

Примљено	18.10.2011.
Орг. јед.	Бродност
25/3	

**УНИВЕРЗИТЕТ У ПРИШТИНИ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ**

ОБРАЗАЦ -7

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ УРАЂЕНЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ
-обавезна садржина- свака рубрика мора бити попуњена-
(сви подаци уписују се у одговарајућу рубрику, а назив и место рубрике не могу се мења)

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовao комисију 29.09.2011. године, Наставно-научно веће Природно-математичког факултета Универзитета у Приштини, Косовска Митровица</p> <p>2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <p>1. Др Милоје Рајовић, редовни професор</p> <p>ужа научна област математичка анализа 1.09.1999., ПМФ-Приштина</p> <p>ужа научна област математика 13.04.2003., Машински факултет-Краљево</p> <p>Машински факултет у Краљеву, Универзитет у Крагујевцу</p> <p>2. Др Милена Лекић, доцент</p> <p>ужа научна област математичка анализа 8.10.2008., ПМФ-Косовска Митровица</p> <p>Природно-математички факултет у Косовској Митровици, Универзитет у Приштини са седиштем у Косовској Митровици</p> <p>3. Др Дојчин Петковић, ванредни професор</p> <p>ужа научна област математичка анализа и нумеричка анализа 26.12.2003., ПМФ-Косовска Митровица</p> <p>Природно-математички факултет у Косовској Митровици, Универзитет у Приштини са седиштем у Косовској Митровици</p>
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Јелена, Зоран, Вујаковић</p>

2. Датум рођења, општина, држава:
10.09.1972., Косовска Митровица, Србија
3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија - мастер стечени стручни назив:

Природно-математички факултет, Универзитет у Приштини, Математика, професор математике

4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија
Мр Јелена Вујаковић је директно пријавила докторску дисертацију.

5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране:
Природно-математички факултет у Нишу, "Стабилни омотачи Хардијевих и Бергманових простора", Математичка анализа, 19.04. 2007. године

6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука:

Математичка анализа

III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Нуле решења комплексних диференцијалних једначина

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Навести кратак садржај са назнаком броја страна, поглавља, слика, шема, графикона и сл.

Докторска дисертација кандидата мр Вујаковић Јелене написана је на укупно 143 странице штампаног текста и подељена је у следеће делове: **Предговор** (странице 1-3), Глава 1 (странице 4-27): **Ознаке, дефиниције и основни ставови**, Глава 2 (странице 28-44): **Итерације у комплексном подручју**, Глава 3 (странице 45-83): **Теорема о средњој вредности**, Глава 4 (странице 84-135): **Нуле решења комплексне једначине, Закључак** (странице 136-140) и **Литература** (странице 141-143) који садржи 43 библиографских јединица. Главе су подељене на изврстан број секција. Докторска дисертација садржи још 8 слика.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

У Глави 1, дате су неопходне особине аналитичких функција и између осталог проучене су нуле елементарних функција. Кроз примере одређивања нула комплексних линеарних диференцијалних једначина првог реда закључено је да елементарне квадратуре у скупу комплексних аналитичких функција могу али и не морају увек имати нуле. Затим су на основу резултата рада [15] наведена и одређена специјална својства неких комплексних диференцијалних једначина, где је на основу Теорема 1.4.1 и 1.4.2 доказано да она има само једну тривијалну нулу. Након тога трансформација комплексне диференцијалне једначине првог реда на систем реалних парцијалних једначина првог реда, односно на једну реалну парцијалну једначину другог реда је проучена у радовима [15,42], где је закључено да се нуле траже само непосредним свођењем на систем обичних диференцијалних једначина првог реда, или на једну обичну диференцијалну једначину другог реда.

У Глави 2, детаљно су описане итерације елементарне комплексне диференцијалне једначине првог реда и двочлане комплексне диференцијалне једначине другог реда. Прави подстрек за њихово истраживање представљали су радови [11,13]. Кроз разне облике диференцијалне једначине другог реда од једначине са чисто реалним делом, са чисто имагинарним делом, са реалним коефицијентом, до једначине са комплексним константним коефицијентом закључено је да има основа да се комплексне једначине другог реда назову "комплексне једначине осцилација". Овај део је израђен на бази радова [42,30]. Чак и онда када та једначина није имала решења за неки избор интеграционих константи одређен је партикуларни интеграл који је имао нула.

Глава 3 заснована је углавном на резултатима радова [10,27,30,43] који су у овој дисертацији значајно проширени. Детаљно је објашњено зашто теорема о средњој вредности у кругу $|z| < R$ није могла да помогне да се израчунају итерације. Формулисана је Теорема 3.1.1 о средњој вредности где су за разне случајеве добијени већ познати резултати: основна Кошијева формула, формула за средњу вредност интеграла у реалној области, затим основна Кошијева интегрална формула, средња вредност за хармонијски део аналитичке функције и тако даље. Ова теорема је послужила као идеја за још један оригинални резултат а то је Друга теорема о средњој вредности (Теорема 3.6.3), као општење теорема у реалном подручју.

У Глави 4, главни резултат представља Теорема 4.8.1, заснована на резултатима радова [15,42,43], која говори о томе да при трансформацији комплексне једначине осцилација на реалан систем парцијалних једначина другог реда приликом елиминације функције $u(x, y)$ или $v(x, y)$, не треба дати систем да се сведе на парцијалну једначину четвртог реда, већ треба остати на једначини другог реда и тражити одвојене нуле реалних функција $u(x, y)$ и $v(x, y)$, посебно по правцима $y = kx, 0 \leq k < +\infty$ или ако треба по неким кривама $y = \varphi(x)$. Други важан резултат је да за реални и имагинарни део аналитичке функције важи једна те иста парцијална једначина другог реда за локације нула решења. Такође су уведени и нови појмови: тачке прекида и критични правци. Затим је на основу резултата из радова [42,43] урађена нова анализа нула комплексних диференцијалних једначина осцилација за разне вредности аналитичке функције $a(z)$. Још један важан резултат који смо приметили је и да за комплексну диференцијалну једначину осцилација важи Продијева теорема.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

Таксативно навести називе радова, где и када су објављени. Прво навести најмање један објављен или прихваћен за објављивање у часопису са ISI листе односно са листе министарства (надлежног за науку када су у питању друштвено-хуманистичке науке или радове који могу заменити овај услов до 01. јануара 2012. године. У случају радова прихваћених за објављивање таксативно навести називе радова, где и када ће бити објављени и приложити потврду о томе.

Резултати истраживања докторске дисертације **"Нуле решења комплексних диференцијалних једначина"** кандидата мр Јелене Вујаковић објављени су у радовима:

- [1] J. Vujaković, M. Rajović, D. Dimitrovski, Some new results on linear equation of the second order, Computers and Mathematics with Applications, 61 (2011), 1837-1843
- [2] M. Rajović, D. Dimitrovski, N. Radenković, J. Vujaković, On Differential Equation $y'' = \Psi(x)y$ with Irregular Oscillatory Coefficient $\Psi(x)$, Международная научни конференция, "Современные проблемы математического моделирования и вычислительных технологий 2008", Красноярск, 2008, рад је представљен
- [3] D. Dimitrovski, J. Vujaković, M. Rajović, On location of zeros solution of

second order complex differential equation, Zbornik radova konferencije MIT 2009, 112-116

[4] J. Vujaković, M. Rajović, An idea for determination of zeros of complex differential equations, Zbornik radova konferencije MIT 2009, 426-431

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Најважнији резултати кандидата у докторској дисертацији "Нуле решења комплексних диференцијалних једначина" су следећи:

1. Линеарна хомогена диференцијална једначина првог реда еквивалентна је систему реалних парцијалних једначина првог реда. Елиминацијом једне функције добијају се идентичне парцијалне једначине другог реда. Систем има само тривијално решење, док нетривијално решење треба тражити за неки специјалан избор функција (секције 1.4 и 1.6 , према резултатима радова [15,42]).
2. Прва и друга теорема о средњој вредности линијског комплексног интеграла (секција 3.5 и 3.6).
3. Метод редова итерација за комплексну једначину осцилација који је послужио за одређивање косинусних и синусних нула (секција 3.7 , према резултатима радова [10,27,30,43], који су у дисертацији значајно проширени).
4. Одређивање Штурмових комплексних функција (секција 3.7, према резултатима радова [30,42,43]).
5. Локације нула за једначину осцилација са константним коефицијентима и карактеризација појединих класа једначина (секција 4.2, Теореме 4.2.1 и 4.2.2, према резултатима рада [42], који су у дисертацији значајно проширени).
6. Метод тражења нула по правцу у сектору првог квадранта за разне вредности аналитичког коефицијента (секције 4.4 и 4.5, на основу радова [30,42,43]).
7. За решења $u(x, y)$ и $v(x, y)$ комплексне једначине осцилација важи једна те иста парцијална једначина другог реда (секција 4.8, проширење радова [11,12,29,30]).
8. По произвољном правцу, у сектору првог квадранта, за реално $U(x)$ и $V(x)$ важи иста реална Штурмова диференцијална једначина (секција 4.8, Теорема 4.8.1, према резултатима радова [11,30,43], који су у дисертацији значајно проширени).

9. Одређивање и оцена нула решења основних комплексних једначина осцилација и увођење појмова правац прекида и сингуларни правац (секција 4.9).

10. Продијева теорема и у комплексном случају (секција 4.10, Теорема 4.10.1).

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Експлицитно навести позитивну или негативну оцену начина приказа и тумачења резултата истраживања.

Докторска дисертација **"Нуле решења комплексних диференцијалних једначина"** кандидата мр Вујаковић Јелене припада једној интересантној и модерној математичкој области, Теорији комплексних диференцијалних једначина. Рукопис је импозантан. Вредност ове докторске дисертације допуњена је оригиналним резултатима кандидата садржаним у четири научна рада (један је објављен у познатом међународном часопису *Computers and Mathematics with Applications*, два у Зборнику радова конференције МИТ 2009 и један на конференцији *Международная научни конференция, "Современные проблемы математического моделирования и вычислительных технологий 2008"*, Красноярск).

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Експлицитно навести да ли дисертација јесте или није написана у складу са наведеним образложењем, као и да ли она садржи или не садржи све битне елементе. Дати јасне, прецизне и концизне одговоре на 3. и 4. питање:

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци

4. Недостаци дисертације и њихов утицај ва резултат истраживања

1. Докторска дисертација **"Нуле решења комплексних диференцијалних једначина"** кандидата мр Јелене Вујаковић је, у целини, обрађена у складу са образложеним и наведеним у пријави теме, као и у складу са захтевима које је, посебно у методолошком смислу, постављао ментор.

2. Рукопис ове докторске дисертације садржи све потребне елементе да буде прихваћен као урађена докторска дисертација и да је Наставно-научно веће Природно-математичког факултета и Сенат Универзитета у Приштини, са седиштем у Косовској Митровици, прихвати и закаже усмену одбрану.

3. Кандидат мр Јелена Вујаковић теми **"Нуле решења комплексних диференцијалних једначина"** приступа на оригиналан начин. У својој докторској дисертацији она је са успехом објединила два различита правца истраживања: комплексну анализу и диференцијалне једначине. Ова истраживања представљају резултате обједињене у целину, добијене током вишегодишњег рада под менторством професора Милоја Рајовића. Вредност ове докторске дисертације допуњена је оригиналним резултатима кандидата садржаним у четири научна рада (један је

објављен у познатом међународном часопису *Computers and Mathematics with Applications*, два у Зборнику радова конференције МИТ 2009 и један на конференцији *Международная научни конференция, "Современные проблемы математического моделирования и вычислительных технологий 2008"*, Красноярск). Кандидат је иначе до сада објавио укупно 7 научних радова и једну збирку задатака.

4. Рукопис докторске дисертације **"Нуле решења комплексних диференцијалних једначина"** кандидата мр Јелене Вујаковић осим ситних штампарских грешака, које је кандидат већ исправио, нема недостатака.

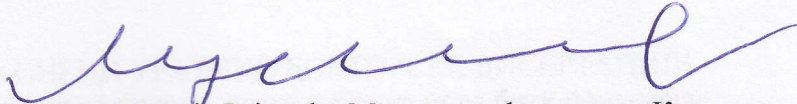
X ПРЕДЛОГ:

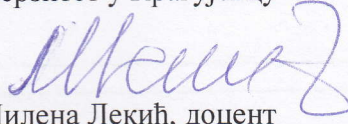
На основу укупне оцене дисертације, комисија предлаже:

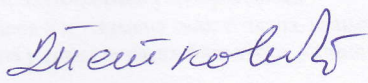
- да се докторска дисертација прихвати, а кандидату одобри одбрана
- да се докторска дисертација враћа кандидату на дораду (да се допуни односно измени) или
- да се докторска дисертација одбија

Докторска дисертација **"Нуле решења комплексних диференцијалних једначина"** кандидата мр Јелене Вујаковић представља вредан и озбиљан научно-истраживачки допринос из научне области теорије комплексних диференцијалних једначина. Кандидаткиња је кроз теоријску анализу и велики број примера показала изузетно познавање проблематике којом се бави. На основу наведених чињеница, Комисија са задовољством предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Сенату Универзитета у Приштини са седиштем у Косовској Митровици да рукопис под насловом **"Нуле решења комплексних диференцијалних једначина"** кандидата мр Јелене Вујаковић прихвати као докторску дисертацију и одобри јавну одбрану.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ


1. Проф. др Милоје Рајовић, Машински факултет у Краљеву
Универзитет у Крагујевцу


2. Др Милена Лекић, доцент
Природно-математички факултет у Косовској Митровици
Универзитет у Приштини


3. Др Дојчин Петковић, ван. проф.
Природно-математички факултет у Косовској Митровици
Универзитет у Приштини