



**УНИВЕРЗИТЕТ У ПРИШТИНИ  
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА**

Урош Јакшић

**ПРИЛОГ МЕРЕЊУ НАПОНА И СТРУЈА УЗ ПРИМЕНУ  
МАТРИЧНИХ ТРАНСФОРМАЦИЈА И ПРЕПОЗНАВАЊЕ  
СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ**

Докторска дисертација

Ментор:  
Проф. др Небојша Арсић, ред. проф.

Косовска Митровица, 2015. година



**УНИВЕРЗИТЕТ У ПРИШТИНИ  
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА**

Урош Јакшић

**ПРИЛОГ МЕРЕЊУ НАПОНА И СТРУЈА УЗ ПРИМЕНУ  
МАТРИЧНИХ ТРАНСФОРМАЦИЈА И ПРЕПОЗНАВАЊЕ  
СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ**

Докторска дисертација

Косовска Митровица, 2015. година

## ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I. Аутор	
Име и презиме:	Урош Јакшић
Датум и место рођења:	11.11.1974.
Садашње запослење:	ВТШСС Звечан
II. Докторска дисертација	
Наслов:	Прилог мерењу напона и струја уз примену матричних трансформација и препознавање симетричних компоненти
Број страница:	175
Број слика:	92+39=131
Број библиографских података:	63
Установа и место где је рад изграђен:	Факултет техничких наука, Универзитет у Приштини
Научна област (УДК):	621.317.3:621.316.325(043.3)
Ментор:	Проф. др Небојша Арсић
III. Оцена и одбрана	
Датум пријаве теме:	28.04.2014. год.
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације:	1016/3-5, 25.09.2014. године
Комисија за оцену подобности теме и кандидата:	1. др Небојша Арсић, ред. проф., ФТН КМ-председник 2. др Предраг Осмокровић, ред. проф., ЕТФ Београд-члан 3. др Љубинко Делић, доцент, ФТН КМ-члан
Комисија за оцену докторске дисертације:	1. др Предраг Осмокровић, ред. проф., Државни Универзитет у Новом Пазару-председник 2. др Небојша Арсић, ред. проф., ФТН КМ-ментор 3. др Александар Чукарић, ванр. Проф., ФТН КМ-члан 4. др Ковиљка Станковић, доцент, ЕТФ Београд-члан 5. др Љубинко Делић, доцент, ФТН КМ-члан
Комисија за одбрану докторске дисертације:	1. др Предраг Осмокровић, ред. проф., Државни Универзитет у Новом Пазару-председник 2. др Небојша Арсић, ред. проф., ФТН КМ-ментор 3. др Александар Чукарић, ванр. Проф., ФТН КМ-члан 4. др Ковиљка Станковић, доцент, ЕТФ Београд-члан 5. др Љубинко Делић, доцент, ФТН КМ-члан
Датум одбране дисертације:	

# САДРЖАЈ

<b>УВОД</b> .....	<b>1</b>
<b>1. ПРЕГЛЕД И СИСТЕМАТИЗАЦИЈА ПОЗНАТИХ КЛАСИЧНИХ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НАПОНА И СТРУЈА И МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ НАПОНА И СТРУЈА</b> .....	<b>7</b>
1.1. ПРЕГЛЕД ПОЗНАТИХ КЛАСИЧНИХ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НАПОНА И СТРУЈА .....	7
1.2. АНАЛИЗА УТИЦАЈА ХАРМОНИКА И ПРЕТПОСТАВКЕ .....	8
1.2.1. Тестови и резултати .....	10
1.3. ПРЕГЛЕД КЛАСИЧНИХ ПОСТУПАКА ЗА МЕРЕЊЕ АКТИВНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИНА .....	12
1.4. АНАЛИЗА ТАЧНОСТИ, ОСЕТЉИВОСТИ И МЕРНЕ НЕСИГУРНОСТИ ПРИМЕЊЕНИХ МЕТОДА .....	13
1.4.1. Мерење напона електротехничким волтметром .....	13
1.4.2. Мерење напона електронским инструментом .....	14
1.5. МЕРЕЊЕ СТРУЈЕ .....	15
1.5.1. Мерење струје електромеханичким инструментима .....	15
1.5.2. Детекција кварова мерењем струја и напона .....	16
1.5.3. Мерење симетричних компоненти струја и напона на водовима .....	17
1.5.4. Алгоритам за детекцију кварова засновани на препознавању напона и струја .....	19
1.6. ПРЕГЛЕД МОГУЋИХ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ НАПОНА И СТРУЈА .....	21
1.6.1. Филтер компоненте напона директног редоследа у четворожичном систему .....	21
1.6.2. Филтер компоненте напона инверзног редоследа .....	24
1.6.3. Филтер напона нултог редоследа .....	24
1.6.4. Филтери струјних компоненти .....	24
1.7. АКТИВНИ ФИЛТЕРИ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ .....	28
1.7.1. Структуре филтера симетричних компоненти .....	32
1.7.2. Алгоритам симетричних компоненти добијен у поступку превођења тренутних вредности фазних вредности у комплексне величине трофазних мрежа .....	34
<b>2. РАЗВОЈ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НАПОНА И СТРУЈА ЗАСНОВАНОГ НА ПРЕПОЗНАВАЊУ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ И ПРИМЕНУ МАТРИЧНИХ ТРАНСФОРМАЦИЈА</b> .....	<b>39</b>
2.1. ВИШЕФАЗНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ВЕЛИЧИНЕ .....	39

2.1.1.	Матричне трансформације величина вишефазних електричних система .....	40
2.1.2.	Инваријантност комплексне вредности снаге .....	41
2.1.3.	Матрица трансформације у систем $u, v, w$ компонената .....	42
2.1.4.	Матрица прелаза из 012 у $uvw$ и обрнуто .....	44
2.2.	ИЗВОДИ ИЗ ТЕОРИЈА СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ .....	45
2.2.1.	Превођење несиметричног система у систем симетричних компоненти .....	46
2.2.2.	Превођење трофазног несиметричног у трофазни симетрични систем .....	47
2.2.3.	Превођење система симетричних компоненти у систем 3-фазних величина .....	51
2.2.4.	Утисци о превођењу трофазних система у систем симетричних компоненти и обратно .....	52
2.3.	СНАГА ЈЕДНОФАЗНОГ СИСТЕМА .....	53
2.3.1.	Комплексна вредност тренутне снаге .....	55
2.3.2.	Утицај несинусоидалног напона и струје на тачност мерења електричне енергије .....	56
2.3.3.	Израчунавање снаге 3-фазног тропроводног система са несиметричним оптерећењем и симетричним системом напона .....	57
2.3.4.	Утицај струјне несиметрије .....	59
2.3.5.	Утицај напонске несиметрије .....	60
2.3.6.	Утицај истовремене напонске и струјне несиметрије .....	60
2.3.7.	Естимација несиметричних оптерећења .....	61
2.3.8.	Несиметрично оптерећења трофазног четворопроводног система ...	64
2.4.	ПРЕПОЗНАВАЊЕ НЕСИМЕТРИЈЕ У ЕЛЕКТРИЧНИМ МРЕЖАМА .....	76
2.4.1.	Неке од карактеристика несиметрије електричних мрежа .....	76
2.4.2.	Графички поступак за одређивање фактора несиметрије напона .....	80
2.4.3.	Графички поступак за препознавање струјне несиметрије .....	82
2.4.4.	Дијаграми вредности фактора несиметрије .....	84
2.4.5.	Поступак за конструкцију векторског дијаграма тропроводног система са несиметричним оптерећењем .....	87
<b>3.</b>	<b>РАЗВОЈ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА И АЛГОРИТМА УРЕЂАЈА СА ФИЛТЕРОМ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ .....</b>	<b>89</b>
3.1.	ПРИНЦИПИ МЕРЕЊА СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ .....	89
3.1.1.	Развој филтера симетричних компоненти и анализа статичких и динамичких карактеристика филтера .....	99
3.2.	МЕТОДИ АПРОКСИМИРАЊА ФРЕКВЕНТНИХ КАРАКТЕРИСТИКА ..	100
3.2.1.	Пројектовање филтера симетричних компоненти који садрже дистантне струјне даваче .....	107
3.2.2.	Зависност напона на излазу дистантних струјних сонди од симетричних компоненти контролисане струје .....	114

3.2.3. Аналитички добијени резултати - формуле .....	117
3.2.4. Филтери напона инверзног редоследа са трансреактором на улазу ..	119
3.2.5. Инерција филтера компоненти инверзног редоследа са реактивним елементима .....	123
3.2.6. Основне карактеристике филтера у мерним члановима релејне заштите .....	135
3.2.7. Филтери напона 100 Hz .....	137
3.2.8. Филтери струја 100 Hz (препознавање инверзне компоненте) .....	143
3.3. МЕРНЕ НЕСИГУРНОСТИ ДИСТАНТНИХ МЕРНИХ ЧЛАНОВА .....	144
<b>ПРИЛОЗИ .....</b>	<b>148</b>
<b>ЗАКЉУЧАК .....</b>	<b>167</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>172</b>

## УВОД

Мерење као општи појам је дефинисано као скуп експерименталних (некад и рачунских) операција уз помоћ мерних уређаја (мерних инструмената) са којима се уз одређене услове добија вредност мерене величине.

У техници, мерење има још једну дефиницију: То је проце у коме се вредност непознате величине пореди (компарира) са величином која је узета за јединицу мере. Мерена величина је у ствари одређена физичка величина која садржи потребне информације о процесу истраживања, утицају или објекту, а наука о мерењима је била логична последица развоја природних наука и технике.

Сврха мерења је одређивање и експериментално потврђивање законитости у узајамно повезаним различитим особинама предмета и утицаја, у технологији ради надзора над процесима, у економији за процену материјалних вредности. Опсег примене мерења је веома широк а кроз развој науке и технике се и даље шири. Могу се запазити две основне тенденције.

1. Прва - Мерна техника као резултат научних сазнања разликује се по областима примене или према методу и окружењу. Различитост омогућава да се у свакој научној области успостави одговарајућа теорија што може да доведе до изоловања појединих научних подручја и стварања посебне теорије и експеримента.
2. Друга, развијена услед прилива огромног броја информација-информатичка експлозија. Инсталисање аутоматских мерних система захтева и мноштво података о наредним утицајима, процесима, објекту.

“Метрологија”, као наука истражује, развија и примењује методе за поређење физичких величина, ствара и одржава еталоне, пројектује и прати производњу мерне опреме и прати и оцењује обраду и анализу мерних резултата.

Законска метрологија добија општи значај кога регулише држава законима, нормама (стандардима) и прописима као и због размене идеја и искустава на локалном, националном и међународном нивоу. Мерни процеси су ослоњени на законску регулативу. Закони, стандарди и прописи обезбеђују: примену јединствених метода у земљи, развој у складу са технолошким развојем земље, повећање квалитета у размени роба и услуга, заштиту потрошача у размени, и стандарде у заштити човекове радне и животне средине.

При мерењу наизменичних струја и напона бирају се адекватни методи и мерни инструменти у односу на облик мерене величине (синусне-синус у односу на време  $t$ ) и у односу на захтев (коју вредност: темену/амплитудну, ефективну, део једносмерне итд.). Сви режими у мрежама и инсталацијама, почев од режима празног хода, преко стационарних, до режима већих кварова и рестауративних операција се не могу замислити без примене мерне технике високе тачности.

Поред захтева за опремом високе тачности мора се уважити и чињеница да се ради о комплексним вредностима величина за несинусне облике виших хармоника. Сви мерни системи и све заштите у електроенергетици су засновани на мерењу електричних величина напона и струја, а мерни системи имају посебно широку примену у електричним мрежама. Мерни системи се примењују за одређивање свих електричних вредности и параметара од значаја за рад електричних мрежа. Све заштите у електроенергетским мрежама су засноване на мерењу електричних величина напона и струја.

Познато је да се у општем случају неуравнотежени трофазни систем, настао у стању поремећаја, може математички прсликати у произвољни (не обавезно симетрични) систем вектора који се односи на неке нове компоненте  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , при чему за прелаз из једног система у други служе матрице трансформације.

За референтни метод у докторској дисертацији је изабран метод симетричних компоненти у коме се помоћу матрице трансформације остварује разлагање несиметричног трофазног система реалних фазних вредности на три симетрична система: директног, инверзног и нулног редоследа, који су међусобно независни. У таквом систему је, по предлогу аутора, могуће дефинисање и налажење општих и посебних решења за настали процес поремећаја у мрежи или на њеним елементима.

Инжењери електроенергетике углавном користе постојеће методе мерења иако су у међувремену развијене многе нове методе за мерење и оцену релевантних електричних величина у различитим режимима електричних мрежа у којима се производи, размењује и користи електрична енергија.

За рационално коришћење постојећих енергетских извора и постројења и трансфер нових енергетских технологија поред управљања нормалним режимима рада битно је и управљање хаваријским стањима у електричним мрежама. Достицање жељеног стања и предвиђених промена у постројењу или делу мреже одвија се на основу података о тренутном стању величина и података. На основу мерног процеса према изабраном методу и мерних резултата, треба остварити дијагностику стања у коме се део електричне мреже или постројења налази. Могуће је мерити фазне величине, симетричне компоненте или неке друге компоненте присутне у фазним величинама у различитим режимима рада електричних мрежа или постројења. Предмет истраживања у овој дисертацији су мерења симетричних компоненти.

До сада развијени методи мерења симетричних компоненти у домену управљања, мерења и заштите електричних мрежа засновани су на примени класичних метода мерења са класичним мерним претварачима и филтрима. У литератури недостају теоријски методи за анализу утицаја кварова, несиметрија и виших хармоника. Изостају и методи уз помоћ којих се може кориговати рад мерних чланова и филтара у релеа који у принципу, детектују појаву несиметрија препознавањем симетричних компоненти.

Реализовањем мерних система који детектују симетричне компоненте струја или напона постигнут је циљ и решен је на прикладан начин већи број задатака у заштитним системима у којима је потребно њихово директно мерење. За побољшање осетљивости мерних система и поступака користе се по физичкој природи различите врсте мерних претварача, а њихова конструкција углавном зависи од улоге у секундарном систему електричне мреже (обични мерни систем за мерење електричне енергије, релејна заштита, систем за надзор и управљање итд.).

Преносне мреже наизменичне струје су углавном вишефазне и образоване као тропроводнички, а дистрибутивне као четворопроводнички системи а користе се и шестофазни (шесто-проводнички) системи.



Електричне вредности које карактеришу режиме поремећаја нису једнаке величинама у уравнотеженим вишефазним системима, и за њихово препознавање, рачунским или мерним путем користе се неки од математичких или техничких метода. Математички методи су углавном засновани на трансформацији реалних, фазних, вредности електричних величина у симетричне компоненте. Мерни метод који следи овакав математички приступ је заснован на непосредном мерењу симетричних компоненти.

Избор мерног средства је један од важнијих критеријума доброг мерења симетричне компоненте. Прво се мора идентификовати физичка величина која се мери и проценити најмања и највећа мерена вредност. Неопходно је такође проценити да ли се ради о периодичној, прелазној или случајној вредности. Ако се ради о периодичној вредности потребно је проценити фреквентни опсег појаве. Када се ради о прелазној појави мора се проценити да ли и код њих постоје периодички сигнали и колико може да буде обим прекорачења изнад највеће вредности. При избору се мора водити рачуна о тачности, осетљивости и другим критеријумима мерног система.

Најважнији циљ ове дисертације био је испитивање и развој метода за мерење симетричних компоненти и анализа утицаја могућих мерних несигурности.

Мерење вредности напона и струја уз помоћ симетричних компоненти је релативно једноставно у односу на нека друга мерења, а у последње време су развијени претварачи (сензори, филтри,...) који омогућавају већу доступност интересантних електричних вредности а тиме и развој нових мерних поступака.

Истраживања у дисертацији изложена су у овом уводу, три поглавља, прилозима и закључку, са називима и редоследом а садржај дисертације је посвећен развоју мерних поступака за детекцију симетричних компоненти електричне струје и електричног напона:

## **1. Преглед и систематизација познатих класичних метода за мерење напона и струја и метода за мерење симетричних компоненти напона и струја**

Концепт мерења се мења и због брзог развоја рачунарске технологије јер се микропроцесори и остале компоненте релативно лако уклапају у мерне системе применом одговарајућег интерфејса и АД конвертора. Нови мерни поступци уз примену рачунара су интегрисани у специјализованој дигиталној опреми са могућношћу приказивања и у дигиталном и у квази-аналогном облику.

У последњој деценији, поред радова у Србији (М. Ђурић, З. Стојановић итд....) из области на коју се дисертација односи, углавном теоријско-симулационог карактера, [1],[2],[3] презентовано је и више радова у свету (Gabriel Benmouyal, Saeed Lotfi-fard, Jawad Faiz and Reza Iravani итд..., референце [4]-[13] у којима су поред теорије и симулација представљени и експериментални резултати.

Сви радови указују на то да се у току развоја поступака за мерење симетричних компоненти морају елиминисати мерне несигурности код мерних претварача (струјних и напонских трансформатора) у оквиру развијених мерних система са интегрисаним осетљивим елементима као што су одговарајући филтри симетричних компоненти[14], [15].

Конструктивно гледано, мерни систем се састоји из већег броја елемената али њихова ефикасност и поузданост зависе, у основном, од мерног поступка кога суштински дефинише мерни претварач односно његов правилни избор и конструкција.

У овом поглављу су и приказани нови поступци за мерење струјних и напонских несиметрија који имају карактер како локалних тако и дистантних метода. Дате су њихове структурне шеме и размотрени утицаји виших хармоника чија је појава стохастичког карактера. Посебно је приказан развој дигиталног мерног поступка заснованог на мерењу симетричних компоненти у трофазним мрежама као и мерне несигурности у поступку вредновања симетричних компоненти.

Као основа за конструкцију дигиталних мерних система симетричних компоненти узет је алгоритам за израчунавање симетричних компоненти добијен у поступку превођења тренутних фазних вредности или линеарних електричних величина трофазне мреже. То се посебно односи на варијанту у којој се за конструкцију дигиталног мерног система користе тренутне вредности напона и струја инверзног редоследа или фазна односно амплитудна компарација вредности које зависе од струја и напона инверзног редоследа.

## **2. Развој метода за мерење напона и струја заснованог на препознавању симетричних компоненти и примену матричних трансформација**

Да би се развили нови методи за мерење било је потребно формулисати математички модел за теоријску анализу и систематизацију несиметричних појава у електричним мрежама.

Тај модел би морао да обухвати утицај метролошких карактеристика система мерни претварач-филтар, вредновање (естимација) несиметричних појава под утицајем виших хармоника, а такође су морали да буду развијени графички поступци за одређивање струјне и напонске несиметрије. У дисертацији су приказани неки од будућих поступака за решење ове групе задатака. Предложен је начин смањења мерних несигурности и непожељних утицаја као што су утицаји виших хармоника.

Сви утицаји су обухваћени прорачунима који доводе до могућности реализације нових мерних система који по метролошким карактеристикама не заостају за класичним мерним системима у којима су детектоване фазне величине. При развоју поступка за мерење симетричних компоненти у електричним мрежама примењена је теорија осетљивости у анализи тачности развијених поступака. За реализацију задатка коришћени су теоријски, експериментални и поступци симулације са подршком рачунара (хеуристички приступ). Теоријски део је заснован на примени метода симетричних компоненти и метода планирања експеримента.

Добијање мерних резултата остварено је уз помоћ одговарајућих мерних метода и изведених тестова.

У оквиру овог дела истраживања су:

- Испитане мерне несигурности које у алгоритам уносе коришћени филтри симетричних компоненти.
- Испитане могућности за писање довољно тачног алгоритма за реализовање мерних и заштитних система где су улазне величине непосредно симетричне компоненте напона и струја у делу мреже или постројења.
- Анализиран и потврђен стохастички карактер несиметрија и кварова.
- Анализиране типизације постојећих и могућ развој нових филтера симетричних компоненти заснованих на новим енергетским технологијама.

У оквиру дисертације формулисан је и предлог за примену филтера симетричних компоненти у заштити и мерењу свих несиметричних компоненти у деловима мрежа и постројења.

### **3. Развој математичког модела и алгоритма уређаја са филтром симетричних компоненти**

Сва несиметрична оптерећења у електричним вишефазним мрежама су у основи карактерисана симетричним компонентама струја и напона. Симетричне компоненте се могу одредити на два начина:

- индиректно, на основу познатих вредности струја или напона, а сам поступак је математички, аналитички или графички,
- директно, мерењем симетричних компоненти струја или напона.

У оба поступка, који су познати као класични принципи мерења веома је важно установити дали су системи уравнотежени.

Анализом ових поступака може се доћи до погоднијих савремених алгоритама. Поглавље је, због тога посвећено, представљању алгоритама-нових поступака за мерење симетричних компоненти које су у дисертацији развијене на основу добијених резултата у докторској дисертацији. Разрађени су, испитани и анализирани филтри симетричних компоненти и њихове статичке и динамичке временске карактеристике, а посебна пажња усмерена је ка реализацији дистантних струјних давача чији су основни делови струјни трансформатори и одговарајући филтри.

У литератури су познате две врсте поступака за мерење фазних вредности:

1. Активни поступци који се односе на примену активних филтара.
2. Пасивни поступци уз примену пасивних филтара. Када су у питању методе засноване на мерењу симетричних компоненти и оне се могу поделити на активне и пасивне поступке и као у случају фазних вредности морају детектовати симетричне компоненте струја и напона у предвиђеном времену и са датом тачношћу.

У релејној заштити и у осталим мерним системима у електричним мрежама користе се електрична кола са фреквентним карактеристикама различитог типа:

- филтри ниских учестаности (ФНУ) са опсегом пропуштања од нуле до задате вредности пресека  $\omega_p$ ,
- филтри виших учестаности (ФВУ) са опсегом пропуштања од фреквенције  $\omega_p$  на више, и
- филтри опсега (појасни): појасно пропусни (ППФ) и појасно непропусни (ПНФ). Код појасно пропусних коефицијент преноса идеалног филтра има коначну-непроменљиву вредност а код непропусних једнака је нули.

Фреквентне карактеристике реалних филтара разликују се од идеалних по опсегу пропуштања, где се коефицијент преноса може сматрати само приближно наизмењеним, и зависи од избора апроксимирајуће функције, и код појасно непропусних где коефицијент преноса може имати вредности различите од нуле.

Код реалних филтара такође постоје прелазне области, а не строге границе између опсега пропуштања и блокирања. При избору филтара основни захтев је

добијање задате зависности модула коефицијента преноса (функције) од фреквенције-амплитудно фреквентне карактеристике (АФК) електричног кола уз разматрање утицаја дужине трајања сопственог прелазног процеса на карактеристику АФК.

Задатак синтезе се решава у две етапе:

1. у првој етапи-апроксимација-реализују се функције кола по критеријуму блискости у односу на задату карактеристику кола.
2. у другој етапи-реализација-бира се шема са којом је могуће реализовати, са задатим степеном тачности; за добијену функцију прорачунати параметре пасивних елемената и увести дозвољене предпоставке у вези са разматрањем параметара и неопходних регулационих елемената.

Постављени задаци су решавани применом класичне теорије електричних кола, теорије мерних несигурности, методом симетричних компоненти, методом статистичке обраде резултата мерења и теоријом вероватноће.

Зависно од услова функционисања и захтева ка мерним елементима синтеза фреквентно-селективних кола остварена је у фреквентном или временском домену. У првом случају преносна функција има задати степен тачности АФК електричног кола а у другом одређени тип прелазне или импулсно-прелазне карактеристике.

Избор апроксимационе функције има утицаја на решење друге етапе задатка. Ако апроксимација не задовољи задате техничке захтеве при номиналним вредностима компоненти морају се поштрићи захтеви у погледу тачности.

Зато се при синтези активних елемената користи метод избирљивости, чији критеријуми омогућују да се за један ниво више одабере апроксимирајућа функција, али тада може доћи до смањења осетљивости реализованог електричног кола, па се зато мора извршити и оцена осетљивости.

Поред увода и поглавља на крају писаног деле ове дисертације су: Закључак, Списак коришћених 63 референци при изради дисертације, Прилози.

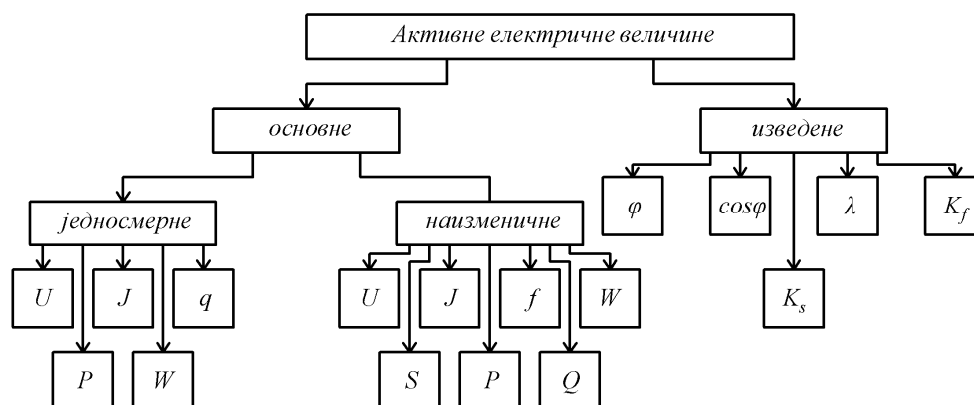
Резултати добијени истраживањем у докторској дисертацији могу се применити у управљању, мерењима и релејној заштити делова мрежа и постројења у случају различитих поремећаја: кварова и сметњи а посебно несиметрија у електричној мрежи.

# 1. ПРЕГЛЕД И СИСТЕМАТИЗАЦИЈА ПОЗНАТИХ КЛАСИЧНИХ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НАПОНА И СТРУЈА И МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ НАПОНА И СТРУЈА

## 1.1. ПРЕГЛЕД ПОЗНАТИХ КЛАСИЧНИХ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НАПОНА И СТРУЈА

Електричне величине које се користе у електроенергетици су: напон, струја, наелектрисање (количина електрицитета), снага и енергија [16], [17]. Према карактеру временске зависности разликују се једносмерне и наизменичне активне величине. Са аспекта мерења наизменичних електричних величина мора се дефинисати да ли је наизменична мерена вредност хармонијска или нехармонијска [18].

При мерењу активних наизменичних величина допунска физичка величина је фреквенција која се односи на хармонијски облик мерене величине (струје или напона). Разликују се основне фреквенције и виши хармоници.



Сл. 1.1. Термини и дефиниције из области електромагнетизма према IEC50(121), IEC50(131):  $U$  – напон,  $J$  – струја,  $q$  – наелектрисање,  $P$  – активна снага,  $Q$  – реактивна снага,  $S$  – привидна снага,  $W$  – енергија,  $f$  – фреквенција,  $\varphi$  – фазни став (угао),  $k_f$  – фактор облика,  $k_s$  – фактор испуњености,  $\cos \varphi$  – фактор снаге,  $\lambda$  – фактор несиметрије

Јачина електричне струје са основном јединицом ампер ( $A$ ) је једина основна електрична величина у систему  $SI$ . За све остале електричне величине јединице су изведене из основне јединице за струју. Активне величине су: за напон ( $V$ ), за енергију ( $J$ ), за снагу ( $W$ ), за фреквенцију ( $Hz$ ), за количину електрицитета ( $C$ ).

Технички реализована одређена вредност величине назива се еталон. Реализација служи за репродукцију вредности, а основни услов при реализацији

еталона је да мора да буде временски постојан (или трајан). У мерењима се разликују примарни и секундарни еталони (1. реда, 2. реда и 3. реда), а групни еталон је одређен као аритметичка средина вредности неколико, по правилу, примарних еталона.

Еталон **електричне струје** постоји у посебним лабораторијама и повезаним метролошким институтима (заводима) као посебно изведен уређај-“струјна вага”.

Амперов и Лапласов закон који се односи на електромагнетну силу између два елемента проводника кроз који тече струја, омогућава да се у лабораторијама оствари једносмерна струја величине  $1\text{ A}$  и великом тачношћу (релативна грешка је  $6 \cdot 10^{-6}$ ).

То значи да је на нивоу Србије, веома тешко остварити апсолутну тачност у мерењу струје, односно одређивање њене јединичне вредности, и једина могућност је коришћење секундарних еталона струје. Овакав еталон је, у принципу, сваки амперметар, који у мерном поступку мери струју са великом тачношћу.

Као примарни и секундарни еталон **електричног напона** користи се Weston-ов еталон са малом али довољном топлотном зависношћу напона и великом прецизношћу, док мерење на основу Josephson ефекта има релативну грешку  $10^{-8}$ .

У реалним електричним мрежама веома често су присутне разне несиметрије које значајно деградирају употребу сигнала основне фреквенције. Познато је да је у електричним мрежама сигнал основне фреквенције са амплитудом  $220\text{ V}$  и фреквенцијом  $50\text{ Hz}$ . У многим анализама овакав сигнал се узима као идеалан како би се заобишли ефекти изобличења разних одзива. Међутим, у реалним електричним мрежама веома често су присутни разни ефекти због присуства несиметрија који значајно деградирају праву употребу сигнала основне фреквенције, и свака даља анализа обухвата посматрање и покушај ублажавања ових ефеката. За те ситуације анализа утицаја врши се трансформацијама у којима се ови ефекти ублажавају. Поред несиметрије основни сигнал у свом саставу веома често има присуство виших хармоника који на одређени начин могу да утичу на његов облик што нарочито може да има лошу последицу уколико сигнал основне учестаности носи неку информацију.

У мерном уређају се може остварити трансформација и ротација фазних компоненти додавањем посебне компоненте, и он се тада може применити као мерни део за индикацију вредности жељене компоненте. За мерење симетричних компоненти потребно је да кроз мерни уређај тече струја директно пропорционална, али не и једнака, са контролисаним компонентом да би се ефекат осталих двеју компоненти елиминисао. Ротацијом вектора постиже се тачнија трансформација и избегавају се непотребне компликације у мерном уређају.

## 1.2. АНАЛИЗА УТИЦАЈА ХАРМОНИКА И ПРЕТПОСТАВКЕ

Анализом утицаја виших хармоника на облик реалног сигнала основне фреквенције биће изведена анализа уз одређене претпоставке:

1. Све су компоненте сложенопериодичног сигнала подједнако доминантне што значи да компоненте виших хармоника подједнако су заступљене у приближно истој мери као и сигнал са основном компонентом.
2. Фреквенцијом и фреквенције виших хармоника једнаке су целобројном умношку вредности основне фреквенције сигнала и сви присутни сигнали у електричној мрежи имају исти фазни став.

Сигнал основне фреквенције у електричним мрежама најчешће је описан у следећем облику:

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) \quad (1.1)$$

где су:

$A_1$  – амплитуда основног хармоника,  
 $\omega_1$  – фреквенција основног хармоника и  
 $\theta_1$  – фаза основног хармоника,

док у присуству виших хармоника имаће следећи облик:

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) + \sum_{k \neq 1} A_k \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (1.2)$$

где су сви виши хармоници суперпонирани са основним хармоником.

Примењујући уведене претпоставке из прве једначине следи да је  $\omega_k = k \cdot \omega_1$ , а из друге једначине је:  $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k = \theta$ .

Тако ће сигнал у електричној мрежи имати следећи облик:

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta) + \sum_k A_k \cos(k \cdot \omega_1 t + \theta) \quad (1.3)$$

Разлагањем косинусне функције у суми хармоника добија се:

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta) + \sum_k A_k \cos(k \cdot \omega_1 t) \cdot \cos \theta - \sum_k A_k \sin(k \cdot \omega_1 t) \sin(\theta) \quad (1.4)$$

Ако се сви чланови реда групишу уз  $\cos \theta$  и  $\sin \theta$  и уведе смена добија се:

$$\begin{aligned} x_k(t) &= \sum_k A_k \cos(k \cdot \omega_1 t) \\ y_k(t) &= \sum_k A_k \sin(k \cdot \omega_1 t) \end{aligned} \quad (1.5)$$

и добија се:

$$s(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta) + x_k(t) \cos \theta - y_k(t) \sin \theta \quad (1.6)$$

Увођењем смене:

$$\begin{aligned} x_k(t) &= r_k(t) \cos[\gamma_k(t)] - A_1 \cos \omega_1 t \\ y_k(t) &= r_k(t) \sin[\gamma_k(t)] - A_1 \cos \omega \end{aligned} \quad (1.7)$$

добија се:

$$s(t) = r_k(t) \cos[\gamma_k(t) + \theta] \quad (1.8)$$

Из формираних смена из израза (1.7) следи да је:

$$\begin{aligned} r_k(t) &= \sqrt{x_k^2(t) + y_k^2(t)} \\ \gamma_k(t) &= \arctan \frac{y_k(t)}{x_k(t)} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Претпоставимо, такође да су сви виши хармоници случајног карактера и да су заправо величине  $x_k(t)$  и  $y_k(t)$  независне случајне величине са Гаусовом функцијом густине расподеле нулте средње вредности тако да она на основу елемената теорије вероватноће формирају задужену функцију расподеле на следећи начин:

$$p(x_k, y_k) = p_1(x_k) \cdot p_2(y_k) \quad (1.10)$$

где су:

$$p_1(x_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x_k^2}{2\sigma^2}} \quad (1.11)$$

$$p_2(y_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{y_k^2}{2\sigma^2}}$$

тако да је:

$$p(x_k, y_k) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x_k^2 + y_k^2}{2\sigma^2}} \quad (1.12)$$

Да би се добила укупна функција расподеле и утицај свих виших хармоника неопходно је последњи израз трансформисати у новодобијене величине  $r_k(t)$  и  $\gamma_k(t)$ . То се постиже трансформацијом:

$$p(r_k, \gamma_k) = p(x_k, y_k) \cdot |J| = p(r_k \cos \gamma_k; r_k \sin \gamma_k) \quad (1.13)$$

где је:

$$J = \frac{\partial(x_k, y_k)}{\partial(r_k, \gamma_k)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_k}{\partial r_k} & \frac{\partial x_k}{\partial \gamma_k} \\ \frac{\partial y_k}{\partial r_k} & \frac{\partial y_k}{\partial \gamma_k} \end{vmatrix} = r_k(t) - \text{Јакобијан трансформацијом.} \quad (1.14)$$

Елементарним математичким операцијама добија се:

$$p(r_k, \gamma_k) = \frac{1}{2\pi} \frac{r_k}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r_k^2 + A_1^2 - 2r_k \cdot A_1 \cos(\omega t + \gamma_k)}{2\sigma^2}} \quad (1.15)$$

Интеграцијом здружене функције расподеле по свим фазама добија се функција густине расподеле:

$$p(r_k) = \int_{-\pi}^{\pi} p(r_k, \gamma_k) d\gamma_k \quad (1.16)$$

### 1.2.1. Тестови и резултати

За решавање интеграла из израза (1.16) неопходно је користити модификовану Беселову функцију:

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \cos \alpha} d\alpha \quad (1.17)$$

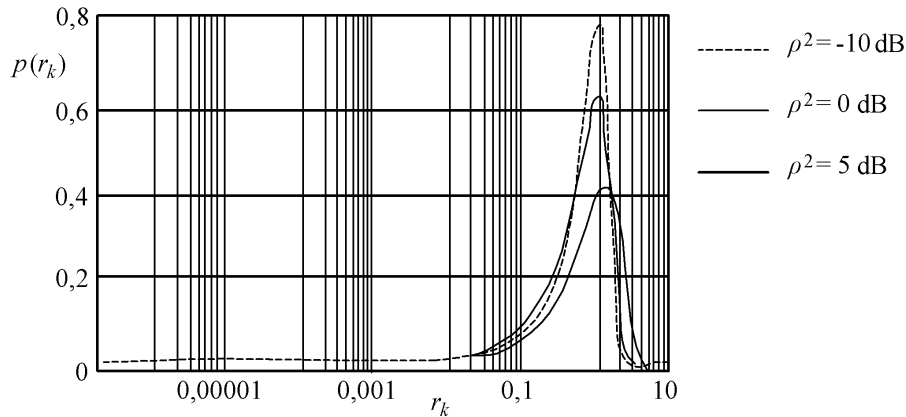


Њеним решавањем добија се:

$$p(r_k) = \frac{r_k}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r_k^2 + A_1^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{r_k A_1}{\sigma^2}\right) \quad (1.18)$$

што представља функцију густине Рајсове расподеле:

$$\rho^2 = \frac{A_1^2}{2\sigma^2} \quad (1.19)$$



Сл. 1.2 Карактеристика утицаја амплитуда виших хармоника за три различите вредности амплитуде основног хармоника

На слици 1.2 приказана је карактеристика утицаја амплитуда виших хармоника за три различите вредности амплитуде основног хармоника. Значајно је запазити да су највећи утицаји виших хармоника управо у околини где су амплитуде основног и виших хармоника приближно једнаке. Испод ових вредности утицај виших хармоника је практично занемарљив што се тумачи тиме да су и саме амплитуде виших хармоника мале те нису у могућности да деградирају сигнал основног хармоника. Изнад ових вредности смањење утицаја виших хармоника тумачи се тиме што су виши хармоници различитих фреквенција па се и саме амплитуде међусобно брже суперпонирају. Уколико се жели да се види утицај фазних ставова на сигнал основног хармоника неопходно је извршити интеграцију свих амплитуда сигнала виших хармоника садржаних у  $r_k$ . Интеграцијом функције расподеле добија се функција густине расподеле:

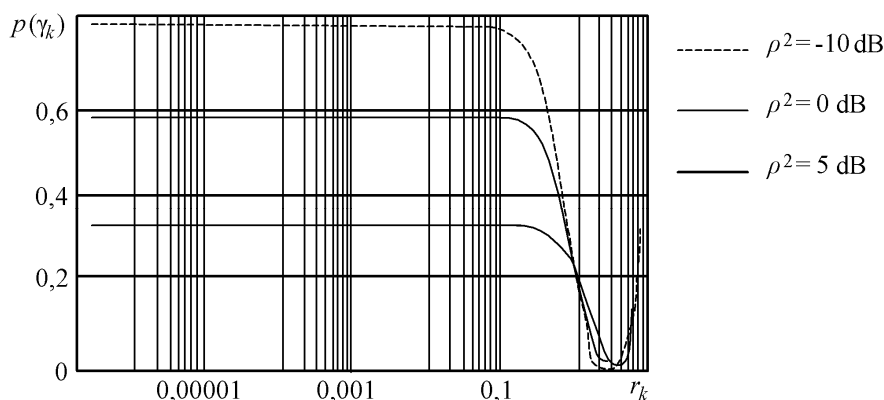
$$p(\gamma_k) = \int_0^{\infty} p(r_k, \gamma_k) dr_k \quad (1.20)$$

Решавањем интеграла из израза (1.20) добија се:

$$p(\gamma_k) = \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-\frac{A_1^2}{2\sigma^2}} + \frac{A_1}{\sqrt{25\sigma}} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cos \gamma_k \cdot e^{-\frac{A_1^2}{2\sigma^2}} \left[ 2 - \operatorname{erf}\left(\frac{A_1}{\sqrt{\sigma}} \cos \gamma_k\right) \right] \quad (1.21)$$

На слици 1.3 приказан је утицај виших хармоника који су са различитим фазама. На исти начин као и у претходном случају узета су три случаја основног хармоника. Примећује се да је најмањи утицај на вредности где су фазе међусобно приближно једнаке.

Значајно је запазити да су највећи утицаји виших хармоника управо у домену где су амплитуде основног и виших хармоника приближно једнаке.



Сл. 1.3. Карактеристика утицаја амплитуда виших хармоника за три различите вредности различите фазе основног хармоника

Испод ових вредности утицај виших хармоника је практично занемарљив што се тумачи тиме да су и саме амплитуде виших хармоника мале те нису у могућности да деградирају сигнал основног хармоника. Изнад ових вредности смањење утицаја виших хармоника тумачи се тиме што су виши хармоници различитих фреквенција па се и саме амплитуде међусобно брже суперпонирају. Ако се случај посматра кроз фазне ставове примећује се да је најмањи утицај на вредностима где су фазни ставови приближно једнаки.

### 1.3. ПРЕГЛЕД КЛАСИЧНИХ ПОСТУПАКА ЗА МЕРЕЊЕ АКТИВНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИНА

Основне активне електричне величине као што су струје и напони препознају се мерењем на различите начине, а мерења се могу поделити у четири групе:

1. Са електротехничким уређајима, електронским или дигиталним, тј. довођењем електричне величине на показивач произвољног мерног уређаја.
2. Уз пренос (превођење) једне активне величине у другу, коју знамо тачније да меримо (струју у напон, наизменичну снагу у једносмерни напон, наизменични у једносмерни напон итд.).
3. Кроз упоређивање непознате мерене величине са познатом тако да се ефекат мерења међусобно компензује (на пример компензација мереног напона са познатим напонам помоћу уређаја који се назива компензатор).
4. Индиректним изједначењем непознате електричне величине са познатом електричном величином тако да се за изједначење ефеката (деловања) користе две помоћне величине (обртни моменат, топлотни ефекат итд.). Изједначење је обезбеђено помоћу уређаја који се називају компаратори.

Повећавање тачности показивачких уређаја (индикатора) се врло тешко постиже. Мерни елементи и уређаји подлежу калибрисању, а најпрецизнија мерења напона, струја и снага наизменичне струје остварује се компарацијом односно четвртом групом мерења. При компарацији се компензују механички и топлотни ефекти и та група чини основу савремених мерених поступака који се одликују великом тачношћу.

Напони се често мере уз помоћ струје која пролази кроз отпорник, (индиректно мерење напона) или неке друге електричне величине.

## 1.4. АНАЛИЗА ТАЧНОСТИ, ОСЕТЉИВОСТИ И МЕРНЕ НЕСИГУРНОСТИ ПРИМЕЊЕНИХ МЕТОДА

### 1.4.1. Мерење напона електротехничким волтметром

Особине електромеханичких инструмената су познате али, у основи, сваки од њих мери напон индиректно преко струје која пролази кроз систем. За систем потребна вредност струје уводи се преко отпорника у мерном колу или преко мерног трансформатора. Важне особине електромеханичких волтметара су дате у табели 1.1. Магнетноелектрични волтметар важи као најпрецизнији инструмент са електромеханичким системом и достиже класу тачности до 0,1 [19].

Најмањи мерени напон овим инструментом (галванометром) је  $10^{-7} V$ , а највећи  $1 kV$ .

Табела 1.1. Особине волтметара

тип инструмента, класа тачности	опсег напона фреквенције	$10^{-6}$	$10^{-4}$	$10^{-2}$	1	$10^2$	$10^4$	$10^6$	V	
		1	10	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
магнетноелектрични 0,1		—————								
магнетноелектрични и исправљач 1,0			-----		~~~~~					
магнетноелектрични и термочлан 1,0 (0,2)		-----			~~~~~					
електродинамички 0,1			-----		~~~~~		PR NT			
феродинамички 0,5			-----		~~~~~			NT (PR)		
електромагнетни 0,5 (0,2)			-----		~~~~~			NT (PR)		
електростатички 0,5 (0,5)		-----				~~~~~				
електронски аналогни 1,0 (0,2)		~~~~~						PR (DN) PR (DN)		
електронски дигитални 0,001		—————								
		————— једносмерни опсег		~~~~~ наизменични опсег		----- фреквентни опсег		PR-предотпорник DN-делитељ напона NT-напонски трансформатор (за проширење опсега)		

Магнетно-електрични инструмент са исправљачем може да мери наизменични напон волтметра у опсегу  $20 Hz - 20 KHz$  и класом тачности 1. Са мерним трансформатором и преводом на већи напон може да има најмањи опсег  $0,1 V$ .

Комбинован са исправљачем мери средњу вредност, а увек је калибрисан према ефективним вредностима.

Електродинамички волтметар углавном служи као прецизни лабораторијски инструмент са великом класом тачности. Мери ефективне вредности једносмерних и наизменичних напона. Има нелинеарно кретање. Његова класа тачности је 0,1 у фреквентном опсегу  $40\text{ Hz} - 50\text{ KHz}$ . Калибрисан је једносмерним напоном. Сопствена потрошња инструмента је  $66\ \Omega/1V$  или  $333,3\ \Omega/1V$ .

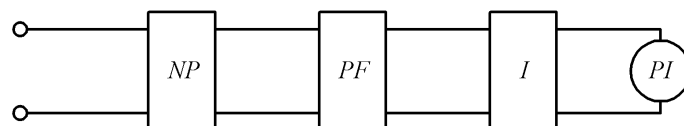
Феродинамички волтметар се користи и као инструмент у дистрибутивним постројењима обзиром на мању осетљивост према вибрацијама. Он има класу тачности 1,5 – 2,5 у опсегу  $120V$  до  $400\text{ kV}$  (са мерним трансформатором) у уском фреквентном опсегу  $40 - 60\text{ Hz}$ . Обзиром на хистерезне утицаје не треба га користити за мерење једносмерних напона.

### 1.4.2. Мерење напона електронским инструментом

Електронским инструментом назива се аналогни мерни инструмент у коме поред електромеханичког члана, по правилу магнетноелектричног, са пасивним компонентама постоји и активна електронска компонента остварена најчешће као појачивач електричног сигнала. Он се користи за мерење напона, а предност им је велика осетљивост, широки фреквентни опсег, мала потрошња (излазна струја реда  $10^{-10} - 10^{-12}\text{ A}$ ). Његов опсег мерења се простире од  $10\ \mu V$  до  $100V$  а за проширење опсега углавном се користе делитељи напона [20].

Према врсти мерења електронски волтметри се деле на волтметре једносмерног и волтметре наизменичног напона. Користе се за мерење средњих, ефективних и максималних вредности напона.

Селективни електронски волтметри имају између наизменичног мерног појачивача ( $NP$ ) и исправљача ( $I$ ) и појасни филтер ( $ALLPAS$ )  $PF$  према сл. 1.4.



Сл. 1.4. Блок шема електронског волтметра

Показивачки део (индикатор  $PI$ ) мери средњу вредност основног или изабраног вишег хармоника напона. Скала показивача може да буде калибрисана и у ефективним вредностима. Дигитални волтметри су волтметри новије генерације и имају велику прецизност и дигитално ( $display$ ) читавање и мере великом брзином. Грешка мерења се креће у опсегу 0,01 до 0,0001%. Са њим се мере како једносмерни тако и наизменични напони. Прецизност при мерењу наизменичних напона је мања него прецизност при мерењу једносмерних напона.

## 1.5. МЕРЕЊЕ СТРУЈЕ

### 1.5.1. Мерење струје електромеханичким инструментима

Обртни моменат електромеханичких инструмената је завистан од вредности струје која пролази кроз систем [21]. Опсег мерних инструмената се проширује струјним трансформаторима у границама од  $10^{-11} - 10^4 \text{ A}$ . Преглед особина електромеханичких инструмената дат је у табели 1.2.

Магнетноелектрични амперметар спада у најпрецизније и најосетљивије електромеханичке инструменте за мерење једносмерних струја. Класа тачности је 0,1 и иста је као код магнетноелектричних волтметара.

Магнетноелектрични волтметри се раде као дистрибутивни инструменти за примену у дистрибуцији, преносни, лабораторијски (имају један или више опсега), често и као комбиновани волтметри (универзални инструменти) виших класа тачности.

Властита потрошња ових инструмената је од неколико микровата до неколико вати. Када мере струје вишег реда од  $10^4 \text{ A}$  помоћу спољних елемената мерних претварача може се потрошња повећати до неколико  $kW$ . Магнетноелектрични амперметри са појачивачима се раде као преносни инструменти са више опсега а у комбинацији са додатим елементима, шантовима и предотпорником могу да послуже за мерење струја и напона. Погодност магнетноелектричних амперметара са појачивачем је њихова велика осетљивост. Најнижа граница опсега је  $0,1 \text{ mA}$  за наизменичне струје а за једносмерне струје може бити још нижа. Највећа наизменична струја у овим инструментима не прелази  $10 \text{ A}$ . Класа тачности ових инструмената са појачивачем није боља од 0,5.

Табела 1.2. Особине електромеханичких амперметара

тип инструмента, класа тачности	опсег струје фреквенције	$10^{-6}$	$10^{-4}$	$10^{-2}$	1	$10^2$	$10^4$	$10^6$	$10^8$	A	Hz
магнетноелектрични 0,1								Š			
магнетноелектрични са појачивачем 1,0											
магнетноелектрични са термовременом 1,0 (0,2)								ST			
електродинамички 0,1								ST			
феродинамички 0,5								ST			
електромагнетни 0,5 (0,2)								ST			
		Š-шант									
							ST-струјни трансформатор				

Потребна снага амперметра без шантова (милиамперметра) је реда  $10^{-3} \text{ W}$  а са шантовима може да порасте на  $10 \text{ W}$ . На шанту је напон од 1 до  $2 \text{ V}$ . Фреквентни опсег

амперметра са појачивачем је у границама  $20\text{ Hz} - 20\text{ KHz}$ . Слично магнетноелектричним волтметрима и амперметри са појачивачем имају основни недостатак који се односи на мерење средње вредности струје.

Магнетноелектрични инструменти са термичким чланом мере ефективне вредности наизменичне струје произвољног временског облика у широком фреквентном опсегу. Опсег мерења је од  $1\text{ mA}$  до  $100\text{ A}$ .

Електродинамички амперметри служе као и електродинамички волтметри за калибрацију. Израђују се као лабораториски инструменти класе тачности  $0,5; 0,2; 0,1$  са фреквентним опсегом  $40\text{ Hz}$  до  $10\text{ KHz}$ .

Електродинамички амперметри могу да измере једносмерне и наизменичне струје које садрже више хармонике. Струјни опсежи електродинамичких амперметара су  $1\text{ mA} - 10\text{ A}$ . За мерење наизменичних струја може се у инструменту додати струјни трансформатор до  $50\text{ A}$ .

Феродинамички амперметри имају велике обртне моменте и користе се у дистрибуцији и као хронолошки записивачи класе тачности  $1-2,5$  имају фреквентне опсеге  $40-60\text{ Hz}$ . Лабораторијски инструменти могу да имају класу тачности и бољу од  $0,5$  али за уски фреквентни опсег  $10-60\text{ Hz}$  или  $400-500\text{ Hz}$ . Не користе се за мерење једносмерних струја, због јаког утицаја хистерезисних циклуса магнетних кола.

Електромагнетним инструментима се мери ефективна вредност наизменичне струје произвољног временског облика [22]. Инструменти у дистрибутивним мрежама класе тачности  $1-2,5$  се највише примењују због ниске цене. Специјално конструисани амперметри користе се за мерење краткотрајних струја прелазног процеса у електричним машинама. Ови амперметри имају јако неуједначене отклоне на крају опсега. Посебним поступком могу се реализовати амперметри са електромагнетним системом који могу да мере једносмерне и наизменичне струје.

Мерење струја електронским и дигиталним инструментима је остварено мерењем пада напона на еталонском отпорнику. Мерење струје овом методом могуће је до  $10^{-12}\text{ A}$ . Улазна отпорност инструмента при овом опсегу мерења је  $1\text{ M}\Omega$ .

### 1.5.2. Детекција кварова мерењем струја и напона

Електроенергетске мреже играју велику улогу у друштву. Ако се на прави начин са дијгностичком опремом утврде узроци појаве испада може се обновити рад мреже кроз одговарајуће укључење што има велики значај за квалитетну испоруку енергије.

У литератури су позната два популарна метода за идентификацију кварова: логистички - регресиони  $LR$  (класични) и вештачки (виртуелни) са неуронским мрежама  $ANN$  који ће се у будућности као основни користити за идентификацију.  $LR$  се већ користе за дијагнозу режима у електричним мрежама а  $ANN$  ће наћи широку примену у истраживању поузданости и заштите електроенергетских мрежа.

Велики значај за мерења и заштиту имаће развој активних и пасивних метода за аквизицију значајних вредности струја и напона у електричним мрежама.

У овом делу су приказани савремени пасивни и активни методи за одређивање места квара на електричним мрежама кроз препознавање струја и напона и метода које подржавају рачунарске технологије. Изведена је и компарација пасивних и активних метода за мерење, пренос и обраду струја и напона из мрежа.

Познати методи се деле у две суштински различите групе:

1. Активне методе и
2. Пасивне методе,

што зависи од типа коришћеног филтера струја или напона који пропусају или блокирају очекиване вредности симетричних компоненти струја и напона.

Прва група метода заснива се на регистрацији напона и струја у једној или више тачака мреже одмах после настанка квара. Њихова предност је да се лако реализују, а недостатак зависност од режима рада високонапонског вода и мања тачност.

Методе друге групе (методе лоцирања) засновају се на вишеструкој емисији импулса у вод уз истовремену регистрацију редоследа рефлектованих сигнала. Њихова предност је већа тачност, независно од режима контролисаног елемента и могућност решавања већег броја задатака, а мана велика цена и потреба да се пренесе већи фреквентни опсег сигнала.

Методи прве групе се могу усавршити. Тако се дошло до метода код кога се локација квара врши у односу на вредности параметара хаваријског режима (*PHR*) вода (напони и струје)-(параметарске методе) и метода код кога се лоцирање квара изводи у односу на времена простирања напонских и струјних таласа (таласне методе) што се може остварити са једне или са обе стране вода.

Методу мерења са једне стране, *ILK* карактерише висока оперативност мерења и могућност добијања информација о распону до места квара непосредно у метрима (*m*). Недостатак метода је мала тачност-велика мерна несигурност.

Предност метода мерења са обе стране је у могућности решавања већег броја задатака аутоматског управљања делом мреже и висока тачност. *ILK* методе мерења само са једне стране према параметрима хаваријског режима засноване су на рачунању реактанси петљи кратких спојева које су сразмерне одстојању до места квара, а одређене су односом напона и струја у колу у коме је петља.

### 1.5.3. Мерење симетричних компоненти струја и напона на водовима

Поред мерења, струје и напони на водовима се могу прорачунати, а за илустрацију прорачуна параметара разматрен је модел *VN* вода представљен у виду четворокрајника са коефицијентима  $A(x), B(x), C(x), D(x)$  који зависе од распона ( $x$ ) до места кратког споја и одређени су секундарним параметрима вода, коефицијентима простирања и карактеристиком отпорности.

За извођење формуле за прорачун користе се следеће претпоставке:

- активна отпорност на месту кратког споја (метални кратак спој),
- вод високог напона нема губитке у преносу,
- импедансе извора на крајевима водова чисто индуктивне.

Прва претпоставка је да је пад напона на отпорности на месту квара реална вредност, а друга и трећа да струје које у моменту квара теку од крајева водова ка месту квара имају само реактивне компоненте.

Основна једначина простирања струја и напона је имагинарни део комплексне променљиве вредности, у овом случају то је имагинарни део величине струје [23]:

$$I_m \left| \frac{A(x)\bar{U} - B(x)\bar{I}}{C(x)U'' - D(x)I''} \right| = 0 \quad (1.22)$$

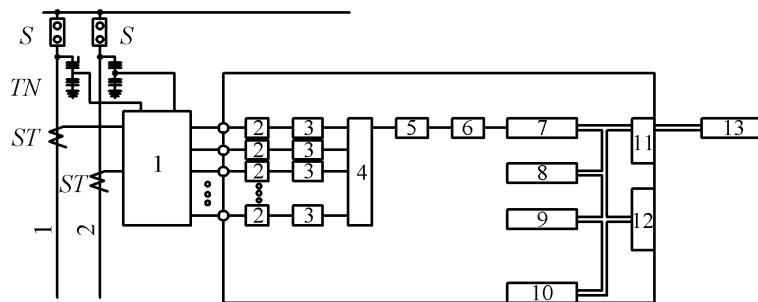
где су:

$\bar{U}, \bar{I}$  – вектори напона и струја мерени на крају вода непосредно пре квара,  
 $U'', I''$  – вектори напона и струја мерени на истом крају вода у време квара.

Једначина се може применити и за случај представљања напона и струја у модуларним компонентама (симетричним,  $\alpha - q$ , итд). Израчунавања се свде на нумеричко филтрирање параметара прелазног процеса када се одреде неопходни вектори напона и струја, а одстојања се одреде решавањем нелинеарних једначина неким од итеративних поступака.

Кварови у мрежама су по правилу несиметрични и за решавање се користи метод симетричних компоненти. Основни извор мерних несигурности у случају коришћења ове методе *ILK* је занемарење комплексног карактера струја које ка месту квара теку са оба краја вода. Такав карактер условљен је присуством губитака на воду и активним компонентама у импедансама извора на оба краја вода. Допунска грешка настаје због утицаја прелазног процеса и отпора електричног лука [24].

Комплексну вредност импедансе одређују напон и струју основне учестаности (50 Hz), јер се из хаваријских компоненти посредством филтера могу одсртанити виши хармоници и апериодичне компоненте коришћењем трансформације Фурје-ова или Wols-a.



Сл. 1.5. *S* – склопка, *TN* – капацитивни делитељ напона, *ST* – струјни трансформатор, 1. улазни трансформатор, 2. филтер, 3. временско затезање, 4. мултиплексор-јединица за пренос података или за посредовање у вези са подацима, 5. *ADR* – аналогно-дигитални претварач, 6. *OM* оперативна меморија, 7. *RM* – програмска меморија, 8. *CR* – централни процесор, 9. блок за израчунавање на основу података, 10. задати нивои, 11. нумерички излаз, 12. дисплеј, 13. штампач

Микропроцесори са сл. 1.5, [25] за рачунање одстојања до места квара користе се у две етапе: у првој за добијање података о параметрима прелазног процеса (струји и напону) уз примену софтвера за дигитално филтрирање ради добијања синусног облика сигнала; у другој етапи за нумеричко моделовање диференцијалних једначина.



#### 1.5.4. Алгоритам за детекцију кварова засновани на препознавању напона и струја

Потреба да се смањи време искључења вода условила је истраживања ка налажењу алгоритама и метода *ILK* који би омогућили смањења времена аквизиције података о струјама и напонима и бољу тачност. Ако је време аквизирања једнако или мање од једне периоде основне компоненте ( $50\text{ Hz}$ ) присуство аperiodичне компоненте у сигналу уноси већу мерну несигурност. Минимизација грешки остварује се посредством корелација сигнала синусним и косинусним функцијама основне учестаности које имају периоду, једнаку времену аквизирања. Овакав приступ може да умањи грешку због присуства аperiodичне компоненте, али увећава грешку изазвану компонентом осциловања, која је садржана у сигналу, и која је одређена образовањем стојећих таласа на  $VN$  воду. У већини практичних случајева ова пулсирајућа компонента је мала и њен утицај се може занемарити.

Све методе *ILK* у којима је садржана претходна формула имају још једну грешку изазвану утицајем струја оптерећења и отпорности на месту квара.

Утицај отпорности на месту квара се може одстранити ако се мерења изводе у тренутку када је вредност струје кроз место кратког споја једнака нули.

Овакав метод у суштини садржи још два типа грешака: грешку због нетачно измереног временског тренутка проласка струје кроз нулту вредност и грешку насталу због засићења струјних трансформатора или резонанције напона због скока напона на напонском трансформатору (грешке због утицаја нелинеарности).

Поступак који би омогућио минимизацију ових грешака мора бити заснован на вредновању параметара система, чије су карактеристике мерљиве са карактеристикама модела елемента са концентрисаним параметрима.

Параметри модела мењају се и подешавају док се не постигне изједначење са параметрима контролисаног елемента електричне мреже.

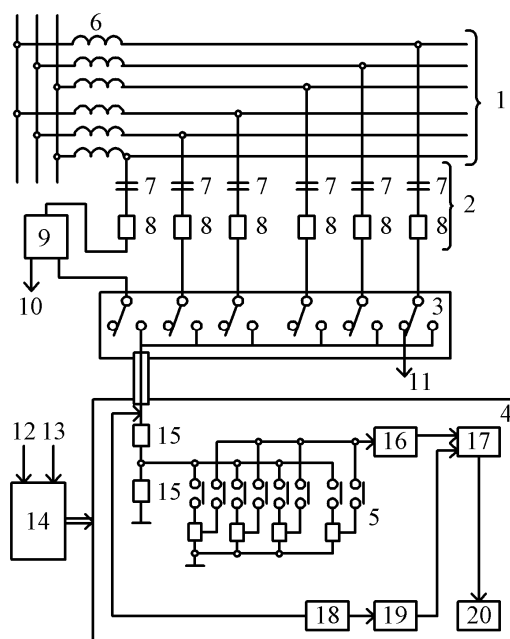
У овом делу је предложени адаптирани алгоритам *ILK* заснован на примени Калманових филтера уз решавање следећих задатака:

1. Естимација стања мреже и параметара контролисаног објекта (реалног вода) и његовог рада пре настанка квара.
2. Вредновање стања и параметара у тренутку квара.
3. Анализа рада мреже у реалном времену са једновременим избором вредности струја и напона у три фазна проводника и компоненти нултог редоследа.
4. Рачунарски систем прати рад електричне мреже по вертикалној структури.

Један од микропроцесора био би намењен за избор активних података (до осам једновремено записаних вредности). Други процесор вреднује стање мреже и параметара на основу базе података првог микропроцесора.

Када настане квар, први процесор би реаговао на сигнал прекида, а други процесор почиње оцену стања параметара кола у коме се десио квар. После успоставе нормалног рада контролисаног објекта (рестаурација) систем би се вратио у почетно стање.

Поступак који омогућава редукацију квара заснован је на промени параметара система кроз мерење карактеристика и параметара модела елемента који их представљају [24].



Сл. 1.6. Систем за аквизицију, процесирање и имплементацију сигнала у локалној аутоматизици и релејној заштити: 1. високонапонски вод, 2. спојни уређај, 3. релеј за комутацију фаза, 4. трагач квара, 5. регулација нивоа примљеног сигнала, 6. VF лимитатор, 7. кондензаторски филтер, 8. филтери улаза, 9. разводни филтер, 10. према струјном релеју, 11. ка уређају за VF везу, 12. TN, 13. ST, 14. релеји за старт трагача квара, 15. одводник пренапона, 16. појачавач, 17. вентили, 18. генератор импулса, 19. осцилограф, 20. дигитални бројач

У таласном методу користе се таласне компоненте напона и струја који се простиру на обе стране у односу на место квара. Класични приступ је фиксирање уређаја на једном крају вода и одређивање момента наилаaska директног фронта таласа.

У ILK методу карактерише емитовање електричних импулса у вод погођен кваром, висока оперативност мерења кроз оцену времена простирања и могућност добијања информација о распону до места квара непосредно у метрима ( $m$ ).

Адаптирани алгоритам ILK заснован на примени микропроцесора омогућава одређивање вредности:

$$U_{iz} = -(I_{ul,ab} + I_{ul,bc})Y_{0,c}^{-1} = -(I_{ul,ab} + I_{ul,bc})Y_{0,c}^{-1}e^{-j\varphi_{0,c}} \quad (1.23)$$

$$\arg K_{ab}(j\omega_1) = \arg Y_{ul,ab}(j\omega_1) - \arg Y_{0,c}(j\omega_1) = \varphi_{ab}(j\omega_1) - \varphi_{0,c}(j\omega_1) \quad (1.24)$$

$$\arg K_{bc}(j\omega_1) = \arg Y_{ul,bc}(j\omega_1) - \arg Y_{0,c}(j\omega_1) = \varphi_{bc}(j\omega_1) - \varphi_{0,c}(j\omega_1) \quad (1.25)$$

Алгоритам се реализује са филтром инверзног редоследа 8 (филтери улаза) и тада отклон параметара компоненти повратне спреге од рачунатих вредности не изазива појаву паразитних разлика напона (дебаланс). Изрази 1.23, 1.24 и 1.25 су одређени касније, у делу текста 1.3 [(1.77), (1.78), (1.79)].

## 1.6. ПРЕГЛЕД МОГУЋИХ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ НАПОНА И СТРУЈА

На сл. 1.7 су приказане компоненте директног, инверзног и нултог редоследа векторским обликом звезда, а троугао напона представља трофазни систем неуравнотежених напона [26], [27].

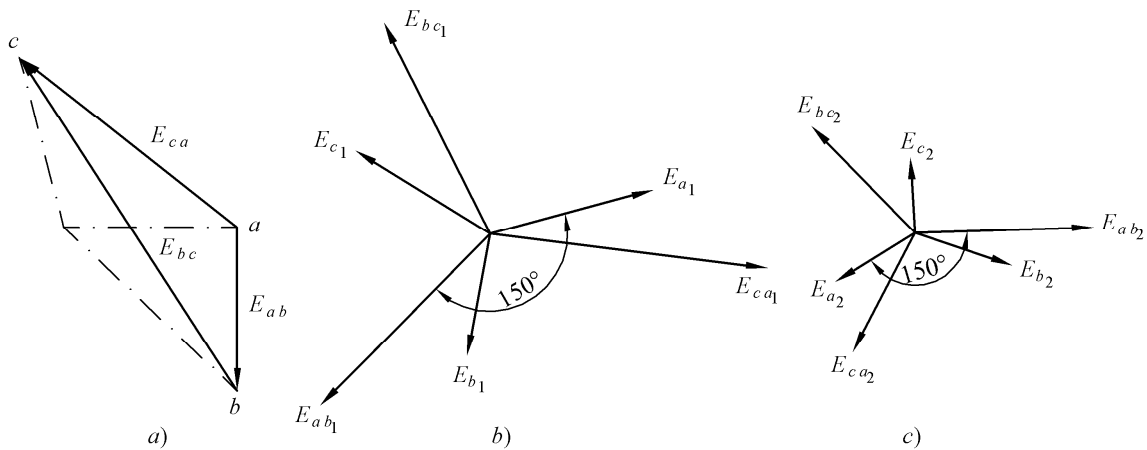
Ако се обележе директна (1) и инверзна (2) компонента напона троугла ( $ab$ ,  $bc$ ,  $ca$ ) тада се могу дефинисати релације које одговарају звезди директне и инверзне компоненте напона ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) респективно (1, 2), а и вредности компоненте напона нултог редоследа (0) из троугла напона су увек једнаке нули. Изрази који одговарају трансформацији и ротацији су:

$$\begin{aligned} E_{a_1} &= \frac{E_{ab_1}}{\sqrt{3}} e^{j120} & E_{ab_1} &= \sqrt{3} E_{a_1} e^{-j150} \\ E_{a_2} &= \frac{E_{ab_2}}{\sqrt{3}} e^{j-150} & E_{ab_2} &= \sqrt{3} E_{a_2} e^{j150} \\ E_{a_0} &= \text{неодређено} & E_{ab} &= 0 \end{aligned} \quad (1.26)$$

Троугао напона се може користити за мерење компоненти директног или инверзног редоследа. Компонента нултог редоследа је тада аутоматски елиминисана чиме је елиминисан и могући нежељени ефекат ове компоненте.

### 1.6.1. Филтер компоненте напона директног редоследа у четворожичном систему

Пројектује се жељени филтер за мерење напона директног редоследа као трофазни четворожични систем. Када је фаза (a) референтна важе релације:



Сл. 1.7. Компонента директног и инверзног редоследа:

- a) неуравнотежени-несиметрични напони,
- b) компоненте директног редоследа,
- c) компоненте инверзног редоследа

$$E_{a_1} = \frac{E_{ab_1}}{\sqrt{3}} e^{j150} = \frac{\sqrt{3}}{9} (E_{ab} + aE_{bc} + a^2 E_{ca}) e^{j150} 2e^{j150} \quad (1.27)$$

$$E_{ab_0} = \frac{E_{ab} + E_{bc} + E_{ca}}{3} = 0 \quad (1.28)$$

Из ове једначине је  $E_{bc} = -E_{ca} - E_{ab}$ , а заменом у претходну добија се:

$$E_{a_1} = \frac{\sqrt{3}}{9} (1-a)E_{ab} + (a^2 - a)E_{ca} e^{j150} \quad (1.29)$$

Вредности:  $1-a = \sqrt{3}e^{-j30}$  и  $a^2 - a = \sqrt{3}e^{-j90}$  и њиховом заменом је:

$$E_{a_1} = \frac{\sqrt{3}}{9} (\sqrt{3}E_{ab}e^{-j30} + \sqrt{3}E_{ca}e^{-j90}) e^{-j150} = \frac{E_{ab}}{3} e^{j120} + \frac{E_{ca}}{3} e^{j0} \quad (1.30)$$

Такође је  $e^{j120} = a$  и  $e^{j0} = -a^2$  и добија се:

$$E_{a_1} = \frac{aE_{ab} - a^2 E_{ca}}{3} = 0 \quad (1.31)$$

Коефицијент  $E_{ab}$ , номинално показује стварну ротацију за  $120^0$ , док  $(-a^2)$  показује реалну ротацију  $E_{ca}$  за  $60^0$ . Разлика углова је  $60^0$ , што значи да би струја у мерном уређају била пропорционална компоненти директног редоследа. Овде постоји компонента сразмерна са  $E_{ab}$  односно компонента која у односу на  $E_{ab}$  касни  $60^0$ ; што је показано на сл. 1.8.а. Мерна струја  $I_m$  је тада сразмена са директним компонентом напона  $E_a$ , али за њом касни за  $120^0$ .

Када је мерна импеданса по вредности безначајна тада се струја може добити према шеми на сл. 1.9.а. На отпорности  $R$  преко напона  $E_{ab}$  односно  $I_T$  добијају се вредности пропорционалне са  $E_{ab}$  које теку кроз мерни уређај, ако теку кроз реактор имају фазни угао  $60^0$  или су једнаке са  $Re^{j0}$ . Преко напона  $E_{ca}$  може се добити струја  $I_x$ , пропорционална са  $E_{ca}$  која фазно касни за  $60^0$ , која затим пролази кроз мерни уређај.

Укупна струја мерног уређаја сразмерна је са компонентом напона нултог редоследа  $E_{a_1}$ . Струја сразмерна са компонентом напона нултог редоследа преко импедансе мерног уређаја, на сл. 1.9.а, сразмерна је са:

$$\begin{aligned} E_{ab} &= I_r (R + Z_m) = I_x Z_m \\ E_{ca} &= I_x (Re^{j0} + Z_m) = I_r Z_m \end{aligned} \quad (1.32)$$

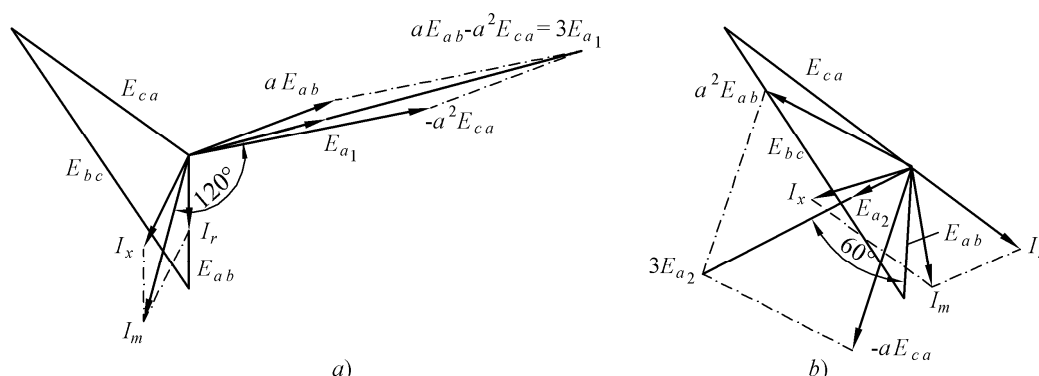
Множењем горње једначине са  $(-a^2)$  и знајући да је  $e^{j60} = -a^2$  добија се:

$$\begin{aligned} aE_{ab} - a^2 E_{ca} &= 3E_{a_1} = \\ &= aI_r R + aI_r Z_m + aI_x Z_m + a^4 I_x R - a^2 I_x Z_m - a^2 I_r Z_m = \\ &= I_r (aR + aZ_m - a^2 Z_m) - I_x (aZ_m + a^4 R - a^2 Z_m) = \\ &= I_r [aR + (a - a^2)Z_m] + I_x [a^4 R + (a - a^2)Z_m] \end{aligned} \quad (1.33)$$

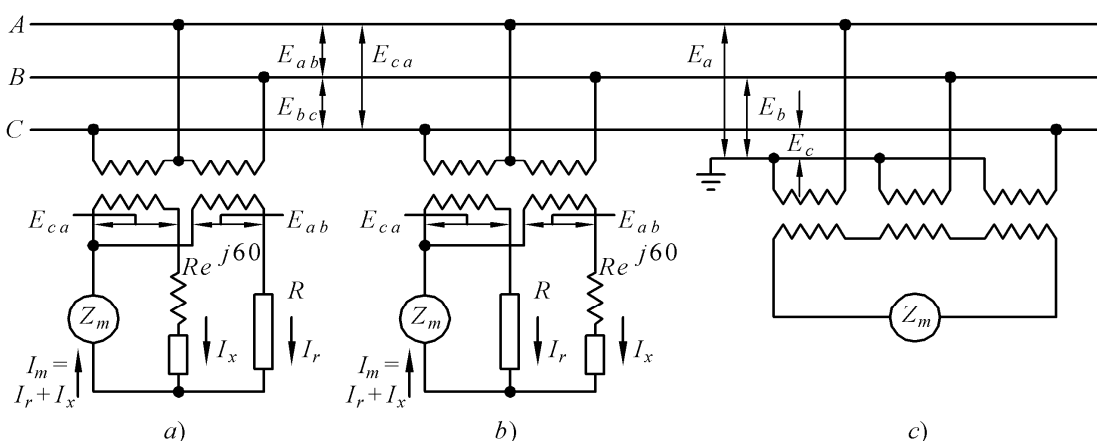
Пошто је  $a^4 = a$ ,

$$3E_{a_1} = (I_r + I_x) [aR + (a - a^2)Z_m] \quad (1.34)$$

$$I_m = I_r + I_x = \frac{3E_{a_1}}{aR + (a - a^2)Z_m} \quad (1.35)$$



Сл. 1.8. Компоненте напона директног а) и инверзног редоследа у односу на фазне напоне б)



Сл. 1.9. Могуће конструкције филтера симетричних компоненти напона: а) директног редоследа, б) инверзног редоследа, ц) нултог редоследа

Сређивањем последње једначине добија се:

$$I_m = \frac{3a^2 E_{a_1}}{R + (1 - a)Z_m} \quad (1.36)$$

Пошто је  $Z_m$  мала и безначајна вредност једначина је:

$$I_m = \frac{3a^2 E_{a_1}}{R} = \frac{3E_{a_1}}{R} e^{-j120} \quad (1.37)$$

Струја кроз мерни уређај касни за  $120^\circ$ . У споју на сл. 1.9.а може се остварити очекивано мерење пошто је  $Z_m$  мала вредност. Пошто на укупну импедансу утиче импеданса волтметра излазна импеданса мора изменити вредност са  $R$  на  $Re^{j60}$ .

Комбиновање импеданси са  $R$  на  $Re^{j60}$  познато је под оригиналним називом симетрисање мреже. Одговарајући филтери са којима се остварује мерење називају се филтери симетрисања. Друге комбинације спојева са импедансама су могуће али изискују додатна решења са којима би се реализовала фазна заостајања за углове  $120^\circ$

односно  $60^\circ$ . На пример на сл. 1.9.а импеданса  $Re^{j60}$  могла би се извести ресистанце  $R$  са капацитивном импедансом  $Re^{-j60}$ . Ова промена, по смеру, може да оствари и промену фазног угла у резултантној струји. Фазни угао  $I_m$  можда треба остварити код, на пример, мерења снаге како је то приказано на сл. 1.9.а.

### 1.6.2. Филтер компоненте напона инверзног редоследа

Компонента напона инверзног редоследа мери се на сличном принципу као компонента напона директног редоследа применом импедансе која је на ред повезана са филтером. На векторском дијаграму, компонента напона инверзног редоследа је представљена смером обртања који је супротан смеру обртања компоненте директног редоследа. Мерна шема и одговарајући поступак су представљени на сл. 1.9.б. У овом случају мере се вредности фазних напона  $E_{ab}$  и  $E_{ca}$ :

$$E_{a_2} = \frac{a^2 E_{ab} - a E_{ca}}{3} \quad (1.38)$$

$$I_m = \frac{-3a^2 E_{a_2}}{R} = \frac{3E_{a_2}}{R} \quad (1.39)$$

Постоји могућност да се шема реализује према сл. 1.9.а.б када је вредност  $Z_m$  безначајна.

### 1.6.3. Филтер напона нултог редоследа

Иако је у многим прелазима са једног дела мреже на други део мреже нулта компонента изостављена понекад се у мерењима и заштити ова компонента користи. По дефиницији, нулта компонента се може добити из једначине:

$$E_0 = \frac{E_a + E_b + E_c}{3} \quad (1.40)$$

Спој према сл. 1.9.ц добија се преко високе вредности отпорности мерењем  $E_a + E_b + E_c$ , што је по вредности једнако са  $3E_0$ .

### 1.6.4. Филтери струјних компоненти

Као и напонски филтери, за добијање једне од компоненти морају се елеминисати остале две компоненте. У трофазном тројичном систему у коме без неутралне тачке или споја са земљом, струја нултог редоследа има вредност  $I$  проблем је некако упрошћен. Математички то значи:

$$I_{a_0} = \frac{I_a + I_b + I_c}{3} \quad (1.41)$$

По дефиницији је:

$$I_{a_1} = \frac{I_a + aI_b + a^2I_c}{3} \quad (1.42)$$

Замењујући  $I_b$  у  $I_{a0}$ :

$$I_{a1} = \frac{1}{3}[(1-a)I_a - (a-a^2)I_c] \quad (1.43)$$

Зна се да је  $1-a = \sqrt{3}e^{-j30}$  и  $a-a^2 = \sqrt{3}e^{j90}$  што значи:

$$I_{a1} = \frac{1}{3}(\sqrt{3}I_a e^{-j30} - \sqrt{3}I_c e^{j90}) \quad (1.44)$$

Множењем предходне једначине са  $j\sqrt{3}$  добија се:

$$I_{a1} = \frac{j\sqrt{3}}{3}(I_a e^{-j120} - I_c) = \frac{j\sqrt{3}}{3}a^2 I_a - I_c \quad (1.45)$$

Ове једначине су суштински сличне са напонским једначинама и такође показују да нема присуства компоненти нултог редоследа, струје директног редоследа преко вредности две фазне струје. На сличан начин струја инверзног редоследа може се такође одредити из две фазне струје. Као и код напонске шеме фазни став се може добити помоћу редно везане импедансе.

У овом случају, струје се добијају преко редне везе са струјним трансформаторима. У случају паралелне везе на ред са импедансом везује се мерни калем.

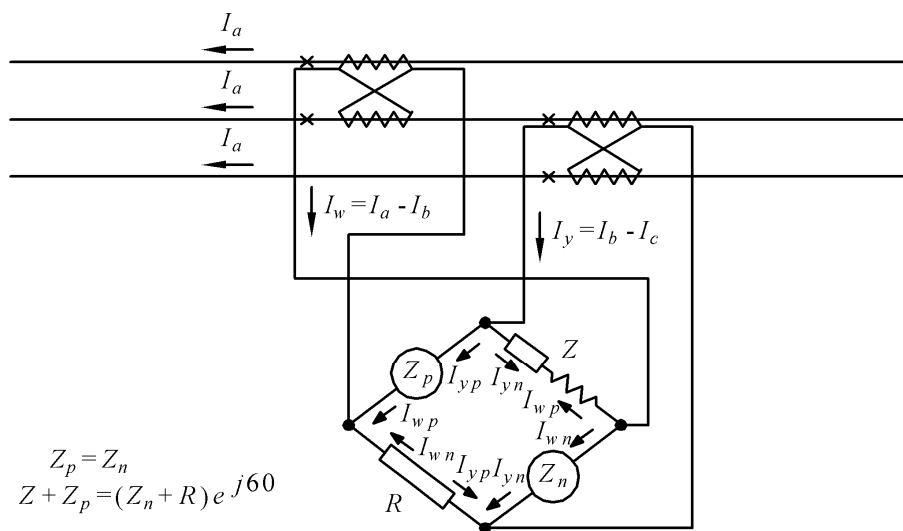
Када је систем изведен са уземљењем преко неутралног проводника, нулта компонента мора да тежи кроз фазне проводнике, што може да има утицај на мерење струје. Због тога се морају поново створити нулте компоненте. Једна од могућих комбинација за добијање и мерење са струјним трансформаторима код којих су повезани супротни крајеви секундара приказана је на сл. 1.10. Из ове слике је:

$$I_w = I_a - I_b \quad (1.46)$$

По дефиницији:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0}; I_b = I_{b1} + I_{b2} + I_{b0}; I_w = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} - I_{b1} + I_{b2} + I_{b0} \quad (1.47)$$

Познато је:  $I_{b1} = a^2 I_{a1}$  и  $I_{b2} = a I_{a2}$  и  $I_{b0} = I_{a0}$



Сл. 1.10. Могуће конструкције струјног филтера симетричних компоненти

Пошто је:

$$\begin{aligned} I_w &= I_{a_1} + I_{a_2} + I_{a_0} - a^2 I_{a_1} - a I_{a_2} - I_{a_0} = (1 - a^2) I_{a_1} + (1 - a) I_{a_2} = \\ &= \sqrt{3} (I_{a_1} e^{j30} + a I_{a_2} e^{-j30}) \end{aligned} \quad (1.48)$$

На сличан начин добија се:

$$I_y = \sqrt{3} (a^2 I_{a_1} e^{j30} + a I_{a_2} e^{-j30}) \quad (1.49)$$

Из ових једначина струјне компоненте директног и инверзног редоследа  $I_w$  и  $I_y$  су директно пропорционалне са одговарајућим компонентама  $I_a$  и  $I_b$ :

$$I_{w_1} = \sqrt{3} I_{a_1} e^{-j30} \quad (1.50)$$

$$I_{w_2} = \sqrt{3} I_{a_2} e^{-j30} \quad (1.51)$$

Нулта компонента струје је елиминисана укрштеним спојем струјних трансформатора:

$$I_{w_0} = \frac{I_w + I_y + I_z}{3} = 0 \quad (1.52)$$

Тада је:

$$I_z = I_c - I_a = -I_w - I_y \quad (1.53)$$

По дефиницији:

$$I_{w_1} = \frac{1}{3} (I_w + a I_y + a^2 I_z) \quad (1.54)$$

Заменом:

$$I_{w_1} = \frac{1}{3} (I_w + a I_y + a^2 I_z) = \frac{1}{3} (1 - a^2) I_w + (a - a^2) I_y = \frac{1}{3} (\sqrt{3} I_w e^{j30} + \sqrt{3} I_y e^{j90})$$

и множењем са  $e^{j60}$ :

$$I_{w_1} = e^{j60} \left( \frac{\sqrt{3}}{3} I_w e^{-j30} + \frac{\sqrt{3}}{3} I_y e^{j30} \right) \quad (1.55)$$

Из претходних једначина је:

$$I_{a_1} = \frac{I_{w_1}}{\sqrt{3} e^{j30}} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{w_1} e^{-j30} \quad (1.56)$$

Заменом се добија:

$$I_{a_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j30} \left( \frac{\sqrt{3}}{3} I_w e^{-j30} + \frac{\sqrt{3}}{3} I_y e^{j30} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{j30} \left( \frac{I_w}{\sqrt{3}} e^{-j30} + \frac{I_y}{\sqrt{3}} e^{j30} \right) \quad (1.57)$$

Одговарајућим сређивањем је:

$$I_a = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j30} \left( \frac{I_w}{\sqrt{3}} e^{j30} + \frac{I_y}{\sqrt{3}} e^{-j30} \right) \quad (1.58)$$

Једначина показује да је струја пропорционална струји директног редоследа која се добија и преко дела  $I_w$ , који касни од  $I_w$  за  $30^0$  и аналогно  $I_y$  који од дела  $I_y$  касни за  $30^0$  у стварном мерном уређају. Струја сразмерна струји негативног редоследа може се добити проласком струје кроз мерни уређај ако садржи делове:  $I_w$  са кашњењем  $30^0$  и аналогно део  $I_y$  са фазним ставом  $30^0$ .  $I_w$  и  $I_y$  морају бити подељени на потребне



компоненте помоћу две импедансе истих модула али по фазном ставу различитих  $60^\circ$ , повезаних паралелно. Одвојени филтери могу се добити помоћу струја које су сразмерне струјама директног и инверзног редоследа или симултаним мерењем делова обе струје. Могући филтер за добијање симетричних компоненти струја из електричне мреже је приказан на сл. 1.9. Он се пројектује под условом да импедансе задовоље следећу релацију (која одговара шеми моста):

$$Z_p = Z_n \text{ и } Z + Z_p = (Z_n + R)e^{j60} \quad (1.59)$$

Стварна струја  $I_w$  пролази кроз филтер дели се на два дела  $I_{wn}$  и  $I_{wx}$  једнака по модулу али са фазним ставом  $60^\circ$ .  $I_{wn}$  заостаје за  $I_w$  за  $30^\circ$  а  $I_{wx}$  касни од  $I_w$  за  $30^\circ$ . Аналогно томе струја  $I_y$  дели се у два дела и  $I_{yn}$  једнака по вредности али различита по фази за  $60^\circ$ .  $I_{yn}$  касни  $I_y$  за  $30^\circ$  и  $I_{yp}$  заостаје од  $I_y$  за  $30^\circ$ . Стварна струја која пролази  $Z_p$  је  $I_{wp} + I_{yp} = I_p$ . Тада је:

$$I_{wp} = \frac{I_w}{\sqrt{3}} e^{-j30} \text{ и } I_{yp} = \frac{I_y}{\sqrt{3}} e^{j30}$$

$$I_p = \frac{I_{a1}}{\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j30}} = \sqrt{3} I_{a1} e^{-j30} \quad (1.60)$$

Стварна струја кроз  $Z_n$  је  $I_{wn} + I_{yn} = I_n$ . Из претходних једначина је:

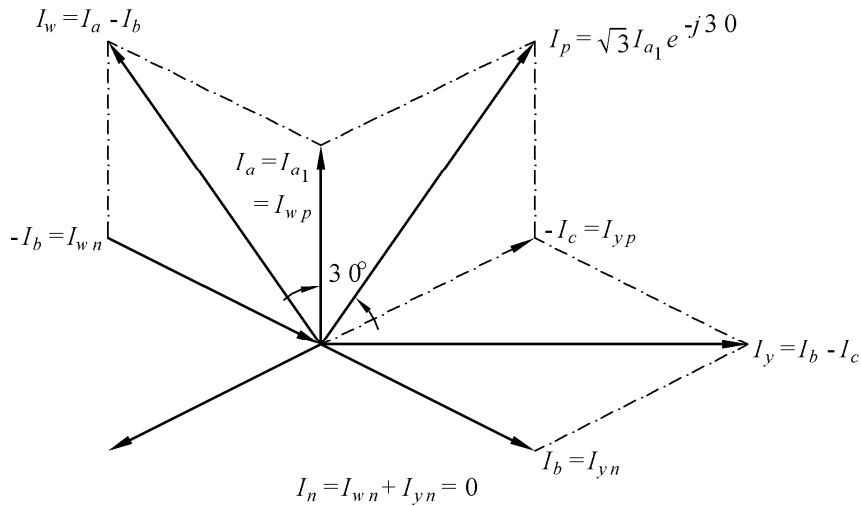
$$I_{wn} = \frac{I_w}{\sqrt{3}} e^{j30} \text{ и } I_{yn} = \frac{I_y}{\sqrt{3}} e^{-j30} \quad (1.61)$$

Тада је:

$$I_n = \frac{I_{a2}}{\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j30}} = \sqrt{3} I_{a2} e^{j30} \quad (1.62)$$

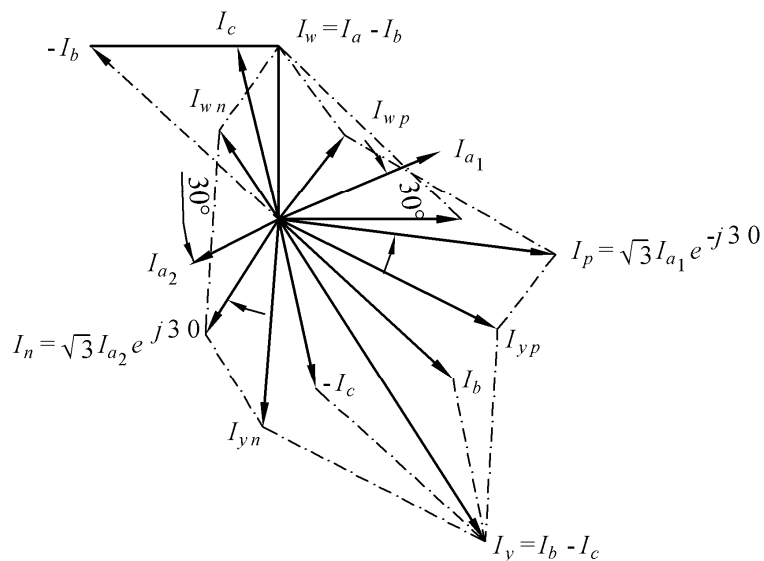
Према сл. 1.11, на којој је векторски дијаграм стварних струја у филтеру, а линијске струје су уравнотежене, стварне струје директног редоследа мерног калема ( $I_{wp}$  и  $I_{yp}$ ) сабирају се са струјом  $I_p$  која је за  $\sqrt{3}$  пута већа од струја директног редоследа са фазним ставом  $30^\circ$ . Стварне струје инверзног редоследа у мерном калему ( $I_{wn}$  и  $I_{yn}$ ) су једнаке и супротних смерова и међусобно се поништавају. За уравнотежење било би потребно да струје нултог редоследа буду једнаке нули.

Разматрањем сл. 1.11 чији је векторски дијаграм струја исти као дијаграм струја у филтеру али са уравнотеженим фазним струјама, виде се и струје директног редоследа које су мерењем повећане за  $\sqrt{3}$  пута и чији је фазни став у односу на струју директног редоследа  $30^\circ$ . Стварна струја је једнака струји негативног редоследа која се мери, различита је од нуле и биће такође за  $\sqrt{3}$  пута већа од струје инверзног редоследа а за њом фазно касни за  $30^\circ$ .



Сл. 1.11. Струјни филтер за уравнотежење струјних компоненти

Филтер са сл. 1.12 може да створи услове симетрије или неравнотеже, па су струје сразмерне струјама директног или инверзног редоследа и морају имати систем који их ствара-побуђује.



Сл. 1.12. Филтер несиметричних струјних компоненти

## 1.7. АКТИВНИ ФИЛТЕРИ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ

У претходном делу наглашена је потреба за коришћењем шантова, предотпорника и мерних трансформатора за мерење електричних вредности једносмерног и наизменичног напона и струја. У једнофазним системима наизменичних струја и напона без обзира на временски облик (простопериодични или са садржајем виших хармоника) поступци мерења се свде на утврђиване вредности посредством неких од описаних мерних инструмената.

Трофазни филтери су спој три идентична филтера са једнофазним излазом (или два једнофазна филтера и суматора). Комбиноване филтере (нпр. директног и

инверзног редоследа) могуће је направити као одвојене филтере директног и инверзног редоследа и суматора, да би се обезбедила независна регулација коефицијента преноса филтера у широком опсегу.

Овде је анализа ограничена на једну варијанту филтера симетричних компоненти и филтера напона инверзног редоследа, а резултати анализе у мери у којој је то било оствариво примењени су за анализу рада филтера напона директног редоследа, филтера струје директног и инверзног редоследа и од њих реализованим трофазним и комбинованим филтерима.

Режими рада релејних комбинација, који су блиски празном ходу суштински упрошћују анализу и повећање тачности оцене фреквентних карактеристика филтера. Промена вредности оптерећења у широком опсегу не утиче на карактеристике активних филтера симетричних компоненти и зато сваком филтеру одговарају само две фреквентне карактеристике, одређене при промени фреквенције улазних напона директног и инверзног редоследа у режиму празног хода.

Ако се излазни напон мерног система представи као линеарна комбинација напона директног  $U_1$ , инверзног  $U_2$  и нултог редоследа  $U_0$ :

$$\bar{U}_{iz} = \bar{k}_1 \bar{U}_1 + \bar{k}_2 \bar{U}_2 + \bar{k}_0 \bar{U}_0 \quad (1.63)$$

$\bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{k}_0$  – су комплексни коефицијенти трансформације а за добијање филтера инверзног редоследа мора се испунити услов  $\bar{k}_1 = 0, \bar{k}_0 = 0$ .

За добијање филтера директног редоследа услов је:  $\bar{k}_2 = 0, \bar{k}_0 = 0$ .

За добијање филтера нултог редоследа услов је:  $\bar{k}_1 = 0, \bar{k}_2 = 0$ .

У мерној техници се углавном поштује услов  $\bar{k}_0 = 0$ , а филтери директног и инверзног редоследа су остваривани тако што су се на улазе филтера доводиле само линијске вредности напона (или разлике фазних струја) које нису садржале компоненте нултог редоследа. За добијање филтера директног или инверзног редоследа довољно је да се обезбеди:  $\bar{k}_2 = 0, \bar{k}_1 \neq 0, \bar{k}_0 = 0$ .

Основна карактеристика пасивних филтера симетричних компоненти су комплексне вредности коефицијената,  $k_1, k_2, k_0$  и излазних импеданси филтера. Изрази за коефицијенте преноса напонских филтера, који се одређују при отвореним излазним крајевима, названи су релацијама празног хода; изрази за коефицијенте преноса струјних филтера се одређују при краткоспојеним излазним крајевима и названи су релацијама кратког споја. Коефицијент преноса се означава са  $(m)$  (на пример за филтер напона инверзног редоследа  $m_{ph} = U_{iz} / U_2$ ) [28]. Вредност  $(m)$  пасивног филтера зависи од тога како је филтер реализован.

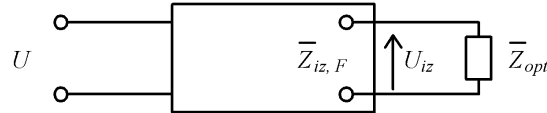
Пасивни филтери директног и инверзног редоследа раде, по правилу, у режимима који су усаглашени са вредношћу оптерећења ( $\bar{Z}_{opt} = \bar{Z}_{iz.filtra}$ ), сл. 1.13.

Ако је овај услов испуњен излазна снага филтера  $S_{iz.filtra}$  зависи од разлике аргумената импедансе оптерећења и излазне импедансе филтера:  $\bar{Z}_{opt} = \left| \bar{Z}_{opt} \right| \left| \gamma_{opt} \right|$ ;  $\bar{Z}_{iz.f} = \left| \bar{Z}_{iz.f} \right| \left| \gamma_{iz.f} \right|$ ; тј. од разлике  $\left| \gamma_{iz.f} - \gamma_{opt} \right|$ . Излазна снага напонског филтера, према шеми на сл. 1.13 се одређује по изразу:

$$S_{izu} = U_{iz.p.h.}^2 \frac{Z_{opt}}{|Z_{iz.u} + Z_{opt}|^2} = \frac{U_{iz.p.h.}}{2Z_{iz.u} [1 + \cos(\gamma_{iz.f} - \gamma_{opt})]} \quad (1.64)$$

где је:

$U_{iz.p.h.}^2$  – напон на излазу филтера у режиму празног хода.



Сл. 1.13. Шема напонског филтера

Изразна снага филтера струје је:

$$S_{iz.I} = I_{iz.k.s.}^2 \frac{Z_{iz.k.s.} \cdot Z_{opt}}{|Z_{iz.I} + Z_{opt}|^2} = \frac{I_{iz.k.s.}^2 \cdot Z_{iz.I}}{2[1 + \cos(\gamma_{iz.f} - \gamma_{opt})]} \quad (1.65)$$

Повећање снаге на оптерећењу, остварено смањењем снаге излазне импедансе напонског филтера  $Z_{iz.U}$  или повећањем импедансе филтера струје  $Z_{iz.I}$  доводи до повећања снаге потребне филтеру. Снага се узима од мерних трансформатора (струје/напона) чиме се увећавају димензије мерног система.

Филтери инверзног редоследа добијају снагу од примарних струјних и напонских трансформатора и када постоји и када не постоји компонента инверзног редоследа у улазним електричним величинама. Међутим, обично се респектује снага потребна само у нормалном режиму, тј. када се на филтер доведу само електричне вредности директног редоследа. Пошто у оваквом режиму напона (или струја) на оптерећењу не би требало да буде снага потребна филтеру инверзног редоследа; она не би требала да зависи од параметара оптерећења. Однос максималне излазне снаге  $S_{iz}$  при усаглашавању оптерећења и неке од вредности инверзног редоследа (напона  $U_2$  или струје  $I_2$ ) и пуне снаге  $S_{pot}$  и активне снаге  $P_{pot}$  филтера у случају вредности напона  $U_1 = U_2$  ( $I_1 = I_2$ ) директног редоследа,  $(\alpha) = S_{iz} / S_{pot}$ ,  $\beta = S_{iz} / P_{pot}$ , карактерише тип пасивног филтера [28]. Показатељи  $(\alpha)$  и  $(\beta)$  се називају енергетским факторима филтера и користе се при избору типа филтера. Ако ови енергетски фактори имају веће вредности филтер је бољи.

Филтери инверзног редоследа реализовани су по услову да при деловању трофазног система електричне вредности директног редоследа буду једнаке нули. У реалним условима на излазу филтера ће се појавити нека напонска сметња условљена отклоном параметара елемената филтера од пројектованих вредности под утицајем различитих променљивих фактора.

Присуство напонске сметње на излазу филтера у нормалном режиму доводи до нежељених показивања мерних чланова и снижења осетљивости при неким од контролисаних режима електричних мрежа (на пример кратких спојева).

Зато се при реализацији филтера симетричних компоненти предузимају неке од мера за снижење напона неравнотеже. Као карактеристика нивоа сметњи на излазу филтера инверзног редоследа користи се информатички показатељ квалитета филтера [28]:

$$\gamma_h = \frac{\Delta U_{ner.x}}{m U_{1n}} \cdot \frac{h}{\Delta h} = \frac{U_{2ner}}{\Delta h} \cdot \frac{h}{U_{1n}} \quad (1.66)$$

где је:

$\Delta U_{ner.x}$  – напон неравнотеже на излазу филтера,

$U_{2ner}$  – примарни напон неравнотеже-напон инверзног редоследа на улазу филтера, који би да изазове његовом излазу напон,

$$\Delta U_{ner.x} = m \cdot U_{2ner}$$

$U_{1n}$  – називни напон директног редоследа на улазу филтера,

$\Delta h$  – довољно мало одступање произвољне величине (параметра елемената) од величине вредности ( $h$ ).

При конструисању различитих типова филтера доста се често користи показатељ ( $\gamma_f$ ), који карактерише дебаланс изазван одступањем фреквенције од номиналне вредности у оквиру неког задатог фреквентног опсега:

$$\gamma_f = \frac{dU_{ner.x}}{df} \cdot \frac{f_n}{n \cdot U_{1n}} \quad (1.67)$$

Што је мања вредност  $\gamma_f$ , тим је бољи филтер.

При коришћењу филтера симетричних компоненти у мерним системима који треба да делују брже, важно је и време успостављања односно време прораде филтерског уређаја.

У том случају важна је такође инерција и фреквентна карактеристика филтера симетричних компоненти. Анализа инерције у деловању различитих филтера симетричних компоненти изводи се на класичан начин, кроз анализу корена карактеристичне једначине.

Филтери симетричних компоненти су такође врло осетљиви на утицаје виших хармоника којих има и у нормалним режимима рада електричних мрежа. Оцена о степену утицаја виших хармоника на рад мерних чланова, који су прикључени на излаз филтера може се дати на основу анализе фреквентних карактеристика, које су по дефиницији зависности напона (струја) на излазу филтера од фреквенција улазних напона (струја) коју образују системи директног или инверзног редоследа.

За сваки филтер директног и инверзног редоследа могу се установити две фамилије фреквентних карактеристика које одговарају различитим вредностима имитанси (импеданси/адмитанси) оптерећења (мерних чланова), уколико фреквентне карактеристике пасивних филтера симетричних компоненти и прелазни процеси у њима, зависе од импеданси оптерећења.

Анализе показују да се фреквентне карактеристике филтера напона и струја инверзног редоследа (при дефинисаном односу излазне импедансе филтера и импедансе оптерећења мерног члана) одређене групе филтера могу да поднесу утицаје промене фреквенција улазног сигнала.

Анализом фреквентних карактеристика  $RC$  – филтера напона инверзног редоследа, [28], показано је да дозвољена дисхармоничност (несинусоидалност) криве напона може да значајно утиче на рад мерног члана спрегнутог са филтером.

### 1.7.1. Структуре филтера симетричних компоненти

Због особености структура филтера са интегралним операционим појачавачима један део показатеља пасивних филтера симетричних компоненти губи своје вредности. Зато мале снаге струјних и напонских трансформатора и режими рада елемената који су блиски празном ходу немају суштински утицај на избор енергетских показатеља  $\alpha, \beta$  филтера директног и инверзног редоследа.

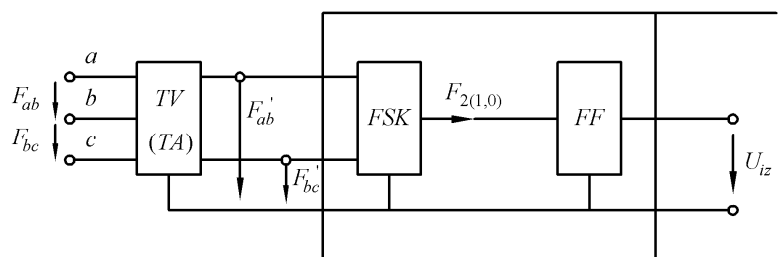
Основни параметри пасивних филтера симетричних компоненти су енергетски  $\alpha, \beta$  и информатички  $\gamma_h, \gamma_f, \lambda$ . Недостаци филтера су: потреба за великом снагом коју морају да дају мерни трансформатори струја и напона, зависност свих радних карактеристика од вредности сопствених импеданси филтера и оптерећења (мерног дела) и велики утицај виших хармоника улазних сигнала.

Примена активних компоненти је омогућила конструкцију филтера симетричних компоненти са мањом потребном снагом из мерних трансформатора са карактеристикама које практично не зависе од промена на импеданси (мерног дела).

Развој микроелектронике и њена примена у мерењу, заштити и надзорном управљању показује да је могућа синтеза активних филтера симетричних компоненти. Активни филтери праве се спајањем различитих савремених активних компоненти како показује шема на сл. 1.14 [29].

Мерни трансформатори галвански одвајају улазне сигнале и омогућавају њихово подешавање. Фреквентни филтер може бити са посебном активном компонентом или у облику заједничког система фреквентног филтера и филтера симетричних компоненти како је предложено у овом делу.

Развијен је следећи поступак, а структурна шема дата је на сл. 1.14.



Сл. 1.14. Идејна шема активног филтера симетричних компоненти  
*FSK* – филтер симетричних компоненти, *TV(TA)* – мерни трансформатори напона (струја), *FF* – фреквентни филтер

Ако се на улаз филтера напона инверзног редоследа доведе основни хармоник електричне мреже ( $f = 50 \text{ Hz}$ ) излазни напон филтера са једнофазним излазом је:

$$\bar{U}_{iz} = K_{nu} \left[ \bar{U}_{ab} K_{ab} e^{j\gamma} + \bar{U}_{bc} K_{bc} e^{j(\gamma - \pi/3)} \right] \quad (1.68)$$

где су:

$K_{ab} e^{j\gamma}$ ,  $K_{bc} e^{j(\gamma - \pi/3)}$  – комплексни коефицијенти преноса филтерског кола ако је сигнал са индустријском фреквенцијом,

$\bar{U}_{ab}$ ,  $\bar{U}_{bc}$  – линијски напони доведени на улаз претварача напона.

Преласком на операторску форму представљања излазног напона филтера, комплексни коефицијенти  $K_{ab}$  и  $K_{bc}$  постају преносне функције чији ред и вредности утичу на фреквентне карактеристике, напон неуједначености и карактер и трајање сопствених прелазних процеса у филтеру [24]. За излазни напон релација је:

$$U_{iz}(p) = K_{nu} [U_{ab}(p)K_{ab}(p) + U_{bc}(p)K_{bc}(p)] \quad (1.69)$$

Тада су  $K_{ab}(p)$  и  $K_{bc}(p)$  – преносне функције филтера представљене односом полинома степена ( $m$ ) и полинома степена ( $n$ ) ( $m \leq n$ ):

$$K_{ab}(p) = P_{ab}(p) / Q_{ab}(p) \quad (1.70)$$

$$K_{bc}(p) = P_{bc}(p) / Q_{bc}(p) \quad (1.71)$$

Основни подаци при избору преносних функција зависе од односа модула и аргумената коефицијената преноса  $K_{ab}$  и  $K_{bc}$  код сигнала директног редоследа ( $I-d$ ), под условом да је излазни напон филтера инверзног редоследа у случају наиласка сигнала директног редоследа једнак нули:

$$\begin{aligned} |K_{ab}(j\omega_l)| &= K_{ab,l} = 1; & |K_{bc}(j\omega_l)| \cdot K_{bc} &= 1 \\ \arg K_{ab}(j\omega_l) - \arg K_{bc}(j\omega_l) &= \pi / 3 \end{aligned} \quad (1.72)$$

Анализом филтера напона инверзног редоследа првог и другог реда:

1. за филтер првог реда

$$U_{iz}(p) = K_{nu} \left[ U_{ab}(p) \frac{K_{01}(pT_1 + 1)}{pT_{ab} + 1} + U_{bc}(p) \frac{K_{02}(pT_2 + 1)}{pT_{bc} + 1} \right] \quad (1.73)$$

2. за филтер другог реда

$$U_{iz}(p) = K_{nu} \left[ U_{ab}(p) \frac{K_{01}(pT_1 + 1)}{a_2 p^2 + a_1 p + 1} + U_{bc}(p) \frac{K_{02}(pT_2 + 1)}{b_2 p^2 + b_1 p + 1} \right] \quad (1.74)$$

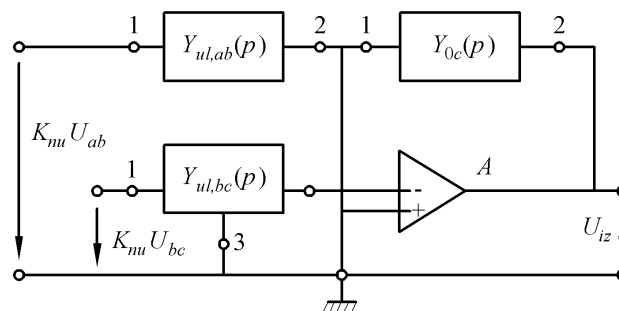
Када је остварен услов (1.72) могу се слободно изабрати преостали коефицијенти код филтера првог реда и пет коефицијената код филтера другог реда.

Пројектована шема за реализацију мора да спречи појаву паразитних напона чему одговарају структуре филтера првог и другог реда [24].

Фазно инверзне компоненте ( $FIK$ ) и суматор реализовани су компонентама операционих појачивача, а сабирањем сигнала на улазу (сл. 1.15) има се:

$$K_{ab}(p) = -Y_{ul,ab}(p) / Y_{0,c}(p) \quad (1.75)$$

$$K_{bc}(p) = -Y_{ul,bc}(p) / Y_{0,c}(p) \quad (1.76)$$



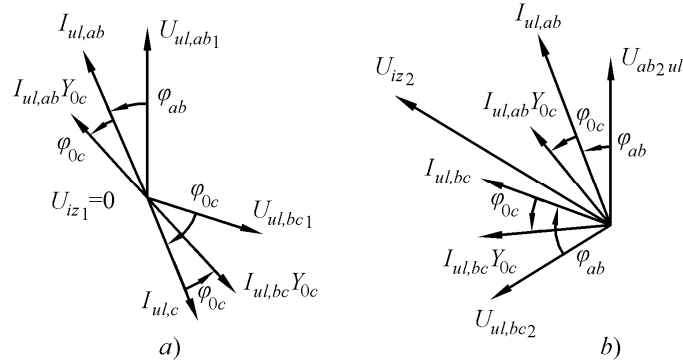
Сл. 1.15. Шема филтера инверзног редоследа са једним операционим појачивачем

За конструкцију дијаграма сл. 1.16 коришћени су односи:

$$I_{ul,ab} = U_{ul,ab} Y_{ul,ab} = U_{ul,ab} Y_{ul,ab} e^{j\varphi_{ab}} \quad (1.77)$$

$$I_{ul,bc} = U_{ul,bc} Y_{ul,bc} = U_{ul,bc} Y_{ul,bc} e^{j\varphi_{bc}} \quad (1.78)$$

$$U_{iz} = -(I_{ul,ab} + I_{ul,bc}) Y_{0,c}^{-1} = -(I_{ul,ab} + I_{ul,bc}) Y_{0,c}^{-1} e^{-j\varphi_{0,c}} \quad (1.79)$$



Сл. 1.16. Векторски дијаграм напона и струја активног филтера напона инверзног редоследа

$$\arg K_{ab}(j\omega_1) = \arg Y_{ul,ab}(j\omega_1) - \arg Y_{0,c}(j\omega_1) = \varphi_{ab}(j\omega_1) - \varphi_{0,c}(j\omega_1) \quad (1.80)$$

$$\arg K_{bc}(j\omega_1) = \arg Y_{ul,bc}(j\omega_1) - \arg Y_{0,c}(j\omega_1) = \varphi_{bc}(j\omega_1) - \varphi_{0,c}(j\omega_1)$$

Са овако конструисаним филтерима инверзног редоследа отклон параметара компоненти повратне спреге од израчунатих вредности не изазива појаву паразитних разлика напона (дебаланс).

Међутим, због овог дебаланса, који настаје, због, на пример, отклона параметара улазног кола он се може променити услед промене карактеристика кола повратне спреге (ако параметри повратне спреге одступе од израчунатих вредности).

Ако преносне функције  $K_{ab}(p)$  и  $K_{bc}(p)$  филтера симетричних компоненти имају једнаке половине или нуле, смањење напона дебаланса, могу се реализовати са операционим појачивачем у повратној спреси.

### 1.7.2. Алгоритам симетричних компоненти добијен у поступку превођења тренутних вредности фазних вредности у комплексне величине трофазних мрежа

Основа за примену дигиталних мерних елемената је алгоритам за израчунавање симетричних компоненти добијен у поступку превођења тренутних вредности фазних вредности у комплексне величине трофазних мрежа [30]. После добијања дигиталне форме симетричних компоненти није тешко остварити дигитални мерни елемент са једном величином (струја или напон) или са двама вредностима (смер снаге, импеданса,...).

Пошто су  $U_A(t)$ ,  $U_B(t)$ ,  $U_C(t)$  фазне простопериодичне вредности напона трофазне мреже, могу се превести у низ бројева  $u(n,t)$ , који настају у времену



$t = nt$  ( $-\infty < n < \infty$ ),  $n$  – цео број са прелазом дискретизације  $T$ , при чему је  $f = 50$  Hz основна фреквенција мреже па вреде односи  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $T = 2\pi / \omega_0$ ,  $N$  – изабран број за периоду основне фреквенције. У том случају важи у временском тренутку ( $nT$ ):

$$\begin{aligned} U_{A,n} &= U_A(nT) \Leftrightarrow U_A(t) \\ U_{B,n} &= U_B(nT) \Leftrightarrow U_B(t) \\ U_{C,n} &= U_C(nT) \Leftrightarrow U_C(t) \end{aligned} \quad (1.81)$$

док у тренутку времена ( $nT - mT$ ):

$$\begin{aligned} U_{A,n-m} &= U_A(nT - mT) \\ U_{B,n-m} &= U_B(nT - mT) \\ U_{C,n-m} &= U_C(nT - mT) \end{aligned} \quad (1.82)$$

Синусоидна вредност  $U \sin(\omega_0 t + \varphi)$  се може изразити са ( $m$ ) циклуса:

$$U(n, T) = \frac{1}{\sin \omega_0 m T} [u(nT) e^{j\omega_0 m T} - u(nT - mT)] = U_x(nT) + jU_y(nT) \quad (1.83)$$

а вектори  $\bar{U}_{A,n} = \bar{U}_A(n, T)$ ,  $\bar{U}_{B,n} = \bar{U}_B(n, T)$ ,  $\bar{U}_{C,n} = \bar{U}_C(n, T)$  на основу алгоритма  $U(n, T)$  и сви синусоидни сигнали су једнаки при:

$$\begin{aligned} U_{A,n} &= \frac{U_{A,n} e^{j\beta} - U_{A,n-m}}{\sin \beta} \\ U_{B,n} &= \frac{U_{B,n} e^{j\beta} - U_{B,n-m}}{\sin \beta} \\ U_{C,n} &= \frac{U_{C,n} e^{j\beta} - U_{C,n-m}}{\sin \beta} \end{aligned} \quad (1.84)$$

Обртање фазних вредности  $\bar{U}_{A,n}$ ;  $\bar{U}_{B,n}$ ;  $\bar{U}_{C,n}$  за угао  $\gamma = \pm \frac{2}{3} \pi$  одвија се кроз

множење са оператором  $a = e^{j\frac{2}{3}\pi}$  и  $a^2 = e^{j\frac{4}{3}\pi}$ . Коректно да се израз (1.83) у случају када је променљива ( $n - d$ ) уместо ( $n$ ) напише у облику [ $\gamma = d\omega_0 T$ ],  $\beta = m\omega_0 T$ :

$$\bar{U}(n, T) = e^{j\gamma} = \frac{1}{\sin \beta} [u(nT - dT) e^{j\beta} - u(nT - mT) dT] \quad (1.85)$$

Релације (1.83) и (1.85) уз чињеницу да се број помераја ( $d$ ) бира тако да је  $\gamma = \frac{2}{3} \pi = d\omega_0 T$ , следи  $d = \frac{2}{3} \frac{\pi}{\omega_0 T} = \frac{N}{3}$ . На тај начин је:

$$a \bar{U}_{A,n} = \frac{U_{A,n-d} e^{j\beta} - U_{A,n-d-m}}{\sin \beta} \quad (1.86)$$

$$U_{A,n-d} = U_A(nT - dT) \quad (1.87)$$

$$a^2 \bar{U}_{A,n} = \frac{U_{A,n-2d} e^{j\beta} - U_{A,n-2d-m}}{\sin \beta} \quad (1.88)$$

$$U_{A,n-d-m} = U_A(nT - dT - mT) \quad (1.89)$$

а симетричне компоненте  $U_{1A}$ ,  $U_{2A}$ ,  $U_{3A}$ , на основу изабраних тренутних вредности фазних величина при  $\beta = m\omega_0 T$  су:

$$U_{1A,n} = \frac{1}{3} [U_{A,n} + aU_{B,n} + a^2U_{C,n}] = \frac{1}{3 \sin \beta} [e^{j\beta} (U_{A,n} + U_{B,n-d} + U_{C,n-2d}) - (U_{A,n-m} + U_{B,n-d-m} + U_{C,n-2d-m})] \quad (1.90)$$

$$U_{2B,n} = \frac{1}{3} [U_{A,n} + a^2U_{B,n} + aU_{C,n}] = \frac{1}{3 \sin \beta} [e^{j\beta} (U_{A,n} + U_{B,n-2d} + U_{C,n-d}) - (U_{A,n-m} + U_{B,n-2d-m} + U_{C,n-d-m})] \quad (1.91)$$

$$U_{0,n} = \frac{1}{3} [U_{A,n} + U_{B,n} + U_{C,n}] = \frac{1}{3 \sin \beta} [e^{j\beta} (U_{A,n} + U_{B,n} + U_{C,n}) - (U_{A,n-m} + U_{B,n-m} + U_{C,n-m})] \quad (1.92)$$

Релације (1.92) омогућавају да у општем случају произвољног броја циклуса дискретизације  $T$  између низа изабраних вредности свака од величина у трофазној електричној мрежи добије у дигитализованом облику своју симетричну компоненту. На најједноставнијем случају, када је  $m=1$  (операција са суседним детектованим сигнаlima без пропуштања сигнала) и за  $N=12$  има се  $\beta = \omega_0 m T = \pi/6$ ;  $d=4$ . Решавањем (1.92) добија се:

$$U_{1A,n} = \frac{1}{3} [(\sqrt{3} + j)(U_{A,n} + U_{B,n-4} + U_{C,n-8}) - 2(U_{A,n-1} + U_{B,n-5} + U_{C,n-9})] \quad (1.93)$$

$$U_{2A,n} = \frac{1}{3} [(\sqrt{3} + j)(U_{A,n} + U_{B,n-8} + U_{C,n-4}) - 2(U_{A,n-1} + U_{B,n-9} + U_{C,n-5})] \quad (1.94)$$

$$U_{0,n} = \frac{1}{3} [(\sqrt{3} + j)(U_{A,n} + U_{B,n} + U_{C,n}) - 2(U_{A,n-1} + U_{B,n-1} + U_{C,n-1})] \quad (1.95)$$

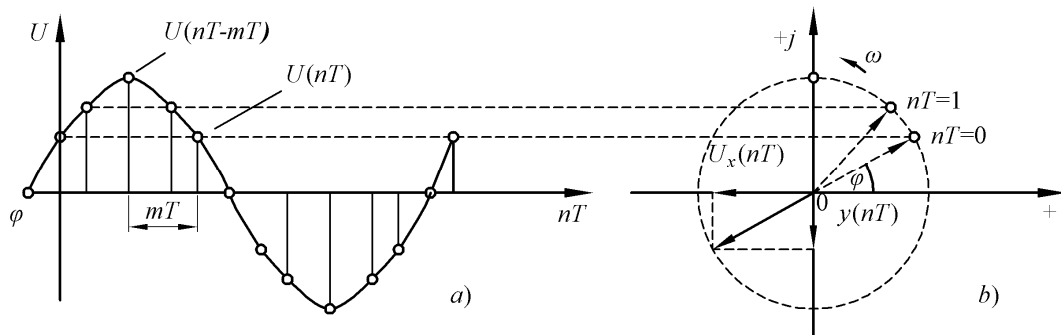
У случају потребе је могуће за израчунавање симетричних компоненти користити линеарне вредности и комбинацију линеарних и фазних вредности и применити следећи поступак за добијање једног од низа алгоритма којим се израчунавају инверзне компоненте кроз детектовање линеарних вредности  $U_{AB}(t)$  и  $U_{BC}(t)$ . Све вредности детектоване су кроз филтер у облику  $U_{AB}(t) = U_{RS}(t)$ ;  $U_{BC}(t) = U_{ST}(t)$  а то је најједноставнији принцип добијања инверзне компоненте) [31].

У том случају ( $\bar{U}_{2k}$ ) односно  $U_{2A} = \frac{1}{3} (\bar{U}_{AB} - u \cdot \bar{U}_{BC})$  и коришћењем (1.83) и (1.85) има се:

$$\underline{U}_{2A,n} = \frac{1}{3} \left[ \frac{U_{AB,n} e^{j\beta} - U_{AB,n-m}}{\sin \beta} - \frac{U_{BC,n-d} e^{j\beta} - U_{BC,n-d-m}}{\sin \beta} \right] \quad (1.96)$$

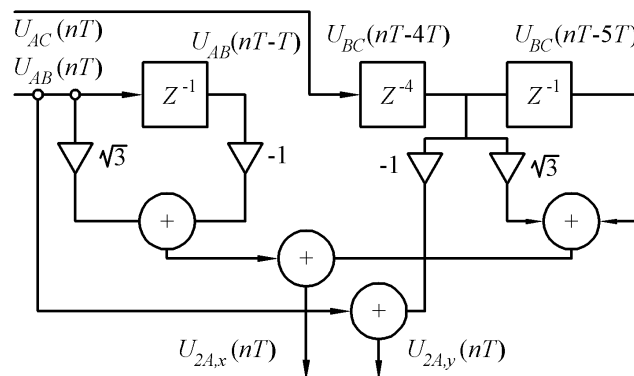
Када је  $m=1$ ,  $N=12$  то одговара  $d=4$ ;  $\beta = \pi/6$  из датог израза:

$$\begin{aligned} U_{2A,n} &= \frac{1}{3} [(\sqrt{3} + j)(U_{AB,n} - U_{BC,n-4}) - (U_{AB,n-1} - U_{BC,n-5})] = \\ &= \frac{1}{3} [(\sqrt{3}U_{AB,n} - U_{AB,n-1} - \sqrt{3}U_{BC,n-4} + U_{BC,n-5} + \\ &+ j(U_{AB,n} - U_{BC,n-4}))] = U_{2A,x}(n,T) + jU_{2A,y}(n,T) \end{aligned} \quad (1.97)$$



Сл. 1.17. Простопериодична (синусоидна) вредност а) и њен одговарајући обртни вектор б)

Алгоритам (1.97) одређује обртни вектор (сл. 1.17.):  $U_{2A,n}(n,T)$  инверзног редоследа омогућава рачунање инверзне компоненте на основу детектованих тренутних вредности линеарних величина[31]. Структура овог алгоритма приказана је на сл. 1.18.



Сл. 1.18. Структура алгоритма по коме се вреднују израчунавају (или мере) компоненте инверзног редоследа

#### Запажања

- Шеме за реализацију филтера напона и струја инверзног редоследа разликују се само по садржају мерних међутрансформатора. Филтери напона (струја) директног редоследа реализују се на сличан начин као филтери инверзног редоследа и имају исте шеме као и низ карактеристика исте критеријуме и оцењују се по истим параметрима.
- Трофазни филтери су спојени у три идентична филтера са једнофазним изводом (или два филтера и суматора).
- Комбиновани филтери, на пример директног и инверзног редоследа се у ређем броју случајева реализују као посебни филтери директног и инверзног редоследа са такође посебним суматорима чиме је обезбеђено независно подешавање коефицијената преноса филтера у широком опсегу.
- Анализа може бити ограничена на један тип активних филтера, нпр. на филтере напона инверзног редоследа а сви добијени резултати анализе, могу се користити за филтере напона нултог редоследа, филтере струја директног и инверзног редоследа и ту анализу проширити и на трофазне комбинације филтера.

- Због мањих захтева у погледу вредности снаге од струјних и напонских мерних трансформатора, режиму рада компоненти, који су блиски празном ходу делују неприродно, па се мора водити рачуна о енергетским показатељима  $\alpha$  и  $\beta$  при избору активних филтера директног и инверзног редоследа.
- У режиму рада, блиском празном ходу, много је лакша анализа и оцена фреквентних карактеристика. Промена оптерећења (снаге мерних инструмената) у широком опсегу не утиче на карактеристике филтера симетричних компоненти пошто сваком филтеру одговарају само две фреквентне карактеристике одређене на основу промена фреквенција улазних напона директног и инверзног редоследа у режиму празног хода.
- Конструкција дигиталних мерних елемената са различитим карактеристикама може се остварити ако се знају симетричне компоненте електричних величина напона и струја:  $U_2, J_2, U_0, J_0$ .
- Друга могућа варијанта је коришћење тренутне вредности напона и струје инверзног редоследа или фазна односно амплитудна компарација вредности које зависе од струја и напона инверзног редоследа.

## 2. РАЗВОЈ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НАПОНА И СТРУЈА ЗАСНОВАНОГ НА ПРЕПОЗНАВАЊУ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ И ПРИМЕНУ МАТРИЧНИХ ТРАНСФОРМАЦИЈА

### 2.1. ВИШЕФАЗНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ВЕЛИЧИНЕ

Симетрични вишефазни (најчешће трофазни систем) напона генератора у електричној мрежи није у равнотежен истим импедансама. Последице несиметричних импедантних оптерећења су неједнаке фазне струје по амплитуди и њихова фазна несиметрија, а тиме и различити падови напона у појединим фазама [32].

Главни узроци несиметрија су једнофазни пријемници, нарочито индукционе пећи и апарати за заваривање, осцилатори или инсталациони пријемници.

Несиметрична оптерећења имају велике последице на електричну мрежу од генератора до последњег електричног пријемника. Главне последице несиметрије огледају се у повећању топлотних губитака, мањем искоришћењу постројења, мањем трајању постројења, деформацији напонског система итд.. Поред директних последица, постоје и индиректне последице: погрешно мерење напона и струја, а тиме и израчунавање снаге и енергије, погрешно деловање уређаја за заштиту и локалну аутоматику код којих се симетрија напона и струја има као основна претпоставка.

Зато је анализа и разматрање ових последица неопходност како за правилно мерење вредности струја и напона тако и за смањење штетних економских последица у читавој електропривреди.

Утицаји несиметричних оптерећења могу се по времену трајања поделити наш [33]:

- а) Краткотрајне у које се сврставају несиметрични кратки спојеви и њихово трајање је ограничено на време од  $1\text{ s}$ .
- б) Дуготрајне које могу имати константно или јако променљиво оптерећење.

Вредности несиметричних струја или напона могу се одредити израчунавањем или мерењем. Мерење се углавном своди на додавање филтера симетричних компоненти: директне, инверзне и нулте компоненте. Компензација несиметричних оптерећења углавном се дешава појединачно у сваком посебном случају:

- а) Несиметрична оптерећења која се догађају у кратким интервалима углавном се компензују обичним компензаторима,
- б) Несиметрична оптерећења која су константна или се благо мењају компензују се редно везаним кондензаторима или  $(L, C)$  спрегом.

Анализа трофазног система, у коме су напони и струје симетрични по фазама, је релативно проста. Довољно је извршити прорачун за једну фазу, а фазори струје (напона) у осталим фазама су истог интензитета и померени један у односу на други за угао  $2\pi/n$  ( $n$  – број фаза система). Да би систем био симетричан потребно је, поред

симетричног напајања, да и распоред оптерећења (импедансе потрошача, преносних водова, ...) по фазама буде исти, што је у пракси редак случај [34].

Систем од три фазора може се представити помоћу три система од по три симетрична фазора [35]. При томе се сваки од новодобијених система прорачунава независно један од другог (пошто је систем симетричан довољно је извршити прорачун за једну фазу). Када се прорачунавају фазори сваког од новодобијених система, врло је лако израчунати три фазора несиметричног система.

У општем случају неуравнотежен трофазни систем се може преликати у произвољна (не обавезно симетрична) три система вектора. Компоненте новог система означимо са  $u, v, w$ .

Нека је:

$$\begin{aligned}\underline{U}_u &= a_{11}\underline{U}_a + a_{12}\underline{U}_b + a_{13}\underline{U}_c \\ \underline{U}_v &= a_{21}\underline{U}_a + a_{22}\underline{U}_b + a_{23}\underline{U}_c \\ \underline{U}_w &= a_{31}\underline{U}_a + a_{32}\underline{U}_b + a_{33}\underline{U}_c\end{aligned}\tag{2.1}$$

где су:

$\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$  – фазори трофазног система, а

$\underline{U}_u, \underline{U}_v, \underline{U}_w$  – компоненте новог система.

### 2.1.1. Матричне трансформације величина вишефазних електричних система

У матричној форми једначину (2.1) можемо писати [36]:

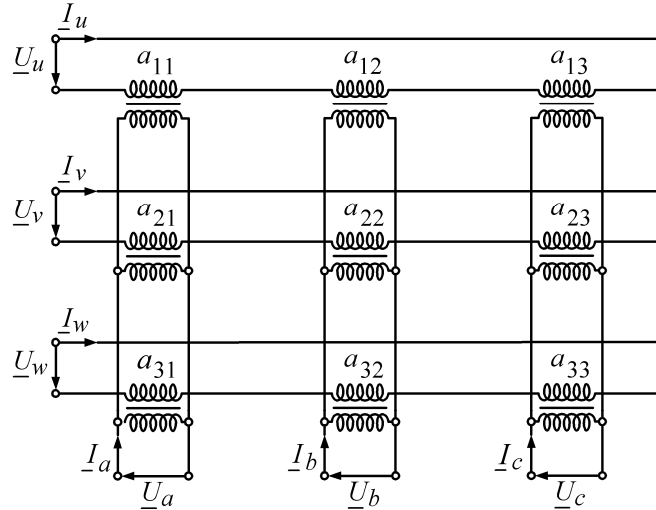
$$[\underline{U}]_{uvw} = [T] \cdot [\underline{U}]_{abc}\tag{2.2}$$

где је:

$$[\underline{U}]_{uvw} = \begin{bmatrix} \underline{U}_u \\ \underline{U}_v \\ \underline{U}_w \end{bmatrix}\tag{2.3}$$

$$[\underline{U}]_{abc} = \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix}\tag{2.4}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}\tag{2.5}$$



Сл. 2.1. Матрица трансформације  $T$

Матрица  $[T]$  представља матрицу трансформације једначине (2.1) и описују коло са сл. 2.1.

Са сл. 2.1 је:

$$\begin{aligned} \underline{I}_a &= a_{11}\underline{I}_u + a_{21}\underline{I}_v + a_{31}\underline{I}_w \\ \underline{I}_b &= a_{12}\underline{I}_u + a_{22}\underline{I}_v + a_{32}\underline{I}_w \\ \underline{I}_c &= a_{13}\underline{I}_u + a_{23}\underline{I}_v + a_{33}\underline{I}_w \end{aligned} \quad (2.6)$$

или у матричној форми:

$$[\underline{I}]_{abc} = [T]^T [\underline{I}]_{uvw} \quad (2.7)$$

$$[\underline{I}]_{uvw} = ([T]^T)^{-1} [\underline{I}]_{abc} \quad (2.8)$$

где је:

$$[\underline{I}]_{abc} = \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$[\underline{I}]_{uvw} = \begin{bmatrix} \underline{I}_u \\ \underline{I}_v \\ \underline{I}_w \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

### 2.1.2. Инваријантност комплексне вредности снаге

Из услова инваријантности комплексне снаге следи:

$$[\underline{S}]_{uvw} = [\underline{U}_{uvw}]^T [\underline{I}_{uvw}]^* = [\underline{U}_{abc}]^T [\underline{I}_{abc}]^* = [\underline{S}_{abc}] \quad (2.11)$$

Сменом једначине (2.2) и (2.8) у једначину (2.11) добијамо:

$$([\underline{U}]_{abc})^T \left( ([T]^T)^{-1} [\underline{I}]_{abc} \right)^* = [\underline{U}]_{abc} [\underline{I}]_{abc}^* \quad (2.12)$$

$$[U]_{abc}^T [T]^T ([T]^T)^{-1*} [I]_{abc} = [U]_{abc}^T [I]_{abc}^* \quad (2.13)$$

Из једначина (2.2), (2.7) и (2.8) можемо писати да је матрица прелаза  $T$  једнака:

$$[T] = ([T]^T)^{-1T}, [T]^{-1} = [T] \quad (2.14)$$

док је струја једнака:

$$[I] = [T]^T ([T]^T)^{-1*} = [T]^T [T]^* \quad (2.15)$$

што је услов из кога се добија општа трансформациона матрица  $[T]$ .

### 2.1.3. Матрица трансформације у систем $u, v, w$ компонената

Потражимо матрицу  $[T]$ , која задовољава једнакост (2.15) у облику:

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

где су:

$u_1, u_2, v_1, v_2, w_1, w_2 \in R$  реални бројеви, јер из једначине (2.14) и (2.15) следи  $[T]^* = [T]$ , односно да је матрица  $T$  реална.

Сменом једначине (2.16) добијамо (2.17):

$$[I] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & u_1 & u_2 \\ 1 & v_1 & v_2 \\ 1 & w_1 & w_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Предпоставимо да је матрица  $[I]$  јединична матрица система. Тада ћемо имати:

$$[I] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1+u_1^2+u_2^2 & 1+u_1v_1+u_2v_2 & 1+u_1w_1+u_2w_2 \\ 1+u_1v_1+u_2v_2 & 1+v_1^2+v_2^2 & 1+v_1w_1+v_2w_2 \\ 1+u_1w_1+u_2w_2 & 1+v_1w_1+v_2w_2 & 1+w_1^2+w_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

где је:

$$[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

што је еквивалентно са:

$$1+u_1^2+u_2^2=3 \quad (2.20)$$

$$1+v_1^2+v_2^2=3 \quad (2.21)$$

$$1+w_1^2+w_2^2=3 \quad (2.22)$$

$$1+u_1v_1+u_2v_2=0 \quad (2.23)$$



$$1 + u_1 w_1 + u_2 w_2 = 0 \quad (2.24)$$

$$1 + v_1 w_1 + v_2 w_2 = 0 \quad (2.25)$$

Множењем (2.23-2.25) са 2 и сабирањем са (2.20-2.22) изводе се две формуле:

$$u_1 + v_1 + w_1 = 0, \quad u_2 + v_2 + w_2 = 0 \quad (2.26)$$

јер је:

$$0 = (u_1 + v_1 + w_1)^2 + (u_2 + v_2 + w_2)^2 \quad (2.27)$$

Изразивши компоненте  $u_2$  и  $v_2$  из једначина (2.20) и (2.21) и заменом у (2.23) добијамо:

$$(u_1 + v_1)^2 - u_1 v_1 = \frac{3}{2} \quad (2.28)$$

што уз једначину (2.26) даје:

$$w_1^2 - u_1 v_1 = \frac{3}{2} \quad (2.29)$$

Аналогно предходним изразима добијамо и изразе за  $u_1$  и  $v_2$ :

$$v_1^2 - u_1 w_1 = \frac{3}{2} \quad (2.30)$$

$$u_1^2 - v_1 w_1 = \frac{3}{2} \quad (2.31)$$

Из једначина (2.26) и (2.29–2.31) следи:

$$0 = \frac{9}{2} + 3(u_1 v_1 + v_1 w_1 + w_1 u_1) \quad (2.32)$$

$$(u_1 v_1 + v_1 w_1 + w_1 u_1) = \frac{3}{2} \quad (2.33)$$

Аналогно је:

$$u_2 v_2 + v_2 w_2 + w_2 u_2 = -\frac{3}{2} \quad (2.34)$$

Из једначина (2.32) и једначине (2.33) следи:

$$u_1^2 + v_1^2 + w_1^2 = 3 \quad (2.35)$$

Аналогно је:

$$u_2^2 + v_2^2 + w_2^2 = 3 \quad (2.36)$$

Из једначина (2.20-2.25) може се добити и формула:

$$u_1 u_2 + v_1 v_2 + w_1 w_2 = 0 \quad (2.37)$$

У једначинама од (2.20-2.37) добијен је систем  $u$ ,  $v$  и  $w$  компонената. Сва три комплексна фазора  $\underline{U}_a$ ,  $\underline{U}_b$ ,  $\underline{U}_c$  можемо разложити на три компоненте са индексима  $u$ ,  $v$  и  $w$ :

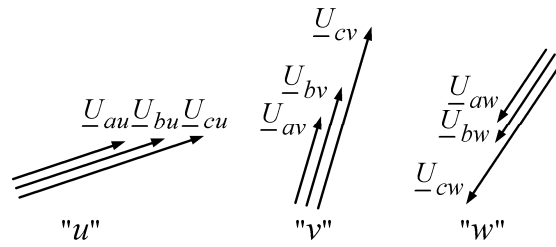
$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{U}_{au} + \underline{U}_{av} + \underline{U}_{aw} \\ \underline{U}_b &= \underline{U}_{bu} + \underline{U}_{bv} + \underline{U}_{bw} \\ \underline{U}_c &= \underline{U}_{cu} + \underline{U}_{cv} + \underline{U}_{cw} \end{aligned} \quad (2.38)$$

при чему важи:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{au} &= \frac{1}{\sqrt{3}}U_0, \quad \underline{U}_{bu} = \frac{1}{\sqrt{3}}u_1\underline{U}_u, \quad \underline{U}_{cu} = \frac{1}{\sqrt{3}}u_2\underline{U}_u \\
\underline{U}_{av} &= \frac{1}{\sqrt{3}}U_v, \quad \underline{U}_{bv} = \frac{1}{\sqrt{3}}v_1\underline{U}_v, \quad \underline{U}_{cv} = \frac{1}{\sqrt{3}}v_2\underline{U}_v \\
\underline{U}_{aw} &= \frac{1}{\sqrt{3}}U_w, \quad \underline{U}_{bw} = \frac{1}{\sqrt{3}}w_1\underline{U}_w, \quad \underline{U}_{cw} = \frac{1}{\sqrt{3}}w_2\underline{U}_w
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Системи вектора  $\underline{U}_{au}$ ,  $\underline{U}_{bu}$ ,  $\underline{U}_{cu}$ ,  $\underline{U}_{av}$ ,  $\underline{U}_{bv}$ ,  $\underline{U}_{cv}$ ,  $\underline{U}_{aw}$ ,  $\underline{U}_{bw}$ ,  $\underline{U}_{cw}$  представљају три система вектора компонената [36].

Вектори сваког од система (2.39) су међусобно колинеарни, јер су  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $w_1$ ,  $w_2$  реални. На сл. 2.2 илустровани су системи вектора (2.39).



Сл. 2.2. Вектори система

Матрица  $[T]$  уз услове (2.20) представља уопштење до сада познатих матрица.

#### 2.1.4. Матрица прелаза из 012 у $uvw$ и обрнуто

$$[T_{012 \rightarrow uvw}] = [T_{uvw}] [T_{012}]^{-1} \tag{2.40}$$

$$[T_{012 \rightarrow uvw}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & u_1 + v_1 a + w_1 a^2 & u_1 + v_1 a^2 + w_1 a \\ 0 & u_2 + v_2 a + w_2 a^2 & u_2 + v_2 a^2 + w_2 a \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

$$[T_{uvw \rightarrow 012}] = [T_{012}] [T_{uvw}]^{-1}$$

$$[T_{uvw \rightarrow 012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & u_1 + v_1 a^2 + w_1 a & u_2 + v_2 a^2 + w_2 a \\ 0 & u_1 + v_1 a + w_1 a^2 & u_2 + v_2 a + w_2 a^2 \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

За трансформациону матрицу система 0,1,2 не важи услов (2.14), односно фазори напона и струја се не могу истовремено њоме преслимати. Ова матрица врши разлагање несиметричног трофазног система фазора на три симетрична система: директног, инверзног и нулног редоследа, при чему су ова три система независна. Испитивање електричних машина, узимајући у обзир различит отпор директног и инверзног редоследа, могуће је применом симетричних компонената. Систем симетричних компонената је најпогоднији за испитивање стационарних стања [36].

$$[T_{\alpha\beta \rightarrow uvw}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}u_1 & \frac{1}{\sqrt{6}}(v_1 - w_1) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}u_2 & \frac{1}{\sqrt{6}}(v_2 - w_2) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$[T_{uvw \rightarrow \alpha\beta}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}u_1 & \frac{1}{\sqrt{6}}u_2 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{6}}(v_1 - w_1) & \frac{1}{\sqrt{6}}(v_2 - w_2) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Трансформациона матрица система  $0\alpha\beta$  посебно је погодна за испитивања прелазних режима. Међутим, моделовање процеса у електричним машинама, овим системом је могуће само када је отпор директног и инверзног редоследа приближно исти, а такође исти и отпори по уздужној и попречној оси. Ова претпоставка је у многим случајевима испуњена за прелазне процесе високих учестаности.

## 2.2. ИЗВОДИ ИЗ ТЕОРИЈА СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ

Основне претпоставке, [37], [38] које важе за вишефазни систем су: иста фреквенција, различити фазни ставови и различите вредности напона и струја и могућа временска и просторна симетрија и несиметрија или тачније [39]:

а) Електрични вишефазни симетрични систем простопериодичних (хармоничних) напона и струја је састављен из:

$q$  – вектора (фаза), истог модула (вредности),  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$  – фазних ставова истог угла или његовог целобројног множиоца  $\alpha \cdot m$ ,  $m$  – број интервала  $\alpha$  у једном фазном ставу,  $m$  – означава ред система (трофазни, шестофазни).

б) Несиметрија система је дефинисана и у времену и у простору. Парцијална несиметрија односи се на пример на несиметрију у времену и симетрију у простору, или обрнуто.

Систем вектора се може написати у облику:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 &= \bar{U}_1 \cdot e^{jm\alpha} = a^m \cdot \bar{U}_1 \\ \bar{U}_3 &= \bar{U}_1 \cdot e^{j2m\alpha} = a^{2m} \cdot \bar{U}_1 \\ &\vdots \\ \bar{U}_q &= \bar{U}_1 \cdot e^{j(q-1)m\alpha} = a^{(q-1)m} \cdot \bar{U}_1 \end{aligned} \quad (2.45)$$

где оператор  $\{a\}$  има вредност:

$$a = e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha \quad (2.46)$$

$$a^2 = e^{j2\alpha} \quad (2.47)$$

$$a^3 = e^{j3\alpha} \text{ итд.}$$

Уколико вектор обрне “ $q$ ” пута добиће се следећи однос:

$$\begin{aligned} a^2 &= 1, & a^{kq} &= 1 \\ a^{q+n} &= a^n, & a^{kq+n} &= a^n \end{aligned} \quad (2.48)$$

Систем једначина (2.43) се може написати и у збирном облику:

$$\bar{S}_2(\bar{U}) = (\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3, \dots, \bar{U}_q) = \bar{U}_1(1, a^m, a^{2m}, \dots, a^{(q-1)m}) \quad (2.49)$$

Из једначина (2.49) произилази да сваки вектор система има свој индивидуални индекс. Поред тога потребно је респектовати поредак вектора, који се обично дефинише у односу на ток-смер казаљке на сату и уобичајено је да су по вредностима то: компонента директног  $(1, d)$  и инверзног  $(2, i)$  редоследа.

Директни “ $q$ ” фазни систем (1 до  $m$ ) може се написати у облику:

$$\begin{aligned} \bar{S}_2^{d_1} &= \bar{U}_1(1, a, a^2, \dots, a^{(q-1)}) \\ \bar{S}_2^{d_2} &= \bar{U}_1(1, a, a^2, \dots, a^{2(q-1)}) \\ \bar{S}_3^{d_3} &= \bar{U}_1(1, a^3, a^6, \dots, a^{3(q-1)}) \\ &\vdots \\ \bar{S}_q^{d_m} &= \bar{U}_1(1, a^m, a^{2m}, \dots, a^{m(q-1)}) \end{aligned} \quad (2.50)$$

На једноставан начин може се утврдити и однос директне и инверзне компоненте:

$$\bar{S}_q^{-d_m} = \bar{S}_q^{-i(q-m)} \quad (2.51)$$

$$\text{Такође важи да је: } (1 + a^m + a^{2m} + \dots + a^{(q-1)m}) = 0 \quad (2.52)$$

Симетрични вишефазни систем има збир свих појединачних вектора једнак нули:

$$\sum \bar{U}_n = 0 \quad (2.53)$$

при чему такође важи из особина система да је:

$$m = k \cdot q, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.54)$$

док за њих важи:

$$(1 + a^q + a^{2q} + \dots + a^{q(q-1)}) = q \quad (2.55)$$

Збир свих вектора овог система који се назива “хомополарни”  $(h, o)$  је:

$$\sum \bar{U}_n = q \cdot \bar{U}_1 \quad (2.56)$$

### 2.2.1. Превођење несиметричног система у систем симетричних компоненти

Превођење представља линеарну трансформацију “ $n$ ” непознатих класа:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \\ y_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \\ &\vdots \\ y_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n \end{aligned} \quad (2.57)$$

Несиметрични систем са “ $q$ ” вектора може се симболички означити према изразу (2.49) са:

$$NS(\bar{U}) = NS(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3, \dots, \bar{U}_q) \quad (2.58)$$

а по претпоставци о обртању вектора, може се разложити и “ $q$ ” симетрични систем:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{U}_h + \bar{U}_{d_1} + \bar{U}_{d_2} + \dots + \bar{U}_{d_{(q-1)}} \\ \bar{U}_2 &= \bar{U}_h + \bar{U}_{d_1} + a^2 \bar{U}_{d_2} + \dots + a^{(q-1)} \bar{U}_{d_{(q-1)}} \\ \bar{U}_3 &= \bar{U}_h + a^2 \bar{U}_{d_1} + a^4 \bar{U}_{d_2} + \dots + a^{2(q-1)} \bar{U}_{d_{(q-1)}} \\ &\dots \\ \bar{U}_q &= \bar{U}_h + a^{(q-1)} \bar{U}_{d_1} + a^{2(q-1)} \bar{U}_{d_2} + \dots + a^{(q-1)^2} \bar{U}_{d_{(q-1)}} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Сабирањем стубова десне стране једначине (2.59) и у сагласности са (2.49, 2.50) симетричне компоненте низа (од 0 до  $(q-1)$ ) су:

1. Стуб:  $\bar{S}_h = q \cdot \bar{U}_h$  – систем хомополарних (нулта)
2. Стуб:  $\bar{S}_d^1 = \bar{U}_{d_1} \cdot (1 + a + a^2 + \dots + a^{(q-1)})$  – директна 1. реда (директна)
3. Стуб:  $\bar{S}_d^2 = \bar{U}_{d_2} \cdot (1 + a^2 + a^4 + \dots + a^{2(q-1)})$  – директна 2. реда (инверзна)
- ...
- ( $q$ -ти) стуб:  $\bar{S}_d^{(q-1)} = \bar{U}_{d_{(q-1)}} \cdot (1 + a^{(q-1)} + a^{(q-1)^2} + \dots + a^{(q-1)^2})$  – директна  $q$ -реда (2.60)

Све ове компоненте су симетричне компоненте несиметричног система.

Израз (2.59) показује да се сваки вектор несиметричног система може представити као збир одговарајућих симетричних компоненти. Даљим решавањем једначине (2.59) и коришћењем (2.52) могу се наћи просте релације за:

Хомополарне компоненте:

$$\bar{U}_h = \frac{1}{q} \sum_1^q \bar{U}_n \quad (2.61)$$

а за компоненте директног “ $m$ ” тог реда:

$$\bar{U}_d^m = \frac{1}{q} \sum_1^q a^{m(n-1)} \cdot \bar{U}_n \quad (2.62)$$

Произилази да се прелазак несиметричног вишефазног система  $m$  у  $q$  симетрични систем може извести само на један начин.

## 2.2.2. Превођење трофазног несиметричног у трофазни симетрични систем

Предходно заокружена теорија и услови примениће се на трофазни систем:  $q = 3$ , у коме је вредност комплексног оператора:

$$a = e^{j120^\circ}, \quad a^2 = e^{j240^\circ}, \quad a^3 = e^{j360^\circ} = 1 \quad (2.63)$$

а према једначинама (2.48, 2.52, 2.55):

$$(1 + a + a^2) = 0, \quad (1 + a^3 + a^6) = 3 \quad (2.64)$$

Ако се према правилу (2.50) напишу једначине за  $q = 3$ , тада је:

$$\bar{S}_3^{d_1} = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3,]^1 = \bar{U}_1[1, a, a^3] = \bar{U}_1[1, a, a^2] = \sum (\bar{U})^d \quad (2.65)$$

$$\bar{S}_3^{d_2} = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3,]^2 = \bar{U}_1[1, a^2, a^4] = \bar{U}_1[1, a^2, a] = \sum (\bar{U})^i \quad (2.66)$$

$$\bar{S}_3^{d_3} = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3,]^3 = \bar{U}_1[1, a^3, a^6] = \bar{U}_1[1, 1, 1] = \sum (\bar{U})^h \quad (2.67)$$

$$\bar{S}_3^{i_1} = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3,]^{-1} = \bar{U}_1[1, a^{-1}, a^{-2}] = \bar{U}_1[1, a^2, a] = \sum (\bar{U})^i \quad (2.68)$$

$$\bar{S}_3^{i_2} = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3,]^{-2} = \bar{U}_1[1, a^{-2}, a^{-4}] = \bar{U}_1[1, a, a^2] = \sum (\bar{U})^d \quad (2.69)$$

$$\bar{S}_3^{i_3} = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3,]^{-3} = \bar{U}_1[1, a^{-3}, a^{-6}] = \bar{U}_1[1, 1, 1] = \sum (\bar{U})^h \quad (2.70)$$

У основи је изабран и предпостављен вектор  $(\bar{U}_1)$  и потврђена релација (2.51) за коју је:

$$\bar{S}_3^{d_1} = \bar{S}_3^{i_2} \quad (2.71)$$

$$\bar{S}_3^{d_2} = \bar{S}_3^{i_1} \quad (2.72)$$

а такође важи:

$$\bar{S}_3^{d_3} = \bar{S}_3^{i_3} = \bar{S}_3^h \quad (2.73)$$

У наставку се успостављањем виших низова за  $(m = 4, 5, 6, \dots)$  у систему могу одредити вредности по истом редоследу.

Трофазном систему одговарају:

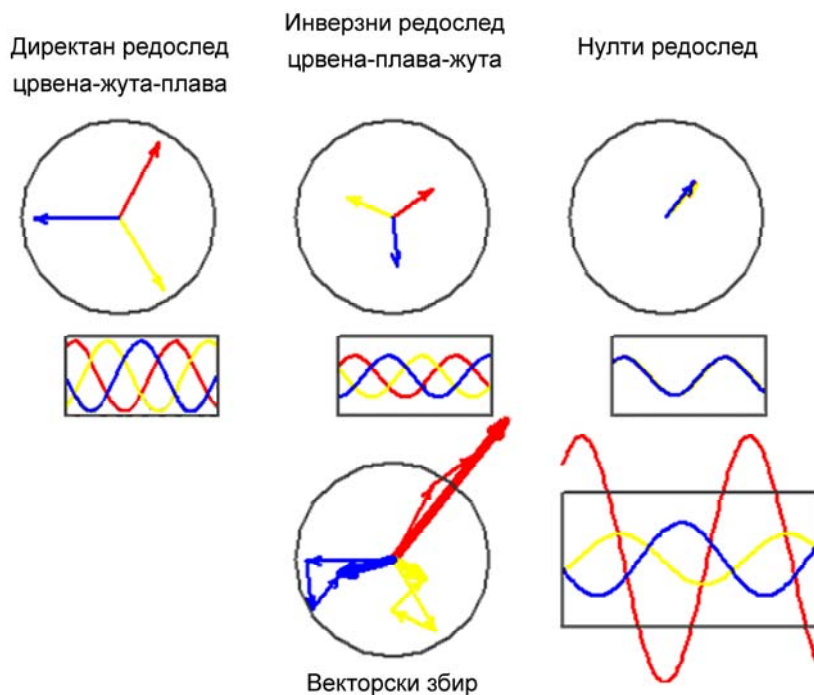
$m = 1, 4, 7, 10, 13, 16$	систем директног редоследа	
$m = 2, 5, 8, 11, 14, 17$	систем инверзног редоследа	(2.74)
$m = 3, 6, 9, 12, 15, 18$	систем нултог (хомолованог) редоследа	

У трофазном систему је:  $\alpha = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ , а коефицијенти су:

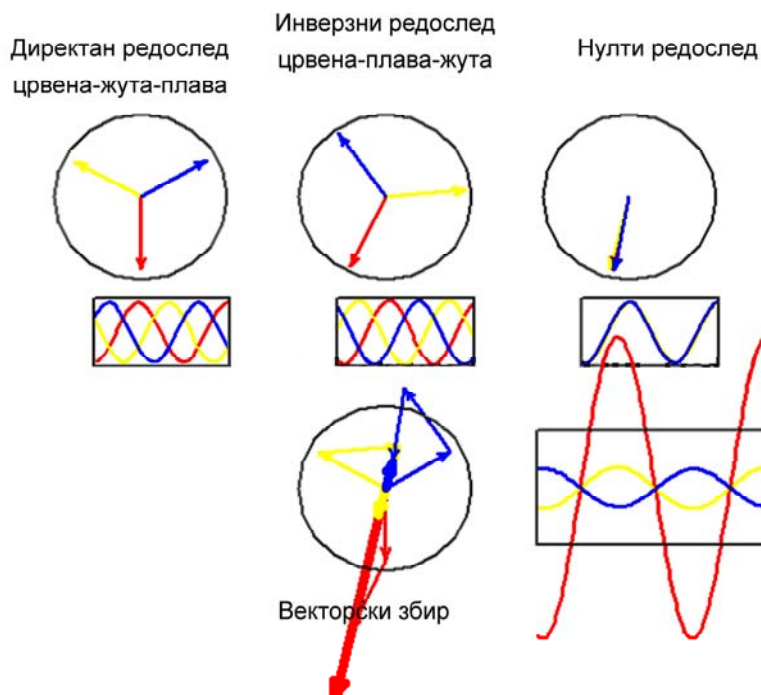
$m = 1 \rightarrow m\alpha = 1 \cdot 120^\circ = 120^\circ$	
$m = 2 \rightarrow m\alpha = 2 \cdot 120^\circ = 240^\circ$	(2.75)
$m = 3 \rightarrow m\alpha = 3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$	

*Демонстрација и приказ вектора и временских токова симетричних компоненти*

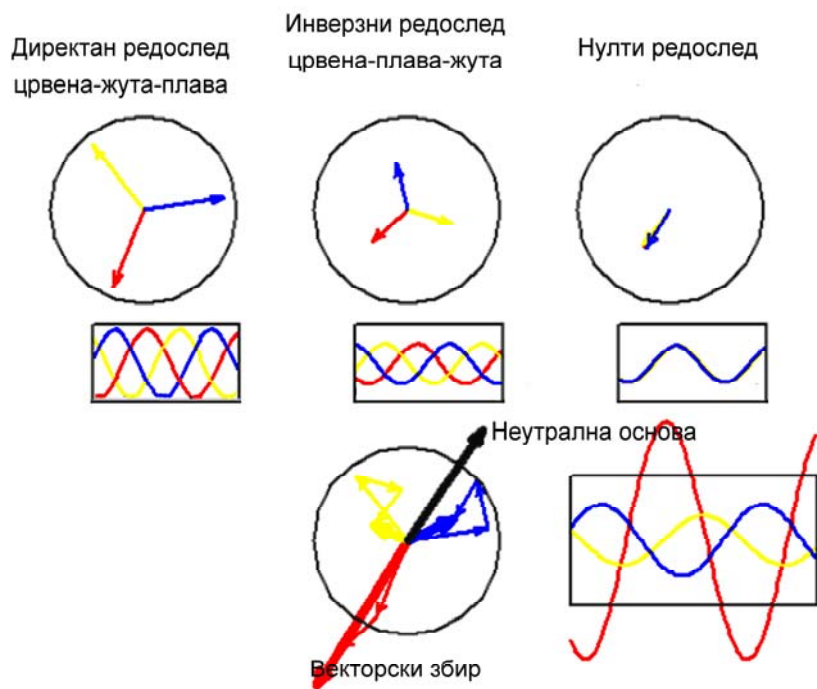
У наставку су, уз помоћ програма Power Quality Teaching Toy 3.0.4 (2) [40] графички приказане релевантне вредности вектора и временских дијаграма симетричних компоненти трофазног напонског извора симетричних компоненти доминантне фреквенције  $f = 50$  [Hz] без виших хармоника.



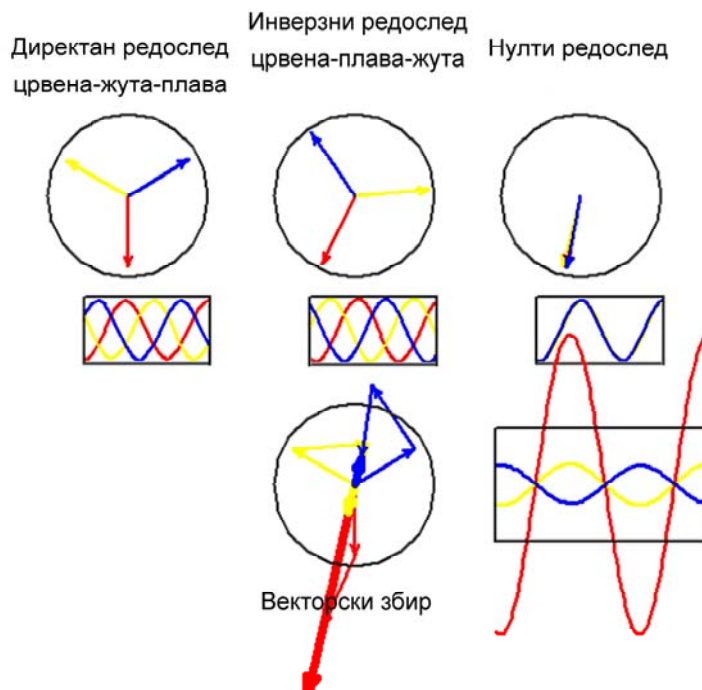
Сл. 2.3. Дијаграми симетричне компоненте нису равноправне,  $positive\ p.u. = 1$ ,  $negative\ and\ zero\ p.u. = 0,5$  по вредности  $p.u. = 1$ . Векторски и дијаграм тренутних вредности, кретање векторских и тренутних вредности слева на десно



Сл. 2.4. Дијаграм, симетричне компоненте равноправне по вредности  $p.u. = 1$ . Векторски и дијаграм тренутних вредности, кретање векторских и тренутних вредности слева на десно

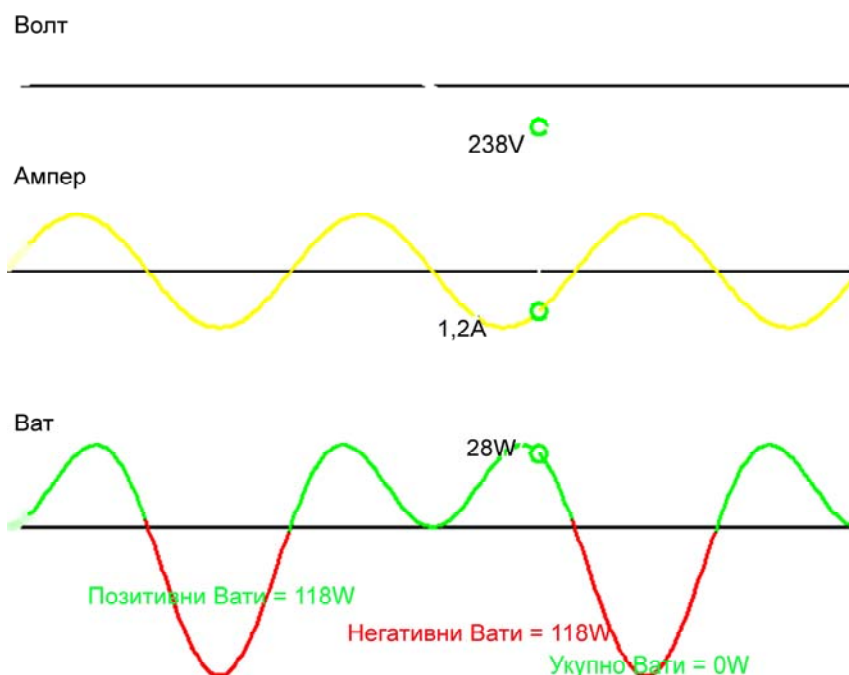


Сл. 2.5. Дијаграм симетричне компоненте равноправне по вредности  $r.u. = 1$ . Векторски и дијаграм тренутних вредности, кретање векторских и тренутних вредности слева на десно + основна неутрална



Сл. 2.6. Дијаграм, симетричне компоненте равноправне по вредности  $r.u. = 1$ . Векторски и дијаграм тренутних вредности, кретање векторских и тренутних вредности слева на десно





Сл. 2.7. Дијаграм, равноправне компоненте р.и. = 1 (јединични систем).  
Векторски и дијаграм тренутних вредности, кретање векторских  
и тренутних вредности слева на десно.

### 2.2.3. Превођење система симетричних компоненти у систем 3-фазних величина

Предходни изрази могу се применити на трофазни систем на следећи начин:

$$NS_3(\bar{U}) = NS(\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3) \quad (2.76)$$

а превођење простих вектора је могуће ако се уврсти, према:

$$a = e^{j120^\circ}, \quad a^4 = a^3 \cdot a = a, \quad a^2 = e^{j240^\circ}, \quad a^6 = 1$$

$$a^3 = e^{j360^\circ} = 1, \quad (1 + a + a^2) = 0 \quad (2.77)$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_h + \bar{U}_{d_1} + \bar{U}_{d_2} = \bar{U}_h + \bar{U}_d + \bar{U}_i$$

$$\bar{U}_2 = \bar{U}_h + a\bar{U}_{d_1} + a^2\bar{U}_{d_2} = \bar{U}_h + a\bar{U}_d + a^2\bar{U}_i$$

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_h + a^2\bar{U}_{d_1} + a\bar{U}_{d_2} = \bar{U}_h + a^2\bar{U}_d + a\bar{U}_i \quad (2.78)$$

(директна компонента другог реда  $U_{d_2}$  је уствари инверзна компонента  $U_i$ ).

Са аспекта устаљеног означавања у трофазном систему:

а) Уводе се нормализоване-називне вредности односно ознаке:

$$\text{вектори фаза: } \bar{U}_1 = \bar{U}_R = \bar{U}_A; \bar{U}_2 = \bar{U}_S = \bar{U}_B; \bar{U}_3 = \bar{U}_T = \bar{U}_C \quad (2.79)$$

$$\text{вектори компоненти: } \bar{U}_h = \bar{U}_0; \bar{U}_d = \bar{U}_1; \bar{U}_i = \bar{U}_2 \quad (2.80)$$

б) Изворни смер обртања је смер супротан обртању казаљке на сату и зато је нужна замена нормализованих ознака у систему (2.78), односно промена места вектора  $(\bar{U}_2, \bar{U}_3)$ .

Симетричне компоненте трофазног система се одређују као директна, инверзна и нулта компонента:

$$\begin{aligned}\bar{U}_d^1 &= \frac{1}{3}[\bar{U}_R + a\bar{U}_S + a^2\bar{U}_T] = \frac{1}{3}[\bar{U}_A + a\bar{U}_B + a^2\bar{U}_C] = U_1 \\ \bar{U}_i &= \frac{1}{3}[\bar{U}_R + a^2\bar{U}_S + a\bar{U}_T] = \frac{1}{3}[\bar{U}_A + a^2\bar{U}_B + a\bar{U}_C] = U_2 \\ \bar{U}_0 &= \frac{1}{3}[\bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T] = \frac{1}{3}[\bar{U}_A + \bar{U}_B + \bar{U}_C] = U_0\end{aligned}\quad (2.81)$$

Ако се (2.81) препише у облику:

$$\begin{aligned}3\bar{U}_1 &= \bar{U}_R + a\bar{U}_S + a^2\bar{U}_T = \bar{U}_A + a\bar{U}_B + a^2\bar{U}_C \\ 3\bar{U}_2 &= \bar{U}_R + a^2\bar{U}_S + a\bar{U}_T = \bar{U}_A + a^2\bar{U}_B + a\bar{U}_C \\ 3\bar{U}_0 &= \bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T = \bar{U}_A + \bar{U}_B + \bar{U}_C\end{aligned}\quad (2.82)$$

добијају се просте релације:

$$\bar{U}_R = \bar{U}_A = \bar{U}_0 + \bar{U}_1 + \bar{U}_2 \quad (2.83)$$

$$\bar{U}_S = \bar{U}_B = \bar{U}_0 + a^2\bar{U}_1 + a\bar{U}_2 \quad (2.84)$$

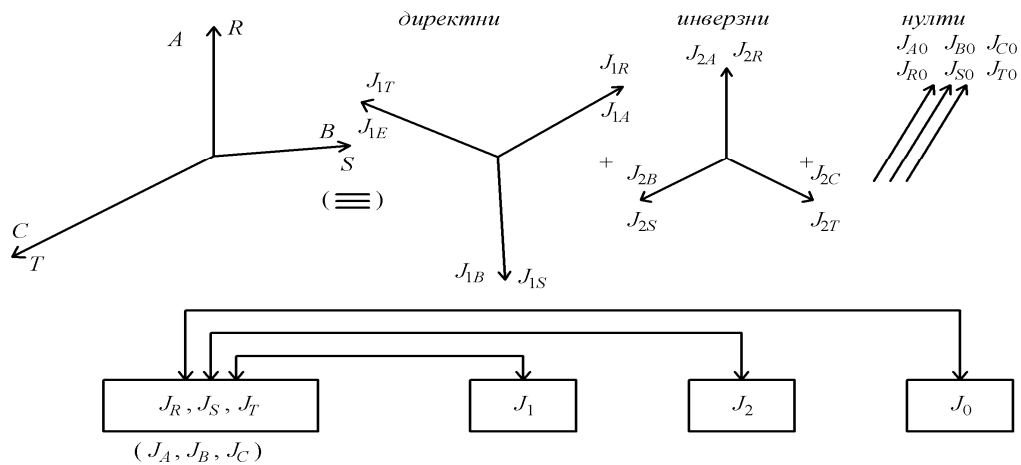
$$\bar{U}_T = \bar{U}_C = \bar{U}_0 + a\bar{U}_1 + a^2\bar{U}_2 \quad (2.85)$$

Чланови у изразу (2.83, 2.84 и 2.85) су напони, исте релације могу да важе и за струје ако се као основни изабере вектор струје фазе “R” (уместо вектора напона).

#### 2.2.4. Утисци о превођењу трофазних система у систем симетричних компоненти и обратно

1. Графички поступак превода несиметричног система у систем симетричних компоненти заснован је на релацијама (2.81) и може се третирати кроз два посебна случаја:
  - а) Превођење у неуравнотежени систем ( $\bar{R} + \bar{S} + \bar{T} \neq 0$ ;  $A + B + C \neq 0$ ),
  - б) Превођење у уравнотежени систем ( $\bar{R} + \bar{S} + \bar{T} = 0$ ;  $A + B + C = 0$ ).
2. Несиметрија трофазног система се преводи у:
  - Неуравнотежени систем са  $(U_0, U_1, U_2)$  или  $(J_0, J_1, J_2)$ ,
  - Уравнотежени систем са  $(U_1, U_2)$  или  $(J_1, J_2)$ .
3. Несиметричне трофазне системе напона или струја треба решавати превођењем у систем симетричних компоненти. Изрази одређени из простих система симетричних компоненти се потом суперионирају са предходним изразима који одговарају оригиналном несиметричном систему. Ова суперпозиција је у потпуности исправна само ако су електричне величине простопериодичне функције.
4. Напони генератора су симетрични, а слично важи и за систем напона у електричној мрежи. Ову симетричност нарушавају несиметрична оптерећења али несиметрија може бити нарушена и несиметријом карактеристика елемената у преносу, па се кроз анализу електричне мреже разликују:
  - а) Једноставна-проста асиметрија која се догађа само на једном месту,
  - б) Симултана асиметрија, која се може догодити на више парцијалних делова.

5. Основни облик симетричних компоненти (2.81, 2.83, 2.84, 2.85) из различитих практичних разлога се може модификовати. На пример за решавање симултане асиметрије на мрежним моделима или увођењем нових компонентних система (трансформације: Edit Clack- $\alpha$ ,  $\beta$ , 0, Kimbark:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , Kogo:  $r$ ,  $s$ ,  $t$  итд.).



Сл. 2.8. Несиметрија трофазног система и превод у симетричан систем

Рачунарска технологија омогућила је развој бољих математичких модела и алгоритама за решавање проблема несиметрије електричних мрежа кроз прорачуне или, као што је овде приказано, препознавањем, израчунавањем или мерењем симетричних компоненти.

### 2.3. СНАГА ЈЕДНОФАЗНОГ СИСТЕМА

Тренутна вредност простопериодичног напона и струје  $n$ -тог реда, “ $q$ ” фазног система је:

$$u = \sqrt{2}U \cos \left[ \omega t + \alpha + (n-1) \frac{2\pi}{q} \right] \quad (2.86)$$

$$i = \sqrt{2}I \cos \left[ \omega t + \beta + (n-1) \frac{2\pi}{q} \right]$$

За прву фазу ( $n = 1$ ) коришћењем Euler-ове релације има се:

$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \frac{1}{2} \left[ e^{j(\omega t + \alpha)} + e^{-j(\omega t + \alpha)} \right] = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\bar{U} + \bar{U}^*) \quad (2.87)$$

$$i = \sqrt{2} \cdot J \cdot \frac{1}{2} \left[ e^{j(\omega t + \beta)} + e^{-j(\omega t + \beta)} \right] = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\bar{J} + \bar{J}^*)$$

где су:

$(U^*, J^*)$  – коњуговано комплексне вредности, тако да је тренутна вредност једнофазне снаге:

$$p_{1_f} = u \cdot i = \frac{1}{2} \left[ \overline{UJ} + \overline{UJ}^* + \overline{U}^* \overline{J} + \overline{U}^* \overline{J}^* \right] \quad (2.88)$$

После израчунавања:

$$\begin{aligned} M : \overline{UJ} &= UJ \cdot e^{j(2\omega t + \varphi_M)} = S \cdot e^{+j\varphi_M} \cdot e^{+j2\omega t} = \overline{S}_M \cdot e^{j2\omega t} \\ N : \overline{UJ}^* &= UJ \cdot e^{-j\varphi_M} = S \cdot e^{-j\varphi_M} = \overline{S}_M^* \\ N : \overline{U}^* \overline{J} &= UJ \cdot e^{-j\varphi_M} = S \cdot e^{-j\varphi_M} = \overline{S}_M^* \\ M : \overline{U}^* \overline{J}^* &= UJ \cdot e^{-j(2\omega t + \varphi_M)} = S \cdot e^{-j\varphi_M} \cdot e^{-j2\omega t} = \overline{S}_M^* \cdot e^{-j2\omega t} \\ \varphi_M &= (\alpha - \beta); \varphi_N = (\alpha + \beta); S = UJ \end{aligned} \quad (2.89)$$

После замене (2.89) у (2.88) добија се:

$$p_{1_f} = u \cdot i = \frac{1}{2} \left[ \overline{S}_M + \overline{S}_M^* \cdot e^{+j2\omega t} \right] \quad (2.90)$$

Из једначине (2.88), и са сл. 2.9 може се наћи тренутна вредност једнофазне снаге у комплексној равни је збир четири вектора истог модула ( $S = UJ$ ) од којих су:

- два коњуговано комплексна (вектори полова  $\overline{S}_N, \overline{S}_N^*$ ) који нису временски зависне функције,
- два коњуговано комплексна вектора су временски зависна (и ротирају угаоном брзином “ $2\omega$ ”), ( $\overline{S}_M, \overline{S}_M^*$ ).

Са сл. 2.9 је очигледно да збир вектора тренутних вредности  $\overline{OB}, \overline{OB}'$  представља дуж  $\overline{O4}$  на реалној оси, а њена полу вредност према једначини (2.88, 2.89) је тренутна вредност снаге једнофазног система-дуж  $\overline{O2}$ .

Ова последица је уважена у збиру (2.90):

$$\begin{aligned} p_{1_f} = u \cdot i &= \frac{1}{2} \left[ \cos(2\omega t + \varphi_M) + j \sin(2\omega t + \varphi_M) + \cos \varphi_N + j \sin \varphi_N + \right. \\ &+ \cos \varphi_N - j \sin \varphi_N + \cos(2\omega t + \varphi_M) + j \sin(2\omega t + \varphi_M) \left. \right] = \\ &= S \left[ \cos \varphi_N + \cos(2\omega t + \varphi_M) \right] \end{aligned} \quad (2.91)$$

што одговара једначини (2.90).

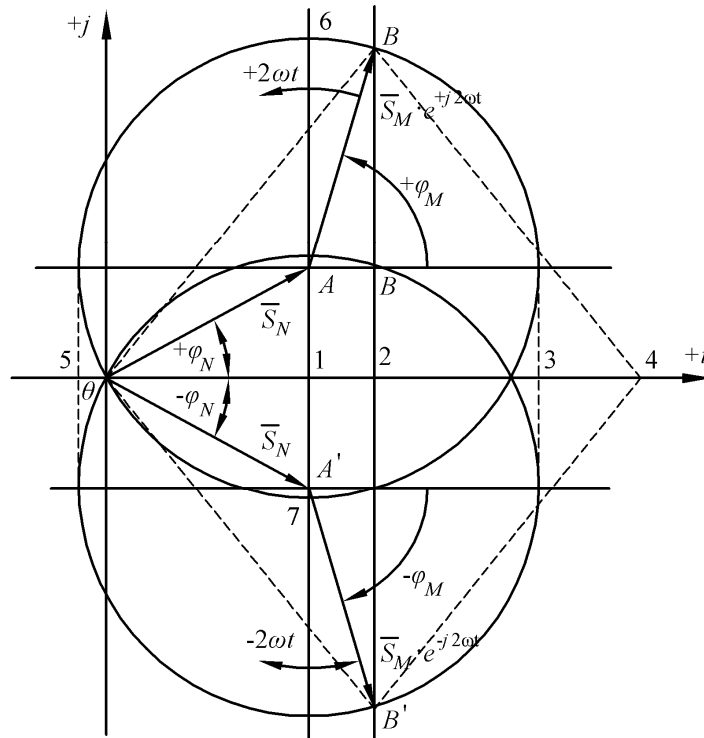
Пошто се ради о скаларној вредности може се извести исти закључак и према (2.90) и према (2.91) коришћењем (.88 и 2.90) у простији облик:

$$p_{1_f} = R_e \left[ \left[ \overline{S}_N + \overline{S}_M \cdot e^{+j2\omega t} \right] \right] \quad (2.92)$$

односно анализирају се само два вектора у I квадранту.

Такође реална вредност тренутне снаге према (2.92) је:

$$\begin{aligned} p_{1_f} &= R_e \left[ \overline{S}_N + \overline{S}_M \cdot e^{j2\omega t} \right] = R_e \left[ \overline{UJ}^* + \overline{UJ} \right] = \\ &= UJ \left[ \cos \varphi_N + \cos(2\omega t + \varphi_M) \right] \end{aligned} \quad (2.93)$$



Сл. 2.9. Графички приказ поступка одређивања једнофазне снаге

### 2.3.1. Комплексна вредност тренутне снаге

$$\begin{aligned} \bar{S}_1 &= [\bar{S}_N + \bar{S}_M \cdot e^{+j2\omega t}] = [\bar{U}\bar{J}^* + \bar{U}\bar{J}] = \bar{U}[\bar{J}^* + \bar{J}] = \\ &= UJ[\cos \varphi_N + j \sin \varphi_N + \cos(2\omega t + \varphi_M) + j \sin(2\omega t + \varphi_M)] = \\ &= P + jQ + \bar{S}_K \end{aligned} \quad (2.94)$$

где је:

$$\text{а) } \bar{S}_N = \bar{U}\bar{J}^* = S \cdot e^{j\varphi_N} = \bar{U}\bar{J}(\cos \varphi_N + j \sin \varphi_N) = P + jQ \quad (2.95)$$

( $P, Q$ ) су временски независни вектори положаја.

$$\begin{aligned} \text{б) } \bar{S}_M \cdot e^{j2\omega t} &= S \cdot e^{j\varphi_M} \cdot e^{j2\omega t} = \\ &= UJ[\cos(2\omega t + \varphi_M) + j \sin(2\omega t + \varphi_M)] = \bar{S}_K \end{aligned} \quad (2.96)$$

па је истовремено  $\bar{S}_K$  комплексна вредност тренутне снаге.

$$\text{в) } \sqrt{\bar{S}_N \cdot \bar{S}_M} = \sqrt{\bar{S}_M \cdot e^{j2\omega t} \cdot S_M^* \cdot e^{-j2\omega t}} = S = U \cdot J \quad (2.97)$$

је апсолутна вредност вектора.

Напомена:

1. Једначине (2.88, 2.90) представљају прстопериодичне функције временски зависних вектора. Оваква тврдња произилази из оба израза (2.93 и 2.94),
2. Према сл. 2.9 тренутна вредност привидне снаге је:

$$\bar{S}_1 = [\bar{S}_N + \bar{S}_M \cdot e^{+j2\omega t}] = [(P + jQ) + (\bar{S}_M \cdot e^{+j2\omega t})] \quad (\text{отсечак } \overline{0B})$$

$$Re[S_1] = S \cos \varphi_N + S \cos(2\omega t + \varphi_M) = P_1 \quad (\overline{01} + \overline{12})$$

$$Im[S_1] = S \sin \varphi_N + S \cos(2\omega t + \varphi_M) = Q_1 \quad (\overline{28}+8B)$$

$$P_{1max} = S(\cos \varphi_M + 1) \quad (\overline{03})$$

$$P_{1sr} = \frac{1}{2}(P_{1max} + P_{1min}) = S \cos \varphi_M \quad (\overline{01})$$

$$Q_{1max} = S(\sin \varphi_N + 1) \quad (\overline{17})$$

$$Q_{1min} = S(\sin \varphi_N - 1) \quad (\overline{03})$$

$$Q_{1sr} = \frac{1}{2}(Q_{1max} + Q_{1min}) = S \sin \varphi_N \quad (\overline{1A})$$

Могући случај у пракси је да синусоидални напон напаја пријемник који садржи нелинеарне или електронске елементе, и као резултат струја у њему је:

$$i = \sum_1^n I_{jm} \sin(j\omega t + \varphi_{ij}) \quad (2.98)$$

Активна, привидна, реактивна и снага деформације у овом случају су:

$$p = UI \cos \varphi_1 \quad (2.99)$$

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 = U^2 I^2 \quad (2.100)$$

$$Q = UI_1 \sin \varphi_1 \quad (2.101)$$

$$D^2 = U^2 \sum_2^n I_j^2 (I^2 - I_1^2) \quad (2.102)$$

где су:

$I$  – ефективна вредност деформисане струје,

$I_1$  – ефективна вредност основног хармоника деформисане струје и

$\varphi_1$  – угао између синусног напона и основног хармоника несинусоидалне струје.

Дакле активну снагу у овом случају ствара производ синусоидалног напона и основног хармоника несинусоидалне струје. Сума производа виших хармоника струје и синусоидалног напона ствара снагу деформације. Дакле све мерне несигурности имају негативан предзнак и доста велике вредности. То указује да не треба заборавити утицај виших хармоника несинусоидалне струје. Присуство хармоника при мерењу у ватметру, проузрокује појаву отпорних момената, који се противе активном моменту кога ствара основни хармоник струје. То значи да сада у колу делује резултатни моменат:

$$M_{rez} = M_1 - M_3 - M_5 - M_7 - \dots \quad (2.103)$$

### 2.3.2. Утицај несинусоидалног напона и струје на тачност мерења електричне енергије

У случају када су и напон и струја несинусоидални:

$$u = U_0 + \sum_1^n U_{im} \sin(i\omega t + \varphi_{ui}), \quad i = I_0 + \sum_1^m I_{jm} \sin(j\omega t + \varphi_{ij}) \quad (2.104)$$

онда се за активну, реактивну, привидну и снагу деформације може писати:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = U_0 I_0 + \sum_1^n U_i I_i \cos(\varphi_{ui} - \varphi_{ii}) \quad (2.105)$$

$$Q = \sum_0^n U_i I_i \sin(\varphi_{ui} - \varphi_{ii}) \quad (2.106)$$

$$S^2 = U^2 I^2 = \sum_1^n U_i^2 \sum_1^n I_j^2 \quad (2.107)$$

$$D^2 = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sum_{j=1}^m U_i^2 I_j^2 - 2P_i P_j - 2Q_i Q_j \quad (2.108)$$

### 2.3.3. Израчунавање снаге 3-фазног тропроводног система са несиметричним оптерећењем и симетричним системом напона

Поступак развијен у прорачуну једнофазних система могу се применити и при израчунавању трофазних система.

Тренутна вредност једнофазног система према једначини (2.88) је:

$$p_{1f} = u \cdot i = \frac{1}{2} \left[ \overline{UJ} + \overline{UJ}^* + \overline{U}^* \overline{J} + \overline{U}^* \overline{J}^* \right] \quad (2.109)$$

па је логично да за трофазни систем са фазама  $A \equiv R$ ;  $B \equiv S$ ;  $C \equiv T$  буде:

$$p_{3f} = [u_R \cdot i_R + u_S \cdot i_S + u_T \cdot i_T] = [p_R + p_S + p_T] \quad (2.110)$$

Анализа се односи на 3-фазни тропроводни систем (зато је  $J_0 = 0$ ), са несиметричним оптерећењем, што значи да постоје директна и инверзна компонента струје  $[\overline{J}_1, \overline{J}_2]$  и уз претпоставку о симетричном систему фазних напона који су простопериодичне функције без садржаја виших хармоника  $[\overline{U}_2 = 0; \overline{U}_1 = \overline{U}]$ .

Такве претпоставке о напону важе за “јаке” електричне мреже, пошто у њој струјна оптерећења врло мало утичу на промену напона.

Превођење у симетричне компоненте одвија се према изразима (2.83, 2.85) а после примене израза (2.87) може се написати:

$$\begin{aligned} \eta_{PR} &= \left[ (\overline{U} + \overline{U}^*) \cdot (\overline{J}_1 + \overline{J}_1^* + \overline{J}_2 + \overline{J}_2^*) \right] \\ \eta_{PS} &= \left[ (a^2 \overline{U} + a \overline{U}^*) \cdot (a^2 \overline{J}_1 + a \overline{J}_1^* + a \overline{J}_2 + a^2 \overline{J}_2^*) \right] \\ \eta_{PT} &= \left[ (a \overline{U} + a^2 \overline{U}^*) \cdot (a \overline{J}_1 + a^2 \overline{J}_1^* + a^2 \overline{J}_2 + a \overline{J}_2^*) \right] \end{aligned} \quad (2.111)$$

Сређивањем једначине (2.111):

$$\begin{aligned} \eta_{PR} &= \left[ \overline{UJ}_1 + \overline{UJ}_1^* + \overline{UJ}_2 + \overline{UJ}_2^* + \overline{U}^* \overline{J}_1 + \overline{U}^* \overline{J}_2^* + \overline{U}^* \overline{J}_2^* \right] \\ \eta_{PS} &= \left[ a \overline{UJ}_1 + \overline{UJ}_1^* + \overline{UJ}_2 + a \overline{UJ}_2^* + \overline{U}^* \overline{J}_1 + \right. \end{aligned}$$

$$+ a^2 \bar{U}^* \bar{J}_1^* + a^2 \bar{U}^* \bar{J}_2^* + \bar{U}^* \bar{J}_2^* ] \quad (2.112)$$

$$\eta_{PT} = \left[ a^2 \bar{U} \bar{J}_1 + \bar{U} \bar{J}_1^* + \bar{U} \bar{J}_2 + a^2 \bar{U} \bar{J}_2^* + \bar{U}^* \bar{J}_1 + \right. \\ \left. + a \bar{U}^* \bar{J}_1^* + a \bar{U}^* \bar{J}_2^* + \bar{U}^* \bar{J}_2^* \right]$$

Дефинисањем напона и струја у једначини (2.111) и њихових комбинација у (2.112):

$$\begin{aligned} \bar{U} &= U \cdot e^{+j\omega t} & \bar{J}_1 &= J_1 \cdot e^{+j(\omega t - \varphi_1)} & \bar{J}_2 &= J_2 \cdot e^{+j(\omega t + \varphi_2)} \\ \bar{U}^* &= U \cdot e^{-j\omega t} & \bar{J}_1^* &= J_1 \cdot e^{-j(\omega t - \varphi_1)} & \bar{J}_2^* &= J_2 \cdot e^{-j(\omega t + \varphi_2)} \end{aligned} \quad (2.113)$$

$$\begin{aligned} \bar{U} \cdot \bar{J}_1 &= U \cdot J_1 \cdot e^{+j(2\omega t - \varphi_1)} = \frac{1}{3} \bar{S}_{1k} & \bar{U}^* \bar{J}_1 &= U \cdot J_1 \cdot e^{-j\varphi_1} = \frac{1}{3} \bar{S}_1^* \\ \bar{U} \cdot \bar{J}_1^* &= U \cdot J_1 \cdot e^{+j\varphi_1} = \frac{1}{3} \bar{S}_1 & \bar{U}^* \bar{J}_1^* &= U \cdot J_1 \cdot e^{-j(2\omega t - \varphi_1)} = \frac{1}{3} \bar{S}_{1k}^* \\ \bar{U} \cdot \bar{J}_2^* &= U \cdot J_2 \cdot e^{+j(2\omega t + \varphi_2)} = \frac{1}{3} \bar{S}_{2k} & \bar{U}^* \bar{J}_2 &= U \cdot J_2 \cdot e^{+j\varphi_2} = \frac{1}{3} \bar{S}_2 \\ \bar{U} \cdot \bar{J}_2^* &= U \cdot J_2 \cdot e^{-j\varphi_2} = \frac{1}{3} \bar{S}_2^* & \bar{U}^* \bar{J}_2^* &= U \cdot J_2 \cdot e^{-j(2\omega t + \varphi_2)} = \frac{1}{3} \bar{S}_{2k} \end{aligned} \quad (2.114)$$

Ако се (2.114) замени у (2.212):

$$\begin{aligned} \eta_{PR} &= \frac{1}{3} [\bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_{2k} + \bar{S}_2^* + \bar{S}_1^* + \bar{S}_{1k}^* + \bar{S}_2 + \bar{S}_{2k}^*] \\ \eta_{PS} &= \frac{1}{3} [a \bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_{2k} + a \bar{S}_2^* + \bar{S}_1^* + a^2 \bar{S}_{1k}^* + a^2 \bar{S}_2 + \bar{S}_{2k}^*] \\ \eta_{PT} &= \frac{1}{3} [a^2 \bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_{2k} + a^2 \bar{S}_2^* + \bar{S}_1^* + a \bar{S}_{1k}^* + a \bar{S}_2 + \bar{S}_{2k}^*] \end{aligned} \quad (2.115)$$

Сабирањем једначина (2.115) и пошто је  $(1 + a + a^2 = 0)$  добија се:

$$\eta(p_R + p_S + p_T) = [\bar{S}_1 + \bar{S}_{2k} + \bar{S}_1^* + \bar{S}_{2k}^*] \quad (2.116)$$

што формално одговара једначини (2.88).

Сређивањем једначине (2.116) добија се:

$$\begin{aligned} p_{3f} &= (p_R + p_S + p_T) = \frac{1}{2} [\bar{S}_1 + \bar{S}_{2k} + \bar{S}_1^* + \bar{S}_{2k}^*] = \\ &= \frac{1}{2} [3\bar{U}\bar{J}_1^* + 3\bar{U}\bar{J}_2 + 3\bar{U}^*\bar{J}_1 + 3\bar{U}^*\bar{J}_2^*] = \\ &= \frac{1}{2} [6UJ_1 \cos \varphi_1 + 6UJ_2 \cos(2\omega t + \varphi_2)] \end{aligned} \quad (2.117)$$

Затим је:

$$\begin{aligned} p_{3f} &= (p_R + p_S + p_T) = [3UJ_1 \cos \varphi_1 + 3UJ_2 \cos(2\omega t + \varphi_2)] = \\ &= \text{Re}[\bar{S}_1 + \bar{S}_{2k}] = [P_3 + S_{2k} \cos(2\omega t + \varphi_2)] \end{aligned} \quad (2.118)$$

Такође се може написати:

$$j q_{3f} = \text{Im}[S_1 + S_{2k}] = j[3UJ_1 \sin \varphi_1 + 3UJ_2 \sin(2\omega t + \varphi_2)] =$$



$$= j[Q_{3f} + S_{2k} \sin(2\omega t + \varphi_2)] \quad (2.119)$$

Коначно важи:

$$S_3 = P_3 + jQ_3 = [\bar{S}_1 + \bar{S}_{2k}] = [P_3 + +jQ_3 + S_{2k}] \quad (2.120)$$

Једначине (2.118, 2.119, 2.120) формално одговарају једначинама (2.93, 2.94) и омогућавају просто писање једначине (2.97-2.116) што одговара  $I$  квадранту.

### 2.3.4. Утицај струјне несиметрије

Несиметрични систем струја  $\underline{I}_R$ ,  $\underline{I}_S$  и  $\underline{I}_T$  може се разложити у три симетрична.

Укупна активна и реактивна снага трију симетричних система, изражена помоћу симетричних компоненти:

$$P = 3UI_a \cos \varphi_a \quad (2.121)$$

$$Q = 3UI_a \sin \varphi_a$$

а помоћу несиметричних струја:

$$P = 3U(I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 + I_3 \cos \varphi_3) \quad (2.122)$$

$$Q = 3U(I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 + I_3 \sin \varphi_3)$$

На низу примера који су изведени у постројењу Хидроелектране Газиводе показано је да постоји мала разлика у снагама одређеним на основу релација (2.121) и (2.122). То доказују и експериментални резултати дати у таб. 2.1.

Из таб. 2.1 се види да је код свих мерења грешка у мерењу електричне енергије релативно мала. Нешто већу вредност она има у случају драстичне струјне несиметрије.

Табела 2.1. Експериментални резултати изведени у хидроелектрани Газиводе

Р. бр.	Фаза $R$ $I_R$	Фаза $S$ $I_S$	Фаза $T$ $I_T$	Грешка %	Напомена
1.	$0,8 I_n$	$0,8 I_n$	$0,8 I_n$	-0,03	симетрично оптерећење
2.	$1,0 I_n$	$1,0 I_n$	$0,4 I_n$	-0,06	несиметрично оптерећење
3.	$1,0 I_n$	$0,8 I_n$	$0,6 I_n$	0,05	”
4.	$1,2 I_n$	$0,8 I_n$	$0,4 I_n$	0,1	”
5.	$1,2 I_n$	$1,2 I_n$	0,0	-0,72	”
6.	$0,6 I_n$	$0,8 I_n$	$0,6 I_n$	-0,03	симетрично оптерећење
7.	$1,0 I_n$	$0,8 I_n$	0,0	-0,4	несиметрично оптерећење
8.	$0,8 I_n$	$0,6 I_n$	$0,4 I_n$	0,04	”
9.	$1,2 I_n$	$0,2 I_n$	$0,4 I_n$	-0,2	”
10.	$0,8 I_n$	$0,2 I_n$	$0,8 I_n$	0,14	”
11.	$0,4 I_n$	$0,4 I_n$	$0,4 I_n$	-0,03	симетрично оптерећење
12.	$1,0 I_n$	$0,2 I_n$	0,0	-0,32	несиметрично оптерећење
13.	$0,8 I_n$	$0,2 I_n$	$0,2 I_n$	0,3	”
14.	$0,6 I_n$	0,0	$0,6 I_n$	-0,3	”

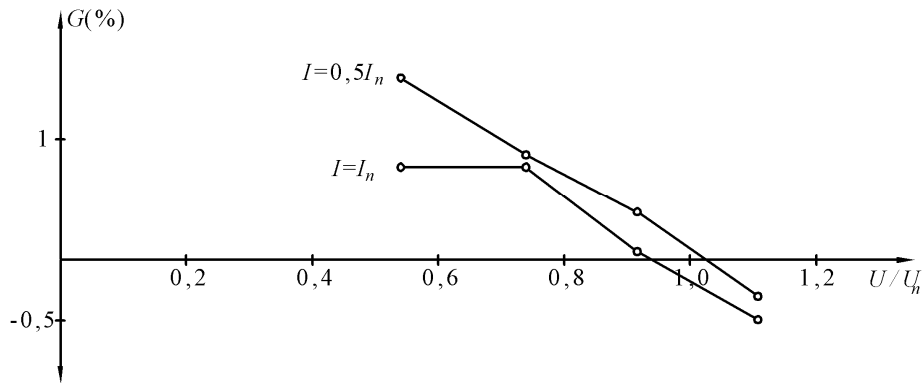
### 2.3.5. Утицај напонске несиметрије

Слично као и у предходном случају, за активну и реактивну снагу, за случај напонске несиметрије, коришћењем компоненти се добија:

$$P = 3UI_a \cos \varphi_a \quad (2.123)$$

$$Q = 3UI_a \sin \varphi_a$$

Експериментални резултати су дати на дијаграму на сл. 2.10.



Сл. 2.10. Зависност грешке ватметра у функцији напона

### 2.3.6. Утицај истовремене напонске и струјне несиметрије

За случај када истовремено настану и струјна и напонска несиметрија, за снаге изражене помоћу симетричних компоненти се може писати:

$$P = P_1 + P_2 + P_0 = 3(U_1 J_1 \cos \varphi_1 + U_2 J_2 \cos \varphi_2 + U_0 I_0 \cos \varphi_0) \quad (2.124)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_0 = 3(U_1 J_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + U_0 I_0 \sin \varphi_0)$$

У овом случају се може сматрати да је грешка у мерењу електричне енергије услед струјне и напонске несиметрије релативно мала.

#### Запажања

За снагу 3-фазног тропроводног система уз претпоставку ( $\bar{J}_0 = 0; \bar{U}_2 = 0$ ) има се:

1. У овом примеру претпостављена је најпростија струјна несиметрија у електричном тропроводном систему коју су према једначини (2.112) описале директна и инверзна компонента струје.
2. Снага једноставне фазне несиметрије представљена је збиром две компоненте снаге у које су укључене симетричне компоненте са модулом  $[U_1]$  и  $[U_2]$  по једначинама (2.112, 2.115), при чему се у 3-фазном споју елиминише снага  $p_{1f}$  по изразу (2.90), односно две компоненте су:

- Симетричне директне компоненте  $(\bar{S}_{1k}, \bar{S}_{1k}^*)$ ,
- Симетричне инверзне компоненте  $(\bar{S}_2, \bar{S}_2^*)$ .

Јасно је да и у овом најпростијем случају стварна снага у произвољној електричној мрежи представља збир симетричних компоненти снаге, директне и инверзне, и њихових коњуговано комплексних вредности што указује на исправност хипотезе да се потребно мерење најједноставније и најтачније изводи мерењем одговарајућих симетричних компоненти напона и струја.

3. Тренутна вредност привидне снаге несиметрично оптерећеног 3-фазног тропроводног система има два вектора положаја који се временски не померају  $[P, Q]$  (у квадранту) са амплитудама  $[3UJ_2]$ , али поред њих је вектор који се обрће са  $(2\omega)$ , и има амплитуду  $[3UJ_2]$  у компоненти  $[\bar{S}_{2k}]$  према изразу (2.120).
4. У случају да је у електричној мрежи симетрично оптерећење ( $\bar{J}_2 = 0$ ) може се потврдити исправност свих изведених израза. Свака фаза је у стварности неуравнотежена, фреквенција је  $(2\omega)$  али у трофазном споју са наизменичним компонентама  $[\bar{S}_{1k}, \bar{S}_{1k}^*]$  симетричне компоненте оптерећења се могу написати према (2.115) у облику:

$$\begin{aligned} 2p_R &= \frac{1}{3} [\bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_1^* + \bar{S}_{1k}^*] \\ 2p_S &= \frac{1}{3} [a\bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_1^* + a^2\bar{S}_{1k}^*] \\ 2p_T &= \frac{1}{3} [a^2\bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_1^* + a\bar{S}_{1k}^*] \end{aligned} \quad (2.125)$$

Очигледно је да се сабирањем израза у систему (2.125) уз уважавање да је  $1 + a + a^2 = 0$  наизменичне компоненте снаге се елиминишу и може се писати:

$$\begin{aligned} 2(p_R + p_S + p_T) &= [\bar{S}_1 + \bar{S}_2^*] = 3UJ_1 [\cos\varphi_1 + j\sin\varphi_1 + \cos\varphi_1 - j\sin\varphi_1] \\ p_3 &= (p_R + p_S + p_T) = 3UJ_1 \cos\varphi_1 = P_3 = \operatorname{Re}\{\bar{S}_1\} \\ jQ_3 &= \operatorname{Im}\{\bar{S}_1\} = j3UJ_1 \sin\varphi_1 = jQ_3 \end{aligned} \quad (2.126)$$

### 2.3.7. Естимација несиметричних оптерећења

Оцену о снази 3-фазног система, са три проводника код кога је  $J_0 = 0$ , о несиметричном оптерећењу омогућавају следећи изрази:

1. Фактор струјне несиметрије:

$$\bar{\rho}_i = \frac{\bar{S}_{2k}}{\bar{S}_1^*} = \frac{3U\bar{J}_2}{3U\bar{J}_1^*} = \frac{\bar{J}_2}{\bar{J}_1^*} = \rho_i \cdot e^{+j(2\omega t + \varphi_2 - \varphi_1)} \quad (2.127)$$

(на сличан начин је дефинисана напонска несиметрија  $\bar{\rho}_u = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1^*}$ ).

2. Симетрична трофазна снага:

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}\bar{J}_1^* = [\bar{U}_R\bar{J}_R^* + \bar{U}_S\bar{J}_S^* + \bar{U}_T\bar{J}_T^*] = P_3 + jQ_3 = S_1 \cdot e^{+j\varphi_1} \quad (2.128)$$

3. Наизменична (фреквентна) трофазна снага:

$$\bar{S}_{2k} = 3\bar{U}\bar{J}_2 = [\bar{U}_R \bar{J}_R + \bar{U}_S \bar{J}_S + \bar{U}_T \bar{J}_T] = S_{2k} \cdot e^{+j(2\omega t + \varphi_2)} \quad (2.129)$$

Ако се  $\bar{J}_2$  из (2.127) уврсти у (2.129) добија се:

$$\bar{S}_{2k} = 3\bar{U}\bar{J}_2 = 3\bar{U}\bar{J}_1^* \rho_i = S_1 \rho_i \cdot e^{+j(2\omega t + \varphi_2)} \quad (2.130)$$

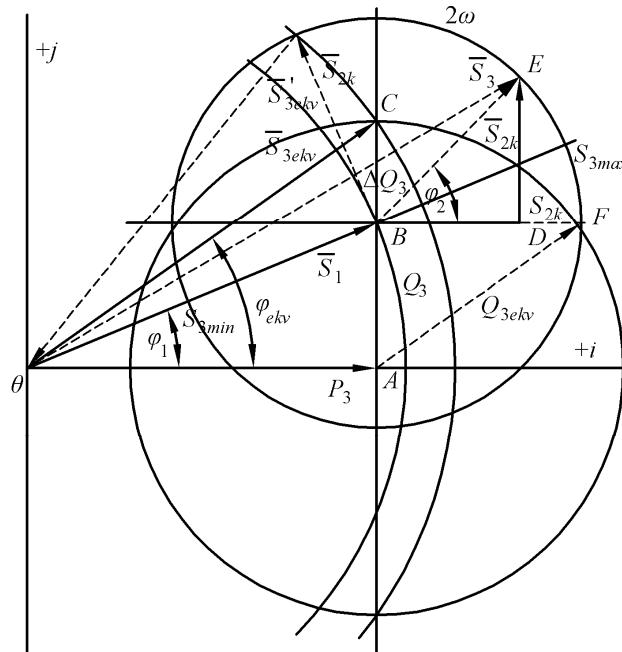
4. Апсолутна вредност тренутне вредности привидне 3-фазне снаге:

$$|\bar{S}_3| = \sqrt{(\bar{S}_1 + \bar{S}_{2k})(\bar{S}_1 + \bar{S}_{2k})} \quad (2.131)$$

Развојем и решавањем овог израза добија се:

$$\begin{aligned} S_3 &= \sqrt{(3UJ_1)^2 + (3UJ_2)^2 + (9U^2 J_1 J_2) e^{+j(2\omega t + \varphi_2 - \varphi_1)} + e^{-j(2\omega t + \varphi_2 - \varphi_1)}} = \\ &= S_1 \sqrt{1 + \rho_i^2 + 2\rho_i \cos(2\omega t + \varphi_2 - \varphi_1)} \end{aligned} \quad (2.132)$$

5. Еквивалентна привидна снага са сл. 2.11:



Сл. 2.11. Замена несиметричног оптерећења трофазног система симетричном еквивалентном снагом

$$P_3 = 3UJ_1 \cdot \cos \varphi_1 \quad (\overline{OA})$$

$$Q_3 = 3UJ_1 \cdot \sin \varphi_1 \quad (\overline{AB})$$

$$\bar{S}_1 = 3U\bar{J}_1 = 3U\bar{J}_1 \angle \varphi_1 \quad (\overline{OB})$$

$$Q_{3ekv.} = Q_3 + \Delta Q_3 = \sqrt{a_3^2 + S_{2k}^2} \quad (\overline{AC}) = (\overline{AF})$$

$$\bar{S}_{2k} = 3\bar{U}\bar{J}_2 = S_{2k} \angle [2\omega t + \varphi_2] \quad (\overline{BD} + \overline{DE} + \overline{BE})$$

$$\bar{S}_3 = [\bar{S}_1 + \bar{S}_{2k}] = P_3 + jQ_3 + \bar{S}_{2k} \quad (\overline{OE})$$

$$S_{3ekv.} = \sqrt{P_3^2 + (Q_3 + \Delta Q_3)^2} =$$

$$= \sqrt{P_3^2 + (Q_3 + S_{2k}^2)^2} = \sqrt{P_3^2 + Q_{3ekv}^2} \quad (\overline{OC}) \quad (2.133)$$

$$\cos \varphi_{ekv.} = \frac{Q_3}{S_{3ekv.}} = \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \rho_i^2}} \quad (2.134)$$

Једначина (2.132) може да садржи, према сл. 2.11, следеће вредности:

$$\begin{aligned} (2\omega t + \varphi_2 - \varphi_1) = 0 & \quad S_{3max} = 3U(J_1 + J_2) = S_1(1 + \rho_i) \\ (2\omega t + \varphi_2 - \varphi_1) = 90 & \quad S_{3ekv.} = 3U\sqrt{J_1^2 + J_2^2} = S_1\sqrt{1 + \rho_i^2} \\ (2\omega t + \varphi_2 - \varphi_1) = 180 & \quad S_{3min} = 3U(J_1 - J_2) = S_1(1 - \rho_i) \end{aligned} \quad (2.135)$$

Еквивалентна снага ( $S_{3ekv.}$ ) дефинисана једначином (2.135) може се одредити из:

а) Средње вредности која одговара квадратном корену ( $S_{3max}, S_{3min}$ ):

$$S_{3ekv.} = \sqrt{\frac{1}{2}(S_{3max}^2 + S_{3min}^2)} = S_1\sqrt{1 + \rho_i^2} \quad (2.136)$$

б) Или помоћу ефективне вредности струје:

Ефективна вредност струје система је:

$$J_{ef\ sist.}^2 = [J_R^2 + J_S^2 + J_T^2] \quad (2.137)$$

$$\text{што одговара: } J_{ef\ sist.} = \frac{S_3}{\sqrt{3}U}; \quad J_{ef\ faze} = \frac{J_{ef\ sist.}}{\sqrt{3}} = \frac{S_3}{\sqrt{3}U} \quad (2.138)$$

Превођењем тренутних вредности у комплексни домен:

$$\begin{aligned} i_R^2 &= \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Re}(\bar{J}_1 + \bar{J}_1^* + \bar{J}_2 + \bar{J}_2^*) \right]^2 \\ i_S^2 &= \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Re}(a^2 \bar{J}_1 + a \bar{J}_1^* + a \bar{J}_2 + a^2 \bar{J}_2^*) \right]^2 \\ i_T^2 &= \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Re}(a \bar{J}_1 + a^2 \bar{J}_1^* + a^2 \bar{J}_2 + a \bar{J}_2^*) \right]^2 \end{aligned} \quad (2.139)$$

Сабирањем појединих израза у систему једначина (2.139) добија се:

$$i_R^2 + i_S^2 + i_T^2 = 3 \operatorname{Re}[\bar{J}_1 \bar{J}_1^* + \bar{J}_1 \bar{J}_2 + \bar{J}_1 \bar{J}_2^* + \bar{J}_2 \bar{J}_2^*] \quad (2.140)$$

а помоћу (2.137) и (2.138) се може написати:

$$J_{ef\ sist.}^2 = [J_R^2 + J_S^2 + J_T^2] = 3 \cdot [J_1^2 + J_2^2] \quad (2.141)$$

Из једначине (2.138) је:

$$J_{ef\ faze} = \frac{J_{ef\ sist.}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3(J_1^2 + J_2^2)}{3}} = \sqrt{J_1^2 + J_2^2} \quad (2.142)$$

Затим је еквивалентна снага:

$$\begin{aligned} S_{3ekv} &= \sqrt{3} \cdot U \cdot J_{ef\ sist.} = 3 \cdot U \cdot J_{ef\ faze} = \\ &= 3 \cdot U \sqrt{J_1^2 + J_2^2} = 3U\sqrt{J_1^2 + J_2^2} = S_1\sqrt{1 + \rho_i^2} \end{aligned} \quad (2.143)$$

што се може написати и на други начин:

$$S_{3ekv} = S_1\sqrt{1 + \rho_i^2} = \sqrt{S_1^2 + S_{2k}^2} = \sqrt{P_3^2 + Q_3^2 + S_{2k}^2} \quad (2.144)$$

Парцијалне вредности електричне енергије (снаге) су изражене преко ефективних вредности струја и напона (2.137, 2.138) а из њих се одређују  $(P, Q, S)$  при чему је за трофазни систем предпостављена симетрија  $(U, J)$  и њихов фазни став.

Еквивалентирањем вредности струје извршен је прелаз на *симетричне компоненте* (2.141, 2.142). Тај приступ није различит од анализе еквивалентне снаге (изрази 2.143, 2.144) на овај начин показано је да изрази за добијену еквивалентну снагу респектују несиметрију оптерећења, јер увећавају симетричну снагу  $(S_1)$ . У примеру симетричног оптерећења када је  $(J_2 = 0)$ ,  $(\rho_i = 0; S_{2k} = 0)$  следи да је  $S_{3ekv} = S_1$ .

6. Еквивалентна реактивна снага и еквивалентни фактор снаге:

- а) У анализи несиметричних оптерећења у трофазним системима последично се појавила фреквентна снага  $(S_{2k})$  чија тренутна вредност није једнака нули и када је средња вредност у једној периоди једнака нули.
- б) Превођењем струјних компоненти, дефинисана је реактивна снага  $(Q)$ , која осцилује са фреквенцијом  $(2\omega)$ , а средња вредност у току једне периоде је једнака нули. У тренутној вредности, поред основне активне снаге она представља допунско оптерећење које повећава привидну снагу. Зато су по утицају реактивна снага  $(Q)$  и осцилујућа снага  $(S_{2k})$  равноправне.

Да се размотри њихов утицај мора се једначина (2.144) написати:

$$S_{3ekv} = \sqrt{P_3^2 + Q_3^2 + S_{2k}^2} = \sqrt{P_3^2 + (Q_3^2 + S_{2k}^2)} = \sqrt{P_3^2 + S_{3ekv}^2} \quad (2.145)$$

а из једначине (2.145) наћи  $Q_{3ekv}$ :

$$Q_{3ekv} = \sqrt{Q_3^2 + S_{2k}^2} = S_1 \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \rho_i^2} \quad (2.146)$$

Еквивалентни фактор снаге се одређује из једначине (2.145):

$$\cos \varphi_{ekv} = \frac{P_3}{S_{3ekv}} = \frac{S_1 \cos \varphi_1}{S_1 \sqrt{1 + \rho_i^2}} = \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \rho_i^2}} \quad (2.147)$$

$$P_3 = S_{3ekv} \cdot \cos \varphi_{ekv} = S_1 \sqrt{1 + \rho_i^2} \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \rho_i^2}} = S_1 \cdot \cos \varphi_1 \quad (2.148)$$

Једначине (2.147, 2.148) дају везу између фактора снаге симетричног и еквивалентног несиметричног оптерећења. Очигледно је такође да је при несиметричном оптерећењу вредност за  $(\cos \varphi_{ekv})$  увек мање од  $(\cos \varphi_1)$  а нарочито у случају симетричних оптерећења, пошто су  $(J_2 = 0; \rho_i = 0)$ ,  $\cos \varphi_{ekv} > \cos \varphi_1$ .

Пошто фактор снаге одређује и вредност реактивне снаге може се говорити о повећању (прирасту) реактивне енергије, која изазива осцилујућа снага несиметрично оптерећеног система. Затим се као у (2.148) може написати:

$$Q_{3ekv} = S_{3ekv} \cdot \sin \varphi_{ekv} = P_3 \operatorname{tg} \varphi_{ekv} \quad (2.149)$$

### 2.3.8. Несиметрично оптерећења трофазног четворопроводног система

У предходним деловима дисертације приказан је метод препознавања несиметричних оптерећења трофазног тропроводног система са несиметричним

оптерећењем, посебно са  $J_0 = 0$  и без утицаја виших хармоника. Размотрен је трофазни четворопроводни систем у коме је предпостављено да је: напонски систем симетричан и простопериодичан ( $U_2 = 0; U_0 = 0$ ), струјни систем је дефинисан оптерећењем, несиметријом, неуравнотеженим системом и опсегом хармоника.

Вредности напона и струја појединих фаза се могу написати према једначинама:

$$\begin{aligned}\bar{U}_R &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\bar{U} + \bar{U}^*] \\ \bar{U}_S &= \frac{1}{\sqrt{2}} [a^2 \bar{U} + a \bar{U}^*] \\ \bar{U}_T &= \frac{1}{\sqrt{2}} [a \bar{U} + a^2 \bar{U}^*]\end{aligned}\quad (2.150)$$

$$\begin{aligned}i_R &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (J_1 + \bar{J}_1^*) + (J_2 + \bar{J}_2^*) + (J_0 + \bar{J}_0^*) \right] + \sum_2^{\infty} (\bar{J}_{Rk} + \bar{J}_{Rk}^*) \\ i_S &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (a^2 J_1 + a \bar{J}_1^*) + (a J_2 + a^2 \bar{J}_2^*) + (J_0 + \bar{J}_0^*) \right] + \sum_2^{\infty} (\bar{J}_{Sk} + \bar{J}_{Sk}^*) \\ i_T &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (a J_1 + a^2 \bar{J}_1^*) + (a^2 J_2 + a \bar{J}_2^*) + (J_0 + \bar{J}_0^*) \right] + \sum_2^{\infty} (\bar{J}_{Tk} + \bar{J}_{Tk}^*) \\ i_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{array}{l} \text{директна} \\ \text{инверзна} \\ \text{нулта} \end{array} + 3(J_0 + \bar{J}_0^*) + \sum_2^{\infty} (\bar{J}_{Mk} + \bar{J}_{Mk}^*) \right]\end{aligned}\quad (2.151)$$

директна

инверзна

нулта

к-та хармонична  
компонента

Компоненте основног хармоника  
у фазним и нултим проводницима

у фазном и нултом  
проводнику

Решавањем једначина (2.150, 2.151) у поступку где су регистроване у свакој фази по 4 снаге, означене као последице симетричних компоненти (1,2,0), а последице виших хармоника означене су индексом “P” (снаге деформације):

$$\begin{aligned}P_R &= [p_{1R} + p_{2R} + p_{0R} + p_{DR}] \\ P_S &= [p_{1S} + p_{2S} + p_{0S} + p_{DS}] \\ P_T &= [p_{1T} + p_{2T} + p_{0T} + p_{DT}]\end{aligned}$$

Снага:

Из директне компоненте ( $J_1$ )-симетрична  
 Из инверзне компоненте ( $J_2$ )-фреквентна  
 Из нултте компоненте ( $J_0$ )  
 Деформације из ( $VN$ )

ОСНОВНИ  
ХАРМОНИК      ВИШИ  
ХАРМОНИК

Снага трофазног система је

$$P_3 = [p_1 + p_2 + p_0 + p_D]$$

1. Основни изрази за снаге трофазног система се добијају према поступку који је описан једначинама (2.112, 2.113, 2.114, 2.115).

А. Симетрична привидна снага се одређује из директне компоненте основног хармоника

$$\begin{aligned}
 2p_{1R} &= \frac{1}{3} \cdot [\bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_1^* + \bar{S}_{1k}^*] \\
 2p_{1S} &= \frac{1}{3} \cdot [a\bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_1^* + a^2\bar{S}_{1k}^*] \\
 2p_{1T} &= \frac{1}{3} \cdot [a^2\bar{S}_{1k} + \bar{S}_1 + \bar{S}_1^* + a\bar{S}_{1k}^*] \\
 p_1 &= \frac{1}{3} \cdot [p_{1R} + p_{1S} + p_{1T}^*] = 3UJ_1 \cos \varphi_1 = P_3 = \operatorname{Re}[S_1] \\
 3UJ_1 \sin \varphi_1 &= Q_3 = \operatorname{Im}[S_1] \quad S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 = (3UJ_1)^2
 \end{aligned} \tag{2.152}$$

Б. На снагу трофазног система доминантне фреквенције ( $\omega$ ) утиче инверзна компонента фреквенције ( $2\omega$ ), а укупна средња вредност снаге у току једне периоде и средња вредност реактивне снаге ( $Q_3$ ) су једнаке нули.

$$\begin{aligned}
 2p_{2R} &= \frac{1}{3} [\bar{S}_{2k} + \bar{S}_2^* + \bar{S}_2 + \bar{S}_{2k}^*] \\
 2p_{2S} &= \frac{1}{3} [\bar{S}_{2k} + a\bar{S}_2^* + a^2\bar{S}_2 + \bar{S}_{2k}^*] \\
 2p_{2T} &= \frac{1}{3} [\bar{S}_{2k} + a^2\bar{S}_2^* + a\bar{S}_2 + \bar{S}_{2k}^*] \\
 P_2 &= [p_{2R} + p_{2S} + p_{2T}] = \operatorname{Re}[S_{2k}] \\
 S_{2k} &= 3 \cdot UJ_2 = 3UJ_1 \rho_i
 \end{aligned} \tag{2.154}$$

В. Снага нулте компоненте основног хармоника је у сваком тренутку једнака нули:

$$\begin{aligned}
 2p_{0R} &= \frac{1}{3} [\bar{S}_{0k} + \bar{S}_0 + \bar{S}_0^* + \bar{S}_{0k}^*] \\
 2p_{0S} &= \frac{1}{3} [a^2\bar{S}_{0k} + a^2\bar{S}_0 + a\bar{S}_0^* + a\bar{S}_{0k}^*] \\
 2p_{0T} &= \frac{1}{3} [a\bar{S}_{0k} + a\bar{S}_0 + a^2\bar{S}_0^* + a^2\bar{S}_{0k}^*] \\
 P_2 &= [p_{0R} + p_{0S} + p_{0T}] = 0
 \end{aligned} \tag{2.155}$$

Ако се са  $\xi_i$  означи фактор неравномерности:

$$\frac{J_0}{J_1} = \xi_i \tag{2.156}$$

Израз за снагу у (2.155) се може написати као:

$$S_0 = 3 \cdot UJ_0 = 3UJ_1 \varepsilon_i = S_1 \varepsilon_i \tag{2.157}$$



Г. Снага деформације је додаток о постојању простих виших хармоника различитог реда ( $k$ ):

$$p_0 = [p_{DR} + p_{DS} + p_{DT}] = \left[ U_R \sum_2^{\infty} i_{Rk} + U_S \sum_2^{\infty} i_{Sk} + U_T \sum_2^{\infty} i_{Tk} \right] \quad (2.158)$$

Средња вредност снаге деформације је:

$$D = \frac{1}{T} \int_0^T (p_{DR} + p_{DS} + p_{DT}) dt = 0 \quad (2.159)$$

Израз (2.158) који се тиче снаге виших хармоника ради прегледности и упрошћења је за симетричну компоненту (симетрични хармоник) произвољног реда:

за нулту компоненту:

$$\bar{U}_{0(k)} = \frac{1}{3} [\bar{U}_{R(k)} + \bar{U}_{S(k)} + \bar{U}_{T(k)}] = \frac{1}{3} [1 + a^k + a^{2k}] \bar{U}_{f(k)}$$

за директну:

$$\bar{U}_{1(k)} = \frac{1}{3} [\bar{U}_{R(k)} + a \bar{U}_{S(k)} + a^2 \bar{U}_{T(k)}] = \frac{1}{3} [1 + a^{1+2k} + a^{2+k}] \bar{U}_{f(k)} \quad (2.160)$$

за инверзну:

$$\bar{U}_{2(k)} = \frac{1}{3} [\bar{U}_{R(k)} + a^2 \bar{U}_{S(k)} + a \bar{U}_{T(k)}] = \frac{1}{3} [1 + a^{2+2k} + a^{1+k}] \bar{U}_{f(k)}$$

а резултати за струје  $J_R$ ,  $J_S$ ,  $J_T$  за различите хармонике су сређени у таб. 2.2:

Таб. 2.2. Вредности фазних струја  $\bar{J}_R$ ,  $\bar{J}_S$ ,  $\bar{J}_T$  за различите хармонике

Хармоник	$\bar{J}_R = J \left  0^0 \right.$	$\bar{J}_S = J \left  -k \cdot 120^0 \right.$	$\bar{J}_T = J \left  +k \cdot 120^0 \right.$	Одговара компоненти
$k = 1,7,13,19,25$	$0^0$	$-120^0$	$+120^0$	директној
$k = 3,9,15,21,27$	$0^0$	$0^0$	$0^0$	нултој
$k = 5,11,17,23,29$	$0^0$	$+120^0$	$-120^0$	инверзној

Средња вредност снаге деформације у току прве периоде је једнака нули према (2.159), и то је исто како за реактивну снагу тако и за фреквентну снагу ( $2\omega$ ).

Деформациона снага за 1 фазу изражена преко ефективних вредности:

$$D^2 = \sum_k \sum_l [U_k^2 J_l^2 + U_l^2 J_k^2 - 2U_k J_k U_l J_l \cdot \cos(\varphi_k - \varphi_l)], \quad k \neq l \quad (2.161)$$

Напомена:

Једначина (2.161) је одређена и као квадрат привидне снаге:

$$S^2 = U^2 J^2 = \sum_k U_k^2 \sum_k J_k^2 = \sum_k U_k^2 J_k^2 + \sum_k \sum_l (U_k^2 J_k^2 + U_l^2 J_l^2) \quad (2.162)$$

Раздвајањем првог члана десне стране једначине по правилу  $[1 = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi]$ :

$$S^2 = \left( \sum_k U_k J_k \cos \varphi \right)^2 + \left( \sum_k U_k J_k \sin \varphi \right)^2 + \sum_k \sum_l [U_k^2 J_l^2 + U_l^2 J_k^2 - 2U_k J_k U_l \cos(\varphi_k - \varphi_l)] \quad (2.163)$$

Трећи члан у једначини (2.163) је уствари снага деформације, па се (2.163) може написати у облику:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (2.164)$$

Снага деформације има вредност 0 и може се за сваки пар хармоника ( $k$ -ти) и ( $l$ -ти) написати:

$$D^2 = 0 \text{ само када је } \varphi_k = \varphi_l$$

Ако је напонски систем симетричан, а напони простопериодичне функције, једначина (2.161) добија облик:

$$D^2 = U^2 \sum_2^{\infty} J_k^2 \quad (2.165)$$

## 2. Ефективна вредност струје и привидна снага система

Једначина (2.140), развијена уз претпоставку ( $J_0 = 0$ ), успоставља једнакост између ефективне вредности струја трофазног тропроводничког система и симетричних компоненти струја (једначине 2.140, 2.141).

У случају трофазног четворопроводног система уз несиметрична оптерећења и опсег хармоника, ефективне вредности струја могу се одредити на следећи начин:

$$J_{ef.sist.}^2 = [J_R^2 + J_S^2 + J_T^2 + nJ_n^2] = 3 \sum_1^{\infty} [J_{1k}^2 + J_{2k}^2 + J_{0k}^2 + (3n+1)] \quad (2.166)$$

где је  $n$ -чиниоц који показује колико је отпорност нултог проводника већа од отпорности фазног проводника (ако су исти тада је  $n = 1$ ).

Из једначине (2.138) привидна снага система је:

$$\begin{aligned} S_3 &= \sqrt{3} U J_{ef.sist.} \\ S_3^2 &= 3U^2 J_{ef.sist.}^2 \end{aligned} \quad (2.167)$$

где је  $S_3$  привидна снага трофазног система.

Заменом (2.166) у (2.167) добија се:

$$S_3^2 = (3U)^2 \sum_1^{\infty} [J_{1k}^2 + J_{2k}^2 + J_{0k}^2 (3n+1)] \quad (2.168)$$

Раздвајањем чланова једначине (2.168) на снагу основног хармоника ( $k = 1$ ) и виших хармоника ( $k = 2 \div 8$ ) коришћењем једначина (2.153, 2.154, 2.160) могу се написати:

Снаге компоненти:

$$\begin{aligned} \text{директне} &\rightarrow [3U]^2 \cdot \left[ J_1^2 + \sum_2^{\infty} J_{1k}^2 \right] = S_1^2 + D_1^2 \\ \text{инверзне} &\rightarrow [3U]^2 \cdot \left[ J_2^2 + \sum_2^{\infty} J_{2k}^2 \right] = S_{2k}^2 + D_{2k}^2 \end{aligned}$$

$$\text{нулте} \quad \rightarrow \quad [3U]^2 \cdot (3n+1) \cdot \left[ J_0^2 + \sum_{k=2}^{\infty} J_{0k}^2 \right] = [S_0^2 + D_0^2](3n+1) \quad (2.169)$$

$\swarrow$  виши хармоник  
 $\searrow$  основни хармоник

При одређивању снаге трофазног четворожичног система уведене су следеће претпоставке:

- напонски систем симетричан, напони простопериодичне функције,
- струјни систем несиметричан и садржи више хармонику,
- за снаге се могу написати једначине (2.168) или (2.169) које садрже основне и више хармонику:

$$S_3^2 = [S_1^2 + S_{2k}^2 + S_0^2(3n+1)] + [D_1^2 + D_{2k}^2 + D_0^2(3n+1)] = \\ = [P_3^2 + Q_3^2 + S_{2k}^2 + S_0^2(3n+1)] + [D^2] \quad (2.170)$$

Привидна снага (2.170) се састоји из активне  $P_3$ , реактивне снаге  $Q_3$  и фреквентне снаге  $S_{2k}$ , снаге нулте компоненте  $S_0$  и снаге деформације  $D$ .

Може се закључити да:

- Фреквентна снага  $S_{2k}$ , снага нулте компоненте  $S_0$  и снага деформације  $D$  нису мерљиве са савременом техником мерења.
- Тачно је да се све ове вредности могу, према (2.144), одредити из стварних вредности ефективне вредности струје појединих фаза и нултог проводника.
- *Према изразу (2.150) може се испитати могућност мерења симетричних компоненти  $J_{1k}$ ,  $J_{2k}$ ,  $J_{0k}(3n+1)$ , струја директног, инверзног и нултог редоследа основног (1) и виших ( $k = 2 \div \infty$ ) хармоника.*

### 3. Еквивалентна привидна снага и фактор снаге

Анализу привидних снага треба извршити са истим пресеком проводника, фазног и нултог, ( $n=1$ ) једначина (2.166) добија облик: (фазе су  $R, S, T$ , нулти проводник је  $N$ ):

$$J_{ef.sist.} = [J_R^2 + J_S^2 + J_T^2 + J_k^2] = 3 \sum_{i=1}^{\infty} [J_{1k}^2 + J_{2k}^2 + 4J_{0k}^2] \quad (2.171)$$

Јасно је да се ефективна вредност струје система  $J_{ef.sist.}$  може одредити неким мерним поступком у коме се одређују вредности симетричних компоненти, применом одговарајућих фактора могу се измерити ефективне вредности основног хармоника (означене су са  $A$ ) и струје виших хармоника (биће означене са  $B$ ):

$$J_{ef.sist.} = [J_R^2 + J_S^2 + J_T^2 + J_N^2]_{k=1} + \sum_2^{\infty} J_{Rk}^2 + \sum_2^{\infty} J_{Sk}^2 + \sum_2^{\infty} J_{Tk}^2 + \sum_2^{\infty} J_{Nk}^2 = \\ = 3[J_1^2 + J_2^2 + 4J_0^2]_{k=1} + 3 \sum_2^{\infty} (J_{1k}^2 + J_{2k}^2 + 4J_0^2) = [A] + [B] \quad (2.172)$$

За даљу анализу погодна је увести фактор струјног облика:

$$K = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{\infty} J_k^2}{\sum_{k=1}^{\infty} J_k^2}} = \sqrt{\frac{B}{A+B}} \quad (2.173)$$

Ако се фактор облика ( $K$ ) уведе у (2.172) и једначина реши у односу на улаз ( $B$ ) који обликује снагу деформације:

$$B = A \left( \frac{K^2}{1-K^2} \right) = 3 \left[ J_1^2 + J_2^2 + 4J_0^2 \right]_{k=1} \left( \frac{K^2}{1-K^2} \right) \quad (2.174)$$

После замене (2.174) у (2.172) добија се:

$$J_{ef.sist.} = 3 \left[ J_1^2 + J_2^2 + 4J_0^2 \right] + 3 \left[ J_1^2 + J_2^2 + 4J_0^2 \right] \left( \frac{K^2}{1-K^2} \right) \quad (2.175)$$

Множењем (2.175) са  $3U^2$ , и за  $n=1$  у једначини (2.170) добија се израз за снагу:

$$\begin{aligned} S_{3ekv} &= (3U^2) J_{ef.sist.} = \left[ S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 \right] + \left[ S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 \right] \left( \frac{K^2}{1-K^2} \right) = \\ &= \left[ S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 \right] + \left[ D_1^2 + D_{2k}^2 + D_0^2 \right] = \left[ S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 \right] + \left[ D^2 \right] \end{aligned} \quad (2.176)$$

или:

$$S_{3ekv}^2 = P_3^2 \left[ Q_3^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 + D^2 \right] = P_3^2 + Q_{3ekv}^2 \quad (2.177)$$

До истог резултата може се доћи мерењем полазећи од израза (2.172). Мере се  $J_{ef.sist.}^2$  и  $U^2$ , односно вредности  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[U^2]$ , а према (2.167) је:

$$J_{ef.sist.}^2 = [A] + [B] \quad (2.178)$$

$$S_{3ekv}^2 = J_{ef.sist.}^2 \cdot 3U^2 = \{[A] + [B]\} \cdot 3U^2 = P_3^2 + Q_{3ekv}^2 \quad (2.179)$$

Средња вредност еквивалентне снаге ( $Q_{3ekv}^2$ ) је једнака нули, при чему компонента  $Q_{ekv}$  је за пренос непогодна.

Решавањем једначине (2.176):

$$\begin{aligned} S_{3ekv}^2 &= \left[ S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 \right] \cdot \left[ 1 + \frac{K^2}{1-K^2} \right] = \\ &= \left[ S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 \right] \left[ \frac{1}{1-K^2} \right] \end{aligned} \quad (2.180)$$

следи:

$$\begin{aligned} \left[ S_1^2 + S_{2k}^2 \right] &= \left[ P_3^2 + Q_3^2 + S_{2k}^2 \right] = S^2 \left[ 1 + \rho_i^2 \right] \\ \left[ 4S_0^2 \right] &= 4 \left[ 3UJ_0 \right]^2 = 4 \left[ 3UJ_1 \varepsilon_i \right]^2 = S_i^2 \left( 4\varepsilon_i^2 \right) \end{aligned} \quad (2.181)$$

а заменом (2.181) у (2.180) добија се:

$$S_{3ekv}^2 = \left[ S_1^2 + (1 + \rho_i^2) + S_1^2 \cdot (4\varepsilon_i^2) \right] \left[ \frac{1}{1 - K^2} \right] =$$

$$= S_1^2 \left[ 1 + \rho_i^2 + 4\varepsilon_i^2 \right] \left[ \frac{1}{1 - K^2} \right]$$
(2.182)

Из израза (2.182) је очигледно да при вредновању, рачунању или мерењу еквивалентне снаге трофазног четворопроводног система са несиметричним оптерећењем и опсегом хармоника морају да се знају или *измере*:

- симетричне компоненте,
- фактори струјног облика.

То су вредности које се могу мерити или израчунати.

У једначини (2.182) може се увести члан, који ће бити означен са  $\lambda$  :

$$\lambda = \sqrt{\frac{1 + \rho_i^2 + 4\varepsilon_i^2}{1 - K^2}}$$
(2.183)

па је према (2.182):

$$S_{3ekv} = S_1 \cdot \lambda$$
(2.184)

Фактор ( $\lambda$ ) одређује квалитативне и квантитативне утицаје несиметрије ( $\rho_i$ ) неуравнотеженост ( $\varepsilon_i$ ) и хармонике ( $k$ ) у снази оптерећења система, под претпоставкама о симетричним системима напона и њиховом простопериодичном облику.

Минимална вредност за ( $\lambda$ ) је  $\lambda = 1$  за ( $\rho_i = \varepsilon_i = k = 0$ ).

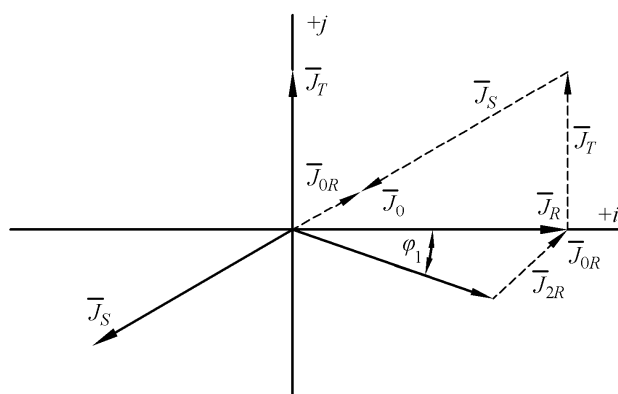
Сличним поступком може се одредити вредност фактора снаге за трофазни четворожични систем према изразу (2.182):

$$\cos \varphi_{ekv} = \frac{P_3}{S_{3ekv}} = \frac{3UJ_1 \cos \varphi_1}{3UJ_1 \sqrt{(1 + \rho_i^2 + 4\varepsilon_i^2) \left( \frac{K}{1 - K^2} \right)}} =$$

$$= \cos \varphi_1 \cdot \sqrt{\frac{1 - K^2}{1 + \rho_i^2 + 4\varepsilon_i^2}} = \frac{\cos \varphi_1}{\lambda}$$
(2.185)

Анализиран је пример трофазног четворожичног система, са несиметричним оптерећењем и садржајем-опсегом хармоника струје и симетричним системом напона. Вредности су дате као јединичне за произвољни четворопроводнички систем са следећим модулима и фазним ставовима.

Напон система	Фазне струје	Симетричне компоненте	Фактори несиметрија
$\bar{U}_R = 7,0 \underline{0^0}$	$\bar{J}_R = 6,92 \underline{0^0}$	$\bar{J}_1 = 5,45 \underline{-17,78^0}$	$\rho_i = 0,323$
$\bar{U}_S = 7,0 \underline{240^0}$	$\bar{J}_S = 6,0 \underline{210^0}$	$\bar{J}_2 = 1,76 \underline{+49,1^0}$	$\varepsilon_i = 0,122$
$\bar{U}_T = 7,0 \underline{120^0}$	$\bar{J}_T = 4,0 \underline{90^0}$	$\bar{J}_0 = 0,66 \underline{30^0}$	$K = 0,30$
	$\bar{J}_N = 2,0 \underline{30^0}$	$\bar{J}_N = 3J_0$	произвољно



Сл. 2.12. Дијаграм несиметричних струја трофазног четворопроводног система и њихових симетричних компоненти

Превођењем струје на симетричне компоненте према сл. 2.12:

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}\bar{J}_1^* = 3 \cdot 7 \cdot 5,45 \angle +17,78^0 = 114,57 \angle +17,78^0 \quad (2.186)$$

$$P_3 = S_1 \cos \varphi_1 = 114,57 \cos(17,78^0) = 109,10 \quad (2.187)$$

$$Q_3 = S_1 \sin \varphi_1 = 114,57 \sin(17,78^0) = 34,98 \quad (2.188)$$

$$S_{2k} = 3UJ_2 = 3 \cdot 7 \cdot 1,76 = 37,02 \quad (2.189)$$

$$S_0 = 3UJ_0 = 3 \cdot 7 \cdot 0,66 = 13,88$$

$$2S_0 = \sqrt{4S_0^2} = 27,97 \quad (2.190)$$

$$D = \sqrt{(S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2) \frac{K^2}{1-K^2}} \quad (2.191)$$

$$= \sqrt{(114,57^2 + 37,02^2 + 27,97^2) \frac{0,3}{1-0,3^2}} = 38,87$$

Еквивалентна снага према једначини (2.176):

$$S_{3ekv} = \sqrt{S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 + D^2} = \sqrt{(114,57^2 + 37,02^2 + 27,97^2 + 38,87^2)}$$

$$S_{3ekv} = 129,57 \quad (2.192)$$

а према једначини (2.177):

$$S_{3ekv} = \sqrt{P_3^2 + Q_{3ekv}^2} = \sqrt{P_3^2 + (Q_3^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 + D^2)} =$$

$$= \sqrt{109,10^2 + (37,98^2 + 37,02^2 + 27,97^2 + 38,87^2)} = 129,57 \quad (2.193)$$

$$\bar{S}_{3ekv} = 109,1 + j69,9 = 129,57 \angle 32,64^0 \quad (2.194)$$

Према сл. 2.13 из израза (2.180):

$$S_{3ekv} = \sqrt{(S_1^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2) \frac{1}{1-K^2}} = \sqrt{(114,57^2 + 37,02^2 + 27,97^2) \frac{1}{1-0,3^2}}$$

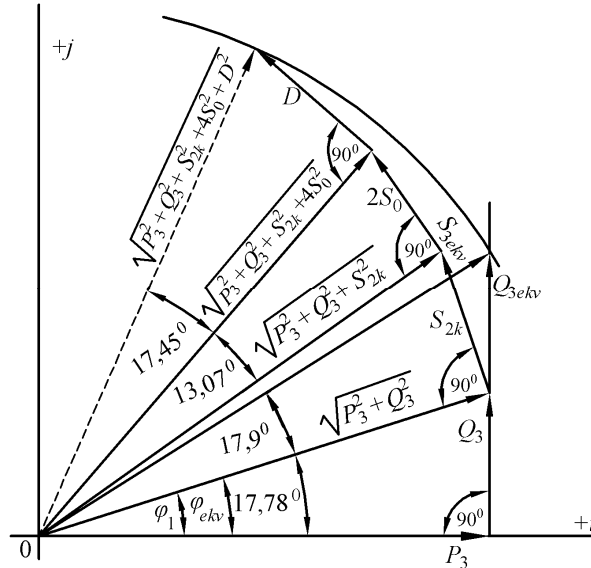
$$S_{3ekv} = 129,57 \quad (2.195)$$

а према (2.182, 2.183, 2.184) има се:

$$S_{3ekv} = S_1 \sqrt{(1 + \rho_i^2 + 4\varepsilon^2) \frac{1}{1-K^2}} = S_1 \cdot \lambda \quad (2.196)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1 + \rho_i^2 + 4\varepsilon_i^2}{1 - K}} = \sqrt{\frac{1 + 0,323^2 + 4 \cdot 0,122^2}{1 - 0,3^2}} = 1,1308 \quad (2.197)$$

$$S_{3ekv} = S_1 \cdot \lambda = 114,57 \cdot 1,1308 = 129,57 \quad (2.198)$$



Сл. 2.13. Дијаграм несиметричног трофазног оптерећеног четворопроводног система и његових "VN"-са симетричним еквивалентним снагама

Према (2.185):

$$\cos \varphi_{ekv} = \frac{\cos \varphi_1}{\lambda} = \frac{\cos(17,78^0)}{1,1308} = 0,842, \quad \varphi_{ekv} = 32,64^0 \quad (2.199)$$

$$\bar{S}_{3ekv} = 129,57 \angle 32,64^0$$

$$P_3 = S_{3ekv} \cdot \cos \varphi_{ekv} = 129,57 \cdot \cos(32,64^0) = 109,10 \quad (2.200)$$

$$Q_{3ekv} = S_{3ekv} \cdot \sin \varphi_{ekv} = 129,57 \cdot \sin(32,64^0) = 69,9 \quad (2.201)$$

Губици снаге у симетричном систему и без виших хармоника (VH)(R=1):

$$\Delta P = 3RJ_1^2 = 3 \cdot 1 \cdot 5,45^2 = 89,10 \quad (2.202)$$

Губици у несиметричном систему ако су присутни виши хармоници (+VH), R=1 према (2.175):

$$J_{ef.sist.}^2 = 3 \left[ J_1^2 + J_2^2 + 4J_0^2 \right] \left[ 1 + \frac{K^2}{1 - K^2} \right] =$$

$$= 3 \cdot [5,45^2 + 1,76^2 + 4 \cdot 0,66^2] [1,0988] = 113,99 \quad (2.203)$$

$$\Delta P' = R \cdot J_{ef.sist.}^2 = 1 \cdot 113,99 \quad (2.204)$$

или директно:

$$\Delta P' = 3R \cdot J_f = 3R \cdot \left( \frac{S_{3ekv}}{3U} \right)^2 = 3R \cdot \left( \frac{129,57}{3,7} \right)^2 = 113,99 \quad (2.205)$$

Разлика у губицима несиметричног и симетричног високонапонског система је:  
 $\Delta P' - \Delta P = 113,98 - 89,10 = 24,88$  што значи да се у несиметричном систему високонапонски губици повећавају за:

$$\frac{24,88}{89,10} \cdot 100\% = 27,92\%$$

Запажања у вези са вредновањем:

Привидна снага система је поред активне снаге одређена и следећим снагама:  
 $[Q_3]$  – реактивна снага која је настала због реактивног оптерећења, при чему је пријемник прима од генератора и враћа у електричну мрежу кроз  $S(2\omega)$ .

$[S_{2k}]$  – фреквентна снага узрокује несиметрију трафазног карактера  $S(2\omega)$  иста је као  $(Q_3)$  ако тренутна вредност није једнака нули.

$[S_0]$  – снага нулте компоненте изазива неједнакост; тј. неравнотежу четворопроводног система а по вредности је (квалитативно) изједначен са  $Q_3, Q_{2k}$ .

$[D]$  – снага деформације настаје због присуства виших хармоника, пријемник је узима од генератора али због њеног присуства расту губици у дистрибутивној електричној мрежи.

Једновремени начин вредновања је најбољи преко фактора снаге који се одређује из активне и реактивне снаге, а снаге  $[S_{2k}, S_0, D]$  се тада не узимају у обзир.

Заједничка карактеристика снага  $(Q_3, Q_{2k}, S_0, D)$  је:

1. Да се квантитативно одређују из ефективне вредности струје система,
2. По особинама све снаге су пасивне, неактивне (немају карактеристивне снаге) па се могу компензовати пасивним елементима (пасивна компензација),
3. Снаге  $(S_{2k}, S_0, D)$  су исте као реактивна снага  $(Q_3)$ ; доприносе преносу активне снаге  $P_3$  и разлог су допунских губитака.

Ове снаге су узроци несиметрија, неравнотеже и виших хармоника  $(S_{2k}, S_0, D)$  и по природи губитака су једнаки реактивнј снази  $(Q_3)$ .

Ако се пође од једначине (2.177):

$$S_{3ekv} = \sqrt{P_3^2 + Q_3^2 + S_{2k}^2 + 4S_0^2 + D^2} = \sqrt{P_3^2 + Q_3^2 + Q_D^2} \quad (2.206)$$

где је:

$$Q_D^2 = S_{2k}^2 + 4S_0^2 + D^2 \quad (2.207)$$

Такође:

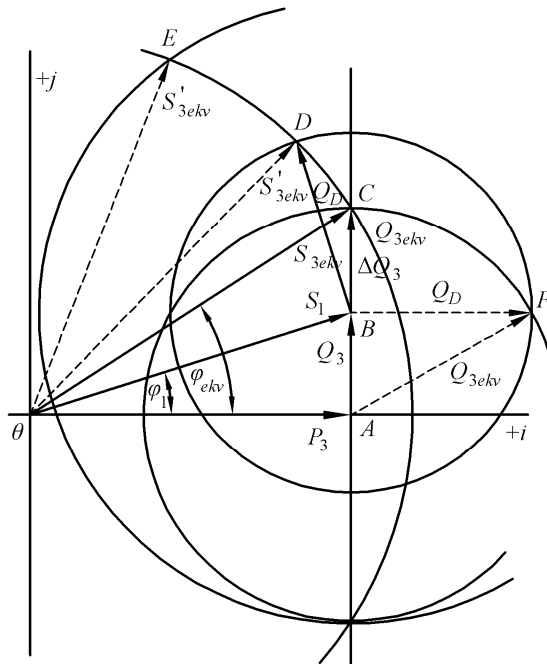
$$Q_{3ekv} = \sqrt{Q_3^2 + Q_D^2} \quad (2.208)$$

и добија се:

$$S_{3ekv} = \sqrt{P_3^2 + Q_{3ekv}^2} \quad (2.209)$$

Графички приказ ових снага је дат на сл. 2.14, која се ослања на дијаграме поступно конструисане на сл. 2.13 (израчунава се  $Q_D$ ) и одговара сл. 2.11.

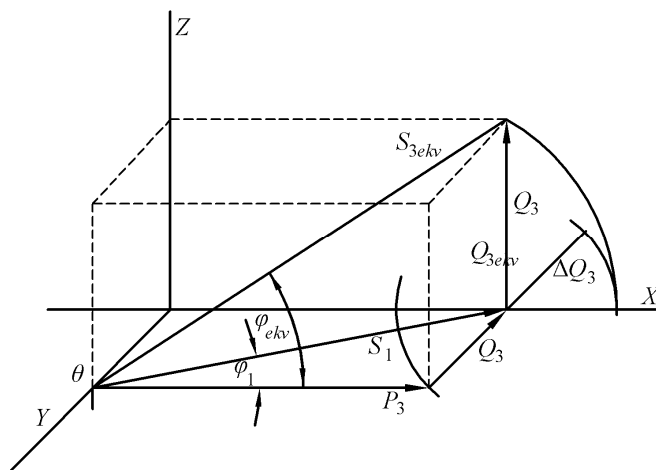




Сл. 2.14. Приказ снага из примера 1

Геометријска тродимензионална 3D интерпретација дата је на сл. 2.15 у датом примеру ( $Q_D$ ) има вредност:

$$Q_D = \sqrt{S_{2k}^2 + 4S_0^2 + D^2} = \sqrt{37,02^2 + 27,972 + 38,87^2} = 60,52 \quad (2.210)$$



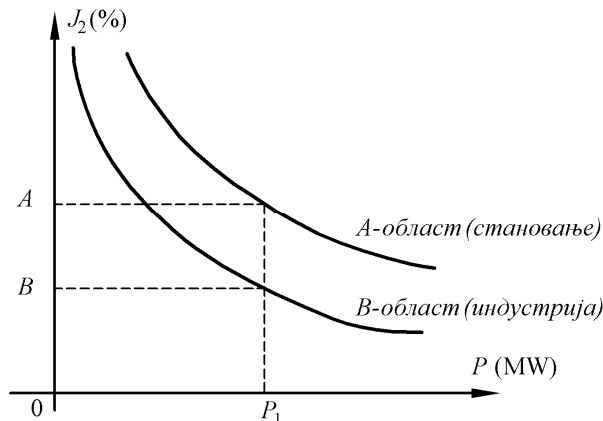
Сл. 2.15. Геометријска 3D интерпретација

## 2.4. ПРЕПОЗНАВАЊЕ НЕСИМЕТРИЈЕ У ЕЛЕКТРИЧНИМ МРЕЖАМА

Све познате несиметрије у електричним постројењима и уређајима напајане су из електричне мреже. При израчунавању ових процеса полази се од следећих претпоставки:

- а) Постоји напонска симетрија у широком опсегу промена струјних оптерећења. Струјна несиметрија је у односу на напонску несиметрију увек неколико пута већа.
- б) Ради једноставности врши се одређивање струја нисконапонских система посебно у односу на струје високонапонских система и врло високонапонских система. Ако се занемаре слабо изражене несиметрије у високонапонском делу врло високонапонских напона електричне мреже, а струје овог система се суперпонирају компонентама струја нижег напона, поступак израчунавања се знатно поједностављује.
- в) Ако се уваже разлози из тачке б), тада се сви прорачуни своде на високонапонском нивоу.
- г) Једнофазна оптерећења у електричној мрежи су изазивачи несиметрија и укључују се углавном у компоненте директног редоследа (те компоненте су означене индексом 1).

Уведене претпоставке потврђене су мерењем. На сл. 2.16 приказани су резултати мерења на изабраном моделу мреже (Косовска Митровица) при чему горња зависност вредности  $J_2\%$  одговара параметру снаге  $P_1$  за домен потрошње становања ( $A$  – област), а нижа зависност ( $B$ ) одговара индустријској потрошњи.



Сл. 2.16. Мерење вредности инверзне струје у ЕДБ Косовска Митровица

### 2.4.1. Неке од карактеристика несиметрије електричних мрежа

Ако се претпостави трофазна ( $R \equiv A; S \equiv B; T \equiv C$ ) тропроводничка мрежа са несиметричним оптерећењем при чему се потребне симетричне компоненте, директна  $J_1$ , и инверзна  $J_2$ , ( $J_0 = 0$ ) могу одредити мерењем.

За директну компоненту напона се може написати:

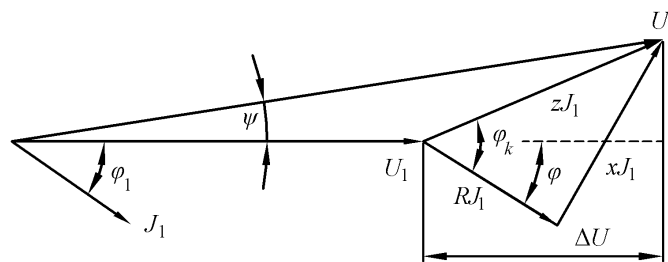
$$\begin{aligned} U_1 &= U_1' - J_1 Z \\ U_2 &= J_2 \cdot Z \end{aligned} \quad (2.211)$$

где су:

$U_1'$  – симетрична компонента напона на почетку вода,

$Z = Z_1 = Z_2$  – симетрична импеданса вода.

Пад напона се одређује уобичајеним простим поступком ( $J_1 Z$ ) што произилази из дијаграма на сл. 2.17.



Сл. 2.17. Дијаграм напона

Пад напона када је ( $\psi = 0$ ) може се одредити:

$$\Delta U = RJ_1 \cos \varphi_1 + XJ_1 \sin \varphi = ZJ_1 \cos(\varphi_k - \varphi) \quad (2.112)$$

Уколико се у (2.212) уведе произвољна вредност  $\varphi_k = 60^\circ$ ,  $\varphi = 30 \div 60^\circ$  и зато је  $\cos(\varphi_k - \varphi) = 1$ . Тада према (2.211):

$$\frac{1}{\rho_u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1' - ZJ_1}{-J_2 Z} = \frac{1}{\rho_i} \left[ 1 - \frac{J_k}{J_1} \right] \Rightarrow \frac{\rho_i}{\rho_u} = \left[ 1 - \frac{J_k}{J_1} \right] \quad (2.213)$$

где је:

$$J_k = \frac{U_1'}{Z}, \quad (J_2 = \rho_i \cdot J_1).$$

Напомена:

“ $J_k$ ” је карактеристична вредност струје кратког споја у произвољној тачки електричне мреже.

Израз (2.213) има негативну вредност и поступак се своди на одређивање напонске несиметрије на основу називне струјне несиметрије ( $\rho_i$ ).

### 1. Електрична мрежа

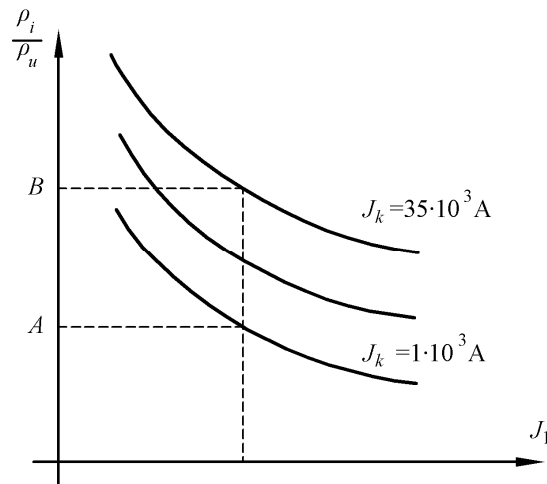
У дистрибуцији енергије обично се зна снага кратког споја за дато место и из ње се одређује струја кратког споја, а затим ова вредност уврсти у израз (2.213):

$$\frac{\rho_i}{\rho_u} = \left[ 1 - \frac{S_k}{\sqrt{3}U} \cdot \frac{1}{J_1} \right] \quad (2.214)$$

На сл. 2.18 је графички представљена једначина (2.214)  $\rho_i / \rho_u = f(J_1)$  од параметра  $J_k = 1 \div 35 \text{ kA}$ . Овде је очигледно да при истој вредности која одговара ( $\rho_i$ ) напонска несиметрија ће бити мања што је већа вредност  $J_k$ , односно снага  $S_k$ . Даље је јасно: при константној ( $J_k$ ) и повећаној ( $J_1$ ) несиметрија се смањује.

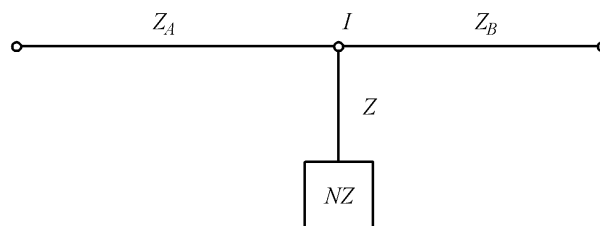
## 2. Зависност напонске несиметрије од једнофазне снаге:

Изрази за одређивање напонске несиметрије на месту где је укључен једнофазни пријемник одређују се следећим поступком, а према сл. 2.19.



Сл. 2.18. Дијаграм који показује однос  $\rho_i / \rho_u = f(J_1)$

$$\begin{aligned} \text{Група "A"} \quad Z_1^A \cdot \bar{J}_1^A + \bar{U}_1 &= \bar{E} \\ -Z_2^A \cdot \bar{J}_2^A &= \bar{U}_2 \end{aligned} \quad (2.215)$$



Сл. 2.19. Шема за одређивање напонске несиметрије

$$\begin{aligned} \text{Група "B"} \quad Z_1^B \cdot \bar{J}_1^B - \bar{U}_1 &= 0 \\ Z_2^B \cdot \bar{J}_2^B &= \bar{U}_2 \end{aligned} \quad (2.216)$$

$$\begin{aligned} \text{Чвор I} \quad \bar{J}_1 - \bar{J}_1^A + \bar{J}_1^B &= 0 \\ \bar{J}_2 - \bar{J}_2^A + \bar{J}_2^B &= 0 \end{aligned} \quad (2.217)$$

$$U_1 = \frac{\Delta U_1}{\Delta}; \quad \bar{U}_2 = \frac{\Delta \bar{U}_2}{\Delta}; \quad \rho_u = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{\Delta \bar{U}_2}{\Delta U_1}$$

$$Z^{AB} = \frac{Z_2^A \cdot Z_2^B}{Z_2^A + Z_2^B} - \text{еквивалентна импеданса грана "A" и "B"}$$

$$\rho_u = \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{Z_2^{AB}}{Z_2^{AB} + Z} \quad (2.218)$$

Под предпоставком да је ( $Z_2^{AB} = Z_1^{AB}$ ) струја кратког споја на месту укључења је:

$$J_k = \frac{S_k}{\sqrt{3}U} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z_1^{AB}} \text{ одакле је } Z_1^{AB} = \frac{U^2}{S_k} \quad (2.219)$$

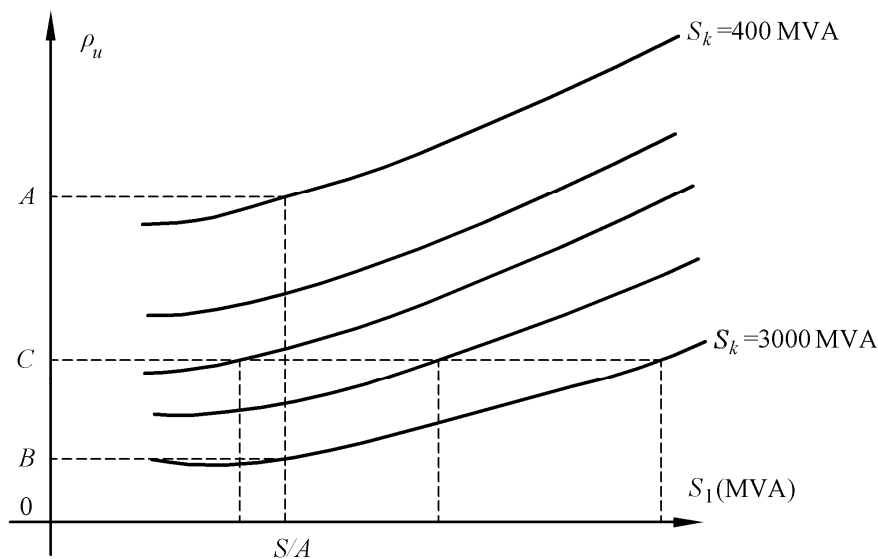
На сличан начин је у случају једнофазне снаге (пријемник једнофазни):

$$S_1 = U \cdot J = \frac{U^2}{Z} \Rightarrow Z = \frac{U^2}{S_1} \quad (2.220)$$

Заменом (2.220) и (2.219) у (2.214) директно се добија:

$$\rho_u = \frac{S_1}{S_1 + S_k} \quad (2.221)$$

На сл. 2.20 су дате зависности (2.221);  $\rho_u = f(S_1)$  са параметром ( $S_k$ ). Снага једнофазног пријемника  $S_{1A}$  изазива већу напонску несиметрију при мањим снагама кратког споја и обрнуто. На установљеној граници, (тачка C), мора се са повећањем  $S_1$  повећати и  $S_k$ .



Сл. 2.20. Зависност  $\rho_u = f(S_1)$

### 3. Трансформатор

Карактеристична вредност трансформатора је напон кратког споја  $u_k$ :

$$\frac{2J_n}{U} \cdot 10^2 = \frac{J_n}{J_k} \cdot 10^2 = u_k \Rightarrow J_k = \frac{J_n}{u_k} \cdot 10^2 \quad (2.222)$$

где је:

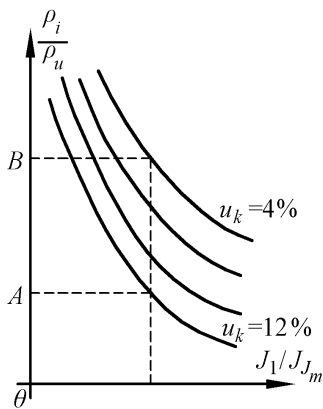
$J_n$  – називна вредност струје.

Ако се (2.222) замени у (2.213):

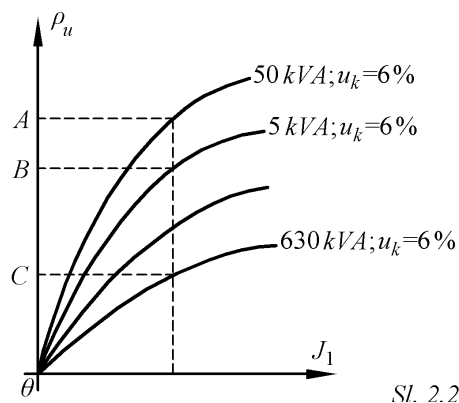
$$\frac{\rho_i}{\rho_u} = \left[ 1 - \frac{10^2}{u_k \frac{J_1}{J_n}} \right] \quad (2.223)$$

$$\rho_u = \rho_i \cdot \frac{u_k J_1}{u_k J_1 - J_n \cdot 10^2} \quad (2.224)$$

Слика 2.22 односи се на релацију (2.223) односно функцију  $\frac{\rho_i}{\rho_u} = f\left(\frac{J_1}{J_n}\right)$  са параметром ( $u_k$ ). Са графика се види да за исту вредност  $\frac{J_1}{J_n}$  и одговарајућу вредност ( $\rho_i$ ) напонска вредност се повећава са порастом ( $u_k$ ).



Сл. 2.21. Зависност  $\frac{\rho_i}{\rho_u} = f\left(\frac{J_1}{J_n}\right)$



Сл. 2.22. Зависност  $\rho_u = f(J_1)$

Сл. 2.22 представља једначину (2.218),  $\rho_u = f(J_1)$ , а параметар је снага трансформатора и његовог ( $u_k$ ). Са графика се види да при истој ( $J_1$ ) и одговарајућој ( $\rho_i$ ), код два трансформатора истих снага напонска несиметрија биће већа код оног који има већи ( $u_k$ ) и обрнуто. Код два трансформатора различитих снага и исте вредности ( $u_k$ ) достигнута напонска несиметрија за константну вредност ( $J_1$ ) биће мањег нивоа код машине са већом снагом.

#### 2.4.2. Графички поступак за одређивање фактора несиметрије напона

За одређивање апсолутне вредности и аргумента напонске несиметрије према изразу (2.214), (2.219), (2.220), развијен је следећи поступак:

$$Z_1^{AB} = Z_2^{AB} = \frac{U^2}{S_k}, \quad Z = \frac{U^2}{S_1}, \quad \frac{Z|\alpha}{Z_2^{AB}|\beta} = \frac{S_k}{S_1} \left[ \alpha - \beta = S|\gamma = \bar{S} \right] \quad (2.225)$$

где је:

$S_k$  – снага кратког споја на месту укључења једнофазног оптерећења,

$S_1$  – снага једнофазног пријемника.

Затим дељењем израза  $\rho_u$  са импедансом ( $Z_2^{AB} \mid \beta$ ) се добија:

$$\bar{\rho}_u = \rho_u \mid v = \frac{\bar{Z}_2^{AB}}{\bar{Z}_2^{AB} + \bar{Z}} = \frac{\bar{Z}_2^{AB} \mid \beta}{\bar{Z}_2^{AB} \mid \beta + Z(\alpha)} = \frac{1}{1 + \bar{S}} \quad (2.226)$$

Апсолутна вредност и аргумент израза (2.226) су:

$$\rho_u = \frac{1}{\sqrt{1 + S^2 + 2S \cdot \cos \gamma}} \quad (2.227)$$

$$\operatorname{tg} v = \frac{Z \sin(\beta - \alpha)}{Z_2^{AB} + Z \cos(\beta - \alpha)} \quad (2.228)$$

$$\operatorname{tgn} = \frac{Z \sin(\beta - \alpha)}{Z_2^{AB} + Z \cos(\beta - \alpha)} \quad (2.229)$$

Под претпоставком да је  $U_0 = 0$  за фазне напоне следи:

$$\begin{aligned} \bar{U}_R &= \bar{U}_1 + \bar{U}_2 \\ \bar{U}_S &= a^2 \bar{U}_1 + a \bar{U}_2 \\ \bar{U}_T &= a \bar{U}_1 + a^2 \bar{U}_2 \end{aligned} \quad (2.230)$$

Заменом  $\rho_u$  у једначину (2.230):

$$\begin{aligned} \bar{U}_R &= \bar{U}_1 + \bar{\rho}_u \cdot \bar{U}_1 = \bar{U}_1 [1 + \bar{\rho}_u] \\ \bar{U}_S &= a^2 \bar{U}_1 + a \cdot \bar{\rho}_u \cdot \bar{U}_1 = \bar{U}_1 [a^2 + a \cdot \bar{\rho}_u] \\ \bar{U}_T &= a \bar{U}_1 + a^2 \cdot \bar{\rho}_u \cdot \bar{U}_1 = \bar{U}_1 [a + a^2 \cdot \bar{\rho}_u] \\ \bar{\rho}_u &= \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \rho \mid v \end{aligned} \quad (2.231)$$

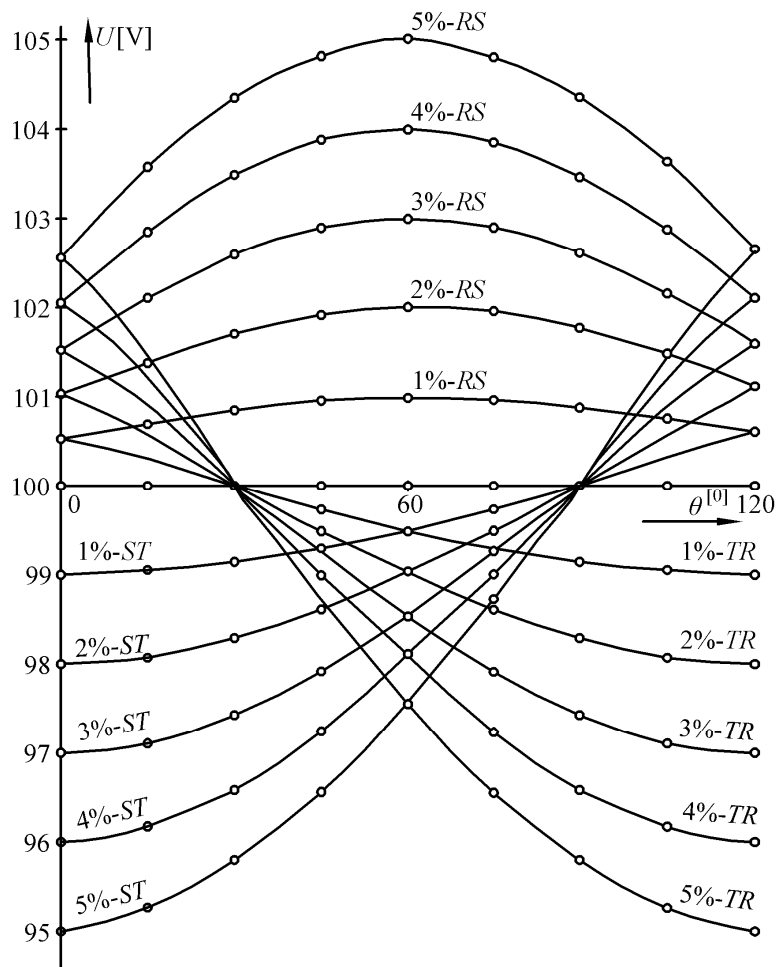
Апсолутна вредност израза (2.231) је:

$$\begin{aligned} \bar{U}_R &= U_1 \cdot \sqrt{1 + \rho_u^2 + \rho_u \cdot \cos v} \\ \bar{U}_S &= U_1 \cdot \sqrt{1 + \rho_u^2 - \rho_u (\cos v - \sqrt{3} \sin v)} \\ \bar{U}_T &= U_1 \cdot \sqrt{1 + \rho_u^2 - \rho_u (\cos v + 3 \sin v)} \end{aligned} \quad (2.232)$$

Слично се могу одредити међуфазни напони:

$$\bar{U}_{RS} = \bar{U}_R - \bar{U}_S, \bar{U}_{ST} = \bar{U}_S - \bar{U}_T, \bar{U}_{TR} = \bar{U}_T - \bar{U}_R$$

Мерним поступком, мерењем међуфазних напона могуће је са сл. 2.23 установити орјентациону вредност напонске несиметрије ( $\rho_u$ ) и помоћу изведених предходних израза израчунати струјне несиметрије ( $\rho_i$ ). У недостатку бољег овај графички и мерни поступак се може третирати као орјентациони, али по карактеру представља рачунско-мерни поступак.



Сл. 2.23. Мерење међуфазних напона

Апсолутне вредности међуфазних напона су:

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_{RS} &= \sqrt{3}U_1 \cdot \sqrt{1 + \rho_u^2 + \rho_u (\cos v + \sqrt{3} \sin v)} \\
 \bar{U}_{ST} &= \sqrt{3}U_1 \cdot \sqrt{1 + \rho_u^2 - 2\rho_u \cos v} \\
 \bar{U}_{TR} &= \sqrt{3}U_1 \cdot \sqrt{1 + \rho_u^2 + \rho_u (\cos v - \sqrt{3} \sin v)}
 \end{aligned}
 \tag{2.233}$$

Графички поступак за одређивање и израчунавање напонске несиметрије приказан је на сл. 2.23 где су процентуално приказани:

$$U_{sdr} = \sqrt{3}U_1 = 100\%, \text{ опсег: } \rho_u = 1 \div 5, v = 0 \div 120^0$$

### 2.4.3. Графички поступак за препознавање струјне несиметрије

Вредности фактора струјне несиметрије могу се одредити у једном од следећа три поступка:

- Математичким,
- Математичко графичким,
- Мерним израчунавањем.

#### 1. Трофазна тропроводна мрежа



Сва три поступка су последица следећег расуђивања:

$$J_0 = 0; J_R + J_S + J_T = 0; [(R \equiv A; S \equiv B; T \equiv C)], \text{ одакле је: } J_R = -(J_S + J_T)$$

Сређивањем формула добија се:

$$\rho_i = \frac{\bar{J}_2}{\bar{J}_1} = \frac{\bar{J}_R + a^2 \bar{J}_S + a \bar{J}_T}{\bar{J}_R + a \bar{J}_S + a^2 \bar{J}_T} = \frac{\sqrt{3}ja(\bar{J}_S - a\bar{J}_T)}{\sqrt{3}ja(\bar{J}_T - a\bar{J}_S)} \quad (2.234)$$

На основу познатих релација  $D_2 = a(J_S - aJ_T)$  и  $D_1 = J_S - a^2J_T$  и дељењем десне стране са  $(-a^2)$  добија се:

$$\rho_i = \frac{-a^2(\bar{J}_S - a\bar{J}_T)}{(\bar{J}_S - a^2\bar{J}_T)} = -a \frac{\bar{D}_2}{D_1} = \frac{\bar{J}_2}{\bar{J}_1} = \frac{|D_2|}{D_1} \quad (2.235)$$

Из једначине (2.235) је јасно да у мрежама код којих је  $J_0 = 0$  довољно је за вредновање  $(\rho_i)$  знати један од два вектора. При одређивању  $(\rho_i)$  је одлучујући однос  $\left(\frac{J_2}{J_1}\right)$ , а оператор  $(-a^2)$  представља само обртање ових вектора.

2. Трофазна четворопроводна мрежа са карактеристикама

$$J_R + J_S + J_T = J_0$$

Предходно развијени поступак (метод) може се и овде искористити ако се искључи нулта компонента  $(J_0)$ . То је могуће ако се математичким операцијама обухвати троугао међуфазних струја  $(\bar{J}_{RS}, \bar{J}_{ST}, \bar{J}_{TR})$ :

$$\bar{J}_{RS} = \bar{J}_S - \bar{J}_R, \bar{J}_{ST} = \bar{J}_T - \bar{J}_S, \bar{J}_{TR} = \bar{J}_R - \bar{J}_T$$

Развојем једначина (2.235):

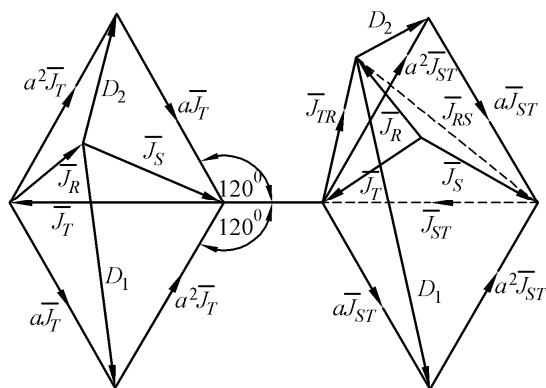
$$\begin{aligned} -a^2 D_2 &= -a^2(\bar{J}_S - a\bar{J}_T) = -a^2[(\bar{J}_T - \bar{J}_S) - a(\bar{J}_R - \bar{J}_T)] = \\ &= -a^2[\bar{J}_{ST} - a\bar{J}_{TR}] = \bar{J}_R + a^2 \bar{J}_S + a \bar{J}_T = 3\bar{J}_2 \end{aligned} \quad (2.236)$$

$$\begin{aligned} D_1 &= (\bar{J}_S - a^2 \bar{J}_T) = [(\bar{J}_T - \bar{J}_S) - a^2(\bar{J}_R - \bar{J}_T)] = \\ &= [\bar{J}_{ST} - a^2 \bar{J}_{TR}] = -a^2 \bar{J}_R - \bar{J}_S - a \bar{J}_T - \\ -a D_1 &= -a(\bar{J}_S - a^2 \bar{J}_T) = \bar{J}_R + a \bar{J}_S + a^2 \bar{J}_T = 3\bar{J}_1 \end{aligned} \quad (2.237)$$

Дељењем израза (2.237) са изразом (2.236) добија се:

$$\rho_i = \frac{-a^2(\bar{J}_S - a\bar{J}_T)}{-a(\bar{J}_S - a^2 \bar{J}_T)} = -a \frac{\bar{D}_2}{D_1} = \frac{\bar{J}_2}{\bar{J}_1} = \frac{|D_2|}{D_1} \quad (2.238)$$

Графички приказ читавог поступка је дат на сл. 2.24.



Сл. 2.24. Графички поступак одређивања струјне несиметрије

Јасно је да су одређивање фактора струјне несиметрије тропроводног и четворопроводног система у електричним мрежама графичким методом сличне операције. Овај поступак се може искористити за састављање номограма за директно израчунавање симетричних компоненти уколико се вектори троугла замене са два вектора (на пример  $\bar{J}_S, \bar{J}_T$ ), а трећи вектор се предпостави као јединични.

#### 2.4.4. Дијаграми вредности фактора несиметрије

Пример промене фактора несиметрије се може илустровати на векторском троуглу система у електричној мрежи ( $J_0 = 0$ ).

Полази се од једначине (2.235):

$$\rho_i = \frac{-a^2(\bar{J}_S - a\bar{J}_T)}{(\bar{J}_S - a^2\bar{J}_T)} = \frac{\bar{J}_T - a^2\bar{J}_S}{-\bar{J}_S - a^2\bar{J}_T} \quad (2.239)$$

Десна страна се подели са  $(\bar{J}_T)$ , а однос  $\bar{J}_S / \bar{J}_T$  означи са  $(\bar{Q})$ :

$$\rho_i = \frac{1 - a^2\bar{Q}}{\bar{Q} - a^2} \quad (2.240)$$

Издвајањем  $(\bar{Q})$  из једначине (2.240) добиће се:

$$\bar{Q} = \frac{1 + a^2\bar{\rho}_i}{\bar{\rho}_i + a^2} = \frac{1 + \bar{\rho}_i}{1 + a\bar{\rho}_i} = \frac{1 + \rho_i|v}{1 + a\rho_i|v} \quad (2.241)$$

Под предпоставком да је ( $\rho = const$ ), а затим према једначини (2.225) одређује се неконачни скуп вектора  $(\bar{Q})$ , уколико ( $v$ ) прође кроз све могуће вредности, тада ван троугла (где је  $J_T = 1$ ) биће геометријско место тачака тражене криве.

Ако је променљива ( $v$ ) вектора ( $\rho_i$ ) са реалним параметром ( $\lambda$ ), могу се написати изрази за:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{v}{2} &= \lambda; \quad v = 2\operatorname{arctg} \lambda \\ \bar{\rho}_i &= \rho_i|v; \quad \rho_i = \left| \operatorname{arctg} \lambda \right| = \rho_i \cdot \frac{1 + \lambda}{1 - j\lambda} \end{aligned} \quad (2.242)$$

Ако се (2.242) замени у (2.241):

$$Q = \frac{a + \rho_i}{1 + a\rho_i} = \frac{(a + \rho_i) + j\lambda(\rho_i - a)}{(a\rho_i + 1) + j\lambda(a\rho_i - 1)} \quad (2.243)$$

Једначина (2.243) представља кружницу за коју се може одредити:

$$\text{полупречник: } r = \sqrt{3} \frac{\rho_i}{1 - \rho_i^2} \quad (2.244)$$

$$\text{средиште: } d = \frac{\sqrt{3}}{1 - \rho_i^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(1 + \rho_i^2)}{(1 - \rho_i^2)} \quad (2.245)$$

Најнижа тачка кружнице:

$$h_1 = d - r = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(1 + \rho_i^2)}{(1 - \rho_i^2)} - \frac{\sqrt{3}\rho_i}{(1 - \rho_i^2)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1 - \rho_i}{1 + \rho_i} \quad (2.246)$$

Геометријско место константних вредности фактора несиметрије ( $\rho_0$ ) је кружница; вектор ( $Q$ ) има разне вредности у зависности од угла ( $\nu$ ) а при константној апсолутној вредности. Свака од апсолутних вредности ( $\rho_i$ ) припада кружници, према сл. 2.25. Пошто фактор несиметрије има вредности ( $\pm \rho_i$ ) горњи део кружнице припада вредности ( $\pm \rho_i$ ) (100% и мањим) и доњи део ( $-\rho_i$ ) вредностима 100% и већим што значи да доминира инверзна компонента над директном компонентом. Оба система кружница су симетрична у односу на вектор ( $J_T = 1$ ). Најнижа тачка система кружница ( $h_2$ ) је:

$$h_2 = d + r = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(1 + \rho_i^2)}{(1 - \rho_i^2)} + \frac{\sqrt{3}\rho_i}{(1 - \rho_i^2)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(1 + \rho_i)}{(1 - \rho_i)} \quad (2.247)$$

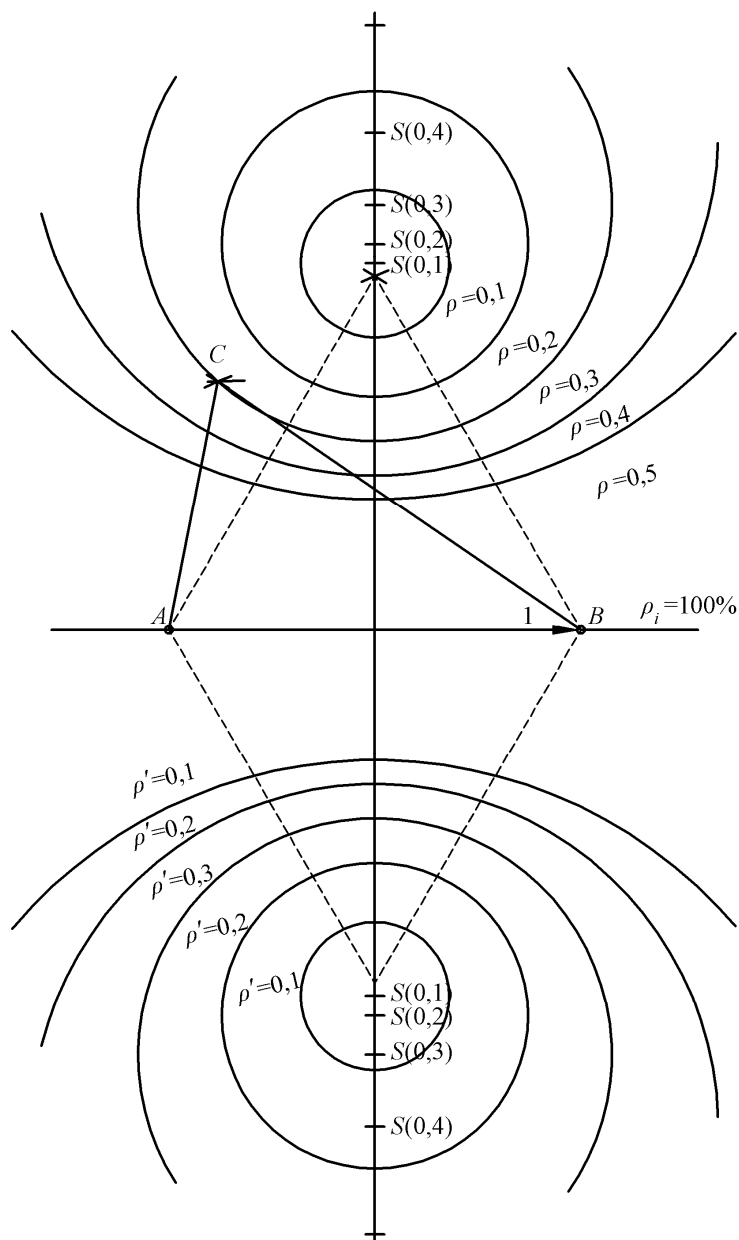
Фактор несиметрије из (2.246 и 2.247) је:

$$\rho_i = \frac{0,866 - h_1}{0,866 + h_1} = \frac{h_2 - 0,866}{h_2 + 0,866} \quad (2.248)$$

Поступак конструкције кружнице константе ( $\rho_i = 0,1 \div 0,5$ ) је дат на сл. 2.26 (јединични вектор је 100 mm; размере 1:4) према таб. 2.3.

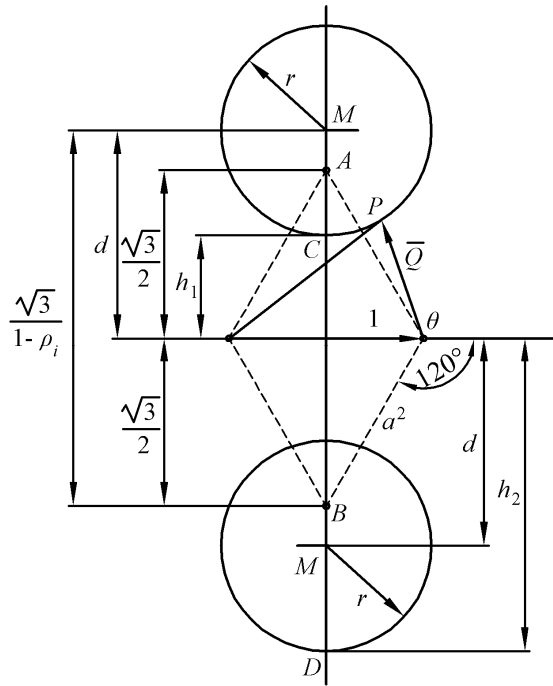
Табела 2.3. Вредности полупречника и средишта  $r$ ,  $d$

$\rho_i$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$r$	1,74	3,60	5,70	8,24	11,45
$d$	8,84	9,38	10,37	11,96	14,43



Сл. 2.25. Дијаграм за одређивање фактора несиметрија

Дијаграм на сл. 2.25 према таб. 2.3 може се користити као у поступку описаном у делу 2.4.3 при одређивању фактора несиметрије. Из измерених струја ( $J_R, J_S, J_T$ ) изабере се један од вектора као јединични, а остали се прерачунавају у односу на јединични који је представљен са дужи  $\overline{AB}$ . Пресек (тачка  $C$ ) одређује вредност фактора несиметрије.



Сл. 2.26. Кружница вредност фактора несиметрије

#### 2.4.5. Поступак за конструкцију векторског дијаграма троспроводног система са несиметричним оптерећењем

Приказан поступак препознавања струја несиметричног оптерећења односи се на анализу трофазног система уз помоћ:

- Симетричних компоненти,
- Еквивалентних ефективних вредности струје ( $J_{ekv.}$ ).

У овом делу биће представљен поступак заснован на прорачуну несиметричног система помоћу трофазних симетричних компоненти једнофазног несиметричног система.

Предпостављене су исте јединичне вредности: ( $R \equiv A; S \equiv B; T \equiv C$ ):

$$\begin{array}{lll} \bar{U}_R = 7,0 \underline{0^0} & \bar{J}_R = 7,0 \underline{0^0} & J_{1R} = 5,38 \underline{-22,17^0} \\ \bar{U}_S = 7,0 \underline{240^0} & \bar{J}_S = 7,5 \underline{200^0} & J_{2R} = 2,87 \underline{45^0} \\ \bar{U}_T = 7,0 \underline{120^0} & \bar{J}_T = 2,55 \underline{90^0} & \text{измерене вредности у фази} \end{array}$$

Према предложеном поступку могу се одредити симетричне компоненте система за два вектора односно:

$$\begin{aligned} (\bar{J}_R + \bar{J}_S + \bar{J}_T) &= 0; & \bar{J}_R &= -(\bar{J}_S + \bar{J}_T) \\ \bar{J}_{2R} &= \frac{1}{3}[\bar{J}_R + a^2\bar{J}_S + a\bar{J}_T] = \frac{1}{3}[-(\bar{J}_S + \bar{J}_T) + a^2\bar{J}_S + a\bar{J}_T] = \\ &= \frac{90^0}{\sqrt{3}}[a\bar{J}_S - a^2\bar{J}_T] = \frac{90^0}{\sqrt{3}}[D_{2R}] \end{aligned} \quad (2.249)$$

Вектор ( $D_{2R}$ ) из једначине (2.249) је:

$$D_{2R} = [a\bar{J}_S - a^2\bar{J}_T] = 7,5|320^\circ - 2,55|330^\circ = 5,0|-45^\circ \quad (2.250)$$

Заменом ( $D_{2R}$ ) у (2.249) инверзна компонента је:

$$\bar{J}_{2R} = \frac{|90^\circ}{\sqrt{3}} [D_{2R}] = \frac{|90^\circ}{\sqrt{3}} 5,0|-45^\circ = 2,87|45^\circ \quad (2.251)$$

На сличан начин за директне компоненте:

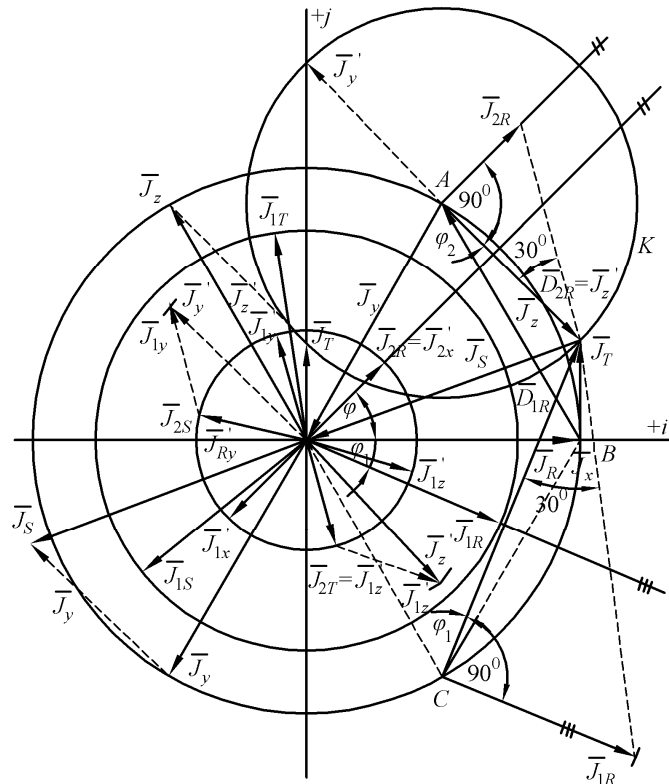
$$\bar{J}_{1R} = \frac{1}{3} [\bar{J}_R + a\bar{J}_S + a^2\bar{J}_T] = \frac{|-90^\circ}{\sqrt{3}} [a^2\bar{J}_S - a\bar{J}_T] = \frac{|-90^\circ}{\sqrt{3}} [\bar{D}_{1R}] \quad (2.252)$$

Вектор  $[\bar{D}_{1R}]$  је:

$$\bar{D}_{1R} = [a^2\bar{J}_S - a\bar{J}_T] = 7,5|440^\circ - 2,55|210^\circ = 9,33|67,83^\circ \quad (2.253)$$

$$J_{1R} = \frac{|-90^\circ}{\sqrt{3}} [\bar{D}_{1R}] = \frac{|-90^\circ}{\sqrt{3}} \cdot 9,33 \cdot |67,83^\circ = 5,38|-22,17^\circ \quad (2.254)$$

Тако је показано да се  $[D_{1R}]$  и  $[D_{2R}]$  могу одредити као симетричне компоненте. Поступак је приказан графички на сл. 2.27.



- Несиметрични систем  $-(\bar{J}_R, \bar{J}_S, \bar{J}_T)$
- Симетрични систем  $-(\bar{J}_x, \bar{J}_y, \bar{J}_z) \cdot (\bar{J}_x, \bar{J}_y, \bar{J}_z)$
- Једнофазни систем  $-\left[\bar{J}'_z = -\bar{J}'_y\right]$

Сл. 2.27. Одређивање  $[D_{1R}]$  и  $[D_{2R}]$

### 3. РАЗВОЈ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА И АЛГОРИТМА УРЕЂАЈА СА ФИЛТЕРОМ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ

Сва несиметрична оптерећења у електричним вишефазним мрежама су у основи карактерисана симетричним компонентама струја и напона [41]. Симетричне компоненте се могу одредити на два начина:

- индиректно, на основу познатих вредности струја или напона а сам поступак је математички, аналитички или графички,
- директно, мерењем симетричних компоненти струја или напона.

У оба поступка, који су познати као класични принципи мерења веома је важно установити да ли су системи уравнотежени. Анализом ових поступака може се доћи до погоднијих савремених мерних поступака.

#### 3.1. ПРИНЦИПИ МЕРЕЊА СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ

Анализа референце [23], послужила је аутору као основа идеје за развој савременог модела који ће довести до реализације идеје о препознавању симетричних компоненти струја и напона полазећи од следеће:

1. Предпоставке за мерење директне и инверзне компоненте струје.

По дефиницији су ове две компоненте:

$$\bar{J}_1 = \frac{1}{3}(\bar{J}_R + a\bar{J}_S + a^2\bar{J}_T) \quad (3.1)$$

$$\bar{J}_2 = \frac{1}{3}(\bar{J}_R + a^2\bar{J}_S + a\bar{J}_T) \quad (3.2)$$

У уравнотеженом систему ( $J_0 = 0$ ) или у тропроводном трофазном систему такође ( $J_0 = 0$ ):

$$\bar{J}_R = -(\bar{J}_S + \bar{J}_T) \Rightarrow \bar{J}_S = -(\bar{J}_R + \bar{J}_T); \bar{J}_T = -(\bar{J}_R + \bar{J}_S) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1|90^\circ}{\sqrt{3}} \left[ \bar{J}_R \underline{-60^\circ} + \bar{J}_S \right] = \frac{1|120^\circ}{\sqrt{3}} \left[ \bar{J}_S \underline{-60^\circ} + \bar{J}_T \right] = \\ &= \frac{1|330^\circ}{\sqrt{3}} \left[ \bar{J}_R + \bar{J}_T \underline{-60^\circ} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

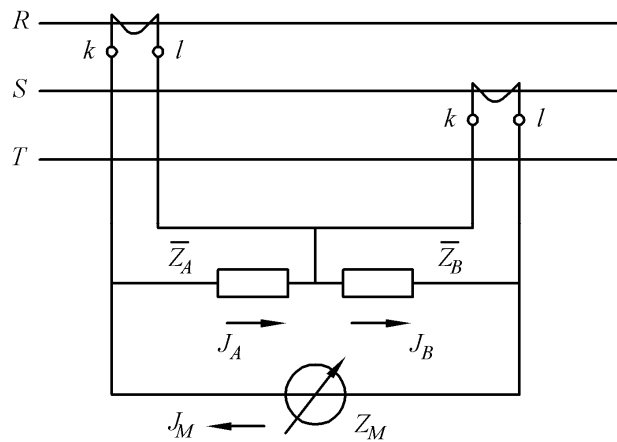
$$J_2 = \frac{1|330^\circ}{\sqrt{3}} \left[ \bar{J}_R + \bar{J}_S \underline{-60^\circ} \right] \cdot \frac{1|210^\circ}{\sqrt{3}} \left[ \bar{J}_S + \bar{J}_T \underline{-60^\circ} \right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \bar{J}_R \angle -60^\circ + \bar{J}_T \right] \quad (3.5)$$

Из једначина (3.4) и (3.5) произилази:

- Мерење симетричних компоненти је могуће (за струју  $\bar{J}_1$  и  $\bar{J}_2$ ).
- За тренутну симетричну компоненту потребно закретање вектора могуће је остварити помоћу имитанси (са индуктивном или капацитивном реактансом).
- Директна и инверзна компонента се могу измерити са истом мерном шемом заменом проводника на крајевима струјног трансформатора.

## 2. Основна шема струјног филтера



Сл. 3.1. Основна шема струјног филтера

Према II Киркохофом закону:

$$\begin{aligned} \bar{J}_A \cdot \bar{Z}_A + \bar{J}_B \cdot \bar{Z}_B + \bar{J}_M \cdot \bar{Z}_M &= 0 \\ \bar{J}_A &= \bar{J}_R + \bar{J}_M; \quad \bar{J}_B = \bar{J}_S + \bar{J}_M \end{aligned} \quad (3.6)$$

После сређивања израза (3.6) добија се:

$$\bar{J}_M = - \frac{(\bar{J}_R \cdot \bar{Z}_A + \bar{J}_S \cdot \bar{Z}_B)}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B + \bar{Z}_M} \quad (3.7)$$

Заменом симетричних компоненти у изразе за  $\bar{J}_R$  и  $\bar{J}_S$  добија се при ( $J_0 = 0$ ):

$$\begin{aligned} \bar{J}_R &= \bar{J}_1 + \bar{J}_2; \quad \bar{J}_S = a^2 \bar{J}_1 + a \bar{J}_2; \quad \bar{J}_T = a \bar{J}_1 + a^2 \bar{J}_2 \\ \bar{J}_M &= - \frac{\bar{J}_1 (\bar{Z}_A + a^2 \bar{Z}_B) + \bar{J}_2 (\bar{Z}_A + a \bar{Z}_B)}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B + \bar{Z}_M} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Приближно се може постићи:

$$\begin{aligned} \bar{J}_M &\approx \bar{J}_1 && \text{ако је} && \bar{Z}_A + a \bar{Z}_B = 0 \\ \bar{J}_M &\approx \bar{J}_2 && \text{ако је} && \bar{Z}_A + a^2 \bar{Z}_B = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

што су и практични услови за успостављање мерних шема избором погодних вредности импеданси  $\bar{Z}_A$  и  $\bar{Z}_B$ .



Сличан поступак добија се у случају реализације мерне шеме у четворопроводном систему ( $J_0 \neq 0$ ); елиминисањем нулте компоненте је:

$$\begin{aligned}\bar{J}_A \cdot \bar{Z}_A + \bar{J}_S \cdot \bar{Z}_B + \bar{J}_M \cdot \bar{Z}_M &= 0 \\ \bar{J}_A &= (\bar{J}_R - \bar{J}_S) + \bar{J}_M \\ \bar{J}_B &= (\bar{J}_S - \bar{J}_T) + \bar{J}_M\end{aligned}\quad (3.10)$$

После замене и решавања:

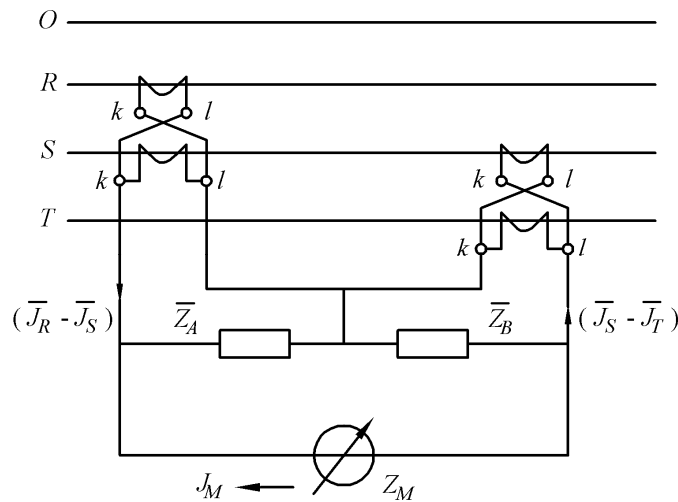
$$J_M = \frac{\bar{J}_S(\bar{Z}_A - \bar{Z}_B) + \bar{J}_T \bar{Z}_B - \bar{J}_R \bar{Z}_A}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B + \bar{Z}_M} \quad (3.11)$$

Заменом вредности симетричних компоненти  $\bar{J}_R, \bar{J}_S, \bar{J}_T$  добијамо:

$$J_M = \frac{\sqrt{3} |90^\circ|}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B + \bar{Z}_M} \left[ \bar{J}_1 (a \bar{Z}_A + \bar{Z}_B) - \bar{J}_2 (a^2 \bar{Z}_A + \bar{Z}_B) \right] \quad (3.12)$$

и по истом принципу:

$$\begin{aligned}\bar{J}_M &\approx \bar{J}_1 \quad \text{ако је} \quad a^2 \bar{Z}_A + \bar{Z}_B = 0 \\ \bar{J}_M &\approx \bar{J}_2 \quad \text{ако је} \quad a \bar{Z}_A + \bar{Z}_B = 0\end{aligned}\quad (3.13)$$



Сл. 3.2. Шема струјног филтера

Упоређењем једначина (3.9-3.13) за  $J_0 = 0$  и  $J \neq 0$  је потврђено:

За директну компоненту:

$$Z_A = Z \underline{-60^\circ} \quad Z_B = Z \underline{0^\circ}$$

По једначини (3.9):  $-\bar{J}_M \approx \bar{J}_1 \quad (\bar{Z}_A + a^2 \bar{Z}_B) = Z \underline{60^\circ} + Z \underline{120^\circ} = 0$

По једначини (3.13):  $-\bar{J}_M \approx \bar{J}_1 \quad (a^2 \bar{Z}_A + \bar{Z}_B) = Z \underline{-180^\circ} + Z \underline{0^\circ} = 0$

За инверзну компоненту:

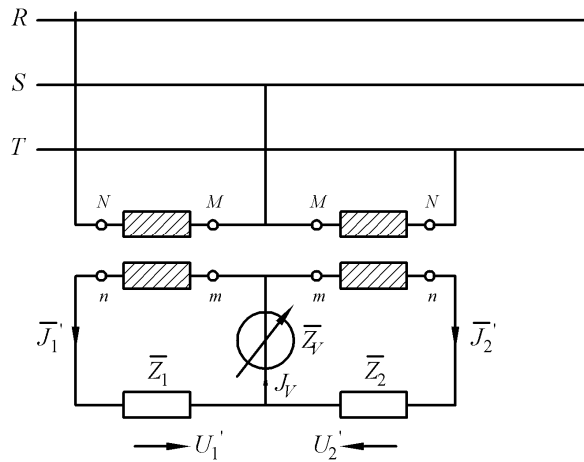
$$Z_A = Z \underline{0^\circ} \quad Z_B = Z \underline{-60^\circ} \quad (\text{замена проводника})$$

По једначини (3.9):  $-\bar{J}_M \approx \bar{J}_2, \quad (\bar{Z}_A + a^2 \bar{Z}_B) = Z \underline{0^\circ} + Z \underline{180^\circ} = 0$

По једначини (3.13) :  $-\bar{J}_M \approx \bar{J}_2, (a\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) = Z|120^\circ + Z|-60^\circ = 0$

- Импедансе  $(\bar{Z}_A, \bar{Z}_B)$  се могу реализовати помоћу редних  $(R, L, C)$  параметара (проверени начин реализовања је са комбинацијом  $(R) + (R, C)$ ).
- Индикација мерне компоненте се може извести амперметром и волтметром и из тога затим произилази мерна константа (проверена прецизност као и у сличним мерењима са електронским волтметром).
- Мерна несигурност (грешка мерења) зависи од осетљивости филтера симетричних компоненти на фреквенције.

### 3. Основна шема напонског филтера



Сл. 3.3. Основна шема напонског филтера

Шема на сл. 3.3 одговара једначинама:

$$J_V = J_1 + J_2'; \quad J_V = J_M - \text{струја у волтметру је мерена вредност}$$

$$J_1 = J_V - J_2'$$

$$\bar{U}_{RS} = \bar{J}_1'(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_V) + \bar{J}_2' \cdot \bar{Z}_V$$

$$\bar{U}_{ST} = \bar{J}_1' \cdot \bar{Z}_V + \bar{J}_2'(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_V) \quad (3.14)$$

Једначине филтера симетричних компоненти напона  $(\bar{U}_1, \bar{U}_2)$  су:

$$J_V = \frac{\bar{U}_1(\bar{Z}_2 + a^2\bar{Z}_1) + \bar{U}_2(\bar{Z}_2 + a\bar{Z}_1)}{[\bar{Z}_V(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) + \bar{Z}_1\bar{Z}_2]} \quad (3.15)$$

Такође је приближно:

$$\bar{J}_V \equiv \bar{U}_1 \quad \text{ако је} \quad (\bar{Z}_2 + a\bar{Z}_1) = 0$$

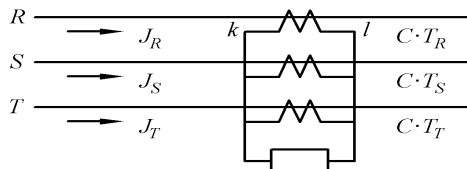
$$\bar{J}_V \equiv \bar{U}_2 \quad \text{ако је} \quad (\bar{Z}_2 + a^2\bar{Z}_1) = 0$$

Мерна константа се одређује према типу мерног инструмента (волтметар или амперметар, а најбољи је електронски волтметар).

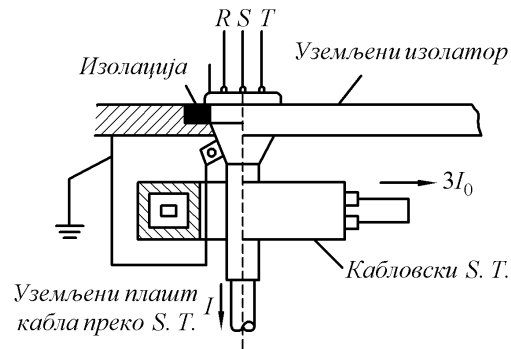
### 4. Поступак за мерење нултих компоненти

Како је показано у [42] до сада су углавном за мерење нултих компоненти струје коришћене Holmgreen-ове групе, односно паралелно спојени струјни трансформатори (за сваку фазу по један). На излазу скупа струјних трансформатора саберу се струје свих трију фаза ( $R \equiv A$ ;  $S \equiv B$ ;  $T \equiv C$ ) према сл. 3.4, односно:

$$3I_0 = I_R + I_S + I_T \quad (3.16)$$



Сл. 3.4. Мерење нултих компоненти помоћу Холгренових група



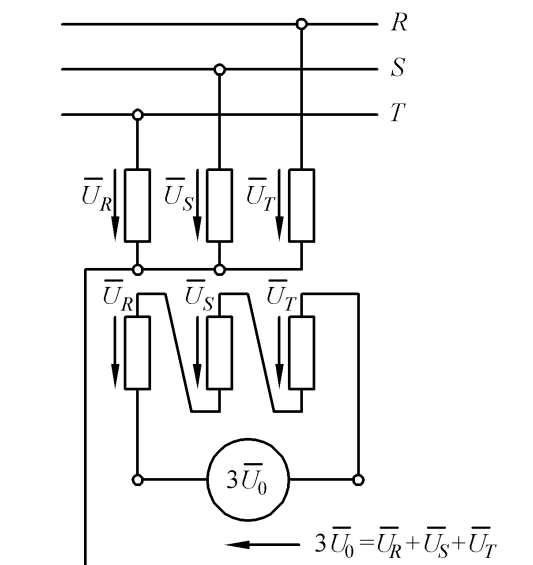
Сл. 3.5. Кабловски трансформатори

Од 1980. године су актуелни кабловски трансформатори (сл. 3.5) у којима се струја такође одређивала као збир фазних ( $R, S, T$ ) компоненти:

$$3I_0 = I_R + I_S + I_T \quad (3.17)$$

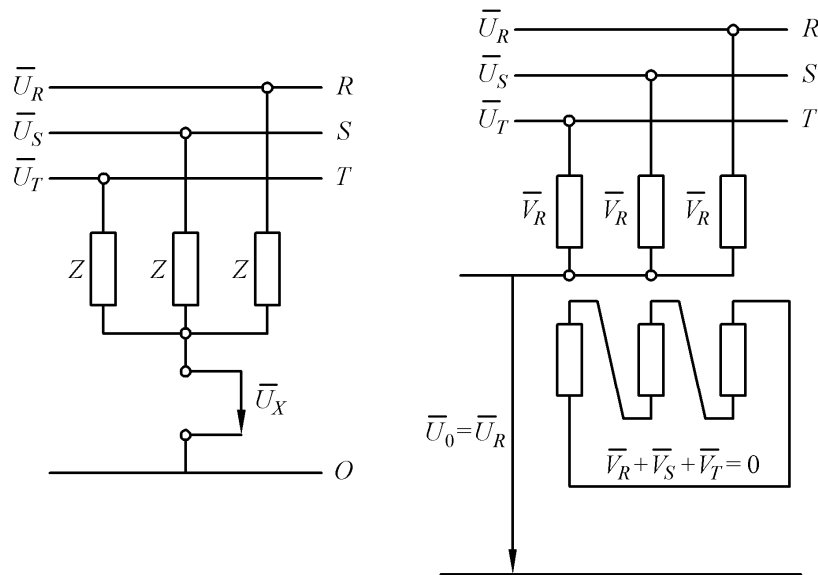
Кабловски плашт је увек са изолатором и мора да буде уземљен да би се елиминисао учинак струје која тече кроз метални плашт кабла. Овакав систем мерења се користи углавном до нивоа напона  $35 \text{ kV}$ .

5. Поступци мерења нулте компоненте напона дати су на сл. 3.6, 3.7 и 3.8, а такође се углавном свде на сабирање фазних напона [43]:



Сл. 3.6. Мерење нулте компоненте напона

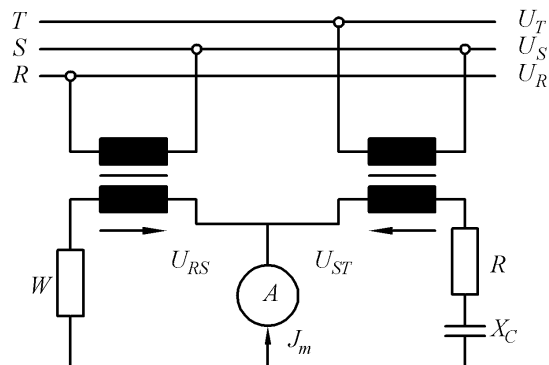
$$\begin{aligned} \bar{U}_R &= \bar{V}_R + \bar{U}_X; \bar{U}_S = \bar{V}_S + \bar{U}_X; \bar{U}_T = \bar{V}_T + \bar{U}_X; \bar{U}_X = \bar{U}_0 \\ \bar{U}_X &= \frac{Z/2}{Z + Z/2} (\bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T) \\ \bar{U}_X &= \frac{1}{3} (\bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T) = \bar{U}_0 \\ (\bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T) &= \bar{V}_R + \bar{V}_S + \bar{V}_T + 3\bar{U}_X \end{aligned} \quad (3.18)$$



Сл. 3.7. Мерење нулте компоненте напона

### 6. Развој поступака за мерење симетричних компоненти напона

Ако се у основну шему мерења са филтером напона, сл. 3.3, додају пасивне компоненте  $W$ , уместо волтметра  $V$  дода амперметар  $A$ , а у другу грану комбинација  $R - jX_C$  шема добија следећи облик као на сл. 3.8. У основи, према овој шеми, мере се симетричне компоненте напона  $\bar{U}_R, \bar{U}_S, \bar{U}_T$ .



Сл. 3.8. Сабирање међуфазних компоненти напона

За компоненту директног редоследа важило би:

$$\begin{aligned} 3\bar{U}_1 &= \bar{U}_R + a\bar{U}_S + a^2\bar{U}_T \\ 3\bar{U}_1 &= \bar{U}_R + a\bar{U}_S + a^2\bar{U}_T - a^2\bar{U}_S + a^2\bar{U}_S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3\bar{U}_1 &= \bar{U}_R + (a + a^2)\bar{U}_S + a^2(\bar{U}_T - \bar{U}_S) \\
 3\bar{U}_1 &= \bar{U}_{RS} - a^2\bar{U}_{RS} = \bar{U}_{RS} + \bar{U}_{ST} \underline{60^\circ}
 \end{aligned}
 \tag{3.19}$$

$$J_m = \frac{\bar{U}_{RS}}{W} - \frac{\bar{U}_{ST}}{R - jX_C}
 \tag{3.20}$$

Једна од могућности је  $X_C = \sqrt{3}R$ ;  $W = 2R$  па је:

$$\bar{J}_m = \frac{U_{RS}}{2R} + U_{ST} \frac{2R \underline{60^\circ}}{4R^2} = \frac{1}{2R} (U_{RS} + U_{ST} \underline{60^\circ}) = \frac{3U_1}{2R}
 \tag{3.21}$$

Мерни уређај ( $A$ ) се директно баждари у јединицама напона ( $V$ ) пошто се овим јединицама изражава и директна компонента напона  $\bar{U}_1$ . Заменом претежно капацитивне реактансе  $X_C$  реактансом индуктивног карактера  $X_L$ , може се добити инверзна компонента напона. За ту компоненту, према сл. 3.9 важило би:

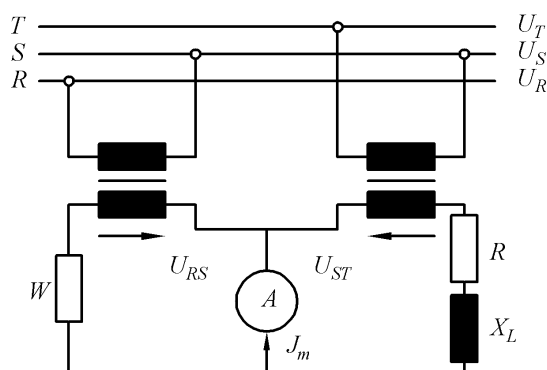
$$\begin{aligned}
 3\bar{U}_2 &= \bar{U}_R + a^2\bar{U}_S + a\bar{U}_T + a\bar{U}_S - a\bar{U}_S \\
 3\bar{U}_2 &= \bar{U}_R + (a^2 + a)\bar{U}_S + a(\bar{U}_S - \bar{U}_S) \\
 3\bar{U}_2 &= \bar{U}_{RS} - a\bar{U}_{ST} \\
 3\bar{U}_2 &= \bar{U}_{RS} + \bar{U}_{ST} \underline{60^\circ}
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

$$J_m = \frac{\bar{U}_{RS}}{W} - \frac{\bar{U}_{ST}}{R + jX_L}, \quad W = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 2R, \quad X_L = \sqrt{3}R
 \tag{3.23}$$

$$J_m = \frac{\bar{U}_{RS}}{2R} + \frac{\bar{U}_{ST}(R - j\sqrt{3}R)}{4R^2} = \frac{\bar{U}_{RS}}{2R} + \frac{\bar{U}_{ST}}{2R} \underline{-60^\circ}
 \tag{3.24}$$

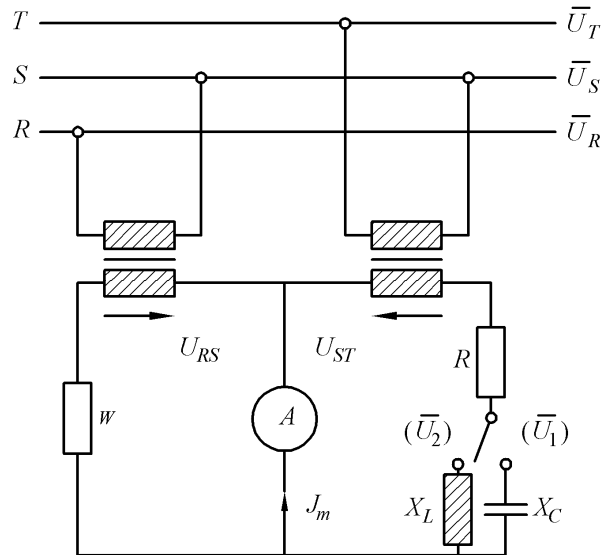
$$J_m = \frac{1}{2R} (\bar{U}_{RS} + \bar{U}_{ST} \underline{60^\circ}) = \frac{1}{2R} 3U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{2R}{3} J_m
 \tag{3.25}$$

Мерни инструмент  $A$  директно добија инверзну компоненту напона.



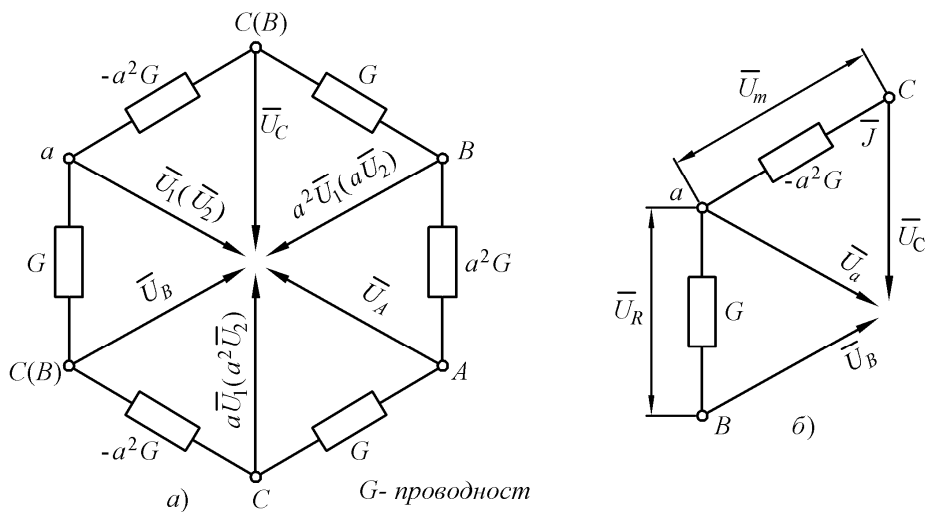
Сл. 3.9. Мерење инверзне компоненте напона

Заменом индуктивне вредности, капацитивном реактансом може се са овом шемом мерити и директна и инверзна компонента напона ( $\bar{U}_1$  и  $\bar{U}_2$ ) како је то показано на сл. 3.10.



Сл. 3.10. Мерење директне и инверзне компоненте напона

Тестирањем шеме на сл. 3.10 рачунским поступком је утврђена још једна могућност за мерење компоненти напона у трофазном тропроводном систему. За хексагон са 6 грана, код кога је у свакој грани  $G$  – проводност, уколико се на клеме  $A^\downarrow, B^\downarrow, C^\downarrow$  доведу анализирани напони трофазног система  $(R, S, T)$  на контактима  $a, b, c$  могу се мерити директни, а евентуално и инверзни систем напона.



Сл. 3.11. Склоп за мерење симетричних компоненти

На сл. 3.11.б кроз грану  $C - B$  тече струја:

$$\bar{J} = (\bar{U}_S - \bar{U}_T) \frac{G(-a^2G)}{G - a^2G} \quad (3.26)$$

$$\bar{J} = (\bar{U}_S - \bar{U}_T) \frac{-a^2G}{1 - a^2}$$

За мерење напона  $U_m$ , респективно  $U_n$  поступак је следећи:

$$\bar{U}_m = \frac{\bar{J}}{-a^2 G} = (\bar{U}_C - \bar{U}_B) \cdot \frac{1}{1-a^2} \quad (3.27)$$

$$\bar{U}_n = \frac{\bar{J}}{G} = (\bar{U}_C - \bar{U}_B) \cdot \frac{-a^2}{1-a^2} \quad (3.28)$$

Могућности су следеће:

$$\text{а) } \bar{U}_B = 0; \quad \bar{U} = \bar{U}_n = \bar{U}_C \cdot \frac{-a^2}{1-a^2} \quad (3.29)$$

$$\text{б) } \bar{U}_C = 0; \quad \bar{U} = -\bar{U}_m = \bar{U}_B \cdot \frac{-1}{1-a^2} \quad (3.30)$$

$$\text{в) } \bar{U}_B \neq 0; \bar{U}_C \neq 0; \bar{U}_A = \bar{U}_n - \bar{U}_m = \bar{U}_B \cdot \frac{1}{1-a^2} + \bar{U}_C \cdot \frac{-a^2}{1-a^2} \quad (3.31)$$

Ако је  $\bar{U}_B = a^2 \bar{U}_1$ ;  $\bar{U}_C = a \bar{U}_1$ ;  $\bar{U}_A = \bar{U}_1$  (директна компонента)

$$\begin{aligned} \bar{U}_A &= a^2 \cdot \bar{U}_1 \cdot \frac{1}{1-a^2} + a \cdot \bar{U}_1 \cdot \frac{-a^2}{1-a^2} = \left[ \frac{a^2}{1-a^2} + \frac{-a^3}{1-a^2} \right] \cdot U_1 = \\ &= \left[ \frac{a^2 - 1}{1-a^2} \right] \cdot U_1 = -U_1 \end{aligned} \quad (3.32)$$

што значи да на клеми (А) инструмент показује напон ( $-U_1$ ).

За инверзну компоненту важи:

$$\bar{U}_B = a \bar{U}_2; \quad \bar{U}_C = a^2 \bar{U}_2; \quad U_A = U_2 \quad (3.33)$$

па је вредност за  $U_A$ :

$$\begin{aligned} \bar{U}_A &= \bar{U}_n - \bar{U}_m = \bar{U}_B \cdot \frac{1}{1-a^2} + \bar{U}_C \cdot \frac{-a^2}{1-a^2} = \\ &= \frac{a}{1-a^2} \cdot \bar{U}_2 + \frac{a^2(-a^2)}{1-a^2} \cdot \bar{U}_2 = \frac{a-a}{1-a^2} \cdot \bar{U}_2 = 0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Мерни склоп на сл. 3.11 одстрањује инверзну компоненту напона, а између тачака  $a, b, c$  може се измерити директна компонента напона ( $U_1$ ). Међутим, ако се на клему (С) доведе напон  $\bar{U}_S$ , а на клему (В) доведе напон  $\bar{U}_T$  (изврши замена клема В и С) за напон  $U_A$  добија се (из система  $\bar{U}_B = a^2 \bar{U}_2$ ,  $\bar{U}_C = a \bar{U}_2$ ):

$$\begin{aligned} \bar{U}_A &= \bar{U}_n - \bar{U}_m = \bar{U}_B \cdot \frac{1}{1-a^2} + \bar{U}_C \cdot \frac{-a}{1-a^2} = \\ &= \frac{a^2}{1-a^2} \cdot \bar{U}_2 + \frac{a(-a^2)}{1-a^2} \cdot \bar{U}_2 = \frac{a^2-1}{1-a^2} \cdot \bar{U}_2 = -\bar{U}_2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

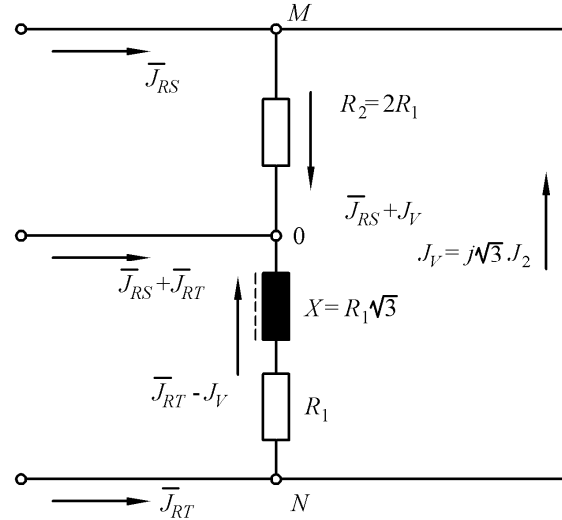
што значи да се на клеми (А) може добити негативна вредност компоненте  $\bar{U}_2$ . Може се доказати да је оваквим мерним поступком одстрањена директна компонента напона, а између тачака  $a, b, c$  може се измерити инверзна компонента напона (сл. 3.11.а и сл. 3.11.б).

Развој струјног филтера инверзне компоненте дат је на сл. 3.12. Помоћу струјних трансформатора се може одредити разлика струја на следећи начин:

$$\bar{J}_{RS} = \bar{J}_R - \bar{J}_S = (1 - a^2)\bar{J}_1 + (1 - a)\bar{J}_2 \quad (3.36)$$

$$\bar{J}_{ST} = \bar{J}_S - \bar{J}_T = (a^2 - a)\bar{J}_1 + (a - a^2)\bar{J}_2 \quad (3.37)$$

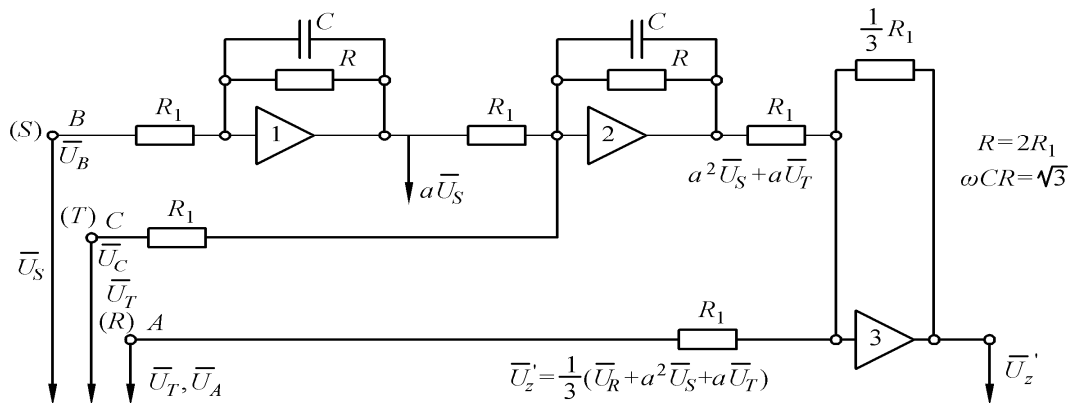
$$\bar{J}_{TR} = \bar{J}_R - \bar{J}_T = (a - 1)\bar{J}_1 + (a^2 - 1)\bar{J}_2 \quad (3.38)$$



Сл. 3.12. Струјни филтер инверзног редоследа

Према сл. 3.12 нулта компонента напона је између тачака  $M - N$  и мери се на следећи начин. За грану  $M - O$  важи:

$$(\bar{J}_{RT} - \bar{J}_V) \cdot 2R_1(-a^2) - (\bar{J}_{RS} + \bar{J}_V) \cdot 2R_1 = 0 \quad (3.39)$$



Сл. 3.13. Блок шема активног филтера инверзне компоненте напона

После замене  $J_{TR}$  из једначине (3.38) у претходни израз добија се:

$$J_V = j\sqrt{3}J_2; \quad J_2 = \frac{J_V}{j\sqrt{3}} \quad (3.40)$$

$$R_1 + j\sqrt{3}R_1 = 2R_1 \left( \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2R_1(-a^2) \quad (3.41)$$

Поред пасивних филтера (са пасивним  $R, L, C$  - параметрима) користе се активни филтери при чему се најчешће реализују активни филтери инверзне



компоненте напона. Ако се замене клеме  $B(S)$ ,  $C(T)$  може се на излазу реализовати инверзна компонента напона како је то показано на сл. 3.13.

### 3.1.1. Развој филтера симетричних компоненти и анализа статичких и динамичких карактеристика филтера

Коришћење полупроводничке технике и микроелектронике довело је до побољшања основних показатеља аквизиционе опреме: тачности, брзину преноса података, поузданост, потребна снага, као и усавршавање нових структура.

При изненадним променама режима рада електричних мрежа (кратки спојеви, комутације,...) настају електромагнетни прелазни процеси који се преносе из високонапонског дела на мерне елементе заштите и аутоматике.

Ове чињенице компликују услове функционисања аутоматике и заштите пошто се у мерним деловима контролисани параметри слободних компоненти развијених у прелазном процесу у мрежама и примарним мерним струјним и напонским трансформаторима разликују од стационарних вредности [44].

Ако нема посебних мера мерни делови могу и лажно да прораде при спољним кваровима и комутацијама или да успоре деловање при унутрашњим кваровима. Зато је примарни задатак реализација модуларних склопова заштите и аутоматике који ће имати већу брзину деловања и тачност у условима брзих прелазних процеса [45].

Од значаја је и синтеза активних фреквентно-селективних кола са задатим и/или временским карактеристикама. При избору филтера основни захтев је добијање задате зависности модула коефицијента преноса (преносне функције) од фреквенције (амлитудно фреквентне карактеристике АФК) електричног кола уз разматрање утицаја дужине трајања сопственог прелазног процеса на карактеристику.

Задатак синтезе решава се у две етапе:

1. У првој етапи (апроксимација) остварује се поступак аналитичко-физичке реализације функције кола, а по критеријуму блискости успоставља се задата карактеристика кола.
2. У другој етапи (реализација) бира се шема са којом је могуће реализовати, са задатим степеном тачности, добијену функцију и прорачунати параметре пасивних елемената и увести дозвољене предпоставке у вези са разматрањем параметара и неопходних регулационих елемената.

Избор апроксимационе функције има утицаја на решење друге етапе задатка (на пример увођење предпоставки за избор параметара елемената, ограничавање одступања реалних карактеристика од пројектованих вредности). Ако апроксимација мало задовољава задате техничке захтеве при номиналним вредностима елемената морају се поштрити захтеви у погледу тачности.

Зато се при синтези активних елемената користи метод избирљивости, чији критеријуми омогућују да се за један ниво више одабере апроксимативна функција и тада може доћи до смањења осетљивости реализованог електричног кола па се мора извршити и оцена осетљивости. У системима за аквизицију у електричним мрежама користе се електрична кола са фреквентним карактеристикама различитог типа:

- филтери ниских фреквенција са пропусним опсегом од нуле до задате фреквенција  $\omega_p$ ,

- филтери виших фреквенција са пропусним опсегом фреквенције  $\omega_p$  на више,  
и
- филтери опсега (појасни): појасно пропусни (ПФ) и појасно непропусни (ПНФ). Код појасно пропусних коефицијент преноса идејног филтера има коначну-непроменљиву вредност, а код непропусних једнак је нули.

Фреквентне карактеристике реалних филтера разликују се од идеалних како по опсегу пропуштања, где се коефицијент преноса може сматрати неизмењеним само са одређеним степеном приближења а зависи од избора апроксимирајуће функције, тако и у појасно непропусних где коефицијент преноса може имати вредности различите од нуле. Код реалних филтера такође постоје прелазне области, а не пресеци између опсега пропуштања и задржавања.

### 3.2. МЕТОДИ АПРОКСИМИРАЊА ФРЕКВЕНТНИХ КАРАКТЕРИСТИКА

Уколико се услови за физичку реализацију прелазних  $RLC$  кола аналогни условима реализовања активних  $RC$  – кола, при синтези последњих користе се сазнања из теорије  $RLC$  кола.

По физичким условима реализације преносна функција  $RLC$  – кола мора да буде парцијално-рационална функција оператора ( $p$ ) са стварним коефицијентима:

$$K(\bar{p}) = P(\bar{p})/Q(\bar{p}) \quad (3.42)$$

Степен полинома у обрасцу  $P(\bar{p})$  не треба да надвиси степен полинома у имениоцу  $Q(\bar{p})$ , при чему је  $Q(\bar{p})$  – Хурвицов полином. Ови услови су неопходни и довољни за избор преносних функција које се реализују прелазним  $RLC$  – и активним  $RC$  – електричним колима.

Могућност коришћења познатих типова апроксимирајућих функција у фреквентном домену зависи од следећих критеријума:

- максимално-раванско приближење у половима пропуштања и минимално у половима задржавања,
- једнако приближење у половима пропуштања и монотono у половима задржавања.

Задатак апроксимације решава се на прототипу-идеалног нормираног филтера ниских учестаности фреквенција. Нормирана учестаност је  $\Omega = \omega/\omega_p$  – где је  $\omega_p$  – фреквенција пресека нормирања ФНУ прототипа; гранична фреквенција нормираног филтера-прототипа је  $\Omega = 1$ .

Прелаз од филтера прототипа на произвољни тип филтера остварује се кроз процес преображаја учестаности. При преласку ФНУ на филтере ФВУ изводи се замена променљиве ( $p$ ) у преносној функцији прототипа новом променљивом  $\bar{p} = 1/p$ , а при прелазу од ФНУ на појасно пропусни филтер (ППФ) нова променљива се одређује из односа:

$$p = \frac{p^{-2} + \omega_p^2}{p} \quad (3.43)$$

где је:

$\omega_p = \sqrt{\omega_{p1} \cdot \omega_{p2}}$  – геометријска средина две фреквенције пресека пропуштања опсега у половима (ППФ).

При апроксимацији у фреквентном домену као апроксимирана функција најчешће се користи квадрат модула фреквентне карактеристике која за идеални ФНУ-прототип има следећу вредност:

$$|K(j\Omega)|^2 = \begin{cases} 1 & \text{када } 0 < |\Omega| < 1 \\ 0 & \text{када је } |\Omega| > 1 \end{cases} \quad (3.44)$$

За функцију се може користити рационално-апроксимативна функција облика:

$$\tilde{K}(j\Omega)^2 = \frac{1}{1 + \sigma_n(\Omega)^2} \quad (3.45)$$

где функција  $\sigma_n(\Omega)^2$  – је функција која задовољава следећи услов:

$$\sigma_n(\Omega)^2 \ll 1 \text{ када је } \Omega < 1; \sigma_n(\Omega)^2 \gg 1 \text{ при } \Omega > 1$$

Коришћење квадрата модула преносне функције пружа могућност да се на етапи апроксимације ради са реалним функцијама реалног аргумента. Када се добије израз за квадрат модула прелази се на преносну функцију филтера која је у општем случају парцијално-рационално функција.

$$K(\bar{p}) = \frac{P(\bar{p})}{Q(\bar{p})} = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_m p^m}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n p^n} \quad (3.46)$$

Сви коефицијенти  $a_i$  и  $b_j$  су реални, сви  $b_j$  позитивни, степен ( $m$ ) полинома бројиоца  $P(\bar{p})$  не превазилази степен ( $n$ ) полинома имениоца који је уједно полином Хурвица чије реалне и коњуговано-комплексне нуле леже у левој полуравни комплексне променљиве ( $p$ ).

Полином  $Q(\bar{p})$  представља се у облику производа првог и другог реда, а одређен је својим нулама:

$$Q(\bar{p}) = b_n \cdot \prod_{j=1}^k (p - p_j) \quad (3.47)$$

$$Q(\bar{p}) = \prod_{j=1}^k (\bar{b}_{oj} p + 1) \prod_{j=k+1}^{\frac{n-k}{2}} (\bar{b}_{2j} p^2 + \bar{b}_1 p + 1)$$

где прва група множиоца одговара простим реалним нулама  $Q(\bar{p})$ , а друга-коњуговано комплексним;  $b_{ij}$  – нормирани коефицијенти апроксимације.

Нуле полинома  $P(\bar{p})$  су нуле преносне функције филтера  $K(\bar{p})$ , а нуле полинома  $Q(\bar{p})$  – полиноми функције.

Најпростија преносна функција ФНУ представљена је деловима у којима су бројиоци једнаки јединици-све нуле преносне функције су у бесконачности, а имениоци се добија помоћу полинома Battervorta (максимална-раванска апроксимација) или Чебишева (једнакоталасна апроксимација). У првом случају је обезбеђено монотono приближивање АФК (амплитудно-фреквентне карактеристике) филтера идеалном како у половима (опсегу) пропуштања тако и у половима (опсегу) задржавања. У другом случају апроксимативна функција даје равномерно-пулсирајуће приближење у полу опсегу пропуштања и монотono у опсегу задржавања.

Полином Battervorta има облик  $B_n = \Omega^n$ , а апроксимативна функција:

$$|\tilde{K}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n}} \quad (3.48)$$

где је:

$\varepsilon^2$  – коефицијент који карактерише степен одрживости коефицијента преноса (пригушења) филтера у опсегу пропуштања  $\sigma_n = \varepsilon^2 B_n^2$ .

Релативно пригушење филтера се представља у облику:

$$a = 20 \lg \frac{K_0}{|\tilde{K}(j\Omega)|} = -10 \lg(1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n}) \quad (3.49)$$

где је:

$K_0$  – коефицијент преноса филтера при  $\Omega = 0$ .

За филтере Battervorta је карактеристично да је највеће приближење апроксимационе функције идеално у околини нулте вредности и не само ње него и њених  $(2n - 1)$  извода по фреквенцији [46]. При удаљењу  $\Omega$  од нуле грешка расте и достиже максималну вредност у опсегу пропуштања вредности при  $\Omega = 1$ . За филтере Battervorta усваја се  $\varepsilon = 1$ , што одговара смањењу коефицијента за  $\sqrt{2}$  пута при  $\Omega = 1$  у односу на његове вредности при  $\Omega = 0$ . Релативно пригушење на фреквенцији пресека износи  $\Delta a = -3dB$ .

АФК филтера Battervorta при  $\varepsilon = 1$  одређена је изразом:

$$|\tilde{K}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n}} \quad (3.50)$$

а при  $\varepsilon \neq 1$ :

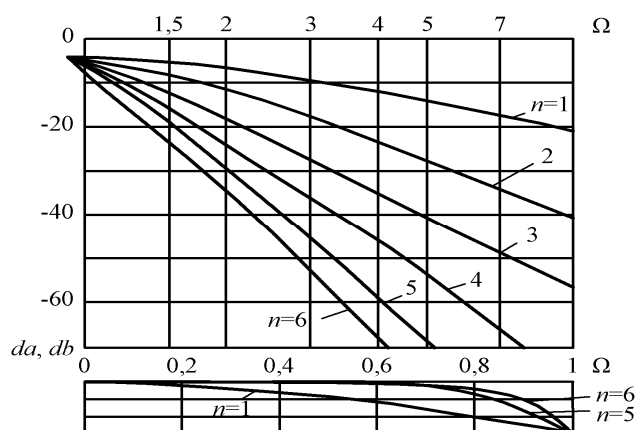
$$|\tilde{K}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n}} \quad (3.51)$$

при чему је  $\Omega = \sqrt[2n]{\varepsilon} \Omega_\varepsilon$ .

Усвајањем  $\varepsilon = 1; 0,558; 0,254; 0,124$ ; [47] могуће је добити Battervort-ове филтере, чије је релативно пригушење на фреквенцији  $\Omega_\varepsilon = 1$  једнако  $\Delta a = 3; 2; 1; 0,5$  dB. Смањење релативног пригушења ( $\varepsilon$ ) одговара проширењу опсега пропуштања филтера (у поређењу са филтером при  $\varepsilon = 1$ ) до  $\Omega_{ep} = 1/\sqrt[2n]{\varepsilon}$  и слабљење његове избирљивости у опсегу задржавања при истом реду апроксимативне функције.

Карактеристике релативног пригушења ФНУ Battervorta за  $\varepsilon = 1$   $\Delta a = 3 \text{ dB}$  и различите поретке преносних функција ( $n$ ) представљене су на сл.3.14.

Из датих зависности види се да крива карактеристике филтера у опсегу задржавања има тенденцију раста са повећањем почетка филтера [48]. Нагиб карактеристике како се из сл. 3.14 види при  $\varepsilon^2 = 1$  има вредност  $20 n \text{ dB/декади}$ .



Сл. 3.14. Карактеристике релативног пригушења филтера ниских фреквенција Battervorta за  $\varepsilon = 1 / \Delta a = 3 \text{ dB}$

При задатим захтевима за фреквентном карактеристиком филтера неопходни ред преносне функције одређује се графички или аналитички из израза (3.49).

Када је  $\Omega \gg 1$  испуштањем знака  $(-)$  може се написати  $a = 20 n \log \Omega$ , одакле је ( $a$  = потребно пригушење при фреквенцији  $\Omega$ ):

$$n \approx \frac{a}{20 \lg \Omega} \quad (3.52)$$

Табела 3.1. Множилац полиномске апроксимације пригушења филтера Battervorta

$n$	Множилац полиномске апроксимације пригушења филтера Battervorta
1	$p + 1$
2	$p^2 + \sqrt{2}p + 1$
3	$(p^2 + p + 1)(p + 1)$
4	$(p^2 + 0,765p + 1)(p^2 + 1,848p + 1)$
5	$(p + 1)(p^2 + 0,618p + 1)(p^2 + 1,61p + 1)$
6	$(p^2 + 0,5176p + 1)(p^2 + \sqrt{2}p + 1)(p^2 + 1,932p + 1)$
7	$(p + 1)(p^2 + 0,445p + 1)(p^2 + 1,247p + 1)(p^2 + 1,802p + 1)$
8	$(p^2 + 0,39p + 1)(p^2 + 1,11p + 1)(p^2 + 1,633p + 1)(p^2 + 1,962p + 1)$

У низу случајева апроксимациона функција бира се по услову другог критеријума приближења који се односи на једнаку и равномерну расподелу одступања у односу на задату функцију [49]. При томе апроксимациона функција осцилује око задате и разлика између њих је присутна увек.

При коришћењу полинома Чебишева имају облик:

$$T_n(\Omega) = \begin{cases} \cos(n \arccos \Omega); 0 \leq \Omega \leq 1 \\ \operatorname{ch}(n \operatorname{arch} \Omega); \Omega > 1 \end{cases} \quad (3.53)$$

Апроксимација у опсегу пропуштања се углавном добија као једнако таласна, а број најмањих и највећих вредности означен је са  $(n)$ .

Ови полиноми у поређењу са другима (истог степена) доводе до највернијих приближења и у том смислу минимизују највеће вредности грешке у опсегу пропуштања. Апроксимација полинома Чебишева доводи до рационалне функције облика:

$$|K(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)} \quad (3.54)$$

где је:

$\varepsilon^2$  – коефицијент непригушености ( $\varepsilon^2 < 1$ ) који карактерише отклон у пропусном опсегу.

Релативно пригушење филтера Чебишева:

$$a = -10 \lg [1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)] \quad (3.55)$$

Минимална вредност релативног пригушења у опсегу пропуштања  $\Delta a = 0$ , а минимална зависи од  $(\varepsilon)^2$ :

$$\Delta a = -10 \lg(1 + \varepsilon^2) \quad (3.56)$$

Све максималне вредности одступања у опсегу пропуштања су једнаке међусобно и зато су једнаке са вредностима отклона на граници опсега. У опсегу задржавања филтера Чебишева обезбеђена је монотона карактеристика. Код већих вредности  $\Omega$  у односу на пригушење:

$$a \approx -20 \lg \varepsilon - b(n-1) - 20n \lg \Omega \text{ а при } \varepsilon = 1: a \approx -20 \lg \Omega - b(n-1) \quad (3.57)$$

одакле при задатим захтевима за фреквентну карактеристику се одређује 1 ред преносне функције Чебишева (ако се испусти знак  $(-)$ ):

$$n = \frac{a + b}{20 \lg a + 6} \quad (3.58)$$

Да се олакша поступак пројектовања филтера са апроксимацијом по Чебишеву, као и за филтере Butterworth, рачунају се бројне вредности преносних функцији  $b_j$ , опсега  $P_i$ , или полиномални множиоци типа (3.47) за различите вредности  $\Delta a(\varepsilon)$  и  $n$ . У таб. 3.2 су представљени полиномски множиоци преносних функција филтера Чебишева за  $\Delta a = 2 \text{ db}$  [50].

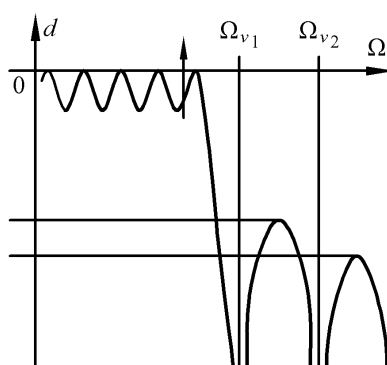
Табела 3.2. Полиномски множиоци преносних функција филтера Чебишева за  $\Delta a = 2$  db

$n$	Множиоц полиномске апроксимације по Чебишеву $\Delta a = 2$ db
2	$0,66p^2 + 0,94p + 1$
3	$(0,975p^2 + 0,548p + 1)(1,597p + 1)$
4	$(0,94p^2 + 0,33p + 1)(2,806p^2 + 2,376p + 1)$
5	$(0,965p^2 + 0,216p + 1)(2,098p^2 + 1,23p + 1)(2,76p + 1)$
6	$(0,978p^2 + 0,152p + 1)(1,965p^2 + 0,719p + 1)(6,371p^2 + 3,692p + 1)$
7	$(0,984p^2 + 0,112p + 1)(1,477p^2 + 0,472p + 1)(3,939p^2 + 1,818p + 1)(3,9p + 1)$
8	$(0,988p^2 + 0,086p + 1)(1,349p^2 + 0,335p + 1)(2,788p^2 + 1,037p + 1)(11,359p^2 + 4,981p + 1)$

Компарацијом апроксимација по Battervortu и Чебишеву може се установити следеће:

- Да апроксимацијом по Battervortu грешке у опсегу пропуштања расту монотонно од нулте вредности код нулте фреквенције до максималне вредности код учестаности пресека филтера  $\omega_p$ .
- Са апроксимацијом, по Чебишеву, грешка у пропусном опсегу има пулсирајући карактер, а при томе је највећа вредност минимизирана.
- Код једнаког поретка преносних функција филтера Чебишева, обезбеђено је веће пригушење у опсегу задржавања него са филтерима Battervorta.
- Предност филтера Battervorta је већа линеарност фазних карактеристика. Поред тога, његове прелазне (импулсне) карактеристике имају мање одскоке.
- Коришћењем поступка Чебишева могуће је добити аналогно-типско приближење у пропусном опсегу и приближно типско приближење у опсегу задржавања [51].

На сл. 3.15 десно је представљена карактеристика пригушења филтера добијеног по поступку Чебишева за два опсега.



Сл. 3.15. Карактеристика пригушења фреквенције са апроксимацијом по Чебишеву

Вредности корена карактеристичних полинома (опсеги преносних функција) филтера са једним и двама нулама преноса при различитим степенима неравномерности карактеристика пригушења у опсегу пропуштања дати су у [30], [50]. Из ове референце за филтере другог и трећег реда (нивоа) са једним нултим преносом и  $\Delta a = 2$  вредности полова дате су у таб. 3.3.

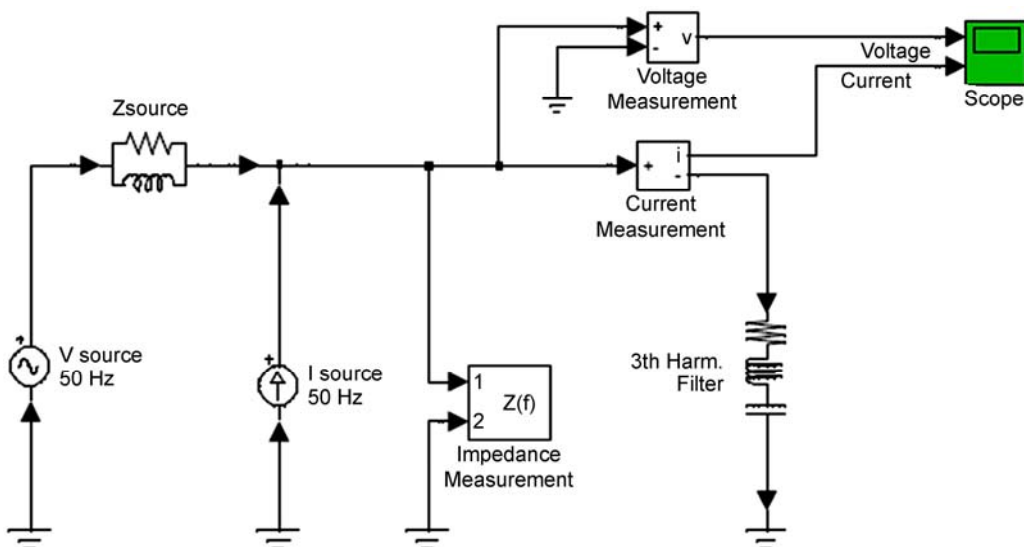
Табела 3.3. Вредности полова функција филтера у односу на  $n$

$n$	Полови преносних функција филтера са апроксимацијама по Чебишеву $\Delta a = 2$ db		
	$\Omega_V = 2$	$\Omega_V = 1,5$	$\Omega_V = 1,2$
2	$-0,34469 \pm j0,89768$	$-0,27533 \pm j0,95602$	$-0,15716 \pm j1,0052$
3	$-0,41057$ $-0,15834 \pm j0,94316$	$-0,45698$ $-0,13311 \pm j0,95998$	$-0,55695$ $-0,90173 \pm j0,9826$

При избору преносних функција филтера користе се и други типови полинома и разломака, на пример разломци Зопоталева, полиноми Лежандра, Bessela итд. Разломак Зопоталева може се разматрати као случај разломка Чебишева када је степен бројиоца преносне функције једнак степену имениоца или за јединицу је мањи. Поред тога полови Зопоталева (нуле преносне функције) на овај начин могу да обезбеде једнакост свих максимума (изоекстремност) карактеристике у односу на пригушење у половима задржавања филтера.

Филтери Лежандра (класа  $L$ ) слични филтерима Battervorta имају монотоне карактеристике пригушења у опсегу пропуштања и опсегу задржавања. За разлику од последњих филтера Лежандра при тој неравномерности у опсегу пропуштања  $\Delta a$  и са једнаким почетком ( $n$ ) обезбеђује веће пригушење у опсегу задржавања. Тачнији методи апроксимације при синтези дигиталних  $RC$  кола могу се наћи у [30].

Кроз анализу резултата симулације параметарске методе у **MATLAB 6.5 Simulink, Power System, Linear filter**) су приказане могућности које одговарају примени филтера у процесу аквизиције мерних информација о струјама и напонима у електричним мрежа.



Сл. 3.16. Шема мерног кола са филтером за блокирање 3th-хармоника пројектованим за 5-ти хармоник са напонским извором 3th, 50 Hz и струјним извором 50 Hz



### 3.2.1. Пројектовање филтера симетричних компоненти који садрже дистантне струјне даваче

Као и код трансреактора [18], напон на крајевима дистантних струјних давача сразмеран је мереној примарној струји. Због физичког принципа мерења, унутрашња импеданса дистантних струјних давача је велика. Да би се обезбедила максимална потребна снага из струјних филтера симетричних компоненти морају се изједначити импедансе оптерећења и филтера. Иако се ради о струјним филтерима, електрична вредност на излазу је напон пропорционалан симетричним компонентама мереног трофазног система струја. Излазни напон на крајевима филтера је:

$$U_f = k_A \cdot I_A + k_B \cdot I_B + k_C \cdot I_C \quad (3.59)$$

Напон на излазу филтера изражен преко симетричних компоненти је:

$$U_f = k_1 \cdot I_1 + k_2 \cdot I_2 + k_0 \cdot I_0 \quad (3.60)$$

Филтер симетричних компоненти се може реализовати уколико се одреди зависност коефицијената  $k_1, k_2, k_0$  из израза (3.60) преко коефицијената  $k_A, k_B, k_C$ . На исти начин одређују се коефицијенти филтера директног, инверзног, нултог редоследа и комбинованог филтера инверзног и нултог редоследа.

Поступак рачунања коефицијената је математички и произилази из:

1. Услов за реализацију филтера директног редоследа, према једначини 3.60 на крајевима филтера, напон празног хода:

$$U_{ph} = k_1 I_1; k_2 = 0; k_0 = 0 \quad (3.61)$$

Применом поступка у поглављу 2, за прелаз несиметричног система у симетрични који је у овом случају примењен на коефицијенте превођења  $k_1, k_2, k_0$ , има се:

$$\begin{aligned} k_1 &= k_A + a^2 k_B + a \cdot k_C \\ k_2 &= k_A + a \cdot k_B + a^2 \cdot k_C \\ k_0 &= k_A + k_B + k_C \end{aligned} \quad (3.62)$$

Решавањем система једначина (3.62) добијају се следеће вредности:

$$\begin{aligned} k_1 &\neq 0 \\ k_2 &= 0 \\ k_0 &= 0 \end{aligned} \quad k_A = \frac{k_1(a - a^2)}{a^4 - 3a^2 + 2a} = \frac{k_1}{3}; k_B = \frac{k_1}{3} e^{j120}; k_C = \frac{k_1}{3} e^{-j120} \quad (3.63)$$

2. Услови за реализацију филтера инверзног редоследа:

$$U_{ph} = k_2 I_2; k_1 = 0; k_0 = 0 \quad (3.64)$$

Решавајући систем једначина (3.62) по условима (3.64) добија се:

$$\begin{aligned} k_1 &= 0 \\ k_2 &\neq 0 \\ k_0 &= 0 \end{aligned} \quad k_A = \frac{k_2}{3}; k_B = \frac{k_2}{3} e^{-j120}; k_C = \frac{k_2}{3} e^{+j120} \quad (3.65)$$

3. За реализацију филтера нултог редоследа важи исти поступак:

$$U_{ph} = k_0 I_0; k_1 = 0; k_2 = 0 \quad (3.66)$$

На исти начин добијају се вредности коефицијената из фазне вредности:

$$\begin{aligned} k_1 &\neq 0 \\ k_2 &= 0 \\ k_0 &= 0 \end{aligned} \quad k_A = k_B = k_C = \frac{k_0}{3} \quad (3.67)$$

Тиме је потврђен начин добијања Holmgreenovih група (сл. 3.4.).

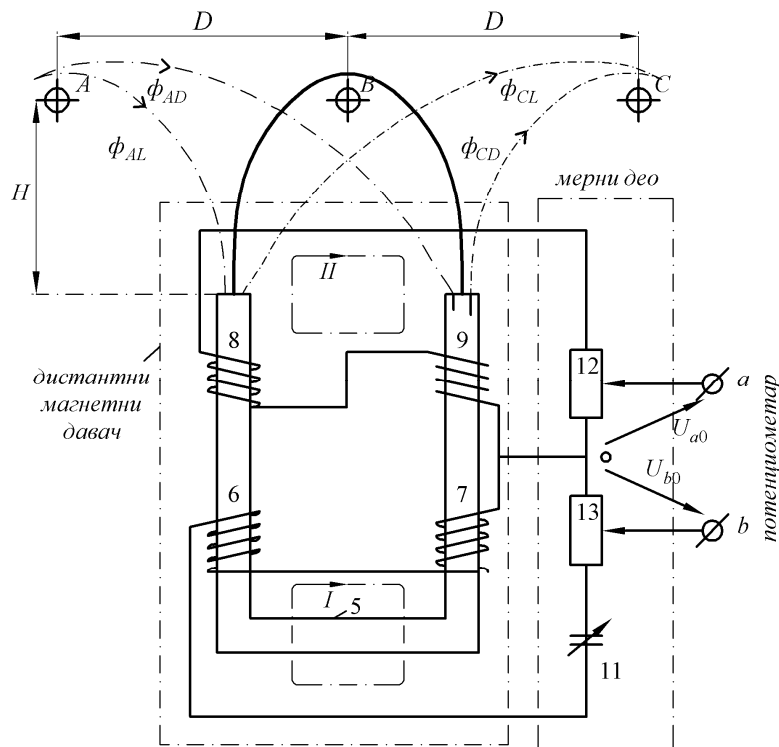
4. За реализацију комбинованог (0+2), филтера нултог и инверзног редоследа решава се систем једначина по услову  $k_1 = 0$ ;  $k_2 \neq 0$ ;  $k_0 \neq 0$ . У том случају решава се систем једначина:

$$\begin{aligned} k_A + a^2 k_B + a k_C &= 0 \\ k_A + a k_B + a^2 k_C &= k_2 \\ k_A + k_B + k_C &= k_0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

Коефицијенти из фазне компоненте су:

$$k_A = \frac{1}{3}(k_0 + k_2); \quad k_B = \frac{1}{3}(k_0 + a^2 k_2) \quad (3.69)$$

По релацији (3.68) аутор је конструисао комбиновани филтер струје инверзног и нултог редоследа чија је шема и конструкција дата на сл. 3.17 и 3.18, а на сл. 3.19 и 3.20, изглед дистантног струјног електромагнетног давача.

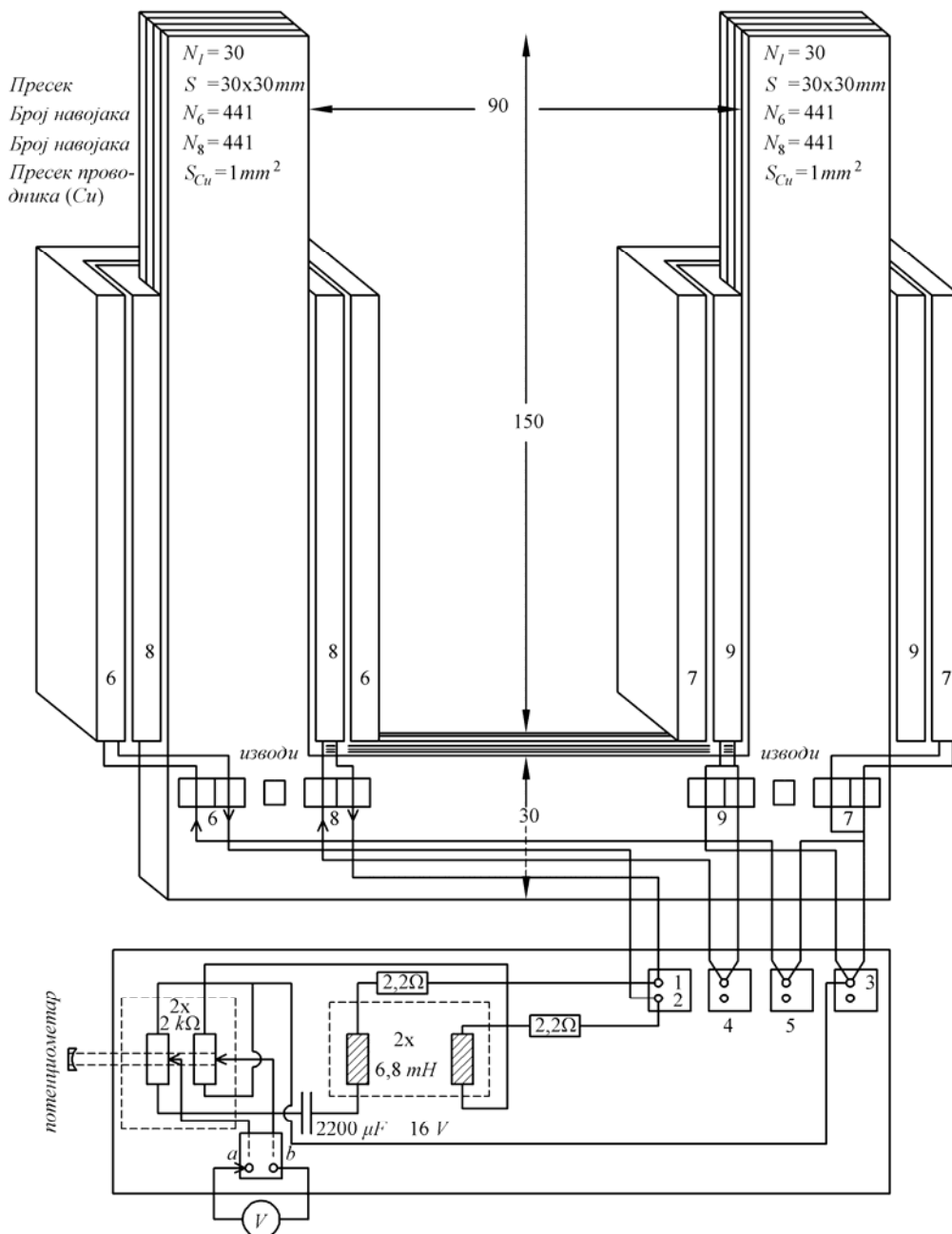


Сл. 3.17. Филтер инверзног и нултог редоследа у струју са дистантним магнетним давачем  $\phi_{AL}$  – флуks фазе  $A$  који је обухваћен левим делом-стубом магнетног давача,  $\phi_{AD}$  – флуks фазе  $A$  који је обухваћен десним делом стуба магнетног давача,  $\phi_B, \phi_C$  – флуksеви фазе  $A$  и  $B$

Дистантни магнетни струјни давач (сл. 3.17, 3.18, 3.19 и 3.20) садржи П–магнетно језгро 5 и два намотаја са по две групе калемова (6, 7 и 8, 9) и мерно-филтерски део у кога су укључени кондензатор 11 и потенциометри 12 и 13. Геометријски параметри трофазног система су  $D, H$  (позиција давача). Давач је позиционисан у односу на фазу ( $B$ ) на безбедном одстојању од фазе ( $H$ ).

Кроз контуру ( $I$ ) која обухватају намотаји 6 и 7, кондензатор  $C$ , отпорник 13, под деловањем електромоторне силе  $E_B$  створене струјне фазе  $I_B$   $E = I_B \cdot X_{1mB}$ , где је  $X_{1mB}$  – међусобна индуктивност фазе ( $B$ ) и давача, тече струја:

$$i = \frac{E_B}{z_{Ip}} = \frac{I_B X_{1mB}}{z_{7-6} - jX_C + r_{13}} \quad (3.70)$$



Сл. 3.18. Дистантни струјни магнетни давач, филтер и мерни део



Сл. 3.19. Фотографија конструисаног дистантног струјног електромагнетног давача



Сл. 3.20. Изглед конструисаног струјног електромагнетног давача и места где је постављен

$z_{7-6}$  – укупна импеданса калемова 7 и 6,

$jX_C, r_{13}$  – реактанса кондензатора и активна отпорност резистора,

$z_{1p}$  – пуна импеданса ( $I$ ) контуре је  $z_{1p} = z_{7-6} - jX_C + r_{13}$ .

Ако су електромоторне силе узајамне индукције од деловања струја  $I_A$  и  $I_C$  приближно уравнотежене (емс створена од деловања струје  $I_A$  у намотају 6 уравнотежена је емс која је створена од исте те струје у намотају 7), вредности реактансе узајамних индуктивности ових калемова се могу изједначити са нулом:

$$X_{ImA6-7} = X_{Imc6-7} = 0 \quad (3.71)$$

Пад напона на отпорности  $r_{13}$  једнак је мереном напону у грани ( $b-0$ ) филтера тј.:

$$U_{b0} = ir_{13} = I_B \cdot X_{1mB} \frac{r_{13}}{z_{1p}} \quad (3.72)$$

У контури  $II$ , која се састоји из намотаја 8 и 9 и резистора 12 под деловањем емс узајамне индуктивности  $E_{IIA} = I_A X_{IImA}$  тече струја:

$$i_{II} = \frac{I_A X_{IImA}}{z_{IIp}} \quad (3.73)$$

Пад напона на резистору 12, у грани  $(a-0)$  изазван струјом  $I_A$  је:

$$U_{Ao} = i_{IIA} \cdot r_{12} = I_A \cdot X_{IImA} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} \quad (3.74)$$

Пад напона на резистору 12, у истој тој грани изазван капацитивном струјом  $I_C$  је:

$$U_{co} = i_{IIc} \cdot r_{12} = I_C \cdot X_{IImc} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} = I_C (-X_{IImA}) \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} \quad (3.75)$$

То, да ли једна иста струја изазива у намотајима 8 и 9 електромоторне силе супротног знака, је зависно од тога да ли струја тече кроз фазу  $(A)$  или фазу  $(C)$ :  $-X_{IImA} = X_{IImc}$  (намотаји 8-9 су позиционирани лево од фазе  $C$  и десно од фазе  $A$ ).

Електромоторна сила узајамне индуктивности у намотајима 8 и 9 створене под утицајем фазе  $(B)$  се узајамно уравнотежују и зато је  $X_{IImB8-9} = 0$ . Вредност напона на излазу разматраног филтера је зависна од струја свих трију фаза:

$$U_{ab} = I_A X_{IImA} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} + I_B X_{ImB} \cdot \frac{r_{13}}{z_{Ip}} + I_C X_{IImc} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} \quad (3.76)$$

У изразу (3.76) коефицијенти из фазне компоненте струје су:

$$k_A = \frac{X_{IImA} r_{12}}{z_{IIp}}; k_B = X_{ImB} \cdot \frac{r_{13}}{z_{Ip}}; k_C = X_{IImc} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} \quad (3.77)$$

Фаза  $(B)$  је усвојена као референтна обзиром на позиционирање магнетног давача испод фазе  $(B)$ . Применом формуле (3.68) добија се:

$$\begin{aligned} k_1 &= X_{ImB} \frac{r_{13}}{z_{Ip}} + a^2 X_{IImA} \frac{r_{12}}{z_{IIp}} + a X_{IImc} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} = 0 \\ k_2 &= X_{ImB} \frac{r_{13}}{z_{Ip}} + a \cdot X_{IImA} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} + a^2 \cdot X_{IImc} \frac{r_{12}}{z_{IIp}} \\ k_0 &= X_{ImB} \cdot \frac{r_{13}}{z_{Ip}} + X_{IImA} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} + X_{IImc} \cdot \frac{r_{12}}{z_{IIp}} \end{aligned} \quad (3.78)$$

Однос импеданси узајамних индуктивности фаза  $B$  и  $C$  проводника је константна вредност за дати слој пошто је одређују одстојања између елемената конструкције и геометријски параметри давача.

Ако се уведе параметар  $(\gamma)$  који дефинише однос:

$$\gamma = \frac{X_{ImB}}{X_{IImc}} \quad (3.79)$$

одстојање фазних водова на средњим напонима  $(10 \div 35 \text{ kV})$  која су  $D = 1 \div 3,5 \text{ m}$  параметар  $\gamma$  се може променити у границама  $\gamma = 0,81 \div 0,58$  [52].

Према (3.79) је:

$$X_{\text{Im}B} = -\gamma X_{\text{Im}A} = +\gamma X_{\text{Im}C} \quad (3.80)$$

Решавањем једначине (3.78):

$$-\gamma \cdot X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} + a^2 X_{\text{Im}A} \cdot \frac{r_{12}}{z_{\text{IIP}}} - a X_{\text{Im}A} \cdot \frac{r_{12}}{z_{\text{IIP}}} = 0 \quad (3.81)$$

Реално решење односи се на вредност  $X_{\text{Im}A} \cdot r_{12} \neq 0$ , последњи израз се може решити по  $z_{\text{IIP}}$  и тада је:

$$z_{\text{IIP}} = \frac{a^2 - a}{\gamma} z_{\text{Ip}} = -j \frac{\sqrt{3}}{\gamma} z_{\text{Ip}} = -j\sqrt{3} \cdot \frac{X_{\text{Im}C}}{X_{\text{Im}B}} z_{\text{Ip}} \quad (3.82)$$

Тако се дошло до првог услова за избор параметара комбинованог филтера-односа између пуних импеданси његових контура:

$$\frac{z_{\text{IIP}}}{z_{\text{Ip}}} = -\frac{j\sqrt{3}}{\gamma} = -j\sqrt{3} \cdot \frac{X_{\text{Im}C}}{X_{\text{Im}B}} \quad (3.83)$$

Решавањем друге једначине у (3.78) доводи до следећих израза:

$$k_2 = -\gamma X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} + a X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{IIP}}} - a^2 \cdot X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{IIP}}} \quad (3.84)$$

$$k_2 = X_{\text{Im}C} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} (\gamma - j\sqrt{3})$$

Решавањем треће једначине из израза (3.78) добија се:

$$\begin{aligned} k_0 &= -\gamma \cdot X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} + X_{\text{Im}A} \cdot \frac{r_{12}}{z_{\text{IIP}}} - X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{IIP}}} = \\ &= -\gamma \cdot X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} = -X_{\text{Im}B} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} \end{aligned} \quad (3.85)$$

Из израза (3.84 и 3.85) успоставља се однос између коефицијената  $k_0$  и  $k_2$  за филтер:

$$k_2 = -k_0 \frac{1}{z_{\text{IIP}} \gamma} \left[ (a - a^2) z_{\text{Ip}} - \gamma z_{\text{IIP}} \right] \quad (3.86)$$

Ако се уврсти у израз (3.83) добија се:

$$\frac{k_2}{k_0} = -\frac{(a - a^2) z_{\text{Ip}}}{\gamma \cdot z_{\text{IIP}}} + 1 = 1 - j \frac{\sqrt{3}}{\gamma} \cdot \frac{z_{\text{Ip}}}{z_{\text{IIP}}} = 2 \quad (3.87)$$

Релација (3.87) показује да је овај комбиновани филтер два пута осетљивији на струје инверзног редоследа у односу на струје нултог редоследа. Замењујући у израз (3.60) вредности  $k_1, k_2, k_0$  може се напон филтера  $U_f$  изразити преко симетричних компоненти струја. Примена поступка може се илустровати на примеру мерења једнополне струје кратког слоја.

Напон на крајевима филтера (0+2) у случају земљоспоја (1) одређује се преко симетричних компоненти индекси (0) и (2) по формули:

$$U_f^{(1)} = k_2 \cdot I_2^{(1)} + k_0 I_0^{(1)} = 2\gamma \cdot X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} I_2 - \gamma X_{\text{Im}A} \frac{r_{12}}{z_{\text{Ip}}} \cdot I_0 \quad (3.88)$$

За разматрање једнофазног земљоспоја  $I_{B2}^{(1)} = I_{B1}^{(1)}, I_0^{(1)} = I_{B1}^{(1)}$  тражени напони су:

- инверзна и нулта компонента у фази (B) једнаке директној:

$$\begin{aligned} U_f^{(1)} &= -2\gamma X_{I_{lmA}} \cdot \frac{r_{12}}{z_{lp}} I_{B1}^{(1)} - \gamma X_{I_{lmA}} \frac{r_{12}}{z_{lp}} I_{B1}^{(1)} = \\ &= -3\gamma X_{I_{lmA}} \frac{r_{12}}{z_{lp}} I_{B1}^{(1)} = -3X_{I_{lmB}} \frac{r_{12}}{z_{lp}} \cdot I_{B1}^{(1)} \end{aligned} \quad (3.89)$$

Напон на излазу филтера у случају двофазног кратког (0+2) слоја биће:

$$U_f^{(2)} = -2\gamma X_{I_{lmA}} \frac{r_{12}}{z_{lp}} I_{B2}^{(2)} = -2X_{I_{lmB}} \frac{r_{12}}{z_{lp}} I_{B2}^{(2)} = 2X_{lmB} \frac{r_{12}}{z_{lp}} I_{B1}^{(2)} \quad (3.90)$$

За дати тип кратког споја је  $I_0^{(2)} = 0$ .

У случају двофазног кратког споја са земљом ( $2ks + z$ ) компоненте струја су:

$$I_{B2}^{(1,1)} = -I_{B1}^{(1,1)} \cdot \frac{X_{0\Sigma}}{X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}} \quad (3.91)$$

$$I_0^{(1,1)} = -I_B^{(1,1)} \cdot \frac{X_{2\Sigma}}{X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}} \quad (3.92)$$

Напон на излазу филтера је:

$$U_f^{(1,1)} = \gamma X_{mA} \frac{r_{12}}{z_{lp}} \cdot I_B^{(1,1)} \frac{2X_{0\Sigma} + X_{2\Sigma}}{X_{0\Sigma} + X_{2\Sigma}} \quad (3.93)$$

где су:

$X_{2\Sigma}, X_{0\Sigma}$  – укупне реактансе инверзног и нултог редоследа у еквивалентној заменској шеми мреже.

Пошто су при трофазном кратком споју (симетричан квар) струје инверзног и нултог редоследа  $I_2$  и  $I_0$  једнаке нули, напон на излазу филтера једнак је нули.

Филтери симетричних компоненти са одређеним коефицијентима уз фазне струје се могу реализовати помоћу неколико мерних кола уз помоћ индуктивних спрега са мереним фазним струјама али се у принципу ради о мерењу симетричних компоненти.

Мерни резултати добијени на узорку магнетног давача са сл. 3.18 показују поклапање са теоријски одређеним вредностима на примеру далековода  $10 kV$ .

Мерни део: Унимер САТ III 703 True Multimer, кондензатор  $C = 0,15 \mu F$ . Дистантни магнетни давач конструисан од стране аутора направљен је у фирми “Браћа Г”, Ковин.

Експериментални аранжман: - објекат далековод  $10 kV$  у Зубином Потоку.

Контура I :

- Контролисана струја фазе (B) (Напон  $U_B = 10 kV$ )
- Измерени напон са шеме на сл. 3.20 износи  $U_{ob} = 2,4 V$ , фазни став  $\varphi = 60^0$  (заостајање)

Намотај 6:  $R = 1200\Omega$ ;  $X = 9900\Omega$ ;  $Z = 10000\Omega$

Намотај 7:  $R = 1200\Omega$ ;  $X = 9600\Omega$ ;  $Z = 9700\Omega$

Кондензатор капацитивности  $C$ :  $C = 0,15 \mu F$ ;  $X_c = 2,12 \cdot 10^4 \Omega$

Отпорност потенциометра:  $R_{13} = 3800\Omega$

Контура II:

- Контролисана струја (фазе  $A$  и  $C$ )

- Добијени измерени напон  $U_{do} = 2,4 V$ , угао  $+125$  (фазно пред.)

Намотај 8:  $R = 1100\Omega$ ;  $X = 7200\Omega$ ;  $Z = 7320\Omega$

Намотај 9:  $R = 1200\Omega$ ;  $X = 7400\Omega$ ;  $Z = 7400\Omega$

Отпорност потенциометра:  $R_{12} = 3400\Omega$

У датом случају  $\frac{X_{ImA}}{X_{ImB}} = 1,33$  и по релацији (3.83) добија се:

$$\frac{Z_{Ip}}{Z_{Ip}} = j\sqrt{3} \cdot 1,33 = j2,30363 \quad (3.94)$$

Уколико се замене утврђене вредности:

$$\frac{Z_{Ip}}{Z_{Ip}} = \frac{15700}{6400} = 2,453125 \quad (3.95)$$

На овај начин се закључује да је грешка експерименталне подешености грешка мерења:

Амплитудна:  $\Delta = 2,453125 - 2,30363 = 0,149498 \approx 0,15$

Фазна грешка је:  $\Delta\varphi = 90^0 - 84^0 = 6^0$

што у процентима износи:

$$\Delta_r \% = \frac{\Delta}{\left(\frac{Z_{Ip}}{Z_{Ip}}\right)} = \frac{0,15}{2,304} \cdot 100 \approx 6,49\% \quad (3.96)$$

$$\Delta\varphi \% = \frac{\Delta\varphi}{\varphi} = \frac{6^0}{90^0} \cdot 100\% = 6,66\% \quad (3.97)$$

### 3.2.2. Зависност напона на излазу дистантних струјних сонди од симетричних компоненти контролисане струје

У овом делу размотрени су утицаји симетричних компоненти мерене примарне струје у електричној мрежи на вредност секундарног напона на изводима струјног претварача. Посебно је истражен утицај симетричних компоненти на вредност струје у секундарном колу струјне сонде за дистантну заштиту.

За проверу осетљивости и селективности мерних елемената релејне заштите који се напајају из дистантних струјних претварача (давача), мора се прво одредити напон на излазу давача у режимима различитих кратких спојева.



При израчунавању вредности напона на излазу дистантне сонде при различитим врстама кратких спојева могуће је применити метод симетричних компоненти и наћи изразе за напоне на излазу давача. Напон је функција симетричних компоненти мерене примарне струје и величина које карактеришу давач. Сви данашњи практични методи за анализу режима кратких спојева у електричним мрежама уз подршку рачунара засновани су на одређивању вредности симетричних компоненти. Да би се струјна сонда могла применити као елемент за филтрирање симетричних компоненти мора се установити математичка зависност напона од симетричних компоненти мерене струје на излазним крајевима давача.

У принципу, сваки уређај коме се на примарне крајеве доведу три фазна напона или фазне струје, а на секундарним крајевима добије неки напон, представља комбиновани филтер симетричних компоненти. У наставку је анализирана дистантна струјна сонда као комбиновани филтер симетричних компоненти струје [53].

Еквивалентна шема овако формиране мерне сонде представљена је на сл. 3.21. На сл. 3.21 су са  $E_A$ ,  $E_B$  и  $E_C$  означене електромоторне силе настале због међусобне индукције фаза  $A$ ,  $B$  и  $C$  и сталне сонде:

$$\begin{aligned} E_A &= -jX_{mA}I_A = i_a(R_{0p} + jX_{0p} + R_d + jX_d) \\ E_B &= -jX_{mB}I_B = i_b(R_{0p} + jX_{0p} + R_d + jX_d) \\ E_C &= -jX_{mC}I_C = i_c(R_{0p} + jX_{0p} + R_d + jX_d) \end{aligned} \quad (3.98)$$

Из једначине (3.98) добијају се решења за струје  $i_a, i_b, i_c$  које представљају секундарне струје давача индуковане примарном струјом појединачних фаза (по услову да појединачно изостају струје осталих двеју фаза) [53]:

$$\begin{aligned} i_a &= -\frac{jX_{mA}I_A}{R_{0p} + jX_{0p} + R_d + jX_d} \\ i_b &= -\frac{jX_{mB}I_B}{R_{0p} + jX_{0p} + R_d + jX_d} \\ i_c &= -\frac{jX_{mC}I_C}{R_{0p} + jX_{0p} + R_d + jX_d} \end{aligned} \quad (3.99)$$

где су:

$X_{mA}, X_{mB}, X_{mC}$  – реактансе настале због међусобне индуктивности проводника примарних фаза ( $A, B, C$ ) и давача,

$R_{0p}, R_d$  – активне отпорности оптерећења (реле) и давача,

$X_{op}, X_d$  – реактансе оптерећења (реле) и давача.

Импеданса оптерећења је  $Z_0 = R_{0p} + jX_{0p}$ , а пуна инпеданса оптерећења и давача је:

$$Z_{0p} = R_{0p} + R_d + j(X_{0p} + X_d) \quad (3.100)$$

Применом метода супституције добићемо стварну вредност струје у колу оптерећења давача (у релејном колу):

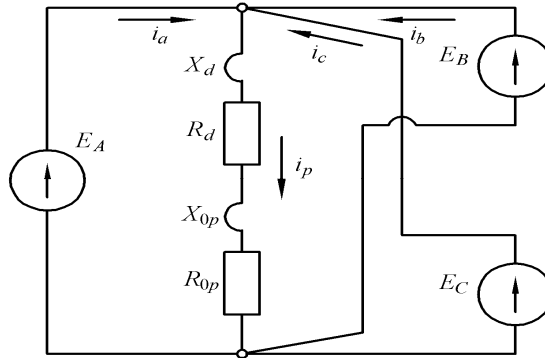
$$i_R = i_a + i_b + i_c \quad (3.101)$$

Напон на крајевима давача је једнак паду напона на колу оптерећења:

$$U_p = i_R (R_{0p} + jX_{0p}) = -j \frac{(X_{mA}I_A + X_{mB}I_B + X_{mC}I_C)(R_{0p} + jX_{0p})}{R_{0p} + R_d + j(X_{0p} + X_d)} \quad (3.102)$$

Резултанта преносна функција зависи од типа кратког споја, а такође и од реактанси насталих због међусобних индуктивности:

$$W_{RP} = \frac{u_p}{I_{A(B)}} \quad (3.103)$$



Сл. 3.21. Еквивалентна шема дистантног струјног давача

Напон на крајевима филтера изражен посредством фазних струја:

$$\begin{aligned} u_{philtera} = u_p &= k_A I_A + k_B I_B + k_C I_C = \\ &= -j \frac{x_{mA} Z_{0p}}{Z_p} I_A - j \frac{x_{mB} Z_{0p}}{Z_p} I_B - j \frac{x_{mC} Z_{0p}}{Z_p} I_C \end{aligned} \quad (3.104)$$

Тада су фазни коефицијенти давача једнаки са:

$$\begin{aligned} k_A &= -j \frac{x_{mA} Z_{0p}}{Z_p} \\ k_B &= -j \frac{x_{mB} Z_{0p}}{Z_p} \\ k_C &= -j \frac{x_{mC} Z_{0p}}{Z_p} \end{aligned} \quad (3.105)$$

Напон на крајевима испитиваног филтера се може одредити и преко симетричних компоненти примарне струје  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_0$  и њихових коефицијената  $k_1$ ,  $k_2$  и  $k_0$ .

Према познатим формулама Fortesque, веза између симетричних коефицијената  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_0$  и фазних  $k_A$ ,  $k_B$ ,  $k_C$  је:

$$\begin{aligned} k_1 &= k_A + a^2 k_B + a k_C \\ k_2 &= k_A + a k_B + a^2 k_C \\ k_0 &= k_A + k_B + k_C \end{aligned} \quad (3.106)$$

Ако се у (3.106) замене вредности за  $k_A$ ,  $k_B$ ,  $k_C$  из (3.105) добија се:

$$\begin{aligned}
k_1 &= -j \frac{Z_{op}}{Z_p} (x_{mA} + a^2 x_{mB} + a x_{mC}) \\
k_2 &= -j \frac{Z_{op}}{Z_p} (x_{mA} + a x_{mB} + a^2 x_{mC}) \\
k_0 &= -j \frac{Z_{op}}{Z_p} (x_{mA} + x_{mB} + x_{mC})
\end{aligned} \tag{3.107}$$

Напон на крајевима филтера је:

$$u_{ph} = u_p = k_1 I_1 + k_2 I_2 + k_0 I_0 \tag{3.108}$$

### 3.2.3. Аналитички добијени резултати - формуле

Примењујући метод замене за случај када кроз контролисани проводник теку струје сва три редоследа добијамо [53]:

$$i_p = \frac{u_p}{Z_{op}} = \frac{k_1 I_1 + k_2 I_2 + k_0 I_0}{Z_{op}} \tag{3.109}$$

Вредности  $i_p$ ,  $u_p$  и  $W_{RP}$  израчунате по формули (3.103), (3.107), (3.108) и (3.109) за све облике кратких спојева дате су у таб. 3.4.

Табела 3.4. Вредности  $i_p$ ,  $u_p$  и  $W_{RP}$  за облик кратког споја  $1f$

Тип кратког споја	<sup>(1)</sup> $1f$
Однос између примарних струја	$I_{A2}^{(1)} = I_{A1}^{(1)}$
1 директна компонента	$I_0^{(1)} = I_{A1}^{(1)}$
2 инверзна компонента	$I_B = 0; I_C = 0$
0 нулта компонента	
$i_p = \frac{k_1 I_1 + k_2 I_2 + k_0 I_0}{Z_p}$	$-3j \cdot I_{A1}^{(1)} \frac{x_{mA}}{Z_p}$
$u_p = i_p Z_{op}$	$-j \cdot I_{A1}^{(1)} x_{mA} \frac{Z_{op}}{Z_p}$
$W_{RP} = \frac{u_p}{I_{A(B)}}$	$-j \cdot x_{mA} \frac{Z_{op}}{Z_p}$

Табела 3.5. Вредности  $i_p$ ,  $u_p$  и  $W_{RP}$  за облик кратког споја  $2f$

Тип кратког споја	<sup>(2)</sup> $2f$
Однос између примарних струја 1 директна компонента 2 инверзна компонента 0 нулта компонента	$I_{A_2}^{(2)} = -I_{A_1}^{(2)}$ $I_A^{(2)} = 0; I_B^{(2)} = j\sqrt{3} \cdot I_{A_1}^{(2)}$ $I_C^{(2)} = -j\sqrt{3} \cdot I_{A_1}^{(2)}$
$i_p = \frac{k_1 I_1 + k_2 I_2 + k_0 I_0}{Z_p}$	$\sqrt{3} \cdot I_{A_1}^{(2)} \frac{(x_{mB} - x_{mC})}{Z_p}$
$u_p = i_p Z_{0p}$	$\sqrt{3} \cdot I_{A_1}^{(2)} (x_{mB} - x_{mC})$
$W_{RP} = \frac{u_p}{I_{A,(B)}}$	$\frac{Z_{0p}}{Z_p} (x_{mB} - x_{mC})$

Табела 3.6. Вредности  $i_p$ ,  $u_p$  и  $W_{RP}$  за облик кратког споја  $2f + 3$

Тип кратког споја	<sup>(1,1)</sup> $2f + 3 = (1f + 3) + (1f + 3)$
Однос између примарних струја 1 директна компонента 2 инверзна компонента 0 нулта компонента	$I_{A_2}^{(1,1)} = -I_{A_1}^{(1,1)} \frac{x_{0\Sigma}}{x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma}}$ $I_0^{(1,1)} = -I_{A_1}^{(1,1)} \frac{x_{2\Sigma}}{x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma}}; I_B^{(1,1)} = I_{A_1}^{(1,1)} B^{**}$
$i_p = \frac{k_1 I_1 + k_2 I_2 + k_0 I_0}{Z_p}$	$j \cdot I_{A_1}^{(1,1)} \frac{A^*}{Z_p (x_{2\Sigma} - x_{0\Sigma})}$
$u_p = i_p Z_{0p}$	$j \cdot I_{A_1}^{(1,1)} \frac{Z_{0p} \cdot A^*}{Z_p (x_{2\Sigma} - x_{0\Sigma})}$
$W_{RP} = \frac{u_p}{I_{A,(B)}}$	$j \cdot \frac{Z_{0p} \cdot A^*}{Z_p (x_{2\Sigma} - x_{0\Sigma}) B^{**}}$

Табела 3.7. Вредности  $i_p$ ,  $u_p$  и  $W_{RP}$  за облик кратког споја  $3f$

Тип кратког споја	<sup>(3)</sup> $3f$
Однос између примарних струја 1 директна компонента 2 инверзна компонента 0 нулта компонента	$I_A^{(3)} = I_{A_1}^{(3)}$ $I_2^{(3)} = 0$ $I_0^{(3)} = 0$
$i_p = \frac{k_1 I_1 + k_2 I_2 + k_0 I_0}{Z_p}$	$-j \frac{I_{A_1}^{(3)} C^{***}}{Z_p}$
$u_p = i_p Z_{0p}$	$-j I_{A_1}^{(3)} \frac{Z_{0p} C^{***}}{Z_p}$
$W_{RP} = \frac{u_p}{I_{A,(B)}}$	$-j \frac{Z_{0p} C^{***}}{Z_p}$

$$A^* = x_{mB} \left[ (a^2 - 1)x_{2\Sigma} - j\sqrt{3}x_{0\Sigma} \right] + x_{mC} \left[ (a - 1)x_{2\Sigma} + j\sqrt{3}x_{0\Sigma} \right] \quad (3.110)$$

$$B^{**} = a^2 - \frac{x_{2\Sigma} + a \cdot x_{0\Sigma}}{x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma}} \quad (3.111)$$

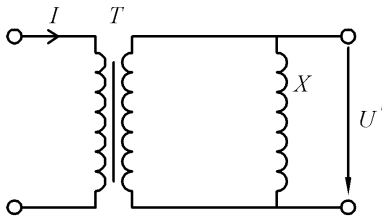
$$C^{***} = x_{mA} + a^2 \cdot x_{mB} + a \cdot x_{mC} \quad (3.112)$$

#### Запажање

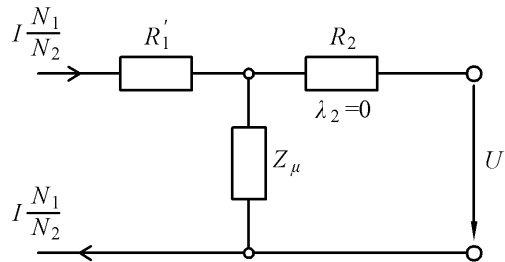
Ово је нови приступ у разматрању утицаја зависности напона на излазу дистантних струјних претвараача од симетричних компоненти у контролисаном проводнику са примарном струјом. Размотрени су и утицаји облика-типа кратких спојева, а одређене су значајне вредности струја које добија реле, напона на улазу у реле као и односи примарних струја и симетричних компоненти функција за све карактеристичне појаве облика кратких спојева.

### 3.2.4. Филтери напона инверзног редоследа са трансреактором на улазу

Трансреактор је уређај за добијање излазне електричне вредности (напон, струја) сразмерне струји на улазу и у односу на струју фазно померену за угао  $\pi/2$ .



Сл. 3.22. Трансреактор



Сл. 3.23 Еквивалентна шема трансреактора

Конструктивно се он остварује када се струјном трансформатору дода реактор као на сл. 3.22 а принципијално гледано остварује горе постављени задатак. Трансреактор представља трансформатор на чији се примар доводи струја  $I$  на секундарној страни се мери напон  $U$ . Еквивалентна шема трансреактора дата је на сл. 3.23. И овде се као код струјних и напонских трансформатора у анализи занемарују отпорности расипања примарног и секундарног намотаја ( $R_1', R_2 = 0$ ).

Са сл. 3.23 је однос напона празног хода на излазу и струје на улазу:

$$Z_r = U' / I = \frac{N_1}{N_2} \cdot Z_\mu \quad (3.113)$$

Како следи из (3.113) линеарност уређаја зависи од степена промене  $Z_\mu$ . Одступање од линеарности дефинише параметар одступања ( $\delta$ ):

$$\delta = \frac{Z_{r \max} - Z_{r \min}}{Z_{r \text{sr}}} = \frac{[2(Z_{\mu \max} - Z_{\mu \min})]}{Z_{\mu \max} + Z_{\mu \min}} \quad (3.114)$$

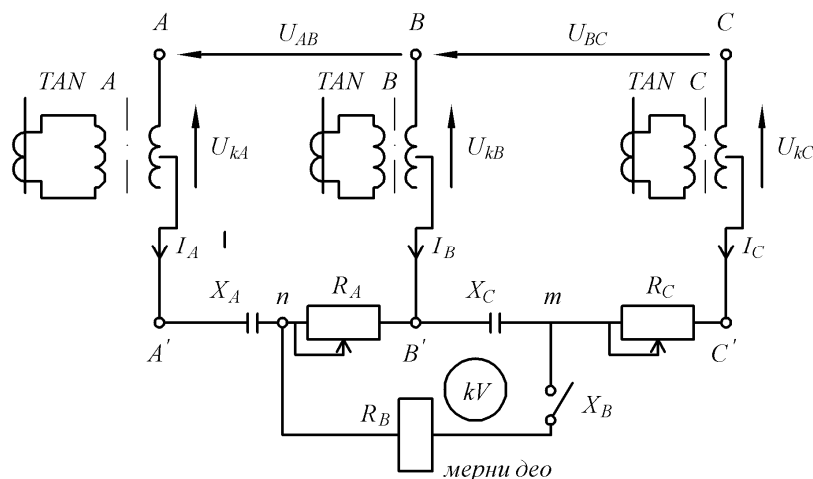
где индекси “max”, “min”, “sr” означавају максималну, минималну и средњу вредност величине.

У мерним поступцима при идентификацији симетричних компоненти могу се користити филтери са две гране прикључени на линијски напон. При израчунавању и подешавању оваквих филтера отпорности извора напајања се могу занемарити ако су много мањи од отпорности елемената који образују филтер. На улаз напонских филтера стављају се трансреактори  $TRN$  са великом унутрашњом импедансом која је упоредива са импедансама елемената самог филтера, како је то показано на сл. 3.24.

Трансреактор је саставни део филтера а филтер нема независне гране па његова шема мења конфигурацију што је представљено шемом са 5 елемената на сл. 3.25.

Импедансе трансреактора  $R_r + jX_r$  улазе као компоненте у елементе  $Z_1$  и  $Z_4$  а елемент  $Z_5$  представља унутрашњу импедансу трансреактора ( $Z_5 = R_r + jX_r$ ). На тај начин 4-компонентни филтер са две гране претвара се у 5-компоненти у коме је елемент филтера окарактерисан комплексном импедансом. Услов за рад филтера напона инверзног редоследа је изједначење са нулом излазног напона  $U_{mn}$  уколико се на улазе  $A, B, C$  доведе симетрични систем напона директног редоследа.

Укључење већих вредности омско-индуктивних импеданси у елементе филтера напона инверзног редоследа и његова трансформација у петоконпонентни систем доводи до појаве напона неједнакости  $U_{ME}$  на његовим излазним крајевима, како показује сл. 3.26 на којој је представљен векторски дијаграм напона и струја који показује могућност развоја поступка за мерење напона инверзног редоследа.



Сл. 3.24. Спој филтера са елементом за мерење напона инверзног редоследа уз посредство трансреактора

За смањење  $U_{nB}$  у [28] предлаже се премотавање трансреактора и повећање броја намотаја, дакле и унутрашње импедансе и повећањем несиметрије струја у гранама филтера  $U_{nB}$  се смањује до вредности која је неколико пута мања у мерном делу где се идентификује напон ( $kV$ ).

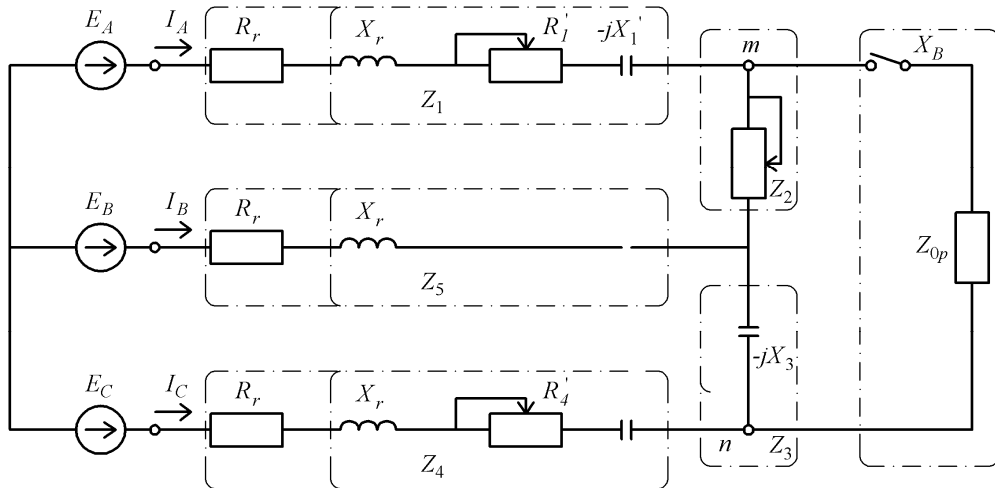
Ефекат премотавања се најлакше потврђује на филтеру са 5 компоненти. Из услова изједначења са нулом излазног напона ( $U_{mn} = 0$ ), уколико се на улаз инверзног редоследа доведе симетричан систем напона нултог редоследа сагласно сл. 3.25 може се написати:

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}[Z_2(Z_3 + Z_4 + Z_5) + Z_3Z_5] + \\ & + j[Z_2(Z_4 - Z_5) - Z_3(2Z_1 + Z_2 + Z_5)] = 0 \end{aligned} \quad (3.115)$$

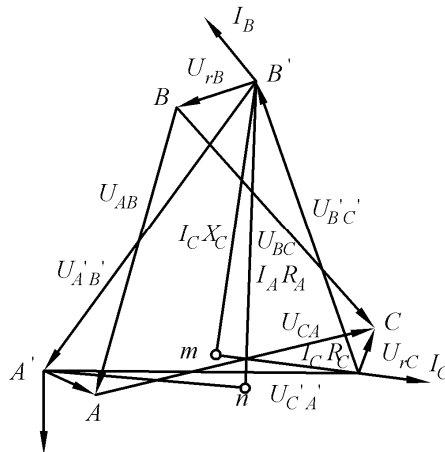
где су:

$Z_1 - Z_5$  – су комплексне вредности импедансе 5-компонентног филтера инверзног редоследа.

У том изразу реални и имагинарни део такође мора да буде једнак нули.



Сл. 3.25. Замена шема система за мерење напона нултог редоследа уз помоћ филтера и трансреактора.



Сл. 3.26. Векторски дијаграм напона и струја филтера инверзног редоследа са трансреактором

Заменом комплексне вредности елемената њиховим компонентама и одвајањем реалне од имагинарних делова, добија се:

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}(R_2R_3 - X_2X_3 + R_2R_4 - X_2X_4 + R_2R_5 - X_2X_5 + R_3R_5 - X_3X_5) - \\ & - R_2X_4 - R_4X_2 + 2R_3X_1 + 2R_1X_3 + \\ & + R_2X_3 + R_5X_2 + R_3X_5 + R_5X_3 + R_3X_2 + R_2X_3 = 0 \end{aligned} \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned}
& \sqrt{3}(R_2X_3 + R_3X_2 + R_2X_4 - X_2R_4 + R_2X_5 + R_5X_2 + R_3X_5 + R_5X_3) + \\
& + R_2R_4 - X_2X_4 - 2R_3R_1 + 2X_3X_1 - \\
& - R_2R_5 + X_2X_5 - R_3R_5 + X_3X_5 - R_3R_2 + X_3X_2 = 0
\end{aligned} \tag{3.117}$$

Из система једначина (3.116 и 3.117) се из задатих осам параметара два одређују једнозначно. Импедансе одвојених делова филтера су:

$$Z_1 = \frac{\sqrt{3}[Z_2(Z_3 + Z_4 + Z_5) + Z_3Z_5] + Z_2Z_5 + j[Z_2(Z_4 - Z_5) - Z_3(Z_2 + Z_5)]}{j2Z_3} \tag{3.118}$$

$$Z_2 = \frac{Z_3[\sqrt{3}Z_5 - (2Z_1 + Z_5)]}{j(Z_3 + Z_5 - Z_4) - \sqrt{3}(Z_3 + Z_4 + Z_5)} \tag{3.119}$$

$$Z_3 = \frac{Z_2[\sqrt{3}(Z_4 + Z_5) + j(Z_4 - Z_5)]}{j[2Z_1 + Z_2 + Z_5] - \sqrt{3}(Z_2 + Z_5)} \tag{3.120}$$

$$Z_4 = \frac{j(Z_2Z_5 + 2Z_1Z_3 + Z_2Z_3 + Z_3Z_5) - \sqrt{3}(Z_2Z_3 + Z_2Z_5 + Z_3Z_5)}{Z_2(\sqrt{3} + j)} \tag{3.121}$$

Фазне струје са стране улаза филтера инверзног редоследа уколико се на улаз доведе систем електромоторних сила директног редоследа одређен је релацијама:

$$\begin{aligned}
I_{A1} &= \frac{\sqrt{3}}{2D} E_1 [\sqrt{3}(Z_B + Z_C) + j(Z_C - Z_B)] \\
I_{B1} &= \frac{\sqrt{3}}{2D} E_1 [-\sqrt{3}Z_C - j(2Z_A + Z_C)] \\
I_{C1} &= \frac{\sqrt{3}}{2D} E_1 [-\sqrt{3}Z_B + j(2Z_A + Z_B)]
\end{aligned} \tag{3.122}$$

где су:

$Z_A = Z_1 + Z_2$ ;  $Z_B = Z_5$ ;  $Z_C = Z_3 + Z_4$ ;  $D = Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A$ ,  $E_1$  – фазни напон директног редоследа доведен филтеру.

Аналогни изрази се могу добити за одређивање фазних струја уколико се на улаз филтера доведу електромоторне силе инверзног редоследа:

$$\begin{aligned}
I_{A2} &= \frac{\sqrt{3}E_2}{2D} [\sqrt{3}(Z_B - Z_C) - j(Z_C - Z_B)] \\
I_{B2} &= \frac{\sqrt{3}E_2}{2D} [-\sqrt{3}Z_C + j(2Z_A + Z_C)] \\
I_{C2} &= \frac{\sqrt{3}E_2}{2D} [-\sqrt{3}Z_B - j(2Z_A + Z_B)]
\end{aligned} \tag{3.123}$$

Ако се на филтер доведе несиметрични систем емс  $E$ , тада се исти може разложити на систем директног  $E_1$  и инверзног редоследа  $E_2$  и одређивањем струја, које оне стварају, могу се одредити фазне струје:

$$I_A = I_{A1} + I_{A2}; I_B = I_{B1} + I_{B2}; I_C = I_{C1} + I_{C2} \tag{3.124}$$



Фазне струје које долазе на улаз филтера одређене су струјама (3.122-3.124), али у зависности од отпорности  $Z_A, Z_B, Z_C$  и полинома ( $D$ ) могу имати различите вредности. Уколико је  $X_B$  на кратком споју (према сл. 3.25), претварањем троуглова импеданса  $Z_2, Z_3, Z_{OPT}$ . у звезду, добија се:

$$Z_{2n} = \frac{Z_2 Z_n}{Z_2 + Z_3 + Z_{op}}; Z_{3n} = \frac{Z_{2n} Z_3}{Z_2}; Z_{23} = \frac{Z_{3n} Z_2}{Z_{op}} \quad (3.125)$$

Тада су фазне импедансе оптерећеног филтера одређене изразима:

$$Z_{An1} = Z_1 + Z_{2n1}; Z_{Bn1} = Z_5 + Z_{23}; Z_{Cn1} = Z_4 + Z_{3n1} \quad (3.126)$$

а полином ће бити:

$$D_n = Z_{An1} Z_{Bn} + Z_{Bn1} Z_{Cn1} + Z_{Cn} Z_{An1} \quad (3.127)$$

Уколико се знају вредности фазних струја оптерећеног филтера лако се одређују напони и струје које пролазе кроз мерни део:

$$U_{n1} = I_{A2n} Z_{2n} - I_{C2n} I_{3n}; I_m = U_m / Z_m \quad (3.128)$$

Снага мерног члана се одређује по изразу:

$$S_m = U_m I_m^* \quad (3.129)$$

Пуна снага филтера је:

$$S_p = S_A + S_B + S_C = U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^* \quad (3.130)$$

Параметри петкомплексног система у коме је и филтер слични су са четвороккомплексним филтером напона:

$$\alpha = \frac{S_{pm}}{S_f}; \beta = \frac{S_{pm}}{P_f}; K_d = \frac{S_{pm}}{S_{2f}} \quad (3.131)$$

где су:

$\alpha, \beta$  – коефицијенти филтера,

$S_{pm}$  – пуна снага на мерном делу код напона инверзног редоследа  $U_2$  на улазу филтера,

$P_f$  – пуна активна снага филтера код симетричног напона директног редоследа,  $U_1$ , који је уједно једнак напону инверзног редоследа,  $U_2$ ,

$K_d$  – фактор доброте филтера,

$S_{2f}$  – пуна снага филтера када се он напаја напоном инверзног редоследа.

### 3.2.5. Инерција филтера компоненти инверзног редоследа са реактивним елементима

За реализацију брзих мерних релеја са фреквентно-бирачким елементима који треба да имају задате нулте почетне услове у прелазном процесу потребан је иницијални елемент за укључење релеја после настанка кратког споја. Иницијални елемент се реализује на основу познатих принципа од којих је један коришћење појаве или промене у несиметрији напона и струја и електричној мрежи. У том случају иницијални елемент садржи филтер (филтере) напона или струја инверзног редоследа.

Анализирана је група филтера напона инверзног редоследа који се користе у мерењу симетричних компоненти у електричним мрежама.

Време деловања иницијалног елемента је укључено у време деловања релеја што значи да то време зависи од инерције коришћених филтера компоненти инверзног редоследа. По дефиницији времена инерције  $t_y$ , представља време успостављања амплитуде на фреквенцију сигнала [54].

Класични филтери симетричних компоненти садрже реактивне елементе у облику пасивних четворокрајника, који имају фреквентно зависну пролазну карактеристику и описани су ширином пропусног опсега  $\Delta f_{0,7}$ , [54]. Међутим, одређивање  $t_y$  помоћу познате релације  $t_y = 1/\Delta f_{0,7}$  има смисла само ако је неопходна конструкција њихових фреквентних карактеристика. Временска инерција највише утиче на трајање сопствених прелазних процеса филтера. Одређивање инерције различитих типова филтера, како је познато у [37], је могуће на основу карактера прелазног процеса и израчунатих временских константи. Овакав поступак се одликује једноставношћу јер се о карактеру прелазног процеса може судити на основу анализе корена карактеристичне једначине.

У наставку су дати метод и резултати анализе групе филтера напона инверзног редоследа. Овакав поступак се може применити и за опште филтере симетричних компоненти како је то приказано у [54].

Струја кроз отпорник  $R$ , филтера напона инверзног редоследа може се, према теорији четворокрајника, одредити по операторској форми:

$$I(p) = \frac{U_{ph}(p)}{Z_{kF}(p) + R} \quad (3.132)$$

где је:

$U_{ph}$  – напон празног хода,

$Z_{kF}(p)$  – операторска импеданса кратког споја, одређена са стране излазних крајева филтера при краткоспојеним улазним крајевима-унутрашња импеданса.

Напон празног хода се рачуна према:

$$U_{ph}(p) = \sum K(p)U_{mf}(p) = \frac{U(p)}{M(p)N(p)} \quad (3.133)$$

где је:

$K(p)$  – коефицијент преноса,

$U_{mf}(p)$  – међуфазни напон доведен на  $k$  – ту грану филтера,

$M(p)N(p)$  – полиноми, одређени трансформацијом улазне величине (за синусоидалну величину-двочлани полином).

Именилац у изразу (3.132) се одређује према:

$$Z_{kF}(p) + R = \frac{Q(p)}{N(p)} + R = \frac{Z(p)}{N(p)} \quad (3.134)$$

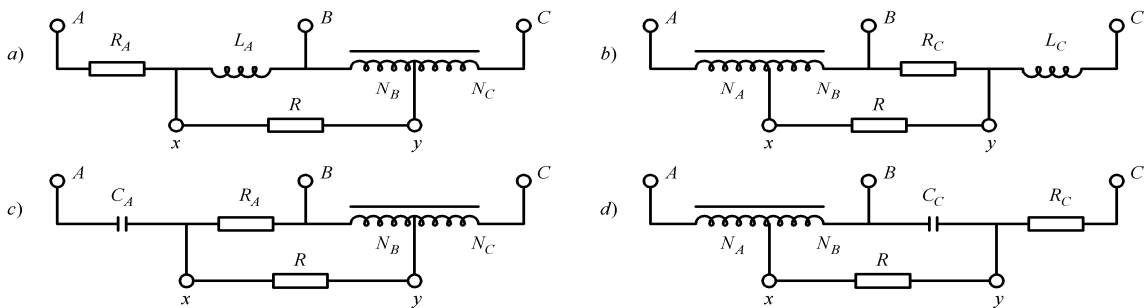
Ако се (3.133) и (3.134) замене у (3.132) добија се облик:

$$I(p) = \frac{U(p)}{M(p)Z(p)} \quad (3.135)$$

Карактер сопственог прелазног процеса филтера и његове временске константе се одређују према:  $Z(p) = 0$ .

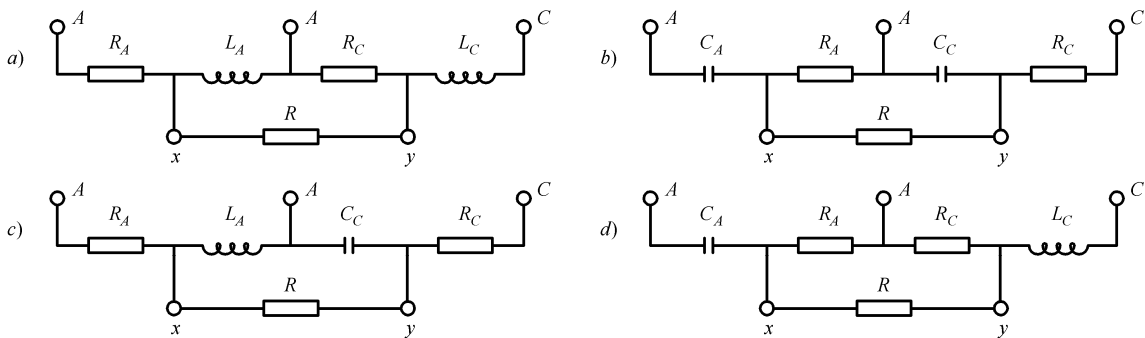
На тај начин, за сваки од анализираних филтера мора се одредити операторска импеданса кратког споја и даље према (3.135) одредити карактеристична једначина.

При одређивању импедансе кратког споја претпостављено је да су реактивни елементи филтера идеални и да немају губитке. За кондензаторе је оваква претпоставка основана. У даљу анализу је такође унета претпоставка и да су трансформатори и аутотрансформатори без губитака, па су у том смислу и коришћене шеме и основни односи [55].



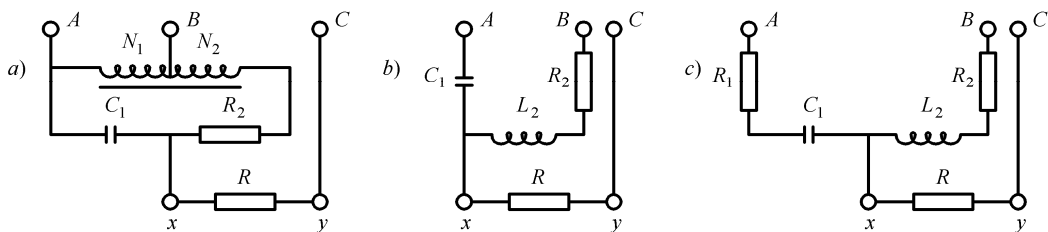
Сл. 3.27. Типови филтера са трансформатором:

а) омски, б) индуктивни, ц) капацитивни, д) комбиновани



Сл.3.28. Типови филтера без трансформатора:

а) омски, б) индуктивни, ц) капацитивни, д) комбиновани



Сл. 3.29. Типови филтера: а) са аутотрансформатором, б, ц) две варијанте активно-реактивног кола

Табела 3.8. Вредности пасивних параметара и преносних функција

Тип филтера	Група а) Сл. 3.27.а	Група б) Сл. 3.27.б	Група ц) Сл. 3.27.ц	Група д) Сл. 3.27.д	
Параметри филтера	$R_A = \frac{\sqrt{3}}{2}, L_A = \frac{1}{2}\omega$ $\frac{W_B}{\Sigma W} = \frac{1}{2}, K = \frac{R_A}{R}$ $\beta S_R = 0,65, \gamma_f = 0,5$ $K_{ks} = 2$	$R_C = \frac{1}{2}, L_C = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega$ $\frac{W_A}{\Sigma W} = \frac{1}{2}, K = \frac{R_C}{R}$ $\beta S_R = 0,98, \gamma_f = 0,5$ $K_{ks} = 2/\sqrt{3}$	$R_A = \frac{1}{2}, C_A = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\omega}$ $\frac{W_B}{\Sigma W} = \frac{1}{2}, K = \frac{R_A}{R}$ $\beta S_R = 0,98, \gamma_f = 0,5$ $K_{ks} = 2/\sqrt{3}$	$R_C = \sqrt{3}, C_C = 2 \cdot \frac{1}{\omega}$ $\frac{W_A}{\Sigma W} = \frac{1}{2}, K = \frac{R_C}{R}$ $\beta S_R = 0,65, \gamma_f = 0,5$ $K_{ks} = 2$	
Карактеристична једначина	$p + \frac{\omega\sqrt{3}}{1+K} = 0$	$p + \frac{\omega}{\sqrt{3}(1+K)} = 0$	$p + \omega\sqrt{3}(1+K) = 0$	$p + \frac{\omega(1+K)}{\sqrt{3}} = 0$	
Временске константе $\tau$ (мс) у режиму	$ph$ $k = 0$	1,84	5,52	1,84	5,52
	$ks$ $k = \infty$	Тежи бесконачности $\infty$		Тежи ка нули 0	
	$kn$ $K_{ks}$	5,52	11,87	0,9	1,84

Табела 3.9. Вредности пасивних параметара и преносних функција

Тип филтера	Група а) Сл. 3.28.а	Група б) Сл. 3.28.б	Група ц) Сл. 3.28.ц	Група д) Сл.3.28.д	
Параметри филтера	$R_A = \frac{1}{2}, L_A = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega$ $R_C = \frac{\sqrt{3}}{2}, L_C = \frac{1}{2}\omega$ $\beta S_R = 0,58, \gamma_f = 0,29$ $K_{ks} = 0,8$	$R_A = \frac{\sqrt{3}}{2}, C_A = 2 \cdot \frac{1}{\omega}$ $R_C = \frac{1}{2}, C_C = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\omega}$ $\beta S_R = 0,58, \gamma_f = 0,29$ $K_{ks} = 1,03$	$R_A = \frac{1}{2}, L_A = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega$ $R_C = \frac{1}{2}, C_C = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\omega}$ $\beta S_R = 0,75, \gamma_f = 0,29$ $K_{ks} = 0,67$	$R_A = \frac{\sqrt{3}}{2}, C_A = 2 \cdot \frac{1}{\omega}$ $R_C = \frac{\sqrt{3}}{2}, L_C = \frac{1}{2}\omega$ $\beta S_R = 0,75, \gamma_f = 0,29$ $K_{ks} = 2, K = 0,87$	
Временске константе $\tau, \tau_1, \tau_2$ (мс) и сопствена учестаност $\omega_c$ урежиму	$ph$ $k = 0$	$\tau_1 = 1,84$		$\tau_2 = 5,58$	
	$ks$ $k = \infty$	$\tau = 3,18$		$\tau_1 = 1,0$ $\tau_2 = 9,9$ $\omega_s = 258$	
	$nor$ $K =$ $K_{ks}$	$\tau_1 = 2,7$ $\tau_2 = 9,9$	$\tau_1 = 1,03$ $\tau_2 = 3,7$	$\tau_1 = 1,36$ $\tau_2 = 7,4$	$\tau = 4,14$ $\omega_s = 201$
	$nor$ $K =$ $K$	-	-	-	$\tau_1 = \tau_2 = 3,18$

Легенда:  $ph$  – празан ход,  $ks$  – кратак спој,  $nor$  – нормално.

Прва група:

Филтери са аутотрансформаторима и активно-реактивним колом које је укључено на два трофазна напона [55]. Шеме филтера су дате на сл. 3.27.а-д, а параметри филтера према шеми 3.24.а су:

$$R_A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \omega L_A = \frac{1}{2}, \frac{W_B}{W_B + W_C} = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}, S_R = 1,33, \gamma_f = 0,5 \quad (3.136)$$

где су:

$\gamma_f$  – коефицијент дебаланса изазван отклоном фреквенције завистан од типа филтера,

$\beta = \frac{S_{opt}}{P_{akt}}$  – показатељ који показује однос снаге оптерећења и активне снаге у колу.

Операторска импеданса кратког споја је:

$$Z_{kF}(p) = \frac{pL_A + R_A}{pL_A \cdot R_A} \quad (3.137)$$

Карактеристична једначина је:

$$Z(p) = pL_A(R_A + R) + R_A \cdot R = 0 \quad (3.138)$$

а корени једначине су:

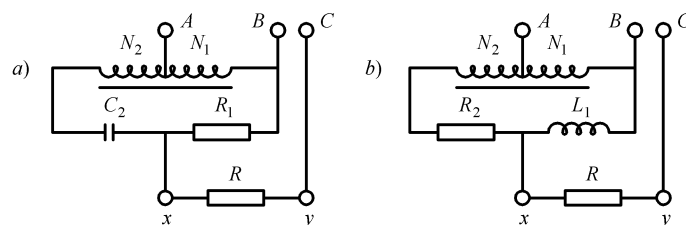
$$p = -\frac{R \cdot R_A}{L_A(R + R_A)} \quad (3.139)$$

Према изразу (3.139) сопствени прелазни процес филтера може да буде само апериодични. Његове временске константе ( $\tau$ ) зависе само према 3.136 и 3.139, од отпорности оптерећења филтера:

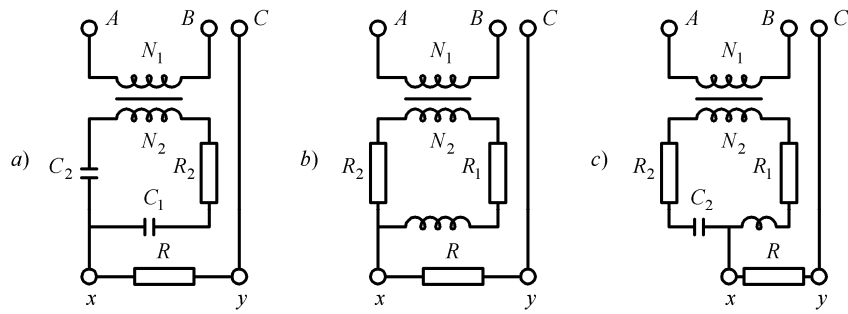
$$\tau = \frac{1 + K}{\omega\sqrt{3}}; K = \frac{R_A}{R} \quad (3.140)$$

и имају минималне вредности  $\tau_{min} = \frac{1}{\sqrt{3}\omega}$  када је  $K = 0$ , што одговара режиму празног хода. У режиму кратког споја оне теже ( $\infty$ ), а при усаглашавању оптерећења ( $K_s = 2$ ) временска константа је:

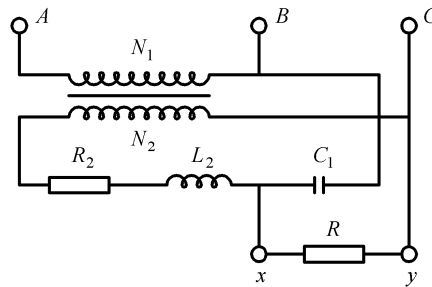
$$\tau_s = \frac{\sqrt{3}}{\omega} \quad (3.141)$$



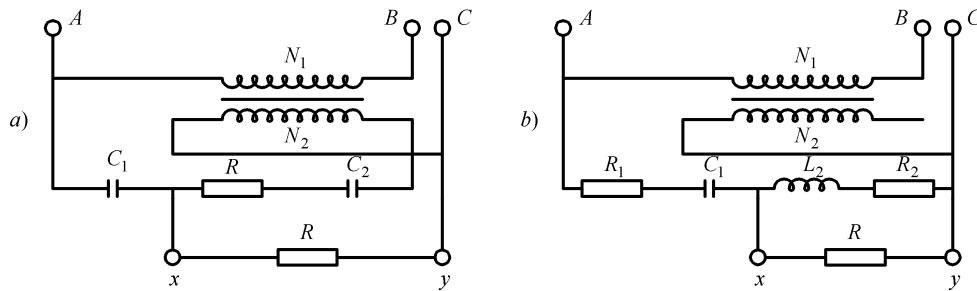
Сл. 3.30. Филтери са аутотрансформатором



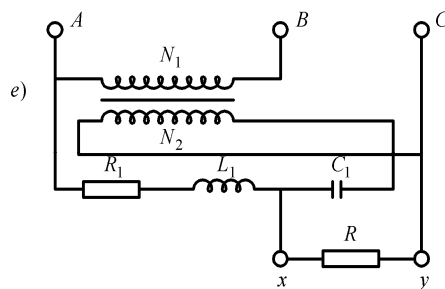
Сл. 3.31. Филтери са ауотрансформатором и активним-реактивним колом (1)



Сл. 3.32. Пасивни филтери са ауотрансформатором и активним-реактивним колом (2)



Сл. 3.33. Пасивни филтери са трансформаторима



Сл. 3.34. Филтери са трансформаторима

Изрази (3.139) и (3.140) могу се применити за филтере групе (b – d). Параметри филтера прве групе и добијени резултати су приказани у таб. 3.5.

Друга група:

Укључени су на два линијска напона. Шеме филтера групе  $(a-d)$  представљене су на сл. 3.25. Појединачни филтери у групи се разликују по вредностима  $n = R_C / R_A$ . Од ових вредности зависи и карактер сопственог прелазног процеса филтера јер филтери садрже два независна електрична кола и имају карактеристичне једначине другог степена чија решења могу да буду два реална или два коњуговано комплексна корена. Решења карактеристичне једначине (за  $K = R_A / R$ ) за:

$$p_{1,2} = \frac{-\omega \left[ \frac{4}{\sqrt{3}} + K(n + \sqrt{3}) \right] \pm \omega \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}} + K(n + \sqrt{3})^2 - 4[1 + K(n\sqrt{3} + 1)]}}{2[1 + K(n\sqrt{3} + 1)]} \quad (3.142)$$

За шеме на сл. 3.28. су:

$$p_{1,2} = -\frac{\omega}{2} \left[ \frac{4}{\sqrt{3}} + K \left( n + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right] \pm \omega \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{4}{\sqrt{3}} + K(n + \sqrt{3}) \right]^2 - [1 + K(n\sqrt{3} + 1)]} \quad (3.143)$$

За шеме на сл. 3.28 су:

$$p_{1,2} = \frac{\omega[4 + 3K(n + 1)]}{2\sqrt{3}(K + 1)} \pm \omega \sqrt{\frac{[4 + 3K(n + 1)]^2}{12(K + 1)^2} - \frac{1 + n \cdot K}{K + 1}} \quad (3.144)$$

За шему на сл. 3.27.d:

$$p_{1,2} = \frac{-\omega[4 + K(n + 1)] \pm \omega \sqrt{4 - 4K(n + 1)^2 + K^2(n^2 - 10n + 1)}}{2\sqrt{3}(1 + nK)} \quad (3.145)$$

Табела 3.10. Вредности пасивних параметара и преносних функција

Тип филтера	Група а) Сл.3.29.а	Група ц)		Група ц) Сл. 3.31.б
		Сл. 3.30.а	Сл. 3.30.б	
Параметри филтера	$C_1 = \frac{1}{\omega}, R_2 = \sqrt{3}$ $N_1 = N_2, K = \frac{R_2}{R}$ $\beta S_R = 0,67, \gamma_f = 0,5$ $K_s = 0,8$	$R_1 = 1, C_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\omega}$ $N_1 = N_2, K = \frac{R_1}{R}$ $\beta S_R = 1,26, \gamma_f = 0,5$ $K_s = 1,15$	$L_1 = \frac{1}{\omega}, R_2 = \sqrt{3}$ $N_1 = N_2, K = \frac{R_2}{R}$ $\beta S_R = 1, \gamma_f = 0,5$ $K_s = 2$	$R_1 = \frac{1}{2}, L_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega$ $R_2 = 1, N_1 = N_2$ $\beta S_R = 0,31, \gamma_f = 0,5$ $K_s = 1,73, K = \frac{R_2}{R}$
Карактеристична једначина	$p + \frac{\omega(1+K)}{\sqrt{3}} = 0$	$p + \omega\sqrt{3}(1+K) = 0$	$p + \frac{\omega\sqrt{3}}{(1+K)} = 0$	$p + \frac{\omega(3+K)}{\sqrt{3}(1+K)} = 0$
Режими филтера	$\frac{ph}{k=0}$	$\tau = 5,52$	$\tau = 1,84$	
	$\frac{ks}{k=\infty}$	Тежи ка нули 0		Тежи бесконачности $\infty$
	нор $K_{ks}$	$\tau = 1,84$	$\tau = 0,86$	$\tau = 5,52$

Анализа израза (3.142-3.145) показује да сопствени прелазни процес филтера групе  $(a-d)$  може да садржи само две апериодичне компоненте са различитим временским константама. Филтери групе  $d)$  могу да имају и хармонички и периодични

прелазни процес укључујући и критични са једнаким временским константама компоненти и минималним временом успостављама  $t_y$  [54].

Трећа група:

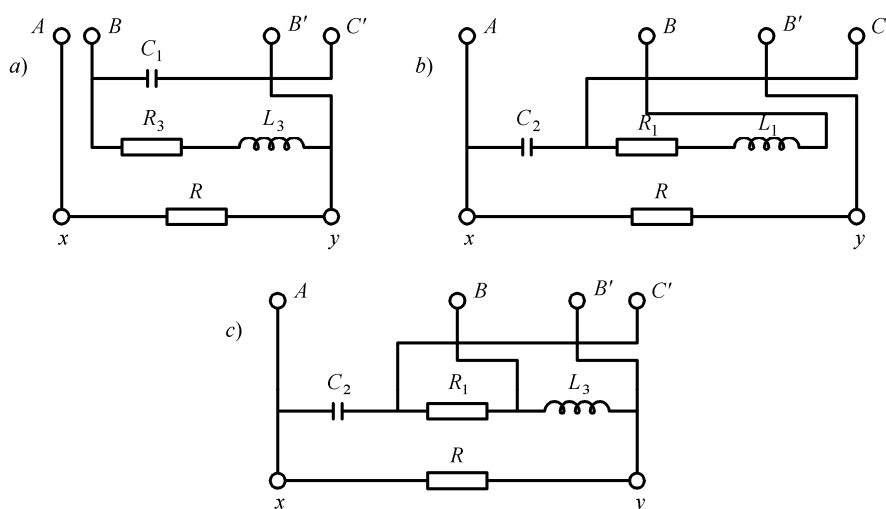
Ову групу филтера образују активно реактивне компоненте и променљиве вредности напона а овде се разматра група филтера ( $a-e$ ) којима нису потребни трансформатори са три магнетна стуба. Представљени су на сл. 3.29-3.34. Са аспекта развоја сопствених прелазних процеса филтери треће групе се деле у две варијанте:

1. Филтери са једним реактивним елементом у групи чији прелазни процес садржи само једну апериодичну компоненту. Опсег провере вредности временске константе у зависности од отпорности оптерећења филтера одређен је карактером реактивног елемента у грани. За филтере са кондензатором у режиму кратког споја временске константе теже ка вредности нула.
2. Филтери друге варијанте са два реактивна елемента. Карактер сопствених прелазних процеса је одређен типом реактивног елемента, односом међусобних параметара активних отпорности. За неке од филтера, у зависности од отпорности оптерећења, прелазни процес може бити хармонични или апериодични и у том смислу може да постане критичан.

Резултати прорачуна за филтере треће групе су сређени у таб. 3.7 за филтере прве варијанте и таб. 3.8 за филтере друге варијанте.

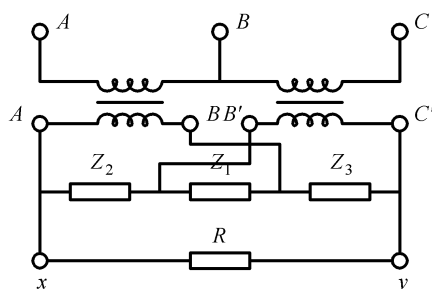
Четврта група:

У ову групу спадају филтери на бази узајамне индуктивности. Ови филтери су изведени из треће групе филтера који садрже међутрансформатор и индуктивност који су спојени у један елемент а индуктивност секундара трансформатора користи као индуктивност контуре. У том смислу се филтер ничим, па ни бројем и карактером прелазног процеса, не разликује од филтера треће групе.



Сл. 3.35. Шеме различитих група филтера са различитим активно-реактивним комбинацијама





Сл. 3.36. Пасивни филтери засновани на шемама моста

Пета група:

Филтери су засновани на шеми моста (сл. 3.36). Електрично коло се у општем случају састоји из три гране које представљају активно реактивна кола. У четвртој грани је оптерећење филтера. У дијагонали се уводе напони секундарних намотаја међутрансформатора а њихови примари су укључени на међуфазне напоне. Не разматрају се филтери чије гране садрже реактивне елементе; њихове временске инерције су велике и пошто имају високе нивое сметњи и лоше показатеље  $\gamma_f$ .

Шеме филтера групе а) подгрупа 2, 3 и 8 представљене су на сл. 3.35 (а-с), шеме филтера б), подгрупе 2-4, 6 и 7 на сл. 3.37 (а-д).

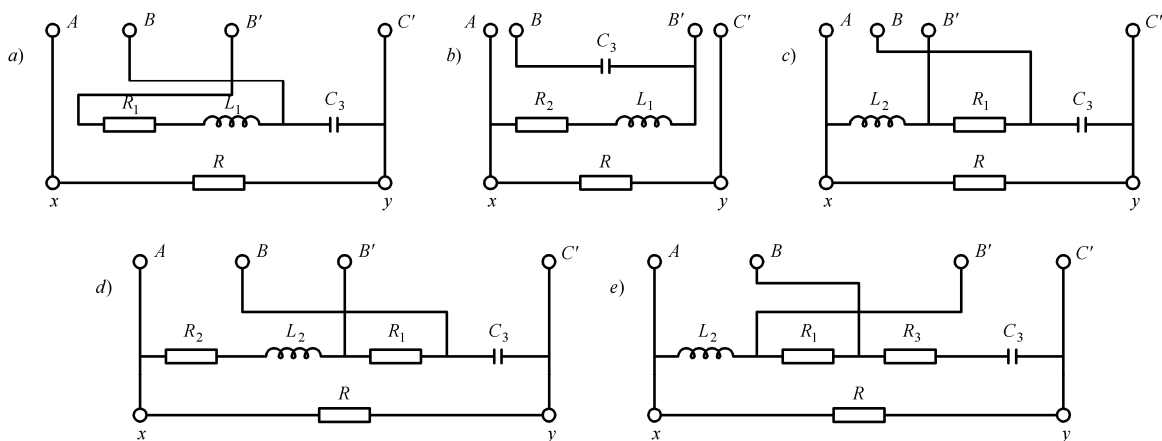
Табела 3.11. Вредности пасивних параметара и преносних функција

Тип филтера	Група а)		Група д)	Група е)
	Сл.3.29.б.	Сл.3.29.ц.	Сл. 3.32.	Сл. 3.34.
Параметри филтера	$C_1 = \frac{1}{\omega}, R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $L_2 = \frac{1}{2}\omega, \beta S_R = 0,93$ $\gamma_f = 0,76, K = \frac{R_2}{R}$ $K_s = 0,86, K_{nk} = 3,43$	$R_1 = R_2 = \frac{1}{2},$ $C_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\omega}$ $L_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega,$ $\beta S_R = 0,75$ $\gamma_f = 0,87, K = \frac{R_2}{R}$ $K_s = 0,5, K_{nk} = 2,73$	$C_1 = L_2 = \frac{1}{\omega}, R_2 = \sqrt{3}$ $N_2 = 2N_1, \beta S_R = 0,65$ $\gamma_f = 0,5, K = \frac{R_2}{R}$ $K_s = 1,5, K_{nk} = 6,46$	$R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, L_1 = \frac{1}{2}\omega$ $C_1 = \frac{2}{\omega}, N_1 = 2N_2$ $\beta S_R = 0,65, \gamma_f = 0,5$ $K = \frac{R_1}{R}, K_s = 1,5$ $K_{nk} = 6,46$
Карактеристична једначина	$p^2 + \frac{p\omega}{\sqrt{3}}(3+2K) + 2\omega^2(1+K) = 0$	$p^2 + \frac{p\omega^2(1+2K)}{\sqrt{3}(1+K)} + \omega^2 = 0$ $+ 2 \cdot \omega^2(1+K) = 0$	$p^2 + \frac{p\omega}{\sqrt{3}}(3+K) + \omega^2(1+K) = 0$	
Временске константе $\tau, \tau_1, \tau_2$ у режиму	$ph$ $k = 0$	$\tau = 3,66$ $\omega_{sop} = 220$	$\tau = 5,52$ $\omega_{sops} = 246$	$\tau = 3,64$ $\omega_{sop} = 157$
	$ks$ $k = \infty$	$\tau = 1,84$	$\tau_1 = 1,84$ $\tau_2 = 5,52$	$\tau = 1,84$
	$k$ $K_s$	$\tau = 2,32$ $\omega_{sopst} = 333$	$\tau = 4,13$ $\omega_{sops} = 201$	$\tau = 2,45$ $\omega_{sopst} = 283$
	$k$ $K_n$	$\tau_1 = \tau_2 = 1,12$	$\tau_1 = \tau_2 = 2,32$	$\tau_1 = \tau_2 = 1,11$

Тип филтера	Група ц)		Група д)	
	Сл. 3.31.а.	Сл. 3.31.б.	Сл. 3.33.б.	Сл. 3.33.а.
Параметри филтера	$R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, C_1 = 2 \cdot \frac{1}{\omega}$ $C_2 = 2,76 \frac{1}{\omega}, \gamma_f = 0,5$ $N_1 = 2,76N_2, \beta S_R = 0,41$ $K = \frac{R_1}{R}, K_{ns} = 2,88$	$R_1 = R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2},$ $C_1 = \frac{2}{\omega}$ $C_2 = \frac{2}{\omega}, N_1 = N_2$ $\beta S_R = 0,25,$ $\gamma_f = 0,29$ $K = \frac{R_1}{R},$ $K_{ns} = 1,5$	$R_1 = R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}, C_1 = \frac{2}{\omega}$ $L_2 = \frac{1}{2\omega}, N_1 = N_2$ $\beta S_R = 0,25, \gamma_f = 0,29$ $K = \frac{R_2}{R}, K_{ns} = 1,5$	$C_1 = \frac{1}{\omega}, R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $C_2 = \frac{2}{\omega}, N_1 = N_2$ $\beta S_R = 0,65,$ $\gamma_f = 0,6$ $K = \frac{R_2}{R}, K_{ns} = 1,5$
Карактеристична једначина	$p^2 + p\omega \left[ 1 + \frac{K(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}} \right] + \frac{K(\sqrt{3}-1)}{3} \omega^2 = 0$	$p^2 + \frac{p\omega^2(3+2K)}{\sqrt{3}(1+K)} + \omega^2 = 0$ $+ 2 \cdot \omega^2(1+K) = 0$	$p^2 + \frac{p\omega}{\sqrt{3}}(3+2K) + \frac{2K}{3} \omega^2 = 0$	
Врем. кон. $\tau,$ $\tau_1, \tau_2$ у режиму	$ph$ $k = 0$	$\tau = 3,18$	$\tau_1 = 1$ $\tau_2 = 9,9$	$\tau = 1,84$
	$ks$ $k = \infty$	$\tau = 5,52$	$\tau_1 = 1,84$ $\tau_2 = 5,52$	$\tau = 5,52$
	нор $K_{ns} = K$	$\tau_1 = 2,61$ $\tau_2 = 3,18$	$\tau_1 = 1,36$ $\tau_2 = 7,4$	$\tau_1 = 1$ $\tau_2 = 9,4$

Сви приказани филтери садрже по две независне контуре са реактивним елементима. Њихови прелазни процеси у зависности од отпорности оптерећења могу да буду хармонички или апериодички са две компоненте.

Параметри филтера и резултати прорачуна су дати у таб. 3.12.



Сл. 3.37. Шеме различитих група филтера са различитим активно-реактивним комбинацијама

Табела 3.12. Вредности пасивних параметара и преносних функција

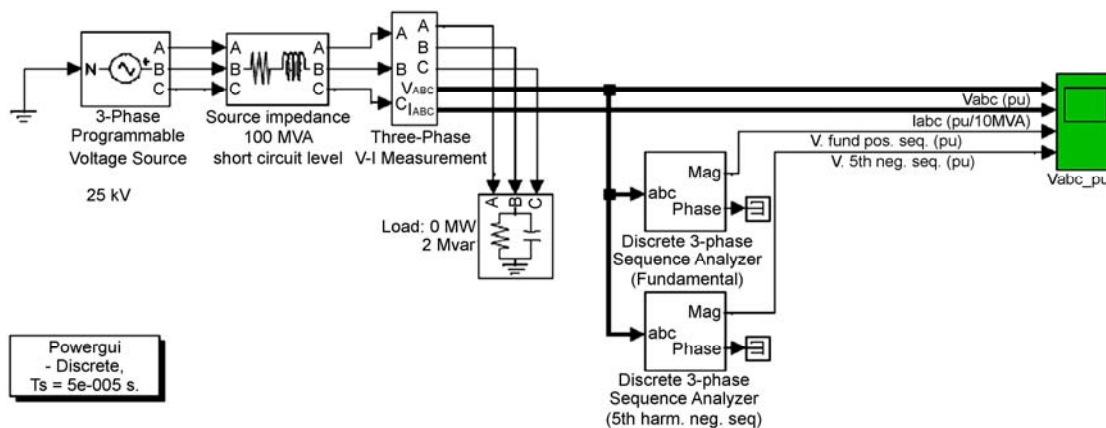
Тип филтера	Варијанта а)			Варијанта б)	
	Сл. 3.35.а	Сл. 3.35.б	Сл. 3.35.ц	Сл. 3.37.д	
Параметри филтера	$C_1 = \frac{1}{\omega}, R_3 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ $L_3 = \frac{1}{2\omega}, K = \frac{R_3}{R}$ $\beta S_R = 0,93, \gamma_f = 1,8$ $K_{ns} = 0,289, K_{nk} = 0,983$	$R_1 = \frac{1}{2}, L_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\omega}$ $C_3 = \frac{\sqrt{3}}{\omega}, K = \frac{R_1}{R}$ $\beta S_R = 0,86, \gamma_f = 1,8$ $K_{ns} = 0,5, K_{nk} = 3,82$	$R_1 = 1, C_2 = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$ $L_3 = \frac{1}{\omega\sqrt{3}}, K = \frac{R_1}{R}$ $\beta S_R = 1, \gamma_f = 0,5$ $K_{ns} = 1, K_{nk} = 2,16$	$R_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, L_2 = \frac{1}{2\omega}$ $R_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}, C_3 = \frac{2}{\omega}$ $\beta S_R = 0,72, \gamma_f = 0,55$ $K = \frac{R_1}{R}, K_{ns} = \sqrt{3}$ $K_{nk} = 3,31$	
Карактеристична једначина	$p^2 + \frac{p\omega}{\sqrt{3}}(1+6K) + 2\omega^2(1+K) = 0$	$p^2 + \frac{p\omega}{\sqrt{3}}(1+2K) + \frac{2\omega^2}{\sqrt{3}}(1+K) = 0$	$p^2 + \frac{p\omega}{\sqrt{3}}(1+K) + \omega^2 = 0$	$p^2 + \frac{p\omega\sqrt{3}(3+K)}{3K+5} + \frac{2\omega^2}{3K+5} = 0$	
Врем. конст. $\tau, \tau_1, \tau_2$ (мс) и сопствена кружна учестаност $\omega_{con}$ (рад/с) у режиму	$ph$ $k = 0$	$\tau = 11$ $\omega_{sop} = 414$	$\tau = 11$ $\omega_{sops} = 239$	$\tau = 11$ $\omega_{sopst} = 302$	$\tau = 6,14$ $\omega_{sopst} = 113$
	$ks$ $k = \infty$	$\tau = 5,52$		$\tau \rightarrow \infty$	$\tau_1 = 5,52$ $\tau_2 \rightarrow \infty$
	$k = K_{ns}$	$\tau = 4,03$ $\omega_{sop} = 440$	$\tau = 5,52$ $\omega_{sopst} = 258$		$\tau = 7,96$ $\omega_{sopst} = 58$
	$k = K_{nk}$	$\tau_1 = \tau_2 = 1,6$	$\tau_1 = \tau_2 = 1,27$	$\tau_1 = \tau_2 = 3,5$	$\tau_1 = \tau_2 = 8,68$
Тип филтера	Варијанта ц)				
	Сл. 3.37.а	Сл. 3.37.б	Сл. 3.37.ц	Сл. 3.37.д	
Параметри филтера	$R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, L_1 = \frac{1}{2\omega}$ $C_3 = \frac{1}{\omega}, K = \frac{R_1}{R}$ $\beta S_R = 0,93, \gamma_f = 0,76$ $K_{ns} = 0,87, K_{mn} = 3,95$	$C_1 = \frac{1}{\omega}, R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $L_2 = \frac{1}{2\omega}, K = \frac{R_2}{R}$ $\beta S_R = 0,93,$ $\gamma_f = 0,87$ $K_{mn} = 3,95$	$R_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, L_2 = C_3 = \frac{1}{\omega}$ $\beta S_R = 1, \gamma_f = 0,29$ $K = \frac{R_1}{R}, K_{ns} = 0,58$ $K_{mn} = 0,155$	$R_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}, R_2 = \sqrt{3}$ $L_2 = C_2 = \frac{1}{\omega}, K = \frac{R_1}{R}$ $\beta S_R = 0,72, \gamma_f = 0,5$ $K_{ns} = \sqrt{3},$ $K_{mn} = 3,31$	
Карактеристична једначина	$p^2 + \frac{p\omega}{\sqrt{3}}(3+2K) + 2\omega^2(1+K) = 0$		$p^2 + p\omega\sqrt{3}(1+K) + \omega^2 = 0$	$p^2 + \frac{p\omega\sqrt{3}}{2}(3+K) + \frac{\omega^2}{3}(5+3K) = 0$	

Врем. конст. $\tau$ , $\tau_1$ , $\tau_2$ (мс) и сопствена кружна учестаност $\omega_{con}$ (рад/с) у режиму	$ph$ $k = 0$	$\tau = 3,67$ $\omega_{sopst} = 351$	$\tau = 3,67$ $\omega_{sop} = 157$	$\tau = 2,45$ $\omega_{sopst} = 283$
	$ks$ $k = \infty$	$\tau = 1,84$	$\tau \rightarrow \infty$	$\tau = 1,84$
	$k =$ $K_{ns}$	$\tau = 2,32$ $\omega_{sopst} = 430$	$\tau_1 = 1,38$ $\tau_2 \rightarrow 7,32$	$\tau = 1,36$ $\omega_{sopst} = 298$
	$k =$ $K_{nk}$	$\tau_1 = \tau_2 = 1$	$\tau_1 = \tau_2 = 3,2$	$\tau_1 = \tau_2 = 1,11$

При избору филтера симетричних компоненти у мерним системима, нарочито у релејној заштити, важну улогу имају не само параметри филтера у стационарном режиму него и параметри  $\beta S_R$  и  $\gamma_f$  и њихова временска инерција која се мора умањити што је више могуће. Резултати анализе омогућавају да се изаберу најбољи филтери симетричних компоненти, са параметрима који умањују њихову инерцију. Од филтера који имају најбоље показатеље  $\beta S_R$  и најмању временску инерцију при подешавању оптерећења издвајају се филтери прве групе, варијанта *c*) (сл. 3.27.ц) и филтери треће групе, варијанта *b*) (сл. 3.29.б). Од филтера који имају најбоље показатеље  $\gamma_f$  и најмање временске инерције треба издвојити филтер друге групе, варијанта *b*) (сл. 3.28.б).

За остварење задатог времена деловања мерног елемента треба у погледу временске инерције изабрати филтер таквог типа који на рачун промене параметара ограничава трајање сопствених прелазних процеса. Овакви филтери су филтери који садрже само један кондензатор (прве и треће групе), чији је прелазни процес апериодички, а временске константе које су одређене односом отпорности филтера и оптерећења могу да се подесе да буду веома мале. У најширем смислу речи најповољнији су филтери треће групе, варијанта *b*) .

Анализа, изведена за филтер напона инверзног редоследа, може се остварити и за филтер струје инверзног редоследа као и за остале филтере симетричних компоненти са следећом основном шемом (Прилози).



Сл. 3.38. Основна шема дискретног анализатора трофазног напонског извора помоћу симетричних компоненти (lit. Matlab 6.5, Sim Power system, Прилози)

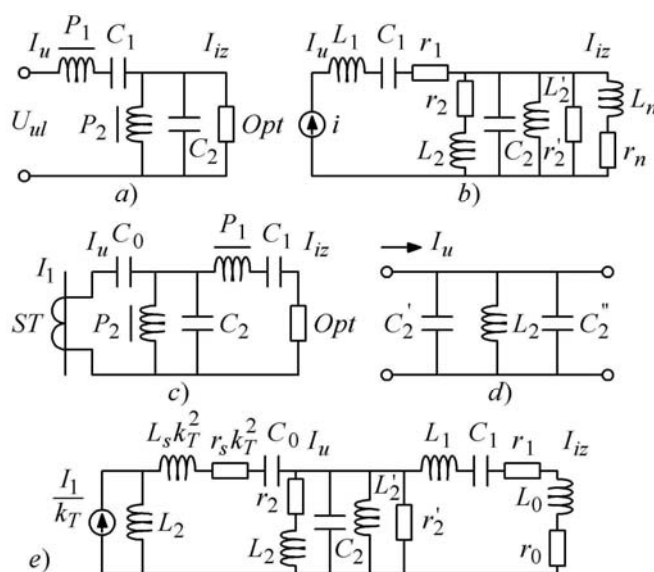
### 3.2.6. Основне карактеристике филтера у мерним члановима релејне заштите

У зависности од услова функционисања и захтева у мерним члановима синтеза фреквентно-селективних филтера остварује се у фреквентном или временском домену.

Пасивни филтери су много јефтинији у поређењу са осталим филтерима. Они се могу састојати само од једног пасивног елемента (индуктивности, капацитивности, ...) који је подешен на фреквенцији струја или напона које мора да поништи.

Пасивни филтер има боље перформансе ако је постављен на место у колу где наилазе сметње јер ствара паралелну резонансу уз подешену фреквенцију која смањује утицај сметњи или да буде подешен за рад са незнатном стрмином да би оне биле поништене. Фреквенције сметњи морају се пажљиво одредити у односу на значајне хармонице.

Зависно од режима примарног кола вредности струјне или напонске компоненте, основне учестаности и хармоника, могу се кретати у широком опсегу (од 10 до 100 пута) али основни показатељи рада филтера морају да остану непромењени [56].



Сл. 3.39. Двокомпонентни филтер: а,б) напона, ц,д,е) струје

У ове показатеље сврстани су:

1. Однос струја  $I_{iz.s} / I_{iz-sm}$  када се на улазу појаве исти сигнали напона  $U_{ul.s} / U_{ul.sm}$  (фреквентни филтер напона) или  $I_{ul.s} / I_{ul.sm}$  (за фреквентни филтер струје) при чему је:

$I_{iz-s}$  – струја на излазу филтера када се на улазу доведе сигнал задате учестаности без сметњи (фреквенције  $f = f_z$ ),

$I_{iz-sm}$  – струја на излазу уколико су на улазу присутне сметње у облику неких других фреквенција.

Прорачун односа  $I_{iz-s} / I_{iz-sm}$  за фреквенцију сметње  $f_s = 50\text{Hz}$  је важан јер се према њему одређује могућност подешавања заштите у односу на вредност радне фреквенције мреже.

2. Однос снага на излазу филтера  $P_{iz.s} \omega_s L_2 / U_{ul.s}^2$  или  $P_{iz.s} / I_{ul.s}^2 \omega_s L_2$ . Добра вредност односа умањује снагу сигнала  $P_{iz}$  или је ограничава чиме се повећава поузданост заштитног уређаја. Захтеве испуњава дво-компонентни  $LC$  филтер напона (сл. 3.39.а,б) или струје (сл. 3.39.ц,д,е).

Резонанса елемената филтера се подешава на задату фреквенцију ( $f_z$ ) [57], [58]. Индуктивни елемент је пригушница са линеаризованим  $Fe$ -колом са ваздушним размаком. За разлику од  $LC$  филтера високих учестаности, фреквентни и остали параметри зависе од активних отпорности обе пригушнице ( $r_1$  и  $r_2$ ) које су зависне од фреквенције доведених електричних величина. Карактеристике филтера зависе од односа  $L_1 / L_2 = n$  и релативне отпорности оптерећења  $p = r_0 / \omega_0 L_2$  где је  $\omega_0$  радна фреквенција мреже,  $\omega_0 = 314$ .

Методe за прорачун  $LC$  филтера нису експлицитне јер се вредности ( $n, p$ ) не узимају у обзир, а нису ни јасно презентоване [59], [60]. Приказан је поступак прорачуна филтера напона и струја за фреквенцију  $100\text{Hz}$  који се користе за заштиту од земљоспојева у компензованим мрежама. За фреквенцију сметње изабрана је вредност  $f = 50\text{Hz}$ . Однос активних отпорности и реактанси пригушница је:

$$f_{mreže} : (\text{Hz}) \quad 50 \quad 100 \quad 150$$

$$a = \frac{r_1}{\omega L_1} = \frac{r_2}{\omega L_2} \quad 0,08 \quad 0,065 \quad 0,061$$

На основу познатог параметра  $a$ : могу се конструисати дијаграми који показују струје, снаге и индукције у језгру пригушница и напоне на кондензаторима у зависности од ( $n$ ) и ( $p$ ) у релативним јединицама.

При пројектовању филтера треба знати однос  $\frac{I_{iz.z}}{I_{iz.s}}$  и релативну вредност снаге

$\frac{P_{iz.z}}{U_{uz}^2} \omega_s L_2$  (или  $\frac{P_{iz.z}}{I_{iz.z}^2 \omega_z L_2}$ ), а затим помоћу конструисаних кривих  $f(n, p)$  одредити оптималне вредности ( $n, p$ ) и изабрати индуктивност која одговара размерама

пригушнице и капацитивности кондензатора  $C_1$  и  $C_2$ . Индукција ( $B$ ) у пригушници не сме да достигне вредност засићења ( $B_m = 1,0 T$ ) а напон на кондензатору не сме да буде изнад дозвољене вредности.

### 3.2.7. Филтери напона 100 Hz

За одређивање оптималних услова за блокирање сметњи и постизање довољне снаге филтера (сл. 3.39.б) користиће се опште једначине четворокрајника које се односе на дати филтер:

$$U_u = AU_{iz} + BI_{iz}, I_u = CU_{iz} + DI_{iz}, A = \frac{U_{u.p.h.}}{U_{iz.p.h.}} \quad (3.146)$$

$$B = \frac{U_{uk.s.}}{I_{iz.k.s.}}, C = \frac{I_{u.p.h.}}{U_{iz.p.h.}}, D = \frac{I_{uk.s.}}{I_{iz.k.s.}}, AD - BC = 1$$

где је:

$p.h.$  – режим празног хода, а  $k.s.$  – режим кратког споја.

Из заменске шеме (сл. 3.39.б) одређују се изрази за коефицијенте четворокрајника. Коефицијенти  $A$  и  $D$  немају димензије, коефицијент  $B$  има димензију отпорности, а коефицијент  $C$  проводности. Код задате учестаности  $f_z = f(\omega = \omega_z)$  укупна реактанса првог елемента филтера и реактансе (проводности) његовог другог елемента су:

$$A = 1 + \left[ r_1 + j \left( \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) \right] \left[ \frac{r_2}{r_2^2 + (\omega L_2)^2} + j \left( \omega C_2 - \frac{\omega L_2}{r_2^2 + (\omega L_2)^2} \right) \right]$$

$$B = r_1 + j(\omega L_2 - 1/\omega C_1) \quad (3.147)$$

$$C = \frac{r_2}{r_2^2 + (\omega L_2)^2} + j \left( \omega C_2 - \frac{\omega L_2}{r_2^2 + (\omega L_2)^2} \right), D = 1$$

При резонантној фреквенцији сигнала ( $\omega = \omega_s$ ) укупна реактивна отпорност првог елемента филтера и реактивна проводност другог елемента су једнаки нули и коефицијенти четворокрајника добијају вредности:

$$A_{s_r} = 1 + \frac{r_1 r_2}{r_2^2 + (\omega_s L_2)^2}, B_{s_r} = 1, C_{s_r} = \frac{r_2}{r_2^2 + (\omega_s L_2)^2}, D_{s_r} = 1 \quad (3.148)$$

При фреквенцији сметњи ( $\omega = \omega_n, f_n = 50 Hz$ ) реактивне отпорности оба елемента филтера расту и постају много веће од активних отпорности ( $r_1, r_2$ ). Зато се ове вредности ради лакшег израчунавања могу занемарити. Коефицијенти филтера при фреквенцији сметњи ( $f = f_n, \omega = \omega_n$ ) биће приближно:

$$A_s = 1 + \left( \omega_s L_1 - \frac{1}{\omega_s C_1} \right) \left[ \frac{\omega_s L_2}{r_2^2 + (\omega_s L_2)^2} - \omega_s L_2 \right]$$

$$B_s = j \left( \omega_s L_2 - \frac{1}{\omega_s C_1} \right), C_s = j \left( \omega_s C_2 - \frac{\omega_s L_2}{r_2^2 + (\omega_s L_2)^2} \right), D_s = 1 \quad (3.149)$$

Ако су вредности:  $\frac{r_1}{\omega L_1} = \frac{r_2}{\omega L_2} = a$ ,  $\frac{L_1}{L_2} = n$  и ако се има у виду  $C_1 = \frac{1}{\omega_s^2 L_2 n}$ ,

$C_2 = \frac{L_2}{r_2^2 + (\omega_s L_2)^2}$  добија се:

$$A_s = 1 + \frac{a_s^2 n}{1 + a_s^2}, \quad B_s = a_s n \omega_s L_2, \quad C = \frac{a_s}{\omega_s L_2 (1 + a_s^2)}, \quad D_s = 1 \quad (3.150)$$

$$A_s = 1 - \frac{(\omega_{sm}^2 - \omega_s^2)^2 \cdot n}{\omega_s^4 (1 + a_s^2) [a_s^2 + (\omega_s / \omega_{sm})^2]}$$

$$B = j \omega_s L_2^2 \frac{\omega_s^2 - \omega_{sr}^2}{\omega_s^2} \cdot n \quad (3.151)$$

$$C_s = j \frac{\omega_s^2 - \omega_{sr}^2}{\omega_s L_2 \omega_s^2 (1 + a_s^2) [a_s^2 + (\omega_s / \omega_{sm})^2]}$$

$$D_s = 1$$

У таб. 3.13 су према формулама (3.150) и (3.151) приказане вредности коефицијента  $A_z$  и задате бездимензионе величине  $B_s / \omega_s L_2$ ,  $C_s \omega_s L_2$  за случај  $f = 100 \text{ Hz}$ , као и  $A_{sm}$ ,  $B_{sm} / \omega_{sm} L_2$ ,  $C_{sm} \omega_{sm} L_2$  при  $f_s = 50 \text{ Hz}$ , ( $\omega_s = \omega_0$ ).

Из једначина четворокрајника одреди се однос улазних напона и излазних струја филтера при учестаности  $f_s$  и  $f_{sm}$ .

$$U_{ul.s} = I_{iz.s} (A_s r_0 + B_s), \quad U_{ul.sm} = I_{iz.sm} (A_{sm} r_{op} + B_{sm}) \quad (3.152)$$

Када је  $U_{us} = U_{ul.sm}$  однос између струја сигнала и сметњи на излазу биће:

$$\frac{I_{iz.sig.}}{I_{iz.sm}} = \frac{A_{sm} p + B_{sm} / \omega_{sm} L_2}{A_s p + B_s / \omega_s L_2} = f(n, p) \quad (3.153)$$

Однос апсолутних вредности струја је:

$$\frac{I_{iz.sig.}}{I_{iz.sm}} = \frac{\sqrt{(A_{sm} p)^2 + (B_{sm} / \omega_{sm} \cdot L_2)^2}}{A_s \cdot p + B_s / \omega_s L_2} \quad (3.154)$$

Када се на улазу филтера појави сигнал напона, тада је:

$$P_{iz.sig.} = I_{z.sig.}^2 \cdot r_{opt.} = \frac{U_{iz.sig.}^2 \cdot r_{opt.}}{(A_{sig.} \cdot r_{opt.} + B_{sig.})^2} \quad (3.155)$$

Вредност снаге у јединичном систему је:

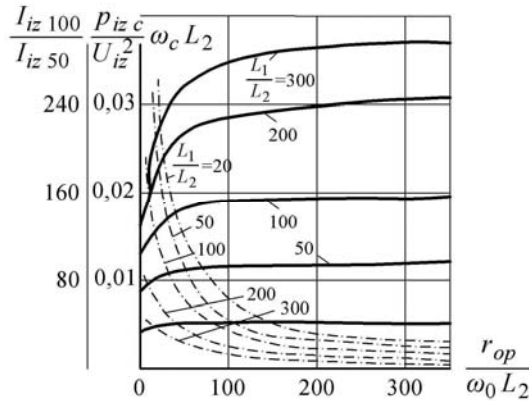
$$\frac{P_{iz.sg.}}{U_{iz.sg.}} \omega_{sig.} L_2 = \frac{P}{(A_{sg} p + B_s / \omega_s L_2)^2} = f(n, p) \quad (3.156)$$

Из података у таб. 3.13, према формулама (3.154) и (3.156) нацртани су дијаграми на сл. 3.40 за однос излазних струја (пуне линије) и за релативну вредност снаге (испрекидана линија) у зависности од  $r_0 / \omega_0 L_2$  и  $L_1 / L_2$ , за случај  $f_z = 100 \text{ Hz}$  и  $f_s = 50 \text{ Hz}$ .



Табела 3.13. Вредности коефицијента и задатих бездимензионих величина

$\frac{L_1}{L_2}$	$A_s$	$A_{sm}$	$\frac{B_s}{\omega_z L_2}$	$\frac{B_{sm}}{\omega_s L_2}$	$C_s \omega_s L_2$	$C_s \omega_{sm} L_2$
20	1,08	-43,6	1,3	-60	0,065	-0,745
50	1,21	-111	3,25	-150	0,065	-0,745
100	1,42	-222	6,5	-300	0,065	-0,745
200	1,84	-445	13	-600	0,065	-0,745
300	2,25	-668	19,5	-900	0,065	-0,745



Сл. 3.40. Дијаграми зависности односа излазних струја и релативне вредности снаге од  $r_{op} / \omega_0 L_2$

Снагу филтера ограничава индукција у језгру пригушнице  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_{op}}{\omega_0 L_2}$ . Поред сигнала напона присутне су и сметње у језгру пригушнице, па снагу филтера одређује њихов збир. Вредност индукције у језгру може се одредити из израза:

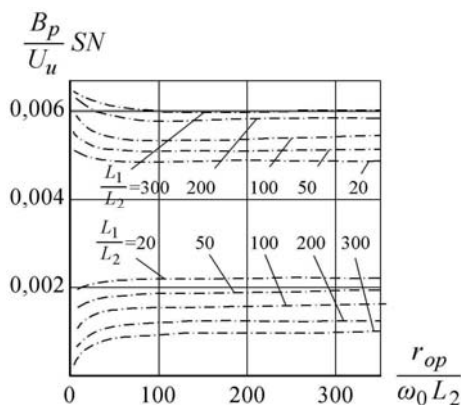
$$\frac{B_{p1}}{U_u} SN = \frac{\left( f_{sm} (B_s / \omega_s L_2) (C_s \omega_s L_2 p + D) \sqrt{(A_s p)^2 + (B_{sm} / \omega_{sm} L_2)^2} + \right.}{4,44 f_s f_{sm} (A_s p + B_s / \omega_s L_2) \sqrt{(A_{sm} p)^2 + (B_{sm} / \omega_{sm} L_2)^2}} \left. + f_s (B_s / \omega_{sm} L_2) (A_s p + B_s / \omega_s L_2) \sqrt{(C_{sm} \omega_{sm} L_2 p)^2 + D^2} \right) \quad (3.157)$$

У изразу за вредност индукције пригушнице присутна је компонента индукције напона 50 Hz. У пригушници  $P_2$  основна компонента индукције је ипак одређена напонем 100 Hz. Што је већа отпорност ове пригушнице постиже се већа вредност индукције у њему.

$$\frac{B_{p2}}{U_u} SN = f_{sm} \left[ 1 + \frac{C_s \omega_s L_2 p + D}{A_s p + B_s / \omega_s L_2} - \frac{B_z}{\omega_z L_2} \right] + f_{sig} \cdot \left[ \frac{\sqrt{(C_s \omega_{sm} L_2 p)^2 + D^2}}{\sqrt{(A_s p)^2 + (B_{sm} / \omega_{sm} L_2)^2}} \frac{B_{sm}}{\omega_{sm} L_2} \right] \quad (3.158)$$

На сл. 3.41. представљене су криве релативних вредности према формулама (3.157) и (3.158).

Ознаке на сл. 3.41 су следеће:  $\frac{B_p}{U_u} SN$  ( $S$  – попречни пресек,  $N$  – број навојака у намотају пригушнице,  $P_1$  (пуне линије) и у намотају пригушнице  $P_2$  (испрекидане линије).



Сл. 3.41. Криве релативних вредности

Како је познато код резонантног напона на елементима првог кола филтера долази до повећаног напона одређеног односом реактивне и активне отпорности пригушнице  $P_1$ . Ако је за  $f_z = 100 \text{ Hz}$  претпостављена вредност односа 0,065 напон на кондензатору  $C_1$ , а такође и на пригушници  $P_1$  је:

$$\frac{U_{C_1}}{U_{ul.sig}} = 15,4 \cdot \frac{(C_s \omega_s L_2 p + D)}{A_s p + B_s / \omega_s L_2} \frac{B_z}{\omega_z L_2} \quad (3.159)$$

Овај напон ће при резонантној учестаности  $100 \text{ Hz}$  имати већу вредност што је већи однос  $L_1 / L_2$ . Величина овог напона је координирана са изолацијом пригушнице и дозвољеним напонем на кондензатору  $C_1$ .

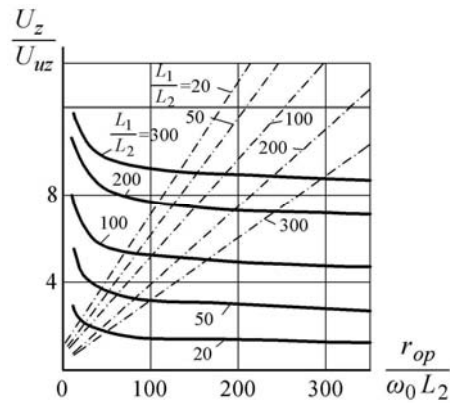
Напон пригушнице и кондензатора ( $P_2$  и  $C_2$ ) одређује однос отпорности елемената филтера напона и оптерећења  $r_2$ :

$$\frac{U_{C_2}}{U_{ul.sig}} = \frac{C_s \omega_s L_2 p + D}{A_s p + B_s / \omega_2 L_2} p \quad (3.160)$$

Максимална вредност напона, која настаје на елементима филтера при резонанси на учестаности  $100 \text{ Hz}$ , рачуната по формули (3.159) и (3.160) дата је на сл. 3.42 (пуна линија -  $C_1, P_1$ , прекидана линија  $C_2, P_2$ ); на њој је приказан избор елемената напонског филтера  $100 \text{ Hz}$  за задате вредности.

Други хармоник износи 39% доведене вредности напона и условљен је шемом добијања фреквенције  $100 \text{ Hz}$ , која се састоји из отпорника и претварача, укљученог на допунски секундарни намотај трансформатора.

Ако се филтеру доведе укупни напон  $10 \text{ V}$ , другом хармонику одговара вредност  $3,9 \text{ V}$ , од кога се може добити снага  $30 \text{ mVA}$ , при чему регулациони вишекратник мора да буде  $I_{iz.100} / I_{iz.50} \geq 100$ , а линеарност филтера не сме да буде нарушена при повећању напона на  $100 \text{ V}$ .



Сл. 3.42. Однос напона при резонанси на 100 Hz

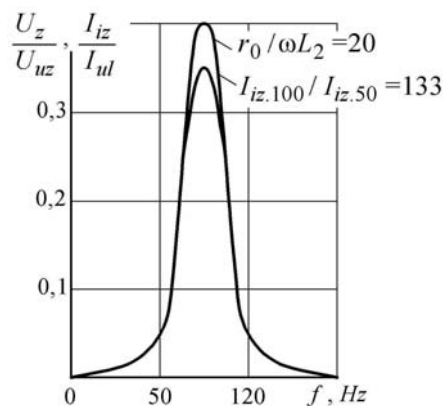
Према кривама на сл. 3.40, 3.41, 3.42 изабране су вредности:  $L_1/L_2 = 100$ ,  $r_{op}/\omega_0 L_2 = 25$ ,  $I_{iz.100}/I_{iz.50} = 130$ ;  $P_{iz.s}\omega_s L_2/U_{ul.s}^2 = 0,014$ ,  $U_{C1}/U_{ul.s} = 6,3$ ,  $U_{C2}/U_{ul.s} = 1,5$ ,  $B_{p1}SN/U_{ul} = 0,0055$ ,  $B_{p2}SN/U_{ul} = 0,00135$ .

Може се усвојити да пригушница  $P_1$  има 1500 навојака,  $\omega L_1 = 610 \Omega$ , а пригушница  $P_2$  има 150 навоја као и  $\omega L_2 = 6,1\Omega$ . При напону  $U_{iz} = 100V$  индукција у језгру не прелази ( $1,0T$ ). Напон на кондензатору  $C_1 = 2,6 \mu F$  мора да износи  $U_{c1} \geq 260 V$ , а израчунати напон, на кондензатору  $C_2 = 260 \mu F$ , је  $U_{c2} = 60 V$ .

На основу ових усвојених података се може реализовати филтер напона учестаности 100 Hz.

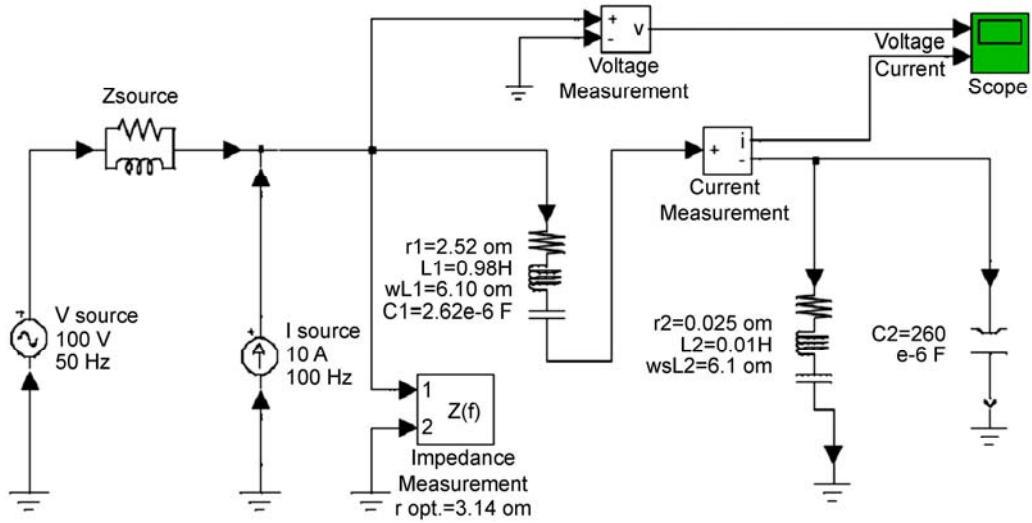
На сл. 3.43 приказана је експериментална фреквентна карактеристика филтера (непрекидна линија). Како се види на сл. 3.43 и са сл. 3.40 када је  $r_0/\omega L_2 = 20$  и  $I_{iz.100}/I_{iz.50} = 133$  рачунски добијена крива (пуна линија) и експериментална, на сл. 3.43, се практично поклапају.

Конструисане карактеристике излазних струја, снага, индукција и димензија пригушница и напона на кондензаторима представљене су у складу са основним поставкама теорије сличности у виду зависности од релативних вредности важнијих параметара [61].

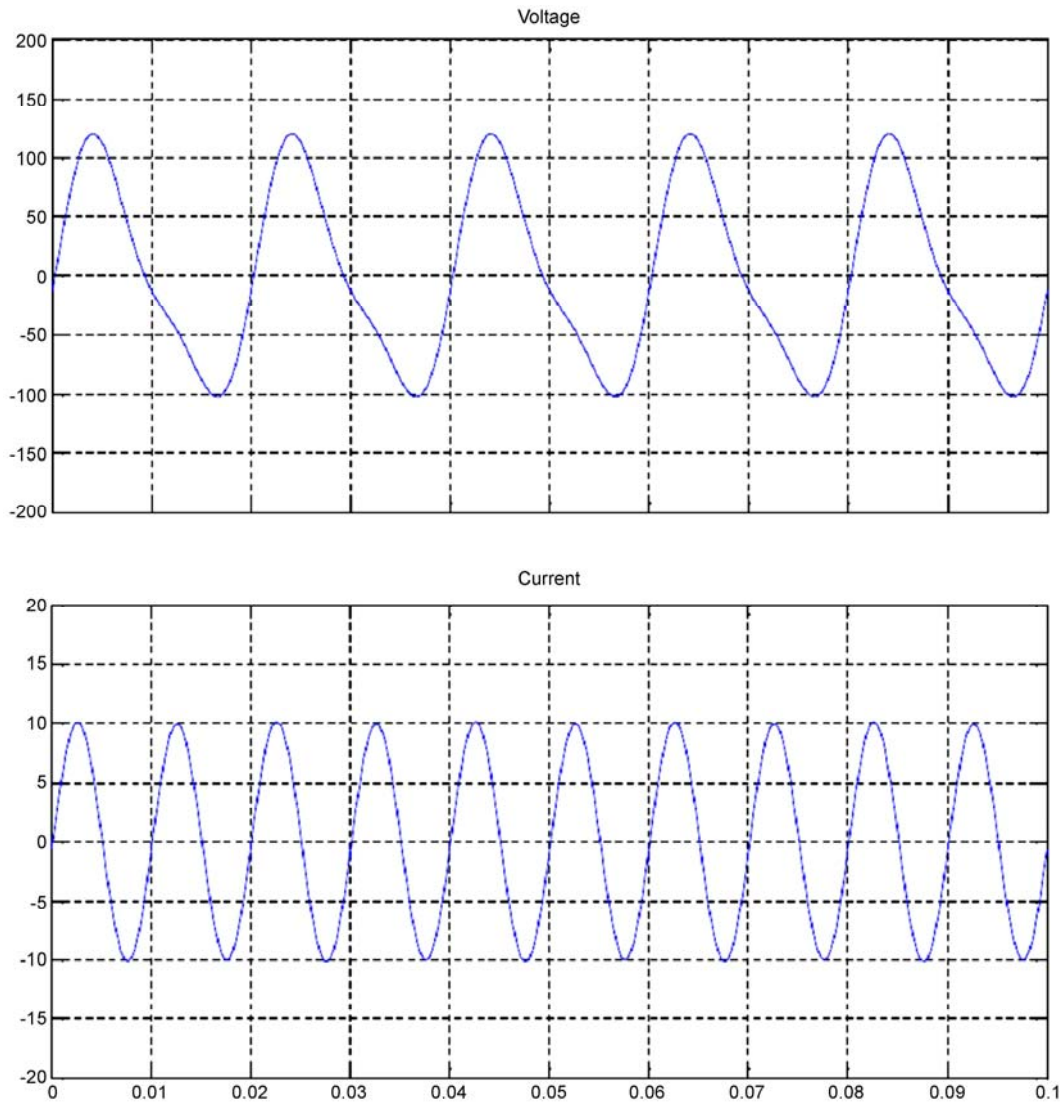


Сл. 3.43. Идеализована и реална фреквентна карактеристика

Прилог: Шема Симулације рада пројектованог филтера напона 100 Hz



Сл. 3.44. Шема симулације



Сл. 3.45. Дијаграм струја и напона доведених на улаз филтера

### 3.2.8. Филтери струја 100 Hz (препознавање инверзне компоненте)

За разлику од фреквентних напонских филтера (двокомпонентних “Г” или неких других) чији рад није зависан од параметара напонских трансформатора релејне заштите, на рад фреквентних филтера струје (сл. 3.39.ц,д,е) имају велики утицај параметри струјних трансформатора на које су филтери прикључени. У складу са тим при израчунавању вредности у еквивалентним шемама мерних чланова релејне заштите морају се узети у обзир допунске индуктивности као што су: индуктивност магнећења СТ (струјни трансформатори), индуктивност расипања секундарног намотаја СТ и његова активна отпорност, (све вредности на примарној страни су независне од бројних вредности на секундарној страни тј. независне су од броја намотаја секундара.

Анализе показују да су при заједничком раду филтера и струјног трансформатора интересантна три случаја:

1. Да би се одстранили утицаји нелинеарности СТ на рад филтера и спречила појава пренапона на намотајима СТ, параметри филтера у прорачуну се морају изабрати по критеријуму да његова главна импеданса при пожељној фреквенцији као и при фреквенцији сметњи буду много мање вредности од импедансе гране магнећења, а присуство кондензатора није од утицаја.
2. Када су контролисане струје на примарној страни релативно мале вредности (струје земљоспоја) у електричним мрежама, да би се у шемама које садрже мерне чланове заштите повећала снага која се даје филтеру мора се повећати улазна импеданса филтера (тада се мора подесити и резонанса у еквивалентној шеми комплексног кола како на радну фреквенцију не би утицале вредности струја и фреквенције примарног кола СТ.
3. За повећање осетљивости мерних чланова заштите у секундарно коло СТ могу се додавати кондензатори као једна врста допунске каскаде фреквентног филтера.

#### Запажање

Важан корак у постизању решења за мерне чланове релејне заштите је синтеза активних фреквентно селективних филтерских кола тј. конструкција кола са задатим фреквентним и (или) временским карактеристикама.

Избор карактеристике филтера мерних чланова релејне заштите, са задатим вредностима  $I_{iz.sig.} / I_{iz.sm}$  и релативне без-димензионе вредности снаге  $P_{iz.sig.} \omega_{sig.} L_2 / U_{iz.sig.}$ , (или према  $P_{iz.sig.} / \omega_{sig.} L_2 I_{iz.sig.}$ ), може се извести уз помоћ конструисаних кривих оптималних вредности ( $n$ ) и ( $p$ ). Затим се могу изабрати индуктивности које одговарају размерама пригушнице и капацитивностима кондензатора  $C_1$  и  $C_2$ .

Изведени прорачуни потврђују могућност реализације добрих фреквентних карактеристика филтера напона и струја према захтевима мерних чланова заштите. У читавом процесу значајна је и оцена осетљивости филтерског кола.

### 3.3. МЕРНЕ НЕСИГУРНОСТИ ДИСТАНТНИХ МЕРНИХ ЧЛАНОВА

Разматрањем мерних несигурности програмабилних дистантних мерних чланова, на основу теорије, односно добијених алгоритама дистантних заштита реализованих применом микропроцесора могу се одредити параметри математичког очекивања, грешка у преносу и њена статистичка расподела при различитим позиционирањима места квара [28].

Дистантни мерни чланови у основи садрже микропроцесорске елементе. Повећава се број алгоритама који омогућавају примену програмабилних дистантних мерних чланова за одређивање активне ( $R$ ) и реактивне ( $X$ ) до места кратког споја сви алгоритми су у основи систем простих алгебарских једначина:

$$\begin{aligned} AX + BR &= C \\ DX + ER &= F \end{aligned} \quad (3.161)$$

где су коефицијенти  $A, B, C, D, E, F$  у коначном добијању путем дигиталног филтрирања струја и напона. Алгоритми се разликују према типу дигиталне филтрације, односно по вредностима коефицијената ( $k_i$ ) у изразима облика:

$$X_n = \sum_{i=1}^n k_i X_i \quad (3.162)$$

где су:

$X_i$  – нумерички одзиви добијени кроз аналогно дигитално претварање улазних струја и напона одговарајуће петље кратког споја,

$X_n$  – излазна вредност-вредности коефицијената  $A, B, C, D, E, F$  једначине (3.161).

Подешењем програмабилних дистантних мерних чланова на микропроцесорској основи умањују се сметње при израчунавању бројева а на тај начин се смањује време потребно за израчунавање параметара који одређују мерну дистанцу. Тако се истовремено смањује мерна несигурност у алгоритму функционисања програмабилних дистантних мерних чланова на микропроцесорској основи.

Смањењем количине расипања у микропроцесору доводи и до повећања корака квантовања по нивоу чиме се повећава мерна несигурност алгоритма функционисања програмабилног дистантног мерног члана [28].

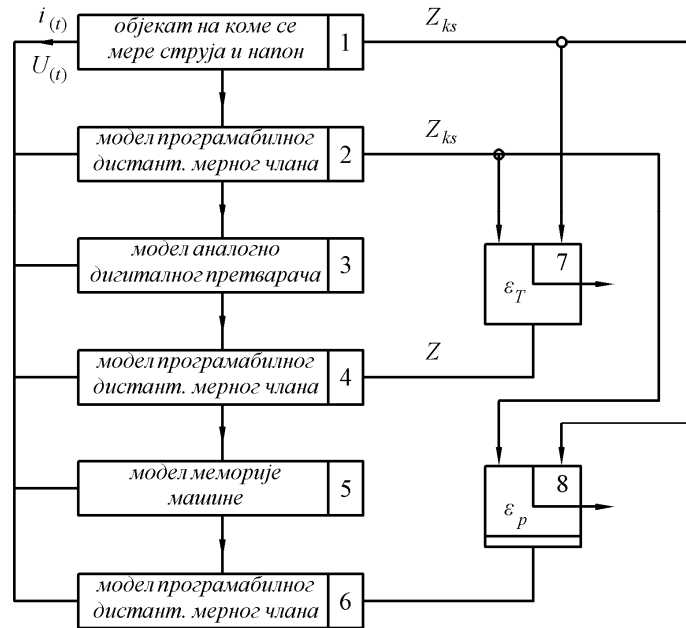
Анализа ће омогућити да се изабере прихватљива количина расипања аналогно дигиталних претварача и капацитет меморије.

Аналитичко одређивање мерне несигурности за параметре који садрже функцију дистантног времена је праћено великим потешкоћама. За добијање потребних оцена користи се метода статистичког моделовања.

На сл. 3.46 представљена је шема модела за одређивање мерне несигурности програмабилног дистантног мерног члана. У блоку 1 је модел вода у електричној мрежи са расподељеним параметрима у режиму трофазног кратког споја са местом и тренутком настанка, прелазном отпорношћу на месту кратког споја, углом преноса и мрежном конфигурацијом. У блоковима 2, 4 и 6 су модели функционисања програмабилног дистантног мерног члана по задатим алгоритму [30]. Дигитално филтрирање улазних сигнала, успостављено према овом алгоритму остварено је помоћу

дискретне Фуријеове трансформације. Алгоритам [30] је по квалитету дигиталног филтрирања један од бољих алгоритама програмабилних дистантних мерних чланова.

Улазни сигнали и коефицијенти дигиталног филтрирања блока 2 се не квантују и излазна вредност импедансе до места кратког споја садржи само грешку алгоритма. На улаз блока 4 долази сигнал од модела аналогно дигиталног претварача и садржи грешку од квантовања према нивоу пренесених сигнала, а у прорачуну импедансе у блоку 4,  $Z_T$ , додаје се одговарајућа грешка у преносу.



Сл. 3.46. Шема модела за одређивање мерне несигурности програмабилног дистантног мерног члана

Улазни сигнали који представљају струју и напон блока 6 се не квантују, али коефицијент дигиталног филтрирања долази из блока 5 после проласка кроз процес квантовања у меморији, и зато се, у рачунатој импеданси блока 6,  $Z_T$ , јавља допунска параметарска грешка.

У блоковима 7 и 8 се израчунавају грешка у преносу,  $\epsilon_T$ , и параметарска грешка  $\epsilon_p$ , функционисања програмабилног мерног члана. Анализа ових грешака изведена је на примеру вода (110 и 220 kV) у трофазном кратком споју при различитим удаљеностима места квара. При томе су се кораци квантовања бирали према очекиваном скоку улазне струје квара и називној вредности напона.

$$\Delta_I = \frac{30I_n k_u}{2^r}; \Delta_U = \frac{U_N}{2^r} \quad (3.163)$$

где су:

$I_N, U_N$  – амплитудне вредности струје и напона у нормалном режиму,

$k_u$  – ударни коефицијент ( $k_u = 2$ ),

$r$  – количина пражњења аналогно дигиталног претварача (HD).

Излазни сигнали АД претварача моделују се према:

$$u_T(k) = E \left[ \frac{u(k)}{\Delta u} \right]; \quad i_T(k) = E \left[ \frac{i(k)}{\Delta i} \right] \quad (3.164)$$

где су:

$E[ \ ]$  – сума резултата представљеног у заградама,

$u(k), i(k)$  – вредности напона и струја у  $k$  – том моменту квантовања.

Очигледно, да што је веће расипање параметара квантованог сигнала то је већи корак квантовања по нивоу а већа је и грешка у преносу, за чије одређивање је потребно пратити функционисање мерног члана у току две временске периоде индустријске учестаности ( $0,02 * 2 = 0,04s$ ).

Тада се максимална вредност грешке у преносу за предпостављено место квара одређује по формули:

$$\varepsilon_T = \max \left| \frac{Z_T(n) - Z_{ka}(n)}{Z_{ks}} \right| \quad \text{за } n = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3.165)$$

где су:

$n$  – интервал дискретизације,

$M$  – количина интервала дискретизације за посматрани временски размак,

$Z_T(n), Z_{ka}(n)$  – мерена вредност импедансе, рачуната према алгоритму функционисања програмабилног члана, предложеном у [30] уз уважавање грешке преноса  $Z_T(n)$ , и уз њено занемаривање  $Z_{ka}(n)$ ,

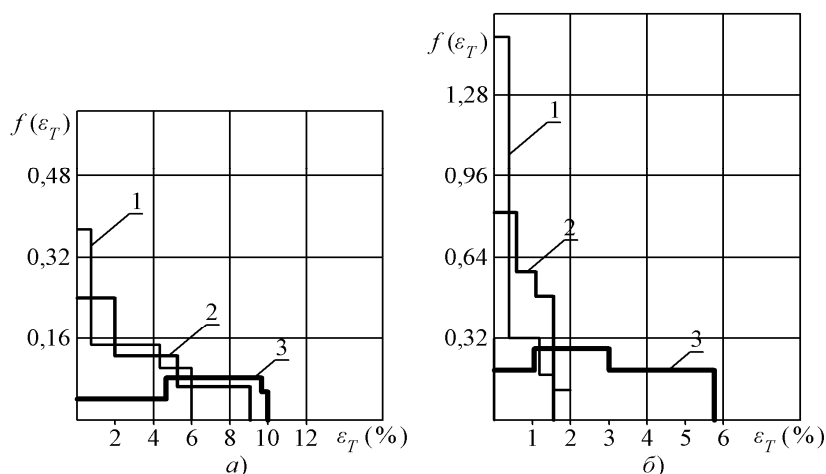
$Z_{ks}$  – мерена вредност импедансе.

Резултати испитивања грешке при преносу дати су у таб. 3.14 као и вредности математичких очекивања ( $MO$ ) грешке преноса ( $M|\varepsilon_T|$ ) у односу на различите удаљености кратког споја и количине расипања резултата аналогно дигиталних претварача. Из таб. 3.14 се види да се највећа грешка јавља у случају 1 због наглог смањења напона у поређењу са номиналним.

Табела 3.14. Резултати испитивања грешке при преносу

Бр.	1 (km)	$M \varepsilon_T (\%)$	
		$r$	
		8	10
1	1 - 10	12	2,5
2	10 - 100	2,2	0,3
3	100 - 200	3,1	1,7
4	200 - 300	5	1,7
5	300 - 400	9	2
6	400 - 500	10	2,3





Сл. 3.47. Статистичка густина расподеле грешке у преносу  $\varepsilon_T$  при моделовању *ADP*: а)  $r = 8$ , б)  $r = 10$  (удаљености мерених вредности одстојања: (1) 10–100 km, (2) 100–200 km, (3) 400–500 km)

На сл. 3.47.а,б су представљене статистичке густине расподеле при моделовању *ADP* у два облика расипања  $r$  [28]. Очигледно је да за  $r = 8$  и у складу са изабраним кораком квантовања уочена несигурност функционисања програмабилног члана (контролера) не пролази 6% за ваздушни вод 220 kV дужине 10–100 km. Повећањем удаљености мерене вредности повећава се вероватноћа појаве веће вредности грешке. Према овим вредностима расипања *ADP* се може користити за ваздушне водове до дужине 100 km. Када је расипање  $r = 10$  грешка функционисања програмабилног члана  $\varepsilon_T$  не прелази 5% у случају настанка квара на далеководу до 500 km, а при кваровима на одстојању 10–100 km не прелази 1,5%. У том случају *ADP* са оваквим расипањем може успешно бити примењен за водове до 200 kV. Слична анализа параметарске грешке при функционисању програмабилног члана и показује да је она условљена квантним коефицијентом дигиталног филтрирања.

#### Запажање

1. Методом статистичког моделовања се могу добити оцене мерне несигурности према *МО* произвољном алгоритму за реализовани програмабилни дистантни мерни члан према критеријумима вероватноће.
2. Мерна несигурност функционисања програмабилног мерног члана по алгоритму (3.161) може се сматрати задовољавајућом при коришћењу *ADP* са расипањем  $r = 10$ .

## ПРИЛОЗИ

### МОДЕЛИ

#### ПРИСТУП 1

### УТИЦАЈ НЕСИНУСОИДАЛНЕ СТРУЈЕ НА ТАЧНОСТ МЕРЕЊА ЕЛЕКТРИЧНЕ ЕНЕРГИЈЕ (УТИЦАЈ ВИШИХ ХАРМОНИКА СТРУЈЕ)

Један од могућих случајева у пракси је да синусоидални напон напаја пријемник који садржи нелинеарне или електронске елементе, и као резултат струја у њему је:

$$i = \sum_1^n I_{jm} \sin(j\omega t + \varphi_{ij})$$

Активна, привидна, реактивна и снага деформације у овом случају су:

$$P = UI_1 \cos \varphi_1$$

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 = U^2 I^2$$

$$Q = UI_1 \sin \varphi_1$$

$$D^2 = U^2 \sum_2^n I_j^2 = U^2 (I^2 - I_1^2)$$

где су:

$I$  – ефективна вредност деформисане струје,

$I_1$  – ефективна вредност основног хармоника деформисане струје и

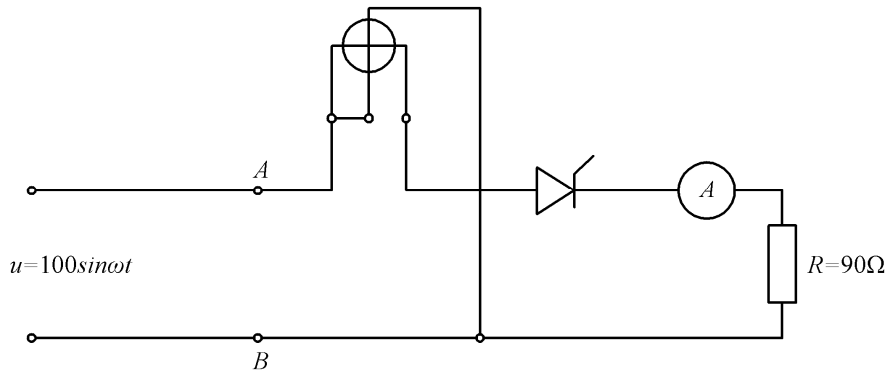
$\varphi_1$  – угао између синусног напона и основног хармоника несинусоидалне струје.

Дакле активну снагу у овом случају ствара производ синусоидалног напона и основног хармоника несинусоидалне струје. Сума производа виших хармоника струје и синусоидалног напона ствара снагу деформације.

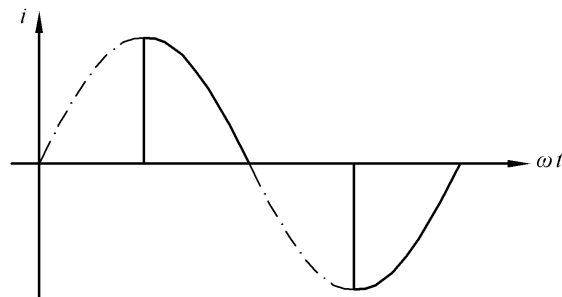
**Резултати 1:** Провера по шеми на сл. П.1.1 у којој за подешаване облике струје служи тиристор

Мерење је извршено у лабораторији за електрична мерења на ВТШСС у Звечану. Шема се састоји из једнофазног ватметра, тиристора, отпорника од 90  $\Omega$ , амперметра 10 А опсега.

За угао подешавања на тиристор  $\alpha = \pi / 2$ , на напонском калему бројила напон ће бити синусоидалан, а струја кроз струјно коло имаће облик као на сл. П.1.2.



Сл. П.1.1. Шема мерења електричне енергије у једнофазном систему са ватметром



Сл. П.1.2. Несинусоидална струја подешена са тиристором на угао  $\alpha = \pi/2$

Ефективна и максимална вредност ове струје је:

$$I_{m1} = \frac{U_m}{R} = 1,1111 \text{ A}$$

$$I_1^2 = \frac{I_{m1}^2}{2} (\pi - \alpha + 0,5 \sin 2\alpha) = (0,5555)^2$$

Снага коју треба да региструје ватметар је:

$$P_{AB} = UI_1 \cos(\varphi_u - \varphi_{i1}) = 27,778248 \text{ W}$$

а снага која се троши на пријемнику  $R$  је:

$$P_R = RI_1^2 = 27,7777 \text{ W}$$

Дакле у случају да ватметар региструје снагу  $P_{AB}$ , онда је мерна несигурност енергије једнака нули јер готово не постоји разлика између снага  $P_{AB}$  и  $P_R$ . Мерна несигурност једнака нули, се добија и за све друге углове подешавања на тиристор.

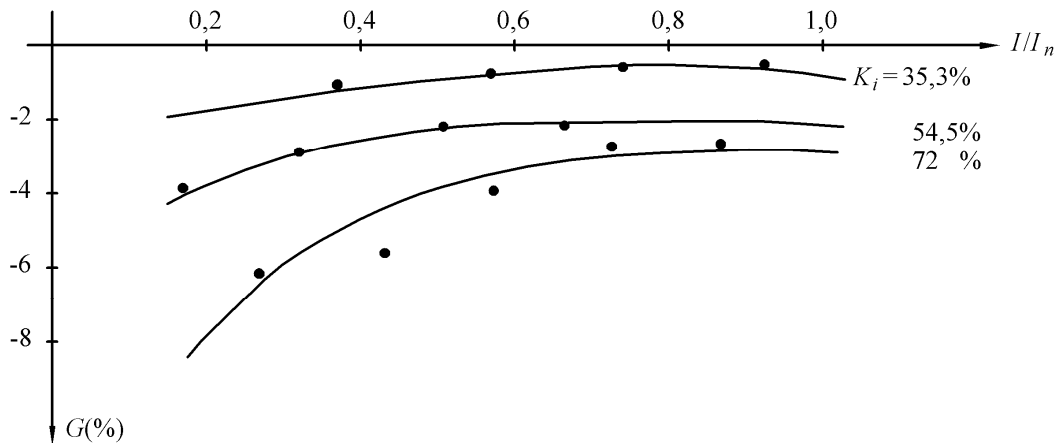
У овом примеру изгледа да ватметар, у случају када је струја несинусоидална а напон синусоидалан, мери енергију без грешке. Мерења показују нешто друго. Наиме, на дијаграму на сл. П.1.3., који произилази из табеле П.1.1 дата је промена грешке мерења електричне енергије у функцији коефицијента деформације струје, односно угла подешавања на тиристор одређена експерименталним путем.

Табела П.1.1 Промена мерне несигурности при мерењу електричне енергије у функцији коефицијента деформације струје

$I/I_n$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$G$	-1,9	-1,2	-0,8	-0,4	-1,0
	-3,8	-2,4	-2,0	-2,0	-2,0
	-7,8	-4,8	-3,6	-3,0	-2,8

Дакле све мерне несигурности имају негативан предзнак и доста велике вредности. То указује да не треба заборавити утицај виших хармоника несинусоидалне струје. Њихово присуство у ватметру, проузрокује појаву отпорних момената, који се противе активном моменту кога ствара основни хармоник струје. То значи да сада у колу делује резултантни моменат:

$$M_{rez} = M_1 - M_3 - M_5 - M_7 - \dots$$



Сл. П.1.3. Зависност мерне несигурности при мерења електричне енергије у функцији коефицијента деформације струје за разна оптерећења ватметра

Из овога се види да је  $M_{rez} < M_1$ , што значи да ће ватметар регистровати енергију са негативном мерном несигурности.

Запажања са дијаграма на сл. П.1.3 су следећа:

- мерна несигурност при мерењу електричне енергије има негативан предзнак у случају када је само струја несинусоидална,
- са порастом фактора деформације струје расте и мерна несигурност при мерењу електричне енергије,
- за константан коефицијент деформације струје, мерна несигурност при мерењу електричне енергије се смањује када ватметар показује номиналну вредност оптерећења,
- за све факторе деформације минимална мерна несигурност се добија када ватметар показује номинално оптерећење,
- на почетку мерног опсега ватметра, мерна несигурност изазвана обликом несинусоидалне струје расте готово експоненцијално.

## Утицај несинусоидалног напона и несинусоидалне струје на тачност мерења електричне енергије

У случају када су и напон и струја несинусоидални:

$$u = U_0 + \sum_1^n U_{im} \sin(i\omega t + \varphi_{ui}), \quad i = I_0 + \sum_1^m I_{jm} \sin(j\omega t + \varphi_{ij})$$

онда се за активну, реактивну, привидну и снагу деформације може писати:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = U_0 I_0 + \sum_1^n U_i I_i \cos(\varphi_{ui} - \varphi_{ij})$$

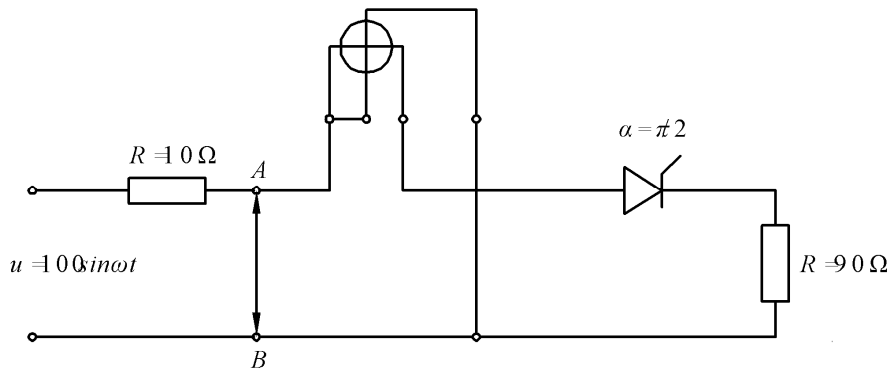
$$Q = \sum_0^n U_i I_i \sin(\varphi_{ui} - \varphi_{ij})$$

$$S^2 = U^2 I^2 = \sum_1^n U_i^2 \sum_1^n I_j^2$$

$$D^2 = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sum_{j=1}^m U_i^2 I_j^2 - 2P_i P_j - 2Q_i Q_j$$

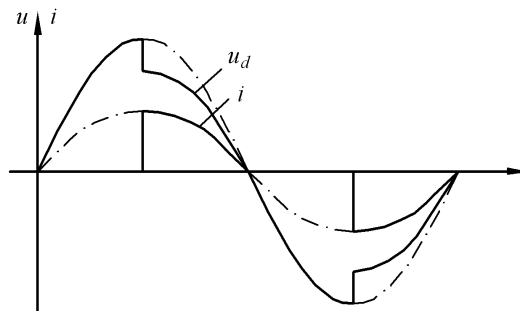
На сл. П.1.1 је претпостављено да извор даје потпуно синусоидалан напон, с једне стране, и да су падови напона од извора до потрошача занемарљиво мали, са друге стране. И наредни пример се односи на случај када је први услов испуњен.

**Резултати 2:** Анализира се шема на сл. П.1.4 када се такође облик струје подешава тиристором.



Сл. П.1.4. Шема мерења електричне енергије у једнофазном систему са ватметром

Облик струје и напона на струјном, односно напонском калему ватметра су:

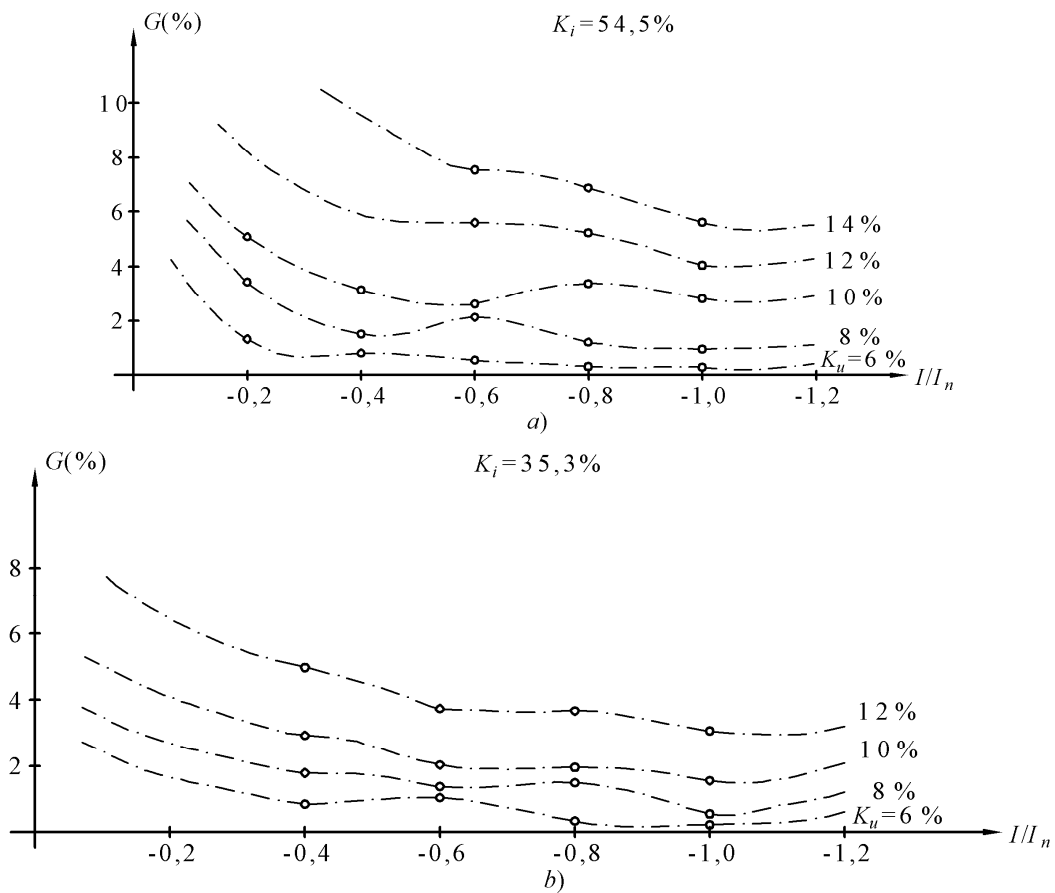


Сл. П.1.5. Облици крива струје и напона који делују на ватметру

Израчунате вредности виших хармоника снага, које узрокују виши хармоници у несинусоидалним напонима и струјама, за дати пример су:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 23,24385 \text{ W}, & P_3 &= -0,05625 \text{ W}, & P_5 &= -0,05625 \text{ W} \\
 P_7 &= -0,05625 \text{ W}, & P_9 &= -0,02025 \text{ W}, & P_{11} &= -0,02025 \text{ W} \\
 P_{13} &= -0,01033 \text{ W}, & P_{15} &= -0,01033 \text{ W}, & P_{17} &= -0,00625 \text{ W} \\
 P_{19} &= -0,00625 \text{ W}
 \end{aligned}$$

У случају да ватметар региструје само основни хармоник снаге, мерна несигурност је  $G = 3,3\%$ . Резултати мерења, за случај када су и струја и напон несинусоидални, дати су на дијаграму на сл. П.1.6.



Сл. П.1.6. Зависност грешке мерења електричне енергије од коефицијента деформације струје и напона за различита оптерећења ватметра

Из дијаграма на сл. П.1.6 може се закључити:

- све мерне несигурности имају позитиван предзнак,
- са порастом коефицијента деформације напона, за сталну вредност коефицијента деформације струје, расте мерна несигурност.
- за константне вредности коефицијента деформације струје и напона, оне се смањују се приближавањем номиналном оптерећењу,
- коефицијент изобличења напона има већи утицај на мерну несигурност у односу на коефицијент изобличења струје. Ако је  $k_u = 0$  и  $k_i = 10\%$  мерна несигурност је занемарљива,

д) на почетном делу опсега ватметра, са порастом коефицијента изобличења струје и напона, мерна несигурност расте по експоненцијалном закону.

Ако би се упоредили резултати мерења са резултатима добијеним на основу израчунавања мерних несигурности, добили би упоредну табелу П.1.2.

Табела П.1.2. Резултати мерења и резултати добијени на основу израчунавања грешке

Бр. мерења	Израчуната мерна несигурност	Измерена несигурност
1	2	3
/	%	%
1	2,4	1,18
2	4,76	0,62
3	7,55	2,4
4	8,65	2,99
5	3,14	2,53
6	6,36	2,56
7	9,48	3,77
8	12,2	5,05
9	3,4	0,19
10	7,28	2,17
11	11,88	5,54
12	14,99	6,7
13	1,12	-0,32
14	2,25	0,8
15	4,98	0,92
16	4,98	0,92
17	1,37	-0,13
18	2,76	1,61
19	3,56	1,92
20	4,28	2,27
21	1,62	0,86
22	2,44	1,01
23	3,25	1,76
24	0,13	-1,0
25	0,22	0,0
26	0,34	0,33
27	0,456	0,23
28	0,135	-0,5
29	0,26	0,0
30	0,53	0,56
31	0,157	0,0
32	0,3	0,1

Корелација између измерене и израчунате мерне несигурности износи 0,83 [62].

Из табеле П.1.2 се види да је мерна несигурност при мерењу електричне енергије мања од оне која је израчуната. Ако тачну снагу обележимо са

$$P_s = P_{1s} - P_{3s} - P_{5s} - P_{7s} - \dots = P_{1s} - \sum_2^n P_{is}$$

и ако ватметар региструје све хармонике снаге без мерне несигурности, онда ће и укупна мерна несигурност при мерењу електричне енергије бити  $G = 0$ .

Када ватметар региструје само снагу основног хармоника ( $P_{1s}$ ) и уопште не региструје снаге виших хармоника ( $P_{3s}, P_{5s}, \dots$ ) онда ће укупна мерна несигурност при мерењу електричне енергије бити:

$$G_m = \frac{P_{1s} - P_s}{P_s} 100\% = \frac{\sum_2^n P_{is}}{P_s} 100\%$$

Мерна несигурност одређена на основу овог израза (колона 2 у табели П.1.2), може се назвати максималном мерном несигурности чији је узрок несинусоидални облик напона и струје. У пракси се мерна несигурност налази негде у средини између двеју екстремних вредности (нула и мах.). Због виших фреквенција, ватметар региструје само део снага виших хармоника. Дакле, њих мери са негативном мерном несигурности. Зато је снага коју ватметар стварно региструје:

$$P = P_{1s} - P_3 - P_5 - P_7 - \dots = P_{1s} - \sum_2^n P_i$$

Мерна несигурност са којима ватметар региструје снаге виших хармоника су:

$$G_3 = \frac{P_3 - P_{3s}}{P_{3s}} 100\% \quad G_5 = \frac{P_5 - P_{5s}}{P_{5s}} 100\%$$

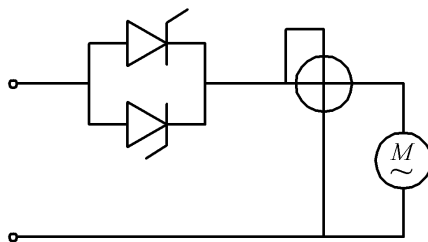
Пошто је  $P_i < P_{is}$  све ове мерне несигурности имају негативан предзнак, а укупна мерна несигурност у овом случају је:

$$\begin{aligned} G &= \frac{P - P_s}{P_s} 100\% = \frac{P_{1s} - P_3 - P_5 - P_7 - \dots - P_{1s} + P_{3s} + P_{5s} + P_{7s} + \dots}{P_s} = \\ &= \frac{(P_{3s} - P_3) + (P_{5s} - P_5) + (P_{7s} - P_7) + \dots}{P_s} 100\% \end{aligned}$$

Дакле, укупна мерна несигурност још увек има позитиван предзнак и налази се у интервалу:

$$0 \leq G \leq G_m$$

Из овога се јасно види зашто су измерене мерне несигурности мање од израчунатих. Треба продискутовати и место прикључка ватметра. Ватметар се често прикључује између потрошача и тиристора на сл. П.1.7. То би значило да када треба измерити снагу која се троши на једном електромотору, чији се рад управља тиристорима, ватметар треба прикључити као на сл. П.1.7.

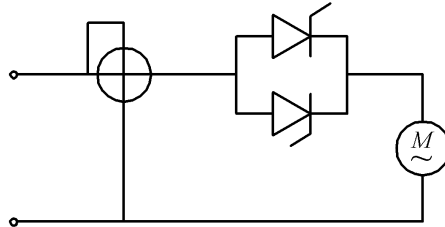


Сл. П.1.7. Мерења снаге када се ватметар прикључи иза опреме за управљање



### Запажање

У овом случају, са променом угла управљања на тиристор, могу се добити велика изобличења и струје и напона који ће имати утицаја на показивање ватметра. Мерна несигурност у овом случају има знатно већу вредност и негативни предзнак. У пракси је то другачије - полазећи од извора ка пријемнику, прво се поставља ватметар, а након тога долазе сви пријемници са елементима за управљање, регулацију итд. Зато је снагу електромотора боље мерити са шемом на сл. П.1.8.



Сл. П.1.8. Шема мерења снаге када се ватметар прикључује испред управљачке опреме

На крају се мора истаћи да је изведен велики број мерења у трофазном систему, са великим бројем комбинација, на основу којих су постављени одређени закључци. Већи број комбинација био је потребан зато што се у пракси може појавити и несиметрија струја и напона и несиметрија узрокована коефицијентима изобличења струја и напона. Сва мерења су изведена у лабораторији за електрична мерења у Високој техничкој школи струковних студија у Звечану.

## ПРИСТУП 2

### АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА СИМУЛАЦИЈЕ ПАРАМЕТАРСКЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА(ИЛК)

Анализа стационарног стања рада линеарног електричног кола са задатим вредностима и параметрима и са филтером чији су параметри такође задати у **MATLAB 6.5 Simulink, Power System, Linear filter.** [63]

U Command Windowsu су date sledeće инструкције:

Using Toolbox Path Cache. Type "help toolbox\_path\_cache" for more info.

To get started, select "MATLAB Help" from the Help menu.

SimPowerSystems processing psbfilter ...

Computing state-space representation of linear electrical circuit ...

(3 states ; 3 inputs ; 3 outputs)

Computing steady-state values of currents and voltages ...

Build the Simulink equivalent circuit ...

(Circuit stored inside "psbfilter/Voltage Measurement" block)

Ready.

SimPowerSystems processing psbfilter ...

Ready.

SimPowerSystems processing psbfilter ...

Computing state-space representation of linear electrical circuit ...

(3 states ; 2 inputs ; 3 outputs)

Computing steady-state values of currents and voltages ...

Build the Simulink equivalent circuit ...

(Circuit stored inside "psbfilter/Voltage Measurement" block)

Ready.

Warning: Unconnected output line found on block'psbfilter/output Ground2'(output port:1).

Warning: Unconnected input line found on block 'psbfilter/Subsystem7' (input port: 2).

SimPowerSystems processing psbfilter ...

Computing state-space representation of linear electrical circuit ...

(3 states ; 3 inputs ; 3 outputs)

Computing steady-state values of currents and voltages ...

Build the Simulink equivalent circuit ...

(Circuit stored inside "psbfilter/Voltage Measurement" block)

Ready. >>

### **Мерење струје, напона и импеданце са паралелним филтером са задатим параметрима**

Параметри извора:

Напонски извор:  $U = 100V$  ,  $50Hz$  ,  $\varphi_0 = 0^0$  паралелна  $RLC$  веза  $R = 37,7\Omega$   $L = 10mH$  ,  $C = 0F$  .

Струјни извор:  $I = 10A$  ,  $\varphi_0 = 30^0$  (електричних).

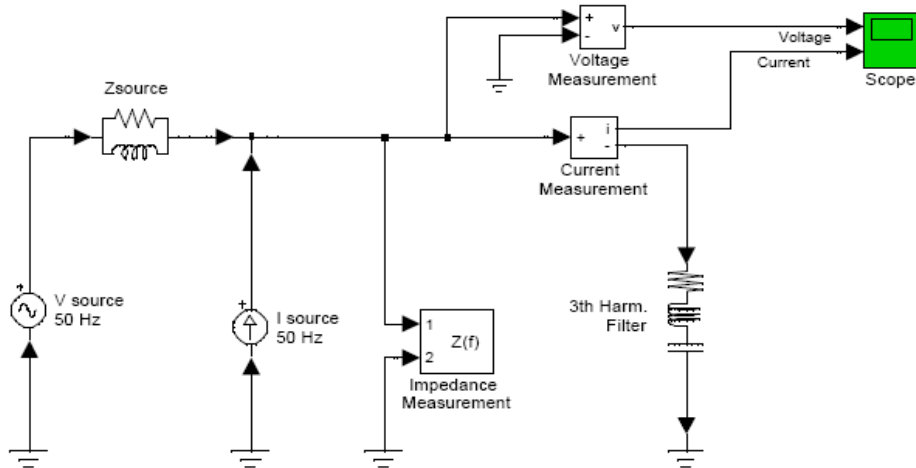
Параметри филтра: редна  $RLC$  веза  $R = 1,27\Omega$  ,  $L = 107,42mH$  ,  $C = 2,62\mu F$  .

Волтметар: Мерење амплитудне вредности напона.

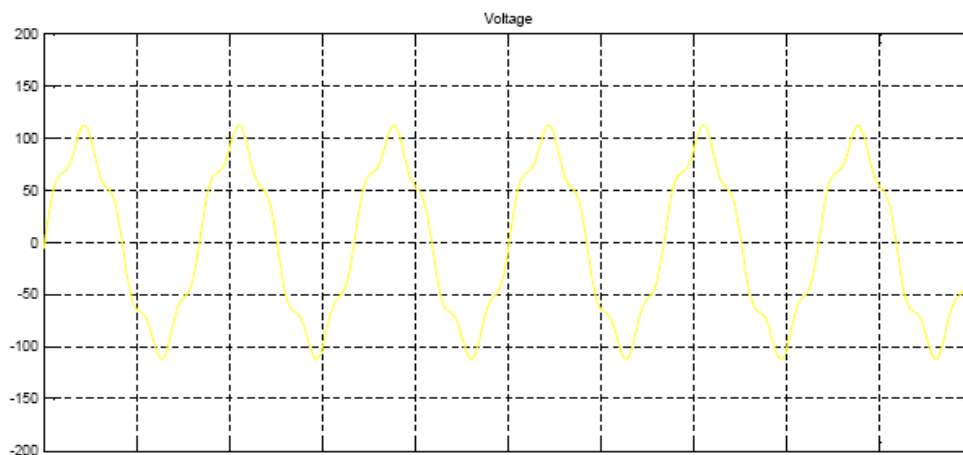
Амперметар: Мерење амплитудне вредности струје.

Мерење импеданце: (Пример вредности модула импеданце  $Z = [1]$ ).

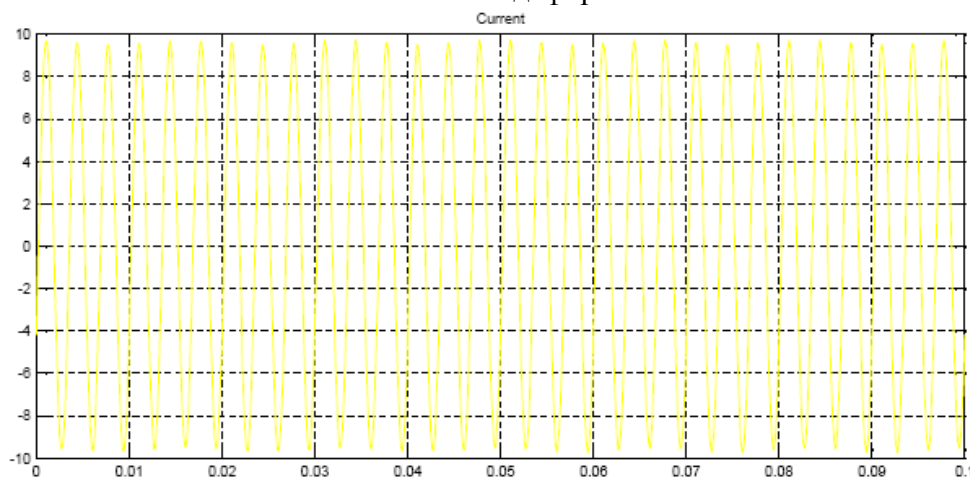
1. Тест sFL1, 3th, са напонским извором 50Hz и струјним извором 50Hz и филтером за 3-ћи хармоник.- Шема мерног кола са филтером пројектованим за 5-ти хармоник.



Дијаграм напона и струја у мерном колу за мерење импеданце

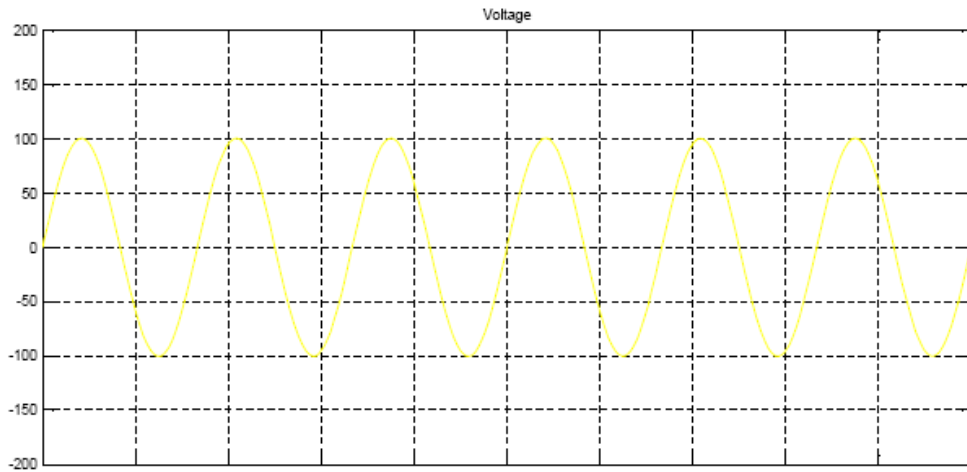
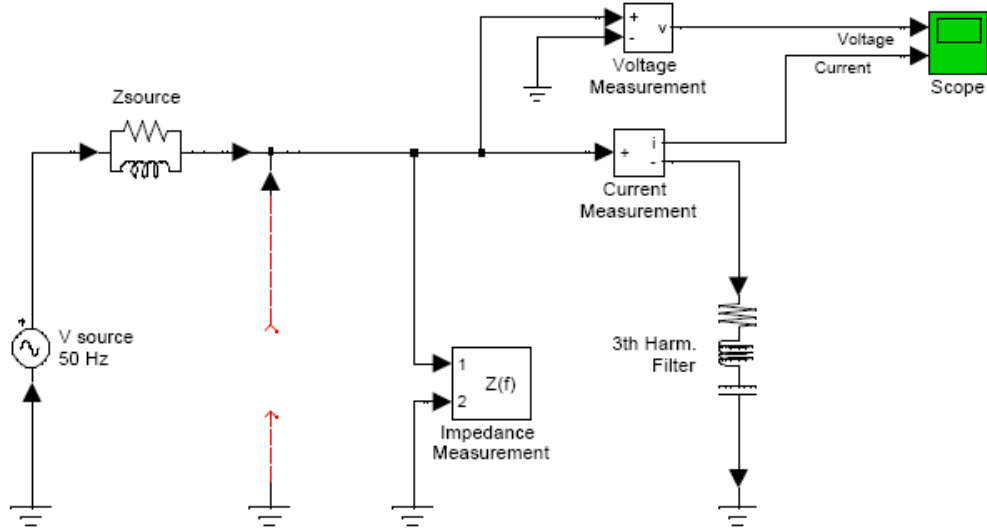


Облик напона-деформисан

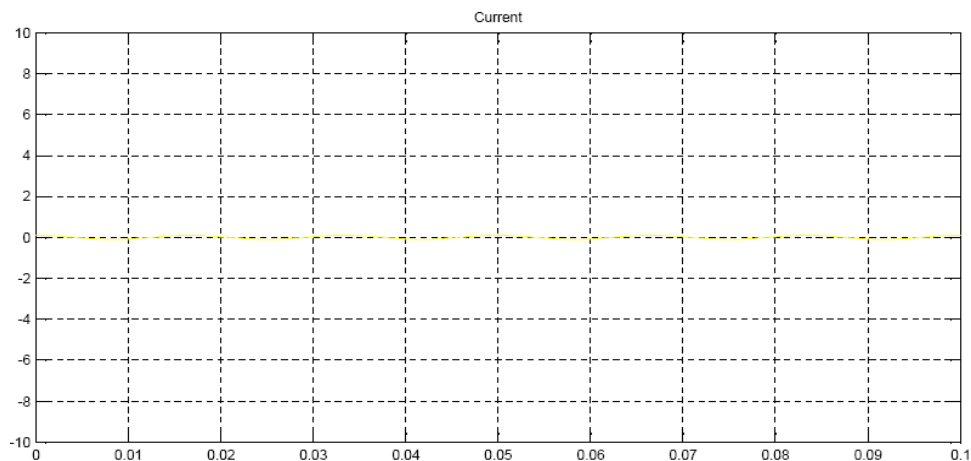


3-ћи хармоник струје пропуштен, 5-ти не постоји

2. Тест sFL1, 3th, са напонским извором 50Hz без струјног извора 50Hz и филтером за 3-ћи хармоник. - Шема мерног кола са филтером.

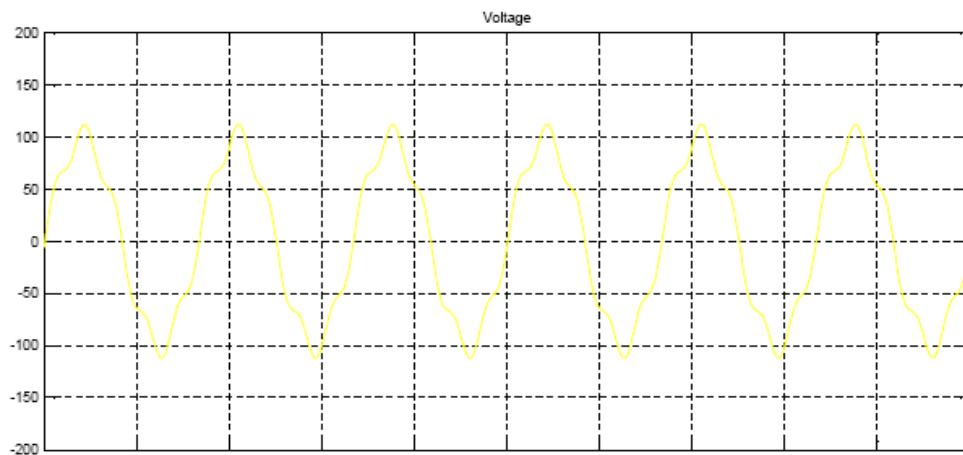
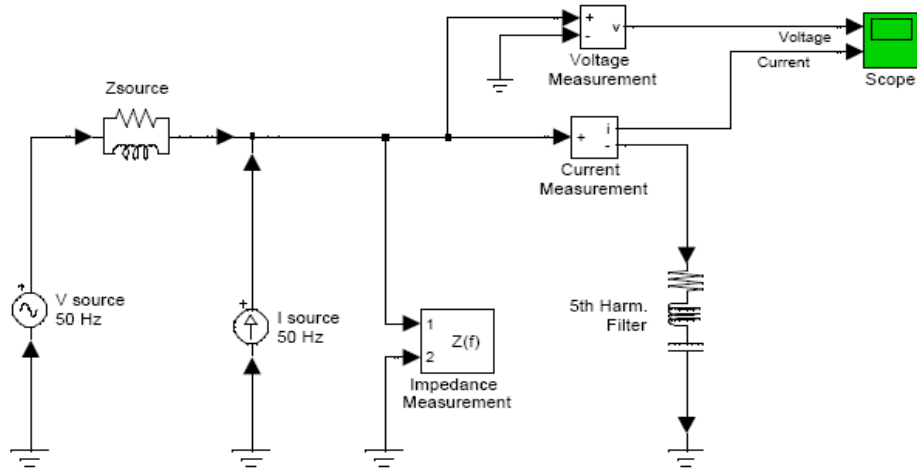


Облик напона - хармоничан

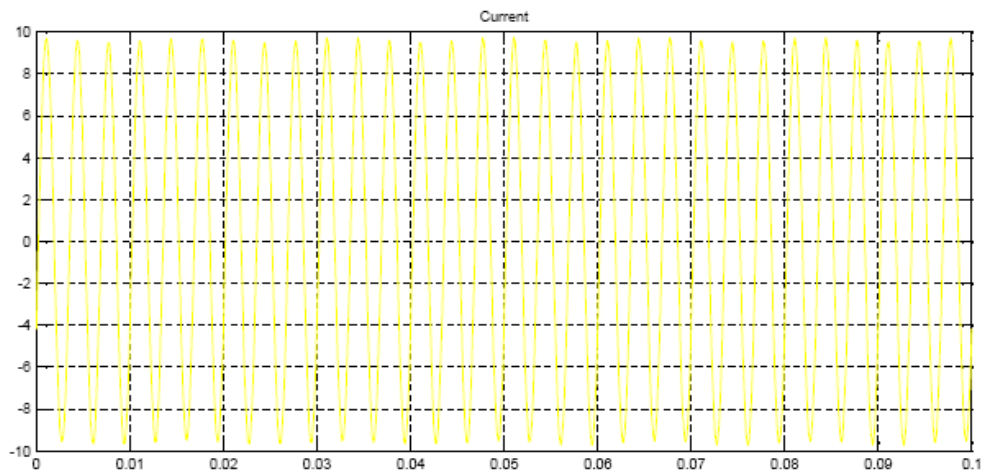


Струја не постоји  $I = 0$ . Филтер у потпуности блокира 5-ти хармоник струје

3. Тест sFL1, 5th, са напонским извором 50Hz и струјним извором 50Hz и филтером за 5-ти хармоник. - Шема мерног кола са филтером:

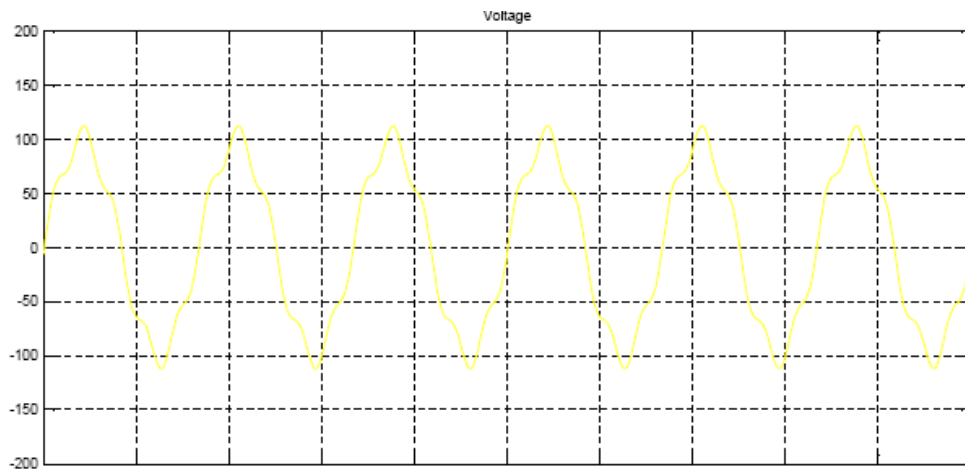
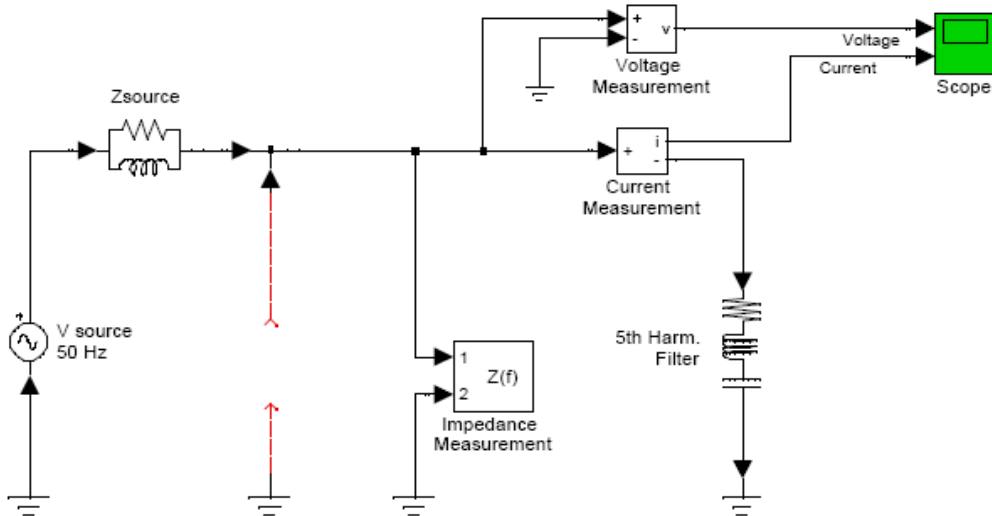


Облик напона деформисан

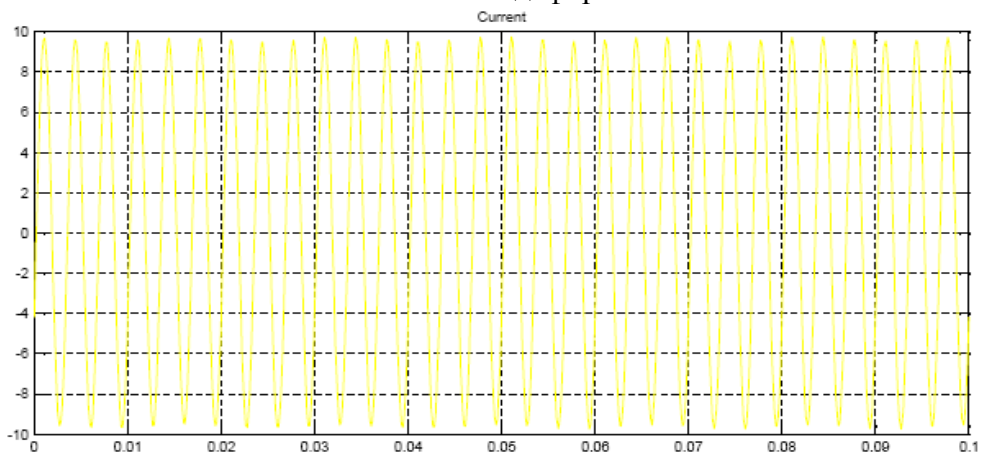


3-ћи хармоник струје пропуштен, 5-ти не постоји

4. Тест sFL1, 5th, са напонским извором 50Hz, без струјног извора 50Hz и филтером за 5-ти хармоник. Шема мерног кола са филтером за 5 хармоник:

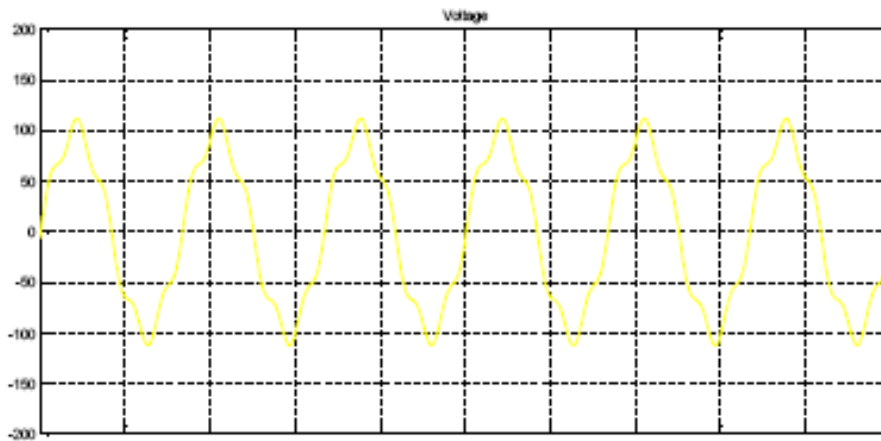
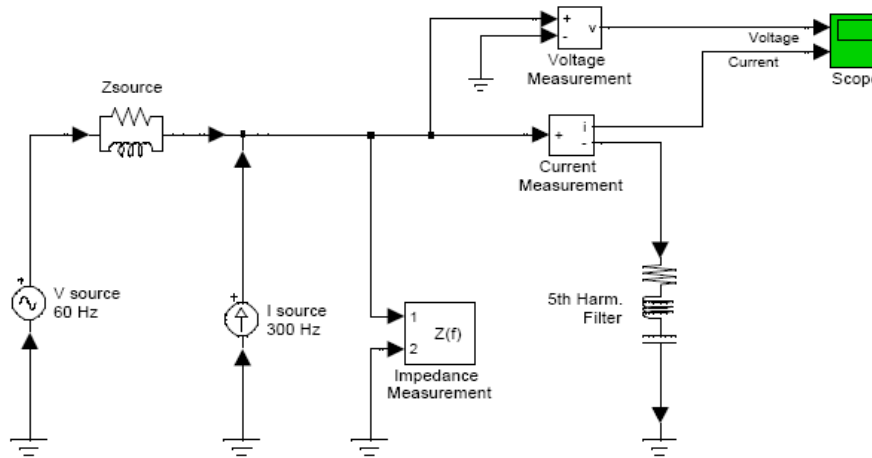


Облик напона деформисан

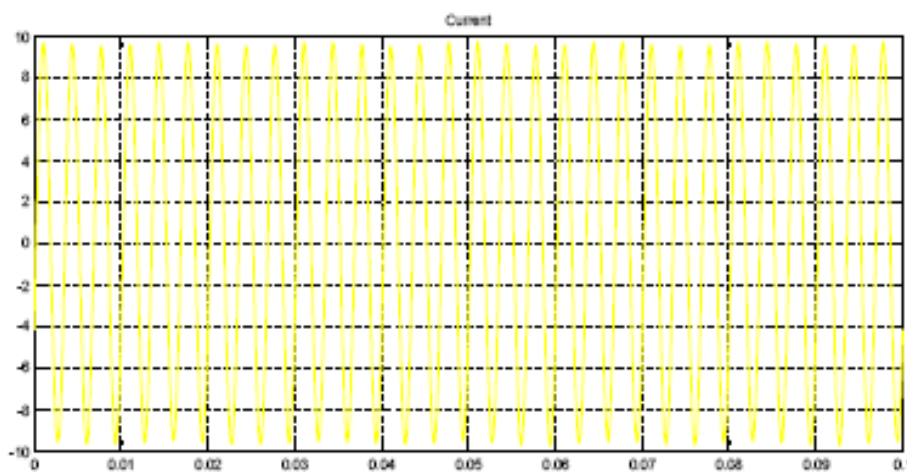


3-ћи хармоник струје пропуштен, 5-ти не постоји

5. Тест sFL1, 5th, са напонским извором  $50\text{Hz}$ , са укљученим струјним извором  $300\text{Hz}$  и филтером за 5-ти хармоник. Шема мерног кола са филтером за 5 хармоник:

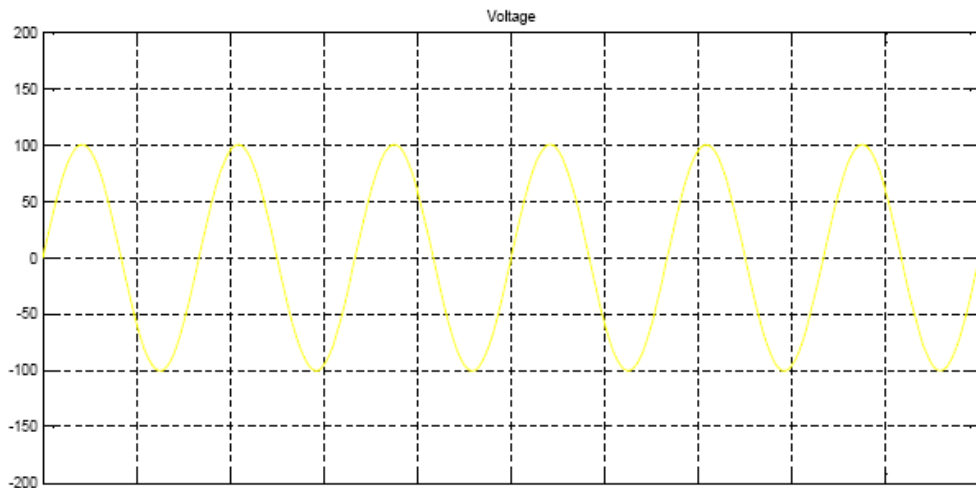
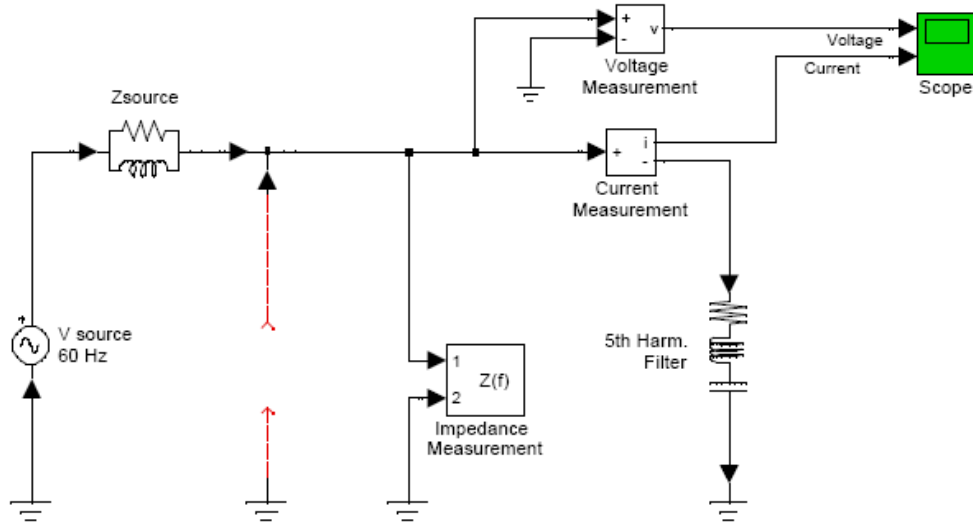


Облик напона деформисан

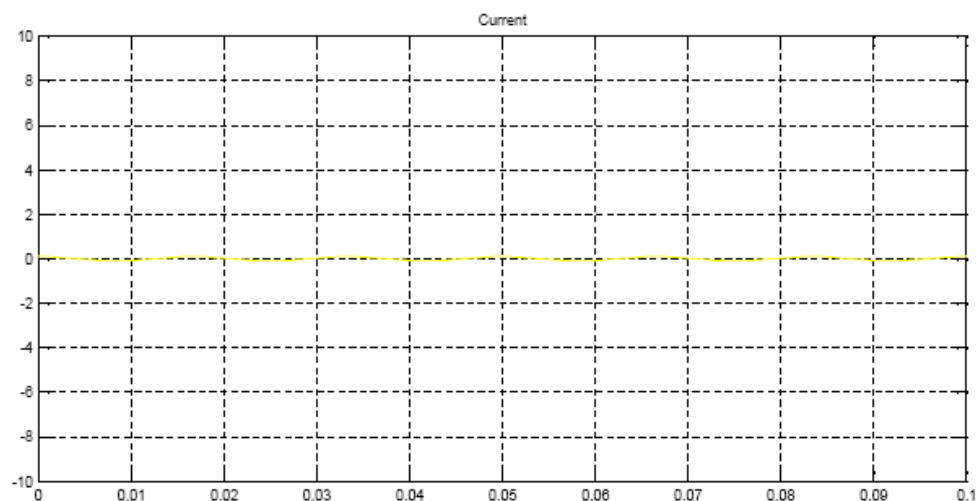


3-ћи хармоник струје пропуштен, 5-ти не постоји

6. Тест sFL1, 5th, са напонским извором 50Hz, искључен струјни извор 300Hz и филтером за 5-ти хармоник. Шема мерног кола са филтером за 5 хармоник:



Облик напона незнатно деформисан



Струја не постоји  $I = 0$ . Филтер у потпуности блокира све хармонику укључујући 5-ти хармоник струје



### ПРИСТУП 3

#### ОСНОВНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ШЕМЕ: АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА СИМУЛАЦИЈЕ ПАРАМЕТАРСКЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА

Анализа стационарног стања рада линеарног електричног кола са задатим вредностима и параметрима и са филтером чији су параметри такође задати у **MATLAB 6.5 Simulink, Power System**, [63] Demonstration of the Discrete 3-Phase Programmable Voltage Source, 3-Phase V-I Measurement and Sequence Analyzer.

#### Command Window

Using Toolbox Path Cache. Type "help toolbox\_path\_cache" for more info.

To get started, select "MATLAB Help" from the Help menu.

```
SimPowerSystems processing psb3phsignalseq ...  
.. Processing interrupted.
```

```
SimPowerSystems processing psb3phsignalseq ...  
.. Processing interrupted.
```

```
SimPowerSystems processing psb3phsignalseq ...  
Computing state-space representation of linear electrical circuit ...  
(6 states ; 3 inputs ; 6 outputs)  
Compute discrete-time domain model of linear part of network (Ts=5e-005) ...  
Computing steady-state values of currents and voltages ...  
Build the Simulink equivalent circuit ...  
(Circuit stored inside "psb3phsignalseq/Three-Phase V-I Measurement" block)  
Ready.  
SimPowerSystems processing psb3phsignalseq ...  
Ready.  
SimPowerSystems processing psb3phsignalseq ...  
Ready. >>
```

Demonstration of the Discrete 3-Phase Programmable Voltage Source,  
3-Phase V-I Measurement and Sequence Analyzer

Мерење струје, напона и импеданце са паралелно филтером са задатим параметрима  
Параметри извора:  $U = 25 \text{ kV}$ ,  $\varphi_0 = 0^0$ ,  $50 \text{ Hz}$ , вредност корака  $0,5$ ; (компоненте позитивне  
= директна =1, негативне = инверзна =2, zero = нулта =0) (5; 0,08; 0).

Извор импеданце:  $100 \text{ MVA}$ ,

Резистанце, отпорност  $R (\Omega) = 2,5^{^2}100/10$ ,

Inductance, индуктивност  $L (\text{H}) = 2,5^{^2}100/10$ ;

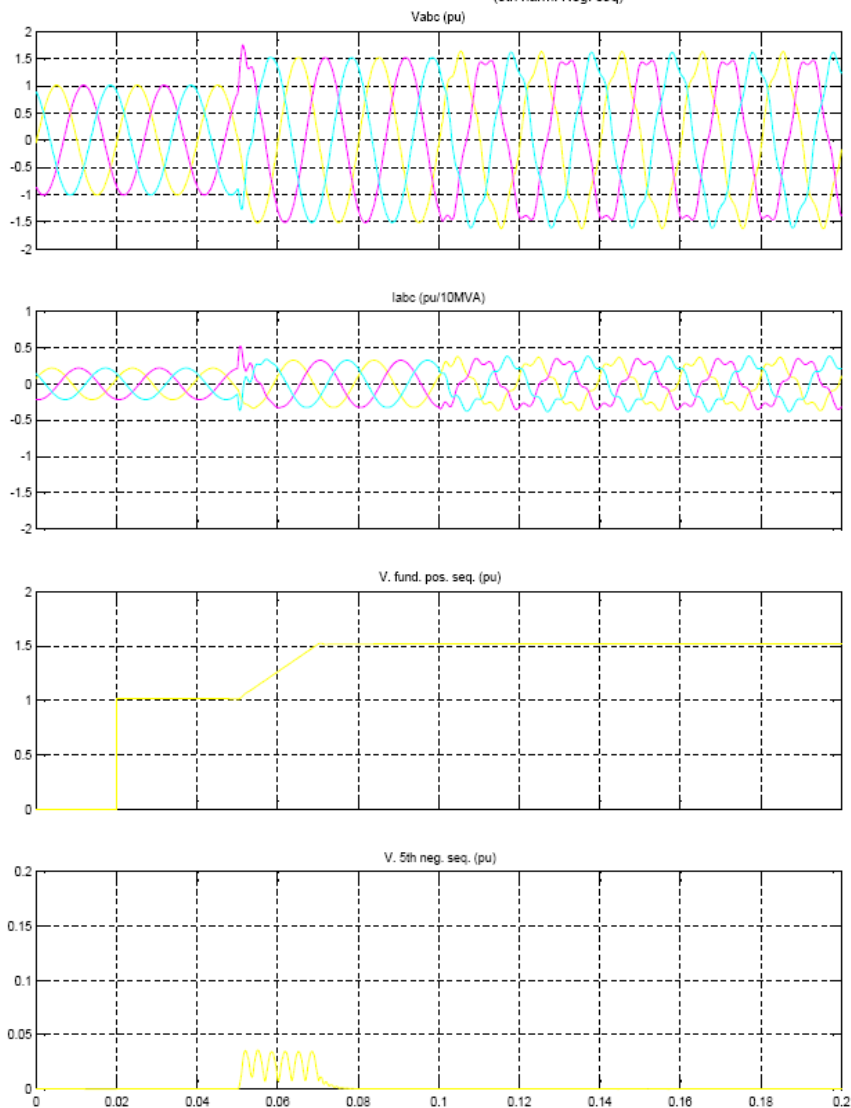
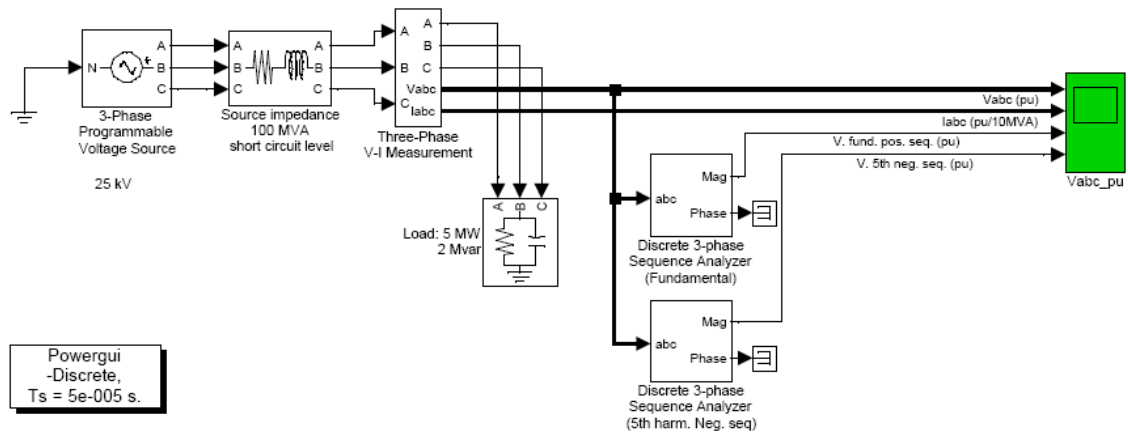
Capacitance, Капацитивност  $C (\text{F}) = (\text{inf.}) (= 0)$ .

Трофазно мерно  $V - I (U - I)$  коло

Base voltage, основни напон  $V_{\text{rms}} = 25 \text{ kV}$

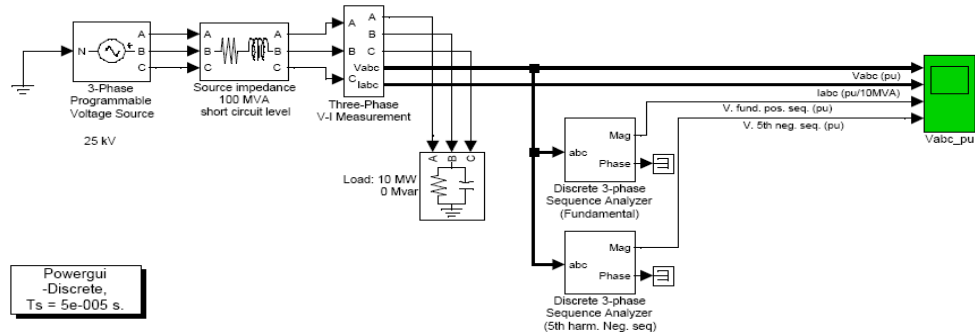
Base power, основна снага  $S (\text{VA } 3 \text{ phase}) = 10 \text{ e6}$ .

Тест 1: Демонстрација дискретног анализатора трофазног напонског извора, примена 3-фазног мерног анализатора симетричних компоненти, основни хармоник директне и 5-ти хармоник инверзне компоненте, Load-оптерећење:  $P = 5 \text{ MW}$  и  $Q = 2 \text{ MVar}$ .

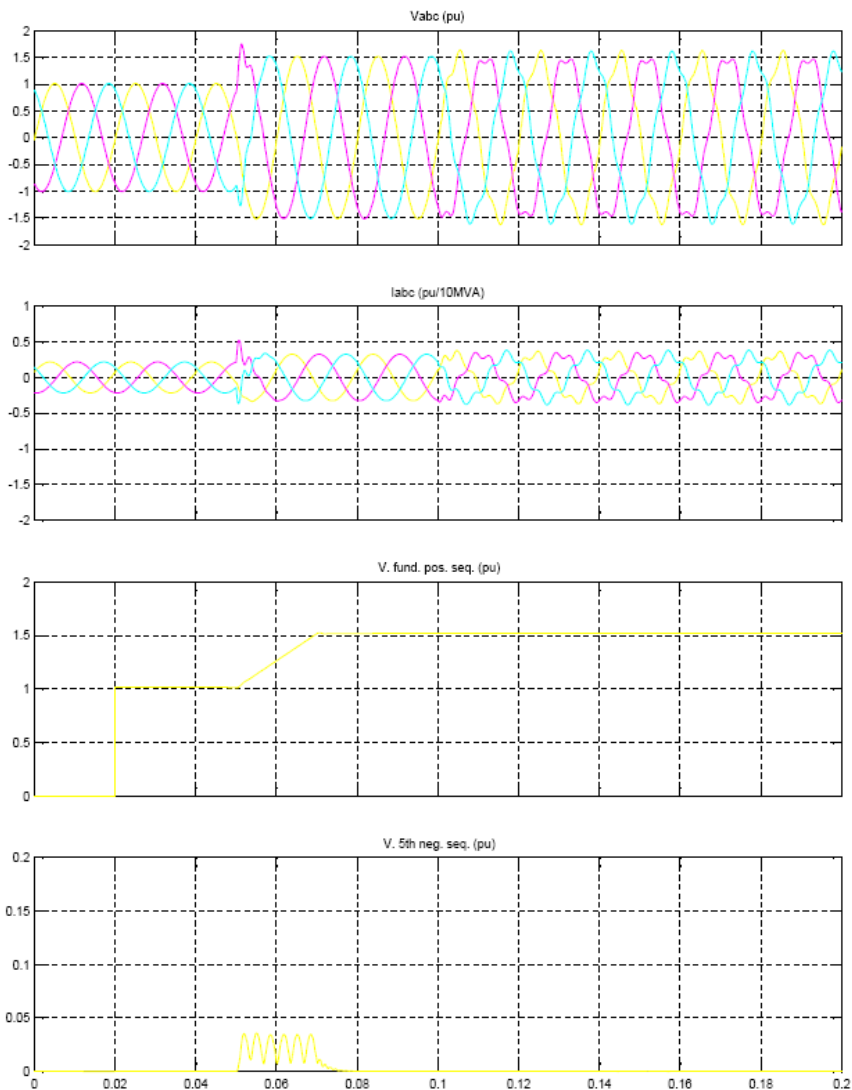


Дијаграми фазних напона  $V_{a,b,c}$ , фазних струја  $I_{a,b,c}$ , директне компоненте основни хармоник, негатвне 5-ти хармоник

Тест 2: Демонстрација дискретног анализатора трофазног напонског извора, примена 3-фазног мерног анализатора симетричних компоненти, основни хармоник директне и 5-ти хармоник инверзне компоненте. Чисто активно оптерећење:  $P = 10 \text{ MW}$  и  $Q = 0 \text{ MVar}$ .

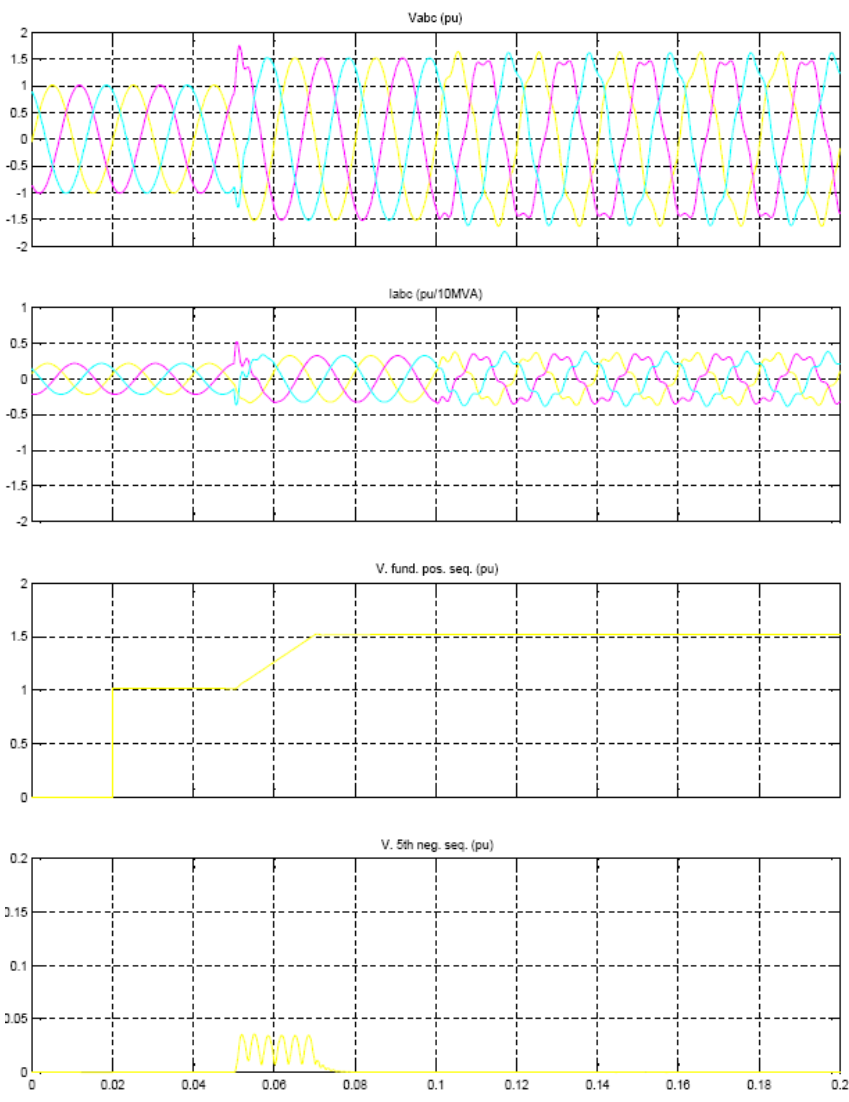
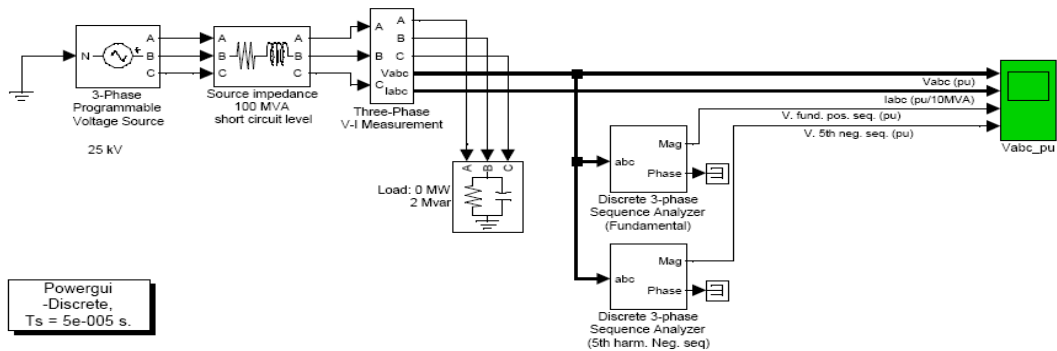


Powergui  
-Discrete,  
 $T_s = 5e-005 \text{ s}$ .



Дијаграми фазних напона  $V_{a,b,c}$ , фазних струја  $I_{a,b,c}$ , директне компоненте основни хармоник, негативне 5-ти хармоник

Тест 3: Демонстрација дискретног анализатора трофазног напонског извора, примена 3-фазног мерног анализатора симетричних компоненти, основни хармоник директне и 5-ти хармоник инверзне компоненте. Чисто реактивно оптерећење  $P = 0 \text{ MW}$  и  $Q = 2 \text{ MVar}$ .



Дијаграми фазних напона  $V_{a,b,c}$ , фазних струја  $I_{a,b,c}$ , директне компоненте основни хармоник, негатвне 5-ти хармоник

## ЗАКЉУЧАК

Основни циљ истраживања у дисертацији био је развој и истраживање метода за мерење симетричних компоненти струја и напона у електроенергетским мрежама. Секундарни циљеви односили су се на умањење мерних несигурности и непожељних утицаја као што су утицаји виших хармоника, представљање тих утицаја кроз прорачуне који доводе до нових мерних система. Задатак је био и да мерни системи имају метролошке карактеристике које не заостају за класичним мерним системима у којима су биле детектоване фазне величине.

На мерење основних електричних величина: напона, струја и снага доминантан утицај има неколико фактора међу којим су најважнији:

1. Пораст оптерећења и различит карактер у већим потрошачким центрима.
  - Брзи и мало контролисани развој електричне мреже што је праћено изградњом нових напојних тачака дистрибутивне мреже на ужим градским подручјима.
  - Када се узме у обзир да ова постројења морају бити повезана са снажним изворима електричне енергије, то је водило повећању струја кратког споја на свим напонским нивоима.
2. Проблем за прецизнија мерења мерних система био је како решити ефикасно деловање свих мерних система, заштитних система и локалне аутоматике, а да оно буде брзо и да сви мерни системи буду што је могуће мање изложени потенцијалним хаваријским оштећењима.

Добијени резултати истраживања потврђују да је проблем веома сложен. Посебно треба издвојити важност блока који обједињује претвараче и ДСП процесор. Истраживања у смеру реализације идеје о развијенијем систему за аквизицију и обраду података из мреже на основу вредновања, мерења симетричних компоненти захтевала су разматрања оба дела: хардверског и софтверског.

Најава конструкције локатора кварова на елементима електричних мрежа, која је детаљно истражена у првом поглављу дисертације и све већа примена рачунарске технологије наметнули су потребу развоја нових метода и алгоритама за аквизицију, пренос, мерење величина и обраду информација које карактеришу кварове у електричним мрежама. Алгоритми морају обухватити и све нелинеарне процесе у мрежама да би се повећала тачност, поузданост и брзина детектовања кварова.

Кроз анализу филтара напона (струја) директног редоследа, у дисертацији, доказано је да се филтри инверзног редоследа могу реализовати на исти начин и да могу имати исте шеме и карактеристике, исте критеријуме и да се могу оценити по истим параметрима као филтри директног редоследа.

Анализа и оцена фреквентних карактеристика најлакша је у режиму празног хода. Промена снаге мерних инструмената у широком опсегу не утиче на карактеристике филтара симетричних компоненти пошто филтру одговарају само две фреквентне карактеристике одређене на основу промена фреквенција улазних напона директног и инверзног редоследа у режиму празног хода.

Потврђено је да се шеме за реализацију филтра напона и струја инверзног редоследа разликују само по садржају мерних међутрансформатора. Филтри напона

(струја) директног редоследа се реализују на сличан начин као филтри инверзног редоследа и имају исте шеме као и низ карактеристика, исте критеријуме и оцењују се по истим параметрима.

Трофазни филтри су реализовани спајањем три идентична филтра са једнофазним изводом (или спајањем два филтра на суматор).

Комбиновани филтри директног и инверзног редоследа се у ређем броју случајева реализују као посебни филтри директног и инверзног редоследа са такође посебним суматорима чиме је обезбеђено независно подешавање коефицијената преноса филтара у широком опсегу.

Генерално, анализа је била ограничена на један тип активних филтара напона инверзног редоследа, а сви добијени резултати анализе су коришћени за пројектовање филтара напона нултог редоследа, филтара струја директног и инверзног редоследа. Због мањих захтева за вредностима снага филтара од струјних и напонских мерних трансформатора, режими рада компоненти, који су блиски празном ходу делују неприродно, па се мора водити рачуна о енергетским показатељима  $\alpha$  и  $\beta$  при избору активних филтара директног и инверзног редоследа.

У режиму блиском празном ходу лакша је анализа и оцена фреквентних карактеристика. Промена снаге мерних инструмената у широком опсегу не утиче на карактеристике филтара симетричних компоненти пошто сваком филтру одговарају само две фреквентне карактеристике одређене на основу промена фреквенција улазних напона директног и инверзног редоследа у режиму празног хода.

Графички поступци превода несиметричног система у систем симетричних компоненти заснован је на изведеним релацијама и третиран је кроз два посебна случаја:

а) Неуравнотежени систем ( $\bar{R} + \bar{S} + \bar{T} \neq 0$ ;  $A + B + C \neq 0$ ),

б) Уравнотежени систем ( $\bar{R} + \bar{S} + \bar{T} = 0$ ;  $A + B + C = 0$ ).

Несиметрија трофазног система превођена је у:

- неуравнотежени систем са  $(U_0, U_1, U_2)$  или  $(J_0, J_1, J_2)$ ,

- уравнотежени систем са  $(U_1, U_2)$  или  $(J_1, J_2)$ .

1. Аанализа поремећаја за:

а) Несиметрију која се догађа само на једном месту,

б) Симулирана несиметрија, која се може догодити на више места или делова у општем дистрибутивном систему.

2. Примена матричних трансформација и препознавање симетричних компоненти модификованих за решавање симултане асиметрије на мрежним моделима или је увођен неки од компонентних система (трансформације: Edit Clack -  $\alpha$ ,  $\beta$ , 0, Kimbakove:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , Kogo:  $r$ ,  $s$ ,  $t$  итд.).

Развој рачунарске технологије омогућава да се нађу и бољи математички модели и алгоритми за решавање проблема несиметрије електричних мрежа кроз прорачуне или као што је потенцирано у овој дисертацији мерењем симетричних компоненти.

Идеја да се у мерне процесе уведу филтри, контролери и рачунари није нова али је нова тенденција да се процес сведе на употребу специјализованих дигиталних процесора у системима за аквизицију и обраду података у оквиру система даљинског управљања. Та идеја је препозната у процедури вредновања струја кратких спојева у

којој је први корак рачунање симетричних компоненти. Сложеност прорачуна наметнула је мисао да се у процесу вредновања уместо прорачуна развију и користе мерни поступци за препознавање симетричних компоненти, који су ионако заступљени у функционисању система за мерење, заштиту и аутоматизацију електричних мрежа.

Ова могућност је и потврђена у другом делу дисертације кроз обухватну анализу најчешћих несиметричних појава у коме су аналитички поступци тестирани и примењени у ново изведеним графичким методама.

Из мерења у постројењу ХЕ Газиводе се запажа да постоји мала разлика у снагама одређеним на основу изведених релација што доказују резултати дати у табели 2.1 из које се види да је код свих мерна несигурност релативно мала. Нешто већу вредност мерна несигурност има у случају екстремне струјне несиметрије.

Овим мерењима је показано да су у изабраном најпростијем случају на примерима активне и реактивне снаге у произвољној електричној мрежи, да те вредности у суштини представљају збир симетричних компоненти снага, директне и инверзне, и њихових коњуговано комплексних вредности. То указује на исправност закључка да се потребно индиректно мерење снаге најједноставније и најтачније изводи мерењем одговарајућих симетричних компоненти напона и струја.

Истраживања у оквиру дисертације везана су за развој математичког модела и алгоритма уређаја са филтром симетричних компоненти и поступака за мерење симетричних компоненти струја и напона у сврху мерења несиметричних оптерећења и реализације система за аквизицију и обраду података. Тиме се стварају могућности за већу примену микропроцесора у система за мерење електричне енергије и заштите електричних мрежа. Резултати разматрања на примеру општих структура система за аквизицију и обраду података су приказани у другом делу дисертације кроз анализу стохастичких несиметрија, где су поред типичних основних хармоника третирани и утицаји недоминантних виших хармоника на могуће поступке вредновања. Из изнетих података се може закључити да се овакви мерни системи могу реализовати уз одређена материјална улагања.

Главна истраживања и резултати су приказани у трећем делу и односе се на анализу филтара симетричних компоненти на чијој су примени засновани могући системи и мерни поступци за мерење симетричних компоненти струја и напона. Од хаваријских случајева углавном су третиране несиметрије које су последице разних прикључених потрошача који имају могућност генерисања посредством индуктивности у мрежи тако да се стварају виши хармоници.

У електричним мрежама овакве сметње су нежељене, али ипак са собом могу да носе одређене информације о стању система. За потребе пројектовања система за мерење, аквизицију и обраду података, анализу мреже коришћене су симетричне компоненте из којих су најчешће издвајане инверзна и нулта компонента.

Пројектован је и конструисан филтар симетричних компонента са дистантним струјним давачима у основи и кроз резултате мерења изведена помоћу тог давача на нивоу  $10\text{ kV}$  вода показана је могућност развоја мерних поступака. Аналитички су одређени изрази који се односе на зависност напона на излазу дистантних струјних сонди од симетричних компоненти контролисане струје.

Кроз анализу инерције у деловању филтара наведено је да при избору филтра симетричних компоненти у мерним системима, нарочито у релејној заштити, важну улогу имају не само параметри филтра у стационарном режиму него и параметри  $\beta S_R$  и  $\gamma_f$  и њихова временска инерција која се мора умањити што је више могуће.

Резултати ове анализе омогућавају да се изаберу најбољи филтри симетричних компоненти, са параметрима који умањују њихову инерцију. Од филтара који имају најбоље показатеље  $\beta S_R$  и најмању временску инерцију при подешавању оптерећења издвајају се филтри прве групе, варијанта *c*) и филтри треће групе, варијанта *b*). Од филтара који имају најбоље показатеље  $\gamma_f$  и најмање временске инерције треба издвојити филтер друге групе, варијанта *b*).

За остварење задатог времена деловања мерног елемента треба у погледу временске инерције изабрати филтар таквог типа који на рачун промене параметара ограничава трајање сопствених прелазних процеса. Овакви филтри су филтри који садрже само један кондензатор (прве и треће групе), чији је прелазни процес апериодички, а временске константе које су одређене односом отпорности филтра и оптерећења могу да се подесе да буду веома мале. У најширем смислу речи најповољнији су филтри треће групе, варијанта *b*). Слична анализа, као за филтар напона инверзног редоследа остварена је и за филтер струје инверзног редоследа као и за остале филтре симетричних компоненти.

Коришћењем аналитичких израза из аналогног домена пројектован је дигитални систем који чини део система за аквизицију и обраду података и као такав имплементиран је у сам систем. Њега чине активни или пасивни филтри симетричних компоненти и дигитални филтри и из постављених услова да нема одсецања виших компоненти из система коришћени су прототипови ИИР филтра познатији као филтри свепропусници опсега. Филтри симетричних компоненти су, тако е, врло осетљиви на утицаје виших хармоника којих, како је већ приказано, има у нормалним режимима рада електричних мрежа. Оцена о утицају виших хармоника на рад излазних вредности филтра дата је на основу анализе фреквентних карактеристика, које су по дефиницији зависности напона или струја на излазу филтра од фреквенција улазних напона или струја који образују системе, у овом случају инверзног редоследа.

У једном од новијих радова, [56], размотрене су могућности за формирање двокомпонентних "Г" фреквентних LC филтара напона и струја у циљу постизања заштите од утицаја сметњи и добијања неопходне вредности снаге на излазу филтра инверзног редоследа фреквенције  $100\text{ Hz}$ . Параметри компоненти филтра изабрани према развијеним критеријумима у раду одговарају захтевима релејне заштите.

Добијени резултати истраживања потврђују да је проблем веома сложен, а посебна пажња посвећена је блоку који обједињује претвараче и ДСП процесор. Реализација идеје о развијенијем систему за аквизицију и обраду података из мреже на основу препознавања и детектовања, симетричних компоненти захтевала су за:

- хардверски део-пројектовање ДСП процесора са филтарима,
- софтверски део симулацију хардверског и на основу њега детекције очекиваних вредности.

У теорији дигиталне обраде сигнала познато је да је минимална фреквенција одмеравања најмање дупло већа од фреквенције сигнала који се одмерава, ме у тим, у пракси је случај да ова фреквенција буде четири до осам пута већа па и више, тако да је у овом случају као основна фреквенција одмеравања узета фреквенција од  $400\text{ Hz}$  сходно вредности мрежне фреквенције од  $50\text{ Hz}$ . Посматрајући произвољни случај читава анализа доводи до закључка да је потребно, при пројектовањима система за аквизицију у електричним мрежама, строго водити рачуна о параметрима у мрежи и нарочито предвидети потенцијалне велике потрошаче посматрајући најгоре случајеве,



што показује да не постоји универзални систем за аквизицију, обраду, мерне и заштитне системе.

Правци даљег истраживања односе се на детаљније анализе мерних несигурности и динамичких грешака и осетљивостима при пројектовању мерних система. Веома је значајно посматрати где виши хармоници имају фреквенције, фазе и амплитуде случајне природе и који у појединим тренуцима тако е могу да пруже значајне информације о стању у мрежама.

Општи закључак спроведених истраживања је да овако реализован систем има предности јер је бржи и флексибилнији за мерне процесе у електричној мрежи и да се електроенергетски објекти могу даљински надзирати и водити.

Прегледом и анализом класичних и приказаних поступака у овој дисертацији долази се до општег закључка да теоријске матричне трансформације стварају основу за добро препознавање симетричних компоненти и да се на тој основи могу развити мерења напона и струја.

Због тога је највећи део простора у трећем поглављу посвећен, представљању алгоритма-нових поступака за мерење симетричних компоненти које су у дисертацији развијене на основу добијених резултата у докторској дисертацији.

Разрађени су, испитани и анализирани филтри симетричних компоненти и њихове статичке и динамичке временске карактеристике а посебна пажња усмерена је ка реализацији дистантних струјних давача чији су основни делови струјни трансформатори и одговарајући филтри.

Оцена о понашању развијених система у реалним условима може да буде дата тек када се направи експериментални/симулирани модел који се мора тестирати у реалним условима рада електроенергетских чворова.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] З.Н. Стојановић, М. Б. Бурић: Табеларни алгоритам за реализацију прекострујног релеја са инверзном карактеристиком реаговања табле, ИНФОТЕХ Јахорина Vol. 8, Ref. D-7, March 2009., стр. 314-318.
- [2] М. Бурић: Мерење симетричних компоненти рекурзивном Фуријер-овом методом, Зборник радова 49. Конференције за ЕТРАН, том I, Будва, 5-10. јун 2005.
- [3] М. Djuric, Z Radojevic, I. Skokljec, V. Terzija: **A simple algorithm for the symmetrical components relaying and monitoring**,” Archiv Fuer Elektrotechnik, Electrical Engineering, vol. 79, 1996., pp. 207-212
- [4] Gunter G. Seiph: **Electrical Installations Handbok**, Part 1, 2, 3, Siemens, John Wiley&Sons, 2nd enlarged edition 1987., pp. 786-807.
- [5] G. Benmouyal: **A log-table based algorithm for implementing microprocessor time-overcurrent relays**, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 9, September 1982.
- [6] G. Benmouyal: **Design of digital multi-curve time-overcurrent relay**, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 5, No. 4, November 1990.
- [7] S. Lotfi-fard, J. Faiz, R. Iravani: **Improved overcurrent protection using symmetrical components**, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 22, No. 2, April 2007.
- [8] R. Erickson, D. Maksimovic: **Fundamentals of Power Electronics**, Kluwer, 2001.
- [9] P.B. Petrovic, M.R. Stevanovic: **Digital Processing and Reconstruction of Complex Signals**, Springer and Academic Mind, 2009.
- [10] V.T. Terzija, D. Markovic: **Symmetrical Components Estimation Through Nonrecursive Newton-Type Numerical Algorithm**, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 18, No. 2, April 2003., pp. 359-363.
- [11] M.A. Eldery, E.F. El-Saadany, M.M.A. Salama: **An on-line measurement of symmetrical components utilizing the energy operator**, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006.
- [12] V. Terzija, V. Stanojevic, M. Popov, L. van der Sluis: **Digital Metering of Power Components According to IEEE Standard 1459-2000 Using the Newton-Type Algorithm** IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 56, No. 2, 2007., pp. 2717-2724.
- [13] V. Terzija, V. Stanojevic: **Robust Estimation Algorithm for Power Components Measurement**, IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, PSCE '06, 2006.
- [14] American National Standards Institute: U.S. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, ANSI / NCSL Z540-2-1997, 1997.
- [15] J.R. Taylor: **An Introduction to Error Analysis**, 2nd ed., University Science Books, Sausalito, CA, 1997.
- [16] П. Осмокровић, Н. Арсић: **Техника високог напона-ВН испитна опрема**, Завод за физику техничких факултета универзитета у Београду, СБЕН Ниш, 2007.

- [17] *J. Arrillaga, B.C. Smith, N.R. Watson, A.R. Wood: Power System Harmonic Analysis Chichester: John Wiley, 1997.*
- [18] *Fabrikant V.L., Gluhov V.P: Elementi ustroystv releinoi zasciti i avtomatika energo sistem i ih proektirovanie, M., <<Vissaja skola 1974>>.*
- [19] *Е.Г. Шрамкова: Электрические измерения, средства и методы измерений, Высшая школа, 1972.*
- [20] *Д. Петровић: Електрични мерни инструменти и њихова примена, Треће проширено и допуњено издање, Новинско издавачка радна организација, техничка књига, Београд, 1981.*
- [21] *Д. Пантић, Ј. Пешић, М. Ђукић, Х. Станковић: Електронски мерни инструменти, Техничка књига, Београд, 1982.*
- [22] *В.Ђ. Јовановић: Електрична мерења, Научна књига, Београд,*
- [23] *Г.И. Разин, А.П. Шелкин: Безконатное измерение электрических токов: Энергоатомиздат, 1974., стр. 9-57.*
- [24] *У. Јакишић, С. Бјелић, Н. Марковић: Развој активних и пасивних метода за аквизицију значајних вредности у нисконапонским електричним мрежама, XII научно-стручни скуп са међународним учешћем “Актуелни проблеми механизације пољопривреде 2008”, Пољопривредна техника бр. 4, ISSN 0554-5587, УДК 631 (059), ДПТ-2008, 12. децембар 2008., стр. 17-23.*
- [25] *Arun A. Padhke, James S. Thorpe: Computer Relayng power System RSP England Tautoon Somerset, Recherche Studies Press LTD, New York, Chichester, Toronto, Brisbane, Singapoore, ISBN 0471 920 630, pp. 27-55, 209-232.*
- [26] *Benoît de METZ-NOBLAT: Analysis of three-phase networks in disturbed operating conditions using symmetrical components ECT 18 first issue, October 2005.*
- [27] *S. Marx, D. Bender: An Introduction to Symmetrical Components, System Modeling and Fault Calculation Presented at the 32th Annual HANDS-ON Relay School, Washington State University Pullman, Washington, March 16-20, 2015.*
- [28] *S. Bjelić, D. Matić, U. Jakšić: Merne nesigurnosti programabilnih distantnih mernih članova, Zbornik VTSŽ Požarevac 2006, 1-2/2006, str. 130-135.*
- [29] *A. Wright, C. Eng: MIEE: Current Transformers, University of Southampton, GB Champan and Hall, 1996., pp. 130-164.*
- [30] *Под редакцији С. Ј. Петрова: Релинаја заштита, Енергоатомиздат, Енергетика за рубезом, 1996., стр. 128-251.*
- [31] *У. Јакишић. С. Бјелић: Дигитални део поступка за мерење симетричних компоненти струја и напона у трофазним мрежама, ВТШСС Урошевац, Звечан, 2010., стр. 76-81.*
- [32] *С. Милојковић: Теорија електричних кола-анализа, Свјетлост ООУР Завод са уџбенике и наставна средства, Сарајево 1987.*
- [33] *К.Ф. Вагнер, Р.Д. Эванс: Метод симметричных составляющих в применении к анализу несимметричных электрических цепей, Госэнергоиздат, 1936.*
- [34] *L.J. Myatt: Symmetrical Components, Pergamon Press, 40, 1968.*
- [35] *T. Lobos: Fast estimation of symmetrical components in real time, IEE PROCEEDINGS-C, Dept. of Electr. Eng., Techn. Univ. of Wroclaw, Poland, Vol. 139, No. 1, JANUARY 1992.*
- [36] *Н. Марковић: Анализа нисконапонске мреже градског подручја, магистарски рад, Технички факултет Чачак, 2009.*

- [37] *M.A. Anthony: Electric Power System Protection and Coordination*, UB Carlsrue 1995. McGraw/Hill Incorp. New York 1020, ISBN 0-07-002671-B, pp. 4-79.
- [38] *J.L. Blackburn: Symmetrical Components for Power Systems Engineering*, Second edition, CRC Press, 2008.
- [39] *J.L. Blackburn: Symmetrical Components for Power Systems Engineering (Electrical and Computer Engineering) Hardcover*, June 7, 1993.
- [40] Demonstration of the Discrete 3-Phase Programmable Voltage Source PLL and Variable-Frequency Positive-Sequence Voltage and Power Measurements (literature Power Quality Teaching Toy 3.0.4 (2)).
- [41] *Ф.Д. Кузнецов: Фильтры симметричных составляющих и их применение в схемах релейной защиты – практическое пособие*, НИЦ-ЭНАС, Москва, 2003.
- [42] *S. Bjelić: Energy management system in Electrical Power System*, International SAUM Conference, Kragujevac University, June 1993, Proceedings, pp. 428-438.
- [43] *Н.В. Чернобровов: Релеиная защита*, Москва, Энергија, 1994.
- [44] *Г.Э. Линт: Симметричные составляющие в релейной защите*, Энергоатомиздат, 1996.
- [45] *З.В.Е. Коковин: “Фильтры симметричных составляющих в релейной защите“*, Энергия, 1968.
- [46] *В.П. Бакалов, В.Ф. Дмитриков, Б.И. Крук: Основы теории цепей*, 3-е издание, Горячая линия, Москва, 2007.
- [47] *Љ. Милић, М. Бурић: Студија: Рекурзивни дигитални филтри*, Институт Михајло Пупин, Београд, 1982.
- [48] *Г. Лэм: Аналоговые и цифровые фильтры*, Расчет и реализация, Мир, 1982.
- [49] *Г. Мошиц, П. Хорн: Проектирование активных фильтров*, перевод с английского, Мир, Москва, 1984.
- [50] *М. Лутовац, Д. Тошић, В. Evans: Filter design for digital processing*.
- [51] *А.Е. Знаменский, И.Н. Теплюк, Активные RC-фильтры*, Связь, Москва, 1970.
- [52] *J.L. Blackburn: Protective Relaying*, New York: Dekker, 1987.
- [53] *U. Jakšić, V. Mladenović, S. Bjelić: The voltage dependence of control symmetrical components of the output of the distant current’sonde*, ELECTRONICS’ 2006, BOOK 4, Electronic Systems in Measurement and Control, ISBN 954-438-567-3, 20-22 September, Sozopol, BULGARIA, Contents of proceedings electronics 2006., pp. 15-20.
- [54] *W.A. Blackwell, L. L. Grigsby: Introductory Network Theory*, Boston: PWS, 1985.
- [55] *U. Jaksic, N. Markovic, S. Bjelic: Inertia (slowness) of zero order components filter*, Journal archive, Electronics&Electrical Engineering No. 6 (94) T121 SIGNALTECHNOLOGY, Kaunas University, Lithuania, Technology, 2009, pp. 99-106.
- [56] *S. Bjelić, N. Marković, U. Jakšić, J. Živanić: The filters frequent characteristics in measuring elements of relay protection*, 22nd Telecommunications Forum, TELFOR 2014, IEEE Co-organized Conference 25th to 27th of November 2014, Sava Center, Belgrade, Serbia, pp. 773-776.
- [57] *S.G. Jeong, M.H. Woo: DSP-Based Active Power Filter with Predictive Current Control*, IEEE Trans. Ind. Electron, Vol. 44, No. 3, June 1997.
- [58] *M. Aredes, E.H. Watanabe: New Control Algorithms for Series and Shunt Three-phase Four-wire Active Power Filters*, IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 10, No. 3, 1995., pp. 1649-1656.

- [59] *S. Bjelić, U. Jakšić, N. Marković: Energetski pretvarači*, Kvarak Kraljevo, 2010., pp. 99-104, 192-204.
- [60] *P. Verdelho, G.D. Marques: An Active Power Filter and Unbalanced Current Compensator*, *IEEE Trans. Ind. Electron*, Vol. 44, No. 3, June 1997., pp. 321-328.
- [61] *S. Bjelić, N. Marković, U. Jakšić, J. Živanić: Selection of linear filter elements parameters for measuring of voltage and currents components of direct and inverse order*, *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY*, R. 89 NR 1a/2013, pp. 172-176.
- [62] *U. Jaksic, N. Arsic, I. Fetahovic, K. Stankovic: Analysis of Correlation and Regression Between Particle Ionizing Radiation Parameters and the Stability Characteristics of Irradiated Monocrystalline Si Film* NUCLEAR TECHNOLOGY & RADIATION PROTECTION 2014 29 (2):123-127.
- [63] MATLAB SIMULINK Sim Power System, Copyright 1984-2002 The Math Works, Version 6.5.0,180913a, June 2, 2000.

Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани-а Јасент Јрови  
број индекса \_\_\_\_\_

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Прилог мерењу носача и сигурја од дримеду покретних  
трансформација и деформације интелектуалних ресурса

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Косовској Митровици, 03.06.2015

Јасент

Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Љупко Јакселић

Број индекса ✓

Студијски програм Електротехника (Енергетика)

Наслов рада Тржиште енергетике и енергетика из области енергетике у Србији

Ментор др Жeljо Јаковљев

Потписани/а Љупко Јакселић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу Дигиталног репозиторијума Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици.

Потпис докторанда

У Косовској Митровици, 03.06.2015.

Љупко Јакселић

Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Прилог мерењу напона и струје уз примену нелинеарних трансформатора  
у процесима кључања кондензатора

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Косовској Митровици, 03.06.2015.

Јасић



1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.