

UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Jelena S. Vasiljević

**Primena multifraktalne analize
mikroskopskih slika u klasifikaciji
intraosealnih metastatskih karcinoma**

Doktorska disertacija

Beograd, 2012

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING

Jelena S. Vasiljevic

**Application of multifractal analysis on
microscopic images in the classification of
metastatic cancer intraoseal**

Doctoral dissertation

Belgrade, 2012.

Komisija

Mentor: dr Branimir Reljin, redovni profesor, u penziji, Elektrotehnički fakultet
Univerziteta u Beogradu,

Komentor: dr Jelena Sopta, Docent, Medicinski fakultet Univerziteta u Beogradu

lanovi:

dr Irini Reljin, vanredni profesor, Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu

dr Miodrag Popović, redovni profesor, Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu

dr Dragan Kandić, redovni profesor, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

SADRŽAJ

Predgovor	<i>i</i>
Rezime	<i>iii</i>
Summary	<i>iv</i>
Lista skraćenica	<i>v</i>
Spisak slika	<i>v</i>
Spisak tabela	<i>v</i>
1.Uvod	1
2. Primena fraktalne i multifraktalne analize u analizi i klasifikaciji signala	3
2.1. Fraktalna geometrija	3
2.2. Procena fraktalne dimenzije	7
2.3. Multifraktali	10
2.4. Multifraktalna analiza slika	17
3. Primena fraktala u biomedicinskim sistemima	19
3.1. Fraktali u istraživanju karcinogeneze	20
3.2. Fraktalna morfometrija primenjena na tumore	21
4. Histopatološke karakteristike metastaza intraosealnog kancera	26
5. Klasifikacija medicinskih slika na osnovu multifraktalnih parametara	32
5.1. Program ImageJ	33
5.2. Program "FracLac"	34
5.3. Program "DTREG"	40
5.3.1. Tipovi varijabli u programu DTREG	40
5.3.2. Vrste varijabli u programu DTREG	42
5.3.3. Postavljanje DTREG performansi	43

5.3.4. uvanje podataka u virtuelnoj memoriji datoteke	45
5.3.5. Otvaranje postoje eg projekta	45
5.3.6. Pokretanje analize	46
5.3.7. Odre ivanje osobina modela	46
5.3.8. Kontrola analize klastera stabla odlu ivanja	47
5.3.9. Izlazni izveštaj generisan od strane DTREGa	48
5.3.10. Parametri projekta	48
5.3.11. Input Data (ulazni podaci)	48
5.3.12. Confusion Matrix	49
5.3.13. Osetljivost i specifi nost izveštaja	49
5.3.14. Cumulative Lift Chart	51
6. Izbor multifraktalnih parametara za klasifikaciju mikroskopskih slika	52
7. Rezultati istraživanja	53
7.1. Statisti ka obrada rezultata dobijenih multifraktalnom analizom	60
7.2. Rezultati klasifikacije mikroskopskih medicinskih slika	62
8. Interpretacija i diskusija dobijenih rezultata	63
9. Zaklju ak	65
Literatura	68
Prilozi	80
Biografija autora	87

Predgovor

Ova doktorska disertacija je nastala kao rezultat nastavka rada na izučavanju mogućnosti primene multifraktalne analize u obradi (medicinskih) slika, što je izloženo u magistarskoj tezi „Klasifikacija digitalnih medicinskih slika primenom multifraktalne analize [ANDJ06]. Primena fraktalne geometrije i multifraktalne analize se pokazala kao veoma efikasna u opisivanju složenih prirodnih pojava i struktura, kada klasična analiza zasnovana na principima Euklidske geometrije nije upotrebljiva. Ovu oblast su kod nas uveli i uspešno primenjivali profesori Irini Reljin i Branimir Reljin, ne samo u obradi slika već i u analizi i klasifikaciji drugih složenih pojava kao što su meteorološki i klimatološki podaci i njihov međusobni uticaj na klimu, izdvajanje karakterističnih detalja u signalima, analiza modernog telekomunikacionog saobraćaja, itd. Ova savremena oblast me je zainteresovala i zahvalna sam profesoru dr Branimiru Reljinu, mentoru ove doktorske disertacije, kao i profesorki Irini Reljin, koji su mi omogućili da radim istraživanja ovoga tipa, kao i na ogromnoj pomoći i ukazanoj tokom rada na razvijanju ideje, podršci, diskusiji o problemu, i upućivanju na odgovarajuću literaturu.

Tako je veliku zahvalnost dugujem dr Jeleni Sopti, doktoru medicinskih nauka, lekaru specijalisti patologije u Institutu za patologiju u Beogradu, komentorki ove doktorske disertacije, koja mi je bila od neprocenjive pomoći pri razvoju ideje, celokupnoj organizaciji oko izbora i sakupljanja uzoraka, njihovog fotografisanja i kasnije obrade. Njeni pomoći oko pisanja dela ovog rada koji se tiče medicinske oblasti bila mi je veoma dragocena.

Za ogromnu pomo u prilagoavanju programa FracLac za brz i efikasan rad sa velikim brojem slika, veoma sam zahvalna autorki programa FracLac, Audrey Karperian sa Charles Sturt Univerziteta iz Australije, koju sam više puta kontaktirala.

Dragocenu pomo pri adaptaciji, kao i pri razvoju istraživanja, uopšte, pružile su mi moje kolege iz Instituta "Mihajlo Pupin", posebno mr Iva Salom i inženjer Dragoslav Mijić, kao i prijateljice inženjer Vesna Petrović i Milica Djurković.

Takođe sam celoj svojoj porodici i prijateljima veoma zahvalna na podršci tokom celog istraživanja i pisanja rada, posebno erkici Nini na strpljenju i podršci.

REZIME

Cilj istraživanja u ovom radu je utvrđivanje statističkih razlika između mikroskopskih medicinskih slika s ciljem njihove klasifikacije, u smislu utvrđivanja primarnog karcinoma u slučaju ajevima intraosealnih metastatskih karcinoma. Dosadašnja saznanja ukazuju da postoji razlika u morfologiji zdravih i kancerogenih elija.

Prethodni rezultati, izloženi u magistarskom radu kandidatkinje „Klasifikacija digitalnih medicinskih slika primenom multifraktalne analize“ [ANDJ06], i применjeni u klasifikaciji slika karcinoma kolona, otvorili su mogunosti za dalja istraživanja i moguće primene multifraktalne analize na mikrofotografije uzoraka drugih tkiva. S obzirom da su, u slučaju različitih vrsta primarnih karcinoma, elije esti neregularnog ("haotičnih") oblika, utvrđivanje eventualne korelacije između multifraktalnih parametara koji opisuju oblik elija i primarnih karcinoma, moglo bi imati veliku primenu. Otkuže se da multifraktalna analiza omogućuje definisanje objektivnih pokazatelja kojima se može izvršiti klasifikacija tkiva. Multifraktalna analiza u klasifikaciji primarnog karcinoma, kao pomoći alat, mogla bi ubrzati proces odluđivanja i doprinela smanjenju subjektivnog faktora i verovatnoće greške pri dijagnozi.

Ključne reči: Fraktali, multifraktalna analiza, analiza i obrada slika, intraosealni karcinomi, metastaze, primarni karcinom, statistička analiza

Naučna oblast: Elektrotehnika

Uža naučna oblast: Digitalna obrada slike

UDK broj: 621.3

SUMMARY

The aim of this study was to determine statistically significant differences between microscopic medical images in order of their classification in terms of determining primary cancer in cases of metastatic carcinoma intraoseal. Past findings indicate that there is a difference in the morphology of healthy and cancerous cells.

Preliminary results, presented in the magisterium thesis of the candidate, „Classification of digital medical images using multifractal analysis“ [ANDJ06], and applied to classify images of colon cancer, opened the possibility for further investigation micrographs of samples of other tissues. Since, in the case of different types of primary cancer cells are often of irregular ("chaotic") forms, determining the possible correlation between multifractal parameters describing the shape of primary cells and the cancer, could have broad application. It is expected that multifractal analysis enables the definition of objective indicators that can performed tissue classification. In the classification of primary tumors, the multifractal analysis, as an assistant tool, could accelerate the decision-making process and contribute to reduction of subjective factors and error probability in medical diagnosis.

Key words: Fractals, multifractal analysis, image analysis and processing, intraoseal carcinoma, metastaza, primary carcinoma, statistical analysis

Scientific area: Electrical Engineering

Special topic: Digital Image Processing

UDK number: 621.3

Spisak skra enica

MF – Multifraktalna analiza

IMFA – Inverzna multifraktalna analiza

DTL - Data Transformation Language

Spisak slika

Slika 1: Metastatski karcinom renalnih elija

Slika 2: Metastatski karcinom dojke

Slika 3: Metastatski karcinom plu a

Slika 4: Izgled glavnog menija ImageJ

Slika 5: Dijalog prozor sa opcijama za analize u programu FracLac

Slika 6: Izgled dijalog prozora za podešavanje parametara za multifraktalnu analizu u programu FracLac

Slika 7: Prikaz dijalog prozora za podešavanje veli ina bokseva u programu FracLac

Slika 8: Izgled izmenjenog dijaloga sa Slike 5

Slika 9: Prikaz glavnog prozora programa DTREG

Slika 10: Binarna forma Slike 1

Slika 11: $f(\cdot)$ from slike 20 (FracLac)

Slika 12 :Izgled grafika $D(Q)$ za sliku 20

Slika 13: Binarna forma Slike 3

Slika 14: Prikaz grafika $f(\alpha)$ za sliku 13

Slika 15: Izgled grafika $D(Q)$ za sliku 13

Slika 16: Binarna forma slike 2

Slika 17: Prikaz grafika $f(\alpha)$ za sliku 16

Slika 18: Izgled grafika $D(Q)$ za sliku 16

Spisak tabela

Tabela 1: Rezultati klasifikacije za tri grupe

Tabela 1P: Srednje vrednosti parametara u zavisnosti od grupa za program FracLac

1. Uvod

Tema ove doktorske disertacije predstavlja primenu specijalne metode obrade slika u medicinskoj dijagnostici. Sastoje se u primeni multifraktalne analize na odre ene medicinske slike u elektronском obliku, s ciljem odredjivanja primarne lokalizacije metastatskih karcinoma u koštanom sistemu.

Dati uzorci, koji su dobijeni zahvaljujući saradnji sa Institutom za patologiju, Medicinskog fakulteta, Univerziteta u Beogradu, analizirani su optičkom mikroskopijom na uve anju 400x, a potom su uraene mikrofotografije. Dobijene digitalne fotografije analizirane su pomoću posebnog softvera FracLac koji se koristi za multifraktalnu analizu. Dobijeni su pozitivni rezultati koji otvaraju nove mogunosti ispitivanja uzorka tkiva i potencijalne primene kako kod intraosealnih metastaza sa primarnim karcinomom u drugim organima tako i kod drugih vrsta kancera, i uopšte drugih vrsta medicinskih slika sa istim ciljem.

U slučaju metastaza, u ovom istraživanju intraosealnih metastaza, patolog procenjuje lokalizaciju primarnog karcinoma nakon negativne upute pacijenta na skupe i dugotrajne analize radi provere postavljene dijagnoze. U zavisnosti od primarnog karcinoma određuje se dalja terapija.

U ovom istraživanju početna hipoteza je bila da se na osnovu diferencijacije metastaza intraosealnog kancera može odrediti lokacija primarnog kancera. Posmatrane su digitalne slike tri grupe metastaza u kosti:

1. metastatski karcinom renalnih elija
2. metastatski karcinom dojki,
3. metastatski karcinom pluća.

Multifraktalna analiza slika biopsija bi pomogla da se ubrzava proces utvrđivanja primarnog karcinoma u slučaju koštanih metastaza.

Ovaj metod pomogao bi doktorima u slučajevima koji nisu jasno definisani i radi dodatne provere dijagnoze, što je u ovoj oblasti veoma delikatan problem.

U uvodnom poglavlju rada su prikazani ukratko tema i korišteni uzorci i metode u istraživanju kao i pregled sadržaja disertacije. Ukazano je na probleme u dijagnostici primarnih karcinoma.

Drugo poglavlje definiše teorijske osnove fraktalne geometrije, multifraktala i njihove primene u analizi slike. Navedene su injenice vezane za prethodna istraživanja u oblasti fraktalne i multifraktalne analize slika i njihove primene u analizi i klasifikaciji signala.

U trećem poglavlju su prikazane primene fraktala u biomedicinskim sistemima, i uz analizu medicinskih signala i slika istaknute su primene fraktala u istraživanju karcinogeneza.

Četvrto poglavlje opisuje histopatološke karakteristike metastaza intraosealnog kancera. Prikazane su i slike uzoraka predstavnika svake od tri posmatrane grupe u ovom istraživanju.

U petom poglavlju su navedeni rezultati simulacija modela primenjeni na slučajevе metastaza intraosealnog kancera. Predstavljena je klasifikacija medicinskih slika na temelju multifrakタルnih parametara. Opisani su i korišteni programi za multifraktalne analize slika ImageJ i FracLac kao i program za statistiku obradu dobijenih rezultata DTREG.

U šestom poglavlju je prikazan izbor multifrakタルnih parametara za klasifikaciju mikroskopskih slika.

U sedmom poglavlju predstavljeni su rezultati istraživanja. Oni su zatim statistički obrađeni i dati su dobijeni rezultati na temelju kojih su zatim dobijeni i u ovom poglavlju prikazani rezultati klasifikacije mikroskopskih medicinskih slika.

Osmo poglavlje prikazuje interpretaciju i diskusiju dobijenih rezultata. Na kraju rada doneti su zaključci o istraživanjima Jasno su izneseni rezultati procene korelacija između vrednosti multifrakタルnih parametara i odgovarajućih posmatranih grupa tkiva.

Na kraju je prikazana korištena literatura pri istraživanju i dati su prilozi sa tabelom i graficima.

2. Primena fraktalne i multifraktalne analize u analizi i klasifikaciji signala

2.1. Fraktalna geometrija

Skoro svi geometrijski koncepti su se, do pre oko 200 godina, bazirali na Euklidskoj geometriji. Postavke Euklidske geometrije predstavljale su osnovni koncept koji je korišten u konstrukciji i prikazivanju svih objekata tokom dugog vremenskog perioda. Ali, prirodni objekti nisu pravilnih oblika i ne podležu zakonima Euklidske geometrije. Uveden je koncept tzv. fraktalne ili necelobrojne dimenzije, kojim se proširuju mogunosti opisivanja složenih oblika. Osobine fraktala definišu se određenim parametrima, tzv. frakタルnom dimenzijom (D_f). Fraktalna geometrija je uvedena u prirodne nauke objavlјivanjem rada "How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension", 1967. godine u asopisu Science Magazine. Autor tog rada bio je Benoit Mandelbrot, poljski matematičar i fizičar, koji je tada prvi put uveo pojam fraktala, što je kasnije upotpunio i sistematizovao [MAND75]. U tom radu je pokazao da je koncept dužine besmislen, ako se želi izmeriti nepravilan objekat kao što je morska obala – dužina zavisi od izbora jedinice mere. Analitički posmatrano, linija morske obale nije diferencijabilna u svim takama, tako da krivolinijski integral nije definisan.

Sama reč fraktal potiče od latinske reči *fractus*, što znači izlomljen, prelomljen. Termin fraktal je Mandelbrot koristio da bi opisao nepravilnu strukturu raznih prirodnih objekata i fenomena, kao što su oblaci, izgled reljefa, razne prirodne teksture, turbulencije u atmosferi, kretanja u ekonomiji, i drugo. Fraktal predstavlja matematički objekat sa frakタルном (necelobrojnom) dimenzijom [RELJI01].

Fraktalna geometrija se zasniva na injenici da priroda pokazuje jednu fundamentalnu osobinu obično poznatu kao samo-sličnost (self-similarity). Ma koliko

kompleksan bio oblik i/ili dinami ko ponašanje sistema, ukoliko neko pogleda pažljivije i dovoljno maštovito, može na i oblike na jednoj skali koji li e na one na drugim skalama. Mnogi prirodni objekti iskazuju takve osobine, na primer gra a nervnog sistema, sistema krvotoka, izgled reljefa, decimalni merni sistem itd. [RELJI01].

Pre Mandelbrota, od sredine 19. veka, pojavila su se nove teorije koje je on objedinio u “kreiranju“ fraktalne geometrije. Theodor Weierstrass (1815-1897) je pokazao da može postojati kontinualna kriva koja nije diferencijabilna ni u jednoj ta ki. Felix Hausdorff (1869-1942) je prvi uveo pojam necelobrojne dimenzije, koja je ve a od topološke dimenzije. Georg Cantor (1845-1918) je definisao tzv. Kantorov skup (Cantor Set), beskona an skup ta aka u jedini nom intervalu $[0,1]$ koji iskazuje fraktalne osobine.

Matemati ka osnova frakタルnog koncepta nalazi se u konstrukciji nedeljivih, kontinuiranih funkcija, tzv. udovišnih kriva (*monster curves*). One se mogu vešta ki generisati, kao i veliki broj frakタルnih struktura, primenom relativno prostih pravila, tako što se rezultati posle svake iteracije vra aju ponovo u istu proceduru. Drugim reima, gledano sa biološkog stanovišta, Kohova kriva pored osobine nediferencijabilnosti koja postoji zahvaljuju i njenoj neregularnosti, poseduje i osobinu da nema definisanu dužinu, tj. beskona na je [MATS96].

Frakタルni oblici ili signali karakterisani su slede im svojstvima [TURN98], [PEIT92]:

1. Nemaju karakteristi nu dužinu.

Na primeru morske obale ukazali smo na ovu karakteristiku frakタルnih oblika. Uzimanjem sve manje i manje jedinice mere dobijali bismo sve ve u i ve u izmerenu dužinu frakタルne strukture. Razlog je taj što se oblik strukture beskona no ponavlja ukoliko strukturu posmatramo sa sve ve e blizine. Saglasno tome, proizilazi da ne možemo povu i tangentu na frakタルnu liniju u svakoj njenoj ta ki – dakle, frakタルna linija nije diferencijabilna. Za razliku od nje, glatka kriva uvek ima kona nu (karakteristi nu) dužinu. Jedino, uzimanjem sve manje i manje jedinice mere, mi bismo samo preciznije izmerili dužinu takve krive [RELJI01-1].

2. Poseduju osobinu samosli nosti.

U bilo kojoj skali posmatrano, fraktalni oblici su iste strukture. Ova se osobina naziva i svojstvo invarijantne skale [RELJ101-1]. Idealni fraktal podrazumeva da je svaka njegova ta ka centar generisanja novog, beskona no samosli nog fraktala. Praktično gledano, samoslinost je neophodan i dovoljan uslov da bi fraktalna dimenzija mogla biti definisana i primenjena.

Strogom primenom značaja samoslinosti, mogu se razlikovati dva tipa fraktala. Jedna grupa sastoji se od objekata koji manji detalji, pod odgovarajućim uvećanjem, egzaktno repliciraju njihove veličine i nazivaju se "egzaktni samoslijni objekti" od kojih je Kohova kriva [MATS96] klasičan primer. Druga grupa sastoji se od "statistički samoslinih" ili "slučajno stohastičkih" fraktala i oni se razlikuju od egzaktnih samoslinih fraktala, po tome što njihovi reprodukovani detalji nisu egzaktne kopije već statistički slične. Samoslijni fraktali (egzaktni ili slučajni) su uključeni u veću grupu "samosrodnih objekata". Samosrodnost (self-affinity) je osobina koja se karakteriše skaliranjem različitim veličinama u različitim pravcima. Samosrodni fraktali moraju biti skalirani različitim veličinama u različitim pravcima (samosrodna transformacija) da bi se obezbedila kopija originalne figure pre nego što se primeni povećanje uvećanja samo po sebi (razmere u svim pravcima, ali istom vrednošću). Tako su, na primer, površine predela i profila iz prirode samosrodne. Samosliost može tako biti smatrana specijalnim slučajem samosrodnosti, gde su odnosi skaliranja u različitim pravcima isti. Ovo je znacajna posledica koja se odnosi na metodologiju korišćenja da bi se opisali fraktali [BUDI01], [LAND96-1].

3. Imaju necelobrojnu dimenziju, uobičajeno veću od odgovarajućih topoloških dimenzija nefraktalnog objekta.

Fraktalna dimenzija je osnovni analitički parametar za opisivanje struktura koje imaju tzv. skalirajuću simetriju. Skalirajuća simetrija podrazumeva samosliost posmatranih objekata na promenljivoj skali uvećanja. Istorijски gledano, prvo uvođenje mera za popunjavanje prostora koja dopušta mogućnost necelobrojne dimenzije, dao je Felix Hausdorff [HAUS19]. Njegova ideja bazirana je na

"skaliranju" (scaling), što predstavlja merenje istog objekta pod razliitim uslovima, tj. razliitim jedinicama mere.

Oblik i/ili pozicija nekog objekta se, uobičajeno, opisuju tzv. topološkim dimenzijama D_T [RELJI01]. Krive i ravni se klasificuju preko topologije skupata aka. Euklidska tako nema dimenziju, tj. njena Euklidska dimenzija iznosi $D_E = 0$ kao i topološka dimenzija $D_T = 0$. Prava linija ima Euklidsku dimenziju jedan, $D_E = 1$, kao i topološku dimenziju $D_T = 1$. Međutim, ako je kriva linija, koja leži na površi, onda je njena Euklidska dimenzija dva, $D_E = 2$, a topološka $D_T = 1$ (broj taaka kojima se posmatrana kriva može razdvojiti na dva dela). Tako je, dalje, u slučaju krive koja se prostire kroz tro-dimenzionalni prostor Euklidska dimenzija je jednaka tri, $D_E = 3$, a topološka je i dalje jedan, $D_T = 1$.

U slučaju dvo-dimenzionalne površi Euklidska dimenzija je jednaka dva, $D_E = 2$, kao i topološka, $D_T = 2$. Ako se posmatra zakrivljena površ koja leži u tro-dimenzionalnom prostoru Euklidska dimenzija je jednaka tri, $D_E = 3$, a topološka je i dalje jednaka dva $D_T = 2$. Za tela su i Euklidska i topološka dimenzija jednakе tri, $D_E = 3$ i $D_T = 3$.

Međutim, ako u okolini jedne takve postavimo drugu, pa treću, itd., po nekom pravcu, i ako su takve dovoljno bliske, dobija se struktura koja odgovara liniji. Znači, sa Euklidske dimenzije $D_E = 0$ prelazi se ka $D_E = 1$, ali takve su razdvojene, tako da dimenzija nije jednaka jedan, mada je veća od nule! Slijede se dobija i posmatranjem jedne linije (Euklidske dimenzije $D_E = 1$) koja se, posle određene dužine prelama pod nekim uglom, pa se postupak ponavlja tako da se dobija struktura oblika izlomljene spirale. Pri posmatranju dobijene strukture sa dovoljno velikog rastojanja, stiže se utisak homogene strukture - površine, Euklidske dimenzije $D_E = 2$. Međutim, i ova struktura nema takvu dimenziju dva, jer je u pitanju linjska, a ne homogena površinska struktura [RELJI99-4].

Felix Hausdorff je proučavao ovakve slučajeve i definisao dimenziju skupova tako koja ima nedefinibilnu vrednost veću od odgovarajuće topološke dimenzije [HAUS19].

2.2. Procena fraktalne dimenzije

Za fraktalne strukture koje nisu dobijene strogo definisanim pravilima, kao što su razne prirodne strukture i signali, fraktalna dimenzija se ne može odrediti kao dimenzija samosli nosti. Postoje razne druge metode koje se mogu primeniti u tim slu ajevima, a jedna od esto koriš enih je tzv. box-counting metoda, ili metoda prekrivanja ime se odre uje dimenzija prekrivanja (*cover dimension*). Metoda se zasniva na prekrivanju frakタルnog objekta mrežom bokseva: kvadrata, u slu aju jednodimenzionalnih (1D) signala kao što su vremenske serije, ili kocki, u slu aju dvodimenzionalnih (2D) signala, kao što su signali slike [RELDI01-1].

Box-counting metod daje ta ne procene za fraktalne dimenzije izme u 1 i 1.5 kod 1D signala i 2 i 2.5 kod 2D signala, a jednostavan je, te je izra unavanje brzo. Postoje i druge metode za izra unavanje frakタルnih dimenzija, npr. koreaciona dimenzija, dimenzija kapacitivnosti, informaciona dimenzija. Pored frakタルne dimenzije, za opisivanje frakタルnih (samosli nih) karakteristika koriste se i drugi deskriptori, npr. Hurst-ov indeks (H), koji se, tako e, može odre ivati na razne na ine: npr. na osnovu R/S statistike, metodom periodograma, indeksa disperzije (IDC), itd. Može se uspostaviti veza izme u frakタルne dimenzije D i Hurst-ovog indeksa u obliku relacije (2.1)

$$D = D_E + 1 - H \quad (2.1)$$

gde je D_E odgovaraju a Euklidska dimenzija posmatranog signala ili objekta.

Za procese koji imaju $H = 0,5$ kaže se da su slu ajni (*random walk*) i to je osobina standardnog Braunovog kretanja, kada nema nikakve korelacije izme u inkrementalnih pomeraja haoti nog kretanja estica. Ako je $H > 0,5$ tada postoji pozitivna korelacija izme u inkrementalnih pomeraja: za inkrementalni pomeraj estice u nekom trenutku $t = t_0$, $x(t_0)$, u narednom trenutku $t > t_0$ pomeraj e imati sli nu tendenciju – iskazuje se osobina samosli nosti, utoliko izraženije ukoliko je H bliže jedinici. Ukoliko je $H < 0,5$ korelacija

je negativna – suprotan je karakter promene u narednom trenutku u odnosu na prethodni. Takav sistem ima tendenciju oscilovanja [RELJI01-1].

U nekim slučajevima fraktalna dimenzija 2D objekata može se (približno) odrediti koristeći metode razvijene za 1D slučaj [GOOD80] uspostavljajući prostu relaciju između fraktalne dimenzije konture koja ograničava površinu (što možemo označiti kao D_1) i fraktalne dimenzije same površine (D_2), relacija (2.2),

$$D_2 \cong D_1 + 1 \quad (2.2)$$

Ovaj princip je korišten za određivanje profila reljefa na osnovu Landsat snimaka [GOOD80].

"Jedinstveni otisak prsta" multifraktalnog objekta zahteva uvođenje beskonačnih hierarhija fraktalnih dimenzija (H. G. E. Hetschel, P. Grassberger, I. Proccacia [GRAS83], [HENT83]), poznate kao generalizovane fraktalne dimenzije. U tu svrhu posmatrajmo d -dimenzionalni sistem (podrška za mjeru μ), koji je podeljen na d -dimenzionalne kocke veličine ε . Veličina

$$P_i(\varepsilon) = \int_i d\mu(x) \quad (2.3)$$

označava integriranu mjeru na i -toj kocki ivice dužine ε (u fizičkom smislu na primer, to bi bila verovatnoća nalaženja elektrona u ovoj zapremini).

Definiše se "funkcija podele" ("partition function"), relacija (2.4)

$$Z_q(\varepsilon) = \sum_i^{N_i(\varepsilon)} P_i^q \quad (2.4)$$

Rejnijeva informacija q -toga reda [BALA76] je data kao relacija (2.5)

$$I_q(\varepsilon) = \frac{1}{1-q} \ln Z_q(\varepsilon) \quad (2.5)$$

Generalizovana fraktalna dimenzija q -toga reda je zatim definisana kao relacija (2.6)

$$D_q = \lim_{\ln 1/\epsilon} \frac{I_q}{\ln 1/\epsilon} \quad (2.6)$$

Korišenjem ove definicije može se odrediti prethodno definisana fraktalna dimenzija za ceo broj q kao za specijalne slučajeve. Kapacitivna dimenzija, informaciona dimenzija i korelaciona dimenzija dobijaju se iz relacija (2.7), (2.8) i (2.9), respektivno.

$$D_C = \lim_{q \rightarrow 0} D_q = D_0 \quad (2.7)$$

$$D_I = \lim_{q \rightarrow 1} D_q = D_1 \quad (2.8)$$

$$D_K = \lim_{q \rightarrow 2} D_q = D_2 \quad (2.9)$$

Generalizovana dimenzija D_q definisana je za sve realne vrednosti q , monotono je opadajuća funkcija u zavisnosti od q . Postoje niža i viša ograničavajuće dimenzije D_∞ i D_∞ , respektivno, koje su povezane sa regionom u skupu, u kojem je mera "najrazređenija" i "najgušća", respektivno.

Može se pokazati [TAKA90], da je Hausdorfova dimenzija jednaka informacionoj dimenziji na osnovu mere, na skupu na kojem je mera koncentrisana

$$D_H = D_I = D_1 \quad (2.10)$$

Tako je, opšte posmatrano, na osnovu zaključene samoslosti skupa, nalazi se da je

$$D_H = D_C = D_0 \quad (2.11)$$

S obzirom da se u fizici obično posmatra zatvoreni skup, kapacitivna dimenzija D_0 esto se naziva Hausdorfova dimenzija (ali, ponekad, takođe i D_1).

Sledeća relacija (2.12) uvek važi [TAKA90]:

$$D_E \geq D_C \geq D_H \geq D_I \geq D_{q>1} \geq D_T \quad (2.12)$$

gde je D_E Euklidska dimenzija i D_T topološka dimenzija (obe predstavljaju cele brojeve).

2.3. Multifraktali

U poslednje vreme za mnoge fizi ke veli ine se smatra da ne podležu konvencionalnim pravilima skaliranja. Primer za to su opšte raspodele verovatno e, na primer raspodela gubitka napona u otporni kim mrežama ili gustina raspodele kod slu ajnog puta kod fraktala [BUND90], [PALA87] i [STAN88]. U svim slu ajevima momenti raspodela ne mogu se okarakterisati samo jednim eksponentom. Neophodna je beskona na hijerarhija eksponenata. Na primer momenti kvantne mehani ke talasne funkcije ispoljavaju netrivialno skaliraju e ponašanje za razli ite vrednosti $q = 1, 2, 3, \dots$. Ovaj fenomen je prvi put opisao B.Mandelbrot u kontekstu potpuno razvijene turbulencije [MAND94]. Danas je on poznat kao neologizam multifraktalnost. Originalno zna enje multifraktala vodi ka pitanju procesa koji kreiraju muktifraktalne strukture.

Vešta ki generisani objekti, primenom precizno definisanih algoritama, kao što je slu aj Kantorovog skupa, iskazuju strog a fraktalna svojstva. Prirodni objekti i pojave, me utim, ne iskazuju tako strog a fraktalna svojstva, ak i kada jesu samosli ni. Prirodni objekti i pojave mogu imati statisti ku samo-sli nost. Na primer, struktura morske obale, izgled reljefa ili oblaka, struktura nekih bioloških sistema ili signala, iskazuju samo-sli na svojstva, ali u raznim skalamama oblik nije sasvim isti, mada jeste sli an. U tim slu ajevima se govori o multifraktalima. Savremen telekomunikacioni saobra aj, na primer, iskazuje takvo svojstvo, kao i razne geofizi ke i meteorološke pojave, biomedicinski signali, statisti ki podaci o populaciji stanovništva, itd. Multifraktalni parametri, kojima se mogu opisati takve pojave, mogu se iskoristiti u klasifikaciji objekata [VEHE96], a time omogu iti nov pristup u medicinskoj dijagnostici, na vrlo brz i jednostavan na in [UMA96], što predstavlja i temu ove disertacije.

Pokušaj izdvajanja karakteristika modela koji najbolje opisuje fizi ki proces, uz pomo nekog dobro definisanog i robustnog parametra, kao što su fraktalni ili multifraktalni parametri, je polje u kojem ove oblasti imaju zna ajnu ulogu. Poslednjih godina razvijeni su mnogi algoritmi za izdvajanje karakteristi nih fraktalnih ili

multifraktalnih parametara iz posmatranog skupa podataka. To nalazi konkretnu primenu u prepoznavanju oblika, obradi, kompresiji, analizi i sintezi slika [VEHE96, UMA96, TURN98, PEIT92, RELJI99-1, RELJI99-2, RELJI99-3, RELJI99-4, RELJI00-6], analizi i predikciji savremenog telekomunikacionog saobra aja [WILL95, TAQQ95, CROV96, MANN97-1, MANN97-2, RELJI98-1, RELJI98-2, RELJI99-5, RELJI00-1, RELJI00-2, RELJI00-3, RELJI00-4], kao i drumskog saobra aja [STAN00], analizi meteoroloških podataka [DAVI93, DAVI94, RELJI01-2, JOVA00-1, RELJI00-5, RELJI01-3, JOVA01, JOVA00-2], analizi biomedicinskih signala i oblika [BULD94, BULM9, COOK95, CROS97, EINS98] kao i raspodeli ljudske populacije [MANN98], itd.

Za karakterisanje multifrakta najpre se uvodi veli ina α opisana relacijom (2.13)

$$\alpha = \frac{\log \mu(\text{box})}{\log \varepsilon} \quad (2.13)$$

poznata kao grubi Hölder-ov eksponent [TURN98], [EVER92], gde je $\mu(\text{box})$ mera boksa a ε dimenzija veli ine boksa. Ovako definisana veli ina bi odgovarala fraktalnoj boks-dimenziji posmatrane mere. Za široku klasu sebi-sli nih mera pokazuje se da veli ina α uzima vrednosti iz intervala

$$[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}] \quad (2.14)$$

$$0 < \alpha_{\min} < \alpha_{\max} < \infty \quad (2.15)$$

Vrednost parametra α je bliska odgovarajuoj fraktalnoj dimenziji posmatrane strukture, dakle, za 1D signale je raspodeljena oko vrednosti 1, za 2D signale oko vrednosti 2, itd. Zatim se posmatra frekvencijska raspodela α na slede i na in. Za svaku vrednost α odredi se broj $N_\varepsilon(\alpha)$ bokseva ivice ε koji imaju grubi Hölder-ov eksponent jednak α . Kako je ukupan broj bokseva ivice ε srazmeran sa ε^{-D_E} , gde je D_E Euklidska dimenzija boksa, verovatno a da se me u boksevima na e onaj sa grubim Hölder-ovim eksponentom α iznosi

$$p_\varepsilon(\alpha) = N_\varepsilon(\alpha)/\varepsilon^{-D_E} \quad (2.16)$$

Crtanje raspodele ove verovatno e ne bi dalo željeni rezultat, jer pri $\varepsilon \rightarrow 0$ ova raspodela ne teži grani noj vrednosti. Umesto toga uvodimo težinske logaritme i posmatramo funkcije

$$f_\varepsilon(\alpha) = -\frac{\log N_\varepsilon(\alpha)}{\log \varepsilon} \quad (2.17)$$

ili

$$C_\varepsilon(\alpha) = -\frac{\log p_\varepsilon(\alpha)}{\log \varepsilon} \quad (2.18)$$

Kada $\varepsilon \rightarrow 0$, obe funkcije, $f_\varepsilon(\alpha)$ i $C_\varepsilon(\alpha)$, teže grani nim, dobro definisanim, vrednostima $f(\alpha)$ i $C(\alpha)$ [HAUS19]. Funkcija $f(\alpha)$ je poznatija i eš e se koristi [PEIT92]. Ako postoji $f(\alpha)$, tada je u važnosti veza

$$C_\varepsilon(\alpha) = f(\alpha) - D_E \quad (2.19)$$

Ovako definisana funkcija $f(\alpha)$ označava da za svako α broj bokseva raste pri smanjenju ε , po zakonitosti

$$N_\varepsilon(\alpha) \approx \varepsilon^{-f(\alpha)} \quad (2.20)$$

Eksponent $f(\alpha)$ je kontinualna funkcija od α . U najjednostavnijim slučajevima, grafik $f(\alpha)$ ima oblik parabole ili matematičkog simbola \cap , uobičajeno nagnutog na jednu stranu. Vrednost $f(\alpha)$ bi se, u slobodnijoj interpretaciji, mogla protumačiti kao fraktalna dimenzija podskupa boksova dimenzije ε , koji imaju grubi Hölder-ov eksponent α kada $\varepsilon \rightarrow 0$. Naime, kada ε teži ka 0, povećava se mnoštvo podskupova od kojih je svaki karakterisan posebnom vrednošću α i frakタルnom dimenzijom $f(\alpha)$. Ovo je jedan od razloga za uvođenje pojma multifraktala.

Intuitivna predstava unutrašnje strukture multifraktala je dobijena uvođenjem $f(\alpha)$ -spektra (T. C. Halsey et al. [HALS86]). Polazi se od ideje da je integrirana mera $P_i(\varepsilon)$ proporcionalna sa

$$P_i(\varepsilon) \approx \varepsilon^{\alpha_i} \quad (2.21)$$

α_i odgovara fraktalnoj dimenziji u i i može varirati od mesta do mesta. Prema hipotezi skaliranja broj kocki dN_α u kojima α_i ima vrednost α i $\alpha + d\alpha$ ponaša se kao

$$dN(\varepsilon) = \varepsilon^{-f(\alpha)} n(\alpha) d\alpha \quad (2.22)$$

Prema tome, $f(\alpha)$ odgovara fraktalnoj dimenziji podskupa u kojem je α_i jednako α . Za funkciju podele dobija se

$$Z(q) = \int n(\alpha) \varepsilon^{-f(\alpha)+q\alpha} d\alpha \quad (2.23)$$

Može se proračunati korišćenjem aproksimacije prevojne funkcije. S obzirom na to dobija se veza sa generalizovanim frakタルним dimenzijama D_q korišćenjem (2.4), (2.5) i (2.6). Funkcija podele je proporcionalna sa

$$Z(q) \approx \varepsilon^{\tau_q} \quad (2.24)$$

gde je

$$\tau_q = (q-1)D_q \quad (2.25)$$

gde je $f(\alpha_q)$ povezana sa τ_q preko Ležandreove transformacije

$$f(\alpha_q) = q\alpha_q - \tau_q \quad (2.26)$$

$$\alpha_q = \frac{d\tau_q}{dq} \quad (2.27)$$

(detaljna diskusija nalazi se u [BUND91]). Ovo je razlog zašto $f(\alpha)$ spektar sadrži takođe jednako informaciju kao D_q . Parametar τ_q je tzv. korelacioni eksponent ili maseni eksponent q -tog reda. Prema tome, interpretacija multifraktala može biti više ena kao skup nezavisnih monofraktala dimenzija $f(\alpha_i)$. Na svakom od ovih fraktala P_i je proporcionalno sa Lipsic - Holderovim (Lipschitz-Hölder) - eksponentom α_i .

Direktno izra unavanje D_q koriš enjem jednakosti (2.4), (2.5) i (2.6) i zatim ra unanjem $f(\alpha_q)$ Ležandreovom transformacijom je veoma komplikovano.

Postoji više na ina za odre ivanje funkcije $f(\alpha)$ [EVER92, GAMM99, GAMM96, CHAB89]. Jedan od metoda je metod momenata [EVER92]. Ovaj metod daje ta an rezultat, ali je komplikovan za izra unavanje. Nasuprot tome, A. Chhabra i R. Jensen su razvili jednostavniji i znatno precizniji metod za izra unavanje spektra $f(\alpha)$ neke multifraktalne strukture [CHHA89]. Prvo je definisan parametar $\mu_i(q)$:

$$\mu_i(q, \varepsilon) = \frac{[P_i(\varepsilon)]^q}{\sum_j [P_j(\varepsilon)]^q} \quad (2.28)$$

Parametar q može se zamisliti kao neka vrsta mikroskopa, koji poveava razlike vrste oblasti fraktala. Za vrednosti $q > 1$ jedinstvene strukture su jako poveane, za vrednosti $q < 1$ manje jedinstvene oblasti su više istaknute, i za $q = 1$ originalna mera $\mu(1)$ je kopirana. Informaciona dimenzija na osnovu $\mu(q)$ je

$$f(q) = \frac{\sum_i \eta_i(q, \varepsilon) \ln \mu_i(q, \varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (2.29)$$

a fraktalna dimenzija u i -tom boksu, tj. u i -toj poziciji

$$\alpha_i = \ln P_i(\varepsilon) / \ln \varepsilon \quad (2.30)$$

dobija se [GAMM96]:

$$\alpha(q) = \frac{\sum_i \eta_i(q, \varepsilon) \ln P_i(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (2.31)$$

Neke opšte osobine funkcije $f(\alpha)$ su sledeće:

1. $f(\alpha)$ je konveksna funkcija sa jednom prevojnom tačkom i sa maksimumom u $q=0$, gde je $f(\alpha_0) = D_0$ kapacitivna dimenzija.

2. U $q = \pm\infty$ nagib je beskona an $\alpha_{\min} = D_\infty$ i $\alpha_{\max} = D_{-\infty}$ respektivno.
3. U $q=1$ informaciona dimenzija $D_1 = f(\alpha_1) = \alpha_1$, sa prvim izvodom $f'(\alpha_1) = 1$.
4. U slučaju monofraktala $f(\alpha)$ -funkcija teži ka tački u prostoru α , $f(\alpha)$.

Postoje varijante izraza unavanja ove funkcije na osnovu geometrijskih pokazatelja i prema probabilističkoj teoriji. Klasifikaciju spektara funkcije $f(\alpha)$, pri multifraktalnoj analizi slika, dao je Levy Vehel [VEHE96], koji razmatra sledeće slučajeve:

-Spektar Hausdorff-ovih singulariteta, $f_h(\alpha)$, koji daje dimenziju skupa takačaka koje imaju datu α . Time se dobija geometrijski opis raspodele singulariteta.

-Spektar velikih devijacija, $f_g(\alpha)$, daje statističku informaciju koja je u relaciji sa verovatnošću nalaženja takačaka sa datim eksponentom na slici.

Znajući, daje nam probabilistički opis raspodele singulariteta. Nažalost, i $f_h(\alpha)$ i $f_g(\alpha)$ se teško izražavaju na osnovu realnih podataka.

-Ležandreov multifraktalni spektar, $f_l(\alpha)$, relativno lako se određuje, jer razmatra samo usrednjene veličine. Međutim, cena za to je da $f_l(\alpha)$, generalno, sadrži manje informacija, jer je rezultat uvek konkavna funkcija. Međutim, ovim veličinama postoji uobičajena veza da je

$$f_h(\alpha) \leq f_g(\alpha) \leq f_l(\alpha) \quad (2.32)$$

U multifraktalnoj analizi slika smatraemo da je $f_h = f_g$ tako da možemo klasifikovati piksele prema odgovarajućim vrednostima uređenog para $(\alpha, f(\alpha))$, kako u geometrijskom smislu (f_h), tako i u probabilističkom (f_g). Vrednost α daje LOKALNU informaciju o regularnosti takačaka: za fiksnu meru (nivo sivog) svaka takačaka slike je karakterisana nekom vrednošću parametra α . Na primer, takačaka u slici (2D signalu) koje imaju $\alpha \approx 2$ su takačaka gde je mera regularna, dakle, gde se ne dešavaju velike promene. Takačaka sa $\alpha \neq 2$ označavaju područja "gde se nešto dešava" – neregularne oblasti. Na primer, takačaka u slici gde je $\alpha < 2$ ili $\alpha > 2$ označavaju ili oblasti gde postoji veliki gradijent, ili oblasti diskontinuiteta u signalu ili njegovim izvodima.

Vrednost $f(\alpha)$ daje GLOBALNU informaciju o ponašanju skupa ta aka. Na primer, ta ke na glatkoj konturi pripadaju skupu ija je dimenzija, $f(\alpha)$, bliska vrednosti 1, jer to odgovara Euklidskoj dimenziji glatke linije, dok ta ke koje karakterišu homogenu oblast (površinu) imaju $f(\alpha) \leq 2$.

Probabilisti ka interpretacija $f(\alpha)$ odgovara injenici da su ta ke na homogenoj oblasti est (frekventan) slu aj, dakle, moraju imati ve u vrednost $f(\alpha)$; ta ke ivice su redak slu aj, dok su oškovi još re i slu aj. Ali, ako se detektuje suviše mnogo „ta aka ivice“ to bi više odgovaralo homogenoj (ili teksturnoj) zoni, itd. Analiza slika sa fraktalnog stanovišta obavljena je u radovima [VEHE96, UMA96, TURN98, PEIT92, RELJI99-1, RELJI99-2, RELJI99-3, RELJI99-4, RELJI00-6]. U radovima [RELJI01-1], [RELJI99-2] opisan je interesantan na in primene (inverzne) multifraktalne analize u klasifikaciji mikroskopskih uzoraka elija tkiva. Sli na analiza i klasifikacija medicinskih slika, primenom multifraktalnih parametara, izvršena je i u radu [RELJI00-5].

2.4. Multifraktalna analiza slika

Pokazuje se da se široka skala signala različite prirode (električni signali, savremenim telekomunikacionim saobraćajem, meteorološki i biomedicinski signali), koji mogu biti i brzo promenljivi, može opisati na sličan način. Za iskazivanje izrazitih varijabilnosti neophodno je ispitati fraktalne karakteristike. Korištenje klasičnih statističkih metoda u takvom slučaju (npr. srednje vrednosti, standardne devijacije, i sl.) moglo bi prouzrokovati greške u proceni. Na izrazite singularitete ukazuje multifraktalnost procesa.

Pored signala, zaključeno je i da se morfologija ranih patoloških promena neurona [JELI97] može opisati frakタルnom dimenzijom, što je uvod za dalje razumevanje mehanizama kompleksnih promena, ne samo na elijskom nivou, već i na svim slučajevima sistema u kojima princip slaganja i interakcije između elemenata može biti opisan korištenjem osnovnog obrasca odnosa između specifičnih elija i pripadajućih struktura.

Primena računara u specifikaciji frakタルne dimenzije, kojom se može izvršiti analiza slika, može naći veliku primenu u klasifikaciji medicinskih slika, zahvaljujući brzini, automatizaciji i mogućnosti ponavljanja pojedinih koraka obrade. Fraktali su veoma značajni u medicini i patologiji, u kvantifikaciji i poređenju celokupnih struktura, kod modeliranja bioloških, razvojnih i patoloških procesa.

Multifraktalna analiza (MF) omogućava još detaljniju klasifikaciju slika jer se zasniva na definiciji mera sa slika koje su nivoa sivog (dakle, u granicama od 0 – crno, do 1 – belo), za razliku od binarnog odlučivanja 0 ili 1 kao kod određivanja frakタルne dimenzije.

Analiza slike predstavlja fundamentalnu komponentu kompjuterskog vizuelnog problema, sa primenama u robotici, medicinskim ili satelitskim slikama. Uobičajeno se sprovode posebne tehnike obrade u cilju ostvarenja željenog rezultata. Na primer, segmentacija predstavlja važan korak koji obezbeđuje opis pojedinih objekata u sceni. Filtriranjem se dobijaju gradijenți signala gde ekstremi grubo korespondiraju konturama. Potom se mogu koristiti multi-rezolucione tehnike radi "pređavanja" dobijenih rezultata. Glavna manja ovog pristupa je gubitak u preciznosti zbog preliminarnog filtriranja.

Sa druge strane, u multifraktalnoj analizi ne postoji klasi no filtriranje. Formira se multifraktalni spektar koji omoguava nalaženje kako lokalne tako i globalne informacije o slici, što se može koristiti za segmentaciju, otklanjanje šuma ili detekciju ivica na ta kama slike.

Opšti princip multifraktalne analize slike je sledeći. Prvo, razlike mere i kapacitivnosti su definisane iz slike koja je nivoa sivog. Zatim se računa odgovarajući multifraktalni spektar, obezbeđujući i lokalnu (preko α) i globalnu (preko $f(\alpha)$) informaciju. Ne postavljaju se nikakve hipoteze o regularnosti signala.

Značaj i prednost fraktalne i MF analize (MFA), u odnosu na "klasičan" način analize signala leži u načinu na koji se razmatra neregularnost. MF analiza pokušava da izdvoji informaciju direktno iz singulariteta, dok se kod "klasičnog" načina, najčešće, posmatraju NF filtrirane verzije, po mogućtvu različitim dubinama filtriranja, da bi se uočile neregularnosti, a potisnuto šum. Konkretno, na osnovu određene vrednosti α i $f(\alpha)$, mogu se razdvojiti tako da nehomogenosti u originalnom signalu [VEHE96, RELJI99-4, MANN97-1, MANN97-2]. Izdvajanjem piksela slike koji zadovoljavaju izabranu vrednost parametra α , ili spektra $f(\alpha)$, inverznom multifraktalnom analizom (IMFA), moguće je izdvojiti iz slike neke regije koji se, uobičajeno, ne mogu uočiti u nijednom od poznatih metoda. Dodatna prednost je i to što ovakva segmentacija ne izaziva nikakvu degradaciju polazne slike: svi međusobni odnosi piksela ostaju nepromenjeni, tako da se detalji slike zadržavaju u potpunosti. Ova osobina je naročito značajna u medicinskoj dijagnostici, tako da je potencijal primene IMFA u toj oblasti veoma veliki.

3. Primena fraktala u biomedicinskim sistemima

Fraktalna geometrija je za relativno kratak vremenski period, od kada je uvedena u prirodne nauke, prošla dinamičan put od ezoterične matematike ideje do korisnog analitičkog mehanizma i praktične metode primenljive u mnogim granama nauke uključujući i analizu bioloških sistema [LIU92].

Radovi Benoa B. Mandelbrota (Benoit B. Mandelbrot) 60-tih godina 20. veka restituisući su primenu fraktalne geometrije i uveličajući je u proučavanje, između ostalog, i bioloških sistema.

Postoji niz rezultata koji ukazuju na vezu stanja organizma - zdrav-bolestan, i fraktalne dimenzije. U jednom od tih istraživanja [BUDI01], između ostalog zaključeno je da je fraktalna dimenzija deskriptor ranih posledica patoloških promena na neuronima, što je uvod u dalje razumevanje mehanizama po kojima se dešavaju kompleksne promene, i to ne samo na elijskom nivou, već i šire, u svim slučajevima sistema u kojima se princip slaganja i interakcije elemenata može opisati osnovnim obrascem međusobnog odnosa specifičnih elija i pripadajućih struktura.

Kompjutersko određivanje fraktalne dimenzije može da postane veoma važna komponenta analize slike u patologiji, zahvaljujući i brzini, automatizaciji i ponovljivosti kompjuterskih metoda. Što se tiče medicinske nauke i same patologije, fraktali su važni u dva široka polja: kvantifikacija kompletnih struktura (ne samo morfološki aspekt već i funkcionalni, tj. sa uključenom komponentom vremena) i modeliranje bioloških, razvojnih i patoloških procesa [BUDI01].

3.1. Fraktali u istraživanju karcinogeneze

Dijagnoza primarnog kancera je od velike važnosti, jer dalje le enje zavisi od uspešne i ta ne dijagnoze. Imaju i ovo u vidu, odre ivanje korelacije izme u multifraktalnih parametara "haoti nih" elija razli itih tipova primarnog kancera može imati široku primenu.

Prilikom odre ivanja primarnog kancera doktori koriste agresivne (invazivne) i veoma skupe medicinske testove i analize, i na rezultate se mora ekati dosta vremena.

Mnoga istraživanja su pokazala postojanje korelacije izme u fraktala i multifraktala i sa druge strane tumora, i generalno bioloških sistema i patološke forme [ANDJE06, BAIS98, BAIS00, CLAR92, CROS93, CROS94-2, CROS94-3, CROS94-4]. Pokazano je da slike tkiva sadrže nekoliko fraktalnih struktura sa razli itim dimenzijama [CROS93], [CROS94-4] i [CROS97].

Nedavna istraživanja su pokazala da fraktalna geometrija može biti korisna za opisivanje patološke arhitekture tumora i, što je još više iznena uju e, za objašnjavanje mehanizma rasta tumora [BUDI01] i angiogeneze kao komplement rezultatima dobijenim modernim molekularnim metodama. U ovom poglavlju e biti prikazani osnovni metodi fraktalne geometrije kao i diskusija o vrednosti i ograni enjima primene ovog novog alata za istraživanje karcinoma.

Karcinom se esto karakteriše kao haoti an, slabo regulisan rast elija. Iregularni oblici elija karcinoma – tumori se "protive" opisivanju tradicionalnom Euklidskom geometrijom. To je i bilo za o ekivati, jer se Euklidska geometrija bazira na glatkim oblicima kao što su linija, ravan, cilindar i sfera. Zato je fraktalna geometrija našla primenu za opisivanje karcinoma. Fokusiranjem na iregularnost rasta tumora pre nego na jednu meru dimenzija kao što je dužina ili zapremina, fraktalna geometrija je merodavna da kvantifikuje te morfološke karakteristike koje su patolozi dugo koristili u kvalitativnom smislu da opišu malignitet, neravnu granicu tumora sa okolnim zdravim tkivom i njihove naizgled slu ajne modele vaskularnog rasta.

Fraktalne metode udružene sa tradicionalnim modelima daju prikaz morfologije i funkcije tumora koja može biti korisna za razumevanje doga aja karcinogeneze [MAND82], [BAIS00].

3.2. Fraktalna morfometrija primenjena na tumore

Uprkos ogromnom pove anju našeg razumevanja molekularnog mehanizma karcinoma, ve ina dijagnoza se još uvek utvr uju vizuelnim ispitivanjem radioloških slika, mikroskopskih i biopsijskih uzoraka, direktnim posmatranjem tkiva, i tako dalje. Obično su ove tehnike primenjene na kvalitetan način od strane lekara koji su obučeni da klasifikuju slike na kojima se vide abnormalnosti kao što su strukturalne iregularnosti ili visoke indicije za mitozu. Kvalitetniji i reproducibilniji metod, koji može poslužiti kao pomoćno sredstvo za obuku dijagnostike, predstavlja analiza slika pomoću kompjuterskih alata. Tu leži potencijal fraktalne analize kao morfometrijske mere iregularnih struktura koje su tipične za rast tumora.

Svojevremeno se u literaturi pojavilo [LOSA95, CROSS97, COFF98, LAND96-2] nekoliko obimnih ispitivanja primene fraktalnih dimenzija u patologiji. Povevana se literatura koja prikazuje frakdale kao korisne mere u patologiji vaskularne arhitekture, tumor/parenhimalna ivica, i celularne/nuklearne morfologije.

Najpoznatija istraživanja frakdalne analize zdravih i patoloških vaskularnih uzoraka su ona otkrivena [FAMI89, DAXE92, DAXE93-1, DAXE93-2, DAXE95, LAND93, MAIN90], u kojima su vaskulature lako analizirane. Do danas, detaljne slike rasta tumorskog vaskulature nisu dostupne za rutinsku kliniku upotrebu, ali u eksperimentalnim uslovima, vaskulatura se može direktno posmatrati. U istraživanju preparata tkiva miševa [LOSA95], utvrđena je značajna konzistentnost skalirajućih eksponenata (fraktalnih dimenzija) za tumorsku vaskulaturu u odnosu do iznad linije tumora što je utvrdilo razliku između gustine i karakteristika rasta. Dalje ove dimenzije otkrivaju važne aspekte mehanizama koji se nalaze ispod vaskularnog rasta u tumorima [GAZI97, GAZI95, BAIS96]. Tako je, utvrđena je važna druga mera, minimalna dimenzija putanja, koja je računata istim algoritmom, ali je primenjen na najkraću u konekcionu putanju preko slike.

Ispitivani su potencijalni odnosi parametara tumorskog rasta i frakdalne dimenzionalnosti i utvrđeno je da frakdalna dimenzionalnost tumor-stroma ivice zavisi od različitih parametara koji kontrolišu tumorski rast. Neke osobine rasta su u vezi sa povećanjem stepena maligniteta i uticaju na frakdalnu dimenzionalnost direktno i indirektno proporcionalno [SMOL98].

Eksperimentalno je potvrđeno da postoji fraktalna regularnost u distribuciji struktura sličnih žlezdama u adenokarcinomima (na primeru žu ne kese) i da fraktalna dimenzija jeste holistički parametar koji može biti primenjen da bi se evaluiralo gradiranje tumora u kvantitativnom smislu [WALI99]. Određivanjem kvantifikacije fraktalnih osobina mikrovaskulature na heterogenosti mikrovaskulature u melanomima, zaključeno je da je moguće razlikovati i kvantifikovati jasno razlike u kompleksnosti profila mikrokrvnih sudova i njihove organizacije koriste i fraktalni i multifraktalni metod [HEYM99]. Ispitivanjem fraktalne analize numeričke deskripcije pojave hromatina u citološkim ispitivanjima karcinoma dojke zaključeno je da fraktalna dimenzija i lakunarnost jesu korisna oružja za određivanje kvantitativnih karakteristika pojave hromatina, odnosno hromatinских osobina i potencijalno mogu biti inkorporisani u opremu za analizu slike da bi osigurali povećani kapacitet i reproducibilnost dijagnoze aspiracione biopsije tumora dojke [EINS98]. Do sličnih saznanja došlo se i pri ispitivanju epitelijalno-vezivno tkivnog odnosa drugih vrsta adenokarcinoma, te oblika elija kod hematoloških maligniteta [MARI85], hepatocelularnih karcinoma [KERE00], fiziološkog rasta epitelijalnih elija, rasta krvnih sudova [LOSA96], detekcije iregularnosti atipičnih nukleusa u karcinomima cerviksa uterusa [SEDI99], te detekcije kodiranja regiona DNA [COFF98], [PENG92], razlikovanja različitih tipova glijalnih elija [SMIT89], [SMIT99], pravnenja razvoja strukturalnih elemenata u embrionalnim stadijumima [NEAL93], te drugim histopatološkim ispitivanjima [CROS94-1]. Ipak, postoje i tvrdnje da ove metode ne mogu biti isključivo diagnostičko oružje u dijagnostici [CROS94-2], [FRAC91].

Uvođenje fraktalnosti kao opštег pojma u biomedicini, posebno pravnenju dinamike nastanka i razvoja patološkog procesa se ne zaustavlja na opisivanju morfoloških karakteristika određenih promena. Naprotiv, s obzirom da deterministički haos predstavlja osnov fluktuacija koje mogu da izgledaju stohastičke (izazvane slučajnom promenom spoljašnjih uslova), ali su zaista izazvane, u determinističkom smislu, aktivnošću u nelinearnih dinamičkih procesa. Ovakvi fenomeni su značajni u patologiji zbog toga što znači da eksperimentalni podaci sa isto slučajnim fluktuacijama mogu biti izazvani determinističkim procesima. Uslovi koji su u eni u okvirima determinističkog haosa su

veoma senzitivni na varijacije po etnih uslova, tako da ako se haoti ni proces dešava u patologiji, metode predvi anja biološkog ponašanja (prognoze) lezija kao što su tumori moraju biti modifikovani [CROS94-3]. Sa ovim u vezi se nalazi i prepostavljeni model koji sugerije nelinearnu dinamiku karcinogeneze.

Objavljena je zanimljiva prepostavka da matemati ko objašnjenje rasta neoplazije plu a - karcinoma, može biti odre eno upravo fraktalnom strukturom ciljnih tkiva [PANC94]. Poznato je da bronhijalno stablo ima fraktalnu strukturu. U vezi sa tim [PANC94] prepostavljena je mogu nost da razvoj epitelijalnih elija bronha stoji pod uticajem fraktalnog strukturalnog programa koji je izražen u neoplazijama. Fraktalni program može da uti e na opisivanje generalno agresivnog karaktera bronhijalnih neoplazija, a u vezi sa tim jeste i potvr ena injenica da ve ina tumora donjem respiratornog trakta jesu koncentrisani na prva tri reda deobe bronhijalnog stabla. Odre ivanje fraktalne dimenzije solidnih neoplazmi može biti dodatni morfometrijski parametar za procenu rasta i verovatno obezbe uje dalje mogu nosti za simulaciju tumorskog rasta kompjuterskom simulacijom. Ova ideja da rast neoplazme može biti pod uticajem fraktalne strukture ciljnog tkiva vodi do zanimljive primene. Fraktalna dimenzija (odre ena analizom slike hirurških ili radioloških uzoraka) metastaze nepoznatog ishodišta može dati dodatni putokaz da se na e lokacija primarnog tumora [SEDI96]. U vezi sa ovim je i studija [CROS94-1] koja je pokazala da kolorektalni polipi imaju fraktalnu strukturu u definisanom opsegu uve anja i da su euklidske morfometrijske mere nedovoljno validne van precizno definisanih uslova rezolucije i uve anja. Fraktalna dimenzija je bolji metod za klasifikaciju oblika tumora i koristan morfometrijski diskriminant izme u dijagnosti kih kategorija, naro ito od kada se razvija nova dijagnostika grana opšte prirode - kompjuterski asistirana dijagnostika (CAD) [GOLD96-1], [MISS92]. Još jedan od primera koji potvr uje mogu nost da se dijagnostika determinacija zasniva na fraktalnoj prirodi, jeste klasifikacija mamografskih slika [PRIE94], u svrhu klasifikacije tkiva, te odre ivanje strukture kostiju u slu ajevima osteoporoze [CALI94] i spontanih preloma ki menog stuba [FAZZ98] i to kao pomo no sredstvo za ta no postavljenje dijagnoze [CROS94-4].

Fraktalne osobine u dinamičkim sistemima iskorišćene su i za opisivanje različitih uslova rasta/evolucije bioloških struktura [GOUG92, KHOK96, KHOK94, LONG92, MEAK86] (...“Fraktalna geometrija ima doslovno osobinu "davanja novog života po svim principima“...[WEST99]), te fiziološkog i/ili patološkog toka te nih tkiva unutar kompleksnog sistema u organizmu (primer koronarnih arterija), gde („bolest malih sudova“) arhitektonika koritnog stabla verovatno igra važnu ulogu u nejasnim slučajevima smrti u ishemiji miokarda [BAIS98, BERG98, CROS93, GLEN91, MCNA91] i ponašanja biomedicinskih signala, tipa EKG-a i EEG-a [GOLD92, GOLD96-2, WEST87].

Patolozi su vešti u ispitivanju granične površine epitelijalno-vezivnog tkiva, koja razdvaja tumor i okolno zdravo tkivo. Priroda ivice tumora, bilo da je infiltraciona i invazivna ili slabo ekspanzivna, obezbeđuje informacije korisne ne samo za prognoze već takođe i za dijagnoze (bilo benignih ili malignih tumora). U studiji Landinija i Ripinija [LAND93] ispitivana je granica na površina epitelijalno-vezivnog tkiva oralne mukoze. Lezije su klasifikovane rutinskom dijagnostikom u četiri kategorije: a) normalne; b) srednje displazije; c) umerene do jake displazije; d) karcinomi. Fraktalna analiza slike lezija, koja je zatim usledila, otkrila je sledeće fraktalne dimenzije za navedene četiri kategorije: 1.07 ± 0.05 , 1.08 ± 0.09 , 1.16 ± 0.08 , i 1.41 ± 0.08 , respektivno. Iako razlike nisu bile dovoljno velike da bi bile prihvateće kao nezavisno sredstvo u dijagnostici, one su bez obzira na to konzistentne mere stepena iskrivljenosti granične površine.

Landini i Ripini su zatim prešli na opisivanje pomoći u sofisticiranje metode multifraktalne analize koja daje spektar fraktalnih vrednosti umesto jedne vrednosti za svaku sliku. Ovaj metod je obezbedio pouzdaniciju diskriminaciju patoloških stanja tkiva. Lefebvre i Benali [LEFE95] i Polman et al [POHL96] su pokazali da fraktalni metodi mogu biti takođe korisni za analiziranje digitalizovanih mamograma, povećavajući nadu da će broj pogrešnih pozitivnih mamograma biti smanjen na taj način. S obzirom da povećanje iregularnosti, sa povezanim povećanjem fraktalne dimenzije, predstavlja zajednički pokazatelj za rast tumora [POHL96, BYNG96, CLAR92, CALD90, SEDI96, PEIS96, BOON98, SEDI98, VELA98, WALI99], to bez sumnje predstavlja univerzalni rezultat.

Multifraktalna analiza, predstavlja sofisticiraniji metod od fraktalne, i zato je ona postala predmet ovog istraživanja, s ciljem dodatne pomoći lekarima u dijagnostici karcinoma, uz smanjenje subjektivnog faktora i verovatnoće greške.

Ovo istraživanje je usmereno ka nalaženju statistički znatnih razlika u parametrima multifraktalne analize između tri grupe metastaza u koštanom tkivu:

1. metastatski karcinom renalnih elija
2. metastatski karcinom dojki,
3. metastatski karcinom pluća.

4. Histopatološke karakteristike metastaza intraosealnog kancera

Metastaze karcinoma su naj eš i maligni tumori skeleta. Kost je esto mesto metastaza. Metastaza kostiju se doga a kada elije primarnog tumora putem krvi do u u koštanu tkivo. Karcinom prostate, dojke i plu a naj eš e metastaziraju u kost. Me utim, drugi karcinomi tako e nisu isklju eni. Metastaze su sekundarni koštani tumori ije poreklo ne vodi od koštanog tkiva. Suprotno, sarkomi su primarne koštane neoplazme, nastale od mezenhimalnih elija kosti.

Kada elije raka metastaziraju na kosti, mogu izazvati promene na kostima: osteolisis, osteosclerosis i miks lezije. Koštane metastaze mogu dovesti do osteoliti nih, osteoskleroti nih ili mešovitih lezija u koštanom tkivu.

Ove lezije mogu oslabiti kosti i pove ati rizik od frakture ili drugih problema.

Proces širenja elija kancera na druge delove tela sa mesta primarnog karcinoma se naziva metastaza. Metastaziranje može biti putem krvi ili limfe. elije karcinoma mogu da metastaziraju na razli itim mestima u telu, ali slede a mesta su eš a: kosti, plu a, jetra, limfni vorovi ili mozak. Sve koštane metastaze su hematogene.

Intraosealne metastaze se eš e mogu sresti kod sredove nih i starijih osoba, a retke su kod dece. Glavni tipovi karcinoma koji pretenduju da metastaziraju u koštanu tkivo su karcinomi dojke, prostate, plu a, bubrega i štitne žlezde.

Kao posledica koštane metastaze dolazi do povreda koštanog tkiva. Postoje dva osnovna mehanizma delovanja metastaza na koštanu tkivo: liti ni, kojim se razara i blasti ni, kojim se stvara kost.

elije metastatskih karcinoma razlažu kost (osteoclasts) i elija koje produkuju kost (osteoblast). Metastaze kostiju se mogu prona i svuda u skeletu, ali se naj eš e pronalaze u centralnim delovima. Više od 90% svih metastaza je lokalizovano u ki mi, karlici, butnoj kosti, rebrima, ramenja i lobanji. Komplikacije intraosealnih metastaza

uklju uju i bol, pove an rizik od preloma, pove an nivo kalcijuma u krvi i smanjenje krvnih zrnaca.

Testovi, koji mogu biti ura eni ako se sumnja na metastazu na kostima, uklju uju:

Analize krvi (serumski nivoi karcinomskih markera)

Rendgenska snimanja

Skener itavih kostiju Tc 99

CT skener / Magnetna rezonanca MRA

PET skener

Radiografi su relativno neosetljivi za otkrivanje rane ili male metastati ke lezije. Nativna radiografija je najdostupnija, ali najmanje senzitivna i visoko nespecifi na metoda u verifikaciji koštanih metastaza.

Iako su CT skeneri superiorniji od radiografa, CT skeniranje je tako e relativno neosetljivo u prikazu malih intramedularnih lezija i ima ograni enu skeletnu pokrivenost. Kompjuterizovana tomografija i magnetna rezonanca su senzitivnije tehnike, ali i dalje nedovoljno specifi ne.

Vizuelizaciju celog skeleta mogu e je uraditi scintigrafijom uz primenu radioaktivnog Tc 99, što se pokazalo kao visoko senzitivna tehnika. Ipak, ova metoda je udružena sa radioaktivnim izotopima. SCINTTISCAN nalazi na kostima su osjetljivi, ali nespecificirani.

FDG-PET skeniranje je pokazalo najve u senzitivnost, ali je trenutno ograni ena primena visokim cenama.

Kona na dijagnoza metastaza u kostima je patohistološka. Nakon biopsije, patohistološke analize uklju uju standardnu pripremu tkiva, klasi ne mikroskopske optike i imunohistohemiske analize.

Najvažnija uloga patologa u biopsiji metastaze kostiju je da ukaže na primarno mesto tumora. Odre ivanje primarne lokalizacije metastaze karcinoma je bazirano na morfološkim (elijskim i tkivnim) karakteristikama bioti kih materijala kao i aplikacijama – specifi nih antitela (imunohistohemiske metode). U patohistološkim analizama se

odre uju mikroskopska svojstva elija: oblik, veli ina elija, odnos jedra i citoplazme (N/C indeks), promena boje citoplazme, oblik i veli ina jedra, izgled hromatina (glatki, zrnasti, providni) i prisustvo mitoze. Tako e je mikroskopskom analizom potvr ena pozicija jedra u elijama, broj jedara, prisustvo malih jedaraca u jedrima, kao i mnoge druge elijske i sub elijske karakteristike koje odre uju dijagnozu. Dijagnosti ki algoritam uklju uje karakteristike tkiva kod metastaze karcinoma: raspored elija (adenoid, difuzni, papilarni, itd.) prisustvo intra i ekstra elijske produkcije (sluzi, keratina...) kao i relaciju tumora i tkiva kosti (osteoliti ki, osteoblasti ni ili kombinovani efekat). Svi ovi histopatološki kriterijumi su nano – i mikro-skalne promene u sastavu elija i tkiva i oni predstavljaju aktuelni biomarker kancera. Postoje morfološke promene u elijama i tkivima, u zavisnosti od tipa karcinoma. U ovom istraživanju su posmatrana tri tipa koštanih metastaza u zavisnosti od lokacije primarnog karcinoma: plu a, dojke i renalnih elija.

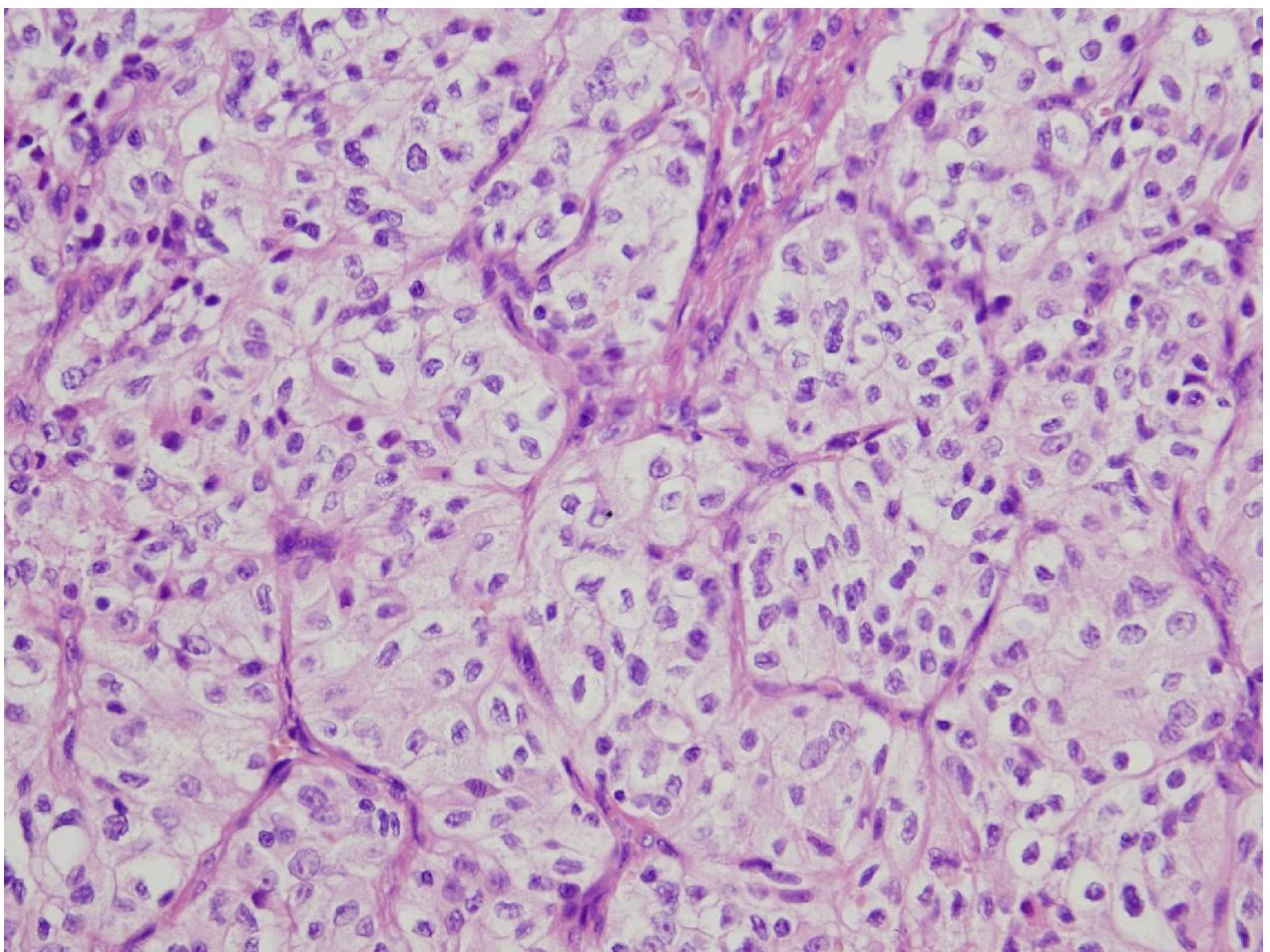
Patolog postavlja dijagnozu metastatskog karcinoma na osnovu morfoloških promena na nivou mikro-skale. Multifraktalnom analizom je mogu e, u odre enoj meri i sa odre enim procentom pouzdanosti, predstaviti ove promene i ona pomaže da se pove a sigurnost i ta nost dijagnoze.

Postoje e tehnike posmatranja pod mikroskopom nude nam mo ni alat kojim bi se direktno vizualizovala struktura elija na mikroskali. Osetljivost nano skale je skra ena prelamanjem – ograni enom rezolucijom. Ipak, osetljivost svetlosno rasejavaju ih signala do indeksa prelamanja fluktuacije je zna ajno smanjena kada veli ina rasejanja struktura padne ispod talasne dužine (~500 nm). Nedavno je došlo do zna ajnog interesovanja u razumevanje bioloških sistema na nivou nanoskale [HEMA11], [RADO10], koje zahteva merenja fluktuacija indeksa prelamanja ispod talasnih dužina: „.... nano citološko otkrivanje polja karcinogeneze ini se da je platforma koja se može koristiti za razli ite malignitete.” [TURZH10]. Ovo istraživanje, primenom multifraktala, ide u tom pravcu.

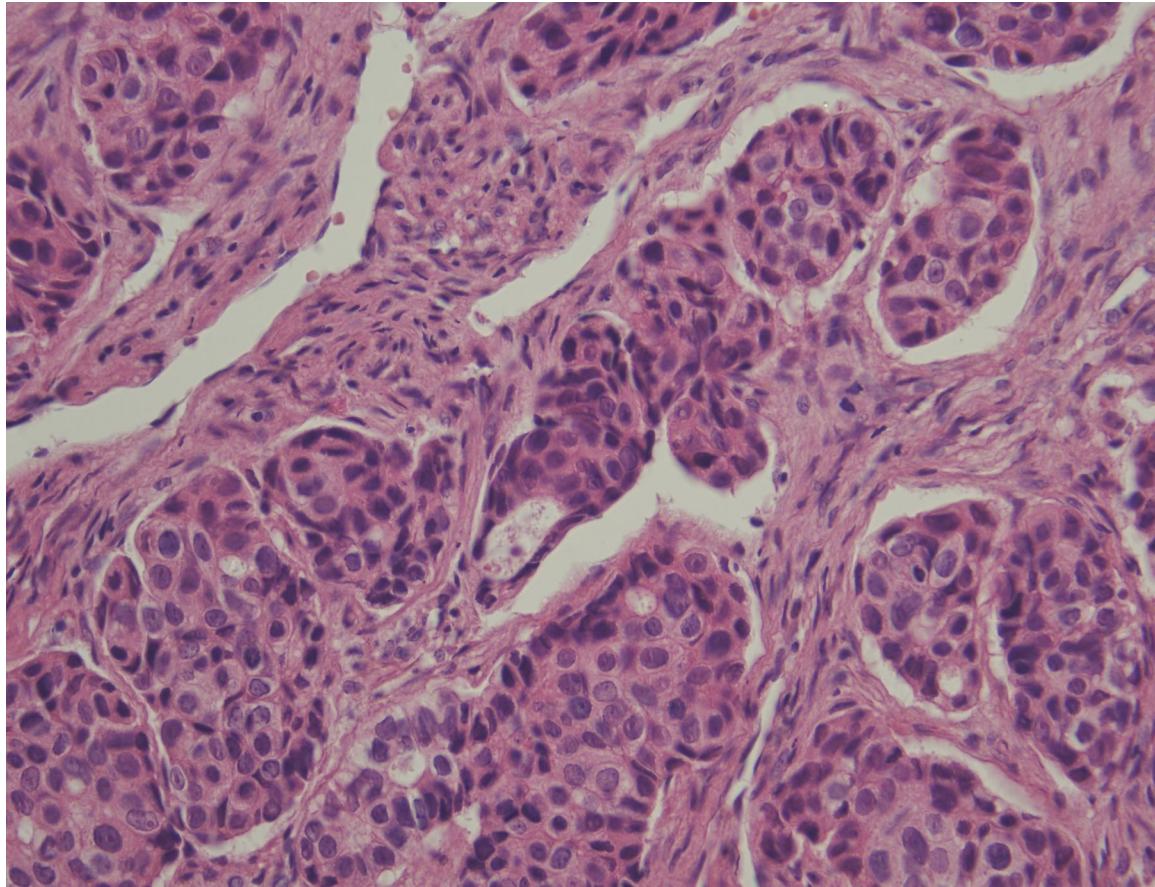
Odgovaraju ih 1050 uzoraka biopsije, dobijeno je zahvaljuju i saradnji sa Institutom za patologiju Medicinskog fakulteta, Univerziteta u Beogradu i komentorom doc. Jelenom Soptom, patologom. Posmatrani su opti kom mikroskopijom na uve anju 400x i fotografisani.

Svi preparati metastatskih intraosealnih karcinoma su bili podeljeni u tri grupe u zavisnosti od primarnog karcinoma:

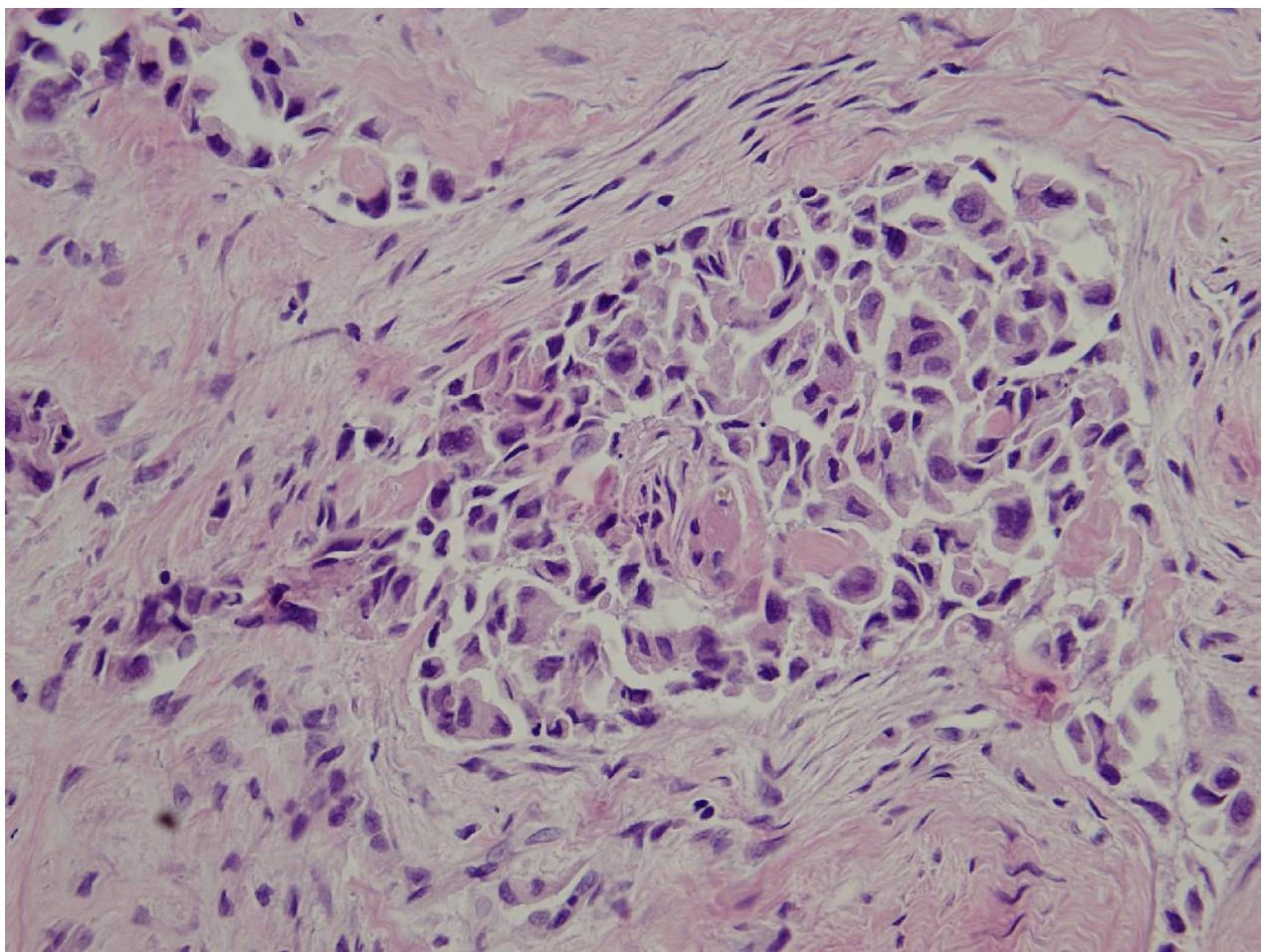
1. metastatski karcinom renalnih elija, jedan primer je prikazan na Slici 1
2. metastatski karcinom dojki, primer je prikazan na Slici 2
3. metastatski karcinom plu a, primer je prikazan na Slici 3



Slika 1: Metastatski karcinom renalnih elija



Slika 2: Metastatski karcinom dojke



Slika 3: Metastatski karcinom plu a

5. Klasifikacija medicinskih slika na osnovu multifraktalnih parametara

Svrha ovog istraživanja je da se odredi razlika između medicinskih slika i njihova klasifikacija sa ciljem određivanja primarne lokalizacije metastatskih karcinoma u koštanom sistemu.

U ovom istraživanju, biće ispitana moguća korelacija između multifraktalnih parametara digitalnih slika intraosealnih metastatskih karcinoma i tri tipa primarnih karcinoma (nezavisne varijable).

Nezavisnu varijablu predstavlja tip elija fotografisanog tkiva. U našim istraživanjima je definisana nezavisna varijabla po sledećim kategorijama:

- a) metastatske elije primarnog karcinoma renalnih elija
- b) metastatske elije primarnog karcinoma dojke
- c) metastatske elije primarnog karcinoma pluha

Kao zavisne varijable posmatrali smo multifraktalne parametre koji opisuju posmatrane uzorke.

Za multifraktalnu analizu dobijenih digitalnih medicinskih slika i dobijanje parametara multifraktalne analize korišteni su sledeći programi koji će biti ukratko opisani:

- Program ImageJ za analizu slika [RASB].
- Program "FracLac" za multifraktalnu analizu slika [RASB].
- Program za statistiku analizu podataka DTREG [DTRE].

5.1 Program ImageJ

"ImageJ" je slobodno dostupan softver za analizu slika napisan u programskom jeziku "Java" iji je autor Vejn Resband (Wayne Rasband) sa Nacionalnog Instituta zdravlja Sjedinjenih Ameri kih Država iz Betesde, država Merilend (Bethesda, Maryland), [RASB].

Program ImageJ radi, bilo kao online aplikacija ili kao download aplikacija, na bilo kojem ra unaru koji ima instaliranu Java 1.4 ili noviju verziju. Preuzimanje programa je dostupno za Windows, Mac OS, Mac OS X i Linux.

Program može prikazati, ure ivati, analizirati, obraditi, memorisati i štampati 8-bitne, 16-bitne i 32-bitne slike. Može da radi sa mnogim formatima slika uklju uju i TIFF, GIF, JPEG, BMP i DICOM. On podržava serije slika koje dele jedan prozor. To je multithread aplikacija, tako da se npr. itanje slika može obavljati paralelno s drugim operacijama.

Program ImageJ podržava standardne funkcije obrade slike, ali obezbe uje i odre ivanje raznih morfometrijskih pokazatelja objekta, kao što su površina, obim, faktor oblika, i sli no. Može meriti udaljenosti i uglove, dakle daje topološke odnose izme u ozna enih objekata.

Programom ImageJ mogu se obavljati geometrijske transformacije poput rotacije i skaliranja. Slika se može pove ati do 32:1, a smanjiti do 1:32. Sve analize i funkcije obrade su dostupne na bilo kojem faktoru uve anja. Program podržava neograni en broj prozora istovremeno, ograni en je jedino dostupnom memorijom ra unara.

5.2 Program "FracLac"

Program "FracLac" je izrađen u programskom jeziku "Java" i predstavlja jedan od plugin-ova u programu za analizu digitalnih slika "ImageJ". Autor "FracLac"-a je Audrey Karperian sa Charles Sturt Univerziteta iz Australije. Ona je kontaktirana u vezi sa ovim istraživanjem. Na njen zahtev, bile su joj poslate po jedna slika uzorka iz svake od tri grupe radi testiranja i unapređenja programa za konkretan problem ovog istraživanja. Uz veliku pomoć nje i njenog stručnog tima, ovaj program je prilagođen za obradu velikog broja slika odjednom, relativno brzo. To je posebno pogodno za korištenje od strane medicinskog osoblja, gde ne bi bila komplikovana obuka, niti bi oduzimalo puno njihovog vremena. Mogu se sakupljati slike neophodne za obradu i onda sve odjednom obraditi.

Pošto program FracLac detektuje samo crne piksele na beloj pozadini, ili bele piksele na crnoj pozadini, finalna slika za obradu mora biti binarna i program automatski vrši tu konverziju.

Osnovne mogunosti programa FracLac su sledeće:

- Određivanje multifraktalnosti generalizovane dimenzije
- FracLac generiše raspodelu koriste i multiple uzorke preko slike. Spektar vrednosti za generalizovanu dimenziju (D_Q) dobija se prema opsegu vrednosti za Q , koji korisnik podešava. Ovde se mora napomenuti da kod programa FracLac oznaka Q i do sada korištena oznaka q predstavljaju istu veličinu.
- FracLac generiše grafike multifraktalnih parametara $f(\alpha)$, $D_Q(Q)$.
- FracLac daje multifraktalne parametre [CHHA89], [POSA01] izrađunate na sledeći način:

$$D_Q = \lim \left(\frac{\ln(I_{(Q,\epsilon)})}{\ln \epsilon^{-1}} \right) / (1-Q) \quad (3.1)$$

pri emu se relacija (3.1) može dobiti kombinacijom relacija (2.4), (2.5) i (2.6) iz *Poglavlja 2.2 Procena fraktalne dimenzije*.

ε = veličina boksa; N_ε = boksevi koji sadrže piksele u ε ;

$i=$ i-ti boks u ε

$$I_{(Q,\varepsilon)} = \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} P^Q(i, \varepsilon) \quad (3.2)$$

$$P_{(i,\varepsilon)} = \frac{pikseli_{(i,\varepsilon)}}{\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} pikseli_{(i,\varepsilon)}} \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} P_{(i,\varepsilon)}^1 = 1 \quad \text{i} \quad \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} P_{(i,\varepsilon)}^0 = N_\varepsilon \quad (3.4)$$

$$\tau_Q = (Q - 1) \cdot D_Q \quad (3.5),$$

što odgovara relaciji (2.25) iz *Poglavlja 2.3 Multifraktali*.

$$\mu_{i(Q,\varepsilon)} = \frac{P_i^Q}{\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} P_i^Q} \quad (3.6),$$

što odgovara relaciji (2.28) iz *Poglavlja 2.3 Multifraktali*.

$$\alpha_{(Q,\varepsilon)} = \frac{\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} u_{i(Q,\varepsilon)} \cdot \ln P_i}{\ln \varepsilon} \quad (3.7),$$

što odgovara relaciji (2.31) iz *Poglavlja 2.3 Multifraktali*.

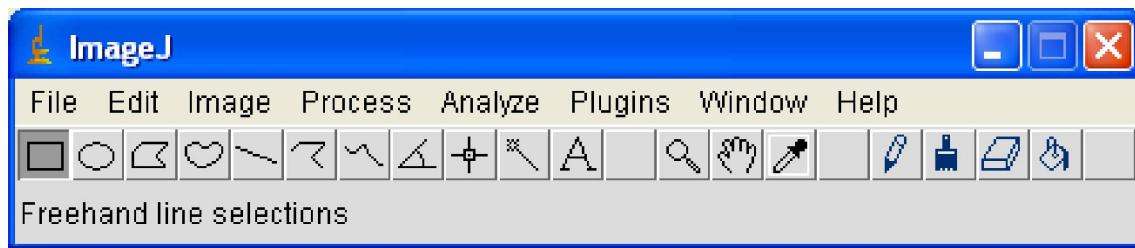
$$F(Q) = \frac{\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} u_{i(Q,\varepsilon)} \cdot \ln u_{i(Q,\varepsilon)}}{\ln \varepsilon} \quad (3.8),$$

što odgovara relaciji (2.29) iz *Poglavlja 2.3 Multifraktali*.

$$F(\alpha_Q) = Q \cdot \alpha_Q - \tau_Q \quad (3.9),$$

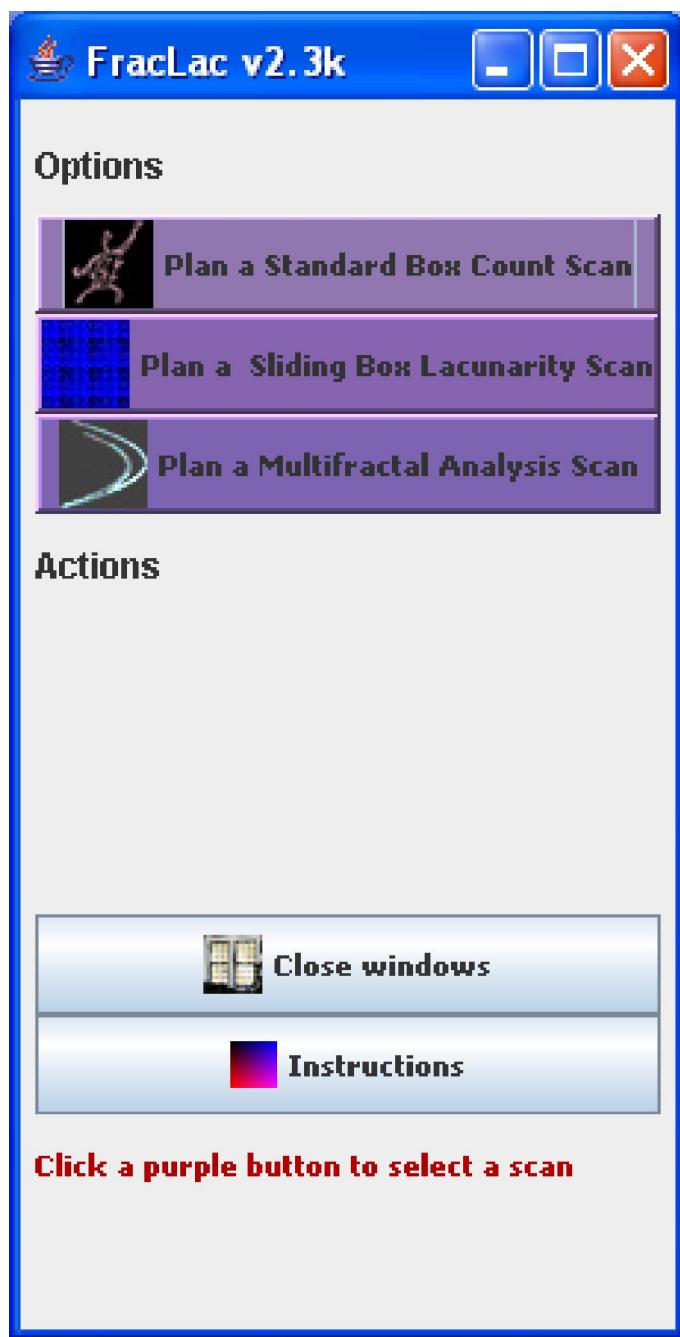
što odgovara relaciji (2.26) iz *Poglavlja 2.3 Multifraktali*.

Na slici 4 je prikazan izgled po etnog menija koji se otvara pri startovanju programa ImageJ. Aktiviranjem stavke u meniju Plugins otvara se padajući meni gde se bira stavka Fractal Analysis i iz njenog bočnog menija FracLac 2.3k.



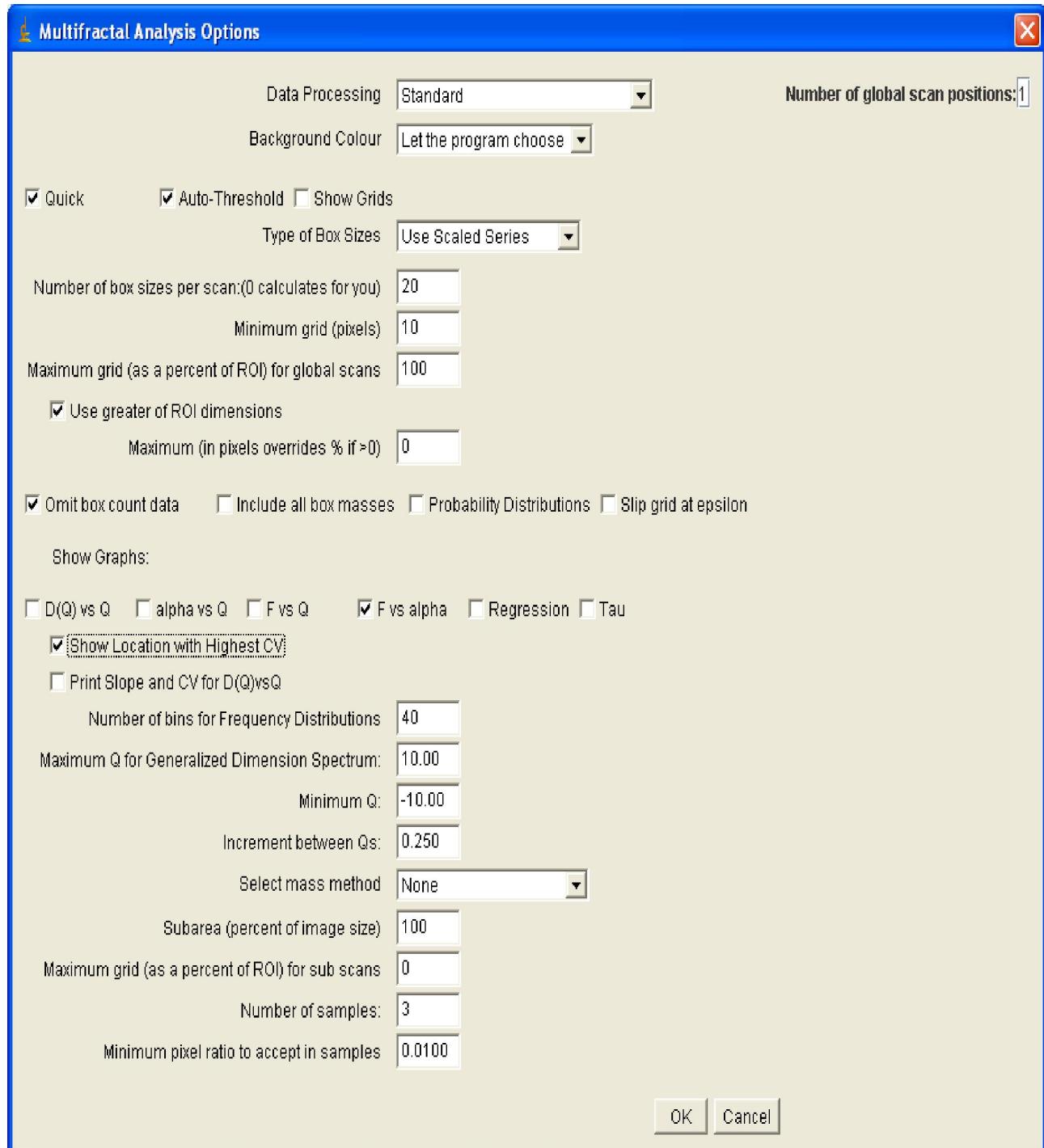
Slika 4: Izgled glavnog menija ImageJ

Navedenim postupkom dobija se dijalog prozor programa kao na slici 5.



Slika 5: Dijalog prozor sa opcijama za analize u programu FracLac

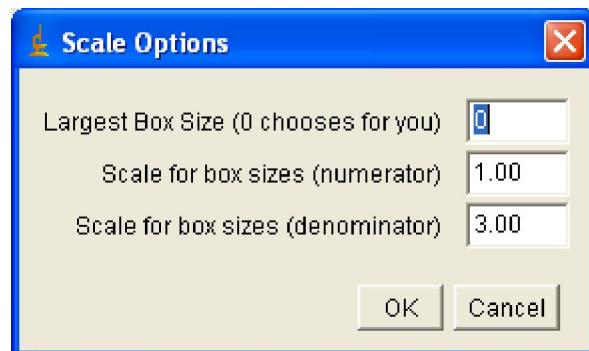
Aktiviranjem dugmeta Plan a Multifractal Analysis Scan otvara se dijalog prozor za podešavanje parametara za multifraktalnu analizu kao na slici 6, gde se izvrše neophodna podešavanja.



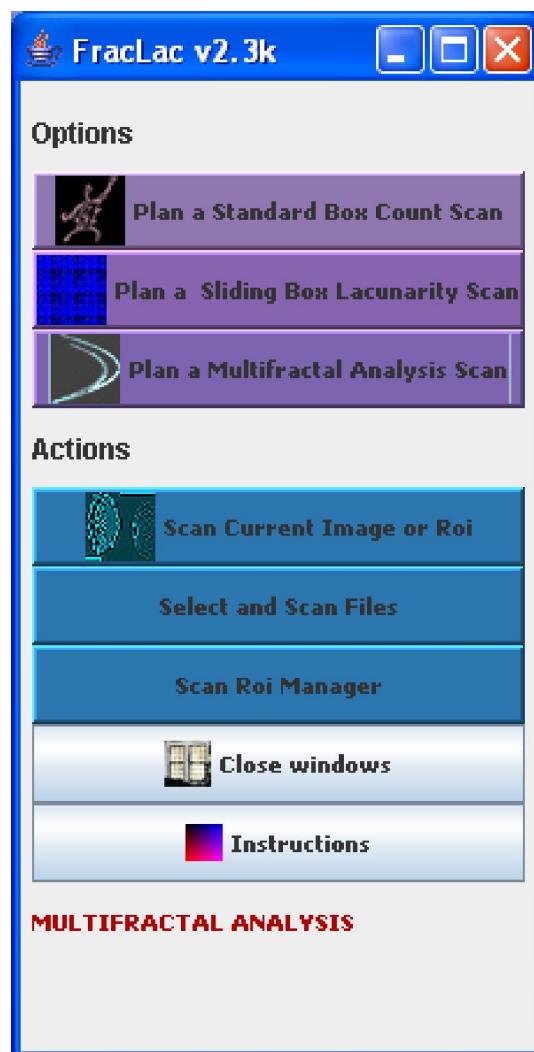
Slika 6: Izgled dijalog prozora za podešavanje parametara za multifraktalnu analizu u programu FracLac

Pritiskom na dugme OK aktivira se dijalog prozor za podešavanje veličina bokseva, kao na slici 7, gde se zadržavaju postavljena podešavanja. Posle aktiviranja dugmeta OK dijalog prozor sa slike 5 se menja u onaj kao na slici 8. Na njemu se aktiviranjem dugmeta

Select and Scan Files otvara prozor za otvaranje željenog direktorijuma sa slikama koje želimo da analiziramo.



Slika 7: Prikaz dijalog prozora za podešavanje veli ina bokseva u programu FracLac



Slika 8: Izgled izmenjenog dijaloga sa Slike 5

Iz dobijenih rezultata za dalju statisti ku analizu koriš eni su slede i parametri D_{\max} , $f(\alpha)_{\max}$, $\underline{\alpha}$, \bar{Q} , $\bar{\alpha}$ i $f(\alpha)_{\min}$. Rezultati statisti ke obrade su dati pod ta kom 7.1. *Rezultati statisti ke obrade dobijenih multifraktalnih parametara.*

5.3 Program "DTREG"

DTREG formira klasifikaciju i regresivno stablo odlu ivanja, neuralne mreže, support vector machine (SVM), polinomne GMDH mreže, programe genetske ekspresije, K-Means clustering, diskriminativne analize i logisti ko regresione modele koji opisuju veze izmedju podataka i koji se mogu koristiti za predvi anje vrednosti za kasnija istraživanja. DTREG tako e poseduje kompletnu podršku za vremenske serijske analize.

DTREG prihvata skup podataka koji se sastoji od izvesnog broja nizova sa pojedinom kolonom za svaku varijablu (promenljivu). Jedna od varijabli je “ciljna varijabla” ija vrednost se oblikuje i predvi a kao funkcija“predvi enih varijabli”. DTREG analizira podatke i stvara model pokazuju i kako najbolje predvideti vrednosti zadate (ciljne) varijable bazirane na vrednostima predvi enih varijabli.

DTREG tako e može da formira klasi an, single-tree model stabla, kao i TreeBoost stablo i modele mreže odlu uju ih stabala koji se sastoje od skupina više stabala.

DTREG uklju uje i potpunu Data Transformation Language (DTL) u cilju transformacije varijabli, kreiraju i nove varijable kao i selektovanje koji e se nizovi analizirati.

5.3.1 Tipovi varijabli u programu DTREG

Mogu se izdvojiti tri vrste varijabli prilikom izvo enja analize.

Ciljna varijabla je varijabla ije se vrednosti oblikuju i predvi aju na osnovu drugih varijabli. Analogna je zavisnoj varijabli (tj. varijable na levoj strani znaka jednakosti) u linearnej regresiji. Mora postojati samo jedna i jedinstvena ciljna varijabla.

Prediktorska varijabla je varijabla ije se vrednosti koriste da se predvidi vrednost ciljne varijable. Analogna je nezavisnim varijablama (tj. varijablama sa desne strane znaka jednakosti) u linearnoj regresiji. Mora postojati najmanje jedna specificirana prediktorska varijabla, a može ih biti i više. Ako je specificirano više od jedne prediktorske varijable, DTREG će odlučiti kako se prediktorske varijable mogu kombinovati u cilju najboljeg predviđanja vrednosti ciljne varijable. Za vremenske serijske analize, DTREG može automatski da generiše zaostale varijable koje se mogu koristiti kao prediktor varijable.

Težinska varijabla – opcionalno, moguće je odrediti težinsku varijablu. Ako je težinska varijabla određena, moraju postojati numeričke (kontinuirane) varijable ija je vrednost veća ili jednaka 0 (nuli). Vrednost težinske varijable određuje težinu kolone skupa podataka. Na primer, vrednost težine 2 izaziva da DTREG pruži dvostruko veću težinu koloni nego što bi pružio kolonama sa težinom 1; efekat na trening modelu je isti kao dve pojave u koloni skupa podataka. Vrednosti težine mogu biti realne (necelobrojne) vrednosti kao npr. 2.5. Vrednost težine 0 (nula) izaziva da kolona bude ignorisana. Ako se ne odredi težinska varijabla, sve kolone će dati istu težinu.

Celobrojna težinska vrednost ima isti efekat na trening modelu kao dupliranje kolona jednakog broja puta kao u trening podatku. S obzirom da je cilj trening modela da podesi parametre tako da smanje ukupne greške (suprotnosti) trening podataka, težinske (ili duplirane) kolone koje su klasifikovane dodaju veći iznos ukupnim greškama nego ne-težinske kolone, tako da one imaju uvećani uticaj na model.

Dok je dupliranje kolona jednakoj ukupnoj težini tokom trening procesa, postoji razlika tokom testiranja i procesa validacije. Ako se kolone dupliraju samo u trening podacima i određuju tako da se DTREG koristi tokom validacije za testiranje ili ukoliko se želi zadržavanje podskupa podataka za testiranje, neke od dupliranih kopija kolona mogu biti korištene za trening i neke od dupliranih kopija iste kolone mogu biti korištene u podacima testa/validacije. Ovi rezultati u testiranju podataka koriste neke od istih podataka korištene za trening i pruža rezultate testa – koji bi trebalo da budu zasnovani na nezavisnim podacima – netačno. Iz ovog razloga, ako se kolone dupliraju samo radije nego korištene enjem težine, mora se izvršiti validacija korištene enjem Funkcije rezultata (Score function) radije nego korištene unakrsne validacije ili “hold-out” validacije.

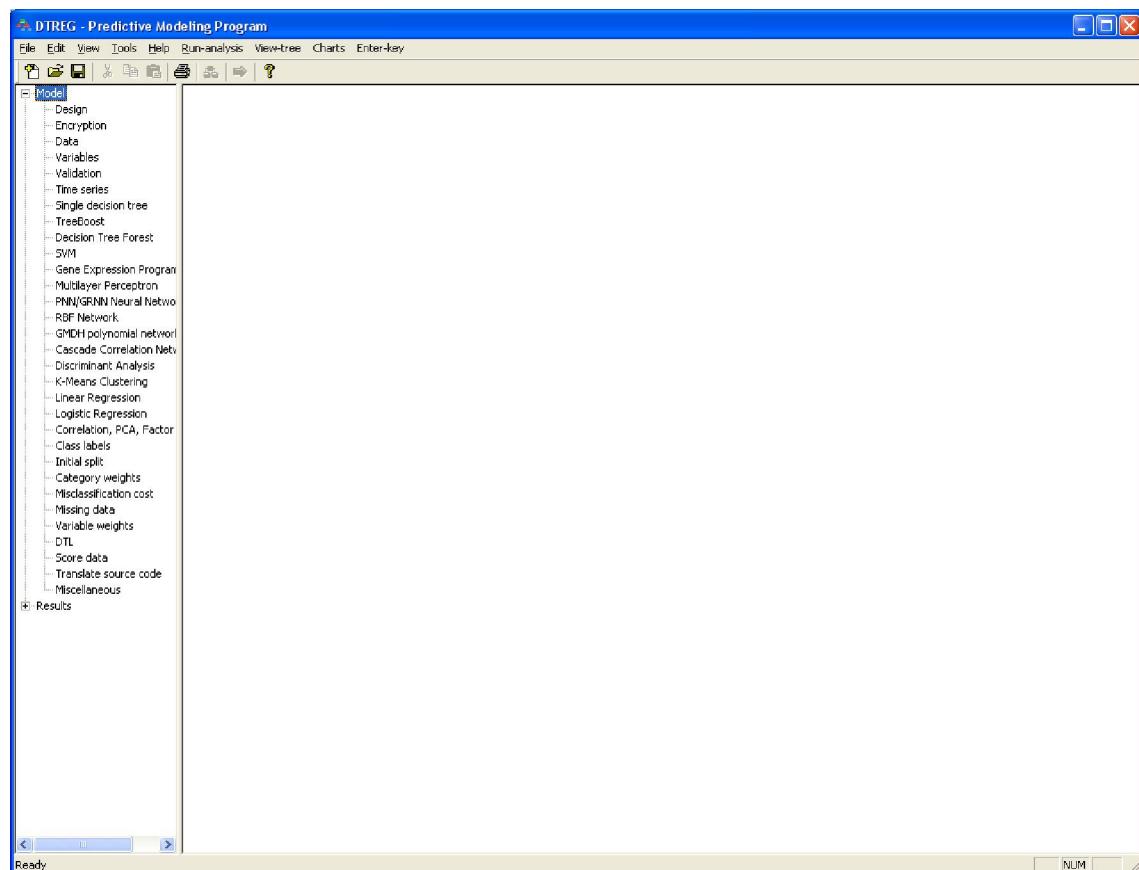
5.3.2 Vrste varijabli u programu DTREG

Postoje dve vrste varijabli: kontinuirane i kategori ke.

Kontinuirane varijable sa odre enim vrednostima – Kontinuirane varijable imaju numeri ke vrednosti, npr 1, 2, 3, 4, 5, itd. Relativna magnituda vrednosti je od velikog zna aja (npr, vrednost 2 ukazuje na dve magnitude vrednosti 1). Primeri kontinuiranih varijabli su krvni pritisak, visina, težina, starost i verovatno a bolesti. U nekim programima kontinuirane varijable nazivaju i intervalnim ili monotonim varijablama. Ako je varijabla numeri ki odre ena i vrednosti ukazuju relativnu ili odre enu magnitudu, onda se varijabla odre uje kao kontinuirana ak i kada su brojevi diskretni i ne formiraju kontinuirane skale.

Kategori ke varijable sa neodre enim vrednostima – kategori ka varijabla ima vrednosti koje funkcionišu više kao oznake nego brojevi. U nekim programima kategori ke varijable se nazivaju i nominalne varijable. Na primer, kategori ka varijabla za rod može koristiti vrednost 1 za muški i vrednost 2 za ženski rod. Prisutna magnituda vrednosti nije od zna aja; kodiranje muškog roda sa 7 i ženskog sa 3 e tako e dobro funkcionisati. DTREG dozvoljava koriš enje nenumeri kih (niza znakovnih) vrednosti za kategori ke varijable. Zato bi skup podataka trebalo da ima nizove – muški i ženski ili M i Ž za rod kategori kih varijabli. Kategori ke vrednosti su ozna ene i odre ene kao vrednosti niza, kategori ka vrednost 001 je druga ija od vrednosti 1. S druge strane kod kontinuiranih varijabli ove dve vrednosti, 001 i 1, bile bi jednake.

Kada se pokrene program DTREG, njegov glavni ekran prikazuje Slika 9:



Slika 9: Prikaz glavnog prozora programa DTREG

Sa ovog ekrana moguće su sledeće opcije:

- kreiranje novog projekta za izgradnju modela,
- otvaranje postojećeg projekta,
- podešavanje opcije i unos ličnog registracionog ključa

5.3.3 Postavljanje DTREG performansi

Da bi se postavile DTREG performanse, kliknuti na alate na glavnom meniju i izabrati opcije iz padajućeg menija.

Podrazumevani tip modela za izgradnju: selektovati tip modela koji želite da DTREG kreira za novi projekt (Single Tree, SVM, neuronske mreže itd.) uvek se može promeniti tip modela kasnije modifikovanjem osobina.

Maksimiziranje kanal izvršavanja: Navesti koliko kanala izvršavanja želite da DTREG koristi tokom svojih izra unavanja. Ukoliko imate sistem sa višeprocesorskim sistemom, možete pove ati brzinu izra unavanja time što se DTREG-u omogu i da koristi više od jednog procesora, ali e ovo istovremeno i više opteretiti vaš (ra unarski) sistem.

Kreiranje novog projekta

Za kreiranje novog projekta, kliknuti na najdalju levu ikonu na ToolBar-u: Projekat – prikaz ekrana e vas voditi kroz postavljanje projekta.

Naslov projekta – Ovo je opciono polje. Ukoliko želite možete ta no odrediti naslov koji e biti prikazan za ovaj projekat.

Ulazna datoteka sa podacima – ovo je obavezno polje. Odrediti ure aj (disk), folder i ime datoteke koji sadrži ulazni (learning) skup podataka koji e se koristiti za izgradnju stabla. Podaci moraju biti u CSV obliku datoteke sa imenima promenljivih u prvom redu (na prvoj liniji). Možete kliknuti na dugme "pregled datoteka" (da bi izabrali datoteku umesto da kucate ime te datoteke.)

Karakter koji se koristi za decimalnu ta ku u ulaznoj datoteci sa podacima – selektovati ta ku ili zarez koji e se koristiti da ukaže na decimalnu ta ku u numeri kime vrednostima u ulaznoj datoteci sa podacima. Ameri ki standardni znak za decimalnu ta ku je samo ta ka, dok je Evropski standard zarez. Ovo podešavanje uti e samo na podatke u itane iz ulazne datoteke; ta ka se uvek koristi kao znak za decimalnu ta ku u nastalom (izlaznom) izveštaju.

Karakter koji se koristi za razdvajanje kolona – izabrati karakter koji e biti koriš en da razdvoji kolone u ulaznom fajlu. Zarez e biti podrazumevani znak za razdvajanje (separator), ali se može izabrati bilo koji drugi znak, po želji.

Podskup podataka - ukoliko je potrebno, DTREG može da koristi samo podskup postoje ih podataka u fajlu za analizu. Ovo ubrzava analizu i korisno je kada se eksperimentiše sa razli itim postavkama modela. Ako naložite DTREG-u da koristi podskup podatka, treba ta no odrediti procenat redova koje želite da koristi. Pošto je slu ajna selekcija koriš ena prilikom biranja redova, ta an broj koriš enih redova može biti malo druga iji od odre enog procenta.

5.3.4 uvanje podataka u virtuelnoj memoriji datoteke

Ako se e kira ovaj boks, biće sa uvan deo podataka za vežbu na disku sa podacima tokom analize pre nego što će sve biti sa uvano na RAM memoriji. Ova opcija dozvoljava DTREG-u da rukuje analizama gde su podaci za vežbu preveliki za memoriju, ali će to značajno usporiti vreme za vežbu. Udružena vrednost keš memorije takođe određuje količinu memorije (u megabajtima) koji će biti zadržan u RAM; ako podaci za trening prevazilaze tu veličinu, preostali deo će biti sa uvan u datoteci na disku. Povećanje obima keš memorije će ubrzati analize, ali će ujedno da najverovatnije DTREG ostane bez memorije. Ova opcija je dostupna samo u poslovnoj verziji DTREG-a.

Datoteka gde se uvažaju informacije o ovom projektu. Ovo je obavezno polje. Odrediti naziv projektnih dokumenata gde će DTREG sa uvatim parametrima i izračunati vrednosti projekta. DTREG-ovi projektni dokumenti su sa uvanim kao –“.dtr” (npr. – Iris.dtr). Klikom na dugme “pregled datoteke” može se pretražiti mesto u direktorijumu za uvanje datoteke.

Napomene o ovom projektu. – ovo je opcionalno polje. Može se uneti bilo koja beleška u skladu sa projektnim dokumentima.

Kada je završeno sa popunjavanjem ovih polja, kliknuti na dugme NEXT na dnu ekrana da se pređe na sledeću stranicu. Naredne posebne stranice će biti prikazane:

- Vreme serije/ redovni intuitivni model
- Promenljive (varijable)

5.3.5 Otvaranje postojećeg projekta

Sve informacije o DTREG projektu se uvažaju u bazi podataka samog projekta. Ovo uključuje parametre koji kontroluju analizu, informacije o varijablama, naziv datoteke za unos podataka, generisani izveštaj i informacije potrebne za izgradnju i prikaz predviđenog generisanog modela. Ove projektne datoteke imaju tip “-.dtr”. Projektne datoteke se mogu otvoriti, ispitati izveštaj, izmeniti parametre i ponovo pokrenuti analizu.

Stvarni ulazni podaci nisu sa uvani u projektnoj datoteci, ali ostaju u originalnoj CSV datoteci. Projektna datoteka skladišti samo ime ulaznih podataka datoteke.

Postoje a datoteka otvara se klikom na ikonu na ToolBar-u.

Ako je potrebno projekat ponovo otvoriti, a nedavno je otvaran, to se može u initi, klikom na “Datoteka” - ulazak na glavnom meniju i odabirom projekta sa liste poslednje otvaranih projekata. Kod jednom otvorenog projekta, poslednji generisani izveštaj će biti prikazan u desnom ekranu (panelu), a levi ekran će prikazati listu posebnih stranica koje se mogu odabrati da se pregledaju i izmene podešavanja opcija.

5.3.6 Pokretanje analize

Jednom kreirani novi projekat ili otvoren postoje i dozvoljava DTREG-u da izvede analizu. Ovo se ini klikom na ikonu na Toolbar-u. Tako će se može u initi i klikom na „pokretanje analize“ na glavnom meniju.

Kada je analiza završena, biće prikazano novo obaveštenje na glavnom desnom ekranu.

5.3.7 Određivanje osobina modela

Svojstva modela se mogu odrediti na početku prilikom kreiranja, ili se mogu promeniti svojstva samog projekta koji je upravo kreiran. Svojstva modela se prikazuju na levom ekranu i odgovaraju svojstvima prikazanog projekta.

Prilikom tačnog određivanja osobina modela, potrebno je kliknuti na jednu od stavki prikazanih ispod – “model” na levom ekranu.

Dizajniranje svojstava strane daje tačne informacije o modelu.

Naziv projekta – tačno odrediti opisni naslov za projekat. To je jednostavna opisna informacija i može se, po želji, izostaviti.

Napisati izveštaj analize u projekat _Log.txt disk file – ako je boks ekiran, DTREG će generisati analizu projekta nazvanog log (pristupna) datoteka_Log.txt gde je projekat naziv za DTREG-ovu projektnu datoteku. Log (pristupna) datoteka sadrži istu informaciju koja je prikazana u analizi izlaznog ekrana.

Tip modela za izgradnju – izabratи tip modela koji bi DTREG trebalo da izgradi.

Kako kategorizovati kontinuirane varijable – vrednosti kontinuirano prediktorskih varijabli su grupisane u kategorije pre nego što su korišćene za izgradnju stabla odluke.

U ovom polju takođe odrediti maksimalni broj kategorija koje su korišćene u grupi kontinualnih prediktorskih vrednosti varijabli. Što je više dozvoljenih kategorija, bit će manjih i preciznijih opsega kategorija. Međutim, prilikom povećanja broja kategorija, razdoblje vremena se takođe povećava. Ukoliko se dozvoli 100 kategorija, onda će svaka kategorija biti 1% opsega vrednosti.

5.3.8 Kontrola analize klastera stabla odlučivanja - Decision tree cluster analysis control

Ova vrednost obaveštava DTREG kada da se prebací sa iscrpne pretrage predviđenih kategorija na brže, ali manje precizne metode grupisanja. Ova kontrola je moguće samo pri izgradnji klasifikacionog stabla. Kada je ciljna varijabla kategorija i predviđena varijabla takođe kategorija, iscrpna pretraga će zahtevati da DTREG proceni potencijalno razdvajanje svake moguće kombinacije kategorije prediktorskih varijabli. Broj razdvajanja je jednak $2(k-1)-1$ gde je k broj kategorija prediktorske varijable. Na primer, ako postoji 5 prediktorskih kategorija, 15 razdvajanja je pokušano, ako je 10 kategorija, 511 razdvajanja je pokušano, ako je 16 kategorija, 32767 razdvajanja je pokušano. Zbog ovog eksponencijalnog rasta, razdoblje vremena i nepraktičnosti iscrpne analize za više od 12 prediktorskih kategorija. Da bi se rešila ovakva situacija, DTREG će prebaciti na brže ali manje precizne metode gde broj kategorija prediktorskih varijabli zahteva vrednost koja se takođe određuje za ovaj parametar. Ovo dozvoljava da DTREG izgradi klasifikacione stabe ak i kada kategorija prediktor ima na stotine ili ak hiljade kategorija.

Tree fitting algorithm stablo uklapanja algoritma - ovaj parametar se odnosi na single Tree modele odlu ivanja.

Izabrali koji algoritam e DTREG koristiti da razdvoji vorove na stablu. Modeli stabla odlu ivanja se uvek grade koriš enjem algoritma koji minimizira troškove pogrešnih klasifikacija (misclassification costs), tako da e izabrani boksovi algoritma biti onemogu eni za TreeBoost modele.

Mogu i opcije su slede e:

Gini – Metod Gini razdvajanja je podrazumevan i preporu en za klasifikaciju stabla. Svako razdvajanje je izabрано da se pove a heterogenost kategorija ciljne varijante u child nodes.

5.3.9 Izlazni izveštaj generisan od strane DTREGa

Pokretanjem analize, DTREG e na glavnom desnom kanalu prikazati izveštaj rezultata.

Postoji nekoliko glavnih sekcija u izveštaju. Traka za pomeranje služi za premeštanje na sekcije, ili se ovo isto može uraditi klikom na ime sekcije ispod – „Analiza izveštaja“ u levom ekranu.

5.3.10 Parametri projekta

Sekcija parametri projekta izveštaja prikazuje sažetak opcija i parametara koji su selektovani na razli itim osobinama stranica za model.

5.3.11 Input Data (ulazni podaci)

Sekcija za unos podataka prikazuje informacije o podacima ulazne datoteke koriš ene u izgradnji stabla.

Ulaz za – redovi kojima nedostaje cilj ili veli ina vrednosti pokazuje broj redova koji su bili odba eni zato što su ovim varijablama nedostajale vrednosti.

Kratak pregled kategorija.

Rezime sekcija kategorija prikazuje informacije o kategorijama prediktorskih i ciljnih varijabli. Ova sekcija se prikazuje samo ako se izabere jedna ili obe opcije na stranici osobina varijabli, zahtevajući informacije o kategoriji.

Tri kolone informacija su prikazane za svaku kategoriju:

1. broj redova u skupu podataka gde je kategorija varijabla
2. procenat redova koji imaju kategoriju
3. oznaka kategorije.

5.3.12 Confusion Matrix

Confusion matrica obezbeđuje detaljne informacije o tome kako su klasifikovani redovi podataka prema modelu. Matrica ima red i kolonu za svaku kategoriju ciljne varijable. Kategorije prikazane u prvoj koloni su stvarne kategorije ciljnih varijabli. Kategorije prikazane preko vrha tabele su prediktovane kategorije. Broj u elijama su veličine redova podataka sa stvarnom kategorijom reda i prediktovanom kategorijom kolona. Brojevi u dijagonalnim elijama su veličine za ispravno klasifikovane slučajeve gde se stvarna kategorija slaže sa prediktovanom kategorijom. Elije van dijagonala imaju pogrešno klasifikovane redove veličine ina.

5.3.13 Osetljivost i specifičnost izveštaja

Osetljivost i specifičnost izveštaja su generisani samo za problem klasifikacije (kategorije ciljne varijable ili ciljne varijable kategorije). Jedna od kategorija ciljne varijable se zove – pozitivna kategorija, a druga se naziva – negativna kategorija. Korisnik odlučuje koja kategorija je pozitivna, a koja je negativna. Npr. ako kreirate model za predviđanje da li pacijent ima bolest, verovatno ćete izabrati kategoriju bolesti kao pozitivnu kategoriju i kategoriju NE bolesti kao negativnu kategoriju na Misclassification Property Page.

Ako ciljna varijabla ima više od dve kategorije, DTREG izveštava o osetljivosti i specifi nosti za svaku kategoriju. Odabrana kategorija se tretira kao pozitivna kategorija a sve ostale kategorije su grupisane kao negativne.

U medicinskom kontekstu, idealni dijagnosti ki test bi identifikovao sve pacijente sa sumnjom na bolest, i ne bi lažno identifikovao svakoga ko nema bolest. Tako se javljaju dva tipa grešaka: (1) neidentifikovanje osobe sa boleš u i (2) pogrešno identifikovanje nekoga ko nema bolest. Ove greške su prijavljene u Confusion matrici koja ukazuje na istinite pozitivne, istinite negativne, lažne pozitivne i lažne negativne vrednosti. Ako je predvi ena vrednost 1 (istina) i stvarna klasa je tako e 1, onda je istinito pozitivno predvi anje izra unato. Sli no, istinita negativna predvi anja se javljaju kada su obe klase 0.

Osetljivost testa je razmara ljudi sa boleš u koje je test identifikovao. Specifi nost testa je razmara ljudi koji nemaju bolest i koje je test ispravno identifikovao kao bez bolesti. Idealno, i jedno i drugo, osetljivost i specifi nost e biti 1.0.

Pozitivna prediktivna vrednost je razmara pacijenata sa boleš u koji su ta no predvi eni kao oni koji imaju bolest. Ova vrednost za savršeni model bi bila 1.0.

Negativna prediktivna vrednost je razmara pacijenata koji nemaju bolest i koji su ta no predvi eni kao oni koji nemaju bolest. Ova vrednost za savršeni model bi bila 1.0.

Preciznost i odziv – ovi termini se naj eš e koriste u aplikacijama vezanim za informaciono pronalaženje. Preciznost je procenat istinitih slu ajeva koji su identifikovani od strane modela; odziv je jednak osetljivosti.

F – mera je harmoni na sredina preciznosti i opoziva. Kombinuje preciznost i opoziv da bi dala celokupnu meru kvaliteta predvi anja.

Prva sekcija izveštaja pokazuje koju ciljnu kategoriju DTREG koristi kao – pozitivnu kategoriju, a koju kao negativnu kategoriju. Ako se izabere pogrešna kategorija, može se ta no odrediti pozitivna kategorija na Misclassification Property page.

5.3.14 Cumulative Lift Chart (Tabela značaja varijable)

Tabela značaja varijable daje rangiranje sveukupnog značaja prediktora.

Značajne ocene je izrađena unatko korišćenjem informacije o tome, koliko varijabli je korišćeno kao primarni razdelenici i kao surogat rastavlja ih. Oigledno, promenljiva koja je izabrana kao primarni rastavlja ranije na stablu je važna. Ono što je manje oigledno je da su surogat rastavlja i koji približno imitiraju primarne rastavlja tako da su veoma važni zato što mogu biti približno dobri kao i primarni rastavlja i u stvaranju stabla. Ako je primarni rastavlja malo bolji od surogat rastavlja a, onda primarni može maskirati značajne varijable. Uzimajući u obzir surogat rastavljanje, važna mera izrađena od strane DTREG-a daje tačku nije mera stvarne i potencijalne vrednosti prediktora. Za dobijanje najtačnije mera važnosti, potrebno je izabrati opciju – uvek izrađivati surogat prediktore na strani nestalih podataka (Missing Data property page).

Značajne rezultata za najvažniji prediktor je srazmeran vrednosti od 100.00.

6. Izbor multifraktalnih parametara za klasifikaciju mikroskopskih slika

Lekari specijalisti patolozi koji posmatraju uzorke biopsija pod mikroskopom, razlikuju grupe tkiva i pripadnost odre enim vrstama karcinoma na osnovu morfoloških razlika i uopšte vizuelnih („okom“ vidljivih) osobina. Na osnovu toga postavljena je slede a opšta hipoteza u ovoj disertaciji:

Parametri multifraktalne analize e se statisti ki zna ajno razlikovati za sve tri posmatrane grupe intraosealnih metastatskih karcinoma:

- metastatski karcinom renalnih elija
- metastatski karcinom dojke
- metastatski karcinomi plu a.

Konkretno, primenom programa FracLac za multifraktalnu analizu digitalnih mikroskopskih slika prethodno pomenute tri grupe tkiva, razlikova e se slede i dobijeni multifraktalni parametri:

D_{\max} -	$D(Q)$ maksimalno
\bar{Q} -	Q koje odgovara $D(Q)$ maksimalno
$\underline{\alpha}$ -	α koje odgovara $f(\alpha)$ minimalno
$f(\alpha)_{\min}$ -	$f(\alpha)$ minimalno
$\bar{\alpha}$ -	α koje odgovara $f(\alpha)$ maksimalno
$f(\alpha)_{\max}$ -	$f(\alpha)$ maksimalno

Nulta hipoteza predstavlja alternativnu pretpostavku opštoj hipotezi. U ovom istraživanju nulta hipoteza bi bila pretpostavka o nepostojanju razlika izmedju multifraktalnih parametara koji se odnose na posmatrane tri grupe mikroskopskih slika.

Pored opšte, postavljene su zatim i slede e specifi ne hipoteze, na osnovu razlika u gustini elija, broju i rasporedu jedara:

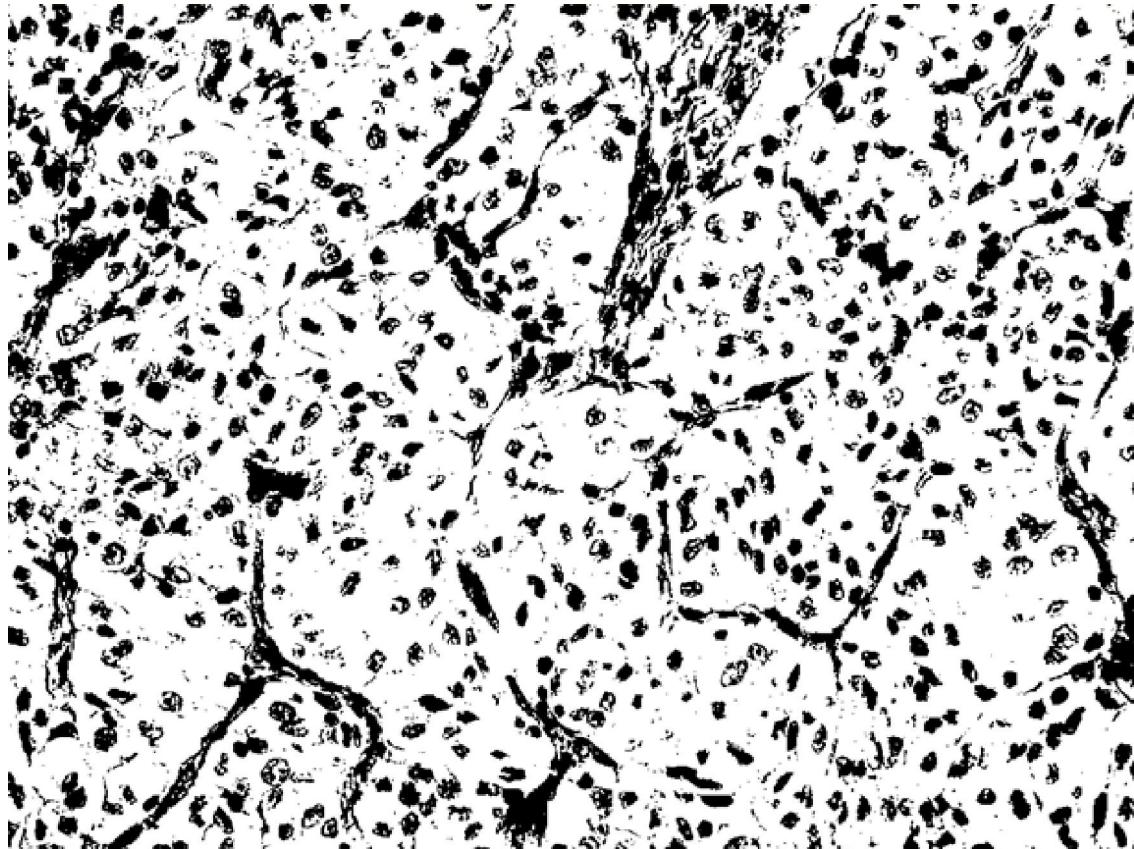
Multifraktalni parametri digitalnih slika iz grupe tkiva dijagnostikovanih kao metastatski karcinomi renalnih elija, dobijeni programom FracLac, biće statisti koji značajno već i od multifraktalnih parametara digitalnih slika iz grupe tkiva dijagnostikovanih kao metastatski karcinomi dojke. Multifraktalni parametri digitalnih slika iz grupe tkiva dijagnostikovani kao metastatski karcinomi dojke biće statisti koji značajno već i od multifraktalnih parametara digitalnih slika iz grupe tkiva dijagnostikovanih kao metastatski karcinomi pluća.

7. Rezultati istraživanja

Uzorak u ovom istraživanju je predstavljala retrospektivna studija 1050 pacijenata sa dijagnozama metastatskih intraosealnih karcinoma pluća, dojke i renalnih elija (po 350 uzorka od svake grupe) na Institutu za patologiju Medicinskog Fakulteta, Univerziteta u Beogradu, u periodu od 10 godina. Svi slučajevi su prošli biopsiju, patohistološku analizu sa standardnim tehnikama. Primenjeno je 5-um sekcijsko sečenje parafinskih blokova i bojenje preparata sa hematoksilin-eozinom (HE). Zatim su preparati posmatrani pod optičkim mikroskopom sa uvećanjem 400x i fotografisani u digitalnoj formi Slike (1, 2 i 3).

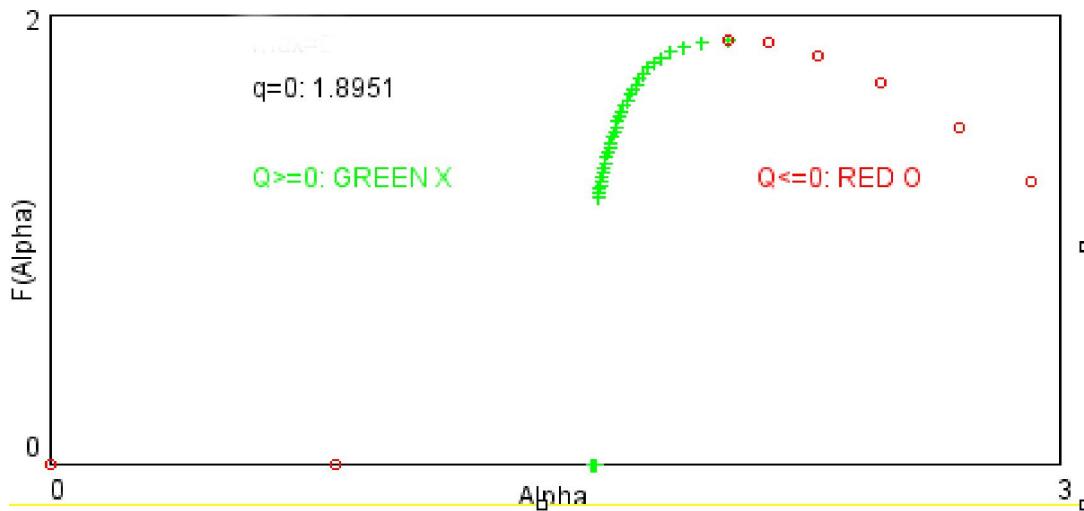
Nad svim fotografijama izvršena je multifraktalna analiza pomoću programa FracLac. Potom su rezultati – multifraktalni parametri analizirani programom za statistiku analizu DTREG.

Na slici 10 je prikazan izgled slike uzorka metastatskog karcinoma renalnih elija sa slike 1, posle transformacije u binarnu formu u programu FracLac.



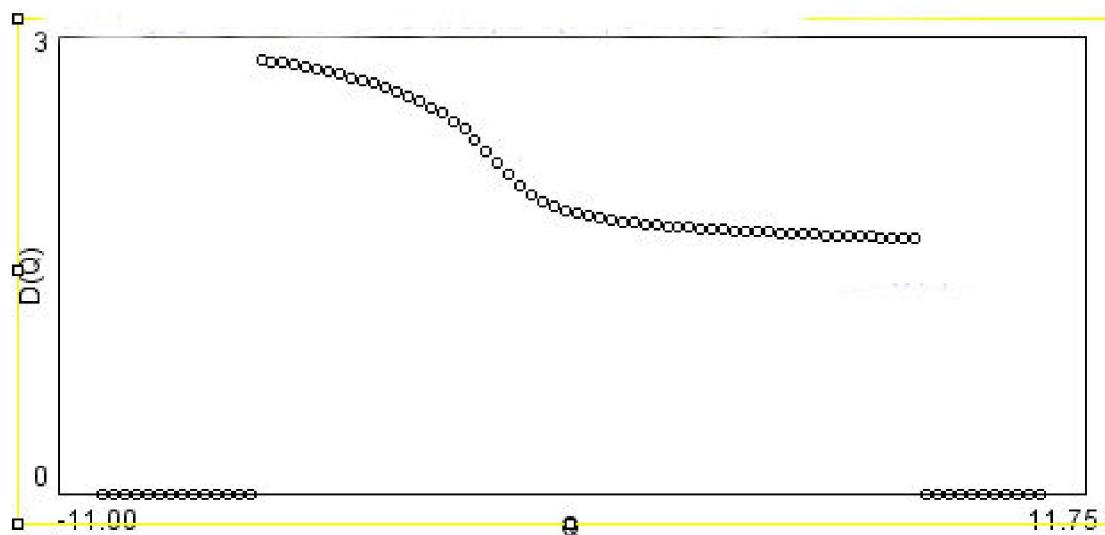
Slika 10: Binarna forma Slike 1

Na slici 11 prikazan je izgled grafika $f(\alpha)$ dobijen u programu FracLac za sliku 10.



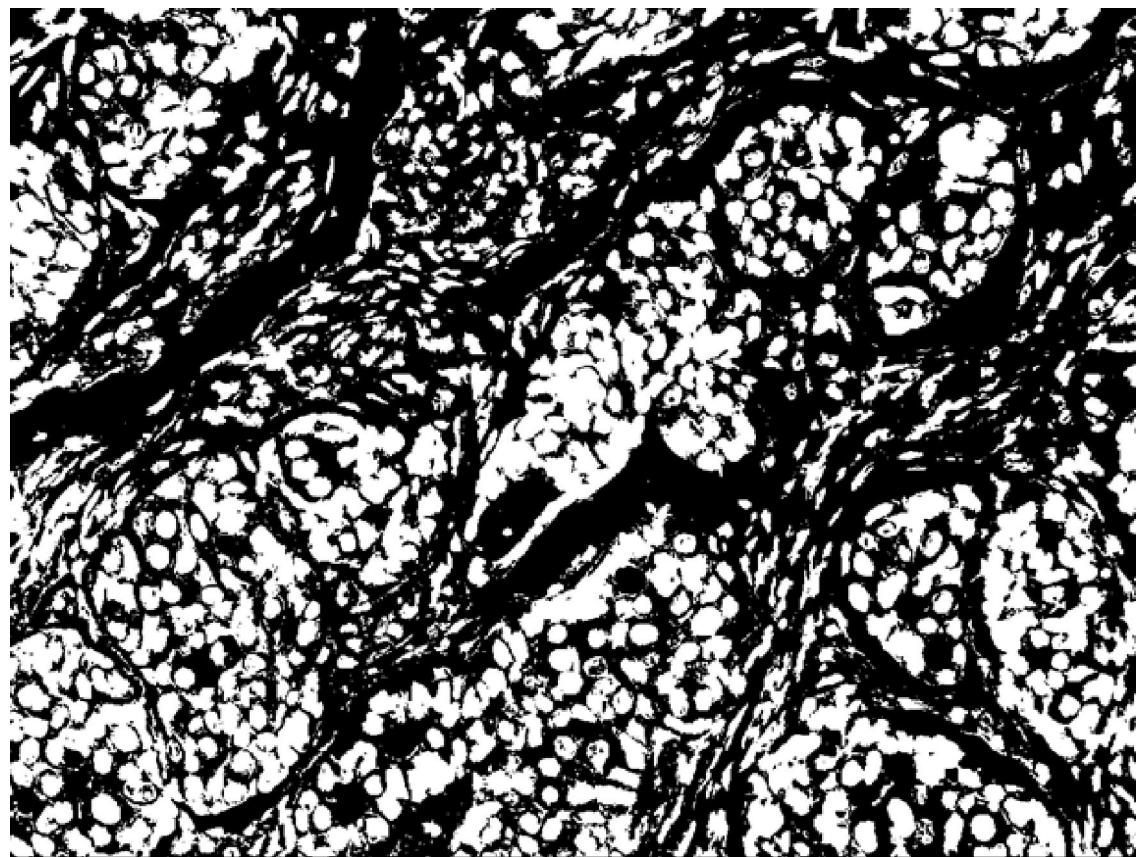
Slika 11: Prikaz grafika $f(\alpha)$ za sliku 10

Na slici 12 prikazan je izgled grafika $D(Q)$ dobijen u programu FracLac za sliku 10.



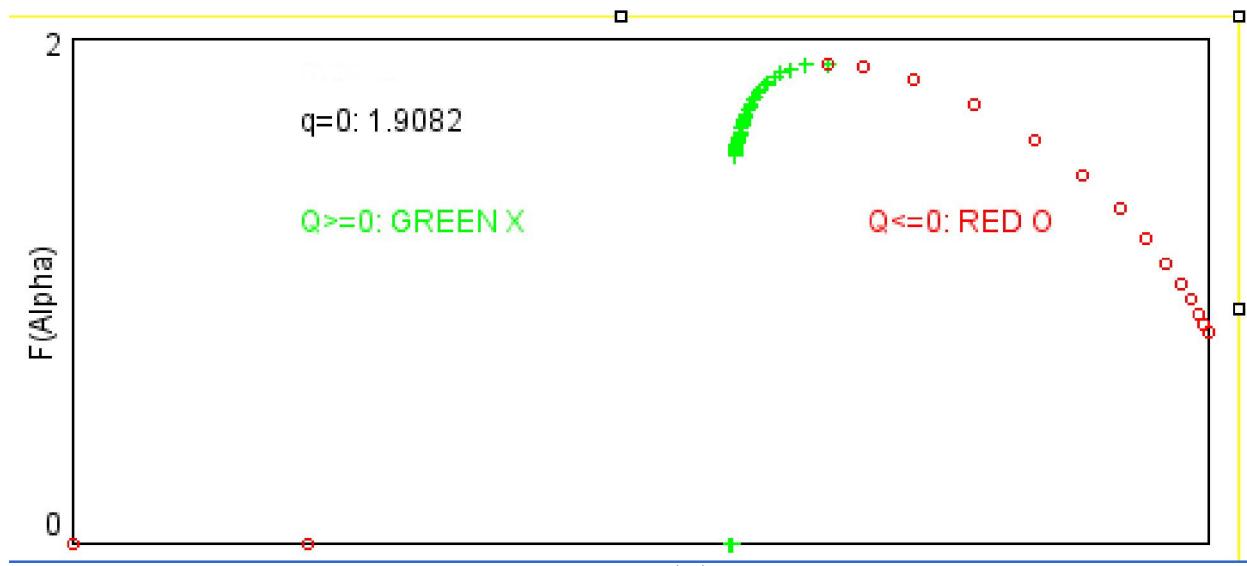
Slika 12 :Izgled grafika $D(Q)$ za sliku 10

Na slici 13 prikazan je izgled slike uzorka metastaskog karcinoma dojke sa slike 2, posle transformacije u binarnu formu u programu FracLac.



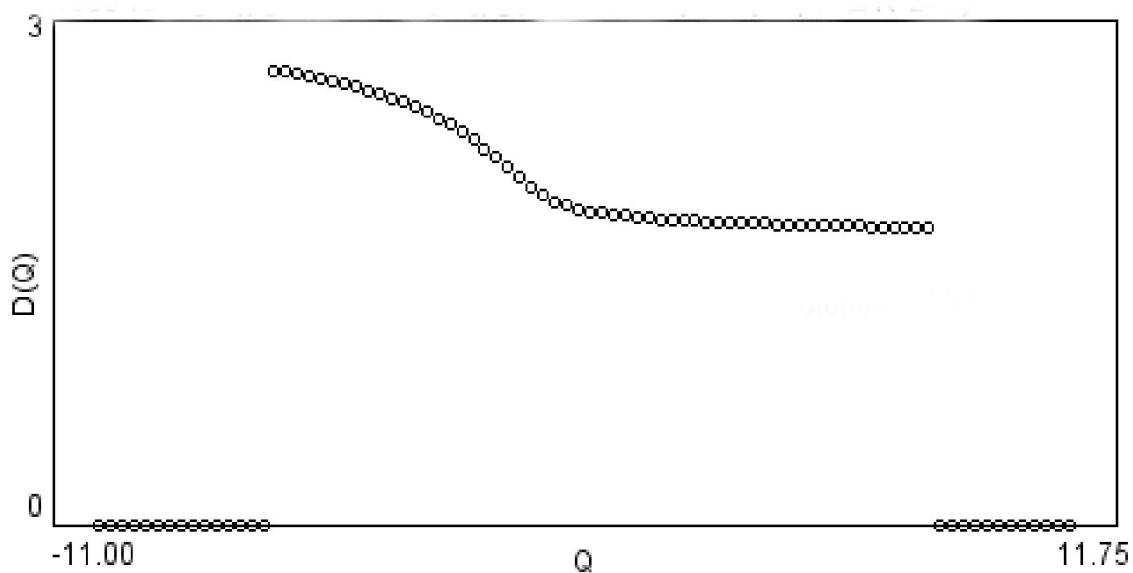
Slika 13: Binarna forma Slike 2

Na slici 14 prikazan je izgled grafika $f(\alpha)$ dobijen u programu FracLac za sliku 13.



Slika 14: Prikaz grafika $f(\alpha)$ za sliku 13

Na slici 15 je prikazan izgled grafika $D(Q)$ dobijen u programu FracLac za sliku 13.



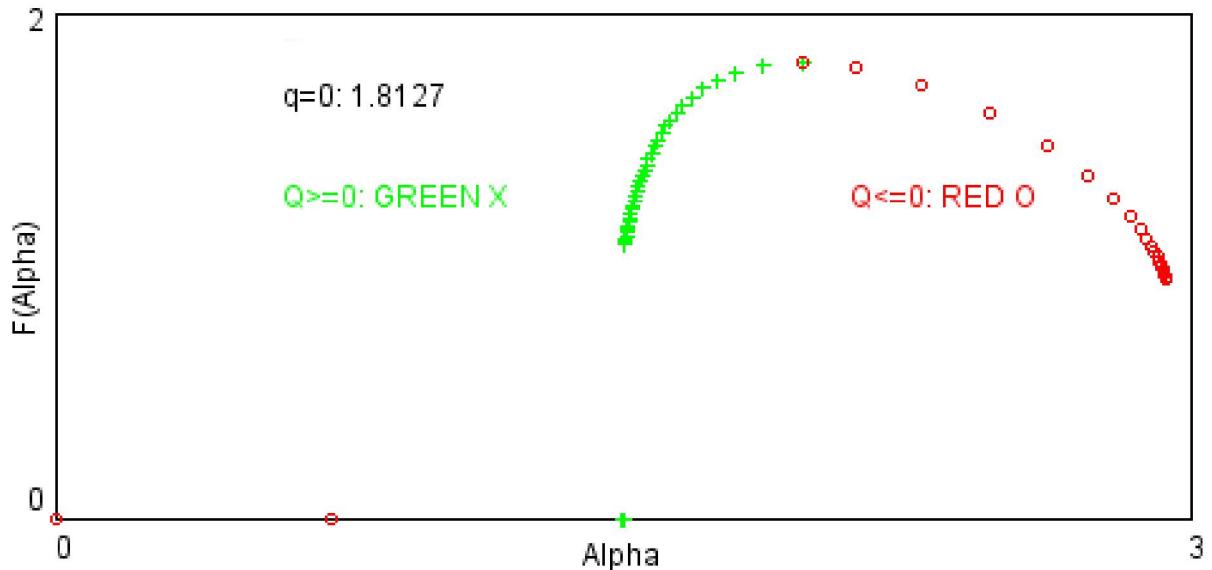
Slika 15: Izgled grafika $D(Q)$ za sliku 13

Na slici 16 je prikazan izgled slike uzorka metastaskog karcinoma plu a sa slike 3, posle transformacije u binarnu formu u programu FracLac.



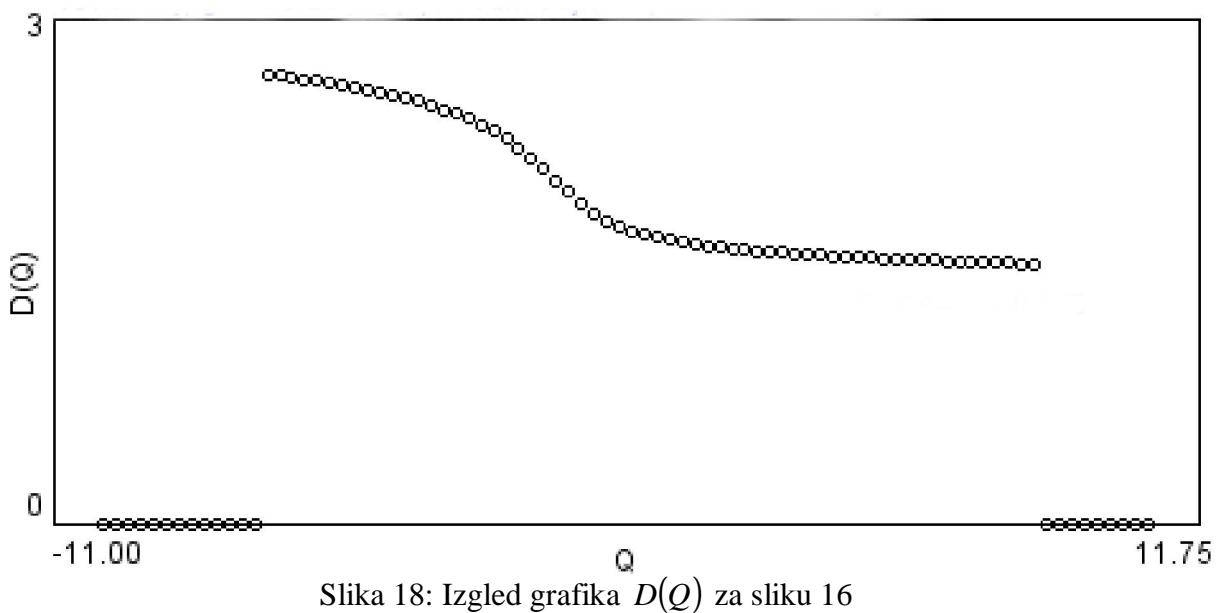
Slika 16: Binarna forma slike 3

Na slici 17 je prikazan izgled grafika $f(\alpha)$ dobijen u programu FracLac za sliku 16.



Slika 17: Prikaz grafika $f(\alpha)$ za sliku 16

Na slici 18 prikazan je izgled grafika $D(Q)$ dobijen u programu FracLac za sliku 16.



Slika 18: Izgled grafika $D(Q)$ za sliku 16

7.1. Statisti ka obrada rezultata dobijenih multifraktalnom analizom

Odgovaraju ih 1050 uzoraka biopsije, dobijeno je zahvaljuju i saradnji sa Institutom za patologiju Medicinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu i komentorom doc. Jelenom Soptom, patologom. Uzorci su posmatrani pod mikroskopom sa odgovaraju im uve enjem i fotografisani.

Dobijene digitalne fotografije su analizirane koriš enjem specijalnog softvera za multifraktalnu analizu. Nakon toga, primenjena je statisti ka analiza rezultata i na osnovu toga doneti su zaklju ci o rezultatima istraživanja.

FraLac softver je primenjen i slede i multifraktalni parametri su posmatrani D_{\max} , $f(\alpha)_{\max}$, $\underline{\alpha}$, \bar{Q} , $\bar{\alpha}$ i $f(\alpha)_{\min}$.

Posmatrane su digitalne slike tri grupe metastaza intraosealnog kancera:

1. metastatski karcinom renalnih elija
2. metastatski karcinom dojki,
3. metastatski karcinom plu a

Dobijen je zaklju ak, da je važnost parametara (Variable Importance) u klasifikaciji prethodno navedenih klasa slika tkiva sa intraosealnim metastatskim karcinomima slede i:

Važnost parametara (Variable Importance):

$\bar{\alpha}$	100.000
$f(\alpha)_{\max}$	81.129
$f(\alpha)_{\min}$	64.744
\bar{Q}	38.327
D_{\max}	37.011
$\underline{\alpha}$	2.996

U statisti koj analizi koriš en je model Single Tree i tip analize - Classification

Rezultati statisti ke analize su slede i:

1. U slu aju kada je ciljna kategorija klasa karcinom plu a (Class = Lung cell carcinoma) rezultati su slede i:

Accuracy = 78.38%

Sensitivity = 63.71%

Specificity = 85.71%

Geometric mean of sensitivity and specificity = 73.90%

Precision = 69.04%

F-Measure = 0.6627

2. U slu aju kada je ciljna kategorija klasa karcinom dojke (Class = Breast cell carcinoma) rezultati su slede i:

Accuracy = 73.71%

Sensitivity = 68.29%

Specificity = 76.43%

Geometric mean of sensitivity and specificity = 72.24%

Precision = 59.16%

F-Measure = 0.6340

3. U slu aju kada je ciljna kategorija klasa karcinom renalnih elija (Class = Renal cell carcinoma) rezultati su slede i:

Accuracy = 76.29%

Sensitivity = 60.57%

Specificity = 84.14%

Geometric mean of sensitivity and specificity = 71.39%

Precision = 65.63%

F-Measure = 0.6300

Na osnovu prethodnih rezultata, možemo zaklju iti da je klasifikacija mikroskopski medicinskih slika multifraktalne analize veoma efektna.

7.2. Rezultati klasifikacije mikroskopskih medicinskih slika

Tabela 1: Rezultati klasifikacije za tri grupe

Grupa		Predviđena pripadnost grupi			Ukupno	
		karcinom pluha	karcinom dojke	karcinom renalnih elija		
Originalna pripadnost grupi	Broj	karcinom pluha	223	81	46	350
		karcinom dojke	46	239	65	350
		karcinom renalnih elija	54	84	212	350
	Procenti	karcinom pluha	63,7	23,1	13,1	100,0
		karcinom dojke	13,1	68,3	18,6	100,0
		karcinom renalnih elija	15,4	24,0	60,6	100,0

64,2% originalnih pripadnika grupa je tako klasifikovano (223+239+212 od ukupno 1050 uzoraka)

8. Interpretacija i diskusija dobijenih rezultata

Statisti kom obradom dobijenih rezultata multifraktalne analize posmatranih grupa medicinskih slika, dobijeni su odgovori na postavljene hipoteze u ovom radu (*u Poglavlju 6*). Generalni zaklju ak je da se osnova opšte hipoteze pokazala ta nom, odnosno da se parametri multifraktalne analize statisti ki zna ajno razlikuju za sve tri posmatrane grupe slika tkiva intraosealnog metastatskog karcinoma. Tako je i opovrgнутa nulta hipoteza koja tvrdi nepostojanje razlika izmedju multifraktalnih parametara posmatranih grupa slika tkiva.

Primenom softvera FracLac, posmatrani su parametri D_{\max} , $f(\alpha)_{\max}$, $\underline{\alpha}$, \bar{Q} , $\bar{\alpha}$ i $f(\alpha)_{\min}$. Posle primene programa FracLac, na osnovu statisti ke analize zaklju uje se da se snimci tkiva posmatranih grupa sa intraosealnim metastaskim karcinomima statisti ki zna ajno razlikuju po parametrima $\bar{\alpha}$, $f(\alpha)_{\max}$, $f(\alpha)_{\min}$, \bar{Q} i D_{\max} (pore ano po važnosti parametara). Na to upu uju nivoi važnosti, ime se odbacuje nulta hipoteza o nepostojanju razlika. Jedino je za parametar $\underline{\alpha}$ nivo važnosti manji od 5% što ukazuje da se posmatrane grupe snimaka tkiva statisti ki zna ajno ne razlikuju po tom parametru, i jedino po tom stavu opšta hipoteza ne važi.

Što se ti e postavljenih specifi nih hipoteza u ovom radu, rezultati se moraju prodiskutovati posebno za svaki posmatrani parametar multifraktalne analize dobijenih pomo u FracLac softvera.

U tabeli 1P (Prilog 1) su date srednje vrednosti analiziranih parametara u zavisnosti od grupa. Grafici 1P, 2P, 3P, 4P, 5P i 6P (Prilog 1) slikovito prikazuju ta nost odnosno neta nost postavljene specifi ne hipoteze (koja se odnosi na raspodelu opsega veli ina multifraktalnih parametara po posmatranim grupama) za dobijene rezultate primenom ovog softvera, u zavisnosti od analiziranog parametra.

Kao što se vidi sa grafika 6P, (Prilog 2) postavljena specifi na hipoteza je samo delimi no ta na za parametar $f(\alpha)_{\min}$, odnosno dobijene vrednosti za grupu slika sa karcinomima renalnih elija su veće u odnosu na grupu slika tkiva sa karcinomima dojke, ali je grupa slika sa karcinomima pluća na drugom mestu po veličini, a ne na prvom kao što je pretpostavljeno da će biti.

Grafici 3P, 4P i 5P (Prilog 2) za srednju vrednost parametra \bar{Q} , $f(\alpha)_{\max}$ i $\bar{\alpha}$ pokazuju tačnost postavljene specifi na hipoteze u ovom slučaju, odnosno redosled veličina vrednosti ovog parametra po grupama slika tkiva je sledeći: najviše vrednosti ima grupa slika tkiva sa karcinomom renalnih elija, pa sa karcinomom dojke, pa grupa slika tkiva sa karcinomom pluća.

Kao što se vidi sa grafika 1P, (Prilog 2) postavljena specifi na hipoteza je neta na za parametar D_{\max} .

9. Zaključak

U ovom istraživanju su obavljene multifraktalne analize, pomoću programa FracLac, mikroskopskih slika tkiva intraosealnih metastatskih karcinoma koji su bili podeljeni u tri grupe u zavisnosti od primarnog karcinoma.

Zatim je izvršena statistička obrada dobijenih rezultata pomoću programa za statistiku obradu DTREG. Na taj način su dobijeni odgovori na postavljene hipoteze u ovom radu. Generalni zaključak je da se osnova opštih hipoteza pokazala tačnom, odnosno da se parametri multifraktalne analize znaju razlikuju za sve tri posmatrane grupe slika tkiva, i samim tim je oprobvana nulta hipoteza o nerazlikovanju tih grupa.

Konkretnom analizom rezultata mogu se doneti još precizniji zaključci, što je izneto u prethodnom poglavlju Interpretacija i diskusija rezultata. Ovde će biti izneti oni zaključci koji ukazuju na "ekstremne" rezultate, u smislu statističkih rezultata za parametre koji su se pokazali kao najbolji pokazatelji klasifikacije posmatranih grupa slika tkiva, ali i onih statističkih rezultata koji ukazuju na nepouzdanost određenih parametara kao determinističkih faktora u ovom istraživanju.

Radi dobijanja rezultata multifraktalne analize posmatranih slika tkiva, применjen je softverski program FracLac. Posmatrani su sledeći parametri multifraktalne obrade slika: D_{\max} , $f(\alpha)_{\max}$, $\underline{\alpha}$, \bar{Q} , $\bar{\alpha}$ i $f(\alpha)_{\min}$. Zaključeno je, da su parametri koji su statistički znajući za razlikovanje posmatranih grupa slika tkiva, sledeći: $\bar{\alpha}$, $f(\alpha)_{\max}$, $f(\alpha)_{\min}$, \bar{Q} i D_{\max} (poređano po važnosti parametara). Na tu uporu nivoi važnosti, imenice se odbacuje nulta hipoteza o nepostojanju razlika. Jedino je za parametar $\underline{\alpha}$, nivo važnosti manji od 5% što ukazuje da se posmatrane grupe snimaka tkiva statistički znajuće ne razlikuju po tom parametru, i jedino po tom stavu opštih hipoteza ne važi.

Posmatraju i ostale parametre specifi na hipoteza postavljena u ovom radu jedino u potpunosti nije ispunjena u slu aju srednje vrednosti parametra \bar{Q} , odnosno redosled veli ina vrednosti ovog parametra po grupama slika tkiva je slede i: najviše vrednosti ima grupa slika tkiva sa karcinomima pluca, pa sa karcinomima dojke, pa grupa slika tkiva sa karcinomima renalnih celija.

Zaklju ak je da dobijeni rezultati, generalno gledano, izuzev za parametar \bar{Q} dobijen programom FracLac, podržavaju postavljene specifi ne hipoteze postavljene u ovom radu. Radovi koji su zasnovani na istraživanju multifraktalnih parametara [RELI02, VEHE96, UMA96, RELI99-4, MANN97-1, MANN97-2, RELI00-5, HEYM99, LAND93] su pokazali da je multifraktalna analiza sofisticiraniji model sa pouzdanim rezultatima u odnosu na fraktalnu analizu, što je i bio motiv za ovakvo istraživanje.

Ako bi se pažljivo upotrebili, fraktalni i multifraktalni metodi bi mogli jednog dana imati zna ajan uticaj na naše razumevanje mogu nosti dijagnostike karcinoma. Mogu nost kvantifikacije iregularnih struktura koje su prisutne u tumorima, pomaže u razjašnjavanju zašto je le enje tako teško. Fraktalne i multifraktalne analize dosta obe avaju kao objektivna mera za prividno slu ajne strukture i kao alat za istraživanje porekla patoloških formi.

Multifraktalna analiza, kao što je ve re eno, predstavlja još sofisticiraniji metod od fraktalne, i istraživanje koje je bilo predmet ove doktorske disertacije je njena primena s ciljem dodatne pomo i lekarima u dijagnostici primarnog karcinoma, kao i smanjenje subjektivnog faktora i verovatno e greške.

Naravno, uloga lekara specijaliste za dijagnostiku, ovim metodama nikako ne može biti zamenjena, samo im ta funkcija i ogromna odgovornost, koju ona nosi uz to, mogu biti olakšane, u smislu dodatnih informacija radi pouzdanije dijagnostike.

Metoda izneta u ovom radu je ve naišla na razumevanje i dobre ocene recenzentata vrhunskog asopisa Biomedical Microdevices, izdava Springer, u kojem je objavljen rad sa izloženim rezultatima ovog istraživanja [VASI12] i propra en je zna ajnim pozitivnim reakcijama.

Bilo bi od ogromnog zna aja u medicini ako bi se rezultati izloženi u ovoj doktorskoj disertaciji primenili u našoj (a kasnije, nadamo se i u inostranoj) medicinskoj praksi. Naravno, uvek su mogu a poboljšanja metode što se ti e brzine analiza, pouzdanosti, lako e koriš enja itd. Ideje za budu a istraživanja su provere primena multifraktalne analize i na druge vrste karcinoma i kod drugih organa.

Sve prethodno navedeno otvara široko polje za dalja istraživanja i daje nadu da smo uskoro imati pouzdaniju medicinsku dijagnostiku.

Literatura

- [ANDJ06] Jelena S. An elkovi : „Klasifikacija digitalnih medicinskih slika primenom multifraktalne analize“, magistarski rad, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet, Beograd 2006.
- [ANDJ08] Jelena S. An elkovi , N. Živi , B. Reljin, V. elebi , I. Salom, "Application of multifractal analysis on medical images ", WSEAS Transactions on Information Science and Applications,pp.1561-1572. ISSN1790-08320,2008
- [ANDJ08-1] Jelena S. An elkovi , N. Živi ,B. Reljin,V. elebi ,I. Salom, "Classifications of digital medical images with multifractal analysis ", in Proc. 8th WSEAS Int. Conf. on Signal, Speech and Image Processing (SSIP'08), pp. 88-92, ISBN 978-960-6474-008-6, ISSN 1790-5109, Santander, Cantabria, Spain, Sept. 23-25,2008
- [BAIS96] Baish J. W., Gazit Y., Berk D. A., Nozue M., Baxter L. T., Jain R. K. Role of tumor network architecture in nutrient and drug delivery: an invasion percolation-based network model. *Microvasc. Res.*, 51: 327-346, 1996.[Medline]
- [BAIS98] Baish J. W., Jain RK. Cancer, angiogenesis and fractals [letter to the editor]. *Nature Medicine* 1998 Sept; 4(9):984.
- [BAIS00] Baish J. W. and Rakesh K. Jain, Fractals and Cancer, Department of Mechanical Engineering, Bucknell University, Lewisburg, Pennsylvania 17837 [J. W. B.], and Edwin L. Steele Laboratory, Department of Radiation Oncology, Massachusetts General Hospital, Harvard Medical School, Boston, Massachusetts 02114 [R. K. J.], 2000.
- [BALA76] J. Balatoni, A. Reyni, *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci* 1, 9 (1959), English translation in: The selected Papers of A. Reyni, Vol. 1, S. 588, Akademia Budapest, Budapest, 1976.
- [BERG98] Bergman DL, Ullberg U. Scaling properties of the placenta's arterial tree. *J Theor Biol* 1998; 193:731-8
- [BOON98] Boone J. M., Lindfors K. K., Beatty C. S., Seibert J. A. A breast density index for digital mammograms based on radiologists' ranking. *J. Digital Imaging*, 11: 101-115, 1998.[Medline]

- [BUDI01] Zoran M. Budimlija: "Fraktalna dimenzija neurona različitih regiona mozga u cerebralnoj hipoksiji", doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Beograd 2001. godine
- [BULD94] S. Buldyrev, A. Goldberger, S. Havlin, C. Peng, H. Stanley, "Fractals in biology and medicine: From DNA to heartbeat", in A. Bunde, S. Havlin (Eds.), Fractals in Science, pp. 49-87, Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [BULM94] E. Bulmore, M. Brammer, I. Harvey, R. Persaud, R. Muray, M. Ron, "Fractal analysis of the boundary between the white matter and cerebral cortex in magnetic resonance images: A controlled study of schizophrenic and manic-depressive patients", Psychological Medicine, Vol. 24, pp. 771-781, 1994.
- [BUND90] A. Bunde, S. Havlin, H. E. Roman, Multifractal features of random walks on random fractals, Phys. Rev. A 42, 6274 (1990).
- [BUND91] A. Bunde, S. Havlin, H. E. Roman, Fractals and Disordered Systems, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1991.
- [BYNG96] Byng J. W., Boyd N. F., Little L., Lockwood G., Fishell E., Jong R. A., Yaffe M. J. Symmetry of projection in the quantitative analysis of mammographic images. Eur. J. Cancer Prev, 5: 319-327, 1996.[Medline]
- [CALD90] Caldwell C. B., Stapleton S. J., Holdsworth D. W., Jong R. A., Weiser W. J., Cooke G., Yaffe M. J. Characterisation of mammographic parenchymal pattern by fractal dimension. Phys. Med. Biol, 35: 235-247, 1990.[Medline]
- [CALI94] Caligiuri P., Giger ML, Favus M. Multifractal radiographic analysis of osteoporosis. Med Phys 1994; 21(4):503-8
- [CECI89] Cecilia M. Fenoglio – Preiser, Patrick E. Lantz, Margaret B. Listrom, Michael Davis, Franco O.Rilke: "Gastrointestinal Pathology", An Atlas and Text, 1989.
- [CHHA89] A. Chhabra, R. V. Jensen: Direct Determination of the $f(\alpha)$ Singularity Spectrum, Phys. Rev. Lett. 62, 1327 (1989).
- [CLAR92] Claridge E., Hall P. N., Keefe M., Allen J. P. Shape analysis for classification of malignant melanoma. J. Biomed. Eng, 14: 229-234, 1992.[Medline]
- [COFF98] Coffey D. S. Self-organization, complexity and chaos: the new biology for medicine. Nat. Med, 4: 882-885, 1998.[Medline]
- [COOK95] M. Cook, S. Free, M. Manfold, D. Fish, S. Shorvon, J. Stevens, "Fractal description of cerebral cortical patterns in frontal lobe epilepsy", Eur. Neurology, Vol. 35, pp. 327-335, 1995.

- [CROS93] Cross SS, Start RD, Silcocks PB, Bull AD, Cotton DW, Underwood JC. Quantitation of the renal arterial tree by fractal analysis. *J Pathol* 1993; 170(4):479-84
- [CROS94-2] Cross SS, Howat AJ, Stephenson TJ, Underwood JC. Fractal geometric analysis of material from molar and non-molar pregnancies. *J Pathol* 1994; 173(2): 115-8
- [CROS94-3] Cross SS, Cotton DWK. Chaos and antichaos in pathology. *Human Pathology* 1994 July; 25(7): 630-6
- [CROS94-4] Cross SS. The Application of fractal geometric analysis to microscopic images. *Micron* 1994. 25(1):101-13.
- [CROS97] S. Cross, “Fractals in pathology” (review article), *J. of Pathology*, Vol. 182, pp. 1-8, 1997.
- [CROV96] M. Crovella, M. Taqqu, A. Bestavros, “Heavy-tailed probability distributions in the World Wide Web”, in *A Practical Guide to Heavy Tails: Statistical Techniques for Analyzing Heavy Tailed Distributions*, R. Adler, R. Feldman, M. Taqqu (Eds.), Birkhauser, Boston (MA), 1996.
- [CROS94-1] Cross SS, Bury JP, Silcocks PB, Stephenson TJ, Cotton DWK. Fractal geometric analysis of colorectal polyps. *J Pathol* 1994; 172:317-23
- [DAVI93] A. Davis, A. Marshak, W. Wiscombe, “Bi-multifractal analysis and multi-affine modeling of non-stationary geophysical processes, application to turbulence and clouds”, *Fractals*, Vol.1, No. 3, pp. 560-567, 1993.
- [DAVI94] A. Davis, A. Marshak, W. Wiscombe, R. Calahan, “Multifractal characterizations of nonstationarity and intermittency in geophysical fields: Observed, retrieved or simulated”, *J. of Geophysical Research*, Vol. 99, No. D4, pp.8055-8072, 1994.
- [DAXE92] Daxer A. Fractals and retinal vessels. *Lancet*, 339: 618 1992.[Medline]
- [DAXE93-1] Daxer A. Characterisation of the neovascularisation process in diabetic retinopathy by means of fractal geometry: diagnostic implications. *Graefe's Arch. Clin. Exp. Ophthalmol*, 231: 681-686, 1993.
- [DAXE93-2] Daxer A. The fractal geometry of proliferative diabetic retinopathy: implications for the diagnosis and the process of retinal vasculogenesis. *Curr. Eye Res*, 12: 1103-1109, 1993.[Medline]

- [DAXE95] Daxer A., Ettl A. Corneal vascularisation and its relation to the physical properties of the tissue: a fractal analysis. *Curr. Eye Res.*, 14: 263-268, 1995.[Medline]
- [EINS98] A. Einstein, H-S. Wu, M. Sanchez, J. Gil, "Fractal characterization of chromatin appearance for diagnostic in breast cytology", *J. of Pathology*, Vol. 185, pp. 366-381, 1998
- [EVER92] C. Evertsz, B. Mandelbrot: "Multifractal Measures", Appendix B in H.Poitgen, H.Jurgens, P.Andrews Chaos and Fractals, Springer, 1992
- [FAMI89] Family F., Masters B. R., Platt D. E. Fractal pattern formation in the human retinal vessels. *Physica D*, 38: 98-103, 1989.
- [FAZZ98] Fazzalari NL, Parkinson IH. Fractal properties of cancellous bone of the iliac crest in vertebral crush fracture. *Bone* 1998 July; 23(1):53-7.
- [FRAC91] Fractals and medicine [editorial]. *Lancet* 1991 Dec; 338:1425-6.
- [GAMM96] B. Gammel, Multifractals, http://www.physik.tumuenchen.de:81/lehrstuehle/T32/matpack/html/matpack_frame.html, Sep 1996
- [GAMM99] B. Gammel, Matpack Library Release 1.4, Jan 1999, <http://www.physic.tumuenchen.de:8.1.../Falpha/>
- [GAZI95] Gazit Y., Berk D. A., Leunig M., Baxter L. T., Jain R. K. Scale-invariant behavior and vascular network formation in normal and tumor tissue. *Phys. Rev. Lett.*, 75: 2428-2431, 1995.[Medline]
- [GAZI97] Gazit Y., Baish J. W., Safabakhsh N., Leunig M., Baxter L. T., Jain R. K. Fractal characteristics of tumor vascular architecture during tumor growth and regression. *Microcirculation*, 4: 395-402, 1997.[Medline]
- [GLEN91] Glenny WR, Robertson HT, Yamashiro S, Bassingthwaighe JB. Applications of fractal analysis to physiology. *J Appl Physiol* 1991; 70(6):2351-67.
- [GOLD92] Goldberger AL. Fractal mechanisms in the electrophysiology of the heart. *IEEE Engineering in medicine and biology* 1992 June; 2(11):47-52
- [GOLD96-1] Goldeberger AL. Non-linear dynamics for clinicians:chaos theory, fractals, and complexity at the bedside[essay]. *Lancet* 1996; 347:1312-14.
- [GOLD96-2] Goldeberger AL, Peng C-K, Hausdorff J, Mietus J, Havlin S, Stanley HE. Fractals and the heart. In: Iannaccone PM, Khokha M, editors. *Fractal geometry in biological systems, an analytical approach*. Boca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo: CRC Press; 1996. p.249-66.

- [GOOD80] M. Goodchild, “Fractals and the accuracy of geographical measure”, *Math. Geology.*, Vol. 12, No. 2, pp. 85-98, 1980.
- [GOUN92] Gough NA. Fractals, chaos and fetal heart rate [letter]. *Lancet* 1992 Jan 18;339:182-3.
- [GRAS83] P. Grassberger, I. Procaccia: Measuring the Strangeness of Strange Attractors, *Physica*, 1983.
- [HALS86] T. C. Halsey, M. H. Jensen, L. P. Kadanoff, I. Procaccia, B. I. Shraiman: Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets, *Phys. Rev. A* 33, 1141 (1986).
- [HARI09] Hariharan Subramanian, Hemant K. Roy, Prabhakar Pradhan, et al. *Cancer Res* 2009;69:5357-5363. Published OnlineFirst June 23, 2009. Nanoscale Cellular Changes in Field Carcinogenesis Detected by Partial Wave Spectroscopy
- [HARI10] Hariharan Subramanian¹, Prabhakar Pradhan¹, Yang Liu¹, Ilker R. Capoglu¹, Jeremy D. Rogers , Hemant K. Roy , Randall E. Brand , and Vadim Backman ¹Biomedical Engineering Department, Northwestern University, Evanston, IL 60208 Evanston Northwestern Healthcare, Evanston, IL 60208 Partial wave microscopic spectroscopy detects sub-wavelength refractive index fluctuations: an application to cancer diagnosis *Opt Lett.* 2009 February 15; 34(4): 518–520.
- [HAUS19] F. Hausdorff, “Dimension und äusseres Mass”, *Math. Ann.*, Vol.79, pp. 157-179, 1919.
- [HENT83] H. G. E. Hentschel, I. Procaccia: The Infinite Number of Generalized Dimensions of Fractals and Strange Attractors, *Physica (Amsterdam)* 8D, 435 (1983).
- [HEMA11] Hemant K Roy, Tomas Hensing, Vadim Backman Nanositology for field carcinogenesis detection:novel paradigm for lung cancer risk stratification; *ture Oncology*, January 2011, Vol. 7, No. 1, Pages 1-3.
- [HETZ04] Hetzel M, et al. Reliability of symptoms to determine use of bone scans to identify bone metastases in lung cancer: prospective study. *BMJ* 2004;328:1051-1052
- [HEYM99] Heymans O, Blacher S, Brouers F, Pierard GE. Fractal quantification of the microvasculature heterogeneity in cutaneous melanoma. *Dermatology* 1999; 198:212-7.

- [JELI97] Herbert F.Jelinek, Eduardo Fernandez, Neurons and fractals: how reliable and useful are calculations of fractal dimensions?, Journal of Neuroscience Methods 81 (1998) 9 - 18
- [JOVA01] G. Jovanovi , I. Reljin, B. Reljin, "EOF analiza polja temperatura u SR Jugoslaviji", Zbornik Informacione Technologije, IT-2001, Žabljak, pp. 162-166, mart, 2001.
- [JOVA00-1] G. Jovanovi , I. Reljin, B. Reljin, "Multifractal analysis of El Nino influence", in Proc. Conference on Non-linear Phenomena in Global Climate Dynamics, The Abdus Salam International Center for Theoretical Physics, Trieste, Italy, September 26-29, Sept., 2000.
- [JOVA00-2] G. Jovanovi , I. Reljin, B. Reljin, "Telekonekcija: El Ninjo - temperature u Srbiji", Zbornik Informacione Technologije, IT-2000, Žabljak, pp. 45-49, 28 feb. - 6 mart, 2000.
- [KERE00] Kerenji A, Božovi Z, Tasi M, Budimlija Z, Klem I, Polzovi A. Fractal dimension of hepatocytes nuclei in normal liver vs hepatocellular carcinoma (HCC) in human subjects - preliminary results. Arch Onc 2000; 8(2):47-50.
- [KHOK96] Khokha MK, Iannaccone PM. Mosaic pattern in tissues from chimeras. In: Iannaccone PM, Khokha M, editors. Fractal geometry in biological systems, an analytical approach. Boca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo: CRC Press; 1996. p. 189-204.
- [KHOK94] Khokha MK, Landini G, Iannaccone PM. Fractal geometry in rat chimeras demonstrates that a repetitive cell division program may generate liver parenchyma. Dev Biol 1994; 165(2):545-55.
- [KMIE98] Kmietowicz Z. Patients with bone metastases need better care. BMJ 1998;317:1547
- [KOLM59] A. N. Kolmogorov: Entropy per unit time as a metric invariant of automorphisms, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 124, 754 (1959), Math. Rev. 21, 2035 (1959).
- [LAND93] Landini G., Misson G. P., Murray P. I. Fractal analysis of the normal human retinal fluorescein angiogram. Curr. Eye Res, 12: 23-27, 1993.[Medline]
- [LAND96-1] Landini G. Application of fractal geometry in pathology. In: Iannaccone PM, Khokha M, editors. Fractal geometry in biological systems, an analytical approach. Boca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo: CRC Press; 1996.p.205-46.

- [LAND96-2] Landini G. Pathology in geometry, and geometry in pathology Pickover C. A.
- [LEFE95] Lefebvre F., Benali H. A fractal approach to the segmentation of microcalcifications in digital mammograms. *Med. Phys.*, 22: 381-390, 1995.[Medline]eds. Fractal Horizons, : 251-262, St. Martin's Press New York 1996.
- [LIU92] Liu SH. Formation and anomalous properties of fractals. *IEEE Engineering in Medicine and Biology* 1992 June; 2(11): 28-39.
- [LONG92] Long CA, Long JE. Fractal dimensions of cranial sutures and waveforms. *Acta Anat* 1992; 145:201-6.
- [LOSA95] Losa G. A. Fractals in pathology: are they really useful?. *Pathologica*, 87: 310-317, 1995.[Medline]
- [LOSA96] Losa GA, Nonnenmacher TF. Self-similarity and fractal irregularity in pathologic tissues. *Mod Pathol* 1996; 9(3):174-82.
- [MAIN90] Mainster M. A. The fractal properties of retinal vessels: embryological and clinical implications. *Eye (Lond.)*, 4: 235-241, 1990.
- [MAND74] Mandelbrot Benoit. B., *J. Fluid Mech.* 62, 331 (1974).
- [MAND75] Mandelbrot Benoit B., *Les objets fractals: forme, hasard et dimension*, 1975.
- [MAND82] Mandelbrot Benoit. B., *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman, 1982.
- [MANN97-1] Mannersalo P., I. Norros, “Multifractal analysis: A potential tool for teletraffic characterization?”, COST257TD(97)32, pp.1-17, 1997.
- [MANN97-2] Mannersalo P., I. Norros, “Multifractal analysis of real ATM traffic: A first book”, COST257TD(97)19, pp. 1-8, 1997.
- [MANN98] Mannersalo P., A. Koski, I. Norros, “Telecommunication networks and multifractal analysis of human population distribution”, COST257TD(98)2, pp. 1-15, 1998.
- [MARI85] Marinkovi R. Anatomija centralnog nervnog sistema. Novi Sad: Medicinski fakultet Novi Sad; 1985.
- [MATS96] Matsuyama T, Matsushita M. Morphogenesis by bacterial cells. In: Iannaccone PM, Khokha M, editors. *Fractal geometry in biological systems, an analytical approach*. Boca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo: CRC Press; 1996.

- [MCNAM91] McNamme JE. Fractal perspectives in pulmonary phisiology [brief review]. *J Appl Phisiol* 1991; 71(1):8.
- [MEAK86] Meakin P. A new model for biological pattern formation. *J theor Biol* 1986; 118:101-13.
- [MISS92] Mission GP, Landini G, Murraz PI. Fractals and ophthalmology [letter]. *Lancet* 1992 April 4; 339:872.
- [NEAL93] Neale EA, Bowers LM, Smith TJ Jr. Early dendrite development in spinal cord cell cultures: a quantitative study. *J Neurosci Res* 1993; 34:54-66.
- [PALA87] G. Paladin, A. Vulpiani: Anomalous Scaling Laws in Multifractal Objects, *Phys. Rep.* 4, 147 (1987).
- [PANC94] Pancera F. Fractals and cancer. *Medical Hypothesis* 1994; 42:400.
- [PEH02] Peh W. Bone metastases. eMedicine 2002.[available online @ <http://www.emedicine.com/radio/topic88.htm>]
- [PEIS96] Peiss J., Verlande M., Ameling W., Gunther R. W. Classification of lung tumors on chest radiographs by fractal texture analysis. *Invest. Radiol.* 31: 625-629, 1996.[Medline]
- [PEIT92] H.Poitgen, H.Jurgens, P.Andrews Chaos and Fractals, Springer, 1992
- [PENG92] Peng CK, Buldryev SV, Goldeberger AL, Havlin S, Sciortino F, Simons M, Stanley HE. Long - range correlation in nucleotide sequences [letter]. *Nature* 1992 March 12; 356:168-70.
- [POHL96] Pohlman S., Powell K., Obuchowski N. A., Chilcote W. A., Grundfest-Broniatowski S. Quantitative classification of breast tumors in digitized mammograms. *Med. Phys.* 23: 1337-1345, 1996.[Medline]
- [POSA01] A. N. D. Posadas, D. Giménez, M. Bittelli, C. M. P. Vaz, and M. Flury, Multifractal Characterization of Soil Particle-Size Distributions, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 65:1361–1367, 2001.
- [PRIE94] Priebe CE, Solka JL, Lorey RA, et al. The application of fractal analisys to mammographic tissue classification. *Cancer Lett* 1994; 77(2-3): 183-9.
- [RADO10] Radosevich J. Andrew., Vladimir M. Turzhitsky, Nikhil N. Mutyal, Jeremy D. Rogers, Valentina Stoyneva, Ashish Kumar Tiwari, Mart De La Cruz, Dhananjay P. Kunte, Ramesh K. Wali, Hemant K. Roy, and Vadim Backman Depth-resolved measurement of mucosal microvascular blood content using

low-coherence enhanced backscattering spectroscopy; Vol. 1, Iss. 4 — Nov. 1, 2010, pp: 1196–1208

[RASB] Wayne Rasband, ImageJ, <http://rsb.info.nih.gov/ij/>

[RELJI98-1] I. Reljin , "Pareto models for the neural network scheduled ATM streams", TELFOR 98, pp. 31-34, Beograd, Nov. 1998.

[RELJI98-2] I. Reljin, "Neuralne mreže u kontroli ATM multipleksera: Izra unavanje Hurst-ovog indeksa", Zbornik 42. Konf. ETRAN-98, Vrnja ka Banja, juni 1998.

[RELJI99-1] I. Reljin, B. Reljin, I. Rako evi , N. Mastorakis, "Image content described by fractal parameters", in Recent Advances in Signal Processing and Communications, pp. 31-34, N. Mastorakis (Ed.), World Scientific Press, Danvers, MA, 1999.

[RELJI99-2] B. Reljin, I. Reljin, I. Pavlovi , I. Rako evi , "Fraktalna analiza medicinskih slika", Zbornik Informatika u medicini i farmaciji, IMF-99, pp. 49-53, Aran elovac, 26-28. okt. 1999.

[RELJI99-3] I. Reljin, B. Reljin, I. Rako evi , "Analiza fraktalnih karakteristika slika", Zbornik 43. Konf. ETRAN, Zlatibor, 20-23. sept. 1999.

[RELJI99-4] B. Reljin, I. Pavlovi ,I. Reljin, I. Rako evi , "Multifractalna analiza medicinskih slika", Zbornik VII konf. TELFOR-99, str.469-472, Beograd, 23-25 nov. 1999.

[RELJI99-5] I. Reljin, B. Reljin, M. Stanojevi , "Performances of the multiplexed Pareto streams", in Proc. 4th Int. Conf. on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS'99) IEEE, Vol.2, pp. 528-531, Niš (Yugoslavia), Oct. 13-15, 1999.

[RELJI00-1] I. Reljin, B. Reljin, "Fraktalna analiza signala pri prenosu kroz ozra eno PCS vlakno", 44. konf. ETRAN, Soko Banja, 26-29 juni, 2000.

[RELJI00-2] I. Reljin, M. Stanojevi , B. Reljin, "Fractal/multifractal nature of outgoing ATM multiplexer processes" (in Serbian), Journal INFO Science, Vol. 8, No. 2, pp. 10-16, May 2000.

[RELJI00-3] I. Reljin, B. Reljin, "Neurocomputing in teletraffic:Multifractal spectrum approximation", (invited paper), in Proc.5th Seminar NEUREL-2000, IEEE, pp. 24-31, Belgrade (YU), Sept. 25-27, 2000.

- [RELJI00-4] B. Reljin, I. Reljin, "Multimedia: The impact on the teletraffic", in Book 2, N. Mastorakis (Ed.), World Scientific and Engineering Society Press, Clearance Center, Danvers, MA, 2000, pp. 366-373.
- [RELJI00-5] I. Reljin, B. Reljin, G. Jovanović, "Multifractal analysis of El Nino climate influence", First Balkan Conference on Signal Processing, Communications, Circuits and Systems, Balkan '2000, in Conference CD, Istanbul (Turkey), June 2-3, 2000.
- [RELJI00-6] I. Reljin, B. Reljin, I. Pavlović, I. Raković, "Multifractal analysis of gray-scale images", in Proc. IEEE 10th Mediterranean Electrotechnical Conference, MELECON-2000, Vol. II, pp. 490-493, Lemesos, Cyprus, May 29-31, 2000.
- [RELJI01-1] B. Reljin, I. Reljin, Fraktalna i multifraktalna analiza signala, Telfor 2001.
- [RELJI01-2] I. Reljin, G. Jovanović, B. Reljin, "The climate signal analysis through linear and non-linear methods", Proceedings of the XI ISTET'01, Linz, Aug. 2001.
- [RELJI01-3] I. Reljin, G. Jovanović, B. Reljin, "Analiza polja temperatura i padavina u SR Jugoslaviji primenom empirijskih ortogonalnih funkcija", Zbornik 45. konf. ETRAN, Aranđelovac, Juni, 2001.
- [RELJI02] B. Reljin, I. Reljin, "Fraktalna geometrija i multifraktali u analizi i obradi digitalnih slika", Zbornik konf. DOGS-02, pp.137-147, Beograd, 16-17. maj 2002.
- [SEDI96] Sedivy R. Fractal tumours: their real and virtual images. Wien Klin. Wochenschr, 1996.
- [SEDI97] R. Sedivy, R. Mader, "Fractals, chaos and cancer: Do they coincide?", Cancer Investigation, Vol. 15, No. 6, pp. 601-607, 1997.
- [SEDI98] Sedivy R., Windischberger C. Fractal analysis of a breast carcinoma: presentation of a modern morphometric method. Wien. Med. Wochenschr, 148: 335-337, 1998.[Medline]
- [SEDI99] Sedivy R, Windischberger C, Svozil K, Moser E, Breitenecker G. Fractal analysis: an objective method for identifying atypical nuclei in dysplastic lesions of the cervix uteri. Gynaecological Oncology 1999; 75:78-83.
- [SMIT89] Smith Jr TG, Marks WB, Lange GD, Sheriff Jr WH, Neale EA. A fractal analysis of cell images. J Neurosci Methods 1989; 27:173-80.
- [SMIT99] Smith Jr TG, Lange DG. Fractal studies of neuronal and glial cellular morphology. In: Iannaccone PM, Khokha M, editors. Fractal geometry in

- biological systems, an analytical approach. Boca Raton-Ann Arbor-London-Tokyo: CRC Press; 1996. p. 173-87.
- [SMOL98] Smolle J. Fractal tumor stromal border in a nonequilibrium growth model. Analytical and quantitative cytology and histology 1998 Feb; 20(1):7-13.
- [STAN88] H. E. Stanley, P. Meakin: Multifractal phenomena in physics and chemistry, Nature 335, 405 (1988).
- [STAN00] M. Stanojević, I. Reljin, B. Reljin, "Fraktalne karakteristike drumskog saobraćaja", 44. konf. ETRAN, Soko Banja, 26-29 juni, 2000.
- [TAKA90] H. Takayasu: Fractals in the physical sciences, Manchester University Press, Manchester, New York, 1990.
- [TAQQ95] M. Taqqu, V. Teverovsky, W. Willinger, "Estimators for longrange dependence: An empirical study", Fractals, Vol. 3, No. 4, pp. 785-788, 1995.
- [TURN98] M. Turner, J. Blackledge, P. Andrews: Fractal Geometry in Digital Imaging, Academic Press, 1998
- [TURZ10] Vladimir Turzhitsky, Jeremy D. Rogers, Nikhil N. Mutyal, Hemant K. Roy, and Department of Internal Medicine, Northshore University HealthSystems, Evanston, IL 60201(h-royu@northwestern.edu). Characterization of light transport in scattering media at sub-diffusion length scales with Low-coherence Enhanced M Backscattering; IEEE J Sel Top Quantum Electron. 2010; 16(3): 619–626.
- [UMA96] K. Uma, K. R. Ramakrishnan, G. Ananthakrishna, "Image analysis using multifractals", in Proc. IEEE Conf. ICASSP-96, Vol. 4, pp. 2188-2190, Atlanta (USA), May 1996.
- [VASI12] Jelena Vasiljevic, B. Reljin, J. Sopta, V. Mijucic, G. Tulic, I. Reljin, "Application of Multifractal Analysis on Microscopic Images in the Classification of metastatic Bone Disease", Accepted Paper, Biomedical Microdevices, Springer, 2012, DOI 10.1007/s10544-012-9631-1
- [VEHE] J. L. Vehel, FracLab, <http://www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/FracLab/>
- [VEHE96] J. L. Vehel, "Introduction to the multifractal analysis of images", <http://www-rocq.inria.fr/fractales>, 1996
- [VELA98] Velanovich V. Fractal analysis of mammographic lesions: a prospective, blinded trial. Breast Cancer Res. Treat, 49: 245-249, 1998.[Medline]

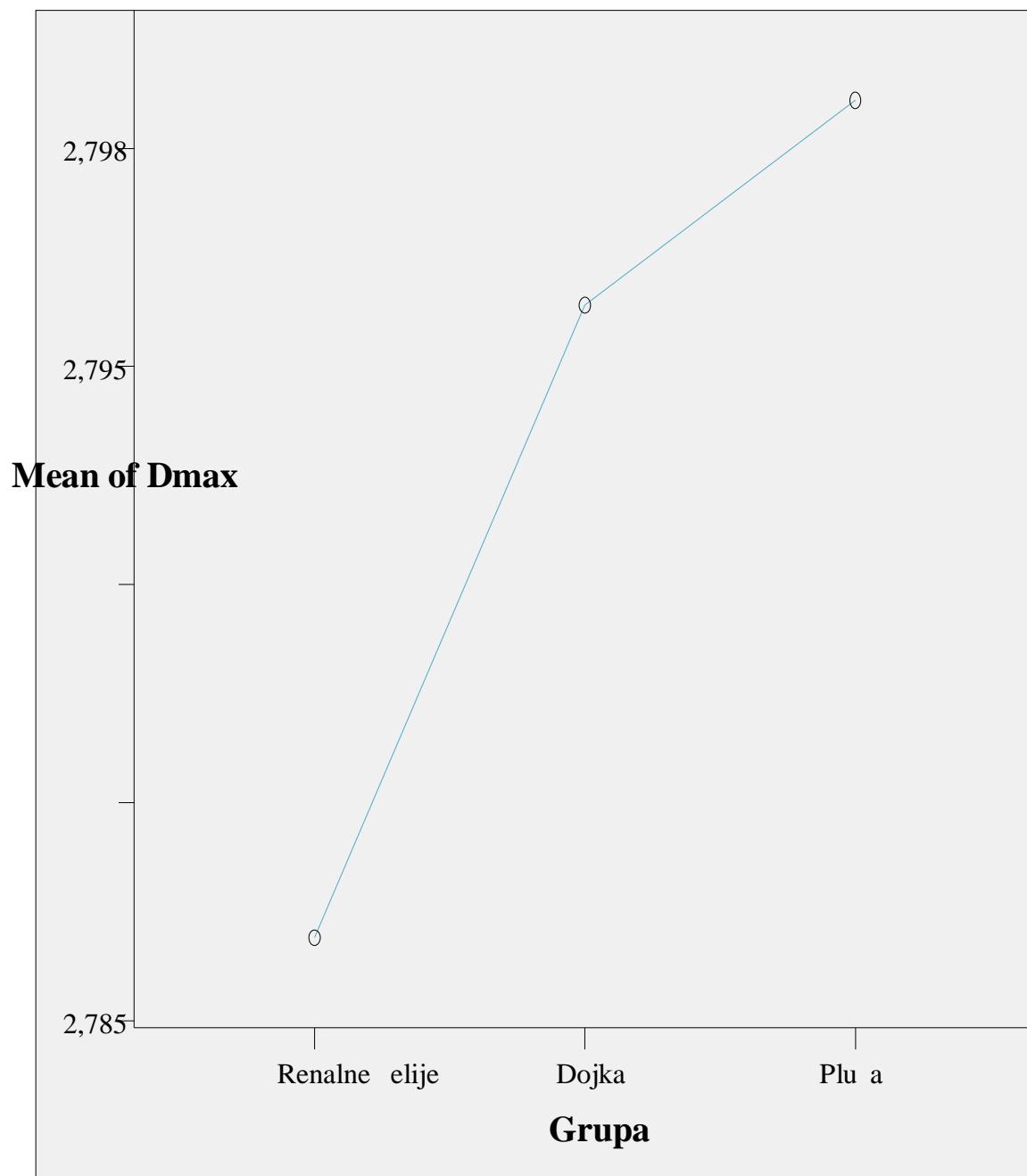
- [VIRT08] <http://www.virtualmedicalcentre.com/diseases.asp?did=708&title=Metastases-to-the-Bone>
- [WALL04] Walling A. Effect of Bisphosphonate Therapy on Bone Metastases, Am J Phys. [available online @ <http://www.aafp.org/afp/20040301/tips/20.html>]
- [WALI99] Waliszewski P. Distribution of gland-like structures in human gallbladder adenocarcinomas possesses fractal dimension. J. Surg. Oncol, 71: 189-195, 1999.[Medline]
- [WEST87] West B, Goldeberger AL. Physiology in fractal dimensions. Am Sci 1987 July-August; 75:354-65.
- [WEST99] West GB, Brown JH, Enquist BJ. The fourth dimension of life: fractal geometry and allometric scaling of organisms. Science 1999 June 4; 284: 1677-79.
- [WILL95] W. Willinger, M. Taqqu, R. Sherman, D. Wilson, “Selfsimilarity through high-variability: Statistical analysis of Ethernet LAN traffic at the source level”, in Proc.ACM/Sigcomm '95.
- [WILF] Wilfred CG Peh, MD, MBBS, FRCP(Glasg), FRCP(Edin), FRCR Clinical Professor, Faculty of Medicine, National University of Singapore; Senior Consultant Radiologist, <http://emedicine.medscape.com/article/387840-overview#showall>

Prilozi

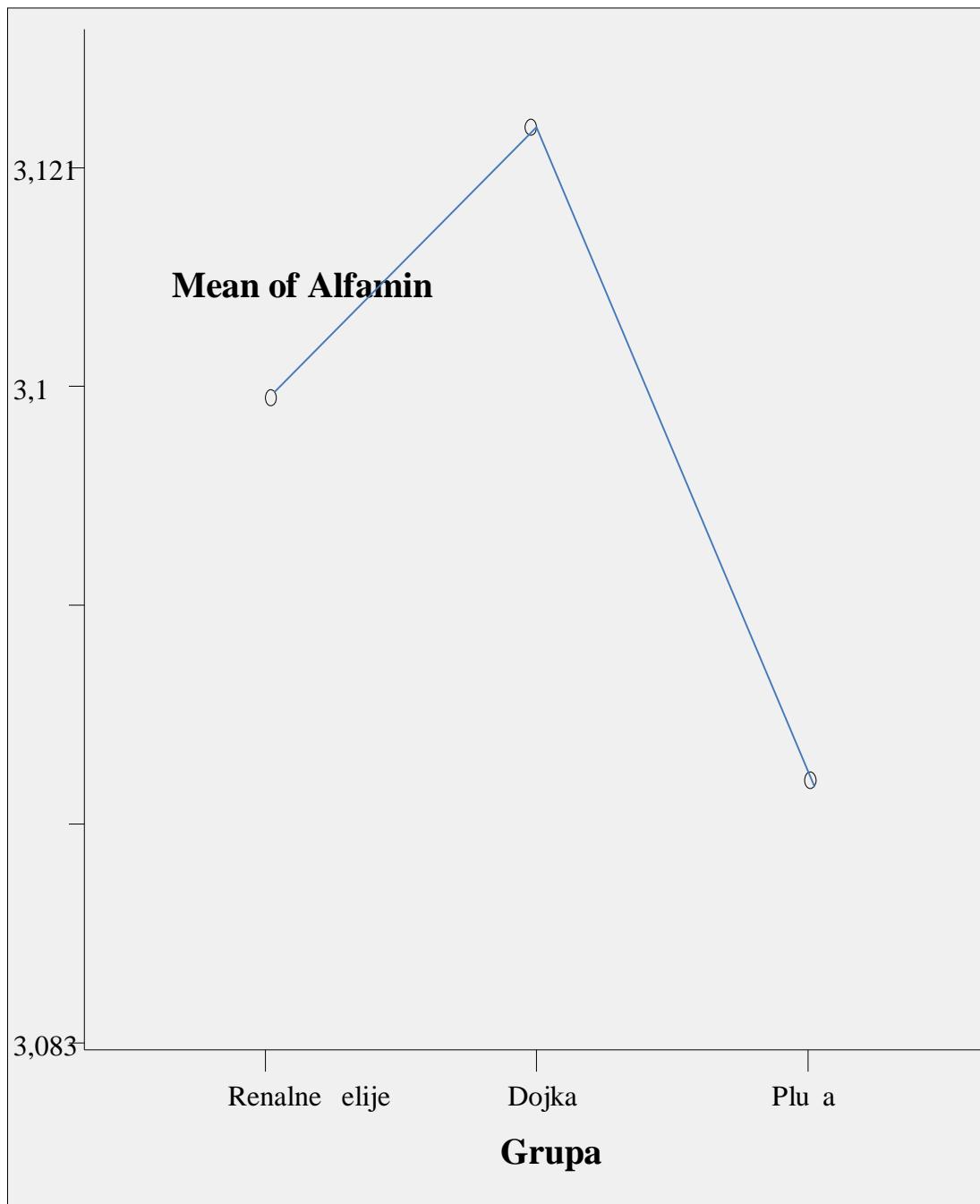
Prilog 1: Srednje vrednosti multifraktalnih parametara

Tabela 1P: Srednje vrednosti parametara u zavisnosti od grupa za program FracLac

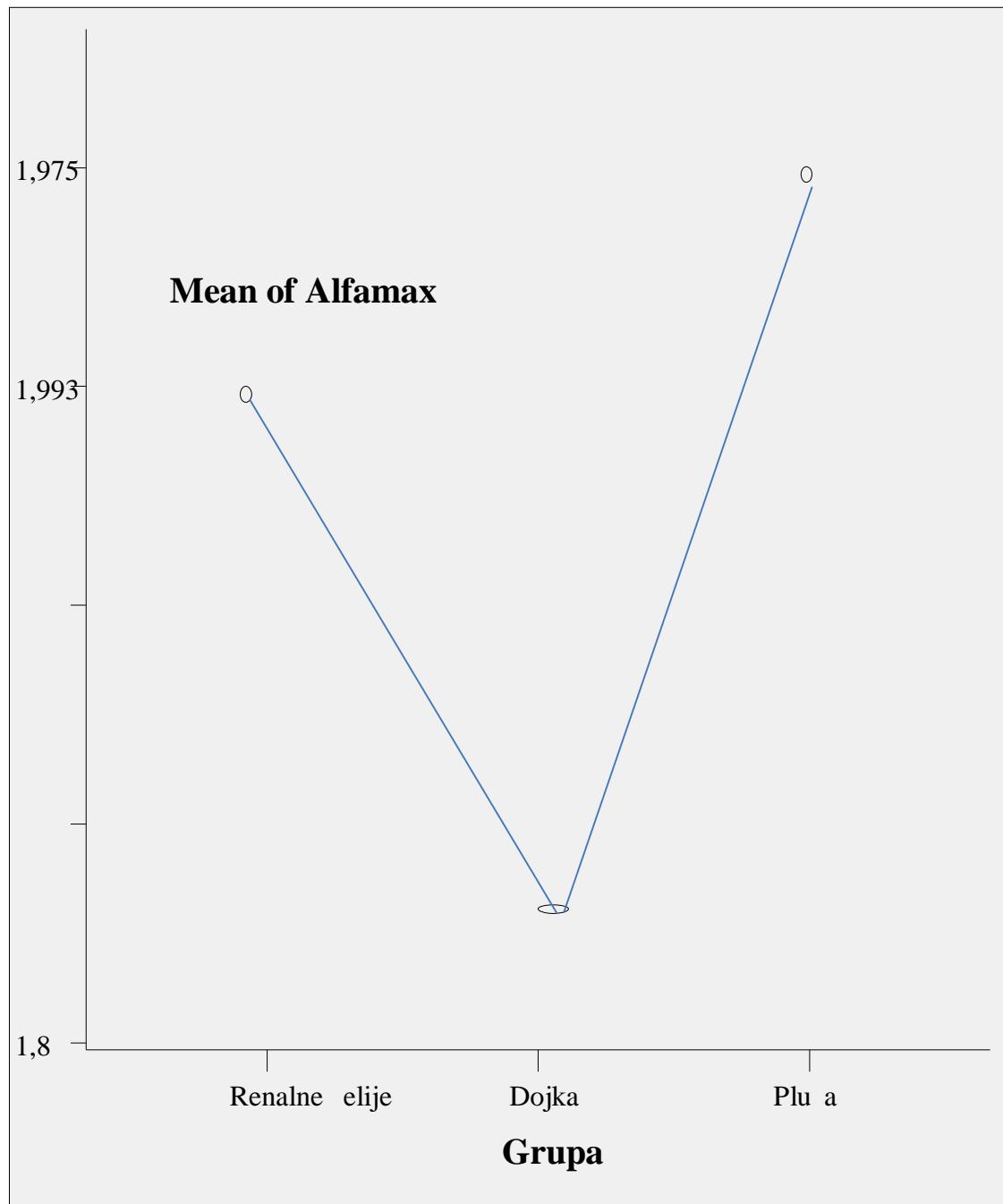
Zavisna varijabla	Grupa	Srednje vrednosti
D_{\max}	Plu a	2.798677
	Dojka	2.797801
	Renalne elije	2.786872
\bar{Q}	Plu a	-6.37214
	Dojka	-6.38071
	Renalne elije	-6.41573
$\underline{\alpha}$	Plu a	3.093834
	Dojka	3.121177
	Renalne elije	3.103109
$f(\alpha)_{\min}$	Plu a	0.758865
	Dojka	0.740055
	Renalne elije	0.762394
$\bar{\alpha}$	Plu a	1.975734
	Dojka	1.993426
	Renalne elije	1.993601
$f(\alpha)_{\max}$	Plu a	1.872967
	Dojka	1.885918
	Renalne elije	1.88775



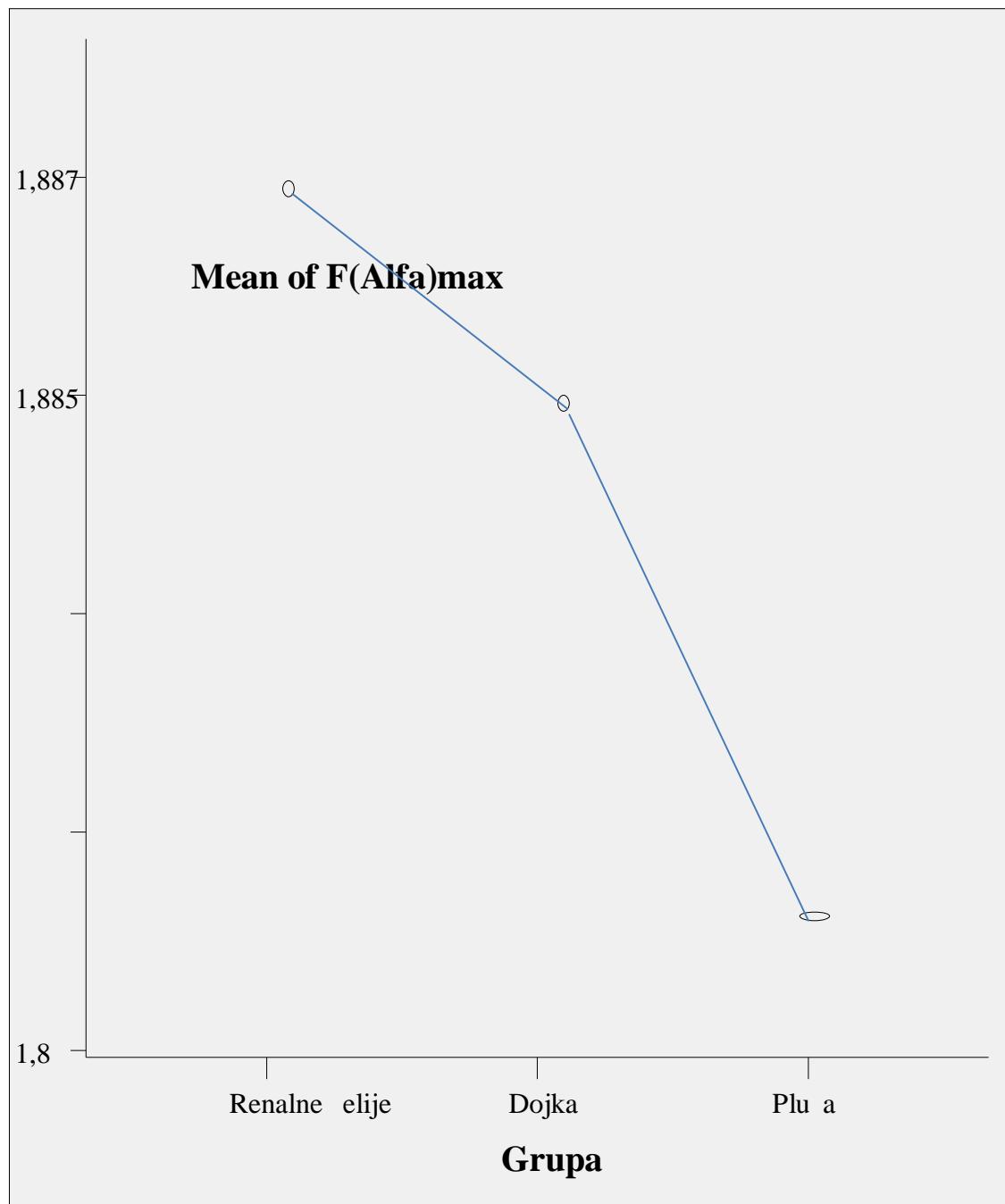
Grafik 1P: Grafi ki prikaz srednjih vrednosti parametra D_{\max} (dobijen programom FracLac) za posmatrane grupe slika tkiva



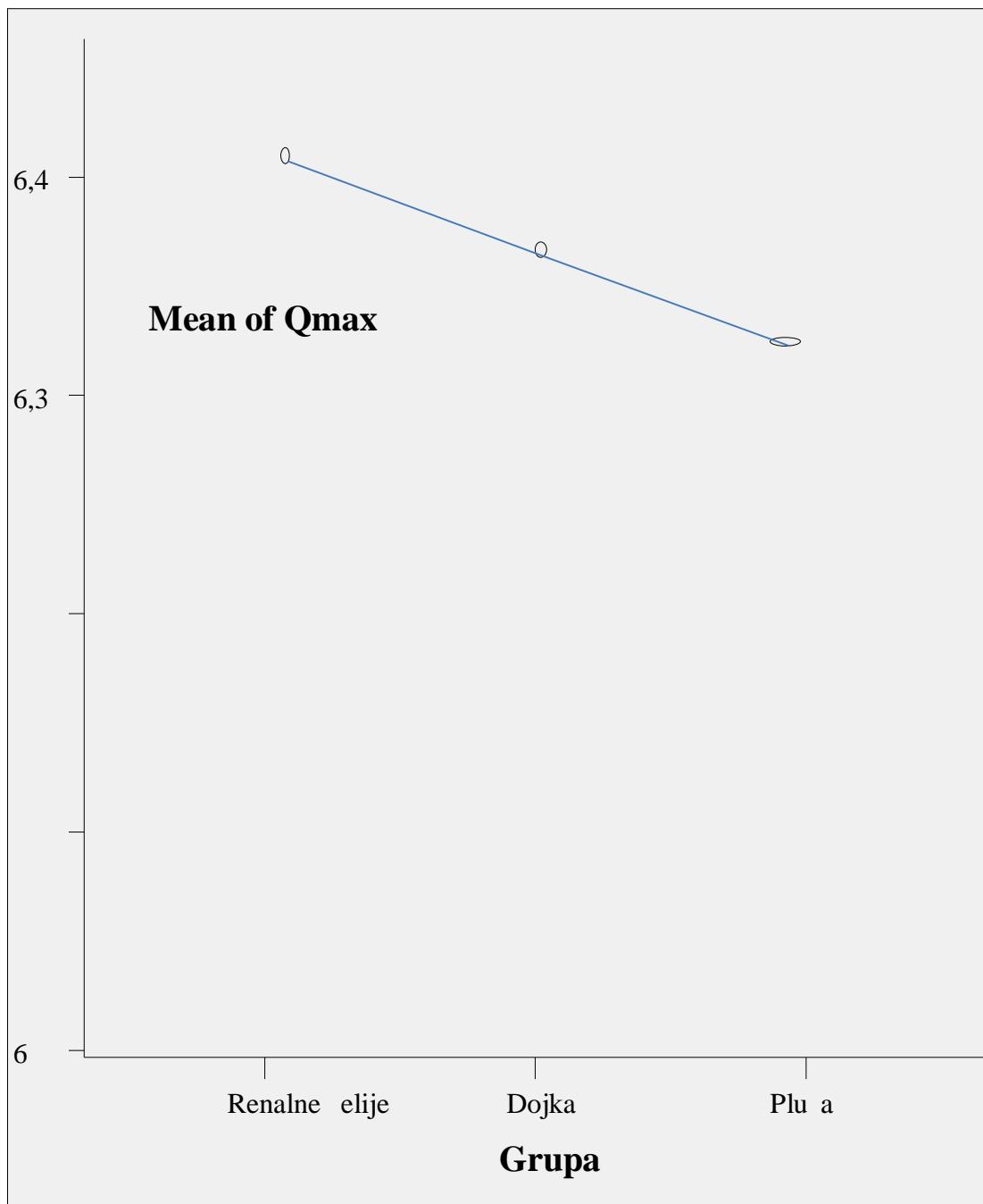
Grafik 2P: Grafi ki prikaz srednjih vrednosti parametra α (dobijen programom FracLac) za posmatrane grupe slika tkiva



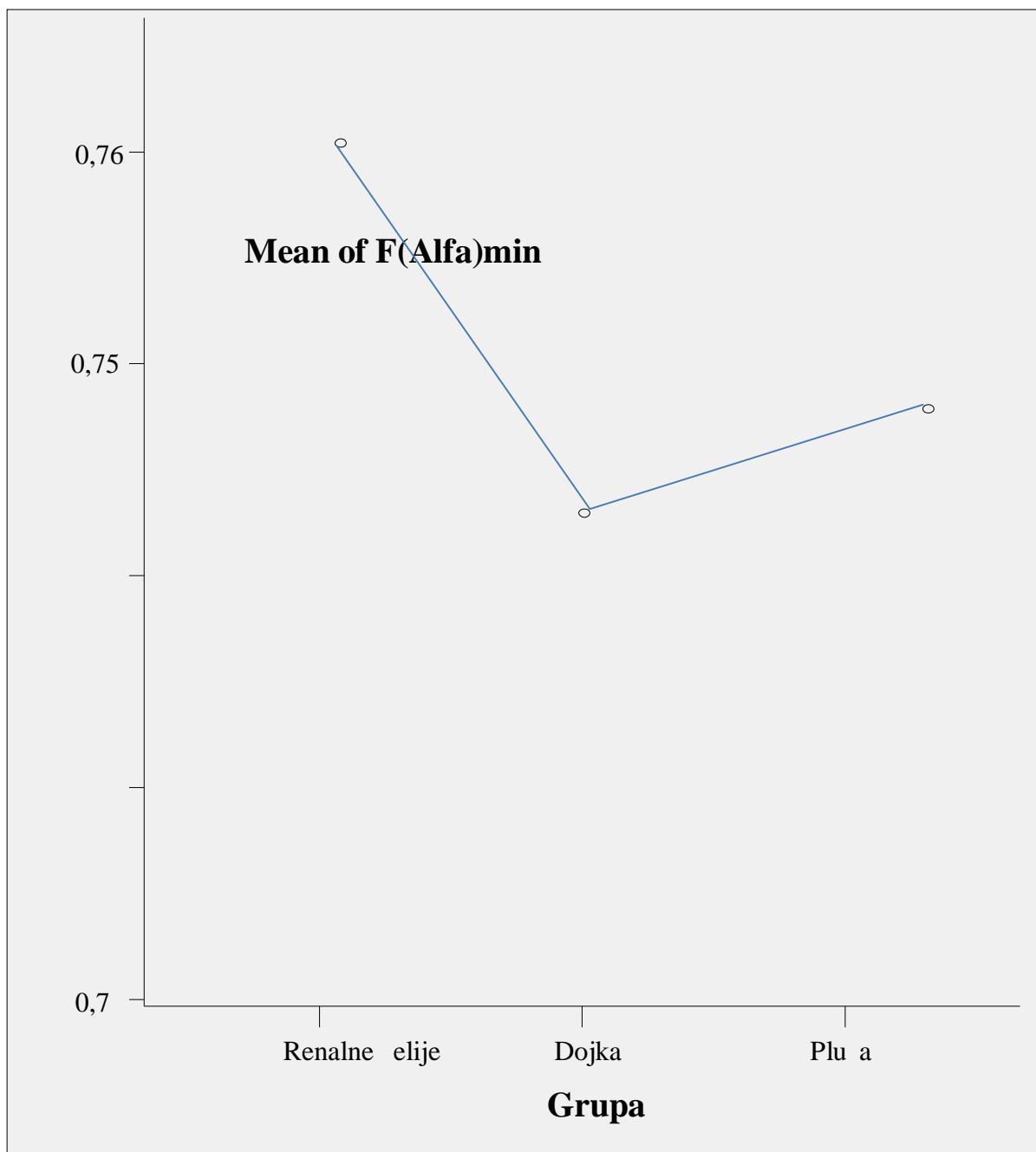
Grafik 3P: Grafi ki prikaz srednjih vrednosti parametra $\bar{\alpha}$ (dobijen programom FracLac) za posmatrane grupe slika tkiva



Grafik 4P: Grafi ki prikaz srednjih vrednosti parametra $f(\alpha)_{\max}$ (dobijen programom FracLac) za posmatrane grupe slika tkiva



Grafik 5P: Grafi ki prikaz srednjih vrednosti parametra \bar{Q} (dobijen programom FracLac) za posmatrane grupe slika tkiva



Grafik 6P: Grafi ki prikaz srednjih vrednosti parametra $f(\alpha)_{\min}$ (dobijen programom FracLac) za posmatrane grupe slika tkiva

Biografija autora

Kandidat mr Jelena Vasiljevi je rođena 25.8.1974. godine u Beogradu. Osnovnu školu i gimnaziju, matematičko-programerski smer, završila je u Beogradu. U Istraživačkoj stanici Petnica bila je deo tima koji je proučavao fraktale. Na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu, smer Telekomunikacije, diplomirala je 2000. godine, i iste godine je upisala poslediplomske studije na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu, smer Telekomunikacije. Magistrirala je 06.11.2006. godine na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu. Od aprila do septembra 2000. bila je zaposlena u Televiziji, na radnom mestu inženjera - tehničko-vodstvo u režiji i studiju. Od septembra 2000. zaposlena je u Institutu «Mihajlo Pupin» gde i danas radi kao razvojni istraživač. Uz estrovala je kao deo tima u razvoju više uređaja i softvera iz oblasti telekomunikacija. Do prijave teme doktorske disertacije kandidatkinja je publikovala više radova, od kojih dva u međunarodnim asopisima (od kojih je jedan vrhunski asopus), jedan u domaćem asopisu, dva na međunarodnim konferencijama i 8 radova na domaćim konferencijama. Bila je koautor većeg broja (13) tehničkih rešenja. Uz estrovala je kao saradnik na projektima Ministarstva za nauku u okviru programa tehnološkog razvoja (3 projekta u poslednjih 5 godina pre prijave teze).

Magistarski rad kandidatkinje „Klasifikacija digitalnih medicinskih slika primenom multifraktalne analize“, [ANDJ06], iz oblasti telekomunikacija (obrada medicinskih slika), je odbranjena na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu pod mentorstvom prof. Branislava Reljina. Nakon magistriranja kandidatkinja je nastavila istraživanja u ovoj oblasti i objavila još nekoliko radova koji su u vezi sa temom doktorske disertacije:

1. Rad je štampan u vrhunskom asopisu Biomedical Microdevices, Springer (**impakt faktor 3,386** u 2010, rang 7/70 u oblasti biomedicinskog inženjerstva):
J. Vasiljević, B. Reljin, J. Sopta, V. Mijučić, G. Tulić, I. Reljin, "Application of Multifractal Analysis on Microscopic Images in the Classification of metastatic Bone Disease", Printed Paper, Biomedical Microdevices, Springer 0,2012, DOI 10.1007/s10544-012-9631-1[VASI12].
2. Međunarodna konferencija J. Sopta, J. Vasiljević, N. Lujić, G. Tulić, D. Ristić, J. Bokun, V. Mijučić, "Multifractal analysis on microscopic images as an effective tool in the classification of metastatic bone disease" EMSOS Conference; Bologna, Italy, May 2012.
3. Međunarodna konferencija J. Anđelković, N. Živković, B. Reljin, V. Čelebić, I. Salom, "Application of multifractal analysis on medical images", WSEAS Transactions on Information Science and Applications, pp. 1561-1572. ISSN 1790-0832, 2008 [ANDJ08].
4. Međunarodni asopus J. Anđelković, N. Živković, B. Reljin, V. Čelebić, I. Salom, "Classifications of digital medical images with multifractal analysis", in Proc. 8th WSEAS Int. Conf. on Signal, Speech and Image Processing (SSIP'08), pp. 88-92, ISBN 978-960-6474-008-6, ISSN 1790-5109, Santander, Cantabria, Spain, Sept. 23 - 25, 2008 [ANDJ08-1].