



**УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ**  
**ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА У ЧАЧКУ**

Мр Бранко Копривица, дипл. инж. ел.

**МОДЕЛОВАЊЕ ГЛАВНЕ ХИСТЕРЕЗИСНЕ ПЕТЉЕ И**  
**ПРЕЛАЗНИХ ПРОЦЕСА МАГНЕЂЕЊА**  
**ФЕРОМАГНЕТСКИХ ЛИМОВА**

Докторска дисертација

Чачак, 2015.

<b>I Аутор</b>	
Име и презиме:	Бранко Копривица
Датум и место рођења:	24.07.1980. године, Вировитица
Садашње запослење:	Асистент Факултета техничких наука у Чачку
<b>II Докторска дисертација</b>	
Наслов:	Моделовање главне хистерезисне петље и прелазних процеса магнећења феромагнетских лимова
Број страница:	111
Број слика:	70
Број библиографских података:	96
Установа и место где је рад израђен:	Факултет техничких наука у Чачку, Универзитет у Крагујевцу
Научна област (УДК):	(621.38+004)](043.3)
Ментор:	Др Аленка Миловановић, ванредни професор Факултет техничких наука у Чачку, Универзитет у Крагујевцу
<b>III Оцена и одбрана</b>	
Датум пријаве теме:	16.06.2014. год.
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације:	IV-04-560/4 од 15.10.2014. год. Факултет техничких наука у Чачку, Универзитет у Крагујевцу
Комисија за оцену подобности теме и кандидата:	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Др Јерослав Живанић, ред. проф., председник Факултет техничких наука, Чачак Ужа научна област: Теоријска и општа електротехника</li> <li>2. Др Аленка Миловановић, ванр. проф., ментор Факултет техничких наука, Чачак Ужа научна област: Теоријска и општа електротехника</li> <li>3. Др Ненад Цветковић, доцент, члан Електронски факултет, Ниш Ужа научна област: Теоријска електротехника</li> </ol>
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Др Јерослав Живанић, ред. проф., председник Факултет техничких наука, Чачак Ужа научна област: Теоријска и општа електротехника</li> <li>2. Др Аленка Миловановић, ванр. проф., ментор Факултет техничких наука, Чачак Ужа научна област: Теоријска и општа електротехника</li> <li>3. Др Ненад Цветковић, доцент, члан Електронски факултет, Ниш Ужа научна област: Теоријска електротехника</li> <li>4. Др Небојша Митровић, ред. проф., члан Факултет техничких наука, Чачак Ужа научна област: Физика</li> <li>5. Др Милан Плазинић, доцент, члан Факултет техничких наука, Чачак Ужа научна област: Теоријска и општа електротехника</li> </ol>
Датум одбране дисертације:	

## **ПРЕДГОВОР**

*Докторска дисертација под насловом „Моделовање главне хистерезисне петље и прелазних процеса магнећења феромагнетских лимова“ обухвата девет засебних целина, укључујући увод и закључак, и садржи 96 библиографских јединица, написана је на 111 страница и садржи 70 графика или слика и једну табелу.*

*У оквиру ове докторске дисертације посебна пажња је посвећена одређивању карактеристика феромагнетских лимова, а предложени математички модел хистерезиса представља њен најзначајнији допринос.*

*Идеја за тему која је предмет ове докторске дисертације потиче од мог ментора др Аленке Миловановић, ванредног професора Факултета техничких наука у Чачку, која ми је својом свесрдном помоћи и подршком, драгоценим саветима, мудрим усмеравањем, потпуним разумевањем и огромним стрпљењем помогла у изради ове докторске дисертације. Због тога јој се посебно захваљујем. Полазне основе мог истраживања осмишљене су уз консултације са проф. др Милићем Ђекићем, који је својим искуством и знањем из области електромагнетизма, као и ангажовањем у успостављању сарадње са искусним инжењерима из предузећа широм Србије, у многоме помогао експериментални део рада на овој докторској дисертацији и на томе му се захваљујем. Такође се захваљујем руководству и професорима Факултета техничких наука у Чачку, посебно проф. др Јерославу Живанићу, проф. др Небојши Митровићу и др Милану Плазинићу, доценту, који су обезбедили недостајућу опрему и тиме омогућили да се сва потребна експериментална истраживања спроведу у лабораторијама Факултета. Посебно им се захваљујем и на другим видовима подршке коју сам од њих имао у сваком тренутку.*

*Велику подршку током рада на докторској дисертацији имао сам од моје породице и пријатеља, на томе им се захваљујем. Изузетну подршку и разумевање, мотивацију и снагу да истрајем дала ми је супруга Сандра и на томе сам јој неизмерно захвалан.*

***Хистерезис је феномен, хистерезис је памћење, хистерезис су губици, хистерезис је лепота, хистерезис је тајна ...***

*У Чачку, 2015. године*

*Аутор*

# САДРЖАЈ

<b>1. УВОД</b>	1
<b>2. ФЕРОМАГНЕТСКИ МАТЕРИЈАЛИ</b>	6
2.1 ПРОЦЕС МАГНЕЋЕЊА ФЕРОМАГНЕТСКИХ МАТЕРИЈАЛА	7
2.2 МАГНЕТСКИ ХИСТЕРЕЗИС И КРИВА МАГНЕЋЕЊА МАТЕРИЈАЛА	9
2.3 СПЕЦИФИЧНИ ГУБИЦИ У ГВОЖЂУ	12
<b>3. МЕТОДЕ МЕРЕЊА КАРАКТЕРИСТИКА МАТЕРИЈАЛА</b>	15
3.1 СТАНДАРДИЗОВАНЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА	15
3.2 НЕСТАНДАРДИЗОВАНЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА	20
3.2.1 Друга нестандардизована тестирања	25
3.3 МЕРЕЊЕ ПОМОЋУ ТОРУСНОГ УЗОРКА	26
<b>4. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ХИСТЕРЕЗИСНЕ ПЕТЉЕ</b>	29
4.1 ПРЕГЛЕД ПОСТОЈЕЋИХ МОДЕЛА ХИСТЕРЕЗИСА	31
4.2 ПРЕДЛОЖЕНИ МОДЕЛ ХИСТЕРЕЗИСА	36
4.2.1 Модел главне петље	38
4.2.2 Модел криве магнећења	43
4.2.3 Модел реверзних кривих првог реда	45
4.2.4 Конструисање мањих петљи	49
<b>5. МЕРНО-АКВИЗИЦИОНИ СИСТЕМ</b>	51
5.1 ШЕМЕ ВЕЗА И МЕРНА ОПРЕМА	52

5.2 LABVIEW АПЛИКАЦИЈА И ПОЈЕДИНАЧНИ МЕРНИ ТЕСТОВИ	58
5.2.1 Апликација за мерење и симулацију магнетских карактеристика	59
5.2.2 Апликација за мерење струјне и фазне грешке	68
<b>6. МОДЕЛ СТРУЈНОГ МЕРНОГ ТРАНСФОРМАТОРА</b>	<b>71</b>
<b>7. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ И СИМУЛАЦИОНИ РЕЗУЛТАТИ</b>	<b>77</b>
<b>8. АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА</b>	<b>88</b>
<b>9. ЗАКЉУЧАК</b>	<b>97</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА</b>	<b>104</b>

# 1. УВОД

Прва запажања о магнетској природи материје потичу из времена пре нове ере, када је Талес из Милета забележио да камена руда привлачи гвожђе [1]. Сличне појаве у то време се бележе и у древној Индији и Кини, а већ у 12. веку нове ере Кинези су користили једну врсту магнетског компаса у навигацији. У то време, слични проналасци се појављују и у Европи. Доста касније, 1819. године, Ханс Кристијан Ерстед (Hans Christian Orsted) открива да електрична струја утиче на иглу из компаса, а 1820. године Андре-Мари Ампер (Andre-Marie Ampere) открива да је постојање магнетског поља повезано са протицањем струје кроз затворену проводну контуру, док исте године Био и Савар (Biot Jean Baptiste и Savart Feli) долазе до једначине која одређује јачину магнетског поља у околини проводника са струјом. Ова открића ускоро прате нова, као што је откриће Мајкла Фарадеја (Michael Faraday) 1831. године, који показује да временски променљиво магнетско поље индукује електрични напон, показујући природну везу између електричног и магнетског поља. Нешто касније, 1865. године, Џејмс Клерк Максвел (James Clerk Maxwell) обједињује и проширује постојеће теорије и законе у јединствену теорију, формулишући четири једначине – основна постулата теорије електромагнетског поља.

Међу првим експерименталним истраживањима феромагнетизма издваја се рад руског физичара Александра Столетова (Александр Григорьевич Столетов) из 1872. године [2-4]. Овај научник у свом раду бележи да се магнетска пермеабилност гвожђа (феромагнетика) мења са променом јачине побудног магнетског поља. Крива која показује ову промену (крива Столетова) представља један од првих експерименталних резултата који се односи на карактеристике феромагнетских материјала. Из тог времена, значајан је и рад који се односи на мерење магнетског хистерезиса [5], немачког физичара Ервина Маделунга (Erwin Madelung), који уједно објашњава и основна правила при формирању прелазних кривих магнетних и мањих хистерезисних петљи унутар главне петље.

Прво објашњење стварне природе магнетних феромагнетика дао је француски физичар Пјер-Ернест Вајс (Pierre-Ernest Weiss) [6], 1907. године. Он је закључио да у материјалу постоје зоне спонтане намагнетености, магнетски домени, који садрже велики број електрона, а његове претпоставке је касније потврдила и у потпуности објаснила квантна теорија.

Важан део истраживању у магнетизму посвећен је математичким моделима хистерезиса. Један од првих радова у том пољу, објављен 1935. године [7], дело је мађарског физичара Франца Прејсаха (Ferenc/Franz Preisach). Међутим, тек 50 година касније овај модел добија садашњу форму и постаје један од најзначајнијих и најчешће коришћених модела. Истовремено се развијају и други модели хистерезиса, од којих је за примену у електротехници веома значајан модел Жила и Атертона (David Jiles и David Atherton) [8].

Иако су истраживања у области магнетизма и феромагнетских материјала, практична и теоријска, спровођена и пре 100 година, стварни развој у овој области наступио је тек са развојем електронских компоненти и уређаја, а усавршавање савремених рачунара, уз примену одговарајућих програмских језика са напредним математичким функцијама, омогућило је истраживачима широм света да побољшају методе мерења магнетских карактеристика материјала, као и да спроведу тачнију анализу добијених резултата и њихово математичко моделовање. Истраживања магнетског хистерезиса и других карактеристика материјала, као и њихово математичко моделовање и даље су веома актуелна тема у оквиру научне заједнице. У великом броју ових истраживања посебна пажња је посвећена примени остварених резултата у пракси, у многим областима технике.

Од посебног значаја у области електротехнике и електроенергетике су материјали на бази гвожђа са примесом силицијума (FeSi), који заједно носе назив феромагнетски лимови (јер се производе у облику лима). У последњих двадесетак година све више су актуелни захтеви за ефикаснијом употребом електричне енергије, посебно у области преноса и дистрибуције електричне енергије и електромоторних погона, што ствара потребу за производњом квалитетнијих феромагнетских лимова, али и напредак у области пројектовања електричних трансформатора и мотора. Како би се одговорило овим захтевима покренута су опширна истраживања са циљем развоја нових метода мерења магнетских карактеристика ових материјала и добијања њиховог математичког модела.

У намери да се допринесе проучавању магнетског хистерезиса код феромагнетских лимова, у овој докторској дисертацији биће предложен нови математички модел главне хистерезисне петље и прелазних процеса магнећења материјала. Циљ је да се на основу добијених експерименталних резултата за главну хистерезисну петљу (ону која се има при засићењу) и основну криву магнећења изврши одређивање параметара предложеног модела главне петље и криве магнећења, а да се затим на основу

побољшаног поступка конструишу друге мање петље у оквиру главне петље, као и сложени прелазни процеси магнећења. Основни захтеви при постављању овог циља су:

- математички модели морају имати једноставан аналитички облик,
- параметри модела морају бити одређени на основу резултата мерења, коришћењем једноставних математичких израза,
- модели морају имати довољно добру тачност у поређењу са резултатима мерења,
- сви други прорачуни морају бити спроведени на основу постављених модела и
- модели морају бити применљиви на примерима из инжењерске праксе и при томе имати задовољавајућу тачност.

С обзиром на актуелност проблема, добијени резултати могу бити од користи за инжењерску праксу, како у примени, тако и у бољем разумевању сложених процеса магнећења феромагнетских лимова. Као практичан пример примене, у овој докторској дисертацији, предложени математички модел хистерезиса је употребљен на моделу струјног мерног трансформатора за одређивање његове струјне и фазне грешке.

Докторска дисертација се састоји од девет глава, рачунајући Увод и Закључак. У овим главама биће детаљно описано спроведено истраживање и резултати до којих је аутор дошао током вишегодишњег бављења овом тематиком.

Основна подела материјала према њиховим магнетским карактеристикама и теоријске основе неопходне за разумевање процеса магнећења феромагнетског материјала биће приказане у ДРУГОЈ ГЛАВИ докторске дисертације под насловом **ФЕРОМАГNETСКИ МАТЕРИЈАЛИ**. У овој глави биће објашњени појмови главне хистерезисне петље и мањих хистерезисних петљи, криве магнећења и криве специфичних губитака у феромагнетском лиму.

ТРЕЋА ГЛАВА под насловом **МЕТОДЕ МЕРЕЊА КАРАКТЕРИСТИКА МАТЕРИЈАЛА** описује најважније методе мерења магнетских карактеристика феромагнетских лимова. У оквиру ове главе биће разматране стандардизоване и нестандардизоване методе мерења, њихове предности и мане, област примене, уз посебан осврт на различите врсте, облике и величине мерног узорка чије се карактеристике мере. У овој глави биће дати и основни изрази који се користе за прорачун јачине магнетског поља, магнетске индукције и специфичних губитака на основу измерених струја и



напона са мерних шантова и намотаја. На самом крају ће бити описан поступак израде торусног језгра, намотавањем лима, које је коришћено при мерењима приказаним у оквиру ове докторске дисертације.

Предложени модел хистерезиса ће бити детаљно описан у ЧЕТВРТОЈ ГЛАВИ која носи наслов **МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ХИСТЕРЕЗИСНЕ ПЕТЉЕ**. На почетку главе биће описане основне правилности у сложеном хистерезисном циклусу и биће објашњени појмови главне хистерезисне петље, мањих хистерезисних петљи (симетричних и несиметричних) и реверзних кривих првог реда (РКПР). Затим ће бити дат преглед постојећих модела хистерезиса, њихове предности и мане, као и област примене, уз детаљнији опис два најважнија модела, Прејсаховог и Жил-Атертоновог. Највећи и најзначајнији део ове главе, биће посвећен предложеном математичком моделу хистерезиса. Детаљно ће бити описан аналитички облик предложеног математичког модела главне хистерезисне петље, њено представљање помоћу растуће и опадајуће криве, поступак прорачуна параметара модела, као и њихова веза са карактеристичним тачкама главне хистерезисне петље (засићење, реманентна индукција и коерцитивно поље). За израчунавање четири параметра модела биће предложени једноставни изрази. Затим ће бити описан модел криве магнећења материјала, по облику сличан моделу главне петље, уз увођење додатног параметра модела. Последњи део ове главе биће посвећен конструисању РКПР и мањих петљи у оквиру главне петље. Овај део главе има посебан значај јер су новија истраживања карактеристика феромагнетских материјала у значајном обиму посвећена мерењу и моделовању РКПР. Резултати моделовања, приказани у оквиру ове главе, биће упоређени са експерименталним и другим симулационим резултатима.

За извођење експерименталног дела истраживања у оквиру ове докторске дисертације коришћен је мерно-аквизициони систем на бази персоналног рачунара. Шеме везе, мерна опрема, апликација коришћена при мерењу и моделовању и појединачни мерни тестови биће описани у ПЕТОЈ ГЛАВИ под насловом **МЕРНО-АКВИЗИЦИОНИ СИСТЕМ**. У овој глави ће бити дате карактеристике опреме која је коришћена при мерењу, од појачавача, преко аквизиционих картица, до извора једносмерног напона, изолационог трансформатора, потенциометра и шант отпорника. Осим тога, детаљно ће бити описани предњи панели обе апликације направљене у LabVIEW програму, коришћене у току мерења, начин на који се манипулише контролама ова два виртуелна инструмента и резултати који се могу при томе прочитати и сачувати у меморији рачунара.

У ШЕСТОЈ ГЛАВИ под насловом **МОДЕЛ СТРУЈНОГ МЕРНОГ ТРАНСФОРМАТОРА** ће бити представљен математички модел струјног мерног трансформатора са торусним језгром од феромагнетског лима. Овај модел узима у обзир појаву магнетског хистерезиса феромагнетског језгра и уз веома једноставан итеративни поступак омогућава прорачун струје магнећења језгра и секундарне струје струјног трансформатора у условима у којима су магнетско поље и магнетска индукција простопериодичне функције у времену.

Најбитнији резултати добијени мерењем или симулацијом ће бити приказани у СЕДМОЈ ГЛАВИ докторске дисертације која носи наслов **ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ И СИМУЛАЦИОНИ РЕЗУЛТАТИ**. Такође, у оквиру ове главе ће бити приказано и поређење резултата добијених симулацијом (коришћењем предложених математичких модела хистерезисне петље и криве магнећења) са експерименталним резултатима или другим симулационим резултатима. Циљ ових поређења је потврда примењивости и тачности предложеног математичког модела хистерезиса и прелазних процеса магнећења, као и математичког модела струјног мерног трансформатора.

ОСМА ГЛАВА под насловом **АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА** сумираће и анализираће најзначајније резултате који су представљени, уз осврт на тачност резултата мерења, неке препоруке из међународних стандарда и могућност инверзне примене математичког модела хистерезиса.

На крају докторске дисертације, у ДЕВЕТОЈ ГЛАВИ под насловом **ЗАКЉУЧАК**, биће изложена анализа спроведеног истраживања и донети одређени закључци који имају и теоријски и практичан значај, а који могу бити од користи за будућа истраживања у разматраној области.

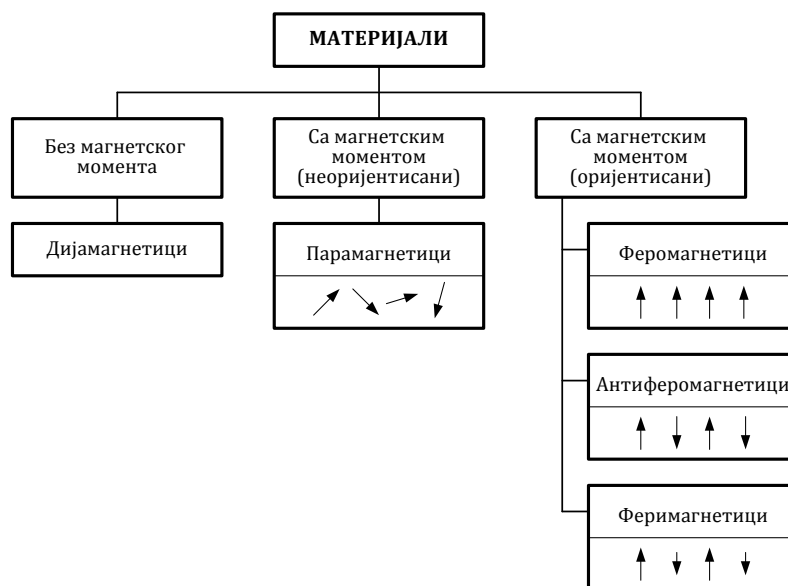
## 2. ФЕРОМАГНЕТСКИ МАТЕРИЈАЛИ

Основна подела материјала у електротехници је у погледу магнетске пермеабилности и то на три групе [9]:

- а) дијамагнетике,  $\mu_r < 1$ ,
- б) парамагнетике,  $\mu_r > 1$  и
- в) феромагнетике,  $\mu_r \gg 1$ .

Магнетска пермеабилност дијамагнетика и парамагнетика се незнатно разликује од јединице и при температури и магнетском пољу које се има у пракси је константна. Са друге стране, феромагнетски материјали се одликују врло високим вредностима релативне пермеабилности, при чему она није константна већ зависи од јачине побудног магнетског поља, као и од претходних услова магнећења материјала.

Друга подела материјала, према узајамном дејству магнетских момената атома, разврстава материјале према постојању магнетског момента у одсуству спољашњег магнетског поља. Тако, постоје материјали код којих је магнетски момент атома једнак нули у одсуству спољашњег магнетског поља и то су дијамагнетици, а постоје и материјали чији атоми имају магнетски момент различит од нуле и у одсуству спољашњег магнетског поља и то су парамагнетици, феромагнетици, антиферомагнетици и феримагнетици (ферити). Илустрација ове поделе и узајамно дејство између магнетских момената суседних атома приказана је на Слици 2.1.



Слика 2.1 – Подела материјала према узајамном дејству магнетских момената атома.

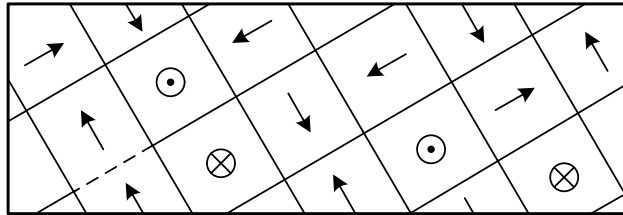
Посебно важну групу материјала за област електротехнике представљају феромагнетици. У ту групу материјала спадају гвожђе - Fe, никл - Ni, кобалт - Co и гадолинијум - Gd. Феромагнетске особине имају и легуре ових материјала са силицијумом, алуминијумом, бакром, манганом, сребром, молибденом, хромом, платином, ванадијумом и ретким земљама. Практично најзначајнију групу феромагнетских материјала у електротехници чине легуре гвожђа и силицијума. Учешће силицијума у легури иде и до 6,5%, а најчешће се користи у облику лимова или трака. Тако, легура која садржи до 2% силицијума носи назив динамо лим, а легура са 2-4,7% силицијума трансформаторски лим. У употреби су траке и лимови дебљина 0,1; 0,2; 0,35; 0,5 и 1 mm, а користе се за израду магнетских језгара електричних машина и енергетских трансформатора, као и за језгра релеја, малих мрежних трансформатора и пригушница које раде на нижим фреквенцијама. У овом раду, за ову врсту материјала користиће се назив феромагнетски лим.

Феромагнетски лим се добија хладним или топлим ваљањем, а процес кристализације може бити контролисан или не. Од процеса производње зависи и то да ли ће материјал бити анизотропан или не. Материјал је анизотропан уколико вектори који описују магнетско поље унутар материјала нису колинеарни. При мерењу, изотропни материјали показују исте карактеристике без обзира на смер побудног поља (неоријентисани, НО – енгл. Non-oriented), док су код анизотропних материјала карактеристике материјала различите за различите смерове побудног поља (оријентисани, ГО – енгл. Grain-oriented). Основна карактеристика ових материјала, и феромагнетских материјала уопште, је појава магнетског хистерезиса. Према изражености хистерезиса, феромагнетски материјали се деле на меке и тврде, а феромагнетски лимови спадају у меке феромагнетике. Више о појави магнетског хистерезиса биће речено у наредним поглављима.

### 2.1 ПРОЦЕС МАГНЕЋЕЊА ФЕРОМАГНЕТСКИХ МАТЕРИЈАЛА

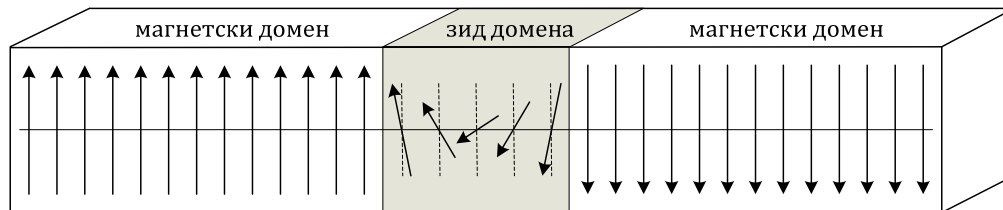
Прву хипотезу о намагњећености феромагнетика поставио је француски физичар Пјер-Ернест Вајс (Pierre-Ernest Weiss) још 1907. године [6, 10-12]. Према његовој теорији, у самом феромагнетском материјалу постоје микроне спонтане намагњећености које садрже велики број електрона. Те микроне се називају магнетски домени, а могу да садрже од  $10^{12}$  до  $10^{18}$  електрона. Спонтана намагњећеност је последица магнетских момената електрона који стварају спинови електрона (орбитни магнетски

момент је много мањи од момента спина). У оквиру једног домена магнетски моменти су постављени паралелно тако да је сваки домен намагнетисан до засићења. Ипак, укупни магнетски момент у материјалу је једнак нули јер су магнетски моменти домена различито оријентисани, као што је то приказано на Слици 2.2. Касније је овакву природу феромагнетских материјала објаснила и потврдила квантна теорија.



Слика 2.2 – Магнетски моменти домена.

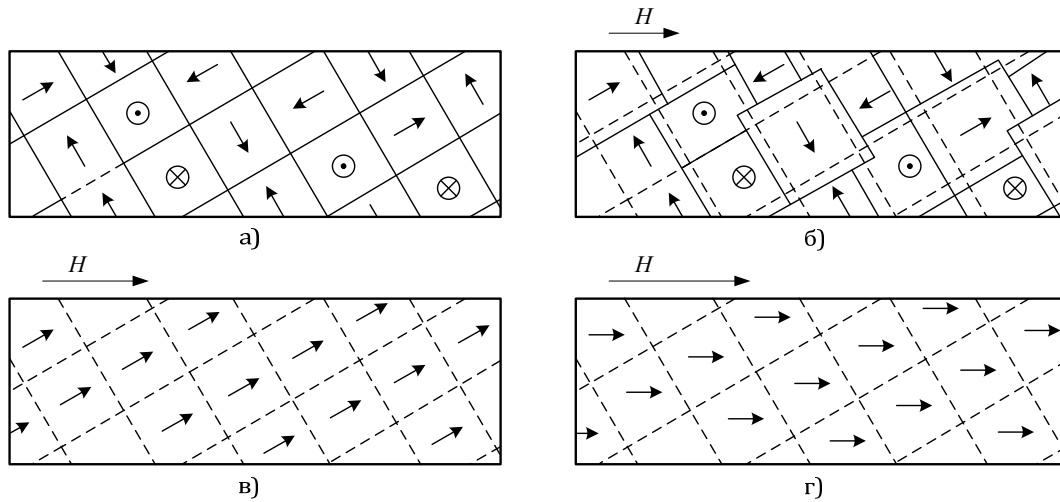
У феромагнетском материјалу постоји веома велики број домена, чије димензије најчешће варирају између  $10\mu\text{m}$  и  $100\mu\text{m}$  [9]. Пошто су суседни домени намагнетисани у различитим правцима између њих постоје прелазни слојеви у којима се постепено мења правац магнетских момената атома. Ови слојеви се називају границе домена и њихова дебљина је реда  $0,1\mu\text{m}$ . Ова промена правца у граници између домена са антипаралелним магнетским моментима је приказана на Слици 2.3.



Слика 2.3 – Окретање момената унутар границе домена.

Распоред магнетских домена унутар материјала приказан на Слици 2.4а има се када материјал није изложен дејству страног магнетског поља, нити је претходно био изложен. Уколико се материјал унесе у спољашње магнетско поље доћи ће до померања граница домена, Слика 2.4б, број домена се смањује, а њихова запремина расте. Повећавањем овог поља долази до промене правца спонтане намагнетисаности домена тако да они теже да се поставе у правцу страног магнетског поља, Слика 2.4в. Даље повећање магнетског поља до веома великих вредности доводи до нестанка граница домена и до магнетског засићења материјала, Слика 2.4г. Уколико се у оваквом стању материјала веома брзо укинуло спољашње

магнетско поље, материјал остаје делимично намагнетисан, односно постоји заостали (реланентни) магнетизам.



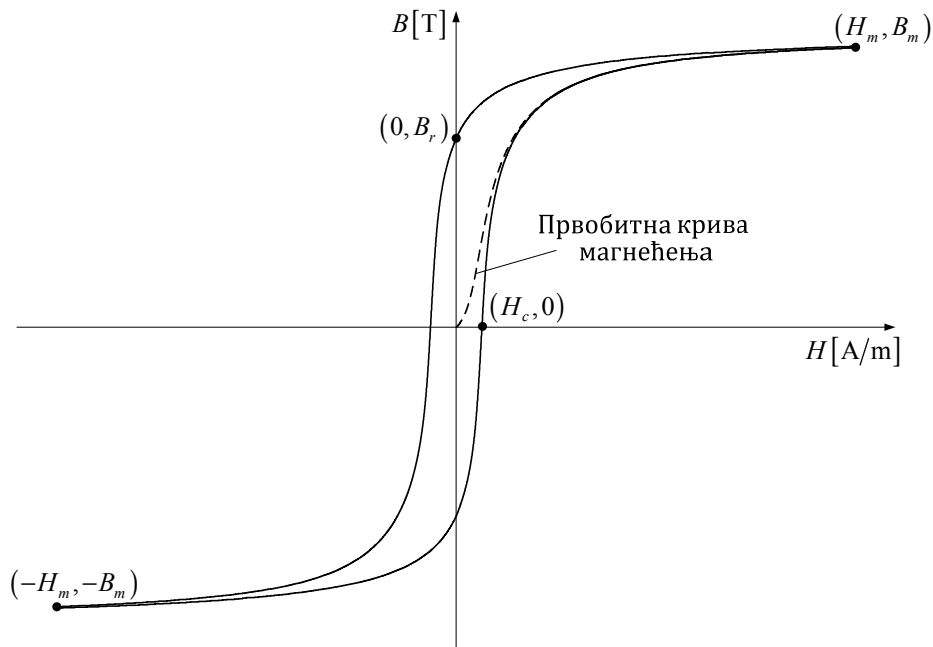
Слика 2.4 – Промена структуре домена услед страног магнетског поља.

### 2.2 МАГНЕТСКИ ХИСТЕРЕЗИС И КРИВА МАГНЕЋЕЊА МАТЕРИЈАЛА

Појаве описане у претходном поглављу се могу уочити само у току веома специфичних експеримената. Насупрот томе, уочљиве појаве које карактеришу феромагнетске материјале су: реланентни магнетизам, нелинеарност и хистерезис.

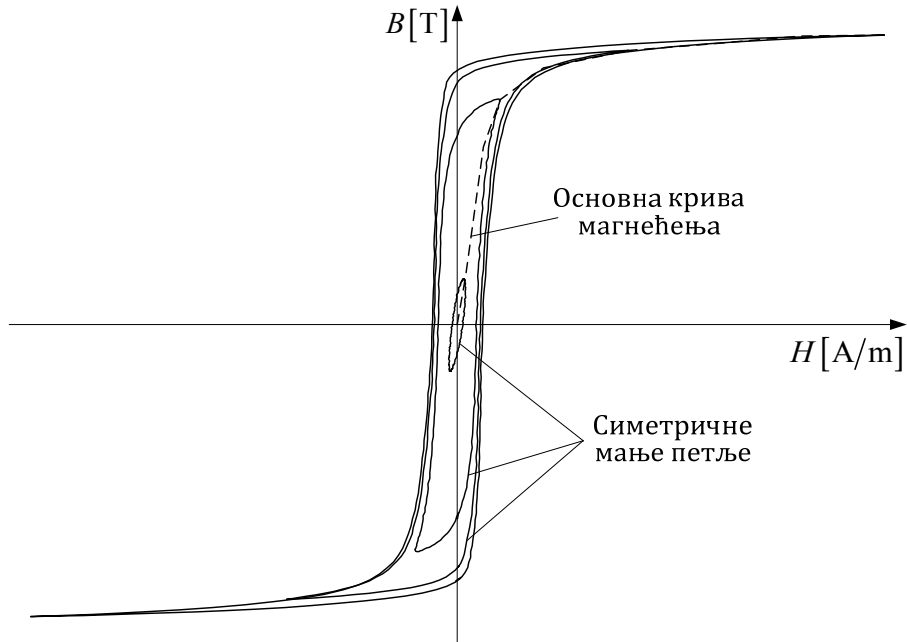
Ако материјал претходно није био изложен магнетском пољу, вредности магнетске индукције  $B$  и магнетског поља  $H$  у материјалу ће бити једнаке нули. Када се материјал изложи спољашњем магнетском пољу доћи ће до пораста магнетске индукције и поља у материјалу, а тачка тренутног магнетског стања ће се налазити на испрекиданој кривој датој на Слици 2.5. Та крива се назива првобитна крива магнећења и све док се јачина магнетског поља повећава са истим смером тачка ће се померати по тој кривој. Са већим вредностима магнетског поља, која су блиска неком максималном пољу  $H_m$ , магнетска индукција ће се спорије повећавати. Постизањем максималног поља постиже се максимална магнетска индукција  $B_m$  и у тој тачки материјал се налази у засићењу. Уколико се вредност магнетског поља почне смањивати доћи ће и до смањења магнетске индукције, али се тачка магнећења неће кретати по првобитној криви магнећења већ по горњој криви на Слици 2.5. Смањењем јачине поља до нулте вредности у материјалу се постиже реланентна индукција  $B_r$ . Даљим смањењем магнетског поља, односно повећањем у супротном смеру, долази до опадања магнетске индукције и у једном тренутку постиже се

њена нулта вредност, а при томе се има магнетско поље јачине  $-H_c$ . Ова вредност поља се назива коерцитивно поље. Ако се постигне поље јачине  $-H_m$ , магнетска индукција ће постићи своју максималну негативну вредност  $-B_m$ . При променама јачине поља од  $-H_m$  до  $H_m$  магнетска индукција ће се мењати по доњој криви на Слици 2.5, пролазећи кроз тачку  $(H_c, 0)$  све до zasiћења. Горња и доња крива са Сlike 2.5 чине хистерезисну петљу материјала.

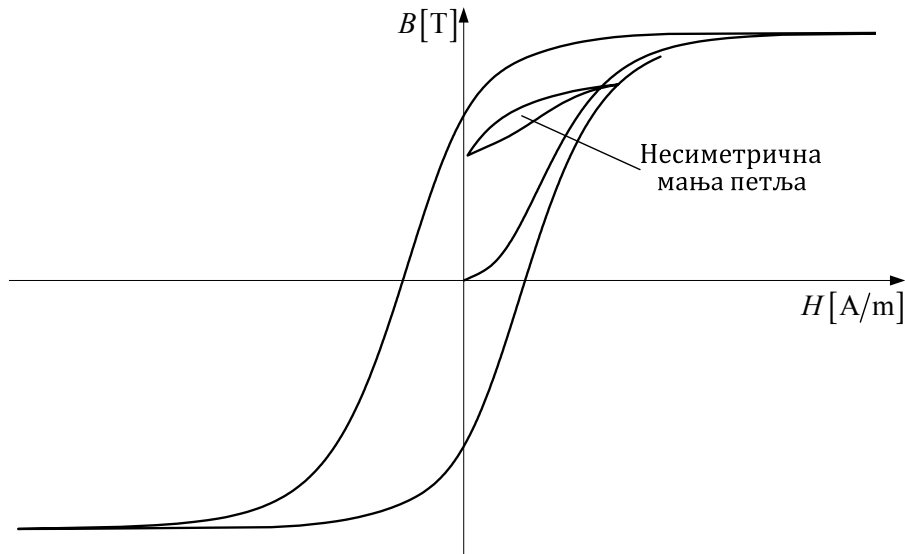


Слика 2.5 – Хистерезисна петља и првобитна крива магнећења.

За различите вредности максималног магнетског поља постижу се различите хистерезисне петље. Скуп ових петљи представља фамилију хистерезисних петљи. Спајањем врхова ових петљи добија се основна крива магнећења која делимично одступа од првобитне криве магнећења. На Слици 2.6 је приказана фамилија хистерезисних петљи и основна крива магнећења (испрекидана линија). Највећа петља на Слици 2.6 се назива и главна хистерезисна петља, док се остале петље називају минорне (мање) петље. Приказане мање петље су симетричне јер су настале услед цикличног мењања јачине магнетског поља од  $-H$  до  $H$ . Некада се циклус магнећења не одвија на овај начин, већ се при повећању јачине магнетског поља пре постизања максималне вредности почне смањивати јачина поља, а затим опет пре постизања минималне вредности почне повећавати јачина поља. Тада се добије несиметрична мања петља, као што је то приказано на Слици 2.7.



Слика 2.6 – Фамилија хистерезиса и основна крива магнећења.

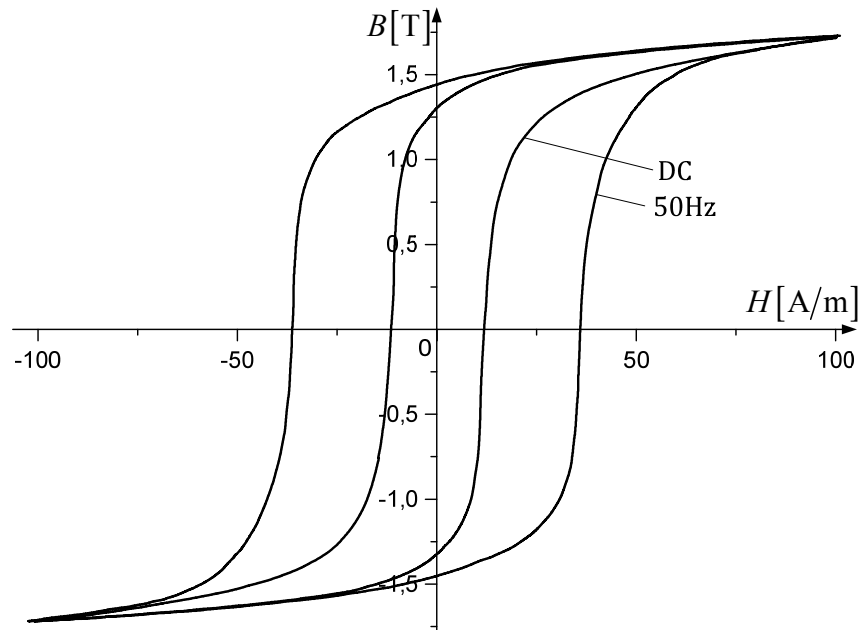


Слика 2.7 – Несиметрична мања хистерезисна петља.

Хистерезисне петље мењају свој облик услед значајне промене температуре, услед јаких механичких напрезања у материјалу и услед промене фреквенције побудног магнетског поља. Последњи од ових утицаја има највећи практични значај јер промене температуре и механичка напрезања при нормалној примени материјала нису велике. Често се као карактеристика материјала даје фамилија хистерезисних петљи добијена



при различитим фреквенцијама. Код феромагнетских лимова значајна је статичка хистерезисна петља, добијена помоћу сталног у времену побудног магнетског поља или магнетског поља које се споро мења у времену (на ниским фреквенцијама – до 1Hz). С обзиром на то да се феромагнетски лимови често користе при фреквенцији од 50Hz (60Hz у Америци и делимично у Азији), од значаја је и хистерезисна петља добијена на тој фреквенцији. Таква петља се назива динамичка хистерезисна петља. На Слици 2.8 је дат упоредни приказ уобичајене статичке (једносмерно побудно поље) и динамичке (побудно поље фреквенције 50Hz) хистерезисне петље феромагнетских лимова.



Слика 2.8 – Статичка и динамичка хистерезисна петља феромагнетских лимова.

Појава хистерезиса узрокује губитке енергије у материјалу услед промена магнетских стања у материјалу.

### 2.3 Специфични губици у гвожђу

Када се феромагнетски материјал изложи у времену променљивом магнетском пољу, онако како је то описано у претходном поглављу, доћи ће до појаве хистерезиса. Лако се може показати да су губици енергије по јединици запремине материјала за један пун циклус магнећења сразмерни површини хистерезисне петље. Укупна енергија коју феромагнетски материјал апсорбује по јединици запремине може се исказати следећим изразом [9]:

$$\frac{dW_m}{dV} = \oint_c H dB. \quad (2.1)$$

Након једног пуног хистерезисног циклуса материјал се враћа у почетно стања намагнећености. То значи да је магнетска енергија иста као на почетку тог циклуса. Апсорбована енергија током хистерезисног циклуса се претвара у топлоту и узрокује повећање температуре материјала.

Често се ови губици приказују као губици активне снаге у феромагнетском материјалу и они су једна од најбитнијих карактеристика материјала, поред хистерезисне петље и криве магнећења. Снага губитака у материјалу запремине  $V$  је дата следећим изразом [13]:

$$P = \frac{V}{T} \int_0^T H \frac{dB}{dt} dt, \quad (2.2)$$

где је  $T$  време трајања једног хистерезисног циклуса. У случају магнећења простопериодичним магнетским пољем, ово време одговара периоди побудног магнетског поља.

Ови губици се могу приказати у односу на масу  $m$  феромагнетског материјала као:

$$p_s = \frac{P}{m} = \frac{V}{mT} \int_0^T H \frac{dB}{dt} dt = \frac{1}{\rho T} \int_0^T H \frac{dB}{dt} dt, \quad (2.3)$$

где је  $\rho$  специфична маса (густина) узорка дата у  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ , и они се називају специфични губици.

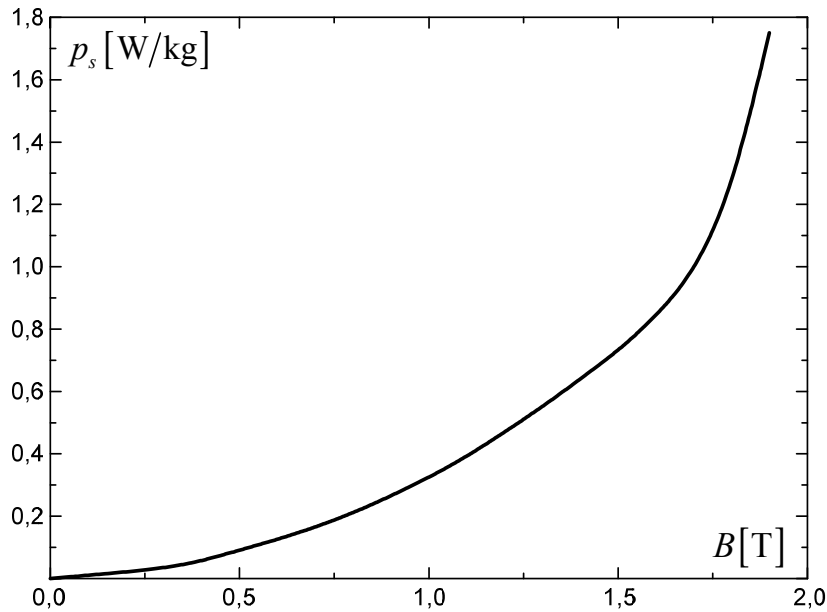
Очигледно је да су губици активне снаге услед хистерезиса директно сразмерни фреквенцији  $f$  побудног магнетског поља и максималној вредности магнетске индукције  $B_m$  (што се лако изводи из израза (2.3)) [9].

Када се феромагнетски материјал изложи простопериодичном магнетском пољу, чија је фреквенција на пример 50Hz, у њему ће се јавити губици већи него када је материјал био изложен једносмерном магнетском пољу. Разлог томе је појава вртложних струја у самом материјалу које узрокују додатне губитке активне снаге. Вртложне струје је могуће аналитички одредити помоћу основних закона из електромагнетике, а самим тим и губитке које оне производе. Сходно томе, губици у материјалу би се могли исказати као збир губитака услед хистерезиса,  $p_h$ , и губитака услед вртложних струја,  $p_v$ . Међутим, експериментално је утврђено да су укупни губици активне снаге код феромагнетских лимова већи од збира

ове две компоненте губитака. Зато се у прорачунима додаје још један члан,  $p_d$ , који представља додатне губитке активне снаге, а за који је утврђено да је последица померања граница домена у материјалу, односно да зависе од кристалне структуре материјала. Овакав приказ губитака назива се метод раздвајања губитака. Сходно томе, укупни специфични губици се могу представити следећим изразом [13]:

$$p_s = p_h + p_v + p_d. \quad (2.4)$$

Крива која показује зависност специфичних губитака од магнетске индукције,  $p_s=f(B)$ , се заједно са хистерезисном петљом и кривом магнећења најчешће даје од стране произвођача феромагнетских лимова, као техничка карактеристика која показује квалитет лима. Изглед ове криве, добијен мерењем, приказан је на Слици 2.9 (одговара кривама које се најчешће срећу у пракси).



Слика 2.9 – Специфични губици феромагнетских лимова.

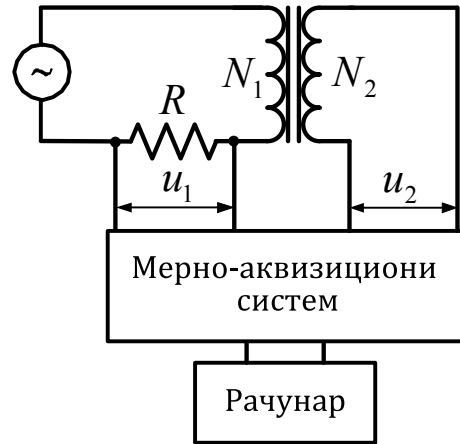
## **3. МЕТОДЕ МЕРЕЊА КАРАКТЕРИСТИКА МАТЕРИЈАЛА**

Магнетске карактеристике феромагнетских лимова се одређују коришћењем две методе мерење које су стандардизоване [14-16] и више нестандардизованих метода мерења [17-34]. Стандардизоване методе мерења тачно дефинишу услове мерења, облик и димензије узорка материјала, као и мерне карактеристике потребних инструмената. Ради се о две методе, одобрене од стране ИЕС, и то: Епштајнов рам (апарат) и тестер са једним комадом лима (енгл. Single Sheet Tester). Углавном се ове методе разликују у оном делу који се тиче самог облика и димензија узорка материјала, а остали захтеви су исти или веома слични. Зато се оне у литератури најчешће називају по облику узорка. Мана ових метода је то што коришћени узорци и побудно магнетско поље не одговарају у потпуности условима који се јављају у пракси. Зато се велики број истраживача посветио развоју других метода које би довеле до реалнијих резултата [35-49]. Методе које се све чешће користе у истраживањима тичу се мерења магнетских карактеристика феромагнетских лимова у присуству обртних магнетских поља. Идеја ових метода је у томе да у реалном случају магнетско поље мења своју вредност и у времену и у простору, по правцу и смеру, што код стандардизованих метода није случај.

### **3.1 СТАНДАРДИЗОВАНЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА**

Произвођачи феромагнетских лимова користе стандардизоване методе за добијање карактеристика феромагнетских лимова [14-16]. Електрична шема везе, прилагођена мерењу помоћу персоналног рачунара, дата је на Слици 3.1 [16].

Извор наизменичног напона је повезан на ред са магнетизационим (примарним) намотајем узорка и чисто омским отпорником. Секундарно коло чини секундарни намотај узорка. Напон са отпорника и напон са секундарног намотаја су повезани на два аналогна улаза мерно-аквизиционог система. Овај систем чине аквизиционе картице и кућиште. Аквизиционе картице врше прилагођавање сигнала и А/Д конверзију, а кућиште обезбеђује напајање за картице и повезује их са персоналним рачунаром. Рачунар помоћу програма мери податке, обрађује их и на основу њих врши прорачун величина од интереса.



Слика 3.1 – Шема мерно-аквизиционог система за мерење магнетских карактеристика.

На основу измерених напона могу се израчунати јачина магнетског поља  $H$ , магнетска индукција  $B$  и специфични губици активне снаге  $p_s$  у узорку помоћу следећих израза [16]:

$$H = \frac{N_1}{Rl_{eff}} u_1(t), \quad (3.1)$$

$$B = \frac{1}{N_2 S_0} \int_0^t u_2(t) dt, \quad (3.2)$$

$$p_s = \frac{f N_1}{N_2 m R} \int_0^T u_1(t) u_2(t) dt, \quad (3.3)$$

где је  $N_1$  - број навојака примарног намотаја,  $N_2$  - број навојака секундарног намотаја,  $m$  - маса узорка,  $l_{eff}$  - ефективна дужина магнетског кола,  $S$  - површина попречног пресека узорка,  $R$  - отпорност чисто омског отпорника,  $f$  - фреквенција и  $T=1/f$  - периода.

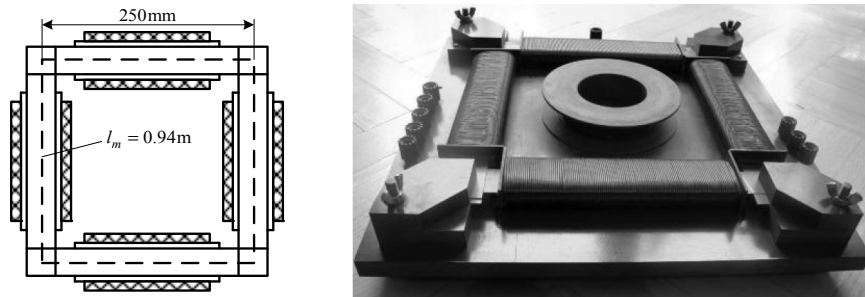
Као мерни узорак се користи Епштајнов рам [14] или тестер са једним комадом лима [15], чији изглед је приказан на Сликама 3.2 и 3.3.

Епштајнов рам чине примарни и секундарни намотај, као и узорак који треба да буде испитан. Узорак чине лимови сложени у квадрат, а при томе им се крајеви преклапају на угловима. Тако настаје узорак са четири стране исте дужине и попречног пресека. Појединачни лимови се секу из једног великог комада лима, коначног производа. Они могу бити сечени у различитим правцима у односу на крајњу ивицу целог комада, најчешће се секу паралелно или нормално на ту ивицу. Димензије лимова су  $280 \times 30 \text{ mm}$ , тако да се њиховим преклапањем на крајевима формира квадрат странице

250mm (гледано по испрекиданој линији на Слици 3.2). Дебљина слоја који формирају лимови треба да буде до 10mm. Намотавају се четири примарна намотаја (на свакој страници квадрата, дужине око 190mm) који, везани на ред, чине један намотај. На исти начин се претходно испод примарног намотаја намотава секундарни намотај. Препоручени укупан број навојака је 700 или 1000, за оба намотаја. Ефективна дужина магнетског кола  $l_{eff}$  износи 0,94m, а површина попречног пресека језгра се израчунава према следећем обрасцу:

$$S = \frac{m}{4l\rho}, \quad (3.4)$$

где је  $m$  маса целог рама,  $l$  дужина траке од које је направљен рам, а  $\rho$  је густина испитиваног материјала. Величине од интереса могу се израчунати помоћу израза (3.1) – (3.3).

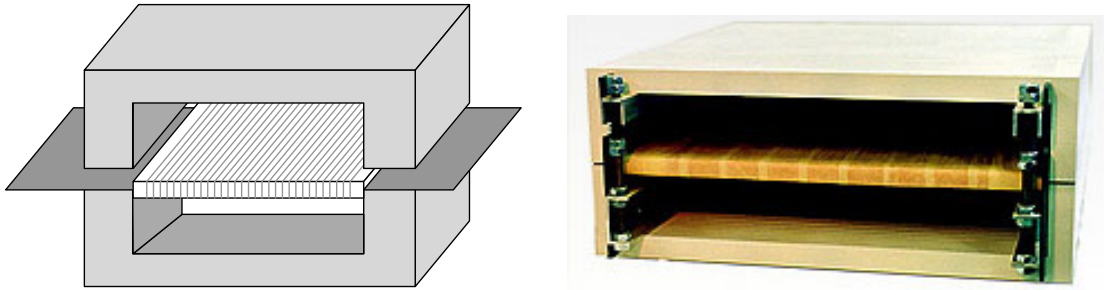


Слика 3.2 – Епштајнов рам (апарат).

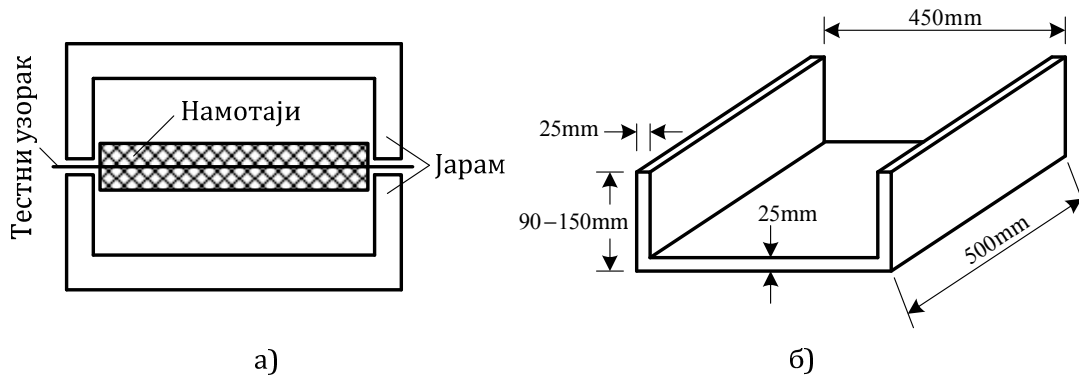
Код тестера са једним комадом лима узорак је само један лист лима димензија 50×50cm, а остатак магнетског кола чине два гвоздена јарма (помоћу којих се затвара коло). Јармови треба да буду направљени од феромагнетског лима или легуре никла и гвожђа чији губици на фреквенцији од 50Hz, при магнетској индукцији од 1,5T, не прелазе 1W/kg. Димензије јарма дате су на Слици 3.4. Примарни намотај се намотава преко целог узорка материјала који се тестира, Слика 3.3, тако да има бар 400 навојака. Број навојака секундарног намотаја није дефинисан већ зависи од мерне опреме. Ефективна дужина магнетског кола  $l_{eff}$  износи 0,45m, а површина попречног пресека језгра се израчунава према следећем обрасцу:

$$S = \frac{m}{l\rho}, \quad (3.5)$$

где је  $m$  маса лима,  $l$  дужина лима (најчешће 50cm), а  $\rho$  је густина испитиваног материјала. Величине од интереса могу се израчунати помоћу израза (3.1) – (3.3).



Слика 3.3 – Тестер са једним комадом лима.



Слика 3.4 – Димензије тестера са једним комадом лима.

Ова два мерна узорка (Епштајнов рам и тестер са једним комадом лима) се користе од стране произвођача феромагнетских лимова широм света за добијање њихових магнетских карактеристика. Како би добијене карактеристике биле упоредиве, за корисника лима, вршена су опсежна лабораторијска истраживања и вршено је поређење резултати мерења специфичних губитака активне снаге добијених коришћењем оба узорка (начињеног од истог материјала). На основу тих истраживања успостављена је веза између резултата добијених помоћу Епштајновог апарата и резултата добијених помоћу тестера са једним комадом лима за магнетске индукције између 1Т и 1,8Т. Веза између ових резултата дата је међународним стандардом [15], изразом:

$$p_{s,SST} = p_{s,EPS} (1 + \delta p / 100), \quad (3.6)$$

где је  $p_{s,SST}$  резултат добијен помоћу тестера са једним комадом лима,  $p_{s,EPS}$  резултат добијен помоћу Епштајновог апарата, а  $\delta p = 1.46 + 0.242B^5$ .

Резултати добијени мерењем на ова два начина не представљају апсолутне карактеристике материјала. Резултат мерења значајно зависи од облика узорка и начина припреме (велики утицај имају механичка напрезања, квалитет сечења, облик и димензије). Тако добијени резултати





С друге стране, у пракси је чест и случај да је материјал изложен утицају магнетског поља које има променљив правац и смер. У случају електричних машина, материјал је изложен дејству обртног магнетског поља. Овакво поље ствара у материјалу другачије услове магнетисања од оних који се имају при тестирању стандардизованим методама. Тада се у материјалу јављају губици који су значајно већи од оних који се добијају при мерењу коришћењем стандардизованих метода. Они се називају губици у гвожђу услед обртних магнетских поља (ГОМП). Због свега наведеног број нових истраживања посвећен развоју нових метода мерења у којима би услови мерења одговарали онима који се остварују у пракси је велики. Посебан напредак је остварен у области тестирања помоћу обртних магнетских поља, али нису остварена довољно добра слагања и поновљивост резултата на међународном нивоу. Тако су различите лабораторије дошле до значајно различитих резултата када су у питању мерења ГОМП код неоријентисаних материјала. Код оријентисаних материјала су слагања много боља и на задовољавајућем нивоу. Ипак, до сада није стандардизован ниједан од предложених метода.

### 3.2 НЕСТАНДАРДИЗОВАНЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА

Обртно магнетско поље може бити остварено са два или више намотаја који су просторно померени за одговарајући угао ( $\pi/2$  за двофазно поље,  $2\pi/3$  за трофазно поље, итд.). Истовремено, струје кроз поједине намотаје треба да буду фазно померене за исти угао као и намотаји. Ако се (3.3) напише у другом облику:

$$p_s = \frac{V}{mT} \int_0^T H(t) \frac{dB(t)}{dt} dt, \quad (3.7)$$

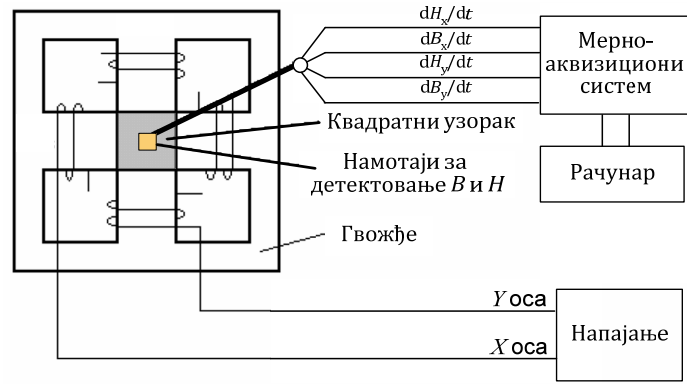
где је  $V$  - запремина узорка,  $H$  - јачина магнетског поља и  $B$  - магнетска индукција, могу се и губици које ствара обртно магнетско поље изразити на сличан начин [13]:

$$p_r = \frac{V}{mT} \int_0^T \left( H_x(t) \frac{dB_x(t)}{dt} + H_y(t) \frac{dB_y(t)}{dt} \right) dt \quad (3.8)$$

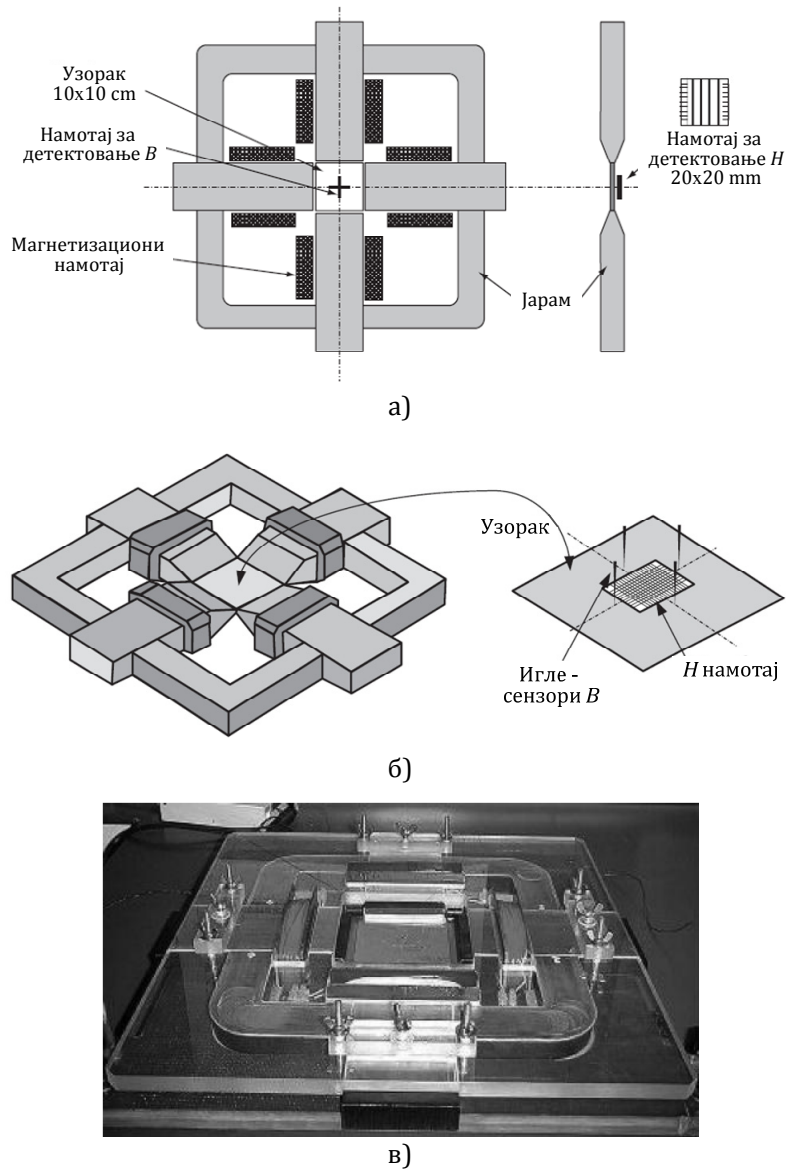
Принципијелна шема везе за мерење губитака у двофазном обртном пољу приказана је на Слици 3.6 [17].

Могући облици магнетских кола и положај мерног узорка за двофазно мерење ГОМП приказани су на Слици 3.7 [18-21]. Узорак је квадратног облика, најчешће димензија реда  $100 \times 100 \text{mm}$ .

### 3. Методе мерења карактеристика материјала

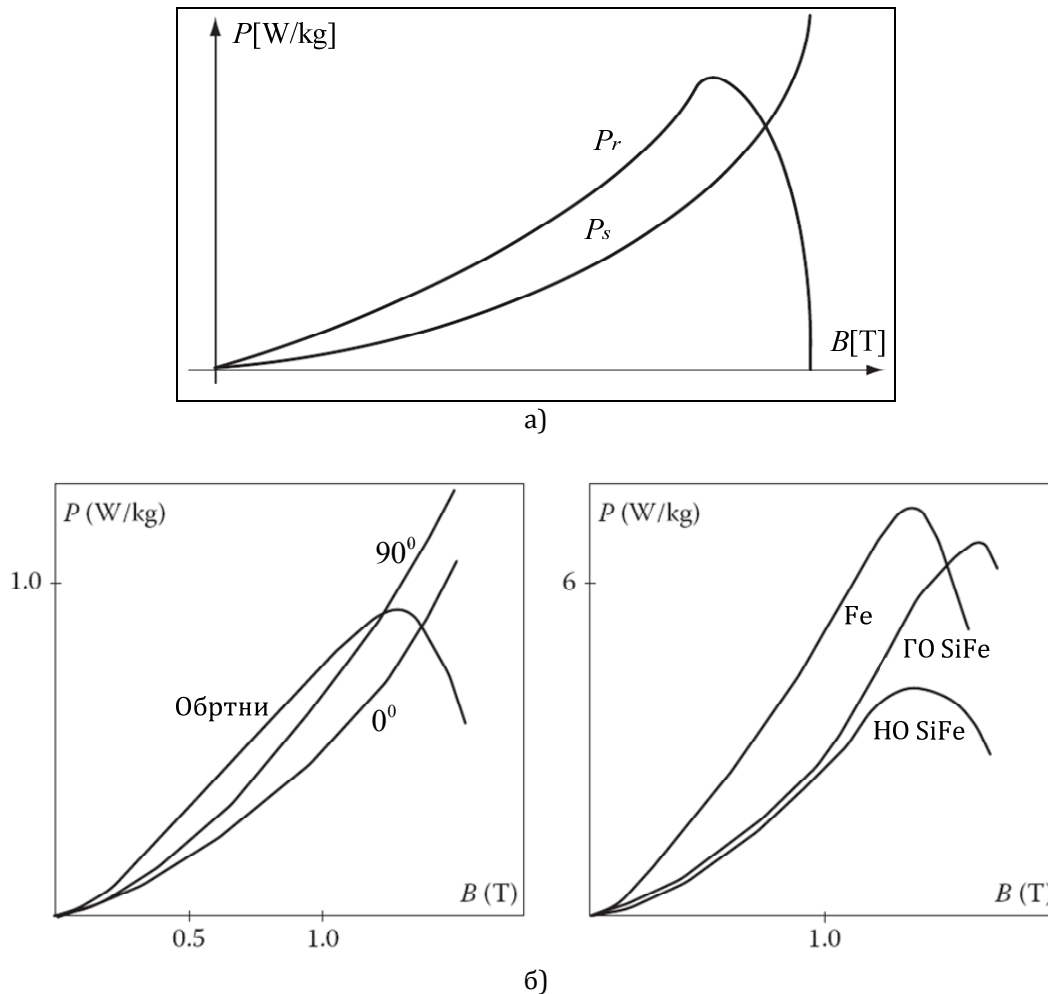


Слика 3.6 – Принципијелна шема везе за мерење ГОМП.



Слика 3.7 – Тестер са једним комадом лима и обртним магнетским пољем.

Типичне криве које показују зависност специфичних губитака у функцији магнетске индукције су приказане на Слици 3.8 [26, 27].



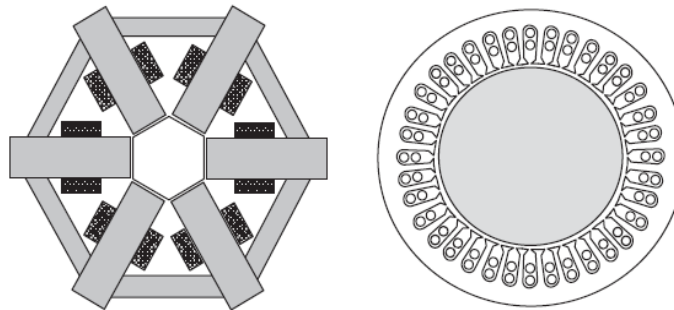
Слика 3.8 – Криве класичних и ГОМП.

Са графика на Слици 3.8а се може видети да су ГОМП већи од класичних губитака када је индукција у узорку мања од њене вредности у засићењу. Када се постигне засићење ГОМП почињу да опадају и чак могу бити и мањи од класичних губитака, а у потпуном засићењу падају на нулу. Разлог овоме је основна разлика код ове две врсте губитака: у обртном пољу узорак остаје засићен (интензитет магнетског поља се не мења, већ се мењају његов правац и смер), а у класичном аксијалном пољу се узорак увек два пута размагнетише у току једног циклуса (магнетско поље се мења по интензитету и смеру, не и по правцу), што повећава губитке. График на Слици 3.8б показује разлику у губицима код оријентисаних лимова када су они изложени различитим побудним пољима и то: стандардизованој

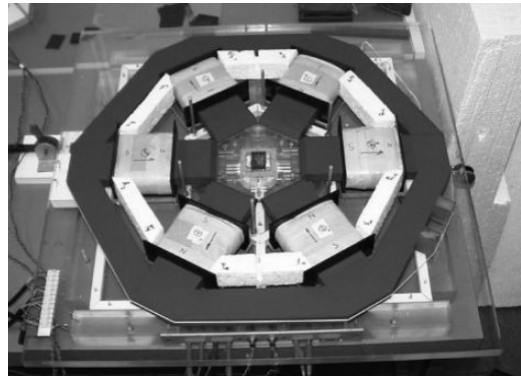
### 3. Методе мерења карактеристика материјала

побуди у смеру ваљања ( $0^\circ$ ) и нормално на смер ваљања ( $90^\circ$ ), као и обртној побуди. Уочава се да се најмањи губици имају за лим који је сечен у смеру ваљања, а да су до zasiћења ГОМП највећи. На десном графикау је приказано поређење ГОМП код чистог гвожђа (Fe), оријентисаних гвоздених лимова (ГО SiFe) и неоријентисаних гвоздених лимова (НО SiFe), а последњи имају најмање губитке.

За мерење ГОМП су коришћени и други облици узорака и магнетизационих система. Типичан пример је шестоугаони магнетизациони систем са трофазним обртним побудним пољем, Слика 3.9 [22-25].



а)



б)

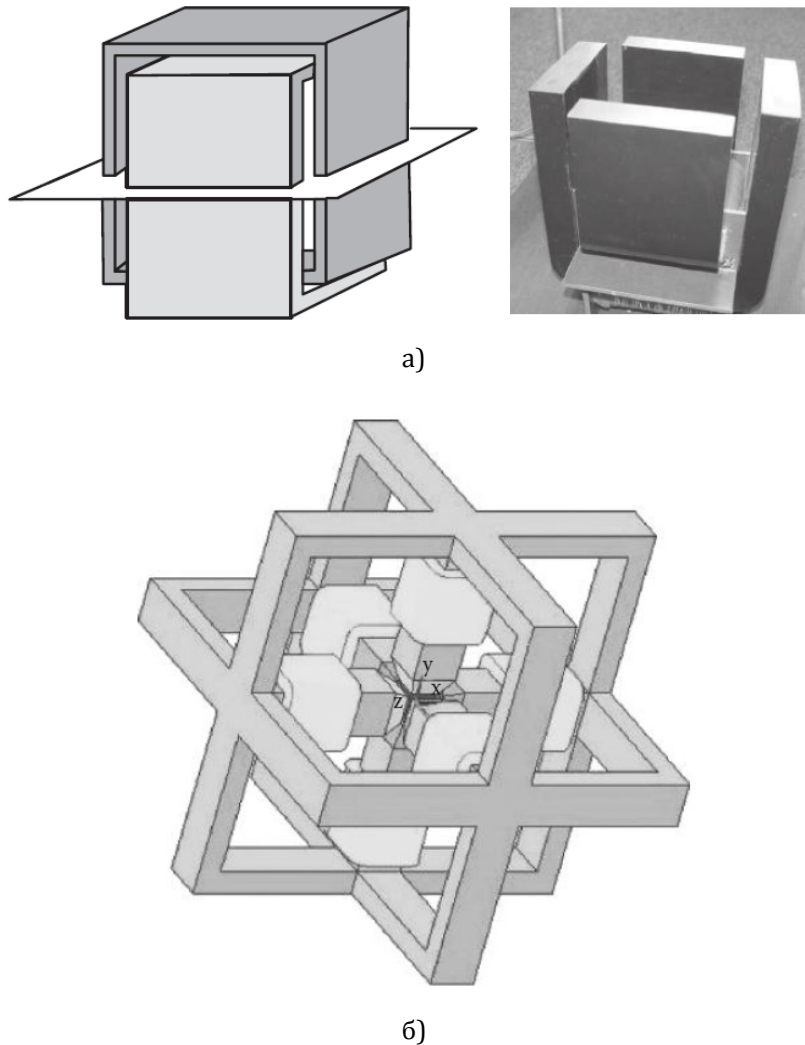


в)

Слика 3.9 – Шестоугаони и кружни магнетизациони систем.

Овај систем има неколико предности у односу на двофазни, а првенствено што је најсличнији статору трофазног мотора. Осим тога, лакше је постићи хомогено магнетско поље чак и када су потребне високе вредности. У кружном и вишефазном магнетизационом систему [42, 43], Слика 3.9а, узорак је намагнетисан једнако у свим правцима, што је пожељно. Као основа система може да послужи и статор електричног мотора, што је и приказано на Слика 3.9в. Остварени резултати показују исти тренд као код двофазних побудних поља.

Осим наведених система магнетизације, веома су интересантни и такозвани вертикални тестери са само једним комадом лима. Такви системи се називају дводимензионални [29-31] и тродимензионални [32, 33], тј. 2D и 3D системи, респективно. Неки од постојећих решења су приказани на Слици 3.10.

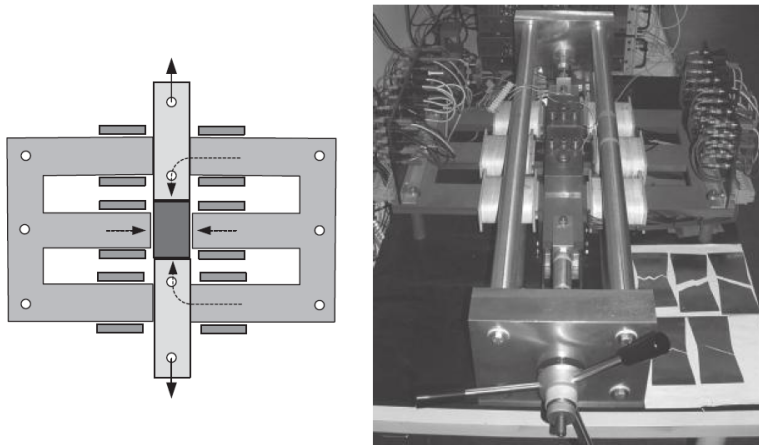


Слика 3.10 – Вертикални магнетизациони систем: а) 2D и б) 3D.

Резултати остварени коришћењем ових система су везани за појединачне експерименте. Исти значајно зависе од димензија, тако да тестови карактеришу само испитиване узорке. У овом тренутку не постоји довољно података о губицима добијеним на овај начин. Ипак, пример са Слике 3.10а је интересантан јер даје могућност да се изврше испитивања на узорку који има веома велике димензије.

#### 3.2.1 Друга нестандардизована тестирања

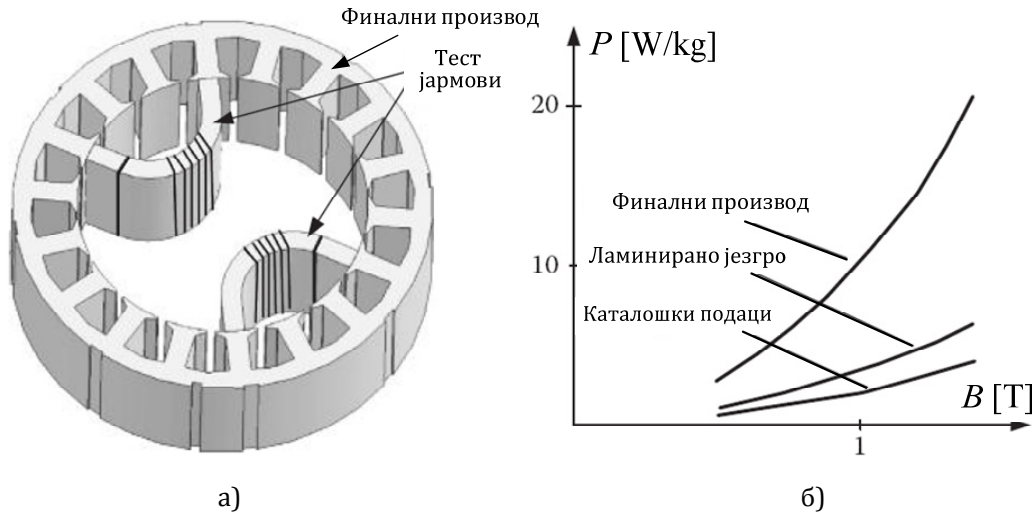
Магнетске карактеристике феромагнетских лимова не зависе само од облика узорка, његових димензија, или врсте побудног поља, већ и од температуре, механичког напрезања, фреквенције побудног поља, начина сечења узорка, утицаја спољашњих магнетских поља, нпр. јаких магнетских поља сталних магнета, као и од тога да ли се ради о континуалном сигналу побуде или импулсно модулисаном сигналу. Показано је још и то да ГОМП зависе и од смера обртања магнетског поља. Сваки од ових утицаја мање или више делује на промену губитака, а узимање истог у обзир подразумева сасвим нову прилагођену мерну апаратуру, знатно сложенију него ону која се користи при мерењу стандардизованим методама, као и онима намењеним испитивању ГОМП. Један пример мерне апаратуре је приказан на Сlici 3.11 [44]. Приказана апаратура се користи за мерење губитака у гвожђу када је узорак изложен механичком напрезању.



Слика 3.11 – Мерење губитака под механичким напрезањем.

На Сlici 3.12 је приказана промена губитака у гвожђу при изради готовог производа од феромагнетских лимова [45]. Каталожки подаци које је дао произвођач су добијени коришћењем стандардизоване методе, помоћу тестера са једним комадом лима. Од лима се затим исеку кружни комади и поређају један на други у слој жељене дебљине. Затим се од тог

језгра исеца статор мотора који представља коначни производ, Слика 3.12а. Уколико се изврши мерење губитака са овако добијеним статором, додавањем тестних јармова са побудним намотајима, могу се добити губици у гвожђу за конкретан готов производ. Као што је приказано на Сlici 3.12б, ови губици су и више од два пута већи од каталошки датих губитака [45].



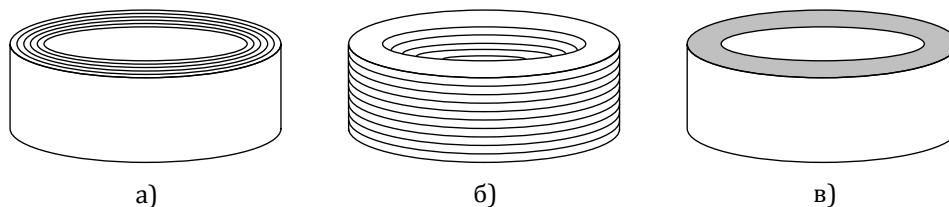
Слика 3.12 – Промена губитака након исецања језгра статора мотора:  
а) статор мотора са тестним јармовима и б) криве специфичних губитака.

### 3.3 МЕРЕЊЕ ПОМОЋУ ТОРУСНОГ УЗОРКА

Употреба језгра торусног облика као узорка помоћу којег се одређују магнетске карактеристике феромагнетског материјала је веома честа. Ипак, његова употреба није у потпуности стандардима предвиђена за одређивање магнетских карактеристика свих врста феромагнетских лимова (легури гвожђа и силицијума). Тако се ИЕС стандард [16] односи на коришћење торусног узорка у мерењима магнетских карактеристика меких магнетских материјала као што су неке врсте феромагнетских лимова (специјалне легуре), аморфни и нанокристални материјали, пресовани и синтеровани материјали, убризгавани и ливени делови, као и магнетски меки композитни материјали. За те сврхе могу се користити торусни узорци добијени на три начина и то: намотавањем траке (Слика 3.13а), слагањем прстенова добијених пресовањем из већег комада лима (Слика 3.13б) и пресовањем (за материјале у облику праха) или исецањем из већих комада материјала (Слика 3.13в).

Најчешће се у пракси за одређивање карактеристика феромагнетских лимова користе торусна језгра добијена намотавањем траке. Трака је

претходно добијена исецањем из великог комада феромагнетског лима. Намотавање траке ствара механичка напрезања у материјалу која значајно утичу на погоршање његових магнетских карактеристика [50]. Ова механичка напрезања се могу елиминисати накнадним загревањем, тзв. жарењем језгра. Поменути поступак подразумева постепено загревање језгра до температуре од око  $800^{\circ}\text{C}$ , у трајању од неколико сати па и до једног дана, а затим и постепено хлађење до температуре околине. На овај начин се отклањају механичка напрезања и обнављају магнетске карактеристике материјала, али оне никада не могу у потпуности одговарати онима које је имао лим из кога је сечена трака. Разлог томе је промена структуре материјала до које долази током намотавања и жарења језгра.



Слика 3.13 – Три облика торусног језгра:  
а) намотана трака, б) пресовани прстенови и в) пресовани прах.

Међународним стандардима нису строго дефинисане димензије самог узорка, као што је то случај за Епштајнов апарат и тестер са једним комадом лима. У стандардима су дате одређене препоруке које се односе на димензије торуса. Тако је у [51] препоручено да, при мерењу магнетских карактеристика материјала изложеног једносмерном магнетском пољу, однос спољашњег и унутрашњег пречника не би сме бити већи од 1,1. Ако се мерење врши временски променљивим магнетским пољем, фреквенције између 20Hz и 200kHz, стандард [16] препоручује да овај однос не прелази вредност 1,4, а најбоље је да овај однос буде мањи од 1,25. Препоруке које се односе на ширину траке у овим стандардима нису дате. Међутим, кроз истраживања [52-54] је показано да већа ширина траке, 20mm до 30mm, треба бити коришћена при мерењима са мотаним торусним узорцима. Стандардне препоруке за примарни и секундарни намотај су да се они намотају преко целог обима торуса. Међутим, у пракси се најчешће примарни намотај намотава преко целог обима торуса, а секундарни намотај само делимично. Важно је да оба намотаја буду густо и равномерно намотани.

За торусна језгра добијена намотавањем траке од феромагнетског материјала, што је случај у овој докторској дисертацији, стандардом [16] је препоручено да се ефективна дужина магнетског кола израчунава преко средње линије торуса као:



$$l_{eff} = \pi(r_s - r_u), \quad (3.9)$$

где су  $r_s$  и  $r_u$  спољашњи и унутрашњи полупречник турса. Такође, у овом стандарду је препоручено да се површина попречног пресека језгра израчунава помоћу израза (3.10):

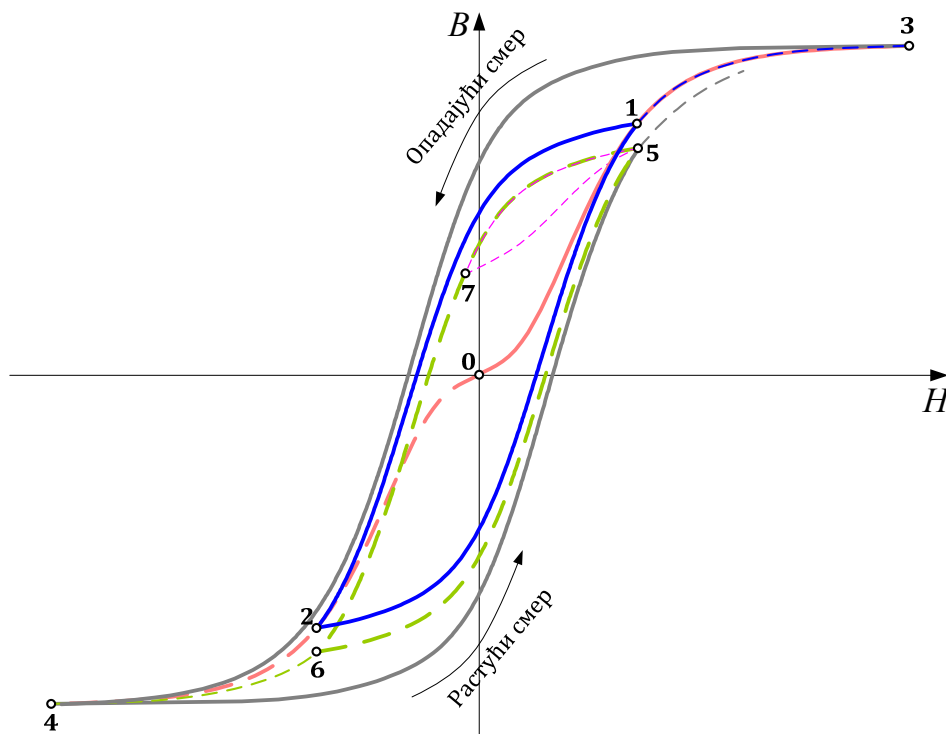
$$S = \frac{m}{\pi \rho (r_s + r_u)}, \quad (3.10)$$

где је  $m$  маса лима, а  $\rho$  је густина испитиваног материјала.

Мерење магнетских карактеристика материјала се спроводи према електричној шеми приказаној на Слици 3.1, а величине од интереса се израчунавају коришћењем израза (3.1) – (3.3).

## 4. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ХИСТЕРЕЗИСНЕ ПЕТЉЕ

Први детаљан опис правилности уочених у процесу магнећења феромагнетика дао је Маделунг (1905) [5], дефинишући тада правилности у хистерезисном циклусу, као што су „повратак у претходну тачку“ и „ишчезавање“, које прате једна другу, а јављају се при формирању мањих петљи. Касније је уочена још једна значајна правилност [55], „подударност“, која се односи на поклапање кривих у оквиру сложеног процеса магнећења. Ове правилности у многоме су помогле исправном разумевању процеса магнећења и утицале су на логику која би се могла користити приликом моделовања магнетског хистерезиса. Да би се објасниле ове правилности, као и друге особине хистерезисног циклуса, најбоље је везу између мањих петљи, главне петље, првобитне криве магнећења и транзијентних кривих илустровати на једном месту. То је приказано на Слици. 4.1.



Слика 4.1 – Регуларности у хистерезисном циклусу.

Нека се претпостави да материјал претходно није био намагнетисан. Ово стање је представљено тачком 0 на Слици 4.1. Након тога, интензитет магнетског поља у материјалу се повећава, повећава се и вредност магнетске индукције, и достиже се тачка 1 на **првобитној кривој**

**магнећења 0-1-3** (црвена линија). Ако у овом тренутку интензитет магнетског поља почне да опада (**тачка 1 постаје прва реверзна тачка**) преко криве 1-2 (плава линија) достиже се тачка 2 која је одабрана тако да буде симетрична тачки 1 у односу на тачку 0. Тачка 2 лежи на кривој 0-2-4 (испрекидана црвена линија) која је негативна еквиваленција првобитне криве магнећења. Нека је ова тачка друга реверзна тачка, тј. након што магнетско поље достигне негативну вредност у тачки 2 оно се опет повећава до максималне вредности у тачки 3 (**позитиван врх главне петље**), па се добија нова прелазна крива 2-1-3 (плава линија). Ова крива ће проћи кроз тачку 1, формирајући **мању симетричну хистерезисну петљу 1-2-1**. Након проласка кроз тачку 1, крива 2-1-3 (у делу приказаним испрекиданом плавом линијом) се поклапа са првобитном кривом магнећења.

Ако магнетско поље почне да се смањује од тачке 3, Слика 4.1, добиће се прелазна крива 3-4 (сива линија). Ово је **опадајућа крива главне хистерезисне петље**, а тачка 4 је **негативан врх главне хистерезисне петље**. Поновним повећањем јачине магнетског поља добија се крива 4-5 (сива линија). Она је део **растуће криве главне хистерезисне петље**. Вредност магнетског поља у тачки 5 је одабрана тако да буде иста као у тачки 1.

Ако тачка 5 на Слици 4.1 постане нова реверзна тачка, добиће се нова крива 5-6 (испрекидана зелена линија). Вредност магнетског поља у тачки 6 је одабрана тако да буде иста као у тачки 2. Добијена **крива 5-6 биће подударна са кривом 1-2**. Ако магнетско поље наставља да се смањује после тачке 6 поново ће се достићи тачка 4. Крива **5-6-4 представља реверзну криву првог реда** која почиње на растућем делу главне петље. Ако тачка 6 постане нова реверзна тачка поново ће се достићи тачка 5. **Мања петља 5-6-5 је подударна са мањом петљом 1-2-1**.

Друга мања петља може да се формирати ако магнетно поље опада поново од тачке 5 и потом расте од тачке 7, приказано испрекиданим љубичастим линијама на Слици 4.1. Ово је случај **несиметричне мање петље**. Опадајући део ове мање петље је подударан са опадајућим делом мање петље настале између тачака 5 и 6. Након поновног достизања тачке 5, прелазна крива прати растући део главне хистерезисне петље.

Правилност „**ишчезавање**“ је илустрована након другог проласка кроз тачку 1, односно након формирања мање петље 1-2-1. Прелазна крива наставља да прати првобитну криву магнећења, од тачке 1 до тачке 3, јер се процес магнећења претходно (пре реверзне тачке 2) одвијао по првобитној

кривој магнећења полазећи од ненамагнетисаног стања. Процес магнећења се наставља као да су избрисане све претходне екстремне вредности, односно као да су оне ишчезле. Још један пример ове правилности може се уочити након трећег проласка кроз тачку 5. Након формирања мање петље 5-7-5, крива наставља да прати растући део главне хистерезисне петље. Истовремено, кроз ова два случаја се може уочити и правилност „**повратка у претходну тачку**“ јер се након реверзне тачке нова прелазна крива враћа до претходне реверзне тачке (под условом да пре тога не настане нова реверзна тачка). Правилност „**подударност**“ петљи је илустрована у формирању мањих петљи 1-2-1 и 5-6-5. Ове петље су формиране између две исте узастопне екстремне вредности магнетског поља и оне су подударне. Поред ових правилности, показано је да код прелазних кривих не би требао да постоји негативни нагиб.

Математички модел хистерезиса треба да има могућност моделовања свих прелазних кривих приказаних на Слици 4.1, узимајући у обзир наведене правилности. До сада је развијен велики број математичких модела хистерезиса о чему ће бити више речи у наредном поглављу.

#### 4.1 ПРЕГЛЕД ПОСТОЈЕЋИХ МОДЕЛА ХИСТЕРЕЗИСА

Постојећи математички модели хистерезиса потичу из различитих области науке, али се са више или мање успеха могу применити и за моделовање магнетског хистерезиса. Углавном су модели добијали називе према именима аутора. Тако, неке од важнијих постојећих модела су осмислили Stoner-Wohlfarth, Hauser, Chua, Bouc-Wen, Coleman-Hodgdon, Bergqvist, Takacs, Preisach и Jiles-Atherton [55-82].

Stoner-Wohlfarth-ов модел [58] је у широкој употреби за моделовање процеса магнећења код феромагнетика са једним магнетским доменом. Користи се за моделовање мале магнетне честице у магнетским меморијама, биомагнетизму, магнетизму камења и палеомагнетизму.

Hauser-ов (енергетски) модел [58] се првенствено користи да опише статистичко понашање магнетних домена у магнетском пољу. Модел се појављује у облику трансцендентних једначина за излазну променљиву која се може нумерички решити. Овај модел се лако може инвертовати (могуће је израчунати улазну променљиву као функцију излазне) и може се применити нумерички, што су његове предности.

Chua-ов модел [61, 62] је дат динамичком диференцијалом једначином која даје везу између магнетског поља и индукције у

материјалу. Параметри модела су пермеабилност, реверзибилна пермеабилност и хистерезисни параметар који се одређују експериментално. Модел је најчешће примењиван у симулацији резонантних кола, посебно у случају када постоје хаотични фликери.

Воус-Вен-ов модел [58] предложио је прво Воус који је употребио диференцијалну једначину првог реда да опише опадајућу и растућу криву хистерезисне петље. Модел је накнадно модификовао Вен и користио га углавном за предвиђање пластичне деформације код механичких система.

Coleman-Hodgdon-ов модел [58] описује диференцијална једначина првог реда. Модел је првобитно примењен на суперпроводницима и феритима. Може се интегралити аналитички, тако да се може извести затворена форма израза за неке величине са хистерезисне петље, као што су засићење, губици, диференцијалне суцептибилности и друго.

Bergqvist-ов модел [63, 64] се базира на претпоставци да се магнетски материјал састоји од коначног броја псеудо честица, односно делова запремине са различитом магнетизацијом. Сходно томе, укупна магнетизација је збир појединачних намагњећености свих псеудо честица. Модел описује интегрална једначина, а примењен ја на моделовање динамичких хистерезисних петљи, као и за моделовање хистерезиса и губитака услед обртног магнетског поља.

Takacs-ов модел [65] се заснива на примени хиперболичке аркустангенс функције за описивање хистерезисне петље. Модел даје тачне математичке дефиниције свих облика хистерезисних петљи, укључујући симетричне и несиметричне мање петље, а такође дефинише и реверзне криве првог и вишег реда. Модел се може користити и за прорачун пермеабилности и губитака. Користи се код моделовања магнетског хистерезиса и моделовања хистерезиса код пуњења и пражњења NiMH (Никл-метал-хидрид) батерија. Мана овог модела су велика одступања од експерименталних резултата, па су потребна побољшања у зависности од примене.

Модели Preisach-а и Jiles-Atherton-а су најчешће коришћени модели и имају велики теоријски и практични значај, стога у наставку следи њихов детаљнији опис.

Preisach-ов модел [55-60] је првобитно развијен да опише процес магњећења у системима феромагнетских честица. Иако је модел предложен средином 1930-их, он је постао широко коришћен од стране научне заједнице тек средином 1980-их, када га је употребио Mayergouyz. Од тада,

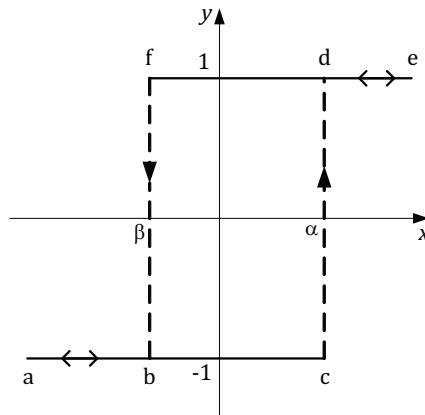
модел је проширен и користи се да опише феномен хистерезиса у многим областима науке, као што су електромагнетика, економија, биологија, геологија и постао је један од најчешће коришћених математичких модела у литератури. Модел је широко цењен због своје тачности у различитим применама, али и критикован због својих ограничавајућих хипотеза.

Излазна променљива у овом моделу се дефинише као:

$$y(t) = \iint_{\alpha > \beta} \hat{\gamma}_{\alpha\beta} x(t) P(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \int_{-\infty}^{\infty} \text{sign}[x(t) - \alpha] R(\alpha) d\alpha, \quad (4.1)$$

где су  $P(\alpha, \beta)$  (уз  $\alpha > \beta$ ) и  $R(\alpha)$  произвољне тежинске функције,  $x(t)$  је улазна променљива, а  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$  хистерезисни оператор, Слика 4.2, дефинисан као:

$$\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & x(t) > \alpha \\ 1, & x(t) \in [\alpha, \beta] \wedge x(t_-) = \alpha \\ -1, & x(t) < \beta \\ -1, & x(t) \in [\beta, \alpha] \wedge x(t_-) = \beta \end{cases}. \quad (4.2)$$



Слика 4.2 – Хистерезисни оператор.

Први члан на десној страни израза (4.2) представља иреверзибилни процес промене излазне променљиве, док други члан представља реверзибилни процес промене излазне променљиве. Тежинске функције  $P(\alpha, \beta)$  и  $R(\alpha)$  се називају иреверзибилна и реверзибилна компонента Preisach-ове расподеле. У литератури се често користе различити аналитички изрази за реверзибилну и иреверзибилну компоненту расподеле. Коришћење аналитичких израза за ове расподеле има две главне предности: 1) број параметара модела се значајно смањује, па их је лакше одредити фитовањем, а тиме се знатно поједностављује проблем идентификације модела и 2) двоструки интеграл у (4.1) може се најчешће израчунати аналитички што знатно олакшава даља израчунавања

коришћењем модела. Што се тиче иреверзибилне компоненте расподеле, уобичајено се користе расподеле у смислу Диракове функције, униформне расподеле или других елементарних функција. Генерално, следећи типови расподела се користе за реверзибилну компоненту: униформа, експоненцијална, Гаусова, Кошијева и Лангевинаова расподеле, као и расподеле изведене из функција као што су Бернулијева, тангенс хиперболична и Лангевинаова функција.

С обзиром на то да израчунавање двоструког интеграла у (4.1) захтева велике рачунарске ресурсе развијено је неколико техника за лакшу нумеричку примену модела. Једна од најчешћих процедура је да се претходно израчуна тзв. Еверетов интеграл, дефинисан као:

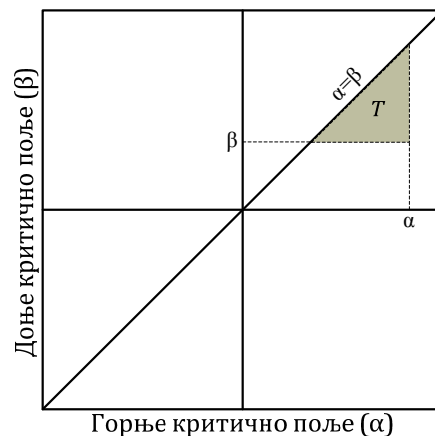
$$E(\alpha, \beta) = \iint_{T(\alpha, \beta)} P(\alpha', \beta') d\alpha' d\beta' + \int_{\beta}^{\alpha} R(\alpha') d\alpha', \quad \forall \alpha \geq \beta, \quad (4.3)$$

где је  $T$  троугао престављен на Слици 4.3.

Ако се ови интегрални унапред израчунају у свим реверзним тачкама  $(x_i, x_{i+1})$  и сачувају, излазна променљива се може израчунати као:

$$y = -E(x_0, x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} E(x_i, x_{i+1}), \quad (4.4)$$

ако је прва екстремна вредност улаза  $x_0$  била максимум.



Слика 4.3 – Троугао  $T$  у Preisach-овој равни.

Ако је прва екстремна вредност улаза  $x_0$  била минимум, излазна променљива се може израчунати као:

$$y = E(x_0, x_0) - 2 \sum_{i=1}^{n-1} E(x_i, x_{i+1}), \quad (4.5)$$

где је  $n$  у (4.4) и (4.5) број екстремних тачака претходно сачуваних помоћу модела.

Preisach-ов модел је био предмет многих модификација током година. Оне су начињене да би се проширила његова област примене и на друге физичке системе (посебно у магнетизму) који не задовољавају правилности „ишчезавање“ или „подударност“ које има класични Preisach-ов модел.

Jiles-Atherton-ов модел је првобитно предложен за моделовање хистерезиса код феромагнетских материјала. Једначине модела су специјално развијене да опишу магнетизацију феромагнетских и феримагнетских система, а односе се на физички механизам динамичке магнетизације у овим системима. Модел је постао широко распрострањен посебно након његовог увођења у SPICE, један од првих и најпопуларнијих симулатора аналогних електронских кола опште намене. Модел се користи за симулирање магнетних језгара индуктора, трансформатора и других компоненти које садрже феромагнетски или феримагнетски материјал.

Jiles-Atherton-ов модел хистерезиса [8, 66-68] описује излазну променљиву следећом диференцијалном једначином:

$$\frac{dy}{dx} = (1-c)\delta \frac{L(x+\alpha y) - y}{k(1-c)\text{sign}(\dot{x}) - \alpha[L(x+\alpha y) - y]} + c \frac{dL(x+\alpha y)}{dx}, \quad (4.6)$$

где су  $c$ ,  $\alpha$  и  $k$  параметри модела (претпоставља се да су позитивни), а  $L$  је анхистерезисна крива. Иако ова крива може имати различите облике, у зависности од врсте хистерезисног система, углавном се користи Лангевинаова функција:

$$L(x) = y_{\max} \left( \coth\left(\frac{x}{a}\right) - \frac{a}{x} \right), \quad (4.7)$$

где је  $a$  додатни параметар модела, а  $y_{\max}$  је вредност излаза у засићењу. Параметар  $\delta$  се изражава као:

$$\delta = \begin{cases} 0, & \dot{x}[L(x+\alpha y) - y] \leq 0 \\ 1, & \text{остали случајеви} \end{cases}. \quad (4.8)$$

Модел се углавном примењује код магнетског хистерезиса и уведен је у симулатор електричних кола за моделовање нелинеарних индуктора и трансформатора. У магнетском хистерезису, параметар  $a$  се односи на енергију демагнетизације,  $k$  на померање граница магнетских домена, а параметар  $c$  је уведен да би се експлицитно раздвојила реверзибилна и ирреверзибилна компонента магнетизације.

Поред наведених модела постоји низ других модела хистерезиса у литератури изведених на основу чисто математичких техника или на бази приступа из различитих области физике и технике.



Упркос великом броју постојећих модела, ова тема је још увек актуелна и представља основ истраживања многих научника широм света. Разлог томе је чињеница да сваки од ових модела има нека ограничења које отежавају његову примену у пракси или сужавају област примене. Тако, неки модели немају довољно добру тачност у поређењу са експерименталним резултатима, док други модели постижу задовољавајућу тачност али је веома сложен поступак идентификације параметара модела или је сложен математички апарат који се користи при конструисању хистерезисних петљи и транзијентних кривих. Такође, модели који се одликују високом тачношћу најчешће захтевају и велике ресурсе у смислу рачунарског хардвера или је писање програмског кода веома обимно и захтева веома напредне технике програмирања. Неретко, постојећи модели уопште не одговарају свакодневној инжењерској пракси, инжењери нису довољно стручни да их правилно разумеју и примењују, те је њихова примена ограничена на научно-истраживачку заједницу. До скоро је само Jiles-Atherton-ов модел коришћен у комерцијалном програму SPICE за симулацију кола у електроници и електротехници. У последње време хистерезисни модели се уграђују и у друге симулационе програме, као што су MATLAB и EMTP. Такође, анализа већег броја модела хистерезиса дата је у програму HysterSoft. Актуелна је и примена модела хистерезиса у програмима за симулацију електромагнетских поља базираних на методу коначних елемената, као што је COMSOL, али она захтева значајна упрошћења посматраног модела јер потпуни модели (у три димензије, са сложеном геометријом) захтевају велике рачунарске ресурсе и дуго време прорачуна.

Дакле, постоји реална потреба за развојем новог модела хистерезиса који би имао задовољавајућу тачност, једноставан математички облик и процедуру прорачуна, и лак поступак идентификације параметара модела. Један такав модел, примењив за моделовање код феромагнетских лимова, предложен је и описан је у следећем поглављу. Модел се заснива на измереној главној хистерезисној петљи и криви магнећења материјала, чији појединачни модели се користе за добијање мањих петљи и прелазних кривих као што су оне приказане на Слици 4.1.

#### 4.2 ПРЕДЛОЖЕНИ МОДЕЛ ХИСТЕРЕЗИСА

У овој докторској дисертацији, као крајњи циљ моделовања хистерезиса је постављена симулација сложених процеса магнећења (процеса сличног оном приказаним на Слици 4.1). Уз то, постављено је и неколико критеријума при одабиру типа модела и то: 1) модел мора имати

једноставан математички облик (без интегралних и диференцијалних једначина), 2) прорачун параметара модела мора бити једноставан и на основу резултата мерења и 3) симулирани резултати морају имати задовољавајућу тачност у поређењу са резултатима мерења. Како би се то постигло предложено је моделовање хистерезиса из неколико повезаних целина. Први део представља модел главне петље, други део је модел првобитне криве магнећења и трећи део је модел реверзних кривих првог реда (надовезује се на претходна два модела).

Као основа свих модела у овој докторској дисертацији је одабрана и коришћена аркус тангенс функција, која је први пут предложена као основа модела хистерезиса у докторској дисертацији из 1992 године [76]. Описани модел је касније прилагођен и уграђен у програм MATLAB [79], у коме се још увек користи за моделовање хистерезиса. Недостатак тог модела је компликован поступак прорачуна параметара модела који захтева решавање система нелинеарних једначина, као и недовољна тачност у односу на резултате мерења. Још један модел базиран на аркус тангенс функцији је представљен у [81], али је његова тачност лоша у поређењу са измереним резултатима, а примена ограничена. И поред својих недостатака, ови модели показују добар потенцијал аркус тангенс функције у моделовању главне хистерезисне петље. Њихова основна предност у односу на већ постојеће моделе је једноставан математички облик. Међутим, било је потребно извршити побољшање тих модела тако да се параметри модела лакше израчунавају, да се побољша тачност и да се прошири могућност примене.

У циљу постизања претходно наведеног, предложен је нови облик модела главне хистерезисне петље са мањим бројем параметара модела него у [76], укупно четири. Главна петља је представљена помоћу растуће и опадајуће криве. Предложено је да се ове криве конструишу из два дела како би се постигла боља тачност. Такође, за прорачун параметара модела предложени су једноставни изрази.

За моделовање реверзних кривих првог реда (РКПР) коришћен је принцип претходно представљен у [70, 75, 76, 78]. Овај приступ се занима на сличности ових кривих са главном петљом. У [70] су симулиране РКПР поређене са оним добијеним помоћу Preisach модела, а у [75, 76, 78] су за поређење коришћени делови РКПР добијени током сложеног процеса магнећења и мање петље (измереним и симулираним). Мана оваквог приступа се огледа у сложеном поступку одређивања параметара модела, као и у недовољној тачности кривих. Како би се ово превазишло, у овој

докторској дисертацији је предложен другачији приступ. За лакше одређивање параметара модела РКПР је употребљена првобитна крива магнећења, а за постизање боље тачности модела предложено је да се РКПР конструишу из више делова.

С обзиром на то да је за одређивање параметара модела РКПР предложено коришћење криве магнећења, било је потребно извршити и њено моделовање. У те сврхе је у овој докторској дисертацији коришћен приступ предложен у [65]. Овај приступ је једноставан, укључује само један додатни параметар, и има веома добру тачност у поређењу са резултатима мерења.

Детаљан приказ ова три модела је дат у наредним подпоглављима. Осим тога, описано је како се коришћењем РКПР могу симулирати мање петље и сложени процеси магнећења.

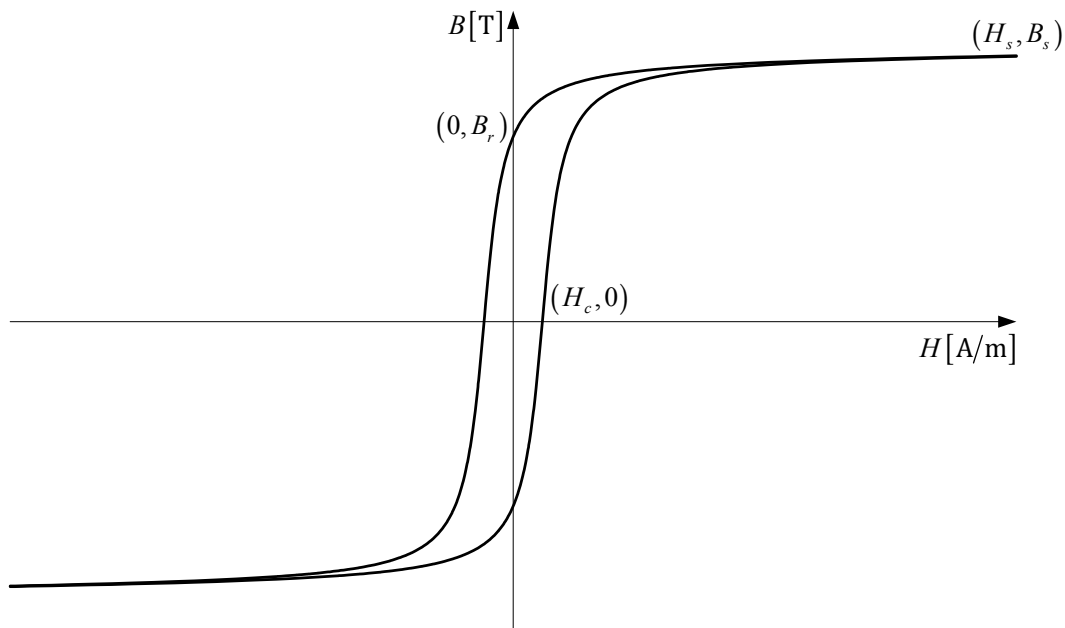
#### 4.2.1 Модел главне петље

Полазна основа новог математичког модела главне хистерезисне петље је дата следећим изразом [83]:

$$B = a \arctan [b(H \pm d)] + cH, \quad (4.9)$$

где су  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  параметри модела, знак  $+$  је за опадајућу криву петље и знак  $-$  је за растућу криву петље.

Хистерезисна петља представљена изразом (4.9) приказана је на Слици 4.4.



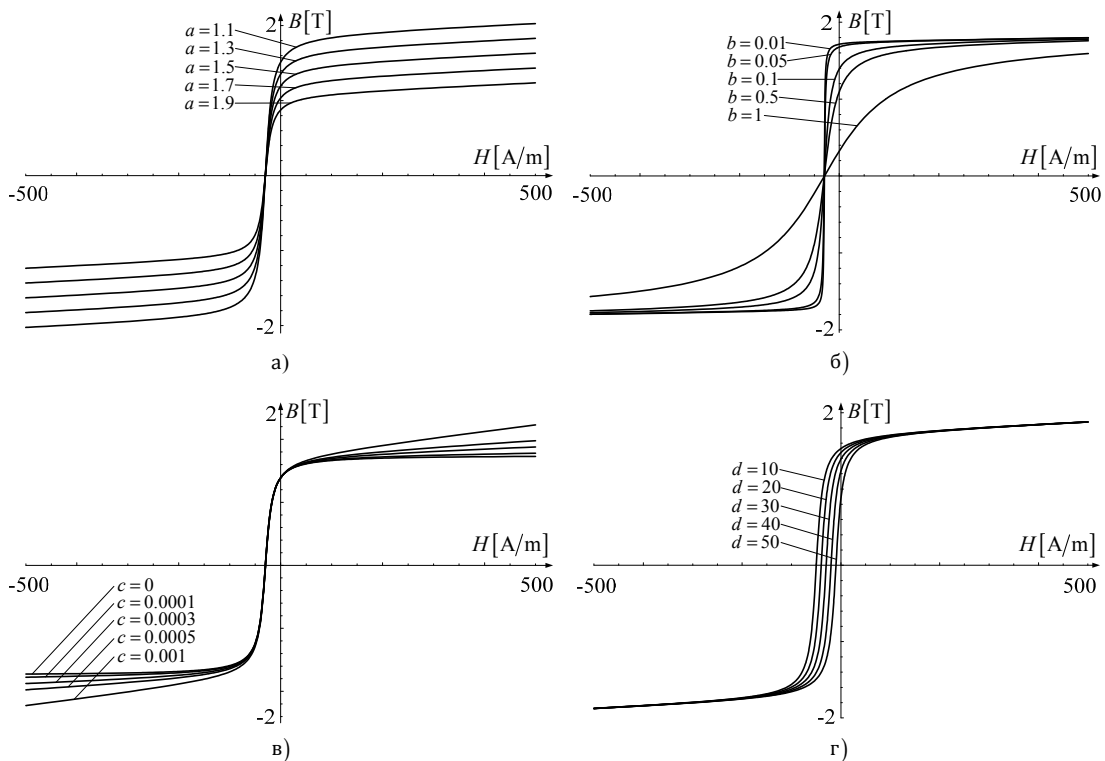
Слика 4.4 – Моделована хистерезисна петља.

Параметри предложеног модела могу се израчунати помоћу једноставних израза, користећи карактеристичне вредности магнетског поља и магнетске индукције. Параметар  $d$  се може подесити на вредност коерцитивног магнетског поља  $H_c$  [80]. Параметар  $a$  се може израчунати као  $2B_s/\pi$  [80], где је  $B_s$  вредност магнетске индукције у zasiћењу. Опадајућа крива главне хистерезисне петље мора проћи кроз тачке  $(0, B_r)$  и  $(H_s, B_s)$ , где су  $B_r$  и  $H_s$  реманентна магнетска индукција и јачина магнетског поља у zasiћењу, респективно. Сходно томе, параметри  $b$  и  $c$  се могу израчунати након замене одговарајућих вредности магнетског поља и магнетске индукције из ове две тачке у израз (4.9), након чега се добија:

$$b = \frac{\tan\left[\frac{\pi B_r}{2B_s}\right]}{H_c} \quad \text{и} \quad (4.10)$$

$$c = \frac{B_s - \frac{2}{\pi} B_s \arctan\left[b(H_s + H_c)\right]}{H_s}. \quad (4.11)$$

Сваки параметар модела има утицај на облик конструисане хистерезисне петље. Индивидуални утицаји су представљени на Слици 4.5.



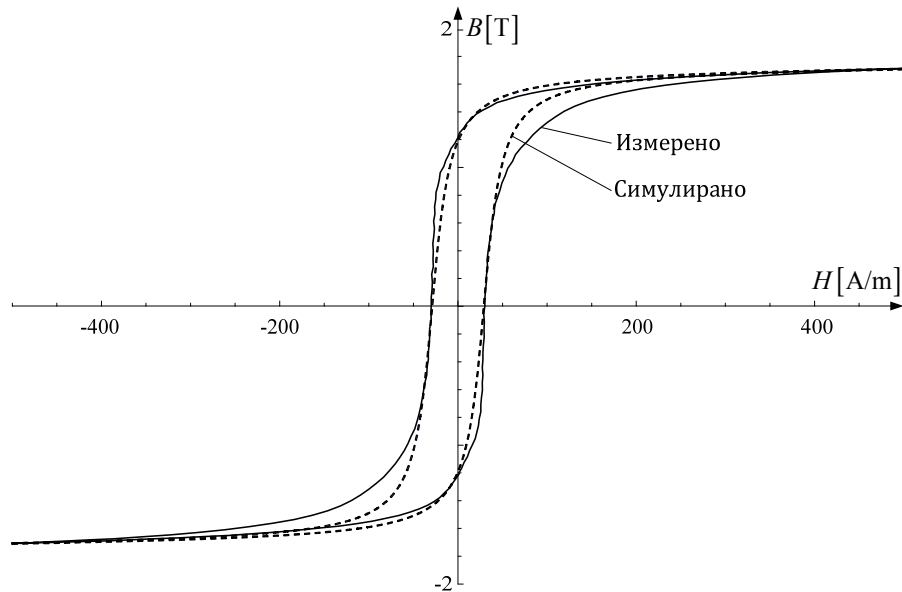
Слика 4.5 – Утицај параметара модела.

Као што се може видети на Слици 4.5а, промена параметра  $a$ , док су остали параметри константни, има утицај на вредности магнетске индукције у засићењу, као и на вредност реманентне индукције. Промена параметра  $b$ , док су остали параметри константни, Слика 4.5б, има утицај на нагиб петље код колена. Осим тога, она утиче на вредност магнетске индукције у засићењу, као и вредност реманентне индукције. Слика 4.5в приказује утицај промене параметра  $c$ , док су други параметри константни, на вредност магнетске индукције у засићењу и нагиб петље иза колена. Промена параметра  $d$ , док су остали параметри константни, Слика 4.5г, има утицај на вредност коерцитивног магнетског поља, као и на вредност реманентне индукције. Из ове анализе, може се закључити да варијација параметара модела има комплексан утицај на облик главне хистерезисне петље. Ово пружа добре могућности за моделовање главних петљи које имају значајне разлике у облику и вредностима карактеристичних параметара, као што су коерцитивност, реманенција и засићење.

Дакле, за израчунавање параметра предложеног модела треба познавати четири карактеристичне вредности магнетског поља и магнетске индукције са главне хистерезисне петље и то:  $H_s$ ,  $B_s$ ,  $H_c$  и  $B_r$ . Ове вредности се могу очитати са главне хистерезисне петље добијене мерењем. За вредности  $H_c=29\text{A/m}$ ,  $H_s=500\text{A/m}$ ,  $B_r=1.19\text{T}$  и  $B_s=1.71\text{T}$ , очитане са измерене главне петље, параметри модела ће бити  $a=1.0886$ ,  $b=0.0667$ ,  $c=0.0000635868$  и  $d=29$ . Уврштавањем ових вредности параметара модела у израз (4.9) може се конструисати моделована петља. Поређење измерене и симулиране петље је приказано на Слици 4.6. Измерена петља је добијена са торусним узорком направљеним од феромагнетског лима, на фреквенцији од 50Hz, помоћу мерног система базираног на персоналном рачунару и апликације направљене у LabVIEW програму [54]. Овај мерни систем ће детаљније бити описан у наредној глави.

Велика разлика између измерене и симулиране петље са Сlike 4.6 је последица чињенице да је симулирана петља потпуно симетрична, док је измерена петља само делимично симетрична. Може се уочити да су растући и опадајући део симулиране петље подударни. Осим тога, део опадајућег (растућег) дела петље у позитивној полуравни је подударан са својим делом у негативној полуравни. Ова подударност се не може уочити код измерене петље. Анализирајући облик измерене петље може се видети да је позитиван део опадајуће криве симетричан у односу на координатни почетак негативном делу растуће криве и обрнуто (негативни део опадајуће криве је симетричан позитивном делу растуће криве). Да би се

елиминисала велика разлика између измерене и симулиране петље потребно је моделовати опадајућу (растућу) криву као криву из два дела.



Слика 4.6 – Измерена и симулирана главна хистерезисна петља феромагнетског лима.

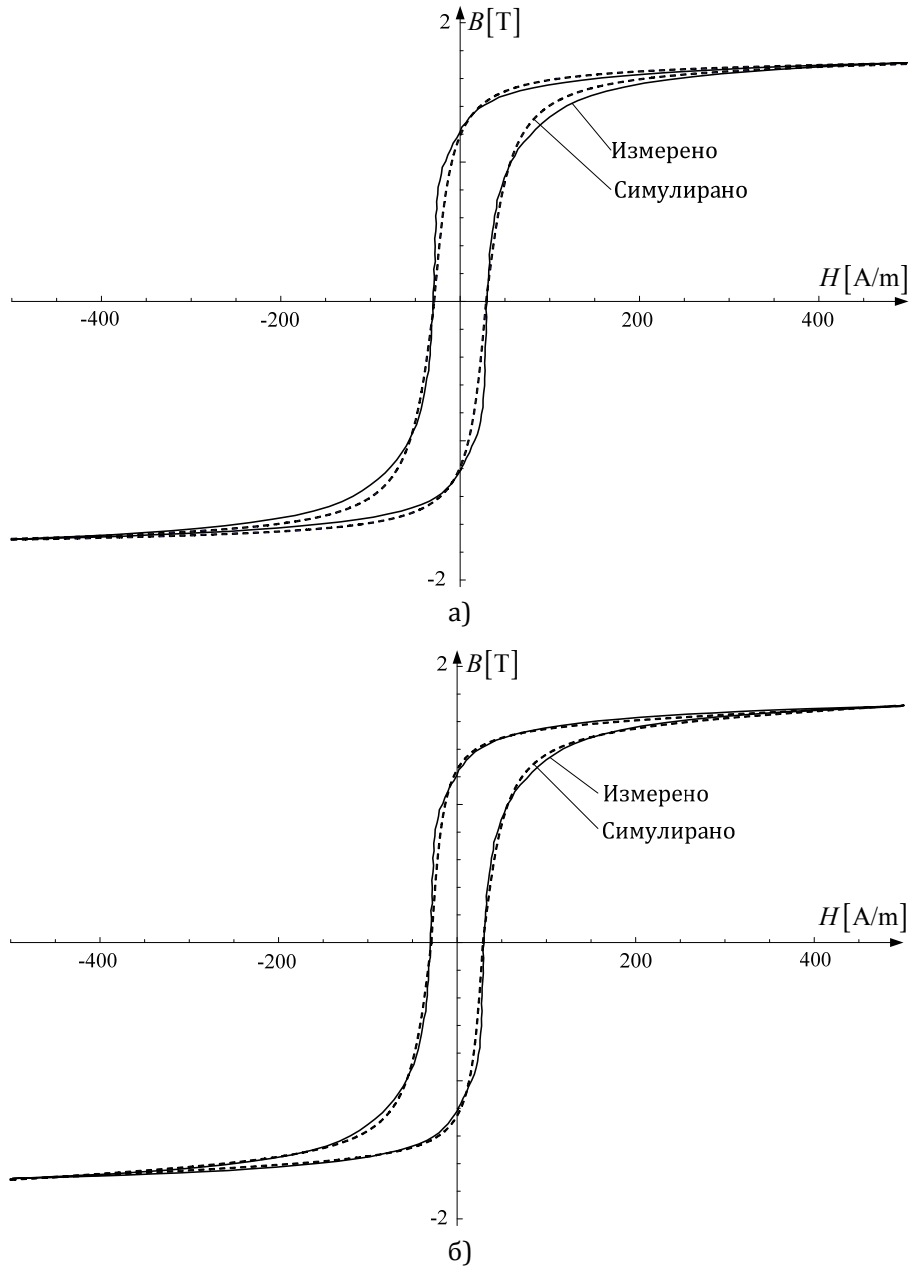
Стога је за конструисање позитивног дела опадајуће криве потребно израчунати један скуп параметара модела, а за конструисање позитивног дела растуће криве је потребно израчунати други скуп параметара модела. Први сет параметара ( $a, b, c, d$ ) може се израчунати коришћењем претходно описаног поступка. Други сет параметара ( $a_1, b_1, c_1, d_1$ ) треба израчунати са модификованим вредностима реманентне индукције. Ова вредност се може одредити померањем растуће криве измерене петље хоризонтално до тачке  $(-H_c, 0)$  (тачка симетрична у односу на вертикалну осу тачки  $(H_c, 0)$  са Сликe 4.4). Нова реманентна индукција  $B_{rf}$ , тзв. фиктивна реманентна индукција, има нижу вредност него  $B_r$ . То ће изазвати смањење параметра  $b$  и повећање параметра  $c$ . Фиктивна реманентна индукција за измерену растућу криву представљену на Слици 4.6 износи 1,03Т. Према томе, вредности параметара модела за позитивни део растуће криве су  $a_1=1,0886$ ,  $b_1=0,0478$ ,  $c_1=0,0000878057$  и  $d_1=29$ .

Дакле, за симулацију опадајуће или растуће криве главне хистерезисне петље треба користити следећи пар једначина:

$$\begin{aligned} B &= \pm a \arctan [b(\pm H + d)] + cH, \\ B &= \pm a_1 \arctan [b_1(\pm H + d_1)] + c_1 H. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Позитиван знак у (4.12) треба користити при конструисању позитивних делова опадајуће и растуће криве, негативни знак треба

користити при конструисању негативних делова опадајуће и растуће криве. Применом овог приступа се може конструисати нова симулирана главна петља, а њено поређење са измереном петљом је дато на Слици 4.7а.



Слика 4.7 – Измерена и симулирана главна хистерезисна петља, након корекције параметара: а) израз (4.12) и б) додатно подешавање према површини петљи.

Слагање између петљи са Сlike 4.7а је много боље у односу на петље са Сlike 4.6. Тачност симулиране петље се може проверити израчунавањем њене површине. Површина симулиране петље са Сlike 4.6 износи 194,46, док је површина измерене петље 247,42. Релативно одступање између ова

два резултата је -21.4%. Након корекције параметара модела, површина симулиране главне петље, Слика 4.7а, се повећава и износи 230,41. Ново релативно одступање између резултата је -6.87%. Додатно побољшање резултата може се добити незнатном изменом параметара модела. Ако се подесе следеће вредности параметара модела  $a=1.025$ ,  $b=0.0992$ ,  $c=0.0002636$  и  $a_1=1.02$ ,  $b_1=0.0527$ ,  $c_1=0.0003136$ , површина симулиране петље на Слици 4.7б износиће 242.22, а релативно одступање у односу на измерену петљу ће бити -2,1%. Ова тачност симулираних резултата је прихватљива у практичним применама, а финијим подешавањем могуће је постићи и бољу тачност.

#### 4.2.2 Модел криве магнећења

Крива магнећења, која полази од ненамагнетисаног стања материјала (магнетско поље и магнетска индукција су једнаки нули) и достиже засићење, се зове првобитна крива магнећења. Будући да материјал претходно није био намагнетисан може се претпоставити да се првобитна крива магнећења поклапа са основном кривом магнећења (коју чине спојени врхови симетричних мањих петљи). За моделовање првобитне криве магнећења користи се приступ сличан ономе приказаном у [65] и може се користити следећи израз:

$$B_{mag} = B + k \frac{d^2 B}{dH^2}, \quad (4.13)$$

где је  $B = a_2 \arctan(b_2 H) + c_2 H$ , а  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  и  $k$  су параметри које треба одредити.

Вредност  $k$  зависи од вредности диференцијалне пермеабилности првобитне криве магнећења за нулту вредност магнетног поља. Максимална вредност  $k$  може се добити решавањем следеће једначине:

$$\left. \frac{dB_{mag}}{dH} \right|_{H=0} = 0. \quad (4.14)$$

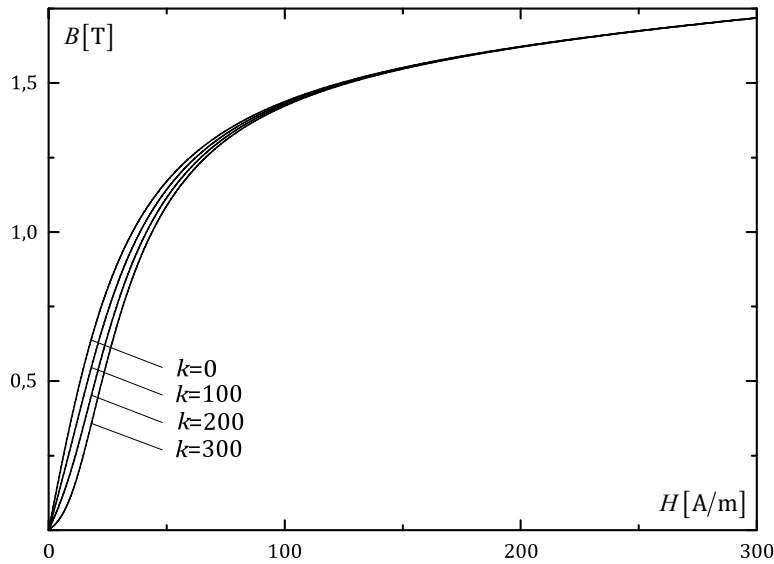
Минимална вредност овог параметра је нула, а максимална вредност се може приказати следећим изразом:

$$k_{max} = \frac{a_2 b_2 + c_2}{2a_2 b_2^3}. \quad (4.15)$$

Анализом измерених првобитних кривих магнећења, добијених за феромагнетски лим, утврђено је да вредности параметара  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  и  $k$  могу бити следеће:  $a_2 \sim a$ ,  $b_2 \sim b/3$ ,  $c_2 \sim c$  и  $k \in [0,8k_{max}, 0,9k_{max}]$ .

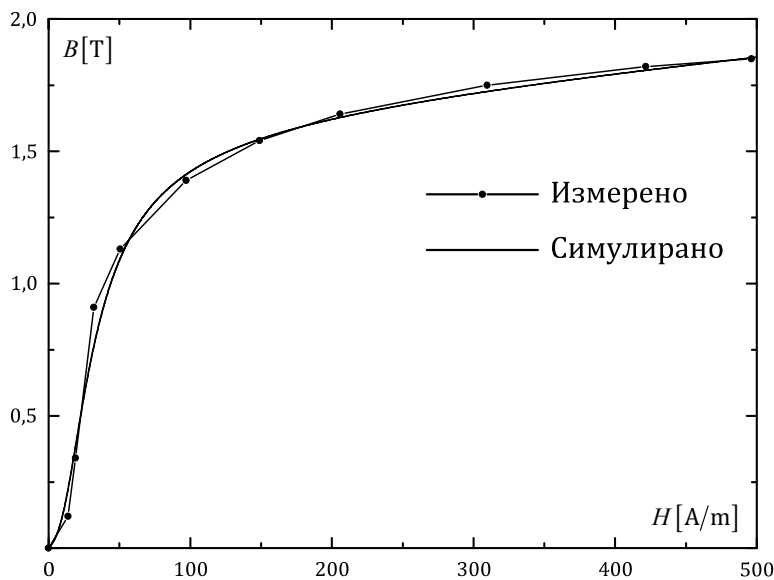


Утицај промене параметра  $k$ , док су остали параметри константни, на облик првобитне криве магнећења приказан је на Слици 4.8. Његов утицај се огледа у закривљености криве магнећења у доњем делу.



Слика 4.8 – Утицај параметра  $k$  на облик моделоване првобитне криве магнећења.

Поређење моделоване и измерене првобитне криве магнећења је представљено на Слици 4.9. Измерена крива магнећења је добијена мерењем мањих симетричних петљи (спајањем њихових врхова) са торусним узорком направљеним од феромагнетског лима, на фреквенцији од 50Hz, помоћу мерног система базираног на персоналном рачунару и апликације направљене у LabVIEW програму. Слагање кривих са Сlike 4.9 је веома добро.

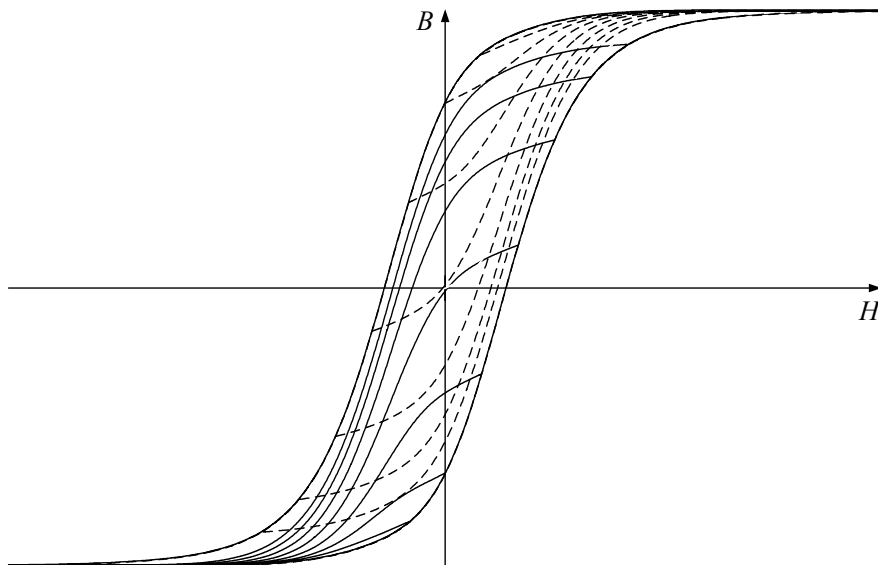


Слика 4.9 – Измерена и симулирана првобитна крива магнећења.

Коришћењем модела главне хистерезисне петље и криве магнећења могу бити конструисане прелазне криве и друге петље. Најпре ће бити описан поступак за конструисање реверзних кривих првог реда.

#### 4.2.3 Модел реверзних кривих првог реда

Као што је то описано у уводном делу ове главе, реверзну криву првог реда (РКПР) представља крива која почиње на растућој (опадајућој) криви главне петље и завршава се на негативном (позитивном) врху петље. Једна таква крива, крива 5-6-4, приказана је на Слици 4.1. Фамилија растућих и опадајућих РКПР (растуће РКПР су дате испрекиданим линијама) представљена је на Слици 4.10.



Слика 4.10 – Фамилија реверзних кривих првог реда.

Моделовање РКПР на основу њихове сличности са главном хистерезисном петљом је предложено пре неколико деценија [76], али је такав приступ тек последњих година даље развијен и показана је његова шира применљивост [70, 75, 78]. Тај приступ се заснива на померању главне петље паралелно са вертикалном осом.

У том смислу, математички модел растуће РКПР (Слика 4.11) се може изразити као:

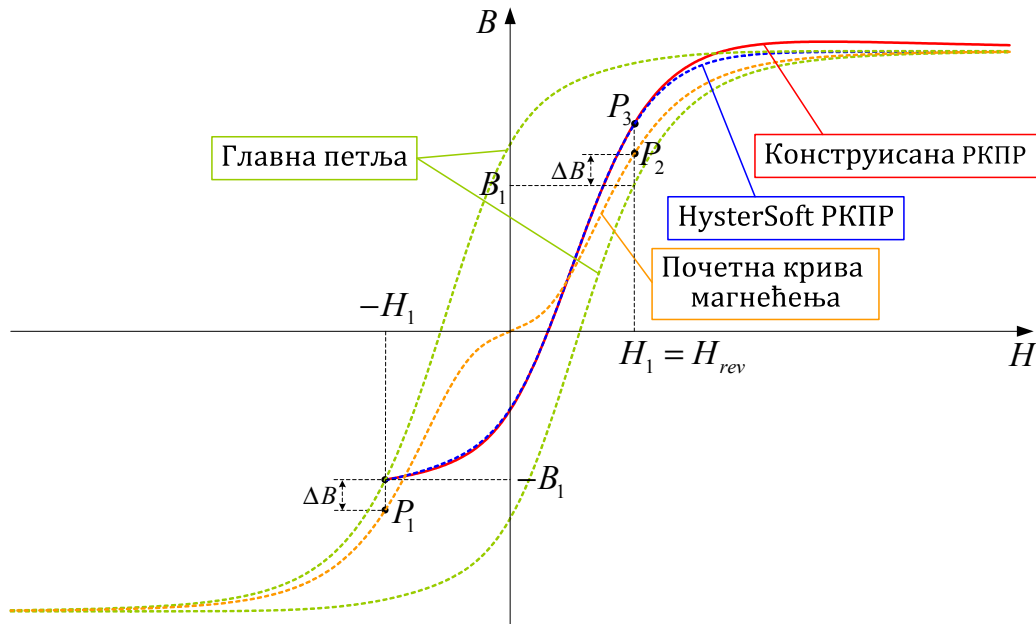
$$B_{RKPR-r} = B_r(H) + s, \quad (4.16)$$

где је  $B_r(H)$  растући део главне петље израчунат коришћењем израза (4.12), а  $s$  је вертикални померај.



Након што се помоћу израза (4.18) одреди параметар  $\beta$ , РКПР се може конструисати коришћењем израза (4.16) и (4.17).

Како би се анализирала тачност РКПР конструисане помоћу предложеног поступка извршено је њено поређење са РКПР конструисаном помоћу Preisach модела (због тачности овог модела). Измерене РКПР нису коришћене у овој анализи како би се избегле евентуалне грешке које се могу јавити током мерења (поступак мерења РКПР је веома сложен и могуће су значајне грешке током мерења). Циљ је био да се код конструисања РКПР постигне тачност коју имају РКПР конструисане помоћу Preisach модела. Због тога је као стварна РКПР на Слици 4.12, коришћена РКПР конструисана у програму HysterSoft, добијена помоћу Preisach модел. РКПР конструисана помоћу поступка предложеног у овој докторској дисертацији пролази кроз тачку  $P_3$  (Слика 4.12) и у делу од свог почетка до те тачке она је подударна са стварном РКПР. Међутим, након тачке  $P_3$  ова крива иде изнад стварне РКПР и изван главне петље. Због тога је за конструисање горњег дела РКПР потребно користити други приступ.



Слика 4.12 – Конструисање реверзне криве првог реда - фитовање.

У циљу конструисања горњег дела РКПР, а у складу са моделом главне петље, може се користити аркустангенс функција. Ово се може постићи коришћењем следећег израза:

$$B_f = B_1 + a_f \arctan \left[ b_f (H - H_1) \right] + c_f (H - H_1), \quad (4.19)$$

где је  $B_1$  магнетска индукција доњег дела РКПР (добијених помоћу (4.16) и (4.17)) за  $H_{rev}$ ,  $H_1=H_{rev}$ , а  $a_f$ ,  $b_f$  и  $c_f$  су параметри које треба одредити.

Из анализе РКПР симулиране у програму HysterSoft произилази да параметар  $b_f$  може узети вредност  $b$ , израчунату помоћу израза (4.10), док параметре  $a_f$  и  $c_f$  треба одредити из услова да конструисана РКПР мора завршити у врху главне петље. Дакле, једна растућа РКПР се може представити на следећи начин:

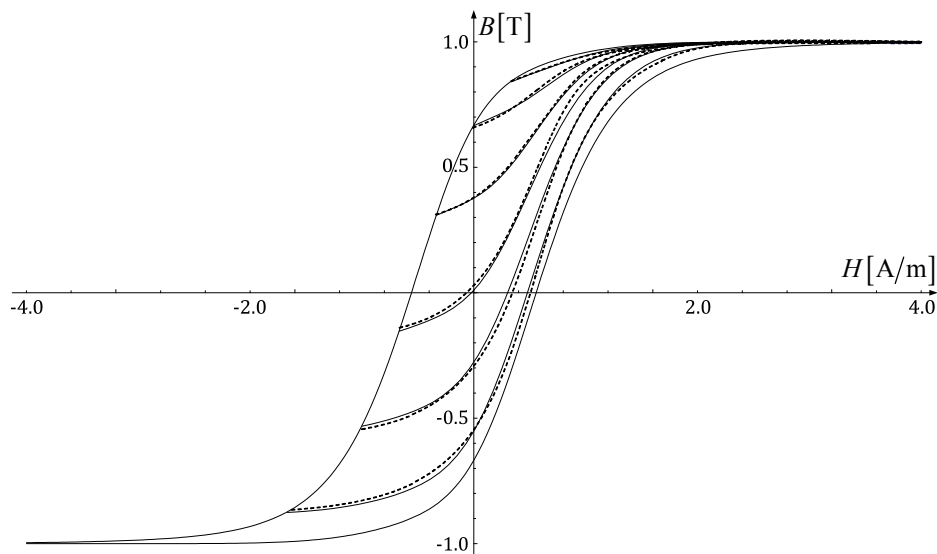
$$B_{RKPR-r} = \begin{cases} B_r(H) + s; & -H_{rev} \leq H \leq H_{rev} \\ B_1 + a_f \arctan[b_f(H - H_1)] + c_f(H - H_1); & H_{rev} \leq H \leq H_s \end{cases} \quad (4.20)$$

Поред тога, детаљнијом анализом је утврђено да РКПР које почињу ближе вертикалној оси треба конструисати коришћењем следећег израза:

$$B_{RKPR-r} = \begin{cases} B_r(H) + s; & -H_{rev} \leq H \leq H_{rev} \\ B_1 + k_1(H - H_1); & H_{rev} \leq H \leq H'_{rev} \\ B_1 + a_f \arctan[b_f(H - H_1)] + c_f(H - H_1); & H'_{rev} \leq H \leq H_s \end{cases} \quad (4.21)$$

где је  $H_{rev} \in (1,5H_{rev}, 2H_{rev})$  (за  $H_{rev}$  ближе нули треба користити већу вредност  $H_{rev}'$ ). Параметар  $k_1$  се може одредити из услова да линеарни део РКПР треба да прође кроз крајњу тачку првог дела и тачку почетка трећег дела. РКПР које почињу за позитивне вредности реверзног поља могу се конструисати користећи само први израз у (4.20). Аналогни приступ се може користити за конструисање опадајућих РКПР.

На слици 4.13 је приказано поређење симулираних РКПР и РКПР добијених коришћењем програма HysterSoft (Preisach-ов модел). Остварено је добро поклапање између добијених кривих.



Слика 4.13 – Поређење РКПР – Предложени поступак (испрекидана линија) и Preisach-ов модел.

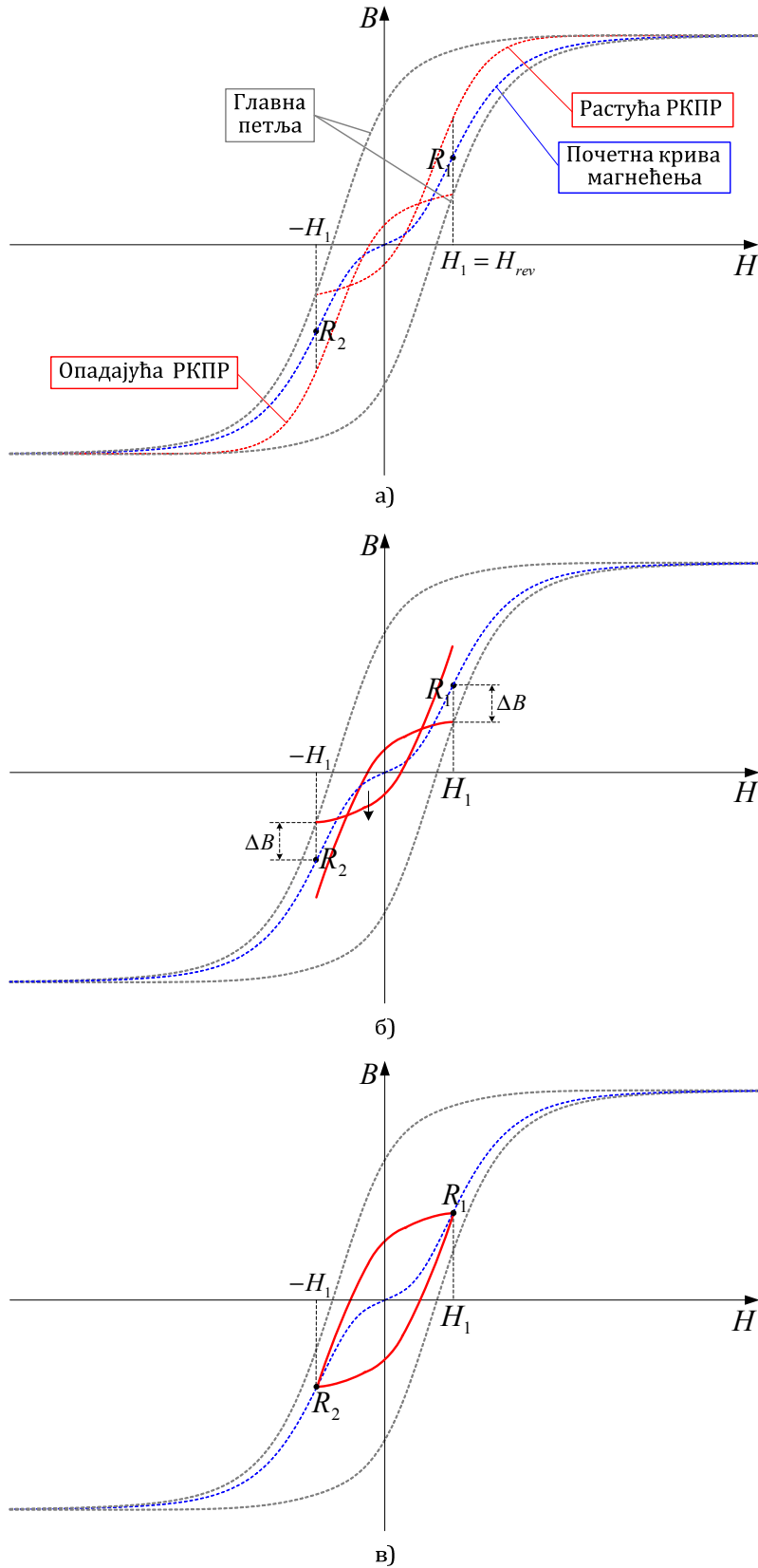
#### 4.2.4 Конструисање мањих петљи

РКПР добијене коришћењем претходно описаног поступка моделовања могу се користити за конструисање симетричних и несиметричних мањих петљи [70].

Поступак за конструисање мањих петљи помоћу РКПР се базира на правилностима у процесу магнећења и то „повратак у претходну тачку“ и „подударност“. Као последица тих правилности, све криве које се јављају у оквиру главне петље (било да су реверзне криве првог или вишег реда) се добијају као делови РКПР. Ти делови се узимају тако што се у реверзној тачки, за одређено  $H_{rev}$ , пронађе одговарајућа РКПР, а затим се она транслаторно помери (вертикално навише или наниже) до вредности магнетске индукције у тренутној тачки намагнећености материјала.

Уколико се тренутна тачка магнећења налази на главној петљи овај померај ће бити једнак нули. За добијање мањих петљи потребно је одабрати по једну одговарајућу растућу и опадајућу РКПР и извршити одговарајући померај. На Слици 4.14 је илустрован поступак конструисања мање петље на овај начин. Слика 4.14а показује главну петљу, криву магнећења и одговарајућу растућу и опадајућу РКПР. Врх симетричне мање петље која треба да се формира се налази на кривој магнећења, тачка  $R_1$ , а негативан врх на негативној еквиваленцији криве магнећења, тачка  $R_2$ . Тачкама  $R_1$  и  $R_2$  одговара реверзно магнетско поље  $H_{rev}$  и његова негативна вредност, респективно. Растућа и опадајућа РКПР се конструишу за ове вредности реверзног магнетског поља, а затим се издвоје њихови делови између те две вредности магнетског поља, као што је то приказано на Слици 4.14б. У следећем кораку се одреди разлика  $\Delta B$  између магнетске индукције на кривој магнећења и главној петљи за реверзно магнетско поље. Ова разлика се додаје или одузима деловима РКПР како би се добила мања петља приказана на Слици 4.14в.

За конструисање кривих у оквиру главне хистерезисне петље је потребно познавати екстремне вредности магнетског поља (максимуме и минимуме). Оне представљају вредности магнетског поља у реверзним тачкама, а за конструисање кривих је потребно узети делове РКПР, оне који одговарају овим вредностима магнетског поља (слично поступку описаном на Слици 4.14). Сложени процес магнећења се може представити скупом ових кривих.



Слика 4.14 – Конструисање мање петље коришћењем делова РКПР:  
 а) растућа и опадајућа РКПР, б) одговарајући делови РКПР и в) мања петља.

## 5. МЕРНО-АКВИЗИЦИОНИ СИСТЕМ

Савремени мерни системи се базирају на примени персоналног рачунара, са значајним софтверским ресурсима као кључним елементом система [84]. Такав мерни систем поред рачунара садржи и аквизиционе картице, сензоре и претвараче и софтвер који служи за контролу рада мерног система. Мерни системи који се могу описати оваквом конфигурацијом називају се заједничким именом - „виртуелна инструментација“. Може се рећи да виртуелна инструментација представља методологију за пројектовање мерних инструмената која користи рачунар опште намене, специјалне хардверске компоненте за аквизицију и дигиталну конверзију сигнала и рачунарске програме који обезбеђују прикупљање, обраду и приказ сигнала на рачунару. Предности виртуелне инструментације у односу на класичну су вишеструке. Отворена архитектура персоналних рачунара и велики избор хардвера и софтвера омогућавају савременим мерним системима велику флексибилност и економичност.

Основна карактеристика виртуелне инструментације је доминантна улога софтвера, који омогућава кориснику да сам дефинише свој инструмент бирајући оне функције које су му потребне за извођење експеримента. Тако се обезбеђује јефтин мерни систем који захтева минималне трошкове развоја и одржавања, а који са друге стране има отворену архитектуру и велику могућност повезивања са различитим врстама хардвера (аквизиционе картице, програмабилни инструменти, модулarna кућишта). Софтвер виртуелне инструментације омогућава обраду и анализу података у току мерења, као и чување истих у меморији рачунара ради касније обраде. Један од најчешће коришћених и вероватно најкомплетнији софтвер виртуелне инструментације је програм LabVIEW. Он користи графичко програмирање за креирање виртуелног инструмента (програмска замена за реални инструмент), поседује веома велики број функција за комуникацију са аквизиционим картицама, прикупљање и обраду података, приказивање резултата и друго.

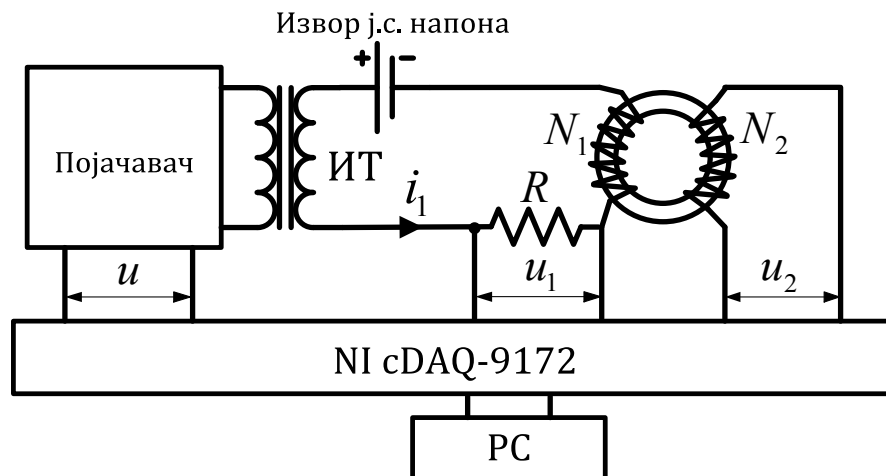
Виртуелна инструментација је заступљена у свим областима науке, а у области магнетских мерења омогућила је развој нових и побољшање постојећих метода мерења. Такође, њена примена је омогућила извођење веома сложених експеримената, као и правилну анализу података мерења. Сходно томе, њена употреба је постала незаобилазна у савременим мерењима која се односе на одређивање магнетских карактеристика материјала.



Имајући у виду све предности виртуелне инструментације, за извођење експеримената у оквиру ове дисертације су коришћени такви мерни систем. Детаљан опис мерне опреме и шема веза које су у те сврхе коришћене дат је у следећем поглављу.

### 5.1 ШЕМЕ ВЕЗА И МЕРНА ОПРЕМА

Основна шема која се користи у овој докторској дисертацији за мерење карактеристика феромагнетских лимова, као што су магнетски хистерезис, крива магнећења, губици активне снаге и прелазне криве и процеси магнећења приказана је на Слици 5.1 [54]. Једноставнија верзија овог мерно-аквизиционог система је већ коришћена за мерење магнетског хистерезиса [38]. Измерена хистерезисна петља је упоређена са хистерезисном петљом измереном помоћу флуксметра MPG 100 D – Brockhaus [85] и при томе је остварено одлично слагање резултата. Тиме је потврђена применљивост коришћеног мерног система.



Слика 5.1 – Шема везе за мерење карактеристика феромагнетика.

Основу мерног система чини персонални рачунар са софтвером виртуелне инструментације, повезан са кућиштем NI cDAQ-9172 у коме се налазе аквизиционе картице за генерисање и мерење напона. Напон  $u$  који генерише картица се доводи на улаз појачавача снаге како би се на излазу појачавача остварили напон и струја потребни за магнећење испитиваног узорка. Појачани напон се доводи на примар изолационог трансформатора (ИТ) који има улогу да елиминише једносмерну компоненту и шумове у напону који се добија на излазу појачавача. Секундар ИТ је заједно са извором једносмерног напона и шант отпорником  $R$  повезан на ред са примарним намотајем торусног узорка. Појава напона на  $N_1$  узрокује појаву

струје  $i_1$  у том делу кола, а та струја је потребна за магнећење мерног узорка. Постојање ове струје узрокује појаву магнетског поља  $H$  у материјалу, праћену појавом магнетског флуksа  $\Phi$  и магнетске индукције  $B$ . Услед промене флуksа у времену долази до индуковања напона  $u_2$  на крајевима секундарног намотаја  $N_2$ . Секундарни намотај мерног узорка је неоптерећен, а његова струја занемарљива (празан ход). Напони  $u_1$  на шант отпорнику  $R$  и напон  $u_2$  се доводе на улаз аквизиционе картице за мерење напона. Напони  $u_1$  и  $u_2$  се користе за одређивање јачине магнетског поља и магнетске индукције у феромагнетском лиму на основу Амперовог и Фарадејевог закона, а то се може описати следећим изразима:

$$u_1 = Ri_1, \quad N_1 i_1 = Hl \Rightarrow H = \frac{N_1 u_1}{Rl}, \quad (5.1)$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = BS \Rightarrow B = B_0 + \frac{1}{N_2 S} \int_0^t u_2 dt, \quad (5.2)$$

где су  $l$  и  $S$  дужина средње линије и површина попречног пресека торуca, респективно.

Специфични губици активне снаге се могу одредити помоћу следећег израза:

$$p_s = \frac{fN_1}{N_2 m R} \int_0^T u_1(t) u_2(t) dt, \quad (5.3)$$

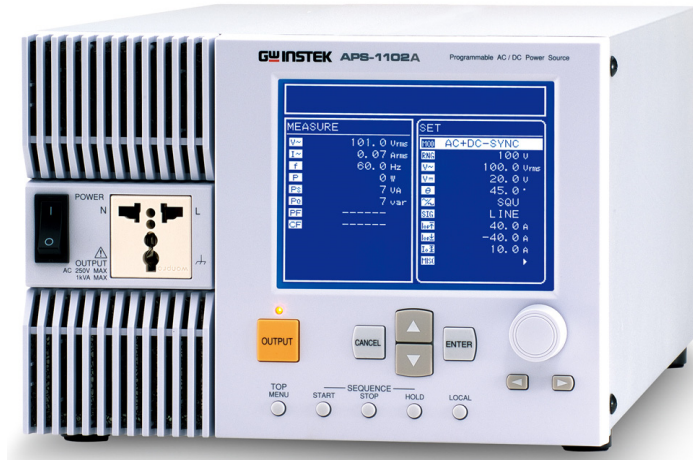
где је  $m$  - маса узорка,  $f$  - фреквенција и  $T=1/f$  - периода.

Како би се испитале карактеристике материјала и за веома велике јачине магнетског поља (неколико хиљада А/м) потребно је у примарном намотају остварити довољно велику струју (и до 10А), а за то је потребно да појачавач има велику излазну снагу. Основне излазне карактеристике појачавача (GW INSTЕК APS 1102) коришћеног у свим експериментима су:

- снага - 1кVА,
- ефективна вредност наизменичног напон - 0-135V, 0-270V,
- једносмерни напон - од -190 до +190V, од -380V до +380V
- ефективна вредност излазне струје у наизменичном режиму -10А за опсег 100V (максимално 42А), 5А за опсег 200V (максимално 21А),
- струја у једносмерном режиму - 10А за опсег 100V (максимално 42А), 5А за опсег 200V (максимално 21А),
- фреквенција 1-550Hz и

- облик излазног напона: синусни, правоугаони и произвољан облик.

На улаз појачавача се доводи напон максималне вредности 2V, произвољног облика, а појачање се подешава преко предње плоче појачавача, Слика 5.2.



Слика 5.2 – Појачавач GW INSTEK APS 1102.

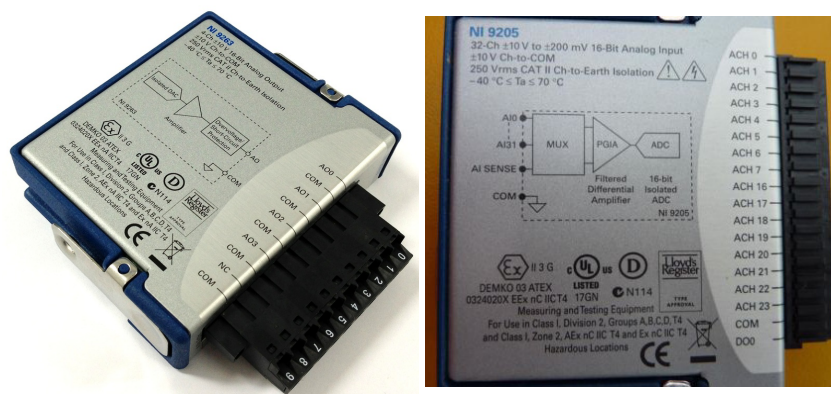
За генерисање напона  $u$ , који се доводи на улаз појачавача, користи се аквизициона картица NI 9263 која се налази у кућишту NI cDAQ-9172. Ово кућиште служи за смештање до 8 аквизиционих картица различите намене, Слика 5.3. Оно се преко USB прикључка повезује на рачунар и омогућава комуникацију између рачунара и аквизиционих картица. Као напајање кућишта користи се засебан извор једносмерног напона.



Слика 5.3 – Кућиште NI cDAQ 9172.

Картица NI 9263 је аналогни модул са 4 симултана излазна напонска канала максималне вредности 10V, резолуције 16 бита и максималне брзине семпловања од 100kS/s. Ова картица се користи за генерисање напона  $u$ , Слика 5.1. Њен изглед је приказан на Слици 5.4а.

Аквизициона картица NI 9205 је аналогни модул са 16 диференцијалних улазних напонских канала са 4 програмабилна опсега (200mV, 1V, 5V и 10V), резолуције 16 бита и максималне брзине семпловања од 250kS/s. Ова картица служи за мерење напона  $u_1$  и  $u_2$ , Слика 5.1, а њен изглед је приказан на Слици 5.4б.



а)

б)

Слика 5.4 – Картице: а) NI 9362 и б) NI 9205.

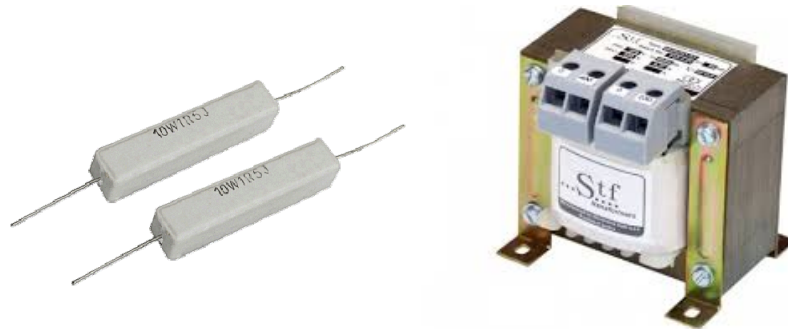
Као извор једносмерног напона користи се мањи акумулатор чији напон износи максимално 2,5V када он није оптерећен, а који под оптерећењем може дуже време генерисати струје реда неколико ампера. Овај извор се користи зато што даје чист једносмеран напон, сталне вредности у времену, за разлику од електронских једносмерних извора који најчешће дају само делимично исправљен напон (уз присуство шума и нестабилне амплитуде). Овај акумулатор је у коло на Слици 5.1 повезан преко жичаног потенциометра отпорности 1Ω и снаге 4W, који служи за подешавање вредности једносмерног напона. Они су приказани на Слици 5.5.



Слика 5.5 – Извор једносмерног напона и потенциометар.

Као шант отпорник користи се керамички отпорник снаге 40W и отпорности 0,1Ω, Слика 5.6.

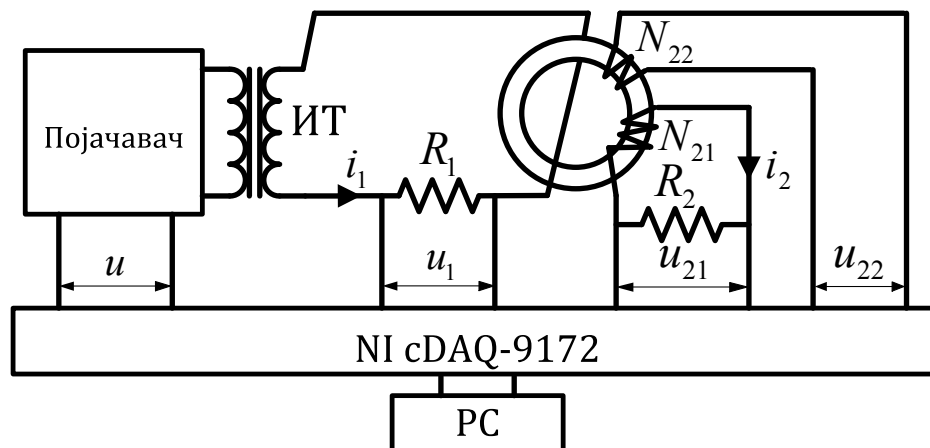
Као изолациони трансформатор се користи обичан једнофазни трансформатор преносног односа 230V/24V и снаге 150VA. Његов изглед је приказан на Слици 5.6.



Слика 5.6 – Изолациони трансформатор и шант отпорник.

Осим мерења магнетских карактеристика материјала помоћу торусног узорка, за потребе истраживања у оквиру ове докторске дисертације је извршено и испитивање торусног узорка као струјног трансформатора. Та испитивања су вршена по узору на испитивања током овере струјног трансформатора [86]. При томе су мерене примарна и секундарна струја трансформатора са циљем одређивања струјне и фазне грешке које он уноси у мерење.

Торусни узорак је изложен магнетском пољу које ствара простопериодична струја у проводнику који се налази у центру торуса. Дакле, примарни намотај има само један навојак. На торус је намотан секундарни намотај  $N_{21}$ , са 20 навојака, а на његовим крајевима се налази чисто омско оптерећење (иначе је секундар затворен мерним инструментом који има своју унутрашњу отпорност мале вредности). На торус је намотан и други секундарни намотај са  $N_{22}$  навојака, који се користи за мерење магнетске индукције у језгру током испитивања.



Слика 5.7 – Шема везе за одређивање струјне и фазне грешке.

Испитивани торусни узорак се повезује у електрично коло према шеми на Слици 5.7. Простопериодичан напон  $u$ , фреквенције 50Hz, генерише картица NI 9362. Овај напон се доводи на улаз појачавача (GW INSTЕК APS 1102), а појачани напон на примар изолационог трансформатора (ИТ). ИТ је одабран тако да примарни намотај има велики број навојака, а број навојака на секундару је доста мањи како би се постигла већа струја у његовом секундарном колу. Потребна вредност ове струје може ићи и до 50А. Секундарно коло ИТ се затвара преко шант отпорника  $R_1$  и обухваћено је торусним узорком. Вредност отпорности овог шанта је реда  $0,1\Omega$  и са њега се напон  $u_1$  доводи на први улаз картице NI 9205. Овај напон је пропорционалан струји  $i_1$  која ствара магнетско поље око проводника, па и у торусу, које се према Амперовом закону може израчунати као:

$$H = \frac{N_1 i_1}{2\pi r}, \quad (N_1 = 1), \quad (5.4)$$

где је  $r$  нормално растојање од проводника. Секундарни намотај на торусу  $N_{22}$  заједно са шант отпорником  $R_2$  чини затворено струјно коло у коме постоји струја  $i_2$ . За мерење ове струје користи се напон  $u_{21}$  који се доводи на други улаз картице NI 9205. Код идеалног трансформатора важи следећа једнакост:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_{21}}{N_1}, \quad (5.5)$$

док се у реалности однос ефективних вредности струја разликује од односа броја навојака. Та разлика представља струјна грешку при мерењу и она се може изразити као:

$$g_i [\%] = \frac{N_{21} I_2 - N_1 I_1}{N_1 I_1} 100. \quad (5.6)$$

Струјна грешка струјног трансформатора се може одредити на основу измерене примарне и секундарне струје, коришћењем израза (5.6). Такође, може се одредити и фазна грешка струјног трансформатора као фазна разлика између измерене примарне и секундарне струје.

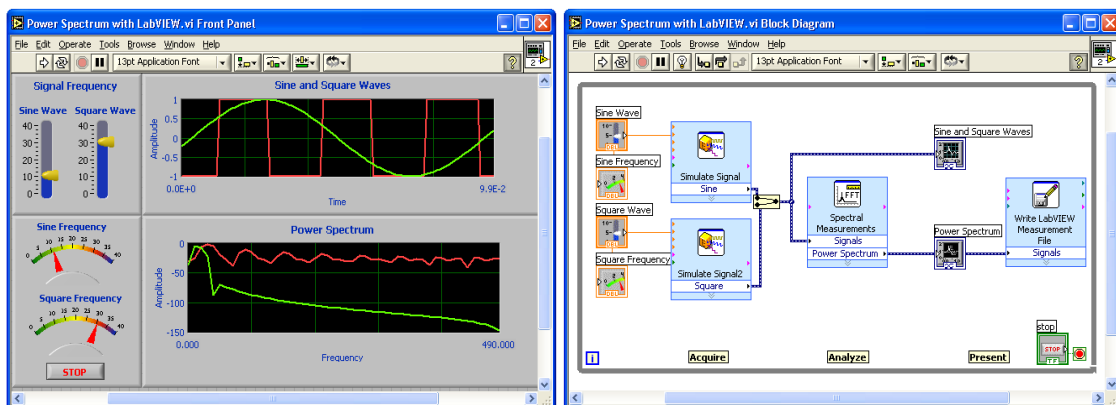
Осим мерења струја, што је стандардни поступак, додавањем другог секундарног намотаја (чији су крајеви отворени, тј. директно повезани на улаз аквизиционе картице са веома великом унутрашњом отпорношћу) могуће је мерити и напон  $u_{22}$ , индукован на намотају  $N_{22}$ , а затим одредити вредност магнетске индукције у торусном језгру. Резултати овог мерења могу послужити за проверу прорачуна добијеног коришћењем модела струјног трансформатора.

За извођење описаних експеримената било је потребно направити на персоналном рачунару програм који ће вршити прикупљање резултата мерења, њихову обраду и чување у меморији рачунара. У те сврхе направљене су две апликације у LabVIEW програму, а њихов детаљан опис је дат у следећем поглављу.

## 5.2 LABVIEW АПЛИКАЦИЈА И ПОЈЕДИНАЧНИ МЕРНИ ТЕСТОВИ

LabVIEW је програмско окружење које користи графички програмски језик за реализацију комплетног мерног-аквизиционог система, од прикупљања сигнала са хардвера до анализе, приказивања и чувања података [84]. Он користи велики број библиотека са функцијама за програмирање у облику блок дијаграма.

Програми направљени у LabVIEW се називају виртуелни инструменти јер изгледом подсећају на стварне инструменте (волтметре, амперметре, осцилоскопе, генератре функција), а обележавају са екстензијом .vi. Програм се састоји се из предњег панела у коме се пројектује кориснички интерфејс и блок дијаграма у коме се програмира код. Кориснички интерфејс се прави коришћењем већ готовог сета контрола, индикатора и објеката (прекидачи, графици, дигиталне контроле), а како се креира интерфејс, тако се у блок дијаграм прозору појављује код. На блок дијаграм се повезују контроле и функције за извршавање програма. У блок дијаграму се користи ток података (Data Flow), а не секвенцијалне инструкције као у текстуалним програмским језицима. Управо ток податак одређује редослед извршавања делова програма. Пример једног предњег панела и његовог блок дијаграма дат је на Слици 5.8.



Слика 5.8 – Предњи панел и блок дијаграм једног виртуелног инструмента.

У следећа два подпоглавља ће бити описане LabVIEW апликације које су коришћене за спровођење свих мерења у оквиру ове докторске дисертације.

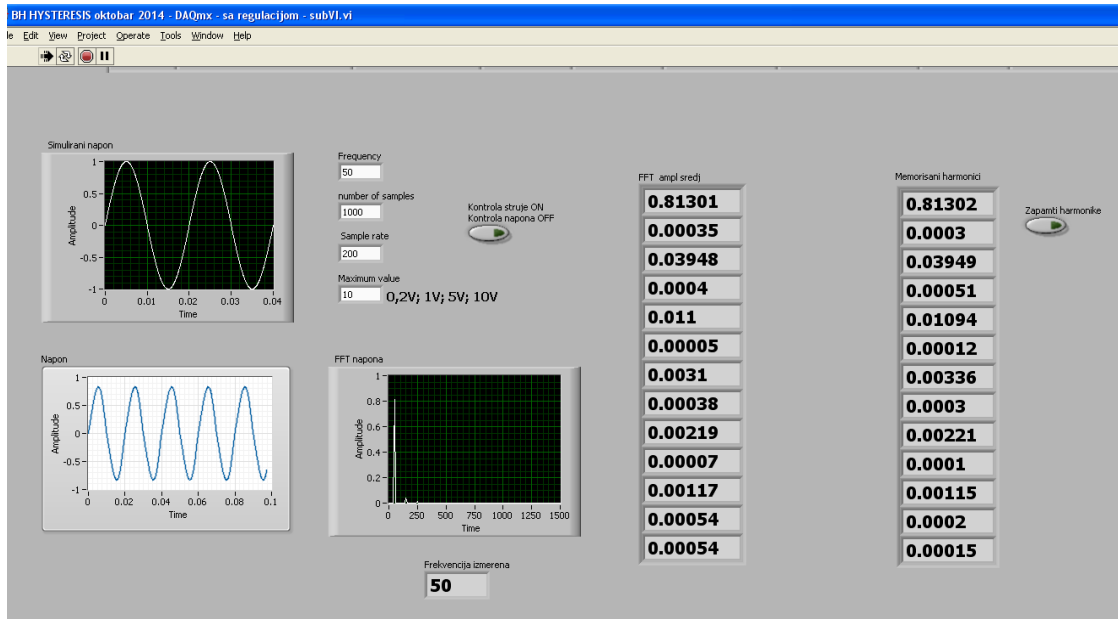
### 5.2.1 Апликација за мерење и симулацију магнетских карактеристика

За потребе мерења и симулације карактеристика феромагнетских лимова, према шеми датој на Слици 5.1, направљена је сложена апликација у програму LabVIEW. Због сложености и великог броја коришћених функција даље ће бити дат само детаљан опис предњег панела направљеног виртуелног инструмента. Предњи панел садржи велики број контрола, графика и индикатора који су распоређени у више картица тако да чине неколико независних целина и то су:

- картица „Подешавање напона“ за почетна подешавања на којој се задаје фреквенција напона који треба да генерише картица NI 9263, као и мерни опсег, број семплова и брзина семпловања при мерењу напона картицом NI 9205, а на овој картици постоје и опције за контролу облика генерисаног напона,
- картица „Подешавања“ за унос параметара торусног узорка који се користи при мерењу (број навојака на примару и секундару, дужина средње линије, површина попречног пресека и маса), а на овој картици се на графицима приказују први резултати мерења (струја  $i_1$  и напон  $u_2$ , јачина магнетског поља и магнетска индукција, хистерезисна петља),
- картица „Снимање криве магнећења, хистерезиса и губитака“ за приказ специфичних података као што су фактор облика секундарног напона, максималне и минималне вредности магнетског поља и индукције, THD магнетског поља и индукције, вредност специфичних губитака, а осим тога на овој картици се бележе мерне тачке (табеларно и у облику графика) које се користе за добијање криве магнећења и криве специфичних губитака (уједно се при овом бележењу активирају и функције за чување мерених података у меморији рачунара),
- картица „Моделовање хистерезиса“ за израчунавање параметара модела главне хистерезисне петље на којој се и визуелно пореди измерена и симулирана петља,
- картица „Моделовање криве магнећења“ за одређивање параметара модела криве магнећења са поређењем измерене и симулиране криве и
- картица „Моделовање реверзних кривих“ за моделовање реверзних кривих првог реда на основу модела главне петље и модела криве магнећења.



Изглед картице „Подешавање напона“ је приказан на Слици 5.9.

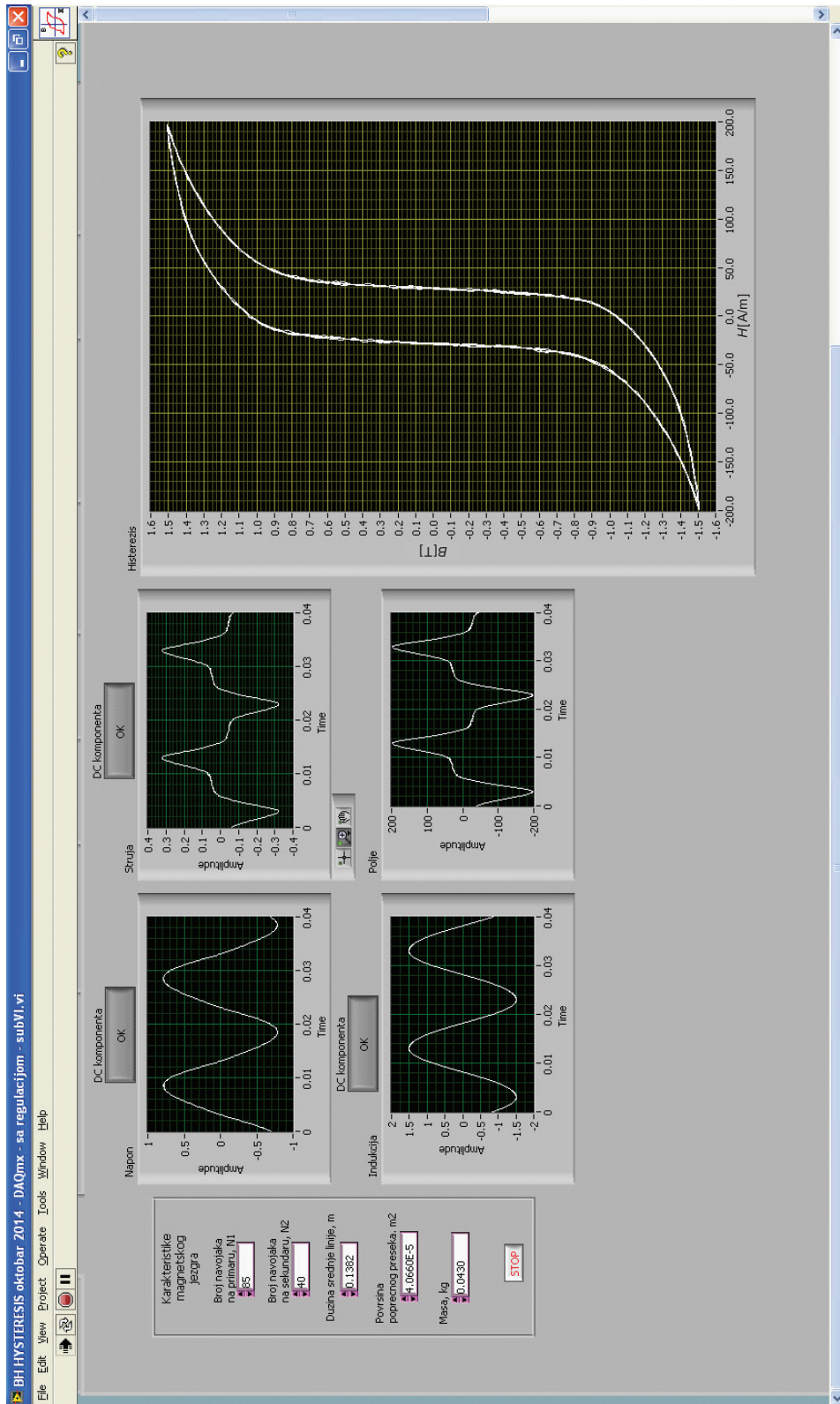


Слика 5.9 – Изглед картице „Подешавање напона“.

Горња лева страна картице показује контроле помоћу којих се подешава фреквенција напона који треба да генерише картица NI 9263, док су његов просто-периодичан облик и јединична амплитуда подешени на фиксне вредности током писања кода. На тој страни картице се налазе и подешавања мерног опсега, броја семплова и брзине семпловања напонских улаза са картице NI 9205, а уједно се и приказује облик тог напона. Након покретања програма на графику се приказује временски облик секундарног напона и примарне струје торуса, а по потреби се врше подешавања напонског опсега, броја семплова који се приказују и брзине семпловања којом се прикупљају мерни узорци са аквизиционе картице NI 9205. Уз временски облик напона секундара се приказују и његове хармоничке компоненте, графички и нумерички, и измерена фреквенција напона и струје. На овој картици се налазе и контроле за подешавање облика генерисаног напона. Један од захтева које дефинише стандард [16] је простопериодичан облик напона на секундарном намотају испитиваног торусног узорка. Међутим, при јачинама магнетског поља и индукције које одговарају zasiћењу узорка долази до значајног изобличења примарне струје која постаје сложенопериодична, а уједно и секундарни напон постаје изобличен. Та изобличења утичу и на промену облика хистерезисне петље, као и на вредност специфичних губитака. Зато је потребно извршити промену генерисаног напона тако да његово изобличење

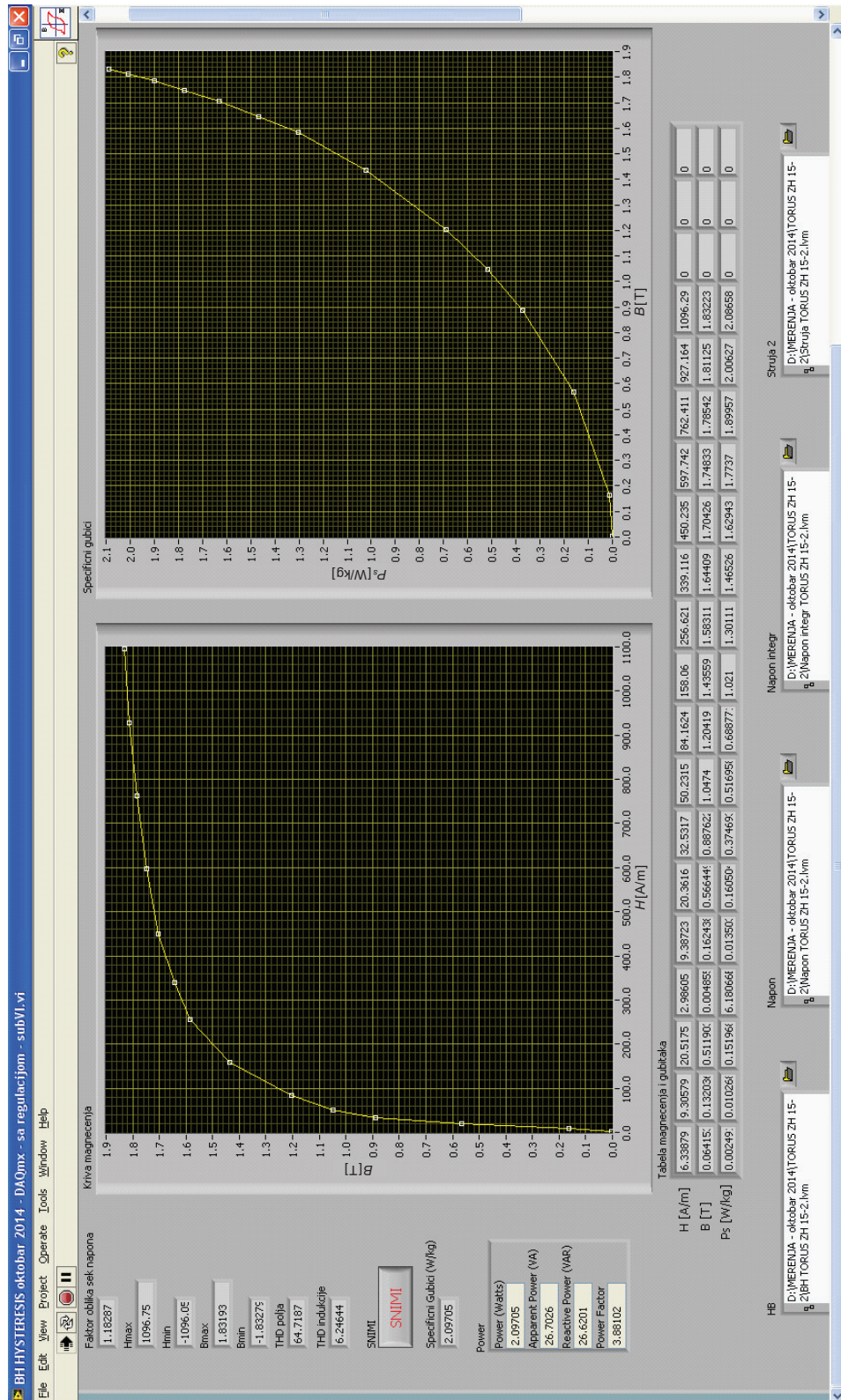
(промена простопериодичног облика у сложено-периодичан) доведе до простопериодичног облика напона на секундару. У те сврхе се у последње време користе решења базирана на дигиталној контроли, програмски преко рачунара, а не коришћењем стварног електричног кола повратне спреге. Предности оваквог начина контроле напона су вишеструке, а огледају се у бољој стабилности и тачности генерисаног напона, као и краћем времену до постизања простопериодичног облика секундарног напона. Мера чистоће синусоидалног облика овог напона је фактор облика који треба да износи  $1,111 \pm 1\%$  [16], а може се посматрати и укупно хармонијско изобличење (THD – Total Harmonic Distortion) које не би требало да буде веће од 5% [87]. Контрола облика секундарног напона у мерењима у овој докторској дисертацији је остварена додавањем одговарајућих хармоника генерисаном напону [88], како би се поништили хармоници који постоје у секундарном напону. За то је било потребно извршити подешавање амплитуде и почетне фазе додатних хармоника, што се врши у више итерација, док се истовремено прати промена хармоника секундарног напона, његов фактор облика и хармонијско изобличење. Ова процедура се понавља све док се сувишни хармоници у секундарном напону не доведу на вредност која је много мања од амплитуде првог хармоника (из низа експеримената утврђено је да њихов однос треба бити бар 10). Након што се изврше сва потребна подешавања може се прећи на следећу картицу.

Изглед картице „Подешавања“ је приказан на Слици 5.10. Лева страна картице показује контроле помоћу којих се подешавају параметри торусног узорка који се користи при мерењу и то: број навојака на примару и секундару, дужина средње линије, површина попречног пресека и маса. Средишњи део картице приказује графике измерене струје  $i_1$ , напона  $u_2$ , јачине магнетског поља  $H$  и магнетске индукције  $B$ , односно њихову промену у времену. Ови графици служе за визуелну контролу облика секундарног напона и чистоће измерених сигнала (како би се избегло евентуално постојање нежељеног шума или импулса). На десној страни картице се приказује хистерезисна петља добијена комбиновањем сигнала за  $H$  и  $B$ . Визуелним прегледом се могу утврдити непожељне неправилности на петљи, као што су несиметрија, померај по вертикалној или хоризонталној оси и друге. Након што је утврђено да су све улазне вредности правилно подешене, а измерени сигнали и хистерезисна петља имају одговарајући облик, може се прећи на следећу картицу.



Слика 5.10 – Изглед картице „Подешавање“.

Изглед картице под називом „Снимање криве магнећења, хистерезиса и губитака“ је приказан на Слици 5.11.

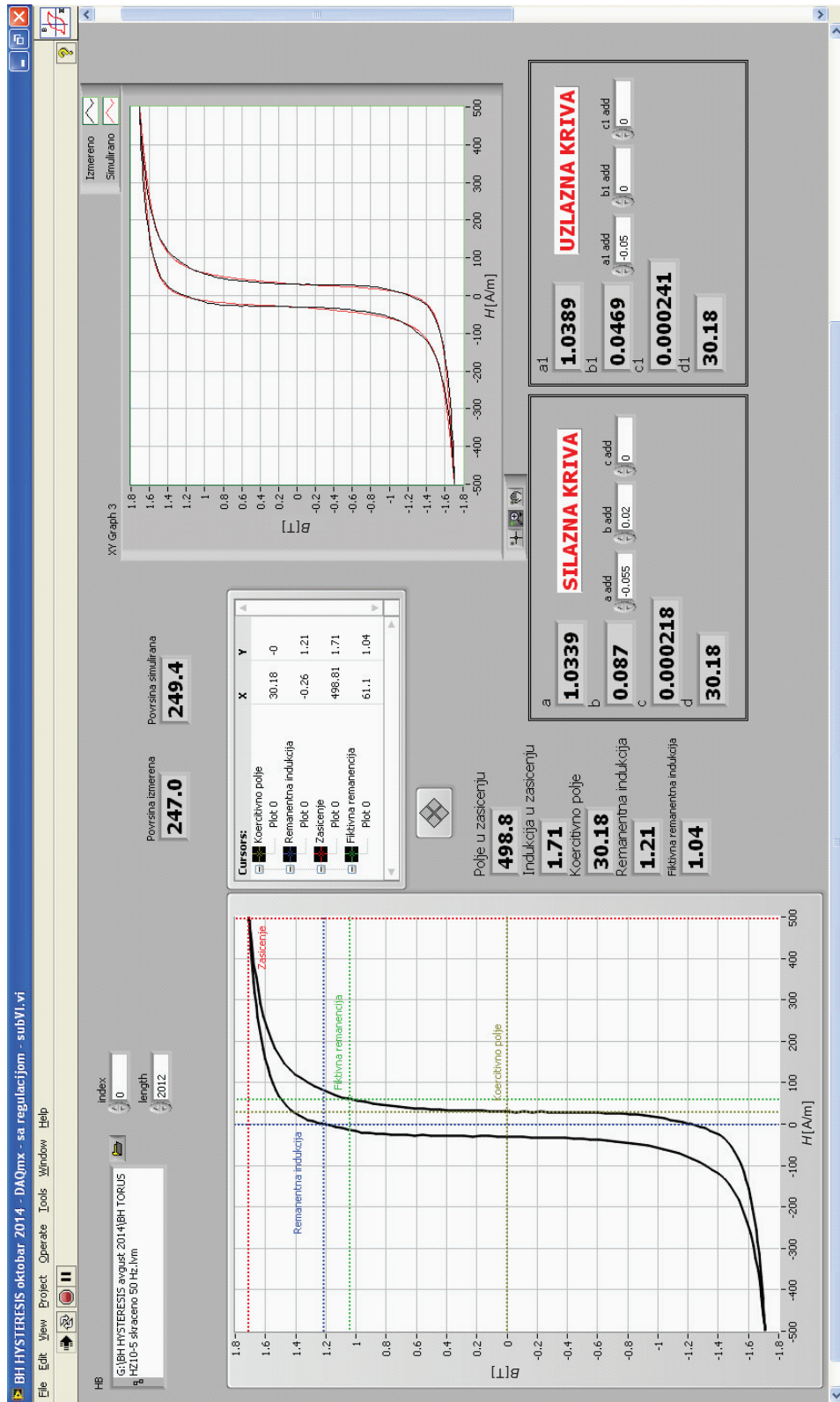


Слика 5.11 – Изглед картице „Снимање криве магнећења, хистерезиса и губитака“.

Ова картица на левој страни показује нумеричке вредности од значаја и то: фактор облика секундарног напона, максималне и минималне вредности магнетског поља и индукције, THD магнетског поља и индукције, као и вредност специфичних губитака. На картици се налазе и два графика на којима се исцртавају крива магнећења и крива специфичних губитака, а забележене вредности се приказују и у табели. Када се утврди да су све очитане вредности у оквиру жељених, притиском на тастер „СНИМИ“ се бележе нове тачке на графицима, а истовремено се повлачи и линија између претходне и нове тачке и на тај начин се конструишу жељене криве. Активирањем овог тастера извршава се и део кода који уписује у Excel документе на рачунару измерене сигнале  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $H$  и  $B$ , где се они чувају као нумерички подаци (ради касније употребе код анализе или поређења са другим резултатима). У дну ове картице се налазе и контроле за подешавање локација ових докумената у меморији рачунара, а уједно се задаје и назив тих докумената. Након што се забележи једна мерна тачка поново се прелази на прву картицу ради подешавања за следећу мерну тачку.

Рад са четвртном, петом и шестом картицом је независан од прве три картице и користи се онда када се поседују одговарајући мерени подаци (подаци који се налазе у меморији рачунара) како би се извршила њихова анализа и моделовање карактеристика од интереса.

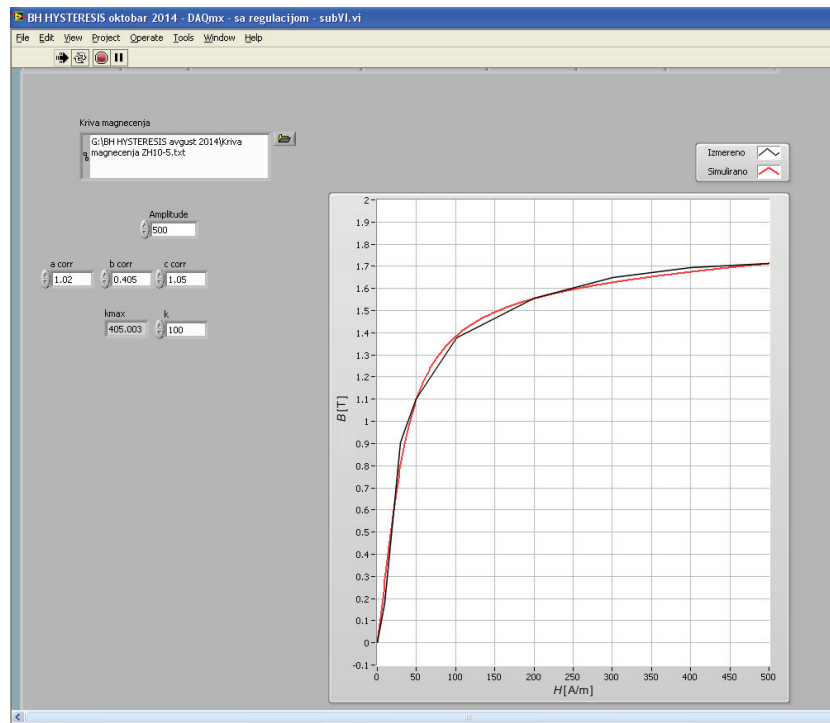
Изглед картице „Моделовање хистерезиса“ је приказан на Слици 5.12. Ова картица служи за моделовање главне хистерезисне петље. Феромагнетски лим улази у засићење већ када је јачина магнетског поља достигла вредност изнад  $500\text{A/m}$ , а то одговара вредностима магнетске индукције преко  $1,7\text{T}$ , и петља која је снимљена за такве вредности магнетског поља и индукције се може сматрати главном петљом. У горњем левом углу картице се налази контрола помоћу које се налази локација на рачунару оног документа у коме су претходно сачувани подаци за једну такву петљу. Након одабира жељеног документа подаци се учитавају и на графику са леве стране картице се приказује главна хистерезисна петља (ова петља се исцртава и на другом графику који се налази на десној страни картице). Овај график има четири курсора који се постављају на карактеристичне тачке на петљи како би се очитале вредности магнетског поља и индукције у засићењу, коерцитивног поља, реманентне индукције и фиктивне реманентне индукције. Њихове вредности се исписују на средишњем делу картице.



Слика 5.12 – Изглед картице „Моделовање хистерезиса“.

Помоћу ових вредности се израчунавају параметри модела главне петље, а њихове вредности се исписују у доњем десном делу картице. Истовремено се на десном графику исцртава симулирана главна петља, упоредо са измереном петљом. У средишњем делу, на врху картице, се налазе нумерички индикатори који показују површину измерене и симулиране петље. Визуелним поређењем петљи, као и поређењем њихових површина, може се утврдити да ли моделована петља одговара измереној. Најчешће ово поклапање није довољно добро, па је потребно извршити ручно подешавање параметара модела. У доњем десном делу картице се налазе контроле којима се то може урадити. Када се постигне задовољавајуће поклапање измерене и симулиране петље може се прећи на следећу картицу.

Изглед пете картице је приказан на Слици 5.13. На овој картици се врши моделовање криве магнећења.

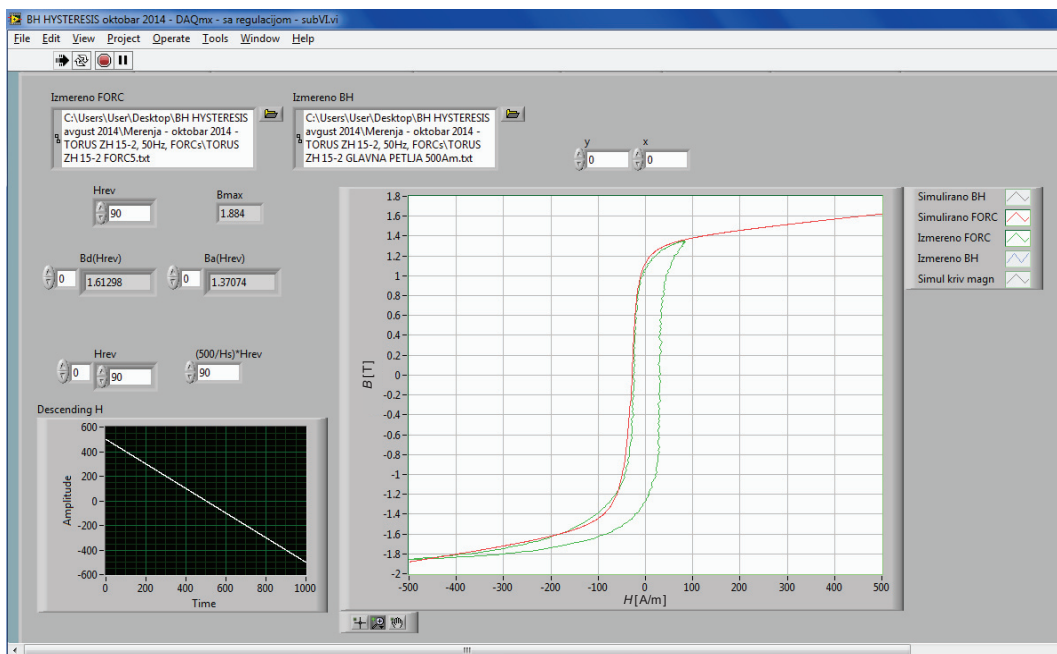


Слика 5.13 – Изглед картице „Моделовање криве магнећења“.

Учитавање података за измерену криву магнећења се врши помоћу контроле у горњем левом углу картице, а одабиром одговарајућег документа измерена крива се појављује на графику. Модел криве магнећења користи вредности параметара модела главне петље, уз одговарајућу корекцију. Контроле које се користе за подешавање параметара модела се налазе на левој страни картице. Такође, на тој страни

се налазе и контрола за подешавање параметра  $k$  који утиче на облик симулиране криве за мале вредности магнетског поља. Симулирана крива се исцртава упоредно са измереном, па се може извршити и визуелна провера, као и корекција параметара по потреби. Постизањем задовољавајућег поклапања кривих може се прећи на следећу картицу.

Изглед картице под називом „Моделовање реверзних кривих“ је приказан на Слици 5.14, а она служи за моделовање реверзних кривих првог реда. Учитавање измерене РКПР се врши помоћу контроле у горњем левом углу на картици, избором одговарајућег документа на рачунару. Такође, могуће је учитати и измерену главну петљу (помоћу још једне текстуалне контроле) ради провере исправности учитане РКПР. Након учитавања, петље се приказују на графику који се налази на средини картице. Могуће је учитане петље померати по хоризонтали и вертикални, уколико је потребно, помоћу контрола које се налазе изнад тог графика. За моделовање РКПР потребно је подесити вредност реверзног магнетског поља што се врши помоћу контроле која се налази лево од овог графика. У доњем левом углу се приказује график са опадајућим магнетским пољем које се користи за симулирање опадајуће РКПР. Одговарајуће функције на блок дијаграму врше прорачун РКПР и приказују је на централном графику (црвена линија), где се она може упоредити са измереном кривом (зелена линија). Петља приказана на Слици 5.14 зеленом бојом се добија мерењем при комбинованој побуди коришћењем и једносмерног и наизменичног напона, а њена опадајућа крива представља мерену РКПР [89].

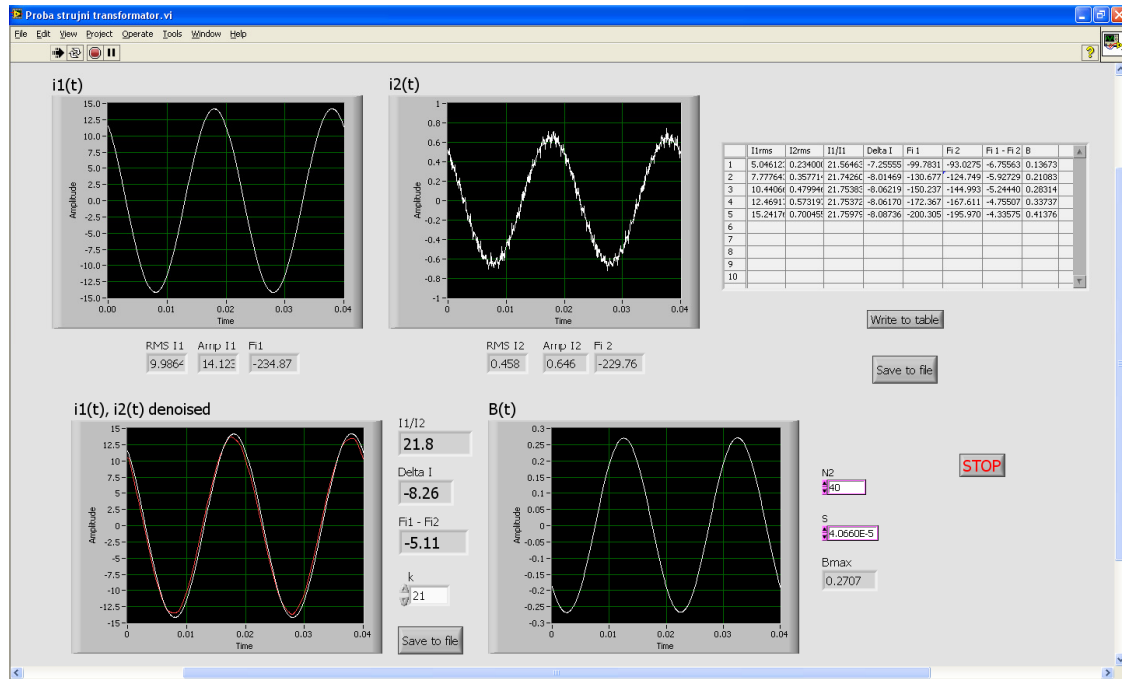


Слика 5.14 – Изглед картице „Моделовање реверзних кривих“.



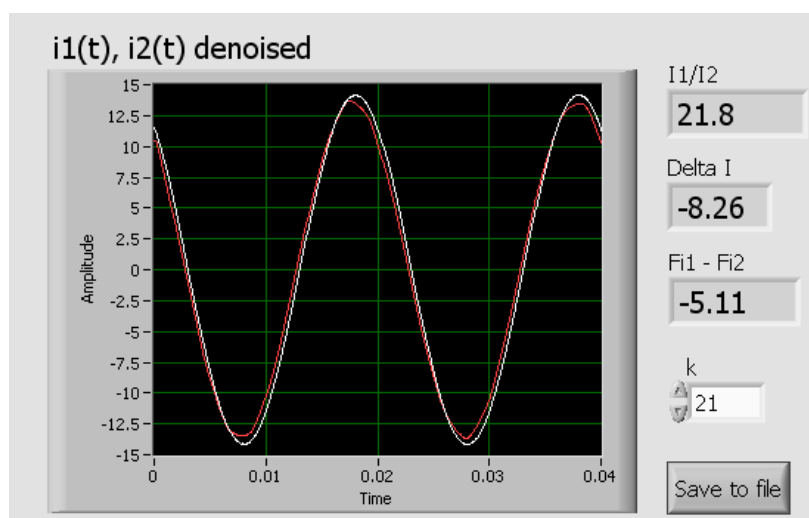
## 5.2.2 Апликација за мерење струјне и фазне грешке

За потребе испитивања торусних језгара као струјних трансформатора, према шеми датој на Слици 5.7, направљена је још једна апликација у LabVIEW програму. Ова апликација је једноставнија од претходне и све контроле и индикатори су приказани у оквиру једног предњег панела, датог на Слици 5.15.



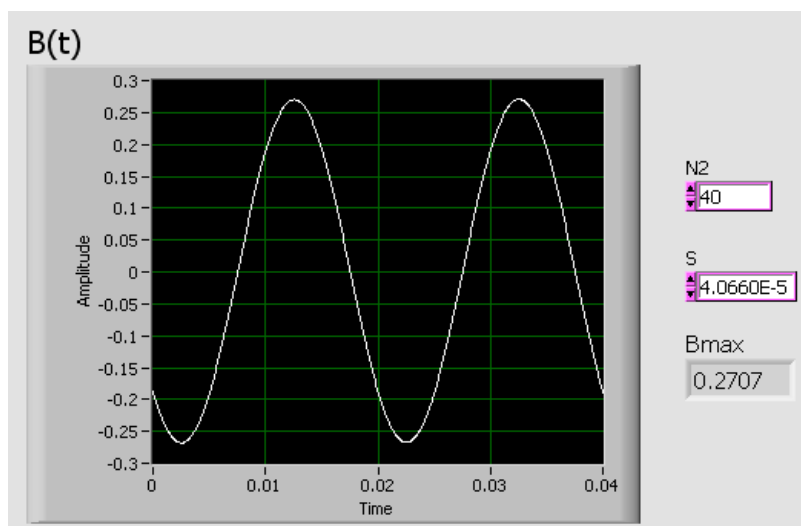
Слика 5.15 – Изглед предњег панела апликације „Струјни трансформатор“.

У горњем делу предњег панела су приказани графици измерене примарне и секундарне струје ( $i_1$ ,  $i_2$ ) испитиваног струјног трансформатора. Обе струје се мере индиректно мерењем напона на шант отпорницима везаним у примарно и секундарно коло. Назначена примарна струја је 20А, а назначена секундарна струја је 1А. Пад напона на шанту у секундарном колу је реда неколико mV, а мерни опсег аквизиционе картице је 200mV, те се приликом мерења секундарне струје јавља одређени шум (што се јасно може видети на десном графику). Овај шум се може програмски отклонити, ради адекватнијег приказа и лакшег поређења измерених струја. Након отклањања шума, секундарна струја је упоређена са примарном струјом, што је приказано на доњем левом графику (секундарна струја је помножена са 21 како би била истог нивоа са примарном, а њихова разлика уочљивија). Овај део предњег панела је увеличано приказан на Слици 5.16.



Слика 5.16 – Поређење измерене примарне и сукундарне струје, уз израчунате грешке.

Доњи десни график приказује магнетску индукцију у торусу, односно њену промену у времену (добијену преко намотаја  $N_{22}$ , Слика 5.7), што је увеличано приказано на Слици 5.17. Може се уочити простопериодична промена индукције у времену и да је максимална вредност магнетске индукције износила 0,27Т.



Слика 5.17 – Измерена магнетска индукција.

Осим графика, на предњем панелу се налазе и нумерички индикатори који показују ефективне и максималне вредности измерених струја, као и њихове почетне фазе (испод горњих графика). На основу ових вредности израчунавају се струјна и фазна грешка струјног трансформатора, а оне су приказане у средишњем делу предњег панела (између доњих графика).

Такође се израчунава и приказује и максимална вредност магнетске индукције. Горња десна страна предњег панела приказује табелу у којој се бележе резултати мерења. Она садржи све величине од интереса. У табелу је могуће забележити низ резултата мерења, а ови резултати се затим могу сачувати у Excel формату ради даље обраде. Такође, временски облици струја приказаних на доњем левом графику се могу сачувати у истом формату, као нумеричке вредности (неколико стотина тачака по једној периоди, зависно од подешавања аквизиционе картице).

## 6. МОДЕЛ СТРУЈНОГ МЕРНОГ ТРАНСФОРМАТОРА

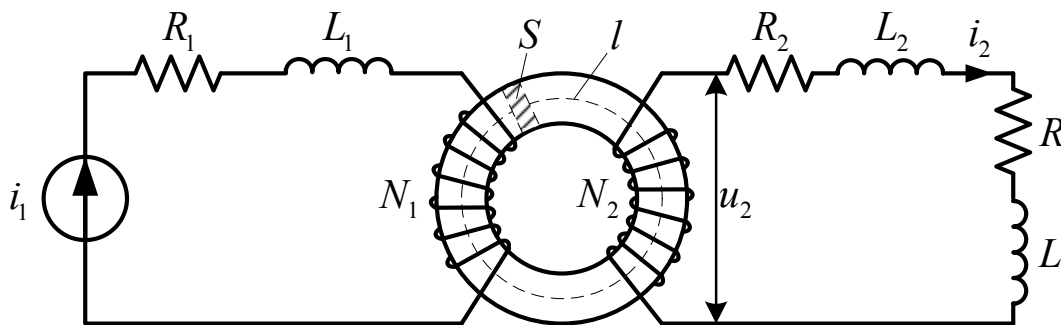
Струјни мерни трансформатор служи за мерење струја великих вредности, почев од 5А па и до 5000А. Назначена секундарна струја је 5А или 1А. Однос назначене примарне струје,  $I_{1n}$  и назначене секундарне струје,  $I_{2n}$ , представља назначени однос трансформације [84]:

$$K_n = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}. \quad (6.1)$$

У употреби су углавном индуктивни струјни трансформатори који се састоје од примарног и секундарног намотаја и језгра од феромагнетског лима. Најчешће се користи торусно језгро добијено мотањем траке добијене исецањем феромагнетског лима.

Еквивалентна шема струјног мерног трансформатора са торусним језгром је приказана на Слици 6.1 [90], где су:

- $R_1, L_1$  - отпорност и индуктивност примарног намотаја,
- $R_2, L_2$  - отпорност и индуктивност секундарног намотаја,
- $R, L$  - отпорност и индуктивност пријемника на секундарној страни,
- $i_1, i_2$  - тренутне вредности струја кроз примарни и секундарни намотај,
- $N_1, N_2$  - број навојака примарног и секундарног намотаја и
- $l, S$  - средња линија и површина попречног пресека торуса.



Слика 6.1 – Еквивалентна шема струјног мерног трансформатора.

Једначине које важе за струјно коло са Сликe 6.1 су:

$$i_1 N_1 - i_2 N_2 = Hl, \quad (6.2)$$

$$(R_2 + R)i_2 + (L_2 + L)\frac{di_2}{dt} - N_2S\frac{dB}{dt} = 0, \quad (6.3)$$

$$B = f(H), \quad (6.4)$$

где последња једначина описује хистерезисну петљу дату математичким моделом описаним у четвртој глави.

Наведене једначине се најчешће комбинују тако да се сведу на једну диференцијалну једначину која даје везу између електричних и магнетских величина [90-93]. Могуће је приказати више облика ове једначине у зависности од начина на који се комбинују полазне једначине. У сваком случају, добијена једначина је нелинеарна, а тражено решење је функција времена. Решење се обично добија применом нумеричко-итеративног поступка, а у те сврхе се може успешно применити Runge-Kutta метод [90, 93].

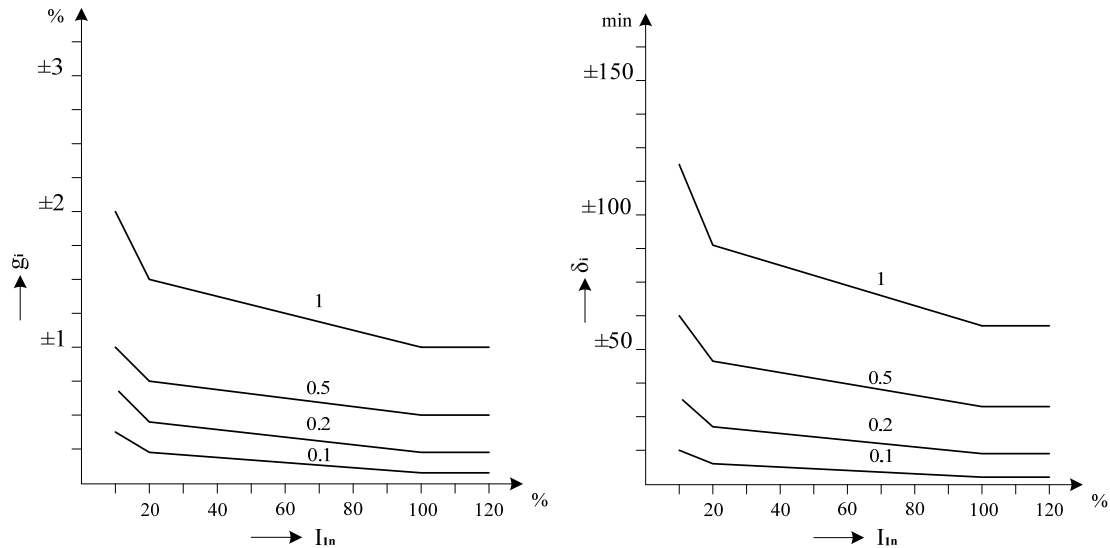
Након што се израчунају све магнетске и електричне величине могуће је одредити грешку коју прави струјни трансформатор. За струјне мерне трансформаторе се дефинишу струјна и фазна грешка. Струјна грешка,  $g_i$ , је дата изразом:

$$g_i = \frac{K_n I_2 - I_1}{I_1} 100\%, \quad (6.5)$$

где су  $I_1$  и  $I_2$  ефективне вредности примарне и секундарне струје у колу на Слици 6.1. Фазна грешка,  $\delta_i$ , дефинисана је углом између фазора секундарне и примарне струје,  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_2$ . У овој докторској дисертацији је усвојено да је фазна грешка негативна ако секундарна струја фазно предњачи примарној струји.

За струјне трансформаторе се дефинише и класа тачности која је једнака апсолутној вредности дозвољене струјне грешке, изражене у %, при назначеној снази и 120% назначене примарне струје. Стандардне класне тачности струјних трансформатора за мерење су 0,1; 0,2; 0,5; 1; 3 и 5.

На Слици 6.2 дате су граничне вредности струјне и фазне грешке струјних трансформатора класе тачности 0,1; 0,2; 0,5 и 1. Тако су стандардном струјном трансформатору (према препорукама SRPS EN 60044-1:2009 [94]) класе тачности 1 границе струјне грешке  $\pm 1\%$  при назначеној примарној струји и назначеном оптерећењу секундара струјног трансформатора.



Слика 6.2 - Граничне вредности струјне и фазне грешке.

У нормалном раду струјног мерног трансформатора вредност магнетске индукције у језгру је мала тако да се језгро не налази у засићењу. У таквом режиму рада је магнетска индукција простопериодична, а њена максимална вредност се може одредити помоћу израза [86]:

$$B_{\max} = \frac{I_2 Z_2}{\sqrt{2\pi f S N_2}}, \quad (6.6)$$

где је  $Z_2 = \sqrt{(R_2 + R)^2 + (\omega L_2 + \omega L)^2}$ , а  $f$  је фреквенција (најчешће 50 Hz).

За феромагнетске лимове који се уобичајено користе за израду струјних трансформатора магнетска индукција је простопериодична уколико њена максимална вредност не прелази 0,6-0,7 Т. Овим вредностима магнетске индукције одговарају максималне вредности магнетског поља око 20-30 А/м. У овом опсегу вредности магнетско поље ће такође бити простопериодична функција времена. Тада ће и секундарна струја трансформатора бити простопериодична. Са становишта грешке коју прави струјни трансформатор ово је најповољнији случај. У складу са овиме, пожељно је да струјни трансформатор ради у простопериодичном режиму рада, о чему се води рачуна при пројектовању трансформатора.

Најчешће се простопериодичан режим рада струјног трансформатора, а тиме и одговарајућа тачност, може лако остварити. У моделу струјног трансформатора фигурише велики број параметара (изрази (6.2)-(6.4)), а њиховим варирањем се лако могу постићи жељене карактеристике. Изузетак представљају струјни трансформатори са једним навојком у

примарном намотају и малим назначеним односом трансформације (за примарне струје до 50А). У том случају је број параметара модела који је могуће мењати умањен, па је од кључног значаја узети у обзир магнетски хистерезис што тачније и без упрошћења.

У циљу свеобухватне анализе и прорачуна струјног трансформатора у простопериодичном режиму рада, у овој докторској дисертацији је предложен једноставан поступак који обухвата утицај магнетског хистерезиса торусног језгра. Овај поступак, чији је крајњи резултат одређивање секундарне струје струјног трансформатора, добија се полазећи од израза (6.2)-(6.4) и (6.6).

Прорачун полази од претпоставке да кроз примарни намотај струјног трансформатора протиче простопериодична струја  $i_1 = I_{1m} \sin \omega t$ . Затим се узима да је вредност магнетског поља у првој итерацији прорачуна једнака нули. Заменом ове вредности у израз (6.2) добија се:

$$i_2^{(1)} = \frac{N_1}{N_2} i_1, \quad (6.7)$$

односно:

$$I_2^{(1)} = \frac{N_1}{N_2} I_1. \quad (6.8)$$

Напон који се индукује у секундарном намотају се може одредити на следећи начин:

$$u_2^{(1)} = (R + R_2) i_2^{(1)} + (L + L_2) \frac{di_2^{(1)}}{dt}, \quad (6.9)$$

односно,

$$u_2^{(1)} = Z_2 I_2^{(1)} \sqrt{2} \sin \left[ \omega t + \varphi_2 + \varphi^{(1)} \right], \quad (6.10)$$

где је  $\varphi_2 = \arctg \left[ \omega(L + L_2) / (R + R_2) \right]$ , а  $\varphi^{(1)}$  је фазни став секундарне струје у првој итерацији.

Са друге стране, овај напон се индукује у секундарном намотају услед промене флуksа у језгру. Сходно томе, он се може изразити као:

$$u_2^{(1)} = -N_2 \frac{d\Phi^{(1)}}{dt} = -N_2 S \frac{dB^{(1)}}{dt}. \quad (6.11)$$

Из претходног израза је могуће одредити магнетску индукцију у првој итерацији као:

$$B^{(1)} = -\frac{1}{N_2 S} \int_0^t u_2^{(1)} dt = \frac{1}{\omega N_2 S} Z_2 I_2^{(1)} \sqrt{2} \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{2} + \varphi_2 + \varphi^{(1)} \right]. \quad (6.12)$$

Максимална вредност магнетске индукције се може израчунати из израза (6.6). Овој вредности магнетске индукције одговара максимална вредност магнетског поља, те се на тај начин добија тачка која одређује врх минорне хистерезисне петље у првој итерацији. Коришћењем математичког модела хистерезиса, моделовањем хистерезисне петље, за простопериодичну магнетску индукцију могуће је одредити магнетско поље у времену. До одређене вредности магнетске индукције (0,5-0,6 Т) и магнетско поље се мења по простопериодичном закону, што може бити искоришћено за поједностављење прорачуна. У том случају се магнетско поље у другој итерацији може израчунати коришћењем следећег израза:

$$H^{(2)} = H_{\max}(B_{\max}^{(1)}) \sin \left[ \omega t + \varphi_2 + \varphi^{(1)} - \frac{\pi}{2} + \varphi(B_{\max}^{(1)}) \right], \quad (6.13)$$

где  $H_{\max}(B_{\max})$  представља криву магнетске индукције, а  $\varphi(B_{\max})$  је фазни померај између магнетске индукције и магнетског поља које су простопериодичне функције у времену. Обе карактеристике се могу одредити са мањих хистерезисних петљи добијених мерењем или моделовањем. С обзиром на то да се ради о итеративном поступку који може имати и више од десет итерација, пожељно је користити моделоване мање петље, јер се мерењем никада не могу добити тачно оне петље које су потребне у прорачуну. Моделовање мањих петљи је могуће извршити помоћу математичког модела описаног у четвртој глави ове докторске дисертације.

Након што су израчунате све величине од интереса у првој итерацији поступка, добијено магнетско поље  $H^{(2)}$  се замењује у израз (6.2) како би се одредила струја секундарна у другој итерацији. Та струја ће бити дата изразом:

$$i_2^{(2)} = \frac{N_1}{N_2} i_1 - \frac{H^{(2)} l}{N_2}. \quad (6.14)$$

Итерациони поступак се понавља све док промена јачине магнетског поља (или магнетске индукције или ефективне вредности секундарне струје) не постане довољно мала, односно док се не постигне конвергенција резултата ка одређеној вредности.

Уколико се ради о већим вредностима магнетске индукције, када је магнетско поље сложенопериодична функција времена, потребно је користити математички модел хистерезисне петље и из познате минорне петље, за простопериодичну магнетску индукцију, одредити временски облик магнетског поља. Пошто је магнетско поље сложенопериодично и секундарна струја ће бити сложенопериодична. Међутим, због једноставности,



итерациони поступак се може наставити коришћењем само основног хармоника ове струје, док се за коначну вредност секундарне струје узима вредност добијена у последњем итерационом кораку, без изузимања виших хармоника. Због наведеног поједностављења прорачуна могу се очекивати и веће грешке у израчунатој секундарној струји. С обзиром на то да се рад струјног трансформатора у области засићења (у смислу магнетског хистерезиса) очекује само у случају значајног преоптерећења (превелике примарне струје), што не одговара нормалном режиму рада, овај случај није анализиран у оквиру докторске дисертације.

На основу предложеног модела струјног трансформатора у простопериодичном режиму рада у програму Wolfram Mathematica [95] је написан програмски код који као крајњи резултат даје временски облик секундарне струје и вредности струјне и фазне грешке струјног трансформатора. Одговарајући симулациони резултати добијени овим програмом и експериментални резултати добијени помоћу мерног система описаног у претходној глави ће бити приказани у следећој глави ове докторске дисертације.

## 7. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ И СИМУЛАЦИОНИ РЕЗУЛТАТИ

У овој глави приказани су сви важнији експериментални резултати као што су:

- фамилија симетричних хистерезисних петљи (добијена под дејством само наизменичног побудног напона фреквенције 50 Hz),
- крива магнећења (добијена у току првог мерења),
- крива специфичних губитака (добијена у току првог мерења),
- фамилија несиметричних хистерезисних петљи (добијена под дејством и једносмерног напона и наизменичног напона фреквенције 50 Hz),
- прелазни процес магнећења (при променама наизменичног побудног напона фреквенције 50 Hz) и
- мерења са торусним узорком по узору на мерења при овери струјног мерног трансформатора (одређивање струјне и фазне грешке).

Уз ове резултате, приказани су и симулациони резултати добијени коришћењем предложених модела главне петље, криве магнећења и реверзних кривих првог реда (РКПР), као и предложеног модела струјног мерног трансформатора. Симулациони резултати треба да потврде применљивост предложених модела, као и њихову тачност у поређењу са експерименталним резултатима.

Осим резултата добијених експериментима и симулацијама на основу предложених модела, биће приказан и део резултата добијених симулацијама у програму HysterSoft [82]. Уграђени алгоритам овог програма користи Preisach-ов модел за добијање хистерезисних петљи и прелазних кривих (због одличне тачности овог модела). Резултати симулација добијени коришћењем предложених модела су упоређени са резултатима добијеним у HysterSoft програму како би се и на тај начин потврдила њихова тачност.

Експериментални резултати који се односе на мерење магнетских карактеристика су добијени са торусним узорком начињеним намотавањем траке која је претходно исечена из феромагнетског лима (произвођач POSCO из Јужне Кореје, каталошка ознака лима 27PH100). Параметри коришћеног торуса су:

- број навојака примарног намотаја –  $N_1=85$ ,

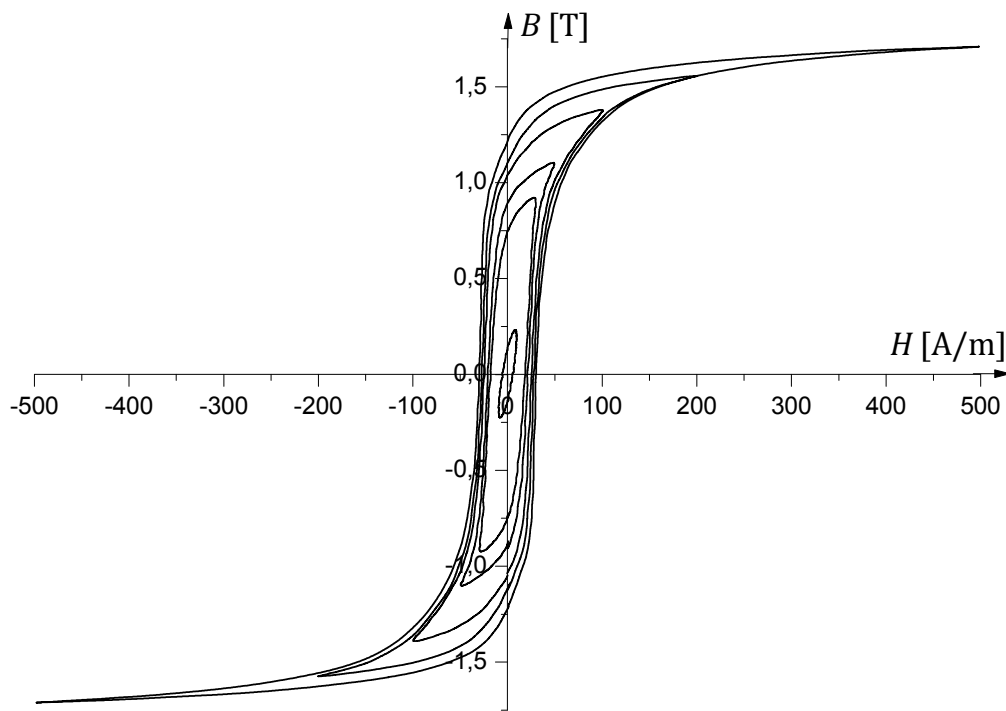
## 7. Експериментални и симулациони резултати

- број навојака секундарног намотаја –  $N_2=20$ ,
- дужина средње линије –  $l=0,1759$  m,
- површина попречног језгра –  $S=1,5678 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup> и
- маса гвожђа –  $m=0,211$  kg.

Експериментални резултати који се односе на испитивање струјног мерног трансформатора су добијени са торусним узорком израђеним на исти начин као и за први узорак, са следећим параметрима:

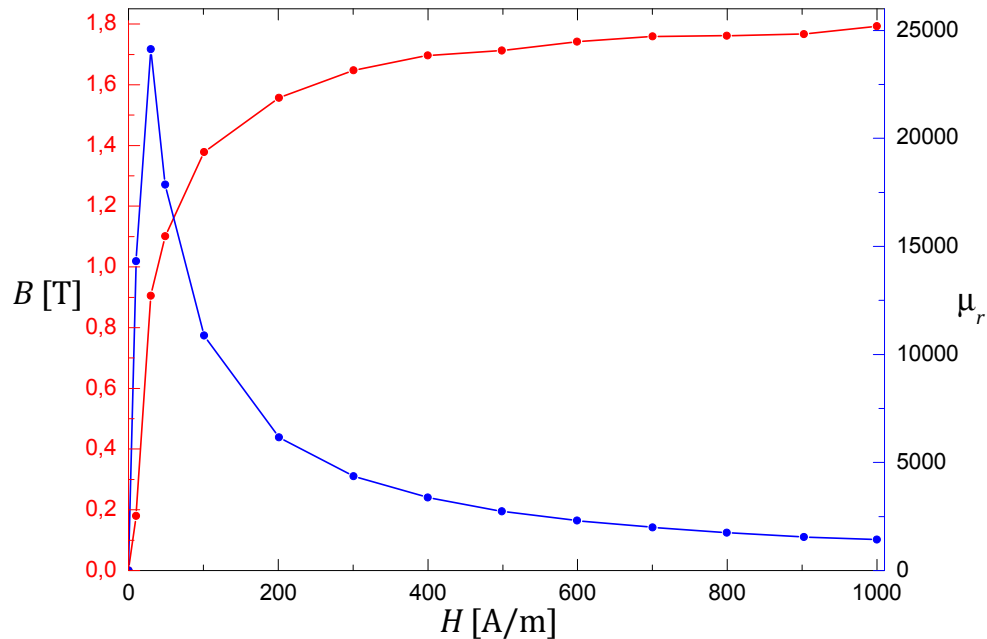
- број навојака примарног намотаја –  $N_1=1$ ,
- број навојака секундарног намотаја –  $N_2=20$ ,
- дужина средње линије –  $l=0,1382$  m,
- површина попречног језгра –  $S=4,066 \cdot 10^{-5}$  m<sup>2</sup> и
- маса гвожђа –  $m=0,043$  kg,
- отпорност секундарног намотаја –  $R_2=0,095$   $\Omega$ ,
- индуктивност секундарног намотаја –  $L_2=105$   $\mu$ H,
- отпорност оптерећења секундарног намотаја –  $R=0,00375$   $\Omega$ .

Фамилија хистерезисних петљи снимљена при дејству побудног напона фреквенције 50Hz је приказана на Слици 7.1. Ове петље су добијене при следећим максималним вредностима побудног магнетског поља: 10 A/m, 30 A/m, 50 A/m, 100 A/m, 200 A/m и 500 A/m.



Слика 7.1 – Фамилија хистерезисних петљи.

Крива магнећења и крива специфичних губитака се добијају у току мерења фамилије хистерезисних петљи помоћу LabVIEW апликације описане у подпоглављу 5.2.1. Ове криве су приказане на Сликама 7.2 и 7.3, респективно. Криве са Слика 7.2 и 7.3 одговарају фамилији хистерезисних петљи приказаним на Слици 7.1.



Слика 7.2 – Крива магнећења  $B(H)$  и крива релативне пермеабилности  $\mu_r(H)$ .

Слика 7.2 поред криве магнећења (црвена линија) приказује и криву релативне пермеабилности (плава линија). Ова крива се може одредити помоћу следећег израза:

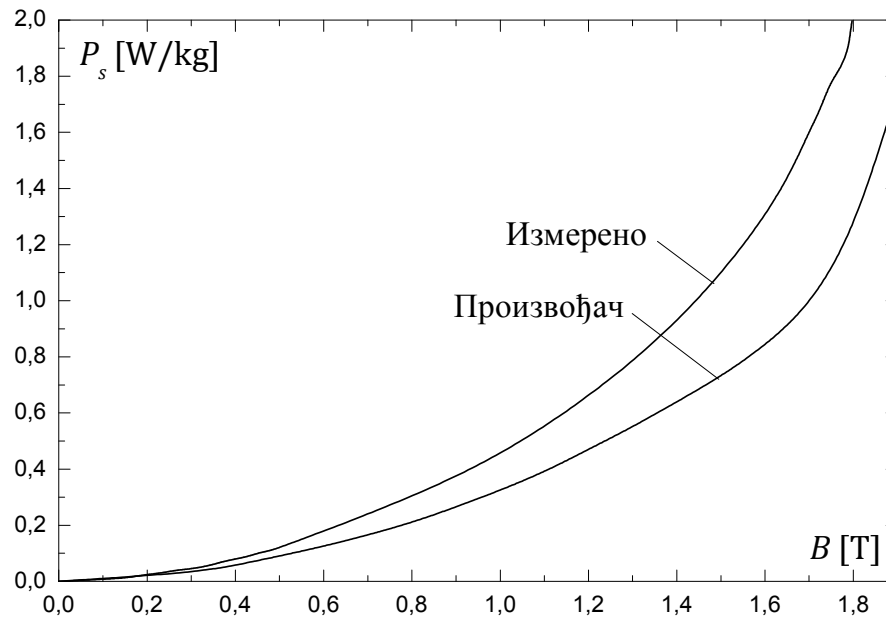
$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H}, \quad (7.1)$$

где су  $B$  и  $H$  вредности магнетског поља са криве магнећења, а  $\mu_0$  је релативна пермеабилност вакуума која износи  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}$ .

Анализирајући фамилију хистерезисних петљи, криву магнећења и криву релативне пермеабилности приказане на Сликама 7.1 и 7.2, о материјалу од кога је начињен испитивани торусни узорак се може закључити следеће:

- материјал има изражену магнетску нелинеарност и хистерезис,
- линеарни део криве магнећења одговара вредностима магнетског поља до 30 А/м, а изнад те вредности почиње колено криве магнећења и њен изразито нелинеаран део,

- засићење материјала почиње већ за побудно магнетско поље јачине 300 А/м и за вредности веће од ових достиже се линеарни део криве магнећења у коме се магнетска индукција споро мења са променом магнетског поља,
- максимум релативне магнетске пермеабилности материјала се достиже већ за 30 А/м и износи преко 24000, након тога магнетска пермеабилност се значајно смањује,
- најповољнији режим рада са материјалом је у области око 30 А/м у којој је крива магнећења линеарна, а магнетска пермеабилност максимална (у овом подручју су магнетско поље и индукција у материјалу простопериодични у времену).

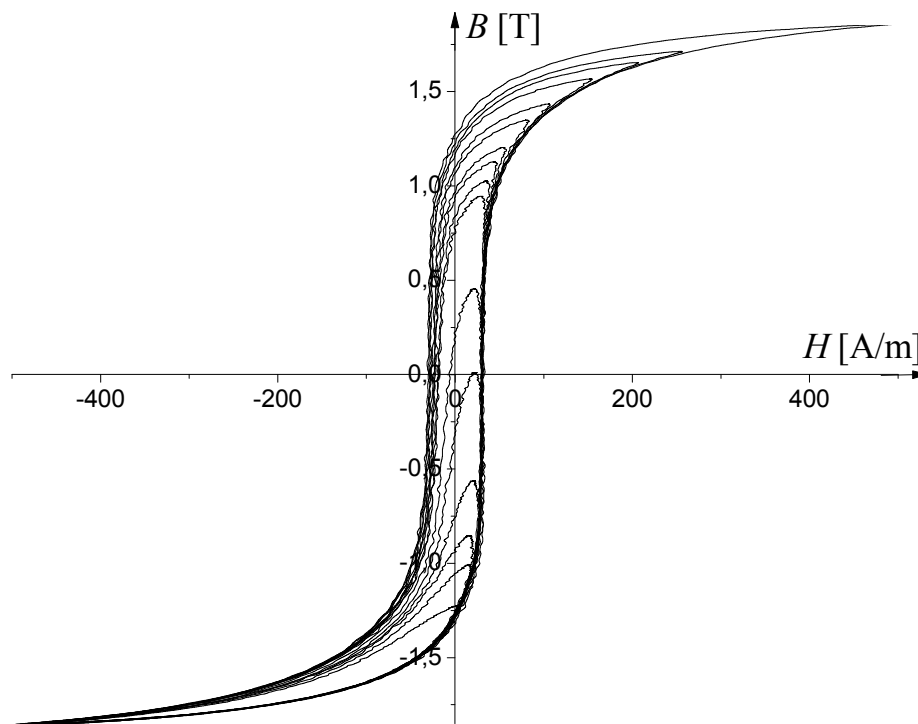


Слика 7.3 – Поређење кривих специфичних губитака.

На Слици 7.3 је приказано поређење специфичних губитака у феромагнетском лиму добијених мерењем помоћу испитиваног торусног узорка и оних које је дао произвођач лима (добијени мерењем помоћу Епштајновог апарата). Могу се уочити знатно веће вредности специфичних губитака код торусног узорка. Узрок томе је разлика у облику и димензијама између ове две врсте узорка, што је анализирано раније [52, 53]. Аутор ове докторске дисертације је у току свог истраживања анализирао ове разлике у [54], али је успео да донесе само генералне закључке који су у складу са препорукама ИЕС стандардима који се односе на мерења помоћу торусног узорка [16, 51]. Такође, разлике у губицима са Слике 7.3 одговарају разликама у губицима приказаним на Слици 3.12.

Један од разлога за ову разлику, познат из инжењерске праксе и од стране корисника лимова, јесте неслагање између карактеристика материјала које наводи произвођач лима и оних које лим стварно има. Тако се често догађа да произвођач испоручи материјал знатно лошијих карактеристика него што је назначено.

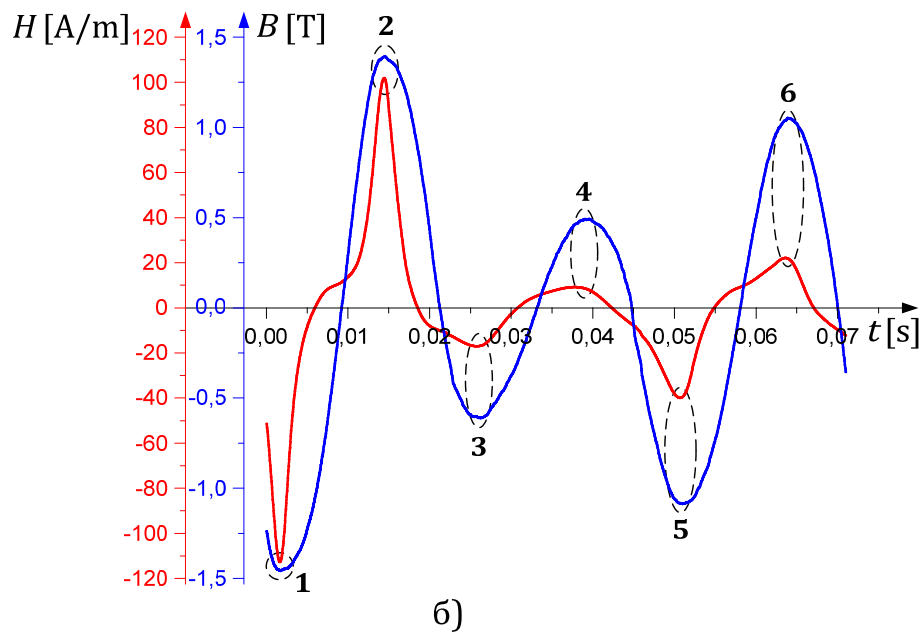
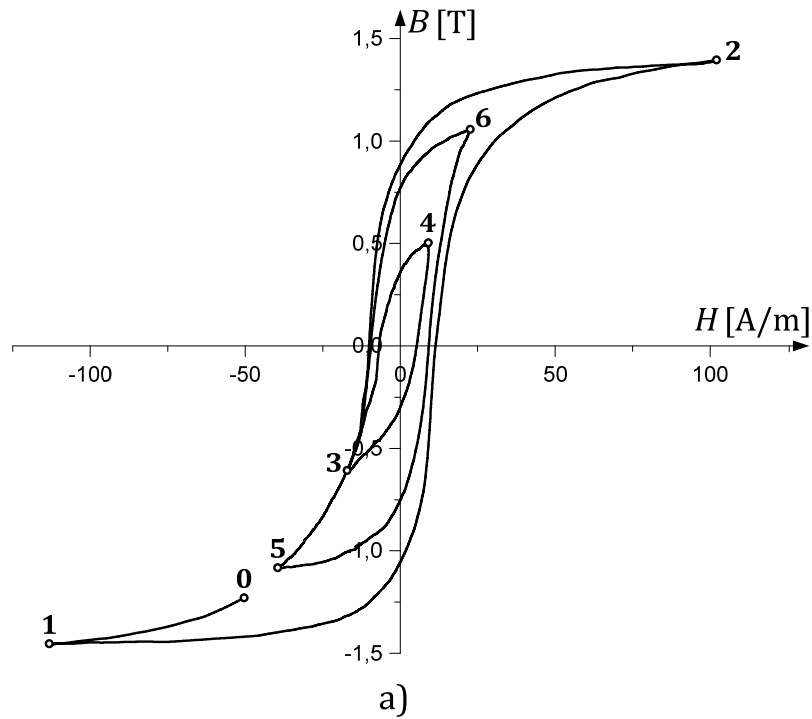
Фамилија несиметричних хистерезисних петљи, снимљена при комбинованој побуди коју чине једносмерни напон (из акумулатора) и простопериодични напон фреквенције 50 Hz, је приказана на Слици 7.4. Значај ових кривих се огледа у анализи сложених процеса магнећења у материјалу, а опадајући делови ових кривих се могу идентификовати као опадајуће РКПР [89].



Слика 7.4 – Фамилија несиметричних хистерезисних петљи.

Сложени процес магнећења, снимљен при променама побудног напона фреквенције 50 Hz, је приказан на Слици 7.5. Слика 7.5а приказује формиране хистерезисне петље и прелазне криве, а на Слици 7.5б је приказана одговарајућа промена магнетског поља и индукције у времену.

Процес почиње на негативном делу опадајуће криве веће петље (тачка 0) и преко њеног негативног врха (тачка 1) се наставља ка позитивном врху (тачка 2, овај врх се достиже за мању вредност магнетског поља него негативни врх).

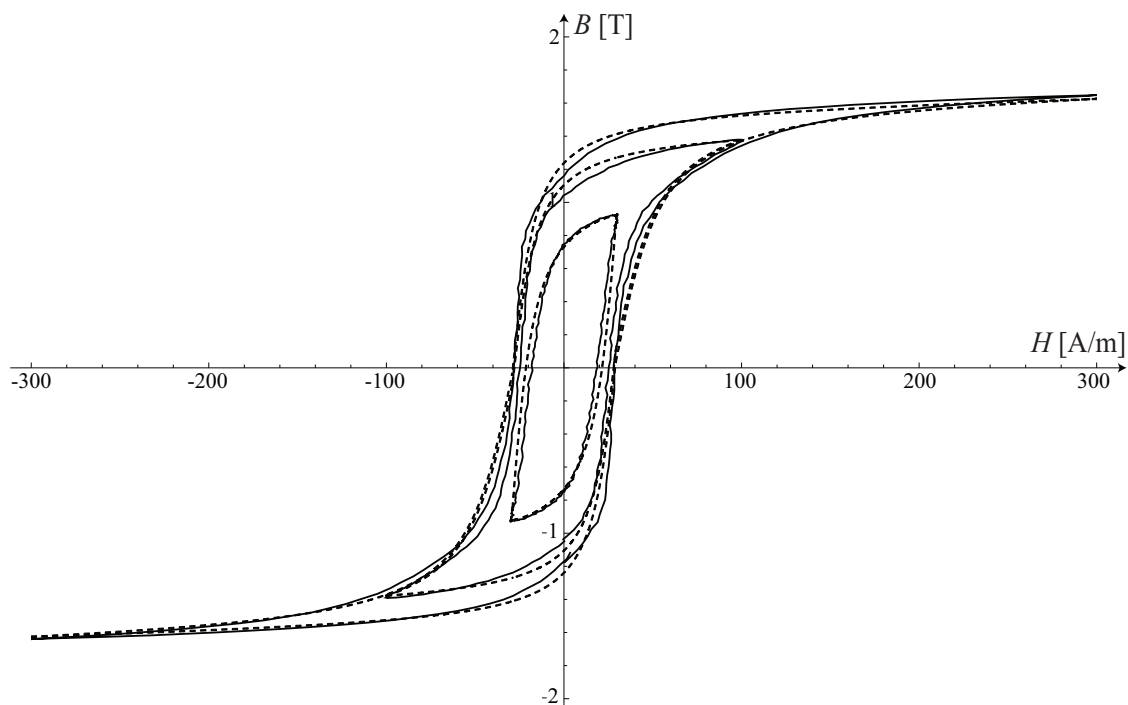


Слика 7.5 – Сложени процес магнећења.

Након позитивног врха формира се нова опадајућа крива до тачке 3, која је негативни врх најмање петље. Након тачке 3 поље мења смер и почиње да се повећава, достижући позитиван врх мање петље (тачка 4). Након тога јачина поља поново мења смер и смањује се све до негативног врха средње петље (тачка 5), пролазећи при томе кроз тачку 3. Поново

следи промена смера и повећање јачине поља све до позитивног врха средње петље (тачка б), а затим се променом смера и смањењем поља формира нова опадајућа крива која тежи да достигне тачку б. Формиране хистерезисне петље нису симетричне јер су промене смера магнетског поља настале при различитим вредностима поља.

Осим приказаних експерименталних резултата, ова докторска дисертација приказује и резултате моделовања хистерезиса коришћењем математичких модела предложених у четвртој глави. Моделовање је извршено на основу резултата мерења што додатно изражава њихов значај. На основу моделоване главне хистерезисне петље и криве магнећења (Слике 4.7б и 4.9) и поступка описаног у подпоглављу 4.2.4 извршена је симулација мањих хистерезисних петљи. Поређење измерених и моделованих мањих симетричних петљи, добијених под дејством побудног напона фреквенције 50Hz, приказано је на Слици 7.6.

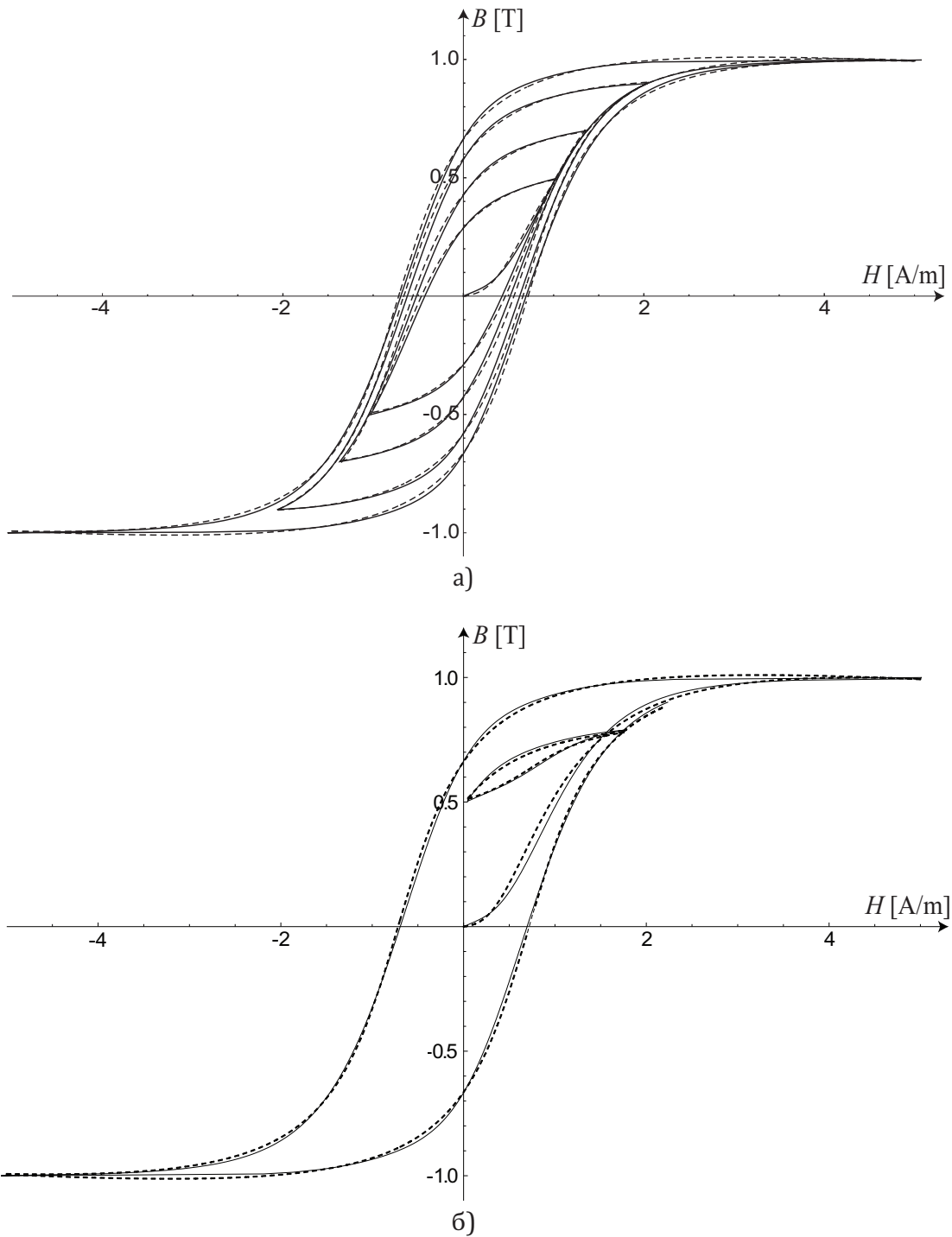


Слика 7.6 – Поређење мањих петљи – симулиране (испрекидана линија) и измерене.

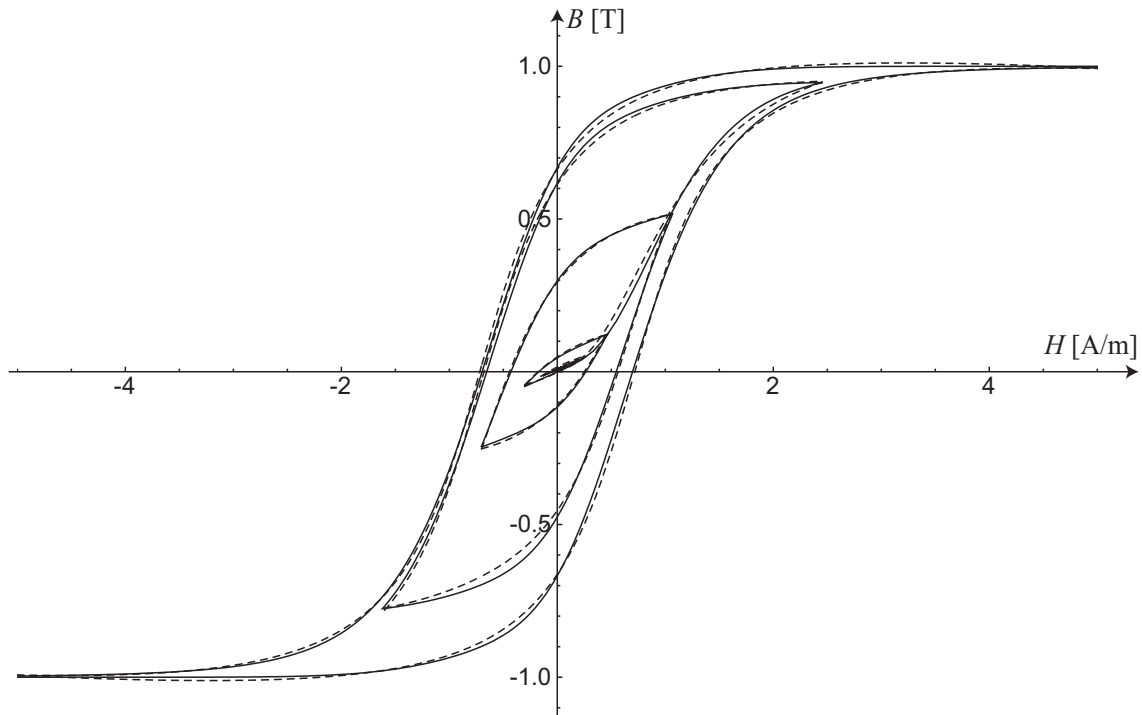
Додатно, предложени приступ у моделовању мањих петљи и сложеног процеса магнећења је кроз резултате моделовања упоређен са другим симулационим резултатима добијеним помоћу програма HysterSoft (Preisach-ов модел). Поређење оваквих резултата је приказано на Слици 7.7 (мање петље) и Слици 7.8 (демагнетизациони процес).



Веома добро слагање између кривих је очигледно. Може се закључити да је тачност предложеног модела веома добра и истог нивоа као и код Preisach-овог модела.



Слика 7.7 – Поређење мањих петљи – симулиране (испрекидана линија) и HysterSoft.



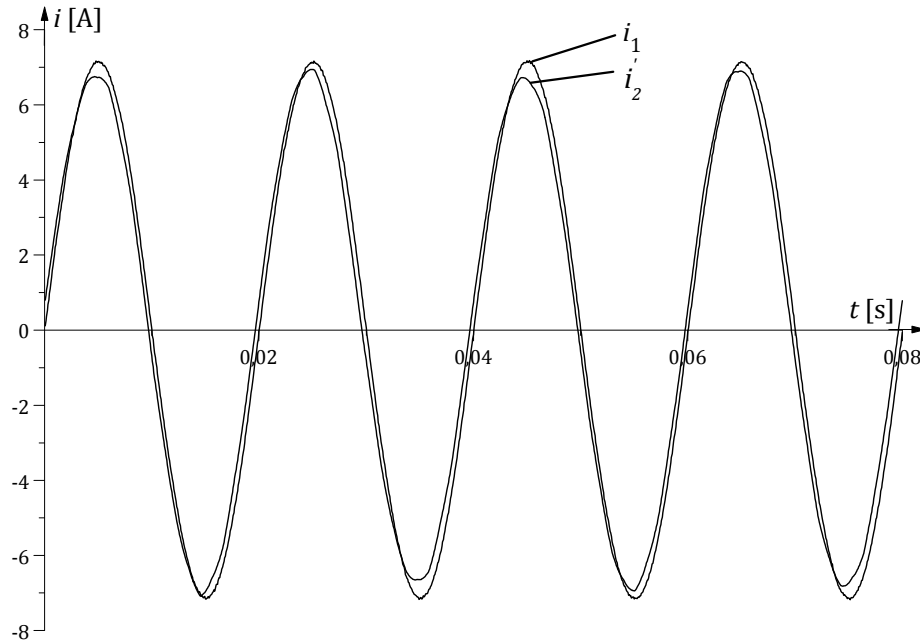
Слика 7.8 – Демагнетизациони процес – симулирани (испрекидана линија) и HysterSoft.

Поред резултата који се односе на мерење магнетских карактеристика материјала и моделовање хистерезиса, ова докторска дисертација садржи и резултате који се односе на испитивање и моделовање струјног мерног трансформатора. Резултати испитивања су добијени на основу експеримента описаног у петој глави ове докторске дисертације, а резултати моделовања су добијени на основу модела струјног трансформатора датог у шестој глави.

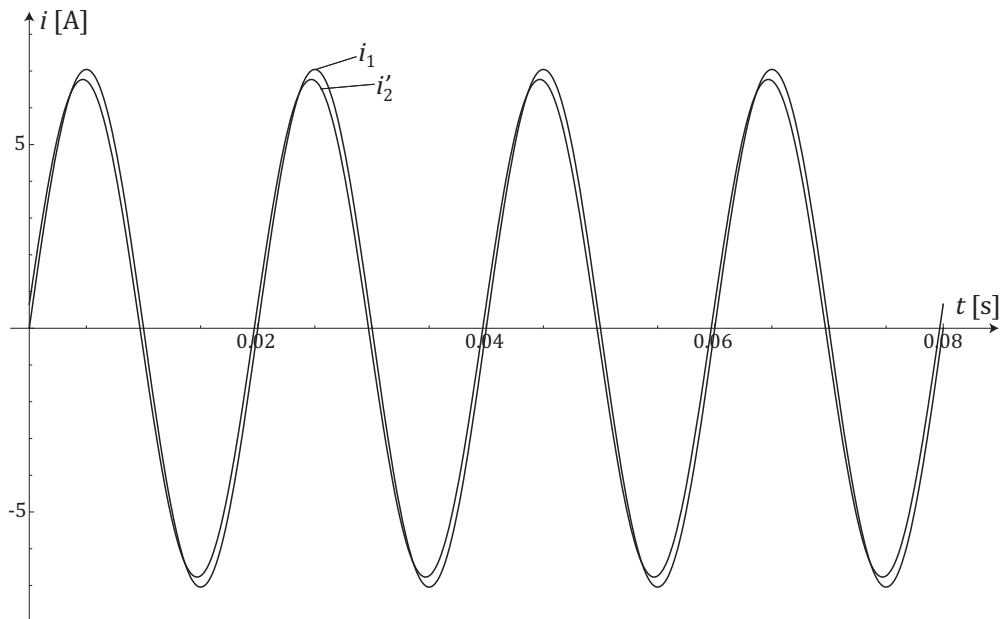
Поређење измерене примарне и секундарне струје у синусоидалном режиму рада струјног трансформатора, снимљене при дејству побудног напона фреквенције 50 Hz, је приказано на Слици 7.9. Секундарна струја је помножена са фактором 21 ( $i'_2 = 21i_2$ ) ради лакшег поређења (назначени преносни однос трансформатора је 20).

Поређење симулиране примарне и секундарне струје струјног трансформатора, добијене на основу предложеног модела, приказано је на Слици 7.10. Секундарна струја је помножена са фактором 21 ( $i'_2 = 21i_2$ ) ради лакшег поређења.

Са Слика 7.9 и 7.10 се може уочити добро слагање измерене и прорачунате секундарне струје испитиваног струјног трансформатора. На основу прорачунате секундарне струје могу се израчунати струјна и фазна грешка.



Слика 7.9 – Поређење измерене струје примара и секундара.



Слика 7.10 – Поређење симулиране струје примара и секундара.

Поређење измерених и израчунатих струјних и фазних грешака испитиваног струјног трансформатора за различите вредности примарне струје је приказано у Табели 7.1. Ова табела приказује и максималну вредност измерене и израчунате магнетске индукције у торусном језгру.

Табела 7.1 – Поређење измерених и израчунатих струјних,  $g_i$ , и фазних,  $\delta_i$ , грешака и максималне магнетске индукције  $B_m$

$I_1$ [A]	$g_i$ [%] измерено	$g_i$ [%] израчунато	$\delta_i$ [°] измерено	$\delta_i$ [°] израчунато	$B_m$ [T] измерено	$B_m$ [T] израчунато
4.98	-6.358	-7.837	-4.433	-6.028	0.143	0.132
7.11	-7.705	-7.831	-3.511	-5.236	0.204	0.189
8.53	-8.137	-7.888	-3.083	-4.736	0.245	0.226
10.62	-8.417	-7.887	-3.058	-4.353	0.305	0.282
14.13	-8.627	-7.681	-1.933	-3.651	0.406	0.376
20.07	-8.653	-7.385	-1.113	-2.787	0.501	0.536

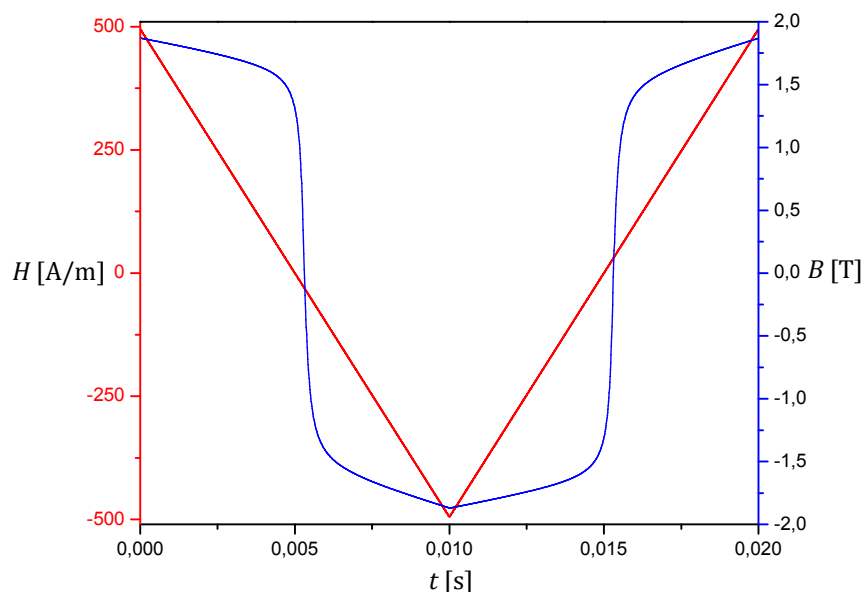
Може се уочити добро слагање измерених и израчунатих вредности струјне и фазне грешке испитиваног струјног трансформатора. Разлика у измереним и израчунатим грешкама која се може уочити је последица несавршености математичког модела хистерезиса, као и модела струјног трансформатора. Упркос томе, резултати моделовања дају добар увид у ниво грешке која се може очекивати код струјног трансформатора са датим карактеристикама.

## 8. АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА

У овој глави су сумирани и анализирани сви резултати приказани у овој докторској дисертацији.

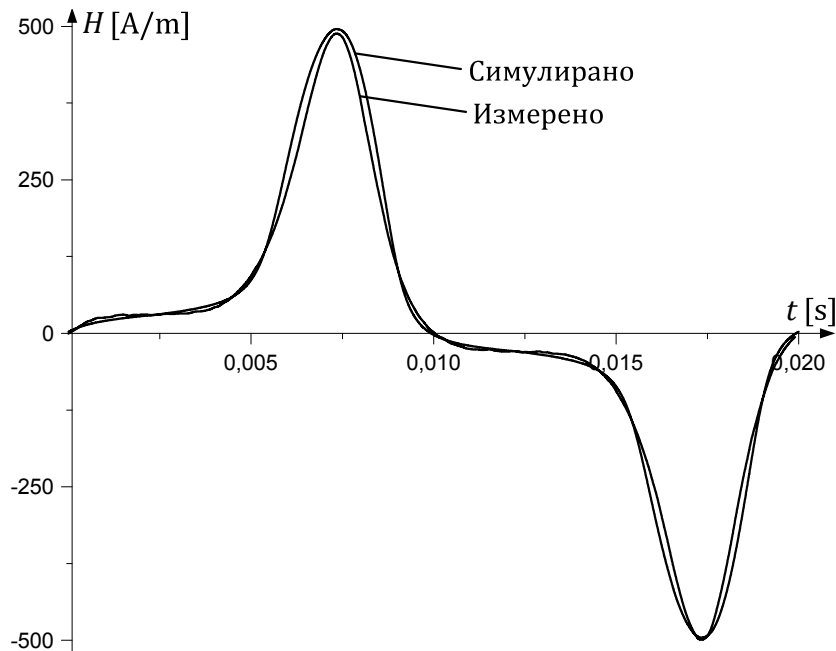
Полазни резултати су приказани у четвртој глави и они се односе на моделовање главне хистерезисне петље, криве магнећења и прелазних процеса магнећења. Показано је да се математички модел главне хистерезисне петље може успешно представити помоћу аркустангенс функције са четири параметра које је потребно одредити. Параметри модела се могу одредити помоћу једноставних математичких израза користећи најважније физичке особине главне петље, а то су: засићење, реманенција и коерцитивност (могу се лако одредити мерењем). Показано је да главна петља не мора имати у потпуности симетричан облик и због тога је уведен појам фиктивне реманенције како би се побољшала тачност модела. Моделована главна петља је упоређена са измереном петљом и показано је њихово добро поклапање (Слика 4.7). Поређењем површина моделоване и измерене главне петље утврђено је да се моделовање може извршити са тачношћу реда једног процента, па и боље.

Важно је напоменути да се симулација хистерезисне петље, односно прорачун магнетске индукције помоћу модела датог изразом (4.12) врши за магнетско поље које је линеарна функција времена (Слика 8.1 – црвена линија). Симулирана магнетска индукција има сложенопериодичан облик у времену, као што је то приказано плавом линијом на истој слици.



Слика 8.1 – Симулирано магнетско поље и индукција.

Овакав временски облик магнетског поља и индукције не одговара стварном временском облику који се добија мерењем. Стварни временски облик магнетског поља, уколико је потребно, се може одредити помоћу симулиране хистерезисне петље (односно магнетског поља и индукције) кроз још један симулациони корак. Потребно је задати магнетску индукцију, синусоидалног облика и са одређеном амплитудом, а затим линеарном интерполацијом одредити јачину магнетског поља. Поређење таквог симулираног магнетског поља са измереним магнетским пољем је приказано на Слици 8.2. Може се уочити добро поклапање упоређених резултата, а разлике које постоје су последица грешке коју уноси модел хистерезисне петље, као и несиметричности која постоји код измереног магнетског поља. Овакво поређење може послужити као још један начин за проверу тачности моделоване хистерезисне петље.



Слика 8.2 – Симулирано и измерено магнетско поље.

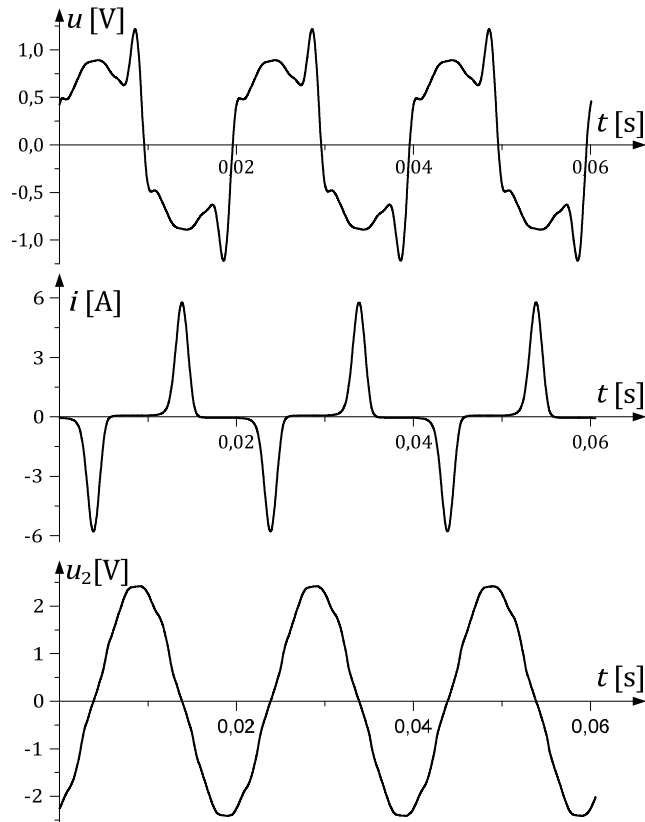
За моделовање криве магнећења је употребљена аркустангенс функција, слична оној за моделовање главне петље, уз увођење додатног параметра модела (укупан број параметара модела је четири). Показано је да овај параметар утиче на закривљеност криве магнећења у доњем делу (за мале вредности магнетског поља), као и да се његова вредност може довести у везу са диференцијалном пермеабилношћу ове криве за нулту вредност поља. Параметри овог модела су повезани са параметрима модела главне петље, а додатни параметар се може исказати преко остала три

параметра. Моделована крива је упоређена са измереном и уочено је њихово добро поклапање (Слика 4.9). Моделована главна петља и крива магнећења су искоришћене за моделовање прелазних процеса магнећења, пре свега за моделовање реверзних кривих првог реда (РКПР). Извршена је анализа фамилије РКПР добијених коришћењем Preisach-овог модела (најтачнији модел од постојећих) и на основу облика тих кривих предложен је једноставан поступак (модел) за конструисање РКПР коришћењем аркустангенс функције. Анализа је извршена на симулираним РКПР јер је њихово мерење веома сложено и најчешће се као резултат добија мањи број кривих, што није довољно за квалитетну анализу. Поступак конструисања РКПР подразумева померање растуће (оппадајуће) криве главне петље вертикално надолу (нагоре), а за одређивање додатног параметара математичког модела РКПР користи се моделована крива магнећења. Додатно је показано да РКПР треба приказати из два или три дела, ради постизања боље тачности. Моделоване РКПР су упоређене са РКПР симулираним помоћу Preisach-овог модела и показано је њихово добро поклапање. У истој глави је приказан и поступак конструисања мањих хистерезисних петљи коришћењем моделованих РКПР. Овај поступак, као крајњи резултат свих приказаних модела, показује да је могуће коришћењем математичких модела главне хистерезисне петље и криве магнећења моделовати и мање хистерезисне петље (симетричне и несиметричне) које се јављају у оквиру главне петље.

Пета глава описује мерни систем базиран на персоналном рачунару помоћу кога су добијени сви експериментални резултати приказани у овој дисертацији. Срце представљеног мерног система чини веома сложена апликација која омогућује да се истовремено могу снимати хистерезисне петље, крива магнећења и крива специфичних губитака, као и да се на основу тако добијених карактеристика материјала изврши њихово моделовање (симулација). При томе је хардверски део система једноставан и не мења се у току мерења. Резултати приказани у тој глави приказани су као екрански прикази ове апликације у току рада, када се могу и видети поменуте мерене и симулиране карактеристике (Слике 5.9 – 5.14).

Слика 5.9 показује изглед картице за подешавање генерисаног напона у случају када је за простопериодични генерисани напон (напон који генерише аквизициона картица и који се доводи на појачавач) и измерени секундарни напон простопериодичан. Такви напони се могу имати при мерењу мање хистерезисне петље. У случају када се мери хистерезисна петља ближе засићењу, измерени секундарни напон је сложенопериодичан. С обзиром на то да сва мерења треба спровести при

простопериодичном секундарном напону, потребно је извршити контролу генерисаног напона. Таква контрола подразумева генерисање сложенопериодичног напона како би се поништили виши хармоници секундарног напона. То се постиже додавањем виших хармоника основном хармонику у генерисаном напону. Пример једног таквог генерисаног напона је приказан на Слици 8.3, на горњем временском дијаграму. Упоредо са генерисаним напонам су приказани и графици примарне струје и секундарног напона.



Слика 8.3 – Временски облици генерисаног напона, примарне струје и секундарног напона.

Може се у генерисаном напону уочити један „пик“, који одговара „пику“ који се има код примарне струје. Овај „пик“ постоји због пада напона који ствара примарна струја на примарном намотају, односно његовој отпорности и индуктивности (индуктивна компонента је на фреквенцији од 50 Hz много мања од активне). Овим се постиже да секундарни напон има врло приближно простопериодичан облик у времену, са фактором облика  $1,111 \pm 1\%$ , што одговара захтевима међународних стандарда. Изобличење секундарног напона се пресликава на изобличење магнетске индукције, што утиче на повећање специфичних губитака у материјалу због

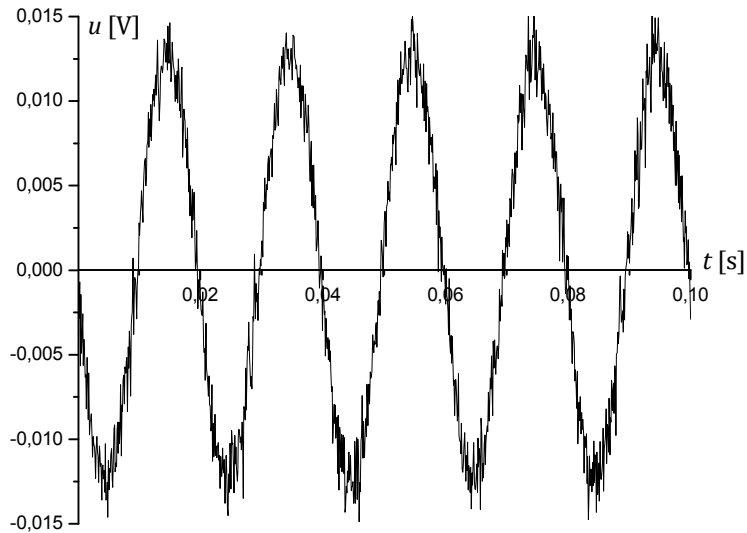


постојања виших хармоника магнетске индукције. Међутим, на фреквенцији од 50Hz виши хармоници магнетске индукције нису значајни, па ни повећање губитака не мора бити велико [54]. Значајније повећање специфичних губитака би се могло очекивати при великим вредностима магнетске индукције (преко 1,9 T) или при нижим фреквенцијама, а нарочито при мерењу статичких (или квазистатичких, нпр. за фреквенције од 1 Hz и мање) карактеристика материјала, када су и изобличења секундарног напона већа. Без обзира на то, о облику секундарног напона треба водити рачуна да би се постигли што тачнији резултати и да би се остварила добра поновљивост резултата мерења.

Захтеви ИЕС стандарда [14, 15] у погледу тачности инструмената који се користе при мерењу се односе на аналогне инструменте и потребно је да њихова класа тачности буде најмање 0,2. Код дигиталних мерења помоћу рачунара једини захтев је да се у току једне периоде сигнала (50 Hz) одабере бар 500 узорака (што одговара брзини узорковања од 25 kS/s и времену између узорака од 40  $\mu$ s). Овај критеријум одговара Никвистовој теореме одабирања која налажеда фреквенција одабирања мерних узорака мора бити већа од двоструке фреквенције сигнала који се преноси у дигитални облик. Ова брзина узорковања омогућује правилно регистровање виших хармоника, до 250-ог вишег хармоника (што је значајно више него што се има при мерењу, најчешће је то не више од 25 хармоника).

Тачност резултата мерења зависи од неколико фактора и то од напонског нивоа и резолуције А/D конверзије аквизиционе картице, али и од шума који се има при мерењу и синхронизованог семпловања узорака. Већина аквизиционих картица задовољава у погледу апсолутне тачности, која одговара класи тачности код класичних инструмената, и утицај ове компоненте грешке најчешће није од значаја. Грешка обично настаје због неповољне комбинације броја бита и напонског опсега током А/D конверзије мерених сигнала. На пример, аквизициона картица са 12 бита резолуције и једним напонским опсегом од 10 V (чест случај) може успешно регистровати најмању вредност мереног сигнала од  $20V/(2^{12} - 1) = 4,88$  mV. У случају када је вредност магнетске индукције мала или када је фреквенција сигнала ниска може се десити да индуковани напон у секундарном намотају одговара овој вредности. Такође, чак и када је фреквенција сигнала 50Hz или више, при мањим вредностима магнетске индукције, може се десити да ниво шума у индукованом напону има већи ниво него што је најмања вредност коју картица региструје. У таквим случајевима је адекватно мерење тешко изводљиво и постоји велика

могућност да ће доћи до нетачног мерења напона. Пример секундарног напона са шумом је приказан на Слици 8.4.



Слика 8.4 – Шум у току мерења секундарног напона.

Амплитуда овог напона је мања од 15 mV, а ниво шума на неким местима износи и до 5mV. Мерење оваквог напона помоћу картице са резолуцијом реда 12 бита и напонским опсегом од 10 V проузроковало би значајну грешку у магнетској индукцији која се добија као интеграл овог напона. Постојећи шум ће се изгубити након интеграције, али ће се истовремено претворити у варијације временског облика магнетске индукције, појаву променљиве једносмерне компоненте и знатна изобличења хистерезисне петље. Постојање овог шума је последица различитих фактора. Један део шума (мањи део) настаје због померања магнетских домена и њихових граница унутар материјала, што се повезује са појавом магнетострикције (промене димензија узорка на микрометарском нивоу) и Баркхаусеновог скока (веома брзог помераја границе домена, који је открио немачки физичар Heinrich Barkhausen). Други део шума (већи део) је повезан са употребом електронских уређаја (сам персонални рачунар, појачавач, аквизициона картица или неки други елемент електричног кола) који се користе у току мерења. Дакле, шум током мерења није могуће у потпуности елиминисати, али се може свести на задовољавајуће низак ниво тако да он не утиче на тачност резултата мерења. То се може постићи коришћењем аквизиционе картице са већим бројем бита и мањим напонским опсегом за А/D конверзију сигнала. Таква картица је коришћена током мерења описаних у овој докторској дисертацији [96]. Најмањи мерни опсег од 200 mV и резолуција од 16 бита, као и дозвољена апсолутна

грешка која одговара класи тачности од 0,1, омогућују мерења са задовољавајућом тачношћу. Ова картица не врши синхронизовано одабирање мерних узорака, али није забележен значајан утицај несинхронизованог мерења на резултате мерења (овај утицај је често од значаја на знатно већим фреквенцијама од 50 Hz).

Осим претходног, у петој глави је описан и мерни систем који се користи за мерење са торусним језгром као струјним мерним трансформатором. Приказани мерни систем је хардверски једноставан, а једноставна апликација омогућава увид у све величине од интереса. На екранском приказу ове апликације (Слика 5.15) могу се уочити временски облици примарне и секундарне струје испитиваног струјног мерног трансформатора, као и временски облик магнетске индукције у језгру. Осим тога, могу се очитати и максималне и ефективне вредности ових величина, као и измерена струјна и фазна грешка струјног мерног трансформатора.

Седма глава приказује друге експерименталне и симулационе резултате од интереса.

Приказани су следећи експериментални резултати:

- фамилија симетричних хистерезисних петљи (Слика 7.1),
- крива магнећења (Слика 7.2),
- крива специфичних губитака (Слика 7.3),
- фамилија несиметричних хистерезисних петљи (Слика 7.4),
- прелазни процес магнећења (Слика 7.5),
- временски облик примарне и секундарне струје струјног трансформатора (Слика 7.9) и
- струјне и фазне грешке струјног трансформатора (Табела 7.1).

Приказани експериментални резултати показују да се мерни систем базиран на персоналном рачунару, са апликацијом која је коришћена при мерењу, може успешно применити за добијање веома широког спектра карактеристика феромагнетских лимова. Добијени резултати одговарају онима који су очекивани за ову врсту материјала. Посебан значај имају измерена главна хистерезисна петља и крива магнећења, Сликe 7.1 и 7.2, јер се на основу њихових модела врши моделовање других петљи и прелазних процеса магнећења. На Слици 7.3 је извршено поређење измерених специфичних губитака са онима које је дао произвођач феромагнетског лима. Уочена је разлика између упоређених резултата, што је и очекивано јер су мерења извршена коришћењем различитих мерних узорака, торусног језгра и Епштајновог апарата. Значајне су и измерене



резултати су упоређени са измереним резултатима и другим симулационим резултатима и уочено је њихово веома добро слагање. Нешто већа грешка него што је задовољавајуће се може уочити на Слици 7.6, на којој су приказане симулиране и измерене мање хистерезисне петље. Ова грешка се огледа у разлици између петљи у подручју око реланантне индукције, за петље добијене при већим вредностима магнетског поља, као и у подручју око коерцитивног поља, за петљу добијену за мању вредност магнетског поља. Ове грешке су делимично последица разлике која постоји између моделоване и измерене главне петље, што се може уочити и на Слици 7.8а, док су већим делом последица несавршености предложеног поступка за конструисање РКПР када главна петља има велики нагиб у подручју око коерцитивног поља (када опадајућа и растућа крива имају скоро вертикалан положај у том подручју). Када се симулирају мање хистерезисне петље са мањим нагибом ова грешка је задовољавајуће мале вредности, Слика 7.8а.

Резултати прорачуна струјне и фазне грешке струјног мерног трансформатора, приказани у Табели 7.1, су у сагласности са измереним резултатима и у складу су са вредностима које су раније познате из инжењерске праксе. Вредности грешака су изразито велике јер се ради о струјном трансформатору малог преносног односа, а израда таквих трансформатора високе тачности је веома сложена. Испитивани струјни трансформатор је израђен једноставно, само намотавањем секундарних намотаја на торусно језгро од гвозденог лима. При томе се није водило рачуна о томе какав је квалитет употребљеног лима, нити су употребљене познате технике за побољшање тачности струјног трансформатора, као што су корекција броја навојака у секундару или додавање оптерећења на секундару трансформатора (паралелно постојећем оптерећењу). Узимајући у обзир све ово, вредности грешака су очекиване, а израчунате грешке су истог реда величине као и измерене и могу се употребити за карактерисање струјног трансформатора током процеса производње. Такође, и вредности измерене и израчунате магнетске индукције су задовољавајуће блиске. Може се приметити да се вредност струјне грешке не мења значајно са променом примарне струје и да је ова грешка негативна.

## 9. ЗАКЉУЧАК

Појава хистерезиса већ дуго времена заокупља пажњу великог броја научника и инжењера, док уједно отежава њихове прорачуне у многим физичким процесима у којима се појављује. У електротехници је од изузетног значаја магнетски хистерезис који се јавља код феромагнетских материјала, а посебно код феромагнетских лимова који се користе за израду магнетских кола трансформатора, електричних машина и других индуктивних елемената. Иако су процес магнећења ових материјала и његове карактеристике (хистерезисна петља, крива магнећења, крива специфичних губитака) већ дуго познате, још увек не постоји универзално решење (математички модел) за узимање у обзир магнетског хистерезиса при прорачуну магнетских кола. Један од разлога је сложена расподела електромагнетског поља унутар материјала у већини магнетских кола, али и веома сложени математички облик постојећих модела хистерезиса. Чак и када је магнетско коло једноставног облика и када је његову расподелу могуће једноставно одредити, прорачун који обухвата и магнетски хистерезис може бити веома сложен јер примена постојећих модела захтева решавање диференцијалних или интегралних једначина (неретко у комбинацији са итеративним поступком). При томе и само одређивање параметара модела може бити веома сложено, а идентификован хистерезис може значајно одступати од оног који је добијен мерењем. Осим тога, само неки од постојећих модела могу са задовољавајућом тачношћу да се употребе за моделовање сложених прелазних процеса или мањих петљи у оквиру главне петље, а већина модела уопште не даје такву могућност.

Постојећа литература која разматра хистерезис обухвата теоријска и експериментална разматрања са физичког аспекта, математичку теорију и анализу, као и испитивања и анализу која се спроводе у инжењерској пракси. Ови различити приступи неретко доводе до различитих закључака, тако да они нису у потпуности усаглашени и не стварају комплетну слику о томе како правилно анализирати појаву хистерезиса и како је користити на практичним примерима.

Циљ истраживања у оквиру ове докторске дисертације био је да се експериментално испитају магнетске карактеристике феромагнетског лима и да се на основу резултата мерења изврши математичко моделовање магнетског хистерезиса и прелазних процеса магнећења овог материјала. Као резултат истраживања, са жељом да се оствари допринос у проучавању

феномена магнетског хистерезиса уопште, у овој докторској дисертацији је предложен нови математички модел хистерезиса.

Потребно је нагласити да се истраживања спроведена у оквиру ове докторске дисертације односе само на карактеристике материјала и њихово моделовање за фреквенцију побудног поља од 50 Hz. Разлог за то је што се феромагнетски лимови најчешће користе у уређајима и машинама који су прикључени на мрежни напон ове фреквенције.

Теоријске основе истраживања, екпериментални методи, прорачуни, резултати и њихова анализа сврстани су у девет глава, укључујући увод, у коме је указано на потребу проучавања наведене теме, као и закључак, у коме су посебно истакнути најзначајнији резултати истраживања.

**ДРУГА ГЛАВА** ове докторске дисертације садржи основну поделу материјала према њиховим магнетским карактеристикама, и то: према вредности магнетске пермеабилности и према узајамном дејству магнетских момената атома. Такође, наведена је и подела феромагнетских лимова према садржају силицијума, према анизотропији и према изражености хистерезиса, а закључено је да феромагнетски лимови спадају у меке магнетске материјале. У овој глави је објашњен процес магнећења феромагнетика заснован на Вајсовој теорији магнетских домена. Осим тога, илустроване су главна хистерезисна петља и мање петље, крива магнећења и крива специфичних губитака, уз дискусију њихових карактеристичних параметара.

Значајан део докторске дисертације је посвећен методама мерења магнетских карактеристика феромагнетских лимова, што је детаљно представљено у **ТРЕЋОЈ ГЛАВИ**. Анализиране су стандардизоване и нестандардизоване методе мерења. Међу стандардне методе су сврстани Епштајнов апарат и тестер са једним комадом лима, јер је њихова примена (поступак мерења, облик и димензије мерног узорка) у потпуности дефинисана међународним стандардима. Са друге стране, у нестандардизоване методе, су сврстане све оне методе које се појављују у литератури, које су коришћене од стране већег броја истраживача, а које нису дефинисане ниједним стандардом. Ове методе се најчешће односе на мерења губитака у феромагнетским лимовима под дејством обртног магнетског поља или при излагању мерног узорка другим спољашњим утицајима (нпр. механичко напрезање). Ове методе имају велики практичан значај јер се спроводе са идејом да магнетско поље треба да има природу, а мерни узорак облик и димензије, приближне онима које се имају код коначног производа. На крају главе је анализирана и примена торусног узорка за мерење

карактеристика феромагнетских лимова, који је коришћен при мерењима у току истраживања које разматра ова докторска дисертација. Употреба оваквог узорка није у потпуности предвиђена стандардима за те сврхе, али је због својих предности широко прихваћена и коришћена од стране великог броја истраживача широм света.

**ЧЕТВРТА ГЛАВА** представља срж ове докторске дисертације, а у њој је детаљно објашњен предложени математички модел хистерезиса. На почетку је анализиран један сложен процес магнећења материјала, при чему су дефинисане основне правилности у настајању прелазних кривих током једног таквог процеса, а уз то је објашњено и како настају главна петља и мање петље, шта су реверзне тачке и реверзне криве првог реда. Правилности „ишчезавање“ и „повратак у претходну тачку“ од кључног су значаја за исправно моделовање сложеног процеса магнећења. Након овог уводног дела главе, анализирани су неки од постојећих модела хистерезиса, укључујући два најзначајнија – Прејсахов (Preisach) и Жил-Атертонов (Jiles-Atherton) модел. С обзиром на математичку сложеност, сложен поступак идентификације параметара модела и уску област примене постојећих модела, закључено је да и даље постоји потреба за формирањем нових математичких модела. Један такав модел је предложен у оквиру ове главе, а његове основне карактеристике су:

- једноставан математички облик, дат у аналитичком облику, који не подразумева употребу диференцијалног и интегралног рачуна,
- мали број параметара, укупно четири, који се могу једноставно одредити на основу резултата мерења и
- задовољавајућа тачност.

Предложени математички модел главне хистерезисне петље приказан је растућом и опадајућом кривом помоћу аркус тангенс функције. За одређивање вредности параметара модела се користе карактеристичне вредности јачине магнетског поља и магнетске индукције које одговарају засићењу, реманенцији и коерцитивности. Ове вредности, уврштене у једноставне изразе, одређују вредности параметара модела. Овако формиран модел у неким случајевима нема задовољавајућу тачност јер површина симулиране петље може да одступа од површине измерене петље и за више од 5%. Ова разлика се своди на много мању меру, реда процента, додатним (финим) подешавањем параметара модела (што уз употребу рачунара може бити лако и брзо урађено). Математичко моделовање хистерезиса не састоји се само у моделовању главне петље, већ и у моделовању других процеса магнећења (прелазних кривих и мањих



петљи). Да би се то постигло, извршено је и моделовање криве магнећења. Поново је коришћена аркус тангенс функција сличног облика као и за модел главне петље, уз додавање једног члана и једног новог параметра модела. Уочена је веза параметара овог модела са параметрима модела главне петље, као и да вредност додатног параметра модела зависи од диференцијалне пермеабилности криве магнећења. Следећи корак у моделовању је моделовање реверзне криве првог реда (РКПР). То је крива која почиње у тачки на главној петљи и завршава су у тачки засићења (може бити опадајућа и растућа). Ово моделовање је извршено помоћу модела главне петље и модела криве магнећења тако што се прво изврши померање опадајуће (растуће) криве главне петље вертикално наниже (навише) до тачке која је реверзна тачка (она тачка од које полази реверзна крива). Овај померај се мења са вредношћу магнетског поља, како би РКПР завршила у тачки засићења. У те сврхе предложена је степена функција, уз увођење новог параметра модела. У постојећој литератури се за одређивање додатних параметара модела РКПР користе експериментални резултати за РКПР. Будући да је мерење РКПР врло сложено и да се резултати таквих мерења не могу добити од произвођача лимова, у овој докторској дисертацији је предложено другачије решење. За фитовање РКПР је коришћена измерена крива магнећења, уз једноставно одређивање додатног параметра модела. Анализом је утврђено да тако фитована РКПР у свом доњем (горњем) делу излази ван оквира главне петље (што није дозвољено), па је за представљање РКПР у том делу предложена другачија форма, заснована на аркус тангенс функцији. Након што се конструишу РКПР, могуће је извршити симулирање прелазних процеса и мањих петљи коришћењем одговарајућих делова РКПР, што је и описано на самом крају ове главе. Овакав приступ математичком моделовању омогућује да се на основу познате главне хистерезисне петље и криве магнећења изврши конструисање мањих петљи и прелазних кривих у сложеном процесу магнећења. То може бити од користи при решавању практичних примера магнетских кола са хистерезисом.

Такође, битан део ове докторске дисертације представља ПЕТА ГЛАВА у којој је описан комплетан мерно-аквизициони систем базиран на персоналном рачунару који је коришћен у оквиру експерименталног дела истаживања. Претходно је примењивост оваквог мерно-аквизиционог система потврђена кроз поређење резултата са резултатима који су добијени коришћењем флуксметра MPG 100 D, при чему је остварено веома добро слагање упоређених резултата. На почетку главе су дати сви детаљи који се односе на опрему употребљену при мерењу магнетских

карактеристика материјала (хистерезисних петљи, криве магнећења, криве специфичних губитака и прелазних процеса магнећења) и струјне и фазне грешке струјног мерног трансформатора, као и одговарајуће шеме веза. Други део ове главе описује два виртуелна инструмента, направљена у програму LabVIEW, уз детаљан опис експеримената које је могуће реализовати, приказ резултата које је могуће добити и анализу услова који су постојали у току мерења. У склопу виртуелног инструмента за мерење магнетских карактеристика могуће је извршити моделовање главне хистерезисне петље, криве магнећења и РКПР онако како је то предложено у четвртој глави. Уједно, моделоване петље и криве је могуће упоредити са експерименталним резултатима. Најважније резултате мерења је могуће сачувати у меморији рачунара, како би се они могли касније користити за обраду и анализу.

Практична примена математичког модела хистерезиса је приказана на примеру струјног мерног трансформатора. Његов математички модел је приказан у **ШЕСТОЈ ГЛАВИ**. Овај модел је добро познат из постојеће литературе. Анализа кола са струјним трансформатором са торусним језгром од феромагнетског лима спроведена у овој докторској дисертацији односи се само на простопериодичан режим рада овог трансформатора. Под тим режимом подразумева се режим у којем су примарна струја, секундарна струја, секундарни напон, магнетска индукција и магнетско поље простопериодичне функције времена. За такав режим је предложен једноставан итеративни поступак за прорачун секундарне струје (њеног облика у времену) ако је позната простопериодична примарна струја и електрични и магнетски параметри струјног трансформатора. Узимање у обзир магнетског хистерезиса при овом прорачуну је могуће учинити коришћењем резултата добијених моделовањем (помоћу предложеног модела хистерезиса) или експериментално.

У **СЕДМОЈ ГЛАВИ** докторске дисертације су приказани најважнији експериментални резултати спроведеног истраживања, а који нису приказани у претходним главама, и то:

- фамилија симетричних хистерезисних петљи,
- крива магнећења,
- крива специфичних губитака,
- фамилија несиметричних хистерезисних петљи,
- прелазни процес магнећења и
- струјна и фазна грешка струјног мерног трансформатора.

Као резултат моделовања приказани су и следећи симулациони резултати:

- мање хистерезисне петље (симетричне и несиметричне),
- демагнетизациони процес и
- временски облик секундарне струје и струјна и фазна грешка струјног мерног трансформатора.

Симулациони резултати су упоређени са експерименталним резултатима и другим симулационим резултатима како би се проверила њихова тачност. Утврђено је веома добро поклапање приказаних резултата.

Преглед свих резултата приказаних у оквиру ове докторске дисертације и додатна анализа резултата дати су **ОСМОЈ ГЛАВИ**. Тако су у овој глави сумирани и први резултати приказани у четвртој глави, који се односе на моделовање магнетског хистерезиса. У току моделовања главне хистерезисне петље, коришћењем израза (4.12), користи се магнетско поље које је линеарна функција времена, што не одговара стварним условима мерења. У овој глави је објашњено како се може инверзним поступком, након моделовања главне петље, за простопериодичну магнетску индукцију одредити временски облик магнетског поља. Израчунато магнетско поље је упоређено са стварним измереним пољем и утврђено је веома добро поклапање резултата. Уз преглед резултата из пете главе, анализирана је и контрола простопериодичног облика секундарног напона током мерења хистерезисних петљи, као и захтеви који се односе на тачност мерења. При томе је анализиран могућ утицај аквизиционе картице на тачност резултата мерења, када се мере мале вредности напона (реда  $mV$ ) и када постоји значајан шум. Уз преглед резултата приказаних у седмој глави посебно је наглашен значај измерених несиметричних петљи, које се могу искористити за добијање експерименталних РКПР. Осим тога, анализирана је грешка која се јавља при моделовању мањих симетричних петљи, као и вредности струјне и фазне грешке струјног мерног трансформатора. Идеја за моделовање струјног трансформатора и анализу његових грешака настала је током сарадње са инжењерима из фабрике мерних трансформатора (ФМТ) из Зајечара (који су и помогли при изради мерних узорака), а који су назначили као потешкоћу производњу струјних трансформатора малог преносног односа са прописаном струјном и фазном грешком. Како је показано у докторској дисертацији, ове грешке је могуће одредити уз коришћење математичког модела хистерезиса, а на њихово смањење се може утицати познатим инжењерским техникама, као што су корекција броја навојака на секундару, промена димензија торусног језгра, везивање додатног оптерећења на секундарне крајеве трансформатора или избор квалитетнијег феромагнетског лима. Претходно наведено може

послужити као добра полазна основа за наставак истраживања у овом пољу.

У току свог истраживања у оквиру ове докторске дисертације аутор је користио обимну литературу која обухвата научне књиге и монографије, научне радове, докторске дисертације, стандарде, приручнике и интернет странице из области магнетизма, електротехнике, физике и математике. Укупно је наведено 96 најважнијих библиографских јединица које су у директној вези са истраживањем приказаним у докторској дисертацији.

На основу свега изложеног могу се сумирати доприноси ове докторске дисертације:

- Предложен је нови математички модел хистерезиса који обухвата модел главне хистерезисне петље, криве магнећења и реверзних кривих првог реда.
- Осмишљен је и реализован виртуелни инструмент за мерење и моделовање различитих карактеристика феромагнетских лимова.
- Предложен је једноставан итеративни поступак за прорачун струјне и фазне грешке струјног мерног трансформатора.

Резултати приказани у овој докторској дисертацији показују да област моделовања магнетског хистерезиса није до краја истражена и да заслужује посебну пажњу научне и инжењерске заједнице. Изложени закључци могу послужити као полазна основа за још опширнија научна истраживања у овој области, а то се може учинити предлагањем нових и савршенијих метода мерења магнетских карактеристика материјала којима би се вршила и мерења при различитим фреквенцијама побудног поља, или при промени температуре, или при механичким напрезањима, или неким другим утицајима којима би испитивани узорак био изложен. Оваква мерења могла би бити праћена проширењем постојећег математичког модела у тим правцима. Такође, од великог интереса за инжењерску праксу би била новија истраживања у погледу примене предложеног модела на сложенија магнетска кола са хистерезисом.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] H.W. Meyer: A History of Electricity and Magnetism, Burndy Library, Nonvalk, CT, USA, 1972.
- [2] A. Stoletow: Ueber die Magnetisirungsfuction des weichen Eisens, insbesondere bei schwächeren Scheidungskräften, Annalen der Physik, Vol. 222, No. 7, 1872, pp. 439 – 463.
- [3] A. Stoletow: Notiz über die Magnetisirungsfuction verschiedener Eisenkörper, Annalen der Physik, Vol. 227, No. 2, 1874, pp. 316 – 320.
- [4] B.I. Stepanov: Aleksandr Grigorevich Stoletov (On the Eightieth Anniversary of his Death), Journal of Applied Spectroscopy, Vol. 25, No. 6, Dec. 1976, pp. 1485 – 1492.
- [5] E. Madelung: Über Magnetisierung durch schnellverlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors, Annalen der Physik, Vol. 322, No. 10, 1905, pp. 861 – 890.
- [6] P. Weiss: L'hypothese du champ moleculaire et la propriete ferromagnetique, Journal de Physique Théorique et Appliquée, 1907, Vol. 6, No. 1, pp. 661 – 690.
- [7] F. Preisach: Über die magnetische Nachwirkung, Zeitschrift für Physik, Vol. 94, No. 5-6, 1935, pp. 277 – 302.
- [8] D.C. Jiles, D.L. Atherton: Ferromagnetic Hysteresis, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 19, No. 5, Sept. 1983, pp. 2183 – 2185.
- [9] J.B. Сурутка: Електромагнетика, Академска мисао, Београд, Србија, 2006.
- [10] J. Turowski, M. Turowski: Engineering Electrodynamics: Electric Machine, Transformer and Power Equipment Design, CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 2014.
- [11] A. Hubert, R. Schafer: Magnetic Domains - The Analysis of Magnetic Microstructures, Springer, Berlin, Germany, 2009.
- [12] B.D. Cullity, C.D. Graham: Introduction to Magnetic Materials, John Willey and Sons, Hoboken, NJ, USA, 2009.
- [13] S. Tumanski: Handbook of Magnetic Measurements, CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 2011.
- [14] IEC 60404-2, Magnetic Materials – Part 2: Methods of Measurement of the Magnetic Properties of Electrical Steel Strip and Sheet by Means of an Epstein Frame, International Electrotechnical Commission, June 2008.

- [15] IEC 60404-3, Magnetic Materials – Part 3: Methods of Measurement of the Magnetic Properties of Electrical Steel Strip and Sheet by Means of a Single Sheet Tester, International Electrotechnical Commission, April 2010.
- [16] IEC 60404-6, Magnetic Materials – Part 6: Methods of Measurement of the Magnetic Properties of Magnetically Soft Metallic and Powder Materials at Frequencies in the Range 20 Hz to 200 kHz by the use of Ring Specimens, International Electrotechnical Commission, June 2003.
- [17] Y. Guo, J.G. Zhu, J. Zhong, H. Lu, J.X. Jin: Measurement and Modeling of Rotational Core Losses of Soft Magnetic Materials used in Electrical Machines: A Review, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 44, No. 2, Febr. 2008, pp. 279 – 291.
- [18] A. J. Moses, J. Leicht: Measurement and Prediction of Iron Loss in Electrical Steel under Controlled Magnetization Condition, Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 12, 2004, pp. 1181 – 1187.
- [19] W. Brix, K.A. Hempel, F.J. Schulte: Improved Method for the Investigation of the Rotational Magnetization Process in Electrical Steel Sheets, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 20, No. 5, Sept. 1984, pp. 1708 – 1710.
- [20] M. Enokizono, J. Sievert, H. Ahlers: Optimum Yoke Construction for Rotational Loss Measurements Apparatus, Anales de Fisica Serie B, Vol. 86, 1990, pp. 320 – 322.
- [21] M. Enokizono, T. Suzuki, J. Sievert, J. Xu: Rotational Power Loss of Silicon Steel Sheet, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 26, No. 5, Sept. 1990, pp. 2562 – 2564.
- [22] A. Hasenzagl, B. Weiser, H. Pfützner: Novel 3-phase Excited Single Sheet Tester for Rotational Magnetization, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 160, July 1996, pp. 180 – 182.
- [23] A. Hasenzagl, H. Pfützner, A. Saito, Y. Okazaki: Field Distribution in Rotational Single Sheet Testers, Journal de Physique IV - Proceedings, Vol. 8, No. PR2, June 1998, pp. 681 – 684.
- [24] C. Krell, L. Mehnen, E. Leiss, H. Pfützner: Rotational Single Sheet Testing on Samples with Arbitrary Size and Shape, 6th International Workshop on 1&2 Dimensional Magnetic Measurements and Testing, Bad Gastein, Austria, 20-21 Sept. 2000, pp. 96 – 103.
- [25] H. Pfützner, C. Krell, E. Kitz, W. Pluta, M. Soinski, R. Rygal: Practical Relevance of Rotational Loss Measurement of Laminated Machine Cores, Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 79, No. 3, 2003, pp. 151 – 154.

- [26] S. Zouzou, A. Kedous-Lebouc, P. Brissonneau: Magnetic Properties under Unidirectional and Rotational Field, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 112, No. 1-3, July 1992, pp. 106 – 108.
- [27] F. Fiorillo, A.M. Rietto: Extended Induction Range Analysis of Rotational Losses in Soft Magnetic Materials, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 24, No. 2, March 1988, pp. 1960 – 1962.
- [28] J. Sievert, H. Ahlers, M. Birkfeld, B. Cornut, F. Fiorillo, K.A. Hempel, T. Kochmann, A. Kedous-Lebouc, T. Meydan, A. Moses, A.M. Rietto: European Intercomparison of Measurements of Rotational Power Loss in Electrical Sheet Steel, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 160, July 1996, pp. 115 – 118.
- [29] J. Sievert, H. Ahlers, M. Enokizono, S. Kauke, L. Rahf, J. Xu: The Measurement of Rotational Power Loss in Electrical Sheet Steel using a Vertical Yoke System, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 112, No. 1-3, July 1992, pp. 91 – 94.
- [30] S. Tumanski: Which Magnetizing Circuit is Suitable for Two-dimensional Measurements, 7th International Workshop on 1&2 Dimensional Magnetic Measurement and Testing, Ludenscheid, Germany, 16-17 Sept. 2002, pp. 151 – 157.
- [31] S. Tumanski: New Design of the Magnetizing Circuit for 2D Testing of Electrical Steel, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 81, No. 5, May 2005, pp. 32 – 34.
- [32] J.G. Zhu, J.J. Zhong, Z.W. Lin, J. Sievert: 3D Magnetic Property Tester - Design, Construction and Calibration, 7th International Workshop on 1&2 Dimensional Magnetic Measurement and Testing, Ludenscheid, Germany, 16-17 Sept. 2002, pp. 97 – 102.
- [33] J.G. Zhu, J.J. Zhong, Z.W. Lin, J. Sievert: Measurement of Magnetic Properties under 3D Magnetic Excitation, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 39, No. 5, Sept. 2003, pp. 3429 – 3431.
- [34] J.G. Zhu, Z.W. Lin, Y.G. Guo, Y. Huanf: 3D Measurement and Modelling of Magnetic Properties of Soft Magnetic Composite, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 85, No. 1, Jan. 2009, pp. 11 – 15.
- [35] H. Ahlers, J. Sievert: Uncertainties of Magnetic Loss Measurements, Particularly in Digital Procedures, *PTB-Mitteilungen*, Vol. 94, 1984, pp. 99 – 107.
- [36] M. De Wulf, J. Melkebeek: On the Advantage and Drawbacks of using Digital Acquisition Systems for the Determination of Magnetic Properties of

- Electrical Steel Sheet and Strip, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 196-197, May 1999, pp. 940 – 942.
- [37] J. Sievert: The Measurement of Magnetic Properties of Electrical Sheet Steel – Survey on Methods and Situation of Standards, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 215-216, June 2000, pp. 647 – 651.
- [38] B. Koprivica, A. Milovanovic, M. Djekic: Determination of Characteristics of Ferromagnetic Material using Modern Data Acquisition System, Serbian Journal of Electrical Engineering, Vol. 6, No. 3, Nov. 2009, pp. 451 – 459.
- [39] A.J. Moses: Electrical Steel - Past, Present and Future Developments, IEE Proceedings A, Vol. 137, No. 5, Sept. 1990, pp. 233 – 245.
- [40] J.G. Zhu, V.S. Ramsden: Two Dimensional Measurement of Magnetic Field and Core Loss using a Square Specimen Tester, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 29, No. 6, Nov. 1993, pp. 2995 – 2997.
- [41] W. Salz: A Two-dimensional Measuring Equipment for Electrical Steel, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 30, No. 3, May 1994, pp. 1253 – 1257.
- [42] V. Goričan, A. Hamler, B. Hribernik, M. Jesenik, M. Trlep: 2D Measurements of Magnetic Properties using a Round RSST, 6th International Workshop on 1&2-Dimensional Magnetic Measurement and Testing, Bad Gastein, Austria, 20-21 Sept. 2000, pp. 66 – 75.
- [43] V. Goričan, M. Jesenik, A. Hamler, B. Štumberger, M. Trlep: Performance of Round Rotational Single Sheet Tester at Higher Flux Densities in the Case of GO Materials, 7th International Workshop on 1&2 Dimensional Magnetic Measurement and Testing, Ludenscheid, Germany, 16-17 Sept. 2002, pp. 143 – 149.
- [44] V. Piermiakov, A. Pulnikov, L. Dupre, J. Melkebeek: 2D Magnetic Measurements under 1D Stress, Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 81, No. 5, May 2005, pp. 68 – 72.
- [45] O. Nakazaki, T. Todaka, M. Enokizono: Iron Loss Evaluation in Stator Cores of Rotating Machines during Manufacturing Process, Przegląd Elektrotechniczny, Vol. 85, No. 5, Jan. 2009, pp. 74 – 78.
- [46] M. Enokizono: Vector Magnetic Characteristic Technology for Development of Super Premium Efficiency (IE4 Level) Motor, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 48, No. 11, Nov. 2012, pp. 3054 – 3059.
- [47] H. Toda, Y. Oda, M. Kohno, M. Ishida, Y. Zaizen: A New High Flux Density Non-Oriented Electrical Steel Sheet and its Motor Performance, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 48, No. 11, Nov. 2012, pp. 3060 – 3063.



- [48] M. Miyamoto, T. Matsuo, T. Nakamura: Measurement of Vector Hysteretic Property of Silicon Steel Sheets at Liquid Nitrogen Temperature, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 87, No. 9b, Sept. 2011, pp. 111 – 114.
- [49] G. Krismanić: Recent Developments and Trends in Measurements of Two-Dimensional Magnetic Properties, *Journal of Electrical Engineering*, Vol. 55, No. 10/S, July 2004, pp.45 – 48.
- [50] B. Koprivica, A. Milovanovic: Analysis of Strip Width Effect on Measured Magnetic Properties of Wound Toroidal Core, *International Scientific Conference UNITECH '12, Gabrovo, Bulgaria, 16-17 Nov. 2012*, Vol. 1, pp. 164 – 168.
- [51] IEC 60404-4, *Magnetic Materials - Part 4: Methods of Measurement of D.C. Magnetic Properties of Magnetically Soft Materials*, International Electrotechnical Commission, Nov. 2011.
- [52] A.J. Moses, P.C.Y. Ling: Dimensional Factors Affecting Magnetic Properties of Wound Cores, *Physica Scripta*, Vol. 40, No. 2, 1989, pp. 249 – 251.
- [53] W. Grimmond, A.J. Moses, P.C.Y. Ling: Geometrical Factors Affecting Magnetic Properties of Wound Toroidal Cores, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 25, No. 3, May 1989, pp. 2686 – 2693.
- [54] B.M. Koprivica, A.M. Milovanović, M.D. Djekić: Effects of Wound Toroidal Core Dimensional and Geometrical Parameters on Measured Magnetic Properties of Electrical Steel, *Serbian Journal of Electrical Engineering*, Vol. 10, No. 3, Oct. 2013, pp. 459 – 471.
- [55] I.D. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer-Verlag, NY, USA, 1991.
- [56] G. Bertotti, *Hysteresis in Magnetism: For Physicists, Materials Scientists and Engineers*, Academic Press, NY, USA, 1998.
- [57] E. Della Torre: *Magnetic Hysteresis*, IEEE Press, NY, 1999.
- [58] M. Dimian, P. Andrei: *Noise-Driven Phenomena in Hysteretic Systems*, Springer, Berlin, Germany, 2013.
- [59] A. Stancu, L. Stoleriu, P. Postolache, R. Tanasa: New Preisach Model for Structured Particulate Ferromagnetic Media, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 290–291, Part 1, April 2005, pp. 490 – 493.
- [60] P. Andrei, O. Caltun, A. Stancu: Rate Dependence of First-order Reversal Curves by using a Dynamic Preisach Model of Hysteresis, *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 372, No. 1-2, Feb. 2006, pp. 265 – 268.

- [61] Y. Saito, S. Hayano, H. Nakamura, Y. Kishino, N. Tsuya: A Representation of Magnetic Hysteresis by Fourier Series, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 54-57, Part 3, Feb. 1986, pp. 1613 – 1614.
- [62] Y. Saito, H. Namiki, S. Hayano, N. Tsuya: Experimental Verification of a Chua Type Magnetization Model, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 25, No. 4, July 1989, pp. 2968 – 2970.
- [63] A. Bergqvist: A Phenomenological Differential-relation-based Vector Hysteresis Model, *Journal of Applied Physics*, Vol. 75, No. 10, May 1994, pp.5484 – 5486.
- [64] A. Bergqvist: Magnetic Vector Hysteresis Model with Dry Friction-like Pinning, *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 233, No. 4, June 1997, pp. 342 – 347.
- [65] J. Takacs: *Mathematics of Hysteretic Phenomena: The T(x) Model for the Description of Hysteresis*, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, Germany, 2003.
- [66] D.C. Jiles: Theory of Ferromagnetic Hysteresis, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 61, No. 1-2, Sept. 1986, pp. 48 – 60.
- [67] K Chwastek, J Szczyglowski, M Najgebauer: A Direct Search Algorithm for Estimation of Jiles–Atherton Hysteresis Model Parameters, *Materials Science and Engineering: B*, Vol. 131, No. 1-3, July 2006, pp. 22 – 26.
- [68] S. Cundeva: A Transformer Model based on the Jiles-Atherton Theory of Ferromagnetic Hysteresis, *Serbian Journal of Electrical Engineering*, Vol. 5, No. 1, May 2008, pp. 21 – 30.
- [69] P. Andrei, O. Caltun, A. Stancu: Differential Phenomenological Models for the Magnetization Processes in Soft MnZn Ferrites, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 34, No. 1, Jan. 1998, pp. 231 – 241.
- [70] J. Faiz, S. Saffari: A New Technique for Modeling Hysteresis Phenomenon in Soft Magnetic Materials, *Electromagnetics*, Vol. 30, No. 4, May 2010, pp. 376 – 401.
- [71] S.E. Zirka, Y.I. Moroz, P. Marketos, A.J. Moses: Dynamic Hysteresis Modelling, *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 343, No. 1-4, Jan. 2004, pp. 90 – 95.
- [72] R.G. Harrison: Positive-feedback Theory of Hysteretic Recoil Loops in Hard Ferromagnetic Materials, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 47, No.1, Jan. 2011, pp. 175 – 191.
- [73] S. Motoasca, A. Nicolaide, E. Helerea: Simple Analytical Method for hysteresis Modelling using LabVIEW, *Revue Roumaine des Sciences Techniques - Serie Electrotechnique et Energetique*, Vol. 55, No. 3, 2010, pp. 261 – 267.

- [74] S.E. Zirka, Y.I. Moroz, R.G. Harrison, N. Chiesa: Inverse Hysteresis Models for Transient Simulation, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 29, No. 2, April 2014, pp. 552 – 559.
- [75] S.E. Zirka, Y.I. Moroz: Hysteresis Modeling based on Similarity, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No. 4, July 1999, pp. 2090 – 2096.
- [76] H.M. M'Rabet: Simulation numerique en temps reel des transformateurs de puissance, PhD Thesis, University of Sherbrooke, Canada, 1992.
- [77] K. Chwastek: Higher Order Reversal Curves in Some Hysteresis Models, Archives of Electrical Engineering, Vol. 61, No. 4, Nov. 2012, pp. 455 – 470.
- [78] F.C.F. Guerra, W.S. Mota: Magnetic Core Model, IET Science, Measurement and Technology, Vol. 1, No. 3, May 2007, pp. 145 – 151.
- [79] S. Casoria, G. Sybille, P. Brunelle: Hysteresis Modeling in the MATLAB/Power System Blockset, Mathematics and Computers in Simulation, Vol.63, No. 3-5, Nov. 2003, pp. 237 – 248.
- [80] Y. Wang, S. Wu, Z. Zhou, D. Cheng, N. Pang, Y. Wan: Research on the Dynamic Hysteresis Loop Model of the Residence Times Difference (RTD)-fluxgate, Sensors, Vol. 13, No. 9, Sept. 2013, pp. 11539 – 11552.
- [81] C. Perez-Rojas: Fitting Saturation and Hysteresis via Arctangent Functions, IEEE Power Engineering Review, Vol. 20, No. 11, Nov. 2000, pp. 55 – 57.
- [82] HysterSoft – Software for Hysteresis Modeling.  
<http://www.eng.fsu.edu/ms/HysterSoft/>
- [83] A. Milovanovic, B. Koprivica: Mathematical Model of Major Hysteresis Loop and Transient Magnetizations, Electromagnetics, Vol. 35, No. 3, March 2015, pp. 155 – 166.
- [84] A. Миловановић, М. Бјекић, Б. Копривица: Виртуелна инструментација, Технички факултет Чачак, 2010.
- [85] <http://www.brockhaus.com/en/measurements/measuring-technology-for-soft-magnetic-materials/electrical-steel-tester/mpg/>.
- [86] В. Бего: Мјерни трансформатори, Школска књига, Загреб, Хрватска, 1977.
- [87] IEEE Std. 393-1991 - IEEE Standard for Test Procedures for Magnetic Cores, Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, USA, March 1992.
- [88] Y. Zhang, Y. Long, Q. Qu, R. Ye, Y. Chang: Precise AC Magnetic Measurement under Sinusoidal Magnetic Flux by using Digital Feedback of Harmonic

- Compensation, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 312, No. 2, May 2007, pp. 443 – 448.
- [89] K. Shima, T. Fukami, K. Miyata, C. Lee: Analysis of Eddy-Current Losses in Solid Iron under DC-Biased Magnetization Considering Minor Hysteresis Loops, *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 188, No. 3, 2014, pp. 56 – 66.
- [90] М. Ђекић: Прилог анализи кола са струјним мерним трансформатором, Докторска дисертација, Универзитет у Београду, Београд, Србија, 1982.
- [91] U.D. Annakkage, P.G. McLaren, E. Dirks, R.P. Jayasinghe, A.D. Parker: A Current Transformer Model based on the Jiles–Atherton Theory of Ferromagnetic Hysteresis, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 15, No. 1, Jan. 2000, pp. 57 – 61.
- [92] A. Rezaei-Zare, R. Iravani, M. Sanaye-Pasand, H. Mohseni, S. Farhangi: An Accurate Current Transformer Model based on Preisach Theory for the Analysis of Electromagnetic Transients, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 23, No. 1, Jan. 2008, pp. 233 – 242.
- [93] M. Tumay, R.R.S. Simpson, H. El-Khatroushi: Dynamic Model of a Current Transformer, *International Journal of Electrical Engineering Education*, Vol. 37, No. 3, July 2000, 268 – 276.
- [94] Мерни трансформатори – Део 1: Струјни трансформатори, SRPS EN 60044-1:2009, Институт за стандардизацију Србије, Београд, Србија, Феб. 2009.
- [95] <http://www.wolfram.com/mathematica/>.
- [96] Operating Instructions and Specifications NI 9205, National Instruments, Austin, TX, USA, Feb. 2008.