

UNIVERZITET U BEOGRADU

SAOBRAĆAJNI FAKULTET

Danica D. Babić

**OPTIMIZACIJA MREŽE LINIJA I REDA
LETENJA AVIOPREVOZIIOCA**

doktorska disertacija

Beograd, 2015

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF TRANSPORT AND TRAFFIC ENGINEERING

Danica D. Babić

**NETWORK STRUCTURE AND AIRLINE
SCHEDULING OPTIMIZATION**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015

Mentor: dr Milica Kalić, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Članovi Komisije:

1. Dr Milica Kalić, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet
2. Dr Boris Begović, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu - Pravni fakultet
3. Dr Feđa Netjasov, docent,
Univerzitet u Beogradu - Saobraćajni fakultet
4. Dr Tijana Levajković, docent,
Univerzitet u Beogradu - Saobraćajni fakultet.

Ovo istraživanje podržano je od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije kroz projekat Saobraćajnog fakulteta finansiranog u Programu istraživanja u oblasti tehnološkog razvoja 2011-2015. "Podrška održivom razvoju sistema vazdušnog saobraćaja Republike Srbije" (projekat 36033, 2011-2015)

Rad na ovoj doktorskoj disertaciji bio je veliko iskustvo i napredovanje za mene. Želim da zahvalim svom mentoru prof. dr Milici Kalić na njevoj velikoj podršci, korisnim savetima i rečima ohrabrenja koje su uvek došle u pravo vreme.

Docentu Tijani Levajković želim da zahvalim na izdvojenom vremenu i izuzetnoj stručnoj pomoći prilikom izrade ove doktorske disertacije.

Takođe, želim da zahvalim i prof. Borisu Begoviću i docentu Feđi Netjasovu na uloženom vremenu i stručnim sugestijama koje su značajno doprinele kvalitetu doktorske disertacije.

Optimizacija mreže linija i reda letenja avioprevozioca

Rezime

U ovoj doktorskoj disertaciji razvijen je optimizacioni model izbora mreže linija i reda letenja avioprevozioca u uslovima liberalizovanog tržišta. Mreža linija je ključni deo poslovne strategije avioprevozioca i izabrana struktura mreže linija neće imati samo uticaja na troškove avioprevozioca, već može stvoriti i određene prednosti kada su prihodi u pitanju. Problemi koji se postavljaju pred avioprevozioca su: a) na koji način opsluživati izabrana tržišta, b) koji kvalitet usluge pružiti korisnicima, c) koji su efekti izabrane ponude na prihod i troškove avioprevozioca i d) kakav je uticaj konkurencije na izbor mreže linija avioprevozioca. Optimizacija mreže linija u liberalizovanim uslovima zahteva pronalaženje odgovarajućeg balansa između opsluživanja različitih segmenata tržišta, sa jedne strane, i ispunjavanja ekonomskih interesa avioprevozioca, sa druge strane.

Predloženi optimizacioni model izbora mreže linija avioprevozioca, sastavljen je od tri podmodela kojima se za različite konfiguracije mreže linija (od-tačke-do-tačke (PP), *hub-and-spoke* (HS) i kombinovano) definišu cene usluga i frekvencije letenja koje maksimiziraju profit avioprevozioca. Pretpostavka je da na tržištu postoji duopol avioprevozioca, a razvijeni model oduhvata najvažnije elemente koji karakterišu tržište nakon deregulacije: avioprevozioci međusobno konkurišu u ceni i frekvenciji letenja, a putnika karakteriše lojalnost prema jednom ili drugom avioprevoziocu, osetljivost na cenu i kvalitet usluge. Predloženi model, kao sredstvo za evaluaciju različitih konfiguracija mreže linija, avioprevoziocu može dati određene smernice i pokazatelje pod kojim uslovima je jedna struktura mreže bolja, a pod kojim druga.

Rezultati dobijeni modelom ukazuju na to da će prelaskom sa PP na HS mrežu linija, avioprevozioc ponuditi veću frekvenciju letenja i veći broj sedišta putnicima na ruti, ali po većim cenama. Takođe je pokazano da je HS mreža linija bolji izbor za avioprevozioc u slučaju kada su varijabilni troškovi niski, a fiksni visoki, kada su dužine ruta kratke i srednje i kada je tražnja velika. Avioprevozioci bi trebalo da izaberu

PP mrežu linija kada su varijabilni i fiksni troškovi niski, kada su rute kratke i kada je tražnja mala.

Ključne reči: avioprevozilac, mreža linija, profit, konkurencija.

Naučna oblast: Saobraćajno Inženjerstvo

Uža naučna oblast: Planiranje, organizacija i eksploatacija u vazdušnom saobraćaju
i transportu

UDK broj:

Network Structure and Airline Scheduling Optimization

Summary

In this thesis the optimization model is developed for airline network choice in the liberalized market. Airline's network is the key element of its business strategy and selected network structure will not have influence only on the airline's costs but could gain some advantage in revenues, too. Network choice raises the following questions for an airline: a) what markets to serve, b) how to serve selected markets, c) what level of service to offer, d) what are the benefits/cost of the that decisions and e) what is the influence of the competition. Making these decisions means finding good balance between serving different market segments and meeting economic interests of an airline.

The presented optimization model of airline network choice consists of three sub-models. Each sub-model is developed for a particular network configuration (point-to-point (PP), hub-and-spoke (HS) and combined) and defines prices and frequencies that will maximize an airline's profit. The model is developed for the situation when there is a duopoly on the market and covers the most important elements of the deregulated markets such as: the airlines are competing in prices and quantities, and passengers are characterized by loyalty, price and level of service sensitivity. The proposed model could be useful for an airline operating in the liberalized market as support in evaluating the alternative strategic options. The model results could give some guidelines and indicators to an airline under which circumstances the selected network structure is better than the other.

The results indicate that the transition from PP to the HS network will stimulate an airline to offer higher frequency and a larger number of seats to its passengers, but at higher prices. It is also shown that the HS network is a better choice for an airline when the variable costs are low and fixed costs are high, when the route length is short and medium, and when demand is high. Airlines should select PP network structure when the variable and fixed costs are low, when demand is low and when the route length is medium.

Key words: airline, network structure, profit, competition

Scientific field: Transport and Traffic Engineering

Specific scientific field: Aircraft operations and Air Transport Planning and
Management

UDK:

Sadržaj

SPISAK TABELA.....	i
SPISAK SLIKA.....	ii
1. Uvod.....	1
2. Deregulacija vazdušnog saobraćaja i mreža linija	4
2.1. Mreža linija	7
2.2. Struktura mreže linija i poslovni model.....	9
2.2.1. Mreža linija od-tačke-do-tačke (PP) i niskotarifni poslovni model	9
2.2.2. Hub-and-spoke (HS) mreža linija i tradicionalni poslovni model.....	12
2.2.3. Prednosti i nedostaci haba	18
2.3. Razvoj mreže linije na globalnom nivou	22
2.4. Ekonomija avioprevozioca.....	25
2.4.1. Prihod	30
2.4.2. Troškovi avioprevozioca	39
2.4.3. Ekonomija mreže	47
2.5. Strategija mreže linija	53
2.6. Pregled stanja vazdušnog saobraćaja u Evropi	54
2.7. Pregled literature	60
2.8. Prikaz radova korišćenih u istraživanju	71
2.9. Motivacija i obrazloženje istraživanja u disertaciji.....	76
3. Model izbora mreže linija avioprevozioca na liberalizovanom tržištu	78
3.1. Opis modela	78
3.2. Profit.....	89
3.3. Scenario (PP, PP)	90
3.4. Scenario (HS, HS).....	94
3.5. Scenario (PP, HS)	97
3.5.1. Slučaj $f_1=f_2$	99
3.5.2. Slučaj $F_1=f_2$	105
3.5.3. Slučaj $F_1=f_1$	111

4. Rezultati analize	113
4.1. Mreža linija: ravnoteža, slučaj $f_1=f_2$	113
4.2. Mreža linija: ravnoteža, slučaj $F_1=f_2$	123
5. Zaključak.....	132
LITERATURA.....	136
PRILOG 1.....	142
PRILOG 2.....	143
PRILOG 3.....	146
PRILOG 4.....	149
PRILOG 5.....	155
Biografija.....	158

SPISAK TABELA

- Tabela 1.** Prosečni prihodi i troškovi avioprevoznika u Evropi, 2011-2013
- Tabela 2.** Koeficijent popunjenosti aviona A320 i očekivani prihod za različite vrednosti koeficijenta popunjenosti
- Tabela 3.** Parametri ocenjeni statističkim putem
- Tabela 4.** Jednačine parametara u svim specijalnim slučajevima
- Tabela 5.** Vrednosti parametara, slučaj $f_1=f_2$
- Tabela 6.** Matrica ishoda, slučaj $f_1=f_2$
- Tabela 7.** Vrednosti parametara, slučaj $F_1=f_2$
- Tabela 8.** Matrica ishoda, slučaj $F_1=f_2$

SPISAK SLIKA

- Slika 1.** Linijska struktura mreže
- Slika 2.** Rešetkasta struktura mreže
- Slika 3.** *Hub-and-spokes* mreža
- Slika 4.** Poređenje linearne i *HS* mreže
- Slika 5.** (a) Usmereni hab sever-jug; (b) usmereni hab istok-zapad i (c) hab u svim pravcima
- Slika 6.** Najčešći oblik *HS* mreže
- Slika 7.** Kompleksna *HS* mreža
- Slika 8.** Kompleksna *HS* mreža: kombinacija usmerenih habova
- Slika 9.** Razvoj saobraćaja na dugim i kratkim linijama kroz ponuđeni broj sedišta u periodu od 1990-2012, Indeks 100=1990
- Slika 10.** Godišnji broj poletanja i broj aviona u periodu od 1994-2013
- Slika 11.** Razvoj vazdušnog saobraćaja u periodu 1992-2012, Indeks 100=1992
- Slika 12.** Operativni i finansijski rezultati 13 vodećih avioprevozioca u Evropi u 2012. godini prikazani po vrsti poslovnog modela koji primenjuju
- Slika 13.** Promena BDP i vazdušnog saobraćaja na globalnom nivou, 1972-2012
- Slika 14.** Promena prosečne cene karte avioprevozioca u SAD na domaćim letovima u periodu 1980-2012
- Slika 15.** Troškovi avioprevozioca
- Slika 16.** Jedinični troškovi tradicionalnih avioprevozioca i LCC u periodu 1996-2004: a) SAD, troškovi su prilagođeni za dužinu rute od 1400 km; b) Evropa, troškovi su prilagođeni za dužinu rute od 800 km
- Slika 17.** Prihod po ASK tradicionalnih avioprevozioca i LCC u periodu 1996-2004: a) SAD; b) Evropa
- Slika 18.** Jedinični prihodi i troškovi evropskih avioprevozioca, 2011. i 2012. godina
- Slika 19.** Odnos između troškova po sedištu i veličine aviona
- Slika 20.** Odnos kriva prosečnih ukupnih troškova (PUT), marginalnih troškova (MT) i marginalnog prihoda (MP)
- Slika 21.** Odnos između troškova po km i pređenom broju km

- Slika 22.** Odnos između troškova po putniku i koeficijenta popunjenosti putničke kabine
- Slika 23.** Broj putnika u vazdušnom saobraćaju na svetskom nivou u periodu 1980-2013. godine
- Slika 24.** Cena goriva na svetskom tržištu, dugoročna prognoza
- Slika 25.** Razvoj novih ruta u periodu 1972-2032, Indeks 1=1972
- Slika 26.** Struktura mreže: a) Od tačke do tačke (PP); b) Hub-and-spoke (HS)
- Slika 27.** Jedinični troškovi leta: stvarne i procenjene vrednosti
- Slika 28.** Struktura mreže linija avioprevozioca 1 i 2: a) PP mreža linija avioprevozioca 1; b) HS mreža linija avioprevozioca 2
- Slika 29.** Gornja i donja granica cene p_1 u specijalnom slučaju kada je $f_1=f_2$ za scenario (PP, HS)
- Slika 30.** Odnos cena P_1 i P_2 u slučaju kada je $f_1=f_2$, scenario (PP, HS)
- Slika 31.** Gornja i donja granica cene p_1 u specijalnom slučaju kada je $F_1=f_2$ za scenario (PP, HS)
- Slika 32.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti fiksnog troška $c, f_1=f_2$
- Slika 33.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti varijabilnih troškova $b, f_1=f_2$
- Slika 34.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i koeficijenta popunjenosti $\eta, f_1=f_2$
- Slika 35.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i dužine rute $l, f_1=f_2$
- Slika 36.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti fiksnog troška $c, F_1=f_2$
- Slika 37.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti varijabilnih troškova $b, F_1=f_2$
- Slika 38.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i koeficijenta popunjenosti $\eta, F_1=f_2$
- Slika 39.** Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i dužine rute $l, F_1=f_2$

Uvod

Deregulacija¹ vazdušnog saobraćaja u svetu značajno je promenila uslove na svetskom tržištu i trajno uticala na konkurenciju između avioprevozilaca. Održivost poslovnog modela² avioprevozilaca u periodu regulacije, dovedena je u pitanje stvaranjem uslova otvorenog tržišta i jačanjem konkurencije. Samo oni avioprevozioci koji su bili u stanju da brzo reaguju na novonastale promene, imali su izgleda da stvore određenu prednost i na taj način da opstanu na tržištu.

Sloboda koju su avioprevozioci dobili nakon deregulacije tržišta vazdušnog saobraćaja podrazumevala je velike promene u poslovnom modelu i primenu one strategije koja će na najbolji mogući način zadovoljiti putničku tražnju i/ili maksimizirati profit. Najveći efekti tih promena vide se u izmenjenoj strukturi mreža linija avioprevozilaca. Mreža linija je ključni deo strategije avioprevozioca, a izabrana struktura mreže linija neće imati samo uticaja na troškove avioprevozioca, već može stvoriti i određene prednosti kad su prihodi u pitanju. Kao dominantan izbor mreže linija među avioprevoziocima ističu se *hub-and-spoke* (HS), od strane tradicionalnih, i *od-tačke-do-tačke* (PP), od strane niskotarifnih (*low cost carrier*, LCC).

Projektovanje mreže linija podrazumeva da avioprevozilac donosi odluke o tome koja će tržišta opsluživati, na koji način, koje su posledice uvođenja/izbacivanja pojedinih ruta i u slučaju obavljanja operacija kroz više hubova, koje su posledice promene tokova saobraćaja na samoj mreži. Te odluke se pre svega odnose na pronalaženje odgovarajućeg balansa između opsluživanja različitih segmenata tržišta, sa jedne strane, i ispunjavanja ekonomskih interesa avioprevozioca, sa druge strane (npr. ponuda visokofrekventnih non-stop letova je značajno skuplja od ponude manje frekvencije letenja uz korišćenje većih aviona).

Svako tržište može biti opsluženo na jedan ili više načina (non-stop letom, sa jednim ili više međusletanja, sa više letova jednog avioprevozioca pri čemu putnik menja avion, sa više letova koje obavljaju dva i više avioprevozilaca itd.), odnosno sa više alternativnih ruta. Međutim, u zavisnosti od toga koju od ovih opcija avioprevozilac

¹ Deregulacija je proces ukidanja suvišnih propisa i prevelikog mešanja državne uprave u određene poslove, npr. privredne (Vujaklija, 2002). Drugim rečima, deregulacija povećava ulogu tržišta i konkurencije, a smanjuje prisustvo regulative državnih organa.

² Poslovni model avioprevozioca je plan vođenja poslova na način koji avioprevoziocu donosi profit (tradicionalni, regionalni, čarter, niskotarifni itd).

primenjuje, efekti na samu ponudu biće različiti, jer će za putnike predstavljati različite usluge koje sa sobom nose razne prednosti i nedostatke, kako finansijske tako i nefinansijske (npr. kraće vreme putovanja u slučaju non-stop usluge, neprijatnosti usled presedanja na naredni let itd.). Svaka od ovih opcija, takođe, nosi i različite prednosti i nedostatke za samog avioprevozioca, jer sa sobom nose različite kvalitete usluga i operativnih troškova. Pri donošenju odluke o tome kako oplužiti pojedino tržište svaki avioprevozilac mora voditi računa i o uticaju konkurencije.

Prema svemu gore navedenom, predmet istraživanja u ovoj disertaciji predstavlja izbor mreže linija avioprevozioca koja će mu obezbediti održivi poslovni model na konkurentskom tržištu, kao i analiza uticaja cene usluge, frekvencije na ruti i veličine aviona avioprevozioca na izbor mreže linija, profit i željeni kvalitet usluge. Optimizacija mreže linija u liberalizovanim uslovima zahteva usklađivanje ponude avioprevozioca sa tražnjom na tržištu. Cilj istraživanja je da se razvije model koji će za date/prognoziranje karakteristike tržišta (tražnja, aerodromi, dužina linija, lojalnost putnika itd.), u uslovima postojanja konkurencije, odrediti strukturu mreže linija, cenu usluge, frekvenciju letenja i veličinu aviona tako da avioprevozilac ostvari maksimalan profit i odgovarajući kvalitet usluge.

Osnovni motiv za izbor ove teme za doktorsku disertaciju jeste da se postojeći analitički modeli izbora mreže linija avioprevozioca u uslovima konkurencije prošire i unaprede u tom smislu što će obuhvatati više tržišta i veći broj faktora koji individualnog putnika opredeljuju za određenog avioprevozioca. Kriterijum izbora određene strukture mreže linija je maksimalan profit avioprevozioca za zadatu strukturu troškova. Funkcija tražnje uzima u obzir sledeće parametre koji opredeljuju konkretnog putnika za jednog ili drugog avioprevozioca: cenu prevoza, lojalnost putnika, vremenski gubitak uzrokovan redom letenja i stohastički vremenski gubitak putnika čime je obezbeđeno da se prilikom izbora strukture mreže linija mora voditi računa i o kvalitetu usluge koja se nudi putnicima. Na taj način je razvijen optimizacioni model izbora mreže linija avioprevozioca koji će pomoći avioprevoziocu da izabere onu strukturu mreže linija koja omogućava postizanje maksimalnog profita i željenog kvaliteta usluge, obuhvatajući sve aspekte slobode koju donosi liberalizovano tržište.

Disertacija je podeljena u pet poglavlja. Nakon uvoda u Poglavlju 1, sledi Poglavlje 2 gde je dat detaljan teorijski pregled najvažnijih elemenata istraživanja. Analizirani su

postojeći poslovni modeli avioprevoznika i njihove odgovarajuće strukture mreža linija. Dat je pregled dosadašnjeg razvoja vazdušnog saobraćaja na globalnom nivou, uključujući različite pokazatelje razvoja mreža linija avioprevoznika. Takođe je urađen pregled osnovnih pokazatelja ekonomske uspešnosti poslovanja avioprevoznika sa posebnim osvrtom na tražnju i cenu usluge, kao glavne generatore prihoda, i kapacitet i ekonomiju mreže kao glavne generatore troškova avioprevoznika. Zatim su analizirani vazdušni saobraćaj u Evropi, uspešnost poslovanja evropskih avioprevoznika i očekivani trendovi daljeg razvoja. Na kraju ovog poglavlja dat je detaljan pregled relevantne literature koja je imala značajan doprinos u rešavanju razmatranog problema.

Model izbora mreže linija avioprevoznika u uslovima liberalizovanog tržišta prikazan je u Poglavlju 3. Definisane su osnovne pretpostavke u modelu koje se odnose na uslove na tržištu, ponašanje avioprevoznika i ponašanje putnika. Takođe, objašnjeni su svi parametri i promenljive koje model obuhvata. Zatim, za tri različita scenarija³ razvijena su tri podmodela u kojima su date matematičke formulacije profita avioprevoznika u slučaju izbora jedne od ponuđenih struktura mreže linija, uzimajući u obzir ponuđenu uslugu konkurenta. U svakom od podmodela određuju se optimalna cena usluge i frekvencija letenja koje omogućavaju maksimiziranje profita oba avioprevoznika. Takođe su definisani uslovi koje je neophodno ispuniti da bi definisane cene usluga i frekvencije letenja omogućile maksimizaciju profita avioprevoznika.

Koristeći dobijene izraze za izračunavanje optimalne cene i frekvencije letenja u svakom od definisanih scenarija, pronađena je ravnotežna mreža linija u opštem slučaju, pod pretpostavkom da avioprevoznici, nezavisno jedan od drugog biraju tip mreže linija koju će usvojiti (Poglavlje 4). U svrhu daljeg testiranja modela urađena je analiza osetljivosti rezultata ravnotežne mreže linija u opštem slučaju na vrednosti svih ključnih parametara. Analiza i diskusija rezultata testiranja modela dati su na kraju ovog poglavlja, zajedno sa predlozima mogućeg unapređenja i proširenja predloženog modela.

Poglavlje 5 obuhvata sažetak istraživanja, ključne rezultate i zaključna razmatranja. Takođe su dati i mogući načini unapređenja modela kao i pravci daljih istraživanja u ovoj oblasti.

³ (1) Kad oba avioprevoznika izaberu PP mrežu linija, (2) kad oba avioprevoznika izaberu HS mrežu linija i (3) kad avioprevoznici izaberu različite mreže linija.

2. Deregulacija vazdušnog saobraćaja i mreža linija

Deregulacija vazdušnog saobraćaja krajem 1970-tih godina XX veka u Sjedinjenim Američkim Državama (SAD), značajno je promenila tržišno okruženje i prirodu same konkurencije između avioprevoznika. Sve do 1978. godine avioprevoznici su bili izloženi jakoj kontroli od strane države koja se ogledala u tačno definisanim rutama na kojima su mogli da obavljaju saobraćaj, ograničenjima ponuđene frekvencije letenja i kapaciteta, a svaka promena cena karata morala je da bude zvanično odobrena. Na taj način, postojeći avioprevoznici su bili zaštićeni od prave konkurencije, manji gradovi su se, uprkos slabijoj tražnji, opsluživali, a prilikom raspodele aerodromskih kapaciteta prednost su imali već utvrđeni avioprevoznici, čime je ulazak svakog novog učesnika na tržište bio ograničen (Rosen, 2002). Takođe, sami putnici bili su ograničeni u izboru avioprevoznika i kvaliteta usluge⁴, a zbog njihove neefikasnosti i visokih troškova obavljanja operacija, plaćali su visoke cene karata.

Uvođenjem *Airline Deregulation Act* 1978. godine postepeno su se ukidala ograničenja u vazdušnom saobraćaju. Avioprevoznicima je bila data potpuna sloboda da sami određuju svoje strategije kojima će zadovoljiti što veći deo tražnje i omogućeno je novim avioprevoznicima da slobodno uđu na tržište i postanu konkurentni kako u pogledu cena, tako i u pogledu frekvencije letenja, tržišta koja se opslužuju itd. Kao rezultat konkurencije od strane novih avioprevoznika, već utvrđeni avioprevoznici bili su prinuđeni da smanjuju svoje troškove, odnosno da pružaju uslugu mnogo efikasnije. Mnogi od njih nisu uspeali da se prilagode novim tržišnim uslovima, stvarali su velike gubitke i na kraju se povukli sa tržišta (Trans World Airlines (TWA), Pan American World Airways, Continental Airlines (pridružen je United Airlines-u) itd.).

Budući da više nisu bili u obavezi da opslužuju određene rute, jedna od strategija postojećih avioprevoznika bila je i da restrukturiraju svoje mreže linija, tako da umesto direktnih linija svoje letove preusmeravaju preko izabranih hubova (centralnih aerodroma). Vrlo brzo *hub-and-spoke* (HS) mreža je postala dominantan tip mreže

⁴ U periodu regulacije putnici su mogli da koriste usluge samo onih avioprevoznika koji su imali dozvolu da obavljaju saobraćaj na tom tržištu, a njihov broj je bio ograničen od strane države. Nadležne vlasti Civil Aeronautics Board (CAB) su regulisale domaći vazdušni saobraćaj između saveznih država u SAD, odlučujući o tome na kojim rutama se može pružiti usluga vazdušnog saobraćaja, kolike će biti cene usluga i kakav će biti ponuđeni red letenja. Avioprevoznici koji su obavljali saobraćaj samo unutar granica savezne države nisu bili kontrolisani od strane CAB, već od strane vlade te države (Doganis, 1991).

među avioprevoziocima, a njene prednosti su se ogledale u sposobnosti da se ovom strukturoom zadovolje interesi obe strane, kvalitetnija ponuda na strani putnika (veći broj destinacija, bolja povezanost unutar mreže i veća frekvencija letenja) i niži troškovi na strani avioprevozioca. Takođe, na ovaj način mnogi avioprevozioci uspeali su da povećaju svoj koeficijent popunjenosti putničke kabine na letovima kao i da povećaju iskorišćenost svojih resursa (Caves *et al.*, 1984). Posmatrano iz ugla putnika, prelazak na HS mrežu je za njih značilo duže vreme putovanja do krajnje destinacije, ali im je, takođe, donelo i izvesne koristi. Naime, niži operativni troškovi na dužim linijama omogućili su avioprevoziocima da snize cene karata, dok su putnici na kraćim linijama iskusili određeno povećanje cena, ali uz značajno poboljšanje kvaliteta ponude, tj. veće frekvencije letenja, veći izbor destinacija itd. Snižavanje operativnih troškova postignuto je postojanjem ekonomije obima⁵, u izvesnoj meri, i značajnog postojanja ekonomije gustine⁶. Usmeravanje tokova putnika sa manjih aerodroma ka habu, omogućilo je avioprevoziocima da na linijama koje povezuju veće aerodrome (habove) angažuju avione većeg kapaciteta sa manjim operativnim troškovima po ponuđenom sedištu.

Paralelno sa razvojem HS mreža od strane postojećih avioprevozioca, LCC avioprevozioci su razvijali svoje mreže od-tačke-do-tačke (*point-to-point*, PP) boreći se na taj način sa konkurencijom koja je imala skoro ekskluzivni pristup slotovima⁷ na vodećim aerodromima u SAD. Zbog toga su LCC avioprevozioci bili primorani da svoje mreže linija razvijaju na manjim aerodromima, čiji kapacitet nije bio dovoljno iskorišćen. Za putnike je to značilo smanjen izbor destinacija, kao i manji broj mogućih povezanih letova. Da bi postali profitabilni, LCC avioprevozioci su težili povećanju svoje efikasnosti i u tome postigli značajno veći nivo u odnosu na svoje konkurente, tradicionalne avioprevoziococe. Njihova ponuda je, pre svega, bila namenjena putnicima čija je cenovna elastičnost bila jako visoka i koji su bili spremni da se odreknu mnogih

⁵Ekonomija obima postoji ako se jedinični troškovi smanjuju kada se povećavaju i veličina mreže i nivo saobraćaja pri čemu se ne menjaju prosečni koeficijent popunjenosti (raste tražnja), dužina lega i cene resursa - gorivo, radna snaga itd. (Caves *et al.*, 1984).

⁶Ekonomija gustine saobraćaja postoji ako se prosečni troškovi smanjuju kada se povećava nivo saobraćaja na nepromenjenoj strukturi mreže. Drugim rečima, ako se dodaju letovi (povećanje frekvencije) ili se uvede avion sa više sedišta (povećanje kapaciteta na postojećem letu), pri čemu se ne menjaju koeficijent popunjenosti (raste tražnja), dužina lega i broj aerodroma koji se opslužuje (Caves *et al.*, 1984).

⁷ Slot je dozvola za korišćenje svih delova infrastrukture aerodroma (parking mesto, gejt, terminalna zgrada, itd.) koja je neophodna za obavljanjem vazduhoplovnih operacija na aerodromu određenog datuma u određeno vreme (*Worldwide Scheduling Guidelines*, IATA, 2005).

standardnih ugodnosti koje se podrazumevaju na jednom letu u zamenu za niske cene putovanja. To se vremenom pokazalo kao veoma održiv poslovni model i vrlo brzo se proširilo i u ostale regione širom sveta.

U Evropi je do sredine osamdesetih vazdušni saobraćaj bio strogo regulisan od strane država, i ne samo da su avioprevozioci bili u vlasništvu država, već su države regulisale i sve ostale aspekte vazdušnog saobraćaja. To je značilo da su sva prava i obaveze bile definisane bilateralnim ugovorima između država potpisnica, gde su između ostalog bile definisane frekvencije letenja, cene karata, veličina aviona, pristup aerodromima itd. Kao rezultat toga bila je činjenica da su na većini linija saobraćaj obavljala samo dva avioprevozioca, a konkurentnost među njima bila je minimalna (Van Hove, 2008). Liberalizacija tržišta u Evropskoj uniji (EU) je značajno promenila tržišno okruženje i prirodu konkurencije između avioprevozlaca. To je dovelo do otvaranja velikog broja novih ruta, tržišnog definisanja cena karata, ulazak novih avioprevozlaca na tržište i do povećanja konkurentnosti među avioprevoziocima. Sam proces liberalizacije tržišta u EU sproveden je kroz tri zakonodavna „paketa“ u periodu između 1987. i 1997. godine.

Efekti liberalizacije vazdušnog saobraćaja u EU više se mogu sagledati kroz promenu konkurentnosti među avioprevoziocima, nego što se to može videti na promeni strukture njihovih mreža linija. Naime, i pre liberalizacije tržišta avioprevozioci u Evropi imali su koncentrisane letove na jednom habu⁸, a sama mreža je bila strukturirana u vidu HS mreže, kad su u pitanju interkontinentalni letovi, dok su za kraće linije imali neku vrstu kombinacije HS i direktnih letova. Nakon liberalizacije, promene koje su se desile na mrežama linija evropskih avioprevozlaca više su se ogledale u samom organizovanju letova na habovima, gde je akcenat stavljen na većem usklađivanju reda letenja i grupisanje letova u tzv. dolazeće i odlazeće talase kako bi se postigao što veći broj konekcija između letova. Takođe, došlo je i do značajne promene poslovnog modela samih avioprevozlaca u vidu povećane međusobne saradnje kroz alijanse⁹ i druge vrste poslovnih ugovora, kako na strateškom, tako i na marketiškom nivou (podela koda, franšizing, *block-space*, *pro-rate* i slično (Kalić, 2010)).

⁸ U Evropi je svaka država imala svog nacionalnog avioprevozioca koji je obično obavljao sav saobraćaj sa najvećeg aerodroma te države, što je za rezultat imalo koncentrisanje letova na tom aerodromu.

⁹ Alijanse u vazdušnom saobraćaju predstavljaju sporazum dva ili više avioprevozlaca kojim se predviđa tesna poslovna saradnja u određenom vremenskom periodu. U zavisnosti od načina saradnje između

2.1. Mreža linija

Svakom avioprevoziocu mreža linija predstavlja osnovni proizvod po kome je on prepoznatljiv među korisnicima i koji određuje vrstu usluga koju će ponuditi na tržištu. Pored toga, mreža linija je osnovni generator prihoda i troškova jednog avioprevozioca, a takođe se kroz nju reflektuje kvalitet usluge pružen korisnicima (Holloway, 2003).

Projektovanje mreže linija podrazumeva proces donošenja odluke avioprevozioca o tome koja će tržišta opsluživati i na koji način. Mreža avioprevozioca koja obuhvata tržišta na kojima se putovanje ili započinje ili završava (izvorno-ciljna matrica), sa stanovišta projektovanja mreže može imati neku od sledećih formi (Holloway, 2003):

1. Od tačke-do-tačke između:
 - a. dva haba (npr. London i Frankfurt);
 - b. haba i sekundarnog ili tercijarnog tržišta (npr. Frankfurt i Dresden);
 - c. dva sekundarna ili tercijarna tržišta (npr. Dresden i Keln).
2. Mreža sa jednim habom i linijama ka ostalim tržištima, koja može imati neku od sledećih formi:
 - a. Od sekundarnog ili tercijarnog tržišta do sekundarnog ili tercijarnog tržišta preko haba (npr. Rejkjavik-Frankfurt-Beograd);
 - b. Od sekundarnog ili tercijarnog tržišta do haba preko drugog haba (npr. Beograd-Amsterdam-Njujork);
 - c. Od haba do sekundarnog ili tercijarnog tržišta preko drugog haba (jedan hab je za transfer dok je drugi hab ili izvor ili cilj npr. Vašington-London-Edinburg).
3. Mreža sa dva haba koja obično obuhvata linije koje počinju na sekundarnom ili tercijarnom tržištu, zatim imaju transfere na oba haba i završavaju se na drugom sekundarnom ili tercijarnom tržištu. Primeri ovakvih linija se mogu najčešće naći u mrežama alijansi (npr. Grac-Amsterdam-Detroit-Milvoki).

Ruta povezuje dve tačke, pri čemu se pod rutom podrazumeva ona linija na kojoj se leti istim avionom pod istim brojem leta. Ruta se može pojaviti kao:

- Non-stop ruta – postoji samo jedan segment između izvorne i ciljne tačke (npr. London-Edinburg);

avioprevozilaca alijanse mogu biti markentiške i strateške alijanse. Prema geografskoj obuhvaćenosti, alijanse mogu biti: alijanse na specifičnoj ruti, regionalne alijanse i globalne alijanse (Kalić, 2010).

- Direktna ruta – u ovom slučaju postoje dva ili više lega, odnosno let je sa jednim ili više međusletanja (npr. Beograd-Larnaka-Dubai, predstavlja direktan let koji se obavlja jednim avionom pod jednim brojem leta).

U slučaju da se na nekoj liniji koristi isti broj leta, a dolazi do promene aviona na nekom od međusletanja, smatra se da su u pitanju dve rute, međusobno povezane, koje se koriste radi opsluživanja na datom tržištu. Obe rute može opsluživati isti avioprevoznik, ali u praksi je čest slučaj da avioprevoznik na nekoj od pomenutih ruta koristi broj leta avioprevoznika sa kojim ima ugovor o podeli koda¹⁰ ili dve rute opslužuju različiti avioprevoznici koji imaju neki drugi oblik međulinijskog sporazuma.

Svako tržište može biti opsluženo na jedan ili više gore pomenutih načina, odnosno sa više alternativnih ruta. Takođe, svaka ruta može da opslužuje jedno ili više tržišta. Međutim, u zavisnosti koju od ovih opcija avioprevoznik primeni, to će imati različite efekte na samu ponudu, jer će za putnike predstavljati različite usluge koje sa sobom nose razne prednosti i nedostatke, kako finansijske tako i nefinansijske (npr. kraće vreme putovanja u slučaju non-stop usluge, neprijatnosti usled presedanja na aerodromu itd.). Svaka od ovih opcija, takođe nosi i različite prednosti i nedostatke za samog avioprevoznika, jer sa sobom nose različite kvalitete usluga i operativnih troškova. Takođe, avioprevoznik prilikom izbora tržišta i ruta koje će opsluživati, uzima u obzir i uticaj na konkurenciju. Konkurencija na nekom tržištu može postojati čak i u slučaju kada avioprevoznici ne koriste iste rute za njegovo opsluživanje. Na primer, *Singapore Airlines* leti na liniji London-Sidnej koju čine dva povezana leta London-Singapur i Singapur-Sidnej. Na istoj liniji leti i *Thai International*, a njegova usluga podrazumeva dva povezana leta London-Bangkok i Bangkok-Sidnej. Ovo se mora uzeti u obzir prilikom formiranja alijansi ili bilo kog drugog vida saradnje između avioprevoznika, odnosno kakav je neposredni uticaj na konkurenciju na određenom tržištu ili ruti, ukoliko do te saradnje dođe. Spajanje avioprevoznika, alijanse ili bilo koji drugi vid saradnje može dovesti da značajnog smanjenja konkurencije na tržištu čak i u slučaju nepreklapanja ruta na kojima lete ti avioprevoznici (Holloway, 2003).

¹⁰ Liniju Bukurešt-London čine dve rute Bukurešt (OTP)-Amsterdam (AMS) i Amsterdam (AMS)-London (LHR). Rutu Bukurešt (OTP)-Amsterdam (AMS) opslužuju Tarom i KLM, koji imaju zajednički ugovor o podeli koda na ovoj ruti, dok rutu Amsterdam (AMS)-London (LHR) opslužuje KLM samostalno.

Sloboda koju su avioprevozioci dobili nakon deregulacije tržišta vazdušnog saobraćaja podrazumevala je primenu one strategije koja će na najbolji mogući način zadovoljiti putničku tražnju. To je, takođe, značilo napuštanje starog poslovnog modela i prakse i prilagođavanje novonastalim uslovima na tržištu. Najveći efekti tih promena vide se u izmenjenoj strukturi mreža linija avioprevoznika, a kao dominantan izbor među avioprevoznicima ističe se HS struktura. Međutim, vremenom su se i LCC avioprevozioci dokazali kao održiv poslovni model, ali su takođe i pokazali da je u avio-industriji izbor strukture mreže usko povezan sa poslovnom strategijom i da ima različite efekte na prihod i strukturu troškova. U sledećem poglavlju detaljno su objašnjene karakteristike dva najčešće primenjivana poslovna modela (tradicionalni i LCC) i njihove odgovarajuće strukture mreže linija.

2.2. Struktura mreže linija i poslovni model

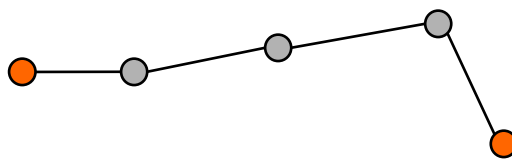
Mreže linija koje avioprevozioci najčešće razvijaju su od-tačke-do-tačke i *hub-and-spoke*. Struktura mreže linija, u današnjim uslovima poslovanja, usko je povezana sa poslovnim modelom jednog avioprevoznika. Prema dosadašnjoj praksi, PP mreža više odgovara potrebama i uslovima poslovanja LCC, dok HS mreža više odgovara potrebama tradicionalnih avioprevoznika.

2.2.1. Mreža linija od-tačke-do-tačke (PP) i niskotarifni poslovni model

Mreža linija od-tačke-do-tačke obuhvata linijsku i rešetkastu strukturu mreže. Karakteristične su za LCC, čarter i nacionalne avioprevoznice koji nemaju mogućnosti da razviju HS mrežu usled ograničenja na njihovim baznim aerodromima (Hanlon, 2007).

Linijska struktura mreže je bila karakteristična za evropske avioprevoznice u periodu pre deregulacije. U linijskoj strukturi avion poleće iz svog baznog aerodroma (koji nije hub) i pravi nekoliko međusletanja na putu do svog krajnjeg odredišta¹¹. Međusletanja se vrše radi dopunjavanja goriva ili usputnog ukrcavanja putnika (Slika 1).

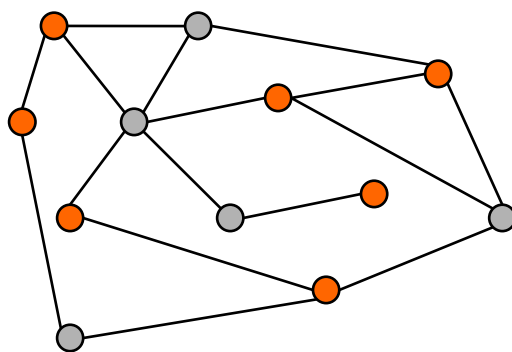
¹¹*Scandinavian airline SAS* je imao četiri međusletanja (Lisabon, Rio de Ženeiro, Sao Paulo i Montevideo) na svom putu između Kopenhagena i Buenos Ajresa (Hanlon, 2007).



Slika 1. Linijska struktura mreže

Iako još uvek ima avioprevozioca širom sveta koji i dalje koriste ovakvu mrežu, mnogi avioprevozioci su napustili linijsku strukturu, zbog visokih troškova i neekonomičnosti. Troškovi imaju tendenciju da budu visoki, jer uključuju aerodromske troškove na većem broju aerodroma na jednoj ruti, dok su prihodi često veoma mali, zbog male frekventnosti pružanja usluga na ovim rutama.

Rešetkasta struktura mreže (eng. *grid network*) uglavnom obuhvata rute kratke i srednje dužine (do 3000 NM), usmerene ka velikim gradovima (Slika 2). U rešetkastoj strukturi avion poleće iz svog baznog aerodroma i pravi nekoliko međusletanja, povezujući ove gradove jedne sa drugima kao i lokacije između njih i svoj let završava na aerodromu sa kojeg je let otpočeo. Redovi letenja mogu, ali ne moraju da budu usklađeni na većim aerodromima, radi povezivanja letova (Hanlon, 2007).



Slika 2. Rešetkasta struktura mreže

Danas su najveći primeri primene ovog tipa mreže LCC avioprevozioci, kao na primer, *EasyJet* na aerodromima Luton, Amsterdam, Ženeva i Liverpool u Evropi i *Southwest* u SAD. Njih karakteriše veliki broj operacija po aerodromu (u proseku 45-50 poletanja dnevno, a na nekim aerodromima imaju i preko 100 poletanja dnevno) i činjenica da svaki aerodrom povezuju sa što većim brojem drugih aerodroma u mreži.

Praksa *Southwest* je da kada doda neki novi aerodrom u svoju mrežu linija, veoma brzo uspostavlja nove rute koje povezuju taj aerodrom sa ostalima u svojoj mreži kako bi postao dominantan na tržištu. Povezivanje aerodroma koji se već opslužuju, obično ne generiše velike troškove, ni u operativnom ni u marketiškom smislu (povećava se iskorišćenje resursa na zemlji na oba aerodroma, a nema potrebe za dodatnim reklamiranjem), za razliku od uspostavljanja nove rute ka aerodromu koji do tada nije opsluživan. Prednost ovog tipa mreže je mogućnost ostvarivanja veće iskorišćenosti aviona i posade, jer je minimizirano vreme koje avioni provedu na zemlji.

PP struktura mreže linija može da omogućava visok stepen povezanosti kao i niske operativne troškove (niske cene prevoza), ali je takođe karakteriše i nizak kvalitet usluge kada su u pitanju veličina frekvencije letenja i kapacitet na rutama. U praksi se pokazalo da bez obzira u kojoj se meri LCC pridržavaju svog izvornog poslovnog modela¹² ono što im je zajedničko je PP struktura mreže. Ona se pokazala kao ključni faktor za održavanje niskih operativnih troškova, čak i u periodima ekonomske recesije koja je prisutna poslednjih godina, koja utiče na pad prihoda. Prilikom planiranja PP mreže linija, ciljna grupa LCC su lokalni putnici čiji se izvor i cilj putovanja nalaze na polaznom ili odredišnom aerodromu ponuđene rute, a ne transferni putnici. Prema tome, svi njihovi letovi planiraju se nezavisno u redu letenja, da budu direktni i bez obaveze međusobnog povezivanja.

Osim pomenute strukture mreže linija, LCC imaju takvu ponudu, koja podrazumeva ukidanje svih onih usluga koje su avioprevozioci prepoznali da mogu da ukinu ili pojednostave u zamenu za niske cene prevoza, a koje neće odvratiti putnike od korišćenja njihovih usluga. Ta usluga obuhvata: manju frekvenciju na rutama, nepostojanje besplatnog pića i hrane na letovima, isključivo elektronsku prodaju karata, korišćenje sekundarnih i tercijarnih aerodroma, veći broj putnika po članu kabinskog osoblja, veći broj sedišta u putničkoj kabini, nepostojanje klasa u putničkoj kabini, itd. Takođe su postali prepoznatljivi po homogenoj floti sačinjenoj od novih aviona, koja im je omogućila smanjenje troškova kako pri samoj kupovini (manja ugovorena cena usled

¹² Važno je napomenuti da ne postoji opšti oblik poslovnog modela LCC, već svaki od njih ima različit pristup tržištu. Može se samo govoriti o pojedinim segmentima njihovog poslovnog modela koji su im zajednički. Takođe, mnogi su se LCC avioprevozioci u svom razvoju menjali, prilagođavajući se na taj način, trenutnim uslovima na tržištu koje opslužuju.

kupovine većeg broja aviona istog tipa), tako i tokom same eksploatacije (manji troškovi održavanja, nabavke rezervnih delova, obuke zaposlenih i posade itd.).

Gillen i Morrison (2005) su poređenjem operativnih troškova tradicionalnih avioprevoznika i LCC u SAD, dobili da je odnos 2:1, a sličan je rezultat dobijen i poređenjem operativnih troškova avioprevoznika u Kanadi. Svi ovi avioprevoznici susreću se sa istim cenama goriva, radne snage itd. budući se nalaze na istom tržištu. Međutim, glavni uzročnici velike razlike u jediničnim troškovima mogu se naći u kompleksnosti pružanja usluge i obavljanju procesa poslovanja na strani tradicionalnih avioprevoznika. Ta kompleksnost je direktno povezana sa strukturom mreže linija na kojoj lete. Rezultati istraživanja ovih autora ukazuju na postojanje povezanosti između strukture mreže linija i razlike u operativnim troškovima i kod evropskih avioprevoznika, gde su LCC uspeli da svoje troškove radne snage i aerodromskih naknada, značajno umanje u odnosu na tradicionalne prevoznice.

Poslovni model LCC, zajedno sa PP mrežom linija, pokazao se kao opravdan na onim tržištima gde je ranije uvođenje direktnih letova bilo neodrživo zbog male tražnje i visokih cena karata koje su nudili tradicionalni prevoznici. Niske cene karata, nisu samo stimulisale tražnju na određenim tržištima, već se pokazalo da ovaj pristup značajno povećava i samo opslužno područje nekog aerodroma (ELFAA, 2004).

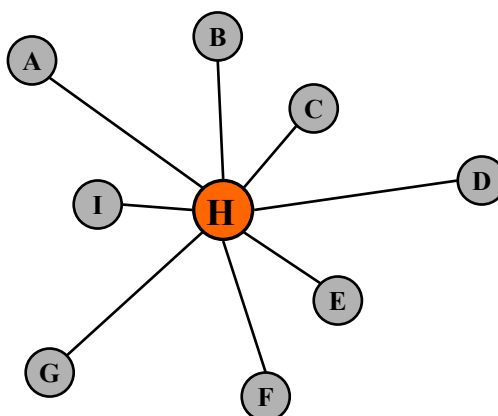
2.2.2. Hub-and-spoke (HS) mreža linija i tradicionalni poslovni model

Uklonivši barijere za ulazak konkurenata na tržište, deregulacija je avioprevoznicima omogućila da slobodno i fleksibilno projektuju svoje mreže linija u vidu HS sistema. Mnogi parovi aerodroma nemaju dovoljno veliku tražnju da bi bilo opravdano uvođenje direktnih linija sa zadovoljavajućom frekvencijom letenja između njih, tako da je HS mreža linija omogućila prevoznicima da putnicima ponude povezane letove kojima bi povezale i takve aerodrome. Ovo nije bilo moguće pre deregulacije zbog restrikcija koje su postojale kad je u pitanju ulazak na rute. HS mreže se takođe koriste i kao barijere za ulazak novih avioprevoznika na tržište¹³ i za uvećavanje tržišta

¹³ Avioprevoznici koji imaju HS mreže linija opslužuju veliki broj destinacija iz svojih hubova i omogućavajući putnicima da ostvare putovanja ka velikom broju parova gradova (Slika 4). Usmeravanje letova ka hubu pruža mogućnost za uvođenje frekventnih letova i na onim linijama koje imaju malu tražnju, kad su lokalni putnici u pitanju. Svaki drugi avioprevoznik koji bude ponudio uslugu na nekoj od linija povezanih sa hubom biće u lošijoj poziciji u odnosu na hub avioprevoznika budući da neće moći da ponudi tako povezanu mrežu iz huba i samim tim imaće manji udeo na tržištu (Holloway, 2003).

koje se opslužuje u deregulisanom režimu. Većina avioprevoznika primenjuje neku od verzija HS tipa mreže. Veći avioprevoznici imaju i do pet habova, dok manji obično imaju samo jedan hab, lociran u centralnom delu regiona koji opslužuju.

HS mreža se sastoji od haba, koji predstavlja centralni aerodrom, i velikog broja linija (*spokes*) koje se radijalno šire u odnosu na njega, do mnogobrojnih okolnih aerodroma (Slika 3). Glavna prednost ove mreže je da broj potencijalnih konekcija na hab aerodromu eksponencijalno raste sa porastom broja tržišta koja se opslužuju sa datog haba. To hab aerodrome, kao i avioprevoznice koji koriste te habove, čini mnogo atraktivnijim sa stanovišta putnika koji će ih u većoj meri koristiti što se veći broj gradova sa njih opslužuje. Pored toga, dodatne prednosti HS mreže su i veći prihodi, veća efikasnost i manji broj potrebnih aviona da bi se opslužila mreža u poređenju sa mrežom PP.

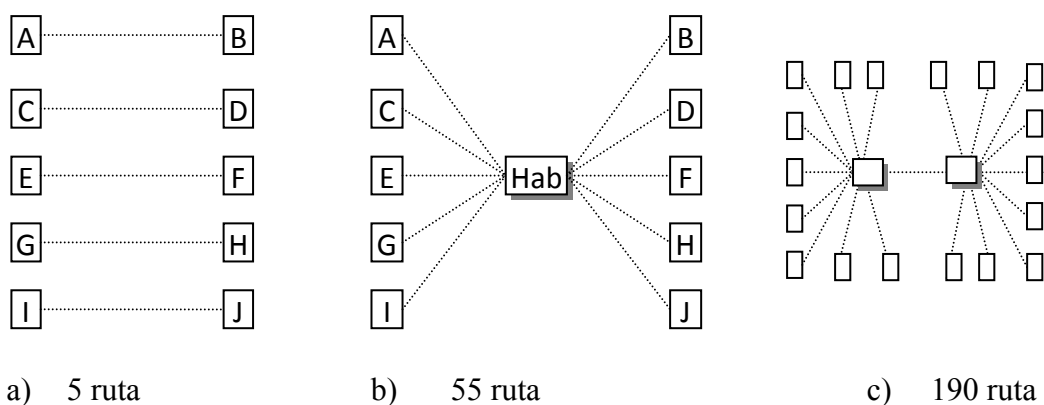


Slika 3. Hub-and-spoke mreža

Usmeravanjem putnika u hab, avioprevoznik postiže znatno veću gustinu saobraćaja u odnosu na PP mrežu i to mu omogućava ostvarivanje nižih troškova po putniku, (Oum *et al*, 1995). Veća gustina saobraćaja dozvoljava prevozniku da ponudi i veću frekvenciju letova na svojim rutama, što dodatno privlači nove putnike da koriste njegovu uslugu. Morrison i Winston (1986) su, koristeći podatke o vazдушnom saobraćaju u SAD, u svom istraživanju pokazali da ako prevoznik udvostruči frekvenciju na ruti zadržavajući isti tip aviona, doći će do povećanja broja poslovnih putnika za 21% i neposlovnih za 5%.

Kada su aerodromi povezani preko haba (Slika 4b), broj raspoloživih parova gradova je tada mnogo veći nego kada su oni povezani direktno (Slika 4a). U izloženom primeru na Slici 4a) i 4b), ako se direktne veze zamene povezivanjem parova gradova preko haba, postići će se jedanaest puta veći broj povezanih parova gradova.

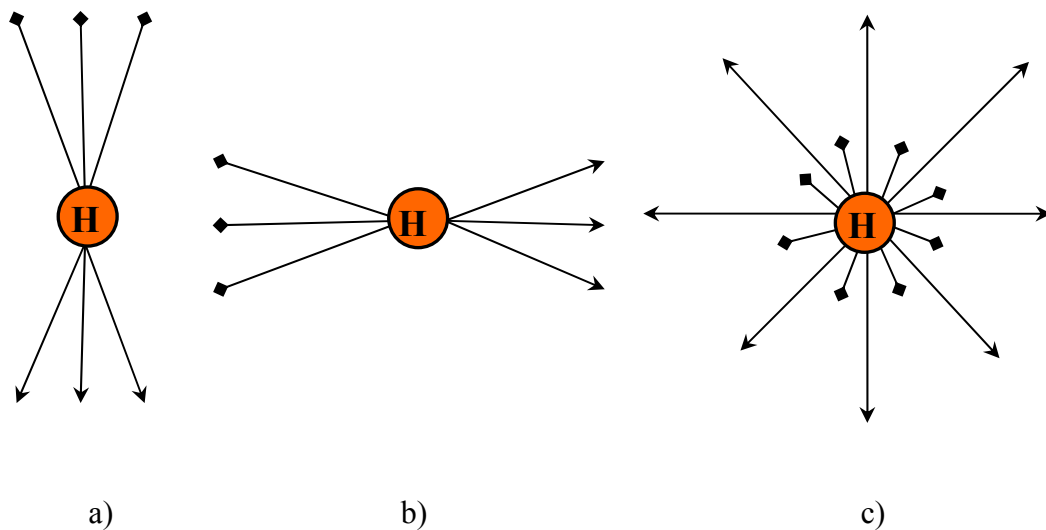
U opštem slučaju ako mreža ima n aerodroma, koristeći osnovni princip kombinatorike za određivanje maksimalnog broja kombinacija bez ponavljanja, avioprevoznik može da obezbedi povezivanje za $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ parova aerodroma pomoću haba. Kada se tome doda i n parova aerodroma za i iz haba, najveći mogući broj povezanih aerodroma gradova biće $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$. Dalje povezivanje dve i više HS mreže (kroz alijanse) značajno povećava broj mogućih letova koje putnik može da ostvari (Slika 4c).



Slika 4. Poređenje linearne i HS mreže

Izvor: AEA, 2010

U praksi avioprevoznika postoje dva tipa haba: “usmereni“ (*hourglass*) i “u svim pravcima” hab (*hinterland*) (Slika 5). Kroz usmereni hab (Slika 5a) letovi se obavljaju iz jednog regiona, do tačaka koje se nalaze u potpuno suprotnom smeru u odnosu na njih. On obično spaja dva pravca, dolazeći i odlazeći, i često su organizovani tako da spajaju sever-jug ili istok-zapad.



Slika 5. a) Usmereni hab sever-jug; b) usmereni hab zapad-istok i c) hab u svim pravcima

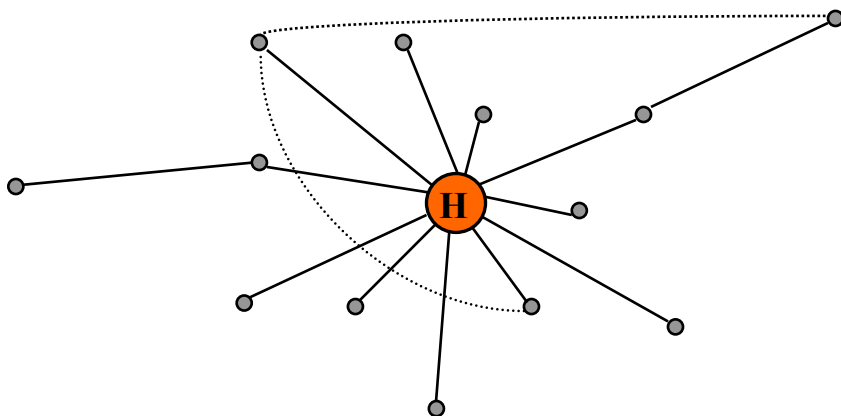
Hab u svim pravcima (Slika 5b) je uglavnom organizovan tako da se kratkolinijskim letovima putnici dovoze u hab, a zatim se razvrstavanjem na dugolinijske letove dalje prevoze do njihovih krajnjih destinacija. Letovi kroz usmereni hab se obično obavljaju istim tipom aviona (može se desiti da putnici prelaze u drugi avion, ali i ne mora), dok se kod haba u svim pravcima često zahteva promena tipa aviona (sa regionalnog aviona putnici prelaze na dugolinijski i obrnuto). Takođe, postoje i različiti oblici HS mreža kad je u pitanju broj habova i obično se dele na mreže sa jednim habom i mreže sa više habova.

Grupi mreža sa jednim habom pripada svakako i idealna HS mreža do čijeg je razvitka došlo nakon izvršenog procesa deregulacije vazdušnog saobraćaja. Kao što se može videti na Slici 3, svi aerodromi su povezani sa jednim aerodromom, koji predstavlja hab, i koji je izabran zbog svoje centralne geografske lokacije. Ovaj hab može biti jednostavan i kompleksan. Jednostavni habovi su oni na kojima se letovi na rutama obavljaju nezavisno jedni od drugih, dok su kod kompleksnog tipa haba letovi na svim rutama vremenski ograničeni kada je u pitanju dolazak ili odlazak sa haba u kratkom vremenskom periodu, o čemu će biti više reči malo kasnije. Ovo svakako omogućava putnicima koji putuju van haba brže povezivanje između letova na različitim rutama i smanjenje vremena putovanja. Ova vrsta haba može biti skupa za avioprevozioca, jer letovi stižu u hab u velikim grupama, a kako ih je potrebno opslužiti

u što kraćem vremenskom roku, što zahteva više vozila, parking pozicija, osoblja, to će stvarati dodatne troškove avioprevoziocu.

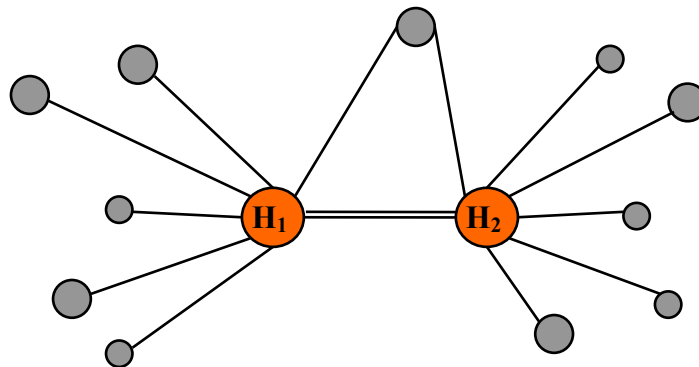
Ovoj grupi takođe pripada i tipičan HS sistem prikazan na Slici 6, kod koga za razliku od idealne strukture postoje tačke međusletanja po izlasku iz haba zbog niske tražnje ili zahteva putnika. Takođe, pojedini aerodromi se opslužuju i direktnim letovima, a ne preko haba, ako tražnja između njih to opravdava (prikazano isprekidanom linijom na Slici 6). Mnogi avioprevozioci izvan SAD-a su ograničeni na ovaj tip mreže zbog veličine njihovog domaćeg tržišta ili zbog određenih propisa (npr. *Emirates* i *Singapore Airlines*).

Mreža sa više habova se koristi za opsluživanje različitih regiona. Na Slici 7 je predstavljen jedan od primera HS sistema sa više habova i može se videti da je po nekoliko aerodroma povezano sa svakim od centralnih aerodroma, koji predstavljaju habove, dok su habovi povezani non-stop letovima (*American Airlines* ima 5 razvijenih habova u različitim regionima širom SAD: *Dallas/Fort Worth International Airport*, *John F. Kennedy Airport (New York)*, *Los Angeles International Airport*, *Miami International Airport* i *O'Hare International Airport (Chicago)*).



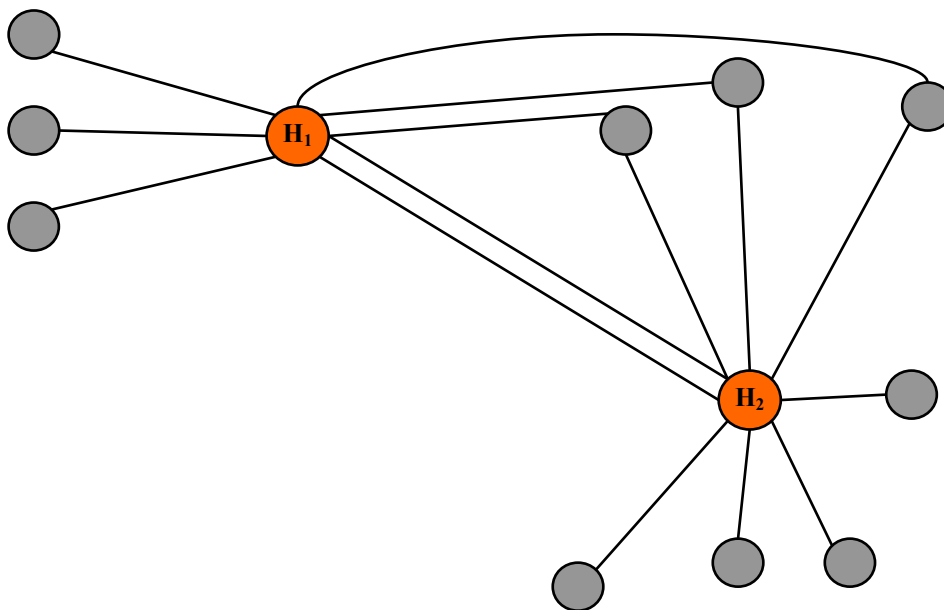
Slika 6. Najčešći oblik HS mreže

Još jedan primer ovog tipa mreže je predstavljen na Slici 8, kod koga habovi H_1 i H_2 predstavljaju usmerene habove, pa se preko jednog haba vrši povezivanje letova iz pravca istok-zapad, dok se preko drugog vrši povezivanje u pravcu sever-jug. Ovaj tip mrežne strukture je uobičajen za mreže velikih avioprevozilaca.



Slika 7. Kompleksna HS mreža

Mnogi avioprevozioci u SAD i Evropi (npr. *Lufthansa*, *Air France* i *Delta Airlines*) primenjuju tip HS mreže sa više habova, pri čemu mnoge sekundarne i tercijarne aerodrome povezuju sa dva ili više habova kako bi ostvarili veće frekvencije letenja ka tim destinacijama u odnosu na to koliko bi bilo moguće kada bi bili povezani samo sa jednim habom.



Slika 8. Kompleksna HS mreža: kombinacija usmerenih habova

Mreže sa više habova se, svakako najviše primenjuju među globalnim alijansama, gde se povezuju hubovi partnerskih prevozlaca na različitim kontinentima. Avioprevozioci koji koriste više habova u svojim mrežama, za razliku od onih koji

imaju samo jedan hab, suočavaju se sa dodatnim poslovnim odlukama koje je neophodno doneti: sa koliko habova povezati sekundarne i tercijarne aerodrome, kako odrediti dovoljno dobre veze između habova (frekvencije letenja i kapacitet), kao i tokove na mrežama (posebno na onim mestima gde postoji više opcija).

Za avioprevozioca koji obavlja operacije na hab aerodromu najvažnije je kako isprojektovati red letenja kako bi se omogućio maksimalan broj konekcija za dolazeće putnike, pri čemu se vodi računa da ostvarivanje tih konekcija bude u nekom prihvatljivom vremenskom okviru. Radi postizanja veće pouzdanosti u ostvarivanju svih konekcija u habovima, avioprevozioci letove grupišu u tzv. talase (*flight banks, waves*). U habu se letovi organizuju tako što prvo veliki broj letova dolazi, putnicima se daje dovoljno vremena da se rasporede po letovima kojima će nastaviti svoje putovanje, a zatim takođe, veliki broj letova odlazi sa tog istog aerodroma. Dva uzastopna talasa, od kojih je prvi, vremenski posmatrano, dolazeći, a drugi odlazeći, po mnogim autorima čine sistem talasa (*wave system* ili *connection complex*). Svaki sistem talasa je određen i vremenskim okvirom, koji je definisan kao period od momenta prvog sletanja na hab u dolazećem talasu, do momenta poslednjeg poletanja u (sledećem) odlazećem talasu. Vremenskim okvirom je definisano vreme za koje putnici mogu da ostvare svoje konekcije u svakom sistemu talasa. Što je taj vremenski okvir širi, broj raspoloživih konekcija je veći i obrnuto. Međutim, uži vremenski okvir, bez obzira na manji broj konekcija koje nudi, pruža mogućnost za ostvarivanje što kraćeg putovanja i atraktivniji je za putnike. Naravno, ne treba zanemariti da uži vremenski okvir povećava rizik od nastanka poremećaja usled kašnjenja nekog od letova.

2.2.3. Prednosti i nedostaci haba

Na otvorenom tržištu sa razvijenom konkurencijom, upotreba HS mrežne strukture pokazala se kao osnovno sredstvo za efikasno obavljanje operacija. U poređenju sa linijskim mrežama, HS mreža nudi veću povezanost unutar mreže, kao i veću pokrivenost tržišta. Svako tržište koje se opslužuje povezano je sa habom, što zahteva manji broj letova, za razliku od broja letova koji bi bili neophodni da se pokriju sva tržišta u slučaju mreže PP. Budući da mnoga tržišta nisu dovoljno velika da bi se opravdalo obavljanje direktnih letova sa visokom frekvencijom, HS mrežna struktura omogućava da se putniku ponudi veliki izbor povezanih letova ka mnogobrojnim

destinacijama kako od strane jednog avioprevozioca, tako i od strane više njih. Grupisanjem letova na jednom aerodromu avioprevozilac može postići smanjenje troškova zbog postojanja ekonomije gustine, a to se posebno može odraziti kod avioprevozilaca koji imaju visoke marginalne troškove po putniku (Brueckner i Spiller, 1994; Burghouwt i Hakfoort, 2001).

Kao što je već rečeno, što je veći dolazeći talas to je lakše popuniti odlazeće letove. Ukoliko odlazećem letu sa 150 sedišta prethodi 25 dolazećih letova, bilo bi potrebno da sa svakog od letova po 4 putnika u proseku nastave svoje putovanje tim letom da bi popunjenost leta bila 66,6% (ne uzimajući u obzir lokalne putnike). Ukoliko u dolazećem talasu ima 10 letova, bilo bi potrebno da sa svakog leta 10 putnika u proseku nastave putovanje, kako bi postigli isti rezultat popunjenosti od 66,6%. U praksi je mnogo važnije koliki je prihod aviprevozioca po svakom putniku i pređenom kilometru, nego popunjenost leta, budući da su prihodi ostvareni od transfernih putnika po pravilu manji od prihoda ostvarenog od lokalnih putnika. Avioprevozilac će zaraditi više ukoliko preveze dva lokalna putnika, jednog do haba i jednog od haba, nego jednog putnika koji uspostavlja konekciju na habu (istim avionom, u istoj klasi), zbog činjenice da se prihod po pređenom kilometru smanjuje sa povećanjem dužine putovanja. Međutim, ta se razlika nadoknađuje tako što transferni saobraćaj omogućava eksploataciju ekonomije gustine (Holloway, 2003).

HS mreže omogućavaju opsluživanje većeg broja parova gradova za zadati kapacitet (ponuđenih sedišta kilometara – *Available Seat Kilometer* (ASK)) nego bilo koji drugi tip mreže. Takođe, potreban je manji broj legova kako bi se zadata izvorno-ciljna matrica putovanja opslužila. Za manji broj prevozilaca, značaj HS mreže se ogleda u tome da ukoliko žele da budu deo globalnih alijansi i pritom imaju jednu od vodećih uloga u njihovom uspostavljanju, važno je da imaju svoj hab u nekom od značajnijih regiona.

Avioprevozilac sa dobro razvijenom HS mrežom linija može da obeshrabri ulazak mnogih konkurenata na tržište ili bar da poveća troškove ulaska na njegov hab. Isto tako, njegov ulazak na novo tržište može biti efektivniji budući da može ponuditi dobru povezanost i visok kvalitet usluge kroz svoju HS mrežu.

Osim očiglednih prednosti koje nudi HS mreža linija, postoji i niz nedostataka zbog kojih se često postavlja pitanje njene održivosti, posebno u periodima ekonomske

recesije ili uticaja nekih drugih faktora na kretanje tražnje u vazдушnom saobraćaju. Naime, zbog same svoje strukture najveći deo putnika prelazi veća rastojanja do krajnje destinacije (zbog preusmeravanja u hab vrši se zaobilazanje u odnosu na direktnu rutu) što za avioprevozioca znači veće troškove usled dodatnih poletanja, sletanja, prihvata i otpreme i dužeg ukupnog putovanja putnika. Takođe, zbog zaustavljanja u habu, prosečna dužina lega opada, i to dodatno povećava troškove koji obično rastu što se dužina lega smanjuje.

Uspostavljanje haba može biti veoma skupo, kao i obavljanje operacija na njemu. Neophodno je ulaganje u infrastrukturu aerodroma i visoko iskorišćenje kapaciteta kako bi se fiksni troškovi što više rasporedili na što je moguće veći broj letova (sedišta). Dodatni problem je i potreba da se letovi vremenski organizuju u dolazeće i odlazeće talase, što kao posledicu ima zagušenje na aerodromu i smanjenje iskorišćenja aviona (kako bi se omogućio što veći broj konekcija u habu, letovi moraju biti tako isplanirani da ili započnu ili se završe u tačno određenom vremenskom okviru, tako da se može desiti da avion dugo čeka na poletanje na polaznom aerodromu, umesto da bude angažovan na nekom letu).

U HS mrežama česta je pojava da avioni provode previše vremena na zemlji tokom svakog dolaska na hab kako bi omogućili svim putnicima da ostvare svoje transfere, a ponekad je to posledica i prevelikog zagušenja u habu (u terminalu, gejtju ili na PSS). Vreme provedeno na zemlji umnogome zavisi i od toga koliko je dobro izvršena raspodela letova po avionima koji dovoze putnike u prvom jutarnjem dolazećem talasu u odnosu na raspodelu letova po avionima koji odlaze u prvom jutarnjem odlazećem talasu. Takođe je važno da li je izabrani avion koji dovozi putnike u hab dovoljan da opsluži sve putnike koji odlaze iz haba rano ujutru, imajući u vidu veliki broja poslovnih putovanja koji se tada obavljaju. O tome se posebno mora voditi računa kad je u pitanju hab u kome se usklađuje dugolinijski i kratkolinijski saobraćaj, gde rano ujutru pristižu avioni sa dugolinijskih letova, a jedan deo putnika se dalje raspoređuje na odlazeće avione za kratkolinijske letove. Prema nekim istraživanjima (Hanlon 2007, Dennis 1994 i Holloway 2003), svaki let koji se doda u talas povećava vreme zadržavanja na zemlji. Pod pretpostavkom da avioni dolaze na aerodrom u proseku na svakih 40 sekundi, da je vreme između poslednjeg sletanja i prvog sledećeg poletanja 30 minuta i da avioni poleću u proseku na 1 minut, vremenski okvir sistema talasa sa 30

aviona u talasu je sledeći: $20+30+30=80$ minuta. Ako se doda jedan dolazeći i jedan odlazeći let i zadrži se isto vreme konekcije od 30 minuta, vreme provedeno na zemlji bar jednog od aviona biće povećano (Holloway, 2003). Takođe, ako se uzme u obzir da avioni moraju da stignu u hab i da odu iz njega u veoma kratkom vremenskom periodu, to znači da će na sekundarnim i tercijarnim aerodromima morati duže da se zadrže pre nego što se ponovo vrate u sledećem talasu u hab. Kada će se ponovo avioni vratiti u hab zavisi od toga kako je definisan ciklus ponavljanja sistema talasa (u Evropi avioprevozioci obično sistem talasa ponavljaju svakih 120 minuta) i kolika je dužina rute u pitanju (Dennis, 1994).

Dodatni problemi sa kojima se suočavaju prevozioci sa HS mrežama vezani su za planiranje redovnog održavanja aviona koji su preko noći smešteni van baze u nekom od sekundarnih ili tercijarnih aerodroma zbog obavljanja ranih jutarnjih letova ka habu. Budući da je obavljanje operacija na vreme od vitalnog značaja za efikasno upravljanjem HS mrežom, poremećaji koji se javljaju zbog loših meteoroloških uslova, zatvorenosti aerodroma, tehničkih kvarova i tome slično, donose značajne posledice i prenose se na čitavu mrežu, za razliku od linijske mreže gde su poremećaji više lokalnog karaktera.

Prema svemu gore izloženom može se zaključiti da je poslovni model tradicionalnih prevozioca utemeljen na pružanju visokog kvaliteta usluge. Korišćenjem HS mreže linija, putnicima se pruža jako veliki izbor destinacija, zajedno sa velikom fleksibilnošću planiranja putovanja i raspoloživim kapacitetom. Tako visok kvalitet usluge, podrazumeva posedovanje različitih aviona u floti, sa različitim performansama i kapacitetom, što generiše visoke troškove radne snage, operativne troškove i troškove kapitala. Međutim, ono što ističe HS mrežu u odnosu na PP mrežu jeste velika povezanost letova, kao i mogućnost eksploatacije ekonomije opsega, što omogućava maksimiziranje prihoda na celoj mreži kroz primenu složenih sistema upravljanja prihodom. Ako prevozioc nudi letove između dva grada A i B preko svog haba, u tom slučaju na istom letu naći će se putnici koji lete od A do haba, kao i putnici koji lete od A ka drugim ponuđenim destinacijama iz haba. Isti slučaj je i sa letom od haba do B, gde će se sakupljati putnici sa različitih izvora u mreži, a koji lete ka B, tako da avioprevozioc može da angažuje avion sa većim brojem sedišta. Nasuprot tome, prevozioc koji nudi direktni let između gradova A i B na svom letu prevoziće samo

putnike čiji su izvor i cilj u gradovima A i B, respektivno, ali će zato na drugoj strani moći da eksploatiše ekonomiju gustine, kao i da postigne veću iskorišćenost aviona¹⁴ (let se ne mora usklađivati sa ostalim letovima i daje slobodu avioprevoziocu da u toku dana zakaže veći broj letova istim avionom) (Gillen i Morrison, 2005).

Napuštanje HS mrežne strukture podrazumeva napuštanje celokupne ponude tradicionalnog prevozioca. HS mreža može nestati samo pod uslovom da tradicionalni prevozioci ne postignu smanjenje operativnih troškova u svom poslovnom modelu, uz istovremeno pružanje visokog kvaliteta usluge i široke pokrivenosti koju očekuju poslovni putnici. Segment poslovnih putnika nije nestao, već se samo smanjio i u izvesnoj meri postao osetljiviji na cene prevoza (Gillen i Morrison, 2005).

Imajući u vidu da su mnogi prevozioci i pre deregulacije tržišta svoje mreže linija projektovali kao HS strukturu (npr. u Evropi su svi nacionalni prevozioci koncentrisali svoje letove na najvećem aerodromu u matičnoj državi), može se reći da bi se ovaj proces nastavio i da do deregulacije nije ni došlo. Međutim, činjenica je da iako deregulacija nije bila pokretač uvođenja HS strukture mreže, ona je svakako ubrzala njeno razvijanje.

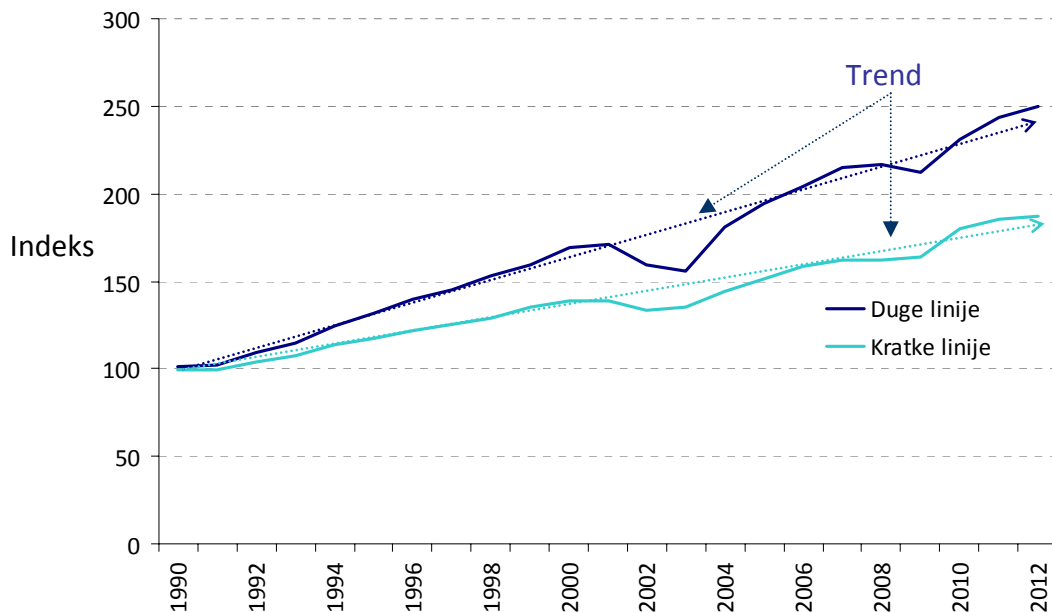
2.3. Razvoj mreže linije na globalnom nivou

Poslednjih 20 godina obim vazdušnog saobraćaja konstantno raste i od 1992. godine taj porast iznosi u proseku 4,7% godišnje, mereno u putničkim kilometrima (*Revenue passenger-kilometers* (RPKs)). Sličan trend može se uočiti i analizom vazdušnog saobraćaja kroz broj sedišta ponuđen na rutama određene dužine, gde saobraćaj konstantno raste i na dugolinijskim (rute preko 2000 NM) i na kratkolinijskim rutama (rute do 2000 NM) (Slika 9).

Saobraćaj na dugim linijama rastao je nešto brže (u proseku 4,2% godišnje) u odnosu na saobraćaj na kratkim linijama (u proseku 2,9% godišnje). Međutim, na dugim linijama saobraćaj je bio i osetljiviji na spoljne negativne uticaje koji su se dešavali u posmatranom periodu (11. septembar 2001. i ekonomska kriza 2007/2008) u odnosu na saobraćaj na kratkim linijama. To ukazuje na činjenicu da je putnik na dugim linijama

¹⁴ Npr. *Easyjet*, *Buzz* i *Airberlin* imaju po 11,8, 11,3 i 10,5h iskorišćenosti aviona u toku dana, respektivno, dok *Air France*, *British Airways* i *Lufthansa* imaju po 8,3, 8 i 8,4h iskorišćenosti aviona u toku dana, respektivno (Francis *et al*, 2007).

znatno osetljiviji na cenu prevoza, budući da i cena prevoza na ovim letovima ima mnogo većeg udela u raspoloživom dohotku putnika.



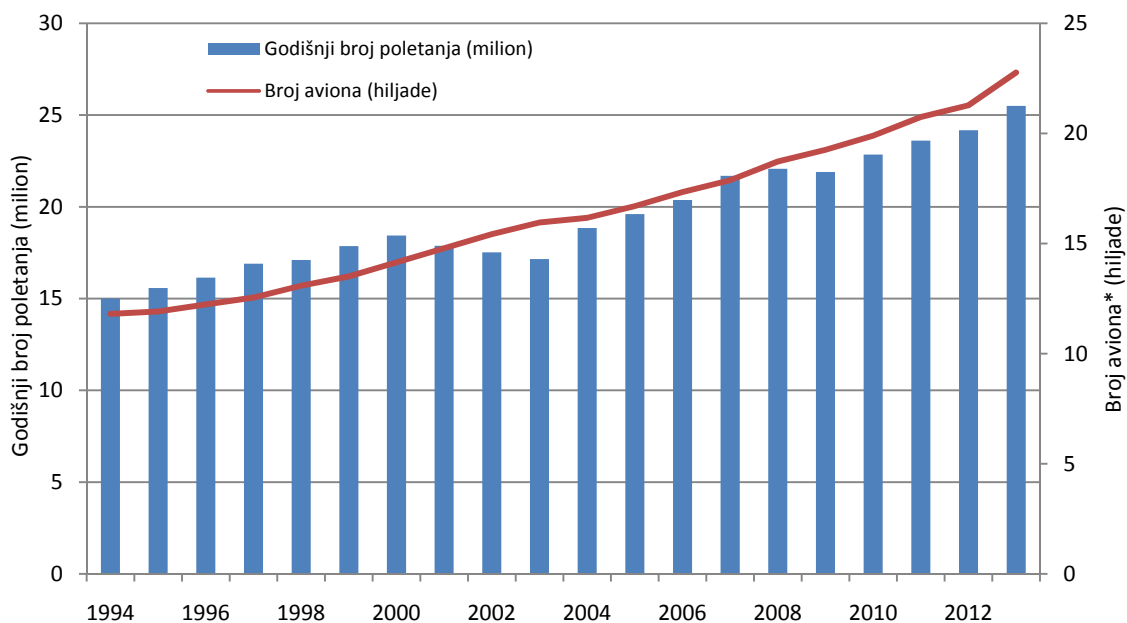
Slika 9. Razvoj saobraćaja na dugim i kratkim linijama kroz ponuđeni broj sedišta u periodu od 1990-2012, Indeks 100=1990, Izvor: *Global Market Forecast, Airbus* (2013)

Međutim, iako je vazdušni saobraćaj značajno porastao na dugim linijama, broj avioprevoznika koji obavljaju taj saobraćaj nije tako brzo rastao. Kao rezultat toga je povećan prosečni kapacitet (prosečni ASK) po avioprevoziocu na dugim linijama za oko 2,5 puta u poslednjih 30 godina. Deregulacija vazdušnog saobraćaja omogućila je slobodan ulazak novih prevoznika na ovim rutama, tako da je njihov broj porastao sa 70 prevoznika, koliko ih je bilo 1972. godine, na oko 200 prevoznika 2005. godine, ali je taj trend značajno sporiji od porasta samog saobraćaja. Poslednjih godina zabeležen je izvestan pad u broju avioprevoznika na dugim linijama, što se može objasniti većom saradnjom između njih, najviše kroz alijanse.

Povećanje obima vazdušnog saobraćaja pratilo je i povećanje ukupnog broja poletanja u toku godine koje je u proseku iznosilo 3% godišnje, kao i povećanje broja aktivnih aviona na tržištu koje je u proseku iznosilo 3,5% godišnje (Slika 10).

Svoje mreže linija avioprevoznici su razvijali dodavanjem novih ruta ili povećavanjem kapaciteta na postojećim rutama (veća frekvencija letenja ili veći avioni).

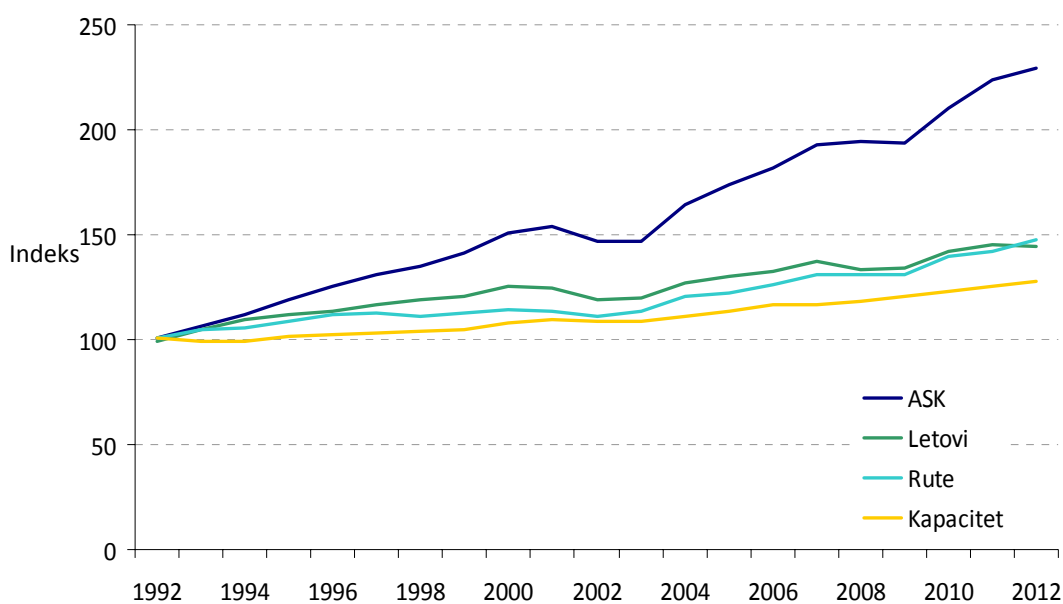
Analizirajući vazdušni saobraćaj kroz ove parametre u posmatranom periodu avio-prevozioci su povećali broj poletanja za 44%, broj direktnih ruta za 47% i prosečni kapacitet aviona (broj sedišta) za 28% (Slika 11).



Slika 10. Godišnji broj poletanja i broj aviona u periodu od 1994-2013, Izvor: *Boeing* (2013)

*Uzeti su u obzir svi avioni u civilnom saobraćaju teži od 280t

Kad su u pitanju kraće rute, prosečan broj sedišta po rutama se smanjuje od 2000. godine, ali to nije rezultat smanjenog saobraćaja. Naprotiv, broj putnika na kraćim rutama se povećavao iz godine u godinu, a promene koje su dovele do smanjenja prosečnog broja sedišta su otvaranje velikog broja novih ruta, od kojih su najveći broj direktne rute. Nosioци ovih promena su najviše LCC avio-prevozioci u svim delovima sveta. Za razliku od njih, mreža dugolinijskog saobraćaja u proteklom periodu ostala je u okvirima postojeće mreže, a njen razvoj se ogledao samo kroz povećavanje frekvencija na rutama kao i veličine aviona.



Slika 11. Razvoj vazdušnog saobraćaja u periodu 1992-2012, Indeks 100=1992

Izvor: *Global Market Forecast, Airbus (2013)*

2.4. Ekonomija avioprevozioca

Bez obzira na poslovni model koji primenjuju i vrstu usluge koju nude na tržištu (tradicionalnu, regionalnu, LCC itd.), kao i bez obzira na to kojoj vrsti obaveza podležu od strane nadležnih vlasti ili članica različitih vrsta udruženja, jedno je sigurno: danas avioprevozioci širom sveta imaju značajno više slobode u donošenju svih odluka koje se odnose na oblikovanje sopstvenih mreža linija koje će im obezbediti uspešno poslovanje i opstanak na tržištu. Te odluke se pre svega odnose na pronalaženje odgovarajućeg balansa između opsluživanja različitih segmenata tržišta, sa jedne strane (npr. tražnja za visokofrekventnim non-stop letovima) i ispunjavanja ekonomskih interesa avioprevozioca, sa druge strane (npr. ponuda visokofrekventnih non-stop letova je značajno skuplja od ponude manje frekvencije letenja uz korišćenje većih aviona).

Avioprevozilac svoju profitabilnost može povećati povećanjem prihoda ili smanjenjem troškova. Nivo profitabilnosti se može sagledati kroz razliku jediničnog prihoda i jediničnih troškova. Kakav je nivo profitabilnosti pojedinih evropskih prevozioca može se videti u Tabeli 1 gde su prikazani njihovi nivoi profitabilnosti korišćenjem jediničnih prihoda, *RASK (Revenue per Available Seat Kilometer)* i

jediničnih troškova, *CASK* (*Cost per Available Seat Kilometer*) u poslednje tri godine za koje su raspoloživi podaci.

Tabela 1. Prosečni prihodi i troškovi avioprevoznika u Evropi, 2011-2013, Izvor: CAPA, 2014.

	Godina	RASK (EUR cents)	CASK (EUR cents)	RASK-CASK (EUR cents)
Turkish Airlines	2011.	4,45	5,01	-0,56
	2012.	4,82	5,12	-0,30
	2013.	5,72	5,39	0,33
British Airways Iberia	2011.	6,41	7,44	-1,03
	2012.	7,01	8,28	-1,27
	2013.	7,05	7,77	-0,72
Air Berlin	2011.	6,8	7,17	-0,37
	2012.	7,14	7,46	-0,32
	2013.	N/A	N/A	N/A
Lufthansa	2011.	7,95	9,54	-1,59
	2012.	8,38	9,96	-1,58
	2013.	8,95	9,66	-0,71
Aer Lingus	2011.	5,75	6,71	-0,96
	2012.	6,20	7,14	-0,94
	2013.	6,30	7,30	-1,00
Norwegian	2011.	5,26	6,01	-0,75
	2012.	5,75	6,26	-0,51
	2013.	5,23	5,88	-0,65
Ryanair	2011.	3,6	3,1	0,50
	2012.	3,75	3,25	0,50
	2013.	4,25	3,5	0,75
Vueling Airlines	2011.	6,03	5,95	0,08
	2012.	6,26	6,07	0,19
	2013.	N/A	N/A	N/A
Easyjet	2011.	4,98	4,62	0,36
	2012.	5,42	4,9	0,52
	2013.	5,74	5,11	0,63

Pozitivnu razliku RASK-CASK imaju *Turkish Airlines* (samo u 2013. godini), *Ryanair*, *Vueling* i *Easyjet* i to se može reći samo na račun nižih CASK, dok su ostali prevozioci zabeležili negativan rezultat u posmatranom periodu. *Easyjet* je u 2012. i 2013. godini povećao svoj jedinični prihod, uz malo povećanje CASK, što je rezultiralo da je u tim godinama ostvario veći profit. *Ryanair* je takođe povećao svoj prihod u 2012. godini, ali uz povećane jedinične troškove, tako da mu je konačni rezultat ostao nepromenjen. U 2013. godini *Ryanair* je bio uspešniji i svoju profitabilnost je povećao za 50%. Povećanje prihoda u 2012. godini se može primetiti i kod svih ostalih prikazanih prevozioca. Najveći porast je zabeležio *Turkish Airlines*, čiji se RASK povećao za 8%, a nivo profitabilnosti udvostručio. U sledećoj godini (2013) *Turkish* je bio još uspešniji, ostvarivši pozitivnu razliku RASK i CASK. Kod tradicionalnih prevozioca povećanje RASK je pratilo i povećanje CASK tako da je ta razlika još uvek negativna, ali su ipak svi uspeli da unaprede svoju profitabilnost u odnosu na 2011.

Uopšteno govoreći, nakon deregulacije većina tradicionalnih avioprevozioca je povećala svoje prihode kroz optimizaciju mreže linija (uvodeći nova tržišta sa velikom tražnjom i napuštajući neprofitabilna) i primenom sistema za upravljanje prihodom. Međutim, malo je onih koji su se bavili smanjenjem operativnih troškova. Značajniji rezultati u smanjenju operativnih troškova beleže se tek u periodu nakon 2001. godine i mnogi do tada tradicionalni prevozioci sve više počinju da primenjuju praksu LCC prevozioca kao što je smanjenje ili potpuno ukidanje obroka na letu, elektronsko poslovanje, automatizacija usluga na aerodromima itd. (Cento, 2009).

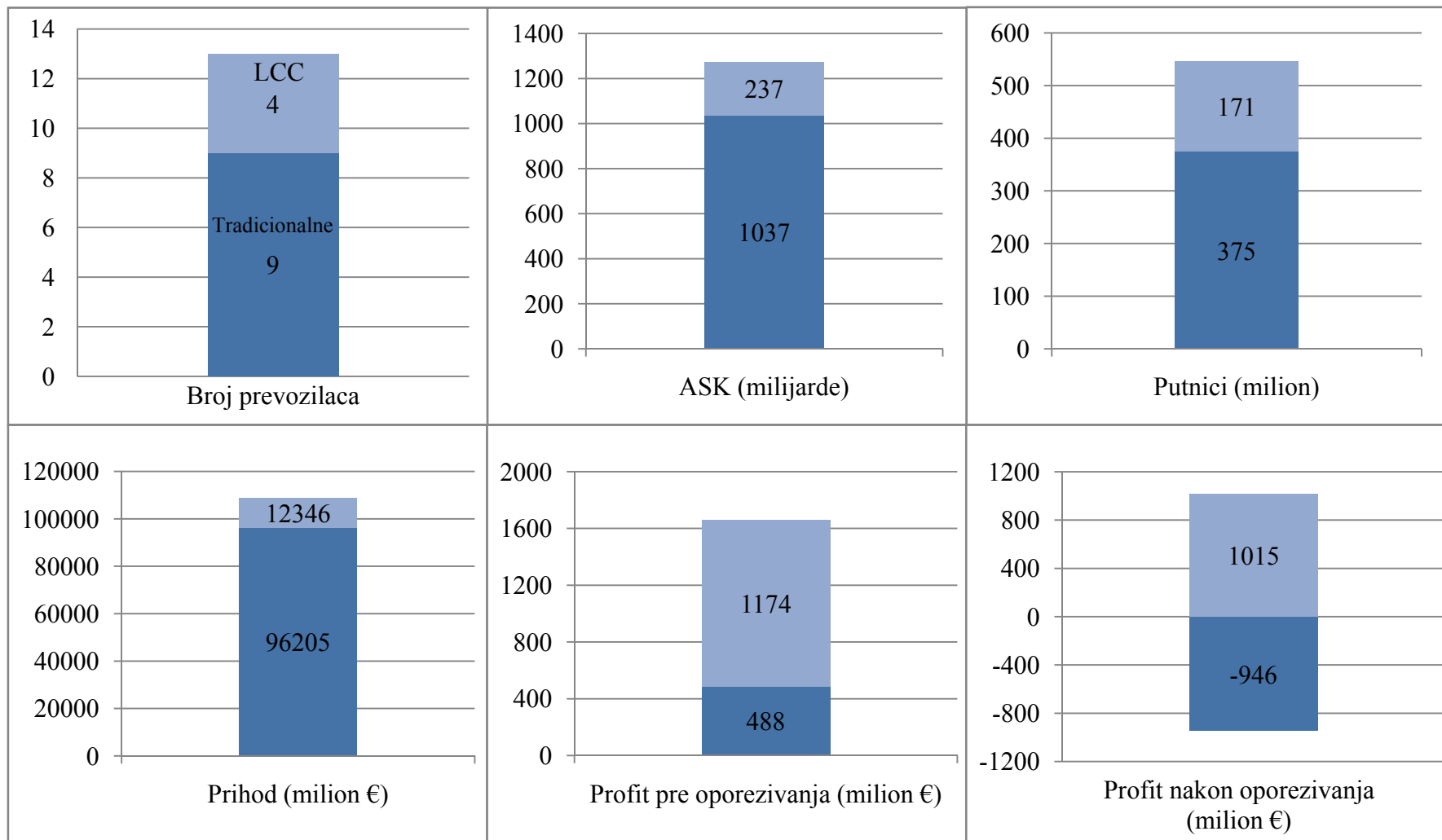
Raspoloživi podaci o finansijskim rezultatima vodećih 13 avioprevozioca u Evropi ukazuju na pad od 72% u ukupnom neto profitu 2012. godini, dok je operativna margina¹⁵ pala za 0,5 jedinica i iznosi 1,5%. Rast prihoda izabranih prevozioca od 8%, pratio je još brži rast troškova od 8,5%, najviše izazvan rastom troškova goriva. Ako se ostvareni rezultati posmatraju po poslovnim modelima, odnosno tradicionalni prevozioci i LCC, može se primetiti značajna razlika u poslovanju tokom 2012. godine. Naime, LCC su povećale (procentualno) svoje kapacitete i svoje prihode više u odnosu na tradicionalne prevoziococe. Takođe, beleže i veći koeficijent popunjenosti svojih aviona, kraće dužine ruta i veće operativne margine (LCC 9,5%, tradicionalne 0,5%). Međutim, najveća razlika između ove dve grupe prevozioca vidi se u ostvarenom

¹⁵ Operativna margina je udeo profita u ostvarenom prihodu.

profitu/gubitku u 2012. Dok su tradicionalni prevozioci ostvarili neto gubitak od oko milijardu evra, LCC su isto toliko ostvarili neto profita. Razlika u operativnim i finansijskim rezultatima najbolje je ilustrovana na Slici 12, gde su 4 LCC, sa učešćem u ukupnom ASK od 19% i učešćem u ukupnom prevezenom broju putnika od 31%, ostvarili 11% od ukupnog prihoda i 71% od ukupnog profita.

Profitabilnost avioprevozlaca varira unutar avio-industrije na svim nivoima i ona se može pre svega pratiti na osnovu toga da li određeni prevozilac poseduje ili ne poseduje odgovarajuće resurse neophodne da isporuči očekivani proizvod svakom svom potencijalnom klijentu, kao i koliko je taj proizvod poseban i jedinstven na tržištu. Veoma važna činjenica u avio-industriji je da bez obzira koliko konkurenti na tržištu pokušavali da svoju ponudu približe jedan drugom, samom putniku moraju ponuditi nešto zbog čega će on upravo izabrati jednog, a ne drugog avioprevozioca.

U daljem tekstu urađen je pregled osnovnih pokazatelja ekonomske uspešnosti poslovanja avioprevozioca sa posebnim osvrtom na tražnju i cenu usluge, kao glavne generatore prihoda, i troškova avioprevozioca. Pokazano je kako je moguće smanjiti troškove proizvodnje, kao i koji su troškovi važni i utiču na odluke koje donosi menadžment avioprevozioca.



Slika 12. Operativni i finansijski rezultati 13¹⁶ vodećih prevozilaca u Evropi u 2012. godini prikazani po vrsti poslovnog modela koji primenjuju, Izvor: CAPA, 2014

¹⁶ Aer Lingus, AF-KLM, Airberlin, Alitalia, EasyJet, Finnair, International Airlines Group, Lufthansa Group, Norwegian, Ryanair, SAS, Turkish Airlines, Vueling Airlines

2.4.1. Prihod

2.4.1.1. Tražnja

Tražnja predstavlja meru koliku bi količinu određenog proizvoda ljudi bili spremni da kupe pri određenoj ceni u toku određenog perioda vremena. U vazdušnom saobraćaju „ostvorena tražnja“ ili preciznije „ostvoreni saobraćaj“ je deo tražnje koji je realizovan (zadovoljen) kroz pružanje usluge transporta putnika i robe.

Ostvoreni putnički saobraćaj (u daljem tekstu saobraćaj) avioprevozioca meri se u sledećim jedinicama:

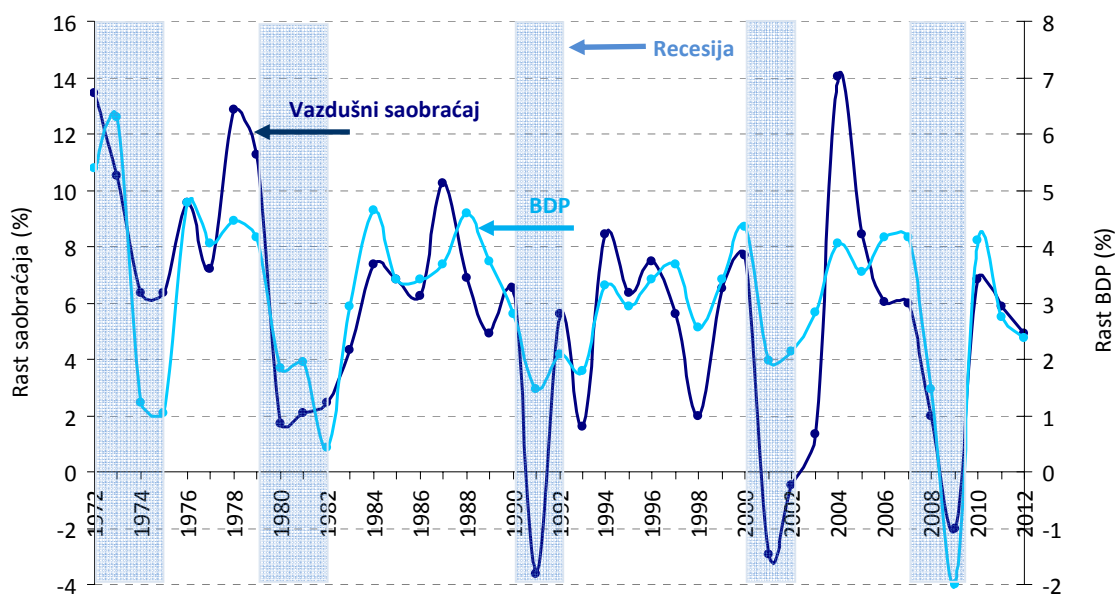
- a. ukupan broj putnika koji su platili kartu,
- b. ostvoreni putnički kilometri (*Revenue passenger-kilometers* (RPKs)) - predstavljaju meru ostvarenog putničkog saobraćaja. Računa se kao suma proizvoda broja putnika koji su platili avio-kartu na svakom letu i razdaljine koju avion preleti. Ova mera je uvedena kako bi se u obzir uzela i veličina mreže linija na kojoj leti avioprevozilac. Tako regionalni prevozilac može prevesti isti broj putnika u toku godine kao i npr. *Lufthansa*, ali će *Lufthansa* imati znatno veći broj akumuliranih RPK, jer će svakog putnika prevesti na značajno većoj udaljenosti.

Ostvoreni saobraćaj je moguće meriti na ruti, na parovima gradova ako ima više ruta ili na celoj mreži, bilo da je u pitanju jedan avioprevozilac, grupa prevozilaca (alijansa) ili celokupna avio-industrija. Operativni prihod na celoj mreži jednog avioprevozioca je proizvod ostvarenog saobraćaja (RPK) i prihoda po RPK.

Parametre tražnje u vazdušnom saobraćaju moguće je sagledati sa makro i mikro aspekta.

Najvažniji parametri tražnje u vazdušnom saobraćaju na **makro nivou** oduvek su bili promena cene prevoza i privredni rast. Tokom osamdesetih je zabeležen najveći pad cena prevoza vazdušnim putem. Razlozi za to su bili smanjenje cena goriva, tehnološko unapređenje aviona, povećanje efikasnosti i smanjenje troškova avioprevozilaca, itd. Nakon toga, cene prevoza vazdušnim putem su i dalje nastavile sa trendom opadanja, ali je to bilo prouzrokovano jačanjem konkurencije na tržištu (jačanje LCC prevozilaca) i daljim napretkom u tehnologiji, kroz uvođenje novih sistema informacionih tehnologija u poslovanje avioprevozilaca koji su smanjili troškove.

Bruto domaći proizvod (BDP) je i dalje jedan od najznačajnijih parametara kojim se objašnjava porast vazdušnog saobraćaja. Prema ICAO istraživanjima pokazalo se da je elastičnost tražnje za vazdušnim prevozom velika u odnosu na BDP. Primećeno je da iako je procentualna promena broja putnika uglavnom dvostruko veća u odnosu na procentualnu promenu bruto domaćeg proizvoda, oba parametra imaju veoma sličan oblik krive i prate ih iste ciklične promene što ukazuje na veliku korelaciju između njih (Slika 13). Međutim, to ne znači da elastičnost tražnje u odnosu na BDP iznosi +2, jer i mnogi drugi faktori utiču na tražnju za vazdušnim prevozom. Takođe, elastičnost tražnje za vazdušnim prevozom u odnosu na BDP varira za različita tržišta, od negativnih vrednosti, pa do visokih vrednosti koje se kreću u intervalu od +7 do +11,5. Ipak, elastičnost tražnje u odnosu na BDP za najveći broj tržišta se nalazi u intervalu od +0,5 do +2,5 (Gillen, Morrison i Stewart, 2004)



Slika 13. Promena BDP i vazdušnog saobraćaja na globalnom nivou, 1972-2012

Izvor: *Global Market Forecast, Airbus (2013)*

Na **mikro nivou**, tražnja na tržištu kao odraz ponašanja individualnih korisnika pri kupovini, može biti: direktna ili izvedena. Direktna tražnja dolazi od individualnih korisnika koji žele da konzumiraju određenu uslugu/proizvod, jer im mogu zadovoljiti određene potrebe i želje. Izvedena tražnja nastaje kada je tražnja za jednim proizvodom

izvedena iz tražnje za drugim proizvodom (Holloway, 2003). Transportna tražnja je primer izvedene tražnje i primenjeno na vazdušni saobraćaj, bez obzira na to što veliki broj putnika uživa u samom letenju, potreba za letenjem je samo izvedena iz potrebe da se obavi neki drugi zadatak – poslovni sastanak, poseta prijateljima ili rođacima, odmor, odlazak na studiranje itd.

Zbog toga što izvedena usluga kao što je vazdušni prevoz nikad neće biti konzumirana sama po sebi, tražnja za vazdušnim prevozom zavisice od tražnje za putovanjima, kao i od troškova i koristi koje vazdušni saobraćaj nudi u odnosu na ostale vidove saobraćaja.

Tražnja na posmatranom tržištu zavisi od velikog broja faktora, između ostalog: broja stanovnika, prosečne kupovne moći stanovnika, ekonomske razvijenosti, tarifne strukture ponude, ponude konkurencije (kako od strane drugih avioprevoznika, tako i od strane prevoznika drugih vidova saobraćaja), kvaliteta usluge, vremena izvršenja usluge u toku dana, dana u nedelji, sezone u godini, bezbednosti i reputacije avioprevoznika, rastojanja koje se prelazi itd.

Fluktuacije u tražnji mogu biti ciklične, sezonske i nepravilne. Ciklične fluktuacije tražnje obično imaju jak uticaj na finansijski učinak avioprevoznika zbog njihovih kratkoročnih operativnih opterećenja (tj. veliko učešće fiksnih troškova u ukupnim troškovima). Iako postoji teorijski model ciklusa¹⁷ u avio-industriji sa manje-više jasno definisanim fazama, u istoriji su najveći ciklični udari bili izazvani određenim dešavanjima koji nisu direktno bili povezani sa vazdušnim saobraćajem, ali su imali snažan uticaj na njega (npr. velika naftna kriza 1970. godine, Zalivski rat, ekonomska kriza u Aziji 1997. godine, teroristički napad 11. septembra 2001. i svetska ekonomska kriza 2007/08. godine, Slika 13). Navedeni događaji su ili započinjali fazu recesije u

¹⁷ Klasičan model ciklusa tražnje u avio-industriji sastoji se iz sledećih faza (Holloway, 2003):

1. Privredni rast se usporava;
2. Stopa rasta saobraćaja polako opada zbog smanjenja tražnje;
3. Ranije naručeni avioni polako počinju da se dostavljaju kada se ciklus približava svom vrhu, odnosno kada je tražnja jaka i kada su prognoza stabilne. Istovremeno se radi na prilagođavanju strukture troškova usled smanjenih prihoda;
4. Početak recesije. Saobraćaj je još uvek na zavidnom nivou kao rezultat borbe avioprevoznika za svakog putnika kako bi popunile višak kapaciteta smanjenjem cena, ali su prihodi po pređenom kilometru vrlo niski;
5. Ekonomija počinje da se oporavlja, poverenje putnika se vraća, saobraćaj raste, tarife rastu, prihod po pređenom kilometru se poboljšavaju i raste popunjenost aviona.
6. Kako se ekonomija približava svom vrhu, profit se povećava usled povećanja tražnje i prihoda. Parkirani avioni se opet vraćaju u saobraćaj i stvaraju se sredstva za nove porudžbine.

avio-industriji ili su je značajno pojačavali, ubrzavajući pad nivoa saobraćaja i ostvarenog prihoda.

Na međunarodnom tržištu, ciklične fluktuacije u tražnji obično se ne dešavaju sinhronizovano u svim delovima sveta i to daje prednost onim avioprevoziocima koji imaju mreže linija sa geografski većom pokrivenošću, u odnosu na one avioprevoziocima koji svoje mreže baziraju na domaćim ili regionalnim rutama. Veće mreže linija mogu da smanje rizik na tržištu, jer avioprevoziocu daju mogućnost da gubitke na nekim tržištima nadoknade ekspanzijom na nekom drugom tržištu koje nije pogođeno datom ekonomskom krizom.

U toku jedne kalendarske godine, saobraćaj je izložen sezonskim, nedeljnim i dnevnim fluktuacijama tražnje. Kada će se dogoditi vršni periodi tražnje na nekom tržištu zavisiće od karakteristika tog tržišta (odnosa poslovnih i neposlovnih putovanja, postojanje kratkolinijskih i/ili dugolinijskih letova itd.). Sezonske fluktuacije tražnje javljaju se usled praznika u toku godine (npr. Božić i Uskrs), različitim događajima u vidu festivala i sportskih događaja, kao i usled odlazaka na odmore. Sezonskim promenama u tražnji najviše su izloženi charter avioprevozioci, koji u toku vršnih sezona moraju da obezbede veliki kapacitet kako bi odgovorili na tražnju, dok van sezone najveći deo tog kapaciteta ostaje neiskorišćen. Nedeljne fluktuacije u tražnji najviše pogađaju kratke linije, gde se vršni periodi javljaju obično ponedeljkom ujutru i petkom popodne/uveče zbog poslovnih putnika. Dnevne fluktuacije tražnje se javljaju na svim tržištima, ali u različito vreme. Za kratkolinijske poslovne linije karakteristični su vršni periodi rano ujutru, malo slabiji vršni period u podne i jak vršni period kasno popodne/rano veče. Za dugolinijski saobraćaj dnevne fluktuacije tražnje zavise od vremenskih zona, pri čemu se uzimaju u obzir i želje putnika i radna vremena aerodroma.

Potreba da se odgovori na tražnju u vršnom periodu dovodi do pojave viška kapaciteta van vršnog perioda i do generisanja viših fiksnih troškova vezanih za kapacitet. Da bi avioprevozilac odgovorio na tražnju u vršnom periodu to znači da će van vršnog perioda imati višak kapaciteta i više fiksne troškove vezane za kapacitet. Što je kapacitet van vršnog perioda manje iskorišćen, to će avioprevozilac morati više da nadoknadi fiksne troškove tokom vršnog perioda, ili kroz više tarife u vršnom periodu ili kroz prihvatanje manjeg profita.

Asimetrična tražnja na ruti se češće javlja u prevozu robe vazdušnim saobraćajem, ali se može javiti i u slučaju prevoza putnika. U putničkom saobraćaju debalans se javlja usled zakazanih vremena poletanja i postojanja vršnih perioda, zbog čega se često naziva i vremenski debalans. Na primer, na početku letnje sezone mnogo je veći broj putnika koji odlazi sa Srednjeg istoka u odnosu na broj koji dolazi, dok je krajem letnje sezone obrnuto. Takođe, debalans se javlja i u toku dana na onim rutama gde samo na jednom njenom kraju postoji velika tražnja putnika koja odlaze rano ujutru, a uveče se vraćaju. Do debalansa na nekoj ruti može doći i u slučaju kad su ekonomske okolnosti na njenim krajevima značajno drugačije, pa nastaje razlika u broju putnika koji se generiše na oba kraja.

Asimetrična tražnja na ruti reflektuje se najviše preko koeficijenta popunjenosti aviona. Razmotrimo na slučaju kada je na letu od haba ka sekundarnom aerodromu tražnja velika u određenom delu dana, dok je za povratni let u hab tražnja značajno mala. Da bi avioprevoznik adekvatno odgovorio na tražnju za odlazeći let mora angažovati veći avion, ali će zato na povratnom letu imati slabu popunjenost. Alternativno, avioprevoznik bi mogao da angažuje manji avion kako bi povećao popunjenost povratnog leta, ali će u tom slučaju imati veliki odliv putnika koji nisu našli mesto na odlazećem letu i samim tim gubitak prihoda. Rešavanje ovog problema zahteva pristup sa više aspekata: projektovanje mreže linija (povezivanje sekundarnog aerodroma sa više habova), raspoređivanje aviona na rotacije, definisanje tarifa i upravljanje prihodima.

Uopšteno govoreći, avioprevoznik će uspešno upravljati kapacitetom na ruti ukoliko konstantno uspeva da postigne ciljanu prosečnu popunjenost aviona, kojom može da balansira između izgubljenog prihoda od putnika koji nisu našli mesto na letu, jer je angažovan manji avion i visokih troškova/manjih prihoda, jer je angažovan veći avion.

2.4.1.2. Uticaj cene na tražnju

Cena je jedan od najuticajnijih faktora na tražnju i prema samoj definiciji pri određenoj ceni postoji i određena količina tražnje. Takođe, za svaku cenu definisana je određena elastičnost tražnje¹⁸. Cena usluge utiče i na veličinu ostvarenog saobraćaja i na

¹⁸ Cenovna elastičnost tražnje definiše se kao procentualna promena količine podeljena sa procentualnom promenom cene (Varijan, 2010).

ostvareni prihod avioprevozioca. Takođe, veličina i priroda tražnje za koju se avioprevozilac odluči da opslužuje određenim kapacitetom direktno utiče i na njegove troškove. Na primer, ukoliko se avioprevozilac odluči da putnicima sa velikom cenovnom elastičnošću, ponudi cenovnu strukturu sa velikim brojem različitih cena (tarifa), on će pored maksimiziranja prihoda povećati i nivo saobraćaja na tom tržištu.

Povećani saobraćaj imaće sledeće neposredne efekte na troškove (Holloway, 2003):

- Troškovi vezani za kapacitet koji uključuju troškove vezane za avion i o kojima će više reći biti malo kasnije, mogu, ali i ne moraju da rastu:
 - Ukupni troškovi će rasti u slučaju da je potrebno angažovati dodatni kapacitet da bi se podmirila dodatna tražnja. Međutim, jedinični troškovi po sedište/kilometru će opadati ukoliko uvećani saobraćaj opravdava angažovanje većeg aviona sa manjim jediničnim troškovima po sedištu.
 - Ukupni troškovi će ostati nepromenjeni ukoliko dodatna tražnja može da se podmiri postojećim kapacitetom. Drugim rečima, doći će do povećanja popunjenosti putničke kabine.
- Troškovi saobraćaja, koji uključuju troškove prevoza i opsluge putnika, povećaće se sa povećanjem saobraćaja, bez obzira da li to podrazumeva dodatno angažovanje kapaciteta ili ne.

U zavisnosti kakav efekat ima na tražnju, struktura cena može različito uticati i na različite tipove troškova:

- Varijabilni troškovi – ukoliko dođe do povećanja tražnje usled smanjenja cene prevoza, avioprevozilac će imati dodatne troškove opsluge putnika na zemlji i u vazduhu;
- Fiksni troškovi – ako se uvećana tražnja može opslužiti postojećim kapacitetom ostaće nepromenjeni, ali ako se angažuje dodatni kapacitet, fiksni troškovi će se povećati;
- Jedinični troškovi – efekat na jedinične troškove zavisice od ekonomije obima, gustine i opsega za datog avioprevozioca.

2.4.1.3. Faktori koji utiču na cenu karte

U idealnom slučaju, cena bi trebalo da bude određena sledećim granicama: minimalna cena je jednaka prosečnim troškovima proizvodnje datog proizvoda, dok je

maksimalna cena određena na osnovu toga kolika je rezervaciona cena kupca koji ga potražuje. Međutim, problem koji se javlja kod ovako pojednostavljenog koncepta je u tome kako definisati troškove. Da li koristiti prosečne troškove ili marginalne, da li ih posmatrati u kraćem ili dužem roku, da li meriti samo izdatke ili i oportunitetne troškove¹⁹? Jedan od predloga je da cene treba definisati na osnovu prosečnih troškova (Holloway, 2003). Moguće je odrediti cene da budu ispod prosečnih troškova van vršnog perioda, a značajno iznad prosečnih troškova u vršnom periodu. Takođe, cene mogu biti ispod prosečnih troškova za putnike sa elastičnom tražnjom (privatna putovanja) i iznad prosečnih troškova za putnike sa neelastičnom tražnjom. Prema tome, može se reći da bi troškovi trebalo da predstavljaju ograničavajući faktor pri definisanju minimalne cene, dok bi tražnja trebalo da bude osnovni vodeći faktor pri definisanju maksimalne cene.

Način na koji avioprevozioci određuju cenu prevoza na svojim letovima značajno se promenio u poslednje tri decenije. Prema podacima američkih avioprevoznika cene karata na domaćim letovima smanjene su i do 40% u periodu od 1980 (Slika 14), a sličan trend se može prepoznati i u ostalim delovima sveta.

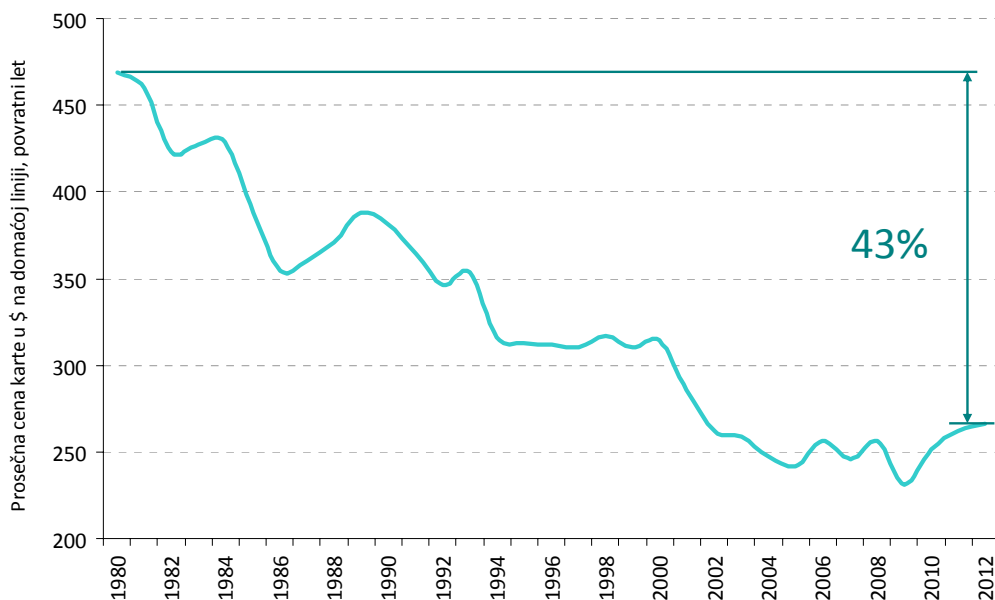
Pad cena karata u vazдушnom saobraćaju nije posledica samo smanjenja troškova avioprevoznika (naprotiv, pojedini troškovi su se i povećali kao npr. gorivo, održavanje itd.), već zbog pojačane konkurencije na svim tržištima i racionalnijeg korišćenja resursa.

2.4.1.4. Frekvencija letenja i koeficijent popunjenosti aviona

Što je veća frekvencija letenja kojom avioprevoznik opslužuje neko tržište, to je veća verovatnoća da će se poklapati željeno vreme poletanja potencijalnih putnika sa vremenom poletanja ponuđenih letova. U slučaju postojanja konkurencije, u prednosti će biti avioprevoznik sa većim brojem letova u toku dana ka određenom tržištu, posebno uzimajući u vidu putnike sa fleksibilnim kartama, jer im se pruža veća mogućnost da promene vreme poletanja. Deregulacija, liberalizacija i razvoj HS mreža dovele su do promene ponašanja avioprevoznika koji u težnji da zadovolje tražnju na

¹⁹ Oportunitetni troškovi predstavljaju propuštenu korist ili propuštenu dobit od određenog izbora da se prihvati jedna mogućnost, a propuste sve ostale (Begović et al, 2008).

tržištu povećavaju frekvencije na svojim rutama, a u slučaju daljeg povećanja tražnje uvode avione većeg kapaciteta.



Slika 14. Promena prosečne cene karte avioprevoznika u SAD na domaćim letovima u periodu 1980-2012

Izvor: *Global Market Forecast, Airbus (2013)*

Prosečni koeficijent popunjenosti aviona igra veliku ulogu u određivanju frekvencije letova između parova gradova. Koeficijent popunjenosti aviona predstavlja procenat popunjenih putničkih sedišta u avionu. Prosečni koeficijent popunjenosti na svim letovima jednak je odnosu ostvarenih putničkih kilometara (RPK) i ponuđenih sedišta kilometara (ASK). Faktori koji utiču na koeficijent popunjenosti aviona su vreme poletanja, frekvencija letenja, vrsta usluge i cena karte. Koeficijent popunjenosti vazduhoplova često je u literaturi korišćen i kao mera pruženog kvaliteta usluge, gde ima važnu ulogu kao parametar u određivanju stohastičkog vremenskog gubitka putnika²⁰, (Swan, 1979). Visok koeficijent popunjenosti kao rezultat ima činjenicu da jedan deo putnika neće moći da se nađe na željenom letu, jer su sva sedišta već popunjena. Vezu između prosečnog koeficijenta popunjenosti avioprevoznika i broja letova koji su 100% popunjeni proučavali su Treateway i Oum (1992). Pomenuti autori

²⁰ Vremenska razlika između željenog momenta poletanja i momenta poletanja kada je putnik mogao da nađe slobodno mesto na letu.

su na osnovu statističkih podataka došli do sledećih rezultata: kada je prosečni koeficijent popunjenosti aviona 60%, samo 6% letova je potpuno popunjeno, kada se prosečni koeficijent popunjenosti aviona poveća na 70%, broj potpuno popunjenih letova poveća se na 21%. Daljim povećanjem prosečnog koeficijenta popunjenosti aviona na 80%, dolaziće do značajnog povećanja broja potpuno popunjenih letova od 64%.

Važno je napomenuti da visok koeficijent popunjenosti aviona ne mora da znači da će avioprevoznik imati i veći prihod od tog leta. To se može pokazati i na sledećem primeru. U sledećoj Tabeli 2 su prikazani očekivana tražnja, cene karata i koeficijenti popunjenosti za avion A320 (Bazargan, 2004). Prema ovim rezultatima avioprevoznik može ostvariti veći prihod pri koeficijentu popunjenosti od 85% u odnosu na prihod koji se može ostvariti pri koeficijentu popunjenosti od 100%.

Tabela 2. Koeficijent popunjenosti aviona A320 i očekivani prihod za različite vrednosti koeficijenta popunjenosti (Izvor: Bazargan, 2004)

Prosečna cena karte	Očekivani broj putnika	Koeficijent popunjenosti	Očekivani prihod
\$240	100	0,67	\$24 000
\$220	115	0,77	\$25 300
\$200	128	0,85	\$25 600
\$180	140	0,93	\$25 200
\$160	150	1,00	\$24 000

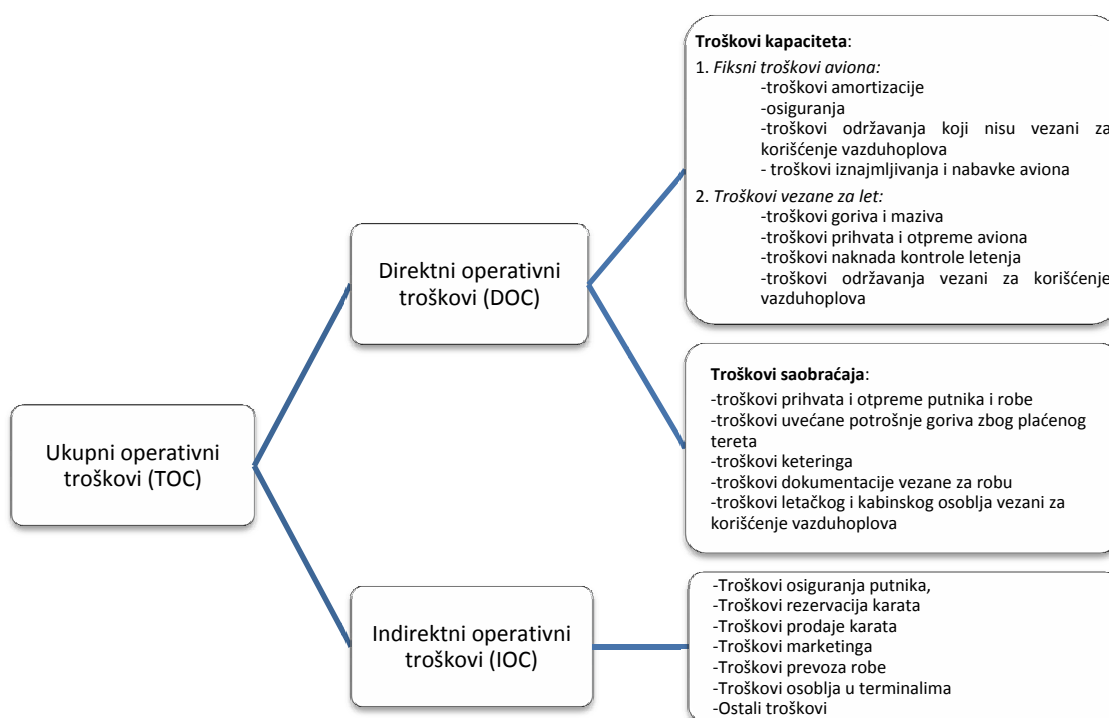
Koeficijent popunjenosti aviona koristi se za određivanje frekvencije na datoj ruti. Ako je broj putnika na datoj ruti označen sa q , prosečni koeficijent popunjenosti aviona koji avioprevoznik teži da postigne sa η , a prosečni kapacitet aviona na datoj ruti sa s , onda se odgovarajuća frekvencija letenja f može izračunati na osnovu sledeće formule (Bazargan, 2004):

$$f = \frac{q}{\eta \cdot s}$$

O uticaju koeficijenta popunjenosti aviona na troškove avioprevoznika biće više reči u **Poglavlju 2.4.2.2.**

2.4.2. Troškovi avioprevozioca

Troškovi avioprevozioca se mogu podeliti na operativne i neoperativne troškove, gde prvi nastaju usled obavljanja operacija u vazдушnom saobraćaju, dok drugi nastaju usled obavljanja operacija koje nisu vezane za vazdušni saobraćaj (Holloway, 2003). Neoperativni troškovi mogu varirati kod različitih avioprevozioca kao rezultat različitih aktivnosti i finansijske strukture unutar kompanije. Ukupni operativni troškovi (*Total operating costs*, TOC), kao što je rečeno, nastaju proizvodnjom i prodajom usluge vazdušnog saobraćaja i mogu biti direktni i indirektni (Slika 15). Direktni operativni troškovi (*Direct operating costs*, DOC) zavise od tipa aviona, kao i od dužine linije ili blok vremena, i menjaju se ako se promeni struktura flote. Indirektni operativni troškovi (*Indirect operating costs*, IOC) ne zavise od tipa aviona, već u najvećoj meri zavise od broja putnika. Poređenjem DOC dva avioprevozioca može se meriti troškovna efikasnost sličnih aviona, dok se IOC više koriste za poređenje produktivnosti samih avioprevozioca.



Slika 15. Troškovi avioprevozioca, Izvor: (Holloway, 2003)

DOC se mogu podeliti na dve vrste troškova:

- **Troškovi kapaciteta**, koji obično uključuju
 - o fiksne troškove vezane za avione kao što su: troškovi amortizacije, osiguranja, troškovi održavanja koji nisu vezani za korišćenje aviona (troškovi osoblja i administracije), iznajmljivanja i nabavke aviona;
 - o troškove vezane za let (nisu vezani za plaćeni teret) kao što su: troškovi goriva i maziva, troškovi prihvata i otpreme aviona, troškovi naknada kontrole letenja, troškovi održavanja vezani za korišćenje aviona (njegove strukture, sistema i pogonske grupe);
- **Troškovi transporta** uključuju troškove koji su vezani za plaćeni teret: troškovi prihvata i otpreme putnika i robe, troškovi uvećane potrošnje goriva zbog plaćenog tereta, troškovi kateringa, troškovi dokumentacije vezane za robu, troškovi letačkog i kabinskog osoblja vezani za korišćenje aviona (bonusi).

U IOC spadaju:

- troškovi osiguranja putnika,
- troškovi rezervacija karata (troškovi rezervacionih sistema),
- troškovi prodaje karata,
- troškovi marketinga,
- troškovi prevoza robe,
- troškovi osoblja u terminalima (*check-in* šalteri, *boarding*, itd.),
- troškovi opreme na zemlji, zgrade, transport zaposlenih i
- ostali troškovi (administracija, troškovi koji se javljaju kao posledica kašnjenja, takse za buku i emisiju gasova koju avion stvara i ostalo).

Različiti avioprevozioci imaju različitu strukturu troškova, gde će se ova struktura razlikovati čak i unutar iste vrste avioprevozilaca (imaju različitu podelu troškova na DOC i IOC). Uopšteno govoreći, kod čarter avioprevozilaca DOC iznose i do 80% od TOC, jer imaju minimalne troškove prodaje i izdavanja karata, distribucije i promocije. Za redovne avioprevoziocce, DOC se kreću u rasponu od 45% do 60% TOC, ali dosta zavise od trenutne cene goriva na tržištu, prosečne dužine lega i troškova radne snage (Holloway, 2003).

Ekonomisti troškove dele prema tome kako ih mogu iskoristiti pri donošenju odluka u budućnosti i oni mogu biti:

- *Inkrementalni troškovi (incremental costs)* su dodatni troškovi koji nastaju donošenjem odluke da se nešto uradi (otvaranje nove rute), da se nešto više uradi (povećanje frekvencije letenja na ruti) ili da se nešto uradi na neki drugi način (uvođenje aviona većeg kapaciteta na postojeći let) (Holloway, 2003).
- *Ireverzibilni troškovi (sunk costs)* su troškovi nastali u prošlosti usled određene kupovine i ne mogu se nadoknaditi (troškovi otvaranja i razvijanja rute ili razlika vrednosti aviona kada je kupljen i njegove trenutne vrednosti na tržištu).
- *Oportunitetni troškovi (opportunity costs)*, kao što je već pomenuto, predstavljaju propuštenu korist ili propuštenu dobit od određenog izbora da se prihvati jedna mogućnost, a propuste sve ostale (Begović et al, 2008). Sa stanovišta avioprevozioca, oportunitetni trošak je onaj prihod koji je mogao da se ostvari nekom alternativnom alokacijom resursa.

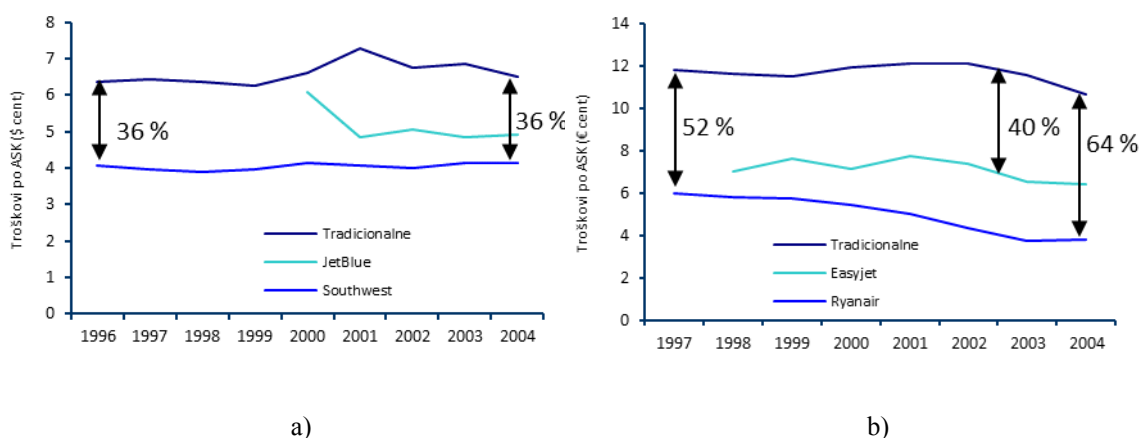
Troškovi se prema obimu proizvodnje (tj. prema stepenu reagovanja na promene obima proizvodnje) dele na fiksne i varijabilne. Fiksni troškovi avioprevozioca se ne menjaju sa obimom proizvodnje pri konstantnoj strukturi flote. Do povećanja fiksnih troškova dolazi usled proširenja flote, proširenja poslovnog prostora itd. Varijabilni troškovi reaguju na promene obima proizvodnje tako što sa porastom obima proizvodnje rastu, a sa opadanjem obima proizvodnje opadaju. U varijabilne troškove spadaju troškovi goriva, navigacione i aerodromske naknade, troškovi redovnog održavanja, itd. Iako postoji pozitivna korelacija između njih, varijabilni troškovi i obim proizvodnje, ne menjaju se srazmerno. To je razlog zbog čega su prosečni varijabilni troškovi po jedinici ASK različiti za različite nivoe proizvodnje.

Kada su u pitanju fiksni i varijabilni troškovi važnu ulogu u njihovom definisanju ima vremenski okvir za koji se posmatraju. Naime, na dugi rok svi fiksni troškovi postaju varijabilni, jer pružaju mogućnost avioprevoziocu da na njih deluje (kupovina nove flote, razvoj novih linija, itd.) (Begović, 2008). Takođe, što je kraći vremenski period koji se posmatra, to je udeo fiksnih troškova u ukupnim troškovima veći. Kako se vreme produžava, to sve veći udeo troškova postaje varijabilni.

Postizanje proizvodne efikasnosti u pogledu operativnih troškova jedan je od najvažnijih uslova za avioprevozioca kako bi bio konkurentan i opstao na tržištu. Međutim, postizanje proizvodne efikasnosti u pogledu operativnih troškova ne znači da

avioprevoznik istovremeno ima i najniže operativne troškove, već je važno da nivo ostvarenih troškova oslikava nivo kvaliteta koji se nudi putnicima.

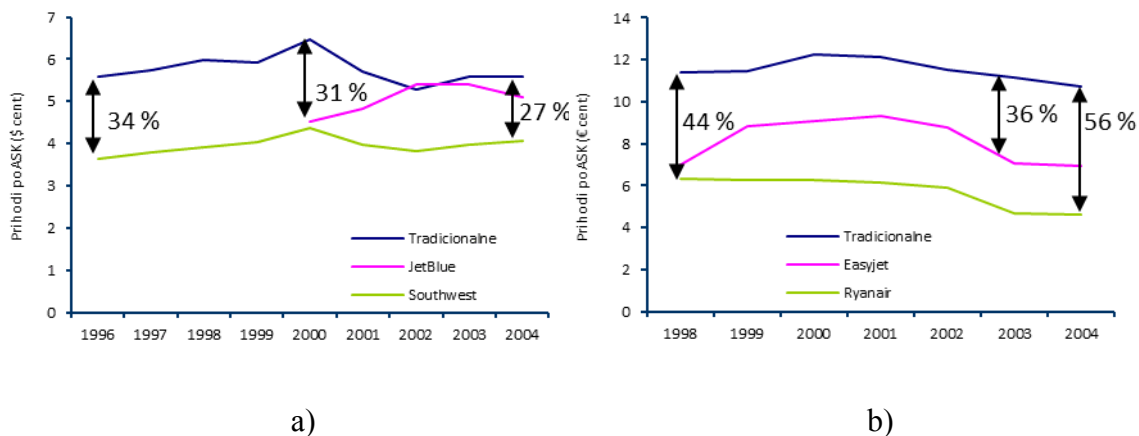
Danas se za skoro sve avioprevoznice može reći da su značajno smanjili svoje troškove u odnosu na period od pre dvadesetak godina. Jaka konkurencija od strane LCC naterala je tradicionalne avioprevoznice da menjaju svoj dotadašnji način poslovanja ili da se povuku sa tržišta. Strateški, tradicionalni avioprevoznici reagovali su na različite načine, ali su ipak imali nešto zajedničko, a to je smanjivanje troškova. Osim povećane konkurencije, na smanjenje troškova avioprevoznika uticala je i jedna od najvećih ekonomskih kriza 2007/08. godine u kojoj su se našli. Avioprevoznici su smanjenje troškova postigli na svim nivoima, efikasnijim korišćenjem goriva (nova flota, veći broj sedišta u avionu, veća popunjenost aviona) i smanjenjem ostalih troškova koji nisu vezani za gorivo. Njihovi konkurenti, LCC, su to takođe uradili i postali još efikasniji, tako da se analizirajući njihove jedinične troškove može videti da je razlika još uvek velika i u korist LCC, ukazujući da prostora za daljim smanjenjem troškova još ima (Slika 16) (Smyth and Pearce, 2006). Prema IATA izveštaju u 2004. godini razlika u jediničnim troškovima tradicionalnih avioprevoznika u Evropi u odnosu na *EasyJet* bila je 40%, a u odnosu na *Ryanair* 64%. Kad su u pitanju avioprevoznici u SAD ova razlika je nešto manja i iznosi oko 36% u korist LCC.



Slika 16. Jedinični troškovi tradicionalnih avioprevoznika i LCC u periodu 1996-2004: a) SAD, troškovi su prilagođeni za dužinu rute od 1400 km; b) Evropa, troškovi su prilagođeni za dužinu rute od 800 km; Izvor: Smyth and Pearce, 2006

Veći deo razlike u troškovima može se objasniti dodatnim uslugama koje se nude na letovima tradicionalnih avioprevoznika, kao i razvijenom mrežom na kratkim rutama

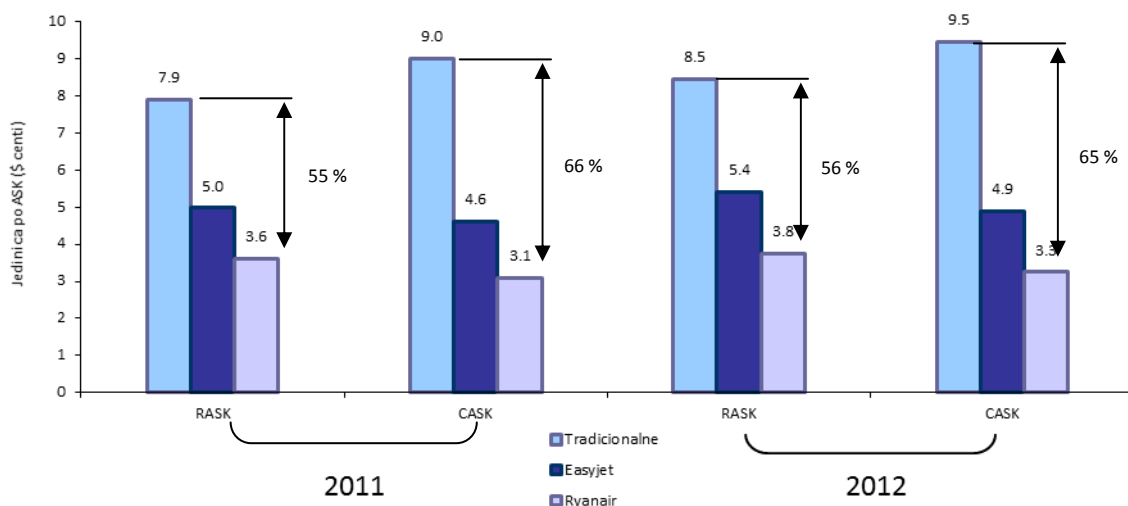
koja se koristi za punjenje kapaciteta na dugim linijama, ali to avioprevoziocima obezbeđuje veće prihode od LCC. Avioprevozioci u Evropi su uspešnji kada je u pitanju ostvarivanje većeg prihoda od LCC, u odnosu na avioprevoziocima u SAD (Slika 17).



Slika 17. Prihod po ASK tradicionalnih avioprevoznika i LCC u periodu 1996-2004: a) SAD; b) Evropa; Izvor: *Smyth and Pearce*, 2006

Isti trend se nastavio u periodu od 2004. do 2012. godine u Evropi. I jedni i drugi su do izvesne mere smanjili svoje troškove, ali i prihode zbog pojačane konkurencije, ekonomske krize itd. Međutim, relativni odnos između njihovih rezultata, jediničnog prihoda (*Revenue per Available Seat Kilometers - RASK*) i jediničnih troškova (*Cost per Available Seat Kilometers - CASK*), ostao je isti (Slika 18). Na Slici 18 su prikazani RASK i CASK za evropske prevoziocima u godinama nakon izlaska iz svetske ekonomske krize, ali privredni rast i oporavak tražnje nisu bitno uticali na promenu odnosa u ostvarenim rezultatima tradicionalnih i LCC avioprevoznika.

Iako su niski troškovi osnova za uspešno poslovanje, oni nisu jedini uslov za to. Za avioprevoziocima, diferenciranje kvaliteta usluge koji se nudi na tržištu je isto tako od velikog značaja. Dodatni troškovi mogu biti opravdani, ako podrazumevaju unapređivanje usluge koja će privući više putnika koji su tu uslugu spremni da plate po višoj ceni.



Slika 18. Jedinični prihodi i troškovi evropskih avioprevoznika, 2011. i 2012. godina

Izvor: CAPA, 2014

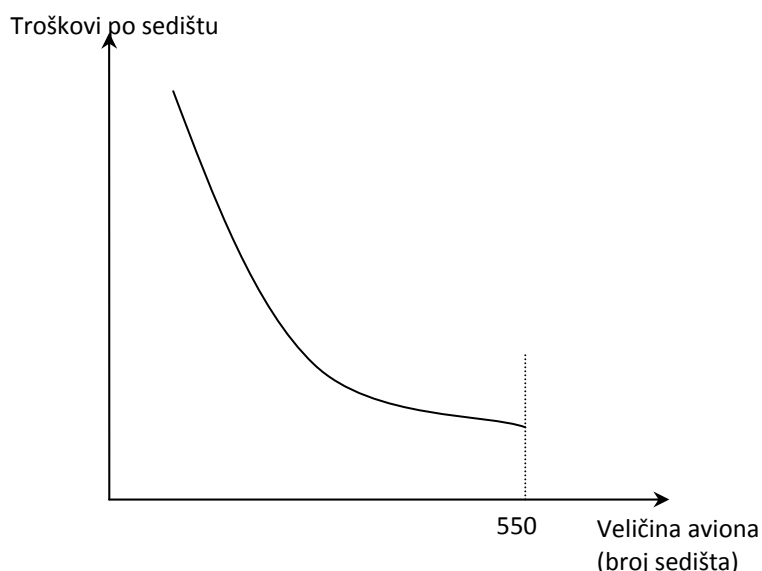
2.4.2.1. Proizvodna funkcija, funkcija troškova i uticaj kapaciteta na troškove

Operativni sistem avioprevoznika je, u ekonomskom smislu, proizvodni proces u kome se resursi kombinuju kako bi se dobio izlazni proizvod (output), a to je usluga transporta. Količina koju je moguće proizvesti funkcija je količine faktora proizvodnje koji su angažovani i efikasnosti njihovog korišćenja. Proizvodna funkcija opisuje vezu količine angažovanih resursa i obima proizvodnje koji se dobija njihovim angažovanjem.

Kada su u pitanju ukupni operativni troškovi (TOC), razlikuju se prosečni i marginalni troškovi. Prosečni (jedinični) troškovi su ukupni operativni troškovi pri datom nivou kapaciteta podeljeni sa ukupnim obimom proizvodnje. Izražavaju se kao troškovi po ASK (*Cost per Available Seat Kilometers (CASK)*) ili ATK (*Cost per Available Tonne Kilometers (CATK)*). Prosečni troškovi su vrlo retko isti za različite nivoe kapaciteta. Na Slici 19 se može primetiti da manji avioni imaju veće troškove po sedištu u odnosu na veće avione. Ovaj pad troškova po sedištu sa povećanjem veličine aviona je najviše posledica unapređivanja tehnologije i strukture samog aviona (Tretheway i Oum, 1992).

Kada avioprevoznik ne nudi uslugu (ne obavlja saobraćaj), tada su TOC i fiksni troškovi jednaki, jer nema varijabilnih troškova, tj. nema saobraćaja koji će ih stvarati.

Ako je saobraćaj veći od nule, ali i dalje u granicama postojećeg kapaciteta, svako povećanje saobraćaja, povećaće i TOC za vrednost varijabilnih troškova koji nastaju pri stvaranju datog saobraćaja. Fiksni troškovi ostaju nepromenjeni. Onog momenta kada se postojeći kapacitet u potpunosti iskoristi, svako sledeće povećanje nivoa saobraćaja nosi sa sobom i određene fiksne troškove koji će funkciju troškova značajno povećati. Ako se novi kapacitet ne iskorišćava u potpunosti, dodatni fiksni troškovi po jedinici ostvarenog saobraćaja biće viši. Kako se iskorišćenje novog kapaciteta bude povećavalo, varijabilni troškovi će rasti, dok će fiksni opadati, odnosno raspodeliće se na veći broj sedišta. Ovaj proces se ponavlja svaki put kada se kapacitet maksimalno iskoristi, pa je neophodno dodavanje novog kapaciteta.



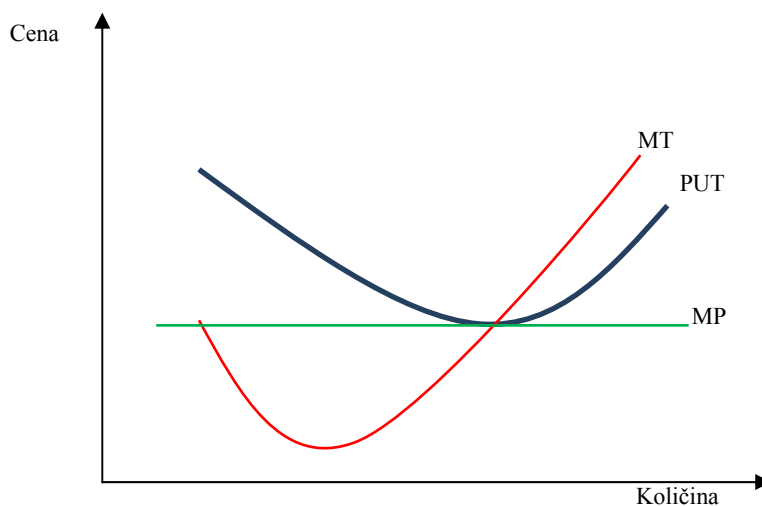
Slika 19. Odnos između troškova po sedištu i veličine aviona

Izvor: Treataway i Oum, 1992

Dugoročno postavlja se pitanje da li se prosečni troškovi mogu još više smanjiti dodavanjem kapaciteta kako bi se fiksni troškovi raspodelili na veći obim proizvodnje (ASK, broj sedišta, broj letova itd.). Odgovor će zavisiti od oblika krive prosečnih troškova u dugom roku, koji dalje mnogo zavise od toga šta se teoretski može postići uzevši u obzir prirodu proizvodnih procesa u datoj industriji. Ako prosečni troškovi opadaju pri povećanju obima proizvodnje, kaže se da postoji **ekonomija obima**, a ako se povećavaju onda je prisutna **disekonomija obima**. Prema tome, ekonomija obima

postoji ukoliko avioprevoznik može smanjiti jedinične troškove tako što će povećati kapacitet. Važno pitanje koje se onda postavlja je da li avioprevoznik taj dodatni kapacitet može da proda na tržištu i da ostvari profit.

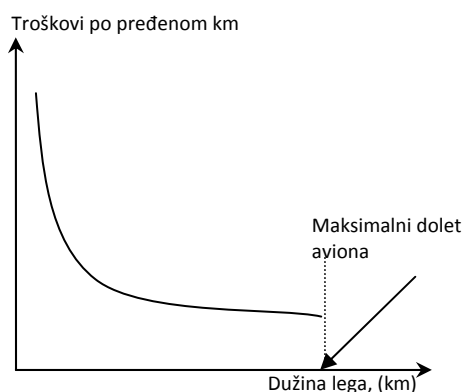
Marginalni troškovi predstavljaju promenu TOC do koje dolazi zbog proizvodnje dodatne jedinice kapaciteta. Dok su marginalni troškovi ispod prosečnih troškova, svaka dodatna jedinica kapaciteta dovešće do smanjenja prosečnih troškova. Kad marginalni troškovi prevazilaze prosečne troškove svaka dodatna jedinica kapaciteta dovešće do povećanja prosečnih troškova. Naravno, ovo će imati značaja samo u zavisnosti od toga šta se dešava sa marginalnim prihodom. Profit je maksimizovan u tački u kojoj su marginalni troškovi i marginalni prihod jednaki (Slika 20).



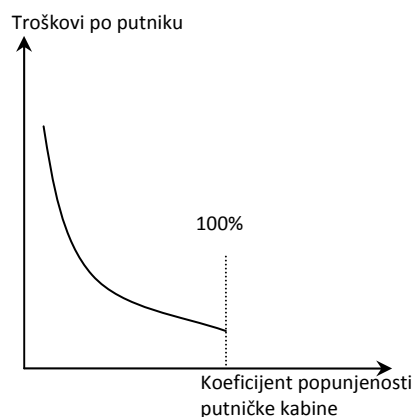
Slika 20. Odnos kriva prosečnih ukupnih troškova (PUT), marginalnih troškova (MT) i marginalnog prihoda (MP); Izvor: *Varijan* 2010

2.4.2.2. Uticaj promene rastojanja i koeficijenta popunjenosti na troškove

Sledeći važan odnos je između troškova leta i rastojanja koje je avion preleteo. Naime, značajna količina goriva se potroši samo da bi avion popeo do visine krstarenja. Takođe, postoji niz troškova koji su vezani za samu pripremu leta i oni su manje više isti, bez obzira na rastojanje koje je avion preleteo. Rezultat toga je da prosečni troškovi po pređenom kilometru opadaju sa povećanjem pređenih kilometara (Slika 21).



Slika 21. Odnos između troškova po km i pređenom broju km, Izvor: Treateway i Oum, 1992



Slika 22. Odnos između troškova po putniku i koeficijenta popunjenosti putničke kabine, Izvor: Treateway i Oum, 1992

Treći važan aspekt je odnos između troškova po putniku i popunjenosti aviona na letu. Kao što je već pomenuto, većina avioprevozioca namerno ne popunjava sve svoje letove do 100%, jer na taj način omogućavaju da putnici koji bi želeli da kupe kartu u poslednjem trenutku, a uz to su i putnici koji su spremni da plate veće cene, mogu to i da urade. Budući da su najveći deo troškova leta fiksni troškovi, bez obzira na broj putnika na tom letu (najveći deo goriva, posada, itd.), troškovi po putniku će opadati kako se koeficijent popunjenosti putničke kabine povećava (Slika 22).

2.4.3. Ekonomija mreže

Svaka mreža linija može se predstaviti skupom čvorova (mesta koja se opslužuju) i skupom grana (veze između čvorova, linije) na kojima se odvija saobraćaj jednog avioprevozioca. Izvorno-ciljna matrica sa parovima gradova između kojih postoje putnički tokovi naziva se matrica tražnje. Iz ugla putnika, idealno bi bilo kada bi se ta matrica tražnje poklapala sa stvarnom ponudom avioprevozioca, odnosno kada bi avioprevozioc nudio non-stop letove između svih parova gradova gde se potreba za putovanjem javlja. Međutim, postići takvu ponudu je veoma teško iz operativnih i ekonomskih razloga. Umesto toga, svaki avioprevozioc mora da donosi odluke kako će projektovati svoju mrežu linija, a te odluke će voditi ka tome da će jedan deo tržišta biti opsluživan non-stop letovima i oni će se poklapati sa izvorno-ciljnom matricom tražnje,

zatim pojedina tržišta će biti opsluživana letovima sa jednim ili više međusletanja, dok će pojedina tržišta ostati neopslužena.

Na troškove mreže utiču ekonomija opsega, ekonomija obima, ekonomija gustine i dužina rute (prosečna dužina lega).

Ekonomija opsega, u svom najširem obliku, postoji kada su niži jedinični troškovi ukoliko jedna kompanija proizvodi dva različita proizvoda nego da se oni proizvode od strane dve kompanije pojedinačno. Primenjeno na mrežu linija avioprevozioca, ekonomija opsega postoji kada putnici koji putuju od/ka različitim destinacijama dele bar jedan deo rute na istom avionu. Drugim rečima, kada su sedišta u jednom avionu, koji prevozi putnike od tačke A do tačke B, prodata putnicima koji su započeli svoje putovanje pre tačke A, koji nastavljaju svoje putovanje i nakon tačke B, kao i putnicima koji putuju od A do B. Prema tome, ekonomija opsega je ostvariva u slučaju kada se saobraćaj sa mnogih aerodroma preusmerava preko jednog ili više habova, zbog čega predstavlja jedan od značajnih faktora za formiranje HS mreže avioprevozioca ili alijanse. Ekonomija opsega se može javiti i u slučaju kada jedinični troškovi opadaju sa povećanjem broja tržišta koje dati avioprevoznik opslužuje, pri čemu ne mora da znači da je u pitanju veći broj tačaka (Holloway, 2003). Na primer, kada avioprevoznik uvede non-stop let između tačaka koje inače pojedinačno opslužuje iz haba ili ako izvrši izvesna podešavanja u redu letenja kako bi povećao broj korisnih konekcija. Takođe, ako avioprevoznik uvede novu rutu, troškovi uspostavljanja te rute ne moraju da budu veliki, posebno ako je jedan kraj te rute hab. Ekonomija opsega može se pojaviti i u slučaju kada je jeftinije ponuditi različite vrste usluga na jednom letu odnosno u jednom avionu, umesto da se svaka od usluga ponudi u različitom avionu. Najčešći primer ove vrste je ponuda prve, biznis i ekonomske klase u istoj putničkoj kabini na istom letu, gde sve usluge dele iste fiksne troškove i dodatno se javlja korist od ekonomije gustine, jer se koristi veći avion u odnosu na veličinu koja bi se koristila da se na letu nudi samo jedna usluga. Takođe, ekonomija opsega može da postoji kada se na istom letu prevoze i putnici i roba.

Ekonomija obima postoji kada se jedinični troškovi smanjuju usled povećanja obima proizvodnje, pri nepromenjenim cenama resursa. Avioprevoznik može ostvariti ekonomiju obima povećanjem broja proizvedenog kapaciteta (ASK), odnosno povećanjem svoje mreže linija, nivoa saobraćaja na linijama, korišćenjem većih aviona

itd. Ekonomija obima može imati i svoju negativnu stranu. Naime, povećanje kapaciteta koje nije praćeno adekvatnim povećanjem tražnje imaće za posledicu smanjenje koeficijenta popunjenosti aviona i smanjenje prihoda. Takođe, dodavanje kapaciteta podrazumeva i izvesne fiksne troškove, tako da dodatno proizvedeni kapacitet ne samo da mora biti prodat, već se mora prodati i po ceni koja će pokriti te dodatne troškove. Prema tome, postizanje nižih troškova od onih koje ima konkurent je samo jedan deo uspeha. Drugi deo je postizanje jediničnih troškova proizvodnje koji su niži od cene po kojoj se taj proizvod može prodati.

Ekonomija gustine postoji kada jedinični troškovi opadaju kao rezultat povećanja obima saobraćaja na određenoj ruti koja se već opslužuje (dodavanjem leta ili korišćenjem aviona većeg kapaciteta), pri čemu mreža linija ostaje nepromenjena. Ekonomija gustine je usko povezana sa veličinom aviona, jer veza između povećanja troškova leta i povećanja veličine aviona nije linearna tako da upotreba većeg aviona na nekoj ruti za rezultat ima smanjenje jediničnih troškova po sedištu²¹ u odnosu na manji avion sličnih performansi na istoj ruti. Postoji nekoliko razloga zašto ova veza nije linearna: veći avion ne mora da ima veću potrošnju goriva po sedište-kilometru u odnosu na manji avion, veći avion ne zahteva veći broj članova letачke posade, kao ni proporcionalno veće održavanje. Prema tome, jedan od načina eksploataisanja ekonomije gustine bio bi projektovanje takve mreže linija kojom bi se saobraćaj usmeravao na određene rute kako bi se povećao broj putnika. Na ovaj način, stvorila bi se dovoljno velika tražnja koja bi opravdala upotrebu većeg aviona sa manjim jediničnim troškovima leta. Primer takve mreže linija napravio je KLM koji sve svoje letove usmerava preko haba u Amsterdamu i na taj način omogućava da se saobraćaj sa ovog haba dalje distribuira visokofrekventnim letovima sa većim avionima, ka manjim aerodromima, na rutama koje to u suprotnom ne bi mogle da podrže. Nedostaci preusmeravanja tokova preko haba su duže vreme putovanja u odnosu na direktnu rutu i potreba da putnik menja avion u habu kako bi se nastavilo putovanje, tako da je jako važno uporediti koristi i pomenute nedostatke prilikom razmatranja eksploataisanja ekonomije gustine upotrebom HS mreže linija.

Postojanje ekonomije gustine na mreži linija avioprevozioca dokazali su u svom radu Caves *et al.*, (1984). Njeno postojanje daje prednost avioprevoziocima sa HS strukturom

²¹ Napomena: ukupni troškovi leta biće veći, ali zbog većeg broja sedišta, troškovi po sedištu su manji.

mreže da postignu veći nivo produktivnosti, čime mnogi autori²² opravdavaju dominantnost ove strukture među avioprevoziocima. Oni su takođe pokazali da je ekonomija obima konstantna za različite veličine mreže, odnosno da avioprevoznik neće imati nikakve koristi od povećanja svoje mreže linija, kada je smanjenje troškova u pitanju. Međutim, ponašanje avioprevoznika na tržištu ukazuje na malo drugačije rezultate. Nakon deregulacije vazdušnog saobraćaja avioprevoznici su povećali kako koncentrisanost svojih letova u hubovima, tako i svoje mreže linija, kroz različite saradnje kao što su alijanse i preuzimanja drugih avioprevoznika. U prilog tome da je postojanje ekonomije obima vodeći pokretač proširenja mreže linija govore i radovi u kojima su se autori bavili troškovima avioprevoznika (Jara-Diaz et al., 2013, Creel and Farrell, 2001; Johnston and Ozment, 2013).

Prosečna dužina lega je jedan od osnovnih parametara za određivanje troškova avioprevoznika i može se računati na sledeći način (Holloway, 2003):

$$\text{Prosečna dužina lega} = \frac{\text{ukupan broj pređenih kilometara po vazduhoplovu}}{\text{ukupan broj komercijalnih poletanja po vazduhoplovu}}$$

Pri svim ostalim jednakim uslovima, jedinični troškovi leta na dugolinijskim rutama su obično niži u odnosu na jedinične troškove leta na kratkolinijskim rutama. Prema tome, trošak proizvodnje određenog nivoa ASK-a biće veći ukoliko se prosečna dužina lega smanjuje. Smanjivanje jediničnih troškova kako se dužina lega povećava, predstavlja jednu od veoma značajnih karakteristika poslovanja avioprevoznika i ima veliki uticaj na operativnu marginu, jer troškovi obično brže opadaju u odnosu na cene karata. Postoji više razloga zašto dolazi do opadanja jediničnih operativnih troškova sa povećanjem dužine lega i oni su sledeći:

- Vreme koje avion provodi na zemlji radi prihvata i otpreme ili tranzita relativno se smanjuje u odnosu na vreme koje avion provodi u vazduhu, kako se prosečna dužina lega povećava. To dovodi i do povećanja iskorišćenosti posade i aviona, a samim tim i do povećanja produktivnosti.
- Na sličan način, dolazi do povećanja prosečne brzine (*block-speed*) u odnosu na brzinu na kraćim legovima, što povećava produktivnost aviona po satu rada i

²²Spiller (1989), Bittlingmayer (1990), Brueckner i Flores-Fillol (2007), Zhang i Wei (1993), Hendricks et al. (1995), Oum et al. (1995), Park (1997), Brueckner (1997), Berechman i Shy (1998), Lederer i Nambimadom (1998) i Pels et al. (2000).

tako povećava jedinični kapacitet (ASK) na koje se raspoređuju fiksni operativni troškovi.

- Potrošnja goriva po pređenom kilometru opada što avion duže ostane u optimalnom režimu krstarenja i na optimalnoj visini. Rezultat toga je da troškovi goriva za dati avion rastu sporije od proporcionalnog u odnosu na povećanje dužine lega.
- Troškovi redovnog održavanja veći su kod kratkolinijskih aviona, jer brže akumuliraju sate rada nakon kojih je obavezno redovno održavanje.

Prema svemu gore navedenom, za dati avion pri datom plaćenom teretu jedinični troškovi opadaju kako dužina lega raste, jer su fiksni troškovi raspoređeni na veći obim proizvodnje, a varijabilni troškovi ne rastu proporcionalno sa povećanjem rastojanja. Smanjenje jediničnih troškova je najskokovitije pri prelasku sa kratkolinijskih (do 1500 km) na srednjelinijске letove (od 1500 km do 3000 km). Daljim povećanjem rastojanja jedinični troškovi će se i dalje smanjivati. Iako dugolinijski letovi imaju prednost u značajno nižim troškovima, to avioprevoziocima koji obavljaju prevoz na kraćim linijama ne stavlja u nezavidan položaj. Naime, oni svoje visoke jedinične troškove leta kompenzuju visokim cenama karata i uglavnom imaju veće prihode po pređenom kilometru u odnosu na avioprevoziocima koje obavljaju dugolinijske letove. Takođe, nedostatak viših jediničnih troškova nadoknađuju manjim troškovima ulaganja (kraći letovi zahtevaju i manju uslugu tokom leta).

Projektovanje mreže linija i reda letenja utiče na postojanje ekonomije opsega i gustine, kao i na prosečnu dužinu lega. Zbog toga ova dva procesa imaju direktan uticaj na iskorišćenje resursa avioprevozioca, odnosno iskorišćenje aviona i radne snage.

Kada se govori o početnoj fazi razvoja mreže, svi troškovi avioprevozioca na početku najviše zavise od odluka koje se odnose na sledeće:

- **Da li će avioprevozilac ponuditi non-stop letove ili letove koji se usmeravaju preko haba?** Ova odluka imaće različite posledice kako na troškove, tako i na prihode avioprevozioca.
 - *Troškovi.* Prednosti non-stop leta u odnosu na povezani let ogledaju se u manjoj potrošnji goriva neophodnog za odvijanje dodatnog poletanja i sletanja u hab radi ostvarivanja konekcije, kao i izbegavanje svakog produžavanja rute koje se u najvećem broju slučajeva dogodi zbog preusmeravanja leta preko

haba. Takođe, svako sletanje u hab podrazumeva dodatne troškove za opslugu na zemlji i u vazduhu. U slučaju kada se za povezani let koristi veći avion od onog koji bi se koristio da je u pitanju non-stop let, onda će i ukupni troškovi leta biti veći, dok će jedinični troškovi po sedište-kilometru biti manji.

- *Prihod.* Putnici više vole non-stop let u odnosu na povezani i to se često reflektuje kroz veće prihode koje avioprevoznik ostvaruje, posebno u biznis i prvoj klasi. Takođe, budući da non-stop let stvara uštedu u vremenu, to ostavlja prostora avioprevozniku da taj avion dodatno angažuje i tako ostvari dodatni prihod. Kao argument protiv non-stop leta navodi se da se u slučaju preusmeravanja leta preko haba putnicima daju velike mogućnosti da biraju do koje destinacije žele da lete (u slučaju non-stop leta ta ponuda je znatno manja), sa jedne strane, a avioprevoznikima omogućava ponudu većih frekvencija ka habu i veću mogućnost da putnici te konekcije i ostvare, sa druge strane.
- **Da li ponuditi veći kapacitet po letu ili veću frekvenciju letenja?** Obično je skuplje (troškovi po sedište-kilometru) ponuditi veliku frekvenciju letova na nekoj ruti korišćenjem malih aviona, u odnosu na manju frekvenciju letenja korišćenjem većih aviona. Odgovor na pitanje koju uslugu ponuditi (pod pretpostavkom da postoje raspoloživi avioni, kao i odgovarajući pravni uslovi), treba potražiti u potrebama datog tržišta, koja se opslužuju, za veličinom frekvencije letenja, kao i o postojanju dovoljno velikog segmenta biznis putnika koji su spremni da pokriju visoke troškove koje sa sobom nosi ponuda velike frekvencije letenja. Kao što je već pomenuto, preusmeravanje svih putnika preko haba, omogućava ponudu i održivost visokofrekventnih letova ka sekundarnim aerodromima.

2.5. Strategija mreže linija

Strategija mreže linija odnosi se na razvoj mreže linija u budućnosti koja može biti nekoliko meseci pa do deset godina unapred, u zavisnosti od politike avioprevozioca. Ovde se pre svega misli na donošenje odluka o: broju i vrsti tržišta koja će se opsluživati (primarni, sekundarni i tercijarni aerodromi, popularne destinacije, letnje i zimske turističke destinacije, poslovni centri, itd.), izboru ruta ka izabranim destinacijama, izboru frekvencije letenja i kapaciteta na rutama. Ove odluke bi po pravilu trebalo da budu osnova za sve ostale odluke koje se donose u kompaniji i direktno imaju uticaja na opredeljenje avioprevozioca kojom vrstom poslovanja želi da se bavi: globalni mrežni avioprevozilac, LCC avioprevozilac, regionalni avioprevozilac, itd.

Različitostrategijama razvoja mreža linija avioprevozilaca u svetu nije velika, ako se govori o njihovoj strukturi, jer je većina primenila PP ili HS mrežu. Više se može govoriti o različitim nivoima kompleksnosti razvijenih struktura na različitim tržištima, koja od strategija dominira i u kom pravcu se može očekivati njihov dalji razvoj, imajući u vidu različite regulatorne sisteme, ekonomsku razvijenost, urbanu geografiju, saobraćajnu mrežu itd. U SAD su se nakon deregulacije, paralelno razvijale PP i HS mreže linija, a sama geografija tržišta omogućila je razvoj velikog broja habova sa velikim intezitetom saobraćaja. Njihov značaj u domaćem saobraćaju može se sagledati i kroz činjenicu da se kroz habove opsluži oko 70% domaćeg saobraćaja (Holloway, 2003). Međutim, očekuje se da regionalni avioni novih generacija sa većim doletom omoguće povećanje broja non-stop letova koji bi zamenili pojedine rute preko habova.

Unutar Evrope, dalje razvijanje habova i preusmeravanje unutarevropskog saobraćaja kroz njih nije izvesno, budući da je gustina saobraćaja na rutama između glavnih centara Evrope uglavnom dovoljna da podrži visokofrekventne letove, a sama udaljenost nije dovoljna da bi opravdala dodatna međusletanja. Takođe, kao što je već pomenuto, veliki broj habova u Evropi je suočen sa ograničenjem kapaciteta aerodroma i nemogućnošću daljeg proširivanja, a tu su i ograničenja u vidu visokih troškova po sedištu za male regionalne avione na mnogim aerodromima, proširenje mreže brze železnice, kao i dalje veliki značaj čarter avioprevozilaca ka sezonskim destinacijama. Uz sve veće proširenje mreže linija LCC avioprevozilaca koji nude najmanje dva non-stop leta ka svim destinacijama, izvesno je da će mrežni avioprevozioci zadržati svoje

kratke rute prevashodno za snabdevanje svojih srednjelinjskih i dugolinijskih letova, a najviše će biti fokusirani i dalje na one linije gde je gustina saobraćaja velika, a osetljivost na cene relativno niska, kako bi pokrili visoke operativne troškove.

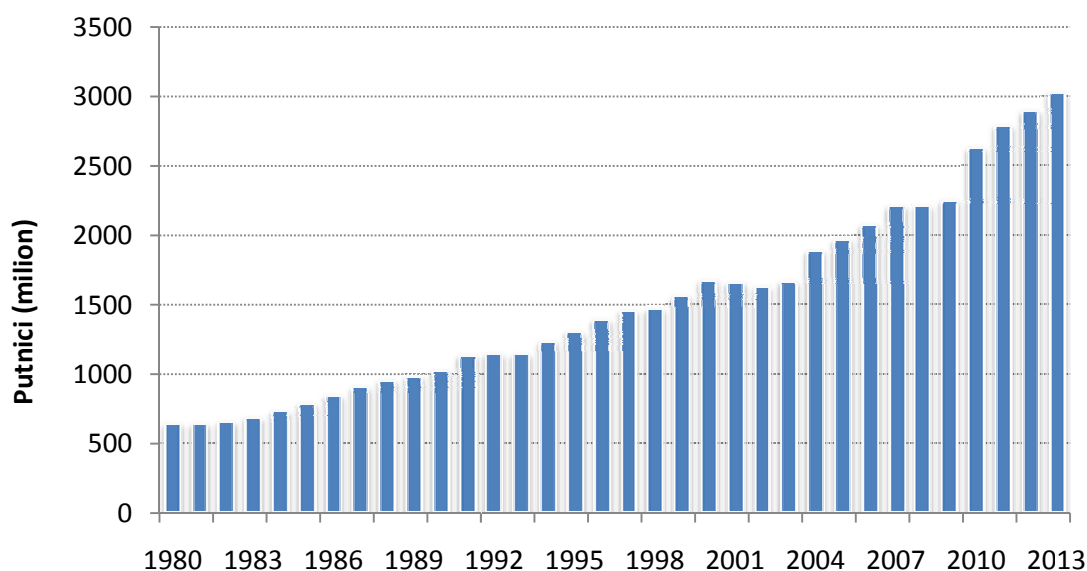
Najveći deo dugolinijske mreže je (još od 1980. godine) pretežno linijski i snažno orijentisan na jedan ili mali broj habova unutar svake zemlje, koji su prevashodno orijentisani na dugolinijski saobraćaj. U najvećem broju slučajeva ti habovi se nalaze u glavnom gradu, predstavljaju velike poslovne centre, a pojedini su vremenom postali i glavni habovi nekih od avioprevoznika. U SAD-u su ti habovi dobili podršku od drugih aerodroma u unutrašnjosti, kao što su Sinsinati i Detroit koji takođe opslužuju i domaći saobraćaj. Inače, paralelno sa razvijanjem habova za dugolinijski saobraćaj, u severnoatlanskom regionu su počeli da se razvijaju i tokovi koji su na jednom kraju imali velike habove, npr. Njujork i Vašington, a na drugom kraju sekundarne aerodrome, npr. Nica i Diseldorf.

2.6. Pregled stanja vazdušnog saobraćaja u Evropi

Kao što je već pomenuto, nakon deregulacije svakih 15 godina broj putnika koji koriste usluge vazdušnog saobraćaja na svetskom nivou se udvostručuje (Slika 23), a isti trend se očekuje i u narednih 15, iako se dešavaju nepredviđene krizne situacije, kao što su svetska ekonomska kriza, ratovi, terorizam i drugi događaji koji u određenim periodima usporavaju ovaj trend (Airbus, 2013). Ove činjenice dodatno pokazuju koliko ljudi vrednuju mogućnost da putuju avionom i obave svoje poslovne obaveze, posete rodbinu i prijatelje ili idu na odmor. U kojoj meri će tražnja za vazdušnim saobraćajem rasti, koliko brzo i gde, zavisi od velikog broja faktora koji se mogu podeliti na demografske, socio-ekonomske i faktore koji se odnose na uslugu (Kalić, 2012).

Prema *Airbus* prognozi u periodu 2013-2032. godine očekuje se porast vazdušnog saobraćaja na svetskom nivou u proseku od 4,7% godišnje. Nešto veći porast vazdušnog saobraćaja u odnosu na svetski prosek očekuje se između razvijenih tržišta (Severna Amerika i Evropska unija) i onih u procesu razvoja (preostali deo Evrope, Daleki Istok, Latinska Amerika itd.), koji iznosi u proseku 4,9% godišnje. Saobraćaj između ovih tržišta obuhvata oko 30% ukupnog svetskog tržišta mereno u RPK jedinicama. Samo između tržišta u razvoju očekuje se porast saobraćaja od 6,8% godišnje. Međutim, iako su tržišta u razvoju ključna za budući razvoj vazdušnog saobraćaja, ne sme se

zanemariti činjenica da se i dalje najveći deo ukupnog saobraćaja odvija između razvijenih tržišta. Najveći porast saobraćaja očekuje se da ostvare aviokompanije iz Azije ili preciznije sa Bliskog istoka i on će iznositi 7,1%. Prognoze drugih relevantnih izvora ne odstupaju značajno od ovih vrednosti. Naime, prema *Boeing* prognozi očekuje se porast vazdušnog saobraćaja u proseku od 5% godišnje u periodu od 2013-2032 (*Boeing*, mart 2014). Prema dugoročnoj prognozi ICAO vrednost očekivanog porasta saobraćaja na svetskom nivou je nešto manja i iznosi u proseku 4,5% godišnje (ICAO, mart 2014).



Slika 23. Broj putnika u vazdušnom saobraćaju na svetskom nivou u periodu 1980-2013. godine

Izvor: *The World Bank*, 2014

Društvene tenzije²³ koje se poslednjih godina šire, kako u Evropi, tako i u drugim delovima sveta, značajno utiču na dalje produbljivanje već postojeće ekonomske krize na globalnom nivou i stvaranje jako nestabilnih tržišnih uslova u kojima posluju avioprevozioci. Uprkos tome, zvanični podaci ukazuju na to da putnički vazdušni saobraćaj konstantno beleži rast još od početka svetske ekonomske krize 2007/08. godine kada je ostvaren manji pad. U periodu 2009-2012 vrednost RPK na globalnom nivou je rastao u proseku 5,9% godišnje, što je premašilo vrednost od 4,1% godišnje zabeleženu u periodu 2000-2008 (*Airbus*, 2013). Glavni nosioci vazdušnog saobraćaja u

²³ Između ostalih, sve veći jaz između bogatih i siromašnih, porast nezaposlenosti, secesionistički pokreti, itd.

ovom periodu bili su svakako avioprevozioci iz vodećih regiona, kao što su Kina, Jugoistočna Azija i Bliski istok. Takođe, prosečni koeficijent popunjenosti od 79% u 2012. godinu ukazuje na to da su i avioprevozioci u ostalim regionima značajno poboljšali svoju produktivnost. Ovako visok koeficijent popunjenosti pokazuje da je više od $\frac{3}{4}$ svih obavljenih letova bilo u potpunosti popunjeno.

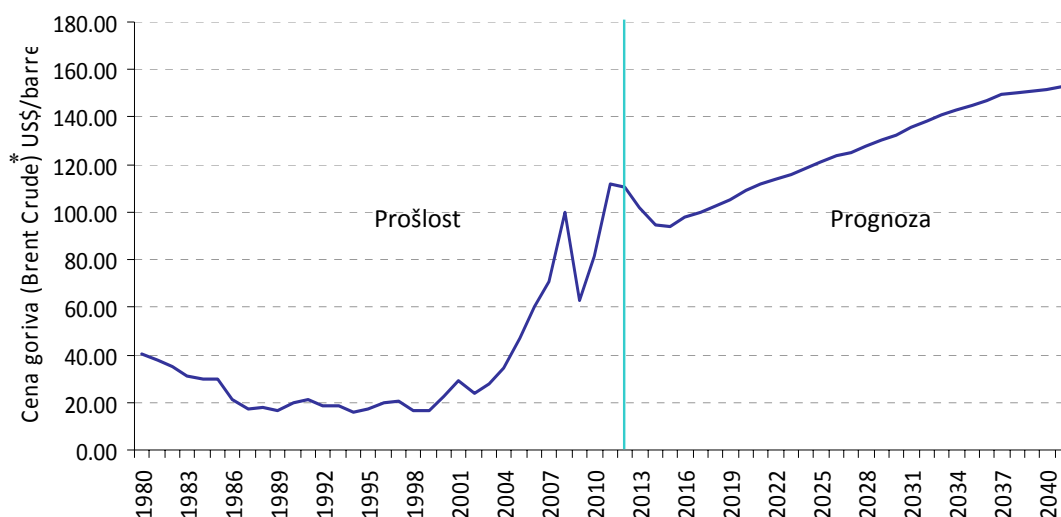
Ako se analizira stanje u Evropskoj uniji poslednjih nekoliko godina, može se uočiti velika raznolikost u uspešnosti avioprevozlaca da se izbore na tržištu. Dok je kod pojedinih avioprevozlaca pitanje daljeg opstanka, drugi ostvaruju veoma uspešne rezultate uprkos važećim okolnostima. Situacija u vazdušnom saobraćaju EU ukazuje na činjenicu da nije presudno to šta se dešava na tržištu, već šta se dešava unutar samog avioprevozioca i njegovih konkurenata.

Dva tradicionalna avioprevozioca u EU, *Alitalia* i *Olympic Air*, ponovo su se našla u situaciji da se bore za svoj opstanak na tržištu. Iako nisu jedini avioprevozioci koji ostvaruju gubitke poslednjih godina, svakako najviše privlače pažnju, jer su, za razliku od ostalih avioprevozlaca, najduže ostali pod subvencijom matičnih država. Mere koje su preduzete kako bi se ovim avioprevoziocima pomoglo da opstanu na tržištu 2008. godine nisu dale zadovoljavajuće rezultate. Naime, *Olympic Air* je osnovan nakon privatizacije *Olympic Airways*, dok je *Alitalia* preuzeta od strane konzorcijuma lokalnih investitora i ujedinjena sa avioprevoziocem *Air One*, pod istim imenom nastavila da obavlja operacije 2009. godine. Iako je ovaj vid restrukturiranja ranije davao pozitivne rezultate (osnivanje *Swiss International Air Lines* koji je preuzeo *Swissair* i *Crossair*), novi vlasnici *Alitalia* i *Olympic Air* nisu uspeali za tri godine da od njih stvore profitabilne avioprevoziocce, a konačan bilans poslovanja je da su za 4 godine ostvarili gubitke od \$1,1 milijardi i \$171 miliona, respektivno (*Airline Business*, oktobar, 2013).

Kao izlaz iz loše situacije za *Olympic Air* predloženo je udruživanje sa drugim grčkim avioprevoziocem, *Aegean*, koje nije naišlo na odobravanje od strane Evropske komisije. Međutim, bez obzira na konačan ishod, jedno je izvesno, *Aegean* će ostati bez konkurencije od strane *Olympic Air* (ili će *Olympic* prestati sa radom ili će nastaviti unutar *Aegean*). Na to ukazuje i činjenica da se za dve godine, koliko je prošlo od njihovog prvog pokušaja spajanja, broj paralelnih ruta koje opslužuju oba avioprevozioca smanjio sa 17 na samo 7. Pomenuta dva avioprevozioca su u oktobru 2013. godine potpisale konačan ugovor o pridruživanju *Olympic Air*, kada je *Aegean*

postao vlasnik 100% njegovih akcija, uz odobrenje Evropske komisije. Kada je *Alitalia* u pitanju, postignut je dogovor sa *Etihad Airways* u avgustu 2014. godine prema kome je *Etihad* stekao pravo na 49% udela u vlasništvu *Alitalia* za iznos od €1,7 milijardi.

Jasno je da ovakve mere negativno utiču na razvoj konkurencije unutar EU i štite avioprevoziocima čiji poslovni model nije u stanju da opstane pod datim uslovima na tržištu. To, takođe, povećava i operativne troškove ostalih avioprevoznika koji ne uživaju zaštitu svojih država, što dodatno otežava ekonomske uslove u kojima posluju. Imajući u vidu da se proces oporavka od efekata ekonomske krize odvija relativno sporo u evrozoni, a da je taj proces dodatno usporen sve većom dužničkom krizom, ohrabruje podatak da su vodeći tradicionalni avioprevoznici²⁴ u EU u 2012. godini prevezli oko 3% više putnika u odnosu na 2011, a da je prosečni koeficijent popunjenosti na letovima dostigao 79%. Međutim, problem je u smanjenim prihodima i značajno uvećanim troškovima goriva²⁵ koji su doveli do ostvarivanja loših finansijskih rezultata od strane članica AEA, tako da se procenjuje da je u 2012. godini ostvaren gubitak od €1.3 milijarde (AEA, 2013). Trend porasta cene goriva očekuje se i u narednom periodu, a kao glavni razlog navodi se veliki jaz između tražnje i ponude za istim (Slika 24).



Slika 24. Cena goriva na svetskom tržištu, dugoročna prognoza

Izvor: *Global Market Forecast*, Airbus (2013)

**Brent Crude* - glavni benčmark indikator cene goriva na svetskom nivou

²⁴ Članice *Association of European Airlines* (AEA)

²⁵ Troškovi goriva su povećani 4 puta u odnosu na 1990. godinu, a njihov udeo u ukupnim operativnim troškovima avioprevoznika povećao se sa 11% na 33% za dvadeset godina (AEA, 2013).

Tradicionalni avioprevozioci i dalje trpe veliki pritisak od strane LCC avioprevozilaca, posebno na kratkim linijama, čiji poslovni model još jednom dokazuje mnogo veću fleksibilnost prilagođavanja trenutnim uslovima. Udeo LCC na rutama unutar Evrope dostigao je 38% u 2010. godini, mereno na osnovu ponuđenog broja sedišta (redovni letovi) (ELFAA, 2011). Osim što su stimulisali novu tražnju, jedan deo tržišta LCC su preuzeli od tradicionalnih i čarter avioprevozilaca. Kada je u pitanju broj prevezenih putnika, LCC²⁶ su zabeležili veći porast u 2012. godini od tradicionalnih avioprevozilaca (7% u odnosu na 2011). Međutim, za razliku od tradicionalnih, LCC su 2012. godinu završili sa ostvarenim profitom, a pojedini su čak taj profit i uvećali u odnosu na 2011. godinu uprkos slaboj ekonomiji i povećanim troškovima goriva u EU (*Ryanair* za 50% (€560,4 miliona), a *Easyjet* za 27,9% (£317 miliona))²⁷.

Već je pomenuto da poslednjih godina tradicionalni avioprevozioci preuzimaju mnoge principe LCC modela poslovanja (povećana iskorišćenost aviona, ukidanje besplatnog posluženja, itd.) i to je posebno primetno na rutama gde su oni direktni konkurenti. Težnja ka što većem smanjenju troškova podstakla je još brojnija udruživanja tradicionalnih avioprevozilaca u Evropi u vidu alijansi, spajanja i preuzimanja avioprevozilaca.

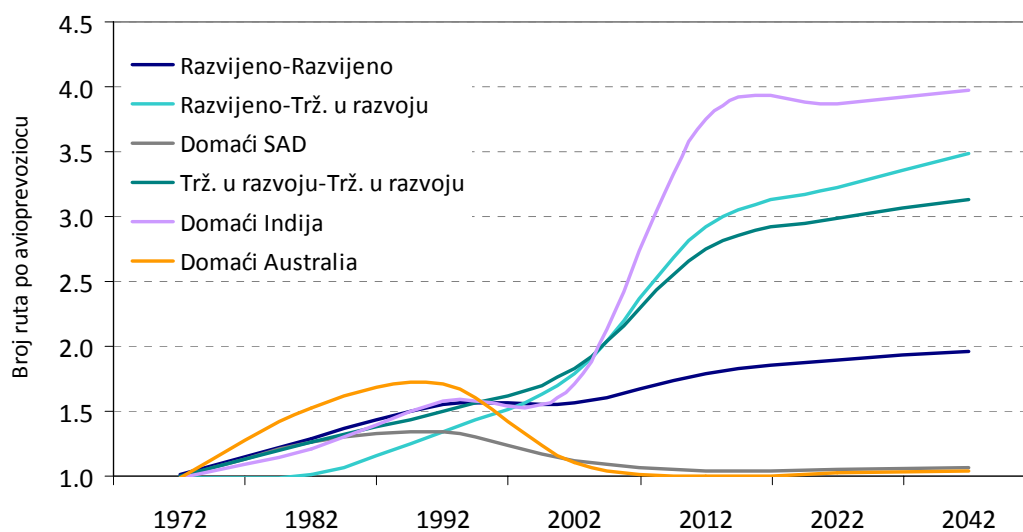
Evropski avioprevozioci još uvek se prilagođavaju uslovima liberalizovanog tržišta. Taj proces otežava postojanje nelojalne konkurencije (zaštita pojedinih avioprevozilaca od strane država), skupa i neefikasna radna snaga (ELFAA), povećane navigacione naknade i direktive koje direktno utiču na povećanje troškova (*Air passenger duty* i *Emissions trading scheme*). Šansu za opstanak imaju samo oni avioprevozioci kojima osnovni cilj poslovanja bude postizanje što veće operativne efikasnosti. Osim toga, dugoročni cilj svakog avioprevozioca bi trebalo da bude postizanje što većeg nivoa povezanosti mreže linija²⁸ kako unutar Evrope, tako i van nje, kako bi postao konkurentan. U prilog ovom cilju ide i činjenica da se u narednom periodu (2013-2032) očekuje porast vazdušnog saobraćaja u Evropi u proseku od 4,1% godišnje. Naravno, najveći deo ovog porasta pripisuje se tržištima kod kojih je liberalizacija u toku ili je skoro završena zbog najvećeg potencijala koji imaju usled uvođenja novih usluga

²⁶ Uzeti su u obzir rezultati članica ELFAA (*European Low Fares Airline Association*) koju čine 80% vodećih LCC u Evropi

²⁷ Podaci su preuzeti iz izveštaja za 2012. godinu *Ryanair* i *Easyjet*.

²⁸ Pod povezanošću mreže linija misli se na broj destinacija koje opslužuje, frekvencije na rutama i kako se te destinacije opslužuju, direktno ili preko haba.

(pretežno LCC), značajno pristupačnijih od dosadašnjih. Na Slici 25 prikazan je razvoj novih ruta između različitih tržišta u periodu 1972-2012, kao i njihov potencijal za naredni period do 2032. godine. Uzet je u obzir ukupan broj ruta i ukupan broj avioprevozioca da bi se uočio trend kako se menja broj ruta po avioprevoziocu na globalnom nivou. Trend je takav da što su tržišta razvijenija i bliža zrelosti to se porast broja novih ruta između njih usporava.



Slika 25. Razvoj novih ruta u periodu 1972-2032, Indeks 1=1972

Izvor: *Global Market Forecast*, Airbus (2013)

2.7. Pregled literature

Razvoj mreže avioprevoznika bio je predmet mnogih istraživanja, posebno u periodu nakon deregulacije vazdušnog saobraćaja, ali se može primetiti da su u fokusu istraživanja u mnogo većoj meri bili avioprevoznici iz SAD nego iz Evrope. Međutim, iako u malom broju, pojedini autori su u svom radu analizirali i dali empirijske dokaze o evolutivnom razvoju mreže linija evropskih avioprevoznika. Caves (1997) je u svom radu dao procenu budućeg izgleda mreže linija avioprevoznika u Evropi, baziranoj na analizi saobraćaja na vodećim evropskim aerodromima. Takođe je razmatrao i moguće reakcije avioprevoznika kao odgovor na liberalizaciju tržišta u Evropskoj uniji, upoređujući ih sa reakcijama avioprevoznika u SAD nakon deregulacije. Zaključio je da će tzv. "hinterland" hubovi ostati i dalje dominantni, posebno za interkontinentalne letove, a da će se mreža linija od-tačke-do-tačke ipak sporije razvijati u odnosu na HS mrežu, bez obzira na očekivano veliki rast saobraćaja LCC avioprevoznika.

Nadležne vlasti za civilno vazduhoplovstvo u Ujedinjenom Kraljevstvu, CAA (*Civil Aviation Authority, 1998*) bavile su se razvojem konkurencije na rutama unutar Evrope, a kao meru konkurentnosti uzimale su u obzir broj avioprevoznika registrovanih u Evropi koji nude redovan saobraćaj na ruti. Studija je pokazala da je konkurencija na rutama unutar Evrope i dalje ograničena i da je u 1997. godini, 77% od svih unutar evropskih ruta opsluživano od strane samo jednog ili najviše dva avioprevoznika.

Bourghouwt i Hakfoort (2001) su se bavili razvojem mreže linija avioprevoznika u Evropi u periodu od 1990-1998. godine uzimajući u obzir unutarevropski i interkontinentalni saobraćaj za analizu porasta nivoa saobraćaja između svih aerodroma u Evropi. Rezultati su analizirani na nivou aerodroma (ispitivanje razvoja HS mreže) i na nivou rute (ispitivanje udela na tržištu dominantnog avioprevoznika u odnosu na LCC). Kriterijumi korišćeni u klaster analizi su: prosečni broj sedišta u avionu u posmatranom periodu, prosečan broj destinacija u posmatranom periodu i prosečan broj interkontinentalnih destinacija u posmatranom periodu. Svi aerodromi su pomoću klaster analize podeljeni u 5 grupa: (1) primarni hubovi, (2) sekundarni hubovi, (3) srednji aerodromi, (4) mali aerodromi i (5) veoma mali aerodromi. Istraživanje je pokazalo da je u posmatranom periodu došlo do porasta nivoa saobraćaja (tj. broja letova), kako unutar Evrope, tako i na interkontinentalnim rutama, za više od 70%.

Primarni i sekundarni hubovi zabeležili su izvesno opadanje udela u saobraćaju na unutar evropskim rutama, dok su manji aerodromi zabeležili značajan porast zahvaljujući LCC avioprevoziocima. Najveći deo interkontinentalnih letova koncentrisan je na četiri glavna haba (*Heathrow, Frankfurt, Charles de Gaulle i Amsterdam*), na račun svih ostalih aerodroma, a glavni razlog je osnivanje alijansi. Na nivou rute primećeno je da dominantni avioprevozioci nakon deregulacije nisu povećali svoj udeo na domaćim rutama, već su se preorijentisali na preusmeravanje putnika sa inostranih sekundarnih aerodroma u svoje hubove. Prosečna frekvencija letenja na rutama u Evropi je porasla 16%, dok se prosečna veličina aviona smanjila na rutama između hubova i na interkontinentalnim rutama (smatra se da je uzrok pojava alijansi), a povećala se na ostalim rutama. U posmatranom periodu nije primećeno da je došlo do značajnog povećanja konkurencije na rutama. LCC avioprevozioci su uspeli da povećaju konkurenciju na samo malom broju ruta, ali su tradicionalni avioprevozioci i dalje dominantni na velikom delu evropske mreže.

Autori koji su svoj doprinos dali istraživanjima mreža linija avioprevozlaca imali su različite pristupe kada je u pitanju razumevanje ove problematike i mogu se podeliti na, ekonomiste, operacione istraživače i saobraćajne inženjere. Iz pregleda literature u ovoj oblasti može se primetiti da su istraživanja kad je u pitanju optimizacije mreže linija i konkurencija avioprevozlaca značajno napredovala. Rešenja koja su predložena, generalno se mogu podeliti u dve grupe:

- I. analitički modeli koji uključuju ekonomski pristup optimizacije mreže linija i
- II. modeli transportnih sistema koji uključuju heuristički pristup projektovanja mreže linija.

U grupu analitičkih modela spada model koji su razvili Morrison i Winston (1985). Pomenuti autori su pomoću svog jednostavnog modela pokušali da objasne pod kojim uslovima avioprevozilac prelazi sa PP na HS mrežu linija. Ukidanjem pojedinih direktnih linija i njihovim preusmeravanjem preko haba avioprevozilac može smanjiti svoje troškove i povećati koeficijente popunjenosti na postojećim letovima. Međutim, uštede u troškovima se moraju uporediti sa mogućim smanjenjem tražnje, budući da jednom delu putnika neće odgovarati povećano vreme leta. Kao osnovni faktor smanjenja troškova ovi autori navode prisustvo ekonomije opsega, zbog promene strukture mreže i povećanog iskorišćenja aviona/povećanog kapaciteta aviona. Koliki će

biti gubitak prihoda zavisiće pre svega od toga koliko se poveća vreme putovanja, kolika je elastičnost tražnje i koliko se promeni frekvencija letova.

Brander i Zhang (1990) su odredili parametre kojima se može opisati ponašanje avioprevoznika na rutama koje opslužuju dva avioprevoznika. Za svakog avioprevoznika na ruti odredili su parametar pretpostavljene varijacije (*conjectural variation*), koji najbolje opisuje ponašanje avioprevoznika na ruti. Pomenuti parametar je određen pod pretpostavkom da svaki avioprevoznik definiše ukupni saobraćaj kao funkciju svog ostvarenog saobraćaja. Takođe su uradili i analizu u kojoj je pokazano koji od izabranih modela (*Bertrand*²⁹, *Cournot*³⁰ ili kartel³¹) najbolje podržava izabrane podatke u zavisnosti od parametra pretpostavljene varijacije (33 rute). Rezultati su pokazali da je za izabrane podatke na rutama najbolje koristiti *Cournot* model konkurencije što je suprotno ranijim rezultatima koji su ukazivali na *Bertrand* model konkurencije kao podobniji. Autori navode da je razlog što *Bertrand* model ne opisuje dobro izabrane rute, jer su prihodi ostvareni na ovim rutama iznad prosečnih troškova. U ovom radu su prosečni troškovi uzeti kao aproksimator marginalnih troškova. Ako bi marginalni troškovi bili manji od prosečnih troškova onda bi ovaj zaključak bio još bolje podržan. Kartel model konkurencije, takođe, ne opisuje dobro ponašanje na izabranim rutama, jer razlika između prosečnih cena karata i prosečnih troškova nije toliko velika da bi ukazivala na ovaj vid konkurencije. Kartel model bi mogao da bude usvojen samo u slučaju da su marginalni troškovi značajno manji od prosečnih.

Lederer (1993) je razvio model kojim opisuje konkurenciju između avioprevoznika kao nekooperativnu igru (Nešova ravnoteža u cenama i strukturi mreže) gde avioprevoznici biraju mrežu linija i cene na rutama uzimajući u obzir izbor putnika u konkurentnom okruženju. Autor je analizirao konkurenciju za dva slučaja: kada putnik može odvojeno da kupi karte za dva leta i kada za povezane letove mora da kupi jedinstvenu kartu. Rezultati istraživanja pokazuju da u slučaju kada putnik za povezane letove mora da kupi jednu kartu ravnotežna cena vodi ka Nešovoj ravnoteži. U slučaju kada putnik može odvojeno da kupi karte za dva leta nema Nešove ravnoteže.

²⁹ *Bertrand* model konkurencije opisuje model ponašanja u kome konkurenti određuju cene prevoza koje su jednake marginalnim troškovima.

³⁰ *Cournot* model konkurencije opisuje model ponašanja u kome konkurenti određuju količinu proizvoda koju će ponuditi na tržištu, a postizanje ravnoteže određuje cene koje će biti iznad marginalnih troškova.

³¹ Kartel model konkurencije opisuje model ponašanja u kome se konkurenti dogovaraju koju će količinu proizvoda i po kojoj ceni ponuditi na tržištu.

Model koji su razvili Berechman i Shy (1993) određuje optimalnu mrežu linija avioprevozioca za n tačaka u mreži. Pokazali su da HS mreža obezbeđuje značajno bolju zaštitu od ulaska novih avioprevozioca na tržište u odnosu na PP mrežu. Takođe su pokazali da nakon deregulacije, kad se stvore uslovi da novi avioprevozilac uđe na neku rutu, postojeći avioprevozilac primenjuje strategiju HS mreže linija.

Kalić (1994) i Teodorović *et al.* (1994) uzeli su u obzir neizvesnost u pogledu vrednosti intenziteta putničkih tokova i vrednosti troškova avioprevozioca, i razvili model projektovanja mreže linija avioprevozioca zasnovan na teoriji *fuzzy* skupova. Model se sastoji iz dva dela: u prvom delu se određuju potencijalne rute, a zatim se u drugom delu na osnovu *fuzzy* linearnog programiranja određuju frekvencije letenja za izabrane rute. Razvijenim modelom tretira se neizvesnost u pogledu putničkih tokova između parova gradova, pri čemu se istovremeno vodi računa i o operativnim troškovima avioprevozioca.

Oum *et al* (1995) istraživali su strategiju upotrebe HS mreže kao mehanizma odbrane od ulaska konkurencije na oligopolsko tržište. Cilj istraživanja je bio bolje razumevanje velikog porasta upotrebe HS mreže linija nakon deregulacije vazdušnog saobraćaja i razvoj metodologije za analizu oligopola koga čine avioprevozioci sa HS mrežom linija. Istraživanje je obuhvatalo analizu efekata konkurencije na izbor strukture mreže linija. Takođe, istraživano je da li avioprevozilac prelaskom na HS mrežu linija može smanjiti svoje troškove i unaprediti kvalitet usluge. Pokazano je sledeće: ako prelaskom sa linearne na HS mrežu linija avioprevozilac smanjuje ukupne troškove (pri čemu se uzimaju u obzir i troškovi avioprevozioca i dodatni troškovi putnika zbog preusmeravanja u hab), onda avioprevozilac mora težiti što većoj koncentraciji letova u habu kako bi postigao stratešku prednost. U slučaju da se prelaskom na HS mrežu linija povećavaju ukupni troškovi, u radu su definisani uslovi pod kojima je avioprevoziocu to i dalje bolja alternativa, jer HS mreža predstavlja dominantnu strategiju za avioprevoziococe u oligopolu, kao i značajnu barijeru za ulazak drugih avioprevozilaca na tržište.

Hendricks *et al.* (1995) istraživali su kako avioprevozilac bira mrežu linija i određuje cene na rutama na deregulisanom tržištu, pod pretpostavkom da su tražnja i troškovi simetrični na ruti. Istraživali su i uticaj ekonomije obima na strukturu mreže linija, kao jednog od uticajnih faktora zbog koga se avioprevozioci u deregulisanom

tržištu opredeljuju za HS mrežu linija. Model koji su razvili rešava problem avioprevozioca monopoliste, u kome se biraju mreža linija, cene na rutama i tokovi na mrežama. Rezultat istraživanja ukazuje na to da, ako je broj putnika koji putuju između dva direktno povezana grada dovoljan da omogućava eksploataciju ekonomije gustine, onda optimalna mreža linija može biti ili HS ili mreža linija kojom su svi parovi gradova direktno povezani. Za avioprevozioca je optimalno da izabere HS mrežu linija ako je tražnja mala i ako su marginalni troškovi visoki. U suprotnom, kada je potražnja velika i kada su marginalni troškovi mali, za avioprevozioca je optimalno da izabere potpuno povezanu mrežu.

Lederer i Nambimadom (1997) su razvili model koji omogućava izbor mreže linija i reda letenja sa aspekta minimiziranja troškova putnika i avioprevozioca, uz istovremeno maksimiziranje profita avioprevozioca. Razvijene su analitičke formule za izračunavanje troškova putnika i avioprevozioca. Modelom se uzima u obzir rastojanje između gradova R , nivo tražnje ρ i broj gradova koji se opslužuju n , kao parametri koji utiču na izbor optimalne mreže linija. Rezultati ukazuju na to da se direktne rute opslužuju sa manjom frekvencijom i većom pouzdanošću obavljanja letova, dok se u HS mreži rute opslužuju sa visokom frekvencijom, ali sa manjom pouzdanošću izvođenja reda letenja. Dalje, direktni letovi su optimalni na manjim rastojanjima, kada se opslužuje manji broj aerodroma i na rutama sa velikom tražnjom, dok je HS mreža optimalna kada je tražnja na rutama srednje veličine, rastojanja između aerodroma veća i kada se opslužuje veći broj aerodroma u mreži. Takođe, istraživanje je pokazalo da zagušenja na habovima imaju relativno mali uticaj na izbor optimalne mreže linija, što dovodi do zaključka da će i pri velikim zagušenjima u habovima HS mreže ostati operativne.

Berechman i Shy (1998), a kasnije na osnovu njihovog modela, Brueckner i Zhang (2001) analizirali su vezu između strukture mreže linija i reda letenja (frekvencije letenja) avioprevozioca u uslovima monopola. Pomenuti autori razvili su model koji omogućava avioprevoziocu da odredi optimalnu cenu prevoza i frekvenciju na ruti uzimajući u obzir funkciju korisnosti putnika. Funkcija korisnosti definisana je u odnosu na koristi (kupovna moć i satisfakcija zbog putovanja) i troškove koje putnik ima koristeći uslugu avioprevozioca (cena karte, vremenski gubitak uzrokovan redom letenja i vreme provedeno u letu). Visoka cena karte ili predugo čekanje na let

rezultiraće gubitkom putnika. U analizi je pokazano da putnici koji lete direktno na rutama u HS mreži plaćaju veću cenu karte u odnosu na putnike koji lete direktno na rutama u PP mreži. U svom radu potvrdili su da je kod HS mreže veća frekvencija letenja u odnosu na PP mrežu linija. Prema tome, uprkos nižim troškovima koje HS mreža linija omogućava avioprevoziocima, oni opravdavaju naplatu većih cena karata na rutama većim frekvencijama, jer povećanje frekvencije letenja generiše dodatne troškove.

Adler i Berechman (2001) razvili su model za izbor HS mreže avioprevozioca na deregulisanom tržištu. Budući da je unapred definisano da mreža može imati samo dva haba, za evaluaciju optimalne kombinacije habova korišćeno je celobrojno linearno programiranje pomoću koga je izabrana najbolja mreža linija sa aspekta minimalnog rastojanja koje prelaze putnici. Dalje je za izabranu kombinaciju maksimiziran profit pomoću programa baziranog na nelinearnom programiranju u kome su izabrane promenljive: frekvencija letenja, internacionalni i regionalni habovi, tražnja i veličina aviona. Adler (2005) je dalje ovaj model unapredila uvođenjem uticaja konkurencije na izbor HS mreže linija, koristeći dvofazni model koji je baziran na Nešovoj igri najboljeg odgovora.

Brueckner (2004) je analizirao na koji način struktura mreže linija utiče na projektovanje reda letenja i izbor veličine aviona od strane avioprevozioca u uslovima monopola. Napravljen je ekonomski model kojim avioprevozilac bira veličinu aviona i ciljani ostvareni saobraćaj kojim će maksimizirati svoj profit. Analiza je pokazala da je HS mreža prihvatljivija kada je tražnja mala, kada su troškovi obavljanja leta visoki i kada putnici više vrednuju visoku frekvenciju letenja bez obzira na produženo vreme trajanja leta. Model je matematički vrlo pogodan za korišćenje i intuitivno je jasan. Međutim njegova primena na kompleksne mreže avioprevozioca je vrlo ograničena. Na sličan način, Brueckner i Flores-Fillol (2007) su razvili model za izbor reda letenja, u slučaju da postoje dva avioprevozioca koji su konkurentni u cenama i frekvenciji letenja. Konkurencija u duopolu je tako definisana da obuhvata najvažnije elemente koji opisuju ponašanje avioprevozilaca nakon deregulacije: avioprevozioci se nadmeću na tržištu kroz ponuđene frekvencije na rutama i cene, uveden je parametar lojalnosti putnika prema određenom avioprevoziocu, a korišćene formule mnogo su bliže realnosti od onih koje su se ranije sretale u literaturi. Flores-Fillol (2009) je kasnije ovaj model

unapredio uvodeći druge vidove prevoza na tržište kao konkurenciju avioprevoziocima, i iz tog ugla dodatno istraživao ponašanje u izboru mreže linija i reda letenja. Pod tako definisanim uslovima, pokazao je da avioprevozioci biraju HS mrežu onda kada su troškovi dovoljno niski i kada je drugi avioprevozilac izabrao PP mrežu linija. Takođe je ukazao na činjenicu da ravnoteža postoji i kada avioprevozioci biraju različite strukture mreža linija. Na sličan način i Pels *et al.* (2000) izvršili su analizu pod kojim uslovima su optimalne HS i PP mreže linija, koristeći linearnu funkciju za marginalne troškove avioprevozioca.

Kasnije je Pels (2009) svoje istraživanje proširio i na analizu mogućih promena strukture mreže linija avioprevozioca, kao rezultat deregulacije tržišta između SAD i Evropske unije. Pels je analizirao tri moguća scenarija: bazni (postojeće stanje, gde svaki avioprevozilac (alijansa) može da opslužuje samo jednu destinaciju u stranoj zemlji i nema saradnje između njih), scenario 2 (avioprevoziocima (alijansama) je dozvoljeno da obavljaju operacije ka više destinacija u stranoj zemlji; međusobno ne saraduju i pojačavaju konkurentnost) i scenario 3 (avioprevozioci (alijanse) odlučuju da saraduju). Analiza ukazuje na to da kada su tražnja i ekonomija gustine relativno visoki, avioprevozioci iz SAD neće postati konkurentniji u odnosu na EU avioprevoziocima. Takođe, pokazalo se da je uvek profitabilnije udruživanje u alijanse sa EU avioprevoziocima, nego boriti se sa njima na tržištu. Kada su u pitanju LCC avioprevozioci, ukazano je na to da je moguć i njihov ulazak na dugolinijsko tržište između pomenuta dva kontinenta, ali će se to desiti samo na onim rutama sa visokom tražnjom. Ako LCC odluče da uđu na prekontinentalne rute, oni će biti i jedina konkurencija tradicionalnim avioprevoziocima, budući da je izvesnije da će tradicionalni avioprevozioci ući u neku vrstu saradnje. Međutim, imajući u vidu da je prihvat i otprema aviona na dugolinijskim letovima znatno duža, smanjena usluga kateringa na dugolinijskim letovima neodrživa, kao i mogućnost dobijanja slotova na aerodromima za najtraženije letove mala, Pels je zaključio da je malo izvesno da će LCC avioprevozioci ući na ova tržišta.

Koristeći model Bruckner (2004) kao polaznu osnovu, Pai (2010) je u svom radu proširio istraživanje na analizu mreže linija uzimajući u obzir demografiju tržišta, karakteristike aerodroma, karakteristike avioprevozilaca i karakteristike rute. U regresionoj analizi kao zavisna promenljiva pojavljuju se veličina aviona ili frekvencija

na ruti određenog avioprevozioca u određenom mesecu. Tražnja, kao nezavisna promenljiva, definisana je asimetrično na određenoj ruti, u zavisnosti od veličine populacije na određenom kraju rute i karakteristika aerodroma. Istraživanjem je pokazano da frekvencija letova i veličina aviona rastu sa porastom veličine populacije, porastom prosečne kupovne moći, povećanjem broja menadžera u ukupnom broju zaposlenih, kao i sa povećanjem udela mlađih od 25 godina u ukupnoj populaciji. Negativan uticaj na povećanje veličine aviona i frekvencije letenja ima ograničenje kapaciteta na aerodromima, dok povećanje rastojanja smanjuje frekvenciju letenja, a povećava veličinu aviona. Takođe, pokazano je da povećanje kašnjenja na nekom od aerodroma smanjuje frekvenciju letenja i veličinu aviona, dok povećanje otkazanih letova povećava frekvenciju letenja i veličinu aviona.

Cento (2009) je analizirao ekonomsku isplativost različitih struktura mreže linija (PP, HS i multihab mreže (MH)). Analiza je izvedena na jednostavnoj i simetričnoj mreži od 4 čvora na kojoj lete dva avioprevozioca. Tražnja je linearna i zavisi od veličine i udaljenosti gradova, kao i od cene prevoza. Putnici biraju da li će leteti samo na osnovu ponuđene cene karte. Cena se određuje na sledeći način: ako putnik želi da leti od jednog do drugog grada bira najjeftiniju kombinaciju ponuđenih cena. Za određivanje minimalne cene na letu, za koju se maksimizira profit avioprevozioca korišćeno je linearno programiranje. Primenom teorije igara (Nešova ravnoteža) napravljen je skup strategija i tablica ishoda za svaku od njih, i dobijena su dva rešenja kojima se postiže ravnoteža (P1-H2 i H1-P2). Drugim rečima, ako oba avioprevozioca izaberu iste mreže linija (P1-P2 ili H1-H2) profit koji će ostvariti biće manji u odnosu na profite koje mogu ostvariti kada biraju različite mreže linija. Ovo važi samo u slučaju da je tržište veliko. Ako je tržišta malo, ravnoteža se postiže kada oba avioprevozioca izaberu direktne mreže linija, (P1-P2).

Model koji je razvio Takebayashi (2013) pokazuje kako avioprevozioci menjaju strukturu mreže linija, kontrolišući cene na rutama i frekvenciju letenja, i uzimajući u obzir ponašanje putnika, pod pretpostavkom da konkurentni avioprevozioci imaju različite operativne troškove. Na tržištu, avioprevozioci prvo biraju mrežu linija i red letenja (kao lideri), a zatim putnici biraju letove koje će koristiti (kao sledbenici). Ovako definisana struktura, lider-sledbenici, dovodi do postizanja ravnoteže na tri nivoa, između avioprevozioca (duopolističko tržište), između avioprevozioca i putnika i

između samih putnika (korišćena je teorija igara – *Stochastic User Equilibrium*). U radu je pokazano da ulazak LCC avioprevoznika na neko tržište svakako vodi ka poboljšanju socijalne dobrobiti.

Silva *et al.* (2014) su poredili optimalni izbor strukture mreže linija konkurentnih avioprevoznika na deregulisanom tržištu gde postoji zagušenje saobraćaja, sa optimalnim izborom strukture mreže linija koji obezbeđuje maksimiziranje društvenog blagostanja. Model izbora strukture mreže linija je baziran na *Cournot* modelu gde avioprevoznici biraju željeni broj putnika i frekvenciju letenja koju će ponuditi, uzimajući u obzir zagušenja na aerodromima, koristi putnika usled veće frekvencije letenja, troškove konekcije i izbor lokacije hava. U analizi je pokazano da se izbor strukture mreže linija u slučaju deregulisanog tržišta razlikuje od strukture mreže linija koja obezbeđuje maksimiziranje društvenog blagostanja. Takođe je pokazano i da regulatorno telo nije uvek u mogućnosti da decentralizuje naplatu korišćenja raspoloživih kapaciteta po prevezenom putniku i po obavljenom letu kako bi se postiglo efikasnije korišćenje kapaciteta aerodroma. Autori u ovom radu sugerišu da bi regulatorno telo trebalo da koristi i neki drugi mehanizam kako bi se smanjila zagušenja i tržišna moć pojedinih avioprevoznika, a koji nije naplata korišćenja kapaciteta. Takav mehanizam bi trebalo da približi izbor strukture mreže linija od strane avioprevoznika, onom izboru strukture mreže linija kojom se postiže maksimiziranje društvenog blagostanja, a da se pri tome ne utiče na željeni broj prevezenih putnika.

U modele transportnih sistema sa heurističkim pristupom projektovanja mreže linija spada model Dobson i Lederer (1993) kojim se maksimizira profit avioprevoznika izborom reda letenja i cena na rutama u HS mreži linija u konkurentnom okruženju. Tražnja na rutama je definisana pomoću logit modela uzimajući u obzir pruženi kvalitet usluge i cene usluga. Razvijen je heuristički algoritam za izbor reda letenja i cena na rutama kojim se maksimizira profit avioprevoznika, kao i heuristički pristup kako bi se istraživala konkurencija među avioprevoznicima, gde svaki avioprevoznik bira red letenja i cene na rutama u odnosu na izbor konkurentnog avioprevoznika kako bi se postigla ravnoteža.

Barechman i de Wit (1996) napravili su model kojim su simulirali ponašanje avioprevoznika u konkurentnom okruženju u odnosu na strukturu mreže linija, nedeljnu frekvenciju letenja, veličinu operativnih prihoda/troškova i izbor hava. Simulaciji je

predhodila teorijska analiza kojom je pokazano da HS mreža linija avioprevoziocu može koristiti kao mehanizam odbrane od novih ulaska na tržište. Kako će izgledati ta HS mreža, odnosno, koji će hab avioprevozilac izabrati, kao i frekvencije letenja i tarife na rutama, zavisice od tražnje na tržištu, operativnih troškova, produktivnosti avioprevozioca i karakteristika haba. Kao ulazni podaci za simulacioni model uzeti su izvorno-ciljna matrica tražnje, parametri elastičnosti tražnje, parametri elastičnosti troškova, aerodromske naknade, tipovi aviona, kapacitet aerodroma i dr. Na osnovu izlaznih podaka simulacije (frekvencije letenja, koeficijenti popunjenosti na rutama, operativni troškovi i ukupni prihod) ispitano je za svaki od izabranih aerodroma (potencijalni habovi) koliki je potencijalni profit avioprevozioca od kojih se bira maksimalan. Može se primetiti da je nedostatak u modelu to što je pretpostavljeno da avioprevozilac može imati samo jedan hab, dok je u realnosti situacija drugačija. Zbog nedostatka kapaciteta na jednom aerodromu veliki broj avioprevozilaca obavlja saobraćaj na mreži linija sa dva ili više habova.

Jaillet et al. (1996) predstavili su model zasnovan na teoriji tokova na mreži kojim se projektuje mreža avioprevozioca koja će da zadovolji tražnju i minimizira troškove. U modelu je pretpostavljeno da avioprevozilac ima fiksni udeo na tržištu, unapred određenu izvorno-ciljnu matricu, operativne troškove i troškove kapaciteta. Modelom nije *a priori* definisano da je u pitanju HS mreža. Modelom je predviđeno da se uzima u obzir broj putnika na ruti kako bi se dodelio avion odgovarajućeg kapaciteta, kao i da bi se odredio broj aviona u floti. Između istih parova gradova moguće je da putnici koriste različite rute. Za rešavanje problema korišćen je heuristički algoritam koji se sprovodi kroz tri koraka: inicijalno rešenje, poboljšavanje rešenja (smanjivanje broja aviona i preusmeravanje aviona sa dužih na kraće grane primenom linearnog programiranja) i usvajanje konačnog rešenja.

Model za maksimiziranje profita avioprevozioca pri izboru mreže linija i frekvencije na rutama, a koji je testiran u praksi, razvili su Yan i Wang (2001). Model je baziran na tehnikama za određivanje tokova na mreži kojima se putnička tražnja raspoređuje između svih parova aerodroma u mreži, direktno, sa jednim ili više međusletanja, koristeći različite tipove aviona, minimizirajući troškove sistema. Problem je definisan kao problem tokova na mreži sa različitim proizvodima. Za rešavanje problema korišćen je algoritam zasnovan na Lagranžovoj relaksaciji, simpleks metodi, algoritmu za

pronalaženje najkraćeg puta u mreži, algoritmu za povećanje protoka uz minimalne troškove (*the least cost flow augmentation algorithm*) i podgradijentnoj metodi (*the subgradient method*). Model je testiran na realnim podacima avioprevoznika sa Tajvana.

Uticao stohastičke tražnje na projektovanje mreže linija avioprevoznika istraživao je Yang (2010). Pomoću dvofaznog stohastičkog modela rešavao je problem lokacije hava, mreže linija i raspodele tokova na mreži. Prva faza rešava problem izbora hava, budući da je to dugoročna investicija i ne zavisi od promene tražnje. U drugoj fazi rešava se problem strukture mreže i raspodele tokova koji direktno zavise od tražnje, pri čemu se rezultat optimalne lokacije hava ne menja. Kako bi se modelirala stohastička tražnja pretpostavljeno je da je tražnja varijabla koja ima diskretnu raspodelu sa konačnim brojem mogućih scenarija. U svakom scenariju definisan je nivo tražnje sa određenom verovatnoćom realizacije, što direktno utiče na ponuđeno rešenje mreže linija na kojoj će se ta tražnja opsluživati.

Li *et al.* (2010) razvili su model za optimizaciju mreže linija, kojim se vrši raspodela novih ruta unutar mreže, na liberalizovanom tržištu, pri čemu se uzima u obzir ograničenje kapaciteta na aerodromima. Modelom su obuhvaćeni interesi tri strane: nadležnih vlasti (maksimiziranje socijalne dobrobiti), avioprevoznika (konkurentnost) i putnika (maksimiziranje korisnosti). Model za raspodelu novih ruta je formulisan celobrojnim programiranjem 0-1 koji se rešava pomoću algoritma implicitne enumeracije, kojim se vrši dekompozicija celokupne mreže linija na manje mreže linija (podgraf) na kojoj leti samo jedan avioprevoznik. Unutar svakog podgrafa traži se dopustivo rešenje, pri čemu ostali podgrafovi ostaju fiksni. Optimalno rešenje podgrafa (lokalno rešenje) ne mora istovremeno da bude i optimalno rešenje na celokupnoj mreži što zahteva da se razmotri više dopustivih rešenja.

U daljem tekstu je dato obrazloženje istraživanja u ovoj doktorskoj disertaciji. Imajući u vidu da se istraživanje oslanja na rezultate istraživanja Brueckner and Flores-Fillol (2007) i Flores-Fillol (2009), ova dva rada će biti pre toga detaljnije prikazana.

2.8. Prikaz radova korišćenih u istraživanju

Brueckner i *Flores Fillol* (2007) su razvili model projektovanja reda letenja u uslovima konkurencije na jednoj ruti. U modelu je pretpostavka da je funkcija korisnosti putnika definisana u odnosu na kupovnu moć putnika Y , cenu karte na letu p_i , korist ostvarenu putovanjem b , lojalnost³² putnika a i troškove uzrokovane redom letenja $\frac{\gamma}{f}$, gde je γ parameter koji meri trošak uzrokovan zbog odstupanja željenog od stvarnog momenta poletanja. Funkcija korisnosti je data sledećim izrazom:

$$U_i = Y - p_i + b + a - \frac{\gamma}{f_1} \quad \text{za } i=1,2$$

Pored mogućnosti da koristi uslugu jednog ili drugog avioprevozioca, putnik ima još dve mogućnosti: da ne putuje ili da putuje nekim drugim vidom transporta. Putnik će koristiti usluge avioprevozioca sve dok je korist ostvarena putovanjem avionom dovoljno visoka i u tom slučaju bira samo avioprevozioca čiju će uslugu koristiti. U modelu je ta korist označena sa b^H . Grupa putnika koja ima dovoljno visoku korist ostvarenu putovanjem avionom b^H je deo ukupne tražnje na posmatranoj ruti i označena je sa μ . Ostali deo tražnje je označen sa $1-\mu$, i smatra se da ima nisku korist kada je putovanje avionom u pitanju i to je obeleženo sa b^L . Detaljno objašnjenje i izvođenja funkcije tražnje pogledati u *Brueckner* i *Flores Fillol* (2007).

Izraz za funkciju tražnje³³ na ruti q_1 je :

$$q_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - \mu \cdot p_2 + \frac{\gamma}{f_1} - \mu \cdot \frac{\gamma}{f_2} - (1 - \mu) \cdot b^L \right]$$

Funkcija troškova avioprevozioca 1 je definisana izrazom $\theta + \tau \cdot s$, gde je θ fiksni trošak nezavisan od veličine aviona, τ je marginalni trošak po sedištu i s je broj sedišta u avionu. Veza između tražnje, frekvencije letenja i broja sedišta na određenoj ruti data je jednačinom $q_1 = f_1 \cdot s_1$.

Koristeći gore navedene jednačine izvedena je sledeća jednačina profita avioprevozioca 1:

$$\pi_1 = q_1 \cdot p_1 - f_1 \cdot (\theta + \tau \cdot s_1) = q_1 \cdot p_1 - f_1 \cdot \theta - \tau \cdot q_1$$

³² Promenljiva a je detaljno objašnjena u **Poglavlju 3.1**.

³³ Detaljan postupak razvijanja funkcije tražnje je dat u **Poglavlju 3.1**.

$$\pi_1 = (p_1 - \tau) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - \mu \cdot p_2 + \frac{\gamma}{f_1} - \mu \cdot \frac{\gamma}{f_2} - (1 - \mu) \cdot b^L \right] \right) - f_1 \cdot \theta$$

Profit avioprevozioca 1 je maksimalan ako su ispunjeni sledeće uslovi prvog reda:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - \mu \cdot p_2 + \frac{\gamma}{f_1} - \mu \cdot \frac{\gamma}{f_2} - (1 - \mu) \cdot b^L \right] - \frac{(p_1 - \tau)}{\alpha} = 0$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial f_1} = (p_1 - \tau) \cdot \frac{\gamma}{\alpha \cdot f_1^2} - \theta = 0$$

Profit je maksimalan za slučaj postojanja ravnoteže između avioprevozilaca, odnosno kada su $p_1 = p_2$ i $f_1 = f_2$, rešavanjem sistema jednačina dobijaju se sledeći uslovi:

$$\left[\frac{\alpha \cdot \gamma}{2} + (1 - \mu) \cdot \gamma \cdot (b^L - \tau) \right] \cdot f - (1 - \mu) \cdot \gamma^2 = (2 - \mu) \cdot \alpha \cdot \theta \cdot f^3$$

$$p = \tau + \frac{\alpha \cdot f_1^2 \cdot \theta}{\gamma}$$

Prvi uslov može biti napisan i u sledećem obliku:

$$q = \frac{p - \tau}{\alpha}$$

Tako je dobijena veza između cene i tražnje na ruti. Dalje je u radu pretpostavljeno da je $\mu = 1$, odnosno da nema putnika koji odustaju od putovanja avionom već se svi putnici opredeljuju za jednog ili drugog avioprevozioca. Ova pretpostavka je uvedena kako bi se jednostavnije uočili uslovi kada dolazi do ravnoteže i primenom ove vrednosti gore navedeni uslovi prvog reda postaju:

$$f = \sqrt{\frac{\gamma}{2 \cdot \theta}}$$

$$p = \tau + \frac{\alpha}{2}$$

Nakon analize dobijenih rezultata i osetljivosti modela na promenu ključnih parametara, pod pretpostavkom da na tržištu ima i putnika čija je korist niska ($\mu < 1$) zaključeno je sledeće:

- i. Frekvencija letenja na ruti opada sa porastom fiksnih troškova leta i marginalnih troškova leta. Frekvencija letenja raste sa porastom troška uzrokovanog redom letenja (kada je μ , dovoljno veliko), lojalnosti putnika (kada je $\tau > b^L$), koristi b^L i vrednosti parametra μ (kada je $\tau > b^L$);
- ii. Cena na ruti opada sa porastom fiksnih troškova leta. Cena na ruti raste sa porastom lojalnosti putnika (kada je $\tau > b^L$), koristi b^L i vrednosti parametra μ (kada je $\tau > b^L$);
- iii. Tražnja na ruti opada sa porastom fiksnih troškova leta. Tražnja na ruti raste sa porastom koristi b^L i vrednosti parametra μ (kada je $\tau > b^L$).

Flores-Fillol (2009) je razvio model izbora mreže linija avioprevozioca na deregulisanom tržištu i analizirao uticaj izbora mreže linija na društveno blagostanje. Model je razvijen na jednostavnoj mreži sa tri aerodroma (A, B i H), gde je pretpostavljeno da su dužine ruta i tražnja jednake između svih parova aerodroma. Pretpostavka je da se rute AH i BH uvek opslužuju direktno, dok se ruta AB opslužuje direktno u PP mreži linija, a indirektno preko haba H u HS mreži linija, u zavisnosti od izbora avioprevozioca. Putnici na ruti AB mogu da koriste i neki drug vid transporta. U ovoj disertaciji drugi vidovi transporta nisu uzimani u obzir, tako da će se taj deo rada *Flores-Fillol* (2009) izostaviti. Funkcija korisnosti putnika koji koristi uslugu avioprevozioca i , za $i=1,2$, uzima u obzir sledeće promenljive: kupovnu moć putnika Y , cenu karte na letu p_i , frekvenciju na ruti f_i , korist ostvarenu putovanjem b i lojalnost³⁴ putnika a . Funkcija korisnosti je data sledećim izrazom:

$$U_i = Y - p_i + b + f_i + a \quad \text{za } i=1,2$$

Izraz za funkciju tražnje³⁵ na direktnim rutama q_i je:

$$q_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} (p_1 - p_2 - f_1 + f_2)$$

Na ruti AB funkcija tražnje Q_1 ima oblik:

$$Q_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} (P_1 - P_2 - F_1 + F_2)$$

³⁴ Promenljiva a je detaljno objašnjena u **Poglavljju 3.1**.

³⁵ Detaljan postupak razvijanja funkcije tražnje je dat u **Poglavljju 3.1**.

Funkcija troškova avioprevozioca 1 ima sledeći oblik:

$$C_1^{xy}(q_1^{xy}, f_1^{xy}) = \theta \cdot (f_1^{xy})^2 + \tau \cdot q_1^{xy}$$

Gde je q_1^{xy} deo tražnje na ruti $xy=AB, AH, BH$ koju prevozi avioprevozilac 1, θ je marginalni trošak po poletanju, τ je marginalni trošak po sedištu i f_1^{xy} .

Scenario (PP,PP). U slučaju kada oba avioprevozioca opslužuju sve aerodrome direktno koristeći PP mrežu linija, profit avioprevozioca 1 se računa prema sledećem izrazu:

$$\pi_1 = 3 \cdot q_1 \cdot p_1 - 3 \cdot (\theta \cdot (f_1)^2 + \tau \cdot q_1) = 3 \cdot \left[(p_1 - \tau) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} (p_1 - p_2 - f_1 + f_2) \right) - \theta \cdot (f_1)^2 \right]$$

Avioprevozilac 1 bira simultano p_{PP} i f_{PP} kako bi maksimizirao svoj profit i uslovi prvog reda u tom slučaju su sledeći:

$$f_{PP}^* = \frac{1}{4 \cdot \theta} \qquad p_{PP}^* = \tau + \frac{\alpha}{2}$$

Scenario (HS,HS). Kada avioprevozioci izaberu HS mrežu linija, ruta AB se opslužuje indirektno preko aerodroma H uključujući u tom slučaju 2 leta. Profit avioprevozioca je dat izrazom:

$$\pi_1 = 2 \cdot q_1 \cdot p_1 + P_1 \cdot Q_1 - 2 \cdot (\theta \cdot (f_1)^2 + \tau \cdot (q_1 + Q_1))$$

Profit avioprevozioca 1 je maksimalan ako su ispunjeni sledeći uslovi prvog reda:

$$f_{HS}^* = \frac{3}{8 \cdot \theta} \qquad p_{HS}^* = \tau + \frac{\alpha}{2} \qquad P_{PP}^* = 2 \cdot \tau + \frac{\alpha}{2}$$

Scenario (PP,HS). Kada opslužuju različite mreže linija, avioprevozioci imaju različite profite i pretpostavka je da avioprevozilac 1 bira PP mrežu linija, a avioprevozilac 2 HS mrežu linija. Njihovi odgovarajući profiti su:

$$\pi_1 = 2 \cdot q_1 \cdot p_1 + P_1 \cdot Q_1 - 2 \cdot (\theta \cdot (f_1)^2 + \tau \cdot q_1) - (\theta \cdot (F_1)^2 + \tau \cdot Q_1)$$

$$\pi_2 = 2 \cdot q_2 \cdot p_2 + P_2 \cdot Q_2 - 2 \cdot (\theta \cdot (f_2)^2 + \tau \cdot (q_2 + Q_2))$$

Profit avioprevozioca 1 je maksimalan ako su ispunjeni sledeće uslovi prvog reda:

$$f_1^* = \frac{3+2\cdot\theta\cdot\tau+12\alpha\cdot\theta(3\cdot\alpha\cdot\theta-2)}{2\cdot\theta\cdot A} \quad F_1^* = f_1^* + \frac{\tau}{(6\cdot\alpha\cdot\theta-1)} \quad p_1^* = \tau + 2\cdot\alpha\cdot\theta\cdot f_1^*$$

$$P_1^* = \tau + 2\cdot\alpha\cdot\theta\cdot F_1^*$$

Profit avioprevozioca 2 je maksimalan ako važe sledeći uslovi prvog reda:

$$f_2^* = \frac{3\cdot(3\cdot\alpha\cdot\theta-1)-2\cdot\theta\cdot\tau}{2\cdot\theta\cdot(12\cdot\alpha\cdot\theta-5)} \quad p_2^* = 2\cdot\frac{9\cdot\alpha^2\cdot\theta\cdot(2\cdot\alpha\cdot\theta+4\cdot\theta\cdot\tau-1)-22\cdot\alpha\cdot\theta\cdot\tau+\alpha+\frac{5\cdot\tau}{2}}{A}$$

$$P_2^* = 2\cdot\frac{3\cdot\alpha^2\cdot\theta\cdot(6\cdot\alpha\cdot\theta+20\cdot\theta\cdot\tau-3)-38\cdot\alpha\cdot\theta\cdot\tau+\alpha+5\cdot\tau}{A}$$

gde je $A = (6\cdot\alpha\cdot\theta-1)\cdot(12\cdot\alpha\cdot\theta-5)$

Uzimajući u obzir izraze za optimalne frekvencije letenja i cene u svakom od definisanih scenarija, analizirana je ravnoteža u izboru strukture mreže linija avioprevozioca. Analizom svih mogućih scenarija i profita avioprevozioca pokazano je da u zavisnosti od vrednosti marginalnih troškova po sedištu τ ravnoteža je ispunjena u sledećim slučajevima:

- i. Kada su marginalni troškovi po sedištu τ niski ravnoteža je ako oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija;
- ii. Kada su marginalni troškovi po sedištu τ visoki ravnoteža je ako oba avioprevozioca izaberu PP mrežu linija;
- iii. Za srednje i visoke vrednosti marginalnih troškova po sedištu τ ravnoteža je ako oba avioprevozioca izaberu istu mrežu linija, odnosno (PP,PP) ili (HS,HS);
- iv. Za određene srednje vrednosti marginalnih troškova po sedištu τ ravnoteža je ako avioprevozioci izaberu različite strukture mreža linija.

2.9. Motivacija i obrazloženje istraživanja u disertaciji

Optimizacija mreže linija u liberalizovanim uslovima zahteva usklađivanje ponude avioprevozioca sa tražnjom na tržištu. To uključuje definisanje frekvencije letenja, cene, veličine aviona i koeficijenta popunjenosti u zavisnosti od strukture mreže linija, tražnje, dužine ruta i operativnih troškova.

U ovoj doktorskoj disertaciji predložen je analitički model izbora mreže linija avioprevozioca u uslovima liberalizovanog tržišta koji predstavlja nastavak istraživanja Brueckner and Flores-Fillol (2007) i Flores-Fillol (2009). Brueckner and Flores-Fillol (2007) su problem rešili u slučaju PP mreže linija, na duopolskom tržištu, gde avioprevozioci konkurišu jedan drugom u ceni i redu letenja. Model uzima u obzir samo jedno tržište (jednu liniju), a funkcija korisnosti putnika uzima u obzir: lojalnost putnika, cenu prevoza i troškove uzrokovane redom letenja. Predloženi model u ovoj doktorskoj disertaciji razlikuje se u odnosu na model pomenutih autora u sledećem:

1. model obuhvata više tržišta (više linija),
2. razmatra se slučaj različitih struktura mreža linija (PP i HS),
3. izvedena funkcija tražnje uzima u obzir i stohastički vremenski gubitak putnika,
4. funkcija profita uzima u obzir i dužinu linije i koeficijent popunjenosti.

Flores-Fillol (2009) je istraživanje proširio i na HS mrežu linija, rešavajući problem kada postoji simetrična ravnoteža ((PP,PP), (HS,HS)) i asimetrična ravnoteža ((PP,HS), (HS,PP)). Problem je, takođe, proširio na više tržišta, dok je funkcija korisnosti putnika pojednostavljena i uzima u obzir lojalnost putnika, cenu prevoza i frekvenciju na ruti. Tako definisana funkcija tražnje ne obuhvata najvažnije aspekte koji utiču na putnikov izbor avioprevozioca, a to je kvalitet pružene usluge. Zato je u ovoj doktorskoj disertaciji predložen model koji će upravo u tom pravcu unaprediti model pomenutog autora. Razlike se ogledaju u sledećem:

1. izvedena funkcija tražnje uzima u obzir vremenski gubitak uzrokovan redom letenja i stohastički vremenski gubitak putnika,
2. funkcija profita uzima u obzir i dužinu linije i koeficijent popunjenosti aviona.

Ideja u ovoj doktorskoj disertaciji je da se gore pomenuti modeli prošire (kad je u pitanju Brueckner and Flores-Fillol (2007)) i unaprede (kad je u pitanju Flores-Fillol (2009)) u tom smislu što će se razviti model izbora mreže linija avioprevozioca koji

obavlja operacije na više duopolskih tržišta. Problem je rešavan u slučaju postojanja simetrične ravnoteže, ((PP,PP) i (HS,HS)) i asimetrične ravnoteže ((PP,HS), (HS,PP)).

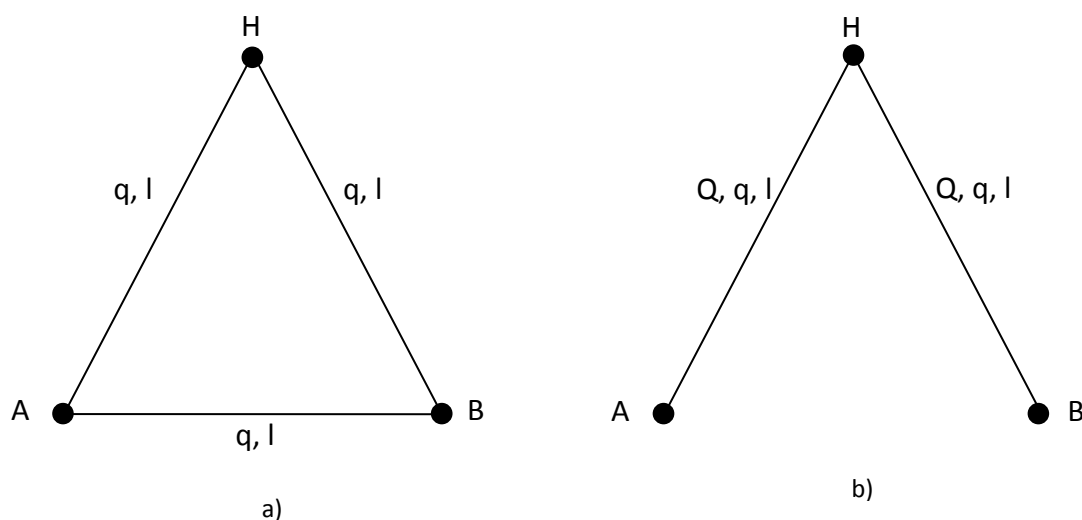
Kriterijum izbora određene strukture mreže linija je maksimalan profit avioprevozioca za zadatu strukturu troškova. Funkcija tražnje uzima u obzir sledeće parametre koji opredeljuju konkretnog putnika za jednog ili drugog avioprevozioca: cenu prevoza, lojalnost putnika, vremenski gubitak uzrokovan redom letenja i stohastički vremenski gubitak putnika čime je obezbeđeno da se prilikom izbora strukture mreže linija mora voditi računa i o kvalitetu usluge koja se nudi putnicima. Dodatni parametar koji doprinosi unapređenju kvaliteta usluge je i koeficijent popunjenosti, čijom promenom avioprevozioc direktno može uticati na definisanje željenog kvaliteta usluge, kad je u pitanju pronalaženje slobodnog mesta na letu od strane putnika. Na taj način je razvijen optimizacioni model izbora mreže linija avioprevozioca koji će pomoći avioprevoziocu da izabere onu strukturu mreže linija koja omogućava postizanje maksimalnog profita i željenog kvaliteta ponude, obuhvatajući sve aspekte slobode koju donosi liberalizovano tržište.

3. Model izbora mreže linija avioprevozioca na liberalizovanom tržištu

U ovoj doktorskoj disertaciji razvijen je model izbora mreže linija avioprevozioca u slučaju postojanja duopola na tržištu. Predloženi model sadrži tri podmodela³⁶ u kojima su date matematičke formulacije profita avioprevozioca u slučaju izbora jedne od ponuđenih struktura mreže linija (PP ili HS), uzimajući u obzir ponuđenu uslugu konkurenta. U svakom od podmodela određuju se optimalna cena usluge i frekvencija letenja koje omogućavaju maksimiziranje profita oba avioprevozioca. U nastavku je dat detaljan opis modela i konfiguracija mreže linija za koju je model razvijen. Zatim je urađena analiza ravnoteže na mreži i data su zaključna razmatranja.

3.1. Opis modela

Model je razvijen na jednostavnoj mreži od tri čvora, A, B i H, kojima su predstavljeni aerodromi (Slika 26). Između parova aerodroma (AB, AH i BH) postoji putnička tražnja, označena sa q i jednaka je za svaki par aerodroma. Takođe, dužine grana l u mreži su jednake.



Slika 26. Struktura mreže: a) Od-tačke-do-tačke (PP); b) Hub-and-spoke (HS)

Kada je u pitanju mreža linija PP, avioprevozilac obavlja direktne letove između svih parova aerodroma (Slika 26a) dok kod HS mreže linija avioprevozilac obavlja sve

³⁶ Podmodel 1 – oba avioprevozioca biraju PP mrežu linija; Podmodel 2 – oba avioprevozioca biraju HS mrežu linija; Podmodel 3 – jedan avioprevozilac bira PP mrežu linija, a drugi HS mrežu linija.

letove preko haba H (Slika 26b). Prema tome, rute AH i BH se uvek opslužuju direktno, dok se ruta AB može opsluživati direktno ili indirektno preko H, u zavisnosti od tipa mreže. Takođe, kod HS mreže u avionu se na svim letovima nalaze zajedno transferni putnici (AB) i putnici koji lete direktno (AH i BH). Transferni putnici koji lete na ruti AB preko H označeni su sa Q . Takođe se pretpostavlja da datu mrežu opslužuju dva avioprevozioca koji konkurišu jedan drugom i oni će u daljem tekstu biti obeleženi sa 1 i 2.

Ponašanje avioprevozilaca u modelu može se opisati kroz dve faze. U prvoj fazi avioprevozioci simultano biraju mreže linija na kojima će leteti, PP ili HS. Ako avioprevozilac izabere HS mrežu linija, pretpostavka je da će hab biti u aerodromu H. Ova pretpostavka pojednostavljuje sam proces razvoja HS mreže linija, ali omogućava da se efekti izbora mreže linija bolje sagledaju. Takođe, ova pretpostavka je i u skladu sa ponašanjem avioprevozilaca u Evropi koji su nakon liberalizacije tržišta usvojili HS mrežu linija ili unapredili postojeću, ali je svaki od njih svoj hab razvijao u zemlji u kojoj je i avioprevozilac osnovan (Berechman i Wit, 1996). Proširivanje modela u tom pravcu, da se nakon izbora mreže linija, ako avioprevozilac izabere HS mrežu, vrši izbor aerodroma koji će se razvijati u hab, približice sam model realnosti, ali ne bi trebalo da značajno promeni krajnji rezultat³⁷.

U drugoj fazi, prema izabranoj mreži linija, avioprevozioci 1 i 2 simultano određuju cene prevoza p_1 i p_2 i frekvencije letenja f_1 i f_2 tako da maksimiziraju svoj profit (Bertrand model konkurencije).

Pretpostavlja se, takođe, da putnici sami donose odluku o tome kojim će avioprevoziocem leteti na osnovu svoje percepcije kvaliteta usluge koja im je ponuđena na alternativnim rutama. U ovom modelu pretpostavka je da putnici biraju avioprevozioca prema visini troška koji će imati izborom ponuđene alternative. Kvalitet usluge na ponuđenoj ruti, odnosno trošak koji će putnik imati izborom usluge jednog ili drugog avioprevozioca, meri se zbirom: a) cene karte na izabranoj ruti, b) vremenskim gubitkom uzrokovanim redom letenja izraženog kao trošak u novčanim jedinicama i c) stohastičkim vremenskim gubitkom, takođe, izraženog kao trošak u novčanim jedinicama. Što je vrednost ovog zbira manja to je kvaliteta usluge veći. Predložena funkcija troškova putnika se razlikuje u odnosu na funkcije troškova putnika koje su

³⁷ Najveća promena može se očekivati u povećanju troškova HS mreže, zbog investicionih troškova razvoja aerodroma u hab, koji su u ovom modelu izostavljeni.

korišćene u radovima koji se bave sličnom problematikom u tome što uzima u obzir i stohastički vremenski gubitak putnika, o kome će biti više reči u daljem tekstu.

Cena prevoza p koju nudi avioprevoznik zavisi od tražnje i troškova realizacije leta, kao i činjenice da avioprevoznik nema monopol na ruti. U realnosti način određivanja cene prevoza je znatno kompleksniji i avioprevoznik ima mogućnosti da povećava cene prevoza kako bi uvećao svoj profit, ali u ovoj disertaciji predmet istraživanja nije cenovna strategija avioprevoznika, već samo strategija u kreiranju mreže linija. Dobijene rezultate treba više posmatrati kao pokazatelje pod kojim uslovima je jedna od razmatranih struktura mreže bolja za avioprevoznika, a pod kojim druga.

Prosečni vremenski gubitak uzrokovan redom letenja predstavljaju razliku između željenog vremena poletanja i vremena najbližeg leta koji je avioprevoznik ponudio. U ovoj disertaciji korišćena je formula za izračunavanje prosečnog vremenskog gubitka uzrokovanog redom letenja koju je razvio Swan (1979). Prema ovom autoru osnovna pretpostavka je da su vremena poletanja ravnomerno raspoređena u toku dana, a dužina trajanja dana je označena sa T . Ako je sa f označena dnevna frekvencija na nekoj ruti, onda je vremenski interval između dva leta označen sa $\frac{T}{f}$, a prosečno vreme do najbližeg leta je jednako četvrtini ove vrednosti, odnosno $\frac{T}{4f}$. Prema tome, prosečni vremenski gubitak uzrokovan redom letenja je $\frac{T}{4f}$.

Stohastički vremenski gubitak (SK) predstavlja vremenski gubitak putnika nastao usled nemogućnosti da se ukrca na najbliži željeni let koji je avioprevoznik ponudio, jer su sva sedišta popunjena. Formulu za izračunavanje ovog vremenskog gubitka, takođe, je razvio Swan, i ona ima oblik (Swan, 1979):

$$SK = \frac{57 \cdot \eta^9}{f}. \quad (1)$$

Sa η je označen prosečni koeficijent popunjenosti aviona. Može se primetiti da oba vremenska gubitka zavise od ponuđene frekvencije letenja avioprevoznika na ruti koja dalje zavisi od tražnje na ruti. Na ovaj način uspostavljena je veza između vremenskih gubitaka putnika i tražnje za prevozom. Prema tome, vremenski gubitak će se, *ceteris*

paribus, smanjivati sa povećanjem tražnje na ruti, jer će veća tražnja inicirati i veću frekvenciju letenja, što je i očekivano.

Takođe, ako se pretpostavi da je raspodela željenog vremena poletanja putnika u toku dana ravnomerna, da svaki sat odstupanja stvarnog vremena poletanja od željenog indukuje određeni trošak za putnika izražen u novčanim jedinicama označen sa δ , a ako nije našao slobodno mesto na željenom letu indukuje trošak za putnika, takođe, izražen u novčanim jedinicama i označen sa μ , onda je prosečni trošak uzrokovan svim vremenskim gubicima putnika dat izrazom (Swan, 1979):

$$\frac{\delta \cdot T}{4 \cdot f} + \frac{\mu \cdot 57 \cdot \eta^9}{f} . \quad (2)$$

Prosečni trošak uzrokovan vremenskim gubicima putnika može se napisati i kao

$$\frac{\gamma}{f} ,$$

gde je konstanta γ data izrazom:

$$\gamma = \frac{\delta \cdot T}{4} .$$

Prosečni stohastički vremenski gubitak putnika radi jednostavnosti zapisujemo u sledećem obliku:

$$\frac{k \cdot \eta^9}{f} .$$

gde je $k = 57 \cdot \mu$. Parametri δ i μ se mogu posmatrati i kao putnikovo vrednovanje ponuđene frekvencije na ruti. Što su vrednosti ovih parametara veće, to je njegovo nezadovoljstvo ponuđenom frekvencijom letenja veće.

Funkcija troškova putnika je, prema tome, data izrazom:

$$C = p + \frac{\gamma}{f} + \frac{k \cdot \eta^9}{f} . \quad (3)$$

Izraz (3) predstavlja trošak putnika ako izabere datog avioprevozioca izražen u novčanim jedinicama. Kako bi se izbegle dodatne komplikacije, pretpostavlja se da su

putnici homogeni i da za sve važi ista funkcija troškova (3). Na osnovu ovako definisane funkcije troška putnika, može se zaključiti da avioprevozioc koji ima najatraktivniju ponudu sa aspekta cene karte i frekvencije na ruti privućiće najveći broj putnika. Međutim, u realnosti jedan deo putnika ostaje lojalan određenom avioprevoziocu, čak i kada konkurentni avioprevozioc ima sličnu ponudu, tj. sličnu cenu i frekvenciju letenja (članstvo u programu lojalnosti, nacionalna pripadnost, itd.). Kako bi se uzelo u obzir pomenuto ponašanje putnika u mnogim radovima (Brueckner (2004), Brueckner and Flores-Fillol (2007) i Flores-Fillol (2009)) uvedena je u razmatranje posebna promenljiva a koja izražava nivo lojalnosti putnika prema određenom avioprevoziocu. Pomenuti autori su pretpostavili da je ova promenljiva kontinualna i da ima ravnomernu raspodelu u domenu $[-\alpha/2, \alpha/2]$, gde je parametar α izražen u novčanim jedinicama. Ovo je opravdano ako se pomenuta promenljiva posmatra kao trošak nastao prelaskom putnika kod konkurentnog avioprevozioca, odnosno koliko bi koštalo da putnik koji je lojalan prvom prevoziocu koristi usluge drugog prevozioca. Ista pretpostavka je usvojena i u ovoj disertaciji. Prema tome, lojalnost varira među putnicima i u slučaju da oba avioprevozioca nude istu cenu prevoza i frekvenciju na ruti, pretpostavljeno je da je polovina putnika lojalna jednom, a polovina drugom avioprevoziocu.

Konačan izgled funkcije troškova putnika, označene sa C , dat je izrazom:

$$C = p + \frac{\gamma}{f} + \frac{k \cdot \eta^9}{f} - A. \quad (4)$$

Budući da se ova promenljiva dodaje u funkciju troškova putnika samo jednog avioprevozioca, znak "–" u domenu vrednosti za promenljivu A označava da putnik nije lojalan posmatranom avioprevoziocu, već konkurentskom. Što je vrednost ove promenljive veća, to označava veću lojalnost avioprevoziocu (za vrednosti promenljive A u intervalu $(0, \alpha/2]$, putnik je lojalan posmatranom avioprevoziocu i trošak C će se smanjiti, dok za vrednosti A u intervalu $[-\alpha/2, 0)$ ovaj isti putnik je lojalan konkurentskom avioprevoziocu i trošak C će se povećati). Za $A=0$ putnik je indiferentan prema avioprevoziocima. Vrednost α predstavlja meru diferencijacije proizvoda. Što je ova apsolutna vrednost veća to ukazuje na veću različitost proizvoda i putnik će imati veću korist koristeći uslugu onog avioprevozioca kome je naklonjen, a što je ova

vrednost manja to ukazuje na sličnost proizvoda i prema tome malu korist za putnika ako koristi uslugu jednog ili drugog avioprevozioca (Flores-Fillol, 2009). Da bi putnik odabrao avioprevozioca 1 ($A > 0$) umesto avioprevozioca 2 neophodno je da cena troška ako koristi avioprevozioca 1 bude manja od cene troška ako koristi avioprevozioca 2, tj. da bude ispunjen sledeći uslov:

$$p_1 + \frac{\gamma}{f_1} + \frac{k \cdot \eta^9}{f_1} - A < p_2 + \frac{\gamma}{f_2} + \frac{k \cdot \eta^9}{f_2}, \quad (5)$$

odnosno

$$A > A^*,$$

gde je

$$A^* = p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right). \quad (6)$$

Izrazom (6) je data donja granica nivoa lojalnosti putnika prema avioprevoziocu 1. Jasno je, da $A^* = f(p_1, f_1, p_2, f_2)$, odnosno da bi putnik izabrao avioprevozioca 1, njegov minimalan nivo lojalnosti će rasti sa porastom cene karte p_1 avioprevozioca 1, i doći će do opadanja sa porastom njegove frekvencije letenja f_1 , uz uslov da su vrednosti p_2 i f_2 konstantne. Za vrednosti A manje od minimalnog nivoa lojalnosti, putnik će izabrati avioprevozioca 2.

Imajući u vidu da lojalnost A predstavlja slučajnu promenljivu koja ima ravnomernu raspodelu u domenu $[-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}]$ njena gustina raspodele verovatnoća je $f(x) = \frac{1}{\alpha}$, za $x \in [-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}]$ i $f(x) = 0$ za $x \notin [-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}]$. Na osnovu izraza (6) za minimalni nivo lojalnosti, funkcija tražnje q_1 za avioprevozioca 1 predstavlja verovatnoću da slučajna promenljiva A zadovoljava (6) i jednaka je:

$$q_1 = \int_{p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right)}^{\frac{\alpha}{2}} f(x) dx = \int_{p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right)}^{\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\alpha} dx. \quad (7)$$

Reševanjem određenog integrala dobija se sledeći izraz za funkciju tražnje:

$$q_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right]. \quad (8)$$

Gde je α , širina intervala promenljive A . Odgovarajući izraz za funkciju tražnje avioprevozioca 2 može se izvesti jednostavnom zamenom indeksa 1 u 2 i 2 u 1. Zbir tražnje q_1 i q_2 jednak je ukupnoj tražnji na ruti q , budući da je pretpostavka da putnici biraju jednog ili drugog avioprevozioca (niko ne odustaje od putovanja niti bira neki drugi vid prevoza). U modelu je ukupna tražnja normalizovana na vrednost 1 tako da zbir q_1 i q_2 mora biti jednak 1.

Kad je u pitanju tražnja na ruti AB u HS mreži ona se računa prema istom izrazu samo su korišćena velika slova u oznakama za cenu karte i frekvenciju letenja kako bi se napravila razlika u odnosu na direktne rute i ona glasi:

$$Q_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \cdot \left[P_1 - P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right]. \quad (9)$$

Na osnovu dobijene funkcije tražnje na rutu AB, može se primetiti da vreme trajanja leta, kao i troškovi vezani za vreme provedeno u avionu nisu uzeti u obzir. Ovaj parametar može imati uticaja na izbor između PP i HS mrežu linija, imajući u vidu produžavanje ukupnog vremena leta kod HS mreže zbog usmeravanja letova u hab. Međutim, uvođenje ovog parametra značajno komplikuje razmatrani problem, pa je zbog potrebe da se razvije analitički model jednostavan za praćenje strateških interakcija između avioprevozlaca, u ovom trenutku pomenuti parametar izostavljen.

Troškovi leta avioprevozioca zavise od veličine aviona, odnosno broja sedišta (s) i dužine linije (l). Pretpostavlja se da ne zavise od koeficijenta popunjenosti aviona. U ovoj disertaciji troškovi leta će biti svedeni na jedinične troškove po ASM što je opisano u tekstu koji sledi.

Jedan od ciljeva ove disertacije je da se razvije specifična funkcija jediničnih troškova leta (c/ASM ³⁸) za različite tipove aviona. U tu svrhu korišćeni su realni podaci o ukupnim troškovima leta iz perioda od tri godine, odnosno 2007, 2008. i 2009.

³⁸ Realni podaci o troškovima leta, korišćeni za razvijanje pomenute funkcije, odnose se na *Available seat mile* (ASM) tako da će se u nastavku rada koristiti ova jedinica.

godina, a preuzeti su iz časopisa *Aircraft Commerce*³⁹. Ukupan broj različitih aviona čiji su jedinični troškovi leta korišćeni za dobijanje krive jediničnih troškova, iznosi 27. Ovim skupom obuhvaćeni su različiti tipovi aviona, kako po broju sedišta (od 50 do 520 sedišta), tako i po doletu (kratkolinijski, srednjelinijski i dugolinijski).

Ukupni troškovi leta uključuju troškove: goriva, održavanja, rada letačkog i kabinskog osoblja, kupovine/iznajmljivanja aviona i ostale troškove. Ukupni troškovi leta procenjeni su za svaki tip aviona na onim rutama koje se smatraju tipičnim za taj avion. Cene pri kupovini su određene prema važećem cenovniku u godini za koju je proračun rađen, na koji je primenjen popust od 30%. Mesečna stopa zakupa je zasnovana na *lease rate factor* od 0,9% cene. Prosečna cena goriva korišćena u proračunu za sve tri godine iznosi \$3,5 po USG.

Troškovi turboprop i regionalnih mlaznih aviona odnose se na 2009. Godinu. Za turboprop avione (ATR72-500 i Q400) usvojene su sledeće pretpostavke: prosečna dužinu rute je 500 NM, prosečna dužina leta je 106 minuta, vreme prihvata i otpreme na aerodromu je 30 minuta i prosečan godišnji broj sati leta po avionu iznosi 2200h. Za regionalne mlazne avione (CRJ-900, CRJ-1000, E-170, E-175, E-190 i E-195) pretpostavke su sledeće: prosečna dužinu rute je 500 NM, prosečna dužina leta je 78 minuta, vreme prihvata i otpreme na aerodromu je 45 minuta i prosečan godišnji broj sati leta po avionu je 2800h. Za oba tipa aviona pretpostavljeno je da imaju jednu klasu u putničkoj kabini. Pretpostavke o platama su sledeće: a) godišnja plata pilota turboprop aviona je \$105 000, dok je pilota regionalnih mlaznih \$145 000, b) godišnja plata kabinskog osoblja je \$28 500 i za turboprop i za regionalne mlazne avione. Standardnu letačku posadu čine dva pilota za oba tipa aviona, a kabinsko osoblje čine dva člana kod turboprop i 3 člana kod regionalnih mlaznih aviona. Godišnji nalet za pilote iznosi 650 blok sati, dok je za kabinsko osoblje 750 blok sati.

Troškovi mlaznih aviona (A319, A320, B737-600 i B737-700) odnose se na 2008. godinu i procenjeni su uz sledeće pretpostavke: korišćen je broj sedišta odgovara konfiguraciji sa dve klase u putničkoj kabini, prosečna dužinu rute je 500 NM, vreme trajanja leta 113 minuta, vreme prihvata i otpreme na aerodromu je 50 minuta, prosečan

³⁹ Aircraft Commerce, Issue No. 51, str. 34,
Aircraft Commerce, Issue No. 57, str. 40-45,
Aircraft Commerce, Issue No. 60, str. 38,
Aircraft Commerce, Issue No. 64, str. 30-37.

godišnji broj sati leta po avionu iznosi 2800h. Godišnja plata pilota mlaznih aviona je \$174 000, a godišnja plata kabinskog osoblja je \$28 500. Standardnu letačku posadu čine dva pilota, a kabinsko osoblje čine 4 člana. Godišnji nalet za pilote iznosi 650 blok sati, dok je za kabinsko osoblje 750 blok sati.

Troškovi mlaznih aviona sa brojem sedišta od 185 do 225 (A310 i A300) procenjeni su za 2008. godinu uz sledeće pretpostavke: broj sedišta je određen za tipičnu konfiguraciju koja podrazumeva dve klase u putničkoj kabini, prosečna dužina rute je 1500 NM, godišnji broj sati leta po avionu je 3000h, godišnja plata pilota je između \$120 000 i \$170 000, godišnji nalet za pilote iznosi 700h i standardnu letačku posadu čine dva pilota.

Troškovi mlaznih aviona sa brojem sedišta od 236 do 300 (A330, A350, B767 i MD11) procenjeni su za 2008. godinu uz sledeće pretpostavke: broj sedišta je određen za tipičnu konfiguraciju koja podrazumeva dve klase u putničkoj kabini, prosečna dužina rute je 3000 NM, godišnji broj sati leta po avionu je 4500h, godišnja plata pilota je između \$120 000 i \$170 000, godišnji nalet za pilote iznosi 700h i standardnu letačku posadu čine dva pilota.

Troškovi mlaznih aviona sa brojem sedišta od 320 do 520 (B747, B777 i A380-800) procenjeni su za 2008. godinu uz sledeće pretpostavke: broj sedišta je određen za tipičnu konfiguraciju koja podrazumeva tri klase u putničkoj kabini, prosečna dužina rute je 5500 NM, godišnji broj sati leta po avionu je 4500h, godišnja plata pilota je između \$120 000 i \$170 000, godišnji nalet za pilote iznosi 700h i standardnu letačku posadu čine tri pilota.

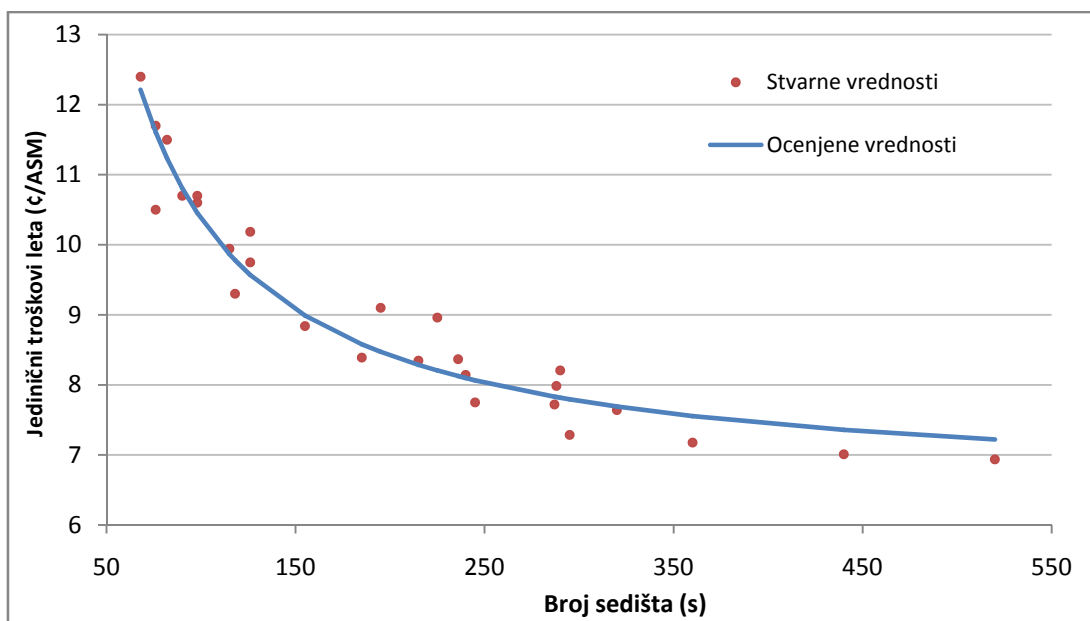
Prilikom procene troškova leta nije uzeto u obzir koliki je koeficijent popunjenosti aviona, već je pretpostavka da su sva sedišta popunjena. Može se primetiti da gore navedene pretpostavke nisu jedinstvene za sve avione, već su primenjene na grupe aviona. Grupe su formirane prema tome koliko su im karakteristike slične da mogu čine homogenu grupu, a pretpostavke su prilagođene tipičnim uslovima za te avione kako bi procenjeni troškovi bili reprezentativni.

Jedinični troškovi leta za svaki avion dobijeni su deljenjem ukupnih troškova leta sa brojem sedišta u avionu i sa brojem pređenih nautičkih milja na ruti. Dobijeni jedinični trošak naziva se trošak po raspoloživoj sedište-milji, odnosno *CASM (cost per*

available seat mile). CASM je definisan kao trošak avioprevozioca za svaku ponuđenu sedišta-milju. Tabela sa korišćenim podacima data je u **Prilogu 1**.

Kriva troškova izvedena iz ovih podataka nije reprezentativna ni za jednog avioprevozioca niti za određeni region, već se može reći da je dobijena na osnovu kompilacije podataka avioprevozioca koji obavljaju saobraćaj pretežno u Evropi i SAD. Varijacije u troškovima između avioprevozioca različitih regiona (SAD, Evropa, Azija itd.) postoje, posebno kada se uzmu u obzir troškovi radne snage, troškovi goriva i način naplaćivanja naknada kontrole letenja. Takođe, varijacije u troškovima postoje i zbog poslovnog modela koji avioprevozioci primenjuju (tradicionalni ili LCC). Međutim, pretpostavke koje su usvojene prilikom procene ovih troškova više odgovaraju tradicionalnom modelu poslovanja avioprevozioca. Takođe, analize troškova avioprevozioca poslednjih godina ukazuju na to da su razlike u jediničnim troškovima između tradicionalnih i LCC avioprevozioca sve manje, zbog značajnog smanjenja troškova tradicionalnih avioprevozioca, kao i povećanja produktivnosti njihove radne snage i aviona (Tsoukalas, 2008).

Kriva jediničnih troškova leta po ASM (JTL) opada sa porastom broja sedišta u avionu, što je i očekivano, i ukazuje na postojanje ekonomije obima ako avioprevozilac koristi veći avion (Slika 27).



Slika 27. Jedinični troškovi leta: stvarne i procenjene vrednosti

Troškovi leta po pređenoj sedište-milji procenjeni su sledećom funkcijom:

$$JTL = b + c \cdot \frac{1}{BrojSedista}, \quad (10)$$

gde je $b=6,47$ i $c=390,5$.

Dobijena kriva jediničnih troškova leta (JTL) je dobijena regresionom analizom i dobro opisuje stvarne jedinične troškove leta izabranih aviona, na šta ukazuju koeficijenti korelacije $R=0,96$ i determinacije $R^2=0,93$ (ostali parametri ocenjeni statističkim putem dati su u Tabeli 3). Slobodan parametar $b=6,47$ predstavlja varijabilni deo jediničnih troškova (asimptota funkcije JTL i dobija se za maksimalni broj sedišta u avionu), dok parametar $c=390,5$ predstavlja fiksni deo jediničnih troškova (konstanta).

Tabela 3. Parametri ocenjeni statističkim putem

Naziv parametra	Vrednost
<i>Broj promenljivih</i>	2
<i>Broj opservacija</i>	27
<i>Koeficijent b</i>	6,47
<i>95%-ni interval poverenja koeficijenta b</i>	6,14-6,80
<i>Koeficijent c</i>	390,50
<i>95%-ni interval poverenja koeficijenta c</i>	347,50-433,60
<i>Koeficijent korelacije R</i>	0,96
<i>Koeficijent determinacije R²</i>	0,93
<i>Korigovani koeficijent determinacije</i>	0,93
<i>SSE</i>	4,12
<i>F statistika</i>	349,18

Izvedena funkcija jediničnih troškova leta (JTL) može se napisati i u sledećem obliku zbog jednostavnijeg korišćenja $JTL = b + \frac{c}{s}$, gde su konstante $b, c > 0$, a s je broj sedišta u avionu. Trošak jednog leta jednak je $(b + \frac{c}{s}) \cdot l \cdot s$. Ukupni troškovi avioprevozioca na ruti TC (za dato s) će prema tome zavisiti od veličine frekvencije letenja f na toj ruti i dužine linije:

$$TC_i = (b + \frac{c}{s}) \cdot l_i \cdot s \cdot f \quad \text{za } i=1,2\dots n. \quad (11)$$

Potreban broj sedišta u avionu s u odnosu na tražnju na ruti različito se računa za direktne i indirektne rute. Na indirektnoj ruti u HS mreži potreban broj sedišta u avionu jednak je količniku ukupne tražnje na ruti (zbir putnika koji lete na direktnom letu q i transfernih putnika Q koji lete na ruti AB, preko haba H) i proizvoda koeficijenta popunjenosti i frekvencije letenja, i računa se prema sledećoj formuli:

$$s_{HS} = \frac{q + Q}{\eta \cdot f} \quad (12)$$

Na ruti u PP mreži na veličinu aviona utiče samo tražnja putnika koji lete direktno na datoj ruti:

$$s_{PP} = \frac{q}{\eta \cdot f} \quad (13)$$

Prema svemu gore nevedenom, može se primetiti da predloženi model uzima u obzir i ponudu i tražnju, budući da izbor strukture mreže linija avioprevozioca direktno utiče i na troškove avioprevozioca i na troškove putnika.

3.2. Profit

Definisanjem izraza za izračunavanje putničke tražnje i ukupnih troškova moguće je izračunati profit avioprevozioca, u oznaci P , kao razliku ukupnih prihoda R na mreži i ukupnih troškova (TC):

$$P = R - TC \quad (14)$$

Ako avioprevozilac izabere strukturu mreže PP, sve tri linije se opslužuju direktnim letovima, a profit avioprevozioca se računa kad se od prihoda na sve tri linije oduzmu ukupni troškovi:

$$P_{PP} = 3 \cdot (q \cdot p - TC) = 3 \cdot \left[q \cdot p - \left(b + \frac{c}{s} \right) \cdot l \cdot s \cdot f \right] \quad (15)$$

Kada je u pitanju HS mreža, letovi se obavljaju samo na linijama AH i BH, a putnici na letovima se mogu podeliti u 2 grupe, putnici koji lete na jednom od direktnih letova AH, BH q i transferni putnici koji lete na ruti AB, preko haba, Q . Takođe razlikuju se i cena koju plaćaju putnici koji lete direktno, p , i cena koju plaćaju putnici koji lete indirektno, P . Profit u slučaju HS mreže dat je sledećim izrazom:

$$P_{HS} = 2q \cdot p + Q \cdot P - 2\left(b + \frac{c}{s}\right) \cdot l \cdot s \cdot f \quad (16)$$

Na osnovu datih jednačina profita (15) i (16) može se zaključiti da će vrednosti cene karata i frekvencije letenja koje avioprevoziocu 1 omogućavaju maksimiziranje profita pre svega zavisiti od toga koju mrežu linija taj avioprevozilac izabere, HS ili PP, ali zavisice i od mreže linija koju izabere konkurent, odnosno avioprevozilac 2. Prema tome, koristeći gore navedene jednačine, važno je odrediti vrednosti cene karte i frekvencije letenja za sve moguće scenarije, odnosno za sledeće kombinacije mreže linija avioprevozilaca: (PP, PP), (HS, HS) i (PP, HS).

3.3. Scenario (PP, PP)

Osnovna pretpostavka u scenariju (PP, PP) jeste da oba avioprevozioca imaju potpuno povezanu mrežu linija, odnosno da se svi gradovi u mreži opslužuju direktnim letovima. Profit avioprevozioca 1 (P_{1PP}) izračunava se kada se od prihoda oduzmu troškovi leta na sve tri linije i prema jednačini (15) glasi:

$$P_{1PP} = 3 \left[q_1 \cdot p_1 - \left(b + \frac{c}{s_1}\right) \cdot l \cdot s_1 \cdot f_1 \right] \quad (17)$$

Zamenom izraza za izračunavanje potrebnog broja sedišta na ruti, s_{pp} (13) u (17) i njegovim sređivanjem dobija se profit avioprevozioca 1 u sledećem obliku:

$$P_{1PP} = 3 \left[q_1 \cdot p_1 - c \cdot l \cdot f_1 - b \cdot l \cdot \frac{q_1}{\eta} \right] \quad (18)$$

Da bi se odredile vrednosti cene karte, p_l , i frekvencije letenja, f_l , za koje se maksimizira profit avioprevozioca 1 pretpostavljeno je da je frekvencija letenja neprekidna promenljiva. Nakon zamene jednačine za funkciju tražnje q_l , (8) u jednačini

profita, (18) i njenim diferenciranjem po promenljivama p_1 i f_1 dobijeni su sledeći uslovi prvog reda:

$$\frac{\partial P}{\partial p_1} = 3 \left\{ -\frac{1}{\alpha} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] \right\} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial P}{\partial f_1} = 3 \left[\left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{1}{f_1^2} \right) - c \cdot l \right] = 0 \quad (20)$$

Pretpostavka je da avioprevoznik 1 simultano⁴⁰ bira cenu p_1 i frekvenciju letenja f_1 kako bi maksimizirao svoj profit P_{1PP} . U opštem slučaju svaki avioprevoznik ima svoju ponudu, avioprevoznik 1 nudi p_1 i f_1 , a avioprevoznik 2 p_2 i f_2 . Njihove krive ponude ne moraju da budu iste. Međutim, pod pretpostavkom da avioprevoznici nude sličan ili isti proizvod ravnoteža je samo kad su ponude jednake, ako bilo koje preduzeće ponudi veće ili manje vrednosti nema ravnoteže, odnosno nijednom avioprevozniku nije u interesu da promeni svoju cenu (Bertranova konkurencija, gde svaki avioprevoznik maksimizira svoj profit u skladu sa očekivanjima o izboru cene i frekvencije letenja drugog avioprevoznika). Budući da se profit maksimizira za slučaj postojanja ravnoteže između avioprevoznika, odnosno kada su $p_1=p_2$ i $f_1=f_2$, rešavanjem sistema nelinearnih jednačina, (19) i (20) dobijaju se sledeći izrazi za izračunavanje ravnotežne vrednosti cene i frekvencije letenja:

$$p^* = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (21)$$

$$f^* = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}} \quad (22)$$

Oznaka * ukazuje na vrednosti cene i frekvencije letenja koje dovode do maksimiziranja profita oba avioprevoznika ako se opslužuju sva tržišta direktnim

⁴⁰ Alternativna pretpostavka bi bila da avioprevoznik sekvencijalno bira cenu p_1 i frekvenciju letenja f_1 . U radu Breuckner i Flores-Fillol (2007) izvršeno je poređenje rezultata ova dva pristupa i pokazano je da se u slučaju sekvencijalnog izbora cene i frekvencije letenja dobija niža vrednost frekvencije letenja u odnosu na simultano biranje.

letovima. Avioprevozioci mogu jedan drugom da konkurišu u ceni (da izaberu manju ili veću cenu od p^*), ali će to rezultirati narušavanjem ravnoteže. Ako jedan avioprevozioc izabere veću cenu od p^* , a drugi zadrži cenu p^* , prvom avioprevoziocu će se smanjiti tražnja za uslugom, a samim tim i profit. Ako oba avioprevozioca izaberu istu cenu, ali manju od p^* zadržaće istu tražnju (imaće isto učešće u tražnji), ali će smanjiti svoje profite.

Na osnovu (21) može se zaključiti da će cena na ruti rasti ako raste parametar α i ako se povećavaju varijabilni troškovi b i dužina rute l , što je i očekivano. Ukidanjem diferencijacije proizvoda, odnosno ako je $\alpha=0$, cena na ruti zavisiće od dužine rute, varijabilnih troškova i koeficijenta popunjenosti. U jednačini za izračunavanje cene p^* vidi se da su varijabilni troškovi i dužina rute direktno srazmerni ravnotežnoj ceni prevoza, dok je koeficijent popunjenosti obrnuto srazmeran i njegovim smanjenjem doći će do porasta cene karte. To ukazuje na činjenicu da ako su letovi puni, odnosno $\eta=1$ avioprevozioc će moći da ponudi najnižu moguću cenu, pri nepromenjenim ostalim uslovima. Međutim, ako avioprevozioc ima praznih sedišta na letu, onda je potrebno ostvariti dovoljno veliki prihod od prodatih karata da bi se svi troškovi pokrili, a taj prihod je moguće ostvariti samo sa većom cenom karte.

Izraz za računanje frekvencije letenja (22) ukazuje na to da će frekvencija letenja rasti ako fiksni troškovi c i dužina rastojanja l opadaju, a prosečni trošak uzrokovan vremenskim gubicima putnika raste i obrnuto, što je i očekivano. Takođe, smanjivanjem koeficijenta popunjenosti letova doći će do opadanja frekvencije letenja, budući da smanjenje ovog parametra ukazuje na višak kapaciteta koji je u ponudi.

Važno je napomenuti, da kad postoji ravnoteža, svaki avioprevozioc prevozi polovinu populacije, odnosno $q_1 = q_2 = 1/2$ od ukupne tražnje.

Dobijeni izrazi za cenu prevoza i frekvenciju na ruti imaju izvesne sličnosti, ali i razlike u odnosu na cenu prevoza i frekvenciju letenja dobijene u radu Flores-Fillol (2009). Sličnost u izrazu za cenu prevoza se ogleda u tome da direktno zavisi od lojalnosti putnika i varijabilnih troškova, a razlika je u tome što u izrazu (21) cena takođe zavisi od dužine rute i koeficijenta popunjenosti. Pomenuta dva parametra nisu razmatrana u radu Flores-Fillol (2009).

Izraz za frekvenciju na ruti sličan je izrazu koji je dobio Flores-Fillol (2009) samo u toj meri da su oba izraza obrnuto proporcionalna fiksnim troškovima. Razlike su mnogo

značajnije. Naime, prema (22) frekvencija letenja je direktno srazmerna prosečnim troškovima uzrokovanim vremenskim gubicima putnika, koji u pomenutom radu nisu razmatrani, ali i dužini rute i koeficijentu popunjenosti. Takođe, treba napomenuti da je dobijeni izraz za određivanje frekvencije letenja (22) funkcija kvadratnog korena, dok je u radu *Flores-Fillol* recipročna funkcija.

Da bi se ispitalo da li je ravnotežna tačka⁴¹ $M(p^*, f^*)$ ujedno i lokalni ekstremum funkcije P_{lpp} , odnosno da li maksimizira profit avioprevozioca urađeni su i parcijalni izvodi drugog reda i primenjen Silvesterov kriterijum koji daje dovoljne uslove za postojanje lokalnih ekstremuma funkcije više promenljivih (Vukadinović *et al*, 2003). Rešavanjem sistema nelinearnih jednačina pokazano je da je tačka $M(p^*, f^*)$ maksimum funkcije P_{lpp} ako su ispunjeni sledeći uslovi (detaljna izvođenja datih izraza i dokazi dati su u **Prilogu 2**):

$$4 \cdot f_1 \cdot \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) - \gamma - k \cdot \eta^9 > 0 \quad \text{i} \quad \alpha > 0. \quad (23)$$

Zamenom izraza za cenu p^* (21) sledi uslov:

$$f_1 > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2\alpha} \quad \text{i} \quad \alpha > 0. \quad (24)$$

Daljom zamenom izraza za frekvenciju letenja f^* (22) sledi sledeći uslov:

$$\alpha^2 > \frac{c \cdot l \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{2}. \quad (25)$$

Imajući u vidu da su svi parametri i promenljive u uslovu (25) veći od 0, dobijeni uslov je strožiji od predhodnog uslova $\alpha > 0$.

Prema tome, ako vrednost parametra α ispunjava uslov (25), ravnotežna tačka $M(p^*, f^*)$ je lokalni maksimum funkcije profita (17). Dakle, u slučaju kada su cena p^* i frekvencija na ruti f^* dati redom izrazima (21) i (22) onda se profiti prevozioca 1 i 2 maksimiziraju.

⁴¹ U matematici se to naziva stacionarna tačka.

3.4. Scenario (HS, HS)

Kada oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, svi putnici se prevoze preko haba H, tako da ne postoji direktni let između gradova A i B, već se ova ruta sastoji od dva povezana leta AH i HB. U tom slučaju profit avioprevozioca 1 se prema jednačini (16) može napisati u sledećem obliku:

$$P_{1HS} = 2q_1 \cdot p_1 + Q_1 \cdot P_1 - 2\left(b + \frac{c}{s_1}\right) \cdot l \cdot s_1 \cdot f_1 \quad (26)$$

Zamenom jednačina za tražnju q_1 (8), tražnju Q_1 (9) i potreban broj sedišta s_{hs} , (12) u jednačinu profita (26) i njenim diferenciranjem po promenljivama p_1 , P_1 i f_1 dobijen je sledeći sistem jednačina:

$$\frac{\partial P}{\partial p_1} = -2\frac{1}{\alpha} \cdot p_1 + 2\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\right) \right]\right\} - 2 \cdot \frac{l \cdot b}{\eta} \left(-\frac{1}{\alpha}\right) = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial P}{\partial P_1} = -\frac{1}{\alpha} \cdot P_1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_1 - P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}\right) \right] - 2 \cdot \frac{l \cdot b}{\eta} \left(-\frac{1}{\alpha}\right) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial P}{\partial f_1} = 2 \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} p_1 + \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} P_1 - 2 \cdot l \left(c + 2 \cdot \frac{b}{\eta} \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \right) = 0 \quad (29)$$

Profit se maksimizira za slučaj postojanja ravnoteže između avioprevozioca, odnosno kada su $p_1=p_2$, $P_1=P_2$ i $f_1=f_2$. Rešenje jednačina (27), (28) i (29) dato je izrazima za izračunavanje vrednosti cena i frekvencije letenja:

$$p^* = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (30)$$

$$P^* = \frac{\alpha}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (31)$$

$$f^* = \sqrt{\frac{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{4 \cdot c \cdot l}} \quad (32)$$

Upoređujući dobijene vrednosti za cene karata p^* , P^* i frekvenciju letenja f^* sa vrednostima cene karte i frekvencije letenja koje su dobijene u slučaju da avioprevozioci izaberu PP mrežu linija, može se videti da su cena P^* i frekvencija

letenja f^* veće, a cene karata p^* na rutama AH i BH su jednake. Frekvencija letenja je veća kada avioprevozioci izaberu HS mrežu linija, jer je i broj putnika na granama AH i BH veći nego u slučaju kada izaberu PP mrežu linija, što je u skladu sa vezom između mreže linija i frekvencije letenja koju su mnogi autori dokazali u svojim radovima (Brueckner, 2004, Flores-Fillol, 2009). Takođe, avioprevozioci naplaćuju veću cenu karte P na ruti AB kad putnike prevoze preko haba, jer je putnike neophodno opslužiti na dva leta, nego u slučaju kada postoji direktna veza između ova dva tržišta.

Zamenom odgovarajućih izraza za tražnju q_l i frekvenciju letenja f_l u izraz za izračunavanje veličine aviona s_{pp} (13), kao i zamenom izraza za tražnju q_l i Q_l i frekvenciju letenja f_l u izraz za izračunavanje veličine aviona s_{HS} (12), može se dokazati da je veličina aviona u slučaju HS mreže linija veća u odnosu na veličinu aviona u slučaju PP mreže linija:

$$s_{PP} = \frac{q_1}{f_1} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}}} = \frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{2 \cdot \sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}}$$

$$s_{HS} = \frac{q_1 + Q_1}{f_1} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{4 \cdot c \cdot l}}} = \frac{2 \cdot \sqrt{c \cdot l}}{\sqrt{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}}$$

$$\frac{s_{HS}}{s_{PP}} = \frac{\frac{2 \cdot \sqrt{c \cdot l}}{\sqrt{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}}}{\frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{2 \cdot \sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = 1,63$$

To je očekivano, budući da se u slučaju HS mreže linija na rutama AH i BH prevoze zajedno putnici koji putuju direktno između tih parova aerodroma i putnici koji putuju indirektno između AB.

Komentari navedeni u prethodnom scenariju (PP,PP) u vezi sa razlikama dobijenim izrazima za cene i frekvencije na rutama, u odnosu na izraze koje je dobio Flores-Fillol (2009) važe i u ovom scenariju.

Cena karte na ruti AB mora biti manja od sume cena karata na rutama AH i BH, odnosno, $P_1 < 2p_1$ čime bi se osiguralo da putnici koji lete na ruti AB ne mogu da lete

jeftinije ako bi kupili dve karte odvojeno. Na osnovu izraza za cenu p_l (30) i cenu P_l (31) vidi se da je ovaj uslov ispunjen, odnosno:

$$\left| \frac{\alpha}{2} \right| + 2 \cdot \frac{b \cdot l}{\eta} < 2 \left(\left| \frac{\alpha}{2} \right| + \frac{b \cdot l}{\eta} \right), \text{ tj.}$$

$$\left| \frac{\alpha}{2} \right| + 2 \cdot \frac{b \cdot l}{\eta} < \left| \alpha \right| + 2 \cdot \frac{b \cdot l}{\eta}, \text{ i sređivanjem dobijamo}$$

$$\left| \frac{\alpha}{2} \right| < \left| \alpha \right|.$$

Kao i u predhodnom slučaju, da bi se ispitalo da li je dobijena ravnotežna tačka $M(p^*, P^*, f^*)$ ujedno i lokalni maksimum funkcije P_{IHS} , odnosno da li maksimizira profit avioprevozioca, izračunati su parcijalni izvodi drugog reda i primenjen je Silvesterov kriterijum. Primenom navedenog kriterijuma, izveden je sledeći zaključak (detaljna izvođenja datih izraza i dokazi dati su u **Prilogu 3**): da bi ravnotežna tačka $M(p^*, P^*, f^*)$ bila lokalni ekstremum, odnosno da bi $M(p^*, P^*, f^*)$ bila maksimum funkcije profita (26), sledeći uslovi moraju da budu ispunjeni:

$$f_1 > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha} \quad \text{i} \quad \alpha > 0. \quad (33)$$

Na osnovu jednačine za frekvenciju letenja (32) i uslova (33) zaključeno je da u slučaju kada je ispunjen dodatni uslov:

$$\alpha^2 > \frac{l \cdot c \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{3}, \quad (34)$$

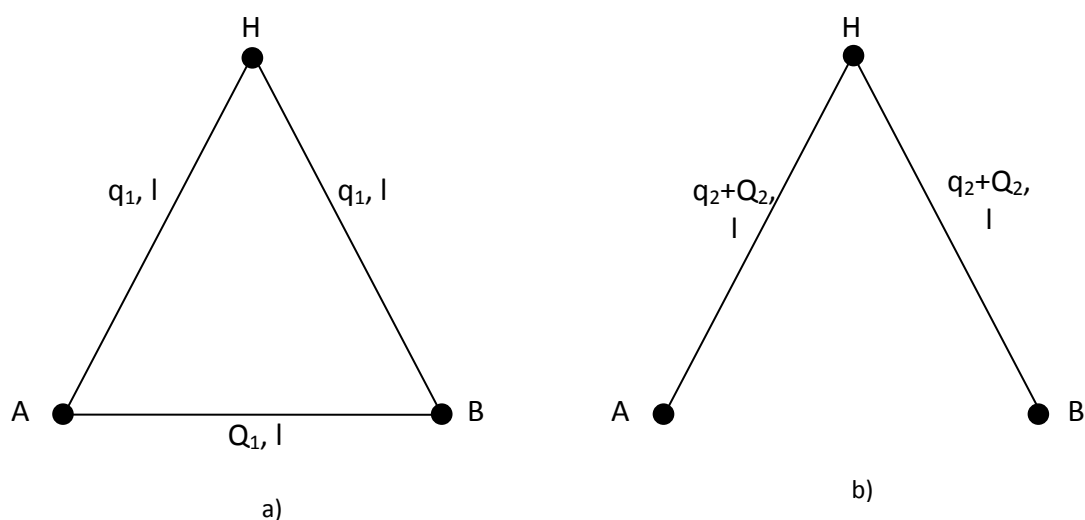
onda je tačka $M(p^*, P^*, f^*)$ tačka lokalnog maksimuma.

Svi parametri i promenljive u uslovu (34) su pozitivni, tako da je dobijeni uslov strožiji od prvobitnog uslova $\alpha > 0$.

U slučaju da avioprevozioci 1 i 2 izaberu mrežu linija HS, vrednost parametra α mora da ispuni uslov (34), jer će samo u tom slučaju ravnotežna tačka $M(p^*, P^*, f^*)$ biti tačka lokalnog maksimuma funkcije profita (26), odnosno izrazi za izračunavanje cene p^* (30), cene P^* (31) i frekvencije letenja f^* (32) na ruti maksimiziraju profite avioprevozioca 1 i 2.

3.5. Scenario (PP, HS)

U ovom scenariju avioprevozioci biraju različite mrežne strukture i pretpostavljeno je da avioprevozioc 1 bira PP (Slika 28a), a avioprevozioc 2 bira HS mrežu linija (Slika 28b). Izbor različitih mreža linija na kojima će leteti, značiće i različite usluge koje nude svojim putnicima (frekvencije letenja i cene), što će dalje rezultirati različitim tražnjama koje se javljaju između parova aerodroma. U konkretnom slučaju, rutu AB avioprevozioc 1 će opsluživati direktno, a avioprevozioc 2 indirektno preko haba H. Različite rute indukovaće različite troškove za avioprevozioco, zbog čega će oni ponuditi i različite kvalitete usluga na ovim rutama. Rezultat toga je različita tražnja na pomenutim rutama (AB i AHB), gde će avioprevozioc 1 prevoziti Q_1 putnika, a avioprevozioc 2, Q_2 , pri čemu je $Q_1 \neq Q_2$, a Q_1+Q_2 čini ukupnu tražnju između aerodroma A i B.



Slika 28. Struktura mreže linija: a) PP mreža avioprevozioca 1; b) HS mreža avioprevozioca 2

Direktnu konkurenciju od avioprevozioca 2, avioprevozioc 1 će imati samo između parova aerodroma AH i BH. Između ovih aerodroma avioprevozioc 1 će prevoziti q_1 putnika, a avioprevozioc 2, q_2+Q_2 putnika. Ukupna tražnja između parova aerodroma AH i BH je q_1+q_2 . Različita tražnja na rutama uticaće na različitu ponudu cena i frekvencija letenja avioprevozioca 1 i 2, odnosno p_1 i p_2 , kao i f_1 i f_2 , respektivno. Cena avioprevozioca 1 na letovima AH i HB označena je sa p_1 , a cena avioprevozioca 2 na letovima AH i HB označena je sa p_2 . Cena i frekvencija letenja avioprevozioca 1 na letu

AB označene su sa P_1 i F_1 , respektivno, a cena avioprevozioca 2 na ruti AHB označena je sa P_2 . Takođe, frekvencije letenja avioprevozioca 1 i 2 označene su sa f_1 i f_2 , respektivno. Budući da je $p_1 \neq p_2$, kao i da je $f_1 \neq f_2$ sledi da je $q_1 \neq q_2$.

Profiti avioprevozioca 1 i 2 dobijeni su zamenom jednačine za potreban broj sedišta s_{pp} , (13) u jednačinu profita (15) i jednačine za potreban broj sedišta s_{HS} , (12) u jednačinu profita (16) i dati su sledećim izrazima:

$$P_{1PP} = 2 \cdot q_1 \cdot p_1 + P_1 \cdot Q_1 - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} q_1 - 2 \cdot c \cdot l \cdot f_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} Q_1 - c \cdot l \cdot F_1 \quad (35)$$

$$P_{2HS} = 2 \cdot q_2 \cdot p_2 + P_2 \cdot Q_2 - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \cdot (q_2 + Q_2) - 2 \cdot c \cdot l \cdot f_2 \quad (36)$$

Korišćenjem izraza za izračunavanje tražnje (8) i (9) kao i adekvatnom zamenom za avioprevozioca 2 u jednačini (36), izračunati su prvi parcijalni izvodi datih funkcija P_{1PP} i P_{2HS} . Izjednačavanjem dobijenih parcijalnih izvoda, dobija se sistem 7 nelinearnih jednačina sa 7 nepoznatih p_1 , P_1 , f_1 , p_2 , P_2 , F_1 i f_2 :

$$\frac{\partial P_{1PP}}{\partial p_1} = -\frac{1}{\alpha} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial P_{1PP}}{\partial P_1} = -\frac{1}{\alpha} \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_1 - P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{F_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial P_{1PP}}{\partial f_1} = \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{1}{f_1^2} \right) - c \cdot l = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\partial P_{1PP}}{\partial F_1} = \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{1}{F_1^2} \right) - c \cdot l = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial P_{2HS}}{\partial p_2} = -\frac{1}{\alpha} \left(p_2 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_2 - p_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} \right) \right] = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial P_{2HS}}{\partial P_2} = -\frac{1}{\alpha} \left(P_2 - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_2 - P_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{F_1} \right) \right] = 0 \quad (42)$$

$$\frac{\partial P_{2HS}}{\partial f_2} = (2 \cdot p_2 + P_2 - \frac{4 \cdot b \cdot l}{\eta}) \cdot (\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{1}{f_2^2}) - 2 \cdot c \cdot l = 0 \quad (43)$$

Sabiranjem jednačina (37) i (41) dobija se veza između cena p_1 i p_2 :

$$p_1 + p_2 = \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}, \quad \rightarrow \quad p_1 = \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - p_2 \quad (44)$$

Sabiranjem jednačina (38) i (42) dobija se veza između cena P_1 i P_2 :

$$P_1 + P_2 = \alpha + \frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta}, \quad \rightarrow \quad P_1 = \alpha + \frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta} - P_2 \quad (45)$$

Zbog kompleksnosti rešavanja sistema nelinearnih jednačina (37)-(43), nije moguće rešiti sistem u opštem obliku. Zato su pronađena rešenja za sledeća tri specijalna slučaja: a) $f_1=f_2$, b) $F_1=f_2$ i c) $f_1=F_1$.

3.5.1. Slučaj $f_1=f_2$

Ako se uvede pretpostavka da su frekvencije letenja između parova gradova AH i BH koje nude oba avioprevozioca jednake, $f_1=f_2$, izjednačavanjem izraza za f_1 (39) i izraza za f_2 (43), kao i korišćenjem veze između p_1 i p_2 (44) i veze između P_1 i P_2 (45) dobijaju se sledeće jednačine za definisane promenljive u zavisnosti od promenljive p_1 :

$$P_1 = 3 \cdot \alpha + \frac{5 \cdot b \cdot l}{\eta} - 4 \cdot p_1 \quad (46)$$

iz uslova da cena ne može biti negativna, odnosno $P_1 \geq 0$ dobija se da je

$$p_1 \leq \frac{3}{4} \cdot \alpha + \frac{5 \cdot b \cdot l}{4 \cdot \eta} \quad (47)$$

$$f_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)} \quad (48)$$

iz uslova da podkorena veličina mora biti pozitivna, odnosno $f_1 \geq 0$ mora važiti

$$p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta}, \quad (49)$$

$$F_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(3 \cdot \alpha - 4 \cdot p_1 + \frac{4 \cdot b \cdot l}{\eta} \right)}, \quad (50)$$

iz uslova definisanosti $F_1 \geq 0$ dobija se da je $p_1 \leq \frac{3}{4} \cdot \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta}$, (51)

$$p_2 = \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - p_1, \quad (52)$$

iz uslova definisanosti $p_2 \geq 0$ dobija se da je $p_1 \leq \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$, (53)

$$P_2 = 4 \cdot p_1 - 2 \cdot \alpha - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}, \quad (54)$$

iz uslova definisanosti $P_2 \geq 0$ dobija se da je $p_1 \geq \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{2 \cdot \eta}$, (55)

$$f_2 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)}, \quad (56)$$

iz uslova definisanosti $f_2 \geq 0$ dobija se da je $p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta}$. (57)

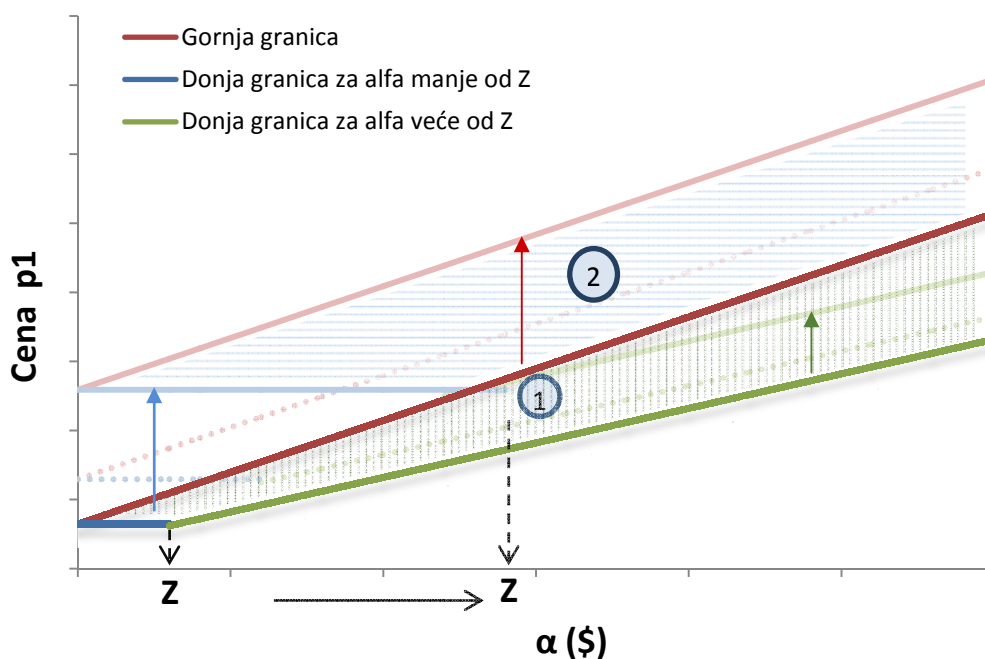
Presek svih gore datih uslova definiše donju i gornju granicu za p_1 u sledećem obliku:

$$\frac{3}{4} \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} \geq p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta} \quad \text{za} \quad \alpha \leq \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (58)$$

$$\frac{3}{4} \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} \geq p_1 \geq \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{2 \cdot \eta} \quad \text{za} \quad \alpha \geq \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (59)$$

Granice u kojima se mora kretati vrednost cene p_1 da bi jednačine profita (35) i (36) imale ravnotežnu tačku (u kojoj se profit maksimizira) za slučaj kada je $f_1=f_2$ prikazane su i na Slici 29, gde je sa Z označena tačka –.

Kao što se može primetiti granice u kojima se može kretati cena p_1 zavisice od mnogih parametara (η , α , b i l). Na Slici 29 date su granice u kojima se cena p_1 može kretati na određenoj ruti dužine l , pri datim troškovima b i koeficijentu popunjenosti η , a za različite vrednosti parametra α (region 1). Na osnovu Slike 29 i izraza (58) i (59) može se zaključiti da će se za duže rute (veće varijabilne troškove i manje koeficijente popunjenosti) prelomna tačka donje granice cene p_1 pomerati u desno, odnosno dobiće se pri većoj vrednosti parametra α , a vrednost cene p_1 će rasti, što je i očekivano (region 2).



Slika 29. Gornja i donja granica cene p_1 u specijalnom slučaju kada je $f_1=f_2$ za scenario (PP, HS)

Dalje je za slučaj kada je $f_1=f_2$, urađena analiza kako bi se ustanovilo kakav je odnos frekvencija letenja f_1 i f_2 sa frekvencijom letenja F_1 . Izjednačavanjem jednačine za izračunavanje F_1 (50) i jednačine za izračunavanje f_2 (56) dobija se:

$$\sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)} = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(3 \cdot \alpha - 4 \cdot p_1 + \frac{4 \cdot b \cdot l}{\eta} \right)}$$

, odnosno

$$p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} = 3 \cdot \alpha - 4 \cdot p_1 + \frac{4 \cdot b \cdot l}{\eta},$$

$$p_1 = \frac{3}{5} \cdot \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (60)$$

Kada je p_1 jednaka dobijenom izrazu (60), onda je i $F_1 = f_2$. Za cenu p_1 manju od ove vrednosti važi da je $F_1 > f_2$, dok za cenu p_1 veću od ove vrednosti $F_1 < f_2$.

Ubacivanjem gore navedenih izraza za promenljive p_2 , f_1 i f_2 u jednačinu (37) i njenim sređivanjem dobija se vrednost cene pri kojoj je:

$$p'_1 = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (61)$$

Dobijeni izraz odgovara ranije dobijenim izrazima za izračunavanje cene prevoza p_1 u scenarijima (PP,PP) i (HS,HS) mreže linija, što je i očekivano, jer i pretpostavka $f_1 = f_2$ odgovara ovim scenarijima. Frekvencija letenja F_1 na direktnoj ruti AB je u ovom slučaju veća od frekvencija letenja na ostalim rutama.

Zamenom izraza za izračunavanje p'_1 (61) u dobijene izraze za ostale promenljive dobija se:

$$P'_1 = \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (62)$$

$$f'_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}} \quad (63)$$

$$F'_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{c \cdot l}} \quad (64)$$

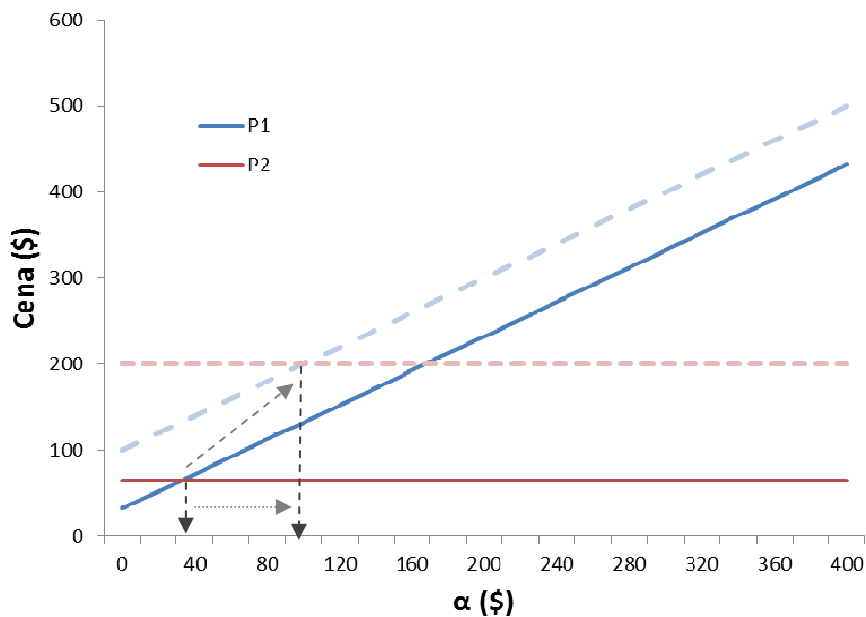
$$p'_2 = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} \quad (65)$$

$$P'_2 = \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \quad (66)$$

$$f'_2 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}} \quad (67)$$

Budući da su frekvencije na granama AH i BH jednake, odnosno $f'_1=f'_2$, i njima odgovarajuće cene su, takođe, jednake, odnosno $p'_1=p'_2$. Frekvencija na direktnoj ruti AB, F'_1 , je u ovom slučaju veća od frekvencija letenja na ostalim rutama. Takođe, frekvencija letenja F'_1 , je veća i od frekvencije na rutama dobijene u predhodnim scenarijima (PP,PP) i (HS,HS). Cena P'_1 na direktnoj ruti AB, je veća u odnosu na cenu na ostalim direktnim rutama, što je i prirodno imajući u vidu veću frekvenciju letenja na ovoj ruti.

Kad je odnos vrednosti cena na ruti AB u pitanju, direktne P'_1 i P'_2 preko haba H, on je promenljiv u zavisnosti od parametra α (Slika 30). Za male vrednosti α , cena P'_2 na indirektnoj ruti, je veća od P'_1 , dok je za veće vrednosti α , cena na direktnoj ruti P'_1 , veća od P'_2 . Prelomna tačka se menja sa promenom dužine rute l , jediničnih troškova b i koeficijenta popunjenosti η . Sa povećanjem vrednosti l i b , odnosno sa smanjenjem η , prelomna tačka se pomera udesno i na gore.



Slika 30. Odnos cena P_1 i P_2 u slučaju kada je $f_1=f_2$, scenario (PP, HS)

Da bi se ispitalo da li je ravnotežna tačka $M(p'_1, P'_1, f'_1, F'_1, p'_2, P'_2, f'_2)$ ujedno i lokalni maksimum funkcija P_{1PP} i P_{2HS} , odnosno da li maksimizira profite avioprevoznika, urađena je provera ispitivanjem da li odgovarajuće determinante sistema jednačina (37)-(43) ispunjavaju neophodne uslove. Dobijeno je sledeće rešenje (detaljna izvođenja datih izraza i dokazi dati su u **Prilogu 4**): da bi $M(p'_1, P'_1, f'_1, F'_1, p'_2, P'_2, f'_2)$ bila lokalni ekstremum, odnosno da bi bila maksimum funkcije profita P_{1PP} (35), moraju da važe sledeći uslovi:

$$f'_1 > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha} \quad \text{i} \quad \alpha > 0,$$

Na osnovu jednačine za frekvenciju letenja (63) i uslova (33) izvršena je provera da li je f'_1 lokalni maksimum i dobijeno je da će f'_1 biti lokalni maksimum ako je ispunjen sledeći uslov:

$$\alpha^2 > \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot l \cdot c}{2}$$

Dobijeni uslov za vrednost parametra α jednak je ranije dobijenom uslovu (25) u scenariju (PP,PP). U slučaju da avioprevoznik 1 izabere mrežu linija PP, a avioprevoznik 2 izabere mrežu linija HS, vrednost parametra α mora da ispuni gore navedeni uslov, jer će samo u tom slučaju ravnotežna tačka $M(p'_1, P'_1, f'_1, F'_1, p'_2, P'_2, f'_2)$ biti maksimum funkcije profita P_{1PP} (35), odnosno izrazi (61)-(67) na ruti maksimiziraju profite avioprevoznika 1 i 2.

Dobijene jednačine (62)-(67) za izračunavanje cena i frekvencija letenja avioprevoznika u slučaju asimetrične ravnoteže moraju da zadovolje uslove prvog reda (37)-(43) da bi bile rešenje sistema. To je i pokazano u **Prilogu 5**. Izuzetak su samo jednačine (38) i (42) za koje važi da dobijeni izrazi za izračunavanje cena P'_1 i P'_2 i frekvencija letenja f'_1 i f'_2 zadovoljavaju ove jednačine samo u slučaju kada je vrednost parametra α jednaka:

$$\alpha = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{b \cdot l}{\eta} + \sqrt{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot c \cdot l \cdot (\sqrt{2} - 1)} \right) \quad (68)$$

Upoređujući izraze za izračunavanje cena P'_1 (31) i P'_2 , (66), uočava se da je cena P'_2 na indirektnoj ruti, AB, u scenariju (PP,HS), manja od cene P_1 na indirektnoj ruti, AB, u scenariju (HS,HS), za sve vrednosti $\alpha > 0$. Jedino u slučaju kada je $\alpha = 0$, ove dve cene su jednake.

Uslov da cena karte na indirektnoj ruti AB mora biti manja od sume cena karata na rutama AH i BH u scenariju (PP,HS), odnosno, $P'_2 < 2p'_2$ je ispunjen za sve vrednosti $\alpha > 0$. Ovaj uslov je važan kako bi se, kao što je ranije rečeno, obezbedilo da putnici koji lete na indirektnoj ruti, AB, ne mogu da lete jeftinije ako bi kupili dve karte po ceni p'_2 odvojeno.

Kada se uporede scenariji (PP,PP) i (HS,HS), na jednoj strani i (PP,HS), na drugoj strani, osnovna razlika se ogleda u tome što se u izrazu:

$$P'_1 + \frac{\gamma}{F'_1} + \frac{k \cdot \eta^9}{F'_1} - A^* = P'_2 + \frac{\gamma}{f'_2} + \frac{k \cdot \eta^9}{f'_2}$$

jednakost javlja za vrednost promenljive A koja je različita od 0, jer je $F_1 \neq f_2$. Gornja jednakost je ispunjena ako je vrednost A jednaka izrazu (69):

$$A^* = \alpha - \frac{b \cdot l}{\eta} - 0,41 \cdot \sqrt{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot c \cdot l} \quad (69)$$

Prema tome, putnik je indiferentan između avioprevoznika 1 i 2 na ruti AB, ako mu je lojalnost jednaka A^* . Dobijena rešenja za optimalne cene i frekvencije na ruti avioprevoznika 1 i 2 važe i u obrnutom slučaju, kada avioprevoznik 1 izabere HS mrežu linija, a avioprevoznik 2 PP mrežu linija.

3.5.2. Slučaj $F_1 = f_2$

Ako se pretpostavi da je $F_1 = f_2$ izjednačavanjem izraza za F_1 (40) i izraza za f_2 (43), kao i korišćenjem veze između p_1 i p_2 (44) i veze između P_1 i P_2 (45), dobijaju se sledeće jednačine za definisanje promenljivih u zavisnosti od promenljive p_1 :

$$P_1 = \alpha + \frac{5 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta} - \frac{2}{3} \cdot p_1, \quad (70)$$

iz uslova da cena ne može biti negativna, odnosno $P_1 \geq 0$ sledi da je

$$p_1 \leq \frac{3}{2} \cdot \alpha + \frac{5 \cdot b \cdot l}{2 \cdot \eta}, \quad (71)$$

$$f_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)}, \quad (72)$$

iz uslova definisanosti korene funkcije $f_1 \geq 0$ sledi da je $p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta}$, (73)

$$F_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(\alpha - \frac{2}{3} \cdot p_1 + \frac{2 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta} \right)}, \quad (74)$$

iz uslova definisanosti korene funkcije $F_1 \geq 0$ sledi da je $p_1 \leq \frac{3}{2} \cdot \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta}$, (75)

$$p_2 = \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - p_1, \quad (76)$$

iz uslova da cena ne može biti negativna, odnosno $p_2 \geq 0$ sledi da je

$$p_1 \leq \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}, \quad (77)$$

$$P_2 = \frac{2}{3} \cdot p_1 + \frac{4 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}, \quad (78)$$

iz uslova da cena ne može biti negativna, odnosno $P_2 \geq 0$ sledi da je

$$p_1 \geq -\frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}, \quad (79)$$

$$f_2 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(\alpha - \frac{2}{3} \cdot p_1 + \frac{2 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta} \right)}, \quad (80)$$

$$\text{iz uslova definisanosti korene funkcije } f_2 \geq 0 \text{ sledi se da je } p_1 \leq \frac{3}{2} \cdot \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta}. \quad (81)$$

Ako se napravi presek svih gore datih uslova za p_1 , dobijaju se donja i gornja granica za p_1 u sledećem obliku:

$$\frac{3}{2} \cdot \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} \geq p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta} \quad \text{za} \quad \alpha \leq \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \quad \text{i} \quad (82)$$

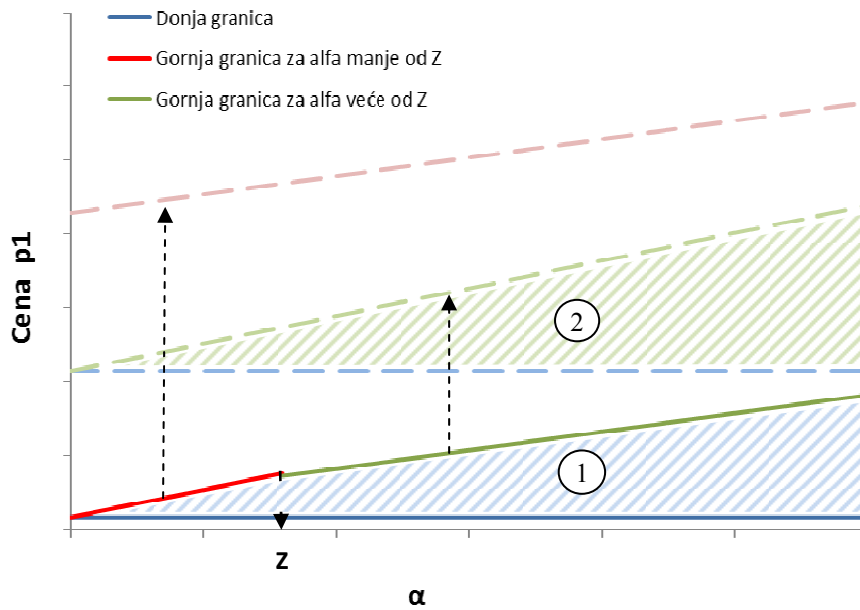
$$\alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \geq p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta} \quad \text{za} \quad \alpha \geq \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}. \quad (83)$$

Granice u kojima se mora kretati vrednost cene p_1 da bi jednačine profita (35) i (36) imale ravnotežnu tačku (u kojoj se profit maksimizira) za slučaj kada je $F_1 = f_2$ prikazane su na Slici 31, gde je sa Z označena tačka $\alpha = \frac{2 \cdot b}{\eta}$.

Granice u kojima se može kretati cena p_1 zavisice od mnogih parametara (η , α , b i l). Na Slici 31 prikazane su granice u kojima se cena p_1 može kretati na određenoj ruti dužine l , pri datim troškovima b i koeficijentu popunjenosti η , a za različite vrednosti parametra α (region 1). Međutim, na osnovu uslova (82) i (83) može se zaključiti da će se za duže rute l (veće varijabilne troškove b i manje koeficijente popunjenosti η) prelomna tačka donje granice cene p_1 pomerati u desno, odnosno dobiće se pri većoj vrednosti parametra α , pri čemu će vrednost cene p_1 rasti, što je i očekivano (region 2). Ta promena gornje granice za vrednost cene p_1 prikazana je na Slici 31 isprekidanim linijama, gde se vidi da će za dovoljno velike vrednosti l , b i η , gornja granica cene p_1 biti određena samo izrazom (83).

Ubacivanjem gore navedenih izraza za promenljive p_2 , f_1 i f_2 u jednačinu (37) i njenim sređivanjem dobija se vrednost cene pri kojoj je:

$$p_1'' = \frac{3}{4} \cdot \alpha + \frac{b \cdot l}{2 \cdot \eta}. \quad (84)$$



Slika 31. Gornja i donja granica cene p_1 u specijalnom slučaju kada je $F_1=f_2$ za scenario (PP, HS)

Ako se uporedi dobijeni izraz za izračunavanje cene p_1 (84) u slučaju kada je $F_1=f_2$ sa izrazom za izračunavanje cene p_1 (61) u slučaju kada je $f_1=f_2$ može se zaključiti sledeće:

- a) $p'_1 = p''_1$ ako je $\alpha = \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$,
- b) $p'_1 > p''_1$ ako je $\alpha < \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$,
- c) $p'_1 < p''_1$ ako je $\alpha > \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$.

Zamenom izraza za izračunavanje p_1 (84) u dobijene izraze za ostale promenljive dobija se:

$$P''_1 = \frac{\alpha}{2} + \frac{4 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}, \quad (85)$$

$$f''_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(\frac{3}{4} \cdot \alpha - \frac{b \cdot l}{2 \cdot \eta} \right)}, \text{ uslov } \alpha > \frac{2 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}, \quad (86)$$

$$F_1'' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{c \cdot l}}, \quad (87)$$

$$p_2'' = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta}, \quad (88)$$

$$P_2'' = \frac{\alpha}{2} + \frac{5 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}, \quad (89)$$

$$f_2'' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{3 \cdot \eta} \right)}. \quad (90)$$

Budući da su frekvencije letenja F_1'' i f_2'' jednake i njima odgovarajuće cene su, takođe, jednake, odnosno $P_1'' = p_2''$. Za frekvenciju letenja avioprevozioca 1 na direktnoj ruti AH, f_1'' , u ovom slučaju važi sledeće:

- frekvencija letenja f_1'' je veća od frekvencija letenja F_1'' i f_2'' ako važi nejednakost da je $\alpha > \frac{10 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}$, odnosno
- frekvencija letenja f_1'' je manja od frekvencija letenja F_1'' i f_2'' ako važi nejednakost da je $\alpha < \frac{10 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}$.

U skladu sa ovim rezultatom, kada se analiziraju vrednosti cena p_1'' i p_2'' dobijeno je sledeće:

- cena p_1'' je veća od cene p_2'' ako važi nejednakost da je $\alpha > \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$, odnosno
- cena p_1'' je manja od cene p_2'' ako važi nejednakost da je $\alpha < \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$.

Upoređujući gore navedene rezultate za frekvencije letenja f_1'' i f_2'' i cene p_1'' i p_2'' može se primetiti da postoji određeni interval vrednosti parametra $\alpha \in \left(\frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}, \frac{10 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta} \right)$ za koji važi da je $p_1'' > p_2''$, a $f_1'' < f_2''$.

Cena P_2'' je veća od cene P_1'' za sve vrednosti parametara u izrazima (85) i (89), što je i očekivano budući da usluga transporta preko haba zahteva veće operativne troškove leta.

Uslov da cena karte na indirektnoj ruti AB mora biti manja od sume cena karata na rutama AH i BH u scenariju (PP,HS), odnosno, $P''_2 < 2p''_2$ je ispunjen za sve vrednosti $\alpha > 0$.

I u ovom slučaju, kada je $F''_1 = f''_2$, važi da se za vrednost promenljive A koja je različita od 0, javlja jednakost u izrazu:

$$P_1 + \frac{\gamma}{F_1} + \frac{k \cdot \eta^9}{F_1} - A^* = P_2 + \frac{\gamma}{f_2} + \frac{k \cdot \eta^9}{f_2}.$$

Ta vrednost parametra A pri kojoj je gornja jednakost jednaka 0 izračunava se prema sledećem izrazu (91):

$$A^* = \frac{\alpha}{2} - \frac{b \cdot l}{\eta} + \sqrt{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \alpha \cdot c \cdot l} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4} \cdot \alpha - \frac{b \cdot l}{\eta}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{3 \cdot \eta}}} \right). \quad (91)$$

Takođe, i u izrazu:

$$p_1 + \frac{\gamma}{f_1} + \frac{k \cdot \eta^9}{f_1} - A^* = p_2 + \frac{\gamma}{f_2} + \frac{k \cdot \eta^9}{f_2},$$

jednakost se javlja za $A \neq 0$ i ta vrednost parametra A se računa prema sledećem izrazu:

$$A^* = -\frac{b \cdot l}{3 \cdot \eta}. \quad (92)$$

Prema tome, putnik je indiferentan između avioprevoznika 1 i 2 na ruti AB, ako mu je lojalnost jednaka A^* prema izrazu (91), odnosno indiferentan je između avioprevoznika 1 i 2 na rutama AH i BH, ako mu je lojalnost jednaka A^* prema izrazu (92).

3.5.3. Slučaj $F_1=f_1$

Ako se uvede pretpostavka da su frekvencije letenja koje nudi prevolizac 1 jednake za sve parove gradova ($F_1=f_1$), izjednačavanjem izraza za F_1 (40) i izraza za f_1 (39) dobija se da je $P_1=p_1$. Dalje na osnovu izraza za izračunavanje frekvencija letenja f_1 (39), F_1 (40) i f_2 (43), kao i na osnovu veze između p_1 i p_2 (44) i veze između P_1 i P_2 (45), dobijene su sledeće jednačine za definisanje promenljivih u zavisnosti od promenljive p_1 :

$$f_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)}, \quad (93)$$

iz uslova definisanosti korene funkcije $f_1 \geq 0$ sledi da je $p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta}$, (94)

$$F_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)}, \quad (95)$$

iz uslova definisanosti korene funkcije $F_1 \geq 0$ sledi da je $p_1 \geq \frac{b \cdot l}{\eta}$, (96)

$$p_2 = \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - p_1, \quad (97)$$

iz uslova da je $p_2 \geq 0$ sledi da je $p_1 \leq \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$, (98)

$$P_2 = \alpha + \frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta} - p_1, \quad (99)$$

iz uslova da je $P_2 \geq 0$ sledi da je $p_1 \leq \alpha + \frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta}$ (100)

$$f_2 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha \cdot c \cdot l} \left(3 \cdot \alpha - 3 \cdot p_1 + \frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta} \right)}, \quad (101)$$

$$\text{iz uslova definisanosti korene funkcije } f_2 \geq 0 \text{ sledi da je } p_1 \leq \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta}. \quad (102)$$

Ako se od jednačine prvog reda koja diferencira profit P_{1PP} po promenljivoj p_1 (37) oduzme jednačina prvog reda koja diferencira profit P_{1PP} po promenljivoj P_1 (38) dobija se sledeći izraz (103):

$$2p_1 - p_2 - 2 \cdot P_1 + P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{F_1} \right) = 0. \quad (103)$$

Zamenom izraza za p_2 (97), P_2 (99), f_1 (93) i F_1 (95) u gore navedeni izraz (103) dobija se sledeće rešenje za p_1 :

$$p_1 = P_1 - \frac{b \cdot l}{3 \cdot \eta}. \quad (104)$$

Da bi ova jednačina ispunila ranije dobijeni uslov $P_1 = p_1$ neophodno je da dužina linije l ili varijabilni trošak b budu jednaki 0. Ovo rešenje je matematički ispravno, ali zbog uslova koji je neophodno ispuniti da su b i l jednaki nuli, u realnosti nije prihvatljivo. Dalja analiza za slučaj $F_1 = f_1$ iz tog razloga nije rađena.

Radi bolje preglednosti i lakšeg upoređivanja dobijenih rezultata u Tabeli 4 je dat uporedni prikaz svih jednačina iz sva tri specijalna slučaja.

Tabela 4. Jednačine parametara u svim specijalnim slučajevima

Specijalni slučaj $f_1=f_2$	Specijalni slučaj $F_1=f_2$	Specijalni slučaj $f_1=F_1$
$p_1' = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta}$	$p_1'' = \frac{3}{4} \cdot \alpha + \frac{b \cdot l}{2 \cdot \eta}$	p_1
$P_1' = \alpha + \frac{b \cdot l}{\eta}$	$P_1'' = \frac{\alpha}{2} + \frac{4 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}$	$P_1 = p_1$
$f_1' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}}$	$f_1'' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(\frac{3}{4} \cdot \alpha - \frac{b \cdot l}{2 \cdot \eta} \right)}$ uslov, $\alpha > \frac{2 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}$	$f_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)}$
$F_1' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{c \cdot l}}$	$F_1'' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{c \cdot l}}$	$F_1 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right)}$
$p_2' = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta}$	$p_2'' = \frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta}$	$p_2 = \alpha + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - p_1$
$P_2' = \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta}$	$P_2'' = \frac{\alpha}{2} + \frac{5 \cdot b \cdot l}{3 \cdot \eta}$	$P_2 = \alpha + \frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta} - p_1$
$f_2' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}}$	$f_2'' = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha \cdot c \cdot l} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{3 \cdot \eta} \right)}$	$f_2 = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha \cdot c \cdot l} \left(3 \cdot \alpha - 3 \cdot p_1 + \frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta} \right)}$

4. Rezultati analize

4.1. Mreža linija: ravnoteža, slučaj $f_1=f_2$

Za svaki od definisanih scenarija dobijeni su izrazi za izračunavanje optimalnih cena i frekvencija letenja koje će avioprevoziocima 1 i 2, u uslovima međusobne konkurencije, omogućiti maksimizaciju profita. Takođe, definisani su i uslovi koji moraju biti ispunjeni da bi dobijeni izrazi dali optimalno rešenje. Koristeći dobijene izraze za optimalne cene i frekvencije letenja u svakom od definisanih scenarija, metodom „indukcija unazad“⁴² (*backward induction*), tražena je ravnoteža na mreži u opštem slučaju. Pretpostavka je da avioprevozioci, nezavisno jedan od drugog biraju tip mreže linija koju će usvojiti: PP ili HS. Prilikom određivanja ravnoteže mreže linija, ispitivan je svaki mogući slučaj izbora dva avioprevozioca i među njima je tražen onaj koji daje najbolje moguće rešenje, odnosno maksimalni profit u opštem slučaju. Ako je profit aviokompanije označen sa $P(i,j)$, gde je sa i označena strategija avioprevozioca 1, a sa j strategija avioprevozioca 2, metodom „indukcija unazad“ pretraga je sprovedena upoređivanjem profita avioprevozioca, za različite kombinacije izbora strategija, kao na primer: upoređivanjem $P(PP,j)$ i $P(HS,j)$ za $j=PP, HS$.

U razmatranim scenarijima ravnoteža će nastati ako su ispunjeni sledeći uslovi:

- i. $P(PP,PP)$ je ravnoteža ako važi $P(PP,PP) > P(HS,PP)$ i $P(PP,HS) > P(HS,HS)$,
- ii. $P(HS,HS)$ je ravnoteža ako važi $P(HS,PP) > P(PP,PP)$ i $P(HS,HS) > P(PP,HS)$,
- iii. obe simetrične kombinacije, $P(PP,PP)$ i $P(HS,HS)$, su ravnoteža ako važi $P(PP,PP) > P(HS,PP)$ i $P(HS,HS) > P(PP,HS)$,
- iv. za slučaj kombinovanog izbora mreže linija ravnoteža je ako važi $P(HS,PP) > P(PP,PP)$ i $P(PP,HS) > P(HS,HS)$.

Da bi se izračunao profit avioprevozioca važno je da se definišu vrednosti za sve parametre koji određuju promenljive u izrazima za izračunavanje profita na mreži linija (15), (24), (33) i (34). Pojedine vrednosti su empirijski određene (b i c), a ostale su pretpostavljene i sve vrednosti su date u Tabeli 5. Takođe, uzeti su u obzir i uslovi koji

⁴² Metoda „indukcija unazad“ se često koristi u teoriji igara kako bi se ispitala sve moguće strategije učesnika u igri i utvrdila ona strategija koja dovodi do ravnoteže.

se odnose na vrednost parametra α , a definisani su izrazima za uslove drugog reda⁴³ (25), (34) i (68) kojima je određena njena minimalna vrednost pod pretpostavljenim vrednostima ostalih parametara (l, η, δ i μ).

Tabela 5. Vrednosti parametara, slučaj $f_1=f_2$

Parametar	Jedinica	Vrednost
α	\$	200
b	\$/ASM	0,06
c	\$/ASM	3,90
η	-	0,70
δ	\$	0,1
μ	\$	0,1
l	NM	1500

U Tabeli 6 date su vrednosti profita⁴⁴ avioprevozioca 1 i 2 za različite ishode izbora mreže linija oba avioprevozioca. Avioprevozioc 1 ima dve moguće strategije: može da izabere PP ili HS mrežu linija. Istovremeno, avioprevozioc 2 nezavisno bira takođe između ove dve strategije. U Tabeli 6 dati su mogući ishodi izbora jedne od pomenutih strategija. U gornjem levom uglu dat je ishod za avioprevozioca 1, dok je u donjem desnom uglu dat ishod za avioprevozioca 2, za svaku od mogućih kombinacija.

Tabela 6. Matrica ishoda, slučaj $f_1=f_2$

		Avioprevozioc 2	
		PP	HS
Avioprevozioc 1	PP	4 4	1 3
	HS	3 1	31 31

Kada avioprevozioc 2 izabere PP mrežu linija, za avioprevozioca 1 je bolje da izabere PP mrežu linija, jer je u tom slučaju njegov profit ($P_1(PP,PP)=4$) veći u odnosu na odgovarajući profit ako izabere HS mrežu linija ($P_1(PP,HS)=3$). Kada avioprevozioc

⁴³ Neophodni uslovi dobijeni rešavanjem diferencijalnih jednačina drugog reda kojim se obezbeđuje da ravnotežne tačke $M(p,f)$ i $M(p,P,f)$ budu lokalni maksimumi u scenarijima (PP, PP) i (HS, HS), respektivno.

⁴⁴ Napomena: vrednosti date u Tabeli 6 treba uslovno shvatiti kao profite, imajući u vidu pretpostavke pod kojima su određene. Mnogo je važnije posmatrati njihove međusobne odnose, jer upravo to određuje konačan izbor avioprevozioca.

2 izabere HS mrežu linija, za avioprevozioca 1 je bolje da, takođe, izabere HS mrežu linija ($P_1(HS,HS)=31$). Budući da ne postoji dominantna strategija za svakog avioprevozioca i da optimalan izbor avioprevozioca 1 zavisi od optimalnog izbora avioprevozioca 2, u ovom slučaju imamo Nešovu ravnotežu.

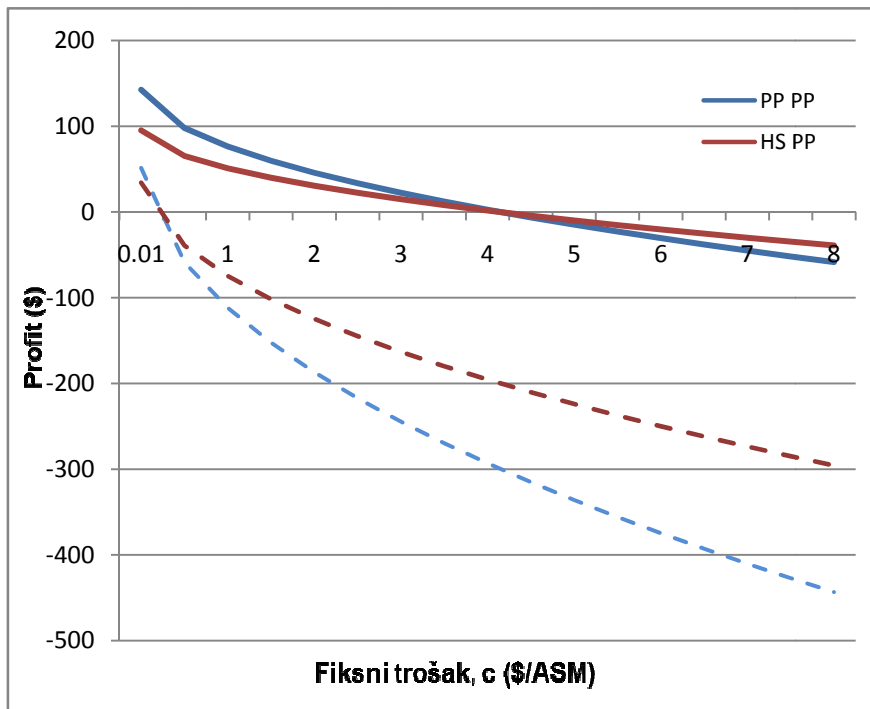
Isti ishod se dobija koristeći uslove definisane u (i)-(iv), odnosno za izabrane vrednosti parametara, ravnoteža se postiže u slučaju kada oba avioprevozioca izaberu ili PP ili HS mrežu linija, odnosno kombinacija $P_1(PP,PP)$ ili $P_1(HS,HS)$ je ravnoteža, jer je $P_1(PP,PP) > P_1(HS,PP)$ i $P_1(HS,HS) > P_1(PP,HS)$ (Tabela 6).

Međutim, imajući u vidu da su mnoge vrednosti parametara pretpostavljene urađena je analiza osetljivosti koja pokazuje kako se ravnoteža menja u zavisnosti od promene vrednosti ključnih parametara. Ova analiza je sprovedena za sve parametre, a biće prikazani rezultati samo za one čije su promene vrednosti rezultirale značajnim promenama rezultata.

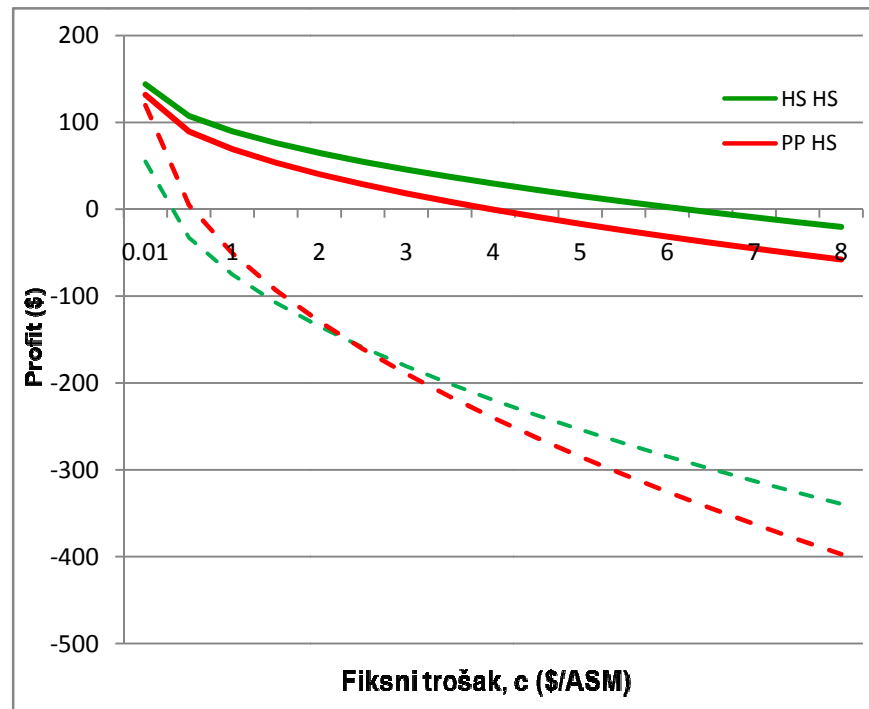
Vrednost fiksnih troškova dobijena je na osnovu podataka o jediničnim troškovima aviona za period od 2007-2009. godine (videti **Poglavlje 3.1**). U pitanju su troškovi aviona na globalnom nivou, zbog čega je opravdano ispitati njihov uticaj na promenu izbora mreže linija avioprevozioca, imajući u vidu da se vrednost ovih troškova može menjati od avioprevozioca do avioprevozioca. Na Slici 32 prikazane su krive profita avioprevozioca za različite scenarije dobijene variranjem fiksnih jediničnih troškova, uz ostale nepromenjene vrednosti parametara. Prema uslovu (68) za izračunavanje vrednosti parametra α za koju je ispunjen uslov optimalnosti, vrednost ovog parametra se menja sa promenom vrednosti fiksnog troška c . Ove promene su uzete u obzir prilikom izračunavanja profita avioprevozioca.

Prema metodi „indukcija unazad“ posmatraju se samo međusobni odnosi profita $P(PP,PP)$ i $P(HS,PP)$ (Slika 32a) i profita $P(HS,HS)$ i $P(PP,HS)$ (Slika 32b), pa su zbog preglednosti prikazani odvojeno. Na Slici 32 se može primetiti sledeće:

- a) profiti u svim scenarijima opadaju sa povećanjem vrednosti fiksnog troška c ;
- b) za vrednosti $c < 4$ kriva profita (PP,PP) je veća od krive profita (HS,PP) ; za vrednosti $c > 4$ kriva profita (HS,PP) je veća od krive profita (PP,PP) , pri nepromenjenim vrednostima ostalih parametara (Slika 32a);
- c) za sve vrednosti c profit $P(HS,HS)$ je veći od profita $P(PP,HS)$ (Slika 32b).



a)



b)

Slika 32. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti fiksnog troška c , slučaj $f_1=f_2$

Prema tome, za vrednosti $c < 4$ ravnoteža se postiže ako oba avioprevozioca izaberu ili PP mrežu linija ili HS mrežu linija. Drugim rečima, i jedna i druga struktura maksimiziraju profite avioprevozilaca, pod uslovom da avioprevozioci biraju iste strukture P(PP,PP) ili P(HS,HS). Za vrednosti $c > 4$ optimalan izbor za avioprevozioco je da izaberu HS mrežu linija, odnosno P(HS,HS).

Međutim, rešenje se menja promenom vrednosti drugih parametara, odnosno povećavanjem vrednosti koeficijenta popunjenost (η), troška stohastičkog vremenskog gubitka (μ) ili troška uzrokovanog redom letenja (δ), pomerajući krive profita na dole (ispekidane linije Slika 32). Pojedinačne promene vrednosti pomenutih parametara imaju isti efekat na krive profita, a to je da za male vrednosti parametra c ($c < 0,25$) ravnoteža je kada avioprevozioci biraju PP mrežu linija. Za vrednosti c u intervalu od 0,25 do 2,5 ravnoteža je kada avioprevozioci biraju različite strukture, odnosno P(PP,HS) ili P(HS,PP), a za vrednosti $c > 2,5$ ravnoteža je kada avioprevozioci biraju HS mrežu linija, odnosno P(HS,HS). Promena dužine linije, takođe, ima efekta na promenu ravnoteže, tako da je za duge linije pri malim vrednostima c , odnosno do vrednosti $c = 4$ ravnoteža kad prevozioci izaberu PP mreže linija, a za vrednosti $c > 4$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija. Na kratkim i srednjim linijama, za vrednosti $c < 0,5$ ravnoteža kad prevozioci izaberu PP mreže linija, za vrednosti c u intervalu između 0,5 i 6 ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, a za vrednosti $c > 6$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu HS mrežu linija.

Kao što je ranije naglašeno tražnja Q_1 na ruti AB i tražnja Q_2 na ruti AHB nisu jednake u asimetričnim scenarijima P(PP,HS) i P(HS,PP), gde avioprevozioci biraju različite strukture mreže linija. Tražnje Q_1 i Q_2 se računaju prema izrazu (9) zamenom izraza za računanje cena P_1 i P_2 i frekvencija letenja F_1 i f_2 (62), (64), (66) i (67). Prilikom izračunavanja tražnji Q_1 i Q_2 vodi se računa da budu u granicama između 0 i 1. U slučaju da vrednosti tražnji Q_1 i Q_2 pređu dozvoljene granice u funkciji za izračunavanje tražnji smatralo se da avioprevozilac ne prevozi nijednog putnika (u slučaju da je Q_1 ili Q_2 ispod nule) ili da prevozi sve putnike, odnosno vrednost 1 (u slučaju da je Q_1 ili Q_2 iznad 1).

Vrednost varijabilnog troška u inicijalnom rešenju je, takođe, dobijen iz analize troškova različitih aviona u periodu od 2007-2009. godine. Kao i u slučaju fiksnih

troškova, osetljivost rešenja modela na promenu vrednosti ovog parametra je bilo opravdano ispitati, imajući u vidu da različiti avioprevozioci imaju različite visine varijabilnih troškova. Rezultati analize prikazani su na Slici 33 i može se primetiti sledeće:

a) profiti u svim scenarijima rastu sa povećanjem vrednosti varijabilnog troška b ;

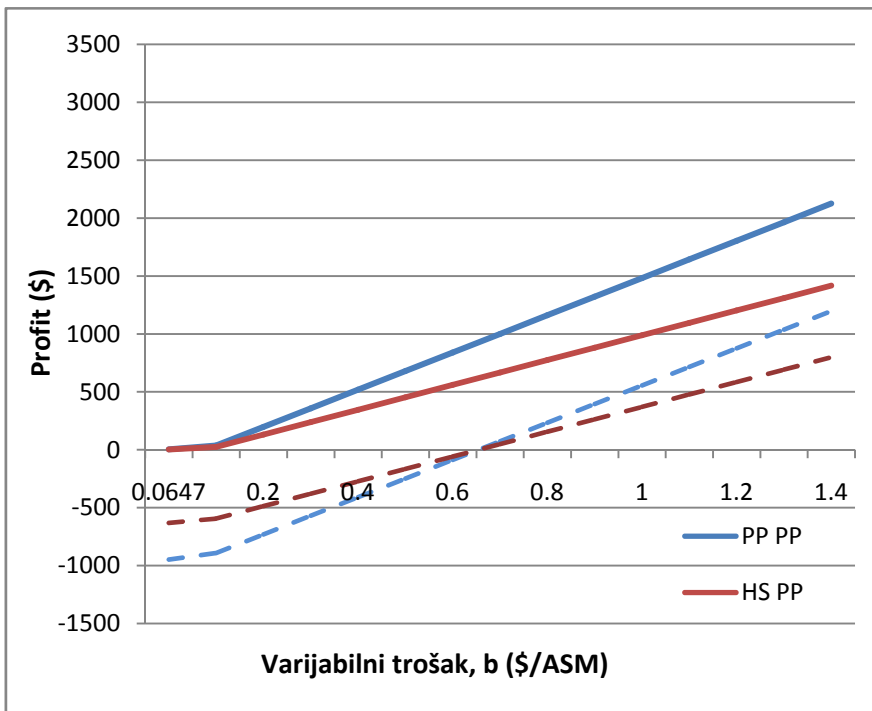
b) za sve izabrane vrednosti varijabilnog troška b , $P(PP,PP)$ je veće od $P(HS,PP)$ (Slika 33a), a $P(PP,HS)$ je veće od (HS,HS) (Slika 33b).

Prema ovim rezultatima ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu PP mrežu linija. Promena neke od vrednosti ulaznih parametara (npr. povećanjem η , μ , l ili δ) uzrokuje smanjenje profita i promenu njihovih međusobnih odnosa, a samim tim i optimalni izbor (prikazano isprekidanom linijom na Slici 33a i 33b). Za male vrednosti b , odnosno $b < 0,65$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu HS mrežu linija, a za vrednosti $b > 0,65$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu PP mrežu linija.

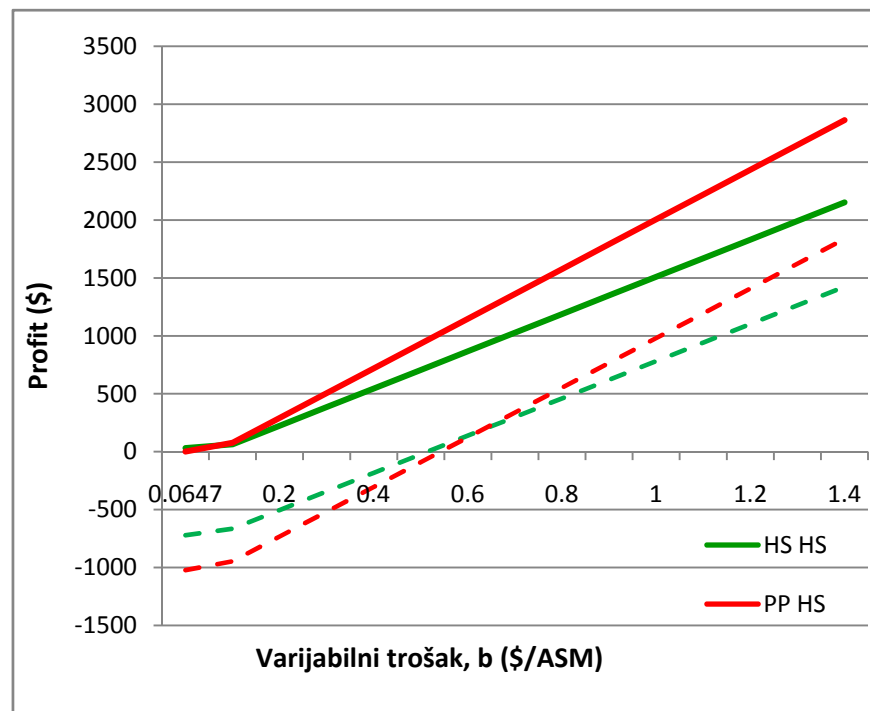
U inicijalnom rešenju pretpostavljeno je da su avioni 70% popunjeni, tj. $\eta = 0,7$, i u tom slučaju optimalan izbor za avioprevoziococe je $P(PP,PP)$ ili $P(HS,HS)$. Međutim, u realnosti ta vrednost varira od avioprevozioca do avioprevozioca, zbog čega je ispitan i uticaj promene ovog parametra na rešenje modela. Uticaj promene vrednosti parametra η na profit avioprevozioca 1 za različite scenarije prikazan je na Slici 34.

Za koeficijent popunjenosti aviona do 60% (Slika 34b) ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu PP mreže linija. Ako je koeficijent popunjenosti aviona u intervalu između 60% i 70% optimalan izbor za avioprevoziococe je $P(PP,PP)$ ili $P(HS,HS)$. Za koeficijent popunjenosti veći 70% ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu HS mreže linija, odnosno $P(HS,HS)$.

Tačka promene izbora avioprevozioca kada se postiže ravnoteža pomera se u levo, a krive na dole (isprekidana linija na Slici 34b), odnosno javlja se za manju vrednost η , kada se povećava trošak uzrokovan redom letenja (δ).

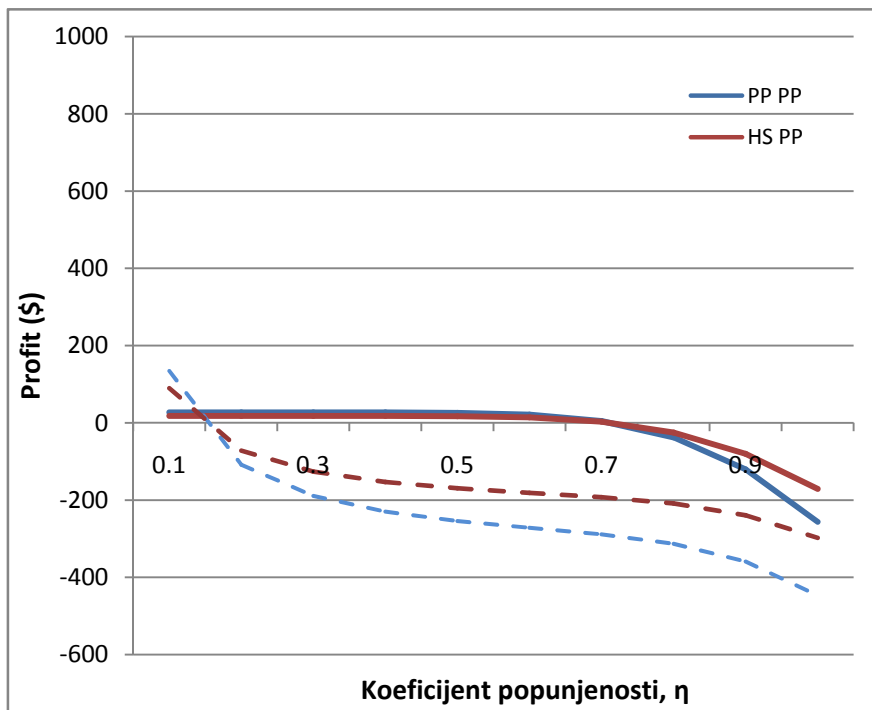


a)

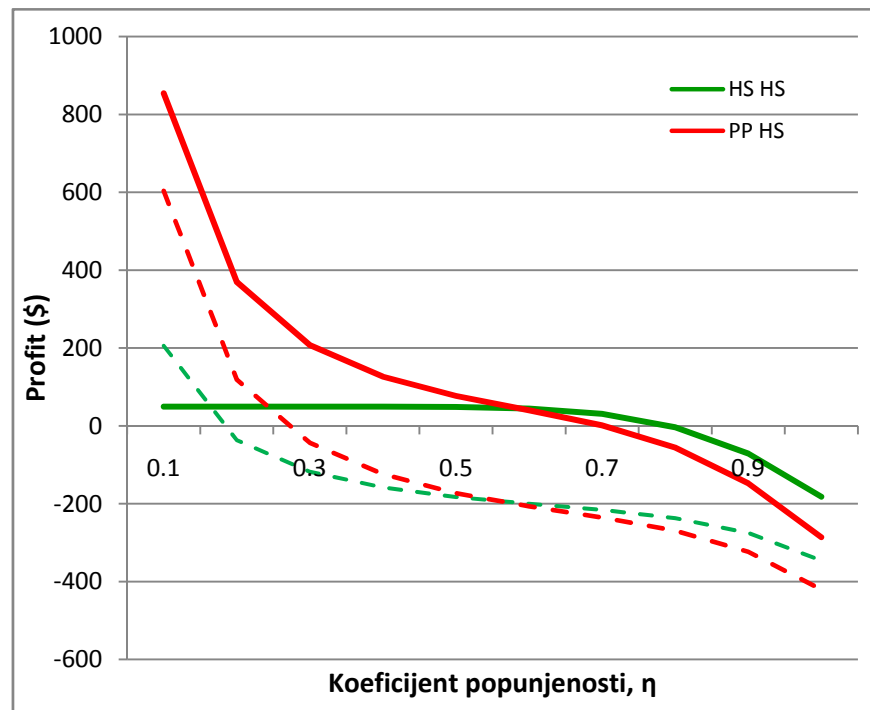


b)

Slika 33. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti varijabilnih troškova b , slučaj $f_1=f_2$



a)



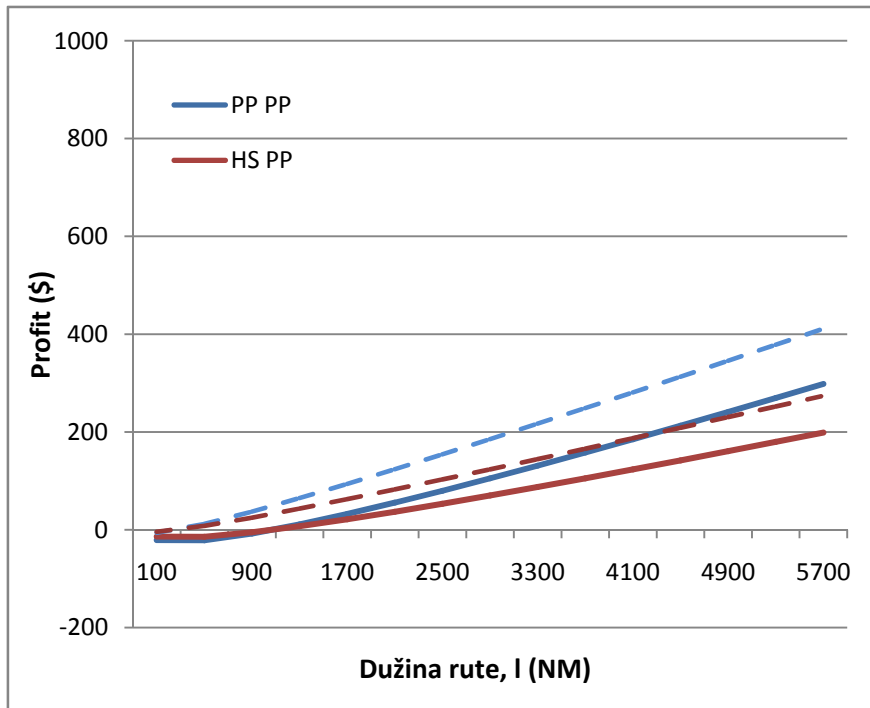
b)

Slika 34. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i koeficijenta popunjenosti η , slučaj $f_1=f_2$

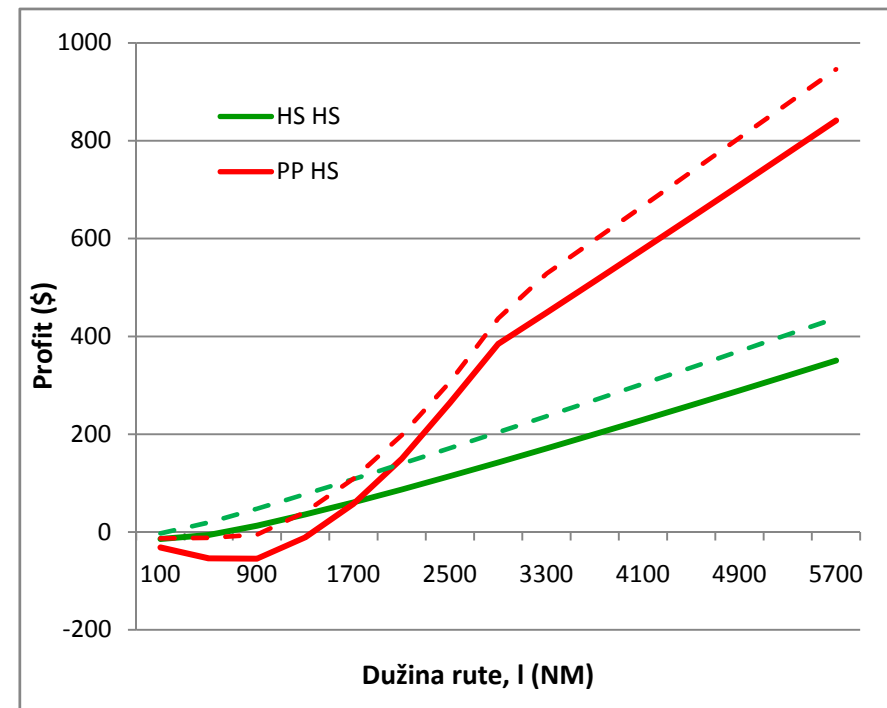
Na Slici 35 data je promena profita u različitim scenarijima sa promenom dužine rute, pri ostalim nepromenjenim vrednostima parametara. Povećavanjem dužine rute profit avioprevozioca se povećava. Za dužine ruta do 1000 NM ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, odnosno **P(HS,HS)**. Za dužine ruta u intervalu između 1000 NM i 1700 NM ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu ili PP ili HS mreže linija, odnosno **P(PP,PP) ili P(HS,HS)**. Za dužine ruta većim od 1700 NM ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu PP mrežu linija, odnosno **P(PP,PP)**.

Prema svemu gore navedenom i dobijenim rezultatima u analizi, može se izvesti i generalni zaključak, koji je u skladu i sa ranijim rezultatima (npr. Brueckner (2004), Brueckner and Flores-Fillol (2007), Flores-Fillol (2009) i Silva *et al.* (2014)):

- a) kada su **varijabilni troškovi niski**, a **fiksni troškovi visoki** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, odnosno **P(HS,HS)**;
- b) kada su **varijabilni i fiksni troškovi visoki**, ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno **P(HS,PP) ili P(PP,HS)**;
- c) kada su **varijabilni i fiksni troškovi niski**, ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu ili PP ili HS mreže linija, odnosno **P(PP,PP) ili P(HS,HS)**;
- d) kada su **varijabilni troškovi visoki**, a **fiksni troškovi niski** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu PP mrežu linija, odnosno **P(PP,PP)**;
- e) kada je **tražnja mala** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu PP mrežu linija, odnosno **P(PP,PP)**; kada je **tražnja velika** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, odnosno **P(HS,HS)**;
- f) za **kratke i srednje rute** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, odnosno **P(HS,HS)**, a na **dugim rutama** ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno **P(HS,PP) ili P(PP,HS)**.



a)



b)

Slika 35. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i dužine rute l , slučaj $f_1=f_2$

4.2. Mreža linija: ravnoteža, slučaj $F_1=f_2$

Za nalaženje ravnoteže na mreži u opštem slučaju, kada je $F_1=f_2$, ponovo je korišćena metoda „indukcija unazad“. Kao što je ranije pomenuto, prilikom određivanja ravnoteže mreže linija, ispitivan je svaki mogući slučaj izbora dva avioprevozioca i među njima je tražen onaj koji daje najbolje moguće rešenje, odnosno maksimalni profit u opštem slučaju. Za izračunavanje profita avioprevozioca korišćene su ranije pretpostavljene vrednosti svih definisanih parametara koji se pojavljuju u izrazima za izračunavanje profita i oni su prikazani u Tabeli 7. Za određivanje vrednosti parametra α poštovani su uslovi (25), (34) i (86), kako bi se ispunio uslov optimalnosti u svim scenarijima.

Tabela 7. Vrednosti parametara, slučaj $F_1=f_2$

Parametar	Jedinica	Vrednost
α	\$	260
b	\$/ASM	0,06
c	\$/ASM	3,90
η	-	0,7
δ	\$	0,1
μ	\$	0,1
I	NM	1500

U Tabeli 8 date su vrednosti profita avioprevozioca 1 za različite ishode izbora mreže linija oba avioprevozioca kada je $F_1=f_2$. I u ovom slučaju oba avioprevozioca imaju dve moguće strategije: da izaberu PP ili HS mrežu linija. U Tabeli 8 dati su mogući ishodi izbora jedne od pomenutih strategija. U gornjem levom uglu dat je ishod za avioprevozioca 1, dok je u donjem desnom uglu dat ishod za avioprevozioca 2, za svaku od mogućih kombinacija.

Tabela 8. Matrica ishoda, slučaj $F_1=f_2$

		Avioprevozioc 2	
		PP	HS
Avioprevozioc 1	PP	45	87
	HS	55	49
		45	55
		87	49

Kada avioprevoznik 2 izabere PP mrežu linija, za avioprevoznika 1 je bolje da izabere HS mrežu linija, jer je u tom slučaju njegov profit ($P_1(\text{HS}, \text{PP})=55$) veći u odnosu na odgovarajući profit ako izabere PP mrežu linija ($P_1(\text{PP}, \text{PP})=45$). Kada avioprevoznik 2 izabere HS mrežu linija, za avioprevoznika 1 je bolje da izabere PP mrežu linija ($P_1(\text{PP}, \text{HS})=87$). I u ovom slučaju ne postoji dominantna strategija za svakog avioprevoznika tako da imamo Nešovu ravnotežu.

Isti ishod se dobija koristeći uslove definisane u (i)-(iv), odnosno za izabrane vrednosti parametara, ravnoteža se postiže u slučaju kada avioprevoznici izaberu različite strukture mreže linija, odnosno kombinacija $P_1(\text{PP}, \text{HS})$ ili $P_1(\text{HS}, \text{PP})$ je ravnoteža, jer je $P_1(\text{HS}, \text{PP}) > P_1(\text{PP}, \text{PP})$ i $P_1(\text{PP}, \text{HS}) > P_1(\text{HS}, \text{HS})$ (Tabela 8).

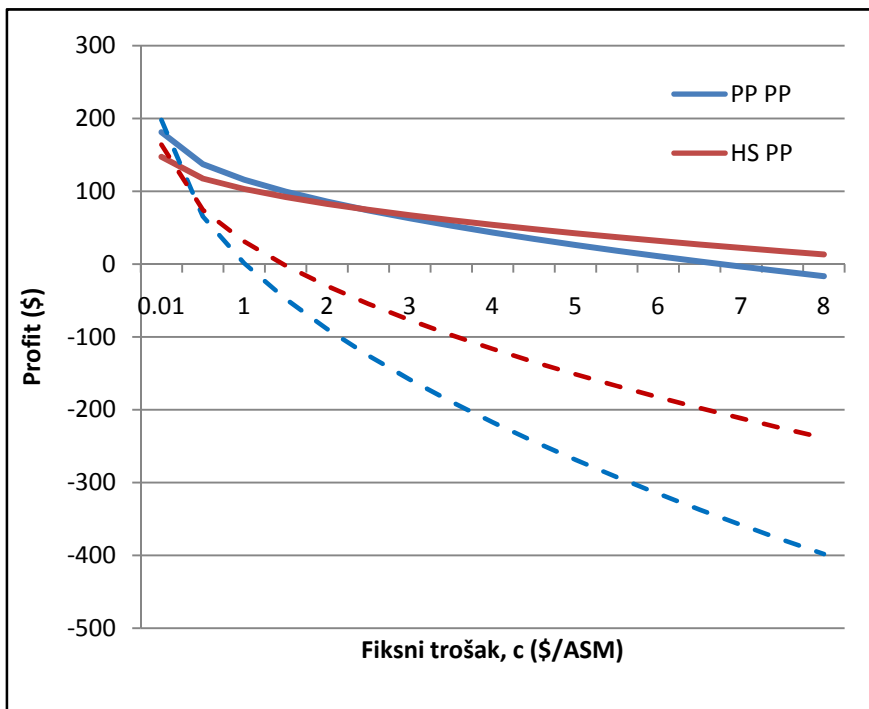
Dalje je urađena analiza osetljivosti rešenja na promene vrednosti ključnih parametara, koja pokazuje kada se ravnoteža menja u zavisnosti od njihove promene.

Na Slici 36 prikazane su krive profita avioprevoznika za različite scenarije variranjem fiksnih jediničnih troškova, dok ostali parametri imaju nepromenjene vrednosti. Kada su rezultati analize osetljivosti rešenja na promenu vrednosti parametra c u pitanju, na Slici 36 se može primetiti sledeće:

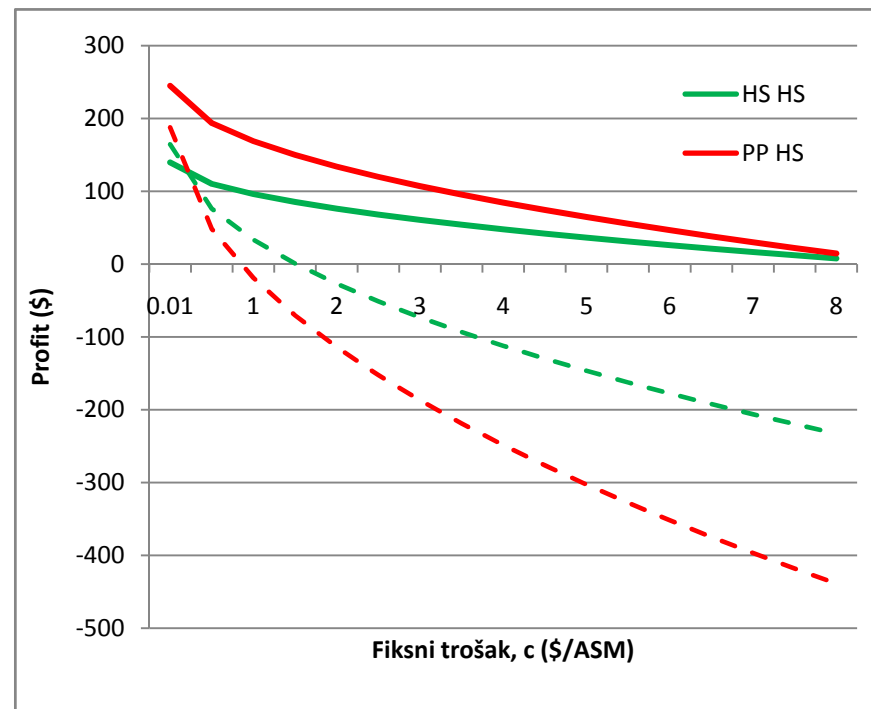
- a) profiti u svim scenarijima opadaju sa povećanjem vrednosti fiksnog troška c ;
- b) za vrednosti $c < 2,5$ kriva profita (PP,PP) je veća od krive profita (HS,PP); za vrednosti $c > 2,5$ kriva profita (HS,PP) je veća od krive profita (PP,PP), pri nepromenjenim vrednostima ostalih parametara (Slika 36a);
- c) vrednost profita $P(\text{PP}, \text{HS})$ je veća od vrednosti profita $P(\text{HS}, \text{HS})$ za sve izabrane vrednosti parametra c (Slika 36b).

Prema tome, za vrednosti $c < 2,5$ ravnoteža je kada avioprevoznici biraju PP mrežu linija, odnosno $P(\text{PP}, \text{PP})$. Za $c > 2,5$ optimalan izbor za oba avioprevoznika je da izaberu različite strukture mreže linija, odnosno $P(\text{PP}, \text{HS})$ ili $P(\text{HS}, \text{PP})$.

Tačka promene optimalnog izbora menja se povećavanjem vrednosti koeficijenta popunjenost η , troška stohastičkog vremenskog gubitka μ , troška uzrokovanog redom letenja δ ili smanjenjem dužine rute l , tako što se pomera u levu stranu i na dole (ispikidana linija Slika 36a) tj. javlja se pri manjoj vrednosti c . Promena pomenutih parametara utiče i na promenu međusobnog odnosa krivih profita $P(\text{HS}, \text{HS})$ i $P(\text{PP}, \text{HS})$ (ispikidana linija Slika 36b) tako što se kriva profita $P(\text{PP}, \text{HS})$ spušta na niže i seče krivu profita $P(\text{HS}, \text{HS})$, rezultirajući promenom ravnoteže.



a)



b)

Slika 36. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti fiksnog troška c , slučaj $F_1=f_2$

Na Slici 36, isprekidanim linijama je dato rešenje koje se dobija kada se koeficijent popunjenost η poveća na 1. Pod tim uslovom za $c > 0,5$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu HS mrežu linija, odnosno $P(HS,HS)$, Slika 36b, a za $c < 0,5$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu PP mrežu linija, odnosno $P(PP,PP)$.

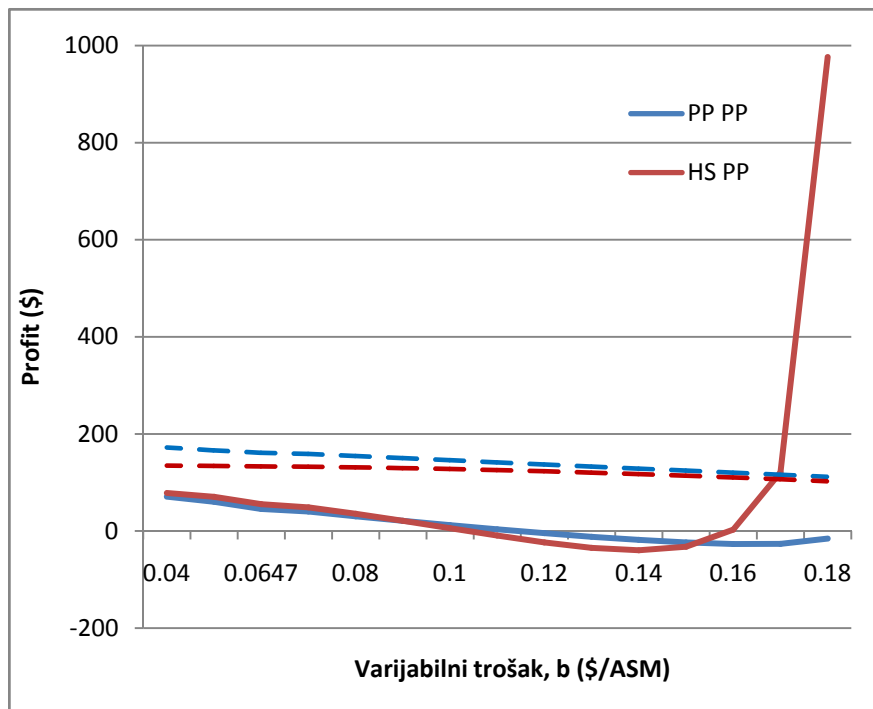
Osetljivost rešenja modela na promenu vrednosti parametra b je prikazana na Slici 37 i može se primetiti sledeće:

a) profiti $P(PP,PP)$ i $P(HS,HS)$ opadaju sa porastom vrednosti parametra b , profit $P(HS,PP)$ prvo opada, a zatim raste za veće vrednosti parametra b , dok profit $P(PP,HS)$ raste sa porastom parametra b ;

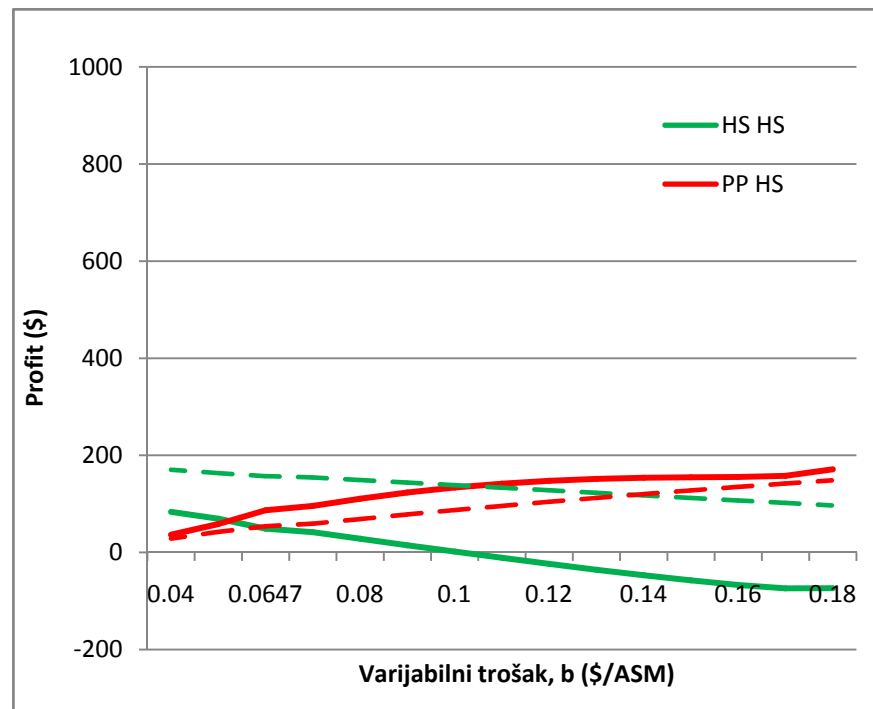
b) za sve izabrane vrednosti varijabilnog troška b , $P(PP,HS)$ je veće od $P(HS,HS)$ (Slika 37b);

c) za sve vrednosti $b < 0,09$ profiti $P(PP,PP)$ i $P(HS,PP)$ su približno jednaki; za vrednosti parametra b u intervalu od $0,09$ do $0,15$ važi da je $P(PP,PP) > P(HS,PP)$; za vrednosti parametra $b > 0,15$ važi da je $P(HS,PP) > P(PP,PP)$ (Slika 37a).

Prema gore navedenim rezultatima analize osetljivosti modela na vrednost varijabilnog troška b , može se zaključiti da je za vrednosti $b < 0,09$ ravnoteža ako avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno $P(PP,HS)$ ili $P(HS,PP)$. Za vrednosti $0,15 > b > 0,09$ ravnoteža je ako izaberu PP mrežu linija, a za vrednosti $b > 0,15$ ravnoteža je, ponovo, ako avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija. Ravnoteža se menja ako se povećavaju dužina rute, koeficijent popunjenosti, vrednost fiksnog troška i troškovi putnika, tako što dolazi do smanjenje profita, odnosno pomeranja krivih na dole, a tačka promene rezultata se pomera u levu stranu. Na Slici 37 su prikazani efekti ako se smanji dužina rute na 500 NM, predstavljeno isprekidanim linijama. Ako je $b < 0,14$ ravnoteža je da oba avioprevozioca izaberu istu strukturu mreže linija, odnosno $P(PP,PP)$ ili $P(HS,HS)$. Ako je vrednost parametra b u intervalu između $0,09$ i $0,15$ ravnoteža je ako avioprevozioci izaberu PP strukturu mreže, a za vrednosti parametra $b > 0,15$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno $P(HS,PP)$ ili $P(PP,HS)$.



a)



b)

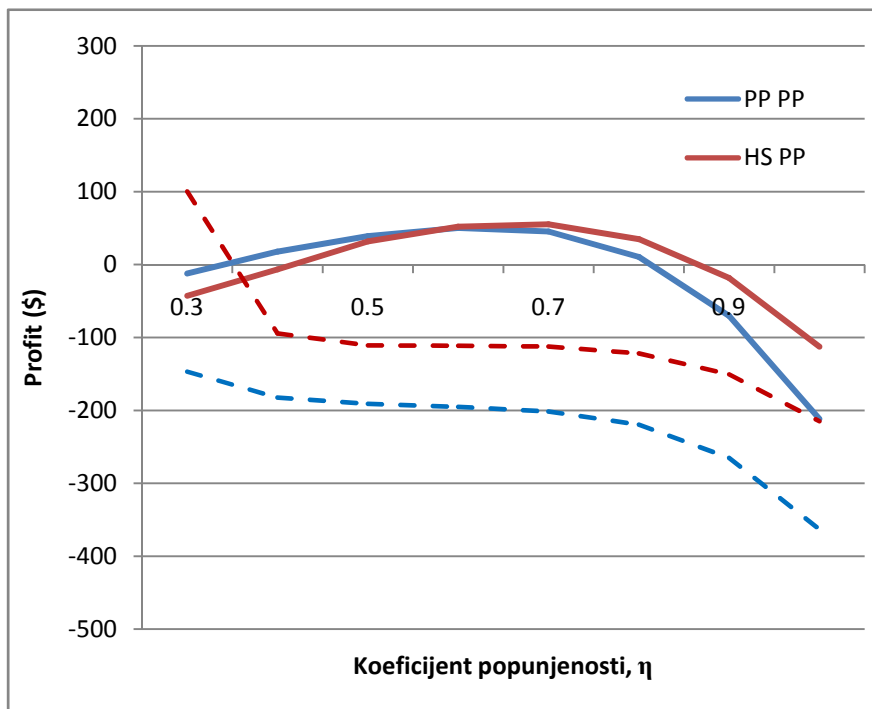
Slika 37. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i vrednosti varijabilnih troškova b , slučaj $F_1=f_2$

Uticaj promene vrednosti parametra η na profit avioprevozioca 1 za različite scenarije prikazan je na Slici 38. Kada je popunjenost aviona do 60% ravnoteža je u slučaju da avioprevozioci izaberu PP mrežu linija, odnosno P(PP,PP). Ako je koeficijent popunjenosti u intervalu od 60% do 80% ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno P(HS,PP) ili P(PP,HS). Za veće koeficijente popunjenosti od 80%, ravnoteža je u slučaju da oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, odnosno P(HS,HS). Krive profita idu na dole i tačka promene rešenja se pomera u levu stranu, odnosno javlja se za manju vrednost η ako se povećavaju fiksni trošak c , trošak stohastičkog vremenskog gubitka μ ili trošak uzrokovan redom letenja δ (isprekidane linije na Slici 38b). Na kratkim rutama do 1000 NM i za vrednosti $\eta < 0,9$, ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu istu strukturu mreže linija, odnosno P(PP,PP) ili P(HS,HS), a za $\eta > 0,9$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu HS mrežu linija. Za duge linije, preko 3000 NM i za vrednosti $\eta < 0,9$, ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno P(HS,PP) ili P(PP,HS), a za $\eta > 0,9$ ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu HS mrežu linija.

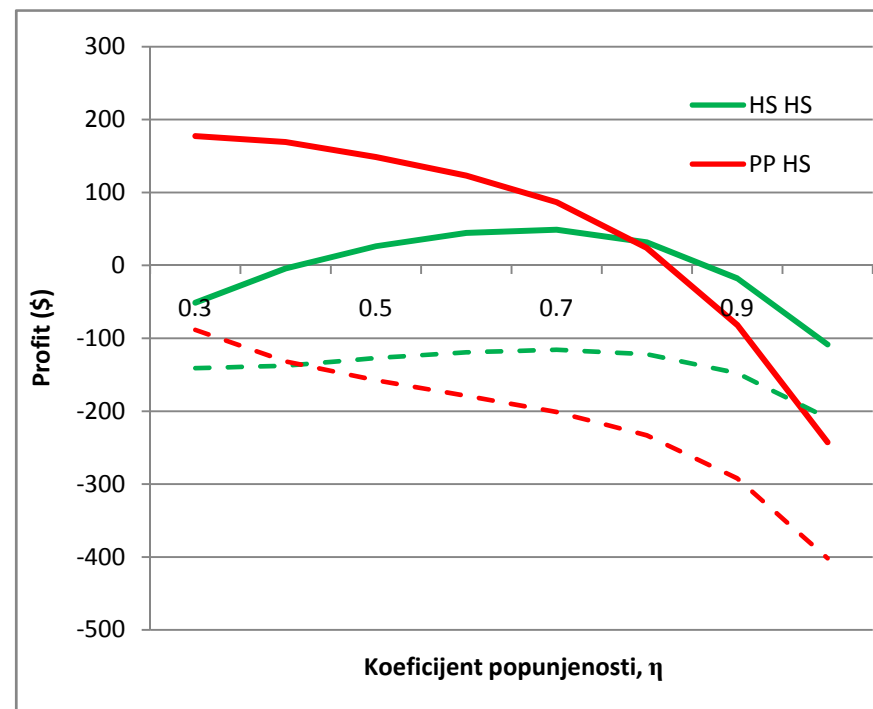
Na Slici 39 data je promena profita u različitim scenarijima sa promenom dužine rute l , pri ostalim nepromenjenim vrednostima parametara. Rezultati pokazuju sledeće:

- a) sa porastom dužine rute profita P(PP,PP) i P(HS,HS) opadaju, profit P(HS,PP) u početku opada, a za dužine preko 3000 NM počinje da raste, a profit P(PP,HS) je uglavnom konstantan.
- b) za dužine do 1000 NM ravnoteža je ako avioprevozioci izaberu PP ili HS mreže linija, odnosno P(PP,PP) ili P(HS,HS) (Slika 39);
- c) za dužine ruta preko 1000 NM ravnoteža je ako avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno P(HS,PP) ili P(PP,HS) (Slika 39).

Povećavanjem vrednosti fiksnog troška c , koeficijenta popunjenosti η , troška stohastičkog vremenskog gubitka μ ili troška uzrokovanog redom letenja δ , tačka promene optimalnog rezultata se pomera u levu stranu, a krive profita idu na dole. U primeru prikazanom na Slici 39 isprekidanim linijama je prikazana situacija za vrednost koeficijenta popunjenosti $\eta=1$ i može se primetiti da za tako visoku vrednost popunjenosti aviona ravnoteža je u slučaju da avioprevozioci izaberu HS mreže linija (P(HS,HS)) za sve vrednosti $l > 300$ NM. Za vrednosti $l < 300$ NM ravnoteža je ako avioprevozioci izaberu PP ili HS mreže linija, odnosno P(PP,PP) ili P(HS,HS).



a)

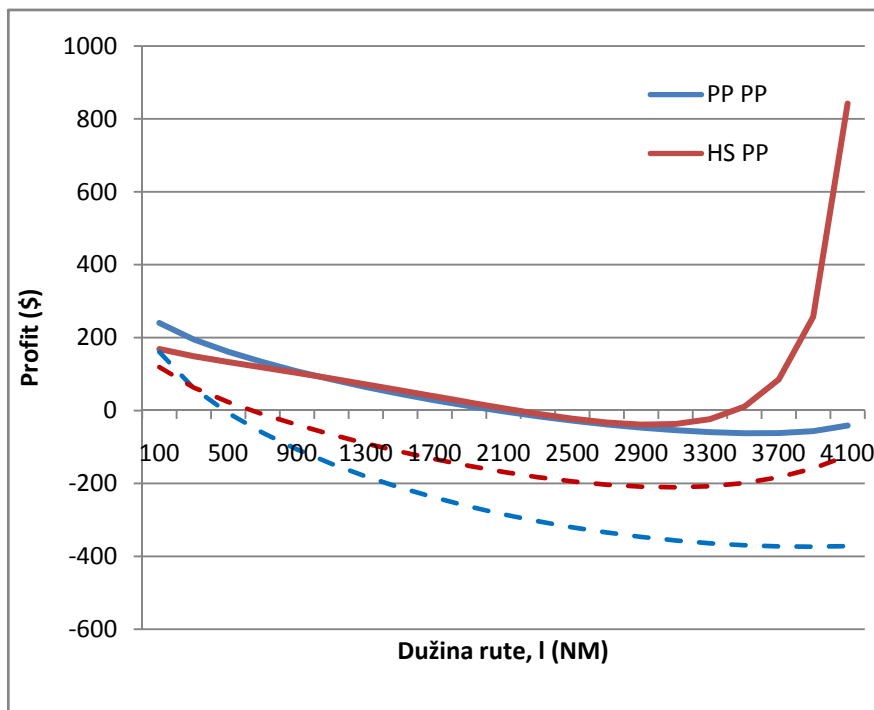


b)

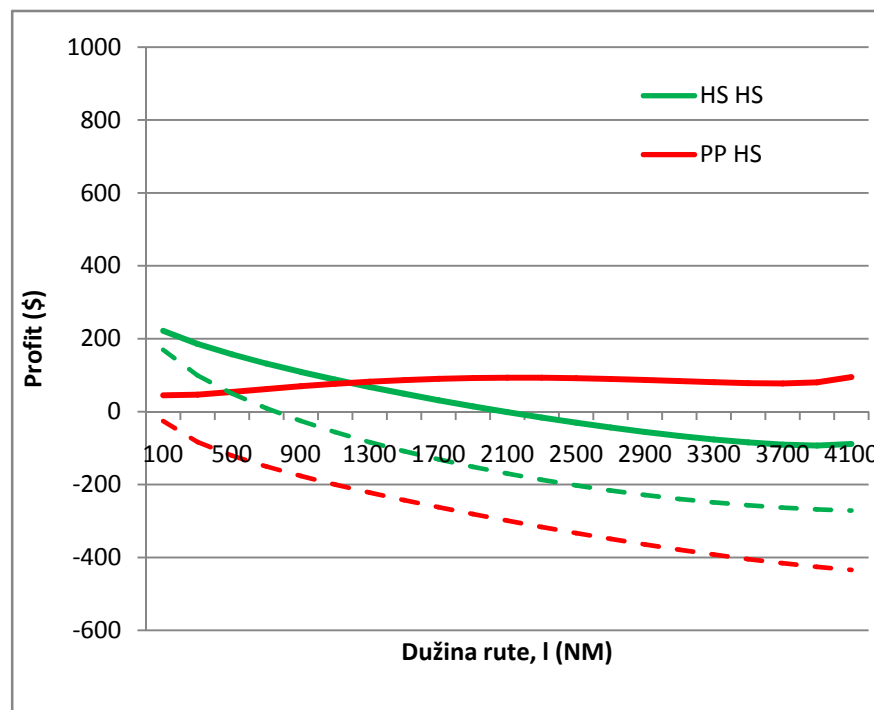
Slika 38. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i koeficijenta popunjenosti η , slučaj $F_1=f_2$

Prema navedenim rezultatima iz analize osetljivosti, kada je $F_1=f_2$ mogu se izvući sledeći zaključci:

- a) kada su **varijabilni troškovi niski**, a **fiksni troškovi visoki** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, odnosno **P(HS,HS)**;
- b) kada su **varijabilni i fiksni troškovi niski** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu PP mrežu linija, odnosno **P(PP,PP)**;
- c) kada su **varijabilni i fiksni troškovi visoki** ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno **P(HS,PP)** ili **P(PP,HS)**;
- d) kada su **varijabilni troškovi visoki**, a **fiksni troškovi niski** ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno **P(HS,PP)** ili **P(PP,HS)**;
- e) kada je **tražnja mala** ravnoteža je kada avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno **P(HS,PP)** ili **P(PP,HS)**, a kada je **tražnja velika** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu HS mrežu linija, odnosno **P(HS,HS)**;
- f) za **kratke rute** ravnoteža je kada oba avioprevozioca izaberu istu strukturu mreže linija, odnosno **P(PP,PP)** ili **P(HS,HS)**, a na srednjim i dugim rutama ravnoteža je u slučaju da avioprevozioci izaberu različite strukture mreže linija, odnosno **P(HS,PP)** ili **P(PP,HS)**.



a)



b)

Slika 39. Promena profita avioprevozioca u zavisnosti od izbora strukture mreže linija i dužine rute l , slučaj $F_1=f_2$

5. Zaključak

U ovoj doktorskoj disertaciji razvijen je optimizacioni model izbora mreže linija avioprevozioca u uslovima liberalizovanog tržišta. Mreža linija je ključni deo poslovne strategije avioprevozioca i izabrana struktura mreže linija neće imati samo uticaja na troškove avioprevozioca, već može stvoriti i određene prednosti kada su prihodi u pitanju. Problemi koji se postavljaju pred avioprevozioca su: a) na koji način opsluživati izabrana tržišta, b) koji kvalitet usluge pružiti korisnicima, c) koji su efekti izabrane ponude na prihod i troškove avioprevozioca i d) kakav je uticaj konkurencije na izbor mreže linija avioprevozioca.

U disertaciji je pretpostavljeno da avioprevozilac ima određenu strukturu troškova, obavlja operacije na liberalizovanom tržištu i zajedno sa ostalim avioprevoziocima ima potpunu slobodu da odredi na koje će tržište ući ili izaći, koji će kapacitet i frekvenciju letenja da ponudi, i po kojoj ceni. Tražnja putnika je osetljiva na cenu i kvalitet usluge. Pod pretpostavkom da za sve avioprevoziocce važe isti uslovi, pitanje koje se postavlja je koju strukturu mreže linija će avioprevozilac da izabere da bi maksimizirao svoj profit.

Jedan od mogućih odgovora na postavljeno pitanje je dat u ovoj disertaciji. Predložen je optimizacioni model izbora mreže linija avioprevozioca, sastavljen od tri podmodela kojima se za svaku zadatu konfiguraciju mreže linija (od-tačke-do-tačke, *hub-and-spoke* i kombinovano) definišu cene usluga i frekvencije letenja koje maksimiziraju profit avioprevozioca. Problem je rešavan za slučaj kada na tržištu postoji duopol avioprevozilaca, a razvijeni model oduhvata najvažnije elemente koji karakterišu tržište nakon deregulacije: avioprevozioci međusobno konkurišu u ceni i frekvenciji letenja, a putnika karakteriše lojalnost prema jednom ili drugom avioprevoziocu, osetljivost na cenu i kvalitet usluge. Kvalitet usluge na određenoj ruti je izražen kroz putnikovu funkciju troška koja obuhvata: a) cenu karte na izabranoj ruti, b) vremenski gubitak uzrokovan redom letenja i c) stohastički vremenski gubitak. Prilikom rešavanja ovog problema u obzir nisu uzeti samo interesi avioprevozioca (maksimiziranje profita) već i interesi putnika.

Rezultati dobijeni modelom u velikoj meri odgovaraju realnosti i ukazuju na to da sam model obuhvata suštinske elemente problema optimizacije mreže linija avioprevozioca. Analiziranjem izraza za izračunavanje cena i frekvencija na ruti u različitim scenarijima, može se zaključiti da će prelaskom sa PP na HS mrežu linija,

avioprevoznik ponuditi veću frekvenciju letenja i veći broj sedišta svojim putnicima na ruti, ali po većim cenama. Takođe je pokazano da je HS mreža linija bolji izbor za avio-prevoznice u slučaju kada su varijabilni troškovi niski, a fiksni visoki, kada su dužine ruta kratke i srednje i kada je tražnja velika. Avio-prevoznici bi trebalo da izaberu PP mrežu linija kada su varijabilni i fiksni troškovi niski, kada su rute kratke i kada je tražnja mala. Na kraju, avio-prevoznici bi trebalo da izaberu različite strukture mreže linija kada su varijabilni i fiksni troškovi visoki, kada je tražnja srednja i kada su dužine ruta duge.

Jedno od interesantnih zapažanja je da je PP mreža optimalan izbor za avio-prevoznice ako je tražnja mala. Opsluživanje ruta sa malom tražnjom se u velikoj meri poklapa sa ponašanjem LCC avio-prevoznika budući da je u praksi čest slučaj da opslužuju linije između manjih (sekundarnih) aerodroma gde je tražnja mala. Naravno, LCC će opsluživati tržišta sa malom tražnjom, ali će to raditi samo u slučaju ako ostvaruju profit.

Kada je u pitanju dužina rute, u ovom trenutku broj LCC avio-prevoznika koji lete na dugim linijama još uvek je ograničen. U poslednjih 30 godina bilo je više pokušaja⁴⁵ da LCC svoju uslugu prošire na dugolinijske letove, ali se nijedan od njih nije pokazao kao održiv. Uslovi na dugim linijama (širokotrupni avioni, obavezan obrok u toku leta, slotovi na hab aerodromima, manja iskorišćenost posade i flote, itd.) su znatno strožiji u odnosu na kraće linije što se teško uklapa u poslovni model LCC baziran na velikim uštedama. Trenutno nekoliko LCC avio-prevoznika (npr. *Jet Star* u Australiji i *Air Asia X* u Maleziji) obavljaju dugolinijske letove, a od nedavno je i *Norwegian Air Shuttle* ovu vrstu usluge ponudio u Evropi, gde je uveo nove letove ka SAD i Tajlandu (*The Economist*, 2014). Imajući u vidu, značajni tehnološki napredak kod novih aviona za dugolinijski saobraćaj (efikasnija potrošnja goriva i manji broj sedišta), opravdano je očekivati da će uz pravu strategiju u skorijoj budućnosti ponuda LCC početi da daje pozitivne rezultate i u ovom segmentu.

Model izbora mreže linija avio-prevoznika u uslovima liberalizovanog tržišta predložen u ovoj disertaciji može biti koristan u fazi razvoja strategije avio-prevoznika kao sredstvo za evaluaciju predloženih alternativa kroz različite scenarije. Takođe,

⁴⁵ *People Express* u SAD 1983. godine, *Zoom Airlines* u Kanadi 2002. godine, *Oasis Airlines* u Hong Kongu 2006. godine itd.

rezultati modela mogu dati avioprevoziocima određene smernice i pokazatelje pod kojim uslovima je jedna struktura mreže bolja za avioprevozioca, a pod kojim druga.

Predloženi model izbora mreže linija avioprevozioca pruža mogućnosti za dalje proširenje i unapređenje kako bi se obuhvatili i drugi faktori koji imaju uticaj na projektovanje mreže linija, a samim tim i na odluku o izboru njene strukture. Kao na primer, vreme trajanja putovanja, broj zaustavljanja u toku putovanja, dodatni troškovi i kašnjenje usled korišćenja haba. Dodatni troškovi koji se javljaju usled korišćenja kapaciteta i usluge u habu trebalo bi da obuhvataju i troškove nabavke slotova budući da bi opsluživanje tog aerodroma od strane avioprevozioca bilo uslovljeno posedovanjem odgovarajućih kapaciteta. S obzirom na to da bi svi ovi elementi povećali trošak obavljanja operacija u habu, moguće je da bi na važnosti dobila PP mreža linija.

Još jedno od mogućih unapređenja modela bilo bi uvođenje određenih parametara koji bi omogućili diferencijaciju cena na ruti prema klasama, budući da su troškovi opsluge putnika u biznis klasi veći od troškova opsluge putnika u ekonomskoj klasi. Kao dodatak tome, uvođenje nekog vida upravljanja prihodima, približilo bi model realnosti, imajući u vidu da avioprevozioci upravo primenom ovih tehnika uvećavaju svoj profit na tržištu.

Osobina predloženog modela u ovoj doktorskoj disertaciji je i ta da je on simetričan, odnosno avioprevozioci donose odluke o ceni i frekvenciji letenja simultano. U praksi je čest slučaj i da jedan avioprevozilac odredi cenu i količinu pre dugog avioprevozioca, tako da je drugi avioprevozilac u poziciji da određuje svoju cenu i količinu u odnosu na poznati izbor prvog tako da maksimizira svoj profit. Ova vrsta modela spada u sekvencijalne modele i pogodni su za opisivanje onih tržišta na kojima postoji dominantna kompanija. Na osnovu same teorije nije moguće dati odgovor da li bi sekvencijalni pristup bio prikladniji za opisivanje ponašanja avioprevozilaca na tržištu u odnosu na simultani, ideja je da se dalje istraživanje proširi i u ovom pravcu.

Korišćenjem „idealizovanog“ (pojednostavljenog) modela izbora mreže linija avioprevozilaca i ograničavanjem na duopol, omogućava da se shvate osnovne interakcije između avioprevozilaca kada je strategija u pitanju, bez uvođenja kompleksnosti koja je nužna u slučaju postojanja više avioprevozilaca, kao i u slučaju proširivanja modela na veliki broj aerodroma u mreži. Međutim, upravo to karakteriše realnu situaciju na tržištu vazdušnog saobraćaja. Osim toga, različite tražnje na rutama i

različite troškovne funkcije avioprevoznika su samo još neki od parametara koji mogu imati uticaja na izbor odgovarajuće mreže linija avioprevoznika i koji bi morali da budu razmatrani u nekim daljim istraživanjima. Imajući u vidu da je primena analitičkih modela u kompleksnim sistemima ograničena, dalje istraživanje bi podrazumevalo primenu nekih heurističkih ili simulacionih modela. Jedan od takvih je i *Agent-Based Modelling* (ABM) koji pruža velike mogućnosti kad je u pitanju kombinovanje kompleksnih sistema i teorije igara, kao i simulacije akcija i interakcija između većeg broja učesnika u sistemu.

LITERATURA

1. *Future scenarios for the European Airline Industry*, 2010. The HHL Center for Scenario Planning, HHL – Leipzig Graduate School of Management and Roland Berger Strategy Consultants.
2. Adler, N., Berechman, J., 2001. Evaluating optimal multi-hub networks in a deregulated aviation market with an application to Western Europe, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.35, Issue 5, pp. 373-390.
3. Adler, N., 2005. Hub-spoke network choice under competition with an application to Western Europe, *Transportation Science*, Vol. 39, 1, pp. 58-72.
4. Bazargan, M., 2004. *Airline Operations & Scheduling*, Ashgate Publishing Group, Burlington, USA.
5. Begović, B., Labus, M., Jovanović, A., 2008. *Ekonomija za pravnike*, Pravni fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd.
6. Berechman, J., De Wit, J., 1996. An analysis of the effects of European aviation deregulation on an airline's network structure and choice of a primary west European hub airport, *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 30, Issue 3, pp. 251-274.
7. Berechman, J., Shy, O., 1993. *Airline deregulation and choice of networks*, Mimeo, Public Policy and Economics Department, Tel Aviv University.
8. Berechman, J., Shy, O., 1998. The structure of airline equilibrium networks, in J. C. J. M. Van der Bergh, P. Nijkamp, and P. Rietveld (eds): *Recent Advances in Spatial Equilibrium Modelling*, Springer, Berlin.
9. Bittlingmayer, G., 1989. Efficiency and entry in a simple airline network, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 8, pp. 245-257.
10. Bourghouwt, G., Hakfoort, J., 2001. The evolution of the European aviation network, *Journal of Air Transport Management*, Vol.7, pp. 311-318.
11. Brander, J. A, Zhang, A., 1990. Market conduct in the airline industry: an empirical investigation, *RAND Journal of Economics*, Vol. 21, pp. 567-583.
12. Brueckner, J. K., 1997. The economics of international codesharing: an analysis of airline alliances, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 19, pp. 1475–1498.

13. Brueckner, J., 2004. Network structure and airline scheduling, *The Journal of Industrial Economics*, Vol. LII, No. 2, pp. 291-312.
14. Brueckner, J. K., Spiller, P. T., 1994. Economies of traffic density in the deregulated airline industry, *Journal of Law and Economics*, Vol. 37, pp. 379-415.
15. Brueckner, J.K., Flores-Fillol, R., 2007. Airline schedule competition, *Review of Industrial Organization*, Springer, Vol. 30, Issue 3, pp. 161-177.
16. Brueckner, J.K., Zhang, Y., 2001. A model of scheduling in airline networks, *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 35, Part 2, pp. 195-222.
17. CAA, 1998. *The single european aviation market: the first five years*, (CAP 685), Westward Digital, London.
18. CAPA, <http://centreforaviation.com/>, januar 2014.
19. Caves, R. E., 1997. European airline networks and their implications for airport planning, *Transport reviews*, Vol. 17 (2), pp. 121-144.
20. Caves, W.D., Christensen, L.R., Tretheway, M.W., 1984. Economies of Density versus Economies of Scale: Why Trunk and Local Service Airline Costs Differ, *The RAND Journal of Economics*, Vol. 15, No. 4., pp. 471-489.
21. Cento, A., 2009. *The Airline Industry: Challenges in the 21st Century*, Physica-Verlag, A Springer Company.
22. Creel, M., Farrell, M., 2001. Economies of scale in the U.S. airline industry after deregulation: a Fourier series approximation, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 37, pp. 321-336.
23. Dennis, N., 1994. Scheduling strategies for airline hub operations, *Journal of Air Transport Management*, Vol. 1, No. 3, pp. 131-144.
24. Dobson, G., Lederer, J. P., 1993. Airline scheduling and routing in a hub-and-spoke system, *Transportation Science*, Vol. 27, No. 1, pp. 25-38.
25. Doganis, R., 1991. *Flying Off Course, The Economics of International Airlines*, Second edition, Routledge, London.
26. European Low Fares Airline Association (ELFAA), 2004. *"Liberalisation of European Air Transport: The Benefits of Low Fares Airlines to Consumers, Airports, Regions and the Environment"*, Publication, October, 2004.

27. Francis, G., Dennis, N., Ison, S., Humphreys, I., 2007. The transferability of the low-cost model to long-haul airline operations, *Tourism Management*, Vol. 28, pp. 391-398.
28. Flores-Fillol, R., 2009. Airline competition and network structure, *Transportation Research Part B*, Vol. 43, pp. 966-983.
29. Gillen, D., Morrison, W., 2005. Regulation, competition and network evolution in aviation, *Journal of Air Transport Management*, Vol. 11, pp. 161-174.
30. Gillen, D., Morrison, W., Stewart, C., 2004. Air Travel Demand Elasticities: Concepts, Issues and Measurement. Report for Department of Finance, Canada.
31. *Global Market Forecast, Future Journeys 2013-2032* (2013), AIRBUS S.A.S. 31707 Blagnac Cedex, France.
32. Hanlon, P., 2007. *Global Airlines: Competition in a Transnational Industry*, 3rd edition, Butterworth-Heinemann, Oxford.
33. Hendricks, K., Piccione, M., Tan, G., 1995. The economics of hubs: the case of monopoly, *Review of Economic Studies*, Vol. 62, Issue 1, pp. 83-99.
34. Holloway, S., 2003. *Straight and Level: Practical Airline Economics*, Ashgate Publishing Limited. Gower House, Croft Road, Aldershot, Hampshire GU11 3HR, England.
35. Jara-Diaz, S. R., Cortes, C. E., Morales, G. A., 2013. Explaining changes and trends in the airline industry: Economies of density, multiproduct scale and spatial scope, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 60, pp. 13-26.
36. Johnstona, A., Ozmentb, J., 2013. Economies of scale in the US airline industry, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 51, pp. 95-108.
37. Kalić, M., 2012. *Planiranje prevoženja i eksploatacija vazduhoplova 1*, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet, Beograd.
38. Kalić, M., 2010. Materijal sa predavanja iz predmeta Planiranje prevoženja i eksploatacija aviona 2, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.
39. Kalić, M., 1994. *Projektovanje mreže linija vazduhoplovnog prevozioca*, magistarski rad, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet, Beograd.

40. Lederer, J. P., 1993. A competitive network design problem with pricing, *Transportation Science*, Vol. 27, No. 1, pp. 25-38.
41. Lederer, J. P., Nambimadom, S. R., 1998. *Airline network design*, *Operations Research*, Vol. 46, No. 6, pp. 785-804.
42. Li Z.-C., Lam W.H.K., Wong S.C., Fu X., 2010. Optimal route allocation in a liberalizing airline market, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 44, Issue 7, pp. 886-902.
43. Morrison, S. A., Winston, C., 1985. Intercity transportation route structures under deregulation: Some assessments motivated by the airline experience, *American Economic Review*, Papers and Proceedings 75 (2), pp. 57-61.
44. Morrison, S. A., Winston, C., 1986. *The economic effects of airline deregulation*, The Brookings Institution, Washington, D. C.
45. Oum, T.H., Zhang, A., Zhang, Y., 1995. Airline Network Rivalry, *The Canadian Journal of Economics*, Vol. 28, No. 4a, pp. 836-857.
46. Pai V., 2010. On the factors that affect airline flight frequency and aircraft size, *Journal of Air Transport Management*, Vol. 16, Issue 4, pp. 169-177.
47. Park, J. H., 1997. The effects of airline alliances on markets and economic welfare, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 33, pp. 181-195.
48. Pels E., 2009. Network competition in the open aviation area, *Journal of Air Transport Management*, Vol. 15, pp. 83-89.
49. Pels E., Nijkamp P., Rietveld P., 2000. A note on the optimality of airline networks, *Economics Letters*, Vol.69, Issue 3, pp. 429-434.
50. Rosen, A., 2002. *Flight delays on US airlines: The impact of congestion externalities in hub and spoke networks*, Department of Economics, Stanford University.
51. Silva, H. E., Verhoef, E. T., Van den Berg, V. A. C., 2014. Airline route structure competition and network policy, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 67, pp. 320-343.
52. Smyth, M., Pearce, B., 2006. *Airline cost performance*, IATA Economics Briefing No 5.

53. Spiller, P. T. 1989. A note on pricing of hub-and-spoke networks, *Economics Letters*, Vol. 30, pp. 165-169.
54. *Statistical Summary of Commercial Jet Airplane Accidents Worldwide Operations 1959 – 2013*, Boeing, 2013.
55. Swan, W. M., 1979. *A system analysis of air transportation scheduled networks*, Flight Transportation Laboratory Report R79-5, Massachusetts Institute of Technology.
56. Takebayashi, M., 2013. Network competition and the difference in operating cost: Model analysis, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 57, pp. 85-94.
57. Teodorović, D., Kalić, M. and Pavković, G., 1994. The potential for using fuzzy set theory in airline network design, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 28B, pp. 103-121.
58. The Economist, Novembar 2014.
<http://www.economist.com/news/business/21635001-low-cost-airlines-have-revolutionised-short-haul-flying-now-after-several-failed-attempts>
59. Tretheway, M. W. and Oum, T. H., 1992. *Airline economics: foundation for strategy and policy*, The Centre for Transportation Studies, University of British Columbia, Vancouver, Canada.
60. Tsoukalas, G., Belobaba, P., Swelbar, W., 2008. Cost convergence in the US airline industry: An analysis of unit costs 1995-2006, *Journal of Air Transport Management*, Vol. 14, pp. 179-187.
61. Van Hove, K., 2008. Competition in the aviation sector: a unique story, *Proceedings of VIII Conference, Antitrust Between EC Law and National Law*, Treviso, pp. 549-574.
62. Varijan, H.R., 2010. *Mikroekonomija, Moderan pristup*, Sedmo izdanje, Izdanje na srpskom jeziku Ekonomski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd.
63. Vukadinović, S., Šami, Z., Sučević, D., 2003. *Matematika II sa zbirkom zadataka*. Treće izdanje, Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet, Beograd.
64. *Worldwide Scheduling Guidelines*, 11th Edition, Effective 1 August 2005, IATA.

65. Yan, S. and Wang, C.-R., 2001. The planning of aircraft routes and flight frequencies in an airline network operations, *Journal of Advanced Transportation*, Vol. 5, No 21, pp. 33–46.
66. Yang, T.H., 2010. A two-stage stochastic model for airline network design with uncertain demand, *Transportmetrica*, Vol. 6, No. 3, pp. 187-213.
67. Zhang, A. and Wei, X., 1993. Competition in airline networks. The case of constant elasticity demands, *Economics Letters* 42, pp. 253-259.
68. <http://www.worldbank.org/>, septembar 2014.
69. <http://www.aea.be/>, april 2014.

PRILOG 1

Tabela P1. Jedinični troškovi aviona

<i>Tip aviona</i>	<i>Broj sedišta</i>	<i>Dužina rute (Nm)</i>	<i>Ukupni troškovi</i>	<i>Procenjeni troškovi</i>
<i>ATR72-500</i>	68	500	12,4	12,2
<i>Q400</i>	76	500	10,5	11,6
<i>E170</i>	76	500	11,7	11,6
<i>E175</i>	82	500	11,5	11,2
<i>CRJ-900</i>	90	500	10,7	10,8
<i>CRJ-1000</i>	98	500	10,7	10,5
<i>E190</i>	98	500	10,6	10,5
<i>737-600</i>	115	500	9,9	9,9
<i>E195</i>	118	500	9,3	9,8
<i>737-700</i>	126	500	9,7	9,6
<i>A319</i>	126	500	10,2	9,6
<i>A320</i>	155	500	8,8	9,0
<i>767-200ER</i>	185	3000	8,4	8,6
<i>A310-300</i>	195	1500	9,1	8,5
<i>767-300ER</i>	215	3000	8,3	8,3
<i>A300-600</i>	225	1500	9,0	8,2
<i>A330-200</i>	236	3000	8,4	8,1
<i>767-400</i>	240	3000	8,1	8,1
<i>A350-800</i>	245	3000	7,8	8,1
<i>A330-300</i>	287	3000	7,7	7,8
<i>MD-11</i>	288	3000	8,0	7,8
<i>777-200ER</i>	290	3000	8,2	7,8
<i>A350-900</i>	295	3000	7,3	7,8
<i>777-300ER</i>	320	5500	7,6	7,7
<i>747-400</i>	360	5500	7,2	7,6
<i>747-800</i>	440	5500	7,0	7,4
<i>A380</i>	520	5500	6,9	7,2

PRILOG 2

Lokalni ekstremum funkcije P_{IPP}

Da bismo dokazali da je dobijena ravnotežna tačka $M(p^*, f^*)$ lokalni maksimum funkcije P_{IPP} , neophodno je naći parcijalne izvode drugog reda date funkcije i iskoristiti Silvesterov kriterijum (Vukadinović *et al*, 2003). Zbog jednostavnosti zapisa uvedene su sledeće oznake parcijalnih izvoda drugog reda u ravnotežnoj tački $M(p^*, f^*)$:

$$r = \frac{\partial^2 P_{IPP}}{\partial p_1^2}(M); s = \frac{\partial^2 P_{IPP}}{\partial p_1 \partial f_1}(M); t = \frac{\partial^2 P_{IPP}}{\partial f_1^2}(M).$$

Ukoliko je determinanta:

$$\Delta = \begin{vmatrix} r & s \\ s & t \end{vmatrix} > 0, \text{ i ukoliko je } r < 0, \text{ na osnovu Silvesterovog kriterijuma}$$

sledi da je ravnotežna tačka $M(p^*, f^*)$ tačka lokalnog maksimuma.

Jednačina profita avioprevozioca 1 je:

$$P_{IPP} = 3 \cdot \left[q_1 \cdot p_1 - (b + c \cdot \frac{1}{s_1}) \cdot l \cdot s_1 \cdot f_1 \right].$$

Parcijalni izvod funkcije P_{IPP} po promenljivoj p_1 je:

$$\frac{\partial P_{IPP}}{\partial p_1} = 3 \cdot \left\{ -\frac{1}{\alpha} \cdot (p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \cdot \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot (\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}) \right] \right\},$$

pri čemu važi da su $f_1 \neq 0$, $f_2 \neq 0$ i $\alpha \neq 0$. U slučaju kada su $f_1 = 0$ i $f_2 = 0$ i profit je jednak nuli, jer se ne obavlja ni jedan let i taj slučaj nije od interesa za razmatranje.

Parcijalni izvod funkcije P_{IPP} po promenljivoj f_1 je:

$$\frac{\partial P_{IPP}}{\partial f_1} = 3 \cdot \left[(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}) \cdot (\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha}) \cdot \frac{1}{f_1^2} - c \cdot l \right].$$

Parcijalni izvodi drugog reda funkcije P_{IPP} su:

$$\frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial^2 p_1^2} = -\frac{6}{\alpha},$$

$$\frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial f_1} = -\frac{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \left(-\frac{1}{f_1^2} \right) = \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \cdot \frac{3}{f_1^2},$$

$$\frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial^2 f_1^2} = -\frac{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \frac{2}{f_1^3}, \text{ dok su}$$

$$r = -\frac{6}{\alpha}$$

$$s = \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \cdot \frac{3}{f_1^2}$$

$$t = -\frac{6 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \frac{1}{f_1^3}$$

Zamenimo $M(p^*, f^*)$ u izvode. Determinanta ima sledeći oblik:

$$9 \cdot \begin{vmatrix} -\frac{2}{\alpha} & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \cdot \frac{1}{f_1^2} \\ \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \cdot \frac{1}{f_1^2} & -\frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \frac{2}{f_1^3} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{4(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^2 \cdot f_1^3} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) - \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^2 \cdot f_1^4}$$

Kako je $r = -\frac{6\alpha}{\alpha}$, da bi tačka $M(p^*, f^*)$ bila tačka lokalnog maksimuma moraju biti ispunjeni uslovi:

$$\frac{4(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^2 \cdot f_1^3} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) - \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^2 \cdot f_1^4} > 0 \quad \text{i} \quad \alpha > 0,$$

odnosno

$$\frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^2 \cdot f_1^4} \left(4 \cdot f_1 \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) - (\gamma + k \cdot \eta^9) \right) > 0 \quad \text{i} \quad \alpha > 0.$$

Imajući u vidu da su $\gamma > 0$, $f_1 > 0$ i $\alpha^2 > 0$ sledi da moraju biti ispunjeni uslovi:

$$4 \cdot f_1 \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) - \gamma - k \cdot \eta^9 > 0 \quad \text{i} \quad \alpha > 0$$

kako bi $M(p^*, f^*)$ bila tačka lokalnog maksimuma.

Zamenom jednačine (17) dobija se:

$$\frac{\alpha}{2} \cdot 4 f_1 - \gamma - k \cdot \eta^9 > 0 \quad \text{i} \quad \alpha > 0$$

odnosno,

$$f_1 > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2\alpha} \quad \text{i} \quad \alpha > 0.$$

Na osnovu poslednjeg uslova i jednačine (18) sledi da moraju biti ispunjeni uslovi:

$$f^* = \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}} > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2\alpha} \quad \text{i} \quad \alpha > 0, \text{ koji se sređivanjem izraza svode na uslove}$$

$$\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l} > \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{4\alpha^2} \quad \text{i} \quad \alpha > 0,$$

$$\left(\gamma + k \cdot \eta^9 \right) \left(\frac{1}{2 \cdot c \cdot l} - \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{4\alpha^2} \right) > 0 \quad \Bigg/ \quad \frac{4 \cdot c \cdot l \cdot \alpha^2}{(\gamma + k \cdot \eta^9)}$$

$$\text{i} \quad \alpha, \gamma, l, \eta, k > 0.$$

Sve promenljive su pozitivne pa je moguće skratiti izraz.

$$\alpha^2 > \frac{c \cdot l \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{2} \quad \text{i} \quad \alpha > 0. \quad (105)$$

Kako je $\alpha > 0$, po pretpostavci modela, sledi da ako je ispunjen i uslov (105) onda je $M(p^*, f^*)$ tačka lokalnog maksimuma, odnosno p^* i f^* maksimiziraju profit P_{lpp} .

PRILOG 3

Lokalni ekstremum funkcije P_{IHS} ,

Potreban uslov da tačka $M(p^*, P^*, f^*)$ bude tačka lokalnog ekstremuma funkcije $P_{IHS}=(p_1, P_1, f_1)$ je da je ravnotežna tačka, tj. da zadovoljava uslove:

$$\frac{\partial P_{IHS}}{\partial p_1} = 0; \frac{\partial P_{IHS}}{\partial P_1} = 0; \frac{\partial P_{IHS}}{\partial f_1} = 0$$

Dalje, neophodni uslovi, na osnovu Silvesterovog kriterijuma za funkciju tri promenljive, koji bi trebalo da budu ispunjeni da bi $M(p^*, P^*, f^*)$ bila tačka lokalnog maksimuma su $D_1 < 0$, $D_2 > 0$, $D_3 < 0$, gde su D_1 , D_2 i D_3 determinante formirane od drugih parcijalnih izvoda funkcije P_{IHS} po promenljivim p , P i f izračunatim u ravnotežnoj tački $M(p^*, P^*, f^*)$:

$$D_1 = \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1^2} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial P_1} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1^2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial f_1} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial P_1} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial f_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1^2} \end{vmatrix}$$

Jednačina profita avioprevozioca 1 je:

$$P_{IHS} = 2q_1 \cdot p_1 + Q_1 \cdot P_1 - 2(b + c \frac{1}{s_1}) \cdot l \cdot s_1 \cdot f_1.$$

Izračunamo parcijalne izvode funkcije P_{IHS} redom po p_1, f_1 i P_1 i dobijemo:

$$\frac{\partial P_{IHS}}{\partial p_1} = -2 \frac{1}{\alpha} \cdot p_1 + 2 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] \right\} - 2 \cdot \frac{l \cdot b}{\eta} \left(-\frac{1}{\alpha} \right),$$

$$\frac{\partial P_{IHS}}{\partial P_1} = -\frac{1}{\alpha} \cdot P_1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_1 - P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] - 2 \cdot \frac{l \cdot b}{\eta} \left(-\frac{1}{\alpha} \right),$$

$$\frac{\partial P_{1HS}}{\partial f_1} = 2 \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} p_1 + \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} P_1 - 2 \cdot l \left(c + 2 \cdot \frac{b}{\eta} \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \right)$$

pri čemu su $f_1 \neq 0$, $f_2 \neq 0$ i $\alpha \neq 0$. U slučaju kada su $f_1=0$ i $f_2=0$ i profit je jednak nuli, jer se ne obavlja ni jedan let i taj slučaj nije od interesa za razmatranje.

Determinante D_1 , D_2 i D_3 imaju sledeći oblik:

$$D_1 = -\frac{4}{\alpha} \begin{vmatrix} \frac{4}{\alpha} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\alpha} \end{vmatrix} = \frac{8}{\alpha^2};$$

$$\begin{vmatrix} -\frac{4}{\alpha} & 0 & \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \\ 0 & -\frac{2}{\alpha} & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \\ \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & -\frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(2p_1 + P_1 - \frac{4bl}{\eta} \right)}{\alpha \cdot f_1^3} \end{vmatrix}.$$

Prema (2) tačka $M(q^*, P^*, f^*)$ je maksimum ako važe sledeći uslovi:

- Za determinantu D_1 važi da je $D_1 < 0$ ako je $\alpha > 0$,
- Za determinantu D_2 važi da je $D_2 > 0$, za sve vrednosti parametra α ,
- Da bi važio da je determinanta $D_3 < 0$, mora biti ispunjen uslov:

$$-\frac{4}{\alpha} \left(\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(2p_1 + P_1 - \frac{4bl}{\eta} \right)}{\alpha^2 \cdot f_1^3} - \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^2 \cdot f_1^4} \right) + \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \left(\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^2 \cdot f_1^2} \right) < 0$$

$$-\frac{16 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^3 \cdot f_1^3} \cdot \left(2p_1 + P_1 - \frac{4bl}{\eta} \right) + \frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^3 \cdot f_1^4} + \frac{8 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^3 \cdot f_1^4} < 0 \quad / \cdot \alpha^3 f_1^4$$

$$-16 \cdot f_1 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(2p_1 + P_1 - \frac{4bl}{\eta} \right) + 12 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2 < 0$$

Zamenom izraza za p^* i P^* sledi:

$$-16 \cdot f_1 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\alpha + \frac{2bl}{\eta} + \frac{\alpha}{2} + \frac{2bl}{\eta} - \frac{4bl}{\eta} \right) + 12 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2 < 0$$

$$-16 \cdot f_1 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \frac{3}{2} \cdot \alpha + 12 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2 < 0$$

$$12 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot [(\gamma + k \cdot \eta^9) - 2 \cdot f_1 \cdot \alpha] < 0 \quad \Bigg/ \cdot \frac{1}{12 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}$$

$$(\gamma + k \cdot \eta^9) - 2 \cdot f_1 \cdot \alpha < 0$$

$$f_1 > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha}$$

Ako ovo važi onda je $D_3 < 0$. Zamenom izraza za f^* sledi:

$$\sqrt{\frac{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{4 \cdot c \cdot l}} > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha} \quad /^2$$

$$\frac{3 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{4 \cdot c \cdot l} > \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{4 \cdot \alpha^2}$$

$$\alpha^2 > \frac{c \cdot l \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{3}$$

PRILOG 4

Lokalni ekstremum funkcija P_{1pp} i P_{2HS}

Jednačina profita P_{1pp} avioprevozioca 1 za PP mrežu linija je:

$$\begin{aligned}
 P_{1pp} = & 2 \cdot p_1 \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] \right\} + \\
 & + P_1 \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_1 - P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{F_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] \right\} - 2 \cdot c \cdot l \cdot f_1 - c \cdot l \cdot F_1 - \\
 & - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] \right\} - \\
 & - \frac{b \cdot l}{\eta} \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_1 - P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{F_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Jednačina profita P_{2HS} avioprevozioca 2 za HS mrežu linija je:

$$\begin{aligned}
 P_{2HS} = & 2 \cdot p_2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_2 - p_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} \right) \right] \right\} + \\
 & + P_2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_2 - P_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{F_1} \right) \right] \right\} - 2 \cdot c \cdot l \cdot f_2 - \\
 & - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_2 - p_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} \right) \right] \right\} - \\
 & - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_2 - P_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{F_1} \right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Parcijalni izvodi drugog reda funkcije P_{1pp} po svim promenljivama su:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial p_1^2} = -\frac{4}{\alpha} \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial p_1 \partial f_1} = \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial p_1 \partial P_1} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial p_1 \partial F_1} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial p_1 \partial p_2} = \frac{2}{\alpha} \\
 \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial p_1 \partial P_2} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial p_1 \partial f_2} = -\frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_2^2} \\
 \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial f_1^2} = -\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^3} \cdot \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial f_1 \partial P_1} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial f_1 \partial F_1} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial f_1 \partial p_2} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial f_1 \partial P_2} = 0 \\
 \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial f_1 \partial f_2} = 0 \\
 \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial P_1^2} = -\frac{2}{\alpha} \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial P_1 \partial F_1} = \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial P_1 \partial p_2} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial P_1 \partial P_2} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial P_1 \partial f_2} = -\frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_2^2} \\
 \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial F_1^2} = \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^3} \cdot \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial F_1 \partial p_2} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial F_1 \partial P_2} = 0 \quad \frac{\partial^2 P_{1pp}}{\partial F_1 \partial f_2} = 0
 \end{aligned}$$

$$D_7 = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial F_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial p_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_1 \partial f_2} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1 \partial F_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1 \partial p_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1 \partial f_2} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_1 \partial f_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial F_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial p_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_1 \partial f_2} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial F_1 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial F_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial F_1 \partial f_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial F_1^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial F_1 \partial p_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial F_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial F_1 \partial f_2} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_2 \partial f_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_2 \partial F_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_2^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_2 \partial P_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial p_2 \partial f_2} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_2 \partial f_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_2 \partial F_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_2 \partial p_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_2^2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial P_2 \partial f_2} \\ \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_2 \partial f_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_2 \partial F_1} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_2 \partial p_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_2 \partial P_2} & \frac{\partial^2 P_{1PP}}{\partial f_2^2} \end{vmatrix}$$

Ako u ravnotežnoj tački $M(p'_1, P'_1, f'_1, F'_1, p'_2, P'_2, f'_2)$ važi da je $D_1 < 0$, $D_2 > 0$, $D_3 < 0$, $D_4 > 0$, $D_5 < 0$, $D_6 > 0$ i $D_7 < 0$ onda je to tačka lokalnog maksimuma funkcije P_{1PP} .

Determinante $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6$ i D_7 imaju sledeći oblik:

$$D_1 = -\frac{4}{\alpha}$$

Za determinantu D_1 važi da je $D_1 < 0$ ako je $\alpha > 0$.

D_2

$$\begin{vmatrix} -\frac{4}{\alpha} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\alpha} \end{vmatrix} = \frac{8}{\alpha^2}$$

Za determinantu D_2 važi da je $D_2 > 0$ za sve vrednosti parametra α .

D_3

$$\begin{vmatrix} -\frac{4}{\alpha} & 0 & \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \\ 0 & -\frac{2}{\alpha} & 0 \\ \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & -\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right)}{\alpha \cdot f_1^3} \end{vmatrix}$$

Da bi važiolo da determinanta $D_3 < 0$ mora biti ispunjen uslov:

$$\begin{aligned} -\frac{4}{\alpha} \cdot \frac{8 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(p_1 - \frac{bl}{\eta}\right)}{\alpha^2 \cdot f_1^3} + \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} \left(\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^2 \cdot f_1^2} \right) < 0 \\ -\frac{32 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^3 \cdot f_1^3} \cdot \left(p_1 - \frac{bl}{\eta}\right) + \frac{8 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^3 \cdot f_1^4} < 0 \end{aligned}$$

Zamenom izraza za p^* sledi:

$$\begin{aligned} -\frac{32 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \frac{\alpha}{2}}{\alpha^3 \cdot f_1^3} + \frac{8 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^3 \cdot f_1^4} < 0 \\ -\frac{16 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha^2 \cdot f_1^3} + \frac{8 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{\alpha^3 \cdot f_1^4} < 0 \quad / \alpha^3 \cdot f_1^4 \\ f_1 > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha} \end{aligned}$$

Ako ovo važi onda je $D_3 < 0$. Zamenom izraza za f^* sledi:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l}} > \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot \alpha} \quad /^2 \\ \frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{2 \cdot c \cdot l} > \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)^2}{4 \cdot \alpha^2} \\ \alpha^2 > \frac{c \cdot l \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{2} \end{aligned}$$

D₄

$$\begin{vmatrix} -\frac{4}{\alpha} & 0 & \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\alpha} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} \\ \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & -\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right)}{\alpha \cdot f_1^3} & 0 \\ 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^3} \cdot \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right) \end{vmatrix}$$

Da bi važiolo da je determinanta $D_4 > 0$ moraju biti ispunjeni uslovi:

$$\alpha > \frac{2 \cdot \sqrt{c \cdot l \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)} \cdot (1 - \sqrt{2})}{\sqrt{2} \cdot c \cdot l (\gamma + k \cdot \eta^9) - 4}$$

D₅

$$\begin{vmatrix} -\frac{4}{\alpha} & 0 & \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & \frac{2}{\alpha} \\ 0 & -\frac{2}{\alpha} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} & 0 \\ \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & -\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right)}{\alpha \cdot f_1^3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^3} \cdot \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right) & 0 \\ \frac{2}{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Da bi važiolo da je determinanta $D_5 < 0$ mora biti ispunjen uslov:

$$\alpha^2 > \frac{c \cdot l \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{2}$$

D₆

$$\begin{array}{cccccc}
 -\frac{4}{\alpha} & 0 & \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & \frac{2}{\alpha} & 0 \\
 0 & -\frac{2}{\alpha} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} & 0 & 0 \\
 \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & -\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right)}{\alpha \cdot f_1^3} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^3} \cdot \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right) & 0 & 0 \\
 \frac{2}{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

D₇

$$\begin{array}{cccccc}
 \frac{4}{\alpha} & 0 & \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & \frac{2}{\alpha} & \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_2^2} \\
 0 & \frac{2}{\alpha} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_2^2} \\
 \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_1^2} & 0 & -\frac{4 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right)}{\alpha \cdot f_1^3} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^2} & 0 & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot F_1^3} \cdot \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta}\right) & 0 & 0 \\
 \frac{2}{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_2^2} & \frac{(\gamma + k \cdot \eta^9)}{\alpha \cdot f_2^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2 \cdot (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{3 \cdot b \cdot l}{\eta} - 2p_1 - P_1\right)}{\alpha \cdot f_2^3}
 \end{array}$$

PRILOG 5

Scenario (PP,HS) - Uslovi za koje dobijene jednačine promenljivih zadovoljavaju jednačine prvog reda, slučaj $f_1=f_2$

Zamenom jednačina za p_1 (61), p_2 (65), f_1 (63) i f_2 (67) u jednačinu prvog reda (37) dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{1PP}}{\partial p_1} &= -\frac{1}{\alpha} \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_1 - p_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] = 0 \\ -\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{\alpha}{2} - \frac{b \cdot l}{\eta} + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} - \frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} \right) \right] &= 0 \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Zamenom jednačina za P_1 (62), P_2 (66), F_1 (64) i f_2 (67) u jednačinu prvog reda (38) dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{1PP}}{\partial P_1} &= -\frac{1}{\alpha} \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_1 - P_2 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{F_1} - \frac{1}{f_2} \right) \right] = 0 \\ -\frac{1}{\alpha} \left(\alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[\alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{\sqrt{c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} - \frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} \right) \right] &= 0 \\ -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[\alpha - \frac{b \cdot l}{\eta} + \sqrt{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot c \cdot l} \cdot (1 - \sqrt{2}) \right] &= 0 \\ -\frac{3}{2} + \frac{1}{\alpha} \left[\frac{b \cdot l}{\eta} + \sqrt{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot c \cdot l} \cdot (\sqrt{2} - 1) \right] &= 0 \end{aligned}$$

Da bi leva strana izraza bila jednaka 0 mora biti ispunjen sledeći uslov:

$$\alpha = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{b \cdot l}{\eta} + \sqrt{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot c \cdot l} \cdot (\sqrt{2} - 1) \right)$$

Zamenom jednačina za p_1 (61) i f_1 (63) u jednačinu prvog reda (39) dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{1PP}}{\partial f_1} &= \left(p_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{1}{f_1^2} \right) - c \cdot l = 0 \\ \frac{\partial P_{1PP}}{\partial f_1} &= \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{2 \cdot c \cdot l}{\gamma + k \cdot \eta^9} \right) - c \cdot l = 0 \\ \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{2 \cdot c \cdot l}{\alpha} - c \cdot l &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Zamenom jednačina za P_1 (62) i F_1 (64) u jednačinu prvog reda (40) dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{1PP}}{\partial F_1} &= \left(P_1 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{1}{F_1^2} \right) - c \cdot l = 0 \\ \left(\alpha + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{c \cdot l}{\gamma + k \cdot \eta^9} \right) - c \cdot l &= 0 \\ \alpha \cdot \frac{c \cdot l}{\alpha} - c \cdot l &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Zamenom jednačina za p_2 (65), p_1 (61), f_1 (63) i f_2 (64) u jednačinu prvog reda (41) dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{2HS}}{\partial p_2} &= -\frac{1}{\alpha} \left(p_2 - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[p_2 - p_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} \right) \right] = 0 \\ -\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{b \cdot l}{\eta} - \frac{\alpha}{2} - \frac{b \cdot l}{\eta} + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} - \frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} \right) \right] &= 0 \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Zamenom jednačina za P_2 (62), p_1 (61), F_1 (64) i f_2 (64) u jednačinu prvog reda (42) dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{2HS}}{\partial P_2} &= -\frac{1}{\alpha} \left(P_2 - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[P_2 - P_1 + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{1}{f_2} - \frac{1}{F_1} \right) \right] = 0 \\ -\frac{1}{\alpha} \left(\frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[\frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - \alpha - \frac{b \cdot l}{\eta} + (\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot \left(\frac{\sqrt{2 \cdot c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} - \frac{\sqrt{c \cdot l}}{\sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9}} \right) \right] &= 0 \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{\alpha} \left[\frac{b \cdot l}{\eta} + \sqrt{\gamma + k \cdot \eta^9} \cdot \sqrt{c \cdot l} \cdot (\sqrt{2} - 1) \right] &= 0 \end{aligned}$$

Da bi leva strana izraza bila jednaka 0 mora biti ispunjen sledeći uslov:

$$\alpha = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{b \cdot l}{\eta} + \sqrt{(\gamma + k \cdot \eta^9) \cdot c \cdot l} \cdot (\sqrt{2} - 1) \right)$$

Zamenom jednačina za p_2 (65), P_2 (62) i f_2 (64) u jednačinu prvog reda (43) dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{2HS}}{\partial f_2} &= \left(2 \cdot p_2 + P_2 - \frac{4 \cdot b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{1}{f_2^2} \right) - 2 \cdot c \cdot l = 0 \\ \left(2 \cdot \frac{\alpha}{2} + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} + \frac{2 \cdot b \cdot l}{\eta} - \frac{4 \cdot b \cdot l}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\gamma + k \cdot \eta^9}{\alpha} \cdot \frac{2 \cdot c \cdot l}{\gamma + k \cdot \eta^9} \right) - 2 \cdot c \cdot l &= 0 \\ \alpha \cdot \frac{2 \cdot c \cdot l}{\alpha} - 2 \cdot c \cdot l &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Biografija

Danica Babić (rođena Pavlović) je rođena 01.10.1980. godine u Kruševcu. Osnovnu školu i gimnaziju "Vuk Stefanović Karadžić" je završila u Trsteniku. Danica Babić se upisala na Saobraćajni fakultet (Odsek za vazdušni saobraćaj) 1999. godine. Tokom studiranja ostvarila je prosečnu ocenu 9,22. Diplomirala je u februaru 2005. godine sa ocenom 10 na temu "Simulacija saobraćaja na aerodromu Cirih" i prilikom izrade rada mentor je bio profesor Vojin Tošić. Školske 2003/04. godine bila je student Beogradske Otvorene Škole i napisala rad na temu "Otpori tranziciji", objavljen u Zborniku radova, BOŠ 2005. Tokom studiranja dobitnik je više stipendija od kojih su najznačajnije stipendija Kraljevine Norveške, stipendija Ministarstva za razvoj nauke i umetnosti i stipendija za mlade talente Opštine Trstenik.

Postdiplomske studije na Saobraćajnom fakultetu, smer za Vazdušni saobraćaj i transport upisala je 2005. godine. U decembru 2009. godine odbranila je magistarsku tezu pod nazivom "Aerodromski slotovi i profit avioprevozioca". Magistarska teza je rađena pod mentorstvom prof. dr Milice Kalić. Od 1. oktobra 2005. godine zasnovala je radni odnos na Saobraćajnom fakultetu Univerziteta u Beogradu na mestu asistent-pripravnik na Katedri za eksploataciju vazduhoplova i planiranje i organizaciju vazdušnog prevoženja. Izabrana je za asistenta na Katedri za eksploataciju vazduhoplova i planiranje i organizaciju vazdušnog prevoženja 19.04.2010. godine na Saobraćajnom fakultetu Univerziteta u Beogradu.

U okviru međunarodne razmene studenata, preko organizacije IAESTE, 2004. godine bila je na dvomesečnoj stručnoj praksi na Aerodromu Minhen, u odeljenju Ground handling i na dvomesečnoj stručnoj praksi u Austrian Airlines-u u Beču, u odeljenju Quality management (2005).

Bila je član Komisije za odbranu 10 diplomskih, 2 master i 5 završnih radova. Bila je angažovana kao član radnog tima na 7 domaćih i međunarodnih projekata. Do sada je objavila 12 naučnih i stručnih radova u naučnim časopisima i konferencijama od nacionalnog i međunarodnog značaja.