

UNIVERZITET U BEOGRADU

MAŠINSKI FAKULTET

Milanko Ž. Damjanović

**PROCJENA PREOSTALOG RADNOG  
VIJEKA SISTEMA ZA PRENOS SNAGE  
TERETNIH VOZILA**

doktorska disertacija

Beograd, 2012

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Milanko Ž. Damjanović

**ESTIMATION OF THE RESIDUAL  
LIFETIME OF TRUCK POWER  
TRANSMISSION SYSTEM**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2012

Komisija za pregled i odbranu:

Mentor: Prof. dr Čedomir Duboka  
Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Članovi Komisije: Doc. dr Vladimir Popović  
Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Prof. dr Aleksandra Janković  
Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu

Datum odbrane: \_\_\_\_\_

***Koristim priliku da se zahvalim:***

- *Profesoru Čedomiru Duboki, na izuzetno korisnim savjetima tokom postavke i izrade disertacije,*
- *iskazivanje najveće zahvalnosti Profesoru Radanu Durkoviću pričinjava mi ogromno zadovoljstvo. Njegova pomoć u mom naučno-istraživačkom radu, kao i višegodišnje usmjeravanje i praćenje mog celokupnog rada, učinile su mi prijatnu i uspješnu međusobnu saradnju,*
- *kolegama Profesoru Ranislavu Bulatoviću i Sretenu Simoviću na pomoći pri izradi disertacije,*
- *mojoj porodici na njihovoj beskrajnoj ljubavi i podršci.*



## **PROCJENA PREOSTALOG RADNOG VIJEKA SISTEMA ZA PRENOS SNAGE TERETNIH VOZILA**

**Rezime:** Predmet rada je procjena radnog vijeka elemenata i sistema za prenos snage teretnih vozila od datog početnog stanja pa do dostizanja definisanog graničnog stanja. Granična stanja se određuju na osnovu tehničkih i ekonomskih kriterijuma. Granična stanja po tehničkim kriterijumima nastaju kada dođe do pada kvaliteta rada i funkcionalne sposobnosti sistema, što se dešava pri pojavi odgovarajućeg nivoa pohabanosti, deformacije ili loma elementa. Po ekonomskim kriterijumima granično stanje nastupa kada dođe do pada ekonomske efektivnosti sistema ispod granice isplativosti dalje eksploatacije.

Uslovi rada i vrijednosti opterećenja kao i konstrukcione karakteristike primjenjenih materijala elemenata sistema za prenos snage teretnih vozila su dominantno stohastičkog karaktera, pa se zbog nemogućnosti tačnog proračuna vrši procjena njihovog radnog vijeka.

U radu su prikazane sistemske metode određivanja opterećenja i proračuna prenosnika snage vozila.

Procjena radnog vijeka elementa do loma usled zamora materijala bazirana je na primjeni linearnih hipoteza o akumulaciji oštećenja materijala. Prikazane su metode determinističkog i vjerovatnosnog proračuna, odnosno procjene radnog vijeka elemenata i sistema. Radni vijek elementa izražen u km pređenog puta dat je kao odnos ukupne raspoložive radne sposobnosti elementa i njegove potrebne radne sposobnosti po jednom km puta.

Pored prethodno prikazane procjene radnog vijeka elementa i sistema, koji polazi od projektovanog stanja kao početnog, prikazana je i procjena preostalog radnog vijeka elementa i sistema u odnosu na dato izmijenjeno početno stanje.

U tom cilju razmatra se promjena stanja elemenata, prvenstveno kroz proces habanja elementa i formiranje zazora u njihovim vezama.

Prikazan je uticaj zazora na tehničke i ekonomske pokazatelje od značaja za preostali radni vijek elemenata i sistema za prenos snage vozila.

Uticaj zazora na opterećenje elemenata i sistema za prenos snage vozila razmatran je na uprošćenom dvomasenom modelu i detaljnom modelu sistema: pogonski motor-sistem za prenos snage-pogonski točak-vozilo-put (PM-SPS-PT-V-P). Odgovarajući matematički i simulacioni modeli verifikovani su u značajnoj mjeri eksperimentalnim ispitivanjem.

Eksperimentalnim putem ispitan je uticaj zazora na poluvratilu jednog putničkog vozila na vrijednost momenta u prelaznom procesu i ustaljenom režimu kretanja.

U radu je prikazana i procjena preostalog radnog vijeka sistema za prenos snage do dostizanja graničnog stanja po ekonomskim kriterijumima. Prikazana je procjena optimalnog radnog vijeka po kriterijumima minimuma specifičnih troškova i maksimalne dobiti u eksploataciji vozila.

Na osnovu izloženih sadržaja izvedeni su odgovarajući zaključci koji pokazuju naučni doprinos i upotrebnost značaj rezultata.

Na kraju rada ukazano je na potrebu i pravce daljih istraživanja problematike koja je predmet rada.

**Ključne riječi:** sistem za prenos snage, opterećenje, zazor, vozilo, radni vijek

**Oblast tehničkih nauka - mašinstvo.**

**Uža naučna oblast: motorna vozila.**

**UDK:**

## **ESTIMATION OF THE RESIDUAL LIFETIME OF TRUCK POWER TRANSMISSION SYSTEM**

**Resume:** Aim of this paper is to estimate the residual lifetime of truck transmission system and elements starting from initial conditions up to a defined limit state. Limit state is defined on the basis of technical and economic criteria. Limit state, according to technical criteria, occurs when there is a reduction in quality of work and functional capabilities of a system, which happens due to an increased wear and tear, deformation and element fracture. According to economic criteria, limit state occurs when there is a decrease in economic effectiveness of the system below the level of profitable exploitation.

Exploitation conditions and load values together with the construction properties of the truck power transmission elements are dominantly of stochastic nature, so it is impossible to accurately calculate their lifetime.

This paper shows methodology of how to determine load and calculate power transmission system residual lifetime.

Estimation of the residual lifetime of the transmission elements up to the moment of fracture due to material fatigue is based on the application of linear damage accumulation hypothesis. We have shown the methods of deterministic and probabilistic calculation, i.e. estimation of the residual lifetime of the elements and the system. Lifetime of the elements, indicated in km of the travelled distance, is given as the relation between the total work capability of the elements and their required work capability per one km.

Apart from the abovementioned estimation of the elements and the system lifetime, where a projected status is an initial status, we have also shown the residual lifetime of the elements and the system in relation to the given alternated initial state.

In this light we have considered changes of the elements states, primarily through wear and tear process and formation of clearance in their connexions.

We have also shown the impact of clearance on the technical and economic indicators which are significant for the residual lifetime of a vehicle power transmission elements and systems.

The impact of clearance on the load of the vehicle power transmission is considered on a simplified model with two masses and a detailed system model: drive engine - power transmission system - drive wheel – vehicle - road (PM-SPS-PT-V-P). Appropriate mathematical and simulation models were largely verified by experimental research.

We have experimentally tested impact of clearance on a passenger vehicle half-shaft regarding momentum values during the transitional process and regular motion rates.

This paper also shows the residual lifetime of power transmission up to the moment of reaching the limit state, according to economic criteria. Furthermore, we have shown an estimation of optimum lifetime, according to the criteria of minimum costs and maximum exploitation of a vehicle.

On the basis of these results, we have drawn some conclusions which show scientific contribution and practical significance of our results.

In the end we have indicated further possibilities of how to investigate this topic that our paper deals with.

**Key words:** power transmission systems, load, clearance, vehicle, lifetime

**Field of Engineering Sciences - Mechanical Engineering**

**Narrow Scientific Field – Motor Vehicles**

**UDK:**

**SADRŽAJ**

<b>SPISAK KORIŠĆENIH OZNAKA</b>	<b>I</b>
<b>1. UVOD</b>	<b>1</b>
1.1. Životni ciklus proizvoda	1
1.2. Vijek proizvoda	5
1.3. Kratak prikaz istraživanja u oblasti procjene radnog vijeka vozila	7
1.4. Kratak prikaz sadržaja rada	12
<b>2. KONSTRUKCIONA STRUKTURA I FUNKCIONALNE KARAKTERISTIKE SISTEMA ZA PRENOS SNAGE</b>	<b>13</b>
<b>3. OPTEREĆENJE SISTEMA ZA PRENOS SNAGE</b>	<b>21</b>
3.1. Način formiranja i vrste opterećenja	21
3.1.1. Vrste opterećenja	24
3.1.1.1. Kvazistatička opterećenja	24
3.1.1.2. Dinamička opterećenja	24
3.2. Metode određivanja opterećenja	27
3.2.1. Određivanje opterećenja proračunskim putem	28
3.2.2. Eksperimentalne metode određivanja opterećenja	31
3.3. Metode diskretizacije opterećenja	31
3.3.1. Metoda ekstremnih vrijednosti	33
3.3.2. Metoda presjeka zadatih nivoa	35
3.3.3. Metoda raspona	36
3.3.4. Metoda punih ciklusa	36
3.3.5. Metoda toka kiše	37
3.3.6. Metoda uređenih krajnjih raspona	39
3.3.7. Sistematizacija opterećenja primjenom teorije slučajnih funkcija	40
<b>4. PRORAČUN SISTEMA ZA PRENOS SNAGE</b>	<b>42</b>
4.1. Istorijat razvoja metoda proračuna	42
4.2. Vrste proračuna	43
4.2.1. Statički i dinamički proračun	43

4.2.2.	Deterministički i vjerovatnosni proračun	45
4.3.	Proračinski režimi sistema za prenos snage	46
4.4.	Proračun na zamor	51
4.4.1.	Dinamička izdržljivost (osnovna, radna, trajna i vremenska)	51
4.4.2.	Linearne hipoteze o akumulaciji oštećenja	54
4.4.2.1.	Palmgrin-Majnerova hipoteza	55
4.4.2.2.	Serensen-Kogajeva hipoteza	56
4.4.2.3.	Korten-Dolanova hipoteza	58
4.4.2.4.	Hajbahova hipoteza	58
<b>5.</b>	<b>PROCJENA RADNOG VIJEKA SISTEMA ZA PRENOS SNAGE DO DOSTIZANJA GRANIČNOG STANJA PO OSNOVU ZAMORA MATERIJALA</b>	<b>60</b>
5.1.	Procjena radnog vijeka po osnovu zamorne čvrstoće	60
5.1.1.	Ukupna raspoloživa radna sposobnost	62
5.1.1.1.	Proračunski napon	63
5.1.1.2.	Koeficijent svođenja	63
5.1.1.3.	Uporedivost radnih i kritičnih napona	65
5.1.1.4.	Broj ciklusa promjene napona	65
5.2.	Procjena vjerovatnoće otkaza	67
5.2.1.	Obezbjedenje optimalne raspodjele puždanosti	69
5.2.1.1.	Određivanje potrebne pouzdanosti elemenata sistema za prenos snage	70
5.2.1.1.1.	Metoda podjednake raspodjele	70
5.2.1.1.2.	ARINC metoda	71
5.2.1.1.3.	AGREE metoda	72
5.2.1.1.4.	EFTES metoda	72
<b>6.</b>	<b>PROMJENA STANJA ELEMENATA I SISTEMA ZA PRENOS SNAGE I UTICAJ NA TEHNIČKE I EKONOMSKE POKAZATELJE</b>	<b>73</b>
6.1.	Način definisanja stanja i vrste promjene stanja	73
6.2.	Prognoziranje habanja elemenata i nastanak zazora	76
6.3.	Uticaj zazora na radni učinak i energetske efikasnost	78
6.4.	Uticaj zazora na opterećenje elemenata	79
6.4.1.	Analiza kretanja masa kroz zazor	84

6.4.1.1.	Uticaj trenutne promjene pogonskog momenta i/ili spoljašnjeg opterećenja na vrijednost momenta u elastičnoj vezi	93
6.4.1.1.1.	Vrijednost momenta u elastičnoj vezi pri promjeni momenta otpora	95
6.4.2.	Analiza uticaja zazora na dinamičko opterećenje elemenata sistema za prenos snage	98
6.4.3.	Simulacioni model kretanja masa kroz zazor	99
6.4.3.1.	Povećanje dinamičkog opterećenja u periodu ubrzavanja	99
6.4.3.2.	Promjena momenta u elastičnoj vezi pri kretanju masa kroz zazor	103
<b>7.</b>	<b>PROCJENA PREOSTALOG RADNOG VIJEKA ELEMENATA I SISTEMA ZA PRENOS SNAGE NA OSNOVU TEHNIČKIH KRITERIJUMA</b>	<b>105</b>
7.1.	Matematički model sistema: motor-sistem za prenos snage-pogonski točak- vozilo-put (PM-SPS-PT-V-P) sa nelinearnostima mrtvog hoda	105
7.1.1.	Model motora (PM)	107
7.1.2.	Model sistema za prenos snage (SPS)	108
7.1.2.1.	Model spojnice	108
7.1.2.2.	Model mehaničkog mjenjača	109
7.1.2.3.	Model kardanskog vratila	110
7.1.2.4.	Model diferencijala	110
7.1.2.5.	Model pogonskog poluvratila	112
7.1.2.6.	Model pogonskog točka (PT)	113
7.1.2.7.	Model kretanja vozila (V)	114
7.1.3.	Modeliranje puta (P)	116
7.2.	Simulacioni model sistema PM-SPS-PT-V-P	123
7.3.	Ekperimentalna verifikacija matematičkog i simulacionog modela	125
7.4.	Procjena preostalog radnog vijeka elemenata do dostizanja graničkog stanja po tehničkim kriterijumima	132
7.4.1.	Granično habanje po kriterijumu čvrstoće materijala	132
7.4.2.	Granično habanje po kriterijumu zamora materijala	133
7.4.3.	Preostali radni vijek do dostizanja graničnog (dozvoljenog) habanja	135
<b>8.</b>	<b>PROCJENA PREOSTALOG RADNOG VIJEKA SISTEMA NA OSNOVU EKONOMSKIH KRITERIJUMA</b>	<b>137</b>
8.1.	Promjena ekonomske efektivnosti vozila tokom vremena eksploatacije	137
8.2.	Optimalni radni vijek sistema za prenos snage vozila po kriterijumu	140

	minimuma specifičnih troškova	
8.3.	Optimalni radni vijek sistema za prenos snage vozila po kriterijumu maksimalne dobiti	146
8.3.1.	Metoda dinamičkog programiranja	147
8.3.1.1.	Određivanje optimalnog radnog vijeka vozila primjenom metode dinamičkog programiranja	150
<b>9.</b>	<b>ZAKLJUČAK</b>	<b>152</b>
	<b>LITERATURA</b>	<b>156</b>
	<b>PRILOG A. MATLAB-SIMULINK MODELI</b>	<b>163</b>
A.1.		163
A.2		164
	<b>PRILOG B.</b>	<b>165</b>
B.1.		165
B.2.		168
	<b>BIOGRAFIJA</b>	<b>170</b>

## SPISAK KORIŠĆENIH OZNAKA

- $a_r$  - koeficijent interakcije
- $b$  - prigušenje
- $c$  - krutost
- $C_a$  - specifični troškovi amortizacije
- $C_d$  - ekonomski efekat (dobit)
- $C_e$  - troškovi eksploatacije (tehničko održavanje, remont, profilaktičke mjere i sl.)
- $C_i$  - troškovi proizvodnje vozila
- $C_M$  - ekvivalentna krutost motora
- $C_{Mj}$  - ekvivalentna krutost vratila mjenjača
- $c_{pn,t}$  - tangencijalna krutost pneumatika
- $c_{pv}$  - ekvivalentna krutost poluvratila
- $d$  - dužina neravnine (eksperiment)
- $D(l)$  - specifična jedinična dobit
- $D_i$  - elementarna mjera oštećenja
- $D_k$  - varijansa k-tog profila podloge
- $E$  - zbirna efektivnost vozila
- $e_{pt}$  - krak vertikalne sile na pogonskom točku u odnosu na osu točka
- $e_{pt,0}$  - stacionarna vrijednost kraka vertikalne sile u odnosu na osu točka
- $F_{in}$  - otpor inercije vozila
- $F_v$  - otpor vazduha
- $F_n$  - otpor nagiba podloge
- $F_{pr}$  - vrijednosti sile ostvarene pritiskom između diskova spojnice
- $F_{pt,x}$  - horizontalna sila kojom podloga djeluje na pogonski točak
- $F_{pt,z,ekv}$  - ekvivalentna vertikalna sila na pogonskom točku
- $F_{pt,z}$  - vertikalna sila kojom podloga djeluje na pogonski točak
- $F_v$  - otpor vazduha
- $F_{v,pt,x}$  - horizontalna sila kojom ram vozila djeluje na neoslonjenu masu pogonskog točka
- $f$  - koeficijent otpora kotrljanja točka

- $f_0$  - konstantni koeficijent otpora kotrljanja
- $h$  - linearno habanje
- $h_{gr}$  - granično habanje
- $h_{doz}$  - dozvoljeno habanje
- $J_{KV}$  - moment inercije kardanskog vratila
- $J_M$  - moment inercije motora
- $J_{Mj}$  - moment inercije j-tog vratila mjenjača
- $J_{nap}$  - moment inercije naplatka točka
- $J_{pn}$  - moment inercije pneumatika točka
- $J_{PV}$  - moment inercije poluvratila
- $J_T$  - moment inercije pogonskog točka
- $J_{1R}$  - redukovani moment inercije masa pogonskog dijela sistema
- $J_{2R}$  - redukovani moment inercije masa gonjenog dijela sistema
- $i$  - prenosni odnos od motora do proračunskog elementa sistema prenosa snage
- $i_0$  - prenosni odnos u diferencijalu
- $i_{D,d(D,l)}$  - prenosni odnos na desnoj strani (lijevoj strani) diferencijala
- $i_{PM(ZM)}$  - prenosni odnos diferencijala prednjeg (zadnjeg) mosta
- $K_D$  - koeficijent dinamičnosti
- $K_S$  - koeficijent svođenja ili koeficijent puta
- $K_W$  - koeficijent otpora vazduha
- $L$  - broj kilometara puta
- $M$  - poračunski moment na elementu
- $M_C$  - moment u elastičnoj vezi
- $M_{C,max}$  - maksimalna vrijednost momenta u elastičnoj vezi
- $M_{otp.}$  - moment otpora
- $M_{M,max}$  - maksimalni moment motora
- $M_S$  - moment spojnice
- $M_1$  - pogonski moment
- $M_2$  - moment otpora
- $m$  - masa vozila
- $N$  - tekući broj promjena napona
- $N_s$  - statički granični broj ciklusa
- $N_D$  - bazni broj ciklusa



- $N_R$  - ukupan broj promjena radnih napona svih nivoa
- $N_1$  - broj promjena maksimalnog radnog napona
- $n_c$  - broj ciklusa u jedinici vremena
- $n_i$  - broj promjena radnog napona i-tog nivoa
- $n_L$  - broj ciklusa promjene napona u elementu po kilometru puta vozila
- $n_{L,ekv}$  - ekvivalentni broj ciklusa
- $n_\Sigma$  - ukupnan broj promjena napona svih nivoa u radnom vijeku
- $P$  - pouzdanost
- $P_{max}$  - maksimalna snaga motora
- $P_M$  - specifična vučna sila iz mogućnosti motora
- $P_f$  - specifična sila otpora kotrljanja točka
- $p_{in}$  - specifična sila otpora inercije
- $p_v$  - specifična vučna sila
- $p_w$  - specifična sila otpora vazduha
- $p_\alpha$  - specifična sila nagiba puta
- $P_\varphi$  - specifična vučna sila iz adhezije
- $R$  - ukupna raspoloživa radna sposobnost (resurs)
- $R_1$  - potrebna radna sposobnost (jedinični resurs)
- $r$  - koeficijent asimetrije ciklusa
- $r_d$  - dnamički radijus točka
- $r_1$  - spoljašnji poluprečnik frikcione površine
- $r_2$  - unutrašnji poluprečnik frikcione površine
- $T$  - vrijeme rada vozila
- $T_{dp}$  - vrijeme od kada vozilo počinje da donosi profit
- $T_{gr}$  - granično vrijeme rada vozila
- $T_e$  - proizvoljan trenutak u periodu eksploatacije vozila
- $T_{max}$  - vrijeme kada zbirna produktivnost ima maksimalnu vrijednost
- $T_p$  - preostali radni vijek
- $v$  - brzina vozila
- $v_H$  - brzina habanja
- $Z_i$  - vertikalna reakcija podloge na točkove
- $\varphi$  - ugaoni položaj centra rotacionih masa

- $\dot{\phi}$  - ugaona brzina
- $\ddot{\phi}$  - ugaono ubrzanje
- $\varphi_z$  - zazor
- $\varphi_{z,gr}$  - granična vrijednost zazora
- $\lambda$  - intenzitet otkaza
- $\mu$  - koeficijent trenja između frikcionih površina
- $\nu$  - stepen sigurnosti
- $\omega_M$  - ugaona brzina zamajca motora
- $\omega_T$  - ugaona brzina točka
- $\tau_a$  - amplituda opterećenja (napona)
- $\tau_D$  - trajna dinamička izdržljivost
- $\tau_k$  - kritični napon
- $\tau_{ekv}$  - ekvivaletni radni napon
- $\tau_m$  - srednja vrijednost opterećenja (napona)
- $\tau_{min}$  - minimalni napon u ciklusu opterećenja
- $\tau_{max}$  - maksimalni napon u ciklusu opterećenja
- $\tau_N$  - dinamička izdržljivost
- $\tau_R$  - proračunski napon
- $\tau_r$  - radni napon
- $\tau_{R,M}$  - napon određen iz mogućnosti motora
- $\tau_{R,\varphi}$  - napon određen iz mogućnosti adhezije
- $\tau_T$  - napon koji odgovara granici tečenja

## 1. UVOD

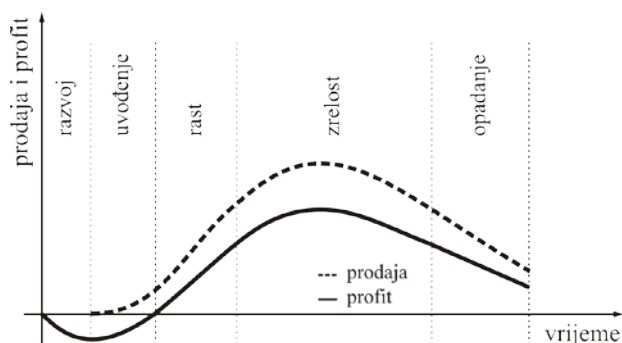
Predmet ovog rada (disertacije) je procjena preostalog radnog vijeka elemenata i sistema za prenos snage teretnih vozila (u daljem tekstu: vozila), u odnosu na dato početno stanje.

Zato u cilju što potpunijeg sagledavanja i preciznijeg lociranja problematike, koja je predmet rada, potrebno je dati definicije i objasniti pojmove životnog ciklusa proizvoda kao tehničkog rešenja proizvoda određene namjene i radnog, fizičkog, moralnog, knjigovodstvenog preostalog vijeka proizvoda kao zasebne jedinice sa definisanim identifikacionim brojem.

### 1.1. Životni ciklus proizvoda

Tipičan koncept životnog ciklusa proizvoda može se razmatrati kroz faze: razvoja, uvođenja, rasta, zrelosti i opadanja [46].

Oblik i dužina trajanja pojedinih faza, kao i dužina trajanja životnog ciklusa proizvoda ne može se unaprijed tačno odrediti, slika 1.1.



**Slika 1.1.** Grafički prikaz krive životnog ciklusa proizvoda.

Karakteristično je da različiti proizvodi kroz ove faze prolaze različitim brzinama, a ponekad pojedini proizvodi pojedine faze preskaču, dok neki proizvodi mogu nestati u bilo kojoj fazi životnog ciklusa. Želja svih proizvođača i izazov sa kojim se suočavaju je da njihov proizvod ima što kraću fazu razvoja, dok faze životnog ciklusa proizvoda koje su karakteristične za prisustvo na tržištu, treba da su što duže.

*Faza razvoja* proizvoda je obično duga i skupa, i zahtijeva uspostavljanje jasnog identiteta proizvoda. U ovoj fazi potrebno je ispoljiti veliku kreativnost uz kordinaciju mnogih funkcija, kao što su indentifikacija potreba potrošača (stvaranje ideje), prikupljanje informacija, definisanje problema, projektovanje, nabavka materijala, izrada prototipa, testiranje prototipa, proizvodnja i sl. Treba napomenuti da je u ovoj fazi stopa "smrtnosti" ideje izuzetno visoka.

Početak *faze uvođenja* definiše i početak korišćenja proizvoda (početak *životnog vijeka korišćenja proizvoda*). U ovaj fazi prodaja proizvoda je malog obima, uz minimalan profit, ili sa gubicima. Proizvod počinje da dobija konkurenciju.

U *fazi rasta*, kupci postaju zainteresovaniji za proizvod, prodaja proizvoda i profit od proizvoda teče uzlaznom putanjom, ali proizvod dobija sve veću konkurenciju.

*Faza zrelosti* u početnom periodu se odlikuje neznatnim rastom prodaje, ali uz dalju dinamiku smanjenja prodaje. Dolazi do pada profita od prodaje proizvoda, na tržištu se uspostavlja zasićenje, a sve zbog naglog rasta konkurentnih proizvoda. Dužina ove faze značajno zavisi od lojalnosti kupaca. Kao i u svim fazama, a posebno u ovoj, neohodno je sprovesti niz strategija da se produži životni vijek korišćenja proizvoda.

Neke od strategija koje se koriste u ovoj fazi su [38]: modifikacija tržišta, modifikacija proizvoda i inovacija proizvoda.

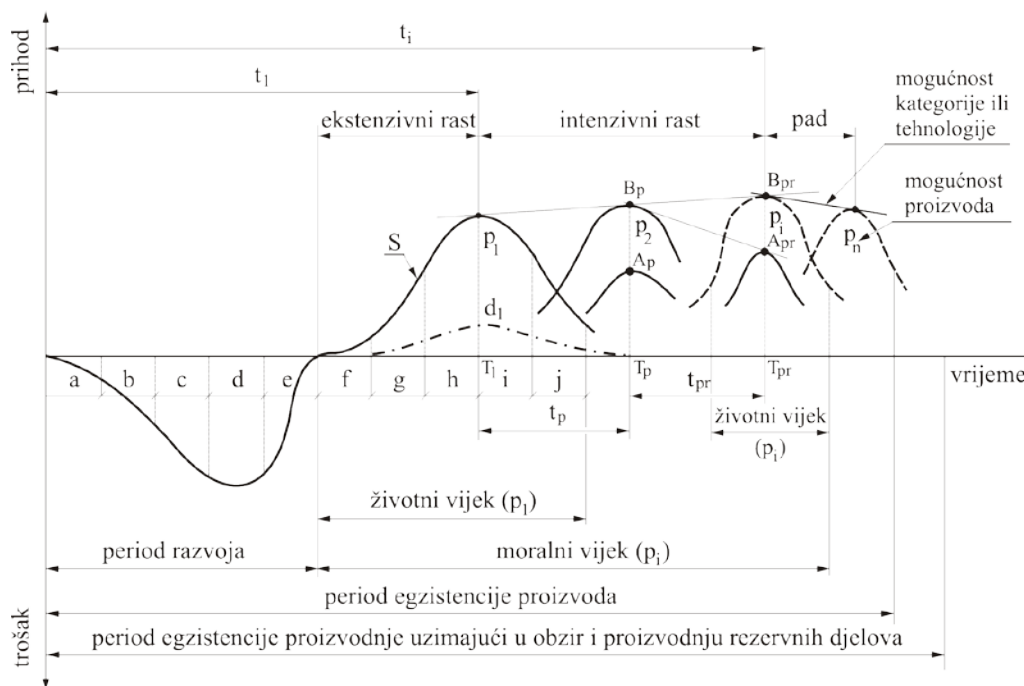
*Fazu opadanja* karakteriše kontinuirani i intenzivan pad prodaje i profita, uz "odumiranje" proizvoda na tržištu.

Koncept prethodno navedenih faza prisutan je i u *životnom ciklusu vozila*.

Danas je opšti cilj analize životnog ciklusa vozila da se procijene mogućnosti uštede energije i zaštite životne sredine, uz zadovoljenje osnovne namjene i ostvarenje potreba savremenog društva, [26]. Takodje, današnji nivo razvoja nauke i tehnologije nije omogućio razvoj vozila koje bi moglo zadovoljiti funkciju cilja u svim uslovima korišćenja. Zato i postoje različite vrste vozila, različite namjene, za određene uslove korišćenja.

Proizvđači vozila promovišu nove modele skoro svake godine, ali pitanje je, da li je model zaista nov proizvod. Ipak, može se zaključiti da je razvoj automobilske industrije

u fazi zrelosti. Proizvođači vozila se zakonskim aktima obavezuju da prihvate odgovornost za sve faze životnog ciklusa vozila sa stanovišta zaštite životne sredine i koncepta održivog razvoja vozila. U poslednjih nekoliko godina, pitanja zaštite životne sredine i koncept održivog razvoja su nezaobilazne teme rasprave u automobilske industriji. Koncept održivog razvoja treba da bude usmjeren na minimalnu upotrebu neobnovljivih resursa i minimalnu emisiju zagađujućih materija, kako bi se zaštitila flora i faunu na planeti. Dakle, danas prilikom konstruisanja i proizvodnje vozila, pored ostalog, mora se voditi računa o ispunjavanju ekoloških faktora i uslova reciklaže. Za uspješno ostvareni proizvod, tipičan koncept životnog ciklusa može se dopuniti i opisati sa više faza. U tom smislu, istraživanjem prihoda i troškova proizvoda u njegovom periodu egzistencije, razlikuje se više faza, slika 1.2.



**Slika 1.2.** Kriva egzistencije proizvoda, [38]

Na krivoj egzistencije proizvoda, slika 1.2, razlikujemo faze u periodu razvoja: programiranja (a), projektovanja (b), kvalifikacije (c), izrade (d), uvođenja (e) i faze u životnom vijeku korišćenja proizvoda (u literaturi prisutna kao **S** kriva): pojava proizvoda (f), rasta prodaje (g), stabilnosti prodaje (h), zasićenja (i) i pada prodaje (j). Period proizvodnje rezervnih dijelova traje duže od perioda egzistencije proizvoda (slika 1.2), što je i regulisano zakonskim propisima i obavezujuće je za proizvođače.

Standardna kriva životnog vijeka proizvoda se može opisati sledećom jednačinom, [43]:

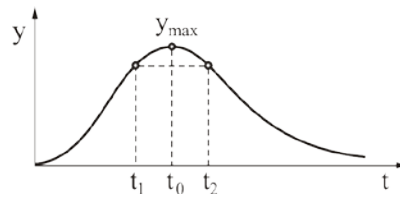
$$y = k \cdot t^a \cdot e^{-bt} \quad (1.1)$$

gdje je  $y$  obim prodaje ili prihod od prodaje u vremenu  $t$ ;  $k$ ,  $a$  i  $b$  – parametri koji se procjenjuju.

Karakteristika ove krive je da ima maksimum u tački  $t_0 = \frac{a}{b}$  i dvije prevojne tačke

$$t_1 = \frac{a - \sqrt{a}}{b} = t_0 - \frac{\sqrt{a}}{b} \quad \text{i} \quad t_2 = \frac{a + \sqrt{a}}{b} = t_0 + \frac{\sqrt{a}}{b}$$

koje su simetrične u odnosu na položaj maksimuma tj. u odnosu na  $t_0$ , slika 1.3.



Slika 1.3. Standardna kriva životnog vijeka proizvoda

Ova kriva sadrži sledeće faze:

- a) fazu ubrzanog rasta (interval od  $0$  do  $t_1$ ),  $\frac{dy}{dt} > 0, \frac{d^2y}{dt^2} > 0$ ,
- b) fazu usporenog rasta (interval od  $t_1$  do  $t_0$ ),  $\frac{dy}{dt} > 0, \frac{d^2y}{dt^2} < 0$ ,
- c) fazu zasićenja (u okolini tačke  $t_0$ ),  $\frac{dy}{dt} = 0$ ,
- d) fazu laganog opadanja (interval od  $t_0$  do  $t_2$ ),  $\frac{dy}{dt} < 0, \frac{d^2y}{dt^2} < 0$ ,
- e) fazu ubrzanog opadanja (interval od  $t_2$  do  $\infty$ ),  $\frac{dy}{dt} < 0, \frac{d^2y}{dt^2} > 0, (t \rightarrow \infty \Rightarrow y(t) \rightarrow 0)$ .

Na osnovu relacije (1.1) promjene parametara  $k$ ,  $a$  i  $b$  imaju sledeći uticaj na oblik krive životnog vijeka:

- sa porastom parametra  $k$  raste i funkcija  $y(t)$  tj. obim prodaje; kako je  $y=y_{\max}$  za  $t=t_0=a/b$  to znači da položaj maksimuma krive ne zavisi od parametra  $k$ ,
- sa porastom parametra  $a$  funkcija  $y(t)$  ima tendenciju ubrzanja, tj. obim prodaje ima ubrzani rast, a položaj maksimuma funkcije se pomjera udesno, tj. maksimum prodaje se ostvaruje kasnije,

- sa porastom parametra **b** pad je brži i maksimum funkcije prodaje se ostvaruje ranije.

Vrijednost parametra **k**, **a** i **b** za određenu vrstu proizvoda se izračunava na osnovu iskustva sa prethodnim projektima kao i na osnovu indikatora koji pokazuju kakva je dosadašnja uspješnost posmatranog proizvoda na tržištu.

Većina proizvoda doživi niz inovacija u toku svog životnog vijeka te kriva životnog ciklusa najčešće ima talasasti oblik, a ne standardni **S** oblik.

## 1.2. Vijek proizvoda

Razmatraju se različiti pojmovi i definicije vijeka proizvoda.

*Vijek trajanja proizvoda* obuhvata vremenski period proizvoda od kupovine pa sve do njegovog potpunog iskorišćenja i povlačenja iz upotrebe, [46]. Kod proizvoda kod kojih otkaz dovodi do nepovratnog isključenja iz eksploatacije, vijek trajanja proizvoda određen je dužinom trajanja komponente koja najčešće otkazuje. Kod popravljivih tehničkih sistema, vijek trajanja pojedinih sastavnih komponenti ne definiše i vijek trajanja cijelog sistema, jer zamjenom komponente koja je otkazala sistem se osposobljava da ponovo vrši svoju funkciju. Na taj način se praktično, popravljivim tehničkim sistemima omogućava dug vijek trajanja, koji se najčešće zove *fizički vijek trajanja*, [45].

Jedan broj autora tvrdi da je fizički vijek trajanja popravljivih tehničkih sistema period do prvog generalnog remonta, a drugi tvrde da je to vrijeme do konačnog otpisa proizvoda. Najčešće fizički vijek trajanja proizvoda diktiraju ekonomski kriterijumi, jer nekad generalni remont nije ekonomski opravdan. Naravno, dužina *fizičkog vijeka proizvoda* zavisi i od fizičkog trošenja usled funkcionisanja, zbog dejstva prirodnih činilaca, klimatskih faktora, zbog raznih oštećenja, nestručnog rukovanja i sl.

Pod *radnim (eksploatacionim) vijekom proizvoda* podrazumijeva se ukupno vrijeme tokom kojeg proizvod može neprekidno da radi, pod normalnim uslovima i u predviđenom režimu eksploatacije, bez značajnog smanjenja njenih osnovnih radnih karakteristika i pri ekonomski prihvatljivoj cijeni održavanja. Često se ovaj vremenski

period naziva i *resursom proizvoda*. Pri tačnoj definiciji radnog vijeka proizvoda treba razlikovati funkcionalni, tehnički, ekonomski i ekološki radni vijek, [46].

Za sisteme kod kojih postoji potreba za visokom pouzdanošću unaprijed se propisuje  $\gamma$ -*procentualna vrijednost vjerovatnoće ispravnog rada*, a vrijeme rada koje odgovara toj vrijednosti naziva se *gama procentnim resursom*. Međutim, za sisteme kod kojih otkaz ne uzrokuje katastrofalne posledice i gdje ne postoji potreba za visokom pouzdanošću propisuje se tkz. preporučeni resurs sistema, koji najčešće predstavlja vrijeme od početka eksploatacije do planiranog remonta. *Pouzdanost* karakteriše svojstvo sistema da ispunjava svoju funkciju cilja tokom zadatog perioda vremena zadržavajući pri tome tehnno-ekonomske i eksploatacione parametre u zadatim granicama.

Za *neobnovljive sisteme* radni vijek je jednak vremenu ispravnog rada do otkaza. Za *obnovljive sisteme* radni vijek se može podijeliti na vrijeme rada do prvog otkaza, vrijeme rada od prvog otkaza do drugog otkaza, vrijeme rada od drugog do trećeg otkaza itd. Radni vijek se definiše i kao vremenski period do nastajanja graničnog stanja proizvoda, a tim da on uključuje samo vrijeme rada proizvoda a ne i vrijeme zastoja potrebno za remont proizvoda i vrijeme čekanja kada proizvod ne radi usled nepotpunog iskorišćenja kapaciteta, [39].

*Knjigovodstveni vijek proizvoda* je obično definisan prihodom koji može da ostvari proizvod, tj. kada nastane knjigovodstveni trenutak zamjene proizvoda, prihod koji može da ostvari proizvod jednak je ukupnim troškovima za održavanje i eksploataciju proizvoda. Knjigovodstveni vijek proizvoda je određen stopom amortizacije.

*Oprimalni vijek proizvoda*, tj. optimalan trenutak zamjene proizvoda je obično kraći od knjigovodstvenog vijeka proizvoda, a u krajnjem slučaju mogu biti jednaki. Optimalni vijek proizvoda ograničen je:

- stanjem proizvoda pri kojem se više fizički ne može koristiti,
- zamjenom proizvoda zbog tehničkog progresa, tj. zamjenom efikasnijim proizvodom iste vrste,
- neekonomičnošću daljeg korišćenja proizvoda.

Pri formiranju matematičkog modela za određivanje optimalnog vijeka upotrebe proizvoda, uglavnom se polazi od kriterijuma i ograničenja vezanih za troškove. Postoji više metoda određivanja vremena optimalnog korišćenja proizvoda.

---



Period dovođenja jednog proizvoda do kraja mogućnosti njegove inovacije, u okviru jedne tehnologije, naziva se *moralnim vijekom proizvoda* ili *granicom mogućnosti jedne tehnologije*. Može se reći da moralni vijek proizvoda predstavlja vremenski period poslije kojeg primjena proizvoda ekonomski nije opravdana što zavisi od tehničkog napretka u oblasti iz koje je proizvod, [46]. U ovom slučaju se kaže da je proizvod zastario, jer su njegove karakteristike (kapacitet, učinak, način rukovanja i održavanja, potrošnja pogonske energije, buka, vibracije, izduvna emisija i dr.) lošije od istih karakteristika savremenijeg proizvoda. Dužina životnog i moralnog vijeka zavisi od njegove perspektivnosti u toku uvođenja na tržište i dinamike promjena njegovih karakteristika, kao i graničnih mogućnosti primjene tehnologije, [38].

### 1.3. Kratak prikaz istraživanja u oblasti procjene radnog vijeka vozila

Polazeći od prethodno date definicije radnog vijeka proizvoda uopšte, pod radnim vijekom vozila (i njegovih sistema) podrazumijeva se vrijeme rada tokom kojeg vozilo ima potrebnu radnu sposobnost i pouzdanost uz odgovarajuću ekonomsku opravdanost eksploatacije. To je vrijeme rada vozila od početka eksploatacije pa do nastupanja graničnog stanja.

U normalnim uslovima eksploatacije granična stanja po tehničkim kriterijumima nastupaju kada dođe do gubitka funkcionalne sposobnosti vozila usled zamornog loma nekog od elemenata ili nedozvoljenog odstupanja bitnih eksploatacionih parametara i ugrožavanja bezbjednosti u njenoj daljoj eksploataciji.

Po ekonomskim kriterijumima granično stanje nastupa kada dođe do pada ekonomske efektivnosti vozila ispod granice isplativosti dalje eksploatacije.

Procjena radnog vijeka elemenata do loma usled zamora bazirana je na primjeni linearanih hipoteza o akumulaciji oštećenja materijala. Osnovna je hipoteza Palmgrin-Majnera na bazi koje su, u cilju poboljšanja tačnosti, razvijene korigovane linearne hipoteze: Corten-Dolana, Haibacha, Serensen-Kogaeva idr.

Proračunima zasnovanim na primjeni ovih hipoteza mogu se odrediti:

- radni vijek elementa za odabranu pouzdanost, tzv. gama procentni resurs ili gama procentni vijek  $T_{\gamma\%}$ ,

- pouzdanost elementa za odabrani radni vijek  $P(T_0)$ .

Sa proračuna elemenata prelazi se na proračun prenosnika kao sistema izradom strukturne šeme pouzdanosti prenosnika.

Koristeći ovu šemu moguće je:

- odrediti pouzdanost prenosnika na osnovu pouzdanosti elemenata za odabrani radni vijek,
- izvršiti razdjeljivanje (alociranje) pouzdanosti prenosnika sve do elemenata, te odrediti potrebnu pouzdanost sklopova, podsklopova i elementa za odabrani radni vijek i pouzdanost prenosnika kao cjeline.

Ovi proračuni predpostavljaju poznavanje konstrukcionih karakteristika elemenata (i sklopova) i uslova eksploatacije, koji se zadaju odgovarajućim krivim raspodjele opterećenja i izdržljivosti materijala (deterministički proračun) ili krivim raspodjele i varijacijama ovih krivih (vjerovatnosni proračun).

U literaturi dominantno proračun radnog vijeka elemenata i sklopova do zamora polazi od projektnog stanja kao početnog, i ne uzima u obzir neizbježne promjene stanja elemenata tokom eksploatacije.

Međutim, ovaj rad je orijentisan na procjenu radnog vijeka elemenata i sistema za prenos snage u odnosu na dato početno stanje, tj. vremena rada preostalog od datog početnog stanja do dostizanja graničnog stanja.

Stanja elemenata utvrđuju se povremenim dijagnostičkim pregledima i ispitivanjima, pa se primjenom odgovarajućih sistemskih metoda procjenjuje intenzitet dalje promjene stanja i preostali radni vijek elemenata i sistema.

Promjene stanja elemenata posebno se manifestuju habanjem kontaktnih površina spregnutih elemenata. Karakteristična posledica habanja je pojava zazora (mrtvog hoda) u spregnutim elementima koja predstavlja nelinearnost sa zonom neosjetljivosti i linearnim dijelovima. Usled pojave zazora mijenja se "mehanizam" formiranja opterećenja i dinamička struktura sistema. Tako se javljaju dopunska dinamička opterećenja, pa se intenzivira dalje habanje i zamaranje elemenata sistema.

Takođe, zbog pojave dopunskih dinamičkih opterećenja sužava se i područje dopuštenih režimna rada prenosnika snage. Na primjer u literaturi: **Бухарин Н.А., Прозоров**

**В.С., Щукин М.М:** **Автомобили**, "Машиностроение", Ленинград, 1973, dat je dijagram zavisnosti (pada) kritičnog broja obrta kardanskog vratila od vremena rada (eksploatacije), ali bez matematičkog modela prenosnika i analize uticaja zazora u ožljebljenoj vezi elemenata vratila na dinamičke procese u prenosniku.

Usled habanja spregnutih elemenata takođe opadaju efektivna snaga pogonskog motora i stepen korisnog dejstva pogonskog sistema, a raste specifična potrošnja goriva.

U smislu predhodnog, početno stanje elemenata utiče na preostali radni vijek prenosnika i po ekonomskim kriterijumima.

Iz velikog broja istraženih literaturnih izvora izdvaja se rad: **Hans-Peter Beck, Dirk Turschner, Selbstein-stellende Regelung für losebenhaftete Antriebssysteme, Antreibstechnik, 8/2007, s. 30-37**, u kojem se razmatra pojava mrtvog hoda u mehaničkom prenosniku. U ovom radu razmatra se regulisanje broja obrta kod jednog valjaoničkog sistema sa mrtvim hodom u mehaničkom prenosniku kojeg čine kuplung, prenosno (zglobno) vratilo i zupčasti prenosnik. Međutim, u ovom radu, prisustvo mrtvog hoda razmatra se sa stanovišta uticaja na proces regulacije, odnosno izbor regulatora, a ne na zamor i radni vijek elemenata sistema.

U literaturi: **Когаев В.П.: Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени**, "Машиностроение", Москва, 1973, date su metode sistematizacije opterećenja elemenata sistema za prenos snage, kao i proračun radnog vijeka elemenata pri promjeni radnog napona u funkciji vremena.

U literaturi: **Цитович И.С., Каноник И.В., Вавуло В.А: Трансмиссии автомобилей**, "Наука и техника", Минск, 1979, dat je prikaz proračuna radnog vijeka i raspodjele opterećenja na elementima sistema za prenos snage, ne uzimajući u obzir promjenu stanja u elementima, kao i prisutvo zazora u vezama elemenata. Takođe, u ovom literaturnom izvoru, dati su karakteristični periodi u razvoju metoda proračuna elemenata sistema za prenos snage i načini zadavanja mjerodavnih opterećenja.

U literaturi: **Волков Д.П., Николаев С.Н: Надежность строительных машин и оборудования**, Высшая школа, Москва, 1979., analiziran je radni vijek elemenata sistema za prenos snage izražen ukupnim brojem ciklusa promjene napona svih nivoa, koje element može da izdrži sa stanovišta zamora materijala.

U literaturi: **Цитович И.С., Митин Б.Е., Дзюнь В.А: Надежность трансмиссий автомобилей и тракторов**, "Наука и техника", Минск, 1985., dat su deterministički i vjerovatnosni proračun radnog vijeka elemenata do loma usled zamora, bazirani na primjeni linearnih hipoteza o akumulaciji oštećenja materijala. Prikazana je i sistematizacija opterećenja primjenom teorije slučajnih funkcija, kao i broj promjena napona po Km puta do loma.

U literaturi: **Lukin, P., Gasparyants, G., Rodionov, V: Automobile chassis, Design and calculations**, First published 1989, Revised from the 1984 Russian edition, English translation, Mir publishers, Moskva, 1989, dati su eksperimentalno dobijeni zapisi opterećenja i napona pojedinih elemenata prenosnika snage izazvani pobudom od pogonskog agregata i neravninama podloge. Za dinamičko ponašanje prenosnika snage dat je linearni model, kao sistem sa pet koncentričnih masa, čije ponašanje je opisano u obliku diferencijalnih jednačina u kojima nije obuhvaćen uticaj spoljašnjeg opterećenja.

U literaturi: **Бочаров Н.Ф., Цитович И.С.: Конструирование и расчет колесных машин высокой проходимости**, "Машиностроение", Москва, 1983, analizirana su dinamička opterećenja prenosnika snage izazvana neravninama puta, a dat je i metod određivanja opterećenja prenosnika snage proračunskim i eksperimentalnim putem. Analizirana je kriva raspodjele specifične vučne sile, kao i njena ograničenja sa stanovišta zamora materijala i maksimalne proračunske vrijednosti sile (upoređujući mogućnosti pogonskog agregata i adhezije).

U literaturi: **Колесник Н.П: Расчеты строительных кранов**, Вища школа, Киев, 1985, analizira se opterećenje u elastičnoj vezi torzionog modela sa dvije mase, za slučaj da u sistemu nema prigušenja. Takođe, analizira se dinamičko opterećenje elastične veze za slučaj da u sistemu postoji zazor, a njegov uticaj na dinamičko opterećenje elastične veze se uzima na osnovu početnih uslova u torzionom modelu sa dvije mase.

U literaturi: **Lechner G., Nauheimer H: Automotive transmissions – Fundamentals, selection, design and application**, Springer, 1999, i **Nauheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W: Automotive transmissions – Fundamentals, selection, design and application**, Springer, 2011, dat je istorijat razvoja elemenata i sistema za prenos snage, hipoteze o akumulaciji oštećenja, metode sistematizacije opterećenja, kao i proračun radnog vijeka na osnovu akumulacije oštećenja.

---

U literaturi: **Зорин В.А: Основы долговечности строительных машин**, "*Машиностроение*", Москва, 1986, razmatraju se osnovni procesi koji dovode do smanjenja radnog vijeka mobilnih građevinskih mašina. Data je analiza promjene stanja elemenata i parametara funkcionisanja tokom eksploatacije usled različitih oštećenja u vidu deformacija ili loma elemenata. Takodje, u ovom literaturnom izoru analizira se preostali radni vijek na osnovu ekonomskih kriterijuma, sa posebnim osvrtom na uticaj graničnog habanja na minimum specifičnih troškova.

Takodje, u literaturi: **Канарчук В.Е: Основы надежности машин**, "*Наукова думка*", Киев, 1982, analizira se promjena ekonomske efektivnosti mašine tokom eksploatacije, na osnovu čega se može procijeniti preostali radni vijek prema ekonomskim kriterijumima.

Na kraju, može se konstatovati da je prema uvidu u literaturu procenjivanje preostalog radnog vijeka elemenata i sistema prenosa snage vozila u datim uslovima eksploatacije, na osnovu matematičkih i simulacionih modela, nasuprot nespornom značaju, nedovoljno istraženo. Procjenjivanje je uglavnom bazirano na primjeni metoda ekspertnih ocjena. Posebno je nedovoljno istražen rang uticaja pojedinih parametara i stanja elemenata na njihovo opterećenje i preostali radni vijek.

Drugim riječima, nedovoljno je istražena zavisnost preostalog vremena rada (resursa) vozila do dostizanja graničnog stanja, od konstrukcionih i eksploatacionih parametara i stanja vitalnih elemenata sistema vozila.

Saglasno prethodnom, cilj ovog doktorskog rada je da se primjenom sistemskih naučnih metoda utvrdi:

- uticaj konstrukcionih i eksploatacionih parametara elemenata sistema prenosa snage vozila na dinamička opterećenja i radni vijek elemenata,
- uticaj stanja elemenata sistema za prenos snage, izraženog preko veličine mrtvog hoda u spregnutim elementima, na dinamička opterećenja kao i intezitet njihovog daljeg habanja, zamaranja i preostali radni vijek,
- način procjene promjene tehničkog stanja i preostalog radnog vijeka elemenata sistema prenosa snage primjenom tehničkih i ekonomskih kriterijuma, u datim uslovima eksploatacije i pri datom stanju elemenata.

#### **1.4. Kratak prikaz sadržaja rada**

Sadržaj disertacije je izložen u sedam poglavlja, bez uvoda (poglavlje jedan) i zaključka (poglavlje devet).

U drugom poglavlju dat je prikaz konstrukcione strukture i funkcionalnih karakteristika sistema za prenos snage.

U trećem poglavlju prikazan je način formiranja i vrste opterećenja sistema za prenos snage, kao i metode obrade zapisa opterećenja elemenata.

U četvrtom poglavlju prikazane su vrste proračuna elemenata sistema za prenos snage, kao i linearne hipoteze o akumulaciji oštećenja materijala na osnovu kojih se vrši procjena radnog vijeka elemenata do loma usled zamora materijala.

Poglavlje pet posvećeno je procjeni radnog vijeka sistema za prenos snage do dostizanja graničnog stanja po osnovu zamora materijala. Takođe, dat je radni vijek elemenata sistema za prenos snage vozila izražen u Km pređenog puta po osnovu zamora materijala, kao i potrebna radna sposobnost elementa po 1 Km puta.

U šestom poglavlju razmatra se promjena stanja elemenata i sistema za prenos snage i uticaja na tehničke i ekonomske pokazatelje. Analiziran je uticaj habanja elemenata i nastanak zazora na radni učinak i energetske efikasnost, kao i uticaj zazora na dinamičko opterećenje elemenata sistema za prenos snage. Postavljeni su matematički i simulacioni modeli kratanja masa kroz zazor.

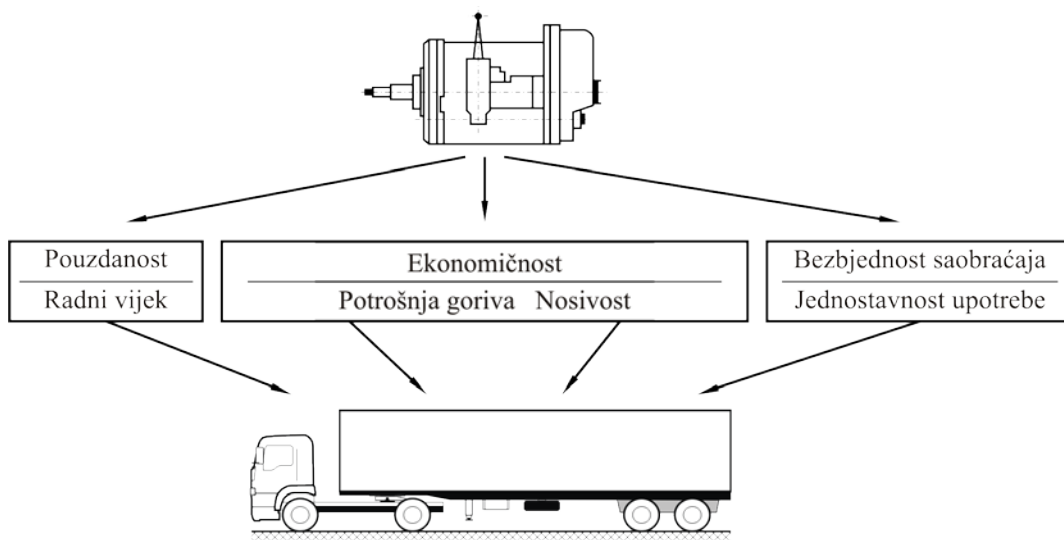
U sedmom poglavlju data je procjena preostalog radnog vijeka elemenata i sistema za prenos snage na osnovu tehničkih kriterijuma. Postavljeni su matematički i simulacioni modeli, koji su u značajnoj mjeri verifikovani eksperimentalnim ispitivanjem.

U osmom poglavlju data je procjena preostalog radnog vijeka do dostizanja graničnog stanja sistema na osnovu ekonomskih kriterijuma. Prikazana je promjena ekonomske efektivnosti vozila tokom vremena eksploatacije, procjena radnog vijeka po kriterijumu minimalnih specifičnih troškova i maksimalne dobiti u eksploataciji vozila.

Na osnovu sadržaja datog u prethodnim poglavljima, na kraju rada prikazani su zaključci, kao i preporuke za dalje istraživanje.

## 2. KONSTRUKCIONA STRUKTURA I FUNKCIONALNE KARAKTERISTIKE SISTEMA ZA PRENOS SNAGE

Uloga sistema za prenos snage kog vozila je da prenese snagu od pogonskog motora (u daljem tekstu: motor) do pogonskih točkova i da izvrši transformaciju pogonskih karakteristika motora prema potrebnim karakteristikama vuče vozila u svim uslovima kretanja. Ovu transformaciju je potrebno obaviti što efikasnije i u što širem dijapazonu brzina kretanja vozila. Ovom ulogom sistem za prenos snage dobija najveći uticaj na pouzdanost, potrošnju goriva, lakoću korišćenja, bezbjednost i performanse vozila, slika 2.1.

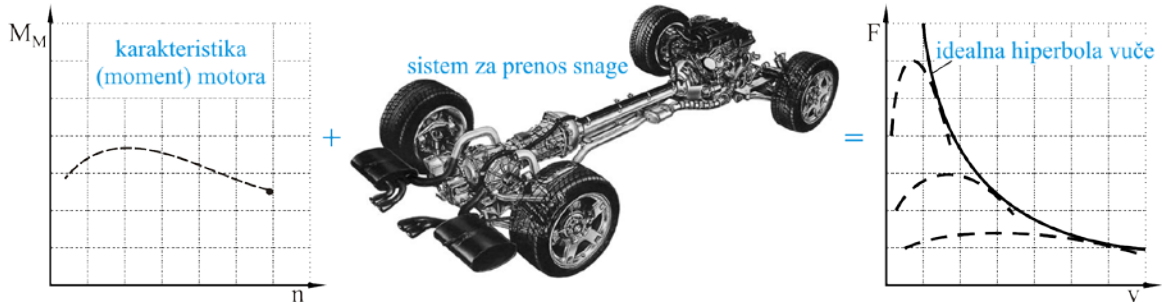


**Slika 2.1.** Uticaj sistema za prenos snage na efektivnost vozila, [47], [56]

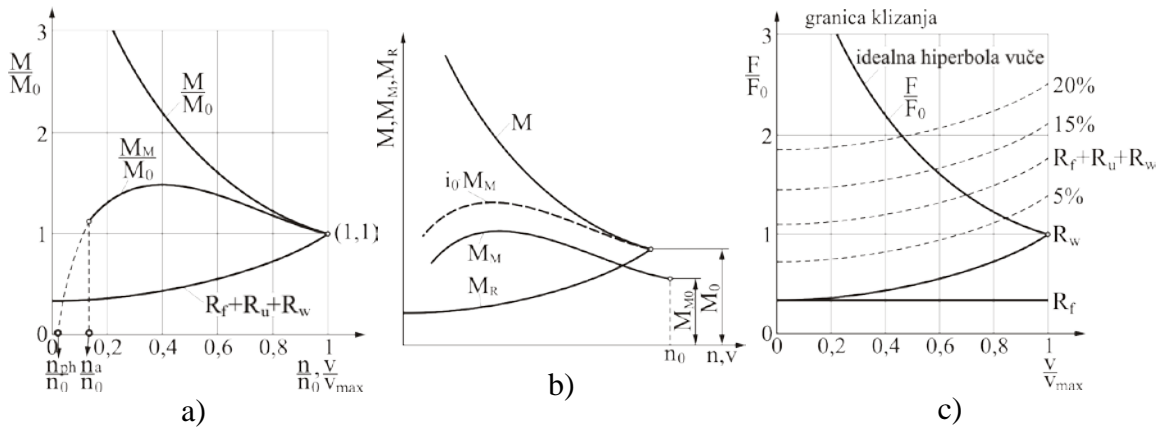
Dakle, u osnovu sistema za prenos snage ugrađene su karakteristike motora. Bilo bi veoma dobro kada bi brzinske karakteristike obrtnog momenta motora bile oblika hiperbole, što u stvarnosti nije tako, pa ulogu približavanja brzinske karakteristike motora idealnoj hiperboli vuče preuzima na sebe sistem za prenos snage, slika 2.2 i 2.3.

Prema načinu prenošenja energije, jedna od mogućih klasifikacija sistema za prenos snage kod vozila prikazana je na slici 2.4.

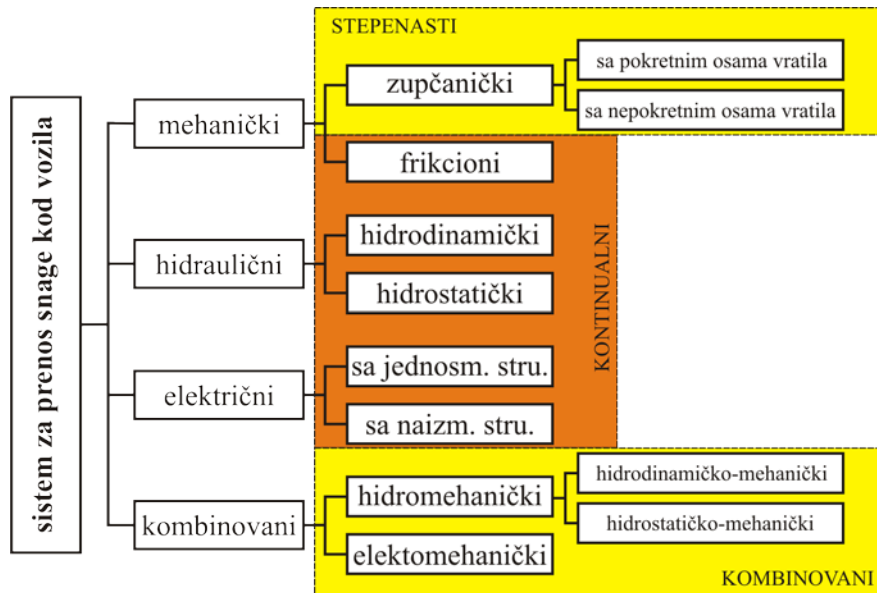
Zavisno od namjene mogu se izdvojiti različiti tipovi sistema za prenos snage, kao što je dato u tabeli 2.1, [47], [56].



Slika 2.2. Uloga sistema za prenos snage u transformaciji karakteristika motora u vučno-brzinske karakteristike vozila



Slika 2.3. a) Idealizovani slučaj potrebnog obrtnog momenta motora, b) Promjena oblika karakteristike motora, c) Otpori stacionarnom kretanju, [37], [75]



Slika 2.4. Klasifikacija sistema za prenos snage kod vozila, [75]

Oznake na slici 2.2 i 2.3 imaju sledeća značenja:  $R_f$  otpor kotrljanju,  $R_w$  otpor vazduha,  $R_u$  otpor savlađivanja uspona,  $M_M$  moment motora,  $M_0$  ( $F_0$ ) moment (vučna sila) na



pogonskim točovima pri  $v_{max}$ ,  $M_R$  moment otpora kretanju,  $M(F)$  moment (vučna sila) idealne hiperbole vuče,  $v$  i  $v_{max}$  brzina i maksimalna brzina kretanja vozila,  $M_{M0}=M_0/i_0$ ,  $i_0$  prenosni odnos glavnog prenosnika,  $n_{ph}$  broj obrtaja praznog hoda motora,  $n_a$  broj obrtaja od kojeg motor daje energiju za kretanje vozila,  $n_o$  broj obrtaja koji odgovara maksimalnom broju obrtaja vratila pogonskog motora na vučno-brzinskoj karakteristici,  $n$  broj obrtaja vratila motora.

**Tabela 2.1.** Tipovi sistema za prenos snage kod vozila

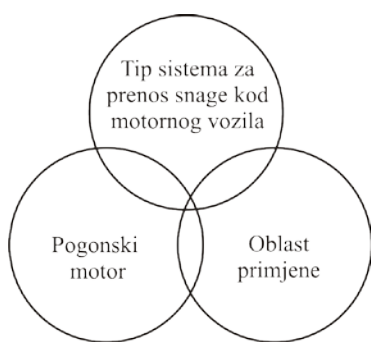
Sa n prenosnih odnosa						Sa kontinualno promjenjivim p.o.			
Sa fiksnim prenosnim odnosom	Sinhro sistem za prenos snage	Poluautomatski sistem za prenos snage	Automatski sistem za prenos snage	Konvencionalni automatski sistem za prenos snage	Sistem za prenos snage sa dvostrukom spojnicom	Sistem za prenos snage sa kaišnim prenosom	Toroidni sistem za prenos snage	Hidrostaticki sistem za prenos snage	Električni sistem za prenos snage
Sa prekidima toka snage				Bez prekida toka snage					
Promjena s.p. uz aktiviranje spojnice			Automatska kontinualna promjena prenosnih odnosa						
Manuelna promjena s.p.		P.aut. promjena s.p.	Automatska promjena stepena prenosa		Automatska promjena odnosa moment-broj obrtaja				

s.p. – stepen prenosa, p.o. – prenosni odnos, p.aut. – poluautomatska

Prilikom projektovanja sistema za prenos snage kod vozila, važno je razmotriti njegovu konstruktivnu strukturu u zavisnosti od vrste vozila za koje je namjenjena, slika 2.5a. Konstruktivna struktura je veoma značajna, ako se ima u vidu rukovanje, vožnja, ekonomičnost, bezbjednost i raspoloživi prostor u koji se ona mora smjestiti, slika 2.5b. Veliki je broj faktora koji utiču na projektovanje sistema za prenos snage, bilo da se radi o vozilu sa prednjim, zadnjim ili pogonom na sve točkove, pa u tom smislu postoji nekoliko konstrukcionih struktura u odnosu na poziciju motora i sistema za prenos snage, slika 2.6 i 2.7.

Na slici 2.7, date su šeme hidrodinamičkog, hidrostatičkog i električnog sistema za prenos snage kod vozila.

Mehanički sistemi za prenos snage kod vozila su jednostavni po konstrukciji i eksploataciji, pouzdani, imaju dug vijek trajanja i visok stepen korisnosti. Takođe, vozila koja su opremljena hidrodinamičko-mehaničkim sistemom za prenos snage imaju prednost, koja se ogleda u tome što dolazi do smanjenja dinamičkih opterećenja u sistemu za prenos snage pri kretanju vozila sa mjesta i promjeni stepena prenosa, a takođe dolazi i do prigušivanja opterećenja nastalih usled neravnina putnog pokrivača. Ipak, do danas je veoma malo izučen uticaj hidrodinamičko mehaničkih sistema za prenos snage na trajnost njegovih elemenata. Analiza dinamičkog ponašanja i regulacije sistema za prenos snage sa hidrodinamičkim i hidrostatičkim komponentama prikazana je u radovima autora [22], [23] i [24].

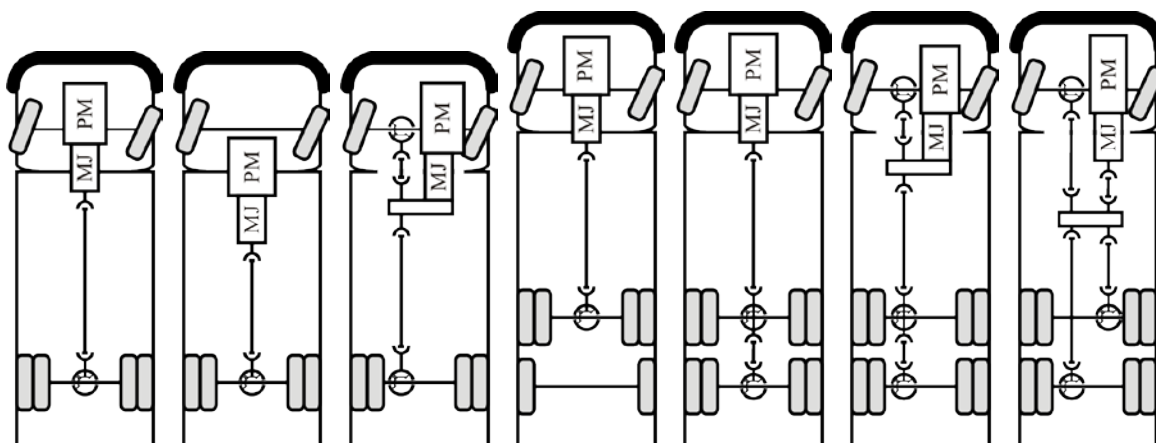


a)



b)

**Slika 2.5.** a) Faktori koji utiču na konstrukcionu strukturu sistema za prenos snage, [47], [56], b) Sistem za prenos snage kod teretnog vozila, [50]



a)

b)

c)

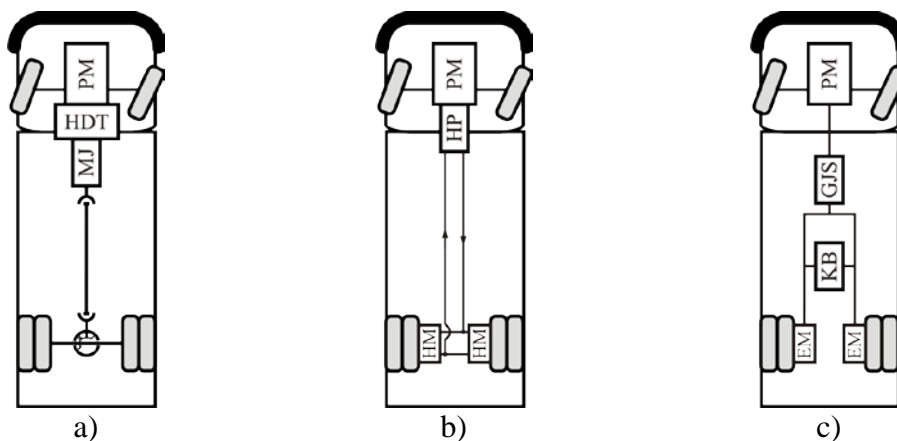
d)

e)

f)

g)

**Slika 2.6.** Konstrukcionna struktura mehaničkih sistema za prenos snage vozila, [47], [56]; a) 4x2, b) 4x2, c) 4x4, d) 6x2, e) 6x4, f) 6x6, g) 6x6; PM- motor, MJ – mehanički mjenjač



**Slika 2.7.** Konstruktivna struktura sistema za prenos snage kod vozila,

a) hidrodinamički prenosnik, b) hidrostatički prenosnik, c) električni prenosnik; PM- motor, MJ- mehanički mjenjač, HDT- hidrodinamički transformator, HP- hidropumpa, HM- hidromotor, GJS- generator jednosmjerne struje, KB- komandni blok, EM- elektromotor

Povoljna karakteristika hidrodinamičko-mehaničkih sistema za prenos snage ogleda se i kod vozila koja se prvenstveno koriste u uslovima gradskog saobraćaja, kod kojih je zbog značajnog broja ubrzavanja vuča vozila sa ovim prenosom nešto veća, jer upravo na tim režimima hidrodinamički sistem za prenos snage omogućava realizovanje visokih vrijednosti obrtnog momenta.

Takođe, za vozila sa hidrodinamičko mehaničkim sistemom za prenos snage karakteristična je niža vrijednost disperzije specifičnih naprezanja u svim uslovima puta. To se javlja iz razloga što vozač vozila sa hidrodinamičko mehaničkim sistemom za prenos snage ima manju mogućnost uticaja na režim kretanja, pošto dio funkcija na sebe preuzima sistem automatske promjene stepena prenosa, pa su režimi rada motora i sistema za prenos snage stabilniji.

Hidrodinamički transformator takođe snižava i nivo cikličnih opterećenja u sistemu prenosa snage vozila, koja se uglavnom formiraju pod uticajem oscilacija u sistemu za prenos snage usled međudejstva pogonskih točkova sa mikro neravninama puta. Kod ovih sistema prvo vratilo mjenjačke kutije nije povezano sa zamajcem motora, nego je povezano sa turbinskim kolom hidrodinamičkog transformatora, koje ima znatno manji moment inercije, što je posebno izraženo pri kretanju po putevima lošijeg kvaliteta.

Kada je riječ o putu sa dobrim kvalitetom površine, nivo cikličnih opterećenja kod klasičnog mehaničkog i hidrodinamičkog sistema za prenos snage je mali i skoro jednak, tako da poremećajno djelovanje neravnina na putu postaje slabije.

Primarno korišćena konfiguracija sistema za prenos snage kod lakih drumskih vozila je konfiguracija sa pogonom na prednje točkove. Pogon na zadnje točkove je u ranijem periodu bio uobičajeni način izvođenja, ali se danas prvenstveno koristi kod sportskih vozila. Pogon na sva četiri točka, sa druge strane, predstavlja novije izvođenje vozila. Tako danas imamo izvođenja vozila sa pogonom na sva četiri točka u svakoj od kategorija vozila.

Što se tiče sistema za prenos snage kod teretnih vozila, on je kod teretnih vozila sa najvećom dozvoljenom masom do 4000 kg veoma sličnog rasporeda kao i kod putničkih vozila, odnosno izvode se u konfiguracijama u kojima je:

- pogonski motor postavljen uzdužno naprijed, ispred ili iznad prednje osovine, a pogon se ostvaruje na zadnjoj osovini i
- motor postavljen poprečno.

Za teretna vozila iznad 4000 kg najveće dozvoljene mase, postoji gotovo standardan raspored elemenata sistema za prenos snage, koji se sastoji od motora postavljenog naprijed, a pogonski moment se prenosi na zadnje točkove. Ovakva konfiguracija predstavlja primarni način ostvarivanja konfiguracije iz osnovnog razloga što je preraspodjela mase kod teretnih vozila takva da na prednju osovinu otpada manje od 40% mase kod dvoosovinskih, odnosno 30% mase kod troosovinskih vozila, čime svako izvođenje sistema za prenos snage kod kojeg je prednja osovina pogonska izaziva probleme ostvarivanja dovoljne vučne sile.

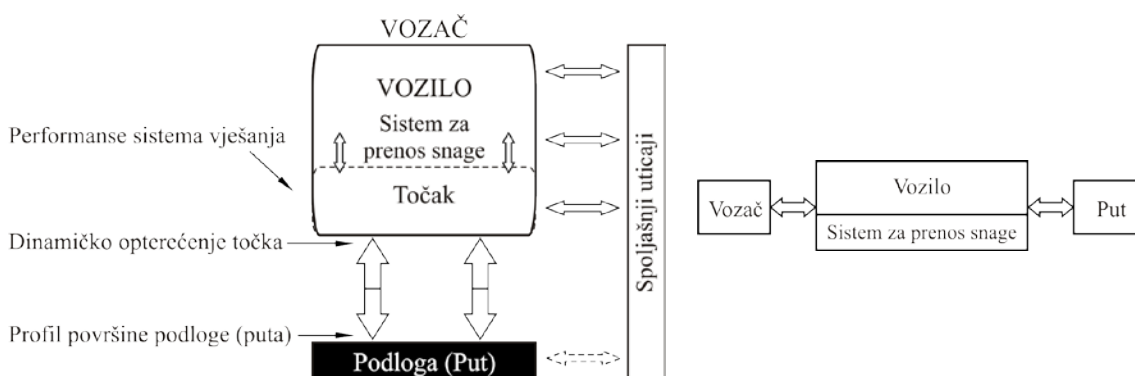
Kod izvođenja konfiguracije sistema za prenos snage kod autobusa najčešće se realizuje rješenje kod koga je motor postavljen pozadi, bilo uzdužno ili poprečno, sa zadnjom osovinom kao pogonskom.

Kao i ostali sistemi vozila i sistem za prenos snage mora biti razvijen unutar rokova planiranih za razvoj novog vozila, odnosno razvijen i prilagođen vozilu paralelno sa razvojnom fazom vozila.

U skladu sa raznim vrstama i konfiguracijama sistema za prenos snage i njegovih elemenata jasna je potreba detaljne razrade njegove dinamike i uticaja na ponašanje i na

ostale sisteme i karakteristike vozila. Ovo naročito iz razloga što je sve izraženija težnja ka realizaciji novih sistema za prenos snage i njegovo povezivanje sa realizacijom novih vrsta pogona. Sistema za prenos snage treba da ispuni i ove dodatne zahtjeve, pa se u cilju postizanja dobrih energetske i karakteristika upotrebe vozila zahtijeva fino podešavanje i regulacija, a sve u cilju postizanja boljih efekata uvođenja novih sistema kod vozila.

Sistem za prenos snage kod vozila predstavlja dio, odnosno podsistem sistema vozač-vozilo-put, slika 2.8.



**Slika 2.8.** Sistem za prenos snage u sistemu vozač-vozilo-put, [64]

Kod vozila koja su namjenjena za vanputne uslove, gotovo uvijek se koristi pogon na sve točkove. Ovakva vrsta pogona je novijeg datuma, a kao osnovna prednost i razlog njenog uvođenja je povećana sposobnost savlađivanja uspona, povećana raspoloživa nosivost motornog, odnosno priključnog vozila, poboljšana karakteristika pri sudaru usled veće apsorpcije energije od strane sistema za prenos snage, poboljšana karakteristika vuče potpunim iskorišćavanjem mase vozila, bolja karakteristika vuče na svim vrstama podloge naročito na mokroj i zaleđenoj podlozi, bolje ubrzanje na manjim stepenima prenosa, manja osjetljivost na uticaj bočnog vjetrova, ostvarivanje bolje stabilnosti na blatnjavoj i utabanoj podlozi pokrivenoj snijegom, bolje ponašanje pri pojavi akvaplaninga.

Pored prednosti, osnovni nedostatak pogona na sve točkove je povećana kompleksnost konstrukcije, povećani zahtjevi za prostorom koji je potrebno obezbijediti za smještaj sistema za prenos snage, povećana masa vozila 6÷10%, manja maksimalna brzina, povećana potrošnja goriva za oko 5÷10%, negativni uticaj na karakteristike upravljivosti, ograničena mogućnost upotrebe ABS ili ESP sistema.

Izvođenje sistema za prenos snage sa pogonom na sve točkove najčešće se izvodi sa motorom postavljenim naprijed, uzdužno, ispred prednje osovine motorom postavljenim naprijed, poprečno, pored mjenjača motorom iznad prednje osovine i uzdužno postavljenim mjenjačem i motorom postavljenim iza zadnje osovine uzdužno.

Postoji više vrsta sistema za prenos snage kod vozila sa pogonom na sva četiri točka i to sa pogonom na sva četiri točka sa kontrolisanim diferencijalom, spojnički kontrolisanim pogonom na sva četiri točka i hibridnim izvođenjem sistema sa uvođenjem elektronskih upravljačkih komponenti.

Ovakva konfiguracija pogona se najčešće izvodi sa stalnim pogonom na sva četiri točka i stalnim pogonom na prednju osovinu i upravljivim diferencijalom kojim se, prema potrebi, u funkciju pogona stavlja i zadnja osovina.

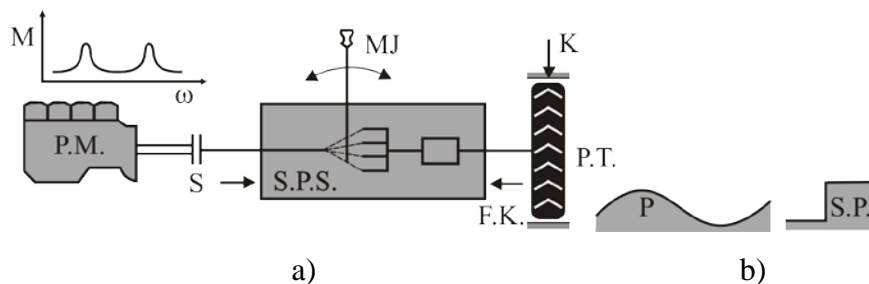
Prednost pogona na sve točkove ogleda se u poboljšanju karakteristike prijanjanja, odnosno boljem rasporedu generisanih vučnih sila u kontaktu točka i podloge.

### 3. OPTEREĆENJE SISTEMA ZA PRENOS SNAGE

#### 3.1. Način formiranja i vrste opterećenja

Analiza opterećenja i dinamičkog ponašanja sistema za prenos snage kod vozila predstavlja veoma složen proces. Sistem za prenos snage predstavlja elastoinercijalni dinamički sistem izložen dejstvu pogonskog momenta i spoljašnjeg opterećenja promjenljivog nivoa i najčešće slučajnog karaktera. Kako je prisutna stalna promjena uslova i režima eksploatacije vozila, posebno je važna analiza dinamičkog ponašanja sistema za prenos snage u odnosu na dato početno stanje, tj. na promjene stanja i procjenu njegovog radnog vijeka do dostizanja graničnog stanja.

Najopštiji strukturni prikaz pogonskog sistema vozila sa prikazom izvora opterećenja sistema za prenos snage dat je na slici 3.1a, [18], [19].



**Slika 3.1.** Sistem za prenos snage kod vozila, [18], [19]

P.M.- motor, S- spojnica, S.P.S.- sistem za prenos snage, P.T.- pogonski točak, K- kočnica, F.K.- frikcioni kontakt: točak-podloga, P- podloga (opšti slučaj), S.P.- stepenasta prepreka, MJ- mjenjač, M i  $\omega$ - moment i ugaona brzina na izlaznom vratilu motora.

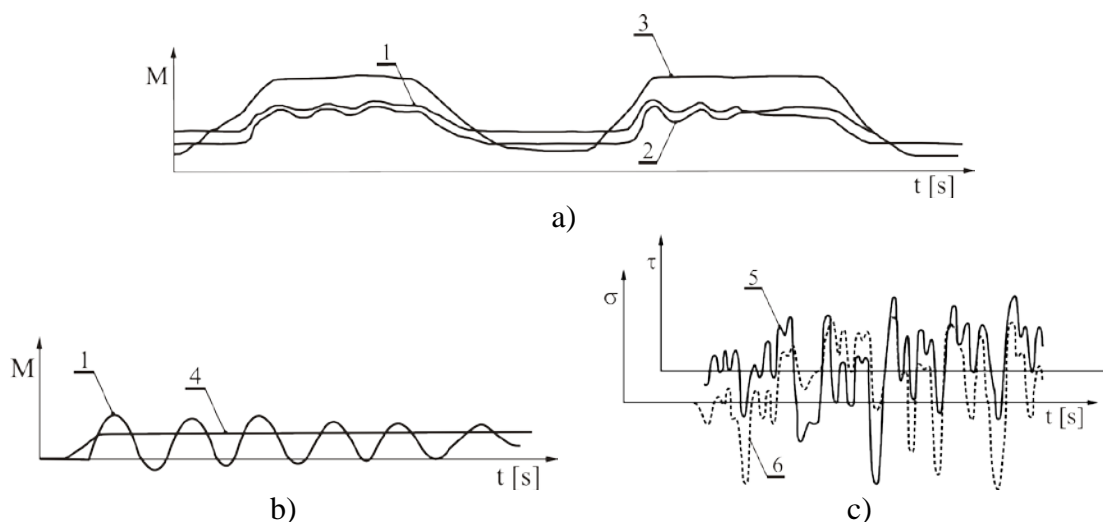
Spoljašnja opterećenja sistema za prenos snage, kao što pokazuje slika 3.1a, dolaze od pogonskog motora preko spojnice i od podloge preko pogonskog točka. Tipiski oblici neravnina podloge, harmonijski i stepenasti, prikazani su na slici 3.1b. Pri radu prenosnika navedena opterećenja su neprekidno prisutna. Povremena dejstva na prenosnik ostvaruju se preko spojnice (uključivanje i isključivanje), kočnice, transmisiona kočnice i mjenjača pri promjeni stepena prenosa. Pri promjeni stepena prenosa u mjenjaču dolazi do promjene strukture dijela sistema kroz koji protiče snaga.

Usled toga mijenjaju se dinamički parametri, krutost i moment inercije sistema, što izaziva promjenu opterećenja elemenata.

U najvećem broju pristupa razradi analize opterećenja prilazi se na način da se procesi opterećenja sistema za prenos snage od različitih uticaja mogu smatrati nezavisnim. U skladu sa tim, postavljaju se funkcije ili skup funkcija raspodjele opterećenja po svakom pojedinačnom uticaju. Ovo dozvoljava analiziranje i postavljanje zavisnosti procesa opterećenja od svake uticajne komponente, čime se dobija mogućnost izdvajanja procesa sa manjim uticajem i nakon toga i njihovog isključivanja iz obrade režima opterećenja.

U sistemu za prenos snage kod vozila, u zavisnosti od režima vožnje može doći do pojave velikih opterećenja, tj. u slučaju forsiranog kočenja, pri čemu se ne odvaja spojnica, što može prouzrokovati lom elemenata sistema za prenos snage. Takođe, pri prelasku vozila preko neravne podloge, u elementima vozila nastaje stalna varijacija opterećenja, pa to opterećenje može izazvati veliko oštećenje konstrukcije i stvoriti opasnu situaciju.

Karakter i nivo opterećenja pojedinih elemenata prenosnika snage pokazuju zapisi opterećenja i napona, slika 3.2 i slika 3.3, dobijeni mjerenjem, [48].



**Slika 3.2.** Oscilogrami opterećenja elemenata vozila pri prelaznim procesima [48]

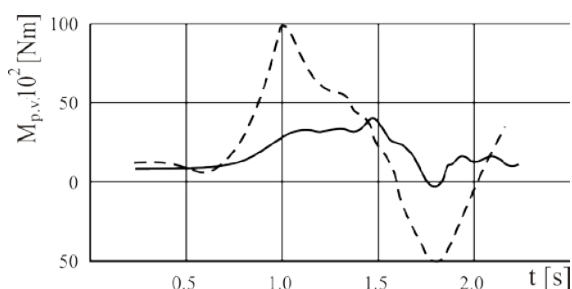
a) uključivanje i isključivanje pogona preko spojnice, b) kočenje transmissionom kočnicom, c) kretanje na neravnom putu, 1 i 2 moment na kardanskom vratilu i poluvratilu, 3 – puštanje pedale spojnice, 4 – sila od ručne parkirne kočnice, 5 i 6 – naponi savijanja i uvijanja u gornjem listu gibnja (opruge).



Na slici 3.2a i 3.2b prikazani su oscilogrami opterećenja elemenata sistema za prenos snage (kardanskog vratila i poluvratila) pri prelaznim procesima izazvanim dejstvom spojnice i kočnice. Slika 3.2c pokazuje promjene napona na gornjem listu opruge (gibnja) vozila nastale usled promjene međudejstva točak-put pri kretanju vozila po neravnom putu, kao i da opterećenje ne podliježe nijednom zakonu raspodjele. Promjene međudejstva točak-put imaju veliki uticaj na dinamička opterećenja elemenata sistema za prenos snage.

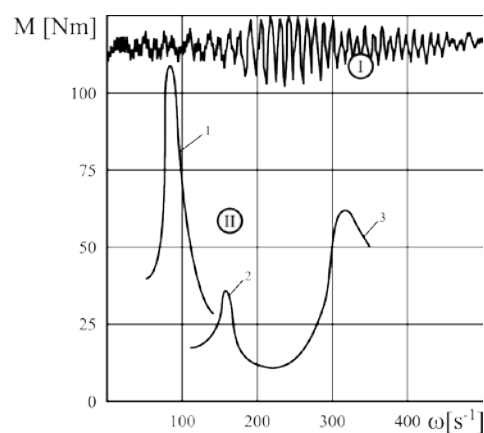
Takođe, vrsta sistema za prenos snage utiče na vrijednost opterećenja, kao što je prikazano na slici 3.3, koja pokazuje promjenu momenta na poluvratilu vozila pri prelasku preko neravnine za vozila sa mehaničkim i vozila sa hidrodinamičkim sistemom za prenos snage.

Na slici 3.4 prikazana je promjena momenta u prenosniku snage vozila pri pojavi rezonanse torzionih oscilacija nastalih usled pobudnog dejstva motora. Obradom ovog zapisa formirane su amplitudno-frekventne karakteristike sa rezonantnim vrhovima pojedinih harmonika.



**Slika 3.3.** Promjena momenta koji djeluje na poluvratilo vozila pri prelasku preko prepreke u zavisnosti od vrste sistema za prenos snage, [48].

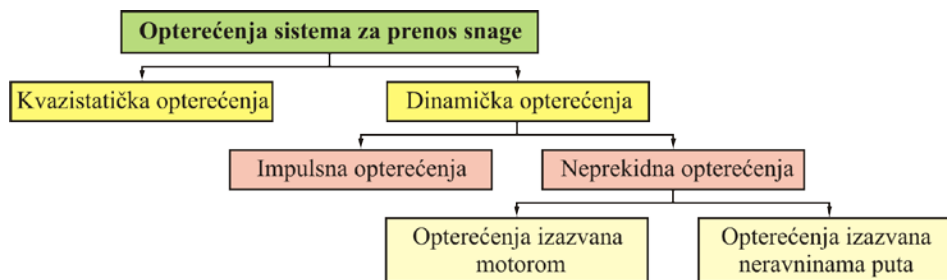
isprekidana linija – sa mehaničkim sistemom za prenos snage,  
puna linija – sa hidrodinamičkim sistemom za prenos snage



**Slika 3.4.** Promjena momenta u sistemu za prenos snage kod vozila: I) jednokomponentni oblik vibracija; II) amplitudno-frekventne karakteristike, [48].  
1– rezonantni pik sa harmonikom  $i=0,5$ ; 2 i 3– rezonantni pik trokomponentnog oblika vibracija sa harmonkom  $i=4,0$  i  $i=2,0$ , respektivno

### 3.1.1. Vrste opterećenja

Rezultujuća opterećenja u elementima sistema za prenos snage kod vozila su veoma složena i predstavljaju slučajne funkcije vremena. U principu, ova opterećenja mogu se razvrstati po različitim kriterijumima, a uobičajena je podjela po karakteru, kako je prikazano na slici 3.5.



Slika 3.5. Vrste opterećenja prenosnika snage.

Dvije osnovne komponente rezultujućeg opterećenja, kako pokazuje slika 3.5, su kvazistatička i dinamička opterećenja.

#### 3.1.1.1. Kvazistatička opterećenja

Kvazistatička opterećenja su sporopromjenljiva slučajna opterećenja koja ne pobuđuju oscilacije sistema za prenos snage kao elastoinercijalnog sistema. Učestanost ovih opterećenja ne prelazi 1÷2 Hz, [8]. Kvazistatička opterećenja se dobijaju sabiranjem opterećenja pri ustaljenom režimu sa dopunskim opterećenjima koja potiču od sila inercije pri promjeni brzinskog režima. Pri kretanju vozila ova opterećenja savlađuje vučna sila. Ako se svi članovi u jedanačini bilansa sila podijele sa težinom vozila dobija se jednačina specifične vučne sile  $p_v$ , [7]:

$$p_v = p_f + p_w \pm p_\alpha \pm p_{in} \quad (3.1)$$

Kvazistatička opterećenja predstavljaju specifične sile otpora: kotrljanja točka  $p_f$ , vazduha  $p_w$ , nagiba puta  $p_\alpha$  i inercije  $p_{in}$ , a određuju se na način poznat u teoriji kretanja vozila.

#### 3.1.1.2. Dinamička opterećenja

Dinamička opterećenja su brzopromjenljiva opterećenja određena karakteristikama pobudnih dejstava i elastoinercijalnim karakteristikama sistema. Prema načinu pobude i karakteru promjene u vremenu, ova opterećenja se dijele na impulsna i neprekidna.

**Impulsna opterećenja.** Ova opterećenja u sistemu za prenos snage vozila nastaju usled skokovitih promjena spoljašnjih opterećenja ili skokovitih promjena strukture i dinamičkih parametara sistema. Navedena opterećenja nastaju pri trzaju vozila, promjeni stepena prenosa, oštrom kočenju, proklizavanju pogonskih točkova, kretanju preko stepenastih prepreka i slično. Ova opterećenja mogu izazvati, u pojedinim elementima prenosnika, napone veće od granice čvrstoće i dovesti do trenutnog loma tih elemenata. Impulsna opterećenja se javljaju povremeno i pojedine vrste ovih opterećenja predstavljaju nezavisne i rijetke događaje. Vjerovatnoća pojave ovih događaja opisuje se raspodjelom Puasona. Tako se vjerovatnoća promjene stepena prenosa i trzaja vozila sa mjesta, po jedinici puta, može (sa pouzdanošću većom od 0,95 po kriterijumu  $\chi^2$ ) opisati raspodjelom Puasona, [8]:

$$F(n_{s.p.}, \lambda) = \frac{\lambda^n}{n_{s.p.}!} \cdot e^{-\lambda} \quad (3.2)$$

gdje je  $n_{s.p.}$  broj promjena stepena prenosa po 1 Km puta, a  $\lambda = \bar{n}_{s.p.}$  srednji broj promjena stepena prenosa po 1 Km puta.

**Neprekidna dinamička opterećenja.** Nepekidna dinamička opterećenja imaju oscilatorni karakter, a najznačajnija među njima su opterećenja koja potiču od neravnomjernosti obrtnog momenta motora i neravnina putne podloge. Najopasniji režimi opterećenja su samooscilacije i rezonansa pri kojima nastaje intenzivan proces akumulacije oštećenja u elementima, usled čega može nastati zamorni lom.

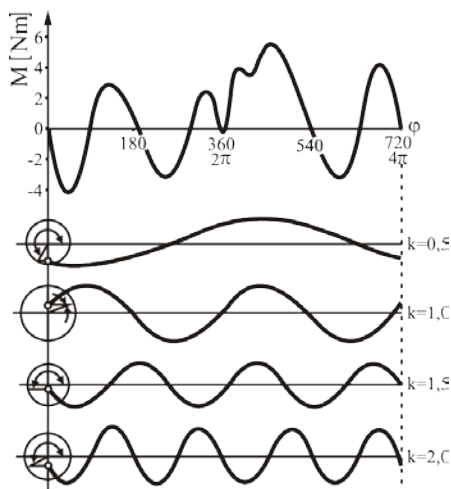
*Neprekidna dinamička opterećenja izazvana motorom (motorom SUS).* Ova opterećenja posledica su neravnomjernosti obrtnog momenta i ugaone brzine koljenastog vratila motora. Obrtni momenti i ugaona brzina mijenjaju se po složenom periodičnom zakonu, pa se razlaganjem u trigonometrijski red Furijea mogu predstaviti u vidu višeharmonijske funkcije.

Razlaganje obrtnog momenta motora na harmonijske komponente za jedan višecilindrični četvorotaktni motor SUS prikazano je na slici 3.6, [48].

Harmonici obrtnih momenata mogu se prikazati u obliku obrtnih vektora koji čine fazni dijagram. Ugao između susjednih vektora harmonika reda  $k$  je, [48]:

$$\psi = \varphi \cdot k \quad (3.3)$$

gdje je  $\varphi$  razmak između dva susjedna paljenja (razmak paljenja).



**Slika 3.6.** Obrtni moment četvorotaktnog motora SUS i njegove prve četiri harmonijske komponente, [48]

Broj reda harmonika  $k$  (0,5;1,0;1,5 itd.) označava broj punih sinusnih talasa u toku jednog obrta zamajca motora. Razmak paljenja za četvorotaktni motor je, [5]:

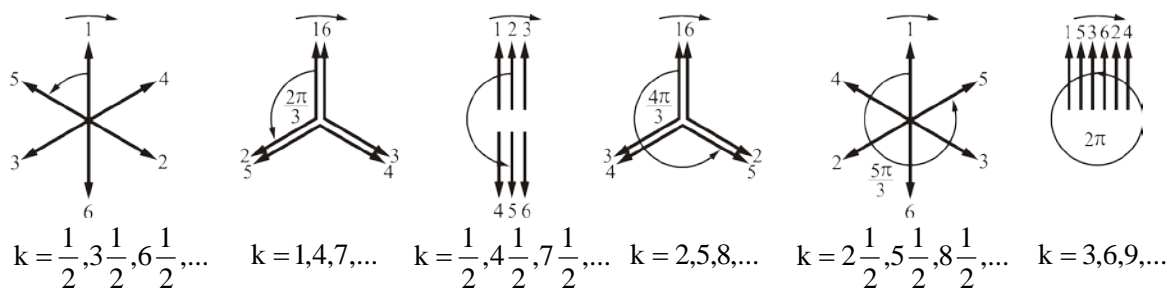
$$\varphi = \frac{720}{c} \quad (3.4)$$

a za dvotaktni:

$$\varphi = \frac{360}{c} \quad (3.5)$$

gdje je  $c$  broj cilindara.

Fazni dijagrami za jedan šestocilindrični motor prikazani su na slici 3.7, [48]:



**Slika 3.7.** Fazni dijagram za šestocilindrični motor sa redosledom paljenja 1-5-3-6-2-4,

[48]

U pogledu broja harmonika praktični interes, prema [8], predstavlja dijapazon učestanosti do  $500 \text{ s}^{-1}$  pa se pri razvoju momenta u red Furijea možemo ograničiti na dva do četiri harmonika, odnosno člana reda.

Pri određenom broju obrta (brzini kretanja vozila) učestanosti pobude sistema od motora izjednačuju se sa njegovom sopstvenom učestanošću, pa nastaje rezonansa.

Najopasnije rezonantne režime u prenosnicima proizvode glavni harmonici koji se formiraju kada su svi vektori u fazi. Nivo oscilacija u sistemu motor – sistem za prenos snage – vozilo može se značajno smanjiti ugradnjom prigušivača obrtnih oscilacija u diskovima spojnice i drugim elementima sistema.

*Neprekidna dinamička opterećenja prenosnika izazvana neravninama puta.* Pri kretanju vozila neravnine puta, usled stalne promjene sila u zoni kontakta točak – put, izazivaju neprekidna dinamička opterećenja u prenosnicima snage. Zato za analizu opterećenja prenosnika, izazvanih neravninama puta, potrebno je formirati matematički model mikroprofila puta. Visina i raspodjela neravnina su slučajnog karaktera pa se mikroprofil puta opisuje slučajnim funkcijama. Za dionice puta istog tipa može se uzeti da je funkcija mikroprofila puta stacionarna i ergodična. Statičke karakteristike takvih funkcija ocjenjuju se preko korelacione funkcije i spektralne gustine.

U Poglavlju 7 detaljno je prikazan model neravnine podloge u obliku korelacione funkcije i spektralne gustine, kao i uticaj neravnine podloge na opterećenje pneumatika, odnosno na sistem za prenos snage.

Intenzitet dinamičkih opterećenja prenosnika usled dejstva mikroprofila puta dominantno zavisi od brzine kretanja vozila  $v$ .

Pri određenoj brzini kretanja vozila može učestanost neravnina puta periodičkog karaktera da se poklopi sa sopstvenom učestanošću sistema. U tom slučaju nastaje rezonansa sa intenzivnim uskopojasnim spektrom dinamičkih opterećenja elemenata prenosnika.

### **3.2. Metode određivanja opterećenja**

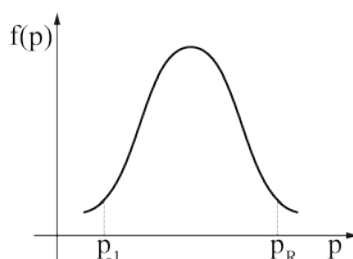
Opterećenja elemenata sistema za prenos snage mogu biti određena proračunskim ili eksperimentalnim putem. Za određivanje opterećenja proračunskim putem potrebni su matematički model prenosnika i karakteristike ulaznog dejstva. Pri eksperimentalnom određivanju opterećenja potrebna su obimna ispitivanja što često pričinjava značajne

teškoće. Takođe, teškoće pričinjava i razdvajanje prelaznih i ustaljenih režima na zapisu opterećenja.

### 3.2.1. Određivanje opterećenja proračunskim putem

Proračunskim putem mogu se odrediti kvazistatička i dinamička opterećenja. Pri određivanju **kvazistatičkih opterećenja** polazi se od izraza za specifičnu vučnu silu, relacija (3.1). Pojedini članovi u ovom izrazu, koji predstavljaju specifične otpore kretanju, određuju se na način poznat u teoriji kretanja motornih vozila. Na osnovu proračunskih vrijednosti specifičnih otpora formira se kriva specifične vučne sile za svaki stepen prenosa pojedinačno ili opšta kriva za rad na svim stepenima prenosa. Pri tome se polazi od eksperimentalno utvrđenih činjenica, da su krive raspodjele specifične vučne sile dosta stabilne i da se najčešće pokoravaju usječenom normalnom ili usječenom logaritamsko-normalnom zakonu raspodjele, [5].

Kriva raspodjele specifične vučne sile, slika 3.8, ograničena je sa donje strane vrijednošću koja odgovara granici zamora materijala  $p_{-1}$  (ili  $0,6 \div 0,8$  granice zamora), a sa gornje strane maksimalnom proračunskom vrijednošću  $p_R$ , [5].



**Slika 3.8.** Kriva raspodjele specifične vučne sile, [5]

Kao proračunska vrijednost sile  $p_R$  uzima se manja od vrijednosti sila dobijenih iz mogućnosti motora  $p_M$  ili adhezije  $p_\varphi$ , tj:

$$p_R = \min\{p_M, p_\varphi\} \quad (3.6)$$

gdje je:

$$p_M = \frac{M_{M,\max} \cdot i_{s.p.s.} \cdot \eta_{s.p.s.}}{r_d \cdot G_a} \quad (3.7)$$

$$p_\varphi = \frac{G_\varphi \cdot \varphi}{G_a} \quad (3.8)$$

$G_\phi$  adheziona težina vozila (težina vozila koja opterećuje pogonske točkove),  $G_a$  ukupna težina vozila,  $\phi$  koeficijent prijanjanja,  $M_{M,max}$  maksimalni moment motora,  $i_{s.p.s.}$  prenosni odnos sistema za prenos snage,  $\eta_{s.p.s.}$  koeficijent korisnog dejstva sistema za prenos snage i  $r_d$  dinamički radijus točka.

Za određivanje krivih raspodjele specifične vučne sile potrebno je uporediti srednju vrijednost vučne sile  $\bar{p}$  sa proračunskom vrijednošću  $p_R$ . Na osnovu [5], ako je odnos  $(p_R / \bar{p}) > 1,3 \div 1,5$  uzima se da se kriva raspodjele specifične vučne sile pokorava logaritamsko-normalnom zakonu raspodjele, a ako je  $(p_R / \bar{p}) < 1,3$  uzima se da se kriva raspodjele specifične vučne sile pokorava normalnom zakonu raspodjele.

Za određivanje **dinamičkih**, odnosno ukupnih opterećenja prenosnika snage potrebno je formirati odgovarajući matematički model sistema. Matematički model dinamičkog ponašanja prenosnika daje se u obliku sistema diferencijalnih jednačina. Broj jednačina zavisi od fizičkog modela sistema, odnosno stepena njegovog uprošćenja. U literaturi [48] pogonski sistem (motor+sistem za prenos snage) razmatra se kao sistem sa pet koncentrisanih masa, slika 3.9, a ponašanje ovog sistema opisano je sa pet diferencijalnih jednačina, koje se mogu napisati u matričnom obliku:

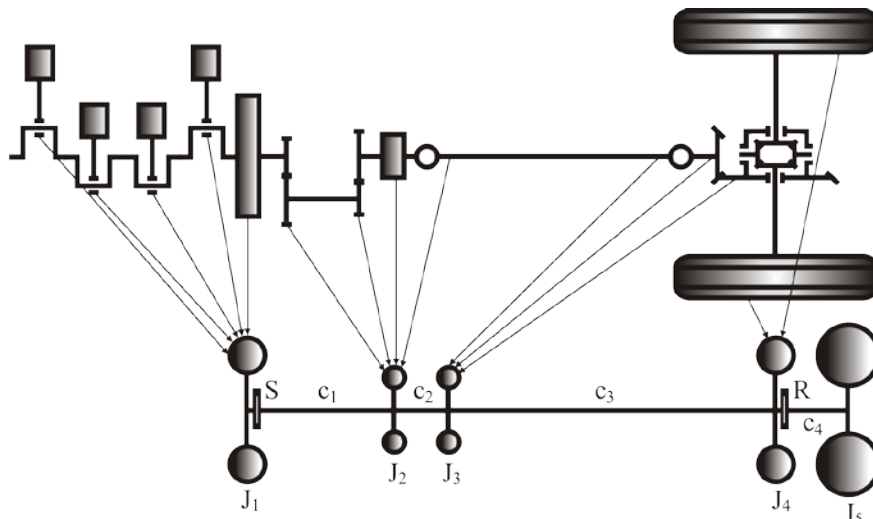
$$\mathbf{J} \cdot \left\{ \ddot{\phi} \right\} + \mathbf{C} \cdot \left\{ \dot{\phi} \right\} = 0 \quad (3.9)$$

gdje su:  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{C}$  matrice inercije i krutosti dimenzija  $5 \times 5$ ;  $\left\{ \ddot{\phi} \right\}$ ,  $\left\{ \dot{\phi} \right\}$  vektori ugaonih ubrzanja i ugaonih položaja centara rotacionih masa dimenzija  $5 \times 1$ .

U literaturi [10] data je matrična jednačina koja opisuje opšti slučaj modela prigušenih torzionih oscilacija sistema za prenos snage sa  $n$  rotacionih masa, pri dejstvu poremećaja (pobude) i prisustva prigušenja u prenosniku snage:

$$\mathbf{J} \cdot \left\{ \ddot{\phi} \right\} + \mathbf{B} \cdot \left\{ \dot{\phi} \right\} + \mathbf{C} \cdot \left\{ \phi \right\} = \left\{ \mathbf{M} \right\} \quad (3.10)$$

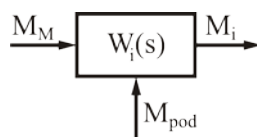
gdje su:  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  matrice inercije, prigušenja i krutosti dimenzija  $n \times n$ ;  $\left\{ \ddot{\phi} \right\}$ ,  $\left\{ \dot{\phi} \right\}$ ,  $\left\{ \phi \right\}$  vektori ugaonih ubrzanja, ugaonih brzina i ugaonih položaja centara rotacionih masa dimenzija  $n \times 1$ ;  $\left\{ \mathbf{M} \right\}$  vektor spoljašnjih pobudnih momenata, koji potiču od pogonskog motora i otpora kretanju, dimenzija  $n \times 1$ .



**Slika 3.9.** Šema i redukovani mehanički elastoinercijalni model sistema za prenos snage kod vozila sa formulom pogona 4x2, [48]

Momenti inercije i krutosti na slici 3.9 su:  $\mathbf{J}_1$  moment inercije obrtnih masa motora i pogonskog dijela spojnice,  $\mathbf{J}_2$  moment inercije elemenata u kućištu mjenjača i jedne polovine kardanskog vratila,  $\mathbf{J}_3$  moment inercije druge polovine kardanskog vratila i diferencijala,  $\mathbf{J}_4$  moment inercije pogonskih točkova,  $\mathbf{J}_5$  ekvivalentni moment inercije translatornih masa vozila,  $\mathbf{c}_1$  krutost spojnice i vratila mjenjača,  $\mathbf{c}_2$  krutost kardanskog vratila,  $\mathbf{c}_3$  krutost poluvratila,  $\mathbf{c}_4$  krutost pogonskih točkova,  $\mathbf{S}$  označava frikcionu spojnicu a  $\mathbf{R}$  frikcionni kontakt točak-podloga.

Polazeći od sistema diferencijalnih jednačina, model sistema se može prikazati u obliku prenosne funkcije  $\mathbf{W}_i(s)$ . Prenosna funkcija sadrži ne samo prenosni odnos kao kinematsku veličinu već i elastoinercijalne parametre sistema. Najopštiji prikaz prenosnika snage blok dijagramom dat je na slici 3.10, gdje su moment motora  $\mathbf{M}_M$  i moment dejstva podloge  $\mathbf{M}_{pod}$  ulazi, a moment opterećenja  $\mathbf{M}_i$  izlazi iz sistema. Prenosna funkcija  $\mathbf{W}_i(s)$  povezuje data ulazna opterećenja i opterećenje  $\mathbf{i}$ -tog elementa na izlazu.



**Slika 3.10.** Blok dijagram sistema za prenos snage

Prikazani model omogućava da se za ulaze bliske realnim u eksploataciji dobije sveukupnost opterećenja elemenata prenosnika mjerodavna za proračun.



### 3.2.2. Eksperimentalne metode određivanja opterećenja

Eksperimentalne metode određivanja opterećenja zasnovane su na korišćenju zapisa radnih opterećenja, odnosno napona, tokom eksploatacije vozila. Komplikovani zapisi mogu se prije obrade uprostiti odbacivanjem manjih promjena koje nemaju bitnog uticaja na oštećenje materijala. Primjenom odgovarajućih metoda obrade zapisa, promjena napona, koja je slučajnog karaktera, prikazuje se u obliku histograma ili krivih raspodjele opterećenja, što su oblici pogodni za korišćenje u proračunu. Eksperimentalne metode obrade, tj. sistematizacije zapisa, date su u naslovu koji slijedi.

### 3.3. Metode diskretizacije opterećenja

Zapis sa slučajnom promjenom opterećenja ne može se neposredno koristiti za proračun izdržljivosti elemenata. U cilju prevođenja ovog zapisa u oblik pogodan za korišćenje u proračunu, vrši se njegova diskretizacija.

Postoji veliki broj metoda diskretizacije koje realni slučajni proces opterećenja ili naprezanja zamjenjuju jednostavnijim procesom. Pri ovome je važno da taj aproksimirani proces, sa tačke gledišta akumulacije oštećenja usled zamora, bude ekvivalentan stvarnom procesu.

U zavisnosti od broja parametara diskretizacije razlikuju se jedno i dvoparametarske metode. Jednoparametarskim metodama vrši se klasiranje amplitude, odnosno raspona, između dvije uzastopne ekstremne vrijednosti slučajnog procesa, dok se srednja vrijednost smatra konstantnom. Dvoparametarskim metodama klasiraju se dvije promjenjive, npr. amplitude i srednje vrijednosti ili maksimalne gornje i minimalne donje vrijednosti slučajnog procesa [59].

Za diskretizaciju opterećenja i definisanje vrijednosti parametara, koriste se metode matematičke statistike. Prvi korak u postupku je definisanje veličine slučajne funkcije:

$$\tau_x = f(t) \quad (3.11)$$

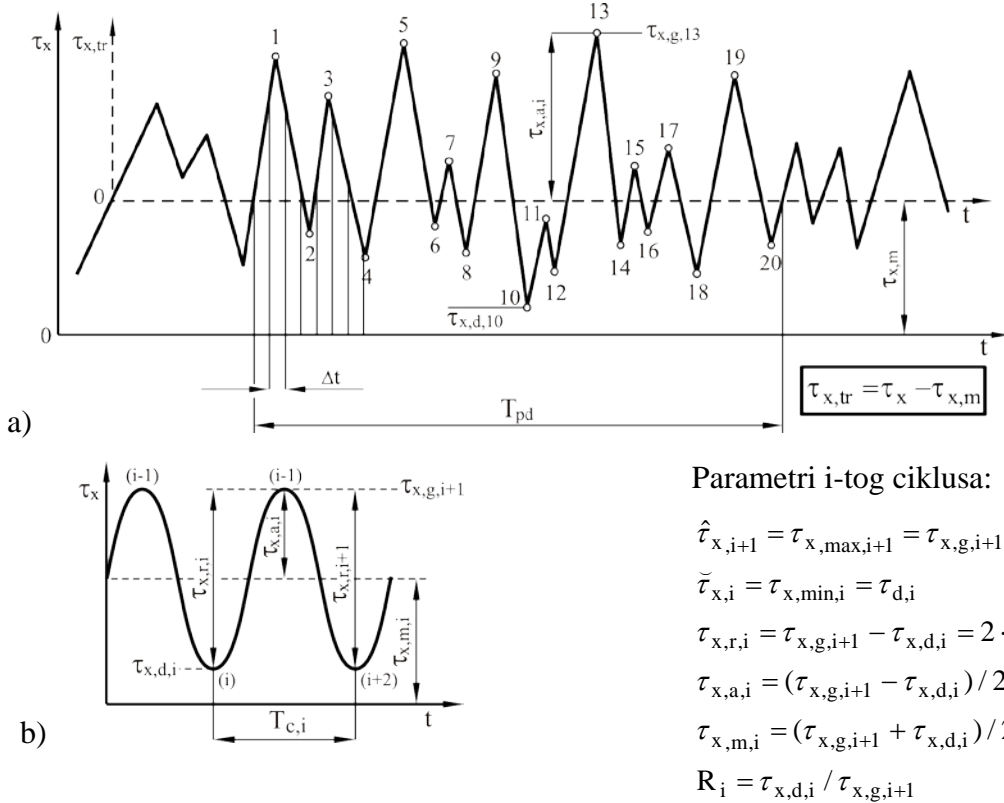
u jednakim vremenskim intervalima  $\Delta t$ , slika 3.11.

Između tri uzastopne veličine ( $\tau_{x,i-1}$ ;  $\tau_{x,i}$ ;  $\tau_{x,i+1}$ ) određuje se ekstremna vrijednost slučajne funkcije ( $\tau_{x,ex,i}$ ) i njen broj pojavljivanja  $N_{ex}$ .

Uslov za izdvajanje ekstremnih vrijednosti je:

$$(\tau_{x,i-1} - \tau_{x,i}) \cdot (\tau_{x,i} - \tau_{x,i+1}) < 0 \Rightarrow \tau_{x,ex,i} = \tau_{x,i} \quad \text{za } i=1,2,\dots,N_{dg} \quad (3.12)$$

gdje je  $N_{dg}$  broj tekućih (diskretizovanih) tačaka za razmatrani period diskretizacije slučajne funkcije  $T_{pd}$  ( $N_{dg}=T_{pd}/\Delta t$ ).



**Slika 3.11.** a) Diskretizacija slučajne funkcije, b) Elementarni ciklus promjene i njegovi parametri

Uslov za određivanje lokalnih maksimuma ( $\tau_{x,g,i}=\tau_{x,max,i}$ ) i lokalnih minimuma ( $\tau_{x,d,i}=\tau_{x,min,i}$ ) su:

$$(\tau_{x,i} - \tau_{x,i-1}) > 0 \text{ i } (\tau_{x,i} - \tau_{x,i+1}) > 0 \Rightarrow \tau_{x,i} = \tau_{x,g,i} = \tau_{x,max,i} \quad (3.13)$$

$$(\tau_{x,i} - \tau_{x,i-1}) < 0 \text{ i } (\tau_{x,i} - \tau_{x,i+1}) < 0 \Rightarrow \tau_{x,i} = \tau_{x,d,i} = \tau_{x,min,i} \quad (3.14)$$

Postupak diskretizacije se često uprošćava, tako što se slučajni proces predstavlja kao oscilatorna promjena oko konstantne srednje vrijednosti  $\tau_{x,m}$ , kako je dato na slici 3.11 i opisano u sledećoj relaciji:

$$\tau_{x,tr}(t) = \tau_x(t) - \tau_{x,m} \quad (3.15)$$

gdje je:

$$\tau_{x,m} = \left( \frac{1}{N_{dg}} \right) \cdot \sum_{i=1}^{N_{dg}} \tau_{x,i} \quad (3.16)$$

Polazeći sa različitih stanovišta i tehničkih mogućnosti razvijen je veći broj postupaka i metoda diskretizacije. Ovi postupci se mogu razvrstati u nekoliko osnovnih grupa i to na metode bazirane na ekstremnim vrijednostima procesa, broju presjeka zadanog nivoa, vremenske metode, metode raspona, metode ciklusa itd. Pored metode ekstremnih vrijednosti slučajnih procesa u ovu grupu se ubrajaju i varijante ovog metoda, a to su metoda maksimuma, učešća jednog ekstrema između dvije susjedne tačke presjeka procesa sa srednjim nivoom itd.

U vremenske metode diskretizacije spadaju metoda trenutnih vrijednosti i metoda vremenskog učešća po klasi.

Takođe postoji još nekoliko metoda, i to metoda presjeka odgovarajućeg nivoa, metoda raspona, metoda parova raspona, metoda ciklusa u koje spadaju metoda punih ciklusa i metoda toka kiše (Rain flow - Pagoda roof method).

Najčešće korišćene metode diskretizacije opterećenja date su u tekstu koji slijedi, [41], [42], [52].

### 3.3.1. Metoda ekstremnih vrijednosti

Metoda ekstremnih vrijednosti je jedna od prvih metoda diskretizacije opterećenja, i bazirana je na obradi ekstremnih vrijednosti slučajnih procesa. Kod ove metode, najprije se na osnovu relacije (3.16) određuje konstantna srednja vrijednost procesa  $\tau_{x,m}$ , a zatim iz uslova (3.13) i (3.14) izdvajaju ekstremne vrijednosti  $\tau_{x,ex,i}$ .

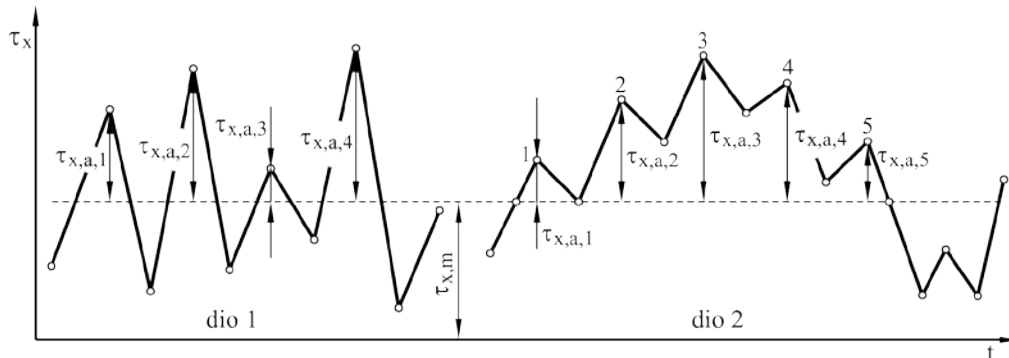
Međutim, kod ove metode ne preporučuje se korišćenje konstantnog srednjeg opterećenja za cijelu "istoriju" opterećenja, već je bolje analizirati dio po dio kompletnog opterećenja.

Metoda je podijeljena na metodu maksimuma i metodu ekstremuma.

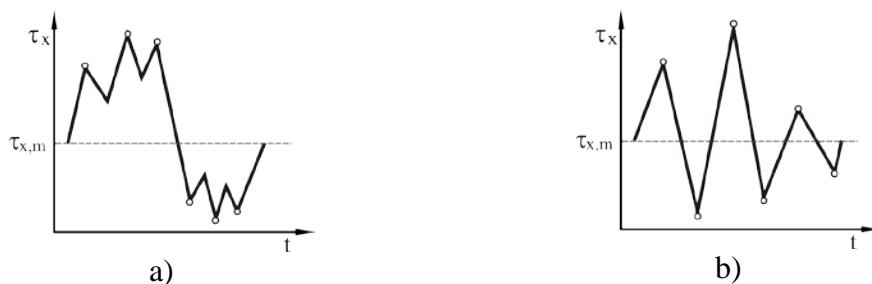
*Metoda maksimuma* registruje sve maksimalne vrijednosti samo iznad srednje vrijednosti  $\tau_{x,m}$ , slika 3.12. Dakle, iz analize se isključuju vrijednosti koje su ispod

srednje vrijednost  $\tau_{x,m}$ , dok se pretpostavlja da su maksimumi i minimumi procesa simetrično raspoređeni.

Nedostatak ove metode je u tome što se može desiti da ne uspije da napravi razliku između prilično različitih opterećenja, a što može dovesti do pogrešne procjene radne izdržljivosti elementa. Na primjer, ova metoda daje iste rezultate za dosta različite slučajeve opterećenja, slika 3.13.

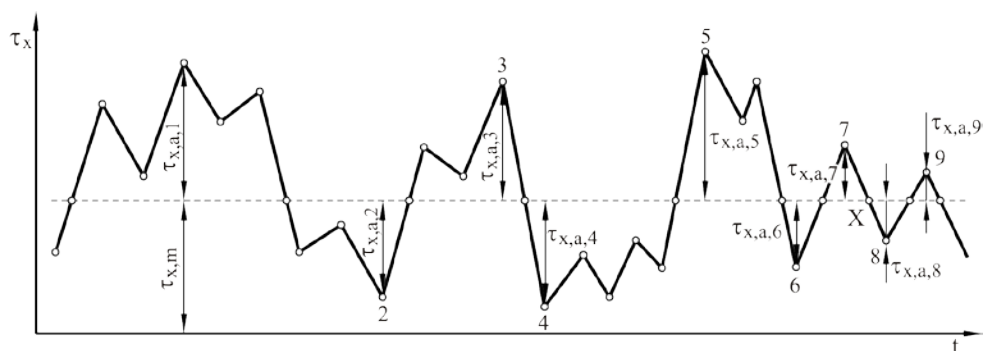


**Slika 3.12.** Diskretizacija slučajne funkcije po metodi maksimuma



**Slika 3.13.** Dva različita slučaja opterećenja za koje metoda maksimuma daje iste rezultate

*Metoda ekstremuma* registruje sve maksimume iznad i sve minimume ispod srednje vrijednosti procesa  $\tau_{x,m}$ , slika 3.14, tj. registruje samo najviše maksimume i najniže minimume između uzastopnih presijecanja srednje vrijednosti  $\tau_{x,m}$ .



**Slika 3.14.** Diskretizacija slučajne funkcije po metodi ekstrema

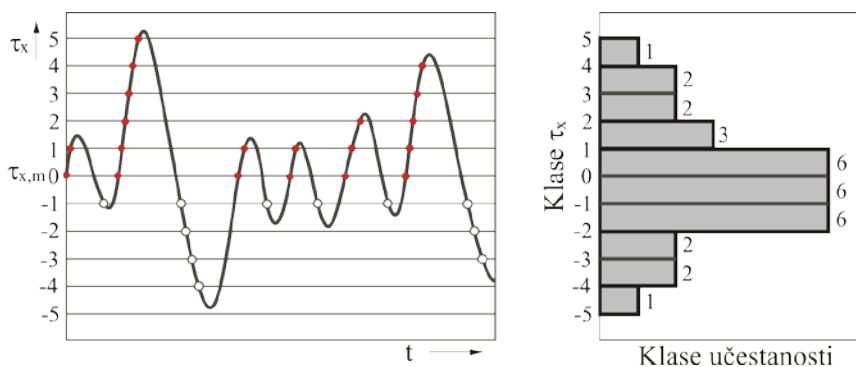
Takođe i ova metoda daje nepouzdana rezultate za procjenu radne izdržljivosti elementa. Na slici 3.15 data su dva slučaja opterećenja, za koje ova metoda daje isti rezultat, iako očigledno opterećenje na slici 3.15b prouzrokuje veće oštećenje elementa nego opterećenje na slici 3.15a.



**Slika 3.15.** Dva različita slučaja opterećenja za koje metoda ekstremuma daje iste rezultate

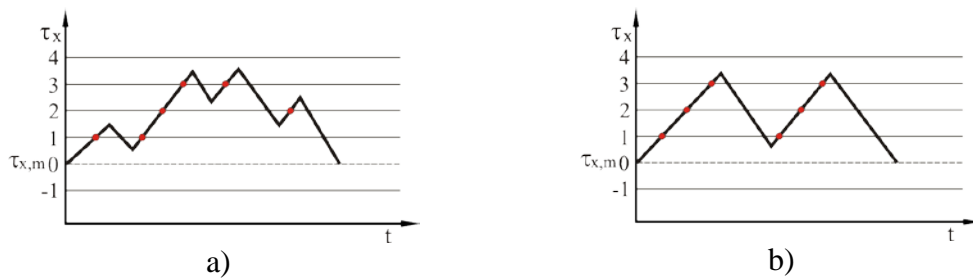
### 3.3.2. Metoda presjeka zadatih nivoa

Metoda presjeka zadatih nivoa prihvaćena je njemačkim standardom DIN 45667, [47], [56]. Suština ove metode sastoji se u sabiranju broja presjeka određenih nivoa napona (razreda) na osnovu čega se formira histogram, odnosno kriva raspodjele napona. Primjer obrade zapisa prikazan je na slici 3.16, [47], [56].



**Slika 3.16.** Diskretizacija zapisa primjenom metode presjeka zadatih nivoa – procedura prema njemačkom standardu DIN 45667 , [47], [56]

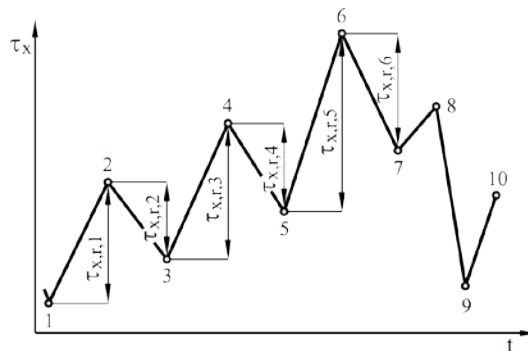
Takođe, primjer na slici 3.17 pokazuje da i ova metoda daje nepouzdana rezultate za procjenu radne izdržljivosti elementa. Na slici 3.17 data su dva slučaja opterećenja, za koje ova metoda daje isti rezultat, iako očigledno opterećenje na slici 3.17b, vjerovatno prouzrokuje veće oštećenje elementa nego opterećenje na slici 3.17a, gdje se uočava manja promjena opterećenja.



**Slika 3.17.** Dva različita slučaja opterećenja za koje metoda ekstremuma daje iste rezultate

### 3.3.3. Metoda raspona

Prema ovoj metodi registruju se rasponi, tj. razlika između dvije susjedne ekstremne vrijednosti, minimuma i maksimuma ili obrnuto, maksimuma i minimuma ( $\tau_{x,r,i} = \tau_{x,ex,i+1} - \tau_{x,ex,i} = 2 \cdot \tau_{x,a,i}$ ). U prvom slučaju riječ je o uzlaznom, a u drugom o silaznom rasponu, a u obzir se uzimaju svi ekstremumi, slika 3.18.

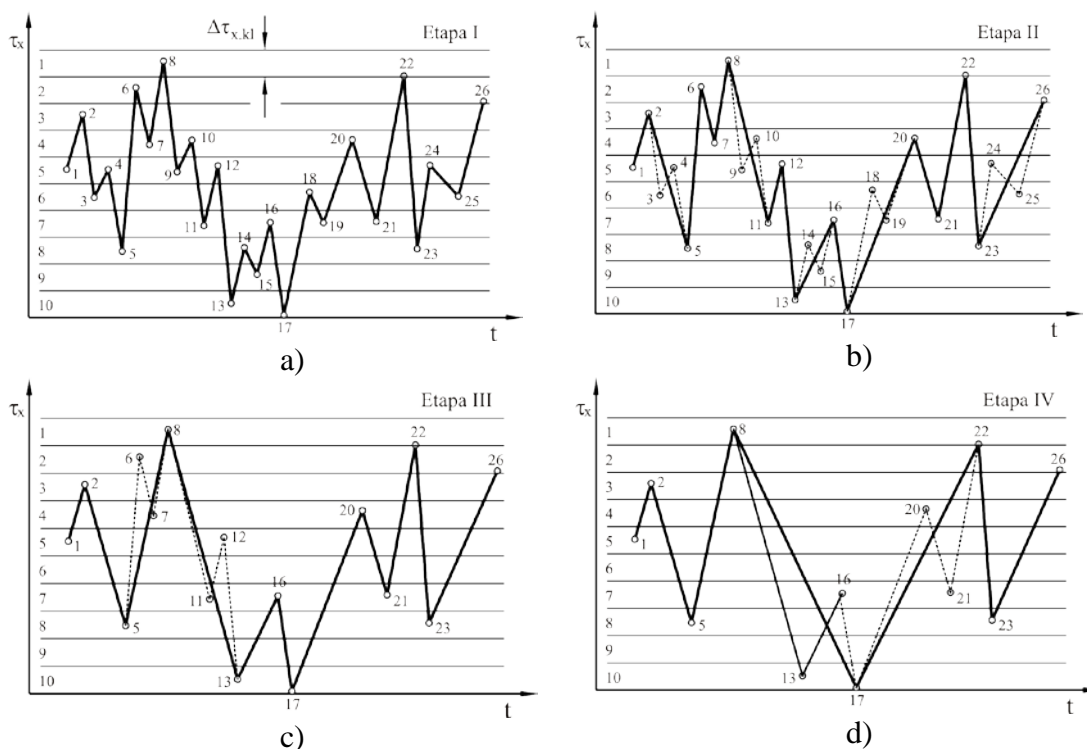


**Slika 3.18.** Diskretizacija slučajne funkcije po metodi raspona

Korišćenjem ove metode dobija se veća radna izdržljivost od stvarne, kao što se i uočava na slici 3.18. Rasponi 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, a samim tim i odgovarajuće amplitude opterećenja mogu da budu tako male da nemaju dejstvo oštećenja na element, ali zato raspon 1-6, koji se i kod ove metode ne uzima u obzir, može da ima dejstvo oštećenja. Kako bi se ove razlike umanjile registruju se, obično u praksi, samo oni rasponi koji prelaze određenu početnu vrijednost.

### 3.3.4. Metoda punih ciklusa

Metoda punih ciklusa za diskretizaciju oštećenja prikazana je na slici 3.19. Ova metoda se svodi na podjelu radnog dijapazona slučajnog procesa u klase jednake širine  $\Delta\tau_{x,kl}$  i izdvajanje cijelih ciklusa između dva unaprijed zadata nivoa u okviru jedne, dvije i više klase. Postupak se sprovodi u nekoliko etapa, kako je dato na slici 3.19.



Slika 3.19. Diskretizacija slučajne funkcije po metodi punih ciklusa

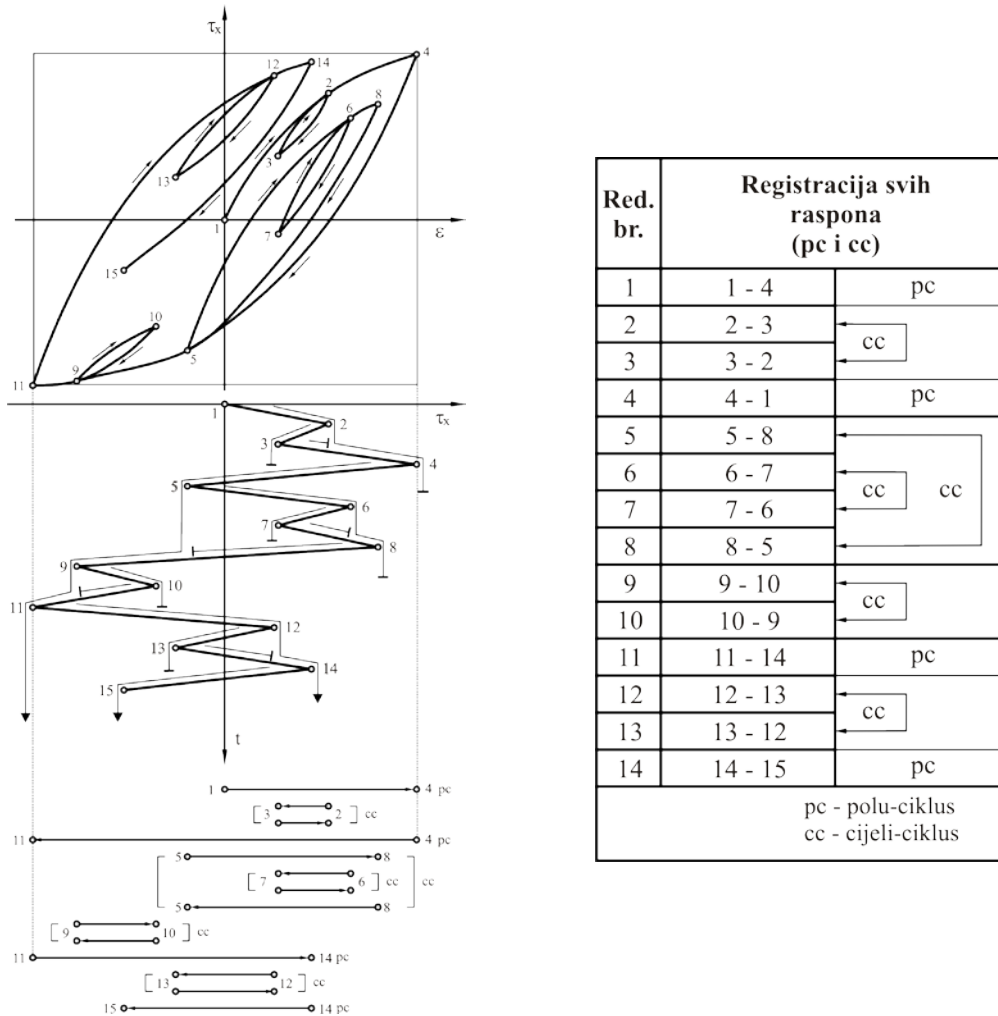
U prvoj etapi izdvajaju se najmanji cijeli ciklusi u okviru jedne klase. Kako u konkretnom primjeru takvih ciklusa nema, izdvajanje se nastavlja sa ciklusima u okviru dviju klasa. Na slici 3.19a uočava se pet takvih ciklusa 3-4, 9-10, 14-15, 18-19 i 24-25, koji su poslije registracije isključeni iz zapisa. U drugoj etapi se iz preostalog zapisa, slika 3.19b, registruju i isključuju dva nova cijela ciklusa 6-7 i 11-12, čiji su rasponi jednaki ili manji trima klasama. U sledećoj, trećoj etapi postupak se ponavlja izdvajanjem još dva cijela ciklusa 13-16 i 20-21, slika 3.19c itd.

Poslije završene obrade zapisa prikazanom procedurom dobija se konačan zapis bez cijelih ciklusa (u ovom primjeru, slika 3.19d poslije treće etape obrade), koji se odlikuje stalno rastućim pa zatim stalno opadajućim rasponima. Rezultati računanja radne izdržljivosti uz korišćenje ove metode dosta su bliski realnom procesu te se ova metoda preporučuje za diskretizaciju opterećenja.

### 3.3.5. Metoda toka kiše

Metoda toka kiše, poznata je u ruskoj literaturi kao metoda "дожда" (GOST 25101-83), [42] ili "стекающего дожда", [60]. U literaturi Zapada ova metoda je poznata kao "Rain flow", [53] i prihvaćena standardom ASTM Standard E 1049.

Metoda se bazira na brojanju i klasiranju cijelih (punih) ciklusa, bez zanemarivanja malih promjena. Prema ovoj metodi osnovni zapis slučajnog procesa zarotiran je za 90°, tj. osa vremena zaokrenuta je vertikalno naniže, kao što je prikazano na slici 3.20.



Slika 3.20. Obrada slučajnog procesa po metodi "toka kiše"

Pretpostavlja da slučajni proces predstavlja liniju poprečnog presjeka "izlomljenog krova" duž koga se sliva imaginarni "tok kiše". Ovo slivanje kiše se vrši prema određenim pravilima, pomoću kojih se registruju odgovarajući rasponi, tj. poluciklusi i cijeli ciklusi promjene slučajnog procesa. Pravila su da:

- iz svake ekstremne tačke sa unutrašnje strane zapisa polazi trajektorija "toka kiše" i dok ona traje ne počinje nova trajektorija,
- trajektorija koja polazi od minimuma (maksimuma) prekida se kod onog maksimuma (minimuma), iza koga se javi manji minimum (veći maksimum) u odnosu na polaznu ekstremnu tačku,



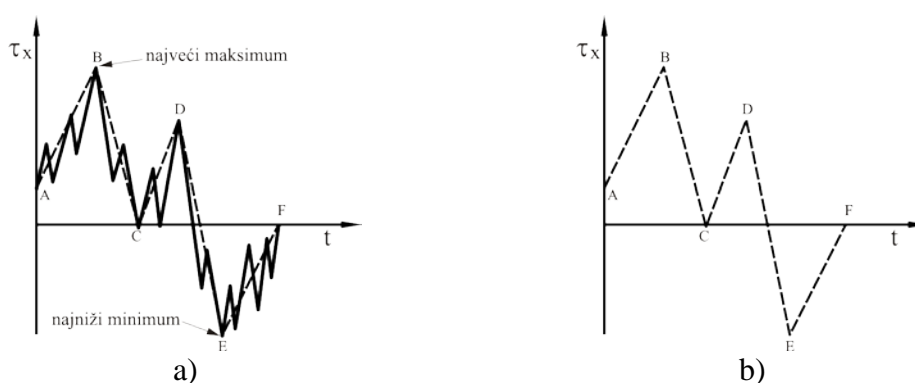
- trajektorija se prekida ako naiđe na prethodnu trajektoriju "toka kiše", koja se obrušava sa neke od viših dionica "izlomljenog krova".

Projekcije trajektorija na horizontalnoj osi predstavljaju određene raspone, pomoću kojih se formiraju odgovarajući polu i cijeli ciklusi, slika 3.20.

### 3.3.6. Metoda uređenih krajnjih raspona

Metoda uređenih krajnjih raspona (Ordered Overall Range Method) ili kako se još naziva metoda trkačke staze (Racetruck Method) je praktična za diskretizaciju opterećenja, a čuva redosled događaja u "istoriji" opterećenja. Ova metoda dopušta da se složena "istorija" opterećenja sažme na mali dio opterećenja, koji uzima samo raspone napona koji najviše utiču na zamor materijala. Na ovaj način se znatno olakšava i ubrzava proračun uticaja zamora materijala na radni vijek elementa, uz veliku tačnost proračuna.

Pri diskretizaciji opterećenja ovom metodom prvo se nađu najveći maksimum i najniži minimum u "istoriji" opterećenja, slika 3.21. Razlika između ova dva nivoa, (maksimuma i minimuma) je najveći krajnji raspon "istoriji" opterećenja. Zatim, ova metoda odabira sve one maksimume i minimume koji su udaljeni više od usvojenog graničnog nivoa u odnosu na susjedni maksimum i minimum. Granični nivo predstavlja usvojeni dio najvećeg graničnog raspona, [25],[68].

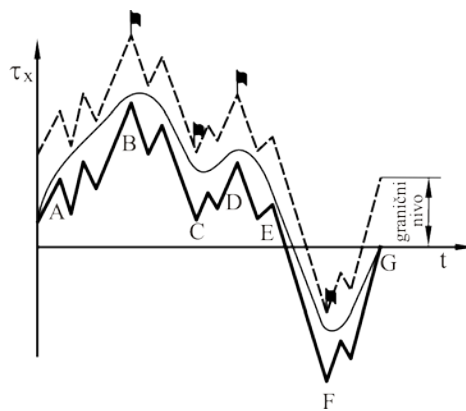


**Slika 3.21.** a) Stvarana promjena opterećenja, b) Sažeta promjena opterećenja sa graničnim nivoom 50%

Kako mali rasponi opterećenja prave relativno mala oštećenja u poređenju sa većim rasponima, kod ove metode njihovo dejstvo na oštećenje se zanemaruje.

Na slici 3.21a prikazana je promjena opterećenja sa relativno velikim graničnim nivom (50%) od najvećeg krajnjeg raspona u redosledu opterećenja i dobijeni sažeti redosled opterećenja prikazan na slici 3.21b. Ukoliko se koristi manji granični nivo, u obzir se uzima više susjednih maksimuma i minimuma opterećenja.

Ova metoda je veoma pogodna za vizuelni prikaz, a samim tim i za lakše razumijevanje. Potrebno je samo zapisati redosled opterećenja podići za veličinu graničnog nivoa u odnosu na stvarni redosled opterećenja, kao što je prikazano na slici 3.22, tj. dobije se "staza za trke skijaša". Takmičar polazi iz tačke A, kreće se usvojenom stazom i napušta stazu u tački G.



Slika 3.22. Metoda uređenih krajnjih raspona prikazana kao staza za trke.

### 3.3.7. Sistematizacija opterećenja primjenom teorije slučajnih funkcija

Opterećenja i/ili naponi u elementima sistema za prenos snage sa slučajnom promjenom u vremenu, mogu se primjenom teorije slučajnih funkcija izraziti u oblicima pogodnim za korišćenje u proračunu. U tom cilju potrebno je izvršiti diskretizaciju zapisa ( $\tau(t)$  na intervalu  $0 \div T$ ) i formirati pokazatelje promjene napona kao slučajnog procesa: srednju vrijednost  $\bar{\tau}$ , disperziju  $D_{\tau}$ , korelacionu funkciju  $R_{\tau}(t_{\tau})$  i spektralnu gustinu  $S_{\tau}(\omega)$ , gdje je  $t_{\tau}$  kontinualni pomjeraj u vremenu i ne zavisi od  $t$ .

Gustina raspodjele amplituda napona za normalni stacionarni zakon raspodjele je, [6]:

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{D_{\tau}} \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{(\tau - \bar{\tau})^2}{D_{\tau}}} \quad (3.17)$$

Izraz za srednju vrijednost amplitude napona, disperziju, korelacionu funkciju i spektralnu gustinu, respektivno, je [18]:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \tau(t) \cdot dt \quad (3.18)$$

$$D_{\tau} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T [\tau(t) - \bar{\tau}]^2 \cdot dt \quad (3.19)$$

$$R_{\tau}(t_{\tau}) = \frac{1}{T - t_{\tau}} \cdot \int_0^{T - t_{\tau}} [\tau(t) - \bar{\tau}] \cdot [\tau(t + t_{\tau}) - \bar{\tau}] \cdot dt \quad (3.20)$$

$$S_{\tau}(\omega) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} R_{\tau}(t_{\tau}) \cdot \cos(\omega \cdot t_{\tau}) \cdot dt_{\tau} \quad (3.21)$$

Raspodjela napona često predstavlja uskopojasni normalni stacionarni proces. Za utvrđivanje širine spektra potrebno je izračunati veličinu:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 \cdot m_4}} \quad (3.22)$$

gdje su:  $m_0 = D_{\tau}$ ,  $m_2 = D_{\dot{\tau}}$ , i  $m_4 = D_{\ddot{\tau}}$ , tj.  $m_2 = \int_0^{\infty} \omega^2 \cdot S_{\tau}(\omega) \cdot d\omega$  i  $m_4 = \int_0^{\infty} \omega^4 \cdot S_{\tau}(\omega) \cdot d\omega$ .

Ako je  $\varepsilon < 0,4$  proces je uskopojasni, pa se gustina raspodjele amplituda takvog procesa potčinjava zakonu raspodjele Releja:

$$f(\tau) = \frac{\tau}{D_{\tau}} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{2 \cdot D_{\tau}}} \quad (3.23)$$

U slučaju kada je potrebno odrediti samo napone od kvazistatičkih opterećenja, korak kvantovanja, po vremenu, krive promjene napona na uspostavljenim režimima treba biti veći od prve učestanosti sopstvenih oscilacija sistema 2,5÷3 puta. Na taj način isključuje se uticaj komponenti koje potiču od dinamičkih opterećenja, [8].

## **4. PRORAČUN SISTEMA ZA PRENOS SNAGE**

### **4.1. Istorijat razvoja metoda proračuna**

Zadavanje (definisanje) mjerodavnih opterećenja i metode proračuna elemenata sistema za prenos snage usavršavani su tokom vremena sa razvojem nauke i tehnike. U tom pogledu karakteristična su tri perioda, kako slijedi, [7].

U periodu od 1940. do 1955. godine proračun se izvodi po dozvoljenom naponu. Opterećenja se zadaju jednom veličinom, maksimalnom silom ili maksimalnim momentom. Vrijeme dejstva opterećenja se ne uzima u obzir. Kao rezultat proračuna dobija se napon koji se upoređuje sa dozvoljenim. U periodu od 1955. do 1970. god. proračun se izvodi po stepenu sigurnosti. Opterećenja se zadaju posebno za proračun čvrstoće, a posebno za proračun radnog vijeka. Za proračun radnog vijeka promjenljiva opterećenja se zadaju krivom raspodjele, a u proračunu se koristi teorija zamora materijala. Rezultat proračuna se izkazuje preko stepena sigurnosti na zamor i čvrstoću ili preko vremena rada elementa i maksimalnog napona. Prikazani proračuni po dozvoljenom naponu i po stepenu sigurnosti su deterministički. U periodu nakon 1970. godine uvode se proračuni po graničnim stanjima, statičkom lomu ili trajnoj deformaciji i zamoru, i nastaje prelaz od determinističkih prema vjerovatnosnim proračunima. U zadavanju opterećenja pored krivih raspodjele opterećenja daje se i varijacija ovih krivih po vremenu ili varijacija spektralnih gustina disperzije na različitim srednjim nivoima. Takođe krivim raspodjele zadaju se mehaničke karakteristike primijenjenih konstrukcionih materijala. Rezultat proračuna se izkazuje krivom raspodjele vremena rada jednakih dijelova i maksimalnim naponom. Svakoј vrijednosti vremena rada, iz područja krive raspodjele vremena rada, odgovara određena vjerovatnoća.

Dakle, prvi proračuni za dimenzionisanje elemenata sistema za prenos snage koristili su statičke karakteristike materijala, tj. nominalni napon je određivan na osnovu procjene maksimalne vrijednosti radnog napona. Nakon istraživanja u oblasti zamora materijala, stvoreni su uslovi za dinamički proračun.

Osnovni pečat u oblasti zamora materijala u periodu od 1857. do 1870. god. dao je njemački inženjer Veler (A. Wöhler). Na osnovu njegovog koncepta ispitivanja, dimenzionisanje dinamički opterećenih elemenata se zasnivalo na Velerovoj krivoj, odnosno, najveći očekivani napon u toku eksploatacije treba da bude ispod granice zamora – trajne dinamičke izdržljivosti (čvrstoće) materijala. Ovo teorijski podrazumijeva neograničeni vijek trajanja elementa, a način dimenzionisanja ostavlja neiskorišćene rezerve za dijelove ograničenog vijeka trajanja u eksploataciji.

Razvoj i usavršavanje metoda proračuna radnog vijeka elemenata pripada i danas aktuelnim zadacima istraživanja u oblasti razvoja sistema za prenos snage i mašinskih sistema uopšte.

## 4.2. Vrste proračuna

### 4.2.1. Statički i dinamički proračun

Zavisno od promjene radnih opterećenja, kojima su izloženi elementi sistema za prenos snage, razlikuju se statički i dinamički proračuni.

**Statički proračun** se koristi pri dimenzionisanju i provjeri čvrstoće elemenata sistema prenosa snage koji su statički opterećeni, tj. koji su u svom radu izloženi približno konstantnom ili promjenljivom naponu sa brojem promjena napona u radnom vijeku manjem od statičkog graničnog broja  $N_s$  ( $N_s=10^3\div 10^5$ ). Kritično stanje statički opterećenih elemenata sistema prenosa snage jesu statički lomovi i trajne deformacije elemenata, pa se poređenje radnih napona vrši u odnosu na zateznu čvrstoću-granicu kidanja i granicu razvlačenja materijala od koga je napravljen element.

**Dinamički proračun** elemenata sistema prenosa snage zavisi od intenziteta i karaktera promjene radnog napona (amplitude  $\tau_a$  i srednje vrijednosti  $\tau_m$ ), koeficijenta asimetrije ( $r=\tau_{min}/\tau_{max}$ ), kao i ukupnog broja promjena napona svih nivoa u radnom vijeku  $n_\Sigma$ . Ukoliko je  $n_\Sigma$  veći od baznog broja ciklusa  $N_D$  (zavisi od vrste materijala) proračun se izvodi za oblast dinamičke izdržljivosti, a ukoliko je  $n_\Sigma < N_D$  proračun se izvodi za oblast vremenske dinamičke izdržljivosti.

Dakle, karakteristike opterećenja kod dinamičkog proračuna date su u obliku sledećih relacija, [6]:

- srednja vrijednost opterećenja:

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} \quad (4.1)$$

- amplituda opterećenja:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} \quad (4.2)$$

- koeficijent asimetrije:

$$r = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} \quad (4.3)$$

gdje je  $\tau_{\max}$ ,  $\tau_{\min}$  maksimalni i minimalni napon u ciklusu opterećenja, respektivno.

Dinamički proračun elemenata sistema prenosa snage, kod kojih je promjena napona jednociklusna sa konstantnim amplitudama, svodi se na poređenje korigovanih računskih napona i eksperimentalno dobijenih kritičnih napona (osnovna dinamička izdržljivost – čvrstoća), tj. proračun se svodi na određivanje dozvoljenih napona i stepena sigurnosti.

Međutim, kako su stvarna opterećenja i naprezanja elemenata sistema za prenos snage vozila najčešće slučajne funkcije vremena, metode proračuna moraju se bazirati na teoriji vjerovatnoće i matematičke statistike.

Dinamički proračun elemenata sistema za prenos snage, kod kojeg je promjena napona slučajna funkcija vremena (višeciklusna sa promjenom srednje vrijednosti napona  $\tau_m$  i amplitude napona  $\tau_a$ ) je složen i iziskuje poznavanje zamornog oštećenja elementa, a posebno zakonitosti oštećenja pri višeciklusnoj promjeni opterećenja.

Usled višeciklusne promjene opterećenja nastaje postepeno razaranje elemenata sistema za prenos snage – zamor materijala, kod kojeg posle određenog broja ciklusa promjene napona, dolazi do pojave prskotine ili njegovog loma. Zamor materijala je proces akumulacije oštećenja, i u većini slučajeva uzrok prestanka radne sposobnosti elemenata sistema za prenos snage. Zamor materijala nije u potpunosti rasvijetljen i zbog toga je razvijen veliki broj hipoteza o akumulaciji oštećenja.

#### **4.2.2. Deterministički i vjerovatnosni proračun**

Prema karakteru ulaznih i izlaznih veličina, metod proračuna elemenata sistema za prenos snage može biti deterministički ili vjerovatnosni.

*Deterministički proračun* ima veliku primjenu i baziran je na osnovnim (klasičnim) postavkama mehanike, otpornosti materijala i teorije elastičnosti. Kod ovog proračuna sve ulazne veličine su potpuno definisane, odnosno opterećenja i karakteristike materijala predstavljaju determinističke (neslučajne) funkcije i veličine, čije se moguće varijacije zanemaruju. Realnost uslova rada obično se obuhvata pomoću različitih uticajnih koeficijenata, koji su takođe neslučajne veličine, [52].

Pri determinističkom proračunu elemenata sistema za prenos snage, režim opterećenja se zadaje sa nekoliko krivih raspodjele sila (obrtnih momenata) po vremenu ili putu. Na prvi pogled izgleda da je za projektovani element sistema za prenos snage dovoljno imati jednu opštu krivu raspodjele obrtnog momenta motora. Međutim, svi elementi sistema za prenos snage nisu opterećeni sve vrijeme rada, već samo dio vremena i to zavisi od uključenog stepena prenosa. Saglasno prethodnom, jedna opšta kriva raspodjele opterećenja nije dovoljna, već je potrebno znati krive raspodjele opterećenja i za pojedine stepene prenosa. Osim toga, motorna vozila se eksploatišu u različitim uslovima i sa različitim opterećenjima. Zato, na početku proračuna elemenata sistema za prenos snage, treba ustanoviti karakterističan broj režima rada i za svaki režim zadati zakon raspodjele obrtnog momenta i brzine (ili njihovih srednjih vrijednosti) i odgovarajuće parametre krive raspodjele opterećenja. U cilju proračuna radnog vijeka neophodno je za svaki režim znati broj ciklusa promjenljivih opterećenja, pa je u tom cilju potrebno za svaki režim ustanoviti relativnu dužinu njegovog dejstva u ukupnom vremenu rada (ili ukupnom pređenom putu) vozila. Na kraju, neophodno je odrediti maksimalna dinamička opterećenja, koja se mogu pojaviti u određenim elementima sistema za prenos snage, pri nepovoljnim uslovima eksploatacije, [7].

*Vjerovatnosni proračun* je novijeg datuma i ima sve širu primjenu pri proračunu elemenata sistema za prenos snage, posebno njihove efektivnosti, odnosno pouzdanosti. Za vjerovatnosni proračun potrebno je raspolagati sa funkcijom raspodjele ili

vjerovatnosno-statističkim karakteristikama slučajnih promjenljivih veličina radnih i kritičnih opterećenja.

Vjerovatnosni proračun je složeniji od determinističkog proračuna, jer se svi uticaji i veličine razmatraju kao slučajne promjenljive veličine i procesi, ali sam proračun daje potpuniju sliku vjerovatnoće ispravnog rada i tačniju procjenu radnog vijeka elemenata, kao i cijelog sistema za prenos snage.

### 4.3. Proračunski režimi sistema za prenos snage

Režim opterećenja sistema za prenos snage vozila karakteriše se promjenljivom veličinom momenata i broja obrtaja. Srednji procenat iskorišćenja momenta motora, a time i veličina opterećenja u sistemu prenosa snage kreće se u granicama od 5÷10% pa do 90÷100% od vrijednosti maksimalnog momenta motora  $M_{M,max}$  u zavisnosti od stanja puta i specifične snage  $P_{max}/m$ , brzine  $v$  u eksploataciji i uslova eksploatacije vozila, [6].

Srednja vrijednost momenta  $M_{sr}$ , koji djeluje na proračunski element sistema za prenos snage u eksploatacionom režimu, računa se na osnovu relacije:

$$M_{sr} = \left[ m \cdot g \cdot f + m \cdot \delta \cdot j + K_w \cdot A \cdot v^2 \right] \cdot \frac{r_d}{i' \cdot \eta_T} \quad (4.4)$$

Na osnovu analize režima opterećenja definisani su proračunski režimi sistema prenosa snage, kako sledi, [6], [28].

**Prvi proračunski režim** se izvodi prema maksimalnom momentu motora:

$$M = M_{M,max} \cdot i \quad (4.5)$$

gdje je  $M$  proračunski moment na elementu (vratilu) sistema prenosa snage, a  $i$  prenosni odnos od motora do proračunskog elementa sistema prenosa snage.

Kod proračuna elemenata sistema za prenos snage na čvrstoću, uzima se da je vrijednost koeficijenta iskorišćenja sistema za prenos snage jednaka jedinici, tako da relativna greška proračuna nije manja od  $\pm 10\%$ .

Proračun elemenata sistema za prenos snage po prvom proračunskom režimu daje uslovne veličine opterećenja. Ova opterećenja su manja od impulsnih opterećenja, ali



veća od opterećenja dobijenih iz preovlađujućih uslova u eksploataciji vozila. Za vozila u eksploataciji, naponi u elementima sistema za prenos snage izračunati na osnovu prvog proračunskog režima, daju stepen sigurnosti  $\nu=2\div 3$ , računat prema karakteristikama materijala za statički proračun. Ovaj proračunski režim može biti primijenjen za uporedne provjere proračuna.

**Drugi proračunski režim** se izvodi prema maksimalnom prijanjanju pogonskih točkova i puta  $\varphi_{\max}$ , a opterećenja na odgovarajućim elementima sistema za prenos snage se određuju na sledeći način:

- za poluvratila pogonskog mosta kada horizontalne uzdužne sile u kontaktu točka i podloge dostižu svoju maksimalnu vrijednost:

$$M_{\varphi} = \frac{Z_i}{2} \cdot \varphi_{\max} \cdot r_t \quad (4.6)$$

- za kardansko vratilo koje dovodi moment pogonskom mostu:

$$M_{\varphi}' = \frac{Z_i \cdot \varphi_{\max} \cdot r_t}{i''} \quad (4.7)$$

- za elemente sistema za prenos snage, pri kočenju vozila, kada uzdužne horizontalne sile dostižu svoju maksimalnu vrijednost, koja je jednaka graničnoj uzdužnoj horizontalnoj sili u kontaktu točka i podloge, a od nje se razlikuje po znaku:

$$F_{x,\max} = \frac{Z_i}{2} \cdot \varphi \quad (4.8)$$

- za elemente sistema za prenos snage, pri kočenju vozila bez odvajanja spojnice ili pri polasku vozila iz mjesta sa naglim puštanjem spojnice, usled dejstva inercionog momenta motora, slika 4.1:

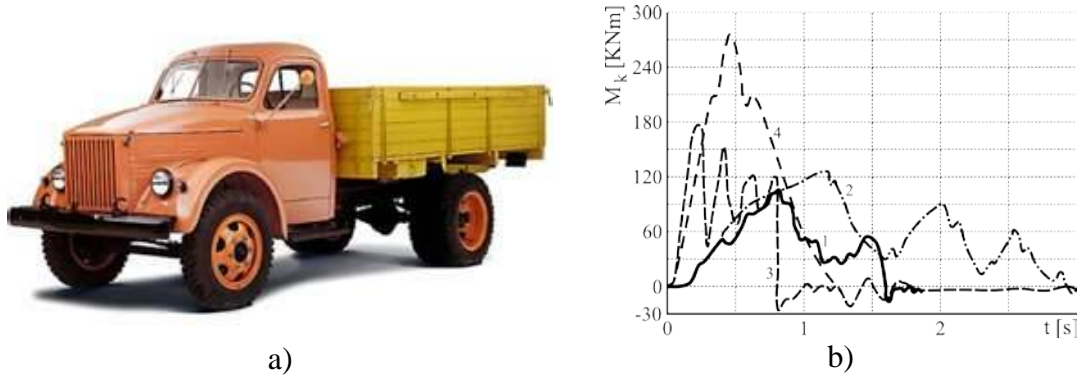
$$M_j = J_M \cdot \frac{d\omega_M}{dt} \quad (4.9)$$

- za elemente sistema za prenos snage, pri kočenju vozila na klizavoj podlozi u trenutku blokiranja kočionog sistema postavljenog na izlaznom vratilu mjenjača usled dejstva inercionog momenta pogonskih točkova:

$$M'_j = J_T \cdot \frac{d\omega_T}{dt} \quad (4.10)$$

- proračunom opterećenja usled oscilacija u sistemu za prenos snage.

U prethodnim izrazima  $Z_i$  predstavlja vertikalnu reakciju podloge na točkove odgovarajućeg mosta,  $i''$  prenosni odnos od točka do kardanskog vratila,  $\phi$  vrijednost koeficijenta adhezije,  $J_M$  moment inercije motora,  $\omega_M$  ugaona brzina zamajca motora,  $J_T$  moment inercije točka, a  $\omega_T$  je ugaona brzina točka.



**Slika 4.1.** a) Teretno vozilo GAZ-51, [76]; b) Krive promjene obrtnog momenta na kardanskom vratilu vozila GAZ-51 pri polasku sa mjesta u različitim uslovima; 1 – u normalnim uslovima podloge, 2 – u težim uslovima podloge, 3 – pri naglom uključivanju spojnice, 4 – sa uticajem kinetičke energije zamajca (polazak sa naglim uključivanjem spojnice)

**Treći proračunski režim** se izvodi prema maksimalnom dinamičkom opterećenju koji se javlja pri kretanju vozila. Na veličinu dinamičkih opterećenja u sistemu za prenos snage u ovom slučaju utiče niz faktora, a od svih najveći uticaj ima režim uključivanja spojnice (zavisi od vozača), tip i konstrukcija spojnica (sa jednim diskom, sa više diskova, hidrospojnicama, elektromagnetna i dr.), vrsta i stanje podloge po kojoj se motorno vozilo kreće, konstruktivne karakteristike vozila (ukupni prenosni odnos, elastičnost sistema za prenos snage).

Vrijednost dinamičkog momenta opterećenja se određuje uvođenjem koeficijenta dinamičnosti čija se vrijednost dobija na osnovu izraza:

$$K_D = \frac{M_{\max}}{M_{M,\max}} \quad (4.11)$$

odnosno vertikalne sile, pri kretanju vozila preko neravne podloge, kada ona dostiže maksimalnu vrijednost, a sila je jednaka:

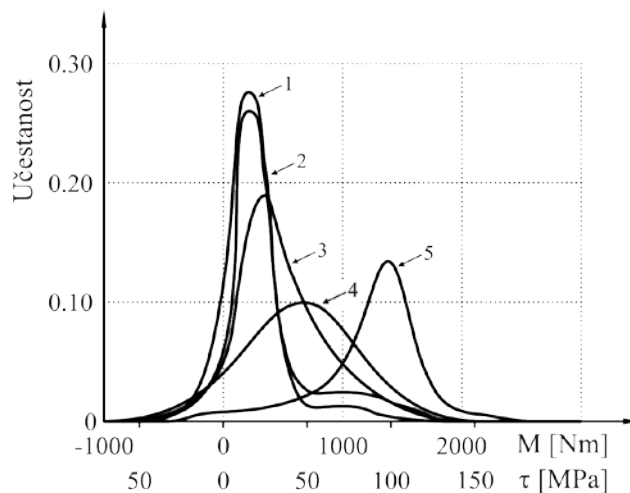
$$K_D = \frac{Z_{\max}}{Z_{i,\max}} \quad (4.12)$$

gdje  $M_{\max}$  i  $Z_{\max}$  predstavljaju maksimalni moment na vratilu, odnosno opterećenje na posmatranom elementu, a  $Z_{i,\max}$  je maksimalna vertikalna reakcija podloge na točkove odgovarajućeg mosta.

Neravnine puta pri kretanju vozila manje utiču na veličinu opterećenja elemenata sistema za prenos snage nego režim uključivanja spojnice.

**Četvrti proračunski režim** se izvodi prema realnim opterećenjima koja se javljaju u eksploataciji i predstavlja proračun na zamor. Ovaj proračun, odnosno proračun pouzdanosti i radnog vijeka, izvodi se prema realnim opterećenjima koja se javljaju na pojedinim elementima sistema za prenos snage pri eksploataciji vozila. Ova opterećenja predstavljaju najčešće slučajne funkcije u vremenu, a rezultat su dejstva spoljašnjih i unutrašnjih faktora. Spoljašnji faktori su mikro i makro reljef i fizičko-mehanička svojstva podloge, dok režim rada motora predstavlja unutrašnji faktor.

Za izvođenje ovog proračuna neophodno je znati amplitudno-frekventnu karakteristiku ulaznih opterećenja i prenosnu funkciju sistema. Na slici 4.2 dat je primjer raspodjele obrtnog momenta i napona uvijanja na poluvratilu 2,5-tonskog vozila pri kretanju po različitim putevima.



**Slika 4.2.** Raspodjela obrtnog momenta i napona uvijanja na poluvratilu vozila; 1 - putevi sa tvrdim pokrivačem, 2 - magistralni putevi, 3 - zemljani putevi zadovoljavajućeg stanja, 4 – oranica, 5 - mokra livada

U prikazanim krivim uključeni su svi režimi kretanja i trzaja sa mjestima, promjene stepena prenosa i dr. Vidi se da je pri kretanju vozila po putevima sa jednorodnom

podlogom rasipanje malo i krive 1 i 2 imaju oštro rastući i opadajući karakter. Za nejednorodne podloge, krive 4 i 5, rasipanje je veliko.

U osnovi ovog proračuna su statistički podaci o režimima opterećenja dobijeni na osnovu ispitivanja u različitim uslovima eksploatacije.

Spektar eksploatacionih opterećenja je potpuniji ako je dat kao opšti režim opterećenja. Opšti režim opterećenja zapisuje se analitički u obliku sledeće funkcionalne zavisnosti:

$$F_{ob} = f(m_{o,a}, v, l_r, f, \alpha, l_{\Sigma}, \dots) \quad (4.13)$$

gdje je  $m_{o,a}$  masa opterećenog motornog vozila,  $v$  brzina kretanja motornog vozila,  $l_r$  pređeni put opterećenog motornog vozila,  $l_{\Sigma}$  ukupni pređeni put,  $f$  koeficijent otpora kotrljanju,  $\alpha$  sastav (struktura) puta u ukupnom pređenom putu vozila.

Eksperimentalno dobijen opšti režim opterećenja uključuje u sebe "elementarne" režime opterećenja: trzanje, ubrzanje, ustaljeno kretanje, kočenje itd. Pri pojavi parametara koji karakterišu elementarne režime opterećenja, opšti režim opterećenja može biti predviđen uvođenjem statističkih informacija o uslovima eksploatacije vozila.

Za proračun vratila sistema za prenos snage, izraz opšteg režima opterećenja za gustinu raspodjele obrtnog momenta, zapisuje se u sledećem obliku:

$$f_{ob}(M) = q \sum_{i=1}^n \alpha_i \sum_{k=1}^1 \beta_{ik} [\gamma_{ik} \cdot f_{ik}^H(M)] + (1-q) \sum_{i=1}^n \alpha_{ik}^0 \sum_{k=1}^1 \beta_{ik}^0 [\gamma_{ik}^0 \cdot f_{ik}^{H0}(M) + (1-\gamma_{ik}^0) \cdot f_{ik}^{V0}(M)] \quad (4.14)$$

gdje je  $q$  koeficijent učešća puta;  $q = l_r / l_{\Sigma}$  ( $l_r$ ,  $l_{\Sigma}$  - pređeni put sa teretom i ukupni put);  $\alpha_i$

dužina  $i$ -te putne pokrivke u ukupnom pređenom putu vozila,  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ ;  $\beta_{ik}$  dužina

kretanja na  $k$ -tom prenosnom odnosu i  $i$ -toj vrsti pokrivke,  $\sum_{k=1}^1 \beta_{ik} = 1$ ;  $\gamma_{ik}$  koeficijent

koji predstavlja odnos između ustaljenog i neustaljenog kretanja na  $k$ -tom prenosnom odnosu i  $i$ -toj vrsti pokrivke;  $f_{ik}^H(M)$ ,  $f_{ik}^V(M)$  gustine raspodjele režima opterećenja pri neustaljenom i ustaljenom kretanju, uključujući u sebe promjene težinskih i brzinskih parametara eksploatacije opterećenog vozila;  $f_{ik}^{H0}(M)$ ,  $f_{ik}^{V0}(M)$  gustine raspodjele režima opterećenja pri neustaljenom i ustaljenom kretanju, uključujući u sebe promjene težinskih i brzinskih parametara eksploatacije neopterećenog vozila.

#### **4.4. Proračun na zamor**

Kao što je u prethodnom dijelu teksta naglašeno, u eksploataciji sistema za prenos snage, opterećenja i naponi imaju promjenljiv karakter. Dugotrajno djelovanje promjenljivih opterećenja i napona čak i u slučaju kad su maksimalne vrijednosti tih napona ispod statičke čvrstoće, dovode do zamora materijala, tj. do loma elemenata sistema za prenos snage. Lomovi elemenata nastali kao posledica zamora materijala, mogu nastupiti i pri nižim nivoima napona, a opasniji i češći su od statičkih lomova i nastupaju iznenada.

Proračun elemenata sistema za prenos snage na zamor sa aspekta procjene radnog vijeka, pored poznavanja oblika, dimenzija, tehnologije izrade, funkcije radnih napona u vremenu, odnosno spektra njihovih amplituda i dinamičke izdržljivosti materijala (Velerove krive), zahtijeva poznavanje zakonitosti akumulacije oštećenja izazvanih višeciklusnom promjenom radnih napona. Zahtjev za poznavanje zakonitosti akumulacije oštećenja se svodi na korišćenje hipoteza o akumulaciji oštećenja u materijalu usled zamora. Valiki je broj hipoteza o akumulaciji oštećenja (linearanih, nelinearnih, naponski zavisnih, naponski nezavisnih i dr.) koje omogućavaju računsku procjenu radnog vijeka elementa, bez dublje razrade fizičkog procesa razaranja materijala i mehanike loma. Dakle, primjena hipoteza o akumulaciji oštećenja treba da da odgovor na pitanja:

- veličina i brzina širenja inicijalne naprsline,
- pravac širenja naprsline i promjena strukture materijala,
- matematičko formulisanje proračuna broja promjene ciklusa radnih napona do loma ili nekog drugog pokazatelja trajnosti.

Najbrojniju i najčešće korišćenu grupu čine linearne hipoteze o akumulaciji oštećenja: Palmgrin-Majnerova (Palmgren-Miner), Korten-Dolanove (Corten-Dolan), Hajbaha (Haibach) i Serensen-Kogajeva (Serensen-Kogaev).

##### **4.4.1. Dinamička izdržljivost (osnovna, radna, trajna i vremenska)**

Najveći broj mašinskih elemenata u radnom vijeku izložen je dejstvu promjenljivih napona, koji su najčešće slučajne funkcije vremena, a usled kojih se javlja postepena

akumulacija oštećenja. Za slučaj dovoljno velike vrijednosti opterećenja, posle određenog broja promjena dolazi do pojave naprslina, a kasnije i do loma elementa. Ovaj proces se naziva *zamoram materijala*, a sposobnost elementa da se suprotstavi ovoj pojavi *dinamička izdržljivost* ili *dinamička čvrstoća*.

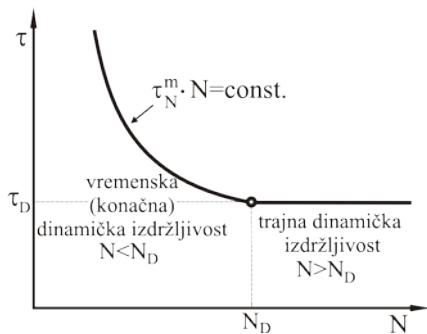
Dakle, dinamička izdržljivost  $\tau_N$  je napon koji dovodi do loma mašinskog elementa poslije  $N$  promjena, a koji je manji od granice tečenja  $\tau_T$ .

Do vrijednosti dinamičke izdržljivosti materijala se dolazi eksperimentalnim ispitivanjem standardnih epruveta po obliku, dimenzijama i kvalitetu površina pri unificiranim vrstama opterećenja. Eksperimentalno se ispituje više epruveta tako što se srednji napon zadržava konstantnim, a amplitudni smanjuje i registruje broj promjena napona pri kojem dolazi do loma. Na ovaj način utvrđena je eksponencijalna zavisnost između izdržljivosti i broja promjena do loma, (slika 4.3):

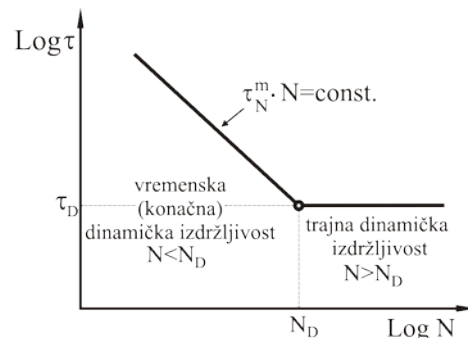
$$\tau_N^m \cdot N = \text{const.} \quad (4.15)$$

gdje je  $m$  eksponenet Velerove (Wöhler) krive.

Zbog velikog praktičnog značaja logaritmovanjem izraza (4.15), eksponencijalna kriva u području vremenske izdržljivosti, slika 4.3, u logaritamskom koordinatnom sistemu prelazi u pravu, slika 4.4.



**Slika 4.3.** Kriva dinamičke izdržljivosti – zamora materijala (Velerova kriva).



**Slika 4.4.** Velerova kriva u logaritamskom koordinatnom sistemu.

Oznake na slici 4.3 i 4.4 predstavljaju:  $\tau_D$  *trajna dinamička izdržljivost* (najveći napon koji može materijal da izdrži za dovoljno veliki broj promjena napona bez loma odnosno oštećenja),  $N_D$  granični broj promjene napona koji odgovara *trajnoj dinamičkoj izdržljivosti*.

Područje ispod Velerove krive podijeljeno je na dio koji odgovara *vremenskoj (konačnoj) dinamičkoj izdržljivosti*  $\tau_N$  za koje je broj promjena napona  $N < N_D$  i dio koji odgovara trajnoj dinamičkoj izdržljivosti  $\tau_D$  za koji je broj promjena napona  $N > N_D$ .

Za slučaj da su promjene napona u elementu jednociklusne sa konstantnom amplitudom izdržljivost je *osnovna*, a ako su promjene napona višeciklusne, tj. sa različitim vrijednostima amplituda, izdržljivost je *radna*.

*Uticaj promjene napona na osnovnu izdržljivost*, ima izrazit uticaj na zamor materijala. Najveći zamor izaziva simetrično-naizmjenična promjena napona, u kojoj je intenzitet promjene napona najveći, jer se napon mijenja od najveće pozitivne do najmanje negativne vrijednosti ( $\tau_m=0$ ,  $r=-1$ ). Sa porastom srednjeg napona  $\tau_m$  i koeficijenta asimetrije  $r$  povećava se i izdržljivost sve do svojih najvećih vrijednosti, koje su približno jednake naponu tečenja  $\tau_T$ . Na osnovu slike 4.4, može se dobiti izraz za izdržljivost za bilo koji srednji napon  $\tau_m$  i koeficijent asimetrije  $r$ :

$$\tau_D = \tau_{D(-1)} + \tau_m \cdot \text{tg}(\alpha) \quad (4.16)$$

gdje je  $\text{tg}(\alpha) = 2 \cdot \left[ 1 - \frac{\tau_{D(-1)}}{\tau_{D(0)}} \right]$  nagib funkcije izdržljivosti.

*Izdržljivost elemenata za radne uslove*, znatno se razikuje od izdržljivosti standardne epruvete. Ako je  $\tau$  napon u epruveti, napon u elementu u realnim radnim uslovima je:

$$[\tau]_M = [\tau] \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 \cdot \xi_4 \cdot \xi_5 \quad (4.17)$$

gdje je  $\xi_1$  faktor uticaja razlike dimenzija epruvete i radnog elementa,  $\xi_2$  faktor uticaja hrapavosti površine,  $\xi_3$  uticaj kvaliteta površinskih slojeva,  $\xi_4$  uticaj korozije i  $\xi_5$  uticaj temperature.

Dakle, dinamička izdržljivost za element u radnim uslovima je:

$$\begin{aligned} \tau_{D(-1)M} &= \sigma_{D(-1)} \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 \cdot \xi_4 \cdot \xi_5, \quad \text{za } n_\Sigma > N_D \\ \tau_{D(-1)M} &= \sigma_{D(-1)} \cdot \sqrt[m]{\frac{N_D}{n_\Sigma}} \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 \cdot \xi_4 \cdot \xi_5, \quad \text{za } n_\Sigma < N_D \end{aligned} \quad (4.18)$$

Radni vijek mašinskih elemenata najviše zavisi od radnih opterećenja. Ranija ispitivanja zamora materijala, koja su se zasnivala na testiranju materijala pri konstantnoj amplitudi i srednjoj vrijednosti opterećenja, pokazala su se nedovoljnim za slučaj višeciklusnog (stohastičkog) opterećenja. Dakle, dejstvo promjenljivih amplituda kod višeciklusnog

opterećenja, kao i njihov redosled djelovanja u "istoriji" opterećenja, imaju veoma veliki uticaj na proces akumulacije oštećenja, a samim tim i na dužinu radnog vijeka analiziranog elementa.

Koncentracija naprezanja zbog zareza, rupa, promjene presjeka itd. kod elementa takođe značajno utiče na dinamičku izdržljivost. Zavisno od porasta koncentracije naprezanja, koja se opisuje kroz koeficijent koncentracije naprezanja, dinamička izdržljivost se smanjuje. Smanjenje dinamičke izdržljivosti jače je izraženo kod materijala više čvrstoće i za veći broj ciklusa opterećenja, [32].

#### 4.4.2. Linearne hipoteze o akumulaciji oštećenja

Postavku linearnih hipoteza dao je Palmgrin 1924. godine, a zatim proširio Majner 1945. godine, [53].

Hipoteze o akumulaciji oštećenja materijala daju pretpostavke o uticaju pojedinih napona na oštećenje, odnosno zamor materijala. U osnovi ovih hipoteza je uvedeni pojam elementarne mjere oštećenja materijala, [48], [71]:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (4.19)$$

gdje je  $n_i$  broj promjena radnog napona  $i$ -tog nivoa ( $\tau_i$ ) za ukupni radni vijek elementa, a  $N_i$  broj promjena radnog napona  $\tau_i$  koje element može da izdrži do loma po Velerovoj krivoj.

U cilju poboljšanja Palmgrin-Majnerove hipoteze kasnije je razvijeno više korigovanih linearnih hipoteza, od kojih su najznačajnije hipoteze Serensen-Kogajeva, Korten-Dolana (1956. god.) i Hajbaha (1970. god.), [19].

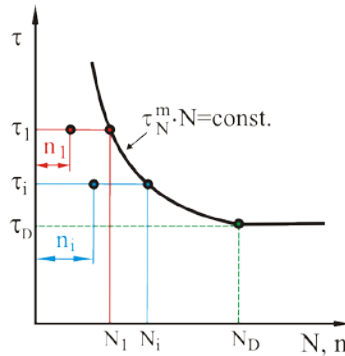
Prema ovim hipotezama oštećenje u materijalu pri pojedinim ciklusno-promjenljivim naponima  $\tau_1, \dots, \tau_k$ , koji djeluju  $n_1, \dots, n_k$  puta u radnom vijeku, srazmjerno je zbiru odnosa broja pojavljivanja ovih napona i broja pojavljivanja  $N_1, \dots, N_k$  koje element može da izdrži.

Zamor i lom elementa nastaje kada zbir ovih odnosa dostigne neku vrijednost funkcije interakcije  $a_r$ , koja predstavlja mjeru oštećenja:



$$a_r = \sum_{i=1}^k D_i = \sum_{i=1}^k \left( \frac{n_i}{N_i} \right) = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_i}{N_i} \quad (4.20)$$

Ilustrativan prikaz objašnjenja izraza (4.19) i (4.20) daje slika 4.5.



**Slika 4.5.** Karakteristične veličine proračuna zamornog oštećenja, [48]

Ukupan broj promjena napona svih nivoa (tj. radni vijek elementa izražen ukupnim brojem ciklusa svih napona), koje element može da izdrži do loma je:

$$N_R = a_r \cdot \frac{N_1}{A} \quad (4.21)$$

gdje je  $N_1$  broj promjena maksimalnog radnog napona koji element može da izdrži do loma, a  $A$  funkcija oštećenja (data u tabeli 4.1).

#### 4.4.2.1. Palmgrin-Majnerova hipoteza

Prema Palmgrin-Majnerovoj hipotezi ukupno oštećenje se računa kao zbir pojedinih oštećenja, izraz (4.20), a lom nastupa kada funkcija interakcije  $a_r$  dostigne vrijednost jednaku jedinici  $a_r=1$ . Ova hipoteza pretpostavlja da naponi ispod trajne dinamičke čvrstoće  $\tau_i < \tau_D$  ne doprinose oštećenju materijala, slika 4.5. Broj promjena napona koje element može da izdrži po Velerovoj krivnoj za odgovarajući radni napon  $\tau_i$  se računa na osnovu sledeće relacije:

$$N_i = \begin{cases} N_D \cdot \left( \frac{\tau_D}{\tau_i} \right)^m & \text{za } \tau_i \geq \tau_D, \quad i=1, \dots, j \\ \infty & \text{za } \tau_i < \tau_D, \quad i=(j+1), \dots, k \end{cases} \quad (4.22)$$

gdje je  $i=1, \dots, j$  nivo promjene radnih napona koji je jednak ili veći od trajne dinamičke izdržljivosti  $\tau_i \geq \tau_D$ , a  $i=(j+1), \dots, k$  nivo promjene radnih napona manjih od trajne dinamičke čvrstoće  $\tau_i < \tau_D$ .

Ukupan broj promjena radnih napona svih nivoa koje element može da izdrži do loma je [55], [57]:

$$N_R = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m} \quad (4.23)$$

gdje je  $n_\Sigma = \sum_{i=1}^k n_i$  ukupan broj promjena radnih napona svih nivoa u radnom vijeku,

$i=1, \dots, j, \dots, k$  nivo promjene radnih napona u cijelom spektru opterećenja, a  $i=1, \dots, j$  nivo promjene radnih napona koji je jednak ili veći od trajne dinamičke izdržljivosti  $\tau_i \geq \tau_D$ .

Prednosti ove hipoteze su njena jednostavnost upotrebe i zahtjev za minimalnim brojem ulaznih podataka, a nedostaci su zanemarivanje napona ispod trajne dinamičke izdržljivosti  $\tau_D$ , takođe se ne uzima u obzir redosled djelovanja opterećenja, pa se mogu dobiti velike greške za slučaj lokalnih napona u zoni plastičnosti.

#### 4.4.2.2. Serensen-Kogajeva hipoteza

Prema Serensen-Kogaevoj hipotezi lom nastaje kada funkcija interakcije  $a_r$  dostigne vrijednost dobijenu na osnovu sledeće relacije, [65]:

$$a_r = \frac{\frac{\tau_1}{\tau_D} \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \frac{\tau_i}{\tau_D} - 0,5}{\frac{\tau_1}{\tau_D} - 0,5} \quad (4.24)$$

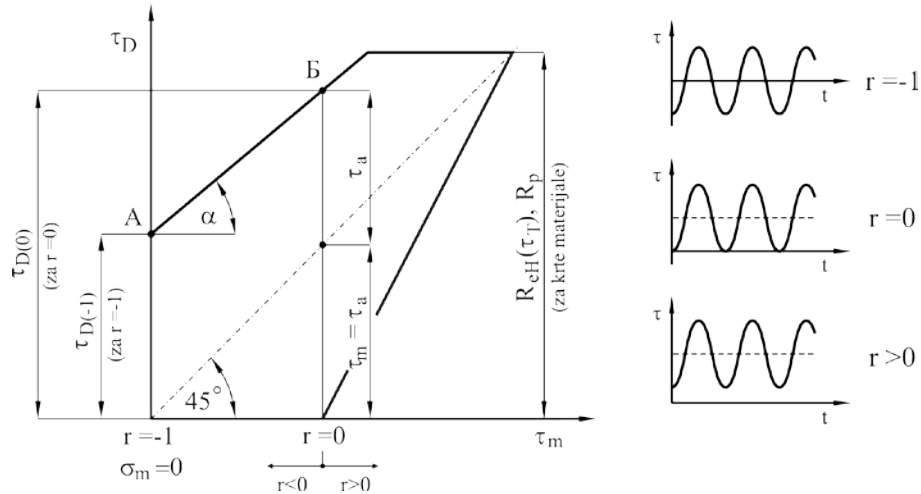
gdje je  $i=1, \dots, j, \dots, k$  nivo promjene radnih napona u cijelom spektru opterećenja.

Ako se pri proračunu funkcija interakcije dobije  $a_r < 0,1$ , u daljem proračunu treba uzeti da je  $a_r=0,1$ , [41], [42].

Broj ciklusa  $N_i$  se računa na osnovu relacije:

$$N_i = a_r \cdot N_D \cdot \left(\frac{\tau_D}{\tau_i}\right)^m \quad \text{za } \tau_i \geq \tau_D, \quad i=1, \dots, j \quad (4.25)$$

U izrazima za proračun radnog vijeka, kao ulazni podatak se koristi vrijednost trajne dinamičke izdržljivosti  $\tau_D$ , koja se očitava sa Smitovog (Smith) dijagrama, slika 4.6.



Slika 4.6. Smitov dijagram, [15]

Ozake na slici 4.6. predstavljaju:  $\tau_{D(-1)}$  trajnu dinamičku izdržljivost pri čisto naizmjenično promjenjivom opterećenju,  $\tau_{D(0)}$  trajnu dinamičku izdržljivost pri čisto jednosmjerno promjenjivom opterećenju,  $\tau_m$  srednju vrijednost napona,  $\tau_a$  vrijednost amplitude napona.

Pri određivanju akumulacije oštećenja za stvarni mašinski element, korišćene vrijednosti sa Smitovog dijagrama je potrebno korigovati, na način što se uzima u obzir konstruktivna razlika između stvarnog elementa i epruvete, kako je dato u sledećoj relaciji, [6]:

$$\tau_{DM} = \tau_D \cdot \frac{\zeta_\tau \cdot \beta}{k_\tau} + \frac{\tau_{D(0)} + \tau_{D(-1)}}{0,5 \cdot \tau_{D(0)}} \cdot \tau_m \quad (4.26)$$

gdje je  $\zeta_\tau=0,6 \div 1$  faktor uticaja razlike dimenzije epruvete i stvarnog mašinskog elementa,  $\beta=1,0 \div 1,25$  uticaj stanja površine i  $k_\tau=1,4 \div 1,5$  koeficijent koncentracije napona.

Ukupan broj promjena radnih napona svih nivoa koje element može da izdrži do loma po Serensen-Kogajevoj hipotezi je, [65]:

$$N_R = a_r \cdot \frac{N_1}{\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m} \quad (4.27)$$

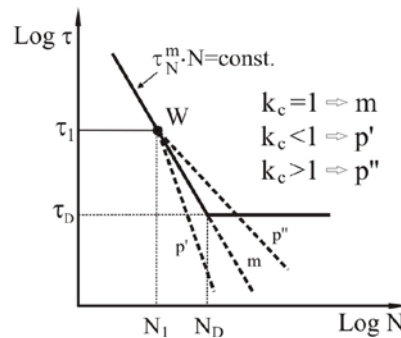
gdje je vrijednost funkcije interakcije  $a_r$  dobijena na osnovu relacije (4.17), a  $i=1, \dots, j$  nivo promjene radnih napona koji je jednak ili veći od trajne dinamičke izdržljivosti  $\tau_i \geq \tau_D$ .

#### 4.4.2.3. Korten-Dolanova hipoteza

Proračun sume relativnih oštećenja po Korten-Dolanovoj hipotezi vrši se prema modifikovanoj Velerovoj krivoj. Modifikovana linija polazi iz tačke **W** koja odgovara maksimalnom radnom naponu u spektru opterećenja, a eksponent te linije je:

$$p = k_c \cdot m \quad (4.28)$$

u kojoj **m** predstavlja eksponent Velerove krive, a  $k_c$  je empirijski koeficijent koji zavisi od vrste materijala ( $k_c=0,7 \div 1,0$  za  $\tau_T/\tau_D=1,2 \div 1,5$  ili  $k_c=1,0 \div 1,6$  za  $\tau_T/\tau_D=2 \div 3$ , [9]).



Slika 4.7. Korten-Dolanova hipoteza

Kod ove hipoteze linearno sumiranje oštećenja uzima u obzir sve promjene radnih napona, a lom nastupa kada funkcija interakcije dostigne vrijednost jednaku jedinici  $a_r=1$ .

Broj ciklusa  $N_i$  se računa na osnovu sledeće relacije:

$$N_i = N_1 \cdot \left( \frac{\tau_1}{\tau_i} \right)^p \quad \text{za } \tau_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, j, \dots, k \quad (4.29)$$

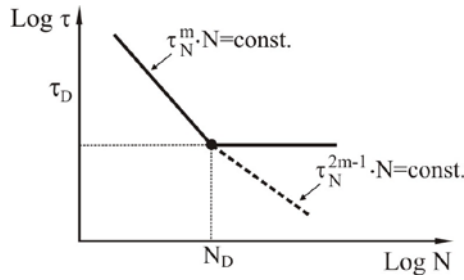
Ukupan broj promjena napona svih nivoa koje element može da izdrži do loma po Korten-Dolanovoj hipotezi je, [9]:

$$N_R = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left( \frac{\tau_i}{\tau_1} \right)^p} \quad (4.30)$$

gdje je  $i=1, \dots, j, \dots, k$  nivo promjene radnih napona u cijelom spektru opterećenja.

#### 4.4.2.4. Hajbahova hipoteza

Hajbahova hipoteza uzima sve promjene radnih napona, dok radne napone ispod trajne dinamičke izdržljivosti uzima prema liniji u Velerovom dijagramu, koja polazi iz tačke sa koordinatama  $(N_D, \tau_D)$ , i sa eksponentom  $(2m-1)$ , slika 4.8.



**Slika 4.8.** Hajbahova hipoteza

Broj ciklusa  $N_i$  se računa na osnovu relacije:

$$N_i = \begin{cases} N_D \cdot \left(\frac{\tau_D}{\tau_i}\right)^m & \text{za } \tau_i \geq \tau_D, i = 1, \dots, j \\ N_D \cdot \left(\frac{\tau_D}{\tau_i}\right)^{2m-1} & \text{za } \tau_i < \tau_D, i = (j+1), \dots, k \end{cases} \quad (4.31)$$

I kod ove hipoteze lom elementa nastupa kada funkcija interakcije dostigne vrijednost jednaku jedinici  $a_r = 1$ .

Ukupan broj promjena napona svih nivoa koje element može da izdrži do loma po Hajbahovoj hipotezi je, [34]:

$$N_R = \frac{N_1}{\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m + \sum_{i=j+1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^{2m-1}} \quad (4.32)$$

gdje je  $i=1, \dots, j$  nivo promjene radnih napona koji je jednak ili veći od trajne dinamičke izdržljivosti  $\tau_i \geq \tau_D$ , a  $i=(j+1), \dots, k$  nivo promjene radnih napona manjih od trajne dinamičke izdržljivosti  $\tau_i < \tau_D$ .

**Tabela 4.1.** Hipoteze o akumulaciji oštećenja

Hipoteza	Funk. interakcije $a_r$	Funkcija oštećenja $A$	Ukupan broj promjena napona $N_R$
Palmgrin-Majnerova	1	$\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m$	$\frac{N_1}{\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m}$
Serensen-Kogajeva	$\frac{\frac{\tau_1}{\tau_D} \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \frac{\tau_i}{\tau_D} - 0,5}{\frac{\tau_1}{\tau_D} - 0,5}$	$\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m$	$a_r \cdot \frac{N_1}{\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m}$
Korten-Dolanova	1	$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^p$	$\frac{N_1}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^p}$
Hajbahova	1	$\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m + \sum_{i=j+1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^{2m-1}$	$\frac{N_1}{\sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^m + \sum_{i=j+1}^k \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left(\frac{\tau_i}{\tau_1}\right)^{2m-1}}$



## 5. PROCJENA RADNOG VIJEKA SISTEMA ZA PRENOS SNAGE DO DOSTIZANJA GRANIČNOG STANJA PO OSNOVU ZAMORA MATERIJALA

Varijacija mehaničkih karakteristika primijenjenih konstrukcionih materijala elemenata sistema za prenos snage sa jedne, i slučajno promjenljivi nivo opterećenja sa druge strane onemogućavaju da se tačno odredi radni vijek elemenata. Zato se vrši procjena njihovog radnog vijeka. Veličina opterećenja zavisi od uslova eksploatacije, [28] i [29], pa se i radni vijek elemenata sistema za prenos snage mijenja u zavisnosti od tih uslova.

### 5.1. Procjena radnog vijeka po osnovu zamorne čvrstoće

Radni vijek elementa izražen ukupnim brojem ciklusa promjena napona svih nivoa koje element može da izdrži (za nekorigovanu Velerovu krivu) je:

$$N_R = \frac{N_D \cdot \tau_D^m}{\tau_{ekv}^m} \quad (5.1)$$

gdje je  $\tau_{ekv}$  ekvivalentni radni napon kojim se zamjenjuju dejstvujući radni naponi svih nivoa.

Ekvivalentni radni naponi su:

- za diskretni spektar, [61]:

$$\tau_{ekv}^m = \frac{1}{a_r} \cdot \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \tau_i^m \quad (5.2)$$

- za neprekidni spektar, [8]:

$$\tau_{ekv}^m = \frac{1}{a_r} \cdot \int_{k \cdot \tau_D}^{\tau_R} \tau_i^m \cdot f(\tau_i) \cdot d\tau_i \quad (5.3)$$

Za elemente sistema za prenos snage kod vozila se radni vijek izražava brojem kilometara pređenog puta.

Ako je  $n_L$  broj ciklusa promjene napona u elementu po kilometru puta vozila, a  $L$  broj kilometara puta koji ono pređe, onda je  $N_R = n_L \cdot L$ , pa se zamjenom u izraz (5.1) dobija:

$$L = \frac{R}{R_1} = \frac{N_D \cdot \tau_D^m}{n_L \cdot \tau_{ekv}^m} \quad (5.4)$$

U prethodnom izrazu  $R$  je ukupna raspoloživa radna sposobnost (resurs) elementa:

$$R = N_D \cdot \tau_D^m \quad (5.5)$$

a  $R_1$  je potrebna radna sposobnost elementa po 1 Km pređenog puta (jedinična radna sposobnost ili jedinični resurs):

$$R_1 = n_L \cdot \tau_{ekv}^m \quad (5.6)$$

Ekvivalentni naponi dati izrazima (5.2) i (5.3) mogu se prikazati u obliku proizvoda proračunskog napona  $\tau_R$  i koeficijenta svodenja  $K_S$  režima promjenjivih cikličnih naprezanja na režimu cikličnog naprezanja koji odgovara odabranoj proračunskoj vučnoj sili.

Na osnovu navedenog, amplituda ekvivalentnog radnog napona za diskretni spektar, data izrazom (5.2), prelazi u oblik:

$$\tau_{ekv}^m = \frac{1}{a_r} \cdot \tau_R^m \cdot \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \left( \frac{\tau_i}{\tau_R} \right)^m = K_S \cdot \tau_R^m \quad (5.7)$$

gdje je:

$$K_S = \frac{1}{a_r} \cdot \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n_\Sigma} \cdot \left( \frac{\tau_i}{\tau_R} \right)^m \quad (5.8)$$

Analogno prethodnom, amplituda ekvivalentnog radnog napona za neprekidni spektar, data izrazom (5.3), prelazi u oblik:

$$\tau_{ekv}^m = \frac{1}{a_r} \cdot \tau_R^m \cdot \frac{\int_{\tau_{min}}^{\tau_R} \tau_i^m \cdot f(\tau_i) \cdot d\tau_i}{\tau_R^m} = K_S \cdot \tau_R^m \quad (5.9)$$

gdje je:

$$K_S = \frac{1}{a_r} \cdot \frac{\int_{\tau_{min}}^{\tau_R} \tau_i^m \cdot f(\tau_i) \cdot d\tau_i}{\tau_R^m} \quad (5.10)$$

Koristeći izraze (5.7) i (5.9) može se izraz (5.4) za broj  $Km$  pređenog puta napisati u obliku:

$$L = \frac{N_D \cdot \tau_D^m}{n_L \cdot K_S \cdot \tau_R^m} = \frac{N_D \cdot \tau_D^m}{n_{L,ekv} \cdot \tau_R^m} \quad (5.11)$$



gdje je  $n_{L,ekv} = n_L \cdot K_S$  ekvivalentni broj ciklusa.

### 5.1.1. Ukupna raspoloživa radna sposobnost

**Ukupna raspoloživa radna sposobnost  $R$** , predstavlja karakteristiku elementa koja se definiše i ugrađuje u element u procesu konstruisanja, ostvaruje u procesu izrade i potvrđuje u procesu ispitivanja odnosno eksploatacije. Parametri ukupne radne sposobnosti ( $N_D$ ,  $\tau_D$ ,  $m$ ) zavise od vrste opterećenja i karakteristika primijenjenog konstrukcionog materijala. Ovi podaci, kao što je u prethodnom tekstu navedeno, utvrđuju se laboratorijskim ispitivanjima epruveta pri oscilatornoj promjeni opterećenja i to pri jednosmjernoj početnoj i simetričnoj naizmjeničnoj promjeni. Odgovarajuće vrijednosti kritičnog napona su  $\tau_{D(0)}$  i  $\tau_{D(-1)}$ , respektivno. Pri proračunu konkretnih elemenata sistema za prenos snage vrijednosti  $\tau_{D(0)}$  i  $\tau_{D(-1)}$  dobijene laboratorijskim ispitivanjem koriguju se preko koeficijenata koncentracije napona, hrapavosti površina, dimenzija elementa, termičke obrade i dr.

Za osnovne elemente prenosnika snage: zupčanike, vratila i ležaje, u tabeli 5.1 date su vrste opterećenja, načini njihove promjene, eksponenti krivih zamora  $m$  i koeficijenti asimetrije  $r$ , [6], [16], [17], [31].

**Tabela 5.1.** Vrste i karakteristike opterećenja elemenata sistema za prenos snage

Element	Vrsta opterećenja	Promjena opterećenja	Eksponent $m$	Koeficijent asimetrije
zupčanik	površ. pritisak zuba	jednosmjerna početna	3	0
	savijanje zuba	jednosmjerna početna	9	0
vratilo	savijanje	naizmjenična simetrična	9	-1
	uvijanje	naizmjenična nesimetrična	2.5÷6	$0 < r < 1$
ležaj	pritisak	jednosmjerna početna	3-za kuglič. 3.33-za valj.	0

**Potrebna radna sposobnost po 1 Km puta  $R_1$**  zavisi od režima i uslova eksploatacije koji su određeni velikim brojem raznorodnih faktora (mase opterećenog vozila, mase vozila koja se preko sistema oslanjanja prenosi na pogonske točkove, srednje brzine kretanja vozila, koeficijenta otpora kretanju, učešću pojedinih vrsta puta u ukupnom

pređenom putu, najniže sopstvene učestanosti torzionih oscilacija prenosnika na bilo kom stepenu prenosa, krutosti sistema oslanjanja i dr.). Parametri radne sposobnosti  $\mathbf{R}_1$  su proračunski napon  $\tau_R$ , koeficijent svođenja  $\mathbf{K}_S$  i broja ciklusa  $\mathbf{n}_L$ .

#### 5.1.1.1. Proračunski napon

Proračunski napon  $\tau_R$  je, analogno specifičnoj vučnoj sili, manji od vrijednosti napona određenih iz mogućnosti motora  $\tau_{R,M}$  i adhezije  $\tau_{R,\varphi}$ , tj.:

$$\tau_R = \min\{\tau_{R,M}; \tau_{R,\varphi}\} \quad (5.12)$$

#### 5.1.1.2. Koeficijent svođenja

Koeficijent svođenja  $\mathbf{K}_S$  saglasno izrazima (5.8) i (5.10) određuje se na osnovu podataka o raspodjeli napona u elementima sistema za prenos snage i predstavlja koeficijent svođenja realnog broja ciklusa na ekvivalentni na nivou proračunskog napona. Uvođenjem koeficijenta  $\mathbf{K}_S$  proračun se znatno uprošćava jer se proračun naprezanja ne radi na svim intervalima već samo na nivou proračunskog opterećenja.

Vrijednosti ekvivalentnih radnih napona izračunavaju se na osnovu krivih specifične vučne sile. Dijapazon promjene opterećenja na krivoj specifične vučne sile razdvaja se na intervale u kojima se opterećenje može smatrati konstantnim, slika 5.1, i za svaki interval se daje njegova učestanost. Na osnovu veličine opterećenja i učestanosti, za svaki interval može biti određeno odgovarajuće naprezanje  $\tau_i$  i broj ciklusa  $\mathbf{n}_i$  njegove promjene u toku ukupnog radnog vijeka elementa.

Na osnovu krive na slici 5.1 može se odrediti koeficijent svođenja  $\mathbf{K}_S$ , a ako se uvedu

oznake  $\alpha_i = \frac{\mathbf{n}_i}{\mathbf{n}_\Sigma}$  i  $\beta_i = \frac{\tau_i}{\tau_R}$  u relaciju (5.8), dobija se:

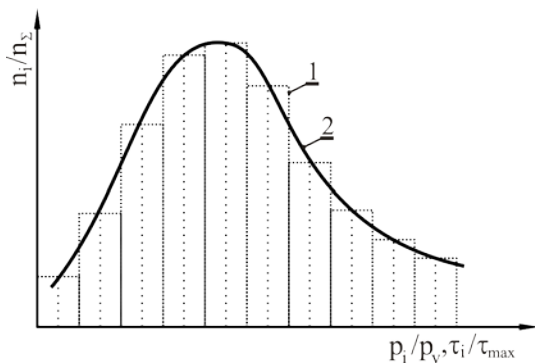
$$\mathbf{K}_S = \sum_{i=1}^j \alpha_i \cdot \beta_i^m \quad (5.13)$$

Koeficijent svođenja  $\mathbf{K}_S$  se može odrediti i na osnovu raspodjele specifične vučne sile. Na osnovu krive raspodjele specifične vučne sile, koeficijent svođenja  $\mathbf{K}_S$  može se napisati u obliku:

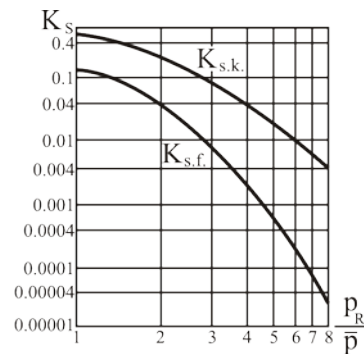
$$K_S = \frac{1}{a_r} \cdot \frac{\int_{p_r}^{p_R} p^m \cdot f(p) \cdot dp}{p_R^m} \quad (5.14)$$

Razlike vrijednosti koeficijenta svođenja  $K_S$  određenog na osnovu napona i na osnovu specifične vučne sile iznose  $\pm 2 \div \pm 25\%$ , [8]. Međutim, s obzirom da opterećenje elemenata prenosnika zavisi u najvećoj mjeri od kvaliteta puta, režima kretanja i eksploatacije vozila, može se uzeti da su navedene vrijednosti koeficijenta svođenja  $K_S$  približno jednake.

Krive raspodjele specifičnih vučnih sila, na osnovu kojih se koeficijent svođenja  $K_S$  najčešće određuje, zadaju se po putu vozila pa se koeficijent svođenja  $K_S$  naziva koeficijent ekvivalentnog puta ili kraće koeficijent puta, [7], [8] i [48]. Može se reći da je koeficijent puta odnos ekvivalentnog prema realnom putu. Ekvivalentnim se naziva put sa proračunskom vučnom silom, za dati stepen prenosa, pri kojem su pojave habanja i zamora elementa jednake kao na realnom putu sa vučnim silama koje se potčinjavaju zadatoj krivoj raspodjele. Vrijednost koeficijenta svođenja  $K_S$  za pojedine vrste napreznaja daje se grafički u zavisnosti od odnosa proračunske  $p_R$  prema srednjoj specifičnoj vučnoj sili  $\bar{p}$ , kako je prema [48], dato na slici 5.2.



**Slika 5.1.** Kriva specifične vučne sile; 1- histogram relativnih učestanosti, 2- funkcija gustine specifične vučne sile (raspodjele napona)



**Slika 5.2.** Zavisnost koeficijenta svođenja  $K_{s,k}$  i  $K_{s,f}$  od odnosa  $\frac{p_R}{\bar{p}}$ , [42];  $K_{s,k}$  – koeficijent svođenja za proračun kontaktnih napona zuba zupčanika,  $K_{s,f}$  – koeficijent svođenja za proračun napona savijanja zuba zupčanika

### 5.1.1.3. Uporedivost radnih i kritičnih napona

Radni i kritični naponi pri izvođenju konkretnih proračuna moraju, radi uporedivosti, imati isti karakter promjene, odnosno stepen asimetrije. Zato je potrebno svođenje radnih ili kritičnih napona na odgovarajući stepen asimetrije.

U pojedinim slučajevima može se postupiti na sledeće načine.

Ako je promjena radnog napona naizmjenično simetrična, onda napon  $\sigma_i$  kao i naponi  $\sigma_R$  i  $\sigma_{ekv}$  predstavljaju amplitude napona, a za kritični napon se uzima  $\sigma_{D(-1)}$ .

Ako je promjena radnog napona jednosmjerna početna, napon  $\sigma_i$  ( $\sigma_R$  i  $\sigma_{ekv}$ ) predstavlja zbir srednjeg napona i amplitude, odnosno dvostruku amplitudu, a kritični napon je  $\sigma_{D(0)}$ .

Ako je promjena radnog napona nesimetrična sa stepenom asimetrije  $r=const.$  i amplitudom  $\sigma_i$  može se odrediti kritični napon sa istim stepenom asimetrije, [14]:

$$\sigma_{rD} = \frac{2 \cdot \sigma_{D(-1)}}{(1-r) + \psi \cdot (1+r)} \quad (5.15)$$

gdje je  $\psi$  koeficijent osjetljivosti materijala na asimetriju ciklusa.

U opštem slučaju kada je promjena radnog napona nesimetrična sa promjenljivom amplitudom i srednjim naponom, obrada zapisa izvodi se primjenom metoda dvoparametarske sistematizacije. Primjenom dvoparametarske sistematizacije formira se korelaciona tablica sa vrijednostima  $\sigma_{max.i}$  i  $\sigma_{min.i}$  pa se određuju amplitude napona svedene na simetrični ciklus, [60]:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{max.i} - \sigma_{min.i}}{2} + \psi \cdot \frac{\sigma_{max.i} + \sigma_{min.i}}{2} = \sigma_i(r_i) + \psi \cdot \sigma_{mi}(r_i) \quad (5.16)$$

gdje je  $\sigma_i(r_i)$  i  $\sigma_{mi}(r_i)$  amplituda i srednji napon pri koeficijentu asimetrije  $r_i$ .

### 5.1.1.4. Broj ciklusa promjene napona

Broj ciklusa promjene napona po 1 Km puta  $n_L$  u datom elementu prenosnika može se odrediti analitički na osnovu konstrukcionih karakteristika vozila i karakteristika puta ili na osnovu oscilograma napona dobijenih ispitivanjem.

Broj ciklusa promjene napona po 1 Km puta  $n_L$  zavisi od funkcionalnih i konstrukcionih karakteristika i vrste naprezanja elementa.

Za zube zupčanika i zupčastih spojnika, kao i za vratila i druge elemente prenosnika opterećene na savijanje, broj ciklusa promjene napona po 1 Km puta  $n_L$  jednak je broju obrtaja tog elementa po 1 Km puta, [8]:

$$n_L = \frac{1000}{2\pi \cdot r_d} \cdot i = n_T \cdot i \left[ \frac{\text{ciklus}}{\text{Km}} \right] \quad (5.17)$$

gdje je  $n_T$  broj obrtaja pogonskog točka, a  $i$  prenosni odnos od pogonskog točka do datog elementa.

Za poluvratila i druge elemente prenosnika, dominantno opterećenje na torziju, broj ciklusa promjene naprezanja po 1 Km puta pri kretanju vozila u  $k$ -tom stepenu prenosa po asfaltu je, [6]:

$$n_{L,a} = \frac{n_k \cdot 3600}{\bar{v}_k} \left[ \frac{\text{ciklusa}}{\text{Km}} \right] \quad (5.18)$$

gdje je  $n_k$  [Hz] najniža sopstvena učestanost prenosnika na  $k$ -tom stepenu prenosa, a  $\bar{v}_k$  [Km/h] srednja brzina vozila na  $k$ -tom stepenu prenosa.

Pri kretanju vozila po zemljanim putevima učestanost oscilovanja torzionog momenta prenosnika određuje se na osnovu učestanosti oscilovanja oslonjenih (ogibljenih) masa  $m$ . Broj ciklusa promjene napona po 1 Km puta u ovom slučaju je, [6]:

$$n_{L,z} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{3600}{\bar{v}} \cdot \sqrt{\frac{c_f}{m}} \left[ \frac{\text{ciklusa}}{\text{Km}} \right] \quad (5.19)$$

pri čemu je  $c_f$  [KN/m] krutost sistema oslanjanja vozila,  $m$  [t] dio mase vozila koji se preko sistema oslanjanja prenosi na pogonske točkove, a  $\bar{v}$  [Km/h] srednja brzina vozila.

Broj ciklusa promjene napona  $n_L$  može se odrediti i primjenom teorije slučajnih funkcija, ako se raspolaže sa oscilogramom napona dobijenog pri ispitivanju vozila.

U ovom slučaju broj ciklusa u jedinici vremena je, [6]:

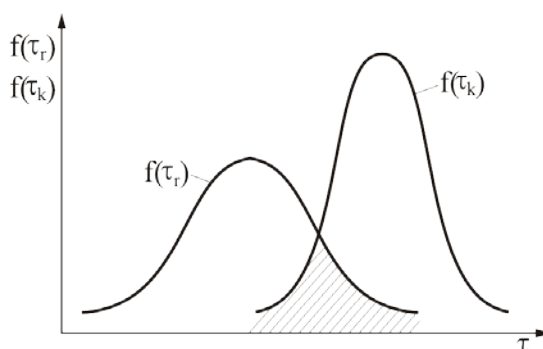
$$n_c = \frac{1}{T_e} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D_{v\tau}}{D_\tau}} \left[ \frac{\text{ciklusa}}{\text{Km}} \right] \quad (5.20)$$

gdje je  $T_e$  efektivni period promjene napona, a  $D_\tau$  i  $D_{v\tau}$  disperzija radnih napona i brzina njene promjene.

Broj ciklusa promjene napona po 1 Km puta  $n_L$  određuje se na osnovu broja ciklusa u jedinici vremena  $n_c$  i srednje brzine vozila  $\bar{v}$ .

## 5.2. Procjena vjerovatnoće otkaza

Procjena vjerovatnoće pojave otkaza, tj. pouzdanosti vrši se neposrednim upoređenjem raspodjele radnih i kritičnih opterećenja (napona). Radna opterećenja zavise od uslova okoline i uslova rada, a kritična opterećenja od materijala, dimenzija i drugih konstruktivnih osobina elementa. Radna i kritična opterećenja su slučajne veličine, a njihove raspodjele se određuju eksperimentalno ili na bazi empirijskih podataka. Upoređenje raspodjele radnih i kritičnih opterećenja, slika 5.3 predstavlja metod proračuna pouzdanosti. Šrafirana površina na slici 5.3, predstavlja mjeru vjerovatnoće da će radno opterećenje biti veće od kritičnog, odnosno da će doći do otkaza. Računski postupak određivanja pouzdanosti zavisi od zakona raspodjele radnih i kritičnih napona, [33].



**Slika 5.3.** Upoređenje raspodjele radnih i kritičnih opterećenja (napona)

Za najjednostavniji slučaj, ako se raspodjele radnih i kritičnih napona pokoravaju normalnom zakonu, respektivno:

$$f(\tau_r) = \frac{1}{S_{\tau_r} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\tau_r - \bar{\tau}_r}{S_{\tau_r}} \right)^2 \right]} \quad (5.21)$$

$$f(\tau_k) = \frac{1}{S_{\tau_k} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\tau_k - \bar{\tau}_k}{S_{\tau_k}} \right)^2 \right]} \quad (5.22)$$

pouzdanost se određuje iz sledeće relacije:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{\frac{\bar{\tau}_k - \bar{\tau}_r}{\sqrt{S_{\tau_k}^2 + S_{\tau_r}^2}}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} \cdot dz \quad (5.23)$$

gdje je  $z$  standardizovana slučajna promjenljiva, čije se vrijednosti daju tablično, u zavisnosti od vrijednosti  $\frac{\bar{\tau}_k - \bar{\tau}_r}{\sqrt{S_{\tau_k}^2 + S_{\tau_r}^2}}$ , gdje su:  $\bar{\tau}_r$  i  $\bar{\tau}_k$  srednje vrijednosti radnih i

kritičnih napona, a  $S_{\tau_r}$  i  $S_{\tau_k}$  standardne devijacije radnih i kritičnih napona.

Ukoliko je raspodjela kritičnih napona zavisna od vremena, onda je ovako određena pouzdanost zavisna od vremena.

Postupak proračuna je složeniji u slučaju kada raspodjela radnih i kritičnih napona ne odgovara normalnom zakonu raspodjele. U ovim slučajevima primjenjuje se metoda "Monte Karlo", koja je primjenjiva za obradu svih oblika raspodjele napona.

U nekim slučajevima za vjerovatnosni proračun nije dovoljno poznavanje krivih raspodjele radnih i kritičnih napona, već i varijacija ovih krivih. Ovo iz razloga što su u opštem slučaju resurs  $\mathbf{R}$  (relacija (5.5)) i jedinični resurs  $\mathbf{R}_1$  (relacija (5.6)) nedeterminističkog karaktera, pa se ove veličine zadaju krivom raspodjele i varijacijama tih krivih.

Na osnovu ovih krivih u vjerovatnosnom proračunu određuje se kriva raspodjele pokazatelja radnog vijeka i njeno srednje kvadratno odstupanje. Prvi korak u vjerovatnosnom proračunu je logaritmovanje izraza (5.4), na osnovu čega se dobija sledeća relacija (pređeni put  $\mathbf{L}$  zamijenjen sa vremenom rada  $\mathbf{T}$ ):

$$\lg T = \lg R - \lg R_1 \quad (5.24)$$

Za slučaj kada se veličine  $\lg R$  i  $\lg R_1$  pokoravaju zakonu normalne raspodjele i veličina  $\lg T$  se pokorava zakonu normalne raspodjele. Srednja vrijednost slučajne veličine  $\overline{\lg T}$  i njeno kvadratno odstupanje  $S_{\lg T}$ , date su u sledećim relacijama:

$$\overline{\lg T} = \overline{\lg R} - \overline{\lg R_1} \quad (5.25)$$

$$S_{\lg T} = \sqrt{S_{\lg R}^2 + S_{\lg R_1}^2} \quad (5.26)$$

Relacije (5.25) i (5.26) omogućavaju da se izračunaju sledeći značajni pokazatelji radnog vijeka elementa:

- vjerovatnoća bezotkaznog rada za planirani radni vijek  $\mathbf{P}(\mathbf{T}_0)$ ,

- minimalni (garantovani) radni vijek  $T_{\min}$ ,
- radni vijek za bilo koju vjerovatnoću bezotkaznog rada, tkz. gama procentni resurs ili gama procentni vijek  $T_{\gamma\%}$ .

Minimalni, odnosno garantovani radni vijek elementa dobija se iz sledeće relacije:

$$\lg T_{\min} = \lg \bar{T} - 3 \cdot S_{\lg T} \quad (5.27)$$

a vjerovatnoća da se ostvari garantovani radni vijek je 99,73%, [6].

Takođe, radni vijek za vjerovatnoću ostvarenja od 95% ili 90% određuje se na osnovu relacija koje slede, respektivno, [6]:

$$\lg T_{95\%} = \lg \bar{T} - 1,96 \cdot S_{\lg T} \quad (5.28)$$

$$\lg T_{90\%} = \lg \bar{T} - 1,282 \cdot S_{\lg T} \quad (5.29)$$

U prethodnom dijelu prikazan je način određivanja pouzdanosti elemenata sistema u zavisnosti od radnih i kritičnih napona, a za slučaj ako treba obezbijediti zahtijevanu pouzdanost kompletnog sistema u određenom životnom periodu i određenim uslovima rada, potrebno je uraditi optimalnu raspodjelu pouzdanosti na elemente sistema još u fazi projektovanja.

### **5.2.1. Obezbjeđenje optimalne raspodjele pouzdanosti**

U postupku projektovanja sistema za prenos snage neophodno je na osnovu zadatih uslova (vrste i namjene vozila) i ponašanja sličnih sistema u vremenu, obezbijediti pouzdanost putem:

- Izboru jednostavnije strukture sistema s obzirom na činjenicu da složenije strukture rezultiraju u povećanoj učestanosti otkaza. Jednostavnije strukture obezbjeđuju lakšu obradu i pouzdaniju montažu sistema.
- Ugradnje komponenti povišenog stepena pouzdanosti. Povećanje pouzdanosti komponenti treba dovesti u sklad sa troškovima i činjenicom da potpuno pouzdanih komponenti nema.
- Postavljanje paralelnih veza u sistemu koje obezbjeđuju rad sistema za slučaj otkaza osnovne veze. Povećanje pouzdanosti putem uvođenja paralelnih veza u području sistema za prenos snage, zbog visokih investicionih troškova i ograničenog prostora je rijedak slučaj.



Da bi se obezbijedila zahtijevana pouzdanost, potrebno je odrediti potreban nivo pouzdanosti elemenata sistema (podsistema, sklopova, podsklopova i elemenata) tako da sistem kao cjelina, s obzirom na karakter veza među elementima i predviđene uslove eksploatacije, ostvari željenu (zadatu) pouzdanost u prethodno definisanom radnom vijeku. Za rešavanje zadatka na raspolaganju su metode "razdjeljivanja" (alokacije) pouzdanosti, zasnovane na određenim tehničkim, ekonomskim i tehno-ekonomskim kriterijumima sistema.

Postupak obezbjeđenja projektne pouzdanosti sistema za prenos snage je sledeći:

- definisanje strukture sistema za prenos snage kod vozila,
- na osnovu zahtijevanog stepena pouzdanosti sistema, određivanje potrebne pouzdanosti za svaki sklop, podsklop i element (korišćenjem neke od metoda: podjednake raspodjele, raspodjele prema značajnosti (AGREE), metoda raspodjele na osnovu podataka vremenskih slika stanja sličnih sistema (ARINC) i EFTES postupak raspodjele),
- analiza alokacije pouzdanosti s obzirom na moguće realne uslove ostvarivanja,
- u slučaju da potrebnu pouzdanost nije moguće obezbijediti, potrebno je: promjeniti strukturu (alternativna rešenja, paralelne veze i sl.), promjeniti izračunate vrijednosti potrebne pouzdanosti pojedinačnih elemenata – realokacija pouzdanosti, predvidjeti posebne uslove održavanja,
- prethodni postupak ponavljati sve dok se ne postigne tražena pouzdanost.

#### **5.2.1.1. Određivanje potrebne pouzdanosti elemenata sistema za prenos snage**

Kao što je rečeno, na određene pouzdanosti sistema za prenos snage određuje se potrebna pouzdanost elementa primjenom sistemskih metoda alokacije pouzdanosti. Najčešće metode alokacije pouzdanosti prikazane su u tekstu koji slijedi, [73], [21].

##### **5.2.1.1.1. Metoda podjednake raspodjele**

Zasnovana je na dodjeli podjednake pouzdanosti svakom elementu sistema:

$$P_1(t) = P_2(t) = \dots = P_n(t) \quad (5.30)$$

a pouzdanost sistema je:

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) = P_i^n(t) \quad (5.31)$$

gdje je  $P_S(t)$  alocirana pouzdanost sistema,  $P_i(t)$  alocirana pouzdanost  $i$ -tog elementa,  $n$  broj elemenata i  $t$  predviđen broj stati rada.

Ukoliko se pouzdanost svakog elementa može izraziti u obliku  $P_i(t) = e^{-\lambda_i \cdot t}$  što se odnosi na period kada je  $\lambda = \text{const.}$ , tj. na period normalne upotrebe, relacija (5.31) se svodi na:

$$e^{(-\lambda_s \cdot t)} = e^{(-\lambda_1 \cdot t)} + e^{(-\lambda_2 \cdot t)} + \dots + e^{(-\lambda_n \cdot t)} \quad (5.32)$$

odavde sledi:

$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n \quad (5.33)$$

gdje je  $\lambda_i$  intenzitet otkaza ( $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n$ , kod ove raspodjele)

#### 5.2.1.1.2. ARINC metoda

Naziv ove metode potiče od skraćenice za Aeronautičku radio-korporaciju (Aeronautical Radio, Inc), a razvijena je u istraživačkom sektoru ove korporacije još početkom 60-tih godina prošlog vijeka, [72].

Na osnovu relacije (5.33), raspodjela potrebne pouzdanosti na pojedine elemente vrši se srazmjerno statističkoj težini odgovarajućih usvojenih vrijednosti intenziteta otkaza, preko faktora:

$$\omega_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (5.34)$$

pri čemu mora biti zadovoljen uslov:

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \quad (5.35)$$

Maksimalno dopustiva vrijednost intenziteta otkaza  $i$ -tog elementa sistema (pod uslovom da se zadovolji zatado  $P_S$ ) jednaka je:

$$\lambda_i^* = \omega_i \cdot \lambda_s \quad (5.36)$$

pa je pouzdanost  $i$ -tog elementa:

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i^* t} \quad (5.37)$$

### 5.2.1.1.3. AGREE metoda

Ova metoda alokacije nosi naziv po skraćenici koja se odnosi na tkz. savjetodavnu grupu za pouzdanost elektronske opreme (Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment), koja je razvila ovu metodu još 1957. godine, [72].

Potrebno je najprije odrediti relativni značaj svakog elementa, polazeći od njegovog uticaja na ispravan rad sistema. Relativni značaj elementa uzima se u obzir faktorom značajnosti  $E_i$ . Pored ovoga, metoda uzima u obzir i kompleksnost elemenata (preko broja njegovih sastavnih dijelova  $n_i$ , odnosno preko ukupnog broja dijelova sistema  $N$ ). Pouzdanost  $i$ -tog elementa određuje se kao:

$$P_i(t) = 1 - \frac{1 - [P_S(t)]^{\frac{n_i}{N}}}{E_i} \quad (5.38)$$

### 5.2.1.1.4. EFTES metoda

Ovu metodu alokacije pouzdanosti razvili su autori knjige [73] sa željom da se pri obavljanju važnih operacija u procesu projekovanja pouzdanosti u što većem stepenu uvažavaju stvarni zahtjevi sistema i njegovih osobina.

Zasnovan je na procjeni relativnih odnosa intenziteta otkaza sastavnih dijelova u odnosu na najslabiji element sistema, preko koeficijenta srazmjernosti  $K_i$ . Uz to je za svaki element potrebno odrediti stepen uslovljenosti (značajnosti)  $E_i$ , vodeći računa o karakteristikama sistema. Alocirana pouzdanost data je u obliku:

$$P_i(t) = e^{-\left[ \frac{K_i}{E_i} \ln(P_S(t)) \frac{E_i}{\sum_{i=1}^n K_i} \right]} \quad (5.39)$$

Prednost ove metode je u mogućnosti njene primjene na sisteme kod kojih pouzdanost teško može da se izrazi preko intenziteta otkaza (rakete i drugi sistemi jednokratne upotrebe).

## 6. PROMJENA STANJA ELEMENATA I SISTEMA ZA PRENOS SNAGE I UTICAJ NA TEHNIČKE I EKONOMSKE POKAZATELJE

### 6.1. Način definisanja stanja i vrste promjene stanja

Pri proučavanju pouzdanosti sistema za prenos snage kod vozila, postavlja se pitanje, koji su uzroci koji dovode do pojave otkaza, kao i koji su uzroci koji dovode do samog procesa nastanka otkaza.

Vrijeme rada sistema od početka eksploatacije do otkaza ili vrijeme rada nakon remonta do stanja u otkazu predstavlja tehnički resurs. Zato, resurs i životni vijek su glavni pokazatelji dugovječnosti vozila.

Promjene parametara stanja elemenata i parametara funkcionisanja sistema za prenos snage nastaju najčešće usled različitih oštećenja u vidu deformacija ili loma elementa. Zavisno od stepena ovih promjena, sistem za prenos snage može biti radno sposoban ili izgubiti radnu sposobnost.

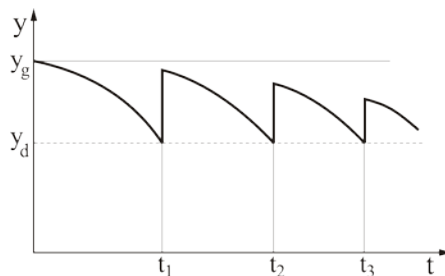
Opis stanja elemenata i sistema prenosa snage može biti: analitički, tablični i grafički.

Analitički opis stanja sistema predstavlja matematički model njegovog stanja. Ovaj model predstavlja zavisnost parametara, koji određuju stanje sistema, od niza argumenata (promjenljivih)  $\mathbf{x}$  i  $\mathbf{y}$ . U opštem slučaju, promjene stanja sistema u vremenu, mogu se zapisati u obliku  $\mathbf{y}(\tau) = \varphi\{x_1(\tau), x_2(\tau), \dots, x_n(\tau)\}$ , gdje je  $\mathbf{y}(\tau)$  funkcija ponašanja (stanja) sistema.

Ako dio promjenljivih u određenom intervalu vremena ne mijenja svoju vrijednost, onda su to parametri  $\alpha$  sistema. U ovom slučaju funkcija  $\mathbf{y}(\tau)$  ima oblik  $\mathbf{y}(\tau) = \varphi\{x_1(\tau), x_2(\tau), \dots, x_n(\tau), \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$ .

Početno i granično stanje sistema definišu početni i granični uslovi. Početni uslovi se opisuju kao  $\mathbf{y}_{t=0} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$ , a granični uslovi  $\mathbf{y}_d \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{y}_g$  za  $0 \leq \tau \leq \tau_g$ , gdje su  $\mathbf{y}_d$  i  $\mathbf{y}_g$  donja i gornja granična vrijednost  $\mathbf{y}$ .

Tablični opis se koristi kada se ne može analitički opisati (matematičkim relacijama) stanje elemenata i sistema, zbog nedostatka pojedinih informacija, i zbog praktičnije upotrebe. Tipičan primjer grafičkog opisa promjene stanja mašine je zavisnost radne sposobnosti tokom eksploatacije, slika 6.1. Na grafiku se uočava gubitak radne sposobnosti nakon određenog vremena eksploatacije ( $t_1, t_2, \dots$ ) i uspostavljanje radne sposobnosti nakon remontovanja, dok je radni prostor sistema ograničen pokazateljima radne sposobnosti stanja sistema.



**Slika 6.1.** Dijagram promjene radne sposobnosti mašine tokom eksploatacije, [74];  $y_d$  i  $y_g$  granične vrijednosti pokazatelja radne sposobnosti

U toku eksploatacije mašine, naponi u elementima sistema za prenos snage imaju najčešće promjenljiv karakter. Dugotrajnim djelovanjem promjenljivih napona, i u slučajevima kada su maksimalne vrijednosti ovih napona ispod granice statičke čvrstoće, dolazi do loma elemenata. Glavni uzrok ovog razaranja, kao što je u prethodnom dijelu teksta naglašeno, je zamor materijala. Smatra se da u preko 80% lomova mašinskih konstrukcija, zamor materijala ima odlučujuću ulogu.

Zamorno razaranje je dugotrajan proces, koji najčešće počinje na tzv. slabim mjestima u materijalu. Ovaj proces se može vremenom podijeliti na fazu nastajanja inicijalne zamorne pukotine, fazu širenja zamorne pukotine i fazu konačnog završetka razaranja. Poznavanjem karakteristika zamornog procesa, odnosno brzine širenja zamorne pukotine, može se predvidjeti vrijeme nastajanja otkaza, tako da se može reći da zamor karakteriše stanje mašinskog dijela i može se koristiti kao dijagnostički parametar.

Druga vrsta razaranja, koja karakteriše tehničko stanje spregnutih elemenata i koja se može koristiti u svojstvu dijagnostičkog parametra je habanje.

Dakle, stanje elemenata sistema za prenos snage mijenja se tokom eksploatacije usled habanja (istrošenja) kontaktnih površina spregnutih elemenata i deformacije elemenata.

Habanje predstavlja proces postepene izmjene dimenzija i oblika spregnutih elemenata, kada pri njihovom uzajamnom kretanju dolazi do pojave trenja između njihovih površina. Na proces habanja bitno utiče stanje i oblik površina trenja, brzina kretanja i opterećenje spregnutih elemenata, kao i niz drugih faktora.

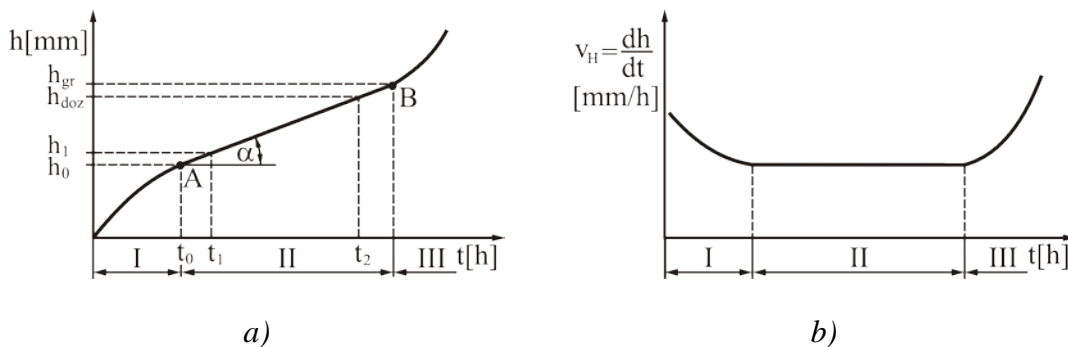
U slučaju prekomjernog istrošenja usled habanja javlja se neispravnost, koja odgovara slabljenju materijala, a ne pojavi preopterećenja.

Osnovni pokazatelji procesa habanja su:

- promjena dimenzije elemenata (veličine habanja) u procesu upravnom na površinu trenja- linearno habanje  $h$ , slika 6.2a,
- promjena brzine habanja  $v_H = dh/dt$ , slika 6.2b.

U procesu habanja postoje tri perioda (slika 6.2):

- period uhodavanja (**I**); habanje se odvija velikom brzinom; dužina trajanja ovog perioda određena je kvalitetom površine i režimom rada, a brzina habanja  $v_H$  ima tendenciju opadanja,
- period normalnog rada (**II**); posle perioda uhodavanja nastupa period ustaljenog habanja, tj. normalnog rada; brzina habanja  $v_H$  u ovom periodu ima malu vrijednost i približno je konstantna,
- period havarijskog habanja (**III**); u ovom periodu dolazi do porasta dinamičkih opterećenja i nedozvoljenih oštećenja, pa se brzina habanja  $v_H$  povećava; u ovom periodu potrebno je na vrijeme zamijeniti pohabane elemente, da nebi došlo do njihovog loma.



**Slika 6.2.** Proces habanja [39]; a) promjena veličine habanja u vremenu, b) promjena brzine u vremenu

Recipročna vrijednost brzine habanja je otpornost na habanje.

Pri radu tarućih površina elemenata sistema za prenos snage, u zavisnosti od uslova njihovog rada, javlja se niz uzajamnih procesa: mikroerozije, plastične deformacije, lokalne promjene temperature, molekularnog međudejstva i dr. Pri ovome nastaju različiti vidovi habanja: abrazivno, zamorno, korozivno-mehaničko i dr.

## **6.2. Prognoziranje habanja elemenata i nastanak zazora**

Prognoziranje habanja elemenata sistema za prenos snage počinje još u fazi konstruisanja, a sastoji se od ocjene intenziteta habanja i vijeka trajanja elemenata. Prognoza se dalje nastavlja u eksploataciji, a rezultati prognoze se koriste za određivanje periodičnosti sprovođenja i karaktera upravljačkih aktivnosti u procesu održavanja.

Prognoziranje habanja elemenata za određeni period vremena ima veoma veliki značaj za obezbjeđenje pouzdanosti i povećanje efektivnosti eksploatacije sistema za prenos snage kod vozila.

Razlikuju se tri etape prognoze habanja, [74]:

- retrospekcija,
- dijagnostika,
- prognoza.

Retrospekcija se sastoji u ispitivanju dinamike procesa koji se prognozira i određuje se zakonitost promjene parametara stanja elemenata.

Dijagnostikom se postavljaju granice promjene parametara stanja elemenata, razrađuju se ili biraju metode i sredstva mjerenja, mjere parametri tehničkog stanja, biraju metode prognoze, a takođe i način ocjene prognoze pouzdanosti.

Prognoza obuhvata prognoziranje promjene parametara stanja elemenata, i vrši se analiza parametara stanja elemenata na tehničko stanje (nivo pouzdanosti) sistema za prenos snage, odnosno vozila.

Dakle, retrospekcija je usmjerena na prošlost, dijagnostika na sadašnjost, a prognoza na budućnost, pri čemu prognoza budućnosti utiče na odluku u sadašnjosti. Iz ovog proizilazi mogućnost korišćenja rezultata prognoze procesa habanja za upravljanje pouzdanošću sistema za prenos snage, tj. vozila. U eksploataciji upravljanje pouzdanošću sistema za prenos snage može biti ostavreno putem uvođenja tehničkih

uslova za tehnološke operacije, koje se moraju poštovati prilikom korišćenja i remonta vozila.

U zavisnosti od procedure prognoziranja habanja, razlikuje se:

- statičko prognoziranje (po podacima o stepenu rasijavanja habanja u određenom, tj. kontrolisanom periodu vremena),
- prognoziranje po realizaciji (po rezultatima ispitivanja jednog ili nekoliko elemenata na habanje pri stacionarnim procesima koji imaju svojstvo ergodičnosti),
- računске metode (analitičkim izrazima koji opisuju proces habanja),
- kombinovanim metodama (prognoziranje po realizaciji uzimajući u obzir statističke karakteristike, proračun habanja na osnovu eksperimentalnih zavisnosti itd.).

Posledica habanja je pojava zazora (mrtvog hoda) u spregnutim elementima, koja predstavlja nelinearnost sa zonom neosjetljivosti i linearnim djelovima.

Pravilno određivanje granične veličine spregnutig elemenata i zazora između njih, veoma je važno za obezbeđenje efektivog korišćenja vozila, kao i njihovog racionalnog tehničkog opsluživanja i zamjene pohabanih elemenata.

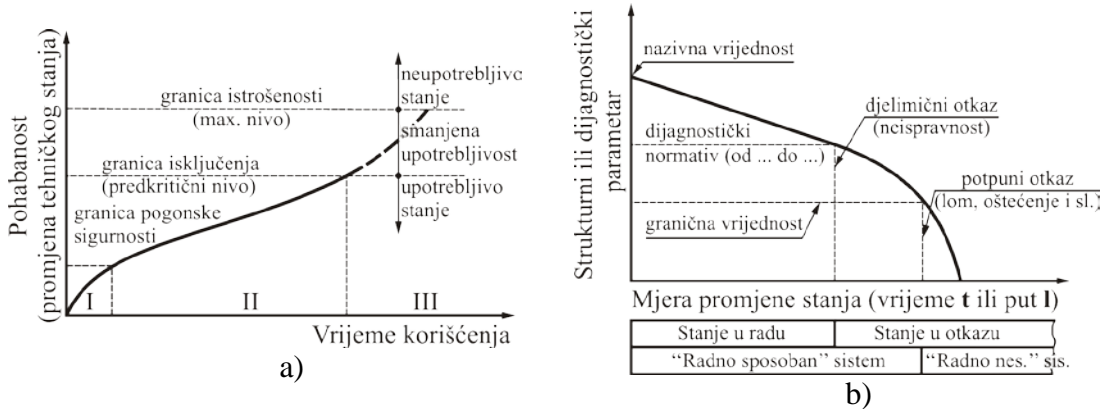
Dakle, radni vijek elemenata ne zavisi samo od brzine habanja već i od granične vrijednosti habanja  $h_{gr}$ .

Uzimajući zazor kao pokazatelj stanja, granično stanje nastaje pri dostizanju granične vrijednosti habanja  $h_{gr}$ , odnosno granične vrijednosti zazora  $\varphi_{z,gr}$ . Granično habanje  $h_{gr}$  prema toku krive habanja, slika 6.2a, određeno je tačkom **B** koja dijeli period normalnog i havarijskog habanja.

Pod graničnim habanjem po kriterijumu čvrstoće podrazumijeva se vrijednost habanja pri kojoj element može da se razori zbog smanjenog presjeka, pojave (razvitka) koncentracije naprezanja koja se javljaju u procesu habanja, a takođe povećanja dinamičkih opterećenja.

Granične vrijednosti parametara stanja (dijagnostičkog parametra), odnosno istrošenosti elemenata prikazane su na slici 6.3.





**Slika 6.3.** a) Dijagram promjene tehničkog stanja usled istrošenosti [1]. I – zona početne dijagnostike stanja i period uhodavanja, II – zona održavanja prema stanju, III – zona intenzivne promjene tehničkog stanja. b) Stanje strukturnog parametra [13]

### 6.3. Uticaj zazora na radni učinak i energetska efikasnost

Usled habanja povećava se zazor, a smanjuje se radna sposobnost vozila, tj. radni učinak i energetska efikasnost. Promjene radnog učinka i energetske efikasnosti su tehno-ekonomski pokazatelji promjene stanja vozila.

Ovaj uticaj ilustruju sledeći primjeri.

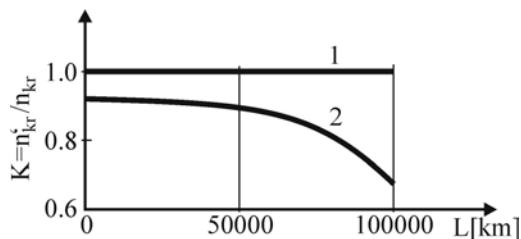
Sa povećanjem zazora u klipnom sklopu smanjuje se stepen korisnog dejstva motora SUS tokom eksploatacije.

Usled prisutstva zazora u ožljebljenoj vezi kardanskog vratila smanjuje se kritični broj obrtaja vratila. Stvarna vrijednost kritičnog broja obrtaja kardanskog vratila  $n'_{kr}$  manja je od računске  $n_{kr}$  usled nedovoljne čvrstoće oslonaca, nedovoljne izbalansiranosti vratila i netačnosti ožljebljenih spojeva. Zbog prethodnog uvodi se odgovarajući korektivni koeficijent  $K$ , koji je za novo nepohabano kardansko vratilo  $K=0,9\div 0,95$ . Uzevši u obzir ovaj koeficijent stvarna vrijednost kritičnog broja obrtaja kardanskog vratila je:

$$n'_{kr} = K \cdot n_{kr} \quad (6.1)$$

Zavisno od pohabanosti spojeva vratila, koeficijent  $K$  se smanjuje, slika 6.4, [6].

Pri zazoru od 3 [mm] u zglobu radnog uređaja bagera smanjuje se njegova proizvodnost za 13% [74].



Slika 6.4. Promjena kritičnog broja obrtaja kardanskog vratila, [6]

#### 6.4. Uticaj zazora na opterećenje elemenata

Sistem za prenos snage kod vozila, pri postojanju zazora u vezama elemenata predstavlja složeni elastoinercijalni nelinearni sistem sa torzionim opterećenjem.

Prema [49] za elemente prenosioca snage vozila MAZ 503A, optimalne (granične) vrijednosti kružnih zazora u gradima iznose: za prvi stepen prenosa  $1,30 \div 1,45$ , za drugi stepen prenosa  $2,80 \div 3,05$ , za treći stepen prenosa  $4,10 \div 4,25$ , za četvrti stepen prenosa  $4,80 \div 5,00$ , za peti stepen prenosa  $6,00 \div 6,20$ , hod nazad  $1,65 \div 1,85$  i za zadnji most  $35,60 \div 36,10$ .

Ukupan zazor u sistemu za prenos snage kod vozila podijeljen je na više mjesta kinematskog lanca, i to u zupčastim parovima, spojnicama, zglobnim vratilima i drugim vezama elemenata. Tokom eksploatacije vozila, usled habanja povećava se zazor u sistemu prenosioca snage. Povećanjem zazora, svako pokretanje, promjena brzine i kočenje elemenata sistema za prenos snage, a naročito kada nema njegovog prethodnog opterećenja, prouzrokuje udarna naprezanja u elementima sistema za prenos snage. Pri postojanju zazora dinamička opterećenja elemenata se znatno povećavaju i mogu dostići vrijednosti koje nekoliko puta prevazilaze statička opterećenja od sila otpora.

Posebno je izražen uticaj zazora na dinamičko opterećenje elemenata sistema za prenos snage u uslovima pojave impulsnih opterećenja.

Uticaj zazora i zamor materijala smanjuju pouzdanost i radni vijek elemenata sistema prenosa snage.

Za određivanje opterećenja elemenata prenosioca, pri prisustvu zazora u pojedinim vezama elemenata, potrebno je postaviti matematički model torzionih oscilacija prenosioca kao nelinearnog sistema.

U zavisnosti od stepena uprošćenja, prenosnik se može predstaviti modelom sa dvije ili više masa, sa jednom ili više nelinearnosti tipa zone neosjetljivosti koja predstavlja zazor.

Analitičko određivanje opterećenja elemenata prenosnika u nelinearnom modelu za više masa i više nelinearnosti je veoma komplikovano. Zato u ovim slučajevima primjenjuje se simulacija na računaru.

Pri postojanju zazora u vezama elemenata u pojedinim fazama kretanja masa nastaje prekid kinematskog lanca a nakon toga sudar masa koji proizvodi dopunska opterećenja. Pri određivanju dinamičkih opterećenja elemenata sistema za prenos snage osnovni zadatak je formiranje matematičkog modela dinamičkog ponašanja sistema za prenos snage.

Međutim, za proučavanje dinamičkog ponašanja sistema za prenos snage može se koristiti i elastoinercijalni torzioni model sa dvije mase. Ovaj model omogućava dobijanje rešenja u zatvorenom obliku, što je posebno pogodno za analizu rešenja. Pri tom, kvalitet rešenja je prihvatljivog nivoa.

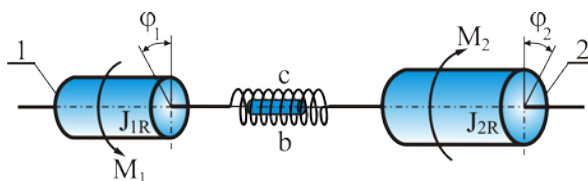
Kod modela sa dvije mase redukcija masa se vrši ispred i iza referentne elastične veze, za koju se traži vrijednost opterećenja. Pri tom, prva masa se uzima pogonska, a druga gonjena. Između ovih masa je elastična veza.

Elastoinercijalni torzioni modeli sa dvije mase koriste se za proučavanje dinamičkog ponašanja i opterećenja prenosnika različitih mašina i uređaja.

Kod dizalica ovaj model se koristi za opis i izučavanje dinamike mehanizma za dizanje tereta i mehanizma horizontalnog kretanja dizalice, odnosno kolica, [54], [63].

Kod vozila, za određivanje maksimalnih dinamičkih opterećenja elemenata sistema za prenos snage koriste se različiti elastoinercijalni torzioni modeli sa dvije mase [48], [7], [2].

Opšti elastoinercijalni torzioni model sa dvije mase dat je na slici 6.5, [10].



Slika 6.5. Elastoinercijalni torzioni model sa dvije mase

Oznake na slici 6.5 imaju sledeća značenja: **1**-pogonska masa, **2**-gonjena masa,  $\mathbf{J}_{1R}$  redukovani moment inercije masa pogonskog dijela sistema,  $\mathbf{J}_{2R}$  redukovani moment inercije masa gonjenog dijela sistema,  $\mathbf{M}_1$  pogonski moment,  $\mathbf{M}_2$  moment otpora koji može biti konstantan ili promjenljiv (u zavisnosti od položaja sistema, vremena ili brzine),  $\mathbf{b}$  prigušenje i  $\mathbf{c}$  redukovana krutost elastičnih elemenata sistema.

Diferencijalne jednačine kretanja ovog sistema u fazi pokretanja (zalijetanja) su:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1 + \mathbf{b}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \mathbf{c}(\varphi_1 - \varphi_2) &= \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{J}_{2R} \cdot \ddot{\varphi}_2 - \mathbf{b}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - \mathbf{c}(\varphi_1 - \varphi_2) &= -\mathbf{M}_2 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Na osnovu jednačina (6.2), zanemarujući prigušenje ( $\mathbf{b}=0$ ), pri nultim početnim uslovima moment u elastičnoj vezi dat je izrazom, [10]:

$$\mathbf{M}_C(t) = \mathbf{M}_{C0} \cdot (1 - \cos(p \cdot t)) \quad (6.3)$$

gdje su:

$$\mathbf{M}_{C0} = \frac{\mathbf{J}_{1R} \cdot \mathbf{M}_2 + \mathbf{J}_{2R} \cdot \mathbf{M}_1}{\mathbf{J}_{1R} + \mathbf{J}_{2R}} \text{ konstantna komponenta momenta,}$$

$$p = \sqrt{\frac{\mathbf{c} \cdot (\mathbf{J}_{1R} + \mathbf{J}_{2R})}{\mathbf{J}_{1R} \cdot \mathbf{J}_{2R}}} \text{ kružna učestanost sopstvenih oscilacija dvomasenog sistema.}$$

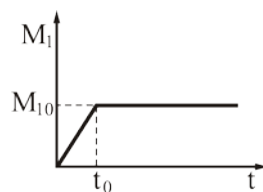
Period sopstvenih oscilacija je:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{p} \quad (6.4)$$

Iz jednačine (6.3) proizilazi da maksimalna vrijednost dinamičkog momenta u elastičnoj vezi može dostići dvostruku vrijednost statičkih i inercijalnih opterećenja.

U stvarnosti, promjena pogonskog momenta  $\mathbf{M}_1$  i momenta otpora  $\mathbf{M}_2$  ne dešava se trenutno već u određenom vremenu  $\mathbf{t}_0$ .

U opštem slučaju, linearni porast momenta  $\mathbf{M}_1$  u vremenu  $\mathbf{t}_0$  prikazan je na slici 6.6, što se može opisati na sledeći način:



$$\mathbf{M}_1(t) = \begin{cases} \mathbf{M}_{10} \cdot \frac{t}{t_0}, & 0 \leq t < t_0 \\ \mathbf{M}_{10}, & t \geq t_0 \end{cases} \quad (6.5)$$

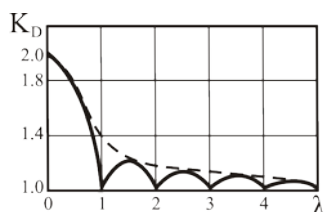
**Slika 6.6.** Dijagram porasta pogonskog momenta

Vrijednost dinamičkog opterećenja u elastičnoj vezi zavisi od brzine porasta pogonskog momenta i oscilatornih karakteristika sistema, što se izražava preko koeficijenta opterećenja  $\lambda = t_0/T$ .

Povećanje dinamičkih opterećenja u elastičnoj vezi, slika 6.5, izražava se koeficijentom dinamičnosti [44]:

$$K_D = 1 + \frac{\sin(\pi \cdot \lambda)}{\pi \cdot \lambda} \quad (6.6)$$

Dijagram promjene koeficijenta dinamičnosti u zavisnosti od parametara opterećenja dat je na slici 6.7, [44].



**Slika 6.7.** Dijagram promjene koeficijenta dinamičnosti

Za koeficijent opterećenja  $\lambda > 0.5$  koeficijent dinamičnosti je:

$$K_D = 1 + \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \quad (6.7)$$

što je na slici 6.7 prikazano isprekidanom linijom.

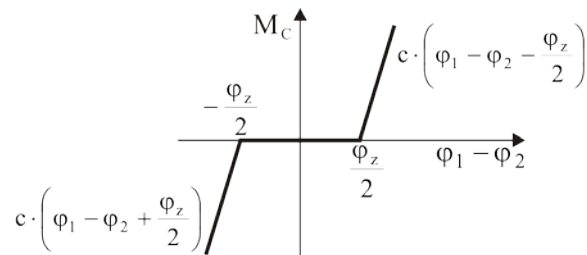
Pri trenutnom porastu pogonskog momenta  $M_1$ , koeficijent dinamičnosti je  $K_D=2$ .

Tačnija analiza opterećenja elemenata prenosnika snage dobija se na osnovu nelinearnih modela koji uključuju i prisustvo zazora u zupčastim parovima, spojnicama, zglobnim vratilima i drugim vezama elemenata.

Zazor u sistemu za prenos snage predstavlja nelinearnost tipa zone neosjetljivosti sa linearnim djelovima. Zona neosjetljivosti je "mrtva" zona, odnosno prazan hod u mehanizmu.

Pri postojanju zazora u vezama elemenata u pojedinim fazama kretanja masa nastaje prekid kinematskog lanca, a nakon toga sudar masa. Usled toga dinamička opterećenja elemenata se znatno povećavaju i mogu dostići vrijednosti koje nekoliko puta prevazilaze statička opterećenja od sila otpora.

Nelinearna karakteristika zazora sa zonom neosjetljivosti prikazana je na slici 6.8, [63].

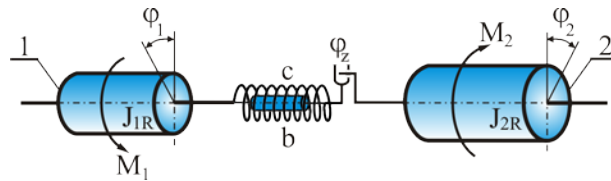


**Slika 6.8.** Nelinearna karakteristika zazora

Moment uvijanja u elastičnoj vezi sa zazorom je:

$$M_C = \begin{cases} c \cdot \left( \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\varphi_z}{2} \right), & \frac{\varphi_z}{2} \leq \varphi_1 - \varphi_2 \\ 0, & -\frac{\varphi_z}{2} \leq \varphi_1 - \varphi_2 \leq \frac{\varphi_z}{2} \\ c \cdot \left( \varphi_1 - \varphi_2 + \frac{\varphi_z}{2} \right), & \varphi_1 - \varphi_2 \leq -\frac{\varphi_z}{2} \end{cases} \quad (6.8)$$

Elastoinercijani torzioni model sa dvije mase i zazorom prikazan je na slici 6.9.



**Slika 6.9.** Elastoinercijani torzioni model sa dvije mase i zazorom

Kretanje masa kroz zazor može se podijeliti u više faza. U radu autora [11] ovo kretanje je podijeljeno u pet faza. Može se primjeniti i uprošćeni prilaz kod kojeg se samo u periodu ubrzavanja, pri potpuno rasterećenoj elastičnoj vezi, posmatra prolaz pogonske mase kroz zazor, a zatim zajedno kretanje obje mase. Pri tom se kretanje masa kroz zazor u periodu usporavanja i smirivanja sistema ne razmatra.

U oba navedena prilaza dobija se ista vrijednost maksimalnog momenta u elastičnoj vezi masa.

Uprošćeni prilaz polazi od sledećih jednačina kretanja masa sistema prikazanog na slici 6.9, [10]:

$$\begin{aligned} J_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1 + b(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + M_C &= M_1 \\ J_{2R} \cdot \ddot{\varphi}_2 - b(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - M_C &= -M_2 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Jednačine (6.9) predstavljaju osnovu za simulaciju dinamičkog ponašanja sistema prikazanog na slici 6.9.

Uticaj zazor na opterećenje elastične veze može se uzeti i preko početnih uslova pri rešavanju jednačina (6.2).

Polazeći od jednačine (6.2) pri nultim početnim uslovima:  $t = 0$ ,  $M_C = 0$ ,  $\frac{dM_C}{dt} = c \cdot \omega_0$ , ako se zanemari prigušenje ( $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ ), dobija se moment koji za vrijeme puštanja pogona djeluje na elastičnu vezu [44]:

$$M_C(t) = M_{C0} \cdot (1 - \cos(p \cdot t)) + \frac{\omega_0 \cdot c}{p} \cdot \sin(p \cdot t) \quad (6.10)$$

U izrazu (6.10) drugi član potiče od sudara masa pri prolasku kroz zazor.

Ugaona brzina masa koje se sudaraju je:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot M_1 \cdot \varphi_z}{J_1}} \quad (6.11)$$

U slučaju postojanja zazora koeficijent dinamičnosti je dat izrazom, [44]:

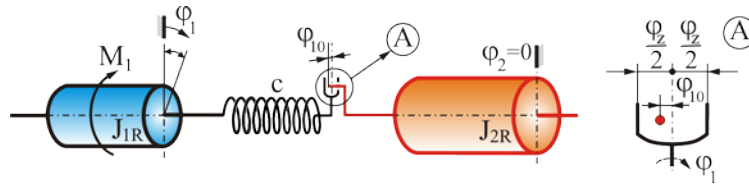
$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 \cdot c}{M_{C0} \cdot p}\right)^2} \quad (6.12)$$

Izraz (6.12) pokazuje da je pri konstantnom spoljašnjem opterećenju  $K_D > 2$  za vrijednost koja potiče od udara u zazoru.

#### 6.4.1. Analiza kretanja masa kroz zazor

U radu autora [11] kretanje masa sa zazorom u elastičnoj vezi podijeljeno je u pet faza.

**Prva faza** ( $0 \leq t \leq t_1$ ): U početnom trenutku obje mase su nepokretne, a elastična veza između ove dvije mase nije opterećena. Pod dejstvom pogonskog momenta  $M_1$  masa pogonskog dijela sistema počinje da se kreće i ubrzava, prolazeći kroz zonu zazora  $-\frac{\varphi_z}{2} < \varphi_{10} < \frac{\varphi_z}{2}$ , dok je gonjena masa i dalje nepokretna, slika 6.10. U ovom slučaju kretanje pogonskog dijela sistema je nezavisno od gonjene mase, s obzirom da ne postoji elastična veza između njih.



**Slika 6.10.** Početno stanje pri prolasku mase pogonskog dijela sistema kroz zazor

Jednačina koja opisuje kretanje pogonske mase u ovoj fazi je:

$$J_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1(t) = M_1 \quad (6.13)$$

Početni uslovi za ovu fazu su:

$$\varphi_1(0) = \varphi_{10}; \dot{\varphi}_1(0) = 0 \quad -\frac{\varphi_z}{2} \leq \varphi_{10} \leq \frac{\varphi_z}{2}; \quad \varphi_2(0) = 0; \dot{\varphi}_2(0) = 0 \quad (6.14)$$

Za početne uslove date relacijom (6.14) iz jednačine (6.13) dobija se:

- vrijeme završetka prve faze

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot J_{1R}}{M_1} \cdot \left( \frac{\varphi_z}{2} - \varphi_{10} \right)} \quad (6.15)$$

- brzina prve mase nakon završetka prve faze

$$\dot{\varphi}_1(t_1) = \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{J_{1R}} \cdot \left( \frac{\varphi_z}{2} - \varphi_{10} \right)} \quad (6.16)$$

Uzimajući najnepovoljniji slučaj, tj. kada je pogonska masa prošla kroz zazor i dodirnula gonjenu masu, tj. kada je:

$$\varphi_1(t_1) = -\frac{\varphi_z}{2} \quad (6.17)$$

tada je:

- vrijeme završetka prve faze

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot J_{1R} \cdot \varphi_z}{M_1}} \quad (6.18)$$

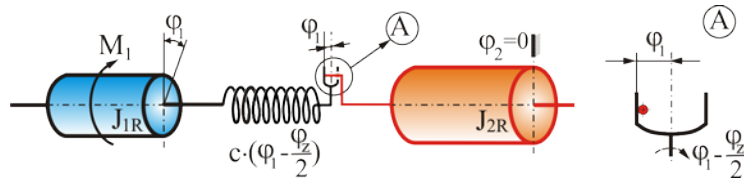
- brzina prve mase nakon završetka prve faze

$$\dot{\varphi}_1(t_1) = \sqrt{\frac{2 \cdot M_1 \cdot \varphi_z}{J_{1R}}} \quad (6.19)$$

Kraj faze je kada pogonska masa prođe kroz zazor, a vrijednosti ugla  $\varphi_1(t_1)$ , relacija (6.17), i ugaone brzine  $\dot{\varphi}_1(t_1)$ , relacija (6.19), na kraju ove faze su početni uslovi za drugu fazu.



**Druga faza** ( $t_1 \leq t \leq t_2$ ): Masa pogonskog dijela sistema je prošla kroz zazor, i udara u gonjenu masu, slika 6.11. Dolazi do deformacije elastične veze.



**Slika 6.11.** Prikaz sistema na kraju druge faze

Jednačina koja opisuje kretanje masa u ovoj fazi je:

$$J_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1 + c \cdot \left( \varphi_1 - \frac{\varphi_z}{2} \right) = M_1 \quad (6.20)$$

Početni uslovi za ovu fazu su vrijednosti dobijene iz relacija (6.17), (6.18) i (6.19).

Moment u elastičnoj vezi je:

$$M_C = c \cdot \left( \varphi_1 - \frac{\varphi_z}{2} \right) \quad (6.21)$$

Na osnovu relacija (6.20) i (6.21), dobija se jednačina koja opisuje promjenu momenta u elastičnoj vezi:

$$\ddot{M}_C + \zeta_1^2 \cdot M_C = \zeta_1^2 \cdot M_1 \quad (6.22)$$

gdje je:

$$\zeta_1^2 = \frac{c}{J_{1R}} \quad (6.23)$$

a početni uslovi su:

$$M_C(t_1) = 0; \dot{M}_C(t_1) = c \cdot \dot{\varphi}_1(t_1) \quad (6.24)$$

Za početne uslove date relacijom (6.24) iz jednačine (6.22) dobija se moment u elastičnoj vezi:

$$M_C = M_1 \cdot \left\{ 1 - \sqrt{1 + \left( \frac{c \cdot \dot{\varphi}_1(t_1)}{M_1 \cdot \zeta_1} \right)^2} \cdot \cos[\zeta_1 \cdot (t - t_1) + \alpha_1] \right\} \quad (6.25)$$

gdje je:

$$\alpha_1 = \arctg \left[ \frac{c \cdot \dot{\varphi}_1(t_1)}{\zeta_1 \cdot M_1} \right] \quad (6.26)$$

Kraj ove faze nastupa kada moment u elastičnoj vezi dostigne vrijednost momenta otpora  $M_2$ , tj. kada je:

$$M_C(t_2) = M_2 \quad (6.27)$$

Na osnovu relacije (6.27) dobija se vrijeme završetka druge faze:

$$t_2 = \frac{\arccos(G) - \alpha_1}{\zeta_1} + t_1 \quad (6.28)$$

gdje je:

$$G = \frac{1 - \frac{M_2}{M_1}}{\sqrt{1 + \frac{2 \cdot c \cdot \varphi_z}{M_1}}} \quad (6.29)$$

Koordinata koja definiše položaj pogonske mase nakon završetka druge faze je:

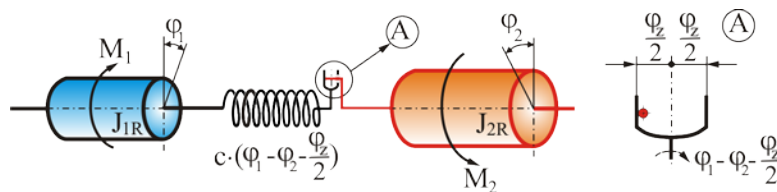
$$\varphi_1(t_2) = \frac{\varphi_z}{2} + \frac{M_2}{c} \quad (6.30)$$

Ugaona brzina pogonske mase nakon završetka druge faze je:

$$\dot{\varphi}_1(t_2) = \zeta_1 \cdot \frac{M_1}{c} \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot c \cdot \varphi_z}{M_1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\left(1 - \frac{M_2}{M_1}\right)^2}{1 + \frac{2 \cdot c \cdot \varphi_z}{M_1}}} \quad (6.31)$$

Vrijednosti ugla  $\varphi_1(t_2)$ , relacija (6.30), i ugaone brzine  $\dot{\varphi}_1(t_2)$ , relacija (6.31), na kraju ove faze su početni uslovi za treću fazu.

**Treća faza** ( $t_2 \leq t \leq t_3$ ): Obje mase se kreću, a elastična veza je napregnuta, moment otpora  $M_2$  se suprotstavlja kretanju, slika 6.12.



**Slika 6.12.** Prikaz sistema pri pokretanju obje mase

Sistem diferencijalnih jednačina koji opisuje kretanje masa u ovoj fazi je:

$$\begin{aligned} J_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1 + c \cdot \left( \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\varphi_z}{2} \right) &= M_1 \\ J_{2R} \cdot \ddot{\varphi}_2 - c \cdot \left( \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\varphi_z}{2} \right) &= -M_2 \end{aligned} \quad (6.32)$$

Moment u elastičnoj vezi je:

$$M_C = c \cdot \left( \varphi - \frac{\varphi_z}{2} \right) \quad (6.33)$$

gdje je:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (6.34)$$

Na osnovu relacija (6.32) i (6.33), dobija se jednačina koja opisuje promjenu momenta u elastičnoj vezi:

$$\ddot{M}_C + \zeta^2 \cdot M_C = c \cdot \frac{M_1 \cdot J_{2R} + M_2 \cdot J_{1R}}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \quad (6.35)$$

gdje je:

$$\zeta^2 = c \cdot \frac{(J_{1R} + J_{2R})}{(J_{1R} \cdot J_{2R})} \quad (6.36)$$

a početni uslovi su:

$$M_C(t_2) = M_2, \quad \dot{M}_C(t_2) = \zeta_1 \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot c \cdot \varphi_z}{M_1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\left(1 - \frac{M_2}{M_1}\right)^2}{1 + \frac{2 \cdot c \cdot \varphi_z}{M_1}}} \quad (6.37)$$

Za početne uslove date relacijom (6.37) iz jednačine (6.35) dobija se moment u elastičnoj vezi:

$$M_C = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} + J_{2R}} - A_2 \cdot \cos[\zeta \cdot (t - t_2) + \alpha_2] \quad (6.38)$$

gdje je:

$$A_2 = M_1 \cdot \frac{\sqrt{J_{1R} \cdot J_{2R}}}{J_{1R} + J_{2R}} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot c \cdot \varphi_z}{M_1}\right) - \left(1 - \frac{M_2}{M_1}\right)^2} \quad (6.39)$$

$$\alpha_2 = \arctg\left(\frac{\dot{M}_C(t_2) \cdot (J_{1R} + J_{2R})}{\zeta \cdot J_{2R} \cdot (M_1 - M_2)}\right) \quad (6.40)$$

Maksimalna vrijednost momenta u elastičnoj vezi, pri kretanju masa kroz zazor, ostvaruje se u ovoj fazi i data je izrazom:

$$M_{C,\max} = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} + J_{2R}} \cdot \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{J_{1R} + J_{2R}}{(J_{2R} \cdot M_1 + J_{1R} \cdot M_2)^2} \cdot [2 \cdot J_{2R} \cdot M_1 \cdot c \cdot \varphi_z - J_{1R} \cdot M_2^2]} \right\} \quad (6.41)$$

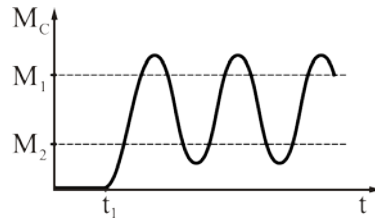
Treba istaći da izraz (6.41) daje istu vrijednost maksimalnog momenta u elastičnoj vezi kao izraz u literaturi **Scheffler M., Dresig H., Kurth F: Fördertechnik Unstetigfördever 2, VEB Verlag tehcnik, Berlin, 1977**, dobijen drugačijim razlaganjem faza kretanja masa kroz zazor.

U zavisnosti od vrijednosti momenta  $M_1$  i  $M_2$ , redukovanih momenata inercije  $J_{1R}$  i  $J_{2R}$ , krutosti  $c$ , zazora između masa  $\varphi_z$ , u ovoj fazi nastaje jedan od sledeća dva slučaja:

a) ako je:

$$\frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{(J_{1R} + J_{2R}) \cdot A_2} > 1 \quad (6.42)$$

mase se kreću zajedno i faza neograničeno traje, slika 6.13, tj. naredne faze kretanja masa kroz zazor se ne realizuju,



**Slika 6.13.** Promjena momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije (6.41) i za uslov dat relacijom (6.42)

b) ako je:

$$2 \cdot J_{2R} \cdot c \cdot M_1 \cdot \varphi_z - M_2^2 \cdot J_{1R} > 0 \quad (6.43)$$

dolazi do razdvajanja pogonske od gonjene mase, tj. nastaje naredna faza.

U ovom slučaju kraj treće faze nastupa kada je:

$$M_C(t_3) = 0 \quad (6.44)$$

Na osnovu relacije (6.44), tj. za:

$$\varphi(t_3) = \frac{\varphi_z}{2} \quad (6.45)$$

dobija se vrijeme završetka treće faze:

$$t_3 = \frac{\arccos(G_1) - \alpha_2}{\zeta} + t_2 \quad (6.46)$$

gdje je:

$$G_1 = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{(J_{1R} + J_{2R}) \cdot A_2} \quad (6.47)$$

Razlika ugaonih brzina pogonske i gonjene mase nakon završetka treće faze je:

$$\dot{\varphi}(t_3) = \frac{\dot{M}_C(t_3)}{c} = -\frac{A_2 \cdot \zeta}{c} \cdot \sqrt{1 - \frac{(J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1)^2}{(J_{1R} + J_{2R})^2 \cdot A_2^2}} = -|\dot{\varphi}(t_3)| \quad (6.48)$$

Vrijednosti ugla  $\varphi(t_3)$ , relacija (6.45), i ugaone brzine  $\dot{\varphi}(t_3)$ , relacija (6.48), na kraju ove faze su početni uslovi za četvrtu fazu.

**Četvrta faza** ( $t_3 \leq t \leq t_4$ ): Pogonska i gonjena masa su razdvojene ( $M_C=0$ ), pa se kreću nezavisno jedna od druge.

Sistem diferencijalnih jednačina koje opisuju kretanje masa u ovoj fazi je:

$$\begin{aligned} J_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1 &= M_1 \\ J_{2R} \cdot \ddot{\varphi}_2 &= -M_2 \end{aligned} \quad (6.49)$$

a početni uslovi su:

$$\varphi(t_3) = \frac{\varphi_z}{2}; \quad \dot{\varphi}(t_3) = -|\dot{\varphi}(t_3)| < 0 \quad (6.50)$$

Razlika ugla  $\varphi(t)$ , ugaone brzine  $\dot{\varphi}(t)$  i ugaonog ubrzanja  $\ddot{\varphi}(t)$  u vremenu  $t$ , date su sledećim relacijama:

$$\varphi(t) = -|\dot{\varphi}(t_3)| \cdot (t - t_3) + \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \cdot \frac{(t - t_3)^2}{2} + \frac{\varphi_z}{2} \quad (6.51)$$

$$\dot{\varphi}(t) = -|\dot{\varphi}(t_3)| + \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \cdot (t - t_3) \quad (6.52)$$

$$\ddot{\varphi}(t) = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \quad (6.53)$$

Četvrta faza se završava u vremenu  $t_4$  ( $t_4 > t_3$ ), koje se dobija, kao manja od vrijednosti rešenja po  $t$  jednačine (6.51), za  $\varphi(t) = -\frac{\varphi_z}{2}$  ili  $\varphi(t) = \frac{\varphi_z}{2}$ , odnosno:

a) Ako je  $\varphi(t) = -\frac{\varphi_z}{2}$ , zamjenom u jednačinu (6.51), dobija se:

$$\frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \cdot (t - t_3)^2 - 2 \cdot |\dot{\varphi}(t_3)| \cdot (t - t_3) + 2 \cdot \varphi_z = 0 \quad (6.54)$$

Ovaj slučaj odgovara relativnom kretanju, kada je elastična veza nenapregnuta, masa koja prolazi kroz zazor na kraju se umiruje.

Iz relacije (6.54) dobija se:

$$t - t_3 = \frac{\left( |\dot{\varphi}(t_3)| \pm \sqrt{|\dot{\varphi}(t_3)|^2 - 2 \cdot \varphi_z \cdot \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}}} \right)}{\left( \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \right)} \quad (6.55)$$

Uslov realnosti rešenja relacije (6.55):

$$|\dot{\varphi}(t_3)|^2 > 2 \cdot \varphi_z \cdot \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \quad (6.56)$$

dovodi do uslova:

$$-J_{1R} \cdot M_2^2 > 2 \cdot c \cdot \varphi_z \cdot J_{1R} \cdot M_2 \quad (6.57)$$

što za pretpostavku da je moment spoljašnjeg opterećenja  $M_2 > 0$ , nikad nije zadovoljeno.

Za uslov dat relacijom (6.56), iz relacije (6.55) dobija se:

$$t_4 - t_3 = 2 \cdot |\dot{\varphi}(t_3)| \cdot \frac{J_{1R} \cdot J_{2R}}{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1} \quad (6.58)$$

Na kraju ove faze opruga je nenapregnuta, a ugaona brzina je:

$$\dot{\varphi}(t_4) = |\dot{\varphi}(t_3)| \quad (6.59)$$

**b)** Ako je  $\varphi(t) = \frac{\varphi_z}{2}$ , zamjenom u jednačinu (6.51), dobija se:

$$\frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \cdot (t - t_3)^2 - 2 \cdot |\dot{\varphi}(t_3)| \cdot (t - t_3) = 0 \quad (6.60)$$

Ovaj slučaj odgovara relativnom kretanju, kada je elastična veza napregnuta i masa koja prolazi kroz zazor se "spaja" sa pogonskom masom i nastavljaju zajedničko kretanje.

Na osnovu relacije (6.60) vrijeme završetka ove faze je:

$$t_4 = 2 \cdot |\dot{\varphi}(t_3)| \cdot \frac{J_{1R} \cdot J_{2R}}{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1} + t_3 \quad (6.61)$$

Dakle, kraj četvrte faze je kada se pogonska i gonjena masa "spoje" i nastave zajedničko kretanje.

**Peta faza** ( $t_4 \leq t \leq t_5$ ): Obje mase se kreću zajedno, a elastična veza je napregnuta.

Sistem diferencijalnih jednačina koji opisuje kretanje masa u ovoj fazi je:

---

$$\begin{aligned} J_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1 + c \cdot \left( \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\varphi_z}{2} \right) &= M_1 \\ J_{2R} \cdot \ddot{\varphi}_2 - c \cdot \left( \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\varphi_z}{2} \right) &= -M_2 \end{aligned} \quad (6.62)$$

Moment u elastičnoj vezi je dat relacijom (6.33).

Na osnovu relacija (6.62) i (6.33), dobija se jednačina koja opisuje promjenu momenta u elastičnoj vezi:

$$\ddot{M}_C + \zeta^2 \cdot M_C = c \cdot \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \quad (6.63)$$

a početni uslovi su:

$$M_C(t_4) = 0; \dot{M}_{12}(t_4) = c \cdot |\dot{\varphi}(t_3)| \quad (6.64)$$

Za početne uslove date relacijom (6.64) iz jednačine (6.63) dobija se moment u elastičnoj vezi:

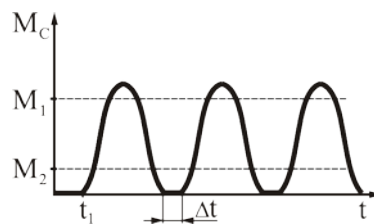
$$M_C(t) = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} + J_{2R}} - A_3 \cdot \cos[\zeta(t - t_4) + \alpha_3] \quad (6.65)$$

gdje je:

$$A_3 = M_1 \cdot \frac{\sqrt{J_{1R} \cdot J_{2R}}}{J_{1R} + J_{2R}} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot c \cdot \varphi_z}{M_1}\right) - \left(1 - \frac{M_2}{M_1}\right)^2} \quad (6.66)$$

$$\alpha_3 = \arctg\left(\frac{\dot{M}_C(t_4) \cdot (J_{1R} + J_{2R})}{\zeta \cdot J_{2R} \cdot (M_1 - M_2)}\right) \quad (6.67)$$

Proces se dalje nastavlja, slika 6.14.



**Slika 6.14.** Promjena momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije (6.65)

Vrijednost vremena  $\Delta t$  data je relacijom:

$$\Delta t = 2 \cdot |\dot{\varphi}(t_3)| \cdot \frac{J_{1R} \cdot J_{2R}}{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1} \quad (6.68)$$

#### 6.4.1.1. Uticaj trenutne promjene pogonskog momenta i/ili spoljašnjeg opterećenja na vrijednost momenta u elastičnoj vezi

Kada se uspostavi zajedničko kretanje pogonske i gonjene mase, tj. stacionarno kretanje masa, tada je:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_1(t) &= \dot{\varphi}_2(t) \\ \ddot{\varphi}_1(t) &= \ddot{\varphi}_2(t) \\ \dot{\varphi}(t) &= 0 \\ \ddot{\varphi}(t) &= 0\end{aligned}\tag{6.69}$$

odnosno, vrijednosti ugaonih ubrzanja pogonske i gonjene mase su jednake:

$$\ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 = \frac{M_1 - M_2}{J_{1R} + J_{2R}}\tag{6.70}$$

Vrijednost momenta u elastičnoj vezi je:

$$M_{C,st.} = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} + J_{2R}}\tag{6.71}$$

odnosno, vrijednost razlike ugaonih koordinata je:

$$\varphi_{st.} = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{c \cdot (J_{1R} + J_{2R})} + \frac{\varphi_z}{2}\tag{6.72}$$

Ako pogonski moment  $M_1$  i moment otpora  $M_2$  trenutno promijene vrijednosti na  $M_1 + \Delta M_1$  i  $M_2 + \Delta M_2$  nastaje nestacionarno kretanje za koje važi da je moment opterećenja u elastičnoj vezi:

$$\ddot{M}_C + \zeta^2 \cdot M_C = c \cdot \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} + c \cdot \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}}\tag{6.73}$$

Za početne uslove:

$$M_C(0) = M_{C,st.}; \dot{M}_C(0) = 0\tag{6.74}$$

iz jednačine (6.73) dobija se izraz za opterećenje u elatičnoj vezi, pri trenutnoj promjeni pogonskog momenta i momenta otpora:

$$M_C(t) = M_{C,st.} + \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1}{J_{1R} + J_{2R}} (1 - \cos(\zeta \cdot t))\tag{6.75}$$

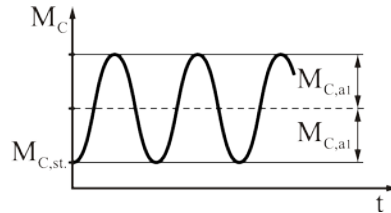
Za slučaj da je:



a)  $J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1 > 0$

promjena opterećenja u elastičnoj vezi prikazana je na slici 6.15, a vrijednost amplitude je:

$$M_{C,a1} = \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1}{J_{1R} + J_{2R}} \quad (6.76)$$



**Slika 6.15.** Promjena momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije (6.75) i za slučaj a)

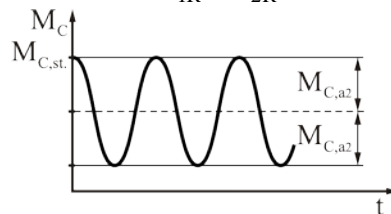
b)  $J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1 < 0$

i ako je:

**b1)**  $-2 \cdot \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1}{J_{1R} + J_{2R}} \leq M_{C,st}$

promjena momenta u elastičnoj vezi prikazana je na slici 6.16, a vrijednost amplitude je:

$$M_{C,a2} = -\frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1}{J_{1R} + J_{2R}} \quad (6.77)$$

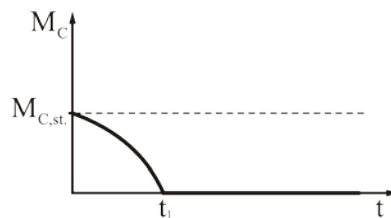


**Slika 6.16.** Promjena momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije (6.75) i za slučaj b-b1)

ili

**b2)**  $-2 \cdot \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1}{J_{1R} + J_{2R}} > M_{C,st}$

promjena i vrijednost momenta u elastičnoj vezi prikazana je na slici 6.17.



**Slika 6.17.** Promjena momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije (6.75) i za slučaj b-b2)

Nakon vremena  $t_1$  vrijednost momenta u elastičnoj vezi jednaka je nuli  $M_C(t_1)=0$ , što je ekvivalentno sledećoj relaciji:

$$\varphi(t_1) = \frac{\varphi_z}{2} \quad (6.78)$$

Vrijednosti ugaone brzine i ugaonog ubrzanja su:

$$\dot{\varphi}(t_1) = \frac{\dot{M}_C(t_1)}{c} < 0 \quad (6.79)$$

$$\ddot{\varphi}(t_1) = \frac{J_{2R} \cdot M_1 + J_{1R} \cdot M_2}{J_{1R} \cdot J_{2R}} + \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2 + J_{2R} \cdot \Delta M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \quad (6.80)$$

#### 6.4.1.1.1. Vrijednost momenta u elastičnoj vezi pri promjeni momenta otpora

Za slučaj kada je vrijednost pogonskog momenta  $M_1$  i momenta otpora  $M_2$  konstantna, u stacionarnom režimu ( $\dot{\varphi}(t)=0$ ) sistem se kao cjelina obrće istom ugaonom brzinom, a vrijednost opterećenja u elastičnoj vezi data je relacijom (6.71).

Ako dođe do promjene momenta otpora  $M_2$  na  $M_2 + \Delta M_2$ , tada je opterećenje u elastičnoj vezi:

$$\dot{M}_C + \zeta^2 \cdot M_C = \zeta^2 \cdot M_{C,st.} + \frac{c}{J_{2R}} \cdot \Delta M_2(t) \quad (6.81)$$

Za početne uslove:

$$M_C(0) = M_{C,st.}, \dot{M}_C(0) = 0 \quad (6.82)$$

i uvođenjem smjene:

$$M_C = M_{C,st.} + \Delta M_C \quad (6.83)$$

jednačina (6.81) prelazi u relaciju:

$$\frac{d^2 \Delta M_C}{dt^2} + \zeta^2 \cdot \Delta M_C = \frac{c}{J_{2R}} \cdot \Delta M_2(t) \quad (6.84)$$

Za početne uslove:

$$\Delta M_C(0) = 0, \frac{d \Delta M_C(0)}{dt} = 0 \quad (6.85)$$

vrijednost priraštaja opterećenja u elastičnoj vezi je:

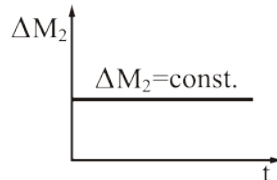
$$\Delta M_C = \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{c}{J_{2R}} \cdot \int_0^t \Delta M_2(\tau) \cdot \sin(\zeta \cdot (t - \tau)) \cdot d\tau \quad (6.86)$$

odnosno, vrijednost opterećenja u elastičnoj vezi je:

$$M_C(t) = M_{C,st} + \frac{c}{\zeta \cdot J_{2R}} \cdot \int_0^t \Delta M_2(\tau) \cdot \sin(\zeta \cdot (t - \tau)) \cdot d\tau \quad (6.87)$$

Za slučaj da je:

a)  $\Delta M_2 = \text{const} > 0$ , slika 6.18,



**Slika 6.18.** Dijagram konstantnog priraštaja momenta otpora

Vrijednost momenta u elastičnoj vezi je:

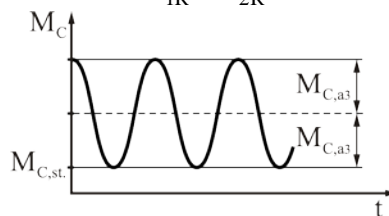
$$M_C(t) = M_{C,st} + \frac{c \cdot \Delta M_2}{\zeta^2 \cdot J_{2R}} \cdot (1 - \cos(\zeta \cdot t)) \quad (6.88)$$

a maksimalna vrijednost momenta u elastičnoj vezi je data sledećom relacijom:

$$M_{C,max} = M_{C,st} + \frac{2 \cdot c \cdot \Delta M_2}{\zeta^2 \cdot J_{2R}} = M_{C,st} + 2 \cdot \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2}{J_{1R} + J_{2R}} \quad (6.89)$$

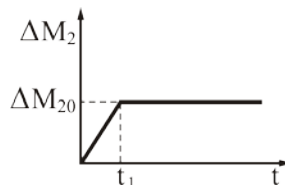
Promjena momenta u elastičnoj vezi prikazana je na slici 6.19, a vrijednost amplitude je:

$$M_{C,a3} = \frac{J_{1R} \cdot \Delta M_2}{J_{1R} + J_{2R}} \quad (6.90)$$



**Slika 6.19.** Promjena momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije (6.88)

b)  $\Delta M_2 = \begin{cases} \Delta M_{20} \frac{t}{t_1}, & 0 \leq t \leq t_1 \\ \Delta M_{20} = \text{const.}, & t > t_1 \end{cases}$ , slika 6.20.



**Slika 6.20.** Dijagram porasta priraštaja momenta otpora

Vrijednost priraštaja momenta u elastičnoj vezi je:

$$\Delta M_C = \begin{cases} \frac{J_{1R}}{J_{1R} + J_{2R}} \cdot \Delta M_{20} \cdot \left[ \frac{t}{t_1} - \frac{\sin(\zeta \cdot t)}{\zeta \cdot t_1} \right], & t < t_1 \\ \frac{J_{1R}}{J_{1R} + J_{2R}} \cdot \frac{\Delta M_{20}}{\zeta \cdot t_1} \cdot [\zeta \cdot t_1 - \sin(\zeta \cdot t) + \sin(\zeta \cdot (t - t_1))], & t \geq t_1 \end{cases} \quad (6.91)$$

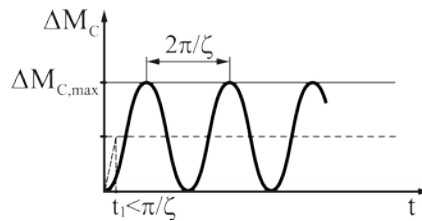
a maksimalna vrijednost priraštaja momenta u elastičnoj vezi data je relacijom:

$$\Delta M_{C,max} = \frac{J_{1R}}{J_{1R} + J_{2R}} \cdot \Delta M_{20} \cdot K_D \quad (6.92)$$

gdje je koeficijent dinamičnosti:

$$K_D = 1 + \frac{1}{\zeta \cdot t_1} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos(\zeta \cdot t_1))} \quad (6.93)$$

Promjena momenta u elastičnoj vezi prikazana je na slici 6.21, za slučaj kada je  $t_1 < \frac{\pi}{\zeta}$ .



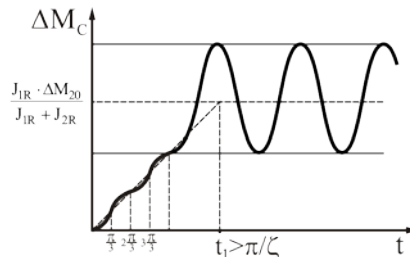
**Slika 6.21.** Promjena priraštaja momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije

$$(6.91), \text{ kada je } t_1 < \frac{\pi}{\zeta}$$

Maksimalna vrijednost momenta u elastičnoj vezi data je relacijom:

$$M_{C,max} = M_{C,st} + \Delta M_{C,max} = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_{1R}}{J_{1R} + J_{2R}} + \frac{J_{1R}}{J_{1R} + J_{2R}} \cdot \Delta M_{20} \cdot K_D \quad (6.94)$$

Promjena momenta u elastičnoj vezi prikazana je na slici 6.22, za slučaj kada je  $t_1 > \frac{\pi}{\zeta}$ .



**Slika 6.22.** Promjena priraštaja momenta u elastičnoj vezi dobijena na osnovu relacije

$$(6.91), \text{ kada je } t_1 > \frac{\pi}{\zeta}$$

Maksimalna vrijednost momenta u elastičnoj vezi data je relacijom:

$$M_{C,\max} = \frac{J_{2R} \cdot M_1 + J_{1R} \cdot (M_2 + K_D \cdot \Delta M_{20})}{J_{1R} + J_{2R}} \quad (6.95)$$

Kada je  $t_1=0$ , onda je koeficijent dinamičnosti  $K_D=2$ , i svodi se na slučaj a).

Dijagram promjene koeficijenta dinamičnosti u zavisnosti od parametara opterećenja dobija se u istom obliku, kao što je dat na slici 6.21, gdje je parametar opterećenja:

$$\lambda = \frac{\zeta \cdot t_1}{2 \cdot \pi} \quad (6.96)$$

#### 6.4.2. Analiza uticaja zazora na dinamičko opterećenje elemenata sistema za prenos snage

Uticaj zazora na dinamičko opterećenje elemenata sistema za prenos snage može se prikazati preko koeficijenta dinamičnosti  $K_D$ .

Kada nema relativnog pomjeranja jedne mase u odnosu na drugu (pogonske u odnosu na gonjenu ili obrnuto), tj.:

$$\varphi = \text{const.}, \dot{\varphi} = 0 \quad (6.97)$$

vrijednost momenta u elastičnoj vezi je:

$$M_{C,\text{st.}} = \frac{J_{1R} \cdot M_2 + J_{2R} \cdot M_1}{J_{1R} \cdot J_{2R}} \quad (6.98)$$

Vrijednost koeficijenta dinamičnosti određuje se na osnovu sledeće relacije:

$$K_D = \frac{M_{C,\max}}{M_{C,\text{st}}} \quad (6.99)$$

gdje je  $M_{C,\max}$  maksimalna vrijednost momenta u elatičnoj vezi dobijena na osnovu relacije (6.41).

Uvođenjem relativnih parametra  $\mu = \frac{J_{2R}}{J_{1R}}$  i  $\theta = \frac{M_2}{M_1}$  iz relacije (6.99) dobija se izraz za

koeficijent dinamičnosti:

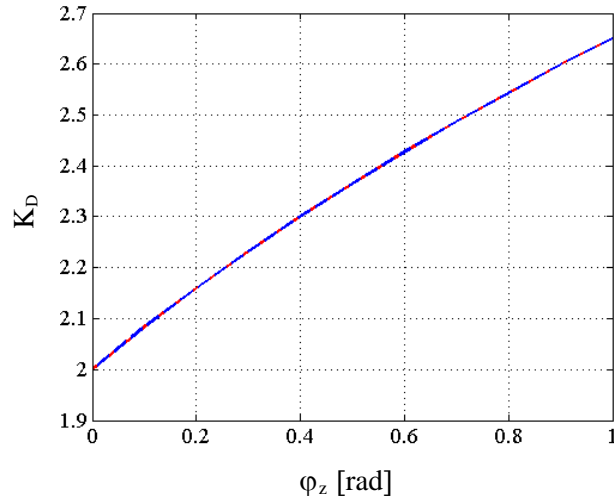
$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{1 + \mu}{(\mu + \theta)^2} \cdot \left[ 2 \cdot \mu \cdot \frac{c \cdot \varphi_z}{M_1} - \theta^2 \right]} \quad (6.100)$$

Relacija (6.100), odnosno uticaj zazora na dinamičko opterećenje, tj. koeficijent dinamičnosti može se prikazati u obliku funkcije:

$$K_D = K_D \left( \frac{c \cdot \varphi_z}{M_1} \right) \quad (6.101)$$

za poznate vrijednosti parametara  $\mu$  i  $\theta$ .

Iz relacije (6.100) i (6.101) za poznate vrijednosti fizičkih veličina, koje figurišu u izrazima, dobija se ista vrijednost koeficijenta dinamičnosti  $K_D$ , što je prikazano u obliku dijagrama na slici 6.23.



**Slika 6.23.** Promjena koeficijenta dinamičnosti; plava linija na osnovu relacije (6.100); crvena linija na osnovu relacije (6.12); za  $\mu=31,12$ ;  $\theta=0,058$

Na osnovu dijagrama datog na slici 6.23 se uočava, ako u sistemu nema zazora i ako se radi o trenutnoj promjeni pogonskog momenta  $M_1$ , koeficijent dinamičnosti je  $K_D=2$ , što je navedeno i u literaturi [44].

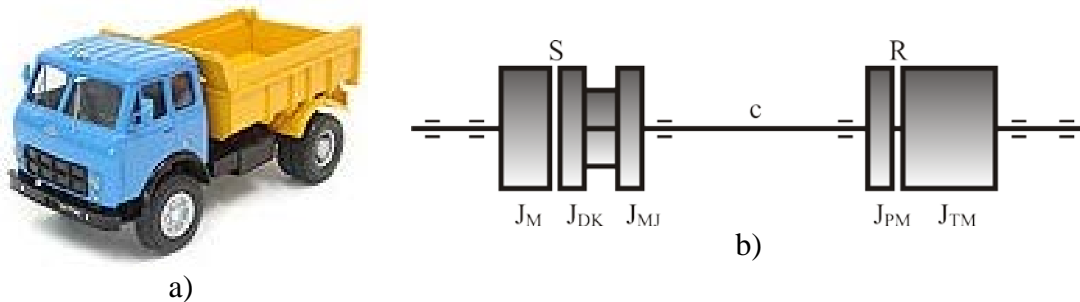
### 6.4.3. Simulacioni model kretanja masa kroz zazor

#### 6.4.3.1. Povećanje dinamičkog opterećenja u periodu ubrzavanja

Uticaj zazora na povećanje dinamičkog opterećenja u elastičnoj vezi posmatra se u periodu ubrzanja pri potpuno rasterećenoj elastičnoj vezi, pri kretanju pogonske mase  $J_{IR}$  kroz zazor, dok se elastična veza opterećuje brzinom  $\omega_0$ , a zatim sledi zajedničko kretanje obje mase, [10].

Na osnovu podataka u [7], [10] uzete su vrijednosti dinamičkih parametara vozila MAZ 500A, slika 6.24a, kako sledi:  $M_1=5150$  [N·m],  $J_{IR}=2.66$  [kg·m<sup>2</sup>],  $J_{2R}=82.78$  [kg·m<sup>2</sup>] i

$c=4329$  [N·m]. Pri tom su, prema oznakama na slici 6.24b, redukovani momenti inercije:  $J_{1R}=J_{DK}+J_{MJ}$  i  $J_{2R}=J_{PM}+J_{TM}$ . Vrijednosti zavora i prigušenja usvojene su kako sledi:  $\varphi_z=40^\circ=0.698$  [rad] i  $b=20$  [N·m·s].



**Slika 6.24.** a) Vozilo MAZ 500A [70]; b) Proračunska šema dinamike vozila formule 4x2, [2], [7], [10]

Oznake na slici 6.24b imaju sledeća značenja:  $J_M$  moment inercije obrtnih masa motora,  $J_{DK}$  moment inercije gonjenog diska kvačila,  $J_{MJ}$  moment inercije rotacionih elemenata mjenjača,  $J_{PM}$  moment inercije rotacionih elemenata pogonskog mosta uključujući i pogonske točkove,  $J_{TM}$  ekvivalentni moment inercije translatorno pokretnih masa vozila, **S** spojnica, **R** frikcionni kontakt (točak-podloga).

Zavisno od toga koje su frikcione veze (**S**, **R**) uključene formiraju se odgovarajuće proračunske šeme i modeli. Tako u [2] i [7] razmatraju se različiti linearni modeli dinamike sistema za prenos snage.

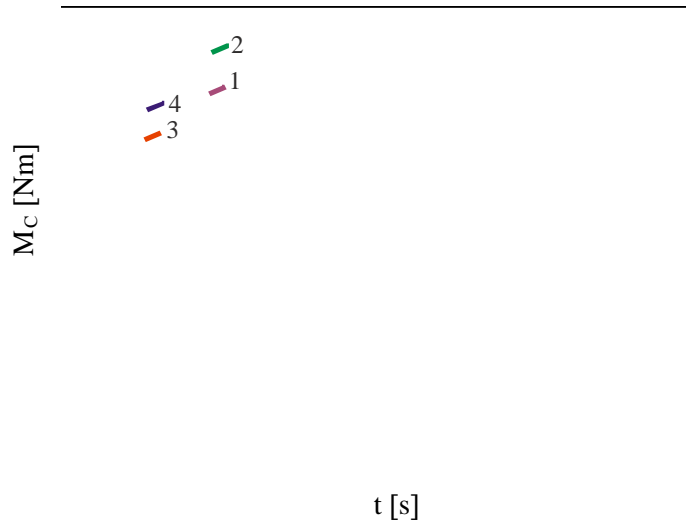
Prikaz simulacionog modela za određivanje momenta uvijanja u elastičnoj vezi pri kretanju pogonske mase  $J_{1R}$  kroz zavor, za analizirane slučajeve dat je u Prilogu A disertacije.

Na osnovu relacije 6.10, na slici 6.25 prikazana je promjena momenta u elastičnoj vezi za prethodno navedene podatke, kada je promjena momenta  $M_1$  trenutna, i nema pobude od spoljašnjeg opterećenja, tj.  $M_2=0$  [N·m]. Za krive 1, 2, 3 i 4, koeficijent dinamičnosti je:  $K_{D1}=2$ ,  $K_{D2}=2.3$ ,  $K_{D3}=1.76$  i  $K_{D4}=1.98$ , respektivno.

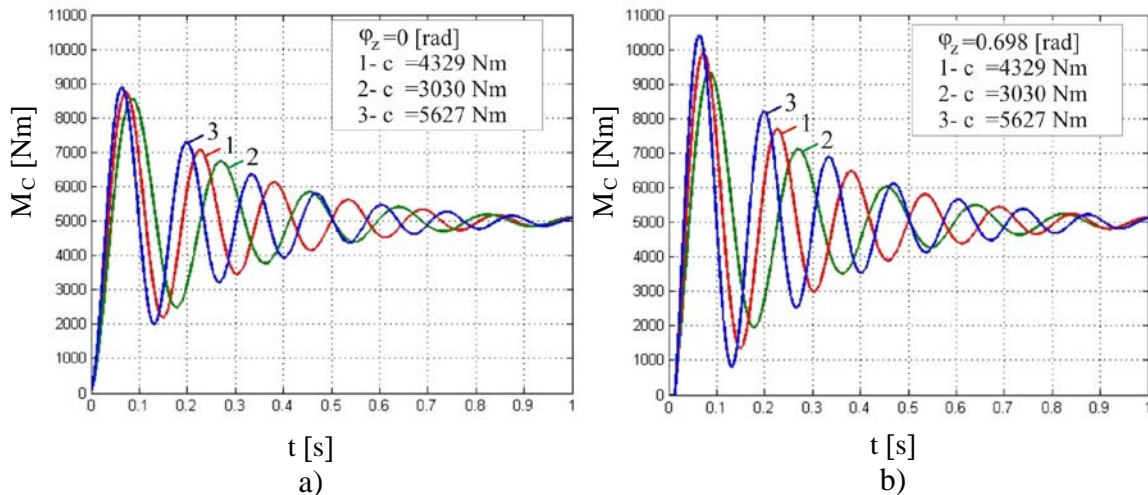
Na osnovu dijagrama na slici 6.25 jasno se vidi uticaj zavora na moment (opterećenje) elastične veze. Uočava se da za slučaj sa prigušenjem u sistemu, zavor najviše utiče na prve amplitude momenta u elastičnoj vezi, dok se ostale amplitude momenta približavaju amplitudama momenta kada u sistemu nema zavora.

Za predhodno navdene podatke i za isti slučaj pobude, na slici 6.26 prikazana je promjena momenta u elastičnoj vezi za različite vrijednosti krutosti elastične veze.

Uočava se da povećanjem krutosti elastične veze, povećava se i moment (opterećenje) elastične veze.



**Slika 6.25.** Promjena momenta u elastičnoj vezi; 1-  $\varphi_z=0$  [rad],  $b=0$  [N·m·s]; 2-  $\varphi_z=0.698$  [rad],  $b=0$  [N·m·s]; 3-  $\varphi_z=0$  [rad],  $b=20$  [N·m·s]; 4-  $\varphi_z=0.698$  [rad],  $b=20$  [N·m·s]



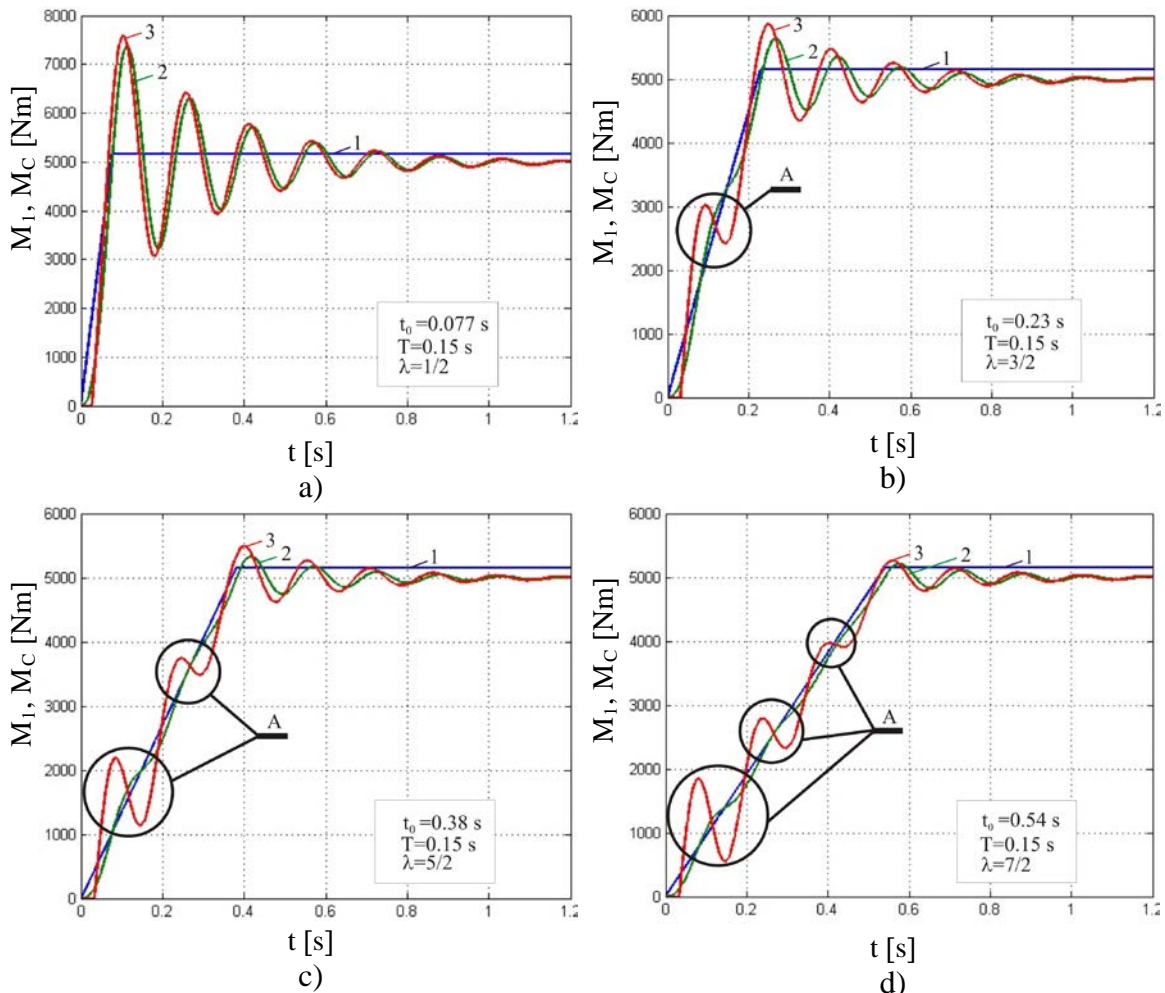
**Slika 6.26.** Promjena momenta u elastičnoj vezi za različite vrijednosti krutosti; a)  $\varphi_z=0$  [rad],  $c_1=0.7 \cdot c$ ,  $c_2=1.3 \cdot c$ ; b)  $\varphi_z=0.698$  [rad],  $c_1=0.7 \cdot c$ ,  $c_2=1.3 \cdot c$

Za slučaj kada se promjena pogonskog momenta  $M_1$  dešava u vremenu  $t_0$  (relacija (6.5)) i kada je period sopstvenih oscilacija  $T=0.15$  [s] (dobijen na osnovu datih



podataka), za različite koeficijente opterećenja  $\lambda = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$  i  $\frac{7}{2}$ , na slici 6.27 data je promjena momenta u elastičnoj vezi.

Na osnovu dijagrama na slici 6.27, vidi se da smanjenjem brzine porasta pogonskog momenta (porasta vremena  $t_0$ ), za isti period sopstvenih oscilacija  $T$ , vrijednost dinamičkog momenta (opterećenja) u elastičnoj vezi opada. Uočava se da su, što je vrijeme porasta pogonskog motora  $t_0$  veće, vrijednosti momenta u elastičnoj vezi sa zazorom, bliže vrijednostima bez zazora. Na slici 6.27b, 6.27c i 6.27d, na dijagramima uočavaju se zone A, koje nastaju u slučaju kada je vrijednost vremena porasta pogonskog momenta veća od perioda sopstvenih oscilacija, tj.  $\lambda > 1$ .



**Slika 6.27.** Promjena pogonskog momenta  $M_1$  i momenta u elastičnoj vezi  $M_c$ ; 1- pogonski moment; 2-moment  $M_c$  za  $\varphi_z=0$  [rad]; 3- moment  $M_c$  za  $\varphi_z=0.698$  [rad]

Na prethodnim dijagramima se uočava da prisutvo zazora u vezama elemenata sistema za prenos snage izaziva povećanje opterećenja elemenata u prelaznim režimima i da

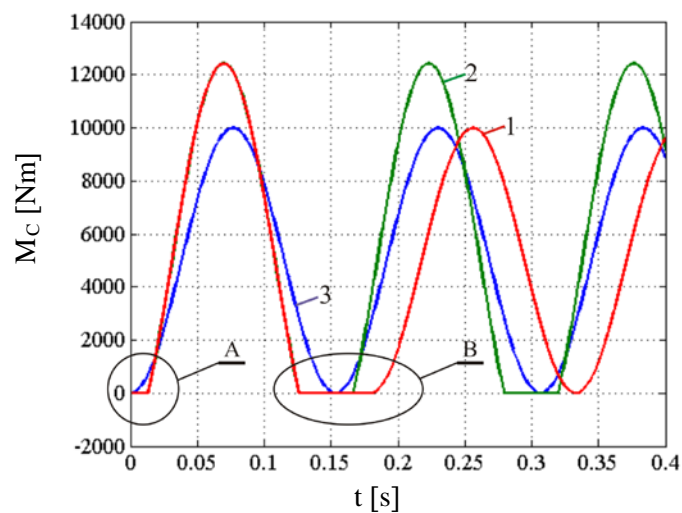
opterećenje zavisi od brzine porasta pogonskog momenta i oscilatornih karakteristika sistema.

### 6.4.3.2. Promjena momenta u elastičnoj vezi pri kretanju masa kroz zazor

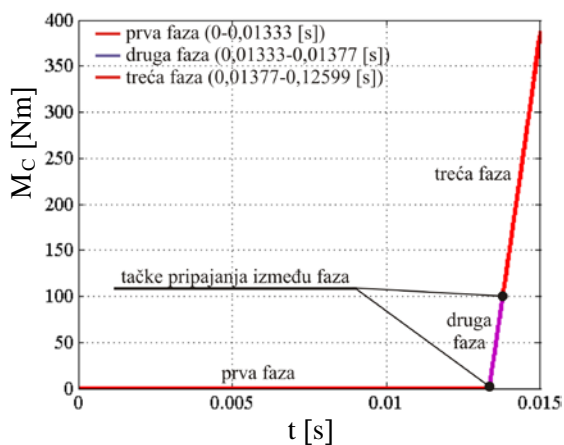
Za elastoinercijalni model dat na slici 6.9, za usvojene podatke iz podnaslova 6.4.3.1. i  $M_2=100$  [N·m], urađena je simulacija kretanja masa kroz zazor u programskom paketu MATLAB-Simulink, a na osnovu teorijske analize u podnaslovu 6.4.1.

Prikaz simulacionog modela za određivanje momenta uvijanja u elatičnoj vezi pri kretanju masa kroz zazor, dat je u Prilogu A disertacije.

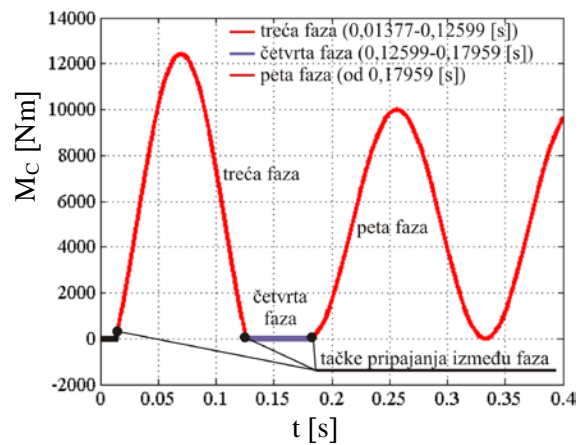
Na slici 6.28 date su krive promjene momenta uvijanja u elastičnoj vezi sa zazorom - krive 1 i 2, i bez zazora - kriva 3, pri odskočnoj promjeni momenta uvijanja  $M_1$ . Pri tom treba istaći da se razmatra idealni slučaj kada nema prigušenja u sistemu.



detalj "A"



detalj "B"



**Slika 6.28.** Promjena momenta uvijanja u elastičnoj vezi, [11]; 1- kriva dobijena na osnovu modela kretanja masa kroz zazor u pet faza (u trećoj fazi ispunjen je uslov dat relacijom (6.43) ); A i B pripajanje faza; 2- kriva dobijena na osnovu uprošćenog modela kod kojeg je zazor uključen preko početnih uslova [10]; 3- kriva odgovara slučaju kada u modelu ne figuriše zazor

Na osnovu dijagrama na slici 6.28 uočava se sledeće:

- maksimalna vrijednost momenta uvijanja u elastičnoj vezi sa zazorom ( $\varphi_z=40^0=0.698$  [rad]) – kriva 1 je za 24.2 % veća u odnosu na slučaj bez zazora – kriva 3;
- maksimalne vrijednosti momenta uvijanja u elastičnoj vezi sa zazorom dobijene primjenom modela kretanja masa kroz zazor u pet faza (kriva 1) i uprošćenog modela kod kojeg je zazor uključen preko početnih uslova (kriva 2) su jednake;
- amplitude krivih 2 i 3 ne mijenjaju se sa vremenom; kod krive 1 nakon prve amplitude maksimalne vrijednosti, nastaje oscilovanje konstantnom amplitudom čija vrijednost odgovara amplitudi krive 3.



## **7. PROCJENA PREOSTALOG RADNOG VIJEKA ELEMENATA I SISTEMA ZA PRENOS SNAGE NA OSNOVU TEHNIČKIH KRITERIJUMA**

### **7.1. Matematički model sistema: motor-sistem za prenos snage-pogonski točak- vozilo-put (PM-SPS-PT-V-P) sa nelinearnostima mrtvog hoda**

U osnovi matematičkog modeliranja dinamičkog ponašanja sistema PM-SPS-PT-V-P sa nelinearnostima mrtvog hoda je svodenje složenog realnog sistema na jednostavniji ekvivalentni model, sa konačnim brojem stepeni slobode kretanja i prisustvom zazora između njih. Ovi modeli predstavljaju oscilatorni lanac sa konačnim brojem stepeni slobode kretanja, kod kojeg su poznate inercione mase, prigušenja, krutosti elemenata sistema, kao i zazor između njih. Analiza ovako formiranog modela u praksi je veoma komplikovana. Veliki je broj diferencijalnih jednačina, koje se javljaju, i njihova rešenja su neprikladna za razmatranje i adekvatno zaključivanje. Zato se pristupa smanjivanju broja masa, i najčešće se koristi dvomaseni model, dat u Poglavlju 6, koji daje zadovoljavajuće rezultate. U ovom slučaju tačnost dobijenih rezultata postiže se ne modelom sa velikim brojem masa, tj. stepenom slobode kretanja, već tačnijim opisom njihovih karakteristika, naročito onih koje se odnose na poremećajne momente od motora, kočnice i podloge.

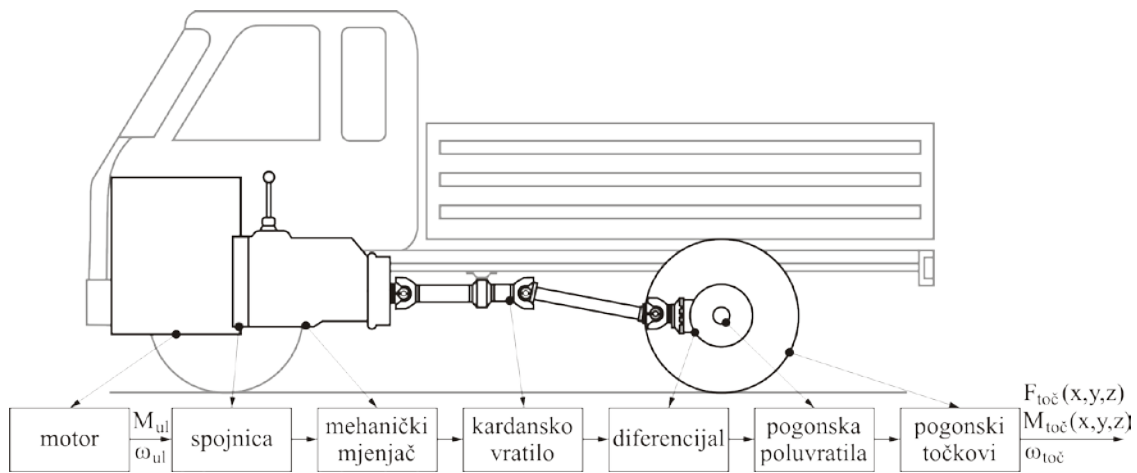
U odnosu na prve pokušaje računarske simulacije dinamike vozila od 60-ih godina dvadesetog vijeka do danas imamo razvijen veliki broj programa koji obrađuju multimaseni sistem vozila, [30].

Može se reći da je nivo sofisticiranosti veoma impresivan, tako da postignuti razvoj programa za simulaciju dopušta opsežno modeliranje vozila. Pri tome, programi nude veoma široki spektar mogućnosti za optimizaciju dinamičkog ponašanja vozila, [51].

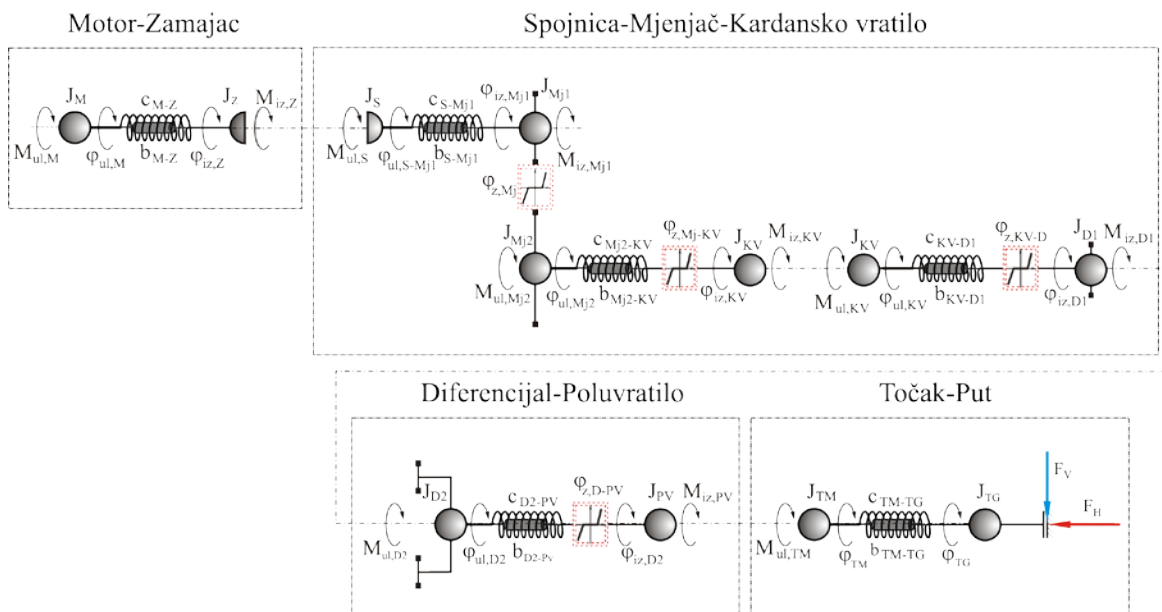
Pri matematičkom modeliranju kretanja vozila, tj. dinamičkog ponašanja PM-SPS-PT-V-P, neophodno je korišćenje odgovarajućih metoda za opisivanje međudejstva različitih dijelova njegovih sistema. Najprihvatljiviji je pristup u kome se proučavani sistemi vozila predstavljaju skupom međusobno uticajnih dinamičkih veza i

međudejstava. Ovo je povezano sa činjenicom da jedan isti dio opšteg sistema vozila ispunjava različite funkcije i karakteriše se odgovarajućim grupama promjenjivih veličina.

Na osnovu strukture sistema za prenos snage, slika 7.1, data je šema modela ovog elastoinercijalnog sistema, slika 7.2, koji omogućava postavljanje simulacionog modela povezivanjem pojedinih elemenata prema rasporedu elemenata na stvarnom vozilu za koje se vrši analiza. U ovoj šemi modela svaka karika sistema vrši određenu promjenu veličina i ona će se karakterisati ulaznim i izlaznim parametrima, koji su povezani odgovarajućim jednačinama.



Slika 7.1. Šematski prikaz strukture sistema za prenos snage vozila



Slika 7.2. Šema modela elastoinercijalnog sistema za prenos snage vozila sa zazorom u vezama elemenata

Dinamičko ponašanje elemenata pojedinih sistema opisuje se nelinearnim diferencijalnim jednačinama, a uprošćenje tako dobijenih izraza se postiže linearizacijom nelinearnih statičkih karakteristika u okolini stacionarne tačke. Linearizacija diferencijalnih jednačina vrši se razvojem nelinearne funkcije u red po stepenima malih priraštaja promjenljivih u odnosu na neko stacionarno stanje.

### 7.1.1. Model motora (PM)

Jednačina koja opisuje kretanje pogonskog vratila opterećenog motora, slika 7.3a, može se napisati u obliku relacije:

$$J_M \cdot \frac{d\omega_M}{dt} = M_M - M_{otp}. \quad (7.1)$$

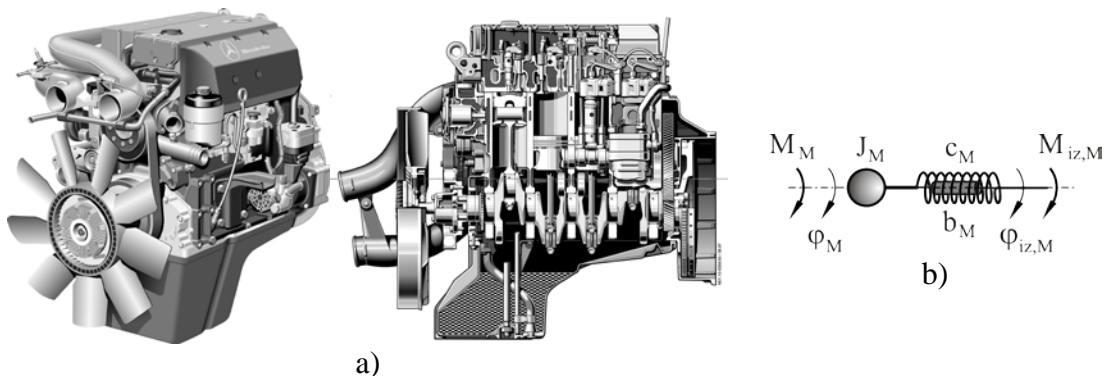
gdje su:  $M_M$  i  $M_{otp}$  trenutne vrijednosti efektivnog momenta motora i momenta otpora,  $\omega_M$  ugaona brzina vratila pogonskog motora i  $J_M$  moment inercije motora i elemenata direktno povezanih sa motorom.

Moment motora zavisi od ugaone brzine vratila motora  $\omega_M$  i položaja komande gasa  $h$ , kako je dato u sledećoj relaciji:

$$\Delta M_M = \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} \cdot \Delta \omega_M + \frac{\partial M_M}{\partial h} \cdot \Delta h \quad (7.2)$$

Kako motor obuhvata više povezanih sistema, a s obzirom da primarna tema disertacije nije detaljna analiza njegovog dinamičkog ponašanja, usvojen je njegov model iz literaturnog izvora [66].

Uprošćena šema usvojenog modela motora prikazana je na slici 7.3b.



Slika 7.3. a) Motor teretnog vozila, [69]; b) Uprošćena šema modela motora [66]

Diferencijalna jednačina, koja opisuje dinamičko ponašanje ekvivalentnog sistema na slici 7.3b, pri malim promjenama promjenjivih parametara u okolini stacionarne tačke ima sledeći oblik:

$$J_M \cdot \Delta \ddot{\varphi}_M = \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} \cdot \Delta \omega_M - [c_M \cdot (\Delta \varphi_M - \Delta \varphi_{iz,M}) + b_M \cdot (\Delta \dot{\varphi}_M - \Delta \dot{\varphi}_{iz,M})] \quad (7.3)$$

Moment na izlaznom vratilu dobija se iz sledeće relacije:

$$\Delta M_{iz,M} = c_M \cdot (\Delta \varphi_M - \Delta \varphi_{iz,M}) + b_M \cdot (\Delta \dot{\varphi}_M - \Delta \dot{\varphi}_{iz,M}) \quad (7.4)$$

### 7.1.2. Model sistema za prenos snage (SPS)

U skladu sa primarnim ciljem analize u disertaciji, odabran je mehanički sistem za prenos snage i za njega su postavljeni matematički modeli.

#### 7.1.2.1. Model spojnice

U pogonskom sistemu teretnih vozila, frikciona spojnica, slika 7.4a, predstavlja jedan od najčešćih elemenata.

Dinamički model frikcionne spojnice, slika 7.4b, sastoji se od dvije mase, pri čemu je jedna masa koncentrisana na vodećem disku spojnice i predstavlja masu svih kruto spojenih elemenata sa njim, a druga masa na vođenom disku i predstavlja masu svih kruto spojenih elemenata sa njim.



**Slika 7.4.** a) Frikciona spojnica vozila [78], b) Uprošćena šema frikcionne spojnice

U zavisnosti od odnosa momenata na ulaznom i izlaznom vratilu spojnice, kao i momenta spojnice  $M_S$ , vodeći i vođeni disk će se okretati različitim brzinama, uz proklizavanje diskova, ili istom brzinom, kada je spojnica blokirana.

Diferencijalna jednačina, koja opisuje dinamičko ponašanje ekvivalentnog sistema na slici 7.4b, ima sledeći oblik:



- za slučaj obrtanja sa proklizavanjem:

$$\begin{aligned} J_{ul,S} \cdot \ddot{\phi}_{ul,S} &= M_{ul,S} - M_S \\ J_{iz,S} \cdot \ddot{\phi}_{iz,S} &= M_S - M_{iz,S} \end{aligned} \quad (7.5)$$

- za slučaj da je brzina diskova izjednačena  $\dot{\phi}_{ul,S} = \dot{\phi}_{iz,S} = \dot{\phi}_S$ :

$$(J_{ul,S} + J_{iz,S}) \cdot \ddot{\phi}_S = M_{ul,S} - M_{iz,S} \quad (7.6)$$

Vrijednost momenta spojnice  $M_S$ , zavisi od vrijednosti sile ostvarene pritiskom između diskova  $F_{pr}$ , kao što je dato u sledećoj relaciji:

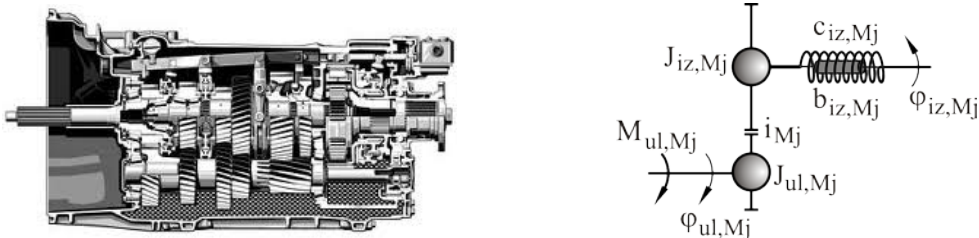
$$M_S = \mu \cdot R \cdot F_{pr} \cdot i \quad (7.7)$$

gdje je:  $\mu$  koeficijent trenja između frikcionih površina,  $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}$  srednji prečnik

trenja,  $r_1$  i  $r_2$  spoljašnji i unutrašnji poluprečnik frikcionih površina i  $i$  broj pari uključenih frikcionih površina.

### 7.1.2.2. Model mehaničkog mjenjača

U toku rada mehaničkog mjenjača, slika 7.5a, promjena stepena prenosa je periodični proces, pa je za matematičko modeliranje dovoljno analizirati pojedinačno uključenje pojedinih stepena prenosa. Na osnovu ovoga može se formirati uprošćena šema mehaničkog mjenjača u obliku dvije koncentrisane mase i odgovarajućom ekvivalentnom krutosti i prigušenjem, kao što je prikazano na slici 7.5b, a na kojoj ulazno vratilo predstavlja svedenu masu ulaznog vratila mjenjača i ima moment inercije  $J_{ul,Mj}$ , a izlazno vratilo predstavlja svedenu masu izlaznog vratila mjenjača čiji je moment inercije  $J_{iz,Mj}$ .



Slika 7.5. a) Mehanički mjenjač vozila, [79], b) Uprošćena šema mehaničkog mjenjača

Diferencijalna jednačina, koja opisuje dinamičko ponašanje ekvivalentnog sistema na slici 7.5b, ima sledeći oblik:

$$\left( J_{ul,Mj} + \frac{J_{iz,Mj}}{i_{Mj}^2} \right) \cdot \ddot{\varphi}_{ul,Mj} = M_{ul,Mj} - \frac{1}{i_{Mj}} \cdot \left[ c_{iz,Mj} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,Mj}}{i_{Mj}} - \varphi_{iz,Mj} \right) + b_{iz,Mj} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,Mj}}{i_{Mj}} - \dot{\varphi}_{iz,Mj} \right) \right] \quad (7.8)$$

Moment na izlaznom vratilu iz mjenjača, koji predstavlja ulazni moment na kardanskom vratilu, dobija se na osnovu sledeće relacije:

$$M_{iz,Mj} = c_{iz,Mj} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,Mj}}{i_{Mj}} - \varphi_{iz,Mj} \right) + b_{iz,Mj} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,Mj}}{i_{Mj}} - \dot{\varphi}_{iz,Mj} \right) \quad (7.9)$$

### 7.1.2.3. Model kardanskog vratila

Model kardanskog vratila, slika 7.6a, postavlja se na osnovu uprošćene šeme prikazane na slici 7.6b.



Slika 7.6. a) Kardansko vratilo [69], b) Uprošćena šema kardanskog vratila

Diferencijalna jednačina, koja opisuje dinamičko ponašanje ekvivalentnog sistema na slici 7.6b, ima sledeći oblik:

$$J_{KV} \cdot \ddot{\varphi}_{ul,KV} = M_{ul,KV} - \left[ c_{KV} \cdot (\varphi_{ul,KV} - \varphi_{iz,KV}) + b_{KV} \cdot (\dot{\varphi}_{ul,KV} - \dot{\varphi}_{iz,KV}) \right] \quad (7.10)$$

Moment na izlazu iz kardanskog vratila, koji predstavlja ulazni moment u diferencijal, dobija se na osnovu sledeće relacije:

$$M_{iz,KV} = c_{KV} \cdot (\varphi_{ul,KV} - \varphi_{iz,KV}) + b_{KV} \cdot (\dot{\varphi}_{ul,KV} - \dot{\varphi}_{iz,KV}) \quad (7.11)$$

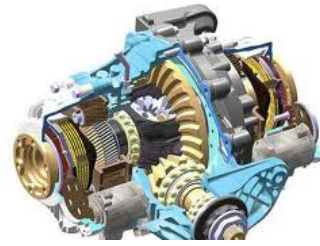
### 7.1.2.4. Model diferencijala

U zavisnosti od pogona, tj. broja pogonskih osovina od ukupnog broja osovina vozila, potrebno je modelirati međutočkovni i međuosni diferencijal, slika 7.7.

Uprošćena šema usvojenog modela međutočkovnog i međuosnog diferencijala prikazana je na slici 7.8. i 7.9, [66].

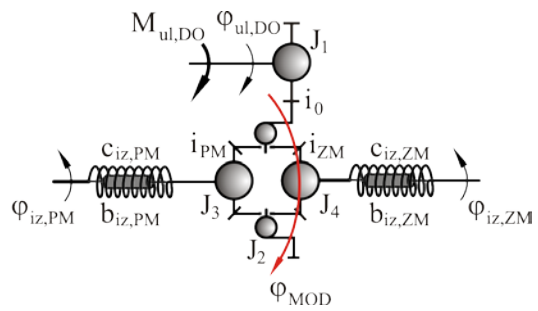
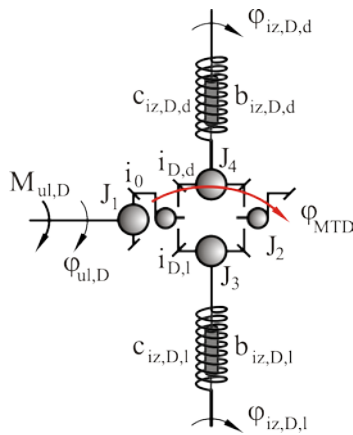


a)



b)

**Slika 7.7.** a) Međutočkovni diferencijal, [80], b) Međuosni diferencijal, [81]



**Slika 7.9.** Međuosni diferencijal

**Slika 7.8.** Međutočkovni diferencijal

Međutočkovni i međuosni diferencijal modeliraju se istim izrazima, a analiza njihovog uticaja posmatra se pri kretanju vozila u pravcu i krivini. U daljoj analizi usvaja se da je kretanje vozila u pravcu, po ravnoj podlozi tj. da nema uticaja diferencijala u smislu ostvarivanja kinematskih i energetskih razlika na prednjoj i zadnjoj pogonskoj osovini, odnosno lijevom i desnom pogonskom točku vozila. Tako pri kretanju vozila u pravcu i po ravnoj podlozi rad diferencijala nema uticaja, jer su u tom slučaju sateliti nepokretni u odnosu na krst diferencijala i samo vrše funkciju povezivanja poluvratila. U ovom slučaju centar i periferije satelita imaju iste brzine, tj. istim brojem obrtaja se obrće i kućište diferencijala i poluvratila. U tom slučaju važe izrazi:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{iz,D,d} + \dot{\phi}_{iz,D,l} &= 2 \cdot \dot{\phi}_{MTD} \\ \dot{\phi}_{iz,PM} + \dot{\phi}_{iz,ZM} &= 2 \cdot \dot{\phi}_{MOD} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Kako je usvojeno da se vozilo kreće u pravcu ne uzima se u obzir trenje u diferencijalu niti stepen iskorišćenja diferencijala, osim koeficijenta iskorišćenja glavnog prenosnika, jer nema relativnog kretanja satelita, a momenti na izlaznim vratilima su jednaki polovini momenta na kućištu diferencijala.

Diferencijalna jednačina, koja opisuje kretanje vratila diferencijala, uz uzimanje u obzir krutosti i prigušenja, opisuje se sledećim jednačinama:

$$\begin{aligned} \left[ J_1 + \frac{J_2}{i_0^2} + \frac{J_3}{(i_{D,l} \cdot i_0)^2} + \frac{J_4}{(i_{D,d} \cdot i_0)^2} \right] \cdot \ddot{\varphi}_{ul,D} &= M_{ul,D} - [M_{otp,D,l} + M_{otp,D,d}] \\ \left[ J_1 + \frac{J_2}{i_0^2} + \frac{J_3}{(i_{PM} \cdot i_0)^2} + \frac{J_4}{(i_{ZM} \cdot i_0)^2} \right] \cdot \ddot{\varphi}_{ul,DO} &= M_{ul,DO} - [M_{otp,PM} + M_{otp,ZM}] \end{aligned} \quad (7.13)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} M_{otp,D,l} &= \frac{1}{i_0 \cdot i_{D,l}} \cdot \left[ c_{iz,D,l} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,l}} - \varphi_{iz,D,l} \right) + b_{iz,D,l} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,l}} - \dot{\varphi}_{iz,D,l} \right) \right] \\ M_{otp,D,d} &= \frac{1}{i_0 \cdot i_{D,d}} \cdot \left[ c_{iz,D,d} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,d}} - \varphi_{iz,D,d} \right) + b_{iz,D,d} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,d}} - \dot{\varphi}_{iz,D,d} \right) \right] \\ M_{otp,PM} &= \frac{1}{i_0 \cdot i_{PM}} \cdot \left[ c_{iz,PM} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{PM}} - \varphi_{iz,PM} \right) + b_{iz,PM} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{PM}} - \dot{\varphi}_{iz,PM} \right) \right] \\ M_{otp,ZM} &= \frac{1}{i_0 \cdot i_{ZM}} \cdot \left[ c_{iz,ZM} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{ZM}} - \varphi_{iz,ZM} \right) + b_{iz,ZM} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{ZM}} - \dot{\varphi}_{iz,ZM} \right) \right] \end{aligned} \quad (7.14)$$

Moment na izlazlazu iz diferencijala, koji predstavlja ulazni moment na poluvratilu, dobija se na osnovu sledeće relacije:

$$\begin{aligned} M_{iz,D,l} &= c_{iz,D,l} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,l}} - \varphi_{iz,D,l} \right) + b_{iz,D,l} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,l}} - \dot{\varphi}_{iz,D,l} \right) \\ M_{iz,D,d} &= c_{iz,D,d} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,d}} - \varphi_{iz,D,d} \right) + b_{iz,D,d} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,d}} - \dot{\varphi}_{iz,D,d} \right) \\ M_{iz,PM} &= c_{iz,PM} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{PM}} - \varphi_{iz,PM} \right) + b_{iz,PM} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{PM}} - \dot{\varphi}_{iz,PM} \right) \\ M_{iz,ZM} &= c_{iz,ZM} \cdot \left( \frac{\varphi_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{ZM}} - \varphi_{iz,ZM} \right) + b_{iz,ZM} \cdot \left( \frac{\dot{\varphi}_{ul,DO}}{i_0 \cdot i_{ZM}} - \dot{\varphi}_{iz,ZM} \right) \end{aligned} \quad (7.15)$$

#### 7.1.2.5. Model pogonskog poluvratila

Analogno modelu kardanskog vratila, postavlja se i model pogonskog poluvratila, slika 7.10a. Uprošćena šema pogonskog poluvratila prikazana je slici 7.10b.

Diferencijalna jednačina, koja opisuje dinamičko ponašanje ekvivalentnog sistema na slici 7.6b, ima sledeći oblik:

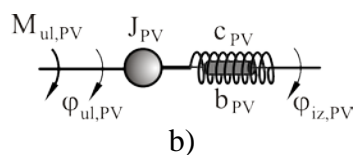
$$J_{PV} \cdot \ddot{\varphi}_{ul,PV} = M_{ul,PV} - [c_{PV} \cdot (\varphi_{ul,PV} - \varphi_{iz,PV}) + b_{PV} \cdot (\dot{\varphi}_{ul,PV} - \dot{\varphi}_{iz,PV})] \quad (7.16)$$

Moment na poluvratilu, koji predstavlja ulazni moment na pogonski točak, dobija se na osnovu sledeće relacije:

$$M_{iz,PV} = c_{PV} \cdot (\varphi_{ul,PV} - \varphi_{iz,PV}) + b_{PV} \cdot (\dot{\varphi}_{ul,PV} - \dot{\varphi}_{iz,PV}) \quad (7.17)$$



a)



b)

Slika 7.10. a) Poluvratilo, [82]; b) Uprošćena šema pogonskog poluvratila

### 7.1.2.6. Model pogonskog točka (PT)

Opterećenja koje točkovi prenose na pogonska vratila, tj. na pogonski sistem, kao što je i u prethodnom dijelu disertacije konstatovano, promjenljivog su nivoa i najčešće slučajnog karaktera.

Za efikasno projektovanje sistema vozila neohodno je u prvom koraku uraditi pravilnu analizu dinamičkog ponašanja točka pri prelasku preko neravne podloge, [31], slika 7.11. Znači, tačno predviđanje opterećenja koje točkovi prenose na pogonska vratila, predstavlja važnu karakteristiku u analizi dinamičkog ponašanja pogonskog sistema.

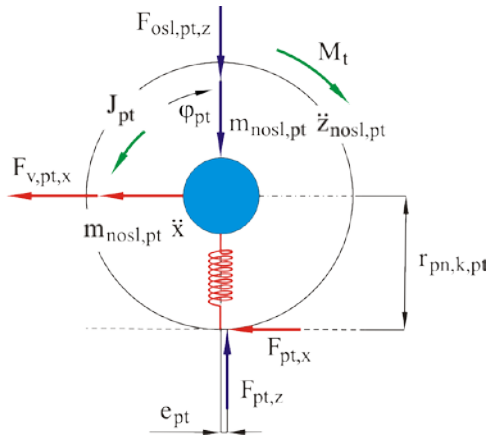


Slika 7.11. Izgled neravnine podloge [69]

Analizirajući veliki broj matematičkih modela pneumatika, odabrani relevantni model treba da:

- opiše dinamičke sile u poluvratilu točka pri oštrim udarima točka u neravninu,
- bude parametarski definisan omogućavajući brzo prilagođavanje širokom dijapazonu karakteristika,
- ima sve dostupne podatke od proizvođača vozila i pneumatika ili da se podaci mogu dobiti ispitivanjem.

Pri modeliranju dinamičkog ponašanja točka vozila postavljaju se jednačine dinamičke ravnoteže sila i momenata, a na osnovu šeme prikazane na slici 7.12.



**Slika 7.12.** Sile i momenti koji djeluju na pogonski točak vozila, [66]

Oznake na slici 7.12 imaju sledeće značenje:  $\mathbf{F}_{v,pt,x}$  horizontalna sila kojom ram vozila djeluje na neoslonjenu masu pogonskog točka,  $\mathbf{F}_{pt,x}$  horizontalna sila kojom podloga djeluje na pogonski točak,  $\mathbf{F}_{pt,z}$  vertikalna sila kojom podloga djeluje na pogonski točak,  $\mathbf{F}_{osl,pt,z}$  vertikalna sila kojom oslonjena masa djeluje na neoslonjenu masu pogonskog točka,  $\ddot{z}_{nosl,pt}$  ubrzanje neoslonjene mase pogonskog točka,  $m_{nosl,pt}$  neoslonjena masa pogonskog točka,  $r_{pn,k,pt}$  radijus pneumatika pogonskog točka,  $\mathbf{J}_{pt}$  moment inercije pogonskog točka,  $\mathbf{M}_t$  pogonski moment na točku,  $\phi_{pt}$  ugao obrtanja pogonskog točka,  $\mathbf{e}_{pt}$  rastojanje vertikalne reakcije podloge na točak.

Na osnovu prethodno date šeme mogu se postaviti sledeće jednačine za pogonski točak:

$$\sum F_{pog,x} = m_{nosl,pt} \cdot \ddot{x} + \sum F_{v,pt,x} + \sum F_{pt,x} \quad (7.18)$$

$$\sum F_{pt,z} = \sum m_{nosl,pt} \cdot \ddot{z}_{nosl,pt} + \sum F_{osl,pt,z} \quad (7.19)$$

$$\mathbf{J}_{pt} \cdot \ddot{\phi}_{pt} = \mathbf{M}_t - \sum F_{pt,x} \cdot r_{pn,k,pt} - \sum F_{pt,z} \cdot \mathbf{e}_{pt} \quad (7.20)$$

$$\mathbf{J}_{pt} \cdot \ddot{\phi}_{pt} = \mathbf{M}_t - \sum F_{v,pt,x} \cdot r_{pn,k,pt} - \sum F_{pt,z} \cdot \mathbf{e}_{pt} - \sum m_{nosl,pt} \cdot \ddot{x} \cdot r_{pn,k,pt} \quad (7.21)$$

gdje je:  $\mathbf{e}_{pt} = \mathbf{f}_{pt} \cdot r_{pn,k,pt}$

### 7.1.2.7. Model kretanja vozila (V)

Modeliranje kretanja vozila se vrši tako što se modeliraju sve pogonske sile i sve sile otpora koje djeluju na vozilo u pokretu, pa dinamičke jednačine ravnoteže vozila za horizontalni i vertikalni pravac, pri kretanju vozila na usponu imaju oblik:

$$\sum F_{pog} = F_{in} + F_v + F_n + \sum F_f \quad (7.22)$$

$$\sum F_{z_t,z} + \sum F_{pt,z} + m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0 \quad (7.23)$$

gdje je:  $F_{in}$  otpor inercije,  $F_v$  otpor vazduha,  $F_n$  otpor nagiba podloge i  $F_f$  otpor kotrljanja točkova,  $\alpha$  uspon podloge,  $m$  masa vozila.

Relacija (7.22) može se predstaviti u razvijenom obliku:

$$\sum F_{pog} = m \cdot \frac{dv}{dt} + F_v + G \cdot \sin \alpha + \sum F_{pt,z} \cdot f_{pt} \quad (7.24)$$

gdje je  $f_{pt}$  koeficijent otpora kotrljanja točka koji se računa pomoću izraza:

$$f_{pt} = f_0 \cdot (1 + a \cdot v^2) \quad (7.25)$$

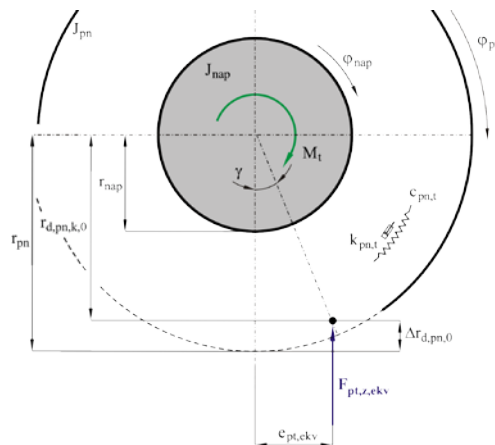
gdje je:  $f_0$  koeficijent otpora kotrljanja za brzine do 60 km/h,  $a$  konstanta, čija je vrijednost u dijapazonu  $(4 \div 5) \cdot 10^{-5}$ , i  $v$  predstavlja brzinu kretanja vozila, [km/h].

Izraz za opterećenje točka dat je sledećom relacijom, slika 7.13:

$$M_{otp} = F_{pt,z,ekv} \cdot e_{pt,ekv} \quad (7.26)$$

gdje je:  $F_{pt,z,ekv}$  ekvivalentna reakcija podloge na pneumatik, a  $e_{pt,ekv}$  ekvivalentni krak pneumatika.

Izrazi za izračunavanje sile  $F_{pt,z,ekv}$  prikazani su u tački 7.13, koristeći vrijednost sile izračunate iz jednačina dinamičke ravnoteže sistema oslanjanja i točka, u kojima kao poremećaj djeluje ulaz u vidu neravnine podloge.



**Slika 7.13.** Šema opterećenja pogonskog točka sa ekvivalentnom vertikalnom silom i ekvivalentnim krakom, [66]

Oznake na slici 7.13 imaju sledeće značenje:  $J_{pn}$  moment inercije pneumatika točka,  $J_{nap}$  moment inercije naplatka točka,  $\phi_{nap}$  ugao obrtanja naplatka točka,  $\phi_{pn}$  ugao obrtanja pneumatika točka,  $F_{pt,z,ekv}$  ekvivalentna vertikalna sila na pogonskom točku,  $r_{pn}$  spoljni radijus pneumatika točka,  $r_{nap}$  radijus naplatka točka,  $r_{d,pn,k,0}$  dinamički

radijus točka,  $c_{pn,t}$  tangencijalna krutost pneumatika,  $k_{pn,t}$  tangencijalno prigušenje pneumatika,  $M_t$  pogonski moment na točku.

Na osnovu literature [66], vrijednost ekvivalentnog kraka vertikalne sile  $e_{pt,ekv}$  se računa na osnovu relacije:

$$\ddot{e}_{pt,ekv} + A \cdot B \cdot \dot{e}_{pt,ekv} + A^2 \cdot e_{pt,ekv} = A^2 \cdot C \cdot e_{pt,ekv,ul} \quad \text{i} \quad e_{pt,ekv} = e_{pt,ekv,0} \quad (\text{za } z_{p,t,peg} = 0) \quad (7.27)$$

gdje je:  $e_{pt,ekv,ul} = r_{pn} \cdot \frac{z_{p,t,peg}}{s}$ ,  $r_{pn}$  spoljašnji radijus neopterećenog točka,  $z_{p,t,peg}/s$

vrijednost nagiba ekvivalentne neravnine ispeglane točkom, koeficijenti A, B i C se dobijaju korišćenjem eksperimentalnih podataka ispitivanja ponašanja sistema, odnosno na osnovu snimljene promjene momenta uvijanja točka.

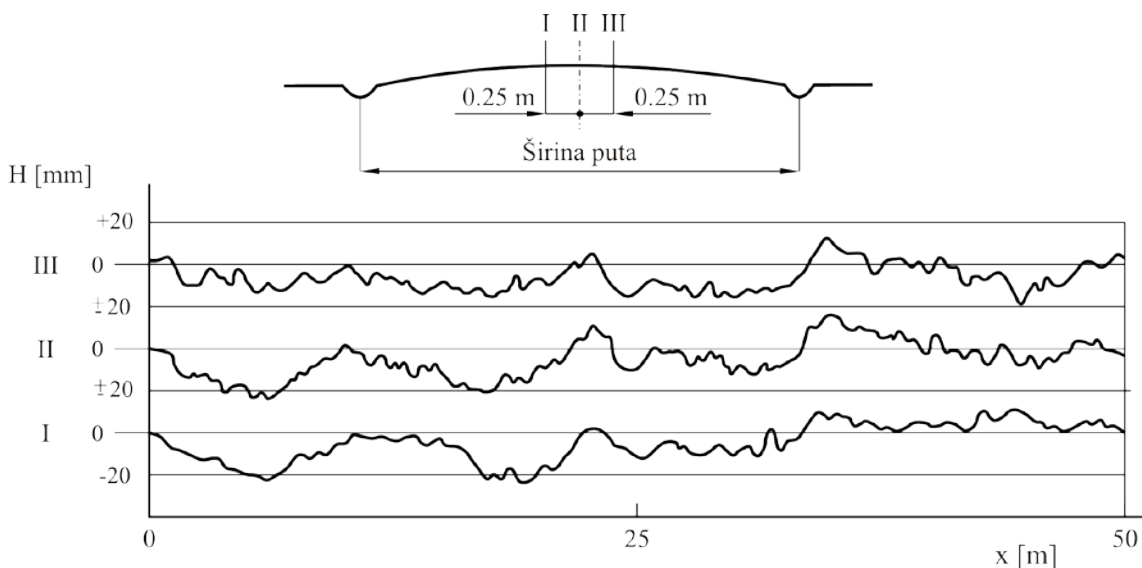
### 7.1.3. Modeliranje puta (P)

Jedan od osnovnih uticaja na dinamiku kretanja vozila ima put, tj. neravnina podloge. Opterećenja koja ona izaziva na sistemu za prenos snage su promjenljivog nivoa i slučajnog karaktera. Pored ovoga, neravnina podloge negativno utiče na udobnost i komfor vozila.

U literaturi [12] prikazan je uticaj mikroneravnina puta na pouzdanost i bezbjednost konstrukcije vozila. Takođe, urađena je analiza i upoređenje podloge perfektno glatkom, horizontalnom i pravom podlogom. Neravnine podloge, slika 7.14, predstavljaju primarni indikator njenog stanja, pa se u tom smislu vrše mjerenja visine neravnina profila podloge i na osnovu njih proračunava pogodan indeks neravnina koji služi za procjenu njenog stanja. Na osnovu tih podataka proračunava se neki od indeksa koji prikazuje neravnost podloge i koji predstavlja sumarni indeks koji važi za cijelu dionicu puta. Danas je u upotrebi veći broj indeksa od kojih su najznačajniji Međunarodni indeks neravnina (IRI), Indeks udobnosti (Ride number), Indeks profila, Korijen srednje vrijednosti vertikalnog ubrzanja (RMSVA), Odstupanje nagiba (Slope variance) itd.

Međutim, svi ovi indeksi daju samo prosječnu vrijednost stanja površine podloge u smislu neravnina na dužim dijelovima puta i ne omogućavaju očuvanje podataka o stanju podloge na pojedinačnom dijelu puta. U tom smislu se i koristi parametar Profil neravnina koji daje podatke i o raspodjeli neravnina duž puta.





Slika 7.14. Primjer profila puta.

Saglasno opšteprihvaćenoj klasifikaciji, neravnine puta se po dužini talasa neravnina dijele prema prirodi njihovog nastanka na, [12]:

- makroprofil, koji se povezuje sa geološkom građom Zemljine kore,
- mikroprofil i hrapavost, koji predstavljaju rezultat stvaralačkog rada čovjeka.

Takođe postoji i podjela na osnovu koje je postavljena klasifikacija neravnina prema talasnim dužinama neravnina, i to na:

- talasne dužine koje prelaze 50 m, brežuljci i nagibi pri brzini od npr. 20 m/s, kod kojih period opterećenja premašuje 2.5 s, što je dovoljno sporo da omogući ravnotežu ostvarenu u sistemu oslanjanja
- talasne dužine od 1 do 50 m, kod kojih je period opterećenja od 50 ms÷2.5 s, jesu talasastost, one se primarno kompenzuju sistemom oslanjanja
- talasne dužine od 10 mm do 1 m, sa periodima od 0.5÷50 ms su neravnine kod kojih postoji velika promjena radijusa pneumatika i takođe zahtijevaju analizu dinamičkog ponašanja vozila
- talasne dužine ispod 10 mm, kod kojih postoji mali dinamički uticaj na vozilo, a period opterećenja je ispod 0.5 ms, pa se glavni uticaj ogleda u frikcionom ponašanju pneumatika.

Mikroprofil puta predstavlja slučajni proces, odnosno slučajnu funkciju i po dužini i po širini puta, pa je za njega potrebno utvrditi statističke pokazatelje, srednju vrijednost, efektivnu vrijednost i autokorelacionu funkciju, [12].

Tako je:

- srednja vrijednost neravnina, slika 7.15:

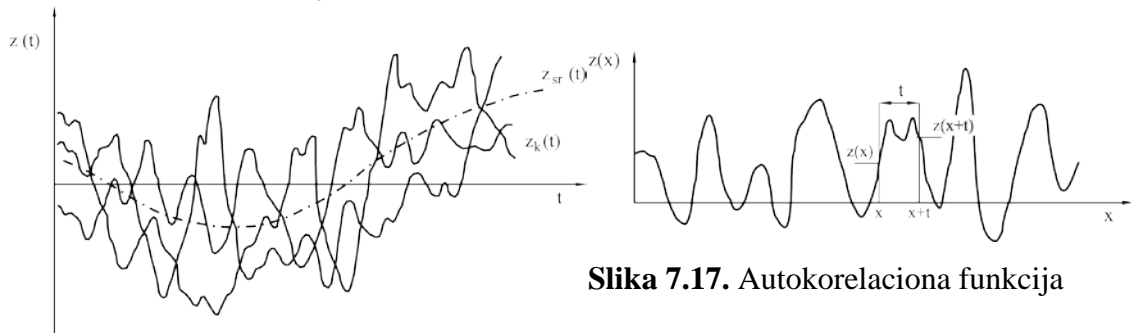
$$z_{sr} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \cdot \int_0^L z(x) \cdot dx \quad \text{odnosno} \quad z_{sr} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_1^N z_i \quad (7.28)$$

- efektivna vrijednost, slika 7.16:

$$z_{ef} = \sqrt{\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \cdot \int_0^L z(x)^2 \cdot dx} \quad \text{odnosno} \quad z_{ef} = \sqrt{\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_1^N z_i^2} \quad (7.29)$$

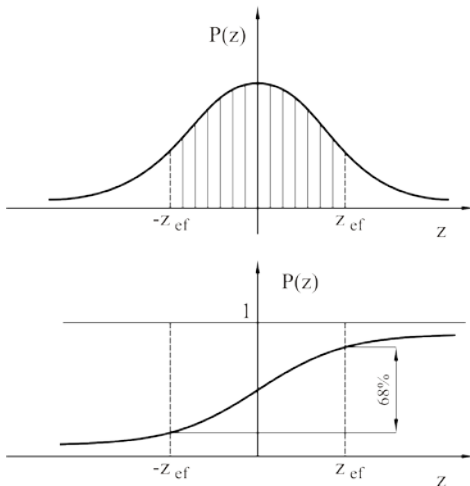
- autokorelaciona funkcija, slike 7.17 i 7.18:

$$P(x, x + t) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \cdot \int_0^L z(x) \cdot z(x + t) \cdot dx \quad \text{odnosno:} \quad P(\Delta) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_1^N z_i \cdot z_{i+\Delta} \quad (7.30)$$

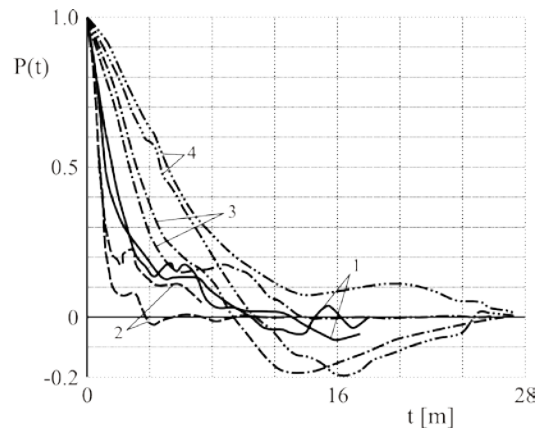


Slika 7.17. Autokorelaciona funkcija

Slika 7.15. Srednja vrijednost



Slika 7.16. Gausova (Gauss), normalna raspodjela



Slika 7.18. Karakteristika autokorelacione funkcije

Pošto vozilo prolazi duž puta točkovi prate profil i prenose vremenski zavisno vertikalno pomjeranje na strukturu vozila u svim tačkama kontakta sa podlogom, dok vozilo prenosi slučajne reakcije sile na te tačke kontakta. Kako promjenjiva priroda prenesene pobude zavisi od brzine vozila, kada se vozilo kreće konstantnom brzinom,

profil podloge se linearno transformiše iz prostornog u vremenski domen. Pošto su ispitivanja pokazala da se mikroprofil puta podvrgava Gausovoj, normalnoj raspodjeli profil puta se modelira kao homogeni Gausov slučajni proces u prostoru stanja i transformiše u stacionarni Gausov slučajni proces u vremenskom domenu.

Najčešće se nakon eksperimentanih snimanja karakteristike podloge definiše zakon promjene visine neravnina kao kvadrat spektralne gustine, [27], [66]. Kada se spektralna gustina prikaže u funkciji frekvencije na dijagramu sa linearnom skalom, površina ispod krive je jednaka kvadratu srednje vrijednosti signala.

Zakon promjene kvadrata spektralne gustine se prikazuje pravom linijom na dijagramu sa logaritamskom raspodjelom, i to kao:

$$\bar{S} = c \cdot \bar{\omega}^{-n} \quad (7.31)$$

gdje je  $\bar{\omega}$  kružna frekvencija po pređenom putu,  $c$  konstanta koja zavisi od vrijednosti  $n$ , i  $n$  bezdimenziona konstanta; ISO preporuka je bila da se za talasastu podlogu koristi vrijednost  $n=2$ , tj. za poremećaje čija je talasna dužina veća od 6 m, i vrijednost  $n=1.37$  za neravnine čija je talasna dužina manja od 6 m, a najnoviji pristup je takav da se zanemaruje razlika između talasa i neravnina, a najčešće korišćene vrijednosti koeficijenta  $c$  su:

$$c=4.7 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ n}=2.1 \text{ za autoputeve,}$$

$$c=8.1 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \text{ n}=2.1 \text{ za puteve u lošem stanju.}$$

Neravnine profila puta mogu se prikazati pomoću funkcije kvadrata spektralne gustine. Radi određivanja ove funkcije neophodno je izmjeriti profil podloge u odnosu na referentni nivo. Obično, za analizu slučajnih vibracija vozila u pokretu neophodno je prilagoditi analitičke izraze izmjerenim kvadratom spektralne gustine, PSD. Setovi spektara koji označavaju granice osam klasa puteva, definisanih prema standardu ISO 8608:1995, mogu se predstaviti sledećim analitičkim opisima koji su predloženi za prilagođavanje izmjerenim vrijednostima PSD:

$$G(n) = G(n_0) \cdot \left( \frac{n}{n_0} \right)^{-2} \quad \text{ili} \quad G(\Omega) = G(\Omega_0) \cdot \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-2} \quad (7.32)$$

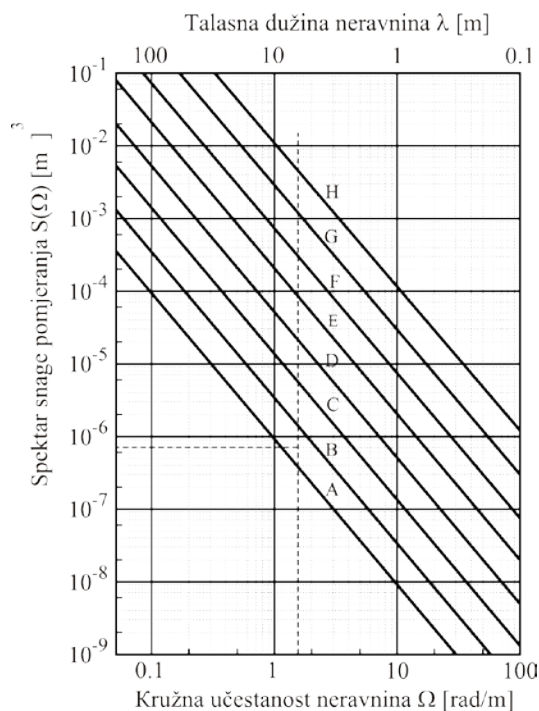
gdje  $n$  i  $\Omega$  predstavljaju prostornu i ugaonu frekvenciju, a  $G(n)$  i  $G(\Omega)$  predstavljaju jednodimenzionalne PSD funkcije u odnosu na  $n$  i  $\Omega$ . Potrebno je napomenuti da  $n_0=0.1$  ciklusa/m predstavlja referentnu prostornu frekvenciju,  $\Omega_0=1$  rad/m predstavlja

referentnu ugaonu prostornu frekvenciju, a  $G(n_0)$  i  $G(\Omega_0)$  predstavljaju koeficijente neravnina koji predstavljaju visinu ovih spektara. Vrijednosti  $G(n_0)$  definisane pri referentnoj frekvenciji  $n_0=0.1$  ciklusa/m navedene su u tabeli 7.1 za klase puteva od A do H.

ISO standard 8608:1995 je postavljen u cilju davanja pravila koji omogućava upoređivanje stanja površine podloge na osnovu upoređivanja vrijednosti kvadrata spektralne gustine, a standard preporučuje da je potrebno obezbijediti podatke o stanju neravnina na dužim dionicama puta, odnosno dionicama ne kraćim od 1 Km, tabela 7.1, slika 7.19.

**Tabela 7.1.** Minimalne, srednje i maksimalne vrijednosti konstante  $c$  za različite klase puteva prema standardu ISO 8608:1995

Klasa puta	Stepen neravnosti $G(n_0)$ [ $10^{-6} m^3$ ]		
	Donji limit	Srednja vrijednost	Gornji limit
A	8	16	32
B	32	64	128
C	128	256	512
D	512	1024	2048
E	2048	4096	8192
F	8192	16384	32768
G	32768	65536	131072
H	131072	262044	524288



**Slika 7.19.** Kvadrat spektralne gustine profila puta prema ISO 8608:1995.

Mikroprofil podloge se predstavlja u vidu stacionarnog ergodičkog slučajnog procesa sa autokorelacionom funkcijom sledećeg oblika, [36]:

$$R_k(t) = D_k \cdot [A_{1k} \cdot e^{-\alpha_{1k} \cdot t} \cdot \cos(\beta_k \cdot t) + A_{2k} \cdot e^{-\alpha_{2k} \cdot t}] \quad (7.33)$$

gdje je:  $D_k$  varijansa k-tog tipa profila podloge,  $\alpha_{1k}$ ,  $\alpha_{2k}$ ,  $\beta_k$  koeficijenti za k-ti tip profila podloge.

Rezultati korelacione analize visine neravnina mikroprofila nekoliko karakterističnih vrsta puteva predstavljeni su u tabeli 7.2, [82].

**Tabela 7.2.** Koeficijenti aproksimacije autokorelacione funkcije nekih tipova mikroprofila podloge

Putni pokrivač	$D_k$ , [cm <sup>2</sup> ]	$A_1$	$A_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta$
1. Asfalt u dobrom stanju	0.664	1	0	0.13	0	1.05
2. Pohabani asfalt	1.21	0.15	0.85	0.05	0.2	0.6
3. Šljunkoviti put	6.3	0.047	0.953	0.049	0.213	1.367
4. Strnjika (njiva)	10.63	0.1	0.9	0.2	0.7	1.57

Svedenoj autokorelacionoj funkciji odgovara spektralna gustina, dobijena prvom Furijeovom transformacijom:

$$S_k(\omega) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} R(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt \quad (7.34)$$

$$S_k(\omega) = \frac{D_k}{\pi} \cdot \left[ A_{1k} \cdot \frac{\alpha_{1k} \cdot (\omega^2 + \alpha_{1k}^2 + \beta_{1k}^2)}{(\omega^2 - \beta_{1k}^2 - \alpha_{1k}^2)^2 + 4 \cdot \alpha_{1k}^2 \cdot \omega^2} + A_{2k} \cdot \frac{\alpha_{2k}}{\omega^2 + \alpha_{2k}^2} \right] \quad (7.35)$$

Za dobijanje diskretnih značenja visine mikroprofila u trenutku vremena, koja odgovara koraku diskretizacije, neophodno je postaviti odgovarajući filter.

Posmatrajmo linerani filter kao dinamički sistem, opisan linearnim homogenim diferencijalnim jednačinama. Spektralnu gustinu predstavimo sumom dva izraza:

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) \quad (7.36)$$

Za oba člana prethodnog izraza prenosna funkcija formiranog filtera nalazi se iz jednakosti:

$$W_i(j\omega) \cdot W_i(-j\omega) = 2 \cdot \pi \cdot S_i(\omega), \quad i = \overline{1, 2} \quad (7.37)$$

Tada je:

$$W_1(j\omega) = \frac{A_1 \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot \alpha} \cdot (j\omega + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{j\omega^2 + 2 \cdot \alpha \cdot j\omega + \alpha^2 + \beta^2} \quad \text{i} \quad W_2(j\omega) = \frac{A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot \gamma}}{j\omega + \gamma} \quad (7.38)$$

Principom superpozicije, dobija se:

$$W_{\Sigma}(j\omega) = W_1(j\omega) + W_2(j\omega) = \frac{A_1 \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot \alpha} \cdot (j\omega + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{(j\omega)^2 + 2 \cdot \alpha \cdot j\omega + \alpha^2 + \beta^2} + \frac{A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot \gamma}}{j\omega + \gamma} \quad (7.39)$$

gdje  $W_{\Sigma}(j\omega)$  predstavlja frekventnu prenosnu funkciju formiranog filtera.

Na osnovu datog izraza dobijamo sledeće diferencijalne jednačine formiranog filtera:

$$\dot{x} = y + \zeta_1 \cdot \eta(t) \quad \text{i} \quad \dot{z} = -\gamma \cdot z + \zeta_2 \cdot \eta(t) \quad (7.40)$$

Parametar  $y$  je predstavljen sledećom funkcijom:

$$\dot{y} = -(\alpha^2 + \beta^2) \cdot x - 2 \cdot \alpha \cdot y + (\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - 2 \cdot \alpha) \cdot \zeta_1 \cdot \eta(t) \quad (7.41)$$

gdje je:

$$\zeta_1 = A_1 \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot \alpha} \quad \text{i} \quad \zeta_2 = A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot \gamma} \quad (7.42)$$

a  $\eta(t)$  predstavlja bijeli šum.

Veličina slučajne vrijednosti visine neravnine,  $h_{mp}(t)$ , nalazi se pomoću sledećeg izraza:

$$h_{mp}(t) = x(t) + z(t) \quad (7.43)$$

Generisanje ulaza u sistem, odnosno ulaza koji predstavlja poremećaj u vidu slučajne visine neravnine, može biti različito i zavisiće od mogućnosti pojedinih simulacionih alata. Pri ovome je potrebno ispuniti uslov naveden u tabeli 7.2, a ogleda se u obezbeđenju potrebne statističke karakteristike generisanog signala, koji je u ovom slučaju iskazan pomoću vrijednosti varijanse,  $D_k$ .

Pošto je točak deformabilni element sistema i on istovremeno obuhvata više neravnina, pri analizi je potrebno uzeti u obzir i uticaj sposobnosti pneumatika koja se ogleda u peglanju neravnina, [36]. Ova sposobnost pneumatika zadaje se u vidu prenosne funkcije dinamičkog lanca u kome se kao ulaz uvodi ordinata mikroprofila podloge, a kao izlaz dobijamo njenu srednju visinu na dužini kontakta pneumatika i podloge:

$$W_{peg}(j\omega) = \frac{k_{pl}^2}{(j\omega)^2 + j\omega \cdot k_{pl} \cdot \sqrt{2} + k_{pl}^2} \quad (7.44)$$

gdje  $k_{pl}$  predstavlja koeficijent koji se određuje prema formuli:

$$k_{pl} = (0.9 \div 1.3) \cdot \frac{v}{l_t} \quad (7.45)$$

gdje  $l_t$  predstavlja dužinu kontakta pneumatika i podloge, a  $v$  brzinu kretanja vozila.

Dužina kontakta točka i podloge dobija se prema empirijskoj formuli:

$$l_t = 2 \cdot \sqrt{0.1 \cdot H_t \cdot (D_t - 0.1 \cdot H_t)} \quad (7.46)$$

gdje  $D_t$  i  $H_t$  predstavljaju spoljnu prečnik i visinu profila pneumatika.

Spektralna gustina procesa ispeglanog pneumatikom  $S_{peg}$  dobija se iz prenosne funkcije:

$$S_{peg}(\omega) = W_{peg}(j\omega) \cdot W_{peg}(-j\omega) \cdot S_h(\omega) = \frac{k_{pl}^2}{(k_{pl}^2 - \omega^2)^2 + 2 \cdot k_{pl}^2 \cdot \omega^2} \cdot S_x(\omega) \quad (7.47)$$

gdje je  $S_h$  spektralna gustina mikroprofila.

Na osnovu prethodno date prenosne funkcije dobija se diferencijalna jednačina (7.48) za računanje ekvivalentne visine neravnine mjerodavne za dalji proračun ponašanja sistema.

$$\ddot{z}_{p,t,peg} + \dot{z}_{p,t,peg} \cdot k_{pl} \cdot \sqrt{2} + z_{p,t,peg} \cdot k_{pl}^2 = k_{pl}^2 \cdot h_{mp} \quad (7.48)$$

## 7.2. Simulacioni model sistema PM-SPS-PT-V-P

Simulacija dinamičkog ponašanja sistema PM-SPS-PT-V-P je urađena prema postavljenom matematičkom modelu u podnaslovu 7.1, odnosno prema izrazima koji su ranije dati:

- motor (linearizovani izrazi):

$$\Delta M_M = \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} \cdot \Delta \omega_M + \frac{\partial M_M}{\partial h} \cdot \Delta h$$

$$J_M \cdot \Delta \ddot{\phi}_M = \frac{\partial M_M}{\partial \omega_M} \cdot \Delta \omega_M - [c_M \cdot (\Delta \phi_M - \Delta \phi_{iz,M}) + b_M \cdot (\Delta \dot{\phi}_M - \Delta \dot{\phi}_{iz,M})]$$

- spojnica:

$$J_{ul,S} \cdot \ddot{\phi}_{ul,S} = M_{ul,S} - M_S$$

$$J_{iz,S} \cdot \ddot{\phi}_{iz,S} = M_S - M_{iz,S}$$

- mjenjač:

$$\left( J_{ul,Mj} + \frac{J_{iz,Mj}}{i_{Mj}^2} \right) \cdot \ddot{\phi}_{ul,Mj} = M_{ul,Mj} - \frac{1}{i_{Mj}} \cdot \left[ c_{iz,Mj} \cdot \left( \frac{\phi_{ul,Mj}}{i_{Mj}} - \phi_{iz,Mj} \right) + b_{iz,Mj} \cdot \left( \frac{\dot{\phi}_{ul,Mj}}{i_{Mj}} - \dot{\phi}_{iz,Mj} \right) \right]$$

- diferencijal:

$$\left[ J_1 + \frac{J_2}{i_0^2} + \frac{J_3}{(i_{D,l} \cdot i_0)^2} + \frac{J_4}{(i_{D,d} \cdot i_0)^2} \right] \cdot \ddot{\phi}_{ul,D} = M_{ul,D} - [M_{otp,D,l} + M_{otp,D,d}]$$

$$M_{otp,D,d} = \frac{1}{i_0 \cdot i_{D,d}} \cdot \left[ c_{iz,D,d} \cdot \left( \frac{\phi_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,d}} - \phi_{iz,D,d} \right) + b_{iz,D,d} \cdot \left( \frac{\dot{\phi}_{ul,D}}{i_0 \cdot i_{D,d}} - \dot{\phi}_{iz,D,d} \right) \right]$$

- poluvratilo:

$$J_{PV} \cdot \ddot{\phi}_{ul,PV} = M_{ul,PV} - [c_{PV} \cdot (\phi_{ul,PV} - \phi_{iz,PV}) + b_{PV} \cdot (\dot{\phi}_{ul,PV} - \dot{\phi}_{iz,PV})]$$

- pogonski točak:

$$J_{\text{nap}} \cdot \ddot{\varphi}_{\text{nap}} = M_t - [c_{\text{pn,t}} \cdot (\varphi_{\text{nap}} - \varphi_{\text{pn}}) + k_{\text{pn,t}} \cdot (\dot{\varphi}_{\text{nap}} - \dot{\varphi}_{\text{pn}})]$$

$$J_{\text{pn}} \cdot \ddot{\varphi}_{\text{pn}} = [c_{\text{pn,t}} \cdot (\varphi_{\text{nap}} - \varphi_{\text{pn}}) + k_{\text{pn,t}} \cdot (\dot{\varphi}_{\text{nap}} - \dot{\varphi}_{\text{pn}})] - M_{\text{otp}}$$

$$M_{\text{otp}} = F_{\text{pt,z,ekv}} \cdot e_{\text{pt,ekv}} \cdot e_{\text{pt,ekv,ul}} = r_{\text{pn}} \cdot \frac{z_{\text{p,t,peg}}}{s}$$

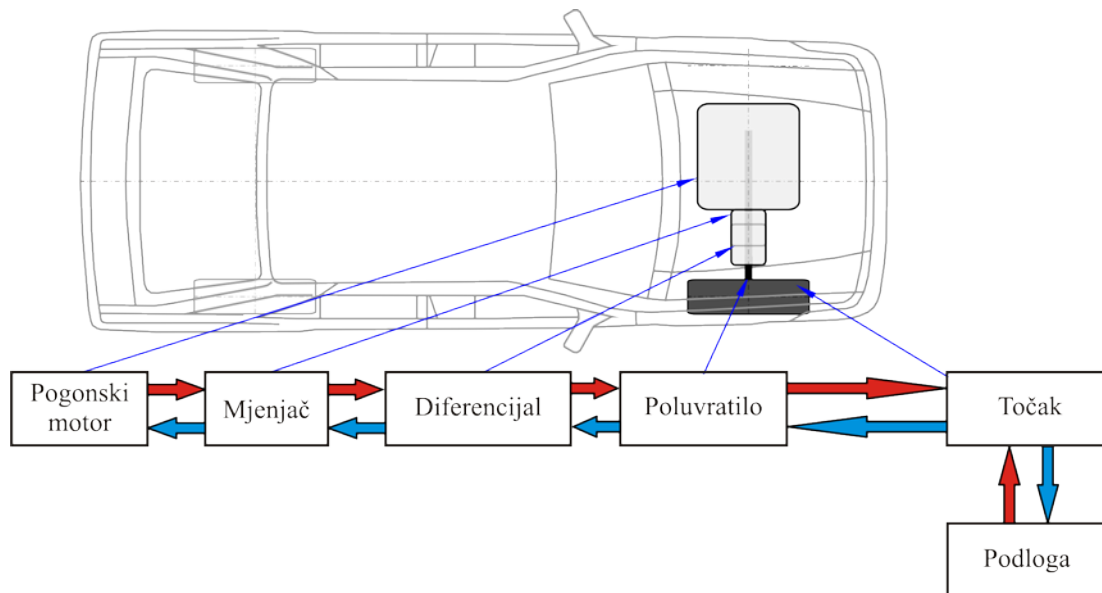
$$\ddot{e}_{\text{pt,ekv}} + A \cdot B \cdot \dot{e}_{\text{pt,ekv}} + A^2 \cdot e_{\text{pt,ekv}} = A^2 \cdot C \cdot e_{\text{pt,ekv,ul}}$$

$$e_{\text{pt,ekv}} = e_{\text{pt,ekv,0}} \quad (3a \quad z_{\text{p,t,peg}} = 0)$$

- put (neravnina podloge):

$$\ddot{z}_{\text{p,t,peg}} + \dot{z}_{\text{p,t,peg}} \cdot k_{\text{pl}} \cdot \sqrt{2} + z_{\text{p,t,peg}} \cdot k_{\text{pl}}^2 = k_{\text{pl}}^2 \cdot h_{\text{mp}}$$

Ocjena rezultata dobijenih na osnovu simulacionog modela urađena je poređenjem sa rezultatima dobijenim eksperimentalnim putem, za model sistema koji je dat na slici 7.20.



**Slika 7.20.** Šema pogonskog sistema vozila

Prvo je izvršena simulacija dinamičkog ponašanja PM-SPS-PT-V-P, a nakon toga upoređenje rezultata simulacije sa eksperimentalnim rezultatima. U simulacioni model kao ulaz uvedena je promjena visine neravnine za koju je tokom eksperimentalnih istraživanja, u laboratorijskim uslovima, vršeno praćenje i snimanje promjene momenta na lijevom i desnom poluvratilu vozila.

Prikaz formiranog modela elemenata sistema, odgovarajućim blokovima u programu Matlab, programskom paketu Simulink, dat je u Prilogu A disertacije.



### 7.3. Eksperimentalna verifikacija matematičkog i simulacionog modela

U skladu sa laboratorijsko-tehničkim uslovima, za potvrđivanje rezultata dobijenih iz simulacionog modela pogonskog sistema, urađeno je eksperimentalno ispitivanje na posebno pripremljenom vozilu FORD Escort 1.6 D CL, slika 7.21, na Mašinskom fakultetu u Podgorici.

Procedura eksperimentalnog ispitivanja obuhvatila je:

- pripremu test vozila,
- pripremu neravnine podloge i test staze,
- prilagođavanje i kalibraciju mjerne opreme korišćene u ispitivanju,
- mjerenje opterećenja poluvratila.



**Slika 7.21.** Test vozilo Ford Escort 1.6 D CL

(pogon na prednje točkove; dizel motor; petostepeni mehanički mjenjač; masa vozila 1060 kg; masa na prednjoj osovini: 620 kg (lijevo 325 kg, desno 295 kg); masa vozila na zadnjoj osovini: 440 kg (lijevo 240 kg, desno 200 kg); pneumatici: KINGSTAR Radial H714 175 R13 82T; radijus neopterećenog pneumatika: 292.8 mm; masa pneumatika sa naplatkom: 12.8 kg; moment inercije pneumatika: 0.46 kgm<sup>2</sup>; sistem oslanjanja: MC Pherson)

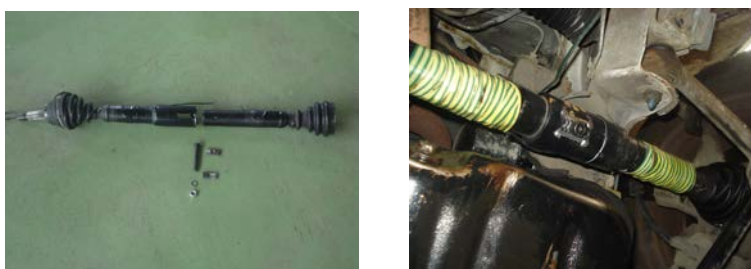
Test vozilo je pripremljeno na način koji omogućava ugradnju mjerne opreme na vozilu, a ogleda se u:

- obradi poluvratila i postavljanju mjernih traka na oba poluvratila; desno poluvratilo je prepravljeno u dva demontažna dijela, koji se lako montiraju u jednu cjelinu uz mogućnost ostvarivanja međusobnog ugaonog zazora; montiranje konektora sa kliznim prstenovima za prenos signala, čime je omogućeno mjerenje momenata na poluvratilima, slike 7.22, 7.23 i 7.24,
- na lijevom i desnom poluvratilu su ugrađene mjerne trake za mjerenje momenta, a potrebni vodovi za prenos signala se preko klizne spojnice, slika

7.24, izvode iz glavčine točka i vode do mjernog mosta koji se nalazi u vozilu.



**Slika 7.22.** Poluvratilo sa žljebom i mjernim trakama za mjerenje momenta



**Slika 7.23.** Prepravljeno poluvratilo (desno)



**Slika 7.24.** Konektor za prenos signala do mjernog mosta

Eksperimentalna ispitivanja konstrukcijskih parametara krutosti sistema oslanjanja za isto vozilo prikazana su u literaturi [66].

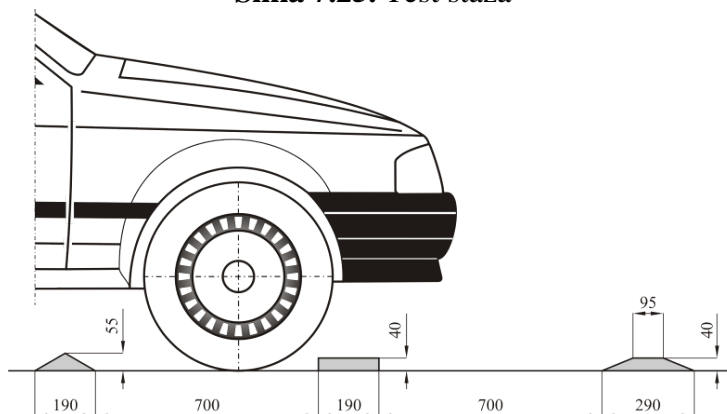
Eksperimentalno ispitivanje pogonskog sistema test vozila izvedeno je u laboratorijskim uslovima, na ravnoj betonskoj podlozi, koja se može smatrati da je idealno ravna i nedeformabilna. Takođe, eksperimentalna ispitivanja su izvedena na istoj podlozi, ali sa definisanim karakteristikama geometrije staze, slika 7.25.

Izgled staze sa geometrijskim karakteristikama, data je na slici 7.26.

Test instalacija je pripremljena na način da se svi podaci objedinjavaju i čuvaju u memoriji dinamičkog mjernog mosta, čime je omogućena analiza svih posmatranih parametara u istom trenutku.

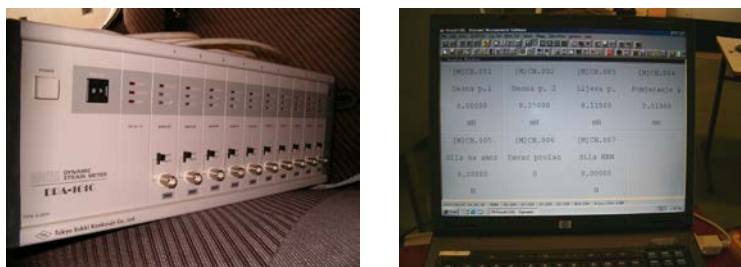


Slika 7.25. Test staza



Slika 7.26. Šema bočnog profila staze

Mjerna oprema za provođenje eksperimenta se sastoji od dinamičkog mjernog mosta DIGUTAL Dynamic Strain Meter TML DRA-101C, proizvođača Tokyo Sokki Kenkyjo-Japan, davača pomjeranja HBM, davača sile HBM, tip U9B/10 kN i U2A/200 kg, slika 7.27.



Slika 7.27. Dinamički mjerni most DIGUTAL Dynamic Strain Meter TML DRA-101C  
Karakteristika mjernih traka za mjerenje momenta dobijena je njihovom kalibracijom pomoću poluge i odgovarajućeg opterećenja zadavanog tegovima na definisanom kraku. Karakteristika davača sile je dobijena njihovom kalibracijom prema davaču baždarenom 17.02.2010. godine na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Laboratoriji za ispitivanje mehaničkih svojstava. Fotografije na kojima se prikazuje kalibracija pojedinih elemenata sistema date su na slikama 7.28, dok je na fotografijama datim na slici 7.29 prikazana mjerna oprema postavljena u vozilu.



Slika 7.28. Kalibracija mjerne instalacije



Slika 7.29. Izgled mjernopojačivčkog mosta i uređaja za akviziciju podataka smještenih u vozilu i šema mjernog sistema: 1,2 - mjerne trake (riblja kost, tip 6:120XY21, proizvođač HBM-Njemačka), 3-mjernopojačivački most sa uređajem za akviziciju podataka (DIGITAL Dynamic Strain Meter DRA-101 C) i 4-računar

Nakon kompletiranja i pripreme test instalacije izvršeno je ispitivanje u kojem je praćena promjena momenta na poluvratilima prednjeg lijevog i desnog, pogonskog točka, bez zazora i sa zazorom od  $10^0$  na desnom poluvratilu.

Ispitivanje je izvršeno za različite režime rada pogonskog sistema, tj. za slućajeve promjene prelaznih procesa u pogonskom sistemu do ustaljenog kretanja vozila.

Snimanje je vršeno sa rezolucijom snimanja od 1 ms, što predstavlja rezoluciju koja omogućava jasan i detaljan prikaz promjene mjerenih velićina, jer je vrijeme prelaska toćka preko neravnine veoma kratko.

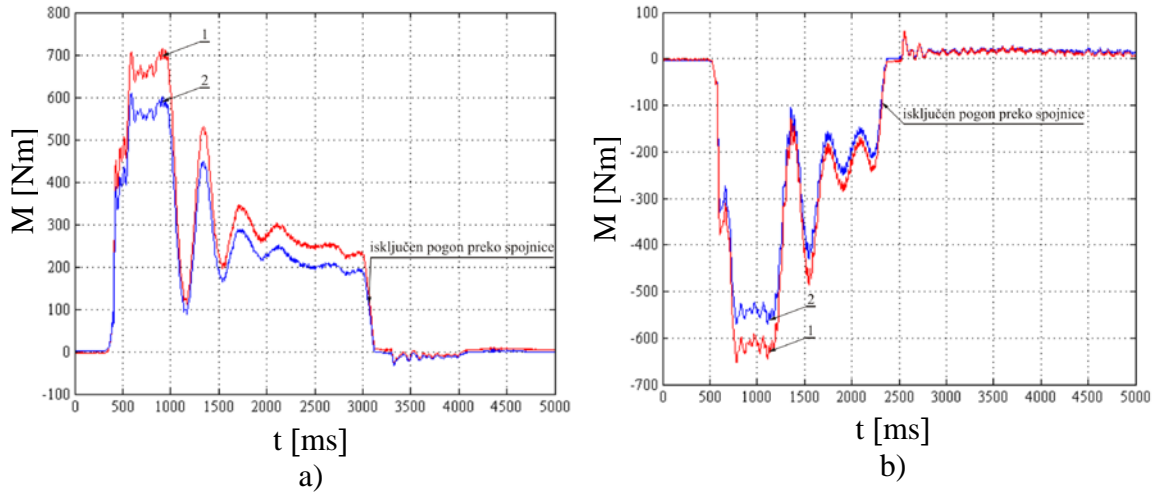
Neke od snimljenih promjena momenta na poluvratilima prikazane su na slikama 7.30, 7.31, 7.32.

Na slici 7.30 dati su eksperimentalnim ispitivanjem dobijeni dijagrami promjene momenta uvijanja na poluvratilima u prelaznim režimima, tj. pri polasku vozila iz stanja mirovanja, dovedu goriva pogonskom motoru i naglom ukljućivanju spojnice vozila, [11].

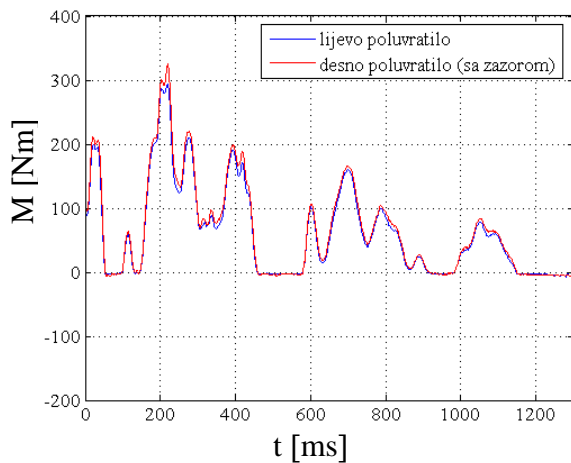
Na osnovu dijagrama na slici 7.30, uoćava se znaćajno povećanje momenta uvijanja u prelaznim režimima, na poluvratilu sa zazorom – kriva 1. Na prikazanim dijagramima ovo povećanje iznosi 15.9 % na slici 7.30a, a na slici 7.30b, 14 %.

Takođe, uočava se da se, zbog prisustva prigušenja u sistemu oscilatorni procesi nakon određenog vremena smiruju.

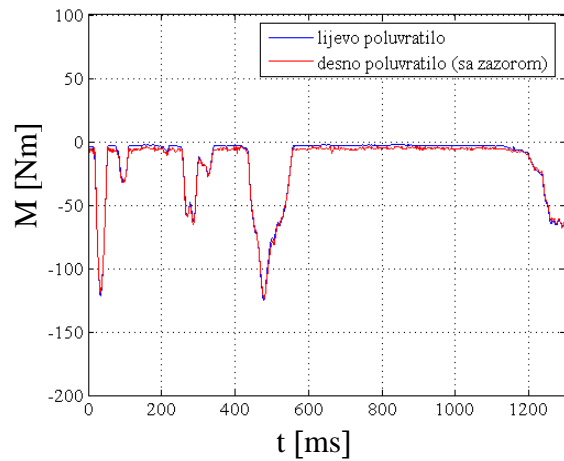
Na slici 7.31 i 7.32 dati su dijagrami promjene momenta uvijanja na poluvratilima pri ustaljenom kretanju vozila preko staze, prikazane na slici 7.25 i 7.26.



**Slika 7.30.** Promjene momenta uvijanja na poluvratilima; a) vozilo iz stanja mirovanja pri dovodu goriva pogonskom motoru naglim uključivanjem spojnice pokreće se u prvom stepenu prenosa; b) vozilo iz stanja mirovanja pri dovodu goriva pogonskom motoru naglim uključivanjem spojnice pokreće se nazad; 1- poluvratilo sa zazorom, 2- poluvratilo bez zazora



**Slika 7.31.** Promjena momenta uvijanja (sa dovozom goriva)



**Slika 7.32.** Promjena momenta uvijanja (bez doveda goriva)

Na osnovu dijagrama na slici 7.31 i 7.32 uočava se da u režimima ustaljenog kretanja postojanje zazora u elementima sistema za prenos snage nema uticaja na njihovo opterećenje.

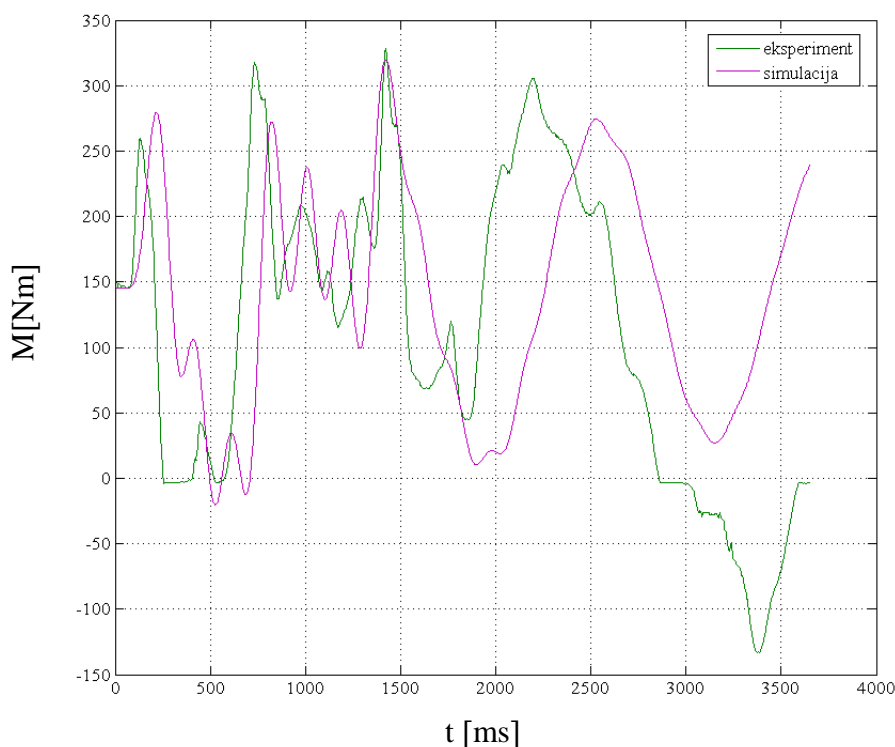


Karakteristike sistema vozila koje su korišćene za simulaciju dinamičkog ponašanja prikazane su u tabeli 7.3.

**Tabela 7.3.** Karakteristike sistema vozila

<b>Karakteristike sistema</b>
Vozilo: $v=5.55$ m/s, $F_{z,0}=3061$ N
Pogonski motor: $J_M=0.15$ kgm <sup>2</sup> , $c_M=3$ kNm/rad, $b_M=0.1$ Nms/rad $\partial M/\partial \omega=-0.5$ Nms
Mjenjač: $J_{Mj,i}=0.02$ kgm <sup>2</sup> , $c_{Mj}=3$ kNm/rad, $b_{Mj}=0.1$ Nms/rad, $i_{Mj}=3.6$
Diferencijal: $J_{D,i}=0.02$ kgm <sup>2</sup> , $c_D=3.5$ kNm/rad, $b_D=0.1$ Nms/rad $i_D=3.58$
Vratilo: $J_{PV}=0.0003$ kgm <sup>2</sup> , $c_{PV}=5$ kNm/rad, $b_{PV}=0.1$ Nms/rad
Pneumatik: $J_{nap}=14$ kgm <sup>2</sup> , $J_{pn}=0.3$ kgm <sup>2</sup> , $c_{pn,r}=220$ kN/m $c_{pn,t}=4.5$ kNm/rad, $k_{pn,t}=2.0$ Nms/rad, $e_0=0.04$ m, $M_0=150$ Nm
Pneumatik: $h_{pn}=0.14$ m, $r_{pn}=0.293$ m, $r_{nap}=0.165$ m, $A=130$ , $B=1.5$ , $C=3$
Podloga: $k_{pl}=1.1$

Promjena momenta uvijanja poluvratila bez zazora dobijena eksperimentalnim putem i simulacijom prikazana je na slici 7.33, [67].



**Slika 7.33.** Promjena momenta na poluvratilu

Analizom dijagrama na slici 7.33, uočava se odstupanje početka promjene momenta uvijanja, odnosno odgovarajući fazni pomak krivih promjene momenta dobijenog

simulacijom, u odnosu na eksperimentalne krive. Odstupanje je uzrokovano ograničenjem programa koji je korišćen za modeliranje i simulaciju, a koji se ogleda u načinu zadavanja poremećaja u sistemu. Princip rada programa je takav da je analizirani dinamički sistem izložen dejstvu poremećaja tek nakon što se vrijednost nagiba ispod vertikalne ose točka promijeni. Kako je površina pneumatika, koja nije u kontaktu sa podlogom, oblika idealne kružnice, pneumatik će ostvariti kontakt sa sledećom višom neravnom u tački koja se nalazi na visini koja je veća od visine na kojoj se nalazi tačka kontakta pneumatika i podloge u zoni ispod osovine točka. Pošto tačka koja se nalazi vertikalno ispod ose točka predstavlja vremensku koordinatu u kojoj se vrši simulacija, rezultat iskazan u promjeni momenta uvijanja će biti pomjeren udesno za vrijednost koja zavisi od visine neravnine i slobodnog radijusa pneumatika.

Na osnovu upoređenja rezultata simulacije i eksperimentalnog ispitivanja u dijelu praćenja momenta uvijanja poluvratila točka može se zaključiti da je poklapanje rezultata, takođe, zadovoljavajuće.

Dakle, može se zaključiti da analitički model, dat u ovom poglavlju, koji predstavlja opis dinamičkog ponašanja sistema PM-SPS-PT-V-P, ima upotrebnii značaj za analizu ponašanja vozila pri kretanju preko neravne podloge. Ovo je značajno i zbog činjenice da je u stvarnim uslovima kretanja točka vozila preko neravne podloge karakteristika promjene generisanih sila na točku veoma složena, jer se radi o kompleksnom sistemu vozila i složenom procesu prelaska točka preko neravnine.

Primijenjeni pristup i dobijeni model su potvrđeni saglasnošću rezultata dobijenih primjenjenim simulacionim alatima i rezultata dobijenih eksperimentalnim istraživanjem. Pored upoređenja pojedinačnih rezultata, ovakav pristup omogućava bolje razumjevanje procesa i dobijanje pojedinih parametara i karakteristika koje se mogu koristiti u simulacionim alatima.

Na osnovu prethodnih zaključaka može se konstatovati da model razvijen u ovom radu i radovima [66] i [67] predstavlja doprinos u oblasti modeliranja dinamičkog ponašanja razmatranih sistema vozila pod uticajem promjene visine neravnine podloge kao poremećaja u sistemu. Primjenom ovog modela dobijaju se rezultati koji pokazuju veoma dobro poklapanje sa eksperimentalnim rezultatima i kada se imaju u vidu

kinematski parametri sistema oslanjanja i kada se ima u vidu opterećenje elemenata transmisije.

Model otklanja nedostatke pojedinih poznatih pristupa jer uvodi promjenjive parametre u izraz za opterećenje točka usled neravnina podloge, čime se značajno povećava tačnost rezultata simulacije u smislu opterećenja elemenata pogonskog sistema. Na osnovu toga je omogućen tačniji proračun radnog vijeka elemenata vozila.

Pored toga, model dozvoljava promjenu karakteristika sistema u širokom opsegu i, nakon toga, izvođenje mjerodavnih zaključaka o dinamičkom ponašanju sistema. Model je pregledan i šematski jasan, a pri tome je uprošćen u mjeri u kojoj daje dovoljnu tačnost.

#### **7.4. Procjena preostalog radnog vijeka elemenata do dostizanja graničnog stanja po tehničkim kriterijumima**

Preostali radni vijek elemenata predstavlja vrijeme njegovog rada od datog početnog stanja do dostizanja graničnog stanja, pri kojem je njegova dalja upotreba nedopustiva ili je necjelishodna. Na osnovu napona u elementu granično stanje po osnovu statičke čvrstoće materijala određeno je graničnom čvrstoćom (granicom tečenja materijala), a granično stanje po osnovu zamora materijala određeno je krivom zamora materijala.

Vrijeme rada elementa, datih konstrukcionih karakteristika i u datim uslovima rada, do dostizanja graničnog stanja dominantno zavisi od vrijednosti zazora (nastalog habanjem) u vezama elemenata.

Zato se preostali radni vijek elemenata računa od datog trenutka do trenutka dostizanja graničnog, odnosno dozvoljenog habanja.

##### **7.4.1. Granično habanje po kriterijumu čvrstoće materijala**

Pod graničnim habanjem po kriterijumu čvrstoće materijala podrazumijeva se vrijednost habanja pri kojoj, zbog smanjenog kritičnog presjeka elementa i povećanog dinamičkog opterećenja, može da nastupi trajna deformacija ili razaranje elementa. Trajna



deformacija nastaje kada napon u elementu pređe granicu tečenja materijala  $\sigma_T$  ( $\tau_T$ ), a razaranje nastaje kada napon u elementu dostigne granicu kidanja materijala  $\sigma_M$  ( $\tau_M$ ).

Veza između vrijednosti zazora i koeficijenta dinamičnosti data je u tački 6.4.2.

Pri graničnom habanju vrijednost zazora u vezama elemenata je tolika da koeficijent dinamičnosti dostiže (ili prevazilazi) stepen sigurnosti elementa po osnovu čvrstoće materijala.

Takav slučaj može nastupiti na primjer, kod poluvratila vozila, kod kojeg je stepen sigurnosti prema granici tečenja materijala  $v=2\div 2,5$  [5], a koeficijent dinamičnosti, prema primjeru na slici 6.23, i za određene vrijednosti zazora ima znatno veće vrijednosti.

Prema [49] na osnovu rezultata eksperimentalnih ispitivanja mjenjača, granična pohabanost zuba zupčanika iznosi  $0,30\div 0,32$  [mm], a žljebova vratila  $0,20\div 0,24$  [mm].

#### 7.4.2. Granično habanje po kriterijumu zamora materijala

Pod graničnim habanjem po osnovu zamora materijala podrazumijeva se vrijednost habanja pri kojoj povećani napon zbog zazora u vezama elemenata dovodi, u datim uslovima eksploatacije, do zamornog loma elementa prije isteka projektovanog vremena rada.

U dostupnim literaturnim izvorima nedostaju podaci o procentualnoj vrijednosti skraćenja vremena rada elemenata usled zazora, na osnovu čije vrijednosti se definiše granično habanje.

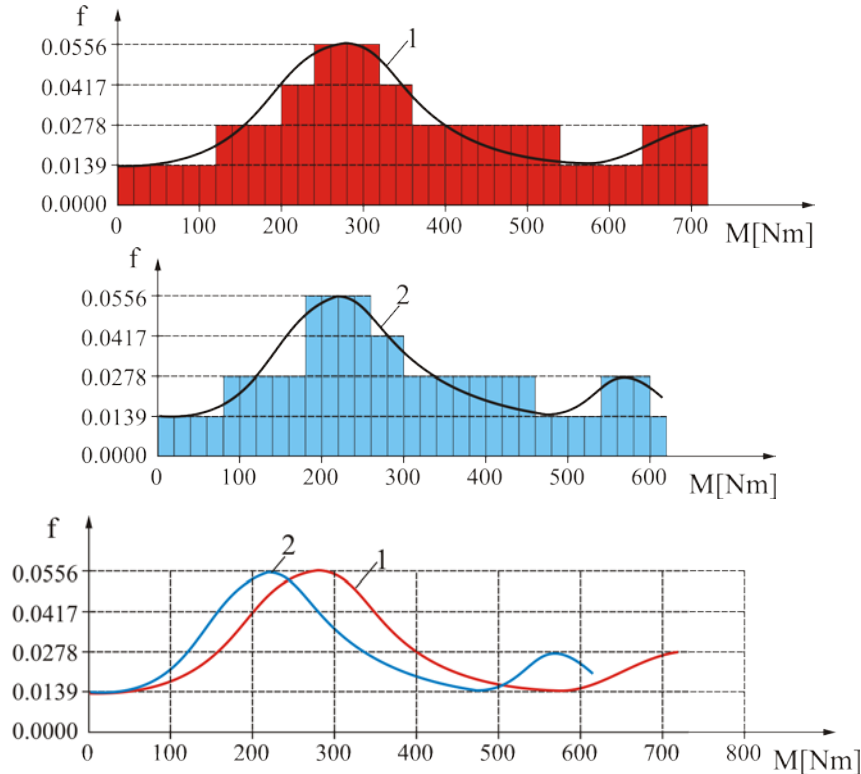
Uticaj zazaora na radni vijek elementa po kriterijumu zamora materijala ilustruje se na primjeru poluvratila sa zazorom čiji je dijagram opterećenja u prelaznom procesu prikazan na slici 7.30.

Na osnovu relacije (5.4), ako se konstantni dio izraza označi sa  $C_{const.}$ , tj.

$C_{const.} = \frac{N_D \cdot \sigma_D}{n_L}$ , dobija se radni vijek:

$$L = \frac{C_{const.}}{M_{ekv}^m} \quad (7.49)$$

Na osnovu ekvivalentnog momenta dobijenog jednom od metoda obrade dijagrama opterećenja (primjer dat na slici 7.34, obrada metodom presjeka zadatog nivoa krive promjene momenta na poluvratilu date na slici 7.30a) za krive promjene momenta u elastičnoj vezi sa i bez zazora, može se odrediti ekvivalentni moment uvijanja  $M_{1ekv}$  i  $M_{2ekv}$  i uticaj zazora na radni vijek poluvratila.



**Slika 7.34.** Obrada eksperimentalno dobijenih momenata uvijanja na poluvratilima primjenom metode presjeka zadatih nivoa [11]; 1- poluvratilo sa zazorom, 2- poluvratilo bez zazora.

Polazeći od hipoteza o akumulaciji oštećenja u materijalu može se dokazati da preostali radni vijek elementa sa zazorom  $L_1$  i elementa bez zazora  $L_2$ , za rad u prelaznim režimima, stoje u odnosu:

$$\frac{L_1}{L_2} = \left( \frac{M_{2ekv}}{M_{1ekv}} \right)^m \quad (7.50)$$

pa je:

$$L_1 = \left( \frac{M_{2ekv}}{M_{1ekv}} \right)^m \cdot L_2 \quad (7.51)$$

gdje je  $m$  eksponent Velerove krive (za uvijanje  $m \approx 3$ ).

Na osnovu izraza (7.49) može se odrediti za koliko je procentualno smanjen broj pređenih kilometara elementa u kojem postoji zazor usled habanja u odnosu na slučaj, kada nema zazaora, dato u sledećoj relaciji:

$$\Delta L = C_{\text{const.}} \left( 1 - \left( \frac{M_{2\text{ekv}}}{M_{1\text{ekv}}} \right)^m \right) \quad (7.52)$$

Na osnovu krivih datih na slici 7.34, uočava se sledeće:

- maksimalne učestanosti momenta sa zazorom i bez zazora su iste;
- moment sa maksimalnom učestanošću veći je za preko 20% kod poluvratila sa zazorom;
- u području većih vrijednosti momenta uvijanja (iznad momenta sa maksimalnom učestanošću) učestanosti pojavljivanja momenta odgovarajućeg nivoa veće su kod poluvratila sa zazorom.

Dakle, na osnovu prethodnog može se izvesti zaključak, da prisustvom zazora u vezama elemenata dolazi do porasta opterećenja elemenata, a samim tim i do značajnog smanjenja broja pređenih kilometara do dostizanja graničnog stanja, odnosno do gubitka radne sposobnosti.

Smanjenje broja pređenih kilometara utoliko je veće ukoliko vozilo duže radi u režimu prelaznih procesa.

### 7.4.3. Preostali radni vijek do dostizanja graničnog (dozvoljenog) habanja

Preostali radni vijek elementa, od datog trenutka do trenutka dostizanja graničnog habanja, određuje se analizom perioda ustaljenog habanja, slika 6.2.

U ovom periodu je brzina habanja približno konstantna  $v_H = \text{const.}$ , pa zavisnost veličine habanja od vremena rada ima oblik, [31]:

$$h = C \cdot t^\beta \quad (7.53)$$

gdje je  $C$  lienarni intenzitet habanja, a  $\beta$  koeficijent koji zavisi od spregnutih površina i uslova rada.

Zavisnost habanja od vremena rada elemenata, u opštem slučaju, data je izrazom, [31], [71]:

$$h = h_0 + C \cdot t^\beta \quad (7.54)$$

gdje je  $h_0$  vrijednost habanja nakon završetka perioda uhodavanja, slika 1a, tačka A.

Za neobnovljive elemente sistema za prenos snage vozila (zupčanike, vratila i ležaje) za proračun radnog vijeka dozvoljeno habanje može se koristiti kao kriterijum za granično stanje [49].

Preostali radni vijek elemenata prenosnika snage, od trenutka  $t_1$  kojem odgovara habanje  $h_1$  do trenutka  $t_2$  kojem odgovara maksimalno dozvoljeno habanje  $h_{doz}$ , može se odrediti na sledeći način.

Linearizacijom krive habanja, u dijelu koji odgovara normalnom habanju, slika 6.2, dobija se brzina habanja približno konstantna i data izrazom, [31]:

$$v_H = \frac{h_{doz} - h_1}{t_2 - t_1} = tg(\alpha) \quad (7.55)$$

Preostali radni vijek elementa  $T_p$  je:

$$T_p = t_2 - t_1 = \frac{h_{doz} - h_1}{v_H} \quad (7.56)$$

Ukupni radni vijek elemenata do dostizanja maksimalno dozvoljenog habanja, sa učešćem vremena uhodavanja (razrade) je:

$$T = t_0 + \frac{h_{doz} - h_0}{v_H} \quad (7.57)$$

Za sisteme sa  $n$  habajućih elemenata granično habanje se, po pravilu, određuje za elemente sa najvećim intenzitetom habanja uzimajući pri tom u obzir habanje ostalih elemenata [74]:

$$h_{gr,max} = \sum_{j=1}^n h_j \cdot i_j \quad (7.58)$$

gdje je  $h_j$  vrijednost habanja  $j$ -tog elementa, a  $i_j$  prenosni odnos koji karakteriše vrijednost habanja  $j$ -tog elementa u odnosu na položaj u nizu spregnutih elemenata.

## 8. PROCJENA PREOSTALOG RADNOG VIJEKA SISTEMA NA OSNOVU EKONOMSKIH KRITERIJUMA

### 8.1. Promjena ekonomske efektivnosti vozila tokom vremena eksploatacije

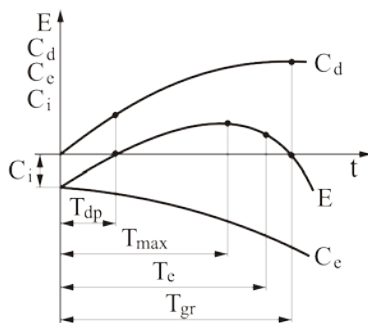
Prilikom eksploatacije vozila od posebnog značaja je proračun njegove efektivnosti sa aspekta ekonomskih kriterijuma, tj. ekonomično poslovanje je osnovni kriterijum za rešavanje većine praktičnih zadataka efektivnosti vozila.

Opšti slučaj promjene ekonomske efektivnosti mašine tokom eksploatacije dat u [40], slika 8.1, može se primijeniti i na teretna vozila.

Pri upoređenju različitih varijantnih rešenja za postizanje zahtjevanog nivoa efektivnosti, polazi se od uslova da se dobije najbolji zbirni ekonomski efekat. U opštem slučaju zbirni ekonomski efekat pri eksploataciji mašine mijenja se po vremenu pod uticajem dva osnovna faktora, slika 8.1, [40].

Sa jedne strane, neophodno je uzeti u obzir troškove izrade nove mašine  $C_i$ , počev od njenog projektovanja pa do dopreme do mjesta rada, a takođe i troškove eksploatacije uključujući i troškove održavanja, radi obezbjeđenja radne sposobnosti mašine. U bilansu efektivnosti ovi troškovi predstavljaju negativan član.

Sa druge strane rad mašine, koji zavisi od njene namjene, daje pozitivan ekonomski efekat  $C_d$  (dobit). Kod teretnih vozila ovaj efekat se postiže pri prevozu tereta, [40].



Slika 8.1. Promjena ekonomske efektivnosti mašine u vremenu, [40].

Oznake na slici 8.1, u primjeni na vozilo, imaju sledeća značenja: E zbirna efektivnoist vozila,  $C_i$  troškovi proizvodnje vozila (projektovanje, izrada, ispitivanje, skladištenje,

transport do mjesta isporuke-rada i sl.),  $C_e$  troškovi eksploatacije (tehničko održavanje, remont, profilaktičke mjere i sl.),  $C_d$  ekonomski efekat (dobit),  $T_{dp}$  vrijeme od kada vozilo počinje da donosi profit,  $T_{max}$  vrijeme kada zbirna efektivnost ima maksimalnu vrijednost,  $T_e$  proizvoljan trenutak u periodu eksploatacije vozila i  $T_{gr}$  granično vrijeme ekonomičnog rada vozila.

Troškovi  $C_i + C_e$  javljaju se kao negativni u balansu efektivnosti. Troškovi proizvodnje vozila konstantni a promjena eksploatacionih troškova  $C_e$  kao funkcija vremena ima tendenciju rasta u negativnom smjeru. Sa druge strane, rad vozila daje pozitivan ekonomski efekat (dobit)  $C_d$  pri namjenskom korišćenju za prevoz tereta. Proporcionalno starenju pojedinih dijelova vozila dolazi do potrošnje sve većih sredstava za uspostavljanje radne sposobnosti. Promjena dobiti  $C_d$  u vremenu, nasuprot tome ima tendenciju pada, pošto vozilo veći dio vremena ne radi zbog zastoja usled remontovanja i tehničkog održavanja, pa se smanjuje njegova zbirna efektivnost. Zato kriva zbirne efektivnosti  $E$ , data relacijom (8.1) ima maksimum i dva puta siječe apscisnu osu  $t$ , slika 8.1.

$$E(t) = C_i + C_e(t) + C_d(t) \quad (8.1)$$

Pri porastu zbirne efektivnosti  $E$ , period vremena  $t = T_{dp}$ , pri kojem je  $C_i + C_e = C_d$ , predstavlja period pokrivanja troškova, u kojem je vozilo pri eksploataciji povratilo troškove ulaganja u njegovu proizvodnju. Od ovog vremena  $t = T_{dp}$  vozilo počinje da donosi dobit. Međutim, priraštaj dobijene dobiti postepeno se smanjuje zbog porasta eksploatacionih troškova do vremena  $t = T_{gr}$ , kada je ponovo  $C_i + C_e = C_d$ . Pri  $t > T_{gr}$  troškovi eksploatacije prevazilaze ekonomski efekat koji može ostvariti vozilo. Period ekonomične eksploatacije vozila nalazi se u dijapazonu eksploatacije između vremena kada vozilo počinje da donosi dobit  $T_{dp}$  i graničnog vremena ekonomičnog rada vozila  $T_{gr}$ :

$$T_{dp} < t < T_{gr} \quad (8.2)$$

Sa ekonomskog stanovišta važan pokazatelj je koeficijent  $K_e$ , koji predstavlja odnos zbirna troškova proizvodnje  $C_i$  i troškova eksploatacije  $C_e$  vozila, i vremena trajanja njegove eksploatacije  $T_e$ :

$$K_e = \frac{C_i + C_e}{T_e} \quad (8.3)$$

Koeficijent  $K_e$  predstavlja pokazatelj pouzdanosti sa ekonomskog gledišta. Treba težiti što manjoj vrijednosti ovog koeficijenta.

Odnos između troškova proizvodnje  $C_i$  i zbira troškova proizvodnje i troškova eksploatacije  $C_i + C_e$  predstavlja koeficijent eksploatacionih troškova (izdataka):

$$K_t = \frac{C_i}{C_i + C_e} < 1 \quad (8.4)$$

Ukupni troškovi proizvodnje vozila  $C_i$  dobijaju se sabiranjem konstantnih troškova  $C_k$  nezavisnih od pouzdanosti, i troškova pouzdanosti  $C_{pz}$ , koji su promjenjivi i zavise od tražene pouzdanosti:

$$C_i = C_k + C_{pz} \quad (8.5)$$

Prilikom prognoze troškova za povećanje pouzdanosti u nizu slučajeva se primjenjuje metod poređenja s prototipom na osnovu opštih empirijskih zakonitosti koje su dobijene kao rezultat obrade eksperimentalnih krivih koje opisuju cijenu pouzdanosti. U mnogim slučajevima, zavisnosti koje opisuju cijenu pouzdanosti imaju stepeni karakter:

$$C_{2pz} = C_{1pz} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^a \quad (8.6)$$

gdje su:  $C_{2pz}$  i  $C_{1pz}$  cijena pouzdanosti novog vozila i prototipa, respektivno,  $T_1$  i  $T_2$  broj radnih sati do otkaza (srednje vrijeme rada) prototipa i projektovanog vozila, respektivno;  $a$  empirijski pokazatelj, koji karakteriše nivo progressa proizvodnje sa tačke gledišta mogućnosti povećanja pouzdanosti vozila.

Na osnovu prethodno izložene analize ekonomske efektivnosti vozila uočava se da se kod vozila i njegovih agregata prema ekonomskim kriterijumima kao referentni definišu:

- radni vijek do dostizanja graničnog stanja ( $T_{gr}$  granično vrijeme rada, nakon kojeg dalja eksploatacije nije isplativa, slika 8.1),
- radni vijek do dostizanja maksimalne efektivnosti ( $T_{max}$ , slika 8.1).

U smislu prethodnog preostali radni vijek vozila i njegovih agregata prema ekonomskim kriterijumima predstavlja vrijeme rada od datog trenutka eksploatacije do dostizanja odabranog referentnog stanja po ekonomskim kriterijumima.

Za procjenu preostalog radnog vijeka vozila i njegovih agregata od posebnog značaja je određivanje optimalnog radnog vijeka.

Određivanje optimalnog radnog vijeka vozila i njegovih agregata prema kriterijumima minimuma specifičnih troškova i maksimuma specifične dobiti razmatra se u narednom tekstu.

## **8.2. Optimalni radni vijek sistema za prenos snage vozila po kriterijumu minimuma specifičnih troškova**

Optimalni radni vijek vozila i njihovih sistema do remonta može se odrediti (prognozirati) prema kriterijumu minimuma specifičnih troškova.

Tokom eksploatacije vozila nastaju troškovi amortizacije, troškovi održavanja i eksploatacije. Amortizacija se obračunava za svaku poslovnu godinu, a ima za cilj da obezbijedi sredstva za nabavku novog vozila. Sistem amortizacije u opštem slučaju može biti vremenski i funkcionalni [20]. Kod vremenskog sistema stopa amortizacije za svaku vrstu osnovnih sredstava utvrđena je zakonskim propisima na osnovu odgovarajućeg knjigovodstvenog (amortizacionog) vijeka. Knjigovodstveni radni vijek obično se uzima da odgovara moralnom vijeku mašine, koji predstavlja period od pojave vozila do gubitka njegove vrijednosti, tj. zastarjevanja pod uticajem tehničkog progresa. Kod vremenskog sistema amortizacije postoje tri metode obračuna amortizacije, i to: ravnomjerni, degresivni i progresivni.

Kod primjene ravnomjernog metoda amortizacije specifični troškovi amortizacije su, [4]:

$$C_a = \frac{C_0 \cdot A}{T} \quad (8.7)$$

gdje su:  $C_0$  vrijednost vozila umanjena za iznos koji se dobije ako se vozilo proda kao staro gvožđe,  $C_0 = C_i - C_{sg}$ ,  $C_{sg}$  cijena vozila ako se proda kao staro gvožđe,  $A$  stopa amortizacije i  $T$  vrijeme amortizacije.

Srednji troškovi eksploatacije za vrijeme rada vozila (mali, srednji, generalni remont i dr.) obuhvataju troškove rezervnih dijelova, troškove materijala i radne snage na održavanju, [4]:



$$C_{se} = \frac{1}{T} \int_0^T C_e(t) \cdot dt \quad (8.8)$$

gdje su:  $C_e(t) = \beta \cdot t^\alpha$  troškovi eksploatacije,  $\alpha$  i  $\beta$  konstantni koeficijenti, određeni uslovima i tehnologijom eksploatacije.

Sa uvedenim oznakama dobijaju se srednji troškovi eksploatacije:

$$C_{se} = \frac{1}{T} \int_0^T \beta \cdot t^\alpha \cdot dt = \frac{\beta}{\alpha + 1} \cdot T^\alpha \quad (8.9)$$

Specifični troškovi tehničkog opsluživanja (lični dohoci, energija, održavanje, osiguranje i dr.) na zavise od resursa vozila, tj.  $C_{to} = \text{const}$ .

Period od početka eksploatacije pa do generalnog remonta ili otpisa vozila je njegov optimalni vijek eksploatacije.

Optimalni vijek eksploatacije određuje se na osnovu funkcije cilja [20]:

$$C = \min(C_a + C_{se} + C_{to}) \quad (8.10)$$

ili

$$C = \min\left(\frac{C_0 \cdot A}{T} + \frac{\beta}{\alpha + 1} \cdot T^\alpha + C_{to}\right) \quad (8.11)$$

Iz sledeće relacije:

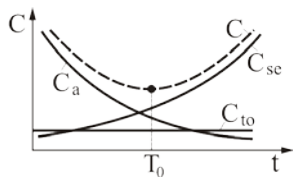
$$\frac{dC}{dT} = 0 \Rightarrow -\frac{C_0 \cdot A}{T^2} + \frac{\beta \cdot \alpha}{\alpha + 1} \cdot T^{\alpha-1} = 0 \quad (8.12)$$

određuje se optimalni vijek eksploatacije vozila (resurs):

$$T_0 = \alpha+1 \sqrt[\alpha]{\frac{C_0 \cdot A \cdot (\alpha + 1)}{\alpha \cdot \beta}} \quad (8.13)$$

Izvedene anize pokazuju, da ako na osnovu statističkih podataka za slična izvedena vozila odredimo koeficijente  $\alpha$  i  $\beta$ , možemo približno odrediti optimalni radni vijek eksploatacije vozila koje projektujemo. Ovaj optimalni vijek vozila je određen na osnovu ekonomskih kriterijuma, koji su zasnovani na troškovima.

Na slici 8.2 dat je grafički prikaz specifičnih troškova i optimalnog vijeka eksploatacije vozila.



**Slika 8.2.** Grafički prikaz specifičnih troškova i optimalnog vijeka eksploatacije određenog prema kriterijumu minimuma ovih troškova

Na slici 8.2 optimalni vijek eksploatacije predstavlja vrijeme od početka eksploatacije vozila do dostizanja minimuma ukupnih specifičnih troškova. Optimalno je vozilo koristiti do ovog vremena jer svaka zamjena prije ili posle ovog vremena prouzrokuje veće troškove.

Optimalni vijek eksploatacije vozila u prethodnim izrazima izražen je vremenom rada (do generalnog remonta ili otpisa). Kod vozila se optimalni vijek eksploatacije može izraziti i brojem kilometara pređenog puta do generalnog remonta ili otpisa. U tom slučaju, u prethodnim izrazima (8.7)÷(8.13) treba svuda umjesto vremena **T** uvrstiti broj kilometara pređenog puta **L**. U tom slučaju koeficijenti  $\alpha$  i  $\beta$  imaju druge, odgovarajuće vrijednosti.

Pored prethodno prikazanog opšteg modela određivanja optimalnog radnog vijeka vozila prema kriterijumu minimuma specifičnih troškova razvijeni su i drugi posebni modeli dati u [74] za putne mašine.

Kako ove mašine, u opštem slučaju, predstavljaju radna vozila specijalne namjene, modeli dati u [74] prikazani su u narednom tekstu.

**Model 1:** Ovaj model se primjenjuje za određivanje optimalnih vrijednosti pokazatelja radnog vijeka konstruktivno jednostavnijih sklopova i sastavnih dijelova, u kojima se kao razlog otkaza javlja granično habanje. Ovaj model primjenjujemo za dvije vrste sistema, koji se odlikuju kriterijumima graničnog habanja.

**Model 1.1:** Ovaj model se koristi za optimizaciju resursa i periodičnosti tehničkog održavanja (servisiranja). Veličina graničnog habanja određuje se po kriterijumu nemogućnosti dalje eksploatacije mašine. Pri proračunu ona se pojavljuje kao zadata i ne vrši se optimizacija. Funkcija cilja za ovaj model ima oblik:

$$C(t) = \frac{v_c(t)}{M} \cdot \frac{C_{am} + c \cdot H_{gr}^\beta}{H_{gr}} \cdot b \cdot t_{to}^{\alpha-1} + \frac{C_{to}}{t_{to}} \rightarrow \min \quad (8.14)$$

gdje su:  $v_c(t)$  broj remontnih ciklusa do otpisa mašine,  $C_{am}$  srednja vrijednost amortizacionih odbitaka za jedan remontni period mašine,  $C_{to}$  troškovi za tehničko održavanje mašine,  $t_{to}$  periodičnost tehničkog održavanja,  $M$  koeficijent koji se određuje iz relacije  $M=1+K_p \cdot [v_c(t)-1]$ , gdje je  $K_p$  koeficijent koji je jednak odnosu resursa posle kapitalnog remonta i resursa novoe mašine  $K_p=T'/T<1$ ,  $T'$  resurs posle kapitalnog remonta (uslovno se može uzeti da su resursi vozila odnosno nekog mašinskog elementa posle prvog, drugog, trećeg i ostalih kapitalnih remonta međusobno jednaki) i  $T$  resurs do prvog kapitalnog remonta.

Broj servisa  $N_{to}$  za optimalni resurs je:

$$N_{to} = \frac{v_c(t)}{M} \cdot \frac{(C_{am} + c \cdot H_{gr}^\beta) \cdot (\alpha - 1)}{H_{gr}} \quad (8.15)$$

Optimalna periodičnost tehničkog održavanja je:

$$t_{to,opt} = \left( \frac{H_{gr}}{b \cdot N_{to}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (8.16)$$

Optimalni resurs je:

$$T_0 = N_{to} \cdot t_{to,opt} \quad (8.17)$$

**Model 1.2:** Ovaj model se primjenjuje za optimizaciju resursa, određivanje periodičnosti tehničkog održavanja i određivanje graničnog habanja. I u ovom slučaju koristi se funkcija cilja (8.15).

Optimalna vrijednost graničnog habanja određuje se iz sledeće relacije:

$$H_{gr,opt} = \left( \frac{C_{am}}{e \cdot (\beta - 1)} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (8.18)$$

Dobijena vrijednost se poredi sa vrijednošću habanja  $H_{gr}$  određenom po kriterijumu nemogućnosti dalje eksploatacije. Ako je  $H_{gr,opt} > H_{gr}$ , onda u daljem proračunu koristimo manju vrijednost i proračun vršimo po modelu 1.1.

Pri uslovu da je  $H_{gr,opt} < H_{gr}$  broj tehničkih održavanja za optimalni resurs se određuje iz sledeće relacije:

$$N_{to} = \frac{v_c(t) \cdot \beta \cdot (\alpha - 1) \cdot C_{am}}{M \cdot C_{to} \cdot (\beta - 1)} \quad (8.19)$$

Optimalna periodičnost održavanja i optimalni resurs određujemo iz relacija (8.16) i (8.17).

**Model 2.** Ovaj model omogućava da se odrede pokazatelji radnog vijeka složenih sistema, čija se radna sposobnost produžuje tekućim i kapitalnim remontovanjem. Razlikujemo tri podvrste ovog modela u zavisnosti od uzroka otkaza sistema.

**Model 2.1.** Ovaj model se primjenjuje za optimizaciju resursa mašine ili njihovih sastavnih djelova, kod kojih otkazi nastaju usled lomova detalja koji su izazvani zamorom materijala, korozijom ili spoljašnjim opterećenjima, koja prelaze graničnu izdržljivosti materijala.

Za ovaj model funkcija cilja ima oblik:

$$C(t) = \frac{v_c(t)}{M} \cdot \left( \frac{C_{am}}{T_0'} + \frac{e}{\gamma+1} \cdot T_0'^{\gamma} \right) + \sum_i \frac{C_{toi}}{t_{toi}} \rightarrow \min \quad (8.20)$$

gdje su:  $C_{toi}$  troškovi za tehničko održavanje svih mašina i  $t_{toi}$  periodičnost tehničkog održavanja.

Optimalni resurs se određuje iz sledeće relacije:

$$T_0 = \left( \frac{C_{am} \cdot (\gamma+1)}{e \cdot \gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma+1}} \quad (8.21)$$

**Model 2.2.** Ovaj model koristimo za optimizaciju resursa i periodičnosti tehničkog održavanja složenog sistema čije se granično stanje određuje habanjem sklopova ili njihovih sastavnih dijelova. Granično habanje u ovom slučaju se određuje po kriterijumu nemogućnosti dalje eksploatacije objekta i ne optimizira se.

U ovom slučaju funkcija cilja dobija oblik:

$$C(t) = \frac{v_c(t)}{M} \cdot \left( \frac{C_{am} + c \cdot H_{gr}^{\beta}}{T_0'} + \frac{e}{\gamma+1} \cdot T_0'^{\gamma} \right) + \frac{C_{to}}{t_{to}} + \sum_i \frac{C_{toi}}{t_{toi}} \rightarrow \min \quad (8.22)$$

Optimalna periodičnost tehničkog održavanja određuje se direktno iz izraza:

$$\left( C_{am} + c \cdot H_{gr}^{\beta} \right) \cdot \frac{b}{H_{gr}} \cdot t_{to,opt}^{\alpha} - \gamma \cdot \frac{e}{\gamma+1} \cdot \left( \frac{H_{gr}}{b} \right)^{\gamma} \cdot t_{to,opt}^{1-(\alpha-1)\gamma} - \frac{M \cdot C_{to}}{v_c(t) \cdot (\alpha-1)} = 0 \quad (8.23)$$

Optimalni resurs se određuje iz sledeće relacije:

$$T_0 = \frac{H_{gr}}{b \cdot t_{to,opt}^{\alpha-1}} \quad (8.24)$$

**Model 2.3.** Ovaj model se koristi za optimizaciju resursa, periodičnosti tehničkog održavanja i graničnog habanja sastavnih elemenata, koji određuju granično stanje mašine u cjelini.

Funkcija cilja za ovaj metod ima oblik:

$$C(t) = \frac{v_c(t)}{M} \cdot \left( \frac{C_{am}}{T_0'} + \frac{e}{\gamma+1} \cdot T_0'^{\gamma+c} \cdot b^\beta \cdot t_{to}^{(\alpha-1)\beta} \cdot T_0'^{\beta-1} \right) + \frac{C_{to}}{t_{to}} + \sum_i \frac{C_{toi}}{t_{toi}} \rightarrow \min \quad (8.25)$$

Optimalno granično habanje je:

$$H_{gr,opt} = b \cdot t_{to,opt}^{\alpha-1} \cdot T_0' \quad (8.26)$$

Ako je dobijena optimalna vrijednost graničnog habanja veća od vrijednosti dobijene po kriterijumu nemogućnosti daljeg korišćenja sastavnog dijela, onda u proračunima koristimo manju vrijednost i proračun se izvodi po modelu 2.2.

Za objekte modela 2.3. koji omogućavaju da se optimizira granično habanje, optimalni resurs se određuje direktno iz sledeće relacije:

$$\gamma \cdot \frac{e}{\gamma+1} \cdot T_0'^{(\gamma+1)} + (\beta-1) \cdot b^\beta \cdot c \cdot D^{(\alpha-1)\beta} \cdot T_0'^{\beta(\alpha-1)+1} - C_{am} = 0 \quad (8.27)$$

gdje je:

$$D = \left( \frac{M \cdot C_{to}}{v_c(t) \cdot \beta \cdot (\alpha-1) \cdot c \cdot b^\beta} \right)^{\frac{1}{\beta(\alpha-1)+1}} \quad (8.28)$$

Optimalni period tehničkog održavanja određuje se po dobijenoj optimalnoj vrijednosti resursa:

$$t_{to,opt} = D \cdot T_0'^{\frac{1-\beta}{\beta(\alpha-1)+1}} \quad (8.29)$$

Pri proračunu optimalnih vrijednosti pokazatelja radnog vijeka uz pomoć prethodno razrađenih modela, kao polazne veličine se javljaju vrijednosti parametara zakonitosti habanja  $b$  i  $\alpha$ , troškovi za tekuće remontovanje  $e$  i  $\gamma$ , troškovi na kompenzaciju gubitaka  $c$  i  $\beta$ . Svi ovi parametri moraju biti određeni za prvi ciklus eksploatacije to jest do

prvog kapitalnog remonta mašine. Ako su parametri određeni za sledeće cikluse eksploatacije, onda je neophodno parametre  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  i  $\mathbf{e}$  pomnožiti sa koeficijentom  $\mathbf{K}_p = \mathbf{T}'/\mathbf{T}$ , koji se zadaje. Optimalne vrijednosti resursa drugog i svakog sledećeg ciklusa eksploatacije takođe se određuju uz pomoć koeficijenta  $\mathbf{K}_p$ . Optimalne vrijednosti periodičnosti tehničkog održavanja i graničnog habanja su jednaki za sve cikluse eksploatacije mašine.

Od vrijednosti graničnih habanja određenih po tehničkim kriterijumima ( $\mathbf{h}_{gr.T}$ ) i ekonomskom kriterijumu ( $\mathbf{h}_{gr.E}$ ) mjerodavna je manja vrijednost:

$$h_{gr} = \min(h_{gr.T}, h_{gr.E}) \quad (8.30)$$

Vrijednost graničnog habanja po ekonomskim kriterijumima ( $\mathbf{h}_{gr.E}$ ), u većini slučajeva je manja od graničnog habanja po tehničkim kriterijumima ( $\mathbf{h}_{gr.T}$ ) i bliska je vrijednosti dozvoljenog habanja koje daju proizvođači sistema za prenos snage.

### 8.3. Optimalni radni vijek sistema za prenos snage vozila po kriterijumu maksimalne dobiti

Optimalni vijek eksploatacije vozila i njegovih sistema određen prema kriterijumu minimuma specifičnih troškova ne uzima u obzir promjenu specifičnog učinka i dobiti koju vozilo ostvaruje tokom eksploatacije. Međutim tokom eksploatacije mijenja se tehničko stanje prenosnika snage vozila, usled čega opadaju ostvareni specifični radni učinak i dobit.

Kod prenosnika snage vozila razni vidovi habanja (mehanički, abrazivni, kavitacioni i dr.), kao što je ranije u tekstu naglašeno, dovode do promjene stanja i eksploatacionih karakteristika komponenti i vozila kao cjeline.

Dakle, realno tokom eksploatacije teretnog vozila nastaje promjena dobiti u zavisnosti od prethodno pređenog puta  $\mathbf{d}(\mathbf{l})$  ili vremena rada  $\mathbf{d}(\mathbf{t})$  i to zbog promjena troškova eksploatacije i ostvarenih prihoda.

Specifična čista dobit kao razlika dobiti i cijene vozila  $\mathbf{C}_v$  svedena na jedinicu puta je:

$$D(\mathbf{l}) = \frac{\int_0^L d(\mathbf{l}) \cdot d\mathbf{l} - C_v}{L} \quad (8.30)$$

Dobit  $\mathbf{d}(\mathbf{l})$  i čista jedinična dobit  $\mathbf{D}(\mathbf{l})$  su pokazatelji ekonomske efektivnosti vozila.

---

Put  $l_{gr.}$  pri kojem funkcija  $D(l)$  dostiže maksimum je optimalni vijek eksploatacije  $l_{gr.}=L_0$  izražen brojem kilometara pređenog puta. Vrijednost stepena korisnog dejstva koja odgovara ovom putu je granična vrijednost  $\eta_{gr.}$

Ako se usvoji da se stepen korisnog dejstva vozila tokom eksploatacije mijenja, u zavisnosti od pređenog puta, prema izrazu:

$$\eta_v(l) = \eta_{v0} - a \cdot l^2 \quad (8.31)$$

a ostvarena dobit prema izrazu:

$$d(l) = K \cdot \eta_v(l) \quad (8.32)$$

onda se na osnovu izraza za  $D(l)$  dobija optimalni vijek eksploatacije vozila, izražen brojem kilometara pređenog puta:

$$L_0 = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot C_v}{2 \cdot K \cdot a}} \quad (8.33)$$

gdje je  $\eta_{v0}$  početna vrijednost stepena korisnog dejstva (kada je  $l=0$ ), a  $K$ ,  $a$  koeficijenti.

Optimalni vijek eksploatacije vozila određen prema kriterijumu maksimalne dobiti je, zbog uzimanja u obzir opadanja radnog učinka tokom eksploatacije vozila, kraći u odnosu na vijek određen prema kriterijumu minimalnih troškova.

Ovaj metod može se koristiti za određivanje vijeka vozila i sistema za prenos snage do zamjene, ako se planira postojeće vozilo, odnosno prenosnike snage, zamijeniti novim, koji će se otplaćivati tokom perioda eksploatacije.

Zadatak određivanja optimalnog vijeka eksploatacije, odnosno optimalnog trenutka zamjene vozila, kada su podaci o promjeni dobiti tokom eksploatacije dati diskretno, može se riješiti u iterativnom postupku primjenom metode dinamičkog programiranja.

### 8.3.1. Metoda dinamičkog programiranja

Dinamičko programiranje je matematički aparat, koji omogućuje optimalno planiranje višestapnih procesa upravljanja. Za praktičnu primjenu metode dinamičkog programiranja potrebno je da razmatrani proces ima jasno postavljene matematički model, sa precizno definisanim ciljem (funkcija cilja), koji treba maksimizirati (minimizirati) i ograničenjima koja se moraju uzeti u obzir u toku procesa. Za ovako

postavljeni zadatak, ukoliko zadovoljava uslove primjene dinamičkog programiranja, treba naći funkcionalne relacije primjenom principa optimalnosti.

Princip optimalnosti glasi: Za procese dobijanja rešenja, u kojima strategija zavisi samo od tekućeg stanja, optimalna strategija ima takvu osobinu da bez obzira kakvo je početno stanje i prvobitno rešenje, sledeće rešenje treba da određuje optimalnu strategiju u odnosu na stanje dobijeno kao rezultat prethodnog rešenja.

Ovo važi za sve etape procesa, a to znači da sva naredna rešenja moraju biti, u odnosu na početno rešenje ( bez obzira kakvo je to početno rešenje ) optimalna.

Metodologija dinamičkog programiranja se odlikuje raščlanjivanjem ili dekompoziciom nekog složenog optimizacionog zadatka, tako što se raščlani na niz uzastopnih etapa, pri čemu sada u pojedinim etapama figuriše relativno manji broj promjenjivih.

Višestapnih procesa ima vrlo mnogo u tehnici i tehnologiji, pa su stoga i posebno značajne metode dinamičkog programiranja pomoću kojih se optimiziraju ovi procesi.

Ali metodologija dinamičkog programiranja ima jednu manu: za razliku od mnogih metoda u kojima su definisani i razvijeni relativno strogi i univerzalni algoritmi rešavanja optimizacionih zadataka, u metodama dinamičkog programiranja nedostaje ova univerzalnost algoritma, pa se pojedine grupe optimizacionih zadataka rešavaju na osnovu posebnih, za te grupe razvijenih algoritama.

Princip optimalnosti može se matematički prikazati kao maksimizacija funkcije cilja:

$$F_c(p_0, p_1, \dots, p_n, q_0, q_1, \dots, q_n) = \sum_{k=0}^n G(p_k, q_k) \quad (8.34)$$

gdje su  $p_0, p_1, \dots, p_n$  vrijednosti promjenjivih stanja  $p$  u pojedinim fazama, a  $q_0, q_1, \dots, q_n$  vrijednosti rešenja (iz skupa dopustivih rešenja ) u pojedinim fazama, npr. vrijednost upravljanja i  $G$  operator.

Maksimum funkcije  $F_c$ , po skupu rešenja  $p_0, p_1, \dots, p_n$  zavisi samo od početnog stanja  $p_0$  i broja koraka  $n$  i označimo ga sa  $f_n(p_0)$ :

$$f_n(p_0) = \max F_c(p_0, p_1, \dots, p_n, q_0, q_1, \dots, q_n) \quad (8.35)$$

Primjenjujući princip optimalnosti, dolazi se do zaključka da pri bilo kakvom početnom rešenju  $q_0$ , imamo za  $n \geq 1$ :



$$G(p_0, q_0) + [G(p_1, q_1) + G(p_2, q_2) + \dots + G(p_n, q_n)] = G(p_0, q_0) + f_{n-1}(p_1) \quad (8.36)$$

Posljednja relacija važi za bilo koje  $q_0$ , pa je za dobijanje maksimuma funkcije cilja potrebno naći maksimum izraza (8.36) po  $q_0$ , to jeste:

$$f_n(p_0) = \max[G(p_0, q_0) + f_{n-1}(W(p_0, q_0))], \quad n \geq 1. \quad (8.37)$$

gdje je  $f_{n-1}(p_1)$  zamijenjeno sa  $f_{n-1}(W(p_0, q_0))$  jer je u opštem slučaju  $p_k = W(p_{k-1}, q_{k-1})$ , odnosno  $p_1 = W(p_0, q_0)$ , gdje je  $W$  operator transformacije.

Dakle, zadatak nalaženja funkcije cilja, ako je ona data u aditivnom obliku, svodi se na rešavanje prethodno date funkcionalne jednačine. Ovo rešavanje je u stvari nalaženje niza rešenja  $\{q_n(p_0)\}$  (na primjer upravljanja) i niza funkcija  $f_n(p_0)$  koristeći metodu dinamičkog programiranja, tj. zadnju rekurentnu relaciju, gdje su u opštem slučaju zadate funkcije  $G(x, y)$ ,  $W(x, y)$  i  $f_0(x)$ .

Ove tri funkcije mogu biti zadate tabelarno ili je dat način kako se računaju. Pretpostavimo da su zadate tabelarno sa  $k$  tačaka,  $i=1, 2, \dots, k$ . Veličina  $q_0$  po kojoj se traži maksimum može da uzme vrijednosti iz skupa  $Q_j$ ,  $j=1, 2, \dots, m$ .

U numeričkom postupku rešavanja zadatka izračunava se prvo vrijednost  $f_1(p_0) = \max[G(p_0, q_0) + f(W(p_0, q_0))]$ , to jest traži se maksimalna vrijednost veličina  $G(p_0, q_0) + f(W(p_0, q_0))$ , uzimajući sve vrijednosti  $q_0 = Q_j$ ,  $j=1, 2, \dots, m$ .

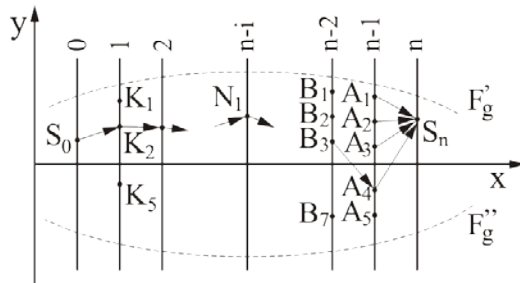
Označimo sa  $q_{0i}$  onu vrijednost  $q_0$ , koja maksimizira zadnji izraz za prvu vrijednost veličine  $p_0$  ( $p_0 = p_{0i}$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ ). Tako se dobija vrijednost  $f_1(p_{0i})$  i  $q_{0i}(p_{0i})$ , a dalje analogno za svaku vrijednost  $p_{0i}$ , te će se dobiti funkcija  $f_1(p_0)$  i  $q_{0i}(p_0)$  za skup stanja  $p_{0i}$ .

Zatim se nastavlja izračunavanje niza funkcija  $f_2(p_0)$  i odgovarajuće strategije  $q_{02}(p_0)$  po istom postupku itd.

Proceduru primjene metode dinamičkog programiranja pogodno je ilustrovati na primjeru višestepnog optimalnog upravljanja. Neka je zadatak optimalnog upravljanja premještanje tačke  $S$  iz početnog  $S_0$  u krajnje  $S_n$  stanje za najkraće vrijeme  $T$ .

Kako je prikazano na slici 8.3, cijeli tok premještanja tačke (iz početnog u krajnji položaj) raščlanjen je na niz vremenskih etapa (koraka) koje su definisane vertikalnim pravim koje prolaze kroz cjelobrojne tačke. Položaji tačaka u pravcu ose je ograničen

granicama  $F'_g$  i  $F''_g$  a koordinate i po ovom pravcu su cjelobrojne. Neka su poznata vremena premještanja tačke iz bilo koje cjelobrojne tačke (na nekoj vertikalnoj pravoj) u neku susjednu tačku na susjednoj pravoj.



Slika 8.3. Ilustracija jednog višestapnog upravljanja [4]

Posmatrajmo sada premještanje tačke između **n-1** i **n**-te etape.

U **n-1**-oj etapi tačka **S** može, prema uslovima zadatka zauzeti, neki od položaja definisan cjelobrojnim tačkama  $A_1, A_2, A_3, A_4$  i  $A_5$ . Skupu mogućih upravljanja  $U_{1,n}, U_{2,n}, U_{3,n}, U_{4,n}$  i  $U_{5,n}$  odgovaraju korespondentna vremena  $T_{1,n}, T_{2,n}, T_{3,n}, T_{4,n}$  i  $T_{5,n}$  premještanja tačke iz položaja (etape) odnosno prave **n-1** u krajnji položaj (etapu) odnosno pravu **n**. Iz skupa ovih upravljanja  $U_{j,n}$  ( $j=1\div 5$ ) treba izabrati optimalno  $U_{j,opt,n}$  to jeste ono upravljanje kojem odgovara minimalno vrijeme premještanja  $F_{c,j,opt,n} = T_{j,opt,n}(U_{j,opt,n})$ . Neka je to optimalno upravljanje  $U_{4,opt,n}$ , koje odgovara optimalnom vremenu  $T_{4,opt,n}(U_{4,opt,n})$  tako je to optimalno rešenje zadatka (etape **n**).

Na identičan način se postupa i na **n-2** etapi, stim što se iz skupa mogućih upravljanja  $U_{j,n}$  ( $j=1\div 5$ ) bira optimalno  $U_{j,opt,n-1}$  dakle ono kojem odgovara minimalno vrijeme premještanja određeno vrijednošću  $T_{j,opt,n} + T_{j,opt,n-1}$ .

### 8.3.1.1. Određivanje optimalnog radnog vijeka vozila primjenom metode dinamičkog programiranja

Ako se posmatra neki planirani period eksploatacije **j** od ukupno **m** godina ( $j=1,2,3, \dots, m$ ) tada se, počevši od **m**-te godine, unatrag, do prve godine ( $j=1$ ), na početku svake godine donosi odluka koju od sledeće dvije alternative treba prihvatiti:

- Zadržati vozilo u eksploataciji, koja će u posmatranoj godini donositi dobit:

$$D_{i,j} = PR_{i,j} - UT_{i,j} + D_{i,j+1} \quad i = 1,2,3,\dots,n. \quad j = 1,2,3,\dots,m. \quad (8.38)$$

- Zamijeniti vozilo, tj. uvesti novo vozilo u eksploataciji, koja će u posmatranoj godini ostvariti dobit:

$$D_{i,j} = D_{j,j} - TZ_{i,j} \quad (8.39)$$

Na osnovu principa optimalnosti dinamičkog programiranja optimalna dobit je:

$$D_{i,j} = \max \left\{ \begin{array}{l} PR_{i,j} - UT_{i,j} + D_{i,j+1} \\ D_{j,j} - TZ_{i,j} \end{array} \right\} \quad (8.40)$$

gdje su: **i** tekući indeks godine u kojoj je zamijenjeno vozilo, odnosno uvedeno novo vozilo (**i=1,2,3,...,n**), **j** tekući indeks planiranih godina eksploatacije (**j=1,2,3,...,m**), **PR<sub>i,j</sub>** prihod u **j**-toj godini eksploatacije koju ostvari vozilo uvedeno u **i**-toj godini eksploatacije, **UT<sub>i,j</sub>** ukupni troškovi potrebni za održavanje i eksploataciju u **j**-toj godini eksploatacije vozila uvedenog u **i**-toj godini eksploatacije, **TZ<sub>i,j</sub>** troškovi zamjene u **j**-toj godini eksploatacije vozila uvedenog u **i**-toj godini eksploatacije, **D<sub>i,j</sub>** ukupna optimalna dobit ostvarena sukcesivno u godinama **j=1,2,3,...,m** primjenom optimalne politike vozila uvedenog u **i**-toj godini eksploatacije, **D<sub>i,j+1</sub>** ukupna optimalna dobit ostvarena u **j+1**-oj godini eksploatacije, **D<sub>j,j</sub>** ukupna optimalna dobit ostvarena u **j**-toj godini eksploatacije vozila, koje je uvedeno u eksploataciju upravo u toj godini.

U prilogu B dat je primjer određivanja optimalnog radnog vijeka građevinske mašine primjenom metode dinamičkog programiranja i analitičkom metodom.

## 9. ZAKLJUČAK

Na osnovu teorijskih i eksperimentalnih istraživanja prikazanih u ovom radu mogu se dati sledeći zaključci:

- Procjena preostalog radnog vijeka elemenata i sistema za prenos snage vozila u odnosu na dato početno stanje, nasuprot nespornom značaju za projektovanje, eksploataciju i održavanje sistema, nedovoljno je istražena.
- Intenzitet promjene tehničkog stanja elemenata i sistema vozila značajno zavisi od njihovih konstrukcionih i eksploatacionih parametara i od početnog stanja u odnosu na koje se prate dalje promjene.
- Tehničko stanje elemenata sistema za prenos snage, pored zamora, karakteriše i habanje. Posledica habanja je pojava zazora (mrtvog hoda) u spregnutim elementima.
- Zazor u vezama elemenata sistema za prenos snage vozila ne utiče na opterećenja ovih elemenata u ustaljenim režimima; uticaj zazora na opterećenja elemenata je veoma izražen u prelaznim režimima pri kretanju masa kroz zazor.
- Pri pojavi zazora u vezama elemenata prenosnika smanjuje se njihov preostali radni vijek, po tehničkim i ekonomskim kriterijumima, pri čemu je vrijednost graničnog habanja po ekonomskim kriterijumima u većini slučajeva manja od graničnog habanja po tehničkim kriterijumima.
- Na osnovu poznatog stanja (pohabanosti) i brzine habanja elemenata sistema za prenos snage može se odrediti njihov preostali radni vijek do dostizanja granice dozvoljenog habanja.
- Na osnovu teorijske analize i eksperimentalnog ispitivanja, utvrđeno je da dinamička opterećenja u elementima sistema za prenos snage pri pojavi zazora mogu u prelaznim procesima višestruko prevazići statička opterećenja.
- Pored zazora, na povećanje dinamičkog opterećenja elemenata sistema za prenos snage utiču brzina porasta pogonskog momenta i momenta spoljašnjeg opterećenja kao i oscilatorne karakteristike sistema.

- Vrijednost momenta uvijanja u elastičnoj vezi dvomasenog sistema sa zazorom u vezama elemenata može se razmatrati na uprošćenom modelu i modelu sa razlaganjem kretanja masa kroz zazor u više faza; u oba slučaja dobija se ista vrijednost maksimalnog momenta u elastičnoj vezi.
- Matematički model sistema: motor-sistem za prenos snage-pogonski točak-vozilo-put koji je dat u ovom radu, u odnosu na poznate modele u ovoj oblasti, uvodi napredak, koji se ogleda u tome što preko zazora uvodi u model i stanje elemenata sistema za prenos snage.
- Optimalni radni vijek sistema za prenos snage određen na osnovu ekonomskih kriterijuma obično je kraći od knjigovodstvenog, a u krajnjem slučaju mogu biti jednaki.
- Određivanje optimalnog radnog vijeka do zamjene vozila vrši se primjenom metode dinamičkog programiranja ili analitičkim metodama.

Neki od rezultata i izvedenih zaključaka, dobijenih u ovom radu primjenom sistemskih naučnih metoda, predstavljaju doprinos od posebnog značaja za istraživanja i praktičnu primjenu u oblasti projektovanja i razvoja sistema za prenos snage teretnih vozila:

- Potvrđene su hipoteze o uticaju konstrukcionih i eksploatacionih parametara i stanja elemenata sistema za prenos snage vozila na njihovo opterećenje i na mogućnost procjene, primjenom sistemskih naučnih metoda, preostalog radnog vijeka elemenata i sistema za prenos snage do dostizanja graničnog stanja po tehničkim i ekonomskim kriterijumima.
- Matematičkim modeliranjem i analizom kretanja masa kroz zazor u više faza dobijeni su izrazi za vrijednosti momenta uvijanja i koeficijenta dinamičnosti u elastičnoj vezi dvomasenog modela u kojima eksplicitno figuriše zazor. Vrijednost maksimalnog momenta uvijanja u elastičnoj vezi u trećoj fazi kretanja masa kroz zazor, dobijena na ovaj način, odgovara vrijednosti koja se dobija primjenom uprošćenog dinamičkog modela kod koga se nelinearnost zazora u vezama elemenata uzima preko početnih uslova.
- Matematički model dinamičkog ponašanja elastoinercijalnog sistema: motor-sistem za prenos snage-pogonski točak-vozilo-put, i odgovarajući simulacioni model u odnosu na poznate modele u ovoj oblasti su potpuniji jer preko nelinearnosti zazora uključuju i stanje elemenata sistema; matematički i

simulacioni modeli su u značajnoj mjeri verifikovani eksperimentalnim ispitivanjem u laboratorijskim uslovima na putničkom vozilu. Primjenom ovih modela povećava se tačnost opisa opterećenja elemenata u prelaznim režimima rada, što u krajnjem doprinosi povećanju tačnosti procjene preostalog radnog vijeka elemenata i sistema.

U određenom smislu doprinos ovog rada je i u tome što dobijeni rezultati i izvedeni zaključci upućuju na potrebu i pravce daljih istraživanja ove problematike, što je nesumnjivo od naučnog interesa i upotrebnog značaja u projektovanju, razvoju i eksploataciji teretnih vozila. Kao najznačajniji navode se sledeći pravci daljih istraživanja:

- Eksperimentalno ispitivanje opterećenja elemenata sistema za prenos snage u laboratorijskim uslovima kod teretnog vozila sa većim brojem zazora u vezama elemenata pri kretanju u režimima prelaznih procesa; upoređenje mjerenjem dobijenih vrijednosti opterećenja elemenata sa vrijednostima dobijenim simulacijom.
- Eksperimentalno ispitivanje u eksploatacionim uslovima i statistička obrada podataka o učestanosti i karakteru prelaznih procesa u prenosnicima snage sa zazorom u vezama elemenata; ispitivanje bi se realizovalo u uslovima čestih promjena stepena prenosa, odnosno režima kretanja vozila.
- Teorijsko i eksperimentalno ispitivanje rezonantnih oscilacija i samooscilovanja u sistemu za prenos snage teretnog vozila sa zazorom u vezama elemenata; ispitivanje uslova pojave i parametara ovih oscilacija.
- Teorijsko i eksperimentalno ispitivanje kumulativnog uticaja postepenog rasta zazora u vezama elemenata sistema za prenos snage na zamor materijala ovih elemenata.
- Ispitivanje i analiza uticaja zazora u vezama elemenata sistema za prenos snage na nivo buke sistema i na pojavu vibracija i opterećenja drugih sistema kod vozila.
- Praćenje eksploatacionih troškova teretnih vozila u različitim uslovima eksploatacije i određivanje koeficijenata potrebnih za proračun optimalnog radnog vijeka.

- Prikupljanje i statistička obrada podataka o preostalom radnom vijeku elemenata sistema za prenos snage teretnih vozila u datim uslovima eksploatacije (u odnosu na dato početno stanje) i upoređenje tih vrijednosti sa vrijednostima dobijenim sistemskim metodama procjene preostalog radnog vijeka.

## LITERATURA

- [1] Adamović Ž., Jovanović D: Terotehnologija u industriji čelika, Narodna knjiga, Beograd, 1988.
- [2] Альгин, В. Б., Павловский, В. Я., Поддубко, С. Н: Динамика трансмиссии автомобиля и трактора, Наука и техника, Минск, 1986.
- [3] Белецкий, А. В: “Моделирование профиля дорожного основания в задаче анализа динамики трансмиссии колесной машины“, Строительные, дорожные машины и техника, строительное оборудование, кафедры ДСМ МАДИ, Электронный ресурс, Режим доступа [хттп://сдм.стр-т.ру](http://сдм.стр-т.ру), свободный, яз. русский, загл. с экрана., 2008.
- [4] Војовић Р: Progniziranje radnog vijeka putnih mašina za ravnanje terena, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Podgorica, 2010.
- [5] Бочаров Н.Ф., Цитович И.С: Конструирование и расчет колесных машин высокой проходимости, "Машиностроение", Москва, 1983.
- [6] Бухарин Н.А., Прозоров В.С., Щукин М.М: Автомобили, Машиностроение, Ленинград, 1973.
- [7] Цитович И.С., Каноник И.В., Вавуло В.А: Трансмиссии автомобилей, Наука и техника, Минск, 1979.
- [8] Цитович И.С., Митин Б.Е., Дзюнь В.А: Надежность трансмиссий автомобилей и тракторов, "Наука и техника", Минск, 1985.
- [9] Corten H.T., Dolan T.J: Cumulative fatigue damage, International Conference on Fatigue of Metals, ASME and IME, 1956.
- [10] Damjanović M., Durković R: Impact of clearance to the load of elements of transmission of motor vehicles, XXII International Automotive Conference Science and Motor Vehicles 2009, JUMV 2009, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 2009.
- [11] Damjanović M., Durković R., Bulatović R., Simović S: Impact of clearance on the power transmission load in the process of movement of masses through the clearance,



- XXIII International Automotive Conference Science and Motor Vehicles 2011, JUMV 2011, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 2011.
- [12] Demić M: Dinamičke pobude automobila, Institut za nuklearne nauke "Vinča"-Centar za motore i vozila, Beograd, 2006.
- [13] Duboka Č: Tehnologije održavanja vozila I, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1992.
- [14] Durković R: Mobile working machines and their elements: calculation of lifetime, Proceedings of Fifth International Conference Heavy Machinery – HM 2005, Kraljevo, 2005.
- [15] Durković R: Pogoni mobilnih mašina, skripta, Mašinski fakultet u Podgorici, 2001.
- [16] Durković R: Uticaj konstrukcionih i eksploatacionih parametara na radni vijek elemenata transmisija mobilnih mašina, Traktori i pogonske mašine, ISSN 0345-9496, Vol 10, No 3, Novi Sad, 2005.
- [17] Durković R., Damjanović M: Lifetime estimation of the lift transmission power system elements, VI International Triennial Conference Heavy Machinery-HM'08, Kraljevo, 2008.
- [18] Durković R., Damjanović M: Proračun radnog vijeka elemenata prenosnika snage motornih vozila, XIII Međunarodni naučni simpozijum Motorna vozila i motori, Kragujevac, 2004.
- [19] Durković R., Damjanović M: Radni vijek prenosnika snage motornih vozila – systemske metode proračuna elemenata, Monografija povodom 30 godina 1975-2005, Mašinski fakultet, Kragujevac, 2005.
- [20] Durković R., Damjanović M: Određivanje optimalnog vijeka eksploatacije mobilnih radnih mašina, XII Međunarodni naučni simpozijum Motorna vozila i motori, Kragujevac, 2002.
- [21] Durković R., Pajković V., Damjanović M: Primjena metoda optimizacije u projektovanju mobilnih radnih mašina, XXIV SYM-OP-IS '97, Zbornik radova, Herceg Novi, 1998.
- [22] Durković R., Simović S., Damjanović M: Control of the economical regime of digging and transport machines, Proceedings of XVIII International Conference on Material Handling, Constructions and Logistics, Belgrade, 2006.

- [23] Durković R., Simović S., Damjanović M: Matematičko modeliranje i analiza ponašanja sprege pogonski motor-hidrodinamički transformator, Zbornik V Međunarodnog naučno-stručnog skupa Izvor i prenos snage-IPS 99, Podgorica-Bečići, 2000.
- [24] Durković R., Simović S., Damjanović M: Regulacija režima rada hidrodinamičkog transformatora, Zbornik XI Međunarodnog simpozijuma Motorna vozila i motori-MVM2000, Kragujevac, 2000.
- [25] Fuchs H.O., Nelson D.V., Burke M.A., Toomay T.L: Shortcuts in Cumulative Damage Analysis, "Fatigue Under Complex Loading – Analyses and Experiments", The Society of Automotive Engineers, Warrendale, 1997.
- [26] Gains L., Stodolsky F., Cuenca R., Eberherdt J: Life-Cycle Analysis for Heavy Vehicles, Conference on Air & Waste Management Association Annual Meeting, San Diego, California, 1998.
- [27] Genta G., Morello L: The automotive chassis – Volume 2: System design, Springer, 2009.
- [28] Гольд Б.В., Оболенский Е.П., Стефанович Ю.Г., Трофимов О.Ф: Основы прочности и долговечности автомобиля, Машиностроение, Москва, 1967.
- [29] Гольд Б.В., Оболенский Е.П., Стефанович Ю.Г., Трофимов О.Ф: Прочност и долговечност автомобиля, Машиностроение, Москва, 1974.
- [30] Gray C. A: A parametric study of the lateral dynamics of a nonlinear four-wheel road-vehicle model, Doctorate dissertation, Department of mechanical, industrial and nuclear engineering of the college of engineering, Division of research and advanced studies of the University of Cincinnati, 2002.
- [31] Гриневич Г.П. и др: Надежность строительных машин, Стройиздат, Москва, 1983.
- [32] Grubišić V: Fating strength of materials and structures under operational stresses, Naučno stručni skup Pogonska čvrstoća, Split, 1990.
- [33] Grupa autora: Inženjersko mašinski priručnik 2, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1992.

- [34] Haibach E: Modifizierte lineare Schadenakkumulationshypothese zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender Schädigung, Laboratorium für Betriebsfestigkeit, TM, No.50/70, Darmstadt, 1970.
- [35] Hanley R., Crolla D: Tyre modelling for misuse situations, Fisita World automotive congress, Seoul, 2000.
- [36] Хачатуров А.А., Афанасьев В.Л., Васильев В.С., Гольдин Г.В., Додонов Б.М., Жигарев В.П., Кольцов В.И., Юрик В.С., Яковлев Е.И., под ред. Хачатурова А.А: Динамика системы дорога-шина-автомобиль-водитель, Машиностроение, Москва, 1976.
- [37] Janićijević N: Automatsko upravljanje u motornim vozilima, Mašinski fakultet, Beograd, 1993.
- [38] Jeftić D: Građevinske mašine – projektovanje perspektivnog proizvoda, Mašinski fakultet Kraljevo, Kraljevo 1997.
- [39] Jovičić S: Osnovi pouzdanosti mašinskih konstrukcija, Naučna knjiga, Beograd, 1990.
- [40] Канарчук В.Е: Основы надежности машин, Академия наук Украинской ССР, Институт проблем материаловедения, Наукоба думка, Киев, 1982.
- [41] Когаев В.П: Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени, "Машиностроение", Москва, 1973.
- [42] Когаев В.П., Махумов Н.А., Гусенков А.П: Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность, "Машиностроение", Москва, 1985.
- [43] Kolarević M., Pantelić T: Koncept životnog ciklusa kompleksnih proizvoda, International conference heavy machinery HM'96, Kraljevo, 1996.
- [44] Колесник Н.П: Расчеты строительных кранов, Вища школа, Киев, 1985.
- [45] Kurić K., Kostić Lj., Hadžić D: Programiranje u istraživanju pouzdanosti građevinskih mašina, Naučna knjiga, Beograd, 1987.
- [46] Kuzmanović S: Menadžment proizvoda, Univerzitet u Novom Sadu – Ekonomski fakultet, Subotica, 2002.
- [47] Lechner G., Nauheimer H: Automotive transmissions – Fundamentals, selection, design and application, Springer, 1999.

- [48] Lukin P., Gaspariyants G., Rodionov V: Automobile chassis, Design and calculations, First published 1989, Revised from the 1984 Russian edition, English translation, Mir publishers, Moskva, 1989.
- [49] Лукинский В.С., Зайцев Е.И: Прогнозирование надежности автомобилей, Политехника, Ленинград, 1991.
- [50] Ljetopis Automotive-generalni zastupnik Mercedesa za Crnu Goru: Tehnička dokumentacija za vozila MERCEDES BENZ, Podgorica, 2012.
- [51] Mavroudakis B., Eberhard P: Mode decoupling in vehicle suspensions applied to race cars, III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled problems in Engineering, C.A. Mota Soares et. al. (eds.), Lisbon, Portugal, 5-8 June 2006.
- [52] Marinković Z: Verovatnosno-statistički model proračuna veka trajanja elemenata pogonskih mehanizama dizalica, doktorska disertacija, Niš, 1993.
- [53] Mijajlović R., Marinković Z: Analiza linearnih hipoteza o akumulaciji oštećenja materijala, Zbornik naučno-stručnog skupa "Aktuelni problemi mašinskih elemenata i konstruisanja", Ohrid, 1985.
- [54] Mijajlović M.R., Marinković M.Z., Jovanović Lj.M: Dinamika i optimizacija dizalica, monografija, Mašinski fakultet u Nišu, Niš 2008.
- [55] Miner M.A: Cumulative damage in fatigue, Journal of Applied Mechanics, Vol.12, 1945.
- [56] Nauheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W: Automotive transmissions – Fundamentals, selection, design and application, Springer, 2011.
- [57] Palmgren A: Die Lebensdauer von Kugellagern, VDI-Z 58, 1924.
- [58] Pacejka H.B: Tyre and vehicle dynamics – Second edition, Butterworth-Heinemann, Elsevier, Oxford, 2006.
- [59] Pesterev A. V., Yang B., Tan C. A., Bergman L. A: Assesment of pothole-induced tire forces in a general linear vehicle model, 16<sup>th</sup> ASCE Engineering mechanics conference, University of Washington, Seattle, 2003.
- [60] Ряхин В.А., Мошкарёв Г.Н: Долговечность и устойчивость сварных конструкций строительных и дорожных машин, "Машиностроение", Москва, 1984.

- [61] Savić Z., Ognjanović M., Janković M: Osnovi konstruisanja, zbirka zadataka, Naučna knjiga, Beograd, 1981.
- [62] Силаев А. А: Спектралнаја теорија подрессориванија транспортних машин, Машиностроение, Москва, 1971.
- [63] Scheffler M., Dresig H., Kurth F: Fördertechnik Unstetigfördever 2, VEB Verlag tehcnik, Berlin, 1977.
- [64] Scientific expert group IR6 on the dynamic interaction between vehicles and infrastructure experiment (DIVINE project), Dynamic interactions between vehicles and infrastructure experiment (DIVINE) – Technical report, OECD DSTI/DOT/RTR/IR6(98)1/FINAL, Directorate for science, technology and industry, Programme of co-operation in the field of research on road transport and intermodal linkages, 1998.
- [65] Serensen S.V., Kogaev R.M., Snejderovic R.M: Bearing capacity and calculation of machine elements resistance, Masinostroenie, Moskwa, 1975.
- [66] Simović S: Uticaj sistema oslanjanja na opterećenje i radni vijek transmisije vozila, doktorska disertacija, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet inženjerskih nauka, Kragujevac, 2011.
- [67] Simović S., Janković A., Damjanović M: An analysis of vehicle semishaft loading when the wheel passes over successive road irregularities, International Congress Motor Vehicles & Motors 2012, Kragujevac, 2012.
- [68] Sire R., Besuner P., Schoof C., Thomas J: Techniques for fating life predictions from measured strains interim report, Failure Analysis Associates, California, 1984.
- [69] Tehnička dokumentacija FAP-Priboj.
- [70] Todorović J: Inženjerstvo održavanja tehničkih sistema, Gorapres, Beograd, 1993.
- [71] Волков Д.П., Николаев С.Н: Надежность строительных машин и оборудования, Высшая школа, Москва, 1979.
- [72] Vujanović N: Teorija pouzdanosti tehničkih sistema, Vojno-izdavački i novinski centar, Beograd, 1987.
- [73] Zelenović D., Todorović J: Efektivnost sistema u mašinstvu, Naučna knjiga, Beograd, 1990.

- [74] Зорин В.А: Основы долговечности строительных машин, Машиностроение, Москва, 1986.
- [75] Živanović Z., Janićijević N: Automatske transmisije motornih vozila, Ecolibri, Beograd, 2000.
- [76] [http://www.iter.lv/index.php?option=com\\_content&view=article&id=244&Itemid1](http://www.iter.lv/index.php?option=com_content&view=article&id=244&Itemid1)
- [77] <http://modelmaz.com>
- [78] <http://www.article.wn.com>
- [79] <http://www.auto.howstuffworks.com>
- [80] <http://www.nsautoforum.com>
- [81] <http://www.bhtuning.com>
- [82] <http://www.speedwaymotors.com>

## **PRILOG A: MATLAB-SIMULINK MODELI**

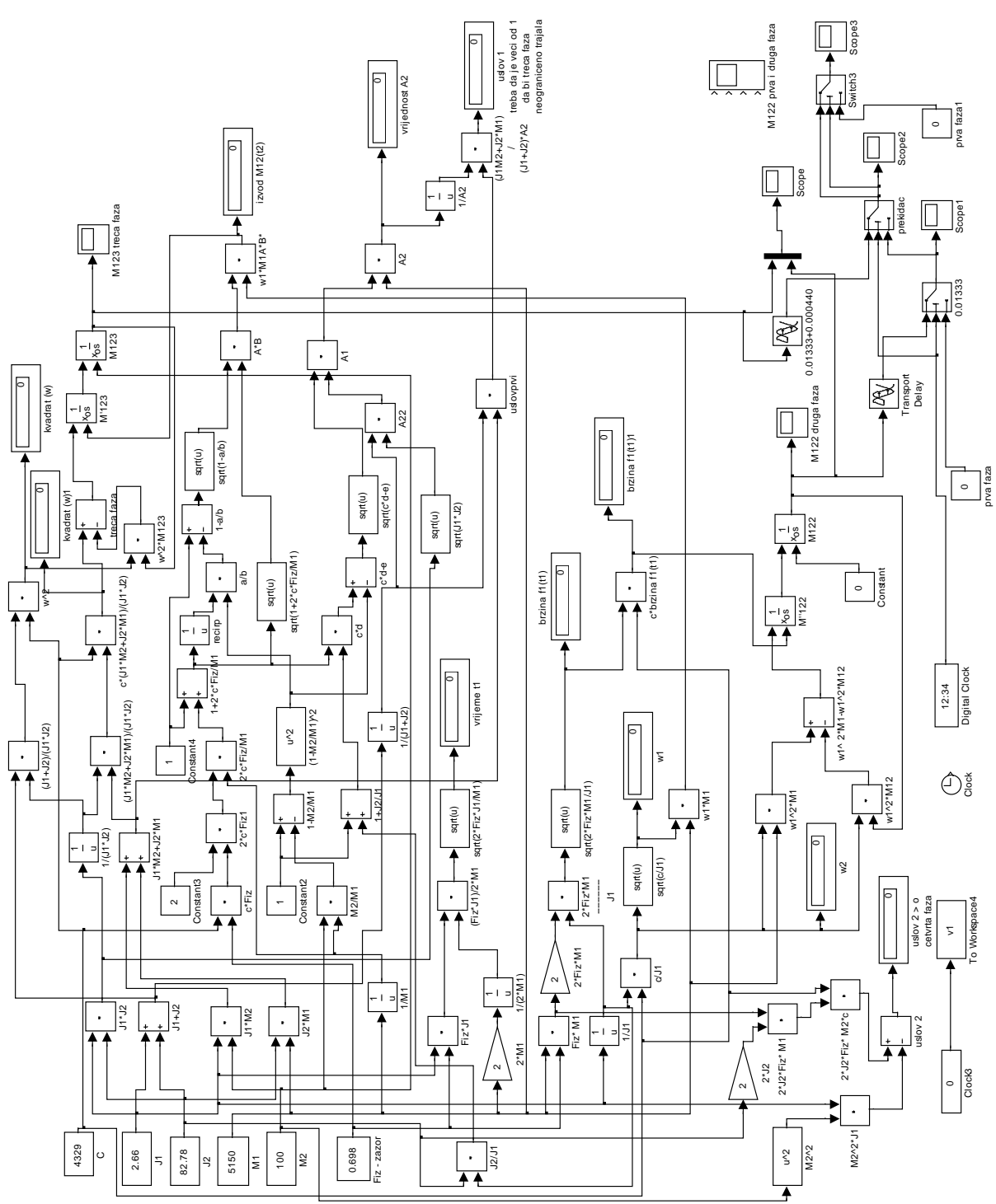
### **A.1. Kretanje masa kroz zazor**

**Slika PA.1.** Simulacioni model kretanja masa kroz zazor.

## **A.2. Model PM-SPS-PT-V-P**

**Slika PA.2.** Simulacioni model PM-SPS-PT-V-P





uslov 1  
 treba da je veci od 1  
 da bi treća faza  
 neograničeno igrala  
 (J1+J2)\*A2

uslov 2 > 0  
 celovita faza  
 v1

uslov 3  
 prekidac  
 Scope1  
 Scope2  
 Scope3

M122 prva i druga faza  
 M122 druga faza  
 M122 prva faza  
 piva faza  
 piva faza  
 piva faza

Clock  
 Digital Clock  
 12:34  
 To Worngate4



## PRILOB B

### B.1. Primjer određivanja optimalnog radnog vijeka metodom dinamičkog programiranja

Primjena metode dinamičkog programiranja na određivanje optimalnog radnog vijeka građevinskih mašina ilustruje se na primjeru jednog dozera „14. oktobar“ Kruševac.

U tabeli broj b.1 prikazani su ukupni prihodi i ukupni troškovi za jedan od dozera „14. oktobra“ iz Kruševca i način njihovog formiranja u toku knjigovodstvenog radnog vijeka [45]. Izuzimajući podatke dobijene istraživanjem, a koji su u tabeli ispisani podebljanim brojevima, ostali podaci za formiranje prihoda i troškova su uzeti proizvoljno, mada je vođeno računa da to ipak budu približne vrijednosti stvarnih podataka [45].

Za primjer je uzet nov dozer, uz pretpostavku da će se on u planiranom radnom vijeku ponašati isto kao što su se u toku istraživanja ponašali ostali dozeri „14. oktobra“.

**Tabela b.1:** Tabela za formiranje prihoda i troškova za jedan od dozera "14. oktobra" Kruševac [45]

Redni broj	Prihodi i troškovi	Planirani period eksploatacije (Knjigovodstveni period eksploatacije)					
		Godina					
		1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Resurs (časova godišnje)	<b>656</b>	<b>611</b>	<b>567</b>	<b>522</b>	<b>478</b>	<b>433</b>
2	Cijena jednog časa rada dozera (n.j.)	5800	5800	5800	5800	5800	5800
3	Prihod (PR) (n. j.)	3804800	3543800	3288600	3027600	2772400	2511400
4	Potrebno radioničkih časova za tehničko održavanje	<b>63</b>	<b>242</b>	<b>347</b>	<b>422</b>	<b>480</b>	<b>527</b>
5	Potrebno radioničkih časova za:						
	- nedeljne preglede	24					
	- I tehničke preglede	16	72	72	72	72	72
	- II tehničke preglede	32					
6	Ukupno radioničkih časova	135	314	419	494	522	599
7	Cijena radioničkog časa (n. j.)	700					
8	Troškovi za radioničke časove (n.j.)	94500	219800	293300	345800	386400	419300
9	Odnos vrijednosti troškova za radioničke časove i vrijednosti za rezervne djelove (n. j.)	<b>2,00</b>	<b>1,06</b>	<b>1,01</b>	<b>0,99</b>	<b>0,97</b>	<b>0,96</b>
10	Troškovi rezervnih djelova (n. j.)	47250	207358	290396	349292	398350	436770
11	Troškovi tehničkog održavanja (n.j.)	141750	427158	583696	695092	784750	856070
12	Bruto lični dohodak poslužioca dozera (n. j.)	410000					
	- Troškovi goriva (n. j.)	656000	611000	567000	522000	478000	433000
	- Troškovi maziva (n. j.)	37000	36000	35000	33500	32500	31500
	- Amortizacija (n. j.)	752000					
	- Troškovi režije (n. j.)	54400	52850	50600	48750	46025	43725
13	Troškovi eksploatacije (n. j.)	1909400	1861850	1814600	1765775	1719525	1670225
14	Ukupni troškovi (UT) (n. j.)	2051150	2289008	2398296	2460867	2504275	2526295
15	Godišnja dobit (GD) (n. j.)	1753650	1254792	890304	566733	268125	-14895

Primjer treba početi rešavati formiranjem tabele, odnosno matrica vrijednosti  $PR$ ,  $UT$ , i  $TZ$  (tabele b.2, b.3 i b.4).

Element (6-6) u svakoj tabeli je vrijednost prihoda, odnosno ukupnih troškova, odnosno troškova zamjene mašine koja je uvedena u šestoj godini. Na primjer  $PR_{6,6}$  je prihod u šestoj godini eksploatacije mašine koja je uvedena upravo u šestoj godini eksploatacije, a to je mašina kojoj će šesta godina planiranog radnog vijeka biti prva godina rada, pa se vrijednost prihoda uzima iz prve kolone i trećeg reda tabele b.2.  $PR_{5,6}$  je prihod u šestoj godini eksploatacije mašine koja je uvedena u petoj godini, a to je mašina kojoj je šesta godina planiranog perioda eksploatacije druga godina rada, pa se vrijednost uzima iz druge kolone i trećeg reda tabele b.2 i tako sve do  $PR_{1,6}$ . Na isti način se formiraju elementi  $PR_{5,5} - PR_{1,5}$ ;  $PR_{4,4} - PR_{1,4}$ ;  $PR_{3,3} - PR_{1,3}$ ;  $PR_{2,2} - PR_{1,2}$  i  $PR_{1,1}$ .

U ovom primjeru za troškove zamjene  $TZ_{i,j}$  uzeta je rezidualna vrijednost mašine (prodajna cijena neotpisanog dijela mašine), uz pretpostavku da se mašina u trenutku zamjene ne može prodati. Ovo nije pravilo, jer se troškovi zamjene mašine formiraju u svakom konkretnom slučaju.

Prema usvojenom kriterijumu, jedino mašina stara šest godina može se otuđiti bez ikakvih troškova zamjene, jer je godišnjom amortizacionom stopom obezbijedila nabavku nove mašine.

**Tabela b.2:** Tabela prihoda [45].

Godina eksploatacije	Godina uvođenja nove mašine					
	1	2	3	4	5	6
1	3804800					
2	3543800	3804800				
3	3288600	3543800	3804800			
4	3027600	3288600	3543800	3804800		
5	2772400	3027600	3288600	3543800	3804800	
6	2511400	2772400	3027600	3288600	3543800	3804800

**Tabela b.3:** Tabela ukupnih troškova [45].

Godina eksploatacije	Godina uvođenja nove mašine					
	1	2	3	4	5	6
1	2051000					
2	2289008	2051000				
3	2398296	2289008	2051000			
4	2460867	2398296	2289008	2051000		
5	2504275	2460867	2398296	2289008	2051000	
6	2526295	2504275	2460867	2398296	2289008	2051000

**Tabela b.4:** Tabela troškova zamjene[45].

Godina eksploatacije	Godina uvođenja nove mašine					
	1	2	3	4	5	6
1	3760000					
2	3008000	3760000				
3	2256000	3008000	3760000			
4	1504000	2256000	3008000	3760000		
5	752000	1504000	2256000	3008000	3760000	
6	0	752000	1504000	2256000	3008000	3760000

**U šestoj godini eksploatacije:**

$$D_{6,6} = \max \left\{ \begin{array}{l} 3804800 - 2051000 + 0 = 1753800 \\ 1753800 - 3760000 = -2006200 \end{array} \right\} = 1753800 \quad \text{OSM (ostaje stara mašina)}$$

$$D_{5,6} = \max \left\{ \begin{array}{l} 3543800 - 2289008 + 0 = 1254792 \\ 1753800 - 3008000 = -1254200 \end{array} \right\} = 1254792 \quad \text{OSM}$$

$$D_{4,6} = \max \left\{ \begin{array}{l} 3288600 - 2398296 + 0 = 890304 \\ 1753800 - 2256000 = 502200 \end{array} \right\} = 890304 \quad \text{OSM}$$

$$D_{3,6} = \max \left\{ \begin{array}{l} 3027600 - 246867 + 0 = 566733 \\ 1753800 - 1504000 = 249800 \end{array} \right\} = 566733 \quad \text{OSM}$$

$$D_{2,6} = \max \left\{ \begin{array}{l} 2772400 - 2504275 + 0 = 268125 \\ 1753800 - 752000 = 1001800 \end{array} \right\} = 1001800 \quad \text{UNM (uvodi se nova mašina)}$$

$$D_{1,6} = \max \left\{ \begin{array}{l} 2511400 - 2526295 + 0 = -14895 \\ 1753800 - 0 = 1753800 \end{array} \right\} = 1753800 \quad \text{UNM}$$

**U petoj godini eksploatacije:**

$$D_{5,5} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1753800 + 1254792 = 3008592 \\ 3008592 - 3760000 = -751408 \end{array} \right\} = 3008592 \quad \text{OSM}$$

$$D_{4,4} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1254792 + 890304 = 2145096 \\ 3008592 - 3008000 = 592000 \end{array} \right\} = 2145096 \quad \text{OSM}$$

$$D_{3,5} = \max \left\{ \begin{array}{l} 890304 + 566733 = 1457037 \\ 3008592 - 2256000 = 752592 \end{array} \right\} = 1457037 \quad \text{OSM}$$

$$D_{2,5} = \max \left\{ \begin{array}{l} 566733 + 1001800 = 1568533 \\ 3008592 - 1504000 = 1504592 \end{array} \right\} = 1568533 \quad \text{OSM}$$

$$D_{1,5} = \max \left\{ \begin{array}{l} 268125 + 1753800 = 2031925 \\ 3008592 - 752000 = 2256592 \end{array} \right\} = 2256592 \quad \text{UNM}$$

**U četvrtoj godini eksploatacije:**

$$D_{4,4} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1753800 + 2145096 = 3898896 \\ 3898896 - 3760000 = 138896 \end{array} \right\} = 3898896 \quad \text{OSM}$$

$$D_{3,4} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1254792 + 1457037 = 2711829 \\ 3898896 - 3008000 = 890896 \end{array} \right\} = 2711829 \quad \text{OSM}$$

$$D_{2,4} = \max \left\{ \begin{array}{l} 890304 + 1568533 = 2458837 \\ 3898896 - 2256000 = 1642896 \end{array} \right\} = 2458837 \quad \text{OSM}$$

$$D_{1,4} = \max \left\{ \begin{array}{l} 566733 + 2256592 = 2823325 \\ 3898896 - 1504000 = 2394896 \end{array} \right\} = 2823325 \quad \text{OSM}$$

**U trećoj godini eksploatacije:**

$$D_{3,3} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1753800 + 2711829 = 4465629 \\ 4465629 - 3760000 = 705629 \end{array} \right\} = 4465629 \quad \text{OSM}$$

$$D_{2,3} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1254792 + 2458837 = 3713629 \\ 4465629 - 3008000 = 1457629 \end{array} \right\} = 3713629 \quad \text{OSM}$$

$$D_{1,3} = \max \left\{ \begin{array}{l} 890304 + 2823325 = 3713629 \\ 4465629 - 2256000 = 2209629 \end{array} \right\} = 3713629 \quad \text{OSM}$$

**U drugoj godini eksploatacije:**

$$D_{2,2} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1753800 + 3713629 = 5467429 \\ 5467429 - 3760000 = 1707429 \end{array} \right\} = 5467429 \quad \text{OSM}$$

$$D_{1,2} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1254792 + 3713629 = 4968421 \\ 5467429 - 3008000 = 1945488 \end{array} \right\} = 4968421 \quad \text{OSM}$$

**U prvoj godini eksploatacije:**

$$D_{1,1} = \max \{1753800 + 4968421 = 6772221\} = 6772221$$

Pretraživanjem unazad od prve godine prema šestoj godini eksploatacije na prvu oznaku UNM nailazi se u petoj godini kod  $D_{1,5}$ . To znači da je optimalni trenutak zamjene mašine, uvedene u prvoj godini eksploatacije, u petoj godini eksploatacije, odnosno da je optimalni radni vijek mašine, u datom primjeru, pet godina.

## B.2. Primjer određivanja optimalnog radnog vijeka primjenom analitičke metode

Analitička metoda prognoziranja optimalnog perioda zamjene mašina ili njihovih agregata ilustrirajuće se praćenjem prihoda i rashoda za buldozer "14. oktobra" iz Kruševca što je korišćeno kao primjer i prilikom određivanja optimalnog perioda eksploatacije građevinskih mašina korišćenjem metode dinamičkog programiranja.

U tabeli b.1 petnaesta vrsta predstavlja dobit mašine na godišnjem nivou (GD) u zavisnosti od broja godina eksploatacije građevinske mašine. Prihod, ukupni troškovi i godišnja dobit u zavisnosti od broja godina eksploatacije za pomenuti dozer dati su u tabeli b.5:

**Tabela b.5:** Prihod, ukupni troškovi, godišnja dobit za dozer "14. oktobra" iz Kruševca

Godina eksploatacije	Prihod (n. j.)	Ukupni troškovi (n. j.)	Godišnja dobit (n. j.)
1	3804800	2051150	1753650
2	3543800	2289008	1254792
3	3288600	2398296	890304
4	3027600	2460867	566733
5	2772400	2504275	268125
6	2511400	2526295	-14895

Ako se vrijednost godišnje dobiti aproksimira metodom najmanjih kvadrata dobija se da je funkcija ostvarene dobiti:

$$d(t) = 0,0240 \cdot 10^6 \cdot t^2 - 0,5143 \cdot 10^6 \cdot t + 2,2229 \cdot 10^6$$

Jednačina čiste jedinične dobiti je:

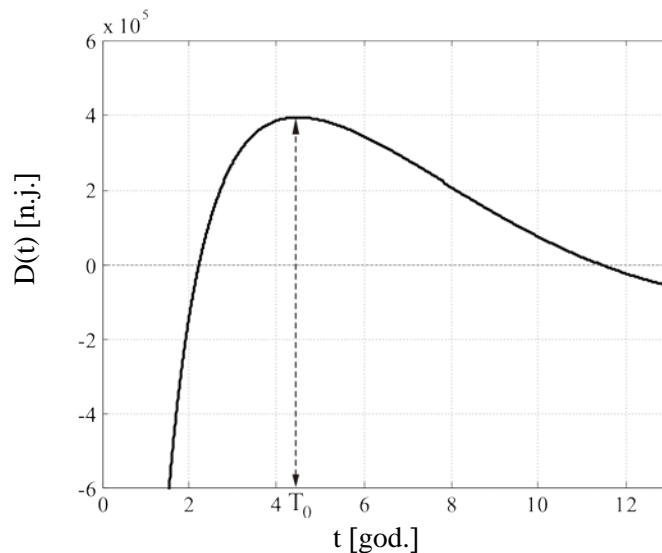
$$D(t) = \frac{\int_0^t d(t) \cdot dt - C_{nm}}{t}$$

Ako se ostvarena dobit uvrsti u predhodnu jediničnu dobija se:

$$D(t) = \frac{\int_0^t (0,0240 \cdot 10^6 \cdot t^2 - 0,5143 \cdot 10^6 \cdot t + 2,2229 \cdot 10^6) dt - C_{nm}}{t}$$

Iz tabele broj b.4 data je vrijednost nove mašine  $C_{nm} = 3760000$  (n.j.), pa je funkcija čiste jedinične dobiti:

$$D(t) = 0,008 \cdot 10^6 t^2 - 0,25715 \cdot 10^6 t + 2,2229 \cdot 10^6 - \frac{3,76 \cdot 10^6}{t}$$



**Slika b.1:** Zavisnost čiste jedinične dobiti od vremena eksploatacije

$$\frac{d(D(t))}{dt} = 0 \Rightarrow 0,016 \cdot 10^6 t^3 - 0,25715 \cdot 10^6 t^2 + 3,76 \cdot 10^6 = 0 \Rightarrow T_0$$

Rešavanjem prethodne jednačine po  $t$  dobija se optimalni radni vijek građevinske mašine  $T_0 = 4,50797846$  godina (peta godina eksploatacije), što odgovara rezultatu za optimalni radni vijek mašine dobijen korišćenjem principa optimalnosti dinamičkog programiranja.

## BIOGRAFIJA

Ime i prezime: Milanko Damjanović  
Datum rođenja: 22.03.1971.  
Mjesto rođenja: Romač, opština Pljevlja, Crna Gora  
Porodično stanje: Oženjen (supruga Snežana), jedno dijete (sin Aleksa)

### Školovanje:

1978-1986 Osnovna škola u Šulima i Gradcu, opština Pljevlja  
1986-1990 Srednja škola - Gimnazija, Prirodno matematički smjer u Pljevljima  
1990-1995 Studije na Mašinskom fakultetu u Podgorici, smjer Mehanizacija  
12.07.1995. Odbranio diplomski rad na Mašinskom fakultetu u Podgorici sa temom: Projektovanje i proračun transmisija mobilnih mašina  
1995-2002 Postdiplomske studije na Mašinskom fakultetu u Beogradu, smjer Motorna vozila  
12.07.2002. Odbranio magistarski rad na Mašinskom fakultetu u Beogradu sa temom: Upravljanje i regulacija u hidrostatičkim sistemima pogona kretanja i radne opreme buldozera  
1998-1999 Redovni vojni rok

### Profesionalni angažman:

1995- Saradnik u nastavi na Mašinskom fakultetu u Podgorici



Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани Миланко Дамјановић

број уписа \_\_\_\_\_

**Изјављујем**

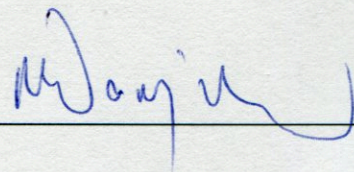
да је докторска дисертација под насловом

**Процјена преосталог радног вијека система за пренос снаге теретних возила**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис докторанда**

У Београду, **28.03.2013. год.**

  
\_\_\_\_\_



Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: **Миланко Дамјановић**

Број уписа \_\_\_\_\_

Студијски програм: **Моторна возила**

Наслов рада: **Процјена преосталог радног вијека система за пренос снаге теретних возила**

Ментор: **Проф. др Чедомир Дубока**

Потписани \_\_\_\_\_

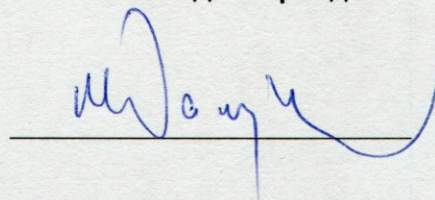
изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, **28.03.2013. год.**





### Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

### **Процјена преосталог радног вијека система за пренос снаге теретних возила**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

#### **1.** Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, **28.03.2013. год.**

