

UNIVERZITET U BEOGRADU  
SAOBRAĆAJNI FAKULTET

Dražen Popović

**PROBLEM RUTIRANJA SA ZALIHAMA:  
MODELIRANJE I ANALIZA PERFORMANSI**

Doktorska disertacija

Beograd, 2015.

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF TRANSPORT AND TRAFFIC ENGINEERING

Dražen Popović

**INVENTORY ROUTING PROBLEM:  
MODELING AND PERFORMANCE ANALYSIS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015

## Rezime

Problem rutiranja sa zalihama (IRP, engl. Inventory Routing Problem) je relativno nova oblast koja osvaja sve više pažnje u poslednjih nekoliko godina u međunarodnoj istraživačkoj zajednici. Ova doktorska disertacija predstavlja rezultat višegodišnjeg istraživanja na temu IRP-a, a čiji je naučni doprinos potvrđen sa dva rada publikovana u referentnim međunarodnim časopisima (Popović i ostali 2012, Vidović i ostali 2014). Takođe, po saznanjima kandidata, IRP do sada nije posmatran u Srbiji od strane drugih istraživača što dodatno ukazuje na značaj ove doktorske disertacije (pogotovu što je IRP koncept praktično primenljiv u Srbiji). IRP se može posmatrati kao nadogradnja problema rutiranja vozila gde se istovremeno uzima u obzir i upravljanje zalihama, obično u planskom periodu od više dana. Osnovni preduslov za primenu IRP-a jeste koncept upravljanja zalihama od strane snabdevača (VMI, engl. Vendor Managed Inventory), a koji podrazumeva primenu modernih informaciono komunikacionih tehnologija. Cilj ove doktorske disertacije jeste sagledavanje različitih koncepata IRP-a, kao i modeliranje jedne klase IRP-a u kojoj se koriste vozila sa podeljenim tovarnim prostorom (komorama). Kao rezultat predloženih modela IRP-a dobija se plan distribucije u nekom planskom periodu, odnosno količinu robe koja se isporučuje (iz jednog depoa ka više korisnika) po danima planskog perioda sa rutama kretanja vozila, pri čemu se minimizuju ukupni troškovi rutiranja vozila i posedovanja zaliha.

U doktorskoj disertaciji je predstavljen matematički model linearnog programiranja (MILP, engl. mixed integer linear programming) za dobijanje optimalnog rešenja instanci malih dimenzija. IRP je NP težak problem (NP, engl. Nondeterministic Polynomial time) i rešavanje realnih problema (instanci velikih dimenzija) primenom MILP modela nije moguće u prihvatljivom vremenu rada računara. Za potrebe rešavanja instanci velikih dimenzija, predstavljena je heuristika promenljivog pretraživanja okolina (VNS, engl. Variable Neighbourhood Search) koja se uspešno koristi za rešavanje različitih problema kombinatorne optimizacije. U predstavljenim modelima se koristi deterministička postavka IRP-a

(podrazumeva se deterministička potrošnja kod korisnika) radi pojednostavljena problema i omogućavanja dobijanja rešenja. U realnim sistemima, potrošnja ima stohastičan karakter i ovo pojednostavljenje može dovesti do neželjenih efekata, pre svega do nedostatka ili viška zaliha i do neplaniranih promena pri realizaciji plana isporuke. Analizu primenljivosti rešenja problema sa determinističkim ulazima na realan sistem sa stohastičkom prirodom moguće je izvršiti uz upotrebu simulacije, koja je takođe predstavljena u doktorskoj disertaciji.

Na osnovu rezultata prikazanih u doktorskoj disertaciji, VNS heuristika daje rešenja bliska optimalnim za instance problema manjih dimenzija, sa prihvatljivim vremenom rada računara za instance svih dimenzija (vreme rada računara je manje od 10 minuta za rešavanje bilo koje instance). Takođe, predložena VNS heuristika se može efikasno koristiti za dobijanje plana distribucije u sistemu koji se bazira na VMI konceptu, pri čemu je moguća analiza kvaliteta (na osnovu skupa predloženih performansi) različitih struktura sistema distribucije. Prilikom sprovođenja simulacije, stohastička potrošnja ima za posledicu mogućnost pojave dva negativna događaja koja predstavljaju i dve dodatne performanse za ocenu kvaliteta rešenja: nedostatak zaliha usled neplanirano velike potrošnje, kao i potreba za hitnim isporukama radi dopune zaliha.

*Ključne reči:* problem rutiranja sa zalihama (IRP), upravljanje zalihama od strane snabdevača (VMI), matematički model linearnog programiranja (MILP), heuristika promenljivog pretraživanja okolina (VNS), simulacija, performanse.

*Naučna oblast:* Saobraćajno inženjerstvo.

*Uže naučne oblasti:* "Rukovanje materijalom i eko logistika", "Industrijska logistika, lanci snabdevanja i skladišni sistemi".

*UDK brojevi:* 621.86:519.8(043.3)  
339.132.6:519.8(043.3)



## Abstract

Inventory Routing Problem (IRP) is a relatively new field that is gaining increasing attention in recent years by the international research community. This doctoral dissertation is the result of past several years of research on the subject of IRP, whose scientific contribution was confirmed with two papers published in international journals of high SCI value (Popovic et al. 2012, Vidovic et al. 2014). Also, to the best of our knowledge, IRP has not been observed in Serbia by other researchers which additionally indicate the importance of this doctoral dissertation (especially as the IRP concept is practically applicable in Serbia). IRP can be observed as an extension to the vehicle routing problem in a sense of taking into consideration the inventory management segment, usually in the planning horizon of several days. The basic prerequisite for the implementation of IRP is the Vendor Managed Inventory (VMI) concept, which implies the application of modern information and communication technologies. The aim of this doctoral dissertation is to review the different concepts of IRP, as well as modeling one class of IRP with vehicles that have compartments. Developed IRP models gives the solution in the form of distribution plan over a planning horizon, i.e. the amount of goods to be delivered (from one depot to multiple users) and vehicles' routes in each day of a planning horizon, while minimizing total cost of routing and inventories.

In this doctoral dissertation, a mixed integer linear programming (MILP) model is developed to optimally solve the small scale problem instances. IRP is a NP (Nondeterministic Polynomial time) hard problem and solving real scale problems (large scale problem instances) using MILP model is not possible in acceptable computing time. For the purpose of solving large scale problem instances, original Variable Neighbourhood Search (VNS) heuristic model is developed. Both models use deterministic data input (consumption is assumed to be deterministic) to simplify the problem and enable the solving of the problem instances. In real systems, consumption has stochastic character and this

simplification may lead to adverse effects, primarily as shortage or excess of inventories and unplanned changes in the realization of the delivery plan. Applicability analysis of the deterministic solutions to the real life case with stochastic nature can be made with the use of simulation, which is also presented in this doctoral dissertation.

Based on the results shown in this doctoral dissertation, VNS heuristics provides solutions close to optimal for the small scale problem instances, while computational time for all instance is acceptable (less than 10 minutes to solve any instance). Also, the proposed VNS heuristics can be effectively used to obtain a distribution plan in a system which is based on the VMI concept, with quality analysis (based on a set of proposed performances) of different distribution system variants. In the proposed simulation, stochastic consumption can result in the possibility of two negative events which represent two additional performances for evaluating the quality of solutions: inventories shortage due to unplanned high consumption, and the need for urgent deliveries to minimize the inventories shortage.

*Keywords:* inventory routing problem (IRP), vendor managed inventory (VMI), mixed integer linear programming (MILP), variable neighbourhood search (VNS), simulation, performances.

*Scientific field:* Transport and traffic engineering.

*Fields of academic expertise:* "Material handling and eco-logistics", "Industrial logistics, supply chain and warehousing systems".

*UDK numbers:* 621.86:519.8(043.3)  
339.132.6:519.8(043.3)

## Komisija za ocenu i odbranu doktorske disertacije

Mentor:

**Dr Milorad Vidović**, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Drugi član komisije:

**Dr Gordana Radivojević**, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Treći član komisije:

**Dr Momčilo Miljuš**, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Četvrti (spoljni) član komisije:

**Dr Dragan Urošević**, naučni savetnik, Matematički institut Srpske akademije nauka i umetnosti.

Datum odbrane: \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_

## Izjava zahvalnosti

Posvećeno mojim roditeljima, Ivanki i Miji.

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Problem rutiranja sa zalihama.....</b>	<b>5</b>
2.1	Upravljanje zalihama.....	6
2.2	Rutiranje vozila.....	9
2.3	Rutiranje sa zalihama - IRP.....	12
2.3.1	VMI koncept.....	15
2.3.2	Pregled IRP literature.....	17
2.3.3	Sekundarna distribucija naftnih derivata.....	26
<b>3</b>	<b>Optimalni i heuristički pristup za rešavanje problema rutiranja sa zalihama.....</b>	<b>34</b>
3.1	Matematička formulacija.....	37
3.2	Heuristički model.....	45
3.2.1	Konstruktivna heuristika.....	45
3.2.2	VND pretraga rešenja.....	52
3.2.3	VNS heuristika.....	57
3.3	Testni primeri i rezultati.....	63
3.3.1	Podешavanje parametara VNS heuristike.....	66
3.3.2	Rezultati i analiza rešenja dobijenih sa MILP i VNS.....	68
<b>4</b>	<b>Simulaciona analiza primenljivosti rešenja determinističkog IRP-a na stohastičko okruženje.....</b>	<b>84</b>
4.1	Pregled stohastičkog IRP-a.....	85
4.2	Stohastička potrošnja i uticaj na primenu determinističkog rešenja.....	88
4.3	Simulacija IRP-a.....	90
4.4	Analiza rezultata simulacije.....	94
<b>5</b>	<b>Zaključak.....</b>	<b>100</b>
	<b>Literatura.....</b>	<b>103</b>
	<b>Prilozi doktorata.....</b>	<b>111</b>
	<b>Biografija autora.....</b>	<b>120</b>

## Pregled slika

Slika 1.1	Metodologija rada.....	4
Slika 2.1	Broj objavljenih IRP radova po godinama (na osnovu tri pregledna rada, Moin i Salhi 2007, Andersson i ostali 2010, Coelho i ostali 2014).....	13
Slika 2.2	Tradicionalni i VMI dvoešalonski lanac snabdevanja (Kannan i ostali, 2013).....	15
Slika 2.3	Lanac snabdevanja sirove nafte i naftnih derivata (izvedeno iz Neiro i Pinto, 2004).....	27
Slika 2.4	Primer auto-cisterne sa 4 komore za transport u sekundarnoj distribuciji goriva (Koeninger i Braun, 2010).....	29
Slika 3.1	Grafički prikaz kretanja zaliha za jednu stanicu i jedan tip goriva (izraženo u 1000 l) jednog rešenja: a) ukupnog nivoa zaliha, b) nivoa zaliha bez isporuka goriva, c) nivoa zaliha samo isporučenih količina goriva .....	41
Slika 3.2	Sweep Big Gap metoda za kreiranje ruta: a) određivanje početnog čvora prve rute i ostalih ruta, b) rešenje.....	47
Slika 3.3	Različiti pristupi snabdevanja sa aspekta pogodnosti za rutiranje i za upravljanje zalihama .....	47
Slika 3.4	Različiti slučajevi prebacivanja komore isporuke sa aspekta uticaja na broj stanica u planovima isporuke za posmatrane dane (Vidović i ostali, 2014).....	51
Slika 3.5	Okoline VND-route pretrage (Popović i ostali, 2012) .....	53
Slika 3.6	Pseudo kod VND-route pretrage.....	54
Slika 3.7	Pseudo kod VND-IR pretrage .....	55
Slika 3.8	Algoritam konstruktivne heuristike sa VND poboljšanjem .....	56
Slika 3.9	Algoritam generalne VNS heuristike Hansen i Mladenović (2001).....	59
Slika 3.10	Primer promene za tri okoline procedure razmrdavanja (Popović i ostali, 2012) .....	60

Slika 3.11	Algoritam procedure razmrdavanja.....	61
Slika 3.12	Algoritam predložene generalne VNS heuristike .....	62
Slika 3.13	Uticaoj vrednosti parametra E na kvalitet konstruktivne heuristike (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema) .....	66
Slika 3.14	Uticaoj tipa vozila i jediničnih troškova rutiranja i zaliha na funkciju cilja MILP modela (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema).....	69
Slika 3.15	Grafički prikaz uticaja tipa vozila i jediničnih troškova rutiranja i zaliha na dva segmenta funkcije cilja MILP modela (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema) .....	70
Slika 3.16	Primer ruta opsluge stanica MILP rešenja po danima planskog perioda za vozilo $K=4$ , $Q_0=8800$ l i različite odnose jediničnih troškova (P1 instanca iz tabele 3.3) .....	72
Slika 3.17	Grafički prikaz kvaliteta rešenja podmodela heurističkog pristupa kao i VNS heuristike za slučaj $c_r = 2$ €/km i $c_{inv} = 1$ €/1000 l (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema sa 10 iteracija) .....	73
Slika 3.18	Grafički prikaz kvaliteta rešenja VNS heuristike i podmodela za slučaj $c_r = 2$ €/km i $c_{inv} = 1$ €/1000 l (prosečne vrednosti za 100 instanci P2 problema sa 10 iteracija) .....	80
Slika 3.19	Primer ruta opsluge stanica rešenja VNS heuristike po danima planskog perioda za vozilo $K=4$ , $Q_0=8800$ l i različite odnose jediničnih troškova (P2 instanca iz tabele 3.3).....	83
Slika 4.1	Funkcije gustina normalne raspodele verovatnoća koje se koriste za simulaciju potrošnje $q^{s_{ijt}}$ .....	89
Slika 4.2	Algoritam simulacionog modela SIM_1_dan.....	92
Slika 4.3	Grafik uticaja tipa vozila na tri osnovne performanse rešenja simulacije (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema) .....	97

## Pregled tabela

Tabela 2.1	Tipične karakteristike IRP-a (izvedeno iz Andersson i ostali 2010, Coelho i ostali 2014) .....	18
Tabela 2.2	Klasifikacija IRP radova na osnovu tipičnih karakteristika (prilagođeno iz rada Coelho i ostali, 2014) .....	20
Tabela 3.1	Rezultati optimalnog rešavanja 50 instanci sa 10 stanica i planskim periodom od 4 dana (Vidović i ostali, 2014) .....	36
Tabela 3.2	Primer rangiranja prebacivanja komora isporuke po pogodnosti iz dana $t$ u dan $t-\delta$ .....	52
Tabela 3.3	Primer ulaznih podataka za jednu instancu problema P1 (prvih 15 stanica) i problema P2 (svih 50 stanica), količine goriva su izražene u litrama .....	65
Tabela 3.4	Prosečna vrednost funkcije cilja i prosečno vreme rada računara (CPU) VNS heuristike za različite vrednosti parametara $\max\beta$ , $T_q$ i $\max P_o$ .....	68
Tabela 3.5	Rezultati MILP modela za 100 instanci P1 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti).....	71
Tabela 3.6	Rezultati VNS heuristike za 100 instanci P1 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti sa 10 iteracija rešavanja svake instance).....	74
Tabela 3.7	Performanse rešenja MILP modela za 100 instanci P1 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti).....	78
Tabela 3.8	Rezultati VNS heuristike za 100 instanci P2 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti sa 10 iteracija rešavanja svake instance).....	81
Tabela 3.9	Performanse rešenja VNS heuristike za 100 instanci P2 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti).....	82
Tabela 4.1	Uticaj broja dana determinističkog rešenja koji se realizuje na kvalitet poslovanja sistema sekundarne distribucije (prosečne vrednosti za 10 instanci P1 problema svih karakteristika) .....	94
Tabela 4.2	Rezultati simulacije SIM_1_dan (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema) .....	96



Tabela 4.3	Rezultati simulacije SIM_1_dan po tipovima vozila (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema) .....	97
Tabela 4.4	Performanse rešenja simulacije SIM_1_dan (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema) .....	99

## Spisak skraćenica

CPFR	- engl. Collaborative Planning Forecasting and Replenishment
CVRP	- engl. Capacitated Vehicle Routing Problem
DCVRP	- engl. Distance-Constrained Capacitated Vehicle Routing Problem
DSS	- engl. Decision Support System
ECR	- engl. Efficient Consumer Response
EOQ	- engl. Economic Order Quantity
IC	- engl. Inventory Cost
ICT	- engl. Information and Communications Technologies
IRP	- engl. Inventory Routing Problem
JIT	- engl. Just-in-time
MILP	- engl. Mixed Integer Linear Programming
NP	- engl. Nondeterministic Polynomial time
POS	- engl. Point-of-Sale
QR	- engl. Quick Response
RMI	- engl. Retailer Management Inventory
RVND	- engl. Randomized Variable Neighbourhood Descent
TSP	- engl. Traveling Salesman Problem
VMI	- engl. Vendor Managed Inventory
VND	- engl. Variable Neighbourhood Descent
VNS	- engl. Variable Neighbourhood Search

VRP - engl. Vehicle Routing Problem

VRPB - engl. Vehicle Routing Problem with Backhauls

VRPPD - engl. Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery

VRPTW - engl. Vehicle Routing Problem with Time Windows

# 1 UVOD

Upravljanje lancima snabdevanja ima za cilj efikasnu integraciju procesa snabdevanja, proizvodnje, skladištenja, velikoprodaje i maloprodaje na takav način da se posmatrani proizvod proizvede i distribuira u odgovarajućim količinama, na odgovarajuću lokaciju, u odgovarajućem trenutku a da se pri tome minimiziraju ukupni troškovi sistema. Naravno, minimizacija ukupnih troškova sistema ne sme ugroziti očekivani nivo servis stepena učesnika u lancu snabdevanja. Da bi se ovaj cilj ostvario neophodno je uskladiti čitav niz međusobno povezanih aktivnosti, među kojima su i transport i upravljanje zalihama. Međutim, upravo ova dva segmenta lanca snabdevanja su dugo vremena posmatrana odvojeno, odnosno do skoro nije posvećena veća pažnja objedinjenom rešavanju problema rutiranja (transporta) i upravljanja zalihama. Problem rutiranja sa zalihama (IRP, engl. Inventory Routing Problem) predstavlja koncept u kojem se istovremeno donose odluke vezane za rutiranje vozila i upravljanje zalihama. Tipično, ova dva segmenta su u koliziji prilikom optimizacije IRP-a, odnosno poboljšavanje rutiranja utiče na lošije upravljanje zalihama, kao što i poboljšanje upravljanja zalihama utiče na lošije rutiranje. Drugim rečima, nizak nivo zaliha kod korisnika zahteva veći broj isporuka malih količina robe, dok manji broj isporuka zahteva da se isporučuje velika količina robe (što za posledicu ima veći nivo zaliha kod korisnika).

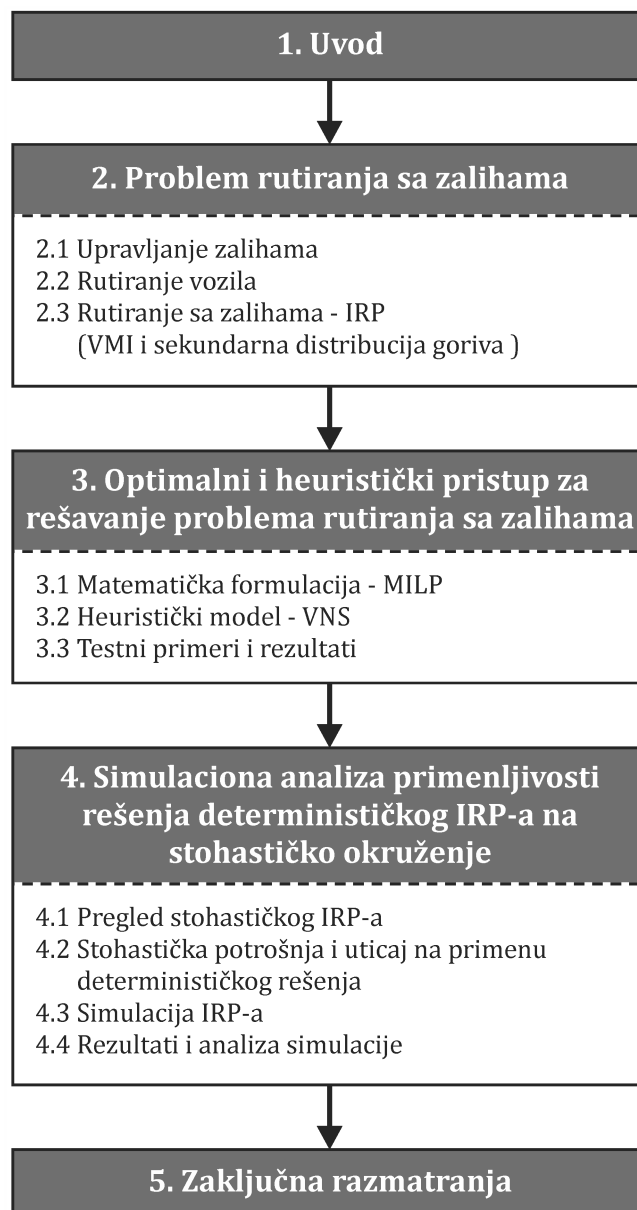
Tema ove doktorske disertacije jeste sagledavanje IRP-a i razvoj optimalnog i heurističkog modela za jednu klasu problema u kojoj se koriste vozila sa

komorama, odnosno čiji je tovarni prostor podeljen na više nezavisnih segmenata. Motiv za definisanje ove teme, pored naučnog doprinosa, baziran je na težnji da predloženi modeli imaju i stručnu i praktičnu vrednost, pre svega kroz obezbeđenje primenljivosti modela na praktične probleme. U Srbiji, primenu IRP-a je moguće očekivati u trgovačkim i drugim maloprodajnim lancima, a posebno u sekundarnoj distribuciji naftnih derivata, gde snabdevači poseduju skladišni objekat iz kojeg se vrši distribucija ka većem broju korisnika. U sekundarnoj distribuciji snabdevač (rafinerija) u praksi može da upravlja voznim parkom i zalihama na strani korisnika (benzinske stanice), što predstavlja osnovni preduslov za primenu IRP koncepta. Ovakav koncept upravljanja zalihama kod korisnika od strane snabdevača se naziva VMI (engl. Vendor Managed Inventory) i u savremenom poslovanju je veoma prisutan usled razvoja informaciono komunikacionih tehnologija (ICT - engl. Information and Communications Technologies) i različitih logističkih koncepcija. Samim tim i predmet istraživanja ove doktorske disertacije jeste sekundarna distribucija naftnih derivata koja predstavlja važan segment lanca snabdevanja naftnih derivata, a u okviru kojeg rute snabdevanja i nivo zaliha predstavljaju dva segmenta koja generišu značajne troškove. Uz pomoć optimalnih i heurističkih modela za rešavanje IRP-a mogu da se izvuku određeni zaključci o opravdanosti i efikasnosti IRP pristupa, kako u sekundarnoj distribuciji naftnih derivata tako i generalno, kao alternative klasičnom pristupu koji probleme rutiranja i upravljanja zalihama tretira odvojeno.

Cilj istraživanja u predloženoj disertaciji jeste razvoj matematičkog modela (MILP, engl. Mixed Integer Linear Programming) i heurističkog modela za rešavanje IRP-a. Pošto je IRP kompleksan problem, optimalno rešavanje (primenom MILP modela) moguće je isključivo za probleme malih dimenzija. Za rešavanje praktičnih problema većih dimenzija neophodan je razvoj heurističkih modela. Optimalni i heuristički modeli se baziraju na determinističkoj postavci problema radi pojednostavljenja, odnosno omogućavanja formulisanja i rešavanja problema. To pojednostavljenje se pre svega odnosi na dnevnu potrošnju u benzinskim stanicama. Međutim, u realnosti ta potrošnja ima stohastički karakter. Radi analize primenljivosti determinističkog rešenja na IRP sa stohastičkom

potrošnjom, pojavljuje se potreba za razvojem simulacionog modela u kojem bi se vršila simulacija stohastične potrošnje na rešenju koje se zasniva na determinističkoj potrošnji.

Na slici 1.1 je prikazana metodologija rada. U poglavlju 2. je dat pregled pojedinačnih problema rutiranja i problema upravljanja zalihama, kao i objedinjenog IRP koncepta. U okviru IRP koncepta detaljnije je opisan i problem sekundarne distribucije naftnih derivata, odnosno goriva. Optimalni i heuristički modeli za rešavanje IRP-a su opisani u poglavlju 3, zajedno sa testnim primerima i analizom rezultata. Analiza primenljivosti rešenja determinističkog IRP-a na stohastičko okruženje (stohastička potrošnja goriva) prikazana je u poglavlju 4, u kojem je opisan i originalno razvijen simulacioni model IRP-a. U istom poglavlju je dat i pregled literature iz stohastičkog IRP-a. Zaključna razmatranja su data u poglavlju 5.



*Slika 1.1* Metodologija rada

## 2 PROBLEM RUTIRANJA SA ZALIHAMA

Tema ove doktorske disertacije odnosi se na dva ključna logistička procesa za lance snabdevanja, rutiranje vozila i upravljanje zalihama. Ova dva procesa su pogotovu značajna za podsistem distribucije. Veliki broj radova u raspoloživoj literaturi je upravo posvećen upravljanju zalihama i problemu rutiranja vozila, gde su ova dva procesa često posmatrana kao posebne celine. U novije vreme, istraživači ističu potencijal istovremenog posmatranja i rešavanja problema rutiranja i upravljanja zalihama, što se ogleda i u objavljivanju više preglednih radova na tu temu (Moin i Salhi 2007, Andersson i ostali 2010, i Coelho i ostali 2014).

U ovom poglavlju je dat kratak pregled izvornih problema upravljanja zalihama i problema rutiranja vozila, kao i objedinjeni pristup posmatranja problema rutiranja sa zalihama. Takođe, u skladu sa temom doktorske disertacije, dat je pregled literature problema rutiranja sa zalihama, kao i opis jedne klase tog problema (sekundarne distribucije goriva) za koji su u poglavljima 3 i 4 razvijeni matematički, heuristički i simulacioni modeli.



## 2.1 UPRAVLJANJE ZALIHAMA

Upravljanje zalihama u lancima snabdevanja zauzima značajno mesto pre svega usled troškova vezanog kapitala robe na zalihama, ali i zbog troškova investicija, eksploatacije i održavanja skladišnih kapaciteta. Takođe, postojanje zaliha u trenutku tražnje je jedan od osnovnih preduslova za zadovoljenje korisnika što dodatno ukazuje na značajnost upravljanja zalihama. Postoji mnogo definicija zaliha, a Vukićević (1995) je dao sledeću: "*Zalihe su sve količine materijala, energije i informacija koje su određeno vreme isključene iz procesa proizvodnje ili upotrebe (potrošnje), a s ciljem da se u datom trenutku ukazane potrebe mogu iskoristiti*". Jedan od osnovnih razloga za postojanje zaliha jeste neusklađenost procesa snabdevanja (ulaza) i potrošnje (izlaza). Pored ovog, Lambert i ostali (1998) navode još četiri: manja jedinična cena proizvoda ako se naručuju velike količine (engl. Economies of Sale); specijalizacija proizvodnje, odnosno serijska proizvodnja velikih količina proizvoda; zaštita od stohastike potrošnje i vremena trajanja isporuke; uloga pufera između različitih učesnika lanca snabdevanja. Generalno, krajnji cilj upravljanja zalihama jeste posedovanje minimalnih količina zaliha uz maksimalno zadovoljenje potrošnje.

Harris (1915) je objavio prvi rad u kojem je vršeno matematičko modeliranje za rešavanje problema zaliha, odnosno predstavljen je jedan od najstarijih modela koji minimizuje ukupne troškove posedovanja zaliha i naručivanja - EOQ model (engl. Economic Order Quantity). Od tada je objavljeno na hiljade radova vezanih za problematiku zaliha. Neke od glavnih odluka u upravljanju zalihama odnose se na:

- koliko zaliha je neophodno za očekivano funkcionisanje sistema;
- koju robu naručiti;
- u kom trenutku izvršiti naručivanje robe;
- koju količinu naručiti;

- od koga naručiti robu;
- itd.

Vukićević (1995) navodi četiri strategije upravljanja zalihama koje se mogu koristiti u različitim sistemima poslovanja:

- strategija  $(q^*, r_n^*)$  - roba se naručuje u trenutku kada nivo zaliha padne na zaštitni nivo  $r_n^*$  gde je veličina isporuke uvek jednaka  $q^*$  (pogodna u slučajevima stohastičke potrošnje i poznatog vremena isporuke);
- strategija  $(q^*, W^*)$  - vreme između dve isporuke  $W^*$  je uvek jednako a gde je veličina isporuke uvek jednaka  $q^*$  (pogodna u slučajevima determinističke potrošnje);
- strategija  $(M^*, r_n^*)$  - varijanta prve strategije  $(q^*, r_n^*)$  u kojoj se uvek isporučuje količina robe do nekog predefinisiranog nivoa  $M^*$ ;
- strategija  $(M^*, W^*)$  - varijanta druge strategije  $(q^*, W^*)$  u kojoj se uvek isporučuje količina robe do nekog predefinisiranog nivoa  $M^*$ .

Postoji više logističkih koncepcija koje se fokusiraju na upravljanje zalihama, a najpoznatiji je Just-in-time (JIT) koncept. JIT se zasniva na principima prava roba, u pravo vreme u pravoj količini uz eliminisanje svih nepotrebnih viškova, ali i nedostataka robe koji mogu prouzrokovati neželjene troškove, odnosno prekide u proizvodnji i poslovanju. Pored ovog koncepta, Fiorito i ostali (2010) u savremene sisteme upravljanja zalihama ubrajaju i koncept brzog odgovora (QR - engl. Quick Response), koncept efikasnog odgovora korisnika (ECR - engl. Efficient Consumer Response) i kolaborativno planiranje prognoze i snabdevanja (CPFR - engl. Collaborative Planning Forecasting and Replenishment). Svi ovi sistemi se zasnivaju na savremenim ICT, saradnji između snabdevača i korisnika, i planiranju snabdevanja na osnovu potrošnje. Takođe, sa razvojem savremenih ICT, tradicionalni načini upravljanja zalihama u kojima je svaki učesnik "svoj gazda" (gde svaki učesnik u lancu snabdevanja sam upravlja svojim zalihama) dobijaju ozbiljnu konkurenciju u VMI konceptu (gde snabdevač upravlja zalihama i kod korisnika, u nekom posmatranom sistemu odnosno segmentu lanca snabdevanja).

Nedostatak zaliha može da prouzrokuje gubitak profita usled neopslužene tražnje, ali i trajni gubitak korisnika usled njegovog nezadovoljstva. Sa druge strane, posedovanje zaliha podrazumeva troškove koje Lambert i ostali (1998) grupišu u:

- troškove vezanog kapitala, odnosno oportunitetni troškovi;
- troškove osiguranja i poreza;
- troškove samog skladišnog objekta i opreme, uključujući i radnu snagu;
- troškove rizika koji se odnose na zastarevanje, oštećenja, krađe i pogrešno vođenje zaliha, neočekivano premeštanje robe između skladišta.

## 2.2 RUTIRANJE VOZILA

Problem rutiranja vozila (VRP - engl. Vehicle Routing Problem) predstavlja jedan od najviše razmatranih problema optimizacije za koji je razvijen veliki broj egzaktnih i heurističkih pristupa. Oblasti primene VRP-a su praktično neograničene i odnose se na svaki sistem u kojem postoji potreba za transportom robe za više korisničkih lokacija. Dantzig i Ramser (1959) predstavlja izvorni rad u kojem je prvi put formulisan VRP. Autori su rešavali problem distribucije goriva iz depoa za više benzinskih stanica, gde rešavanje problema podrazumeva dodeljivanje stanica na vozila (koje stanice se opslužuju sa kojim vozilom) radi određivanja ruta sa ciljem minimizacije ukupnog pređenog rastojanja (pređenog puta vozila) uz zadovoljenje tražnje svih stanica. Od 1959. godine pa do danas objavljen je veliki broj radova za VRP, u kojima su razmatrane različite varijante problema klasičnog VRP-a. Klasičan VRP se sastoji iz jednog depoa i više korisnika koje je neophodno opslužiti sa više vozila ograničenog kapaciteta. Toth i Vigo (2002), u knjizi "The Vehicle Routing Problem", posmatraju sledeće osnovne varijante VRP-a:

- kapacitativni VRP (CVRP - engl. Capacitated VRP) – ili klasičan VRP u kojem vozila imaju ograničen kapacitet;
- CVRP sa ograničenjem rastojanja (DCVRP - engl. Distance-Constrained CVRP) – CVRP u kojem postoji maksimalno dozvoljeno rastojanje (koje može biti izraženo i u vremenu rada) za svako vozilo;
- VRP sa vremenskim prozorima (VRPTW - engl. VRP with Time Windows) – predstavlja proširenje CVRP-a u kojem, pored ograničenja kapaciteta vozila, postoje i vremenski prozori opsluge korisnika (za svakog korisnika postoji vremenski interval u kojem je opsluga moguća);

- VRP sa prikupljanjem nakon isporuke (VRPB - engl. VRP with Backhauls) – predstavlja proširenje CVRP-a u kojem su korisnici podeljeni u dva podskupa. U prvom podskupu se nalaze korisnici kojima je neophodno isporučiti robu iz depoa, a u drugom korisnici od kojih je neophodno prikupiti robu za depo. Opsluga se vrši na takav način da se prvo vrši isporuka robe, a potom isto vozilo nastavlja da prikuplja robu za depo;
- VRP sa prikupljanjem i isporukom (VRPPD - engl. VRP with Pickup and Delivery) – varijanta VRP-a u kojoj svaki korisnik može zahtevati isporuku ali i prikupljanje robe vozilom, a gde se obe vrste zahteva mogu istovremeno izvršiti prilikom posete vozila nekom korisniku.

Golden i ostali (2008) su dali pregled savremenih varijanti i primena VRP-a, u kojem je naveden i VRP sa istovremenim posmatranjem segmenta upravljanja zalihama. Laporte (2009), u preglednom radu o VRP-u, navodi egzaktna i heurističke modele koji su razvijeni tokom 50 godina istraživanja od objavljivanja prvog rada. Autor navodi da se egzaktnim modelima mogu rešiti problemi sa oko 100 korisnika, a koji se baziraju na matematičkim modelima linearnog programiranja i dinamičkog programiranja. Takođe, autor u istom radu navodi da su za realne probleme većih dimenzija razvijani različiti heuristički modeli, odnosno klasične heuristike i metaheuristike. Pod klasičnim heuristikama za rešavanje VRP-a podrazumevaju se (Laporte, 2009):

- algoritam ušteda (engl. Savings);
- heuristike podele skupa korisnika (engl. Set Partitioning), kao što je na primer metod "čišćenja" (engl. Sweep);
- dvofazne heuristike zoniranje/rutiranje (korisnici se prvo podele u podskupove u okviru kojih se rešava problem rutiranja);
- heuristike poboljšanja, i to poboljšanje pojedinačnih ruta (engl. Intraroute) ili istovremeno poboljšanje više ruta (engl. Interroute);
- itd.

Za razliku od klasičnih heuristika koje su razvijene po meri za VRP, metaheuristike se koriste za rešavanje različitih optimizacionih problema. Laporte (2009) navodi tri grupe metaheuristika za rešavanje VRP-a:

- lokalna pretraga (engl. Local Search) - u okviru koje se nalaze tabu pretraga, simulirano kaljenje, determinističko kaljenje, heuristika promenljivog pretraživanja okolina, pretraživanje veoma velikih okolina, adaptivno pretraživanje velikih okolina;
- pretrage populacije rešenja odnosno genetski algoritmi kao najbolji predstavnik;
- mehanizmi učenja - neuronske mreže koje su inspirisane veštačkom inteligencijom, optimizacija kolonijom mrava, optimizacija kolonijom pčela i slično.

Posebnu kategoriju heurističkog pristupa predstavljaju memetski algoritmi koji kombinuju više heuristika i metaheuristika (hibridni algoritmi), a koje Laporte (2009) vidi kao generalnu tendenciju za rešavanje VRP-a.

## 2.3 RUTIRANJE SA ZALIHAMA - IRP

Optimizacijom pojedinačnih podsistema nekog složenog sistema gotovo uvek se dobija podoptimalno rešenje za ceo sistem. Ovo je pogotovu izraženo ako se radi o podsistemima koji imaju jaku međuzavisnost. U tom slučaju rešavanje problema na nivou celog sistema može doneti veće uštede, pri čemu su takvi sistemi po pravilu složeniji za rešavanje u odnosu na rešavanje pojedinačnih podsistema (Bertazzi i Speranza, 2012). IRP predstavlja upravo takav sistem u kojem postoji jaka međuzavisnost između podsistema rutiranja vozila i podsistema upravljanja zalihama. Andersson i ostali (2010), na osnovu pregleda literature i primena u različitim oblastima poslovanja, navode tri osnovne koristi koje se mogu ostvariti sa IPR-om: ekonomske koristi, fleksibilnost usluge, i poboljšana robusnost sistema usled bolje koordinacije. U raspoloživoj literaturi postoje različite definicije IRP-a, gde je možda najobuhvatnija definicija data u radu Coelho i ostali (2014): "*IRP se može opisati kao kombinacija problema rutiranja i upravljanja zalihama, gde snabdevač mora isporučiti proizvode grupi geografski rasprostranjenih klijenata uzimajući u obzir razna ograničenja*". Takođe, IRP se može posmatrati i kao nadogradnja VRP-a gde je neophodno odrediti i količine isporuka, obično u planskom periodu od više dana.

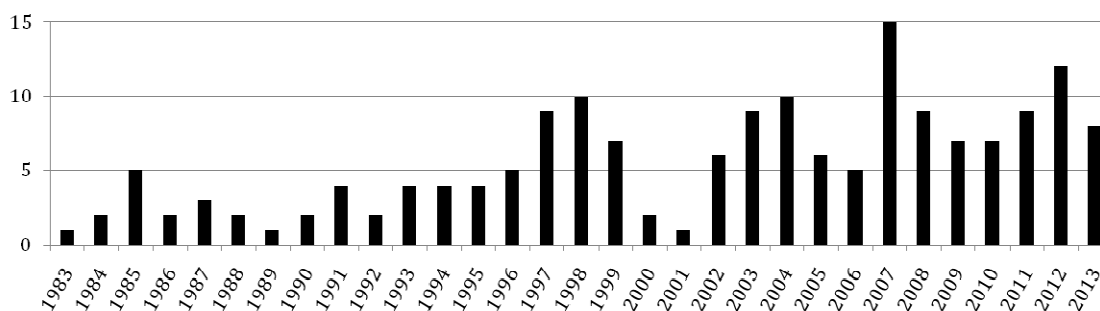
Međuzavisnost rutiranja vozila i upravljanja zalihama u IRP-u je obrnuto proporcionalna, odnosno rešenja bolja sa aspekta rutiranja generalno imaju za posledicu lošija rešenja sa aspekta upravljanja zalihama, i obratno. Ovo se može ilustrovati primerom iz svakodnevnog života a koji se odnosi na potrošnju slatkiša: Dete pojede dve čokoladice dnevno, a deda je taj koji ide u nabavku. Ako deda ima novaca i mesta za čuvanje može u jednoj kupovini uzeti 60 čokoladica. U tom slučaju imaće jedno putovanje do supermarketa i prosečne dnevne zalihe od 30 čokoladica za narednih 30 dana. U suprotnom, deda može svakog dana u posmatranih 30 dana uzeti po dve čokoladice što će za posledicu imati 30

putovanja do supermarketa i prosečne dnevne zalihe od 1 čokoladice. Očigledno da je prva opcija najbolja sa aspekta dužine hodom pređenog puta (rutiranja), a druga sa aspekta upravljanja zalihama. Najbolja varijanta sa aspekta IRP-a je verovatno negde između ove dve opcije.

Coelho i ostali (2014) navode tri osnovne odluke koje snabdevač mora istovremeno doneti u IRP konceptu:

- kada izvršiti opslugu korisnika;
- koliko robe isporučiti pri opsluzi korisnika;
- kako kreirati rute vozila pri opsluzi, odnosno kako dodeliti korisnike na rute vozila.

U sistemima distribucije robe, rutiranje vozila i upravljanje zalihamu su dugo vremena posmatrani odvojeno. Međutim u poslednje vreme sve više pažnje se posvećuje zajedničkom i jednovremenom pristupu rešavanja ova dva problema. Na slici 2.1 dat je grafikon broja radova posvećenih IRP-u po godinama, a koji su navedeni u tri novija IRP pregledna rada Moin i Salhi (2007), Andersson i ostali (2010), i Coelho i ostali (2014).



**Slika 2.1** Broj objavljenih IRP radova po godinama (na osnovu tri pregledna rada, Moin i Salhi 2007, Andersson i ostali 2010, Coelho i ostali 2014)

Osnovni preduslov za postavku i rešavanje IRP-a jeste mogućnost upravljanja zahtevima za isporukom od strane snabdevača odnosno postojanje VMI koncepta. Za razliku od VMI koncepta, u tradicionalnim sistemima distribucije kupci međusobno nezavisno naručuju robu od snabdevača, dok snabdevač na osnovu tih zahteva planira rute vozila (RMI, engl. Retailer Management Inventory). RMI



koncept ne dozvoljava IRP pristup rešavanju problema jer ne postoji centralizovano upravljanje rutiranjem vozila i zaliha. Andersson i ostali (2010) navode uslove koji moraju biti ispunjeni da bi IRP integracija nezavisnih partnera bila uspešna:

- mora postojati ekonomska korist na nivou sistema;
- mora postojati mogućnost podele koristi između partnera sa kojom će oni biti zadovoljni;
- treba da postoji dugoročna saradnje između partnera;
- partneri moraju biti spremni za razmenu podataka i informacija.

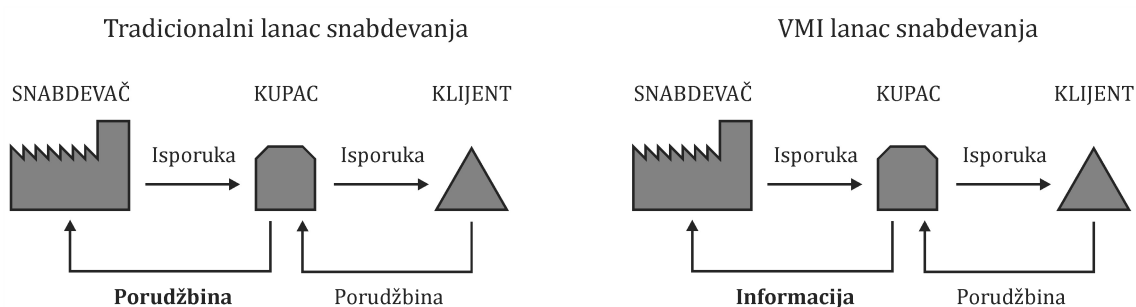
Postoji veliki broj industrija i oblasti poslovanja koji mogu imati koristi od objedinjenog posmatranja zaliha i rutiranja. Prema Campbell i Savelsbergh (2004), između ostalih, to su lanci prodavnica i supermarketi, tekstilna industrija, automobilska industrija, petrohemijska industrija. Coelho i ostali (2014) dopunjuju oblasti primene IRP-a i navode pomorsku logistiku kao veoma značajnu, ali i distribuciju cementa, krvi i organskog otpada. Andersson i ostali (2010) navode primenu IRP u distribuciji lož ulja, piva, bezalkoholnih pića, industrijskih gasova i različitih namirnica. Jednu od novijih primena IRP koncepta navode Vries i ostali (2014) koji su rešavali problem dopune zone komisioniranja u skladištima. Problem se sastoji iz definisanja načina punjenja robom zone komisioniranja sa minimizacijom nedostataka zaliha u zoni. Generalno, gde god postoji mogućnost centralizovanog odlučivanja u vezi upravljanja zalihama i rutiranja vozila, postoji i mogućnost primene IRP-a. Andersson i ostali (2010) definišu dve karakteristike sistema koje imaju veliki uticaj na uspešnost primene IRP-a: (1) veliki intenzitet proizvodnje i potrošnje proizvoda koji utiču na velike troškove zaliha i transporta, (2) proizvod je kritičan sa aspekta funkcionisanja lanca snabdevanja i nedostatak proizvoda ima značajne negativne posledice. Jedna od oblasti primene IRP-a jeste i sekundarna distribucija goriva, gde snabdevač (naftna kompanija) centralizovano odlučuje o snabdevanju benzinskih stanica i rutama vozila koja vrše opslugu.

U nastavku poglavlja prvo je opisan VMI koncept, zatim je detaljnije opisan IRP sa pregledom literature i na kraju je opisan sistem sekundarne distribucije

goriva (za koji su u poglavljima 3. i 4. predstavljeni optimalni, heuristički i simulacioni modeli IRP-a).

### 2.3.1 VMI koncept

VMI koncept omogućava snabdevaču samostalno odlučivanje o vremenu i veličini isporuka što za posledicu ima efikasnije snabdevanje, odnosno rutiranje vozila kao i niži nivo zaliha u sistemu kroz primenu IRP filozofije. Snabdevač mora obezbediti postojanje zaliha na strani kupca na takav način da kupac može nesmetano opsluživati svoje klijente. Sa druge strane, kupac je odgovoran da prosleđuje snabdevaču podatke direktno sa mesta prodaje, odnosno POS (engl. Point-of-Sale) podatke (ili podatke o prognozi očekivane prodaje) i da konstantno obaveštava snabdevača o budućim planiranim aktivnostima (promocije, uvođenje novih proizvoda i sl.). Kannan i ostali (2013) navode da je VMI lanac snabdevanja superiorniji od tradicionalnog i da može doneti značajne troškovne uštede svim učesnicima. Coelho i ostali (2014) navode da je VMI koncept pogodan za snabdevača usled ušteta u distribuciji i proizvodnji (bolja je koordinacija isporuka), a istovremeno je pogodan i za kupce koji imaju manju potrebu za alokacijom resursa radi upravljanja zalihama. Na slici 2.2 su prikazani VMI i tradicionalni dvoešalonski lanac snabdevanja sa po jednim snabdevačem, kupcem i krajnjim klijentom (Kannan i ostali, 2013).



**Slika 2.2** Tradicionalni i VMI dvoešalonski lanac snabdevanja (Kannan i ostali, 2013)

Kao prvu primenu VMI koncepta u kasnim 1980-tim, autori Waller i ostali (1999) navode kompanije Wal-Mart i Proctor & Gamble. Od tada postoji veliki broj primena VMI koncepta u kompanijama iz različitih oblasti poslovanja: Campbell Soup, Johnson & Johnson i Barilla (Waller i ostali 1999), GlaxoSmithKline (Danese 2004), Electrolux Italia (De Toni i Zamolo 2005), Nestle i Tesco (Watson 2005), Boeing i Alcoa (Micheau 2005). U praksi postoji mnogo primera gde jedan učesnik u lancu snabdevanja upravlja transportom i zalihama. Na primer, transportne kompanije imaju za cilj da preuzmu upravljanje zalihama radi boljeg iskorišćenja vozila, proizvođači se mogu koncentrisati na primarnu delatnost angažujući treće lice za upravljanje transportom i zalihama, velike naftne kompanije često poseduju resurse u celokupnom lancu snabdevanja naftnih derivata, itd.

Marques i ostali (2010) u jednom delu svog preglednog rada posvećuju pažnju VMI studijama slučaja, odnosno koji su to bitni faktori za uspeh ili neuspeh VMI koncepta kao i koliki je značaj razmene podataka. Autori navode poverenje u partnera i međusobnu saradnju kao ključne i najviše navođene faktore za uspeh VMI koncepta. Saradnja između partnera se najviše odnosi na zajedničko prognoziranje zahteva, a koje ima veliki uticaj na određivanje minimalnih i maksimalnih zaliha. Kao potencijalne razloge neuspeha, autori navode velike i teško predvidljive promene potrošnje (modni proizvodi, sezonska hrana i sl.). Takođe, složenost logističkih tokova i strukture distribucije može rezultovati neuspehom VMI koncepta. Razvoj ICT-a je značajno doprineo primeni VMI koncepta omogućavajući brzu i pouzdanu razmenu velikih količina podataka između učesnika lanca snabdevanja. Waller i ostali (1999) navode da uspešna implementacija VMI koncepta, sa aspekta ICT-a, najviše zavisi od informacione platforme, komunikacione tehnologije, identifikacije proizvoda i sistema za praćenje. Niranjani i ostali (2012) su posmatrali preduslove za uspešnu primenu VMI koncepta koji se pojavljuju u praksi i akademskoj literaturi. Izdvojili su 15 karakteristika koje se odnose na proizvod, kompaniju (kupca) i snabdevača. Koristeći znanje eksperata odredili su težine za svaku karakteristiku, odnosno bitnost za uspeh VMI koncepta. Potom su potvrdu značaja 15 izabranih

karakteristika dobili anketirajući 10 velikih kompanija, od kojih 6 primenjuju VMI koncept: Daimler, ODLO, Merck Serono, P&G, Novartis i Hilti. Kao najbitnije karakteristike za uspeh VMI koncepta autori izdvajaju:

- snabdevači poseduju želju da sarađuju po VMI konceptu (težina 8.68);
- traže se slični proizvodi, odnosno ne postoji velika promena u tražnji vrste proizvoda (težina 8.04);
- visok nivo poverenja i dugoročna saradnja između partnera (težina 7.72);
- vrši se prognoza potrošnje proizvoda i postoji praćenje nivoa zaliha u sistemu (težina 7.40);
- proizvodi su standardizovani, odnosno ne postoji velika potreba za dodatnim doradama na proizvodima (težina 7.07).

Dodatni uvid u VMI koncept postoji u radu Kannan (2013) u kojem je prikazan pregled literature na osnovu dimenzija, metodologije i nivoa posmatranja.

### 2.3.2 Pregled IRP literature

IRP može biti primenjen u različitim tipovima lanaca snabdevanja i različitim okruženjima. Postoje razne klasifikacije IRP-a u raspoloživoj literaturi, a dva najnovija IRP pregledna rada (Andersson i ostali 2010, Coelho i ostali 2014) imaju sličan pristup klasifikaciji na osnovu karakteristika strukture problema. U tabeli 2.1 su prikazane tipične karakteristike IRP-a, na osnovu pomenuta dva pregledna rada. Planski period posmatranja problema može biti unapred definisan odnosno konačan, ili neograničen. Dužina planskog perioda u drumskom transportu se obično kreće od jednog do nekoliko dana dok je u pomorskom transportu taj period nešto duži. Distribucija proizvoda se može podeliti prema strukturi pošiljaoca i primaoca na tri osnovna tipa:

- od jednog ka više učesnika (jedan-za-mnoge, engl. one-to-many), kao što je to slučaj u sekundarnoj distribuciji naftnih derivata;
- od više ka jednom učesniku (mnogi-za-jednog, engl. many-to-one), kao što je to slučaj sa snabdevanjem delova za proizvodnju elektronske opreme i u povratnoj logistici pri sakupljanju otpadnih materijala;
- od više ka više učesnika (mnogi-za-mnoge, engl. many-to-many), kao što je to slučaj u distribuciji proizvoda iz više fabrika za više korisnika.

Jedan-za-mnoge je najviše zastupljen oblik distribucije. Rute vozila mogu biti samo direktne gde se prilikom svake isporuke opslužuje jedan korisnik, ili rute sa više lokacija isporuka u jednoj opsluzi. Sa aspekta strategije posedovanja zaliha u odnosu na zadovoljenje zahteva korisnika, postoje tri najzastupljenije strategije: dozvoljen je nedostatak zaliha a neispunjeni zahtevi usled nedostatka zaliha se ne mogu naknadno opslužiti; dozvoljen je nedostatak zaliha a neispunjeni zahtevi se mogu naknadno opslužiti (engl. backlogging); nisu dozvoljeni nedostaci zaliha u sistemu. Sa aspekta voznog parka postoje problemi sa homogenim ili heterogenim vozilima, odnosno problemi gde se koristi jedno, više vozila, ili bez ograničenja broja vozila. Poslednja karakteristika za klasifikaciju problema jeste broj proizvoda koji se distribuira, gde može da se vrši distribucija jednog proizvoda ili više proizvoda.

**Tabela 2.1** Tipične karakteristike IRP-a (izvedeno iz Andersson i ostali 2010, Coelho i ostali 2014)

KARAKTERISTIKA	OSOBINA		
<b>Planski period</b>	Konačan	Neograničen	
<b>Struktura distribucije</b>	Jedan-za-mnoge	Mnogi-za-mnoge	Mnogi-za-jednog
<b>Rutiranje</b>	Direktna isporuka	Isporuka za više korisnika	
<b>Strategija posedovanja zaliha</b>	Neispunjeni zahtevi	Naknadno opsluživanje	Obavezno postojanje zaliha
<b>Struktura voznog parka</b>	Homogen	Heterogen	
<b>Veličina voznog parka</b>	Jedno vozilo	Više vozila	Neograničen
<b>Broj proizvoda</b>	Jedan	Više	

Pored klasifikacije po strukturi problema, u raspoloživoj literaturi se izdvaja i posebna klasifikacija na osnovu poznavanja tražnje, odnosno potrošnje: deterministički IRP u kojem su unapred poznate tražnje odnosno potrošnje po lokacijama isporuke; i stohastički IRP u kojima su ove veličine definisane nekim zakonom raspodele verovatnoća. Kod stohastičkog IRP-a autori često aproksimiraju stohastiku sa nekom determinističkom vrednosti i koriste simulaciju za analizu primenljivosti, a jedan takav pristup je i primenjen u poglavlju 4. U ovom poglavlju je dat pregled pojedinačnih radova sa aspekta strukture problema, dok je pregled radova koji posmatraju stohastički IRP kao posebnu klasu problema dat u poglavlju 4. (koje se odnosi na simulacionu analizu primenljivosti determinističkog IRP-a na stohastičko okruženje).

U tabeli 2.2 je data klasifikacija izdvojenih IRP radova po osobinama tipičnih karakteristika, a koji su opisani u nastavku teksta (redosled radova u tabeli je po redosledu navođenja radova u tekstu). Rad autora Bell i ostali (1983) se smatra prvim pionirskim radom sa IRP pristupom (Coelho i ostali, 2014). Autori su posmatrali upravljanje distribucijom industrijskih gasova u realnom sistemu primenom računara za vremenski period od nekoliko dana. Poredili su tradicionalan pristup distribucije i uticaj uključivanja upravljanja zaliha na sistem distribucije. Burns i ostali (1985) su razvili analitički metod za minimizaciju troškova transporta i zaliha i analizu dve strategije distribucije: direktna isporuka i isporuka za više klijenata. U njihovom pojednostavljenom modelu, isporuka za više klijenata je isplativija kada se vrši distribucija vrednijih proizvoda. Ova isplativost u odnosu na direktne isporuke raste sa porastom udaljenosti klijenata od snabdevača, prostornom gustinom klijenata i jediničnim troškovima. Blumenfeld i ostali (1985) posmatraju direktnu distribuciju više proizvoda sa IRP pristupom u kombinaciji sa određivanjem intenziteta proizvodnje, gde se distribucija ponavlja ciklično u neograničenom planskom periodu. Roundy (1985) je takođe posmatrao IRP u kombinaciji sa proizvodnjom jednog proizvoda koji se distribuira u sistemu jedan-za-mnoge u neograničenom planskom periodu i gde nisu dozvoljeni nedostaci zaliha.

**Tabela 2.2** Klasifikacija IRP radova na osnovu tipičnih karakteristika (prilagođeno iz rada Coelho i ostali, 2014)

RADOVI	PLANSKI PERIOD		STRUKTURA DISTRIBUCIJE			RUTIRANJE		STRATEGIJA POSEDOVANJA ZALIHA			STRUKTURA VOZNOG PARKA		VELIČINA VOZNOG PARKA			BROJ PROIZVODA	
	Konačan	Neograničen	Jedan-za-mnoge	Mnogi-za-mnoge	Mnogi-za-jednog	Direktna isporuka	Isporuka za više koris.	Neispunjeni zahtevi	Naknadno opsluživanje	Obavezne zalihe	Homogen	Heterogen	Jedno vozilo	Više vozila	Neograničen	Jedan	Više
Bell i ostali (1983)	•		•				•	•			•		•				•
Burns i ostali (1985)	•		•			•	•	•		•	•		•		•	•	•
Blumenfeld i ostali (1985)		•	•	•		•		•		•	•		•		•		•
Roundy (1985)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Dror i ostali (1985)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Dror i Levy (1986)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Dror i Ball (1987)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Anily i Federgruen (1990)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Gallego i Simchi-Levi (1990)		•	•	•		•	•	•		•	•		•		•		•
Aghezzaf i ostali (2006)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Raa i Aghezzaf (2008)		•	•	•			•	•	•	•	•		•		•		•
Raa i Aghezzaf (2009)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Bertazzi i ostali (1997)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Viswanathan i Mathur (1997)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Herer i Levy (1997)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Campbell i ostali (1998)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Campbell i Savelsbergh (2004)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Bertazzi i ostali (2002)	•		•	•			•	•	•	•	•	•			•		•
Abdelmaguid i Dessouky (2006)	•		•	•			•	•	•	•	•	•			•		•
Moin i ostali (2011)	•				•		•	•		•	•		•		•		•
Lee i ostali (2003)	•				•		•	•		•	•		•		•		•
Christiansen (1999)	•			•			•	•		•	•		•		•		•
Savelsbergh i Song (2008)	•			•			•	•		•	•		•		•		•
Persson i Gothe-Lundgren (2005)	•			•			•	•		•	•		•		•		•
Benoist i ostali (2011)	•			•			•	•		•	•		•		•		•
Ramkumar i ostali (2012)	•			•			•	•		•	•		•		•		•
Ribeiro i Lourenco (2003)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Chien i ostali (1989)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Abdelmaguid i ostali (2009)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Carter i ostali (1996)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Bausch i ostali (1998)	•			•			•	•		•	•		•		•		•
Zhao i ostali (2008)		•	•	•			•	•		•	•		•		•		•
Coelho i ostali (2012a)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Coelho i ostali (2012b)	•		•	•			•	•		•	•	•			•		•
Coelho i Laporte (2013a)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Siswanto i ostali (2011)	•			•			•	•		•	•		•		•		•
Shen i ostali (2011)	•		•	•			•	•		•	•		•		•		•
Stalhane i ostali (2012)		•	•	•		•	•	•		•	•	•			•		•

U samom začetku IRP koncepta izdvaja se i Moshe Dror kao prvi autor tri rada u periodu od 1985-1987. godine. Dror i ostali (1985) posmatraju jedan-za-mnoge distribuciju jednog proizvoda koji se isporučuje cisternama u kraćem planskom periodu od nekoliko dana. Prilikom posete svakog korisnika vrši se isporuka do maksimuma, odnosno količina isporuke je jednaka slobodnom kapacitetu rezervoara kod korisnika (ako postoji dovoljno proizvoda u auto-cisterni). Autori koriste dva pristupa dodeljivanja za rešavanje posmatranog IRP-a: (1) dodeljivanje isporuka klijentima na dane planskog perioda i potom rešavanje problema rutiranja za svaki dan; (2) dodeljivanje isporuka klijentima na dane planskog perioda i na vozila i potom rešavanje problema trgovačkog putnika (TSP - engl. Traveling Salesman Problem) za svaki dan i svako vozilo. Dror i Levy (1986) su predstavili tri heurističke metode za poboljšanje rutiranja u IRP rešenju za 12 sukcesivnih planskih perioda dužine 7 dana. Dror i Ball (1987) predstavlja nadogradnju rada Dror i ostali (1985) u kojem autori predlažu metod dodeljivanja za rešavanje IRP-a u distribuciji gasova koji se sastoji iz tri koraka: (1) dodeljivanje opsluge korisnika na dane planskog perioda; (2) rešavanje problema rutiranja za svaki dan primenom Clark-Wright algoritma; (3) poboljšanje rešenja procedurama zamene opsluga korisnika između pojedinačnih ruta u svakom danu i zamene opsluga korisnika između dana planskog perioda.

Modeli sa kraćim vremenskim periodom posmatranja (na primer, nekoliko dana) obično predstavljaju osnovu za rešavanje dužeg planskog perioda, pogotovu u slučajevima kada je otežano predviđanje potrošnje za svaku lokaciju u nekom dužem vremenskom periodu. Glavni problem kod IRP modela sa kraćim vremenskim periodom jeste zanemarivanje isporuka u narednom periodu, odnosno "kratkovidost" rešenja. To može uticati na veće troškove sistema u dužem planskom periodu (Dror i Ball, 1987). Prema tome, kad god je moguće predvideti potrošnju u dužem vremenskom periodu, bolje je rešavati IRP modele sa dužim planskim periodom. Gallego i Simchi-Levi (1990) su analizirali efektivnost direktne isporuke u IRP jedan-za-mnoge distribuciji sa planiranjem u dužem vremenskom periodu. Glavni zaključak jeste da je strategija direktne isporuke pogodna ako je prosečna veličina isporuke po svim primaocima najmanje 71% od kapaciteta



vozila. Raa i Aghezzaf (2008) su posmatrali IRP model sa konstantnom potrošnjom u kojem predlažu cikličan pristup isporučivanju gde je vreme između dve uzastopne isporuke jednog klijenta uvek isto. IRP sa dužim ili neograničenim planskim periodom posmatran je i u radovima Anily i Federgruen (1990), Aghezzaf i ostali (2006), Raa i Aghezzaf (2009).

Koncept jedan-za-mnoge je prilično zastupljen u IRP-u gde se isporuke vrše iz jednog depoa za više lokacija, kao što je to slučaj sa radovima Bertazzi i ostali (1997) i Viswanathan i Mathur (1997). U oba rada autori su posmatrali jedan depo sa više lokacija isporuke gde se isporuke vrše ciklično na bazi određene frekvencije (na primer, svaka dva ili tri dana). U prvom radu je posmatrana distribucija jednog proizvoda, dok je u drugom radu posmatrana distribucija više vrsta proizvoda. Herer i Levy (1997) su takođe razmatrali jedan-za-mnoge IRP pri čemu su koristili koncept privremenih rastojanja između klijenata koja su predstavljala troškove grupisanja klijenata u istom vremenskom periodu isporuke. Troškovi zaliha su se sastojali iz troškova posedovanja zaliha, troškova naručivanja i troškova nedostataka zaliha. Campbell i ostali (1998) su predložili dva pristupa za rešavanje IRP-a u jedan-za-mnoge distribuciji jednog proizvoda sa homogenim voznim parkom, odnosno celobrojno programiranje za klasičan deterministički IRP i dinamičko programiranje za IRP sa stohastičkom potrošnjom. Autori navode da je praktično nemoguće rešavati IRP u dužem vremenskom periodu i da iz tog razloga skoro svi pristupi posmatraju jedan dan ili češće planski period od nekoliko dana (noviji radovi). Kao glavni problem kod rešavanja IRP-a u kraćem vremenskom periodu autori navode tendenciju prebacivanja isporuka u naredni period (dani koji se ne posmatraju prilikom rešavanja IRP-a), odnosno lokalnu optimizaciju kraćeg planskog perioda u kojem se ne uzima uticaj na dane posle tog perioda. Campbell i Savelsbergh (2004) su predložili pristup rešavanju jedan-za-mnoge IRP-a za realne instance velikih dimenzija. Rešavanje realnih instanci podrazumeva deterministički pristup sa kojim je vreme rada računara za dobijanje rešenja u prihvatljivim granicama. Autori su posmatrali višefazni pristup sa sekvencijalnim rešavanjem više uzastopnih kraćih planskih perioda (engl. rolling-horizon framework). Bertazzi i ostali (2002) su posmatrali IRP sa jedan-za-mnoge

distribucijom skupa proizvoda za koji su predložili heuristički pristup. Autori su analizirali rešavanje problema sa različitim funkcijama cilja koje oslikavaju različite načine odlučivanja odnosno razmišljanja donosioca odluka. Jedan-za-mnoge distribuciju u IRP-u su posmatrali i Abdelmaguid i Dessouky (2006) koji su razvili genetski algoritam za rešavanje problema.

Za razliku od jedan-za-mnoge, mnogi-za-jednog distribucija je prilično zanemarena u raspoloživoj IRP literaturi. Moin i ostali (2011) su posmatrali proizvodno postrojenje koje se snabdeva od strane više snabdevača sa više vrsta komponenti. Planski period se sastoji od više dana a za transport se koristi homogen vozni park. Za rešavanje problema predložen je hibridni genetski algoritam. Lee i ostali (2003) takođe posmatraju snabdevanje proizvodnog postrojenja od strane više snabdevača i predlažu simulirano kaljenje za rešavanje problema. Autori porede jedan-za-mnoge i mnogi-za-jednog sisteme distribucije i navode da su u mnogim slučajevima ekvivalentni, odnosno da se mogu rešavati na sličan način.

Christiansen (1999) je posmatrala distribuciju mnogi-za-mnoge u pomorskom transportu gde brodovi vrše transport jednog proizvoda između luka proizvodnje i luka potrošnje. Problem je rešavan metodom grananja i ograničavanja (engl. branch-and-bound) kojom je uspela da reši instance realnih dimenzija. Savelsbergh i Song (2008) su takođe posmatrali distribuciju mnogi-za-mnoge u kojoj se vrši prikupljanje proizvoda iz više fabrika i transport do različitih lokacija. Autori su predložili gramzivu (engl. greedy) heuristiku za rešavanje problema realnih dimenzija. IRP sa mnogi-za-mnoge distribucijom su posmatrani i u radovima Persson i Gothe-Lundgren (2005), Benoist i ostali (2011), Ramkumar i ostali (2012).

Zadovoljenje zahteva korisnika, odnosno posedovanje dovoljne količine zaliha radi zadovoljenja potrošnje korisnika je veoma značajna karakteristika pri rešavanju IRP-a. Jedan pristup upravljanja zalihama pretpostavlja mogućnost otkaza odnosno neispunjenja zahteva u slučaju nedostatka zaliha (gde nije moguće naknadno izvršiti opslugu). Ribeiro i Lourenco (2003) su posmatrali takav IRP u

kojem postoje dve vrste korisnika: korisnici sa fiksnom tražnjom (zna se količina koju je neophodno isporučiti po danima) i takozvani VMI korisnici koji imaju stohastičku potrošnju. Za VMI korisnike neophodno je odrediti količine isporuke po danima i kod njih je moguć nedostatak zaliha koji generiše određene troškove (a koji su veći od troškova posedovanja zaliha). Drugi pristup upravljanja zalihama podrazumeva mogućnost naknadnog opsluživanja korisnika u slučaju nedostatka zaliha. Chien i ostali (1989) su posmatrali jedan-za-mnoge IRP gde svaki korisnik ima determinističku potrošnju koja ne mora u potpunosti da se zadovolji u traženom trenutku, odnosno moguća je naknadna opsluga koja je ima veću cenu. Abdelmaguid i ostali (2009) su takođe posmatrali IRP sa mogućnošću naknadne opsluge. Vozni park je ograničen i nije moguće angažovanje vozila od strane trećeg lica. Samim tim u slučaju nedovoljnog kapaciteta vozila za isporuku tražene količine robe dolazi do nedostatka zaliha kod korisnika. Svaki nedostatak zaliha dodatno utiče na uvećanje troškova, a neisporučenu robu je moguće dostaviti u narednom periodu. IRP sa mogućom naknadnom opslugom je posmatran i u radovima Bausch i ostali (1998) i Carter i ostali (1996). Najveći broj radova posmatra IRP gde nisu dozvoljeni nedostaci zaliha u sistemu. Zhao i ostali (2008) su posmatrali trošalonski IRP koji se sastoji iz jednog snabdevača, centralnog skladišta i skupa korisnika gde nisu dozvoljeni nedostaci zaliha. Autori su razvili varijantu heuristike promenljivog pretraživanja okolina. Coelho i ostali (2012a) su takođe posmatrali IRP gde nisu dozvoljeni nedostaci zaliha. Autori su uveli pojam konzistentnosti IRP-a u sledećim aspektima: količina isporuke, angažovanja vozila, angažovanje vozača, vreme između opsluga korisnika. IRP gde nisu dozvoljeni nedostaci zaliha je posmatran i u radovima Coelho i ostali (2012b) i Coelho i Laporte (2013a).

Pored IRP-a u drumskom transportu, postoji značajna primena i u pomorskom i rečnom transportu. Christiansen i Fagerholt (2007) su napisali IRP pregledni rad koji je u potpunosti posvećen pomorskom transportu. Jedan od novijih IRP radova u pomorskom transportu jeste Siswanto i ostali (2011) gde su autori posmatrali IRP distribuciju sirove nafte sa flotom brodova koji poseduju više pojedinačnih komora. Autori su izdvojili i rešavali četiri podproblema: rutiranje,

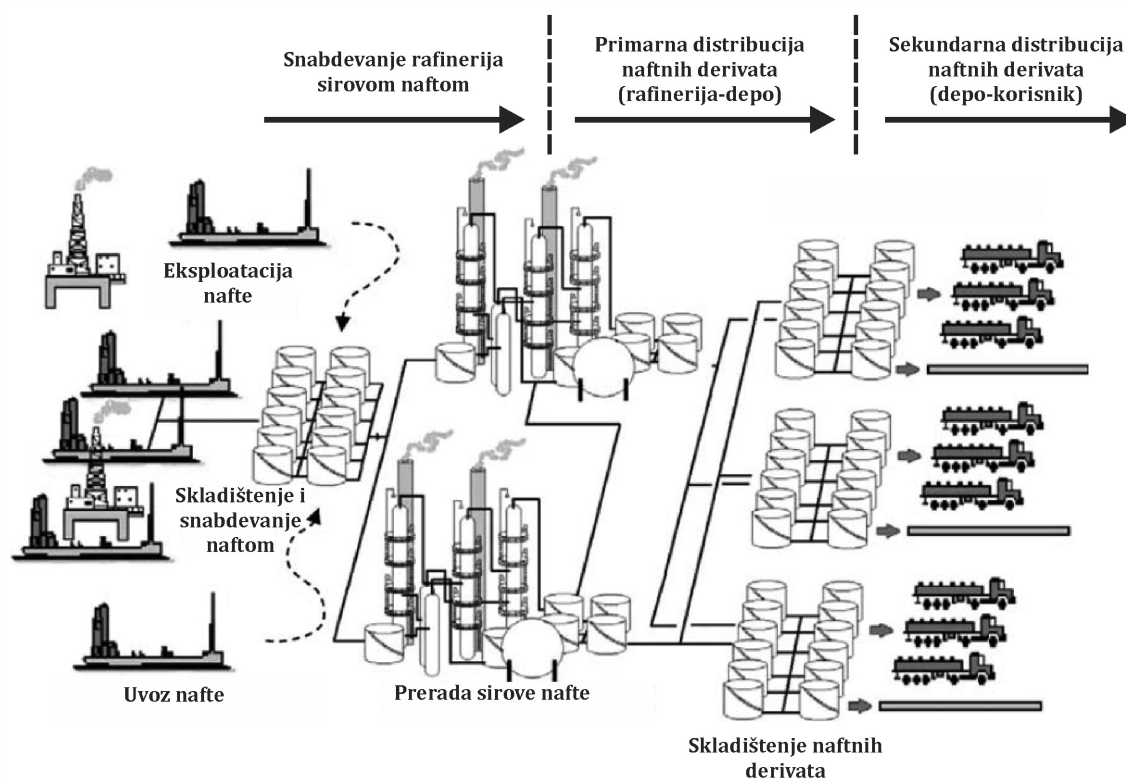
izbor brodova, utovar i istovar brodova. Problem je rešavan primenom MILP i heurističkim modelom. Shen i ostali (2011) su posmatrali multimodalni IRP u distribuciji sirove nafte putem brodskog i cevnog vida transporta. Cilj rešavanja problema je bio određivanje količina transporta po svakom vidu koje generišu minimalne logističke troškove, a za rešavanje je korišćen MILP model sa Lagranževom relaksacijom. IRP model u kojem je posmatrana distribucija tečnog gasa heterogenom flotom brodova razvili su Stalhane i ostali (2012). Autori su razvili konstruktivnu heuristiku sa procedurom poboljšanja sa ciljem maksimizacije prodaje više vrsta proizvoda, uzimajući u obzir rutiranje brodova i zalihe u sistemu.

Modeli za rešavanje IRP-a mogu sadržati razna ograničenja: radno vreme vozača, vremenski intervali opsluge, ograničenja broja vozila i kapaciteta pojedinačnih komora u vozilima, ograničenje veličine voznog parka, ograničenje kapaciteta podzemnih cisterni, ograničenje nivoa sigurnosnih zaliha, ograničenja vezana za strategiju broja obilazaka stanica i višestrukog korišćenja vozila u jednom danu, i sl. Bez obzira na tip i karakteristike posmatranog IRP-a ili postavljena ograničenja, za realne probleme praktično nije moguće dobiti optimalno rešenje iz razloga kompleksnosti problema koje se uglavnom odnosi na segment rutiranja. Naime, pošto je rutiranje NP (NP, engl. Nondeterministic Polynomial time) težak problem za rešavanje (Bramel i Simchi-Levi, 1997), onda i IRP ima istu osobinu jer u sebi sadrži problem rutiranja. Ovo je potvrđeno i u IRP preglednom radu Andersson i ostali (2010) gde se navodi da za rešavanje realnih problema autori razvijaju heurističke modele, dok su do nivoa optimalnosti rešive samo instance malih dimenzija. Prema tome, za rešavanje praktičnih problema neophodan je razvoj heurističkih modela sa zadatkom da izvrše takvu alokaciju isporuka u planskom periodu koja će, sa jedne strane imati za posledicu što manje troškove držanja zaliha, a sa druge strane što efikasnije rutiranje vozila, a sve to u prihvatljivom vremenu za dobijanje rešenja. U raspoloživoj literaturi se može naći veliki broj heurističkih pristupa posebno razvijenih za rešavanje IRP-a koji se baziraju na višefaznom rešavanju problema ali i značajan broj radova u kojima su razvijane metaheuristike, kao što je simulirano kaljenje (Lee i ostali, 2003), tabu

pretraga (Archetti ostali, 2011), genetski algoritmi (Shukla i ostali, 2013), memetski algoritmi (Boudia i Prins, 2009), heuristika promenljivog pretraživanja okolina (VNS - engl. Variable Neighbourhood Search) (Mjirda i ostali, 2013).

### **2.3.3 Sekundarna distribucija naftnih derivata**

Optimizacija upravljanja i planiranja distribucije robe je predmet velikog broja istraživanja. Razlog za to, svakako, leži pre svega u činjenici što povećanje efikasnosti procesa distribucije omogućava znatne uštede u troškovima transporta. Te uštede se kreću u opsegu od 5 do 25%. Ovo je pogotovu značajno ako se zna da troškovi transporta učestvuju od 10 do 25% u ukupnoj ceni proizvoda (Avella i ostali, 2004). Slična situacija je i u industriji prerade nafte i distribuciji naftnih derivata. Cornillier i ostali (2007) u radu koji tretira sekundarnu distribuciju naftnih derivata u Kvebeku navode da se troškovi distribucije kreću u granicama od 0.7 do 9.3% od prodajne cene goriva na benzinskoj stanici, zavisno od regiona u koji se vrši isporuka. Prikaz generalnog lanca snabdevanja sirove nafte i naftnih derivata dat je na slici 2.3 (izvedeno iz Neiro i Pinto, 2004).



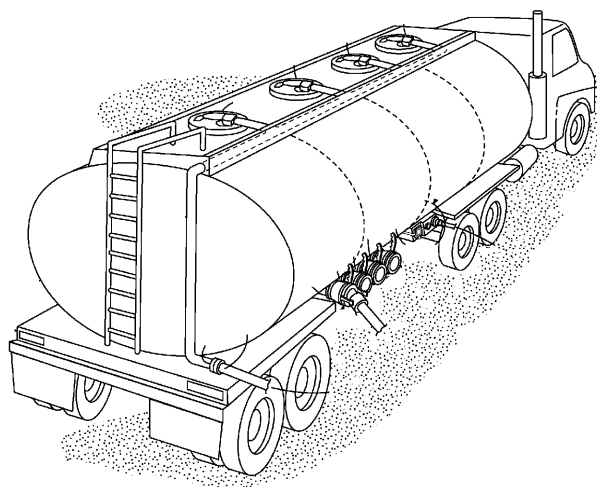
**Slika 2.3** Lanac snabdevanja sirove nafte i naftnih derivata (izvedeno iz Neiro i Pinto, 2004)

Neiro i Pinto (2004) su opisivali tipične procese i okvir za modeliranje u lancu snabdevanja sirove nafte i naftnih derivata. Na početku lanca snabdevanja se nalazi eksploatacija sirove nafte. Pored eksploatacije, sirova nafta može da se nabavlja i direktno od prodavca. Ako se radi o podvodnim bušotinama, sirova nafta se brodovima (ili cevnom transportom) transportuje do naftnih terminala. Tipično se od naftnih terminala putem cevovoda vrši transport sirove nafte do rafinerija radi prerade i dobijanja različitih naftnih derivata. Rafinerije vrše snabdevanje depoa naftnim derivatima tipično putem cevnog ili železničkog vida transporta i ovaj segment lanca snabdevanja se naziva primarna distribucija. Sekundarna distribucija predstavlja važan segment lanca snabdevanja naftnih derivata i podrazumeva distribuciju od depoa do korisnika (sekundarna distribucija se može obavljati i direktno iz rafinerije). Pod naftnim derivatima se podrazumevaju goriva za putnička i teretna vozila (dizel, benzin, tečni naftni gas), mlazna goriva (kerozin, petrolej), motorna ulja, mazut, lož ulja, bitumen, parafin i sl., dok korisnici mogu

biti fabrike, domaćinstva, benzinske stanice i dr. U zavisnosti od vrste korisnika, sekundarna distribucija tipično koristi cevni ili drumski vid transporta, a u nekim slučajevima vodni i železnički.

U okviru sekundarne distribucije naftnih derivata izdvaja se distribucija goriva kao veoma složen segment sa izrazitim intenzitetom transporta i potrošnje. Sekundarna distribucija goriva podrazumeva transport goriva za putnička i teretna vozila od skladišnih objekata (depoa) do benzinskih stanica. Benzinske stanice su uglavnom organizaciono grupisane po geografskom principu i alocirane na odgovarajuće depoe iz kojih im se dopremaju derivati. U svakoj stanici, za svaki tip goriva postoji poseban podzemni rezervoar. U tradicionalnom sistemu snabdevanja, depo prima zahteve benzinskih stanica za obnovom zaliha a donosilac odluke određuje vozila i rute kojima će zadovoljiti potražnju (zahteve). Depo ima funkciju čuvanja zaliha različitih tipova goriva dovoljnih za zadovoljenje tražnje skupa benzinskih stanica, voznim parkom u sopstvenom ili vlasništvu trećih lica. Kao što je depo snabdevač benzinskih stanica i mora da poseduje zalihe za zadovoljenje njihovih potreba, tako i benzinske stanice predstavljaju snabdevače krajnjeg kupca i moraju biti sposobne da zadovolje njihovu tražnju. U okviru ovog sistema, rute snabdevanja i zalihe predstavljaju dva segmenta koja generišu značajne troškove. Sve veća konkurentnost u prodaji naftnih derivata krajnjim kupcima uslovljava da su kompanije sve motivisanije da pruže bolju uslugu. Posedovanje dovoljne količine goriva, u odnosu na tražnju, predstavlja osnov zadovoljenja kupca i iz tog razloga modeli koji opisuju koncept snabdevanja treba da poštuju ograničenje minimalne količine zaliha koja će biti dovoljna da zadovolji tražnju u merodavnom periodu. Distribucija goriva se vrši drumskim vidom transporta, odnosno auto-cisternama koje tipično poseduju višestruke komore (slika 2.4) i gde se svaka komora puni jednom vrstom goriva. Rešavanje problema sekundarne distribucije podrazumeva određivanje plana distribucije goriva iz svakog depoa do skupa benzinskih stanica, uzimajući u obzir uticaje različitih realnih ograničenja na sam proces distribucije, odnosno: veličinu rezervoara u benzinskim stanicama, nivo zaliha u tim rezervoarima, strategije

upravljanja zalihama na benzinskim stanicama, karakteristike voznog parka kojima se vrši distribucija, itd.



**Slika 2.4** Primer auto-cisterne sa 4 komore za transport u sekundarnoj distribuciji goriva (Koeninger i Braun, 2010)

U raspoloživoj literaturi izdvajaju se dve studije slučaja u vezi sekundarne distribucije naftnih derivata. Bruggen i ostali (1995) su opisali metodologiju korišćenu u studiji slučaja koja je rađena za veliku naftnu kompaniju iz Holandije. Studija je podrazumevala redizajniranje strukture za distribuciju derivata u Holandiji, tačnije logističkih operacija koje se tiču sekundarne distribucije goriva. Cilj studije je bila ocena strukture distribucije, a problemi su bili vezani za: alokaciju korisnika na depoe, ugovore sa vlasnicima privatnih depoa o maksimalnim i minimalnim količinama derivata koji im se garantuju u toku jedne godine, broj i veličinu kamiona koji će biti korišćeni za distribuciju, broj smena kao i njihovo trajanje u kojima je potrebno vršiti distribuciju. Na osnovu veličine problema koji je trebalo analizirati nemoguće je bilo naći jednu tehniku koja bi dala rešenja na sve probleme, već je predložena metodologija, zasnovana na hijerarhijskom principu u odnosu na vrstu odluke, na osnovu koje su dobijani pojedinačni odgovori. Za rešavanje pojedinih koraka u metodologiji korišćeni su različiti alati među kojima model dodeljivanja, dinamičkog programiranja, heuristika za rutiranje vozila itd. Na osnovu rezultata studije, predložena rešenja su smanjila logističke troškove za nivo od 5 do 6%. Ng i ostali (2008) su



posmatrali studiju slučaja sekundarne distribucije goriva jedne od najvećih petrohemijskih kompanija u Hong Kongu. Autori su rešavali probleme dodeljivanja isporuka na vozila i rutiranja vozila pri distribuciji 3 tipa goriva: bezolovni benzin, premium bezolovni benzin, dizel gorivo. Distribucija goriva je realizovana heterogenim voznim parkom iz jednog centralnog i jednog dodatnog depoa za 48 benzinskih stanica. U studiji se navode neke jedinstvene karakteristike koje otežavaju rešavanje problema, kao što su geografsko zoniranje područja isporuke, postojanje šablona isporuke, ograničenja prilikom rutiranja, struktura voznog parka, način plaćanja vozača, itd. Kao osnovni cilj studije, navodi se razvoj sistema za podršku odlučivanju (DSS – engl. Decision Support System) radi poboljšanja sistema distribucije goriva u složenim realnim uslovima i ograničenjima.

Prvi i najznačajniji radovi u kojima je posmatrana mogućnost primene računara za upravljanje sekundarnom distribucijom goriva pojavili su se 80-ih godina prošlog veka, odnosno radovi Brown i Grawes (1981) i Brown i ostali (1987). Oba rada se bave problematikom ispomoći dispečerima u realnom vremenu. Pomoć dispečerima se ogledala u automatizovanom računarskom sistemu koji koristeći ugrađene optimizacione procedure zamenjuje manuelni, vremenski zahtevan, rad kako bi se smanjili troškovi distribucije. Autori su naveli da je ljudski faktor nezamenljiv u upravljanju distribucijom, a da sistem za podršku odlučivanju služi kao pomoć i alat za analizu velikog broja mogućih varijantnih rešenja, prikazujući dispečeru sve neophodne informacije za postizanje kvalitetnih odluka. Međutim, pored rezultata koji su omogućili postizanje znatno efikasnijeg poslovanja (u radovima Brown i Grawes, 1981 i Brown i ostali, 1987) osnovni nedostatak jeste što se u proračunima ne vodi računa o stanju zaliha, kako u depoima, tako i na krajnjim odredištima distribucije. Ovakav pristup zanemarivanja aspekta zaliha pri rešavanju problema sekundarne distribucije postoji i u nekim novijim radovima. Avella i ostali (2004) su posmatrali slučaj kompanije koja vrši distribuciju više vrsta derivata iz jednog depoa za skup benzinskih stanica koristeći vozni park sopstvenih vozila sa nekoliko komora različitog kapaciteta na svakom vozilu. Cilj kompanije je bio da zadovolji potrebe klijenata na stanicama koristeći raspoloživu flotu vozila i ekipu vozača uz

ostvarivanje minimalnih troškova distribucije. Cornillier i ostali (2007) su rešavali problem sekundarne distribucije egzaktnim algoritmom koji se sastoji iz dva dela: problem utovara vozila i problem rutiranja vozila. Cornillier i ostali (2009) su razmatrali problem distribucije nekoliko derivata koristeći ograničen heterogen vozni park sa ciljem da se maksimizuje profit firme koja vrši proces distribucije. U posmatranom problemu, prijem derivata u pojedine stanice je bio moguć samo u unapred definisanim vremenskim "prozorima" (engl. Time Window). Problem sekundarne distribucije goriva razmatran je i u radovima Boctor i ostali (2011) i Cornillier i ostali (2012).

Ne računajući radove Popović i ostali (2012) i Vidović i ostali (2014), u raspoloživoj literaturi postoji nekoliko radova u kojima su autori rešavali problem sekundarne distribucije primenom IRP koncepta. Cornillier i ostali (2008) su razvili matematički i heuristički model za rešavanje "guranog" (engl. Push) IRP-a u sekundarnoj distribuciji. Naime, u funkciji cilja se ne minimiziraju troškovi rutiranja i zaliha (troškovi zaliha se uopšte ne posmatraju u modelu) već maksimizira ostvareni profit umanjen za troškove rutiranja, regularnog i prekovremenog rada. Drugim rečima, svaka isporučena litra goriva generiše prihod, a cilj je isporučiti što više goriva sa raspoloživim resursima uz što manje troškove rada. Li i ostali (2014) su posmatrali jednu od najvećih petrohemijskih kompanija u Kini koja opslužuje 40 000 benzinskih stanica. Pored klasičnog minimiziranja pređenog rastojanja i troškova posedovanja zaliha (odnosno minimiziranja nedostataka zaliha), autori posmatraju i vremenski aspekt prevoza. Drugim rečima, u funkciji cilja postoji segment minimiziranja vremena trajanja ruta vozila. Za rešavanje problema velikih dimenzija, razvijena je heuristika tabu pretrage koja daje rešenja bliska optimalnim u prihvatljivom vremenu rada računara.

Jedan od ciljeva ovog istraživanja jeste i modeliranje IRP-a, koje je izvršeno za podsistem sekundarne distribucije goriva u kojem postoje svi preduslovi za primenu IRP koncepta. Bersani i ostali (2010) navode da je RMI tradicionalan način snabdevanja benzinskih stanica u kojem stanice šalju zahteve snabdevaču za isporukom goriva na osnovu sopstvenih nivoa zaliha i procene buduće tražnje,

nezavisno od ostalih stanica. Sa druge strane, snabdevač vrši isporuku na osnovu plana dobijenog rešavanjem klasičnog VRP-a. Savremene informacione tehnologije omogućavaju centralizovano on-line praćenje nivoa zaliha u benzinskim stanicama, koje predstavlja osnovni preduslov za primenu VMI koncepta snabdevanja, odnosno primenu IRP koncepta. Autori su testirali efektivnost VMI koncepta u odnosu na RMI na realnom primeru sekundarne distribucije goriva u Francuskoj. Rezultati za jednu nedelju rada su pokazali da VMI koncept:

- generiše manje troškove transporta;
- zahteva manji broj pojedinačnih opsluga stanica;
- daje bolji odnos pređenih kilometara i isporučene količine goriva;
- generiše manje troškove zaliha (koji se sastoje od troškova posedovanja zaliha i troškova izgubljene prodaje usled nedostatka zaliha).

Pored operativnih indikatora, Bersani i ostali (2010) su razmatrali i ukupne troškove u dužem vremenskom periodu. Za posmatranu studiju slučaja, navode da je za VMI koncept neophodno izdvojiti oko 650 € po jednom podzemnom rezervoaru (fiksni troškovi), odnosno oko 500 € godišnje po jednoj benzinskoj stanici za održavanje instalacija (koje uključuje i prenos podataka). Za slučaj koji su posmatrali autori (18 stanica i jedan tip goriva), ukupan trošak za prvu godinu iznosi oko 20 000 € i za svaku narednu oko 9 000 €. Sa druge strane, procenjena godišnja ušteda primenom VMI koncepta iznosi oko 14 000 €. To znači da se implementacija VMI, odnosno IRP koncepta isplati već početkom treće godine rada. Takođe, i rizik usled transporta goriva kao opasne materije je smanjen jer je smanjen broj pojedinačnih opsluga stanica kao i pređeno rastojanje vozila.

Ovim istraživanjem se predlaže optimizacija logističkog sistema sekundarne distribucije goriva koja je usmerena ka snižavanju ukupnih logističkih troškova (transport i zalihe), podizanju nivoa kvaliteta usluge (eliminisanjem nedostataka zaliha) i povećanju efikasnosti sistema. Upravljanje sekundarnom distribucijom kroz IRP koncept nalaže i potrebu za definisanjem organizacionih i tehničkih rešenja i uobličavanje koncepta informacionog sistema, čime se obezbeđuje on-line

praćenje i kontrolna funkcija efikasnog poslovanja celokupnog sistema. Međutim ovaj segment nije detaljnije posmatran u istraživanju, odnosno fokus istraživanja je na definisanju načina opsluge benzinskih stanica pod uslovom da postoje sva organizaciona i tehnička rešenja potrebna za funkcionisanje IRP koncepta. Koliko kojih komora<sup>1</sup> će biti isporučeno, u kojim vremenskim intervalima i u okviru kojih ruta opsluge, a da pri tome ne dođe do nedostatka zaliha i da ukupni troškovi budu minimalni, predstavlja suštinu rešavanja posmatranog IRP-a u sekundarnoj distribuciji goriva.

U poglavljima 3 i 4 su predstavljeni matematički, heuristički i simulacioni modeli za rešavanje IRP-a u sekundarnoj distribuciji goriva. Modeli se baziraju na vozilima koja poseduju više komora, gde se u svaku komoru može jednovremeno smestiti samo jedan proizvod (tip goriva) i transportovati do korisnika. Uz određena prilagođavanja, modeli se mogu primeniti i na ostale slučajeve distribucije gde se koriste takva vozila, kao što je: pomorski transport rasutih materijala, sakupljanje otpada i reciklabila, transport žive stoke (Coelho i Laporte, 2013b), zatim sakupljanje mleka, distribucija smrznutih proizvoda koji se čuvaju na različitim temperaturama (Mendoza i ostali, 2010), sakupljanje maslinovog ulja (Lahyani i ostali, 2014) i sl.

---

<sup>1</sup> pod terminom "isporuka komore" podrazumeva se isporuka količine goriva koja odgovara punom kapacitetu komore vozila

# 3 OPTIMALNI I HEURISTIČKI PRISTUP ZA REŠAVANJE PROBLEMA RUTIRANJA SA ZALIHAMA

U ovom poglavlju su predstavljene razvijeni optimalni i heuristički model za rešavanje problema rutiranja sa zalihama u sekundarnoj distribuciji goriva sa determinističkom potrošnjom više tipova goriva u planskom periodu koji se sastoji od više dana. Naučni doprinos optimalnog i heurističkog modela potvrđen je sa dva rada publikovana u referentnim međunarodnim časopisima (Popović i ostali 2012, Vidović i ostali 2014).

Kao rešenje posmatranog IRP-a u sekundarnoj distribuciji goriva, neophodno je doneti dve osnovne odluke:

- koliko isporučiti goriva, po svakom od tipova za skup benzinskih stanica u unapred definisanom planskom periodu od nekoliko dana;
- kako odrediti rute vozila koja treba da izvrše transport goriva od depoa do benzinskih stanica za svaki dan planskog perioda.

Prilikom donošenja ovih odluka neophodno je minimizirati ukupne troškove koji se sastoje iz dva segmenta: troškovi transporta goriva od depoa do benzinskih stanica i troškovi posedovanja zaliha u tim stanicama za svaki dan planskog perioda (koji se sastoji od  $T$  dana). U predloženim modelima, troškovi transporta zavise od pređenog rastojanja (pod rastojanjem se podrazumeva pređeni put)

vozila dok troškovi zaliha zavise od prosečnih dnevnih zaliha u stanicama. U nastavku teksta sledi opis posmatranog problema.

Posmatrani problem sekundarne distribucije može se opisati kao distribucija više vrsta proizvoda po sistemu jedan-za-mnoge primenom homogenog voznog parka u planskom periodu koji se sastoji iz više dana ( $t \in \{1, 2, \dots, T\}$ ). Jednu stanicu je moguće u jednom danu opslužiti sa maksimalno jednim vozilom. Svaka stanica  $i \in \{1, 2, \dots, I\}$  ima konstantnu potrošnju  $q_{ij}$  za svaki tip goriva  $j \in \{1, 2, \dots, J\}$ , dok intenzitet potrošnje varira po stanicama i po tipovima goriva. Benzinske stanice poseduju podzemne rezervoare poznatog kapaciteta  $Q_{ij}$  (po jedan rezervoar za svaki tip goriva). Nisu dozvoljeni nedostaci zaliha u stanicama za bilo koji tip goriva, odnosno na kraju dana po svakom tipu goriva u stanici mora postojati sigurnosni nivo zaliha jednak dnevnoj potrošnji  $q_{ij}$ . Transport goriva se vrši homogenim voznim parkom cisterni koje gorivo transportuju u  $K$  komora istog kapaciteta, pri čemu se vrši isporuka sadržaja punih komora sa gorivom. Drugim rečima, nije moguće delimično istakanje sadržaja jedne komore u više stanica. Ovakav koncept isporuke celog sadržaja pojedinačnih komora primenjen je i u radovima Bruggen i ostali (1995), Cornillier i ostali (2008, 2009). Veličina voznog parka  $F$  je ograničena gde jedno vozilo može u toku jednog dana biti dodeljeno samo jednoj ruti. Broj komora  $K$  u vozilu najčešće može biti od 4 do 6 (Cornillier i ostali 2008, Ng i ostali 2008, Cornillier i ostali 2009, Boctor i ostali 2011, Cornillier i ostali 2012) i model će biti testiran sa tri tipa vozila:  $K=4$  komore od po  $Q_o=8800$  l,  $K=5$  komora od po  $Q_o=7000$  l,  $K=6$  komore od po  $Q_o=5800$  l. Ako se uzme u obzir broj komora u jednom vozilu i da se stanice snabdevaju sa više tipova goriva, praktično se u jednoj ruti vozila mogu opslužiti do dve ili eventualno tri stanice. Ovoj pretpostavci doprinosi i radno vreme vozača koji teško može da obiđe više od tri stanice u svojoj smeni (usled vremena punjenja vozila, transporta, pražnjenja vozila i zadržavanja u stanicama). Ograničenje od maksimalno tri stanice koje jedno vozilo (sa komorama) može opslužiti u sekundarnoj distribuciji goriva ima potvrdu i u radovima Cornillier i ostali (2008), i Cornillier i ostali (2009). Takođe, u radu Vidović i ostali (2014) testiran je matematički model (na kojem se bazira i model predstavljen u tački 4.1) sa različitim ograničenjima po pitanju opsluge

maksimalnog broja stanica u jednoj ruti. Rezultati su dati u tabeli 3.1 i daju potvrdu da je zanemarljiva razlika u troškovima između ograničenja od maksimum 4 i maksimum 3 stanice u jednoj ruti. Sa druge strane, vreme potrebno za dobijanje optimalnog rešenja je značajno manje za slučaj sa maksimalno 3 stanice u ruti. Prema tome, u predloženom modelu se koristi ograničenje po kojem se u jednoj ruti mogu opslužiti maksimalno tri različite stanice.

**Tabela 3.1** Rezultati optimalnog rešavanja 50 instanci sa 10 stanica i planskim periodom od 4 dana (Vidović i ostali, 2014)

	Do 4 stanice po ruti	Do 3 stanice po ruti	Do 2 stanice po ruti
Prosečni troškovi zaliha [€]	932.78	932.78	945.86
Prosečni troškovi rutiranja [€]	1133.33	1134.18	1155.11
Prosečni ukupni troškovi [€]	2066.11	2066.96	2100.96
Prosečno računarsko vreme [s]	75.28	8.58	0.85

U nastavku je opisana matematička formulacija za optimalno rešavanje IRP-a u sekundarnoj distribuciji goriva, dok je u tački 4.2 opisan heuristički pristup za rešavanje problema većih dimenzija koje nije moguće rešiti optimalno u prihvatljivom vremenu. Dimenzija problema zavisi pre svega od broja benzinskih stanica, broja dana u planskom periodu, broja različitih tipova goriva i intenziteta potrošnje goriva po benzinskim stanicama. U tački 4.3 predstavljeni su testni primeri različitih dimenzija i rezultati modela.

### 3.1 MATEMATIČKA FORMULACIJA

Predloženi MILP model baziran je na problemu dodeljivanja (engl. Assignment Problem) za rešavanje problema segmenta rutiranja. Naime, pošto jedno vozilo može opslužiti nekoliko benzinskih stanica, onda se rute veoma lako mogu predstaviti sa promenljivima dodeljivanja gde svaka promenljiva predstavlja skup stanica koje se opslužuju u istoj ruti u nekom danu planskog perioda. Optimalnim rešenjem MILP modela definiše se trenutak i količina isporuke goriva (od čega zavise troškovi posedovanja zaliha), kao i rute vozila (od čega zavise troškovi transporta) i to za svaki dan planskog perioda. Količina isporuke je izražena u komorama (pune komore) posmatranih vozila. Prema tome, funkcija cilja MILP modela sadrži dva segmenta, odnosno dve promenljive odlučivanja.

Prvi skup binarnih promenljivih odlučivanja  $x_{ijtk}$  definiše sa koliko komora ( $k$ ) i u kom danu ( $t$ ) će biti isporučeno gorivo  $j$  za stanicu  $i$ .

$$x_{ijtk} = \begin{cases} 1 & \text{- ako se stanica } i \text{ snabdeva gorivom } j \text{ u vremenskom} \\ & \text{trenutku (danu) } t \text{ sa ukupno } k \text{ odeljaka} \\ 0 & \text{- u suprotnom} \end{cases}$$

Drugi skup binarnih promenljivih odlučivanja  $y$  predstavlja stanice koje se opslužuju istim vozilom u nekom danu  $t$ . Pošto jedno vozilo može opsluživati u jednoj ruti jednu, dve, ili tri stanice onda u modelu respektivno postoje sledeće promenljive ovog tipa:  $y_{pt}$ ,  $y_{pqt}$ , i  $y_{pqwt}$  gde indeksi  $p$ ,  $q$ ,  $w$  predstavljaju različite stanice.

$$y_{pt} = \begin{cases} 1 & \text{- ako se stanica } p \text{ snabdeva direktnom isporukom u danu } t \\ 0 & \text{- u suprotnom} \end{cases}$$



$$y_{pqt} = \begin{cases} 1 & \text{- ako se stanice } p \text{ i } q \text{ snabdevaju istim vozilom danu } t \\ 0 & \text{- u suprotnom} \end{cases}$$

$$y_{pqwt} = \begin{cases} 1 & \text{- ako se stanice } p, q \text{ i } w \text{ snabdevaju istim vozilom danu } t \\ 0 & \text{- u suprotnom} \end{cases}$$

Redosled stanica koje se nalaze u indeksu promenljive  $y$  ne predstavljaju redosled opsluživanja stanica u ruti vozila, već isključivo skup stanica koje se opslužuju sa istim vozilom. Podrazumeva se da će se vozilo kretati najkraćim mogućim rastojanjem prilikom opsluživanja stanica, a to rastojanje se unapred određuje enumeracijom i ulazi kao konstanta  $r$  u funkciju cilja za promenljive  $y_{pqwt}$  sa tri stanice u ruti. Za promenljive sa jednom i dve stanice u ruti ( $y_{pt}$ ,  $y_{pqt}$ ) enumeracija nije potrebna, u prvom slučaju se radi o direktnoj isporuci iz depoa za jednu stanicu dok u drugom slučaju nije bitan redosled opsluge (ruta ima istu dužinu opsluge dve stanice). Na ovaj način je moguće značajno smanjiti ukupan broj  $y$  promenljivih u modelu. Na primer, promenljiva  $y_{123t}$  zamenjuje skup promenljivih  $y_{123t}$ ,  $y_{132t}$ ,  $y_{213t}$ ,  $y_{231t}$ ,  $y_{312t}$ ,  $y_{321t}$ . Drugim rečima, u modelu se nalaze isključivo promenljive  $y$  koje imaju jedinstvene skupove stanica. Ovo smanjenje broja promenljivih odlučivanja u MILP modelu ima za posledicu manje dimenzije problema, odnosno model zauzima manje radne memorije i utiče na brže dobijanje rešenja i na mogućnost rešavanja kompleksnijih testnih instanci (sa više stanica, dana planskog perioda itd.).

Pored dve navedene promenljive odlučivanja ( $x$  i  $y$ ) u model je uvedena i dodatna pomoćna binarna promenljiva  $h_{it}$  kojom se definiše da li se stanica  $i$  opslužuje nekim vozilom u danu  $t$ . Ova promenljiva povezuje promenljive isporučene količine  $x$  sa promenljivama ruta opsluge  $y$ , odnosno dozvoljava da neka stanica bude u indeksu  $y$  samo ako se istoj isporučuje neka količina goriva.

$$h_{it} = \begin{cases} 1 & \text{- ako se stanici } i \text{ isporučuje gorivo u danu } t \\ 0 & \text{- u suprotnom} \end{cases}$$

Skupovi koji se koriste u modelu su:

$\Phi = \{1, 2, \dots, I\}$  - skup benzinskih stanica

$\Gamma = \{1, 2, \dots, J\}$  - skup vrsta goriva

$\Lambda = \{1, 2, \dots, K\}$  - skup komora jednog vozila

$\Pi = \{1, 2, \dots, T\}$  - skup dana planskog perioda

Indeksi koji se koriste u modelu su:

$i, p, q, w$  - benzinske stanice ( $i, p, q, w, e \in \Phi$ )

$j$  - tipovi goriva ( $j \in \Gamma$ )

$t, z$  - vremenski trenutak, odnosno redni broj dana u posmatranom planskom periodu ( $t, z \in \Pi$ )

$k$  - broj komora vozila ( $k \in \Lambda$ )

Ulazni parametri koji se koriste u modelu su:

$S_{ij}^0$  - nivo zaliha goriva  $j$  u stanici  $i$  na početku planskog perioda

$q_{ij}$  - dnevna potrošnja goriva  $j$  u stanici  $i$

$c_{inv}$  - troškovi posedovanja zaliha (izraženi po jedinici prosečnih dnevnih zaliha)

$c_r$  - troškovi transporta (izraženi po jedinici pređenog rastojanja vozila)

$Q_{ij}$  - kapacitet podzemnog rezervoara za gorivo  $j$  u stanici  $i$

$Q_o$  - kapacitet jedne komore vozila

$r_{pqw}$  - minimalna dužina rute vozila koje opslužuje stanice  $p, q, w$

$r_{pq}$  - minimalna dužina rute vozila koje opslužuje stanice  $p, q$

$r_p$  - minimalna dužina rute vozila koje opslužuje stanicu  $p$  (direktna isporuka)

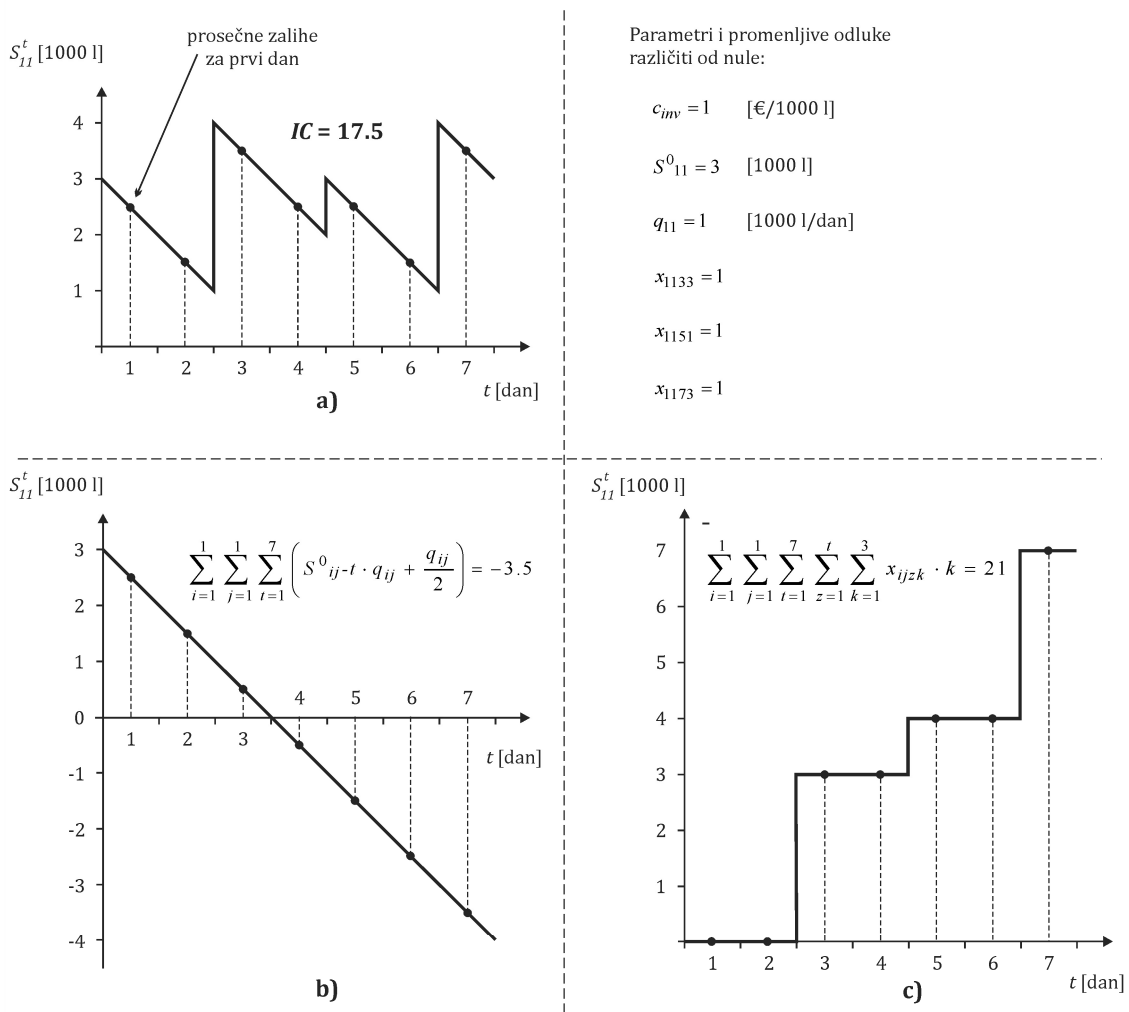
$F$  - veličina voznog parka

Funkcija cilja MILP modela za rešavanje posmatranog IRP-a data je jednačinom (1) i pokušava da minimizuje ukupne troškove zaliha (IC) i rutiranja (RC).

$$\text{MIN} \rightarrow IC + RC \quad (1)$$

Formulom (2) su definisani troškovi zaliha koji su izraženi kao proizvod sume dnevnih prosečnih zaliha po svim stanicama i tipovima goriva u planskom periodu i dnevnih jediničnih troškova posedovanja zaliha. Prvi deo ove jednačine (sume po  $i, j, i, t$ ) predstavlja ukupne prosečne dnevne zalihe bez isporučenih količina goriva, dok poslednje dve sume (po  $z$  i  $k$ ) predstavljaju uticaj isporuka na ukupne dnevne prosečne zalihe. Troškovi zaliha su manji sa manjim količinama koje se isporučuju što kasnije u planskom periodu. Pojašnjenje jednačine (2) je dato na slici 3.1 za slučaj sa  $T=7$  dana planskog perioda i tri isporuke jednog tipa goriva (drugi dan tri komore, peti dan jedna komora i sedmi dan tri komore). U prikazanom primeru, potrošnja stanice 1 za gorivo 1 iznosi  $q_{11}=1000$  l na dan, a jedna komora vozila ima kapacitet od  $Q_o=1000$  l goriva.

$$IC = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T \left( S_{ij}^0 - t \cdot q_{ij} + \frac{q_{ij}}{2} \right) + \sum_{z=1}^t \sum_{k=1}^K x_{ijzk} \cdot k \cdot Q_o \cdot c_{inv} \quad (2)$$



**Slika 3.1** Grafički prikaz kretanja zaliha za jednu stanicu i jedan tip goriva (izraženo u 1000 l) jednog rešenja: a) ukupnog nivoa zaliha, b) nivoa zaliha bez isporuka goriva, c) nivoa zaliha samo isporučениh količina goriva

$$RC = \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^I \left( y_{pt} \cdot r_p + \sum_{q=p+1}^I \left( y_{pqt} \cdot r_{pq} + \sum_{w=q+1}^I y_{pqwt} \cdot r_{pqw} \right) \right) \cdot c_r \tag{3}$$

Segment rutiranja  $RC$  (3) u funkciji cilja predstavlja troškove ukupnog pređenog puta svih vozila kojima se vrši isporuka goriva u posmatranom planskom periodu. Minimizacija troškova rutiranja vrši se rešavanjem problema dodeljivanja količina isporuke (punih komora) na potencijalne rute vozila. Sumiranjem svih proizvoda promenljivih odlučivanja  $y$  i pripadajućih rastojanja  $r$  dobija se ukupno pređeno rastojanje vozila u celom planskom periodu. Ukupan trošak rutiranja  $RC$  se računa kao proizvod jediničnog troška rutiranja  $c_r$  i ukupnog pređenog

rastojanja. U nastavku slede ograničenja koja se koriste u predloženom MILP modelu.

$$S_{ij}^0 + \sum_{t=1}^z \sum_{k=1}^K x_{ijtk} \cdot k \cdot Q_o - \sum_{t=1}^{z-1} q_{ij} \leq Q_{ij} \quad \forall i \in \Phi \quad \forall j \in \Gamma \quad \forall z \in \Pi \quad (4)$$

$$S_{ij}^0 + \sum_{t=1}^z \sum_{k=1}^K x_{ijtk} \cdot k \cdot Q_o - \sum_{t=1}^z q_{ij} \geq q_{ij} \quad \forall i \in \Phi \quad \forall j \in \Gamma \quad \forall z \in \Pi \quad (5)$$

Ograničenje (4) ne dozvoljava isporuku goriva ako nema dovoljno slobodnog kapaciteta u podzemnom rezervoaru benzinske stanice za posmatrani tip goriva. Ograničenje (5) osigurava da u podzemnim rezervoarima uvek ima dovoljno goriva za zadovoljenje potrošnje. Model je definisan tako da u svakoj stanici na kraju dana stanje zaliha svakog goriva ne sme biti ispod nivoa dnevne potrošnje tog tipa goriva (sigurnosne zalihe).

$$h_{it} \leq \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijtk} \quad \forall t \in \Pi \quad \forall i \in \Phi \quad (6)$$

$$h_{it} \geq \frac{1}{J \cdot K} \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijtk} \quad \forall t \in \Pi \quad \forall i \in \Phi \quad (7)$$

Ograničenja (6) i (7) definišu binarnu promenljivu  $h_{it}$ , odnosno da li se stanica  $i$  opslužuje u danu  $t$  u rešenju MILP modela. Ova binarna promenljiva je neophodna za definisanje ograničenja vezanih za rute vozila.

$$y_{pt} \leq h_{pt} \quad \forall t \in \Pi \quad \forall p \in \Phi \quad (8.1)$$

$$2 \cdot y_{pqt} \leq h_{pt} + h_{qt} \quad \forall t \in \Pi \quad \forall (p,q) \in \Phi^2, \quad p < q \quad (8.2)$$

$$3 \cdot y_{pqwt} \leq h_{pt} + h_{qt} + h_{wt} \quad \forall t \in \Pi \quad \forall (p,q,w) \in \Phi^3, \quad p < q < w \quad (8.3)$$

Ograničenja (8.1)-(8.3) osiguravaju da se jedna ruta može realizovati samo u slučaju da u posmatranom danu postoje količine koje je neophodno isporučiti za sve stanice te rute. Na primer, ako je  $h_{11} = 1$  i  $h_{21} = 0$  onda  $y_{121}$  mora biti manje ili jednako 0.5, odnosno sledi da je  $y_{121} = 0$  (pošto je u pitanju binarna promenljiva).

Relacija manje ili jednako se koristi zato što ove dve stanice mogu ali i ne moraju da se opsluže baš tom rutom.

$$\sum_{p=1}^I \left( y_{pt} + \sum_{q=p+1}^I \left( 2 \cdot y_{pqt} + \sum_{w=q+1}^I 3 \cdot y_{pqwt} \right) \right) = \sum_{i=1}^I h_{it} \quad \forall t \in \Pi \quad (9)$$

Ukupan broj opsluga stanica u danu ( $\sum h_{it}$ ) mora biti jednak sumi broja stanica koje se opslužuju u svim rutama tog dana, i ovo ograničenje je definisano sa (9).

$$y_{it} + \sum_{q=i+1}^I \left( y_{iqt} + \sum_{w=q+1}^I y_{iqwt} \right) + \sum_{p=1}^{i-1} \left( y_{pit} + \sum_{w=i+1}^I y_{piwt} \right) + \sum_{p=1}^{i-2} \sum_{q=p+1}^{i-1} y_{pqit} \leq 1 \quad \forall t \in \Pi \quad \forall i \in \Phi \quad (10)$$

Ograničenje (10) dozvoljava opslugu jedne stanice sa maksimalno jednom rutom u jednom danu.

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijtk} \cdot k \leq K \quad \forall t \in \Pi \quad \forall i \in \Phi \quad (11)$$

Ograničenje (11) ne dozvoljava da se jednoj stanici u jednom danu isporuči više komora nego što ih ima u jednom vozilu, u suprotnom bi u jednom danu isporuku morala vršiti dva vozila (što nije dozvoljeno).

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (x_{pjtk} + x_{qjtk}) \cdot k \leq K \cdot (2 - y_{pqt}) \quad \forall t \in \Pi \quad \forall (p,q) \in \Phi^2, \quad p < q \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (x_{pjtk} + x_{qjtk} + x_{wjtk}) \cdot k \leq K \cdot (3 - 2 \cdot y_{pqwt}) \quad \forall t \in \Pi \quad \forall (p,q,e) \in \Phi^3, \quad p < q < w \quad (13)$$

Kao što se jednoj stanici ne može isporučiti više komora nego što ih ima u vozilu, tako je nemoguće da jedno vozilo transportuje više komora nego što ih na vozilu ima. Ovo ograničenje kapaciteta vozila postiže se izrazima (12) i (13). Ograničenje (12) se koristi za rutu kojom se opslužuju dve stanice, ograničenje (13) se koristi za rutu kojom se opslužuju tri stanice. Ograničenje kapaciteta vozila za direktni isporuku je već dato u okviru ograničenja (11).

$$\sum_{p=1}^I \left( y_{pt} + \sum_{q=p+1}^I \left( y_{pqt} + \sum_{w=q+1}^I y_{pqwt} \right) \right) \leq F \quad \forall t \in \Pi \quad (14)$$

Ograničenja (14) ne dozvoljavaju da suma svih ruta u jednom danu bude veća od veličine voznog parka

$$\begin{aligned} H_{it}, x_{ijtk}, y_{pqwet}, y_{pqwt}, y_{pqt}, y_{pt} &\in \{0,1\} \\ \forall j \in \Gamma \quad \forall t \in \Pi \quad \forall k \in \Lambda \quad \forall i \in \Phi \quad \forall (p,q,w,e) \in \Phi^4, \quad p < q < w < e \end{aligned} \quad (15)$$

Sa (15) je definisana binarnost promenljivih odlučivanja.

## 3.2 HEURISTIČKI MODEL

Predloženi heuristički model za rešavanje IRP-a u sekundarnoj distribuciji goriva je razvijan u nekoliko faza. Prvo je razvijena konstruktivna heuristika po meri posmatranog problema (opisana u tački 3.2.1) koja se bazira na nekoliko determinističkih pravila za poboljšanje početnog rešenja baziranog na minimizaciji zaliha u sistemu (isporuke minimalne količine goriva u poslednjem mogućem trenutku). Zatim su razvijene dve procedure poboljšanja rešenja primenom metoda promenljivog spusta (VND - engl. Variable Neighbourhood Descent) koje su opisane u tački 3.2.2. Na kraju, heuristički model je zaokružen i stohastičkim pristupom poboljšanja rešenja, odnosno razvijena je VNS heuristika koja je opisana u tački 3.2.3.

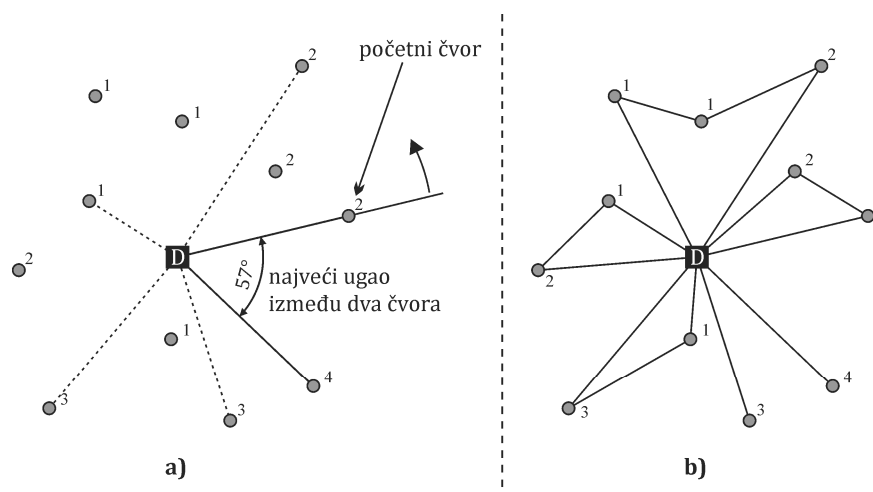
### 3.2.1 Konstruktivna heuristika

Predložena konstruktivna heuristika se zasniva na "prebacivanju" količina isporuka u rešenju između neka dva dana planskog perioda radi efikasnijeg transporta. Termin "prebacivanje" se odnosi na promenu dana isporuke komora koji se već nalaze u planu isporuke (rešenju). Moguća su dva pristupa dobijanja početnog plana isporuke na osnovu kojeg je neophodno izvršiti prebacivanja komora isporuke po danima. Prvi jeste da se problem reši optimalno sa aspekta zaliha i zatim da se postepeno prebacuju po danima jedna po jedna komora dok god postoje koristi od prebacivanja. Drugi pristup je sličan, sa tom razlikom što se prvo problem rešava optimalno sa aspekta rutiranja. Mana drugog pristupa je očigledna ako se zna da je rutiranje NP problem i da zahteva eksponencijalno više vremena za svaki dodatni čvor koji je neophodno rutirati. Iz tog razloga je odabran prvi pristup.



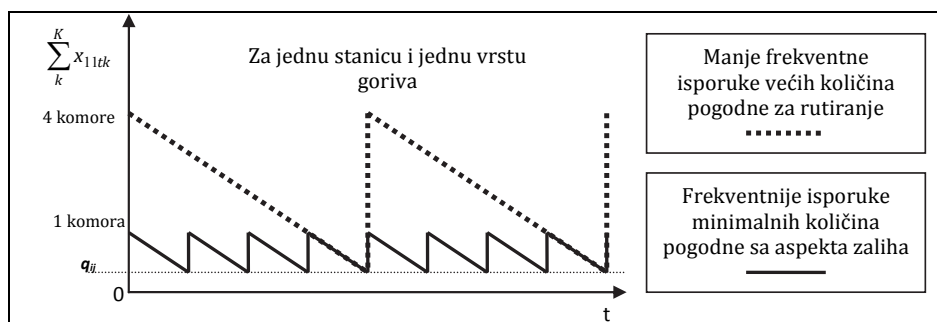
Za rešenje IC (engl. Inventory Cost) problema posmatrajući samo zalihe (početno rešenje konstruktivne heuristike) neophodno je odrediti trenutke kada se nivo zaliha smanjuje ispod dozvoljenog zaštitnog nivoa. Taj trenutak označava kada je potrebno isporučiti najmanje moguću količinu, odnosno jednu punu komoru vozila koja se "ubacuje" u plan isporuke.

Kada su poznate količine goriva koje je neophodno isporučiti po stanicama u posmatranom danu onda je potrebno odrediti rute vozila koja treba da izvrše transport od depoa do stanica. Procedura kreiranja ruta za svaki dan planskog perioda bazira se na metodi čišćenja (engl. Sweep Method) koja je prvi put objavljena u radu autora Gillet i Miller (1974). U predloženoj heuristici koristi se modifikovan metod čišćenja, odnosno rute se kreiraju počev od stanice koja ima najveći polarni ugao (najveći razmak) od prve prethodne stanice (engl. Sweep Big Gap). Efikasnost Sweep Big Gap metode za rutiranje vozila sa komorama pokazana je u radu Derigs i ostali (2010). Na slici 3.2 je dat grafički primer ove metode. Pored svakog čvora je dat broj komora koje je neophodno isporučiti, gde je broj komora vozila  $K=4$ . Prvi korak jeste određivanje početnog čvora (izvornog čvora) prve rute. Početni čvor je onaj koji ima najveće polarno rastojanje do prethodnog susednog čvora. Zatim se u suprotnom smeru od smera kretanja kazaljke na satu dodaju čvorovi u rutu, ako postoji slobodan kapacitet u vozilu. Ako se cela količina isporuke ne može ubaciti u tekuću rutu, pretraga se nastavlja do sledećeg čvora. Ako ne postoji nijedan čvor koji može da se ubaci u tekuću, ruta se zatvara. Pretraga za novu rutu počinje od prvog slobodnog čvora (čvora koji još uvek nije ubačen u neku od ruta) koji ima najmanje polarno rastojanje. Kreiranje ruta se završava kad se poslednja stanica ubaci u neku rutu vozila.



**Slika 3.2** Sweep Big Gap metoda za kreiranje ruta: a) određivanje početnog čvora prve rute i ostalih ruta, b) rešenje

Dobijeno rešenje sadrži samo količinu isporuke od jedne komore po stanici po tipu goriva i to u poslednjem mogućem trenutku (jer će tada troškovi zaliha biti minimalni). Na slici 3.3 je prikazan pojednostavljen slučaj stanja zaliha u jednoj stanici gde je punom linijom prikazan nivo zaliha kada se isporuka vrši sa što manjim količinama i u poslednjem mogućem trenutku (pogodnije sa aspekta prosečnih zaliha), dok je isprekidanom linijom prikazan slučaj pogodniji sa aspekta rutiranja vozila.



**Slika 3.3** Različiti pristupi snabdevanja sa aspekta pogodnosti za rutiranje i za upravljanje zalihama

Pošto stanice imaju različite početne zalihe i potrošnju po tipu goriva onda za svaku stanicu i za svaki tip goriva postoji neki trenutak snabdevanja koji je nezavistan u odnosu na ostale stanice i tipove goriva. To ima za posledicu

neusklađenost količina isporuke po danima posmatrajući sve stanice i sve tipove goriva za jednu stanicu. Na primer, sasvim je moguć slučaj da se za istu stanicu prvog dana isporučuje jedna komora jednog tipa goriva, narednog dana jedna komora drugog tipa goriva i trećeg dana jedna komora trećeg tipa goriva. U ovom slučaju je možda bolje da se umesto tri posete vozila u tri dana, koristi jedno vozilo koje će isporučiti tri komore različitih goriva u prvom danu. Prostorna disperzija stanica koje se opslužuju po danima planskog perioda je još jedno obeležje koje ima veliki uticaj na troškove rutiranja, a takođe se ne respektuje u redukovanom IC modelu. Prostorno grupisanje stanica po danima (postojanje prostornih klastera) može značajno da smanji pređeno rastojanje vozila. Neusklađenost isporuka zajedno sa zanemarivanjem prostorne disperzije stanica ima za posledicu neadekvatno korišćenje vozila i generisanje dodatnih troškova rutiranja. Ovo uvećanje troškova rutiranja gotovo uvek prevazilazi uštede u troškovima zaliha (jer se potpuno zanemaruje segment rutiranja). Samim tim su ukupni troškovi rutiranja i zaliha veći nego u optimalnom rešenju koje se dobija rešavanjem MILP IRP modela. Heuristika ima zadatak da prebacivanjem količina isporuka između dana planskog perioda približi rešenje dobijeno posmatrajući samo zalihe optimalnom rešenju MILP IRP modela, vodeći se principima usklađenosti količina isporuka po danima i prostornim grupisanjem stanica.

U postupku prebacivanja dozvoljena su samo prebacivanja u prethodne dane, u suprotnom bi došlo do pada zaliha ispod dozvoljenog nivoa. Svako prebacivanje u prethodni dan generiše dodatne troškove zaliha i ima uticaj na troškove rutiranja (kako u danu iz kojeg se izbacuje komora isporuke tako i u danu u koji se dodaje komora isporuke). Osnovna ideja predložene konstruktivne heuristike leži u prebacivanju onih komora isporuke koje generišu smanjenje ukupnih troškova rutiranja i zaliha. Prema tome, neophodna je identifikacija skupa mogućih prebacivanja i izbor onog koje generiše najveću pozitivnu korist. Korist se računa za prebacivanje jedne komore i to na osnovu uticaja na nove rute (nove rute neophodno je kreirati za dva dana u kojima su nastale promene) i na troškove zaliha. Konstruktivna heuristika se završava kada ne postoji prebacivanje koje može da generiše manje ukupne troškove rutiranja i zaliha.

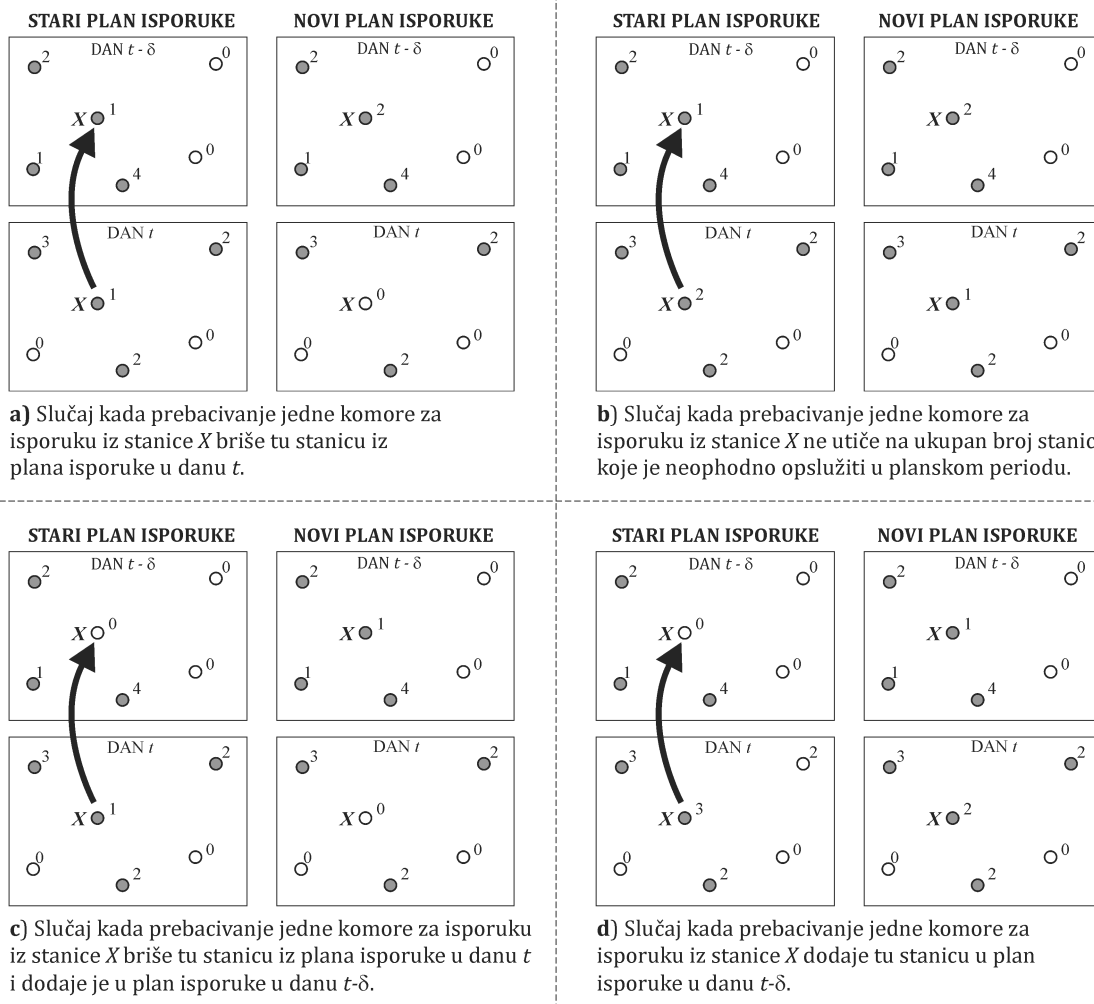
Iako se za kreiranje ruta primenjuje heuristika, u slučaju kompleksnijih problema vreme potrebno za dobijanje rešenja može biti neprihvatljivo jer se za svako moguće prebacivanje mora izračunati uticaj na rute i zalihe u dva dana, zatim odrediti najbolje i izvršiti prebacivanje, a postupak se ponavlja sve dok postoji poboljšanje. Radi ubrzanja vremena rada heuristike (uz zadržavanje što većeg kvaliteta rešenja) prilikom određivanja uticaja prebacivanja na ukupne troškove zaliha i rutiranja posmatra se samo  $E$  najpogodnijih prebacivanja. Potrebno je napomenuti da sve komore isporuke u istoj stanici bez obzira na tip goriva predstavljaju jedno moguće prebacivanje pošto imaju isti uticaj na promenu ukupnih troškova (pretpostavka modela je da cena posedovanja zaliha ne zavisi od tipa goriva). Prebacivanje je moguće izvršiti više dana unazad, a broj dana prebacivanja unazad definisan je sa  $\delta$ . Performansa pogodnosti stanica za prebacivanje se određuje na osnovu sledeća tri izmeritelja:

- Eliminacioni izmeritelj  $V^1_{it\delta}$  **definiše mogućnost prebacivanja** (da li uopšte može da se izvrši prebacivanje) isporuke jedne komore za stanicu  $i$  iz dana  $t$  u dan  $t-\delta$ . Ako  $K_{it}$  predstavlja broj komora koje je neophodno isporučiti u danu  $t$  za stanicu  $i$  onda je prebacivanje moguće samo u slučaju  $K_{it} > 0 \wedge K_{it-\delta} < 4$  i tada je  $V^1_{it} = 1$ , u suprotnom  $V^1_{it\delta} = 0$ .
- Vrednost drugog izmeritelja  $V^2_{it\delta}$  **definiše promenu ukupnog broja poseta stanicama radi opsluge** (za očekivati je da smanjenje ovog broja utiče i na smanjenje ukupnih troškova preko smanjenja pređenog rastojanja vozila) i određuje se na sledeći način: kada je  $K_{it}=1 \wedge K_{it-\delta} < 4$  onda je  $V^2_{it\delta} = 2$  (jedna stanica se briše iz posmatranog dana a komora iz te stanice se dodaje količini isporuke u prethodnom danu, slika 3.4.a); kada je  $K_{it} > 1 \wedge K_{it-\delta} < 4$  onda je  $V^2_{it\delta} = 1$  (ukupan broj stanica koje je neophodno opslužiti ostaje isti u dva posmatrana dana, slika 3.4.b i 3.4.c); u ostalim slučajevima  $V^2_{it\delta} = 0$  (ukupan broj stanica koje je neophodno opslužiti se uvećava za jednu u dva posmatrana dana, slika 3.4.d).

- Treći izmeritelj  $V^3_{it\delta}$  **respektuje prostornu disperziju stanica sa ciljem smanjenja pređenog rastojanja vozila** (za očekivati je da manja prostorna disperzija stanica utiče na smanjenje ukupnih troškova takođe preko smanjenja pređenog rastojanja vozila). Vrednost izmeritelja  $V^3_{it\delta}$  za svaku stanicu  $i$  za koju postoji isporuka u posmatranom danu ( $K_{it}>0$ ), određuje se na sledeći način: odrediti najveće rastojanje  $l_{ip}$  do susedne stanice  $p$  ( $i \neq p$ ) u posmatranom danu  $t$  koja se takođe opslužuje u tom danu ( $K_{pt}>0$ ); zatim odrediti najkraće rastojanje  $l_{iw}$  do susedne stanice  $w$  ( $i \neq w$ ) u danu  $t-\delta$  u koji se prebacuje komora a koja se takođe opslužuje u tom danu ( $K_{wt-\delta}>0$ ); na osnovu ova dva rastojanja proračunava se treći izmeritelj na osnovu sledeće jednačine  $V^3_{it\delta}=l_{ip}-l_{iw}$ .

Broj stanica koje se opslužuju ima veliki uticaj na pređeni put odnosno na troškove rutiranja. Za posmatrani dan najbolja varijanta jeste da se prebaci komora iz neke stanice koja se opslužuje samo sa tom komorom jer se tada izbacuje jedna stanica u planu isporuke za posmatrani dan. Sa druge strane, za dan u koji se vrši prebacivanje, najbolja varijanta jeste da se prebaci komora u neku stanicu koja se već opslužuje (sa manje od  $K$ ) jer se tada ne menja broj stanica u planu isporuke. Ako su ispunjena oba uslova, odnosno ako sa prebacivanjem jedne komore izbacuje jedna stanica u planu isporuke za posmatrani dan i istovremeno se ne dodaje nova stanica u plan isporuke za prethodni dan onda je  $V^2_{it}=2$ . Ako postoji više ovakvih slučajeva onda je neophodno analizirati efekte svakog od njih i izabrati najbolji slučaj (gramzivi pristup). Najgora varijanta jeste da se prebacivanjem komore ne "gubi" stanica u isporuci iz posmatranog dana, a da se istovremeno dodaje stanica u isporuci prethodnog dana. Na slici 3.4 su prikazane četiri varijante u kojima su osenčene stanice koje se opslužuju u posmatranim danima (upisane su i količine komora koje je neophodno isporučiti). Prikazano je stanje pre i posle postupka prebacivanja jedne komore. Varijante su: a) najbolja varijanta kada se gubi jedna stanica iz plana isporuke posmatrano za oba dana; b) i c) ukupan broj stanica u planu isporuke za oba dana ostaje nepromenjen; d)

najgora varijanta kada se dodaje jedna stanica u planu isporuke posmatrano za oba dana.



- Stanice koje se opslužuju u posmatranom danu (isporuka 1,2,3 ili 4 komore)
- Stanice koje se ne opslužuju u posmatranom danu (0 komora)

**Slika 3.4** Različiti slučajevi prebacivanja komore isporuke sa aspekta uticaja na broj stanica u planovima isporuke za posmatrane dane (Vidović i ostali, 2014)

Za varijante b), c) i d) potrebno je izračunati koliko će prebacivanje uticati na prostornu disperziju, odnosno, u okviru ovih varijanti, koje prebacivanje će biti najpovoljnije. Za posmatrani dan su povoljnija ona prebacivanja gde stanica odakle se briše komora isporuke ima veće rastojanje od najbliže stanice koja se opslužuje u posmatranom danu (ili prosečno rastojanje za grupu najbližih stanica). Sa druge strane, za dan u koji se vrši prebacivanje povoljnije su one komore u stanicama

koje imaju manje rastojanje do stanice koje se već opslužuje u danu u koji se vrši prebacivanje.

Istovremenim sagledavanjem efekata po datim izmeriteljima u oba dana moguće je rangirati komore isporuke po pogodnosti za prebacivanje. Na osnovu performanse pogodnosti prebacivanja, komore isporuke se prvo sortiraju u nerastući niz po prvom izmeritelju, zatim po drugom i na kraju po trećem izmeritelju. U tabeli 3.2 je dat primer rangiranja.

**Tabela 3.2** Primer rangiranja prebacivanja komora isporuke po pogodnosti iz dana  $t$  u dan  $t-\delta$

Redni broj komore isporuke stanice $i$	$V^1_{it\delta}$	$V^2_{it\delta}$	$V^3_{it\delta}$
1	1	2	0
2	1	2	0
3	1	2	0
4	1	1	13
5	1	1	2
6	1	1	-28
7	1	0	-31
8	1	0	-33
9*	0	-	-
10*	0	-	-

\* komore čija isporuka ne može da se pomera u dan  $t-\delta$  zbog ograničenja kapaciteta vozila

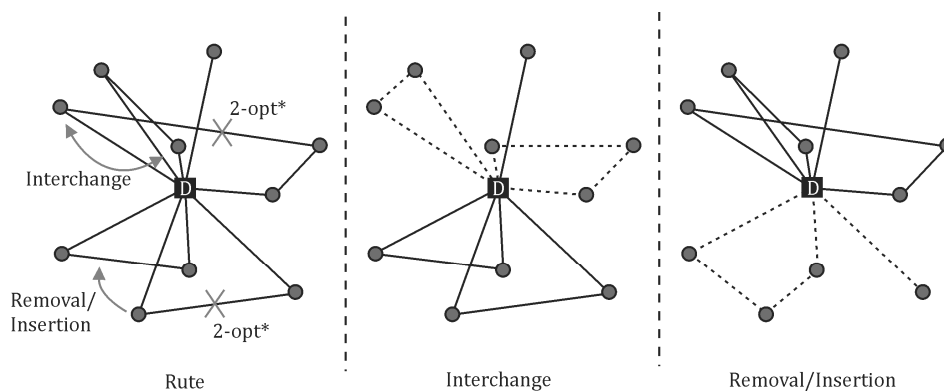
Ako u prvih  $E$  mogućih prebacivanja postoji makar jedno prebacivanje koje smanjuje ukupne troškove, izvršava se najbolje prebacivanje i zatim se ponovo vrši proračun vrednosti izmeritelja. Heuristika istovremeno posmatra prebacivanje komora za  $\delta=1$ ,  $\delta=2$ , pa sve do  $\delta=T-1$ . Procedura prebacivanja se zaustavlja kada ne postoji niti jedno prebacivanje u skupu  $E$  najpogodnijih koje generiše smanjenje ukupnih troškova.

### 3.2.2 VND pretraga rešenja

VND pretraga rešenja se bazira na determinističkoj pretrazi svih mogućih rešenja neke okoline rešenja i prihvatanja prvog poboljšanja koje se pronađe. Prvo je neophodno odrediti "okoline" pretraživanja, pod kojima se podrazumeva određen način promene rešenja (promena rešenja nije značajna, odnosno

promenjeno rešenje se nalazi u okolini originalnog). Promena rešenja se tipično vrši nekom jednostavnom metodom poboljšanja. Broj i struktura okolina zavisi od problema koji se rešava i utiče na kvalitet rešenja ali i na vreme potrebno za dobijanje rešenja. Što ima više složenijih okolina pretpostavka je da će i rešenje biti bolje (do neke granice), a sa druge strane vreme potrebno za rešavanje će sigurno rasti. U predloženoj heuristici VND se koristi u dva segmenta: poboljšanje ruta u jednom danu primenom VND-a sa dve okoline (VND-route) i poboljšanje plana isporuke između dva dana primenom VND-a sa dve okoline (VND-IR).

VND-route vrši poboljšanje već kreiranih ruta po danima planskog perioda. Postoji veliki broj okolina (metoda poboljšanja) koje mogu da se koriste za poboljšanje ruta vozila, a u predloženom modelu primenjuju se dve okoline koje su se pokazale kao dobre za vozila sa komorama u radu Derigs i ostali (2010): (1) zamena po jedne stanice iz dve rute (engl. Interchange), (2) brisanje stanice iz jedne rute i ubacivanje iste u neku drugu rutu (engl. Removal/Insertion). Pošto rute vozila mogu imati do 3 stanice, onda i nema potrebe za dodatnim okolinama. Na slici 3.5 prikazan je primer promena koje se vrše u okolinama VND-route pretrage, dok je na slici 3.6 dat algoritam VND-route pretrage u formi pseudo koda.



**Slika 3.5** Okoline VND-route pretrage (Popović i ostali, 2012)



---

```

0  Ulaz: PLAN_ISPORUKE (količine po danima sa rutama vozila)
1  for dan in planski_period:
2    poboljšanje=True
3    while poboljšanje:
4      poboljšanje=False

5    Procedura: Interchange
6    for par_ruta in sve_rute:
7      for "svaka upotrebljiva zamena dve stanice" in par_ruta:
8        if "zamena stanica smanjuje pređeno rastojanje":
9          poboljšanje=True
10         izvršiti zamenu stanica u PLAN_ISPORUKE
11         break to while loop at line 3

12   Procedura: Removal/Insertion
13   for ruta_iz in sve_rute:
14     for stanica in ruta_iz:
15       for ruta_u in sve_rute/ruta_iz:
16         brisanje stanica iz ruta_iz i ubacivanje iste u ruta_u
17         if "nove rute upotrebljive sa smanjenim pređenim rastojanjem":
18           poboljšanje=True
19           izvršiti brisanje i ubacivanje u PLAN_ISPORUKE
20           break to while loop at line 3

```

---

**Slika 3.6** Pseudo kod VND-route pretrage

Za razliku od VND-route pretrage koja poboljšava rešenje u pojedinačnim danima planskog perioda, VND-IR pretraga vrši poboljšanje rešenja na nivou celog planskog perioda i to u okolinama koje se baziraju na prebacivanju komora sa gorivom (koji su predviđeni za isporuku u datom rešenju) iz jednog u neki drugi dan. Sa  $max\beta$  je definisan maksimalan broj dana prebacivanja unapred ili unazad i predstavlja parametar podešavanja heuristike koji utiče na kvalitet rešenja ali i na vreme rada računara (veća dubina pretrage daje kvalitetnija rešenja sa istovremenim povećanjem vremena rada računara). Okoline koje se primenjuju u pretrazi predstavljaju proširenje pristupa prebacivanju pojedinačnih komora u konstruktivnoj heuristici. Odnosno, koriste se dve okoline u pretrazi i to u sledećem redosledu: (1) prebacivanje svih komora predviđenih za isporuku u jednoj stanici (cela stanica se iz jednog dana prebacuje u neki od prethodnih dana); (2) prebacivanje pojedinačnih komora. Redosled pretrage okolina u VND-IR pretrazi je takav da se prvo pretražuje okolina sa manjim ukupnim brojem

mogućih promena. Na slici 3.7 je prikazan algoritam VND-IR pretrage u formi pseudo koda.

---

```

0  Ulaz: PLAN_ISPORUKE (količine po danima sa rutama vozila)
1  poboljšanje=True
2  while poboljšanje:
3      poboljšanje=False
4      Skup_okolina = ["Sve komore stanice", "Pojedinačna komora"]
5      for N in Skup_okolina:
6          Procedura: Prebacivanje_iskoruka_po_zadatoj_okolini_N
7          for dan_iz in planski_period:
8              for dan_u in planski_period:
9                  if dan_iz≠dan_u and |dan_iz-dan_u|≤maxβ:
10                     for QN in PLAN_ISPORUKE [dan_iz]: *
11                         Temp = PLAN_ISPORUKE
12                         brianje QN iz Temp[dan_iz]
13                         ubacivanje QN u Temp[dan_u]
14                         if Temp "je upotrebljivo i ima manje ukupne troškove": **
15                             poboljšanje=True
16                             PLAN_ISPORUKE=Temp
17                         break to while loop at line 2

```

---

\*  $Q_N$  predstavlja one komore koje se prebacuju u zavisnosti od okoline  $N$  (mogu biti sve komore jedne stanice ili jedna komora koja se isporučuje u posmatranom danu)

\*\* Proračun novih ukupnih troškova  $Temp$  rešenja zahteva ponovno kreiranje ruta za dva posmatrana dana sa promenama i primenu Sweep Big Gap metode sa VND-route pretragom kao i efekte prebacivanja na zalihe

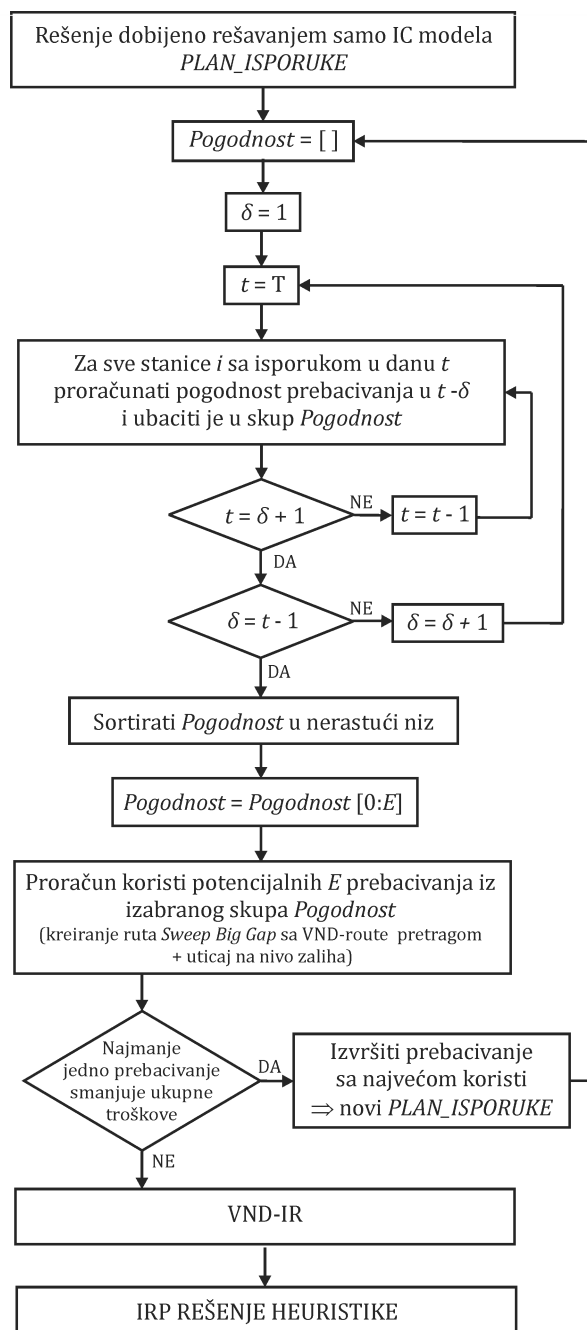
**Slika 3.7** Pseudo kod VND-IR pretrage

Prilikom pretraživanja rešenja radi poboljšanja, neophodno je voditi računa o upotrebljivosti rešenja nakon promene, odnosno VND pretrage treba da pretražuju samo prihvatljive promene. Upotrebljivost rešenja se odnosi na:

- ograničenje kapaciteta vozila;
- maksimalan broj komora koji se može isporučiti jednoj stanici;
- jedna stanica se opslužuje samo jednim vozilom;
- jedno vozilo može opslužiti maksimum 3 stanice u jednoj ruti;
- ograničenje minimalnog nivoa zaliha;
- ograničenje maksimalnog kapaciteta podzemnog rezervoara;
- broj angažovanih vozila u jednom danu ne sme biti veći od  $F$ .

Algoritam konstruktivne heuristike sa VND-route i VND-IR poboljšanjem rešenja je prikazan na slici 3.8 i sastoji se iz četiri faze: (1) kreiranje početnog

rešenja iz IC modela, (2) proračun pogodnosti prebacivanja iz dana  $t$  u  $t-\delta$  za sve moguće  $\delta \in \{1, 2, \dots, t-1\}$ , (3) izvršavanje najpogodnijeg prebacivanja i promena rešenja (Sweep Big Gap + VND-route pretraga + promena nivoa zaliha), (4) poboljšanje rešenja primenom VND-IR pretrage.



**Slika 3.8** Algoritam konstruktivne heuristike sa VND poboljšanjem

### 3.2.3 VNS heuristika

VNS metaheuristiku su prvi put predložili u radu Mladenović i Hansen (1997), dok je sama ideja prvi put objavljena od strane autora Mladenović (1995). Osnovna ideja VNS-a jeste sistemski uređena promena okolina prilikom pretrage za poboljšanjem postojećeg najboljeg rešenja. Prema tome, VNS heuristika pretpostavlja upotrebu nekoliko okolina u kojima se vrši pretraga. Tražeći istovremeno lokalne minimume u svakoj od okolina povećavaju se šanse za pronalaženje globalnog minimuma ili rešenja koje je blisko njemu. To je i osnovna ideja VNS heuristike. Međutim, postojanje više okolina pretraživanja podrazumeva širi spektar mogućnosti upravljanja samim procesom pretrage kao i određivanja karakteristika samih okolina pretrage. U tom smislu neophodno je obratiti pažnju na neke osnovne odluke: izbor okolina koje mogu adekvatno "pokriti" polje rešenja, kojim redosledom će se okoline primenjivati, kolika će biti veličina okolina, kakva će biti strategija pretraživanja (uzima se prvo poboljšanje ili najbolje poboljšanje), kako će se kretati pretraživanje u okviru jedne okoline, koliko intenzivna pretraga treba da bude (da li je neophodno veće zadržavanje u okviru jedne okoline) ili kolika diverzifikacija pretrage treba da bude (da li je neophodna veća promena pretrage između većeg broja okolina). U skladu sa ovim odlukama i procedurama postoje različite potklase VNS heuristike, o kojima postoji detaljan pregled u radu Hansen i ostali (2010).

Tokom skoro 20 godina postojanja pokazala se kao veoma pogodna za rešavanje kombinatornih problema, a u skorije vreme i za rešavanje različitih IRP modela. Prvi rad u kojem se posmatra VNS heuristika za rešavanje IPR-a objavljen je od strane autora Zhao i ostali (2008). U radu je posmatran troešalonski logistički sistem koji se sastoji iz snabdevača, centralnog skladišta i distributera i u kojem se istovremeno donose odluke vezane za zalihe i rutiranje. VNS heuristika se pokazala kao bolji pristup rešavanju posmatranog problema od Tabu pretrage. Sledeća dva rada su objavljena od strane autora Hemmelmayr i ostali (2009, 2010) u kojima se posmatra sistem distribucije krvi i proizvoda od krvi iz "banke krvi" do raznih institucija kao što su bolnice, klinike i razni instituti u Istočnoj Austriji. U prvom

radu iz 2009. godine razvijeni su MILP i VNS modeli i pokazano je da VMI koncept u odnosu na klasičan RMI koncept obezbeđuje uštedu u ukupnim troškovima sistema. U radu iz 2010. godine posmatrani problem distribucije krvi je proširen na slučaj gde potrošnja krvi ima stohastičan karakter. Liu i Chen (2012) su posmatrali IRP sa problemom raspoređivanja za koji su razvili VNS model. VNS model je imao bolje rezultate od ostalih postojećih modela. Mjirda i ostali (2013) posmatraju IRP koji se sastoji od depoa sa vozilima. Vozila preuzimaju više vrsta proizvoda od skupa snabdevača i isporučuju ih proizvodnom postrojenju. Za rešavanje ovog problema autori su predložili dvofaznu VNS heuristiku koja daje bolje rezultate od ostalih metoda u raspoloživoj literaturi.

Za rešavanje posmatranog problema IRP-a u sekundarnoj distribuciji goriva predložena je generalna VNS heuristika koja predstavlja nadogradnju heurističkih procedura kreiranja početnog rešenja i VND pretrage (tačke 4.2.1 i 4.2.2). Prema Hansen i ostalima (2010) generalna VNS heuristika se pokazala kao veoma uspešna u odnosu na ostale varijante VNS-a. Sadrži tri osnovne procedure:

- kreiranje početnog rešenja;
- razmrdavanje (engl. Shaking);
- lokalna VND pretraga.

Na slici 3.9 je prikazan algoritam generalne VNS heuristike koji sadrži navedene tri procedure (Hansen i Mladenović, 2001). Prvo se kreira početno rešenje. Zatim se procedurom razmrdavanja na slučajan način počev od prve okoline trenutnog rešenja bira novo rešenje. To novo rešenje postaje početno rešenje za proceduru lokalne pretrage koja pokušava da ga poboljša. Ako je to novo rešenje bolje od trenutnog vrši se promena trenutnog rešenja i postupak se ponavlja počev od procedure razmrdavanja u prvoj okolini. U suprotnom, ako to novo rešenje nije bolje prelazi se na sledeću okolinu za generisanje slučajnog rešenja procedurom razmrdavanja. Opisani koraci se ponavljaju dok se ne ispuni postavljeni kriterijum zaustavljanja algoritma. Ovaj kriterijum može biti vreme rada, ukupan broj iteracija (broj prolaza kroz sve okoline), broj iteracija bez pronalaženja poboljšanja u rešenju i slično.

**Inicijalizacija.** Odaberi skup okolina pretraživanja  $N_k$ ,  $k = 1, \dots, k_{max}$ ; pronaći početno rešenje  $x$ ; izabrati kriterijum zaustavljanja;

**Ponavljati** sledeće korake dok se ne ispuni kriterijum zaustavljanja:

(1) podesiti  $k \leftarrow 1$ ; (2) Do uslova  $k = k_{max}$ , ponoviti sledeće korake:

(a) **Razmrdavanje.** Generisati rešenje  $x'$  na slučajan način iz  $k$ -te okoline rešenja  $x$  ( $x' \in N_k(x)$ );

(b) **Lokalna pretraga.** Primeni VND lokalnu pretragu na  $x'$  kao početno rešenje; neka je  $x''$  lokalni minimum ovako dobijenog poboljšanja;

(c) **Izvršenje promene trenutnog rešenja.** Ako je novi lokalni minimum bolji od trenutnog, onda izvršiti promenu ( $x \leftarrow x''$ ), i nastaviti pretragu sa  $N_1(k-1)$ ; u suprotnom, podesiti  $k \leftarrow k+1$ ;

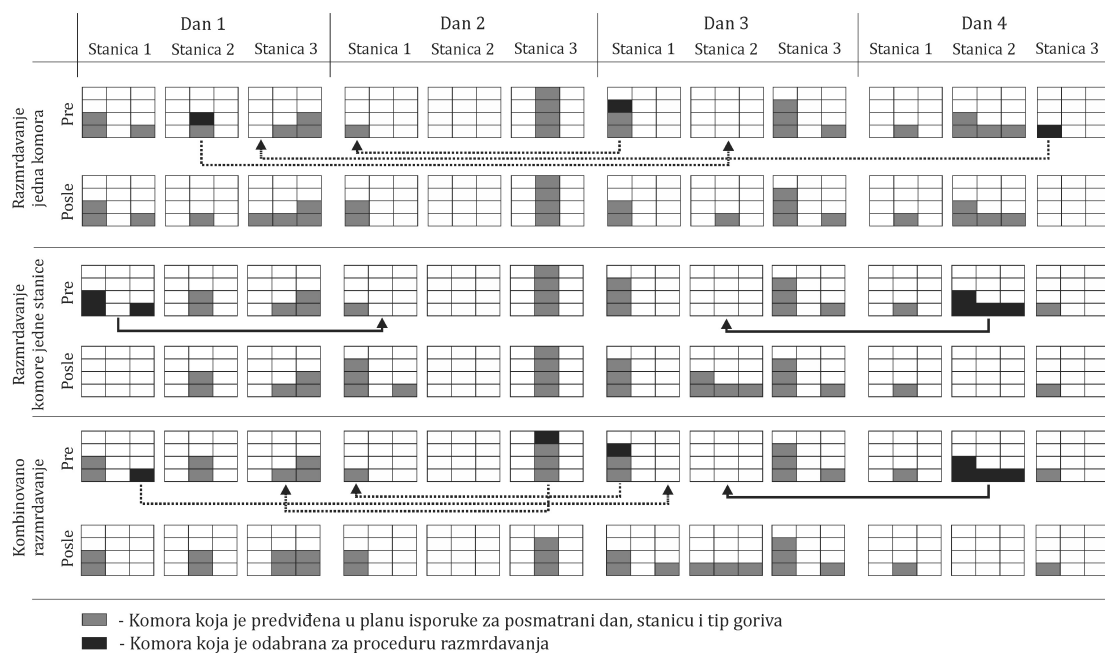
*Slika 3.9 Algoritam generalne VNS heuristike Hansen i Mladenović (2001)*

Za određivanje početnog rešenja generalne VNS heuristike koristi se konstruktivna heuristika sa VND poboljšanjem, koja je predstavljena algoritmom na slici 3.8 (IC model + Sweep Big Gap + VND-route + prebacivanje po pogodnosti + VND-IR).

Struktura komora koje se isporučuju po danima planskog perioda definiše kvalitet rešenja IRP-a, odnosno definiše ukupne troškove rutiranja i zaliha. Praktično je nemoguće, sa aspekta vremena potrebnog za dobijanje rešenja, deterministički vršiti značajnije pretraživanje svih mogućih kombinacija isporuka komora u celom planskom periodu. Iz tog razloga se u predloženoj generalnoj VNS heuristici koristi procedura razmrdavanja koja na slučajan način vrši pretraživanje strukture isporuka komora po danima. Slučajna promena rešenja se odnosi samo na vremenski trenutak isporuke komora koje se već nalaze u rešenju (minimalne količine koje je neophodno isporučiti su već definisane IC modelom). Okoline pretraživanja u razmrdavanju su identične okolinama u VND globalnoj pretrazi sa dodatkom treće okoline koja kombinuje prethodne dve.

Promene koje se vrše u razmrdavanju treba da budu dovoljne da se rešenje pomeri van polja rešenja koje može da pretražuje lokalna pretraga čime se umanjuje efekat zamke lokalnog optimuma (da se rešavanje problema zaustavi u nekom lokalnom optimumu koji je daleko lošiji od globalnog). Takođe, intenzitet promene treba da se postepeno uvećava sa trajanjem razmrdavanja kako bi se

povećale šanse za pronalaženje boljeg lokalnog optimuma. Prema tome, okoline razmrđavanja  $N$  i njihov redosled u proceduri razmrđavanja je sledeći: (1) prebacivanje jedne komore, (2) prebacivanje svih komora isporuke za jednu stanicu, (3) obe prethodne okoline. Sve promene, odnosno prebacivanja, se vrše između neka dva dana planskog perioda. Primer promena u okviru četiri okoline procedure razmrđavanja je prikazan na slici 3.10.



**Slika 3.10** Primer promene za tri okoline procedure razmrđavanja (Popović i ostali, 2012)

Intenzitet promene u okolinama razmrđavanja je definisan procentom  $T_q$  svih mogućih promena. Na primer, ako u planskom periodu (trenutnom rešenju) postoji ukupno 200 komora za isporuku i 100 stanica koje se opslužuju, onda za vrednost  $T_q=2\%$  u jednom razmrđavanju treba prebaciti 4 pojedinačne komore (prvi tip okoline) i 2 celokupne isporuke komora za neku stanicu (drugi tip okoline). Procenat promene  $T_q$  nije fiksna, već se postepeno uvećava tokom razmrđavanja što ima za posledicu kreiranje podokolina u okviru svake od navedene tri okoline. Na primer, ako je početna vrednost  $T_q=2\%$  sa uvećanjem od 1% sve do maksimalnih 10%, onda postoji 9 podokolina za svaku od tri osnovne okoline, odnosno ukupno 27 okolina pretraživanja u okviru razmrđavanja. Tačnije,

razmrdavanje se vrši prvo po jednoj osnovnoj okolini (9 podokolina počev od najmanjeg  $T_q$ ), potom se razmrdavanje vrši po drugoj osnovnoj okolini (pri čemu se resetuje  $T_q$  na početnu najmanju vrednost), i na kraju se po istom principu prelazi na treću okolinu razmrdavanja.

Još jedan parametar razmrdavanja jeste dan iz kojeg se vrši prebacivanje i dan u koji se komore isporuke prebacuju. Izbor ovih dana se vrši na slučajan način, gde je moguće izvršiti prebacivanje i za dan kasnije. Prilikom svih promena u procesu razmrdavanja neophodno je voditi računa o upotrebljivosti rešenja (kao što je to bio slučaj i sa VND pretragom). Na slici 3.11 je prikazan algoritam procedure razmrdavanja.

---

```

0  Ulaz: PLAN_ISPORUKE ,  $T_q$ ,  $N$  (okolina razmrdavanja)
1  Broj_ukupnih_promena =  $T_q$  * "moguće promene za  $N$ "
2  promena = 1
3  while promena < Broj_ukupnih_promena:
4      Dan_iz = na slučajan način se bira jedan dan planskog perioda
5       $Q_N$  = slučajno se biraju komore jedne promene za  $N$  iz Dan_iz *
6      Dan_u = na slučajan način se bira jedan dan planskog perioda različit od Dan_iz
7      Temp = PLAN_ISPORUKE
8      brisanje  $Q_N$  iz Dan_iz u Temp
9      ubacivanje  $Q_N$  u Dan_u u Temp
10     if Temp upotrebljivo rešenje:
11         PLAN_ISPORUKE = Temp
12         promena = promena + 1

```

---

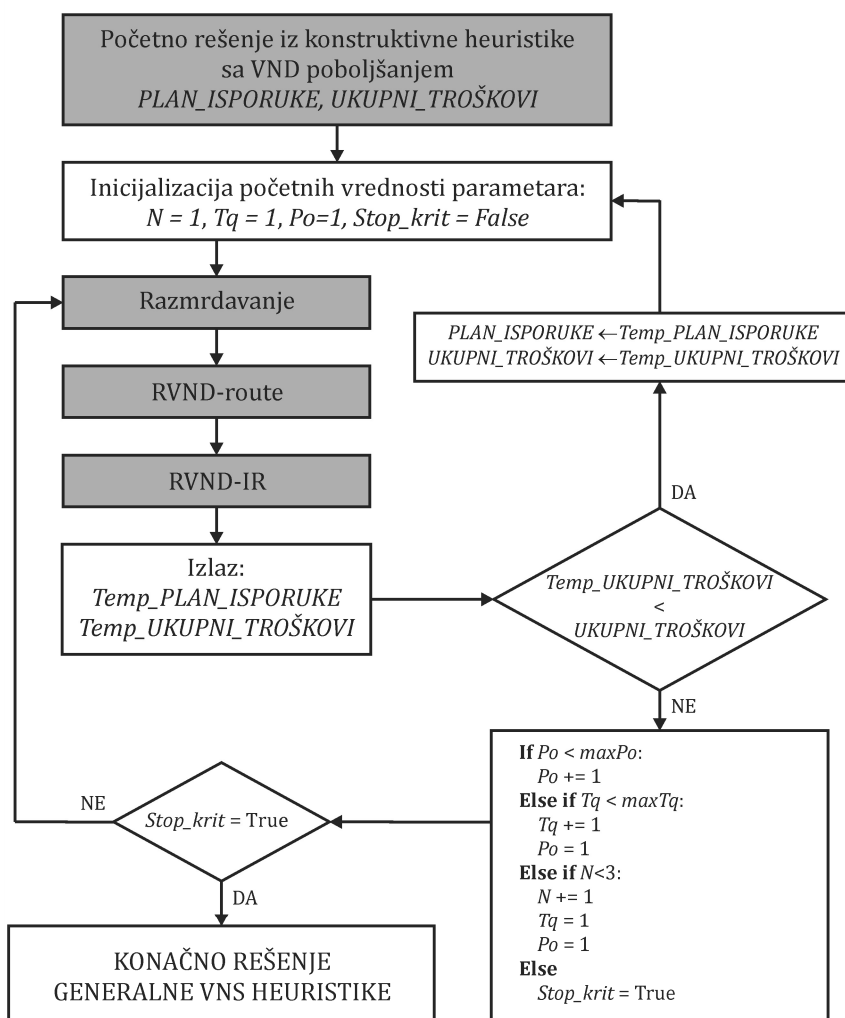
\*  $Q_N$  predstavlja one komore koje se prebacuju u zavisnosti od okoline  $N$  (mogu biti sve komore jedne stanice ili jedna komora koja se isporučuje u posmatranom danu)

**Slika 3.11** Algoritam procedure razmrdavanja

Lokalna pretraga rešenja u predloženoj generalnoj VNS heuristici se bazira na VND pretragama opisanim u tački 4.2.2 (VND-route i VND-IR) sa jedinom razlikom da se umesto fiksnog redosleda okolina taj redosled određuje na slučajan način (RVND - engl. Randomized Variable Neighbourhood Descent). Odnosno prilikom svakog pokretanja procedure lokalne pretrage na slučajan način se bira redosled okolina. Na ovaj način se dobija na diverzifikaciji pretrage jer drugačiji redosled primene okolina može dati drugačiji lokalni minimum.



Broj prolaza kroz svaku okolinu razmrdavanja ( $P_o \in \{1, \max P_o\}$ ) predstavlja još jedan parametar generalne VNS heuristike sa kojim se podešava stepen intenzifikacije, odnosno stepen intenziteta sa kojim se pretražuje svaka okolina. Algoritam predložene generalne VNS heuristike za rešavanje IRPa u sekundarnoj distribuciji predstavljen je na slici 3.12. Heuristika prestaje sa pretragom rešenja (kriterijum zaustavljanja) kada se u poslednjem prolazu poslednje okoline procedure razmrdavanja ne pronade poboljšanje. Pri svakom pronalasku boljeg rešenja procedura razmrdavanja se ponovo pokreće sa početnim parametrima ( $N=1, T_q=1, P_o=1$ ).



Slika 3.12 Algoritam predložene generalne VNS heuristike

### 3.3 TESTNI PRIMERI I REZULTATI

Testiranje MILP i VNS modela pre svega se odnosi na ocenu kvaliteta heurističkih rešenja u odnosu na optimalna za one instance koje su rešive do optimalnosti, u prihvatljivom vremenu rada računara. Pošto rešenje predstavlja plan isporuke goriva po danima na osnovu nekog trenutnog stanja zaliha, onda svakako nije prihvatljivo da donosilac odluke čeka ceo dan na rezultat. Pored ocene kvaliteta heurističkog pristupa, zanimljiv je i uticaj različitih karakteristika problema na samo rešenje i to:

- za različite tipove vozila  $[K, Q_o] \in \{[4, 8800 \text{ l}], [5, 7000 \text{ l}], [6, 5800 \text{ l}]\}$ , koja imaju približno isti ukupni transportni kapacitet;
- za različite odnose jediničnih troškova rutiranja i zaliha, gde su  $c_r \in \{2 \text{ €/km}, 1 \text{ €/km}, 0 \text{ €/km}\}$  i  $c_{inv} \in \{4 \text{ €/1000 l}, 1 \text{ €/1000 l}, 0 \text{ €/1000 l}\}$ , gde tačne vrednosti ovih jediničnih troškova zavise od sistema distribucije i poslovnog okruženja.

MILP model za slučaj kada su troškovi rutiranja jednaki nuli daje optimalno rešenje isključivo sa aspekta troškova zaliha (MILP-IC), dok za slučaj kada su troškovi zaliha jednaki nuli daje optimalno rešenje isključivo sa aspekta troškova rutiranja (MILP-IR).

Primena MILP modela je ograničena dimenzijom posmatranog problema koja zavisi pre svega od: broja benzinskih stanica, koliko vrsta goriva postoji, broja dana planskog perioda, intenziteta potrošnje goriva, tipa vozila. U realnim sistemima sekundarne distribucije goriva postoji više vrsta goriva, više desetina benzinskih stanica koje se opslužuju iz jednog depoa, a dnevni intenzitet potrošnje goriva se kreće od više stotina litara pa do par hiljada litara. Samim tim, sve posmatrane instance imaju sledeće zajedničke karakteristike:

- svaka stanica poseduje 3 vrste goriva;

- dnevni intenzitet potrošnje po vrstama goriva dat je respektivno po zakonu ravnomerne raspodele verovatnoća u sledećim intervalima: [1000-3000 l], [800-2000 l], [500-1500 l];
- nivo zaštitnih zaliha je definisan dnevnim intenzitetom potrošnje goriva (nivo zaliha na kraju dana ne sme biti manji od  $q_{ij}$ );
- kapacitet podzemnih rezervoara po vrstama goriva dat je respektivno ravnomernim raspodelama u sledećim opsezima: [30000-50000 l], [20000-40000 l], [20000-30000 l] (vrednosti su zaokružene na 100);
- nivo zaliha  $S^0_{ij}$  na početku planskog perioda dat je zakonom ravnomerne raspodele verovatnoća na intervalu  $[1*q_{ij}, 8*q_{ij}]$ , odnosno može na slučajan imati vrednost od jedne do osam dnevnih potrošnji;
- prostorne koordinate stanica na slučajan način mogu uzeti vrednosti  $[-100, 100]$  km, dok je depo lociran u tački sa koordinatama (0,0);
- dužina planskog perioda je  $T=4$  dana.

Sa prethodno definisanim karakteristikama problema, MILP model može u prihvatljivom vremenu dati optimalno rešenje instanci sa  $I=15$  benzinskih stanica i  $F=4$  raspoloživa vozila (mali problemi P1). Realni problemi imaju nekoliko puta više stanica i takve probleme MILP model ne može rešiti u prihvatljivom vremenu. Kao ilustraciju eksponencijalnog uvećanja potrebnog vremena rada računara za dobijanje optimalnog rešenja MILP modela sa uvećanjem dimenzija problema, može da posluži sledeći primer:

- za instancu 1 P1 problema sa  $K=4$  i  $Q_0=8800$  l,  $c_r=2$  €/km,  $c_{inv}=1$  €/1000 l, neophodno je 382.8 s rada računara za dobijanje optimalnog rešenja;
- ako se doda još 15 stanica (duplo veći broj stanica) sa  $F=8$  i ostalim istim parametrima, MILP model za 30000 s rada računara ne može da reši instancu do optimalnosti (sa CPLEX gap-om od 7.92 %).

Za realnije velike probleme (P2) generisane su instance sa  $I=50$  benzinskih stanica i  $F=10$  raspoloživih vozila koje su rešavane samo VNS heuristikom. Za obe veličine problema na slučajan način je generisano ukupno 100 instanci u skladu sa prethodno opisanim karakteristikama. U tabeli 3.3 prikazani su ulazni podaci za jednu instancu problema P1 i problema P2.

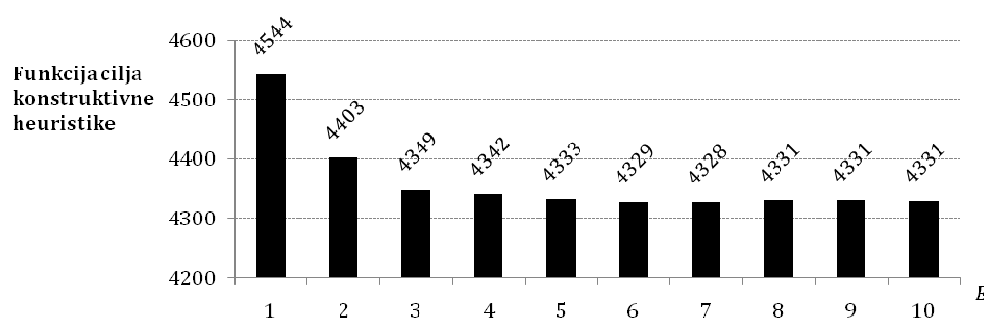
**Tabela 3.3** Primer ulaznih podataka za jednu instancu problema P1 (prvih 15 stanica) i problema P2 (svih 50 stanica), količine goriva su izražene u litrama

$i$	$q_{i1}$ [l/dan]	$q_{i2}$ [l/dan]	$q_{i3}$ [l/dan]	$S^0_{i1}$ [l]	$S^0_{i2}$ [l]	$S^0_{i3}$ [l]	$Q_{i1}$ [l]	$Q_{i2}$ [l]	$Q_{i3}$ [l]	$X_{koor,i}$	$Y_{koor,i}$
1	1203	1353	1493	5498	10053	8197	37000	35000	20000	24	-89
2	2369	1579	741	9642	2337	1534	40000	28000	26000	42	-20
3	1769	1032	787	8810	2466	4226	48000	40000	23000	-69	54
4	2639	1742	933	9843	5853	3079	32000	27000	21000	-63	-12
5	1404	983	977	3173	5839	5022	47000	34000	21000	92	59
6	2386	1434	1031	3913	4990	6712	43000	39000	27000	-81	99
7	2116	1212	1450	9966	4533	10107	44000	35000	20000	99	-58
8	2579	1430	1484	15551	3861	8117	45000	35000	21000	26	-52
9	2735	1670	725	6291	2204	2668	37000	25000	29000	-92	-44
10	1349	1880	1156	3642	4907	2497	42000	20000	23000	-99	64
11	1530	1480	801	4131	5328	5359	47000	27000	26000	-57	-86
12	1060	1154	1458	4653	5782	9798	44000	36000	25000	49	-73
13	1266	1987	1230	9356	9597	8487	38000	32000	24000	-19	79
14	2890	1779	1077	4942	4127	1282	49000	21000	22000	46	-16
15	1581	1361	1089	10292	1633	1840	48000	26000	22000	-95	18
16	1022	1644	1127	6081	10670	8430	50000	35000	27000	83	-6
17	1536	1410	649	10414	1918	1330	32000	38000	21000	15	9
18	2996	1343	1434	11984	9804	7557	30000	36000	30000	-35	48
19	2558	1066	915	6190	6694	4685	35000	26000	29000	17	22
20	2037	894	533	12568	5659	1125	40000	23000	22000	-67	65
21	2047	1368	1135	4074	9494	5244	33000	34000	21000	-86	9
22	2619	804	1392	11419	2910	4009	45000	24000	23000	-62	-81
23	1743	1342	837	3033	10535	6529	45000	36000	26000	-83	41
24	1899	1757	915	11470	7784	2489	41000	36000	30000	-92	71
25	2938	1279	1303	19596	7891	3466	44000	23000	24000	94	88
26	1109	1594	1225	7652	3602	2683	32000	28000	25000	-33	30
27	2458	921	672	14404	5904	4549	44000	27000	25000	55	14
28	1597	1455	1102	11578	3885	8221	42000	23000	24000	85	31
29	1614	1003	1418	10975	3651	4736	35000	20000	20000	-45	-98
30	2503	1039	789	4580	6317	2264	38000	22000	24000	-22	100
31	1491	1109	1348	8141	4181	6430	32000	23000	27000	-92	49
32	2594	1789	638	13774	2361	3369	39000	30000	23000	-38	53
33	1117	1006	1322	7629	5654	5407	40000	22000	28000	-58	51
34	1728	1056	1021	11923	1352	3931	36000	25000	28000	88	-3
35	1292	1276	1351	6253	6367	6282	42000	29000	29000	-48	68
36	2322	1610	528	3646	7454	3168	36000	31000	23000	60	82
37	2797	1265	884	4056	5300	4897	43000	36000	25000	-40	-87
38	1660	1331	1073	4714	4885	3756	30000	29000	29000	-30	2
39	1684	1698	1292	3907	4024	4264	45000	27000	22000	71	-70
40	1199	1546	1208	7158	7776	8130	37000	31000	28000	16	43
41	1802	1466	1146	11965	9338	4767	33000	27000	20000	-25	-47
42	2807	1754	1426	18835	2947	4962	45000	31000	26000	-59	-3
43	1712	1391	1409	2979	5787	7947	37000	35000	23000	89	-91
44	1554	906	615	7366	5010	4785	39000	36000	21000	58	-83
45	1469	1527	785	2292	7131	4074	48000	37000	30000	-59	56
46	2320	1822	1225	7285	3608	7105	41000	26000	25000	73	79
47	1644	1208	1286	7234	8142	6006	36000	22000	27000	19	-94
48	2665	1420	1320	7808	5708	1346	31000	39000	30000	-81	-81
49	1628	1974	1044	5193	15338	7548	41000	39000	30000	-21	79
50	2000	1882	1264	8940	13701	9480	37000	23000	26000	-17	-4

### 3.3.1 Podešavanje parametara VNS heuristike

Kvalitet rešenja VNS heuristike u velikoj meri zavisi od podešavanja parametara u konstruktivnoj heuristici za dobijanje početnog rešenja, procedure lokalne VND pretrage i procedure razmrdavanja. Podešavanje parametara je vršeno na instancama P1 problema, za sva tri tipa vozila, i jedinične troškove  $c_r=2$  €/km i  $c_{inv}=1$  €/1000 l.

Konstruktivna heuristika zavisi od jednog parametra, odnosno od parametra  $E$  koji predstavlja veličinu skupa najpogodnijih prebacivanja za koje se vrši proračun efekata na funkciju cilja. Na slici 3.13 su prikazane prosečne vrednosti funkcije cilja rešenja konstruktivne heuristike za različite vrednosti parametra  $E$  (100 instanci P1 problema). Prosečna vrednost funkcije cilja je najmanja za  $E=7$  (4328) i sa tom vrednošću je vršeno naredno podešavanje ostalih parametara u proceduri lokalne VND pretrage i proceduri razmrdavanja.



**Slika 3.13** Uticaj vrednosti parametra  $E$  na kvalitet konstruktivne heuristike (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema)

Procedure lokalne VND pretrage i razmrdavanja baziraju se na tri parametra: maksimalna dubina RVND-IR pretrage ( $max\beta$ ), intenzitet promene (izražen u procentima) u razmrdavanju ( $T_q$ ), i maksimalan broj prolaza kroz svaku okolinu razmrdavanja ( $maxP_o$ ). Analiza uticaja ovih parametara na kvalitet rešenja (funkcija cilja i vreme dobijanja rešenja) je vršena za sledeće vrednosti:

- $max\beta \in \{2,3\}$ ;

- od  $T_q \in \{2,4,6,8\}$  do  $T_q \in \{2,4,6,8,10,15,20,30\}$  sa uvećanjem od jednog elementa skupa;
- $\max P_o \in \{4,6,8,10,12,14,16\}$ .

Zbog vremena dobijanja rešenja VNS heuristike posmatrano je samo prvih 20 instanci i po 10 iteracija za svaku instancu (45630 s ili 12.68 h rada računara je bilo neophodno za dobijanje rešenja po svim kombinacijama vrednosti tri parametra). Rezultati VNS heuristike za različite vrednosti parametara prikazani su u tabeli 3.4. Na osnovu rezultata se vidi da povećanje vrednosti parametara (intenzifikacija heuristike) daje bolje rezultate ali uvećavajući vreme rada računara. Neophodno je odrediti kombinaciju parametara koja daje najviše za utrošeno vreme rada računara, a ovo je pogotovu bitno za instance većih dimenzija. Generalno, na donosiocu odluke je da proceni koliko je bitan kvalitet rešenja u odnosu na vreme rada računara i u skladu sa tim treba doneti odluku koji nivo intenzifikacije je dovoljan.

Odluka o izboru parametara VNS heuristike se donosi na osnovu jednostavne višekriterijumske analize u kojoj funkcija cilja ima 5 puta veću težinu od vremena rada računara ( $vns\_CPU$ ). Vrednost funkcije cilja je izražena u procentima odstupanja prosečnog rešenja heuristike od optimalnog ( $odst\_vns\_OBJ$ ). Prosečna vrednost funkcije cilja MILP modela za posmatranih 20 instanci P1 problema iznosi  $milp\_OBJ = 3855.19$  sa prosečnim vremenom rada CPLEX-a od 121.63 s. Na osnovu relacije (16) za svaku kombinaciju parametara proračunat je koeficijent kvaliteta rešenja  $\alpha$  (veća vrednost ovog koeficijenta označava bolju kombinaciju parametara VNS heuristike).

$$\alpha_{\beta P_o T_q} = 5 \cdot \frac{(\max\{odst\_vns\_OBJ\} - odst\_vns\_OBJ)}{(\max\{odst\_vns\_OBJ\} - \min\{odst\_vns\_OBJ\})} + \frac{(\max\{vns\_CPU\} - vns\_CPU)}{(\max\{vns\_CPU\} - \min\{vns\_CPU\})} \quad (16)$$

za  $\forall \max \beta, \max P_o, T_q$

U tabeli 3.4 su prikazane prosečne vrednosti odstupana heuristike od funkcije cilja optimalnog rešenja, vreme rada računara kao i koeficijent kvaliteta rešenja za različite vrednosti parametara VNS heuristike. Na osnovu rezultata prihvaćene su sledeće vrednosti parametara:

- $max\beta=3$ ;
- $T_q \in \{2,4,6,8,10,15,20\}$ ;
- $maxP_o=10$ .

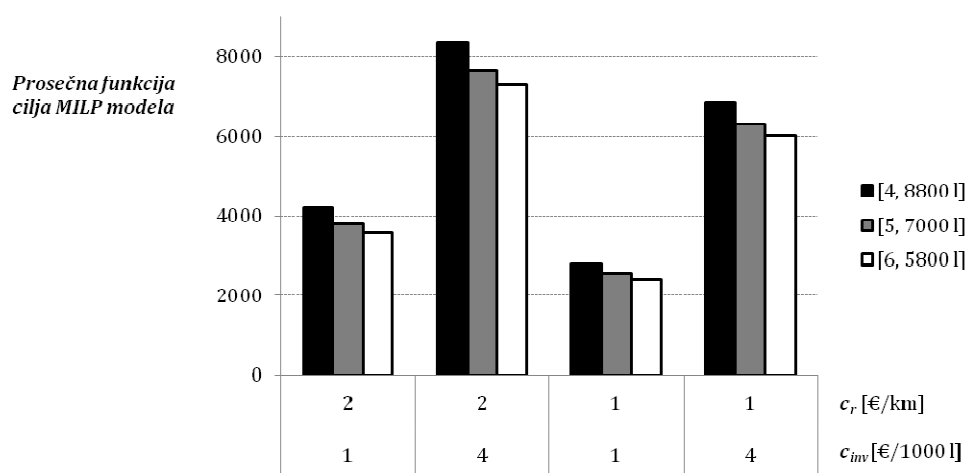
**Tabela 3.4** Prosečna vrednost funkcije cilja i prosečno vreme rada računara (CPU) VNS heuristike za različite vrednosti parametara  $max\beta$ ,  $T_q$  i  $maxP_o$

		$maxP_o$	4	6	8	10	12	14	16
$max\beta$	$T_q$ [%]	<b>odst_vns_OBJ [%]</b>							
2	2,4,6,8	0.63	0.49	0.50	0.41	0.37	0.33	0.35	
	2,4,6,8,10	0.47	0.40	0.36	0.31	0.29	0.27	0.25	
	2,4,6,8,10,15	0.37	0.32	0.28	0.27	0.24	0.21	0.19	
	2,4,6,8,10,15,20	0.31	0.23	0.23	0.21	0.19	0.17	0.17	
	2,4,6,8,10,15,20,30	0.25	0.24	0.18	0.18	0.16	0.15	0.13	
3	2,4,6,8	0.51	0.43	0.32	0.36	0.31	0.31	0.29	
	2,4,6,8,10	0.42	0.34	0.31	0.27	0.25	0.28	0.24	
	2,4,6,8,10,15	0.29	0.28	0.24	0.23	0.21	0.19	0.19	
	2,4,6,8,10,15,20	0.27	0.23	0.21	0.17	0.17	0.17	0.18	
	2,4,6,8,10,15,20,30	0.26	0.19	0.20	0.17	0.16	0.14	0.13	
		<b>vns_CPU [s]</b>							
2	2,4,6,8	0.34	0.46	0.57	0.67	0.79	0.91	0.99	
	2,4,6,8,10	0.41	0.57	0.72	0.87	0.99	1.16	1.31	
	2,4,6,8,10,15	0.51	0.70	0.86	1.07	1.26	1.42	1.57	
	2,4,6,8,10,15,20	0.61	0.84	1.05	1.25	1.49	1.69	1.92	
	2,4,6,8,10,15,20,30	0.72	0.98	1.25	1.48	1.72	2.00	2.25	
3	2,4,6,8	0.34	0.47	0.59	0.70	0.81	0.93	1.05	
	2,4,6,8,10	0.44	0.60	0.74	0.92	1.03	1.18	1.36	
	2,4,6,8,10,15	0.52	0.72	0.90	1.11	1.29	1.47	1.64	
	2,4,6,8,10,15,20	0.63	0.86	1.08	1.31	1.52	1.76	1.96	
	2,4,6,8,10,15,20,30	0.73	1.00	1.25	1.54	1.82	2.08	2.33	
		<b><math>\alpha_{\beta P_o T_q}</math></b>							
2	2,4,6,8	1.00	2.28	2.14	3.07	3.33	3.73	3.42	
	2,4,6,8,10	2.55	3.17	3.51	3.91	4.05	4.20	4.33	
	2,4,6,8,10,15	3.51	3.91	4.27	4.25	4.44	4.63	4.73	
	2,4,6,8,10,15,20	4.08	4.71	4.67	4.71	4.79	4.90	4.82	
	2,4,6,8,10,15,20,30	4.64	4.61	5.01	4.96	4.98	4.93	5.04	
3	2,4,6,8	2.23	2.89	3.92	3.54	4.00	3.86	4.07	
	2,4,6,8,10	3.07	3.75	3.99	4.28	4.41	4.10	4.42	
	2,4,6,8,10,15	4.25	4.26	4.63	4.65	4.76	4.79	4.73	
	2,4,6,8,10,15,20	4.47	4.78	4.84	5.10	4.98	4.88	4.66	
	2,4,6,8,10,15,20,30	4.46	5.03	4.87	5.00	4.98	5.01	4.97	

### 3.3.2 Rezultati i analiza rešenja dobijenih sa MILP i VNS

MILP model je kreiran upotrebom softvera CPLEX 12 na laptop računaru Intel(R) Core(TM) i3 CPU M380@2.53GHz sa 6 GB RAM memorije. Za kreiranje modela VNS heuristike korišćen je programski jezik C++.

U tabeli 3.5 prikazani su rezultati MILP modela za 100 instanci P1 problema za različite tipove vozila i različite odnose troškova rutiranja i posedovanja zaliha. Bez obzira na odnos jediničnih troškova rutiranja i posedovanja zaliha, vozila sa većim brojem komora manjeg kapaciteta generišu manje ukupne troškove i manje pojedinačne troškove. Razlog leži u većoj fleksibilnosti vozila sa većim brojem komora (moguće je obići više stanica i moguća je opsluga više vrsta goriva u jednoj rutii) i manjim minimalnim količinama isporuke goriva (isporučuje se puna komora za jednu vrstu goriva neke stanice). Ta razlika je manje izražena između vozila sa  $K=5$  i  $K=6$  u odnosu na vozila sa  $K=4$  i  $K=5$ , što je grafički ilustrovano i na slici 3.14. Veoma je interesantan uticaj tipa vozila na potrebno vreme rada računara za dobijanje optimalnog rešenja. Očigledno je da veći broj komora vozila utiče na smanjenje ovog vremena iako se u tom slučaju uvećava broj promenljivih u MILP modelu (tabela 3.5).

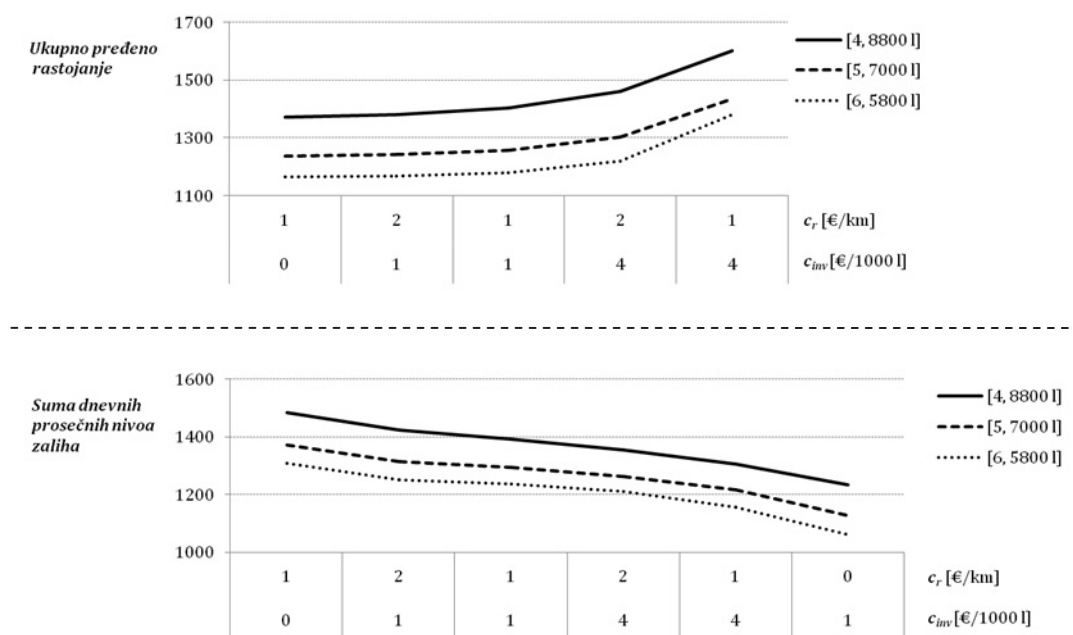


**Slika 3.14** Uticaj tipa vozila i jediničnih troškova rutiranja i zaliha na funkciju cilja MILP modela (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema)

Odnos jediničnih troškova rutiranja i posedovanja zaliha, bez obzira na tip vozila, značajno utiče na vreme rada računara. Što su značajniji jedinični troškovi rutiranja u odnosu na jedinične troškove zaliha, to je i vreme rada računara veće. Ovakvi rezultati ukazuju da segment zaliha MILP modela može značajno da utiče na primenljivost MILP modela (sa aspekta potrebnog vremena rada računara) u slučajevima sa robama visoke vrednosti, odnosno gde je veliki trošak posedovanja



zaliha. Pored troškova i vremena rada računara, u tabeli 3.5 i slici 3.15 prikazane su dve dodatne performanse: ukupno pređeno rastojanje vozila u svim danima, i suma dnevnih prosečnih nivoa zaliha svih dana. Na osnovu ovih performansi moguće je izvršiti poređenje rešenja sa različitim jediničnim troškovima, odnosno steći uvid u uticaj odnosa jediničnih troškova na segmente rutiranja i zaliha.



**Slika 3.15** Grafički prikaz uticaja tipa vozila i jediničnih troškova rutiranja i zaliha na dva segmenta funkcije cilja MILP modela (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema)

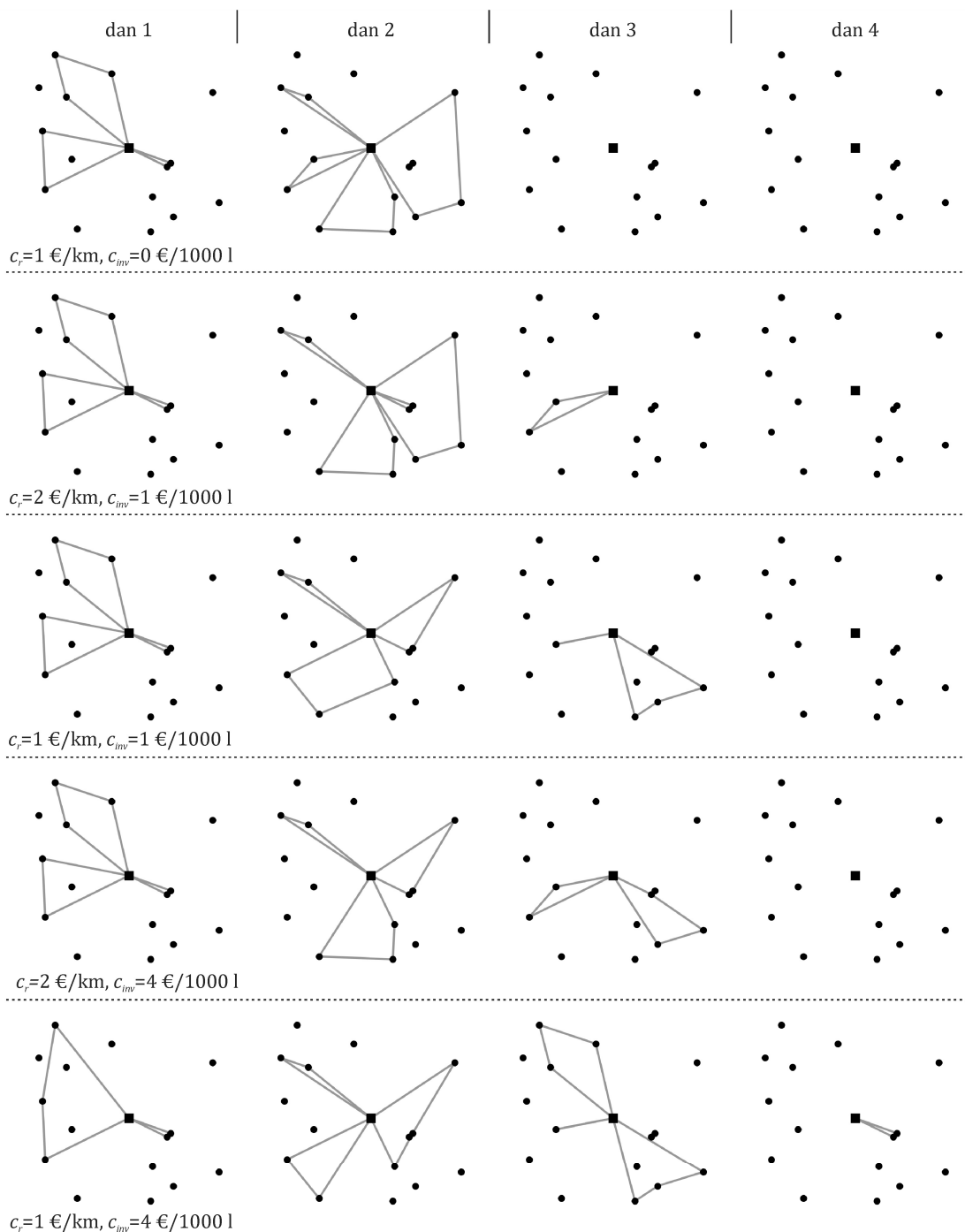
Vrednosti performansi sa slike 3.15 mogu da posluže kao donja i gornja granica rešenja, odnosno za posmatrani odnos jediničnih troškova koliko rešenje odstupa od modela IC ( $c_r = 0$  €/km) i RC ( $c_{inv} = 0$  €/1000 l). U realnim sistemima sekundarne distribucije goriva troškovi rutiranja su značajniji od troškova posedovanja zaliha, i za ovakav slučaj ( $c_r = 2$  €/km i  $c_{inv} = 1$  €/1000 l) IRP model daje rešenja koja su bliska rešenjima RC modela, gde je ukupno pređeno rastojanje veće a suma dnevnih prosečnih nivoa zaliha manja (sa značajnom uštedom u vremenu rada računara).

**Tabela 3.5** Rezultati MILP modela za 100 instanci P1 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti)

Tip vozila	$C_r$ [€/km]	$C_{inv}$ [€/1000 l]	Troškovi rutiranja [€]	Troškovi posedovanja zaliha [€]	Ukupni troškovi rutiranja i zaliha [€]	Vreme rada računara [s]	Ukupno pređeno rastojanje [km]	Suma dnevnih prosečnih nivoa zaliha [1000 l]
[4, 8800]	1	0	1372.5	0.0	1372.5	349.37	1372.5	1483.5
	2	1	2760.7	1423.9	<b>4184.5</b>	133.38	1380.3	1423.9
	1	1	1403.2	1392.7	<b>2795.8</b>	49.64	1403.2	1392.7
	2	4	2922.2	5414.7	<b>8336.9</b>	9.37	1461.1	1353.7
	1	4	1601.7	5220.4	<b>6822.0</b>	1.74	1601.7	1305.1
	0	1	0.0	1234.3	1234.3	0.68	-*	1234.3
[5, 7000]	1	0	1235.8	0.0	1235.8	60.54	1235.8	1373.3
	2	1	2484.0	1313.8	<b>3797.8</b>	33.64	1242.0	1313.8
	1	1	1256.0	1295.2	<b>2551.2</b>	15.54	1256.0	1295.2
	2	4	2608.4	5049.6	<b>7657.9</b>	4.08	1304.2	1262.4
	1	4	1435.5	4864.5	<b>6299.9</b>	1.38	1435.5	1216.1
	0	1	0.0	1128.3	1128.3	0.80	-*	1128.3
[6, 5800]	1	0	1165.8	0.0	1165.8	17.45	1165.8	1309.5
	2	1	2338.5	1250.3	<b>3588.8</b>	10.40	1169.3	1250.3
	1	1	1179.7	1236.8	<b>2416.5</b>	6.71	1179.7	1236.8
	2	4	2438.5	4844.3	<b>7282.8</b>	2.82	1219.3	1211.1
	1	4	1381.3	4623.2	<b>6004.5</b>	1.42	1381.3	1155.8
	0	1	0.0	1062.1	1062.1	0.92	-*	1062.1

\* - pošto je  $c_r=0$  €/km onda rute sa minimalnim rastojanjem i ne postoje u rešenju MILP modela već samo minimalne količine isporuke po danima, sa druge strane kada je  $c_{inv}=0$  €/1000 l postoje optimalne rute sa količinama isporuke po danima na osnovu kojih je moguće proračunati dnevne prosečne količine

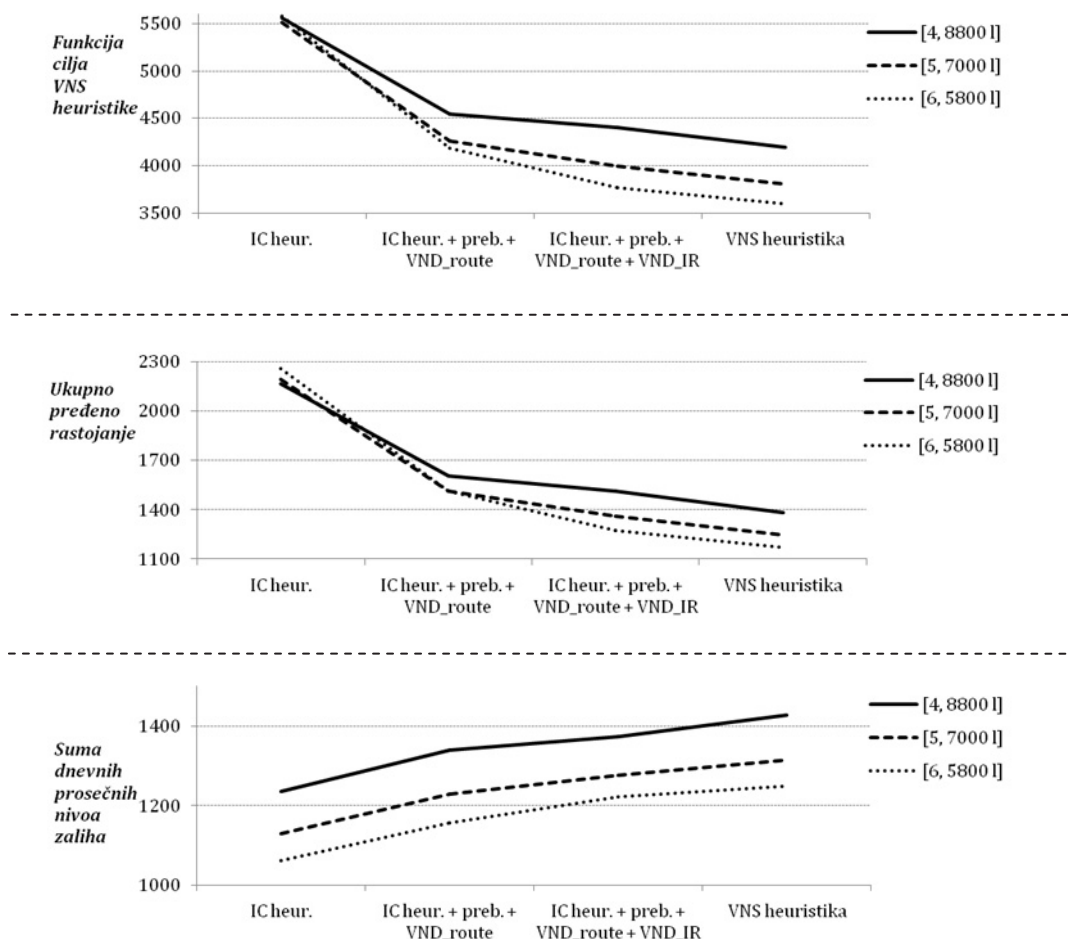
Na slici 3.16 prikazan je uticaj odnosa jediničnih troškova na rute vozila ( $K=4$ ,  $Q_o=8800$ ) u optimalnom rešenju MILP modela za instancu P1 problema iz tabele 3.3. Za manje vrednosti jediničnih troškova posedovanja zaliha postoji veća količina prebacivanja i sabiranja isporuka čime se smanjuje ukupno pređeno rastojanje vozila. Kako rastu jedinični troškovi posedovanja zaliha, tako sva prebacivanja imaju veći trošak u odnosu na uštedu u pređenom rastojanju vozila i samim tim ih ima manje. U priložima 1 i 2 prikazani su uticaji odnosa jediničnih troškova za ostala dva tipa vozila ( $K=5$  i  $Q_o=7000$  l,  $K=6$  i  $Q_o=5800$  l).



**Slika 3.16** Primer ruta opsluge stanica MILP rešenja po danima planskog perioda za vozilo  $K=4$ ,  $Q_0=8800$  l i različite odnose jediničnih troškova (P1 instanca iz tabele 3.3)

Rezultati VNS heuristike za 100 instanci P1 problema dati su u tabeli 3.6 (svaka instanca je rešavana u 10 iteracija). Pored rezultata VNS heuristike, prikazani su i rezultati pojedinih podmodela iz kojih se VNS heuristika sastoji. Na

slici 3.17 je prikazan kvalitet rešenja podmodela heurističkog pristupa i VNS heuristike za slučaj  $c_r = 2$  €/km i  $c_{inv} = 1$  €/1000 l sa tri aspekta: vrednost funkcije cilja, ukupno pređeno rastojanje i suma dnevnih prosečnih nivoa zaliha.



**Slika 3.17** Grafički prikaz kvaliteta rešenja podmodela heurističkog pristupa kao i VNS heuristike za slučaj  $c_r = 2$  €/km i  $c_{inv} = 1$  €/1000 l (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema sa 10 iteracija)

Rešenja VNS heuristike imaju malo odstupanje od optimalnih rešenja MILP modela koje se kreće u granicama od 0.11 - 0.24 %, sa značajno kraćim vremenom rada računara (0.83 - 1.43 s). Takođe, konstruktivna heuristika sa VND-route i VND-IR pretragom daje prilično dobra rešenja sa odstupanjem od optimalnog 0.60 - 5.18 % uz izuzetno kratko vreme rada računara 0.012 - 0.015 s.

**Tabela 3.6** Rezultati VNS heuristike za 100 instanci P1 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti sa 10 iteracija rešavanja svake instance)

Model	Tip vozila	$C_r$ [€/km]	$C_{inv}$ [€/1000 l]	Troškovi rutiranja [€]	Troškovi posedovanja zaliha [€]	Ukupni troškovi rutiranja i zaliha [€]	STDEV funkcije cilja [%]	Vreme rada računara [s]	Ukupno predeno rastojanje [km] srednja vrednost	prosečnih nivoa zaliha planskog perioda [1000 l]	Odstupanje funkcije cilja od MILP modela [%]	
IC heuristički model	[4, 8800]	2	1	4325.9	1234.3	5560.2	-	0.006	2163.0	1234.3	32.87	
		1	1	2163.0	1234.3	3397.2	-	0.007	2163.0	1234.3	21.51	
		2	4	4325.9	4937.0	9262.9	-	0.006	2163.0	1234.3	11.11	
	[5, 7000]	1	4	2163.0	4937.0	7100.0	-	0.006	2163.0	1234.3	4.07	
		2	1	4381.6	1128.3	5509.9	-	0.007	2190.8	1128.3	45.08	
		1	1	2190.8	1128.3	3319.1	-	0.006	2190.8	1128.3	30.10	
	[6, 5800]	2	4	4381.6	4513.1	8894.7	-	0.006	2190.8	1128.3	16.15	
		1	4	2190.8	4513.1	6703.9	-	0.006	2190.8	1128.3	6.41	
		2	1	4511.7	1062.1	5573.8	-	0.007	2255.9	1062.1	55.31	
		1	1	2255.9	1062.1	3318.0	-	0.007	2255.9	1062.1	37.30	
	Heuristika prebacivanja + VND-route	[4, 8800]	2	1	3205.1	1339.9	4545.0	-	0.009	1602.6	1339.9	8.61
			1	1	1626.8	1325.3	2952.1	-	0.009	1626.8	1325.3	5.59
2			4	3345.7	5222.1	8567.9	-	0.009	1672.9	1305.5	2.77	
[5, 7000]		1	4	1757.9	5120.0	6877.9	-	0.009	1757.9	1280.0	0.82	
		2	1	3025.7	1228.2	4253.9	-	0.010	1512.9	1228.2	12.01	
		1	1	1534.8	1218.8	2753.6	-	0.010	1534.8	1218.8	7.93	
[6, 5800]		2	4	3150.5	4814.1	7964.6	-	0.009	1575.3	1203.5	4.00	
		1	4	1672.5	4714.4	6386.9	-	0.009	1672.5	1178.6	1.38	
		2	1	3028.9	1155.5	4184.4	-	0.011	1514.4	1155.5	16.59	
		1	1	1525.0	1148.8	2673.8	-	0.010	1525.0	1148.8	10.65	
Heuristika prebacivanja + VND-route + VND-IR		[4, 8800]	2	1	3025.6	1372.5	4398.1	-	0.012	1512.8	1372.5	5.10
			1	1	1540.8	1352.1	2892.9	-	0.012	1540.8	1352.1	3.47
	2		4	3213.2	5290.4	8503.6	-	0.012	1606.6	1322.6	2.00	
	[5, 7000]	1	4	1706.9	5156.0	6862.8	-	0.012	1706.9	1289.0	0.60	
		2	1	2717.6	1276.8	3994.4	-	0.013	1358.8	1276.8	5.18	
		1	1	1385.6	1258.4	2644.0	-	0.013	1385.6	1258.4	3.63	
	[6, 5800]	2	4	2908.7	4924.4	7833.1	-	0.013	1454.3	1231.1	2.29	
		1	4	1580.0	4773.5	6353.4	-	0.012	1580.0	1193.4	0.85	
		2	1	2544.1	1222.0	3766.1	-	0.015	1272.0	1222.0	4.94	
		1	1	1300.9	1205.0	2505.9	-	0.015	1300.9	1205.0	3.70	
	VNS heuristika	[4, 8800]	2	1	2763.4	1428.2	<b>4191.5</b>	<b>0.15</b>	<b>1.120</b>	1381.7	1428.2	<b>0.17</b>
			1	1	1400.9	1399.3	<b>2800.1</b>	<b>0.15</b>	<b>1.095</b>	1400.9	1399.3	<b>0.15</b>
2			4	2911.1	5443.4	<b>8354.5</b>	<b>0.16</b>	<b>1.002</b>	1455.6	1360.8	<b>0.21</b>	
[5, 7000]		1	4	1614.2	5219.3	<b>6833.4</b>	<b>0.10</b>	<b>0.834</b>	1614.2	1304.8	<b>0.17</b>	
		2	1	2490.5	1315.3	<b>3805.7</b>	<b>0.13</b>	<b>1.335</b>	1245.2	1315.3	<b>0.21</b>	
		1	1	1258.3	1297.3	<b>2555.6</b>	<b>0.13</b>	<b>1.242</b>	1258.3	1297.3	<b>0.17</b>	
[6, 5800]		2	4	2593.6	5078.5	<b>7672.1</b>	<b>0.17</b>	<b>1.192</b>	1296.8	1269.6	<b>0.18</b>	
		1	4	1439.1	4872.4	<b>6311.5</b>	<b>0.13</b>	<b>1.009</b>	1439.1	1218.1	<b>0.18</b>	
		2	1	2345.0	1249.5	<b>3594.5</b>	<b>0.12</b>	<b>1.426</b>	1172.5	1249.5	<b>0.16</b>	
		1	1	1180.2	1239.6	<b>2419.8</b>	<b>0.12</b>	<b>1.400</b>	1180.2	1239.6	<b>0.13</b>	
		2	4	2428.0	4862.7	<b>7290.7</b>	<b>0.09</b>	<b>1.281</b>	1214.0	1215.7	<b>0.11</b>	
		1	4	1374.0	4645.0	<b>6019.1</b>	<b>0.15</b>	<b>1.127</b>	1374.0	1161.3	<b>0.24</b>	

Odstupanja konstruktivne heuristike od optimalnih rešenja rastu sa povećanjem vrednosti  $c_r$  u odnosu na  $c_{inv}$  i to se može objasniti kao posledica većeg broja promena rešenja koja generišu poboljšanja (veći broj prebacivanja). Sa druge strane, kvalitet rešenja VNS heuristike ne zavisi od odnosa  $c_r$  i  $c_{inv}$ .

VNS heuristika u sebi sadrži segment stohastičke pretrage, odnosno procedura razmrdavanja na slučajan način unosi promene u pretragu za boljim rešenjem. Samim tim, svako rešenje od 10 iteracija VNS heuristike može biti drugačije. Stepem različitosti rešenja može da se predstavi standardnim odstupanjem od prosečne vrednosti (kolona "*STDEV funkcije cilja*" u tabeli 3.6). Ako je ovo odstupanje veliko, onda heuristika dosta zavisi od slučajnosti i kvalitet rešenja nije tako pouzdan. Za date parametre VNS heuristike, ovo odstupanje rešenja P1 problema je zanemarljivo i kreće se od 0.09 - 0.17 % što znači da se svako od 10 rešenja iste instance praktično i ne razlikuje. Zanemarljivo odstupanje heurističkih rešenja po iteracijama u kombinaciji sa zanemarljivim odstupanjem od optimalnog rešenja MILP modela znači da VNS heuristika daje izuzetno dobre rezultate i da uspešno izbegava "zamku lokalnog minimuma". Ostali podmodeli VNS heuristike nemaju stohastiku pretrage pa su i rešenja uvek ista, odnosno ne postoji odstupanje između iteracija iste instance.

Radi boljeg uvida u kvalitet rešenja moguće je pratiti vrednosti dodatnih izmeritelja koji su vezani za segmente upravljanja zaliha i rutiranja vozila. Campbell i ostali (2002) opisuju izmeritelje koji mogu da se koriste za ocenjivanje kvaliteta rešenja objedinjenog problema rutiranja i zaliha. Između ostalih, autori navode prosečan ukupan broj ruta, prosečan ukupan broj stajanja vozila radi opsluge benzinskih stanica, prosečan ukupni pređeni put vozila, koeficijent iskorišćenja voznog parka, prosečni nivo zaliha u stanicama po vrstama goriva po danima pre i posle izvršene isporuke. U tabeli 3.7 prikazano je 16 dodatnih izmeritelja (za 100 instanci P1 problema) koji opisuju rešenja za različite karakteristike problema. Prikazani su izmeritelji samo za optimalna rešenja MILP modela pošto VNS heuristika daje veoma malo odstupanje rešenja u odnosu na optimalna, pa su i vrednosti ovih izmeritelja praktično iste. Na osnovu vrednosti datih izmeritelja mogu da se donesu sledeći zaključci:

- sa rastom uticaja jediničnih troškova zaliha minimalan dnevni broj ruta raste, maksimalan dnevni broj ruta opada, ukupan broj ruta rešenja raste;
- vozila sa većim brojem komora imaju za posledicu smanjenje broja ruta u rešenju;
- ukupan broj poseta stanica (jedna poseta označava dolazak jednog vozila u stanicu) raste sa rastom uticaja jediničnih troškova zaliha. Sa druge strane opada sa povećanjem broja komora vozila što se može objasniti većom mogućnošću sabiranja isporuke različitih vrsta goriva iste stanice u istom vozilu;
- veći uticaj jediničnih troškova kao i veći broj komora vozila utiče na uvećanje broja stanica u jednoj ruti;
- sa druge strane iskorišćenje transportnog kapaciteta angažovanih vozila opada sa većim uticajem jediničnih troškova, odnosno sa većim brojem komora vozila;
- ukupna količina isporučenog goriva nije zavisna od jediničnih troškova već samo od količine najmanje isporuke u trenutku smanjenja nivoa zaliha na zaštitni nivo. Samim tim, ukupna količina isporučenog goriva je manja ako se koriste vozila sa manjim kapacitetom komore;
- prosečno pređeno dnevno rastojanje vozila raste sa rastom uticaja jediničnih troškova zaliha, dok opada sa povećanjem broja komora vozila;
- takođe, performanse "*ukupno rastojanje pod teretom*" i "*ukupno tonskih kilometara*" imaju veću vrednost sa rastom uticaja jediničnih troškova zaliha, dok im vrednost opada sa povećanjem broja komora vozila;
- performanse "*prosečna količina isporuke po stanici*", "*prosek zaliha posle potrošnje a pre isporuke*", i "*odnos nivoa zaliha i potrošnje posle potrošnje a pre isporuke*" opadaju sa rastom uticaja jediničnih troškova zaliha (usled većeg troška prebacivanja zaliha u prethodne

dane) i sa povećanjem broja komora vozila (usled manjih količina isporuke);

- poslednja performansa "*odnos nivoa zaliha i potrošnje posle potrošnje a pre isporuke*" može da se protumači i kao osetljivost sistema na nedostatak zaliha usled neplanirano visoke potrošnje (veća vrednost ove performanse ukazuje na veću robusnost sistema). Po ovoj performansi sistem ima veću robusnost sa vozilima koja poseduju komore većeg kapaciteta.



**Tabela 3.7** Performanse rešenja MILP modela za 100 instanci P1 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti)

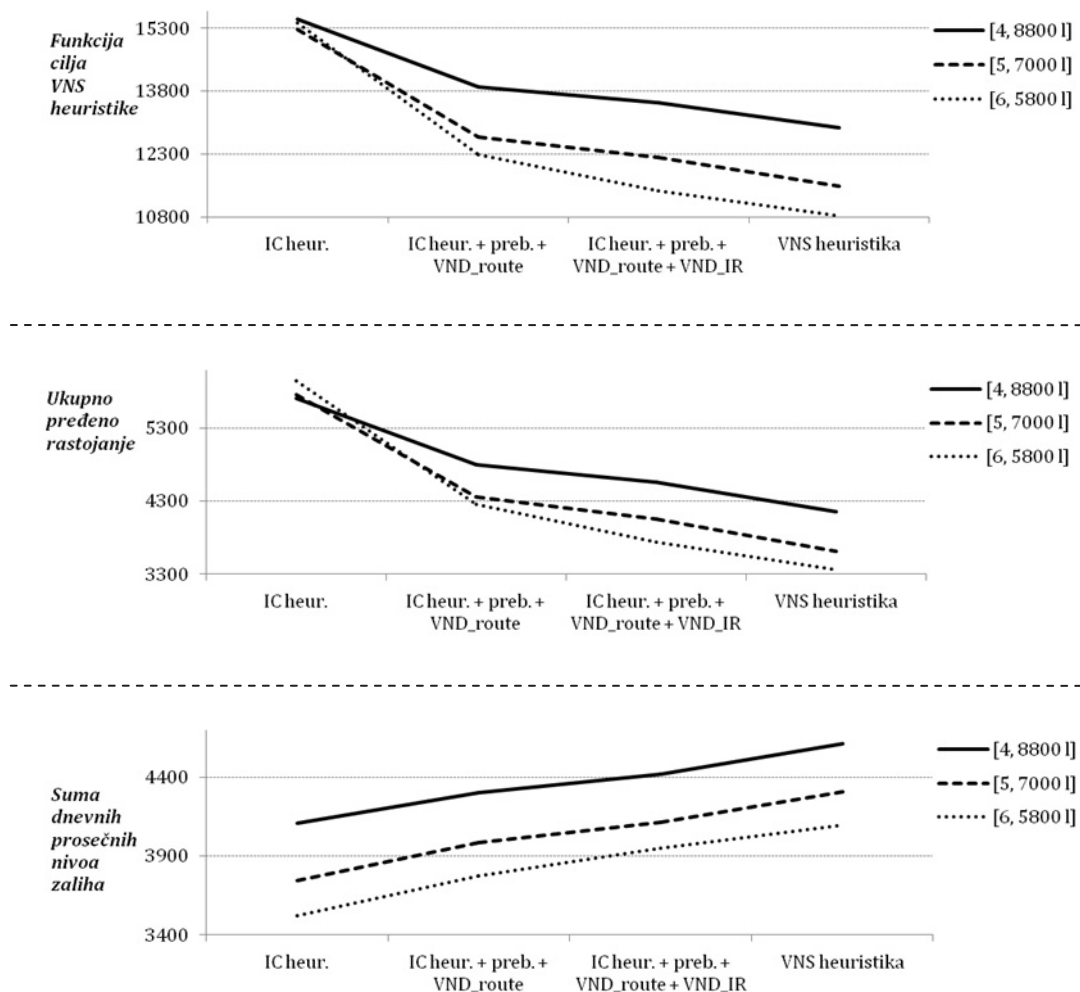
Tip vozila	$C_r$ [€/km]	$C_{inv}$ [€/1000 l]	Min broj ruta u danu	Max broj ruta u danu	Ukupan broj ruta	Ukupan broj poseta stanica	Prosečan broj stanica po ruti	Iskorišćenje angažovanih vozila	Ukupna količina isporuke goriva [1000 l]	Prosečna dužina rute [km]	Min dužina rute [km]	Max dužina rute [km]	Prosečno dnevno rastojanje [km]	Ukupno rastojanje pod teretom [km]	Ukupno tonskih kilometara [1000 t x km]	Prosečna količina isporuke po stanici [1000 l]	Prosek zalihna pre isporuke [l] *	Prosečni odnos zalihna i potrošnje pre isporuke *	4.34
[4, 8800]	2	1	0.13	3.54	6.99	15.7	2.25	0.92	227.5	198.6	98.2	284.3	345.1	877.0	46193.7	14.6	5910.9	5910.9	4.34
	1	1	0.28	3.38	7.12	16.2	2.28	0.91	227.5	198.4	91.2	286.3	350.8	894.9	46528.2	14.1	5737.4	5737.4	4.21
	2	4	0.56	3.15	7.26	17.1	2.36	0.89	227.5	202.8	94.9	290.7	365.3	955.5	47852.5	13.4	5520.8	5520.8	4.04
	1	4	0.87	2.97	7.62	18.8	2.48	0.85	227.5	212.2	98.7	306.9	400.4	1082.9	50481.5	12.1	5250.9	5250.9	3.83
[5, 7000]	2	1	0.07	3.39	5.99	14.9	2.50	0.89	186.8	208.7	106.6	295.5	310.5	827.2	40197.7	12.6	5524.9	5524.9	4.00
	1	1	0.15	3.22	6.05	15.2	2.54	0.88	186.8	209.0	109.0	293.8	314.0	837.8	40412.4	12.3	5421.9	5421.9	3.92
	2	4	0.30	3.01	6.25	16.0	2.58	0.86	186.8	210.0	104.9	297.3	326.0	877.6	40947.3	11.7	5239.5	5239.5	3.79
	1	4	0.65	2.82	6.80	17.6	2.61	0.79	186.8	212.9	103.4	305.1	358.9	975.7	42105.8	10.6	4982.4	4982.4	3.60
[6, 5800]	2	1	0.04	3.34	5.53	14.5	2.63	0.85	162.7	212.7	108.7	293.9	292.3	782.2	35920.5	11.2	5306.3	5306.3	3.80
	1	1	0.09	3.21	5.59	14.7	2.65	0.84	162.7	212.5	108.6	295.5	294.9	796.0	36052.2	11.0	5231.2	5231.2	3.74
	2	4	0.20	3.06	5.77	15.3	2.66	0.81	162.7	213.0	110.6	299.4	304.8	825.8	36306.1	10.7	5088.2	5088.2	3.63
	1	4	0.50	2.77	6.44	17.3	2.70	0.73	162.7	215.5	105.3	302.9	345.3	947.3	37230.6	9.4	4781.1	4781.1	3.41

\* po svim danima planskog perioda za svako gorivo i svaku benzinsku stanicu (suma vrednosti po  $t, i, j$  podeljena sa  $T+i+j$ )

Instance P2 problema u kojima se posmatra 50 benzinskih stanica nisu rešive do optimalnosti u prihvatljivom vremenu rada računara i iste su rešavane samo VNS heuristikom. Rezultati VNS heuristike za 100 instanci P2 problema (sa istim parametrima heuristike kao i pri rešavanju P1 problema) dati su u tabeli 3.8. Prikazani su rezultati VNS heuristike i rezultati pojedinih podmodela iz kojih se VNS heuristika sastoji. Na slici 3.18 je prikazan kvalitet rešenja podmodela heurističkog pristupa i VNS heuristike, a u tabeli 3.9 su prikazane vrednosti dodatnih performansi rešenja VNS heuristike.

Generalno ne postoje značajne razlike u rezultatima VNS heuristike za probleme manjih i većih dimenzija. Iako je problem P2 uvećan za više od tri puta, odstupanje rešenja VNS heuristike po iteracijama se nije značajnije promenilo (0.09 - 0.36 %). Po rezultatima VNS heuristike, ukupni troškovi rutiranja i zaliha su manji što je veći broj komora (kao što je to slučaj i sa problemom P1). Sa aspekta vremena rada računara i odstupanja rešenja po iteracijama može se zaključiti da je problem jednostavniji i lakši za rešavanja primenom VNS heuristike što su značajniji jedinični troškovi zaliha u odnosu na jedinične troškove rutiranja. Na primer, kada se posmatra vozilo  $K=4$  i  $Q_0=8800$  l sa  $c_r=2$  €/km i  $c_{inv}=1$  €/1000 l, vreme rada računara iznosi 142 s sa odstupanjem rešenja od 0.36 %. A za isti tip vozila, ali sa  $c_r=1$  €/km i  $c_{inv}=4$  €/1000 l, vreme rada računara iznosi 63 s sa odstupanjem rešenja od 0.09 %.

Računarsko vreme rada VNS heuristike pri rešavanju instanci problema P2 se kreće od 62 - 213 s i predstavlja značajno uvećanje u odnosu na instance problema P1 (posledica veće dimenzije problema). Sa druge strane, ovo vreme rada računara, od nekoliko minuta, je prihvatljivo sa aspekta praktične primene VNS heuristike, jer realni problemi u sekundarnoj distribuciji goriva imaju sličnu ili nešto veću dimenziju.



**Slika 3.18** Grafički prikaz kvaliteta rešenja VNS heuristike i podmodela za slučaj  $c_r = 2 \text{ €/km}$  i  $c_{inv} = 1 \text{ €/1000 l}$  (prosečne vrednosti za 100 instanci P2 problema sa 10 iteracija)

Kada se posmatra uticaj tipa vozila na vreme rešavanja instance, VNS heuristika se ponaša suprotno od MILP modela. Po rezultatima za obe posmatrane veličine problema, VNS heuristika daje brže rešenje za vozila sa manje komora. Razlog jeste u konceptu rada heuristike koji se zasniva na prebacivanjima komora. Samim tim, što je veći broj komora manjih kapaciteta to je i veći broj mogućih prebacivanja koje je neophodno analizirati u pojedinačnim prolazima VND pretrage. Vrednosti dodatnih izmeritelja rešenja instanci P2 problema, prikazane u tabeli 3.9, samo potvrđuju komentare vezane za rešenja instanci P1 problema.

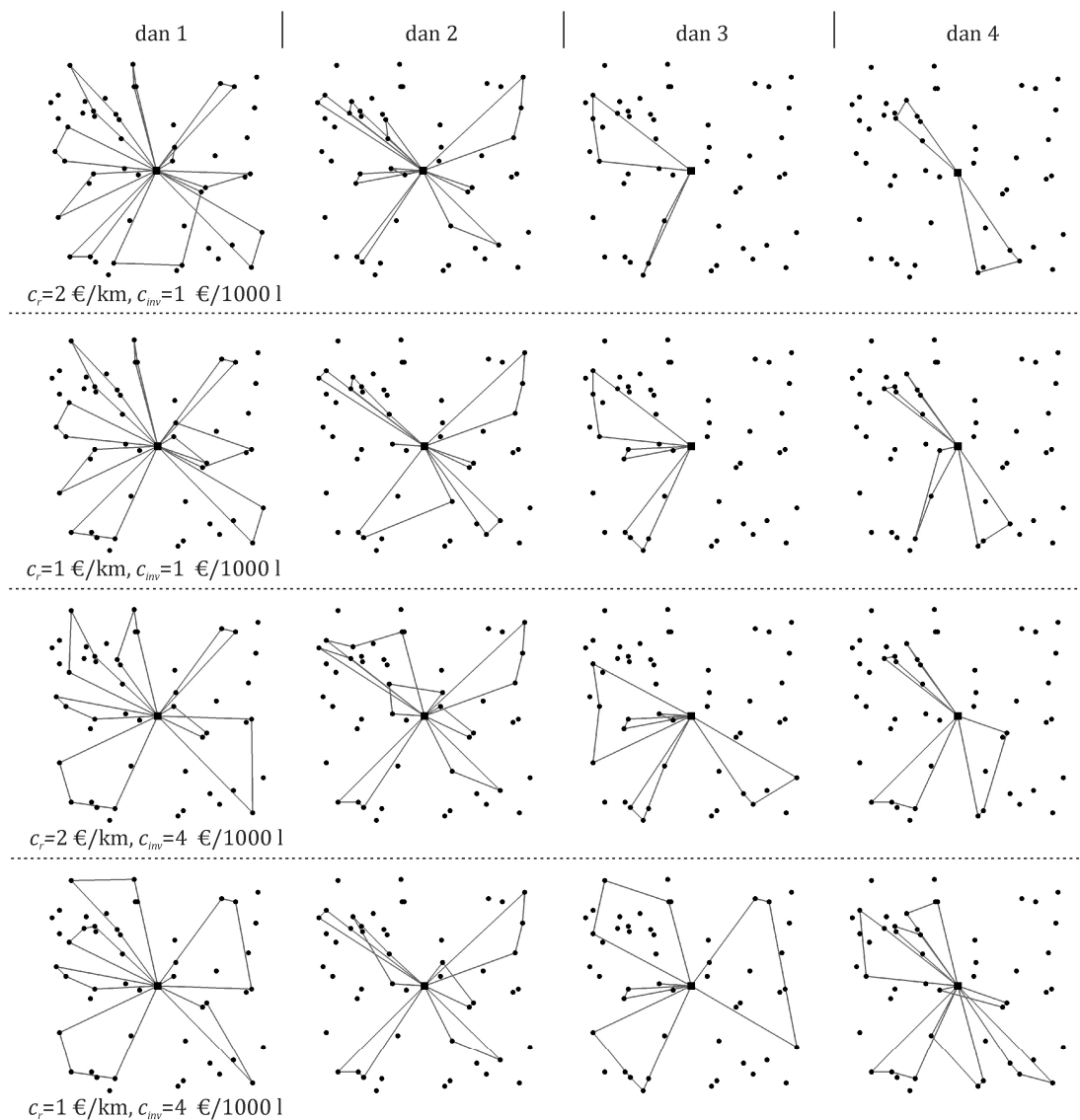
**Tabela 3.8** Rezultati VNS heuristike za 100 instanci P2 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti sa 10 iteracija rešavanja svake instance)

Model	Tip vozila	$C_r$ [€/km]	$C_{inv}$ [€/1000 l]	Troškovi rutiranja [€]	Troškovi posedovanja zaliha [€]	Ukupni troškovi rutiranja i zaliha [€]	STDEV funkcije cilja [%]	Vreme rada računara [s]	Ukupno pređeno rastojanje [km]	Suma dnevnih prosečnih nivoa zaliha planskog perioda [1000 l]	Odstupanje podmodela od VNS rešenja [%]	
IC heuristički model	[4, 8800]	2	1	11406.1	4107.4	15513.5	-	0.011	5703.0	4107.4	20.00	
		1	1	5703.0	4107.4	9810.4	-	0.011	5703.0	4107.4	12.04	
		2	4	11406.1	16429.6	27835.7	-	0.010	5703.0	4107.4	5.34	
	[5, 7000]	1	4	5703.0	16429.6	22132.6	-	0.011	5703.0	4107.4	1.65	
		2	1	11515.1	3746.9	15262.0	-	0.011	5757.5	3746.9	32.44	
		1	1	5757.5	3746.9	9504.5	-	0.011	5757.5	3746.9	20.17	
	[6, 5800]	2	4	11515.1	14987.7	26502.8	-	0.011	5757.5	3746.9	9.64	
		1	4	5757.5	14987.7	20745.3	-	0.011	5757.5	3746.9	3.25	
		2	1	11909.2	3519.8	15429.0	-	0.011	5954.6	3519.8	42.54	
		1	1	5954.6	3519.8	9474.4	-	0.012	5954.6	3519.8	27.01	
	Heuristika prebacivanja + VND-route	[4, 8800]	2	1	9598.1	4299.8	13897.9	-	0.080	4799.1	4299.8	7.50
			1	1	4864.6	4265.5	9130.1	-	0.074	4864.6	4265.5	4.27
2			4	9994.0	16856.2	26850.2	-	0.063	4997.0	4214.1	1.61	
[5, 7000]		1	4	5202.3	16661.6	21863.8	-	0.050	5202.3	4165.4	0.41	
		2	1	8722.6	3988.3	12710.8	-	0.121	4361.3	3988.3	10.30	
		1	1	4432.1	3956.0	8388.1	-	0.115	4432.1	3956.0	6.05	
[6, 5800]		2	4	9128.6	15641.5	24770.2	-	0.102	4564.3	3910.4	2.47	
		1	4	4847.4	15372.4	20219.8	-	0.083	4847.4	3843.1	0.64	
		2	1	8513.0	3776.2	12289.2	-	0.153	4256.5	3776.2	13.54	
		1	1	4325.0	3748.8	8073.7	-	0.148	4325.0	3748.8	8.23	
Heuristika prebacivanja + VND-route + VND-IR		[4, 8800]	2	1	9109.2	4418.4	13527.6	-	0.335	4554.6	4418.4	4.64
			1	1	4634.7	4357.2	8992.0	-	0.295	4634.7	4357.2	2.70
	2		4	9580.8	17090.0	26670.8	-	0.255	4790.4	4272.5	0.93	
	[5, 7000]	1	4	5016.0	16790.0	21806.1	-	0.273	5016.0	4197.5	0.15	
		2	1	8106.2	4112.5	12218.8	-	0.406	4053.1	4112.5	6.03	
		1	1	4122.9	4065.2	8188.1	-	0.396	4122.9	4065.2	3.52	
	[6, 5800]	2	4	8641.3	15889.6	24530.9	-	0.318	4320.7	3972.4	1.48	
		1	4	4646.1	15506.3	20152.4	-	0.323	4646.1	3876.6	0.30	
		2	1	7467.5	3948.4	11415.9	-	0.508	3733.8	3948.4	5.47	
		1	1	3847.3	3890.2	7737.4	-	0.471	3847.3	3890.2	3.73	
	VNS heuristika	[4, 8800]	2	1	8314.0	4614.1	12928.0	0.36	144.093	4157.0	4614.1	-
			1	1	4234.0	4521.9	8756.0	0.33	112.193	4234.0	4521.9	-
2			4	8898.8	17526.4	26425.2	0.24	83.493	4449.4	4381.6	-	
[5, 7000]		1	4	4847.4	16926.1	21773.5	0.09	62.827	4847.4	4231.5	-	
		2	1	7217.8	4306.0	11523.7	0.36	182.622	3608.9	4306.0	-	
		1	1	3678.9	4230.6	7909.5	0.29	144.862	3678.9	4230.6	-	
[6, 5800]		2	4	7740.7	16432.9	24173.6	0.25	104.143	3870.3	4108.2	-	
		1	4	4346.0	15745.7	20091.7	0.12	74.650	4346.0	3936.4	-	
		2	1	6727.1	4096.9	10824.0	0.29	219.150	3363.6	4096.9	-	
		1	1	3411.4	4048.1	7459.5	0.28	189.222	3411.4	4048.1	-	
		2	4	7181.8	15739.7	22921.5	0.24	130.340	3590.9	3934.9	-	
		1	4	4052.5	15078.0	19130.5	0.16	90.622	4052.5	3769.5	-	

Tabela 3.9 Performanse rešenja VNS heuristike za 100 instanci P2 problema (u tabeli su prikazane prosečne vrednosti)

Tip vozila	$C_r$ [€/km]	$C_{inv}$ [€/1000 l]	Min broj ruta u danu	Max broj ruta u danu	Ukupan broj ruta	Ukupan broj poseta stanica	Prosečan broj stanica po ruti	Iskorišćenje angažovanih vozila	Ukupna količina isporuke goriva [1000 l]	Prosečna dužina rute [km]	Min dužina rute [km]	Max dužina rute [km]	Prosečno dnevno rastojanje [km]	Ukupno rastojanje pod teretom [km]	Ukupno tonskih kilometara [1000 t x km]	Prosečna količina isporuke po stanici [1000 l]	Prosek zalihna pre isporuke [l]	Prosečni odnos zalihna i potrošnje pre isporuke
[4, 8800]	2	1	1.45	9.73	22.64	55.3	2.4	0.97	772.0	183.8	45.4	281.5	1039.2	2547.5	144179.1	14.0	5668.1	4.17
	1	1	2.21	9.24	22.82	57.3	2.5	0.96	772.0	185.8	45.8	282.7	1058.5	2618.6	146210.7	13.5	5514.5	4.05
	2	4	3.39	8.37	23.22	61.4	2.6	0.94	772.0	191.8	49.1	287.3	1112.3	2812.7	151361.0	12.6	5280.6	3.87
	1	4	4.48	7.72	24.33	67.3	2.8	0.90	772.0	199.5	50.3	295.5	1211.9	3163.6	158239.0	11.5	5030.5	3.68
[5, 7000]	2	1	0.67	9.58	19.11	51.4	2.7	0.95	635.5	189.1	52.3	284.3	902.2	2265.1	122226.0	12.4	5382.2	3.90
	1	1	1.22	9.04	19.34	52.7	2.7	0.94	635.5	190.4	50.7	285.9	919.7	2324.0	123532.4	12.1	5256.6	3.81
	2	4	2.26	8.20	20.03	55.7	2.8	0.91	635.5	193.5	49.1	289.6	967.6	2490.7	126713.3	11.4	5052.6	3.66
	1	4	3.73	7.34	21.77	62.2	2.9	0.83	635.5	199.9	52.3	298.1	1086.5	2861.6	131858.2	10.2	4766.3	3.45
[6, 5800]	2	1	0.39	9.52	17.55	49.4	2.8	0.91	554.3	191.9	53.2	282.5	840.9	2135.6	108318.1	11.2	5169.0	3.71
	1	1	0.72	9.11	17.74	50.3	2.8	0.90	554.3	192.5	53.9	283.6	852.8	2173.7	108957.0	11.0	5087.7	3.65
	2	4	1.64	8.20	18.52	52.8	2.9	0.86	554.3	194.2	50.0	288.1	897.7	2312.0	111279.6	10.5	4899.0	3.50
	1	4	3.21	7.37	20.53	59.0	2.9	0.78	554.3	197.8	53.2	296.7	1013.1	2662.3	114655.6	9.4	4623.3	3.31

Na slici 3.19 prikazan je uticaj odnosa jediničnih troškova na rute vozila ( $K=4$ ,  $Q_o=8800$ ) u jednom rešenju VNS heuristike za instancu P2 problema iz tabele 3.3. U priložima 3 i 4 prikazani su uticaji odnosa jediničnih troškova za ostala dva tipa vozila ( $K=5$  i  $Q_o=7000$  l,  $K=6$  i  $Q_o=5800$  l).



**Slika 3.19** Primer ruta opsluge stanica rešenja VNS heuristike po danima planskog perioda za vozilo  $K=4$ ,  $Q_o=8800$  l i različite odnose jediničnih troškova (P2 instanca iz tabele 3.3)

# **4** SIMULACIONA ANALIZA PRIMENLJIVOSTI REŠENJA DETERMINISTIČKOG IRP-a NA STOHAISTIČKO OKRUŽENJE

Deterministička postavka IRP-a koristi se radi pojednostavljena problema i omogućavanja dobijanja rešenja klasičnim MILP modelima i heuristikama. Posledica ovog pojednostavljenja je dobijanje rešenja koje u određenoj meri ne respektuje realan sistem sa stohastičkom potrošnjom. Ovo se pre svega odnosi na pojavu nedostataka ili viškova zaliha kao i na promene u planu isporuke usled stohastičke prirode potrošnje goriva. Međutim, rešenje problema sa determinističkim ulazima je moguće primeniti na realan sistem sa stohastičkom prirodom i analizu te primenljivosti je moguće izvršiti uz upotrebu simulacije.

## 4.1 PREGLED STOHAŠTIČKOG IRP-a

U radovima koji se bave problematikom IRP-a čest je slučaj da se posmatra deterministički sistem iako realni sistemi imaju stohastičku komponentu, koja se uglavnom odnosi na potrošnju. U determinističkim modelima stohastika se zamenjuje sa nekim očekivanim vrednostima. Jedan od prvih radova IRP-a sa neizvesnom potrošnjom objavili su Federgruen i Zipkin (1984) u kojem posmatraju troškove transporta, zaliha i nedostatka zaliha u jednom danu i poredе klasičan VRP pristup sa IRP-om. Rezultati pokazuju da je IRP pristup imao uštedu u troškovima od 6-7 % na posmatranim instancama, kao i smanjenje potrebnog broja vozila za više od 20%. Golden i ostali (1984) su takođe posmatrali jednodnevni IRP sa neizvesnom potrošnjom u kojem su razvili heuristički pristup baziran na meri hitnosti opsluge svakog klijenta. Oni klijenti za koje po toj meri nisu potrebne isporuke, ne ulaze u plan isporuke dok se za ostale kreiraju rute opsluge.

Berman i Larson (2001) su posmatrali stohastički IRP u kojem vozač ne zna tačnu traženu količinu za klijenta pre polaska iz depoa, odnosno tek po dolasku kod klijenta tražnja postaje poznata. Autori su za rešenje problema predložili stohastičko dinamičko programiranje. Jaillet i ostali (2002) su posmatrali IRP sa jednim depoom iz kojeg se vrši distribucija lož ulja za veći broj korisnika. Svaki korisnik poseduje zalihe lož ulja, a potrošnja je stohastička po danima planskog perioda. Za dobijanje rešenja godišnjeg plana isporuke rešavano je više kraćih sukcesivnih perioda od dve nedelje. Model je baziran na proceni uticaja stohastičke potrošnje na troškove sistema i rešenja su testirana Monte Carlo simulacijom u kojoj je potrošnja definisana zakonom normalne raspodele verovatnoća koja je "odsečena" sa obe strane (engl. Truncated Normal Distribution). Kleywegt i ostali (2002) su koristili Markov proces odlučivanja i metode aproksimacije u cilju pronalaženja rešenja za IRP sa jednim proizvodom, direktnim isporukama i



potrošnjom koja je predstavljena slučajnom raspodelom. Kleywegt i ostali (2004) su proširili svoj rad iz 2002. godine sa rutama koje mogu imati više od jedne isporuke.

Hemmelmayr i ostali (2010) su posmatrali problem distribucije krvi gde potrošnja krvi u različitim zdravstvenim institucijama ima stohastičan karakter. Primenom simulacije analizirani su različiti sistemi sa konceptom hitnih isporuka u slučajevima neplanirane tražnje. Potrošnja krvi simulirana je Ravnomernom i Normalnom raspodelom koja je odsečena sa obe strane na unapred zadatim vrednostima. Huang i Lin (2010) su razvili heuristički model optimizacije kolonijom mrava koji rešava problem opsluge automata (za prodaju pića, slatkiša, hrane i sl.) čija tražnja postaje poznata tek u trenutku posete vozila. U slučaju da količina isporuke nije dovoljna, preostala količina se isporučuje u narednoj turi vozila što može izazvati troškove prekovremenog rada. Ako i to nije moguće, onda se pojavljuju troškovi nedostatka zaliha. U njihovom modelu "feromoni" (veća koncentracija feromona na nekoj grani mreže znači veću verovatnoću uključivanja iste u rešenje) se koriste kako za određivanje najmanjeg pređenog rastojanja vozila i tako i za minimizaciju nedostataka zaliha po čvorovima. Potrošnja po automatima je stohastička veličina definisana Normalnom raspodelom. Bertazzi i ostali (2013) su predložili hibridni algoritam za rešavanje IRP-a sa stohastičkom potrošnjom gde je dozvoljen nedostatak zaliha, a potrošnja po čvorovima je definisana Ravnomernom raspodelom. Autori su formulisali i model dinamičkog programiranja za optimalno rešavanje problema, ali koji u prihvatljivom vremenu ne može rešiti realne probleme većih dimenzija. Shukla i ostali (2013) su razvili heuristički model baziran na genetskim algoritmima za rešavanje IRP-a sa stohastičkom lokacijom pojave potrošnje i stohastičkim intenzitetom potrošnje gde su ove vrednosti definisane Ravnomernom raspodelom.

Yu i ostali (2012) su razvili IRP model koji posmatra jedan proizvod sa mogućnošću deljenja isporuke na više vozila, gde nezadovoljstvo korisnika zavisi od količine u isporuci. Početni stohastički zahtevi za isporukom su zamenjeni determinističkim. Ovaj rad predstavlja proširenje prethodnog Yu i ostali (2008), u kojem su autori posmatrali isključivo determinističke zahteve. Oba rada su

specifična po tome što se u predloženom hibridnom pristupu određuju samo količine neophodne za transport između čvorova, a potom se te grane sa definisanim količinama dodeljuju vozilima. U poslednjem koraku se, za poboljšanje rešenja, primenjuju dve tehnike lokalne pretrage.

Iz pregleda radova koji posmatraju stohastički IRP moguće je izvesti neke osnovne zaključke, a koji se mogu primeniti i na posmatrani sistem sekundarne distribucije goriva: rešenje determinističkog IRP-a u sebi sadrži određenu procenu uticaja stohastike; simulacijom je moguće analizirati efekat takve procene u svetlu primenljivosti determinističkog rešenja na stohastički problem; neophodna je preventivna i korektivna mera koje mogu umanjiti negativne uticaje stohastike problema; za dobijanje rešenja u nekom dužem planskom periodu neophodno je rešavati više kraćih sukcesivnih perioda.

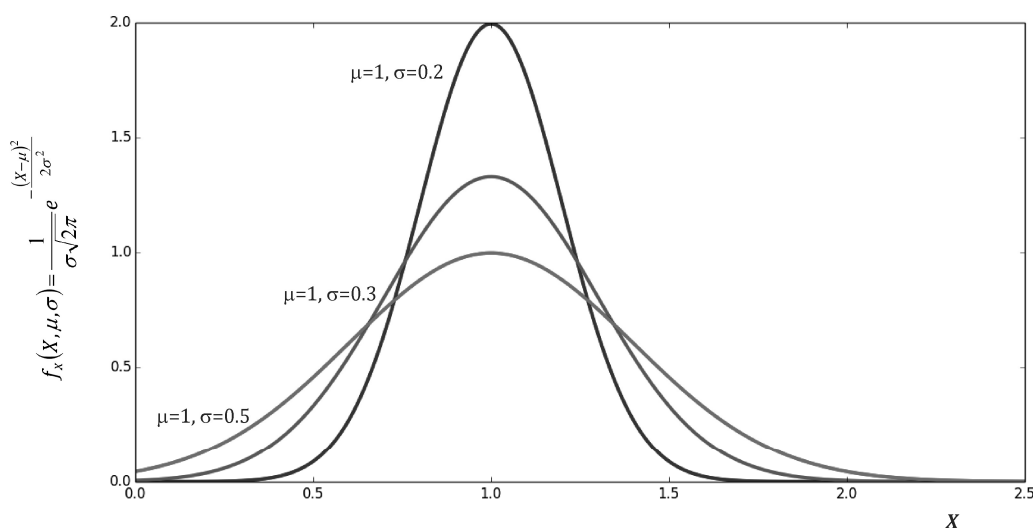
## 4.2 STOHAŠTIČKA POTROŠNJA I UTICAJ NA PRIMENU DETERMINISTIČKOG REŠENJA

Posedovanje dovoljne količine goriva koja može da zadovolji tražnju predstavlja osnov zadovoljenja kupca. Poštovanje ovog uslova ne predstavlja problem kada se rešava deterministički model, ali kada se to rešenje primenjuje na problem sa stohastičkom potrošnjom postoji opasnost od nedostataka zaliha usled uvećanja potrošnje u odnosu na očekivanu vrednost. U takvim situacijama se uvodi zaštitni nivo zaliha (kao preventivna mera) koji ima ulogu zadovoljenja ekstremnih odstupanja u odnosu na očekivanu potrošnju. Veće odstupanje potrošnje zahteva veći nivo zaštitnih zaliha što uzrokuje i veće troškove posedovanja zaliha. Sa druge strane, rešenje koje će se zasnivati samo na podizanju zaštitnih zaliha radi zadovoljenja stohastičke potrošnje nije troškovno opravdano jer će generisati neprihvatljivo velike troškove vezanog kapitala u zalihama, i sve to radi zadovoljenja relativno malog broja slučajeva ekstremnih odstupanja u potrošnji. Da bi se izbegao veliki nivo zaštitnih zaliha sa istovremenim potpunim zadovoljenjem stohastičke potrošnje, neophodna je primena hitnih isporuka goriva (kao korektivna mera) za one stanice kojima izvesno preči nedostatak zaliha. To znači, da je pored pronalaženja balansa između rutiranja i zaliha neophodno uzeti u obzir i eventualne nedostatke zaliha i hitne isporuke u slučaju kada se determinističko rešenje primenjuje na praktični problem sa stohastičkom potrošnjom. Simulacija se upravo i koristi za analizu primenljivosti determinističkog rešenja sa aspekta troškova rutiranja i zaliha, ali i količine nedostataka zaliha i broja hitnih isporuka.

Analiza primenljivosti determinističkog rešenja na IRP sa stohastičkom potrošnjom zasniva se na simulaciji dnevnih intenziteta potrošnje goriva sa jedne strane i isporuci goriva po rešenju determinističkog modela (u kojem je intenzitet dnevne potrošnje determinističan), sa druge strane. Osnovna ideja jeste da se prvo

dobije rešenje determinističkog IRP-a (rešenje predstavlja plan isporuke za svaki dan planskog perioda), zatim da se simulira potrošnja na osnovu određenog zakona raspodele verovatnoća i da se primeni na dobijeno rešenje plana isporuke.

Za potrebe simulacije stohastičke potrošnje  $q^{s}_{ijt}$  po danima planskog perioda primenjen je zakon normalne raspodele verovatnoća  $N(\mu, \sigma^2)$ . Radi testiranja ponašanja sistema sa različitim "intenzitetima" stohastičnosti, simulacija je vršena sa sledećim parametrima raspodele:  $\mu=q_{ij}$  i  $\sigma=\mu*0.2$  (očekivano odstupanje),  $\mu=q_{ij}$  i  $\sigma=\mu*0.3$  (uvećano odstupanje),  $\mu=q_{ij}$  i  $\sigma=\mu*0.5$  (ekstremno odstupanje). Na slici 4.1 su prikazane funkcije gustina normalne raspodele verovatnoća za  $\mu=1$ .



**Slika 4.1** Funkcije gustina normalne raspodele verovatnoća koje se koriste za simulaciju potrošnje  $q^{s}_{ijt}$

Teoretski, svaka slučajna promenljiva  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  (koja predstavlja realizovanu potrošnju,  $q^{s}_{ijt}=X$ ) može uzeti vrednost od  $-\infty$  do  $+\infty$ , dok sa druge strane potrošnja može biti samo pozitivna. Iz tog razloga, prilikom generisanja slučajne promenljive  $X$ , negativne vrednosti se ne prihvataju (u tom slučaju generiše se nova vrednost slučajne promenljive). U prilogu 5 je dat primer potrošnje za 1000 slučajno generisanih brojeva i za tri različite vrednosti parametra odstupanja  $\sigma$ .

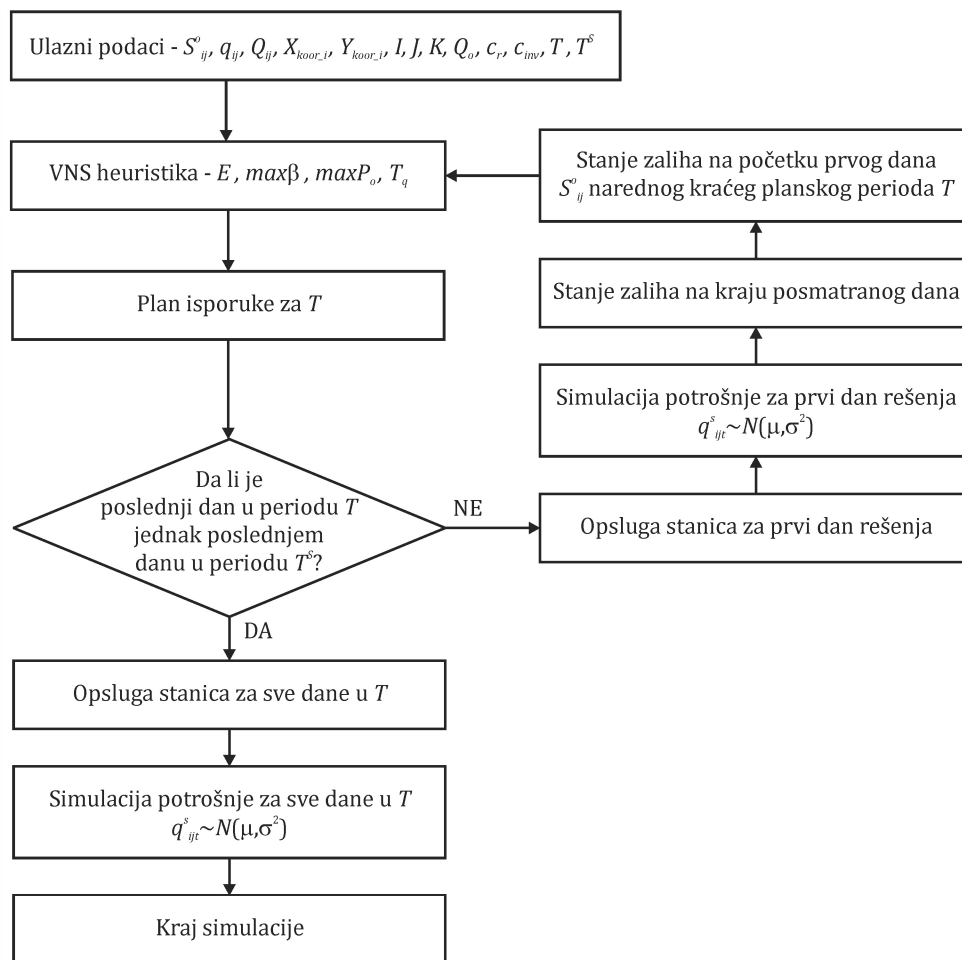
### 4.3 SIMULACIJA IRP-a

Za dobijanje determinističkog rešenja, na osnovu kojeg se vrši simulacija, koristi se generalna VNS heuristika opisana u poglavlju 3. Period posmatranja sistema prilikom vršenja simulacije  $T^S$  mora da obuhvati veći broj dana (nego što je to bio slučaj sa instancama P1 i P2 problema) da bi rezultati bili pouzdaniji. Pošto se u simulaciji posmatra više varijanti problema (po stohastičnosti potrošnje, tipu vozila, zaštitnom nivou zaliha), a uzimajući u obzir i realno vreme potrebno za izvršavanje simulacije, uzet je period od  $T^S=16$  dana. Na osnovu vremena rada računara VNS heuristike, nije moguće rešavati instance problema gde je  $T=16$ , već je neophodno sukcesivno rešavati kraće periode. Drugim rečima, u ovom slučaju neophodno je rešiti 4 instance kraćih sukcesivnih perioda dužine  $T=4$  dana. Stanje zaliha na kraju poslednjeg dana (četvrti dan) prvog kraćeg planskog perioda predstavlja početni nivo zaliha za rešavanje drugog kraćeg planskog perioda, itd.

Što je duži period posmatranja simulacije  $T^S$  to je i rešenje osetljivije na pojavu nedostatka zaliha usled stohastičnosti potrošnje. Ta osetljivost ili ranjivost je izraženija za dane koji su bliži kraju perioda posmatranja simulacije (usled sabiranja stohastičnosti svih prethodnih dana). Iz tog razloga, u praktičnoj primeni, moguće je odrediti rešenje za jedan kraći period od 4 dana i zatim izvršiti opslugu stanica po tom rešenju u posmatranom periodu. Istovremeno, u svakom od ta 4 dana pojaviće se neki intenzitet potrošnje (u simulaciji je dat po zakonu normalne raspodele verovatnoća) i na kraju četvrtog dana posmatranog planskog perioda postojaće neki nivo zaliha po benzinskim stanicama. Taj nivo zaliha koristi se kao početni nivo za naredni planski period od 4 dana. Drugim rečima, nakon dobijanja rešenja VNS heuristike za jedan kraći planski period od 4 dana, izvršava se simulacija potrošnje i opsluga stanica po tom rešenju, nakon čega se računaju početne zalihe za prvi dan narednog perioda od 4 dana i procedura se ponavlja dok se ne izvrši opsluga poslednjeg dana perioda posmatranja simulacije  $T^S$ .

Po istom principu prihvatanja delimičnog rešenja i izvršavanja simulacije, moguće je izračunati rešenje za kraći planski period od 4 dana i prihvatiti samo deo tog rešenja (na primer prvi dan ili prva dva dana). Pretpostavka je da se na ovakav način dobija kvalitetnije rešenje, pošto se uzima u obzir uticaj rešenja na dane posle tog rešenja. Na primer, iako se realizuju samo prva dva dana, dobijeno rešenje uzima u obzir uticaj na poslednja dva dana kraćeg planskog perioda. Takođe, sama simulacija se vrši na manjem broju dana što smanjuje osetljivost ili ranjivost sistema na nedostatak zaliha. Upravo iz tog razloga, testiraće se tri modela sa aspekta broja dana za koje se vrši simulacija (broja dana rešenja na osnovu kojih se vrši opsluga stanica):

- model *SIM\_svi\_dani* - dobijanje rešenja primenom VNS heuristike za 4 sukcesivna kraća planska perioda od  $T=4$ , gde se prihvata rešenje za ceo kraći period;
- model *SIM\_2\_dana* - dobijanje rešenja primenom VNS heuristike za 7 sukcesivnih kraćih planskih perioda od  $T=4$ , gde se prihvata rešenje za prva dva dana u svakom od rešavanja osim u poslednjem gde se prihvata rešenje za sva četiri dana (u suprotnom bi moglo doći do prebacivanja količina isporuke iz 17 i 18. dana u posmatrani period simulacije  $T^S$ );
- model *SIM\_1\_dan* - dobijanje rešenja primenom VNS heuristike za 13 sukcesivnih kraćih planskih perioda od  $T=4$ , gde se prihvata rešenje za prvi dan u svakom od rešavanja osim u poslednjem gde se prihvata rešenje za sva četiri dana (u suprotnom bi moglo doći do prebacivanja količina isporuke iz 17, 18, i 19. dana u posmatrani period simulacije  $T^S$ ). Na slici 4.2 je prikazan algoritam *SIM\_1\_dan* simulacionog modela.



Slika 4.2 Algoritam simulacionog modela SIM\_1\_dan

Simulacija je vršena na 100 instanci P1 problema (opisanog u poglavlju 3) sa 10 ponavljanja simulacije sa  $c_r = 2$  €/km i  $c_{inv} = 1$  €/1000 l, gde je testirano ponašanje sistema sekundarne distribucije goriva sa različitim karakteristikama:

- različiti modeli sa aspekta broja dana determinističkog rešenja nad kojim se vrši simulacija: *SIM\_svi\_dani*, *SIM\_2\_dana*, *SIM\_1\_dan*;
- različiti intenziteti odstupanja potrošnje:  $\sigma=0.2*\mu$ ,  $\sigma=0.3*\mu$ ,  $\sigma=0.5*\mu$ ;
- različiti tipovi vozila  $[K, Q_o] \in \{[4, 8800 \text{ l}], [5, 7000 \text{ l}], [6, 5800 \text{ l}]\}$ ;
- različiti nivoi zaštitnih zaliha:  $V=0.5*q_{ij}$ ,  $V=1.0*q_{ij}$ ,  $V=1.5*q_{ij}$ ,  $V=2.0*q_{ij}$ .

U svih 100 instanci, početni nivo zaliha se uvećava na opseg od  $2*q_{ij}$  do  $8*q_{ij}$  pošto se u simulaciji posmatra varijanta sa maksimalnim zaštitnim nivoom zaliha od  $V=2.0*q_{ij}$  (početni nivo zaliha ne može da bude manji od zaštitnog).

Dve dodatne performanse na osnovu kojih će se ocenjivati kvalitet rešenja su "*nedostatak zaliha*" radi zadovoljena potrošnje i "*broj hitnih isporuka*". Ove dve performanse su najbitnije sa aspekta zadovoljena korisnika i planskog rada sistema i samim tim imaju veliki uticaj na troškove poslovanja. Nedostatak zaliha predstavlja nerealizovanu potrošnju, odnosno razliku između potrošnje  $q^{s_{ijt}}$  i zaliha goriva (slučaj kada je potrošnja  $q^{s_{ijt}}$  ekstremno velika i prevazilazi raspoloživi nivo zaliha). Hitna isporuka predstavlja neplaniranu isporuku jedne komore za stanicu u kojoj nivo zaliha nekog goriva padne ispod nivoa  $V$  (nakon potrošnje  $q^{s_{ijt}}$  i planirane isporuke goriva).



## 4.4 ANALIZA REZULTATA SIMULACIJE

Za potrebe simulacije napisan je kod u programskom jeziku C++. Rezultati simulacije po različitim modelima za 10 instanci problema P1 sa 10 ponavljanja (ukupno 10800 pojedinačnih puštanja simulacije) prikazani su u tabeli 4.1. Sa aspekta troškova rutiranja i zaliha najbolji je model *SIM\_svi\_dani* u kojem se prihvataju svi dani VNS rešenja sa determinističkom potrošnjom (3.8 % ušteda u odnosu na *SIM\_1\_dan*). Međutim, ovaj model u velikoj meri zanemaruje aspekt hitnih isporuka i nedostataka zaliha. Posmatrajući vrednosti hitnih isporuka i nedostataka zaliha, a koje direktno utiču na pouzdanost sistema i zadovoljenje krajnjih kupaca, najbolji je model *SIM\_1\_dan* (42.0 % manje hitnih isporuka i 65.9 % manje nedostataka zaliha u odnosu na model *SIM\_svi\_dani*). Model *SIM\_1\_dan* je nešto bolji po ukupnim troškovima rutiranja i zaliha od modela *SIM\_2\_dana* usled boljeg prilagođavanja plana rutiranja na stohastičke potrošnje po danima. Ukupno gledano, zbog važnosti pouzdanosti sistema i zadovoljenja klijenata za poslovanje u današnjim tržišnim uslovima i većih ušteda, *SIM\_1\_dan* model se pokazao kao najbolji od posmatrana tri.

**Tabela 4.1** Uticaj broja dana determinističkog rešenja koji se realizuje na kvalitet poslovanja sistema sekundarne distribucije (prosečne vrednosti za 10 instanci P1 problema svih karakteristika)

Simulacioni model	Troškovi rutiranja [€]	Troškovi posedovanja zaliha [€]	Ukupni troškovi rutiranja i zaliha [€]	Vreme rada računara [s]	Broj hitnih isporuka	Nedostatak zaliha [l]
<i>SIM_svi_dani</i>	10800.1	5482.9	16283.0	5.2	13.05	274.1
<i>SIM_2_dana</i>	11390.1	5599.8	16989.9	7.7	8.76	121.9
<i>SIM_1_dan</i>	11218.1	5708.8	16926.9	13.0	7.57	93.4

U tabeli 4.2 prikazani su detaljniji rezultati simulacionog modela *SIM\_1\_dan* za svih 100 instanci P1 problema sa 10 ponavljanja (ukupno 36000 pojedinačnih puštanja simulacije) za različite intenzitete odstupanja potrošnje, nivoe zaštitnih zaliha i tipove vozila. Sa porastom nivoa zaštitnih zaliha  $V$  rastu i troškovi rutiranja

i troškovi zaliha. Rast troškova zaliha je posledica porasta prosečnih dnevnih zaliha dok je rast troškova rutiranja posledica učestalijih isporuka (veći zaštitni nivo zaliha smanjuje broj dana trajanja zaliha koje se isporučuju) koje su neophodne za održavanje većih nivoa zaštitnih zaliha.

Hitne isporuke imaju korektivnu funkciju održavanja zadanog nivoa zaštitnih zaliha u slučaju neplaniranog povećanja dnevne potrošnje i ne zavise od vrednosti  $V$ , što i pokazuju rezultati simulacije. Osnovna funkcija zaštitnih zaliha jeste preventivno eliminisanje ili smanjenje nedostataka zaliha i u zavisnosti od intenziteta odstupanja potrošnje, različite vrednosti  $V$  su neophodne za uspešno obavljanje ove funkcije. Na osnovu rezultata simulacije, za eliminisanje nedostatka zaliha (smanjenje ispod par litara za sve stanice i sve tipove goriva u planskom periodu od 16 dana) neophodni su sledeći nivoi zaštitnih zaliha: za malo odstupanje ( $\sigma=0.2*\mu$ ) dovoljan je nivo zaštitnih zaliha  $V=1*q_{ij}$ , za srednje odstupanje ( $\sigma=0.3*\mu$ ) dovoljan je nivo zaštitnih zaliha  $V=1.5*q_{ij}$ , za veliko odstupanje ( $\sigma=0.5*\mu$ ) dovoljan je nivo zaštitnih zaliha  $V=2*q_{ij}$ . Takođe, intenzitet odstupanja potrošnje od očekivane ima veliki uticaj na broj hitnih isporuka. Što je ovo odstupanje veće, veća je mogućnost pojave povećane potrošnje koja direktno utiče na neophodnost hitne isporuke.

Pošto VNS heuristika ne uzima u obzir odstupanje potrošnje od očekivane (model vrši proračune samo sa očekivanom potrošnjom) onda i intenzitet odstupanja nema nikakvog uticaja na troškove rutiranja i zaliha u simulaciji (troškovi su izlazi iz VNS modela). Male varijacije troškova u tabeli 4.2 za iste vrednosti  $\sigma, V, K$ , i  $Q_o$  su posledica stohastike pretrage procedure razmrđavanja.

Uticaj tipa vozila na broj hitnih isporuka u planskom periodu nije veliki. Sa druge strane, vozila sa većim brojem komora manjih kapaciteta generišu veću količinu nedostataka zaliha. Uticaj tipa vozila na nedostatke zaliha je izraženiji za veće vrednosti odstupanja potrošnje.

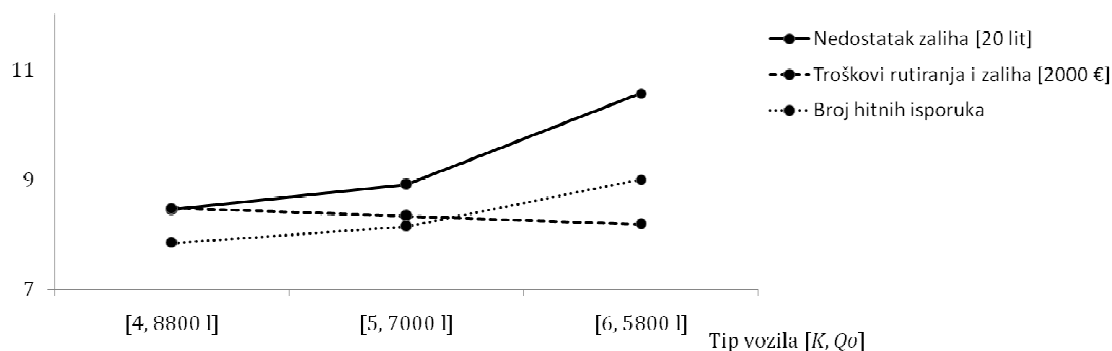
**Tabela 4.2** Rezultati simulacije SIM\_1\_dan (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema)

$\sigma$	Tip vozila	$V$ [ $q_{ij}$ ]	Troškovi rutiranja [€]	Troškovi posedovanja zaliha [€]	Ukupni troškovi rutiranja i zaliha [€]	Vreme rada računara [s]	Broj hitnih isporuka	Nedostatak zaliha [l]
0.5* $\mu$	[4, 8800]	0.5	10988.8	5381.9	16370.6	8.5	12.01	1617.9
		1.0	11281.6	5900.8	17182.4	8.7	12.99	265.0
		1.5	11728.7	6477.9	18206.6	8.3	12.27	32.9
		2.0	12105.8	7010.7	19116.4	8.5	12.46	1.9
	[5, 7000]	0.5	11262.7	4923.1	16185.8	11.2	12.89	1862.0
		1.0	11582.4	5429.6	17012.0	11.6	13.67	310.7
		1.5	12063.3	5993.5	18056.9	11.3	13.11	36.5
		2.0	12449.1	6528.6	18977.7	11.5	13.11	3.1
	[6, 5800]	0.5	11517.7	4638.9	16156.6	13.9	13.77	2037.8
		1.0	11848.3	5135.6	16983.9	14.6	14.86	339.5
		1.5	12334.5	5688.4	18022.9	14.2	14.29	40.0
		2.0	12728.0	6217.8	18945.9	14.5	13.75	3.2
0.3* $\mu$	[4, 8800]	0.5	10968.9	5348.5	16317.5	8.6	6.76	292.3
		1.0	11323.6	5875.0	17198.6	8.8	7.33	22.4
		1.5	11720.2	6447.3	18167.5	8.5	7.06	0.8
		2.0	12122.1	6987.7	19109.8	8.7	6.96	0.0
	[5, 7000]	0.5	11149.9	4883.2	16033.1	11.3	7.29	323.0
		1.0	11485.3	5393.5	16878.9	11.8	7.94	24.2
		1.5	11947.7	5954.8	17902.5	11.4	7.59	1.1
		2.0	12328.7	6481.9	18810.6	11.7	7.37	0.0
	[6, 5800]	0.5	11397.5	4598.3	15995.8	14.1	7.82	379.8
		1.0	11731.2	5090.1	16821.3	14.7	8.42	32.1
		1.5	12178.7	5644.8	17823.5	14.4	8.02	0.1
		2.0	12540.8	6177.9	18718.7	14.8	7.87	0.0
0.2* $\mu$	[4, 8800]	0.5	11059.7	5317.7	16377.4	8.7	4.59	47.2
		1.0	11388.9	5848.0	17236.9	8.9	4.92	0.7
		1.5	11813.1	6416.7	18229.9	8.6	4.77	0.0
		2.0	12189.2	6956.4	19145.6	8.7	4.53	0.0
	[5, 7000]	0.5	11231.1	4858.7	16089.9	11.5	4.81	52.1
		1.0	11534.6	5364.6	16899.2	12.0	5.31	0.6
		1.5	11987.0	5914.5	17901.5	11.6	5.22	0.0
		2.0	12356.0	6445.2	18801.2	11.9	5.12	0.0
	[6, 5800]	0.5	11424.9	4560.0	15984.9	14.3	5.23	56.9
		1.0	11773.6	5059.8	16833.4	15.0	5.65	2.1
		1.5	12224.2	5607.5	17831.7	14.6	5.33	0.0
		2.0	12547.9	6141.9	18689.8	15.0	5.36	0.0

U odnosu na rezultate instanci P1 problema sa planskim periodom od 4 dana, rezultati simulacije za planski period od 16 dana pokazuju suprotnu zavisnost troškova rutiranja od tipa vozila, odnosno troškovi rutiranja rastu sa većim brojem komora manjih kapaciteta. Manji kapacitet komora ima za posledicu učestalije isporuke što opet ima za posledicu uvećanje troškova rutiranja. To znači da fleksibilnost rutiranja, koju nudi veći broj komora manjih kapaciteta, ima slabiji uticaj u odnosu na manje učestale isporuke vozila sa manjim brojem komora većih kapaciteta. Razlog, pre svega, leži u činjenici da veće količine pojedinačnih isporuka u dužem vremenskom periodu imaju izražen uticaj na smanjenje potrebe za rutiranjem vozila. Sa druge strane, troškovi zaliha opadaju sa uvećanjem broja komora vozila i ovo opadanje nadmašuje rast troškova rutiranja. Samim tim i ukupni troškovi opadaju sa uvećanjem broja komora vozila. U tabeli 4.3 izdvojeni su rezultati simulacije po tipovima vozila, dok je na slici 4.3 dat grafički prikaz uticaja tipa vozila na troškove, hitne isporuke i nedostatke zaliha.

**Tabela 4.3** Rezultati simulacije SIM\_1\_dan po tipovima vozila (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema)

Tip vozila [K, Q <sub>0</sub> ]	Troškovi rutiranja [€]	Troškovi posedovanja zaliha [€]	Ukupni troškovi rutiranja i zaliha [€]	Vreme rada računara [s]	Broj hitnih isporuka	Nedostatak zaliha [l]
[4, 8800 l]	11557.6	6164.1	17721.6	8.6	8.05	190.1
[5, 7000 l]	11781.5	5680.9	17462.4	11.6	8.62	217.8
[6, 5800 l]	12020.6	5380.1	17400.7	14.5	9.20	241.0



**Slika 4.3** Grafik uticaja tipa vozila na tri osnovne performanse rešenja simulacije (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema)

U tabeli 4.4 su prikazane vrednosti dodatnih izmeritelja rešenja simulacionog modela *SIM\_1\_dan*. Očigledno je da u slučaju korišćenja vozila sa većim brojem komora manjih kapaciteta izmeritelji zaliha imaju povoljnije vrednosti sa troškovnog aspekta (manje količine isporuka, manji nivoi zaliha), dok sa aspekta pouzdanosti sistema odnosno mogućnosti pojave nedostataka zaliha, imaju nepovoljnije vrednosti (pogotovu na osnovu proseka odnosa nivoa zaliha i dnevne potrošnje). Takođe, vrednosti izmeritelja koji se odnose na rutiranje vozila, dodatno potvrđuju rezultate iz tabele 4.2 po kojima su vozila sa manjim brojem komora većih kapaciteta pogodnija za segment rutiranja (manji broj stajanja vozila u stanicama, manje ukupno pređeno rastojanje i prosečno rastojanje po ruti). Ako se posmatra uticaj nivoa zaštitnih zaliha, može se zaključiti da veći nivo utiče na povećanje količina isporuke goriva, a samim tim i na povećanje potrebe za transportom (usled održavanja većeg nivoa zaštitnih zaliha). Sa druge strane, povećava se i pouzdanost sistema sa aspekta pojave nedostataka zaliha, što je najviše iskazano preko vrednosti izmeritelja proseka odnosa nivoa zaliha i dnevne potrošnje.

**Tabela 4.4** Performanse rešenja simulacije SIM\_1\_dan (prosečne vrednosti za 100 instanci P1 problema)

$\sigma$	Tip vozila	$V$	$[q_{ij}]$	Min broj ruta u danu	Max broj ruta u danu	Ukupan broj ruta	Ukupan broj poseta stanica	Prosečan broj stanica po rutu	Iskorišćenje angazovanih vozila	Ukupna količina isporuke goriva [1000 l]	Prosečna dužina rute [km]	Min dužina rute [km]	Max dužina rute [km]	Prosečno dnevno rastojanje [km]	Ukupno rastojanje pod teretom [km]	Ukupno tonskih kilometara [1000 x km]	Prosečna količina isporuke po stanici [1000 l]	Prosek zalihna posle potrošnje pre isporuke [l]	Prosečni odnos zalihna i potrošnje pre isporuke [l]
0.5*	[4, 8800]	0.5	0.5	0.01	3.82	28.2	59.6	2.12	0.92	914628.0	195.2	59.3	319.4	343.4	3441.3	183576.1	15.4	5450.4	4.16
		1.0	0.03	3.89	29.0	61.0	2.11	0.92	940473.6	195.0	58.9	318.8	352.6	3525.6	3531.1	188449.5	15.4	6133.6	4.64
		1.5	0.08	3.85	30.2	63.5	2.11	0.92	980144.0	194.5	58.7	318.2	366.5	3673.8	3679.6	195819.2	15.5	6880.1	5.16
		2.0	0.09	3.95	31.0	65.5	2.12	0.93	1011648.0	195.4	58.9	319.7	378.3	3796.0	3796.0	202853.5	15.5	7575.9	5.64
		0.5	0.01	3.79	27.9	64.2	2.31	0.91	887418.0	202.1	61.6	325.1	352.0	3607.7	3607.7	184248.8	13.8	4850.3	3.64
		1.0	0.01	3.86	28.8	65.8	2.29	0.91	914634.0	201.2	61.7	325.5	361.9	3705.6	3705.6	189413.7	13.9	5515.5	4.10
0.3*	[5, 7000]	1.5	0.08	3.82	30.0	68.7	2.29	0.91	952392.0	201.2	60.7	325.6	377.0	3861.1	3861.1	196911.7	13.9	6245.6	4.61
		2.0	0.06	3.94	30.9	70.7	2.29	0.91	985887.0	201.4	60.6	326.7	389.0	3993.5	3993.5	203969.7	14.0	6941.8	5.10
		0.5	0.00	3.81	28.0	67.5	2.41	0.89	868811.0	205.1	64.2	329.0	359.9	3737.3	3737.3	183861.9	12.9	4481.8	3.32
		1.0	0.02	3.87	28.8	69.1	2.40	0.89	895862.2	205.9	63.8	328.6	370.3	3837.8	3837.8	189441.7	13.0	5132.3	3.77
		1.5	0.07	3.82	29.9	72.0	2.41	0.89	931132.0	206.3	63.0	329.6	385.5	3998.5	3998.5	197227.6	13.0	5851.4	4.27
		2.0	0.05	3.94	31.0	74.3	2.40	0.90	967492.2	205.7	62.1	330.4	397.8	4131.2	4131.2	204463.0	13.0	6535.9	4.75
0.2*	[4, 8800]	0.5	0.00	3.86	28.3	59.1	2.09	0.92	921888.0	193.8	58.9	316.7	342.8	3417.4	3417.4	183504.3	15.6	5412.3	4.14
		1.0	0.03	3.91	29.2	60.9	2.09	0.93	951825.6	194.0	58.9	318.5	353.9	3531.1	3531.1	189471.0	15.7	6101.6	4.62
		1.5	0.07	3.87	30.3	63.1	2.08	0.92	986488.8	193.5	58.4	317.6	366.3	3655.7	3655.7	196074.0	15.7	6848.6	5.14
		2.0	0.08	3.96	31.3	65.3	2.09	0.93	1020404.0	194.1	58.2	319.7	378.8	3790.9	3790.9	203276.0	15.7	7552.0	5.63
		0.5	0.01	3.81	27.9	63.0	2.26	0.91	888678.0	199.8	62.0	323.3	348.4	3552.3	3552.3	182514.3	14.1	4811.6	3.61
		1.0	0.02	3.89	28.8	64.9	2.26	0.91	916510.0	199.7	60.9	324.3	358.9	3661.5	3661.5	188182.1	14.1	5482.2	4.08
0.3*	[5, 7000]	1.5	0.06	3.85	29.9	67.6	2.26	0.91	952147.0	199.8	59.7	324.6	373.4	3804.0	3804.0	195481.9	14.1	6212.2	4.59
		2.0	0.08	3.93	30.9	69.6	2.26	0.91	986510.0	199.7	59.8	324.5	385.3	3937.6	3937.6	202377.3	14.2	6896.7	5.06
		0.5	0.00	3.84	27.9	66.2	2.38	0.89	866456.2	204.8	63.4	329.6	356.2	3683.0	3683.0	182201.6	13.1	4447.1	3.30
		1.0	0.02	3.90	28.8	68.0	2.36	0.90	896720.6	203.9	62.6	329.2	366.6	3786.6	3786.6	187993.6	13.2	5088.0	3.74
		1.5	0.06	3.83	29.8	70.7	2.38	0.90	930830.4	204.5	62.3	330.3	380.6	3930.8	3930.8	195619.3	13.2	5811.5	4.25
		2.0	0.05	3.94	30.7	72.7	2.37	0.90	964313.8	204.1	62.2	331.6	391.9	4058.9	4058.9	202210.1	13.3	6505.8	4.73
0.2*	[4, 8800]	0.5	0.00	3.89	28.7	59.3	2.07	0.93	933336.8	193.1	59.8	317.6	345.6	3444.6	3444.6	185070.4	15.8	5353.9	4.10
		1.0	0.03	3.95	29.6	61.0	2.06	0.93	964075.2	192.6	59.7	316.2	355.9	3537.1	3537.1	190572.0	15.8	6047.8	4.58
		1.5	0.06	3.92	30.7	63.4	2.07	0.93	999125.6	192.7	58.9	317.1	369.2	3679.6	3679.6	197685.9	15.8	6789.0	5.10
		2.0	0.08	3.97	31.6	65.5	2.08	0.93	1032724.0	193.2	57.7	317.4	380.9	3802.4	3802.4	204638.5	15.8	7491.5	5.59
		0.5	0.00	3.83	28.2	63.3	2.25	0.91	897274.0	199.5	61.2	322.7	351.0	3579.8	3579.8	183895.9	14.2	4766.6	3.58
		1.0	0.01	3.91	29.1	65.0	2.24	0.91	925974.0	198.7	60.2	324.8	360.5	3666.9	3666.9	189260.0	14.3	5429.4	4.04
0.2*	[5, 7000]	1.5	0.06	3.87	30.2	67.6	2.24	0.91	960162.0	198.9	59.3	323.6	374.6	3815.0	3815.0	196199.1	14.2	6145.5	4.54
		2.0	0.06	3.96	31.1	69.5	2.24	0.91	994014.0	199.1	60.5	323.8	386.1	3936.6	3936.6	203055.8	14.3	6835.8	5.02
		0.5	0.00	3.87	28.0	66.2	2.36	0.90	873920.8	203.4	62.7	327.2	357.9	3689.4	3689.4	183003.3	13.2	4384.0	3.26
		1.0	0.01	3.93	29.0	68.2	2.36	0.90	905983.2	203.9	62.6	328.2	367.0	3795.4	3795.4	189224.4	13.3	5033.6	3.71
		1.5	0.06	3.87	30.1	70.7	2.35	0.90	939576.8	203.3	62.4	327.4	382.0	3940.4	3940.4	196240.0	13.3	5747.8	4.20
		2.0	0.04	3.95	30.9	72.4	2.34	0.90	972178.6	202.9	60.9	328.6	392.1	4042.3	4042.3	202665.6	13.4	6444.9	4.69

## 5 ZAKLJUČAK

Optimizacija logističkih procesa lanca snabdevanja primenom savremenih ICT-a, logističkih koncepcija, matematičkih i heurističkih algoritama predstavlja jedan od osnovnih preduslova za uspešno poslovanje mnogih kompanija koje se bave proizvodnjom, nabavkom, skladištenjem i transportom sirovina, poluproizvoda i proizvoda. Rutiranje vozila i upravljanje zalihama se izdvajaju kao procesi u kojima optimizacija poslovanja ima veliki potencijal za stvaranje ušteda. U ovoj doktorskoj disertaciji je opisan IRP koncept gde se istovremeno vrši optimizacija rutiranja vozila i upravljanja zalihama, sa posebnim osvrtom na jednu klasu problema, odnosno na sekundarnu distribuciju goriva koja ima praktičnu primenu, kako u svetu tako i u Srbiji.

Predmet doktorske disertacije bio je razvoj računarskih optimizacionih modela, uz pretpostavku postojanja neophodnog okruženja za primenu takvih modela, odnosno postojanje savremenih ICT-a i VMI koncepta. Za potrebe IRP optimizacije, razvijen je MILP model za dobijanje optimalnih rešenja problema manjih dimenzija. Za realne probleme većih dimenzija, MILP model nije primenljiv u prihvatljivom vremenu rada računara. Samim tim, radi rešavanja problema većih dimenzija razvijen je heuristički pristup, odnosno VNS heuristika. Na kraju, razvijen je simulacioni model radi analize prihvatljivosti determinističkog rešenja (rešenje VNS heuristike) na sistem koji u realnosti ima stohastički karakter potrošnje. Takođe, na osnovu simulacije je vršena analiza pogodnosti izbora strukture sistema distribucije, odnosno koncepta upravljanja zalihama.

Na osnovu rezultata prikazanih u poglavlju 3, VNS heuristika daje rešenja bliska optimalnim za instance problema manjih dimenzija. Štaviše, odstupanja rešenja VNS heuristike (pri višestrukome rešavanju neke instance) su praktično zanemarljiva što dodatno govori o kvalitetu modela. Sa aspekta vremena rada računara, koje je veoma bitno za praktičnu primenu modela, VNS heuristika daje rešenje u prihvatljivom vremenu (vreme rada računara je manje od 10 minuta za sve posmatrane instance). Radi analize uticaja ulaznih podataka na rad modela i troškove sistema, posmatrane su različite varijante problema sa dva aspekta: vrste vozila, i odnosa jediničnih troškova rutiranja i posedovanja zaliha. Usled veće fleksibilnosti vozila sa većim brojem komora i manjim minimalnim količinama isporuke goriva, vozila sa većim brojem komora manjeg kapaciteta generišu manje ukupne troškove i manje pojedinačne troškove. Značajan uticaj na praktičnu primenu modela ima odnos jediničnih troškova rutiranja i posedovanja zaliha, i to sa aspekta vremena rada računara. Što su značajniji jedinični troškovi rutiranja u odnosu na jedinične troškove zaliha, to je i vreme rada računara veće. Ovakvi rezultati ukazuju da segment zaliha MILP modela može značajno da utiče na primenljivost MILP modela u slučajevima sa robom visoke vrednosti, odnosno gde je veliki trošak posedovanja zaliha.

Pošto se MILP i VNS modeli baziraju na determinističkim ulaznim veličinama (deterministička potrošnja goriva), razvijen je i simulacioni model za analizu primene tih modela na realne uslove sa stohastičkom potrošnjom. Stohastička potrošnja ima za posledicu mogućnost pojave dva negativna događaja: nedostatak zaliha usled neplanirano velike potrošnje, kao i potreba za hitnim isporukama radi dopune zaliha. Iz tog razloga, u simulaciji su posmatrane dve dodatne performanse koje opisuju kvalitet rešenja: količina nedostataka goriva i broj hitnih isporuka. Na osnovu rezultata prikazanih u poglavlju 4, vozila sa većim brojem komora manjih kapaciteta generišu veću količinu nedostataka zaliha. U odnosu na rezultate prikazane u poglavlju 3 (MILP i VNS modeli sa planskim periodom od 4 dana), rezultati simulacije za planski period od 16 dana pokazuju suprotnu zavisnost troškova rutiranja od tipa vozila. U simulaciji za planski period od 16 dana, troškovi rutiranja rastu sa većim brojem komora manjih kapaciteta. Razlog je u



posmatranju dužeg vremenskog perioda u kojem dolazi do izražaja ušteda u segmentu rutiranja pri snabdevanju sa većim pojedinačnim količinama goriva. Drugim rečima, manji kapacitet komora ima za posledicu učestalije isporuke što opet ima za posledicu uvećanje troškova rutiranja. Samim tim i fleksibilnost rutiranja, koju nudi veći broj komora manjih kapaciteta, ima slabiji uticaj u odnosu na manje učestale isporuke vozila sa manjim brojem komora većih kapaciteta. Kada je reč o upravljanju zalihama, troškovi opadaju sa uvećanjem broja komora vozila i ovo opadanje nadmašuje rast troškova rutiranja. Na osnovu rezultata simulacije, može se doneti generalni zaključak da ukupni troškovi rutiranja i posedovanja zaliha opadaju sa uvećanjem broja komora vozila. Sa druge strane, posmatrajući aspekt servis stepena, a koji se ogleda u nedostacima zaliha i broju hitnih isporuka, vozila sa manjim brojem komora (većeg pojedinačnog kapaciteta) su pogodnija. Na donosiocu odluke je određivanje bitnosti servis stepena (eventualnog gubitka prihoda) u odnosu na osnovne troškove rutiranja i posedovanja zaliha, a na osnovu čega se može izabrati najpogodniji tip vozila.

Primena simulacionog modela na sisteme u praksi omogućava analizu funkcionisanja sistema u različitim okruženjima i izbor najpogodnije varijante strukture distribucije i poslovanja. Odnosno, moguća je analiza primene nekog tipa vozila, načina upravljanja zalihama sa aspekta zaštitnih zaliha, potrebe za hitnim isporukama, i slično. Kao potencijalni pravci istraživanja i nadogradnje ove doktorske disertacije, izdvajaju se prilagođenja modela različitim strukturama sekundarne distribucije goriva (heterogena vozila sa različitim komorama, različite potrošnje po danima za ista goriva i stanice, delimično istakanje goriva po stanicama, delimično angažovanje vozila od strane trećih lica, i sl.), kao i razvijanje modela za primenu u različitim poslovnim sistemima sa sličnim karakteristikama kao što su pomorski transport rasutih materijala, sakupljanje otpada i reciklabila, transport žive stoke, sakupljanje mleka, distribucija smrznutih proizvoda koji se čuvaju na različitim temperaturama, sakupljanje maslinovog ulja i dr.

## LITERATURA

- [1] Abdelmaguid, T.F., Dessouky, M.M., (2006). A genetic algorithm approach to the integrated inventory-distribution problem. *International Journal of Production Research*, 44 (21), 4445–4464.
- [2] Abdelmaguid, T.F., Dessouky, M.M., Ordóñez, F., (2009). Heuristic approaches for the inventory-routing problem with backlogging. *Computers & Industrial Engineering*, 56 (4), 1519–1534.
- [3] Aghezzaf, E.-H., Raa, B., van Landeghem, H., (2006). Modeling inventory routing problems in supply chains of high consumption products. *European Journal of Operational Research*, 169 (3), 1048–1063.
- [4] Andersson, H., Hoff, A., Christiansen, M., Hasle, G., Lokketangen, A., (2010). Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. *Computers & Operations Research*, 37, 1515–1536.
- [5] Anily, S., Federgruen, A., (1990). One warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs. *Management Science*, 36 (1), 92–114.
- [6] Archetti, C., Bertazzi, L., Paletta, G., Speranza, M.G., (2011). Analysis of the maximum level policy in a production-distribution system. *Computers and Operations Research*, 12 (38), 1731–1746.
- [7] Avella, P., Boccia, M., Sforza, A., (2004). Solving a fuel delivery problem by heuristic and exact approaches. *European Journal of Operational Research*, 152, 170–179.
- [8] Bausch, D.O., Brown, G.G., Ronen, D., (1998). Scheduling short-term marine transport of bulk products. *Maritime Policy Management*, 25 (4), 335–348.
- [9] Bell, W.J., Dalberto, L.M., Fisher, M.L., Greenfield, A.J., Jaikumar, R., Kedia, P., Mack, R.G., Prutzman, P.J., (1983). Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. *Interfaces*, 13 (6), 4–23.
- [10] Benoist, T., Gardi, F., Jeanjean, A., Estellon, B., (2011). Randomized local search for real-life inventory routing. *Transportation Science*, 45 (3), 381–398.
- [11] Berman, O., Larson, R.C., (2001). Deliveries in an Inventory/Routing Problem Using Stochastic Dynamic Programming. *Transportation Science*, 35 (2), 192–213.
- [12] Bersani, C., Minciardi, R., Sacile, R., (2010). Economic and Risk Implications in the Distribution of Petrol Products to Service Stations under Retailer Managed and Vendor Managed Inventories. *International Journal of Sustainable Transportation*, 4, 129–153.

- [13] Bertazzi, L., Paletta, G., Speranza, M.G., (2002). Deterministic order-up-to level policies in an inventory routing problem. *Transportation Science*, 36 (1), 119–132.
- [14] Bertazzi, L., Speranza, M.G., Ukovich, W., (1997). Minimization of logistic costs with given frequencies. *Transport Research B*, 31, 327–340.
- [15] Bertazzi, L., Bosco, A., Guerriero, F., Lagana, D., (2013). A stochastic inventory routing problem with stock-out. *Transportation Research Part C*, 27, 89–107.
- [16] Bertazzi, L., Speranza, M.G., (2012). Inventory routing problems: an introduction. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 1, 307–326.
- [17] Blumenfeld, D.E., Burns, L.D., Diltz, J.D., Daganzo, C.F., (1985). Analyzing trade-offs between transportation, inventory and production costs on freight networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 19 (5), 361–380.
- [18] Boctor, F.F., Renaud, J., Cornilier, F., (2011). Trip packing in petrol stations replenishment. *Omega*, 39, 86-98.
- [19] Boudia, M., Prins, C., (2009). A memetic algorithm with dynamic population management for an integrated production-distribution problem, *European Journal of Operations Research*, 195 (3), 703–715.
- [20] Bramel, J., Simchi-Levi, D., (1997). *The Logic of Logistics*. Springer: New York.
- [21] Brown, G., Ellis, C., Graves, G., Ronen, D., (1987). Real-time, wide area dispatch of mobil tank trucks, *The Institute of Management Science*, 17 (1), 107-120.
- [22] Brown, G., Grawes, W., (1981) Real-time dispatch of petroleum tank trucks, *Management Science*, 27 (1), 19-32.
- [23] Bruggen, L., Gruson, R., Salomon, M., (1995). Reconsidering the distribution structure of gasoline products for a large oil company. *European Journal of Operational Research*, 81, 460-473
- [24] Burns, L.D., Hall, R.W., Blumenfeld, D.E., Daganzo, C.F., (1985) Distribution strategies that minimize transportation and inventory costs. *Operations Research*, 33 (3), 469–490.
- [25] Campbell, A., Clarke, L., Kleywegt, A., Savelsbergh, M., (1998). The inventory routing problem. Crainic TG, Laporte G, eds. *Fleet Management and Logistics* (Springer, Boston), 95–113.
- [26] Campbell, A., Clarke, L., Savelsbergh, M., (2002). Inventory Routing in Practice, Toth P. and Viegó D., eds., *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications 9, Siam, Philadelphia, PA, 309-330.
- [27] Campbell, A., Savelsbergh, M. (2004). A decomposition approach for the inventory-routing problem. *Transportation Science*, 38, 488-502.
- [28] Carter, M.W., Farvolden, J.M., Laporte, G., Xu, J., (1996). Solving an integrated logistics problem arising in grocery distribution. *INFOR*, 34 (4), 290–306.

- [29] Chien, T.W., Balakrishnan, A., Wong, R.T., (1989). An integrated inventory allocation and vehicle routing problem. *Transportation Science*, 23 (2), 67–76.
- [30] Christiansen, M., (1999). A decomposition of a combined inventory and time constrained ship routing problem. *Transportation Science*, 33 (1), 3–16.
- [31] Christiansen, M., Fagerholt, K., (2007). Maritime inventory routing problems. In: Floudas, C.A., Pardalos, P.M., editors. *Encyclopedia of optimization*, 2nd ed. Berlin: Springer, 2007.
- [32] Coelho, L.C., Cordeau, J.F., Laporte, G. (2014). Thirty Years of Inventory-Routing. *Transportation Science*, 48(1), 1-19.
- [33] Coelho, L.C., Cordeau, J.F., Laporte, G., (2012a). Consistency in multi-vehicle inventory-routing. *Transportation Research Part C: Emerging Technology*, 24 (1), 270–287.
- [34] Coelho, L.C., Cordeau, J.F., Laporte, G., (2012b). The inventory-routing problem with transshipment. *Computers and Operations Research*, 39 (11), 2537–2548.
- [35] Coelho, L.C., Laporte, G., (2013a). The exact solution of several classes of inventory-routing problems. *Computers and Operations Research*, 40 (2), 558–565.
- [36] Coelho, L.C., Laporte, G., (2013b). Classification, Models and Exact Algorithms for Multi-Compartment Delivery Problems. CIRRELT-2013-39. url: <https://www.cirrelt.ca/DocumentsTravail/CIRRELT-2013-39.pdf>
- [37] Cornillier, F., Boctor, F.F., Laporte, G., Renaud, J. (2007). An exact algorithm for the petrol station replenishment problem. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 607–615.
- [38] Cornillier, F., Boctor, F.F., Laporte, G., Renaud, J. (2008). A heuristic for the multi-period petrol station replenishment problem. *European Journal of Operational Research*, 191, 295-305.
- [39] Cornillier, F., Boctor, F.F., Renaud, J., (2012). Heuristics for the multi-depot petrol station replenishment problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 220, 361-369.
- [40] Cornillier, F., Laporte, G., Boctor, F.F., Renaud, J., (2009). The petrol station replenishment problem with time windows. *Computers and Operations Research*, 36, 919-935.
- [41] Dantzig, G.B., Ramser, J.H., (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80-91.
- [42] Danese, P., (2004). Beyond vendor managed inventory: the GlaxoSmithKline case. *Supply Chain Forum: An International Journal*, 5 (2), 32–39.
- [43] De Toni, A.F., Zamolo, E., (2005). From a traditional replenishment system to vendor-managed inventory: a case study from the household electrical appliances sector. *International Journal of Production Economics*, 96 (1), 63–79.

- [44] Derigs, U., Gottlieb, J., Kalkoff, J., Piesche, M., Rothlauf, F., Vogel, U. (2010). Vehicle routing with compartments: applications, modelling and heuristics. *OR Spectrum*, 334, 885-914.
- [45] Dror, M., Ball, M.O., (1987). Inventory/routing: Reduction from an annual to a short-period problem. *Naval Research Logistics*, 34 (6), 891-905.
- [46] Dror, M., Ball, M.O., Golden, B.L., (1985). A computational comparison of algorithms for the inventory routing problem. *Annals Operations Research*, 4, 3-23.
- [47] Dror, M., Levy, L., (1986). A vehicle routing improvement algorithm comparison of a "greedy" and a matching implementation for inventory routing. *Computers Operations Research*, 13 (1), 33-45.
- [48] Federgruen, A., Zipkin, P., (1984). A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem. *Operations Research*, 32(5), 1019-1037.
- [49] Fiorito, S.S., Gable, M., Conseur, A., (2010). Technology: a dvancing retail buyer performance in the twenty-first century. *International Journal of Reatil & Distribution Management*, 38, 879-893.
- [50] Gallego, G., Simchi-Levi, D., (1990). On the effectiveness of direct shipping strategy for the one-warehouse multi-retailer r-systems. *Management Science*, 36 (2), 240-243.
- [51] Gillet, B.E., Miller, L.R., (1974). A heuristic Algorithm for the Vehicle - Dispatch Problem. *Operations Reserch*, 22 (2), 340-349.
- [52] Golden, B., Assad, A., Dahl, R., (1984). Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component. *Large scale systems* 7 (2-3), 181-190.
- [53] Golden, B., Raghavan, S., Wasil, E., (2008). *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*. Springer.
- [54] Harris, F., (1915). *Operations and Costs*. Factory Management Series, Chicago: A.W. Shaw.
- [55] Hansen, P., Mladenović, N. (2001). Variable Neighborhood Search: Principles and applications. *European Journal of Operational Research*, 130, 449-467.
- [56] Hansen, P., Mladenović, N., Perez, J.A.M. (2010). Variable neighbourhood search: methods and applications. *Annals of Operation Research*, 175, 367-407.
- [57] Hemmelmayr, V., Doerner, K.F., Hartl, R.F., Savelsbergh, M., (2009). Delivery strategies for blood products supplies, *OR Spectrum*, 31, 707-725.
- [58] Hemmelmayr, V., Doerner, K.F., Hartl, R.F., Savelsbergh, M., (2010). Vendor managed inventory for environments with stochastic product usage, *European Journal of Operational Research*, 202, 686-695.
- [59] Herer, Y., Levy, R., (1997). The metered inventory routing problem, an integrative heuristic algorithm. *International Journal of Production Economics*, 51, 69-81.

- [60] Huang, S.-H., Lin, P.-C., (2010). A modified ant colony optimization algorithm for multi-item inventory routing problems with demand uncertainty. *Transportation Research Part E*, 46, 598–611.
- [61] Jaillet, P., Bard, J.F., Huang, L., Dror, M., (2002). Delivery Cost Approximations for Inventory Routing Problems in a Rolling Horizon Framework. *Transportation Science*, 36(3), 292–300.
- [62] Kannan, G., (2013). Vendor managed inventory: A review based on dimensions. *International Journal of Production Research*, 51 (3), 355–367
- [63] Kannan, G., Grigore, M.C., Devika, K., Senthilkumar, A., (2013). An Analysis of the General Benefits of a Centralised VMI System Based on the EOQ Model. *International Journal of Production Research*, 51 (1), 172–188.
- [64] Kleywegt A., Nori V., Savelsbergh M., (2002). The Stochastic Inventory Routing with Direct Deliveries. *Transportation Science*, 36, 94-118.
- [65] Kleywegt A., Nori V., Savelsbergh M., (2004). Dynamic Programming Approximations for a Stochastic Inventory Routing Problem. *Transportation Science*, 38 (1), 42-70.
- [66] Koeninger, R.C., Braun, C.A., (2010). Tanker Truck Monitoring System. Google Patents, url: <http://www.google.com/patents/US20100089486>.
- [67] Lahyani, R., Coelho, L.C., Khemakhem, M., Laporte, G., Semet, F., (2014). Multi-Compartment Vehicle Routing Problem Arising in the Collection of Olive Oil in Tunisia. CIRRELT-2014-17. url: <https://www.cirrelt.ca/DocumentsTravail/CIRRELT-2014-17.pdf>
- [68] Laporte, G., (2009). Fifty Years of Vehicle Routing. *Transportation Science*, 43(4), 408-416.
- [69] Lambert, D.M., Stock, J.R., Ellram, L.M., (1998). *Fundamentals of Logistics Management*. Irwin, McGraw-Hill, Homewood, IL, New York.
- [70] Lee, C.H., Bozer, Y.A., White III C.C., (2003). A heuristic approach and properties of optimal solutions to the dynamic inventory routing problem. Working Paper, University of Toronto, Toronto, Canada.
- [71] Li, L., Chen, B., Sivakumar, A.I., Wu, Y., (2014). An inventory–routing problem with the objective of travel time minimization. *European Journal of Operational Research*, 236, 936–945.
- [72] Liu, S.-C., Chen, A.-Z., (2012). Variable neighborhood search for the inventory routing and scheduling problem in a supply chain. *Expert Systems with Applications*, 39, 4149–4159.
- [73] Marques, G., Thierry, C., Lamothe, J., Gourc, D., (2010). A review of Vendor Managed Inventory (VMI): from concept to processes. *Production Planning & Control*, 21 (6), 547-561.

- [74] Mendoza, J.E., Castanier, B., Gueret, C., Medaglia, A.L., Velasco, N., (2010). A memetic algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem with stochastic demands. *Computers & Operations Research*, 37, 1886—1898.
- [75] Micheau, V.A., (2005). How Boeing and Alcoa implemented a successful vendor managed inventory program. *Journal of Business Forecasting*, 24 (1), 17–19.
- [76] Mjirda, A., Jarboui, B., Macedo, R., Hanafi, S., Mladenović, N., (2013). A two phase variable neighborhood search for the multi-product inventory routing problem. *Computers & Operations Research*, u štampi, <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2013.06.006>.
- [77] Mladenović, N., (1995). A Variable neighborhood algorithm - a new metaheuristic for combinatorial optimization. *Book of abstracts, Optimization Days, Montreal*, pp 112.
- [78] Mladenović, N., Hansen, P. (1997). Variable Neighborhood Search. *Computers and Operations Research*, 24(11), 1097-1100.
- [79] Moin, N.H., Salhi S. (2007). Inventory Routing Problem: A Logistical Overview. *Journal of the Operational Research Society*, 58, 1185-1194.
- [80] Moin, N.H., Salhi, S., Aziz, N.A.B., (2011). An efficient hybrid genetic algorithm for the multi-product multi-period inventory routing problem. *International Journal of Production Economics*, 133, 334–343.
- [81] Neiro, S., Pinto, J., (2004). A general modeling framework for the operational planning of petroleum supply chains. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 871–896.
- [82] Ng, W.L., Leung, S.C.H., Lam, J.K.P, Pan, S.W., (2008). Petrol delivery tanker assignment and routing: a case study in Hong Kong. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 1191-1200.
- [83] Niranjana, T.T., Wagner, S.M., Nguyen, S.M., (2012). Prerequisites to vendor-managed inventory. *International Journal of Production Research*, 50 (4), 939-951.
- [84] Persson, J.A., Göthe-Lundgren, M., (2005). Shipment planning at oil refineries using column generation and valid inequalities. *European Journal Operations Research*, 163 (3), 631–652.
- [85] Popović, D., Vidović, M., Radivojević, G. (2012). Variable Neighborhood Search heuristic for the Inventory Routing Problem in fuel delivery. *Expert Systems with Applications*, 39, 13390-13398.
- [86] Raa, B., Aghezzaf, E.H., (2008). Designing distribution patterns for long-term inventory routing with constant demand rates. *International Journal of Production Economics*, 112, 255–263.
- [87] Raa, B., Aghezzaf, E.H., (2009). A practical solution approach for the cyclic inventory routing problem. *European Journal of Operational Research*, 192 (2), 429–441.



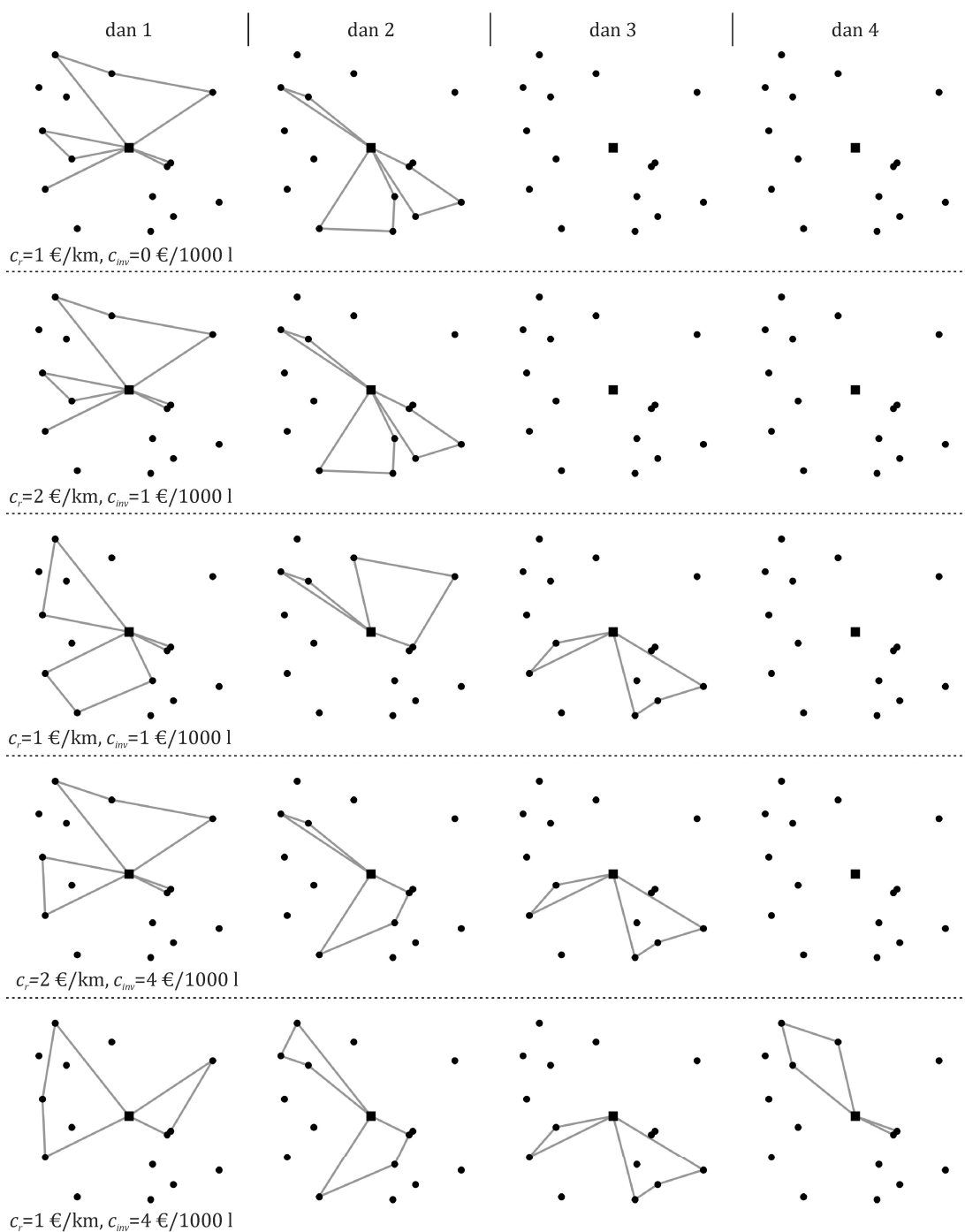
- [88] Ramkumar, N., Subramanian, P., Narendran, T., Ganesh, K., (2012). Mixed integer linear programming model for multi-commodity multi-depot inventory routing problem. *OPSEARCH*, 49 (4), 413–429.
- [89] Ribeiro, R., Lourenço, H.R., (2003). Inventory-routing model for a multi-period problem with stochastic and deterministic demand. Technical report 275, Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra, Barcelona.
- [90] Roundy, R., (1985). 98%-effective integer-ratio lot-sizing for one-warehouse multi-retailer systems. *Management Science*, 31 (11), 1416–1430.
- [91] Savelsbergh, M., Song, J.H., (2008). An optimization algorithm for the inventory routing problem with continuous moves. *Computers and Operations Research*, 35 (7), 2266–2282.
- [92] Shen, Q., Chu, F., Chen, H., (2011). A Lagrangian relaxation approach for a multi-mode inventory routing problem with transshipment in crude oil transportation. *Computers and Chemical Engineering*, 35, 2113–2123.
- [93] Shukla, N., Tiwari, M.K., Ceglarek, D., (2013). Genetic-algorithms-based algorithm portfolio for inventory routing problem with stochastic demand. *International Journal of Production Research*, 51, 118-137.
- [94] Siswanto, N., Essam, D., Sarker, R., (2011). Solving the ship inventory routing and scheduling problem with undedicated compartments. *Computers and Industrial Engineering*, 61, 289–299.
- [95] Stalhane, M., Rakke, J.G., Moe, C.R., Andersson, H., Christiansen, M., Fagerholt, K., (2012). A construction and improvement heuristic for a liquefied natural gas inventory routing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 62 (1), 244–255.
- [96] Toth, P., Vigo, D., (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial & Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia.
- [97] Vidović, M., Popović, D., Ratković, B. (2014). Mixed integer and heuristics model for the inventory routing problem in fuel delivery. *International Journal of Production Economics*, for the Special Issue: Interdisciplinary Research, 147, 593-604.
- [98] Viswanathan, S., Mathur, K., (1997). Integrating routing and inventory decisions in one warehouse multiretailer, multiproduct distribution systems. *Management Science*, 43, 294–312.
- [99] Vries, H., Carrasco-Gallego, R., Farenhorst-Yuan, T., Dekker, R., (2014). Prioritizing replenishments of the piece picking area. *European Journal of Operational Research*, 236, 126–134.
- [100] Vukićević, S., (1995). *Skladišta*. Univerzitet u Beogradu, Preving, 652 strane.
- [101] Waller, M., Johnson M.E., Davis, T., (1999). Vendor-Managed Inventory in the Retail Supply Chain. *Journal of Business Logistics*, 20 (1), 183–203.



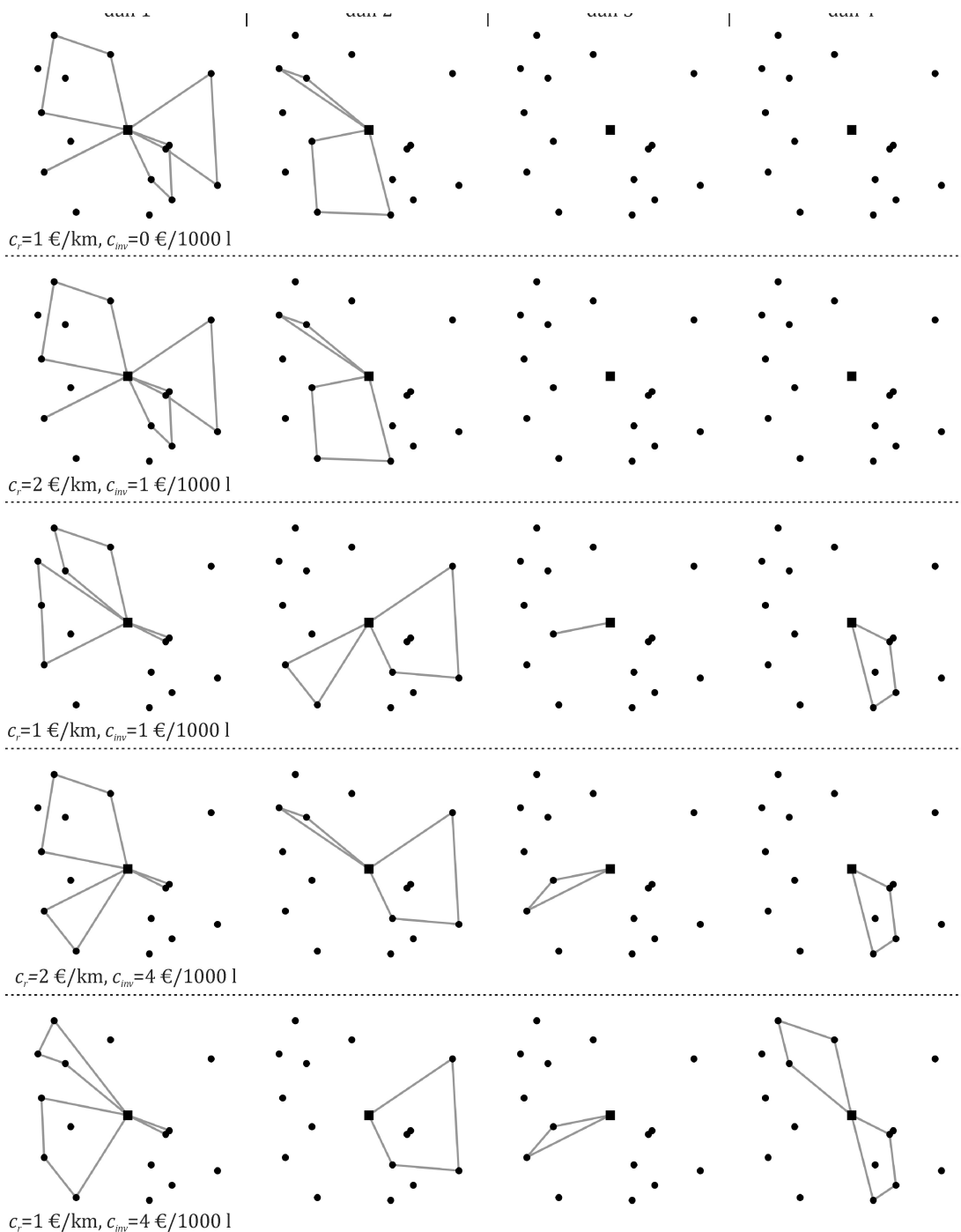
- 
- [102] Watson, E., (2005). Nestle switches to vendor managed inventory with Tesco. *Food Manufacture*, 80 (8), 20.
- [103] Yu, Y., Chen, H., Chu, F., (2008). A new model and hybrid approach for large scale inventory routing problems. *European Journal of Operational Research*, 189 (3), 1022–1040.
- [104] Yu, Y., Chu, C., Chen, H., Chu, F., (2012). Large scale stochastic inventory routing problems with split delivery and service level constraints. *Annals of Operation Research*, 197 (1), 135–158.
- [105] Zhao, Q.-H., Chen, S., Zang, C.-X., (2008). Model and algorithm for inventory/routing decision in a three-echelon logistics system. *European Journal of Operational Research*, 191, 623–635.

## PRILOZI DOKTORATA

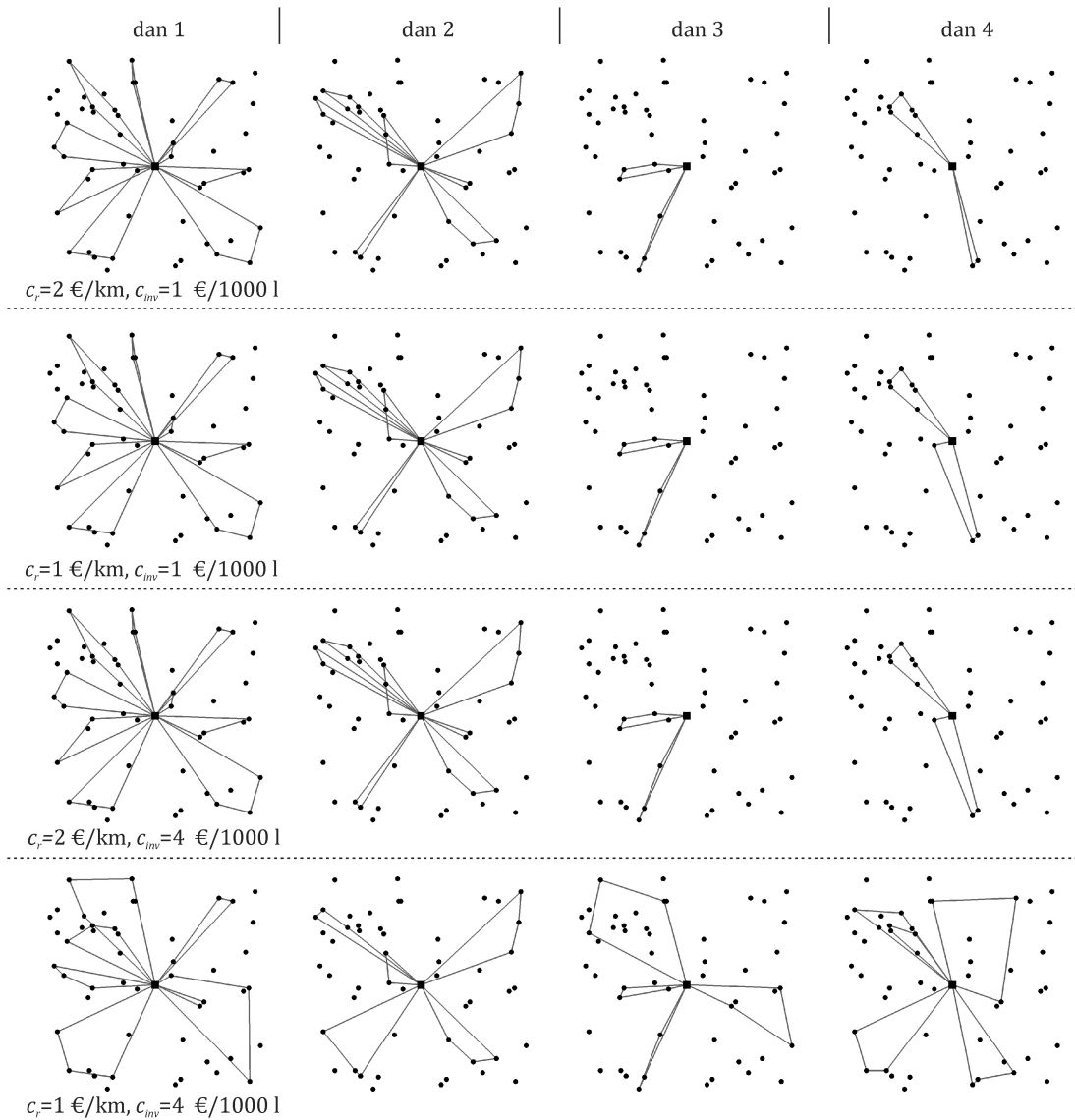
**Prilog 1.** Primer ruta opsluge stanica MILP rešenja po danima planskog perioda za vozilo  $K=5$ ,  $Q_0=7000$  l i različite odnose jediničnih troškova (P1 instanca iz tabele 3.3)



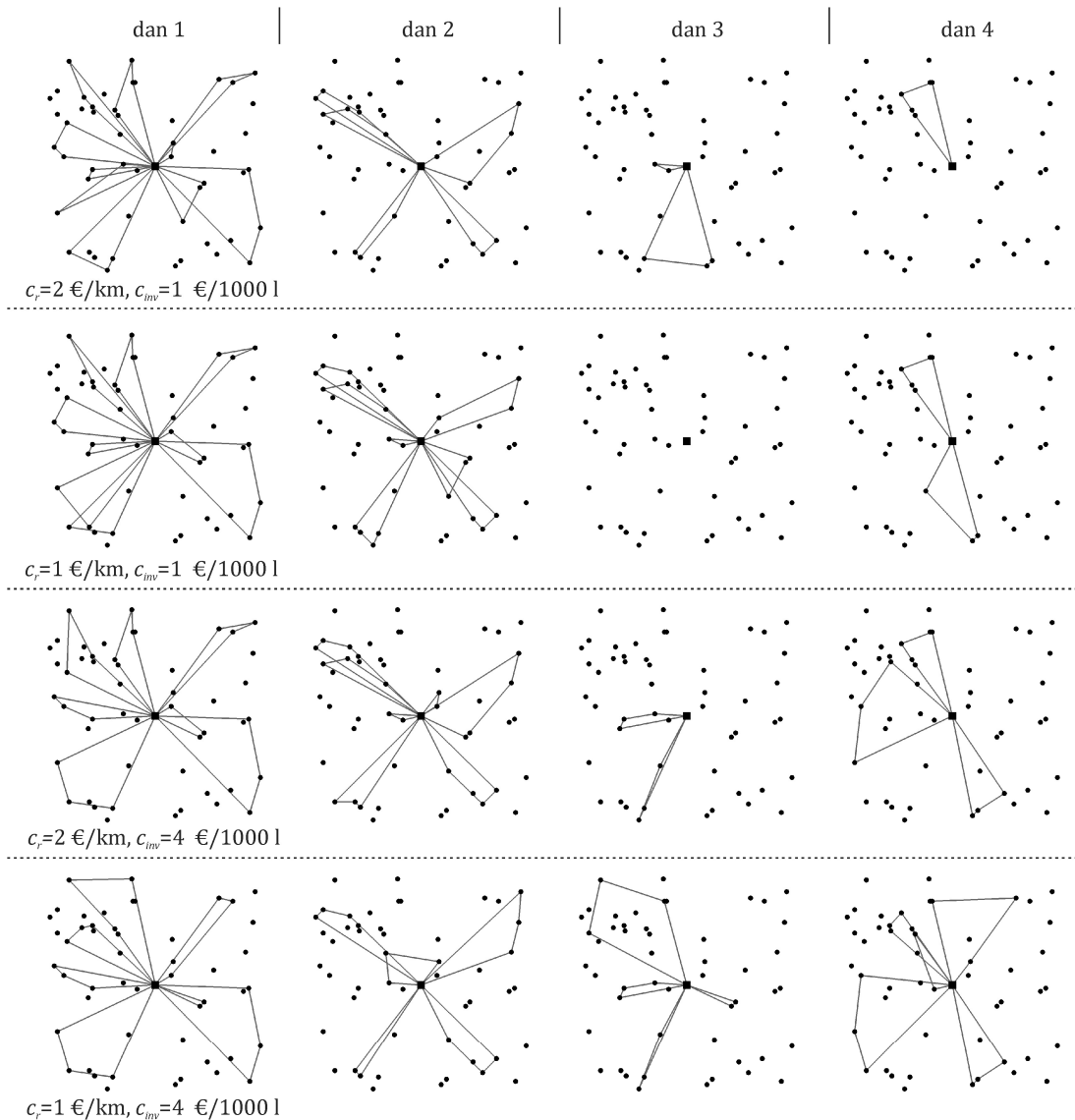
**Prilog 2.** Primer ruta opsluge stanica MILP rešenja po danima planskog perioda za vozilo  $K=6$ ,  $Q_0=5800$  l i različite odnose jediničnih troškova (P1 instanca iz tabele 3.3)



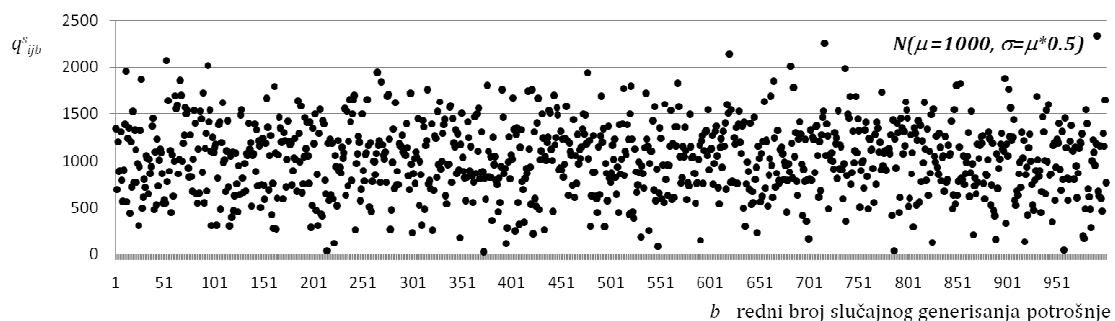
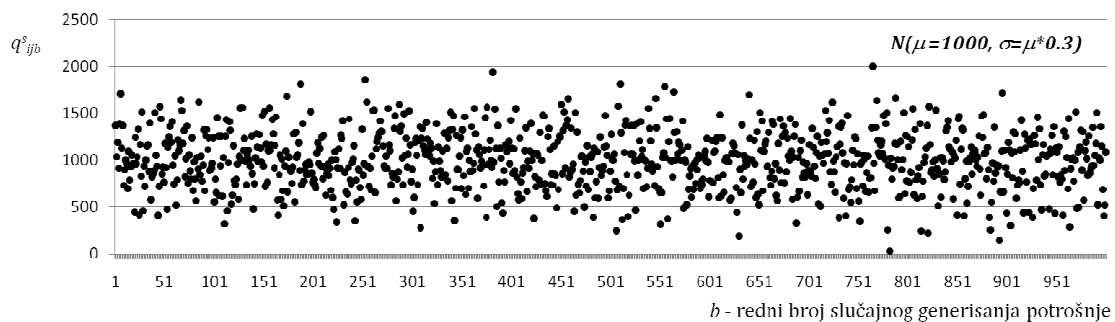
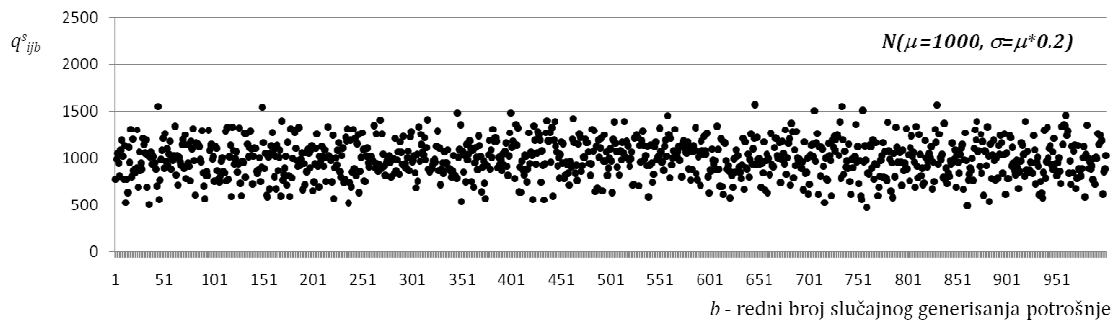
**Prilog 3.** Primer ruta opsluge stanica rešenja VNS heuristike po danima planskog perioda za vozilo  $K=5$ ,  $Q_o=7000$  l i različite odnose jediničnih troškova (P2 instanca iz tabele 3.3)



**Prilog 4.** Primer ruta opsluge stanica rešenja VNS heuristike po danima planskog perioda za vozilo  $K=6$ ,  $Q_o=5800$  l i različite odnose jediničnih troškova (P2 instanca iz tabele 3.3)



**Prilog 5.** Primeri potrošnje za 1000 slučajno generisanih brojeva za tri različite vrednosti odstupanja Normalne raspodele, gde je očekivana dnevna potrošnja  $q_{ij}=1000$  (svako slučajno generisanje  $b$  predstavlja jedan dan  $t$  u simulaciji)



## Prilog 6.

**Izjava o autorstvu**

Potpisani      Dražen Popović  
Broj indeksa    DS08D002

**Izjavljujem**

da je doktorska disertacija pod naslovom:

**Problem rutiranja sa zalihama: modeliranje i analiza performansi**

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

U Beogradu, 15.12.2014.

**Potpis doktoranda**  
Popović D.



## Prilog 7.

**Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada**

Ime i prezime autora	Dražen Popović
Broj indeksa	DS08D002
Studijski program	Saobraćaj
Naslov rada	Problem rutiranja sa zalihama: modeliranje i analiza performansi
Mentor	Dr Milorad Vidović, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Potpisani      Dražen Popović

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

**Potpis doktoranda**

U Beogradu, 15.12.2014.      Popović D.



**Prilog 8.**

**Izjava o korišćenju**

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku "Svetozar Marković" da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

**Problem rutiranja sa zalihama: modeliranje i analiza performansi**

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo
2. Autorstvo - nekomercijalno
3. Autorstvo - nekomercijalno - bez prerade
4. Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo - bez prerade
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na sledećoj strani priloga).

**Potpis doktoranda**

U Beogradu, 15.12.2014.

Popović D.

1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. Autorstvo - nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. Autorstvo - nekomercijalno - bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. Autorstvo - bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.

## BIOGRAFIJA AUTORA

Rođen 5.9.1981. godine u Slavonskom Brodu, Dražen Popović je završio osnovnu školu u Beogradu, i srednju elektrotehničku školu "Nikola Tesla" takođe u Beogradu. Osnovne studije na Saobraćajnom fakultetu u Beogradu upisao je 2000. godine na Odseku za logistiku, a diplomirao je 2005. godine sa prosečnom ocenom u toku studija 8.91 i ocenom 10 na diplomskom radu na temu "Automatski sistemi sortiranja komadne robe bazirani na tehnologiji transportera". Doktorske studije na Saobraćajnom fakultetu upisao je 2008. godine.

U zvanje saradnika u nastavi na Saobraćajnom fakultetu, Odsek za logistiku, za užu naučnu oblast "Rukovanje materijalom i eko logistika", izabran je u novembru 2008. godine. U zvanje asistenta na Saobraćajnom fakultetu, Odsek za logistiku, za užu naučnu oblast "Industrijska logistika, lanci snabdevanja i skladišni sistemi", izabran je u januaru 2010. godine, gde je i trenutno zaposlen.

Kao saradnik u nastavi i asistent, na osnovnim studijama angažovan je od školske 2008/2009. na predmetima *Objektno orijentisana simulacija, Lanci snabdevanja, Upravljanje informacijama u logistici, Logistički kontroling i performanse, Geografski informacioni sistemi, Posebne oblasti logistike 1, Posebne oblasti logistike 2*. Na master studijama angažovan je od školske 2008/2009. godine na predmetu *Modeliranje performansi logističkih sistema*, a od školske 2014/2015. godine na predmetu *Softverski alati u logistici*.

Dražen Popović je autor više radova iz oblasti rutiranja vozila, upravljanja zalihama, simulacija logističkih sistema, skladištenja i rukovanja materijalima, performansi logističkih sistema, matematičkog i heurističkog modeliranja.