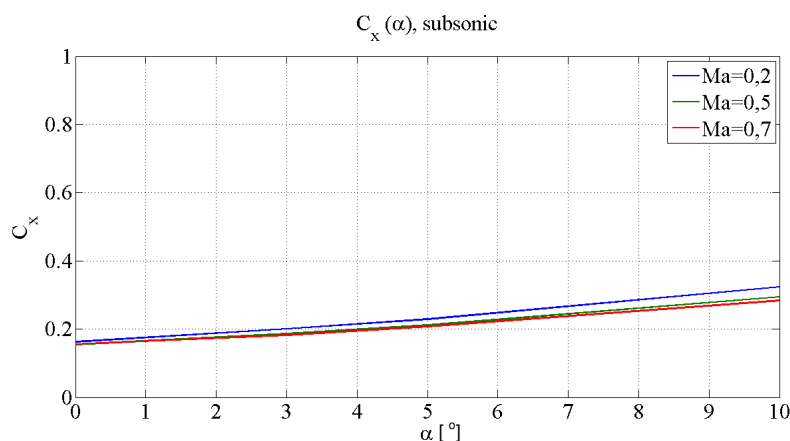


Слика 4.45. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе (дводимензионално струјање)

Према карактеру промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе одређеног различитим моделима вискозитета (слика 4.45) показано је да су модели Спаларт-Алмарас (S-A) и $k-\epsilon$ RNG у околзвучним и надзвучним режимима струјања дали велика одступања вредности и неправилан карактер промене у односу на Махов број, према очекиваним резултатима, [6]. Примена дводимензионалног модела струјања око модела пројектила је ограничена на статичке нумеричке симулације. Такође, случај овог модела струјања око полумреже 2Д2 не може физички исправно да омогући одређивање аеродинамичких коефицијената у односу на промену нападног угла. Међутим, овде су ове нумеричке симулације искоришћене за истраживање квалитета прорачунске мреже, као и применљивости модела вискозитета у односу на профил препреке и режиме струјања.

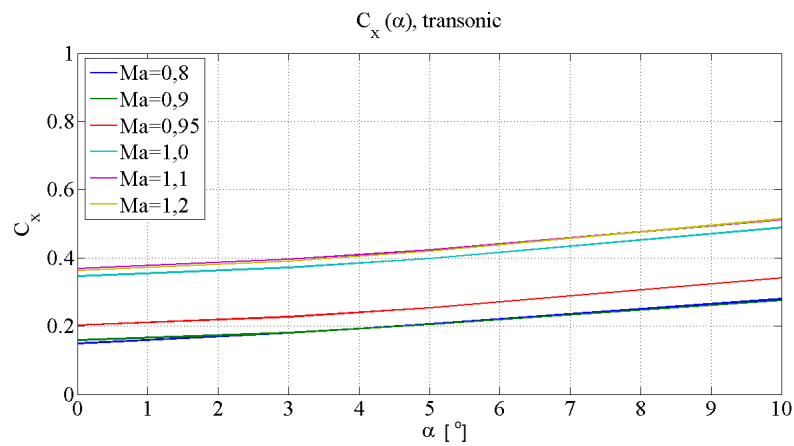
Нумерички прорачун струјања извршен за случај тродимензионалног струјања око представљеног пројектила, за случај тродимензионалне прорачунске мреже 3Д3, са моделом вискозитета SST $k-\omega$, за различите вредности Махових бројева, при непокретној препреци (пројектил не ротира) и за различите вредности нападних углова од 0° , 3° , 5° и 10° , дат је карактером аеродинамичких коефицијената сила и момената на следећим сликама.

На слици 4.46 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе у зависности од нападног угла, при различитим Маховим бројевима, за подзвучно подручје.



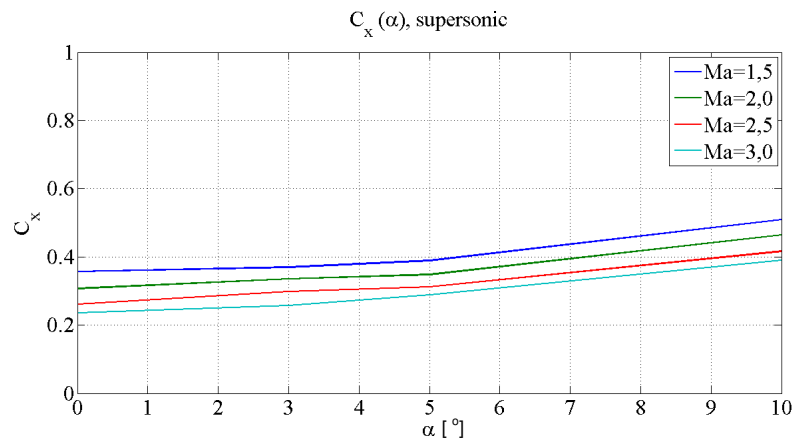
Слика 4.46. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе у подзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.46 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе у зависности од нападног угла, при различитим Маховим бројевима, за околзвучно подручје.



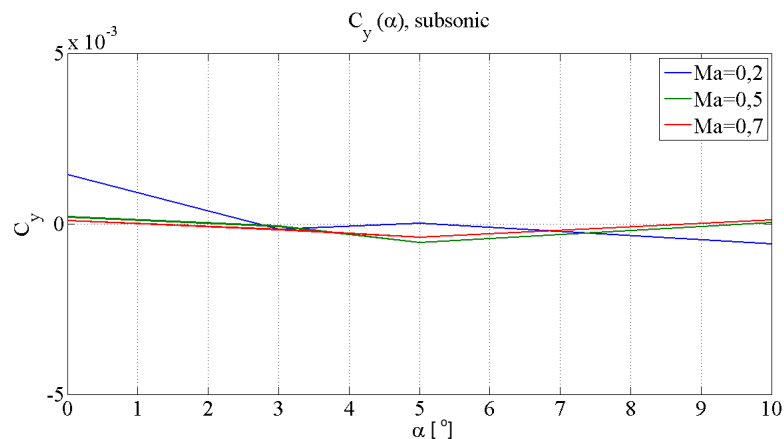
Слика 4.47. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе у околзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.48. представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе у зависности од нападног угла при различитим Маховим бројевима, за надзвучно подручје.



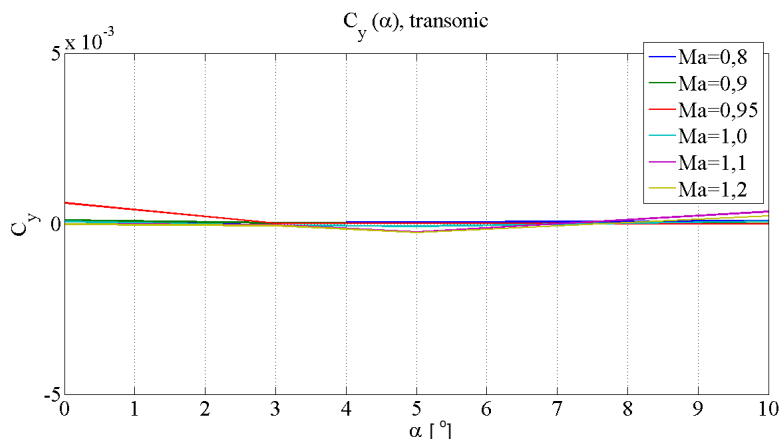
Слика 4.48. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе у надзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.49 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента бочне силе у зависности од нападног угла при различитим Маховим бројевима, за подзвучно подручје.



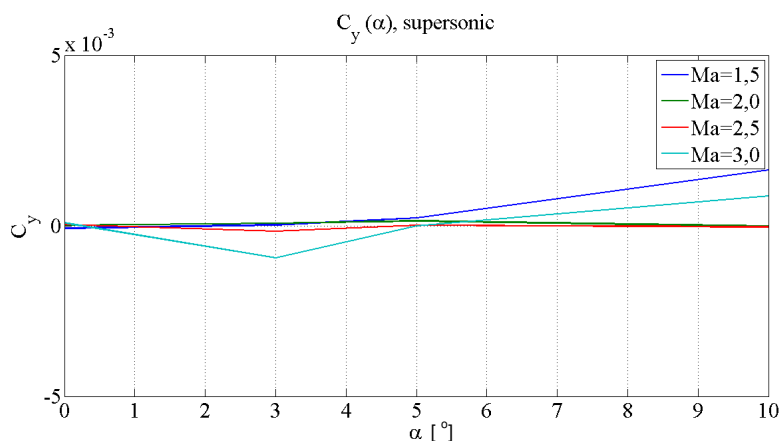
Слика 4.49. Аеродинамички коефицијент бочне силе у подзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.50 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента бочне силе при различитим вредностима Маховог броја, за околзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



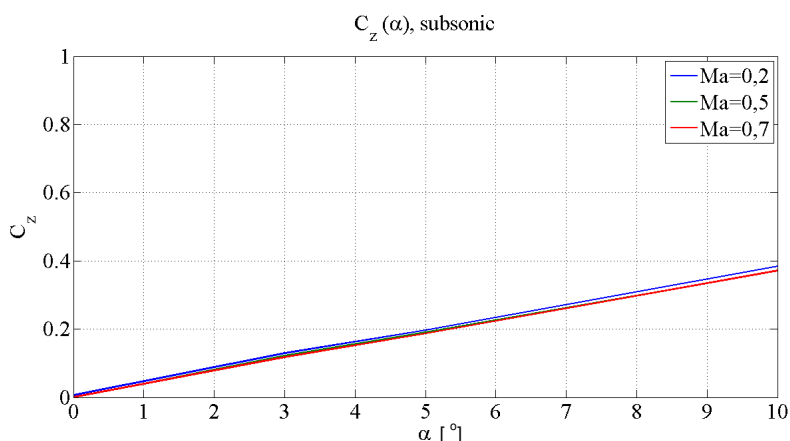
Слика 4.50. Аеродинамички коефицијент бочне силе у околзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.51 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента бочне силе при различитим вредностима Маховог броја, за надзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



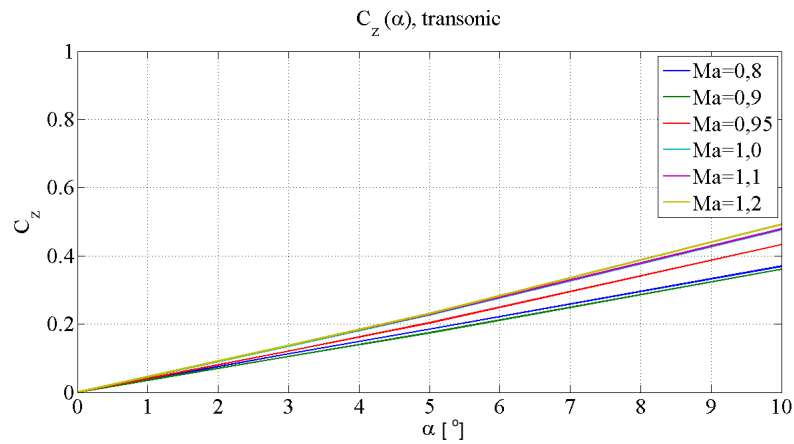
Слика 4.51. Аеродинамички коефицијент бочне силе у надзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.52 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе при различитим вредностима Маховог броја, за подзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



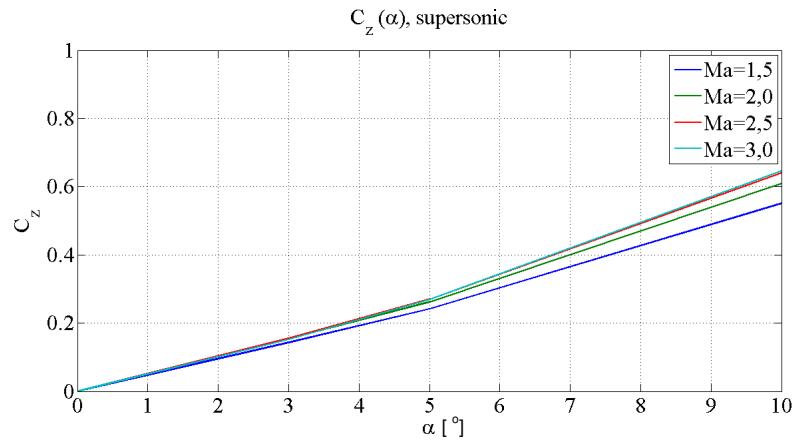
Слика 4.52. Аеродинамички коефицијент нормалне силе у подзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.53 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе при различитим вредностима Маховог броја, за околзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



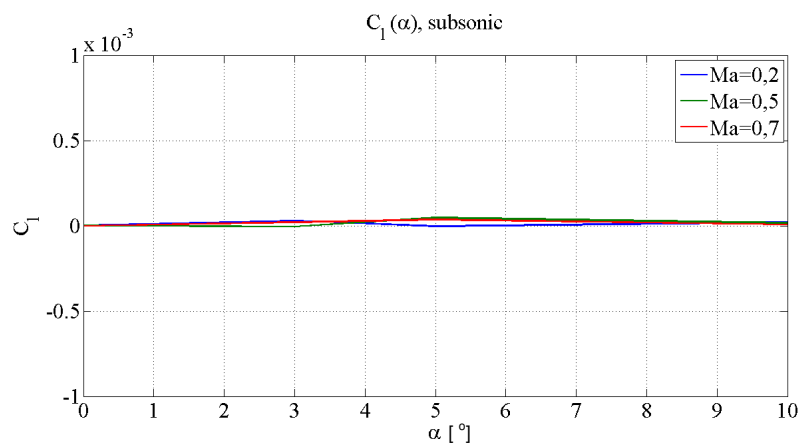
Слика 4.53. Аеродинамички коефицијент нормалне силе у околзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.54 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе при различитим вредностима Маховог броја, за надзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



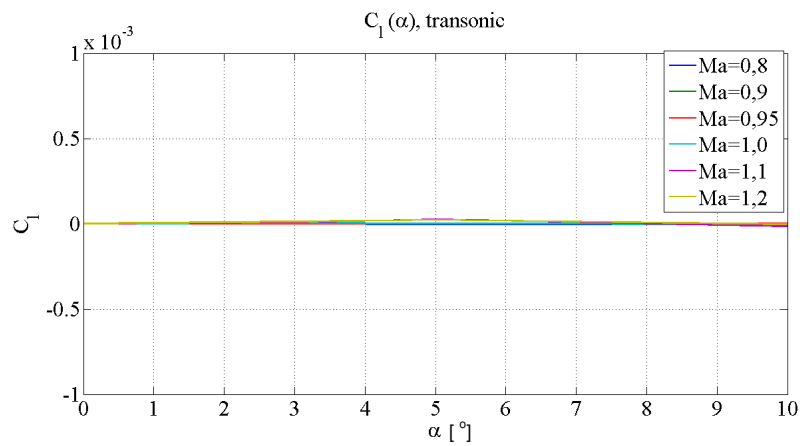
Слика 4.54. Аеродинамички коефицијент нормалне силе у надзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.55 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента ваљања у подзвучном подручју, у односу на различите вредности нападног угла.



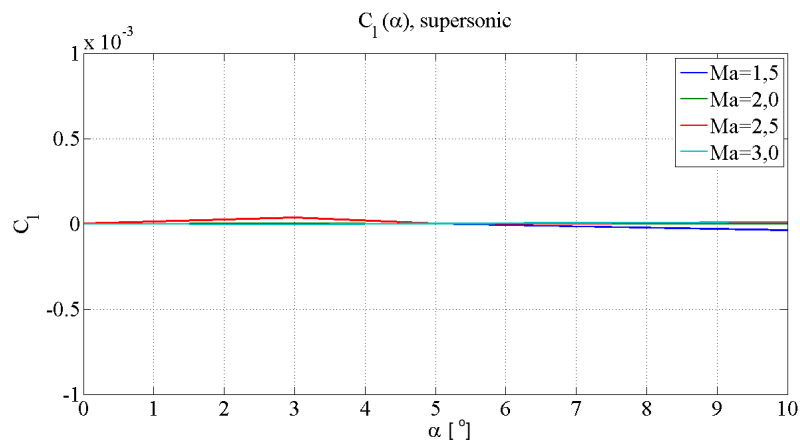
Слика 4.55. Аеродинамички коефицијент момента ваљања у подзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.56 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента ваљања при различитим вредностима Маховог броја, за околзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



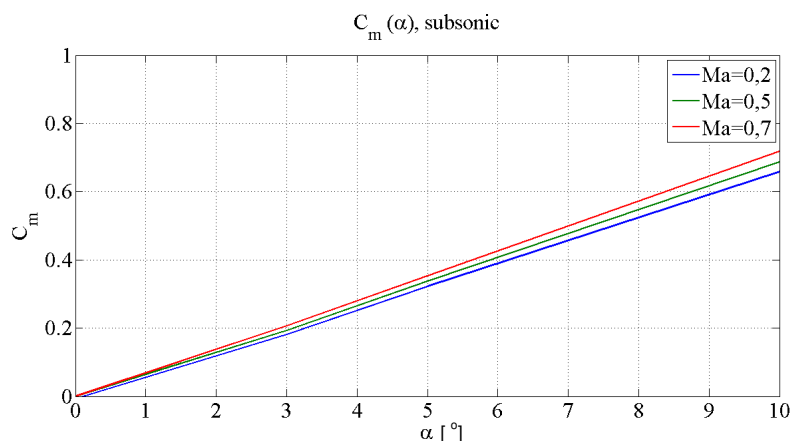
Слика 4.56. Аеродинамички коефицијент момента ваљања у околзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.57 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента ваљања при различитим вредностима Маховог броја, за надзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



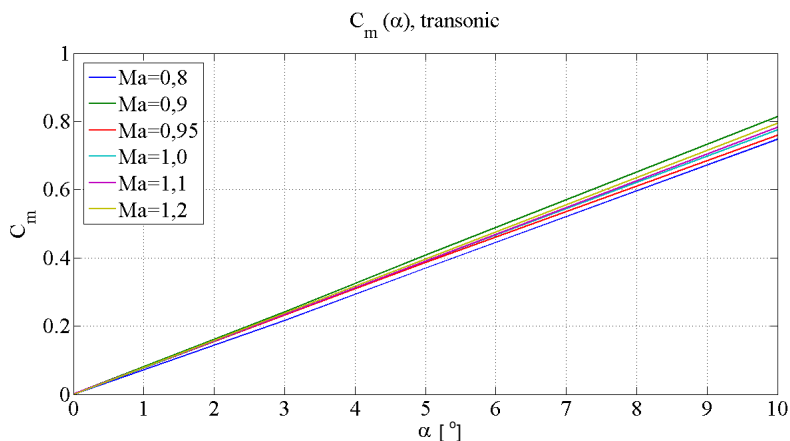
Слика 4.57. Аеродинамички коефицијент момента ваљања у надзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.58 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента пропињања при различитим вредностима Маховог броја, за подзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



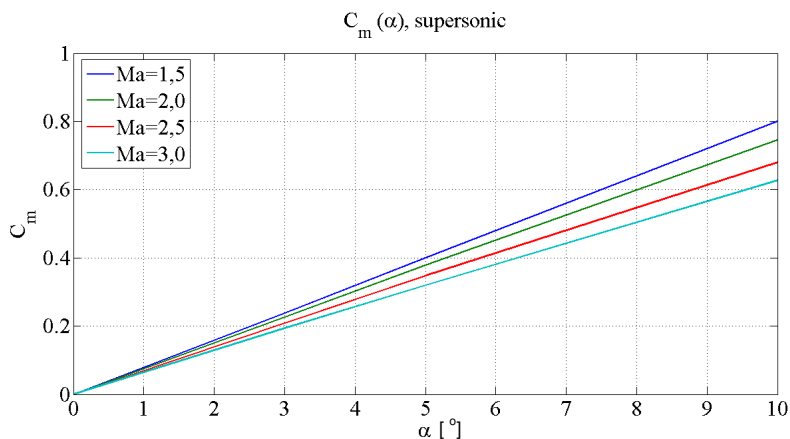
Слика 4.58. Аеродинамички коефицијент момента пропињања у подзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.59 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента пропињања при различитим вредностима Маховог броја, за околзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



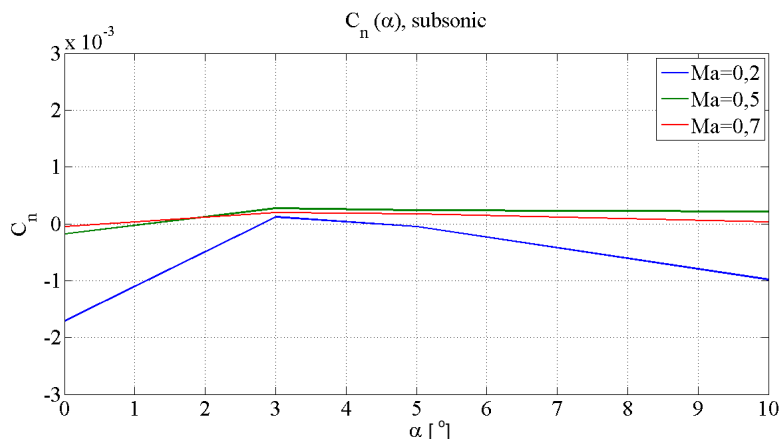
Слика 4.59. Аеродинамички коефицијент момента пропињања у околзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.60 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента пропињања при различитим вредностима Маховог броја, за надзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



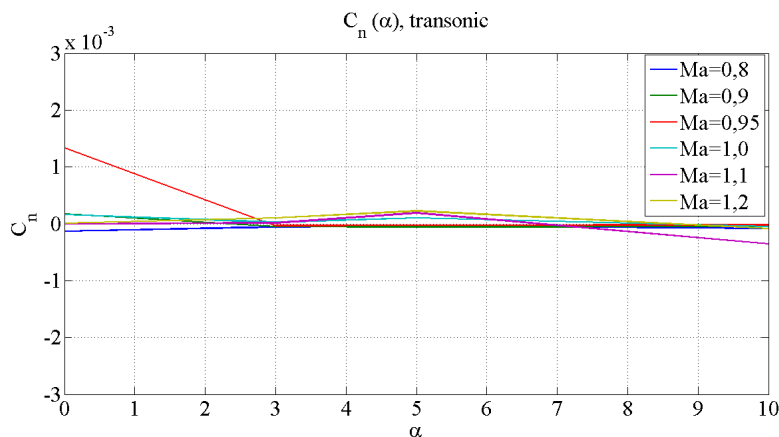
Слика 4.60. Аеродинамички коефицијент момента пропињања у надзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.61 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента скретања при различитим вредностима Маховог броја, за подзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



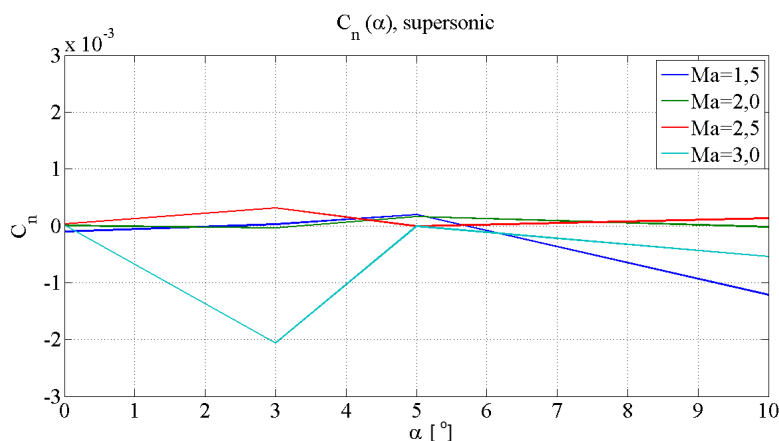
Слика 4.61. Аеродинамички коефицијент момента скретања у подзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.62 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента скретања при различитим вредностима Маховог броја, за околзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



Слика 4.62. Аеродинамички коефицијент момента скретања у околзвучном режиму у зависности од нападног угла

На слици 4.63 представљен је карактер промене аеродинамичког коефицијента момента скретања при различитим вредностима Маховог броја, за надзвучно подручје, у односу на различите вредности нападног угла.



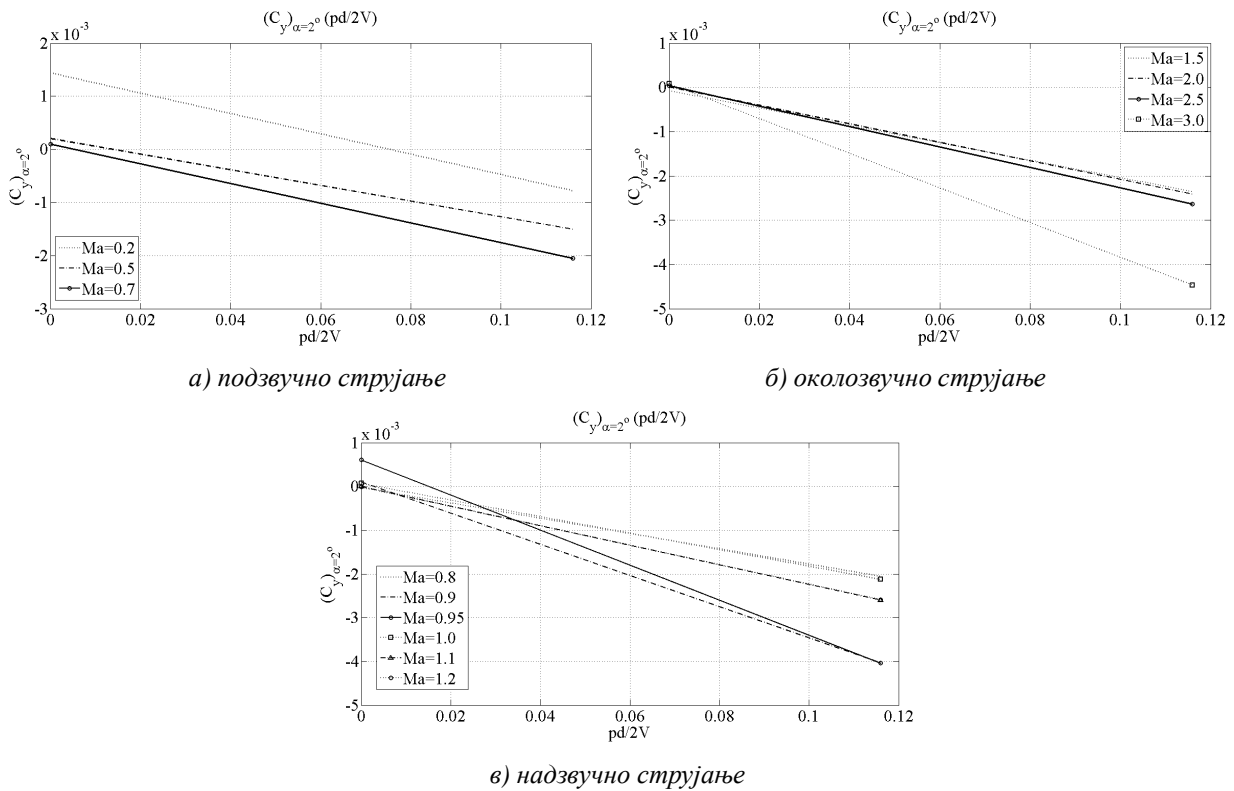
Слика 4.63. Аеродинамички коефицијент момента скретања у надзвучном режиму у зависности од нападног угла

4.5.2. Тродимензионалне нумеричке симулације струјања са кретањем пројектила

За потребе одређивања динамичких аеродинамичких коефицијената нумеричким моделом спроведеним у оквиру овог истраживања, коришћена је прорачунска мрежа 3ДЗА. Примењен је модел вискозитета $SST\ k-\omega$, који се показао као одговарајући током статичких нумеричких истраживања. Преглед нумеричких симулација за које су извршена динамичка истраживања дат је у Прилогу 3.

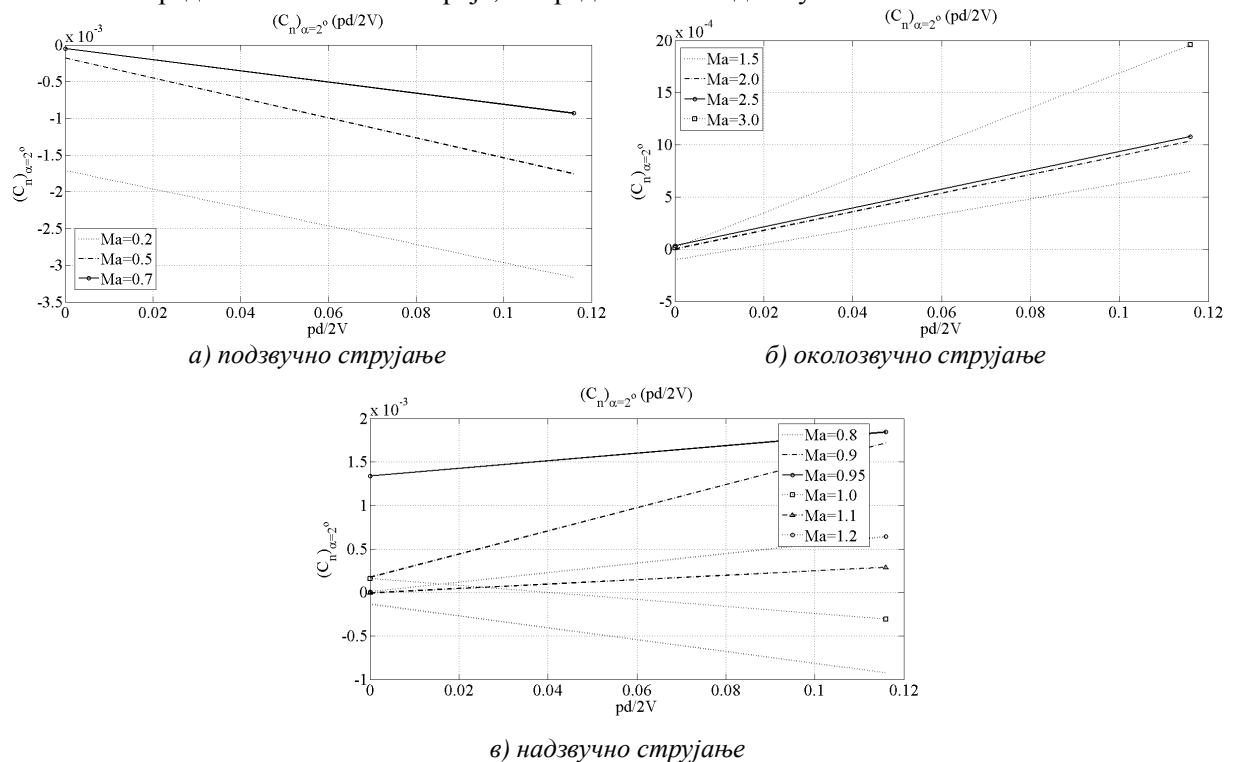
Нумеричке симулације извршене за потребе одређивања динамичких коефицијената, реализоване су за интервал Махових бројева од 0,2 до 3,0 са угаоним кретањем препреке, пројектила, при различитим вредностима нападних углова. Угаоне брзине су задате у зависности од брзине струјања са вредностима бездимензионе угаоне брзине, $p^* = pd/2V$ око уздужне осе од 0,05 до 0,9 и $q^* = qd/2V$ око бочне осе од $1,6 \cdot 10^{-5}$ до $3 \cdot 10^{-4}$. Вредности нападних углова су биле од 0 до 5°.

На слици 4.64 представљена је зависност аеродинамичког коефицијента бочне силе од бездимензионе угаоне брзине пројектила за случајеве струјања $p_0^* = 0$ и $p_1^* = 0,116$, при различитим вредностима Маховог броја, за вредности нападног угла $\alpha = 2^\circ$.



Слика 4.64. Зависност аеродинамичког коефицијента бочне силе од бездимензионе угаоне брзине

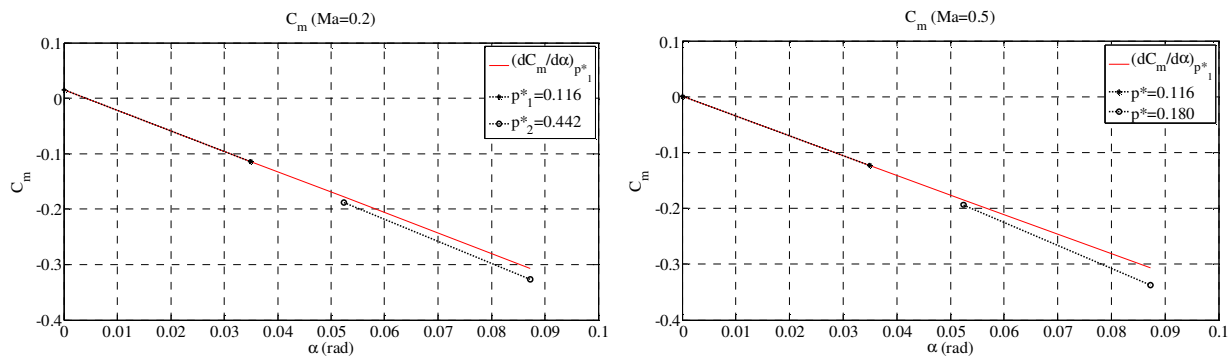
На слици 4.65 представљена је зависност аеродинамичког коефицијента момента скретања од бездимензионе угаоне брзине пројектила за случајеве струјања $p_0^* = 0$ и $p_1^* = 0,116$, при различитим вредностима Маховог броја, за вредности нападног угла $\alpha = 2^\circ$.



Слика 4.65. Зависност аеродинамичког коефицијента момента скретања од бездимензионе угаоне брзине

На следећим сликама представљена је зависност аеродинамичког коефицијента момента пропињања у различитим режимима струјања у функцији нападног угла, при различитим вредностима бездимензионих угаоних брзина. Црвена пуна линија представља извод момента пропињања за промену нападног угла $\Delta\alpha = 2^\circ$ и промену угаоне брзине $\Delta p^* = 0,116$.

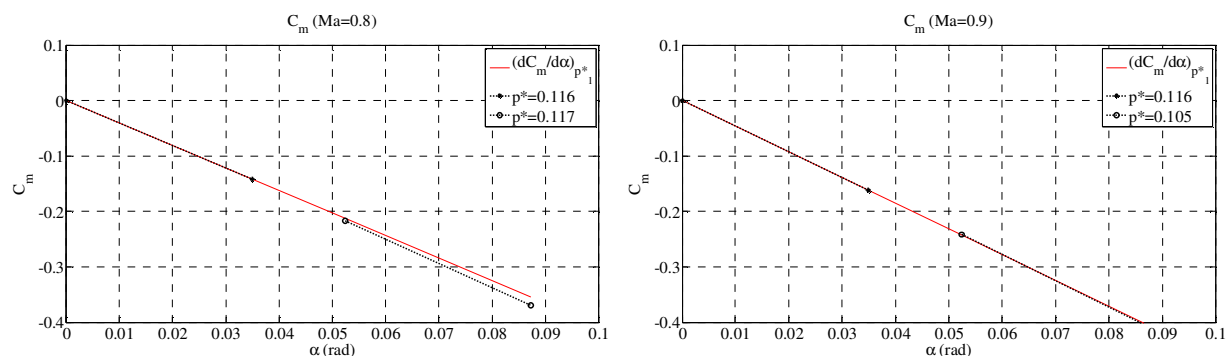
На слици 4.66 представљена је зависност аеродинамичког коефицијента момента пропињања од нападног угла за различите вредности бездимензионих угаоних брзина p^* , за подзвучни режим струјања.



а) $Ma=0,2$

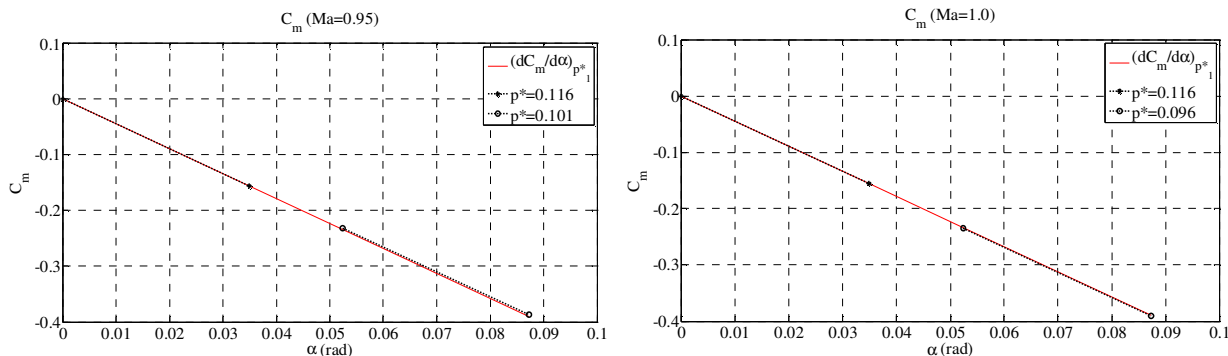
б) $Ma=0,5$

Слика 4.66. Аеродинамички коефицијент момента пропињања у функцији α и p^* (подзвучни режим)



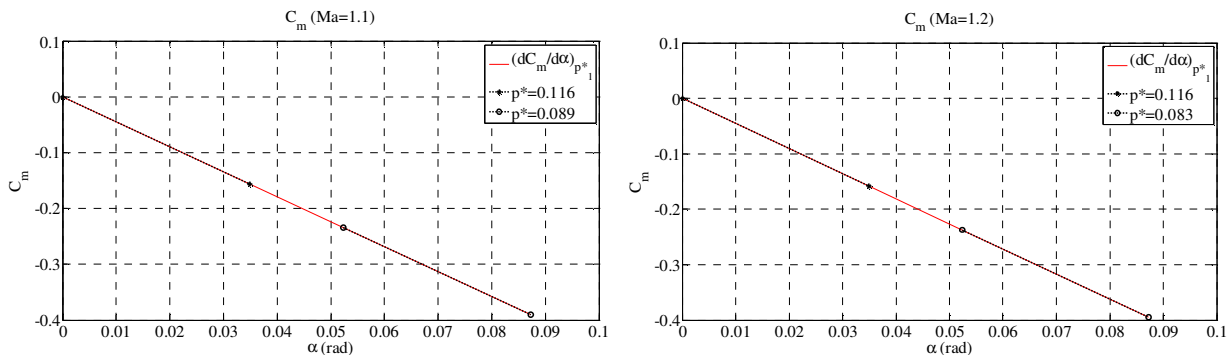
а) $Ma=0,8$

б) $Ma=0,9$



в) $Ma=0,95$

з) $Ma=1,0$



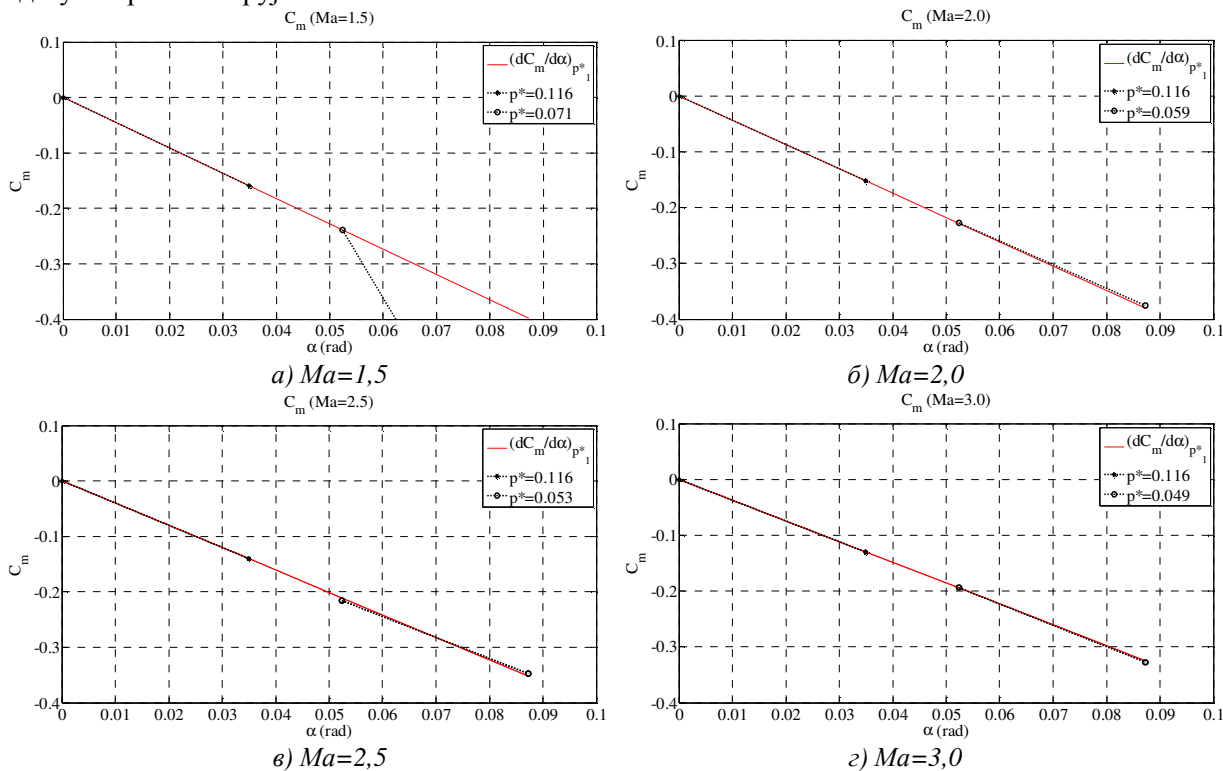
д) $Ma=1,1$

ђ) $Ma=1,2$

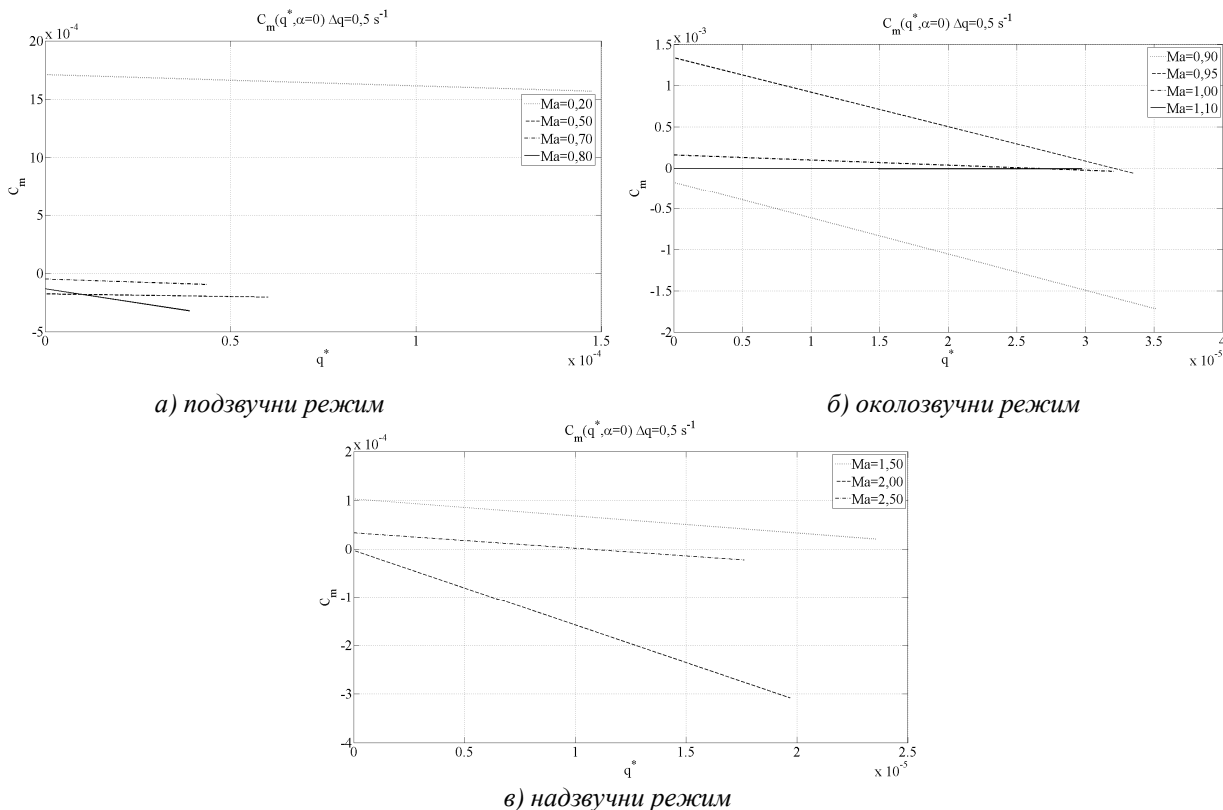
Слика 4.67. Аеродинамички коефицијент момента пропињања у функцији α и p^* (околовзучни режим)

На слици 4.67 представљена је зависност аеродинамичког коефицијента момента пропињања од нападног угла за различите вредности бездимензионих угаоних брзина p^* , за околзвучни режим струјања.

На слици 4.68 представљена је зависност аеродинамичког коефицијента момента пропињања од нападног угла за различите вредности бездимензионих угаоних брзина p^* , за надзвучни режим струјања.



Слика 4.68. Аеродинамички коефицијент момента пропињања у функцији α и p^* (надзвучни режим)



Слика 4.69. Аеродинамички коефицијент момента пропињања у функцији q^*

На слици 4.69 представљена је зависност аеродинамичког коефицијента момента пропињања у функцији бездимензионе угаоне брзине око бочне осе q^* , у различитим режимима струјања, при $\alpha = 0^\circ$ и промени угаоне брзине $\Delta q = 0,5 \text{ s}^{-1}$.

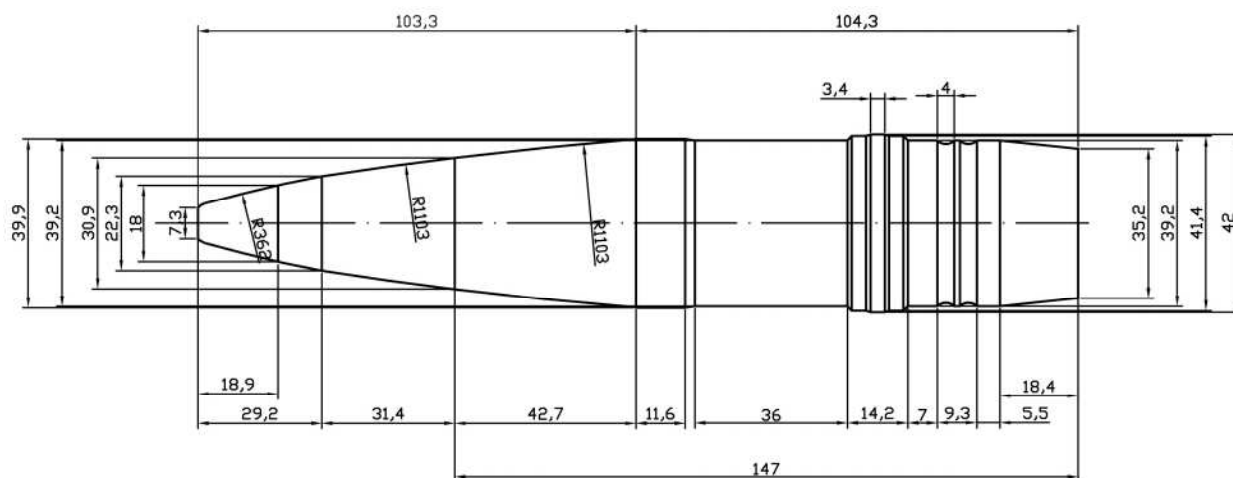
5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСПИТИВАЊА

Експериментална испитивања модел пројектила су спроведена кроз две групе испитивања: аеродинамичка испитивања у аеротунелу и балистичка испитивања на полигону.

Група аеродинамичких испитивања је реализована у трисоничном аеротунелу Т-38 Сектора за експерименталну аеродинамику Војнотехничког института Београд. Група балистичких испитивања је реализована на полигону Никинци Техничког опитног центра Војске Србије са балистичким радаром Weibel MFDR (Multi Frequent Doppler Radar) 120W 040 (40 dB).

5.1. Предмет експерименталних истраживања

Предмет испитивања у обе групе експерименталних испитивања је био модел пројектил тип М (пројектил 40 mm ТО М87 са упаљачем УТИ М87), приказан на слици 4.1, конструктивних параметара датих у табели 4.1.



Слика 5.1. Основне димензије модел пројектил тип М за експериментално истраживање

Табела 5.1. Конструктивни параметри модел пројектила тип М, [3,5,6,7]

Параметар	Вредност
референтни пречник	39,9 mm
укупна дужина	207,6 mm
дужина предњег дела	103,3 mm
дужина задњег конуса	18,4 mm
маса модел пројектила	0,985 kg
положај центра масе од врха	133 mm

5.2. Аеродинамичка испитивања

5.2.1. Циљ и задаци аеродинамичких испитивања

Циљ аеродинамичких испитивања је да се одреди карактер и вредности компоненти аеродинамичког оптерећења при опструјавању модел пројектила тип М. Вредности аеродинамичких коефицијената одређују се за одређени интервал брзина струјања ваздуха и у односу на положај пројектила у струји.

Максимална брзина кретања пројектила тип М је око 1000 m/s и опада на путањи до око 200 m/s [5,6,8]. У односу на дефинисани карактер промене брзине, испитивање аеродинамичких коефицијената и снимање карактеристика опструјавања извршено је у аеротунелу у сва три режима струјања: подзвучном (субсоничном), околзвучном (трансоничном) и надзвучном (суперсоничном) режиму струјања.

Одређивање аеродинамичких коефицијената сила и момената извршено је у односу на положај тела пројектила променом нападног угла. Вредност нападног угла при којем се овакав тип пројектила стабилно креће је око 10°. Интервал нападних углова који је примењен у

експерименталном истраживању је од -10° до $+10^\circ$ [11]. Угао клизања је током аеротунелских испитивања био нула.

Снимање карактера струјања око пројектила извршено је и на основу слике струјања адекватном оптичком методом визуализације струјања Шлирен (Schlieren) методом [6].

Испитивањем је могуће извршити мерење и контролу вредности параметара струјног поља око тела одређених конструктивних карактеристика и верификацију прорачунатих вредности аеродинамичких коефицијената.

У аеротунелским мерењима одређени су:

1. аеродинамички коефицијенти сила и момената: $C_x, C_y, C_z, C_L, C_M, C_N$,
2. градијенти аеродинамичких коефицијената:
 $\partial C_x / \partial \alpha, \partial C_y / \partial \alpha, \partial C_z / \partial \alpha, \partial C_L / \partial \alpha, \partial C_M / \partial \alpha, \partial C_N / \partial \alpha$,
3. положај центра притиска,
4. параметри струјања у аеротунелским условима и
5. слика струјног поља визуализацијом Шлирен методом.

Аеродинамичке карактеристике током експеримента одређене су за различите вредности Махових бројева од $Ma=0,2$ до $Ma=3,0$, [6].

Испитивани модел пројектил тип М је реалних димензија, односно израђен је у размери 1:1. Радни део аеротунела довољно је простран ($1,5 \times 1,5 \times 4,5$ m) за смештај модел пројектила тип М датих димензија, са потребном опремом [6].

Испитивање обухвата 14 мерења („рафала“ за сваки од Махових бројева). Интервал нападних углова од -10° до $+10^\circ$ у сваком мерењу („рафалу“) остварен је са кораком од $+1^\circ$. Реализацији експеримента претходи припрема модела за прихват на носач, која је такође у складу са документацијом извршена у радионици ВТИ Београд [6].

Усвојене ознаке за компоненте аеродинамичког оптерећења су дате, према следећем:

- аксијална сила, X [N], бочна сила, Y [N] и нормална сила, Z [N],
- момент ваљања, L [Nm], пропињања, M [Nm] и скретања, N [Nm] и

Бездимензиони аеродинамички коефицијенти су дати према следећем:

- аксијална сила C_x ,
- бочна сила C_y ,
- нормална сила C_z ,
- момент ваљања C_L ,
- момент пропињања C_M ,
- момент скретања C_N .

Градијенти аеродинамичких коефицијената у односу на нападни угао су:

- аксијална сила $C_{x\alpha} = \frac{\partial C_x}{\partial \alpha}$,
- бочна сила $C_{y\alpha} = \frac{\partial C_y}{\partial \alpha}$,
- нормална сила $C_{z\alpha} = \frac{\partial C_z}{\partial \alpha}$,
- момент ваљања $C_{L\alpha} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$,
- момент пропињања $C_{M\alpha} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha}$,
- момент скретања $C_{N\alpha} = \frac{\partial C_N}{\partial \alpha}$.

Нападни углови су:

- угао пропињања (нападни угао у вертикалној равни), $\alpha [^\circ]$,
- угао клизања (нападни угао у хоризонталној равни), $\beta [^\circ]$,

Мерени притисци у одговарајућим пресецима у аеротунелу су:

- динамички притисак $q_\infty [\text{Pa}]$,
- статички притисак у радном делу тунела $p_{st} [\text{Pa}]$,
- зауставни притисак у комори умирења $p_0 [\text{Pa}]$
- Атмосферски притисак у хали аеротунела: $p_a [\text{Pa}]$,
- Средњи барометарски притисак: $p_{SR} [\text{Pa}]$.

Параметри струјања су:

- Рејнолдсов број Re ,
- Рејнолдсов број средњи Re_{SR} ,
- Махов број Ma ,
- Махов број средњи Ma_{SR}

Референтне величине за израчунавање бездимензионих аеродинамичких коефицијената:

- референтни пречник модела $d [\text{m}]$
- референтни попречни пресек модела $S = \frac{d^2 \pi}{4} [\text{m}^2]$

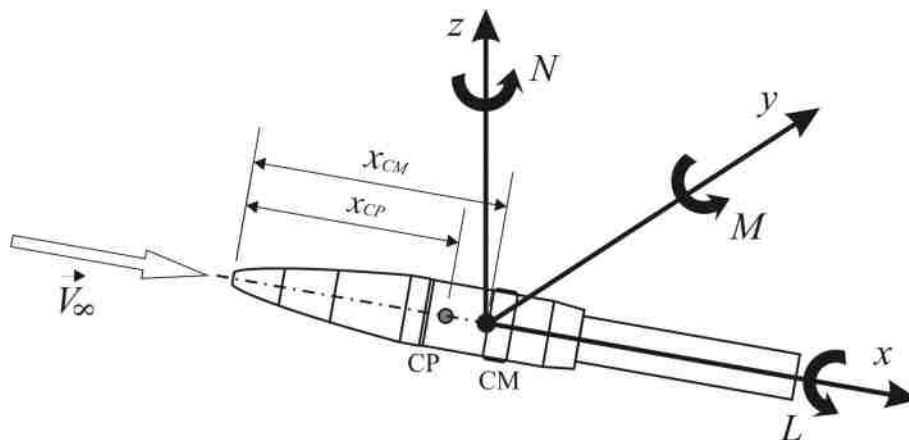
Аеродинамички коефицијенти израчунати су на основу следећих израза [6]:

$$C_X = \frac{X}{q_\infty S}, C_Y = \frac{Y}{q_\infty S} \text{ и } C_Z = \frac{Z}{q_\infty S},$$

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S d}, C_M = \frac{M}{q_\infty S d} \text{ и } C_N = \frac{N}{q_\infty S d}.$$

На слици 5.2. приказана је оријентација струјног координатног система коришћеног за приказ компоненти аеродинамичког оптерећења у аеротунелским испитивањима [6]:

- положај центра масе модел пројектила x_{CM} и
- претпостављени положај центра притиска аеродинамичке силе x_{CP} .



Слика 5.2. Струјни координатни систем у аеротунелу, [6]

5.2.2. Припрема аеротунелског испитивања

Аеротунел Т-38 је рафалног типа са натпритиском [6]. Радни део је квадратног попречног пресека димензија 1,5 m x 1,5 m. За подзвучна и надзвучна испитивања користи се радни део са глатким зидовима, док се за трансонична испитивања у конфигурацију убацује радни део са порозним зидовима. Порозност зидова се може мењати између 1,5% и 4%, зависно од Маховог броја, у циљу постизања доброг квалитета струјања. У радном делу се могу постићи Махови бројеви у интервалу од 0,2 до 4,0, док Рејнолдсов број може достићи $110 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$. У подзвучној конфигурацији Махов број се подешава бочним капцима у дифузору, а у надзвучној конфигурацији постављањем одговарајуће контуре флексибилног млазника. У трансоничној конфигурацији Махов број се регулише и бочним капцима и контуром млазника и активно контролисаним системом одсисавања кроз порозне зидове. Махов број се може поставити и регулисати у оквиру 0.3% номиналне вредности.

Зауставни притисак у радном делу може се одржавати у интервалу од 1,1 до 15 bar, зависно од Маховог броја, и може се регулисати у оквиру од 0,5% номиналне вредности.

Дужина трајање рафала је од 6 до 60 секунди, зависно од Маховог броја и зауставног притиска.

Модел се држи у радном делу помоћу репног држача који се поставља на механизам који обезбеђује кретање у равни пропињања и ваљања, тако да се могу постићи жељени аеродинамички углови. Омогућено је и померање модела корак-по-корак, као и континуално померање током мерења. Тачност постављања модела на тражени положај је 0.05° по углу пропињања и 0.25° по углу ваљања.

Припрема аеротунелског испитивања обухвата [6]:

- баждарење унутрашње шестокомпонентне аероваге,
- баждарење примарног мерног система (давача притисака и температуре који се користе у аеротунелском тесту),
- проверу или баждарење система за прикупљање података у току мерења,
- припрему модела за монтирање на унутрашњу шестокомпонентну аеровагу,
- постављање модела на унутрашњу аеровагу и
- претходни прорачун очекиваног аеродинамичког оптерећења у аеротунелском испитивању.

Припрема аеротунела обухвата проверу функционалности свих склопова, подсклопова, агрегата и уређаја који омогућују рад аеротунела, као и опреме за прикупљање и обраду података у мерењима. На основу резултата претходних прорачуна очекиваног аеродинамичког оптерећења за модел пројектил типа М изабрана је шестокомпонентна аеровага ABLE 1.0 МКХХИИИ А, [6]. Баждарење изабране шестокомпонентне аероваге урађено је у баждарној сали аеротунела Т-38. Припрема модел пројектила за постављање на унутрашњу аеровагу урађена је у радионици Сектора за експерименталну аеродинамику Војнотехничког института, [6].

У радном делу аеротунела на механизам за промену нападног угла модела постављен је одговарајућу држач модела. Шестокомпонентна аеровага је помоћу одговарајућег адаптера постављена на држач модела. Пре постављања модела на аеровагу, извршено је баждарење давача нападног угла за жељени интервал нападних углова у испитивању.

У оквиру припрема експеримента [6], у радном делу аеротунела, урађено је постављање држача модела на механизам за промену нападног угла, постављање адаптера за везу аероваге и држача модела, постављање аероваге помоћу адаптера на држач модела и повезивање са системом за прикупљање података, баждарење давача нападног угла у интервалу од -10° до $+10^\circ$ и постављање модела на аеровагу.

Задњи конус модела пројектила је конструисан са циљем да смањи део вртложења око модел пројектила, а такође да одвоји гранични појас од тела пројектила. У складу са могућностима аеротунела, односно одабране аероваге ABLE 1.0 МКХХИИИ А није било могуће искључити утицај носача на конфигурацију опструјавања дна модел пројектила, [6]. Шестокомпонентна аеровага представља изузетно скуп и осетљив део опреме. Изузетно је значајно остварити максималну заштиту те опреме током испитивања. Ово је посебно значајан и захтеван задатак у испитивањима у суперсоничној области брзина када се јављају велика прелазна оптерећења на почетку и крају

рада аеротунела. Прелазна оптерећења се јављају код свих аеротунела рафалног типа, какав је и аеротунел Т-38, [6].

5.2.3. Мерење параметара струјања и положаја модела

Притисци у одговарајућим пресецима у аеротунелу мере се апсолутним и диференцијалним давачима типа Мензор (Mensor) и Драк (Druck) различитог мерног опсега. Нелинеарност и хистерезис ових давача је око 0,02 % пуног опсега [6].

Зауставни притисак у радном делу аеротунела мерен је апсолутним давачем притиска, мерног опсега $7 \cdot 10^5$ Pa [6].

Разлика статичког и зауставног притиска у радном делу аеротунела мерена је у субсоничном подручју диференцијалним давачем притиска мерног опсега $1,75 \cdot 10^5$ Pa [6]. При трансоничним и суперсоничним брзинама испитивања коришћен је апсолутни давач притиска истог типа и мерног опсега.

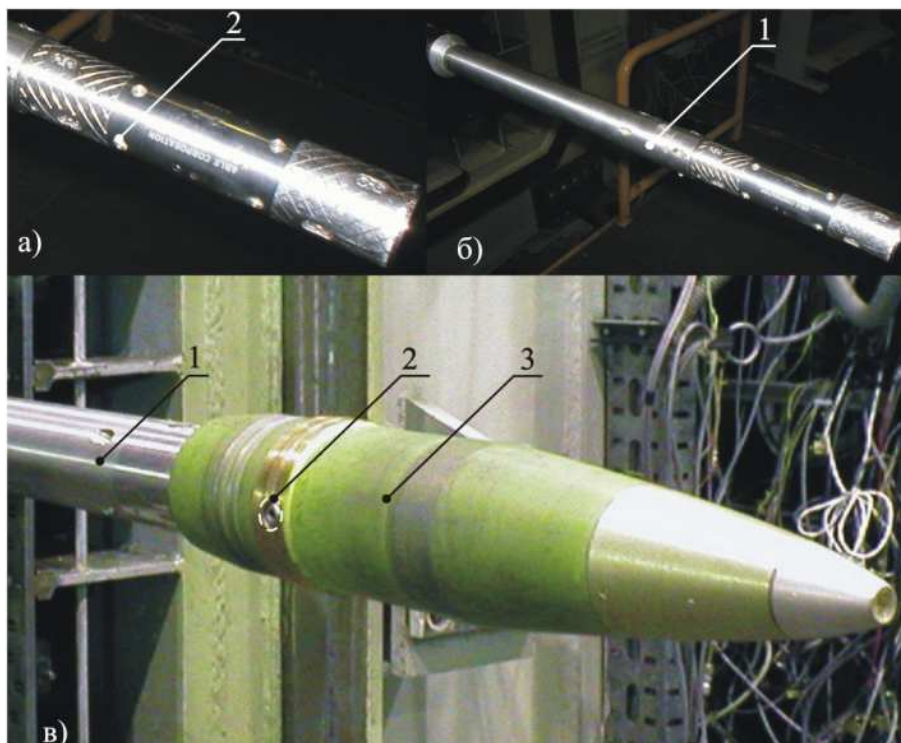
Атмосферски притисак мерен је помоћу кварцне бурдонове цеви апсолутним давачем притиска мерног опсега пнеуматски повезаним са излазним делом аеротунела. Мерни опсег ових давача је $1,75 \cdot 10^5$ Pa [6].

Зауставна (апсолутна) температура мерена је у комори умирења аеротунела [6].

За мерење положаја модела коришћени су прецизни давачи (NPL resolvers) који су стандардно уграђени у механизам за промену угла пропињања и угла ваљања (Support system). Тачност система за читавање угла пропињања је $\pm 0,05^\circ$, а за угла ваљања $\pm 0,25^\circ$ [6].

5.2.4. Мерење аеродинамичких сила и момената

Аеровага је одабрана на основу мерног опсега који поседује у односу на очекиване вредности оптерећења самог модела, односно у складу са очекиваним прелазним оптерећењима која се у тунелима оваквог типа јављају. Тачност аероваге је 0,3% пуног опсега за сваку компоненту, [6].



Слика 5.3. Шестокомпонентна аеровага са моделом пројектила тип М у радном делу аеротунела, [6]
а) Аеровага ABLE 1.0 MKXXXIII А; б) Аеровага са носачем; в) модел са аеровагом на носачу
1 – носач са адаптером, 2 – пин за везу модела са аеровагом, 3 – модел (пројектил тип М)

Пречник држача модела износи око 70 % пречника дна модела (однос пречника држача модела и пречника базе модела је 25,4 mm / 35,2 mm). При постављању опреме за мерење, односно

аероваге и носача аероваге успостављена је коаксијалност са моделом у односу на све три осе, с тим да је чврста веза између ваге и модела успостављена са одговарајућим пином, положај 2 на слици 5.3 в, на растојању $-1,91$ mm (супротног смера у односу на оријентацију координатног система) од центра масе самог модела. Такође се водило рачуна да сам модел са својим центром масе, односно центром аероваге, буде у средини радног дела аеротунела.

Елементи аеродинамичке конфигурације модела посебно занимљиви са аспекта дефинисаних задатака експеримента (предњи оживални део, задњи конус, дно модела пројектила), потребно је да су од носача аероваге толико удаљени да се на њима не осети поремећај ваздушне струје настао на носачу аероваге. При томе није искључена могућност поремећаја уз ваздушну струју. Ово су нужне претпоставке практичне реализације осносиметричног опструјавања модела као услов егзактне компатибилности експерименталних и теоријских резултата.

Према [6] дат је координатни систем аероваге и шема постављеног модела за аеродинамичка мерења.

5.2.5. Програм аеротунелског испитивања модела

Мерења аеродинамичких карактеристика вршена су кроз четрнаест мерења – „рафала“. Свако посебно мерење представљало је мерење аеродинамичког оптерећења као и параметара струјања при једној вредности Маховог броја, са променом нападног угла модела од $\alpha = -10^\circ$ до $\alpha = +10^\circ$ са кораком од $\Delta\alpha = 1^\circ$, (укупно 21 вредност нападног угла).

Мерења су обухватила сва три режима струјања. Према табели 5.2. режими струјања представљени су следећим редним бројевима мерења:

- 1. до 3. редни број мерења табеле 5.2. – субсонични режим струјања,
- 10. до 15. редни број мерења табеле 5.2. – трансонични режим струјања и
- 4. до 9. редни број мерења табеле 5.2. – суперсонични режим струјања.

Изузетак представља мерење на редном броју 7. за вредност Маховог броја $Ma = 2,5$, које због отказивања система за прикупљање података, није успешно извршено. За вредност $Ma = 2,5$ поновљено је мерење (редни број 8) и успешно извршено [6].

Распоред мерења био је организован у зависности од радног дела аеротунела за одговарајући Махов број, односно режим струјања [6]:

- за област субсоничних и суперсоничних брзина користи се радни део са глатким зидовима,
- за трансоничну област брзина користи се радни део са перфорираним зидовима.

Табела 5.2. Преглед извршених мерења, [6]

Редни број мерења	Ma	Редни број мерења	Ma	Редни број мерења	Ma
1.	0,2	6.	2,25	11.	0,9
2.	0,5	7.	неуспело мерење	12.	0,95
3.	0,7	8.	2,5	13.	1,0
4.	1,5	9.	3,0	14.	1,1
5.	2,0	10.	0,8	15.	1,2

5.2.6. Обрада резултата мерења

Измерене вредности компоненти аеродинамичког оптерећења - сила и момената, обављено шестокомпонентном „једноинчним“ аеровагом (ABLE 1.0 МКХХИИ А), Слика 5.9. прикупљене су у складу са процесом мерења. Све мерене величине се региструју и обрађују у рачунару (PDP10/11) и сервер рачунару (Compaq DS20E Alpha) [6].

После сваког „рафала“ извршена је обрада података стандардним програмским пакетом који се користи у аеротунелима лабораторије за експерименталну аеродинамику ВТИ-а [6]. Обрада се изводи кроз неколико фаза:

- читање забележених „сирових“ података, нормализација и превођење у стандардни формат,
- одређивање параметара струјања,
- одређивање положаја модела и
- одређивање аеродинамичких коефицијената у стационарном режиму струјања.

Свака фаза обраде изводи се посебним софтверским модулом.

Брзина струјања одређује се на основу мерења статичког притиска у радном делу аеротунела и измереног тоталног притиска у комори умирења према следећем изразу [6]:

$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{2\kappa RT_0}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_{st}}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}, \quad (5.1)$$

Махов број се одређује према изразу [6]:

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_0}{p_{st}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]}, \quad (5.2)$$

а динамички притисак према изразу [6]:

$$q_{\infty} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot p \cdot \left[\left(\frac{p_0}{p_{st}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right], \quad (5.3)$$

где су:

- $\kappa = 1,4$, однос специфичних топлота за ваздух,
- $R = 287,04 \text{ J/kg K}$, специфична гасна константа за ваздух („сув“ ваздух),
- T_0 , измерена апсолутна температура непоремећене струје ваздуха,
- p_0 , измерене вредности зауставног притиска (тотални притисак у комори умирења),
- p_{st} , измерене вредности статичког притиска у радном делу аеротунела.

5.3. Балистичка испитивања

5.3.1. Циљ и задаци балистичких испитивања

Циљ балистичких испитивања је одређивање елемената путање пројектила у реалним метео-балистичким условима и одређивање аеродинамичких коефицијената пројектила на основу параметара из слободног лета.

Основни задаци балистичких испитивања:

- Мерење елемената путање пројектила тип М,
- Мерење положаја пројектила у функцији времена,
- Мерење угаоног положаја пројектила у функцији времена,
- Мерење брзине пројектила у функцији времена,
- Мерење параметара атмосфере.

Накнадни задаци балистичких испитивања:

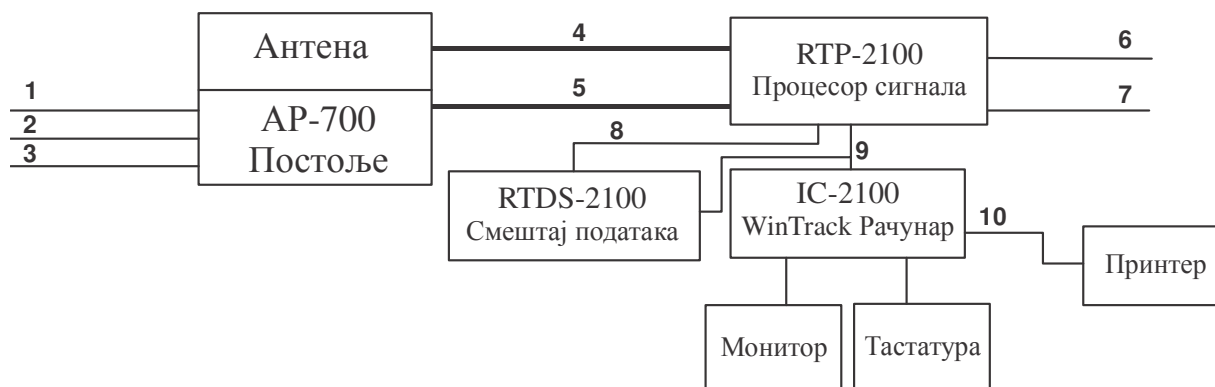
- Одређивање елемената путање пројектила тип М за стандардне метео услове,
- Одређивање компоненти положаја пројектила у функцији времена,
- Одређивање компоненти брзине пројектила у функцији времена,
- Одређивање компоненти убрзања пројектила у функцији времена,
- Одређивање аеродинамичких коефицијената пројектила.

5.3.2. Концепт балистичких испитивања и мерна опрема

Балистичка испитивања су извршена захваљујући Техничком опитном центру Војске Србије, на полигону Никинци у новембру 2013. године, Прилог 4. Испитивање је реализовано кроз опитна гађања са ПАТ 40 mm Bofors L70. Испалењена је група од десет истих пројектила (ТО 40 mm М87, 485 g NC-4В MBL9312 SČ9301-1) са пет различитих полазних углова (од 5° до 20°).

Балистичка мерења су извршена помоћу балистичког мулти-фреквентног Доплер радара, модела Weibel MFTR 2100/40, снаге 120W и јачине антене од 40dB.

Принципијелна шема система мерења балистичких параметара је приказана на слици 5.3.



Слика 5.4. Блок шема мерења системом балистичког радара

1 – екстерни окидач, 2 – временска синхронизација, 3 - МАИНС, 4 – Доплер сигнали и окидач (до 250 m), 5 – веза са подацима RS-422 (до 250 m), 6 – временска синхронизација, 7 – тренутна обрада података, 8 – тренутни проток података (мрежа Ethernet), 9 – мрежа Ethernet, 10 – USB веза

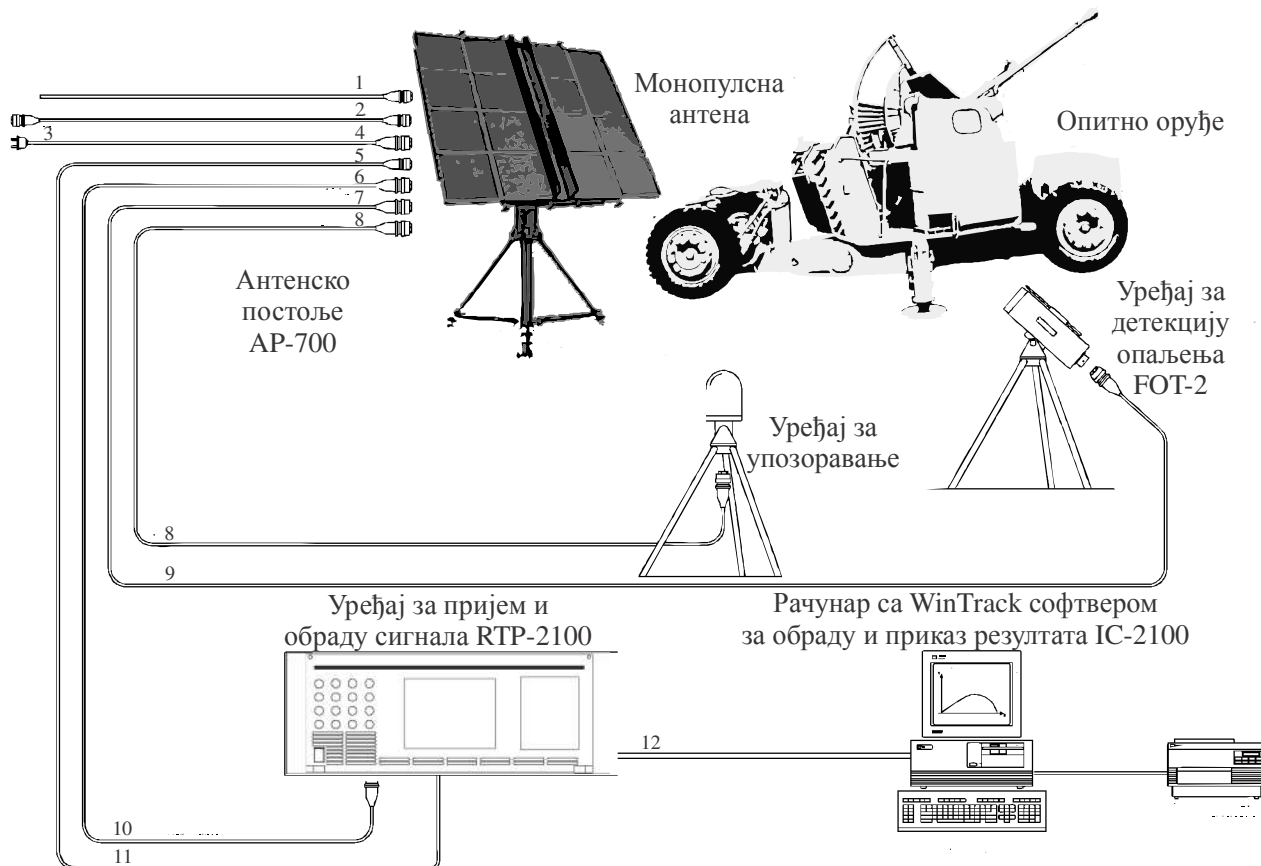
Радарски систем за балистичка испитивања се састоји од антенског система, система за прикупљање и обраду података у реалном времену, система за тренутно прикупљање података, рачунара са софтверским пакетом за тренутну и накнадну обраду података и осталих помоћних система за напајање, транспорт и чување опреме.

Антенски систем се састоји од монопулсне антене и постоља са енкодерима. Антена се састоји од два панела са осам ћелија укупне снаге 120W и 40dB. Постоље антене са енкодерима је за потребе полигона ТОЦ-а уграђено са камерама (термовизијском и телевизијском) на приколицу, ради лакшег транспорта. Остали системи су уграђени у товарни сандук теретног возила ради заштите, транспорта и манипулације опремом и организацијом теренских испитивања.

Систем за прикупљање и обраду сигнала и обраду основних података у реалном времену RTP-2100 је повезан са антенским делом и добија сигнале са Доплер радара и временски је усклађен са окидачем. Систем за прикупљање је повезан са меморијом за смештај података у реалном времену RTDS-2100. Рачунар са WinTrack софтвером IC-2100 преко графичког интерфејса омогућава припрему, проверу и контролу радарско-аквизицијског система и система за прикупљање и обраду података, како у реалном времену (актуелни подаци), тако и у постпроцесној обради и анализи података.

5.3.3. Припрема и план балистичких мерења

Припрема за балистичка испитивања обухвата припрему радарског система за балистичка мерења, проверу и подешавање система. Састави део припреме је и припрема опитног оруђа и постављање на одговарајући опитни ватрени положај у складу са планом експерименталног испитивања. Припрема радарског система представља и постављање радара на одговарајући положај у односу на опитно оруђе и очекивани облик путање пројектила. Принципијелна шема балистичког мерења је представљена на слици 5.5.



Слика 5.5. Шема балистичког испитивања рарадским системом MFTR 2100

1 – окидач В, 2 – подаци, 3 – линија, 4 – напајање, 5 – улазни/излазни подаци, 6 – Доплер сигнал, 7 – окидач, 8 – уређај за упозоравање, 9 – четвороканални кабл сигнала, 10 – кабл за Доплер сигнал, 11 – кабл за податке и 12 – рачунарска мрежа

План мерења током балистичких испитивања на полигону Техничког опитног центра Никинци дат је у табели 5.3.

Преглед параметара атмосфере измерен од стране метеоролошке станице полигон Никинци током балистичких испитивања дат је у табели 5.5.

Табела 5.3. План балистичких испитивања пројектила 40 mm TO M87 на полигону ТОЦ Никинци

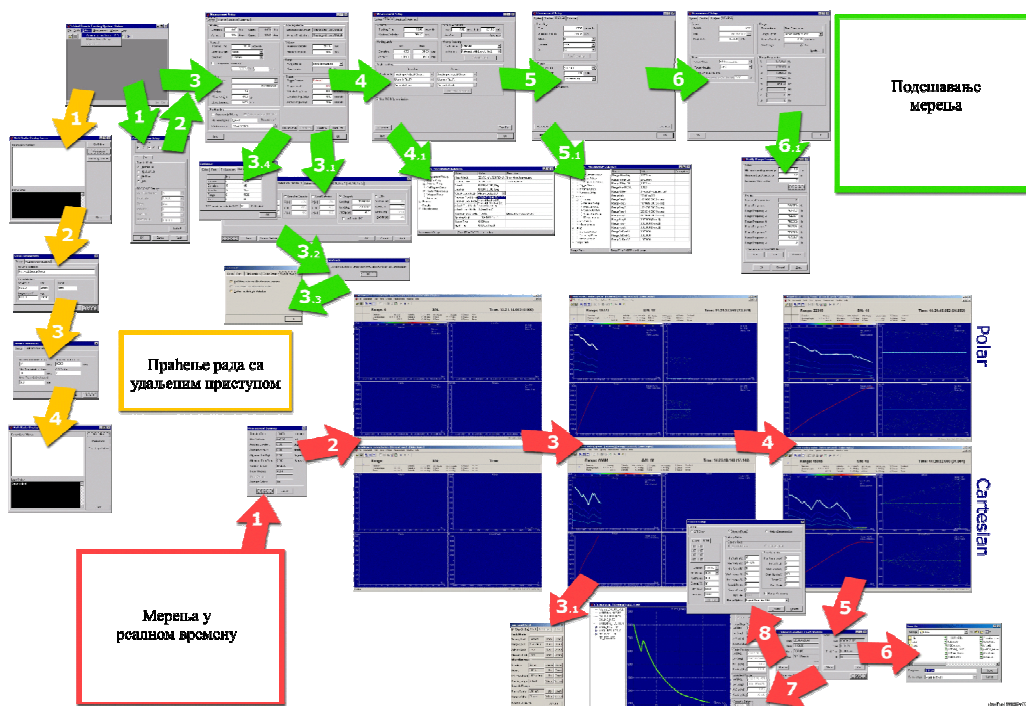
Редни број мерења (ознака гађања)	Опитно оруђе	Пројектил	Маса [kg]	Полазни угао		Таблична почетна брзина [m/s]	Таблични домет [m]	Таблична висина темена [m]	Очекивано време самоликвидације [s]
				[°]	[hilj.]				
1 (G ₁)	ПАТ 40 mm Bofors L70	ТО 40 mm M87 485 g NC-4B MBL9312 SC9301-1	0,96	20,33	361,5	985	9000	1454	~11
2 (G ₂)				20,33	361,5				
3 (G ₃)				14,36	255,3		8000	892	
4 (G ₄)				14,36	255,3				
5 (G ₅)				9,99	177,6		7000	533	
6 (G ₆)				9,99	177,6				
7 (G ₇)				6,69	119		6000	298	
8 (G ₈)				6,69	119				
9 (G ₉)				4,22	75		5000	148	
10 (G ₁₀)				4,22	75				

Измерени параметри атмосфере током балистичких испитивања су дати као тзв. метеоприземни извештај, а због временских услова са снежним падавинама није вршено радиосонадажно мерење параметара атмосфере и нису расположиви подаци о промени параметара са висином.

5.3.4. Прикупљање и обрада података балистичких мерења

Током извршења опитних гађања извршено је прикупљање, прелиминарна обрада и приказивање података о елементима путање испалених пројектила, помоћу рачунара IC-2100 са програмом за обраду резултата у реалном времену (WinTrack), Слика 5.6.

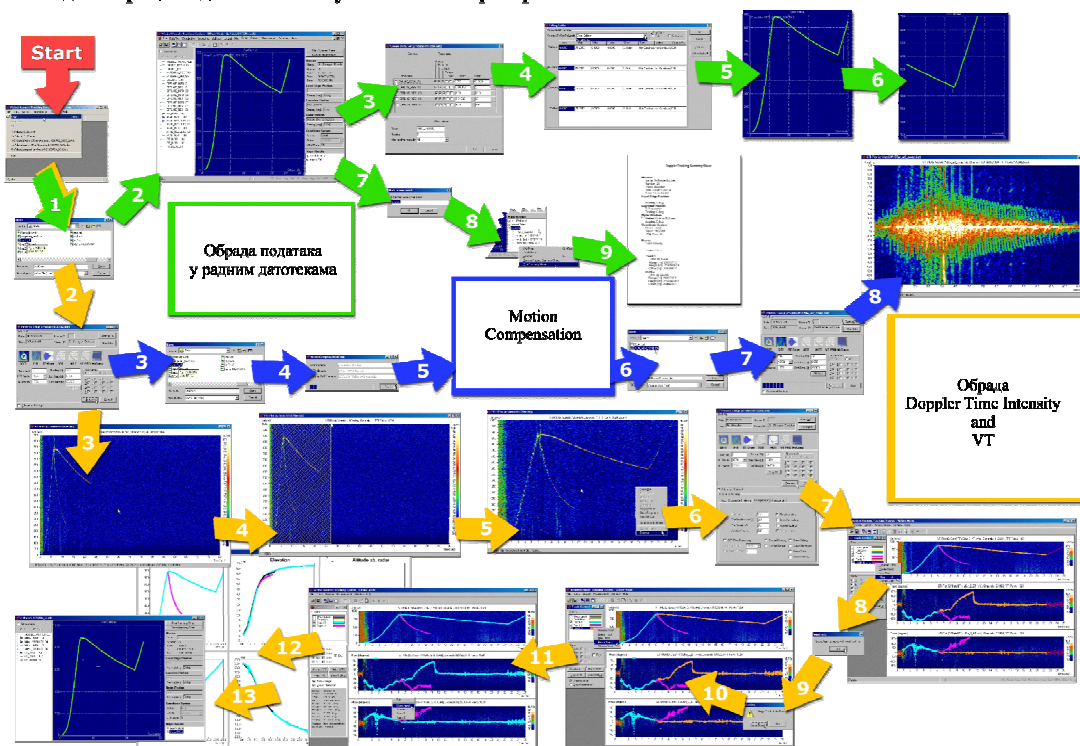
Обрада података у реалном времену помоћу WinTrack софтвера



Слика 5.6. Шема обраде података у реалном времену (током гађања) са IC-2100, [100]

Након завршених гађања извршена је постпроцесна обрада измерених параметара и припрема и меморисање података о испитивањима, према захтеву. Шема рада постпроцесне обраде података дата је на слици 5.7.

Накнадна обрада података помоћу WinTrack софтвера



Слика 5.7. Шема постпроцесне обраде података балистичких мерења са IC-2100, [100]

5.4. Резултати аеродинамичких мерења

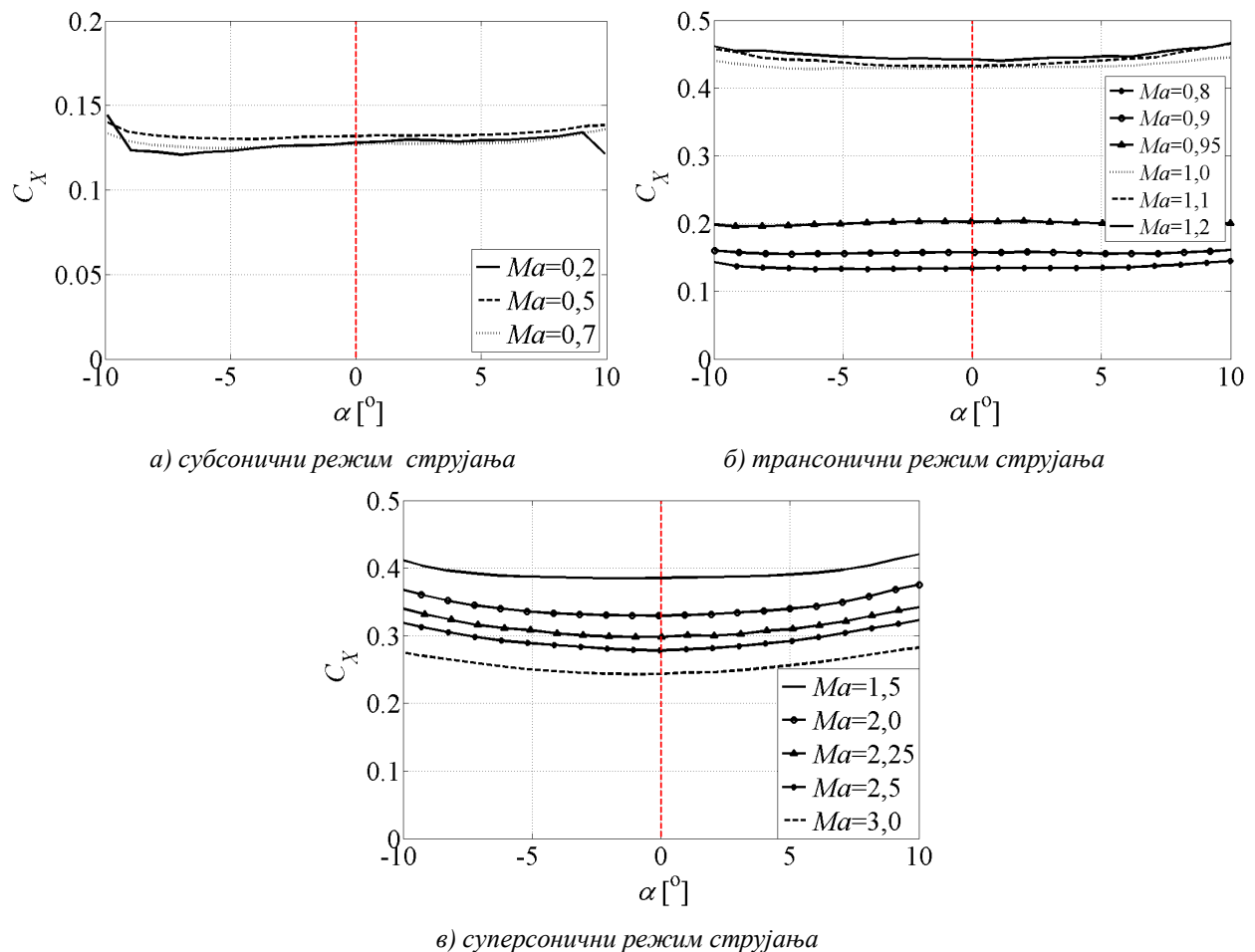
5.4.1. Резултати мерења аеродинамичких коефицијената

Мерења су извршена за све програмом задате вредности Маховог броја (14 мерења) од $Ma=0,2$ до $Ma=3,0$ према Табели 4.2., односно при нападним угловима од $\alpha=-10^\circ$ до $\alpha=+10^\circ$ на сваки степен. Комплетан извештај о резултатима испитивања са добијеним подацима дат је у [6].

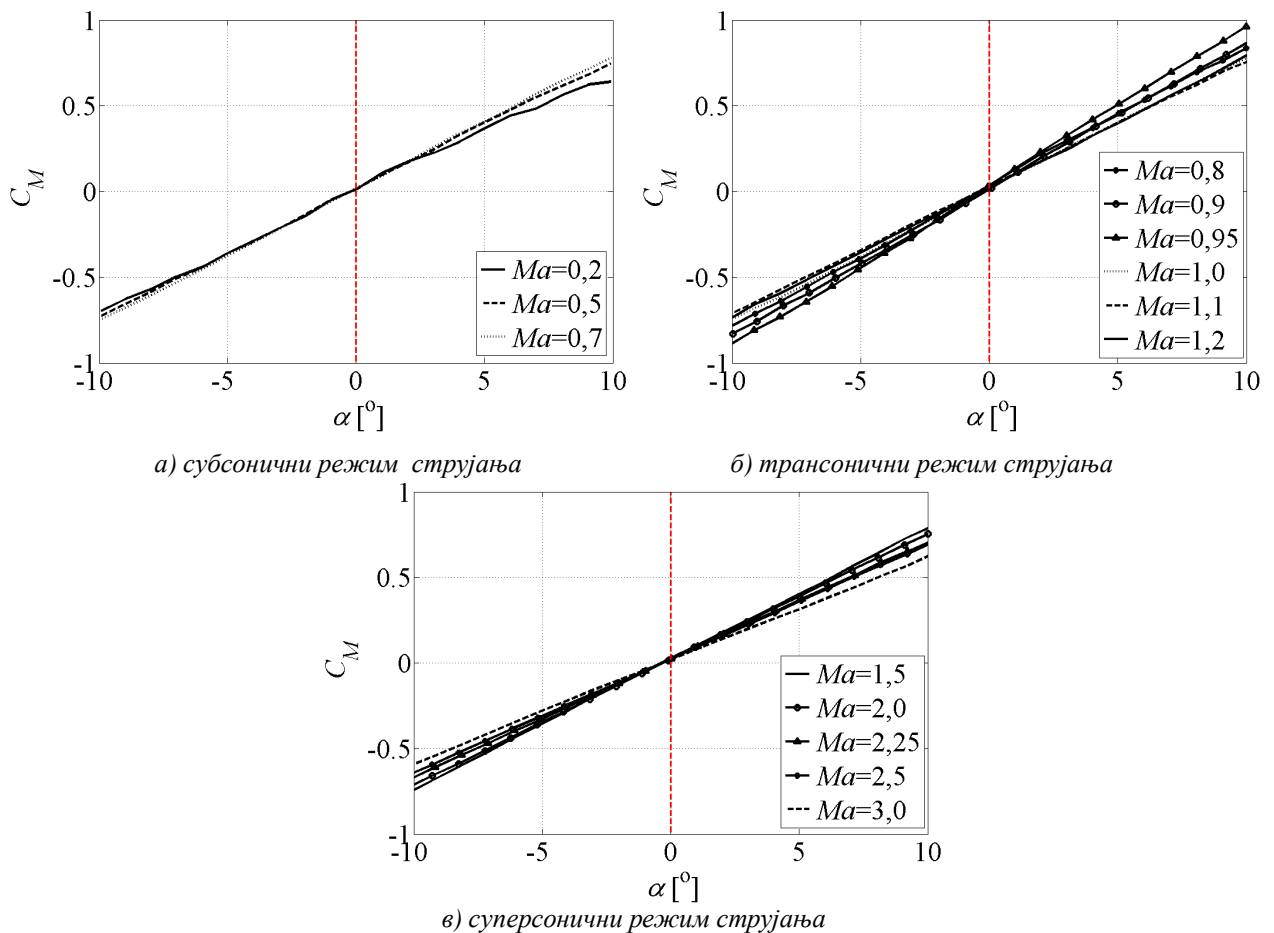
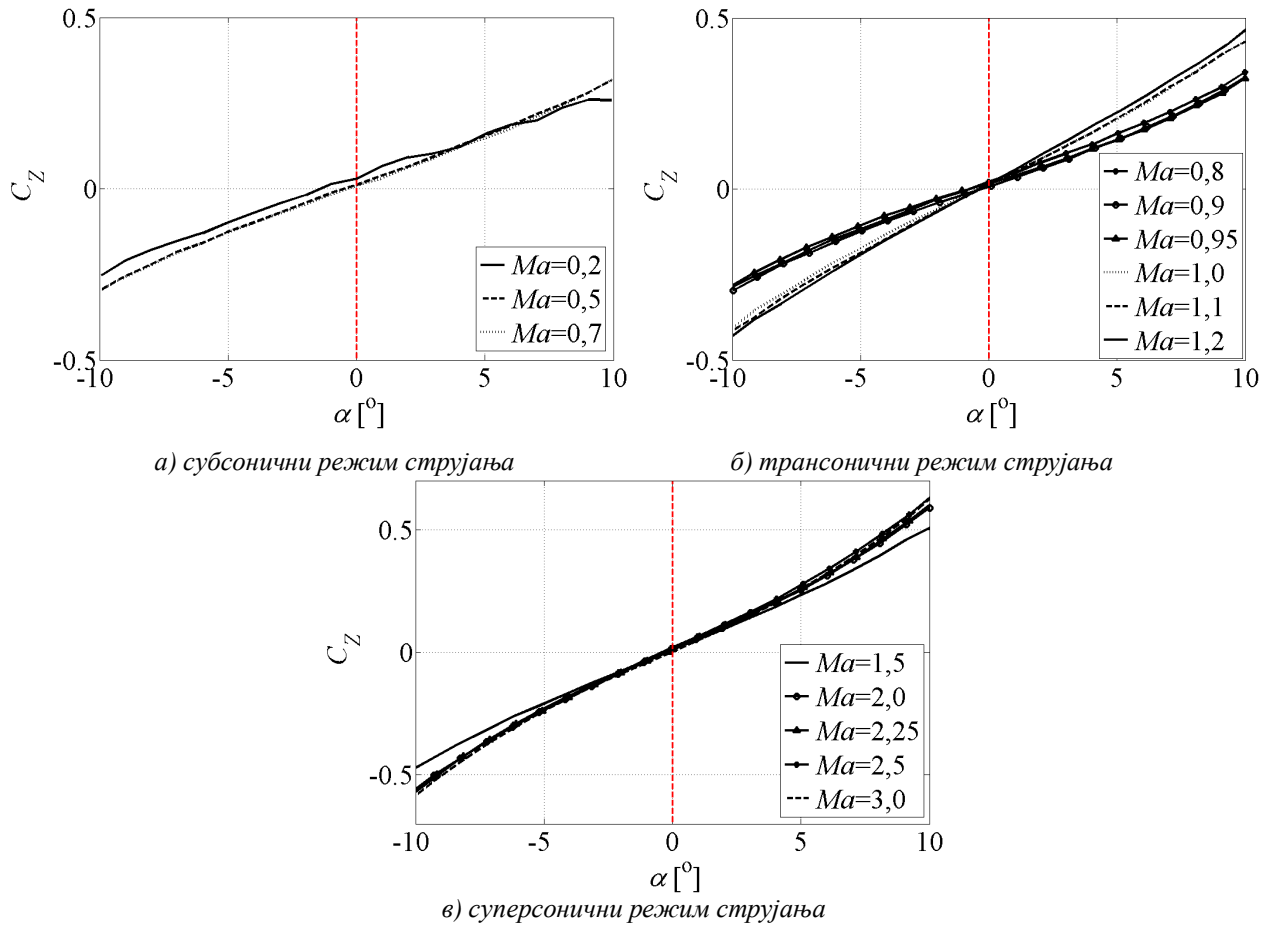
На слици 5.8. приказан је карактер промене коефицијента аксијалне силе у сва три струјна режима у зависности од нападног угла. На дијаграму се уочава симетричност промене коефицијента аксијалне силе у односу на Oy осу дијаграма кроз $\alpha=0^\circ$. Овакав карактер промене у складу је са теоријском претпоставком.

Наведена симетричност посебно се уочава у горњем трансоничном и суперсоничном подручју, јер је вредност коефицијената у овим режимима већа у односу на субсонични режим. Такође постоји јасан скок вредности коефицијента између „доњег“ и „горњег“ подрежима у трансоничном подручју, због завршетка формирања ударних таласа.

На слици 5.9. представљена је зависност коефицијента нормалне силе у односу на промену нападног угла, за сва три режима струјања. Са датог дијаграма се уочава јасна промена коефицијента, која је у складу са теоријском претпоставком функције промене коефицијента нормалне силе у односу на нападни угао. Одређена одступања промене коефицијента за $Ma=0,2$ се уочавају на слици 5.9.a и јављају се због тога што су оптерећења при овом мерењу врло ниска у односу на мерни опсег аероваге. Један од важних елемената при избору аероваге, поред очекиваних оптерећења у стационарном режиму рада аеротунела, биле су и очекиване вредности прелазних оптерећења у суперсоничној области брзина. Вредности прелазних оптерећења, веома често, вишеструко премашују максимално очекиване вредности аеродинамичког оптерећења у стационарном режиму рада аеротунела.



Слика 5.8. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе при промени нападног угла, [6]



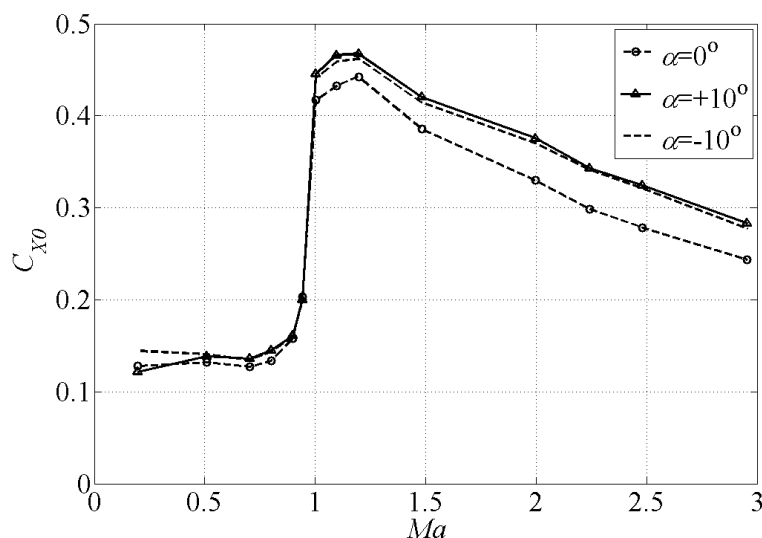
На слици 5.10. представљена је зависност коефицијента момента пропињања у односу на промену нападног угла, за сва три режима струјања. Дати дијаграми показују да промена коефицијента момента пропињања, која је у складу са теоријском претпоставком функције, обезбеђује очекиван карактер промене и код модела пројектила. С обзиром да коефицијент момента пропињања настаје као последица деловања компоненте нормалне аеродинамичке силе, постоји и сличност у величини вредности коефицијената нормалне силе и момента пропињања.

Према истраживањима спроведеним у оквиру [6] представљена је зависност промене градијената аксијалне силе, нормалне силе и момента пропињања у зависности од промене нападног угла.

Код трансоничног режима струјања, у подрежиму преко $Ma=1,0$ долази до интензивнијих скокова вредности градијента аксијалне силе због појаве ударних таласа. Такође, промена градијента нормалне силе обезбеђује карактер промене код модела пројектила тип М у складу са теоријском и прорачунском претпоставком. За сваки од режима струјања уочљива је симетричност промене овог градијента у односу на $\alpha=0^\circ$. Веће вредности градијената нормалне силе јављају се при граничном вредностима нападних углова, што се и очекивало. Међутим, не постоји посебан скок интензитета вредности. Вредности градијената коефицијента нормалне силе у односу на положај нападе тачке дефинишу и одређују осетљивост момента пропињања на промену нападног угла.

У овом делу рада није представљена зависност бочне компоненти аеродинамичке силе и момената ваљања и скретања у функцији нападног угла, јер су вредности измерених сила и момената мале и не дају значајну слику о природи понашања ових оптерећења. Зависност коефицијената и градијената бочне силе и момената скретања и ваљања биће представљена у склопу упоредне анализе са прорачунским вредностима добијених сила и момената.

На слици 5.11. приказана је зависност коефицијента аксијалне силе у односу на Махов број.



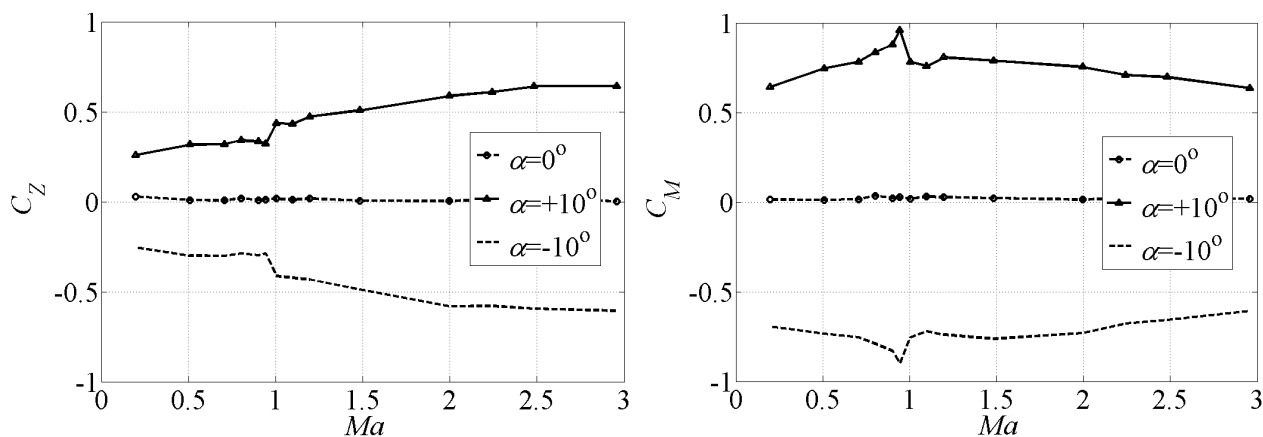
Слика 5.11. Коефицијент аксијалне силе за граничне вредности нападног угла

Ова зависност репрезентује деловање аксијалне силе на пројектил, а од кључног је значаја за одређивање елемената путање кретања пројектила. Поред карактера промене аксијалног коефицијента при нултом нападном углу дате су и промене коефицијента при, $\alpha=-10^\circ$ и $\alpha=+10^\circ$. Карактер промене је непромењен, али је интензитет силе већи, што је у складу са теоријском претпоставком.

Уочена мања одступања коефицијента за граничне вредности нападних углова, Слика 5.11, у субсоничној области брзина последица је малих оптерећења у односу на мерни опсег аероваге. У трансоничној и делимично у суперсоничној области брзина мања одступања могу се објаснити постојањем дисконтинуитета опструјаване површине, у виду карактеристичних конструктивних делова на површини модела пројектила које нису међусобно симетрично распоређене (два радијална упушта на врху пројектила – упаљачу и предњем оживалу пројектила).

На слици 5.12a представљена је зависност аеродинамичког коефицијента нормалне силе од Маховог броја, за следеће вредности нападног угла: $\alpha=0^\circ$, $\alpha=10^\circ$ и $\alpha=-10^\circ$. Такође, на слици 5.12 б

представљена је зависност аеродинамичког коефицијента момента пропињања од Маховог броја, за исте вредности нападног угла. Промене коефицијента нормалне силе и момента пропињања је у складу са теоријским карактером промене [1,2].



а) коефицијент нормалне силе
 б) коефицијент момента пропињања
 Слика 5.12. Коефицијент нормалне силе и момента пропињања за вредности нападног угла, [6]

Велики трошкови и сложеност експерименталног одређивања динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената условили су да се њихове вредности нису одређивале за модел пројектил. У односу на досадашња истраживања и сличности у облику са осталим класичним осносиметричним пројектилима [2,3,5,6,7,21,22,23], вредности динамичких дериватива изведене су из вредности измерених вредности аеродинамичких коефицијената.

5.4.2. Параметри струјања при аеротунелском испитивању

Основни захтев експерименталног истраживања био је да се измере аеродинамичка оптерећења на осносиметричном телу у струји ваздуха – модел пројектила тип М, при задатим вредностима Маховог броја. Самим тим, основни услов при сваком појединачном мерењу био је да се током трајања једног мерења одржи вредност захтеваног Маховог броја.

Параметри струјања одређени током аеродинамичких испитивања дати су у табели 5.4.

Табела 5.4. Параметри струјања током аеродинамичких испитивања

Номинална вредност Маховог броја	Средња вредност Маховог броја	Средња брзина струје	Средња вредност тоталног притиска	Средња вредност статичког притиска	Средња вредност динамичког притиска	Средња вредност Рејнолдсовог броја	Средња вредност температуре	Редни број мерења
Ma [-]	Ma _{sr} [-]	V _∞ [m/s]	p ₀ [10 ⁵ Pa]	p _s [10 ⁵ Pa]	q [10 ⁵ Pa]	Re [10 ⁶]	T ₀ [K]	-
0,2	0,198	66,382	2,292	2,231	0,061	0,42	282,8	1
0,5	0,508	167,429	2,300	1,928	0,349	0,96	284,0	2
0,7	0,705	226,234	2,299	1,649	0,574	1,23	281,6	3
0,8	0,801	250,880	2,298	1,507	0,676	1,35	275,7	10
0,9	0,900	279,919	2,302	1,361	0,771	1,40	279,8	11
0,95	0,944	288,756	2,302	1,296	0,809	1,47	274,3	12
1,0	1,004	305,872	2,303	1,211	0,855	1,48	277,4	13
1,1	1,098	329,548	2,301	1,080	0,912	1,50	278,1	14
1,2	1,197	352,655	2,300	0,952	0,955	1,52	277,7	15
1,5	1,482	416,387	2,301	0,643	0,989	1,44	282,7	4
2,0	1,966	496,813	2,294	0,309	0,836	1,22	281,7	5
2,25	2,244	533,725	2,498	0,218	0,769	1,18	282,6	6
2,5	2,482	558,458	4,013	0,242	1,042	1,70	281,2	8
3,0	2,956	599,797	6,020	0,175	1,071	2,00	281,5	9

5.5. Резултати балистичких мерења

Мерења су извршена за све планом предвиђене облике путања (Табела 5.3), за задате полазне углове. Време реализације балистичких испитивања је било од 11,30 часова до 12,00 часова, а с обзиром на временске прилике са снежним падавинама, мерење параметара атмосфере извршено је за приземне метеоролошке услове, без радио-сондажног мерења атмосфере на различитим висинама. Преглед атмосферских параметара је дат у Табели 5.5, на основу Извештаја

метеоролошке станице полигона Никинци о приземним метео подацима за 27.11.2013. године и наведен интервал времена.

Табела 5.5. Извештај метеоролошке станице полигона Никинци, 27.11.2013. године

Параметри атмосфере	Јединица мере	приземни метео подаци за 27.11.2013. године	
		Време 11,30 часова	Време 12,00 часова
		Вредност параметара атмосфере	
Температура ваздуха	[°C]	1,7	1,6
Брзина ветра	[m/s]	3,2	3,9
Правац ветра	[°] (360°)	23	25
Ваздушни притисак	[mbar]	1015,7	1016,1
Влажност ваздуха	[%]	98	98

5.5.1. Резултати мерења елемената путање

Мерење почетне брзине је извршено ради контроле са независним Доплер радаром за мерење брзине на устима цеви. Измерене вредности почетних брзина, овим уређајем, у односу на план балистичког експеримента, табела 5.3, су дате у Табели 5.6.

Табела 5.6. Измерене вредности почетних брзина пројектила Доплер радаром

Редни број мерења	Ознака мерења (гађања)	Полазни угао		Почетна брзина [m/s]
		[°]	хиљадити	
1	G ₁	20,33	361,5	977,5
2	G ₂	20,33	361,5	974,5
3	G ₃	14,36	255,3	972,4
4	G ₄	14,36	255,3	975,6
5	G ₅	9,99	177,6	974,0
6	G ₆	9,99	177,6	978,5
7	G ₇	6,69	119	974,9
8	G ₈	6,69	119	975,4
9	G ₉	4,22	75	978,2
10	G ₁₀	4,22	75	976,4

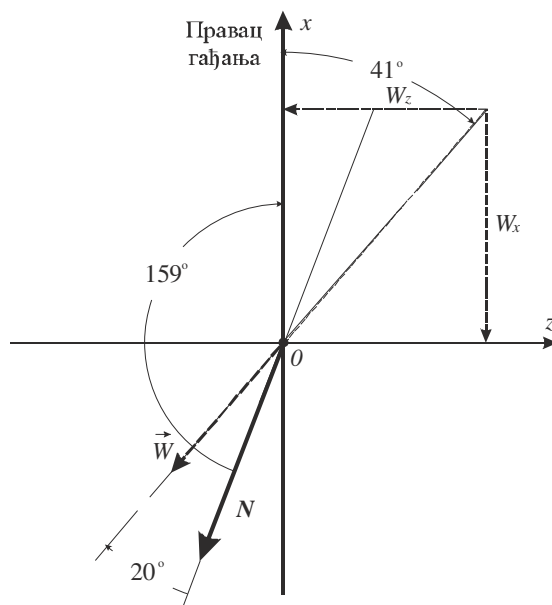
Мерење трајекторије модел пројектила тип М (пројектил 40 mm) током балистичких испитивања системом балистичког 3D радара Weibel MFTR 2100/40 извршено је кроз основна мерења следећих параметара:

- Косог домета (непосредног растојања до пројектила),
- Азимута и елевације пројектила,
- Радијалне брзине (брзине пројектила у односу на радар)
- Времена праћења пројектила.

Резултати мерења елемената путање су добијени непрекидним праћењем пројектила током лета системом балистичког 3D радара, на основу измерених основних параметара и обрадом података са системом IC-2100 у реалном времену према слици 5.6, односно постпроцесном обрадом резултата према шеми на слици 5.7. Комплетан преглед резултата мерења елемената путање се налази у прилогу рада.

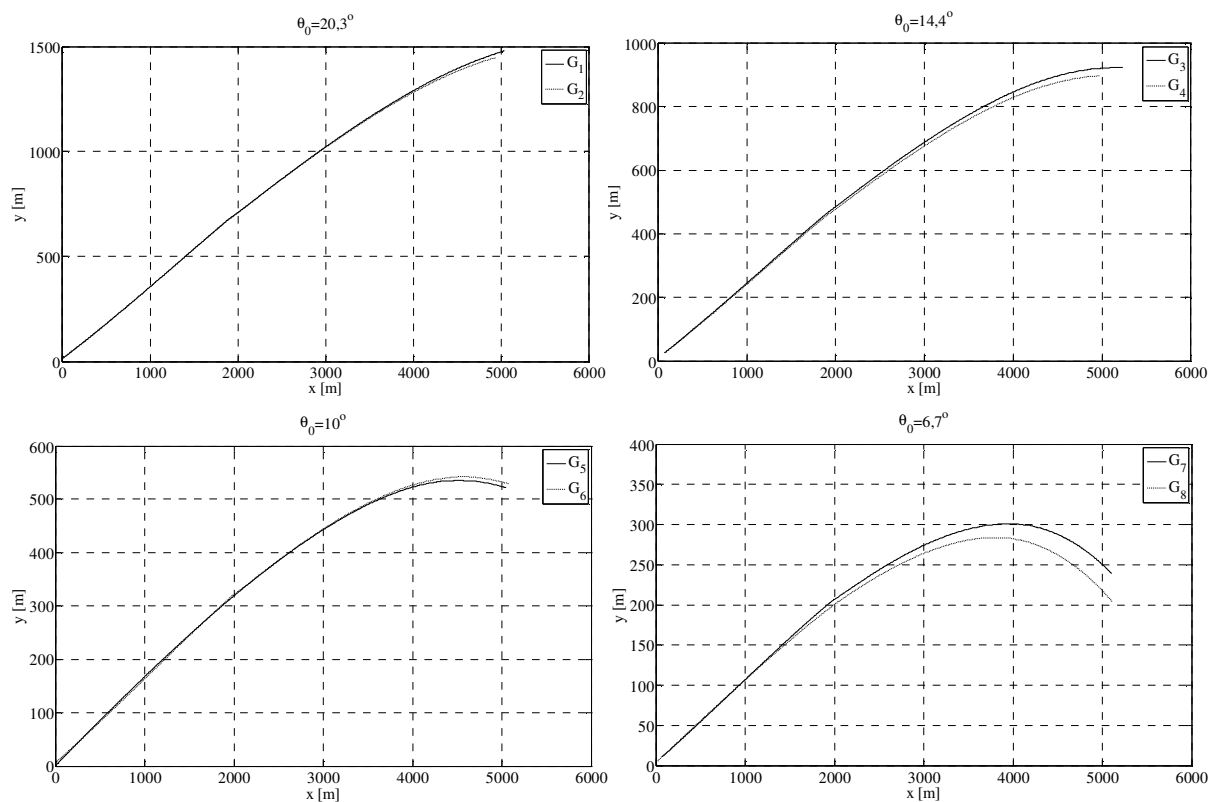
Координатни систем мерења радаром током балистичких испитивања је везан за уста цеви, а осе Ox (оса у правцу гађања) и Oz (позитиван смер у десно) дате су на слици 5.13. Координатна оса Oy је оријентисана вертикално навише, нормално на раван xOz .

На следећим сликама дати су резултати мерења елемената путање са балистичким 3D радаром, према плану мерења, табела 5.3, у складу са координатним системом гађања, слика 5.13, за мерење атмосферске услове, табела 5.5.



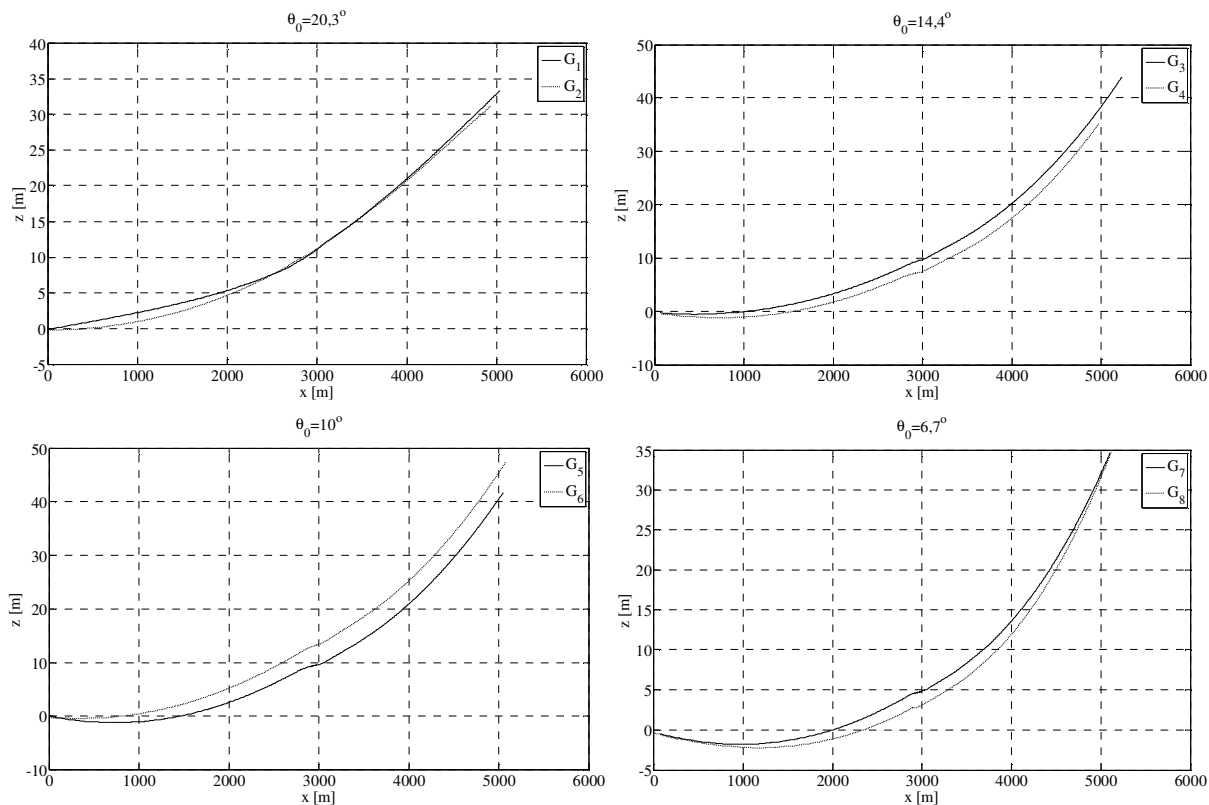
Слика 5.13. Шема балистичких испитивања

На слици 5.14 представљене су путање у вертикалној xOy равни за полазне углове према плану гађања.



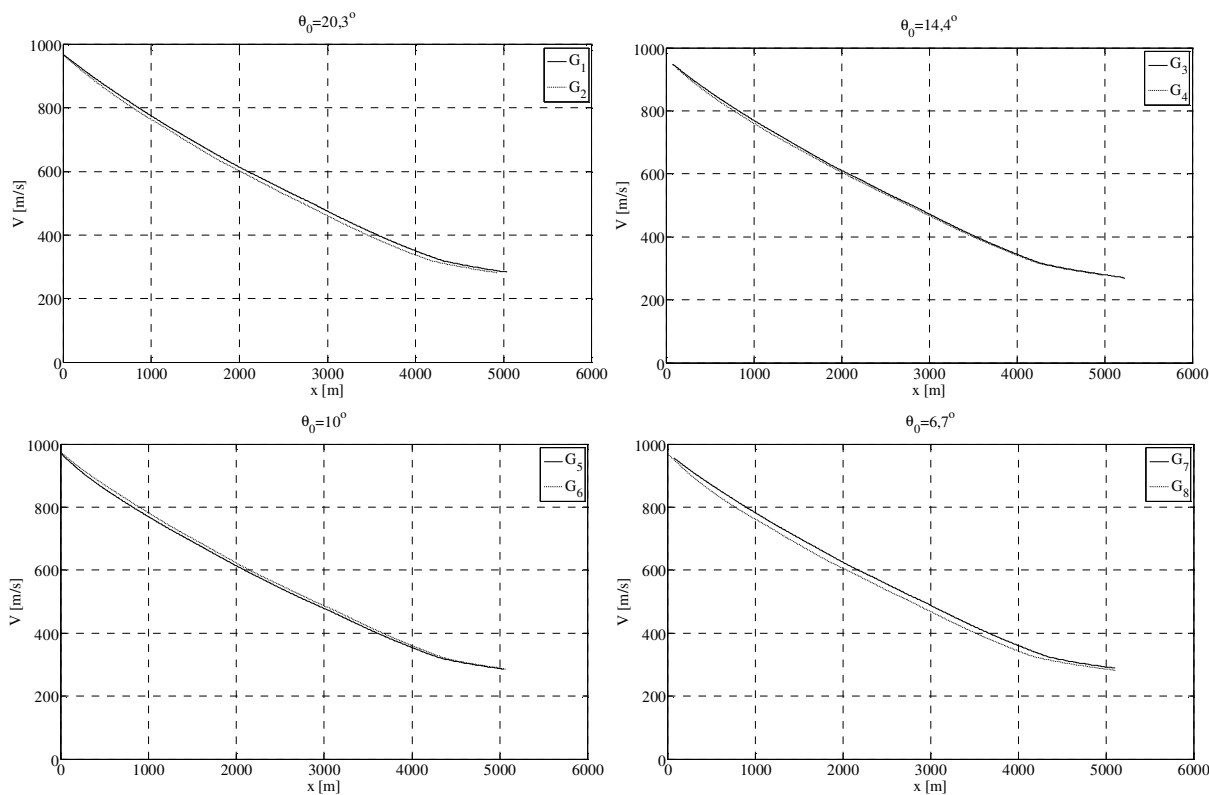
Слика 5.14. Путања у вертикалној равни xOy (равни гађања)

На слици 5.15 представљене су путање у хоризонталној xOz равни (деријација) за полазне углове према плану гађања.



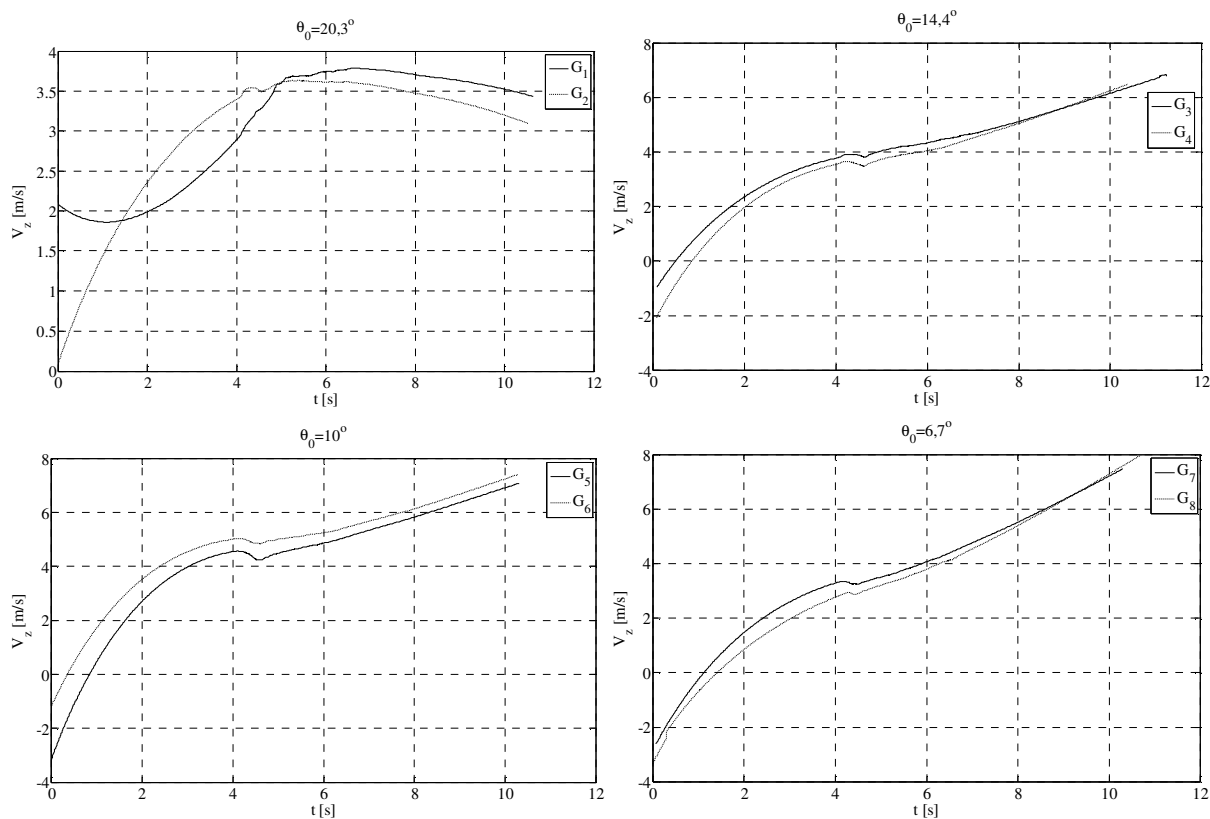
Слика 5.15. Путања у хоризонталној равни xOz (равни хоризонта)

На слици 5.16 представљене су брзине лета у односу на хоризонтални домет за полазне углове према плану гађања.



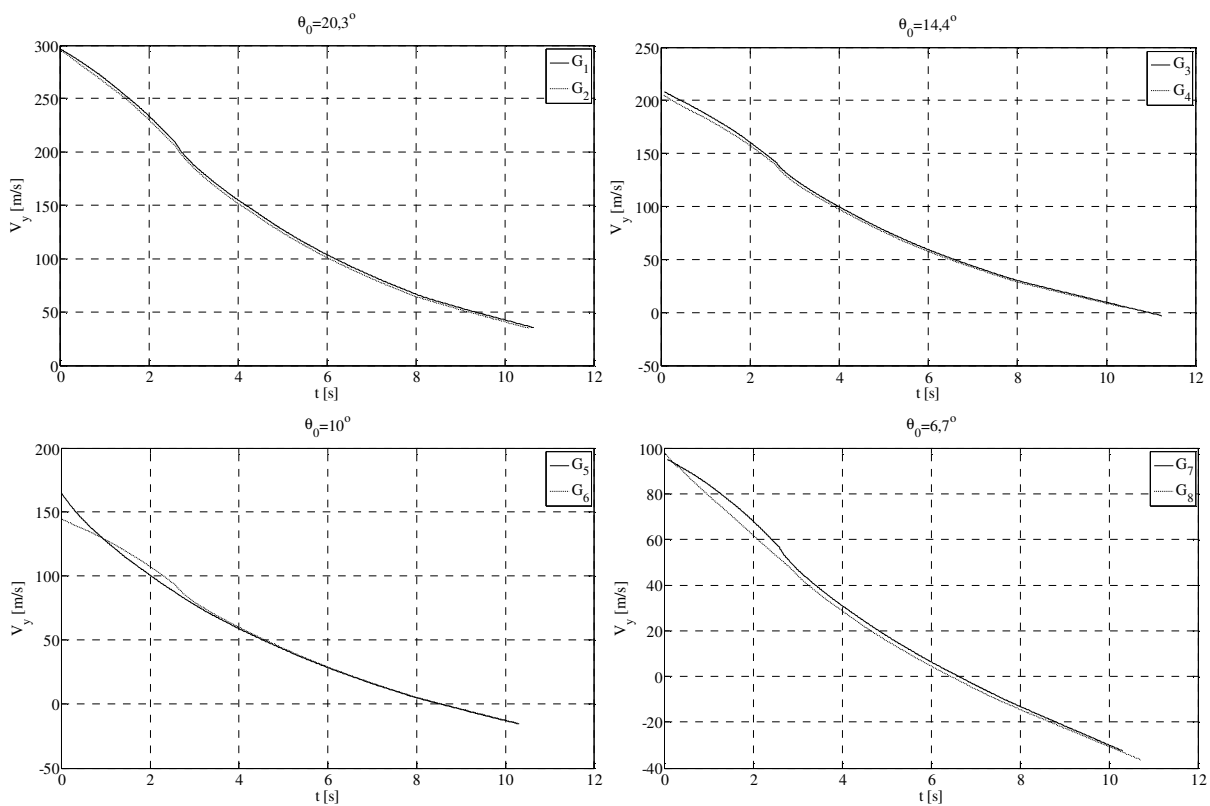
Слика 5.16. Брзина лета

На слици 5.17 представљене су хоризонталне компоненте брзине лета у односу на време лета за полазне углове према плану гађања.



Слика 5.17. Хоризонтална компонента брзине лета

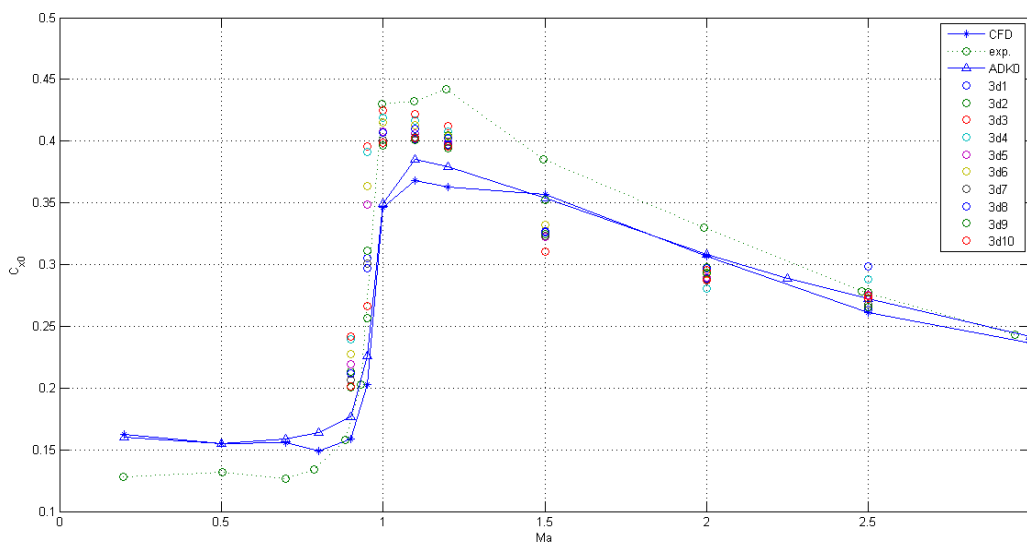
На слици 5.18 представљене су вертикалне компоненте брзине лета у односу на време лета за полазне углове према плану гађања.



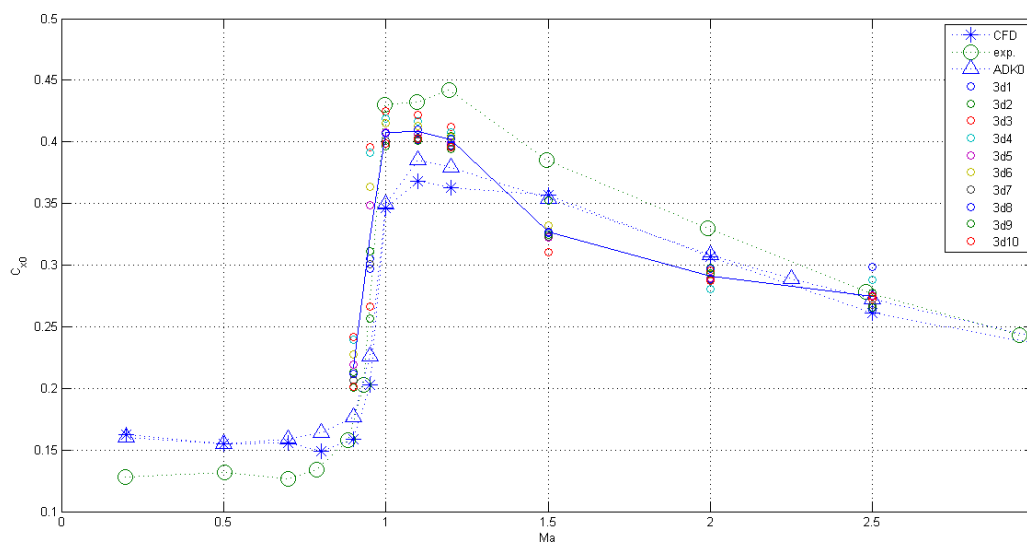
Слика 5.18. Вертикална компонента брзине лета

5.5.2. Одређивање аеродинамичких коефицијената при балистичким испитивањима

Резултати мерења аеродинамичких коефицијената добијени током балистичких испитивања представљени су на следећим сликама 5.19 и 5.20.



Слика 5.19. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе добијен балистичким испитивањем



Слика 5.20. Аеродинамички коефицијент аксијалне силе добијен балистичким испитивањем

6. АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА

На основу истраживања спроведеним у претходним поглављима, односно у складу са претходним истраживањима, извршена је анализа добијених резултата. Анализа је извршена кроз три аналитичке целине. Прва целина се односи на анализу нумеричке симулације струјања и добијених параметара струјања у зависности од врсте нумеричког домена, и примењених почетних и граничних услова. Друга целина се односи на анализу аеродинамичких коефицијената. Трећа целина се односи на анализу елемената путање и параметара стабилности лета модела пројектила.

У оквиру друге целине анализе аеродинамичких коефицијената извршена су три нивоа анализе. Први ниво анализе се односи на анализу резултата аеродинамичких коефицијената добијених у зависности од модела нумеричког прорачуна, са становишта просторне дискретизације, квалитета нумеричког домена и примењеног модела вискозности. Други ниво анализе се односи на анализу нумеричком симулацијом одређених статичких вредности аеродинамичких коефицијената добијених истраживањем у овом раду у односу на прорачунске полуемпиријске вредности, [2,6,14,18,94], експерименталне аеротунелске вредности, [4,6], експерименталне вредности добијене балистичким испитивањем, [91], као и референтне каталожке вредности сличних типова пројектила, [6,84,85,87]. Трећи ниво анализе се односи на анализу нумеричком симулацијом одређених динамичких вредности аеродинамичких коефицијената добијених истраживањем у овом раду у односу на прорачунске полуемпиријске, [6], експерименталне вредности добијене балистичким испитивањем, [91], симулационе вредности на основу експерименталних аеротунелских испитивања, [21], као и референтне вредности калибрационих модела и других брзоротирајућих пројектила, [6, 31, 39, 227, 230].

Трећа аналитичка целина је извршена у два нивоа. Први ниво анализе се односи на анализу елемената путање пројектила добијених симулацијом лета моделом шест степени слободе кретања, на основу вредности аеродинамичких коефицијената добијених у овом раду, у односу на резултате експерименталних балистичких испитивања. Други ниво се односи на анализу параметара стабилности пројектила добијених симулацијом лета моделом шест степени слободе кретања, у односу на примењене вредности аеродинамичких коефицијената добијених: нумеричком симулацијом струјања и претходним полуемпиријским прорачунима. Такође, извршена је анализа у односу на резултате параметара изведених из експерименталних балистичких испитивања и референтних радова, [230].

Подаци о аеродинамичким карактеристикама модела пројектила, са којима је извршена аеродинамичка анализа, заснивају се на следећим вредностима:

- Вредности аеродинамичких коефицијената сила и момената, односно дериватива добијених прорачуном помоћу полуемпиријских поступака, а распон Махових бројева, које дају карактер промене за сва три струјна режима. Ознаке за ове вредности у раду су $ADK0$, $ADK1$, VTI^{calc} , односно $calc$ у зависности од врсте коришћеног полуемпиријског прорачуна, [6].
- Вредности аеродинамичких коефицијената сила и момената, односно дериватива добијених прорачуном помоћу нумеричких метода симулације струјања, према Глави 4 овог рада. Вредности ових коефицијената су дате за распон Махових бројева, односно за распон нападних углова, као и за различите врсте и вредности угаоних брзина кретања пројектила. Нумеричка симулација струјања, која је у овом раду извршена, како за равански, тако и за просторни модел струјања, такође је извршена и за различите типове прорачунских мрежа и модела вискозности са моделима турбуленције и у складу са тим су и означени. Општа ознака за ове вредности је на дијаграмима дата са CFD , и у зависности од модела вискозности има ознаке модела.
- Вредности аеродинамичких коефицијената датих за сличне типове пројектила 40 mm, према расположивим каталожким подацима, подацима о калибрационим моделима пројектила, [6,227] и подацима о сличним референтним моделима ротирајућих пројектила, [31,39,230].
- Вредности аеродинамичких коефицијената сила и момената добијених експерименталним аеротунелским испитивањима, за модел пројектил 40 mm, датим у поглављу о аеротунелском испитивању. Ознаке за ове вредности су $exp-A$.

- Вредности аеродинамичких коефицијента сила и момената добијених експерименталним балистичким испитивањима, за модел пројектил 40 mm, приказаним у поглављу о балистичком испитивању (гађању). Ознаке за ове вредности су $\exp-G$, односно од G_1 до G_{10} у зависности од конкретног испитивања.

Подаци о елементима путање и параметрима стабилности кретања посматраног модела пројектила, са којима је извршена балистичка анализа, заснивају се на следећим вредностима:

- Вредности елемената путање и параметара стабилности, добијених симулацијом лета са моделом кретања са шест степени слободе кретања, на основу улазних вредности о аеродинамичким карактеристикама добијених нумеричком симулацијом струјања за просторни прорачунски домен.
- Вредности елемената путање добијених симулацијом лета са моделом кретања са шест степени слободе кретања, на основу улазних вредности о аеродинамичким карактеристикама добијених претходним полуемпиријским прорачунима и експерименталним аеротунелским испитивањем, [6].
- Вредности елемената путање добијених мерењем током лета у оквиру балистичких испитивања.
- Вредности параметара стабилности изведених из резултата мерења лета у оквиру балистичких испитивања.

6.1. Анализа профила струјања

Анализа параметара струјања (притиска, густине, температуре и др.), односно вектора брзина и трајекторије струјања је заснована на сликама струјног поља датим у оквиру Главе 4, где су приказани у зависности од прорачунског домена, модела струјања и вискозности.

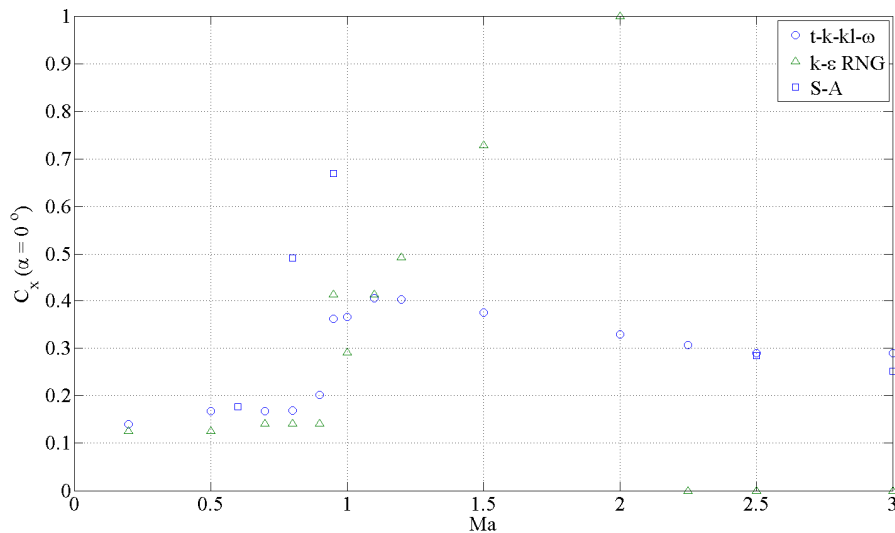
Упоредна анализа је спроведена у односу на мерене вредности параметара струје током експерименталних аеротунелских испитивања, [4,6] у односу на параметре одређене нумеричком симулацијом. Други ниво квалитативног поређења је у односу на извршену визуализацију струјања Шлирен методом [4,6], за ограничен број Махових бројева.

Приказани профили параметара струјања око пројектила у зависности од прорачунског домена, модела струјања и вискозности са становишта како глобалне слике струјања, тако и за веома детаљне делове поља струјања, показују потпуно комплетну и адекватну физичку слику. Показана је довољна осетљивост нумеричког домена, за претпостављени модел вискозности струјања, за представљене почетне и граничне услове нумеричке симулације струјања. Такође је квалитативно показана адекватна реакција домена при случајевима са покретном препреком.

6.2. Анализа резултата аеродинамичких коефицијената

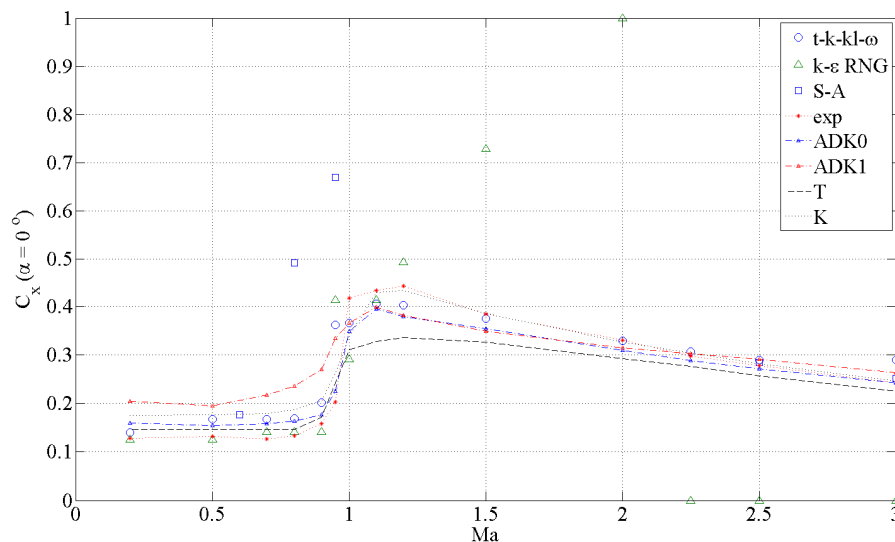
6.2.1. Анализа аксијалног аеродинамичког коефицијента за случај раванског модела струјања

На слици 6.1. дат је карактер промене аксијалног аеродинамичког коефицијента при $\alpha = 0^\circ$, добијен нумеричким симулацијама са различитим моделима вискозности за случај дводимензионалног модела струјања. Резултати за моделе вискозности са $S-A$ и $k-\varepsilon$ RNG, од околзвучних ка надзвучним вредностима Махових бројева показују неочекиван раст вредности.



Слика 6.1. Нумерички одређен АДК аксијалне силе за различите моделе вискозности (за раван)

На слици 6.2 дат је упоредни приказ аксијалног аеродинамичког коефицијента при $\alpha = 0^\circ$, добијен нумеричким симулацијама са различитим моделима вискозности ($t-k-kl-\omega$, $k-\varepsilon RNG$, $S-A$) за случај раванског модела кретања у односу на полуемпиријске прорачунске вредности (ADK0, ADK1), као и у односу на експериментална аеротунелске резултате (exp) и у односу на каталожке вредности сличних типова пројектила, [6] (ознаке T, K).



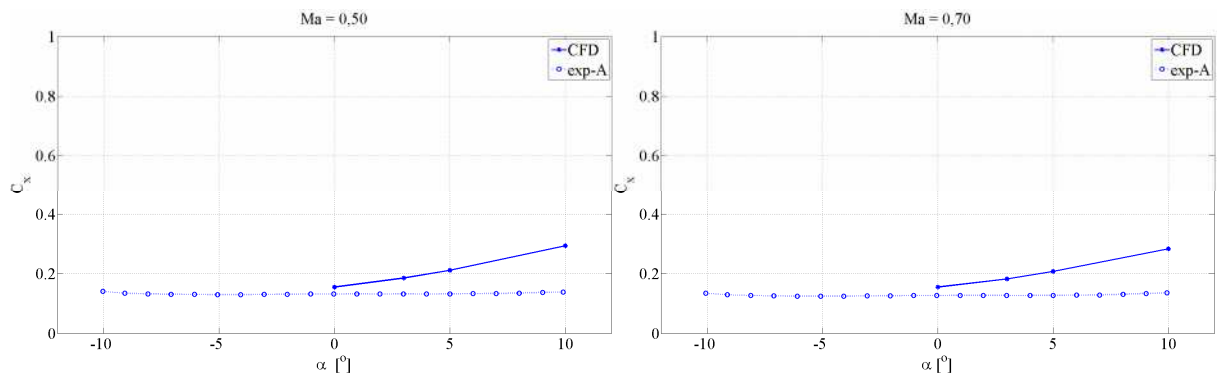
Слика 6.2. Упоредне вредности АДК аксијалне силе

Према резултатима приказаним на слици 6.2 уочава се неадекватност примене модела вискозности $k-\varepsilon RNG$ и $S-A$ за случајеве струјања за подручје околзвучних и надзвучних струјања, с обзиром на одступање вредности у односу на полуемпиријске прорачуне, експерименталне резултате, као и у односу на каталожке вредности сличних конфигурација пројектила 40 mm, [6].

6.2.2. Анализа статичких аеродинамичких коефицијената

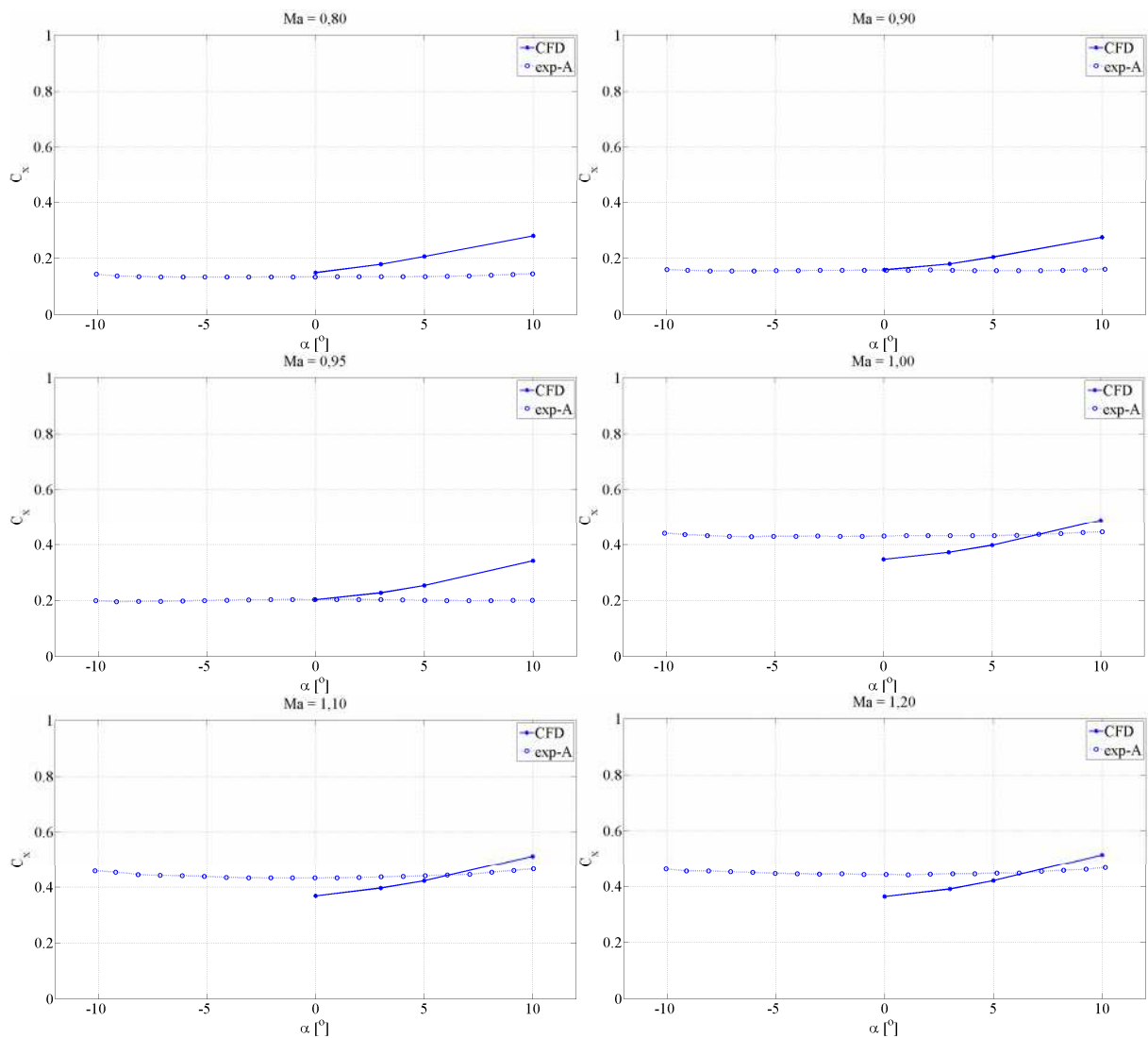
Анализа карактера промене аеродинамичких коефицијената је извршена за статичке услове струјања. Статички услови се односе на интервал Махових бројева и интервал нападних углова. Нумерички прорачуни струјања, према резултатима у Глави 4, су реализовани за интервал Махових бројева од 0,2 до 3, са интервалом нападних углова од 0 до 10° . Резултати означени са CFD представљају нумеричке резултате добијене применом модела вискозитета $SST k-\omega$ са нумеричким доменом 3Д3. Експериментални аеротунелски резултати мерења су, према испитивањима из Главе 5, реализовани за исти интервал Махових бројева и интервал нападних углова од -10° до 10° и означени су са $exp-A$.

На слици 6.3. приказан је карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе у односу на вредност нападног угла, за подзвучни режим струјања, експериментално и нумерички симулиран.



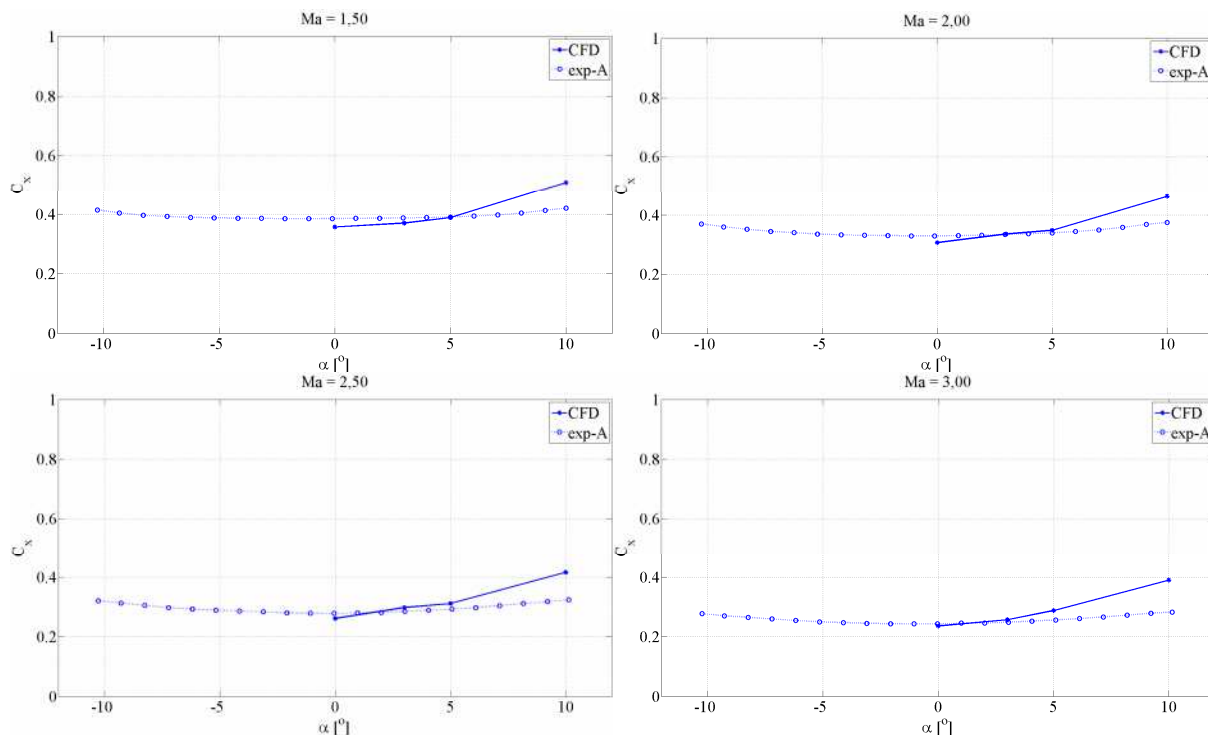
Слика 6.3. АД коефицијент аксијалне силе у функцији нападног угла за подзвучно струјање

На слици 6.4. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе у односу на вредност нападног угла, за околзвучни режим струјања, експериментално и нумерички симулирано.



Слика 6.4. АД коефицијент аксијалне силе у функцији нападног угла за околзвучно струјање

На слици 6.5. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе у односу на вредност нападног угла, за надзвучни режим струјања, експериментално и нумерички симулирано.



Слика 6.5. АД коефицијент аксијалне силе у функцији нападног угла за надзвучно струјање

У табели 6.1 представљен је упоредни преглед вредности аеродинамичког коефицијента аксијалне силе, добијених експерименталним аеротунелским испитивањем (*exp-A*) и прорачуном нумеричком методом (*CFD*) за интервал Махових бројева за сва три струјна режима, и за различите вредности нападних углова, α (0° , 3° , 5° и 10°). Одступања вредности представљају релативна одступања вредности аксијалног аеродинамичког коефицијента добијеног нумеричким прорачуном у односу на аеротунелске експерименталне вредности.

Табела 6.1. Упоредни преглед вредности АД коефицијента аксијалне силе експерименталне и нумерички одређене

Ma	$C_x (\alpha=0)$			$C_x (\alpha=3^\circ)$			$C_x (\alpha=5^\circ)$			$C_x (\alpha=10^\circ)$			
	exp-A	CFD	%	exp-A	CFD	%	exp-A	CFD	%	exp-A	CFD	%	
0,5	0,132	0,155	15,0	0,132	0,186	28,7	0,133	0,211	37,2	0,141	0,294	52,0	
0,7	0,127	0,155	18,1	0,127	0,182	30,1	0,128	0,207	38,5	0,136	0,283	52,1	
0,8	0,134	0,150	10,2	0,135	0,179	24,8	0,135	0,206	34,5	0,145	0,280	48,2	
0,9	0,158	0,159	0,8	0,158	0,180	12,5	0,156	0,205	23,9	0,161	0,275	41,5	
0,95	0,203	0,197	-2,7	0,202	0,221	8,6	0,200	0,248	19,1	0,200	0,333	40,0	
1,0	0,430	0,347	-23,8	0,431	0,373	-15,7	0,432	0,399	-8,3	0,445	0,490	9,2	
1,1	0,433	0,368	-17,6	0,436	0,396	-10,2	0,440	0,422	-4,3	0,466	0,512	9,0	
1,2	0,442	0,363	-21,8	0,445	0,391	-13,8	0,447	0,420	-6,4	0,466	0,514	9,3	
1,5	0,385	0,357	-7,9	0,387	0,371	-4,4	0,390	0,391	0,1	0,420	0,510	17,5	
2,0	0,330	0,311	-6,2	0,334	0,338	1,2	0,340	0,351	3,2	0,375	0,467	19,6	
2,5	0,278	0,263	-5,9	0,285	0,300	5,0	0,292	0,313	6,6	0,323	0,418	22,7	
3,0	0,243	0,238	-2,0	0,249	0,261	4,5	0,256	0,290	11,8	0,282	0,393	28,2	
средње одступање			-3,6				5,9				13,0		
подзвучно			16,5				29,4				37,8		
окологзвучно			-9,2				1,0				9,8		
надзвучно			-5,5				1,6				5,4		

Према табели 6.1 релативно одступање вредности аксијалног коефицијента за све четири вредности нападних углова, за подзвучни режим струјања је 34%, за окологзвучни режим је 7% и за

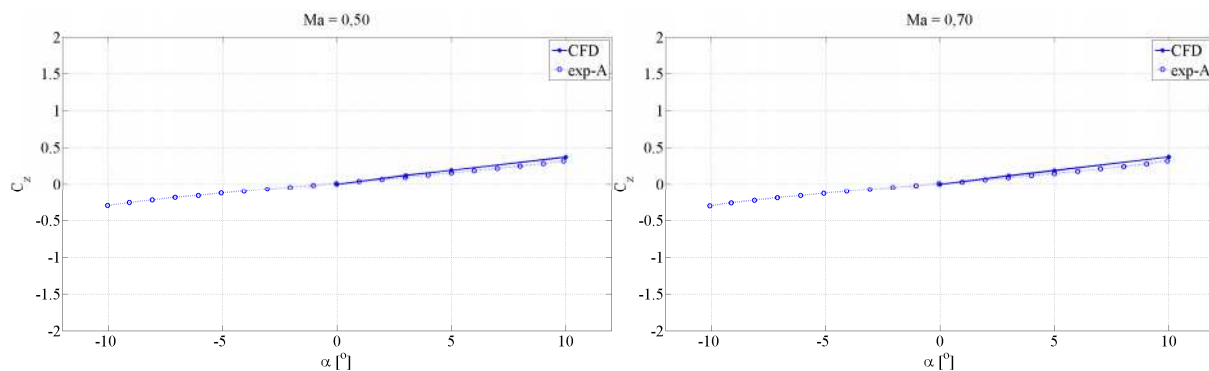
надзвучни режим је 5,9%. Просечно одступање је 11,1%. Са повећањем нападног угла, повећава се и разлика у вредностима аеродинамичког коефицијента. Такође, највеће одступање нумерички одређених вредности од експериментално одређених је у подзвучном режиму, у околзвучном је доста мања, док је најмања у надзвучном режиму. Наведена одступања вредности, која су и приказана на претходним сликама, се објашњавају кроз ограничења експерименталног испитивања и делимичну геометријску разлику експерименталног (реалног) модела пројектила и нумеричког модела препреке пројектила. Ограничење аеротунелског експерименталног испитивања се огледа у утицају носача модела и вртлога који се јавља иза базе, тј. дна модела. Вртложни део аеродинамичког отпора има доминантан утицај посебно у подзвучном режиму и према истраживањима у подзвучном режиму је до 50% укупног отпора, [2,6,229]. Наиме, експериментална испитивања претпостављају наведени утицај носача модела на мерење вредности аеродинамичког отпора, и дају препоруке у погледу односа пречника носача модела према пречнику дна модела и у складу са тим и мерила на основу којих се коригују вредности мерења спрам карактеристика опреме, [6,14,229,261]. Утицај опреме током мерења аксијалног отпора је 20 до 40%, [229] у зависности од струјног режима, нападног угла и пречника носача модела.

Према спроведеном истраживању највеће одступање нумеричких вредности аеродинамичког коефицијента добијено је за подзвучни режим струјања и за највећу вредност нападног угла ($\alpha=10^\circ$) и износи 52%. Овај режим струјања је обрађен за два Махова броја и 4 вредности нападног угла. Ограничење експеримента се огледа у томе да носач модела прекрива 70% дна пројектила. За подзвучни режим струјања, отпор вртложења, (слика 4.34) у односу на ограничење експеримента је већим делом елиминисан. Повећањем нападног угла долази до ширења вртложног дела („трага“) а самим тим и већег утицаја вртложења на укупан аксијални отпор, што резултује повећањем разлике експерименталних и нумерички одређених резултата. Поред тога, експериментално заузимање различитих вредности нападног угла се заснива на заузимању положаја модела са носачем у струји ваздуха која не мења правац. Самим тим, површина носача модела у струји ваздуха правећи већи отклон, повећава контактну површину са струјом ваздуха и заклања већи део поља иза модела пројектила. Одступање експерименталних од нумеричких података самим тим се за сваки од режима струјања са повећањем нападног угла повећава. За подзвучни струјни режим одступања се повећањем нападног угла повећавају од 16,5%, за нулти нападни угао, преко 30% (за $\alpha=3^\circ$) и 40% (за $\alpha=5^\circ$) до 52% при $\alpha=10^\circ$.

За околзвучни режим струјања одступања су разматрана за већи број Махових бројева (шест) и четири вредности нападних углова, при чему су одступања мања од оних за подзвучни режим, с обзиром и на смањење утицаја вртложног отпора на укупан аксијални отпор и креће се од око 10% до 26%. Најмањи утицај вртложног отпора у укупном отпору је при надзвучним режимима струјања, што је и показано кроз најмања одступања у раду (обрађена за четири Махова броја), која се у зависности од нападног угла крећу од око 5% до 22%. Утицај вртложења у укупном аеродинамичком аксијалном отпору је до 30% за надзвучни режим струјања.

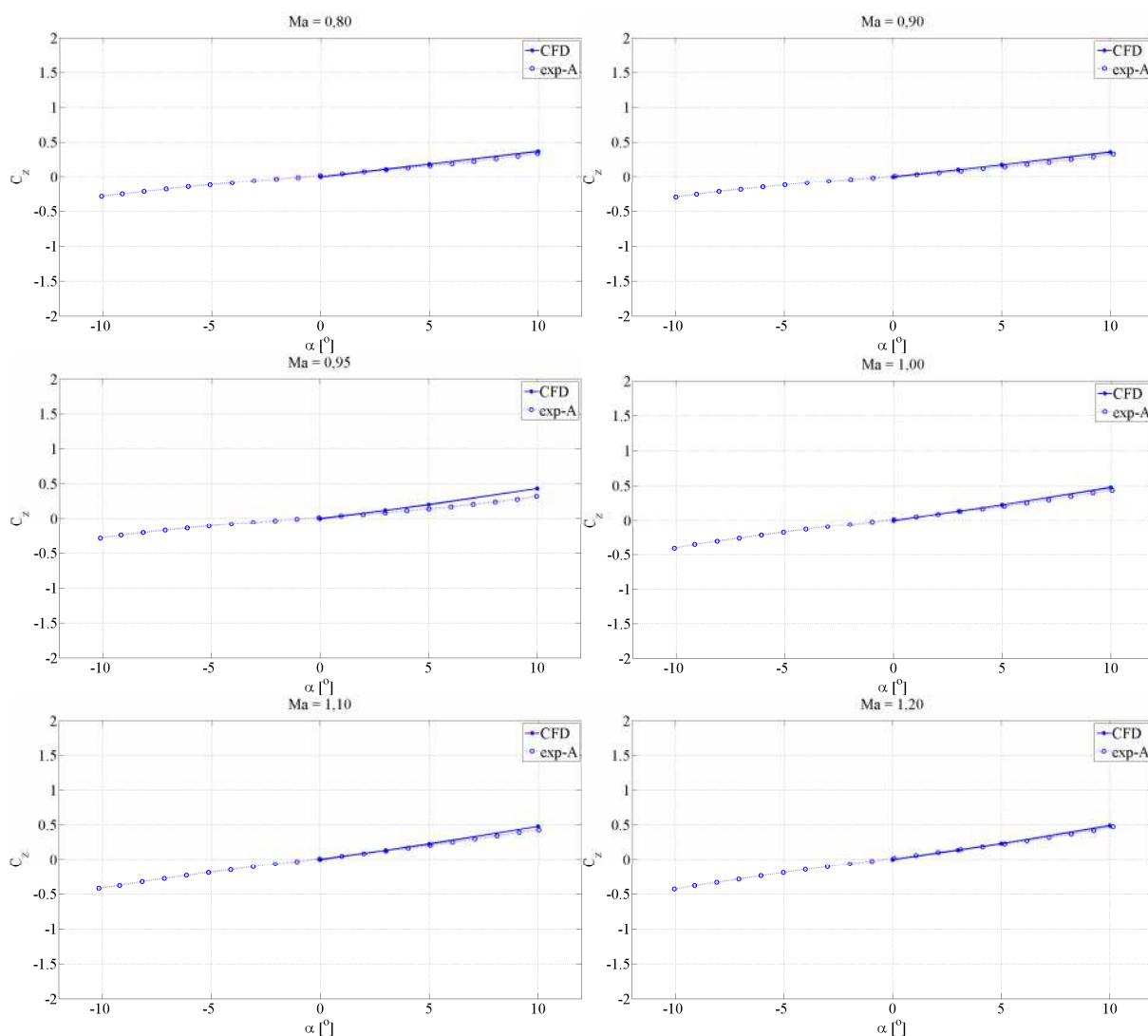
Вредности промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе добијене нумеричком симулацијом струјања (CFD) дате су само за позитивне вредности нападног угла јер су услови нумеричке симулације идентични и за негативне вредности нападног угла с обзиром на облик тела пројектила и уз услов да је утицај гравитације изузет из прорачуна. Експерименталне вредности аеродинамичког коефицијента нормалне силе према аеротунелским мерењима (exp-A), такође изузимају утицај гравитације, с обзиром на претходно баждарење мерне опреме (аероваге) у односу на модел пројектила пре мерења. Крива промене нормалне силе је дата за негативне вредности нападног угла, првенствено ради провере тачности мерења и симетрије модела.

На слици 6.6. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе у односу на вредност нападног угла, за подзвучни режим струјања, експериментално (exp-A) и нумеричким прорачунима одређен аеродинамички коефицијент (CFD).



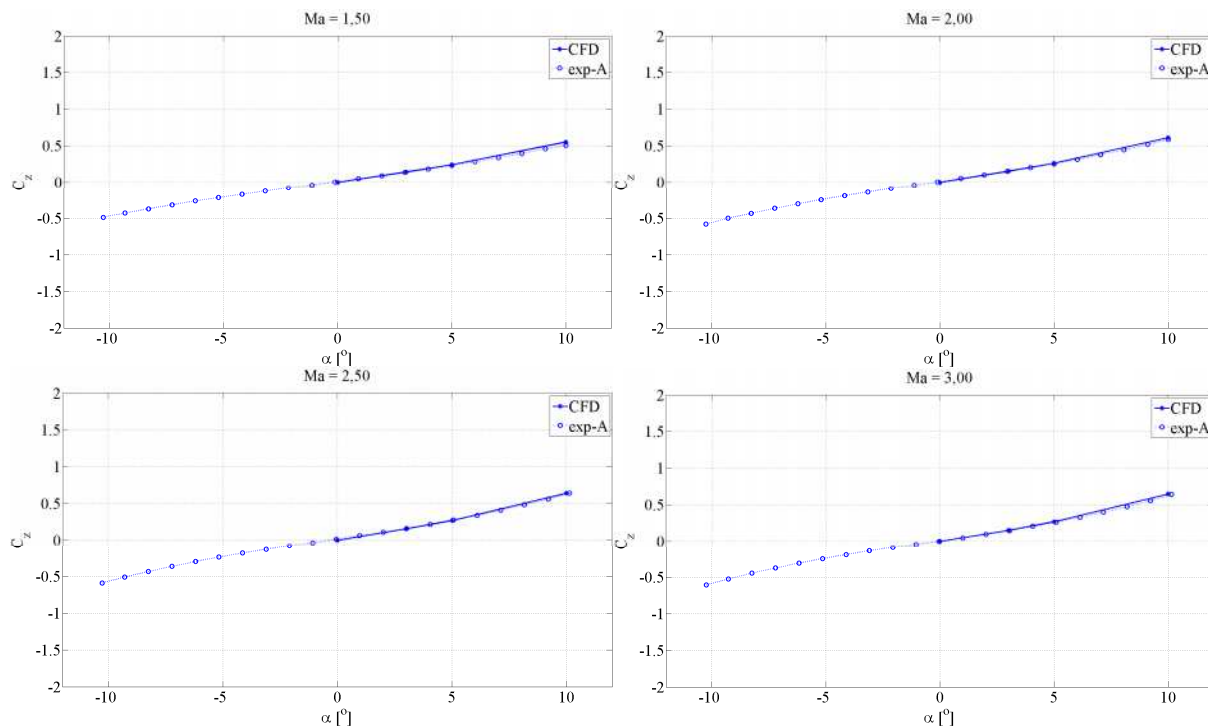
Слика 6.6. АД коефицијент нормалне силе у функцији нападног угла за подзвучно струјање

На слици 6.7. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе у односу на вредност нападног угла, за околзвучни режим струјања, експериментално (exp-A) и нумеричким прорачунима одређен (CFD).



Слика 6.7. АД коефицијент нормалне силе у функцији нападног угла за околзвучно струјање

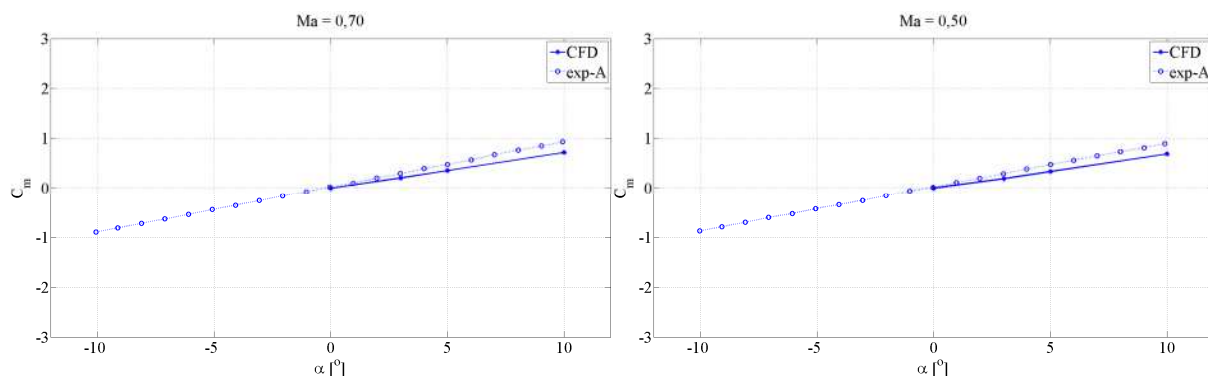
На слици 6.8. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе у односу на вредност нападног угла, за надзвучни режим струјања, експериментално (exp-A) и нумеричким прорачунима одређен (CFD).



Слика 6.8. АД коефицијент нормалне силе у функцији нападног угла за надзвучно струјање

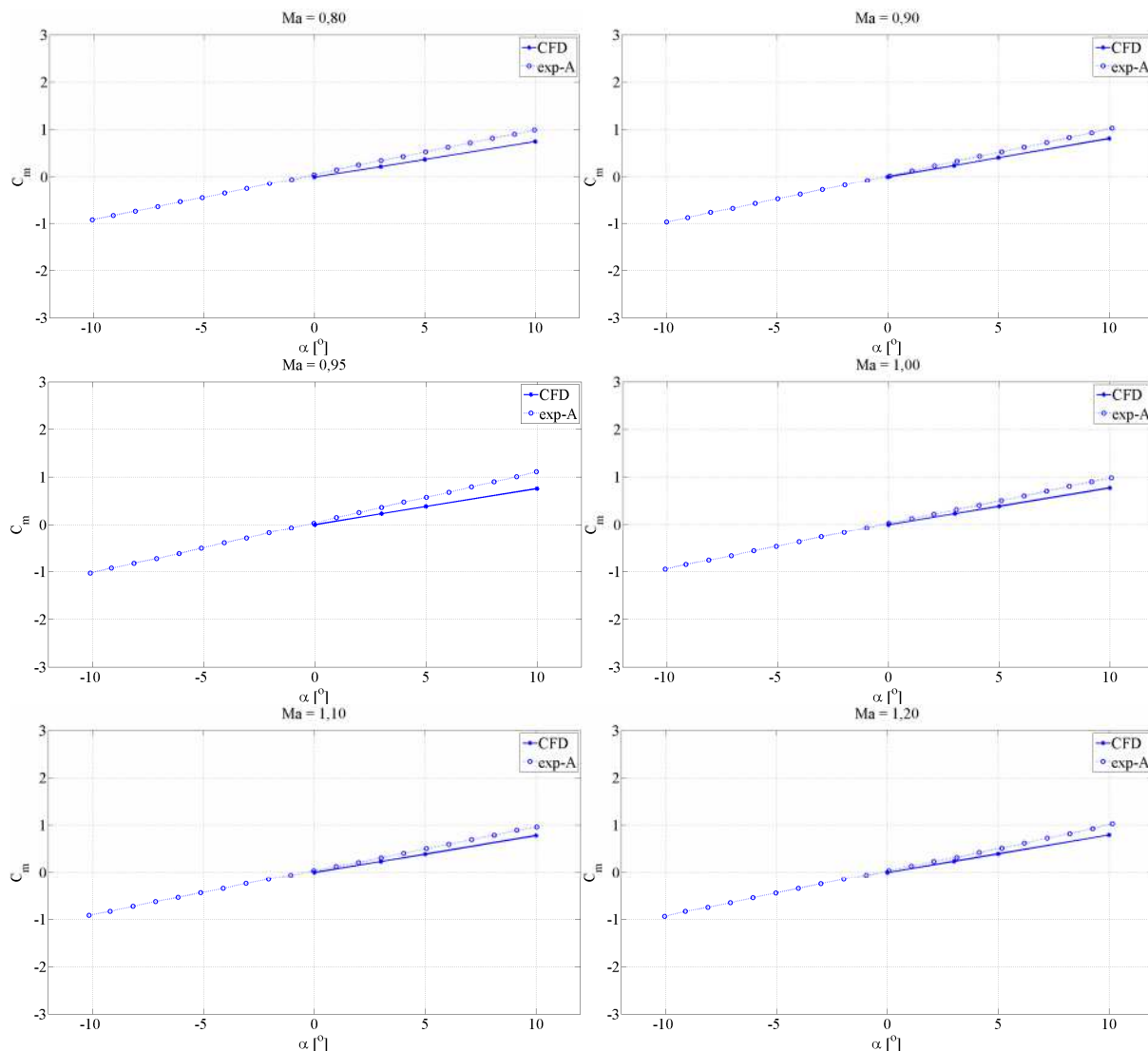
Према дијаграмима промене аеродинамичког коефицијента нормалне силе, слике 6.6 до 6.8, за сва три струјна режима и за интервал нападних углова од 0° до 10°, показана је подударност карактера промене и изузетно велика подударност вредности. Просечно релативно одступање нумерички одређених вредности од експерименталних је до 10%. Одступања у надзвучном режиму струјања у зависности од нападног угла је у оквиру од 2%. Одступања у околзвучном режиму струјања у зависности од нападног угла је у просеку 12%. Постоје извесна одступања у нижем околзвучном режиму струјања (за $Ma < 1$), која су карактеристична по дисконтинуитетима струјања, са око 25% релативног одступања. Подзвучни режим струјања, обрађен са два Махова броја, релативно показује највећа одступања, у просеку мање од 20%. Овакви резултати одступања за аеродинамичка истраживања су изузетно добри. Релативна одступања могу се у одређеној мери објаснити ограничењем експеримента, односно утицајем носача модела на струјање, односно пројектовано на нормалну осу представља утицај реда величине синуса нападног угла, што и представља у одређеној мери мањи утицај у односу на аксијални аеродинамички коефицијент.

На слици 6.9. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента момента пропињања у односу на вредност нападног угла, за подзвучни режим струјања, експериментално (exp-A) и нумеричким прорачунима одређен (CFD).



Слика 6.9. АД коефицијент момента пропињања у функцији нападног угла за подзвучно струјање

На слици 6.10. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента момента пропињања у односу на вредност нападног угла, за околзвучни режим струјања, експериментално (exp-A) и нумеричким прорачунима одређен (CFD).

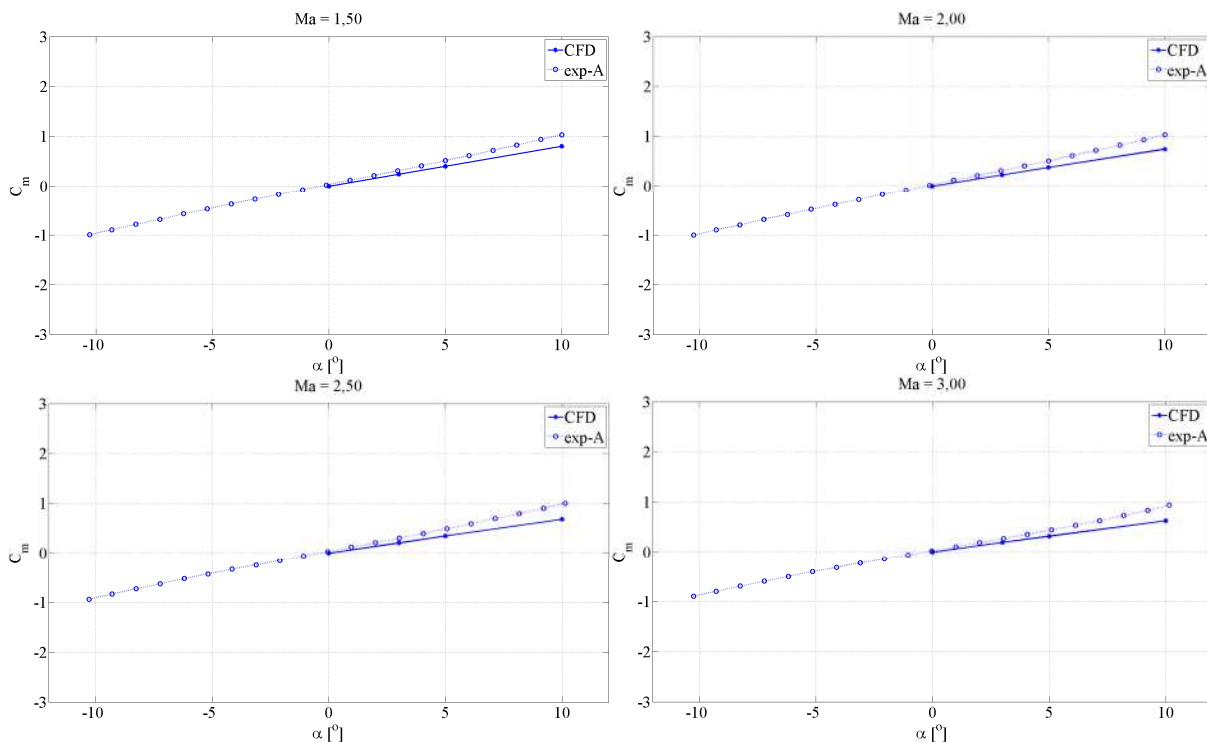


Слика 6.10. АД коефицијент момента пропињања у функцији нападног угла за околзвучно струјање

Експерименталне вредности аеродинамичког коефицијента момента пропињања, према аеротунелским мерењима (exp-A), такође изузимају утицај гравитације, с обзиром на претходно баждарење мерне опреме (аероваге) у односу на модел пројектила пре мерења. Крива промене момента пропињања је дата за негативне вредности нападног угла, првенствено ради провере тачности мерења, као што је раније наведено.

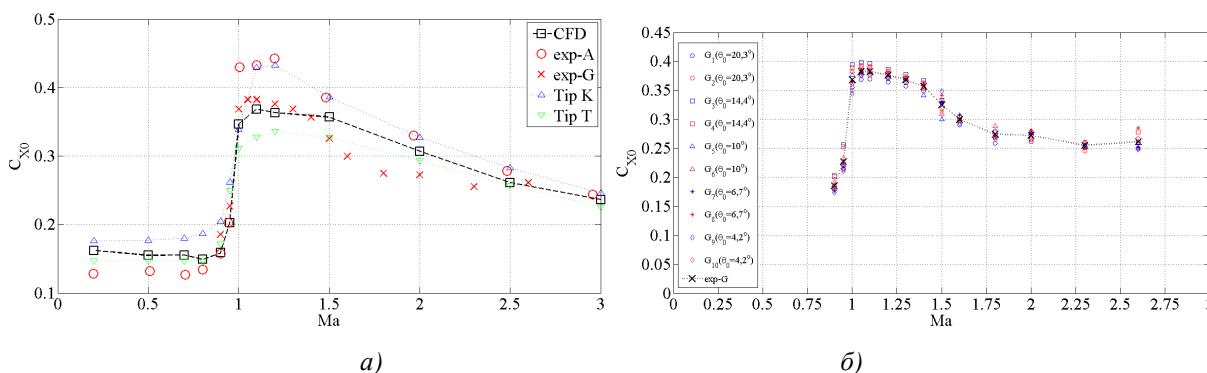
На слици 6.11. приказан је упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента момента пропињања у односу на вредност нападног угла, за надзвучни режим струјања, експериментално (exp-A) и нумеричким прорачунима одређен (CFD).

Према дијаграмима промене аеродинамичког коефицијента момента пропињања, слике 6.9 до 6.11, за сва три струјна режима и за интервал нападних углова од 0 до 10°, показана је подударност карактера промене и усаглашеност вредности. Просечно релативно одступање нумерички одређених вредности од експерименталних је око 30%. Одступања у свим струјним режимима у зависности од нападног угла је такође просечно око 30%. Подзвучни режим струјања, обрађен је са два, околзвучни режим струјања са шест и надзвучни режим струјања са четири Махова броја. Релативна одступања су анализирана и односу на вредности нападних углова (од 3° до 10°). Према пракси из мерења, за једну исту аеровагу, када се мере веће вредности аеродинамичког оптерећења грешка треба да буде мања. Ово је посебно случај за аеровагу која је коришћена, зато што је и опсег по компонентама такав да би са порастом вредности момента пропињања грешка мерења требало би да се смањује (када је коректно извршено баждарење), [6]. Приказани резултати релативних одступања аеродинамичког коефицијента момента пропињања су за аеродинамичка истраживања врло добри.



Слика 6.11. АД коефицијент момента пропињања у функцији нападног угла за надзвучно струјање

Момент пропињања при статичким условима експерименталних испитивања (са носачем модела), односно симулације струјања (без носача модела) представља дејство нормалне силе у центру притиска. Положај центра притиска у односу на центар масе, дуж уздужне осе пројектила и зависи од режима струјања, а посебно од нападног угла. Утицај на одступање симулационих од експерименталних резултата је већег реда величине већи од утицаја на одступања нормалне и аксијалне силе. Ово се може објаснити тиме што момент пропињања зависи, како од утицаја носача на опште аеродинамичко оптерећење у функцији нападног угла, тако и од самог одступања нормалне силе и положаја центра притиска, које је у одређеној мери под утицајем ограничења експеримента.



Слика 6.12. Упоредни приказ АД коефицијента аксијалне силе у односу на Махов број (CFD – нумеричка симулација струјања, exp-A – аеротунелска испитивања, ADK0, ADK1, calc. VII – полумперијски прорачуни, exp-G1 до exp-G10 – балистичка гађања)

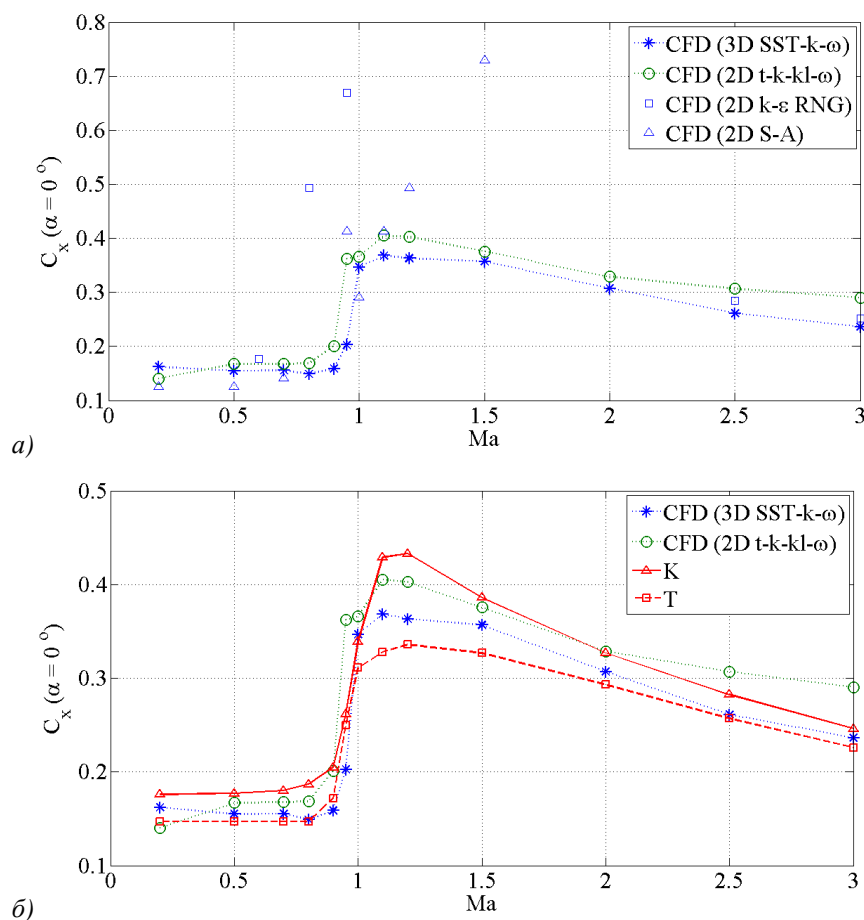
На слици 6.12. приказани су упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе (енг. Drag coefficient), C_{x0} при $\alpha = 0^\circ$, у односу на вредност Маховог броја, за резултате добијене: нумеричком симулацијом струјања (CFD), експерименталним испитивањем у аеротунелу (exp-A), и експерименталним балистичким испитивањима (десет „гађања“) за различите полазне углове (ознака од G1 до G10), односно, поређења су приказана у односу на сличне типове пројектила (T и K, [6,85,87]). Приказани резултати представљају упоредни интегрални приказ вредности аксијалног аеродинамичког коефицијента за сва три струјна режима, према објашњеним одступањима према сликама 6.3 до 6.5. Овај аеродинамички коефицијент представља кључни

аеродинамички отпор од кога зависе елементи путање. Преглед балистичких испитивања је дат у Глави 5, за које су дати услови под којима је вршено испитивање.

На слици 6.12.а), приказан је подударан карактер криве аксијалног отпора у функцији Маховог броја, са релативним одступањима вредности експерименталних резултата од нумерички одређених. Просечан ниво одступања је око 11%, где треба имати у виду поред поменутих ограничења у аеротунелском експерименту и геометријску разлику експерименталног и нумеричког модела пројектила (водећи прстен).

Такође, постоји висок ниво поклапања, како карактера, а што је посебно битно истаћи и вредности аксијалног отпора одређеног нумеричком симулацијом у односу на полуемпиријски прорачун (ADK0). Ово с једне стране показује поузданост нумеричког истраживања, а с друге стране оправдава употребу једноставног полуемпиријског поступка у предикцији аеродинамичких коефицијената у току истраживања и пројектовања, слика 6.12.б). Просечан ниво релативног одступања је мање од 4%, са најмањим нивоом одступања у подзвучном и надзвучном режиму струјања са око 1,5% и просечни одступањем у околосвучном режиму од око 6,5%.

Резултати балистичких испитивања, у великој мери се, по самим вредностима поклапају са вредностима добијеним нумеричким истраживањем, односно са експерименталним аеротунелским испитивањем. Релативна одступања нумеричких вредности од вредности аксијалног коефицијената добијеног балистичким испитивањем је просечно 7,7%, при чему је анализа ограничена на околосвучно и надзвучно струјање, с обзиром на услове гађања. Релативна одступања у надзвучном режиму су 7,3%, док су за режиме околосвучног струјања мало већа и износе до 8%. Балистичка испитивања у односу на аеротунелска просечно релативно одступају око 1%, с тим да је интервал релативних одступања од око -15% до 30% у зависности од Маховог броја. Просечно одступање за околосвучни режим је око 8%, а за надзвучни режим око 10%. Показани аеродинамички резултати балистичких испитивања су без атмосферских корекција, за предикцију засновану на инсталираној мерној опреми и програму обраде, описаним у Глави 5.



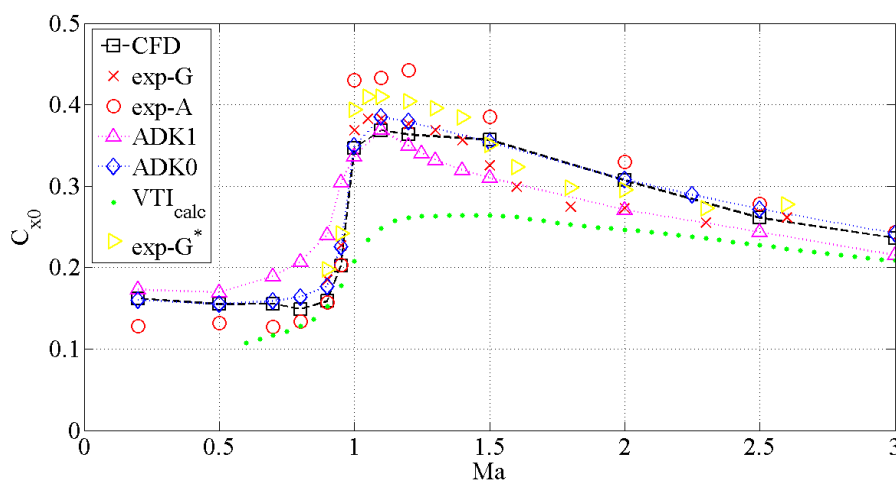
Слика 6.13. Упоредни приказ АД коефицијента аксијалне силе у односу на Махов број у односу на типове пројектила Т и К и у односу на раванске нумеричке моделе струјања

На слици 6.13. приказани су упоредно карактер промене аеродинамичког коефицијента аксијалне силе, C_{x0} при $\alpha=0$, у зависности од Маховог броја, за резултате добијене: нумеричком симулацијом просторног струјања (*CFD 3D SST- $k\omega$*), у односу на случај дводимензионалног модела струјања, *2D (S-A, k- ϵ RNG, t-k-kl- ω)* и у односу на сличне типове пројектила (Т, К), према [6,85,87].

На слици 6.13 показана су врло добра поклапања карактера промене аксијалних коефицијената за дводимензионални (*t-k-kl- ω*) и тродимензионални модел струјања (*SST- $k\omega$*). Модел дводимензионалног струјања *S-A*, поред једноставности модел, не омогућава одређивање аеродинамичког оптерећења за конфигурацију пројектила за надзвучне режиме струјања, док модел *k- ϵ RNG*, није дао добре резултате за околзвучни режим струјања. Модели нумеричких струјања (*2D t-k-kl- ω* и *3D SST- $k\omega$*) показују адекватан карактер промене у односу на сличне типове аеродинамичких конфигурација – пројектила Т и К.

На слици 6.14 приказани су упоредни дијаграми аксијалног аеродинамичког коефицијента добијени:

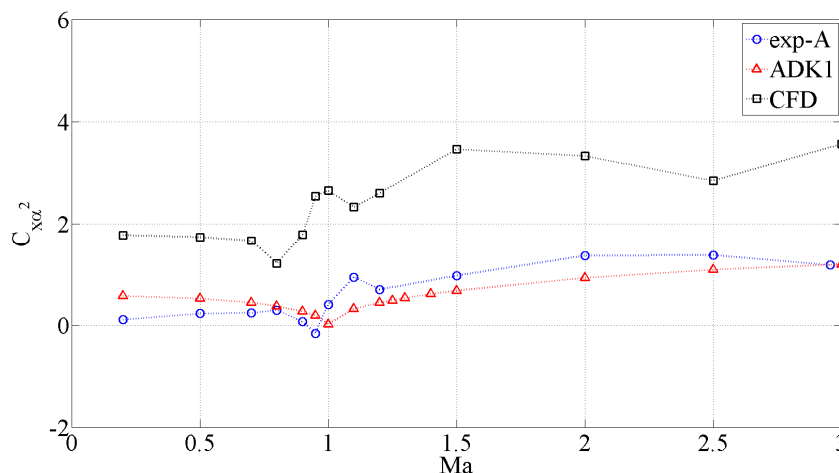
- нумеричком симулацијом струјања за тродимензионални случај са *3D SST- $k\omega$* и означен је са CFD,
- експерименталним балистичким испитивањем на полигону за стандардне метеоролошке услове (стандардне параметре атмосфере према ICAO стандарду) и означен је са exp-G,
- експерименталним аеротунелским испитивањем за стандардне параметре атмосфере и означен је са exp-A,
- полу-експерименталном методом, према [1,6,14] и означен је са ADK1,
- полу-експерименталном методом, према [1,6,14,73] и означен је са ADK0,
- полу-експерименталном методом ВТИ Сектора за наоружање, [94], и означен је са VTI_{calc} и
- експерименталним балистичким испитивањем на полигону за тренутне метеоролошке услове (према Табели 5.5) и означен је са exp-G*.



Слика 6.14. Упоредни приказ аксијалног АД коефицијента
(CFD – просторна нумеричка симулација струјања, exp-A – аеротунелска испитивања,
ADK0, ADK1, calc.vti – полуемпиријски прорачуни, exp-G – балистичка испитивања)

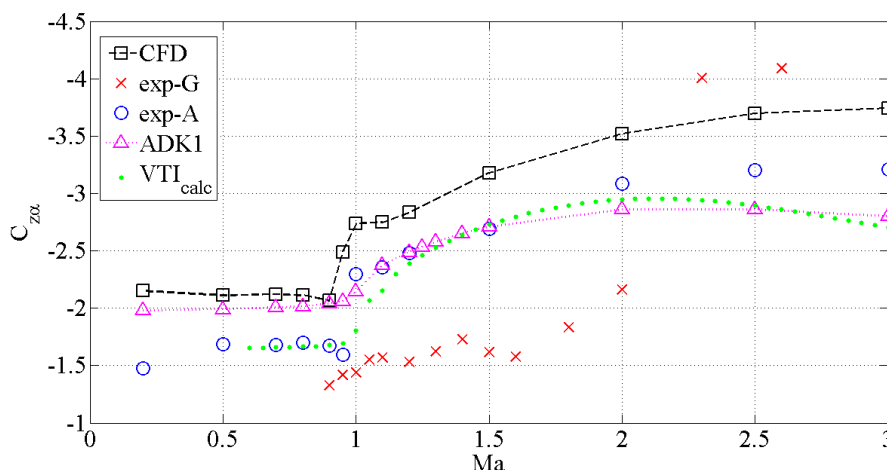
Коначно, балистичка испитивања дају резултате аксијалног аеродинамичког коефицијента (*exp-G*) за интервал Махових бројева од 0,9 до око 2,6, који се по карактеру поклапају са резултатима аеротунелских и нумеричких испитивања. Вредности аксијалног коефицијента добијених експерименталним балистичким испитивањем и одређених програмом предикције радара за тренутне параметре атмосфере, дате у глави 5, означене су на дијаграму са *exp-G**.

На слици 6.15. приказани су упоредно карактери промене дериватива аеродинамичког коефицијента аксијалне силе, $C_{x\alpha^2}$, у зависности од Маховог броја, за резултате добијене: нумеричком симулацијом струјања (CFD), полуемпиријском предикцијом изведених вредности из експерименталних испитивања у аеротунелу (*exp-A*), полуемпиријским прорачуном (ADK1), [2,6,8].



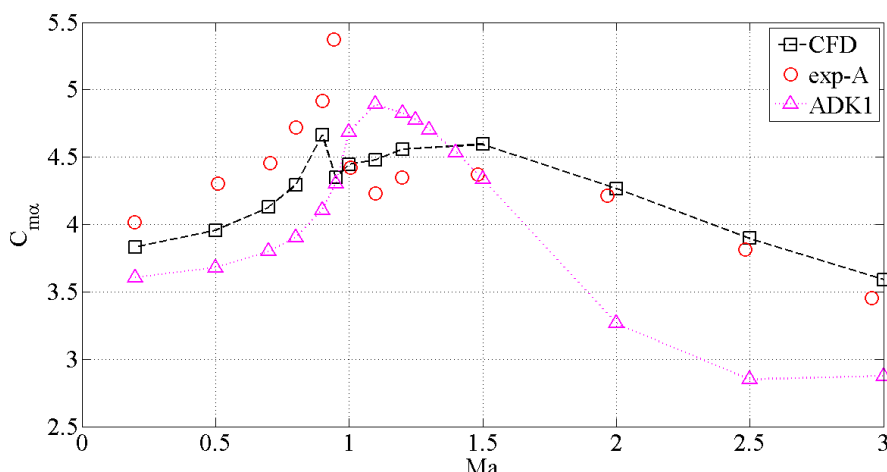
Слика 6.15. Упоредни приказ дериватива АД коефицијента аксијалне силе у односу на Махов број

На слици 6.16 приказани су упоредни резултати дериватива аеродинамичког коефицијента нормалне силе (енг. Normal force coefficient, Lift coefficient) у функцији Маховог броја, за резултате добијене: нумеричком симулацијом струјања (CFD), експерименталним испитивањем у аеротунелу (exp-A), полуемпиријским прорачуном (ADK1), [2,6,8].



Слика 6.16. Упоредни приказ дериватива АД коефицијента нормалне силе у односу на Махов број

На слици 6.17 приказани су упоредни резултати статичког дериватива аеродинамичког коефицијента момента пропињања (енг. pitch coefficient, overturning moment coefficient) у функцији Маховог броја, за резултате добијене: нумеричком симулацијом струјања (CFD), експерименталним испитивањем у аеротунелу (exp-A), полуемпиријским прорачуном (ADK1), [2,6,8].



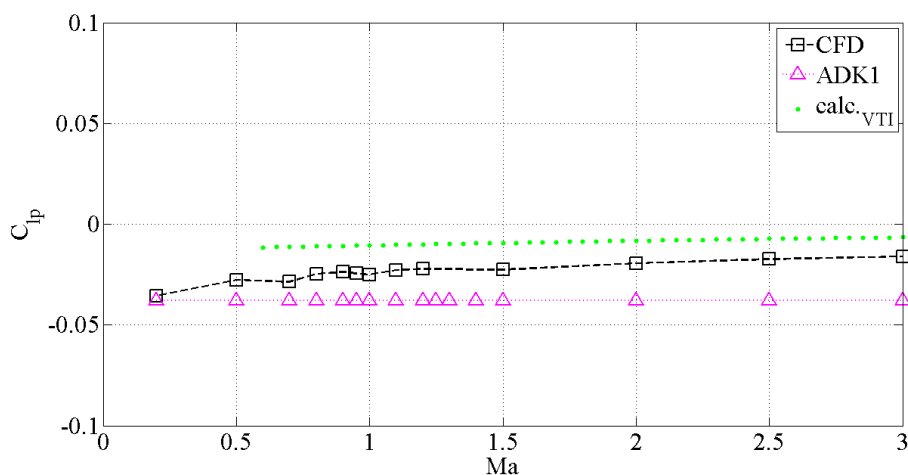
Слика 6.17. Упоредни приказ дериватива АД коефицијента момента пропињања у односу на Махов број

Вредности статичког дериватива аеродинамичког коефицијента момента пропињања, током експерименталних балистичких испитивања нису добијена због немогућности мерења положаја нападне тачке нормалне силе током испитивања.

6.2.3. Анализа динамичких аеродинамичких коефицијената

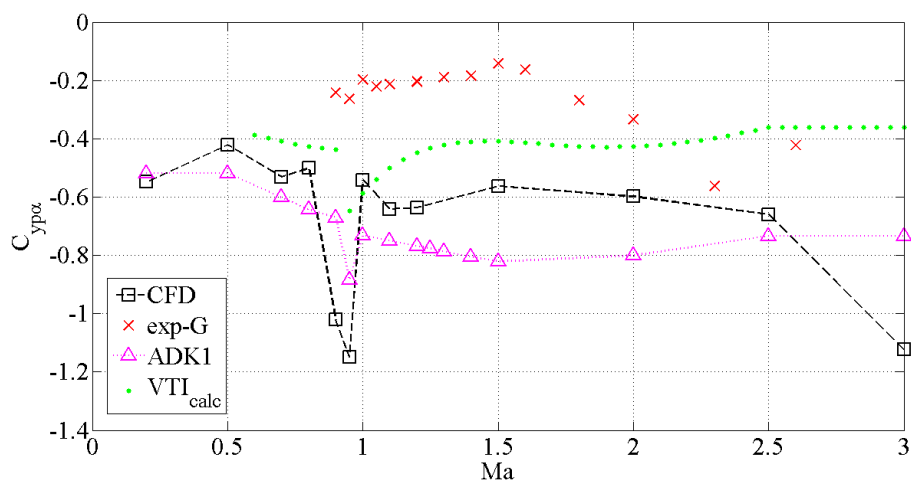
Анализа динамичких аеродинамичких коефицијената се односи на вредности аеродинамичких коефицијената, добијених нумеричким симулацијама струјања (са прорачунским доменом $3D3A$, за модел вискозитета $SST\ k-\omega$), добијене при различитим условима струјања уз угаоно кретање препреке, пројектила, датим у Глави 4. Угаоне брзине кретања пројектила при нумеричким симулацијама су биле у интервалу бездимензионих вредности p^* од 0 до 0,116 и за q^* од 0 до 0,05, уз различите вредности нападног угла α од 0° до 3° , датим према прегледу услова реализације нумеричких симулација у Прилогу 3. Резултати нумеричке симулације струјања су дати у односу на расположиве вредности експерименталних испитивања (аеротунелска – $exp-A$ и балистичка $exp-G$) и полуемпиријских прорачуна (ADK1), [2,6,31,35].

На слици 6.18 приказан је упоредно карактер промене дериватива момента ваљања (енг. spin-damping coefficient, roll-damping coefficient) у односу на Махов број за резултате добијене: нумеричком симулацијом струјања (CFD) и полуемпиријским прорачунима (ADK1, [2,6,8] и $calc_{VTI}$, [94]).



Слика 6.18. Упоредни приказ дериватива АД коефицијента момента ваљања у односу на Махов број

Карактери кривих нумеричких и полуемпиријских резултата дериватива момента су врло слични и показују сличан ред величине вредности. Просечна релативна одступања резултата су око 35%.



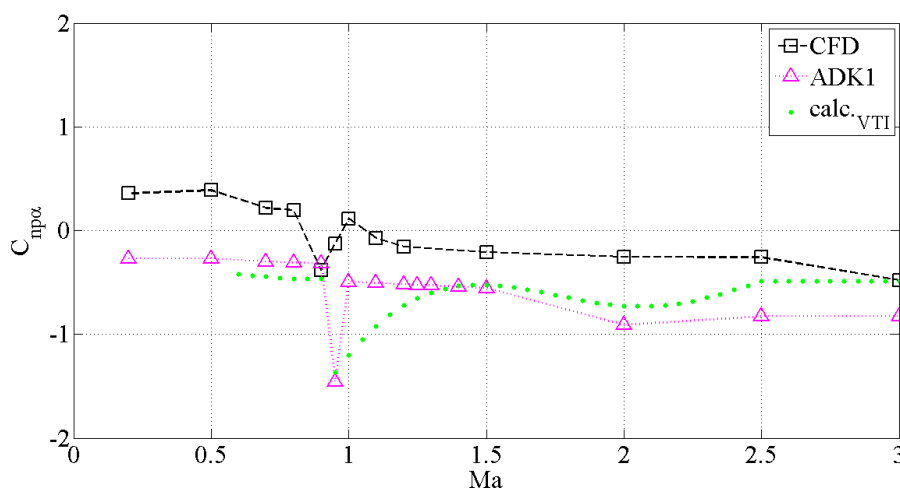
Слика 6.19. Упоредни приказ дериватива АД коефицијента бочне силе у односу на Махов број

На слици 6.19 приказан је упоредно карактер промене дериватива бочне силе (коефицијент Магнусове силе, енгл. Magnus force coefficient) у односу на Махов број за резултате добијене:

нумеричком симулацијом струјања (CFD), експерименталним балистичким испитивањем (exp-G) и полуемпиријским прорачунима (ADK1 и calc._{VTI}), [2,6,8]. Вредности су добијене на основу мерења параметара кретања пројектила током 10 испитивања (гађања од G_1 до G_{10}) и представљају њихову средњу вредност у односу на Махов број за стандардне атмосферске услове.

Карактери кривих нумеричких и полуемпиријских резултата дериватива бочне силе су готово идентични и показују сличан ниво вредности. Релативна просечна одступања резултата су, у зависности од режима струјања, по апсолутној вредности у просеку од 24%, с тим да у односу на карактер и ниво вредности та су одступања 6,4%.

На слици 6.20 приказан је упоредно карактер промене дериватива момента скретања (коэффициент Магнусовог момента, енг. Magnus moment coefficient) у односу на Махов број за резултате добијене: нумеричком симулацијом струјања (CFD) и полуемпиријским прорачунима (ADK1 и calc._{VTI}), [2,6,8]. Резултати динамичког дериватива момента скретања за експериментална балистичка испитивања нису добијени због немогућности расположиве мерне опреме да измери положај нападне тачке бочне силе.

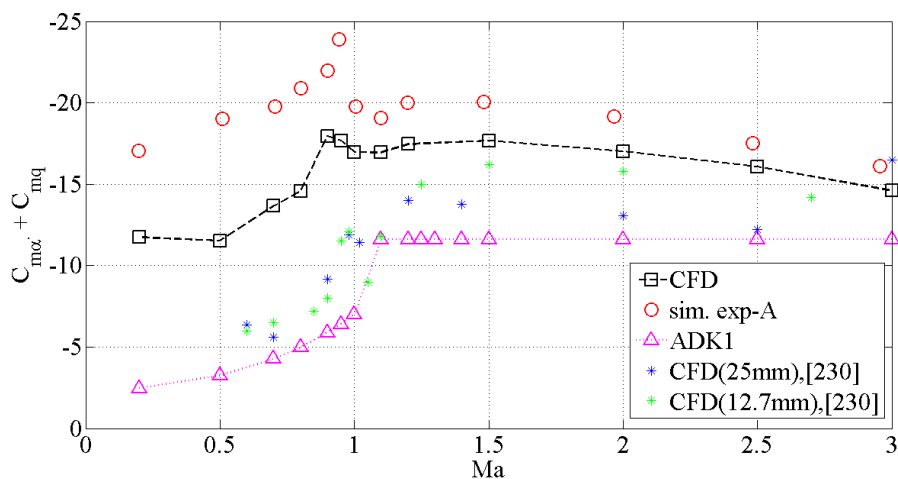


Слика 6.20. Упоредни приказ дериватива АД коефицијента момента скретања у односу на Махов број

Карактери кривих нумеричких и полуемпиријских резултата дериватива момента скретања су готово идентични и показују одређени ниво одступања вредности. Просечна релативна одступања резултата су око 30 %. Карактер кривих се међусобно разликује и по знаку, што представља кључну разлику. Дати ниво релативних одступања не показује поузданост полуемпиријског поступка, нити указује на непоузданост резултата нумеричког истраживања. Овакав карактер одступања показује могућност примене датог нумеричког истраживања, с потребом за увођењем поузданог експерименталног испитивања, односно унапређење нумеричког истраживања. На основу мерења у склопу експерименталних балистичких испитивања, помоћу радара није било могуће добити вредности Магнусовог момента, без додатне мерне опреме и система обраде података, што на овом нивоу испитивања није имало економску оправданост. За потребе оваквих истраживања је потребно извршити мерења угаоне брзине пројектила. Коришћени 3Д радар је по декларацији у могућности да изврши ова мерења, али технички захтева посебну и стручну припрему модела испитивања. Такође, могуће је испитивање угаоног положаја и угаоног кретања пројектила реализовати посебном мерном опремом монтираном на моделу (сонде за мерење нападног угла и угаоне брзине), која није била на располагању током истраживања.

На слици 6.21 приказан је упоредно карактер промене динамичког дериватива момента пропињања, тзв. пригушног дериватива у пропињању (енг. pitch-damping coefficient) за резултате нумеричких испитивања (CFD), полуемпиријских метода прорачуна (ADK1, $VTI_{calc.}$). С обзиром на немогућност реализације динамичких аеротунелских експерименталних испитивања на моделу пројектила 40 mm, која захтевају посебну мерну опрему за мерење динамичких дериватива и посебну групу мерења за захтеване режиме струјања, резултати ових испитивања нису добијени. Опрема за динамичка мерења по конструктивним карактеристикама превазилази димензије модела. Динамичка мерења у аеротунелу Т-38 захтевају конструкцију модела за испитивање сразмерно већих димензија. Према досадашњим истраживањима аутора [31,40-64,231,232], као и према практичним процедурама прелиминарних предикција оптерећења момената пропињања, током

припрема за динамичка аеротунелска мерења, постоји неколико поступака за предикцију вредности динамичког дериватива момента пропињања на основу измерених вредности момента пропињања у статичком аеротунелском тесту. За потребе овог истраживања извршена је тзв. симулација експерименталних аеротунелских вредности момента пропињања добијених из статичких испитивања. Симулација се огледа у нумеричком изводу експерименталних вредности момента пропињања током испитивања у односу на угаону брзину модела током једног мерења. Модел се током једног мерења у струји ваздуха континуирано кретао за свако од мерења од око 8 секунди у интервалу програмски планираних вредности нападних углова α од -10° до 10° . У овим мерењима добијене су вредности момента пропињања за изабрани интервал нападних углова са кораком од 1° . Вредности дериватива момента пропињања добијене на овај начин су предикција резултата на основу експерименталних аеротунелских мерења, али свакако да представљају оквирну процену нивоа вредности (ознака вредности на дијаграму је *sim-exp-A*).



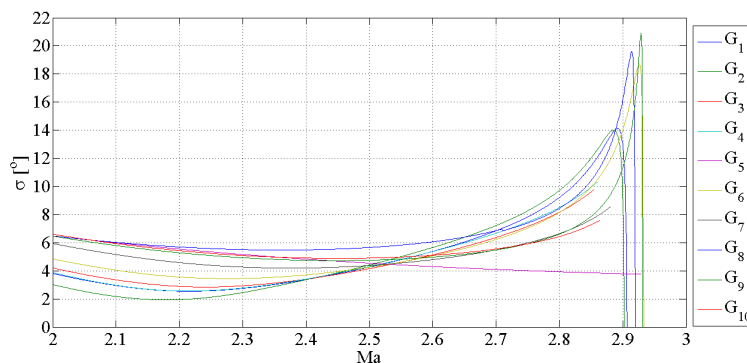
Слика 6.21. Упоредни приказ динамичког дериватива момента пропињања

Дијаграми промене динамичког дериватива момента пропињања, приказани на слици 6.21, показују врло добру усаглашеност карактера промене. Одступања су највећа у односу на полуемпиријске резултате (ADK1), чији карактер промене за надзвучни режим струјања нема промене, а ниво вредности је најмањи. Резултати нумеричке симулације овог истраживања (CFD), приказани у односу на карактер промене нумеричких истраживања, [230] за друге пројектиле сличног облика, али другачијих димензија и намене (вежбовни пројектил 25 mm и митраљески метак 12,7 mm), показују сличност у карактеру промене. За модел пројектила 155 mm према истраживању [231], ниво вредности динамичког дериватива момента пропињања је по карактеру као према представљеним, с тим да је ниво вредности у субсоничном режиму нижи, а у суперсоничном већи од нумеричких датим у раду. Ниво вредности експерименталних резултата динамички изведених, је већи од свих приказаних, а карактер криве је сличан статичком деривативу момента пропињања. Потребно је у наредним истраживањима унапредити и развити поуздан и економски оптималан процес експерименталног мерења ових дериватива.

На сликама 6.18 до 6.21 су представљени резултати динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената одређених нумеричким симулацијама у раду у односу на полуемпиријску предикцију. Очекивана одступања вредности динамичких дериватива бочне силе, момента скретања (Магнусови коефицијенти) и момента ваљања су за експериментална аеротунелска испитивања квалитативно описана као велика. Резултати динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената добијени балистичким испитивањима, према претходним истраживањима, представљени су квантитативним одступањима: бочна сила око 25%, момент скретања од 10% до 20% и момент ваљања од 5% до 10%. Комерцијални и посебно развијани полуемпиријски предикциони аеродинамички прорачуни дају такође одступања резултата динамичких дериватива од 10% до 15% за момент пропињања, од 15% до 25% за момент скретања и до 33% за бочну силу.

За потребе испитивања, односно презентације резултата динамичког дериватива Магнусове (бочне) силе и дериватива нормалне силе, извршено је одређивање вредности нападног угла пројектила за свих десет гађања током балистичких испитивања. Вредности нападног угла су

одређене за интервал Махових бројева за који су вршена експериментална испитивања (од 0,9 до 2,6). Одређивање је вршено на основу мерених вредности брзине лета пројектила (V_{rad}), угаоног положаја пројектила (θ и ψ) у односу на координатни систем везан за место лансирања у односу на мали временски интервал од $\Delta t = 10^{-3}$ s, а у односу на компоненте брзина по осама балистичког координатног система, који је у почетном тренутку по претпоставци у истом положају као и локални координатни систем. Укупан (просторни) нападни угао σ добијен на овај начин представља просечну вредност синусне апроксимације компоненти равномерних вредности: нападног угла α и угла клизања β . На слици 6.22 представљена је предикција карактера промене нападног угла из резултата добијених током балистичких испитивања, за почетни део путање.



Слика 6.22. Предикција нападног угла из резултата мерења путање балистичким радаром

Допринос резултата истраживања у овом раду се односи на могућност делимичне до потпуне замене експерименталних аеротунелских испитивања за конфигурације класичних пројектила. Уводи се могућност развијања методологије нумеричке предикције резултата аеродинамичких коефицијената различитих врста и типова пројектила, као и могућност примене методологије за развијање нових конфигурација пројектила унапређених карактеристика. У прилог нумеричког истраживања иде и чињеница да се експериментални резултати за дати модел пројектила не налазе у расположивој литератури и доступним материјалима.

6.3. Анализа параметара кретања пројектила

Истраживања спроведена у овом раду дају могућност упоређивања резултата елемената путање, односно параметара стабилности добијених на основу модела лета у односу на експериментална балистичка испитивања, приказана у Глави 5.

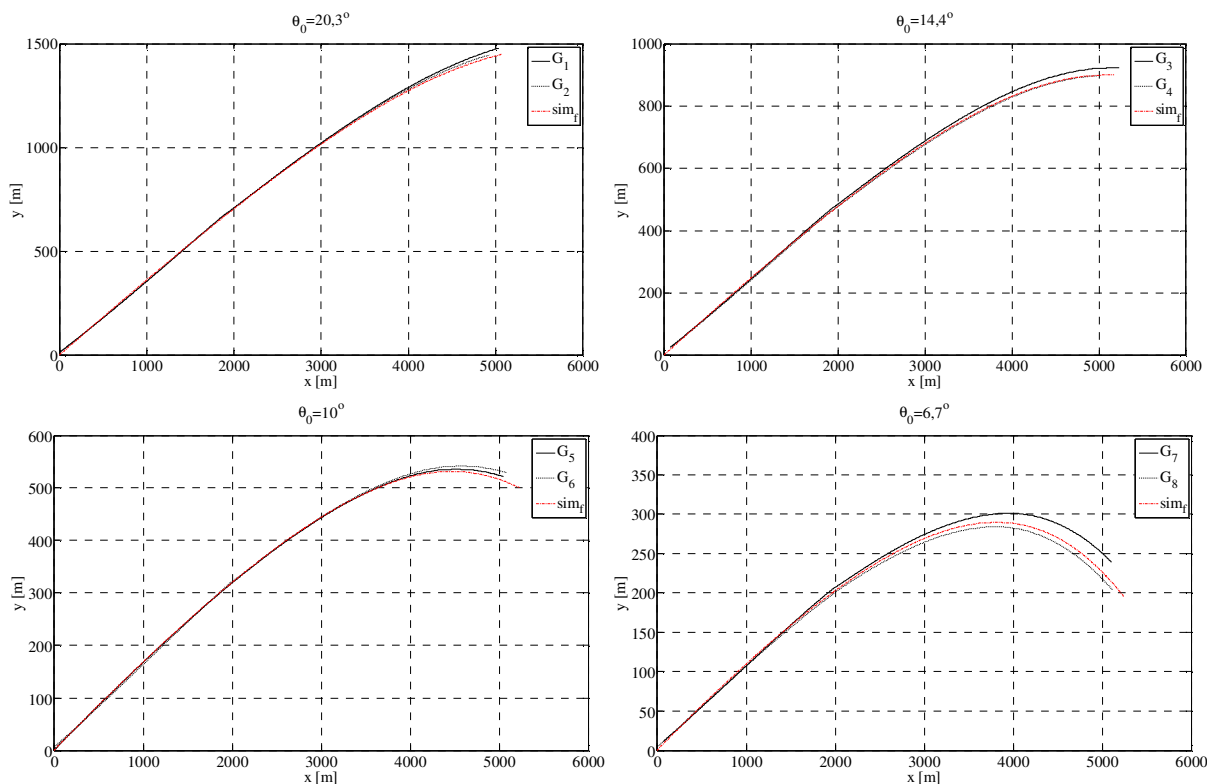
Прорачунски резултати елемената путање и параметара стабилности су добијени симулацијом кретања модела пројектила са моделом кретања са шест степени слободе, на основу података о аеродинамичким коефицијентима добијеним нумеричким прорачуном струјања у овом раду, Глава 4 и представљени у поглављу 6.2. Аеродинамички коефицијенти и деривативи су добијени за просторни нумерички домен са моделом вискозитета $SST\ k - \omega$ и услове струјања и услове кретања датим у Глави 4.

6.3.1. Анализа елемената путање

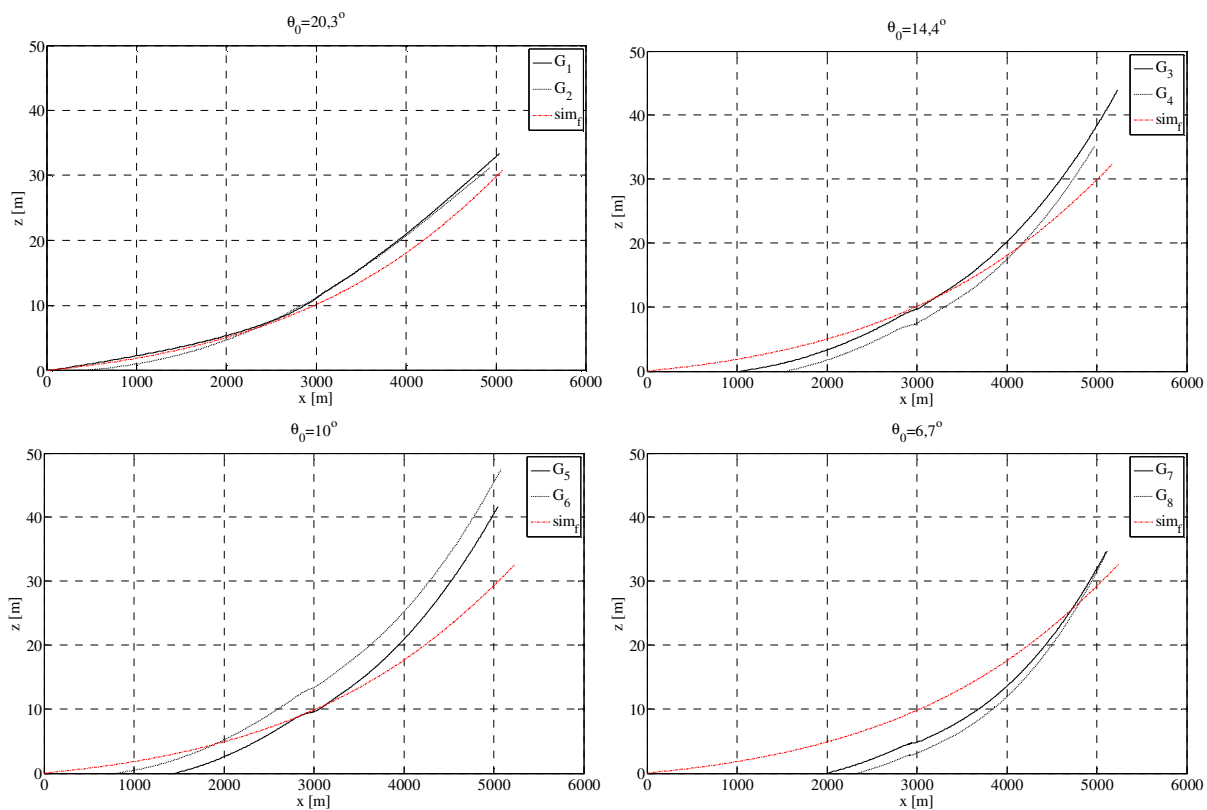
Упоредна анализа елемената путање добијених симулацијом кретања у односу на експериментална балистичка испитивања (полигонска гађања) омогућују анализу како елемената путање, тако и поузданост и тачност прорачунских вредности аеродинамичких коефицијената и дериватива који су коришћени за моделирање аеродинамичких сила и момената у моделу кретања.

На следећим дијаграмима су резултати елемената путање добијени симулацијом лета означени са sim_f , док су елементи путање добијени мерењем током балистичких испитивања означени са G_1 до G_{10} (индекси уз ознаку представљају редни број гађања, Глава 5). Упоређивање резултата је дато за четири различита полазна угла при којима је вршено експериментално балистичко испитивање: $6,7^\circ$, 10° , $14,4^\circ$ и $20,3^\circ$.

На слици 6.23. приказана је путања пројектила у вертикалној равни за различите полазне углове. Крива добијена симулацијом је дата за исте услове при којима је вршено балистичко испитивање. Показан је идентичан карактер промене и врло добар ниво поклапања вредности.



Слика 6.23. Путања у вертикалној равни, $y=y(x)$ при различитим полазним угловима

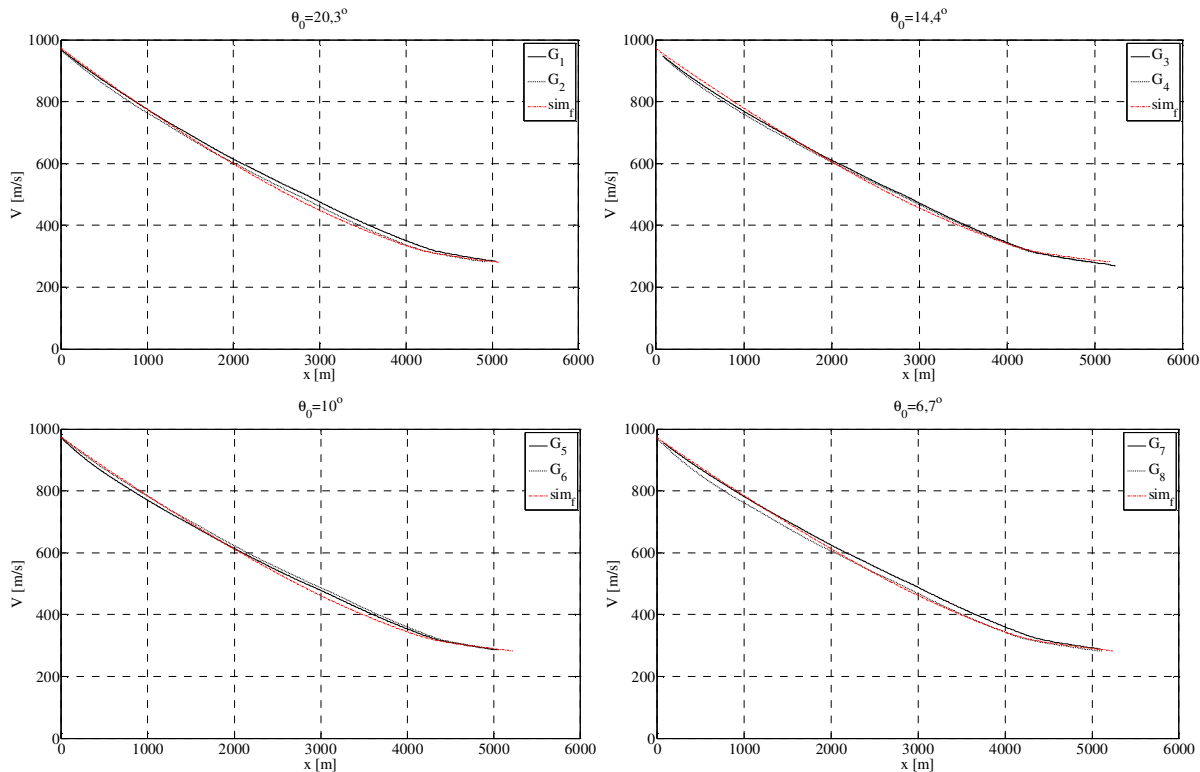


Слика 6.24. Путања у хоризонталној равни, $z=z(x)$ при различитим полазним угловима

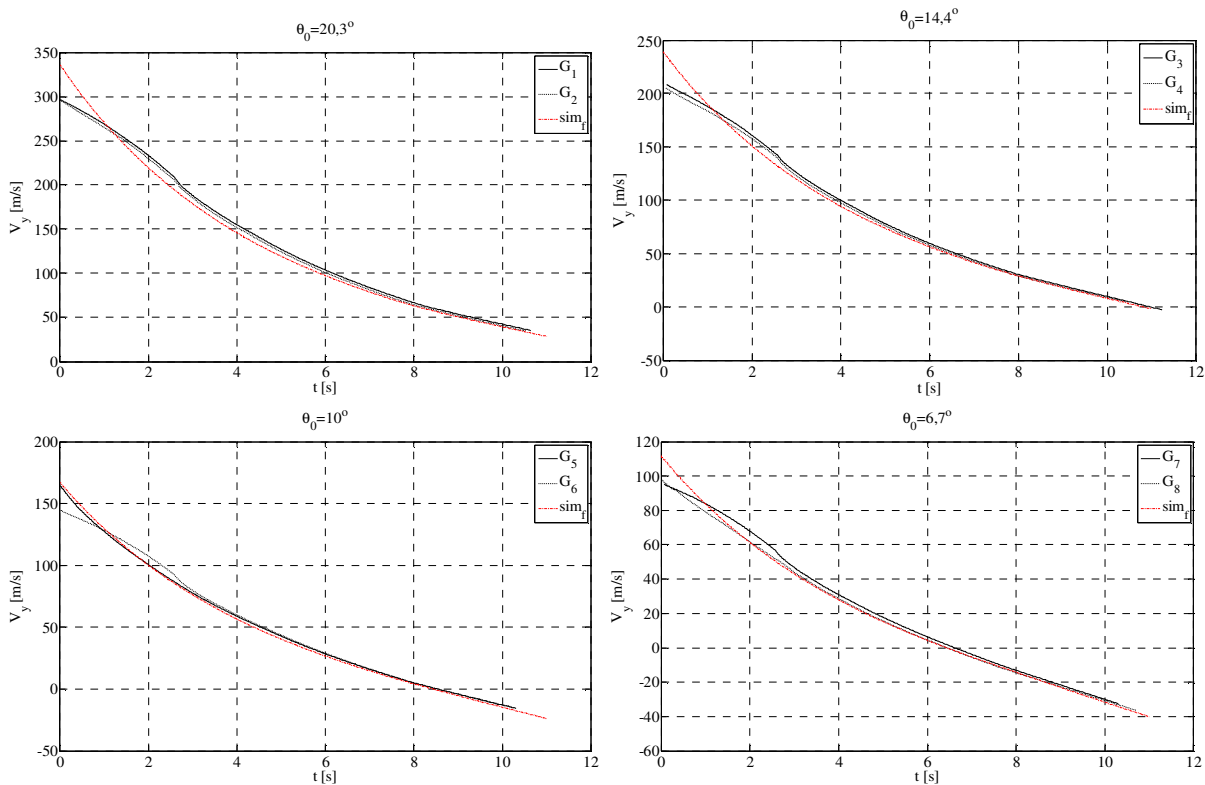
На слици 6.24 приказана је путања пројектила у хоризонталној равни за различите полазне углове.

Показан је идентичан карактер промене и добар ниво поклапања вредности путање у хоризонталној равни – деривација. Утицај на вредности деривације током испитивања има ветар, који је у симулацији кретања моделиран према расположивим метеоролошким подацима, датим у Глави 5.

На слици 6.25 приказан је карактер промене брзине кретања пројектила на путањи за различите полазне углове. Показан је идентичан карактер промене и одличан ниво поклапања вредности брзине лета на путањи.



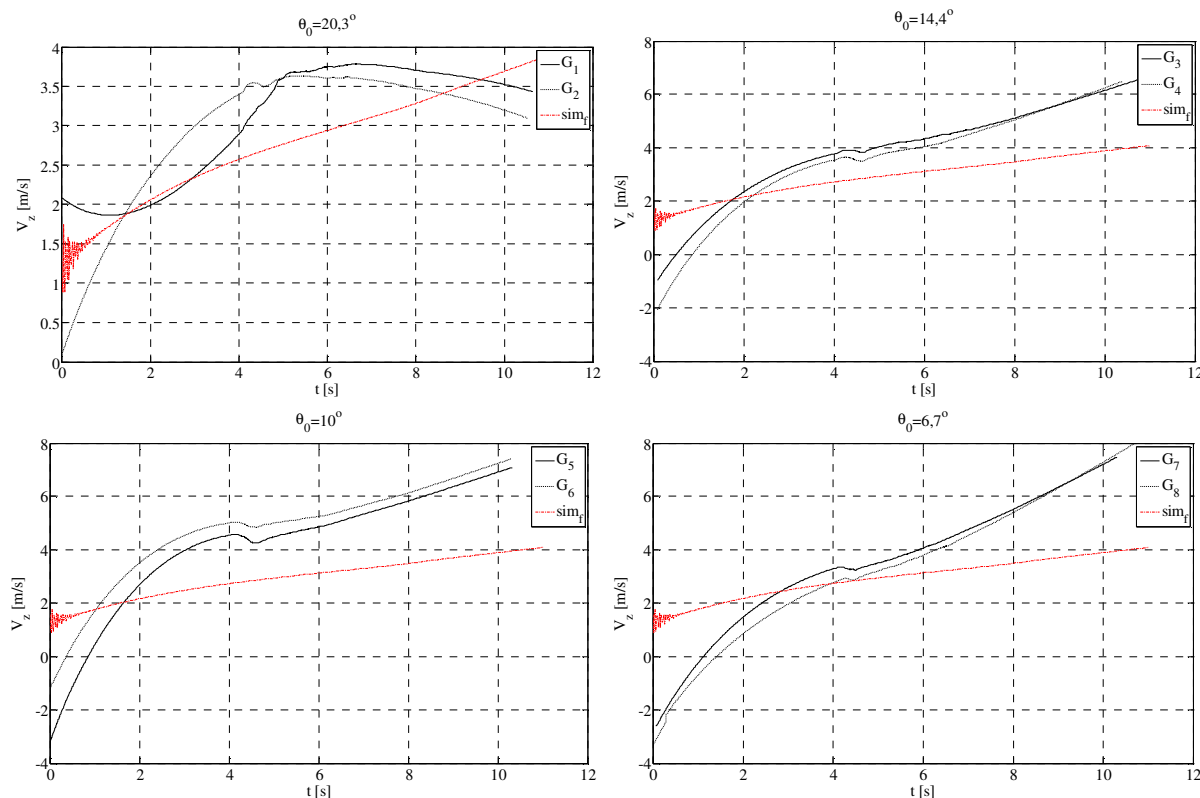
Слика 6.25. Брзина лета у односу на ординату, $V=V(x)$ при различитим полазним угловима



Слика 6.26. Вертикална компонента брзине, $V_y=V_y(x)$ при различитим полазним угловима

На слици 6.26 приказан је карактер промене вертикалне компоненте брзине лета пројектила у односу на време лета за различите полазне углове. Показан је идентичан карактер промене и одличан ниво поклапања вредности вертикалне компоненте брзине лета. Постоје одређена одступања на почетном делу путање, која се могу приписати одступањима у односу на моделиране вредности поремећаја на почетном делу путање у односу на експерименталне, које нису биле предмет истраживања и мерења. Део одступања се може објаснити и ограничењима мерне опреме у погледу мерења угла положаја пројектила на почетном делу путање, на основу чијих вредности се одређују компоненте брзине лета.

На слици 6.27 приказан је карактер промене хоризонталне компоненте брзине лета пројектила у односу на време лета за различите полазне углове.



Слика 6.27. Хоризонтална компонента брзине у односу на ординату, $V_z = V_z(x)$ при различитим полазним угловима

Показан је идентичан карактер промене, с тим да постоје одређена одступања прорачунских вредности хоризонталне компоненте брзине лета у односу на експерименталне резултате. Одступања на почетном делу путање су због разлике у моделираним вредностима поремећаја на почетном делу путање у односу на експерименталне, које нису биле предмет истраживања и мерења. Одступања у нивоу вредности и карактеру се објашњавају са одступањима у вредностима дериватива аеродинамичких коефицијената. Ограничења мерне опреме у погледу мерења угла положаја пројектила на почетном делу путање, на основу чијих вредности се одређује хоризонтална компонента брзине лета ограничавају одступања само на део нивоа вредности.

6.3.2. Анализа параметара стабилности

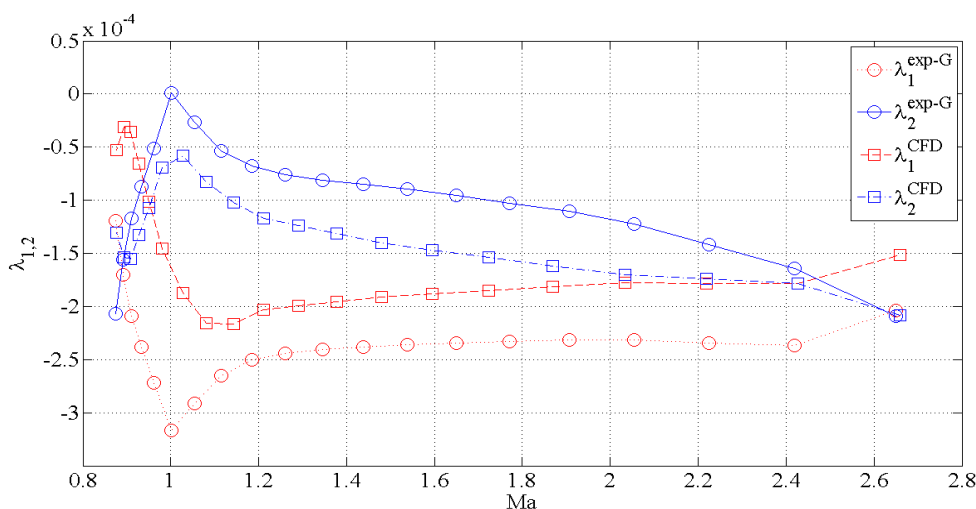
Извршена је анализа параметара стабилности добијених симулацијом кретања на основу вредности аеродинамичких коефицијената и дериватива одређених нумеричким моделом, који су коришћени за моделирање аеродинамичких сила и момената у моделу кретања. На основу врло добрих поклапања карактера и вредности елемената путање одређених симулацијом кретања у односу на резултате добијене експерименталним балистичким испитивањима о елементима путање, датим у претходном поглављу, извршен је прорачун параметара стабилности. Наиме, балистичка експериментална испитивања нису дала директне резултате параметара стабилности, те је усвојена претпоставка, на основу усаглашености елемената путање, да су и прорачунски резултати параметара стабилности усаглашени.

Резултати параметара стабилности су одређени на основу резултата експерименталних балистичких испитивања за пет различитих полазних углова (4,2°, 6,7°, 10°, 14,4° и 20,3°), при којима су извршени прорачуни модела стабилности кретања и добијени параметри стабилности.

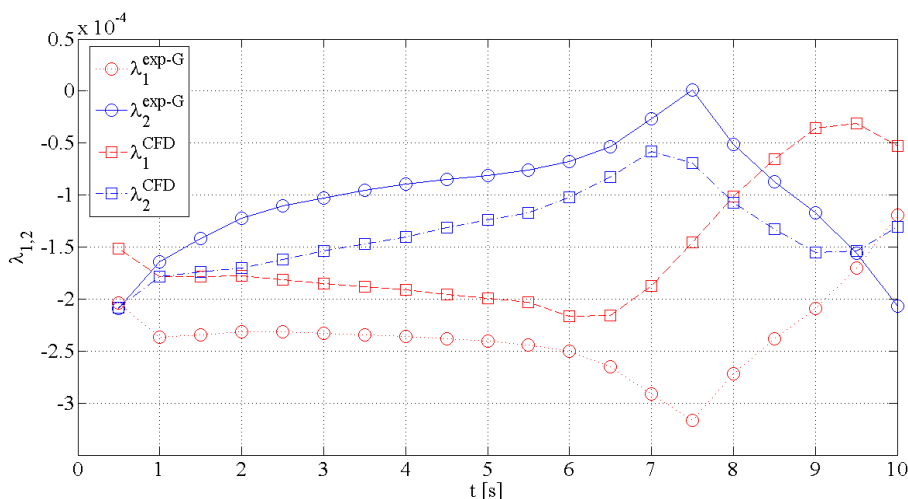
Извршена је анализа параметара стабилности одређених на основу експериментално одређених аеродинамичких коефицијената и дериватива (означени на дијаграмима са *exp-G*) у односу на параметре стабилности одређених на основу нумерички одређених аеродинамичких коефицијената и дериватива (означени на дијаграмима са *CFD*).

Анализа се односи на реалне делове корена карактеристичне једначине, односно пригушних коефицијената стабилности за бржи и спорији вид осциловања. Предуслов стабилности се односи на то да ови параметри током лета одржавају негативне вредности. Други део анализе се односи на упоредно представљене вредности фактора динамичке и жирокопске стабилности, чији међусобни однос, обезбеђује стабилност лета.

На слици 6.28 су представљени коефицијенти пригушења једначине стабилности у функцији времена лета, а на слици 6.29 у функцији Маховог броја, за експерименталне и прорачунске резултате.



Слика 6.28. Коефицијенти пригушења једначине стабилности у функцији времена



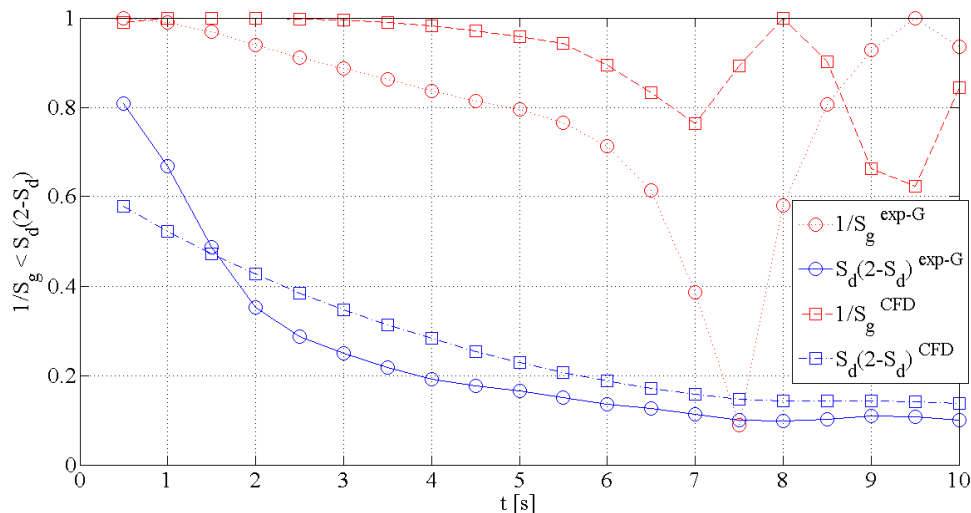
Слика 6.29. Коефицијенти пригушења једначине стабилности у функцији Маховог броја

На основу дијаграма промене на сликама 6.26 и 6.27 уочава се подударан карактер промене и ниво вредности коефицијената λ_1 и λ_2 . Такође, негативне вредности ових коефицијената означавају задовољен потребан услов стабилности лета моделираног пројектила, [1,6],

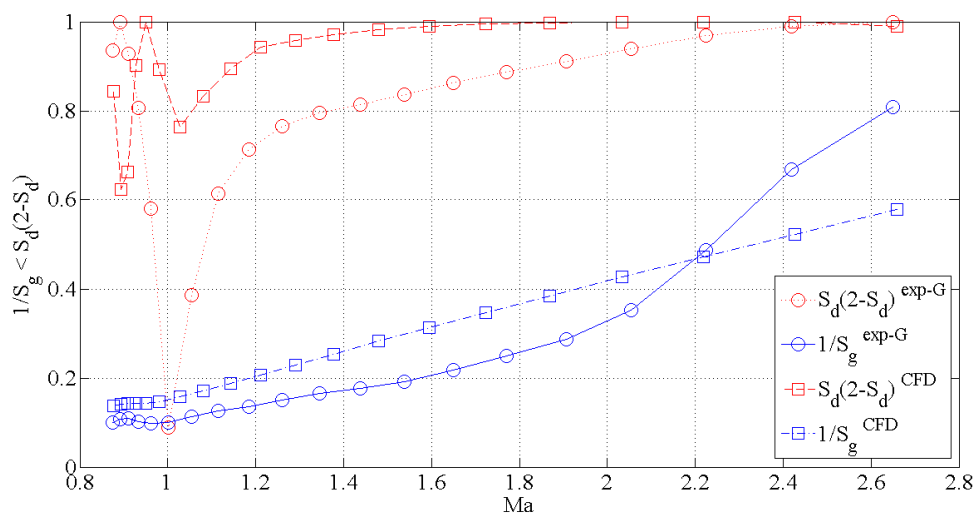
$$\lambda_j < 0, \quad j = 1, 2. \tag{6.1}$$

На сликама 6.30 и 6.31 приказани су изрази фактора динамичке S_d и жироскопске стабилности S_g , у облику услова стабилности кретања класичног осносиметричног пројектила, [1,6],

$$\frac{1}{S_g} < S_d(2 - S_d) . \tag{6.2}$$



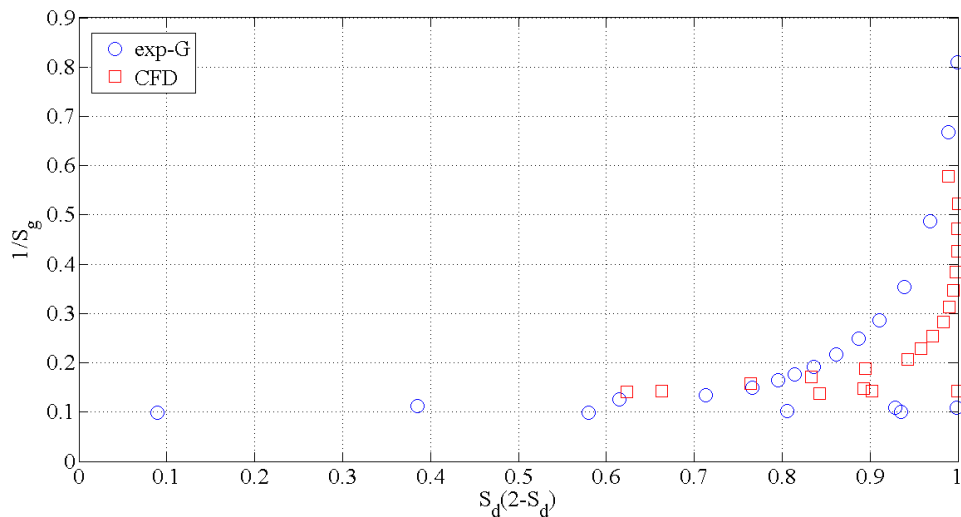
Слика 6.30. Услов фактора стабилности у функцији времена лета



Слика 6.31. Услов фактора стабилности у функцији Маховог броја

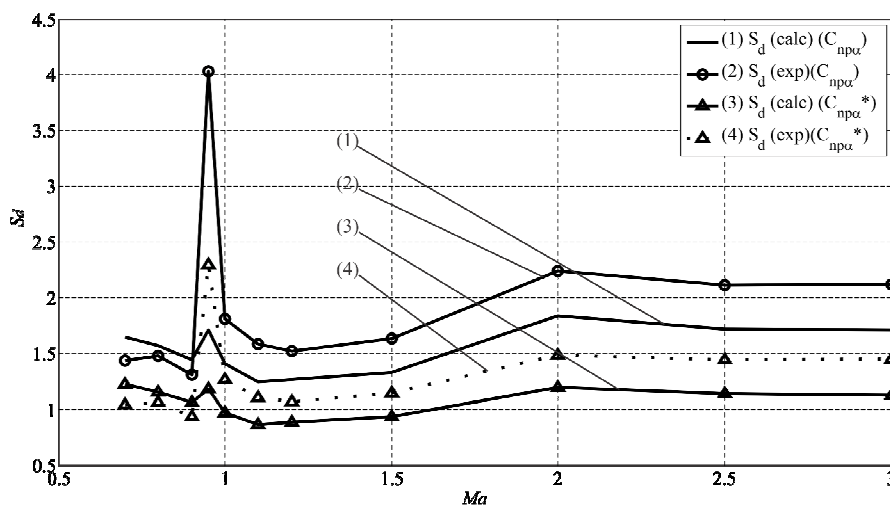
На основу приказаних дијаграма промене фактора у односу на време лета, показан је исти карактер и ниво вредности за различите облике путања. Такође, потребан услов стабилности, према (6.2) је задовољен за представљене случајеве кретања.

На слици 6.32 приказан је однос фактора жироскопске стабилности и фактора динамичке стабилности током лета, за експерименталне и прорачунске резултате.

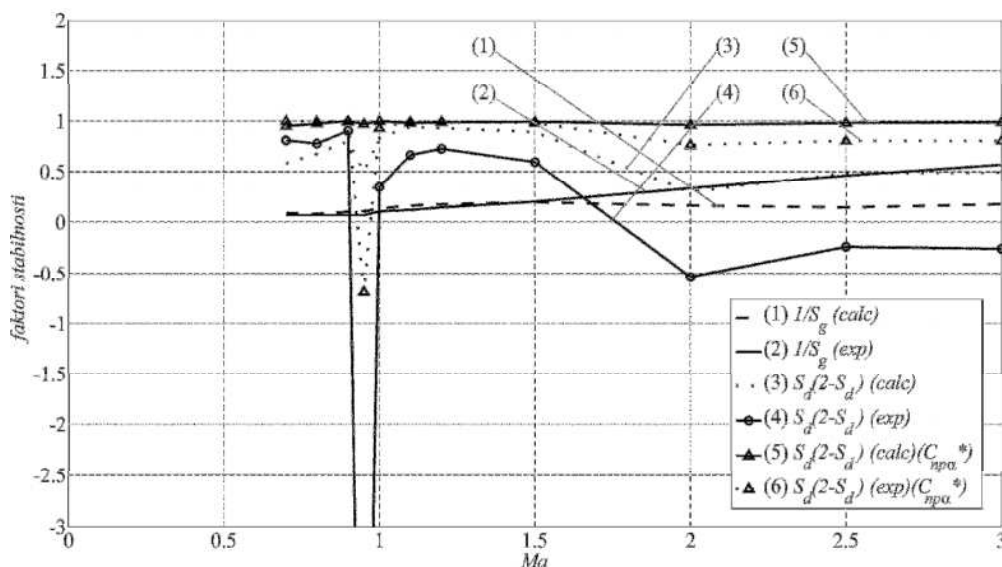


Слика 6.32 Међусобни однос фактора жирокопске и динамичке стабилности

На слици 6.33. приказан је случај фактора динамичке стабилности у односу на вредност дериватива аеродинамичког коефицијента Магнусовог момента, за номинално одређену вредност ($C_{np\alpha}$) и редуковану вредност ($C_{np\alpha}^*$), сходно предикцији одступања вредности и експерименталних услова одређивања.



Слика 6.33. Фактор динамичке стабилности за номиналну и редуковану вредност Магнусовог момента, [21]



Слика 6.34. Услов стабилности за номиналну и редуковану вредност Магнусовог момента, [21]

На слици 6.34. приказан је однос фактора динамичке и жироскопске стабилности, као услов укупне стабилности, у односу на вредност дериватива аеродинамичког коефицијента Магнусовог момента, за номинално одређену вредност ($C_{np\alpha}$) и редуковану вредност ($C_{np\alpha}^*$), сходно предикцији одступања вредности и експерименталних услова одређивања.

6.4. Предикција редуције аксијалног коефицијента

Основни захтев конструкције и модификације постојећих пројектила, између осталог, се састоји у повећању домета, што се релативно једноставно и економично може урадити уградњом гасогенераторске јединице у дно пројектила. На овај начин се вртложни карактер аксијалног аеродинамичког отпора, описан преко аеродинамичког коефицијента аксијалне силе, може смањити и на тај начин сразмерно повећати дomet.

На основу извршених претходних истраживања утицаја гасогенераторске јединице на смањење аеродинамичког коефицијента аксијалне силе, према [25], а у складу са описаним истраживањима у овом раду, показано је поклапање, како карактера тако и вредности аксијалног аеродинамичког коефицијента добијеног помоћу нумеричког прорачуна (за просторни модел струјања $SST\ k - \omega$) и аеродинамичког полуемпиријског прорачуна (ADK0), [2,6,14].

Смањење аксијалног аеродинамичког коефицијента се своди на смањење компоненте аксијалног коефицијента вртложног карактера и односи се на отпор дна пројектила, употребом гасогенераторске јединице, [25]. Укупан аеродинамички коефицијент аксијалне силе је према, [2,6,25], дат једначином,

$$C_x = C_{x1} + C_{x3} + C_{x4} + C_{xF} + C_{xB}. \quad (6.3)$$

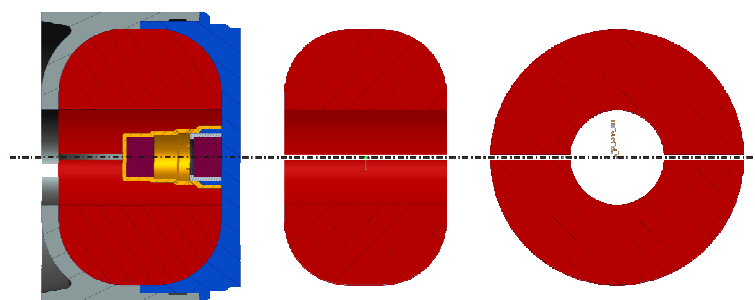
Укупан аксијални аеродинамички коефицијент према једначини (6.3), састоји се од компоненти таласног карактера отпора, C_{x1} предњег дела пројектила, C_{x3} задњег конуса, C_{x4} водећег прстена, компоненте трења пројектила C_{xF} и компоненте вртложног карактера дна пројектила, C_{xB} .

6.4.1. Модел смањења аксијалног аеродинамичког коефицијента применом модела сагоревања пиротехничке смеше гасогенераторске јединице

Смањења отпора дна пројектила заснива се на повећању притиска у зони интензивног потпритиска непосредно иза дна пројектила, основног чиниоца вртложног карактера аеродинамичког отпора. За потребе истраживања и претпројекта примене једног од модела гасогенераторских јединица, према [25], за моделирање сагоревања пиротехничке смеше је предложена једноставнија гасогенераторска јединица, по узору на пројектил 155 mm (енг. HE ER VB), дата на слици 6.35. Пиротехничка смеша се састоји од два зрна инхибираних спољних површина састава амонијум перхлорат (AP-2).

Модел смањења отпора дна употребом гасогенераторске јединице се своди на редуцију базног отпора, према [25],

$$\Delta C_{xB} = C_{xB} (1 - e^{\beta}) c_k, \quad (6.4)$$



Слика 6.35. Скица гасогенераторске јединице са пиротехничким језгром AP-2, [25]

Вртложна компонента отпора дна пројектила са уграђеном гасогенераторском јединицом је дат,

$$C_{XB}^{gg} = C_{XB} - \Delta C_{XB}. \tag{6.5}$$

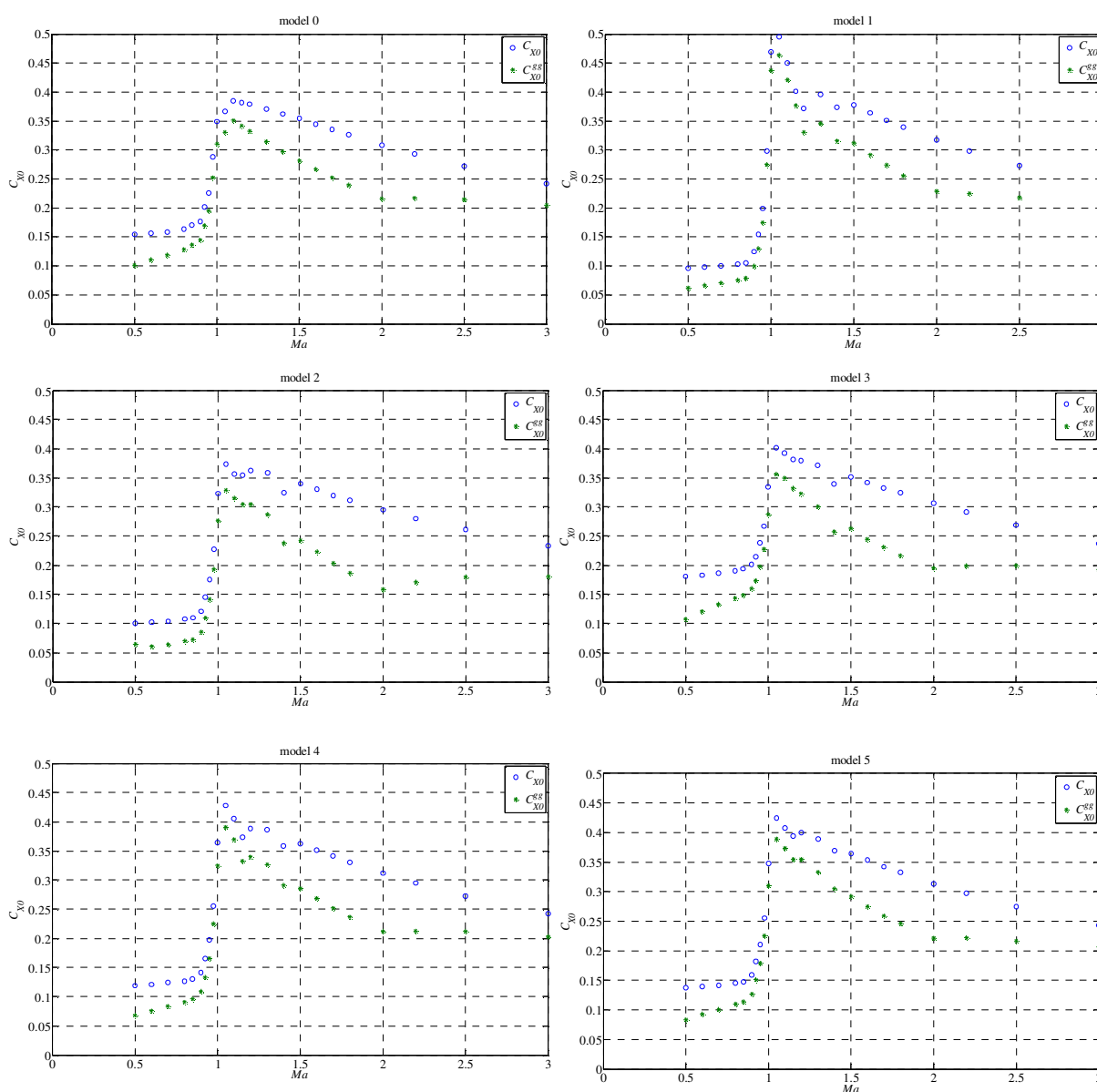
Истраживање је спроведено за вредности константи у зависности од режима струјања, Ma и импулса сагоревања I , дате у табели 6.2, [25],

Табела 6.2. Вредности константи модела сагоревања гасогенераторске јединице, [25]

j	Ma	c_k	I
50	$Ma < 1,1$	1	$I \leq I_{lim}$
$50 + 222,22(Ma - 1)$	$1,1 < Ma < 2,0$	$1 - (I/I_{lim} - 1)^2 c_{lim}$	$I > I_{lim}$
250	$Ma > 2,0$	$I_{lim} = 0,007, c_{lim} = 0,25$	

Импулс сагоревања за дату гасогенераторску јединицу је према, [25], дат изразом односа масених протока,

$$I = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_b}, \tag{6.6}$$



Слика 6.36. Аксијални аеродинамички коефицијент (са гасогенераторском јединицом), [25]

Масени проток \dot{m}_b представља масени проток за попречни пресек пројектила, и зависи од густине ваздуха и брзине струјања, односно брзине кретања пројектила. Масени проток

\dot{m}_g представља масени проток сагоревања пиротехничке смеше гасогенераторске јединице. Масени проток зависи од састава смеше (густине и брзине сагоревања смеше AP-2), димензија и облика површина пиротехничких зрна, односно инхибиције површина, од димензија и облика излазних отвора гасогенератора, режима струјања и угаоне брзине ротације пројектила, [25].

6.4.2. Анализа смањења аксијалног аеродинамичког коефицијента

Прорачун аксијалног аеродинамичког коефицијента је извршен за шест различитих модела пројектила у зависности од калибра за случај основних модела помоћу аеродинамичког полуемпиријског прорачуна ADKO и представљен на дијаграмима са C_{x0} .

За случај уграђеног гасогенераторског уређаја на моделе пројектила извршен је прорачун смањења отпора дна, по моделу сагоревања у претходном поглављу, према [25]. Прорачун је извршен за шест модела пројектила у зависности од режима струјања, заснованих на пројектованим режимима брзина лета датих пројектила и у складу са димензијама гасогенераторске јединице. Тип и облик гасогенераторске јединице су у свим примењеним случајевима прорачуна исти, слика 6.35, док су димензије јединице, односно зрна и отвора ограничене конструктивним параметрима модела пројектила, односно дна и задњег дела. Ограничења везано за карактеристике и примену одговарајућих експлозивних пуњења су у овом случају занемарена. Такође, анализа се није односила на утицај гасогенераторског уређаја на друге типове аеродинамичког отпора и њихову евентуалну интеракцију са аксијалним аеродинамичким коефицијентом.

Модел пројектила за које су извршени прорачуни су засновани на облику и димензијама тренутно фугасних врста постојећих пројектила различитих калибара: модел 0 (ПА пројектил 40 mm), модел 1 (пројектил 100 mm), модел 2 (пројектил 105 mm), модел 3 (пројектил 122 mm), модел 4 (пројектил 152 mm) и модел 5 (пројектил 155 mm).

На слици 6.36, приказани су аеродинамички коефицијенти аксијалне силе за различите врсте пројектила за случај основног облика пројектила и са употребљеним гасогенераторским уређајем.

У табели 6.3 дат је преглед предикције смањења аксијалног аеродинамичког коефицијента применом гасогенераторске (ГГ) јединице за различите моделе пројектила.

Табела 6.3. Преглед смањења аеродинамичког коефицијента аксијалне силе применом ГГ јединице, [25]

модел пројектила	смањење аксијалног АД коефицијента [%]			
	подзвучни режим	окологзвучни режим	надзвучни режим	Просечно
модел 0	29,5	14,3	23,3	18,8
модел 1	32,4	13,7	21,5	17,6
модел 2	38,6	21,0	34,6	27,8
модел 3	34,6	17,7	29,0	23,3
модел 4	37,5	16,3	24,9	20,6
модел 5	33,7	14,9	23,0	19,0

Вредности добијених смањења аксијалног аеродинамичког коефицијента, у складу са приказаним утицајем овог карактера аеродинамичког отпора на домет пројектила, [6,14,18], пружа оправдану претпоставку да би употреба оваквих гасогенераторских уређаја, уз узимање у обзир тактичко технолошких аспеката сваког од представљених пројектила, могла да допринесе процентуалном повећању домета конвенционалних модела пројектила у оквиру тих вредности (20 до 30 %). С тим да се утицај овог уређаја мора посебно испитати у односу на друге аеродинамичке коефицијенте и деривативе, кроз посебно истраживање. Такође, врло битна би била и анализа стабилности кретања и процеса растурања, односно оцене прецизности оваквих врста гасогенераторских пројектила, кроз теоријска, нумеричка и посебно експериментална испитивања.

7. ЗАКЉУЧАК

У раду је извршено нумеричко одређивање аеродинамичких коефицијената пројектила, које представља главни задатак спољне балистике и аеродинамике пројектила. Примена добијених резултата је значајна при конструкцији, испитивању, производњи и употреби пројектила. Одређивање вредности аеродинамичких сила и момената, кроз одређивање вредности аеродинамичких коефицијената, омогућили су анализу елемената путање пројектила и карактеристика стабилности кретања пројектила. Извршено је истраживање и одређивање дериватива аеродинамичких коефицијената, који играју главну улогу у динамичкој анализи кретања пројектила. Истраживање дериватива аеродинамичких коефицијената је и извршено у складу са циљем да се одреди начин и интензитет промене компоненти аеродинамичких сила и момената у односу на линеарне и угаоне компоненте брзине кретања пројектила.

7.1. Теоријско-нумерички показатељи истраживања

Истраживање је извршено за модел класичних пројектила, који ротирају великим угаоним брзинама, због специфичног утицаја ротације пројектила на аеродинамичко оптерећење. Истраживање је извршено посебно и у циљу одређивања бочне (Магнусове) силе и резултујућег момента скретања (Магнусов момент). Њихово одређивање је извршено посебно због специфичног утицаја на динамичку стабилност пројектила и анализирано је у раду. Према досадашњим истраживањима, Магнусов коефицијент силе и момента, није могуће довољно добро одредити, чак и помоћу експерименталних испитивања, која су изузетно скупа и комплексна. Полуексперименталне методе, које се употребљавају за процену или предикцију ових аеродинамичких коефицијената, су анализиране у односу на резултате нумеричких истраживања у раду. Извршена је анализа резултата нумеричких истраживања свих компоненти аеродинамичких сила и момената, у односу на полуексперименталне резултате, у односу на резултате добијене аеротунелским експерименталним истраживањима и у односу на резултате добијене балистичким експерименталним истраживањима. Показана су врло добра поклапања како карактера компоненти аеродинамичког оптерећења, тако и самог нивоа вредности. Такође, сходно одређеним ограничењима експерименталних истраживања, како аеротунелских, тако и балистичких мерења, показана су адекватна и оправдана одступања у нивоу вредности.

У оквиру истраживања, извршена је и анализа и показана су веома добра поклапања резултата елемената путање и параметара стабилности лета класичног ротирајућег пројектила, кроз симулацију лета моделом шест степени слободе кретања, на основу вредности аеродинамичког оптерећења одређених нумеричким поступцима у односу на реална радарска мерења током балистичких испитивања у раду.

Основни модел одређивања коефицијената аеродинамичких сила и момената, посебно њихових дериватива, у раду је био предикција аеродинамичког оптерећења коришћењем метода рачунарске динамике флуида, ослоњен на предности рачунарске технологије, рачунарских алгоритама и програма за прорачуне, са којима се располагало у оквиру капацитета Војне академије, односно катедре Војномашинског инжењерства. Поред ограничења, која се пре свега огледају у недовољно технолошко-рачунарски развијеном окружењу у односу на светски приказана истраживања и капацитете, основни мотив, циљ и на крају резултат је био да се изврши квалитетна нумеричка аеродинамичка предикција сложеног струјања око класичног ротирајућег пројектила и покаже поузданост резултата.

У односу на прорачунско становиште, део истраживачког напора је усмерен на одређивање статичких аеродинамичких карактеристика, као што је прорачун аеродинамичког коефицијента отпора (аксијалне силе), аеродинамичког коефицијента нормалне силе и аеродинамичког коефицијента момента пропињања при чему су показана веома добра и поуздана решења.

Током нумеричких истраживања модела струјања око пројектила, карактеристике везане за угаоно кретање су окарактерисане и одређене помоћу резултујућег аеродинамичког коефицијента момента ваљања и дериватива (пригушног) момента ваљања, у односу на аксијалну компоненту угаоне брзине. Одређен је дериватив аеродинамичког коефицијента момента ваљања, посебно укључујући утицај ротације.

Истраживање је показало оправданим примену паралелних тродимензионалних једначина струјања на основу Навије-Стоксових једначина, ради одређивања наведених специфичних компоненти аеродинамичких коефицијената. Извршено је испитивање и одабрани су адекватни модели и технике, које испуњавају квалитет резултата у односу на експериментално добијене резултате истраживања.

Циљ истраживања испуњен је кроз унапређење методе одређивања аеродинамичких коефицијената и дериватива стабилности која се користи у пројектовању и развоју класичних пројектила, као и применом посебно пројектоване прорачунске мреже.

У раду је приказан модел развоја и пројектовања прорачунске мреже за потребе аеродинамичких конфигурација класичних пројектила, који испуњава захтеве прорачуна тродимензионалних струјања нумеричким поступцима и даје поуздане вредности аеродинамичког оптерећења. Прорачунска мрежа за случај испитивања тродимензионалног потенцијалног струјања има око 1,7 милиона ћелија хексаедарског облика (прорачунски домени 3Д3), док је за временски зависне прорачуне број ћелија био око 2,2 милиона. У односу на претходна истраживања потенцијалног струјања за сличне типове аеродинамичких конфигурација пројектила: за стационарне симулације струјања прорачунски домен је мањи за 15%, док је за временски зависне симулације струјања прорачунски домен мањи за око 3 пута. Извршено је 140 нумеричких симулација просторног проблема струјања са нумеричким доменом 3Д3 и моделом вискозитета $SST\ k - \omega$. Просечно време трајања једног нумеричког прорачуна у зависности од процесорских капацитета, дефинисаних почетних и граничних услова, је било око 12 часова процесорског времена. Укупно време просторних нумеричких прорачуна износило је око 70 дана процесорског рада. Функције препрека нумеричког домена u^+ и u^* су по вредностима биле у распону од 0,1 до 0,5 и у складу су са претходним истраживањима. Истраживања са нестационарним моделима струјања, са моделима вискозитета LES и DES, који захтевају већи број ћелија прорачунског домена преко 4 милиона, дао је резултате за ниже вредности Махових бројева у оквиру подзвучног режима струјања са прорачунском мрежом 3Д3Б од 2,2 милиона ћелија.

У оквиру истраживања одређени су параметри струјног поља око класичног ротирајућег пројектила. Кроз истраживање метода и поступака за генерисање мреже око осносиметричне конфигурације пројектила у дводимензионалном и тродимензионалном струјном пољу показан је поуздан, нумерички економичан и са становишта добијених резултата квалитетан приступ.

7.2. Експериментално-нумерички показатељи истраживања

Нумерички одређени аеродинамички коефицијенти и њихови деривативи показали су поуздан ниво вредности, на основу анализа спроведених:

- у односу на вредности одређене полуексперименталним поступцима датим у претходним и овим истраживањима,
- у односу на вредности одређене аеродинамичким експерименталним истраживањима спроведеним у аеротунелу Т-38 у ВТИ Београд,
- у односу на вредности изведених из балистичких експерименталних истраживања спроведеним на полигону ТОЦ Никинци.

Други ниво анализе је показао поуздан и изузетно висок ниво подударности резултата елемената путање и параметара стабилности добијених симулацијом лета модела пројектила на основу нумерички одређених аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива у односу на експерименталне резултате добијене напредним радарским мерењима у оквиру балистичких полигонских истраживања у ТОЦ Никинци. Симулација лета и прорачун стабилности лета су извршени према моделу лета са шест степени слободе кретања и у потпуности су подударни са метео-балистичким условима експерименталних испитивања.

Експериментално одређивање аеродинамичких коефицијената и динамичких дериватива модела пројектила је извршено за сва три режима брзина (подзвучни, околзвучни и надзвучни режим), за аеротунелска испитивања, у складу са претпостављеним режимом брзина кретања класичних пројектила. Током балистичких испитивања реализовани су околзвучни и надзвучни режими струјања, с обзиром на употребљену реалну муницију са уграђеним самоликвидатором, при чему је лет пројектила био ограничен на око 11 секунди. Експериментална балистичка

испитивања дала су мерене вредности елемената путање у функционалној зависности од временских и координатних параметара, мерених са високим нивоом прецизности. Измерени параметри помоћу балистичких експерименталних испитивања су уз податке о параметрима атмосфере, омогућили одређивање експерименталних вредности аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива. Такође, на основу мерених резултата добијени су високо поуздане вредности параметара стабилности.

Помоћу нумеричких симулација датим у истраживању извршено је високо поуздано одређивање параметара струјног поља, а у поређењу са експерименталним аеродинамичким истраживањима која се спроводе у аеротунелима показан су врло добра поклапања.

У оквиру истраживања, циљ теоријско-нумеричког модела опструјавања пројектила да се за различите режиме струјања изврши одређивање карактеристика промена параметара атмосфере и дође до најпотпунијих података о вредностима и карактеру аеродинамичког оптерећења, је у највећој могућој мери остварен. Нумеричка симулација струјања око модела пројектила је дала слику физичких процеса у зависности од облика дефинисаног пројектила у реалним оквирима, са којима је могуће веома прецизно предвидети и одредити динамичка својства лета.

У раду је извршена израда комплетног алгорита уз употребу одговарајућих софтвера за решавање математичког модела опструјавања модела пројектила, односно нумеричко моделовање применом методе коначних запремина.

Извршена је идентификација аеродинамичких коефицијената пројектила при испитивању нумеричким моделом и компарација са резултатима досадашњих истраживања. У односу на извршену компарацију потврђена је поузданост конкретних нумеричких метода и поступак у односу на захтевану комплексност, расположивост капацитета и захтевану прецизност резултата.

Извршена је анализа утицаја појединих геометријских карактеристика пројектила, посебно утицаја облика дна на укупну аеродинамичку силу и момент са аспекта побољшања и даљег усавршавања перформанси пројектила, односно очекујућег повећања домета. Анализа је заснована на полуконструктивној предикцији резултата аеродинамичког аксијалног оптерећења, која је у високој мери сагласна резултатима нумеричких истраживања. Предикција повећања аксијалног домета је анализирана у односу на представљени модел гасогенераторске јединице. Нумеричко моделовање и истраживање модела пројектила са гасогенераторском јединицом, у односу на потврђену поузданост представљених модела, могло би да представља виртуализацију експерименталног испитивања. Овакав поступак би могао да појефтини истраживање, али такође би у великој мери могао да употпуни евентуално реализована експериментална истраживања. Проблем испитивања гасогенераторски опремљених пројектила су ограничења при аеротунелским мерењима. Балистичка експериментална испитивања гасогенераторских пројектила су значајна са аспекта поузданости и референтности резултата у односу на трошкове испитивања.

Извршена је упоредна анализа експерименталних и резултата нумеричког истраживања, посебно са расположивим референтним резултатима сличних типова пројектила, чиме је потврђена поузданост вредности статичких аеродинамичких коефицијената.

Наведено нумеричко и експериментално истраживање, као и анализе су урађене на примерима усвојених конструктивних решења пројектила, типичних за артиљеријске системе, односно за пројектиле за које постоје поуздани полазни и експериментално проверени резултати.

У теоријском и практичном погледу добијени резултати реализованих истраживања представљају побољшање постојеће методологије пројектовања пројектила и омогућују сложеније анализе и симулацију понашања током лета.

Истраживања су реализована на теоријско-нумеричком и експерименталном нивоу, а због комплексности предмета и проблема истраживања реализована су поштујући следеће хипотезе:

а) Опште хипотезе

- За добијање јединственог и физички исправног решења дефинисан је домен у коме се тражи нумеричко решење. Унутрашња граница представља тродимензионално тело пројектила, а спољна граница се уводи синтетички (вештачки). Модел је дат у глави 4 овог рада. Унутрашња граница модела пројектила је дата сликом 4.1 и 5.1 (пречника 40 mm и дужине од 5,2 калибра). Спољна граница је дата према препорукама претходних

истраживања и према димензијама радног дела трисоничног аеротунела (1,5 x 1,5 m). Спољна граница нумеричког модела струјања је била облика зарубљеног конуса са углом од 8°, са предњом страном пречника 75 калибара и на растојању од око 57 калибара, и задњом страном пречника 125 калибара на растојању од око 58 калибара.

- Конструктивни параметри пројектила (дужине, пречници и полупречници делова тродимензионалног тела) утичу на аеродинамичко оптерећење пројектила, и представљени су у истраживању.

b) *Посебне хипотезе*

- На површини тела се усваја да је струјање вискозног флуида са условом тангентности релативне брзине флуидног делића, што је дато у моделу струјања. Формиран је структурисан гранични слој уз саму површину пројектила, који се састојао од 20 омотача нормално на површину са увећањем растојања од 1,2 и са вредностима функција препреке у зависности од модела вискозитета и брзине струјања од 0,1 до 0,5.
- На спољној граници разматраног домена дају се такви гранични услови да таласи поремећаја не напуштају домен, односно дефинисани су гранични услови да се таласи поремећаја не одбијају и враћају у нумерички домен, а дато је у моделу струјања по услову удаљеног поља са потенцијалном вредношћу притиска, према вредностима стандардне атмосфере.
- Валидност представљеног аеродинамичког облика пројектила представљена је се компарацијом нумерички добијених резултата аеродинамичког оптерећења са постојећим експерименталним резултатима модела пројектила, како за аеротунелска, тако и за балистичка експериментална истраживања. Одступања добијених вредности су за статичке аеродинамичке коефицијенте до 10%, док је за динамичке аеродинамичке коефицијенте тај проценат већи и зависи од врсте дериватива аеродинамичког коефицијента.
- Аеродинамички коефицијенти и деривативи пројектила добијени нумеричком методом одабраног модела пројектила су анализирани на основу резултата испитивања параметара струјног поља и слике струјног поља, у односу на представљене моделе вискозитета при нумеричким истраживањима и у односу на полуквалитетне резултате истраживања.
- Анализа стабилности кретања пројектила за добијене вредности и карактер аеродинамичких коефицијената је извршена симулацијом кретања модела пројектила софтверским решењем развијеним по моделу лета са шест степени слободе кретања, као и у односу на експериментална балистичка испитивања.
- Карактер промене аксијалног аеродинамичког коефицијента услед утицаја облика дна у полазној анализи, представљен полуемпиријском зависношћу од компоненти аксијалног аеродинамичког коефицијента услед таласног отпора и отпора трења, потврђен је кроз нумеричка и експериментална истраживања.
- Вредности и зависност карактера дериватива аеродинамичког коефицијента, који су преузети из доступне литературе и досадашњих истраживања ради компарације са резултатима нумеричке анализе показују поузданост примењених модела нумеричких истраживања.

Резултати добијени у дисертацији обезбеђују унапређење и примену нумеричког одређивања аеродинамичких коефицијената и дериватива у односу на дефинисане геометријске параметре пројектила.

На основу реализованих истраживања у раду је:

- дефинисан теоријски и математички модела који описује струјање флуида око пројектила,
- дефинисан је поступак за пројектовање стабилне конвергентне нумеричке методе за решавање струјања око пројектила (дефинисање почетних и граничних услова),
- извршено је генерисање нумеричке мреже око дефинисане конфигурације пројектила (структура и облик мреже) и нумеричка дискретизација система једначина,
- извршено је одређивање услова конвергенција решења струјања око дефинисане конфигурације пројектила,

- извршена је анализа нумеричких и експерименталних резултата аеродинамичких коефицијената,
- извршено је одређивање и анализа параметара стабилности лета пројектила.

У теоријском и практичном погледу представљени резултати реализованих истраживања омогућавају побољшање постојеће методологије пројектовања пројектила и омогућују сложеније анализе и симулацију понашања током лета. Експериментална полигонска и аеротунелска испитивања пројектила у односу на извршена нумеричка истраживања потврдила су поузданост и применљивост метода и поступака.

Приказани профили параметара струјања око пројектила у зависности од прорачунског домена, модела струјања и вискозности, у складу су са физичком сликом струјања. Показана је довољна осетљивост нумеричког домена, за представљене моделе вискозности струјања, као и за представљене почетне и граничне услове нумеричке симулације струјања. Такође је квалитативно показана адекватна реакција домена при случајевима са сложеним кретањем пројектила.

Истраживања показују поузданости примењеног модела вискозности $t-k-kl-\omega$, Глава 6 (слика 6.13), као и неадекватност примене модела вискозности $k-\varepsilon RNG$ и $S-A$ за случајеве струјања за подручје околзвучних и надзвучних струјања, с обзиром на одступање вредности у односу на полуемпиријске прорачуне, експерименталне резултате, као и у односу на каталожке вредности сличних конфигурација пројектила.

Истраживања показују да применом модела вискозитета $SST k-\omega$ са просторним нумеричким доменом 3Д3 се добијају најпоузданији резултати статичких аеродинамичких коефицијената у односу на експериментална аеротунелска и балистичка мерења за све режиме струјања и релативно широк интервал нападних углова. Посебно значајна је висока подударност нивоа вредности и карактера промене статичких аеродинамичких коефицијената нормалне силе и момента пропињања. Подударност карактера и релативна одступања статичког аеродинамичког коефицијента аксијалне силе су показана у односу на ограничења експерименталног аеротунелског испитивања, и потврђена кроз примену различитих нумеричких модела вискозитета, полуемпиријска истраживања, балистичка експериментална испитивања и референтне вредности подударних модела пројектила.

7.2.1. Анализа аеродинамичких коефицијената

Вредности статичког аеродинамичког коефицијента аксијалне силе показале су релативна одступања, Глава 6 (слике 6.12 до 6.14), од око 11% у односу на експериментална аеротунелска мерења за сва три струјна режима, односно око 6% за околзвучни и надзвучни режим струјања, у којима се реално налази овакав модел пројектила током лета. У односу на полуемпиријска истраживања ниво релативних одступања је у просеку 4%. Релативна одступања нумерички одређених вредности у односу на балистичка експериментална испитивања су у просеку око 8% за околзвучни и надзвучни режим струјања, за које је и вршено испитивање. Према претходним истраживањима, очекивана одступања за аеротунелских мерења су до 10%, за полигонска су до 2%, и за полуемпиријска су до 5%. Показана одступања вредности нумеричког истраживања се налазе у очекиваним оквирима, с тим да је у односу на балистичка испитивања показан већи ниво одступања до 9%, Табела 7.1.

Табела 7.1. Анализа одступања нумеричких вредности аеродинамичког коефицијента аксијалне силе

истраживања	режим струјања	експериментална аеротунелска испитивања	експериментална балистичка испитивања	полуемпиријска истраживања – предикције	нумеричка истраживања за раван струјања
сопствена истраживања	$0,2 < Ma < 3$	11 %	-	4 %	3 %
	$0,8 < Ma < 3$	6 %	8 %	1,6 %	4 %
претходна истраживања	$0,2 < Ma < 3$	10 %	2 %	5 %	-

Вредности статичког дериватива аеродинамичког коефицијента нормалне силе показале су релативна одступања, Глава 6 (слика 6.16), од вредности одређених аеротунелским експерименталним испитивањем у просеку до 10%, с тим да је за надзвучно подручје одступање до 2%, где се реализује кључни део кретања пројектила. Вредности одступања у односу на

полуемпиријске резултате је нешто већи, а у односу на балистичка експериментална испитивања одступања су око 20%, Табела 7.2. Вредности дериватива аеродинамичког коефицијента нормалне силе добијене из мерења елемената путање током балистичких испитивања, се у великој мери ослањају на довољно прецизно измереном просторном положају тела пројектила. С обзиром да је у питању врло мала вредност нападног угла у односу на угаони став пројектила, није у потпуности поуздана вредност овог дериватива добијена балистичким мерењем. Посебно прецизне вредности нападних углова и угаоне брзине пројектила које су потребне при одређивању ових карактера аеродинамичког оптерећења захтевају додатну експерименталну опрему са којом се у овом истраживању није располагало, а у великој мери би се повећали трошкови организације и реализације испитивања.

Табела 7.2. Анализа одступања нумеричких вредности статичког дериватива аеродинамичког коефицијента нормалне силе

истраживања	режим струјања	експериментална аеротунелска испитивања	експериментална балистичка испитивања	полуемпиријска истраживања – предикције
сопствена истраживања	$0,2 < Ma < 3$	10 %	-	3,6 %
	$0,8 < Ma < 3$	-	20 %	4,2 %
	$1,5 < Ma < 3$	2 %	-	5,6 %
претходна истраживања	$0,2 < Ma < 3$	7 %	8 %	10 %

Вредности статичког дериватива аеродинамичког коефицијента момента пропињања показале су релативна одступања, Глава 6 (слика 6.17), од вредности одређених аеротунелским експерименталним испитивањем у просеку до 6%, односно са сва три струјна режима је равномерно одступање око 6%. Вредности одступања у односу на полуемпиријске резултате је нешто већи до 7%, а у односу на балистичка експериментална испитивања одступања су око 20%, Табела 7.3.

Табела 7.3. Анализа одступања нумеричких вредности статичког дериватива аеродинамичког коефицијента момента пропињања

истраживања	режим струјања	експериментална аеротунелска испитивања	полуемпиријска истраживања – предикције
сопствена истраживања	$0,2 < Ma < 3$	6 %	6,7 %
	$0,8 < Ma < 3$	6 %	7,1 %
	$1,5 < Ma < 3$	7 %	8,4 %
претходна истраживања	$0,2 < Ma < 3$	10 %	6 %

Истраживање показује поузданост нумерички одређених динамичких аеродинамичких коефицијената са просторним прорачунским доменом 3Д3А, за модел вискозитета $SST\ k-\omega$ при различитим условима струјања уз реалне вредности уздужне угаоне брзине пројектила и очекиване вредности нападног угла. Резултати нумеричке симулације струјања су показали подударност у односу на расположиве вредности експерименталних аеротунелских и балистичких испитивања, као и у односу на представљене полуемпиријске прорачуне. Посебно значајно је да је на основу нумеричких истраживања одређен карактер динамичких дериватива Магнусове силе и момента, који су у односу на референтна полуемпиријска истраживања и расположиве експерименталне резултате показали велику подударност и квантитативан ниво одступања, Глава 6, слике 6.19 и 6.20. Релативна одступања динамичког коефицијента Магнусове (бочне) силе у односу на расположива полуемпиријска истраживања је у просеку 1,6%. Релативна одступања динамичког дериватива Магнусовог момента (скретања) је у односу на расположива полуемпиријска истраживања је у просеку око 15%. Скупа и релативно непоуздана експериментална аеротунелска мерења динамичког дериватива Магнусовог момента се по методи овог истраживања могу условно заменити нумеричким прорачунима. Динамички деривативи момента пропињања добијени у раду се по карактеру и нивоу вредности налазе у оквирима датим у претходним истраживањима.

Вредности динамичких дериватива аеродинамичких коефицијената добијених нумеричким истраживањем у овом раду представљају значајан допринос испитивањима. Релативна одступања

динамичког дериватива момента ваљања због ротације, слика 6.18, је око 12% у односу на расположива полуемпиријска истраживања. Релативна одступања динамичког дериватива момента пропињања, слика 6.21, по карактеру и нивоу вредности се налазе у очекиваним интервалима вредности. Експериментална аеротунелска испитивања представљеног модела пројектила за одређивање динамичких дериватива нису реализована, због специфичности мерне опреме и очекиваног значајног повећања трошкова испитивања, уз очекивано велика одступања добијених вредности у зависности од врсте дериватива, табела 2.4. Балистичка експериментална испитивања у представљеном истраживању, због наведених ограничења (употреба специјалне опреме), нису омогућила извођење вредности динамичких дериватива, узимајући у обзир очекивана одступања таквих вредности од 20%. Резултати динамичких дериватива добијених нумеричким истраживањем се у односу на представљене полуемпиријске методе налазе у границама очекиваних одступања савремених полуемпиријских метода (табела 2.4) и зависе од врсте динамичких дериватива (од 25% до 33%). Узимајући у обзир и претходна сопствена истраживања, где се утицај динамичких дериватива од 15% одступања, посебно одражава на промену параметре стабилности од 8% до 25%, док је у значајно мањој мери одражава на елементе путање. Посебно је значајно да карактер промене параметара стабилности лета пројектила у великој мери зависи од почетних поремећаја, насталих од утицаја осцилација цеви, накнадног дејства барутних гасова и динамичке некоаксијалности осе пројектила са осом цеви. Током реализованих балистичких испитивања модела пројектила са опитним оруђем, уочен је стохастичан карактер почетних поремећаја кретања. Као предлог за даље истраживање се намеће потреба квантитативног одређивања специфичних почетних услова поремећаја, у зависности од конструктивних решења средстава наоружања, од модела осцилација склопа цеви у односу на систем лафетирања, од типа и стања водишта цеви, као и карактера и интензитета параметара струјања при накнадном дејству барутних гасова на тело пројектила. Посебно је потребно истражити утицај почетних поремећаја на динамичко понашање пројектила током лета и утицај на прецизност и тачност.

7.2.2. Анализа елемената путање и параметара стабилности кретања

Показана је подударност вредности елемената путање, добијених моделом кретања лета са шест степени кретања, са нумерички одређеним аеродинамичким оптерећењем са прорачунским доменима типа ЗДЗ и моделом вискозности $SST\ k - \omega$, у односу на експериментална балистичка мерења. Потпуно је подударан карактер промене и високо подударан ниво вредности. Такође, кроз модел кретања је показана подударност резултата испитивања са експерименталним истраживањима за параметре стабилности кретања.

Одступања вредности ординате путање, укупне брзине и нормалне компоненте брзине у функцији пута и времена лета добијене симулацијом кретања у односу на балистичка радарска испитивања су унутар интервала одступања сваког од појединачних мерења. Одступања бочне компоненте брзине у односу на балистичка мерења се јављају у оквиру интервала од око 1% од укупне вредности брзине и износе у зависности од вредности почетних поремећаја од око 15%.

Одступања параметара стабилности изведених на основу симулације кретања са вредностима аеродинамичког оптерећења добијених нумеричким истраживањима у односу на вредности добијених радарским мерењем елемената путање су у просеку око 2%. Оцена одступања је вршена за интервал Махових бројева од 0,85 до 2,7, односно за период до 10 секунди лета пројектила у складу са експерименталним радарским испитивањем. Одступање пригушних коефицијената једначине стабилности λ_1 је 12,2% и коефицијента λ_2 је 10%, одступање жирокопског фактора стабилности је 6%, а динамичког фактора стабилности 4,7%.

На основу резултата нумеричких истраживања, показана је поузданост полуемпиријског поступка одређивања аксијалног аеродинамичког коефицијента у циљу редукације базног отпора применом гасогенераторске јединице. Представљени модел сагоревања употребом гасогенераторске јединице, показао је могућност примене и поузданости смањења аксијалног аеродинамичког оптерећења у циљу повећања домета за дате моделе класичних пројектила.

Истраживање у раду нуди могућност да се представљена методологија одређивања аеродинамичких коефицијената и њихових дериватива употреби у циљу анализе елемената путање и параметара стабилности постојећих пројектила. Узимајући у обзир поузданост добијених вредности, приказана методологија омогућава примену у пројектима модификације постојећих, као и развоја нових технолошких решења пројектила различитих калибара, како артиљеријских, тако и

стрелачких. Значај методологије је поред могућности за поуздану оцену различитих експерименталних резултата аеродинамичког оптерећења, способност за поуздану оцену резултата балистичких испитивања елемената путање и параметара стабилности динамичког понашања пројектила. Поред тога, одређени делови експерименталних испитивања се приказаним поступцима могу заменити тзв. виртуализацијом експерименталних испитивања у циљу предикције аеродинамичког оптерећења у спрези са предикцијом динамичког понашања пројектила током лета у захтеваним атмосферским условима. Поуздани резултати симулације кретања пројектила у захтеваним атмосферским условима се у високој мери могу добити применом представљене методологије одређивања аеродинамичког оптерећења. Примена резултата истраживања, поред показане поузданости резултата применљивих за пројектну фазу модификације постојећих конвенционалних и развоја нових посебно унапређених технолошких решења модела пројектила, очекује се и кроз одређену економску оправданост у смањењу броја експерименталних испитивања, смањењем трошкова развоја и испитивања.

Даља истраживања би у односу на представљено истраживање била усмерена у неколико праваца, теоријско – нумеричком, експерименталном и техничко – технолошком правцу. Теоријско – нумерички правац развоја би се односио на употпуњавање алгорита и креирање квалитетнијих и комплекснијих прорачунских домена, који би омогућили примену нумеричких прорачуна за нестационарне симулације струјања са напредним моделима вискозитета у свим режимима струјања. Нестационарна нумеричка истраживања са напредним моделима вискозитета у вези са техничко – технолошким истраживањем и анализом могућности примене постојећих рачунарских капацитета, потребно је усмерити ка оптималној усклађености постојећих капацитета, као и на развој нових рачунарских капацитета, потребних и довољних за истраживања са развијеним теоријско – нумеричким моделима. Правац будућих експерименталних истраживања би био ослоњен на примену расположивих аеротунелских капацитета за динамичка аеродинамичка мерења и анализу резултата у складу са становишта расположиве мерне опреме и развоја адекватних мерних инструмената и поступака у циљу квалитета одређивања динамичких оптерећења за класичне и унапређене конфигурације пројектила са великим вредностима уздужних угаоних брзина. Паралелно са аеродинамичким експерименталним истраживањима, потребан је развој експерименталних метода за балистичка истраживања са циљем прецизнијег одређивања динамичких аеродинамичких коефицијената класичних ротирајућих пројектила. Даље истраживање и развој наведених експерименталних истраживања у спрези са техничко – технолошким истраживањима мерних инструмената и метода, потребно је усмерити ка тзв. виртуализацији експерименталних истраживања. Развој, истраживање и анализа теоријских, нумеричких и експерименталних резултата, у спрези са развијеним моделима и рачунарским капацитетима, треба да створи могућности за виртуализацију истовремених експерименталних аеродинамичких и балистичких испитивања, кроз спрегнути модел струјања и модел лета за моделе пројектила класичних аеродинамичких конфигурација, односно унапређених аеродинамичких карактеристика.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Регодић, Д., *Спољна балистика*, Министарство одбране, Војна академија, Београд, 2006.
- [2] Регодић, Д., *Прилог нумеричкој анализи дводимензионалног струјања око осносиметричног тела*, докторска дисертација, ЦВШ ВТА, Београд, 1997.
- [3] Анастасијевић, З., *Испитивање утицаја аеродинамичких дериватива стабилности*, докторска дисертација, Војна академија, Београд, 2007.
- [4] Самарцић, М., *Испитивање гранате пречника 40 mm у аеротунелу Т-38*, интерни број V3-2982-I-25, Војнотехнички институт, Београд, новембар 2007.
- [5] Самарцић, М., *Побољшање тачности мерења аеродинамичких дериватива стабилности у аеротунелу великих брзина са надпритиском*, докторска дисертација, Војна академија, Београд, 2010.
- [6] Јерковић, Д., *Утицај аеродинамичких коефицијената на кретање осносиметричног тела*, магистарски рад, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду, 2009.
- [7] Регодић, Д., Јерковић, Д., Андрејевић, И., *Решавање система диференцијалних једначина лета пројектила применом методе модификоване материјалне тачке*, стр. 131-139 зборника радова, XXII симпозијум о експлозивним материјама, 20. – 21. октобар 2004. Бар (Тиват), Југословенски Комитет за Експлозивне Материје, ВТИ Београд, Yugoimport – Mont Подгорица
- [8] Регодић, Д., Јерковић, Д., *Жироскопска и динамичка стабилност класичних осносиметричних пројектила*, стр. 672-675 зборника радова, XXXII симпозијум о операционим истраживањима, SYM-OP-IS 2005 (са међународним учешћем), 27. – 30. септембар 2005. године Врњачка Бања, Економски факултет, Универзитета у Београду
- [9] Јовановић, С., Јерковић, Д., Регодић, Д., *Одређивање аеродинамичких коефицијената за пројектил калибра 122 mm*, стр. I 74 – 76 зборника радова, I научни скуп - Одбрамбене технологије у функцији мира, OTEX 2005, 6.-7. децембра 2005. године, Београд, Војна академија, Министарство Одбране Србије и Црне Горе
- [10] Регодић, Д., Јерковић, Д., *Стабилност класичних осносиметричних пројектила*, стр. 299 – 304 зборника радова, Научно-истраживачки скуп Истраживање и развој машинских елемената и система - ИРМЕС 2006 (са међународним учешћем), 21. – 22. септембар 2006. године, Мркавица, Бања Лука, Машински факултет у Бања Луци и Асоцијација за дизајн, елементе и конструкција (АДЕКО), Бања Лука
- [11] Регодић, Д., Јерковић, Д., Савић, Д., *Стандардна спољнобалистичка испитивања*, стр. 617 – 620 зборника радова, XXXIII симпозијум о операционим истраживањима, SYM-OP-IS 2006, 3. – 6. октобар 2006. године, Бања Ковиљача, Институт Михаило Пупин, Београд
- [12] Регодић, Д., Јерковић, Д., Савић, Д., *Општи модел обраде резултата спољнобалистичких испитивања*, стр. 613 – 616 зборника радова, XXXIII симпозијум о операционим истраживањима, SYM-OP-IS 2006, 3. – 6. октобар 2006. године, Бања Ковиљача, Институт Михаило Пупин, Београд
- [13] Јерковић, Д., Јовановић, С., Регодић, Д., *Предности прорачуна путање класичног пројектила моделом шест степени слободe у МАТЛАБ-у*, II научно стручни скуп Одбрамбене технологије, OTEX 2007, Свеска 1 стр. I 49 – 54 зборника радова, 3. – 4. октобар 2007. године, Београд, Војнотехнички институт, Београд
- [14] Jerković, D., Samardžić, M., *The aerodynamic characteristics determination of classic symmetric projectile*, pp. 275 – 282 of Proceedings, 5th International Symposium about design in mechanical engineering, KOD 2008, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad i Asocijacija za dizajn, elemente i konstrukciju (ADEKO), 15.-16. april 2008., Novi Sad
- [15] Јерковић, Д., Ристић, С., Регодић, Д., Самарцић, М., Витић, А., *Визуализација струјања око модела класичног осносиметричног пројектила*, 3. научно-стручни скуп са међународним учешћем, OTEX 2009, Војнотехнички институт, Београд, 8. – 9. октобар 2009.
- [16] D. Regodić, D. Jerković, L. Dražeta: *Analiza uticaja aerodinamičkih koeficijenata na domet letelice*, SINGIDUNUM Revija – Časopis za teoriju i praksu: ekonomija, informacione tehnologije i menadžment 2010, Vol.7, No.2. pp. 303-320, ISSN 1820-8819, Univerzitet Singidunum, Beograd
- [17] D. Regodić, Lj. Tančić, M. Samardžić, D. Jerković, *Programsko rešenje kretanja trodimenzionalnog tela*, 8. naučni skup sa međunarodnim učešćem, SINERGIJA 2011, Univerzitet

- Sinergija, Bijeljina, 25. mart 2011. (45 radova u 4 sekcija, Plenarna predavanja – Radovi po pozivu, 3 rada), ISBN: 978-99955-26-21-4
- [18] D. Jerković, D. Regodić: *Uticaj aerodinamičkih koeficijenata na elemente putanje klasičnog projektila*, Vojnotehnički Glasnik, naučni časopis Ministarstva odbrane, Godina LIX, april – jun 2011, Broj 2, ISSN 0042-8469, UDC 623.466.3, pp.5-28, Ministarstvo Odbrane Republike Srbije, Beograd
- [19] D. Jerkovic, S. Ilic, A.Kari, D.Regodic: *The influence of the aerodynamic coefficient on the stability of the classic axis-symmetrical projectile*, Third Serbian (28th Yu) Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Vlasina lake, Serbia, 5-8 July 2011.
- [20] D. Jerkovic, S. Ilic, A.Kari, D.Regodic: *The research of influence of the aerodynamic coefficient on the stability of the axis-symmetric projectile*, 4th International Scientific Conference on Defensive Technologies, OTEH 2011, Belgrade, Serbia, 6-7 October 2011.
- [21] M. Milinović, D. Jerković, O. Jeremić, M.Kovač, *Experimental and Simulation Testing of Flight Spin Stability for Small Caliber Cannon Projectile*, Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering, 58(2012)6, 394-402, DOI: <http://dx.doi.org/10.5545/sv-jme.2011.277>
- [22] S. Ilić, D. Jerković, A. Kari, *The influence of the muzzle velocity vector on the evaluation of the gunfire precision*, 5th International Scientific Conference on Defensive Technologies – OTEH 2012, 18 – 19 September, Belgrade, Military Technical Institute, 2012.
- [23] Regodić, D., Jerković, D., Stanojković, S. (2013) *Analiza dejstva projektila malih kalibara na cilju (The Analysis of Small Caliber Projectile Effects on the Target)*, 10. naučni skup sa međunarodnim učesćem, SINERGIJA 2013, Univerzitet Sinergija, Bijeljina, mart 2013.
- [24] Jerković, D., Regodić, D., Reljić, Ž., Hristov, N. (2013) *The Prediction Of Axial Aerodynamic Coefficient Reduction Using Base Bleed*, 4th (29th Yu) Congress on Theoretical and Applied Mechanics, 4th – 7th June 2013, Vrnjačka Banja, Serbian Society of Mechanics, B-12: pp.1-6.
- [25] Regodic, D., Jevremovic A., Jerkovic, D., (2013) *The Prediction Of Axial Aerodynamic Coefficient Reduction Using Base Bleed*, Aerospace Science and Technology, 31 (2013) 24-29, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2013.09.001>.
- [26] Јанковић С., *Аеродинамика пројектила*, Машински факултет Београд, 1978.
- [27] Јанковић С., *Спољна балистика*, ВИЗ, Београд, 1977.
- [28] Krasnov N. F., *Aerodynamics Vol.1/Vol.2*, Mir Publishers Moscow, 1985.
- [29] Јанковић С., *Механика лета зракоплова*, Факултет стројарства и бродоградње, Загреб, 2001.
- [30] Лебедев А. А, Чернобровкин Л. С., *Динамика полета*, Машиностроение, 1973.
- [31] DeSpirito, J., Silton, S., Weinacht, P., *Navier-Stokes Predictions of Dynamic Stability Derivatives: Evaluate of Steady-State Methods*, ARL-TR-4605, US Army Research Laboratory, Maryland, 2008.
- [32] Ansys Inc., *Ansys Fluent Theory Guide*, Release 14.0, Canonsburg, PA, 2011.
- [33] Ansys Inc., *Ansys Fluent User's Guide*, Release 14.0, Canonsburg, PA, 2011.
- [34] Ansys Inc., *Ansys Gambit User's Guide*, Release 2.4, Canonsburg, PA, 2009.
- [35] Fluent Inc., *Gambit User's Guide*, Release 2, Lebanon, 2006.
- [36] Fluent Inc., *Fluent User's Guide*, Release 6, Lebanon, 2006.
- [37] Ansys Inc., *Ansys Fluent User's Guide*, Release 12.0, Canonsburg, PA, 2008.
- [38] Masatsuka, K. (2013) *I do like CFD, Vol. 1, Governing Equations and Exact Solutions, PDF Version*, CRADLE and NIA CFD Seminar Series, p. 299.
- [39] Weinacht, P., Sturek W. B., Schiff, L.B. (1997). *Navier-Stokes Predictions of Pitch Damping for Axisymmetric Projectiles*, Journal of Spacecraft and Rockets, 1997, 34 (6), pp. 753-761.
- [40] Weinacht, P. (1998). *Navier-Stokes Predictions of the Individual Components of the Pitch Damping Sum*, Journal of Spacecraft and Rockets, 1998, 35 (5), pp. 598-605.
- [41] Weinacht, P. (1998). *Predictions of Pitch Damping of Projectiles at Low Supersonic and Transonic Velocities*, AIAA-98-0395, Proceedings of the 36th Aerospace Science Meeting, Reno, NV, 12 – 15 January 1998.
- [42] Weinacht, P., Sturek W. B. (1990). *Navier-Stokes Predictions of Pitch Damping of Finned Projectiles using Steady State Coning Motion*, AIAA-90-3088, Proceedings of the 8th AIAA Aerodynamics Conference, Portland, OR, 20 – 22 August 1990.
- [43] Sturek W. B., Nietubicz, C.J., Sahu, J., Weinacht, P. (1994). *Applications of Computational Fluid Dynamics to the Aerodynamics of Army Projectiles*, Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 31 (2), pp. 186-199.
- [44] Weinacht, P. (1994). *Applications of Computational Fluid Dynamics to the Aerodynamics of Army Projectiles*, Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 31 (2), pp. 186-199.

- [45] Park, S.H., Kim, Y., Kwon, J.H. (2003). *Predictions of Damping Coefficients Using the Unsteady Euler Equations*, Journal of Spacecraft and Rockets, 2003, 40 (3), pp. 356-362.
- [46] Park, S.H., Kwon, J.H. (2004). *Navier-Stokes Calculations of Dynamic for Symmetric Projectiles*, AIAA-2004-0014, Proceedings of the 42nd Aerospace Science Meeting, Reno, NV, 5 – 8 January 2004.
- [47] Oktay, E., Akay, H.U. (2002). *CFD Predictions of Dynamic Derivatives for Missiles*, AIAA-2002-0276, Proceedings of the 40th Aerospace Science Meeting, Reno, NV, 14 – 17 January 2002.
- [48] Stalnaker, J.F., Robinson, M.A. (2002). *Computations of Stability Derivatives of Spinning Missiles Using Unstructured Cartesian Meshes*, AIAA-2002-2802, Proceedings of the 20th AIAA Aerodynamics Conference, St. Louis, MO, 24 – 26 June 2002.
- [49] Sahu, J. (2007). *Numerical Computations of Dynamic Derivatives of a Finned Projectile Using a Time-Accurate CFD Method*, AIAA-2007-6581, Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Hilton Head, SC, 20 – 23 August 2007.
- [50] Sahu, J. *Time-Accurate Computations of Free-Flight Aerodynamics of a Spinning Projectile with Flow Control*. AIAA-2006-6006; Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Keystone, CO, 21-24 August 2006.
- [51] Sturek, W. B.; Schiff, L. B. *Computations of the Magnus Effect for Slender Bodies in Supersonic Flow*. AIAA Journal. 1982,20(12), 1724-1731.
- [52] Nietubicz, C. J.; Sturek, W. B.; Heavey, K. R. *Computations of Projectile Magnus Effect at Transonic Velocities*; BRL-TR-02515; U.S. Army Ballistics Research Laboratory: Aberdeen Proving Ground, MD, August 1983.
- [53] Sahu, J. *Transonic Navier-Stokes Computations for a Spinning Body of Revolution*; BRL-TR-3265; U.S. Army Ballistics Research Laboratory: Aberdeen Proving Ground, MD, September 1991.
- [54] Silton, S. I. *Navier-Stokes Computations for a Spinning Projectile from Subsonic to Supersonic Speeds*. *J. Spacecraft Rockets* 2005, 42 (2), 223-231.
- [55] DeSpirito, J., Heavey, K. R. *CFD Computation of Magnus Moment and Roll Damping Moment of a Spinning Projectile*. AIAA-2004-4713; Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Providence, RI, 16-19 August 2004.
- [56] DeSpirito, J., Plostins, P. (2007) *CFD Prediction of M910 Projectile Aerodynamics: Unsteady Wake Effect on Magnus Moment*. AIAA-2007-6580; Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Hilton Head, SC, 20-23 August 2007.
- [57] DeSpirito, J. *CFD Prediction of Magnus Effect in Subsonic to Supersonic Flight*. AIAA-2008-0427; Proceedings of the 46th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, 7-10 January 2008.
- [58] Schmidt, L.E., Murphy, C.H. *The Aerodynamic Properties of the 7-Caliber Army-Navy Spinner Rocket in Transonic Flight*; BRL-MR-775; U.S. Army Ballistics Research Laboratory: Aberdeen Proving Ground, MD, March 1954.
- [59] Renze, K.J., Buning, P.G., Ragagopalan, R.G. *A Comparative Study of Turbulence Models for Overset Grids*. AIAA-92-0437; Proceedings of the 30th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, 6-9 January 1992.
- [60] Meakin, R.L. *A New Method for Establishing Inter-Grid Communication Among Systems of Overset Grids*. AIAA-91-1586; Proceedings of the 10th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, HI, 24-27 June 1991.
- [61] Chan, W.M. *The Overgrid Interface for Computational Simulations on Overset Grids*. AIAA-2002-3188; Proceedings of the 32nd AIAA Fluid Dynamics Conference, St. Louis, MO, 24-26 June 2002.
- [62] Baldwin, B.S., Barth, T.J. *A One-Equation Turbulence Transport Model, for High Reynolds Number Wall-Bounded Flows*. AIAA-91-610; Proceedings of the 29th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, 7-10 January 1991.
- [63] Park, S.H., Kwon, J.H. *Navier-Stokes Computation of Pitch-Damping Coefficients Using Steady Coning Motion*. Journal of Spacecraft Rockets 2004, 41 (5), 754-761.
- [64] Murman, S.M., Chan, W.M., Aftosmis, M.J., Meakin, R.L. *An Interface for Specifying Rigid-Body Motions for CFD Applications*. AIAA-2003-1237; Proceedings of the 41st Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, 6-9 January 2003.
- [65] McCoy, R.L. *The Aerodynamic Characteristics of .50 Ball, M33, API, M8, and APIT, M20 Ammunition*; BRL-MR-3810; U.S. Army Ballistics Research Laboratory: Aberdeen Proving Ground, MD, January 1990.

- [66] Weinacht, P. *Characterization of Small-Caliber Ammunition Performance Using a Virtual Wind Tunnel Approach*. AIAA-2007-6579; Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Hilton Head, SC, 20-23 August 2007.
- [67] Murphy, C. H., Schmidt, L. E. *The Effect of Length on the Aerodynamic Characteristics of Bodies of Revolution in Supersonic Flight*; BRL-R-876; U.S. Army Ballistics Research Laboratory: Aberdeen Proving Ground, MD, August 1953.
- [68] Plostins, P., McCoy, R.L., Wagoner, B.A. *Aeroballistic Performance of the 25 mm M910 TPDS-TRange Limited Training Projectile*; BRL-MR-3886; U.S. Army Ballistics Research Laboratory: Aberdeen Proving Ground, MD, January 1991.
- [69] Dupuis, A.D., Bernier, A., Hathaway, W. *Data Compendium of the Free-Flight Aerodynamic Characteristics of 0.50 cal. Configurations for Range Limited Application at Supersonic Speeds*; DREV-TR-1999-060; Defence Research and Development Canada: Valcartier, CA, November 1999.
- [70] Weinacht, P. *Validation and Prediction of the Effect of Rifling Grooves on Small-Caliber Ammunition Performance*. AIAA-2006-6010; Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Keystone, CO, 21-24 August 2006.
- [71] Silton, S., Webb, D. *Experimental Determination of the Effect of Rifling Grooves on the Aerodynamics of Small Caliber Projectiles*. AIAA-2006-6009; Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Keystone, CO, 21-24 August 2006.
- [72] Регодић, Д., *Аеродинамика ротационог тела*, ЦВВШ, Београд, 1994.
- [73] McCoy Robert L., *Modern Exterior Ballistics*, Schiffer Military History, Atglen PA, 1999.
- [74] Anderson J.D., *Modern Compressible Flow*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1982.
- [75] Букуров Ж., *Механика флуида*, Факултет Техничких Наука, Нови Сад, 1987.
- [76] Драговић Т., *Аеродинамика пројектовања летелица I*, МФ, Београд, 1992.
- [77] Нанјалић К., *Динамика стишљивог флуида*, IGKRO Svjetlost, Sarajevo, 1978.
- [78] Петров К.П., *Аеродинамика ракет*, Машиностроение, Москва, 1977.
- [79] *Manual of Autodesk Inventor 10*, Autodesk Inc., San Rafael CA, 2005.
- [80] Анђелић Т., *Тензорски рачун*, Научна књига, Београд, 1967.
- [81] Elfstrom G.M., Medved B., *The Yougoslav 1,5 m trisonic blowdown wind tunnel*, AIAA, Paper 86-0746-CP.
- [82] Ристић, С., *Преглед метода за визуализацију струјања у аеротунелима*, Научно-техничка информација СВ-Р/3087, Војнотехнички институт, Београд, 1999.
- [83] Ristic, S., *Flow visualization techniques in wind tunnels – optical methods (part II)*, Military technical review, UDK : 629.7.018:533.6.011 pp. 38-49 Belgrade, 2007.
- [84] *Записник завршне контроле метка са ТОГ М87*, АД Слобода, Чачак, 1995.
- [85] *Таблице гађања за ПАТ 40 mm L/70 Vofors*, ССНО, Београд, 1982.
- [86] *Техничко упутство за бродски ПАТ 40 mm Д70 М55м и М70 Vofors*, књига 1, ССНО, Београд, 1975.
- [87] *Range tables for 40 mm Automatic Gun L-70*, АВ Vofors, Sweden
- [88] *Таблице гађања за хаубицу 122 mm*, ССНО, Београд, 1978.
- [89] *Таблице гађања за противоклопни топ 100 mm Т-12 и МТ-12*, ССНО, Београд, 1979.
- [90] *Таблице гађања за топ 130 mm М46*, ССНО, Београд, 1984.
- [91] ТОЦ Полигон Никинци, *Елаборат испитивања пројектила ТО 40 mm М87 УТИУ М87*, Никинци, 27.11.2013. године
- [92] Витић А., Самарцић М., *Мерење прелазних оптерећења на два модела у аеротунелу Т38*, pp. 16-27, Војнотехнички гласник 3/08, ISSN 0042-8469, UDC 623+355/359, Београд, 2008.
- [93] *Претходна анализа истраживања и развоја близинског упаљача за ПАТ 40 mm*, Војнотехнички институт, Београд, 1983.
- [94] Суботић З., Ињац М., *Програмска решења за аеродинамичко пројектовање*, Елаборат ВТИ 02-01-0161, Војнотехнички институт, Београд, 1988.
- [95] Josselson R, *Introduction to 6-dof simulation of air vehicles*, Visual Solutions, International Thompson Computer Press, Boston MA, 1997.
- [96] Roetzel W., *Analytical calculation of trajectories using a power law for the drag coefficient variation with Mach number*, Second International Conference of Computational Ballistics , Wessex Institute of Technology, WIT Press, Southampton, 2005.

- [97] Ul-Haque A., Umar F., *Study of asymmetric vortical flow on forebody at high angle of attack*, Second International Conference of Computational Ballistics, Wessex Institute of Technology, WIT Press, Southampton, 2005.
- [98] Гајић, М., Виличић, Ј., *Балистика*, ВИЗ, Београд, 1979.
- [99] Onn S.C., Su Y., Wei C.K., Sun C.C., *Computational drag and Magnus force reduction for a transonic spinning projectile using passive porosity*, Computer methods in applied mechanics and engineering, Elsevier Science B.V, 2001.
- [100] Nielsen J.N., *Missile aerodynamics*, McGraw-Hill Book Company Inc., New York, 1960.
- [101] Boiffier J.L., *The dynamics of flight*, John Wiley & Sons, Chichester UK, 1998.
- [102] Ненадовић М., *Основи аеродинамичких конструкција - аеропрофили*, Савремена администрација, Београд, 1967.
- [103] Hoffmann K.A., *Computational fluid dynamics for engineers*, Engineering Educational System, Austin TX, 1989.
- [104] Ferziger J.H., Peric M., *Computational methods for fluid dynamics*, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1996.
- [105] Chen Y., Wen C., Gong Z., Sun M., *Drag coefficient curve identification of projectiles from flight tests via optimal dynamic fitting*, Control Engineering Practice Vol 5. No. 5, pp. 627-636, Elsevier Science B.V, 1997.
- [106] Bhutani L., Lauffer J.P., Gilbert-O'Neil R., *Dynamic characteristics of artillery shells*, Journal of sound and vibration No. 270, pp. 1069-1073, Elsevier Ltd., 2004.
- [107] Zecevic B., Voloder A., *Interaction between design requirements of the high spin stabilized rockets and performances*, 10th DAAAM International Symposium, Technical University Wiena, Wiena, 1999.
- [108] Afanasev V.A., *Analytical parametric identification in dynamic wind tunnel tests*, Aviotsiannaya Tekhnika 2007, Vol. 50, No.1, pp. 68-70, 2007.
- [109] Khrabrov A.N., *Rotary aerodynamics derivatives in the asymptotic theory of high-aspect-ratio wing*, Fluid Dynamics 2007, Vol. 42, No.1, pp. 133-143, Pleiades Publishing Ltd., 2007.
- [110] Krasilnikov A.V., Mordvintsev G.G., Shmanenkov V.N., *Study of the aerodynamic stability of a blunt cone with a side flap in a hypersonic flow*, Fluid Dynamics 2007, Vol. 42, No.1, pp. 104-114, Pleiades Publishing Ltd., 2007.
- [111] Gil A.J., Zhang Z., Hassan O., Morgan K., *Parallel multigrid detached eddy simulation algorithm for three-dimensional unsteady incompressible flows on unstructured meshes*, Journal of aerospace engineering, pp. 271-280, ASCE, October 2006.
- [112] Vargas L.A.T., Oliveira P.H.I.A., Freitas Pinto R.L.U., Botoulus M.V., Silva e Souza M., *Comparison between modern procedures for aerodynamic calculation of subsonic airfoils for application in light aircraft design*, 18th International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto MG, November 6-11, 2005.
- [113] Roggero F., Larguier R., *Aerodynamic calculation of complex three-dimensional configuration*, Journal of Aircraft, Vol.30, No. 5, September – October 1993.
- [114] Weinacht, P., and Sturek, W. B., *Computation of the Roll Characteristics of a Finned Projectile*, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.33, No.6, pp. 769-775, November-December, 1996
- [115] M. Pechier, P. Guillen, and R. Cayzac, *Magnus Effect over Finned Projectiles*, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.38, pp. 542-549, July-August, 2001.
- [116] Elliott, J., and Peraire, J., *Practical 3-D Aerodynamic Design & Optimization Using Unstructured Meshes*, AIAA Journal, Vol.35, No.9, pp. 1479-1485, September, 1997.
- [117] Pirzadeh, S.Z., and Frink, N.T., *Assessment of the Unstructured Grid Software TetrUSS for Drag Prediction of the DLR-F4 Configuration*, AIAA2002-0839, January, 2002.
- [118] *Missile Aerodynamics*, RTO-Meeting Proceeding 5, November, 1998.
- [119] Sturek, W. B., Nietubicz, C. J., Sahu, J., and Weinacht, P., *Applications of Computational Fluid Dynamics to the Aerodynamics of Army Projectiles*, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.31, No.2, pp. 186-199, March-April, 1994.
- [120] Bacoglu, O., *Three Dimensional Aerodynamic Analysis Of Missiles By A Panel Method*, Ms. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2002.
- [121] Anderson, J. D., *Introduction to Flight*, 3rd Ed., McGraw-Hill., 1989.
- [122] Frink, N. T., and Pirzadeh, S. Z., *Tetrahedral Finite-Volume Solutions to the Navier-Stokes Equations on Complex Configurations*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.31, pp. 175-187, 1999.

- [123] Frink, N. T., *Assessment of an Unstructures-Grid Method for Predicting 3-D Turbulent Viscous Flows*, AIAA 96-0292, 1996.
- [124] Jameson, A., Schmidt, W., Turkel, E., *Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods using Runge-Kutta Time Stepping Schemes*, AIAA 81-1259, 1981.
- [125] Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol. 1&2*, John Wiley & Sons, 1989.
- [126] Dick E., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, LS 1989-02, January, 1989.
- [127] Frink, N.T., *Upwind Scheme for Solving the Euler Equations on Unstructured Tetrahedral Meshes*, AIAA Journal, Vol.30, No.1, pp. 70-77, January, 1992.
- [128] Frink, N.T., Parikh, P., Pirzadeh, S., *A Fast Upwind Solver for the Euler Equations on Three-Dimensional Unstructured Meshes*, AIAA 91-0102, 1991.
- [129] Frink, N.T., *Recent Progress Toward a Three-Dimensional Unstructured Navier-Stokes Flow Solver*, AIAA 94-0061, 1994.
- [130] Frink, N. T. *Tetrahedral Unstructured Navier-Stokes Method for Turbulent Flows*, AIAA Journal, Vol.36, No.11, pp. 1975-1982, November, 1998.
- [131] Frink, N. T., *Assessment of an Unstructures-Grid Method for Predicting 3-D Turbulent Viscous Flows*, AIAA 96-0292, 1996.
- [132] Wang, Q., Massey, S. J., Abdol-Hamid, K. S., and Frink, N. T., *Solving Navier-Stokes Equations with Advanced Turbulence Models on Three-Dimensional Unstructured Grids*, AIAA 99-0156, 1999.
- [133] Frink, N. T., Pirzadeh, S. Z., Parikh, P., *An Unstructured-Grid Software System for Solving Complex Aerodynamic Problems*, NASA-CP-3291, May, 1995.
- [134] Batina, J. T., *Implicit Upwind Solution Algorithms for Three-Dimensional Unstructured Meshes*, AIAA Journal, Vol.31, No.5, pp. 801-805, May, 1993.
- [135] Batina, J. T., *Unsteady Euler Algorithm with Unstructured Dynamic Mesh for Complex-Aircraft Aerodynamic Analysis*, AIAA Journal, Vol.29, No.3, pp. 327-333, March, 1991.
- [136] Yaniv, S., *Navier-Stokes Calculations for Rotating Configurations: Implementation for Rockets*, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.33, No.5, pp. 756-758
- [137] Barakos, G., and Drikakis, D., *An Implicit Unfactored Method for Unsteady Turbulent Compressible Flows with Moving Boundaries*, Computers & Fluids, Vol.28, pp. 899-922, 1999.
- [138] Barth, T. J., *Aspects of Unstructured Grids and Finite-Volume Solvers for the Euler and Navier-Stokes Equations*, NASA Ames Research Center, Moffet Field, Ca., USA, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 1994-05, Computational Fluid Dynamics, March 21-25, 1994.
- [139] Venkatakrisnan V., *Implicit Schemes and Parallel Computing in Unstructured Grid CFD*, ICASE Report No. 95-28 NASA Langley Research Center, 1995.
- [140] Jothiprasad, G., Mavripilis, D. J., and Caughey, D. A., *Higher Order Time Integration Schemes for the Unsteady Navier-Stokes Equations on Unstructured Meshes*, NASA/CR-2002-211967 ICASE Report No. 2002-44, 2002.
- [141] Oktay, E., Akay, H.U., Uzun, A., *Parallelized Three-Dimensional Unstructured Euler Solver for Unsteady Aerodynamics*, Journal of Aircraft, Vol.40, No.2, pp. 348-354, March-April, 2003.
- [142] Oktay, E., Akay, H.U., Uzun, A., *A Parallelized 3D Unstructured Euler Solver for Unsteady Aerodynamics*, AIAA-2002-0107, January, 2002.
- [143] Gonc L.O., *Computation of The External Flow Around Rotating Bodies*, PhD Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2005.
- [144] Dadone, A., Grossman, B., *Characteristic-Based, Rotated Upwind Scheme for the Euler Equations*, AIAA Journal, Vol.30, No.9, pp. 2219-2226, September, 1992.
- [145] Liou, M. S., *Ten Years in the Making-AUSM-family*, AIAA 2001-2521, June, 2001.
- [146] Pan, D., and Cheng, J. C., *Upwind Finite-Volume Navier-Stokes Computations on Unstructured Triangular Meshes*, AIAA Journal, Vol.31, No.9, pp. 1618-1625, September, 1993.
- [147] Anderson, W. K., Bonhaus D. L., *An Implicit Upwind Algorithm for Computing Turbulent Flows on Unstructured Grids*, Computers Fluids, Vol.23, No.1, pp. 1-21, 1994.
- [148] Bonhaus D.L., *An Upwind Multigrid Method for Solving Viscous Flows on Unstructured Triangular Meshes*, Ms. Thesis, University of Cincinnati, August, 1993.
- [149] Bermudez, A., Vazquez, M.E., *Upwind Methods for Hyperbolic Conservation Laws with Source Terms*, Computers Fluids, Vol.23, No.8, pp.1049-1071, 1994.

- [150] Roe, P. L., *Discrete Models for the Numerical Analysis of Time-Dependent Multidimensional Gas Dynamics*, Journal of Computational Physics, Vol.63, pp. 458-476, 1986.
- [151] Roe, P. L., *Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes*, Journal of Computational Physics, Vol.43, pp. 357-372, 1981.
- [152] Lacor, C., Hirsch, C., *Genuinely Upwind Algorithms for the Multidimensional Euler Equations*, AIAA Journal, Vol.30, No.1, pp. 55-63, January, 1992.
- [153] Steger J.L., Warming, R.F., *Flux Vector Splitting of the Inviscid Gas Dynamic Equations with Applications to Finite-Difference Methods*, Journal of Computational Physics, Vol.40, pp. 263-293, 1981.
- [154] Van Leer, B., *Flux Vector Splitting for the Euler Equations*, Lecture Notes in Physics, Vol.170, Springer-Verlag, Berlin, pp. 507-512, 1982.
- [155] Godunov, S.K., *A Difference Method for the Numerical Computation of Discontinuous Solutions of Hydrodynamic Equations*, Math Sbornik, Vol.47, pp. 271-306, 1959.
- [156] Osher, S., Solomon, F., *Upwind Schemes for Hyperbolic Systems of Conservation Laws*, Mathematics of Computation, Vol.38, No.158, pp. 339377, 1982.
- [157] Toro, E. F., *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, 2nd Edition, Springer, 1999.
- [158] Harten, A., *High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws*, Journal of Computational Physics, Vol.49, pp. 357-393, 1983.
- [159] Tomaro, R. F., Strang, W. Z., *An Implicit Algorithm for Solving Time Dependent Flows on Unstructured Grids*, AIAA 97-0333, 1997.
- [160] Mavripilis, D.J., *Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on Unstructured Triangular Meshes*, Ms. Thesis, Princeton University, June, 1987.
- [161] Zhao, Y., Tai, C. H., *Higher-Order Characteristics-Based Method for Incompressible Flow Computation on Unstructured Grids*, AIAA Journal, Vol.39, No.7, pp. 1280-1287, July, 2001.
- [162] Bruner, C., W., S., *Parallelization of the Euler Equations on Unstructured Grids*, Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, May, 1996.
- [163] Uzun Ali, *Parallel Computations of Unsteady Euler Equations on Dynamically Deforming Unstructured Grids*, Ms. Thesis, Purdue University, August, 1999.
- [164] Anderson, W. K., *Grid Generation and Solution Method for Euler Equations on Unstructured Grids*, NASA-TM-4295, April, 1992.
- [165] Mineck, R.E., *Application of an Unstructured Grid Navier-Stokes Solver to a Generic Helicopter Body*, NASA/TM-1999-209510, August, 1999.
- [166] Koobus, B., Farhat, C., Tran, H., *Computation of Unsteady Viscous Flows Around Moving Bodies Using the k-e Turbulence Model on Unstructured Dynamic Grids*, Comp. Methods Appl. Mech. Eng., Vol.190, pp. 1441-1466, 2000.
- [167] Haselbacher, A., McGuirk, J.J., Page, G.J., *Finite Volume Discretization Aspects for Viscous Flows on Mixed Unstructured Grids*, AIAA Journal, Vol.37, No.2, pp. 177-184, February, 1999.
- [168] Ghizawi, N., Abdallah, S., *Parallel Processing Scheme for the Navier-Stokes Equations, Part 1: Scheme Development*, AIAA Journal, Vol.36, No.11, pp. 2013-2019, November, 1998.
- [169] Ghizawi, N., Abdallah, S., *Parallel Processing Scheme for the Navier-Stokes Equations, Part 2: Parallel Implementation*, AIAA Journal, Vol.36, No.11, pp. 2020-2026, November, 1998.
- [170] Akay, H. U., Oktay, E., Li, Z., He, X., *Parallel Computing for Aeroelasticity Problems*, AIAA-2003-3511, 2003.
- [171] Ramamurti, R., Lohner, R., *A Parallel Implicit Incompressible Flow Solver Using Unstructured Meshes*, Computers & Fluids, Vol.25, No.2, pp.119-132, 1996.
- [172] Parikh, P., *Application of a Scalable, Parallel, Unstructured-Grid-Based Navier-Stokes Solver*, AIAA 2001-2584, June, 2001.
- [173] Luke, E., A., *A Rule-Based Specification System for Computational Fluid Dynamics*, Ph.D. Thesis, Mississippi State University, December, 1999.
- [174] Dolean, V., Lanteri, S., *A Domain Decomposition Approach to Finite Volume Solutions of the Euler Equations on Unstructured Triangular Meshes*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.37, pp. 625-656, 2001.
- [175] Hu, Y. F., Emerson, D. R., Ashworth, W., Maguire, K. C. F., Blake, R. J., *Parallelizing FLITE3D - A Multigrid Finite Element Euler Solver*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.35, pp. 809-827, 2001.

- [176] Karypis, G. Kumar, V., *METIS - A Software Package for Partitioning Unstructured Graphs, Partitioning Meshes, and Computing Fill-Reducing Orderings of Sparse Matrices, Version 3.0.*, Manual, University of Minnesota and Army HPC Research Center, 1997.
- [177] Champigny, P., D'Espiney, P., *Numerical Simulation of Vortex Flows around Missile Configurations*, RTO-AVT, May, 2001.
- [178] Wang, Q., Massey, S. J., Abdol-Hamid, K. S., *Implementation of Advanced Two Equation Turbulence Models in the USM3D Unstructured Flow Solvers*, NASA CR-2000-210102, April, 2000.
- [179] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc., La Canada, California, 1998
- [180] Baldwin, B. S. Lomax, H., *Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows*, AIAA Paper 78-257, Jan. 1978.
- [181] Cebeci, T., Smith, A. M. O., *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press, New York, 1974.
- [182] Campos L.M.B.C. (2003) *On the Application of Special Functions to Non-Linear and Unsteady Stability: Part I – Method of Iterative Solution of a Coupled Non-Linear System*, Integral Transforms and Special Functions 2003, Vol. 14 (2), pp. 149-166, Taylor and Francis, <http://dx.doi.org/10.1080/10652460290029716>
- [183] Park, M. A., and Green, L. L., *Steady-State Computation of Constant Rotational Rate Dynamic Stability Derivatives*, AIAA 2000-4321, 2000.
- [184] Kandil, O. A., Chuang, H. A., *Unsteady Navier-Stokes Computations Past Oscillating Delta Wing at High Incidence*, AIAA Journal, Vol. 28, No.9, pp. 1565-1572, September, 1990.
- [185] Nietubicz, C. J., Sturek, W. B., Heavey, K. R., *Computations of Projectile Magnus Effect at Transonic Velocities*, AIAA Journal, Vol.23, No.7, pp. 998-1004, July, 1985.
- [186] Park, M. A., Green, L. L., Montgomery, R. C., Raney, D. L., *Determination of Stability and Control Derivatives Using Computational Fluid Dynamics and Automatic Differentiation*, AIAA 99-3136, 1999.
- [187] Koobus, B., Farhat, C., *Second-Order Time-Accurate and Geometrically Conservative Implicit Schemes for Flow Computations on Unstructured Dynamic Meshes*, Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, Vol.170, pp. 103-129, 1999.
- [188] Lesoinne, M., Farhat, C., *Geometric Conservation Laws for Flow Problems with Moving Boundaries and Deformable Meshes, and Their Impact on Aeroelastic Computations*, Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, Vol.134, pp. 71-90, 1996.
- [189] Farhat, C., Geuzaine, P., Grandmont, C., *The Discrete Geometric Conservation Law and the Nonlinear Stability of ALE Schemes for the Solution of Flow Problems on Moving Grids*, Journal of Computational Physics, Vol.174, pp. 669-694, 2001.
- [190] Geuzaine, P., Grandmont, C., Farhat, C., *Design and Analysis of ALE Schemes with Provable Second-Order Time-Accuracy for Inviscid and Viscous Flow Simulations*, Journal of Computational Physics, Vol.191, pp. 206-227, 2003.
- [191] Guillard, H., Farhat, C., *On the Significance of the Geometric Conservation Law for Flow Computations on Moving Meshes*, Comp. Methods Appl. Mech. Eng., Vol.190, pp. 1467-1482, 2000.
- [192] Trepanier, J. Y., Reggio, M., Paraschivoiu, M., Camarero R., *Unsteady Euler Solutions for Arbitrarily Moving Bodies and Boundaries*, AIAA Journal, Vol.31, No.10, pp. 1869-1876, October, 1993.
- [193] Trepanier, J. Y., Reggio, M., Zhang, H., Camarero R., *A Finite-Volume Method for the Euler Equations on Arbitrary Lagrangian-Eulerian Grids*, Computers & Fluids, Vol.20, No.4, pp. 399-409, 1991.
- [194] Zhang, H., Reggio, M., Trepanier, J. Y., Camarero R., *Discrete Form of the GCL for Moving Meshes and Its Implementation in CFD Schemes*, Computers & Fluids, Vol.22, No.1, pp.9-23, 1993.
- [195] Michler, C., De Sterck, H., Deconinck, *An Arbitrary Lagrangian Eulerian Formulation for Residual Distribution Schemes on Moving Grids*, Computers & Fluids, Vol.32, pp. 59-71, 2003.
- [196] Demirdzic, I., Peric, M., *Finite Volume Method for Prediction of Fluid Flow in Arbitrarily Shaped Domains with Moving Boundaries*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.10, pp. 771-790, 1990.
- [197] Thomas, P.D., Lombard, C.K., *Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids*, AIAA Journal, Vol.17, pp. 1030-1037, 1979.

- [198] Smith, R.W., *AUSM(ALE): A Geometrically Conservative Arbitrary Lagrangian-Eulerian Flux Splitting Scheme*, Journal of Computational Physics, Vol.150, No.1, pp. 268-286, 1999.
- [199] Khelil, S., B., Guillen, P., Lazareff, M., Lacau, R., G., *Numerical Simulation of Roll Induced Moment of Cruciform Tactical Missiles*, Aerospace Science Technologies, Vol.5, pp. 109-124, 2001.
- [200] Moreau, V., *Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) Formulation: Application for Euler and Navier-Stokes Equations*, 1997.
- [201] Sarrate, J., Huerta, A., Donea, J., *Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation for Fluid-Multi Rigid Bodies Interaction Problems*, Computational Mechanics: New Trends and Applications, 1998.
- [202] Sarrate, J., Huerta, A., Donea, J., *Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation for Fluid-Rigid Body Interaction*, Comp. Methods Appl. Mech. Eng., Vol.190, pp. 3171-3188, 2001.
- [203] Van Haaren, M. J., Stoker, H. C., Van den Boogard, A. H., Huetink, J., *The ALE-Method with Triangular Elements: Direct Convection of Integration Point Values*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.49, pp. 697-720, 2000.
- [204] Spalart, P., Allmaras, S. *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*, Technical Report AIAA-92-0439, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992.
- [205] Deck, S., Duveau, P., D'Espiney, P., Guillen, P. *Development and Application of Spalart-Allmaras One Equation Turbulence Model to Three-Dimensional Supersonic Complex Configurations*, Aerospace Science and Technology, Vol.6, pp. 171-183, 2002.
- [206] Ashford, G.A., Powell, K.G., *An Unstructured Grid Generation and Adaptive Solution Technique for High-Reynolds-Number Compressible Flows*, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 1996-06, March, 1996.
- [207] Saxena, S.K., Nair, M.T., *Implementation and Testing of Spalart-Allmaras Model in a Multi-Block Code*, AIAA-2002-0835, January, 2002.
- [208] Rogers, D. F., Adams, J. A., *Mathematical Elements for Computer Graphics*, 2nd Edition, McGraw-Hill, 1990.
- [209] NASA Technical Memorandum 74058 - *Transonic Static and Dynamic Stability Characteristics of a Finned Projectile Configuration*
- [210] NASA Technical Paper 1078 - *Supersonic Aerodynamic Characteristics of A Sparrow III Type Missile Model With Wind Controls and Comparison With Existing Tail-Control Results*
- [211] Haliloglu, M. U., *Development of Three-Dimensional Object-Oriented Navier-Stokes Solver Using C++ Programming Language*, Ms. Thesis, METU, 2000.
- [212] Aksel M. H., *Notes on Fluid Mechanics*, METU
- [213] Van den Berg, B., Gooden, J. H. M., *Low-Speed Pressure and Boundary Layer Measurement Data for the NLR 7301 Airfoil Section with Trailing Edge Flap*
- [214] Mavriplis, D., Jameson, A., *Multigrid Solution of the Navier-Stokes Equations on Triangular Meshes*, AIAA Journal, Vol. 28, No.8, pp. 1415-1425, August 1990.
- [215] Wu, J.C, Wang, C.M., Tuncer, I.H., *Unsteady Aerodynamics of Rapidly Pitched Airfoils*, AIAA-86-1105, 1986.
- [216] Hoffmann, K.A., Chiang, S.T., *Computational Fluid Dynamics Volume III, Fourth Edition*, Engineering Education System Publications, 2000.
- [217] Pan, D., Cheng, J.C., *Upwind Finite-Volume Navier-Stokes Computations on Unstructured Triangular Meshes*, AIAA Journal, Vol. 31, No. 9, pp. 1618-1625, September, 1993.
- [218] Thibet, J.J., Grandjacques, M., Ohman, L.H., *Experimental Data Base for Computer Program Assessment*, AGARD AR-138, May 1979.
- [219] DeSpirito, J., Heavey, K. R., *CFD Computation of Magnus Moment and Roll Damping Moment of a Spinning Projectile*, AIAA-2004-4713, August, 2004.
- [220] Sethian, J.A., *Level Set Methods: Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*, Cambridge University Press, 1996.
- [221] Toro E.F., Spruce M., Speares W. (1994). *Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver*. Shock Waves 4: pp. 25-34, <http://dx.doi.org/10.1007/BF0141462>
- [222] Шешкић, Б., *Основи методологије друштвених наука*, Научна књига, Београд, 1982.
- [223] Момирски, М., *Прилози за методологију техничких наука и вођења пројеката техничких система*, радни материјал, Београд
- [224] Зајечарановић, Г., *Основи методологије науке*, Научна књига, Београд, 1977.
- [225] Жугај, М., *Основе стручног и знанственог рада*, ИПО Загреб, Самобор, 1989.
- [226] Сарихић, М.Р., *Општи принцип научног рада*, Научна књига, Београд, 1989.

- [227] Çeliker, H.E., Akman, O., Akar, G., Akgul, A., (2012), *Aeodynamic prediction for HB-1 and HB-2 supersonic and hypersonic test cases and comparison with experiment*, 5th International Scientific Conference on Defensive Technologies, OTEH 2012, Belgrade, Serbia, 18-19 September, 2012.
- [228] Murman, S.M., (2005) *A Reduced-Frequency Approach for Calculating Dynamic Derivatives*, 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, January 10-13 2005, Reno, NV.
- [229] Reijasse, P. (2011) *Afterbody Base Flow Studies – Phenomena and Methods*, Lecture 17 November 2011 at Military Technical Institute Belgrade, ONERA – The French Aerospace Lab
- [230] Sifton S.I., (2011) *Navier-Stokes Predictions of Aerodynamic Coefficients and Dynamic Derivatives of a 0.50-cal Projectile*, 29th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 27-30 June 2011, Honolulu, Hawaii, AIAA 2011-3030
- [231] Sahu, J. (2011) *Virtual Fly-out Simulations of a Spinning Projectile from Subsonic to Supersonic Speeds*, 29th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 27-30 June 2011, Honolulu, Hawaii, AIAA 2011-3026
- [232] DeSpirito J., Heavey K.R. (2004) *CFD Computation of Magnus Moment and Roll Damping Moment of a Spinning Projectile*, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 16-19 August 2004, Providence, Rhode Island, AIAA 2004-4713
- [233] Регодић, Д., *Реверзибилни прорачун путање пројектила применом модела са шест степени слободе кретања*, Војнотехнички гласник, Бр. 5/1998, Београд, 1998., стр. 527-538
- [234] Регодић, Д., *Утицај врсте струјања на укупни аеродинамички коефицијент*, Војнотехнички гласник, Бр. 1/1995, Београд, 1995.
- [235] Danberg, J.E., *Analysis of the Flight Performance of the 155 mm M864 Base Burn Projectile*, BRL-TR-3083, Aberdeen Proving Ground, April 1990, p. 58.
- [236] Injac, M., Jaramaz, S., *Select characteristics of fuel gas generator for extended range artillery projectile*, JKEM in 1988 (International Conference of Yugoslav Committee on Explosive Materials), 1988, pp. 441–454.
- [237] Kaurinkoski, P., *Computation of the flow of thermally perfect gas past a supersonic projectile with base bleed*, 1996, AIAA Paper 96-3451-CP
- [238] Kaurinkoski, P., Hellsten, A., *Numerical simulation of a supersonic base bleed projectile with improved turbulence modelling*, Journal of Spacecraft and Rockets 1998 (35) (1998) 606–611, <http://dx.doi.org/10.2514/2.339>.
- [239] Kayser, L.D., Kuzan, J.D., Vazquez, N.D., *Ground Testing for Base-Burn Projectile Systems*, BRL-MR-3708, November 1988, p. 41.
- [240] Nietubicz, C.J., Gibeling, H.J., *Navier–Stokes Computations for a Reacting M864 BaseBleed Projectile*, ARL-TR-875, October 1995, p. 38.
- [241] Sahu, J., Heavey, K.R., *Numerical Investigation of Supersonic Base Flow with Base Bleed*, ARL-TR-955, Aberdeen Proving Ground, December 1995, pp. 63–67.
- [242] Sheng, C., Wang, X., Zhao, Q., *Aerodynamic analysis of a spinning missile using a high-order unstructured-grid scheme*, Journal of Spacecraft and Rockets 47 (1) (January 2010) 81–89, <http://dx.doi.org/10.2514/1.42988>
- [243] Suliman, M.A., Mahmoud, O.K., Al-Sanabawy, M.A., Abdel-Hamid, O.E., *Computational investigation of base drag reduction for a projectile at different flight regimes*, 13th International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology, ASAT-13, Military Technical College, Cairo, Egypt, 26–28 May 2009, Paper ASAT-13-FM-05.
- [244] Sahu, J. (2003.) *CFD Simulations of Micro-Adaptive Flow Control for a Spinning Control*, Proceedings of DoD User Group Conference, 0-7695-1953-9/03, p.7, IEEE Computer Society.
- [245] Sahu, J., Heavey K.R. (2005.) *Advanced Computational Fluid Dynamics Simulation of Projectile with Flow Control*
- [246] Sahu, J. (2004.) *Time Accurate Aerodynamic Modeling of Synthetic Jets for Projectile Control*, Proceedings of DoD User Group Conference, 0-7695-2259-9/04, p.7, IEEE Computer Society.
- [247] Sahu, J. (2005.) *Advanced Coupled CFD/RBD Calculations of Free-Flight Projectile Aerodynamics*, Proceedings of DoD User Group Conference, 0-7695-2496-6/05, p.6, IEEE Computer Society.
- [248] Sahu, J. (2006.) *Time Accurate Numerical Prediction of Free Flight Aerodynamics of Projectiles*, Proceedings of DoD HPCMP User Group Conference, 0-7695-2797-3/06, p.7, IEEE Computer Society.

- [249] Sivasubramanian, J., Fasel H.F. (2006.) *LES and DES of High Reynolds Number, Supersonic Base Flow of the Near Wake*, Proceedings of DoD HPCMP User Group Conference, 0-7695-2797-3/06, p.9, IEEE Computer Society.
- [250] Sahu, J. (2007.) *Time Accurate Calculations of Free Flight Aerodynamics of Maneuvring Projectiles*, Proceedings of DoD HPCMP User Group Conference, 0-7695-3088-5/07, p.6, IEEE Computer Society.
- [251] Sahu, J., Sifton, S., DeSpirito J., Heavey J.K., Costello M., (2008) *Generation of Aerodynamic Coefficients using Time-Accurate and Virtual Fly-Out Simulations*, Proceedings of DoD HPCMP User Group Conference, pp.123-129, <http://dx.doi.org/10.1109/DoD.HPMCP.UGC.2008.22>
- [252] Liu, J., Li, J., Yang, W., Duan X., (2010) *Methodology for Attitudes Precisely Testing of Rolling Projectiles*, 2010 First International Conference on Pervasive Computing, Signal Processing and Application, <http://dx.doi.org/10.1109/pcspa.2010.161>
- [253] Sahu, J., Heavey J.K. (2010) *Progress in Simulations of Unsteady Projectile Aerodynamics*, Proceedings of DoD High Performance Computing Modernization Program Users Group Conference, pp.123-132, <http://dx.doi.org/10.1109/hpmcp.ugc.2010.61>
- [254] Costello, M., Sahu J. (2008) *Using computational fluid dynamic/rigid body dynamic results to generate aerodynamic models for projectile flight simulation*, Proc. IMechE Vol.222 Part G: J. Aerospace Engineering, pp.1067-1079, <http://dx.doi.org/10.1243/09544100JAERO304>
- [255] Fresconi, F., Cooper, G., Celmins, I., DeSpirito, J., Costello, M. (2011) *Flight Mechanics of a Novel Guided Spin-Stabilized Projectile Concept*, Proc. IMechE Vol.226 Part G: J. Aerospace Engineering, pp.327-340, <http://dx.doi.org/10.1177/0954410011408385>
- [256] Gkritzapis D.N., Panagiotopoulos E.E., Margaritis D.P., Papanikas D.G. (2008) *Modified Linear Theory for Spinning or Non-Spinning Projectiles*, The Open Mechanics Journal, 2008, 2, pp.6-11
- [257] Naik S.D. (2001) *A Note on a Stability of Motion of a Projectile*, Sadhana, Vol. 26, Part 4, August 2001. pp. 379-385.
- [258] Baranowski L. (2013) *Numerical Testing of Flight Stability of Spin-Stabilized Artillery Projectiles*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol 5, 2, pp. 375-385.
- [259] Baranowski L. (2013) *Equation of Motion of a Spin-Stabilized Projectile for Flight Stability Testing*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol 51, 1, pp. 235-246.
- [260] Khalil M., Rui X., Zha Q., Yu H., Hendy H. (2013) *Projectile Impact Point Prediction Based on Self-Propelled Artillery Dynamics and Doppler Radar Measurements*, Hindawi Publishing Co., Advances in Mechanical Engineering, Vol. 2013, Article ID 153913, 12 p., <http://dx.doi.org/10.1155/2013/153913>
- [261] Fresconi, F.E., Celmins, I., Bradley, E.H. (2011) *Obtaining the Aerodynamic and Flight Dynamic Characteristics of an Asymmetric Projectile Through Experimental Spark Range Firings*, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 08-11 August 2011, Portland, Oregon, AIAA 2011-6334
- [262] Kokes J., Costello M., Sahu J. (2006) *Generating an Aerodynamic Model for Projectile Flight Simulation Using Unsteady, Time Accurate Computational Fluid Dynamics Results*, Army Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD, ARL-CR-577, Spetember 2006.
- [263] Dupuis A., Hathaway W. (2001). *Flight Dynamics of a Projectile with High Drag Retarder Devices at Subsonic Velocities*, 19th Symposium of Ballistics, 7-11 May 2011, Interlaken, Switzerland. pp. 421-428.
- [264] Karkantzakos P.A. (2009) *Time of Flight and Range of the Motion of a Projectile in a Constant Gravitational Field under the Influence of a Retarding Force Proportional to the Velocity*, Journal of Engineering Science and Technology Review, 2 (1) 2009, pp. 76-81.
- [265] Bakker A. (2006) *Lecture on Large Eddy Simulation – Applied CFD*, <http://www.bakker.org> 12.05.2013.
- [266] Viswanath, P.R., Patil, S.R. (1990) *Effectiveness of Passive Devices for Axisymmetric Base Drag Reduction at Mach 2*, Journal of Spacecraft, Vol. 27, No. 3, pp. 234-237
- [267] Garner, J.M., Guidos, B.J., Soencksen, K.P., Webb, D.W. (1999) *Flat Fire Jump Performance of a 155 mm M198 Howitzer*, Army Research Laboratory, ARL-TR-2067, Aberdeen Proving Ground

ПРИЛОГ 1. Преглед коришћених рачунарских капацитета

Конфигурација рачунара	PC-01	PC-02	PC-03	PC-04	PC-05	PC-06	PC-07
Назив конфигурације	BORBENAVOZILA	PROJECT-00	GUNBOOK3	Damir_jerkovic	GUNBOOK2	VMI-PC	KVMI-03-PC
Место	Катедра ВМИ	Катедра ВМИ	Катедра ВМИ	Катедра ВМИ	Катедра ВМИ	Катедра ВМИ	Катедра ВМИ
Процесор	Intel i5 760	Intel i3 Core	Intel i3	Intel Pentium E5300	Intel Pentium P8700	Intel i5 760	Intel i7 P55
Број рачунарских језгара	4	8	4	2	2	4	8
Фреквенција процесора	2,8 GHz	3,0 GHz	2,2 GHz	2,6 GHz	2,53 GHz	2,8 GHz	2,93 GHz
Тип RAM меморије	DDR3	DDR3	DDR3	DDR2	DDR2	DDR3	DDR3
Величина RAM меморије	16 GB	8 GB	4 GB	2 GB	4 GB	16 GB	16 GB
Фреквенција RAM меморије	1333 MHz	1333 MHz	1372 MHz	399 MHz	533 MHz	1333 MHz	1333 MHz
Тип мулти-процесирања	hp mpi x64	mpich2 x64	intel mpi x64	intel mpi x32	mpich2 x64	intel mpi	intel mpi
Оперативни систем	Windows 7 64 bit	Windows 7 64 bit	Windows 7 64 bit	Windows XP 32 bit	Windows 7 64 bit	Windows 7 64 bit	Windows 7 64 bit
Предпроцесорски алат	Gambit 2.4.6 / Icem CFD x64	-	-	Gambit 2 / Gambit 2.4.6	Gambit 2.4.6	-	-
Солвер (Нумерички алат)	Fluent 12.1 x64	Fluent 12.1 x64	Fluent 14.5.1 x64	Fluent 6 / Fluent 12 x32	Fluent 12.1 x64	Fluent 14.5 x64	Fluent 14.5 x64
Постпроцесорски алат	-	-	-	Matlab 7.2 x32	Matlab 7.6 x64	-	Matlab 7.6 x64

ПРИЛОГ 2. Преглед извршених 2D нумеричких симулација

Табела 1. Преглед извршених дводимензионалних нумеричких симулација струјања

Ознака нумеричке симулације	Прорачунски домен	Модел вискозитета	Махов број	Коришћена рачунарска конфигурација
2D001	2Д1	S-A	0,6	PC-04
2D002	2Д1	S-A	0,7	PC-04
2D003	2Д1	S-A	0,8	PC-04
2D004	2Д1	S-A	2,5	PC-04
2D005	2Д1	S-A	3,0	PC-04
2D101	2Д2	k-ε RNG	0,2	PC-02
2D102	2Д2	k-ε RNG	0,5	PC-02
2D103	2Д2	k-ε RNG	0,7	PC-02
2D104	2Д2	k-ε RNG	0,8	PC-02
2D105	2Д2	k-ε RNG	0,9	PC-02
2D106	2Д2	k-ε RNG	0,95	PC-02
2D107	2Д2	k-ε RNG	1,0	PC-02
2D108	2Д2	k-ε RNG	1,1	PC-02
2D109	2Д2	k-ε RNG	1,2	PC-02
2D110	2Д2	k-ε RNG	1,5	PC-02
2D111	2Д2	k-ε RNG	2,0	PC-02
2D201	2Д2	t-k-kl-ω	0,2	PC-07
2D202	2Д2	t-k-kl-ω	0,5	PC-07
2D203	2Д2	t-k-kl-ω	0,7	PC-07
2D204	2Д2	t-k-kl-ω	0,8	PC-07
2D205	2Д2	t-k-kl-ω	0,9	PC-07
2D206	2Д2	t-k-kl-ω	0,95	PC-07
2D207	2Д2	t-k-kl-ω	1,0	PC-07
2D208	2Д2	t-k-kl-ω	1,1	PC-07
2D209	2Д2	t-k-kl-ω	1,2	PC-07
2D210	2Д2	t-k-kl-ω	1,5	PC-07
2D211	2Д2	t-k-kl-ω	2,0	PC-07
2D212	2Д2	t-k-kl-ω	2,25	PC-07
2D213	2Д2	t-k-kl-ω	2,5	PC-07
2D214	2Д2	t-k-kl-ω	3,0	PC-07

Напомена:

Ознаке нумеричких симулација се односе на електронске датотеке са којима је вршен нумерички прорачун струјања у нумеричком алату ANSYS FLUENT и налазе се на рачунарским конфигурацијама са којима је извршен прорачун, односно на посебном меморијском диску за потребе нумеричких истраживања.

ПРИЛОГ 3. Преглед извршених 3D нумеричких симулација

Табела 1. Преглед извршених 3D нумеричких симулација струјања

Ma	0,2	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	1,0	1,1	1,2	1,5	2	2,5	3
U01	075	076	000	077	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010
PC	01	06	01	07	06	01	01	01	01	01	01	02	01	01
U02	053	054		055	078	079	080	081	082	083	084	085	086	087
PC	01	01		06	06	01	06	06	07	01	06	07	06	06
U03	056	057		058	104	105	106	107	108	109	011	012	013	014
PC	06	01		06	03	03	07	07	06	06	01	01	01	06
U04	401	402		403	404	405	406	407	408	409	015	016	017	018
PC	01	01		01	01	01	06	06	01	06	02	02	06	02
U05	091	092		093	094	095	096	097	098	099	100	101	102	103
PC	03	06		03	06	06	03	07	07	07	03	03	07	07
U06	059	060	042	061	043	044	045	046	047	048	027	028	029	030
PC	01	06	06	06	06	01	06	01	01	01	01	01	01	06
U07	062	063		064	065	066	067	068	069	070	019	020	021	022
PC	01	06		06	07	01	07	06	01	06	01	01	03	01
U08											023	024	025	026
PC											01	01	03	06
U09	130	131	031	132	032	033	034	035	036	037	133	134	135	136
PC	01	01	01	06	06	01	01	01	01	01	01	01	03	07
U10	201	202		203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213
PC	06	07		06	07	07	06	03	06	01	03	07	03	07
U11											038	039	040	
PC											01	01	01	
U12	301	302		303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313
PC	06	07		07	07	07	07	07	07	07	07	07	07	07

Напомена:

Бројне ознаке у колони са ознаком услова (U01 до U12) представљају нумеричке ознаке (редне бројеве) електронских датотека са којима су вршени нумерички прорачуни за потребе истраживања на просторној нумеричкој мрежи 3ДЗ са моделима вискозитета помоћу програмског пакета ANSYS FLUENT. Бројне ознаке у колони испод услова са ознаком рачунарске конфигурације (PC) представљају рачунарску конфигурацију на којој је извршен прорачун. Примењени модел вискозитета био је $SST\ k-\omega$ за услове U01 до U11. За услов U12 примењени су временски $SST\ k-\omega$ модел вискозности (случајеви 301 и 302), односно модел вискозности LES (случајеви 303 до 307) и модел вискозности DES (случајеви 308 до 313).

Табела 2. Преглед примењених услова за 3D нумеричке симулације струјања

Услови симулација струјања	Нападни угао	Бездимензиона уздужна угаона брзина	Уздужна угаона брзина	Бездимензиона попречна угаона брзина	Попречна угаона брзина	Бездимензиона угаона брзина координатног система
	α	p^*	p	q^*	q	ω^*
	[$^\circ$]	[-]	[s^{-1}]	[-]	[s^{-1}]	[-]
U01	0	0	0	0	0	0
U02	3	0	0	0	0	0
U03	5	0	0	0	0	0
U04	10	0	0	0	0	0
U05	0	0,116	-	0	0	0
U06	3	-	1500	0	0	0
U07	5	-	1500	0	0	0
U08	0	-	3000	0	0	0
U09	0	0	0	0	0,5	0
U10	2	0,116	0	0	0	0
U11	3	-	-	-	1	0
U12	2	0,116	-	0	-	-0,116

ПРИЛОГ 4. Резултати балистичких испитивања на полигону Никинци

Преглед резултата балистичких испитивања пројектила 40 mm (ТО М87) се налази у електронском прилогу рада из разлога што се извештај о резултатима налази на око 10 хиљада страна.

Дат је приказ дела листинга резултата испитивања са полигона ТОЦ ВС „Никинци“ од дана 27. новембра 2013. године.

Trajectory output data file

File created at 13:04:11 on 131127

Mission

ID: -----
Number: 1
Track: Track 1
Date: 131127 (3331)
Time: 10:29:29.051493

Antenna Type: MFDR-120040 #1300020

Target Characteristics

Weight: 960 g
Ref. Diameter: 40 mm

Meteorological Data

Temperature: -----

Radar Location and Bearing

Name Label: Lat:+044°50'01.947'' Lon:+019°52'04.131'' Alt:125.989
Local X: 4.8 m
Local Y: 2.1 m
Local Z: -11.4 m
Bearing: 159.304 deg

Launch Location and Bearing

Name Label: Lat:+044°50'00.878'' Lon:+019°52'04.689'' Alt:125.68
Local X: 40.0 m
Local Y: 1.8 m
Local Z: -11.2 m
Bearing: 159.304 deg
Launch Elevation: 20.3060004307389 deg
Barrel Length: 3 m

Local Coordinate system

Name Label: Lat:+044°50'01.962'' Lon:+019°52'03.568'' Alt:123.889
Latitude: +044°50'01.962'' deg
Longitude: +019°52'03.568'' deg
Altitude: 123.9 m
Bearing: 159.304 deg
Local X offset: 0.0 m
Local Y offset: 0.0 m
Local Z offset: 0.0 m

Datum: WGS84

UTM Zone: 33

```

Time,      Time_trig,  RadVel (wep),  SlRng (wep),  Range
(Xwep), Height (Ywep), Offset (Zwep),  Accel. Xwep,  Accel. Ywep,
Accel. Zwep, Azimuth (wep), Drag coeffici., Elevation(wep), Lift Acceler.,
Lift coeffici., Mach Number, Magnus Accele., Magnus coeffi., Angle of
Yaw, Over. mom. co., SlRngAcc (wep), Spin Damp. co., Tang. Acceler., Velocity
Xwep, Velocity Ywep, Velocity Zwep,
      [sec],          [sec],          [m/s],          [m],
[m],          [m],          [m],          [m/s^2],          [m/s^2],
[m/s^2],          [deg],          [],          [deg],          [m/s^2],
[],          [],          [m/s^2],          [],          [deg],
[],          [m/s^2],          [],          [m/s^2],          [m/s],
[m/s],          [m/s],
0.000000 ,      0.000000 ,      286.500797 ,      11.566148 ,      -0.128576
,      11.564804 ,      -0.120704 ,      -195.626442 ,      -23.378028 ,      -0.444023
,      -136.808648 ,      0.256582 ,      89.126346 ,      -0.000245 ,      0.000000
,      2.840817 ,      -47.054745 ,      -1.000000 ,      0.000000 ,      0.000000
,      -21.195979 ,      0.000000 ,      -193.376083 ,      921.684269 ,      296.803067
,      2.087334 ,
0.001000 ,      0.001000 ,      357.352159 ,      11.887635 ,      0.790345
,      11.860740 ,      -0.118623 ,      -195.559715 ,      -23.390849 ,      -0.443539
,      -8.535846 ,      0.256609 ,      86.145139 ,      -0.000162 ,      0.000000
,      2.840259 ,      -47.029411 ,      -1.000000 ,      0.000000 ,      0.000000
,      -36.335213 ,      0.000000 ,      -193.315033 ,      921.488590 ,      296.779628
,      2.086891 ,
0.002000 ,      0.002000 ,      422.088797 ,      12.276756 ,      1.709079
,      12.156653 ,      -0.116543 ,      -195.493003 ,      -23.403651 ,      -0.443056
,      -3.900982 ,      0.256636 ,      81.979011 ,      -0.000080 ,      0.000000
,      2.839701 ,      -47.004238 ,      -1.000000 ,      0.000000 ,      0.000000
,      -50.385568 ,      0.000000 ,      -193.253998 ,      921.293156 ,      296.756190
,      2.086448 ,
0.003000 ,      0.003000 ,      480.475011 ,      12.727271 ,      2.627622
,      12.452547 ,      -0.114462 ,      -195.426292 ,      -23.416438 ,      -0.442572
,      -2.494299 ,      0.256663 ,      78.073789 ,      0.000002 ,      0.000000
,      2.839144 ,      -46.978951 ,      -1.000000 ,      0.000000 ,      0.000000
,      -63.253938 ,      0.000000 ,      -193.192963 ,      921.097661 ,      296.732721
,      2.086005 ,
0.004000 ,      0.004000 ,      532.601491 ,      13.232869 ,      3.545986
,      12.748419 ,      -0.112383 ,      -195.359580 ,      -23.429205 ,      -0.442089
,      -1.815264 ,      0.256689 ,      74.448611 ,      0.000085 ,      0.000000
,      2.838587 ,      -46.953686 ,      -1.000000 ,      0.000000 ,      0.000000
,      -74.917833 ,      0.000000 ,      -193.131912 ,      920.902348 ,      296.709252
,      2.085563 , ....

```