

UNIVERZITET U BEOGRADU
MAŠINSKI FAKULTET

Nikola A. Lukić

**ADAPTIVNO SPAJANJE DELOVA
U TEHNOLOGIJI ROBOTIZOVANE MONTAŽE
PRIMENOM KINEMATSKI REDUNDANTNIH
ROBOTA**

Doktorska disertacija

Beograd, 2022.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Nikola A. Lukić

**ADAPTIVE PART MATING
IN ROBOTIC ASSEMBLY TECHNOLOGY
USING KINEMATICALLY REDUNDANT
ROBOTS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2022.

Komisija za ocenu i odbranu:

Mentor:

Dr Petar B. Petrović, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

Članovi komisije:

Dr Bojan Babić, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

Dr Nikola Slavković, vanredni profesor
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

Dr Aleksandar Rodić, naučni savetnik
Univerzitet u Beogradu, Institut Mihajlo Pupin

Dr Stevan Stankovski, redovni profesor
Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka

Datum odbrane doktorske disertacije:

Predgovor

Ova doktorska disertacija je nastala kao rezultat višegodišnjeg istraživanja u kontekstu projekta "Inteligentni robotski sistemi za ekstremno diverzifikovanu proizvodnju", evidencioni broj TR35007, kojim je rukovodio prof. dr Petru B. Petroviću i koji je finansiran od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Vlade republike Srbije, kao projekat od nacionalnog značaja za tehnološki razvoj industrije Srbije. Projekat TR35007 i istraživanja u okviru ove doktorske disertacije realizovani su u okviru Laboratorije za kibernetiku i mehatronske sisteme, Katedre za proizvodno mašinstvo, Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu.

Iskrenu zahvalnost dugujem mentoru, prof. dr Petru B. Petroviću, na dragocenim naučnim, stručnim i ljudskim savetima, na stalnoj spremnosti za bezrezervnu pomoć i neograničenu podršku u savladavanju mnogih izazova i ostvarivanju ciljeva kroz dugogodišnju saradnju u okviru koje je nastala i izrađena ova doktorska disertacija. Zahvaljujem se članovima komisije prof. dr Bojanu Babiću, prof. dr Nikoli Slavkoviću, dr Aleksandru Rodiću, i prof. dr Stevanu Stankovskom, koji su od samih početaka pratili tok mojih istraživanja i izradu doktorske disertacije.

Srdačnu zahvalnost dugujem kolegama Ivan Danilovu i Lazaru Matijaševiću, sa kojima sam kroz dugogodišnju saradnju u Laboratoriji za kibernetiku i mehatronske sisteme zajednički sprovodio istraživačke aktivnosti i prevazilazio mnoge izazove, uz posebnu zahvalnost za pomoć pri realizaciji eksperimentalnih istraživanja u okviru disertacije. Zahvalnost izražavam i svim ostalim kolegama i članovima Katedre za proizvodno mašinstvo.

Posebnu zahvalnost dugujem dragoj Mariji koja mi je bezrezervnu podršku pružala od početka, a posebno bodrila u najzahtevnijim i najizazovnijim trenucima, što je bilo od izuzetnog značaja da istrajem do kraja.

Neizmernu zahvalnost dugujem svojoj porodici, roditeljima Aleksandru i Biljani, sestri Verici i sestriću Stevanu, na pruženoj bezuslovnoj podršci, ljubavi i razumevanju tokom izrade ove doktorske disertacije.

ADAPTIVNO SPAJANJE DELOVA U TEHNOLOGIJI ROBOTIZOVANE MONTAŽE PRIMENOM KINEMATSKI REDUNDANTNIH ROBOTA

Rezime

Istraživanje u okviru ove doktorske disertacije fokusirano je na razvoj u oblasti tehnologije robotizovane montaže, sa ciljem da se antropomorfni manipulacioni robotski sistem učini adaptivnim i fleksibilnim u izvršavanju zadataka spajanja. Polazeći od paradigme masovne kustomizacije proizvoda, potiskuje se tradicionalni redukcionistički pristup, a traženje potencijalnog rešenja za izazov izgradnje ekstremno fleksibilnih tehnoloških sistema za montažu je usmereno na robotizaciju pripadajućih procesa.

Poseban fokus je usmeren na proizvoljni netrivialni slučaj procesa kvazi-statičkog spajanja, kao ekstremno zahtevan proces iz klase kontaktnih zadataka, a identifikacija svojstava manipulacionog sistema konzistentnih sa njegovom uspešnom realizacijom izvedena je na primeru pasivnog sistema popustljivog oslanjanja delova (*RCC*). Kroz ovakvu analizu dalje je proistekao osnovni zahtev za upravljanje kinetostatičkim ponašanjem, odnosno upravljanje svojstvima sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti manipulacionog robota, kao ključne tehnološke veličine za izvršavanje zadatka spajanja. Za pronalaženje potencijalnog rešenja postavljenih zahteva odabran je pristup primene kinematski redundantnih antropomorfnih manipulacionih robota, tako da se povećani kapacitet njihovog konfiguracionog prostora iskoristi za upravljanje svojstvima krutosti, a istraživanja u tom kontekstu su dalje usmerena ka matematičkom modeliranju baziranom na instrumentarijumu linearne algebre.

Primenom metodološkog okvira linearnih preslikavanja formulisana je analitička particija ukupnog konfiguracionog prostora kinematski redundantne robotske ruke na podprostore slike i nule, što je dalje rezultovalo izgradnjom funkcionalno konzistentnog modela komplementarnih kretanja baziranog na pseudoinverziji Jakobijan matrice i komplementarnim projektorima. Ovakav pristup je u tehnološkom smislu povezan sa upravljanjem sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti, što se ostvaruje kretanjem u konfiguracionom prostoru nule, uz očuvanje kinematske konzistentnosti primarnog zahteva kretanja vrha robota duž trajektorije spajanja, kao homogena i partikularna komponenta komplementarnog modela, respektivno.

Dogradnja funkcionalno konzistentnog matematičkog modela, vođena fizičkom realnošću gde robotski sistem za montažu nikada ne funkcioniše samo u partikularnom kontekstu optimizacije krutosti, usmerena je ka formalno konsekventnom okviru opšte teorije stratifikovanih višenivojskih sistema. Imperativ primene ove metodologije identifikovan je kroz analizu hijerarhijske prirode i izražene strukturne složenosti tehnološkog zadatka spajanja. Primena kibernetikog koncepta hijerarhijske organizacije omogućila je definisanje tehnološkog zadatka kao stratifikovanog kompozita sa procesnim primitivima primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa. Ekstenzijom prethodnog, kroz primenu kibernetikog koncepta koordinacije izgrađen je formalno konsekventni okvir za simultano nekonfliktno izvršavanje skupa međusobno spregnutih procesnih primitiva, što se u matematičkom smislu implementira kao pristup višekriterijumske optimizacije sa ograničenjima tipa jednakosti i nejednakosti. Primenom funkcionalno konzistentnog instrumentarijuma komplementarnih projektoru unutar formalno konsekventnog okvira kibernetike koordinacije sintetisani su varijantni algoritmi koordinacije za izvršavanje strukturno složenog tehnološkog zadatka spajanja primenom antropomorfnih kinematski redundantnih manipulacionih robota. Algoritmi koordinacije sadrže podalgoritamske strukture za rešavanje pitanja ograničenja, konfliktnosti i prioritizacije procesnih primitiva, zatim sprežavanja hijerarhijskih nivoa. Problem računске kompleksnosti koja je inherentno sadržana kod analitički sintetisanih modela baziranih na

instrumentarijumu linearne algebre je takođe analiziran, a potencijalna mogućnost za rešavanje ovog pitanja je načelno usmerena ka primeni metoda metaheuristike i mašinskog učenja.

Ključni sadržaji i rezultati teorijskih istraživanja verifikovani su eksperimentalno, virtuelno i fizički. Verifikacija je izvedena na eksperimentalnoj platformi koja sadrži sledeće ključne komponente: 1) kinematski redundantan industrijski robot, *Yaskawa SIA10F*; 2) upravljački sistem *FS100*, nadograđen softverskom platformom za upravljanje otvorene arhitekture i nadzor, *MotoPlus SDK*, sa odgovarajućim *API* okruženjem; 3) visokoprecizni laserski mikrometar, *Micro-Epsilon ODC2520-46*, za merenje i identifikaciju fizički ostvarenih kinetostatičkih svojstava kinematski redundantne robotske ruke tokom izvođenja sintetisanih algoritama koordinacije. Eksperimentalno je potvrđena efektivnost sintetisanih algoritama koordinacije i njihova primenljivost u virtuelnom i realnom fizičkom okruženju, u laboratorijskim uslovima, uz identifikaciju i analizu ograničenja primenjenog pristupa baziranog samo na kinematskoj redundansi i identifikaciju nesavršenosti primenjenog fizičkog robotskog sistema, kao i ograničenja koja su u tom smislu nametnuta.

Ključne reči: tehnologija robotizovane montaže, proces spajanja delova, kinematski redundantni roboti, generalizovana krutost, konfiguracioni prostor nule, komplementarni projektor, kibernetiski koncept hijerarhijske organizacije i koordinacije, višekriterijumska optimizacija.

Naučna oblast: Mašinsko inženjerstvo

Uža naučna oblast: Proizvodno mašinstvo

UDK: 62-52:007.52(043.3)

**ADAPTIVE PART MATING
IN ROBOTIC ASSEMBLY TECHNOLOGY
USING KINEMATICALLY REDUNDANT ROBOTS**

Abstract

The research within this doctoral dissertation is focused on the field of robotic assembly technology, with the goal of making the anthropomorphic manipulation robotic system adaptive and flexible in performing the corresponding part mating tasks. Building on the paradigm of mass customization, the traditional reductionistic approach becomes unsustainable, and the search for a potential solution to the challenge of highly flexible assembly technology is directed towards the robotization of assembly processes.

Particular attention is given to the analysis of arbitrary non-trivial case of a quasi-static assembly process, as an extremely demanding contact-rich task. The identification of manipulation system properties consistent with its successful implementation is performed on the example of passive compliance support system (*RCC*). As a result of this analysis, the fundamental requirement for kinetostatic behaviour control of the manipulation robot has emerged, as the control of the generalized stiffness matrix eigensystem properties has been identified as a key technological parameters for performing the part mating task. To find a potential solution to the established control requirement, the approach of using kinematically redundant anthropomorphic manipulation robots was chosen in order to exploit the increased capacity of their configuration space for the purpose of the stiffness properties optimization. In this context, research focuses on mathematical modelling based on linear algebra apparatus. Using the methodological framework of linear mappings, the analytical partition of the total configuration space to the image and null subspaces of the kinematically redundant robotic arm was formulated. This led to the functionally consistent model of complementary motions related to the orthogonal subspaces and based on the pseudoinversion of Jacobian matrix and complementary projectors. This approach is related to the control of the generalized stiffness matrix eigensystem by the robot arm motion in the null space, while preserving the kinematic consistency of the part mating trajectory tracking control in the image space, as a homogeneous and particular components of the complementary model, respectively.

The upgrade of the formulated mathematical model is directed to a formally consistent cybernetic framework of the hierarchical multilevel systems. The necessity of applying this methodology was identified by the analysis of the hierarchical nature and structural complexity of the part mating task, where a robotic assembly system in a physical reality never works only in the particular context of stiffness optimization. The application of the cybernetic concept of hierarchical organisation enabled the part mating task to be defined as a stratified system composed of process primitives at the primary and secondary hierarchical level. With the extension of the previous one, through the application of the cybernetic concept of coordination, a formally consistent framework for simultaneous non-conflict execution of a set of coupled process primitives was built. In mathematical sense this is implemented as a multicriteria optimization approach with equality and inequality constraints. The implementation of the mathematical model of complementary motions within the formally consistent framework of cybernetic coordination has led to the synthesis of variant coordination algorithms for the execution of part mating tasks. Coordination algorithms include sub-algorithmic structures to resolve constraints, conflicts and prioritization of process primitives, and couplings between hierarchical levels. The issue of inherent computational complexity in analytically synthesized models was addressed, and the potential solution is directed towards applying metaheuristic and machine learning methods.

The key findings of the theoretical research were verified experimentally, virtually and physically. The verification was performed on an experimental platform consisting of: 1) kinematically redundant industrial robot arm *Yaskawa SIA10F*; 2) control system, *FS100*, upgraded with the software platform for open architecture control and monitoring, *MotoPlus SDK*, and appropriate *API* environment; 3) high-precision laser micrometre, *Micro-Epsilon ODC2520*, for identifying the performed physical kinetostatic behaviour and achieved properties of the robot arm during the execution of the synthesized algorithms. The effectiveness of the synthesized coordination algorithms and their applicability in a virtual and real physical environment, in laboratory conditions, have been experimentally confirmed. The experimental research included the identification and analysis of the limitations of the applied approach based only on kinematic redundancy and the identification of imperfections of the applied physical robotic system, as well as the limitations imposed in that sense.

Key words: robotic assembly technology, part mating process, kinematically redundant robot arm, generalized stiffness, configuration null space, complementary projector, cybernetic concept of hierarchical organization and coordination, multicriteria optimization.

Scientific discipline: Mechanical Engineering

Scientific sub-discipline: Production Engineering

UDK: 62-52:007.52(043.3)

Sadržaj

1. Uvodna razmatranja	1
1.1 Opšti kontekst	1
1.2 Aktuelni pravci razvoja oblasti	2
1.2.1 Relevantni naučno-istraživački projekti	2
1.2.2 Zahtevi za novu generaciju robota.....	3
1.2.3 Refleksija razvoja na današnje industrijske robote.....	5
1.2.4 Nacionalni okvir istraživanja.....	6
1.3 Istraživački izazovi u tehnologiji robotizovane montaže	7
1.3.1 Krutost u funkciji uspešnog toka procesa spajanja.....	7
1.3.2 Primena kinematski redundantnih robota	8
1.4 Polazne hipoteze i metodološki okvir.....	10
1.5 Organizacija teksta disertacije.....	11
2. Proces spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže.....	12
2.1 Osnovne teorijske podloge.....	13
2.1.1 Ontologija sistema za robotizovano spajanje	13
2.1.1.1 Tipični scenariji manuelne montaže	14
2.1.1.2 Agentna struktura sistema za robotizovanu montažu	15
2.1.2 Ontologija procesa spajanja.....	19
2.1.2.1 Zadatak spajanja	20
2.1.2.2 Struktura procesa spajanja	23
2.1.2.3 Modeliranje - generisanje apriornog tehnološkog znanja.....	26
2.1.3 Upravljanje netrivialnim slučajem procesa spajanja	31
2.1.3.1 Upravljanje bazirano na modelu.....	31
2.1.3.2 Upravljanje bazirano na učenju	32
2.2 Kinetostatička svojstva sistema za robotizovano spajanje	33
2.2.1 Dualizam sile i pomeraja	34
2.2.2 Krutost sistema za robotizovano spajanje.....	35
2.2.3 Generalizovana krutost robotske ruke	36
2.2.4 Kongruentne transformacije krutosti robotske ruke	37
2.2.5 Sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti - Elipsoidi krutosti i manipulabilnosti	39
2.2.6 Generalizovana krutost kao procesna veličina u zadatku spajanja	42
2.3 Varijantni koncepti upravljanja svojstvima generalizovane krutosti robotske ruke	45
2.3.1 Koncept aktuatora kvazikonstantne krutosti.....	46
2.3.1.1 Koncept upravljanja zasnovan na aktuacionoj redundansi	46
2.3.1.2 Koncept upravljanja zasnovan na kinematskoj redundansi	47
2.3.2 Koncept aktuatora promenljive krutosti	49

2.3.3 Koncept hibridnog upravljanja svojstvima krutosti.....	51
3. Konfiguracioni prostor nule i inverzno preslikavanje.....	52
3.1 Fundamentalne formulacije i metode za rešavanje kinematske preodređenosti	53
3.1.1 Metod proširivanja Jakobijan matrice	55
3.1.2 Metod komplementarnog projektora	56
3.2 Sinteza konfiguracionog prostora nule	57
3.2.1 Metod redukovane stepenaste forme	59
3.2.1.1 Postupak redukovanja mape preslikavanja.....	60
3.2.1.2 Sinteza prostora nule	60
3.2.2 Metod dekompozicije sopstvenog sistema	62
3.2.2.1 Postupak dekompozicije mape preslikavanja	62
3.2.2.2 Sinteza prostora nule	63
3.3 Inverzno linearno preslikavanje	65
3.3.1 Pseudoinverzija.....	66
3.3.1.1 Moore-Penrose pseudoinverzija	66
3.3.1.2 Težinska pseudoinverzija	68
3.3.1.3 Pseudoinverzija dekompozicijom sopstvenog sistema	69
3.3.1.4 Geometrijska interpretacija sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja.....	71
3.3.1.5 Prigušena pseudoinverzija	72
3.3.2 Ortogonalni komplementarni projektor	74
3.3.2.1 Komplementarni podprostori mape linearnog preslikavanja.....	75
3.3.2.2 Sinteza projektora komponentama sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja.....	75
3.3.2.3 Svojstva i značenje projektora kod inverznog linearnog preslikavanja.....	77
3.3.2.4 Direktno linearno preslikavanje komplementarnih podprostora slike i nule	78
3.3.2.5 Uloga projektora u upravljanju svojstvima generalizovane krutosti	78
3.3.3 Primjenjene metode projektora kod kinematski redundantnih robota	79
3.3.3.1 Sukcesivni projektor	80
3.3.3.2 Augmentovani projektor.....	80
3.3.3.3 Reverzni projektor	81
4. Hijerarhijsko organizovanje i koordinacija tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja	83
4.1 Hijerarhija i kibernetička formalizacija problema	84
4.1.1 Hijerarhijska priroda tehnološkog zadatka	84
4.1.2 Kibernetička reprezentacija tehnološkog procesnog primitiva	86
4.1.3 Kibernetička reprezentacija kompleksnog tehnološkog zadatka i koncept koordinacije.....	87
4.1.3.1 Stratifikacija	88
4.1.3.2 Koordinacija	89
4.1.3.3 Refleksija na biomimetske aspekte hijerarhijske organizacije TZS	90
4.1.4 Opšti formalizam hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja	91

4.1.4.1 Hijerarhijska organizacija tehnološkog zadatka spajanja	91
4.1.4.2 K-funkcija tehnološkog zadatka spajanja	92
4.2 Procesni primitivi tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja	95
4.2.1 Primarni procesni primitiv	95
4.2.1.1 Tehnološki aspekti	95
4.2.1.2 Problem neodređenosti	96
4.2.1.3 Matematička formulacija	97
4.2.1.4 Prostor tehnološkog zadatka spajanja	99
4.2.2 Sinteza varijantnih funkcija ciljeva tehnološkog procesnog primitiva	101
4.2.2.1 Opšti okvir matematičke formulacije funkcije cilja sekundarnih procesnih primitiva	101
4.2.2.2 Zahtevi za svojstva generalizovane krutosti	101
4.2.2.3 Funkcija cilja dijagonalne forme matrice K_q	104
4.2.2.4 Funkcija cilja dijagonalne forme matrice K_x	105
4.2.2.5 Funkcija cilja proizvoljne orijentacije elipsoida matrice K_x	106
4.2.2.6 Funkcija cilja selektivne krutosti elipsoida matrice K_x	107
4.2.3 Sinteza funkcija ciljeva sistemskih procesnih primitiva	107
4.2.3.1 OP#S_1: Izbegavanje granica radnog prostora	108
4.2.3.2 OP#S_2: Izbegavanje singularnih konfiguracija	110
4.2.3.3 OP#S_3: Izbegavanje kolizionih stanja sa okruženjem	113
4.2.3.4 OP#S_4: Kompenzacija sile gravitacije	115
4.2.3.5 OP#S_5: Dinamička stabilnost	116
4.3 Koordinacija hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja	118
4.3.1 Ograničenja i zahtevi za ostvarivanje funkcije koordinacije	118
4.3.1.1 Ograničenost kapaciteta konfiguracionog prostora	119
4.3.1.2 Konfliktnost procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa	120
4.3.1.3 Sprezanje procesnih primitiva primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa	122
4.3.2 Formalni instrumentarijum za ostvarivanje funkcije koordinacije	123
4.3.2.1 Primena projektora kao instrumenta koordinacije TZS	124
4.3.2.2 Parcijalni projektori	126
4.3.2.3 Svojstvo aditivnosti parcijalnih projektora	128
4.3.2.4 Instrument povratne sprege koordinacije za slučaj particije KPN	129
4.3.2.5 Metaheuristika i mašinsko učenje za uslov primenljivosti u realnom vremenu	130
4.3.3 Sinteza varijantnih algoritama funkcije koordinacije TZS	132
4.3.3.1 $K_{TZS\#1}$: Koordinacija TZS primenom integralnog projektora	133
4.3.3.2 $K_{TZS\#2}$: Koordinacija TZS primenom integralnog i relativnog projektora	135
4.3.3.3 $K_{TZS\#3}$: Koordinacija TZS primenom parcijalnog projektora	138
5. Eksperimentalna verifikacija	141
5.1 Koordinacija TZS – primarni i sekundarni hijerarhijski nivo	144

5.1.1 Model minimalnog redundantnog robota – MRR-R12	144
5.1.2 Plan eksperimenta.....	146
5.1.3 Rezultati i diskusija	150
5.2 Koordinacija TZS – upravljanje elipsoidom krutosti.....	156
5.2.1 Model minimalnog redundantnog robota – MRR-R23	156
5.2.2 Plan eksperimenta.....	157
5.2.2.1 Koordinacija TZS sa OP#T i neaktivnim OP#S	160
5.2.2.2 Koordinacija TZS sa OP#T i pasivnim OP#S.....	161
5.2.2.3 Koordinacija TZS sa OP#T i aktivnim OP#S	162
5.2.3 Postavka fizičkog eksperimenta	164
5.2.4 Rezultati i diskusija	168
5.2.4.1 Rezultati virtuelnog eksperimenta	168
5.2.4.2 Rezultati fizičkog eksperimenta.....	173
5.2.4.3 Analiza efekata nesavršenosti fizičkog robotskog sistema na proces spajanja.....	176
5.2.4.4 Identifikacija sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti TCP robotske ruke.....	182
5.2.4.5 Koordinacija TZS sa sistemskim procesnim primitivima OP#S_1 i OP#S_2	190
6. Zaključak	196
Literatura.....	205
Prilozi	220
Prilog P1: Geometrijski model i D-H parametri robotske ruke SIA10F.....	220
Prilog P2: Kinematski model redundantne robotske ruke SIA10F	221
Prilog P3: Analitički model MRR-R23 i podalgoritamske strukture	234
Prilog 3.1: Pseudoinverzija Jakobijan matrice	234
Prilog 3.2: Integralni komplementarni projektor MRR-R23	235
Prilog 3.3: Funkcija cilja i gradijent OP#T MRR-R23	239
Prilog 3.4: Funkcije ciljeva i gradijenti OP#S MRR-R23	243
Prilog P4: Eksperimentalna verifikacija – programski kodovi.....	247
Prilog 4.1: Koordinacija TZS za slučaj MRR-R12.....	247
Prilog 4.2: Koordinacija TZS za slučaj MRR-R23.....	250
Prilog 4.3: Akvizicija pogonskih momenata MRR-R23 (Yaskawa MotoPlus SDK).....	254
Prilog P5: Tehnički detalji eksperimentalne platforme	258
Prilog 5.1: Robotska ruka SIA10F	258
Prilog 5.2: Robotski kontroler FS100.....	260
Prilog 5.3: Sistem upravljanja otvorene arhitekture MotoPlus SDK.....	261
Prilog 5.4: Senzorski laserski sistem Micro-Epsilon ODC2520	263

Spisak slika

- Slika 1.1:** Primeri komercijalno dostupnih industrijskih humanoida, modeli svetskih proizvođača robota: a) *YuMi*, *ABB Robotics* (naslednik prototipa *FRIDA*, projekat *ROSSETA*); b) *LBR iiwa*, *KUKA Robotics* naslednik prototipa *LWR4*, *DLR*); c) *HC10*, *Yaskawa Motoman*; d) *Aura*, *COMAU*; e) *CR* serija i *CRX*, *FANUC*; f) *UR* serija, *Universal Robots*..... 5
- Slika 2.1:** Karakteristični slučajevi manuelne montaže (primer uležištenja i pogona *CNC* mašine za plazma rezanje): a)jednoručna montaža (umetanje ležaja u kućište); b)dvoručna montaža (umetanje zupčanika u podsklop uležištenja); c)dvoručna manipulacija jednim objektom (montaža kaišnika na vratilo zupčanika); d)višeručna montaža (montaža kaišnika sa spojnicom na vratilo motora). 14
- Slika 2.2:** Osnovna struktura agenta za montažu koja sadrži: a)unutrašnju strukturu podeljenu na apstraktni/kognitivni i fizički nivo, b)aspekte komunikacije sa višim hijerarhijskim nivoima za formulaciju tehnološkog zadatka, posredno uključujući i globalnu interakciju, i c)aspekte interakcije sa okruženjem tokom izvršavanja zadatka montaže, koji uključuju komunikaciju, koordinaciju i kolaboraciju..... 16
- Slika 2.3:** Model sistema robotizovanog spajanja, varijantne konfiguracije: a)bazni gradivni blok (*BGB*), biagentna dvoručna struktura; b)degenerisani gradivni blok (*DGB*), jednoručna struktura; c)multiplikovana, poliagentna struktura 18
- Slika 2.4:** Osnovni model zadatka robotizovanog spajanja objekata: *OB1*, *OB2* – objekti koji se spajaju; x – prostor zadatka spajanja; x_{OB1} i x_{OB2} – karakteristične, referentne tačke objekata koji se spajaju u prostoru zadatka spajanja; $q_{AM\#1}$ i $q_{AM\#2}$ – konfiguracioni prostori agenata *AM#1* i *AM#2*; SO_{OB1} i SO_{OB2} – generičke strukture aktivnog sistema oslanjanja koje na pojednostavljen način reprezentuju ukupan fizički nivo agenata *AM#1* i *AM#2* 21
- Slika 2.5:** Primeri varijantnih tipova spojeva, kao zadaci u oblasti istraživanja robotizovane montaže: a) deformabilni objekti [99], b) dvostruki spoj [264], c) kvadratni delovi [118], d) delovi složenog konturnog oblika [195] 23
- Slika 2.6:** Ilustracija faza procesa spajanja: a)faza prilaznja (uvek postoji, a može biti aktivna ili pasivna), b)faza traženja (ne mora nužno da postoji, pa može biti neaktivna ili aktivna (složene trajektorije pretrage: spiralna, pravougaona, proizvoljna)), c)faza umetanja (uvek postoji, a može biti pasivno ili aktivno upravljana) 25
- Slika 2.7:** Ilustracija pojmova kontaktne tačke i kontaktne sile tokom kolizionog kretanja dva objekta u procesu spajanja: K – kontaktna tačka; F^K – rezultatna kontaktna sila; F^{Kn} – ortogonalna komponenta kontaktne sile, F^{Kt} – tangencijalna komponenta kontaktne sile, n_K – jedinični vektor normale kontaktne zone, δ – deformacija kontaktne zone, V_{rt} – projekcija brzine klizanja u tangencijalnom pravcu..... 27
- Slika 2.8:** Polazni model kvazistatičkog spajanja sa osnovnim veličinama: 1)inicijalna odstupanja pozicije osovine u odnosu na otvor (e_0 – inicijalna distanca vrha osovine V od ose otvora, θ_0 – inicijalni ugao ose osovine u odnosu na osu otvora, $x_0=e_0+l\theta_0$ – inicijalna distanca centra popustljivosti CP do ose otvora); 2)geometrija osovine i otvora (r – poluprečnik osovine, R – poluprečnik otvora, l – rastojanje od vrha osovine do CP , $c=(R-r)/R$ – relativni zazor, a – širina uvodnika, α – ugao uvodnika, $b=atg(\alpha)$ – dubina uvodnika); 3)Kinetostatička svojstva CP (k_x – lateralna krutost, k_θ – rotaciona krutost, $S=k_x/k_\theta$ – senzitivnost); 4)Koeficijent trenja između osovine i otvora μ ; 5)Komponente generalizovanog vektora sile spajanja (X_{CP} – lateralna komponenta, Z_{CP} – aksijalna komponenta, M_{CP} – moment). 29
- Slika 2.9:** Faza umetanja reprezentovana grafom tranzicije između kontaktnih stanja [186, 187]: ($U+$) i ($U-$) prolaz kroz uvodnik: $KS(U)$; ($I+$) i ($I-$) – kontakt u jednoj tački: $KS(I)$; (2) – kontakt u dve tačke: $KS(2)$; (L) – kontakt po liniji: $KS(L)$ 31
- Slika 2.10:** Dualizam sile (pobude) i pomeraja (odziva), karakteristični slučajevi: a)popustljivost koncentrisana u strukturi objekta, b)popustljivost koncentrisana u sistemu oslanjanja, c)kombinovana popustljivost objekta i oslonca 35

Slika 2.11: Krutost sistema za robotizovano spajanje, K_X , kao kompleksna kombinacija serijskih i paralelnih veza primitiva krutosti objekata i krutosti oslonaca: K_{PM} – krutost podsistema manipulacija; K_{RCC} – krutost podsistema pasivnog oslanjanja (RCC jedinica); K_{PH} – krutost podsistema hvatanja; K_{OB} – krutost objekta koji se spaja.	36
Slika 2.12: Svođenje krutosti mehanizma robotske ruke na ekvivalentnu generalizovanu oprugu sa 6 stepeni slobode u opštem slučaju (tri translacije i tri rotacije: $m=3+3=6 \rightarrow X \in R^6$ i $K_x \in R^{6 \times 6}$)	36
Slika 2.13: Karakter kinetostatičkog ponašanja TCP robotske ruke ($q \in R^n, x \in R^2$) predstavljen elipsom krutosti: a) generalni slučaj, b) slučaj izotropnosti - idealno sa aspekta procesa spajanja (RCC). Navedene veličine su: v_{xi} i v_{xj} – sopstveni vektori matrice K_x ; λ_{xi} i λ_{xj} – sopstvene vrednosti matrice K_x ; φ – ugao kodirekcionalnosti vektora pobude F i vektora odziva δx_F ; θ – ugao rotacije sopstvenog sistema matrice K_x u odnosu na prostor tehnološkog zadatka x	40
Slika 2.14: Osnovni parametri manipulabilnosti mehanizma robotske ruke reprezentovani elipsom: a) opšti slučaj i b) stanje blisko singularitetu. Navedene veličine su: v_{Ji} i v_{Jj} – sopstveni vektori Jakobijana; λ_{Ji} i λ_{Jj} – sopstvene vrednosti Jakobijana; θ_J – ugao rotacije sopstvenog sistema Jakobijana u odnosu na koordinatni sistem tehnološkog zadatka x	41
Slika 2.15: RCC jedinica: a) struktura, centar popustljivosti i pravci kompenzacionih pomeraja; b) princip funkcionisanja – pojednostavljeni koncept (realno ponašanje elastičnih članova strukture duž neutralne ose odgovara deformacijama u skladu sa Ojler-Bernulijevom jednačinom); c) primer fizičke realizacije u Laboratoriji za kibernetiku i mehatronske sisteme - <i>CMSysLab</i>	43
Slika 2.16: Svojstva sistema pasivnog popustljivog oslanjanja RCC za prostorni slučaj, reprezentovane sopstvenim sistemom odnosno elipsoidima translatorne i rotacione krutosti, njihovim parametrima, i njihovim relativnim odnosom: v_{t1} , v_{t2} i v_{t3} – sopstveni vektori translatornog podomena matrice K_{RCC} , K_T ; λ_{t1} , λ_{t2} i λ_{t3} – sopstvene vrednosti translatornog podomena matrice K_{RCC} , K_T ; v_{r1} , v_{r2} i v_{r3} – sopstveni vektori rotacionog podomena matrice K_{RCC} , K_R ; λ_{r1} , λ_{r2} i λ_{r3} – sopstvene vrednosti rotacionog podomena matrice K_{RCC} , K_R ;	44
Slika 2.17: Aktuaciona redundansa: a) biartikularni koštano-mišićni sistem nadlaktice čovekove ruke, antagonistički par mišića – <i>biceps</i> i <i>triceps</i> [20], koji redundantno pogoni rameni i lakatni zglobovi; b) aktuaciona redundansa na primeru ravanskog mehanizma robotske ruke sa dva stepena slobode.....	47
Slika 2.18: Kinematska redundansa kao koncept za ostvarivanje željene generalizovane krutosti za slučaj $x \in R^2$ i $q \in R^3$: a) redundansa čovekove ruke u ravni lakatnog zgloba [233]; b) redundansa mehanizma robotske ruke	48
Slika 2.19: Dinamički model aktuatora promenljive krutosti u fizičkoj interakciji sa okruženjem: xOy – referentni koordinatni sistem; τ – pogonski moment; F_E – kontaktna sila; τ_E – moment kontaktne sile; θ – ugaona koordinata aktuatora; l – dužina segmenta; m – masa zgloba; g – vektor gravitacije; k_e , b_e , m_e – parametri impedanse okruženja.	49
Slika 2.20: Lokalna redundansa akcije zgloba industrijskog humanoida, [143]: a) varijantni oblici antagonističke akcije, b) koncept redundanse ostvaren primenom planetarnog diferencijalnog reduktora.	50
Slika 3.1: Direktno linearno preslikavanje i inverzno linearno preslikavanje između funkcionalno povezanih prostora v i u , $v=f(u)$, reprezentovano kao prirast funkcije odnosno aproksimacija u posmatranim koordinatama prostora	53
Slika 3.2: Polazna grafička ilustracija podprostora slike i nule koje povezuje mapa linearnog preslikavanja $J(q)$: direktno linearno preslikavanje iz konfiguracionog prostora u prirast i u nulti prirast podprostora slike $R(J)$	58
Slika 3.3: Kompletna ilustracija fundamentalnih podprostora i korespondentnih direktnih preslikavanja linearne mape $J(q)$: proizvoljni vektor prirasta unutrašnjih koordinata δq , koji se sastoji od partikularne i homogene komponente, δq_P i δq_N , koje se preslikavaju u podprostor slike, relacija $Jv_i = \sigma_i u_i$, što odgovara prirastu δx korespondentnom partikularnoj komponenti, ili u nulti prirast, relacija $Jv_i = 0u_i$, korespondentan homogenoj komponenti, ili u nulti prirast korespondentan podprostoru $N(J_T)$ u slučaju postojanja singulariteta.	64

Slika 3.4: Ilustracija fundamentalnih podprostora i korespondentnih inverznih preslikavanja linearne mape $J(q)$: proizvoljni vektor prirasta spoljašnjih koordinata δx , koji se u opštem slučaju sastoji od regularne i singularne komponente, δx i δx_s , koje se preslikavaju u podprostor slike konfiguracionog prostora, $R(J^T)$, relacija $J^+ \delta x = \delta q$, što odgovara prirastu δq korespondentnom regularnoj komponenti, ili u nulti prirast, relacija $J^+ \delta x_s = 0$, korespondentan singularnoj komponenti u slučaju postojanja singulariteta.	70
Slika 3.5: Geometrijska interpretacija komponenata sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja, direktnog i inverznog, gde se tok preslikavanja reprezentuje sledećim dejstvom pripadajućih matrica: V^T ili V – rotacija, S ili S^+ – skaliranje, i U ili U^T – rotacija.	71
Slika 3.6: Usporedni prikaz rešenja pseudoinverzije zasnovane na klasičnoj i prigušenoj normi inverznog linearnog preslikavanja sa karakterističnom prevojnomo tačkom, $\sigma = \gamma$, prigušenog oblika pseudoinverzije: σ – razmatrana singularna vrednost mape preslikavanja $J(q)$, γ – faktor prigušenja.....	73
Slika 3.7: Kompletna ilustracija fundamentalnih podprostora i korespondentnih inverznih preslikavanja linearne mape $J(q)$ sa dopunjenim sadržajem projektora: proizvoljni vektor prirasta unutrašnjih koordinata δq_0 , projektuje se u podprostor slike konfiguracionog prostora, $R(J^T)$, relacija $P \delta q_0 = \delta q_R$, i komplementarno se projektuje u ortogonalni podprostor nule, $N(J)$, relacija $P_C \delta q_0 = \delta q_N$	78
Slika 4.1: Kontinuum transparentnosti organizacije tehnološkog zadatka, sa razmatranim slučajevima: a) potpuna transparentnost, b) delimična transparentnost, i c) potpuna transparentnost, gde su S_x i Y_x ulaz i izlaz sistema, respektivno.	85
Slika 4.2: Operatori sprege procesnih primitiva $OP\#x$, kao gradivne veze hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka: a) sekvencijalna, b) paralelna, c) povratna sprega	86
Slika 4.3: Kibernetički model procesnog tehnološkog primitiva $OP\#x$: a) unutrašnja organizacija i b) kompaktni blok prikaz, sa deskripcijom ulaznih, unutrašnjih i izlaznih veličina.	87
Slika 4.4: Reprerentacija složenog tehnološkog zadatka u formi jednonivojskog hijerarhijskog sistema, gde se sprezanje i interakcija procesnih primitiva $OP\#x$ odvija posredno, kroz refleksiju prostora fizičke interakcije I	88
Slika 4.5: Funkcija koordinacije kao dodatni stratum jednonivojske strukture tehnološkog zadatka prikazane na slici 4.4, uz uvođenje globalne povratne sprege Ω	90
Slika 4.6: Hijerarhijska struktura tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja za izabrani skup procesnih primitiva: a) primarni procesni primitiv, $OP\#P$; b) tehnološki procesni primitiv, $OP\#T$; c) sistemski procesni primitiv, $OP\#S$	94
Slika 4.7: Trajektorija kretanja vrha robot kao primarni procesni primitiv tehnološkog zadatka spajanja: x_I je inicijalni položaj, x_T terminalni položaj, $x(t)$ trenutni položaj tokom izvršenja TZS , Δx ukupni prirast kretanja, a δx komandovani infinitezimalni prirast kretanja.	96
Slika 4.8: Nameravana trajektorija kretanja vrha robot kao individualni cilj primarnog procesnog primitiva tehnološkog zadatka spajanja: x_I je inicijalni položaj, x_T terminalni položaj, $x(t)$ trenutni položaj tokom izvršenja TZS , Δx ukupni prirast kretanja, a δx komandovani infinitezimalni prirast kretanja.	97
Slika 4.9: Strukturno preslikavanje iz konfiguracionog prostora robotske ruke $q \in R^n$ u prostor tehnološkog zadatka spajanja $x \in R^r$: mapa linearnog preslikavanja mehanizma robotske ruke $J(q) \in R^{m \times n}$, matrica tehnološkog zadatka $Z \in R^{z \times z}$ i $J_P(q, Z) \in R^{z \times n}$ kao mapa rezultujućeg strukturnog preslikavanja.....	100
Slika 4.10: Ilustracija oblikovanja elipsoida generalizovane krutosti robotske ruke, tako da se u idealnom slučaju iz proizvoljnog inicijalnog stanja izražene eliptičnosti, K_x , ostvari trajektorija/transicija ΔK_x , i na taj način realizuje prevođenje u finalno željeno stanje K_{xd} konzistentno sa zahtevima procesa spajanja, reprezentovano komponentama sopstvenog sistem matrice krutosti: $\{\lambda_x, v_x\} \rightarrow \{\lambda_{xd}, v_{xd}\}$	102
Slika 4.11: Ilustracija uvođenja granica radnog prostora unutar radnog opsega i-tog zgloba vektora unutrašnjih koordinata podsistema manipulacije robotske ruke: fizičke granice $[q_i^{min}, q_i^{max}]$ – dostizivi radni opseg, sredina radnog opsega q_i^{sr} , i margine za izračunavanje korespondentnog koordinacionog parametra β_q : margina minimuma $[q_i^{emin0}, q_i^{emin1}]$ i margina maksimuma $[q_i^{emax0}, q_i^{emax1}]$	109

Slika 4.12: Ilustracija uvođenja referentnih parametara minimalne singularne vrednosti podsistema manipulacije robotske ruke za izračunavanje distance od zone singulariteta i korespondentnog koordinacionog parametra β_σ : minimalna singularna vrednost Jakobijan matrice robotske ruke, σ_{min} , i margina referentnih vrednosti $[\sigma^0_{ref}, \sigma^1_{ref}]$	111
Slika 4.13: Ilustracija sistema za robotizovanu montažu sa uvedenim potencijalnim poljima, predstavljenim geometrijskim primitivima, GP_x , kao konveksnim omotačima objekata i pripadajućim skupom reprezentacionih tačaka omotača, $\{p_i, p_j\}$, za izračunavanje korespondentnih distanci, d_{ij} i gradijenta kretanja za izbegavanje kolizionih stanja.....	114
Slika 4.14: Upporedni prikaz porasta homogene komponente prirasta unutrašnjih koordinata i ponašanje korespondentnog atenuatora baziranog na prigušenju norme prirasta kretanja: α_N – odnosno normi homogene i partikularne komponente kretanja; α_P – skalarni faktor kao parametar koordinacije;.....	117
Slika 4.15: Konfiguracioni prostor kinematski redundantne robotske ruke sa međusobno ortogonalnim podprostorima $R(J)$ i $N(J)=\{N_i, N_j\}$, koji su korespondentni KPS i KPN, respektivno, sa proizvoljno postavljenim funkcijama ciljeva procesnih primitiva, $s_i(q)$ i $s_j(q)$, njihovim gradijentima δq_i i δq_j , i relativnim uglom koji zaklapaju, θ_{ij}	121
Slika 4.16: Ilustracija zona ograničenja izraženih unutar konfiguracionog prostora i prostora tehnološkog zadatka, L_q i L_x , i njihova preslikavanja, kao uzrok sprežanja procesnih primitiva u kontekstu usložnjavanja zahteva za ostvarivanje funkcije koordinacije.....	123
Slika 4.17: Ilustracija pojmova relativnog i integralnog ortogonalnog projektovanja gradijenata funkcija ciljeva procesnih primitiva, kao osnovnog instrumentarijuma za ostvarivanje funkcije koordinacije. Relativna projekcija gradijenta δq_j na ortogonalni pravac $\delta q_i, \delta q_j^{N(Si)}$, i integralne projekcije gradijenata δq_i i δq_j , na ukupni podprostor nule $N(J)$, δq_i^N i δq_j^N	125
Slika 4.18: Integralne i parcijalne projekcije gradijenata δq_i i δq_j u prostor nule $N(J_P)$ i koordinatne ose prostora nule N_i i N_j , respektivno. Reprerentacija integralnih projekcija kao sume parcijalnih projekcija: $\delta q_j^N = \delta q_j^{Nj} + \delta q_j^{Ni}$ i $\delta q_i^N = \delta q_i^{Ni} + \delta q_i^{Nj}$	128
Slika 5.1: Specifikacija baznih tehničkih parametara robotske ruke <i>Yaskawa SIA10F</i> : a)radni prostor i dužine segmenata kinematske strukture robotske ruke, b)referentni koordinatni sistem baze robotske ruke i smer obrtnih zglobova, [255].	141
Slika 5.2: 3D-model eksperimentalne instalacije za robotizovanu montažu, baziran na kinematski redundantnoj robotskoj ruci <i>Yaskawa SIA10F</i> : a)tipična vertikalna konfiguracija, i b)sa primerom komplementarnog kretanja u konfiguracionom prostoru nule tokom izvođenja tehnološkog zadatka cilindričnog spajanja.....	142
Slika 5.3: Eksperimentalna instalacija sistema za robotizovano spajanje delova koja se sastoji iz sledećih sastavnih modula: 1)Kinematski redundantna robotska ruka <i>SIA10F</i> , 2)Upravljački sistem baziran na kontroleru <i>FS100</i> , sa dodatnim modulima upravljanja otvorene arhitekture (<i>MotoPlus</i>) i za akviziciju i nadzor, 3)Sistem pasivnog popustljivog oslanjanja delova (<i>RCC</i> jedinica), i 4)Šestokomponentni senzor sile za merenje generalisanog vektora sile spajanja	143
Slika 5.4: Kinetostatički model redundantne robotske ruke <i>MRR-R12</i> u usvojenom prostoru <i>TZS</i> (dvodimenzionalni konfiguracioni prostor, $n=2, q \in R^2$, i jednodimenzionalni prostor tehnološkog zadatka spajanja, $m=2, x \in R^1$).....	144
Slika 5.5: Komplementarni podprostori slike i nule konfiguracionog prostora robota <i>MRR-R12</i> , $R(J^T)$ i $N(J)$, i korespondentne komponente prirasta kretanja primarnog i sekundarnog procesnog primitiva, odnosno partikularna i homogena komponenta kretanja, δq_P i δq_N , u dvodimenzionalnom konfiguracionom prostoru.	146
Slika 5.6: Potencijalno polje i korespondentne linije pravca prostiranja gradijenta generisane jednačinama (5.13) i (5.14): a)3D prikaz potencijalnog polja sa prostiranjem gradijenta funkcije cilje; b)2D projekcija potencijalnog polja (izopotencijali) i 2D projekcija gradijentnog polja u konfiguracioni prostor robotske ruke <i>MRR-R12</i> , $q=\{q_1, q_2\}^T$	148

Slika 5.7: Simulacioni rezultati kretanja robotske ruke <i>MRR-RI2</i> , od $x_I=0.153 [m]$ do $x_T=0.510 [m]$, sa neaktivnim tehnološkim procesnim primitivom, <i>OP#T_1</i> : a)kretanje minimalnog redundantnog robota u prostoru <i>TZS</i> sa varijacijom krutosti <i>TCP</i> , k_x ; b)korespondentno kretanje u konfiguracionom prostoru sa pozadinskim prikazom izopotencijala odabrane funkcije cilja i njenog gradijentnog polja.....	151
Slika 5.8: Simulacioni rezultati kretanja robotske ruke <i>MRR-RI2</i> , od $x_I=0.153 [m]$ do $x_T=0.510 [m]$, sa sekvencijalnim ispunjavanjem individualnih ciljeva <i>OP#P_ic</i> i <i>OP#T_ic</i> : a)kretanje minimalnog redundantnog robota u prostoru <i>TZS</i> sa varijacijom krutosti <i>TCP</i> , k_x ; b)korespondentno kretanje u konfiguracionom prostoru sa pozadinskim prikazom izopotencijala odabrane funkcije cilja i njenog gradijentnog polja.	152
Slika 5.9: Simulacioni rezultati kretanja robotske ruke <i>MRR-RI2</i> , od $x_I=0.153 [m]$ do $x_T=0.510 [m]$, sa aktivnim tehnološkim procesnim primitivom, <i>OP#T_1</i> : a)kretanje minimalnog redundantnog robota u prostoru <i>TZS</i> sa varijacijom krutosti <i>TCP</i> , k_x ; b)korespondentno kretanje u konfiguracionom prostoru sa pozadinskim prikazom izopotencijala odabrane funkcije cilja i njenog gradijentnog polja.	153
Slika 5.10: Usporedni kvantitativni prikaz nekoordinisanog (br. iteracija: $k=384$) i koordinisanog (br. iteracija: $k=359$) izvršavanja procesnih primitiva <i>OP#P</i> i <i>OP#T</i> , za eksperimentalni slučaj #2.	154
Slika 5.11: Varijacija vrednosti k_x unutar mape generalizovane krutosti generisane nad konfiguracionim prostorom robota <i>MRR-RI2</i> , sa dodatnim uvećanim prikazom za detaljnu demonstraciju ponašanja tokom izvršenja algoritma koordinacije <i>K_TZS#RI2</i> za eksperimentalne slučajeve #1 i #2: a)Slučaj #1 – Varijacija krutosti tokom ispunjavanja samo <i>OP#P_ic</i> , b) Slučaj #2 – Varijacija krutosti tokom sekvencijalnog (nekoordinisanog) i simultanog (koordinisanog) ispunjavanja <i>OP#P_ic</i> i <i>OP#T_ic</i>	155
Slika 5.12: Planarni mehanizam kinematski redundante robotske ruke ($q \in R^3$ – trodimenzionalni konfiguracioni prostor i $x \in R^2$ – dvodimenzionalni prostor <i>TZS</i>), čije su elastomehaničke karakteristike u prostoru radnog zadatka određene matricom krutosti $K_x \in R^{2 \times 2}$. Ugao φ je, prema (2.19) mera kodirekcionalnosti vektora pobudne sile $F \in R^2$ i odziva $\delta x \in R^2$	156
Slika 5.13: Arhitektura fizičkog eksperimentalnog sistema za koordinaciju tehnološkog zadatka spajanja: 1)Hijerarhijski organizovan <i>TZS</i> (procesni primitivi primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa, <i>OP#P</i> i <i>OP#T</i> & <i>OP#S</i> , respektivno), 2)Robotski kontroler sa operativnim sistemom <i>VxWorks</i> i sistemom otvorene arhitekture <i>MotoPlus</i> za fuziju procesnih primitiva <i>TZS</i> i interpolaciju kretanja u realnom ($q_{ini} \rightarrow q_{fin}$), i 3) <i>SIA10F</i> robotska ruka u kinematski redundantnoj, minimalnoj, planarnoj konfiguraciji sa <i>3dof</i> – fizički ekvivalent simulacionog modela	165
Slika 5.14: Eksperimentalna platforma za fizičku verifikaciju predloženog koncepta upravljanja kinetostatičkim svojstvima zglobnog mehanizma robotske ruke <i>Yaskawa SIA10F</i> , na bazi algoritma koordinacije <i>K_TZS#R23</i> : a)kinematski redundantna robotska ruka u minimalnoj planarnoj konfiguraciji, modul za generisanje pobudne sile i modul za merenje odziva <i>TCP</i> ; b) <i>PC</i> hardver modula za umrežavanje i simultanu akviziciju, i modula za upravljanje otvorene arhitekture za rad i nadzor u realnom vremenu (<i>VxWorks</i> operativni sistem i <i>MotoPlus SDK + API</i>)	166
Slika 5.15: Modul za generisanje pobude <i>TCP</i> robota statičkom silom konstantnog intenziteta u željenom pravcu: a)šema uvođenja pobudne sile sa komponentama F_{x1} i F_{x2} definisanim u zavisnosti od ugla pobude α_F i sa inkrementom $\Delta\alpha_F$; b)3D model za virtuelnu montažu i proveru projektovanog modula: primer konfiguracije modula sa uglom pobude $\alpha_F=15^\circ$; c)fotografija fizički realizovanog modula za generisanje pobude <i>TCP</i> robota: primer konfiguracije modula sa uglom pobude $\alpha_F=-105^\circ$	167
Slika 5.16: Modul za merenje vektora pomeraja <i>TCP</i> robota: a) Princip merenja pomeraja na bazi sistema laserskih zavesa u dva međusobno ortogonalna pravca primenom optičkog senzora <i>Micro-Epsilon ODC2520-46</i> , i 3D model kao razrada koncepta i projektovanje za fizičku realizaciju, b) Fotografije fizički realizovanog mernog modula	168
Slika 5.17: Kretanje mehanizma robotske ruke minimalne konfiguracije od inicijalne, q_{in} , do terminalne, q_{fin} , konfiguracije pod dejstvom primene algoritma <i>K_TZS#I</i> , Slučaj #1 (gore), Slučaj #2 (sredina), Slučaj #3 (dole): a)Kretanje u x_1x_2 prostoru <i>TZS</i> , b)Vektori unutrašnjih koordinata (<i>KPR</i>)	169

- Slika 5.18:** Ispunjavanje procesnog primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa TZS , $OP\#T$, kao posledica kretanja u KPN ostvarenog pod dejstvom algoritma koordinacije TZS , $K_TZS\#R12$: a) Promena vrednosti matrice krutosti TCP , K_x , relevantne za prostor TZS (gore), b) Funkcija cilja (dole levo), c) Izvod funkcije cilja (dole desno) 170
- Slika 5.19:** Kretanje mehanizma robotske ruke u KPN (levo), tokom izvršavanja algoritma koordinacije i posledično procesnog tehnološkog primitiva, $OP\#T$, i korespondenta evolucija elipse krutosti (desno), sa označenim karakterističnim konfiguracijama: a) Slučaj #1 (gore), b) Slučaj #2 (u sredini), i c) Slučaj #3 (dole) 172
- Slika 5.20:** Fizička verifikacija dejstva algoritma koordinacije TZS za eksperimentalni Slučaj #3: komparativni prikaz idealizovanog simulacionog i fizički izmerenog odziva (pomeraja) TCP robota na pobudnu silu $F_x = \{F_{x1}, 0\}$ i $F_x = \{0, F_{x2}\}$: a) 3D grafička reprezentacija ponašanja TCP usled iterativnog dejstva algoritma $K_TZS\#R23$, b) 2D projekcija na prostor TZS , x_1x_2 , sa označenim vektorima u karakterističnim konfiguracijama i korespondentnim uglom kolinearosti pobude i odziva u skladu sa izrazom (2.19) 175
- Slika 5.21:** Detalji konstrukcije aktuacionog sklopa B zgloba (aktivan zglob) kinematski redundantne robotske ruke $Yaskawa\ SIA10F$, [255], sa posebno naznačenim segmentima prethodnog zgloba R (pasiviziran zglob) i zgloba B , kao i integrisanim aktuacionim sklopom (motor sa enkoderom i kočnicom, i prenosnik odnosno reduktor). 177
- Slika 5.22:** Dijagram pogonskih momenata, τ , robotske ruke $SIA10F$ u konfiguraciji $MRR-R23$, za eksperimentalni slučaj #3, tokom izvršenja algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, sa naznačenim efektima produkovanih nesavršenostima aktuacionog sklopa (trenje i zazor), i to pod dejstvom pobudne sile F_{x1} ($\alpha_F = 0^\circ$) i pod dejstvom pobude sile F_{x2} ($\alpha_F = -90^\circ$) 177
- Slika 5.23:** Rezultujuće kretanje TCP robota $MRR-R23$, kao pojava curenja kretanja iz KPN u prostor TZS , $\delta x_N = \varepsilon_N$, tokom dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#$ za eksperimentalni slučaj #3, bez dejstva spoljašnje pobudne sile 178
- Slika 5.24:** Detalji $D1-D6$ i aproksimacije $A1-A6$ originalnog signala rezultujućeg kretanja δx_N prikazanog na slici 5.23, produkovani DWT multirezolucijskom dekompozicijom na 12 nivoa primenom vejvleta $db5$ 179
- Slika 5.25:** Detalji $D7-D12$ i aproksimacije $A7-A12$ originalnog signala rezultujućeg kretanja δx_N prikazanog na slici 5.23, produkovani DWT multirezolucijskom dekompozicijom na 12 nivoa primenom vejvleta $db5$ 180
- Slika 5.26:** Dijagram toka promene ugla kodirekcionalnosti, φ , simulaciono i fizički, za eksperimentalni slučaj #3, sa naznačenim efektima produkovanim nesavršenostima aktuacionog sklopa fizičkog robota: a) pod dejstvom pobudne sile F_{x1} ; b) pod dejstvom pobude sile F_{x2} 181
- Slika 5.27:** Eksperimentalni rezultati prikazani kao relativni pomeraji odnosno odziv na zadatu silu pobude u proizvoljno izabranoj inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji robotske ruke, nakon dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, plava i crvena boja, respektivno, uključujući i trajektoriju TCP između početnog i krajnjeg stanja koja nastaje samo kao posledica promene kinetostatičkih svojstava tokom kretanja u KPN (komandovano kretanje u prostoru TZS jednako je nuli). Posebno su izdvojene i naglašene trajektorije za dva karakteristična merenja koja su detaljno obrađena u sekciji 5.1.3.1 184
- Slika 5.28:** Eksperimentalni podaci prikazani kao relativni pomeraji odnosno odziv na zadatu silu pobude i identifikovane elipse pomeraja u inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji robotske ruke, odnosno u proizvoljnoj početnoj konfiguraciji i nakon dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, plava i crvena boja, respektivno. 185
- Slika 5.29:** Uporedni prikaz identifikovanih i simulacionih elipsi pomeraja sa parametrima poluprečnika i ugla rotacije značajnim za kinetostatičko ponašanje TCP robotske ruke sa aspekta koordinacije TZS : a) elipse pomeraja TCP u inicijalnoj konfiguraciji robotske ruke, pre početka dejstva algoritma koordinacije, i b) elipse pomeraja TCP u inicijalnoj konfiguraciji robotske ruke, nakon dejstva algoritma koordinacije. 187
- Slika 5.30:** Uporedni prikaz identifikovanih i simulacionih elipsi krutosti korespondentnih elipsama pomeraja koje su prikazane na slici 5.29, zajedno sa pripadajućim konfiguracijama robotske ruke u inicijalnom i finalnom stanju, odnosno pre i posle dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$ 189

Slika 5.31: Uporedni prikaz ostvarenog kretanja robotske ruke <i>MRR-R23</i> pod dejstvom algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$, sa neaktivnim, pasivnim i aktivnim sistemskim procesnim primitivima za izbegavanje granica radnog prostora i singularnih konfiguracija, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, respektivno: a)uporedni prikaz kretanja u unutrašnjim koordinatama, b)uporedni prikaz proizvoda faktora aktivacije β_q i β_σ	191
Slika 5.32: Uporedni prikaz varijacije faktora aktivacije β_σ tokom izvršenja algoritma koordinacije <i>TZS</i> za slučajeve kada su sistemski procesni primitivi, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, prisutni pasivno i aktivno.....	192
Slika 5.33: Promena kinetostatičkih svojstava robotske ruke <i>MRR-R23</i> , kao posledica kretanja u <i>KPN</i> ostvarenog tokom algoritma koordinacije <i>TZS</i> , $K_{TZS\#R23}$ sa neaktivnim, pasivnim i aktivnim $OP\#S$: a)Promena vrednosti matrice krutosti TCP, K_x , relevantne za prostor <i>TZS</i> (gore), b)Funkcije ciljeva (dole levo), c)Izvod funkcija ciljeva (dole desno)	193
Slika 5.34: Inicijalna konfiguracija i finalno ostvarene konfiguracije robotske ruke <i>MRR-R23</i> i korespondentne elipse krutosti pod dejstvom algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$ za slučajeve neaktivnih, pasivno i aktivno uključenih sistemski procesnih primitiva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$	194
Slika p1.1: Geometrijski model kinematski redundantne robotske ruke <i>Yaskawa SIA10F</i> sa pridruženim lokalnim koordinatnim sistemima zglobova, obeleženim smerovima kretanja i označenim d parametrima prema Denavit-Hartenberg notaciji.	220
Slika p5.1: Maksimalno dozvoljeno opterećenje robotske ruke <i>SIA10F</i> u zavisnosti od položaja napadne tačke eksterne sile pobude, izražene u $[kg]$, uključujući i posebne napomene ograničenja momenta konstrukciono osetljivih zglobova, izražene u $[Nm]$ (eksperimentalna verifikacija u ovoj disertaciji izvedena je sa punom pažnjom i strogim praćenjem navedenih ograničenja koje propisuje proizvođač <i>Yaskawa Motoman</i>), [255].	258
Slika p5.2: Osnovne tehničke performanse i ograničenja robotske ruke <i>SIA10F</i> , sa označenim aktivnim zglobovima u konfiguraciji <i>MRR-R23</i> (S, U, B): a)konfiguracija: vertikalno zglobna; b)broj stepeni slobode; c)ukupna nosivost; d)ponovljivost; e)granice radnih hodova zglobova; f)maksimalne brzine zglobova; g)dozvoljeni momenti i inercija; h)približna masa, [255].	259
Slika p5.3: Tehnički detalji priključne ploče završnog segmenta robotske ruke <i>SIA10F</i> , [255].	260
Slika p5.4: Tehnički detalji robotskog kontrolera FS100: osnovne funkcionalnosti i performanse, [256]. .	260
Slika p5.5: Tehnički detalji robotskog kontrolera FS100: uslovi ugradnje i osnovni moduli, [256].	261
Slika p5.6: <i>MotoPlus SDK</i> - Funkcionalne sprege modula upravljačkog sistema otvorene arhitekture, [259].	261
Slika p5.7: Osnovne komponentne i hardverska konfiguracija razvojnog sistema <i>MotoPlus SDK</i> (primer koji u tehničkom uputstvu navodi proizvođač <i>Yaskawa</i> , dok u konkretnoj primeni postoji mogućnost kastomizacije za konkretan aplikativni kontekst), [259].	262
Slika p5.8: Uopšteni algoritam za softverski razvoj <i>MotoPlus SDK</i> aplikacije, prema kojem su razvijeni komunikacioni i akvizicioni programski kodovi primenjeni za potrebe eksperimentalnih verifikacija u ovoj disertaciji i predstavljeni u prilogu P4, [259].	263
Slika p5.9: Funkcionalni blok dijagram i modovi rada laserskog senzora <i>Micro-Epsilon ODC2520-46</i> , [161].	264
Slika p5.10: Osnovne tehničke karakteristike laserskog senzora <i>Micro-Epsilon ODC2520-46</i> , [161].	265
Slika p5.11: Dimenzije, uslovi ugradnje, položaj laserske zavese u odnosu na referentne mehaničke površine kućišta i naznačene kalibrisane merne distance laserskog senzora <i>Micro-Epsilon ODC2520-46</i> , [161].	266

Spisak tabela

Tabela 2.1: Kvizistatički model procesa spajanja - Jednačine kretanja i sile spajanja u centru popustljivosti za kontaktne situacije $KS(U)$, $KS(I+)$, $KS(I-)$, $KS(2)$ i $KS(L)$	30
Tabela 5.1: Specifikacija parametara dva varijantna slučaja hijerarhijski organizovanog TZS, MRR-R12_TZS, za verifikaciju algoritma koordinacije $K_TZS\#R12$	150
Tabela 5.2: Specifikacija tri varijantna slučaja primarnog i sekundarnog procesnog primitiva korišćenih u eksperimentalnoj verifikaciji algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$	160
Tabela 5.3: Ekstenzija parametara za eksperimentalni Slučaj #3: specifikacija parametara za izračunavanje faktora aktivacije sistemskih procesnih primitiva izbegavanja granica radnog prostora i singularnih konfiguracija, β_q i β_σ	162
Tabela p1.1: Specifikacija D-H parametara kinematski redundantne robotske ruke <i>Yaskawa SIA10F</i>	220

Spisak akronima

NSF – eng. *National Science Foundation*

FoF – eng. *Factories of Future*

LWR – eng. *Light Weight Arm*

DLR – nem. *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt* / eng. *German Aerospace Center*

CNC – eng. *Computer Numerical Control*

AM – Agent za montažu

PM – Podsystem ,anipulacije

PH – Podsystem hvatanja

OB – Objekat, deo koji se montira

SO – Sistem oslanjanja objekta

BGB – Bazni gradivni blok

DGB – Degenerisani gradivni blok

KS – Kontaktno stanje

CP – Centar popustljivosti

RCC – eng. *Remote Centar of Compliance*

LfD – eng. *Learning from Demonstration*

LfE – eng. *Learning from Environment*

LbI – eng. *Learning by Imitation*

RL – eng. *Reinforcement Learning*

TCP – eng. *Tool Center Point*

ToF – eng. *Time of Flight*

KPR – Konfiguracioni prostor robota

KPS – Konfiguracioni prostor slike

KPN – Konfiguracioni prostor nule

RSF/RREF – Redukovana stepenasta forma / eng. *Reduced row echalon form*

SVD – eng. *Singular Value Decompositon*

IC – Individualni cilj

GC – Globalni cilj

TZ – Tehnološki zadatak

TZS – Tehnološki zadatak spajanja

OP – Procesni primitiv

SPP – Stratum procesnih primitiva

SKO – Stratum koordinacije

PbD – eng. *Programming by Demonstration*

D-H – *Denavit-Hartenberg*

SDK – eng. *Software development kit*

API – eng. *Application programming interface*

MRR – Minimalni redundantni robot

DWT – eng. *Discrete Wavelet Transformation*

CMSysLab – eng. *Cyber-Manufacturing Systems Laboratory* / Laboratorija za kibernetiku i mehatronske sisteme

1. Uvodna razmatranja

1.1 Opšti kontekst

Aktuelni trendovi razvoja ekonomije, određeni društvenim procesima i globalizacijom, neminovno diktiraju i tehnološki razvoj, što u oblasti proizvodnih tehnologija posledično transformiše paradigmu masovne proizvodnje koja je dominirala čitavim dvadesetim vekom u novi konceptualni okvir, paradigmu masovne kastomizacije [106, 107]. Masovna kastomizacija podrazumeva masovnu personalizaciju, proizvodnju vođenu zahtevima poznatog kupca, što u tehničkom smislu predstavlja ekstremnu varijantnost proizvoda. Transformacija ove vrste vodi ka promenama koje zahvataju i osnove na kojima počiva postojeća industrijska proizvodnja, postavljajući pred inženjere i istraživače izazov razvoja nove generacije proizvodnih tehnologija, koje su efektivno primenljive u uslovima proizvodnje serija malog obima odnosno velike varijantnosti, uključujući i unikatnu proizvodnju, uz istovremeno ostvarivanje takvih ekonomskih efekata koji su ekvivalentni onim koji se ostvaruju kroz okvir masovne proizvodnje. Robotski sistem, konzistentan sa zahtevima proizvodne paradigme masovne kastomizacije, po svojstvima fleksibilnosti, odnosno, sposobnosti prilagođavanja promenama (planiranim i neplaniranim), mora da se približi, i u budućnosti potencijalno izjednači svojstvima manuelnih sistema, što u opštem slučaju obuhvata [191]:

- 1) sposobnost da se brzo prilagodi čestim i naglim promenama proizvodnih zadataka, uključujući i reagovanje u realnom vremenu na širok spektar neodređenosti i poremećaja;
- 2) svojstvo potpune informacione integracije funkcionalnih podstrukture na različitim nivoima šireg proizvodnog sistema, uključujući i čoveka (inženjerski sistemi koji omogućuju preplitanje bioloških i tehničkih entiteta, hibridne tehnološke populacije);
- 3) sposobnost ekstenzivne interaktivnosti sa okruženjem i visoka autonomnost u kognitivnom prostoru koja obuhvata: sposobnost fuzije senzorskih informacija, prepoznavanje oblika, anticipaciju, zaključivanje i donošenje odluka kroz generalizaciju ponašanja, sa inherentnim sposobnostima za prenos znanja i veština sa čoveka na mašinu, i dalje sa mašine na mašinu.

Praktično, kroz prethodno navedeni okvir, gradi se koncept proizvodnih sistema ekstremne fleksibilnost, gde njihovi osnovni činioci, robotski sistemi, kao svoje osnovno obeležje imaju adaptivnost, a njihova praktična vrednost dominantno je određena merom kojom su prethodno navedena svojstva ugrađena i ostvarena. Prostor za traženje potencijalnih rešenja za proizvodne sisteme sa ovako formulisanim funkcionalnim zahtevima predstavlja domen kibernetiko-fizičkih sistema sa proizvodnim procesom kao osnovnom aktivnošću [167, 166]. U okviru ove doktorske disertacije kao posebno značajan koncept izdvajaju se kibernetiko-fizički sistemi za montažu [58, 171, 172, 159]. Opšti značaj kibernetiko-fizičkih sistema za ostvarivanje postavljenih ciljeva može se uočiti kroz postojanje različitih razvojnih programa, kao na primer u SAD, gde je 2008. godine pokrenut program od strane Nacionalne fondacije za nauku (eng. *National Science Foundation – NSF*), [76]. Ovaj program je aktuelan sve do danas, revidira se na godišnjem nivou ili češće, reformulisanjem postojećih i formulisanjem novih tematskih okvira.

Sa aspekta tehnologije montaže, ekstremna varijantnost proizvoda potiskuje iz primene tradicionalnu tehnologiju koja je u ovoj oblasti decenijama razvijana za izvođenje procesa spajanja delova u okviru koncepta masovne proizvodnje. Konvencionalni sistemi, razvijani za koncept masovne proizvodnje, bili su bazirani na takozvanom trivijalnom slučaju montaže, odnosno odvijanju procesa spajanja pod idealnim uslovima, gde se odgovarajućim tehnološkim rešenjima njegova kompleksnost prevodi u trivijalni problem. Ovakva tehnologija bila je opravdana u uslovima masovne proizvodnje, kada je repeticija identičnog postupka u procesu spajanja bila osnovni razlog i osnovni cilj njegove automatizacije. Međutim, u uslovima maloserijske proizvodnje diktirane novom paradigmom masovne kastomizacije ovakva tehnologija je neprimenljiva. To praktično znači da se upravljanje procesom spajanja u sistemima za montažu nove generacije, po svojim tehnološkim svojstvima mora da približi svojstvima i strategijama koje koristi čovek. Čovek koristi strategije koje dozvoljavaju

prisustvo geometrijskih nesavršenosti i koje poseduju takve mehanizme adaptivnog ponašanja, kombinujući fizičke i kognitivne sposobnosti, da obezbeđuju vrlo visoku efektivnost u izvršavanju procesa spajanja. Oдавde sledi da se osnovni istraživački i inženjerski zadaci u domenu tehnologije montaže, kao aktuelni pravci razvoja oblasti, usmeravaju ka izgradnji nove generacije industrijskih robota – industrijskih humanoida. Industrijski humanoidi će se po svom ponašanju u izvođenju procesa spajanja približiti konceptu veštačkog ekvivalenta čoveka, koji je sposoban da korišćenjem strategije adaptivnog i fleksibilnog ponašanja na efikasan način izvršava zadatke koji sadrže neodređenosti, kompenzujući greške nastale iz različitih izvora, nezavisno od kompleksnosti sklopa koji se montira, njegove varijantnosti i veličine serije.

1.2 Aktuelni pravci razvoja oblasti

Koncept industrijskog humanoida pojavio se kao širi okvir razvoja unutar kibernetско-fizičkih sistema koji bi trebao da pruži kompletan odgovor, ili bar jedan njegov deo, u pogledu razvoja proizvodnih tehnologija sa atributima koji mogu da odgovore na zahteve masovne kastomizacije, sa posebnom relevantnošću u oblasti tehnologije montaže.

Primarni razvoj ostvaren je kroz međunarodne naučno-istraživačke projekte, gde su razmatrani razni tehnološki scenariji, a unutar tih aktivnosti ostvaren je i određeni iskorak ka krajnjem cilju. Ovakva situacija je omogućila da se formulišu osnovni funkcionalni zahtevi, ali takođe da se koncept industrijskog humanoida i dalje razvija. Značajan aspekt razvoja ogleda se i u reakciji industrijskog sektora na trendove povezane sa industrijskim humanoidima, gde se proizvođači robota pojavljuju kao neizostavna karika u lancu snabdevanja tržišta, a fabrike robota kao mesta gde inženjeri izgrađene koncepte prevode u komercijalna rešenja i na taj način omogućuju njihovu široku primenu.

1.2.1 Relevantni naučno-istraživački projekti

Strateški naučno-istraživački korpus aktivnosti ima ključni značaj za formulaciju funkcionalnih zahteva takvih da ih je dalje kroz inženjerske aktivnosti moguće prevesti u tehnološki izvodljiva rešenja. U kontekstu tehnologije robotizovane montaže ovakvi zahtevi pojavljuju se sa aspekata: 1) bezbednosti, imajući u vidu kolaborativni rad robota i čoveka, i 2) adaptivnosti, imajući u vidu izvođenje kompleksnih zadataka u nedovoljno strukturiranom okruženju, sa izraženo prisutnim izvorima neodređenosti. Takva istraživanja su aktuelna u kontinuitetu. Ograničavajući sa na istraživački prostor Evropske unije, najrelevantniji istraživački okvir u ovom kontekstu predstavlja program Fabrike budućnosti (eng. *Factories of Future – FoF*), koji je smešten u FP7 i H2020 okvirne programe. U okviru ovog programa posebno su bitna tri osnovna strateška programa koji se direktno odnose na proizvodne tehnologije: program Pametne fabrike (eng. *Smart Factories*), program Virtuelne fabrike (eng. *Virtual Factories*) i program Digitalne fabrike (eng. *Digital Factories*), koji se dodatno proširuju domenom kibernetско-fizičkih sistema (eng. *Cyber-Physical Systems*), gde se istraživanja posebno usmeravaju na oblast robotike, mehatronike i kognitivnih sistema. Kao posebno bitni u osnovnoj fazi razvoja od 2005. do 2013. godine, izdvajaju se dva istraživačka projekta, bazirana u strateškim okvirima FP6 i FP7, a kao treći izdvaja se dugoročni istraživački program Nemačkog aerokosmotehničkog razvojnog centra DLR, [191]:

- 1) Projekat *SMErobot* je FP6 projekat pod nazivom: *The European Robot Initiative for Strengthening the Competitiveness of SMEs in Manufacturing*, finansiran u periodu 2005. do 2009. godine, koordinator *Fraunhofer IPA*, budžet projekta 14.9 miliona EUR, sa panevropskim konzorcijumom od 22 institucije, uključujući i 14 industrijskih kompanija. Ovaj projekat je imao za cilj da istraži jedan vrlo delikatan prostor u kome industrijski humanoidi nose veliki potencijal, a to je masovna primena robota u okviru malih i srednjih preduzeća i primena u proizvodnji izrazito diverzifikovanog sadržaja, malih serija i kratkog tržišnog veka;

- 2) Projekat *ROSETTA* je FP7 projekat pod nazivom: *RObot control for Skilled ExecuTion of Tasks in natural interaction with humans; based on Autonomy cumulative knowledge and learning*, koji je finansiran u periodu 2009. do 2013. godine, sa budžetom od 10 miliona EUR. *ROSETTA* projekat je prvi projekat iz robotike koji je na najdirektniji način usmeren ka izgradnji industrijskih humanoidnih robota koji će biti inherentno pogodni za kolaborativni rad sa čovekom, u industrijskim uslovima, na linijama za montažu. Osnovni praktični izlaz ovog projekta je koncept robota u formi dvoručnog industrijskog humanoida sa 14 stepeni slobode, pod nazivom *FRIDA*, koji je u skladu sa postavljenim ciljevima i istraživačkim rezultatima konzorcijuma projekta, razvijen od strane kompanije *ABB Robotics*;
- 3) Projekat *LWR (Light Weight Robot)* je višedecenijski razvojni projekat realizovan u okviru *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt – DLR* (eng. *German Aerospace Center*), *Institute for Robotics and Mechatronics*, čije je ishodište širok kompleks razvojnih aktivnosti na izgradnji specijalnih manipulacionih sistema za istraživanje svemira. Različiti roboti razvijani u okviru ovog programa odlikovali su se čitavim nizom specifičnosti vrlo korisnim za izgradnju industrijskog humanoida specijalizovanih za tehnologiju montaže i proces robotizovanog spajanja delova. Pre svega, to je rigorozno ograničenje mase, zatim specifičnosti u radu u bestežinskom stanju i senzorski sistemi kojima je omogućena teleoperacija, odnosno prirodni kooperativni rad čoveka i robota na zadacima koji nisu mogli da budu do kraja unapred planirani i u sredini koja poseduje inherentnu nestrukturiranost. Ova istraživanja su dovela i do uspostavljanja jedne sasvim nove klase manipulacionih robota i nove istraživačke oblasti – *soft robotics*, a jedan od vrlo značajnih praktičnih izlaza bio je robot *LWR 4* koji je u komercijalni domen prevela kompanija *KUKA Robotics*.

Ekstenzivne aktivnosti u ovako fundiranim razvojnim programima u istraživačkom i industrijskom prostoru Evrope, u aktuelnom periodu su usmerene kroz koncepte Industrija 4.0 [108], i potpuno novi Industrija 5.0, [127, 150, 35]. Očigledno je da su aktivnosti navedenih strateških projekata umerene ka razvoju industrijskog humanoida, kao potencijalnog odgovora na zahteve postavljene kroz paradigmu masovne kastomizacije, što je omogućilo da se uspostave određeni funkcionalni zahtevi za dalje omasovljenje i projektovanje robota za primenu u novom kontekstu proizvodnih tehnologija.

1.2.2 Zahtevi za novu generaciju robota

Industrijskim humanoidom nazivamo fundamentalno novi koncept industrijskih robota koji se decenijama razvija, ali svoj pravi tehnološki potencijal pokazuje tek kroz nove zahteve koje je u prostor proizvodnih tehnologija donela paradigma masovne personalizacije odnosno ekstremne diverzifikacije proizvoda [191]. Sa tim povezane istraživačko-razvojne aktivnosti uvode humanoidne robote u domen proizvodnih tehnologija, gde im se izvorni pojam humanoid proširuje novim značenjem, pa se inicijalna asocijacija i korelacija između čovekovog tela i geometrijsko-kinematske konfiguracije robota (čovekoliki robot) proširuje na mnogo bitniji aspekt, a to je korelacija u kognitivnom, upravljačkom i funkcionalnom smislu. Industrijski humanoid je robot koji je sličan čoveku, pre svega u kontekstu ponašanja, i to u segmentima značajnim za izvođenje tehnoloških zadataka odnosno proizvodnih procesa u industrijskom okruženju. Međutim, tehnološki okviri i inženjerska znanja kojima danas raspolažemo još uvek nisu dovoljna da realizujemo veštačke tehnološke entitete koji će posedovati takav stepen fleksibilnosti i autonomnosti da mogu da ostvare prividno kontradiktoran zahtev između produktivnosti i cenovne kompetitivnosti u slučaju ekstremne diverzifikacije proizvoda. Imajući u vidu ovakav pravac razvoja, zahteve, zatim ograničenja, i aktuelne istraživačke aktivnosti, realizacija koncepta industrijskog humanoida u opštem smislu može se razvrstati u tri klase razvoja:

- 1) Fizički aspekti interakcije kao dominantan sadržaj kolaborativnog rada čovek-robot;
- 2) Kognitivni aspekti interakcije kao dominantan sadržaj kolaborativnog rada čovek-robot;
- 3) Dogradnja postojećih robotskih sistema u kontekstu adaptivnosti i fleksibilnosti.

Polazna osnova za izgradnju prve klase industrijskih humanoida, koja obuhvata direktnu fizičku interakciju čoveka i robota u kolaborativnom radu, jeste bezbednost. Da bi radio sa čovekom, robot mora da bude sličan čoveku. Konvencionalni industrijski robot je opasna mašina, sposobna da povredi čoveka, počev od lakih povreda pa do povreda koje uključuju fatalni ishod, ali je to istovremeno mašina visokih performansi, nezamenljiva u određenoj klasi zadataka. U kolaborativnom radu, koji uključuje fizičku interakciju, ekspozicija čoveka je vrlo velika, pa je samim tim i rizik visok. Ova oblast obuhvaćena je odgovarajućim zakonskim regulativama i standardima¹ koji se odnose na bezbednost u radu robotskih sistema od početka 2000-tih, pa do danas, i u nekoliko navrata bila je u fazi sveobuhvatne revizije koja je uključila i industrijsku primenu humanoidnih robota za kolaborativni rad u zakonski utvrđenim okvirima. Međutim, kolaborativni rad kroz fizičku interakciju čoveka i robota je samo jedan od konceptualnih pristupa koji potencijalno mogu generisati rešenje za zahteve diktirane novom proizvodnom paradigmatom masovne kustomizacije. Takav koncept je neophodan samo u jednoj uskoj klasi zadataka odnosno proizvodnih procesa, gde se pored tehnoloških aspekata postavlja i pitanje efikasnosti i ekonomske opravdanosti u redovnom radu proizvodnog sistema strukturiranog na takav način. Takav model rada, koji obuhvata fizičku interakciju čoveka i robota prihvatljiv je eventualno u fazi pripreme, kada je potrebno da se izvrši transfer znanja i veština sa čoveka na robota. Ipak, u takvom okviru, imajući u vidu prethodne navode koji se odnose na bezbednost, očigledno je neophodna izgradnja potpuno nove generacije robotskih sistema koji će biti bezbedni za rad i fizičku interakciju sa čovekom. Postavlja se pitanje tehnološke spremnosti i ekonomske opravdanosti za ovakav razvoj, a pored toga i pojave negativnih efekata na tehničke performanse kojima će takav robotski sistem raspolagati – da li su takve performanse dovoljne za izvršavanje realnih industrijskih zadataka?

Drugi konceptualni okvir gde se traži potencijalni odgovor na otvorena pitanja povezana sa proizvodnjom ekstremno varijantnih proizvoda, predstavlja kolaborativni rad i interakcija u kognitivnoj ravni, gde čovek i robot ne moraju nužno deliti fizički prostor. Ovakav model interakcije zasniva se na korišćenju kognitivnih sposobnosti čoveka i intenzivnom korišćenju fizičkih performansi kojima raspolaže mašina – robotski sistem, a to su brzina, nosivost, ponovljivost, tačnost, itd., a u funkcionalnom smislu ovakav pristup bitno relaksira izvođenje industrijskog humanoida u fizičkoj ravni, a dominantan razvoj se usmerava ka izgradnji odgovarajućih interfejsa za komunikaciju sa čovekom.

Treći okvir razvoja, odnosi se na izgradnju robotskih sistema, industrijskih humanoida, koji u realizaciji proizvodnog procesa ne zahtevaju kolaborativni rad sa čovekom, ali primenjuju strategije i poseduju svojstva adaptivnosti koja su slična čovekovom ponašanju i koja su dovoljna za izvršavanje široke klase zadatka u industriji. U ovom kontekstu fokus je na izgradnji upravljačkih algoritama koji će omogućiti da se postojeći industrijski robotski sistemi dograde i primene u kompleksnim zadacima koji se izvršavaju u nedovoljno strukturiranom radnom okruženju, gde pripadajući procesi inherentno sadrže izvore neodređenosti i grešaka. Ovakav pristup je od posebnog značaja sa aspekta istraživanja i ostvarenih rezultata u ovoj doktorskoj disertaciji.

Sagledavajući prethodno navedeni kontekst u pogledu ostvarivanja bezbednosti za kolaborativni rad sa čovekom i svojstva adaptivnosti na promene u radnom okruženju, zatim optimizacije za različite situacije i zadatke, prema [192] mogu se redefinisati tehnološke osnove na kojima se grade konvencionalni industrijski roboti i približiti konceptu industrijskog humanoidnog robota, što se može grupisati u šest ključnih projektnih zahteva:

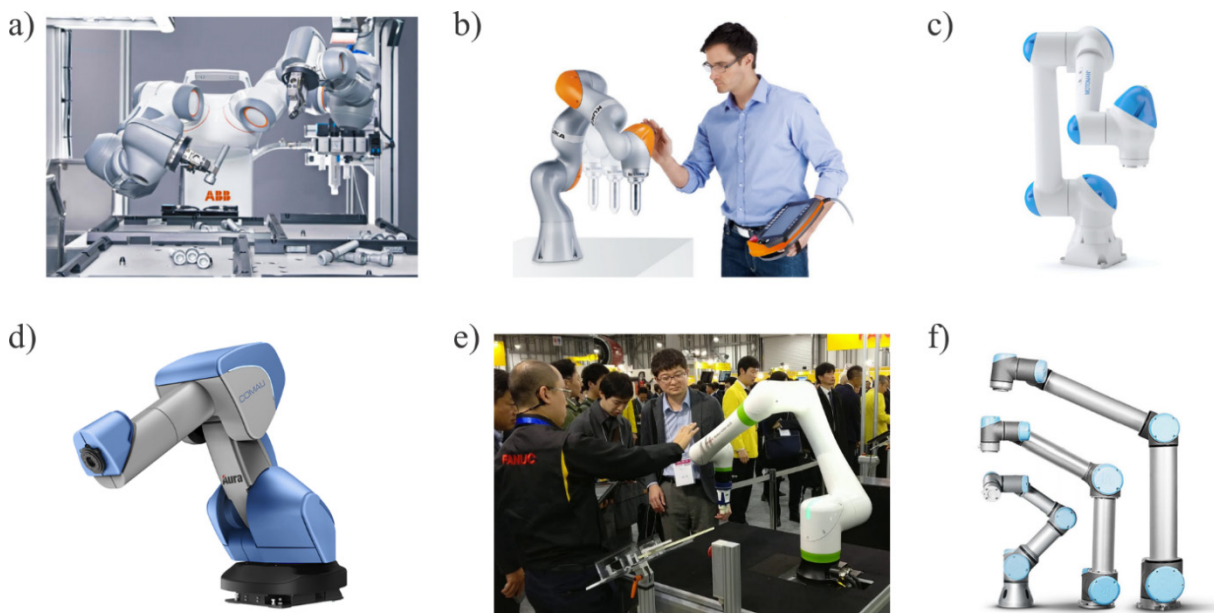
¹ ANSI/RIA R15.06-2012, [12]; ISO10218-1: 2011, [73], (SRPS EN ISO 10218-1:2012 – usvojen od strane Instituta za standardizaciju Srbije); ISO10218-2: 2011, [74], (SRPS EN ISO 10218-2:2012 – usvojen od strane Instituta za standardizaciju Srbije); ISO/TS 15066 [75]. Na osnovu ovih regulatornih dokumenata koji definišu kolaborativni rad čoveka i robota u industrijskom okruženju sledi da su za bezbednost relevantne brzina, energija i sila, pa je fizička interakcija dozvoljena samo ukoliko je ispunjen jedan od uslova, koji su vrlo restriktivni, [74]: 1) Brzina vrha robota ≤ 0.25 m/s; 2) Maksimalna dinamička snaga ≤ 80 W; 3) Maksimalna statička sila ≤ 150 N.

- 1) Mala masa i velika specifična nosivost;
- 2) Meka, popustljiva mehanička struktura;
- 3) Sposobnost pasivne pokretljivosti kroz funkciju povratnog pogona (eng. *backdrivability*);
- 4) Kinematska redundansa, uključujući i razgranate, bimanuelne strukture;
- 5) Sposobnost rada u nedovoljno strukturiranom okruženju, akvizicija čovekovog ponašanja i generalizacija;
- 6) Psihološki aspekti (izgled i pokreti koji nisu uznemiravajući za čoveka, i za čoveka prirodna komunikacija).

Akumulirana znanja koja su rezultovala formulisanjem zahteva i ograničenja reflektovala su se na dalji tehnološki razvoj i stvaranje uslova za prenošenje koncepta industrijskog humanoida iz čistog naučno-istraživačkog domena, u prostor komercijalizacije sa ciljem omasovljenja i proizvodnje nove generacije robota.

1.2.3 Refleksija razvoja na današnje industrijske robote

Postavljeni trend razvoja industrijskih humanoida reflektovao se i na aktivnosti proizvođača industrijskih robota, koji pokušavaju da daju svoje odgovore na aktuelne zahteve u pogledu kolaborativnosti i kolaborativnog rada čovek-robot, ali i da na taj način, prateći ovakav trend, zadrže svoju poziciju na tržištu, odnosno da ovaj koncept približe aplikativnom nivou u industrijskoj proizvodnji. U tom kontekstu velika većina proizvođača industrijskih robota, a svakako oni vodeći, razvijaju rešenja i u svojim proizvodnim programima imaju kolaborativnog robota, pri čemu su neki od njih nastali direktno kao nastavak razvoja i rezultat rada na pravcima utemeljenim kroz prethodno navede istraživačke projekte. Primeri industrijskih humanoida i robota namenjenih za kolaborativni rad sa čovekom kroz fizičku interakciju u istom radnom prostoru, koji su komercijalno dostupni, prikazani su na slici 1.1:



Slika 1.1: Primeri komercijalno dostupnih industrijskih humanoida, modeli svetskih proizvođača robota: a) YuMi, ABB Robotics (naslednik prototipa FRIDA, projekat ROSSETA); b) LBR iiwa, KUKA Robotics naslednik prototipa LWR4, DLR); c) HC10, Yaskawa Motoman; d) Aura, COMAU; e) CR serija i CRX, FANUC; f) UR serija, Universal Robots.

Proizvođači industrijskih robota nude svoja rešenja u ovoj oblasti zasnovana na primeni različitih pristupa za tehnička rešenja koja omogućuju određeni nivoa kolaborativnosti, usklađene sa zakonskim okvirima koju su propisani standardima. ABB YuMi i KUKA LBR iiwa, zasnivaju se na kinematskoj redundansi i upravljivoj krutosti u zglobovima (direktno merenje momenta

odgovarajućim senzorskim sistemom na strani segmenta robotske ruke). Dodatno, kod robota *YuMi* segmenti robotske ruke su obloženi mekim materijalima i ugrađenim detaljima koji su sa psihološkog stanovišta povoljni za interakciju sa čovekom. Takođe ovaj robot je u osnovi bimanuelne strukture, pa je prisutna hiperredundansa, što pruža ekstremnu fleksibilnost. *COMAU Aura* je primer robota sa primenom pristupa gde se za postojeće industrijske robote formira odelo koje u sebi sadrži taktilne senzitivne elemente (neka vrsta veštačke kože), pa robot tako postaje osetljiv na dodir, senzitivan na interakciju sa okruženjem, i na taj način ostvaruje funkciju koja omogućuje fizičku interakciju sa čovekom. Sličan pristup ima *FANUC* kod industrijskih robota serije *CR*. U oba slučaja radi se o standardnim strukturama robota sa 6 stepeni slobode, koje pomenuti proizvođači imaju u svojoj ponudi. Ovaj pristup ima prednost u tome što se izvorne performanse robota zadržavaju, tako da kada prisustvo čoveka više nije neophodno u radu, kada je završena faza pripreme, robot može maksimalnim performansama da izvršava zadatak. Posebnu klasu, gde se kao prvi promovisao proizvođač *Universal Robots*, predstavljaju roboti sa 6 stepeni slobode, sa nekom vrstom upravljive krutosti u zglobovima, gde se ova rešenja uglavnom zasnivaju na posrednom merenju momenta preko struje motora koji pogoni zglob. U ovu klasu pored *UR* serije robota spadaju *Yaskawa HC-10*, kao i *FANUC CRX*. Treba naglasiti da proizvođač *Yaskawa Motoman* u svojoj ponudi takođe ima i kinematski redundantne robote, serija sa oznakom *SIA* (7 stepeni slobode), uključujući i seriju bimanuelnih robota sa oznakom *SDA* (15 stepeni slobode), koji raspolažu punim performansama za izvršavanje zadataka u industrijskom okruženju, pri čemu im kinematska redundansa omogućuje ostvarivanje dodatnih kretanja i fleksibilnosti, na primer izbegavanje kolizije sa objektima u radnom prostoru, ili ispunjavanje nekih drugih dodatnih kriterijuma.

U tehnologiji robotizovane montaže, gde radni zadatak i kompletan tok njegovog izvršavanja karakteriše fizička interakcija robota sa okruženjem, bilo u kolaborativnom radu sa čovekom ili kroz fizičku interakciju sa okruženjem, gde se proces spajanja delova odvija kroz niz kontaktnih stanja, kao najznačajniji aspekt u kontekstu adaptivnosti izdvaja se upravljanje generalizovane krutosti robotske ruke. Relevantni sadržaji predmet su istraživanja i u nacionalnim okvirima, što se kratko navodi u narednom podpoglavlju.

1.2.4 Nacionalni okvir istraživanja

U nacionalnim okvirima oblast tehnologije robotizovane montaže razvijana je decenijama unazad na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, na Katedri za proizvodno mašinstvo. Magistarski rad na temu „Istraživanje i razvoj sistema za adaptivno spajanje delova u montaži primenom robota“ iz 1988. godine, [187], predstavlja pionirski doprinos, a zatim i doktorska disertacija na temu „Model aktivnog adaptivnog upravljanja procesom spajanja delova u montaži primenom redundantnih robota“ iz 1996. godine, [188], autora Prof. dr Petra B. Petrovića, pod mentorstvom Prof. dr Vladimira R. Milačića, kao rezultat višegodišnjih istraživanja i rada u ovoj oblasti. Kontinuitet i dalji naučni doprinos u ovim okvirima ostvaren je izradom doktorske disertacije Prof. dr Živane Jakovljević na temu „Učenje i kontekstno prepoznavanje procesa spajanja u robotizovanoj montaži“ iz 2010. godine [241], pod mentorstvom Prof. dr Petar B. Petrovića. Takođe, pored navedenih magistratura i doktorata, rezultati i doprinosi u razvoju oblasti tehnologije robotizovane montaže u kontinuitetu su publikovani i u međunarodnim okvirima [193, 194, 98, 191, 99, 190, 145]. Istraživanja koja su sprovedena u okviru ove doktorske disertacije na temu „Adaptivno spajanje delova u tehnologiji robotizovane montaže primenom kinematski redundantnih robota“, pod mentorstvom Prof. dr Petra B. Petrovića, smeštena su u kontekst projekta TR35007: Inteligentni robotski sistemi za ekstremno diverzifikovanu proizvodnju, koji je finansiran od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja u periodu od 2011. do 2019. godine, kao projekat nacionalnog značaja za oblast tehnološkog razvoja industrije Srbije. Projekat TR35007 i istraživanja u okviru ove doktorske disertacije realizovana su u okviru Laboratorije za Kibernetiku i Mehatronske sisteme (eng. *Cyber-Manufacturing Systems Laboratory - CMSysLab*), Katedre za proizvodno mašinstvo, Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, gde je predmet Tehnologija montaže uveden u nastavni program

za edukaciju inženjera na Master akademskim studijama od školske godine 2008/2009. Pored istraživanja na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, oblast tehnologije montaže u nacionalnim okvirima razvija se i na Fakultetu tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu (*FTN*), na Departmanu za industrijsko inženjerstvo i menadžment. Osnove razvoja ove oblasti na Fakultetu tehničkih nauka postavio je Prof. dr Ilija Ćosić, dok su u aktuelnim istraživanjima i nastavi na predmetu Tehnologija montaže aktivni Prof. dr Zoran Anišić i Prof. dr Milovan Lazarević. Predmet pod nazivom Tehnologija montaže uveden je u nastavni program na *FTN* od 2012. godine.

1.3 Istraživački izazovi u tehnologiji robotizovane montaže

Osvrtom na opšti kontekst, zatim na aktuelni trend razvoja, posebno u oblasti tehnologije robotizovane montaže, zaključuje se da tradicionalno upravljanje pozicijom i orijentacijom manipulacionog robota, sleđenjem trajektorije karakteristične tačke vrha zadatim brzinama i ubrzanjima, nije dovoljan okvir, da je neodrživ sa aspekta masovne kastomizacije proizvoda, i da je neophodno proširiti ga u smislu adaptivnosti na neodređenosti i dinamičke promene u radnom okruženju, pre svega u kontekstu izvršavanja zadatka spajanja, ali i fizičke interakcije u kolaborativnom radu sa čovekom. Pitanje fizičke interakcije sa okruženjem, i tom kontekstu uspešnog izvršavanja zadatka montaže, u prvi plan ističe: 1)krutost manipulacionog sistema i sistema oslanjanja delova kao procesnu veličinu u zadatku spajanja, što se pojavljuje kao upravljački zahtev; 2)primenu robotskih tehnologija kao oblasti gde se potencijalno mogu pronaći rešenja na prethodno postavljeni zahtev u kontekstu adaptivnosti manipulacionog sistema i oslanjanja delova koji se spajaju.

1.3.1 Krutost u funkciji uspešnog toka procesa spajanja

Svaka fizička interakcija robota sa njegovim okruženjem (ograničeno kretanje) dominantno je određena kinetostatičkim svojstvima mehanizma robotske ruke i okruženja. U opštem slučaju, svojstva mehanizma robotske ruke mogu da budu promenljiva i njima se može upravljati, pa se fleksibilnost posmatra u tom kontekstu. To je od fundamentalnog značaja, jer su robotska ruka i okruženje u izvršavanju zadataka sa ograničenim kretanjem dva spregnuta dinamička sistema [90], pri čemu robot mora da prilagodi svoju dinamiku, prevashodno krutost, kinetostatičkim svojstvima okruženja na koja se po pravilu ne može da utiče. U ovom kontekstu relevantna su dva aspekta:

- 1) Krutost u funkciji bezbednosti i pasivne pokretljivosti kod kolaborativnih sistema koji uključuju i fizičku interakciju čoveka i robota, gde ne postoje egzaktni zahtevi, već je prevashodno bitno da upravljački sistem ostvari dovoljnu popustljivost i stabilnost robotskog sistema u celosti, pre svega sa aspekta bezbednosti;
- 2) Krutost u funkciji proizvodnog procesa, gde se kao osnovni zahtev pojavljuje potreba za preciznim upravljanjem pripadajućim kinetostatičkim svojstvima u zavisnosti od zahteva određenih uspešnim izvršavanjem konkretnog tehnološkog zadatka.

U okviru ove disertacije razmatraju se aspekti upravljanja svojstvima krutosti mehanizma robotske ruke kao procesne veličine. Krutost kao procesna veličina sreće se u širokoj klasi industrijskih zadataka, pre svega kod spajanja delova u tehnologiji montaže [84, 27, 247] koji se izdvaja svojom izuzetnom kompleksnošću, ali takođe se sreće i kod zadataka poliranja, uvrtnja/odvrtanja zavrtnjeva, obrade rezanjem i slično [111, 63, 93]. Pored industrijskih zadataka, precizno upravljanje svojstvima krutosti je od generičkog značaja i za druge oblasti primene robotskih tehnologija, na primer u medicini, u oblasti rehabilitacije [17, 273] ili hirurgije [209], gde se pojavljuju kompleksni zadaci ograničenog kretanja kao što su ubadanje medicinske igle u biološko tkivo [45, 271] i ultrazvučna dijagnostika [206, 186]. Slična situacija je prisutna i u oblasti servisne robotike, gde za ostvarivanje funkcije hoda čovekolikih robota postoji implicitan zahtev preciznog upravljanja kinetostatičkim svojstvima [240, 54, 66]. Očigledno je da je precizno upravljanje svojstvima krutosti robota od izuzetnog praktičnog značaja, ali takođe i to da je ova oblast nakon višedecenijskih intenzivnih istraživačkih napora u kontinuitetu i dalje aktuelna, i otvorena za nove doprinose.

Tema upravljanja svojstvima krutosti kao procesne veličine u ovoj disertaciji ograničena je na robotsku montažu i zadatak spajanja krutih delova preciznih mehaničkih sklopova (na primer motor i slični sklopovi u automobilskoj industriji). Ovakav zadatak je složen, u opštem slučaju se sastoji iz višestrukih upravljačkih zahteva, a načelno se mogu izdvojiti dva osnovna od kojih je zadatak spajanja komponovan:

- 1) Ostvarivanje zahtevane relativne pozicije i orijentacije delova koji se spajaju, kao i trajektorije njihovog relativnog kretanja (trajektorija insertovanja) – kinematski zahtev;
- 2) Kompenzacija odstupanja od idealne trajektorije spajanja odnosno dinamička kompenzacija greške relativne pozicije i orijentacije – kinetostatički zahtev.

Jednu od osnovnih uporišnih tačaka za analizu i identifikaciju kinetostatičkih parametara konzistentnih sa netrivialnim slučajem procesa spajanja predstavlja teorija spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova koja je postavljena davnih 70-tih i 80-tih godina [175, 174, 249], a zatim je decenijama kroz različite pristupe i istraživanja postepeno unapređivana i dopunjavana [44, 34, 222], i predstavlja jedinu postojeću formalno konsekventnu teoriju u ovoj oblasti. *RCC* jedinica kao praktična implikacija teorije kvazistatičkog spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova je eksperimentalno u potpunosti potvrđena, ali je njena šira primena u industriji izostala prevashodno zbog problema inherentne nefleksibilnosti. *RCC* jedinica je uvek projektovana za konkretnu, usku primenu (na primer montaža uske klase cilindričnih spojeva određenog prečnika i dužine), što je direktno u suprotnosti sa novom paradigmatom proizvodnih sistema masovne kastomizacije gde se zahteva ekstremna fleksibilnost i diverzifikacija [106]. Prisutni su i drugi nedostaci, sistemske prirode.

Ključna pitanja u kontekstu primene robotskih tehnologija za ostvarivanje dva prethodno navedena osnovna zahteva za izvršavanje zadatka spajanja na fleksibilan način su:

- 1) Zadatak produkcije željene generalizovane krutosti kao programabilne, adaptabilne procesne veličine koja je konzistentna sa zahtevima procesa spajanja i ostvarena kao jedan od upravljačkih zahteva (da li je to moguće i kako?), čime se rešava problem fleksibilnosti;
- 2) Interakcija sa osnovnim upravljačkim zahtevom kretanja duž trajektorije spajanja, ali i drugih zahteva koji tehnološki kompletan sistem za montažu mora da ispuni, gde se nameće pitanje konflikata u njihovom simultanom izvršavanju.

U ovoj doktorskoj disertaciji ispunjavanje navedenih zahteva upravljanja kretanjem uz precizno ostvarivanje svojstava krutosti robotskog sistema za spajanje delova, usmerava se ka oblasti primene kinematski redundantnih robota kao prostoru za traženje potencijalnih rešenja.

1.3.2 Primena kinematski redundantnih robota

Uzimajući prethodno navedene stavove u obzir, kinematski redundantna robotska ruka se posmatra kao mehanizam sa određenim svojstvima krutosti/popustljivosti koncentrisane u zglobovima robota čiju je generalizovanu krutost potencijalno moguće aktivno upravljati uz simultano ostvarivanje zadate pozicije. Pristup gde se istražuje alternativa tradicionalnom pasivnom sistemu popustljivosti načelno se pominje u raspoloživoj literaturi [134, 222, 248], ali bez funkcionalno konzistentnog okvira. Posmatrano sa generalnog stanovišta, upravljanje svojstvima krutosti robotske ruke je oblast koja se istražuje decenijama, sa različitim pristupima i kontinualnom nadogradnjom [28, 208]. Analiza koja uključuje razmatranje upravljanja svojstvima krutosti za slučaj kinematske redundanse predstavljena je u [33, 118, 229].

Istraživanje u oblasti upravljanja kinematski redundantnim robotima uključujući upravljanje svojstvima krutosti robotske ruke, bazira se na efikasnom korišćenju povećanog stepena pokretljivosti robotske ruke koji omogućavaju redundantni stepeni slobode. Na taj način, za razliku od klasičnih, široko rasprostranjenih i primenjenih neredundantnih robota, koji imaju mogućnost izvršavanja samo

jednog zadatka, ostvarivanje zadate pozicije i orijentacije, kod redundantnih robota moguće je simultano izvršavanje više zadataka. Ova mogućnost, iako privlačna i tehnološki poželjna, nosi sa sobom izazov u kontekstu interferencije radnih zadataka, odnosno međusobnog uticaja i konflikata, što dalje vodi ka pronalaženju rešenja u prioritizaciji zadataka, odnosno njihovoj hijerarhijskoj organizaciji najčešće svrstavanjem u primarni i sekundarne zadatke. što je posebno značajno u kontekstu kompleksnog tehnološkog zadatka kao što je zadatak spajanja u tehnologiji montaže. Funkcionalno konzistentan okvir za realizaciju upravljanja kinematskom redundantnom, koji omogućuje upravljanje izvršavanjem više zadataka istovremeno, predstavlja pristup na bazi odlično fundiranog matematičkog aparata linearne algebre [19, 130, 256], odnosno linearnog preslikavanja između prostora unutrašnjih koordinata i prostora spoljašnjih koordinata robotske ruke, odnosno prostora tehnološkog zadatka.

Koncept upravljanja na bazi prioritizacije zadataka po prvi put formalno je postavljen u [138], dok je jedan od prvih sistematičnih pristupa u upravljanju mehanizmom kinematski redundantne robotske ruke, i konsekvantno otvaranje pitanja efikasnog korišćenja povećanog stepena pokretljivosti dat u [16], a tokom decenijskog razvoja razmatrani su različiti aspekti iskorišćenja povećanog kapaciteta. Među prvim primerima upravljanja kinematski redundantnim robotima za izbegavanje kolizije sa preprekama u okruženju može se navesti [148]. Dalji osnovni doprinosi u generalizaciji ovog pristupa, uključujući analizu kinematskih i algoritamskih singulariteta predstavljeni su u [217, 31], i sa tim povezana rešenja [48], a sveobuhvatna analiza novijeg datuma u upravljanju na bazi prioritizacije zadataka uz određena unapređenja i ekstenziju već pomenutog [217], koristeći metodu dekompozicije sopstvenih vrednosti Jakobijanove matrice, data je u [15], što će se pokazati kao vrlo značajan matematički aparat, kako sa aspekta linearnog preslikavanja, tako i sa aspekta analize matrice generalizovane krutosti. Pored kinematskih aspekata, modeliranje dinamičkog ponašanja je vrlo značajno u kontekstu upravljanja redundantnim robotima u fizičkoj interakciji sa okruženjem i predstavlja jedan od pravaca istraživanja u ovoj oblasti. Temelji dinamičkog modeliranja uspostavljeni su u [113, 173, 114], obuhvatajući aktivno upravljanje silom u uslovima ograničenog kretanja robotske ruke, uz sistematizaciju, vrlo opširnu analizu i fundamentalne formulacije [115] koje dalje predstavljaju osnovu za dodatne prodore i primene u savremenim istraživanjima. Aktuelna istraživanja na ovu temu, iako uglavnom fokusirana na servisnu robotiku i pripadajuće zadatke, obrađuju i razrešavaju značajne teze generalnog karaktera kao što je izbegavanje kolizije u interakciji sa okruženjem [51], ostvarivanje kretanja u okviru zadatih ograničenja brzine i ubrzanja, i sa tim povezanih zasićenja [71], zatim izbegavanje singularnih položaja robotske ruke, upravljanje hijerarhijom zadataka odnosno stepenom njihovih relativnih prioriteta, često obuhvatajući i aspekte stabilnosti sa stanovišta automatskog upravljanja [52, 53, 153]. Jedan od pristupa u upravljanju kinematski redundantnim robotima odnosi se i na izgradnju bioinspirisanih metoda i iz njih izvedenih algoritama oponašanja položaja čovekove ruke ili šake [117, 196], zatim metode bazirane na biološki definisanim ograničenjima [2] ili rešenja izvedena na bazi međuzavisnosti zglobova kod kretanja čovekove ruke [136]. Upravljanje svojstvima krutosti vrha robota na bazi kinematske redundanse i upravljive krutosti u zglobovima robota, ili kombinacija ova dva pristupa, takođe su aspekt koji su tema dugogodišnjih istraživanja [5, 178, 183], sa posebnim osvrtom na uticaj konfiguracije mehanizma robotske ruke na kinetostatičko ponašanje vrha robota [3]. Analizom raspoložive literature uočeno je kod upravljanja kinematski redundantnim robotima postoji izostanak pristupa generalizacije, a posebno u kontekstu formiranja formalno konsekvantnog okvira.

U ovoj disertaciji razmatra se pitanje upravljanja izvršavanjem zadatka spajanja delova primenom kinematski redundantnih robota, što potencijalno omogućava da se pored upravljanja kretanjem vrha robotske ruke duž trajektorije spajanja simultano upravlja svojstvima krutosti, što je od suštinskog značaja za uspešan tok procesa spajanja. Kako je zadatak spajanja očigledno strukturno složen i veoma kompleksan, za njegov formalni opis primenjuje se kibernetički pristup hijerarhijskog organizovanja i koordinacije [160, 39, 230], kao formalno konsekvantni okvir, što omogućuje efikasno iskorišćavanje povećanog kapaciteta kinematskih robota na sistematičan način, pri tome

koristeći linearnu algebru kao funkcionalno konzistentni instrument za matematičko modeliranje upravljačkih algoritama u ostvarivanju ovog pristupa.

1.4 Polazne hipoteze i metodološki okvir

U kontekstu prethodno navedenog, opšti naučni cilj doktorske disertacije predstavlja doprinos stvaranju novog generičkog teorijskog znanja i praktičnih iskustava (stečenih kroz eksperimentalne radnje u laboratorijskim uslovima), neophodnih za izgradnju nove generacije robotskih sistema za montažu, primenljivih u uslovima visokovarijantne maloserijske i pojedinačne proizvodnje, u kontekstu koji definiše nova proizvodna paradigma masovne kastomizacije. Pored opšteg, ova doktorska disertacija ima posebne naučne ciljeve, i to: 1) Stvaranje novih generičkih znanja neophodnih za efektivno korišćenje konfiguracionog prostora nule kinematski redundantnog robota za upravljanje svojstvima generalizovane krutosti kao tehnološke veličine koja je konzistentna sa procesom spajanja, a koju robot ostvaruje kao sekundarni (nekonfliktni) upravljački zadatak; 2) Doprinos redefinisaju postojećeg koncepta industrijskog robota u smislu njegove transformacije u koncept industrijskih humanoidnih robota, specijalizovanih za domen tehnologije montaže, a po svojim performansama, pre svega u ponašanju, sposobnih da se približe fizičkim i kognitivnim performansama čoveka u izvođenju zadataka spajanja delova u tehnološkim sistemima za montažu. Na osnovu prethodnog ova doktorska disertacija polazi od sledećih hipoteza:

Hipoteza #1:

Sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti potpuno i jednoznačno određuje kinetostatička svojstva hipotetičkog manipulacionog sistema, konzistentnog sa uspešnom realizacijom proizvoljnog netrivialnog slučaja procesa kvazi-statičkog spajanja para konformnih nedeformabilnih objekata.

Hipoteza #2:

Konfiguracioni prostor nule kinematski redundantnog antropomorfnog manipulacionog robota sadrži najmanje jednu konfiguraciju koja do tačnosti proizvoljnog skalarnog množioca generiše proizvoljni sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti pridružene proizvoljno izabranoj tački vrha robota, uz očuvanje kinematske konzistentnosti primarnog zadatka manipulacije robotskog sistema za montažu.

Hipoteza #3:

Kibernetski koncept hijerarhijskog organizovanja i koordinacije višenivojskih stratifikovanih sistema dovoljan je formalni okvir za: (a) modeliranje i analizu, (b) sintezu zakona upravljanja simultanog nekonfliktnog izvršavanja proizvoljnog skupa međusobno spregnutih procesnih primitiva u okviru tehnološkog sistema za robotsku montažu.

Hipoteza #4:

Nekonfliktno upravljanje sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti kinematski redundantnih antropomorfnih manipulacionih robota u kontekstu koji je definisan hipotezama 1 do 3, i za uslov primenljivosti u realnom vremenu, nameće imperativ ekstenzije analitičkih optimizacionih metoda ka prostoru metaheuristike i mašinskog učenja.

U okviru ove doktorske disertacije korišćene su sledeće istraživačke metode kvantitativne analize fenomena povezanih sa predmetom istraživanja, a sa ciljem dokazivanja ili odbacivanja polaznih hipoteza:

1. Reverzno inženjerstvo ponašanja čoveka u izvršavanju zadataka montaže – biomimetički pristup za projektovanje robota kao ključnog tehnološkog entiteta u sistemima za robotizovanu montažu.

2. Analitičke metode linearne algebre i opšta teorija linearnih prostora za analizu i sintezu: (a) sopstvenog sistema odnosno sopstvenog prostora matrice generalizovane krutosti manipulacionog sistema, i (b) podprostora konfiguracionog prostora kinematski redundantnog antropomorfno robot sa pripadajućim komplementarnim operatorima pseudoinverzije i projektora – analitička inferentna mašina za superpoziciju višestrukih upravljačkih zahteva korišćenjem konfiguracionog prostora nule;
3. Opšta teorija sistema i kibernetički koncept višenivojskih sistema upravljanja za primenu kinematski redundantnih antropomorfno robot u izvršavanju zadatka spajanja unutar tehnološkog sistema za montažu – stratifikacija, hijerarhijska organizacija i koordinacija za definisanje strukture zadatka i rešavanje problema simultanog nekonfliktnog ispunjavanja skupa procesnih primitiva;
4. Metode matematičke optimizacije za pronalaženje optimalnih ili podoptimalnih (kompromisnih) rešenja višekriterijumskog modela tehnološkog zadatka spajanja definisanog kao skup procesnih primitiva sa pripadajućim funkcijama ciljeva i ograničenjima tipa jednakosti i nejednakosti.
5. Metode diskretne simulacije za verifikaciju razvijenih upravljačkih algoritama sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti u konfiguracionom prostoru nule i za koordinaciju kretanja kinematski redundantnog antropomorfno robot u simultanom nekonfliktnom izvršavanju skupa procesnih primitiva u tehnološkom zadatku spajanja delova;
6. Empirijske metode istraživanja i eksperimentalne verifikacije u cilju provere razvijenih teorijskih modela i testiranja polaznih hipoteza u realnim uslovima kroz sprovođenje odgovarajućih eksperimenata pod kontrolisanim laboratorijskim uslovima.
7. Analitičke metode numeričke obrade signala (filtracija, spektar i spektralna analiza) za obradu senzorske informacije o sili pobude i odzivu vrha kinematski redundantnog robot sa posebnim fokusom na identifikaciju ostvarenog elipsoida generalizovane krutosti: (a) kratkotrajna Furijeova transformacija (eng. *Short-Time Fourier Transformation – STFT*), i (b) diskretna vejtlet transformacija – (eng. *Discrete Wavelet Transformation – DWT*);
8. Ontološki pristup za izgradnju znanja u oblasti tehnologije robotizovane montaže, kroz fundamentalna i konstitutivna određenja skupa pojmova i njihovih relacija na bazi formalnih reprezentacija definicija, teorema i korolarijuma.

1.5 Organizacija teksta disertacije

Doktorska disertacija organizovana je u 6 poglavlja. Nakon uvodnih razmatranja, u drugoj glavi detaljno su analizirani aspekti procesa spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže, sa posebnim akcentom na zahteve za uspešno spajanje delova koji se odnose na precizno definisanje svojstava generalizovane krutosti sistema za montažu i varijantne oblike njihovog upravljanja, sa fokusom na primenu kinematski redundantnih robot. U trećoj glavi obuhvaćena je detaljna analiza aspekata povećane pokretljivosti i preodređenosti kinematski redundantnih robot, i sinteza modela kretanja bazirana na komplementarnim komponentama korespondentnih konfiguracionim podprostorima slike i nule, kao funkcionalno konzistentni okvir za nekonfliktnu realizaciju primarnog i sekundarnih zadataka. Sadržaj četvrte glave usmeren je ka uvođenju i uspostavljanju formalno konsekventnog okvira kibernetičkog koncepta hijerarhijske organizacije i koordinacije tehnološkog zadatka spajanja, i sintezi zakona upravljanja. U petoj glavi prikazani su rezultati eksperimentalne verifikacije, ostvareni kroz virtuelne i fizičke eksperimente izvedene na osnovu prethodno postavljenih modela koordinacije strukturno složenog i hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka spajanja. Zatim su u šestoj glavi navedena zaključna razmatranja i predlog daljih istraživanja, nakon čega sledi pregled korišćene literature i prilozi.

2. Proces spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže

Proces spajanja delova je osnovni proces tehnologije montaže. Fundamentalni problem je njegovo razumevanje i modeliranje, odnosno reprezentovanje, zbog njegove ekstremne složenosti, posebno kada su u pitanju veštački tehnološki entiteti, odnosno robotizovana montaža. Nedostatak formalno-konsekventnog okvira otvara ontološka pitanja procesa i sistema za robotizovano spajanje. Redukcionistički pristup kakav je imao Butrojd [23] je verovatno pogrešan, jer on kao takav nije produkovao očekivani odgovor u montaži koji bi bio ekvivalentan procesu obrade rezanjem, na primer, ili deformisanjem. Montaža se ne može smestiti u taj okvir. Neophodan je prelazak sa redukcionizma na kompleksnost. Tu se potencijalno može pronaći odgovor na većinu otvorenih pitanja koja su povezana sa procesom montaže. Suština procesa spajanja je u kognitivnoj ravni i obezbeđivanju kompleksnosti koja može da reprezentuje proces spajanja na odgovarajući način prihvatljiv za implementaciju kod veštačkih tehnoloških entiteta. Zato, usmeravanje metodološkog pristupa ka sistemskom i kibernetikom okviru, odnosno apstraktnom domenu je, metodološki posmatrano, verovatno najkorektniji pristup.

U ovakvom kontekstu jasno je da tradicionalni pristup u automatizaciji, ili uže robotizaciji, tehnologije montaže ili neki partikularni pokušaji mogu da daju odgovor samo u specijalnim ili pojedinačnim slučajevima. Istraživanja u oblasti tehnologije robotizovane montaže, pre svega sa fokusom na spajanje delova, razvijana su i unapređivana u različitim pravcima, ali uglavnom bez sistemskog okvira koji će obezbediti da se na odgovarajući način reprezentuje složenost procesa i definiše sistem za montažu. Generalno, pristup za upravljanje složenim kontaktnim zadacima, čiju klasu najreprezentativnije predstavlja proces spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže, usmeravan je na rešavanje partikularnih pitanja i to najčešće [133]: modeliranje procesa spajanja, planiranje/replaniranje montaže, estimacija i prepoznavanje kontaktnih stanja tokom spajanja i različiti pristupi aktivnom upravljanju korektivnim kretanjem. Istraživanja ovih pitanja i ostvarivanje rešenja je izuzetno značajno, ali ne nudi kompletan odgovor koji se mora tražiti u integralnom i sistemskom pristupu sa posebnim fokusom na kognitivne aspekte.

Sistem za montažu je ekvivalentan inteligentnom, pametnom sistemu, po definiciji, gde je kognitivna komponenta esencijalna. Slabost u ovom smislu, kao posledica slabosti u drugim okvirima, pre svega u okviru razvoja tehnologije "mašina koje misle" (automati u najširem smislu značenja) je osnovni uzrok usporenog razvoja tehnologije robotizovane montaže. Naravno, to ne isključuje i druge aspekte, posebno one koju su povezani sa svetom mašinskog inženjerstva i traganjem za fizičkim rešenjima i konstruktivnim unapređenjima, ili čak potpuno novim, radikalno izmenjenim tehnološkim entitetima za montažu. Međutim, ključni problem je ipak u kognitivnoj ravni i neophodan je napredak u tom prostoru kroz inženjerska istraživanja kako bi se oblast tehnologije montaže dalje uspešno razvijala u pravcu robotizacije. Novi kontekst kolaboracije bioloških i veštačkih tehnoloških entiteta, odnosno zajedničkog timskog rada čoveka i robota u ovom smislu takođe ima poseban značaj. Fizička interakcija čoveka i robota čak nije nužna (što će dalje biti pokazano kroz slučaj polimanuelne robotizovane montaže). Sa druge strane, interakcija u kognitivnoj ravni jeste nužna, zbog toga što je bez nje nemoguće ostvariti koordinaciju tehnoloških entiteta u izvršavanju tehnološkog zadatka. Takav pristup u izvršavanju zadataka montaže ima i čovek, pa je potencijalno moguće izgraditi sistem za robotizovano spajanje na bazi biomimetičkog pristupa, nasuprot redukcionizmu.

Sistemske pristup u definisanju tehnološkog entiteta robotizovanog spajanja u ovoj glavi predstavljen je u tri celine. Prva celina se odnosi na osnovne metodološke podloge gde se poseban akcenat stavlja na identifikaciju ključnih čovekovih sposobnosti koje koristi u zadacima spajanja, sa daljom generalizacijom na bazi kibernetskog pristupa i koncepta agenta za montažu, uključujući ontologiju procesa spajanja i upravljanje netrivialnim slučajem spajanja. Druga celina detaljno obrađuje pojam generalizovane krutosti robotizovanog sistema za spajanje, kao suštinski značajnog svojstva za proces

spajanja koje se utiskuje u strukturu agenta za montažu, podjednako u apstraktnom i fizičkom domenu. Treća celina načelno obrađuje varijantne koncepte realizacije funkcije upravljanja svojstvima krutosti, što dalje predstavlja podlogu za osnovne doprinose u ovoj disertaciji, u kontekstu ostvarivanja kinetostatičkih svojstava konzistentnih sa zahtevima netrivialnog procesa spajanja kroz kibernetički pristup hijerarhijskog organizovanja tehnoloških zadataka.

2.1 Osnovne teorijske podloge

Polaznu osnovu za istraživanje u pravcu razvoja robotizovanog sistema za montažu sa jedne strane predstavljaju fundamentalni fenomeni procesa spajanja koji su invarijantni u odnosu na sistem. Ovi fenomeni su uvek prisutni, i u manuelnim sistemima gde zadatak montaže izvršava čovek, kao i kod veštačkih tehnoloških entiteta gde taj zadatak izvršavaju roboti, ili opštije, mašine. Sa druge strane kao istraživački izazov postavlja se pitanje ostvarivanja mogućnosti reprezentovanja složenosti procesa spajanja u veštačkim tehnološkim entitetima, gde kognitivna ravan predstavlja vrlo značajnu, nužno potrebnu, komponentu u sistemskom pristupu ovom inženjerskom zadatku. U ovom poglavlju predstavljaju se osnovne metodološke podloge za istraživanje i gradnju sistema, i one se obrađuju kroz ontologiju sistema za robotizovano spajanje, zatim ontologiju procesa spajanja, gde se kao celine ističu definisanje zadatka, njegova struktura i modeliranje procesa kao produkcija apriornog tehnološkog znanja, dok treća celina načelno predstavlja različite aktuelne pristupe upravljanju netrivialnog procesa spajanja.

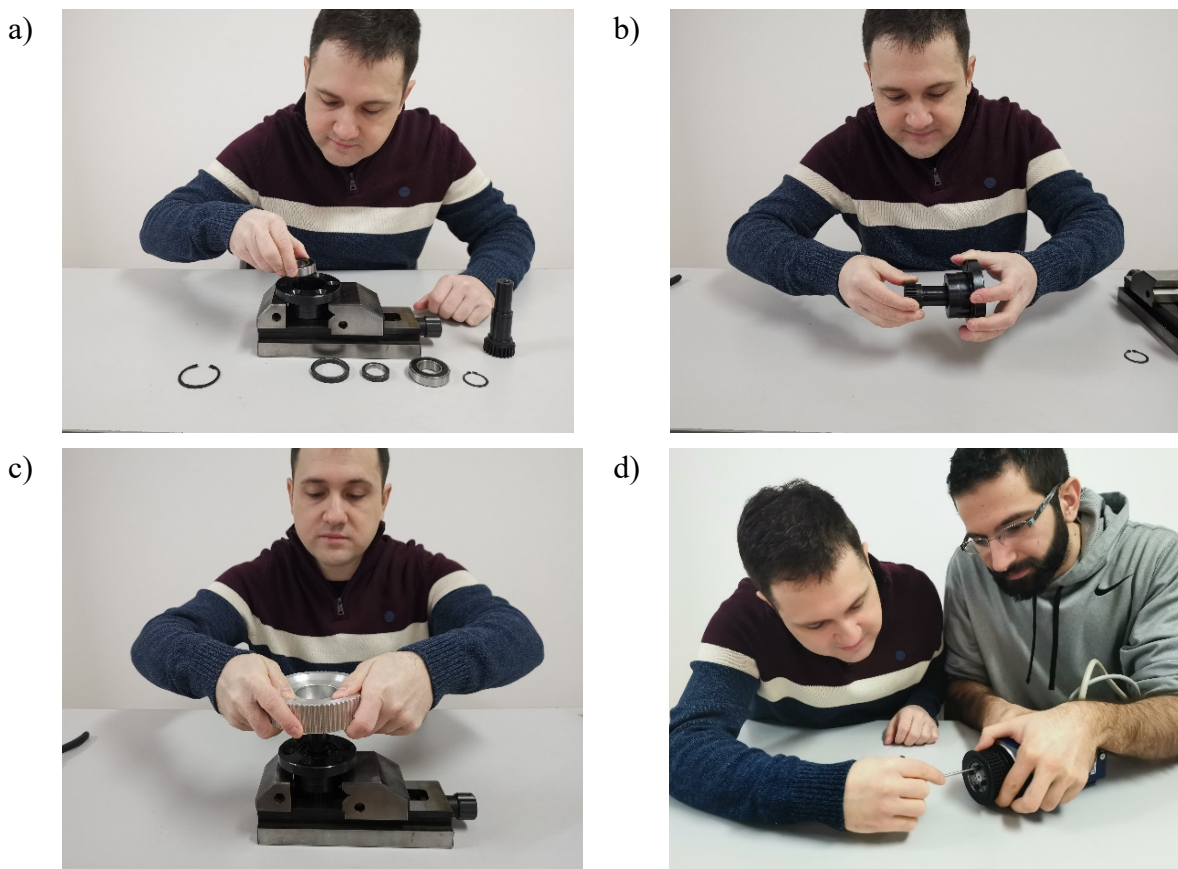
2.1.1 Ontologija sistema za robotizovano spajanje

Polazno pitanje je kako definisati sistem za robotizovano spajanje takav da omogući izvođenje procesa spajanja delova na fleksibilan i efikasan način? Definisanje i izgradnja sistema za robotizovano spajanje u ovom istraživanju osnovu pronalazi u čoveku, kao biološkom ekvivalentu, gde se koristi analogija, odnosno određeni stepen biomimetike [18, 128], kao jedan od mogućih metodoloških pristupa. U prirodi ne postoji biološki ekvivalent tehnološkog entiteta struga, na primer, kroz čiju analizu bi smo crpeli nagomilana znanja u tehnologiji rezanja metala, ali postoji biološki univerzalni ekvivalent za montažu, čovek, koji zadatak spajanja izvršava u tehnološkim sistemima za manuelnu montažu. Priroda je evolucionim procesima tako usavršila čoveka u domenu njegovih manipulacionih i kognitivnih svojstava da je to u tehnološkom smislu ultimativni zadatak inženjerskih nauka za otkrivanje misterije nagomilanih znanja dovedenih do perfekcije. U ovom kontekstu je od posebnog značaja uočiti činjenicu da je čovekova ruka jedan izuzetno kompleksan sistem [80, 235], koji se sastoji od primarnog i sekundarnog podsistema (ruka i šaka) koji omogućavaju pozicioniranje, hvatanje i internu manipulaciju objektom. Kompleksnost je višeslojna i ona je kinematska, aktaciona, senzorska i kognitivna. Samo ljudska šaka svojim mehaničkim, senzitivnim i drugim osobinama (na primer biološki materijal od koga su izgrađeni vrhovi prstiju) je u inženjerskom smislu zadatak enormne kompleksnosti [40]. Ovakve kognitivne i fizičke sposobnosti omogućavaju ekstremnu fleksibilnost i adaptivnost čoveka, koji kao takav predstavlja idealan sistem za montažu. Međutim, zbog repetitivnost zadatka montaže u industriji, kao i česte potrebe za montažom sklopova velikih gabarita i mase, ali i rada u otežanim uslovima, gde čovek ne može adekvatno da ispuni takve zahteve zbog bioloških ograničenja, razvoj se usmerava ka automatizaciji procesa montaže odnosno izgradnji sistema/mašine za robotizovano spajanje. Ovakav razvoj se istražuje decenijama i izuzetno je složen [141, 85, 157, 9, 234], pre svega u pogledu zahteva za prenos sposobnosti, znanja i veština, sa čoveka na mašinu, gde je u inženjerskom smislu potrebno prepoznati ključne fizičke i kognitivne karakteristike uzimajući u obzir tehnološka ograničenja za njihovu realizaciju kod robota. Integracija ekstremne fizičke fleksibilnosti i kognitivnih sposobnosti po ugledu na čoveka i prednosti koje su karakteristične za mašine, u ovoj disertaciji se smešta u generalni kontekst masovne kastomizacije, gde je potrebno izgraditi kibernetičko-fizički proizvodni sistem za ekstremnu varijantnost proizvoda, male serije, praktično pojedinačnu proizvodnju, što predstavlja izuzetan inženjerski istraživački izazov. To je polazna osnova za definisanje sistema za robotizovanu montažu.

2.1.1.1 Tipični scenariji manuelne montaže

Razmatrajući različite scenarije realizacije zadatka spajanja dva objekta u manualnoj montaži, relevantnih za definisanje sistema robotizovanog spajanja, moguće je izdvojiti nekoliko karakterističnih slučajeva koju su prikazani na slici 2.1:

- Jedan objekat je nepokretan, oduzeti su mu svi stepeni slobode, dok drugim objektom, koji je pokretan, jednom rukom manipuliše čovek, izvodeći tako odgovarajuća relativna kretanja potrebna za zadatak spajanja;
- Čovek koristi dve ruke i zadatak izvršava tako što u svakoj ruci drži po jedan objekat (dvoručna montaža), pri čemu je u ovom slučaju moguće izvesti složenije zadatke spajanja, gde u generičkom smislu jedna ruka predstavlja pribor, a druga alat, odnosno postoji kolaboracija/koordinacija između dve ruke, dva entiteta sistema, sa zajedničkim ciljem izvođenja i finalizacije procesa spajanja;
- Jedan objekat je nepokretan, kao i u prvom slučaju, dok u ovom slučaju čovek sa obe ruke manipuliše drugim objektom i po potrebi kroz koordinaciju pokreta koristi kompletan mišićno-skeletni sistem tela kako bi obezbedio nosivost i dinamičku stabilnost prilikom manipulacije i spajanja;
- Zajednički rad čovek-čovek, odnosno polimanuelni sistem za montažu, uslovljeno daljim uslozljavanjem zadatka. Ovakav slučaj montaže poseduje dodatnu fleksibilnost, ali otvara i pitanja kolaborativnog rada, što se može prepoznati kao ekvivalent kod hibridnih tehnoloških sistema, gde imamo izvođenja zadataka sa simultanim učešćem većeg broja tehnoloških entiteta, tipa čovek-robot i robot-robot (homogene i nehomogene tehnološke populacije).



Slika 2.1: Karakteristični slučajevi manuelne montaže (primer uležištenja i pogona CNC mašine za plazma rezanje): a)jednoručna montaža (umetanje ležaja u kućište); b)dvoručna montaža (umetanje zupčanika u podsklop uležištenja); c)dvoručna manipulacija jednim objektom (montaža kaišnika na vratilo zupčanika); d)višeručna montaža (montaža kaišnika sa spojnicom na vratilo motora).

Na osnovu prethodne analize tipičnih scenarija manuelne montaže gde čovek izvodi proces, oslanjajući se na biomimetski metodološki okvir za definisanje univerzalnog sistema robotizovanog spajanja kao posebno značajan izdvaja se treći slučaj, slučaj dvoručne montaže. Ovaj slučaj se može razumeti kao generička osnova i opšti, univerzalni koncept koji je invarijantan i podjednako se može primeniti kod čoveka ili kod robotskih sistema, sa mogućnošću dalje redukcije ili multiplikacije sa ciljem izgradnje formi robotizovanog sistema za zadatke spajanja različite složenosti. On je sa jedne strane minimalan, ali i dalje sveobuhvatan što mu daje dovoljnu kompleksnost i potrebnu reprezentativnost.

2.1.1.2 Agentna struktura sistema za robotizovanu montažu

Generalizacija i dalja razrada prethodno usvojenog koncepta dvoručne montaže, zasniva se na opštoj teoriji sistema [161] i formalnom okviru teorije agenata [251, 216] koja u širem kontekstu pripada kompleksnim sistemima [162]. Ovakvim pristupom formira se kibernetička osnova za definisanje tehnološkog ekvivalenta dvoručne manuelne montaže, odnosno robotizovanog sistema spajanja, što dalje omogućuje da se sistem strukturira na osnovu baznog funkcionalnog i gradivnog entiteta koji predstavlja agent $AM\#x$, koji je u opštem slučaju apstraktni pojam. Struktura sistema sa ovakvim pristupom izgradnje u opštem slučaju je poliagentna, hijerarhijski organizovana, i funkcionalno uključuje suštinski bitne aspekte kolaboracije između agenata [59]. Jedinstvena definicija agentnog sistema ili agenta ne postoji, on predstavlja meta-model [177], jer je njegova univerzalnost takva da omogućuje implementaciju u različitim oblastima, odnosno omogućuje da se sistem reprezentuje generičkom agentnom strukturom i da se u nju utisnu svojstva koja odgovaraju tehnološkim znanjima iz oblasti istraživanja u kojoj se sistem izgrađuje [251]. Teorija agentne strukture je generalni okvir - nije samo veštačka inteligencija, niti distribuirani sistemi, deo teorije igara ili simulaciona platforma za interakciju ljudske populacije u društvenim naukama za proučavanje socioloških fenomena, iako se istražuje i primenjuje u svim navedenim oblastima [251]. Iako je pojam agenta dominantno zastupljen u informacionom kontekstu, kao softverski entitet, u ovom istraživanju njegova univerzalnost se usmerava ka oblasti proizvodnog inženjerstva i tehnologije montaže [144, 213, 155, 122, 57], gde pojam agenta kao entiteta sistema podjednako obuhvata fizičku i informacionu, odnosno kognitivnu ravan.

Osnovni aspekt definisanja agenta za montažu $AM\#x$ u sistemu robotizovanog spajanja predstavlja apstrakcija kognitivnog nivoa njegove strukture. Struktura agenta $AM\#x$ je takva da uvek omogućuje dvosmernu razmenu informacija sa okruženjem. Agent nikada nije izolovan sistem, njegove granice su uvek propusne za informacije u oba smera, a u opštem slučaju za energiju i masu. Razmena informacija uključuje otvorenost za upravljanje, gde polaznu osnovu i ključnu ulogu ima zadatak, zatim koordinacija na kojoj počiva kolaboracija, ali takođe i razmena znanja. U tom kontekstu, agent $AM\#x$ kao entitet sistema, zadatak dobija sa višeg, tehnološkog nivoa sistema za montažu. U izvršavanju zadatka ima funkciju percepcije okruženja na osnovu senzorskih ulaza, a na okruženje deluje svojim akcijama (na primer kretanje, fizička interakcija ili razmena informacija sa drugim agentima, odnosno komunikacija). Njegova lokalna, procesna interakcija sa tehnološkim okruženjem i međusobna koordinacija agenata u poliagentnoj strukturi, odnosno kolaborativni rad uključuje ekvivalenciju sa kognitivnim sposobnostima čoveka u izvršavanju zadatka spajanja objekata². Drugi aspekt definisanja agenta za montažu $AM\#x$ je apstrakcija fizičkog nivoa njegove strukture, što u sistemu za robotizovano spajanje predstavlja robot sa svojim motoričkim i senzitivnim atributima, kao tehnološki ekvivalent skeletno-mišićnog sistema čovekove ruke i šake.

U širem kontekstu kompleksnih tehnoloških sistema, agent $AM\#x$ se smešta u opšti okvir sveprisutnosti (eng. *ubiquity*) za razmenu znanja i udaljeni pristup resursima, što se ostvaruje kroz globalnu integraciju primenom savremenih tehnologija (eng. *Cloud Manufacturing, Virtual and*

² Čovek percepciju okruženja izvršava čulima vida, sluha, dodira, a akcije sprovodi odgovarajućim koordinisanim pokretima ruku i šaka, uključujući promenu pravca dejstva sile spajanja i promenu/prilagođavanje kinetostatičkih parametara, što je relevantno i od suštinskog značaja za proces spajanja objekata.

Augmented Reality, Internet of Things i Digital Twin) [60]. Ovu vrstu globalne informacione interakcije agent $AM\#x$ realizuje posredno kroz viši sistemski hijerarhijski nivo, gde se lokalno obezbeđuje akumulacija znanja i dostupnost agentnog resursa.

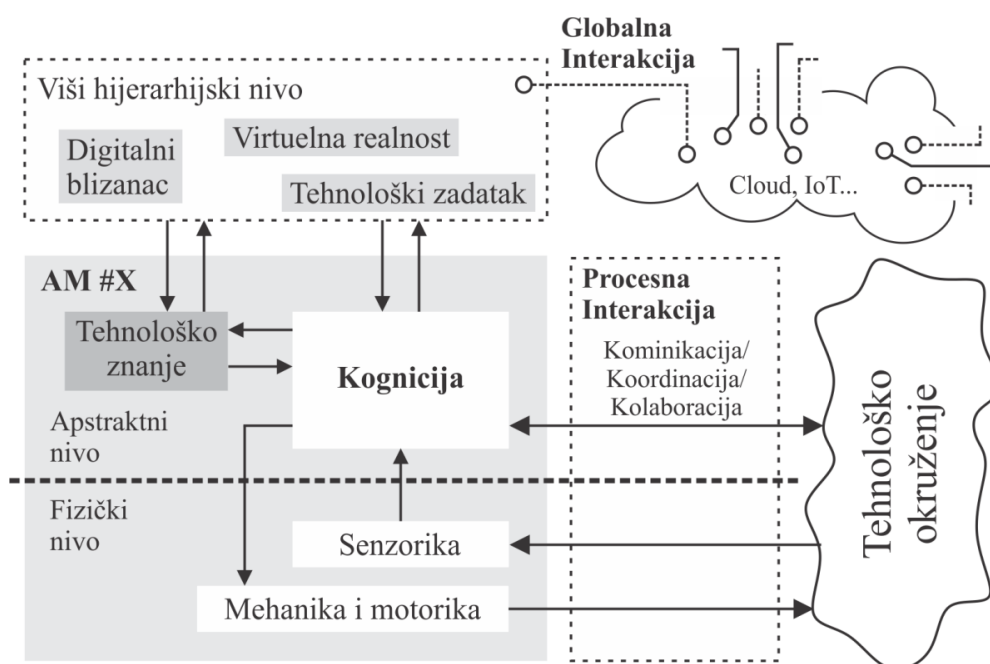
Na osnovu prethodnih stavova sledi da se struktura agenta $AM\#x$ kao tehnološkog entiteta sistema za robotizovano spajanje, može predstaviti sledećim atributima, što formalno opisuje pojam agenta za montažu i kibernetiskim modelom je reprezentovano na slici 2.2:

Apstrakcija fizičkog nivoa tehnološkog entiteta za montažu $AM\#x$:

- 1) Atributi mehaničko-motoričkog sistema;
- 2) Atributi senzorskog sistema.

Apstrakcija kognitivnog nivoa tehnološkog entiteta za montažu $AM\#x$:

- 1) Atributi kognitivnog sistema
- 2) Atributi tehnološkog znanja i procesa
- 3) Atributi interakcije



Slika 2.2: Osnovna struktura agenta za montažu koja sadrži: a) unutrašnju strukturu podeljenu na apstraktni/kognitivni i fizički nivo, b) aspekte komunikacije sa višim hijerarhijskim nivoima za formulaciju tehnološkog zadatka, posredno uključujući i globalnu interakciju, i c) aspekte interakcije sa okruženjem tokom izvršavanja zadatka montaže, koji uključuju komunikaciju, koordinaciju i kolaboraciju.

Mehaničko-motoričke attribute u osnovi predstavlja robotski podsistem manipulacije (PM), slika 2.3, koji može biti dvoručni, zatim redukovano odnosno jednoručni, ili multiplikovan odnosno višeručni, što dalje implicira kinematsku i aktuacionu konfiguraciju koja je direktno povezana sa brojem upravljivih stepeni slobode potrebnih za zadatak spajanja. Mehaničko-motoričku konfiguraciju agenta $AM\#x$ kompletira podsistem hvatanja (PH), slika 2.3, gde u potpunoj konfiguraciji sistema za robotizovano spajanje ovaj podsistem predstavlja robotska šaka izvedena po ugledu na čovekovu, koja kao takva ima ekstremnu fleksibilnost za realizaciju funkcije hvatanja i držanja objekata različitih oblika. Kod robotizovane montaže PH se najčešće izvodi u redukovanoj formi, prilagođen tako da ostvaruje funkciju hvatanja i držanja za odgovarajuću klasu delova, gde je moguće da to bude i neka vrsta specijalizovanog pribora ili alata, u zavisnosti od zadatka montaže. Kinematsku strukturu PM i PH dopunjuje aktuacioni podsistem, odnosno pogon, koji prima i realizuje komande kretanja odnosno upravljačke zadatke sa apstraktnog nivoa kognicije gde se generiše akcija. Kinetostatička svojstva, kao posebno značajan mehaničko-motorički atribut sistema za robotizovano spajanje, u

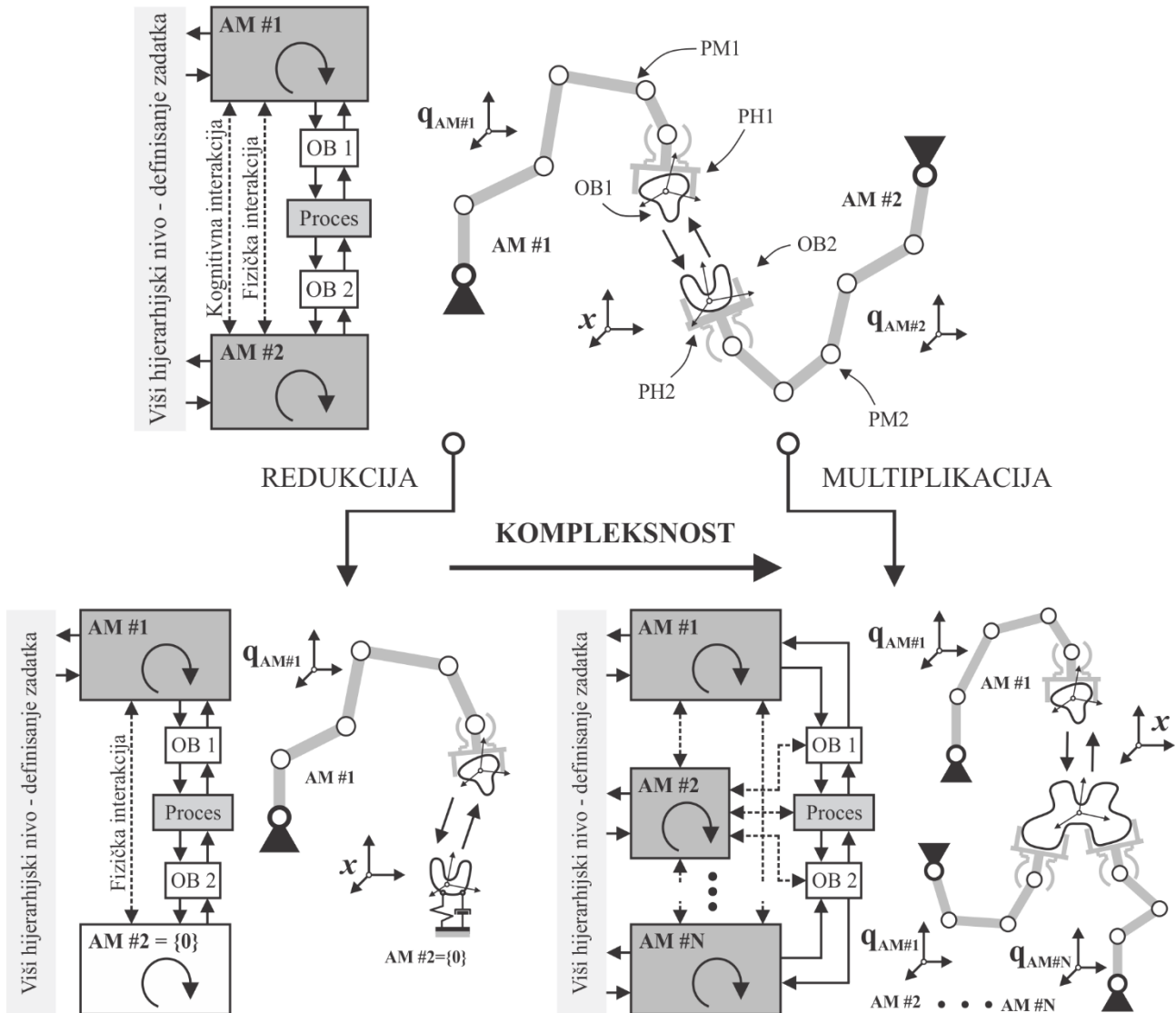
opštem slučaju odnose se na kombinaciju svojstava krutosti svih elemenata koji čine fizičku konfiguraciju sistema, i povezani su sa kinematskim i akucionim parametrima. Karakter kinetostatičkih svojstva je od suštinskog značaja, jer može proizvoditi takva korektivna kretanja tokom izvođenja zadatka spajanja koja obezbeđuju konvergenciju tog procesa.

Senzorska svojstva, odnosno senzorski atributi, ovde se uvode i definišu u fizičkom smislu, na hardverskom nivou, i odnose se na mogućnost agenta $AM\#x$ da prikupi podatke o interakciji sa okruženjem, praktično da ostvari akviziciju trenutnog stanja tokom procesa spajanja. Kod procesa spajanja vektor sile spajanja je osnovni nosilac informacija o interakciji delova koji se spajaju odnosno o njihovom kontaktnom stanju, ali u zavisnosti od zadatka montaže, faze procesa spajanja, kao i od konfiguracije sistema moguća je primena taktilnih senzora i sistema veštačkog gledanja, odnosno vizuelne povratne sprege.

Kognitivna svojstva se odnose na mogućnost agenta $AM\#x$ da na osnovu senzorskih podataka ostvari odgovarajuću percepciju okruženja u kojem izvršava zadatak spajanja, zatim da nekom vrstom veštačkih misaonih procesa obradi stimuluše dobijene od spoljašnjeg sveta, i na kraju, da donese odluke i krene u njihovo izvršavanje, odnosno da preko akcije, kao upravljačkog zadatka, koja se dalje ka fizičkom nivou transformiše u upravljačke signale, ponovo deluje na spoljašnji svet u kojem izvodi proces spajanja. Kod robotizovanog sistema za spajanje sledi da treba na odgovarajući način da obradi senzorske informacije o interakciji objekata OB koji se spajaju, da prepozna aktuelno stanje procesa, donese odluku i generiše akciju sa ciljem finalizacije zadatka. Ovo dejstvo je dvojako, odnosi se na nominalnu, programiranu trajektoriju, koja je u funkciji od nominalnog zadatka spajanja, i na korektivna kretanja koja su u funkciji od percepcije trenutnog stanja u procesu spajanja i donošenja odluka za akciju kao deo kognitivnog procesa. Dodatno, posredno dejstvo na okruženje se odvija i kroz kolaboraciju sa drugim agentima, interakciju sa višim nivoima upravljanja, ili unutrašnju interakciju sa podsistemom tehnološkog znanja. Kognitivna svojstva $AM\#x$ u širem smislu podrazumevaju i atribut inteligencije, pa pored odlučivanja koje pripada ovom atributu, obuhvataju i svojstva generalizacije i učenja, tako da na taj način agent ostvaruje unapređivanje efikasnosti u izvršavanju zadatka spajanja, pri čemu ima mogućnost da generalizovane oblike adaptivnog ponašanja prenese na druge agente u sistemu za montažu, što predstavlja prenos znanja i veština unutar tehnoloških sistema, odnosno robotske populacije. U poliagentnoj strukturi, kao deo kognitivnih procesa veoma bitan atribut predstavlja kolaboracija između agenata, gde oni kroz određenu komunikaciju koordinisano izvode zadatak spajanja.

Atributi tehnološkog znanja odnose se na apriorno znanje i znanje stečeno kroz generalizaciju i učenje tokom izvršavanja zadataka spajanja. Konkretno, odnose se na realizaciju postavljenog zadatka spajanja dva ili više objekata OB , oslanjajući se u osnovi na analitički model spajanja kao apriorno znanje. Dodatno, odnose se i na različite parametre kao što su tehnološke baze manipulacije i hvatanja objekata, zatim pomoćne i glavne kontaktne površine objekata koji se spajaju, nominalna trajektorija spajanja i ostali procesni parametri. Detaljna razrada ovog pitanja data je u podpoglavlju 2.1.2., gde se posebno obrađuje tema zadatka procesa spajanja. Konkretno, minimalni agentni sistem za reprezentaciju tehnoloških entiteta u okviru sistema za montažu, odnosno robotizovanog sistema za spajanje delova, po ugledu na odabrani slučaj dvoručne manuelne montaže čine dva agenta, pri čemu u opštem slučaju agent $AM\#x$ može biti aktivan ili pasivan, podjednako u kognitivnoj i fizičkoj ravni. Biagentni sistem je minimalan, možda i trivijalan, ali on osim definicije tehnološkog entiteta obezbeđuje i reprezentovanje interakcije, odnosno uključivanje procesnih aspekata u opis, u ovom konkretnom slučaju interakciju dva objekta koji se spajaju unutar sistema za montažu, što predstavlja osnovni zadatak. Bitno je da se uoči da generičku formu sistema za robotizovano spajanje, koja se ovde definiše kao bazni gradivni blok (BGB), predstavlja biagentna struktura koju čine agenti $AM\#1$ i $AM\#2$, dve ruke u fizičkom prostoru, dok degenerisani gradivni blok (DGB) čini jedan agent koji samostalno izvršava zadatak spajanja, kao što je prikazano na slici 2.3. Multiplikacijom BGB se ide u pravcu povećanja kompleksnosti tako da se formiraju polimanuelne, poliagentne strukture koje kroz intenzivnu kolaboraciju između agenata omogućuju realizaciju vrlo složenih zadataka spajanja.

Gradivni modeli robotizovanog sistema spajanja definisani agentnom strukturom, prikazani na slici 2.3, u generičkom smislu odgovaraju karakterističnim slučajevim manuelne montaže koji su prethodno analizirani i prikazani na slici 2.2, gde zadatak spajanja izvršava čovek, i to: dvoručna, kao univerzalna, zatim jednoručna i višeručna montaža. U agentnoj strukturi striktno se formulišu apstraktni prostori $q_{AM\#x}$ neophodni za upravljanje svakog agenta zasebno, što predstavlja njihove konfiguracione prostore, kao i prostor x koji predstavlja prostor tehnološkog zadatka spajanja unutar kojeg se izvršava komunikacija i koordinacija između agenata, odnosno njihova kolaboracija i interakcija kroz proces spajanja objekata OB .



Slika 2.3: Model sistema robotizovanog spajanja, varijantne konfiguracije: a) bazni gradivni blok (BGB), biagentna dvoručna struktura; b) degenerisani gradivni blok (DGB), jednoručna struktura; c) multiplikovana, poliagentna struktura

U biagentnoj, dvoručnoj strukturi za robotizovano spajanje jedan agent može da se posmatra kao sistem, a drugi kao okruženje koje je potpuno dinamički aktivno u procesu spajanja, što podrazumeva kolaboraciju, gde oba agenta $AM\#1$ i $AM\#2$ istovremeno, koordinisano rade na zadatku spajanja delova, sa istim ciljem, kao jednaki učesnici tog procesa, za razliku od kooperacije³ gde krajni cilj ne podrazumeva simultano učešće u izvršavanju zadatka [59]. Podloga za kolaboraciju između agenata jeste kognitivni nivo njihove strukture i pripadajući procesi koji uključuju komunikaciju,

³ Kao primer kooperacije može se navesti proizvodni fleksibilni sistem za montažu sa nizom robotskih stanica gde svaka obavlja po jednu ili više operacija spajanja, svaka ima svoj sopstveni zadatak/cilj i njegovim izvršavanjem omogućuje da se na narednoj stanici izvrši sledeća operacija, i tako redom. Na izlazu sistema za montažu, kada sve stanice završe svoj zadatak, formiran je konačni proizvod/sklup.

generalizaciju, učenje i odlučivanje. U biagentnoj strukturi fleksibilnost je ekstremna, tako da odluka na kognitivnom nivou da je potrebno sprovesti odgovarajuće korektivno, relativno kretanje objekata koji se spajaju, podrazumeva akciju koja se kroz kolaboraciju odnosno koordinaciju može podeliti između agenata prema nekom kriterijumu, uz opciju potpunog izvršavanja od strane samo jednog, a u zavisnosti od trenutnog unutrašnjeg stanja oba agenta i aktuelnog stanja procesa, sa predikcijom narednih akcija, tako da se na što efikasniji način izvrši proces spajanja. Multiplikacijom raste kompleksnost i sa tim pitanje podele zadatka između agenata, ali raste i fleksibilnost, što omogućuje realizaciju vrlo složenih zadataka montaže.

Kod degenerisane odnosno redukovane agente strukture nije moguća koordinacija aktivnog sistema odnosno agenta $AM\#1$ sa agentom $AM\#2$, jer on predstavlja pasivno okruženje i njegovo ponašanje je konstantno sa aspekta procesa spajanja. Sledi da je u redukovanoj strukturi tokom izvršavanja zadatka neophodno da $AM\#1$ samostalno obezbedi potrebnu fleksibilnost/adaptivnost, kako bi se uspešno izvršio procesa spajanja, što dalje vodi ka odgovarajućoj organizaciji zadatka montaže i unutrašnjoj koordinaciji njegovog izvršenja. Ukupna fleksibilnost degenerisanog sistema, DGB , je manja nego kod BGB , što posledično uvodi određena ograničenja, ali je dovoljna za široku klasu zadataka montaže odnosno spajanja delova, i kao generička struktura predmet je ranijih ali i aktuelnih istraživanja [244, 267, 255].

Unutrašnja struktura apstraktnog nivoa agenta $AM\#x$ u opštem slučaju može biti složena i hijerarhijski organizovana. Osnova za ovakvu razradu nalazi se u tome da je proces spajanja delova izuzetno kompleksan zadatak, pa unutrašnja struktura $AM\#x$ može biti organizovana tako da sadrži podagente od kojih svaki ima svoj zadatak, odnosno funkciju nižeg nivoa u odnosu na celokupan proces, a njegovu realizaciju po potrebi izvršava koordinisano sa ostalim podagentima i višim hijerarhijskim nivoima. Na primer, mogu se definisati podagenti za realizaciju svake od faza procesa spajanja, zatim podagenti za generalizaciju, učenje i odlučivanje, za komunikaciju sa tehnološkim nivoom ili drugim agentima, itd.

U ovoj doktorskoj disertaciji posebno se izdvaja i istražuje uticaj robotske ruke odnosno podsistema manipulacije, PM , na ostvarivanje kompenzacionih kretanja tokom procesa spajanja, što implicira definisanje hijerarhijski organizovane strukture agenta $AM\#x$, uključujući podagente za upravljanje kinetostatičkim svojstima. Identifikovano je da PM nije idealno krut, iako nasuprot tome postoje ranija uspešna istraživanja [249] koja pretpostavljaju beskonačnu krutost tog podsistema. Ovde se smatra da PM poseduje promenljivu krutost koju je moguće upravljati na odgovarajući način čime se mogu ostvariti željena kinetostatička svojstva, tako da se robotizovani sistem učini adaptivnim i fleksibilnim na promene u tehnološkom okruženju, a proces spajanja učini efikasnijim, čime bi se ostvarila diverzifikacija za spajanje objekata različitih klasa. Takvu funkciju upravljanja može izvršavati specijalizovani podagent, simultano sa realizacijom funkcija drugih podagenata, i na taj način obezbediti strukturnu kompleksnost kao odgovor na kompleksnost procesa spajanja.

2.1.2 Ontologija procesa spajanja

Generalni okvir tehnologije montaže predstavlja skup tehnoloških procesa koji se mogu svrstati u tri grupe [187], a to su: osnovni, pomoćni i dopunski procesi montaže. Osnovni procesi imaju direktno dejstvo na sklop koji se montira, gde njihovo izvođenje vodi ka ispunjenju zadatka montaže sa ciljem formiranja finalne strukture i ostvarivanja funkcija sklopa, dok su pomoćni i dopunski procesi oni koji obezbeđuju uslove za izvođenje osnovnih, pri čemu oni nemaju uticaj na stanje sklopa [187].

Proces spajanja spada u osnovne procese i ovde se izdvaja i istražuje kao generički proces tehnologije robotizovane montaže. Bitno je uočiti da je ovaj proces posebno delikatan, jer su neodređenosti koje generišu entiteti robotizovanog sistema spajanja i okruženje u kojem se izvršava zadatak montaže posebno koncentrisane i dominantno izražene u procesu spajanja, i direktno utiču na njegovu realizaciju.

Složenost procesa spajanja je takva da nije opravdano uvođenje redukcionističkog pristupa kakav se na primer susreće kod Butrojda [23], gde se uspostavlja analogija sa mašinskom obradom. Decenijska istraživanja u oblasti tehnologije montaže još uvek nisu uspela da rezultuju univerzalnim mašinama za montažu, odnosno spajanje, kao što su strug, glodalica ili obradni centri koji postoje u tehnologiji mašinske obrade. Montaža ima svoju logiku koja je različita od logike koja se decenijama razvijala u oblasti mašinske obrade. Drugi pravac, koji je razvijao Vitni, više fokusiran na proces i modeliranje procesa [249], u suštini je takođe izraženo redukcionistički, jer se model izgrađuje na nizu pretpostavki. Redukcionizam je verovatno pogrešan put i ne vodi ka rešenju u tehnologiji montaže, jer se kroz manuelnu montažu pokazuje da čovek uspeva da izvrši proces spajanja uz svu njegovu složenost i neodređenost, kao i da se brzo prilagodi različitim zadacima montaže. Takođe, pored prethodnog stava iskazanog prema redukcionističkom pristupu, neophodno je uočiti i istaći da pojedina istraživanja koja su aktuelna u oblasti robotizovanog spajanja delova često imaju nekompletan pristup. Ovakva situacija ogleđa se u zanemarivanju fundamentalnih fenomena procesa spajanja, gde se istraživanjem bave dominantno robotičarski timovi, a ne timovi proizvodnih inženjere kojima je tehnologija montaže matična oblast, tako da se na taj način izostavljaju suštinski bitna pitanja. Kao primeri ovakvog pristupa mogu se navesti sledeća istraživanja [211, 64].

Proces spajanja je dinamička kategorija u smislu pojave greške, njene nestacionarnosti, i posledične promene stanja i relativnog kretanja između objekata koji se spajaju. Sledi da je upravljanje procesom spajanja neophodno, pri čemu je njegova struktura izuzetno složena. Rešenje je u ekstremnoj fleksibilnosti, adaptivnosti, autonomiji, odnosno kogniciji koja mora da bude utisnuta u sistem za robotizovano spajanje, odnosno da postoji kao jedno od njegovih svojstava. Ovakva svojstva mogu se obezbediti izgradnjom sistema robotizovanog spajanja prema stavovima datim u podpoglavlju 2.1.1, gde je sistem definisan kroz kibernetički pristup i agentnu strukturu, apstrakcijom kognitivnog i fizičkog nivoa, što daje osnovu za izvođenje procesa spajanja u uslovima gde su neodređenosti izražene. U takvim uslovima, tek kompleksnost sistema za robotizovanu montažu obezbeđuje njegovu funkcionalnost.

Za ključni iskorak i doprinos u oblasti robotizovane montaže neophodno je da osnovu istraživanja čini tehnologija koja uzima u obzir sve fenomene procesa, što je u definisanoj agentnoj strukturi sistema obuhvaćeno podsistemom tehnološkog znanja i kroz neprekidnu interakciju sa višim hijerarhijskim nivoom, gde se informacije povezane sa tehnologijom kontinualno razmenjuju. Sa takvom osnovom sistem se dalje dograđuje primenom tehnologija iz oblasti mehatronike, robotike, senzorike, veštačke inteligencije, itd. U tom kontekstu, proces spajanja kao osnovni proces tehnologije montaže i kao tehnološka osnova robotizovanog sistema za spajanje, ovde se u nastavku opisuje kroz sledeće celine:

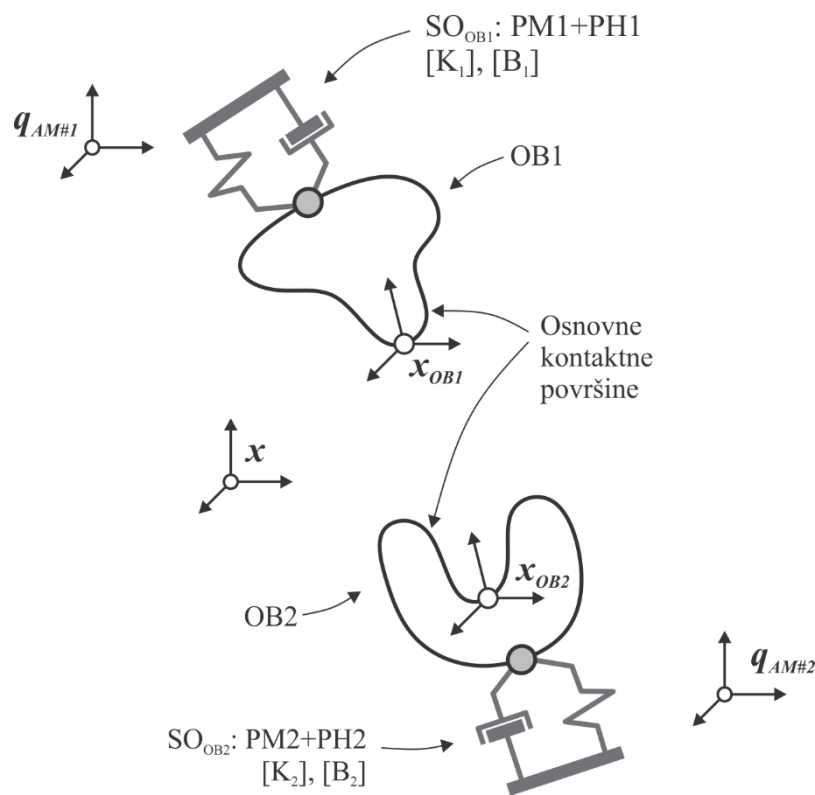
- 1) Zadatak spajanja;
- 2) Struktura procesa spajanja;
- 3) Modeliranje - generisanje apriornog tehnološkog znanja.

2.1.2.1 Zadatak spajanja

Proces spajanja predstavlja skup aktivnosti kojima se dva objekta iz početnog stanja prevode u prethodno definisan relativni položaj odnosno finalno stanje spoja, prema planu montaže, ili preciznije prema zadatku spajanja, pri čemu se vrši uspostavljanje zahtevanih međusobnih geometrijskih i funkcionalnih relacija.

Polazeći od univerzalnog dvoručnog modela sistema robotizovanog spajanja, osnovni model procesa spajanja takođe se definiše i posmatra u generičkom smislu, gde su oba objekta pokretna, odnosno gde je njihova dinamika potpuno aktivna, kao što je prikazano na slici 2.4. Zadatak spajanja se sastoji u tome da svaki od agenata $AM\#1$ i $AM\#2$ svojim podsistemima PM i PH manipulišu objektima $OB1$ i $OB2$. Proces spajanja ostvaruje se relativnim kretanjem koje nazivamo trajektorija spajanja, gde jedan od objekata u generičkom smislu smatramo osovinom, odnosno objektom koji sadrži tu

geometrijsku osobenost, i koji se insertuje u drugi objekat koji sadrži geometrijsku osobenost otvor. Relativno kretanje između objekata najčešće se izvodi u Dekartovim koordinatama prostora zadatka spajanja x , gde sa upravljačkog aspekta agenti $AM\#x$, odnosno podsistemi manipulacije i hvatanja, izvršavaju koordinaciju procesa spajanja, kako međusobnu, tako i unutrašnju koordinaciju svojih podagentnih struktura, tako da se proces završi na nekoj finalnoj, zadatoj dubini insertovanja definisanoj relativnim položajem koordinatnih sistema objekata x_{OB1} i x_{OB2} . Slučajevi dvoručnog spajanja su predmet aktuelnih istraživanja [124, 169, 269], ali je u odnosu na celokupnu oblast tehnologije montaže ovaj pravac razvoja još uvek u izuzetno ranoj fazi. Najčešći slučaj, odnosno scenario spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže, kao što je prikazano na slici 2.3, podrazumeva da robot hvata i manipuliše objektom $OB1$ koji se insertuje (aktivni agent), a da je na određenoj lokaciji u prostoru zadatka spajanja x , fiksiran objekat $OB2$ (pasivni agent), što u odnosu na univerzalni dvoručni sistem čini redukovanu varijantu prema strukturi definisanoj u 2.1.1. U istraživanjima robotizacije procesa spajanja sa redukovanom strukturom sistema aktuelni su i scenariji kada robot manipuliše objektom koji sadrži otvor ili montira delove prstenastog oblika na osovinu koja je nepokretna u radnom prostoru [231], gde su praktično zamenjene uloge agenata posmatrano u odnosu na svojstvo aktivnosti odnosno pasivnosti prema definiciji sistema u 2.1.1.



Slika 2.4: Osnovni model zadatka robotizovanog spajanja objekata: $OB1$, $OB2$ – objekti koji se spajaju; x – prostor zadatka spajanja; x_{OB1} i x_{OB2} – karakteristične, referentne tačke objekata koji se spajaju u prostoru zadatka spajanja; $q_{AM\#1}$ i $q_{AM\#2}$ – konfiguracioni prostori agenata $AM\#1$ i $AM\#2$; SO_{OB1} i SO_{OB2} – generičke strukture aktivnog sistema oslanjanja koje na pojednostavljen način reprezentuju ukupan fizički nivo agenata $AM\#1$ i $AM\#2$

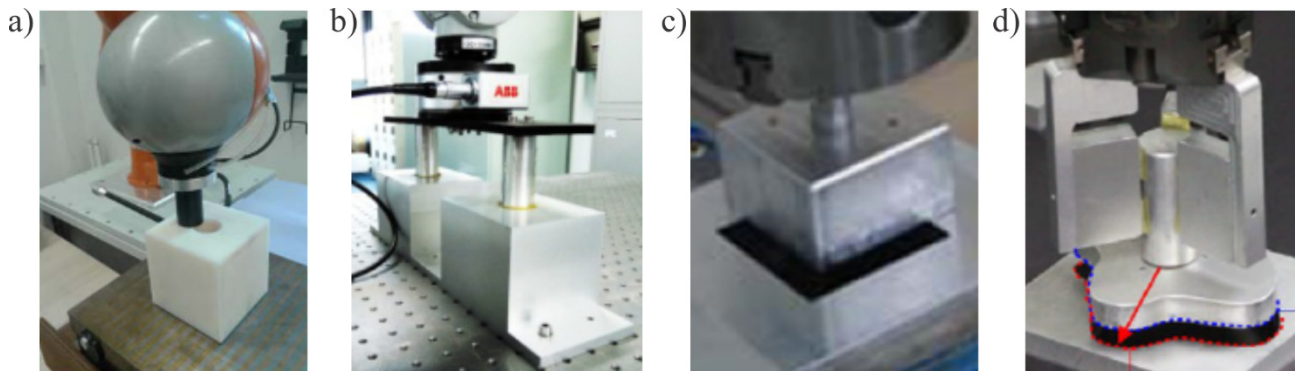
Objekti, odnosno delovi koji se spajaju predstavljaju komponente sklopa koji se montira, i u najopštijem smislu njihovo spajanje uključuje prethodno pomenuti generički primer insertovanja osovine u otvor. Decenijama unazad cilindrični spoj u kontinuitetu predstavlja osnovu za istraživanje i unapređivanje u ovoj oblasti, i na tu temu ostvareni su i publikovani mnogi istraživački rezultati, kao na primer [175, 249, 87, 101, 231]. Jednostavnost cilindričnog spoja sa jedne strane omogućuje sistematičnu analizu, a sa druge strane ova klasa spojeva dovoljno je složena tako da omogućuje isticanje svih fenomena koji se u procesu spajanja delova pojavljuju i karakterišu ga. Spajanje delova složenog oblika dodatno usložnjava i sam proces spajanja, što je takođe predmet dugogodišnjih, ali i aktuelnih istraživanja, uključujući delove kvadratnog oblika [181, 120] spojeve za profilisanim

žljebovima odnosno delovima složenog konturnog oblika [221], ili montažu zupčastog prenosnika odnosno spojeva sa ozubljenjem [176]. Pored različitih oblika, zadatak montaže može obuhvatiti i delove čijim spajanjem se istovremeno ostvaruje jedan ili više spojeva [67, 267]. Složenost procesa spajanja raste sa porastom složenosti oblika delova koji se spajaju, kao i sa povećanjem broja spojeva koji se istovremeno ostvaruju. Međutim, pored oblika delova, složenost i priroda procesa spajanja izuzetno zavise i od materijala delova, njihove tvrdoće, krutosti, i preciznosti spoja odnosno zazora između delova koji se spajaju [98]. Prema gabaritnim dimenzijama, a pre svega u zavisnosti od industrije u kojoj se tehnologija montaže primenjuje, sklopovi koji se formiraju mogu se svrstati u makro sklopove, na primer kod spajanja velikih delova u avio industriji, pa sve do mikro sklopova u elektronskoj industriji i montaži štampanih ploča. Neka od prethodno pomenutih istraživanja različitih tipova spojeva u robotizovanoj montaži ilustrovana su na slici 2.5.

Celokupan proces montaže, a posebno proces spajanja, je u osnovi determinisan određenim faktorima koje predstavljaju svojstva/atributi objekata koji se spajaju, što je direktno povezano i sa zahtevima za određenu konfiguraciju i strukturu odnosno attribute agentnog sistema za robotizovano spajanje. Prema [187] izdvajaju se osnovni atributi, čija se struktura ovde dodatno proširuje u skladu sa prethodno navedenom analizom aktuelnog stanja u oblasti:

- 1) geometrijska svojstva delova,
 - a) procesno relevantni detalji (glavne kontaktne i pomoćne površine)
 - b) veličina
 - c) topologija
 - d) stanje površina
 - i. oblik
 1. cilindrični
 2. poligonalni
 3. složenog konturnog oblika
 4. složenog prostornog oblika
 5. strukturno složeni (prethodno formirani sklopovi, na primer delovi kao što su ležaj, prenosnik i slično)
 - ii. Broj spojeva (istovremeno spajanje)
 1. jednostruki
 2. višestruki
- 2) mehanička svojstva delova,
 - a) kruti
 - b) deformabilni
- 3) kinematika spajanja,
 - a) pravolinijski
 - b) kružni
 - c) složeni
- 4) preciznost/relativni zazor,

Proces spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže, odnosno njegova kompleksnost, počevši od njegovog strukturiranja i modeliranja, pa do realizacije sistema za spajanje sa upravljačkom strategijom koja će obezbediti njegov uspešan tok, u potpunosti zavisi od toga u koju od navedenih klasa se svrstavaju delovi odnosno sklop koji se montira. Na primer, spajanje objekata od plastike sa zazorom od nekoliko desetih delova milimetara ima neuporedivo niže zahteve sa aspekta strukture sistema robotizovanog spajanja i upravljanja, u odnosu na spajanje objekata od čelika sa tipičnim mašinskim zazornim spojem (par konformnih nedeformabilnih objekata), gde su zazori jedan stoti deo milimetra, a fenomeni krutog kontakta i trenja izuzetno izraženi.



Slika 2.5: Primeri varijantnih tipova spojeva, kao zadaci u oblasti istraživanja robotizovane montaže: a) deformabilni objekti [100], b) dvostruki spoj [267], c) kvadratni delovi [120], d) delovi složenog konturnog oblika [198]

2.1.2.2 Struktura procesa spajanja

Proces spajanja delova, nezavisno od odabranog scenarija odnosno konfiguracije robotizovanog sistema spajanja, u smislu relativnog kretanja objekata i ostvarivanja njihovih funkcionalnih relacija ispunjavanjem postavljenog zadatka montaže, u najopštijem slučaju može se strukturirati u tri faze:

- 1) Prilaženje (*eng. approaching*) – objekti nisu u kontaktu, a terminalno stanje ove faze je ostvarivanje inicijalnog kontakta objekata koji se spajaju;
- 2) Traženje (*eng. searching*) – objekti koji se spajaju su u kontaktu, a ova faza postoji uslovno u slučaju kada je inicijalna greška toliko velika da nakon prilaza i ostvarivanja inicijalnog kontakta ne može odmah da usledi umetanje, pa je procedurom traženja potrebno identifikovati lokaciju otvora, odnosno ostvariti približnu saosnost osovine i otvora;
- 3) Umetanje ili insertovanje (*eng. mating/inserting*) – delovi su u kontaktu i relativnim kretanjem se dovode u finalnu zadatu poziciju, odnosno dubinu insertovanja, kroz niz kontaktnih stanja.

Strukturiranjem procesa spajanja na prethodno opisan način, odnosno objedinjavanjem faza u jedan okvir, izvršava se njegova generalizacija i tako stvara osnova da se na višim nivoima upravljanja definiše zadatak spajanja koji ima generičku, opštu strukturu, a ne partikularnu, što je izuzetno bitno sa aspekta primene kod tehnoloških entiteta u smislu prenosa zadatka na nivo agentnog sistema za robotizovano spajanje. Svaka faza procesa spajanja može biti utisnuta kao funkcija u sistem agenta za montažu $AM\#x$ kroz okvir podagentne strukture, a osnovu za njihovo definisanje predstavlja opis odnosno zahtevi svake od faza koji se u nastavku navode.

Faza prilaženja, kojoj u opštem slučaju prethodi hvatanje objekata $OB1$ i $OB2$, i njihovo relativno predpozicioniranje, sa aspekta upravljanja kretanjem manipulacionog sistema smatra se najjednostavnijom, jer objekti koji se spajaju nisu u kontaktu, pa praktično ne postoji ograničeno kretanje. Ova faza može biti potpuno neaktivna, odnosno da se tokom ove faze izvršava samo kretanje programiranom nominalnom trajektorijom do trenutka ostvarivanja inicijalnog kontakta objekata koji se spajaju. Ovakav slučaj ujedno čini najjednostavniji zahtev sa aspekta definisanja podagentne strukture $AM\#x$. Alternativno, faza prilaza može biti aktivna i da u tom slučaju sadrži gruba korektivna kretanja, odnosno navođenje u cilju ostvarivanja što preciznijeg relativnog pozicioniranja delova koji se spajaju, i na taj način potencijalno se može eliminisati faza traženja i relaksirati faza umetanja. Ilustracija faze prilaženja predstavljena je na slici 2.6a, na primeru osovine i otvora. Za aktivno upravljanje tokom faze prilaza, u senzorskom podsistemu najčešće se koriste sistemi veštačkog gledanja i tu se može izdvojiti nekoliko istraživačkih pristupa. Sistemi veštačkog gledanja za primenu u tehnologiji robotizovane montaže u osnovi obuhvataju primenu $2D$ kamera za grubu lokalizaciju i određivanje relativne pozicije objekata koji se spajaju, pri čemu se ove tehnike uglavnom zasnivaju na ekstrakciji ivica objekata sa slike kamere [165]. Korak dalje, predstavlja primena tehnika sa markerima, što omogućuje da se u informacioni sadržaj sa $2D$ kamere ugradi unapred poznata informacija o njihovom položaju, pa je na osnovu takvog pristupa moguće preciznije

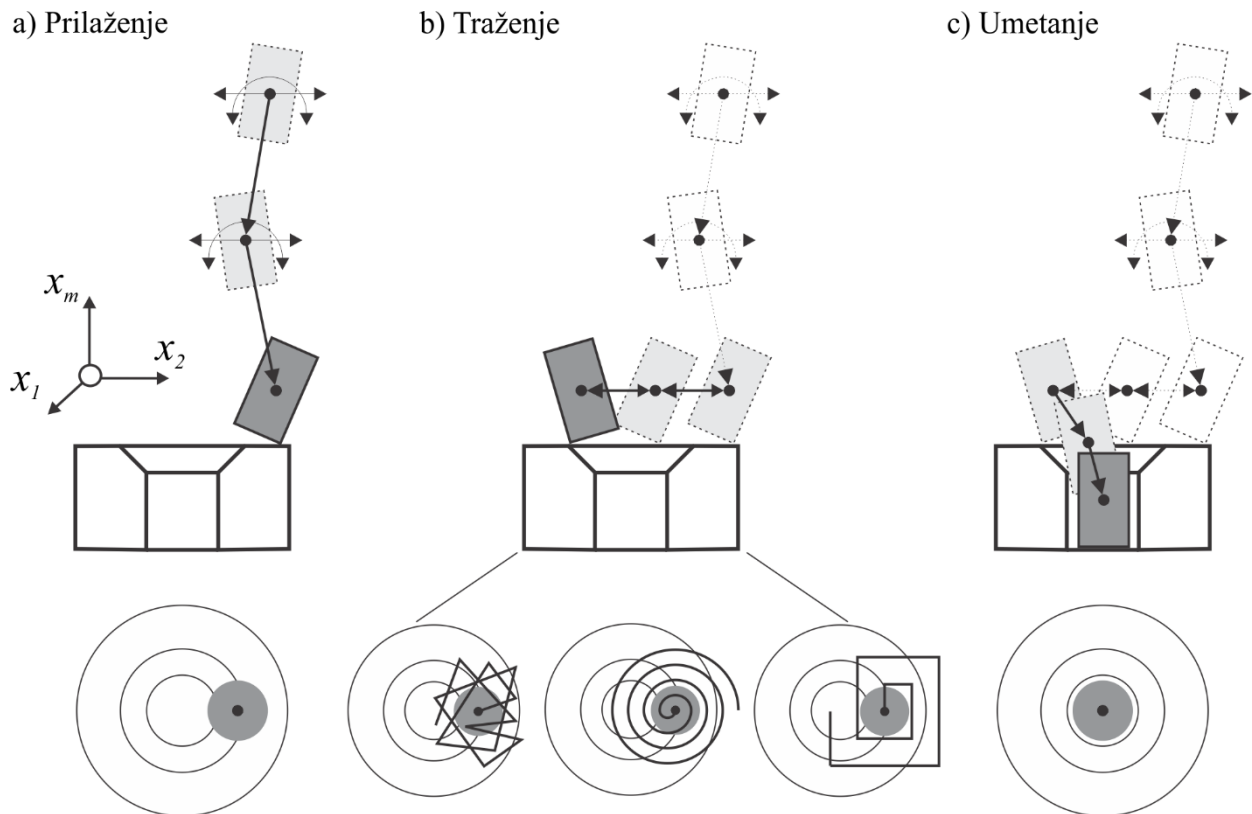
određivanje relativne pozicije i orijentacije delova koji se spajaju [244]. Kao dalja ekstenzija pristupa gde se kao senzorski sistem koriste 2D kamere, postoje pristupi u istraživanju upravljanja procesom spajanja sa primenom 3D sistema veštačkog gledanja [97]. Ovakav pristup se uglavnom zasniva na stereo sistemima, uz dodatak izvora strukturirane svetlosti ili na sensorima sa merenjem vremena putovanja emitovane svetlosti u infracrvenom domenu (eng. *Time of Flight - ToF*). Dodatno, laserski senzori, kao visoko precizni uređaji, takođe se mogu svrstati u klasu bezkontaktnih senzora za primenu u tehnologiji robotizovane montaže, a primeri njihove primene za određivanje relativne pozicije delova koji se spajaju u sistemima za montažu navode se u [142, 198]. Sistemi veštačkog gledanja koriste se za grubu lokalizaciju ili za kontinualno praćenje pozicije delova tokom procesa spajanja, ali uglavnom je to moguće kod spojeva sa relativno velikim zazorom, preko 1[mm].

Faza traženja postoji uslovno i to u slučaju kada je nakon ostvarivanja inicijalnog kontakta objekata koji se spajaju relativna lateralna i/ili ugaona greška dovoljno velika tako da posle faze prilaženja ne može odmah da usledi umetanje, bez obzira da li je faza prilaženja koja prethodi aktivna ili ne. Faza traženja je najčešće prisutna kada delovi ne sadrže pomoćne kontaktne površine tipa uvodnik (eng. *chamferless*), ili kada je inicijalna greška relativnog položaja po završetku faze prilaza veća od tolerancije koju obezbeđuje uvodnik, u slučaju da postoji. Osnovna istraživanja u ovom pravcu datiraju od 1970-tih godina [95, 219]. Sveobuhvatni generički pristup koji uključuje sintetisanje trajektorije traženja i strategije naginjanja osovine ka otvoru sadržan je u [29], zatim i u [87] gde se posebno analiziraju slučajevi spajanja u horizontalnom i vertikalnom pravcu. Ovakvi pristupi podrazumevaju povratnu spregu po sili, gde se identifikacija lokacije otvora izvršava kroz fizičku interakciju delova koji se spajaju. Za razliku od prethodno navedenih istraživanja, gde se traženje realizuje u ravni lateralnoj u odnosu na pravac spajanja, [233] se bavi pitanjem ostvarivanja približne ugaone saosnosti delova koji se spajaju u slučaju kada je ugaona greška toliko velika da nakon faze prilaženja nije moguće direktno pristupiti fazi umetanja, pri čemu se identifikacija ugaone greške ostvaruje na osnovu inicijalnog kontakta u 3 tačke, nakon čega se izvršava kompenzacija pre početka faze umetanja, pa se i ova metoda može svrstati u fazu traženja. Ovaj pristup se zasniva na geometrijskoj analizi kontakta u 3 tačke, i sa tim povezanim stanjem vektora kontaktne sile generisane usled kolizije između delova. U istraživanjima novijeg datuma koja su povezana sa fazom traženja u procesu spajanja delova dominantan pristup odnosi se na sintezu spiralnih trajektorija pretraživanja u ravni lateralnoj u odnosu na osu otvora [100], zatim uz kombinaciju sa naginjanjem osovine u otvor [120, 180], ili uz kombinaciju sa variranjem ugla rotacije oko ose insertovanja [181], što je značajno za poligonalne delove (kvadratne i slično). U kontekstu primene senzorskih sistema u fazi traženja razvijaju se pristupi kontinualnog preciznog praćenja položaja objekata na bazi vizuelne povratne sprege (eng. *visual servoing*) na osnovu izdvojenih karakterističnih obeležja objekata i njihovog relativnog položaja [184, 92], gde se kao primer može navesti i istraživanje na temu brzog spajanja mikro sklopova, sa brzom konvergencijom procesa na bazi precizne kalibracije slike sa kamere [26, 245]. Takođe, u fazi traženja često su prisutni i pristupi koji kombinuju vizuelnu povratnu spregu i povratnu spregu po sili, odnosno sisteme veštačkog gledanja i merenje kontaktne sile [37, 180], gde se [102] može navesti kao veoma sveže istraživanje gde se kombinuju pomenuti senzorski sistemi, kroz kombinaciju faza prilaženja i traženja sa strategijom naginjanja i rotacije. Faza traženja je ilustrovana na slici 2.6b.

Faza umetanja [249, 98, 201] se izdvaja kao najsloženija i najzahtevnija sa aspekta upravljanja procesom spajanja, gde se relativan odnos između objekata ne iskazuje samo pozicijom, već dominantno kontaktnom silom produkovanom kolizijom odnosno ograničenim kretanjem, slika 2.6c. Ovakva situacija fazu umetanja čini daleko složenijom od faze prilaza i faze traženja, kako u analitičkom smislu za modeliranje kontaktnih stanja, tako i u kontekstu upravljanja kinetostatičkim svojstvima sistema za robotizovano spajanje duž trajektorije insertovanja. Ograničenja u relativnom kretanju objekata najčešće se reprezentuju topološki [253, 104, 50, 241], tako da se faza umetanja može predstaviti kao sekvenca tranzicije između niza kontaktnih stanja [187, 188], dok se strategije za upravljanje procesom u osnovi sastoje od prepoznavanja kontaktnih stanja i upravljanja svojstvima krutosti podsistema manipulacije, odnosno korektivnim kretanjem.

Pojam prepoznavanja kontaktnog stanja odnosi se na njegovu identifikaciju u odnosu na postavljeni model. Identifikacija se ostvaruje obradom senzorskog signala i ekstrakcijom informacija izmerene kontaktne sile i relativnog položaja delova koji se spajaju, što se prema formuliranoj strukturi agenta $AM\#x$ izvršava na kognitivnom nivou. Generalno, prepoznavanje kontaktnih stanja može da se podeli u dva istraživačka pristupa [241, 255]: 1) pristup koji primenjuje analitički model, i 2) pristup koji primenjuje heuristički model odnosno učenje. Oba pristupa obuhvataju fazu modeliranja i fazu prepoznavanja kontaktnih stanja. Kod analitičkog pristupa modeliranje kontaktnih stanja se zasniva na geometrijskim obeležjima odnosno obliku delova koji se spajaju, a karakteristična kontaktna stanja reprezentuju se odgovarajućim stanjem/oblikom generalizovanog vektora sile koji je produkovan u kontaktu delova koji se spajaju. Kao primeri ovakvog pristupa koji se zasnivaju na razdvajajućem konusu ili određivanju ograničenja kretanja objekata u obliku poliedra mogu se navesti [49, 89, 170]. Istraživanja i razvoj modela za prepoznavanje kontaktnih stanja koji u obzir uzimaju i neodređenosti zasnivaju se na formiranju regiona na poliedru [65, 104, 103]. Heurističko modeliranje zasniva se na generalizaciji i ekstrahovanju obeležja na bazi eksperimentalnih zapisa izvedenih procesa spajanja.

Kroz pripadajuće istraživačke okvire unapređivani su pristupi u modeliranju i prepoznavanju kontaktnih stanja tako da modeli uključuju i parametre neodređenosti čime se povećava robusnost u aktivnosti prepoznavanja. Kao primer pristupa sa heurističkim modela kontaktnih stanja i njihove tranzicije sa implementacijom u domenu prepoznavanja na bazi Bajesovih mreža i Kalmanovog filtra mogu se navesti [132, 78]. Dodatno, u pristupu prepoznavanja analitički modeliranih kontaktnih stanja pored određivanja sličnosti koriste se i klasifikacioni metode, kao što su fazi strukture, neuronske mreže i mašine sa nosećim vektorima [98].



Slika 2.6: Ilustracija faza procesa spajanja: a) faza prilaznja (uvek postoji, a može biti aktivna ili pasivna), b) faza traženja (ne mora nužno da postoji, pa može biti neaktivna ili aktivna (složene trajektorije pretrage: spiralna, pravougaona, proizvoljna)), c) faza umetanja (uvek postoji, a može biti pasivno ili aktivno upravljana)

Kako kod preciznih spojeva proces spajanja nije određen samo relativnim položajem delova koji se spajaju, već se on dominantno karakteriše vektorom sile spajanja, za razliku od faza prilaza i traženja, u fazi umetanja se dominantno koriste senzori sile za povratnu spregu u sistemima za upravljanje procesom spajanja u tehnologiji robotizovane montaže. Akvizicija signala sile, odnosno merenje i

identifikacije fizičke interakcije objekata koji se spajaju, može se ostvariti primenom eksternih senzora generalisanog vektora sile (6 komponenta, 3 translatorne + 3 obrtne), koji može biti postavljen na podlogu [98] ili na vrh robota [221], dok je druga mogućnost da se signal sile spajanja ekstrahuje i meri na osnovu senzora ugrađenih u zglobove mehanizma robotske ruke direktno na strani segmenata mehanizma robotske ruke [201]. Treća mogućnost identifikacije vektora sile spajanja zasniva se na posrednom merenju momenta u zglobovima robota preko jačine struje aktuatora [242, 266], pri čemu se u ovakvim pristupima koriste i signali sa enkodera pogonskih sklopova robotske ruke. Vrlo su aktuelni i pristupi sa učenjem generalizovanog vektora sile spajanja tako da se vrši njegova estimacija na osnovu momenata u zglobovima robotske ruke [268].

2.1.2.3 Modeliranje - generisanje apriornog tehnološkog znanja

Apriorno tehnološko znanje u tehnologiji montaže predstavljeno kroz matematički model procesa spajanja čini jednu od fundamentalnih osnova agentnog sistema robotizovanog spajanja. Model procesa direktno je uslovljen atributima objekata koji se spajaju, odakle dalje proističu i zahtevi koje treba da ispuni sistem za robotizovano spajanje kako bi zadatak spajanja mogao da bude uspešno realizovan. Povećanjem sveukupne kompleksnosti agentnog sistema (mehaničko-motoričke, senzorske i kognitivne), povećava se i mogućnost diverzifikacije za što širu klasu spojeva odnosno objekata koji se spajaju.

Modeliranje procesa spajanja, kao osnova razvoja tehnologije montaže, predmet je višedecenijskih istraživanja [105, 249, 10]. U nacionalnim okvirima osnovni doprinosi u kontekstu modeliranja i robotizacije procesa spajanja ostvareni su tokom 1980-tih i 1990-tih godina na Katedri za proizvodno mašinstvo Mašinskog fakulteta u Beogradu, od strane Prof. Petra B. Petrovića [187, 188], pod mentorstvom Prof. Milačića, a zatim i dograđivani tokom 2000-tih u kontekstu učenja i prepoznavanja kontaktnih stanja u fazi umetanja, gde je u doprinosima učestvovala Prof. Živana Jakovljević [241, 98], pod mentorstvom Prof. Petrovića.

Modeliranje procesa spajanja u osnovi je geometrijski problem. Geometrijska informacija o objektima koji učestvuju u procesu spajanja je polazna osnova koja determiniše strukturu faze umetanja, odakle sledi da je u opštem slučaju moguća pojava sledećih vrsta kontakata: u tački, u više tačaka, po liniji ili površi.

Neodređenosti, odnosno odstupanje od nominalne relativne trajektorije spajanja dovodi do kolizije, pa se proces spajanja posmatra kao interakcija dve ili više geometrijskih osobenosti objekata koji u tom procesu učestvuju [188], a takav slučaj naziva netrivialnim. Sa aspekta kinematike procesa spajanja, kod modeliranja relevantno je to da interakcija geometrijskih osobenosti objekata dovodi do pojave neholonomnog kinematskog ograničenja, čime se, u zavisnosti od vrste i broja geometrijskih osobenosti u kontaktu redukuje odgovarajući broj stepeni slobode kretanja, što se dalje povezuje sa potrebnim svojstvima manipulacionog sistema za robotizovano spajanje, pre svega kinetostatičkim. Ova ograničenja se u modeliranju predstavljaju se kao kontaktne situacije, a tok procesa spajanja je moguće posmatrati kao niz kontaktnih situacija koje prelaze jedna u drugu (tranzicija). Varijacija kontaktnih stanja potiče usled varijacije sledećih mehaničkih svojstava, [188]: 1) lokalne geometrije dodira, koja razmatra fenomen mehaničkog kontakta na nivou geometrijskih osobenosti objekata, 2) lokalnih elastomehaničkih i frikcionih svojstva zone kontakta objekata odnosno kontaktnih površi, i 3) kinetostatičkih svojstva podsistema manipulacije i hvatanja, odnosno sistema oslanjanja objekata, *OS*. Pored geometrijskih, kinematskih i mehaničkih svojstava, generalizacija modela procesa spajanja, odnosno njegovo uopštavanje ostvaruje se u dinamičkom domenu, gde proces spajanja u suštini pripada, jer objekti koji se spajaju pored geometrijskih i kinematskih svojstava imaju relativnu brzinu kretanja, masu i inerciju.

Prema [188] modeliranje ograničenja tipa površi prvo se izvodi u formi raspregnutog modela, gde se razdvojeno razmatraju pojave sudara i klizanja, odnosno trenja, kao bazni dinamički fenomeni procesa spajanja. Fenomen sudara se modelira u ortogonalnoj ravni, a efekti trenja u tangencijalnoj

ravni u odnosu na pravac kontakta objekata koji su u mehaničkoj interakciji. Superponiranjem parcijalnih modela formira se jedinstveni dinamički model ograničenog kretanja tipa površi, gde se posebno razmatraju dva karakteristična slučaja ograničenog kretanja: jednostruko i višestruko ograničenje tipa površi (opšti slučaj, u kome postoje dve ili više tačaka kontakta između objekata), pri čemu osnovna razlika u ova dva slučaja nije dinamičke već kinematske prirode, jer višestruko ograničenje oduzima dodatne stepene slobode [188].

Sprezanje parcijalnih dinamičkih modela ogleda se u rezultantnoj kontaktnoj sili F^K , izraz (2.1), koja nastaje kao posledica interakcije objekata koji se spajaju, slika 2.7, a formira se vektorskim zbirom ortogonalne i tangencijalne komponente, [188]:

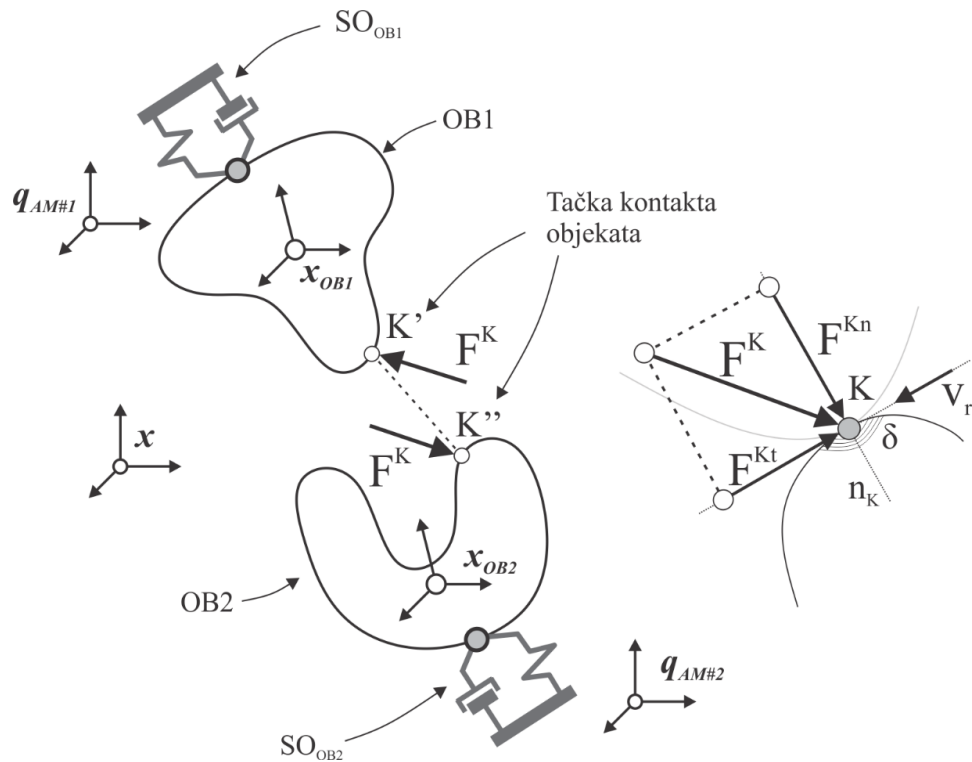
$$\vec{F}^K = \vec{F}^{Kn} + \vec{F}^{Kt} \quad (2.1)$$

Ortogonalna komponenta kontaktne sile F^{Kn} unutar sebe sadrži elastičnu i viskoznu komponentu, što je iskazano izrazom (2.2), gde su k_k i b_k korespondentni koeficijenti, δ predstavlja deformaciju kontaktne zone, a n_K jedinični vektor normale kontaktne zone, [188]:

$$\vec{F}^{Kn} = \vec{F}^{Kne} + \vec{F}^{Knv} = k_k(\delta) \cdot \delta \vec{n}_K + b_k(\delta, \frac{d}{dt}(\delta)) \cdot \frac{d}{dt}(\delta) \vec{n}_K \quad (2.2)$$

Tangencijalna kontaktna sile F^{Kt} , izraz (2.3), je u zavisnosti od ortogonalne komponente i od dinamičkog koeficijenta trenja μ koji je funkcija projekcije brzine klizanja u tangencijalnom pravcu (v_{rt}), [188]:

$$\vec{F}^{Kt} = -\left| \vec{F}^{Kn} \right| \cdot \mu(\vec{v}_{rt}) \frac{\vec{v}_{rt}}{\left| \vec{v}_{rt} \right|} \quad (2.3)$$



Slika 2.7: Ilustracija pojmova kontaktne tačke i kontaktne sile tokom kolizionog kretanja dva objekta u procesu spajanja: K – kontaktna tačka; F^K – rezultantna kontaktna sila; F^{Kn} – ortogonalna komponenta kontaktne sile, F^{Kt} – tangencijalna komponenta kontaktne sile, n_K – jedinični vektor normale kontaktne zone, δ – deformacija kontaktne zone, v_{rt} – projekcija brzine klizanja u tangencijalnom pravcu.

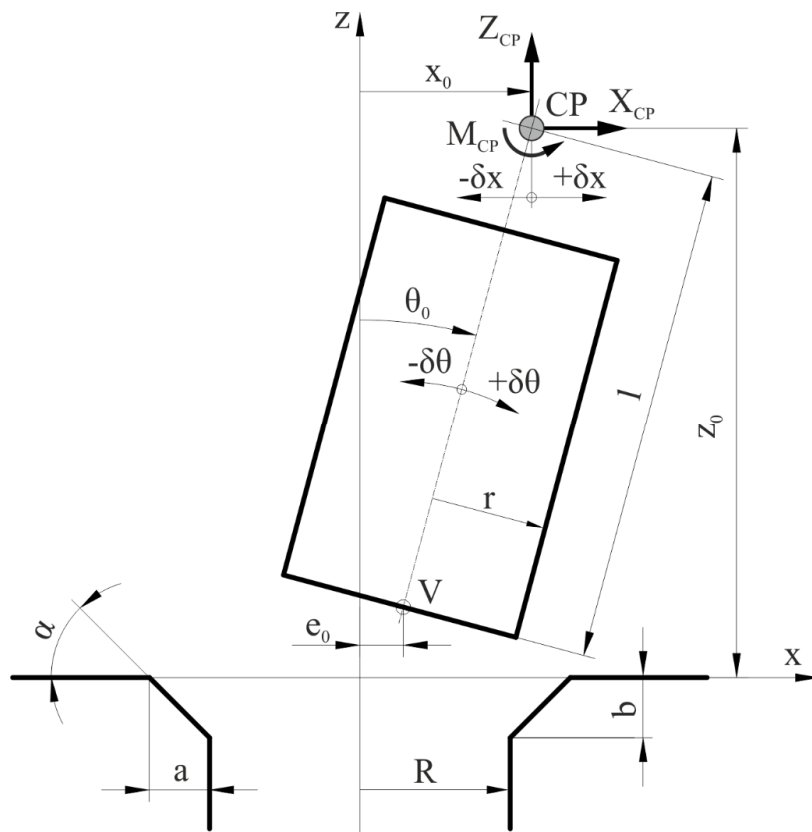
Sila spajanja u opštem, prostornom slučaju, u odnosu na sistem oslanjanja objekata generiše generalizovani vektor koji sadrži translatorne i obrtne komponente, odnosno sile i momente, karakterišući na taj način proces spajanja odnosno trenutno stanje u fazi umetanja.

Kao demonstracija jednog primera kompletnog modela procesa spajanja u nastavku se navodi Vitnjev model kvazistatičkog spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova [249]. Motiv za demonstraciju na primeru ovog modela nalazi se u prethodno pomenutim dugogodišnjim istraživanjima koja se sprovode na Mašinskom fakultetu u Beogradu, na Katedri za proizvodno mašinstvo [187, 188, 241], gde je Vitnjev pristup analiziran i primenjen u ekstenzivnim teorijskim i eksperimentalnim istraživanjima, uz uspostavljanje dodatnih formalizacija. Rezultati ovih istraživanja su pokazali da je teorija spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova, iako u suštini redukcionistički pristup, jedini postojeći funkcionalno konzistentni i formalno konsekventni okvir. Redukcionizam se ovde ogleda u svođenju suštinski dinamičkog procesa na kvazistatički domen, uz čitav niz pretpostavki [249], gde se na primer trenje reprezentuje kao statička veličina odnosno konstanta. Međutim, iako je izgrađen na nizu pretpostavki, primenljivost ovog modela se pokazala uspešnom u eksperimentalnim istraživanjima popustljivog oslanjanja objekata, kroz izgradnju popustljivih jedinica oslanjanja, koje predstavljaju praktičnu implikaciju ove teorije. Odavde slede precizni zahtevi za željena kinetostatička svojstva, što je od suštinskog značaja za razvoj sistema robotizovanog spajanja čiji podsistem manipulacije, mehanizam robotske ruke, uključuje mogućnost upravljanja parametrima popustljivosti odnosno krutosti.

Vitnjev pristup kvazistatičkog spajanja odnosi se na cilindrične delove, osovinu i otvor, svedene na ravanski model [249], gde se u vezu dovode kontaktne sile i geometrijska ograničenja, i uključuje mogućnost pojave sledećih kontaktnih stanja: prolaz kroz uvodnik $KS(U)$, kontakt u jednoj tački $KS(1)$, kontakt u dve tačke $KS(2)$ i kontakt po liniji $KS(L)$. Svako od ovih kontaktnih stanja obuhvata odgovarajući matematički model koji preko kinetostatičkih svojstava, krutosti i senzitivnosti, u vezu dovodi silu spajanja i pomeraj, translatorne i rotacione komponente. Kinetostatička svojstva sistema oslanjanja su takva da se raspregnuto ponašanje ostvaruje u centru popustljivosti (CP) koji predstavlja fiktivna tačka u prostoru, ili ravni, što se detaljno opisuje i razrađuje u poglavlju 2.2.5 kao poželjno ponašanje sistema oslanjanja. Na slici 2.8 grafički je predstavljen polazni model kvazistatičkog spajanja sa osnovnim veličinama, a u tabeli 2.1 date su jednačine modela sile (X_{CP} – lateralna komponenta, Z_{CP} – aksijalna komponenta, M_{CP} – moment) i pomeraja (δx , $\delta \theta$ – lateralni i ugaoni pomeraj sistema oslanjanja) za svako kontaktno stanje. Osnovne veličine i oznake koje figurišu u polaznom modelu, a prikazane su grafički na slici 2.8 su sledeće: 1) inicijalna odstupanja pozicije osovine u odnosu na otvor (e_0 – inicijalna distanca vrha osovine V od ose otvora, θ_0 – inicijalni ugao ose osovine u odnosu na osu otvora, $x_0 = e_0 + l\theta_0$ – inicijalna distanca CP do ose otvora); 2) geometrija osovine i otvora (r – poluprečnik osovine, R – poluprečnik otvora, l – rastojanje od vrha osovine do CP , $c = (R-r)/R$ – relativni zazor, a – širina uvodnika, α – ugao uvodnika, $b = atg(\alpha)$ – dubina uvodnika); 3) Kinetostatička svojstva CP (k_x – lateralna krutost, k_θ – rotaciona krutost, $S = k_x/k_\theta$ – senzitivnost); 4) Koeficijent trenja između osovine i otvora μ .

Vitni uvodi, definiše i detaljno analizira neregularna stanja koja mogu nastati u slučaju kontaktne situacije u dve tačke, a to su zaglavljivanje i zaklinjavanje. Stanje zaglavljivanja moguće je eliminisati promenom pravca dejstva sile spajanja i nastaviti proces, dok zaklinjavanje predstavlja stanje koje dalje vodi ka trenutnom zaustavljanju procesa spajanja, a nastavak je moguć samo u slučaju kretanja u smeru suprotnom od smeru insertovanja i zatim promenom pravce dejstva sile spajanja [187]. Na bazi ovih istraživanja, dalje analize u pravcu neregularnih stanja, za prostorni slučaj i sklopove sa višestrukim spojevima, predstavljene su u [210, 67]. Pored kvazistatičkog modela postoje istraživački pristupi koji su fokusirani na izgradnju dinamičkih analitičkih modela za spajanje krutih delova [11, 10, 158], i za spajanje deformabilnih delova [137, 252].

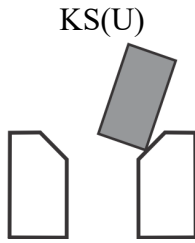
Modeliranje procesa spajanja, pored modela svake kontaktne situacije zasebno podrazumeva formalizaciju toka procesa spajanja, odnosno faze umetanja/insertovanja. U ovom slučaju formalizacija je izvedena primenom teorije grafova [187], uzimajući u obzir vremensku kauzalnost, odnosno mogućnost pojave svakog od kontaktnih stanja i njihov redosled, što uključuje određenu logiku odnosno unutrašnju uređenost. Dijagram toka stanja za primer modela kvazistatičkog spajanja prikazan je na slici 2.9.



Slika 2.8: Polazni model kvazistatičkog spajanja sa osnovnim veličinama: 1) inicijalna odstupanja pozicije osovine u odnosu na otvor (e_0 – inicijalna distanca vrha osovine V od ose otvora, θ_0 – inicijalni ugao ose osovine u odnosu na osu otvora, $x_0=e_0+l\theta_0$ – inicijalna distanca centra popustljivosti CP do ose otvora); 2) geometrija osovine i otvora (r – poluprečnik osovine, R – poluprečnik otvora, l – rastojanje od vrha osovine do CP , $c=(R-r)/R$ – relativni zazor, a – širina uvodnika, α – ugao uvodnika, $b=atg(\alpha)$ – dubina uvodnika); 3) Kinetostatička svojstva CP (k_x – lateralna krutost, k_θ – rotaciona krutost, $S=k_x/k_\theta$ – senzitivnost); 4) Koeficijent trenja između osovine i otvora μ ; 5) Komponente generalizovanog vektora sile spajanja (X_{CP} – lateralna komponenta, Z_{CP} – aksijalna komponenta, M_{CP} – moment).

Neodređenosti i izvori grešaka u procesu spajanja, koji su povezani sa tačnošću kao izvedenim atributom različitih podsistema agenta za robotizovano spajanje, direktno utiču na tok procesa spajanja. U slučaju kada bi bilo moguće ostvarivanje idealno tačnog relativnog pozicioniranja objekata, spajanje bi se tada svodilo na trivijalan zadatak odnosno na nominalno programirano kretanje - nema greške, nema kolizije, pa sledi da bi upravljanje bilo trivijalno. Međutim, realnost je drugačija, objekti su neidealni, a takođe i sistem, gde se greška relativnog pozicioniranja objekata dominantno generiše od strane manipulacionog podsistema⁴, a zatim i od podsistema hvatanja i držanja. Agent $AM\#x$, kao dinamički sistem, produkuje nestacionarnu grešku odakle proizilazi da su neophodna korektivna kretanja tokom spajanja kako bi se ostvarila određena finalna relativna pozicija delova i formirao funkcionalan sklop, odnosno zadatak spajanja izvršio uspešno. Sledi da je proces spajanja u fizičkom svetu netrivialan i da zahteva upravljanje, odnosno adaptivno kretanje tokom procesa spajanja, pa se različiti istraživački pristupi upravljanju navode i analiziraju u nastavku.

⁴ Tačnost pozicioniranja tipičnog industrijskog manipulacionog robota, odnosno njegova ponovljivost je za red veličine veća od zazora tipičnog preciznog spoja, na primer 0.1mm naspram 0.01mm.

Tabela 2.1: Kvazistatički model procesa spajanja - Jednačine kretanja i sile spajanja u centru popustljivosti za kontaktne situacije $KS(U)$, $KS(1+)$, $KS(1-)$, $KS(2)$ i $KS(L)$ **Kontaktno stanje****Jednačine kretanja i sile spajanja u CP**

KS(U)

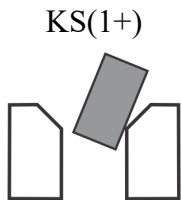
$$x(z) = x_0 - \delta x; \quad \delta x = \left(\frac{z' - z}{\operatorname{tg} \alpha} \right) / \left(1 - Sl \left(l - \frac{B}{A} r \right) \right)$$

$$\theta(z) = \theta_0 - \delta \theta; \quad \delta \theta = \left(\frac{z' - z}{\operatorname{tg} \alpha} S \left(l - \frac{B}{A} r \right) \right) / \left(1 - Sl \left(l - \frac{B}{A} r \right) \right)$$

$$A = \sin \alpha - \mu \cos \alpha; \quad B = \cos \alpha + \mu \sin \alpha$$

$$z' = l - (cR + a - e_0) \operatorname{tg} \alpha$$

$$X_{CP} = k_x \delta x; \quad Z_{CP} = \frac{B}{A} X_{CP}; \quad M_{CP} = k_\theta \delta \theta$$

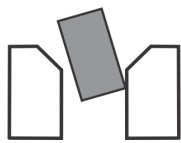


KS(1+)

$$x(z) = x_0 + \delta x; \quad \delta x = \frac{cR - e_0 + (z + b - l)\theta_0}{1 + S(z + b)(z + b - \mu r)}$$

$$\theta(z) = \theta_0 - \delta \theta; \quad \delta \theta = S \frac{(z + b - \mu r)[cR - e_0 + (z + b - l)\theta_0]}{1 + S(z + b)(z + b - \mu r)}$$

$$X_{CP} = k_x \delta x; \quad Z_{CP} = \mu X_{CP}; \quad M_{CP} = k_\theta \delta \theta$$

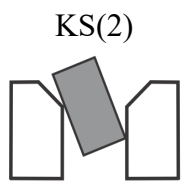


KS(1-)

$$x(z) = x_0 + \delta x; \quad \delta x = \frac{cR - e_0}{1 + Sl(l - \mu r)}$$

$$\theta(z) = \theta_0 - \delta \theta; \quad \delta \theta = S \frac{(l - \mu r)(cR - e_0)}{1 + Sl(l - \mu r)}$$

$$X_{CP} = k_x \delta x; \quad Z_{CP} = \mu X_{CP}; \quad M_{CP} = k_\theta \delta \theta$$



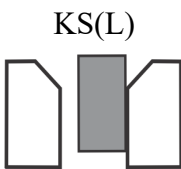
KS(2)

$$x(z) = -cR \left(1 - \frac{2l}{l - z - b} \right); \quad \theta(z) = \frac{2cR}{l - z - b}$$

$$X_{CP} = k_x (x(z) - x_0)$$

$$Z_{CP} = 2\mu \frac{X_{CP}(l - \mu r) - M_{CP}}{l - (z + b)} - \mu X_{CP}$$

$$M_{CP} = k_\theta (\theta(z) - \theta_0)$$



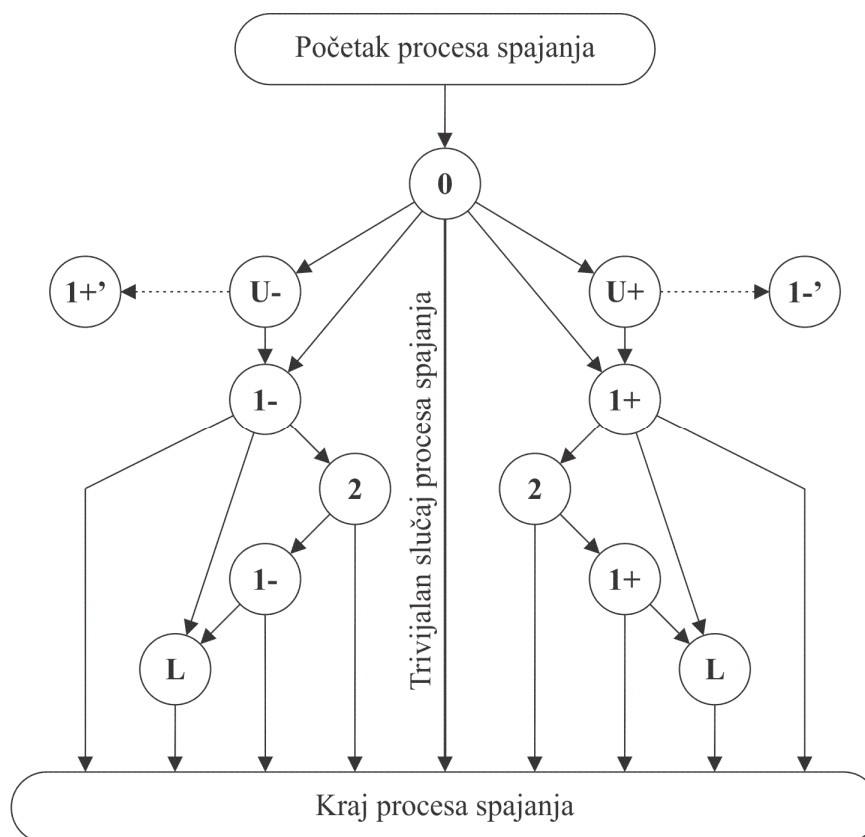
KS(L)

$$x(z) = cR; \quad \theta(z) = \theta_0$$

$$X_{CP} = k_x (x_0 - x(z))$$

$$Z_{CP} = \mu X_{CP}$$

$$M_{CP} = k_\theta \theta_0$$



Slika 2.9: Faza umetanja reprezentovana grafom tranzicije između kontaktnih stanja [187, 188]: ($U+$) i ($U-$) prolaz kroz uvodnik: $KS(U)$; ($I+$) i ($I-$) – kontakt u jednoj tački: $KS(I)$; (2) – kontakt u dve tačke: $KS(2)$; (L) – kontakt po liniji: $KS(L)$.

2.1.3 Upravljanje netrivialnim slučajem procesa spajanja

Strategija, odnosno planiranje procesa montaže i realizacija postavljenog plana, odnosno izvršavanje zadatka, predstavlja osnovu za uspešnu realizaciju procesa spajanja u sistemu za montažu odabrane klase objekata. U ovoj doktorskoj disertaciji zadatak upravljanja se smešta u okviru kognitivnog nivoa strukture agenta za montažu $AM\#x$ i dalje povezuje sa višim hijerarhijskim nivoima. Pristupi istraživanja u ovom domenu u osnovi se mogu podeliti u dve grupe [255]:

- 1) Konvencionalne strategije bazirane na trivijalnom procesu spajanja – kruti sistemi
- 2) Strategije sa upravljanjem – adaptivni sistemi:
 - a. strategije bazirane na analitičkom pristupu, sa poznatim modelom (eng. *model-based*),
 - b. strategije bez modela (eng. *model-free*), bazirane na metodama učenja, na heuristici

2.1.3.1 Upravljanje bazirano na modelu

Koncept konvencionalne strategije, bazirane na modelu, zasniva se na analizi kontaktnih stanja i posmatranju procesa spajanja u dva koraka: 1) estimacija parametara kontakta i prepoznavanje kontaktnih stanja i 2) upravljanje svojstvima krutosti, odnosno sekundarnim, korektivnim kretanjem manipulacionog sistema. U ovom slučaju upravljanje svojstvima krutosti zasniva se na zahtevima koji proističu iz poznatog modela procesa, pri čemu su u istraživačkom radu učinjeni napori i doprinosi u širokom spektru zadataka sa različitim zahtevima, sa ciljem da se ostvari određeni stepen autonomije u industrijskoj proizvodnji i pripadajućim procesima montaže. Na primer, detaljno je istraživano upravljanje procesom spajanja jednostrukih i dvostrukih visokopreciznih sklopova [180, 227] sa zazorom $0.01-0.02[mm]$, ali i manje preciznih spojeva sa zazorom $0.1-1[mm]$ [125, 215], zatim velikogabaritnih sklopova [142, 198]. Dodatno, kao posebna tema izdvaja se istovremena montaža više spojeva (eng. *multiple peg-in-hole*) i identifikacija strategije upravljanja procesom

spajanja za ovakav slučaj [210, 254, 267, 272]. Generalno, u ovom pristupu za strategije upravljanja svojstvima krutosti odnosno kompenzacionom kretanjem koristi se informacija o sili spajanja. Kompenzaciona kretanja mogu se realizovati na pasivne i aktivne načine. Kao primer pasivnog mehaničkog uređaja može se navesti *RCC* jedinica [249, 187] ili njeni različiti oblici sa oprugama i prigušnim elementima [131]. *RCC* jedinica se postavlja na vrh robota i ona je tako projektovana da omogućuje da se proces spajanja odvija kroz kompenzacione pomeraje u skladu sa dejstvom sile spajanja koja je generisana tokom procesa. U ovom slučaju upravljanje, odnosno popustljivo ponašanje koje garantuje uspešan tok procesa spajanja, praktično je utelotvoreno u mehaničku strukturu popustljive jedinice, sa egzaktno definisanim parametrima pasivne popustljivosti, u skladu sa prethodno navedenim primerom kvazistatičkog modela spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova. Takođe, postoje i pristupi sa istraživanjem u pravcu aktivnih popustljivih jedinica, gde se upravlja svojstvima popustljivosti odnosno krutosti za ostvarivanje željenih korektivna kretanja [44, 270]. Sa druge strane, fokus je bio na unapređenu efikasnosti i stabilnosti u aktivnom upravljanju kompenzacionim kretanjem mehanizma manipulacione robotske strukture tokom procesa spajanja, direktno na bazi povratne sprege po sili, takođe sa decenijskim istraživanjima i doprinosima u ovom pravcu. Generalno, u ovom pristupu, vektor generalisane sile spajanja koristi se u povratnoj sprezi, za estimaciju kontaktnih parametara i /ili za prepoznavanje kontaktnih stanja i zatim generisanje korektivnih pozicionih kretanja [133]. U pristupu sa aktivnim upravljanjem kompenzacionim kretanjem dominantna su dva pravca: 1) upravljanje po impedansi, ili admitansi, i 2) hibridno upravljanje. Osnovu za razvoj u pravcu upravljanja po impedansi predstavlja istraživanje izloženo u [90], a osnovu za hibridno upravljanje pozicijom i silom [200]. Takođe, mogu se izdvojiti i pristupi koji u upravljanju ne uzimaju u obzir model kontaktnih stanja i njihovo prepoznavanje tokom procesa spajanja, već uzimaju modele upravljanja za ostvarivanje zadate finalne pozicije i održavanja zadate kontaktne sile tokom spajanja izgrađene po ugledu na klasičnu teoriju automatskog upravljanja sa povratnom spregom [221, 266].

2.1.3.2 Upravljanje bazirano na učenju

Nasuprot istraživanjima koja se zasnivaju na analitičkom pristupu, odnosno modelu, postoje istraživanja procesa spajanja na bazi učenja. Ovaj pristup dodatno se može podeliti u dve grupe [255]: a) učenje kroz demonstraciju (eng. *Learning from Demonstration – LfD*), i b) učenje kroz interakciju sa okruženjem (eng. *Learning from Environment – LfE*), uključujući i pristup učenja imitacijom (eng. *Learning by Imitation – LbI*). Ovakvi pristupi postavljaju se u kontekst autonomnog izvođenja zadataka spajanja, gde se istraživanja i doprinosi usmeravaju ka povećanju nivoa prilagodljivosti robota unutar nestrukturiranog i nestacionarnog okruženja. Smatra se da je ovakav pristup približniji ponašanju koje koristi čovek, koji je sposoban da vlada nepredviđenim situacijama u izvođenju sličnih zadataka, za razliku od pristupa gde su unapred formirani i programirani modeli, koji u obzir uzimaju konačan skup stanja. Generalizacijom kroz jedan od dva prethodno navedena pristupa bazirana na učenju, ili njihovom kombinacijom, potencijalno je moguće generisati novu situaciju, odnosno stanje koje prethodno nije bilo ugrađeno u skup znanja i veština kojima sistem za robotizovano spajanje raspolaže. Praktično, moguće je kontinualno unapređivati sistem sa kognitivnog stanovišta.

Metode upravljanja na bazi učenja kroz demonstraciju (*LfD* metode) [9], zasnivaju se na ideji da je moguće zadatak spajanja objekata u robotizovanoj montaži definisati kroz učenje i interpretaciju čovekovog ponašanja, pre svega u fizičkoj ravni, bez unapred formiranog modela nominalnog i korektivnog kretanja, i takvi pristupi su u prethodnom periodu istraživani na primeru zadataka spajanja delova iz klase „osovina u otvor“ [1, 234], uzimajući u razmatranje i klasu deformabilnih delova [244]. *LfD* metode, pored učenja relativne trajektorije insertovanja delova, u geometrijskom smislu, za oponašanje čovekovih strategija uključuju i učenje upravljanja po povratnoj sprezi sile spajanja. Sveobuhvatna analiza istraživanja u ovoj oblasti data je u [9], gde se posebno ukazuje na to da se u *LfD* pristupu izdvajaju dve faze: a) masovno/ekstenzivno prikupljanje podataka kroz demonstraciju, i b) ekstrakcija obeležja i pravila, zatim generalizacija i identifikacija odnosno učenje

strategije. Sveobuhvatan pregled *LfD* metoda u kontekstu robotizovane montaže, sa osvrtom na različite oblike demonstracije zadataka spajanja, predstavljeni su u [274], dok su izuzetno detaljna teorijska i eksperimentalna istraživanja na ovu temu obuhvaćena u [126]. Iako je oblast istraživanja na temu *LfD* metoda i njihovu primenu u robotizovanoj montaži široko rasprostranjena, još uvek je nedovoljno istražena mogućnost adaptacije na promene i neodređenosti u okruženju, odnosno generalizacije i primene prethodno izvedenih strategija na nove situacije u procesu spajanju delova [255], koje izlaze izvan okvira u kojima je izvršena demonstracija i učenje.

Metode upravljanja na bazi učenja kroz interakciju sa okruženjem (*LfE* metode), suprotno od unapređivanja kroz generalizaciju koja je prisutna kod *LfD* metoda, u određenim istraživačkim okvirima teže ka tome da robot bude sposoban da aktivno prepozna okruženje i da uči veštine spajanja delova inkrementalno, odnosno postepeno, praktično da ih usavršava dok izvršava zadatak, kao što to radi čovek [255]. Metode bazirane na reinforsiranom učenju (eng. *Reinforcement Learning – RL*), čine osnovu u ovom istraživačkom pristupu, i njihovom primenom istražuje se i omogućuje učenje ponašanja i prilagođavanja za prethodno nepoznate scenarije i zadatke [228]. Praktično, u ovim istraživačkim pravcima teži se ka tome da se kroz primenu metoda *RL* razviju upravljački algoritmi koji će omogućiti adaptabilnost i robusnost, ne samo baziranu na generalizaciji demonstriranih veština, već i njihovu dalju postepenu dogradnju i unapređivanje tokom izvođenja zadatka spajanja, kroz inkrementalno učenje. Razvojem tehnika veštačke inteligencije, tipičan pristup metoda *RL* baziran na algoritmima učenja bez modela (*model-free*) primenjen je i u izvođenju složenih manipulacionih zadataka [121, 135], uključujući robotizovano spajanje delova na primeru zadatka „osovina u otvor“ [96, 147]. U cilju potencijalnog ostvarivanja povećane praktične primenljivosti ovog pristupa određena istraživanja fokusirana su na integraciju *RL* metoda sa analitičkim modelima ili masovnim podacima prikupljenim kroz demonstraciju razmatranog zadatka koji izvršava robot [254, 64], što na neki način predstavlja pristup inkrementalnog učenja baziranog na modelu [197]. Međutim, iako postoje analize i istraživanja koja kombinuju metode bazirane na modelu i *RL* metode učenja bez modela za opštu primenu u robotici, aktuelna istraživanja pokazuju da još uvek nije istraživana primena *RL* algoritama u kombinaciji sa konvencionalnim modelima kontaktnih stanja u procesu spajanja ili u kombinaciji sa implicitnim učenjem modela zasnovanim na demonstraciji [255]. Kao primer vrlo aktuelnog istraživanja može se navesti pristup upravljanja robotizovanog procesa spajanja baziran na učenju i estimaciji sile spajanja primenom konvolutivnih neuronskih mreža [268].

Kako je na kraju podpoglavlja 2.1.1 i 2.1.2 konstatovano, u ovoj doktorskoj disertaciji kao posebno značajan aspekt izdvaja se i istražuje upravljanje kinetostatičkim svojstvima sistema za robotizovano spajanje, što je od fundamentalnog značaja u kontekstu procesa spajanja. Za ostvarivanje željenih kinetostatičkih svojstava i njihovo upravljanje tokom procesa spajanja podjednako su značajni kognitivni i fizički nivo strukture agenta za robotizovano spajanje *AM#x*. Značajno je naglasiti da ovaj upravljački zadatak u opštem slučaju može biti ostvaren na bazi analitičkog i/ili heurističkog pristupa. U nastavku ove glave se analiziraju i postavljaju fundamentalne osnove kroz pojam krutosti sistema za robotizovano spajanje, i definišu zahtevi za željena kinetostatička svojstva manipulacionog sistema striktno povezana sa zahtevima procesa spajanja objekata.

2.2 Kinetostatička svojstva sistema za robotizovano spajanje

Zadatak spajanja delova, kako je prethodno analizirano i definisano, spada u klasu kontaktnih zadataka, pa sledi da objekti koji se spajaju imaju ograničeno kretanje, tako da su u toku procesa u međusobnoj mehaničkoj interakciji. Fizički kontakt dva objekta opisuje se kontaktnom silom F^K , a njihovo ponašanje tokom kolizionog kretanja opisuje se njihovim relativnim pomerajima kao odzivom na dejstvo sile, što je za slučaj spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova matematički opisano na primeru kvazistatičkog modela navedenog i razmatranog u podpoglavlju 2.1.2.3. Praktično, u mehaničkoj interakciji dva tela, odnosno dva objekta u procesu spajanja, sila i pomeraj su dve nerazdvojive fizičke veličine. Bez sile nema pomeraja, i obrnuto, pa se kao osnova za opis ponašanja sistema za spajanje izdvaja kinetostatički domen i dualizam ove dve veličine.

U ovom poglavlju se nakon opisa fundamentalnog fenomena dualizma sile i pomeraja i postavke modela krutosti sistema robotizovanog spajanja, detaljno razmatranje dalje fokusira na krutost manipulacionog podsistema što je od posebnog značaja u ovoj disertaciji. Formulisu se pojmovi generalizovane krutosti, kongruentne transformacije, zatim elipsoida krutosti i manipulabilnosti i povezuju se sa zahtevima za željena kinetostatička svojstva za slučaj netrivialnog procesa spajanja objekata.

2.2.1 Dualizam sile i pomeraja

U kinetostatičkom domenu silu i pomeraj povezuje svojstvo krutosti objekta odnosno sistema. Krutost ili popustljivost, razmatrajući uopšteno, predstavlja svojstvo mehaničkog objekta i/ili sistema oslanjanja, mehanizma. Ovo svojstvo određuje intenzitet i karakter pomeraja u zavisnosti od intenziteta i karaktera sile, gde sila predstavlja pobudu, a pomeraj predstavlja odziv razmatranog objekta ili sistema. Sledi da je krutost sistema u matematičkom smislu operator koji preslikava pobudnu eksternu silu u pomeraj, odnosno jednoznačno određuje njihovu međusobnu zavisnost, što ukazuje na njihov dualizam. U istraživanjima u oblasti primene robotskih sistema u proizvodnim tehnologijama i sa tim povezane kinetostatike, razmatraju se slučajevi kada je popustljivost koncentrisana u:

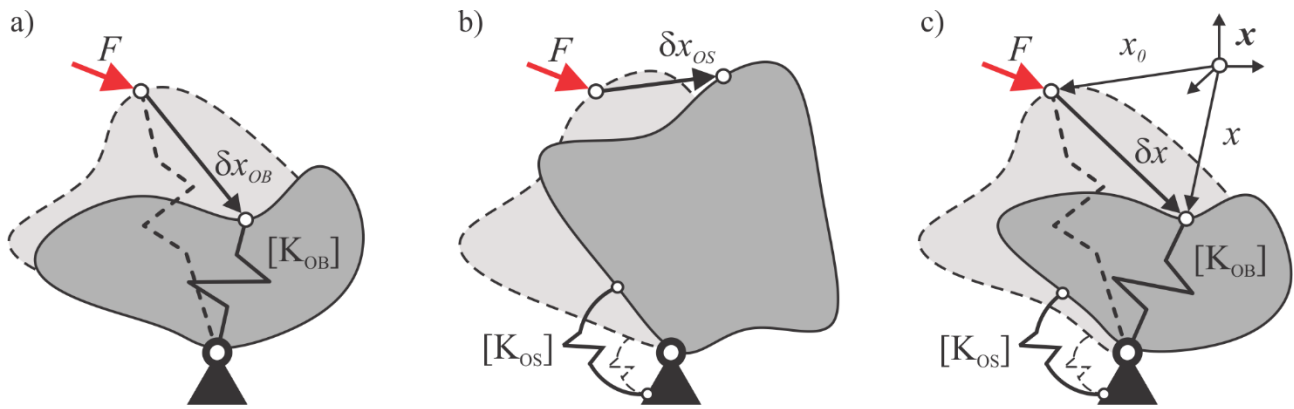
- 1) strukturi objekta (objekat je deformabilan), i
- 2) sistemu oslanjanja (objekat je beskonačno krut).

Ova dva slučaja predstavljaju primitive kinetostatičko ponašanja na osnovu kojih je dalje moguće predstaviti ponašanje složenih sistema, što je ilustrativno primerima prikazanim na slici 2.10. U opštem slučaju složeni sistemi uzimaju u obzir i formiranje strukture sa serijskim i paralelnim vezama primitiva ili njihovih kombinacija. U fizičkom svetu, svaki objekat je deformabilan, pa u realnosti uvek imamo kombinaciju prethodno navedenih izvora popustljivosti, odnosno kompleksno ponašanje. Međutim, često se podrazumeva da je struktura objekta mnogo kruća u odnosu na krutost oslonca, ili obrnuto, da je krutost oslonca mnogo veća od krutosti objekta, pa se primena svodi na jedan od dva prethodno navedena karakteristična slučaja. Na primer, u izgradnji mehatronskih sistema kod projektovanja senzora sile primenjuje se prvi karakteristični slučaj, gde se oslonac smatra krutim, a popustljivost se koncentriše u strukturi tela senzora. Kako se istraživanja u ovoj disertaciji zasnivaju na teoretskom okviru procesa spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova, dalja razmatranja krutosti sistema za robotizovano spajanje delova biće usmerena na drugi karakteristični slučaj, kada je popustljivost koncentrisana u sistemu oslanjanja.

Polaznu osnovu za analizu kinetostatičko ponašanja sistema popustljivog oslanjana, bilo da je to mehanizam robotske ruke kao aktivna struktura, mehanizam *RCC* kao pasivna struktura, ili sistem sintetisan kompozicijom aktivnih i pasivnih podsistema, predstavlja fundamentalna relacija koja povezuje vektor sile pobude $F \in R^m$ sa odzivom u obliku vektora infinitezimalnog pomeraja $\delta x_F \in R^m$, $\delta x_F = X - X_0$, gde su X_0 i X položaj razmatrane, referentne tačke objekta u prostoru tehnološkog zadatka $x \in R^m$ pre i posle dejstva sile pobude, respektivno (u zadatku montaže pobudu predstavlja generalizovani vektor kontaktne sile koji nastaje kao posledica mehaničke interakcije objekata tokom procesa spajanja):

$$F = K_x \delta x_F = K_x (X - X_0) \quad (2.4)$$

Matričnu funkciju odnosno operator preslikavanja sile u pomeraj predstavlja matrica krutosti $K_x \in R^{m \times m}$, gde je m broj stepeni slobode u prostoru tehnološkog zadatka, pri čemu je ponašanje razmatrane strukture ili mehanizma, odnosno sistema za robotizovano spajanje, u kinetostatičkom domenu u potpunosti određeno vrednostima članova matrice krutosti sistema K_x .



Slika 2.10: Dualizam sile (pobude) i pomeraja (odziva), karakteristični slučajevi: a) popustljivost koncentrisana u strukturi objekta, b) popustljivost koncentrisana u sistemu oslanjanja, c) kombinovana popustljivost objekta i oslonca

2.2.2 Krutost sistema za robotizovano spajanje

Ukupna krutost sistema za robotizovano spajanje modelira se prema polaznoj, univerzalnoj, dvoručnoj konfiguraciji definisanoj u podpoglavlju 2.1.1, kao serijska veza elemenata, izraz (2.5). Podsystem manipulacije na svom vrhu dodatno sadrži podsystem pasivnog popustljivog oslanjanja (*RCC*), čije se prisustvo u sistemu u opštem slučaju uzima u obzir pri modeliranju kinetostatičkih svojstava, slika 2.11. Serijska veza krutosti elemenata sistema agenta $AM\#x$ predstavlja ekvivalentnu krutost K_x i iskazana je na sledeći način:

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{K_{PM}} + \frac{1}{K_{RCC}} + \frac{1}{K_{PH}} + \frac{1}{K_{OB}} \quad (2.5)$$

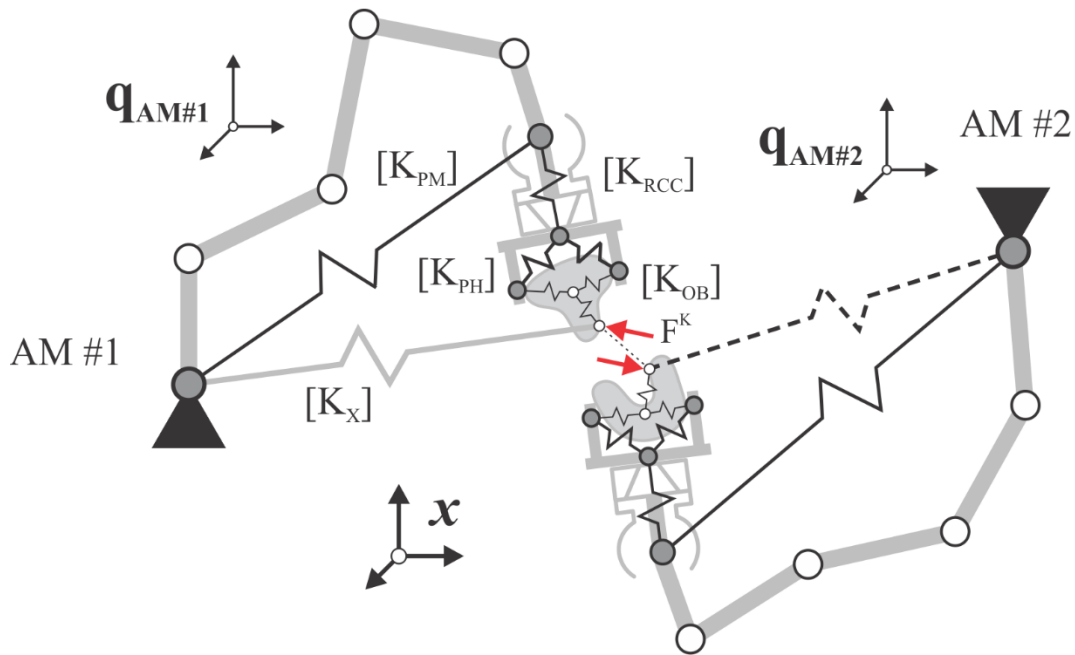
U izrazu (2.5) K_{PM} predstavlja krutost podsistema manipulacije, K_{RCC} krutost podsistema pasivnog popustljivog oslanjanja, K_{PH} krutost podsistema hvatanja i K_{OB} krutost objekta. Smatra se da $K_{OB} \rightarrow \infty$, dok se K_{PH} u zavisnosti od mehaničke strukture hvatača razmatra i izračunava kao paralelna sprega pojedinačne krutosti svakog prsta K_{Pi} [250], izraz (2.6), gde je P broj prstiju:

$$K_{PH} = \sum_{i=1}^P K_{Pi} \quad (2.6)$$

Krutost dvoručnog sistema koji čine agenti $AM\#1$ i $AM\#2$ posmatra se u odnosu na zajedničku nepokretnu bazu njihovih fizičkih podsistema, pa sledi da se ukupna krutost sistema za robotizovano spajanje K_{RS} takođe posmatra kao paralelna sprega, pa je $K_{RS} = K_{X1} + K_{X2}$, odnosno u opštem slučaju kada imamo polimanuelni sistem odnosno poliagentnu strukturu, gde je A broj agenata, sledi:

$$K_{RS} = \sum_{i=1}^A K_{Xi} \quad (2.7)$$

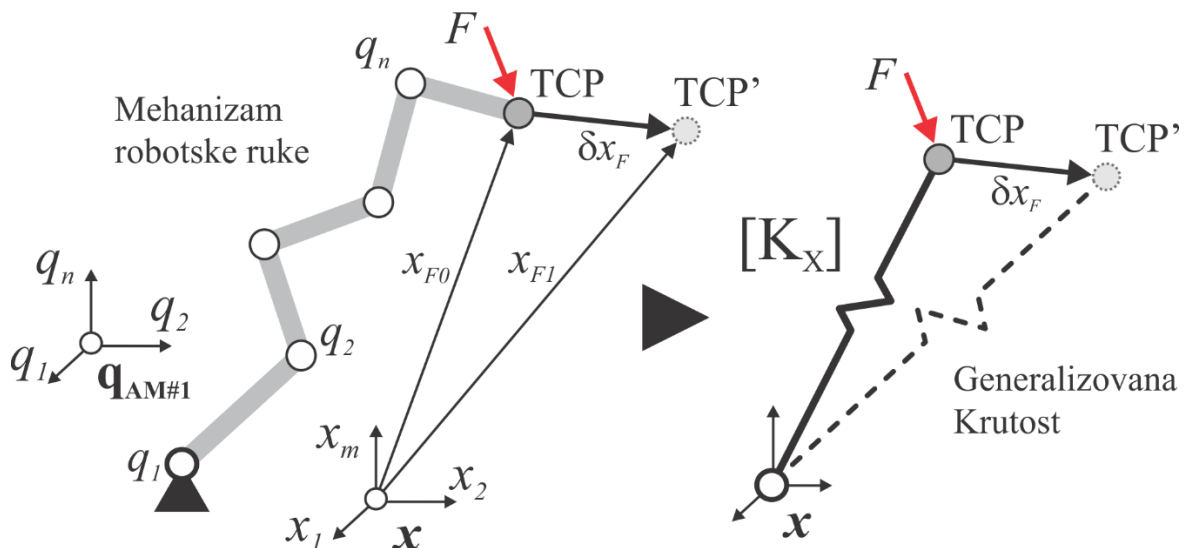
Krutost nekih elemenata sistema je aktivna, odnosno može se upravljati. Pasivni odnosno neupravljivi elementi dodatno se mogu podeliti na one koji predstavljaju izvor poznatog i nepoznatog karaktera krutosti. U ovom radu u fokus se stavlja na krutost podsistema manipulacije odnosno na generalizovanu krutost robotske ruke za koju se smatra da je aktivna i upravljiva, tako da može proizvoditi kinetostatičko ponašanje koje je potpuno ili delimično konzistentno sa zahtevima procesa spajanja.



Slika 2.11: Krutost sistema za robotizovano spajanje, K_X , kao kompleksna kombinacija serijskih i paralelnih veza primitivna krutosti objekata i krutosti oslonaca: K_{PM} – krutost podsistema manipulacija; K_{RCC} – krutost podsistema pasivnog oslanjanja (RCC jedinica); K_{PH} – krutost podsistema hvatanja; K_{OB} – krutost objekta koji se spaja.

2.2.3 Generalizovana krutost robotske ruke

U slučaju mehanizma robotske ruke, čiji je konfiguracioni prostor predstavljen sa $q \in R^n$, gde je n broj stepeni slobodne robotske ruke, matricu K_X definišemo kao matricu generalizovane krutosti koja reprezentuje krutost vrha robotske ruke⁵ u odnosu na bazni Dekartov koordinatni sistem u prostoru tehnološkog zadatka $x \in R^m$. Na ovaj način se krutost mehanizma robotske ruke, ili uopštenije podsistema manipulacije u agentnoj strukturi, može predstaviti generalizovanom oprugom, slika 2.12, tako da se u robotsku ruku, pored osnovne funkcije manipulacije objektima koji se spajaju, ugrađuje i deo funkcije aktivnog oslanjanja objekta odnosno upravljanja kinetostatičkim svojstvima.



Slika 2.12: Svođenje krutosti mehanizma robotske ruke na ekvivalentnu generalizovanu oprugu sa 6 stepeni slobode u opštem slučaju (tri translacije i tri rotacije: $m=3+3=6 \rightarrow X \in R^6$ i $K_X \in R^{6 \times 6}$)

⁵ Vrhom robotske ruke smatra se karakteristična tačka na kraju kinematskog lanca, tačka centra alata (eng. *Tool Center Point - TCP*) u odnosu na koju se posmatra njegov položaj u prostoru radnog zadatka

Svaka matrica krutosti je kvadratnog oblika, simetrična i pozitivno definitna [7], pa tako i generalizovana matrica krutosti K_x , što ukazuje na dualizam, jer ova svojstva obezbeđuju da preslikavanje pomeraja u silu (2.4), i obrnuto, uvek bude jednoznačno, odnosno jedinstveno.

U opštem slučaju, kada se kretanje vrha robotske ruke reprezentuje preko translatornog i rotacionog pomeraja, uključujući i generalni slučaj kojim se opisuje kretanje krutog tela u prostoru, sa tri translacije i tri rotacije, odnosno kada se prostor tehnološkog zadatka $x \in R^m$ definiše na taj način, matrica generalizovane krutosti nije fizički homogena. U tom slučaju se matrica K_x predstavlja kao kompozitna blok matrica sastavljena od četiri bloka odnosno podmatrice, prema izrazu (2.8), koje su unutar sebe homogene [5, 190]: K_T – blok translatorne krutosti, K_R – blok rotacione krutosti, i $K_{TR}=K_{RT}^T$ – blok koji reprezentuje unakrsno sprezanje između translatornog i rotacionog domena pobude i odziva vrha robotske ruke, odnosno njegovo postojanje uzrokuje preslikavanje momenta u translatorni pomeraj, kao i preslikavanje dejstva sile u rotacioni pomeraj, a gde jednakost $K_{TR}=K_{RT}^T$ u matematičkom smislu postoji, jer se podrazumeva svojstvo ukupne simetrije matrice K_x . Podmatrice K_T i K_R unutar sebe su simetrične, homogene i predstavljaju kinetostatičko ponašanje translatornog i rotacionog domena, gde se sila preslikava u translatorni pomeraj, a moment u ugaoni pomeraj, respektivno, ali takođe mogu sadržati unutrašnje nedijagonalne članove koji produkuju sprezanje između koordinatnih osa unutar ovih podprostora.

$$K_x = \begin{bmatrix} K_T & K_{TR} \\ K_{RT} & K_R \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Očigledno je da postojanje nedijagonalnih članova, odnosno struktura matrice K_x koja odstupa od dijagonalnog oblika, može da produkuje spregnuto kinetostatičko ponašanje koje je nepovoljno sa aspekta procesa spajanja delova. Detaljnija razmatranja i analize ovog problema navode se u nastavku, u podpoglavlju 2.2.5, gde se precizno definišu zahtevi za svojstva i parametre generalizovane krutosti potrebnih za uspešan tok procesa spajanja delova.

Posmatrajući kinematsku strukturu tipičnog industrijskog robota za montažu može se konstatovati da je ona bez izuzetka serijska, pri čemu se smatra da je popustljivost koncentrisana u obrtnim zglobovima robotske ruke, pa sledi da generalizovana krutost K_x predstavlja rezultujuću veličinu odnosno posledica je krutosti aktuacionog mehanizma, njegovog položaja i konfiguracije u odnosu na karakterističnu tačku vrha robota, TCP , za koju je se definiše generalizovana krutost u prostoru tehnološkog zadatka. Krutost aktuacionog mehanizma predstavlja se matricom aktuacione krutosti $K_q \in R^{n \times n}$, gde je n broj stepeni slobode robotske ruke u konfiguracionom prostoru. Preslikavanje krutosti zglobova robotske ruke u generalizovanu krutost TCP , i obrnuto, od suštinske je važnosti i predstavlja jednu od osnova u daljim razmatranjima i doprinosima ove disertacije na temu upravljanja kinetostatičkim svojstvima manipulacionog sistema u procesu spajanja delova, pa se u nastavku ova tema analizira u kontekstu kongruentnih transformacija.

2.2.4 Kongruentne transformacije krutosti robotske ruke

Preslikavanje generalizovane krutosti iz prostora tehnološkog zadatka x u konfiguracioni prostor mehanizma robotske ruke q analitički se sintetiše polazeći od principa održanja energije, odnosno na osnovu principa virtuelnog rada [190]:

$$\delta W_\tau = \delta W_F + \delta W_g + \delta W_\mu \quad (2.9)$$

U izrazu (2.9) δW_τ predstavlja virtuelni rad pogonskih momenata zglobova, δW_F virtuelni rad eksterne sile, δW_g virtuelni rad gravitacione sile i δW_μ predstavlja virtuelni rad sile trenja. Ukoliko se članovi gravitacije i trenja zanemare, jednačina (2.9) se svodi na sledeći oblik:

$$\delta W_\tau \approx \delta W_F \rightarrow \tau^T \delta q = F^T \delta x \quad (2.10)$$

U izrazu $\tau \in R^n$ predstavlja vektor pogonskih momenata, a $\delta q \in R^n$ vektor infinitezimalnih ugaonih pomeraja zglobova u konfiguracionom prostoru. Preslikavanje pomeraja iz konfiguracionog u radni prostor mehanizma robotske ruke ostvaruje se Jakobijan matricom⁶ $J(q) \in R^{m \times n}$, kao direktna kinematska transformacija u formi priraštaja unutrašnjih koordinata, i predstavlja se na sledeći način:

$$\delta x = J(q) \delta q \quad (2.11)$$

Zamenom izraza (2.11) u (2.10) dolazi se do relacije koja definiše mapiranje sile iz prostora tehnološkog zadatka u korespondentni vektor pogonskih momenata u konfiguracionom prostoru robotske ruke:

$$\tau = J^T(q) F \quad (2.12)$$

Pod pretpostavkom uzetom u (2.10), jednačina (2.12) može se posmatrati kao matična relacija koja definiše uslov statičke ravnoteže između eksterne sile koja deluje na vrh robotske ruke i korespondentnih momenata generisanih aktucionim sklopovima zglobova. Uzimajući u obzir matičnu relaciju (2.4), preslikavanje generalizovane krutosti u aktuacionu, odnosno ostvarivanje relacije između matrice aktucione krutosti i matrice generalizovane krutosti može biti izvedena iz (2.12) na sledeći način:

$$K_q = -\frac{\partial \tau}{\partial q} = -\frac{\partial}{\partial q} [J^T(q) K_x \delta x] = J^T(q) K_x J(q) - \left[\frac{\partial}{\partial q} J^T(q) \right] K_x \delta x \quad (2.13)$$

Kao što se navodi u [208], drugi član u (2.13) može biti zanemaren u slučaju da je vektor infinitezimalnog pomeraja vrha robotske ruke δx veoma mali, odnosno kada je usled dejstva sile robotska ruka i dalje bliska ravnotežnoj konfiguraciji. Ovakav stav vodi ka sledećoj relaciji, [208, 5]:

$$K_q(q, K_x) = J^T(q) K_x J(q), \quad K_q \in R^{n \times n} \quad (2.14)$$

Relacija (2.14) predstavlja konzervativnu kongruentnu transformaciju, koja održava simetričnost, tako da matrica aktucione krutosti zadržava osnovna svojstva svake matrice krutosti. Matrica aktucione krutosti K_q je dijagonalna u slučaju monoartikularno pogonjenih zglobova (međusobno nespregnuti pogoni), što je bez izuzetka slučaj kod komercijalno dostupnih industrijskih robota za montažu. Kako je prethodno navedeno, matrica aktucione krutosti K_q predstavlja karakteristiku mehanizma robotske ruke, dok je krutost vrha robota predstavljena matricom generalizovane krutosti K_x rezultujuća veličina u prostoru tehnološkog zadatka, koja je suštinski značajna sa aspekta procesa spajanja, pa iz relacije (2.14) sledi inverzna kongruentna transformacija:

$$K_x(q, K_q) = J^{+T}(q) K_q J^+(q), \quad K_x \in R^{m \times m} \quad (2.15)$$

U izrazu (2.15) $J^+(q) \in R^{n \times m}$ predstavlja inverziju Jakobijan matrice. Očigledno je da je matrica generalizovane krutosti funkcija aktucione krutosti, ali i funkcija unutrašnjih koordinata odnosno konfiguracije mehanizma robotske ruke, što je od izuzetne važnosti sa aspekta upravljanja kinetostatičkim svojstvima. Pored prethodnog razmatranja, ovde je važno napomenuti da matrica aktucione krutosti može biti konstantna ili promenljiva, što je pitanje koje krutost robotske ruke dalje povezuje sa aspektima upravljanja, pa se ta tema naknadno posebno obrađuje u poglavlju 2.3.

⁶ Detaljna razmatranja ne temu Jakobijan matrice, njeno izvođenje i značenje, zatim dekompozicija na komponente sopstvenog sistema, posebno u kontekstu direktnog i inverznog linearnog preslikavanja, data su u trećoj glavi.

Značajno je uočiti i to da je kod matrice aktuacione krutosti homogenost uslovljena fizičkom strukturom mehanizma robotske ruke. Ako strukturu mehanizma čini kombinacija translatorno i obrtno pogonjenih zglobova onda sledi da je matrica K_q nehomogena, za razliku od matrice generalizovane krutosti gde nehomogenost potiče od definicije prostora tehnološkog zadatka procesa spajanja, kao posledica kombinovanja ugaonih i translatorskih pomeraja duž koordinatnih osa, odnosno kombinovanja korespondentnih parametara ugaone i translatorske krutosti. Kao što je prethodno navedeno, komercijalno dostupni industrijski roboti, čija je primena u tehnologiji robotizovane montaže relevantna i kao takva se razmatra u ovoj disertaciji, imaju mehanizme koji su gotovo bez izuzetka građeni kao serijske strukture i to primenom samo obrtnih zglobova, pa se matrica aktuacione krutosti u nastavku razmatra kao homogena.

Očigledno je da krutost složenih manipulacionih mehanizama i sistema oslanjanja predstavlja vrlo delikatno pitanje, uključujući složene kinematske transformacije, pa je neophodno na sistematičan način pristupiti analizi strukture matrice generalizovane krutosti i izvršiti njenu karakterizaciju kao operatora prostornog preslikavanja vektora pobude u vektor odziva, kako bi se postavila osnova za izgradnju odgovarajućih upravljačkih algoritama. Matematički aparat linearne algebre pruža ovakvu mogućnost i njegova primena ogleda se u dekomponovanju matrice na gradivne elemente sopstvenog sistema, na sopstvene vektore i sopstvene vrednosti, što dalje vodi ka reprezentovanju karakteristika matrice generalizovane krutosti pomoću elipsoida. Pored karakterizacije krutosti neophodno je paralelno razmatrati temu manipulabilnosti sa ciljem analize i identifikacije konfiguracija mehanizma robotske ruke koje su bliske singularitetima, čime se u upravljanje može ugraditi funkcija izbegavanja ovakvih stanja, a samim tim i nestabilnosti koje ona mogu da produkuju. Karakterizaciju manipulabilnosti je moguće ostvariti dekompozicijom Jakobijanove matrice mehanizma robotske ruke na komponente sopstvenog sistema, pa je i ovo svojstvo takođe moguće predstaviti elipsoidom.

2.2.5 Sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti - Elipsoidi krutosti i manipulabilnosti

Svaka matrica predstavlja operator linearnog preslikavanja, pa tako i matrica generalizovane krutosti K_x . Sistematičan pristup za karakterizaciju sastoji se u dekompoziciji matrice na elemente sopstvenog sistema, gde se primenom matematičkog aparata linearne algebre, izračunavanjem sopstvenih vrednosti i sopstvenih vektora, određuje transformacija kojom se ona prevodi u dijagonalnu formu, što je od suštinskog značaja za proces spajanja.

Relacija matrice $K_x \in R^{m \times m}$ sa sopstvenim vrednostima i sopstvenim vektorima na osnovu fundamentalne teoreme linearne algebre [130], primenjene za kvadratne matrice [91], što je značajno i za analizu pojave sprezanja i pronalaženje rešenja za dijagonalizaciju, se u opštem slučaju može izraziti na sledeći način:

$$K_x v_{xi} = \lambda_{xi} v_{xi} \rightarrow \begin{bmatrix} k_{x11} & \cdots & k_{x1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{xm1} & \cdots & k_{xmm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{x1i} \\ \vdots \\ v_{xmi} \end{Bmatrix} = \lambda_{xi} \begin{Bmatrix} v_{x1i} \\ \vdots \\ v_{xmi} \end{Bmatrix}, \quad i = 1, m \quad (2.16)$$

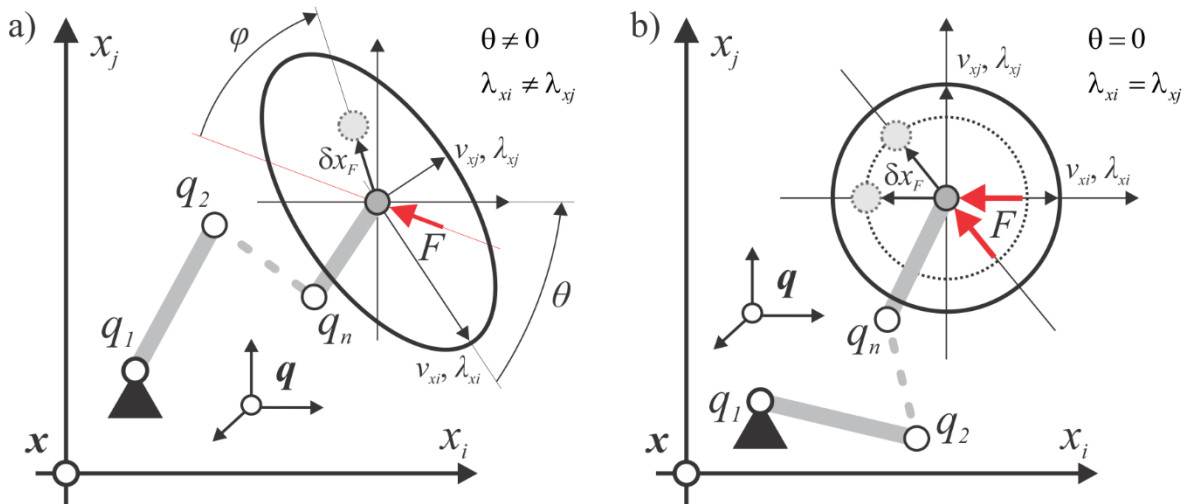
$$K_x = Y \Lambda Y^{-1} = \begin{bmatrix} v_{x1i} & \cdots & v_{x1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{xmi} & \cdots & v_{xmm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{xi} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{xm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{x1i} & \cdots & v_{x1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{xmi} & \cdots & v_{xmm} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.17)$$

U izrazima (2.16) i (2.17) $Y \in R^{m \times m}$ predstavlja matricu formiranu od m linearno nezavisnih sopstvenih vektora v_x koji čine ortonormalnu bazu sopstvenog prostora matrice generalizovane krutosti K_x , dok $\Lambda \in R^{m \times m}$ predstavlja dijagonalnu matricu korespondentnih sopstvenih vrednosti λ_x . Matrica A

predstavlja matricu krutosti u sopstvenom sistemu, čije koordinatne ose čine sopstveni vektori, čime se prethodno navedenim pristupom praktično izvršava dijagonalizacija matrice krutosti.

Karakter kinetostatičkog ponašanja vrha robotske ruke (*TCP*) reprezentuje se elipsoidom krutosti u $3D$, ili elipsom krutosti u $2D$ prostoru, što se može iskoristiti i kao pokazatelj ili mera u kojoj su željena svojstva krutosti ostvarena. Elipsoid krutosti se konstruiše na osnovu izračunatih sopstvenih vektora v_x i sopstvenih vrednosti λ_x matrice generalizovane krutosti K_x , čime se određuje orijentacija glavne ose elipsoida i vrednosti njegovih poluprečnika, respektivno.

Dva karakteristična slučaja kinetostatičkog ponašanja reprezentovana elipsom krutosti, prikazana su grafički na slici 2.13, na primeru generalizovanog modela mehanizma robotske ruke konfiguracionog prostora definisanog sa n stepeni slobode $q \in R^n$, i prostora tehnološkog zadatka definisanog sa dva stepena slobode $x \in R^2$. Ravanski slučaj, odnosno elipsa, posmatra se kao presek $3D$ elipsoida u jednoj od karakterističnih ravni koje formiraju sopstveni vektori matrice K_x , a koja je relevantna za zadatak koji izvršava robotski sistem, na primer zadatak spajanja delova. Ravanski prikaz je značajan sa aspekta jasnog izlaganja relativnog odnosa sopstvenih vrednosti i sopstvenih vektora kao generičke osnove za razumevanje složenijeg, prostornog, slučaja. Na taj način zadržava se opštost i sva navedena razmatranja su relevantna i za prostorni slučaj, odnosno elipsoid.



Slika 2.13: Karakter kinetostatičkog ponašanja *TCP* robotske ruke ($q \in R^n$, $x \in R^2$) predstavljen elipsom krutosti: a) generalni slučaj, b) slučaj izotropnosti - idealno sa aspekta procesa spajanja (*RCC*). Navedene veličine su: v_{xi} i v_{xj} – sopstveni vektori matrice K_x ; λ_{xi} i λ_{xj} – sopstvene vrednosti matrice K_x ; φ – ugao kodirekcionalnosti vektora pobude F i vektora odziva δx_F ; θ – ugao rotacije sopstvenog sistema matrice K_x u odnosu na prostor tehnološkog zadatka x .

Sopstveni sistem za prostor tehnološkog zadatka definisan prema primeru prikazanom na slici 2.13, kada je $x \in R^2$, dekomponuje se na sledeći način prema generalnoj formi (2.16):

$$K_x v_{x1} = \lambda_{x1} v_{x1} \rightarrow \begin{bmatrix} k_{x11} & k_{x12} \\ k_{x21} & k_{x21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{x11} \\ v_{x12} \end{Bmatrix} = \lambda_{x1} \begin{Bmatrix} v_{x11} \\ v_{x12} \end{Bmatrix}, \quad i = 1$$

$$K_x v_{x2} = \lambda_{x2} v_{x2} \rightarrow \begin{bmatrix} k_{x11} & k_{x12} \\ k_{x21} & k_{x21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{x21} \\ v_{x22} \end{Bmatrix} = \lambda_{x2} \begin{Bmatrix} v_{x21} \\ v_{x22} \end{Bmatrix}, \quad i = 2$$
(2.18)

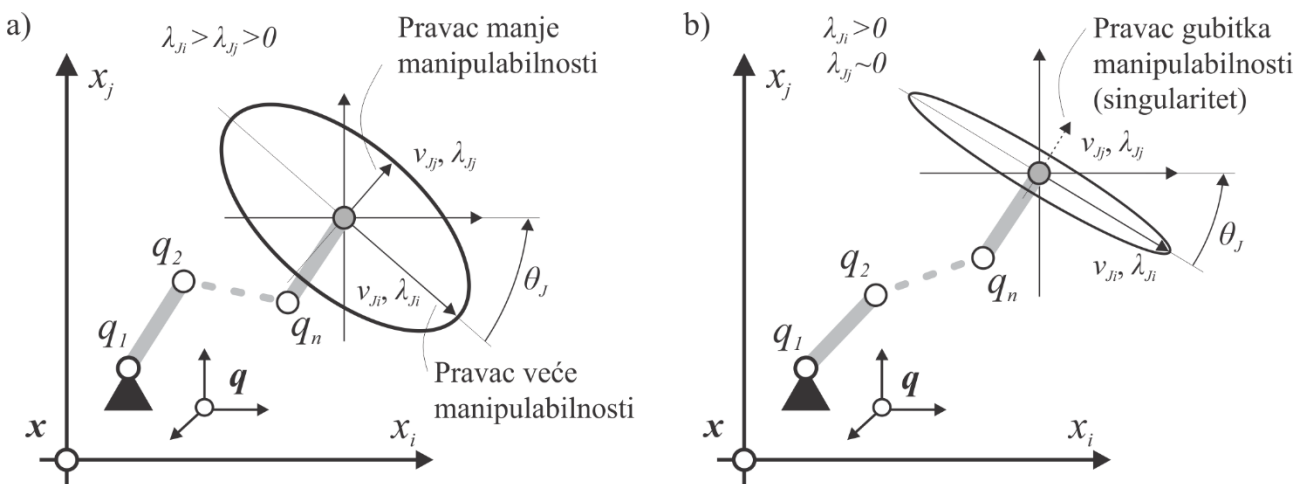
Na slici 2.13a prikazan je opšti slučaj kada je $\lambda_{x1} \neq \lambda_{x2}$. Ose elipse u opštem slučaju nisu paralelne sa osama proizvoljno izabranog koordinatnog sistema tehnološkog zadatka. Tada vektor odziva, pomeraj δx , nije kolinearan sa vektorom sile pobude F , sem u slučaju kada je vektor F kolinearan sa jednom od osa elipse krutosti. Ugao φ predstavlja meru nekolinearnosti i izračunava se na osnovu skalarnog proizvoda normalizovanih vektora pobudne sile F i odziva δx_F :

$$\varphi = \arccos \left(\frac{\overline{F}}{\|\overline{F}\|} \cdot \frac{\overline{\delta x_F}}{\|\overline{\delta x_F}\|} \right) \quad (2.19)$$

U specijalnom slučaju, slika 2.13b, kada je $\lambda_{xi} = \lambda_{xj}$ elipsa se transformiše u kružnicu i tada su svojstva krutosti mehanizma robotske ruke u posmatranom radnom prostoru x_1x_2 izotropna, odnosno ugao nekolinearnosti φ , (2.19), uvek je jednak nuli. Izotropnost je poželjno svojstvo jer u slučaju procesa montaže preciznih sklopova kolinearost vektora pobude F i vektora odziva δx_F garantuje kompenzaciju greške pozicioniranja delova koji se spajaju na optimalan način. U suprotnom, postoji mogućnost produkovanja nove greške, nepovoljnijeg karaktera od inicijalne. Svojstvo kolinearosti, ili preciznije kodirekcionalnosti, je od suštinskog značaja u praktičnoj primeni teorije spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova, pa ovakvo razmatranje navodi na potrebu preciznog definisanja zahteva generalizovane krutosti za taj zadatak.

Ugao θ na slici 2.13a predstavlja ugao rotacije sopstvenog sistema matrice krutosti, odnosno elipse kojom se ona reprezentuje u odnosu na prostor tehnološkog zadatka x , pri čemu je nedijagonalna forma matrice generalizovane krutosti direktna posledica ove rotacije. U ovom kontekstu matricu sopstvenih vektora Y možemo posmatrati kao matricu rotacije iz koje direktno sledi izračunavanje ugla rotacije θ . Generalizacija svojstava matrice generalizovane krutosti predstavljena na slici 2.12, opisana na primeru ravanskog prostora tehnološkog zadatka, može da se izvrši direktno i u tom smislu primeni na prostorni slučaj, pri čemu važe prethodno navedene formulacije (2.16) i (2.17)

Ostvarivanje željenog kinetostatičkog ponašanja na bazi odgovarajućeg načina upravljanja kretanjem mehanizma robotske ruke, i time upravljanja elipsoida generalizovane krutosti, potencijalno može da ugrozi osnovnu kinematsku funkciju, a to su njena manipulativna svojstva odnosno manipulabilnost. Analogno svojstvima krutosti i korespondentnom elipsoidu, dekompozicijom Jakobijanove matrice mehanizma robotske ruke na sopstvene vrednosti i sopstvene vektore moguće je izvršiti karakterizaciju manipulativnih svojstava i konstruisati elipsoid manipulabilnosti. Sopstveni vektori v_j određuju orijentaciju elipsoida u odnosu na prostor tehnološkog zadatka, x , dok su sopstvene vrednosti λ_j Jakobijan matrice J direktan pokazatelj mere manipulabilnosti. Na slici 2.14 prikazan je generalni slučaj elipsoida manipulabilnosti za mehanizam robotske ruke sa n stepeni slobode i ravanski prostor tehnološkog zadatka, sa primerom elipsoida koji indikuje stanje blisko singularitetu.



Slika 2.14: Osnovni parametri manipulabilnosti mehanizma robotske ruke reprezentovani elipsom: a) opšti slučaj i b) stanje blisko singularitetu. Navedene veličine su: v_{j_i} i v_{j_j} – sopstveni vektori Jakobijana; λ_{j_i} i λ_{j_j} – sopstvene vrednosti Jakobijana; θ_J – ugao rotacije sopstvenog sistema Jakobijana u odnosu na koordinatni sistem tehnološkog zadatka x .

Ukoliko jedna od sopstvenih vrednosti teži nuli, tada se gubi manipulabilnost u korespondentnom pravcu i mehanizam robotske ruke se približava stanju singulariteta koje je u opštem slučaju neregularno, i ugrožava izvršenje osnovnog zadatka manipulacije odnosno kretanja TCP duž

trajektorije spajanja. Pored pojedinačnog praćenja svake sopstvene vrednosti, u istraživanjima je poznat pristup izračunavanja ukupne manipulabilnosti [263], što se može izraziti na dva načina: 1) proizvodom kvadratnih korena sopstvenih vrednosti, (2.20), ili 2) kvadratnim korenom determinante matrice JJ^T (2.21):

$$w = \prod_{i=1}^m \sqrt{\lambda_{,i}} \quad (2.20)$$

$$w = \sqrt{\det(JJ^T)} \quad (2.21)$$

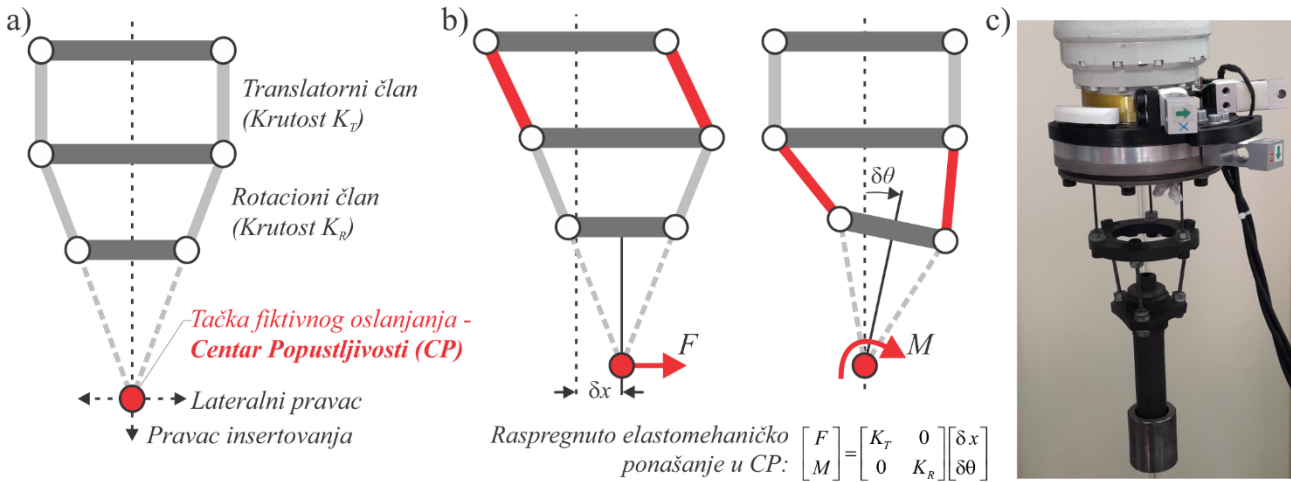
Ipak, pojedinačno praćenje pruža mogućnost direktnog uvida u potencijalno stanje singulariteta, sa tačno poznatim pravcem sopstvenog sistema Jakobijan matrice, dok je u ukupnoj manipulabilnosti izraženoj na prethodni način prema (2.20) i (2.21), potencijalno stanje singulariteta skriveno u samo jednoj numeričkoj vrednosti. Dalja detaljna razmatranja pitanja manipulabilnosti robotske ruke navode se u trećoj i četvrtoj glavi ovog rada sa aspekta matematičke formulacije stanja singulariteta i upravljanja kinetostatičkim svojstvima kao procesnom veličinom, prema zahtevima koji se definišu u skladu sa zadatkom spajanja delova.

2.2.6 Generalizovana krutost kao procesna veličina u zadatku spajanja

Proces spajanja delova je u osnovi kontaktni proces. Kod visoko preciznih spojeva sa zazorom vrednost zazora je reda veličine $0.01 [mm]$, što je najmanje za red veličine manja vrednost od tačnosti pozicioniranja i sleđenja programirane trajektorije industrijskog robota (tipično oko $0.10 [mm]$ ili lošije), tako da čak i u slučaju idealno pozicioniranih delova, greške koje nastaju usled inherentne nesavršenosti mehanike i upravljanja robotske ruke nužno izazivaju njihovu koliziju. Ograničeno kretanje ove vrste suštinski se razlikuje od većine drugih (na primer mašinska obrada ili pisanje po tabli) po svojoj neodređenosti, koja je posledica slučajnog i nestacionarnog karaktera greške pozicioniranja manipulacionog sistema. Istovremeno, kod preciznih metalnih sklopova kod kojih sastavni delovi najčešće imaju visoku krutost i površinsku tvrdoću (termički obrađen čelik), kontaktne sile su velikog intenziteta sa izrazitom dinamičkom komponentom, podjednako u ortogonalnoj i tangencijalnoj ravni. Posebno kritičan je fenomen trenja, koji u ovom kontekstu zbog svojih inherentno nelinearnih svojstava, dovodi do pojave dva karakteristična stanja tokom mehaničke interakcije delova u procesu spajanja: zaglavljivanje i zaklinjavanje [249]. U oba slučaja se proces spajanja, odnosno relativno kretanje delova koji se spajaju, trenutno zaustavlja i samim tim ukupni sistem za robotsko spajanje prelazi u neregularno stanje, nezavisno od intenziteta primenjene sile. Zato je popustljivo ponašanje robotskog mehanizma kategorički imperativ za uspešno izvođenje ovog zadatka. Međutim, popustljivost sama po sebi nije dovoljna. U opštem slučaju popustljivost proizvoljnih svojstava nema tendenciju da robotski sistem izvede iz neregularnog stanja tipa zaglavljivanja i zaklinjavanja.

RCC jedinica, koja predstavlja praktičnu implikaciju teorije spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova [249], poseduje svojstva krutosti koja su konzistentna sa uspešnim procesom spajanja, pa se to u ovoj disertaciji uzima kao polazna osnova za identifikaciju svojstva generalizovane krutosti robotske ruke potrebnih za uspešno ostvarivanje zadatak spajanja delova. Suština je u tome da *RCC* jedinica poseduje svojstvo mehaničke nespregnutosti translacionog i rotacionog poddomena (na pobudu silom odgovara translacionim pomerajem, dok na pobudu momentom odgovara rotacionim pomerajem), pri čemu je u oba slučaja obezbeđena kodirekcija korespondentnih vektora pobude i vektora odziva. Uz prethodno, *RCC* jedinica navedena svojstva popustljivog oslanjanja ostvaruje u fiktivnoj tački u prostoru, u centru popustljivosti (*CP*), čija je lokacija određena usvojenim parametrima njene mehaničke strukture. Bitno je naglasiti da lokacija centra popustljivosti može biti proizvoljno izabrana. To dalje implicira da ona može da bude locirana odnosno, projektovana van fizičke envelope *RCC* jedinice (odadle dolazi naziv *Remote Center of Compliance*). Koncept i princip

funkcionisanja *RCC* jedinice ilustrovani su na slici 2.15, a takođe prikazana je i fotografija primera njene fizičke realizacije [187].



Slika 2.15: *RCC* jedinica: a)struktura, centar popustljivosti i pravci kompenzacionih pomeraja; b)princip funkcionisanja – pojednostavljeni koncept (realno ponašanje elastičnih članova strukture duž neutralne ose odgovara deformacijama u skladu sa Ojler-Bernulijevom jednačinom); c)primer fizičke realizacije u Laboratoriji za kibernetiku i mehatronske sisteme - *CMSysLab*

Uzimajući u obzir prethodna razmatranja i zahteve procesa spajanja očigledno je da matrica krutosti prikazana za uprošćen ravanski slučaj na slici 2.13, koja reprezentuje kinetostatičko ponašanje *RCC* jedinice i predstavlja njenu generalizovanu krutost, ne sadrži blok matrice K_{TR} koje sprežu translatorni i rotacioni odziv unakrsno sa pobudom momentom i silom. Pored toga, poddomeni translatorne i rotacione krutosti su unutar sebe takođe raspregnuti, odnosno podmatrice K_T i K_R imaju dijagonalnu formu. Pojam kvazi-izotropnosti kod *RCC* jedinice se povezuje sa različitim svojstvima krutosti u lateralnoj ravni u odnosu na svojstva u pravcu insertovanja. Translatorska krutost je manja u lateralnoj ravni, odnosno popustljivost je veća. Ista svojstva važe i za ose rotacione krutosti – rotaciona krutost je veća oko ose u pravcu insertovanja, a manja oko osa koje su upravne na pravac insertovanja odnosno koje pripadaju lateralnoj ravni, te se na taj način produkuje ponašanje koje obezbeđuje odgovarajuća kompenzaciona kretanja tokom procesa spajanja. Oblik matrice generalizovane krutosti, koji reprezentuje kinetostatička svojstva *RCC* jedinice je sledeći [187]:

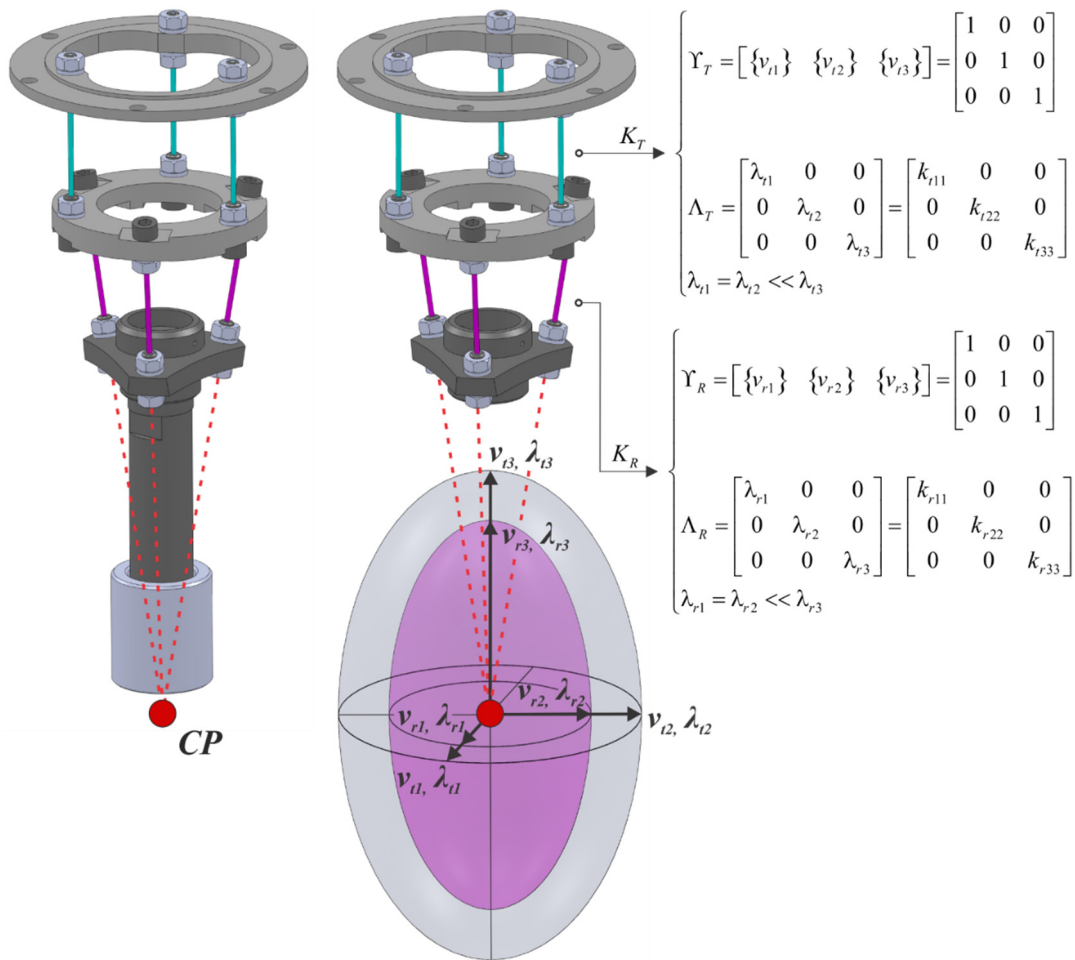
$$K_x \rightarrow K_{RCC} = \begin{bmatrix} K_{RCC_T} & K_{RCC_TR} \\ K_{RCC_RT} & K_{RCC_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{t11} & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{t22} & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{t33} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & k_{r11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & k_{r22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & k_{r33} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Članovi glavne dijagonale matrice K_{RCC} su u sledećem relativnom odnosu: 1)translacija: $k_{t11}=k_{t22} \ll k_{t33}$; 2)rotacija: $k_{r11}=k_{r22} \ll k_{r33}$. Ovakav odnos praktično produkuje postojanje kvazi-izotropnih kinetostatičkih svojstava. Jednakost članova k_{t11} i k_{t22} , odnosno k_{r11} i k_{r22} obezbeđuje izotropnost u lateralnoj ravni odnosno kodirekcionalnost vektora pobude i odziva u translatorskom i rotacionom poddomenu, respektivno.

Za razliku od ravanskog slučaja prikazanog na slici 2.15, za realnu primenu u sistemu za robotizovanu montažu gde manipulacioni sistem odnosno robotska ruka predstavlja izvor popustljivosti, fizička realizacije nameće da se za analizu zahteva u razmatranje uzme prostorni slučaj, kao što je to

predstavljeno matricom krutosti $K_{RCC} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ (2.22). Posmatrano sa aspekta reprezentovanja generalizovane krutosti i identifikovanja ključnih parametara za upravljanje, u prostornom slučaju potrebno je razmatrati sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti. U opštem slučaju, svaka podmatrica, odnosno poddomen sopstvenog matrice K_x reprezentuje se elipsoidom, pa tako imamo elipsoid translatorne krutosti i elipsoid rotacione krutosti [205]. U slučaju matrice generalizovane krutosti RCC elipsoidi translatorne i rotacione krutosti su međusobno nespregnuti ($K_{RCC_TR} = K_{RCC_RT}^T = [0]$), centri im se nalaze u istoj tački odnosno u centru popustljivosti, a glavne ose su im paralelne sa koordinatnim osama prostora tehnološkog zadatka. Kako je u poglavlju 2.2.4 predstavljeno, pravce glavnih osa definišu sopstveni vektori matrice krutosti, a njihov intenzitet odnosno poluprečnike glavnih osa definišu sopstvene vrednosti kao skalari. U slučaju matrice krutosti koja sadrži samo elemente na glavnoj dijagonali, kao što je to slučaj kod K_{RCC} , sopstvene vrednosti su jednake članovima glavne dijagonale, a sopstveni vektori su usmereni tako da su paralelni koordinatnim osama tehnološkog zadatka, mogu se normalizovati i predstavljaju jedinične vektore.

Prethodno opisane karakteristike RCC , reprezentovane elipsoidima translatorne i rotacione krutosti prikazane su grafički na slici 2.16, uz dodatak matematičke interpretacije sopstvenog sistema matrice krutosti K_{RCC} , odnosno interpretacije njenih sopstvenih vrednosti i sopstvenih vektora, u skladu sa izloženim matematičkim modelom dekompozicije matrice (2.17), u podpoglavlju 2.2.4. Oblici elipsoida translatorne i rotacione krutosti prikazani na slici 2.16 odabrani su sa ilustrativnog stanovišta. Njihov realističan oblik zavisi od numeričkih vrednosti članova glavne dijagonale matrice krutosti K_{RCC} i njihovog relativnog odnosa, čime je uslovljen oblik, ali i zapremina elipsoida.



Slika 2.16: Svojstva sistema pasivnog popustljivog oslanjanja RCC za prostorni slučaj, reprezentovane sopstvenim sistemom odnosno elipsoidima translatorne i rotacione krutosti, njihovim parametrima, i njihovim relativnim odnosom: v_{t1} , v_{t2} i v_{t3} – sopstveni vektori translacionog poddomena matrice K_{RCC} , K_T ; λ_{t1} , λ_{t2} i λ_{t3} – sopstvene vrednosti translacionog poddomena matrice K_{RCC} , K_T ; v_{r1} , v_{r2} i v_{r3} – sopstveni vektori rotacionog poddomena matrice K_{RCC} , K_R ; λ_{r1} , λ_{r2} i λ_{r3} – sopstvene vrednosti rotacionog poddomena matrice K_{RCC} , K_R ;

Prethodna razmatranja generalizovane krutosti, analiza njene strukture i identifikacija parametara, uključujući analizu karaktera kinetostatičkog ponašanja poželjnog za proces spajanja delova na primeru matrice krutosti RCC jedinice, ukazuju na potrebu da se generalizovana krutost mehanizma robotske ruke odnosno sistema za robotizovano spajanje upravlja. U idealnom slučaju realizacije ovog upravljačkog zadatka ostvaruju se kinetostatička svojstva potpuno konzistentna sa zahtevima proizvoljnog netrivialnog slučaja spajanja objekata. Generalno, postoji nekoliko mogućih istraživačkih pravaca za potencijalno ostvarivanje ovakvog upravljačkog zadatka, pa se moguće varijante navode i načelno analiziraju u narednom poglavlju.

2.3 Varijantni koncepti upravljanja svojstvima generalizovane krutosti robotske ruke

Razmatrajući kontekst gde se antropomorfna robotska ruka koristi kao manipulacioni sistem koji izvršava zadatak spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže, polazeći od pretpostavke da su i svojstva krutosti mehanizma robota promenljiva ili upravljiva, može se zaključiti da je oblikovanjem njegove matrice generalizovane krutosti moguće postići željeno kinetostatičko ponašanje potrebno za uspešan tok procesa spajanja u skladu sa teorijom popustljivo oslonjenih krutih delova. U opštem slučaju, kada je u pitanju upravljanje karakteristikama kinetostatičkog ponašanja, fokus je na iznalaženju uslova pod kojim mehanizam robotske ruke i njegov aktuacioni sistem mogu da produkuju zadati oblik matrice K_x , na takav način da se krutost odnosno popustljivost programabilno definiše kao procesna veličina. U konkretnom slučaju spajanja delova cilj je, u idealnom slučaju, ostvarivanje programabilne kinetostatičke izotropnosti odnosno kvazi-izotropnosti, kako je to prethodno analizirano na primeru RCC .

Primenom kongruentne transformacije (2.14) zadata forma matrice generalizovane krutosti K_{xd} se preslikavanjem u konfiguracioni prostor robotske ruke prevodi u matricu aktuacione krutosti K_q čiji su nedijagonalni članovi u opštem slučaju različiti od nule. Prisustvo nedijagonalnih članova posledica je matematičke prirode kongruentne transformacije (2.14), a problem nastaje kada je potrebno fizički realizovati matricu aktuacione krutosti K_q koja je nedijagonalnog oblika i koja je korespondentna željenom obliku matrice generalizovane krutosti K_x . Osim ostvarivanja dijagonalnog oblika, što je povezano sa orijentacijom elipsoida odnosno sa soptvenim vektorima, vrlo je značajno pitanje ostvarivanja numeričkih vrednosti članova glavne dijagonale, odnosno sopstvenih vrednosti, pa se rešavanje ovog problema generalno usmerava u tri pravca [191]:

- 1) Koncept aktuatora kvazikonstantne krutosti:
 - a) Aktuaciona redundansa
 - b) Kinematska redundansa
- 2) Koncept aktuatora promenljive krutosti:
 - a) Implicitno upravljanje krutošću aktuatora
 - b) Eksplicitno upravljanje krutošću aktuatora
- 3) Koncept hibridnog upravljanja

Postojanjem aktuacione redundanse, odnosno poliartikulacije, gde jedan aktuator pogoni više zglobova, najčešće dva, direktno se mogu generisati nedijagonalni članovi matrice K_q . Ovakvo rešenje sreće se u biološkim sistemima, na primer čovekova ruka, međutim u tehničkom smislu takvo rešenje je izuzetno kompleksno za fizičku realizaciju. Sa druge strane, postojanjem kinematske redundanse mehanizma robotske ruke, gde su zglobovi međusobno nezavisno pogonjeni, čime se kompleksnost prevodi u prostor matematičkog modeliranja i pokušaja da se sintetiše odgovarajući upravljački algoritam.

Pored dva pristupa redundanse aktuacionog i kinematskog tipa, koji se direktno odnose na rešavanje pitanja generisanja nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti, i posledično oblika matrice generalizovane krutosti, u upravljanju kinetostatičkim ponašanjem izuzetno je značajan pristup aktivnog upravljanja popustljivosti zglobova mehanizma robotske ruke. Značaj pristupa poliartikulacije ili kinematske redundanse je neizostavan i ogleda se u upravljanju oblikom matrice krutosti, što se odnosi na orijentaciju i relativan odnos njenih sopstvenih vektora, dok je upravljanje krutošću aktuatora značajno sa aspekta upravljanja intenzitetom krutosti odnosno određenog oblika skaliranja sopstvenih vrednosti. Istraživanja u pravcu upravljanja vrednostima elemenata glavne dijagonale matrice aktuacione krutosti, odnosno krutosti zglobova mehanizma robotske ruke, usmerava se na koncept aktuatora promenljive krutosti, dok hibridno upravljanje načelno obuhvata oba koncepta, korišćenje kinematske redundanse i upravljive aktuacionu krutosti.

2.3.1 Koncept aktuatora kvazikonstantne krutosti

2.3.1.1 Koncept upravljanja zasnovan na aktuacionoj redundansi

Prethodno je naznačeno da matrica aktuacione krutosti K_q , izračunata na osnovu željene generalizovane krutosti K_{xd} i relacije (2.14), sadrži nedijagonalne elemente koji su posledica matematičke prirode kongruentne transformacije. Postojanje nedijagonalnih elemenata ima značajne implikacije na upravljanje krutošću robotske ruke. Savremeni industrijski roboti gotovo bez izuzetka poseduju monoartikularno pogonjene zglobove. Bez obzira na mehaničko rešenje prenosnika i koncept upravljanja, nije moguće fizički generisati željene vrednosti nedijagonalnih elemenata matrice aktuacione krutosti robotske ruke koja je pogonjena monoartikularnim aktuatorima. Posledično, da bi bilo moguće generisati nedijagonalne elemente matrice K_q robotske ruke potrebno je da postoje redundantno pogonjeni zglobovi, poliartikularni, gde pogon nije nezavisan, već spregnut između dva ili više zglobova.

Koncept aktuacione redundanse prisutan je kod bioloških sistema, uključujući čovekovu ruku. Kao primer, na slici 2.17a prikazan je biartikularni mišićni sistem nadlaktice čovekove ruke. *Biceps* i *triceps*, dva dominantna mišića nadlaktice, biartikularno odnosno simultano pogone rameni i lakatni zglob. Detaljnije posmatrajući koštano-mišićni sistem, može se uočiti da je mišić *triceps* na strani ramena povezan sa lopaticom (lat. *scapula*), a sa druge strane povezan je sa lakatnom kosti koja pripada podlaktici skeletnog sistema čovekove ruke, čime *triceps* praktično simultano utiče na kretanje ramenog i lakatnog zgloba. Slučaj primene ovakvog koncepta kod manipulacionih robota može se posmatrati i demonstrirati na primeru ravanskog mehanizma robotske ruke sa dva rotaciona stepena slobode, gde je za slučaj redundantne akcije potrebno postojanje dodatnog, trećeg aktuatora. Ovaj aktuator istovremeno utiče na oba zgloba koji su pogonjeni nezavisnim, monoartikularnim aktuatorima, što je ilustrovano slika 2.17b.

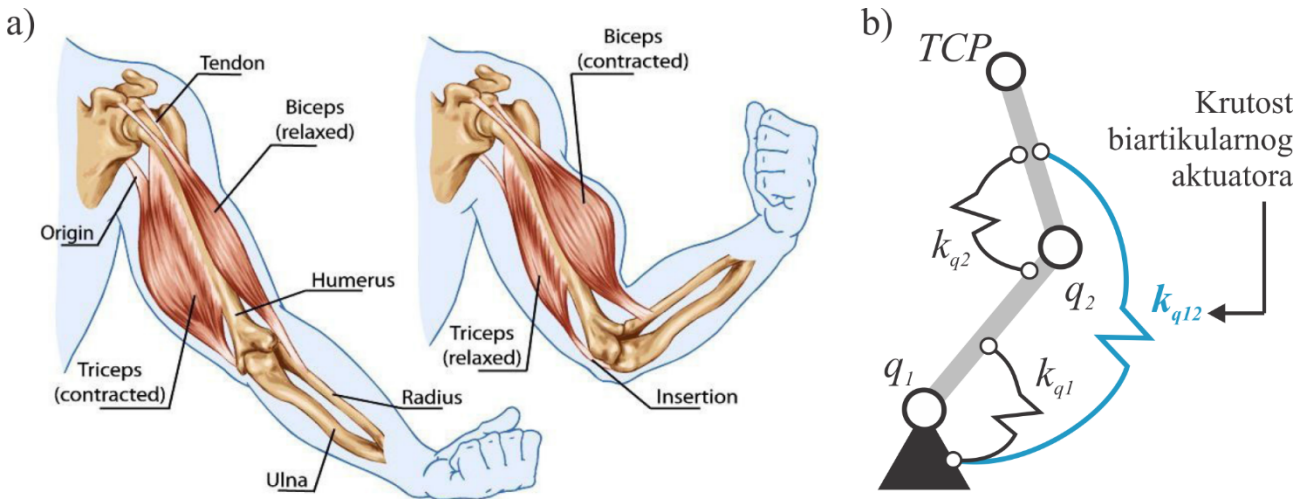
Razlika između matrica aktuacione krutosti za slučaj robotske ruke sa dva stepena slobode pogonjena samo monoartikularnim aktuatorima i za slučaj kada postoji dodatni biartikularni aktuator prikazana je izrazima 2.23 i 2.24, respektivno:

$$K_q = \begin{bmatrix} k_{q1} & 0 \\ 0 & k_{q2} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$K_q = \begin{bmatrix} k_{q1} + k_{q12} & k_{q12} \\ k_{q12} & k_{q2} + k_{q12} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Uočava se da je uticaj dodatnog aktuatora značajan, njegovo fizičko značenje izraženo je dodatnim članom k_{q12} koji reprezentuje krutost biartikularnog aktuatora, a takođe se uočava da je prisutan u

svim elementima matrice aktuacione krutosti K_q . Posebno bitna činjenica ogleđa se u tome da nedijagonalni elementi u ovom slučaju više nisu jednaki nuli, što ukazuje na to da ovaj koncept potencijalno pruža mogućnost zadovoljavanja nedijagonalne forme matrice aktuacione krutosti koja je rezultat kongruentne transformacije željene generalizovane krutosti, i da na osnovu toga predstavlja mogući način upravljanja parametrima kinetostatičkog ponašanja robotske ruke za montažu. Praktično, rešenje bazirano na dodatnim biartikularnim aktuatorima, odnosno poliartikulaciji, fundamentalno menja kinetostatičko ponašanje robotske ruke i u opštem slučaju pruža mogućnost generisanja proizvoljne generalizovane krutosti reprezentovane matricom K_x .



Slika 2.17: Aktuaciona redundansa: a) biartikularni koštano-mišićni sistem nadlaktice čovekove ruke, antagonistički par mišića – *biceps* i *triceps* [20], koji redundantno pogoni rameni i lakatni zglobov; b) aktuaciona redundansa na primeru ravanskog mehanizma robotske ruke sa dva stepena slobode

Sa aspekta primene ovakav pristup dolazi do ograničenja zbog ekstremne tehničke kompleksnosti fizičke realizacije mehanizma robotske ruke sa poliartikularnim zglobovima. Ovo je razlog zašto rešenje sa primenom aktuacione redundanse nije zastupljeno kod industrijskih manipulacionih robota, već je gotovo u potpunosti zadržano na laboratorijskom, konceptualnom nivou.

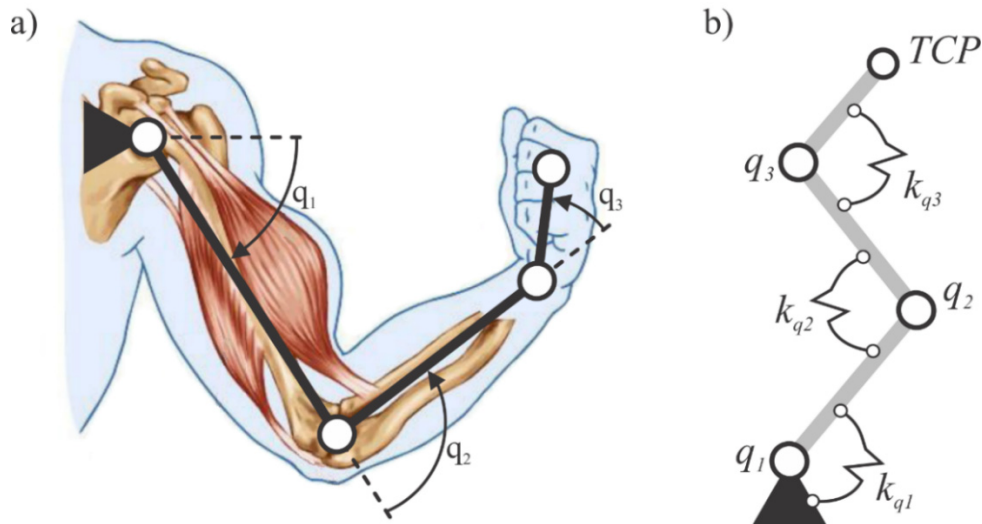
2.3.1.2 Koncept upravljanja zasnovan na kinematskoj redundansi

Alternativno rešavanje pitanja postojanja nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti K_q , kao posledice kongruentne transformacije, može se fokusirati na drugu navedenu mogućnost u okviru preambule poglavlja 2.3, a to je efikasno korišćenje povećane pokretljivosti koja postoji u slučaju robotske ruke pogonjene monoartikularnim aktuatorima, kinematski redundantne u odnosu na prostor tehnološkog zadatka ($r=n-m \geq 1$). U tehničkom smislu ovo rešenje ima bitno jednostavniju konstrukcionu izvodljivost u odnosu na rešenje sa aktuacionom redundansom.

Mehanizam antropomorfne kinematski redundantne robotske ruke, kao i u slučaju aktuacione redundanse, susreće se na primeru čovekove ruke kao biološkog sistema. Čovekova ruka je takođe kinematski redundantna i poseduje 7 stepeni slobode, ne računajući kinematsku strukturu šake i prstiju, a na primeru prikazanom na slici 2.18a naglašena je kinematska redundansa u ravni lakatnog zglobova.

Kinematska preodređenost robotske ruke se može iskoristi za ostvarivanje potrebne generalizovane krutosti vrha robota bez uticaja na kinematske veličine određene radnim zadatkom. Praktično, moguća su unutrašnja kretanja robotske ruke koja ne utiču na poziciju i orijentaciju vrha robota, a ovakva kretanja u smislu matematičkog modeliranja ostvaruju se u podprostoru nule konfiguracionog prostora. Primer robotske ruke koja je kinematski redundantna u odnosu na prostor tehnološkog zadatka prikazan je na slici 2.18b. Konfiguracioni prostor definisan je sa tri stepena slobode, $n=3 \rightarrow q \in R^3$, a prostor tehnološkog zadatka definisan je sa dva stepen slobode, $m=2 \rightarrow x \in R^2$.

Nasuprot rešenju baziranom na aktuacionoj redundansi, koje je kompleksno sa aspekta fizičke realizacije, kinematska redundansa otvara pitanja rešavanja složenosti analitičke prirode, jer je Jakobijan matrica koja figuriše u kongruentnim transformacijama krutosti kinematski redundantnog robota pravougaona. Inverzija matrice kao matematički operator važi samo za kvadratnu matricu, dok se u slučaju pravougaone matrice koriste postupci pseudoinverzije, što je generalno vrlo kompleksan matematički alat, pa se zato često koriste alternativni inženjerski pristupi kojim se kroz dodatne uslove može potencijalno redukovati kinematska preodređenost.



Slika 2.18: Kinematska redundansa kao koncept za ostvarivanje željene generalizovane krutosti za slučaj $x \in R^2$ i $q \in R^3$: a) redundansa čovekove ruke u ravni lakatnog zgloba [236]; b) redundansa mehanizma robotske ruke

Postojanje kinematske preodređenosti kod robotskog sistema za montažu, u upravljanju kinetostatičkim ponašanjem podsistema manipulacije u procesu spajanja delova, može vrlo efikasno da se upotrebi za ostvarivanje željene generalizovane krutosti. Posmatrajući problem nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti, koji postoje kao posledica kongruentne transformacije i ne mogu se fizički realizovati monoartikularnim pogonom, potrebno je pronaći način kako da se odabere konfiguracija robotske ruke korespondentna željenim svojstvima generalizovane krutosti, a istovremeno konzistentna sa dijagonalnim oblikom matrice K_q . Kao polazna osnova za odabir konfiguracije robotske ruke koja, uz ostvarivanje zadate pozicije TCP , u kontekstu kinetostatičkog ponašanja poseduje željena svojstva generalizovane krutosti, može se uspostaviti kriterijum dijagonalizacije koji zadovoljava sledeći uslov:

$$k_{q_{ij}} = 0, \quad \forall i \neq j \quad (2.25)$$

Potpuno ili delimično ostvarivanje navedenog kriterijuma, gde se eksplicitno zadaje nulta vrednost nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti, potencijalno se može ostvariti unutrašnjim kretanjem robotske ruke u okviru granica konfiguracionog podprostora nule. Ovakvo kretanje nema uticaj na poziciju i orijentaciju vrha robotske ruke u prostoru tehnološkog zadatka. Praktično, na ovaj način se uspostavlja osnova za upravljanje kinematski redundantnim robotima, uključujući pitanja povezana sa pseudoinverzijom, dekompozicijom sopstvenog sistema matrice i komplementarnošću zadataka, što u analitičkom obliku upućuje na primenu matematičkog aparata linearne algebre.

Ključno pitanje je da li se i u kojoj meri može upravljati oblikom matrice K_x promenom konfiguracije redundantne robotske ruke efikasnim korišćenjem povećane pokretljivosti, kako je to prethodno predloženo, a sa ciljem ostvarivanja željenog kinetostatičkog ponašanja na način koji delimično ili u potpunosti emulira ponašanje RCC ? Ako je to ostvarivo, imajući u vidu da je robot programabilna mašina, sledi da je potencijalno moguće generisati ponašanje RCC jedinice na fleksibilan način, u smislu upravljivih/programabilnih svojstava korišćenjem mehanizma robotske ruke.

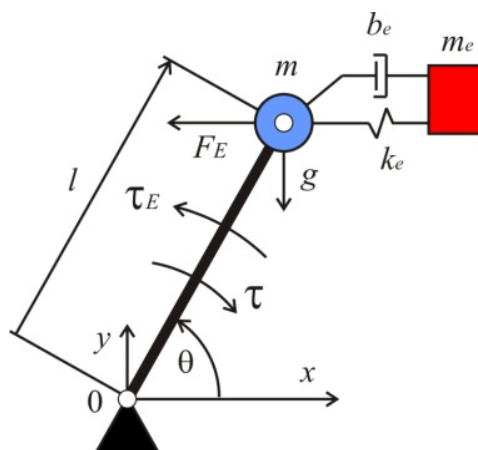
2.3.2 Koncept aktuatora promenljive krutosti

Koncept aktuatora promenljive, odnosno upravljive krutosti, posebna je podoblast istraživanja u oblasti popustljivog kinetostatičkog ponašanja robotskih sistema. Prisutni su različiti pristupi istraživanja i pronalazaženja inženjerskih rešenja u ovoj podoblasti, ali nezavisno od varijantnog koncepta akucionog sistema odnosno akucione konfiguracije robotske ruke, svaki od njegovih servo aktuatora, pored kinematske funkcije koja postoji kod konvencionalnih robota, u ovom slučaju poseduje i svojstvo upravljive krutosti, uključujući i svojstvo pasivnog kretanja pod dejstvom spoljašnje sile. Zglob robota koji je pogonjen ovakvim aktuatorom nazivamo i mekim zglobovom (*soft joint*). Njegov osnovni zadatak je da lokalno ostvari: 1)upravljivu aktivnu pokretljivost, 2)upravljivu pasivnu pokretljivost (povratna pokretljivost) i 3)upravljivu krutost (reaktivna interakcija sa okruženjem), [192]. Ovaj zadatak se dalje može proširiti i na funkciju aktivnog upravljanja kontaktnom silom, u smislu sleđenja zadate trajektorije sile u interakciji sa okruženjem, ili sa funkcijom prenosa energije na okruženje u impulsnom ili nekom drugom obliku inspirisanom biomimetičkim aspektima. Ovako definisan upravljački zadatak je vrlo kompleksan, bitno kompleksniji od onog koji postoji kod konvencionalnog robota, gde se aktuatori upravljaju samo sa zadatkom ostvarivanja pozicije.

Za izgradnju robotskog aktuatora prema prethodno navedenim zahtevima polazna osnova je dinamički model. Aktuator promenljive krutosti, ili meki zglob, moguće je posmatrati kao manipulator sa jednim upravljanim stepenom slobode, ugaona koordinata θ , slika 2.19. Njegov dinamički model je definisan relacijom (2.26) i određuje pogonski moment τ kao upravljačku veličinu koja uravnotežava: inercijalni član ml^2 , viskozni disipativni član, disipativni član tipa nelinearnog Kulonovog trenja (mada za detaljniju analizu stabilnosti treba uzeti mnogo realističniji model koji sadrži i komponentu Stribekovog negativnog viskoznog trenja), gravitacioni član mg , kao i moment τ_E kontaktne sile F_E , koja nastaje kroz različite oblike interakcije sa okruženjem i u upravljačkom smislu ima karakter spoljašnjeg poremećaja, [192, 146]:

$$\tau = ml^2\ddot{\theta} + v\dot{\theta} + \mu \operatorname{sgn} \dot{\theta} + mgl \cos \theta + \tau_E \quad (2.26)$$

Upravljački sistem treba da obezbedi dve elementarne upravljačke funkcije: 1)upravljanje pozicijom zgloba, ugaona koordinata θ sa njenim prvim i drugim izvodom po vremenu, i 2)upravljanje po sili, koje ima zadatak da oblikuje interakciju sa okruženjem svedenu na njen ekvivalent τ_E .



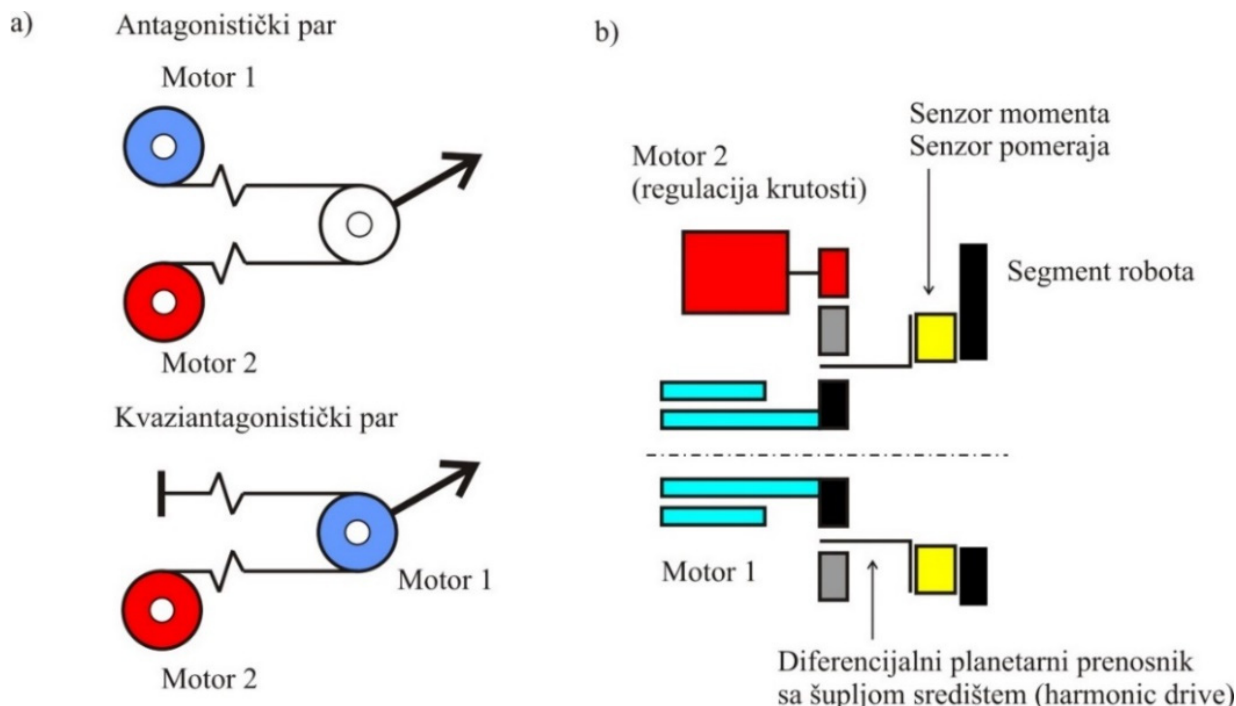
Slika 2.19: Dinamički model aktuatora promenljive krutosti u fizičkoj interakciji sa okruženjem: x_0y – referentni koordinatni sistem; τ – pogonski moment; F_E – kontaktna sila; τ_E – moment kontaktna sile; θ – ugaona koordinata aktuatora; l – dužina segmenta; m – masa zgloba; g – vektor gravitacije; k_e, b_e, m_e – parametri impedanse okruženja.

Ostvarivanje prethodno navedenih elementarnih upravljačkih funkcija na nivou jednog zgloba nije moguće ostvariti postojećim konvencionalnim rešenjima, već se istraživanja u ovom pravcu usmeravaju na izgradnju tehničkih rešenja koja će ovakve zahteve omogućiti. Generalno, ostvarivanje

zahteva za simultanim upravljanjem pozicijom i silom na nivou aktuatora odnosno zgloba mehanizma robotske ruke ostvaruje se na dva moguća načina, i to:

- 1) neredundantnom akcijom sa promenom parametara pojačanja u povratnim spregama regulatora servomotora, uključujući simultano upravljanje pozicijom i momentom zgloba, što podrazumeva merenje ovih veličina na strani segmenta robotske ruke, i
- 2) antagonističkom i kvaziantagonističkom akcijom redundantnom [4, 212, 239].

Drugi pristup pruža čitav niz mogućnosti, a zasnovan je na prostoj superpoziciji kretanja dva servoupravljana motora kao deo sklopa aktuatora jednog zgloba, koji u slučaju sinhronog kretanja u istom smeru ostvaruju kretanje zgloba i visoku krutost, dok u slučaju kretanja u suprotnom smeru, odnosno relativnog kašnjenja, ostvaruju željeno svojstvo krutosti (konstantnog, progresivnog ili nekog drugog tipa). Sklop aktuatora u ovom slučaju podrazumeva i prisustvo elastičnih elemenata. Na slici 2.20a prikazan je koncept aktuatora sa promenljivom popustljivošću tipa nelinearne progresivne opruge u varijanti aktivnog antagonističkog para i u varijanti kvaziantagonističkog para. Sa aspekta lokalne akcije redundantne i praktične implementacije, moguće je iskoristiti koncept diferencijalnog prenosnika i to tako što se preko jednog ulaznog kanala ostvaruje funkcija kinematske akcije, a preko drugog ulaznog kanala ostvaruje funkcija upravljanja krutošću, slika 2.20b. Zahvaljujući prirodnim specifičnostima diferencijalnog planetarnog prenosnika, ova vrsta sprege omogućava potpunu funkcionalno rasporezanje na nivou upravljanja servomotorima, odnosno jedan motor funkcioniše kao konvencionalni pogonski motor za kretanje zgloba, dok drugi ima funkciju modulacije njegove krutosti. Time se otvara prostor za sintezu vrlo kompleksnih upravljačkih zakona za upravljanje mehaničkom impedansom u četvorodimenzionom prostoru stanja (pozicija, izvod pozicije po vremenu, sila i izvod sile po vremenu). Popustljivi zglob robotske ruke uvek je opremljen senzorom momenta koji precizno identifikuje intenzitet pogonskog momenta koji se saopštava segmentu zglobne ruke. Takođe, nezavisno od toga što servomotori moraju da za potrebe regulacije broja obrtaja poseduju lokalni senzorski sistem za merenje ugaonog pomeraja i ugaone brzine, popustljivi zglob uvek ima enkoder na svom izlazu koji precizno meri ostvareni ugaoni položaj i njegov prvi derivativ po vremenu.



Slika 2.20: Lokalna redundansa akcije zgloba industrijskog humanoida, [146]: a)varijantni oblici antagonističke akcije, b)koncept redundanse ostvaren primenom planetarnog diferencijalnog reduktora.

2.3.3 Koncept hibridnog upravljanja svojstvima krutosti

Prethodno izloženi pristupi upravljanja bazirani na aktuacionoj i kinematskoj redundansi dominantno su usmereni na fizičko ostvarivanje svojstava takvih da je moguće realizovati željene karakteristike krutosti rešavajući problem koji nastaje kao posledica matematičke prirode kongruentne transformacije (2.14). Takvi pristupi obezbeđuju ostvarivanje zadatog oblika matrice krutosti odnosno željenih kinetostatičkih svojstva u smislu relativnog odnosa parametara sopstvenog sistema (2.17), uključujući i rešavanje suštinskog pitanja sprezanja iskazanog podmatricom K_{TR} matrice generalizovane krutosti, kao i unutrašnja sprezanja poddomena iskazanih podmatricama K_T i K_R . Međutim, za potpuno ostvarivanje željenog intenziteta translatorne i rotacione krutosti u prostoru tehnološkog zadatka, što je u prethodna dva slučaja moguće samo delimično, ili eventualno u većoj meri uz prisustvo hiperredundanse, neophodno je primeniti i koncept promenljive odnosno upravljive krutosti u svakom zglobu mehanizma robotske ruke, čime kombinovanjem ova dva pristupa dolazimo do koncepta hibridnog upravljanja kinetostatičkim svojstvima robotske ruke za montažu.

Koncept hibridnog upravljanja svojstvima krutosti robotske ruke je ekstremno fleksibilan po pitanju ostvarivanja željenih performansi, jer omogućuje kombinaciju upravljanja orijentacijom elipsoida krutosti, koju omogućuje pristup redundanse, a tiče se praktično dijagonalizacije matrice krutosti, dok se upravljanje oblikom elipsoida, odnosno njegovim sopstvenim vrednostima upotpunjuje upravljanjem svojstvima aktuacione krutosti zglobova robotske ruke. Ovakav pristup koji je veoma privlačan, zbog ekstremne fleksibilnosti koju nudi, u tehničkom smislu je izuzetno kompleksan, i u domenu industrijske robotike još uvek ne postoji rešenje koje je moguće masovno primeniti u izgradnji inženjerski proizvodnih sistema, pri čemu je to posebno izraženo kod tehnoloških sistema za montažu. Svakako, istraživanja u ovom domenu su vrlo aktuelna, uz neka laboratorijska rešenja, ili korak bliže realnim scenarijima, mada još uvek sa dominantnim fokusom na servisnu robotiku [4, 178, 179, 202]. U ovoj disertaciji je tema hibridnog upravljanja svojstvima krutosti robotske ruke samo dotaknuta, čime je napravljen osvrt na tu mogućnost.

U ovoj doktorskoj disertaciji fokus se stavlja na upravljanje svojstvima generalizovane krutosti na bazi postojanja kinematske redundanse mehanizma antropomorfne robotske ruke u odnosu na prostor tehnološkog zadatka spajanja u tehnologiji robotizovane montaže. Pristup baziran na kinematskoj redundansi analitičke osnove za izgradnju matematičkih modela pronalazi u linearnoj algebri, i to u definisanju pojmova pseudoinverzije pravougaone Jakobijan matrice, definisanju prostora slike i njemu komplementarnog projektora koji korespondira prostoru nule. Ovi pojmovi su od suštinskog značaja za pristup primene kinematski redundantnih robota u izvršavanju zadatka montaže. Analitičke osnove za upravljanje generalizovanom krutošću na bazi kinematske redundanse, povezane sa prethodno navedenim pojmovima, uključujući direktno i inverzno linearno preslikavanje formulišu se i analiziraju u narednoj, trećoj, glavi ovog rada.

3. Konfiguracioni prostor nule i inverzno preslikavanje

Ključni zahtev za uspešno i konvergentno izvršavanje procesa spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže pored izvođenja odgovarajuće relativne trajektorije spajanja, kao primarnog zadatka, predstavlja ostvarivanje određenih svojstava kinetostatičkog ponašanja mehanizma robotske ruke, što je identifikovano i detaljno analizirano u drugoj glavi ove disertacije. Izgradnja strukturiranog agentnog sistema kao šireg okvira, i moguća realizacija varijantnih koncepata upravljanja unutar njega ukazuju na diverzitet potencijalnih inženjerskih rešenja koja se traže kroz biomimetički pristup, po ugledu na čovekove sposobnosti za izvršavanje zadatka montaže, gde su kao potencijalni odgovori na postavljene zahteve izdvojeni koncepti aktuatora promenljive popustljivosti, aktuatora i kinematska redundansa. U ovom poglavlju prostor se dalje sužava na rešenje bazirano na kinematskoj redundansi, pa se razmatranja usmeravaju na postavku kompletnog matematičkog aparata baziranog na linearnoj algebri, kojim se formira funkcionalno konzistentna osnova za izgradnju modela upravljanja, tako da se omogući izvršavanje višestrukih zahteva koje nameće zadatak spajanja, uključujući upravljanje generalizovanom krutošću. Ovakav metodološki pristup karakteriše se kao *top-down*, gde se od matematičke opštosti i dobro razrađenih matematičkih alata fokus sistematski usmerava na rešavanje problema u robotici (kinematika, kinetostatika, dinamika), krećući se od opšteg ka posebnom. Takav pristup omogućava izgradnju: a) opštih alata i b) alata baziranih na analitičkoj matematici. Ovo je bitno za analizu i istraživanje fenomena kroz analitički instrumentarijum (diferenciranje, optimizacija, dokazivanje, izvođenje teorema) i primenu drugih alata za dokazivanje kompletnosti, stabilnosti, konzistentnosti, što je značajno sa aspekta upravljanja za široku klasu problema sa kojima se susreće moderna robotika kao multidisciplinarna oblast.

U matematičkom smislu, osnovu linearne algebre predstavljaju matrični operatori, matrice kao polje brojeva odnosno skup vektora, koji u opštem smislu imaju dejstvo transformacije odnosno preslikavanja između prostora. U inženjerskom smislu se postavlja pitanje kakva je praktična korist postavljenog matematičkog aparata, i sa tim u vezi pojavljuju se tri pravca daljeg razvoja:

- 1) matematičko modeliranje izvršavanja komplementarnih zadataka – da li je moguće? – na primer, kinematika kao primarni i kao sekundarni minimum energije, zadata krutost, granični hod, singulariteti, odnosno manipulabilnost, izbegavanje prepreka, itd., odakle sledi formiranje modela upravljanja za simultano ispunjavanje više zahteva;
- 2) ispitivanje kapaciteta i dovoljnosti postojećeg konfiguracionog prostora nule za potencijalno izvođenje više sekundarnih zadataka i hijerarhijsko uređenje unutar sekundarnog nivoa – izvođenje postavljenih zadataka za postojeću kinematsku redundansu razmatranog mehanizma robotske ruke;
- 3) formalna metodologija za sintezu i korišćenje kapaciteta kinematske redundanse kao ukupne analitičke baze za širi okvir hiperredundanse – uspostavljanje formalnog okvira za hijerarhijsko organizovanje i ispunjavanje postavljenog skupa zadataka, odnosno koordinaciju tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja.

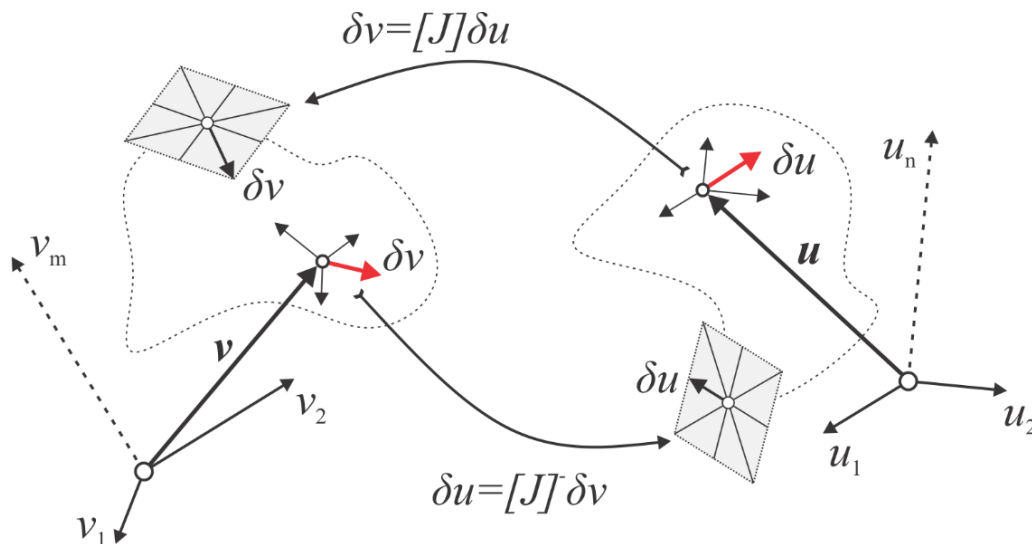
Prostor za odgovore na ova pitanja se u ovoj glavi disertacije fokusira na prvu celinu, dok to dalje čini osnovu za odgovore na drugo i treće pitanje što se dominantno razmatra u četvrtoj glavi. Polaznu osnovu predstavlja modeliranje kinematske redundanse i varijantne metode za rešavanje pitanja preodređenosti inverznog linearnog preslikavanja, što je sadržano u poglavlju 3.1. U poglavlju 3.2 se navode fundamentalne formulacije matematičkog pojma prostora u linearnoj algebri i formuliše konfiguracioni prostor nule mehanizma robotske ruke sa varijantnim pristupima za njegovu sintezu, što je osnovni okvir za dalju eksploataciju kinematske redundanse. U poglavlju 3.3 se analiziraju različiti pristupi za pseudoinverziju Jakobijan matrice i formiranje kompletnog modela inverznog linearnog preslikavanja pomeraja robotske ruke iz prostora radnog zadatka u konfiguracioni prostor, koji obuhvata i pojmove projektora i projekcija, odnosno sveukupno funkcionalno konzistentni okvir za ostvarivanje komplementarnih kretanja.

3.1 Fundamentalne formulacije i metode za rešavanje kinematske preodređenosti

Osnovu za upravljanje kretanjem svakog mehanizma robotske ruke predstavlja njegova pripadajuća Jakobijan matrica i njeno matematičko značenje. Jakobijan matrica kao matematički pojam zasniva se na parcijalnim izvodima i totalnim diferencijalima funkcija, i njihovoj daljoj generalizaciji, gde se diferencijali skupa funkcija v sa višestrukim promenljivim u predstavljaju u matricnoj formi, pri čemu se broj funkcija m i broj promenljivih n u opštem slučaju razlikuju [110]:

$$\left. \begin{aligned} \delta v_1 &= \frac{\partial v_1}{\partial u_1} \delta u_1 + \dots + \frac{\partial v_1}{\partial u_n} \delta u_n \\ &\vdots \\ \delta v_m &= \frac{\partial v_m}{\partial u_1} \delta u_1 + \dots + \frac{\partial v_m}{\partial u_n} \delta u_n \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \delta v_1 \\ \vdots \\ \delta v_m \end{array} \right\} = \overbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial v_1}{\partial u_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial v_m}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial v_m}{\partial u_n} \end{bmatrix}}^{\text{Jakobijan matrica}} \left\{ \begin{array}{c} \delta u_1 \\ \vdots \\ \delta u_n \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

Jakobijan matrica transformiše infinitezimalne vektore prirasta koordinata iz jednog koordinatnog sistema u drugi, ili opštije iz jednog prostora u drugi, odnosno $R^n \rightarrow R^m$, pri čemu važi da postoji i obrnuta transformacija, $R^m \rightarrow R^n$, ukoliko postoji inverzija Jakobijan matrice. Uopšteno posmatrano, transformacija (3.1), odnosno Jakobijan matricom, u kontekstu linearne algebre predstavlja linearno mapiranje koje aproksimira mapu predstavljenu skupom funkcija lokalno u odnosu na tačku iskazanu trenutnim koordinatama u prostoru na koji se vrši mapiranje [110], slika 3.1. Mapiranje se još naziva i preslikavanje. Aproksimacija znači da Jakobijan matrica infinitezimalne vektore iz jednog hiperprostora preslikava u infinitezimalne vektore koji pripadaju tangentnoj ravni u posmatranoj tački drugog hiperprostora. Ukoliko je skup funkcija $v=f(u)$ diferencijabilan, odnosno ima kontinualne parcijalne izvode u posmatranom prostoru ili jednom njegovom delu onda za taj domen postoji inverzija Jakobijan matrice, pa je moguće i inverzno linearno preslikavanje.



Slika 3.1: Direktno linearno preslikavanje i inverzno linearno preslikavanje između funkcionalno povezanih prostora v i u , $v=f(u)$, reprezentovano kao prirast funkcije odnosno aproksimacija u posmatranim koordinatama prostora

Osnovnu kinematsku relaciju odnosno funkcionalnu zavisnost kojom se reprezentuje kretanje robotskog mehanizma predstavlja direktna kinematska transformacija:

$$x = f(q) \quad (3.2)$$

U izrazu (3.2) $x \in R^m$ predstavlja vektor spoljašnjih koordinata u prostoru radnog zadatka, a $q \in R^n$ vektor unutrašnjih koordinata u konfiguracionom prostoru, koji određuje konfiguraciju odnosno pozu robota, kako je to već formulisano u drugoj glavi disertacije:

$$q = \{q_i \in R \mid i = 1, n\} \quad (3.3)$$

Skup svih konfiguracija definiše konfiguracioni prostor robota. U opštem slučaju konfiguracioni prostor je beskonačan. Međutim, diskretizacija unutrašnjih koordinata digitalno upravljanog robota, beskonačni konfiguracioni prostor prevodi u konačni (skup diskretnih konfiguracija je prebrojiv).

Primena matematičkog aparata parcijalnih izvoda skupa funkcija sa višestrukim promenljivim, odnosno Jakobijan matrice, u robotici se odnosi na kinematske transformacije mehanizma robotske ruke, sa polaznom osnovom prethodno formulisane funkcionalne zavisnosti (3.1), gde elementi Jakobijan matrice predstavljaju parcijalne izvode spoljašnjih po unutrašnjim koordinatama. Matričnim predstavljanjem ovih diferencijala sintetiše se operator preslikavanja prirasta koordinata iz konfiguracioni prostora u prostor radnog zadatka. Direktno linearno preslikavanje u razvijenoj formi predstavlja sledeći izraz:

$$\begin{Bmatrix} \delta x_1 \\ \vdots \\ \delta x_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & \cdots & J_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{m1} & \cdots & J_{mn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta q_1 \\ \vdots \\ \delta q_n \end{Bmatrix}, \quad J_{ij}(q) = \frac{\partial x_i}{\partial q_j} \begin{cases} i = 1, m \\ j = 1, n \end{cases} \quad (3.4)$$

U izrazu (3.4) funkciju preslikavanja vektora priraštaja iz konfiguracionog prostora u prostor radnog zadatka izvršava Jakobijanova matrica $J(q) \in R^{m \times n}$. Kod konvencionalnih industrijskih robota koji su široko rasprostranjeni i primenjeni važi da je $m=n$, gde je najčešće $n=6$, odnosno važi da je broj stepeni slobodne mehanizma robotske ruke jednak potrebnom broju stepeni slobode u prostoru radnog zadatka, pa sledi da je red kinematske redundanse $r=n-m=0$. Čak i u slučajevima kada je za izvršavanje radnog zadatka potreban manji broj stepeni slobode od kinematski raspoloživih, $m < 6$, primenjeni upravljački sistemi ne omogućavaju funkcionalno konzistentno korišćenje takve situacije, već se upravljanje odvija na konvencionalan način. Međutim, u slučaju kada je $n > m$, tada postoji kinematska redundansa mehanizma robotske ruke u odnosu na radni zadatak i važi $r=n-m \geq 1$.

Osnovnu relaciju neophodnu za realizaciju svakog upravljačkog zakona kretanja mehanizma robotske ruke, koja željene pomeraje u radnom prostoru definisane prema radnom zadatku preslikava u pomeraje zglobova kao upravljačke veličine, predstavlja inverzna kinematska transformacija, uključujući i konvencionalna rešenja upravljačkih sistema, koja se u formi priraštaja vektora unutrašnjih i spoljašnjih koordinata u opštem slučaju izražava na sledeći način:

$$\delta q = J^+(q) \delta x \quad (3.5)$$

gde $J^+(q) \in R^{n \times m}$ predstavlja inverziju Jakobijan matrice, kao što je prethodno navedeno u drugom poglavlju kod analize kongruentne transformacije krutosti robotske ruke.

Za razliku od široko primenjenih neredundantnih robota, kod kinematski redundantnih robota različita dimenzija konfiguracionog i radnog prostora za posledicu ima pravougaoni oblik Jakobijan matrice, što je od ključnog značaja jer omogućuje višestrukost rešenja. Praktično, kod ovakvog sistema u matematičkom smislu postoji beskonačan broj netrivialnih rešenja inverzne kinematske

transformacije, odnosno preslikavanje priraštaja iz radnog u konfiguracioni prostor je višeznačno, gde se izrazom (3.5) predstavlja samo jedno rešenje koje zavisi od oblika inverzije Jakobijan matrice, dok se za potpuno rešenje mogu koristiti različiti pristupi. Ovakav povećan stepen mobilnosti izvođenja manipulacionog zadatka, koji ima primarni status, omogućuje da se uvede sekundarni zadatak [190, 217, 173] u okviru kojeg je moguće potpuno ili delimično ispuniti dodatne zahteve, u zavisnosti od konkretnog zadatka, i na taj način izabrati željenu inverznu kinematsku transformaciju i rešiti višeznačnost, odnosno iz teorijski beskonačnog polja mogućih rešenja izabrati odgovarajuće, odnosno najbolje moguće, podoptimalno, s obzirom na prisustvo ograničenja koje nameće realna primena robota, na primer u tehnološkim zadacima. U slučaju procesa spajanja delova primenom kinematski redundantnih robota povećana mobilnost potencijalno može da se primeni za ostvarivanje željenog kinetostatičkog ponašanja vrha robotske ruke, ili njegovu optimizaciju, ali i dodatne zadatke izbegavanja stanja singulariteta ili izbegavanje prepreka u radnom prostoru, itd.

Generalno posmatrano, rešavanje višeznačnosti inverzne kinematske transformacije, odnosno izbor željenog rešenja, može se ostvariti kroz dve osnovne metode [217, 32]:

- 1) Metod proširivanja Jakobijan matrice, i
- 2) Metod baziran na komplementarnim projektorima.

3.1.1 Metod proširivanja Jakobijan matrice

Metod proširivanja Jakobijan matrice zasniva se na direktnom dopunjavanju koordinata u prostoru radnog zadatka, odnosno na dodavanju dopunskog zadatka pored primarnog manipulacionog na osnovu čijih koordinata se formira polazna Jakobijan matrica. Polazna osnova za proširivanje Jakobijan matrice sastoji se u tome da je neophodno dopunski zadatak definisati kao diferencijabilnu funkciju unutrašnjih koordinata $h=f(q)$, tako da je moguće proširiti direktnu kinematsku transformaciju, pa polazna funkcionalna zavisnost (3.2) dobija sledeći oblik:

$$\begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix} = f(q) \quad (3.6)$$

Proširivanjem funkcionalne zavisnosti radnog i konfiguracionog prostora ovakvim pristupom sledi da se pravougaona forma Jakobijan matrice $J(q) \in R^{m \times n}$ dopunjavanjen sa $J_B(q) \in R^{r \times n}$ prevodi u kvadratnu formu $J_A(q) \in R^{n \times n}$, što se formuliše na sledeći način:

$$J_A(q) = \begin{bmatrix} J(q) \\ J_B(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial q} f(q) \\ \frac{\partial}{\partial q} h(q) \end{bmatrix} \in R^{n \times n}, \quad J_B(q) \in R^{r \times n} \quad (3.7)$$

Is prethodnog sledi da se vektor prirasta spoljašnjih koordinata u obliku direktnog linearnog preslikavanja, u dopunjenoj formi izračunava primenom Jakobijan matrice u proširenom obliku J_A :

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta h \end{bmatrix} = J_A(q) \delta q = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial q} f(q) \\ \frac{\partial}{\partial q} h(q) \end{bmatrix} \delta q \quad (3.8)$$

Primenom metode proširivanja Jakobijan matrice njena inverzija se svodi na klasičan oblik koji se primenjuje kod kvadratnih matrica, i time se posledično značajno može pojednostaviti matematički aparat i ujedno dolazi do rešavanja problema preodređenosti. Međutim, ovde se pojavljuju tri osnovna

nedostatka: 1)dimenzija dodatih koordinata, odnosno diferencijabilne funkcije $h(q)$, mora biti jednaka stepenu redundanse $r=n-m$, što primenu ovog metoda ograničava na usku klasu dopunskih zadataka; 2)pojava veštačkih/algoritamskih singulariteta, pored mogućih kinematskih, kao posledica matematičke nekonzistentnosti i dodatno potencijalne konfliktnosti primarnog i sekundarnih zadataka; 3)unos fizičku nehomogenost, jer se dopunski zadatak po pravilu nikada ne definiše unutar koordinatnog sistema primarnog zadatka, već obuhvata druge veličine (krutost, manipulabilnost, itd.). Ne postoji funkcionalno konzistentan način da se ovim pristupom upravlja hijerarhijom zadataka, odnosno da se obezbedi nekonzistentnost, jer je njihovom veštačkom fuzijom kroz proširivanje Jakobijan matrice narušen polazni integritet. Pored toga, singulariteti su zavisni od izbora dopunskih zadataka, što ih čini vrlo složenim za analitičko određivanje. Jasno je da kompromis koji inicijalno nudi pojednostavljivanje matematičkog aparata kod ovog koncepta nije pouzdan, i da dalje uzrokuje čitav niz problema za koje nije moguće pronaći generički okvir za rešavanje, već se on uvek svodi na pratikularitete.

3.1.2 Metod komplementarnog projektora

Metod projektora zasniva se na tome da se rešenje inverzne kinematske transformacije u slučaju kinematski redundantnih robota sastoji iz, kako to linearna algebra objašnjava [130, 256], dve komponente prirasta unutrašnjih koordinata δq i to: a)onih koje proizvode korespondentno kretanje TCP robota u Dekartovim koordinatama, u radnom prostoru, koje nazivamo partikularnom komponentom $\delta q_P \in R^n$ i b)homogene komponente $\delta q_N \in R^n$ koja proizvode nulti pomeraj TCP robota, odnosno kretanje mehanizma robotske ruke korespondentno prostoru nule pravougaone Jakobijanove matrice $J(q) \in R^{m \times n}$. Prethodni stav se analitički može zapisati kao generalizovani model pomeraja kinematski redundantne robotske ruke [16, 190]:

$$\delta q = \delta q_P + \delta q_N = J^+(q)\delta x + P_{N(J)}^c(q)\delta q_0 \quad (3.9)$$

U izrazu (3.9) partikularna komponenta prirasta unutrašnjih koordinata δq_P , predstavlja vektor infinitezimalnog pomeraja u konfiguracionom prostoru prema izrazu (3.5), dok se homogena komponenta δq_N izračunava komplementarnim projektorom $P_{N(J)}^c(q) \in R^{n \times n}$ koji proizvoljni vektor $\delta q_0 \in R^n$ projektuje u prostor nule inverzije Jakobijanove matrice $J^+(q) \in R^{n \times m}$.

Prisustvo homogenog člana δq_N u relaciji (3.9) omogućeno je postojanjem redundantnih stepeni slobode posmatrano u odnosu na broj stepeni slobode potrebnih za izvršenje manipulacionog radnog zadatka ($n-m \geq 1$), pa sledi da je moguće izvođenje unutrašnjih kretanja mehanizma robotske ruke koja ne utiču na sleđenje zadate trajektorije TCP . U slučaju procesa spajanja delova potrebno je da se ispunjavanje sekundarnog zadatka željenog kinetostatičkog ponašanja TCP omogući kroz sintezu komplementarnog projektora $P^c\delta q_0$ koji će generisati homogenu komponentu δq_N u modelu kretanja (3.9) i u idealnom slučaju, posmatrajući klasifikaciju na slici 2.13, obezbediti stanje kinetostatičke izotropnosti ili kompromisno rešenje uslovljeno ograničenjima, simultano i nekonzistentno sa primarnim zadatkom manipulacije. Ovo predstavlja osnovu za ostvarivanje relacije konfiguracionog prostora nule i krutosti mehanizma redundantne robotske ruke u radnom prostoru. Rešenje se u opštem slučaju traži u ukupnom radnom prostoru, ili u jednom ili više njegovih podprostora.

Primena metode projektora zasniva se na matematičkom aparatu linearne algebre i predstavlja formalno konsekvantni i funkcionalno konzistentni okvir za upravljanje kinematskom redundansom mehanizma robotske ruke, kada je $n > m$, odnosno kada je Jakobijan matrica $J(q) \in R^{m \times n}$ pravougaona, kao i njena inverzija $J^+(q) \in R^{n \times m}$. Linearna algebra opisuje linearno preslikavanje između fundamentalnih prostora mape preslikavanja i njihovih pripadajućih podprostora slike (eng. *range* ili *image*) i jezgra (eng. *kernel*) matrice, gde se jezgro naziva još i prostorom nule (eng. *null space*). Pojam prostora nule Jakobijana u slučaju kinematskih transformacija robotske ruke formulišemo kao konfiguracioni prostor nule povezujući matematički pojam sa fizičkom interpretacijom kretanja.

Metod fundiran na primeni matematičkog aparata linearne algebre, što predstavlja potpuno sistematičan, a ne intuitivan pristup, omogućuje dalju analitičku analizu za nekonfliktno, hijerarhijsko uređenje i izvršavanje primarnog i sekundarnih zadataka, zatim identifikaciju pojave singulariteta, i uopšteno karakterizaciju ponašanja kinematski redundantnog mehanizma robotske ruke po različitim osnovama koje su relevantne za razmatrani zadatak. Shodno prethodnom zaključku, u ovoj disertaciji istraživanje se dalje fokusira na metodu rešavanja kinematske redundanse na bazi projektora, kao funkcionalno konzistentnog i formalno konsekventnog okvira, kroz definisanje i sintezu konfiguracionog prostora nule, formulaciju inverznog preslikavanja i komplementarnog projektora Jakobijan matrice kao mape linearnog preslikavanja.

3.2 Sinteza konfiguracionog prostora nule

Upravljanje kretanjem mehanizma robotske ruke zasniva se na funkcionalnom povezivanju radnog i konfiguracionog prostora, R^m i R^n , što jasno proističe iz navoda vezanih za rešavanje kinematske redundanse na bazi projektora. Radni i konfiguracioni prostor predstavljaju vektorske prostore konačne dimenzije, gde se komponente vektora radnog prostora nazivaju i spoljašnje koordinate, a komponente vektora konfiguracionog prostora unutrašnje koordinate. Radni ili operacioni prostor u najopštijem smislu, uzimajući u obzir generalni slučaj prostornog kretanja krutog tela, može da ima 6 stepeni slobode odnosno koordinata (tri translacije i tri rotacije), a u konkretnoj primeni uvek se formuliše kao prostor radnog zadatka robotskog odnosno manipulacionog sistema. Konfiguracioni prostor je definisan strukturom i brojem stepeni slobode mehanizma robotske ruke, i u opštem slučaju može da ima i više od 6 stepeni slobode. Međutim, kako je u prethodnom poglavlju navedeno, kinematska redundansa postoji uvek kada je broj stepeni slobode mehanizma robotske ruke veći od broja stepeni slobode radnog zadatka, odnosno uvek kada je $n > m$.

Polazeći od analitičkih osnova linearne algebre, povezivanje dva prostora ostvaruje se linearnim preslikavanjem iz jednog u drugi, što se u slučaju radnog i konfiguracionog prostora robotske ruke (*KPR*) ostvaruje Jakobijan matricom kao linearnom mapom, pa se polazna objašnjenja data u poglavlju 3.1, ovde dodatno razrađuju. U slučaju kada je vektorska baza oba prostora, radnog i konfiguracionog, jednake dimenzije odnosno kada je $m = n$ tada je linearno preslikavanje jednoznačno i to je slučaj kod robota čiji mehanizam nije kinematski redundantan u odnosu na radni zadatak. U drugom slučaju kada je $n > m$ tada je linearno preslikavanje (3.5) višeznačno, a Jakobijan matrica kao linearna mapa preslikavanja, koja se u literaturi naziva i pravougaoni operator [94], povezuje dva fundamentalna podprostora, konfiguracioni podprostor slike (*KPS*), $R(J(q))$, i konfiguracioni podprostor nule odnosno jezgra (*KPN*), $N(J(q))$, što je ilustrativno prikazano na slici 3.2. Ovi podprostori definišu se na sledeći način, respektivno:

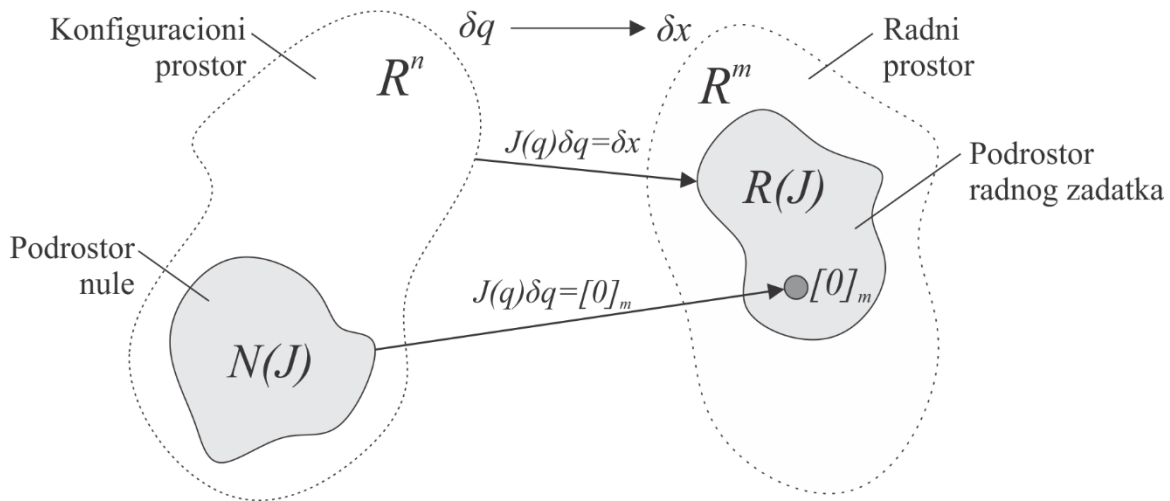
- Podprostor slike, ili kraće slika $J(q)$, označen sa $R(J(q))$, je podskup vektora u prostoru R^m ostvaren preslikavanjem $J(q)\delta q$ iz prostora R^n :

$$R(J(q)) = \{J(q)\delta q : \delta q \in R^n\} \quad (3.10)$$

- Podprostor nule Jakobijan matrice $J(q)$, označen sa $N(J(q))$, je podskup vektora u prostoru R^n koje linearna mapa $J(q)$ preslikava u nulti vektor prirasta u prostoru R^m :

$$N(J(q)) = \{\delta q \in R^n : J(q)\delta q = 0 \in R^m\} \quad (3.11)$$

Važno je napomenuti da konfiguracioni prostor nule predstavlja podprostor konfiguracionog prostora, ali takav da ga čini skup vektora koji je uvek zavisian od trenutnog stanja vektora položaja vrha robotske ruke x . Promenom vektora x menja se korespondentni podprostor nule u konfiguracionom prostoru, pa sledi da podprostor nule uvek čini ograničeni skup vektora.



Slika 3.2: Polazna grafička ilustracija podprostora slike i nule koje povezuje mapa linearnog preslikavanja $J(q)$: direktno linearno preslikavanje iz konfiguracionog prostora u prirast i u nulti prirast podprostora slike $R(J)$.

Pored prethodnih osnovnih formulacija podprostora linearnog preslikavanja, Jakobijan matrica može se predstaviti kao linearna mapa $J(q): R^n \rightarrow R^m$ koja ima sledeća svojstva:

- distributivnost:

$$J(q_i + q_j) = J(q_i) + J(q_j), \quad \forall q_i \wedge \forall q_j \in R^n \quad (3.12)$$

- homogenost:

$$J(\zeta q) = \zeta J(q), \quad \forall \zeta \in R^1 \wedge \forall q \in R^n \quad (3.13)$$

U izrazu (3.13) ζ predstavlja proizvoljni skalarni množilac. Navedene osobine linearnog preslikavanja uopšteno važe u linearnoj algebri, koja svaku matricu posmatra kao linearnu mapu [13]. Kod Jakobijan matrice kinematski redundantnih robota ove osobine značajne su sa aspekta sinteze različitih upravljačkih zakona, gde se kretanje može generisati po više osnova, pa shodno tome svojstva distributivnosti i homogenosti imaju značajnu ulogu kod superponiranja parcijalnih vektora prirasta kretanja koji su rezultat različitih kriterijuma (izbegavanje singularnih konfiguracija, optimizacija parametara krutosti, manipulabilnosti i slično).

Dimenzionalnost prostora kod upravljanja kretanjem robotskih antropomorfnih struktura zasniva se na broju koordinata konfiguracionog prostora i broju koordinata prostora radnog zadatka. Prema fundamentalnoj teoremi linearnih mapa ukupna dimenzionalnost se povezuje sa podprostorima slike i nule mape preslikavanja na sledeći način, pa važe pravila koja se navode u nastavku:

$$\dim(R^n) = \dim(N(J)) + \dim(R(J)) \quad (3.14)$$

Postojanje jezgra $N(J(q))$ linearne mape $J(q)$, odnosno njegove dimenzije, u slučaju preslikavanja iz većeg prostora u manji ($R^n \rightarrow R^m$, $n > m$) dokazuje se na sledeći način:

$$\begin{aligned} \dim(N(J)) &= \dim(R^n) - \dim(R(J)) \\ &\geq \dim(R^n) - \dim(R^m) \\ &> 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Prethodno predstavljeno ukazuje na to da podprostor $N(J(q))$ ne sadrži samo trivijalno rešenje koje podrazumeva nula vektor, već sadrži skup linearno zavisnih vektora koje linearna mapa $J(q) \in R^{m \times n}$ preslikava u nula vektor u radnom prostoru, odnosno u slici $R(J(q))$. Praktično, nula vektor u prostoru radnog zadatka nije uzrok, već posledica postojanja konfiguracionog prostora nule i unutrašnjih

kretanja mehanizma robotske ruke koje se pod takvim uslovima mogu ostvariti. Nula vektor, kao trivijalno rešenje, svaka linearna mapa preslikava u rezultujuću nula vektor [13, 130].

U suprotnom slučaju, kada imamo inverzno preslikavanje kod kinematski redundantnih robotskih struktura, odnosno linearno preslikavanje iz dimenziono manjeg prostora u veći ($R^m \rightarrow R^n$, $m < n$), tada se dimenzionalnošću slike $R(J(q))$ u odnosu na konfiguracioni prostor pokazuje sledeće:

$$\begin{aligned} \dim(R(J)) &= \dim(R^n) - \dim(N(J)) \\ &\leq \dim(R^m) \\ &< \dim(R^n) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Prethodno predstavljene odnosi ukazuju na to da se inverznim linearnim preslikavanjem slike iz prostora radnog zadatka u konfiguracioni prostor ne ostvaruje kompletno rešenje, odnosno da rešenje nije jednoznačno, već je višeznačno, i može biti dopunjeno dodatnim kriterijumima do potpunog ispunjenja dimenzionalnosti prema fundamentalnoj teoremi linearnih mapa (3.14), što se direktno dovodi u vezu sa rešenjem koje se sastoji iz partikularne i homogene komponente prema navodima iz poglavlja 3.1 i prema izrazu (3.9).

Razmatrajući analize dimenzionalnosti predstavljene izrazima (3.15) i (3.16) uočavaju se sledeći slučajevi, respektivno:

$$\dim(N(J)) = \dim(R^n) - \dim(R^m) \vee \dim(N(J)) > \dim(R^n) - \dim(R^m) \quad (3.17)$$

$$\dim(R(J)) = \dim(R^m) \vee \dim(R(J)) < \dim(R^m) \quad (3.18)$$

Slučajevi jednakosti u izrazima (3.17) i (3.18) odgovaraju punom rangu mape linearnog preslikavanja $J(q)$, kada je rang $\rho(J(q)) = m$, i sva prethodna razmatranja linearnog preslikavanja i relativnog odnosa fundamentalnih podprostora važe u tom slučaju. Sa druge strane, ukoliko se stvore takvi uslovi koji produkuju gubitak ranga, $\rho(J(q)) < m$, tada važe slučajevi nejednakosti u izrazima (3.17) i (3.18), što odgovara stanju singularne konfiguracije mehanizma robotske ruke. Pitanje stanja singulariteta povezano sa svojstvima manipulabilnosti se naknadno obrađuje detaljnije.

U inženjerskom smislu upravljanja kretanjem mehanizma robotske ruke, prethodno navedene fundamentalne formulacije postojanja jezgra linearne mape preslikavanja, odnosno konfiguracionog prostora nule, potrebno je iz okvira apstraktnog matematičkog aparata povezati sa fizičkim domenom. Istraživanja u ovom pravcu, u okviru ove disertacije, rezultovala su analitičkom sintezom konfiguracionog prostora nule primenom dve metode:

- 1) Redukovana stepenasta forma mape linearnog preslikavanja
- 2) Dekompozicija sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja

3.2.1 Metod redukovane stepenaste forme

Matematički aparat redukovanja mape preslikavanja, odnosno matrice, na stepenastu formu (SF) ili redukovanu stepenastu formu, RSF , (eng. *reduced row echelon form* - *RREF*) u klasičnoj teoriji linearne algebre koristi se za rešavanje sistema linearnih jednačina. Sprovođenjem procedure redukovanja kod kvadratnih matrica direktno se nalaze rešenja sistema linearnih jednačina ukoliko je polazna matrica punog ranga, odnosno nesingularna, odnosno invertibilna. Kod pravougaonih matrica, pod uslovima nesingularnosti, u RSF izdvajaju se linearno nezavisni jedinični vektori, odnosno vektori sistema podprostora slike polazne matrice, i koeficijenti linearno zavisnih vektora kojima se dalje definišu vektori podprostora jezgra polazne matrice, odnosno podprostora nule.

3.2.1.1 Postupak redukovanja mape preslikavanja

Postupak redukovanja polazne matrice na RSF u literaturi je poznat kao Gausova eliminacija [226, 130, 13], a sastoji se iz niza koraka kojima se izvode elementarne operacije O_k nad redovima matrice. Ove operacije uključuju pregrupisanje, sabiranje i skalarno množenje uz mogućnost kombinovanja operacija u svakom koraku. Redosled primene navedenih operacija nije bitan jer se na kraju postupka uvek ostvaruje RSF koja je jedinstvena. Međukorak pre ostvarivanja RSF naziva se stepenasta forma, SF , koja nije jedinstvena i zavisna je od broja i redosleda sprovedenih operacija, a često je kao takva dovoljna za rešavanje sistema linearnih jednačina. SF je gornjeg trougaonog oblika kada je polazna matrica kvadratnog oblika, dok je u slučaju pravougaonog oblika polazne matrice SF gornjeg kvazitrougaonog oblika. RSF je jedinstvena, pri čemu kod kvadratnih matrica predstavlja jediničnu matricu, a kod pravougaonih matrica ova forma sadrži dva bloka, gde prvi predstavlja jediničnu matricu, a drugi koeficijente linearno zavisnih vektora jezgra polazne matrice, što je ključno u rezultatima istraživanja ove disertacije, jer takav oblik jednoznačno razdvaja podprostor nule od podprostora slike Jakobijan matrice. Tri karakteristične forme matrice u opštem obliku izražene su na sledeći način, pri čemu su transformacije između formi predstavljene međuoperacijama:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc} m_{11} & \cdots & m_{1n} \\ \vdots & m_{ij} & \vdots \\ m_{m1} & \cdots & m_{mn} \end{array} \right] \\ \text{Polazna forma matrice} \end{array} \\
 \xrightarrow{O_1 \cdots O_k} \\
 \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc} m_{SF11} & \cdots & m_{SF1n} \\ \vdots & m_{SFij} & \vdots \\ 0 & \cdots & m_{SFmn} \end{array} \right] \\ \text{Stepenasta forma} \end{array} \\
 \xrightarrow{O_{k+1} \cdots O_f} \\
 \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccc} 1 & \cdots & 0 & m_{RSF11} & \cdots & m_{RSF1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & m_{RSFm1} & \cdots & m_{RSFmr} \end{array} \right], \\ \text{Redukovana stepenasta forma} \end{array} \quad \begin{array}{l} i = 1, m \\ j = 1, n \\ r = n - m \end{array}
 \end{array} \quad (3.19)$$

U izrazu (3.19) O_k predstavlja jednu u nizu elementarnih operacija, a O_f finalnu operaciju nad redovima matrice nakon koje sledi RSF . Članovi matrice u izrazu (3.19) predstavljeni su tako da su sa m_{ij} označeni članovi polazne forme, m_{SFij} članovi stepenaste forme, a sa m_{RSFij} članovi redukovane stepenaste forme koji čine koeficijente linearne zavisnosti vektor podprostora nule polazne matrice.

Praktično, procedura redukovanja je takva da se elementarnim operacijama prvo uvode nulte vrednosti u donjoj trougaonoj formi, ispod glavne dijagonale, zatim se glavna dijagonala svodi na jedinične vrednosti, a nakon toga se i gornja trougaona forma popunjava nultim vrednostima. Jedinične vrednosti na glavnoj dijagonali, odnosno jedinični vektori-kolone, predstavljaju tzv. pivote, gde broj ovih vektora predstavlja rang polazne matrice.

3.2.1.2 Sinteza prostora nule

Redukovana stepenasta forma mape preslikavanja ima značaj za sintezu konfiguracionog prostora nule Jakobijana, kao krajnji redukovani oblik polazne matrice, gde su izdvojeni koeficijenti jezgra odnosno nule. Svaka kvadratna Jakobijan matrica $J \in R^{m \times m}$, punog ranga, kada je $\rho(J) = m$, primenom algoritma svodenja na redukovanu stepenastu formu transformiše se u jediničnu matricu $I \in R^{m \times m}$. Ukoliko je matrica singularna, odnosno $\rho(J) < m$, redukovana stepenasta forma ima broj pivota koji odgovara rangu, tj. broj jediničnih vektora-kolona sa leva na desno jednak je $\rho(J)$. Jedinični vektori-kolone predstavljaju jedinične vektore koordinatnih osa sistema prostora slike linearnog preslikavanja predstavljenog Jakobijan matricom. Kod kinematski redundantnog mehanizma robotske ruke matrica

$J(q)$ je pravougaonog oblika i generiše rešenje koje se sastoji iz dva bloka unutar redukovane stepenaste forme, što je ovde predstavljeno na sledeći način:

$$J(q) = \begin{bmatrix} j_{11} & \cdots & j_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ j_{m1} & \cdots & j_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \xrightarrow{\text{Gausova eliminacija}} J_R(q) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & j_{R11} & \cdots & j_{R1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & j_{Rm1} & \cdots & j_{Rmr} \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} n > m \\ n - m = r \end{matrix} \quad (3.20)$$

Ako se uzme u obzir da je prostor nule Jakobijan matrice definisan tako da predstavlja linearno preslikavanje netrivialnog vektora δq iz konfiguracionog prostora u nulti vektor u radnom prostoru mehanizma robotske ruke, $\delta x = \{0\}_m$, odnosno da prostor nule čini skup linearno zavisnih vektora, onda se pomoću *RSF* ovaj skup vektora može izraziti preko m linearnih zavisnosti u sledećem obliku:

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & j_{R11} & \cdots & j_{R1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & j_{Rm1} & \cdots & j_{Rmr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \vdots \\ \delta q_j \\ \vdots \\ \delta q_n \end{bmatrix} = [0]_m \rightarrow \begin{cases} \delta q_1 + \delta q_l \cdot j_{R11} + \cdots + \delta q_n \cdot j_{R1r} = 0 \\ \vdots \\ \delta q_i + \delta q_l \cdot j_{Ri1} + \cdots + \delta q_n \cdot j_{Rir} = 0 \\ \vdots \\ \delta q_m + \delta q_l \cdot j_{Rm1} + \cdots + \delta q_n \cdot j_{Rmr} = 0 \end{cases}, \quad \begin{matrix} i = 1, m \\ j = 1, n \\ l = m + 1 \end{matrix} \quad (3.21)$$

U izrazu (3.21) i dalje u nastavku koristi se $l=m+1$ zbog kompaktnosti zapisa, zatim $j_{Ri} \in R^{m \times r}$ predstavljaju koeficijente linearne zavisnosti, slobodni članovi δq_i nazivaju se osnovne promenljive (eng. *basic variables*) i odgovaraju slici linearnog preslikavanja $R(J)$, pri čemu njihov broj odgovara rang matrice sistema, dok se članovi koje množe koeficijenti j_{Ri} nazivaju proizvoljne promenljive (eng. *free variables*). Bez obzira na čistu matematičku formulaciju, za ostvarivanje kretanja u konfiguracionom prostoru nule potrebno je ostvariti međusobnu zavisnost komponenata vektora infinitezimalnog priraštaja unutrašnjih koordinata robotske ruke, δq . Odavde sledi da na osnovu prethodno definisanog sistema linearno zavisnih jednačina sledi da se vektor prirasta unutrašnjih koordinata koji ne produkuje promenu spoljašnjih koordinata δx , odnosno pripada konfiguracionom prostoru nule, može odrediti proizvoljnim zadavanjem r infinitezimalnih vrednosti kao proizvoljnih promenljivih i onda izračunati još m komponenata vektora δq_N kao osnovnih promenljivih.

Prethodno prikazane relacije (3.21) predstavljaju implicitno reprezentovanje konfiguracionog prostora nule mehanizma robotske ruke odnosno jezgra Jakobijan matrice. Međutim, za primenu i detaljnu analizu u generalnom smislu sinteze prostora mape linearnog preslikavanja, potrebno je formulisati eksplicitni oblik. Prostor nule, kao podprostor konfiguracionog prostora, eksplicitno se može predstaviti u vektorskom odnosno matičnom zapisu, što se ostvaruje prevođenjem prethodno predstavljenog sistema (3.21) u formu linearne kombinacije vektora gde proizvoljne promenljive predstavljaju komponente vektora prostora nule, odakle sledi matični oblik:

$$\begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \vdots \\ \delta q_m \\ \delta q_l \\ \vdots \\ \delta q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta q_l \cdot j_{R11} - \cdots - \delta q_n \cdot j_{R1r} \\ \vdots \\ -\delta q_l \cdot j_{Rm1} - \cdots - \delta q_n \cdot j_{Rmr} \\ \delta q_l \\ \vdots \\ \delta q_n \end{bmatrix} = \delta q_l \underbrace{\begin{bmatrix} -j_{R11} \\ \vdots \\ -j_{Rm1} \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{n_1} + \cdots + \delta q_n \underbrace{\begin{bmatrix} -j_{R1r} \\ \vdots \\ -j_{Rmr} \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}_{n_r} \rightarrow N(J) = \underbrace{\begin{bmatrix} -j_{R11} & \cdots & -j_{R1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -j_{Rm1} & \cdots & -j_{Rmr} \\ 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}}_{n_1 \cdots n_r} \quad (3.22)$$

Svaka linearna kombinacija vektora n_1 do n_r predstavlja član prostora nule, pa je praktično skupom ovih vektora odnosno matricom $N(J)=[n_1 \dots n_r]$ definisan konfiguracioni prostor nule, kao podprostor ukupnog konfiguracionog prostora. Broj vektora n_r koji formiraju matricu odgovara broju redundantnih stepeni slobode mehanizma robotske ruke odnosno broju proizvoljnih promenljivih redukovane stepenaste forme Jakobijan matrice u slučaju njenog punog ranga.

Posmatrano kroz redukovanu stepenastu formu Jakobijan matrice J_R gubitak pivota na dijagonali odnosno pivot kolone označava gubitak ranga, i matematički posmatrano povećanje prostora nule, odnosno pojavljivanje koordinatnog pravca u prostoru slike u kojem dalje nije moguće ostvariti kretanje, što ujedno ukazuje na singularnost Jakobijan matrice. Ovo pitanje se, uz dodatnu generalizaciju fundamentalnih prostora, detaljnije analizira kroz primenu metoda dekompozicije mape preslikavanja na elemente sopstvenog sistema, što se izlaže u nastavku.

3.2.2 Metod dekompozicije sopstvenog sistema

Dekompozicija matrice odnosno mape linearnog preslikavanja na elemente sopstvenog sistema u literaturi je poznata i kao dekompozicija singularnih vrednosti (eng. *Singular Value Decomposition* – u oblasti robotike uobičajeno je da se koristi skraćenica *SVD* koja dolazi od navedene engleske fraze), a sastoji se u tome da se svaka matrica realnih brojeva dimenzija $m \times n$ može faktorizovati u tri matrice, što se ovde povezuje i demonstrira na bazi Jakobijan matrice, na sledeći način:

$$J(q) = U_{m \times m} S_{m \times n} V_{n \times n}^T \quad (3.23)$$

U izrazu (3.23) U i V su ortogonalne kvadratne matrice dimenzija $m \times m$ i $n \times n$, respektivno. Matrica S je dimenzija polazne matrice $J(q)$, $m \times n$, i sastoji se iz dva bloka. Prvi blok matrice S je dimenzija $m \times m$ i na glavnoj dijagonali sadrži takozvane singularne vrednosti Jakobijan matrice u opadajućem nizu, dok je drugi blok dimenzija $m \times r$ i popunjen je nulama. Singularne vrednosti predstavljaju kvadratne korene sopstvenih vrednosti, a vektori-kolone u matricama U i V predstavljaju korespondentne singularne vektore, odnosno sopstvene vektore podprostora polazne matrice $J(q)$, odakle sledi da se ovaj pristup naziva dekompozicija sopstvenog sistema.

Dekompozicija sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja je jedan od osnovnih instrumentarijuma linearne algebre, kao generalni pristup faktorizaciji odnosno dijagonalizaciji bilo koje matrice. Ovaj pristup praktično predstavlja ekstenziju i generalizaciju spektralne teoreme linearne algebre koja se ograničava isključivo samo na dekompoziciju kvadratnih matrica, što je u ovom radu prethodno primenjeno i demonstrirano na primeru dijagonalizacije matrice krutosti mehanizma robotske ruke u drugom poglavlju. Generalizacija pomoću *SVD* zasniva se na tome da se dekompozicija polazne pravougaone matrice izvršava pomoću dekompozicije dve karakteristične matrice sopstvenog sistema i to: $J_n = J^T J \in R^{n \times n}$ i $J_m = J J^T \in R^{m \times m}$ [225, 109].

3.2.2.1 Postupak dekompozicije mape preslikavanja

Matrice sopstvenog sistema J_n i J_m su kvadratne i obe imaju rang koji odgovara polaznoj matrici, odnosno mapi linearnog preslikavanja $J(q)$. Polazeći od izraza (3.23), odnosno da važi $JV=US$, dekompozicijom matrica sopstvenog sistema sledi:

$$\begin{aligned} J_n &= J^T J = VS^T SV^T = VD_n V^T \\ J_m &= J J^T = USS^T U^T = UD_m U^T \end{aligned} \quad (3.24)$$

gde su $D_n = S^T S \in R^{n \times n}$ i $D_m = SS^T \in R^{m \times m}$ dijagonalne matrice koje na dijagonali sadrže kvadrate singularnih vrednosti σ_i^2 odnosno sopstvene vrednosti λ_i polazne matrice, a matrice U i V sadrže sopstvene vektore kvadratnih matrica J_m i J_n , respektivno, odakle se dalje može konstruisati *SVD* forma na osnovu dekompozicije karakterističnih kvadratnih matrica sistema.

Posmatrajući pravougaonu Jakobijan matricu kao linearno preslikavanje, odnosno transformaciju prirasta koordinata između dva prostora, $R^n \rightarrow R^m$, vektori-kolone matrica U i V , u_i i v_j , kao sopstveni vektori, predstavljaju ortonormalne baze⁷ linearne mape u formi:

$$\begin{aligned} \{u_i\} &\in R^m, \quad i = 1, m \\ \{v_j\} &\in R^n, \quad j = 1, n \end{aligned} \quad (3.25)$$

Ortonormalne baze (3.25) su takve da važe sledeće relacije sa polaznom matricom $J(q)$, gde je $l=m+l$:

$$\begin{aligned} J(q)v_j &= \sigma_i u_i, \quad i, j = 1, m \\ J(q)v_j &= \{0\}, \quad j = l, n \end{aligned} \quad (3.26)$$

Ovakva matematička formulacija, predstavljena izrazom (3.26), direktno ukazuje na eksplicitnu particiju konfiguracionog i radnog prostora kinematski redundantne robotske ruke na pripadajuće podprostore, odakle sledi mogućnost analitičke sinteza podprostora nule na osnovu komponenata sopstvenog sistema matrice linearnog preslikavanja, $J(q)$.

3.2.2.2 Sinteza prostora nule

Formulacija fundamentalnih podprostora prostora R^n , prostora slike $R(J^T)$ i prostora nule $N(J)$, respektivno, koji su međusobno ortogonalni, polazi od izraza (3.26). U prostoru R^m postoji prostor slike $R(J)$, kako je prethodno formulisano, gde uslovno postoji i njegov ortogonalni komplement $N(J^T)$. Takozvani preostali prostor nule, $N(J^T)$, postoji ukoliko je Jakobijan matrica singularna, odnosno nije punog ranga i važi $\rho(J) < m$. Definicija četiri fundamentalna podprostora predstavlja fundamentalnu teoremu linearne algebre [225]. Smanjenjem ranga povećavaju se prostori nule $N(J)$ i $N(J^T)$, a smanjuju prostori slike $R(J)$ i $R(J^T)$, gde ovakva analiza ukazuje na značaj dekompozicije sopstvenog sistema Jakobijan matrice u upravljanju kretanjem kinematski redundantnog mehanizam robotske ruke. Na slici 3.3 ilustrativno su prikazani fundamentalni podprostori linearne mape $J(q)$, što dodatno generalizuje i formalizuje prikaz prethodno dat na slici 3.2, gde je inicijalno ilustrovan podprostor nule u odnosu na ukupan prostor. Ovakav pristup formalizuje i ukupno rešenje prirasta kretanja u unutrašnjim koordinata kinematski redundantnog mehanizma robotske ruke koje se, kako je navedeno u poglavlju 3.1, sastoji od partikularne i homogene komponente, δq_P i δq_N , respektivno.

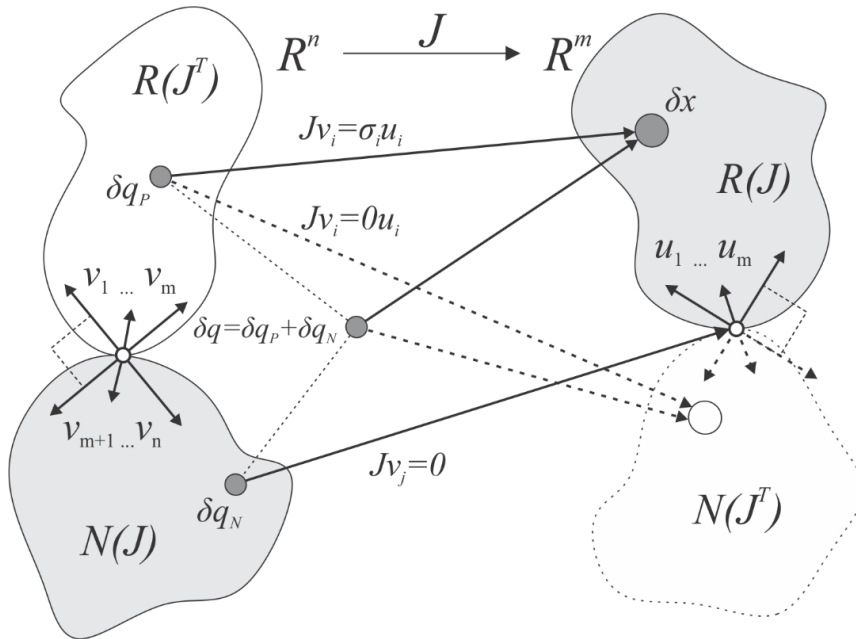
Nakon formulacije postupka dekompozicije sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja $J(q)$ i sa tim povezanih fundamentalnih podprostora moguće je izraziti *SVD* u generalnom obliku:

$$J(q) \xrightarrow{\text{SVD}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ u_{m1} & \cdots & u_{mm} \end{bmatrix}}_U \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_m & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}}_S \underbrace{\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{cccc} v_{11} & \cdots & v_{j1} & \cdots & v_{n1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{1m} & \cdots & v_{jm} & \cdots & v_{nm} \end{array} \right\} R(J^T) \\ \left. \begin{array}{cccc} v_{l1} & \cdots & v_{jl} & \cdots & v_{nl} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{ln} & \cdots & v_{jn} & \cdots & v_{mn} \end{array} \right\} N(J) \end{array} \right]}_{V^T} \quad (3.27)$$

Smanjenjem ranga jedna ili više sopstvenih odnosno singularnih vrednosti σ_i unutar matrice S prelazi u skalarnu vrednost 0, dok unutar matrice U korespondentni vektori postaju baza prostora $N(J^T)$, koji

⁷ Ortogonalna baza se procesom ortonormalizacije prevodi u ortonormalnu bazu čiju osnovu čine jedinični vektori, gde je najzastupljeniji Gram-Schmidt-ov postupak ortonormalizacije.

u slučaju punog ranga ne postoji, a unutar matrice V^T korespondentni vektori postaju deo prostora $N(J)$, kao što je obuhvaćeno opštim slučajem prikazanim na slici 3.3. Ovakvo stanje odgovara stanju singulariteta i u kontekstu manipulabilnosti odnosno upravljanja kretanjem mehanizma robotske ruke produkuje gubitak stepeni slobode, što je na najdirektniji način izraženo sa $\sigma_i = 0$.



Slika 3.3: Kompletna ilustracija fundamentalnih podprostora i korespondentnih direktnih preslikavanja linearne mape $J(q)$: proizvoljni vektor prirasta unutrašnjih koordinata δq , koji se sastoji od partikularne i homogene komponente, δq_P i δq_N , koje se preslikavaju u podprostor slike, relacija $Jv_i = \sigma_i u_i$, što odgovara prirastu δx korespondentnom partikularnoj komponenti, ili u nulti prirast, relacija $Jv_i = 0u_i$, korespondentan homogenoj komponenti, ili u nulti prirast korespondentan podprostoru $N(J^T)$ u slučaju postojanja singulariteta.

Proces formiranja matrica U , S i V , prema matematičkoj konvenciji dekompozicije polazne matrice na elemente sopstvenog sistema, sastoji se u tome da se redosled vektora-kolona u_i i v_j odnosno njihove pozicije u matricama U i V određuje na osnovu relativnog odnosa singularnih vrednosti σ_i , tako da su one poređane u opadajućem redosledu unutar dijagonale prvog bloka matrice S , gde praktično prema konvenciji važi: $\sigma_1 > \dots > \sigma_i > \dots > \sigma_m$. Iz prethodnog sledi da korespondentni sopstveni vektori prostora radnog zadatka i konfiguracionog prostora, odnosno njihovi prirasti δx i δq , u opštem slučaju nisu poređani prema redosledu Dekartove notacije ili neke druge notacije koja se koristi za definisanje prostora radnog zadatka. Međutim matematički aparat dekompozicije sopstvenog sistema, odnosno dekomponovani elementi sadržani u matricama U , S i V , poseduju svojstvo nespregnutosti, odnosno međusobne nezavisnosti, koje omogućuje izmenu redosleda komponenata, ali uvek uz uslov zadržavanja korespondencije elemenata sopstvenog sistema. Na primer, ukoliko se izmeni redosled singularnih vrednosti unutar matrice S , onda je neophodno da se na isti način izmeni i redosled vektora-kolona unutar matrica U i V . Bez obzira na izmenjeni redosled, ali uz primenu navedenog pravila, polazna matrica će biti formirana u istom obliku kao i pre izmene redosleda komponenata. Ovakva mogućnost vrlo je značajna sa aspekta proizvoljnog formiranja redosleda komponenata sopstvenog sistema koji je korespondentan definiciji radnog prostora odnosno njegovom koordinatnom sistemu, čime se direktno ističe trenutno stanje performansi mehanizma robotske ruke koja su relevantna za radni zadatak, pre svega manipulabilnost. Ovakvo svojstvo komponenata sopstvenog sistema ukazuje na to da polazna matrica $J(q)$ predstavlja zbir matrica J_{σ_i} čiji je rang $\rho = l$, pri čemu je broj takvih matrica ekvivalentan rangu polazne matrice. Praktično, svojstvo proizvoljne promene redosleda komponenata proističe iz činjenice da je sabiranje matrica komutativna operacija, pa sledi da se prethodno formulisano matematički može zapisati na sledeći način:

$$J(q) = \sum_{i=1}^{\rho} J_{\sigma_i} = \sum_{i=1}^{\rho} u_i \sigma_i v_i^T, \quad \rho = \text{rang}(J) \quad (3.28)$$

Suma matrica $J_{\sigma i}$ ranga $\rho=1$ izražena u formi (3.28) predstavlja jedan od mogućih načina reprezentovanja dekompozicije odnosno kompozicije sopstvenog sistema.

Povezujući pristupe sinteze konfiguracionog prostora nule metodom redukovane stepenaste forme i metodom dekompozicije sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja, imajući u vidu da je dejstvo redukovane forme $J_R(q)$ identično kao i dejstvo polazne forme matrice $J(q)$, dekompozicijom karakteristične matrice $J_R^T J_R$, prema (3.22) i (3.27) sledi ekvivalencija matrica-kolona koji formiraju konfiguracioni prostor nule $N(J)$:

$$N(J) \rightarrow [n_1 \cdots n_r] = \begin{bmatrix} -j_{R11} & \cdots & -j_{R1r} \\ \vdots & & \vdots \\ -j_{Rm1} & \cdots & -j_{Rmr} \\ 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} v_{1l} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{jl} & \cdots & v_{jn} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{nl} & \cdots & v_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Analitički oblik konfiguracionog prostora nule $N(J)$ bilo da je sintetisan metodom redukovane stepenaste forme ili dekompozicijom mape linearnog preslikavanja $J(q)$ na elemente sopstvenog sistema, izuzetno je značajan sa aspekta analize i sinteze različitih upravljačkih zakona za kretanje mehanizma kinematski redundantne robotske ruke. Upravljanje kretanjem zasniva se na inverznom linearnom preslikavanju, što se dalje detaljno razrađuje u narednom poglavlju na osnovu prethodno postavljenih analitičkih formulacija fundamentalnih podprostora konfiguracionog prostora i prostora radnog zadatka.

3.3 Inverzno linearno preslikavanje

Prethodna izlaganja povezana sa definisanjem mape linearnog preslikavanja i sinteze konfiguracionog prostora nule, ili opštije formulisanja fundamentalnih podprostora koji karakterišu dejstvo Jakobijan matrice kao operatora linearne transformacije, opisani su na osnovu preslikavanja iz konfiguracionog prostora R^n u prostor radnog zadatka robotske ruke R^m , što u kinematskom smislu predstavlja direktnu transformaciju, odnosno direktno preslikavanje koje je uvek jednoznačno. Međutim, kako je u uvodnom delu ove glave opisano, osnovu za sintezu modela i zakona upravljanja predstavlja inverzna kinematska transformacija, odnosno inverzno linearno preslikavanje, gde se željeno kretanje definiše zadavanjem vektora prirasta spoljašnjih koordinata δx u prostoru radnog zadatka R^m , u podprostoru slike $R(J)$, a zatim se rešenje za generisanje takvog kretanja pronalazi u konfiguracionom prostoru mehanizma robotske ruke R^n , izračunavanjem vektora prirasta unutrašnjih koordinata δq koji se u slučaju postojanja kinematske redundanse sastoji od podprostora $R(J^T)$ i $N(J)$.

Kod kinematski redundantnih robota problem inverzije sadržan je u preodređenosti i u analitičkom smislu je nerešiv, jer postoji prekobrojnost konfiguracionog prostora u odnosu na prostor radnog zadatka, pa je preslikavanje nejednoznačno, odnosno ono je višeznačno. Rešenje je jedino moguće uvođenjem dodatnih zavisnosti koje višeznačno preslikavanje transformišu u jednoznačni sistem. Polaznu osnovu za pronalaženje rešenja inverzije pravougaone Jakobijan matrice, odnosno pseudoinverziju, predstavlja pristup zasnovan na minimizaciji norme. Višeznačnost podrazumeva da se rešenje inverznog linearnog preslikavanja sastoji od partikularne komponente, koja se generiše pseudoinverzijom zadatog vektora prirasta spoljašnjih koordinata δx , čime se ostvaruje njegovo preslikavanje u $R(J^T)$, i homogene komponente, koja se generiše ortogonalnom projekcijom proizvoljnog vektora prirasta unutrašnjih koordinata u ortogonalni prostor $N(J)$. Pristup za generisanje partikularne i homogene komponente zasnovan na matematičkom aparatu linearne algebre izlaže se u naredna dva podpoglavlja.

3.3.1 Pseudoinverzija

Inverzija pravougaonice matrice, odnosno pseudoinverzija i njeni različiti oblici, kao posebno izazovno pitanje zbog preodređenosti sistema, polaznu osnovu pronalaze u matematičkim istraživanjima više naučnika početkom i sredinom 20. veka. Posebno značajan rani doprinos ostvaruje *Eliakim Hastings Moore* 1920. godine, [168], koji svoje istraživanje na temu jedinstvene inverzije za bilo koju matricu, kvadratnu ili pravougaonu, naziva generalnim reciprocitetima, a zatim *Roger Penrose* dodatno pojašnjava, učvršćuje i generalizuje ova istraživanja 1955. godine, [185], povezujući jedinstveni oblik inverzije sa svojstvima minimizacije norme. Ovakva istraživanja predstavljala su temelje za doprinose u različitim oblastima, a u inženjerskom smislu posebno u robotici. Dodatna generalizacija ovog rešenja u matematičkom smislu vodi ka formulisanju težinskog oblika pseudoinverzije, a zatim i povezivanju sa dekompozicijom sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja, gde se izdvaja prigušena pseudoinverzija sa posebnim značajem u upravljanju kretanjem mehanizma robotske ruke.

Ogroman diverzitet terminologije u ovoj matematičkoj podoblasti koja se odnosi na opštu inverziju matrice, bez obzira na njen oblik i regularnost ukazuje da se termini pseudoinverzija i generalizovana inverzija koriste kao sinonimi [19]. U ovom radu dominantno se koristi termin pseudoinverzija, a termin generalizovane inverzije samo u slučajevima kada se izlaganje direktno oslanja i povezuje sa literaturnim izvorima, održavajući na taj način pečat autora korespondentne matematičke formulacije.

3.3.1.1 Moore-Penrose pseudoinverzija

Polazna osnova za pronalaženje rešenja inverznog linearnog preslikavanja sastoji se u dodavanju uslova minimizacije norme između vektora željenog prirasta u spoljašnjim koordinatama δx i prirasta koji produkuje mapa linearnog preslikavanja $J(q)$ dejstvom nad vektorom prirasta unutrašnjih koordinata δq . Prethodna formulacija matematički se predstavlja u sledećem obliku, gde je minimizacijom potrebno odrediti vektor δq :

$$\delta x = J\delta q \rightarrow \min \|\delta x - J\delta q\| \rightarrow \delta q \quad (3.30)$$

Ovakav pristup u literaturi se naziva još i metoda najmanjih kvadrata što proističe iz činjenice da norma predstavlja dužinu vektora, odnosno u ovom slučaju dužinu razlike dva vektora, δx i $J\delta q$, i izračunava se kao kvadratni koren sume kvadrata komponenata vektora. Pristup minimalne norme u kontekstu matematičkog aparata linearne algebre ima opštiji karakter nego što je to smisao za primenu kod kinematskih transformacija u robotici, međutim kao takav vodi do rešenja koje je masovno primenjeno u ovoj oblasti i koje se naziva generalizovana inverzija, ili pseudoinverzija [185, 19].

Pronalaženje rešenja inverznog preslikavanja generalnog karaktera na bazi minimalne norme podrazumeva mogućnost da se vektor željenog prirasta δx definiše izvan podprostora $R(J)$, pa se rešenje produkuje minimizacijom distance što u geometrijskom smislu predstavlja vektor koji je ortogonalan na njega. Ortogonalnom projekcijom takvog vektora unutar R^m , na podprostor slike Jakobijan matice $R(J)$, dolazi se do fizički ostvarivog rešenja. Ortogonalnost u ovom kontekstu podrazumeva da je proizvod transponovane Jakobijan matrice $J^T(q)$ sa vektorom distance jednak nuli, jer predstavlja ortogonalni prostor u odnosu na njega, pa sledi:

$$J^T (\delta x - J\delta q) = 0 \rightarrow J^T \delta x - JJ^T \delta q = 0 \quad (3.31)$$

Daljim manipulacijama nad izrazom (3.31) u prvom koraku se dolazi do sistema jednačina polaznog izraza direktne kinematske transformacije prirasta koordinata $R^m \rightarrow R^n$, $J\delta q = \delta x$, u sledećem obliku:

$$JJ^T \delta q = J^T \delta x \quad (3.32)$$

Na osnovu (3.32) dalje sledi inverzna transformacija za slučaj kinematski redundantnih robota, odnosno inverzno linearno preslikavanje koje zadovoljava polazni uslov minimuma norme koji se ispunjava odgovarajućim prirastom vektora δq :

$$\delta q = J^T (JJ^T)^- \delta x \quad (3.33)$$

Iz prethodne relacije inverznog preslikavanja direktno se može izraziti pseudoinverzija Jakobijan matrice označena sa $J^+ \in R^{n \times m}$:

$$J^+ = J^T (JJ^T)^- \quad (3.34)$$

Prethodno navedeni oblik generalizovane inverzije Jakobijan matrice u literaturi je poznat kao *Moore-Penrose* pseudoinverzija. Izraz (3.34) predstavlja takozvanu desnu pseudoinverziju i karakteristično je da se koristi za inverziju matrice horizontalne pravougaone forme kakvu ima Jakobijan matrica kinematski redundantnih robotskih mehanizama $J \in R^{m \times n}$, gde je $m < n$. Ovakva forma je posledica pravila kojima se formira struktura matrice $J(q)$ prema navodima iz poglavlja 3.1. Kod takvih matrica pun rang odgovara broju redova, $\rho(J) = m$, i uočava se da u izrazu desne pseudoinverzije figuriše matrica koja je prethodno definisana kao karakteristična matrica sopstvenog sistema J_m . Matrica $J_m = JJ^T$ je kvadratna matrica punog ranga u slučaju desne pseudoinverzije i ukoliko polazna matrica nije singularna, odnosno ukoliko je $\rho(J) = m$, tada je moguće primeniti matematički aparat klasične inverzije nad J_m .

U slučaju kada je polazna Jakobijan matrica vertikalne pravougaone forme, tada se primenjuje takozvana leva pseudoinverzija, koja je sledećeg oblika:

$$J^+ = (J^T J)^- J^T \quad (3.35)$$

Jasno da u izrazu leve pseudoinverzije (3.35) figuriše karakteristična matrica sopstvenog sistema $J_n = J^T J$, jer u slučaju kada je $m > n$ tada matrica J_n predstavlja matricu punog ranga, pod prethodno pomenutim uslovima nesingularnosti polazne Jakobijan matrice. Međutim, prema pravilima formiranja Jakobijan matrice vertikalna pravougaona forma moguća je samo kod robotskog mehanizma čiji prostor radnog zadatka sadrži više koordinatnih osa nego konfiguracioni prostor, što nije slučaj koji se razmatra u okviru ove disertacije i u nastavku se inverzno preslikavanje isključivo povezuje sa desnom pseudoinverzijom.

Moore-Penrose oblik pseudoinverzije je jedinstven u smislu da zadovoljava četiri uslova odnosno jednačine koje važe i za klasičnu inverziju kvadratne nesingularne matrice, a oni za slučaj pravougaone Jakobijan matrice robotskog mehanizma prema [185] glase:

$$\begin{aligned} JJ^+ J &= J \\ J^+ JJ^+ &= J^+ \\ (JJ^+)^T &= JJ^+ \\ (J^+ J)^T &= J^+ J \end{aligned} \quad (3.36)$$

Generalizovanom inverzijom ili pseudoinverzijom naziva se bilo koja inverzija pravougaone matrice koja zadovoljava bar jedan od navedenih uslova [185, 19], i pri tome obezbeđuje rešenje prirasta koordinata u konfiguracionom prostoru δq koje će pod uslovom nesingularnosti produkovati željeno kretanje odnosno prirast koordinata vrha robota u prostoru radnog zadatka δx . U slučaju kada inverzija ne zadovoljava sve četiri jednakosti (3.36), tada rešenje neće zadovoljiti uslov minimalne

norme prirasta unutrašnjih koordinata, ali može biti konzistentno sa ispunjavanjem drugih kriterijuma koji su relevantni sa aspekta radnog zadatka robotskog sistema, što u kontekstu upravljanja kretanjem ostavlja prostor za implementaciju adaptivnih funkcija, ali otvara i mnoga pitanja povezana sa kinematskom konzistentnošću, dinamičkom stabilnošću i slično.

Dalji razvoj i sinteza ukupnog modela inverznog linearnog preslikavanja, ide u dva pravca: 1) modulacija norme, i 2) povezivanje sa komponentama sopstvenog sistema. Modulacijom norme praktično se menja karakter prostora, gde se za razliku od polaznog oblika koji korespondira Euklidovom prostoru, koji je homogen, ostvaruje određena deformacija što za posledicu ima nehomogenost odnosno anizotropnost. Ovakvim pristupom omogućuje se ostvarivanje različitih oblika pseudoinverzije i može se usmeriti ka potencijalnom ostvarivanju rešenja koje obezbeđuje izbegavanje singularnih konfiguracija i granica radnog prostora, što je direktno povezano sa svojstvima manipulabilnosti mehanizma robotske ruke i od izuzetnog je značaja za sintezu upravljačkih zakona. Različita rešenja inverznog linearnog preslikavanja, produkovana modulisanjem norme, najčešće se karakterišu kao težinski i prigušeni oblik pseudoinverzije. Dodatna generalizacija se ostvaruje povezivanjem sa sopstvenim sistemom, što je usko povezano i sa pristupom prigušenja, pa se pomenuti oblici pseudoinverzije u nastavku dalje izlažu kao deo analitičkog instrumentarijuma u matičnom obliku za rešavanje inženjerskih zadataka upravljanja kinematski redundantnim robotima.

3.3.1.2 Težinska pseudoinverzija

Poseban oblik inverznog preslikavanja predstavlja težinska pseudoinverzija pravougaone Jakobijan matrice za slučaj kinematski redundantne robotske ruke [48, 19, 256]. Polaznu osnovu za izvođenje izraza težinskog inverznog preslikavanja predstavlja minimizacija pozitivno definitne kvadratne forme razlika razmatranog sistema, $\delta x = J\delta q$, i izražava se na sledeći način:

$$\min \|\delta x - J\delta q\|_W^2 \rightarrow (\delta x - J\delta q)W(\delta x - J\delta q) \quad (3.37)$$

Iz prethodnog uslova minimizacije se na isti način kao i kod *Moore-Penrose* pseudoinverzije, primenom pravila ortogonalnosti, dolazi do izraza za težinsku pseudoinverziju koji glasi:

$$J_W^+ = W^{-1}J^T(JW^{-1}J^T)^{-1} \in R^{n \times m} \quad (3.38)$$

U izrazu (3.38) $W \in R^{n \times n}$ predstavlja pozitivno definitnu težinsku matricu, a $J_W = JW^{-1}J^T \in R^{m \times m}$ karakterističnu matricu sopstvenog sistema u svom težinskom obliku, koja je uvek kvadratna i simetrična bez obzira na raspored elemenata unutar težinske matrice. Elemente matrice W čine težinski koeficijenti i u opštem slučaju ona ne mora biti dijagonalna, niti simetrična, a njena forma i vrednosti težinskih koeficijenata se izračunavaju ili usvajaju na osnovu kriterijuma koji su povezani sa upravljačkim aspektima kretanja mehanizma kinematski redundantnog robota i radnog zadatka koji se izvršava. Kao polazna osnova ovakvog pristupa u robotici može se navesti primer izbora matrice masa mehanizma robotske ruke za težinsku matricu [113], i dalja generalizacija [53], čime se ostvaruju različiti oblici konzistentnosti. Opšta forma težinske matrice može se predstaviti na sledeći način, pri čemu je ona uvek kvadratnog oblika:

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix} \in R^{n \times n} \quad (3.39)$$

Oblik težinske pseudoinverzije koji u beskonačnom polju mogućih rešenja inverzne kinematske transformacije redundantne robotske ruke zadovoljava uslov minimalne norme prirasta unutrašnjih

koordinata, odnosno odgovara *Moore-Penrose* obliku predstavlja slučaj kada je težinska matrica jednaka jediničnoj $W=I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$. U tom smislu težinska pseudoinverzija predstavlja dodatnu generalizaciju ovog koncepta, jer u opštem okviru sadrži i polazni oblik.

Međutim, oba prethodno navedena oblika inverznog preslikavanja, *Moore-Penrose* i težinska pseudoinverzija, osetljive su na singularitete i u slučaju kada je nepotpun rang Jakobijan matrice mehanizma robotske ruke one su u matematičkom smislu neregularne, a u fizičkom smislu neizvodljive. Tada je potrebno klasičnim matematičkim aparatom izvršiti inverziju kvadratne karakteristične matrice sopstvenog sistema J_m , ili njenog težinskog oblika J_{wm} , što nije moguće jer su usled gubitka ranga polazne matrice i one singularne. U tom smislu ovde se pristup pseudoinverzije dalje upotpunjuje i generalizuje inverznim preslikavanjem koje se zasniva na dekompoziciji sopstvenog sistema Jakobijan matrice kao mape linearnog preslikavanja.

3.3.1.3 Pseudoinverzija dekompozicijom sopstvenog sistema

Formulacija inverznog linearnog preslikavanja, odnosno pseudoinverzija bazirana na dekompoziciji sopstvenog sistema matematički se u generalnom obliku izražava na sledeći način:

$$J_{\sigma}^{+}(q) = V_{n \times n} S^{+}_{n \times m} U^{T}_{m \times m} \quad (3.40)$$

U izrazu (3.40) S^{+} označava pseudoinverziju matrice S koja je prethodno generisana dekompozicijom polazne matrice $J(q)$. Kako je matrica S formirana iz dva bloka, gde prvi čini dijagonalna podmatrica singularnih vrednosti, a drugi blok je matrica nula, njena pseudoinverzija se izračunava jednostavno tako što dijagonalu prvog bloka matrice S^{+} čine recipročne vrednosti svake singularne vrednosti različite od nule ili veće od neke zadate granične vrednosti. Ako je m singularnih vrednosti različito od nule onda je matrica $J(q)$ punog ranga i pseudoinverzija bazirana na dekompoziciji sopstvenog sistema se svodi na *Moore-Penrose* oblik. Ukoliko je neka od singularnih vrednosti jednaka nuli, odnosno postoji singularitet matrice $J(q)$, onda se i korespondentna recipročna vrednost u matrici S^{+} upisuje kao nulta vrednost. U slučaju postojanja stanja singulariteta, postoji i podprostor $N(J^T)$, odnosno preslikavanje se odvija tako da se komponente željenog vektora prirasta δx koje su korespondentne podprostoru $N(J^T)$, označene sa δx_s , iz prostora radnog zadatka \mathbb{R}^m preslikavaju u nultu vrednost komponente vektora prirasta δq u \mathbb{R}^n , što je grafički predstavljeno na slici 3.4. Preslikavanjem komponenta δx_s u nulte vrednosti prirasta u konfiguracionom prostoru rezultujući vektor inverznog preslikavanja δq je takav da ne produkuje željene priraste u prostoru radnog zadatka. Ovo ukazuje na neregularnost dejstva singularne matrice $J(q)$ u realizaciji upravljačkih zakona, ali inverzno preslikavanje matematički postoji, opisano je analitički, i ostavlja prostor za dodatnu analizu i pronalaženje potencijalnog rešenja za ovakvo stanje. Na ovaj način se demonstrira generalni karakter pseudoinverzije izveden pristupom dekompozicije sopstvenog sistema, jer u opštem slučaju omogućuje selektivno uklanjanje pojedinačnih komponenti.

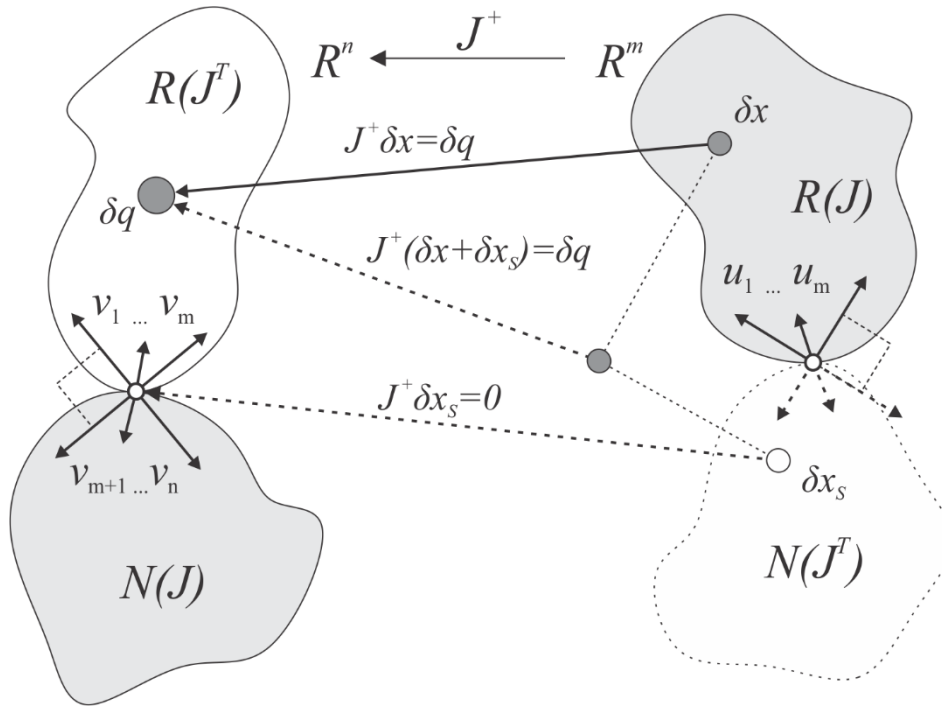
Razvijeni oblik prethodno opisane pseudoinverzije dekompozicijom sopstvenog sistema sa označenim skupovima sopstvenih vektora koji čine fundamentalne podprostore, kao i u slučaju direktnog preslikavanja, predstavlja se na sledeći način za uslov postojanja punog ranga:

$$J^{+}(q) = \underbrace{\begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1m} & v_{1l} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{j1} & \cdots & v_{jm} & v_{jl} & \cdots & v_{jn} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{n1} & \cdots & v_{nm} & v_{nl} & \cdots & v_{nn} \end{bmatrix}}_{\substack{R(J^T) \\ N(J)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \eta_m \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}}_{S^{+}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{m1} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ u_{1m} & \cdots & u_{mm} \end{bmatrix}}_{U^T} \underbrace{\quad}_{R(J)} \quad (3.41)$$

U izrazu (3.41) η_i predstavlja recipročnu vrednost singularne vrednosti σ_i , a u izrazu pseudoinverzije izračunava se uslovno u sledećem obliku:

$$\eta_i = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_i} & \text{ako je } \sigma_i > 0 \\ 0 & \text{ako je } \sigma_i < \varepsilon_\sigma \vee \sigma_i = 0 \end{cases}, \quad i = 1, m \quad (3.42)$$

U izrazu (3.42) ε_σ predstavlja zadatu graničnu skalarnu vrednost kojom se identifikuje konfiguracija bliska singularitetu.



Slika 3.4: Ilustracija fundamentalnih podprostora i korespondentnih inverznih preslikavanja linearne mape $J(q)$: proizvoljni vektor prirasta spoljašnjih koordinata δx , koji se u opštem slučaju sastoji od regularne i singularne komponente, δx i δx_s , koje se preslikavaju u podprostor slike konfiguracionog prostora, $R(J^T)$, relacija $J^+ \delta x = \delta q$, što odgovara prirastu δq korespondentnom regularnoj komponenti, ili u nulti prirast, relacija $J^+ \delta x_s = 0$, korespondentan singularnoj komponenti u slučaju postojanja singulariteta.

Analogno mapi direktnog linearnog preslikavanja $J(q)$, i mapa inverznog linearnog preslikavanja $J^+(q)$ može se predstaviti kao zbir međusobno nezavisnih, nespregnutih komponenata sopstvenog sistema odnosno matrica $J_{\sigma_i}^+$ čiji je rang $\rho(J_{\sigma_i}^+) = \rho_\sigma = 1$, na sledeći način:

$$J_\sigma^+(q) = \sum_{i=1}^{\rho} J_{\sigma_i}^+ = \sum_{i=1}^{\rho} v_i \frac{1}{\sigma_i} u_i^T, \quad \rho = \text{rang}(J) \quad (3.43)$$

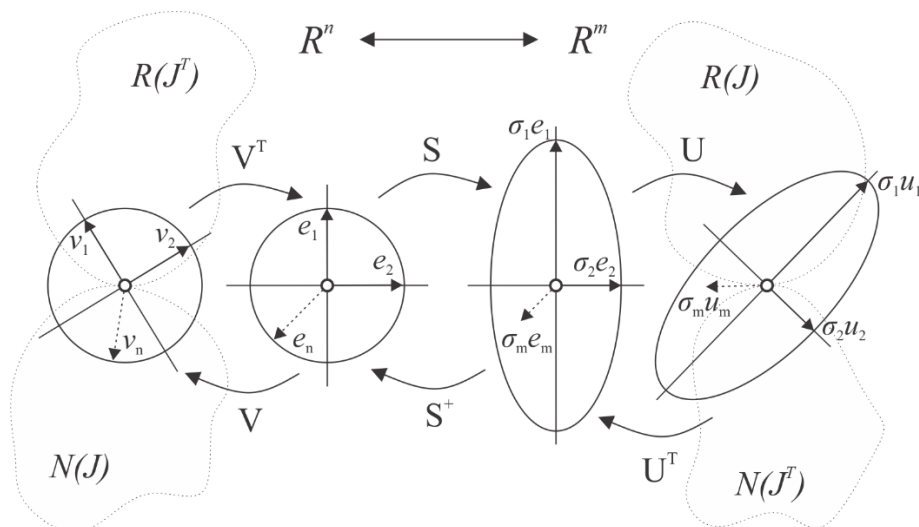
Upisivanjem nulte vrednosti η_i u S^+ za korespondentnu sopstvenu vrednost $\sigma_i = 0$ ili $\sigma_i < \varepsilon_\sigma$, tako da u sumi (3.43) figurišu samo komponente koje čine rang matrice $J(q)$, generiše se inverzno preslikavanje koje je u literaturi poznato i kao redukovana pseudoinverzija bazirana na dekompoziciji sopstvenog sistema (eng. *truncated SVD*), [163]. Preslikavanjem komponenti δx_s u nulti prirast praktično se redukuje norma ukupnog prirasta unutrašnjih koordinata δq kao rešenja inverznog preslikavanja uklanjanjem svih komponenata koje su jednake nuli ili su manje od zadate granične vrednosti ε_σ . Ovakvo rešenje obezbeđuje izbegavanje singularnih konfiguracija i posledično kinematsku stabilnost kroz matematičku konzistentnost, međutim produkuje grešku u ostvarivanju željenog pravca i intenziteta vektora kretanja u spoljašnjim koordinatama δx . U slučaju zadatka spajanja delova kretanje u spoljašnjim koordinatama predstavlja primarni zadatak koji ne sme biti ugrožen, gde je

posebno značajan pravac vektora prirasta δx . Ova činjenica je posebno bitna u fazi umetanja koja podrazumeva ograničeno kretanje odnosno zatvoren kinematski lanac, gde greške u sleđenju relativne trajektorije objekata mogu da uzrokuju neregularna stanja, a u krajnjem slučaju i havarijske efekte. Neophodno je da singularna konfiguracija, odnosno približavanje stanju singulariteta bude identifikovano unapred, na određeni način. Ovakvo ponašanje se analitičkim putem formuliše i ostvaruje primenom takozvane prigušene pseudoinverzije komponentata sopstvenog sistema. U nastavku se izlažu osnovne formulacije geometrijske interpretacije komponentata sopstvenog sistema, koje povezuju njihovo značenje kod direktnog i inverznog preslikavanja, a zatim kao ekstenzija polaznog koncepta sledi formulacija prigušene pseudoinverzije.

3.3.1.4 Geometrijska interpretacija sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja

Formulacijom dekompozicije sopstvenog sistema Jakobijan matrice, pored njenog osnovnog smisla koji se ogleda u preslikavanju vektora prirasta pomeraja iz jednog koordinatnog sistema u drugi, odnosno između različitih prostora, na osnovu komponentata sistema moguće je sagledati njenu geometrijsku interpretaciju koja je usko povezana sa singularitetima i sa upravljačkim aspektima manipulabilnosti razmatrane robotske ruke. Dejstvo komponentnih matrica mape linearnog preslikavanja $J(q)$ reprezentovano geometrijski, [225], direktno pokazuje kako svaka od komponentata sistema transformiše polaznu jediničnu hipersfernu strukturu iz R^n u elipsoid u R^m kod direktnog, i obrnuto kod inverznog preslikavanja, slika 3.5. U ovom kontekstu komponentne matrice mogu se formulisati na sledeći način: V – rotacija, S – skaliranje, U – rotacija. Kod direktnog linearnog preslikavanja redosled je takav da se prvo izvršava rotacija nominalnog jediničnog prirasta koordinata δq matricom V^T , zatim se u drugom koraku skaliranjem S prelazi u prostor radnog zadatka i formira se elipsoid, koji se u trećem koraku rotira u konačnu orijentaciju dejstvom matrice U . Tako formiran i pozicioniran elipsoid u R^m predstavlja elipsoid manipulabilnosti relevantan za primarni zadatak kretanja vrha robotske ruke u prostoru radnog zadatka.

Jedinični vektori u R^n odnosno jedinična hipersfera se u geometrijskoj interpretaciji postavlja na taj način kao referentna polazna osnova kojom se može jasno demonstrirati i ukazati na način dejstva mape linearnog preslikavanja $J(q)$ između dva prostora, dok u opštem slučaju vektor δq u R^n može biti proizvoljnog oblika. Kod inverznog linearnog preslikavanja redosled dejstva komponentnih matrica je obrnut, pa se prvo izvršava rotacija U^T , zatim skaliranje S^+ , i na kraju rotacija V . Međuprostorni oblici čiji je koordinatni sistem reprezentovan skupom vektora e , postoje samo u apstraktnom smislu i posledica su toka preslikavanja sukcesivnim dejstvom komponentata sopstvenog sistema, odnosno takvi oblici nemaju svoju fizičku interpretaciju i značenje kod kretanja robota.



Slika 3.5: Geometrijska interpretacija komponentata sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja, direktnog i inverznog, gde se tok preslikavanja reprezentuje sledećim dejstvom pripadajućih matrica: V^T ili V – rotacija, S ili S^+ – skaliranje, i U ili U^T – rotacija.

Postojanje singulariteta u geometrijskom smislu produkuje degenerisani oblik hipersfere ili elipsoida, u zavisnosti od smera preslikavanja, što direktno ukazuje na redukciju dimenzionalnosti radnog ili konfiguracionog prostora u opštem slučaju. U matematičkom, odnosno matičnom smislu, iako postoje funkcionalni operatori koji su prirodno singularni, stanje singulariteta je generalno nepoželjno, što je posebno izraženo kod upravljanja kretanjem robotske ruke, jer ima svoju fizičku interpretaciju u redukciji dimenzionalnosti odnosno gubitka stepena slobode i predstavlja neregularno stanje. Kao i kod ukupne matrice generalizovane krutosti K_x , gde se reprezentovanje kinetostatičkih karakteristika razdvaja na dva elipsoida, tako se i kod Jakobijan matrice svojstva manipulabilnosti mogu reprezentovati elipsoidima translacionog i rotacionog kretanja, koji su u opštem slučaju spregnuti na određeni način. Dalja interpretacija pojave stanja singulariteta i potencijalne mogućnosti za njegovo izbegavanje, ili smanjenje negativnih efekata koje može da produkuje, analizira se kroz prigušeni oblik pseudoinverzije.

3.3.1.5 Prigušena pseudoinverzija

Polazna osnova za definisanje prigušene pseudoinverzije predstavlja minimizacija zbira kvadratnih normi razlike prirasta koordinata i prirasta koordinata u konfiguracionom prostoru sa faktorom prigušenja γ u sledećem obliku [149]:

$$\min \left(\|\delta x - J\delta q\|^2 + \gamma^2 \|\delta q\|^2 \right) \rightarrow \delta q \quad (3.44)$$

Prethodni uslov minimizacije se realizuje uz primenu pravila ortogonalnosti i time svodi na sistem jednačina izražen na sledeći način u vektorskoj odnosno matičnoj formi:

$$\left(JJ^T + \gamma^2 I_m \right) \delta q = J^T \delta x \quad (3.45)$$

U izrazu (3.45) $I_m \in R^{m \times m}$ predstavlja jediničnu matricu, a $J_{\gamma m} = JJ^T + \gamma^2 I_m$ karakterističnu matricu sopstvenog sistema sa prigušenjem, koja zadržava kvadratni oblik i simetriju. Analogno slučaju minimizacije norme bez prigušenja ovde sledi izraz prigušenog inverznog preslikavanja odnosno pseudoinverzije u sledećem obliku:

$$\delta q = J_{\gamma}^+ \delta x = J^T \left(JJ^T + \gamma^2 I_m \right)^{-} \delta x \quad (3.46)$$

Prema [48] prigušeno inverzno preslikavanje (3.46) predstavlja specijalan oblik težinske pseudoinverzije gde se polazni uslov minimizacije norme postavlja sa dvostrukim otežinjenjem, odnosno sa dve različite težinske matrice:

$$\min \left(\|\delta x - J\delta q\|_{W_1}^2 + \gamma^2 \|\delta q\|_{W_2}^2 \right) \rightarrow \delta q \quad (3.47)$$

Uobičajenim postupkom rešavanja, odnosno zadovoljavanja uslova minimuma norme uz primenu pravila ortogonalnosti dolazi se do inverznog lineranog preslikavanja u sledećem matičnom obliku:

$$J_W^+ = W_1^{-1} J^T \left(JW_1^{-1} J^T + W_2^{-1} \right)^{-} \in R^{n \times m} \quad (3.48)$$

Izborom prve težinske matrice u obliku jedinične i izborom druge težinske matrice u dijagonalnoj formi koju množi skalarna vrednost prigušenja γ , tako da važi $W_1 = I_n$ i $W_2 = \gamma I_m$, dolazi se do prethodno izvedenog izraza prigušene pseudoinverzije (3.46). Praktično, ovakav pristup dodatno generalizuje pojam težinske pseudoinverzije i omogućuje kombinovanje sa pristupom prigušenog inverznog preslikavanja.

Sa druge strane, nadovezujući se na pseudoinverziju dekompozicijom sopstvenog sistema (3.43), korespondentni prigušeni oblik se izražava u sledećoj formi, kao suma nespregnutih komponenata odnosno matrica $J_{\gamma i}^+$ čiji je rang $\rho(J_{\gamma i}^+) = \rho_{\gamma} = l$:

$$J_{\gamma}^+(q) = \sum_{i=1}^{\rho} J_{\gamma i}^+ = \sum_{i=1}^{\rho} u_i \eta_{\rho i} v_i^T, \quad \rho = \text{rang}(J) \quad (3.49)$$

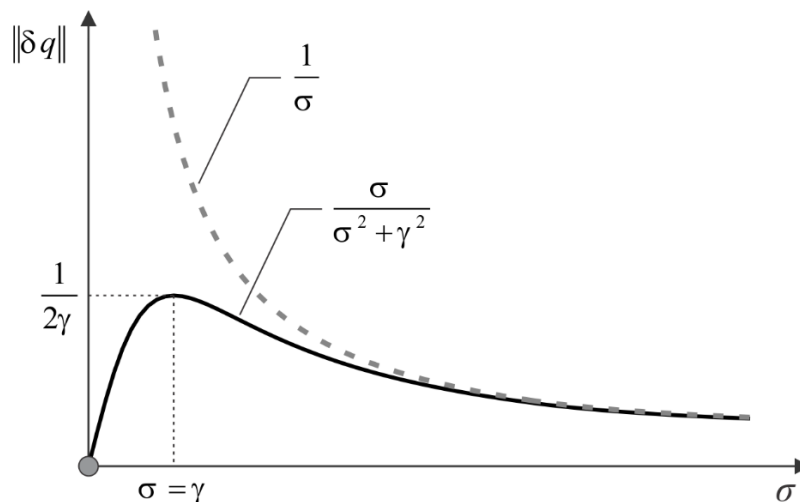
U izrazu (3.49) recipročna vrednost $\eta_{\rho i}$ nije određena uslovno kao odnos η_i kod neprigušene pseudoinverzije (3.43), već je određen u jedinstvenom obliku:

$$\eta_{\rho i} = \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \gamma_i^2} \quad (3.50)$$

Imajući u vidu jedinstveni oblik η_{ρ} u kojem figuriše faktor prigušenja inverznog linearnog preslikavanja γ , moguće je izdvojiti tri karakteristična slučaja [149]:

- $\sigma_i \gg \gamma_i$ – efekat prigušenja je beznačajan i odnos se svodi na klasičan oblik $\eta_{\rho i} \rightarrow \eta_i = 1/\sigma_i$
- $\sigma_i \approx \gamma_i$ – efekat prigušenja je prisutan i potiskuje potencijalno visoke norme prirasta δq
- $\sigma_i < \gamma_i$ – efekat prigušenja je prisutan, a eksponencijalno raste kako se smanjuje sopstvena vrednost, odnosno atenuacija norme vektora prirasta unutrašnjih koordinata je sve izraženija, što ukazuje na mogućnost ostvarivanja kontinualnosti/glatkosti u inverznom preslikavanju, odnosno izbegavanje diskontinuiteta tokom kretanja, čime se obezbeđuje stabilnost i u krajnjem slučaju izbegava singularna konfiguracija

Navedenim slučajevima od a) do c) opisuje se ponašanje prigušenog inverznog linearnog preslikavanja u slučaju pojave smanjivanja singularne vrednosti u određenom pravcu sopstvenog sistema, pa je na osnovu takve karakterizacije moguće dalje sintetisati odgovarajuće algoritme za identifikaciju potencijalnog stanja singulariteta i generisati fizički izvodljivo rešenje pseudoinverzije. Održavanjem glatkosti u kontinuitetu, održava se i diferencijabilnost odnosno mogućnost primene analitičkog instrumentarijuma, što je od izuzetnog značaja za razliku od pristupa pragovanja koji u opštem slučaju uvek predstavlja veštačko umetanje u postojeći matematički model i pokušaj da se na veštački način izbegne stanje singulariteta. Uopšteni slučaj uporednog prikaza inverznog linearnog preslikavanja odnosno ponašanja rešenja pseudoinverzije zasnovanog na klasičnoj i prigušenoj normi prikazan je na slici 3.6.



Slika 3.6: Uporedni prikaz rešenja pseudoinverzije zasnovane na klasičnoj i prigušenoj normi inverznog linearnog preslikavanja sa karakterističnom prevojnom tačkom, $\sigma = \gamma$, prigušenog oblika pseudoinverzije: σ – razmatrana singularna vrednost mape preslikavanja $J(q)$, γ – faktor prigušenja

Izbor faktora prigušenja γ_i potpuno je uslovljen upravljačkim aspektima, i generalno se određuje u zavisnosti od način ostvarivanja željenog ponašanja mehanizma robotske ruke tokom izvođenja radnog zadatka. Najjednostavnija primena prigušene pseudoinverzije odnosi se na zadavanje konstantne vrednosti faktora prigušenja, i takav pristup je numerički najmanje zahtevan za primenu u realnom vremenu. Sa druge strane, moguće je uvesti promenljive, adaptivne vrednosti, tako da se faktor prigušenja menja odnosno bude funkcija u zavisnosti od postavljenih kriterijuma [48], a sa ciljem efikasne identifikacije konfiguracija bliskih singularitetima i izbegavanja takvih stanja.

Važno je primetiti da uvođenje kriterijuma minimizacije vektorske norme u osnovnom i drugim oblicima, kao što su težinski i prigušeni, utiče samo na intenzitet singularnih vrednosti, dok singularni odnosno sopstveni vektori uvek ostaju nepromenjeni [149], što karakteriše sopstveni sistem. Takođe, fokus je potrebno usmeriti na izuzetan značaj identifikacije i praćenja najmanje singularne vrednosti jer ona jedina predstavlja preciznu i najdirektniju meru bliskosti singularitetima [149]. Fizički posmatrano, najmanja singularna vrednost predstavlja odnos vektora prirasta pomeraja δx i δq u pravcu u kojem je najteže ostvariti kretanje, pri čemu je ovaj pravac određen korespondentnim sopstvenim vektorom u_i .

Svi prethodno predstavljeni postupci pseudoinverzije odnosno inverznog linearnog preslikavanja sastoje se u tome da su varijantni oblici generalizovane inverzije usmereni ka izračunavanju partikularnog rešenja. Međutim, prema polaznoj jednačini (3.9), koja rešavanje inverznog linearnog preslikavanja bazira na projektorima, generalizovani model pomeraja mehanizma kinematski redundantne robotske ruke ukazuje na to da se ukupno rešenje sastoji iz partikularne i homogene komponente prirasta unutrašnjih koordinata. Postojanje homogene komponente zasniva se na tome da se komplementarnom projekcijom proizvoljnog vektora u odgovarajući podprostor konfiguracionog prostora može generisati vektor prirasta unutrašnjih koordinata koji je nezavisan od partikularne komponente. Matematičke osnove linearne algebre koje homogenu komponentu povezuju sa partikularnom u ukupnom modelu kretanja predstavljene su narednom podpoglavlju.

3.3.2 Ortogonalni komplementarni projektor

Prethodno je pokazano da se kod kinematski redundantnih robota konfiguracioni prostor sastoji od dva podprostora, $R(J^T)$ i $N(J)$, što je direktno povezano sa stavom da u ovom slučaju inverzno preslikavanje nije jednoznačno, već višeznačno, pa se pored ostvarivanja kretanja vrha mehanizma robotske ruke, TCP , u prostoru radnog zadatka može definisati i dodatni, sekundarni zadatak koji se realizuje simultano, nekonfliktno u konfiguracionom prostoru nule. Posmatrano sa aspekta linearne algebre inverzno linearno preslikavanje bazirano na prethodno izloženim oblicima pseudoinverzije, odvija se tako da se željeno kretanje odnosno prirast u spoljašnjim koordinatama δx preslikava u prirast unutrašnjih koordinata u podprostoru slike konfiguracionog prostora $R(J^T)$, i takvu komponentu ukupnog rešenja nazivamo partikularnom δq_P . Međutim, usled postojanja kinematske redundanse, gde je $R^n > R^m$, unutar konfiguracionog prostora postoji i podprostor nule odnosno jezgra $N(J)$ ortogonalan na $R(J^T)$, što za posledicu ima to da prirast unutrašnjih koordinata ostvaren u jezgru, kao homogena komponenta δq_N , u matematičkom smislu ne utiče na partikularnu komponentu rešenja koja obezbeđuje željeno kretanje u spoljašnjim koordinatama.

Za izračunavanje odnosno generisanje homogene komponente u matematičkom smislu potrebno je sintetisati transformaciju, koja se u linearnoj algebri naziva projekтивna matrica, sa takvim svojstvom da neki proizvoljni vektor prirasta projektuje u željeni prostor, odnosno podprostor konfiguracionog prostora. Projekтивna matrica se u linearnoj algebri naziva projektor, a projektovani vektor se naziva projekcija. U opštem slučaju moguće je definisati različite oblike projektoru koji vrše projekciju unutar kompletnog prostora, u određeni podprostor ili unutar jednog njegov dela.

3.3.2.1 Komplementarni podprostori mape linearnog preslikavanja

Osnovu za definisanje projektora predstavlja komplementarnost, ili preciznije ortogonalnost podprostora. Prema teoremi ortogonalne dekompozicije [163] slika i nula čine međusobno ortogonalne komplementarne podprostore, pa kod Jakobijan matrice $J(q) \in R^{m \times n}$ u prostoru radnog zadatka R^m i konfiguracionom prostoru R^n važi:

$$\begin{aligned} R^m &= R(J) \oplus R(J)^\perp = R(J) \oplus N(J^T) \\ R^n &= N(J) \oplus N(J)^\perp = N(J) \oplus R(J^T) \end{aligned} \quad (3.51)$$

U izrazu (3.51), u kontekstu upravljanja kinematski redundantnim robotima, polaznu osnovu predstavljaju fundamentalni podprostori $R(J)$ i $N(J)$, kako je definisano u podpoglavlju 3.2, a zatim se prostori dopunjuju ortogonalnim komplementima $N(J^T)$ i $R(J^T)$.

U slučaju mehanizma kinematski redundantne robotske ruke za razmatranje inverznog linearnog preslikavanja i sa tim povezanih projektora i projekcija relevantan je konfiguracioni prostor R^n Jakobijan matrice $J(q)$, odnosno njegovi podprostori slike $R(J^T)$ i nule $N(J)$.

3.3.2.2 Sinteza projektora komponentama sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja

Kako je u prethodnom delu ovog poglavlja pokazano, dekompozicija sopstvenog sistema Jakobijan matrice suštinski predstavlja ortogonalnu dekompoziciju, gde matrice $U \in R^{m \times m}$ i $V \in R^{m \times n}$ reprezentuju ortonormalne baze prostora R^m i R^n , respektivno. Razvijeni oblici mape direktnog i inverznog preslikavanja predstavljeni komponentama sopstvenog sistema, (3.27) i (3.41), direktno ukazuju na to da su vektori koji formiraju ortonormalne baze prostora R^n sadržani u matrici V . Za potrebe definisanja projektora ovde se matrica V dalje dekomponuje u dve matrice, V_R i V_N čiji su vektorski kolone korespondentni podprostorima $R(J^T)$ i $N(J)$, odnosno formiraju njihove ortonormalne baze koje su međusobno ortogonalne:

$$R(J^T) \rightarrow V_R = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{j1} & \cdots & v_{jm} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{n1} & \cdots & v_{nm} \end{bmatrix} \in R^{n \times m} \quad (3.52)$$

$$N(J) \rightarrow V_N = \begin{bmatrix} v_{1l} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{jl} & \cdots & v_{jn} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{nl} & \cdots & v_{nn} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{j1} & \cdots & v_{jr} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{n1} & \cdots & v_{nr} \end{bmatrix} \in R^{n \times r} \begin{cases} r = n - m \\ l = m + 1 \end{cases} \quad (3.53)$$

Navedena dimenzionalnost podprostora $n \times m$ i $n \times r$, odnosno matrice V_R i V_N koje reprezentuju njihove baze, važi samo u slučaju punog ranga $\rho(J) = m$. Zatim, r predstavlja red kinematske redundanse, kako je u uvodnom delu već formulisano, pa je ortonormalna podmatrica V_N dalje prevedena iz polazne notacije, koja odgovara ukupnoj matrici V , u notaciju koja odgovara dimenzijama $n \times r$. Pojava stanja singulariteta odnosno gubitka ranga, kada je $\rho(J) < m$, prethodno je detaljno analizirana i sistematski povezana sa promenama koje uzrokuje kod strukture ortonormalnih baza fundamentalnih podprostora, tako da se ovde taj slučaj ne razmatra posebno.

Prema [163, 256], gde se matematički formuliše pojam projektora i njegove osobine, može se zaključiti da se kod linearnih preslikavanja između radnog i konfiguracionog prostora Jakobijan matrice svaki proizvoljni vektor prirasta unutrašnjih koordinata formulisan kao $\delta q_0 \in R^n$, u slučaju postojanja komplementarnih podprostora unutar R^n , sastoji iz dve komponente i to: $\delta q_R \in R(J^T)$ i $\delta q_N \in N(J)$, takve da se kao komplementarne projekcije polaznog vektora formiraju na sledeći način:

$$\delta q_R = P \delta q \quad (3.54)$$

$$\delta q_N = P_C \delta q = (I - P) \delta q \quad (3.55)$$

U izrazima (3.54) i (3.55) matrice $P \in R^{n \times n}$ i $P_C \in R^{n \times n}$ predstavljaju projektor i komplementarni projektor, respektivno, gde se komplementarni projektor formira jednostavnom operacijom oduzimanja projektora P od matrice identiteta I_n . Kako vektori-kolone matrica V_R i V_N formiraju baze podprostora $R(J^T)$ i $N(J)$, sledi da se projektor i komplementarni projektor u opštem slučaju izračunavaju prema sledećim izrazima [163]:

$$P = V \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^{-1} = V_R (V_R^T V_R)^{-1} V_R^T = V_R V_R^+ \quad (3.56)$$

$$P_C = V \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_r \end{pmatrix} V^{-1} = V_N (V_N^T V_N)^{-1} V_N^T = V_N V_N^+ \quad (3.57)$$

Matrice V_R^+ i V_N^+ predstavljaju levu *Moore-Penrose* pseudoinverziju polaznih matrica V_R i V_N , respektivno, koje su vertikalne pravougaone forme, što je u skladu sa formulacijama izvedenim na početku podpoglavlja 3.3.1. Kako su dekompozicijom sopstvenog sistema Jakobijan matrice $J(q)$ formirane ortogonalne odnosno ortonormalne matrice U i V , takvo je i svojstvo baza podprostora koje one formiraju, pa sledi da je prethodno navedene izraze za izračunavanje projektora i komplementarnog projektora u opštem slučaju moguće predstaviti pojednostavljeno, na sledeći način:

$$P = V_R V_R^T = \sum_{i=1}^m v_{Ri} v_{Ri}^T \quad (3.58)$$

$$P_C = V_N V_N^T = \sum_{i=1}^r v_{Ni} v_{Ni}^T = I_n - \sum_{i=1}^m v_{Ri} v_{Ri}^T \quad (3.59)$$

Predstavljanje projektora sumom komponenata matrice V , gde m predstavlja broj stepeni slobode u radnom prostoru, a r broj redundantnih stepeni slobode, odnosno dimenzionalnost prostora nule, ukazuje na to da se i projektor može posmatrati kao kompozitna matrica, odnosno da se može dekomponovati. Ovakva analiza i rezultujuće svođenje postupka izračunavanja projektora na pojednostavljen oblik veoma je bitno za sisteme upravljanja kretanjem mehanizma kinematski redundantne robotske ruke, jer ima izuzetne implikacije u inženjerskom domenu, odnosno za praktičnu primenu zbog značajne redukcije obima izračunavanja, a takođe ukazuje i na izuzetan značaj dekompozicije sopstvenog sistema. Pored prethodno istaknutog značaja, ortogonalnost podprostora formalizovana projektorima, omogućuje da se potpuno izoluje konfiguracioni prostor nule, odnosno izvrši particija ukupnog konfiguracionog prostora, tako da se inverzno preslikavanje sastoji od dve suštinski nezavisne komponente i na taj način u matematičkom smislu omogućuje nekonfliktno izvršavanje primarnog i sekundarnih zadatka kretanja kinematski redundantnog robota, što pored odgovora na prvo pitanje sa početka ove glave daje osnovu za odgovor na drugo i treće.

3.3.2.3 Svojstva i značenje projektora kod inverznog linearnog preslikavanja

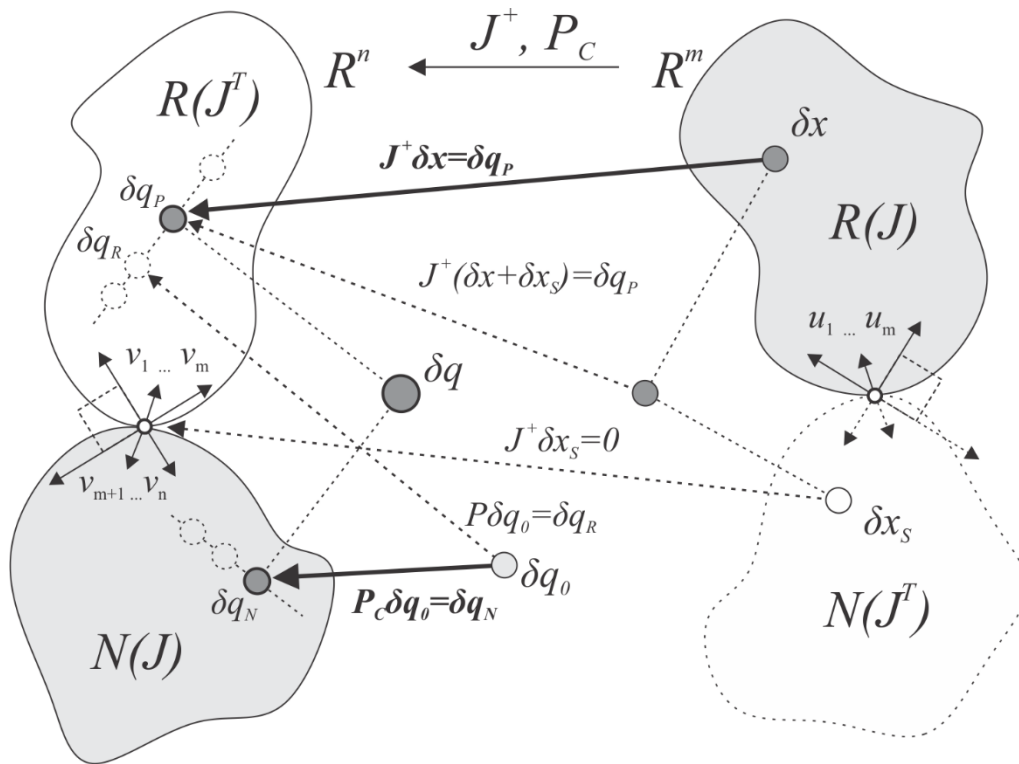
Za razliku od Jakobijan matrice koja transformaciju izvršava kao preslikavanje između različitih prostora, ortogonalne komplementarne projektore prema prethodnim navodima možemo predstaviti kao matrične operatore koji transformišu zadati vektor unutar prostora, a karakterišu ih sledeća fundamentalna svojstva, od kojih se neke navode u [163, 226]:

- a) Podprostori slike i jezgra projektora, $R(P)$ i $N(P)$ međusobno su takođe ortogonalni, kao i projektor i komplementarni projektor, i korespondente projekcije, pa sledi da je $PP_C=0$;
- b) Ukoliko je Jakobijan matrica dimenzija $J(q) \in R^{m \times n}$, gde je R^n konfiguracioni prostor onda su projektor i komplementarni projektor kao matrični operatori uvek dimenzija $n \times n$;
- c) Projektori su uvek singularne matrice, tako da važi sledeće pravilo ranga $\rho(P) + \rho(P_C) = n$, što je u skladu sa $P + P_C = I_n$, i ovo pravilo uvek važi, bez obzira na singularnost Jakobijan matrice;
- d) Projektori su simetrične i idempotentne matrice, tako da važi $P^T = P$ i $P^2 = P$;
- e) Matrična norma projektora je jednaka jediničnoj vrednosti, odnosno važi $\|P\| = 1$.

Znanje o osobinama projektora u kontekstu upravljanja kretanjem mehanizam robotske ruke takođe je od izuzetnog značaja jer ukazuje na to na koji način se mogu tretirati i analizirati u analitičkom obliku, što je bitno kod formiranja modela upravljanja.

Ortogonalna projekcija δq_R koja se izračunava prema (3.54) nije relevantna kod inverznog linearnog preslikavanja i pronalaženja rešenja u konfiguracionom prostoru redundantne robotske ruke, jer se partikularna komponenta δq_P izračunava preslikavanjem željenog vektora prirasta spoljašnjih koordinata izabranim oblikom pseudoinverzije Jakobijan matrice, kao primarni zadatak kretanja. Partikularna komponenta prirasta unutrašnjih koordinata, kao vektor koji pripada $R(J^T)$, matematički posmatrano ima čitav niz odnosno beskonačno mnogo ortogonalnih komplementa u $N(J)$, a uzimajući u obzir da su baze ova dva podprostora ortonormalne, važi i obrnuto. Izbor ortogonalnog komplementa odnosno komplementarnog prirasta unutrašnjih koordinata, koje nazivamo homogenom komponentom δq_N , zavisi od kriterijuma koji se postavljaju skupom sekundarnih zadataka, odnosno u matematičkom smislu proizvoljni vektor δq_0 i dodatnih upravljačkih aspekata koji su povezani sa pitanjima dinamičke stabilnosti i kinematske konzistentnosti. Ova pitanja su u opštem slučaju povezana sa mogućnošću da neskaliрана projekcija δq_N u fizičkom smislu može da produkuje poremećaj u izvršenju primarnog zadataka i na taj način ga posredno ugrozi, što se u narednoj glavi posebno analizira i razrađuje kao deo ukupnog modela upravljanja odnosno koordinacije tehnološkog zadatka spajanja. Kompletno rešenje inverznog linearnog preslikavanja (3.9), koje je u matematičkom smislu grafički predstavljeno na slici 3.7, povezuje pseudoinverziju i komplementarni projektor, i predstavlja formalno konsekventnu i funkcionalno konzistentnu osnovu za formiranje modela upravljanja kinematski redundantnim robotskim mehanizmima.

Pored prethodno analiziranog i matematički utemeljenog kompletnog modela inverznog linearnog preslikavanja, izuzetno je bitno dodatno razmotriti dva nerazdvojiva pitanja u kontekstu upravljanja kinematski redundantnim antropomorfnim manipulacionim robotima u izvršavanju tehnološkog zadatka spajanja, i to: 1) pitanje formulacije direktnog linearnog preslikavanja, u kontekstu prisustva homogene komponente; i 2) pitanje uloge komplementarnog projektora kod ostvarivanja tehnološkog zahteva upravljanja sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti. Ova dva pitanja adresirana su u nastavku, u sekcijama 3.3.2.4 i 3.3.2.5, respektivno.



Slika 3.7: Kompletna ilustracija fundamentalnih podprostora i korespondentnih inverznih preslikavanja linearne mape $J(q)$ sa dopunjenim sadržajem projektora: proizvoljni vektor prirasta unutrašnjih koordinata δq_0 , projektuje se u podprostor slike konfiguracionog prostora, $R(J^T)$, relacija $P\delta q_0 = \delta q_R$, i komplementarno se projektuje u ortogonalni podprostor nule, $N(J)$, relacija $P_C\delta q_0 = \delta q_N$.

3.3.2.4 Direktno linearno preslikavanje komplementarnih podprostora slike i nule

U kontekstu direktnog linearnog preslikavanja, gde se na osnovu partikularnih i homogenih komponenti kretanja, korespondentnih komplementarnim podprostorima slike i nule, izvršenih u konfiguracionom prostoru robotske ruke proizvode kretanje u prostoru radnog zadatka, moguće je reformulisati opštu formu izraza (3.4) na sledeći način:

$$\delta x = J\delta q = J(\delta q_P + \delta q_N) = J\delta q_P + [0]_m = \delta x_P + \delta x_N \quad (3.60)$$

U izrazu (3.60) jasno je da se partikularna komponenta δq_P preslikava u δx_P , dok se homogena komponenta δq_N preslikava u nulti vektor prirasta $\delta x_N = \{0\}_m$ u prostoru radnog zadatka, $x \in R^m$. Ovakva formulacija odgovara idealizovanom matematičkom modelu baziranom na instrumentarijumu linearne algebre i predstavlja otvoreno pitanje koje je potrebno razmotriti unutar eksperimentalnih istraživanja, kako simulacionih, tako i fizičkih. Takođe, ovakva situacija se usmerava ka mogućnosti ispunjavanja tehnoloških, kinetostatičkih zahteva na komplementaran način sa kinematskim, gde je posebno značajna uloga komplementarnog projektora.

3.3.2.5 Uloga projektora u upravljanju svojstvima generalizovane krutosti

U kontekstu tehnologije robotizovane montaže, gde su svojstva matrice generalizovane krutosti robotske ruke reprezentovana sopstvenim sistemom odnosno pripadajućim elipsoidom, identifikovana kao suštinski značajna za uspešnu realizaciju proizvoljnog netrivialnog slučaja procesa spajanja, sledi da je izbor ortogonalnog komplementa iz beskonačnog polja mogućih rešenja potrebno povezati sa pitanjem upravljanja kinetostatičkim svojstvima. Polazeći od inverzne kongruentne transformacije kojom se izračunava matrica generalizovane krutosti, uzimajući u obzir da je matrica aktucione krutosti antropomorfne kinematski redundantne robotske ruke sa monoartikularnim pogonom u zglobovima uvek dijagonalna, sa kvazi-konstantnim vrednostima

krutosti aktuatora, i kako je očigledno moguće upravljati sopstvenim sistemom Jakobijan matrice primenom operatora pseudoinverzije i komplementarnog projektora, sledi da je u opštem slučaju moguće upravljati i sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti. U praktičnom smislu, ovaj upravljački zahtev se ispunjava formulisanjem odgovarajućeg kriterijuma odnosno funkcije cilja, čiji se gradijent projektuje u prostor nule i tako izvršava izbor konfiguracije robotske ruke unutar konfiguracionog prostora nule. Sledi da se kinematska višeznačnost direktno može preslikati u kinetostatičku, čime je omogućeno ispuniti zahtev upravljanja kinetostatičkih svojstava uz očuvanje kinematske konzistentnosti primarnog zadatka manipulacije robotskog sistema za montažu. Na taj način je moguće ostvariti svojstva matrice generalizovane krutosti do nivoa skalarnog množioca koji definiše odnos sopstvenih vrednosti, uzimajući u obzir svojstvo homogenosti mape linearnog preslikavanja odnosno Jakobijana i kvazi-konstantnu vrednost krutosti aktuatora robotske ruke. Dodatno, kada je moguće upravljati i svojstvima krutosti akucionog sistema, tada je moguće u potpunosti zadovoljiti i uslov izbora proizvoljnog skalarnog množioca, odnosno u potpunosti upravljati sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti. Uvođenjem dodatnih zahteva pored upravljanja sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti, na primer zahtevi u kontekstu granica radnog hoda, singulariteta, izbegavanja kolizionih stanja, itd., i u zavisnosti od forme u kojoj su oni formulisani, pitanje dalje eksploatacije kinematske redundanse i ostvarivanja komplementarnih kretanja na bazi analitičkih linearnih modela inverznog preslikavanja, ovakav upravljački zadatak dalje se prevodi u domen višekriterijumske optimizacije sa ograničenjima tipa jednakosti i nejednakosti, što je u ovoj disertaciji izvedeno kroz kibernetiski koncept koordinacije i detaljno obrađeno u četvrtoj glavi.

3.3.3 Primenjene metode projektora kod kinematski redundantnih robota

Izvršavanja višestrukih zadataka primenom kinematski redundantnih robota, bazirano na metodama projektora, na osnovu dostupne literature i detaljne analize postojećih istraživačkih pristupa načelno je moguće kategorisati na one sa striktnom strukturom, bez striktno strukture i kombinovane, a uobičajeno je da se posmatra kao hijerarhijski model upravljanja. Prethodno data fundamentalna matematička utemeljenja i detaljna analiza postojećih pristupa predstavljaju osnovu za izgradnju odgovarajućih algoritama upravljanja za primenu u tehnologiji robotizovane montaže. Prvoj kategoriji sa striktnom strukturom pripadaju strategije sa projektovanjem zadataka nižeg prioriteta u prostor nule zadataka višeg prioriteta [217, 53, 68]. Primenom ovakve strategije zadatak najvišeg prioriteta se može u potpunosti ispuniti, dok se dopunski zadaci ispunjavaju u mogućoj meri i sve dok nisu u konfliktu sa zadacima višeg prioriteta. Jedan od istraživačkih pristupa predstavlja i metod rekurzivnih, sukcesivnih projekcija u prostor nule Jakobijan matrice zadataka višeg prioriteta [148, 30], gde se definišu i koriste različite projekтивne matrice u zavisnosti od izabranog modela upravljanja, baziranog na brzini, ubrzanju, sili, itd. Metod reverznog zadovoljavanja definisanih prioriteta [70] omogućuje da se svi zadaci izvedu u maksimalnom mogućem obimu, zadržavajući definisanu hijerarhiju tako što se zadatak najvišeg prioriteta procesira na kraju i dodaje ukupnom prirastu unutrašnjih koordinata, tako da je njegov uticaj u generisanom kretanju mehanizma robotske ruke dominantan, što u zavisnosti od raspoloživog ukupnog konfiguracionog prostora i korespondentnog prostora nule potencijalno omogućuje situaciju za delimično ili potpuno poništavanje uticaj zadataka nižeg prioriteta. Kod pristupa bez striktnog prioriteta, gde se u osnovi uvodi sprega između zadataka, najčešće se idempotentni projektori zamenjuju neidempotentnim koji ostvaruju aproksimativne projekcije. Ovakav pristup uključuje mogućnost da se projektori redefinišu odnosno da se reorganizuje hijerarhija tokom izvršenja zadataka, tako da se može ostvariti dinamičko raspoređivanje njihovih prioriteta [51, 46], što se može ostvariti i pristupom primene težinskih koeficijenata gde se prioritizacija izvodi dodeljivanjem skalarnog množioca i regulisanjem njihovog odnosa za svaki par zadataka koji su hijerarhijski susedni [207, 24]. Oba pristupa, sa i bez striktno hijerarhijske strukture, istražuju se i u pravcu primene metoda za rešavanje višestrukih zadataka kao nelinearnog optimizacionog problema, u formi kvadratne funkcije sa više promenljivih i sa međusobnim linearnim ograničenjima odnosno zavisnostima (eng. *quadratic programming*), [62,

88]. Pored prethodnog, postoje i pristupi koji kombinuju metode definisanja hijerarhije sa i bez striktno strukture i proizvoljnim brojem zadataka sa potpunim ili delimičnim projektovanjem u prostor nule zadataka viših prioriteta [140], uz ekstenziju pseudoinverzije sa težinskim matricom za održavanje konzistentnosti tokom dinamičke promene prioriteta [47], čime se redukuje efekat sprezanja između zadataka produkovan inercijom. Kao jedan od inovativnih pristupa koji razmatra kontrolabilnost prostora nule kroz kvantifikacioni indeks u kontekstu optimizacije manipulabilnosti može se navesti [119].

U nastavku se navode osnovne matematičke formulacije dominantnih teorijskih pristupa u domenu hijerarhijskog organizovanja za izvršavanje višestrukih zadataka baziranih na primeni metode projektora kod kinematski redundantnih robotskih sistema, i to pristupi sukcesivnog, augmentovanog i reverznog projektora. Međutim, izuzetno je važno naglasiti to da iako je diverzitet inženjerskih istraživanja očigledno ogroman u ovoj oblasti, još uvek nisu prisutni sistemski pristupi bazirani na kibernetičkom konceptu hijerarhijskog organizovanja i koordinacije.

3.3.3.1 Sukcesivni projektor

Sukcesivni projektor odnosno pristup sukcesivnih projekcija, polazeći od osnovne formulacije inverznog linearnog preslikavanja, podrazumeva sumiranje prirasta korespondentnih svim sekundarnim zadacima, odnosno svim nižim hijerarhijskim nivoima:

$$\delta q = \delta q_p + \delta q_N = \delta q_p + \sum_{k=1}^s \delta q_{Nk} \quad (3.61)$$

Svaki član sume sekundarnih zadataka izračunava se kao sukcesivna projekcija na sledeći način [55]:

$$\delta q_{Nk} = P_k^S(q) \delta q_{0k} \quad (3.62)$$

$$P_k^S(q) = P_{k-1}^S(q) \left[I_n - J_{k-1}^+(q) J_{k-1}(q) \right] \quad (3.63)$$

Ovaj pristup detaljno je analiziran u kontekstu inverznog preslikavanja u [8]. Potrebno je napomenuti da u striktnom matematičkom smislu projektor izračunat izrazom (3.63) nema svojstvo idempotentnosti. Prisustvom neidempotentnosti sledi da je rešenje koje se ostvaruje aproksimativno. Međutim, ovaj pristup formiranja projektora široko je rasprostranjen u oblasti upravljanja kretanjem kinematski redundantnih robota, posebno u oblasti servisne robotike, i relativno je jednostavan za implementaciju.

Aproksimativna izračunavanja nisu pogodna za direktnu primenu kod tehnološkog zadatka spajanja delova, posebno kada se razmatra imperativno očuvanje integriteta zadatka primarnog nivoa, zbog ograničenog kretanja delova koji se spajaju. Međutim, generalna ideja sukcesivnih projekcija, kao jedan od generičkih pristupa prisutnih u literaturi, veoma je značajna za izgradnju odgovarajućih metoda primenljivih i u tehnologiji robotizovane montaže.

3.3.3.2 Augmentovani projektor

Pristup augmentovanih projekcija takođe se primenjuje u upravljanju kinematski redundantnim robotima, a fundamentalno utemeljenje ove metode pronalazi se u [217]. Unutar sekundarnog hijerarhijskog nivoa, opšti oblik sabiranja projekcija je identičan kao kod sukcesivnih projekcija:

$$\delta q_{Nk} = P_k^A(q) \delta q_{0k} \quad (3.64)$$

Međutim, projektor P_k^A se kod pristupa augmentovanih projekcija izračunava na sledeći način:

$$P_k^A(q) = I_n - J_{k-1}^{A+}(q) J_{k-1}^A(q) \quad (3.65)$$

U izrazu (3.65) J^A predstavlja augmentovanu Jakobijan matricu koja u svakom koraku izračunavanja projektora nižeg hijerarhijskog nivoa sadrži sve Jakobijan matrice procesnih primitiva višeg prioriteta, odnosno dimenzija mape linearnog preslikavanja se menja/povećava iz koraka u korak i predstavlja se sledećom opštom formom:

$$J_{k-1}^A(q) = \begin{bmatrix} J_1(q) \\ J_2(q) \\ \vdots \\ J_{k-1}(q) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Direktna implementacija (3.65) je složena imajući u vidu promenu dimenzionalnosti (3.66) iz koraka u korak, a pre svega primena je računski izuzetno zahtevna, pa se uobičajeno koriste rekurzivni algoritmi koji pojednostavljaju izračunavanje na sledeći način [14, 55]:

$$\hat{J}_{k-1}(q) = J_{k-1}(q)P_{k-1}^{A T}(q) \quad (3.67)$$

$$P_k^A(q) = P_{k-1}^A(q) \left[I_n - \hat{J}_{k-1}^+(q) \hat{J}_{k-1}(q) \right] \quad (3.68)$$

Izrazom (3.67) izračunava se Jakobijan matrica k -tog nivoa projektovanog u prostor nule svih zadataka višeg hijerarhijskog prioriteta. Praktično, ovakvom modifikacijom dolazi se ponovo do oblika sukcesivnih projekcija koji se u odnosu na originalni sukcesivni pristup razlikuje samo u dodavanju međukoraka (3.65). Za razliku od direktne primene sukcesivnih projekcija, pristup proširenog projektora može obezbediti očuvanje definisane višenivojske hijerarhije zadataka u potpunosti.

3.3.3 Reverzni projektor

Pristup reverznih projekcija predstavlja sistematičan pristup koji potencijalno omogućuje da se izmenom redosleda zadovoljavanja zadataka, tako što se umesto sa najvišeg kreće od najnižeg nivoa, razreše problematične situacije pojave singulariteta, kinematskih i algoritamskih, na koje je prethodni metod augmentovanih projekcija osetljiv. Slabost se ogleda u tome da se usled pojave kinematskih singulariteta za pseudoinverziju Jakobijan matrice koriste pristupi prigušenih pseudoinverzija opšte forme (3.46), čime je i matematička konzistentnost komplementarnog projektora narušena, pa se njegovo izračunavanje usled pada ranga mape linearnog preslikavanja $J(q)$ izvodi u sledećem izmenjenom obliku u odnosu na (3.59):

$$P_C = I_n - \sum_{i=1}^m v_{Ri} v_{Ri}^T \xrightarrow{\rho = \text{rank}(J) < m} I_n - \sum_{i=1}^{\rho} v_{Ri} v_{Ri}^T \quad (3.69)$$

S obzirom na rekurzivna izračunavanja kod ovog pristupa, kao i kod sukcesivnih i proširenih projekcija, ovde se ne razmatra samo pitanje singulariteta primarnog zadatka, već bilo kog zadatka u hijerarhijskoj strukturi. Pored kinematskih singulariteta, potencijalnu slabost klasičnih pristupa rekurzivnih projekcija predstavljaju i algoritamski singulariteti koji nastaju kao posledica konfliktnosti zadataka, odnosno linearne zavisnosti njihovih pripadajućih Jakobijan matrica. Posledice ovakvog stanja se ogledaju u deformisanju i narušavanju zadataka višeg hijerarhijskog nivoa koji su u prethodnom koraku zadovoljeni, usled ispunjavanja zadataka nižeg prioriteta u narednom koraku. Pristup reverznih projekcija koji je inicijalno izgrađen i predstavljen u [70] predlaže zadovoljavanje zadataka od najnižeg ka najvišem nivou hijerarhijske strukture, tako da je zadatak koji je poslednji u nizu projekcija ispunjen u potpunosti, a zadaci nižih hijerarhijskih nivoa ostaju zadovoljeni u meri u kojoj nisu konfliktni odnosno u meri u kojoj su linearno nezavisni od narednog zadatka višeg prioriteta. Delimična ispunjenost zahteva zadataka nižeg prioriteta je uvek

prisutna kada mehanizam redundantne robotske ruke ne raspolaže dovoljnim kapacitetom konfiguracionog prostora nule. Međutim primenom reverznih projekcija zadaci nižeg prioriteta nisu deformisani, što je od suštinske važnosti kao generalna formulacija. Ovakav pristup zahteva definisanje proširene Jakobijan matrice koja sadrži relativne Jakobijan matrice radnih zadataka J_{ij} od nižeg nivoa i ka višem nivou j (obrnuto od klasičnog pristupa proširenih projekcija), i to tako formulisanih da sadrže samo linearno nespregnute elemente [70]:

$$J_{k+1}^R(q) = \begin{bmatrix} J_{k+1|k}(q) \\ J_{k+2|k}(q) \\ \vdots \\ J_{l|k}(q) \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Dalje se korespondentna projektivna matrica, kao ključni korak ovog pristupa, a zatim i ukupan prirast unutrašnjih koordinata za dva zadatka susednih hijerarhijskih nivoa, višeg k i nižeg $k+1$, izračunavaju kao:

$$P_{k+1}^R(q) = I - J_{k+1}^{R+}(q)J_{k+1}^R(q) \quad (3.71)$$

$$\delta q_k = (J_k(q)P_{k+1}^R(q))^+ \delta x_k + \left[I - (J_k(q)P_{k+1}^R(q))^+ J_k(q) \right] \delta q_{k+1} \quad (3.72)$$

Matrica J_k predstavlja Jakobijan matricu zadatka hijerarhijskog nivoa k , a vektor δx_k korespondentni željeni prirast u prostoru radnog zadatka.

4. Hijerarhijsko organizovanje i koordinacija tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja

Tehnološki zadaci, čak i na svom elementarnom nivou, po pravilu su izuzetno kompleksni. Karakteriše ih organizaciona složenost i heterogenost zahteva koje je potrebno ispuniti. To važi i za zadatak spajanja delova u tehnologiji montaže. Posledično, ovim se otvara potreba rigoroznijeg ispitivanja ovog aspekta procesa spajanja, uz pokušaj postavke odgovarajućeg formalnog okvira dovoljnog stepena opštosti.

U tehnologiji robotizovane montaže, biomimetski pristup uvek predstavlja jednu dobru polaznu osnovu za pronalaženje odgovora na mnoga pitanja. U ovom kontekstu čovek se posmatra kao bliski biološki ekvivalent robota koji je ključni tehnološki entitet u sistemima za montažu. Čovek u izvršavanju zadataka koristi složene kognitivno-senzorske mehanizme za percepciju okruženja odnosno polaznog stanja zadatka i donošenje odluka tokom izvršavanja, a akcije sprovodi na bazi raspoloživih kapaciteta mehaničko-motoričkih sposobnosti i svojstava koje ima ugrađene u svoju fizičku strukturu. Čovek izvršava zadatak spajanja tako što koristi vizuelnu i taktilnu percepciju, zatim mentalne radnje za obradu senzorskih i drugih informacija, i mehaničko-motoričke sposobnosti za sprovođenje koordinisanih pokreta ruku, šaka i kompletne koštano-mišićne strukture tela, gde odgovarajuće aktivnosti: a)percepcije stanja okruženja, b)odlučivanja i c)akcije, izvodi simultano kroz složene mentalne mehanizme, ne obraćajući svesno pažnju na svaki zahtev koji ispunjava simultano i na svaku fazu zadatka posebno, već na kompleksan zadatak u celini, vođen ispunjavanjem krajnjeg cilja. Praktično, biologija nas na ovaj način inspiriše kako da se kroz inženjerske pristupe gradi sistem za izvršavanje kompleksnih zadataka. Ovaj aspekt je u ontološkom kontekstu obrađen u drugom poglavlju ove disertacije, kroz primenu formalizma agenta, odnosno posmatranje robotskog sistema za montažu kao agentskog kompozita, čime je stvorena osnova za dalju ekstenziju ka primeni biomimetskog pristupa. Dalja nadogradnja, posebno motivisana stvaranjem formalnog okvira za sintezu inženjerskih rešenja kompleksnih robotskih sistema za montažu, usmerava se ka opštoj teoriji hijerarhijskih sistema i nameri da se taj okvir iskoristi za traženje formalno konsekventnih rešenja problema kompleksnosti tehnološkog zadatka montaže, a posebno sa aspekta simultanog izvršavanja višestrukih zahteva u procesu robotizovanog spajanja.

Istovremeno ili simultano izvršavanje višestrukih zahteva, osim u jednostavnim manipulacionim zadacima, često je problem koji se postavlja u razvoju upravljačkih algoritama kod robotskih sistema, posebno redundantnih (a vremenom hiperredundantnih, bimanuelnih i polimanuelnih/kolaborativnih sistema, čemu se teži u biomimetskom pristupu sa ciljem približavanja veštačkih tehnoloških entiteta sposobnostima koje čovek poseduje i primenjuje u izvršavanju složenih tehnoloških zadataka), i predstavlja pitanje na koje se decenijama unazad nude potencijalni odgovori, uz još uvek rastuću aktuelnost ovih istraživanja. To je zahtev koji se najčešće razmatra u oblasti servisne robotike, ali takođe i u primerima tehnoloških zadataka gde se susreću robotske tehnologije i proizvodni procesi, što je u ovoj disertaciji od posebnog značaja u kontekstu tehnologije robotizovane montaže, gde je simultano ispunjavanje većeg broja zahteva imperativno. Međutim, iako su neki od postojećih pristupa [178, 55, 218] čvrsto utemeljeni i primenjeni, mada uglavnom ne kod tehnoloških zadataka, nijedan od njih nije izveden na bazi sistemskog okvira hijerarhijskog organizovanja i koordinacije zadataka [230], već predstavljaju pronalaženje partikularnih rešenja, sa pojedinačnim slučajevima pokušaja generalizacije.

Opšta teorija sistema [161] predstavlja dobro izgrađenu formalnu bazu, uključujući i hijerarhijske višenivojske sistema [160], i čini se posebno pogodnom za potrebe formalizacije inherentno hijerarhijske strukture tehnološkog zadatka spajanja. Ovo se dalje povezuje sa kibernetiskim konceptom razumevanja sistema [230], koji pored opštih sistemskih okvira uključuje i upravljanje, odnosno aktivnu interakciju sistema sa okruženjem i unutar njega, ili u užem smislu procesa koji se u njima odvija. Aktuelnost metodološkog okvira hijerarhijske organizacije prepoznata je i u

razvojnem programu kibernetiko-fizičkih sistema *NSF*, [76], kao jedan od osnovnih koncepata koji karakteriše njihovu arhitekturu, što ukazuje i na vremensku invarijantnost ovog pristupa. U skladu sa ovakvom polaznom osnovom, u ovoj disertaciji upravljački pristup fundira se na hijerarhijskom organizovanju i koordinaciji izvršavanja višestrukih zahteva u okviru tehnološkog zadatka spajanja, primenom principa opšte teorije sistema i kibernetike, kao formalnom konceptualnom okviru.

4.1 Hijerarhija i kibernetiska formalizacija problema

U okvirima matematičke teorije opštih sistema, sistemi koji sadrže komponentu upravljačke funkcije prepoznaju se kao klasa kibernetičkih sistema [160, 161, 230]. Kibernetičkim pristupom formalizacije zadaci se postavljaju i reprezentuju kao ciljevi koje sistem treba da ostvari (eng. *goal setting*), a ostvarivanje cilja postavljenog zadatkom reprezentuje se kao kretanje, navođenje ka cilju ili proces postizanja cilja (eng. *goal seeking*). Za ostvarivanje globalnog cilja, postavljenog kompleksnim zadatkom, neophodno je da sistem bude stratifikovan i hijerarhijski organizovan, tako da ima svojstvo harmoničnog ispunjavanja individualnih ciljeva (*IC*) od kojih je kompleksan zadatak komponovan. Sledstveno tome, formalizacija postavljenog problema usmerava se ka dekompoziciji i strukturiranju zadatka, reprezentaciji procesnog tehnološkog primitiva i hijerarhijskom organizovanju izvršavanja kompleksnog tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja kroz koordinaciju pripadajućih aktivnosti. U kontekstu agentne strukture globalni cilj izvršenja tehnološkog zadatka postavlja se pred agenta za montažu, $AM\#x$, a individualni ciljevi se dodeljuju podagnetima koji su u hijerarhijskoj organizaciji tehnološkog zadatka (*TZ*) korespondentni procesnim primitivima.

4.1.1 Hijerarhijska priroda tehnološkog zadatka

Kompleksnost tehnološkog zadatka potiče od niza heterogenih zahteva i strukturne složenosti aktivnosti od kojih se njegovo izvršavanje sastoji. Kada čovek u manuelnom sistemu za montažu izvršava, na primer, tehnološki zadatak spajanja on ne obraća pažnju svesno na sve aktivnosti i njihovu heterogenost, već je vođen krajnjim ciljem. U ovom kontekstu kompleksnost se može povezati sa netransparentnošću organizacije skupa aktivnosti i sa netransparentnošću svake od aktivnosti posebno. Čovek u izvršavanju zadatka montaže ne meri egzaktno relativne koordinate svojih pokreta, silu spajanja i ostale promenljive veličine procesa, već na osnovu poznatog početnog stanja i zadatog krajnjeg stanja, ostvaruje postavljeni cilj koristeći svoje kognitivne sposobnosti. Posmatrano sa aspekta tehnološkog sistema, ovakav način izvođenja zadatka predstavlja netransparentan ili delimično transparentan skup aktivnosti, algoritama, iza kojih u biološkom svetu stoje znanje, veštine i iskustvo, odnosno evolucija. Potpuno suprotno, kod robotskih tehnoloških sistema, reprezentovanje tehnološkog zadatka ostvaruje se potpunom transparentnošću, uređenim skupom procesnih primitiva.

Definicija 4.1

Tehnološki zadatak predstavlja kompozit kojim se postavlja globalni cilj, TZ_{gc} , koji je u opštem slučaju kompleksan i reprezentuje se uređenim skupom dva ili više procesnih primitiva, $OP\#x$, sa različitim stepenom transparentnosti u odnosu na observera.

Definicija 4.2

Procesni primitiv $OP\#x$ predstavlja uređeni skup aktivnosti sa jedinstvenim individualnim ciljem, $OP\#x_{ic}$. Dalja dekompozicija procesnog primitiva nije moguća.

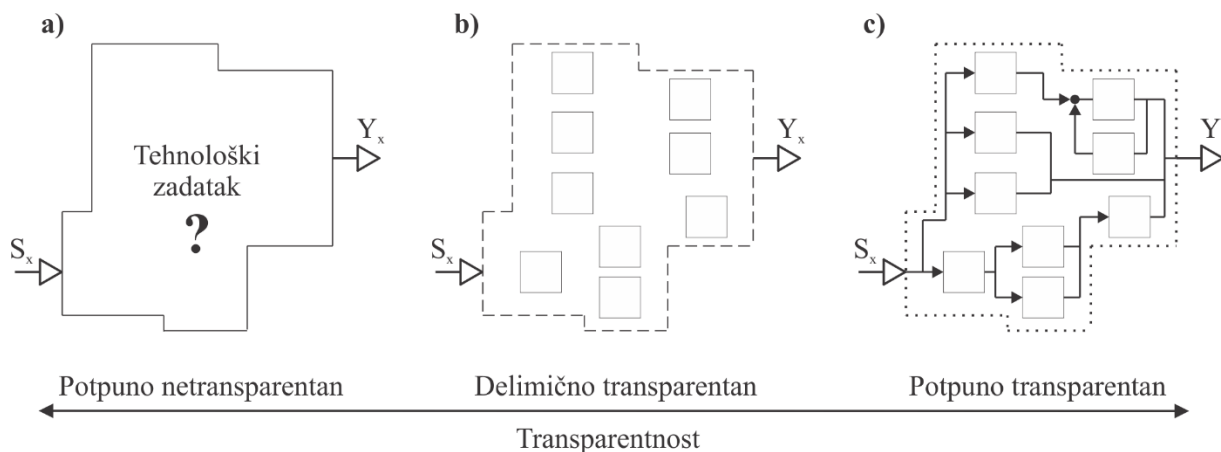
Posmatrajući tehnološki zadatak kao deo ukupnog prostora tehnološkog sistema, odnosno okruženja, ovde se formuliše pojam granice koja deli ukupni prostor aktivnosti na deo koji je tehnološki zadatak i deo koji nije tehnološki zadatak. Granica je kategorična. Granica može da bude propustljiva za informaciju, masu i energiju. Ograničavajući se na informaciju, propustljivost granice se može povezati sa pojmom transparentnosti.

Definicija 4.3

Transparentnost je mera informacione propustljivosti granice tehnološkog zadatka u odnosu na observera.

Vodeći se definicijom 4.3, moguće je izvesti odgovarajuću analizu u kontekstu transparentnosti tehnološkog zadatka. U opštem slučaju tehnološki zadatak je informaciono polutransparentan, gde observer ima delimični uvid u njegovu unutrašnju organizaciju. Observer određuje relevantni informacioni sadržaj, pa se pojam transparentnosti relativizuje u odnosu na observera, pri čemu su bez obzira na meru informacione propustljivosti uvek poznati ulaz S_x i izlaz Y_x , što je ilustrovano na slici 4.1. Shodno prethodno navedenom, tehnološki zadatak u opštem slučaju može da se formuliše kao:

- 1) Potpuno netransparentan – observer ima uvid u zadatak kao celinu, bez uvida u njegovu organizaciju, granica je potpuno informaciono nepropusna (zadatak može biti opisan heuristički, sistem je zatvoren za observera), slika 4.1a;
- 2) Delimično transparentan – observer ima uvid u elemente zadatka, ali ne i njihove relacije, granica je delimično informaciono propusna (zadatak može biti opisan parcijalno heuristički i analitički), slika 4.1b;
- 3) Potpuno transparentan – observer prepoznaje sve elemente zadatka i njihove relacije, granica je potpuno informaciono propusna (zadatak u potpunosti može biti opisan analitički, sistem je otvoren za observera), slika 4.1c.

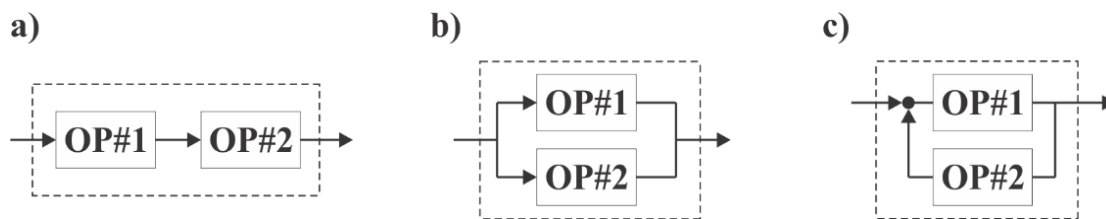


Slika 4.1: Kontinuum transparentnosti organizacije tehnološkog zadatka, sa razmatranim slučajevima: a) potpuna transparentnost, b) delimična transparentnost, i c) potpuna transparentnost, gde su S_x i Y_x ulaz i izlaz sistema, respektivno.

Najčešće je tehnološki zadatak potpuno transparentan u odnosu na informacioni sadržaj relevantan za njegovo izvršavanje, ali ne i u odnosu na unutrašnje mehanizme od kojih je zadatak sačinjen. Ovo je često slučaj kod manuelnih sistema, gde čovek autonomno izvršava tehnološki zadatak skoro potpuno netransparentno za okruženje. Ova činjenica otvara pitanje prenosa znanja i veština sa manuelnih na robotske sisteme, što je generalno moguće, tehnološki poželjno, ali zahteva izgradnju odgovarajuće metodologije za povećanje transparentnosti procesa i sistema u celini. Mi defakto kod netransparentnih sistema znamo odgovor na ontološko pitanje ŠTA, ali ne i na pitanje KAKO. Znamo šta čovek radi kada izvršava zadatak u okviru manuelnih sistema za montažu, poznati su ulaz S_x i izlaz Y_x , poznata je granica, dok većina informacionog sadržaja relevantna za prenos tehnološkog zadatka na robotski sistem ostaje „neuhvatljiva“, pa otuda i netransparentna.

Spomenuto pitanje prenosa znanja i veština sa čoveka na tehničke sisteme je deo jednog šireg konteksta, procesnog određenja tehnološkog zadatka, i obuhvata pitanja kao što su upravljanje, praćenje, planiranje, itd.

Dekompozicijom netransparentnog kompleksnog tehnološkog zadatka na skup elementarnih zadataka, i ponovnom kompozicijom formira se transparentan uređeni skup procesnih primitiva, $OP\#x$, sa pripadajućim individualnim ciljevima, $OP\#x_{ic}$, što je imperativno za robotske tehnološke sisteme, što je u skladu sa definicijom 4.1. Strukturiranje, odnosno kompozicija tehnološkog zadatka, izvodi se uvođenjem relacija između procesnih primitiva na osnovu odgovarajućih operatora sekvencijalne, paralelne i povratne sprege, čije je kibernetско reprezentovanje prikazano na slici 4.2.



Slika 4.2: Operatori sprege procesnih primitiva $OP\#x$, kao gradivne veze hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka: a) sekvencijalna, b) paralelna, c) povratna sprega

Posmatrajući spregu po vremenu, sekvencijalna sprega podrazumeva da se u jednom intervalu vremena izvršava samo jedan proces, a paralelna sprega da se više procesnih primitiva izvršava istovremeno odnosno simultano. U opštem slučaju, struktura uređenog skupa procesnih primitiva odnosno tehnološkog zadatka je složena i formira se kombinacijom sekvencijalne, paralelne i povratne sprege, kao što je to prethodno prikazano na slici 4.1c.

Upravljanje aktivnostima skupa procesnih primitiva odnosno ostvarivanje postavljenih individualnih ciljeva izuzetno je zahtevno u slučaju paralelnog izvršavanja. To je slučaj kada se pored dekompozicije i strukturnog uređenja, nameće potreba hijerarhijskog organizovanja i prioritizacije zadataka. Paralelno ispunjavanje više različitih zahteva, organizovanih kao uređeni skup procesnih primitiva, karakteristično je za tehnologiju robotizovane montaže, a posebno za zadatak spajanja. U ovoj disertaciji kibernetски pristup hijerarhijskom organizovanju i koordinaciji sistema za izvršavanje kompleksnog zadatka, polazi od kibernetске reprezentacije procesnog tehnološkog primitiva, kao komponente složenih sistemskih konstrukata, što se u nastavku razmatra.

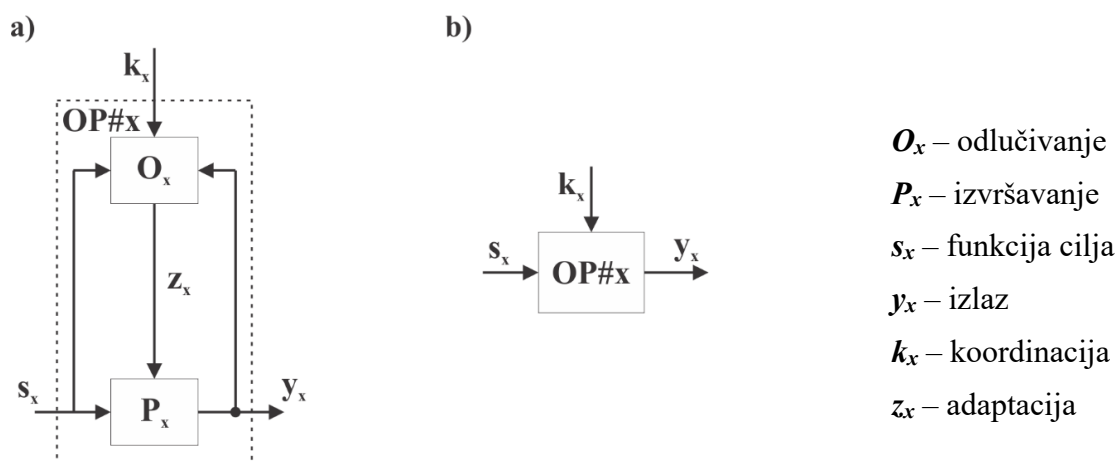
4.1.2 Kibernetска reprezentacija tehnološkog procesnog primitiva

Teorija hijerarhijski organizovanih sistema polazi od toga da je njihova struktura bazirana na procesnim jedinicama [160], kao gradivnim blokovima, gde je globalni cilj sistema organizovan u individualne ciljeve koji se za ostvarivanje distribuiraju procesnim jedinicama. Shodno tome, prema definiciji 4.1 tehnološki zadatak je hijerarhijski organizovana struktura predstavljena uređenim skupom procesnih jedinica odnosno procesnih primitiva definisanih definicijom 4.2, od kojih svakom korespondira individualni cilj. Aktivnosti ispunjavanja IC , u funkciji ostvarivanja globalnog cilja tehnološkog sistema, zasnivaju se na kibernetскоj postavci procesnih primitiva kao strukture za navođenje ka cilju koja u opštem slučaju predstavlja generički model [162, 230], omogućujući da se specijalizacijom kroz nju realizuju zadaci heterogene prirode. Specijalizacija podrazumeva da se za svaki procesni primitiv implementira odgovarajući algoritam za postizanje postavljenog individualnog cilja. Struktura procesnog primitiva za navođenje ka cilju obuhvata određeni stepen autonomije odlučivanja, ali i otvorenost za koordinaciju sa viših stratuma sistema, čime je autonomija ograničena i stavljena u funkciju ostvarivanja tehnološkog zadatka, odnosno globalnog cilja, pa je i sistem u celini strukturiran za navođenje ka cilju. Mogućnost uticaja na aktivnosti za ostvarivanje individualnih ciljeva kroz koordinaciju ukazuje na inherentno svojstvo adaptivnosti procesnog primitiva, ali i kompletnog sistema, kako na neodređenosti unutar procesa, tako i iz okruženja.

Formulacija aktivnosti procesnog primitiva zasniva se na principima strukturnog organizovanja njegovog osnovnog kibernetскоg modela $OP\#x$, slika 4.3, koji se sastoji iz dva nivoa: 1) upravljanje odnosno odlučivanje O_x , i 2) izvršavanje odnosno procesiranje P_x . Na slici 4.3 prikazan je detaljan

model $OP\#x$ i njegovo kompaktno reprezentovanje, a prikazane veličine opisuju se na sledeći način, uključujući i određene međuzavisnosti:

- 1) s_x predstavlja funkciju cilja kao ulaznu veličinu koja se distribuira na oba nivoa, O_x i P_x , i čije ostvarivanje optimuma predstavlja individualni cilj procesnog primitiva;
- 2) y_x predstavlja generisan individualni izlaz kao komponentu za ostvarivnje globalnog cilja postavljenog tehnološkim zadatkom; individualni izlaz se povratnom spregom distribuira ka nivou odlučivanja za ostvarivanje funkcije lokalnog upravljanja ispunjavanja s_x ;
- 3) k_x predstavlja ulaznu veličinu za nivo O_x , kao komponenta odnosno parametar koji je generisan na višem nivou hijerarhijskog organizovanja i nosilac je informacije o koordinaciji procesnog primitiva u funkciji promena u okruženju i unutar sistema;
- 4) z_x je lokalna komponenta adaptacije nominalnog zadatka generisana na nivou odlučivanja O_x , koja se dalje distribuira na izvršni nivo P_x ;



Slika 4.3: Kibernetički model procesnog tehnološkog primitiva $OP\#x$: a) unutrašnja organizacija i b) kompaktni blok prikaz, sa deskripcijom ulaznih, unutrašnjih i izlaznih veličina.

Komponenta adaptacije z_x u opštem slučaju se generiše kao $f(s_x, y_x)$, ukoliko se IC ispunjava bez uticaja drugih procesnih primitiva u sistemu, ili kao $f(s_x, y_x, k_x)$, ukoliko se IC ispunjava kao komponenta globalnog cilja odnosno procesni primitiv tehnološkog zadatka. Eksterna komponenta k_x potrebna je u opštem slučaju kada tehnološki zadatak predstavlja kompozit, gde postoji interakcija između procesnih primitiva, sa ciljem uspostavljanja harmonije u njihovom paralelnom izvršavanju, što se dalje razrađuje kroz okvir hijerarhijskog organizovanja i koordinacije tehnološkog zadatka.

4.1.3 Kibernetička reprezentacija kompleksnog tehnološkog zadatka i koncept koordinacije

Kibernetički pristup hijerarhijskog organizovanja, odnosno sinteza odgovarajućeg sistema za izvršavanje kompleksnih tehnoloških zadataka usmerena je ka stratifikaciji strukture skupa procesnih primitiva i koordinaciji njihovih aktivnosti za ostvarivanje postavljenih individualnih ciljeva. Premda netransparentna u direktnom smislu, hijerarhijska organizacija prisutna je i kod čoveka u opštem slučaju, pri čemu se ovde to ističe u kontekstu organizacije aktivnosti u izvršavanju tehnološkog zadatka, pa je sličnost između čoveka montera i robota za montažu takođe prisutna. U inženjerskom domenu projektovanja tehnoloških sistema, sa posebnim fokusom na težnju ka ostvarivanju robota za montažu u okviru biomimetskog pristupa, teorija hijerarhijskih, višenivojskih sistema [160, 230] predstavlja osnovu za razrešavanje ovog pitanja, gde se pristup za uspostavljanje formalnog okvira tehnoloških sistema zasniva na stratifikaciji odnosno uspostavljanju hijerarhijske strukture i koordinaciji aktivnosti procesnih primitiva u fazi izvršavanja zadatka.

4.1.3.1 Stratifikacija

Stratifikacija je od suštinskog značaja kod tehnoloških sistema, jer omogućuje strukturiranje i uvođenje relacija odnosno informaciono sprezanje elemenata kroz sistemski pristup. Takvim pristupom moguće je sagledati ponašanje i funkcionalnosti elementa zasebno i sistema u celini. Hijerarhijska organizacija sistema se sa jedne strane oslanja na opšte odrednice i pravila za stratifikaciju, a sa druge strane uvek sadrži specifikume koji se formulišu u zavisnosti od prirode problema koji se razmatra. Neki stratumi se inherentno pojavljuju u strukturi, dok neki mogu biti i zanemareni usled minornog značaja za kontekst unutar kojeg se sistem gradi [160].

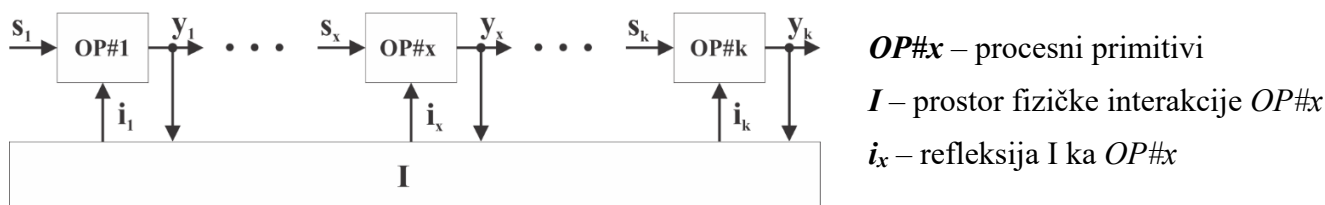
Najznačajnije karakteristike hijerarhijski organizovanog, stratifikovanog sistema u opštem slučaju podrazumevaju sledeće: 1) sistem sastoji se od više stratuma čije gradivne blokove predstavljaju procesni primitivi $OP\#x$; 2) svaki stratum ima odgovarajući prioritet sa mogućnošću intervencije nad nižim stratumom (vertikalna interakcija), kao i mogućnost interakcije unutar elemenata svakog stratuma (horizontalna interakcija); i 3) ostvarivanje postavljenih ciljeva viših stratuma zavisi od ostvarenih performansi procesnih primitiva na nižim stratumima, što se formuliše kao asimetrična međuzavisnost [160]. Pod intervencijom se podrazumeva promena parametara funkcionisanja procesnih primitiva, pri čemu se informacija o ostvarenim performansama povratnom spregom vraća ka višim stratumima, kao reakcija na intervenciju, odakle sledi zavisnost u ispunjavanju individualnih ciljeva i globalnog cilja postavljenog kompleksnim tehnološkim zadatkom.

Klasifikacija stratifikovanih sistema u zavisnosti od složenosti zadatka odnosno ciljeva koji ga čine, može da se formalizuje kroz sledeće klase⁸, [160]:

- 1) jednonivojski, jednociljni;
- 2) višenivojski, jednociljni;
- 3) jednonivojski, višeciljni;
- 4) višenivojski, višeciljni;

Primer jednonivojskog sistema, odnosno procesnog primitiva, posmatrano iz perspektive stratifikacije, predstavlja osnovni kibernetički sistem za navođenje ka cilju $OP\#x$. U složenom, hijerarhijski organizovanom sistemu $OP\#x$ predstavlja gradivni blok, kako je prethodno predstavljeno. Međutim, u zavisnosti od zadatka koji se izvršava, kao i mogućnosti primene različitih algoritama za postizanje postavljenog cilja, nivo odlučivanja O_x može biti dodatno strukturiran i uključiti sledeće interne stratumne [160]: 1) selekcija, 2) učenje ili adaptacija, i 3) samoorganizacija, pa kao takav predstavlja višenivojski sistem sa jednostrukim IC (jednociljni) koji je ujedno i globalni.

Kod hijerarhijskog organizovanja sistema za izvršavanje tehnoloških zadatka od posebnog značaja je činjenica da je takav zadatak uvek kompleksan i komponovan od više individualnih ciljeva odnosno procesnih primitiva koji se paralelno izvršavaju, što je konceptualno ilustrovano na slici 4.4.



Slika 4.4: Reprezentacija složenog tehnološkog zadatka u formi jednonivojskog hijerarhijskog sistema, gde se sprezanje i interakcija procesnih primitiva $OP\#x$ odvija posredno, kroz refleksiju prostora fizičke interakcije I

⁸ U teoriji višenivojskih, hijerarhijskih sistema [160], unutar teme stratifikacije, prepoznate su navede klase stratifikovanih sistema, a kao posebno značajno ovde se navodi uobičajena terminologija i veza ka literaturnim izvorima na engleskom jeziku: jednonivojski – *singl-level*, jednociljni – *single-goal*, višenivojski – *multi-level*, višeciljni – *multi-goal*.

Jednonivojski sistem složenog tehnološkog zadatka, prikazan na slici 4.4, ima svojstvo paralelnog dejstva procesnih primitiva, gde su njihovi upravljački ulazi potpuno nezavisni, pa sledi da među njima nema direktne informacione sprege. Međutim, kako se individualni ciljevi ostvaruju u okviru jedinstvenog fizičkog resursa sistema, koji efektivno predstavlja prostor interakcije skupa procesnih primitiva, I , pojavljuje se lokalna sprega i_x koja se može posmatrati kao indirektna globalna povratna sprega. Ovakva refleksija prostora interakcije na skup procesnih primitiva prividno navodi na zaključak da je sistem zatvoren. Indirektnost ove vrste nameće i pitanje stepena transparentnosti tehnološkog zadatka u celini. Kako u opštem slučaju ne postoji nužnost usaglašenosti procesnih primitiva, sledi da je ostvarivanje globalnog cilja postavljenog tehnološkim zadatkom ugroženo, odnosno, u opštem slučaju delimično ili u potpunosti neostvarivo.

Neusaglašenost između procesnih primitiva razrešava se uvođenjem odgovarajućeg mehanizma za harmonizaciju. Osnovni preduslov za ostvarivanje harmonije jeste usaglašenost procesnih primitiva po dva osnova: 1) usaglašenost individualnih ciljeva, odnosno eliminacija međusobne potencijalne kontradikcije⁹, uključujući i kontradikciju sa globalnim ciljem [230], i 2) organizacija aktivnosti procesnih primitiva tehnološkog zadatka, odnosno eliminacija međusobne potencijalne konfliktnosti¹⁰ u njihovoj interakciji, [152]. Problem kontradikcije je statičkog karaktera, dok je problem konflikta dinamičkog karaktera.

Na osnovu prethodnog sledi da problem harmonizacije procesnih primitiva stratifikovanog sistema nameće potrebu uvođenja koordinacije, kao dinamičke regulatorne funkcije, [160, 151, 38].

4.1.3.2 Koordinacija

Funkcija koordinacije se smešta na hijerarhijski višem stratumu u odnosu na stratum procesnih primitiva, SPP , kao meta-upravljački nivo sistema, slika 4.5.

Kroz koordinacioni stratum, SKO , koordinator KO sprovodi aktivnosti harmonizacije tehnološkog zadatka, kojima se ostvaruje informaciona integracija globalnog cilja, TZ_{gc} , odnosno: 1) razrešavanje potencijalnih kontradikcija individualnih ciljeva unutar skupa procesnih primitiva; i 2) razrešavanje potencijalnih konflikata tokom aktivnosti njihove realizacije.

Dinamička interakcija između procesnih primitiva se iz prostora I uvodi na stratum koordinacije globalnom povratnom spregom Ω , čime se otvoreni sistem predstavljen prethodno na slici 4.4, u upravljačkom smislu prevodi u zatvoreni sistem prikazan na slici 4.5.

Definicija 4.4

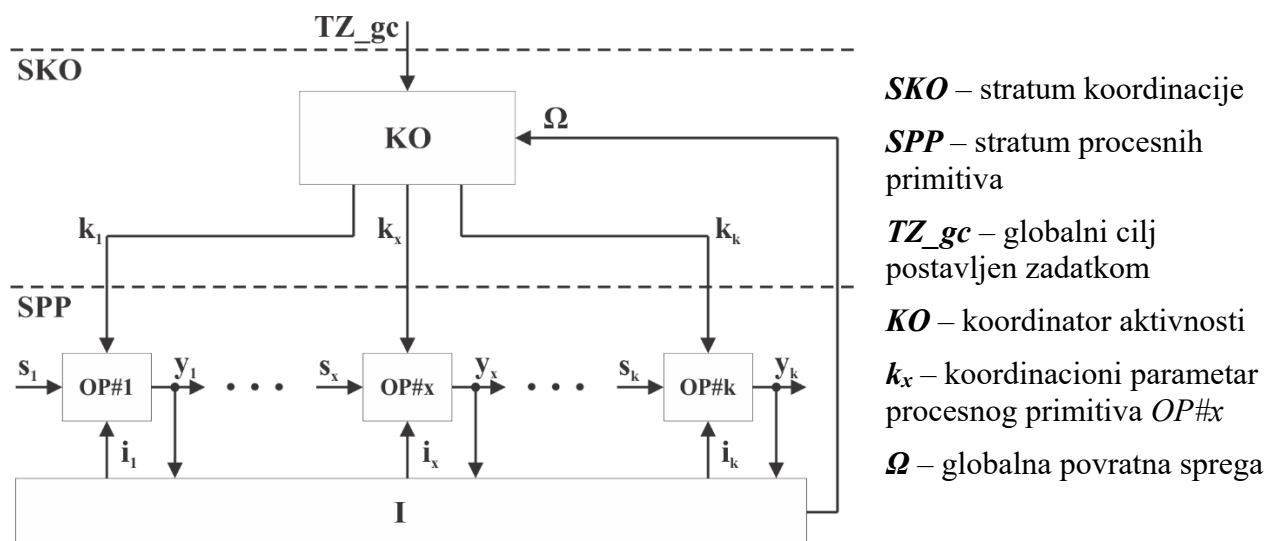
Koordinacija je regulatorna aktivnost nad skupom procesnih primitiva, usmerena ka efektivnom ostvarivanju globalnog cilja nekog tehnološkog zadatka, kroz: a) harmonizaciju individualnih ciljeva – kvazistatičko dejstvo razrešavanja kontradikcija procesnih primitiva, i b) aktivnosti povezanih sa njihovim ostvarivanjem – dinamičko dejstvo razrešavanja konfliktnih stanja tehnološkog zadatka tokom njegove realizacije.

Za uspostavljanje mehanizma koordinacije u dinamičkom dejstvu tokom aktivnosti ostvarivanja ciljeva od posebnog značaja je pojava konfliktnih stanja [160, 151, 152], koja mogu biti posledica inherentne strukture tehnološkog zadatka ili posledica ograničenih resursa sistema [39]. Potencijalno konfliktno stanje aktivnosti procesnih primitiva razrešava se uspostavljanjem kompromisnog, odnosno, podoptimalnog rešenja, što u opštem slučaju znači izdvajanje individualnih ciljeva koji

⁹ U logici, pojam **kontradikcije** podrazumeva logičku nekonzistentnost, odnosno neusklađenost ili protivurečnost između dve ili više propozicija, koje u kontekstu tehnološkog zadatka određuju smisao postavljenih individualnih ciljeva procesnih primitiva. Kontradikcija ima statički karakter.

¹⁰ **Konflikt** je dinamička kategorija koja karakteriše ponašanje (trajektorija u prostoru stanja) unutar interakcije dve ili više aktivnosti, vođenih postavljenim individualnim ciljevima, koje se manifestuje neslaganjem i protivurečnostima u pravcima njihovog delovanja. U kontekstu tehnološkog zadatka, konfliktno stanje ugrožava ispunjavanje individualnih ciljeva procesnih primitiva.

moraju biti imperativno ostvareni i onih koji mogu biti ostvareni parcijalno, u zavisnosti od njihovih prioriteta.



Slika 4.5: Funkcija koordinacije kao dodatni stratum jednonivojske strukture tehnološkog zadatka prikazane na slici 4.4, uz uvođenje globalne povratne sprege Ω .

Generisanje skupa koordinacionih parametara tokom koordinacije tehnološkog zadatka, $\{k_1, \dots, k_x, \dots, k_k\}$, koji omogućuju ostvarivanje kompromisnog rešenja individualnih ciljeva procesnih primitiva, odnosno skup izlaza $\{y_1, \dots, y_x, \dots, y_k\}$ usaglašenih sa ostvarivanjem globalnog cilja, definiše se svojstvom koordinabilnosti [160], kao preduslovom da se uspešno sprovede funkcija koordinacije. Sledi da je sistem otvoren za koordinaciju ako je koordinabilan.

Definicija 4.5

Koordinabilnost aktivnosti tehnološkog zadatka je mogućnost generisanja skupa koordinacionih parametara koji prevode posmatrani skup procesnih primitiva iz potencijalno konfliktnog stanja u potencijalno nekonfliktno, kompromisno stanje što implicitno podrazumeva i ostvarivanje globalnog cilja na podoptimalan način.

Ostvarivanje podoptimalnog odnosno kompromisnog rešenja globalnog cilja tehnološkog zadatka kroz aktivnosti koordinacije prema definiciji 4.4, sa jedne strane se povezuje sa opštim pitanjem primene optimizacije, i to višekriterijumske sa ograničenjima tipa jednakosti i nejednakosti, jer je globalni cilj kompozit individualnih, dok se sa druge strane nadovezuje na opštu metodologiju formalizacije tehnološkog sistema kroz agentnu strukturu. Agentna struktura sistema za montažu je kao tema obrađena u drugoj glavi, a u kontekstu ostvarivanja kompromisnog rešenja tu se pojavljuje termin pregovaranja između agenata (eng. *negotiation*). To pitanje se ovde detaljno razrađuje kroz hijerarhijsku organizaciju gde se kao ključna funkcija pojavljuje koordinacija tehnološkog zadatka spajanja sa ciljem harmonizacije kompletnog sistema za robotizovanu montažu, za šta je neophodno da je sistem koordinabilan prema definiciji 4.5. Ovakvim pristupom se u širem kontekstu približavamo meta-modelima koje imamo kod bioloških sistema, čije istraživanje je izuzetno vredno, jer se usvajanjem biomimetskog pristupa kao metodološkog okvira prave analogije između bioloških i tehničkih entiteta tehnološkog sistema, što nudi inspiraciju i vredne odgovore na mnoga pitanja.

4.1.3.3 Refleksija na biomimetske aspekte hijerarhijske organizacije TZS

Referencirajući se na biomimetski pristup za ostvarivanje robota za montažu, imajući u vidu da su biološki sistemi po pravilu visoke kompleksnosti, ali i savršeno organizovani, te da ih odlikuje visoka robusnost, kod čoveka se pojavljuju tri hijerarhijski uređena stratum povezana sa postavljanjem zadatka, odnosno cilja, i njegovim ostvarivanjem [203]:

- 1) samosvest/sopstvo, kao najviši hijerarhijski stratum koji određuje relevantnost zadatka, i dalje sa tim povezane procene bitne za odlučivanje (ono što u tehničkim sistemima nazivamo postavkom zadatka odnosno);
- 2) meta-kognitivni stratum, koji sadrži aktivnosti usvajanja odgovarajuće strategije i planiranja za ostvarivanje usvojenog/postavljenog zadatka odnosno cilja; i
- 3) kognitivni stratum, čije aktivnosti su povezane sa realizacijom zadatka prema postavljanom planu, odnosno efektivno izvršavanje zadatka kroz dvosmernu interakciju sa okruženjem, ili aktivnosti navođenja ka postavljenom cilju, uključujući i učenje, kao najviši oblik adaptivnog ponašanja.

Drugi i treći stratum hijerarhijskog organizovanja aktivnosti za ostvarivanje postavljenog zadatka kod čoveka, direktno se mogu povezati sa dve faze koordinacije, koje su prethodno formulisane u kontekstu organizovanja tehnološkog zadatka kod robotskih tehnoloških sistema: 1) planiranje uz razrešavanje kontradiktornih stanja individualnih ciljeva, i 2) realizacija uz razrešavanje konfliktnih stanja aktivnosti procesnih primitiva. Prvi stratum kod čoveka je povezan sa ličnošću i podrazumeva motivaciju, volju, odakle sledi da je sa današnjim stanjem tehnologije taj stratum potpuno van dometa tehničkih sistema, ma koliko teme poput veštačke inteligencije bile prisutne. Takođe, i ostvarivanje aktivnosti meta-kognitivnog stratuma su upitne, ali se jednim delom mogu prepustiti tehničkim sistemima u slučaju potpuno strukturiranih tehnoloških okruženja. Zato je uloga čoveka neizostavna, odakle sledi da tehnološki zadatak postavlja i strukturira čovek na hijerarhijski najvišem stratumu, kao nezamenljiv entitet tehnološkog sistema.

4.1.4 Opšti formalizam hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja

Tehnološki zadatak robotizovanog spajanja je u opštem slučaju visoko zahtevan, i to samo u kinematskom smislu, čak i ako se privremeno zanemare prateći fenomeni trenja, visoke krutosti i površinske tvrdoće objekata koji se spajaju. Jednostavan primer cilindričnog spajanja zahteva pet stepeni slobodne za izvođenje takvog zadatka. Zahtevi se dodatno usložnjavaju ograničenim kretanjem odnosno uslovima zatvorenog kinematskog lanca, što spajanje posebno izdvaja u odnosu na druge zadatke. Shodno tome, pored ispunjavanja kinematskih zahteva, potrebno je na optimalan način upravljati svojstvima generalizovane krutosti robotske ruke, gde se u realnim uslovima ograničenog kretanja javljaju kontaktne sile visokog intenziteta generisane kolizijom usled relativne greške pozicije i orijentacije objekata koji se spajaju, pri čemu su posebno izraženi fenomeni trenja i visoke kontaktne krutosti, kao što je to u drugoj glavi detaljno predstavljeno.

Pomenuti zahtevi zadatka spajanja dodatak su na zahteve koji su inače prisutni kod upravljanja kinematski redundantnim robotima, pa se procesni primitivi razdvajaju na skupove tehnoloških i sistemskih primitiva. S obzirom na očiglednu heterogenost zahteva, kompozicija skupa procesnih primitiva zadatka spajanja izuzetno je složena i potrebno je da u kvazistatičkom domenu obezbedi izbegavanje kontradiktornih stanja individualnih ciljeva, dok u dinamičkom domenu paralelno ispunjavanje u opštem slučaju generiše konfliktna stanja. Shodno tome, sledi da su hijerarhijsko organizovanje i koordinacija aktivnosti procesnih primitiva tehnološkog zadatka spajanja imperativni.

4.1.4.1 Hijerarhijska organizacija tehnološkog zadatka spajanja

Hijerarhijsko organizovanje tehnološkog zadatka ovde se ograničava na robotsku montažu i zadatak spajanja preciznih mehaničkih sklopova. Ovakav zadatak je složen, kako je to prethodno predstavljeno, pa se analizom i dekompozicijom, u opštem slučaju, mogu prepoznati dve klase procesnih primitiva:

- 1) Primarni procesni primitiv – $OP\#P$: Individualni cilj $OP\#P_{ic}$ predstavlja ostvarivanje zadate trajektorije relativnog kretanja delova koji se spajaju i dostizanje njihovog relativnog terminalnog položaja; Polazeći od činjenice da je proces spajanja u svojoj osnovi topološki problem ovaj individualni cilj mora se posmatrati kao cilj najvišeg stepena prioriteta – bez njegovog ostvarivanja tehnološki zadatak spajanja ne može da se realizuje;
- 2) Skup sekundarnih procesnih primitiva, koji se može podeliti na sledeća dva podskupa:
 - a. Podskup tehnoloških procesnih primitiva – $OP\#T_x$: U slučaju procesa spajanja izdvaja se $OP\#T_I$ koji za individualni cilj ima kompenzaciju odstupanja delova koji se spajaju od idealne trajektorije, odnosno dinamičko kompenzovanje greške relativnog položaja, što se dalje nužno povezuje sa upravljanjem sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti (procesna veličina sa precizno definisanim parametrima); Uz $OP\#T_I$ koji je invarijantni procesni primitiv svakog tehnološkog zadatka spajanja, moguće je definisati i druge $OP\#T_x$, na primer ograničenje intenziteta sile insertovanja, kontaktnih sila spajanja, prepoznavanje kontaktnih stanja, prepoznavanje neregularnih stanja zaglavljivanja i zaklinjavanja, i slično;
 - b. Podskup sistemskih procesnih primitiva – $OP\#S_x$: sistemski procesni primitivi koji obezbeđuju funkcionalnost robotskog sistema za montažu, i obuhvataju sledeće individualne ciljeve: izbegavanje granica radnog prostora – $OP\#S_1$, izbegavanje singularnih konfiguracija – $OP\#S_2$, izbegavanje kolizionih stanja – $OP\#S_3$, kompenzaciju sila gravitacije – $OP\#S_4$, dinamičku stabilnost – $OP\#S_5$, itd.

Sledi da je globalni cilj tehnološkog zadatka spajanja, TZS_{gc} , kompozit individualnih ciljeva navedenog skupa procesnih primitiva, te ga je moguće formulisati na sledeći način:

$$TZS_{gc} = \bigcup_{OP\#X} [OP\#P_{ic} \wedge K(OP\#T_x_{ic} \wedge OP\#S_x_{ic})] \quad (4.1)$$

U izrazu (4.1) K predstavlja operator koordinacije kojim se razrešavaju kontradikcija i konflikti, odnosno traže kompromisi i podoptimalna rešenja za ostvarivanje TZS_{gc} . U opštem slučaju operator koordinacije K je algoritam.

4.1.4.2 K-funkcija tehnološkog zadatka spajanja

Na osnovu izraza (4.1) sledi da su, sem u specijalnom slučaju, individualni ciljevi $OP\#P_{ic}$ i $OP\#T_I_{ic}$ u funkcionalnoj kontradikciji. U spregnutom konfiguracionom prostoru, sloboda kretanja vrha robota neophodna za ostvarivanje $OP\#P_{ic}$, kao kategorički primarnog individualnog cilja TZS , praktično onemogućava ostvarivanje potrebnih svojstava krutosti $OP\#T_I_{ic}$ koji su uvek eksplicitno funkcija konfiguracije q , koja je skup unutrašnjih koordinata prema izrazu 3.3. Moguće je ostvariti ili jedan ili drugi individualni cilj, dok je njihova koicidencija specijalni slučaj bez opšte primenljivosti.

Prethodno navedeno vodi ka stavu da je opšte rešenje za simultano nekonfliktno ostvarivanje individualnih ciljeva $OP\#P_{ic}$ i $OP\#T_I_{ic}$ moguće postići samo raspresanjem ukupnog konfiguracionog prostora robota, KPR , odnosno njegovom particijom na dva ortogonalna podprostora: a) podprostor KPS koji korespondira individualnom cilju $OP\#P_{ic}$, i 2) podprostor KPN koji korespondira individualnom cilju $OP\#T_I_{ic}$. Formalno:

Teorema 4.1

Simultano ostvarivanje individualnih ciljeva procesnih primitiva $OP\#P$ i $OP\#T_I$ moguće je u opštem slučaju samo particijom ukupnog konfiguracionog prostora robota, KPR , na dva ortogonalna podprostora, KPS koji je korespondentan $OP\#P$, i KPN koji je korespondentan $OP\#T_I$, pri čemu važi $KPR = KPS \cup KPN$.

Na osnovu teoreme 4.1 sledi:

Korolarijum 4.1

Ortogonalna particija KPR na podprostore KPS i KPN nije moguća kod kinematski neredundantnih robota.

Konfiguracioni prostor nule koji se pojavljuje kod kinematski redundantnih robota, što je detaljno obrađeno u trećoj glavi, nudi mogućnost particije KPR na dva ortogonalna podprostora, tako što bi se partikularni deo jednačine 3.9 upotrebio za ostvarivanje $OP\#P_ic$, dok bi se homogeni deo 3.9, upotrebio za ostvarivanje $OP\#T_I_ic$. Dakle, konfiguracioni prostor nule se može izjednačiti sa KPN , što prema izrazu 3.51 predstavlja $N(J)$, dok je njegov komplement podprostor KPS , što prema izrazu 3.51 predstavlja $R(J^T)$, gde je J Jakobijanova matrica kinematski redundantne robotske ruke.

Korolarijum 4.2

U opštem slučaju individualni ciljevi procesnih primitiva $OP\#P$ i $OP\#T_I$ mogu se osloboditi fizičke kontradikcije samo kroz koncept kinematske redundanse i njemu pripadajućeg konfiguracionog prostora nule, $N(J)$, pri čemu važi $KPN=N(J)$.

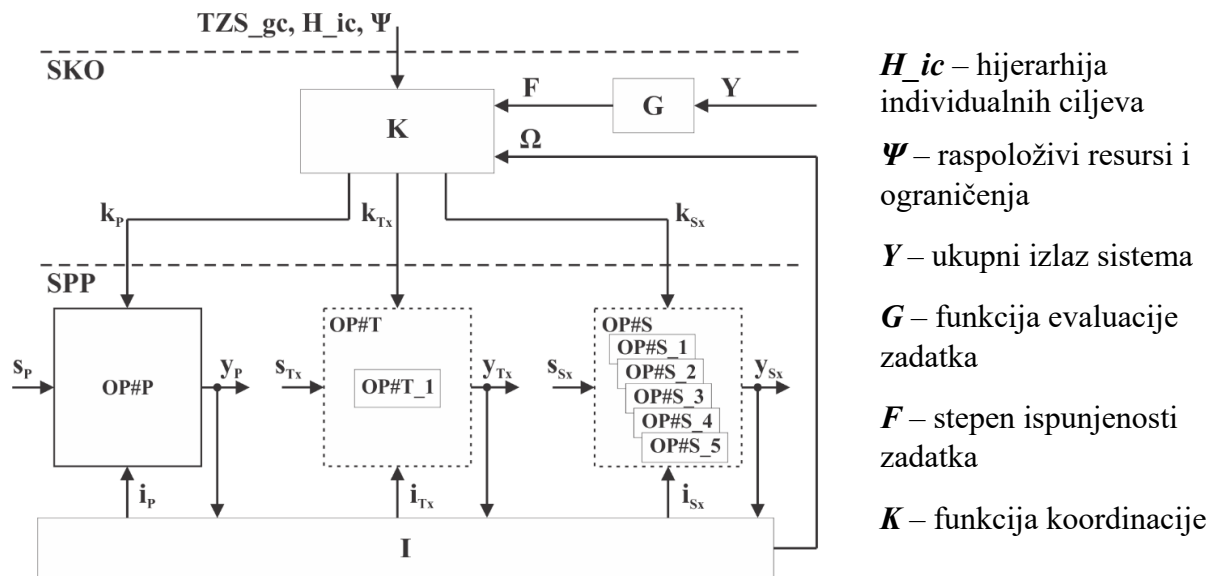
Prethodno navedenim, posebno uzimajući u obzir formalizaciju kroz teoremu 4.1, koncept komplementarnog ortogonalnog projektora, P_C , se uvodi u K -funkciju tehnološkog zadatka spajanja kao jedan od njenih osnovnih instrumenata za harmonizaciju individualnih ciljeva, uz implicitni uslov primene kinematski redundantnih manipulacionih robota, na šta eksplicitno ukazuje formalizam korolarijuma 4.1 i korolarijuma 4.2.

Neophodno je istaći da je koncept komplementarnog projektora samo instrument koji omogućava ortogonalnu particiju KPR i time stvaranje neophodnih uslova za nekonfliktno postizanje $OP\#P_ic$ i $OP\#T_I_ic$. Potpuni odgovor na ovo pitanje zahteva izgradnju odgovarajuće kriterijumske funkcije pomoću koje će se upravljati kretanjem robotske ruke u konfiguracionom prostoru nule do dostizanja konfiguracije koja na optimalan ili dovoljno dobar način ostvaruje $OP\#T_I_ic$. Meta-kriterijumska funkcija, ili meta-funkcija cilja, za ostvarivanje željene generalizovane krutosti u prostoru tehnološkog zadatka, K_{xd} , fokusira se na minimizaciju greške/razlike između aktuelnih i željenih vrednosti parametara matrice K_x , odnosno kinetostatičkih svojstava, i glasi:

$$\min(\|\Delta K_x\|_F) \rightarrow \|\Delta K_x\|_F \leq \varepsilon_K, \quad \Delta K_x = K_{xd} - K_x(q, K_q, t) \quad (4.2)$$

U meta-kriterijumu (4.2), K_x je matrica generalizovane krutosti karakteristične tačke vrha robotske ruke, K_q matrica aktucione krutosti mehanizma robotske ruke, ΔK_x matrica razlike K_{xd} i K_x koja se minimizuje ispunjavanjem meta-kriterijumske funkcije, zatim F označava Frobeniusovu matričnu normu (Euklidova norma), q konfiguraciju robotske ruke, a ε_K skalarna vrednost definisana na višim stratumima upravljanja, kao tolerancija za ostvarivanje željene krutosti. U cilju kompletiranja algoritma, K -funkciju treba dopuniti preostalim sistemskim procesnim primitivima iz skupa $OP\#S_x$, kako je navedeno u odeljku 4.1.3.1, a grafički prikazano na slici 4.6.

Struktura tehnološkog zadatka prikazana na slici 4.6 je samo jedna od mogućih struktura, verovatno minimalna po svom sadržaju, jer pored primarnog procesnog primitiva $OP\#P$ obuhvata procesne primitive koji su neophodni za funkcionalno kompletan robotski sistem za izvođenje procesa spajanja: 1) $OP\#T_I$, kompenzacija greške položaja kroz ostvarivanje potrebnih svojstava generalizovane krutosti robotske ruke, 2) $OP\#S_1$, izbegavanje prekoračenja granica radnog prostora, 3) $OP\#S_2$, distanciranje od singulariteta 4) $OP\#S_3$, distanciranje od kolizionih stanja sa okruženjem, 5) $OP\#S_4$, kompenzacija gravitacione sile, 6) $OP\#S_5$ dinamička stabilnost.



Slika 4.6: Hijerarhijska struktura tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja za izabrani skup procesnih primitiva: a) primarni procesni primitiv, $OP\#P$; b) tehnološki procesni primitiv, $OP\#T$; c) sistemski procesni primitiv, $OP\#S$.

Integracija navedenog skupa sekundarnih procesnih primitiva u K -funkciju procesa spajanja zahteva dalju analizu potencijalnih kontradikcija i pojave konfliktnih stanja, kao i definisanje skupa težinskih faktora koji će kao apriorne veličine omogućiti formulisanje funkcije kompromisa odnosno sprovođenje podoptimalne analize i sinteze. Integrativna funkcija K -operatora se realizuje na osnovu: 1) prioriteta individualnih ciljeva, H_{ic} ; 2) raspoloživih resursa i ograničenja robotskog sistema, Ψ , koji se definišu na višim stratumima i u K -funkciju uvode uz TZS_{gc} ; 3) povratne sprege o interakciji procesnih primitiva, Ω ; i 4) stepena ispunjenosti zadatka, F , koji se generiše kao izlaz funkcije evaluacije G , a na osnovu ukupnog izlaza sistema $Y = \Sigma(y_x)$. Rezultat ovog procesa je odgovarajuća algoritamska struktura koja bi bila logički i analitički spregnuta sa već navedenom funkcijom komplementarnog projektora koja se koristi za harmonizaciju individualnih ciljeva $OP\#P$ i $OP\#T_1$. Definisanje kompletne K -funkcije nužno zahteva uključivanje u analizu mehanike konkretnog robota kojim se izvodi tehnološki zadatak spajanja. Ipak, neki od individualnih ciljeva vrlo su generalne prirode i mogu se postaviti u opštem obliku i povezati sa komplementarnim projektorom (3.57) i meta-funkcijom cilja (4.2), kao što je to slučaj sa $OP\#S_5_{ic}$, odnosno individualnim ciljem dinamičke stabilnosti.

Karakteristično je da u slučaju tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja K -funkcija, sem svog apstraktnog algoritamskog dela, ima i fizički deo kroz utelotvorenje (eng. *embodiment*) u mehaničku strukturu robota koja mora da bude kinematski redundantna.

4.1.4.3 Prostor interakcije procesnih primitiva

Prostor interakcije procesnih primitiva, I , u slučaju tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja predstavlja konfiguracioni prostor konkretnog robota, q , i prostor njegovog procesno relevantnog okruženja, kao jedinstveni (integralni) fizički resurs sistema.

Fizička sprega koja prirodno postoji u mehanici i upravljanju robota, kao i u njegovoj interakciji sa okruženjem, dovodi do toga da izlaz aktivnosti svakog procesnog primitiva, y_x , indirektno utiču na aktivnosti svih ostalih procesnih primitiva, što se naknadno posebno obrađuje u kontekstu sprežanja procesnih primitiva. Informacioni sadržaj ove vrste prenosi se kroz lokalne povratne sprege, i_x .

4.2 Procesni primitivi tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja

Formulacija procesnih primitiva tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja ovde se fokusira na formulaciju njihove unutrašnje strukture koju u najužem smislu reprezentuje odgovarajući matematički model odnosno funkcija cilja ili pripadajuća algoritamska struktura. Polaznu osnovu za odgovarajuće formulacije predstavlja pristup dekompozicije globalnog cilja, u ovom slučaju to je izvršavanje *TZS*, u individualne ciljeve koji se kao zadaci najjednostavnijeg stepena kompleksnosti postavljaju pred procesne primitive, čije aktivnosti se zatim ponovo komponuju tokom izvršenja kroz koordinaciju *TZS* i tako ostvaruje globalni cilj na harmoničan način. Aktivnost svakog procesnog primitiva predstavlja apriori dodeljen gradijent, ili gradijent dodeljene funkcije cilja.

Funkcije ciljeva formiraju se polazeći od korespondentnih zahteva, pri čemu se hijerarhijski organizovan tehnološki zadatak spajanja sastoji se od primarnog, tehnološkog i sistemskih procesnih primitiva, kako je to u podpoglavlju 4.1.4.1 izloženo. U ovom poglavlju se procesni primitivi detaljno razrađuju u pogledu formulisanja zahteva i pripadajućih funkcija ciljeva. Važno je napomenuti da ovakav pristup sa detaljnom analizom zahteva može da predstavlja bazu za izgradnju nove inženjerske metodologije za projektovanje robota, gde se neki od zahteva uzimaju u obzir već u fazi projektovanja sistema, a u ovom konkretnom slučaju za primenu u tehnologiji robotizovane montaže.

4.2.1 Primarni procesni primitiv

Formalizacija modela primarnog procesnog primitiva, *OP#P*, u jednom svom delu se oslanja na tehnološke aspekte i modeliranje zadatka odnosno procesa spajanja, dok se sa druge strane uzimajući u obzir aspekte primene robotskih tehnologija bazira na primeni odgovarajućeg matematičkog instrumentarijuma, odakle, sveukupno, proističu uslovi za formulaciju koordinacionih algoritama. Tehnološki zahtevi zadatka spajanja kod primene kinematski redundantnih robota za njihovo izvršavanje ugrađuju se u model upravljanja kroz matematičke okvire linearne algebre.

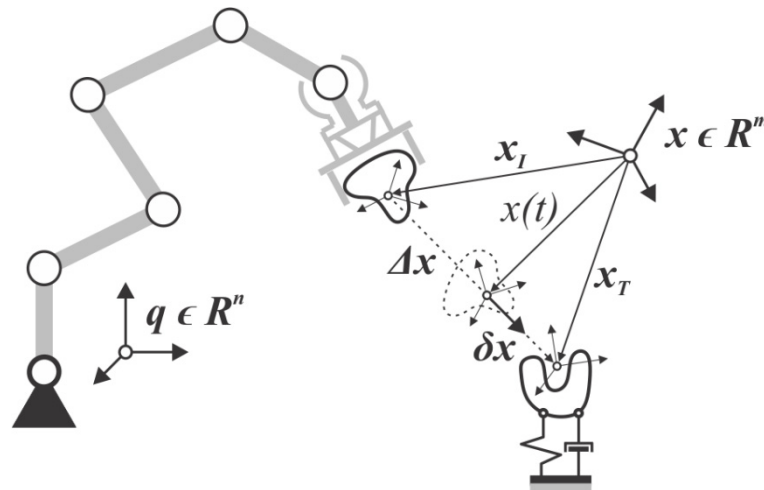
4.2.1.1 Tehnološki aspekti

Tehnološki zadatak spajanja, kao topološki problem, nužno sadrži procesni primitiv relativnog kretanja objekata koji se spajaju. Status procesnog primitiva kretanja duž trajektorije spajanja je primarni, jer ako nema kretanja onda nema ni realizacije zadatka spajanja. U Vitnjevom modelu procesa spajanja, [249], kretanje duž relativne trajektorije formulirano je kao apriorni zadatak, pri čemu je brzina kretanja irelevantna, tako da može biti i beskonačno mala, jer je tok procesa spajanja funkcija dubine insertovanja, a ne funkcija vremena, pa sledi da se proces posmatra kao kvazistatički, odnosno kvazikinematski.

Kako je to izloženo u drugoj glavi ove disertacije, u odeljku 2.1.2.2, trajektorija relativnog kretanja objekata tokom procesa spajanja u opštem slučaju se sastoji iz tri faze, i to: prilaženja, traženja i umetanja, pri čemu je bez obzira na aktivnosti pojedinih faza uvek krajnji cilj ostvarivanje terminalnog položaja objekata, što u kontekstu izvršavanja *TZS* predstavlja individualni cilj *OP#P_ic*, koji se realizuje aktivnostima sleđenja trajektorije relativnog kretanja od inicijalnog do terminalnog položaja. U daljim razmatranjima relativno kretanje objekata se realizuje tako da se jedan objekat, kojim manipuliše robot za montažu, smatra pokretnim, a drugi se smatra nepokretnim, što prema formulacijama iz podpoglavlja 2.1.1 odgovara jednoručnoj agentnoj strukturi. Na slici 4.7, u radnom prostoru robota, $x \in R^m$, inicijalni položaj pokretnog objekta predstavljen je vektorom x_I , a terminalni položaj vektorom x_T , dok je trajektorija predstavljena kao ukupni prirast kretanja Δx između ova dva karakteristična položaja. Ukupni prirast kretanja u upravljačkom smislu izvodi se kao niz infinitezimalnih pomeraja δx duž trajektorije spajanja, posmatrano u radnom prostoru x . Takvo kretanje se fizički realizuje u konfiguracionom prostoru robota, $q \in R^n$, čime se tehnološki zahtevi dalje prevode u prostor matematičke apstrakcije sa ciljem uspostavljanja modela za ispunjavanje

zahteva postavljenih zadatkom spajanja, bazirajući se na matematičkim formulacijama direktnog i inverznog linearnog preslikavanja koje su uspostavljene u trećoj glavi.

Ekstremno fleksibilni robotski sistemi, kao komponenta ekstremno diverzifikovanog tehnološkog sistema za masovno kastomizovanu proizvodnju moraju kao svojstvo sadržati robusnost na promene i na pojavu greške, odnosno razne nesavršenosti kao izvore grešaka. U tom smislu, za formulaciju opšteg slučaja primarnog procesnog primitiva u obzir je neophodno uzeti i problem neodređenosti, što se u nastavku kratko razmatra.



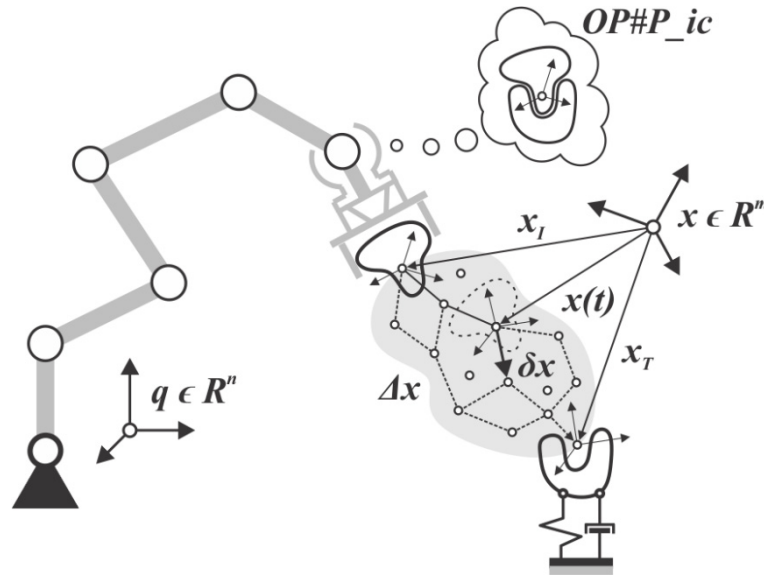
Slika 4.7: Trajektorija kretanja vrha robot kao primarni procesni primitiv tehnološkog zadatka spajanja: x_I je inicijalni položaj, x_T terminalni položaj, $x(t)$ trenutni položaj tokom izvršenja *TZS*, Δx ukupni prirast kretanja, a δx komandovani infinitezimalni prirast kretanja.

4.2.1.2 Problem neodređenosti

Tipičan slučaj u industrijskoj robotici je unapred poznata nominalna trajektorija, koja je potpuno određena u svim svojim elementima. Međutim, u robotizovanom procesu spajanja takav kontekst postoji samo u onome što nazivamo idealni ili trivijalni slučaj montaže, kako je to formulisano u poglavlju 2.1.2. U opštem slučaju procesa spajanja postoji neodređenost različitog stepena, pa se može konstatovati da nominalna trajektorija ne može da bude unapred definisana, pa time i da ne postoji. Moguće je samo njeno okvirno određenje. To takođe važi i za terminalno stanje, pa umesto nominalne trajektorije treba govoriti o nameravanoj trajektoriji, što je ilustrovano na slici 4.8. Ovakvo svojstvo procesa spajanja ima ozbiljne implikacije na primarni procesni primitiv, jer menja njegov karakter do takvih granica da se robotu u opštem slučaju treba da obezbedi potpuna autonomija da kroz slobodnu interakciju sa okruženjem unutar radnog prostora autonomno sintetiše nameravanu trajektoriju, i da autonomno odredi nameravanu terminalnu tačku, ali ne samo menjajući parametre meta-modela, već i njegovu strukturu, prevodeći tako sadržaj primarnog procesnog primitiva iz svoje apriorno definisane potpune forme u njen ekstremno degenerisani oblik, koji sadrži samo krajnji individualni cilj, *OP#P_ic*, dok se svi ostali elementi određuju tokom izvršavanja *TZS*, kognitivnim procesima, dominantno uslovljenim stanjem okruženja, detektovanog pripadajućim taktilno-vizuelnim perceptivnim sistemom.

Nameravana trajektorija se ne nameće kao rešenje samo u slučaju izmene prethodno postavljenog plana kretanja, odnosno nominala, već i u slučaju kada postoji problem da se definiše nominalna trajektorija. Odgovori u ovom pravcu se mogu tražiti kroz teme planiranja trajektorije i primene odgovarajućih algoritama pretraživanja [129, 25]. Praktično, nameravana trajektorija se pojavljuje kao rezultat hipoteza o mogućim scenarijima ispunjavanja postavljenog individualnog cilja *OP#P_ic*, sintetisanih u realnom vremenu, kao odgovor na identifikovano realno stanje okruženja robotizovanog procesa spajanja, a u kontekstu realizacije postavljenog cilja. U kontekstu uticaja sekundarnog hijerarhijskog nivoa na sintetisanje nameravane trajektorije važno je pomenuti

potencijalni uticaj sistemskih procesnih primitiva, koji obezbeđuju funkcionalnost robotskog sistema u celini, kao na primer procesni primitiv za distanciranje od kolizionih stanja, $OP\#S_3$, gde izbegavanje prepreka u radnom prostoru može direktno uticati na sintezu nameravanje trajektorije.



Slika 4.8: Nameravana trajektorija kretanja vrha robot kao individualni cilj primarnog procesnog primitiva tehnološkog zadatka spajanja: x_I je inicijalni položaj, x_T terminalni položaj, $x(t)$ trenutni položaj tokom izvršenja TZS, Δx ukupni prirast kretanja, a δx komandovani infinitezimalni prirast kretanja.

Sledi da je nameravana trajektorija „labavije“ definisana, ona nema rigidni imperativ realizacije čak i kada je realizacija započeta, odnosno ona je uvek podložna promenama ukoliko se pojavi bolja opcija. Proces spajanja se posmatra kao dinamički proces koji se stalno menja, pa samim tim i trajektorija spajanja. Nasuprot tome, nominalna trajektorija je ekvivalent zakonu, imperativ koji kategorički mora da bude realizovan (na primer, proces struganja koji je u svojoj krajnjoj instanci kategorički definisan, u suprotnom rezultat je škart proizvod).

Ovakva formulacija aktivnosti primarnog procesnog primitiva, odnosno prisutnost neodređenosti kao tehnološke neminovnosti procesa spajanja, potencijalno zahteva veći kapacitet dodeljenog konfiguracionog prostora za njegovu realizaciju i konsekvntno njegovu redukciju za realizaciju sekundarnih primitiva, što takođe implicira nove zahteve za ostvarivanje funkcije koordinacije, pa se uz tehnološke aspekte dalje uzima u obzir za matematičku formulaciju funkcije cilja $OP\#P$.

4.2.1.3 Matematička formulacija

U inicijalnom položaju pokretnog objekta, x_I , sledi da je za nominalnu definisanu trajektoriju ukupni prirast kretanja koji je potrebno ostvariti $\Delta x = x_T - x_I$, dok $OP\#P_ic$ predstavlja ostvarivanje terminalnog položaja, odnosno dostizanje $\Delta x = 0$. Međutim, u skladu sa formulacijom nameravane trajektorije sledi da preostali prirast nije unapred poznat, već se polazni izraz reformuliše u formu $\Delta x = x_T - x(t)$, pri čemu je u početnom trenutku ispunjavanja individualnog cilja $OP\#P_ic$ važi $x(t) = x_I$. Matematička formulacija funkcije cilja primarnog procesnog primitiva, $OP\#P$, uzimajući u obzir aspekte neodređenosti nameravane trajektorije, u opštem slučaju se može predstaviti kao minimizacija rastojanja između trenutnog i terminalnog položaja objekata koji se spajaju:

$$\min(\|\Delta x\|) \rightarrow \Delta x = 0, \quad \Delta x = x_T - x(t) \quad (4.3)$$

Na osnovu izraza (4.3) sledi da se minimizacijom norme prirasta definiše pravac, odnosno jedinični vektor infinitezimalnog prirasta duž nameravane trajektorije relativnog kretanja objekata koji se spajaju, δx_n , takav da obezbedi ispunjavanje $OP\#P_ic$:

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{\|\Delta x\|} \quad (4.4)$$

Ukupni infinitezimalni prirast δx u opštem slučaju sadrži: 1) apriorno zadatu, nominalnu, odnosno programiranu komponentu δx_p , i 2) kompenzacionu komponentu δx_k koja je prisutna u zavisnosti od aktivnosti faza procesa spajanja ili usled izbegavanja kolizionih stanja sa preprekama dinamičkog karaktera u prostoru TZS , što se formuliše na sledeći način:

$$\delta x = \delta x_p + \delta x_k = \delta x_n \cdot p_n + \delta x_k \quad (4.5)$$

U izrazu (4.5) p_n predstavlja skalarnu vrednost kojim se određuje intenzitet nominalne komponente prirasta u pravcu jediničnog vektora. Skalarna vrednost p_n može biti zadata apriorno, ili generisana kao adaptacija na promene u prostoru TZS tokom izvršavanja tehnološkog zadatka spajanja, tako da funkcija koordinacije obezbedi putanju vrha robotske ruke za ispunjavanje $OP\#P_ic$, simultano sa ispunjavanjem individualnih ciljeva procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa.

U skladu sa prethodnim formulacijama ispunjavanje $OP\#P_ic$ može se predstaviti kao niz aktivnosti izvršavanja infinitezimalnih prirasta karakteristične tačke vrha robotske ruke, δx , odnosno kao njihova suma, što predstavlja ukupni prirast nameravane trajektorije, Δx_{NA} , tako da se kao ishod ostvari terminalni položaj objekata koji se spajaju, što se formuliše na sledeći način:

$$\Delta x_T = \Delta x_I - \Delta x_{NA} = \Delta x_I - \sum_{i=1}^k (\delta x) = 0 \quad (4.6)$$

U izrazu (4.6) $\Delta x_I = \Delta x = x_T - x_I$ predstavlja prirast odnosno razliku Δx u inicijalnom relativnom položaju delova koji se spajaju, k predstavlja ukupan broj izvedenih iteracija algoritma koordinacije TZS , dok Δx_T predstavlja preostali prirast u terminalnom položaju, koji je u idealnom slučaju ispunjavanja $OP\#P_ic$ jednak nuli.

Prethodno formulisani zahtevi tehnološkog karaktera povezani sa primarnim procesnim primitivom zadatka spajanja, u smislu matematičke formulacije za uspostavljanje modela upravljanja kretanjem robotske ruke, direktno su povezani sa okvirom inverznog linearnog preslikavanja. Sledi da se u matematičkom smislu upravljanje ovim kretanjem izraženim infinitezimalnim pomerajima δx u KPS bazira na linearnom preslikavanju unutrašnjih koordinata δq robotske ruke u spoljašnje koordinate δx , kako je to u trećoj glavi ove disertacije predstavljeno. U slučaju primarnog procesnog primitiva tehnološkog zadatka spajanja, pomeraji δx predstavljaju kretanje duž nameravane trajektorije spajanja, kako je to prethodno formulisano, dok $\delta q = f(\delta x) = \delta q_P$ predstavlja korespondentni pomeraj kinematski redundantne robotske ruke u konfiguracionom prostoru, kao partikularna komponenta ukupnog modela kretanja kinematski redundantne robotske ruke za montažu (3.9). Na ovaj način ostvaruje se ukupan prirast kretanja robota u konfiguracionom prostoru korespondentan ostvarivanju individualnog cilja primarnog procesnog primitiva, kao:

$$\Delta q = \sum_{i=1}^k \delta q_P \quad (4.7)$$

Ispunjavanje cilja, odnosno aktivnosti procesnog primitiva $OP\#P$ zahtevaju određenu slobodu prostornog kretanja robotske ruke u ukupnom KPR , prethodno definisanu kao KPS , u zavisnosti od kinematike spoja objekata koji se spajaju. S obzirom na primarni status $OP\#P$, uvek se kategorički opredeljuje odgovarajući broj stepeni slobode kinematskog lanca robotske ruke za ostvarivanje $OP\#P_ic$. Pored prethodnog matematičkog utemeljenja, u inženjerskom smislu formalizacija primarnog procesnog primitiva tehnološkog zadatka spajanja i reprezentovanje njegove kinematike unutar KPR zahteva definisanje prostora tehnološkog zadatka spajanja, kao i njegovo povezivanje sa mapom linearnog preslikavanja mehanizma robotske ruke.

4.2.1.4 Prostor tehnološkog zadatka spajanja

Prema teoremi 4.1, ispunjavanje višestrukih zahteva odnosno individualnih ciljeva od kojih je komponovan globalni cilj tehnološkog zadatka spajanja, TZS_gc , moguće je ostvariti samo u slučaju kinematski redundantnog podsistema manipulacije robotskog sistema, odnosno u slučaju particije konfiguracionog prostora robota KPR na podprostore KPS i KPN . Konfiguracioni prostor nule, KPN , matematički je formulisan u trećoj glavi, dok se potpuna matematička formulacija za konfiguracioni prostor slike, KPS , koji je korespondentan prostoru TZS , izvodi u ovoj sekciji.

Inspirisana pristupima u [113, 156], formalizacija prostora TZS , ili radnog prostora, ovde obuhvata postupak njegovog formulisanja kroz kinematske zahteve, i njegovo povezivanje sa kinematski redundantnom robotskom rukom kao univerzalnom platformom za izvršavanje tehnoloških zadataka različitog stepena kompleksnosti.

Shodno prethodnom stavu, formalizacijom ovakvog pristupa uvodi se strukturirano preslikavanje koje obuhvata: 1) definisanje mape linearnog preslikavanja mehanizma robotske ruke $J(q) \in R^{m \times n}$, gde m i predstavlja dimenzionalnost radnog prostora R^m , dok n predstavlja broj stepeni slobode njegovog kinematskog lanca; i 2) definisanje prostora tehnološkog zadatka R^z , unutar radnog prostora R^m , čija dimenzionalnost z se u opštem slučaju razlikuje, odnosno manja je od dimenzionalnosti radnog prostora i definiše se za svaki tehnološki zadatak spajanja posebno.

Na ovaj način, pored mape linearnog preslikavanja $J(q) \in R^{m \times n}$ koja je nezavisna od tehnološkog zadatka, definišemo Jakobijan matricu primarnog procesnog primitiva $J_P(q) \in R^{z \times n}$. Matrica J_P definiše se posredno, tako što se prvo u domenu inverznog linearnog preslikavanja izvrši transformacija mape preslikavanja u prostor radnog zadatka, gde matrica Z predstavlja matricu tehnološkog zadatka:

$$J_P^+ = J^+ Z \quad (4.8)$$

Nakon definisanja inverzne mape J_P^+ izvršava se njena dekompozicija na elemente sopstvenog sistema i identifikuje odnosno sintetiše mapa direktnog linearnog preslikavanja, na sledeći način:

$$svd(J_P^+) \rightarrow \{V_P, U_P, S_P^+\} \rightarrow J_P = \sum_{i=1}^z J_{P_i} = \sum_{i=1}^z v_{P_i} \frac{1}{\sigma_{P_i}^+} u_{P_i}^T \quad (4.9)$$

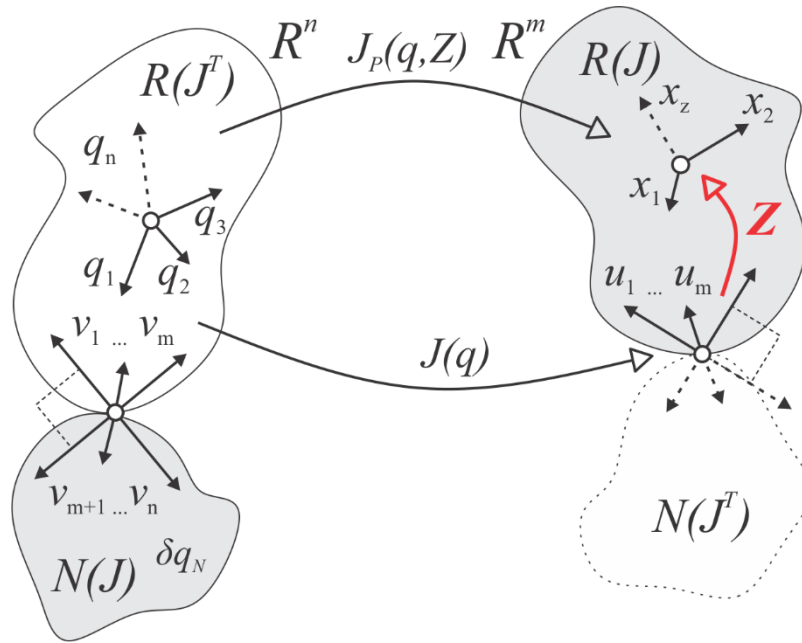
U izrazu (4.9) članovi sume $\sigma_{P_i}^+$ predstavljaju singularne vrednosti koje su prema polaznoj definiciji sopstvenog sistema (3.41) sadržane u matrici S_P^+ , dok su u matricama V_P i U_P sadržani ortonormalizovani sopstveni vektori pseudoinverzije odnosno inverznog preslikavanja $J_P^+ \in R^{m \times z}$, v_{P_i} i u_{P_i} , respektivno.

Matrica tehnološkog zadatka $Z \in R^{z \times z}$ je u opštem slučaju kompozitna i može da obuhvati: 1) rotaciju, ukoliko koordinatni sistem tehnološkog zadatka nije paralelan sa koordinatnim sistemom radnog prostora robotske ruke; 2) redukciju, ukoliko je dimenzionalnost radnog zadatka manja od dimenzionalnosti radnog prostora ($z < m$); i 3) sprezanje, ukoliko tehnološki zadatak sadrži kinematski spreznuta kretanja u odnosu na definisani radni prostor. Kompozitna matrica tehnološkog zadatka analitički se formuliše na sledeći način:

$$Z = Z_\alpha Z_{RS} = \begin{bmatrix} Z_{\alpha 11} & \cdots & Z_{\alpha 1i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\alpha i1} & \cdots & Z_{\alpha ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{RS11} & \cdots & Z_{RS1i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{RSi1} & \cdots & Z_{RSii} \end{bmatrix}, \quad i = 1, m \quad (4.10)$$

U izrazu (4.10) matrica Z_α predstavlja matricu rotacije prostora tehnološkog zadatka u odnosu na radni prostor. Definisanjem vrednosti članova matrice Z_{RS} sprovodi se redukcija i sprezanje u odnosu na mapu linearnog preslikavanja $J(q)$. Članovi glavne dijagonale matrice Z_{RS} mogu uzeti vrednost 1 ukoliko je korespondentno kretanje u radnom prostoru aktivno u izvođenju radnog zadatka ili

vrednost 0 ukoliko kretanje nije aktivno, i na taj način odrediti redukciju u odnosu na mapu preslikavanja $J(q)$. Nedijagonalni članovi predstavljaju sprezanje koordinatnih osa radnog prostora u radnom zadatku. Vrednost 0 označava da nema sprezanja, a ukoliko sprezanje postoji onda se nedijagonalnim članom izražava kinematska zavisnost koordinatnih osa, čime se mogu uspostaviti i ostvariti složena kretanja, na primer kretanje po zavojnici i slično. Na slici 4.9 prikazana je ilustracija strukturnog preslikavanja i relativni odnos konfiguracionog prostora R^n , radnog prostora R^m i prostora tehnološkog zadatka R^z .



Slika 4.9: Strukturno preslikavanje iz konfiguracionog prostora robotske ruke $q \in R^n$ u prostor tehnološkog zadatka spajanja $x \in R^z$: mapa linearnog preslikavanja mehanizma robotske ruke $J(q) \in R^{m \times n}$, matrica tehnološkog zadatka $Z \in R^{z \times z}$ i $J_p(q, Z) \in R^{z \times n}$ kao mapa rezultujućeg strukturnog preslikavanja

Uvođenjem prostora tehnološkog zadatka, odnosno definisanjem njemu pripadajuće matrice linearnog preslikavanja $J_p(q)$, moguće je preformulisati partikularnu komponentu ukupnog modela kretanja (3.9), tako da se direktno poveže sa aktivnostima ispunjavanja individualnog cilja primarnog procesnog primitiva tehnološkog zadatka spajanja, $OP\#P_ic$, u njemu pripadajućem prostoru na sledeći način:

$$\delta q_p = J_p^+(q) \delta x \quad (4.11)$$

Formulacijom matrice direktnog linearnog preslikavanja tehnološkog zadatka $J_p(q)$ moguće je dalje direktno uspostaviti kategoričnost prioriteta $OP\#P$ u odnosu na sekundarni nivo tehnoloških i sistemskih procesnih primitiva, sintetisanjem korespondentnog komplementarnog projektora, odnosno reformulisanjem opšteg izraza (3.59) sledi:

$$P_{PC} = I_n - J_p^+(q) J_p(q) = I_n - V_{PR} V_{PR}^T = V_{PN} V_{PN}^T \quad (4.12)$$

U izrazu (4.12) matrice V_{PR} i V_{PN} predstavljaju ortonormalizovane baze podprostora slike $R(J_p)$ i nule $N(J_p)$ konfiguracionog prostora definisanog u odnosu kinematske zahteve za izvršavanje zadatka korespondentnog primarnom procesnom primitivu $OP\#P$.

Ovakav pristup formalizacije prostora tehnološkog zadatka, odnosno prostora kategorički opredeljenog za ispunjavanje $OP\#P_ic$, omogućuje generalizaciju i primenljivost i kod hiperredundantnih robotskih struktura, bimanuelnih ili polimanuelnih, što daje teorijsku opštost i prostor za dalja istraživanja koja nisu direktna tema ove disertacije.

4.2.2 Sinteza varijantnih funkcija ciljeva tehnološkog procesnog primitiva

Povezivanje primarnog procesnog primitiva sa istovremenim upravljanjem svojstvima generalizovane krutosti i sistemskim procesnim primitivima, primenom koncepta hijerarhijskog organizovanja tehnološkog zadatka spajanja, izloženog detaljno u poglavlju 4.1, predstavlja jedan od osnovnih doprinosa ove disertacije. Procesni primitivi TZS na sekundarnom hijerarhijskom nivou dele se na tehnološke i sistemske. Formulacija tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#Tx$, povezuje uspostavljeni sistemski okvir direktno sa tehnološkim aspektima procesa robotizovanog spajanja, odnosno sa korespondentnim individualnim ciljevima za ostvarivanje potrebnih svojstava krutosti sistema oslanjanja delova koji se spajaju. Sa druge strane, sistemski procesni primitivi $OP\#Sx$ unose ograničenja koje nameće robotski sistem i okruženje, i na taj način smanjuju efektivni konfiguracioni prostor koji je raspoloživ za funkcije ciljeva tehnološkog procesnog primitiva. Sveukupno, iz prethodnog sledi da je na osnovu tako definisanih zahteva moguće sintetisati varijantne funkcije ciljeva kroz odgovarajući matematički formalizam.

4.2.2.1 Opšti okvir matematičke formulacije funkcije cilja sekundarnih procesnih primitiva

Kod upravljanja kretanjem robotske ruke vođenim postizanjem globalnog cilja, TZS_{gc} , aktivnosti skupa tehnoloških i sistemskih procesnih primitiva predstavljaju generisanje gradijenata prirasta unutrašnjih koordinata na njihovom izlazu, odnosno $y_x = \delta q_x$. U funkcionalnom smislu polazna osnova za definisanje aktivnosti sekundarnih procesnih primitiva TZS , u opštem slučaju formuliše se na sledeći način:

- 1) Dopunski zahtev zadatka spajanja, procesni primitiv sekundarnog prioriteta, $OP\#Tx$ ili $OP\#Sx$, uvek se definiše kao funkcija unutrašnjih koordinata robotskog mehanizma u ukupnom konfiguracionom prostoru q , u sledećem opštem obliku:

$$s_x = f(q) \quad (4.13)$$

U izrazu (4.13) s_x predstavlja funkciju cilja procesnog primitiva $OP\#x$ sekundarnog nivoa hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka spajanja;

- 2) Prirast unutrašnjih koordinata korespondentan funkciji cilja s_x , odnosno izlaz korespondentnog procesnog primitiva, izračunava se kao gradijentni vektor u posmatranoj tački konfiguracionog prostora definisanoj unutrašnjim koordinatama q :

$$\delta q_x = \nabla s_x(q) = \frac{\partial s_x(q)}{\partial q} \quad (4.14)$$

Sumiranje prirasta δq_x , odnosno sleđenje gradijenta funkcije cilja u ukupnom modelu kretanja predstavlja aktivnost ostvarivanja postavljenog individualnog cilja $OP\#x_{ic}$.

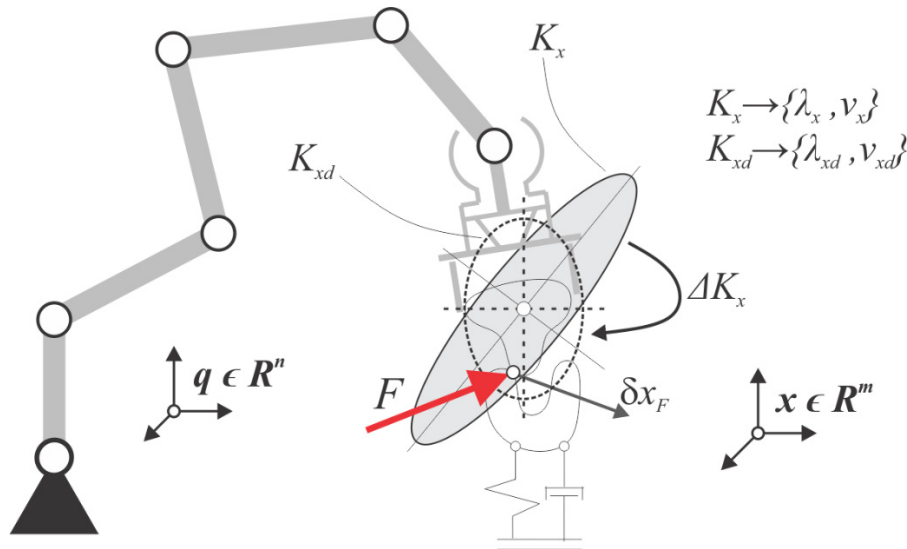
U nastavku ovog podpoglavlja prvo se formulišu zahtevi za svojstva generalizovane krutosti relevantna za tehnološki zadatak spajanja delova, TZS , odnosno svojstva konzistentna sa uspešnim tokom procesa spajanja u fazi umetanja, pri čemu se posebno ističe problem sprežanja domena translatornog i rotacionog pomeraja, odnosno krutosti, a zatim se na osnovu toga formulišu individualnim ciljevi i sintetišu varijantne funkcije ciljeva tehnološkog procesnog primitiva $OP\#Tx$.

4.2.2.2 Zahtevi za svojstva generalizovane krutosti

Svojstva generalizovane krutosti konzistentna sa uspešnim tokom spajanja delova prema Vitnijevom kvazi-statičkom modelu detaljno su analizirana u drugoj glavi ove disertacija, i to na primeru RCC jedinice kao praktične implikacije teorije spajanja popustljivo oslonjenih krutih delova [249]. Analiza i karakterizacija izvršena je primenom matematičkog instrumentarijuma sopstvenog sistema matrice krutosti, sa pripadajućim komponentama sopstvenih vrednosti i sopstvenih vektora. Suština je u tome

da se takvim pristupom formulišu svojstva predstavljena željenim oblikom matrice krutosti, K_{xd} , dok je realno stanje iskazano matricom K_x , pri čemu se svojstva reprezentuju odgovarajućim elipsoidima krutosti na osnovu komponenata sopstvenog sistema, λ_x i v_x .

Analogno minimizaciji razlike između inicijalnog i terminalnog položaja objekata koji se spajaju, kod formulacije individualnog cilja $OP\#P_ic$, formulacija $OP\#T_ic$ u opštem smislu obuhvata minimizaciju razlike između željene i aktuelne generalizovane krutosti, ΔK_x , što se zasniva na prethodno definisanom meta-kriterijumu (4.2), a ilustrovano je na slici 4.10. Praktično, minimizacija ΔK_x predstavlja svojevrsnu trajektoriju u sopstvenom sistemu generalizovane krutosti, tranziciju od K_x do K_{xd} , koja ima svoj ekvivalent Δq_{Kx} u KPR odnosno u KPN . Ova činjenica ukazuje na interakciju aktivnosti procesnih primitiva, o čemu su okviri u kontekstu sistemskog organizovanja TZS dati u sekciji 4.1.4.3, a ovde se jasno može konstatovati da interakcija nastaje kao posledica dualizma sile i pomeraja kao inherentnog svojstva elastomehaničkih struktura.



Slika 4.10: Ilustracija oblikovanja elipsoida generalizovane krutosti robotske ruke, tako da se u idealnom slučaju iz proizvoljnog inicijalnog stanja izražene eliptičnosti, K_x , ostvari trajektorija/tranzicija ΔK_x , i na taj način realizuje prevođenje u finalno željeno stanje K_{xd} konzistentno sa zahtevima procesa spajanja, reprezentovano komponentama sopstvenog sistema matrice krutosti: $\{\lambda_x, v_x\} \rightarrow \{\lambda_{xd}, v_{xd}\}$

Pronalaženje formalnog okvira za minimizaciju razlike ΔK_x , tako da se stvarna svojstva generalizovane krutosti reprezentovana elipsoidom približe željenom obliku, čime se dalje stižu uslovi za formulaciju funkcija ciljeva, zasniva se na analizi prirode matrice K_x i pripadajućeg kinetostatičkog ponašanja za njen opšti oblik, gde se posebno ističe heterogenost i kao posledica toga problem sprežanja pobude i odziva između translacije i rotacije. Kako je u poglavlju 2.2.2 načelno objašnjeno, matrica generalizovane krutosti robotske ruke u opštem slučaju sadrži četiri blok matrice, čija se razvijena forma predstavlja na sledeći način:

$$K_x = \begin{bmatrix} K_T & K_{TR} \\ K_{RT} & K_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{t11} & k_{t12} & k_{t13} & \vdots & k_{tr11} & k_{tr12} & k_{tr13} \\ k_{t21} & k_{t22} & k_{t23} & \vdots & k_{tr21} & k_{tr22} & k_{tr23} \\ k_{t31} & k_{t32} & k_{t33} & \vdots & k_{tr31} & k_{tr32} & k_{tr33} \\ \dots & \dots & \dots & \cdot & \dots & \dots & \dots \\ k_{rt11} & k_{rt12} & k_{rt13} & \vdots & k_{r11} & k_{r12} & k_{r13} \\ k_{rt21} & k_{rt22} & k_{rt23} & \vdots & k_{r21} & k_{r22} & k_{r23} \\ k_{rt31} & k_{rt32} & k_{rt33} & \vdots & k_{r31} & k_{r32} & k_{r33} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

U generalnom slučaju radnog prostora robota, odnosno prostora tehnološkog zadatka spajanja, sa tri translacije i tri rotacije, ili bilo kom slučaju prostora tehnološkog zadatka definisanog na način da

kombinuje translatorna i rotaciona kretanja, gde se generalizovana krutost predstavlja blok matricom, svaki poddomen se predstavlja zasebnim elipsoidom krutosti sa pripadajućim parametrima, sopstvenim vektorima v_{xi} i sopstvenim vrednostima λ_{xi} , pri čemu važi da je ukupna matrica krutosti uvek simetrična i pozitivno definitna. Elipsoid translatorne krutosti i elipsoid rotacione krutosti predstavljaju reprezentante podmatrice K_T i podmatrice K_R , respektivno, uključujući njihov karakter i sprezanje unutar ovih poddomena. Na primer, ukoliko je podmatrica K_T nedijagonalne forme, tako da je $k_{12}=k_{21}>0$, sledi da se translatorna pobuda duž x_1 preslikava i u translatorni odziv duž pravca x_2 prostora tehnološkog zadatka, odnosno postoji sprezanje između ovih pravaca. Podmatrica $K_{TR}=K_{RT}^T$ se takođe može hipotetički predstaviti elipsoidom, a vrednosti njegovih parametara v_s i λ_s opisuju karakter sprezanja između translatornog i rotacionog poddomena. Samo u slučaju kada su svi članovi matrice $K_{TR}=K_{RT}^T$ jednaki nuli tada nema unakrsnog sprezanja između translatornog i rotacionog poddomena, dok je u svim drugim slučajevima potrebna odgovarajuća interpretacija članova matrice K_{TR} , odnosno interpretacija karaktera sprezanja koje oni produkuju. Postojanje dijagonalnih članova, odnosno sopstvenih vrednosti λ_s matrice K_{TR} ukazuje na sprezanje translatornog i rotacionog poddomena, a dodatno ukoliko postoje nedijagonalni članovi onda postoji rotacija sopstvenog sistema K_{TR} , odnosno rotacija elipsoida sprezanja formiranog sopstvenim vektorima v_s relativno u odnosu na prostor radnog zadatka, što ukazuje na unakrsno sprezanje. Detaljnije posmatrano, polazeći od generalne forme matrice generalizovane krutosti K_x iskazane izrazom (4.15), analizom K_{TR} može se zaključiti da postojanje članova na njenoj glavnoj dijagonali ukazuje na sprezanje pobude i odziva različitih poddomena, translatornog i rotacionog, koji pripadaju nazivno istoj koordinatnoj osi prostora radnog zadatka, gde se na primer u slučaju $k_{r11}>0$ translatorna pobuda duž x_1 preslikava u rotacioni pomeraj oko te iste ose, a istovremeno se pobuda momentom oko x_1 preslikava u translatorni odziv duž x_1 , jer zbog postojanja simetrije matrice K_x važi $k_{r11}=k_{r11}$. Postojanje nedijagonalnih članova K_{TR} ukazuje na unakrsno sprezanje pobude i odziva između koordinatnih osa, gde se na primer u slučaju $k_{tr23}>0$ translatorna pobuda duž x_2 preslikava u rotacioni pomeraj oko x_3 , dok se pobuda momentom oko x_3 preslikava u translatorni odziv duž x_2 , respektivno, jer usled simetrije matrice K_x važi $k_{tr23}=k_{r132}$. U slučaju zadatka robotizovanog spajanja jedan od najvećih potencijalnih poremećaja u fazi umetanja predstavlja konverzija translatorne pobudne sile u ugaoni odziv odnosno pomeraj, što predstavlja najveći rizik za pojavu neregularnih stanja tipa zaglavljivanja i zaklinjavanja, pa se ovakva stanja sprezanja imperativno moraju izbeći, kako unutrašnja, tako i unakrsna, ili bar minimizirati za slučaj kada je potencijalno moguće usvojiti kompromisno rešenje. Jedan od mogućih pristupa za analizu heterogene prirode matrice generalizovane krutosti je i pristup baziran na tenzorima [229], ali se ovde dalje ta tema ne obrađuje.

Prema prethodnim razmatranjima, sledi da je ključni izazov kako svojstva mehaničke izotropnosti RCC preneti na kinematski redundantnu robotsku ruku, jer roboti zbog svoje serijske kinematske strukture sa obrtnim zglobovima imaju inherentnu tendenciju sprezanja. Očigledno da je za uspešan tok proces spajanja od suštinskog značaja da željena forma sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti K_{xd} bude dijagonalna, odnosno da njeni nedijagonalni članovi u idealnom slučaju budu jednaki nuli. Ovakav oblik je takođe poželjan u mnogim drugim slučajevima gde se robotski sistemi primenjuju za široku klasu kontaktnih zadataka. Egzaktni zahtevi kojima se formuliše individualni cilj $OP\#Tx_ic$ su sledeći: 1) Kvazi-izotropnost, čime se postiže da vektor odziva robotske ruke, generalizovani pomeraj δx_F , bude kodirekcionalan sa pravcem dejstva generalizovanog vektora pobudne sile F , odnosno da nema sprezanja, pri čemu intenzitet vektora pomeraja vrha robotske ruke u radnom prostoru direktno zavisi od vrednosti članova glavne dijagonale matrice K_x , i sa tim povezano, 2) Selektivna krutost, gde se vrednosti članova glavne dijagonale zadaju tako da je krutost veća u pravcu spajanja delova, a manja u lateralnoj ravni u odnosu na pravac spajanja.

Prema razmatranjima u podpoglavlju 2.2.3, u slučaju serijske strukture mehanizma robotske ruke, sledi da je K_x rezultujuća veličina koja se izračunava inverznom kongruetnom transformacijom (2.15) i to kao funkcija: 1) aktuacione krutosti iskazane matricom K_q , i 2) Jakobijan matrice $J(q)$ odnosno konfiguracije robotske ruke. Kako se u ovoj disertaciji razmatra slučaj monoartikularnog pogona robotske ruke sa zglobovima kvazi-konstantne krutosti, sledi da se upravljanje svojstvima

generalizovane krutosti u tom slučaju zasniva na promeni konfiguracije, odnosno da je funkcija vektora unutrašnjih koordinata q .

Za ostvarivanje individualnog cilja $OP\#T_x_ic$ generalno je moguće primeniti više različitih pristupa, odnosno sintetisati varijante funkcije cilja. To se ogleda u indirektnom i direktnom pristupu minimizacije ΔK_x , dijagonalizacijom matrice K_q ili K_x , respektivno, dok je u direktnom pristupu dodatno moguće primeniti integralnu i parcijalnu minimizaciju, odnosno sintetisati korespondentne funkcije ciljeva. Imajući uvek na umu ograničenost raspoloživog resursa KPR odnosno KPN , integralni pristupi omogućuju da se potencijalno ostvari bar kompromisno rešenje, dok je sa povećanjem raspoloživog kapaciteta moguće primeniti parcijalne pristupe i na taj način približnije ostvariti egzaktne zahteve $OP\#T_x_ic$. Parcijalni pristupi se zasnivaju na direktnom oblikovanju komponenata sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti K_x .

4.2.2.3 Funkcija cilja dijagonalne forme matrice K_q

Primenom kongruentne transformacije (2.14) zadata forma matrice generalizovane krutosti K_{xd} se nakon preslikavanja u konfiguracioni prostor robotske ruke prevodi u matricu aktuacione krutosti K_q čiji su nedijagonalni članovi u opštem slučaju različiti od nule. Opšta razvijena forma kongruentne transformacije za slučaj kinematski redundantnog robota odnosno pravougaonog oblika Jakobijan matrice podrazumeva preslikavanje iz manjeg u veći prostor, iz radnog u konfiguracioni, $R^{m \times m} \rightarrow R^{n \times n}$, i glasi:

$$\begin{bmatrix} k_{q11} & \cdots & k_{q1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{qj1} & \cdots & k_{qjj} \end{bmatrix}_{n \times n} = \begin{bmatrix} J_{11} & \cdots & J_{1i} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ J_{j1} & \cdots & J_{ji} \end{bmatrix}_{n \times m} \begin{bmatrix} k_{xd11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k_{xdii} \end{bmatrix}_{m \times m} \begin{bmatrix} J_{11} & \cdots & J_{1j} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{1i} & \cdots & J_{ij} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (4.16)$$

Prisustvo nedijagonalnih članova u matrici aktuacione krutosti, $K_{q(i \neq j)}$, posledica je matematičke prirode kongruentne transformacije (2.14) odnosno (4.16). Međutim, problem nastaje kada je potrebno fizički realizovati matricu aktuacione krutosti K_q koja je nedijagonalnog oblika i koja je korespondentna željenom obliku matrice generalizovane krutosti K_{xd} . Generalno, rešenje ovog problema može se usmeriti u dva pravca, kako je to načelno predstavljeno u drugoj glavi: 1) Poliaktuacija - jedan aktuator pogoni više zglobova, najčešće dva, čime se direktno mogu generisati nedijagonalni članovi matrice K_q . Ovakvo rešenje se sreće u biološkim sistemima (čovekova ruka), međutim u tehničkom smislu takvo rešenje je izuzetno kompleksno za fizičku realizaciju i 2) Postojanjem kinematske redundanse robotskog mehanizma, gde su zglobovi međusobno nezavisno pogonjeni, čime se kompleksnost prevodi u prostor matematičkog modeliranja i pokušaja da se sintetiše odgovarajući upravljački algoritam na osnovu povećanog kapaciteta konfiguracionog prostora robotske ruke. U ovoj disertaciji rešavanje problema postojanja nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti K_q , kao posledice kongruentne transformacije, fokusira se na drugu navedenu mogućnost, i zasniva se na particiji ukupnog prostora KPR na podprostore KPS i KPN , prema teoremi 4.1.

Nadovezujući se na prethodna razmatranja u drugom poglavlju i imajući u vidu relaciju kongruentne transformacije (4.16), očigledno je da je matrica aktuacione krutosti K_q funkcija unutrašnjih koordinata posredno preko mape linearnog preslikavanja $J(q)$, pa sledstveno tome svako unutrašnje kretanje koje je moguće izvesti u KPN implicitno ima uticaj na promenu vrednosti članova matrice generalizovane krutosti K_x . Iz prethodnog sledi potencijalna mogućnost da se kroz okvir tehnološkog procesnog primitiva, uspostavljanjem odgovarajuće funkcije cilja u obliku $s_{Kq} = s_{Kq}(q, K_q(K_{xd}))$ i njenog gradijentnog vektora $\delta q_{Kq} = \nabla(s_{Kq})$, iz polja mogućih rešenja izabere konfiguracija koja je konzistentna sa dijagonalnom formom matrice aktuacione krutosti ili dovoljno bliska, čime se na optimalan ili podoptimalan način ostvaruje individualni cilj $OP\#Tx_ic$. Prema tome, oblikovanje

matrice aktuacione krutosti K_q , sa ciljem postizanja njene fizički ostvarive dijagonalne forme, predstavlja indirektan pristup za ostvarivanje željene generalizovane krutosti. Sledstveno, funkcija cilja za posrednu minimizaciju odstupanja stvarne od željene generalizovane krutosti robotske ruke, definiše se Euklidovom normom nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti K_q na sledeći način [190]:

$$s_{K_q}(q, K_{xd}) = \|K_{qij}(q, K_{xd})\|_{\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (K_{qij}(q, K_{xd}))^2} \quad (4.17)$$

Umesto partikularne minimizacije svakog nedijagonalnog člana K_q posebno, uvođenjem njihove norme, traženje optimalnog rešenja se drastično matematički pojednostavljuje, što ima veliki značaj sa aspekta praktične primenljivosti za upravljanje generalizovanim kinetostatičkim ponašanjem K_x robotske ruke u realnom vremenu. Pored toga, pristup sumarnog posmatranja skupa nedijagonalnih elemenata matrice K_q , mada na prvi pogled diskutabilan jer se njime gubi uvid u njihove pojedinačne vrednosti, ne nosi bilo kakav praktični rizik, jer se kod neredundantno aktuiranog robota nedijagonalni elementi fizički ne mogu proizvoditi. Oni su čista matematička apstrakcija, proizvodjena kongruentnom transformacijom (2.14) i ne postoje u fizičkom domenu, pa samim tim ne postoji značaj njihove pojedinačne vrednosti. Ipak, ovakav stav ne treba da navede na pogrešan zaključak, jer oni imaju značajne implikacije na generalizovanu krutost TCP robotske ruke K_x .

Izračunavanjem gradijenta funkcije cilje s_{K_q} (4.17), koja formira skalarno potencijalno polje u konfiguracionom prostoru robotske ruke, moguće je generisati vektor priraštaja unutrašnjih koordinata korespondentan ostvarivanju ovako definisanog individualnog cilja $OP\#Tx_ic$:

$$\nabla(s_{K_q}) = \frac{\partial s_{K_q}}{\partial q} \quad (4.18)$$

4.2.2.4 Funkcija cilja dijagonalne forme matrice K_x

Za razliku od prethodnog formulisanog pristupa dijagonalizacije matrice K_q , sumarna dijagonalizacija matrice generalizovane predstavlja neposredan pristup za ostvarivanje individualnog cilja $OP\#Tx_ic$. Kao takav, ovaj pristup se bazira na inverznoj kongruentnoj transformaciji (2.15), gde se matricna forma generalizovane krutosti ostvaruje kao rezultujuća veličina $K_x=f(q, K_q)$, pri čemu se smatra da je aktuaciona krutost serijske kinematske strukture mehanizma robotske ruke uvek poznate dijagonalne forme. Funkcija cilja za neposrednu sumarnu minimizaciju odstupanja stvarne od željene generalizovane krutosti robotske ruke, definiše se Euklidovom normom nedijagonalnih članova matrice generalizovane krutosti K_x na sledeći način:

$$s_{K_x}(q, K_q) = \|K_{xij}(q, K_q)\|_{\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m (K_{xij}(q, K_q))^2} \quad (4.19)$$

Izračunavanjem gradijenta funkcije cilja (4.19), koja formira skalarno potencijalno polje u konfiguracionom prostoru robotske ruke, moguće je generisati vektor priraštaja unutrašnjih koordinata korespondentan funkciji cilja s_{K_x} :

$$\nabla(s_{K_x}) = \frac{\partial s_{K_x}}{\partial q} \quad (4.20)$$

Međutim, kako je prethodno objašnjeno, dok je sumarni pristup oblikovanja odnosno dijagonalizacije matrice aktuacione krutosti opravdan jer je njena struktura homogena, sumarni pristup dijagonalizacije matrice generalizovane krutosti je upitan jer je njena struktura u opštem slučaju nehomogena kada su kombinovano prisutna translatorna i obrtna kretanja u prostor tehnološkog

zadatka. Tada je opravdano uvesti dodatne funkcije cilja za dijagonalizaciju unutar poddomena matrice K_x , čija je unutrašnja struktura homogena. U ovom kontekstu ovde se uvode sledeće funkcije ciljeva i pripadajući gradijenti :

- 1) Minimizacija norme podmatrice $K_{TR}=K_{RT}^T$ sa ciljem njene potpune eliminacije, kao uzroka unakrsnog sprezanja translatornog i rotacionog poddomena pobude i odziva:

$$s_{K_{TR}}(q, K_q) = \|K_{TR}\| \rightarrow \nabla(s_{K_{TR}}) = \frac{\partial s_{K_{TR}}}{\partial q} \quad (4.21)$$

- 2) Minimizacija normi nedijagonalnih članova translatornog i rotacionog poddomena, odnosno podmatrica K_T i K_R , sa ciljem eliminacije unutrašnjih sprezanja:

$$s_{K_T}(q, K_q) = \|K_{Tij}(q, K_q)\|_{\lfloor \frac{n(n-1)}{2} \rfloor} = \sqrt{\sum_{i=1}^{ts-1} \sum_{j=i+1}^{ts} (K_{Tij}(q, K_q))^2} \rightarrow \nabla(s_{K_T}) = \frac{\partial s_{K_T}}{\partial q} \quad (4.22)$$

$$s_{K_R}(q, K_q) = \|K_{Rij}(q, K_q)\|_{\lfloor \frac{n(n-1)}{2} \rfloor} = \sqrt{\sum_{i=1}^{rs-1} \sum_{j=i+1}^{rs} (K_{Rij}(q, K_q))^2} \rightarrow \nabla(s_{K_R}) = \frac{\partial s_{K_R}}{\partial q} \quad (4.23)$$

U izrazima (4.22) i (4.23), parametri t_s i r_s predstavljaju broj translatornih i rotacionih stepeni slobode potrebnih za izvođenje tehnološkog zadatka, respektivno.

Izvođenje ukupne minimizacije ΔK_x , odnosno dijagonalizacije matrice K_x primenom skupa funkcija ciljeva (4.21) – (4.23), zahteva veće računsko vreme, kao i veći kapacitet konfiguracionog prostora kinematski redundantne robotske ruke u odnosu na sumarni pristup baziran na (4.19), ali ispunjava uslov potpune fizičke konzistencije u formulaciji tehnološkog procesnog primitiva.

4.2.2.5 Funkcija cilja proizvoljne orijentacije elipsoida matrice K_x

Dijagonalna forma matrice generalizovane krutosti K_x direktno je povezana sa orijentacijom njenog sopstvenog sistema, koji čine sopstveni vektori v_x , odnosno sa orijentacijom pripadajućeg elipsoida u odnosu na koordinatne ose prostora tehnološkog zadatka. Kada su sopstveni vektori v_x matrice K_x paralelni sa osama koordinatnog sistema prostora tehnološkog zadatka, x , tada je matrica K_x dijagonalne forme. Na bazi ovog razmatranja, uz prethodno izračunavanje komponenti sopstvenog sistema K_x u funkciji unutrašnjih koordinata robotske ruke odnosno njene konfiguracije na osnovu inverzne kongruentne transformacije (2.15), moguće je formulisati funkciju cilja za neposrednu parcijalnu minimizaciju ΔK_x rotacijom elipsoida odnosno ostvarivanjem paralelnosti sopstvenih vektora sa koordinatnim osama prostora tehnološkog zadatka:

$$s_v(q, K_x) = 1 - \bar{x}_x \cdot \bar{v}_x \rightarrow \nabla(s_v) = \frac{\partial s_v}{\partial q} \quad (4.24)$$

U izrazu (4.24), x_x i v_x predstavljaju međusobno korespondentne sopstvene vektore koordinatnih sistema tehnološkog zadatka i matrice generalizovane krutosti, respektivno. Kodirekcionalnost vektora ostvarena je kada je njihov skalarni proizvod jednak jedinici, pa se minimizacijom definisane funkcije cilja (4.24), odnosno sleđenjem pripadajućeg gradijenta u konfiguracionom prostoru robotske ruke, ostvaruje ovo stanje odnosno dijagonalizacija matrice generalizovane krutosti.

Ovakav pristup dijagonalizacije matrice K_x , odnosno minimizacije ΔK_x , sa jedne strane razrešava pitanje nehomogenosti matrice generalizovane krutosti, predstavljajući funkcionalno konzistentan okvir baziran na matematičkom aparatu linearne algebre, dok sa druge strane takav pristup predstavlja potencijalni okvir za određivanje potrebnog broja redundantnih stepeni slobode robotske ruke za ostvarivanje željenog oblika K_{xd} . To dalje predstavlja pitanje upravljanja svojstvima krutosti mehanizma robotske ruke na bazi konfiguracionog prostora nule, uključujući i traženje

kompromisnog rešenja usled ograničenog raspoloživog resursa ukupnog konfiguracionog prostora. Orijentacija elipsoida je značajan parametar generalizovane krutosti, i direktno povezan sa dijagonalnom formom matrice K_x , međutim ostvarivanje svojstava selektivne krutosti povezana su sa njenim sopstvenim vrednostima, što je drugi egzaktan zahtev za tehnološki zadatak spajanja.

4.2.2.6 Funkcija cilja selektivne krutosti elipsoida matrice K_x

Kako je prethodno formulisano kroz analizu komponenata sopstvenog sistema matrice K_x , krutost duž pojedinih osa sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti izražena je njenim sopstvenim vrednostima λ_{xi} . Kada je matrica K_x dijagonalne forme, tada članovi glavne dijagonale direktno predstavljaju sopstvene vrednosti i reprezentuju meru krutosti u pravcima sopstvenog sistema. Praktično, jediničnu hipersferu koju formiraju ortonormalizovani sopstveni vektori sopstvene vrednosti transformišu u elipsoid krutosti. Kao i sopstveni vektori, tako i sopstvene vrednosti matrice generalizovane krutosti predstavljaju funkcije unutrašnjih koordinata mehanizma robotske ruke. Sopstvene vrednosti su, za razliku od sopstvenih vektora, takođe i u funkciji vrednosti članova glavne dijagonale matrice aktuacione krutosti, odnosno krutosti zglobova. Za slučaj monoartikularnog mehanizma robotske ruke, sa kvazi-konstantnom krutošću zglobova, sledi da su sopstvene vrednosti matrice K_x funkcija samo konfiguracije odnosno unutrašnjih koordinata.

Uzimajući u obzir prethodno definisane zahteve selektivne krutosti relevantne za proces spajanja, sledi da je u lateralnoj ravni spajanja potrebno obezbediti izotropnost, a ukupno posmatrano kvazi-izotropnost, što proističe iz zahteva da krutost bude veća u pravcu ose relativnog insertovanja objekata. Na osnovu toga moguće je definisati funkcije ciljeva za ostvarivanje ovog zahteva. U opštem slučaju, kao kriterijum potrebno je definisati odnos sopstvenih vrednosti, pa se funkcija cilja selektivne krutosti i korespondentni gradijent mogu formulisati na sledeći način:

$$s_\lambda(q, K_x) = 1 - f_\lambda \frac{\lambda_{xi}}{\lambda_{xj}} \rightarrow \nabla(s_\lambda) = \frac{\partial s_\lambda}{\partial q} \quad (4.25)$$

U izrazu (4.25), λ_{xi} i λ_{xj} predstavljaju sopstvene vrednosti posmatranih koordinatnih osa elipsoida, translatorne ili rotacione krutosti, čiji odnos se postavlja kao kriterijum koji je potrebno ostvariti, dok f_λ predstavlja faktor tog odnosa, praktično skalarni množilac. Minimizacijom postavljene funkcije cilja, odnosno sleđenjem njenog gradijenta, ostvaruje se zadati odnos sopstvenih vrednosti matrice K_x . Za slučaj kada je potrebno ostvariti izotropnost u određenoj ravni koordinatnih osa sopstvenog sistema matrice K_x , odnosno aksijalnoj ili lateralnoj ravni elipsoida krutosti, tada je faktor $f_\lambda = 1$.

Dok je uz odgovarajući broj redundantnih stepeni slobode, odnosno dovoljan kapacitet KPN potencijalno moguće upravljati oblikom elipsoida, ili, preciznije formulisano, odnosom sopstvenih vrednosti koordinatnih osa sopstvenog sistema matrice K_x , upravljanje egzaktnom merom krutosti nije moguće za slučaj kvazi-konstantne krutosti u zglobovima mehanizma robotske ruke. Dakle, za potpunu upravljivost generalizovane krutosti, potreban je hibridni pristup, koji uključuje i upravljivost članova dijagonale matrice aktuacione krutosti, odnosno upravljivost krutosti zglobova, prema načelnim razmatranjima iz podpoglavlja 2.3.3.

4.2.3 Sinteza funkcija ciljeva sistemskih procesnih primitiva

Posmatrano sa tehnološkog stanovišta, simultanim izvršavanjem primarnog procesnog primitiva $OP\#P$ i tehnološkog procesnog primitiva $OP\#T_1$, sleđenjem prirasta δx odnosno δq_P i δq_N produkovanog sleđenjem gradijenta usvojenih funkcija ciljeva, respektivno, dovoljno je za izvršavanje tehnološkog zadatka spajanja. Međutim, ograničenja koje uvodi realno radno okruženje, zatim mehanika robotske ruke koja manipuliše objektima koji se spajaju, zatim ograničenja digitalnog upravljačkog sistema, ukazuju na to da je izvršavanjem primarnog i tehnološkog procesnog primitiva moguće ugrožavanje sistemskih funkcionalnosti. Takvo stanje mora se imperativno sprečiti, što se ostvaruje uvođenjem sistemskih procesnih primitiva, čija je osnovna funkcija ispunjavanje i

održavanje uslova za izvršavanje primarnog procesnog primitiva, jer kada se ne realizuje $OP\#P$, tada se ne realizuje ni tehnološki zadatak spajanja u celosti. Minimalni skup sistemskih procesnih primitiva, $OP\#S_x$, inicijalno je definisan u odeljku 4.1.4.1, a sastoji se od:

- 1) $OP\#S_1$: Izbegavanje granica radnog prostora;
- 2) $OP\#S_2$: Izbegavanje singularnih konfiguracija;
- 3) $OP\#S_3$: Izbegavanje kolizionih stanja sa okruženjem;
- 4) $OP\#S_4$: Kompenzacija sile gravitacije;
- 5) $OP\#S_5$: Dinamička stabilnost.

Aktivnost prva tri navedena procesna primitiva moguće je definisati implicitno i eksplicitno, odnosno za pasivno i aktivno izbegavanje navedenih ograničenja, respektivno. Pasivno izbegavanje zasniva se na formiranju odgovarajućih faktora ili koeficijenta tehnološkog procesnog primitiva čije aktivnosti potencijalno narušavaju neko od ograničenja, i pogodno je sa računskog aspekta i ograničenih resursa KPR , međutim, u opštem slučaju ne može garantovati izbegavanje ograničenja, pa se funkcije ciljeva formulišu i u eksplicitnom obliku prema opštoj formulaciji datoj u 4.2.2.1.

Kompenzacija gravitacione komponente se u upravljački sistem uvodi na nivou jednačine kretanja robotske ruke, dok procesni primitiv dinamičke stabilnosti uvek ima implicitni oblik i odnosi se na regulaciju odnosa aktivnosti ostalih procesnih primitiva sekundarnog nivoa u odnosu na primarni, tako da se izbegne posredno ugrožavanje $OP\#P$ usled nesrazmernih vrednosti gradijenata prirasta unutrašnjih koordinata.

4.2.3.1 $OP\#S_1$: Izbegavanje granica radnog prostora

Implicitan oblik funkcije za izbegavanje granica radnog prostora zasniva se na formiranju koeficijenta β koji je u funkciji parametra bliskosti granicama radnog prostora q_{lim} . Sledi da je koeficijenta β funkcija konfiguracije robotske ruke odnosno vektora unutrašnjih koordinata q . Praktično, osnovna ideja je da se u slučaju približavanja granicama radnog prostora sekundarni procesni primitiv koji takvo stanje uzrokuje postepeno deaktivira, odnosno prigušuje njegova aktivnost izražena korespondentnim prirastom unutrašnjih koordinata. Osnovna matematička formulacija bazira se na formiranju funkcije koja može da uzme vrednost u željenom intervalu, tako da skalira aktivnost homogene komponente, pa u opštem slučaju važi:

$$\beta = f(q) \in [\beta_{min}, \beta_{max}] \quad (4.26)$$

U slučaju razmatranja konkretnih parametara bliskosti granicama radnog prostora q_{lim} , uzimajući u obzir interval $[0,1]$, sledi da β kao koeficijent skaliranja homogene komponente prirasta može da je potpuno deaktivira, ili da je učini potpuno aktivnom odnosno da nema uticaj na njeno izvršavanje:

$$\beta = \beta_q = f(q, q_{lim}) \rightarrow \beta_q \in [0,1] \quad (4.27)$$

U izrazu (4.27) $\beta_q = f(q, q_{lim}) \in [0,1]$ predstavlja faktor skaliranja povezan sa prigušenjem homogene komponente prirasta kretanja usled približavanja granicama radnog prostora.

Za potrebe izračunavanja faktora β_q , potrebno je definisati intervale unutrašnjih koordinata svakog od zglobova u odnosu na srednju vrednost opsega q_i^{sr} , gde je robotska ruka najudaljenija od granica radnog prostora. Praktično, definiše se skup parametara q_{lim} . Intervali za definisanje koeficijenta skaliranja β_q za i -ti zglob mehanizma robotske ruke predstavljeni su grafički na slici 4.11.

Definisanjem zona ε_{qi} i -tog zgloba robotske ruke određuju se intervali za upravljanje odnosno koordinaciju izvršenja u zavisnosti od bliskosti zonama granica radnog prostora, gde su q_i^{min} i q_i^{max} , minimalna i maksimalna ugaona koordinata posmatranog zgloba, respektivno. Intervali prikazani na

slici 4.11 matematički se formulišu tako da pojedinačni faktor za svaki zglob β_{qi} predstavlja intervalno definisanu funkciju i uzima sledeće vrednosti u zavisnosti od trenutne koordinate q_i :

$$\beta_{qi} = \begin{cases} 1 & \text{ako je } q_i^{\varepsilon_{\min 1}} \leq q_i \leq q_i^{\varepsilon_{\max 1}} \\]0,1[& \text{ako je } q_i \in \varepsilon_{qi}^{\min} \vee q_i \in \varepsilon_{qi}^{\max} \\ 0 & \text{ako je } q_i \leq q_i^{\varepsilon_{\min 1}} \vee q_i \geq q_i^{\varepsilon_{\max 1}} \end{cases} \quad (4.28)$$

Izračunavanje pojedinačnog faktora β_{qi} kada uzima vrednosti u intervalu $[0,1]$, za opseg koordinate q_i definisan prema izrazu (4.28), formuliše se na sledeći način tako da uzima u obzir i znak odnosno smer prirasta ukupnog gradijenta kretanja, δq_i :

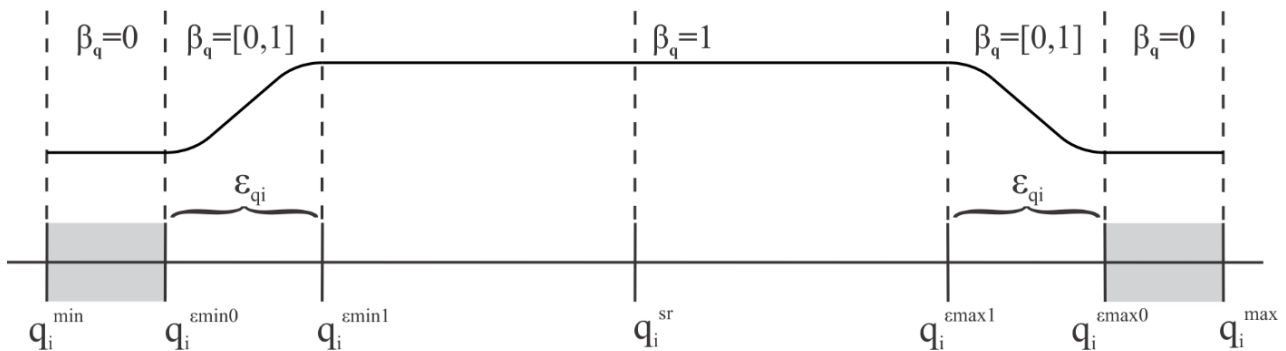
$$\beta_{qi} = \begin{cases} \frac{q_i - q_i^{\varepsilon_{\min 0}}}{q_i^{\varepsilon_{\min 1}} - q_i^{\varepsilon_{\min 0}}} & \text{ako je } q_i \in \varepsilon_{qi}^{\min} \wedge \text{sgn}(\delta q_i) = -1 \\ \frac{q_i - q_i^{\varepsilon_{\max 0}}}{q_i^{\varepsilon_{\max 1}} - q_i^{\varepsilon_{\max 0}}} & \text{ako je } q_i \in \varepsilon_{qi}^{\max} \wedge \text{sgn}(\delta q_i) = +1 \end{cases} \quad (4.29)$$

Ukupni faktor β_q izračunava se kao proizvod parcijalnih, pojedinačnih faktora:

$$\beta_q = \prod_{i=1}^n \beta_{qi} \quad (4.30)$$

Alternativno, umesto ukupnim skaliranjem faktorom β_q , čije dejstvo utiče na kretanje kompletnog mehanizma robotske ruke, moguće je formulisati težinsku matricu $W_{\beta q}$ čije uvođenje u ukupnu formulaciju homogene komponente modela inverznog linearnog preslikavanja omogućuje uticaj samo na unutrašnju koordinatu koja jeste bliska granicama radnog prostora. Matrica $W_{\beta q}$ formuliše se u dijagonalnoj formi, na sledeći način:

$$W_{\beta q} = \begin{bmatrix} \beta_{q1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & \beta_{qi} & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & \beta_{qn} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$



Slika 4.11: Ilustracija uvođenja granica radnog prostora unutar radnog opsega i -tog zgloba vektora unutrašnjih koordinata podsistema manipulacije robotske ruke: fizičke granice $[q_i^{\min}, q_i^{\max}]$ – dostizivi radni opseg, sredina radnog opsega q_i^{sr} , i margine za izračunavanje koordinatornog parametra β_q : margina minimuma $[q_i^{\varepsilon_{\min 0}}, q_i^{\varepsilon_{\min 1}}]$ i margina maksimuma $[q_i^{\varepsilon_{\max 0}}, q_i^{\varepsilon_{\max 1}}]$.

Eksplisitan oblik funkcije cilja procesnog primitiva $OP\#S_1$, za aktivno izbegavanje granica radnog prostora, odnosno distanciranje, najčešće se formuliše u obliku kvadrata razlike trenutne vrednosti

ugaone koordinate i zadate granične vrednosti za posmatrani zglob robotskog mehanizma [214, 55], odakle direktno sledi i pripadajući gradijent:

$$s_q(\mathbf{q}) = \begin{cases} (q_i - q_i^{\varepsilon_{\min}^1})^2 & \text{ako je } q_i \in \varepsilon_{qi}^{\min} \wedge \text{sgn}(\delta q_i) = -1 \\ (q_i - q_i^{\varepsilon_{\max}^1})^2 & \text{ako je } q_i \in \varepsilon_{qi}^{\max} \wedge \text{sgn}(\delta q_i) = +1 \end{cases}, \quad i = 1, n \rightarrow \nabla s_q(\mathbf{q}) = -\frac{\partial s_q(\mathbf{q})}{\partial q} \quad (4.32)$$

4.2.3.2 OP#S_2: Izbegavanje singularnih konfiguracija

Izbegavanje singularnih konfiguracija robotske ruke, odnosno izbegavanje stanja bliskosti zonama singulariteta ovde se uzima u obzir formiranjem koeficijenta β koji je u funkciji parametara minimalne singularne vrednosti Jakobijan matrice radnog zadatka σ_{\min} , koja je najdirektniji pokazatelj bliskosti zoni kinematskog singulariteta. Praktično, osnovna ideja je da se postepeno deaktivira procesni primitiv čije aktivnosti ostvarivanja postavljenog individualnog cilja produkuju stanje približavanja zoni singulariteta, kao i u slučaju približavanja granicama radnog prostora, odnosno da se prigušuje njegova aktivnost izražena korespondentnim prirastom unutrašnjih koordinata. Osnovna matematička formulacija bazira se na formiranju funkcije koja može da uzme vrednost u željenom intervalu, tako da skalira aktivnost homogene komponente, pa u opštem slučaju važi:

$$\beta_\sigma = f(q) \in [\beta_{\sigma_{\min}}, \beta_{\sigma_{\max}}] \quad (4.33)$$

Kao i slučaju formulacije faktora β_q , razmatranjem zahteva da se formulacijom faktora β_σ obezbedi tranzicija od potpune aktivacije do potpuno deaktivacije procesnog primitiva koji ugrožava OP#P približavanjem zonama singulariteta, nameće se zaključak da je izbor intervala $[\beta_{\sigma_{\min}}, \beta_{\sigma_{\max}}] = [0, 1]$ logičan za implementaciju, čime se praktično normira neki izabrani interval minimalne singularne vrednosti Jakobijan matrice $J_P(q)$, a s obzirom da je $\sigma_{\min} = f(q)$, sledi:

$$\beta_\sigma = f(\sigma_{\min}) \rightarrow \beta_\sigma \in [0, 1] \quad (4.34)$$

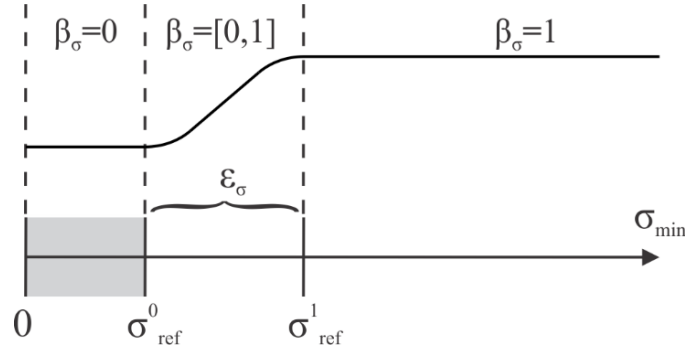
Za izračunavanje faktora β_σ kao funkcije σ_{\min} potrebno je odrediti referentnu singularnu vrednost σ_{ref} , u odnosu na koju se dalje određuje interval za prigušenje kretanja usled približavanja zoni singulariteta, čime se određuje i vrednost koja će potpuno deaktivirati razmatrani procesni primitiv koji uzrokuje približavanje zoni singulariteta, odnosno za koju će važiti $\beta_\sigma = 0$. Potpuno intuitivno usvajanje ove vrednosti može biti problematično i narušiti efikasnost realizacije funkcija ciljeva procesnog primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa. Zato se ovde predlaže estimacija minimalne singularne vrednosti za kretanje vrha robota duž apriori poznate trajektorije spajanja kao primarnog procesnog primitiva, σ_{\min}^P . Estimacija se izvršava na bazi Moore-Penrose pseudoinverzije Jakobijan matrice i dekompozicije na elemente sopstvenog sistema, i njeno usvajanje kao referentne vrednosti $\sigma_{ref}^1 = \sigma_{\min}^P$, što se formuliše na sledeći način:

$$\begin{aligned} \Delta x \rightarrow \{\delta x\} &\xrightarrow{J_P^+} \{\delta q_P\} \rightarrow \{q_P\} \xrightarrow{\text{SVD}(J_P(q_P))} \{\sigma_P\} \\ \sigma_{ref}^1 &= \sigma_{P_{\min}} = \min(\{\sigma_P\}) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Na osnovu izračunate vrednosti $\sigma_{P_{\min}}$ dalje se za usvojeni interval ε_σ određuje singularna vrednost korespondentna potpunoj deaktivaciji tehnološkog procesnog primitiva ili nekog drugog procesnog primitiva koji u opštem slučaju ugrožava primarni po osnovu približavanja zoni kinematskog singulariteta, σ_{ref}^0 , što je grafički predstavljeno na slici 4.12, na osnovu čega se dalje izvode matematičke formulacije za izračunavanje faktora β_σ . Alternativno, ukoliko trajektorija OP#P nije poznata unapred iz razloga neodređenosti, već samo u nameravanom obliku, onda je σ_{ref} moguće usvojiti iz inicijalne konfiguracije robotske ruke, tako da svako smanjivanje σ_{\min} u odnosu na σ_{ref} uzrokuje prigušivanje korespondentnog gradijenta tehnološkog procesnog primitiva koji takvo stanje produkuje.

Ovde se definiše opšta forma iz koje se dalje generišu specijalni oblici za konkretnu primenu, pa s obzirom da je širi kontekst usmeren ka tranziciji između aktivnog i neaktivnog stanja sekundarnog procesnog primitiva onda se nameće zaključak da je izbor intervala $[0, 1]$ potpuno intuitivan i logičan. Opšta forma glasi:

$$\beta_\sigma = \frac{(\sigma_{\min} - \sigma_{ref}^0)(\beta_{\sigma_{\max}} - \beta_{\sigma_{\min}})}{(\sigma_{ref}^1 - \sigma_{ref}^0) + \beta_{\sigma_{\min}}} \quad (4.36)$$



Slika 4.12: Ilustracija uvođenja referentnih parametara minimalne singularne vrednosti podsistema manipulacije robotske ruke za izračunavanje distance od zone singulariteta i korespondentnog koordinacionog parametra β_σ : minimalna singularna vrednost Jakobijan matrice robotske ruke, σ_{\min} , i margina referentnih vrednosti $[\sigma_{ref}^0, \sigma_{ref}^1]$.

U izrazu (4.36) σ_{\min} predstavlja trenutnu minimalnu singularnu vrednost u funkciji konfiguracije mehanizma robotske ruke q . Međutim, apsolutna minimalna singularna vrednost u definisanom opsegu ε_σ nije dovoljna za određivanje faktora β_σ , već je za generalnu formulaciju u obzir potrebno uzeti i znak gradijenta promene singularne vrednosti δ_σ , tako da se na osnovu njega određuje aktivator σ_A koji obezbeđuje da je prigušenje razmatranog sekundarnog procesnog primitiva aktivno samo u slučaju negativnog znaka gradijenta. Uzimajući sve u obzir, za interval $\beta_\sigma \in [0, 1]$ važi sledeće:

$$\beta_\sigma = \sigma_A \frac{(\sigma_{\min} - \sigma_{ref}^0)}{(\sigma_{ref}^1 - \sigma_{ref}^0)}, \quad \sigma_A = \begin{cases} 1 & \text{ako je } \text{sgn}(\delta_\sigma) = -1 \\ 0 & \text{ako je } \text{sgn}(\delta_\sigma) = +1 \end{cases} \quad (4.37)$$

S obzirom da prethodno definisana funkcija može uzeti vrednosti i izvan definisanog intervala $[0, 1]$, i to u slučajevima kada je minimalna singularna vrednost veća od referentne ili manja od donje granice, onda sledi intervalno definisanje faktora β_σ :

$$\beta_\sigma = \begin{cases} 1 & \sigma_{\min} \geq \sigma_{ref}^1 \\ \sigma_A \frac{(\sigma_{\min} - \sigma_{ref}^0)}{(\sigma_{ref}^1 - \sigma_{ref}^0)} & \sigma_{ref}^0 < \sigma_{\min} < \sigma_{ref}^1 \\ 0 & \sigma_{\min} \leq \sigma_{ref}^0 \end{cases} \quad (4.38)$$

Aktivator σ_A ima veoma značajnu ulogu opštem slučaju, jer pored oblika formulisanog izrazom (4.37) aktivator može uzeti apriornu vrednost, ili vrednost koju definišu viši nivoi upravljanja, tako da se na taj način može uticati na tok koordinacije razmatranog tehnološkog zadatka.

Eksplícitan oblik funkcije cilja procesnog primitiva $OP\#S_2$, za aktivno izbegavanje singularnih konfiguracija robotske ruke bazira se na sintezi funkcije cilja udaljavanja od minimalnih singularnih vrednosti Jakobijan matrice $J_P(q)$. Sinteza ovakve funkcije cilja polazi od komponenata sopstvenog sistema $J_P(q)$, pa kako je to u trećem poglavlju definisano, a u sekciji 4.2.1 dograđeno u kontekstu prostora tehnološkog zadatka spajanja, sledi:

$$J_P(q) = U_P S_P V_P^T \quad (4.39)$$

U izrazu (4.39) $U_P \in R^{m \times m}$ i $V_P \in R^{n \times n}$ su kompozitne matrice koje predstavljaju skupove ortonormalnih vektora baza dva prostora između kojih preslikavanje vrši Jakobijanova matrica $J_P(q)$, prostor tehnološkog zadatka i konfiguracioni prostor robotske ruke, respektivno, a matrica $S_P \in R^{m \times n}$ predstavlja matricu singularnih vrednosti čiji se članovi dijagonale predstavljaju na sledeći način:

$$\sigma_{P_i} = \sqrt{\lambda_{P_i}}, \quad i = 1, m \quad (4.40)$$

U izrazu (4.40) λ_{P_i} predstavljaju sopstvene vrednosti ortonormalnih vektora sadržanih u matrici U_P .

Primenom *SVD* nad $J_P(q)$ dekomponovane singularne vrednosti mogu se izraziti na analitički način kao funkcija unutrašnjih koordinata razmatranog robotskog mehanizma, i kao takve dalje se mogu upotrebiti za sintezu funkcije cilja procesnog primitiva *OP#S_2* za izbegavanje odnosno distanciranje od singularnih konfiguracija, na sledeći način:

$$s_\sigma(q) = \prod_{i=1}^m \sigma_{P_i}(q) \quad (4.41)$$

Izraz (4.41) predstavlja Jošikavin kriterijum manipulabilnosti izražen na bazi proizvoda singularnih vrednosti $J_P(q)$. Jošikavin kriterijum, koji posmatra ukupnu manipulabilnost mehanizma robotske ruke se izvorno, za slučaj kinematski redundantnih robota predstavlja kvadratnim korenom determinante karakteristične matrice sistema [263], kako je to u podpoglavljju 2.2.5 načelno razmatrano, pa u slučaju Jakobijan matrice formulisane za prostor tehnološkog zadatka sledi:

$$w = \sqrt{\det(J_P J_P^T)} \quad (4.42)$$

Međutim, manipulabilnost odnosno mera udaljenosti od singularnih konfiguracija izražena preko proizvoda singularnih vrednosti (4.41) matematički je jednostavnija za implementaciju, pa se za takav oblik izračunava gradijent funkcije cilja sistemskog procesnog primitiva *OP#S_2*:

$$\delta q_\sigma = \nabla s_\sigma(q) = \frac{\partial}{\partial q} s_\sigma(q) \quad (4.43)$$

Alternativno, funkciju cilja moguće je formulisati kao normu singularnih vrednosti Jakobijan matrice, što je sa matematičkog stanovišta poznato kao *Schatten*-ova norma, a ovde se za slučaj individualnog cilja procesnog primitiva *OP#S_2* predstavlja na sledeći način, sa pripadajućim gradijentom:

$$s_{\sigma_N}(q) = \|\text{diag}(S_P)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\sigma_{P_i})^2} \rightarrow \nabla(s_{\sigma_N}) = \frac{\partial s_{\sigma_N}}{\partial q} \quad (4.44)$$

Pored prethodno navedenih sumarnih pristupa koji predstavljaju proizvod ili normu svih singularnih vrednosti, moguće je formulisati parcijalnu funkciju cilja procesnog primitiva *OP#S_2*, baziranu na maksimizaciji samo minimalne singularne vrednosti:

$$s_{\sigma_{\min}}(q) = \sigma_{\min}(q) = \min([\sigma]_m) \rightarrow \nabla(s_{\sigma_{\min}}) = \frac{\partial s_{\sigma_{\min}}}{\partial q} \quad (4.45)$$

Parcijalnim pristupom moguće je značajno relaksirati računске zahteve za realizaciju individualnog cilja procesnog primitiva *OP#S_2*, i na taj način potencijalno primeniti za rad u realnom vremenu.

Aktivnosti procesnog primitiva *OP#S_2* u ostvarivanju individualnog cilja za distanciranje od singulariteta, *OP#S_2_ic*, predstavljaju sleđenje gradijenata (4.43), (4.44) ili (4.45), ili neka njihova kombinacija tako da se ostvari maksimizacija postavljenih funkcija ciljeva. Što veća vrednost s_σ , $s_{\sigma_{\min}}$ ili s_{σ_N} to je veća distanca od singulariteta i veća zapremina elipsoida manipulabilnosti formulisane u 2.2.5.

4.2.3.3 OP#S_3: Izbegavanje kolizionih stanja sa okruženjem

Izbegavanje kolizionih stanja je procesni primitiv najvišeg prioriteta u kontekstu bezbednosti, sa osnovnim ciljem sprečavanja kolizija robotskog sistema sa okruženjem: 1) samokolizija; 2) drugi robot; 3) čovek; i 4) oprema robotskog sistema i druge prepreke stacionarnog ili dinamičkog karaktera. Kao posebno bitna tema ističe se problem kolizije sa čovekom, koji se pojavljuje u kontekstu razvoja koncepta hibridnih tehnoloških sistema za montažu, gde se pojavljuje aspekt kolaborativnog rada čovek-robot kroz fizičku interakciju, ili deljenje radnog prostora, gde se posebna pažnja posvećuje bezbednosti u radu čoveka sa kolaborativnim robotima, o čemu su određeni navodi dati u uvodnoj glavi disertacije, [238, 55, 112, 246]. U tom smislu, ovo je posebna klasa sistemskih procesnih primitiva čije izvršenje može modifikovati aktivnosti izvršavanja drugih procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa, posebno tehnoloških, ali i primarni procesni primitiv u slučaju da je to neophodno za očuvanje bezbednosti unutar robotskog sistema za montažu u celini. Praktično, izvršenje $OP\#P$, odnosno ispunjavanje TZS_gc , može biti zaustavljeno u cilju bezbednosti, što je prisutno ne samo u tehnološkim, već i u zadacima robotskih sistema koji su servisne prirode [55]. Za razliku od primarnog procesnog primitiva tehnološkog zadatka spajanja, čiji gradijent predstavlja atraktivno kretanje za izvršavanje individualnog cilja ostvarivanja terminalnog položaja objekata koji se spajaju, prirast kretanja za izbegavanje kolizije je repulzivnog karaktera.

Ostvarivanje individualnog cilja izbegavanja kolizionih stanja, $OP\#S_3_ic$, utemeljuje se na dve osnovne celine, [116, 77, 182, 224, 56]: 1) uspostavljanje i dinamičko praćenje relativnog odnosa objekata robotskog sistema za montažu, što je geometrijskog karaktera, i 2) uspostavljanje i ispunjavanje kriterijuma odnosno funkcije cilja za izbegavanje kolizije, što je povezano sa kretanjem robotske ruke, pa sledi da je kinematskog karaktera. Uspostavljanje relativnog odnosa razmatranog skupa objekata u procesu spajanja delova zasniva se na, slika 4.13: 1) aproksimaciji objekata robotskog sistema za montažu, uključujući segmente robota, delove koji se spajaju i prepreke, statičke ili dinamičke, konveksnim geometrijskim primitivima, GP_x ; 2) reprezentaciji geometrijskih primitiva skupom ograničenog broja tačaka koji predstavljaju konveksne omotače; i 3) izračunavanju distanci d_{ij} između odabranih parova tačaka $\{p_i, p_j\}$, gde izračunate distance predstavljaju osnovni parametar za dalju realizaciju aktivnosti $OP\#S_3$, odnosno ostvarivanje individualnog cilja $OP\#S_3_ic$.

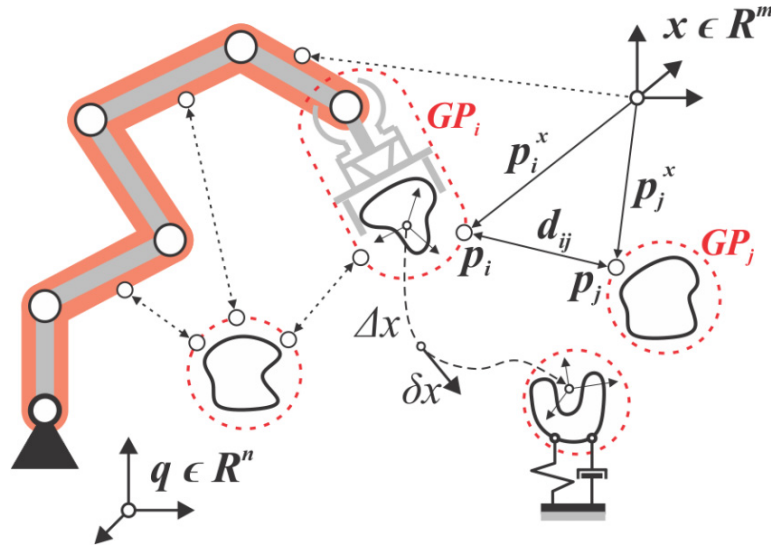
Aproksimacija objekata geometrijskim primitivima i reprezentovanje njihovih konveksnih omotača ograničenim skupom tačaka je vrlo izazovna i intenzivno istraživana oblast, gde se ovo pitanje rešava odgovarajućim matematičkim alatima, [237, 61, 72]. Na bazi prethodnog, dalje sledi izračunavanje distanci d_{ij} na osnovu položaja parova karakterističnih tačaka izraženih u prostoru tehnološkog zadatka, $\{p^x, p_j^x\}$, što se dobija kao rezultat obrade senzorskih informacija i primene odgovarajućih kinematskih transformacija, a formuliše se jednostavno kao norma razlike na sledeći način [82, 56]:

$$d_{ij} = \|p_i^x - p_j^x\| \quad (4.46)$$

Druga celina, koja se odnosi na uspostavljanje kriterijuma i sintezu funkcije ciljeva procesnog primitiva $OP\#S_3$ zasniva na formiranju potencijalnih polja oko objekata koji se razmatraju, odnosno oko njihovih konveksnih omotača, tako da se u zavisnosti od distance d_{ij} izračunava gradijent odnosno prirast kretanja za međusobno udaljavanje objekata odnosno izbegavanje kolizije. Za razliku od procesnih primitiva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, koje se formulišu u konfiguracionom prostoru i izražavaju kao funkcija unutrašnjih koordinata, funkcija cilja $OP\#S_3$ se definiše u prostoru tehnološkog zadatka spajanja, jer su položaji karakterističnih parova tačaka p^x i njihove distance izražene u tom prostoru.

Potencijalno polje koje predstavlja funkciju cilja i korespondentan gradijent kretanja za izbegavanje kolizije mogu se formulisati na sledeći način [56]:

$$s_{CA} = \frac{-\delta_{CA\max}}{3 \cdot d_{\min}^2} \cdot (d_{ij} - d_{\min})^3 \Rightarrow \nabla(s_{CA}) = \delta s_{CA} = \frac{\partial s_{CA}}{\partial q} = \frac{-\delta_{CA\max}}{d_{\min}^2} \cdot (d_{ij} - d_{\min})^2, \forall d_{ij} \leq d_{\min} \quad (4.47)$$



Slika 4.13: Ilustracija sistema za robotizovanu montažu sa uvedenim potencijalnim poljima, predstavljenim geometrijskim primitivima, GP_x , kao konveksnim omotačima objekata i pripadajućim skupom reprezentacionih tačaka omotača, $\{p_i, p_j\}$, za izračunavanje korespondentnih distanci, d_{ij} i gradijenta kretanja za izbegavanje kolizionih stanja

U izrazu (4.47) δ_{CAmax} predstavlja maksimalnu vrednost repulzivnog gradijenta kretanja, a d_{min} graničnu vrednost distance za koju se aktivira procesni primitiv $OP\#S_3$. Kako se d_{ij} smanjuje, tako raste intenzitet repulzivne komponente kretanja, dok se u slučaju kada je $d_{ij}=0$ ostvaruje maksimalna vrednost $\delta_{SCA}=\delta_{SCAmax}$.

Formiranje faktora aktivacije procesnog primitiva $OP\#S_3$, β_C , izvodi se po ugledu na faktore aktivnosti $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, tako što se uvodi skaliranje na interval $[0,1]$:

$$\beta_C = C_A \frac{(d_{ij} - d_0)}{(d_{min} - d_0)}, \quad C_A = \begin{cases} 1 & \text{ako je } \text{sgn}(\delta_d) = -1 \\ 0 & \text{ako je } \text{sgn}(\delta_d) = +1 \end{cases} \quad (4.48)$$

U izrazu (4.48) C_A predstavlja aktivator, pa kao i kod procesnog primitiva za izbegavanje singularnih konfiguracija, pored načelne formulacije, i u slučaju $OP\#S_3$ aktivator može da uzme neki drugi oblik, apriori zadatu vrednost ili da bude definisan na višim nivoima upravljanja, kao rezultat kognitivnih procesa, pa je njegova uloga sa tog aspekta veoma značajna.

Gradijent δ_{SCA} izražen u prostoru TZS transformiše se u prirast kretanja u konfiguracionom prostoru za potrebe integracije u ukupan model kretanja, opisan K-funkcijom, primenom pseudoinverzije mape linearnog preslikavanja primarnog procesnog primitiva:

$$\delta q_{CA} = J_P^+ \delta s_{CA} \quad (4.49)$$

Izrazom (4.49) modifikuje se aktivnost ispunjavanja $OP\#P_ic$, što je neophodno kada kretanje vrha robotske ruke duž trajektorije spajanja potencijalno produkuje stanje kolizije sa okruženjem. Međutim, kada se koliziono stanje potencijalno produkuje samo unutrašnjom strukturom mehanizma robotske ruke, tada je gradijent repulzivnog kretanja moguće projektovati i izvršavati u konfiguracionom prostoru nule, što se načelno formuliše na sledeći način:

$$\delta q_{CA}^N = P_C \delta q_{CA} \quad (4.50)$$

Kao što je na početku ove sekcije predstavljeno, izbegavanje kolizionih stanja obuhvata i samokoliziju robotske ruke sistema za montažu, što je posebno značajno kod razgranatih, polimanuelnih struktura, pri čemu se kolizijom susednih segmenata mehanizma robota direktno upravlja procesnim primitivom za distanciranje od granica radnog prostora, $OP\#S_1$.

Aktivnost procesnog primitiva $OP\#S_3$ u izvršavanju TZS je uslovna i zavisi od strukture robotskog sistema za montažu. Ukoliko je okruženje potpuno struktuirano tako da postoje samo statičke prepreke, onda je kretanje u smislu izbegavanja kolizionih stanja moguće planirati unapred. Međutim, ukoliko je okruženje nepotpuno struktuirano i/ili su prepreke u sistemu za montažu dinamičkog karaktera, onda je potrebna aktivnost u realnom vremenu, odnosno formiranje funkcije cilja $OP\#S_3$ i sleđenje pripadajućeg gradijenta, što može da se izvede i za okruženje statičkog karaktera, pa sledi da je takav pristup primenljiv i u opštem slučaju.

Potrebno je naglasiti da je poseban značaj sinteze procesnog primitiva za izbegavanje kolizionih stanja u tome da njegova primenljivost može biti usmerena i ka uvođenju fizičkih ograničenja koja potiču od opremanja robotskog sistema za konkretan tehnološki zadatak. Čest je slučaj da se konfiguracioni, a posledično i prostor tehnološkog zadatka dodatno redukuju u konkretnoj aplikaciji, pa se ograničenja osim konstrukcionih nužno moraju razmatrati i sa aplikativnog stanovišta. U zavisnosti od konkretnog slučaja i zahteva koje nameće tehnološki zadatak, za rešavanje ovog pitanja odnosno uzimanja ograničenja ovog tipa u obzir, može se koristiti procesni primitiv za izbegavanje kolizionih stanja, ili alternativno procesni primitiv za distanciranje od granica radnog prostora.

4.2.3.4 $OP\#S_4$: Kompenzacija sile gravitacije

Kompenzacija sile gravitacije predstavlja sistemski procesni primitiv koji se uvodi na dinamičkom nivou upravljanja i nije povezan samo sa kvazi-kinematskim aspektima upravljanja. Model kretanja robotske ruke koji sadrži komponentu za kompenzaciju sile gravitacije formuliše se na sledeći način [139, 265]:

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q})\dot{q} + f(q)\dot{q} + g(q) = \tau \quad (4.51)$$

U izrazu (4.51) q predstavlja vektor ugaonih koordinata odnosno konfiguraciju robotske ruke, M simetričnu inercijalnu matricu, H vektor momenata koji produkuju centrifugalno i Koriolisovo ubrzanje, zatim $f(q)$ frikcionu komponentu, a $g(q)$ gravitacionu komponentu odnosno vektor dejstva gravitacione sile na segmente robotske ruke, dok je τ moment koji kao izlaz iz sistema upravljanja uravnotežuje sve prethodno navedene komponente.

Vektor dejstva gravitacione sile može se izraziti kao parametarski model na sledeći način, [139]:

$$g(q) = W(q)\theta \quad (4.52)$$

Matrica $W(q) \in R^{n \times m}$ u izrazu (4.52) je gornje trougaone forme i predstavlja kinematsku transformaciju položaja segmenata robotske ruke u odnosu na ose zglobova, odnosno svaki član w_{ij} se formuliše kao:

$$w_{ij}(q) = \bar{g}^T \frac{\partial R_0^i}{\partial q_i} r_i \quad (4.53)$$

U izrazu (4.53) $\theta \in R^m$ predstavlja parametre mase robotske ruke i lokacije pojedinačnih i zbirnih težišta masa (u n -tom zglobu kompenzuje se sila gravitacije samo n -tog segmenta, zatim u $n-1$ zglobu sila gravitacije n -tog i $n-1$ segmenta sa njihovim zbirnim težištem, itd), pa se u opštem obliku svaka komponenta vektora θ definiše na sledeći način:

$$\theta_i = \begin{cases} m_i l_i^c + l_i \cdot \sum_{k=i+1}^n m_k, & i < n \\ m_n l_n^c & i = n \end{cases} \quad (4.54)$$

U izrazima (4.53) i (4.54) $R\theta^i$ predstavlja rotacionu matricu ose zgloba i u odnosu na bazni koordinatni sistem, p_i je jedinični vektor koordinatnog sistema i usmeren ka centru masa m_i segmenta i , zatim l_i^c predstavlja distancu centra masa segmenta i u odnosu na njegov koordinatni sistem, l_i predstavlja distancu između koordinatnih sistema susednih segmenata, i i $i+1$, a $g = \{0, 0, 9.81\}^T$ (m/s^2) vektor konstantnog ubrzanja zemljine teže u baznom koordinatnom sistemu.

Procesni primitiv kompenzacije sile gravitacije izuzetno je bitan sa aspekta kolaborativnog rada čoveka i robota u zadacima montaže, kao i uopšte za koncept kolaborativne robotike. Ovde je posebno značajno pitanje kinestetičkog pristupa interakcije čovek-robot, kada je robot u kvazi-pasivnom stanju, [6, 178, 236], i prima komandu za kretanje od čoveka kroz fizičku interakciju. Praktično, razvijaju se algoritmi za aktivnu kompenzaciju komponente vektora sile gravitacije i prepoznavanje vektora sile koji čovek zadaje svojim kretanjem u direktnoj interakciji sa robotom. Prenos veština sa čoveka na robota, [141, 274], što je detaljnije obrađeno u poglavlju 2.1.1. sa biomimetskog aspekta izgradnje agentne strukture robotskog sistema za montažu, u kontekstu kolaborativne robotike izuzetno je bitan za razvoj tehnologije robotizovane montaže, gde se izdvaja pristup programiranja demonstracijom (eng. *Programming by Demonstration - PbD*), [22] a unutar toga funkcija memorisanja kretanja koja je izuzetno vredna i može da posluži za izgradnju gradivnih blokova ovog koncepta.

4.2.3.5 OP#S_5: Dinamička stabilnost

Kako je u preambuli poglavlja 4.2.3 navedeno, sistemski procesni primitivi imaju osnovnu ulogu u tome da se koordinacijom njihovog izvršavanja unutar TZS održavaju neophodni uslovi za ispunjavanje primarnog procesnog primitiva. Svi prethodno formulisani procesni primitivi uključujući tehnološki i sistemske, potencijalno mogu ugroziti izvršavanje primarnog u smislu narušavanja dinamičke stabilnosti kompletnog robotskog sistema i to produkovanjem nesrazmerno veće homogene komponente koja nastaje kroz aktivnosti sekundarnih procesnih primitiva u odnosu na primarni.

Rešavanje pitanja očuvanja srazmernosti vektora prirasta sekundarnog u odnosu na primarni nivo hijerarhije procesnih primitiva tehnološkog zadatka spajanja, i time očuvanje dinamičke stabilnosti usmerava se u pravcu definisanja supresora α homogene komponente δq_N , što se ovde formuliše na tri moguća načina:

- 1) Supresor u obliku direktnog uslovnog ograničenja maksimalne vrednosti δq_{Nmax} :

$$\alpha \delta q_N, \quad \alpha = \begin{cases} 1 & \text{ako je } \delta q_N \leq \delta q_{Nmax} \\ \frac{1}{\|\delta q_N\|} \delta q_{Nmax} & \text{ako je } \delta q_N > \delta q_{Nmax} \end{cases} \quad (4.55)$$

Na ovaj način, u slučaju kada je $\delta q_N > \delta q_{Nmax}$, normira se pravac prirasta funkcije cilja sekundarnog zadatka, čime se svodi na jedinični vektor i zatim skalira maksimalnom dozvoljenom vrednošću. Supresor u ovom obliku nema uticaj na kvalitativno ostvarivanje funkcije cilja sekundarnog zadatka, već samo na brzinu konvergencije. Zatim, maksimalnu vrednost homogene komponente moguće je odrediti analitički, povezivanjem sa poznatim vrednostima prirasta unutrašnjih koordinata koje obezbeđuju dinamičku stabilnost, ili alternativno omogućuje da se u model uvede element heuristike u slučaju iskustvenog određivanja δq_{Nmax} . Ovakav pristup supresije je bez direktnog povezivanja sa partikularnom komponentom, koju produkuje primarni procesni primitiv.

- 2) Supresor u funkciji odnosa homogene i partikularne komponente:

$$\alpha \delta q_N, \quad \alpha = \gamma \frac{1}{\|\delta q_N\|} \|\delta q_P\|, \quad \gamma > 0 \quad (4.56)$$

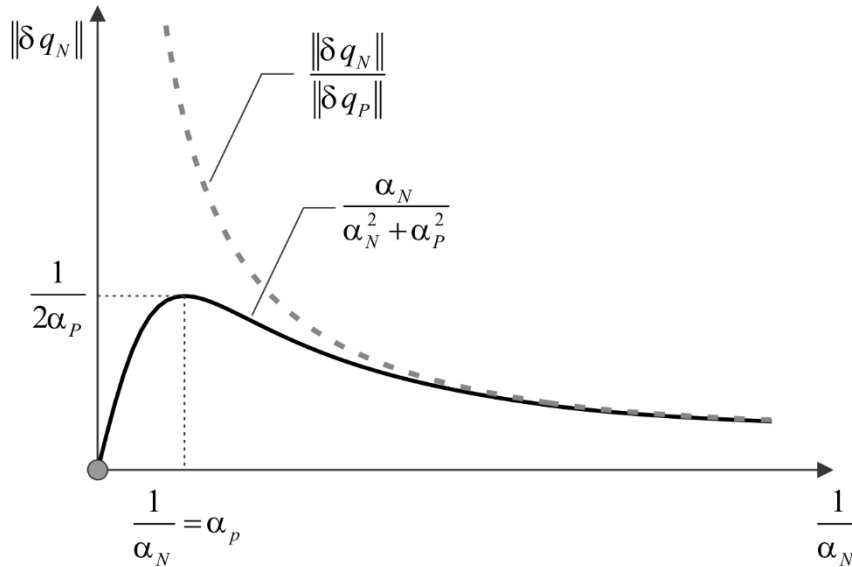
U ovom slučaju homogena komponenta se bezuslovno skalira u zavisnosti od intenziteta partikularne, tako što se normiranjem određuje jedinični pravac funkcije cilja sekundarnog zadatka, a zatim se skalira normom prirasta primarnog zadatka. Prisustvo množioca γ obezbeđuje da se dodatno utiče na intenzitet homogene komponente, odnosno da se vrši koordinacija sa nivoa hijerarhijskog organizovanja, što kao i u prethodnom slučaju može da uključi elemente heuristike. Međutim, s obzirom na to da na homogenu komponentu mogu da utiču sistemski procesni primitivi izbegavanja granica radnih prostora, singulariteta i stanja kolizije, prigušivanjem korespondentnim faktorima, tada je potrebno izbeći efekat veštačkog uvećavanja homogene komponente kada je $\delta q_N < \delta q_P$, pa potpuna formulacija supresora u ovom obliku glasi:

$$\alpha \delta q_N, \alpha = \begin{cases} \frac{1}{\|\delta q_N\|} \|\delta q_P\| \gamma & \text{ako je } \delta q_N \geq \delta q_P \\ \gamma & \text{ako je } \delta q_N < \delta q_P \end{cases} \quad (4.57)$$

3) Supresor u obliku analitičkog atenuatora inspirisan formulacijom prigušene pseudoinverzije:

$$\alpha \delta q_N, \alpha = \frac{\alpha_N}{\alpha_N^2 + \alpha_P^2}, \alpha_N = \frac{\|\delta q_N\|}{\|\delta q_P\|}, \alpha_P > 0 \quad (4.58)$$

Za razliku od prethodnog oblika supresora, gde globalni skalarni množilac treba odrediti intuitivno i na osnovu dodatnih informacija, u ovom obliku stepen prigušenja je direktno srazmeran izabranom skalarnom faktoru α_P i odnosu normi komponenti δq_N i δq_P , odnosno oblik supresije je uvek poznat, što je grafički predstavljeno na slici 4.14.



Slika 4.14: Uporedni prikaz porasta homogene komponente prirasta unutrašnjih koordinata i ponašanje korespondentnog atenuatora baziranog na prigušenju norme prirasta kretanja: α_N – odnosno normi homogene i partikularne komponente kretanja; α_P – skalarni faktor kao parametar koordinacije;

Formulacijom varijantnih oblika procesnog primitiva *OP#S_5* finaliziran je odabrani skup procesnih primitiva primanog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa *TZS*, odnosno njihove funkcije ciljeva i korespondentni koordinacioni parametri. Prethodno postavljene teorijske podloge linearne algebre i sistemskog kibernetičkog okvira za hijerarhijsko organizovanje, uz potpuno definisan skup procesnih primitiva, predstavljaju osnovu za potpunu formulaciju K-funkcije *TZS* kroz odgovarajuće algoritamske strukture, što se dalje analizira i teorijski upotpunjuje u poglavlju 4.3.

4.3 Koordinacija hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja

Koordinacija tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja izvodi se ispunjavanjem globalnog cilja TZS_{gc} sačinjenog od višestrukih individualnih ciljeva procesnih primitiva, $OP\#x_{ic}$, i to na bazi upravljanja kretanjem podsistema manipulacije (PM) robotskog sistema koji predstavlja kinematski redundantna robotska ruka, kako je to u poglavlju 2.1.2 utemeljeno, a zatim u poglavlju 4.1.4 detaljno formulisano, gde prostor interakcije procesnih primitiva predstavlja njen konfiguracioni prostor.

Fokus za izvođenje ovako postavljenog upravljačkog zadatka se stavlja na složeno hijerarhijsko organizovanje, gde se simultano ispunjavanje individualnih ciljeva prevodi u matematičku ravan. Povezivanjem okvira kinematske redundanse i instrumentarijuma linearne algebre, uključujući hijerarhijsku organizaciju skupa procesnih primitiva primarnog i sekundarnog nivoa TZS , uspostavlja se osnova za formulaciju funkcije koordinacije. Kako je u podpoglavlju 3.3.3 detaljno obrađeno, decenijski razvoj inženjerskog pristupa izvršavanju višestrukih zadataka primenom kinematski redundantnih robota [218] ogleda se u ekstenzivnim istraživanjima [53], a u kontekstu hijerarhijske organizacije primenom različitih metoda prioritizacije ovaj pristup se može podeliti u tri osnovna pravca: 1)hijerarhija sa kategoričkom prioritizacijom¹¹ [217, 53, 68]; 2)hijerarhija bez kategoričke prioritizacije, [51, 46]; i 3)hijerarhijsko organizovanje zadataka koje kombinuje prethodna dva pristupa [140, 55] i omogućuje hibridnu hijerarhijsku organizaciju sa dinamičkim upravljanjem prioritetima. Praktično, granice skupova procesnih primitiva mogu da budu kategoričke/imperativne ili da se relaksiraju, na primer kroz fazi-logičke pristupe i slično. Međutim, iako primenjeni, nijedan od prethodno navedenih pristupa koji se mogu pronaći u postojećoj literaturi nije izveden na bazi kibernetikog koncepta hijerarhijskog organizovanja i koordinacije [230], već svi predstavljaju pronalazjenje partikularnih rešenja, sa pojedinačnim slučajevima pokušaja generalizacije.

Kibernetikog koncepta hijerarhijskog organizovanja i koordinacije predstavlja formalizovan pristup (a ne intuitivan, heuristički) zasnovan na teoriji sistema, gde se nudi formalni instrumentarijum za izgradnju i analizu sistema. Formalna konsekventnost omogućuje sagledavanje kompleksnosti problema koji se istražuje, uključujući ispitivanje primenljivost u realnom vremenu, potrebe optimizacije sa aspekta praktične primene (izazov računске kompleksnosti), itd. U pristupu koordinacije TZS razvijenom u ovoj doktorskoj disertaciji kategoričnost je imperativno garantovana samo za individualni cilj primarnog procesnog primitiva, $OP\#P_{ic}$, dok se hijerarhija unutar sekundarnog nivoa bazira na dinamičkoj preraspodeli prioriteta tehnološkog i sistemskih procesnih primitiva, $OP\#T$ i $OP\#S$. Dinamička organizacija podrazumeva da se neki procesni primitivi mogu aktivirati i deaktivirati po potrebi, u zavisnosti od postavljenih prioriteta i raspoloživog resursa prostora interakcije. Ograničenost kapaciteta prostora interakcije, odnosno konfiguracionog prostora robotske ruke, produkuje stanja konfliktnosti i posledično nameće traganje za kompromisnim rešenjima za ostvarivanje TZS_{gc} u celini. Pitanja ograničenja, formulisanje zahteva i formalizacija instrumentarijuma projektora za ostvarivanje funkcije koordinacije razmatraju se u ovom poglavlju, što za ishod ima sintezu varijantnih algoritama koordinacije TZS .

4.3.1 Ograničenja i zahtevi za ostvarivanje funkcije koordinacije

Hijerarhijsko organizovanje tehnološkog zadatka spajanja uspostavljeno kroz kibernetikog pristup u poglavlju 4.1, ukazuje na to da se ispunjavanje globalnog cilja TZS_{gc} sastoji u ispunjavanju skupa individualnih ciljeva, sa odgovarajućom hijerarhijom, H_{ic} , kroz aktivnosti pripadajućih procesnih primitiva $OP\#x$. Izlaz aktivnosti svakog od procesnih primitiva, y_x , kao gradijent δq_x pripadajuće funkcije cilja s_x , kako je to formulisano u poglavlju 4.2, fizički se izvršava u konfiguracionom prostoru robotske ruke, KPR , koji ujedno predstavlja i prostor interakcije $OP\#x$. Međusobna

¹¹ U raspoloživim literaturnim izvorima na temu prioritizacije kod upravljanja kinematski redundantnim robotima uobičajena je sledeća terminologija kada se razmatra kategoričnost prioriteta: *strict priorities* i *non-strict* ili *soft priorities*.

interakcija procesnih primitiva produkuje konfliktna stanja koja u opštem slučaju nastaju usled: 1) ograničenosti konfiguracionog prostora, što je direktno povezano sa raspoloživim fizičkim resursom, odnosno kinematskom konfiguracijom robotske ruke, 2) proizvoljnih pravaca i smerova dejstva gradijenta δq_x u konfiguracionom prostoru, što se povezuje sa konfliktima unutar jednog hijerarhijskog nivoa, i 3) stanja sprezanja, što se povezuje sa međusobnim uticajem aktivnosti procesnih primitiva između različitih hijerarhijskih nivoa, po pravilu od viših ka nižim. Za razrešavanje ovih pitanja potrebna je njihova formalizacija, odakle dalje direktno proističu ograničenja i zahtevi za ostvarivanje funkcije koordinacije, gde se već u načelnim razmatranjima uočava uska povezanost konfliktnih stanja sa ograničenjem kapaciteta KPR . Stanje sprezanja predstavlja posebnu vrstu ograničenja za ostvarivanje optimalnih ili podoptimalnih vrednosti funkcija ciljeva sekundarnih procesnih primitiva, njegov efekat je uvek prisutan i nije ga moguće potisnuti, ali je njegova formalizacija takođe od značaja za ostvarivanje funkcije koordinacije TZS . Osnovni instrument za razrešavanje ovih pitanja predstavlja matematički aparat komplementarnih projektor, gde se međusobnom ortogonalizacijom između i unutar hijerarhijskih nivoa, odnosno unutar koordinatnog sistema konfiguracionog prostora, potencijalno mogu ostvariti kompromisna rešenja i tako izbeći konfliktna stanja procesnih primitiva, pa se taj okvir posredno koristi i za formalizaciju ograničenosti kapaciteta KPR , konfliktnosti gradijenata $OP\#x$ i sprezanja hijerarhijskih nivoa.

4.3.1.1 Ograničenost kapaciteta konfiguracionog prostora

Osnovni zahtev za hijerarhijsko organizovanje sastoji se u tome da se obezbedi integritet primarnog procesnog primitiva, $OP\#P$, odnosno da primarni hijerarhijski nivo ne bude direktno ugrožen aktivnostima sekundarnog nivoa, što je u procesu robotizovanog spajanja imperativno prema stavovima iz poglavlja 4.1. Sledi da se za primarni procesni primitiv, odnosno pripadajući individualni cilj, $OP\#P_ic$, prema teoremi 4.x uvek kategorički opredeljuje potreban broj stepeni slobode, m , odnosno određeni deo konfiguracionog prostora, $R(J^T)$, KPS , dovoljan da direktnim linearnim preslikavanjem realizuje željeno kretanje odnosno nameravanu trajektoriju u prostoru tehnološkog zadatka spajanja. Relativnom ortogonalnošću preostalog dela konfiguracionog prostora, $N(J)$, odnosno KPN , čija dimenzionalnost $r=n-m$ predstavlja broj redundantnih stepeni slobode, obezbeđuje da procesni primitivi koji se izvršavaju na sekundarnom nivou, unutar $N(J)$, načelno ne ugrožavaju $OP\#P$. Sledi da se ograničenost kapaciteta konfiguracionog prostora dalje sužava na ograničenost podprostora nule, i posledično traženje podoptimalnih, kompromisnih rešenja između $OP\#T_x_ic$ i $OP\#S_x_ic$. Formalizacija dovoljnosti kapaciteta KPR , ili preciznije KPN , usmerava se na formulisanje skupa proizvoljnog broja sekundarnih procesnih primitiva, k , odnosno njima pripadajućih gradijenata funkcija cilja:

$$S_x = \{ \delta q_{xi}(q) \in R^n \mid i = 1, k \} \quad (4.59)$$

Ukoliko se sa m_{xi} označi potreban broj stepeni slobode za $\delta q_{xi}(q)$, onda se potreban broj stepeni slobode za izvršavanje skupa sekundarnih procesnih primitiva, S_x , izračunava sumom:

$$M_S = \sum_{i=1}^k m_{xi} \quad (4.60)$$

U slučaju kada je suma $M_S \leq r$ tada je kapacitet KPN dovoljan i moguće je razmatrati skup procesnih primitiva izvršiti nekonfliktno, uz ostvarivanje kompromisnih rešenja, sleđenjem zadate hijerarhije. Međutim, u slučaju kada je suma $M_S > r$, kapacitet nije dovoljan i unutar sekundarnog nivoa nije moguće ostvariti nekonfliktnost, pa u opštem slučaju zadovoljavanje jednog ugrožava i narušava zadovoljavanje drugog ili drugih sekundarnih procesnih primitiva. Tada je pored sleđenja zadate hijerarhije, odnosno prioriteta unutar sekundarnog nivoa, neophodno uspostaviti mehanizam deaktivacije procesnih primitiva nižeg prioriteta, uz ispunjavanje određenih kriterijuma, čime je načelno formulisan jedan od osnovnih zahteva za ostvarivanje funkcije koordinacije TZS . Sledi da kapacitet konfiguracionog prostora nule predstavlja njegova dimenzionalnost, odnosno mogućnost

uspostavljanja određenog broja linerano nezavisnih, međusobno ortogonalnih, pravaca za izvršavanje skupa gradijenata funkcija ciljeva procesnih primitiva. Formalizacija pitanja dovoljnosti raspoloživog kapaciteta jednostavno se može predstaviti na sledeći način:

$$\{S_x, N_r\} \rightarrow \Psi = \frac{r}{M_s} \rightarrow \begin{cases} \Psi < 1 \\ \Psi = 1 \\ \Psi > 1 \end{cases} \quad (4.61)$$

U formulaciji (4.61) Ψ predstavlja koeficijent kapaciteta, M_s broj potrebnih stepeni slobode za razmatrani skup sekundarnih procesnih primitiva, a r broj redundantnih stepeni slobode, pa sledi da su generalno moguća tri slučaja dovoljnosti kapaciteta *KPN*:

- 1) $\Psi < 1$, kapacitet je nedovoljan i neophodna je redukcija mere ispunjavanja jednog ili više sekundarnih procesnih primitiva, uključujući i slučaj potpune deaktivacije na osnovu zadatih prioriteta;
- 2) $\Psi = 1$, kapacitet je dovoljan i potencijalno je moguće nekonfliktno izvršiti kompletan skup gradijenata funkcija ciljeva sekundarnih procesnih primitiva, a redukcija se pojavljuje u smislu projektovanja gradijenata u prostor nule ili projektovanja na relativne ortogonalne pravce sa drugim gradijentima;
- 3) $\Psi > 1$, kapacitet je veći od potrebnog, pa je izborom odgovarajućeg podprostora u *KPN* načelno moguće u određenoj meri potisnuti efekat redukcije koji nastaje kao posledica raspreszanja gradijenata $\delta q_{xi}(q)$ integralnim ortogonalnim projektovanjem u ukupan prostor nule, što otvara pitanje particije unutar *KPN*.

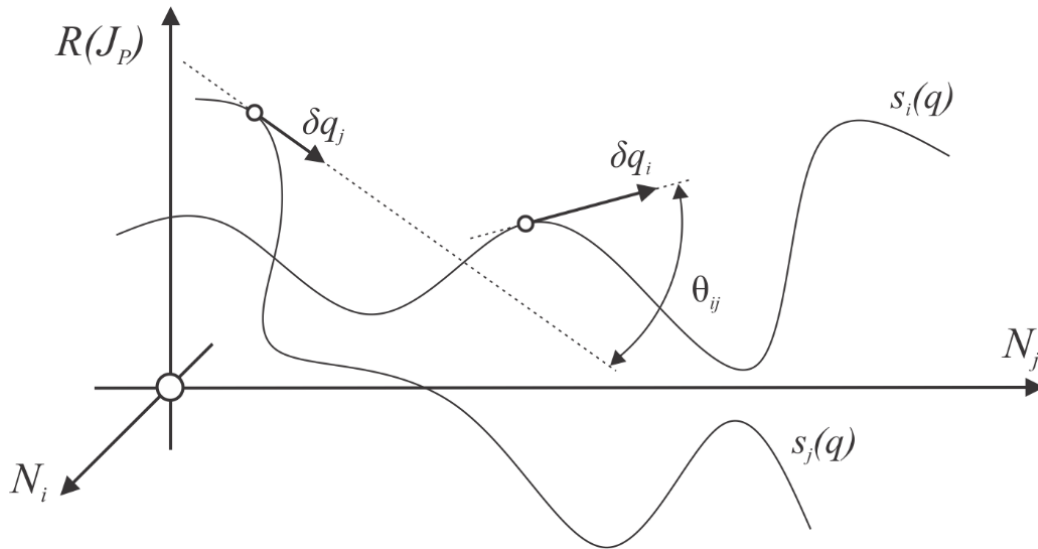
Prethodno izvedene formulacije koeficijenta Ψ predstavlja pokušaj da se formalizuje pitanje dovoljnosti kapaciteta konfiguracionog prostora nule, odnosno uspostavi njegova metrika. Ovakav stav, da se metrika dovoljnosti kapaciteta *KPN* uspostavi na osnovu broja aktivnih procesnih primitiva, odnosno gradijenata njihovih funkcija ciljeva, i broja redundantnih stepeni slobode, kao njihov odnos, održiv je u kontekstu hijerarhijske organizacije tehnološkog zadatka spajanja. Generalno, kao najčešći slučaj u praksi, i ujedno najizazovniji sa aspekta pitanja mogućnosti pronalazjenja rešenja u istraživačkom i inženjerskom smislu, je slučaj kada je kapacitet nedovoljan, pa je pojava konflikata neminovna, a odatle sledi i potreba za pronalazjenjem kompromisnih rešenja.

4.3.1.2 Konfliktnost procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa

Formalizacija pitanja relativne konfliktnosti gradijenata dva proizvoljna sekundarna procesna primitiva opisana pripadajućim funkcijama ciljeva, $s_i(q)$ i $s_j(q)$, ostvaruje se ispitivanjem relativnog ugla θ_{ij} koji zaklapaju njihovih korespondentni gradijenti, $\delta q_i = \nabla s_i(q)$ i $\delta q_j = \nabla s_j(q)$, u posmatranim koordinatama konfiguracionog prostora q . Ugao θ_{ij} grafički je prikazan na slici 4.15, gde su funkcije ciljeva, njihovi gradijenti i njihov relativni odnos prikazani u struktuiranom konfiguracionom prostoru koji čini podprostor kategorički opredeljen za *TZS*, $R(J_P^T)$, i njemu ortogonalni prostor nule, $N(J_P)$ koji je u opštem slučaju višedimenzionalan i čine ga koordinatne ose N_i , $i=1, r$.

Relativni ugao θ_{ij} koji zaklapaju gradijenti dva proizvoljna sekundarna procesna primitiva, δq_i i δq_j , unutar konfiguracionog prostora izračunava se na sledeći način:

$$\theta_{ij} = \arccos \left(\frac{\delta q_i}{\|\delta q_i\|} \cdot \frac{\delta q_j}{\|\delta q_j\|} \right) \quad (4.62)$$



Slika 4.15: Konfiguracioni prostor kinematski redundantne robotske ruke sa međusobno ortogonalnim podprostorima $R(J)$ i $N(J)=\{N_i, N_j\}$, koji su korespondentni KPS i KPN , respektivno, sa proizvoljno postavljenim funkcijama ciljeva procesnih primitiva, $s_i(q)$ i $s_j(q)$, njihovim gradijentima δq_i i δq_j , i relativnim uglom koji zaklapaju, θ_{ij} .

Analizom mogućih stanja skalarnog proizvoda normiranih vektorskih formi gradijenata δq_i i δq_j mogu se izdvojiti tri karakteristična slučaja interakcije sekundarnih procesnih primitiva po pitanju stanja njihove relativne konfliktnosti, što se formuliše kao Ω -funkcija:

$$\Omega_{ij} = \Omega(\delta q_i, \delta q_j) = \left(\frac{\delta q_i}{\|\delta q_i\|} \cdot \frac{\delta q_j}{\|\delta q_j\|} \right) = \begin{cases} -1 & \rightarrow \text{zadaci su konfliktni} \\ 0 & \rightarrow \text{zadaci su ortogonalni} \\ 1 & \rightarrow \text{zadaci su kodirekcionalni} \end{cases} \quad (4.63)$$

Prema modelu hijerarhijski organizovanog TZS postavljenog u odeljku 4.1.3.2, Ω je globalna povratna sprega iz prostora interakcije ka funkciji koordinacije, i u opštem slučaju predstavlja nosilac informacije o interakciji svih procesnih primitiva kao skup Ω -funkcija izvedenih nad svim parovima gradijenata procesnih primitiva, gde je k broj procesnih primitiva na sekundarnom hijerarhijskom nivou:

$$\Omega = \left\{ \Omega_{ij} \in R \left| \begin{array}{l} i = 1, k-1 \\ j = i+1, k \end{array} \right. \right\} \quad (4.64)$$

Slučajevi potpune konfliktnosti, ortogonalnosti i kodirekcionalnosti formalizovani izrazom (4.63) predstavljaju granične slučajeve. U slučaju potpune konfliktnosti gradijenti posmatranih sekundarnih procesnih primitiva nalaze se na istom pravcu unutar konfiguracionog hiperprostora, ali su suprotnog smera. Stanje konfliktnosti, potpune ili parcijalne, potencijalno uzrokuje algoritamske singularitete, a u specijalnom slučaju čak može da produkuje i nultu realizaciju oba procesna primitiva, jer korespondentno produkovano kretanje u KPN može da bude jednako nuli. Međutim, kretanje odnosno realizacija jednog od procesnih primitiva u stanju potpune konfliktnosti može biti ostvarena i to u dva moguća slučaja: 1) realizacijom nenormiranih gradijenata ostvaruje se kretanje u smeru onog čiji je intenzitet veći, tako da prioriteti nisu uzeti u obzir; 2) za normirane vektore gradijenata sledi se zadati prioritet tako što se uspostavlja skalarni faktor za jedan od njih, čime se intenzitet može povećati u željenoj meri ili potpuno poništiti, u zavisnosti od odluke na stratumu koordinacije, a prema trenutnom stanju ispunjenja TZS_{gc} i zadatoj hijerarhiji procesnih primitiva. U oba slučaja potpuno je narušena realizacija jednog od sekundarnih procesnih primitiva. Slučaj ortogonalnosti, kada je $\Omega=0$, odgovara slučaju komplementarnosti razmatranih gradijenata, odnosno nekonfliktnosti u opštem slučaju. Slučaj kodirekcionalnosti, kada $\Omega=1$, predstavlja najpovoljniji slučaj sa aspekta iskorišćenja kapaciteta konfiguracionog prostora nule, jer je tada načelno moguće realizaciju

korespondentnih gradijenata ostvariti u jednom pravcu, formiranjem odgovarajućeg klastera oko procesnog primitiva najvišeg prioriteta, čime se ostavlja dodatni prostor za ispunjavanje individualnih ciljeva ostalih procesnih primitiva odnosno pripadajućih funkcija ciljeva u većoj meri.

Generalizacijom prethodnog, moguće je identifikovati bilo koji odnos gradijenata razmatranih procesnih primitiva, odnosno njihovu interakciju, uvođenjem intervala unutar graničnih slučajeva koji su obuhvaćeni izrazom (4.63), tako da Ω -funkcija može da se dopuni na sledeći način:

$$\Omega_{ij} = \Omega(\delta q_i, \delta q_j) = \begin{cases}]-1, 0[\rightarrow & \text{zadaci su parcijalno konfliktni} \\]0, +1[\rightarrow & \text{zadaci su parcijalno kodirekcionalni} \end{cases} \quad (4.65)$$

Slučaj parcijalne konfliktnosti podrazumeva da je moguće ostvariti komplementarnost gradijenata procesnih primitiva projektovanjem jednog u ortogonalni pravac drugog. Slučaj parcijalne kodirekcionalnosti podrazumeva da je potencijalno moguće ostvariti kodirekcionalnost gradijenata razmatranih sekundarnih procesnih primitiva, ili njihovih projekcija u prostor nule, formiranjem klastera, i na taj način povećati iskorišćenje raspoloživog kapaciteta kinematske redundanse, kako je prethodno to već objašnjeno.

4.3.1.3 Sprezanje procesnih primitiva primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa

Pojava sprezanja, odnosno uticaja primarnog hijerarhijskog nivoa na sekundarni, $OP\#P$ na skup $OP\#T_x$ i $OP\#S_x$, direktna je posledica apriornog, kategoričkog opredeljivanja dela konfiguracionog prostora za ispunjavanje individualnog cilja $OP\#P_{ic}$. Ovu pojavu je nemoguće potisnuti, pa je za ostvarivanje funkcije koordinacije hijerarhijski organizovanog TZS neophodno analizirati i formalizovati stanje sprezanja.

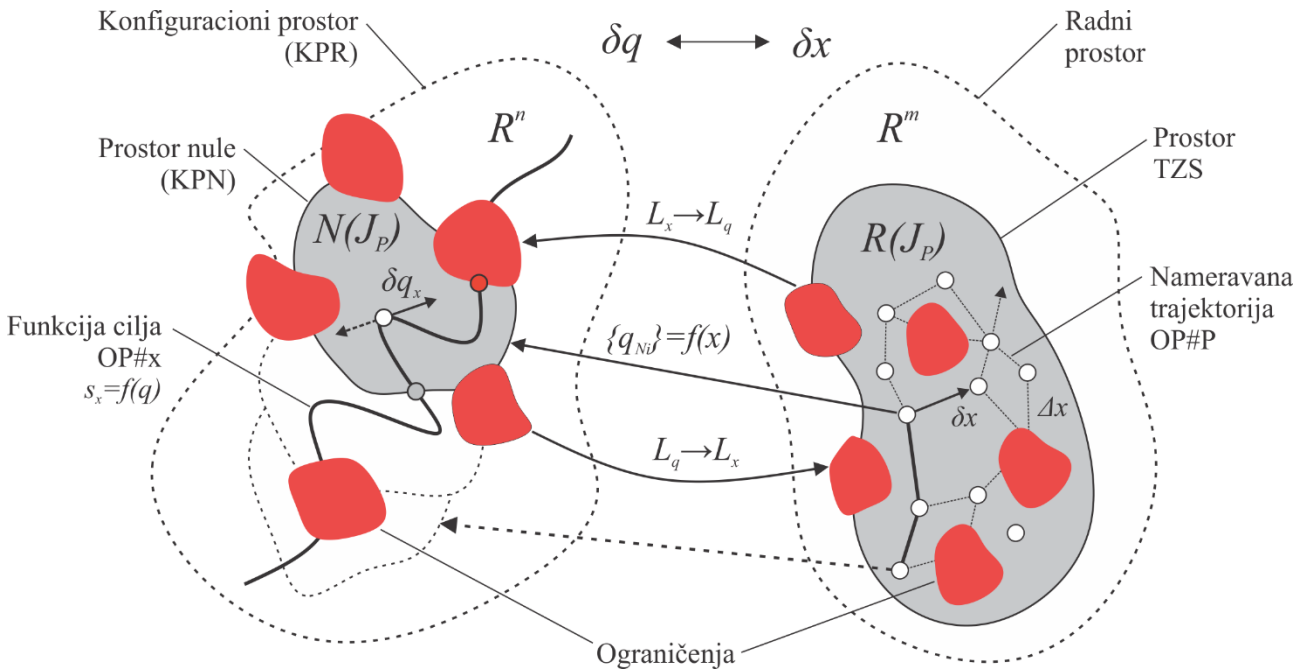
Uzrok sprezanja je u zavisnosti konfiguracionog prostora nule od položaja TCP u prostoru tehnološkog zadatka. KPN je uvek podskup konfiguracija u KPR , i predstavlja funkciju koordinata karakteristične tačke vrha robotske ruke koje su korespondentne primarnom procesnom primitivu, pa se ispunjavanjem $OP\#P_{ic}$, kretanjem duž nameravane trajektorije, menja i dostizivi podprostor KPN , što je grafički ilustrovano na slici 4.16. Ako sa q_{Pi} označimo vektor odnosno konfiguraciju korespondentnu izvršavanju $OP\#P$ koja se izračunava na osnovu kretanja u prostoru tehnološkog zadatka, a sa $\{q_{Ni}\}$ skup vektora koji predstavlja dostizivi interval unutrašnjih koordinata unutar podprostora nule, $N(J_P)$, onda se posredna zavisnost prostora nule od spoljašnjih koordinata formuliše na sledeći način, uzimajući u obzir da je promena zone prostora nule u KPR , δq_{Ni} , direktno zavisna od promene odnosno prirasta kretanja u TZS , δx_i :

$$\left. \begin{array}{l} q_{Pi} = q_{Pi-1} + \delta q_{Pi} \\ q_{Pi-1} = f(x_{i-1}) \\ \delta q_{Pi} = f(\delta x_i) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \{q_{Ni}\} = f(q_{Pi}) = f(x_i) \\ \{\delta q_{Ni}\} = f(\delta q_{Pi}) = f(\delta x_i) \end{cases} \quad (4.66)$$

Praktično, sledi da se izvršavanjem primarnog procesnog primitiva u prostoru R^m , odnosno u $R(J_P)$, menja dostizivi podprostor nule u R^n , odnosno $N(J_P)$, menja se njegova zona u ukupnom konfiguracionom prostoru, kako je i ilustrovano na slici 4.16.

Izvršavanjem primarnog procesnog primitiva menja se i uticaj drugih ograničenja koja su povezana sa robotskim sistemom i njegovim okruženjem, što je izraženo u KPR i u prostoru TZS , gde su posebno značajni bliskost granicama radnog prostora, singularitetima i preprekama, što je formalizovano sekundarnim procesnim primitivima u 4.2. Ograničenje kretanja u zglobovima i singulariteti robotske ruke se preslikavaju iz KPR u prostor TZS , preslikavanje $L_q \rightarrow L_x$, dok za ograničenja tipa prepreke važi obrnuto, te je preslikavanje $L_x \rightarrow L_q$ iz prostora TZS u KPR , gde su $L_x = f(x)$ i $L_q = f(q)$ funkcije kojima se opisuju ograničenja u TZS i KPR , respektivno, što je grafički ilustrovano na slici 4.16. Posledice sprezanja se oslikavaju u prostoru interakcije procesnih primitiva,

pa se na taj način dodatno ograničava prostor za ispunjavanje individualnog cilja tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#T_ic$, i u tom smislu usložnjava ostvarivanje funkcije koordinacije TZS .



Slika 4.16: Ilustracija zona ograničenja izraženih unutar konfiguracionog prostora i prostora tehnološkog zadatka, L_q i L_x , i njihova preslikavanja, kao uzrok sprezanja procesnih primitiva u kontekstu usložnjavanja zahteva za ostvarivanje funkcije koordinacije.

4.3.2 Formalni instrumentarijum za ostvarivanje funkcije koordinacije

Inverzno linearno preslikavanje, kao fundamentalni matematički okvir za upravljanje kinematski redundantnim robotima, prema razmatranjima iz poglavlja 3.3, i posebno 3.3.1, može se formirati različitim oblicima pseudoinverzije, kao što su: 1) Moore-Penrose, 2) težinski oblik, i 3) prigušeni oblik. Pristup oblikovanja pseudoinverzije mape linearnog preslikavanja, izborom korespondentnih težinskih faktora i faktora prigušenja, gde generalni oblik predstavlja izraz (3.48), potencijalno se može iskoristiti za implementaciju inverznog linearnog preslikavanja robusnog na singularitete i za ispunjavanje drugih individualnih ciljeva. Međutim, iako se čine pogodnim i relativno jednostavnim za primenu, korišćenjem ovakvih metoda nije moguće izvršiti kategoričku particiju konfiguracionog prostora robotske ruke na ortogonalne podprostore, što prema teoremi 4.1 predstavlja imperativni zahtev. Dodatni problem primene pristupa sa različitim oblicima pseudoinverzije nastaje jer se konfiguracioni prostor na taj način deformiše, izobličuje, čime se ugrožava i primarni status $OP\#P$ koji se kao imperativ formuliše u odeljku 4.1.4.2. Sledi da uspostavljanje formalno konsekventnog i funkcionalno konzistentnog okvira za ispunjavanje višestrukih individualnih ciljeva procesnih primitiva predstavlja model gde se partikularna komponenta kretanja bazira na pseudoinverziji sa ispunjavanjem uslova minimuma norme prirasta (3.35), čime se ostvaruje $OP\#P_ic$, a homogena komponenta za ostvarivanje individualnih ciljeva sekundarnih procesnih primitiva, $OP\#T_ic$ i $OP\#S_ic$, se bazira na primeni ortogonalnih komplementarnih projektora. Ovakav pristup omogućuje hijerarhijsko organizovanje i koordinaciju aktivnosti skupa procesnih primitiva $OP\#x$, uz ostvarivanje kategoričnog izvršenja primarnog procesnog primitiva i dinamičku prioritizaciju sekundarnih primitiva. U zavisnosti od stanja u prostoru interakcije, sprezanja i postojanja ograničenja, simultano ispunjavanje individualnih ciljeva tehnoloških i sistemskih procesnih primitiva potencijalno se može ostvariti na optimalan način, ili podoptimalno, uz razrešavanje stanja konfliktnosti.

4.3.2.1 Primena projektora kao instrumenta koordinacije TZS

Funkcionalni zahtevi koji proističu iz povezanih pitanja prioriteta procesnih primitiva, zatim njihovih spreznja i konfliktnosti, kao i raspoloživog kapaciteta konfiguracionog prostora nule, ovde se prevode u domen ortogonalnog komplementarnog projektora, tako da se ostvari specijalizacija i formalizacija ovog instrumentarijuma za ostvarivanje funkcije koordinacije TZS. Ovo podrazumeva proširivanje okvira matematičkog pojma projektora formulisanog u trećoj glavi, tako da se na bazi generalizacije postojećih pristupa datih u 3.3.3, pored integralnog projektovanja u prostor nule razmatra i formalizuje metoda relativnog ortogonalnog projektovanja gradjenata kao instrument za ostvarivanje relativne komplementarnosti, odnosno nekonfliktnosti. Sledstveno tome, za formalizaciju instrumenata funkcije koordinacije TZS u razmatranje se uzimaju dva procesna primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa, odnosno njihove korespondente funkcije cilja, $s_i(q)$ i $s_j(q)$, sa pripadajućim gradijentima δq_i i δq_j , pri čemu se smatra da je prioritet $OP\#x_i$ veći od prioriteta $OP\#x_j$, pa sledi da je ukupna hijerarhija formulisana kao: $H_ic: OP\#P > OP\#x_i > OP\#x_j$.

Na slici 4.17 ilustrativno su prikazana dva fundamentalna podprostora konfiguracionog prostora, prostor TZS, kao $R(J_P^T)$, i njemu ortogonalan prostor nule, $N(J_P)$, zatim dve funkcije cilja, $s_i(q)$ i $s_j(q)$, kao i njihovi gradijenti δq_i i δq_j u proizvoljno izabranim koordinatama konfiguracionog prostora, što predstavlja osnovu koja je već prethodno prikazana na slici 4.17. Uzimajući u obzir hijerarhijsku organizaciju TZS, zatim raspoloživi kapacitet KPN i zahtev za eliminacijom konfliktnih stanja, moguće je izdvojiti i formalizovati sledeće instrumente za ostvarivanje funkcije koordinacije:

- 1) Generisanje ortogonalnog relativnog projektora P_{CR}^{Si} na pravac gradijenta sekundarnog procesnog primitiva višeg prioriteta, δq_i , čime se formira $N(\delta q_i)$ na osnovu komponenata sopstvenog sistema prema (3.27), i zatim projektovanje gradijenta procesnog primitiva nižeg prioriteta, δq_j , ortogonalno na tako formirani prostorno orijentisani pravac, što se formuliše na sledeći način:

$$\begin{aligned} svd(\delta q_{Si}) &\rightarrow \{U_{Si}, S_{Si}, V_{Si}\} \rightarrow V_{Si} = [V_{RSi} | V_{NSi}] \rightarrow \begin{cases} R(\delta q_{Si}) = V_{RSi} \\ N(\delta q_{Si}) = V_{NSi} \end{cases} \\ \Rightarrow P_{CR}^{Si} &= V_{NSi} V_{NSi}^T \\ \Rightarrow \delta q_{Sj}^{N(Si)} &= P_{CR}^{Si} \delta q_{Sj} \end{aligned} \quad (4.67)$$

U ovom slučaju gradijent funkcije cilja $s_i(q)$ se realizuje u maksimalnom mogućem obimu, dok se $s_j(q)$ realizuje u redukovanom obimu ali nekonfliktno sa $s_i(q)$, čime se ostvaruje zadata hijerarhija sekundarnog nivoa, ali je izvršavanje oba sekundarna procesna primitiva u opštem slučaju i dalje konfliktno sa izvršavanjem primarnog procesnog primitiva. Ovakav pristup koristi se u situacijama kada je potrebno očuvati bezbednost robotskog sistema i okruženja, najčešće za izbegavanje kolizionih stanja u prostoru TZS, pa je tada konfliktnost sa $OP\#P$ dozvoljena, kako je to u 4.2.3.3 objašnjeno, mada ovakav pristup ima i vrlo opšti karakter;

- 2) Gradijenti oba sekundarna procesna primitiva se ortogonalnim integralnim projektorom P_C projektuju u prostor nule primarnog procesnog primitiva, $N(J_P)$, tako da prema polaznim formulacijama iz podpoglavlja 3.3.2 sledi:

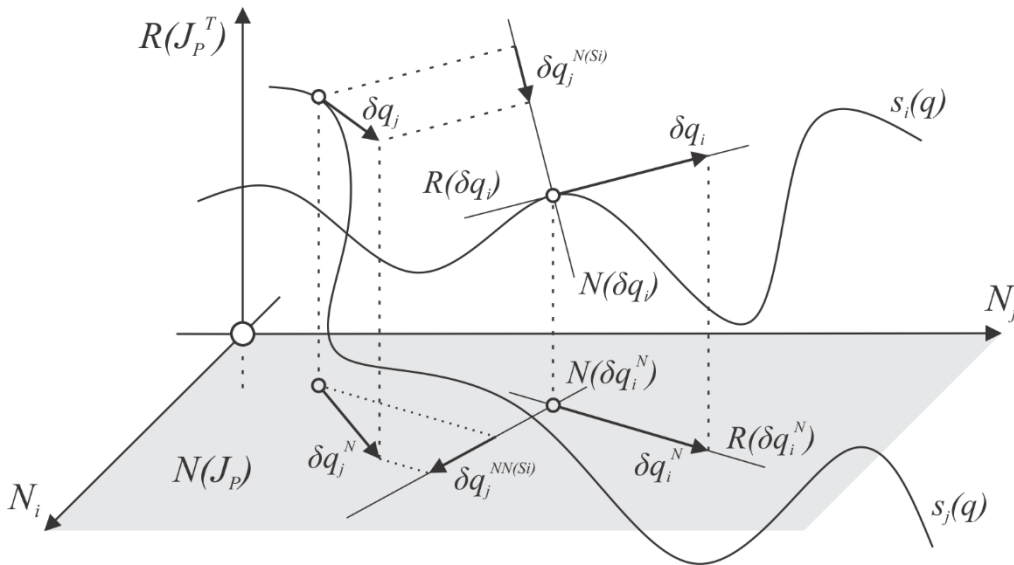
$$\begin{aligned} \delta q_{Si}^N &= P_C \delta q_{Si} \\ \delta q_{Sj}^N &= P_C \delta q_{Sj} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Na ovaj način redukovano je izvršenje oba procesna primitiva, $OP\#x_i$ i $OP\#x_j$, od kojih dalje pojedinačno nijedan nije konfliktan sa izvršenjem $OP\#P$, čime se slede prioriteta odnosno hijerarhija između primarnog i sekundarnog nivoa, međutim sekundarni procesni primitivi odnosno projektovani vektori njihovih gradjenata u opštem slučaju ostaju međusobno konfliktni;

- 3) Kombinovanjem instrumenata koordinacije (1) i (2), integralnog i relativnog projektora, sledi da se na jednu od integralnih projekcija gradijenata sekundarnih procesnih primitiva, δq_{xi}^N ili δq_{xj}^N , po pravilu na onu višeg prioriteta, može formirati ortogonalni pravac odnosno novi relativni projektor unutar prostora nule $N(J_P)$, P_{CR}^{NSi} :

$$\begin{aligned} \text{svd}(\delta q_{Si}^N) &\rightarrow \{U_{Si}^N, S_{Si}^N, V_{Si}^N\} \rightarrow V_{Si}^N = [V_{RSi}^N | V_{NSi}^N] \rightarrow \begin{cases} R(\delta q_{Si}^N) = V_{RSi}^N \\ N(\delta q_{Si}^N) = V_{NSi}^N \end{cases} \\ \Rightarrow P_{CR}^{NSi} &= V_{NSi}^N (V_{NSi}^N)^T \\ \Rightarrow \delta q_{Sj}^{NN(Si)} &= P_{CR}^{NSi} \delta q_{Sj}^N \end{aligned} \quad (4.69)$$

Na ovaj način zadata hijerarhija, H_{ic} , sprovedena je u potpunosti, projekcije sekundarnih procesnih primitiva nekonfliktne su sa $OP\#P$, takođe su i međusobno nekonfliktne, odnosno komplementarne su, ali tako da se mera ispunjavanja $OP\#x_j$, odnosno pripadajuće funkcije cilja $s_j(q)$, dodatno redukuje usled projektovanja na $N(\delta q_{xi}^N)$. Međutim, za potpuno ostvarivanje funkcije koordinacije TZS ovde u obzir treba uzeti razmatranja i formalizaciju pitanja ograničenosti kapaciteta KPN , pa bi u slučaju nedovoljnosti kapaciteta ovde bilo neophodno potpuno potisnuti odnosno deaktivirati procesni primitiv najnižeg prioriteta, ili eventualno u slučaju parcijalne kodirekcionalnosti projektovati ga na pravac gradijenta procesnog primitiva višeg prioriteta.



Slika 4.17: Ilustracija pojmova relativnog i integralnog ortogonalnog projektovanja gradijenata funkcija ciljeva procesnih primitiva, kao osnovnog instrumentarijuma za ostvarivanje funkcije koordinacije. Relativna projekcija gradijenta δq_j na ortogonalni pravac δq_i , $\delta q_j^{NN(Si)}$, i integralne projekcije gradijenata δq_i i δq_j , na ukupni podprostor nule $N(J)$, δq_i^N i δq_j^N .

Izračunavanje relativnih ortogonalnih projektor, P_{CR} , predstavljenih prethodno kao instrumenata koordinacije u (1) i (3), odnosno izraza (4.67) i (4.69), se prema [140] umesto dekompozicijom na elemente sopstvenog sistema i korišćenjem podmatrice V_N , može izvesti i na sledeći način:

$$\begin{aligned} P_{CR}^{Si} &= I_n - P_R(\delta q_{Si}) = I_n - \left(\left(\frac{\delta q_{Si}}{\|\delta q_{Si}\|} \right)^T \cdot \frac{\delta q_{Si}}{\|\delta q_{Si}\|} \right) \\ P_{CR}^{NSi} &= I_n - P_R(\delta q_{Si}^N) = I_n - \left(\left(\frac{\delta q_{Si}^N}{\|\delta q_{Si}^N\|} \right)^T \cdot \frac{\delta q_{Si}^N}{\|\delta q_{Si}^N\|} \right) \end{aligned} \quad (4.70)$$

Matrice $P_R(\delta q_{Si})$ i $P_R(\delta q_{Si}^N)$ u izrazu (4.70) predstavljaju projektor na pravac gradijenata razmatranog sekundarnog procesnog primitiva, pa je moguće formirati ortogonalni projektor prema obrascu (3.55) oduzimanjem od korespondentne matrice identiteta. Ovakav pristup izračunavanja projektora može potencijalno pojednostaviti ukupan matematički aparat, ali primenljiv je samo kod određene klase metoda hijerarhijskog organizovanja, koji se ne oslanjaju u potpunosti na analitičke osnove instrumentarijuma linearne algebre, i uglavnom je zastupljen kod sukcesivnih i rekurzivnih metoda.

Pristupi odnosno instrumenti za hijerarhijsko organizovanje TZS koji se baziraju na prethodno predstavljenim metodama formiranja projektora, formulisanim izrazima (4.67)-(4.70), ne obuhvataju mogućnost analitičke particije unutar podprostora nule. Takav pristup nije prisutan u raspoloživim literaturnim izvorima, a ovde se u nastavku formuliše kao pristup parcijalnih projektora i predstavlja značajnu ekstenziju instrumentarijuma za ostvarivanje funkcije koordinacije TZS .

4.3.2.2 Parcijalni projektori

U ovoj disertaciji se predlaže, analizira i implementira metod parcijalnih projektora, P_{CP} , kao jedan od mogućih pristupa za hijerarhijsko organizovanje i koordinaciju TZS sa efikasnim korišćenjem raspoloživog kapaciteta konfiguracionog prostora, posebno u slučaju kada je prostor nule primarnog procesnog primitiva višedimenzionalan, odnosno kada je $r=n-m>1$. U skladu sa tim ovaj pristup sadrži opštost koja je od suštinskog značaja i može se direktno primeniti i u slučaju hiperredundantnih robotskih sistema, kada su i prostor $OP\#P$, KPS , i preostali prostor nule, KPN , višedimenzionalni, a takođe pruža i mogućnost particija prostora nule na podprostore različite dimenzionalnosti.

Analitička particija prostora nule, odnosno formiranje parcijalnih projektora, ovde je u potpunosti fundirano na matematičkom instrumentarijumu linearne algebre. Pristup parcijalnih projektora sastoji se u tome da je moguće formirati projektor na proizvoljno izabrane podprostore konfiguracionog prostora nule kinematski redundantne robotske ruke, nadovezujući se na već utemeljena razmatranja sopstvenog sistema mape linernog preslikavanja $J(q)$. Parcijalnim projektovanjem omogućuje se generisanje projekcije gradijenta proizvoljno odabranog sekundarnog procesnog primitiva, $OP\#x$, koja je nekonfliktna sa izvršenjem $OP\#P$, i smeštena je samo u jedan deo KPN , tako da ostavlja podprostor ili podprostore za nekonfliktno izvršavanje drugih procenih primitiva. Na taj način dolazi se do mogućnosti ostvarivanja kontekstno senzitivne prioritizacije, tako da se dinamičkom preraspodelom raspoloživog konfiguracionog prostora nule može povećavati ili smanjivati prostor za ispunjavanje pojedinih individualnih ciljeva, izabranih prema nekom kriterijumu, a u zavisnosti od konteksta i sveukupnog stanja u kojem se robotski sistem trenutno nalazi uzimajući u obzir sve $OP\#x$. Uzimajući u obzir da KPN formiraju koordinatne ose N_i , $i=1,r$, kao vektori sadržani u podmatrici V_N sopstvenog sistema $J(q)$, parcijalni projektor u opštem obliku formuliše se na sledeći način:

$$P_{CPi}^p = \sum_i^{k=i+j} v_{Ni} v_{Ni}^T \begin{cases} i=1,r \\ 0 \leq j \leq i-r \end{cases} \rightarrow P_{CPi}^p = \begin{bmatrix} v_{Ni1} & \cdots & v_{Nk1} \\ \vdots & & \vdots \\ & \cdots & \\ \vdots & & \vdots \\ v_{Nin} & \cdots & v_{Nkn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Ni1} & \cdots & \cdots & v_{Nin} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ v_{Nk1} & \cdots & \cdots & v_{Nkn} \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

Na osnovu (4.x) sledi da se parcijalni projektor formira izdvajanjem pojedinačnih ili skupa susednih vektora podmatrice V_N , odnosno sopstvenih vektora korespondentnih koordinatnih osa prostora nule, N_i . U zavisnosti od dimenzionalnosti KPN , odnosno od reda kinematske redundanse, mogu se formulisati sledeće klase parcijalnih projektora, gde p označava klasu projektora, pri čemu važi da je $p=j+1$:

- 1) $j=0 \rightarrow p=1$ – linijski/vektorski projektor;
- 2) $j=1 \rightarrow p=2$ – ravanski projektor;
- 3) $j=2 \rightarrow p=3$ – zapreminski/prostorni projektor;
- 4) $j \geq 3 \rightarrow p \geq 4$ – hiperprostorni projektor.

Prethodno objašnjeno u smislu matematičke formulacije i klasifikacije instrumentarijuma parcijalnog projektora moguće je formalno definisati na sledeći način:

Definicija 4.6

Parcijalni projektor je matrični kompozit formiran vektorima sopstvenog sistema Jakobijan matrice kinematski redundantne robotske ruke kojim se formalizuje analitička particija konfiguracionog prostora nule i proizvoljno sintetišu projektivne matrice pripadajućih podprostora.

U slučaju povećanog kapaciteta KPN moguće je koristiti parcijalne projektore više klase i pripadajuće projektivne matrice prema definiciji 4.6, a sa ciljem smanjenja efekta redukcije skupa sekundarnih procesnih primitiva, što je povezano sa kontekstno senzitivnom prioritizacijom.

Definicija 4.7

Kontekstno senzitivna prioritizacija predstavlja koordinacionu aktivnost preraspodele podprostora KPN primenom parcijalnih projektora, koja je rukovođena zadatom hijerarhijom skupa $OP\#x$ i njihovim stanjem tokom izvršenja, tako da se istovremeno smanji redukcija ispunjenosti pripadajućih individualnih ciljeva i ostvari kompromisno rešenje za ostvarivanje globalnog cilja, TZS_gc .

Uzimajući u obzir da se prirast gradijenta proizvoljnog sekundarnog procesnog primitiva u KPR uvek posmatra kao vektorska forma, sledi da je linijski parcijalni projektor dovoljan matematički okvir sa aspekta ostvarivanja funkcije koordinacije TZS . Međutim, za optimalno korišćenje raspoloživog kapaciteta KPN i smanjenja redukcije gradijenta proizvoljno posmatranog $OP\#x$ usled ostvarivanja komplementarnosti sa $OP\#P$, potpuni okvir uključuje primenu različitih klasa parcijalnih projektora i kontekstno senzitivnu prioritizaciju, definisanih definicijama 4.6 i 4.7. Formalno:

Teorema 4.2

Instrumentarijum parcijalnih projektora i kontekstno senzitivne prioritizacije predstavlja dovoljan matematički okvir za koordinaciju simultanog nekonfliktnog izvršavanja skupa procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa čiji je broj jednak redu kinematske redundanse robota.

Na osnovu teoreme 4.x sledi:

Korolarijum 4.3

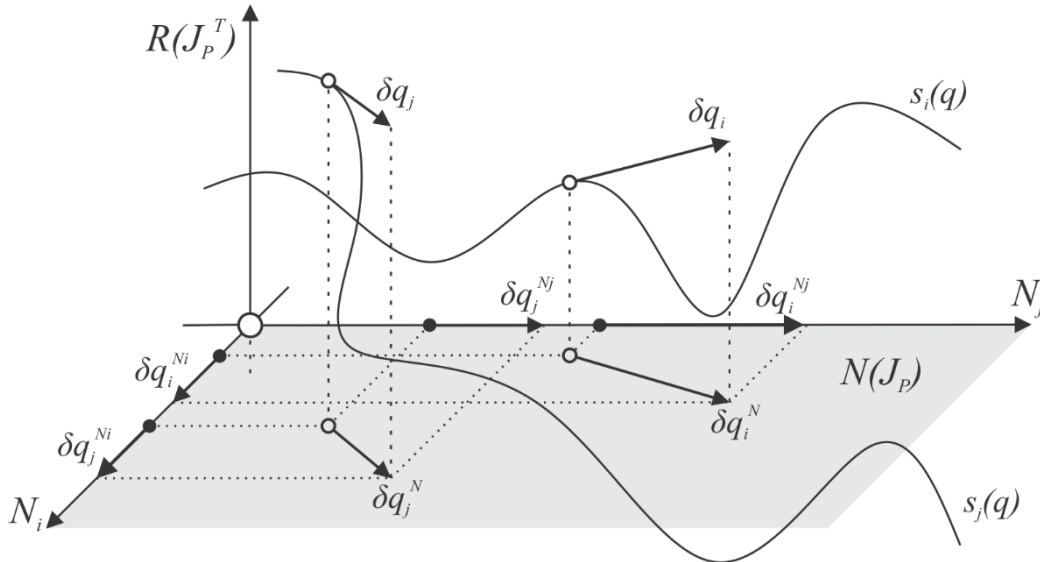
U slučaju jednostruke kinematske redundanse robota parcijalni projektor ekvivalentan je integralnom, a koncept koordinacione aktivnosti kontekstno senzitivne prioritizacije tada nije primenljiv.

Posmatrajući ilustrativni primer iz 4.3.2.2, moguće je grafički prikazati modifikaciju i ekstenziju instrumentarijuma relativnih i integralnih projektora, slika 4.18, gde se parcijalne projekcije gradijenata funkcija cilja $s_i(q)$ i $s_j(q)$ izračunavaju na sledeći način u skladu sa opštom formom (4.71):

$$\begin{aligned}
 \delta q_{Si}^{Ni} &= P_{CPi}^1 \delta q_{Si} = (v_{Ni} v_{Ni}^T) \delta q_{Si} \\
 \delta q_{Si}^{Nj} &= P_{CPj}^1 \delta q_{Si} = (v_{Nj} v_{Nj}^T) \delta q_{Si} \\
 \delta q_{Sj}^{Ni} &= P_{CPi}^1 \delta q_{Sj} = (v_{Ni} v_{Ni}^T) \delta q_{Sj} \\
 \delta q_{Sj}^{Nj} &= P_{CPj}^1 \delta q_{Sj} = (v_{Nj} v_{Nj}^T) \delta q_{Sj}
 \end{aligned} \tag{4.72}$$

Pored formiranja direktnih vektorskih parcijalnih projekcija, što je u razmatranom primeru predstavljeno dejstvom projektora P_{CPi}^1 i P_{CPj}^1 na gradijente δq_{Si} i δq_{Sj} , projekcije u prostoru nule $N(J_P)$ formirane na osnovu (4.72) mogu se predstaviti kao zbir parcijalnih projekcija:

$$\begin{aligned}\delta q_{Si}^N &= \delta q_{Si}^{Ni} + \delta q_{Si}^{Nj} = P_{CPi}^1 \delta q_{Si} + P_{CPj}^1 \delta q_{Si} \\ \delta q_{Sj}^N &= \delta q_{Sj}^{Ni} + \delta q_{Sj}^{Nj} = P_{CPi}^1 \delta q_{Sj} + P_{CPj}^1 \delta q_{Sj}\end{aligned}\quad (4.73)$$



Slika 4.18: Integralne i parcijalne projekcije gradijenata δq_i i δq_j u prostor nule $N(J_P)$ i koordinatne ose prostora nule N_i i N_j , respektivno. Reprezentacija integralnih projekcija kao sume parcijalnih projekcija: $\delta q_j^N = \delta q_j^{Nj} + \delta q_j^{Ni}$ i $\delta q_i^N = \delta q_i^{Ni} + \delta q_i^{Nj}$.

4.3.2.3 Svojtvo aditivnosti parcijalnih projektora

Dodatna generalizacija prethodno izloženog pristupa sumiranja projekcija u opštem slučaju formuliše se kao suma parcijalnih projekcija čiji rezultat je integralna projekcija gradijenata proizvoljno odabranog procesnog primitiva δq_{Si} na višedimenzionalni prostor nule linearne mape preslikavanja primarnog procesnog primitiva, $J_P(q)$, pa sledi:

$$\delta q_{Si}^N = \sum_1^k \delta q_{Si}^{Nk} = \sum_1^k (P_{CPk}^p \delta q_{Si}) = \left(\sum_1^k P_{CPk}^p \right) \delta q_{Si} \rightarrow P_{CI} = \sum_1^k P_{CPk}^p \quad (4.74)$$

Razmatranjem opšte forme sume parcijalnih projekcija (4.74), jasno se izdvaja i uočava da suma korespondentnih parcijalnih projektora predstavlja integralni ortogonalni komplementarni projektor P_{CI} nad kompletnim konfiguracionim prostorom nule, $N(J_P)$, odakle sledi da za parcijalne projektore važi svojstvo aditivnosti, što važi u slučaju prisustva višestruke kinematske redundanse. Formalno:

Teorema 4.3

Ortogonalni komplementarni projektor predstavlja aditivnu strukturu koju je moguće komponovati i dekomponovati samo u slučaju postojanja višestruke kinematske redundanse robota.

Svojstvo aditivnosti odnosno mogućnosti dekompozicije i kompozicije komplementarnog projektora, uključujući mogućnost sinteze proizvoljnih parcijalnih projektora, praktično omogućuje dejstvo nad korespondentnim podprostorima kojima je moguće dati tehnološki smisao, što je u kontekstu ove disertacije izuzetno značajno sa aspekta razvoja tehnologije robotizovane montaže. Ovako razmatranje i teorijsko utemeljenje dalje stvara platformu za plodna istraživanja na mnogim pitanjima koja su sa ovim povezana, uključujući i računsku kompleksnost, zahvaljujući metodološkoj postavci na linearnoj algebri.

4.3.2.4 Instrument povratne sprege koordinacije za slučaj particije KPN

Na osnovu prethodnog, dalje se može zaključiti da particija KPN na pripadajuće koordinatne ose, N_i , vodi ka stvaranju analitičkog okvira za hijerarhijsko organizovanje i koordinaciju TZS primenom parcijalnih projektora, jer se na taj način stvaraju uslovi za projektovanje gradijenata u međusobno komplementarne pravce, a time i nekonfliktne. Na taj način se omogućuje da se na osnovu raspoloživog kapaciteta KPN , Ψ , definisanih prioriteta, H_{ic} , i interakcije procesnih primitiva izražene Ω -funkcijom, primenom parcijalnih projektora kao instrumenta K -funkcije, dinamički organizuje ispunjavanje skupa individualnih ciljeva TZS , odnosno globalnog cilja, TZS_{gc} , na optimalan ili podoptimalan način.

Funkcija koordinacije bazirana na parcijalnim projektorima, odnosno njena povratna sprega iz prostora interakcije, upotpunjuje se instrumentom identifikacije ugla koji svaki od gradijenata iz skupa sekundarnih procesnih primitiva zaklapa sa koordinatnim osama prostora nule, $N(J_P)$. Uvođenje ovog instrumenta omogućuje da se procesni primitivi sa većim stepenom prioriteta mogu projektovati na pravce N_i sa kojima zaklapaju manji ugao, tako da se na taj način manje redukuju odnosno realizuju u većoj meri. Ugao između proizvoljnog pravca prostora nule N_i i gradijenta proizvoljnog sekundarnog procesnog primitiva, δq_{S_j} , ne izračunava se direktno, već kao koeficijent u formi apsolutne vrednosti skalarnog proizvoda jediničnih formi razmatranih vektora, na sledeći način:

$$\Omega_{N_{ij}} = \Omega_N(N_i, J_{S_j}) = \left\| \left(\frac{N_i}{\|N_i\|} \cdot \frac{\delta q_{S_j}}{\|\delta q_{S_j}\|} \right) \right\| \quad (4.75)$$

Informacija o uglovima koje zaklapaju gradijenti procesnih primitiva i koordinatne ose KPN , upotpunjuju globalnu povratnu spregu, Ω , iz prostora interakcije ka funkciji koordinacije TZS . U opštem slučaju Ω_N predstavlja skup Ω_N -funkcija izvedenih nad svim parovima N_i i δq_{S_j} , gde je r broj redundantnih stepeni slobode, a k broj procesnih primitiva na sekundarnom hijerarhijskom nivou:

$$\Omega_N = \left\{ \Omega_{N_{ij}} \in R^{ij} \left| \begin{array}{l} i = 1, r \\ j = 1, k \end{array} \right. \right\} \quad (4.76)$$

Promena pravca gradijenta posmatranog procesnog primitiva može usloviti promenu pravca na koji se projektuje, tako da se održi prioritet i optimalno koristi raspoloživi kapacitet KPN , što je pitanje izgradnje odgovarajućih algoritamskih struktura za ostvarivanja funkcije koordinacije TZS . Varijantni algoritmi funkcije koordinacije fundirani na prethodno izloženom instrumentarijumu detaljno se razrađuju i navode u podpoglavlju 4.3.3.

Pored prethodno razmatranih aspekata izgradnje analitičkog instrumentarijuma funkcije koordinacije, uključujući i analitičku formulaciju funkcija ciljeva i pripadajućih gradijenata primarnog, tehnološkog i sistemskih procesnih primitiva, zatim pitanja konfliktnosti, ograničenja i sprežanja, potpuno je jasno da sa povećanjem dimenzionalnosti, enormno raste i računaska kompleksnost. Sa druge strane, očigledno je da je povećanja dimenzionalnosti odnosno kapaciteta fizičkog robotskog sistema nužnost, jer se tek uz dovoljan kapacitet mogu efikasno razrešavati pitanja konfliktnosti, što je reprezentovano i dokazano kroz analitičku particiju konfiguracionog prostora i sintezu parcijalnih projektora sa pripadajućim instrumentarijumom. Analitički pristup kao takav je neizostavan za razumevanje složenog problema koji se istražuje, njegovu dekompoziciju, analizu komponenata i kompoziciju kroz sistemski pristup. Međutim sa aplikativnog stanovišta računaska kompleksnost nameće pitanje primenljivosti analitičkih modela i egzaktnih metoda u realnom vremenu, pa se pažnja usmerava ka primeni metaheuristike i mašinskog učenja, kao oblasti za traženje potencijalnog rešenja, što se načelno razmatra u narednoj sekciji, bez namere da se ta tema dalje razrađuje u okviru ove disertacije.

4.3.2.5 Metaheuristika i mašinsko učenje za uslov primenljivosti u realnom vremenu

Metode višekriterijumske optimizacije sa ograničenjima tipa jednakosti i nejednakosti, za pronalaženje egzaktnih rešenja razmatranog zadatka, [21, 220], čija je primena u određenom obliku prisutna i u ovoj disertaciji za potrebe ostvarivanja funkcije koordinacije *TZS*, neophodne su u fazi istraživanja i uspostavljanja teorijskih modela. Njihova neophodnost ogleda se u verifikaciji efektivnosti postavljenih teorijskih modela, a u konkretnom slučaju to uključuje hijerarhiju procesnih primitiva *TZS*, korespondentne funkcije ciljeva i instrumentarijum za ostvarivanje funkcije koordinacije (kako bi smo znali da je sistem modeliran na odgovarajući način, da su sintetisani i izabrani pravi kriterijumi za optimizaciju ključnih svojstava robotskog sistema, adekvatnih za razmatranu klasu zadataka, ukoliko odgovarajućim pristupom ne verifikujemo njegovu efektivnost na egzaktan način?). Međutim, egzaktne metode po pravilu nisu dovoljno efikasne za primenu u realnom vremenu zbog ekstremne računске kompleksnosti koja je u razmatranom zadatku upravljanja kinematski redundantnim robotima inherentno prisutna. Kod takvog zadatka uvek imamo višestruke funkcija ciljeva, a broj promenljivih raste sa porastom dimenzionalnosti.

Jednom kada je primenom egzaktnih metoda verifikovana reprezentativnost i efektivnost analitički sintetisanih modela, tada je za uslov primene u realnom vremenu potrebno prihvatiti određene kompromise (eng. *trade-off*). U odnosu na kompromisna rešenja višekriterijumske optimizacije ovde se radi o drugoj vrsti kompromisa, o inženjerskom kompromisu kojim se ostvaruje balans između optimalnosti rešenja i vremena izvršavanja. Praktično, to znači efikasno pronalaženje aproksimativnih rešenja, koja su dovoljno dobra, umesto sporog izračunavanja tačnih rešenja, a za takve potrebe se umesto egzaktnih primenjuju heurističke metode [154], uključujući i pristupe mašinskog učenja [204].

Heuristika u uopštenom smislu predstavlja eksperimentalno utvrđeni skup pravila za rešavanje nekog konkretnog zadatka, pri čemu se osnovna prednost u odnosu na analitičku formulaciju i primenu egzaktnih metoda ogleda u smanjenju ukupnog prostora koji se pretražuje, što se postiže postavljanjem odgovarajućih kriterijuma, čime se značajno može ubrzati postupak pronalaženja rešenja, [223]. Takva rešenja po pravilu nisu optimalna, ali je to cena kompromisa za pronalaženje aproksimativnih rešenja u realnom vremenu, što je suštinski bitno za primenu kod fizičkih sistema.

Korak dalje, generalizacijom nekih heuristika ili nekog skupa heurističkih algoritama, istraživanja u oblasti optimizacije rezultovala su izgradnjom metaheurističkih metoda, [83, 223, 81], koje su kao univerzalni alat primenljivi za rešavanje više klasa zadataka, različitog nivoa kompleksnosti, pri čemu je ta kompleksnost najčešće izražena veličinom skupa kriterijuma koje je potrebno simultano ispuniti, uz prisustvo velike dimenzionalnosti (na primer, scenario koordinacije izvršavanja hijerarhijski organizovanog *TZS*, pri čemu je fizički robotski sistem kojim se upravlja hiperredundantan, univerzalna agentna struktura za bimanuelnu montažu sa 14 stepeni slobode, ili više, gde je dimenzionalnost ukupnog konfiguracionog prostora i podprostora nule ekstremno velika, a posledično i složenost analitičkih formulacija pripadajućih matematičkih modela). Decenijskim razvojem u ovoj oblasti izgrađene su različite metaheurističke metode od kojih su pojedine inspirisane i biološkim aspektima, [83, 81]. Osnovni skup poznatih metaheurističkih metoda koje nisu inspirisane prirodnim aspektima čine: *Monte-Carlo* metoda, lokalno pretraživanje, višestartno lokalno pretraživanje (eng. *Multi-start, Multi-directional Local Search – MLS*), metoda promenljivih okolina (eng. *Variable Neighborhood Search – VNS*), tabu pretraživanje koje je u odnosu na ostale karakteristično po tome što se pamte lokalni optimumi iz nekoliko prethodnih iteracija, pristup pohlepnih algoritama (eng. *Greedy Search – GS*). Sa druge strane, kao osnovni skup metaheurističkih metoda koje su inspirisane mehanizmima koje pronalazimo u biološkom i fizičkom svetu uopšteno, kao populacioni ili evolutivni algoritmi, mogu se navesti sledeći: genetski algoritmi, zatim algoritmi kolonije mrava ili roja pčela gde se ističe mehanizam samoorganizacije kroz distribuciju upravljačke funkcije bazirane na ekstremno jednostavnim heurističkim algoritmima (nama nepoznatim), odnosno ono što bi mogli da nazovemo grupnom inteligencijom samoorganizujućeg skupa autonomnih entiteta (populacija), zatim algoritam *Simulated Annealing* za globalnu optimizaciju sa asocijacijom na

oponašanje sporog hlađenja kristalne rešetke metala tokom metalurškog procesa žarenja i otpuštanja, itd. Jedna od osnovnih razlika ova dva skupa metoda je što svakoj vremenskoj instanci algoritma prvi manipulišu jednim rešenjem koje se unapređuje do zaustavljanja algoritma prema nekom kriterijumu, dok drugi manipulišu skupom rešenja kao populacijom koju koriste za dalju evoluciju i na taj način ostvaruju unapređivanje rešenja, [223]. Zatim, poznate su metaheurističke metode zasnovane na modifikaciji inicijalnog matematičkog modela, *Benders* i *Dantzig-Wolfe* dekompozicija, [199, 41], tako da se nakon dekompozicije jednostavnije pronađe aproksimativno rešenje izračunavanjima nad komponentama modela, [223], pri čemu je ovde interesantna analogija sa pristupom dekompozicije tehnološkog zadatka spajanja, kako je to obrađeno u poglavlju 4.1.

Posmatrano sa stanovišta primene, neophodno je uzeti u obzir i to da su kod metaheurističkih metoda optimizacije, kao i kod metoda za izračunavanje egzaktnih rešenja, takođe prisutna pitanja izbora parametara i optimalnosti ostvarenog rešenja, odnosno pitanja oslobađanja iz lokalnog i stabilnosti u globalnom optimumu, zatim ograničenja koja su nametnuta u fizičkom svetu uz uslov primene u realnom vremenu. Takođe, za sve navedene metode postoje različite varijante izvođenja, gde se primenom za rešavanje konkretnog zadatka kroz odgovarajuću specijalizaciju korespondentna metoda ponovo prevodi iz generalnog ka partikularnom domenu. Pronalaženje rešenja u aplikativnom kontekstu za konkretan zadatak, uzimajući u obzir prethodno navedena pitanja, upravo se fokusira na određene specijalizacije, nakon kojih može da usledi nova generalizacija, tako da su savremeni tokovi u istraživanju i izgradnji metaheurističkih metoda u velikoj meri usmereni na kombinovanje odnosno ka hibridizaciji, [232]. Često se susreću hibridne metode koje kombinuju genetske algoritme i tabu pretragu, dok je kombinacija genetskih algoritama i lokalne pretrage generalizovana u memetske algoritme, [123]. Prisutne su i druge hibridizacije, na primer metoda promenljivih okolina i tabu pretrage, a takođe je prisutno i kombinovanje metaheuristika sa egzaktnim metodama, na primer tabu pretraga i linearna optimizacija, ili genetski algoritmi i dinamička optimizacija, [195].

Primena metaheurističkih metoda za koordinaciju tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja, svakako mora uzeti u obzir sve specifičnosti i aspekte utemeljene primenom analitičkog i sistemskog pristupa, a da zatim usledi kao nadogradnja. Na taj način se izbegava pristup crne kutije, što je inače neretko prisutno u današnjim istraživanjima. Na osnovu ovakvog polaznog stava, sledi da je neophodna specijalizacija i hibridizacija postojećih metaheurističkih metoda. Specifičnosti razmatranog zadatka neizostavno moraju obuhvatiti: 1)hijerarhijsku organizaciju *TZS*, posebno imperativ izvršavanja primarnog procesnog primitiva, a zatim i prioritete unutar sekundarnog hijerarhijskog nivoa; 2)particiju ukupnog konfiguracionog prostora na ortogonalne podprostore slike i nule, što je instrument koordinacije za sprovođenje formulisane hijerarhije skupa procesnih primitiva, uključujući razrešavanje konflikata; i 3)specifikume formulacije funkcija ciljeva tehnološkog i sistemskih procesnih primitiva, sa posebnim fokusom na upravljanje sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti, kao ključne tehnološke veličine za proces spajanja.

Takođe, neophodno je uzeti u obzir prisustvo hiperredundanse, kako kinematske tako i aktucione, kao potencijalni odgovor za potpuno razrešavanje pitanja konfliktnosti procesnih primitiva kroz povećanje kapaciteta konfiguracionog prostora nule, što se u teorijskom smislu bazira na analitičkoj particiji *KPR*, posebno *KPN*, i sintezom korespondentnih parcijalnih projektoru. Praktično, to je kontekst računске kompleksnosti koji je posledica ekstremne dimenzionalnosti matematičkih modela hiperredundantnih robota, pri čemu su takve robotske strukture izraženo osetljive na tačnost parametara, pa se otvara i pitanje mašinskog učenja, [204].

Dalje, za opšti slučaj sinteze funkcije koordinacije *TZS* suštinski su bitne različite vremenske razmere njenih podfunkcija unutar inherentno hijerarhijske upravljačke strukture, gde se mašinsko učenje na kojem su zasnovani procesi donošenja odluka visoko pozicionira u toj hijerarhiji, kao spori kontinualni proces koji se odvija ne samo u pripremi sistema, već i tokom izvršavanja zadataka. Na primer, u slučaju zadataka unutar tehnologije robotizovane montaže, što je konkretno obrađeno u ovoj disertaciji, posebno je značajan aspekt učenja mape generalizovane krutosti konfiguracionog prostora, zatim učenje ponašanja u nestacionarnom procesu kao što je spajanje delova, gde je moguća

promena konteksta, pa je neophodna generalizacija pravila ponašanja. Kod hiperredundantnih struktura optimizacioni prostor je ogroman, praktično to je hiperprostor, pa optimizacija i učenje moraju da se odvijaju sporo, kao što čovek kontinualno vežba i unapređuje svoje veštine, na primer u raznim sportskim disciplinama, ili zahtevnim zadacima montera u tehnološkim sistemima za manuelnu montažu. U ovom kontekstu izuzetno je važan biomimetski pristup čovekovog ponašanja u izvršavanju zadataka montaže, biomimetika kognitivnih procesa kao metodološki okvir – inverzno inženjerstvo bioloških sistema, kako je to obrađeno u drugoj glavi, kao i u poglavlju 4.1, tako da to bude jedna od uporišnih tačaka za primenu i razvoj odgovarajućih heurističkih pristupa.

Iz svega prethodno sledi da se pored hijerarhijske organizacije tehnološkog zadatka, ovde očigledno nameće potreba i neophodnost hijerarhijske organizacije sistema upravljanja odnosno funkcije koordinacije. Osnovni zahtev u ovom kontekstu jeste višenivojska struktura odnosno odvajanje hijerarhijskog nivoa kontinualnog procesa učenja, od na primer ponavljajućih upravljačkih zadataka najnižih nivoa gde kao osnovni zadatak imamo upravljanje kretanjem robotskih zglobova sa povratnim spregama pozicije, brzine, ubrzanja, momenta. Uzimajući sve prethodno navedeno u obzir, uključujući i mogućnost dinamičke raspodele prioriteta procesnih primitiva, a u zavisnosti od stanja izvršenja zadatka i stanja u okruženju robotskog sistema, izgradnja okvira za ostvarivanje funkcije koordinacije *TZS* baziranog na primeni metaheuristike i mašinskog učenja može biti usmerena ka nekoj vrsti hijerarhijski organizovanog hibridnog sistema. Analitička osnova nadograđena metaheurističkim metodama i pristupima mašinskog učenja, potencijalno može biti izgrađena kao optimizacioni algoritam varijabilne arhitekture, tako da se obezbedi efikasnost i u slučajevima stacionarne ili dinamičke promene strukture tehnološkog zadatka, kada se zadatak komponuje iznova ili kada se tokom izvršavanja preraspodeljuju prioriteta. Sveukupno posmatrano, očigledno se kroz ovakva istraživanja stvara kontekst za potpuno novi pristup u projektovanju robotskih sistema, kako u smislu upravljanja, tako i u smislu mehaničke konstrukcije.

4.3.3 Sinteza varijantnih algoritama funkcije koordinacije *TZS*

Sinteza varijantnih algoritama funkcije koordinacije *TZS*, odnosno *K*-funkcije, bazirana na kibernetском pristupu hijerarhijskog organizovanja koji proističe iz sistemskog okvira utemeljenog u 4.1, ovde se izvodi na osnovu prethodno izloženog sadržaja, primenom instrumentarijuma projektora, uzimajući u obzir pristupe integralnih, relativnih i parcijalnih projektora. Pored prethodnog, ostvarivanje *K*-funkcije u obzir uzima zahteve i prirodu primarnog, tehnološkog i sistemskih procesnih primitiva formulisanih u 4.2, kao i zahteve i ograničenja koja proističu na osnovu raspoloživog kapaciteta *KPN* i potencijalnih stanja konfliktnosti gradijenata procesnih primitiva, što je analizirano i formulisano u 4.3.1.

Sušтина funkcije koordinacije je u tome da se kroz kompromisna rešenja obezbedi harmonija u ispunjavanju individualnih ciljeva procesnih primitiva, što u osnovi predstavlja višekriterijumsku optimizaciju sa ograničenjima, a kao krajnji ishod vodi ka izvršavanju tehnološkog zadatka u celini, odnosno harmonično ispunjavanje globalnog cilja, *TZS_gc*.

U odnosu na klasične metode višekriterijumske optimizacije, pristup koji je ovde izgrađen omogućuje da se definiše hijerarhija. Dok sa jedne strane imamo ostvarivanje podoptimalnih rešenja za svaki procesni primitiv, sa druge strane potrebno je ostvariti optimum u koordinaciji *TZS*, tako da odgovarajuće algoritamske strukture omoguće da se individualni cilj procesnog primitiva sa najvišim stepenom prioriteta ispuni u najvećoj meri. Ovakav pristup predstavlja optimum u ostvarivanju funkcije koordinacije i potencijalni odgovor na kompleksnost, gde je preciznost manje važna, jer se ne ide ka idealnom već ka dovoljno dobrom rešenju koje je moguće pronaći koristeći raspoloživi resurs prostora interakcije. Na taj način i fazi-logika traži rešenja, koristeći specifične oblike paralelizma kroz fazi implikacije, [188], što se koristi kao relaksacija u odnosu na kategoričnost u izvršavanju zadataka, gde reziduum predstavlja meru nesavršenosti odnosno udaljenosti od prototipa odnosno centra klastera kao ideala.

Svaki algoritam koordinacije *TZS* zasniva se na ukupnom modelu kretanja kinematski redundantne robotske ruke (3.9), koji predstavlja fuziju partikularne i homogene komponente, δq_P i δq_N , odnosno fuziju aktivnosti primarnog i sekundarnog nivoa procesnih primitiva hijerarhijski organizovanog *TZS*. Primarni procesni primitiv, $OP\#P$, uvek se izvršava kao partikularna komponenta modela (3.9), preslikavanjem prirasta δx iz prostora *TZS* u prirast δq_P u prostoru *KPS*. Prirast kretanja u prostoru *TZS* korespondentan $OP\#P$ izračunava se prema formulacijama i izrazima datim u 4.2.1, a posebno u 4.2.1.3, konkretno (4.5), dok se δq_P izračunava na osnovu pseudoinverzije Jakobijana primarnog procesnog primitiva, J_P^+ . Sledi da se partikularna komponenta, odnosno aktivnost za ostvarivanje $OP\#P_{ic}$, uzimajući u obzir (3.9) i (4.5), izračunava na sledeći način:

$$\delta q_P = J_P^+(q) \cdot \delta x = J_P^+(q) \cdot (\delta x_n \cdot p_n + \delta x_k) \quad (4.78)$$

Za potrebe ostvarivanja *K*-funkcije *TZS*, ukupan model kretanja (3.9) se prevodi u formu koja direktno implementira procesni primitiv $OP\#S_5$, prema formulacijama datim u 4.2.3.5, tako da se imperativno uvodi funkcija ostvarivanja srazmernosti komponentata δq_P i δq_N , čime se održava dinamička stabilnost, što se u opštem obliku formuliše na sledeći način:

$$\delta q = \delta q_P + \alpha \delta q_N \quad (4.79)$$

Realizacija modela (4.79) izvodi se algoritamskom strukturom za izračunavanje partikularne komponente i fuziju komponentata primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa *TZS*, δq_P i δq_N . Ova algoritamska struktura pod nazivom *F*-Algoritam (*F-algo*), navodi se u nastavku.

F-Algoritam

Ulaz: $q, \delta x, \alpha_{par}, \delta q_N$

Izlaz: q, K_x

	Izraz
$[U_P, S_P, V_P] = \text{svd}(J_P(q))$	(3.27)
$J_P^+ = f(U_P, S_P, V_P)$	(4.9)
$\delta q_P = J_P^+(q) \delta x$	(4.78)
$\alpha = f(\delta q_P, \delta q_N, \alpha_{par})$	(4.55-57)
$\delta q = \delta q_P + \alpha \delta q_N$	(4.79)
$q = q + \delta q$	
$K_x(q)$	(2.15)

Navedeni *F*-algoritam prisutan je uvek, u svim algoritmima koordinacije *TZS*, $K_{TZS\#x}$, a varijantne algoritamske strukture odnose se na realizaciju različitih pristupa za izračunavanje homogene komponente, δq_N , primenom integralnih, relativnih i parcijalnih projektora. Prema načinu realizacije *F*-algoritma sledi da izračunavanje δq_N mora da prethodi izračunavanju δq_P i njihovoj fuziji. Varijantni algoritmi koordinacije formulišu se i navode u nastavku.

4.3.3.1 $K_{TZS\#1}$: Koordinacija *TZS* primenom integralnog projektora

Izračunavanje homogene komponente kretanja odnosno ostvarivanje funkcije koordinacije *TZS* primenom samo integralnog projektora predstavlja najjednostavniju algoritamsku strukturu i najefikasniju sa aspekta izračunavanja.

Međutim, u suštini, algoritam je baziran na konkurenciji sekundarnih procesnih primitiva koja je prisutna u opštem slučaju, bez obzira na ograničenost kapaciteta *KPN*, ne uzima u obzir razrešavanje pitanja konfliktnosti na eksplicitan način, već u opštem obliku implicitno vrši prioritizaciju i tranziciju aktivnosti procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa *TZS* na osnovu izračunavanja skupa skalarnih faktora aktivacije sistemskih procesnih primitiva, β_i .

Polaznu osnovu za $K_TZS\#l$ predstavlja skup gradijenata tehnoloških procesnih primitiva koji se formuliše na sledeći način, gde k_T predstavlja ukupan broj funkcija cilja odnosno gradijenata $OP\#T_x$:

$$S_T = \{ \delta q_{Ti} \in R^n \mid i = 1, k_T \} \quad (4.80)$$

Zatim, skup gradijenata sistemskih procesnih primitiva se formuliše na sledeći način, gde k_S predstavlja ukupan broj funkcija cilja odnosno gradijenata $OP\#S_x$:

$$S_S = \{ \delta q_{Si} \in R^n \mid i = 1, k_S \} \quad (4.81)$$

Svakom elementu skupa S_S korespondentan je odgovarajući faktor aktivacije. Praktično, skup faktora aktivacije sadrži implicitne, pasivne oblike $OP\#S_x$, i u opštem slučaju formuliše se na sledeći način:

$$\beta = \{ \beta_i \in R^1 \mid i = 1, k_S \} \quad (4.82)$$

Skup graničnih odnosno maksimalnih vrednosti faktora aktivacije, što je u sekcijama 4.2.3.1 – 4.2.3.3 definisano u intervalu $[0,1]$ za svaki od faktora aktivacije sistemskih procesnih primitiva, u opštem slučaju formuliše se na sledeći način:

$$\beta_{\max} = \{ \beta_{i\max} \in R^1 \mid i = 1, k_S \} \quad (4.83)$$

U generalnom smislu, kod ovog pristupa koordinacije TZS , realizacija aktivnosti tehnološkog procesnog primitiva uvek je obuhvaćena na aktivan način, jednom ili skupom pripadajućih funkcija cilja, pa u slučaju kada je skup S_S prazan ili su pripadajućii sistemski procesni primitivi neaktivni sledi da se homogena komponenta izračunava u sledećem obliku:

$$\delta q_N = P_{CI} \sum_{i=1}^{k_T} \delta q_{Ti} \quad (4.84)$$

Ukoliko su u hijerarhijskoj strukturi prisutni sistemski procesni primitivi tada je njihovu realizaciju u homogenoj komponenti modela kretanja moguće izvesti na sledeće načine:

- 1) Pasivna realizacija – posredno ugrožavanje primarnog procesnog primitiva odnosno ugrožavanje osnovnih manipulativnih svojstava robotske ruke izbegava se prigušivanjem aktivnosti tehnološkog procesnog primitiva na osnovu skupa faktora β_i ;
- 2) Aktivna realizacija – posredno ugrožavanje primarnog procesnog primitiva odnosno ugrožavanje osnovnih manipulativnih svojstava robotske ruke izbegava se prigušivanjem aktivnosti tehnološkog procesnog primitiva i aktivacijom sistemskih procesnih primitiva, na osnovu skupa faktora β_i ;

Opšta forma izračunavanja homogene komponente modela (4.79), koja može da sadrži jedan od dva prethodno navedena načina ispunjavanja $OP\#S_ic$, ili njihovu kombinaciju, ima sledeći oblik:

$$\delta q_N = P_{CI} \left[\sum_{i=1}^{k_T} \left(\prod_{i=1}^{k_S} \beta_i \right) \delta q_{Ti} + \sum_{i=1}^{k_{SA}} (\beta_{i\max} - \beta_i) \delta q_{Si} \right] \quad (4.85)$$

Pored prethodno već formulisanih veličina, k_{SA} u izrazu (4.85) predstavlja broj sistemskih procesnih primitiva koji se realizuju na aktivan način. Svi $OP\#S_x$ čiji su gradijenti sadržani u skupu S_S realizuju se na pasivan način, tako što se izračunava njihov proizvod koji uzima vrednost u intervalu $[0,1]$ i skalira odnosno prigušuje aktivnosti skupa funkcija ciljeva tehnološkog procesnog primitiva, S_T . Ukoliko je $k_{SA} > 0$, tada se korespondentan broj $OP\#S_x$ iz skupa S_S realizuje i aktivno, tako što se njihovi gradijenti uračunavaju u homogenu komponentu modela (4.85), čime se aktivno izbegavaju stanja potencijalnog ugrožavanja realizacije $OP\#P$ (granice radnog prostora, singulariteti, kolizije).

Alternativno, aktivnosti $OP\#S_1$ za izbegavanje granica radnog prostora mogu se, prema navodima iz odeljka 4.2.3.1, izvesti primenom dijagonalne težinske matrice $W_{\beta q}$, tako što se faktor β_q izuzima iz proizvoda svih faktora β_i . Praktično, $W_{\beta q}$ množi neprojektovani gradijent $OP\#T_x$. Na osnovu prethodno navedenog, uvođenje težinske matrice u izračunavanje homogene komponente podrazumeva reformulaciju (4.85) i glasi:

$$\delta q_N = P_{CI} \left[W_{\beta q} \sum_{i=1}^{k_T} \left(\prod_{i=2}^{k_S} \beta_i \right) \delta q_{Ti} + \sum_{i=1}^{k_{SA}} (\beta_{i_{\max}} - \beta_i) \delta q_{Si} \right] \quad (4.86)$$

Oba pristupa, (4.85) ili (4.86), podrazumevaju da se ukupna homogena komponenta δq_N izračunava primenom integralnog projektora, P_{CI} , odnosno projektovanjem ukupne sume gradijenata $OP\#T_x$ i $OP\#S_x$ u KPN , odnosno u prostor koji je komplementaran sa partikularnom komponentom produkovanom aktivnostima ostvarivanja primarnog procesnog primitiva, $OP\#P$.

Uzimajući sve prethodno navedeno u obzir, moguće je formirati algoritam $K_TZS\#1$ za ostvarivanje funkcije koordinacije TZS , koji se navodi u nastavku.

K_TZS#1 - Algoritam

Ulaz: $q_I, x_{Td}, K_{xd}, \delta x, S_S, S_T, k_S, k_{SA}, k_T, \alpha_{par}, \beta_{par}$,

Izlaz: q_T, x_T, K_{xT}

Izraz

$q=q_I$

while $x \neq x_T$

$[U_P, S_P, V_P] = \text{svd}(J_P(q))$

(3.27)

Izračunavanje integralnog

$P_{CI} = f(V_P)$

(4.12)

komplementarnog projektora i faktora

$\beta = \{\beta_i = f(q, \beta_{par}) \in \mathbb{R}^n \mid i=1, k_S\}$

(4.26-50)

aktivacije β

$\delta q_N = f(P_{CI}, S_S, S_T, k_S, k_{SA}, k_T, \beta)$

(4.85/86)

Izračunavanje homogene komponente funkcije koordinacije TZS

$[q, K_x] = \mathbf{F}\text{-Algo}(q, \delta x, \delta q_N, \alpha_{par})$

(3.2)

Fuzija partikularne i homogene komponentne funkcije koordinacije TZS

$x = f(q)$

end while

$q_T = q, x_T = x, K_{xT} = K_x(q)$

4.3.3.2 K_TZS#2: Koordinacija TZS primenom integralnog i relativnog projektora

Za razliku od potpuno integralnog pristupa u ostvarivanju funkcije koordinacije nad skupom procesnih primitiva TZS primenom algoritma $K_TZS\#1$, u ovom pristupu eksplicitno se izvršava prioritizacija i razrešava pitanje konfliktnih stanja.

Određivanje prioriteta u skupu sekundarnih procesnih primitiva izvršava se prema faktorima aktivacije β koji se ovde koriste posredno kao koeficijenti ugroženosti sistemskih funkcija robotske ruke za montažu. Prioritizacija se izvodi tako što su $OP\#T_x$ uvek prisutni u skupu aktivnih procenih primitiva, ali sa mogućnošću promene prioriteta, dok se u slučaju identifikacije ugroženosti neke od sistemskih funkcionalnosti (približavanje granicama radnog prostora, singularitetima ili preprekama) na najviši stepen prioriteta uvode $OP\#S_x$, odnosno gradijenti iz skupa S_S . Tada odgovarajući sistemski procesni primitiv postaje aktivan i zauzima najviši stepen prioriteta, a u opštem slučaju mogu biti aktivni svi iz skupa S_S . Procedura prioritizacije izvodi se algoritamskom strukturom pod nazivom H -algoritam ($H\text{-algo}$), tako što se nakon inicijalizacije prvo formira skup aktivnih procesnih primitiva, S_{SA} , zatim se vrši prioritizacija unutar tog skupa na osnovu stepena ugroženosti svakog od njih poređenjem koeficijenata β_i , čime se formira skup S_{SAH} , a kao završni korak se izvršava

konkatenacija sa skupom gradijenata tehnološkog procesnog primitiva, S_T , i tako formira hijerarhijskih organizovan skup gradijenata aktivnih $OP\#x$, S_H . H -algoritam je prikazan u nastavku.

H-Algorithm

Ulaz: $\beta_{par}, \beta_{imax}, S_S, S_T, k_S, k_T$

Izlaz: S_H, k_H

Izraz

$S_{SA} = \{\}$ $S_{SAH} = \{\}$

$\beta_A = \{\}$ $\beta_{AH} = \{\}$

$k_A = 0$

$\beta = \{\beta_i = f(q, \beta_{par}) \in R^n \mid i = 1, k_S\}$ (4.26-50)

for $i = 1; i < k_S; i = i + 1$

if $\beta_i < \beta_{imax}$

$S_{SA} = S_{SA} S_{Si}$

$\beta_{Ai} = \beta_i$

$k_A = k_A + 1$

end if

end for

for $i = 1; i < k_A; i = i + 1$

$[\beta_{Amin}, e] = \min(\beta_A)$

$\beta_{AHi} = \beta_{Ae}; \beta_{Ae} = \text{Inf}$

$S_{SAHi} = S_{SAe}$

end for

$S_H = S_{SAH} S_T$

$k_H = k_T + k_{SA}$

Inicijalizacija skupova, izračunavanje članova i formiranje skupa β -faktora

Formiranje skupa aktivnih sistemskih procesnih primitiva na osnovu korespondentnog skupa β -faktora

Hijerarhijsko uređenje skupa aktivnih procesnih primitiva

$S_{SAH} = \{\delta q_{Si} \in R^n \mid i = 1, k_{SA}\}$

Formiranje hijerarhijski uređenog skupa procesnih primitiva konkatenacijom S_{SAH} i S_T

Iz skupa S_H , formiranog kao rezultat H -algoritma, moguće je direktno, na osnovu raspoloživog kapaciteta KPN , izvršiti određeni broj projekcija sekundarnih procesnih primitiva najvišeg prioriteta. Međutim, sa ciljem optimizacije iskorišćenja raspoloživog kapaciteta KPN i zadovoljavanja što većeg broja individualnih ciljeva $OP\#T_{ic}$ i $OP\#S_{ic}$, formira se algoritamska struktura za proveru kodirekcionalnosti gradijenata iz skupa S_H , tako da se smanji njihov broj i približi raspoloživom kapacitetu KPN , ili u idealnom slučaju izjednači sa njim. Na primer, ukoliko je gradijent j -tog prioriteta kodirekcionalan sa gradijentom i -tog prioriteta u skupu S_H , moguće ga je eliminisati, jer će zadovoljavanje korespondentnog individualnog cilja biti u potpunosti ili u određenoj meri zadovoljeno ispunjavanjem IC i -tog procesnog primitiva. Za sprovođenje ove procedure formira se Ω -algoritam (Ω -algo), u okviru kojeg se u prvom koraku izvode integralne projekcije, PCI , nad S_H , formirajući skup projektovanih gradijenata, S_{HP} . U drugom koraku proverava se kodirekcionalnost svih projekcija međusobno, primenom Ω -funkcije (4.63)-(4.65), održavajući pri tome uspostavljene prioritete, tako da se formiraju klasteri onih gradijenata koji su dominantno kodirekcionalni, DK -klasteri, i zadržavajući u tim klasterima one koji su najvišeg stepena prioriteta, dok sve ostale eliminiše. Novoformirani skup gradijenata procesnih primitiva, koji je praktično skup dominantno komplementarnih odnosno ortogonalnih projekcija, i koji ujedno predstavlja izlaz Ω -algoritma, označava se sa $S_{H\Omega}$. Ω -algoritam se navodi u nastavku.

Parametar dominantne kodirekcionalnosti, Ω_{DK} , se definiše na višim nivoima upravljanja i hijerarhijskog organizovanja TZS , kao skalarna veličina u unapred zadatom intervalu:

$$\Omega_{DK} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right] \quad (4.87)$$

Ω -AlgoritamUlaz: S_H, k_H, Ω_{DK} Izlaz: $S_{H\Omega}, k_{H\Omega}$ $S_{HP} = \{\}, k_{HP} = k_H$ $[U_P, S_P, V_P] = \text{svd}(J_P(q))$ $P_{CI} = f(V_P)$

Izraz

(3.27)

(4.12)

Inicijalizacija skupa hijerarhijski uređenih projekcija procesnih primitiva i izračunavanje integralnog projektora

for $i=1; i \leq k_{HP}; i=i+1$ $S_{HPi} = P_{CI} S_{Hi} = P_{CI} \delta q_{Hi} = \delta q_{HPi}$ **end for** $S_{HP} = \{\delta q_{HPi} \in R^n \mid i=1, k_{HP}\}$

Formiranje skupa hijerarhijski uređenih projekcija gradjenata procesnih primitiva

for $i=2; i \leq k_H; i=i+1$ $S_{H\Omega} = \{\}, k_{H\Omega} = 0$ **for** $l=1:i-1$ $S_{H\Omega} = S_{H\Omega} S_{HPi}$ $k_{H\Omega} = k_{H\Omega} + 1$ **end for****for** $j=i; j \leq k_{HP}; j=j+1$ $\Omega = \Omega(S_{HPi-1}, S_{HPj})$

(4.63-65)

if $\Omega < \Omega_{DK}$ $S_{H\Omega} = S_{H\Omega} S_{HPj}$ $k_{H\Omega} = k_{H\Omega} + 1$ **end if****end for****if** $(i+1) > k_{HP}$ **break****else** $S_{HP} = S_{H\Omega}, k_{HP} = k_{H\Omega}$ **end if****end for** $S_{H\Omega} = \{\delta q_{H\Omega i} \in R^n \mid i=1, k_{H\Omega}\}$ Formiranje klastera kodirekcionalnih projekcija nad skupom hijerarhijski uređenih projekcija gradjenata sekundarnih procesnih primitiva primenom Ω -funkcije

Navedeni interval direktno proističe iz analize dejstva Ω -funkcije, prema izrazima (4.63)-(4.65), gde se potpuna kodirekcionalnost formuliše sa $\Omega_{ij} = 1$, a potpuna komplementarnost sa $\Omega_{ij} = 0$, pa slede dva dodatna specifična slučaja:

$$\Omega_{ij} = \Omega(\delta_{Si}, \delta_{Sj}) = \begin{cases} < \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \text{gradijenti su dominantno komplementarni} \\ > \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \text{gradijenti su dominantno kodirekcionalni} \end{cases} \quad (4.88)$$

Od izbora vrednosti u definisanom intervalu direktno zavisi efekat primene Ω -algoritma. Ukoliko je izbor vrednosti Ω_{DK} takav da je bliži donjoj granici onda se povećava verovatnoća za formiranje većih DK -klastera gradjenata procesnih primitiva, čime se povećava broj individualnih ciljeva koji se ispunjavaju, ali smanjuje se mera ispunjavanja. Suprotno, ukoliko je izbor vrednosti bliži gornjoj granici, tada su DK -klasteri manji, ali je mera zadovoljavanja individualnih ciljeva preostalih procesnih primitiva veća.

Hijerarhijsko organizovanje odnosno funkcija koordinacije *TZS* primenom integralnog i relativnih projektora izvodi se integracijom *H*-algoritma, *Ω*-algoritma, instrumentarijuma relativnih projektora, i *F*-algoritma za fuziju primarnog i sekundarnog nivoa. čime se formira algoritam *K_TZS#2*, koji se navodi u nastavku.

K_TZS#2 - Algoritam

Ulaz: $q_I, \delta x, \alpha_{par}, \beta_{par}, r_Z, S_S, S_T, k_S, k_T$

Izlaz: q_T, x_T, K_{xT}

Izraz

$q = q_I$

while $x \neq x_T$

$[S_H, k_H] = \mathbf{H-}Algo(\beta_{par}, S_S, S_T, k_S, k_T)$

Prioritizacija i provera kodirekcionalnosti aktivnih procesnih primitiva

$[S_{H\Omega}, k_{H\Omega}] = \mathbf{\Omega-}Algo(q, S_H, k_H)$

$\Psi_{H\Omega} = \Psi(r_Z, k_{H\Omega})$

(4.61)

if $\Psi_{H\Omega} < 1$

$k_{H\Omega P} = k_{H\Omega}$

Izračunavanje dovoljnosti kapaciteta *KPN* za skup aktivnih procesnih primitiva

else

$k_{H\Omega P} = r_Z$

end if

$\delta q_N = \delta q_{N1} = \delta q_{H\Omega 1} \in S_{H\Omega}$

for $i = 2; i \leq k_{H\Omega P}; i = i + 1$

$\delta q_N = \delta q_N + P_{CR}(\delta q_N) \delta q_{H\Omega i}$

(4.89)

Izračunavanje homogene komponente funkcije koordinacije *TZS*, prema sukcesivnom pristupu primenom relativnih projektora

end for

$[q, K_x] = \mathbf{F-}Algo(q, \delta x, \delta q_N, \alpha_{par})$

(3.2)

Fuzija partikularne i homogene komponente funkcije koordinacije *TZS*

$x = f(q)$

end while

$q_T = q, x_T = x, K_{xT} = K_x(q)$

Unutar algoritma *K_TZS#2* izračunava se koeficijent dovoljnosti kapaciteta, Ψ , i na taj način proverava se da li je moguće izvršiti kompletan skup $S_{H\Omega}$, čiji je broj $k_{H\Omega}$, ili samo do raspoloživog kapaciteta *KPN*, odnosno do broja redundantnih stepeni slobode robotske ruke za montažu, r_Z , u odnosu na *OP#P* i njemu kategorički dodeljeni prostor *KPS*. Nakon provere dovoljnosti kapaciteta izračunava se homogena komponenta primenom relativnog projektora, P_{CR} , u sukcesivnom obliku:

$$\delta q_N = \delta q_{N1} + \sum_{i=2}^{k_{HP}} P_{CR}(\delta q_N) \delta q_{H\Omega i} \quad (4.89)$$

Primenom relativnih projektora za formiranje homogene komponente kretanja prema (4.89), uvek se održava najviši prioritet procesnih primitiva sekundarnog nivoa, jer se projekcija gradijenta δq_{N1} , uvek izvršava u potpunosti, a zatim se sukcesivno, ortogonalno u odnosu na zbir projekcija višeg prioriteta, uvode gradijenti nižeg prioriteta.

4.3.3.3 K_TZS#3: Koordinacija TZS primenom parcijalnog projektora

Particijom prostora nule kinematski redundantne robotske ruke, *KPN*, odnosno analitičkom sintezom koordinatnih osa ovog podprostora *KPR*, kako je predstavljeno u 4.3.2.3, moguće je, za razliku od pristupa koji primenjuju integralne i relativne projektore, *K*-funkciju *TZS* ostvariti direktnim ispitivanjem kodirekcionalnosti gradijenata $OP\#T_x$ i $OP\#S_x$ sa sopstvenim vektorima *KPN*, N_i .

Kao i u prethodnom pristupu, prvo je potrebno formirati skup aktivnih sistemskih i tehnoloških procenih primitiva i izvršiti prioritizaciju primenom H -algoritma. Procedura koja se dalje izvodi nad skupom S_H kao osnovni sadržaj ima primenu Ω_N -funkcije nad svim parovima gradijenata S_{Hi} i koordinatnih osa N_i , sa ciljem određivanja međusobne kodirekcionalnosti, čime se kao rezultat ove operacije ostvaruje uparivanje gradijenata procesnih primitiva od višeg ka nižem stepenu prioriteta sa pravcima N_i sa kojima ostvaruju najveću kodirekcionalnost. Ovaj pristup formalizovan je kroz algoritamsku strukturu Ω_N -algoritam koji je predstavljen u nastavku.

Ω_N -Algoritam

Ulaz: q, S_H, k_H, r_Z

Izlaz: S_{HN}, k_{HN}, N

$S_{HN} = \{0_{i,n} | i=1, r_Z\}, k_{HN} = r_Z$

$[U_P, S_P, V_P] = \text{svd}(J_P(q))$

$[V_{PR} | V_{PN}] = [V_P] \rightarrow N = V_{PN}$

$N = \{N_i \in R^n | i=1, r_Z\}$

$N_K = \{i \in R | i=1, r_Z\}, N_P = N$

Izraz

(3.27)

Inicijalizacija skupa gradijenata procesnih primitiva kodirekcionalnih sa koordinatnim osama KPN i formiranje koordinatnih osa KPN na osnovu SVD

$r_{ZK} = r_Z$

for $i=1; i \leq k_H; i=i+1$

$\Omega_{NK} = 0; r_{ZN} = 0;$

for $j=i; j \leq r_{ZK}; j=j+1$

$\Omega_N = \Omega_N(N_j, S_{Hi})$

if $\Omega_N > \Omega_{NK}$

$\Omega_N = \Omega_{NK}, r_{ZN} = r_{ZN} + 1$

end if

end for j

$S_{HN}(N_K(r_{ZN})) = S_{Hi}$

$N_K(r_{ZN}) = \{ \}, N_P(r_{ZN}) = \{ \}$

$r_{ZK} = r_{ZK} - 1$

if $r_{ZK} = 0$

break for i

end if

end for i

$S_{HN} = \{ \delta q_{HNi} \in R^n | i=1, k_{HN},$

$\delta q_{HNi} = \delta q_{Hi} \}$

(4.75-76)

Formiranje skupa gradijenata procesnih primitiva kodirekcionalnih sa koordinatnim osama KPN iz skupa hijerarhijski uređenih gradijenata sekundarnih procesnih primitiva primenom Ω_N -funkcije

Prethodno opisan postupak praktično implementira aktivnost kontekstno senzitivne prioritizacije. Na taj način se minimizira komponenta svakog gradijenta koja se potiskuje usled ortogonalnog projektovanja, odnosno na optimalan način se iskorišćava raspoloživi kapacitet KPN , pri čemu se izbegava izračunavanje integralnih i/ili relativnih projektora, kao i eksplicitna provera konfliktnosti.

Kao izlaz Ω_N -algoritma formira se skup S_{HN} koji sadrži gradijente δ_{HNi} čiji je broj jednak broju redundantnih stepeni slobode odnosno dimenziji KPN , r_Z , poređanih tako da se projekcije u daljim koracima formiraju po redosledu koordinatnih osa N_i , gde je $i=1, r_Z$.

Vektorski parcijalni projektori, P_{CP}^l , izračunavaju se prema formulacijama uspostavljenim u sekciji 4.3.2.3, kao funkcija $P_{CP}^l = P_{CP}^l(N_i)$, dok se ukupna homogena komponenta K -funkcije TZS izračunava kao suma parcijalnih projekcija gradijenata δ_{HNi} na sledeći način:

$$\delta q_N = \sum_{i=1}^{r_Z} (P_{CP}^l(N_i) \delta q_{HNi}) \quad (4.90)$$

Integracijom H -algoritma, Ω_N -algoritma, zatim sume parcijalnih projekcija δ_N (4.90) i F -algoritma formira se algoritamska struktura $K_TZS\#3$ za ostvarivanje funkcije koordinacije tehnološkog zadatka spajanja primenom parcijalnih projektora, što je u skladu sa teoremom 4.2 i korolarijumom 4.3, odakle sledi da je ovaj pristup primenljiv samo u slučaju postojanja višestruke kinematske redundanse robota koji izvršava tehnološki zadatak spajanja. Algoritam $K_TZS\#3$ prikazan je u nastavku.

$K_TZS\#3$ - Algoritam

Ulaz: $q_I, \delta x, \alpha_{par}, \beta_{par}, r_Z, S_S, S_T, k_S, k_T$

Izlaz: q_T, x_T, K_{xT}

Izraz

$q = q_I$

while $x \neq x_T$

$[S_H, k_H] = \mathbf{H-}Algo(\beta_{par}, S_S, S_T, k_S, k_T)$

$[S_{HN}, k_{HN}] = \mathbf{\Omega_N-}Algo(q, S_H, k_H, r_Z)$

$\delta q_N = 0$

for $i = 1; i \leq r_Z; i = i + 1$

$\delta q_N = P^l_{CP}(N_i) \delta q_{HNi}$ (4.90)

end for

$[q, K_x] = \mathbf{F-}Algo(q, \delta x, \delta q_N, \alpha_{par})$

$x = f(q)$ (3.2)

end while

$q_T = q, x_T = x, K_{xT} = K_x(q)$

Prioritizacija i formiranje skupa gradjenata procesnih primitiva kodirekcionalnih sa koordinatnim osama KPN

Izračunavanje homogene komponente funkcije koordinacije TZS , primenom parcijalnih projektora nad S_{HN}

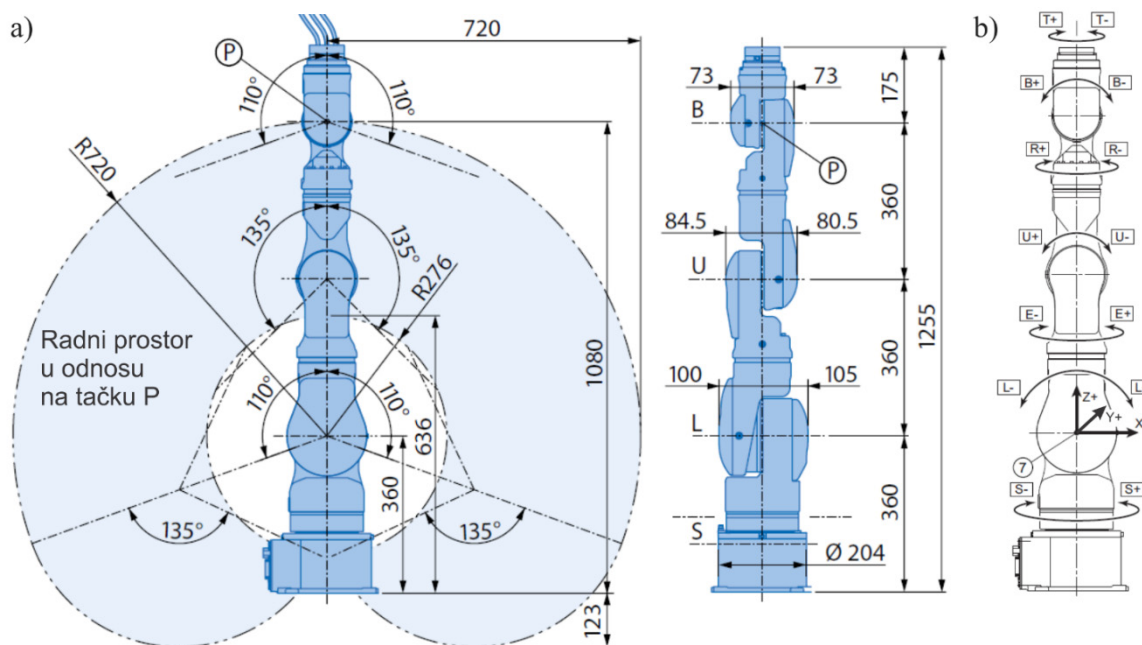
Fuzija partikularne i homogene komponentne funkcije koordinacije TZS

Sintezom varijantnih algoritama koordinacije $K_TZS\#1$, $K_TZS\#2$ i $K_TZS\#3$, sa pripadajućim podalgoritamskim strukturama, implementacijom instrumentarijuma projektora i matematičkog instrumentarijum za identifikaciju stanja konfliktnosti procesnih primitiva unutar kibernetkog koncepta hijerarhijskog organizovanja i koordinacije, kompletiran je funkcionalno konzistentni i formalno konsekventni okvir za primenu kinematski redundantnih manipulacionih robota u izvršavanju tehnoloških zadataka montaže, odnosno spajanja delova. Ovako postavljeni teorijski modeli, a posebno njihovi kritični sadržaji, eksperimentalno se verifikuju u narednoj, petoj glavi ove doktorske disertacije.

5. Eksperimentalna verifikacija

U okviru ove doktorske disertacije eksperimentalno istraživanje, a zatim i eksperimentalna verifikacija postavljenih teorijskih modela koordinacije *TZS*, formulisanih u četvrtoj glavi, uključujući polazne tehnološke i matematičke osnove formulisane u drugoj i trećoj glavi, respektivno, izvedeni su na eksperimentalnoj platformi čiju osnovu predstavlja industrijski robot *Yaskawa Motoman SIA10F*. *SIA10F* predstavlja kinematski redundantnu antropomorfnu robotsku ruku za montažu, sa kontrolerom *FS100*, koja je dominantno namenjena za zadatke montaže, ali i za druge složene manipulacione zadatke u strukturno kompleksnim tehnološkim okruženjima.

Kinematska struktura robotske ruke *SIA10F* sa osnovnim parametrima prikazana je na slici 5.1, [258]. Radni prostor je tipičnog sferičnog oblika, sa horizontalnim dohvatom $720[mm]$ i vertikalnim $1080[mm]$, u odnosu na karakterističnu tačku *P*, slika 5.1a, dok je nosivost $10kg$. Kinematska struktura je serijska i sastoji se od sedam obrtnih stepeni slobode ($n=7$), obeleženih sa: *S, L, E, U, R, B, T*, posmatrajući od baze ka vrhu, slika 5.1b. Zglob *E* predstavlja dodatni stepen slobode, u odnosu na tipičnu vertikalnu zglobnu konfiguraciju koja se često sreće u komercijalnim rešenjima.



Slika 5.1: Specifikacija baznih tehničkih parametara robotske ruke *Yaskawa SIA10F*: a) radni prostor i dužine segmenata kinematske strukture robotske ruke, b) referentni koordinatni sistem baze robotske ruke i smer obrtnih zglobova, [258].

Osnovne kinematske specifikacije iz tehničkog uputstva, uključujući dužine segmenata, smerove i ograničenja radnih hodova zglobova, u ovoj disertaciji su korišćeni kao polazna osnova za izgradnju kinematskog modela za dalju primenu u istraživanjima i u izvođenju eksperimentalnih verifikacija. U ovom kontekstu, tehničke specifikacije robotske ruke *SIA10F*, kao osnovnog modula istraživačke platforme, izuzetno su bile značajne po dva osnova:

- 1) Izgradnja kinematskog modela, koji je neophodan kako za teorijska, tako i za eksperimentalna istraživanja u kontekstu upravljanja kinetostatičkim svojstvima i koordinacijom *TZS*;
- 2) Projektovanje eksperimentalne platforme i planiranje tehničkih detalja za izvođenje verifikacionih eksperimenata u različitim konfiguracijama sistema za robotizovanu montažu.

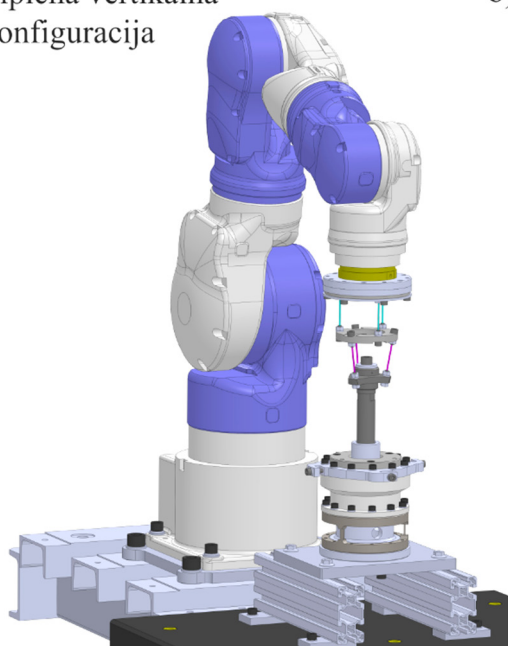
Kinematski model redundantne robotske ruke *SIA10F*, odnosno relacija direktne kinematske transformacije vektora unutrašnjih koordinata, q , u vektor spoljašnjih koordinata, x , izvedene su primenom Denavit-Hartenbergovog (*D-H*) postupka, [86, 36], uzimajući u obzir dužine segmenata, formulaciju referentnog koordinatnog sistema i smerove obrtnih zglobova fizičkog robota, a u skladu

sa tehničkim specifikacijama prikazanim na slici 5.1. Izvedene kinematske relacije, kinematski model sa pridruženim lokalnim koordinatnim sistemima, tabela sa $D-H$ parametrima i ukupna matrica transformacija za robotsku ruku *SIA10F*, dati su u prilogu P1. Istraživanje u fazi izgradnje kinematskog modela, a za potrebe dalje primene u izradi doktorske disertacije rezultovalo je programskim funkcijama u *MATLAB* razvojnom okruženju, za izračunavanje pozicije i orijentacije *TCP* robotske ruke, i za izračunavanje Jakobijan matrice u funkciji unutrašnjih koordinata. Programski kodovi za ove funkcije dati su takođe u prilogu P2.

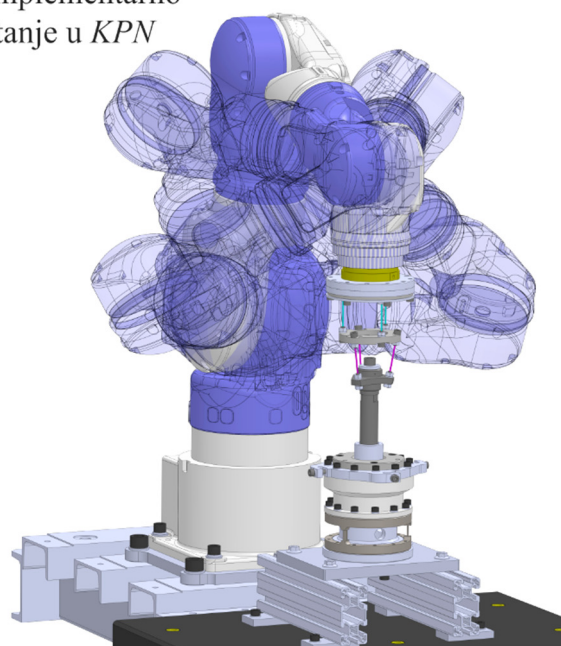
Projektovanje eksperimentalne instalacije i pripadajućih tehničkih detalja polaznu osnovu ima u izgradnji funkcionalnog $3D$ modela robotske ruke *SIA10F*, slika 5.2a, što je izvedeno dogradnjom polaznog geometrijskog $3D$ modela proizvođača *Yaskawa*, i to dodavanjem: kinematskih relacija između segmenata, ograničenja radnih hodova i implementacijom izvedenog kinematskog modela. Ovako formiran $3D$ model korišćen je i za osnovne simulacione verifikacije, prevashodno za potrebe raznih grafičkih vizuelizacija, u cilju praktičnog razumevanja kinematske redundanse i razumevanja konfiguracionog prostora nule u funkcionalnom smislu.

Prethodno opisana struktura *SIA10F* sa 7 stepeni slobode čini ga redundantnim u odnosu na opšti prostorni slučaj kretanja od 6 stepeni slobode (3 translacije i 3 rotacije), gde je red kinematske redundanse $r=7-6=1$. Međutim u zavisnosti od formulacije tehnološkog zadatka koji izvršava, kinematska redundansa može biti i višestruka. Takav slučaj predstavlja primer cilindričnog spajanja delova, kada je rotacija oko ose insertovanja irelevantna za kinematiku procesa spajanja, odnosno potrebno je 5 stepeni slobode, $m=5$, pa je redundansa dvostruka, $r=7-5=2$. Primer kretanja u konfiguracionom prostoru nule za ograničeno kretanje *TCP* u slučaju cilindričnog spajanja, izveden nad $3D$ modelom prikazan je na slici 5.2b, kao demonstracija particije konfiguracionog prostora na ortogonalne podprostore i posledično raspregnutog unutrašnjeg kretanja u odnosu na položaj *TCP*.

a) Tipična vertikalna konfiguracija



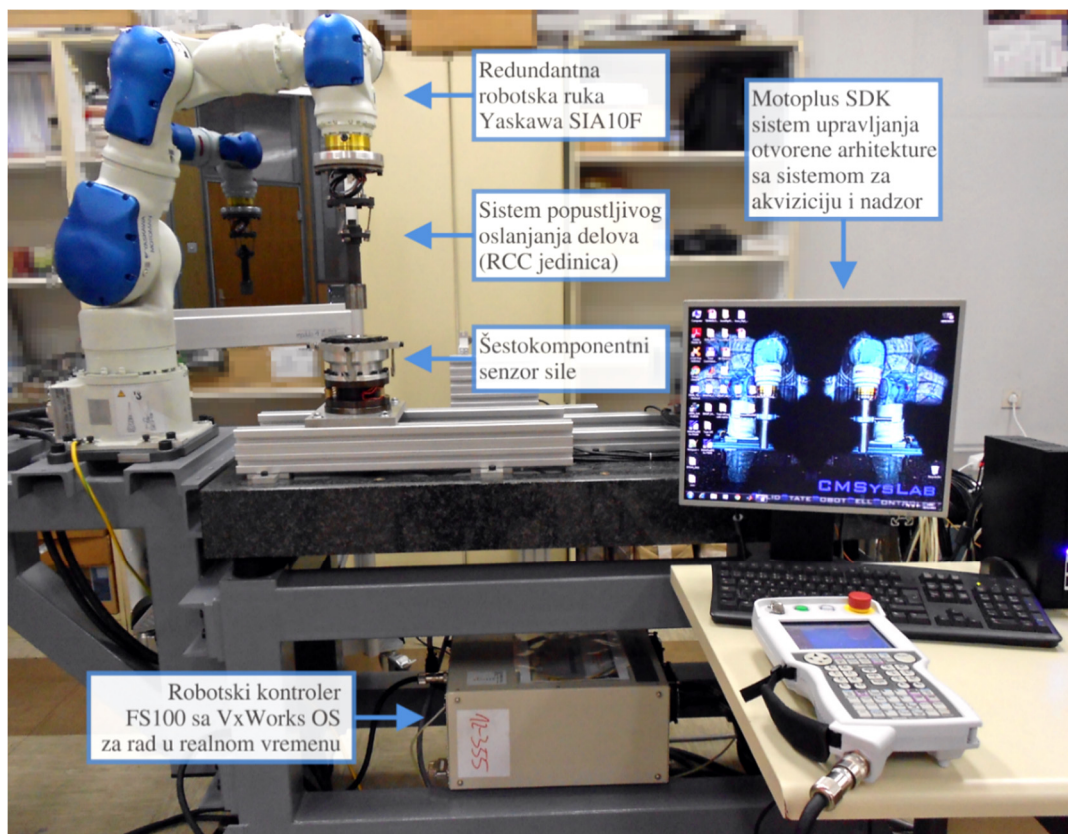
b) Komplementarno kretanje u *KPN*



Slika 5.2: $3D$ -model eksperimentalne instalacije za robotizovanu montažu, baziran na kinematski redundantnoj robotskoj ruci *Yaskawa SIA10F*: a) tipična vertikalna konfiguracija, i b) sa primerom komplementarnog kretanja u konfiguracionom prostoru nule tokom izvođenja tehnološkog zadatka cilindričnog spajanja.

Potpuna konfiguracija eksperimentalne platforme za robotizovano spajanje delova u tehnologiji robotizovane montaže, koja je tokom istraživanja u okviru ove disertacije instalisana u Laboratoriji za kibernetiku i mehatronske sisteme – *CMSysLab*, prikazana je na slici 5.3, i sastoji se od: 1) kinematski redundantne robotske ruke *Yaskawa SIA10F* [258], 2) upravljačkog sistema otvorene arhitekture: kontroler *FS100* [257, 259], sa *VxWorks* operativnim sistemom za rad u realnom

vremenu, nadograđen sa sistemom za upravljanje i nadzor otvorene arhitekture, *Yaskawa MotoPlus SDK*¹² (eng. *Software Development Kit*) [261, 260], integrisanom na PC-baziranom hardveru, i opremljen sa ekstenzivnim komunikacionim interfejsom i odgovarajućim *API* okruženjem (eng. *Application Programming Interface*) za akviziciju i dvosmerni prenos podataka sa upravljačkog sistema; 3) Sistem pasivnog popustljivog oslanjanja delova (*RCC* jedinica); i 4) šestokomponentni senzor za merenje generalisanog vektora sile spajanja.



Slika 5.3: Eksperimentalna instalacija sistema za robotizovano spajanje delova koja se sastoji iz sledećih sastavnih modula: 1) Kinematski redundantna robotska ruka *SIA10F*, 2) Upravljački sistem baziran na kontroleru *FS100*, sa dodatnim modulima upravljanja otvorene arhitekture (*MotoPlus*) i za akviziciju i nadzor, 3) Sistem pasivnog popustljivog oslanjanja delova (*RCC* jedinica), i 4) Šestokomponentni senzor sile za merenje generalisanog vektora sile spajanja

Kompleksnost problema koji je istraživani u okviru ove doktorske disertacije izuzetno je izražena, kako u smislu složenosti matematičkih modela koja eksponencijalno raste sa povećanjem dimenzionalnosti, odnosno sa povećanjem broja stepeni slobode razmatranog robotskog sistema, što je direktno povezano sa simulacionim eksperimentima, tako i u inženjerskom smislu izvođenja odgovarajućih fizičkih merenja. Stoga je pitanje eksperimentalne verifikacije postavljenih teorijskih modela koordinacije procesnih primitiva hijerarhijski organizovanog tehnološkog zadatka spajanja potrebno izvesti na odgovarajući način, koji je dovoljno reprezentativan, a istovremeno dovoljno jednostavan, tako da suština ostvarenog doprinosa bude jasno istaknuta. Ovakav pristup podrazumeva izbor odgovarajuće konfiguracije eksperimentalne platforme, simulacione i fizičke, takve da omogući merenje i kvantifikaciju ostvarenih rezultata, proveru kritičnih sadržaja za dalju implementaciju, uključujući mogućnost upoređivanja simulacionih i fizičkih eksperimenata, odnosno ocenu verodostojnosti postavljenih teorijskih modela, što se dalje detaljno obrađuje u poglavljima 5.1 i 5.2.

¹² Robotska ruka *SIA10F* i kontroler *FS100* sa dodatkom *MotoPlus SDK* predstavlja otvorenu razvojnu platformu za istraživanje, pri čemu je izuzetno značajno naglasiti da ovaj sistem ne sadrži ugrađene algoritme za efikasno korišćenje kinematske redundanse po bilo kakvom kriterijumu, već je to prepušteno aplikativnim aspektima, pa su sva eksperimentalna istraživanja i verifikacije izvedeni isključivo na bazi algoritama razvijenih u ovoj disertaciji.

5.1 Koordinacija TZS – primarni i sekundarni hijerarhijski nivo

Eksperimentalna verifikacija efektivnosti predloženih algoritama koordinacije procesnih primitiva primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa tehnološkog zadatka spajanja (*TZS*) primenom kinematski redundantnih robota ovde je izvedena na posebno osmišljenoj simulacionoj platformi minimalnog redundantnog robota sa dva stepena slobode, $n=2 \rightarrow q \in R^2$, i jednodimenzionalnim prostorom *TZS*, $m=1 \rightarrow x \in R^1$. Ovde se usvaja opšta notacija označavanja modela redundantnih robota u formi *MRR-Rmn*, pa sledi da je za prethodno formulisanu konfiguraciju oznaka *MRR-R12*¹³. Iz prethodnog sledi da usvojeni model mehanizma robotske ruke predstavlja minimalnu konfiguraciju, sa minimalnom kinematskom redundansom, $r=n-m=1$. Ovakva eksperimentalna platforma redundantnog robota usvojena je sa razlogom najjednostavnijeg mogućeg analitičkog aparata, što omogućuje traktabilnost izvršavanja algoritma koordinacije primarnog i sekundarnih procesnih primitiva *TZS*, i odatle dalje omogućuje sistematičnu i transparentnu analizu ostvarenih rezultata.

5.1.1 Model minimalnog redundantnog robota – MRR-R12

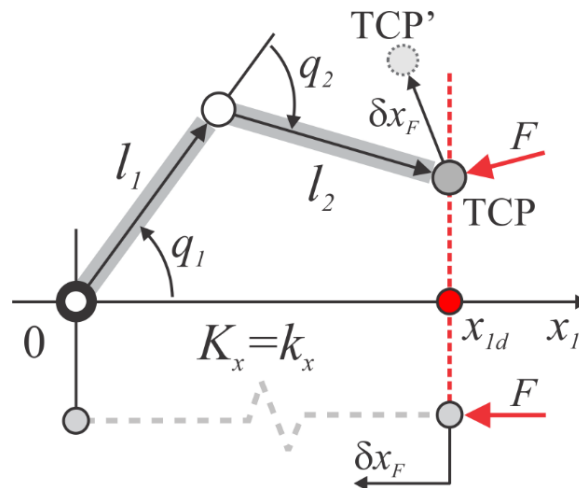
Geometrijski model robotske ruke *MRR-R12* u prostoru *TZS* prikazan je na slici 5.4. Za usvojeni model minimalne redundantne robotske ruke polazna jednačine kinematskog modela, Jakobijan matrica i izraz direktnog linearnog preslikavanja infinitezimalnog pomeraja glase:

$$x = f(q) = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_{12}) \quad (5.1)$$

$$J(q) = \frac{\delta x}{\delta q} = [J_{1,1}(q) \quad J_{1,2}(q)] = [-(l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12})) \quad -l_2 \sin(q_{12})] \quad (5.2)$$

$$\delta x = J(q)\delta q = [-(l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12})) \quad -l_2 \sin(q_{12})] \begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

U izrazima (5.1)-(5.3) q_1 i q_2 predstavljaju unutrašnje koordinate, odnosno koordinate konfiguracionog prostora, zatim l_1 i l_2 predstavljaju dužine segmenata robotske ruke *MRR-R12*, dok q_{12} predstavlja pojednostavljeni zapis q_1+q_2 .



Slika 5.4: Kinetostatički model redundantne robotske ruke *MRR-R12* u usvojenom prostoru *TZS* (dvodimenzionalni konfiguracioni prostor, $n=2$, $q \in R^2$, i jednodimenzionalni prostor tehnološkog zadatka spajanja, $m=2$, $x \in R^1$)

¹³Ovaj simulacioni eksperiment osmišljen je i prvi put izveden u ranoj fazi istraživanja, u kontekstu pripreme za izlaganje i predavanje Prof. dr Petra B. Petrovića na letnjoj školi za robotiku u Lozani, Švajcarska, u okviru projekta *MesRob*, pri čemu je deo produkovanih rezultata i materijala, teorijskih i eksperimentalnih, iz te faze istraživanja ostao nepublikovan.

U skladu sa formulacijama kongruentne transformacije, (2.14) i (4.16), i uzimajući u obzir dimenzionalnost prostora radnog zadatka odnosno prostora TZS za $MRR-R12$, $m=1$, sledi da se krutost u ovom specijalnom eksperimentalnom slučaju svodi na skalarnu veličinu, $K_x=k_x$, što je takođe naznačeno na slici 5.4.

Formulisanje analitičkih oblika izraza fundamentalnih podprostora mape linearnog preslikavanja, odnosno Jakobijan matrice, koji su polazna osnova za postavku algoritma koordinacije TZS i od suštinskog su značaja za inverzno linearno preslikavanje, prema teorijskim utemeljenjima predstavljenim u poglavlju 3.2, može se izvesti na dva načina, i to: 1)na osnovu redukovane stepenaste forme i 2)na osnovu sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja. Primenom postupka Gausove eliminacije izračunava se redukovana stepenasta forma Jakobijanove matrice, J_R , u skladu sa izrazima (3.19) i (3.20), pa za $MRR-R12$ važi:

$$J_R = rref(J) = \begin{bmatrix} 1 & j_{R1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{l_2 \sin(q_{12})}{l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12})} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

S obzirom da je konfiguracioni podprostor nule $MRR-R12$ jednodimenzionalni, u ovom slučaju reprezentuje ga jedan vektor, pa na osnovu J_R odnosno izračunatog koeficijenta j_{R1} prema (3.22) sledi:

$$N(J) = \begin{bmatrix} -j_{R1} & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\frac{l_2 \sin(q_{12})}{l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12})} & 1 \end{bmatrix}^T \quad (5.5)$$

Kako su podprostori slike i nule međusobno ortogonalni sledi da podprostor slike mape linearnog preslikavanja reprezentuje sledeći vektor (podprostor slike je takođe jednodimenzionalan):

$$R(J) = \begin{bmatrix} 1/j_{R1} & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12})}{l_2 \sin(q_{12})} & 1 \end{bmatrix}^T \quad (5.6)$$

Dekompozicijom Jakobijanove matrice za $MRR-R12$ na komponente sopstvenog sistema mape linearnog preslikavanja može se izraziti na osnovu (3.27), gde su u matrici V jasno izdvojeni vektori podprostora slike i nule na sledeći način, kao što je utemeljeno u poglavlju 3.2:

$$J = USV^T = [1] \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/j_{R1} & 1 \\ -j_{R1} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

U izrazu (5.7) veličina λ_x predstavlja sopstvenu vrednost Jakobijan matrice, $J(q)$, i za $MRR-R12$ glasi:

$$\lambda_x = (l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12}))^2 + (l_2 \sin(q_{12}))^2 \quad (5.8)$$

Na osnovu prethodnih izvođenja analitičkog modela redundantne robotske ruke $MRR-R12$, moguće je dalje sintetisati inverzno linearno preslikavanje za: 1)partikularnu komponentu kretanja koja je korespondentna primarnom procesnom primitivu, $OP\#P$, i 2)homogenu komponentu kretanja koja je korespondentna procesnim primitivima sekundarnog hijerarhijskog nivoa, $OP\#T_x$ i $OP\#S_x$.

Partikularna komponenta kretanja se iz prostora TZS u KPR preslikava na osnovu pseudo inverzije Jakobijan matrica koja se na osnovu komponenata sopstvenog sistema izračunava na sledeći način, pri čemu se suma (3.43) za $MRR-R12$ i za rang $\rho=m=1$ svodi na:

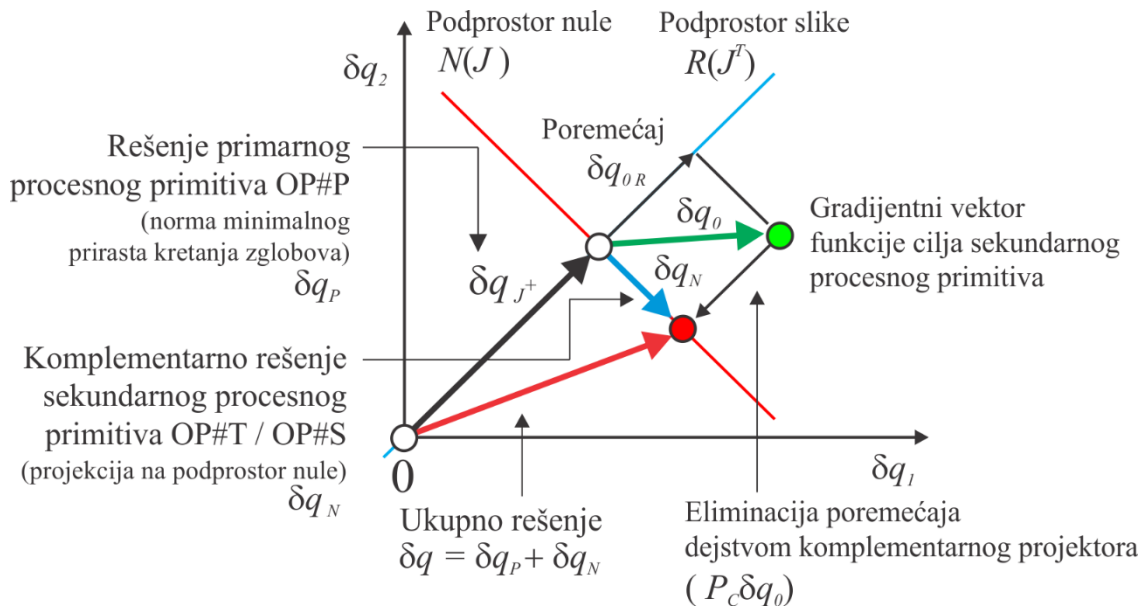
$$J^+(q) = \sum_{i=1}^{\rho} v_i \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} u_i^T = \begin{bmatrix} 1/j_{R1} \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_x}} [1] = -\frac{1}{\lambda_x} \begin{bmatrix} l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12}) \\ l_2 \sin(q_{12}) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Homogena komponenta kretanja produkuje se projekcijom vektora gradijenta odabrane funkcije cilja razmatranog procesnog primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa u prostor nule KPR , KPN . Prema izvođenjima u poglavlju 3.3 za matematičku operaciju komplementarnog projektovanja potrebno je izračunati matrični operator ortogonalni komplementarni projektor što se za $MRR-R12$ izvodi na osnovu vektora podprostora nule kao komponente sopstvenog sistema $J(q)$, na sledeći način :

$$P_c(q) = N(J)N(J)^T = \frac{1}{\lambda_x} \begin{bmatrix} l_2 \sin(q_{12}) & -(l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12}))l_2 \sin(q_{12}) \\ -(l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12}))l_2 \sin(q_{12}) & l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12}) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Kada je podprostor nule konfiguracionog prostora jednodimenzionalan tada je integralni projektor jednak parcijalnom, prema teoremi 4.2 i korolarijumu 4.3 koji iz teoreme sledi, odnosno nije moguće dalje vršiti particiju konfiguracionog prostora, pa ni formirati parcijalne projektore i koristiti koncept kontekstno senzitivne prioritizacije, koji su formulisani definicijama 4.6 i 4.7, pa se minimalnost odabrane simulacione robotske platforme $MRR-R12$ ogleda i u ovom smislu.

Fundamentalni podprostori mape linearnog preslikavanja $J(q)$, korespondentni partikularnoj i homogenoj komponenti, čija fuzija prema osnovnom izrazu (3.9) omogućuje koordinaciju procesnih primitiva TZS prema (4.1), na primeru $MRR-R12$ grafički su prikazani na slici 5.5. Na slici 5.5 homogena komponenta, δq_N , u opštem slučaju predstavlja projekciju vektora gradijenta proizvoljne funkcije cilja sekundarnog procesnog primitiva, δq_0 , na pravac podprostora nule, $N(J)$, ortogonalan podprostoru slike, $R(J^T)$, duž kojeg se nalazi vektor prirasta kretanja korespondentan primarnom procesnom primitivu, odnosno partikularna komponenta, δq_P .



Slika 5.5: Komplementarni podprostori slike i nule konfiguracionog prostora robota $MRR-R12$, $R(J^T)$ i $N(J)$, i korespondentne komponente prirasta kretanja primarnog i sekundarnog procesnog primitiva, odnosno partikularna i homogena komponenta kretanja, δq_P i δq_N , u dvodimenzionalnom konfiguracionom prostoru.

5.1.2 Plan eksperimenta

Verifikacija K-funkcije TZS u slučaju prethodno predstavljenog modela minimalne redundantne robotske ruke, $MRR-R12$, izvedena je simulaciono i to nad minimalnim skupom procesnih primitiva koji sadrži mogućnost aktiviranja i deaktiviranja odnosno pasivizacije hijerarhijskih nivoa sa ciljem demonstracije efektivnosti usvojenog algoritma koordinacije. Hijerarhijska organizacija usvojenog minimalnog skupa procesnih primitiva tehnološkog zadatka spajanja, $MRR-R12_TZS$, je sledeća:

I. Primarni hijerarhijski nivo:

Primarni procesni primitiv, $OP\#P$: kretanje TCP robotske ruke duž zadate trajektorije u prostoru TZS sa ukupnim prirastom kretanja Δx , od inicijalne pozicije, x_I , do terminalne pozicije, x_T , gde je $\Delta x = x_T - x_I$;

II. Sekundarni hijerarhijski nivo:

- a) Tehnološki procesni primitiv, $OP\#T$: dostizanje željenih svojstava generalizovane krutosti K_x , u slučaju $MRR-R12$ to je skalar k_x , $OP\#T_I$; i
- b) Sistemski procesni primitivi, $OP\#S$: aktivacija i deaktivacija sekundarnog hijerarhijskog nivoa (dinamička stabilnost u aktivnom režimu), $OP\#S_5$.

Primarni procesni primitiv, $OP\#P$, prema formulacijama iz podpoglavlja 4.2.1 u upravljačkom smislu je čisto kinematske prirode, predstavlja partikularnu komponentu u ukupnom modelu kretanja, i odnosi se na inverzno linearno preslikavanje željenog pomeraja iz prostora TZS u pomeraj u podprostoru slike konfiguracionog prostora robotske ruke. U slučaju $MRR-R12$ pomenuto inverzno preslikavanje, odnosno pseudoinverziju na bazi (5.9), predstavlja sledeći izraz:

$$\delta q_p = \begin{bmatrix} \delta q_{p1} \\ \delta q_{p2} \end{bmatrix} = J^+ \delta x = -\frac{1}{\lambda_x} \begin{bmatrix} l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12}) \\ l_2 \sin(q_{12}) \end{bmatrix} \delta x \quad (5.11)$$

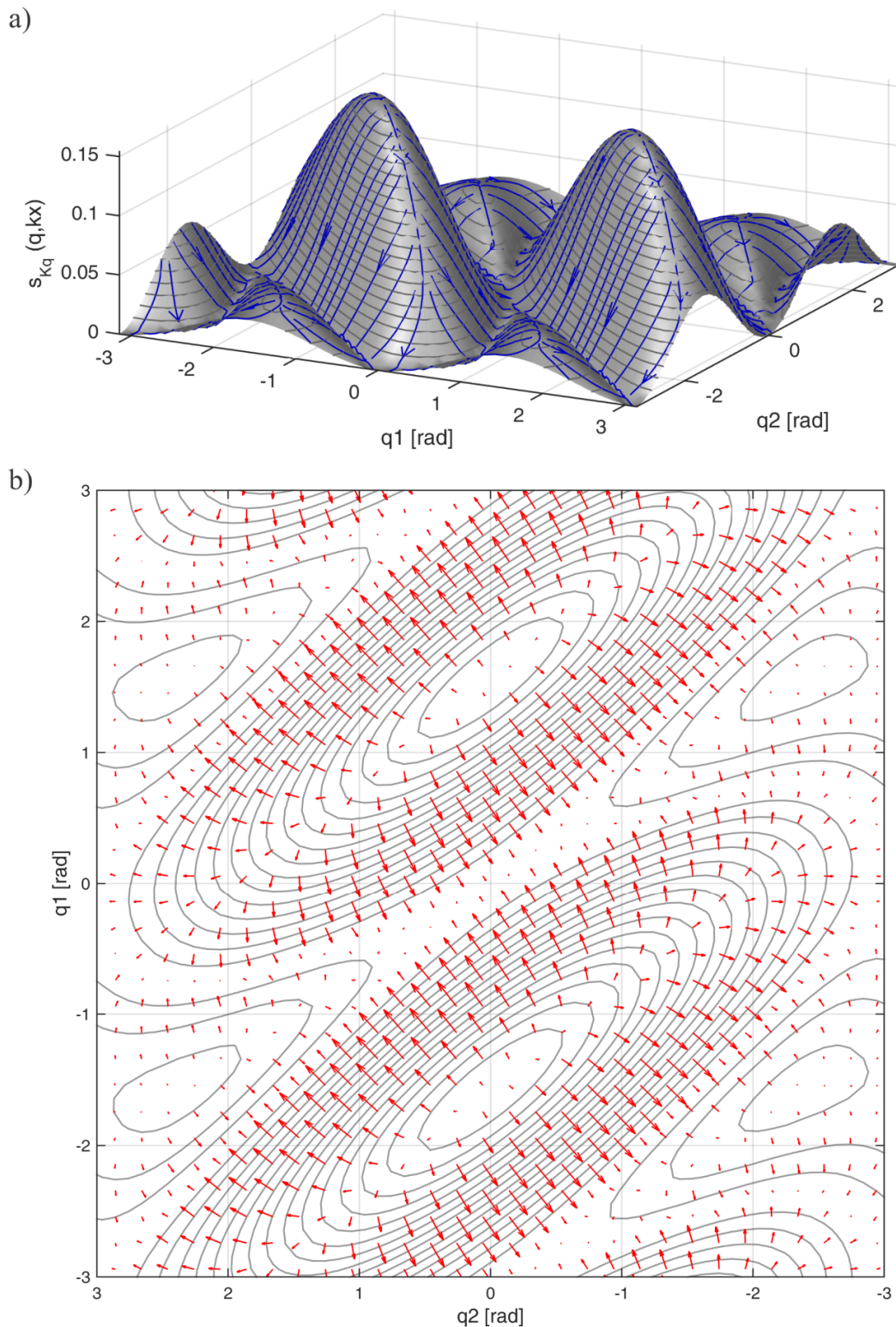
Tehnološki procesni primitiv, $OP\#T$, kako je formulisano u podpoglavlju 4.1.4, a detaljno u 4.2.2, odnosi se na upravljanje svojstvima generalizovane krutosti TCP robotske ruke u skladu sa zahtevima uspešnog toka procesa spajanja. Kinetostatičko ponašanje usvojene minimalne konfiguracije u konfiguracionom prostoru određeno je matricom aktuacione krutosti $K_q \in R^{2 \times 2}$, a u prostoru TZS preslikava se u generalizovanu krutost odgovarajućim inverznim kongruentnim transformacijama u skladu sa izrazom (2.15). Generalizovana krutost u jednodimenzionalnom prostoru TZS reprezentovana je skalarnom vrednošću $k_x \in R^1$ (krutost TCP). Za potrebe eksperimentalne verifikacije za $OP\#T$ je usvojena funkcija cilja dijagonalizacije matrice aktuacione krutosti, $s_{Kq}(q, k_{xd})$, koja je formulisana izrazom (4.17) u opštem obliku, odnosno odabran je posredni integralni pristup za ostvarivanje željene vrednosti krutosti TCP , k_{xd} , pa u slučaju $MRR-R12$ konfiguracije sledi:

$$K_q(q) = k_{xd} \begin{bmatrix} J_{1,1}^2(q) & J_{1,1}(q)J_{1,2}(q) \\ J_{1,1}(q)J_{1,2}(q) & J_{1,2}^2(q) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$s_{Kq}(q, k_{xd}) = k_{xd} \|J_{1,1}(q)J_{1,2}(q)\| = k_{xd} l_2 s_{12} (l_1 s_1 + l_2 s_{12}) \quad (5.13)$$

$$\delta q_T = -\nabla s_{Kq}(q, k_{xd}) = -\frac{\partial}{\partial q} s_{Kq}(q, k_{xd}) = -k_{xd} \begin{bmatrix} \sin(2q_1 + 2q_2)l_2^2 + l_1 \sin(2q_1 + q_2)l_2 \\ l_2 \cos(q_1 + q_2)(2l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1)) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Potencijalno polje odabrane funkcije cilja, $s_{Kq}(q, k_{xd})$, (5.13), i pravci prostiranja gradijenta, δq_T , (5.14), za uslov minimizacije korespondente norme nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti K_q , u konfiguracionom prostoru $MRR-R12$ prikazani su na slici 5.6. Praktično, mapa odabrane funkcije cilja i korespondentno gradijentno polje koji su definisani na ovaj način, predstavljaju kapacitet odnosno specifičan prostor u kojem je moguće u potpunosti ili delimično ostvariti individualni cilj tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#T_ic$. Kako je s_{Kq} funkcija željene krutosti TCP , k_{xd} , i unutrašnjih koordinata redundantne robotske ruke $MRR-R12$, očigledno je ostvarivanje željenih karakteristika zavisno od izbora inicijalne konfiguracije.



Slika 5.6: Potencijalno polje i korespondentne linije pravca prostiranja gradijenta generisane jednačinama (5.13) i (5.14): a) 3D prikaz potencijalnog polja sa prostiranjem gradijenta funkcije cilje; b) 2D projekcija potencijalnog polja (izopotencijali) i 2D projekcija gradijentnog polja u konfiguracioni prostor robotske ruke *MRR-R12*, $q = \{q_1, q_2\}^T$.

Pored prethodnih stavova, u konkretnom simulacionom eksperimentu umesto izvršavanja algoritma koordinacije *TZS* do ispunjavanja individualnog cilja primarnog procesnog primitiva, *OP#P_ic*, ovde se simulacija izvršava u unapred zadatom broju iteracija, k_{max} . Ovo je značajno sa aspekta traktabilnosti i sveobuhvatnosti toka izvršenja koordinacionog algoritma, tako da sa sigurnošću bude

obuhvaćeno ispunjavanje individualnih ciljeva procesnih primitiva oba hijerarhijska nivoa, bez obzira na njihovo pojedinačno ispunjavanje.

U skladu sa prethodnim stavovima i formulacijama u nastavku je prikazan algoritam koordinacije za simulacioni eksperiment nad $MRR-R12$, $K_TZS\#R12$, čiju polaznu osnovu predstavlja $K_TZS\#I$ baziran na integralnom projektoru za izračunavanje homogene komponente, prema sekciji 4.3.3.1.

Algoritam: $K_TZS\#R12$

Ulaz: $q_I, x_{Td}, k_{xd}, \delta x, \gamma, k_{max}$

Izlaz: q_T, x_T, k_{xT}

	Izraz	
$q = q_I$		
$x_I = f(q_I)$	(5.1)	
for $k=1; k < k_{max}; k=k+1$		
$[U, S, V] = \text{svd}(J(q))$	(5.7)	Izračunavanje integralnog komplementarnog projektora
$P_{CI} = f(N_I) = f(V)$	(5.10)	
$\delta q_N = P_{CI} \delta q_T$	(4.84)	Izračunavanje homogene komponente funkcije koordinacije TZS
$[q, k_x] = \mathbf{F}\text{-Algo}(q, \delta x, \delta q_N, \gamma, U, S, V)$		Fuzija partikularne i homogene komponentne funkcije koordinacije TZS
$x = f(q)$	(5.1)	
end for		
$q_T = q, x_T = x, k_{xT} = k_x(q)$		

Algoritam koordinacije $K_TZS\#R12$ sadrži podalgoritamsku strukturu za fuziju partikularne i homogene komponente kretanja, F-algoritam. Ova struktura ima opštu formu koja važi za sve varijantne oblike K-funkcije, prema stavovima iz podpoglavlja 4.3.3, ali se ovde navodi u obliku koji obuhvata specifičnosti simulacionog modela $MRR-R12$ i simulacionog eksperimenta koji se sprovodi nad definisanim skupom procesnih primitiva tehnološkog zadatka spajanja, $MRR-R12_TZS$.

Ukupan prirast kretanja u konfiguracionom prostoru tokom simulacionog eksperimenta je izveden primenom Ojlerove metode numeričke integracije, što je sadržano u F-algoritmu:

$$q(t_k) = q(t_{k-1}) + \delta q(t_k) \quad (5.15)$$

U izrazu (5.15) t_k predstavlja vremensku instancu, sa usvojenim kvantom $\delta t = (t_k - t_{k-1})$ i ukupnim simulacionim intervalom k_{max} , dok je $\delta q(t_k)$ ukupni priraštaj unutrašnjih koordinata u tekućoj iteraciji.

F-Algorithm#R12

Ulaz: $q, \delta x, \delta q_N, \gamma, U, S, V$

Izlaz: $q, k_x(q)$

	Izraz	
$J^+ = f(U, S, V)$	(5.9)	Izračunavanje pseudoinverzije i partikularne komponentne kretanja
$\delta q_P = J^+(q) \delta x$	(5.11)	
$\alpha = f(\delta q_P, \delta q_N, \gamma)$	(4.57)	Izračunavanje supresora i fuzija partikularne i homogene komponente
$\delta q = \delta q_P + \alpha \delta q_N$	(4.79)	
$q = q + \delta q$	(5.15)	Izlaz: aktuelne unutrašnje koordinate i generalizovana krutost TCP
$k_x(q)$	(2.15)	

Prethodno formulisani algoritam koordinacije TZS primenjen je za izvođenje dva varijantna slučaja simulacionog eksperimenta, čime se verifikuje njegova efektivnost nad zdatim skupom hijerarhijski

uređenih procesnih primitiva. Parametri, odnosno ulazne veličine, za dva varijantna slučaja prikazani su u tabeli 5.1, gde je jedina i osnovna razlika u aktivnosti/neaktivnosti tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#T$. Aktivnost $OP\#T$ kontroliše se zadavanjem odgovarajuće vrednosti konstante supresora, γ , odnosno sistemskog procesnog primitiva, $OP\#S$. Usvojene dužine segmenata redundantne robotske ruke $MRR-R12$ su: $l_1=0.360[m]$ i $l_2=0.252[m]$. Granice radnog prostora, odnosno ograničenja u kretanju zglobova robotske ruke nisu uzeta u obzir za ovaj eksperiment.

Tabela 5.1: Specifikacija parametara dva varijantna slučaja hijerarhijski organizovanog TZS, $MRR-R12_TZS$, za verifikaciju algoritma koordinacije $K_TZS\#R12$.

Parametri K-funkcije TZS	Slučaj #1 ($OP\#P$)	Slučaj #2 ($OP\#P+OP\#T$)
Inicijalna konfiguracija $q_I = \{q_{1I}, q_{2I}\}^T [rad]$	{0.393, 1.971}	{0.393, 1.971}
Primarni procesni primitiv $OP\#P$: Inicijalna pozicija, $x_I [m]$	0.153	0.153
Primarni procesni primitiv $OP\#P$: Terminalna pozicija, $x_{Td} [m]$	0.510	0.510
Komandovani pomeraj $OP\#P$ $\delta x [m]$	0.001	0.001
Konstanta supresora $OP\#S_5$ $\gamma = const$	0 (neaktivan $OP\#T$)	1
Željena vrednost krutosti TCP $k_{xd} [N/mm]$	(neaktivan $OP\#T$)	1
Maksimalan broj iteracija k_{max}	400	400

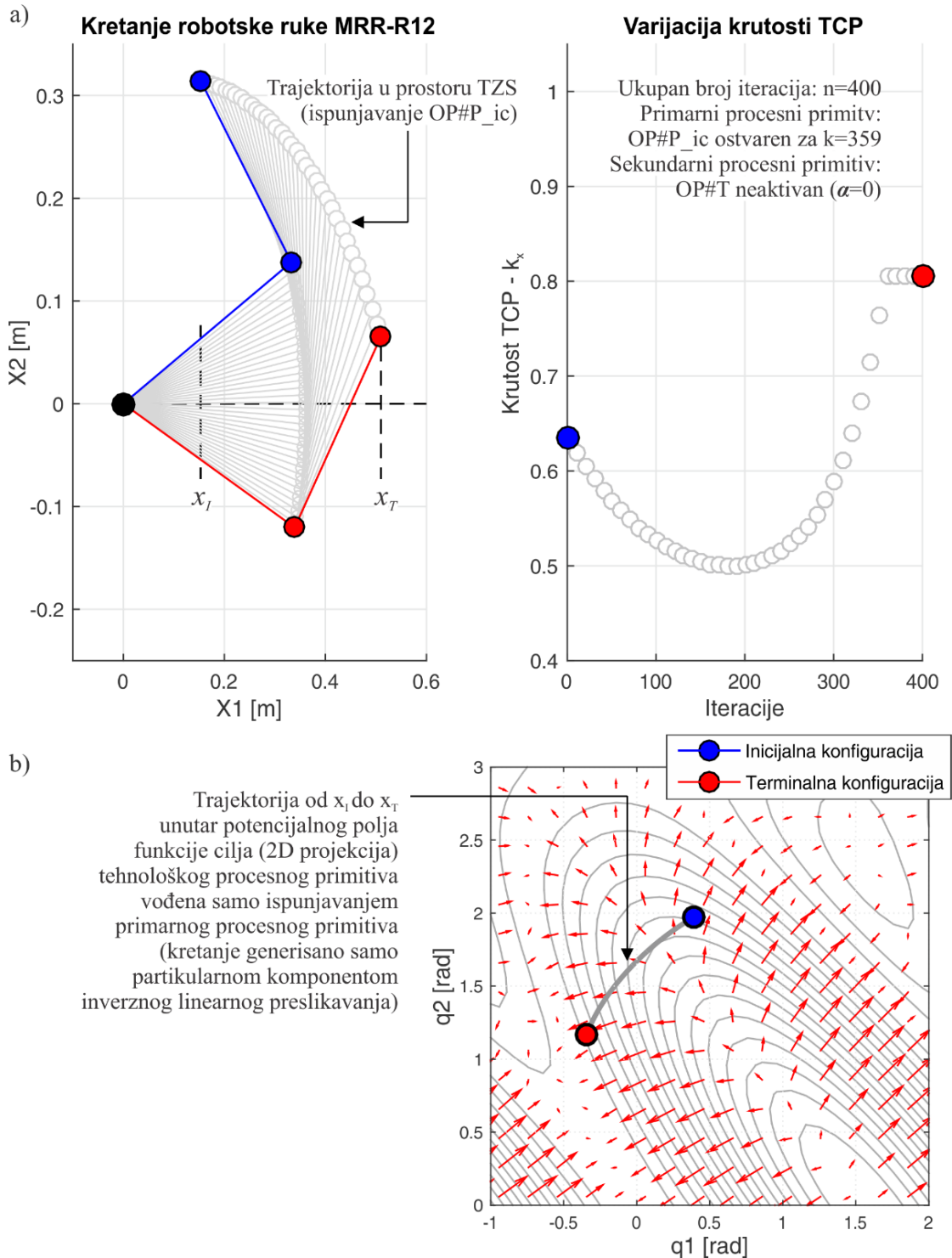
5.1.3 Rezultati i diskusija

Simulacioni eksperimenti izvedeni su prema postavci iz podpoglavlja 5.1.2, na osnovu navedenog algoritma koordinacije $K_TZS\#R12$, za dva eksperimentalna slučaja iz tabele 5.1. Komparativna analiza simulacionih rezultata za Slučaj #1 i Slučaj #2, prikazanih na slikama 5.7 do 5.9, respektivno, očigledno potvrđuje efektivnost predloženog algoritma koordinacije. Simulacioni Slučaj #1, odnosno ostvareni rezultati prikazani na slici 5.7, predstavljaju demonstraciju funkcionalnosti koordinacionog algoritma u smislu efektivnosti deaktiviranja sekundarnog hijerarhijskog nivoa TZS i mogućnosti da se primarni procesni primitiv ostvari samostalno sleđenjem partikularne komponente ukupnog modela kretanja (5.11) od inicijalne do terminalne pozicije TCP, što ima čisto kinematski karakter.

Značaj ove demonstracije ogleda su tome da predloženi model kretanja odnosno koordinacioni algoritam omogućuje da se samo izborom odgovarajućih koordinacionih parametara (u ovom slučaju $\gamma=0$) može da produkuje kretanje robotske ruke vođeno samo inverznim lineranim preslikavanjem na bazi pseudoinverzije Jakobijan matrice, a u ovom konkretnom slučaju zadovoljava uslov minimuma norme prirasta kretanja u konfiguracionom prostoru (mogući su i drugi slučajevi kroz primenu prigušene i težinske pseudoinverzije, kako je to detaljno izvedeno i objašnjeno u trećoj glavi, podpoglavlje 3.3.1). U ovom slučaju individualni cilj primarnog procesnog primitiva, $OP\#P_ic$, odnosno ostvarivanje terminalne pozicije x_T , ispunjeno je u okviru zadatog maksimalnog broj od 400 iteracija, i to u iteraciji $k=359$ simulacionog eksperimenta, dok je evidentna varijacija krutosti k_x samo posledica tog kretanja kroz konfiguracioni prostor. Generalizovana krutost kao procesna veličina TZS u ovom slučaju nije upravljana, jer je $OP\#T$ neaktivan, odnosno $\gamma=0$, a varijacija je bila u opsegu od 0.5 do 0.8, pri čemu je vrednost 0.8 ostvarena u terminalnoj poziciji TCP.

Nakon inicijalne verifikacije na primeru ispunjavanja samo $OP\#P_ic$, kao međukorak izveden je simulacioni eksperiment sa sekvencijalnim, nekoordinisanim, ispunjavanjem globalnog cilja TZS za Slučaj #2. Ovakvim pristupom demonstrira se mogućnost zasebnog ostvarivanja individualnih ciljeva, tako da se razdvojeno, nakon ispunjavanja $OP\#P_ic$, izvodi ispunjavanje $OP\#T_ic$. Praktično, to znači da je izolovano primenjen algoritam samo sa partikularnom komponentom kretanja robotske ruke, a zatim izolovano samo sa homogenom. Ovaj simulacioni eksperiment je izveden u okviru dve

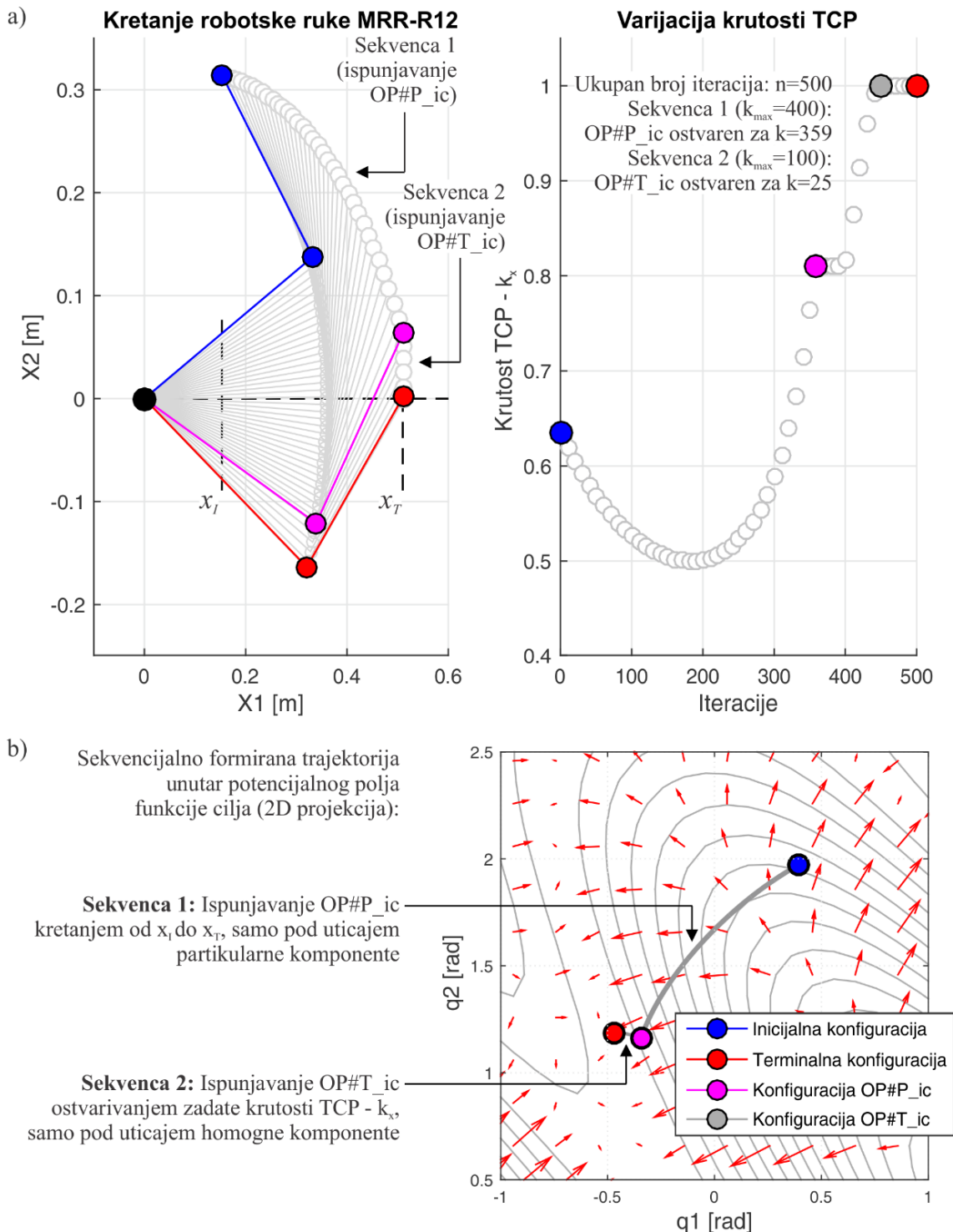
sekvence od po $k_{max}=400$ i $k_{max}=100$ iteracija, pri čemu je $OP\#P_ic$ ispunjen u $k=359$ iteraciji prve sekvence, a $OP\#T_ic$ u $k=25$ iteraciji druge sekvence, što ukupno čini 384 iteracije za ispunjenje oba individualna cilja, odnosno globalnog cilja, TZS_gc . Ostvareni rezultati su prikazani na slici 5.8.



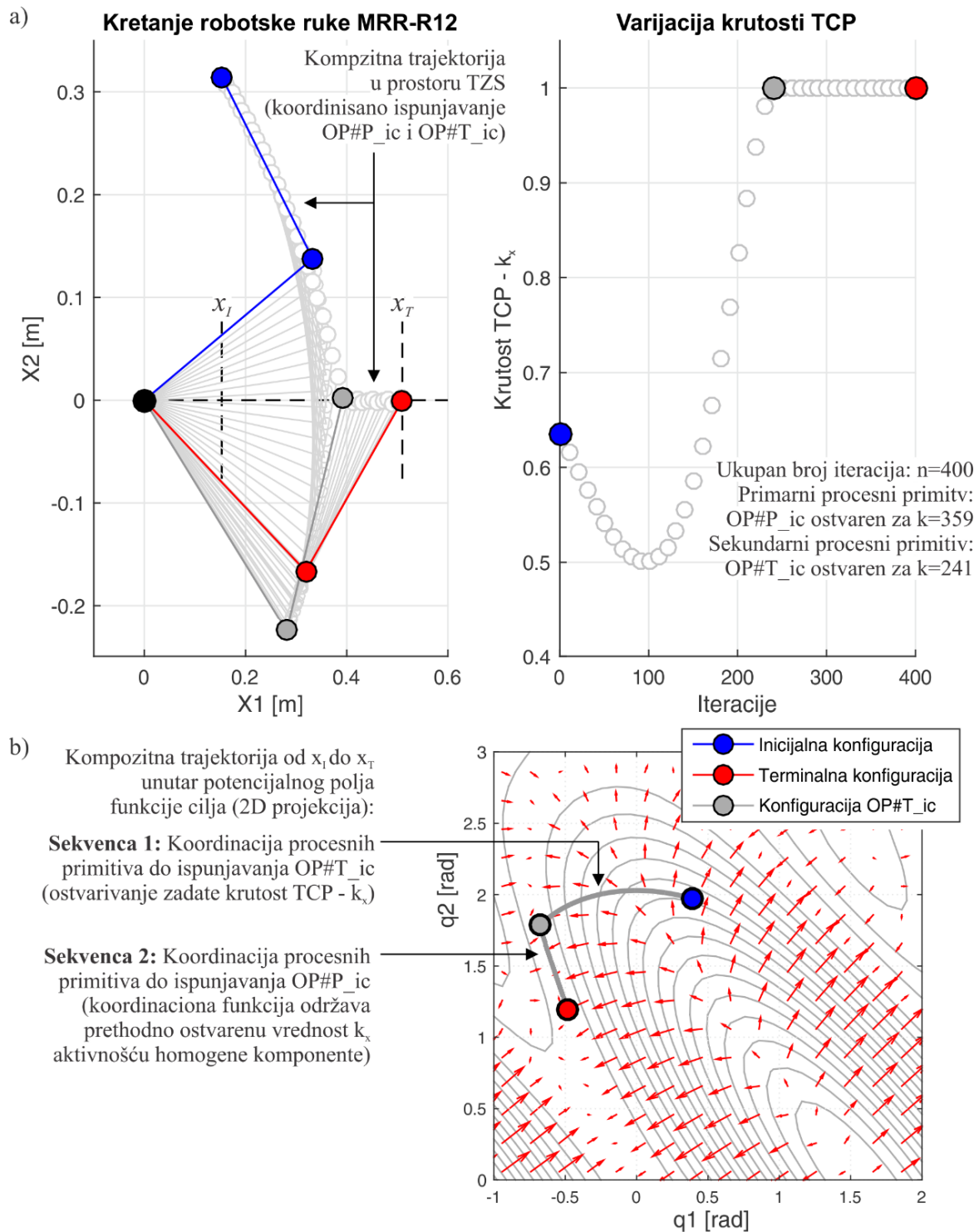
Slika 5.7: Simulacioni rezultati kretanja robotske ruke *MRR-R12*, od $x_I=0.153$ [m] do $x_T=0.510$ [m], sa neaktivnim tehnološkim procesnim primitivom, $OP\#T_I$: a) kretanje minimalnog redundantnog robota u prostoru *TZS* sa varijacijom krutosti *TCP*, k_x ; b) korespondentno kretanje u konfiguracionom prostoru sa pozadinskim prikazom izopotencijala odabrane funkcije cilja i njenog gradijentnog polja.

Sekvencijalno ispunjavanje individualnih ciljeva procesnih primitiva *TZS* takođe je omogućeno postojanjem kinematske redundanse kod robotske ruke *MRR-R12* i demonstrirano kao jedan od mogućih pristupa za ostvarivanje rešenja. Primarno ostvareni $OP\#P_ic$ je ostao očuvan tokom

naknadnog ispunjavanja $OP\#T_ic$, što je moguće samo uz particiju konfiguracionog prostora za šta kapacitet imaju kinematski redundantni roboti. Međutim, tek primena sintetisanog algoritma koordinacije $K_TZS\#R12$ u njegovom punom obimu i sa potpunom funkcionalnošću pruža mogućnost istovremenog, simultanog odnosno koordinisanog ispunjavanja procesnih primitiva primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa, tako da prethodna demonstracija sekvencijalnog izvođenja zapravo pruža mogućnost potpunog uvida u značaj i efektivnost primene algoritma koordinacije, što je prikazano na slici 5.9.



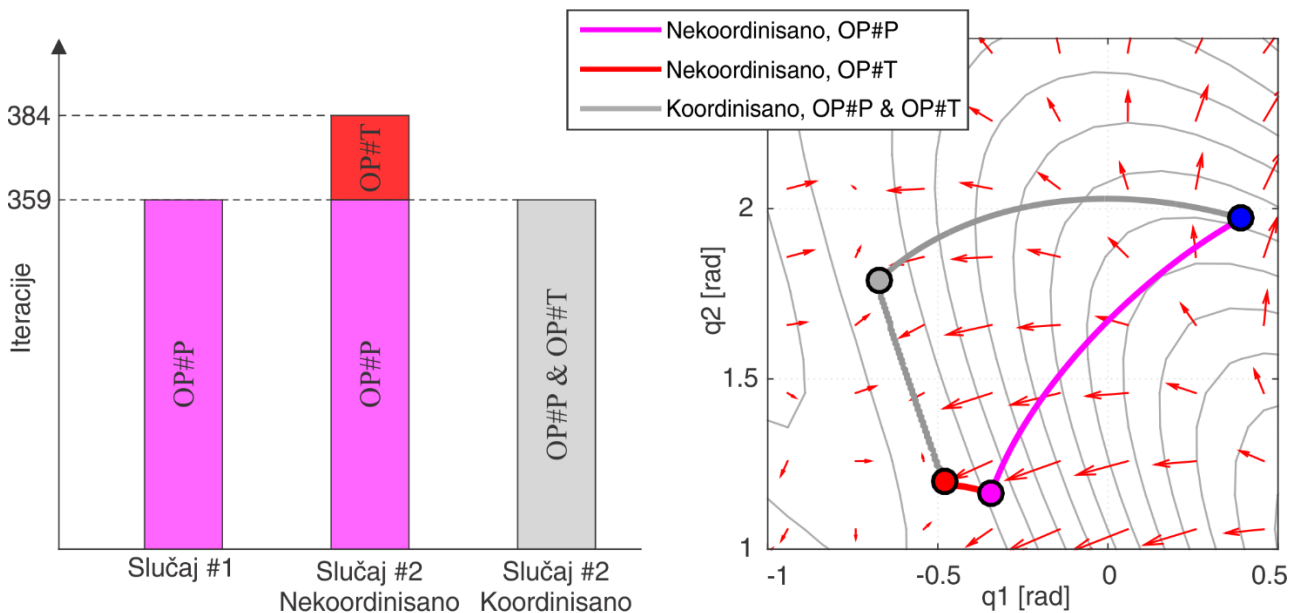
Slika 5.8: Simulacioni rezultati kretanja robotske ruke $MRR-R12$, od $x_I=0.153$ [m] do $x_T=0.510$ [m], sa sekvencijalnim ispunjavanjem individualnih ciljeva $OP\#P_ic$ i $OP\#T_ic$: a) kretanje minimalnog redundantnog robota u prostoru TZS sa varijacijom krutosti TCP , k_x ; b) korespondentno kretanje u konfiguracionom prostoru sa pozadinskim prikazom izopotencijala odabrane funkcije cilja i njenog gradijentnog polja.



Slika 5.9: Simulacioni rezultati kretanja robotske ruke *MRR-R12*, od $x_I=0.153$ [m] do $x_T=0.510$ [m], sa aktivnim tehnološkim procesnim primitivom, *OP#T_1*: a) kretanje minimalnog redundantnog robota u prostoru *TZS* sa varijacijom krutosti *TCP*, k_x ; b) korespondentno kretanje u konfiguracionom prostoru sa pozadinskim prikazom izopotencijala odabrane funkcije cilja i njenog gradijentnog polja.

Ostvareni rezultati simulacionog eksperimenta za Slučaj #2, za simultano, koordinisano, ispunjavanje procesnih primitiva *OP#P_ic* i *OP#T_ic* vode ka zaključku da predloženi koordinacioni algoritam *K_TZS#R12* efektivno sprovodi koordinacionu funkciju simultano ispunjavajući individualne ciljeve oba hijerarhijska nivoa *TZS*, primarnog i sekundarnog procesnog primitiva, *OP#P* i *OP#T*. Praktično, za eksperimentalni Slučaj #2 simultano su aktivne obe komponente inverznog linearnog preslikavanja, partikularna i homogena, koje se izračunavaju pseudoinverzijom Jakobijana i komplementarnim projektorom, respektivno. Stabilna konvergencija ka optimumu tehnološkog

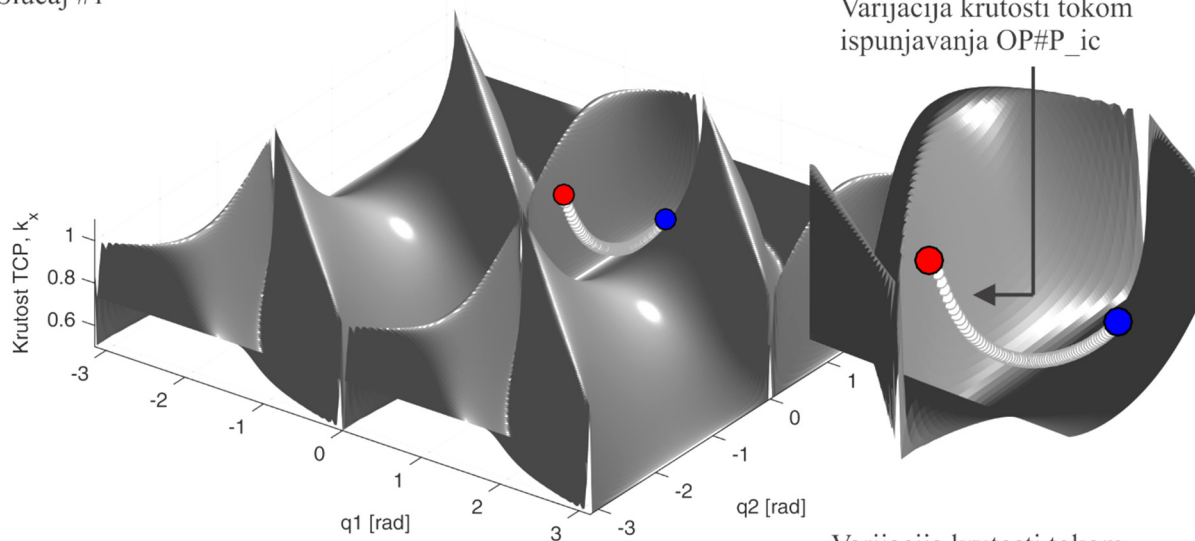
procesnog primitiva, odnosno zadatoj vrednosti k_{xd} , obezbeđena je sleđenjem ortogonalne projekcije gradijenta funkcije cilja, (5.14), kao homogene komponente ukupnog modela kretanja, što predstavlja kretanje u konfiguracionom prostoru nule robota *MRR-R12*. U konkretnom slučaju ispunjavanje individualnog cilja $OP\#T_ic$, odnosno procesnog primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa, brže je od ispunjavanja primarnog procesnog primitiva i ostvareno je u iteraciji $k=241$. Ispunjavanje $OP\#P_ic$, odnosno x_T , ostvareno je u iteraciji $k=359$, kao i za Slučaj #1. Praktično, $OP\#T_ic$ se ispunjava simultano unutar sekvence u kojoj se ispunjava $OP\#P_ic$, što je suštinska razlika u odnosu na međukorak gde je radi demonstracije ispunjavanje individualnih ciljeva izvedeno sekvencijalno. Ovde je izuzetno važno naglasiti da se jednom ostvaren individualni cilj $OP\#T_ic$, odnosno optimum krutosti *TCP* (kada je ostvarena vrednost jednaka zadatoj: $k_x=k_{xd}=1$), održava stabilnim sve do ostvarivanja terminalne pozicije *TCP*, odnosno do ispunjavanja individualnog cilja $OP\#P_ic$, što je od suštinskog značaja za efektivnu demonstraciju funkcionalnosti koordinacionog algoritma. U poređni kvantitativni prikaz nekoordinisanog i koordinisanog izvršavanja dat je na slici 5.10. U slučaju kada je aktivan sekundarni hijerarhijski nivo *TZS*, moguće je upravljati brzinom ispunjavanja $OP\#T_ic$, i to varijacijom parametra supresora γ odnosno parametrom procesnog primitiva $OP\#S$, koji je povezan sa dinamičkom interakcijom između primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa.



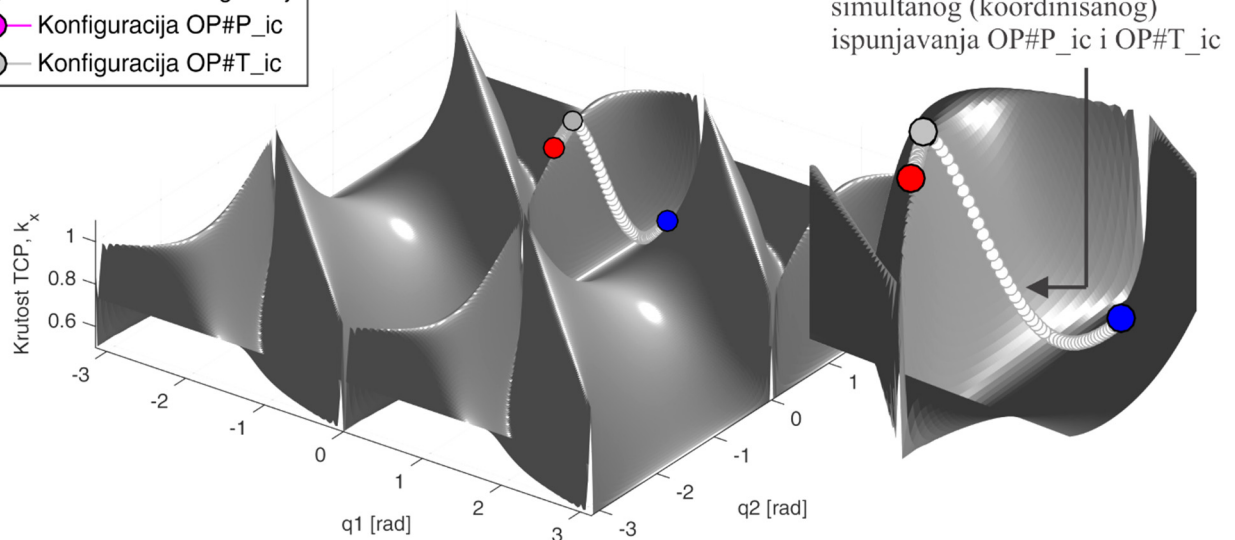
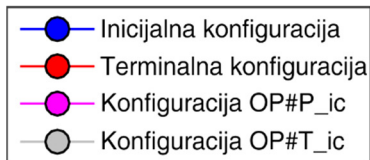
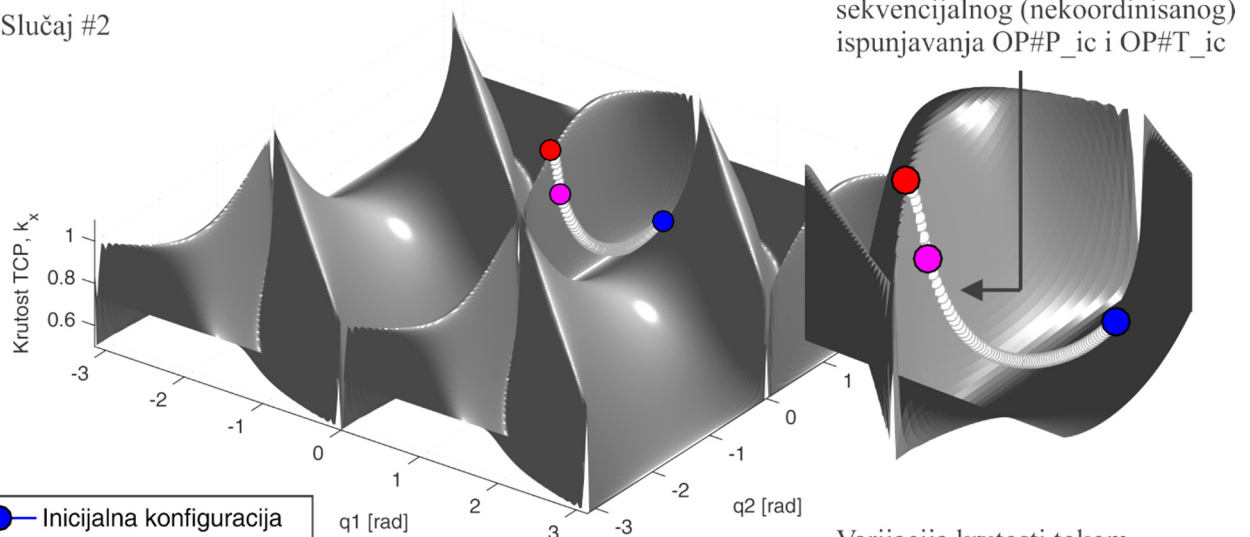
Slika 5.10: Usporedni kvantitativni prikaz nekoordinisanog (br. iteracija: $k=384$) i koordinisanog (br. iteracija: $k=359$) izvršavanja procesnih primitiva $OP\#P$ i $OP\#T$, za eksperimentalni slučaj #2.

Rezultate simulacionog eksperimenta moguće je reprezentovati na još jedan efektivan način, generisanjem mape generalizovane krutosti *TCP* i prikazom varijacije krutosti k_x tokom izvršavanja algoritma koordinacije *TZS*, što je predstavljeno na slici 5.11. Mapa krutosti nad kompletnim *KPR* generisana je inverznom kongruentnom transformacijom (2.15), gde je generalizovana krutost kao rezultujuća veličina funkcija aktuatione krutosti reprezentovane matricom K_q i konfiguracije robotske ruke q , odnosno $k_x=f(q, K_q)$. Za razliku od rezultata prikazanih na slikama 5.7 do 5.9, gde je varijacija krutosti predstavljena u domenu vremenske instance, praktično kao projekcija na taj domen, ovde se radi o varijaciji krutosti u konfiguracionom prostoru robotske ruke, gde krutost robotske ruke očigledno može da se mapira. Za slučaj *MRR-R12* mapa generalizovane krutosti u konfiguracionom prostoru grafički je prikazana na slici 5.11, sa ucrtanom varijacijom krutosti tokom simulacionih eksperimenata. Za Slučaj #1, gde nije aktivan procesnih primitiv $OP\#T$, varijacija krutosti posledica je ispunjavanja samo $OP\#P$, slika 5.11a. Zatim je prikazan Slučaj #2 za sekvencijalno, nekoordinisano ispunjavanje procesnih primitiva, gde je tek kao krajnji rezultat ostvarena željena vrednost generalizovane krutosti, slici 5.11b gore. Za koordinisano izvršavanja jasno se uočava da se prvo ispunjavanja individualni cilj $OP\#T_ic$ i ostvaruje zadata vrednost krutosti $k_{xd}=1$, a zatim se održava na toj vrednosti sve do ispunjavanja individualnog cilja $OP\#P_ic$, slika 5.11c.

a) Slučaj #1



b) Slučaj #2



Slika 5.11: Varijacija vrednosti k_x unutar mape generalizovane krutosti generisane nad konfiguracionim prostorom robota *MRR-R12*, sa dodatnim uvećanim prikazom za detaljnu demonstraciju ponašanja tokom izvršenja algoritma koordinacije *K_TZS#R12* za eksperimentalne slučajeve #1 i #2: a) Slučaj #1 – Varijacija krutosti tokom ispunjavanja samo *OP#P_ic*, b) Slučaj #2 – Varijacija krutosti tokom sekvencijalnog (nekoordinisanog) i simultanog (koordinisanog) ispunjavanja *OP#P_ic* i *OP#T_ic*.

5.2 Koordinacija TZS – upravljanje elipsoidom krutosti

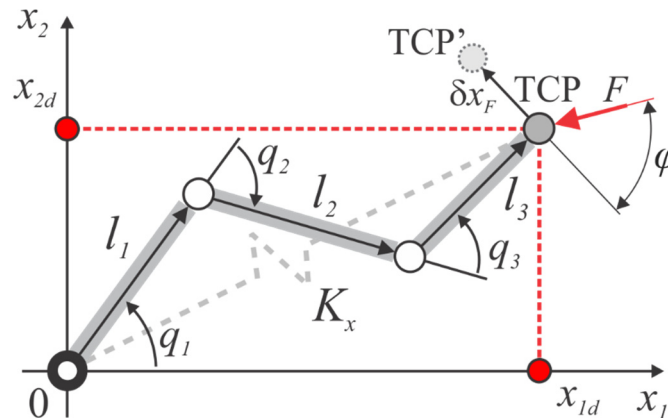
Upravljanje elipsoidom generalizovane krutosti, koji u fizičkom prostoru reprezentuje svojstva matrice generalizovane krutosti, kako je to u glavama 2 i 4 detaljno analizirano, kao kinetostatičko svojstvo usvojenog *TCP* robotske ruke, od suštinskog je značaja za proces robotizovanog spajanja, i predstavlja kritičan sadržaj teorijskih istraživanja koji je neophodno eksperimentalno verifikovati fizičkim putem.

Prethodno prikazani rezultati eksperimentalne verifikacije izvedene nad najmanjom mogućom redundantnom konfiguracijom robotske ruke *MRR-R12*, jasno su pokazali efektivnost primenjenog algoritma koordinacije *TZS* u smislu upravljanja hijerarhijskim nivoima tog zadatka, odnosno sposobnošću da se ostvari rasporezanje konfiguracionog prostora i u tom smislu sprovedu formulisani prioriteta procesnih primitiva. Međutim, osim mogućnosti analize efekata primene uspostavljenog modela hijerarhijskog organizovanja i koordinacije *TZS*, za donošenje konačnih zaključaka nije dovoljna samo simulaciona verifikacija, jer je simulacija uvek pojednostavljena realnost!

U skladu sa prethodnim, značaj ovog eksperimenta je u iskoraku ka fizičkom prostoru i povećanju dimenzionalnosti prostora *TZS*, tako da svojstva generalizovane krutosti ne budu skalarna, već predstavljena matrično, što se u fizičkom prostoru reprezentuje elipsoidom krutosti. Izbor konfiguracije robotske ruke kako bi se obezbedila kinematska redundansa, je takav da ima tri stepena slobode i dvodimenzionalni prostor *TZS*, pa prema prethodno usvojenoj notaciji sledi da je oznaka ovog modela minimalnog redundantnog robota *MRR-R23*. Minimalistički pristup je zadržan i u ovom slučaju, jer je minimalni prostor u kojem se svojstva generalizovane krutosti reprezentuju matrično dvodimenzionalan, a takođe zadržana je i minimalna redundansa sa jednim stepenom slobode, gde je $r=n-m=3-2=1$.

5.2.1 Model minimalnog redundantnog robota – MRR-R23

Eksperimentalna verifikacija algoritama koordinacije, koja obuhvata simulacionu i fizičku verifikaciju, kao i u poglavlju 5.1 ovde je bazirana na minimalističkom pristupu, kako je to prethodno navedeno, i sprovedena je na redundantnom robotu minimalne konfiguracije za slučaj dvodimenzionalnog prostora radnog zadatka ($m=2 \rightarrow x \in R^2$), odnosno za slučaj minimalne matrične forme generalizovane krutost *TCP*, $K_x \in R^{2 \times 2}$. Minimalnu konfiguraciju u ovom slučaju predstavlja antropomorfni planarni robot sa tri stepena slobode ($n=3 \rightarrow q \in R^3$), od kojih je jedan redundantan, odnosno $r=n-m=1$, što je prikazano na slici 5.12. Izbor ovakve konfiguracije dodatno omogućuje i pasivizaciju primarnog procesnog primitiva, pa su na taj način omogućena i fizička merenja kinetostatičkih svojstva *TCP*, kao osnovnog parametra tehnološkog aspekta procesa spajanja.



Slika 5.12: Planarni mehanizam kinematski redundante robotske ruke ($q \in R^3$ – trodimenzionalni konfiguracioni prostor i $x \in R^2$ – dvodimenzionalni prostor *TZS*), čije su elastomehaničke karakteristike u prostoru radnog zadatka određene matricom krutosti $K_x \in R^{2 \times 2}$. Ugao φ je, prema (2.19) mera kodirekcionalnosti vektora pobudne sile $F \in R^2$ i odziva $\delta x \in R^2$.

Kinetostatičko ponašanje usvojene minimalne konfiguracije reprezentuje se matricom aktuacione krutosti $K_q \in R^{3 \times 3}$ u konfiguracionom prostoru i matricom generalizovane krutosti $K_x \in R^{2 \times 2}$ u prostoru tehnološkog zadatka spajanja (krutost TCP). Matrica K_x u opštem slučaju sadrži nedijagonalne, odnosno ukrštajuće elemente.

Direktna kinematska transformacija $x \in R^2$ i Jakobijanova matrica $J(q) \in R^{2 \times 3}$ za prethodno predstavljeni planarni model redundantne robotske ruke $MRR-R23$, glase:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_{12}) + l_3 \cos(q_{123}) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_{12}) + l_3 \sin(q_{123}) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_3 \sin(q_{123}) - l_2 \sin(q_{12}) - l_1 \sin(q_1), & -l_3 \sin(q_{123}) - l_2 \sin(q_{12}), & -l_3 \sin(q_{123}) \\ l_3 \cos(q_{123}) + l_2 \cos(q_{12}) + l_1 \cos(q_1), & l_3 \cos(q_{123}) + l_2 \cos(q_{12}), & l_3 \cos(q_{123}) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

U izrazima (5.16) i (5.17) uvedene su oznake $q_1 + q_2 = q_{12}$ i $q_1 + q_2 + q_3 = q_{123}$. Opšta, parametarska forma direktne kinematske transformacije (5.16) izvedena je primenom Denavit-Hartenbergovog postupka, a Jakobijan matrica (5.17) primenom opšte formulacije (3.1). Particija konfiguracionog prostora u slučaju robota $MRR-R23$ izvodi se u skladu sa dekompozicijom na komponente sopstvenog sistema matrice $J(q)$, prema (3.27), identično proceduri navedenoj u 5.1.1 za slučaj $MRR-R12$. Kompletan model $MRR-R23$ u analitičkom obliku navodi se u prilogu P3, i predstavljen je izrazima p3.1 do p3.14.

5.2.2 Plan eksperimenta

Verifikacija K-funkcije TZS u slučaju prethodno predstavljenog modela redundantne robotske ruke, u ovom eksperimentu izvedena je simulaciono i fizički, i to nad skupom procesnih primitiva koji sadrži mogućnost aktiviranja i deaktiviranja, odnosno pasivizacije, hijerarhijskih nivoa sa ciljem demonstracije efektivnosti usvojenog algoritma koordinacije. Hijerarhijska struktura usvojenog minimalnog skupa procesnih primitiva tehnološkog zadatka spajanja, $MRR-R23_TZS$, je sledeća:

I. Primarni hijerarhijski nivo:

Primarni procesni primitiv, $OP\#P$: kretanje TCP robotske ruke duž zadate trajektorije u prostoru TZS sa ukupnim prirastom kretanja Δx , od inicijalne pozicije, x_I , do terminalne pozicije, x_T , gde je $\Delta x = x_T - x_I$;

II. Sekundarni hijerarhijski nivo:

- a) Tehnološki procesni primitiv, $OP\#T$: dostizanje željenih svojstava matrice generalizovane krutosti $K_x(t) \rightarrow K_{xd} \in R^{2 \times 2}$, odnosno oblikovanje pripadajućeg sopstvenog sistema i elipsoida, $OP\#T_I$; i
- b) Sistemski procesni primitivi, $OP\#S$: izbegavanje granica radnog prostora i singularnih konfiguracija, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, i dinamička stabilnost, $OP\#S_5$, respektivno.

Primarni hijerarhijski nivo, odnosno primarni procesni primitiv $OP\#P$ u ovom eksperimentalnom slučaju je potpuno pasiviziran, gde je praktično ukupni prirast kretanja jednak nuli, $\Delta x = x_T - x_I = 0$. Sledi da je partikularna komponenta kretanja jednaka nuli, odnosno da se generalizovani model pomeraja TCP robota (3.9), priraštaj unutrašnjih koordinata, svodi na homogenu komponentu, koja se generiše aktivnostima skupa procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa, pa sledi:

$$\delta q = \alpha \cdot \delta q_N \quad (5.18)$$

Ovakvom hijerarhijskom organizacijom odnosno kompozicijom tehnološkog zadatka spajanja stvaraju se specifični uslovi u ukupnom konfiguracionom prostoru robota koji omogućavaju praćenje ponašanja sistema produkovanog aktivnostima unutar sekundarnog hijerarhijskog nivoa, i to: a) samo pod uticajem tehnološkog procesnog primitiva, što je od suštinskog značaja za demonstraciju primenljivosti sintetisanih matematičkih modela prema zahtevima procesa spajanja u tehnologiji robotizovane montaže i odnosi se na oblikovanje elipsoida krutosti, i b) interakcija tehnološkog i sistemskih procesnih primitiva, što je od posebnog značaja za primenljivost u realnim uslovima, gde je neizbežno uvođenje niza ograničenja tipa granica radnog prostora i singularnih konfiguracija robotske ruke, i u ovom smislu se takođe analizira uticaj ograničenja na ostvarivanje željenih parametara elipsoida krutosti. Ovakvom kompozicijom *TZS* ipak se ne redukuje funkcionalna uloga koordinacije procesnih primitiva između primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa, jer i mirovanje *TCP* takođe produkuje interakciju, odnosno sprezanje kako je to formulisano u sekciji 4.3.1.3, i nužno generiše promene u *KPR*. Praktično, održavanje zadate pozicije vrha robotske ruke takođe zahteva projektovanje vektora gradijenata funkcija ciljeva *OP#T* i *OP#S* u podprostor nule *KPR*, pa je samim tim interakcija između hijerarhijskih nivoa implicitno prisutna. S obzirom na postavljeni model procesnog primitiva dinamičke stabilnosti (4.56), kao posledica pasivizacije *OP#P* nužno je korišćenje veštačke vrednosti prirasta kretanja u prostoru *TZS*, odnosno partikularne komponente, kako bi bila omogućena funkcija supresora, odnosno njegovo izračunavanje.

Za funkciju cilja tehnološkog procesnog primitiva, *OP#T*, i u ovom slučaju usvojena je dijagonalizacija matrice aktuacione krutosti, $s_{Kq}(q)$, kao i u prethodnom eksperimentalnom slučaju opisanom i analiziranom u poglavlju 5.1. U slučaju *MRR-R23*, kako je u 5.2.1 navedeno, dimenzionalnost matrice aktuacione krutosti je $K_q \in R^{3 \times 3}$, dok se željena generalizovana krutost *TCP* takođe formuliše u matričnom obliku $K_x \in R^{2 \times 2}$, što je od suštinskog značaja za fizički eksperiment i ima relevantnost za proces spajanja u robotizovanoj montaži, za razliku od *MRR-R12* gde je generalizovana krutost skalarna veličina. Ekstenzija analitičkog model za slučaj *MRR-R23*, koja uključuje odabranu funkciju cilja i njen gradijent, data je kao deo priloga P3, izrazima p3.15 do p3.19.

Sprovođenje funkcije koordinacije *TZS* nad usvojenim modelom robotske ruke *MRR-R23* za korespondentu hijerarhijsku strukturu *TZS*, ovde se bazira na opštoj formi koordinacionog algoritma sa primenom integralnog projektora, $K_TZS\#1$, kao i u slučaju *MRR-R12*. S obzirom na usvojeni hijerarhijski uređeni skup procesnih primitiva, *MRR-R23_TZS*, algoritam $K_TZS\#1$ se za ovaj konkretan eksperiment prevodi u odgovarajuću formu $\bar{K}_TZS\#R23$. S obzirom na prisustvo sistemskih procesnih primitiva *OP#S_1* i *OP#S_2*, pre formulisanja algoritamske strukture potrebno je formulisati skupove korespondentnih faktora aktivacije i gradijenata, a kako je broj *OP#S* $k_S=2$ u konkretnom slučaju za *MRR-R23_TZS* sledi:

$$\beta = \{\beta_1, \beta_2\} \quad (5.19)$$

$$S_s = \{\delta q_{s1}, \delta q_{s2}\} \quad (5.20)$$

Prema notaciji uvedenoj u podpoglavlju 4.2.3, parovi $\beta_1, \delta q_{s1}$ i $\beta_2, \delta q_{s2}$ predstavljaju faktore aktivacije i gradijente sistemski procesnih primitiva za izbegavanje granica radnog prostora i singularnih konfiguracija, respektivno, i izračunavaju se unutar algoritma koordinacije na osnovu ulaznih parametara i trenutne konfiguracije robotske ruke za montažu, $\beta_i = f(q, \beta_{par})$. Sistemski procesni primitiv dinamičke stabilnosti izvodi se u implicitnom obliku, u formi supresora, kao i u prethodnom eksperimentu, tako da se korespondentni skup parametara za *OP#S_5* i ovde svodi na koeficijent γ . Skup tehnoloških procesnih primitiva i ovde sadrži samo jedan primitiv, *OP#T_1*, pa sledi da je $k_T=1$.

Pored prethodnog u konkretnom eksperimentu umesto izvršavanja algoritma koordinacije *TZS* do ispunjavanja individualnog cilja primarnog procesnog primitiva, *OP#P_ic*, kako je to formulisano u opštoj formi u sekciji 4.3.3.1, ovde se izvršava u unapred zadatom broju iteracija, k_{max} , kako je to bio slučaj i u prethodnom eksperimentu.

U skladu sa prethodnim stavovima i formulacijama u nastavku je prikazan algoritam koordinacije za eksperimentalnu verifikaciju nad modelom $MRR-R23$, $K_TZS\#R23$, baziran na $K_TZS\#1$.

Algoritam: $K_TZS\#R23$

Ulaz: $q_I, x_{Td}, K_{xd}, \delta x, S_S, S_T, k_S, k_{SA}, k_T, \alpha_{par}, \beta_{par}$

Izlaz: q_T, x_T, K_{xT}

	Izraz	
$q=q_I$		
$x_I=f(q_I)$	(5.16)	
for $k=I; k < k_{max}; k=k+I$		
$[U, S, V]=svd(J(q))$	(3.27)	Izračunavanje integralnog komplementarnog projektora i faktora aktivacije β
$P_{CI}=f(V)$	(p3.8)-(p3.14)	
$\beta=\{\beta_i=f(q, \beta_{par}) \in R^n i=I, k_S\}$	(P3.4)	
$S_T=\{\delta S_{Kq}(q_k)\};$ $S_S=\{\delta S_q(q_k), \delta S_\sigma(q_k)\}$	(P3.4)	Izračunavanje gradijenata funkcija ciljeva OP#T i OP#S
$\delta q_N=f(P_{CI}, S_S, S_T, k_S, k_{SA}, k_T, \beta)$	(4.84)/(4.85)	Izračunavanje homogene komponente funkcije koordinacije TZS
$[q, K_x]=F-$ Algo#23 ($q, \delta x, \delta q_N, \alpha_{par}$) $x=f(q)$	(5.16)	Fuzija partikularne i homogene komponentne funkcije koordinacije TZS
end for		
$q_T=q, x_T=x, K_{xT}=K_x(q)$		

Algoritam koordinacije $K_TZS\#R23$ u opštem slučaju, kada su sistemski procesni primitivi $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ prisutni pasivno ili aktivno, sadrži više različitih podalgoritamskih struktura. Algoritam fuzije, F -algoritam, u ovom slučaju se svodi na degenerisani oblik, jer se ne izračunava inverzno linearno preslikavanje bazirano na pseudoinverziji Jakobijana, već partikularna komponenta ima konstantnu vrednost koja je veštački prisutna zbog izračunavanja supresora, kako je to prethodno već navedeno. Sledi da se F -algoritam svodi na izvršenje sistemskog procesnog primitiva dinamičke stabilnosti nad prethodno izračunatom homogenom komponentom odakle konačno sledi ukupan prirast unutrašnjih koordinata tokom izvršenja TZS za svaku iteraciju algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$. Izračunavanje aktuelnog vektora unutrašnjih koordinata $q(k)$ izvodi se identično kao i u prethodnom eksperimentu, na osnovu Ojlerove metode numeričke integracije prema (5.15).

F-Algoritam#R23

Ulaz: $q, \delta q_P, \delta q_N, \gamma, U, S, V$

Izlaz: q, K_x

	Izraz	
$\delta q_P = const.$		Partikularna komponenta kretanja (konstantna veštačka vrednost)
$\alpha=f(\delta q_P, \delta q_N, \gamma)$	(4.56)	Izračunavanje supresora i ukupne komponentne kretanja
$\delta q = \alpha \delta q_N$	(5.18)	
$q = q + \delta q$	(5.15)	Izlaz: aktuelne unutrašnje koordinate i generalizovana krutost TCP
$K_x(q)$	(2.15)	

Praktično, algoritam koordinacije $K_TZS\#R23$ generiše homogenu komponentu pomeraja robotske ruke vođen aktivnostima procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa, čime se modifikuje inicijalna konfiguracija q_{in} kretanjem u pripadajućem konfiguracionom prostoru nule, odnosno bez uticaja na poziciju TCP , čime se dalje ostvaruje optimalna ili podoptimalna konfiguracija robotske ruke prema zahtevima tehnološkog zadatka spajanja. S obzirom na to da hijerarhijska organizacija

skupa sekundarnih procesnih primitiva, i TZS uopšte, omogućuje njihovo aktiviranje i deaktiviranje, ova eksperimentalna verifikacija biće sprovedena u tri varijante, zasnivajući se na prethodno formulisanoj polaznoj algoritamskoj formi $K_TZS\#R23$, tako da se omogući: a) jasan uvid u efektivnost predloženog tehnološkog procesnog primitiva, odnosno da se analizira kapacitet za oblikovanje elipsoida krutosti TCP , što je od suštinskog značaja za proces spajanja delova, i b) da se kroz dodatne eksperimente analizira interakcija između procesnih primitiva odnosno uticaj skupa $OP\#S$ na $OP\#T$. Dalje se detaljno formulišu verifikacioni slučajevi, uključujući formulaciju svih početnih uslova, analitičkih modela, pripadajućih podalgoritamskih struktura i njihovih parametara.

5.2.2.1 Koordinacija TZS sa OP#T i neaktivnim OP#S

Kako je prethodno navedeno, dominantni obim eksperimentalnih verifikacija u ovoj disertaciji sproveden je nad kompozicijom zadatka $MRR-R23_TZS$, pod takvim uslovima da se $OP\#P$ svodi na održavanje zadate pozicije, dok je na sekundarnom nivou aktivan samo $OP\#T$, a $OP\#S$ su potpuno neaktivni. Ovakva struktura TZS implicira primenu modela (4.84) za izračunavanje homogene komponente kretanja, a kako je $k_T=1$ sledi da se (4.84) se svodi na sledeći oblik:

$$\delta q_N = P_{CI} \sum_{i=1}^{k_T=1} \delta q_{Ti} = P_{CI} \delta q_{T_i} \quad (5.21)$$

Eksperimentalna verifikacija pod prethodno formulisanim uslovima izvedena je za tri parametarske varijante TZS : Slučaj #1, Slučaj #2 i Slučaj #3 (tabela 5.2). Osnovna razlika je u pripadajućim zonama konfiguracionog prostora robotske ruke. Zona konfiguracionog prostora određena je željenim koordinatama TCP u prostoru TZS , x_d , (primarni procesni primitiv), a u konkretnom slučaju su odabrane zone koje su karakteristične za izvođenje tehnološkog zadatka spajanja delova u robotizovanoj montaži. Dužine segmenata robota $MRR-R23$ za eksperimentalnu verifikaciju izabrane su tako da odgovaraju segmentima robotske ruke *Yaskawa SIA10F* koja je korišćena u fizičkim eksperimentima, i to: $l1=0.36[m]$, $l2=0.36[m]$, $l3=0.275[m]$, pri čemu se ovakvim izborom dužina segmenata robota postiže se da rezultati simulacione i fizičke verifikacije budu uporedivi. Skup inicijalnih unutrašnjih koordinata robotskog mehanizma, q_{in} , bira se proizvoljno, ali tako da bude konzistentan sa x_d (prema (4.66) q_{in} je vektor unutrašnjih koordinata u korespondentnom konfiguracionom prostoru nule: $q_{in} \in N(x_d)$). Pored prethodnog, kao uslov izbora inicijalne konfiguracije q_{in} u obzir se uzimaju i ograničenja ugaonih kretanja koja su fizički izvodljiva na robotskoj ruci *Yaskawa SIA10F*, svođenjem na prethodno definisanu konfiguraciju $MRR-R23$. Za potrebe identifikacije ostvarene generalizovane krutosti, TCP robota je pobuđivan spoljašnjom silom F konstantnog intenziteta, $F=74[N]$, o čemu je detaljan opis dat u postavci fizičkog eksperimenta.

Tabela 5.2: Specifikacija tri varijantna slučaja primarnog i sekundarnog procesnog primitiva korišćenih u eksperimentalnoj verifikaciji algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$

Parametri za izvršavanje hijerarhijski organizovanog TZS	Slučaj #1	Slučaj #2	Slučaj #3
Primarni procesni primitiv $OP\#P$ $x_T=x_T \rightarrow x_d=\{x_{1d}, x_{2d}\}^T=const [m]$	{0.734, -0.090}	{0.834, -0.190}	{0.745, 0}
Komandovani pomeraj $OP\#P$ $\delta x=\{\delta x_1, \delta x_2\}^T [mm]$	{0, 0}	{0, 0}	{0, 0}
Inicijalna konfiguracija $q_{in}=\{q_{1in}, q_{2in}, q_{3in}\}^T [rad]$	{0.60, -1.70, 1.20}	{0.455, -1.258, 0.472}	{-0.677, 1.66, -1.255}
Konstanta supresora $OP\#S_5$ $\gamma=const$	0.5	0.5	0.5
Željeni oblik elipsoida krutosti $K_{xd} [N/mm]$	diag(100,100)	diag(100,100)	diag(100,100)
Sila pobude TCP $F=const [N]$	74	74	74

5.2.2.2 Koordinacija TZS sa OP#T i pasivnim OP#S

Ekstenzija eksperimentalnih istraživanja izvedena je u pravcu uvođenja sistemskih procesnih primitiva u predloženi algoritam koordinacije *TZS*, sa ciljem verifikacije efektivnosti i analize uticaja na realizaciju tehnološkog procesnog primitiva. U ovom eksperimentalnom slučaju sproveden je algoritam koordinacije samo sa pasivnom realizacijom sistemskih procesnih primitiva, pa ovakav pristupu navodi na primenu modela (4.85), a s obzirom da je u ovom slučaju $k_T=1$, $k_S=2$ i $k_{SA}=0$ (broj aktivnih *OP#S* jednak je nuli), imajući u vidu hijerarhijsku strukturu *MRR-R23_TZS*, sledi da se polazni matematički model svodi na sledeći oblik:

$$\delta q_N = P_{CI} \left[\sum_{i=1}^{k_T=1} \left(\prod_{i=1}^{k_S=2} \beta_i \right) \delta q_{Ti} + \sum_{i=1}^{k_{SA}=0} (\beta_{i_{\max}} - \beta_i) \delta q_{Si} \right] = P_{CI} [\beta_1 \beta_2 \delta q_{T1}] \quad (5.22)$$

Izračunavanja faktora aktivacije $\beta_1=\beta_q$ i $\beta_2=\beta_\sigma$, korespondentnih procesnim primitivima *OP#S_1* i *OP#S_2*, izvode se na osnovu odgovarajućih matematičkih modela za izbegavanje granica radnog prostora i izbegavanje singularnih konfiguracija, respektivno, zatim na osnovu trenutne konfiguracije robotske ruke, q_k , kao i na osnovu skupa definisanih parametara ograničenja $\beta_{par}=\{\beta_{qpar}, \beta_{\sigma par}\}$.

Faktor aktivacije za *OP#S_1*, β_q , izračunava se prema izrazima (4.28) - (4.30) iz sekcije 4.2.3.1, a s obzirom da je izračunavanje definisano kao intervalna funkcija izvodi kao podalgoritamska struktura β_q -Algoritam koja se navodi u nastavku. Skup parametara ograničenja za β_{qpar} čine granične vrednosti intervala za aktivaciju/deaktivaciju kretanja robotske ruke sa ciljem izbegavanja granica radnog prostora, $\beta_{qpar}=\{q^{min0}, q^{min1}, q^{max0}, q^{max1}\}$.

Faktor aktivacije za *OP#S_2*, β_σ , izračunava se prema izrazima (4.37) i (4.38) iz sekcije 4.2.3.2, a s obzirom da je izračunavanje definisano kao intervalna funkcija izvodi kao podalgoritamska struktura koja se navodi u nastavku. Skup parametara ograničenja za $\beta_{\sigma par}$ čine granične vrednosti intervala za aktivaciju/deaktivaciju kretanja robotske ruke sa ciljem izbegavanja singularnih konfiguracija $\beta_{\sigma par}=\{\sigma^{ref1}, \sigma^{ref0}\}$. U slučaju izračunavanja faktora β_σ , trenutna konfiguracija robotske ruke, q_k , koristi se posredno, tako što se na osnovu nje izvodi dekompozicija Jakobijan matrice na komponente sopstvenog sistema i odatle određuje trenutna minimalna singularna vrednost σ_{min} . Kako se dekompozicija izvodi kao inicijalni korak algoritma koordinacije *K_TZS#R23*, onda se minimalna singularna vrednost izračunava pre pozivanja podalgoritamske strukture β_σ -Algoritam, kao $\sigma_{min}=\min(diag(S))$, gde je S dijagonalna matrica singularnih vrednosti.

β_q -Algoritam

Ulaz: q_k, β_{qpar}, n

Izlaz: β_q

$\beta_q=1$

for $j=1; j<n; j=j+1$

if $q_{kj}<q_j^{min1} \ \& \ q_{kj}>q_j^{min0}$

$\beta_{qj}=(q_{kj}-q_j^{min0})/(q_j^{min1}-q_j^{min0})$

else if $q_{kj}>q_j^{max1} \ \& \ q_{kj}<q_j^{max0}$

$\beta_{qj}=(q_{kj}-q_j^{max0})/(q_j^{max1}-q_j^{max0})$

else if $q_{kj}>=q_j^{min1} \ \& \ q_{kj}<=q_j^{max1}$

$\beta_{qj}=1$

else

$\beta_{qj}=0$

end if

$\beta_q=\beta_q \cdot \beta_{qj}$

end for

| Inicijalizacija faktora β_q

| Implementacija strukture za ispitivanje granica i izračunavanje faktora β_q na osnovu intervalno definisane funkcije (4.28)-(4.30)

β_σ -AlgoritamUlaz: S, β_{opar} Izlaz: β_σ

$\beta_\sigma = 1$ $\sigma_{min} = \min(\text{diag}(S))$ if $\sigma_{min} < \sigma^{ref1}$ & $\sigma_{min} > \sigma^{ref0}$ $\beta_\sigma = (\sigma_{min} - \sigma^{ref0}) / (\sigma^{ref1} - \sigma^{ref0})$ else if $\sigma_{min} > \sigma^{ref1}$ $\beta_\sigma = 1$ else $\beta_\sigma = 0$ end if	Inicijalizacija faktora β_σ i izračunavanje minimalne singularne vrednosti Implementacija strukture za ispitivanje granica i izračunavanje faktora β_σ na osnovu intervalno definisane funkcije (4.37)-(4.38)
--	---

Programski kodovi za β_q -Algoritam i β_σ -Algoritam dati su i prilogu P3.4. Eksperimentalna verifikacija sa pasivno prisutnim sistemskim procesnim primitivima izvedena je nad slučajem #3 navedenim u tabeli 5.2, pri čemu su korišćeni parametri odnosno referentne vrednosti za implementaciju i izračunavanje faktora aktivacije $\beta_1 = \beta_q$ i $\beta_2 = \beta_\sigma$ navedeni u tabeli 5.3. Vrednosti parametara granica radnog prostora su konstantne, sa usvojenim konstantnim intervalom aktivacije/deaktivacije $\varepsilon_q = 0.2$ za sve unutrašnje koordinate modela robotske ruke *MRR-R23*, dok su vrednosti parametara granica singularnih konfiguracija usvojene prema minimalnoj singularnoj referentnoj inicijalnoj vrednosti σ_{min_ini} , koja se izračunava za inicijalnu konfiguraciju, $q_{ini} = q_{k=1}$.

Tabela 5.3: Ekstenzija parametara za eksperimentalni Slučaj #3: specifikacija parametara za izračunavanje faktora aktivacije sistemskih procesnih primitiva izbegavanja granica radnog prostora i singularnih konfiguracija, β_q i β_σ

Parametri za izračunavanje β_q i β_σ	Slučaj #3
Faktor aktivacije za OP#S_1 $\beta_{qpar} = \{q^{min0}, q^{min1}, q^{max0}, q^{max1}\}$	$q^{min1} = \{-\pi/2, -\pi/2, -\pi/2\}$, $q^{min1} = q^{min0} - \varepsilon_q$ $q^{max1} = \{\pi/2, \pi/2, \pi/2\}$, $q^{max0} = q^{max1} + \varepsilon_q$
Faktor aktivacije za OP#S_2 $\beta_{opar} = \{\sigma^{ref1}, \sigma^{ref0}\}$	$\sigma^{ref1} = \sigma_{min_ini}$ $\sigma^{ref0} = \sigma_{min_ini}/2$

5.2.2.3 Koordinacija TZS sa OP#T i aktivnim OP#S

Za razliku od prethodnog, u ovom eksperimentalnom slučaju dodatna ekstenzija sprovedena je sa algoritmom koordinacije koji sadrži kombinovanu pasivnu i aktivnu realizaciju sistemskih procesnih primitiva. Ovakav pristup podrazumeva primenu modela (4.85), a s obzirom da je u ovom slučaju $k_T = 1$, $k_S = 2$ i $k_{SA} = 2$, i imajući u vidu hijerarhijsku strukturu *MRR-R23_TZS*, sledi da se polazni matematički model svodi na sledeći oblik:

$$\delta q_N = P_{CI} \left[\sum_{i=1}^{k_T=1} \left(\prod_{i=1}^{k_S=2} \beta_i \right) \delta q_{Ti} + \sum_{i=1}^{k_{SA}=2} (\beta_{i_{max}} - \beta_i) \delta q_{Si} \right] = P_{CI} \left[\beta_1 \beta_2 \delta q_{T1} + (1 - \beta_1) \delta q_{S1} + (1 - \beta_2) \delta q_{S2} \right] \quad (5.23)$$

Faktori aktivacije sistemskih procesnih primitiva, $\beta_1 = \beta_q$ i $\beta_2 = \beta_\sigma$, izračunavaju se na identičan način kako je to prethodno izloženo u sekciji 5.2.1.2, sa identičnim vrednostima parametara navedenim u tabeli 5.3. Ekstenzija na aktivnu implementaciju skupa *OP#S* u algoritam koordinacije *TZS*, podrazumeva izračunavanje funkcija ciljeva u eksplicitnom obliku.

U slučaju funkcije cilja procesnog primitiva *OP#S_1*, $s_q(q)$, kako je prema matematičkom modelu (4.32) ona definisana intervalno, njena vrednost odnosno vrednost njenog gradijenta izračunava se kroz podalgoritamsku strukturu, tako što se za minimalne i maksimalne granične vrednosti izvode zasebne funkcije, uz smenu prethodno definisanih parametara ograničenja na sledeći način:

$$\begin{aligned}\delta s_{q_{\min}} &= f(q_k, q^{\min 1}) = -\nabla \left((q_k - q^{\min 1})^2 \right) \\ \delta s_{q_{\max}} &= f(q_k, q^{\max 1}) = -\nabla \left((q_k - q^{\max 1})^2 \right)\end{aligned}\quad (5.24)$$

Izračunavanje ovih funkcija izvodi se unutar podalgoritamske strukture δs_q -Algoritam#R23 koja se navodi u nastavku.

δs_q -Algoritam

Ulaz: $q_k, q^{\min 1}, q^{\max 1}, n$

Izlaz: δs_q

$\delta s_q = \{ \}$

$\delta s_{q_{\min}}, \delta s_{q_{\max}}$

for $j=1; j < n; j=j+1$

if $q_{kj} < q_j^{\min 1}$

$\delta s_{qj} = \delta s_{q_{\min j}}$

else if $q_{kj} > q_j^{\max 1}$

$\delta s_{qj} = \delta s_{q_{\max j}}$

else

$\delta s_{qj} = 0$

end if

$\delta s_q = \delta s_q \delta s_{qj}$

end for

Izraz

(5.24)

Inicijalizacija vektora δs_q i
izračunavanje gradijenata

$\delta s_{q_{\min}}$ i $\delta s_{q_{\max}}$

Implementacija strukture za
ispitivanje granica i
izračunavanje gradijenta δs_q
na osnovu intervalno
definisane funkcije (4.32)

U slučaju funkcije cilja procesnog primitiva $OP\#S_2$, $s_\sigma(q)$, usvojena je funkcija proizvoda singularnih vrednosti prema matematičkom modelu (4.41) i njena vrednost odnosno vrednost njenog gradijenta δs_σ izračunava unutar svake iteracije algoritma koordinacije za trenutnu konfiguraciju robotske ruke, q_k . Kako je prostor TZS dvodimenzionalni u slučaju $MRR-R23$, sledi da se gradijent funkcije cilja izbegavanja singularnih konfiguracija, δs_σ , izračunava kao proizvod dve singularne vrednosti koje su prethodno izračunate dekompozicijom $J(q)$ na komponente sopstvenog sistema:

$$\delta s_\sigma = f(q_k) = -\nabla (\sigma_1 \sigma_2) \quad (5.25)$$

Analitički modeli odabranih funkcija ciljeva sistemskih procesnih primitiva, $\delta s_{q_{\min}}, \delta s_{q_{\max}}, \delta s_\sigma$, za model redundantne robotske ruke $MRR-R23$ dati su kao dodatna ekstenzija priloga P3, izrazima (p3.20)-(p3.26). Takođe, programski kodovi simulacionih eksperimenata u razvojnom okruženju $MATLAB$, za osnovnu algoritamsku strukturu $K_TZS\#R23$ i sve podalgoritamske strukture dati su priložima P3 i P4.

Ovakvom postavkom eksperimenta, u kontekstu ekstenzije hijerarhijske strukture $MRR-R23_TZS$ ka sistemskim procesnim primitivima, uspostavljaju se uslovi za verifikaciju algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$ u slučaju neizbežne pojave konfliktnih stanja usled ograničenosti kapaciteta konfiguracionog prostora nule. Posebna pažnja eksperimentalne verifikacije u ovako postavljenim uslovima biće usmerena u dva pravca: 1) sprovođenje postavljene hijerarhijske strukture odnosno prioriteta procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa, gde $OP\#S_x$ imaju veći prioritet u odnosu na $OP\#T$, jer održavaju ukupnu funkcionalnost robotskog sistema; i 2) verifikovanje predloženog modela tranzicije od neaktivnosti ka aktivnosti skupa $OP\#S$, i obrnuto u slučaju $OP\#T$, gde se očekuje deaktiviranje usled približavanja granicama radnog prostora i/ili singularnim konfiguracijama, i posledično uticaj na ostvarivanje željenih kinetostatičkih svojstava.

5.2.3 Postavka fizičkog eksperimenta

Kako je u uvodnom delu poglavlja 5.2 naglašeno, za razliku od eksperimenata sprovedenih u skladu sa opisom iz 5.1, koji su isključivo simulacioni, ovaj deo eksperimentalne verifikacije pored simulacionih uključuje i fizičke eksperimente. Eksperimentalna platforma za fizičku verifikaciju algoritma koordinacije tehnološkog zadatka spajanja, $K_{TZS\#R23}$, sa prethodno definisanom hijerarhijskom strukturom procesnih primitiva, sastoji se od sledećih modula:

- 1) Industrijski robot *Yaskawa SIA10F*: kinematski redundantna ruka, 7 dof, 1.203 m vertikalnog dohvata i 0.720 m horizontalnog dohvata, nosivosti 10 kg; (Prilog P5.1)
- 2) Upravljački sistem otvorene arhitekture, koji sadrži: a) robot kontroler *FS100* (1ms vremeska konstanta servo petlje) sa *VxWorks* operativnim sistemom za rad u realnom vremenu, nadograđen sa b) sistemom za upravljanje i nadzor otvorene arhitekture za rad u realnom vremenu, *MotoPlus SDK (Software Development Kit)*, integrisanom na PC-baziranom hardveru, i opremljen sa ekstenzivnim komunikacionim interfejsom i odgovarajućim *API* okruženjem (*Application Programming Interface*) za pristup očitavanju i dvosmernom prenosu podataka sa upravljačkog sistema robota, na primer, izvršavanje više zadatak istovremeno (*Multitasking*), uključujući komunikaciju kroz *ethernet* lokalnu mrežu, i na bazi toga omogućena kontrola svih funkcija robotskog sistema u realnom vremenu; (Prilozi P5.2 i P5.3)
- 3) Modul za generisanje i usmeravanje pobudne sile *TCP* robota (usmeravanje pobudne sile u 9 pravaca sa inkrementom od 15° , pa sledi da je ukupni obuhvatni ugao 120° , što je dovoljan uzorak za identifikaciju elipse krutosti fizičke robotske ruke);
- 4) Modul za merenje pomeraja *TCP* robotske ruke (sistem od dva laserska mikrometerska senzora *Micro-Epsilon ODC-2520*, koji su montirani na precizni obrtno-translatorni sto i pomoću odgovarajućeg mehaničkog interfejsa postavljeni relativno ortogonalno tako da je omogućeno simultano merenje obe komponente pomeraja u prostoru TZS, x_1x_2); (Prilog P5.4)
- 5) Modul za umrežavanje laserskih senzora u lokalnu *ethernet* mrežu i simultanu akviziciju pomeraja *TCP* robotske ruke.

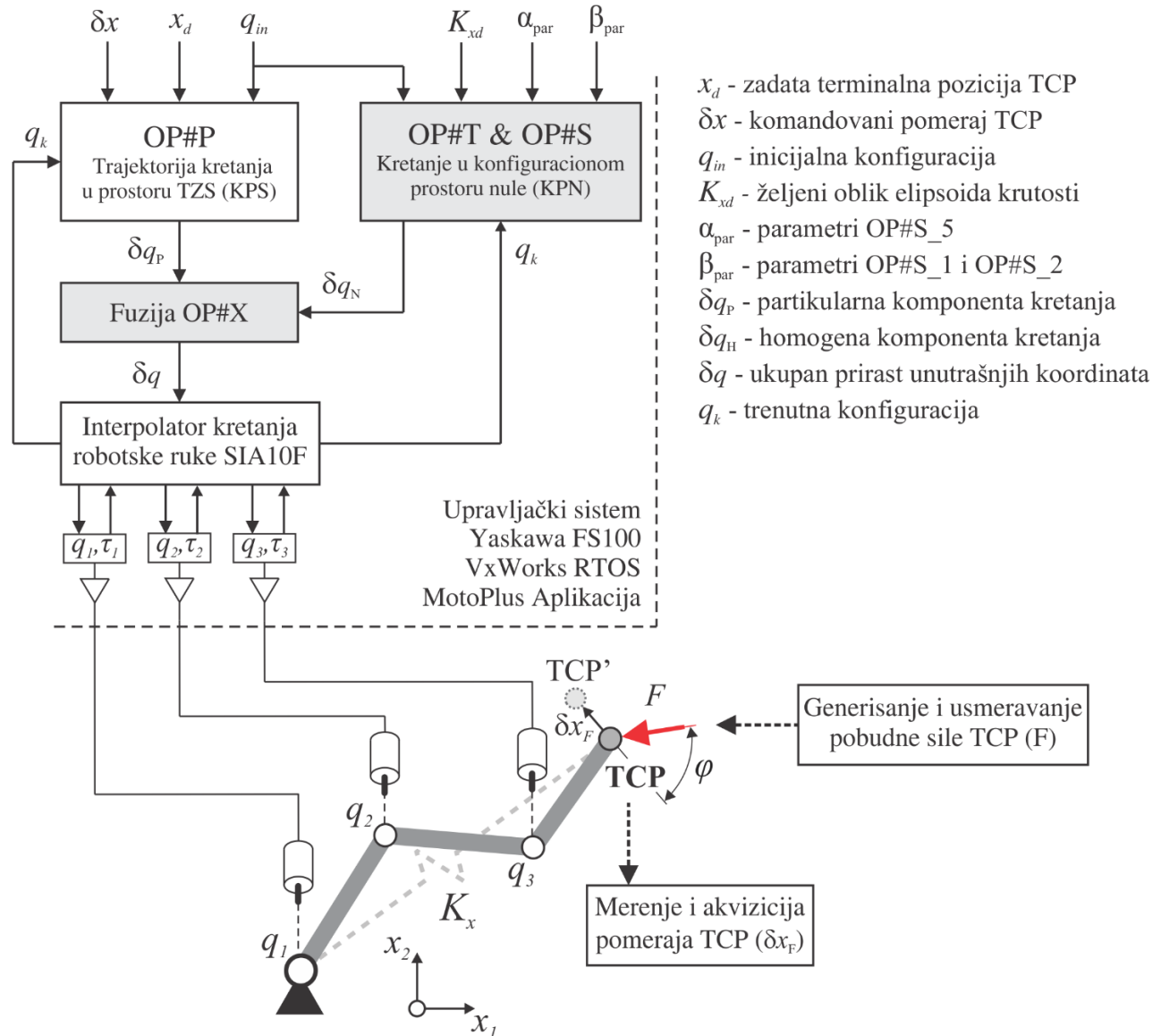
Primenom koncepta upravljanja otvorene arhitekture baziranog na *Yaskawa MotoPlus SDK* i *VxWorks* operativnom sistemu za rad u realnom vremenu omogućena je fizička realizacija sledećih funkcija:

- 1) Svođenje 7dof robotske ruke *Yaskawa SIA10F* na 3dof fizički ekvivalent minimalne planarne redundantne konfiguracije *MRR-R23* (prikazana na slici 5.12), softverskom pasivizacijom zglobova $2(L)=90^\circ$, $3(E)=90^\circ$, $5(R)=0^\circ$, $7(T)=0^\circ$ (potpuno mirovanje tokom eksperimenta), pri čemu su aktivni zglobovi: $1(S)$, $4(U)$, $6(B)$;
- 2) Praktična implementacija sintetisanog algoritma koordinacije *TZS*, odnosno izračunavanje i izvršavanje homogene komponente kretanja δq_N u konfiguracionom prostoru nule;
- 3) Nadzor koordinata i pogonskih momenata svih aktivnih zglobova u realnom vremenu, korišćenjem *ethernet* serijske komunikacije.

Ovakva eksperimentalna platforma omogućava upravljanje kretanja robotske ruke *Yaskawa SIA10F* kojim se simultano izvršavaju primarni procesni primitiv, $OP\#P$, i skup sekundarnih procesnih primitiva, što u konkretnom slučaju fizičkog eksperimenta predstavljaju $OP\#T$ i $OP\#S_5$ (fizički eksperiment nije izveden u uslovima koordinacije *TZS* sa sistemskim procesnim primitivima izbegavanja granica radnog prostora i singularnih konfiguracija, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, jer je osnovni cilj identifikacija kinetostatičkog ponašanja u punom obimu, što nije moguće kada su prisutni procesni primitivi višeg prioriteta od tehnološkog, jer svojom pozicijom u hijerarhijskoj organizaciji

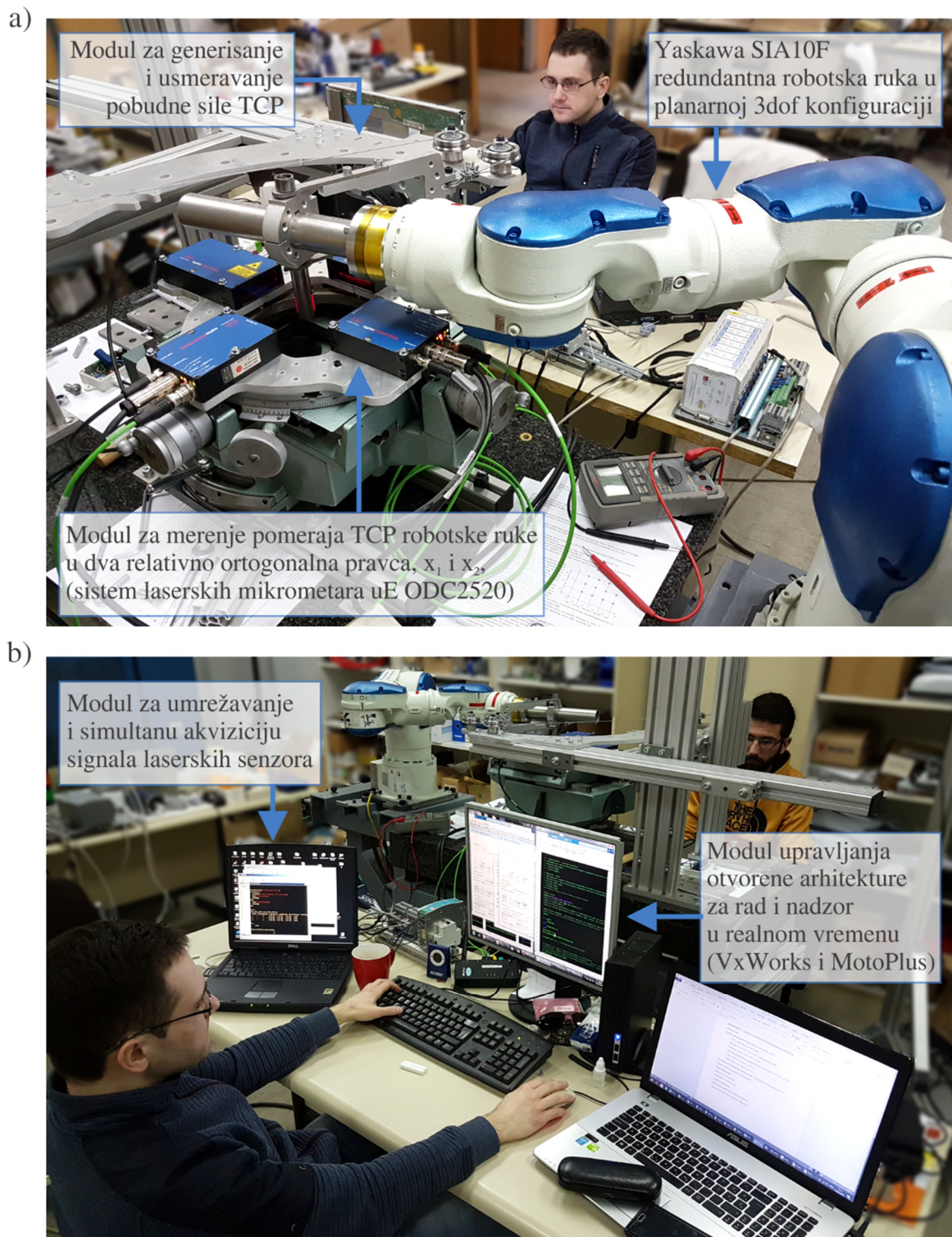
predstavljaju ograničenje). Arhitektura robotske eksperimentalne platforme prikazana je na slici 5.13, a fotografije realnog fizičkog sistema sa naznačenim sastavnim modulima prikazani su na slici 5.14.

U smislu izvođenja fizičkog eksperimenta izuzetno je bitan odabir ravni u koju je postavljen model robotske ruke *MRR-R23*, pa su u cilju eliminisanja uticaja gravitacionog člana, i time očuvanja analitičke korektnosti ukupnog modela kretanja definisanog relacijom (3.9), 2D prostor *TZS* i konfiguracija planarnog robotskog mehanizma izabrani tako da su ortogonalni na vektor gravitacionog ubrzanja g .



Slika 5.13: Arhitektura fizičkog eksperimentalnog sistema za koordinaciju tehnološkog zadatka spajanja: 1)Hijerarhijski organizovan *TZS* (procesni primitivi primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa, *OP#P* i *OP#T & OP#S*, respektivno), 2)Robotski kontroler sa operativnim sistemom *VxWorks* i sistemom otvorene arhitekture *MotoPlus* za fuziju procesnih primitiva *TZS* i interpolaciju kretanja u realnom ($q_{ini} \rightarrow q_{fin}$), i 3)*SIA10F* robotska ruka u kinematski redundantnoj, minimalnoj, planarnoj konfiguraciji sa $3dof$ – fizički ekvivalent simulacionog modela

Modul za generisanje pobude *TCP* robota statičkom silom, baziran je na primeni tega i odgovarajućeg mehaničkog mehanizma za precizno usmeravanje sile pobude i njeno dovođenje na *TCP* robota. Nominalna vrednost intenziteta statičke pobude je $F=74N$, što predstavlja težinu tega. Šema za generisanje pobudne sile i njeno precizno usmeravanje sa inkrementima ugla pobude α_F , $\Delta\alpha_F=15^\circ$, u opsegu od $+15^\circ$ do -105° u odnosu na osu x_1 koordinatnog sistema prostora *TZS* (ukupno 9 pravaca sa ukupnim obuhvatnim uglom 120°), zatim $3D$ model i fotografija fizičke realizacije ovog modula eksperimentalne platforme prikazani su na slici 5.15.

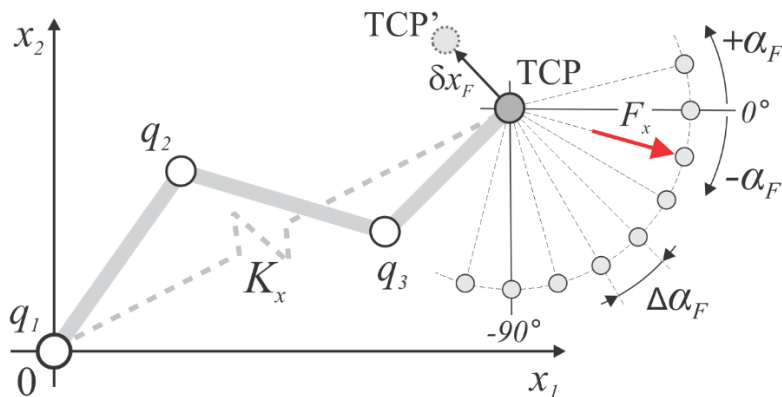


Slika 5.14: Eksperimentalna platforma za fizičku verifikaciju predloženog koncepta upravljanja kinetostatičkim svojstvima zglobnog mehanizma robotske ruke *Yaskawa SIA10F*, na bazi algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$: a) kinematski redundantna robotska ruka u minimalnoj planarnoj konfiguraciji, modul za generisanje pobudne sile i modul za merenje odziva *TCP*; b) PC hardver modula za umrežavanje i simultanu akviziciju, i modula za upravljanje otvorene arhitekture za rad i nadzor u realnom vremenu (*VxWorks* operativni sistem i *MotoPlus SDK + API*)

Modul za merenje obe komponente ravanskog pomeraja *TCP* robota baziran je na visokorezolutnim bezkontaktnim laserskim sensorima proizvođača *Micro-Epsilon* iz serije *optoCONTROL*, model *ODC2520-46*, pri čemu se modul sastoji od dva ovakva senzora, koji su postavljeni međusobno ortogonalno, tako da se komponente ravanskog pomeraja, odnosno odziva na pobudnu silu, mere simultano. Ovaj senzor radi na principu zasenčenja optičke zavese i sastoji se iz planparalelnog

optičkog izvora/emitera i prijemnika, koji generišu izlazni signal sa tačnošću od $0.001[mm]$ u radnom opsegu širine $46[mm]$, sa integrisanim funkcijama: a) analogno digitalne konverzije sa frekvencijom uzorkovanja $2.5[kHz]$, i b) izbor moda rada – jedan ili više objekata u mernom opsegu, izračunavanje zazora između objekata, izračunavanje prečnika/širine, detekcija ivice ili detekcija ose objekta – u konkretnom slučaju izabran je mod rada sa jednim objektom i detekcijom ose koja predstavlja *TCP* planarnog mehanizma robotske ruke. *TCP* robota koincidira sa centralnom osom fino brušene osovine prečnika $20[mm]$. Obrtno-translatorni sto, kao deo mernog modula *2D* pomeraja *TCP* robota, koristi se za precizno ugaono i translatorno pozicioniranje sistema laserskih senzora u radnom prostoru robota, prema nominalnom položaju *TCP* $x_d \in R^2$. Grafički prikaz principa merenja pomeraja *TCP* robota, *3D* model mernog modula i odgovarajuća fotografija fizički realizovanog mernog modula prikazani su na slici 5.16.

a)



Pobudna sila (težina tega):

$$F_x = 74 \text{ N}$$

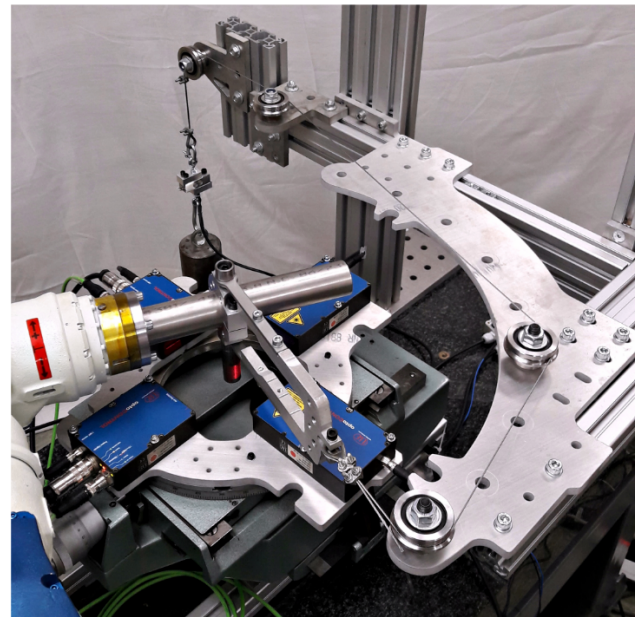
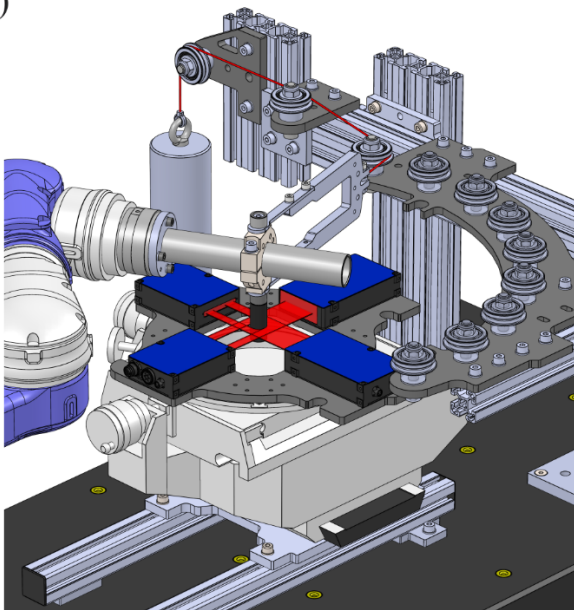
Komponente vektora pobudne sile u prostoru x_1x_2 :

$$F_x = [F \cdot \cos(\alpha_F), F \cdot \sin(\alpha_F)]$$

Inkrement ugla pobude:

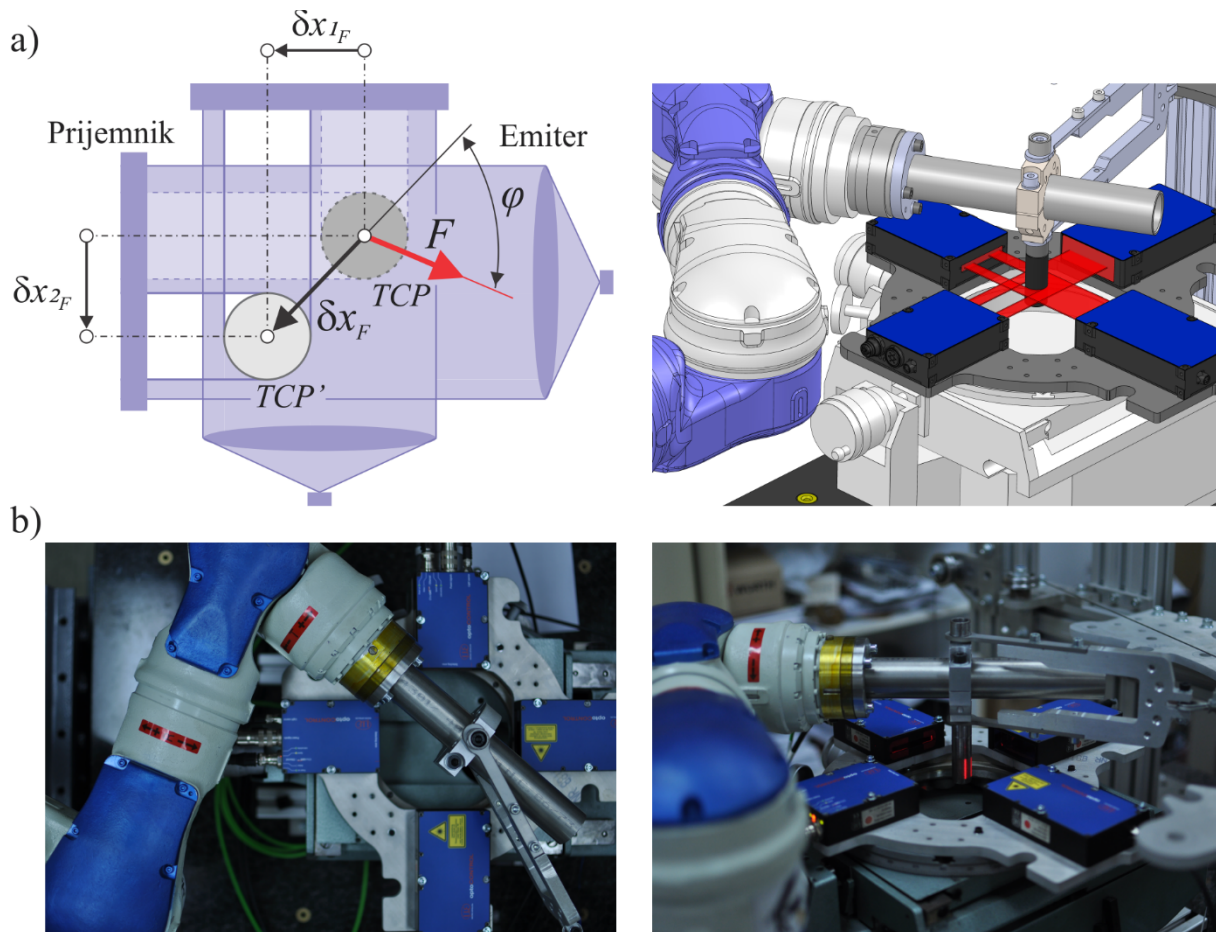
$$\Delta\alpha_F = 15^\circ$$

b)



Slika 5.15: Modul za generisanje pobude *TCP* robota statičkom silom konstantnog intenziteta u željenom pravcu: a) šema uvođenja pobudne sile sa komponentama F_{x1} i F_{x2} definisanim u zavisnosti od ugla pobude α_F i sa inkrementom $\Delta\alpha_F$; b) *3D* model za virtuelnu montažu i proveru projektovanog modula: primer konfiguracije modula sa uglom pobude $\alpha_F = 15^\circ$; c) fotografija fizički realizovanog modula za generisanje pobude *TCP* robota: primer konfiguracije modula sa uglom pobude $\alpha_F = -105^\circ$

Verifikacija sintetisanih koordinacionih algoritama na bazi ovako formirane eksperimentalne platforme, predstavlja verovatno potpuno jedinstvena eksperimentalna istraživanja u istraživačkom prostoru Balkana, a zasigurno Srbije, i to po različitim osnovama. Primena redundantnog industrijskog robota i visokopreciznog laserskog mernog sistema uslove eksperimentalne verifikacije u velikoj meri približava realnom scenariju, što predstavlja posebnu težinu ostvarenih rezultata.

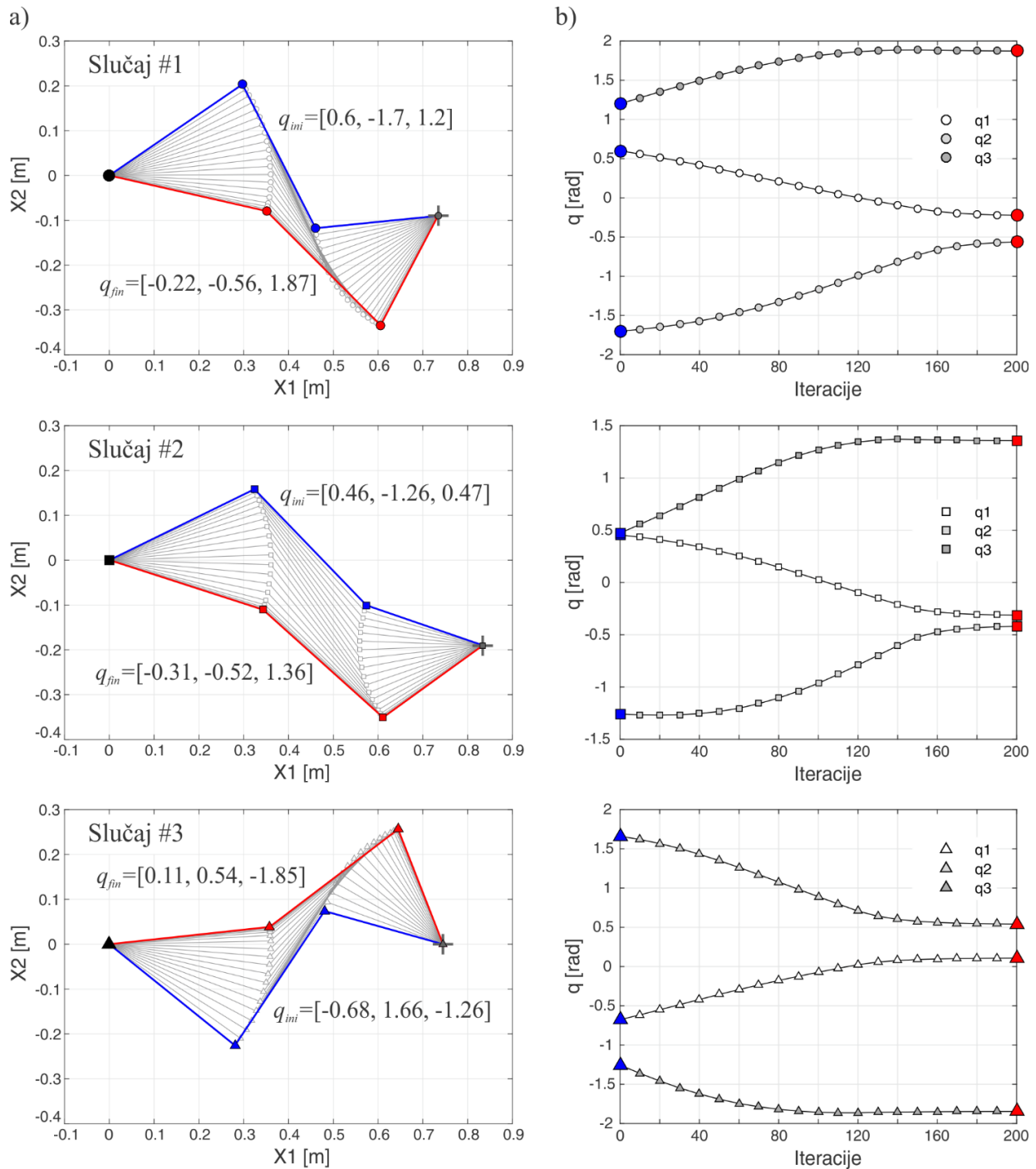


Slika 5.16: Modul za merenje vektora pomeraja TCP robota: a) Princip merenja pomeraja na bazi sistema laserskih zavesa u dva međusobno ortogonalna pravca primenom optičkog senzora *Micro-Epsilon ODC2520-46*, i 3D model kao razrada koncepta i projektovanje za fizičku realizaciju, b) Fotografije fizički realizovanog mernog modula

5.2.4 Rezultati i diskusija

5.2.4.1 Rezultati virtuelnog eksperimenta

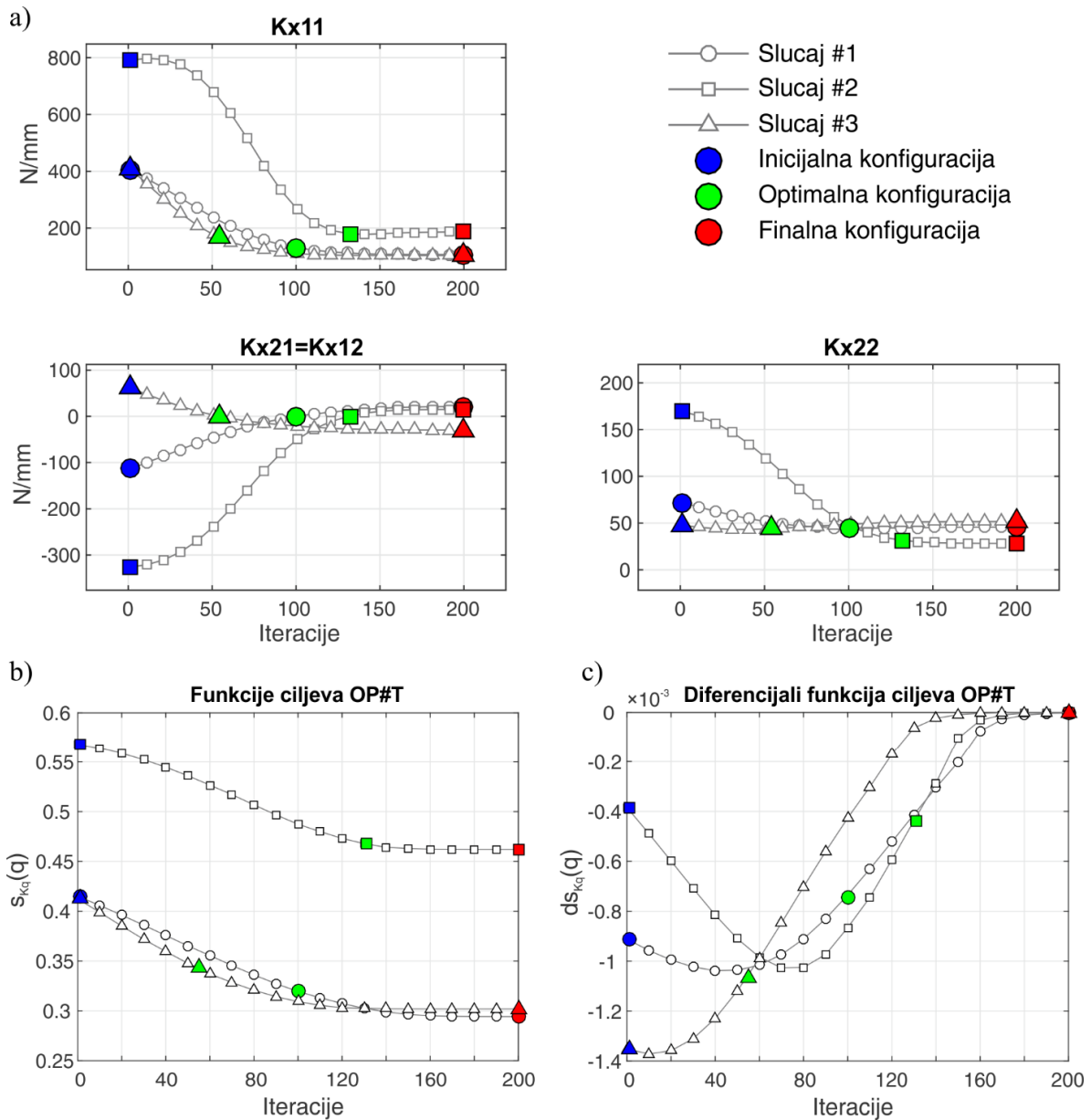
Rezultati virtuelnog eksperimenta unutar kojeg je sprovedena simulacija izvršavanja koordinacionog algoritma sa parametrima navedenim u tabeli 5.2 (slučajevi #1 do #3) i za broj iteracija $k=200$ u kontekstu ostvarenog kretanja prikazani su na slici 5.17. Inicijalna konfiguracija je označena plavom bojom, a terminalna, odnosno finalna konfiguracija, q_{fin} , za iteraciju $k=200$, označena je crvenom. Zbog preglednosti, prikazana je konfiguracija mehanizma robotske ruke za svaku desetu iteraciju. Kretanje robotske ruke od q_{in} do q_{fin} produkovano je pod dejstvom algoritma $K_{TZS\#R23}$, izračunavanjem homogene komponente kretanja samo za $OP\#T$, bez uticaja $OP\#S$. Takav pristup je od suštinskog značaja za potpuno sagledavanje dejstva formulisane i izabrane funkcije cilja tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#S$, a u ovom slučaju to je $s_{Kq}(q)$. Očigledan je nulti pomeraj TCP tokom kompletnog virtuelnog eksperimenta, što jasno pokazuje da ispunjavanje individualnog cilja sekundarnog procesnog primitiva $OP\#T$ nije uticalo na ispunjavanje primarnog, $OP\#P$, i da se kretanje robotskog mehanizma odvijalo isključivo u konfiguracionom prostoru nule. Kretanje u prostoru TZS , $x1x2$, prikazano je na slici 5.17a, dok je promena vektora unutrašnjih koordinata, q_k , prikazana slici 5.17b, za sva tri slučaja. Kretanje je glatko, a uočljivo je da se potpuno ispunjavanje sekundarnog procesnog primitiva ostvaruje pre okončanja simulacionog intervala ($k=200$). Robotska ruka ulazi stanje mirovanja/neaktivnosti, u iteraciji $k=184$ za Slučaj #1, $k=173$ za #2, i $k=152$ za #3. Ova konfiguracija određena je kriterijumom nultog vektora prirasta kretanja, odnosno kada je norma unutrašnjih koordinata $\|(\delta q_k)\| \leq 2 \cdot 10^{-3} [rad]$.



Slika 5.17: Kretanje mehanizma robotske ruke minimalne konfiguracije od inicijalne, q_{ini} , do terminalne, q_{fin} , konfiguracije pod dejstvom primene algoritma $K_{TZS\#R23}$, Slučaj #1 (gore), Slučaj #2 (sredina), Slučaj #3 (dole): a) Kretanje u x_1x_2 prostoru TZS, b) Vektori unutrašnjih koordinata (KPR)

Na slici 5.18 prikazane su ostvarene vrednosti članova matrice generalizovane krutosti TCP robota, K_x , tokom simulacija za koje je ostvareno korespondentno kretanje prikazano prethodno na slici 5.17. Kružnim markerom je označen slučaj virtuelnog eksperimenta #1, kvadratnim markerom slučaj #2, a trougaonim slučaj #3. Može se uočiti da članovi matrice K_x tokom prelaza od inicijalne konfiguracije, q_{ini} , ka terminalnoj, q_{fin} , glatko menjaju svoje vrednosti bez diskontinuiteta, pri čemu nedijagonalni element, $K_{x21}=K_{x12}$, ima jasno izraženu konvergenciju ka nultoj vrednosti, efektivno sledeći usvojenu funkciju cilja $OP\#T$. Promena vrednosti funkcije cilja $s_{Kq}(q)$ i njenog gradijenta prikazane su na slici 5.18b i 5.18c, respektivno. Pažljivim posmatranjem promene vrednosti nedijagonalnog elementa $K_{x12}=K_{x21}$ može se uočiti da oni u jednom trenutku presecaju horizontalnu koordinatnu osu, odnosno uzimaju nultu vrednost, što znači da se inicijalna nedijagonalna matrica krutosti K_{x_ini} prevodi u

dijagonalni oblik, a to odgovara dejstvu gradijenta funkcije cilja $s_{Kx}(q)^{14}$. Konkretno, to se dešava u iteraciji $k=100$ za slučaj #1, zatim $k=132$ za slučaj #2, i $k=54$ za slučaj #3.



Slika 5.18: Ispunjavanje procesnog primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa TZS , $OP\#T$, kao posledica kretanja u KPN ostvarenog pod dejstvom algoritma koordinacije TZS , $K_TZS\#R12$: a) Promena vrednosti matrice krutosti TCP , K_x , relevantne za prostor TZS (gore), b) Funkcija cilja (dole levo), c) Izvod funkcije cilja (dole desno)

Daljim simulacionim procesom nedijagonalni element ponovo dobija nenultu vrednost. Ova činjenica ukazuje na to da funkcija cilja s_{Kq} nije optimalna sa aspekta dijagonalizacije u prostoru TZS , međutim primenjena funkcija cilja dalje konvergira ka vrednostima matrice K_x koje produkuju manje izraženu anizotropnost, odnosno manju eliptičnost pripadajuće elipse krutosti, što je posebno uočljivo kod virtuelnog eksperimenta #3. Istovremeno, dobijeni simulacioni rezultati pokazuju da je sintetisani algoritam $K_TZS\#R23$ efektivan i da stabilno prevodi konfiguraciju robota iz inicijalne pozicije q_{ini} sa izrazito anizotropnom krutošću: $K_{x_ini}=[K_{x11}=404.93, K_{x12}=-113.73; K_{x21}=-113.73, K_{x22}=71.91]$ za slučaj #1, $K_{x_ini}=[K_{x11}=790.92, K_{x12}=-326.01; K_{x21}=-326.01, K_{x22}=169.64]$ za slučaj #2, i $K_{x_ini}=[K_{x11}=409.39, K_{x12}=62.20; K_{x21}=62.20, K_{x22}=47.73]$ za slučaj #3, u finalnu konfiguraciju, u

¹⁴ U slučaju primene funkcije cilja $s_{Kx}(q)$ umesto $s_{Kq}(q)$ proces optimizacije kinetostatičkih svojstava bi bio zaustavljen u navedenim iteracijama algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$ i bio bi ostvaren dijagonalni oblik matrice generalizovane krutosti, ali ne i minimalna anizotropnost elipse krutosti, pa sledi da je $s_{Kq}(q)$ opštijeg karaktera.

kojoj je postignuta krutost TCP dovoljno bliska kvazi-izotropnoj, odnosno $K_{x_fin}=[K_{x11}=106.89, K_{x12}=21.33; K_{x21}=21.33, K_{x22}=45.62]$ za slučaj #1, zatim $K_{x_fin}=[K_{x11}=186.72, K_{x12}=15.21; K_{x21}=15.21, K_{x22}=28.22]$ za slučaj #2, $K_{x_fin}=[K_{x11}=103.32, K_{x12}=-29.57; K_{x21}=-29.57, K_{x22}=51.67]$ za slučaj #3. Prethodno spomenuta dijagonalna forma sa čisto kvazi-izotropnom krutošću TCP određuje optimalnu konfiguraciju u skladu sa izabranim koordinatnim sistemom prostora tehnološkog zadatka, $x1/x2$. Vrednosti matrice krutosti K_x ostvarene u optimalnoj konfiguraciji označene su zelenom bojom na graficima na slici 5.18, pri čemu važi $K_{x_100}=K_{x_opt}=diag(K_{x11}=130.87, K_{x22}=44.71)$ za slučaj #1, zatim $K_{x_132}=K_{x_opt}=diag(K_{x11}=179.68, K_{x22}=31.51)$ za slučaj #2, i $K_{x_54}=K_{x_opt}=diag(K_{x11}=165.01, K_{x22}=31.51)$ za slučaj #3. Navedene vrednosti matrice K_x su izražene u $[N/mm]$.

U skladu sa opštim formalnim okvirom izloženim u podpoglavljima 2.2.2 i 4.2.2, kinetostatička svojstva u prostoru TZS u potpunosti su određena sopstvenim vrednostima i sopstvenim vektorima matrice generalizovane krutosti TCP, K_x . U razmatranom slučaju eksperimentalne konfiguracije robotske ruke, postoje dve sopstvene vrednosti, σ_{x1} i σ_{x2} , sa pripadajućim sopstvenim vektorima, v_1 i v_2 , pa se može zapisati:

$$K_x(q)v_i = \lambda_{xi}v_i \xrightarrow{m=2} \begin{cases} \begin{bmatrix} k_{x11}(q) & k_{x12}(q) \\ k_{x21}(q) & k_{x22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} = \lambda_{x1} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k_{x11}(q) & k_{x12}(q) \\ k_{x21}(q) & k_{x22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{21} \\ v_{22} \end{bmatrix} = \lambda_{x2} \begin{bmatrix} v_{21} \\ v_{22} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.26)$$

Iz sistema (5.26) sledi jednačina elipse [143], izražena pomoću sopstvenih vrednosti i sopstvenih vektora generalizovane matrice krutosti K_x :

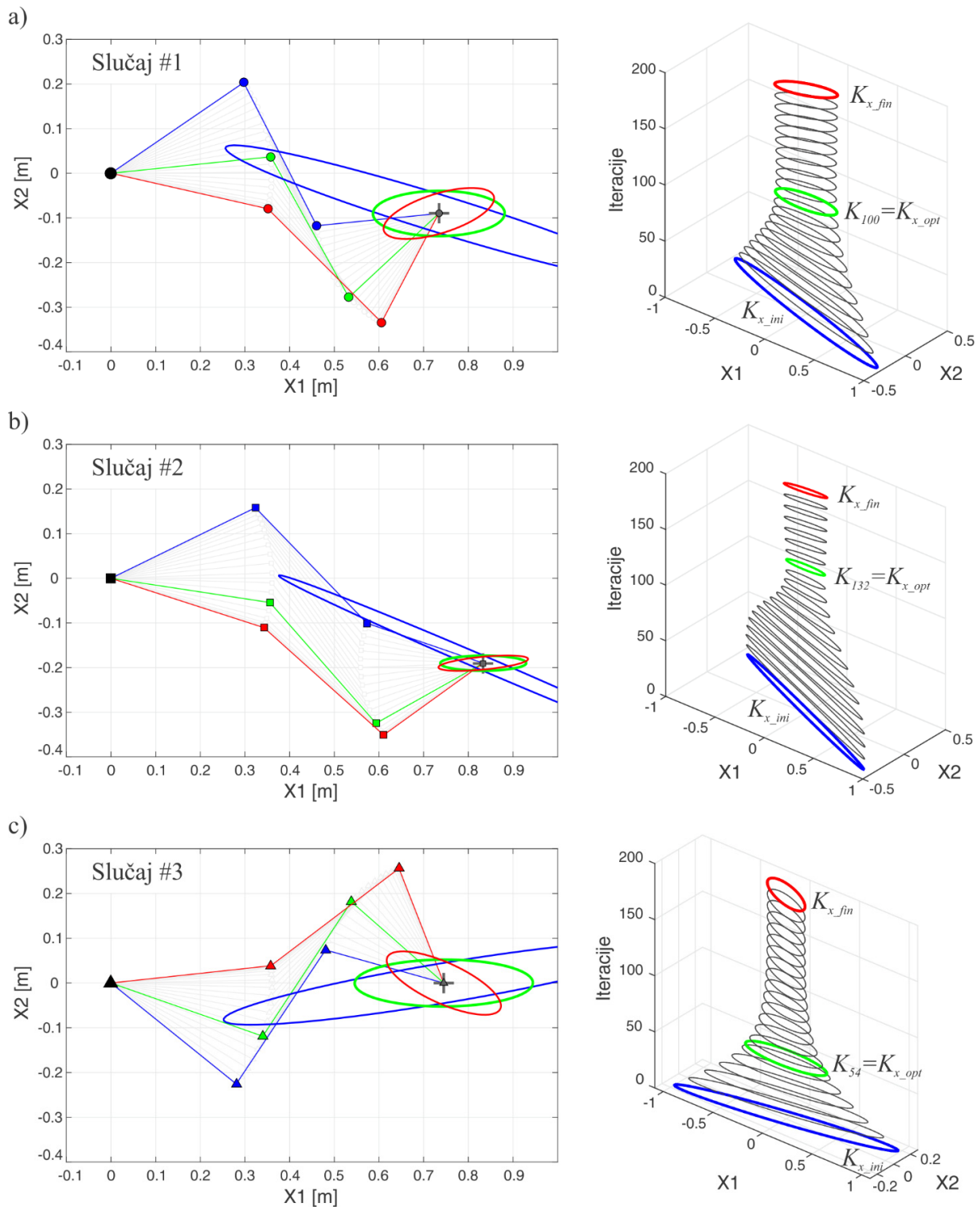
$$\frac{(x_{1p} \cdot v_{11} + x_{2p} \cdot v_{12})^2}{\lambda_{1x}^2} + \frac{(x_{1p} \cdot v_{21} + x_{2p} \cdot v_{22})^2}{\lambda_{2x}^2} = 1 \quad (5.27)$$

Pomoću elipse se vizuelizuju kinetostatička svojstva TCP razmatranog robotskog mehanizma, gde x_{1p} i x_{2p} predstavljaju koordinate proizvoljne tačke na elipsi opisanoj jednačinom (5.27). Ugao rotacije osnovnih osa elipse relativno u odnosu na koordinatni sistem prostora TZS, θ , slika 2.13, može biti izračunat na osnovu sopstvenih vektora:

$$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{x}_{1u}}{\|\vec{v}_1\| \|\vec{x}_{1u}\|}\right) \quad (5.28)$$

U izrazu (5.28) v_1 predstavlja sopstveni vektor glavne ose elipse, a x_{1u} predstavlja jedinični vektor koordinatne ose x_1 prostora tehnološkog zadatka spajanja.

Uzimajući generisani niz vrednosti matrice K_x prikazanih grafički na slici 5.18 i na osnovu izraza (5.27), može se vizuelizovati promena kinetostatičkih svojstava robota produkovana njegovim kretanjem u KPN pod dejstvom algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, slika 5.19. Elipse prikazane na slikama 5.19a, 5.19b i 5.19c normirane su prema maksimalnoj sopstvenoj vrednosti u kompletnoj simulaciji. Očigledno je da algoritam koordinacije $K_TZS\#R23$ i funkcija cilja procesnog tehnološkog primitiva suštinski utiču na kinetostatička svojstva TCP robotske ruke, menjajući relativni odnos sopstvenih vrednosti matrice K_x i orijentaciju njenih glavnih osa u odnosu na usvojeni koordinatni sistem prostora TZS . Očigledno je da promene elipsi krutosti u sve tri simulacije unutar virtuelnog eksperimenta imaju vrlo intenzivan karakter. Promene se podjednako odnose na promenu stepena eliptičnosti (uslovljene promenom sopstvenih vrednosti matrice K_x) i promenu ugla rotacije glavnog koordinatnog sistema u odnosu na izabrani koordinatni sistem prostora TZS .



Slika 5.19: Kretanje mehanizma robotske ruke u KPN (levo), tokom izvršavanja algoritma koordinacije i posledično procesnog tehnološkog primitiva, $OP\#T$, i korespondentna evolucija elipse krutosti (desno), sa označenim karakterističnim konfiguracijama: a) Slučaj #1 (gore), b) Slučaj #2 (u sredini), i c) Slučaj #3 (dole)

Sintetisani algoritam koordinacije $K_TZS\#R23$ i usvojena funkcija cilja, SK_q , tehnološkog procesnog primitiva $OP\#T$, ostvaruju dubok uticaj na kinetostatička svojstva razmatrane robotske ruke, optimizujući svojstva krutosti vrha robota prema zahtevima procesa spajanja delova vrlo izraženim smanjenjem stepena eliptičnosti odnosno anizotropnosti i prevode pripadajuću elipsu krutosti TCP u kvazi-izotropni oblik. Odstupanja od zadanog izotropnog oblika, K_{xd} , posledica su očigledne nedovoljnosti kapaciteta izabrane minimalne redundantne konfiguracije robota, ali i neupravljive, kvazi-konstantne aktuacione krutosti.

5.2.4.2 Rezultati fizičkog eksperimenta

Fizička verifikacija je izvedena na eksperimentalnoj robotskoj platformi opisanoj u podpoglavlju 5.2.3, u svemu ekvivalentnoj prethodno opisanom virtuelnom eksperimentu. Fizička verifikacija u ovoj sekciji fokusirana je na dva karakteristična eksperimentalna merenja odziva *TCP* na zadatu pobudnu silu, tokom kretanja robotske ruke pod dejstvom algoritma *K_TZS#R23*, sa ciljem identifikacije kinetostatičkog ponašanja i fenomena prisutnih kod fizičkog robota, i upoređivanja sa ostvarenim simulacionim rezultatima (posebno su obrađeni kompletni eksperimentalni rezultati u kontekstu identifikacije elipse krutosti, u sekciji 5.2.4.4). Iz kompletnog fizičkog eksperimenta ovde su izdvojena merenja za pobudnu silu kada je ugao $\alpha_F=0^\circ$, odnosno $F_x=F_{x1}=\{74, 0\}[N]$, i $\alpha_F=-90^\circ$, odnosno $F_x=F_{x2}=\{0, -74\}[N]$. Kretanje robotske ruke *SIA10F* u konfiguracionom prostoru nule je vođeno realizacijom algoritma *K_TZS#R23* u realnom vremenu, na fizičkom robotu, koristeći mogućnosti robotskog kontrolera otvorene arhitekture (*FS100* sa *VxWorks* + *MotoPlus SDK*) koji je primenjen na *Yaskawa SIA10F* eksperimentalnoj robotskoj platformi. Identifikacija kinetostatičkih svojstava tokom ovog kretanja sprovedena je indirektno, serijom diskretnih merenja pomeraja *TCP* robota, δx_F , kao odziva na spoljašnju pobudu silom F_x generisanu i usmerenu prema prethodnim navodima. Da bi se omogućilo poređenje simulacionih rezultata i rezultata ostvarenih robotom *SIA10F*, primenom relacije (2.4) izračunati su pomeraji *TCP* robota u virtuelnom eksperimentu, na osnovu poznate sile i krutosti. Tako su generisane dve korespondentne vremenske serije pomeraja *TCP* robota robota *SIA10F*, δx_{F_rob} i pomeraja *TCP* simulacionog modela, δx_{F_sim} .

Signal izmerenog pomeraja *TCP* robota δx_{F_rob} je vrlo kompleksan i za razliku od simulacijom dobijenih rezultata, δx_{F_sim} , produkovanih idealizovanim kinematskim i kinetostatičkim modelom, sadrži tragove niza fizičkih fenomena, kao što su: trenje i zazor u aktuacionim sklopovima zglobova robotske ruke ili efekti diskretne prirode upravljačke komponente servo-aktuatora koja generiše dinamičku pobudu koja se prostire kao poremećaj kroz čitav mehanizam robotske ruke, sve do *TCP*. Uticaj uočenih efekata nesavršenosti fizičkog robotskog sistema se posebno analizira u sekciji 5.2.4.3. Takođe, ne treba zanemariti ni uticaj interpolacionih algoritama kojima se upravlja kretanje zglobova robota, sa nepoznatim aproksimacijama koje je proizvođač robota *Yaskawa SIA10F* morao da ugradi u upravljački sistem robota kako bi obezbedio efikasno izračunavanje enormno kompleksnog Jakobijana (kompletna robotska ruka poseduje 7 stepeni slobode!). U sprovedenoj analizi izmerenih pomeraja *TCP* robota pošlo se od pretpostavke da su promene kinetostatičkih svojstava robotske ruke, uslovljene izvršavanjem procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa *TZS* unutar algoritma *K_TZS#R23*, dominantno sadržane u niskofrekventnim komponentama merenog signala i da one dominantno određuju njihov karakter. Zato je u cilju eksperimentalne identifikacije relevantnih efekata algoritma *K_TZS#R23* na kinetostatička svojstva robotske ruke *SIA10F* izvršena multirezolucijska dekompozicija merenog signala pomoću fazno korektno diskretne vejtlet transformacije (*DWT – Discrete Wavelet Transformation*), [42, 43], pri čemu se kao primeri primene kod merenja u proizvodnom tehnologijama može navesti [189, 241]. Signal je u konkretnom slučaju dekomponovan na 14 komponenta primenom *Daubechies* vejtleta *db5*. Sirovi signal δx_{F_rob} i njemu korespondentna niskofrekventna *DWT* aproksimacija 12-og nivoa, δx_{F_robDWT} , za razmatrana merenja prikazani su na slici 5.20, uporedo sa ekvivalentnim pomerajem δx_{F_sim} koji su izračunati na osnovu niza matrica K_x i relacije (2.4), dobijenih unutar prethodno opisanih simulacija virtuelnog eksperimenta, pod dejstvom ekvivalentne virtuelne pobude spoljašnjom silom.

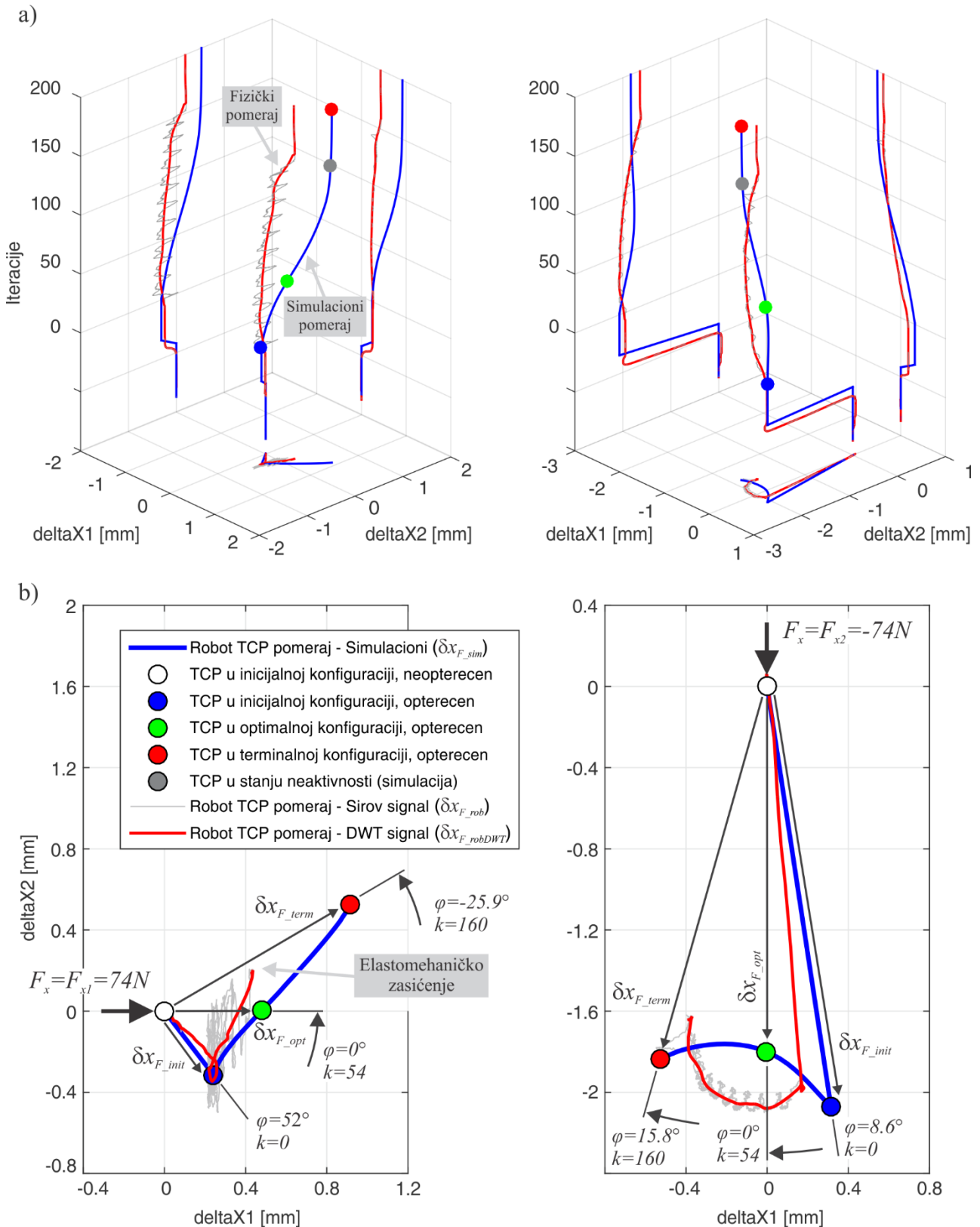
Slika 5.20a prikazuje kretanje *TCP* robota sa parametrima navedenim u tabeli 5.2, slučaj #3. Kretanje *TCP* robota za oba eksperimentalna merenja, virtuelni eksperiment (plava boja) i fizički eksperiment (crvena boja), prikazani su kao funkcija vremena, sa vremenskim kvantom $\delta t = 0.25 \text{ sec}$ (50 sekundi u 200 iteracija). Sprovedeno je usklađivanje vremenskih osa virtuelnog i fizičkog eksperimenta, tako da je početak vremenske ose fizičkog eksperimenta transliran u trenutak kada je kretanje robotske ruke *SIA10F* aktivirano. Pre vremenske instance $t=0$ ($k=0$) prikazana je sekvenca uvođenja pobude (F_{x1} , slika 5.20a levo, i F_{x2} , slika 5.20a desno), što implicira pomeraj *TCP* određen sa matricom aktuacione krutosti $K_q = \text{diag}(k_{11}, k_{22}, k_{33})$ i inicijalnom konfiguracijom robota $q_{ini} = \{q_1, q_2, q_3\}^T$, jer

prema izrazu (2.15) važi da je $K_x=f(q, K_q)$. Komponente matrice aktuacione krutosti, K_q , identifikovane su eksperimentalno, tako da važi: $K_q=diag(49.2, 18.4, 5.5)$, izraženo u $[Nm/rad]$. Očigledno je da, nasuprot značajnom nemodeliranom sadržaju, postoji jasna korelacija između kretanja TCP robota dobijena simulacijom u virtuelnom eksperimentu i njemu korespondentnim, fizičkim eksperimentom. Ovo ukazuje na dve vrlo značajne činjenice: a) da je fizička krutost TCP robotske ruke $SIA10F$ dominantno određena njenom konfiguracijom, bez obzira na prisustvo niza poremećajnih faktora, i b) da razvijena eksperimentalna platforma, koja je u osnovi bazirana na komercijalno raspoloživom robotu *Yaskawa SIA10F*, može da odgovarajućom dogradnjom upravljačkog sistema fizički realizuje algoritam $K_TZS\#R23$ sa visokim stepenom usaglašenosti sa idealizovanim simulacionim modelom. Projekcijom $3D$ prikaza trajektorije TCP na horizontalnu ravan, eliminisano je vreme kao parametar, čime je omogućen objektivni uvid u rezultate implementacije algoritma $K_TZS\#R23$ na fizičkom sistemu. Očigledno visok stepen usaglašenosti simulacionog i fizičkog ponašanja pokazuje da je postavljeni koncept praktično upotrebljiv i da se ovakvim pristupom može efektivno upravljati krutošću TCP robota, kao osnovnom procesnom veličinom TZS , kretanjem u konfiguracionom prostoru nule i u skladu sa usvojenom funkcijom cilja kojom je to kretanje određeno. Grafici na slici 5.20b potvrđuju prethodno navedene stavove. Daljom analizom moguće je pružiti konkretnu kvantitativnu argumentaciju. Projekcijama na bočne ravni $3D$ grafika prikazanog na slici 5.20a, koje predstavlja vremenske serije simulacionog i izmerenog ponašanja, omogućuje se jednostavno kvantifikovanje odstupanje niskofrekventne komponente fizičkog kretanja TCP robota $SIA10F$ u odnosu na idealizovano kretanje TCP dobijeno simulacijom. Za oba razmatrana merenja kvantitativni pokazatelji odstupanja su sledeći: a) najveće odstupanje, $\delta x_{F_max}=\max(|(\delta x_{F_robDWT}, \delta x_{F_sim})|)$: $\delta x_{Fx1_max}=0.685[mm]$, $\delta x_{Fx2_max}=0.286[mm]$; b) srednje kvadratno odstupanje, $\delta x_{F_RMS}=\text{mean}(|(\delta x_{rob}, \delta x_{sim})|)$: $\delta x_{Fx1_RMS}=0.434[mm]$, $\delta x_{Fx2_RMS}=0.183[mm]$. Za potpuno razumevanje ovih vrednosti, treba ih uporediti sa tačnošću robota, koja prema specifikacijama proizvođača u slučaju $SIA10F$ robota i robotskog kontrolera $FS100$ iznosi $\pm 0.1[mm]$.

Navedena odstupanja, posebno ona ekstremna koja se po pravilu pojavljuju u završnoj fazi izvršavanja algoritma $K_TZS\#R23$ na fizičkoj robotskoj platformi, što je ovde posebno izraženo u merenju pod dejstvom pobudne sile u pravcu ose x_1 prostora TZS , F_{x1} , mogu se u velikoj meri objasniti fenomenom zasićenja, odnosno fizičkih ograničenja koja postoje na aktuacionom sklopu (uključujući i pripadajući servo-kontroler) koji pogoni zglobove robotske ruke $SIA10F$, što je još jedna od suštinskih razlika između fizičke robotske ruke i njoj uslovno ekvivalentnog idealizovanog apstraktnog simulacionog modela. Zasićenje znači da je u određenoj konfiguraciji robotske ruke ostvaren maksimalni mogući elastomehanički ugaoni pomeraj jednog ili više zglobova pod dejstvom pobudne sile F , a kao posledica te pojave fizički nije postignut relativni odziv TCP koji je ostvaren virtuelnim eksperimentom.

Na slikama 5.20b prikazani su ortogonalni pogledi na ravni prostora TZS sa slika 5.20a, na kojima su naznačeni vektori pomeraja TCP , δx_{F_init} , δx_{F_opt} , i δx_{F_term} , koji su korespondentni konfiguracijama q_{init} , q_{opt} , i q_{term} , prikazanim na slikama 5.20a. Neophodno je da se napomene da je zadata inicijalna pozicija TCP robota, $x_d=\{x_{1d}, x_{2d}\}$, pomerena u početak koordinatnog sistema prostora tehnološkog zadatka spajanja, kako bi se direktno i jasno očitavale vrednosti relativnog pomeraja TCP , $\delta x(t)$, tokom fizičkog i virtuelnog eksperimenta. Evidentno je da su kinetostatička svojstva TCP robotske ruke u inicijalnoj konfiguraciji takva da vektor pomeraja δx_{init} nije kodirekcionalan sa vektorom pobudne sile F , što važi za oba merenja (pod dejstvom F_{x1} i F_{x2}). Primenom izraza (2.19) izračunavaju se uglovi kodirekcionalnosti vektora sile i odziva u karakterističnim konfiguracijama tokom izvršenja algoritma $K_TZS\#R23$: a) pobuda F_{x1} : $\varphi_{init}=52.5^\circ$ (fizički: 47°), $\varphi_{opt}=0^\circ$ i $\varphi_{term}=-29.5^\circ$ (-23.5°); b) pobuda F_{x2} : $\varphi_{init}=8.6^\circ$ (fizički: 4.6°), $\varphi_{opt}=0^\circ$ i $\varphi_{term}=-15.8^\circ$ (-13.4°).

Fizički ostvarene vrednosti ugla kodirekcionalnosti su konzistentne sa matricom generalizovane krutosti K_x koja je definisana izrazom (5.26), odnosno rezultatima dobijenim simulacijama unutar virtuelnog eksperimenta. Za konfiguraciju označenu sa q_{opt} , ostvareni pomeraj TCP je idealno poklopljen sa vektorom pobude F , što vodi ka $\varphi_{opt}=0^\circ$.



Slika 5.20: Fizička verifikacija dejstva algoritma koordinacije TZS za eksperimentalni Slučaj #3: komparativni prikaz idealizovanog simulacionog i fizički izmerenog odziva (pomeraja) TCP robota na pobudnu silu $F_x = \{F_{x1}, 0\}$ i $F_x = \{0, F_{x2}\}$: a) 3D grafička reprezentacija ponašanja TCP usled iterativnog dejstva algoritma $K_TZS\#R23$, b) 2D projekcija na prostor TZS, x_1x_2 , sa označenim vektorima u karakterističnim konfiguracijama i korespondentnim uglom kolinearnosti pobude i odziva u skladu sa izrazom (2.19)

Međutim, kako to pokazuju rezultati virtuelnog i fizičkog eksperimenta, izvršenje algoritma $K_TZS\#R23$ koji generiše prirast homogene komponente pomeraja, ne zaustavlja kretanje robotske ruke u q_{opt} , već se ono nastavlja do q_{fin} . Dostizanjem q_{fin} konfiguracije, robotska ruka ulazi u stanje

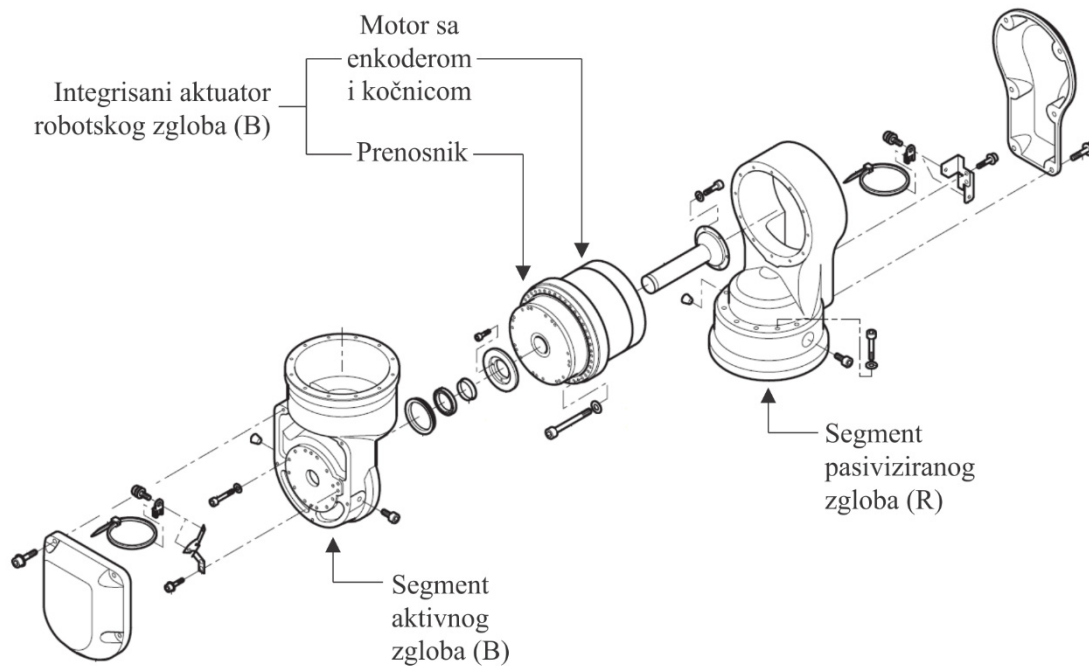
mirovanja, koje se održava sve do zaustavljanja algoritma $K_TZS\#R23$, odnosno važi $q_{term} = q_{fin}$. Kao rezultat, ostvarena kodirekcionalnost u konfiguraciji q_{opt} se gubi. Primećuje se da efekat zasićenja nije uticao na ugao kodirekcionalnosti u merenju pod dejstvom F_{x1} , u meri u kojoj je taj efekat izražen u apsolutnoj vrednosti pomeraja odnosno odziva, što je prethodno predstavljeno kvantitativnim merama odstupanja ostvarenih simulacionih i fizički izmerenih rezultata.

Sveukupno posmatrano, prethodno analizirano kinetostatičko ponašanje nameće pitanje stvarne efektivnosti izabrane funkcije cilja s_{Kq} procesnog tehnološkog primitiva $TZS, OP\#T$. Ona je očigledno efektivna sa aspekta ostvarivanja minimizacije eliptičnosti elipse krutosti u prostoru TZS , ali dovodi do odstupanja od stanja paralelnosti glavnih osa elipse sa koordinatnim sistemom prostora TZS . Međutim, jasno je uočljivo da predloženi algoritam koordinacije efektivno sprovodi postavljeni kriterijum odnosno funkciju cilja, kako u virtuelnom, tako i u fizičkom okruženju na eksperimentalnoj platformi, pod definisanim uslovima, pa se može zaključiti da je daljim istraživanjima potencijalno moguće unaprediti dejstvo algoritma $K_TZS\#R23$, izborom ili kombinacijom neke od već predloženih funkcija cilja u podpoglavju 4.2.2, ili eventualnom sintezom neke nove. Pored efektivnosti izabrane funkcije cilja i algoritma koordinacija, analizom izvršenom u kontekstu fizički ostvarenih eksperimentalnih rezultata, jasno su uočeni efekti fizičke realnosti primenjenog robotskog sistema. Uočeni efekti su takođe od suštinskog značaja za robotizaciju procesa spajanja u tehnologiji montaže, gde je pored jasne korelacije simulacionih i fizičkih rezultata i sledstveno tome potencijalne mogućnosti primene uspostavljenih teorijskih modela u praksi, neophodno u obzir uzeti i sve efekte produkovane nesavršenostima aktuacionih sklopova zglobova industrijskog robota $SIA10F$. Analiza efekata nesavršenosti fizičkog robotskog sistema, posebno u kontekstu primene kod kinematski redundantnih robota i uticaja na proces spajanja u tehnološkom zadatku robotizovane montaže data je u narednoj sekciji.

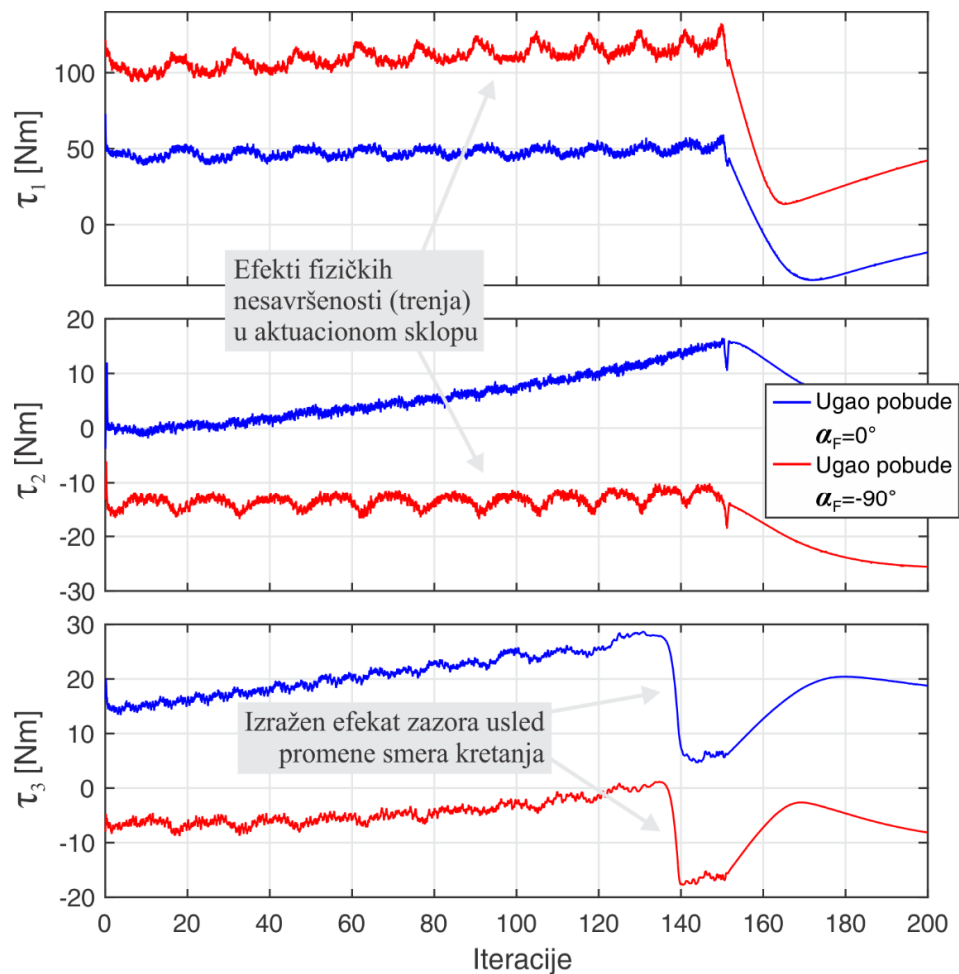
5.2.4.3 Analiza efekata nesavršenosti fizičkog robotskog sistema na proces spajanja

Za potpuno razumevanje i dalju interpretaciju ostvarenih eksperimentalnih rezultata i uticaja na izvršavanje tehnološkog zadatka i unutar njega delikatne operacije procesa spajanja, neophodno je analizirati tipičnu konstrukciju aktuacionog sklopa današnjih industrijskih manipulacionih robota koja je prisutna i kod kinematski redundantne antropomorfne robotske ruke $Yaskawa SIA10F$. Poseban fokus ove analize usmeren je ka uticaju uočenih efekata nesavršenosti na proces montaže u slučaju tipičnog mašinskog sklopa, gde je zazor između delova koji se spajaju reda veličine $0.01[mm]$. Ovakav slučaj je bio polazna osnova za analizu potrebnih kinetostatičkih svojstava robotske ruke u 2. glavi. Na slici 5.21 prikazana je konstrukcija jednog od aktivnih zglobova fizičkog robota u konfiguraciji $MRR-R23$, konkretno konstrukcija zgloba B robotske ruke $SIA10F$, [258].

Karakterističan slučaj je da aktuacioni sklop robotskog zgloba sadrži samo motorski enkoder, kako je to realizovano i kod zglobova robotske ruke $SIA10F$, slika 5.21. Takođe, merenje pogonskog momenta izvodi se merenjem struje na motoru čime je informacioni sadržaj duboko kontaminiran nesavršenostima koje potiču od reduktora, kao što su zazor i trenje, slika 5.21. Praktično, za upravljački sistem današnjeg tipičnog industrijskog robota, nisu poznate realne fizičke izlazne veličine aktuacionog sklopa (pozicija i moment zgloba), već su poznate samo nominalne, komandovane vrednosti, odakle sledi da ne postoji spoljašnja povratna sprega jer se izlazne veličine ne mere, pa njima nije moguće ni upravljati. Razlog ovakve situacije je što se industrijski manipulacioni roboti tradicionalno projektuju kao pozicione mašine, gde se kao relevantna karakteristika uzima poziciona ponovljivost u prostoru tehnološkog zadatka, i to u stacionarnom domenu. Usvajanje odgovarajuće konstrukcije aktuacionog sklopa koji zadovoljava takav funkcionalni zahtev, sa enkoderom samo na motoru i bez senzora momenta zgloba, za posledicu ima uočene efekte izražene u dinamičkom režimu rada. Dinamički režim rada je ključan za kontaktne zadatke, gde je posebna klasa proces spajanja sa vrlo visokim zahtevima, kako u kinetostatičkom, tako i u kinematskom domenu. Primer zapisa pogonskih momenata dat je na slici 5.22



Slika 5.21: Detalji konstrukcije aktucionog sklopa B zgloba (aktivan zglob) kinematski redundantne robotske ruke *Yaskawa SIA10F*, [258], sa posebno naznačenim segmentima prethodnog zgloba R (pasiviziran zglob) i zgloba B , kao i integrisanim aktucionim sklopom (motor sa enkoderom i kočnicom, i prenosnik odnosno reduktor).



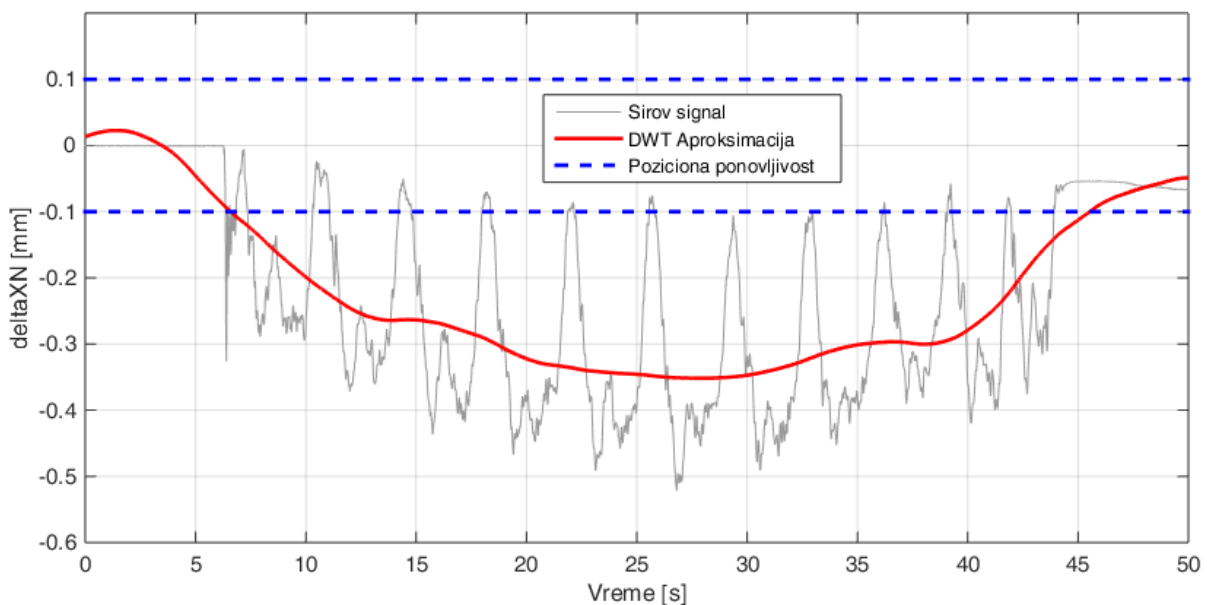
Slika 5.22: Dijagram pogonskih momenata, τ , robotske ruke *SIA10F* u konfiguraciji *MRR-R23*, za eksperimentalni slučaj #3, tokom izvršenja algoritma koordinacije *K_TZS#R23*, sa naznačenim efektima produkovanih nesavršenostima aktucionog sklopa (trenje i zazor), i to pod dejstvom pobudne sile F_{x1} ($\alpha_F=0^\circ$) i pod dejstvom pobudne sile F_{x2} ($\alpha_F=-90^\circ$)

Akvizicija pogonskih momenata je sprovedena tokom izvršavanja algoritma koordinacije, frekvencijom uzorkovanja $F_s=100$ Hz, kao deo aktivnosti nadzora toka eksperimenta, a u skladu sa navodima datim u vezi postavke fizičke eksperimentalne platforme. Efekti nesavršenosti aktuacionog sklopa uočeni na signalu izmerenog pomeraja TCP tokom fizičke verifikacije predloženog algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, jasno su izraženi i u vremenskom zapisu pogonskih momenata robotske ruke $SLA10F$ u minimalnoj planarnoj konfiguraciji $MRR-R23$, kako je to prikazano na slici 5.22.

Uticao nesavršenosti je posebno izražen u slučaju kinematski redundantnih robota, kada je povećani kapacitet konfiguracionog prostora moguće iskoristiti u tehnološkom smislu, za upravljanje kinetostatičkim svojstvima, ali uz primenu algoritama koordinacije za izvođenje vrlo složenih kinematskih transformacija koje rezultuju komplementarnim komponentama kretanja, kako je to teorijski utemeljeno i modelirano u 3. i 4. glavi ove disertacije. Eksperimentalno istraživanje, a pre svega fizička verifikacija čiji su rezultati predstavljeni ovde u 5. glavi, očigledno su pokazali da nesavršenost aktuacionog sklopa, ali i mehanike fizičkog robotskog sistema uopšteno, kao i nesavršenost njegovog upravljačkog sistema, ne može u potpunosti da reprodukuje idealizovano kretanje prema matematičkom modelu (3.60) baziranom na linearnoj algebri. Praktično, eksperimentalnim istraživanjima je identifikovano da koordinacija samo u idealnom slučaju obezbeđuje ortogonalnost podprostora, odnosno da su oni kod fizičkog sistema kvazi-ortogonalni, pa identifikovanu pojavu možemo nazvati curenjem kretanja iz konfiguracionog prostora nule u prostor tehnološkog zadatka robota i obeležiti sa ε_N , što predstavlja meru nesavršenosti. U ovom kontekstu moguće je reformulisati izraz direktnog lineranog preslikavanja, tako da je $\delta x_N = \varepsilon_N \neq \{0\}_m$, pa sledi:

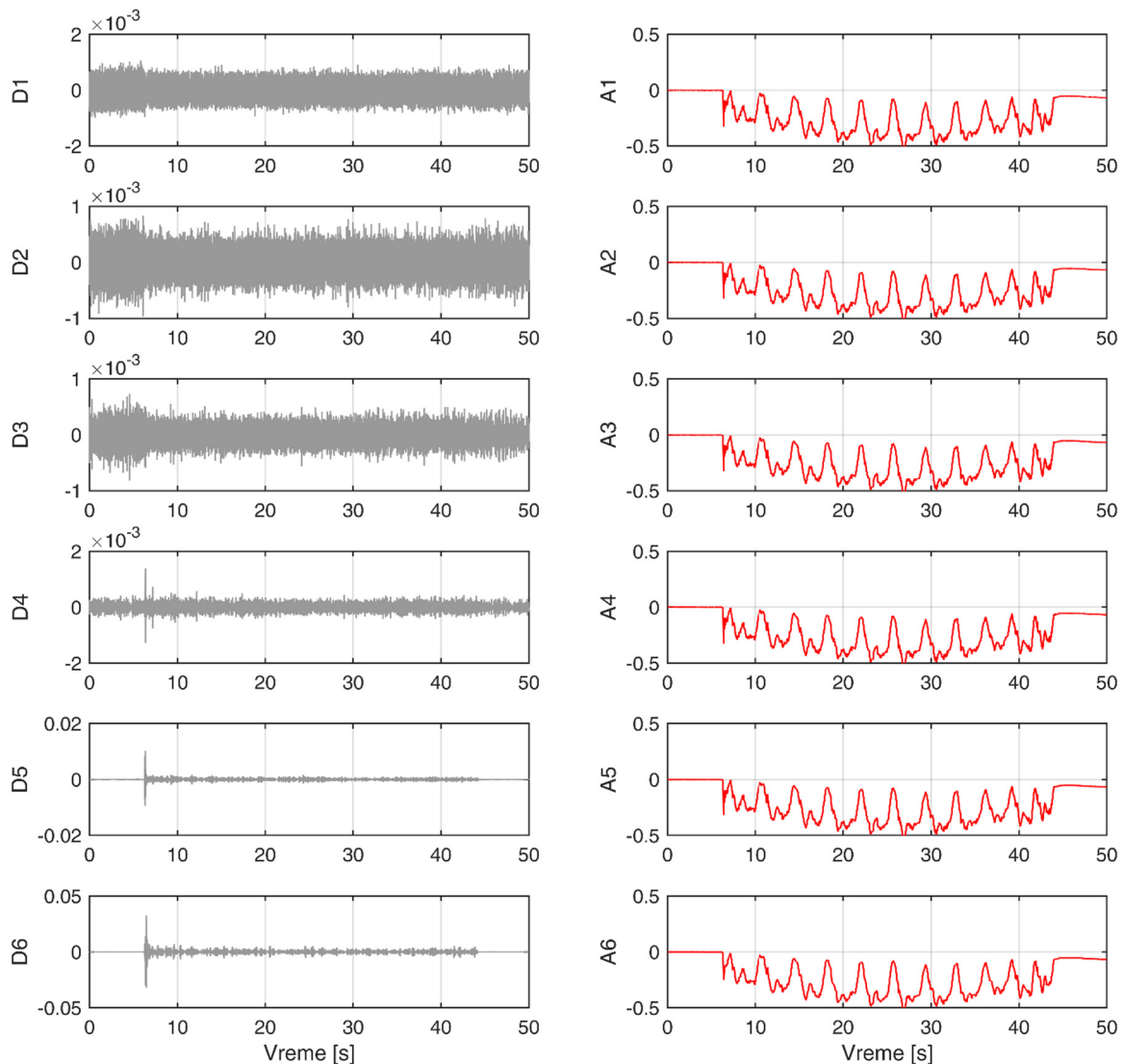
$$\delta x = J \delta q = J (\delta q_p + \delta q_N) = J \delta q_p + \varepsilon_N = \delta x_p + \delta x_N \quad (5.29)$$

U kontekstu potpune identifikacije i karakterizacije mere curenja i određivanja potencijalnog uticaja u tehnologiji robotizovane montaže sa fokusom na pripadajućem zadatku spajanja mašinskih delova sa zazorom reda veličine $0.01[mm]$, potrebno je izvršiti analizu zabeleženog kretanja TCP . Ova analiza sprovodi se za slučaj #3, nad signalom izračunatim superpozicijom komponenata kretanja u pravcima x_1 i x_2 , tokom kretanja robotske ruke $MRR-R23$ u KPN pod dejstvom algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, bez generisanog spoljašnjeg opterećenja, što predstavlja analizu ponašanja u kvazi-kinematskom domenu. Za ove potrebe izvršena je DWT dekompozicija signala na 12 komponenata, primenom vejvleta $db5$. Na slici 5.23, prikazan je sirovi signal i njegova niskofrekventna aproksimacija 12-tog nivoa koja je kao dominantna komponenta relevantna sa aspekta ove analize.

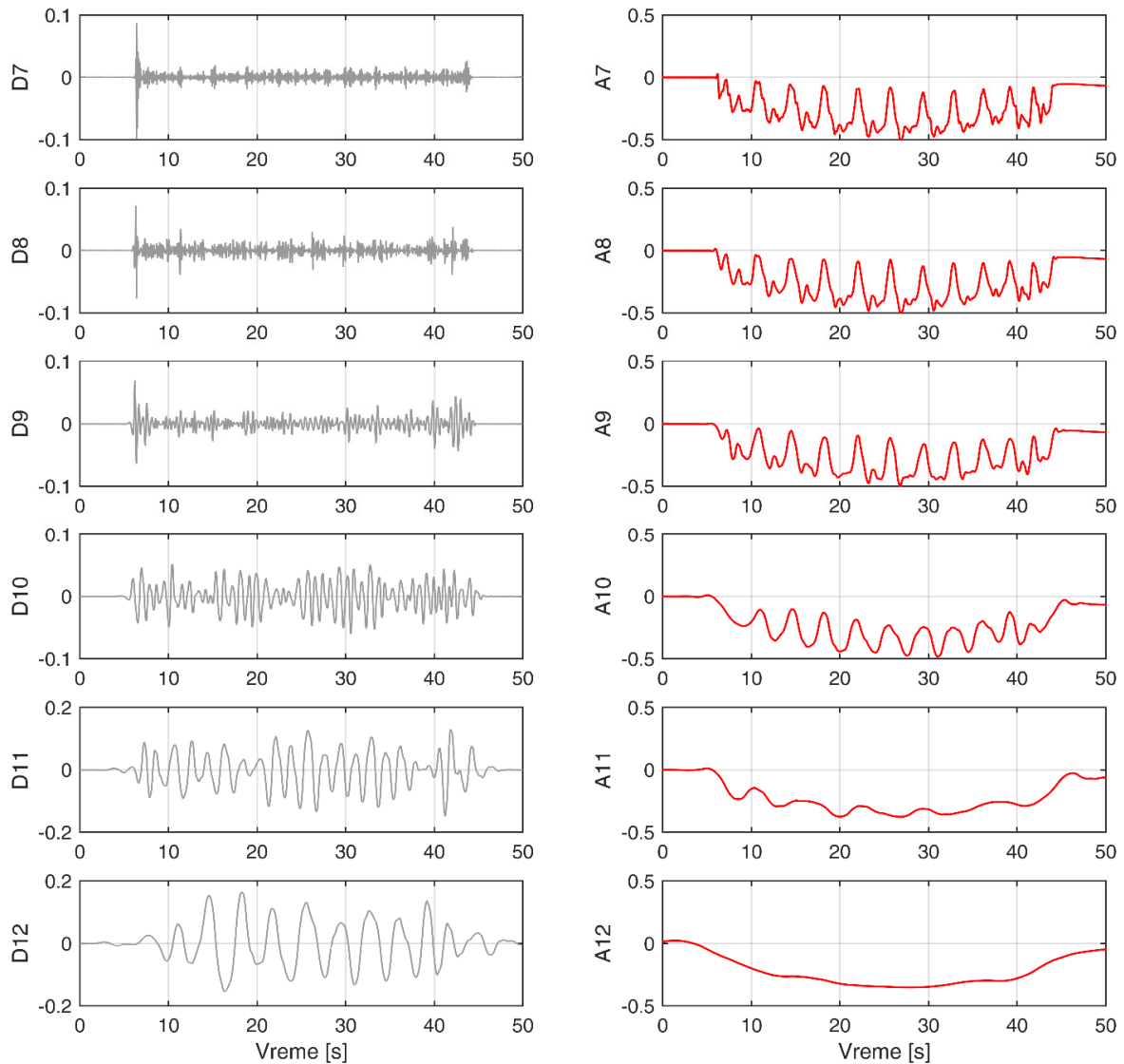


Slika 5.23: Rezultujuće kretanje TCP robota $MRR-R23$, kao pojava curenja kretanja iz KPN u prostor TZS , $\delta x_N = \varepsilon_N$, tokom dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#$ za eksperimentalni slučaj #3, bez dejstva spoljašnje pobudne sile

Praktično, pojava curenja u dinamičkom režimu rada odnosno tokom kretanja robotske ruke predstavlja superpoziciju komponenti produkovanih iz sledećih izvora: 1) nesavršenosti i primenjenih aproksimacija unutar upravljačkog sistema *FS100*, koji u kinematskom smislu ne može da reprodukuje idealizovano kretanje u *KPN* prema matematičkom modelu (3.60), gde se kao efekat pojavljuje niskofrekventna aproksimacija koja je izdvojena i prikazana na slici 5.23; i 2) mehaničke nesavršenosti robotske ruke sa dominantno izraženim efektima nesavršenosti aktucionog sklopa, trenja i zazora, gde se kao posledica očigledno pojavljuje više oscilujućih komponenata različite prirode. Detaljna analiza i kvantifikacija ponašanja odnosno kretanja *TCP* u kontekstu efekta curenja izvršena je nad detaljima signala koji su produkovani kao rezultat *DWT* dekompozicije, i uporedo sa korespondentnim aproksimacijama prikazani na slikama 5.24 i 5.25, *D1-D6* i *D7-D12*, respektivno. Uklanjanjem detalja *D1* iz originalnog signala dobijamo aproksimaciju *A1*, i tako redom do 12-tog nivoa. Detalji *D1-D4* su visokofrekventne komponente, prisutne u kompletnom vremenskom intervalu zapisa signala, uključujući intervale pre i posle kretanja robotske ruke, pa se one mogu okarakterisati kao šum koji potiče iz različitih izvora, uključujući i pojačivačko-kondicionerski sklop akvizicionog sistema laserskih modula *Micro-Epsilon ODC2520-46*. Komponente *D5-D9* imaju ponašanje karakteristično za prinudne prigušene oscilacije, pri čemu su one posledica unutrašnje pobude koja potiče od komponenata *D10-D12*, i posebno su izražene usled početka kretanja robotske ruke, gde se i na originalnom signalu jasno uočava pojava takozvanog trzaja.



Slika 5.24: Detalji *D1-D6* i aproksimacije *A1-A6* originalnog signala rezultujućeg kretanja δx_N prikazanog na slici 5.23, produkovani *DWT* multirezolucijskom dekompozicijom na 12 nivoa primenom vejvleta *db5*.



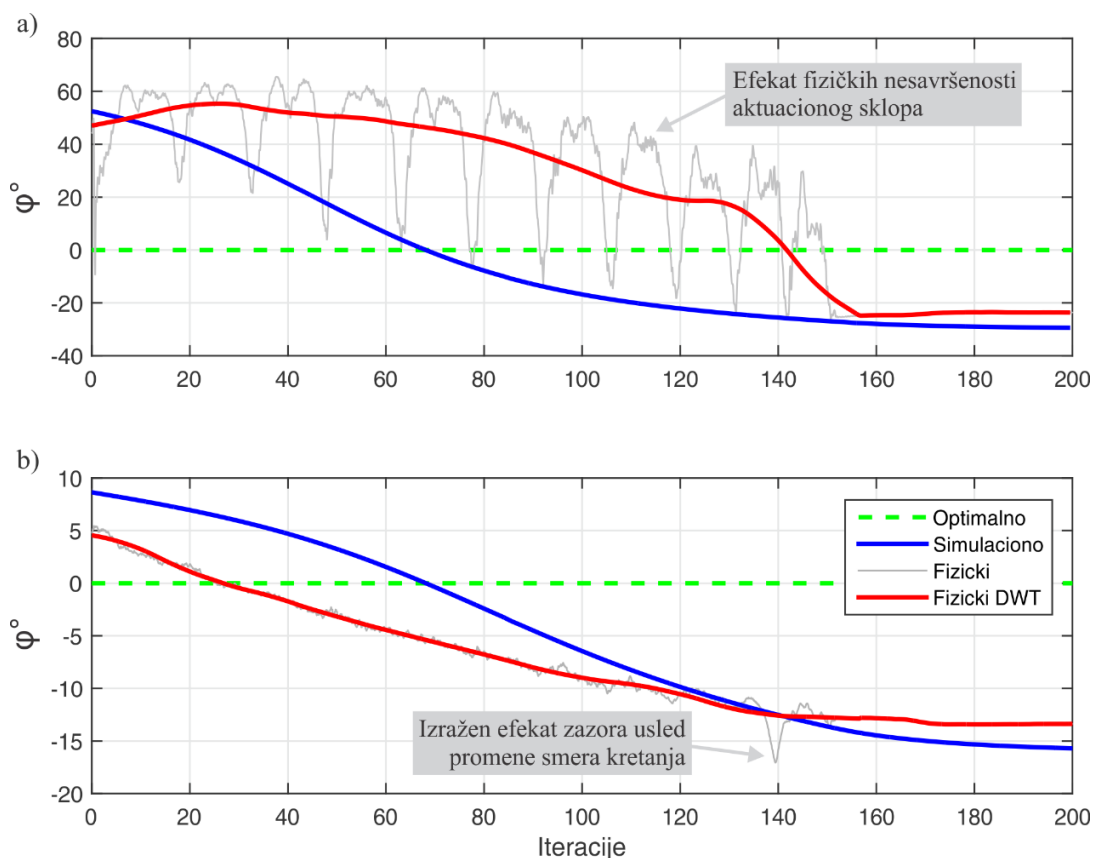
Slika 5.25: Detalji $D7-D12$ i aproksimacije $A7-A12$ originalnog signala rezultujućeg kretanja δx_N prikazanog na slici 5.23, produkovani DWT multirezolucijskom dekompozicijom na 12 nivoa primenom vejvleta $db5$.

Posmatrajući postepeno uklanjanje detalja iz originalnog signala, na slikama 5.24 i 5.25, uočava se da je uticaj uklanjanja visokofrekventnih detalja $D1-D4$ zanemarljiv u prikazanim razmerama, njihovim uklanjanjem potiskuje se šum, što je u razmatranom kontekstu manje relevantno. Dalje se uklanjanjem detalja $D5-D9$ postepeno potiskuje efekat trzaja, dok je očigledno da se dominantno oblikovanje niskofrekventne aproksimacije dobija sukcesivnim uklanjanjem detalja $D10-D12$. Sledi da su na analiziranom signalu, u kontekstu uočenih niskofrekventnih komponenti oscilujućeg kretanja relevantni detalji $D10-D12$, gde su maksimalne amplitude približno: $D10_{max}=\pm 0.072 [mm]$, $D11_{max}=\pm 0.125 [mm]$, $D12_{max}=\pm 0.17 [mm]$. Takođe, sa slike 5.23 je uočljivo da je na kraju kretanja prisutna i kumulativna poziciona greška u stacionarnom domenu, koja iznosi $-0.067 [mm]$, gde bi prema idealizovanom matematičkom modelu krajnja pozicija trebala da bude identična početnoj. Međutim, u ovom slučaju kumulativna greška postoji, ali je u granicama specificirane pozicione ponovljivosti robotske ruke *Yaskawa SIA10F* koja iznosi $\pm 0.1 [mm]$ i ucrtana je na slici 5.23.

Sveukupno posmatrano, sledi da se u kontekstu ove analize pojava curenje može formulirati kao kompozit kvazi-statičke i dinamičke komponente, pa sledi: $\varepsilon_N = \varepsilon_{NS} \pm \varepsilon_{ND}$. U konkretnom slučaju analiziranog kretanja *TCP*, posmatrajući aproksimaciju 12-tog nivoa kao kvazi-statičku komponentu, ε_{NS} , i superpoziciju dominantnih oscilujućih detalja kao dinamičku komponentu, ε_{ND} , izdvojenih na detaljima $D10-D12$, kompozitno curenje u intervalu kretanja $25-28.6 s$, gde je ova pojava dominantno ispoljena, kvantitativno može da se izrazi kao $\varepsilon_N = -0.35 + 0.275 / -0.171 [mm]$, a maksimalna vrednost

curenja, odnosno odstupanja od nominala, kao $\varepsilon_{Nmax} = -0.521 [mm]$. Očigledno je da je u razmatranom slučaju pojava curenja superponirana dinamička komponenta asimetrična u odnosu na niskofrekventnu aproksimaciju, pri čemu je izabrani vremenski interval odnosno njegova širina usvojena kao perioda u kojoj se dinamički efekat ponavlja, približno na $3.6s$. Ukoliko se posmatra srednja vrednost odstupanja od nominalne trajektorije, kao kvazi-statička komponenta, a dinamička komponenta raspoređuje simetrično, onda sledi približno $\varepsilon_N = -0.25 \pm 0.26 [mm]$. U kontekstu preciznih mašinskih spojeva ovakvo odstupanje je do 25 puta veće od tipičnog relativnog zazora objekata koji se spajaju, odnosno do 50 puta veće u apsolutnim razmerama. Ovakva situacija dramatično može da utiče na proces spajanja, čak i uz prisustvo podsistema za pasivno popustljivo oslanjanje delova, i neophodno je uočene efekte nesavršenosti fizičkog robotskog sistema uzeti u obzir.

Prethodna analiza daje osnovu za povratak na kinetostatički domen, sa potpunim razumevanjem efekata nesavršenosti mehanike i upravljanja primenjenog fizičkog robotskog sistema. U tom kontekstu u nastavku je na slici 5.26 prikazan kompletan tok promene ugla kodirekcionalnosti, φ , za virtuelni i fizički eksperiment uporedno. Očigledno je da postoji visok stepen poklapanja rezultata simulacije i fizički ostvarenog ugla kodirekcionalnosti na početku i kraju merenja, dok tokom kretanja postoji značajan uticaj prisustva već identifikovanih fizičkih fenomena trenja, zazora, zasićenja, zatim uticaja nesavršenosti i diskretne prirode upravljačkog sistema, i posledično odstupanje.



Slika 5.26: Dijagram toka promene ugla kodirekcionalnosti, φ , simulaciono i fizički, za eksperimentalni slučaj #3, sa naznačenim efektima produkovanim nesavršenostima aktucionog sklopa fizičkog robota: a) pod dejstvom pobudne sile F_{x1} ; b) pod dejstvom pobude sile F_{x2} .

Na dijagramu promene ugla φ , efekat izraženog prisustva trenja u aktucionom sklopu zglobova robotske ruke posebno se manifestuje pod dejstvom pobudne sile F_{x1} , slika 5.26a, gde se uočava varijacija od približno čak 50° , dok je taj efekat značajno umanjen kada je prisutna sila pobude F_{x2} , slika 5.26b. Razlog tome je što je F_{x1} usmerena tako da njen pravac prolazi kroz osu zgloba q_1 , dok je pravac F_{x2} usmeren tako da produkuje moment oko ose q_1 i u velikoj meri potiskuje pomenuti efekat (praktično, u slučaju pobude F_{x2} dejstvo sile prednapreže aktucionu sklop). Zatim, efekat prisustva zazora u aktucionom sklopu trećeg zgloba jasno je izražen na slici 5.26b, a dešava se usled

promene smera kretanja odnosno prirasta ugaone koordinate q_3 robotske ruke. Obradom signala DWT dekompozicijom komponente nesavršenosti su odstranjene iz sirovog signala, identičnim postupkom kao i u slučaju prethodno analiziranog zapisa curenja TCP , čime je identifikovana niskofrekventna komponenta promene ugla φ tokom kretanja robotske ruke pod dejstvom algoritma $K_TZS\#R23$.

Ovako detaljnom analizom primene današnjih industrijskih robota za izvođenje složenih kretanja tokom koordinacije TZS , potvrđen je stav iz sekcije 4.3.2.5 u kontekstu potrebe mapiranja kompletnog konfiguracionog prostor, jer su odstupanja očigledno značajno veća od zazora tipičnih mašinskih spojeva. Praktično, neophodno je mapiranje kinetostatičkih i kinematskih svojstava sa pratećim pojavama koje su efekti nesavršenosti robota, pa sledi potreba za primenom metaheuristike i kontinualnog učenja adaptacijom parametar upravljačkog sistema. Drugi pravac koji rezultati ovakve analize nameću, jeste potreba za projektovanjem potpuno nove generacije robota koja će biti fokusirana da ispuni visoke zahteve tehnoloških zadataka, što je izraženo kod robotizovane montaže, sa posebnim osvrtom na aspekte koje nameće kolaborativni rad sa čovekom.

5.2.4.4 Identifikacija sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti TCP robotske ruke

Eksperimentalna identifikacija sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti ovde se konkretno usmerava ka identifikaciji elipse na osnovu raspoloživih eksperimentalnih podataka. Zadatak identifikacije elipse (eng. *ellipse fitting*) je generalno prisutan u različitim oblastima inženjerskih istraživanja, kao na primer u oblasti veštačkog gledanja i prepoznavanja oblika, zatim kod karakterizacije inercijalnih ili kinetostatičkih svojstava robotskih sistema, kao što je ovde slučaj, a u matematičkom smislu predstavlja vrlo izazovan optimizacioni problem. Izazov identifikacije parametara elipse je posebno izražen kada su uslovi eksperimenta takvi da je moguće uzorkovati tačke samo u jednom segmentu elipse, čiji je obuhvatni ugao često manji i od 180° . Takav slučaj prisutan je i kod eksperimentalne verifikacije kinetostatičkog ponašanja robotske ruke u okviru ovog istraživanja, gde je ukupni obuhvatni ugao 120° , u skladu sa navodima iz podpoglavlja 5.1.2.

Za razliku od jednačine elipse (5.27) koja je u sekciji 5.1.3.1 korišćena za vizuelizaciju ostvarenih rezultata na osnovu komponenata sopstvenog sistema simulaciono izračunate matrice K_x , čime su predstavljeni njeni poluprečnici i rotacija, u pristupima identifikacije elipse polaznu osnovu za optimizacioni zadatak predstavlja izraz u generalnoj formi, $f_{EG}(x)$, koja se formuliše na sledeći način:

$$f_{EG}(x) = ax_{1p}^2 + bx_{1p}x_{2p} + cx_{2p}^2 + dx_{1p} + ex_{2p} + f = 0 \quad (5.30)$$

U izrazu (5.30) x_{1p} i x_{2p} predstavljaju koordinatu proizvoljne tačke na elipsi posmatrano u prostoru TZS , x_1x_2 , dok a, b, c, d, e i f predstavljaju parametre elipse predstavljene u generalnoj formi [69].

Ostvarivanje minimuma sintetisane optimizacione funkcije za fitovanje elipse najčešće se izvodi kao iterativni proces [79, 243], a kod zadatka identifikacije parametara posebno se ističu problemi gde minimizacija često može da konvergira ka degenerisanim oblicima elipse, odnosno proces optimizacije može da generiše višestruka rešenja u zavisnosti od reda funkcije. U zavisnosti od znaka izraza $4ac - b^2$ dobijeni rezultat može biti fitovana hiperbola, parabola ili elipsa, pa se ovakav problem rešava uvođenjem određenih ograničenja [69].

U različitim pristupima za identifikaciju parametara elipse na osnovu eksperimentalnih podataka, koji su raspoloživi u literaturnim izvorima, izdvajaju se pristupi koji omogućavaju integraciju nekog apriori poznatog parametra elipse u optimizacioni algoritam. Poseban iskorak u ovom pravcu može se pronaći u [243], gde je suština u tome da se u jednačinu elipse izražene preko koordinata centra, $f_{EC}(x)$, ugradi apriori poznata linija, odnosno linijski segment u parametarskom obliku, na kome se nalazi centar elipse, tako da jednačina elipse glasi:

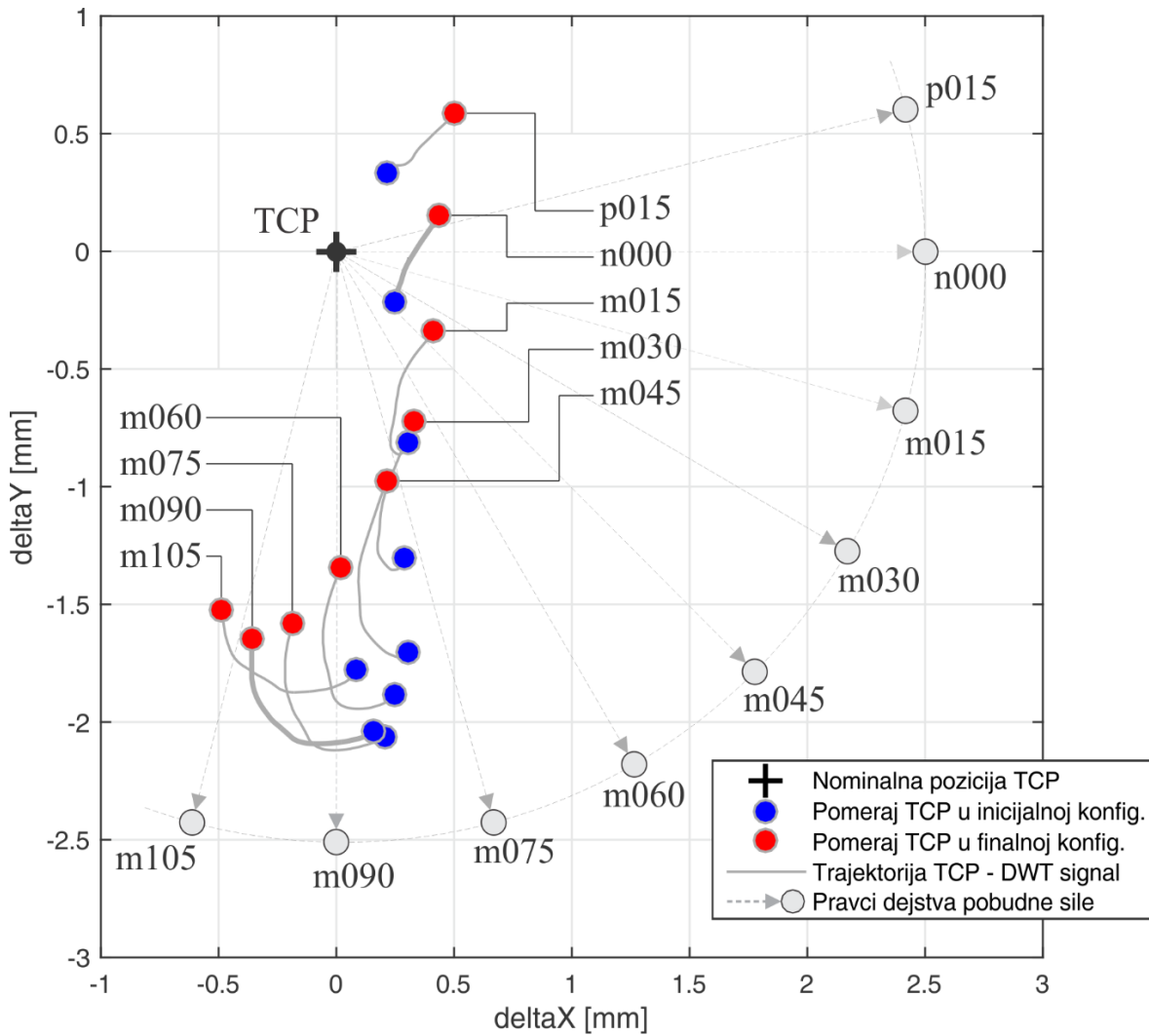
$$f_{EC}(x) = (x_p - x_c)^T A(x_p - x_c) + g = (x_p - p - \gamma q)^T A(x_p - p - \gamma q) + g = 0 \quad (5.31)$$

U izrazu (5.31) $A=[A_1 A_2]$ predstavlja matricu parametara elipse, gde je $A_1=\{a \ b/2\}^T$ i $A_2=\{b/2 \ c\}^T$, zatim $x_p=\{x_{1p} \ x_{2p}\}^T$ vektor proizvoljne tačke na elipsi, odnosno, u slučaju identifikacije elipse predstavlja vektor tačke iz skupa eksperimentalnih podata, dok $x_c=p+\gamma q$ predstavlja parametarski oblik koordinata centra na linijskom segmentu, gde je p vektor koordinata početne tačke, a q vektor krajnje tačke koji je parametrizovan skalarom γ , odakle dalje sledi da γ predstavlja parametar optimizacije. Promenljiva g predstavlja parametar površine elipse. Uvođenjem linijskog segmenta kao zone u kojoj se potencijalno može naći centar elipse dodatno se ograničava proces optimizacije, odnosno drastično sužava prostor za pronalaženje rešenja (eng. *Constrained Ellipse Fitting*), čime se stvaraju uslovi za preciznu identifikaciju elipse na osnovu apriornog znanja odnosno apriorno poznatih podataka, što jeste slučaj u identifikaciji i verifikaciji kinetostatičkog ponašanja robotske ruke ovde, gde lokacija *TCP* robota predstavlja centar elipse i apriori je poznata u slučajevima eksperimentalnih merenja.

Prethodno opisan pristup je korišćen u eksperimentalnim istraživanjima u okviru ove disertacije sa ciljem da se identifikuje elipsa krutosti iz fizičkog eksperimenta i uporedi sa elipsom krutosti virtuelnog eksperimenta, zatim izvede analiza i odredi eventualna mera odstupanja, kao i potencijalni uzroci. Naime, eksperimentalnim istraživanjima sprovedenim u okviru ove disertacije nije direktno merena elipsa krutosti korespondentna matrici generalizovane krutosti K_x , već je to izvedeno indirektno, kako je opisano u postavci fizičkog eksperimenta, merenjem pomeraja *TCP* robotske ruke δx kao odziva na zadatu silu pobude F_x , što je ujedno i jedini pristup koji je fizički izvodljiv. Kako je krutost veličina koja nerazdvojivo povezuje silu i pomeraj, sledi da je zadatak identifikacije elipse krutosti dvostruk, i sadrži:

- 1) Identifikaciju parametara elipse pomeraja na osnovu eksperimentalnih podataka i, kao međukorak, konstruisanje simulacione elipse pomeraja radi uporedne analize; i
- 2) Konstruisanje elipse krutosti na osnovu identifikovanih parametara elipse pomeraja i poznatih relacija ove dve veličine i sile pobude, prema (2.4), i uporedna analiza sa ostvarenom simulacionom elipsom krutosti.

Identifikacija elipse pomeraja sprovedena je za eksperimentalni slučaj #3 koristeći pristup sa uvođenjem ograničenja lokacije centra elipse na linijskom segmentu, kako je to prethodno objašnjeno, pri čemu je u konkretnom slučaju polazna pretpostavka takva da se centar može locirati unutar granica definisanih karakteristikom ponovljivosti robotske ruke *SIA10F*, što iznosi $\pm 0.1 [mm]$. Ovakva polazna pretpostavka odnosno ugradnja apriori poznate informacije o koordinatama centra elipse prema poznatoj lokaciji *TCP* robotske ruke drastično sužava prostor za pronalaženje rešenja i omogućuje brzu konvergenciju algoritma optimizacije kojim su identifikovani parametri eksperimentalne elipse pomeraja u generalnoj formi (5.30). Za potrebe identifikacije parametara elipse pomeraja uzeti su u obzir eksperimentalni podaci za ukupno 5 ponavljanja od kojih svako sadrži po 9 merenja za definisane uslove generisanja sile pobude (ukupno 9 uglova pobude za svako ponavljanje, prema postavci datoj na slici 5.15) i pod dejstvom algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, kako je to opisano u podpoglavljima 5.1.1 i 5.1.2. Izmereni pomeraji, odnosno odzivi *TCP* u inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji robotske ruke, za jedno od 5 ponavljanja, sa rezultatima svih devet merenja, prikazani su na slici 5.27, uključujući i tranziciju odnosno trajektoriju *TCP* između ova dva karakteristična stanja tokom kretanja robotske *SIA10F* u *KPN* pod dejstvom algoritma $K_TZS\#R23$ (kretanje indukovano promenom kinetostatičkih svojstava *TCP* usled promene konfiguracije, dok je komandovano kretanje *TCP* jednako nuli). Na slici 5.27 9 uglova dejstva pobudne sile F za $\alpha_F=+15^\circ$ do $\alpha_F=-105^\circ$, kao i korespondentni odzivi, označeni su oznakama $p015$, $n000$, $m015-m105$, respektivno. Takođe, na slici 5.27 posebno su naznačene trajektorije *TCP* koje su kao primeri karakterističnih merenja izdvojeni i detaljno obrađeni u sekciji 5.1.3.1, gde je sa svim detaljima prikaz dat na slici 5.20. Trajektoriju *TCP* u svakom od 9 merenja na slici 5.27 predstavlja niskofrekventna komponenta ekstrahovana multirezolucijskom dekompozicijom (*DWT*) iz signala snimljenog laserskim mikrometrima *ODC2520*, pod identičnim uslovima kao i signali predstavljeni na slikama 5.20 i 5.23 u sekciji 5.1.3.1.



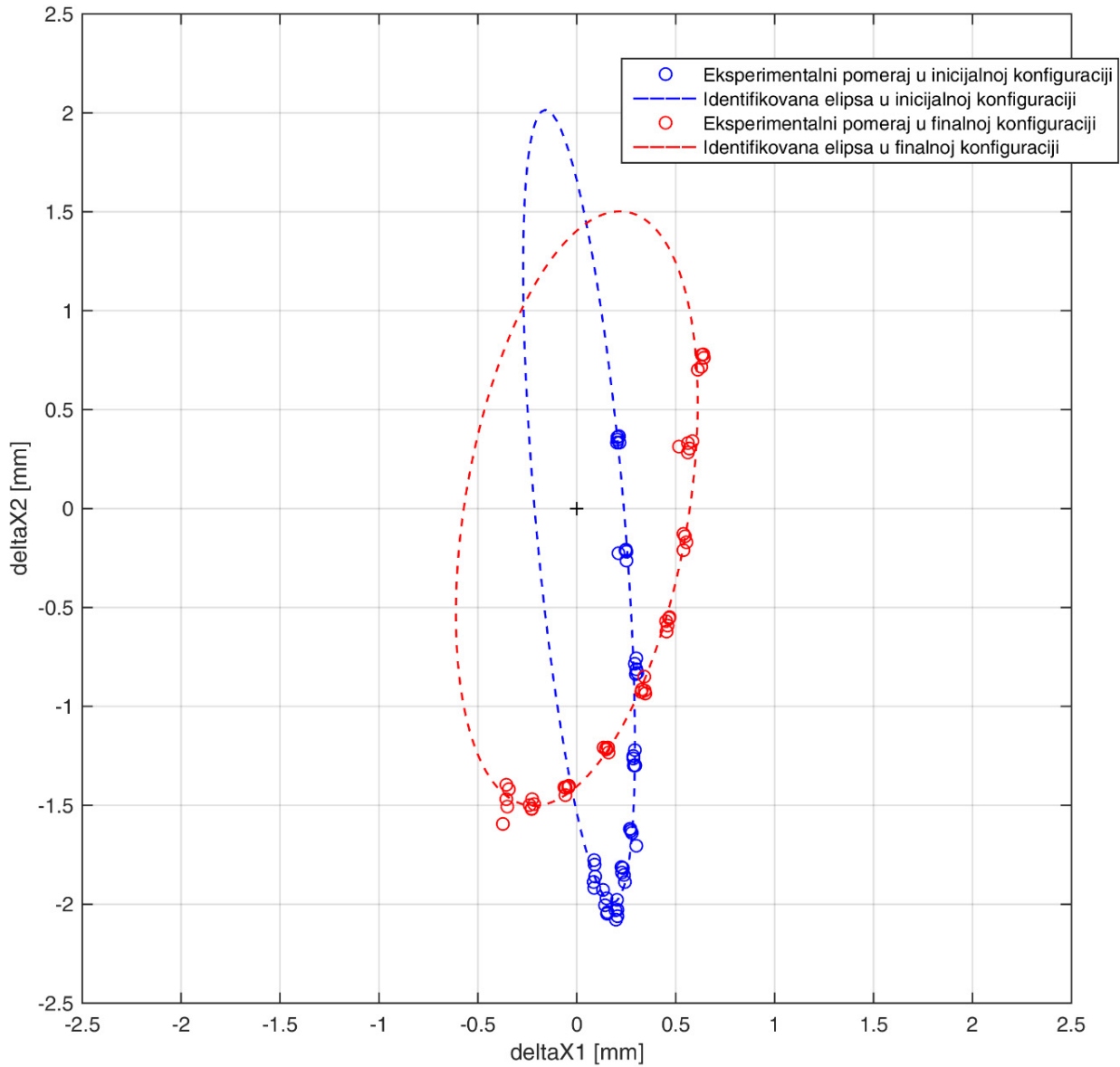
Slika 5.27: Eksperimentalni rezultati prikazani kao relativni pomjeraji odnosno odziv na zadatu silu pobude u proizvoljno izabranoj inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji robotske ruke, nakon dejstva algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$, plava i crvena boja, respektivno, uključujući i trajektoriju TCP između početnog i krajnjeg stanja koja nastaje samo kao posledica promene kinetostatičkih svojstava tokom kretanja u KPN (komandovano kretanje u prostoru TZS jednako je nuli). Posebno su izdvojene i naglašene trajektorije za dva karakteristična merenja koja su detaljno obrađena u sekciji 5.1.3.1

Eksperimentalni rezultati izmerenih pomjeraja za svih 5 ponavljanja uzeti su u obzir prilikom identifikacije parametara elipse, odnosno optimizacionog procesa, kao što je prethodno navedeno, i prikazani su na slici 5.28 zajedno sa pripadajućim identifikovanim elipsama pomjeraja u prostoru TZS , x_1/x_2 , pre i posle dejstva algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$. Jednačine opšte forme koje sadrže parametre identifikovanih elipsa pomjeraja u inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji robotske ruke za eksperimentalni slučaj #3, glase:

$$f_{EG_ini}(x) = 4.434x_1^2 + 0.753x_1x_2 + 0.088x_2^2 - 0.110x_1 - 0.011x_2 - 0.226 = 0 \quad (5.32)$$

$$f_{EG_fin}(x) = 1.315x_1^2 - 0.380x_1x_2 + 0.218x_2^2 - 0.429 = 0 \quad (5.33)$$

U jednačini (5.33), koja reprezentuje elipsu u finalnoj konfiguraciji, evidentno je da su parametri d i e jednaki nuli, što indirektno ukazuje na smanjenje eliptičnosti polazne elipse. Ovakva situacija navodi na to da dejstvo algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$ prevodi početno stanje, koje je određeno proizvoljno izabranom inicijalnom konfiguracijom robotske ruke, q_{ini} , u idealno ili približno idealno stanje u razmatranom prostoru TZS , x_1/x_2 , korespondentno finalnoj konfiguraciji, q_{fin} , tako da polazna elipsa teži obliku kružnice koji odgovara slučaju kinetostatičke izotropnosti ili kvazi-izotropnosti.



Slika 5.28: Eksperimentalni podaci prikazani kao relativni pomeraji odnosno odziv na zadatu silu pobude i identifikovane elipse pomeraja u inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji robotske ruke, odnosno u proizvoljnoj početnoj konfiguraciji i nakon dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, plava i crvena boja, respektivno.

Kao i u prethodnim detaljnim prikazima i analizama ostvarenih eksperimentalnih rezultata, tako je i u koraku identifikacije fizički ostvarene elipse pomeraja TCP robotske ruke izvršeno poređenje sa ostvarenim simulacionim kinetostatičkim ponašanjem. Simulaciona elipsa pomeraja izračunava se i konstruiše tako što se zadaje simulaciona pobudna sila $F_{x_sim}=F_{x_exp}=74N$ koja se usmerava u opsegu od 0 do 2π sa odgovarajućim korakom, u konkretnom slučaju $\pi/32$. Ovo omogućuje da se na osnovu poznate simulacione matrice krutosti K_x izračuna simulacioni odziv odnosno pomeraj u ukupno 64 tačke polazeći od relacije sile i pomeraja (2.4), što je dovoljno za uporednu vizuelizaciju i analizu. Zavisnost pomeraja od članova matrice krutosti i pobudne sile, za konkretan slučaj $2D$ prostora TZS , izražava se na sledeći način, polazeći od izraza (2.4) i za prostor TZS $x \in R^2$, odnosno $K_x \in R^{2 \times 2}$:

$$\delta x = [\delta x_1, \delta x_2]^T = f(K_x, F_x) \rightarrow \begin{cases} \delta x_1 = \frac{F_{x1} \cdot K_{x22} - F_{x2} \cdot K_{x12}}{K_{x11} \cdot K_{x22} - K_{x21} \cdot K_{x12}} \\ \delta x_2 = -\frac{F_{x1} \cdot K_{x21} - F_{x2} \cdot K_{x11}}{K_{x11} \cdot K_{x22} - K_{x21} \cdot K_{x12}} \end{cases} \quad (5.34)$$

U izrazu (5.34) vrednosti K_{x11} , K_{x12} , K_{x21} i K_{x22} predstavljaju elemente matrice generalizovane krutosti $K_x \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, pri čemu zbog simetrije važi $K_{x12} = K_{x21}$, dok F_{x1} i F_{x2} predstavljaju komponente vektora sile pobude u prostoru $x1x2$.

Takođe, generisani simulacioni pomeraji korišćeni su za identifikaciju parametara jednačine simulacione elipse pomeraja u opštoj formi, što je potrebno za izračunavanje i upoređivanje ključnih svojstava elipse relevantnih za tehnološki zadatak spajanja (poluprečnici i ugao rotacije u odnosu na koordinatni sistem prostora TZS). Poluprečnici, λ_{x1} i λ_{x2} , i ugao rotacije, θ_E , se izračunavaju na osnovu parametara jednačine elipse u opštoj formi na sledeći način [264]:

$$\lambda_{x1} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\frac{ae^2 - bde + cd^2}{4ac - b^2} - f \right)}{a + c - \sqrt{(a - c)^2 + b^2}}} \quad (5.35)$$

$$\lambda_{x2} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\frac{ae^2 - bde + cd^2}{4ac - b^2} - f \right)}{a + c + \sqrt{(a - c)^2 + b^2}}} \quad (5.36)$$

$$\theta_E = \begin{cases} 0 & , b = 0 \wedge a < c \\ \frac{1}{2}\pi & , b = 0 \wedge a > c \\ \frac{1}{2} \cot^{-1} \left(\frac{a - c}{b} \right) & , b \neq 0 \wedge a < c \\ \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2} \cot^{-1} \left(\frac{a - c}{b} \right) & , b \neq 0 \wedge a > c \end{cases} \quad (5.37)$$

Ugao rotacije θ_E se na osnovu intervalno definisane funkcije (5.37) izračunava u odnosu na koordinatnu osu $x1$ prostora TZS . Na osnovu jednačina (5.35)-(5.36) izračunati su poluprečnici i uglovi rotacije simulaciono konstruisanih i fizički izmerenih odnosno identifikovanih elipsi, i to:

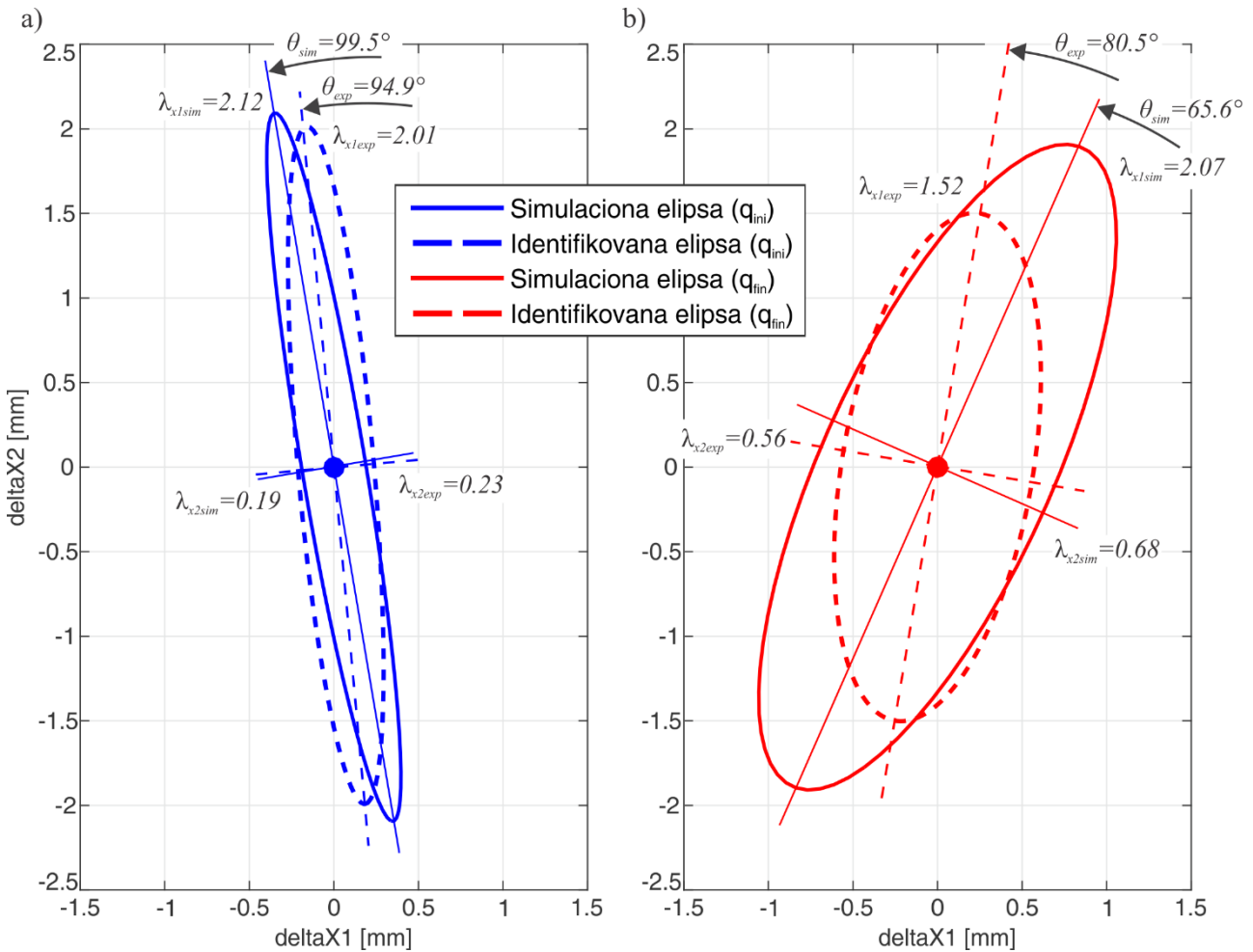
- inicijalno stanje, konfiguracija q_{ini} , simulaciono: $\lambda_{x1sim} = 2.12$, $\lambda_{x2sim} = 0.19$, $\theta_{sim} = 99.5^\circ$, eksperimentalno: $\lambda_{x1exp} = 2.01$, $\lambda_{x2exp} = 0.23$, $\theta_{exp} = 94.9^\circ$;
- finalno stanje, konfiguracija q_{fin} , simulaciono: $\lambda_{x1sim} = 2.07$, $\lambda_{x2sim} = 0.68$, $\theta_{sim} = 65.6^\circ$, eksperimentalno: $\lambda_{x1exp} = 1.52$, $\lambda_{x2exp} = 0.56$, $\theta_{exp} = 80.5^\circ$.

Uporedni prikaz simulacionih i fizički izmerenih odnosno identifikovanih elipsi pomeraja, u inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji robotske ruke, dat je na slici 5.29 zajedno sa naznačenim i upisanim vrednostima poluprečnika i ugla rotacije.

Na osnovu izračunatih poluprečnika i uglova rotacije elipse, moguće je sprovesti dodatnu analizu dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$ na kinetostatička svojstva TCP robota, i to izračunavanjem koeficijenta eliptičnosti, prirasta eliptičnosti i prirasta ugla rotacije za svaku elipsu, kao egzaktnih pokazatelja, za inicijalnu i finalnu konfiguraciju, na sledeći način:

$$\Delta \varepsilon_E = \varepsilon_{E\,fin} - \varepsilon_{E\,ini}, \quad \varepsilon_E = \frac{\lambda_{x\,min}}{\lambda_{x\,max}} \quad (5.38)$$

$$\Delta \theta_E = \theta_{E\,fin} - \theta_{E\,ini} \quad (5.39)$$



Slika 5.29: Uporedni prikaz identifikovanih i simulacionih elipsi pomeraja sa parametrima poluprečnika i ugla rotacije značajnim za kinetostatičko ponašanje *TCP* robotske ruke sa aspekta koordinacije *TZS*: a) elipse pomeraja *TCP* u inicijalnoj konfiguraciji robotske ruke, pre početka dejstva algoritma koordinacije, i b) elipse pomeraja *TCP* u inicijalnoj konfiguraciji robotske ruke, nakon dejstva algoritma koordinacije.

Promena eliptičnosti elipse prema (5.38) izračunava se kao razlika koeficijenata u finalnoj i inicijalnoj konfiguraciji, ε_{Efin} i ε_{Eini} , gde koeficijent eliptičnosti predstavlja odnos manjeg i većeg poluprečnika. Kada koeficijent eliptičnosti teži nuli, $\varepsilon_E \rightarrow 0$, tada sledi da se eliptičnost povećava, što je nepovoljno sa aspekta kinetostatičkih svojstava *TCP* koja su poželjna za zadatak spajanja delova. U ekstremnom slučaju, kada je $\varepsilon_E = 0$, elipsa poprima oblik linije, i to ukazuje na pad ranga matrice generalizovane krutosti K_x , i samim tim na singularitet. U suprotnom, kada teži jedinici, $\varepsilon_E \rightarrow 1$, tada se elastomehanička svojstva *TCP* približavaju slučaju kvazi-izotropnosti, ili izotropnosti, što je idealno za tehnološki zadatak spajanja. U slučaju kada je $\varepsilon_E = 1$, tada ugao rotacije θ_E postaje irelevantan, u skladu sa razmatranjima iz podpoglavljja 2.2.5. Egzaktno vrednosti parametara promene eliptičnosti i prirasta ugla rotacije, $\Delta\varepsilon_E$ i $\Delta\theta_E$, za konkretan eksperimentalni Slučaj #3, su sledeće: koeficijenti eliptičnosti i promena za virtuelni eksperiment: $\varepsilon_{Eini} = 0.089$, $\varepsilon_{Efin} = 0.328$, $\Delta\varepsilon_{Esim} = 0.239$, zatim prirast ugla rotacije: $\Delta\theta_{Esim} = -33.925^\circ$, koeficijenti eliptičnosti i promena za fizički eksperiment: $\varepsilon_{Eini} = 0.112$, $\varepsilon_{Efin} = 0.371$, $\Delta\varepsilon_{Exp} = 0.259$, zatim prirast ugla rotacije: $\Delta\theta_{Exp} = -14.461^\circ$. Kvantitativno posmatrano, za nastala odstupanja u apsolutnim vrednostima fizički ostvarenih rezultata u odnosu na simulacione, relevantna su dva konteksta: 1) kvazi-statički, što je značajno sa aspekta analize sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti u smislu potpunosti i jednoznačnosti određenja kinetostatičkih svojstava, gde odstupanje koeficijenta eliptičnosti za q_{ini} iznosi približno 20.5%, a za q_{fin} 12%, zatim odstupanje ugla rotacije glavne ose elipse u odnosu na referentnu koordinatnu osu prostora tehnološkog zadatka, x_1 , gde je u ovom slučaju odstupanje za q_{ini} približno 5%, a za q_{fin} 18.5%; i 2) dinamički, evolutivno, što je značajno sa upravljačkog aspekta odnosno primene modela komplementarnih kretanja, gde je odstupanje prirasta koeficijenta eliptičnosti za q_{fin} u odnosu na q_{ini} ,

$\Delta\epsilon_{Esim}/\Delta\epsilon_{Eexp}$, približno 7.7%, relativno odstupanje prirasta ugla orijentacije elipse, $\Delta\theta_{Esim}/\Delta\theta_{Eexp}$, približno čak 57%, dok odstupanje prirasta u odnosu na referentnu koordinatnu osu tehnološkog zadatka iznosi približno 25.8%.

Razlike u ključnim parametrima između simulaciono konstruisane i fizički izmerene elipse pomeraja direktna su posledica nesavršenosti aktucionog sistema robotske ruke *SIAT10F*, a posebno efekta elastomehaničkog zasićenja koji je uočen i detaljno analiziran u sekciji 5.1.3.1, što je najviše izraženo kod kinetostatičkog ponašanja *TCP* robota u finalnoj konfiguraciji. Identifikovana elipsa u finalnoj konfiguraciji je manjih poluprečnika od simulacione, što je direktna posledica elastomehaničkog zasićenja u zglobovima robotske ruke odakle proističe nemogućnost ostvarivanja odgovarajućeg pomeraja *TCP* kao odziva na zadatu silu pobude. Ugao rotacije elipse u finalnoj konfiguraciji je značajno veći kod fizički identifikovanog u odnosu na simulaciono stanje, odnosno prirast je manji, kako je to prethodno izračunato prema izrazu (5.39) i navedeno, što je takođe posledica zasićenja. Međutim, očigledno je da identifikovani karakter fizičkog kinetostatičkog ponašanja robotske ruke u potpunosti odgovara simulacionom, gde je u oba domena prisutno smanjenje eliptičnosti i rotacija elipse u istom smeru, dok su kvantitativna odstupanja posledica nesavršenosti i ograničenja koje nameće fizička relanost primenjenog manipulacionog sistema.

Kao završni korak uporedne analize simulaciono i fizički ostvarenog, odnosno izmerenog kinetostatičkog ponašanja, u kontekstu identifikacije parametara elipse, konstruiše se elipsa krutosti na osnovu identifikovane elipse pomeraja. Korelacija elipse pomeraja i elipse krutosti, kao i u slučaju konstruisanja elipse pomeraja, proističe iz dualizma odziva i pobude, pomeraja i sile, odnosno na osnovu izraza (2.4), gde su ove dve veličine povezane preko matrice generalizovane krutosti. Sledi da je postupak konstruisanja elipse krutosti jednostavan i potpuno jednoznačan na osnovu poznate relacije prethodno navedenih veličina, i kada su poznati parametri korespondentne elipse pomeraja. Elipsa pomeraja praktično predstavlja elipsu popustljivosti, pri čemu popustljivost predstavlja inverziju krutosti, odakle sledi da se za poluprečnike elipse krutosti, λ_{Kx} , izračunavaju inverzne vrednosti poluprečnika elipse pomeraja, λ_x , uzimajući u obzir poznat intenzitet sile pobude kao koeficijent proporcionalnosti. Ugao rotacije elipse krutosti, $\theta_{E_{Kx}}$, odnosno njena orijentacija u odnosu na razmatrani koordinatni sistem prostora *TZS*, direktno je poznata na osnovu ugla orijentacije elipse pomeraja, θ_{E_x} , tako da rotacija glavne ose elipse krutosti u odnosu na glavnu osu elipse pomeraja iznosi $+\pi/2$. Iz prethodnog sledi da se parametri elipse krutosti na osnovu parametara elipse pomeraja izračunavaju na sledeći način:

$$\lambda_{Kx} = \frac{1}{\lambda_x} \cdot F_x \quad (5.40)$$

$$\theta_{E_{Kx}} = \theta_{E_x} + \frac{\pi}{2} \quad (5.41)$$

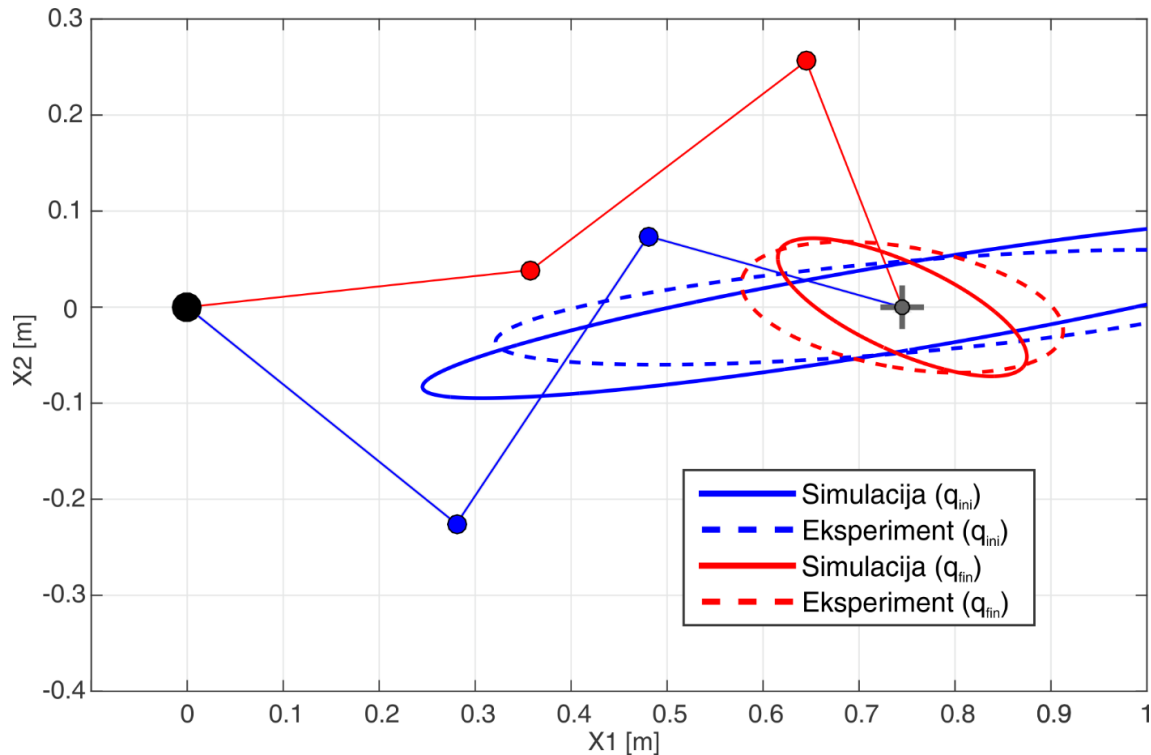
Na osnovu prethodnih stavova u vezi konstruisanja elipse krutosti na osnovu poznatih parametara elipse pomeraja i na osnovu izraza (5.40) i (5.41) izračunati su poluprečnici i uglovi rotacija elipsi krutosti, i to:

- a) inicijalno stanje, konfiguracija q_{ini} , simulaciono: $\lambda_{Kx1sim}=34.84$, $\lambda_{Kx2sim}=391.80$, $\theta_{Kxsim}=189.5^\circ$, eksperimentalno: $\lambda_{Kx1exp}=36.80$, $\lambda_{Kx2exp}=328.76$, $\theta_{Kxexp}=184.9^\circ$;
- b) finalno stanje, konfiguracija q_{fin} , simulaciono: $\lambda_{Kx1sim}=35.68$, $\lambda_{Kx2sim}=108.97$, $\theta_{Kxsim}=155.6^\circ$, eksperimentalno: $\lambda_{Kx1exp}=48.67$, $\lambda_{Kx2exp}=131.08$, $\theta_{Kxexp}=170.5^\circ$.

Vrednosti poluprečnika elipsi krutosti izraženi su u $[N/mm]$. Eksperimentalne elipse krutosti, koje su konstruisane na osnovu fizički identifikovanih elipsi pomeraja, sa prethodno navedenim parametrima, prikazane su uporedno sa već postojećim simulacionim elipsama na slici 5.30, zajedno sa korespondentnim konfiguracijama robotske ruke. Prikaz elipsi na slici 5.30 je skaliran zbog efektnosti

grafičke vizuelizacije i tako da bude srazmeran prikazu robotske ruke u inicijalnoj i finalnoj konfiguraciji. Skaliranje elipsi izvedeno je prema najvećem poluprečniku, $\lambda_{Kx_{max}} = \lambda_{Kx_{2sim}}$, tako da je on sveden na jediničnu vrednost, a svi ostali poluprečnici srazmerno tome, dok je dodatno skaliranje izvedeno sa faktorom 0.5, tako da se ostvari željeni grafički efekat.

Upoređujući simulaciono i fizički ostvarene eksperimentalne rezultate u ovom poglavlju, a posebno u kontekstu upravljanja oblikom elipse krutosti i njene identifikacije, može se zaključiti da je korelacija je očigledna. Ovo je u numeričkom smislu potvrđeno izračunavanjem relativne eliptičnosti, što je povezano sa sopstvenim vrednostima odnosno sa oblikom, a potvrđeno je i izračunavanjem ugla rotacije i njegovim prirastom. Grafička vizuelizacija koja u kontinuitetu prati interpretaciju ostvarenih rezultata, takođe ukazuje na ostvarenu korelaciju, odnosno efektivnost primene algoritma koordinacije $TZS, K_TZS\#R23$.



Slika 5.30: Uporedni prikaz identifikovanih i simulacionih elipsi krutosti korespondentnih elipsama pomeraja koje su prikazane na slici 5.29, zajedno sa pripadajućim konfiguracijama robotske ruke u inicijalnom i finalnom stanju, odnosno pre i posle dejstva algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$.

U kontekstu procesa spajanja, od suštinske važnosti su ostvareni rezultati koji ukazuju da se očigledno može upravljati oblikom elipse odnosno elipsoida krutosti. Ostvarivanje izotropnih, ili kvazi-izotropnih kinetostatičkih svojstava vrha robotske ruke od presudnog su značaja za tok procesa spajanja, kako je to analizirano i objašnjeno u podpoglavljima 2.2.6 i 4.2.2.

Takođe, jedna od polaznih teza izložena u poglavlju 2.3, o tome da kinematska redundansa pruža mogućnost samo delimičnog upravljanja krutošću, dok je za potpuno rešenje uz kinematsku redundansu potrebno i upravljanje akucionom krutošću potvrđena je kroz prikazane rezultate. Očigledno je u ovim eksperimentima da su istovremeno prisutne pojave rotacije i skaliranje glavnih osa elipse, što ukazuje na sprezanje i eksperimentalno potvrđuje potrebu da potpuno rešenje nudi hibridni pristup, čime može potencijalno da se ostvari potpuno rasprezanje, a jedan od potencijalnih pravaca je i slučaj primene hiperredundanse. Ovo razmatranje se prevashodno odnosi i posebno je značajno za tehnološki procesni primitiv i ostvarivanje potrebnih performansi u tom domenu. Međutim, kinematska redundansa je nužna sa aspekta dekompozicije TZS , jer je prisustvo diverziteta procesnih primitiva na sekundarnom hijerarhijskom nivou posebno izraženo, pa je praktično redundansa tehnološki minimum, kako je to kroz teoremu 4.1 takođe obuhvaćeno.

5.2.4.5 Koordinacija TZS sa sistemskim procesnim primitivima $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$

Jedan od suštinskih doprinosa ove disertacije sastoji se u reprezentaciji složenih tehnoloških zadataka hijerarhijski organizovanim skupom procesnih primitiva na bazi kibernetskog pristupa, i njihovoj koordinaciji sa ciljem efektivnog izvršavanja u tako stratifikovanom sistemu, a u ovom konkretnom slučaju to je zadatak procesa spajanja delova u tehnologiji robotizovane montaže. Prethodne dve sekcije pokazale su da je sa pažljivo odabranim početnim uslovima i parametrima tehnološkog zadatka spajanja, moguće izvesti eksperiment koordinacije *TZS* bez aktivnosti sistemskih procesnih primitiva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$. Takav eksperiment je izveden sa ciljem sveobuhvatne analize ponašanja koje proizvodi samo tehnološki procesni primitiv $OP\#T_1$, bez prisustva navedenog podskupa $OP\#S$ na sekundarnom hijerarhijskom nivou *TZS*, što je bilo od izuzetnog značaja za verifikaciju usvojene funkcije cilja SK_q i uspostavljenog algoritma koordinacije, kao i za verifikaciju ostvarenih kinetostatičkih svojstava *TCP* robotske ruke pod takvim uslovima. Međutim, u opštem slučaju, za potencijalnu izgradnju sistema za robotizovanu montažu baziranog na formulisanim principima hijerarhijske organizacije i koordinacije *TZS*, neophodno je da se analizira i u obzir uzme i uticaj aktivnosti sistemskih procesnih primitiva. Kako je prethodno formulisano, osnovna uloga skupa $OP\#S$ je u tome da očuvaju funkcionalnost sistema u celini, pa u tom smislu oni mogu predstavljati ograničenja za ostvarivanje individualnog cilja tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#T_ic$.

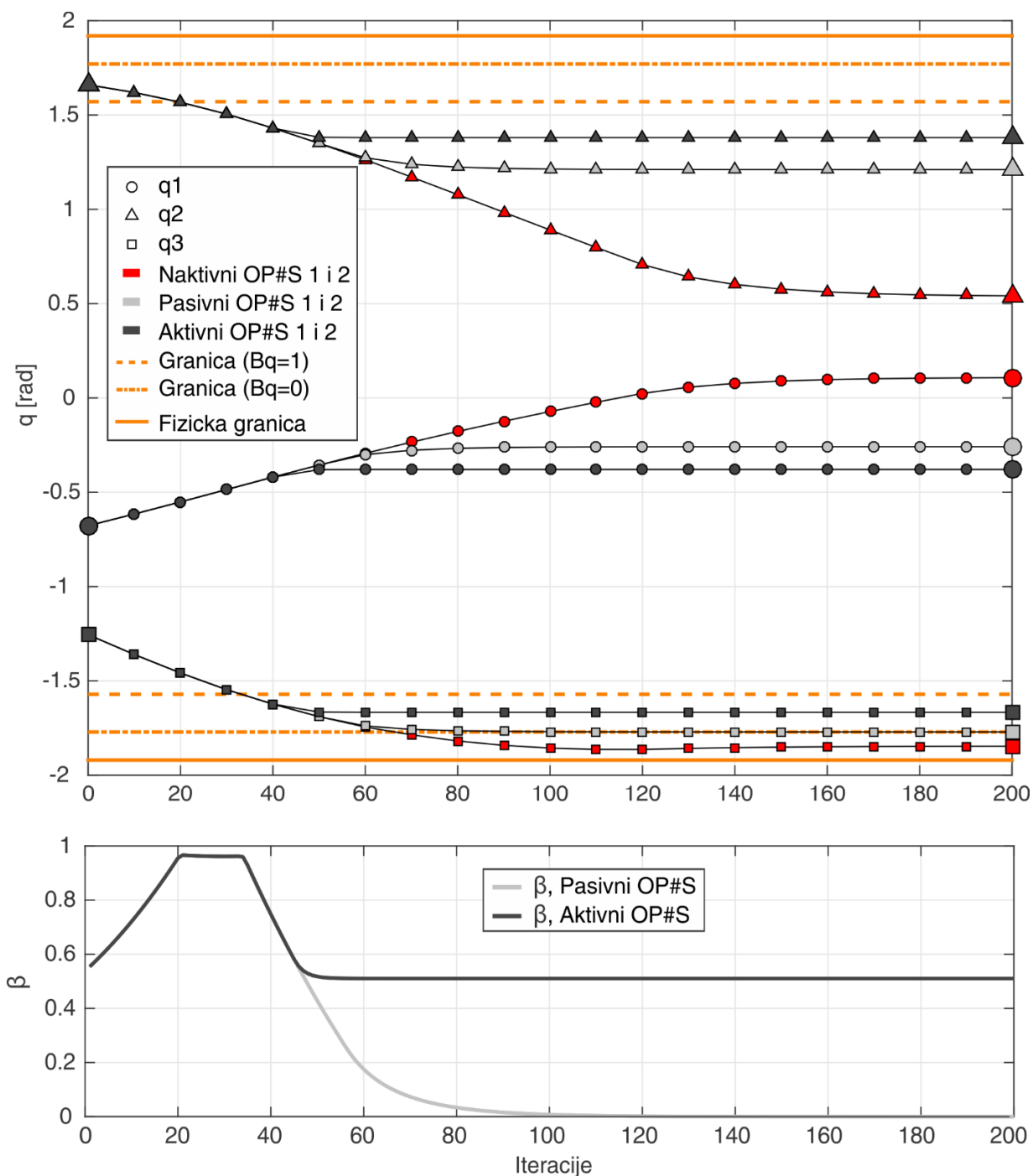
Rezultati koordinacije kompletnog hijerarhijski organizovanog *TZS*, $MRR-R23_TZS$, prema formulaciji navedenoj u podpoglavlju 5.2.2, koji sadrži i procesne primitive hijerarhijskog nivoa II.b, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, ovde su predstavljani tako da se omogući identifikacija uticaja skupa $OP\#S$ na tehnološki procesni primitiv, $OP\#T$. Verifikacija je izvedena pod uslovima definisanim u sekcijama 5.2.1.2 i 5.2.1.3, i to posebno za pasivno i za aktivno prisutne $OP\#S$, što podrazumeva primenu podalgoritamskih struktura za izračunavanje faktora aktivacije i odabranih funkcija ciljeva za izbegavanje granica radnog prostora i izbegavanje singularnih konfiguracija. Verifikacija je izvedena za eksperimentalni slučaj #3 (tabela 5.2), uključujući ekstenziju parametara odnosno ograničenja formulisanih u tabeli 5.3. Svi ostali uslovi izvršenja ovog virtuelnog eksperimenta odgovaraju prethodno formulisanim, pod kojima su izvršeni i prethodno opisani eksperimenti.

Na slici 5.31 prikazana je promena unutrašnjih koordinata tokom izvršenja algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, i to za slučaj neaktivnih (crvena), pasivnih (siva) i aktivnih (crna) sistemskih procesnih primitiva. Slučaj koordinacije *TZS* sa neaktivnim sistemskim procesnim primitivima praktično odgovara eksperimentu za koji su rezultati već detaljno prikazani i analizirani u sekcijama 5.2.4.1-5.2.4.3, a ovde se oni ponovo prikazuju sa ciljem upoređivanja sa slučajevima kada su $OP\#S$ prisutni pasivno ili aktivno. Pasivno prisustvo $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ ima takvo dejstvo na $OP\#T$ da pasivizira njegovu aktivnost kroz definisana ograničenja radnog prostora, q^{min} , q^{max} i ε_q , i distancu od singularnih konfiguracija, σ^{refl} i σ^{ref0} . Potpuna deaktivacija $OP\#T$ se dešava kada se dostignu granice, kada je $q \leq q^{min} - \varepsilon_q$, odnosno $q \geq q^{max} + \varepsilon_q$, ili kada je $\sigma_{min} < \sigma^{ref0}$, odnosno kada je proizvod faktora aktivacije jednak nuli, $\beta = \beta_q \beta_\sigma = 0$, slika 5.31. U konkretnom slučaju, može se uočiti da se potpuna pasivizacija $OP\#T$ dešava se u iteraciji $k=97$, usled vrednosti ugaone koordinate trećeg zgloba robotske ruke $MRR-R23$, q_3 , koja se ostvaruje tokom kretanja, gde vrednost β_q postaje manja od 0.01, što se vidi i sa slike 5.31.

Posmatrajući rezultate sa aspekta višekriterijumske optimizacije sa ograničenjima tipa jednakosti i nejednakosti, očigledno je da prisustvo procesnih primitiva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ zapravo predstavlja ograničenja, odnosno oni se mogu okarakterisati kao ograničenja, i to u slučaju kada su pasivno prisutni. Ostvareno rešenje je kompromisno u smislu distanciranja od ograničenja i ispunjavanja individualnog cilja tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#T$, čiji optimum je ostvaren u eksperimentalnom slučaju koordinacije *TZS* bez prisustva sistemskih procesnih primitiva. U slučaju kada su $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ prisutni aktivno, tada postoji kompetitivnost između procesnih primitiva sekundarnog hijerarhijskog nivoa unutar prostora interakcije, a uspostavljeno kompromisno rešenje se razlikuje od slučaja kada je prisutno samo pasivno dejstvo ograničenja granica radnog prostora i singularnih konfiguracija. Praktično, aktivnost gradijenata procesnih primitiva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ u

tom slučaju dodatno distancira odnosno potiskuje dejstvo tehnološkog procesnog primitiva, pa je ostvareno kompromisno rešenje u tom smislu manje povoljno sa aspekta ostvarenih kinetostatičkih svojstava potrebnih za uspešan tok procesa spajanja.

Aktivno prisutni $OP\#S$ u ovom konkretnom slučaju mnogo ranije potiskuje aktivnosti tehnološkog procesnog primitiva u odnosu na pasivno prisustvo, jer su tada prema modelu (5.23) prisutni odnosno aktivni i gradijenti korespondentnih funkcija ciljeva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, koji se sabiraju sa potpuno slobodnim ili delimično pasiviziranim gradijentom $OP\#T$. Ovakvo stanje dovodi do međusobnog poništavanja, tako da se u određenom trenutku uspostavi ravnoteža odnosno kompromisno rešenje i nema daljeg kretanja robotske ruke.

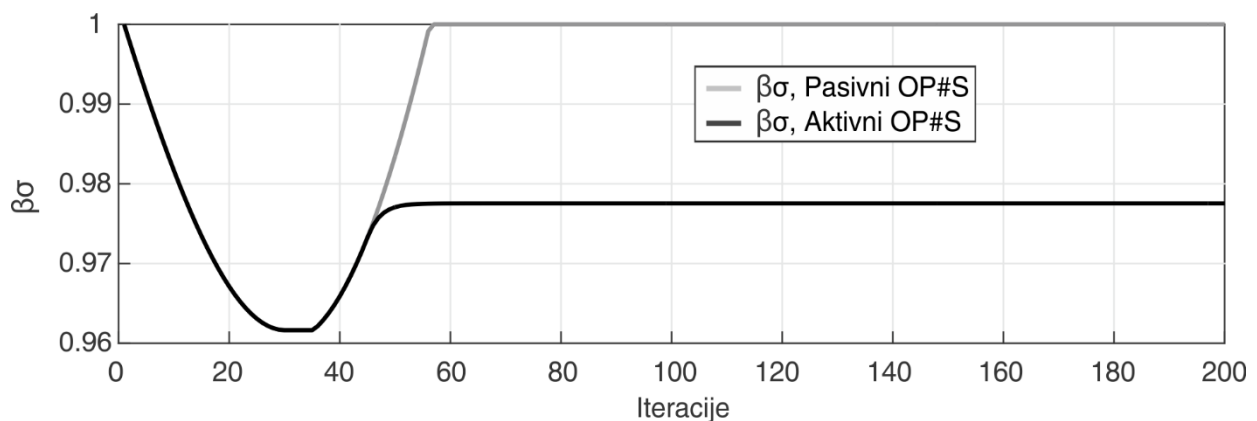


Slika 5.31: Uporedni prikaz ostvarenog kretanja robotske ruke $MRR-R23$ pod dejstvom algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, sa neaktivnim, pasivnim i aktivnim sistemskim procesnim primitivima za izbegavanje granica radnog prostora i singularnih konfiguracija, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, respektivno: a) uporedni prikaz kretanja u unutrašnjim koordinatama, b) uporedni prikaz proizvoda faktora aktivacije β_q i β_σ

U ovom konkretnom slučaju ovakvo stanje se ostvaruje već u iteraciji $k=50$, pri čemu se jasno uočava da faktori aktivacije odnosno njihov ukupan proizvod zadržava određenu vrednost, $\beta=0.51$, koja je korespondentna distanci od granica radnog prostora i singularnih konfiguracija za ostvareno kompromisno rešenje koje je uspostavljeno kao posledica istovremenog prisustva i interakcije $OP\#T$ i $OP\#S$ na sekundarnom hijerarhijskom nivou TZS .

Egzaktno posmatrano, finalne konfiguracije kada su $OP\#S$ neaktivni, pasivni i aktivni, redom su: $q_{fin_N}=\{0.108, 0.541, -1.846\}$, $q_{fin_P}=\{-0.258, 1.210, -1.771\}$, $q_{fin_A}=\{-0.379, 1.381, -1.666\}$, a posmatrano u odnosu na jedinstvenu inicijalnu konfiguraciju, q_{ini} , formulisanu u postavci eksperimenta za slučaj #3, tabela 5.2, ostvaren je ukupan prirast kretanja u unutrašnjim koordinatama: $\Delta q_{fin_N}=\{0.785, -1.119, -0.591\}$, $\Delta q_{fin_P}=\{0.419, -0.450, -0.516\}$, $\Delta q_{fin_A}=\{0.298, -0.279, -0.411\}$, odakle je dalje moguće izračunati i norme ukupnih prirasta kretanja u konfiguracionom prostoru nule: $\|(\Delta q_{fin_N})\|=1.489$, $\|(\Delta q_{fin_P})\|=0.803$ i $\|(\Delta q_{fin_A})\|=0.579$, što predstavlja ostvarene količine kretanja, pri čemu su sve vrednosti izražene u radijanima. Prethodno predstavljeni rezultati eksperimenta direktno ukazuju na uticaj pasivno ili aktivno uključenih $OP\#S$ na tehnološki procesni primitiv, odnosno efektivnost primene predloženog algoritma koordinacije i njegov kapacitet da sprovede formulisanu hijerarhijsku organizaciju TZS sa odgovarajućim prioritetima procesnih primitiva, tako da prisustvo $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ i njihov viši prioritet odnosno ispunjavanje njihovih individualnih ciljeva predstavlja ograničenje za potpuno ostvarivanje $OP\#T_ic$.

U ovom konkretnom slučaju proizvoljno izabrana inicijalna konfiguracija, q_{ini} , i tok aktivnosti odnosno pravac gradijenta funkcije cilja $OP\#T$ su takvi da je distanca od singularnih konfiguracija velika, pa je udeo i uticaj sistemskog procesnog primitiva za izbegavanje zona singulariteta minoran pod uslovima i parametrima formulisanim postavkom eksperimenta. Varijacija faktora β_σ tokom izvršenja algoritma koordinacije za slučaj kada su pasivno i aktivno prisutni $OP\#S$ u hijerarhijskoj strukturi TZS prikazana je na slici 5.32. Jasno je uočljivo da je uticaj bliskosti zoni singulariteta na ukupan tok algoritma koordinacije TZS prisutan samo u inicijalnoj fazi njegovog izvršenja, sa zanemarljivom varijacijom β_σ u intervalu $0.96 - 1.00$, pri čemu je u slučaju pasivno uključenih $OP\#S$ vrednost $\beta_\sigma=1$ konstantna od iteracije $k=57$ do kraja izvršenja algoritma koordinacije. U slučaju kada su $OP\#S$ uključeni aktivno, i da se kompromisno rešenje tada uspostavlja u iteraciji $k=50$, kako je prethodno opisano, faktor β_σ u tom slučaju do kraja izvršenja algoritma koordinacije ima konstantnu vrednost $\beta_\sigma=0.978$. Dalje se može zaključiti da je uticaj $OP\#S_1$ u ovom eksperimentu dominantan i da je varijacija ukupnog faktora β prevashodno modulirana uticajem bliskosti granicama radnog prostora, odnosno vrednostima faktora aktivacije β_q , dok je uticaj $OP\#S_2$ zanemarljiv.

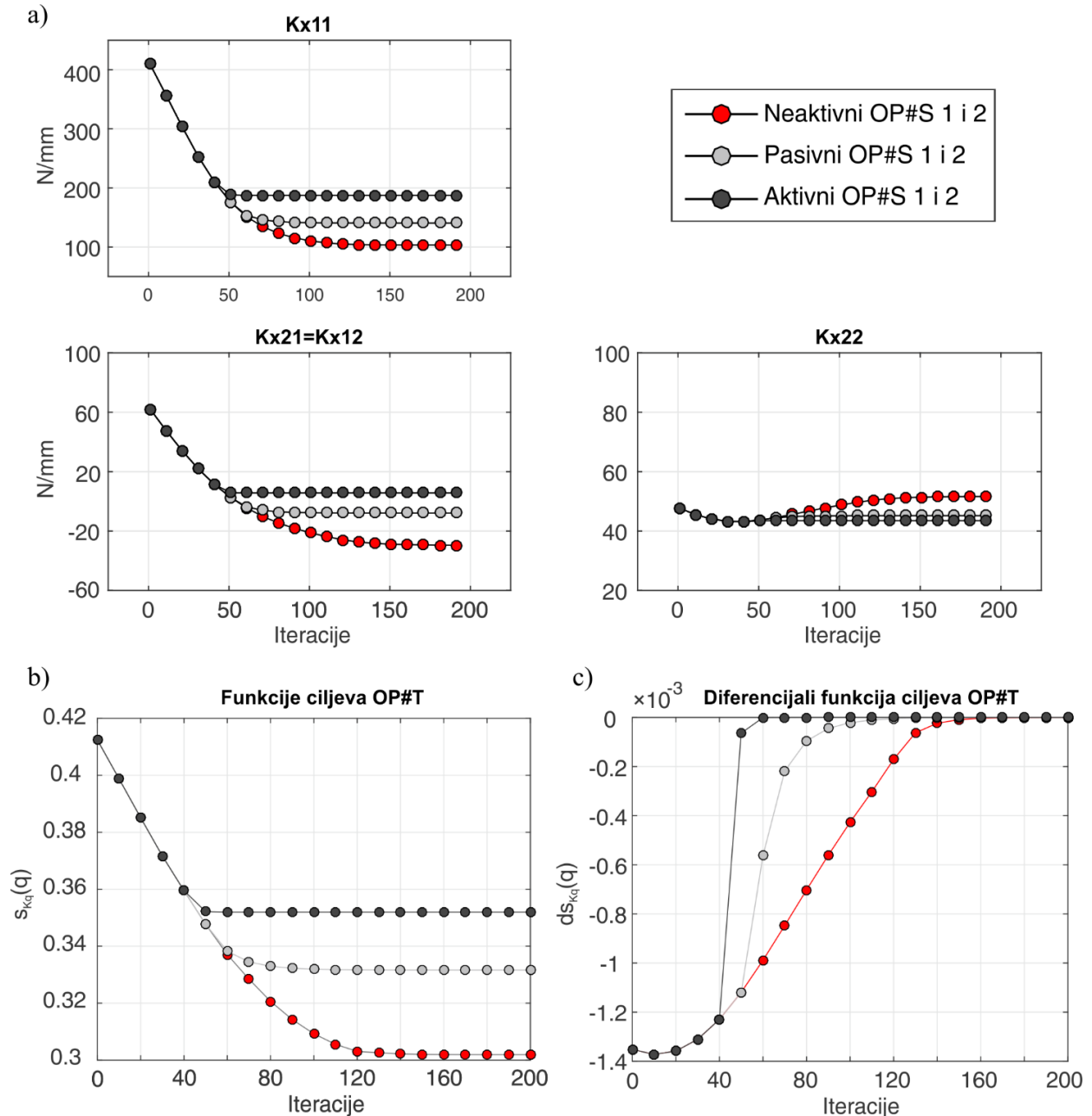


Slika 5.32: Uporedni prikaz varijacije faktora aktivacije β_σ tokom izvršenja algoritma koordinacije TZS za slučajeve kada su sistemski procesni primitivi, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$, prisutni pasivno i aktivno.

Ovakva interakcija sistemskih i tehnološkog procesnog primitiva odnosno ograničenje u ispunjavanju $OP\#T_ic$ za posledicu ima uticaj na ostvarivanje kinetostatičkih svojstava robotske ruke, pa je praktično ostvareni rezultat kompromis između ostvarivanja maksimalno mogućih kinetostatičkih performansi, koje su u skladu sa zahtevima procesa spajanja i težnje ka ostvarivanju izotropnih

svojstava odnosno transformaciji elipse u krug, i očuvanja sveukupne funkcionalnosti sistema uzimajući u obzir ograničenja koje nameće fizička realnost, a tiče se izbegavanja granica radnog prostora i što je od suštinskog značaja za primenu predloženih teorijskih modela.

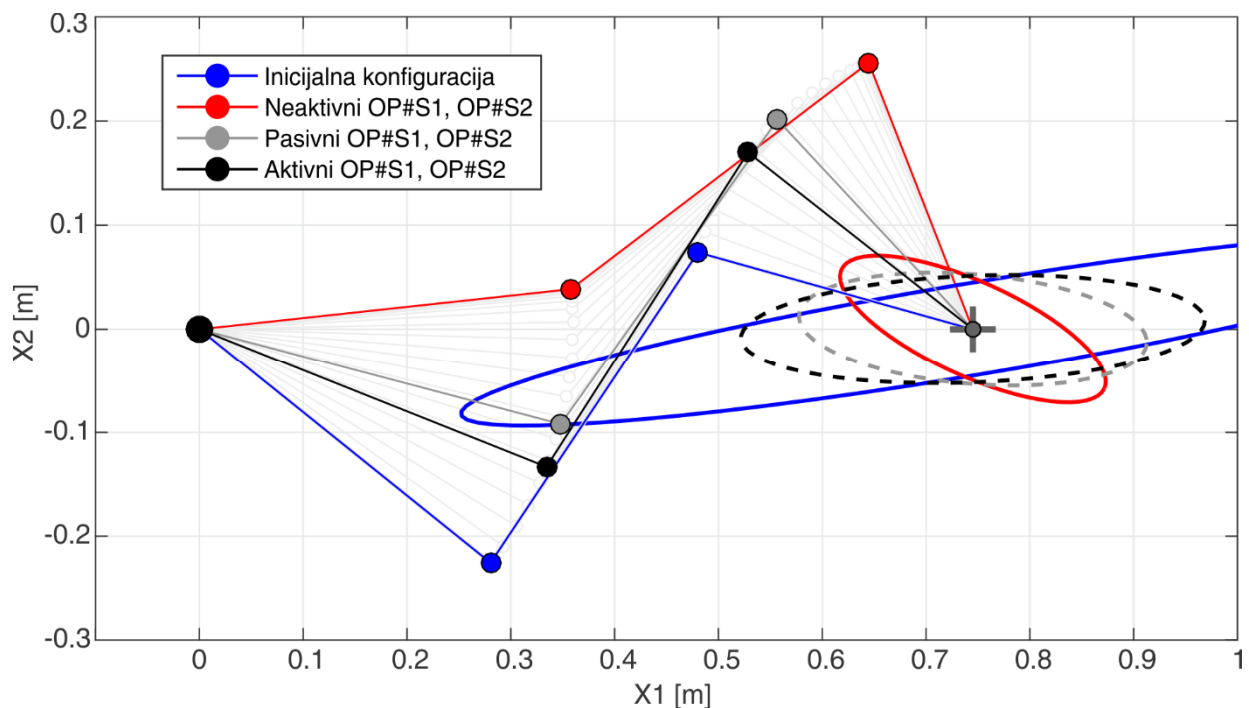
Uticaj prisustva sistemskih procesnih primitiva na kinetostatička svojstva prvo je reprezentovan kroz tok promene vrednosti članova matrice generalizovane krutosti, zatim tok promene pripadajuće funkcije cilja i njenog izvoda, tokom izvršenja algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, uključujući rezultate ostvarene za neaktivne, pasivno i aktivno uključene $OP\#S$, što je prikazano na slici 5.33.



Slika 5.33: Promena kinetostatičkih svojstava robotske ruke $MRR-R23$, kao posledica kretanja u KPN ostvarenog tokom algoritma koordinacije $TZS, K_TZS\#R23$ sa neaktivnim, pasivnim i aktivnim $OP\#S$: a) Promena vrednosti matrice krutosti TCP, K_x , relevantne za prostor TZS (gore), b) Funkcije ciljeva (dole levo), c) Izvod funkcija ciljeva (dole desno)

Posmatrajući tok promene članova matrice generalizovane krutosti, zatim pripadajuće funkcije cilja i njenog izvoda, na slikama 5.33a i 5.33b, jasno uočljiv uticaj pasivnog ili aktivnog uključivanja sistemskih procesnih primitiva. Uspostavljanje kompromisnog rešenja između $OP\#T$ i $OP\#S$ u slučajevima kada su pasivno ili aktivno uključeni $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ ograničava ostvarivanje kinetostatičkih performansi, vođenih ispunjavanjem usvojene funkcije cilja, s_{kq} , u odnosu na slučaj

kada je na sekundarnom hijerarhijskom nivou prisutan samo tehnološki procesni primitiv, $OP\#T$. Egzaktno posmatrano, vrednosti matrice K_x za inicijalnu konfiguraciju eksperimentalnog slučaja #3, koji se ovde razmatra, i finalne konfiguracije za slučajeve neaktivnih, pasivnih i aktivnih $OP\#S$ su, respektivno, izraženo u $[N/mm]$: $K_{x_ini}=[K_{x11}=409.4, K_{x12}=62.2; K_{x21}=62.2, K_{x22}=47.7]$, $K_{x_fin_N}=[K_{x11}=103.3, K_{x12}=-29.6; K_{x21}=-29.6, K_{x22}=51.7]$, $K_{x_fin_P}=[K_{x11}=140.5, K_{x12}=-7.8; K_{x21}=-7.8, K_{x22}=45.2]$ i $K_{x_fin_A}=[K_{x11}=187.5, K_{x12}=5.7; K_{x21}=5.7, K_{x22}=43.5]$. Iz prethodno navedenih vrednosti članova ostvarenih formi matrica K_x može se jasno uočiti da, i pored prisustva $OP\#S$ u pasivnom ili aktivnom obliku i ograničenja koje svojim uključivanjem u hijerarhijsku organizaciju TZS nameću prema ispunjavanju $OP\#T$, ostvarena kompromisna rešenja i dalje prevode inicijalnu konfiguraciju robotske ruke $MRR-R23$ sa izrazito anizotropnom krutošću u kvazi-izotropni oblik, pri čemu se može zaključiti i to da su $K_{x_fin_P}$ i $K_{x_fin_A}$ vrlo bliske dijagonalnoj formi u odnosu na usvojeni koordinatni sistem prostora TZS . U cilju grafičke vizuelizacije ostvarenih rezultata na slici 5.34 uporedno su predstavljene ostvarene konfiguracije robotske ruke i elipse krutosti kojima se reprezentuju ostvarena korespondentna kinetostatička svojstva u prostoru TZS , x_1/x_2 , za neaktivne, pasivno i aktivno uključene sistemske procesne primitive, $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$.



Slika 5.34: Inicijalna konfiguracija i finalno ostvarene konfiguracije robotske ruke $MRR-R23$ i korespondentne elipse krutosti pod dejstvom algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$ za slučajeve neaktivnih, pasivno i aktivno uključenih sistemski procesnih primitiva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$.

Ostvarene eliptičnosti elipse krutosti, koje se prema (5.38) izražavaju kao koeficijenti eliptičnosti, odnos poluprečnika elipse, tj. odnos minimalne i maksimalne sopstvene vrednosti matrice krutosti K_x , su: $\varepsilon_{Eini}=0.089$, $\varepsilon_{Efin_N}=0.327$, $\varepsilon_{Efin_P}=0.316$, $\varepsilon_{Efin_A}=0.231$. Ostvarene promene eliptičnosti u odnosu na inicijalnu konfiguraciju su sledeće: $\Delta\varepsilon_{Efin_N}=0.239$, $\Delta\varepsilon_{Efin_P}=0.227$, $\Delta\varepsilon_{Efin_A}=0.142$. Prethodno predstavljeni rezultati u kontekstu ostvarene eliptičnosti jasno potkrepljuju prethodno izvedene zaključke na temu uticaja sistemskih na tehnološki procesni primitivi, odnosno njihove međusobne interakcije unutar sekundarnog hijerarhijskog nivoa tokom izvršenja algoritma koordinacije $K_{TZS\#R23}$.

Pored prethodnog, važno je naglasiti da je mera uticaja višeg prioriteta $OP\#S$ na $OP\#T$ posebno izražena zbog ograničenosti konfiguracionog prostora nule, odnosno zbog toga je posebno izražena konfliktnost gradijenata procesnih primitiva. Povećanjem kapaciteta KPN , na primer u slučaju konfiguracije $n=4, m=2$, potencijalno bi bilo moguće ostvarivanje povoljnijeg kompromisnog rešenja sa aspekta tehnološkog procesnog primitiva.

Generalno posmatrano, očigledno je da se uz približavanje realnim scenarijima, gde u fizičkoj realnosti nije moguće izolovano primeniti samo neke od sadržaja, na primer samo tehnološki procesni primitiv, otvara pitanje politike rešavanja konflikata kao deo aktivnosti koordinacije nad skupom procesnih primitiva posmatranog tehnološkog zadatka. Ta politika je imperativno uslovljena kapacitetima fizičkih sistema, i ona ne može da ide izvan tih ograničenja. Sledi zaključak da nužnost povećanja kapaciteta postepeno vodi ka hiperredundantnim kinematskim strukturama, odakle takođe nužno sledi računaska kompleksnost, a kao potencijalno rešenje nameće se primena metaheurističkih optimizacionih metoda, kako je to posebno istaknuto u četvrtoj glavi, u sekciji 4.3.2.5.

6. Zaključak

Potreba za istraživanjima sprovedenim u ovoj doktorskoj disertaciji vođena je opštim kontekstom razvoja proizvodnih tehnologija uslovljenog razvojem globalne ekonomije i društva uopšte. Razvoj u prethodnim decenijama nametnuo je paradigmu masovne personalizacije proizvoda, gde zahtevi svakog pojedinačnog kupca dosežu do proizvodnog procesa i na njega utiču sa različitih aspekata, što je dalje uslovalo potiskivanje jednog ekstrema, koncepta masovne proizvodnje, i približavanje drugom, konceptu masovne kastomizacije. Odgovor na pitanje kako dosegnuti do superfleksibilnih proizvodnih sistema koji mogu da ispune ovakve zahteve i dalje ostaje otvoren. Postoje pokušaji, kroz razne strategije, da se stvori ambijent za razvoj ovakvih tehnologija. Neke od ovih strategija su pomenute u uvodnim razmatranjima, na primer Industrija 4.0 i Industrija 5.0 [108, 150], a koje se uglavnom pogrešno tumače kao industrijske revolucije, jer su pomaci koji se tu ostvaruju evolucionog, a ne revolucionarnog karaktera. Takve strategije su politički instrument koji na određenim prostorima, na primer u Evropi, predstavlja osnovu za potencijalno pronalaženje rešenja za prethodno navedene zahteve, ali i pokušaj da se ostvari kompetitivnost u odnosu na druge globalne ekonomije, na primer SAD, a posebno Kinu. U takvom kontekstu strategija Industrija 5.0 [35] na političkim osnovama posmatra razvoj proizvodnih tehnologija sa posebnim fokusom na čoveka, čija se uloga kroz koju treba ostvariti napredak u čistom tehnološkom kontekstu razume kao kolaboracija čoveka i mašine. Šire posmatrano, tu su koncepti kao što je Društvo 5.0 [127], gde se u obzir uzimaju i mnogi drugi značajni aspekti, kao na primer ekologija. Ukupno posmatrano ističe se jedan jedini zahtev – izgradnja superfleksibilnih struktura, implicitno pametnih tehnologija, ili čak inteligentnih proizvodnih sistema, sa imperativom prenosa veština, sposobnosti i ponašanja, posebno kognitivnih, sa čoveka na mašine i izgradnje nove generacije proizvodnih entiteta, ne kroz fraze nego suštinski.

U prethodno navedenom kontekstu, istraživanje sprovedeno u okviru ove doktorske disertacije fokusirano je na oblast tehnologije robotizovane montaže, sa ciljem da se antropomorfni manipulacioni robotski sistem učini adaptivnim i fleksibilnim u izvršavanju pripadajućih zadataka, uz čestu promenu zahteva. Polazeći od paradigme masovne kastomizacije, traženje potencijalnog rešenja je usmereno ka okviru kibernetско-fizičkih sistema, i unutar toga ka izgradnji superfleksibilnog robotskog sistema kao tehnološkog entiteta. Poseban fokus je usmeren na uspešnu realizaciju netrivialnog slučaja procesa spajanja, kao ekstremno zahtevan proces iz klase kontaktnih zadataka, koji je ključan za rešavanje mnogih pitanja koja se nameću i koja je neophodno razrešiti sa ciljem omogućavanja masovne primene robota u proizvodnim tehnologijama, uključujući aspekt hibridnih populacija i kolaborativnog rada sa čovekom u tehnološkim sistemima za montažu.

Temeljna i opsežna istraživanja u ovoj doktorskoj disertaciji, kao i rezultati koji su unutar tih aktivnosti proistekli, izvedena su sa ciljem provere i dokazivanja postavljenih polaznih hipoteza. Teorijska istraživanja i ostvareni rezultati smešteni su u polazni metodološki okvir, a ključni rezultati verifikovani su eksperimentalno, virtuelno i fizički, na kinematski redundantnom industrijskom robotu *Yaskawa SIA10F* sa upravljačkim sistemom *FS100*, softverskom platformom otvorene arhitekture *MotoPlus SDK* i odgovarajućim *API* okruženjem, uz primenu super preciznog laserskog mikrometra *Micro-Epsilon ODC2520-46* za identifikaciju ključnih fizičkih svojstava robotske ruke. Sprovedeni eksperimenti su u mnogim aspektima potpuno novi, verovatno na prostoru Balkana, a zasigurno na prostoru Srbije.

Korelacije istraživanja i ostvarenih rezultata sa hipotezama, njihovo dokazivanje i sa tim povezano izvođenje zaključaka, koji su formalno označeni sa *Z.x*, razmatraju se u nastavku.

Hipoteza #1:

Sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti potpuno i jednoznačno određuje kinetostatička svojstva hipotetičkog manipulacionog sistema, konzistentnog sa uspešnom realizacijom proizvoljnog netrivialnog slučaja procesa kvazi-statičkog spajanja para konformnih nedeformabilnih objekata.

Ontološka baza za istraživanja i dokazivanje hipoteze #1 sadržana je u poglavlju 2.1, što je dominantno usmereno ka analizi postojećih znanja u oblasti tehnologije montaže. Pored razmatranja postojećih znanja, kroz metodološke okvire biomimetike i teorije agenata, ostvaren je i doprinos u kontekstu analize tipičnih scenarija manuelne montaže i na bazi toga formulacije robotizovanih sistema za montažu, gde je bimanuelna konfiguracija formulisana kao univerzalna agentna struktura, koju je dalje moguće redukovati, ili multiplikovati, u zavisnosti od složenosti i zahteva tehnološkog zadatka spajanja.

Rezultati istraživanja direktno povezani sa dokazivanjem hipoteze #1 dominantno su sadržani u poglavlju 2.2., a sa tim povezane izvedene formulacije i ostvareni doprinosi u teorijskom smislu predstavljaju sledeće celine:

- 1) Analiza i generalizacija kinetostatičkih svojstava hipotetičkog manipulacionog sistema, predstavljenih matricom generalizovane krutosti, K_x , koja je u opštem prostornom slučaju formulisana kao fizički nehomogena kompozitna blok matrica, spregnutim poddomenima;
- 2) Matematičko modeliranje matrice K_x izvedeno na bazi inverzne kongruentne transformacije (2.15), kao funkcija matrice aktuacione krutosti i pseudoinverzije Jakobijan matrice kinematski redundantne robotske ruke, odnosno funkcija krutosti zglobova i konfiguracije;
- 3) Formulacija K_x na bazi njenog sopstvenog sistema, (2.16) i (2.17), i pripadajućih elipsoida krutosti koji u potpunosti reprezentuju svojstva krutosti kinematski redundantne robotske ruke, slika 2.13;
- 4) Formulacija ugla kodirekcionalnosti vektora sile pobude i odziva TCP , φ , (2.19), i formulacija ugla rotacije elipsoida K_x u odnosu na prostor TZ , θ , (2.17). Uglovi φ i θ predstavljaju kinetostatička svojstva koja posredno reprezentuju sprezanje sopstvenog sistema matrice K_x ;
- 5) Analiza generalizovane krutosti kao procesne veličine u zadatku spajanja na primeru RCC , slika 2.15, identifikacija svojstava konzistentnih sa uspešnom realizacijom proizvoljnog netrivialnog slučaja procesa spajanja, matrica K_{RCC} , (2.22), koja je dijagonalne forme, i identifikovan je njen sopstveni sistem reprezentovan pripadajućim elipsoidima translatorne i rotacione krutosti, koji su kvazi-izotropnog oblika, slika 2.16.

Povezivanjem identifikovanih kinetostatičkih svojstava RCC jedinice (5), sa opštim okvirima reprezentovanja sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti hipotetičkog manipulacionog sistema (1)-(4), direktno je dokazana hipoteza #1 u teorijskom smislu. Formalno sledi:

Ako su kinetostatička svojstva RCC jedinice konzistentna sa netrivialnim slučajem procesa spajanja, i ako ih je moguće reprezentovati opštim formalnim okvirom sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti, onda taj okvir potpuno i jednoznačno određuje i kinetostatička svojstva hipotetičkog manipulacionog sistema koja su konzistentna sa netrivialnim slučajem procesa spajanja.

Teorijski sadržaji povezani sa dokazivanjem hipoteze #1, prethodno navedeni stavkama (1)-(5), verifikovani su kroz virtuelne i fizičke eksperimente koji su izvedeni nad kinematski redundantnom robotskom platformom $MRR-R12$, a posebno detaljno nad $MRR-R23$. Eksperimentalna platforma je opisana u podpoglavljima 5.2.1 do 5.2.3, a rezultati prikazani u 5.2.4. Eksperimentalno je verifikovano da matrica generalizovane krutosti koja je modelirana inverznom kongruentnom transformacijom, odnosno njen pripadajući sopstveni sistem reprezentovan elipsoidom krutosti, potpuno jednoznačno određuje kinetostatička svojstva manipulacionog antropomorfnog kinematski redundantnog robotskog sistema, i posledično u jednoznačnu korelaciju dovodi silu pobude vrha robotske ruke sa korespondentnim odzivom u formi pomeraja i pripadajućim uglom kodirekcionalnosti. Verifikacija je izvedena sprovođenjem sledećih eksperimentalnih aktivnosti:

- 1) Dekompozicija simulaciono izračunate matrice generalizovane krutosti čime su određene komponente sopstvenog sistema, (5.26) i (5.27), na osnovu kojih su konstruisane i vizualizovane pripadajuće elipse krutosti, slika 5.19, uz izračunavanje ugla rotacije θ , (5.28);
- 2) Složen proces identifikacije elipsi krutosti izveden je posredno preko delimično merenih elipsi pomeraja, njihove potpune identifikacije, i to kroz sledeće korake:
 - a. primenom optimizacione metode sa ugradnjom apriornog znanja o položaju centra elipse, što u ovom slučaju predstavlja položaj TCP , nad skupom eksperimentalnih podataka identifikovane su fizičke elipse pomeraja, slike 5.27 i 5.28, pri čemu su identifikovani parametri predstavljeni jednačinama elipse u opštoj formi, izrazi (5.32) i (5.33);
 - b. primenom modela izračunavanja pomeraja (2.4), odnosno (5.34), sintetisane su simulacione elipse pomeraja i izvedena verifikacija fizičkih u odnosu na simulaciono ostvarene rezultate primenom izraza (5.35) do (5.37), slika 5.29;
 - c. primenom formalizma sopstvenog sistema nad sintetisanim elipsama pomeraja i dovođenjem u korelaciju sa sopstvenim sistemom elipsi krutosti, (5.40) i (5.41) izvedena je verifikacija fizički ostvarenih rezultata i u kinetostatičkom domenu, primenom kvantitativnih mera.

U okviru eksperimentalnih verifikacionih aktivnosti povezanih sa dokazivanjem hipoteze #1 uočene su nesavršenosti odnosno ograničenja fizičkog robotskog sistema različite prirode, a u kontekstu kvantitativnih odstupanja fizički ostvarenih u odnosu na simulaciono izračunata virtuelna kinetostatička svojstva dominantan je uticaj identifikovane pojave elastomehaničkog zasićenja u aktuacionim sklopovima odnosno zglobovima fizičkog robotskog sistema. Kao posledica ove pojave produkovana su odstupanja koja su različito izražena u zavisnosti od zone konfiguracionog prostora u kojem se vrši identifikacija kinetostatičkih svojstava, a koja su dominantno izražena u kontekstu ostvarenog ugla orijentacije elipse, a manje u smislu ostvarene eliptičnosti. Kao kvantitativne mere odstupanja uvedene su formulacije koeficijenta eliptičnosti i ugla orijentacije, ϵ_E i θ_E , a sa aspekta dokazivanja hipoteze #1, relevantan je kvazi-statički domen analize kinetostatičkog ponašanja kinematski redundantnog manipulacionog sistema, što je dato u sekciji 5.2.4.4, stranica 49.

Z.1 Na osnovu ostvarenih rezultata povezanih sa dokazivanjem hipoteze #1, moguće je zaključiti da ukoliko je poznata matrica K_x onda je poznat i njen sopstveni sistem, a posledično je potpuno određeno kinetostatičko ponašanje manipulacionog sistema za montažu. Ovakva situacija je od suštinskog značaja za izvršavanje netrivialnog slučaja procesa kvazi-statičkog spajanja, jer je tada karakter odziva na silu pobude unapred poznat. Za uspešnu realizaciju zadatka spajanja poznavanje egzaktnih parametara kinetostatičkih svojstava je potreban, ali ne i dovoljan uslov, a pored toga je neophodno da matrica K_x bude dijagonalne forme u odnosu na prostor tehnološkog zadatka, sa kvazi-izotropnim pripadajućim elipsoidima, što je pokazano na primeru identifikacije sopstvenog sistema RCC jedinice. Pored prethodnog, za potpunu karakterizaciju kinetostatičkih svojstava u realnom scenariju montaže, u obzir je potrebno uzeti i ponašanje fizičkog robotskog sistema, njegove nesavršenosti i ograničenja koja nameće.

Ovakav zaključak dalje vodi ka upravljanju sopstvenim sistemom matrice K_x , kao ključnom tehnološkom veličinom u procesu spajanja, a pronalaženje potencijalnog rešenja za takav zahtev usmereno je ka primeni kinematski redundantnih robota, što je analizirano u poglavlju 2.3, a dalje je povezano sa istraživanjima povezanim sa dokazivanjem hipoteze #2.

Hipoteza #2:

Konfiguracioni prostor nule kinematski redundantnog antropomorfog manipulacionog robota sadrži najmanje jednu konfiguraciju koja do tačnosti proizvoljnog skalarnog množioca generiše proizvoljni sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti pridružene proizvoljno izabranoj tački vrha robota, uz očuvanje kinematske konzistentnosti primarnog zadatka manipulacije robotskog sistema za montažu.

U vezi sa dokazivanjem hipoteze #2, izvedena su opširna teorijska i eksperimentalna istraživanja primenom metodološkog okvira linearne algebre. Kroz teorijska istraživanja, predstavljena dominantno u trećoj glavi, ostvareni su sledeći rezultati i doprinosi:

- 1) Analiza fundamentalnih pristupa i alternativnih metoda za rešavanje kinematske preodređenosti, podpoglavlja 3.1.1 i 3.1.2., odakle je kao funkcionalno konzistentan okvir odabran model komplementarnih kretanja, (3.9), sa partikularnom i homogenom komponentom, δq_P i δq_N ;
- 2) Sinteza komplementarnih podprostora slike, $R(J^T)$, KPS , i nule, $N(J)$, KPN , ukupnog KPR , kao analitička osnova za primenu odabranog modela komplementarnih kretanja i modeliranje inverznog linearnog preslikavanja. Sinteza je izvedena primenom metoda redukovane stepenaste forme, podpoglavlje 3.2.1, (3.19) do (3.22) i primenom metoda dekompozicije Jakobijan matrice na komponente sopstvenog sistema, podpoglavlje 3.2.2, (3.23) do (3.29).
- 3) Modeliranje inverznog linearnog preslikavanja, izvedeno na bazi ekstenzivnog instrumentarijuma linearne algebre: a) pseudoinverzija $J(q)$, korespondentna partikularnoj komponenti, podpoglavlje 3.3.1, izrazi (3.30) do (3.50); i b) komplementarni projektor, koji je korespondentan homogenoj komponenti modela komplementarnih kretanja, podpoglavlje 3.3.2, izrazi (3.51) do (3.59).
- 4) Formulacija uloge komplementarnog projektora za upravljanje kinetostatičkim svojstvima kinematski redundantnog manipulacionog sistema, odnosno za izbor ortogonalnog komplementa unutar KPN korespondentnog proizvoljnog sopstvenom sistemu K_x .

U kontekstu tehnologije robotizovane montaže i uspešne realizacije proizvoljnog netrivialnog slučaja procesa spajanja, sledi da je izbor ortogonalnog komplementa odnosno prirasta kretanja unutar KPN direktno povezan sa izborom konfiguracije koja generiše proizvoljni sopstveni sistem K_x do tačnosti proizvoljnog skalarnog množioca. Polazeći od inverzne kongruentne transformacije, zatim uzimajući u obzir da je matrica aktuacione krutosti antropomorfog kinematski redundantnog robota sa monoartikularnom aktuacijom uvek dijagonalna, kvazi-konstantna, i kako je pokazano da je moguće upravljati sopstvenim sistemom $J(q)$ primenom komplementarnog projektora, sledi da je u opštem slučaju moguće upravljati i sopstvenim sistemom K_x kretanjem u KPN . Ovaj zahtev se ispunjava formulisanjem odgovarajuće funkcije cilja, čiji gradijent se projektuje u KPN , pa se kretanjem generisanim na taj način izvršava izbor korespondentne konfiguracije robotske ruke, uz očuvanje kinematske konzistentnosti primarnog zadatka manipulacije. Sledi da je analiza, modelima i formulacijama (1)-(4) dokazana hipoteza #2 u teorijskom smislu, odnosno formalno sledi:

Ako je sopstveni sistem matrice generalizovane krutosti funkcija konfiguracije robotskog sistema, odnosno sopstvenog sistema Jakobijan matrice, i ako je moguće dekomponovati konfiguracioni prostor na ortogonalne podprostore, onda je moguće odrediti ortogonalni komplement unutar konfiguracionog prostora nule koji potencijalno obezbeđuje ispunjavanje: a) zahteva izbora sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti do tačnosti proizvoljnog skalarnog množioca; i b) komplementarnosti sa partikularnom komponentom, odnosno kinematsku konzistentnost sa primarnim zadatkom manipulacije robotskog sistema za montažu.

Izgrađeni teorijski model komplementarnih kretanja povezan sa dokazivanjem hipoteze #2 verifikovan je virtuelno i fizički, za tri parametarski različita eksperimentalna slučaja, što je okviru postavke eksperimenta sadržano u podpoglavlju 5.2.2. Kroz virtuelni i fizički eksperiment izvedene su sledeće verifikacione aktivnosti:

- 1) Simulaciona verifikacija upravljanja kretanjem kinematski redundantne robotske ruke, gde je pokazano kako se proizvoljno izabrana inicijalna konfiguracija, koju karakteriše izraženo anizotropni sopstveni sistem matrice K_x , prevodi u kvazi-izotropni oblik, slike 5.18 i 5.19, čime je demonstrirana funkcionalnost modela komplementarnih kretanja uz primenu odgovarajuće funkcije cilja bazirane na dijagonalizaciji matrice K_x za izbor konfiguracije konzistentne sa željenim kinetostatičkim svojstvima uz očuvanje primarnog zadatka manipulacije;

- 2) Fizička verifikacija upravljanja sopstvenim sistemom matrice K_x odnosno upravljanja oblikom pripadajućeg elipsoida. Za razliku od hipoteze #1 za šta je bio dovoljan kvazi-statički domen, za verifikaciju teorijskog modela povezanog sa dokazivanjem hipoteze #2 bilo je značajno dinamičko ponašanje i korespondentno oblikovanje komponenata sopstvenog sistema matrice K_x , slika 5.20, Pokazano je da je moguće upravljati na funkcionalno konzistentan način, uz praćenje ugla kodirekcionalnosti koji posredno ukazuje na oblik i orijentaciju elipse krutosti, slika 5.26.

U kontekstu identifikacije elipse krutosti, a povezano sa eksperimentalnim aktivnostima u vezi dokazivanja hipoteze #2, uočena su i kvantifikovana odstupanja fizički ostvarenih u odnosu na simulaciono izračunate vrednosti. Odstupanja su posledica elastomehaničkog zasićenja aktuacionog sklopa robotskog sistema, gde je za razliku od hipoteze #1 i kvazi-statičkog domena, ovde relevantan dinamički odnosno evolutivni domen kinetostatičkog ponašanja kinematski redundantnog manipulacionog sistema, što je detaljno obrađeno u sekciji 5.2.4.4, stranice 49. i 50. Međutim, i pored uočenih odstupanja koja su kvantifikovana, očigledno je da identifikovani karakter kinetostatičkog ponašanja fizičkog robotskog sistema u potpunosti odgovara simulacionom, gde je u oba domena prisutno smanjenje eliptičnosti i rotacija elipse u istom smeru, dok su odstupanja posledica nesavršenosti i ograničenja koje nameće fizička realnost primenjenog robotskog sistema.

Z.2 Istraživanja i ostvareni rezultati povezani sa dokazivanjem hipoteze #2, u potpunosti su potvrdili korespondentne pretpostavke u vezi upravljanja sopstvenim sistemom K_x primenom modela (3.9), uz očuvanje konzistentnosti primarnog zadatka manipulacije. Pored prethodnog, uočen je nedostatak primenjenog pristupa u upravljanju matricom K_x što se ogleda u očiglednom odstupanju ostvarenog od zadatog izotropnog oblika, K_{xd} . Ovo je posledica nedovoljnosti kapaciteta izabranog minimalnog robota, *MRR-R23*, ali i neupravljive, kvazi-konstantne aktuacione krutosti. Iz prethodnog sledi da za potpuno upravljanje K_x , podrazumevajući raspregnuto upravljanje sopstvenim vrednostima i sopstvenim vektorima matrice krutosti, što je neophodno za ostvarivanje svojstva proizvoljne kvazi-izotropnosti i proizvoljne orijentacije elipsoida, značajan stepen kinematske redundanse, pri čemu je pored upravljanja konfiguracijom neophodno i upravljanje svojstvima aktuacione krutosti robotske ruke¹⁵. Tek kroz ovakav okvir hibridnog upravljanja kinetostatičkim svojstvima, koji je na konceptualnom nivou obrađen u okviru podpoglavlja 2.3.3, moguće je potpuno proizvoljno upravljanje sopstvenim sistemom K_x ;

U fizičkoj realnosti robotski sistem za montažu nikada ne funkcioniše samo u partikularnom kontekstu optimizacije generalizovane krutosti, već se nameće pitanje optimizacije drugih kriterijuma i pitanje ograničenja, kao na primer udaljenost od granica radnog prostora ili od singularnih konfiguracija, a regulacija njihovog relativnog odnosa podrazumeva određenu prioritizaciju. Takav opšti kontekst dalja istraživanja je usmerio na primenu teorije opštih hijerarhijskih sistema i kibernetškog pristupa, što je povezano sa dokazivanjem hipoteze #3.

Hipoteza #3:

Kibernetški koncept hijerarhijskog organizovanja i koordinacije višenivojskih stratifikovanih sistema dovoljan je formalni okvir za: (a) modeliranje i analizu, (b) sintezu zakona upravljanja simultanog nekonzfliktnog izvršavanja proizvoljnog skupa međusobno spregnutih procesnih primitiva u okviru tehnološkog sistema za robotsku montažu.

Funkcionalno konzistentan model koji je izgrađen kroz istraživanja povezana sa dokazivanjem hipoteza #1 i #2, dalje je kroz istraživanja povezana sa dokazivanjem hipoteze #3 smešten u formalno konsekventni okvir kibernetškog koncepta hijerarhijskog organizovanja i koordinacije, izgrađen kroz

¹⁵ U ranoj fazi istraživanja u okviru ove doktorske disertacije analizirana je oblast upravljanja aktuacione krutosti i ostvareni su određeni rezultati kroz eksperimentalni razvoj, realizaciju i testiranja mekog zgloba, uz sintezu različitih zakona upravljanja, gde su određeni rezultati publikovani uglavnom u nacionalnim okvirima, [192, 146], ali su dalja istraživanja ipak bila usmerena na primenu kinematski redundantnih robota, a pre svega zbog potentnosti tog pristupa za ostvarivanje opšteg okvira upravljanja baziranog na kibernetškom konceptu hijerarhijske organizacije i koordinacije.

primenu metodološkog okvira opšte teorije hijerarhijskih sistema. Kroz koncept koordinacije uveden je holistički pristup za istraživanje ovog fenomena, kao okvir za primenu višekriterijumske optimizacije ponašanja robota u njegovom konfiguracionom prostoru, a u kontekstu izvršavanja konkretnog tehnološkog zadatka. Rezultati teorijskih istraživanja povezani sa dokazivanjem hipoteze #3, dominantno su smešteni u četvrtu glavu disertacije, raspoređeni unutar tri poglavlja od kojih je svako posebno detaljno struktuirano, pri čemu je ovde istaknut ontološki pristup u izgradnji znanja u oblasti tehnologije montaže (definicije, teoreme, korolarijumi). Ostvareni su sledeći doprinosi:

- 1) Kibernetički pristup formalizacije razmatranog fenomena, gde je tehnološki zadatak prepoznat i definisan kao kompleksna hijerarhijska struktura, obuhvaćen je u poglavlju 4.1 uz formalizaciju i modeliranje sledećih gradivnih blokova: a) tehnološki zadatak, TZ , kao skup procesnih primitiva (Definicija 4.1), b) procesni primitiv (Definicija 4.2), c) transparentnost TZ kao mera informacione propustljivosti (Definicija 4.3), d) kibernetička reprezentacija kompleksnog TZ , e) stratifikacija i prepoznavanje TZ kao inherentno višeciljne, paralelne strukture, slika 4.4, f) interakcija, sprežanje, konflikti i kontradikcija $OP\#x$, g) koordinacija (Definicija 4.4), model funkcije koordinacije, slika 4.5 i pojam koordinabilnosti TZ (Definicija 4.5);

Na osnovu prethodnog uspostavljeni su sledeći formalni konstrukti: a) opšti formalizam hijerarhijske organizacije tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja, TZS ; b) matematička formulacija globalnog cilja TZS , izraz (4.1); c) K -funkcija TZS , fokusirana na simultano izvršavanje skupa $OP\#x$ primenom kinematski redundantnih robota (Teorema 4.1 i Korolarijumi 4.1 i 4.2); d) Modeliranje hijerarhijske strukture TZS za izabrani skup procesnih primitiva, slika 4.6, uključujući primarni i sekundarni hijerarhijski nivo.

Na ovaj način, izgradnjom prethodno navedenih fundamentalnih kibernetičkih formalizama i modela TZS , uspostavljen je formalno konsekventni okvir, čime je dokazan prvi deo hipoteze #3 u smislu dovoljnosti kibernetičkog koncepta hijerarhijskog organizovanja i koordinacije za modeliranje i analizu simultanog nekonfliktnog izvršavanja proizvoljnog skupa međusobno spregnutih procesnih primitiva u okviru tehnološkog sistema za robotsku montažu. Formalno sledi:

Ako je primenom kibernetičkog koncepta hijerarhijske organizacije i koordinacije moguće izvršiti identifikaciju, dekompoziciju i formalno reprezentovati fundamentalne komponente sistema i njihove relacije unutar tehnološkog zadatka robotizovanog spajanja kao proizvoljnog skupa međusobno spregnutih procesnih primitiva, onda je to dovoljan formalni okvir za njegovu analizu i modeliranje.

- 2) Matematička formulacija procesnih primitiva primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa, kroz pripadajuće funkcije ciljeva i njihove gradijente, sadržana je u poglavlju 4.2, što je obuhvatilo sledeće: a) primarni procesni primitiv manipulacije objekata koji se spajaju unutar prostora TZS , $OP\#P$, podpoglavljje 4.2.1, izrazi (4.3) do (4.7), uključujući formulaciju prostora TZS i matematičko modeliranje pripadajućeg strukturno složenog preslikavanja, (4.8) do (4.10), slika 4.9; b) sinteza varijantnih funkcija ciljeva tehnološkog procesnog primitiva, $OP\#T$, podpoglavljje 4.2.2, gde su obuhvaćeni integralni i partikularni pristupi, izrazi (4.17) do (4.25); c) sinteza funkcija ciljeva sistemskih procesnih primitiva, $OP\#S$, poglavljje 4.2.3: 1) izbegavanje granica radnog prostora, $OP\#S_1$, (4.26) do (4.33), 2) izbegavanje singularnih konfiguracija, $OP\#S_2$, (4.34) do (4.45); 3) izbegavanje kolizionih stanja, $OP\#S_3$, (4.46) do (4.50); 4) kompenzacija gravitacione sile, $OP\#S_4$, (4.51) do (4.54); 5) dinamička stabilnost, $OP\#S_5$, gde su obuhvaćena tri alternativna modela, izrazi (4.55) do (4.58), uz grafičku interpretaciju, slika 4.14.

Matematička formulacija funkcija ciljeva procesnih primitiva predstavlja potreban, ali ne i dovoljan uslov za dokazivanje drugog dela hipoteze #3, koji se odnosi na sintezu zakona upravljanja, jer je za ovaj dokaz neophodno analizirati zahteve i ograničenja, zatim formalizovati odgovarajući instrumentarijum, pa je tek uz ispunjenost tih uslova moguće sintetisati varijante algoritamske strukture odnosno zakone za ostvarivanje funkcije koordinacije, K -funkcije.

- 3) Rezultati u vezi dokazivanja dovoljnosti formalnog okvira kibernetiskog koncepta koordinacije za sintezu zakona upravljanja predstavljeni su u poglavlju 4.3, gde su unutar podpoglavlja 4.3.1 i 4.3.2, formalizovana sledeća pitanja: a) ograničenost kapaciteta prostora interakcije, izraženo koeficijentom Ψ , (4.59) do (4.61); b) konfliktnost procesnih primitiva uključujući ispitivanje i kvantifikovanje njihovog relativnog odnosa, slika 4.15, Ω -funkcija, izrazi (4.62) do (4.65); c) sprezanje između hijerarhijskih nivoa TZS , posebno u kontekstu KPR i prostora TZS , (4.66), slika 4.16; d) instrumentarijum za ostvarivanje K -funkcije, primena integralnih i relativnih projektora, (4.67) do (4.70); e) analitička particija KPN , sinteza parcijalnih projektora (Definicija 4.5), izrazi (4.71) do (4.73), uključujući koncept kontekstno senzitivne prioritizacije (Definicija 4.6), odakle dalje sledi utemeljenje simultanog nekonfliktnog izvršavanja skupa $OP\#x$ TZS (Teorema 4.2 i Korolarijum 4.3); f) aditivnost parcijalnih projektora, izraz (4.74), koja je prisutna samo u slučaju postojanja višestruke kinematske redundanse robota (Teorema 4.3); g) instrument povratne sprege K -funkcije za slučaj analitičke particije KPN , Ω_N -funkcija, (4.75) i (4.76);
- 4) Sinteza algoritama koordinacije odnosno zakona upravljanja, izvršena je u podpoglavlju 4.3.3 i to na osnovu prethodnih utemeljenja (1)-(3). Varijantni algoritmi koordinacije, koji su u opštem slučaju bazirani na metodološkom okviru višekriterijumske optimizacije sa ograničenjima tipa jednakosti i nejednakosti, u funkcionalnom smislu su zasnovani na instrumentarijumu projektora, a suštinski se odnose na izračunavanje homogene komponente u modelu komplementarnih kretanja. Sintetisana su tri varijantna algoritma, uz podalgoritamske strukture za fuziju komponenata kretanja, ostvarivanje harmonije i kompromisnih rešenja individualnih ciljeva procesnih primitiva: a) $K_TZS\#1$, sekcija 4.3.3.1, zasnovan je samo na integralnom projektoru, univerzalno je primenljiv nezavisno od raspoloživog kapaciteta KPN , najjednostavniji je sa aspekta računске kompleksnosti, međutim ne uzima u obzir razrešavanje pitanja konfliktnosti na eksplicitan način, već u implicitnom obliku vrši prioritizaciju i tranziciju aktivnosti skupa $OP\#x$ TZS ; b) $K_TZS\#2$, sekcija 4.3.3.2, zasnovan je na integralnom i relativnim projektorima, na eksplicitan način razrešava pitanja konfliktnosti kroz prioritizaciju i određivanje relativnog odnosa gradijenata procesnih primitiva, ali je posebno izražena strukturna složenost i posledično računska kompleksnost; c) $K_TZS\#3$, sekcija 4.3.3.3, zasnovan je na parcijalnim projektorima, njegova primena je ograničena na slučajeve višestruke kinematske redundanse robota, a kompleksnost ovog algoritma posebno je izražena u složenosti analitičkog modela, što se neizostavno reflektuje i na računsku kompleksnost.

Na ovaj način, analizom i formalizacijom zahteva i ograničenja, zatim formalizacijom instrumentarijuma i sintezom varijantnih algoritama koordinacije obuhvaćen je i drugi deo dokazivanja hipoteze #3, pa formalno sledi:

Ako je unutar modela sintetisanog primenom kibernetiskog koncepta hijerarhijske organizacije i koordinacije moguće izvršiti implementaciju funkcionalno konzistentnog matematičkog instrumentarijuma komplementarnih projektora, onda je to dovoljan formalni okvir za sintezu zakona upravljanja simultanog nekonfliktnog izvršavanja proizvoljnog skupa međusobno spregnutih procesnih primitiva u okviru tehnološkog sistema za robotsku montažu.

Svi eksperimenti sprovedeni su unutar okvira koordinacije TZS , a pojedini partikularni sadržaji su prethodno izdvojeni i povezani sa dokazivanjem hipoteza #1 i #2. U kontekstu istraživanja povezanih sa dokazivanjem hipoteze #3 značajne su sledeće eksperimentalne aktivnosti i rezultati:

- 1) Verifikacija efektivnosti sintetisanih algoritama koordinacije u interakciji procesnih primitiva primarnog i sekundarnog hijerarhijskog nivoa tokom izvršavanja TZS , što je sadržano u poglavlju 5.1. U tom kontekstu izvedeni su virtuelni eksperimenti nad posebno osmišljenom platformom minimalnog redundantnog robota, $MRR-R12$, sa hijerarhijski organizovanom minimalnom strukturom tehnološkog zadatka, $MRR-R12_TZS$, i algoritma koordinacije $K_TZS\#R12$, koji je baziran na opštoj formi $K_TZS\#1$;

- 2) Verifikacija efektivnosti sintetisanih algoritama koordinacije na ostvarivanje željenih kinetostatičkih svojstava odnosno upravljanje sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti tokom izvršavanja TZS , što je predstavljeno u poglavlju 5.2. U tom kontekstu izvedeni su simulacioni i fizički eksperimenti nad minimalnom platformom $MRR-R23$, hijerarhijski organizovanom strukturom TZ , $MRR-R23_TZS$, za ograničeni skup $OP\#P$, $OP\#T$ i $OP\#S5$, uz primenu odgovarajućeg algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, baziran na opštoj formi $K_TZS\#I$.
- 3) Ekstenzivna eksperimentalna verifikacija izvedena je sa potpunim skupom procesnih primitiva hijerarhijski organizovane strukture $MRR-R23_TZS$ na sekundarnom hijerarhijskom nivou, sekcija 5.2.4.5, gde je analiziran uticaj pasivnog i aktivnog prisustva sistemskih procesnih primitiva $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ na tehnološki. U tom slučaju jasno se pokazuje posledica interakcije i sprežanja sekundarnih procesnih primitiva usled ograničenosti kapaciteta konfiguracionog prostora nule, tako da viši prioriteti $OP\#S_1$ i $OP\#S_2$ potiskuju dejstvo $OP\#T$, slike 5.31 do 5.34.

Detaljnijom analizom zabeleženog kretanja vrha robotske ruke tokom izvršavanja algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, posebno unutar aktivnosti (2), primenom aparata multirezolucijske dekompozicije signala, DWT , identifikovane su i kvantifikovane nesavršenosti upravljačkog sistema i mehanike aktuacionog sistema robota $SLI10F$ u konfiguraciji $MRR-R23$, sekcija 5.2.4.3. Kroz ovu analizu izveden je zaključak o pojavi curenja kretanja iz KPN u prostor TZS , što je dalje bilo osnova za reformulaciju teorijskog modela direktnog preslikavanja (3.60) u fizički realni (5.29).

Z.3 Na osnovu prethodno ostvarenih nalaza i rezultata, jasno se može zaključiti da su istraživačke aktivnosti povezane sa hipotezama #1 do #3 potpuno komplementarne, i da je kroz njih postepeno građen konzistentan teorijski okvir adaptivnog spajanja delova primenom kinematski redundantnih robota, čiji su ključni sadržaji verifikovani i eksperimentalno. Adaptivnost se ovde odnosi na upravljanje sopstvenog sistema matrice generalizovane krutosti, što je suštinski bitno za proces spajanja delova, ali se analizira i modelira kroz širi kontekst kibernetičkog koncepta koordinacije, gde se u obzir uzimaju i simultano izvršavaju primarni, tehnološki i sistemski procesni primitivi, sa odgovarajućom hijerarhijom i prioritetima, a sa ciljem razrešavanja njihovih konflikata, kontradikcija i posledično ostvarivanja kompromisnih rešenja.

Međutim, složenost izvedenih analitičkih modela, neizostavno u prvi plan ističe pitanje računске kompleksnosti, što je posredno potvrđeno kroz eksperimentalne aktivnosti povezane sa dokazivanjem hipoteza #1 do #3. Ovakva situacija, uz uslov primenljivosti u realnom vremenu, nameće imperativ ekstenzije analitičkog pristupa ka heurističkim, što je dalje povezano sa hipotezom #4.

Hipoteza #4:

Nekonfliktno upravljanje sopstvenim sistemom matrice generalizovane krutosti kinematski redundantnih antropomorfnih manipulacionih robota u kontekstu koji je definisan hipotezama #1 do #3, i za uslov primenljivosti u realnom vremenu, nameće imperativ ekstenzije analitičkih optimizacionih metoda ka prostoru metaheuristike i mašinskog učenja.

Kroz istraživanja povezana sa dokazivanjem hipoteza #1 do #3, potpuno je jasno da sa povećanjem dimenzionalnosti složenih analitičkih modela enormno raste i računska kompleksnost. U prilog ovakvoj tvrdnji mogu se navesti ilustrativni primeri broja računskih operacija za Jakobijan matrice, $J(q) \in R^{m \times n}$, eksperimentalnih robota $MRR-R12$ i $MRR-R23$, čije matrice $J(q)$ su date u podpoglavljima 5.1.1 i 5.2.1, respektivno, a zatim i $SLI10F$ čija je matrica $J(q)$ u analitičkom obliku takođe sintetisana tokom istraživanja (Prilog P2). Broj računskih operacija izračunat je pod određenim uslovima¹⁶, i

¹⁶ Navedeni brojevi računskih operacija obuhvataju sabiranje, oduzimanje, množenje i deljenje, pri čemu je za izračunavanje trigonometrijskih funkcija i kvadratnog korena kao složenih računskih operacija razmatrano i usvojeno sledeće: 1) za izračunavanje \sin i \cos , za zahtev preciznosti $1e-6$ dovoljno je 5 članova Tejlorovog niza, što podrazumeva 75 operacija za \sin i 70 za \cos ; i 2) za izračunavanje kvadratnog korena tipičnih numeričkih vrednosti koje figurišu prosečno je potrebna 21 operacija. Pored prethodnog, smatra se da savremen procesorske jedinice robotskih upravljačkih sistema sadrže module za hardversko množenje, pa se smatra da je za operacije množenja ili deljenja potreban isti broj mašinskih instrukcija kao i za operacije sabiranja ili oduzimanja.

približno je: 1) *MRR-R12*, 230 operacija; 2) *MRR-R23*, 900 operacija; i 3) *SLA10F*, 249000 operacija. Očigledno je da sa povećanjem dimenzionalnosti povećanje računске kompleksnosti ima eksponencijalni karakter. Značajan je uticaj povećanja dimenzionalnosti prostora *TZS*, odnosno broj stepeni slobode potreban za izvršavanje primarnog procesnog primitiva, $x \in R^m$, a posebno povećanje konfiguracionog prostora, $q \in R^n$. Načelno, uticaj povećanja prostora *TZS* može se okarakterisati kao kvazi-linear, dok je situacija sa povećanjem *KPR* drugačija, jer se povećava i dimenzionalnost komplementarnih projektora koji su uvek $P_C \in R^{nm}$, što dalje ima eksponencijalni karakter. Sveukupno posmatrano, ovakva analiza potpuno jasno ukazuje na problem računске kompleksnosti, generalno, a posebno za uslov primenljivosti u realnom vremenu. Na ovaj način, istraživanjima i ostvarenim rezultatima povezanim sa dokazivanjem hipoteza #1 do #3, gde je pokazano da modele funkcije koordinacije izvedene samo na bazi analitičkog pristupa i primenom metoda za izračunavanje egzaktnih rešenja, u slučaju visoke dimenzionalnosti sistema, nije moguće primeniti za koordinaciju *TZS* u realnom vremenu, posredno je dokazana i hipoteza #4.

Z.4 Analitički pristup je neizostavan za razumevanje složenog fenomena koji se istražuje, njegovu dekompoziciju i analizu komponenata sistema. Sa druge strane, očigledno je da je povećanje dimenzionalnosti odnosno kapaciteta fizičkog robotskog sistema nužnost, jer se tek uz dovoljan kapacitet mogu efikasno razrešavati pitanja konfliktnosti i potpunog ispunjavanja postavljenih ciljeva procesnih primitiva, što dalja istraživanja vodi ka primeni kinematskih struktura sa višestrukoum redundansom. Međutim, sa aplikativnog stanovišta računska kompleksnost nameće pitanje primenljivosti analitičkih modela i egzaktnih metoda u realnom vremenu, kako je prethodno egzaktno pokazano, odakle sledi imperativ primene metoda metaheuristike i mašinskog učenja, kao oblasti u kojoj se traži potencijalno rešenje za pitanje kompleksnosti, što je obrađeno u sekciji 4.3.2.5. Primena metaheurističkih metoda i mašinskog učenja vodi nas ka inženjerskom kompromisu u izgradnji robotskih sistema za montažu, gde se kroz efikasno pronalaženje aproksimativnih rešenja, umesto sporog izračunavanja tačnih, ostvaruje balans između optimalnosti i vremena izračunavanja, što je ključno za primenljivost u realnom vremenu.

Na osnovu prethodnih stavova i zaključaka jasno je da, pored ostvarenih rezultata, istraživanja u ovoj disertaciji povezana sa dokazivanjem hipoteza #1 do #4, nisu iscrpela već otvorila istraživački prostor i nove horizonte. Sledstveno prethodnom, može se doneti i zaključak o pravcima daljih istraživanja. Očigledno je pokazano da politika razrešavanja konfliktnosti procesnih primitiva *TZS*, kao deo funkcije koordinacije, svoj puni smisao može da dobije tek kroz povećanje fizičkog kapaciteta robotskog sistema, što dalja istraživanja usmerava ka višestrukoj redundansi, kroz kontekst bimanuelne i polimanuelne montaže, pri čemu polaznu osnovu za takav razvoj iz ove disertacije predstavlja instrumentarijum parcijalnih projektora. Komplementarno sa prethodnim, drugi pravac istraživanja treba da bude usmeren ka ekstenziji analitičkog instrumentarijuma, kroz primenu metoda metaheurističke i mašinskog učenja za ispunjavanje uslova primenljivosti algoritama koordinacije u realnom vremenu. U konkretnom slučaju koordinacije *TZS*, gde hijerarhijska organizacija podrazumeva imperativ izvršavanja primarnog procesnog primitiva, ali i prioritizaciju unutar sekundarnog hijerarhijskog nivoa, neophodno je vrlo pažljivo pristupiti primeni heurističkih metoda, tako da aproksimativno rešenje koje se efikasno izračunava, sadrži komponente koje garantuju očuvanje kinematske i kinetostatičke konzistentnosti. U tom kontekstu, pored razmatranja pitanja primenljivosti u realnom vremenu, značajni su sledeći aspekti: 1) hibridizacija upravljačkih algoritama, u smislu kombinovanja analitičkih i heurističkih metoda; i 2) hijerarhijska organizacija robotskog upravljačkog sistema, pri čemu na višim hijerarhijskim nivoima posebno mesto pronalaze spori procesi kontinualnog mašinskog učenja, na osnovu kojih se dalje donose odluke koje se reflektuju na niže nivoe upravljanja. U kontekstu ove doktorske disertacije, odnosno istraživanja u oblasti tehnologije robotizovane montaže, posebno su značajna pitanja povezana sa učenjem kinetostatičkog ponašanja i pripadajućih svojstava u kompletnom konfiguracionom prostoru robotskog sistema, čime je potencijalno moguće relaksiranje procesa traženja rešenja u odnosu na zakone upravljanja sintetisane samo analitičkim putem.

Literatura

- [1] *A Learning-Based Framework for Robot Peg-Hole-Insertion*, volume Volume 2: Diagnostics and Detection; Drilling; Dynamics and Control of Wind Energy Systems; Energy Harvesting; Estimation and Identification; Flexible and Smart Structure Control; Fuels Cells/Energy Storage; Human Robot Interaction; HVAC Building Energy Management; Industrial Applications; Intelligent Transportation Systems; Manufacturing; Mechatronics; Modelling and Validation; Motion and Vibration Control Applications of *Dynamic Systems and Control Conference*, 10 2015. V002T27A002.
- [2] P. Abedi and A. L. Shoushtari. Modelling and simulation of human-like movements for humanoid robots. In *Proceedings of 9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, pages 342–346, 2012.
- [3] Arash Ajoudani, Nikos Tsagarakis, and Antonio Bicchi. On the role of robot configuration in cartesian stiffness control. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1010–1016. Seattle, WA, USA, 26-30 May, IEEE, 2015.
- [4] A. Albu-Schaffer, O. Eiberger, M. Grebenstein, S. Haddadin, C. Ott, T. Wimbock, S. Wolf, and G. Hirzinger. Soft robotics - from torque feedback-controlled lightweight robots to intrinsically compliant systems. *IEEE Robotics Automation Magazine*, 15(3):20–30, 2008.
- [5] A. Albu-Schaffer, M. Fischer, G. Schreiber, E. Schoeppe, and G. Hirzinger. Soft robotics: What cartesian stiffness can we obtain with passively compliant, uncoupled joints? In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 3295–3301. Sendai, Japan, 28 Sept.-2 Oct., IEEE, September 2004.
- [6] A. Albu-Schaffer, C. Ott, and G. Hirzinger. A passivity based cartesian impedance controller for flexible joint robots - part ii: full state feedback, impedance design and experiments. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004*, volume 3, pages 2666–2672, 2004.
- [7] Jorge Angeles. On the Nature of the Cartesian Stiffness Matrix. *Ingenieria mecanica, tecnologia y desarrollo*, 3:163 – 170, 09 2010.
- [8] G. Antonelli. Stability analysis for prioritized closed-loop inverse kinematic algorithms for redundant robotic systems. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(5):985–994, 2009.
- [9] Brenna D. Argall, Sonia Chernova, Manuela Veloso, and Brett Browning. A survey of robot learning from demonstration. *Robotics and Autonomous Systems*, 57(5):469 – 483, 2009.
- [10] H. Asada and Y. Kakumoto. The dynamic rcc hand for high-speed assembly. In *Proceedings. 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 120–125 vol.1, April 1988.
- [11] H. Asada and K. Ogawa. On the dynamic analysis of a manipulator and its end effector interacting with the environment. In *Proceedings. 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pages 751–756, March 1987.
- [12] American National Standards Institute / Robotics Industry Association. Ansi r15.06-2012: American national standard for industrial robots and robot systems - safety requirements, 2012.
- [13] Sheldon Jay Axler. *Linear Algebra Done Right*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer International Publishing, third edition, 2015.
- [14] P. Baerlocher and R. Boulic. Task-priority formulations for the kinematic control of highly redundant articulated structures. In *Proceedings. 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Innovations in Theory, Practice and Applications (Cat. No.98CH36190)*, volume 1, pages 323–329, 1998.
- [15] P. Baerlocher and R. Boulic. An inverse kinematic architecture enforcing an arbitrary number of strict priority levels. *The Visual Computer*, Vol. 20(No. 6):pp. 402–417, 2004.

- [16] J. Baillieul, J. Hollerbach, and R.W. Brockett. Programming and control of kinematically redundant manipulators. In *23-rd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 768–774. Las Vegas, Nevada, USA, 12-14 Dec., IEEE, 1984.
- [17] S. Balasubramanian, J. Klein, and E. Burdet. Robot-assisted rehabilitation of hand function. *Current Opinion in Neurology*, 23:661–670, 2010.
- [18] Yoseph Bar-Cohen. *Biomimetics: Biologically Inspired Technologies*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2006.
- [19] A. Ben-Israel and T. N. E. Greville. *Generalized Inverses: Theory and Applications*. Springer-Verlag New York, second edition, 2001.
- [20] Cecilia Berlin and Caroline Adams. *Production Ergonomics - Designing Work Systems to Support Optimal Human Performance*. Ubiquity Press Ltd., 6 Windmill Street, London W1T 2JB, www.ubiquitypress.com, 2017.
- [21] D. Bertsimas and J.N. Tsitsiklis. *Introduction to linear optimization*. Athena Scientific, 1997.
- [22] Aude Billard, Sylvain Calinon, Rüdiger Dillmann, and Stefan Schaal. *Robot Programming by Demonstration*, pages 1371–1394. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [23] Geoffrey Boothroyd. *Assembly Automation and Product Design, Second Edition (Manufacturing Engineering and Materials Processing)*. CRC Press, Inc., USA, 2005.
- [24] K. Bouyarmane and A. Kheddar. Using a multi-objective controller to synthesize simulated humanoid robot motion with changing contact configurations. In *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 4414–4419, 2011.
- [25] Giuseppe Carbone and Fernando Gomez-Bravo, editors. *Motion and Operation Planning of Robotic Systems - Background and Practical Approaches*. 2211-0992. Springer, 1 edition, 2015.
- [26] R. J. Chang, C. Y. Lin, and P. S. Lin. Visual-Based Automation of Peg-in-Hole Microassembly Process. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 133(4), 08 2011. 041015.
- [27] H. Chen, J. Wang, G. Zhang, T. Fuhlbrigge, and Kock S. High-precision assembly automation based on robot compliance. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 45(No. 9-10):pp. 999–1006, 2009.
- [28] S.F. Chen and I. Kao. Geometric approach to the conservative congruence transformation (cct) for robotic stiffness control. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 544–549, 2002.
- [29] S. R. Chhatpar and M. S. Branicky. Search strategies for peg-in-hole assemblies with position uncertainty. In *Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Expanding the Societal Role of Robotics in the the Next Millennium (Cat. No.01CH37180)*, volume 3, pages 1465–1470 vol.3, Oct 2001.
- [30] Pasquale Chiacchio, Stefano Chiaverini, Lorenzo Sciavicco, and Bruno Siciliano. Closed-loop inverse kinematics schemes for constrained redundant manipulators with task space augmentation and task priority strategy. *The International Journal of Robotics Research*, 10(4):410–425, 1991.
- [31] S. Chiaverini. Singularity-robust task-priority redundancy resolution for real-time kinematic control of robot manipulators. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION*, 13(3), 1997.
- [32] Stefano Chiaverini, Giuseppe Oriolo, and Ian D. Walker. *Kinematically Redundant Manipulators*, chapter Part B - Robot Structures, pages 245–268. Handbook of Robotics. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [33] H.R. Choi, W.K. Chung, and Y. Youm. Stiffness analysis and control of redundant manipulators. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 689–695, 1994.

- [34] N. Ciblak and H. Lipkin. Remote center of compliance reconsidered. In *Proceedings of The ASME Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering*, pages 1–10. Irvine, California, USA, 18-22 Aug., ASME, 1996.
- [35] European Commission. Industry 5.0: A transformative vision for europe, 2022.
- [36] Peter I. Corke. A simple and systematic approach to assigning denavitâ€“hartenberg parameters. *IEEE Transactions on Robotics*, 23(3):590–594, 2007.
- [37] R. Cortesao, R. Koeppel, U. Nunes, and G. Hirzinger. Data fusion for robotic assembly tasks based on human skills. *IEEE Transactions on Robotics*, 20(6):941–952, Dec 2004.
- [38] Kevin Crowston. *Towards a Coordination Cookbook: Recipes for Multi-Agent Action*. PhD thesis, MIT Sloan School of Management, Cambridge, 1991.
- [39] Kevin Crowston. A coordination theory approach to organizational process design. *Organization Science*, 8(2):157–175, April 1997.
- [40] R. S. Dahiya, G. Metta, M. Valle, and G. Sandini. Tactile sensing - from humans to humanoids. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(1):1–20, 2010.
- [41] George B. Dantzig and Philip Wolfe. Decomposition principle for linear programs. *Oper. Res.*, 8(1):101â€“111, feb 1960.
- [42] I. Daubechies. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(5):961–1005, 1990.
- [43] Ingrid Daubechies. *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia, PA : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992., 1992. Includes bibliographical references and index.
- [44] T.L. De Fazio, D.S. Seltzer, and D.E. Whitney. The instrumented remote center compliance. *Industrial Robot*, Vol. 11(No. 4):pp. 238–242, 1984.
- [45] G. Dedong, L. Yong, and Z. Haojun. Needle steering for robot-assisted insertion into soft tissue: A survey. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 25(No. 4):pp. 629–638, 2012.
- [46] N. Dehio, D. Kubus, and J. J. Steil. Continuously shaping projections and operational space tasks. In *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 5995–6002, 2018.
- [47] Niels Dehio and Jochen J. Steil. Dynamically-consistent generalized hierarchical control. In *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1141–1147, 2019.
- [48] A. Deo and I. Walker. Overview of damped least-squares methods for inverse kinematics of robot manipulators. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 14(1):43–68, 1995.
- [49] R. S. Desai and R. A. Volz. Identification and verification of termination conditions in fine motion in presence of sensor errors and geometric uncertainties. In *Proceedings, 1989 International Conference on Robotics and Automation*, pages 800–807 vol.2, May 1989.
- [50] Rajiv Desai, Jing Xiao, and Richard A. Volz. *CAD Based Programming for Sensory Robots*, chapter Contact formations and design constraints: a new basis for the automatic generation of robot programs, pages 361–395. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1988, NATO AS! Series, Vol. F50, 1988.
- [51] A. Dietrich, A. Albu-Schaffer, and G. Hirzinger. On continuous null space projections for torque-based, hierarchical, multi-objective manipulation. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2978–2985. Saint Paul, MN, USA, 14-18 May, IEEE, 2012.
- [52] A. Dietrich, C. Ott, and A. Albu-Schaffer. Multi-objective compliance control of redundant manipulators: Hierarchy, control and stability. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 3043–3050, 2013.
- [53] A. Dietrich, C. Ott, and A. Albu-Schaffer. An overview of null space projections for redundant, torque-controlled robots. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 34(No. 11):pp. 1385–1400, 2015.

- [54] A. Dietrich, T. Wimbock, and A. Albu-Schaffer. Dynamic whole-body mobile manipulation with a torque controlled humanoid robot via impedance control laws. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 3199–3206. San Francisco, CA, USA, 25-30 Sep., IEEE, 2011.
- [55] Alexander Dietrich. *Whole-Body Impedance Control of Wheeled Humanoid Robots*, volume 116 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*. Springer International Publishing, 1 edition, 2016.
- [56] Alexander Dietrich, Thomas Wimbock, Holger Töubig, Alin Albu-Schaffer, and Gerd Hirzinger. Extensions to reactive self-collision avoidance for torque and position controlled humanoids. In *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3455–3462, 2011.
- [57] Marc-André Dittrich and Silas Fohlmeister. Cooperative multi-agent system for production control using reinforcement learning. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 2020.
- [58] Uwe Dombrowski, Tobias Wagner, and Christoph Riechel. Concept for a cyber physical assembly system. In *2013 IEEE International Symposium on Assembly and Manufacturing (ISAM)*, pages 293–296, 2013.
- [59] J. E. Doran, S. Franklin, Nicholas R. Jennings, and Timothy J. Norman. On cooperation in multi-agent systems. *The Knowledge Engineering Review*, 12(3):309–314, 1997.
- [60] Hoda ElMaraghy, Laszlo Monostori, Guenther Schuh, and Waguih ElMaraghy. Evolution and future of manufacturing systems. *CIRP Annals*, 70(2):635–658, 2021.
- [61] Christer Ericson. *Real-Time Collision Detection*. Interactive 3D Technology. Morgan Kaufmann - Elsevier, 2005.
- [62] Adrien Escande, Nicolas Mansard, and Pierre-Brice Wieber. Hierarchical quadratic programming: Fast online humanoid-robot motion generation. *The International Journal of Robotics Research*, 33(7):1006–1028, 2014.
- [63] Butzler J. Faber, M. and C. M. Schlick. Adaptive assembly sequence planning with respect to ergonomic work conditions. In Gitte Lindgaard & Dave Moore, editor, *Proceedings 19th Triennial Congress of the IEA*, pages 1–8, August 2015.
- [64] Y. Fan, J. Luo, and M. Tomizuka. A learning framework for high precision industrial assembly. In *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 811–817, May 2019.
- [65] A. O. Farahat, B. S. Graves, and J. C. Trinkle. Identifying contact formations in the presence of uncertainty. In *Proceedings 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, volume 3, pages 59–64 vol.3, Aug 1995.
- [66] S. Faraji, L. Colasanto, and A. J. Ijspeert. Practical considerations in using inverse dynamics on a humanoid robot: Torque tracking, sensor fusion and cartesian control laws. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1–9, 2015.
- [67] Yanqiong Fei and Xifang Zhao. An assembly process modeling and analysis for robotic multiple peg-in-hole. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 36:175–189, 2003.
- [68] F. Ficuciello, L. Villani, and B. Siciliano. Variable impedance control of redundant manipulators for intuitive human-robot physical interaction. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(4):850–863, 2015.
- [69] A.W. Fitzgibbon, M. Pilu, and R.B. Fisher. Direct least squares fitting of ellipses. In *Proceedings of 13th International Conference on Pattern Recognition*, volume 1, pages 253–257 vol.1, 1996.
- [70] F. Flacco and A. De Luca. A reverse priority approach to multi-task control of redundant robots. In *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2421–2427, 2014.
- [71] F. Flacco, A. De Luca, and O. Khatib. Control of redundant robots under hard joint constraints: Saturation in the null space. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 31(No. 3):pp. 637–654, 2015.
- [72] Efi Fogel and Dan Halperin. Exact and efficient construction of minkowski sums of convex polyhedra with applications. *Computer-Aided Design*, 39(11):929–940, 2007.

- [73] International Organization for Standardization. Iso 10218-1:2011: Robots and robotic devices safety requirements for industrial robots part 1: Robots., 2011.
- [74] International Organization for Standardization. Iso 10218-2:2011: Robots and robotic devices safety requirements for industrial robots part 2: Robot systems and integration., 2011.
- [75] International Organization for Standardization. Iso/ts 15066:2016 robots and robotic devices - collaborative robots, 2016.
- [76] National Science Foundation. Cyber-physical systems. Program Announcements & Information, 4201 Wilson Boulevard, Arlington, Virginia 22230, USA, 01 2021. Document Number: nsf21551.
- [77] E. Freund and J. Rossman. The basic ideas of a proven dynamic collision avoidance approach for multi-robot manipulator systems. In *Proceedings 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2003) (Cat. No.03CH37453)*, volume 2, pages 1173–1177 vol.2, 2003.
- [78] K. Gadeyne, T. Lefebvre, and H. Bruyninckx. Bayesian hybrid model-state estimation applied to simultaneous contact formation recognition and geometrical parameter estimation. *The International Journal of Robotics Research*, 24(8):615–630, 2005.
- [79] Walter Gander, Gene H. Golub, and Rolf Strebel. Least-squares fitting of circles and ellipses. *BIT Numerical Mathematics*, 34(4):558–578, Dec 1994.
- [80] Brian Garner and Marcus G. Pandy. Musculoskeletal model of the upper limb based on the visible human male dataset. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 4:126–93, 2001.
- [81] Michel Gendreau and Jean-Yves Potvin. *Handbook of Metaheuristics*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer, Cham, 3 edition, 2019.
- [82] E.G. Gilbert, D.W. Johnson, and S.S. Keerthi. A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 4(2):193–203, 1988.
- [83] Fred W. Glover and Gary A. Kochenberger, editors. *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research & Management Science*. Kluwer / Springer, 2003.
- [84] S.N. Gottschlich and Kak A. C. A dynamic approach to high-precision parts mating. *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS*, 19(4):797–810, 1989.
- [85] G.Z. Grudic and P.D. Lawrence. Human-to-robot skill transfer using the spore approximation. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pages 2962–2967 vol.4, 1996.
- [86] Richard Hartenberg and Jacques Danavit. *Kinematic Synthesis of Linkages*. Mechanical Engineering. McGraw-Hill, 1964.
- [87] W. Haskiya, Huanyu Qiao, and J. Knight. A new strategy for chamferless peg-hole assembly. *Proceedings of the 1997 IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning (ISATP'97) - Towards Flexible and Agile Assembly and Manufacturing -*, pages 90–95, 1997.
- [88] Alexander Herzog, Nicholas Rotella, Sean Mason, Felix Grimminger, Stefan Schaal, and Ludovic Righetti. Momentum control with hierarchical inverse dynamics on a torque-controlled humanoid. *Autonomous Robots*, 40(3):473–491, Mar 2016.
- [89] H. Hirukawa, T. Matsui, and K. Takase. Automatic determination of possible velocity and applicable force of frictionless objects in contact from a geometric model. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 10(3):309–322, June 1994.
- [90] Neville Hogan. Impedance control: An approach to manipulation, part i - theory, part ii - implementation, part iii - application. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 107(No. 1):pp. 1–24, 1985.
- [91] S. Huang and J.M. Schimmels. The eigenscrew decomposition of spatial stiffness matrices. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(2):146–156, 2000.

- [92] S. Huang, Y. Yamakawa, T. Senoo, and M. Ishikawa. Realizing peg-and-hole alignment with one eye-in-hand high-speed camera. In *2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 1127–1132, July 2013.
- [93] T. Huang, C. Li, Z. Wang, Y. Liu, and G. Chen. A flexible system of complex surface polishing based on the analysis of the contact force and path research. In *IEEE International Workshop on Advanced Robotics and its Social Impacts (ARSO)*, pages 289–293. Shanghai, China, July 8-10, IEEE, 2016.
- [94] Marshall C. Pease III. *Methods of Matrix Algebra*. Academic Press London, 1965.
- [95] Hirochika Inoue. Force feedback in precise assembly tasks. *Artificial Intelligence Lab Publications, Computer Science and Artificial Intelligence Lab (CSAIL)*, MIT, 1974.
- [96] T. Inoue, G. De Magistris, A. Munawar, T. Yokoya, and R. Tachibana. Deep reinforcement learning for high precision assembly tasks. In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 819–825, Sep. 2017.
- [97] Abu-Dakka Fares J., Nemeč Bojan, Kramberger Aljaz, Buch Anders Glent, Krüger Norbert, and Ude Ales. Solving peg-in-hole tasks by human demonstration and exception strategies. *Industrial Robot*, 41(6):575–584, Jan 2014.
- [98] Zivana Jakovljevic, Petar B. Petrovic, and Janko Hodolic. Contact states recognition in robotic part mating based on support vector machines. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 59:377–395, 2012.
- [99] Zivana Jakovljevic, Petar B. Petrovic, Vladimir Dj. Mikovic, and Miroslav Pajic. Fuzzy inference mechanism for recognition of contact states in intelligent robotic assembly. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 25(3):571–587, Jun 2014.
- [100] Ibrahim F. Jasim, Peter W. Plapper, and Holger Voos. Position identification in force-guided robotic peg-in-hole assembly tasks. *Procedia CIRP*, 23:217 – 222, 2014. 5th CATS 2014 - CIRP Conference on Assembly Technologies and Systems.
- [101] Su Jianhua, Qiao Hong, Ou Zhicai, and Zhang Yuren. Sensor-less insertion strategy for an eccentric peg in a hole of the crankshaft and bearing assembly. *Assembly Automation*, 32(1):86–99, Jan 2012.
- [102] Shiyu Jin, Xinghao Zhu, Changhao Wang, and Masayoshi Tomizuka. Contact pose identification for peg-in-hole assembly under uncertainties. In *2021 American Control Conference (ACC)*, pages 48–53, 2021.
- [103] Jing Xiao. Towards obtaining all possible contacts-growing a polyhedron by its location uncertainty. In *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'94)*, volume 3, pages 1788–1795 vol.3, Sep. 1994.
- [104] Jing Xiao and Lianzhong Liu. Contact states: representation and recognizability in the presence of uncertainties. In *Proceedings. 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Innovations in Theory, Practice and Applications (Cat. No.98CH36190)*, volume 2, pages 1151–1156 vol.2, Oct 1998.
- [105] Nevins J.L. and Whitney D.E. *The Force Vector Assembler Concept - On Theory and Practice of Robots and Manipulators - International Centre for Mechanical Sciences (Courses and Lectures No. 201)*, chapter The Force Vector Assembler Concept, pages 273–288. Springer, Berlin, Heidelberg, 1972.
- [106] F. Jovane, Y. Koren, and C.R. Boer. Present and future of flexible automation - towards new paradigms. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol. 52(No. 2):pp. 543–560, 2003.
- [107] Francesco Jovane, Engelbert WestkÄmper, and David Williams. *The ManuFuture Road: Towards Competitive and Sustainable High-Adding-Value Manufacturing*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition, 2009.
- [108] Henning Kagermann, Wolfgang Wahlster, and Johannes Helbig. Final report of the industrie 4.0, 2013.
- [109] Dan Kalman. A singularly valuable decomposition: The svd of a matrix. *The College Mathematics Journal*, 27(1):2–23, 1996.

- [110] Wilfred Kaplan. *Advanced Calculus*. Addison Wesley Publishing Company, 4th edition edition, 1991.
- [111] H. Kazerooni. Robotic deburring of two-dimensional parts with unknown geometry. *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 7(No. 4):pp. 329–338, 1988.
- [112] Maram Khatib, Khaled Al Khudir, and Alessandro De Luca. Visual coordination task for human-robot collaboration. In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 3762–3768, 2017.
- [113] O. Khatib. A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 3(No. 1):pp. 43–53, 1987.
- [114] O. Khatib. Motion/force redundancy of manipulators. In *Proc. of Japan-U.S.A. Symposium on Flexible Automation*, pages 337–342, 1990.
- [115] O. Khatib. Inertial properties in robotic manipulation: An object-level framework. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 14(No. 1):pp. 19–36, 1995.
- [116] Oussama Khatib. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *The International Journal of Robotics Research*, 5(1):90–98, 1986.
- [117] C. Kim, D. Kim, and Y. Oh. Solving an inverse kinematics problem for a humanoid robotâ€™s imitation of human motions using optimization. In *Proceedings of the Second International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, pages 85–92, 2005.
- [118] J.O. Kim, P.K. Khosla, and W.K. Chung. Static modeling and control of redundant manipulators. *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 9(No. 2):pp. 145–157, 1992.
- [119] Seonwoo Kim, Seongseop Yun, and Dongjun Shin. Numerical quantification of controllability in the null space for redundant manipulators. *Applied Sciences*, 11(13), 2021.
- [120] Young L. Kim, H. C. Song, and Jae-Bok Song. Hole detection algorithm for chamferless square peg-in-hole based on shape recognition using f/t sensor. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 15:425–432, 2014.
- [121] Jens Kober, J. Andrew Bagnell, and Jan Peters. Reinforcement learning in robotics: A survey. *The International Journal of Robotics Research*, 32(11):1238–1274, 2013.
- [122] Niki Kousi, Christos Gkournelos, Sotiris Aivaliotis, Christos Giannoulis, George Michalos, and Sotiris Makris. Digital twin for adaptation of robotsâ€™ behavior in flexible robotic assembly lines. *Procedia Manufacturing*, 28:121–126, 2019.
- [123] Natalio Krasnogor. *Memetic Algorithms*, pages 905–935. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012.
- [124] J. Kruger, G. Schreck, and D. Surdilovic. Dual arm robot for flexible and cooperative assembly. *CIRP Annals*, 60(1):5 – 8, 2011.
- [125] Zhang Kuangen, Shi MinHui, Xu Jing, Liu Feng, and Chen Ken. Force control for a rigid dual peg-in-hole assembly. *Assembly Automation*, 37(2):200–207, Jan 2017.
- [126] Maria Kyrarini, Muhammad Abdul Haseeb, Danijela Ristic-Durrant, and Axel Gräser. Robot learning of industrial assembly task via human demonstrations. *Autonomous Robots*, 43(1):239–257, 2019.
- [127] Hitachi-UTokyo Laboratory. *Society 5.0: A People-centric Super-smart Society*. Number 1. Springer, 2020.
- [128] Akhlesh Lakhtakia and Raul J. Martin-Palma. *Engineered Biomimicry*. Elsevier, 2013.
- [129] Steven M. LaValle. *Planning Algorithms*. Cambridge University Press, 2006.
- [130] David C. Lay. *Linear Algebra and Its Applications*. Pearson - Addison Wesley, Boston, 2005.

- [131] S. Lee. Development of a new variable remote center compliance (vrcc) with modified elastomer shear pad (esp) for robot assembly. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2(2):193–197, 2005.
- [132] T. Lefebvre, H. Bruyninckx, and Joris De Schutter. Online statistical model recognition and state estimation for autonomous compliant motion. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 35(1):16–29, Feb 2005.
- [133] Tine Lefebvre, Jing Xiao, Herman Bruyninckx, and Gudrun De Gerssem. Active compliant motion: a survey. *Advanced Robotics*, 19:479–499, 2005.
- [134] M. C. Leu and Y. L. Jia. Mating of rigid parts by a manipulator with its own compliance. *Journal of Engineering for Industry, ASME*, 117(2):240–247, 1995.
- [135] S. Levine, N. Wagener, and P. Abbeel. Learning contact-rich manipulation skills with guided policy search. In *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 156–163, May 2015.
- [136] Ali Leylavi, Shoushtari Stefano, and Mazzoleni Paolo Dario. Bio-inspired kinematical control of redundant robotic manipulators. *Assembly Automation*, Vol. 36(No. 2):pp. 200 – 215, 2016.
- [137] Hsin-Te Liao and Ming C. Leu. Analysis of impact in robotic peg-in-hole assembly. *Robotica*, 16(3):347–356, 1998.
- [138] A. Liegeois. Automatic supervisory control of the configuration and behavior of multibody mechanisms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 7(No. 12):pp. 868–871, 1977.
- [139] Ming Liu and Nghe H. Quach. Estimation and compensation of gravity and friction forces for robot arms: Theory and experiments. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 31(4):339–354, Aug 2001.
- [140] Mingxing Liu, Yang Tan, and Vincent Padois. Generalized hierarchical control. *Autonomous Robots*, 40(1):17–31, Jan 2016.
- [141] Sheng Liu and Haruhiko Asada. Transferring Manipulative Skills to Robots: Representation and Acquisition of Tool Manipulative Skills Using a Process Dynamics Model. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 114(2):220–228, 06 1992.
- [142] Z. Liu, Y. Xie, J. Xu, and K. Chen. Laser tracker based robotic assembly system for large scale peg-hole parts. In *The 4th Annual IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation, Control and Intelligent*, pages 574–578, June 2014.
- [143] E.H. Lockwood. *A Book of Curves*. The Syndics of the Cambridge University Press, London, 1961.
- [144] Ismael Lopez-Juarez, Jorge Corona Castuera, Mario Peña-Cabrera, and Keny Ordaz-Hernández. On the design of intelligent robotic agents for assembly. *Information Sciences*, 171:377–402, 2005.
- [145] Nikola Lukic and Petar B. Petrovic. Complementary projector for null-space stiffness control of redundant assembly robot arm. *Assembly Automation*, 39(4):696–714, Jan 2019.
- [146] Nikola Lukic, Petar B. Petrovic, and Ivan Danilov. Aktuator promenljive krutosti. In *39. JUPITER Konferencija - Zbornik radova*, pages 3.83–3.91. UNIVERZITET U BEOGRADU - MAŠINSKI FAKULTET, 2014.
- [147] J. Luo, E. Solowjow, C. Wen, J. A. Ojea, and A. M. Agogino. Deep reinforcement learning for robotic assembly of mixed deformable and rigid objects. In *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 2062–2069, Oct 2018.
- [148] A. Maciejewski and C. Klein. Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments. *The International Journal of Robotics Research*, 4(3):109–116, 1985.
- [149] Anthony A. Maciejewski and Charles A. Klein. Numerical filtering for the operation of robotic manipulators through kinematically singular configurations. *Journal of Robotic Systems*, 5(6):527–552, 1988.

- [150] Praveen Kumar Reddy Maddikunta, Quoc-Viet Pham, Prabadevi B, N Deepa, Kapal Dev, Thippa Reddy Gadekallu, Rukhsana Ruby, and Madhusanka Liyanage. Industry 5.0: A survey on enabling technologies and potential applications. *Journal of Industrial Information Integration*, page 100257, 2021.
- [151] Thomas W. Malone and Kevin Crowston. What is coordination theory and how can it help design cooperative work systems? In *Proceedings of the 1990 ACM Conference on Computer-Supported Cooperative Work, CSCW '90*, pages 357–370, New York, NY, USA, 1990. Association for Computing Machinery.
- [152] Thomas W. Malone and Kevin Crowston. The interdisciplinary study of coordination. *ACM Computing Surveys*, 26(1):87–119, March 1994.
- [153] N. Mansard, O. Khatib, and A. Kheddar. A unified approach to integrate unilateral constraints in the stack of tasks. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(3):670–685, 2009.
- [154] Rafael Marti, Panos M. Pardalos, and Mauricio G. C. Resende. *Handbook of Heuristics*. Springer Publishing Company, Incorporated, 1st edition, 2018.
- [155] Jeremy A. Marvel, Roger Bostelman, and Joe Falco. Multi-robot assembly strategies and metrics. *ACM Comput. Surv.*, 51(1), January 2018.
- [156] M. T. Mason. Compliance and force control for computer controlled manipulators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 11(6):418–432, 1981.
- [157] M.J. Mataric. Getting humanoids to move and imitate. *IEEE Intelligent Systems and their Applications*, 15(4):18–24, 2000.
- [158] B. J. McCarragher and H. Asada. Qualitative Template Matching Using Dynamic Process Models for State Transition Recognition of Robotic Assembly. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 115(2A):261–269, 06 1993.
- [159] Munir Merdan, Timon Hoebert, Erhard List, and Wilfried Lepuschitz. Knowledge-based cyber-physical systems for assembly automation. *Production & Manufacturing Research*, 7(1):223–254, 2019.
- [160] M. D. Mesarovic. *Theory of Hierarchical, Multilevel, Systems*, volume 68. Academic Press, 1970.
- [161] M. D. Mesarovic and Yasuhiko Takahara. *General Systems Theory: Mathematical Foundations*, volume 113 of *Mathematics in science and engineering*. Academic Press, New York, 1975.
- [162] M. D. Mesarovic and Yasuhiko Takahara. *Abstract Systems Theory*, volume 116 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag, 1989.
- [163] Carl D. Meyer. *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics, USA, 2000.
- [164] Micro-Epsilon. *Instruction Manual optoCONTROL 2520-46*. MICRO-EPSILON Eltrotec GmbH.
- [165] J. Miura and K. Ikeuchi. Task-oriented generation of visual sensing strategies in assembly tasks. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(2):126–138, Feb 1998.
- [166] L. Monostori, B. Kadar, T. Bauernhansl, S. Kondoh, S. Kumara, G. Reinhart, O. Sauer, G. Schuh, W. Sihn, and K. Ueda. Cyber-physical systems in manufacturing. *CIRP Annals*, 65(2):621–641, 2016.
- [167] Laszlo Monostori. Cyber-physical production systems: Roots, expectations and r&d challenges. *Procedia CIRP*, 17:9–13, 2014. Variety Management in Manufacturing.
- [168] E. Hastings Moore. On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society, The fourteenth western meeting of the American Mathematical Society*, 26(9):394–395, 1920.
- [169] Ryota Moriyama, Weiwei Wan, and Kensuke Harada. Dual-arm assembly planning considering gravitational constraints. *2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 5566–5572, 2019.

- [170] H. Mosemann, A. Raue, and F. Wahl. Identification of assembly process states using polyhedral convex cones. In *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C)*, volume 4, pages 2756–2761 vol.4, May 1999.
- [171] Rainer Muller, Leenhard Horauf, Matthias Vette, and Christoph Speicher. Planning and developing cyber-physical assembly systems by connecting virtual and real worlds. *Procedia CIRP*, 52:35–40, 2016. The Sixth International Conference on Changeable, Agile, Reconfigurable and Virtual Production (CARV2016).
- [172] Müller, Rainer, Vette, Matthias, Hörauf, Leenhard, Speicher, Christoph, and Jatti, Kruttika. Concept and implementation of an agent-based control architecture for a cyber-physical assembly system. *MATEC Web of Conferences*, 42:04003, 2016.
- [173] Y. Nakamura, H. Hanafusa, and T. Yoshikawa. Task-priority based redundancy control of robot manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 6(No. 2):pp. 3–15, 1987.
- [174] J. L. Nevins and D.E. Whitney. Assembly research. *Automatica*, 16(6):595–613, 1980.
- [175] J.L. Nevins and D.E. Whitney. Research issues for automatic assembly. In *IFAC International Symposium on Information-Control Problems in Manufacturing Technology*, volume 10, pages 15–24. Tokyo, Japan, 17-20 Oct., Pergamon Press Ltd., 1977.
- [176] Masahide Oikawa, Kyo Kutsuzawa, Sho Sakaino, and Toshiaki Tsuji. Assembly robots with optimized control stiffness through reinforcement learning. *ArXiv*, Preprint:1–8, 2020.
- [177] Andrea Omicini, Alessandro Ricci, and Mirko Viroli. Artifacts in the a&a meta-model for multi-agent systems. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 17(3):432–456, Dec 2008.
- [178] Ch. Ott. *Cartesian Impedance Control of Redundant and Flexible-Joint Robots*. Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- [179] Cristian Ott, Maximo A. Roa, Florian Schmidt, Werner Friedl, Johannes Engelsberger, Robert Burger, Alexander Werner, Alexander Dietrich, Daniel Leidner, Bernd Henze, Oliver Eiberger, Alexander Beyer, Berthold Bauml, Christoph Borst, and Alin Albu-Schaffer. Mechanisms and design of dlr humanoid robots. In A. Goswami and P. Vadakkepat, editors, *Humanoid Robotics: A Reference*, pages 1–26. Springer Science+Business Media B.V., 2017.
- [180] H. Park, J. Park, D. Lee, J. Park, M. Baeg, and J. Bae. Compliance-based robotic peg-in-hole assembly strategy without force feedback. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(8):6299–6309, Aug 2017.
- [181] Hyeonjun Park, Ji-Hun Bae, Jae-Han Park, Moonhong Baeg, and Jaeheung Park. Intuitive peg-in-hole assembly strategy with a compliant manipulator. *IEEE ISR 2013*, pages 1–5, 2013.
- [182] R. Patel, F. Shadpey, F. Ranjbaran, and J. Angeles. A collision-avoidance scheme for redundant manipulators: Theory and experiments. *Journal of Robotic Systems*, 22:737–757, 2005.
- [183] R.V. Patel and F. Shadpey. *Control of Redundant Robot Manipulators - Theory and Experiments*. Springer, 2005.
- [184] Josef Pauli, Arne Schmidt, and Gerald Sommer. Vision-based integrated system for object inspection and handling. *Robotics and Autonomous Systems*, 37(4):297 – 309, 2001.
- [185] R. Penrose. A generalized inverse for matrices. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 51(3):406–413, 1955.
- [186] P.B. Petrovic, N. Lukic, and I. Danilov. Robot-assisted 3d medical sonography. In A. Rodic, D. Pislá, and Bleuler H., editors, *New Trends in Medical and Service Robots. Mechanisms and Machine Science*, pages 45–61. Springer-Verlag, 2014.
- [187] Petar B. Petrovic. Ístraživanje i razvoj sistema za adaptivno spajanje delova u montaži primenom robota. Master’s thesis, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 1988.
- [188] Petar B. Petrovic. *Model aktivnog adaptivnog upravljanja procesom spajanja delova u montaži primenom redundantnih robota*. PhD thesis, Masinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 1996.

- [189] Petar B. Petrovic and Zivana Jakovljevic. Dynamic compensation of electrical runout in eddy current contactless measurements of non-stationary ferromagnetic target. *Sensor Letters*, 7:191–202, 2009.
- [190] Petar B. Petrovic and Nikola Lukic. Configuration-based compliance control of kinematically redundant robot arm, part i - theoretical framework. *FME*, Vol. 45(No. 4):pp. 468–474, 2017.
- [191] Petar B. Petrovic, Nikola Lukic, and Ivan Danilov. Industrijski humanoidi - novi koncept robota za kolaborativni rad covek-masina u sistemima za robotsku montazu. In 38. *JUPITER Konferencija - Zbornik radova*, pages 1–14. Masinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2012.
- [192] Petar B. Petrovic, Nikola Lukic, and Ivan Danilov. Eksperimenti sa mekim zglobom industrijskog humanoida. In *Zbornik radova 57. Etran konferencije*. Društvo za ETRAN, 3-6. jun 2013.
- [193] Petar B. Petrovic and Vladimir R. Milacic. A concept of an intelligent fuzzy control for assembly robot. *CIRP Annals*, 47(1):9–12, 1998.
- [194] Petar B. Petrovic, Vladimir R. Milacic, and Gvozden M. Dzelatovic. New feeding system for high speed assembly of small parts. *CIRP Annals*, 49(1):9–12, 2000.
- [195] Marc Pirlot. General local search methods. *European Journal of Operational Research*, 92(3):493–511, 1996.
- [196] Nancy S. Pollard, Jessica K. Hodgins, Marcia Riley, and Christopher G. Atkeson. Adapting human motion for the control of a humanoid robot. In *ICRA*, 2002.
- [197] Athanasios S. Polydoros and Lazaros Nalpantidis. Survey of model-based reinforcement learning: Applications on robotics. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 86(2):153–173, 2017.
- [198] Z. Qin, P. Wang, J. Sun, J. Lu, and H. Qiao. Precise robotic assembly for large-scale objects based on automatic guidance and alignment. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 65(6):1398–1411, 2016.
- [199] Ragheb Rahmaniani, Teodor Gabriel Crainic, Michel Gendreau, and Walter Rei. The benders decomposition algorithm: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 259(3):801–817, 2017.
- [200] M. H. Raibert and J. J. Craig. Hybrid Position/Force Control of Manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103(2):126–133, 06 1981.
- [201] Tianyu Ren, Yunfei Dong, Dan Wu, and Ken Chen. Learning-based variable compliance control for robotic assembly. *Journal of Mechanisms and Robotics, Transactions of the ASME*, 2018.
- [202] Jacob J. Rice and Joseph M. Schimmels. Passive Compliance Control of Redundant Serial Manipulators. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 10(4), 05 2018. 044507.
- [203] John S. Kendall Robert T. Marzano. *The New Taxonomy of Educational Objectives*. Corwin Press, 2007.
- [204] Grzegorz Rozenberg, Thomas Bäck, and Joost N. Kok, editors. *Handbook of Natural Computing*. Springer, 2012.
- [205] Virginia Ruiz Garate, Maria Pozzi, Domenico Prattichizzo, and Arash Ajoudani. A bio-inspired grasp stiffness control for robotic hands. *Frontiers in Robotics and AI*, 5:89, 2018.
- [206] S.E. Salcudean, G. Bell, S. Bachmann, W.H. Zhu, P. Abolmaesumi, and P.D. Lawrence. Robot-assisted diagnostic ultrasound - design and feasibility experiments. In C. Taylor and A. Colchester, editors, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, Lecture Notes in Computer Science*, pages 1062–1072, Berlin, 1999. Springer.
- [207] J. Salini, V. Padois, and P. Bidaud. Synthesis of complex humanoid whole-body behavior: A focus on sequencing and tasks transitions. In *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1283–1290, 2011.

- [208] J. Salisbury. Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates. In *19th IEEE Int. Conference on Decision and Control*, pages 95–100. Albuquerque, NM, USA, 10-12 Dec., IEEE, 1980.
- [209] S. Sanan, S. Tully, A. Bajo, N. Simaan, and H. Choset. Simultaneous compliance and registration estimation for robotic surgery. In *Robotics: Science and Systems*, pages 1–9. University of California Berkeley, USA, 12-16 July, 2014.
- [210] Korntham Sathirakul and Robert H. Sturges. Jamming conditions for multiple peg-in-hole assemblies. *Robotica*, 16(3):329–345, 1998.
- [211] Thiusius Rajeeth Savarimuthu, Anders Glent Buch, Christian Schlette, Nils Wantia, Jurgen Rosmann, David Martinez, Guillem Alenya, Carme Torras, Ales Ude, Bojan Nemeč, Aljaz Kramberger, Florentin Worgotter, Eren Erdal Aksoy, Jeremie Papon, Simon Haller, Justus Piater, and Norbert Kruger. Teaching a robot the semantics of assembly tasks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 48(5):670–692, 2018.
- [212] R. Schiavi, G. Grioli, S. Sen, and A. Bicchi. Vsa-ii: a novel prototype of variable stiffness actuator for safe and performing robots interacting with humans. In *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2171–2176, 2008.
- [213] B. Sellner, F. W. Heger, L. M. Hiatt, R. Simmons, and S. Singh. Coordinated multiagent teams and sliding autonomy for large-scale assembly. *Proceedings of the IEEE*, 94(7):1425–1444, 2006.
- [214] L. Sentis and O. Khatib. Synthesis of whole-body behaviors through hierarchical control of behavioral primitives. *International Journal of Humanoid Robotics*, 2:505–518, 2005.
- [215] Bijan Shirinzadeh, Yongmin Zhong, Prasan D. W. Tilakaratna, Yanling Tian, and Mohsen M. Dalvand. A hybrid contact state analysis methodology for robotic-based adjustment of cylindrical pair. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 52(1):329–342, 2011.
- [216] Y. Shoham and K. Leyton-Brown. *Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations*. Cambridge University Press, 2009.
- [217] B. Siciliano and J. J. Slotine. A general framework for managing multiple tasks in highly redundant robotic systems. In *Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Robotics*, pages 1211–1216. Pisa, Italy, 19-22 June, 1991.
- [218] Bruno Siciliano and Oussama Khatib. *Springer Handbook of Robotics*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007.
- [219] Sergio Simunovic. *An information approach to parts mating*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1979.
- [220] Jan A Snyman and Daniel N Wilke. *Practical Mathematical Optimization*. Springer Optimization and Its Applications. Springer, November 2018.
- [221] Hee-Chan Song, Young-Loul Kim, and Jae-Bok Song. Automated guidance of peg-in-hole assembly tasks for complex-shaped parts. *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 4517–4522, 2014.
- [222] W.R. Southern and C.G. Lyons. The study of a passive accommodation device in robotic insertion processes. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 124(No. 3):pp. 261–266, 2002.
- [223] Predrag Stanojevic. *Egzaktne i metaheurističke metode za rešavanje NP-teskih lokacijskih problema*. PhD thesis, Univerzitet u Beogradu - Matematički fakultet, 2016.
- [224] Olivier Stasse, Adrien Escande, Nicolas Mansard, Sylvain Miossec, Paul Evrard, and Abderrahmane Kheddar. Real-time (self)-collision avoidance task on a hrp-2 humanoid robot. In *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3200–3205, 2008.
- [225] Gilbert Strang. The fundamental theorem of linear algebra. *The American Mathematical Monthly*, 100(9):848–855, 1993.

- [226] Gilbert Strang. *Linear Algebra and Its Applications*. Thomson, Brooks/Cole, 4th edition, 2005.
- [227] Jianhua Su, Rui Li, Hong Qiao, Jing Xu, Qinglin Ai, and Jiankang Zhu. Study on dual peg-in-hole insertion using of constraints formed in the environment. *Industrial Robot*, 44:730–740, 2017.
- [228] Richard S. Sutton and Andrew G. Barto. *Reinforcement learning - An introduction*. Adaptive Computation and Machine Learning. MIT Press Cambridge, Massachusetts, London, England, 2018.
- [229] M.M. Svinin, S. Hosoe, M. Uchiyama, and Z.W. Luo. On the stiffness and stiffness control of redundant manipulators. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2393–2399. Washington, DC, USA, 11-15 May, 2002.
- [230] Yasuhiko Takahara and Mihajlo Mesarovic. *Organization Structure: Cybernetic Systems Foundation*, volume 22 of *International Series on Systems Science and Engineering*. Kluwer Academic/ Plenum Publishers, 2003.
- [231] J. Takahashi, T. Fukukawa, and T. Fukuda. Passive alignment principle for robotic assembly between a ring and a shaft with extremely narrow clearance. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 21(1):196–204, Feb 2016.
- [232] E.-G. Talbi. A taxonomy of hybrid metaheuristics. *Journal of Heuristics*, 8(5):541–564, Sep 2002.
- [233] T. Tang, H. Lin, Yu Zhao, Wenjie Chen, and M. Tomizuka. Autonomous alignment of peg and hole by force/torque measurement for robotic assembly. In *2016 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, pages 162–167, Aug 2016.
- [234] T. Tang, H. Lin, Y. Zhao, Y. Fan, W. Chen, and M. Tomizuka. Teach industrial robots peg-hole-insertion by human demonstration. In *2016 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, pages 488–494, July 2016.
- [235] Charles Lincoln Taylor and R. J. Schwarz. The anatomy and mechanics of the human hand. *Artificial limbs*, 22:22–35, 1955.
- [236] Paolo Tommasino and Domenico Campolo. An extended passive motion paradigm for human-like posture and movement planning in redundant manipulators. *Frontiers in Neurorobotics*, 11:65, 2017.
- [237] Gino van den Bergen. *Collision Detection in Interactive 3D Environment*. Interactive 3D Technology. Morgan Kaufmann - Elsevier, 2004.
- [238] M. Vasic and A. Billard. Safety issues in human-robot interactions. In *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 197–204, May 2013.
- [239] Ludo C. Visser, Stefano Stramigioli, and Antonio Bicchi. Embodying desired behavior in variable stiffness actuators. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):9733 – 9738, 2011. 18th IFAC World Congress.
- [240] M. Vukobratovic and B. Borovac. Zero-moment point - thirty five years of its life. *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 01(No. 01):pp. 157–173, 2004.
- [241] Živana Jakovljevic. *Účenje i kontekstno prepoznavanje procesa spajanja u robotizovanoj montaži*. PhD thesis, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2010.
- [242] A. Wahrburg, S. Zeiss, B. Matthias, and H. Ding. Contact force estimation for robotic assembly using motor torques. In *2014 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, pages 1252–1257, Aug 2014.
- [243] Patrick Waibel, Jörg Matthes, and Lutz Gröll. Constrained ellipse fitting with center on a line. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 53(3):364–382, Nov 2015.
- [244] A. Wan, J. Xu, H. Chen, S. Zhang, and K. Chen. Optimal path planning and control of assembly robots for hard-measuring easy-deformation assemblies. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(4):1600–1609, Aug 2017.
- [245] Junping Wang, An Liu, Xiaodong Tao, and Hyungsuck Cho. Microassembly of micropeg and -hole using uncalibrated visual servoing method. *Precision Engineering*, 32(3):173 – 181, 2008.

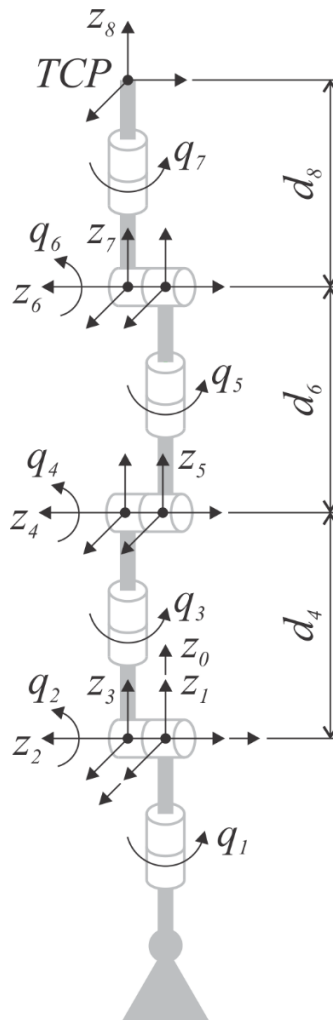
- [246] L. Wang, R. Gao, J. Vancza, J. Kruger, X.V. Wang, S. Makris, and G. Chryssolouris. Symbiotic human-robot collaborative assembly. *CIRP Annals*, 68(2):701–726, 2019.
- [247] L. Wang, C. Sun, J. Tan, B. Zhao, and G. Wan. Improvement of location and orientation tolerances propagation control in cylindrical components assembly using stack-build assembly technique. *Assembly Automation*, Vol. 35(No. 4):pp. 358–366, 2015.
- [248] N.K. Wei WangRobert and Y. Gu LohEdward. Passive compliance versus active compliance in robot-based automated assembly systems. *Industrial Robot: An International Journal*, 25(1):48–57, 1998.
- [249] D.E. Whitney. Quasi-static assembly of compliantly supported rigid parts. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 104(No. 1):pp. 65–77, 1982.
- [250] T. Wimbock, C. Ott, and G. Hirzinger. Impedance behaviors for two-handed manipulation: Design and experiments. In *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 4182–4189, 2007.
- [251] Michael Wooldridge. *An Introduction to MultiAgent Systems*. John wiley & sons Ltd., 2002.
- [252] Yanchun Xia, Yuehong Yin, and Zhaoneng Chen. Dynamic analysis for peg-in-hole assembly with contact deformation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 30(1):118–128, 2006.
- [253] J. Xiao. Automatic determination of topological contacts in the presence of sensing uncertainties. In *[1993] Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 65–70 vol.1, May 1993.
- [254] J. Xu, Z. Hou, W. Wang, B. Xu, K. Zhang, and K. Chen. Feedback deep deterministic policy gradient with fuzzy reward for robotic multiple peg-in-hole assembly tasks. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(3):1658–1667, March 2019.
- [255] Jing Xu, Zhimin Hou, Zhi Liu, and Hong Qiao. Compare contact model-based control and contact model-free learning: A survey of robotic peg-in-hole assembly strategies. *ArXiv*, abs/1904.05240, 2019.
- [256] H. Yanai, K. Takeuchi, and Y. Takane. *Projection Matrices, Generalizes Inverse Matrices, and Singular Value Decomposition*. Springer, New York, 2011.
- [257] Motoman Yaskawa. *Instruction - FS100*. YASKAWA Europe "Robotic Division" GmbH, e1102000012gb01 edition, 2011.
- [258] Motoman Yaskawa. *Operating and Maintenance Instruction - SIA10F*. YASKAWA Europe "Robotic Division" GmbH, e1101000140gb01 edition, 2012.
- [259] Motoman Yaskawa. *Operators Manual - FS100*. YASKAWA Europe "Robotic Division" GmbH, re-cso-a043 edition, 2014.
- [260] Motoman Yaskawa. *Programmers Manual FS100 - MotoPlus*. YASKAWA Europe "Robotic Division" GmbH, hw1480839 edition, 2014.
- [261] Motoman Yaskawa. *Reference Manual FS100 - MotoPlus*. YASKAWA Europe "Robotic Division" GmbH, hw1480841 edition, 2014.
- [262] Motoman Yaskawa. *Users Manual - MotoPlus2014*. YASKAWA Europe "Robotic Division" GmbH, hw1480837 edition, 2014.
- [263] Tsuneo Yoshikawa. *Foundations of Robotics - Analysis and Control*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1990.
- [264] Cynthia Y. Young. *Precalculus*. John Wiley & Sons, 2010.
- [265] Chenglong Yu, Zhiqi Li, and Hong Liu. Research on gravity compensation of robot arm based on model learning. In *2019 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, pages 635–641, 2019.

- [266] F. Zeng, J. Xiao, and H. Liu. Force/torque sensorless compliant control strategy for assembly tasks using a 6-dof collaborative robot. *IEEE Access*, 7:108795–108805, 2019.
- [267] K. Zhang, J. Xu, H. Chen, J. Zhao, and K. Chen. Jamming analysis and force control for flexible dual peg-in-hole assembly. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(3):1930–1939, 2018.
- [268] Tie Zhang, Xiaohong Liang, and Yanbiao Zou. Robot peg-in-hole assembly based on contact force estimation compensated by convolutional neural network. *Control Engineering Practice*, 120:105012, 2022.
- [269] Xianmin Zhang, Yanglong Zheng, Jun Ota, and Yanjiang Huang. Peg-in-hole assembly based on two-phase scheme and f/t sensor for dual-arm robot. *Sensors (Basel, Switzerland)*, 17:1340 – 1353, 2017.
- [270] Fuliang Zhao and Paul S.Y Wu. Vrcc: A variable remote center compliance device. *Mechatronics*, 8(6):657–672, 1998.
- [271] Y. Zhao, W. Wu, Y. Zhang, R. Wang, J. Peng, and Y. Yu. 3d dynamic motion planning for robot-assisted cannula flexible needle insertion into soft tissue. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 13(121):1–11, 2016.
- [272] Hou Zhimin, Philipp Markus, Zhang Kuangen, Guan Yong, Chen Ken, and Xu Jing. The learning-based optimization algorithm for robotic dual peg-in-hole assembly. *Assembly Automation*, 38(4):369–375, Jan 2018.
- [273] Z. Zhou, Y. Zhou, N. Wang, F. Gao, K. Wei, and Q. Wang. On the design of a robot-assisted rehabilitation system for ankle joint with contracture and/or spasticity based on proprioceptive neuromuscular facilitation. In *IEEE International Conference on Robotics & Automation (ICRA)*, pages 736–741. Hong Kong Convention and Exhibition Center, May 31 - June 7, IEEE, 2014.
- [274] Zuyuan Zhu and Huosheng Hu. Robot learning from demonstration in robotic assembly: A survey. *Robotics*, 7:17, 2018.

Prilozi

Prilog P1: Geometrijski model i D-H parametri robotske ruke SIA10F

Geometrijski model sa osnovnim parametrima i pridruženim lokalnim koordinatnim sistemima u skladu sa D-H notacijom prikazani su na slici p1.1, a tabela p1.1 sa kompletnim D-H parametrima kinematski redundantne robotske ruke *Yaskawa SIA10F* prikazana je u nastavku.



Slika p1.1: Geometrijski model kinematski redundantne robotske ruke *Yaskawa SIA10F* sa pridruženim lokalnim koordinatnim sistemima zglobova, obeleženim smerovima kretanja i označenim d parametrima prema Denavit-Hartenberg notaciji.

Tabela p1.1: Specifikacija D-H parametara kinematski redundantne robotske ruke *Yaskawa SIA10F*

Transformacija koordinatnih sistema	Ugao α [°]	Rastojanje d [mm]	Ugao q [°]	Rastojanje a [mm]
0 → 1	0	0	q_1	0
1 → 2	90°	0	q_2	0
2 → 3	-90°	0	q_3	0
3 → 4	90°	360	q_4	0
4 → 5	-90°	0	q_5	0
5 → 6	90°	360	q_6	0
6 → 7	-90°	0	q_7	0
7 → 8 (TCP)	0°	175+TCP	q_8	0

Ukupna matrica transformacija izračunava se kao proizvod relativnih transformacija između lokalnih koordinatnih sistema, i u opštoj formi glasi:

$$T_0^8 = \prod_{i=1}^8 T_{i-1}^i = \begin{bmatrix} R_0^8 & P_0^8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) - s(\phi)s(\psi) & p_x \\ s(\phi)c(\theta) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) - c(\phi)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & p_y \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\psi) & c(\theta)c(\psi) & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{p1.1})$$

U izrazu (p1.1), matrica R_0^8 predstavlja ukupnu matricu rotacije koordinatnog sistema pridruženog vrhu robotske ruke, a P_0^8 vektor položaja vrha u odnosu na referentni koordinatni sistem, $x_0y_0z_0$, odakle se dalje izvode izrazi direktne kinematske transformacije, što je sadržano u prilogu P2.

Prilog P2: Kinematski model redundantne robotske ruke SIA10F

Kinematski model *SIA10F* za potrebe istraživanja u ovoj doktorskoj disertaciji sintetisan je u programskom paketu *MATLAB*, a na osnovu geometrijskih i kinematskih parametara koji su navedeni u preambuli glave 5. i u Prilogu P1. Sintetisane su dve funkcije direktnog kinematskog preslikavanja robotske ruke *SIA10F* na osnovu transformacione matrice P1.1, i to: 1) izračunavanje pozicije vrha, *sia10F_P*; i 2) izračunavanje rotacije vrha, *sia10F_R*. Sintetisana je i mapa linearnog preslikavanja odnosno Jakobijan matrica. Ulazni parametri funkcija su vektor unutrašnjih koordinata q i parametar EE koji predstavlja distancu vrha robota (*TCP*) od terminalne ploče poslednjeg segmenta *SIA10F*.

```

%=====
%DKP - IZRACUNAVANJE POZICIJE VRHA ROBOTSKJE RUKE SIA10F
%=====
function [P]=sia10F_P(q,EE)

q1=q(1); q2=q(2); q3=q(7); q4=q(3); q5=q(4); q6=q(5); q7=q(6);

px=360.*cos(q1).*sin(q2)+(-360).*((-1).*cos(q1).*cos(q4).*sin( ...
q2)+(cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3)).*sin( ...
q4)+((-175)+(-1).*EE).*((-1).*cos(q6).*cos(q1).*cos(q4)).* ...
sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin( ...
q3)).*sin(q4))+cos(q5).*cos(q4).*cos(q1).*cos(q2).*cos( ...
q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).*sin(q4))+cos( ...
q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).*sin(q5)).*sin(q6)); ...

py=360.*sin(q1).*sin(q2)+(-360).*((-1).*cos(q4).*sin(q1).*sin( ...
q2)+(cos(q2).*cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*sin(q3)).*sin(q4))+ ...
(-175)+(-1).*EE).*((-1).*cos(q6).*cos(q4).*sin(q1).*sin(q2) ...
+(-1).*cos(q2).*cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*sin(q3)).*sin(q4) ...
)+cos(q5).*cos(q4).*cos(q2).*cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).* ...
sin(q3))+sin(q1).*sin(q2).*sin(q4))+((-1).*cos(q1).*cos(q3)+ ...
cos(q2).*sin(q1).*sin(q3)).*sin(q5)).*sin(q6));

pz=360.*cos(q2)+(-360).*((-1).*cos(q2).*cos(q4)+(-1).*cos(q3)).* ...
sin(q2).*sin(q4))+((-175)+(-1).*EE).*((-1).*cos(q6).*cos( ...
q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin(q4))+cos(q5).*((-1).* ...
cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2)).* ...
sin(q3).*sin(q5)).*sin(q6));

P=[px,py,pz];

end
%=====

```

```

%=====
%DKP - IZRACUNAVANJE ROTACIJE VRHA ROBOTSKE RUKE SIA10F
%=====
function [R]=sia10F_R(q)

q1=q(1); q2=q(2); q3=q(7); q4=q(3); q5=q(4); q6=q(5); q7=q(6);

ry=pi+(-1).*asin(cos(q7).*cos(q6).*cos(q5).*((-1).*cos(q3).*cos( ...
q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4)))+(-1).*sin(q2).*sin(q3).*sin( ...
q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin(q4)).*sin(q6))+ ...
((-1).*cos(q5).*sin(q2).*sin(q3))+(-1).*((-1).*cos(q3).*cos( ...
q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).*sin(q7));

rx=acos(sec(f).*cos(q6).*cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).* ...
sin(q4))+(-1).*cos(q5).*((-1).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+ ...
cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2).*sin(q3).*sin(q5)).*sin(q6)) ...
);

rz=acos(sec(f).*cos(q7).*cos(q6).*cos(q5).*cos(q4).*cos( ...
q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin( ...
q2).*sin(q4))+cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).* ...
sin(q5))+cos(q1).*cos(q4).*sin(q2)+(-1).*(cos(q1).*cos(q2) ...
.*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3)).*sin(q4)).*sin(q6))+cos( ...
q5).*(cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3))+(-1).*( ...
cos(q4).*(cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+ ...
cos(q1).*sin(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).*sin(q7)));

R=[rx, ry, rz];
end
%=====

```

Jakobijan matrica robotske ruke *SIA10F* sintetisana je prema razmatranjima iz treće glave, posebno u smislu izraza (3.1), izračunavanjem parcijalnih izvoda nad jednačinama direktne kinematske transformacije po unutrašnjim koordinatama, gde su vektori spoljašnjih i unutrašnjih koordinata $x=[p_x, p_y, p_z, r_x, r_y, r_z]$ i $q=[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7]$, respektivno, a puna forma ovog izraza je sledeća:

$$J = \frac{\partial x}{\partial q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \frac{\partial p_x}{\partial q_2} & \frac{\partial p_x}{\partial q_3} & \frac{\partial p_x}{\partial q_4} & \frac{\partial p_x}{\partial q_5} & \frac{\partial p_x}{\partial q_6} & \frac{\partial p_x}{\partial q_7} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \frac{\partial p_y}{\partial q_2} & \frac{\partial p_y}{\partial q_3} & \frac{\partial p_y}{\partial q_4} & \frac{\partial p_y}{\partial q_5} & \frac{\partial p_y}{\partial q_6} & \frac{\partial p_y}{\partial q_7} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \frac{\partial p_z}{\partial q_2} & \frac{\partial p_z}{\partial q_3} & \frac{\partial p_z}{\partial q_4} & \frac{\partial p_z}{\partial q_5} & \frac{\partial p_z}{\partial q_6} & \frac{\partial p_z}{\partial q_7} \\ \frac{\partial r_x}{\partial q_1} & \frac{\partial r_x}{\partial q_2} & \frac{\partial r_x}{\partial q_3} & \frac{\partial r_x}{\partial q_4} & \frac{\partial r_x}{\partial q_5} & \frac{\partial r_x}{\partial q_6} & \frac{\partial r_x}{\partial q_7} \\ \frac{\partial r_y}{\partial q_1} & \frac{\partial r_y}{\partial q_2} & \frac{\partial r_y}{\partial q_3} & \frac{\partial r_y}{\partial q_4} & \frac{\partial r_y}{\partial q_5} & \frac{\partial r_y}{\partial q_6} & \frac{\partial r_y}{\partial q_7} \\ \frac{\partial r_z}{\partial q_1} & \frac{\partial r_z}{\partial q_2} & \frac{\partial r_z}{\partial q_3} & \frac{\partial r_z}{\partial q_4} & \frac{\partial r_z}{\partial q_5} & \frac{\partial r_z}{\partial q_6} & \frac{\partial r_z}{\partial q_7} \end{bmatrix} \quad (p2.1)$$

```

%=====
%MAPA LINEARNOG PRESLIKAVANJA - JAKOBIJAN MATRICA ROBOTSKJE RUKE SIA10F
%=====
function J=sia10F_J(q,EE)

q1=q(1); q2=q(2); q3=q(7); q4=q(3); q5=q(4); q6=q(5); q7=q(6);

J11=(-360).*sin(q1).*sin(q2)+(-360).*cos(q4).*sin(q1).*sin(q2)+ ...
((-1).*cos(q2).*cos(q3).*sin(q1)+(-1).*cos(q1).*sin(q3)).* ...
sin(q4))+((-175)+(-1).*EE).*((-1).*cos(q6).*((-1).*cos(q4)).* ...
sin(q1).*sin(q2)+(-1).*((-1).*cos(q2).*cos(q3).*sin(q1)+(-1) ...
.*cos(q1).*sin(q3)).*sin(q4))+cos(q5).*cos(q4).*((-1).* ...
cos(q2).*cos(q3).*sin(q1)+(-1).*cos(q1).*sin(q3))+(-1).*sin( ...
q1).*sin(q2).*sin(q4))+cos(q1).*cos(q3)+(-1).*cos(q2).*sin( ...
q1).*sin(q3)).*sin(q5)).*sin(q6));

J12=360.*cos(q1).*cos(q2)+(-360).*((-1).*cos(q1).*cos(q2).*cos( ...
q4)+(-1).*cos(q1).*cos(q3).*sin(q2).*sin(q4))+((-175)+(-1).* ...
EE).*((-1).*cos(q6).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q4)+cos(q1).* ...
cos(q3).*sin(q2).*sin(q4))+cos(q5).*((-1).*cos(q1).*cos(q3) ...
.*cos(q4).*sin(q2)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q4))+(-1).*cos(q1) ...
.*sin(q2).*sin(q3).*sin(q5)).*sin(q6));

J13=(-360).*((-1).*cos(q3).*sin(q1)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*sin( ...
q3)).*sin(q4))+((-175)+(-1).*EE).*cos(q6).*((-1).*cos(q3)).* ...
sin(q1)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).*sin(q4))+cos(q4).* ...
cos(q5).*((-1).*cos(q3).*sin(q1)+(-1).*cos(q1).*cos(q2)).* ...
sin(q3))+cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3)) ...
.*sin(q5)).*sin(q6));

J14=(-360).*cos(q4).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).* ...
sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).*sin(q4))+((-175)+(-1).*EE).*((-1) ...
.*cos(q6).*((-1).*cos(q4).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).* ...
sin(q1).*sin(q3))+(-1).*cos(q1).*sin(q2).*sin(q4))+cos(q5).* ...
(cos(q1).*cos(q4).*sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+ ...
(-1).*sin(q1).*sin(q3)).*sin(q4)).*sin(q6));

J15=((-175)+(-1).*EE).*cos(q5).*cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos( ...
q2).*sin(q3))+(-1).*cos(q4).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1) ...
-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).*sin(q4)).*sin(q5)) ...
.*sin(q6));

J16=((-175)+(-1).*EE).*cos(q6).*cos(q5).*cos(q4).*cos(q1).* ...
cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).* ...
sin(q4))+cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).*sin( ...
q5))+cos(q1).*cos(q4).*sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).* ...
cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3)).*sin(q4)).*sin(q6));

J17=0;

J21=360.*cos(q1).*sin(q2)+(-360).*((-1).*cos(q1).*cos(q4).*sin( ...
q2)+cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3)).*sin( ...
q4))+((-175)+(-1).*EE).*((-1).*cos(q6).*cos(q1).*cos(q4)).* ...
sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin( ...
q3)).*sin(q4))+cos(q5).*cos(q4).*cos(q1).*cos(q2).*cos( ...
q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).*sin(q4))+cos( ...
q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).*sin(q5)).*sin(q6)); ...

J22=360.*cos(q2).*sin(q1)+(-360).*((-1).*cos(q2).*cos(q4).*sin( ...
q1)+(-1).*cos(q3).*sin(q1).*sin(q2).*sin(q4))+((-175)+(-1).* ...
EE).*((-1).*cos(q6).*cos(q2).*cos(q4).*sin(q1)+cos(q3)).* ...
sin(q1).*sin(q2).*sin(q4))+cos(q5).*((-1).*cos(q3).*cos(q4) ...

```

```
. *sin(q1) .*sin(q2)+cos(q2) .*sin(q1) .*sin(q4))+(-1) .*sin(q1) ...
.*sin(q2) .*sin(q3) .*sin(q5)) .*sin(q6));
```

```
J23=(-360) .* (cos(q1) .*cos(q3)+(-1) .*cos(q2) .*sin(q1) .*sin(q3)) .* ...
sin(q4)+((-175)+(-1) .*EE) .* (cos(q6) .* (cos(q1) .*cos(q3)+(-1) ...
.*cos(q2) .*sin(q1) .*sin(q3)) .*sin(q4)+(cos(q4) .*cos(q5) .* ( ...
cos(q1) .*cos(q3)+(-1) .*cos(q2) .*sin(q1) .*sin(q3)))+(cos(q2) .* ...
cos(q3) .*sin(q1)+cos(q1) .*sin(q3)) .*sin(q5)) .*sin(q6));
```

```
J24=(-360) .* (cos(q4) .* (cos(q2) .*cos(q3) .*sin(q1)+cos(q1) .*sin( ...
q3))+sin(q1) .*sin(q2) .*sin(q4))+((-175)+(-1) .*EE) .* ((-1) .* ...
cos(q6) .* ((-1) .*cos(q4) .* (cos(q2) .*cos(q3) .*sin(q1)+cos(q1) ...
.*sin(q3)))+(-1) .*sin(q1) .*sin(q2) .*sin(q4))+cos(q5) .* (cos( ...
q4) .*sin(q1) .*sin(q2)+(-1) .* (cos(q2) .*cos(q3) .*sin(q1)+cos( ...
q1) .*sin(q3)) .*sin(q4)) .*sin(q6));
```

```
J25=((-175)+(-1) .*EE) .* (cos(q5) .* ((-1) .*cos(q1) .*cos(q3)+cos(q2) ...
.*sin(q1) .*sin(q3))+(-1) .* (cos(q4) .* (cos(q2) .*cos(q3) .*sin( ...
q1)+cos(q1) .*sin(q3))+sin(q1) .*sin(q2) .*sin(q4)) .*sin(q5)) .* ...
sin(q6));
```

```
J26=((-175)+(-1) .*EE) .* (cos(q6) .* (cos(q5) .* (cos(q4) .* (cos(q2) .* ...
cos(q3) .*sin(q1)+cos(q1) .*sin(q3))+sin(q1) .*sin(q2) .*sin(q4) ...
)+((-1) .*cos(q1) .*cos(q3)+cos(q2) .*sin(q1) .*sin(q3)) .*sin( ...
q5)))+(cos(q4) .*sin(q1) .*sin(q2)+(-1) .* (cos(q2) .*cos(q3) .* ...
sin(q1)+cos(q1) .*sin(q3)) .*sin(q4)) .*sin(q6));
```

J27=0;

J31=0;

```
J32=(-360) .*sin(q2)+(-360) .* (cos(q4) .*sin(q2)+(-1) .*cos(q2) .* ...
cos(q3) .*sin(q4))+((-175)+(-1) .*EE) .* ((-1) .*cos(q6) .* ((-1) .* ...
cos(q4) .*sin(q2)+cos(q2) .*cos(q3) .*sin(q4))+cos(q5) .* ((-1) ...
.*cos(q2) .*cos(q3) .*cos(q4)+(-1) .*sin(q2) .*sin(q4))+(-1) .* ...
cos(q2) .*sin(q3) .*sin(q5)) .*sin(q6));
```

```
J33=(-360) .*sin(q2) .*sin(q3) .*sin(q4)+((-175)+(-1) .*EE) .* (cos( ...
q6) .*sin(q2) .*sin(q3) .*sin(q4)+(cos(q4) .*cos(q5) .*sin(q2) .* ...
sin(q3)+(-1) .*cos(q3) .*sin(q2) .*sin(q5)) .*sin(q6));
```

```
J34=(-360) .* ((-1) .*cos(q3) .*cos(q4) .*sin(q2)+cos(q2) .*sin(q4))+ ...
((-175)+(-1) .*EE) .* ((-1) .*cos(q6) .* (cos(q3) .*cos(q4) .*sin(q2) ...
+(-1) .*cos(q2) .*sin(q4))+cos(q5) .* (cos(q2) .*cos(q4)+cos(q3) ...
.*sin(q2) .*sin(q4)) .*sin(q6));
```

```
J35=((-175)+(-1) .*EE) .* ((-1) .*cos(q5) .*sin(q2) .*sin(q3)+(-1) .* (( ...
-1) .*cos(q3) .*cos(q4) .*sin(q2)+cos(q2) .*sin(q4)) .*sin(q5)) .* ...
sin(q6));
```

```
J36=((-175)+(-1) .*EE) .* (cos(q6) .* (cos(q5) .* ((-1) .*cos(q3) .*cos( ...
q4) .*sin(q2)+cos(q2) .*sin(q4))+(-1) .*sin(q2) .*sin(q3) .*sin( ...
q5))+cos(q2) .*cos(q4)+cos(q3) .*sin(q2) .*sin(q4)) .*sin(q6)); ...
```

J37=0;

J41=0;

```
J42=(-1) .* (1+(-1) .* (cos(q6) .* (cos(q2) .*cos(q4)+cos(q3) .*sin(q2) ...
.*sin(q4)))+(-1) .* (cos(q5) .* ((-1) .*cos(q3) .*cos(q4) .*sin(q2)+ ...
cos(q2) .*sin(q4))+(-1) .*sin(q2) .*sin(q3) .*sin(q5)) .*sin(q6)) ...
```


J51=0;

J52=(-1) .* (cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q5) .* ((-1) .*cos (q2) .*cos (q3) ...
 .*cos (q4) +(-1) .*sin (q2) .*sin (q4))+(-1) .*cos (q2) .*sin (q3) .* ...
 sin (q5))+((-1) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .*cos (q3) .*sin (q4)) ...
 .*sin (q6))+((-1) .*cos (q2) .*cos (q5) .*sin (q3) +(-1) .*((-1) .* ...
 cos (q2) .*cos (q3) .*cos (q4) +(-1) .*sin (q2) .*sin (q4)) .*sin (q5)) ...
 .*sin (q7)) .* (1+(-1) .* (cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q5) .*((-1) .* ...
 cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .* ...
 sin (q3) .*sin (q5))+cos (q2) .*cos (q4) +cos (q3) .*sin (q2) .*sin (...
 q4)) .*sin (q6))+((-1) .*cos (q5) .*sin (q2) .*sin (q3) +(-1) .*((-1) ...
 .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4)) .*sin (q5)) .* ...
 sin (q7)) .^2) .^(-1/2);

J53=(-1) .* (cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q4) .*cos (q5) .*sin (q2) .*sin (...
 q3) +(-1) .*cos (q3) .*sin (q2) .*sin (q5))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) ...
 .*sin (q4) .*sin (q6))+((-1) .*cos (q3) .*cos (q5) .*sin (q2) +(-1) .* ...
 cos (q4) .*sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5)) .*sin (q7)) .* (1+(-1) .* (...
 cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (...
 q2) +cos (q2) .*sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5))+cos (...
 q2) .*cos (q4) +cos (q3) .*sin (q2) .*sin (q4)) .*sin (q6))+((-1) .* ...
 cos (q5) .*sin (q2) .*sin (q3) +(-1) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .* ...
 sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4)) .*sin (q5)) .*sin (q7)) .^2) .^(-1/2);

J54=(-1) .* (cos (q7) .* (cos (q5) .*cos (q6) .* (cos (q2) .*cos (q4) +cos (q3) ...
 .*sin (q2) .*sin (q4))+cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +(-1) .*cos (q2) ...
 .*sin (q4)) .*sin (q6))+(-1) .* (cos (q2) .*cos (q4) +cos (q3) .*sin (...
 q2) .*sin (q4)) .*sin (q5) .*sin (q7)) .* (1+(-1) .* (cos (q7) .* (cos (...
 q6) .* (cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .* ...
 sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5))+cos (q2) .*cos (q4) + ...
 cos (q3) .*sin (q2) .*sin (q4)) .*sin (q6))+((-1) .*cos (q5) .*sin (q2) ...
 .*sin (q3) +(-1) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .* ...
 sin (q4)) .*sin (q5)) .*sin (q7)) .^2) .^(-1/2);

J55=(-1) .* (cos (q6) .*cos (q7) .*((-1) .*cos (q5) .*sin (q2) .*sin (q3) + (...
 -1) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4)) .* ...
 sin (q5))+((-1) .*cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) + ...
 cos (q2) .*sin (q4))+sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5)) .*sin (q7)) .* (1+ (...
 -1) .* (cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .* ...
 sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5))+ (...
 cos (q2) .*cos (q4) +cos (q3) .*sin (q2) .*sin (q4)) .*sin (q6))+((-1) ...
 .*cos (q5) .*sin (q2) .*sin (q3) +(-1) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .* ...
 sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4)) .*sin (q5)) .*sin (q7)) .^2) .^(-1/2);

J56=(-1) .*cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q2) .*cos (q4) +cos (q3) .*sin (q2) ...
 .*sin (q4))+(-1) .* (cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) + ...
 cos (q2) .*sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5)) .*sin (q6)) ...
 .* (1+(-1) .* (cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .* ...
 cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) .* ...
 sin (q5))+cos (q2) .*cos (q4) +cos (q3) .*sin (q2) .*sin (q4)) .*sin (...
 q6))+((-1) .*cos (q5) .*sin (q2) .*sin (q3) +(-1) .*((-1) .*cos (q3) .* ...
 cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4)) .*sin (q5)) .*sin (q7)) .^2) ...
 .^(-1/2);

J57=(-1) .* (cos (q7) .*((-1) .*cos (q5) .*sin (q2) .*sin (q3) +(-1) .*((-1) ...
 .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4)) .*sin (q5))+(-1) ...
 .* (cos (q6) .* (cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .*sin (q2) +cos (...
 q2) .*sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5))+cos (q2) .* ...
 cos (q4) +cos (q3) .*sin (q2) .*sin (q4)) .*sin (q6)) .*sin (q7)) .* (1+ (...
 -1) .* (cos (q7) .* (cos (q6) .* (cos (q5) .*((-1) .*cos (q3) .*cos (q4) .* ...
 sin (q2) +cos (q2) .*sin (q4))+(-1) .*sin (q2) .*sin (q3) .*sin (q5))+ (...


```

.*((-1).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).* ...
sin(q2).*sin(q3).*sin(q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin( ...
q2).*sin(q4)).*sin(q6))+((-1).*cos(q5).*sin(q2).*sin(q3))+ ...
-1).*((-1).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4)).* ...
sin(q5)).*sin(q7)).^2).^(-3/2)+cos(q7).*cos(q6).*cos(q1).* ...
cos(q4).*sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin( ...
q1).*sin(q3)).*sin(q4))+(-1).*cos(q5).*cos(q4).*cos(q1).* ...
cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).* ...
sin(q4))+cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).*sin( ...
q5)).*sin(q6)).*(1+(-1).*cos(q7).*cos(q6).*cos(q5).*((-1) ...
).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2) ...
).*sin(q3).*sin(q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin( ...
q4)).*sin(q6))+((-1).*cos(q5).*sin(q2).*sin(q3)+(-1).*((-1) ...
).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).* ...
sin(q7)).^2).^(-1/2));

```

```

J67=(-1).(1+(-1).*cos(q7).*cos(q6).*cos(q5).*cos(q4).*cos( ...
q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin( ...
q2).*sin(q4))+cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).* ...
sin(q5))+cos(q1).*cos(q4).*sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2) ...
).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3)).*sin(q4)).*sin(q6))+cos( ...
q5).*cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3))+(-1).* ...
cos(q4).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+ ...
cos(q1).*sin(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).*sin(q7)).^2.*(1+(-1) ...
cos(q7).*cos(q6).*cos(q5).*((-1).*cos(q3).*cos(q4).*sin( ...
q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2).*sin(q3).*sin(q5))+cos( ...
q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin(q4)).*sin(q6))+((-1).* ...
cos(q5).*sin(q2).*sin(q3)+(-1).*((-1).*cos(q3).*cos(q4).* ...
sin(q2)+cos(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).*sin(q7)).^2).^(-1)).^( ...
-1/2).*((cos(q7).*cos(q6).*cos(q5).*((-1).*cos(q3).*cos( ...
q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2).*sin(q3).*sin( ...
q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin(q4)).*sin(q6))+ ...
((-1).*cos(q5).*sin(q2).*sin(q3)+(-1).*((-1).*cos(q3).*cos( ...
q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).*sin(q7)).*(cos(q7) ...
).*cos(q6).*cos(q5).*cos(q4).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+ ...
-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).*sin(q4))+cos(q3).* ...
sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).*sin(q5))+cos(q1).*cos( ...
q4).*sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1) ...
).*sin(q3)).*sin(q4)).*sin(q6))+cos(q5).*cos(q3).*sin(q1)+ ...
cos(q1).*cos(q2).*sin(q3))+(-1).*cos(q1).*cos(q2).*cos(q3) ...
).*cos(q1).*sin(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).*sin(q7)).*(cos(q7) ...
).*sin(q3)+(-1).*((-1).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin( ...
q4)).*sin(q5))+(-1).*cos(q6).*cos(q5).*((-1).*cos(q3).* ...
cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2).*sin(q3).* ...
sin(q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin(q4)).*sin( ...
q6)).*sin(q7)).*(1+(-1).*cos(q7).*cos(q6).*cos(q5).*((-1) ...
).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2) ...
).*sin(q3).*sin(q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin( ...
q4)).*sin(q6))+((-1).*cos(q5).*sin(q2).*sin(q3)+(-1).*((-1) ...
).*cos(q3).*cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4)).*sin(q5)).* ...
sin(q7)).^2).^(-3/2)+cos(q7).*cos(q5).*cos(q3).*sin(q1)+ ...
cos(q1).*cos(q2).*sin(q3))+(-1).*cos(q4).*cos(q1).*cos(q2) ...
).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).*sin(q4)) ...
).*sin(q5))+(-1).*cos(q6).*cos(q5).*cos(q4).*cos(q1).* ...
cos(q2).*cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3))+cos(q1).*sin(q2).* ...
sin(q4))+cos(q3).*sin(q1)+cos(q1).*cos(q2).*sin(q3)).*sin( ...
q5))+cos(q1).*cos(q4).*sin(q2)+(-1).*cos(q1).*cos(q2).* ...
cos(q3)+(-1).*sin(q1).*sin(q3)).*sin(q4)).*sin(q6)).*sin(q7) ...
).*sin(q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin(q4)).*sin( ...
q6))+((-1).*cos(q5).*sin(q2).*sin(q3)+(-1).*((-1).*cos(q3).* ...
cos(q4).*sin(q2)+cos(q2).*sin(q4))+(-1).*sin(q2).*sin(q3).* ...
sin(q5))+cos(q2).*cos(q4)+cos(q3).*sin(q2).*sin(q4)).*sin( ...
q6))+((-1).*cos(q5).*sin(q2).*sin(q3)+(-1).*((-1).*cos(q3).* ...

```


$$\begin{aligned}
J_{R23_22}^+ = & -(l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) - l_1^2 l_2 \cos(q_1 + q_2) - l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2) + \\
& l_1^2 l_2^2 \cos(q_1) + l_1^2 l_3^2 \cos(q_1) + l_1^2 l_3 \cos(q_1 - q_2 - q_3) - l_1 l_3^2 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) + \\
& l_1^2 l_2 \cos(q_1 - q_2) - l_1 l_2^2 \cos(q_1 + 2q_2) - l_1^2 l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 - q_3)) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{p3.5}$$

$$\begin{aligned}
J_{R23_31}^+ = & -(l_3 (l_1^2 \sin(q_1 + q_2 + q_3) - l_1^2 \sin(q_1 - q_2 - q_3) + 2l_2^2 \sin(q_1 + q_2 + q_3) - \\
& 2l_2^2 \sin(q_1 + q_2 - q_3) - l_1 l_3 \sin(q_1) + l_1 l_3 \sin(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 \sin(q_1 - q_3) + l_1 l_2 \sin(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& 2l_2 l_3 \sin(q_1 + q_2 + 2q_3) + l_1 l_2 \sin(q_1 + q_3) - 2l_2 l_3 \sin(q_1 + q_2))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{p3.6}$$

$$\begin{aligned}
J_{R23_32}^+ = & (l_3 (l_1^2 \cos(q_1 + q_2 + q_3) + 2l_2^2 \cos(q_1 + q_2 + q_3) - 2l_2^2 \cos(q_1 + q_2 - q_3) - \\
& l_1^2 \cos(q_1 - q_2 - q_3) - l_1 l_3 \cos(q_1) + l_1 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 \cos(q_1 - q_3) + l_1 l_2 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& 2l_2 l_3 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) + l_1 l_2 \cos(q_1 + q_3) - 2l_2 l_3 \cos(q_1 + q_2))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{p3.7}$$

Prilog 3.2: Integralni komplementarni projektor MRR-R23

U slučaju minimalnog redundantnog robota *MRR-R23*, postoji samo jedan redundantni stepen slobode, pa se za jedinstveni koordinatni pravac $N(J)$ formira jedinstveni integralni projektor u sledećem obliku, a na osnovu opšteg izraza (3.57):

$$P_{R23}^{CI} = \begin{bmatrix} P_{R23_11}^{CI} & P_{R23_12}^{CI} & P_{R23_13}^{CI} \\ P_{R23_21}^{CI} & P_{R23_22}^{CI} & P_{R23_23}^{CI} \\ P_{R23_31}^{CI} & P_{R23_32}^{CI} & P_{R23_33}^{CI} \end{bmatrix} \tag{p3.8}$$

Komplementarni projektor Jakobijan matrice ovde je dat u generičkom obliku, gde su dužine segmenata robotske ruke *MRR-R23* date kao parametri, dok je eksperiment izveden za vrednosti $l1=360 \text{ mm}$, $l2=360 \text{ mm}$, i $l3=275 \text{ mm}$, kako je to u podpoglavlju 5.2.1 detaljno objašnjeno.

Prema razmatranjima navedenim u trećoj glavi, a posebno u sekciji 3.3.2.3, sledi da je komplementarni projektor kvadratna matrica i da ima svojstvo simetričnosti, pa se u skladu sa tim ovde navode analitički izrazi elemenata gornje trougaone forme, odnosno tri elementa glavne dijagonale i tri nedijagonalna elementa komplementarnog projektora Jakobijan matrice robotske ruke *MRR-R23*:

$$\begin{aligned}
P_{R23_11}^{CI} = & 1 - ((l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3))(l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2) - \\
& l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) + l_1 l_2^2 \cos(q_1) + 2l_1 l_3^2 \cos(q_1) - \\
& 2l_1 l_3^2 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - 2l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + q_3) - l_1 l_2^2 \cos(q_1 + 2q_2) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3)) \\
& - ((l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)) \\
& (l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2) - l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2 + 2q_3) + l_1 l_2^2 \sin(q_1) + 2l_1 l_3^2 \sin(q_1) - \\
& 2l_1 l_3^2 \sin(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - l_1 l_2^2 \sin(q_1 + 2q_2) - 2l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{p3.9}$$

$$\begin{aligned}
P_{R23_12}^{CI} = & -((l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3))(l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2) - \\
& l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2 + 2q_3) + l_1 l_2^2 \sin(q_1) + 2l_1 l_3^2 \sin(q_1) - \\
& 2l_1 l_3^2 \sin(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - l_1 l_2^2 \sin(q_1 + 2q_2) - \\
& 2l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + 2q_2 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3)) \\
& - ((l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3))(l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 l_2^2 \cos(q_1) - \\
& l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) + 2l_1 l_3^2 \cos(q_1) - 2l_1 l_3^2 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - \\
& l_1 l_2^2 \cos(q_1 + 2q_2) - 2l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{p3.10}$$

$$\begin{aligned}
P_{R23_13}^{CI} = & - (l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)(l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2) - l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2 + 2q_3) + \\
& l_1 l_2^2 \sin(q_1) + 2l_1 l_3^2 \sin(q_1) - 2l_1 l_3^2 \sin(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - l_1 l_2^2 \sin(q_1 + 2q_2) - \\
& 2l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + 2q_2 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3)) \quad (\text{p3.11}) \\
& - (l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)(l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2) - l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) + \\
& l_1 l_2^2 \cos(q_1) + 2l_1 l_3^2 \cos(q_1) - 2l_1 l_3^2 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - l_1 l_2^2 \cos(q_1 + 2q_2) - \\
& 2l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{R23_22}^{CI} = & 1 + ((l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3))(l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2 + 2q_3) - \\
& l_1^2 l_2 \sin(q_1 + q_2) - l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 l_2^2 \sin(q_1) + l_1 l_3^2 \sin(q_1) + \\
& l_1^2 l_3 \sin(q_1 - q_2 - q_3) - l_1 l_3^2 \sin(q_1 + 2q_2 + 2q_3) + l_1^2 l_2 \sin(q_1 - q_2) - \\
& l_1 l_2^2 \sin(q_1 + 2q_2) - l_1^2 l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + 2q_2 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3)) \quad (\text{p3.12}) \\
& + ((l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3))(l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) - \\
& l_1^2 l_2 \cos(q_1 + q_2) - l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 l_2^2 \cos(q_1) + l_1 l_3^2 \cos(q_1) + \\
& l_1^2 l_3 \cos(q_1 - q_2 - q_3) - l_1 l_3^2 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) + l_1^2 l_2 \cos(q_1 - q_2) - \\
& l_1 l_2^2 \cos(q_1 + 2q_2) - l_1^2 l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{R23_23}^{CI} = & (l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)(l_2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2 + 2q_3) - l_1^2 l_2 \sin(q_1 + q_2) - \\
& l_2^2 l_3^2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 l_2^2 \sin(q_1) + l_1 l_3^2 \sin(q_1) + l_1^2 l_3 \sin(q_1 - q_2 - q_3) - \\
& l_1 l_3^2 \sin(q_1 + 2q_2 + 2q_3) + l_1^2 l_2 \sin(q_1 - q_2) - l_1 l_2^2 \sin(q_1 + 2q_2) - \\
& l_1^2 l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) - 2l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \sin(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3)) \\
& + (l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)(l_2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) - l_1^2 l_2 \cos(q_1 + q_2) - \\
& l_2^2 l_3^2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 l_2^2 \cos(q_1) + l_1 l_3^2 \cos(q_1) + l_1^2 l_3 \cos(q_1 - q_2 - q_3) - \\
& l_1 l_3^2 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) + l_1^2 l_2 \cos(q_1 - q_2) - l_1 l_2^2 \cos(q_1 + 2q_2) - \\
& l_1^2 l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) - 2l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 + q_3) + l_1 l_2 l_3 \cos(q_1 - q_3))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{p3.13}$$

$$\begin{aligned}
P_{R23_33}^{CI} = & 1 - (l_3^2 \sin(q_1 + q_2 + q_3)(l_1^2 \sin(q_1 + q_2 + q_3) - l_1^2 \sin(q_1 - q_2 - q_3) + \\
& 2l_2^2 \sin(q_1 + q_2 + q_3) - 2l_2^2 \sin(q_1 + q_2 - q_3) - l_1 l_3 \sin(q_1) + \\
& l_1 l_3 \sin(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - 2l_1 l_2 \sin(q_1 - q_3) + l_1 l_2 \sin(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& 2l_2 l_3 \sin(q_1 + q_2 + 2q_3) + l_1 l_2 \sin(q_1 + q_3) - 2l_2 l_3 \sin(q_1 + q_2))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3)) \\
& - (l_3^2 \cos(q_1 + q_2 + q_3)(l_1^2 \cos(q_1 + q_2 + q_3) + 2l_2^2 \cos(q_1 + q_2 + q_3) - \\
& 2l_2^2 \cos(q_1 + q_2 - q_3) - l_1^2 \cos(q_1 - q_2 - q_3) - l_1 l_3 \cos(q_1) + \\
& l_1 l_3 \cos(q_1 + 2q_2 + 2q_3) - 2l_1 l_2 \cos(q_1 - q_3) + l_1 l_2 \cos(q_1 + 2q_2 + q_3) + \\
& 2l_2 l_3 \cos(q_1 + q_2 + 2q_3) + l_1 l_2 \cos(q_1 + q_3) - 2l_2 l_3 \cos(q_1 + q_2))) / \\
& (l_1^2 l_2^2 + 2l_1^2 l_3^2 + 2l_2^2 l_3^2 - l_1^2 l_2^2 \cos(2q_2) - 2l_2^2 l_3^2 \cos(2q_3) - 2l_1^2 l_3^2 \cos(2q_2 + 2q_3) - \\
& 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2 + 2q_3) - 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(2q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 l_3^2 \cos(q_2) + 2l_1^2 l_2 l_3 \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{p3.14}$$

Prilog 3.3: Funkcija cilja i gradijent OP#T MRR-R23

Kako je u glavi 5., u postavci eksperimenta navedeno, za ostvarivanje željenih kinetostatičkih svojstava robotske ruke *MRR-R23*, usvojen je posredni integralni pristup, odnosno funkcija cilja dijagonalizacije matrice aktuacione krutosti $s_{Kq}(q, K_{xd})$. Njen analitički oblik i pripadajući gradijent navodi se u nastavku.

$$\begin{aligned}
s_{Kq}(q, K_{xd}) = & (l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3))(K_{xd22}(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)) - \\
& K_{xd12}(l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3))) - l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) \\
& (K_{xd21}(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)) - K_{xd11}(l_2 \sin(q_1 + q_2) + \\
& l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3))))^2 + ((K_{xd12}(l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1) + \\
& l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)) - K_{xd22}(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + \\
& l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)))(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)) - \\
& (K_{xd11}(l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3))) - \\
& K_{xd21}(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)))(l_2 \sin(q_1 + q_2) + \\
& l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)))^2 + (l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3))(K_{xd12}(l_2 \sin(q_1 + q_2) + \\
& l_1 \sin(q_1) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)) - K_{xd22}(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + \\
& l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3))) - l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)(K_{xd11}(l_2 \sin(q_1 + q_2) + \\
& l_1 \sin(q_1) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)) - K_{xd21}(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + \\
& l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3))))^2)^{(1/2)}
\end{aligned} \tag{p3.15}$$

Gradijent funkcije cilja formira se parcijalnim izvodim po unutrašnjim koordinatama vektora konfiguracionog prostora q , u opštem slučaju, a u konkretnom primeru funkcije $s_{Kq}(q, K_{xd})$ i vektora $q = [q_1, q_2, q_3]$ u slučaju *MRR-R23* sledi ukupna forma vektora, a zatim izraz svake od komponenata:

$$\delta s_{Kq} = \nabla s_{Kq}(q, K_{xd}) = \frac{\partial s_{Kq}}{\partial q} = \left[\frac{\partial s_{Kq}}{\partial q_1}, \frac{\partial s_{Kq}}{\partial q_2}, \frac{\partial s_{Kq}}{\partial q_3} \right] = [\delta s_{Kq1}, \delta s_{Kq2}, \delta s_{Kq3}] \tag{p3.16}$$

S obzirom na posebno veliki obim svakog od članova vektora $\delta s_{Kq}(q, K_{xd})$ u nastavku se reprezentovanje istih dodatno kompaktira, tako da se uvode sledeće skraćene oznake: $q_1 + q_2 \rightarrow q_{12}$, $q_1 + q_2 + q_3 \rightarrow q_{123}$, $\cos \rightarrow c$, $\sin \rightarrow s$.

$$\begin{aligned}
\delta s_{Kq1} = & (2((K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + \\
& l_3c(q_{123}))) (l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - (K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - \\
& K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) (l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) \\
& ((K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + \\
& l_3c(q_{123}))) (l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - (K_{xd22}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + \\
& l_3s(q_{123}))) + K_{xd12}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) (l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123}))) + \\
& (K_{xd21}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) + K_{xd11}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + \\
& l_3c(q_{123}))) (l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) + (K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - \\
& K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) (l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) + \\
& 2(l_3c(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + \\
& l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) - l_3s(q_{123})(K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) \\
& K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123})))) (l_3c(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + \\
& l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) - \\
& l_3c(q_{123})(K_{xd22}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) + K_{xd12}(l_2c(q_{12}) + \\
& l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) + l_3s(q_{123})(K_{xd21}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) + \\
& K_{xd11}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) + l_3s(q_{123})(K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + \\
& l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123})))) + \\
& 2(l_3c(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) - \\
& l_3s(q_{123})(K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123})))) \\
& (l_3c(q_{123}))(K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) + \\
& l_3c(q_{123})(K_{xd12}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) + K_{xd22}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) - \\
& l_3s(q_{123})(K_{xd11}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) + K_{xd21}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) + \\
& l_3s(q_{123})(K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123})))))) / \\
& (2((l_3c(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))) - \\
& l_3s(q_{123})(K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123}))))^2 \\
& + ((K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd22}(l_2s(q_{12}) + l_1c(q_1) + \\
& l_3c(q_{123}))) (l_2c(q_{12}) + l_3c(q_{123})) - (K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - \\
& K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) (l_2s(q_{12}) + l_3s(q_{123})))^2 + \\
& (l_3c(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12}) + l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd22}(l_2c(q_{12}) + \\
& l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))) - l_3s(q_{123})(K_{xd11}(l_2s(q_{12}) + \\
& l_1s(q_1) + l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12}) + l_1c(q_1) + l_3c(q_{123}))))^2)^{(1/2)})
\end{aligned}
\tag{p3.17}$$

$$\begin{aligned}
\delta s_{Kq_2} = & (2(l_3c(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+ \\
& l_3c(q_{123}))) - l_3s(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12})+ \\
& l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_3s(q_{123}))(K_{xd11}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) + K_{xd21}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_3s(q_{123}))) - l_3c(q_{123}))(K_{xd12}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) + K_{xd22}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_3s(q_{123}))) + l_3c(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12})+ \\
& l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))) + l_3s(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - \\
& K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123})))) + 2((K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - \\
& K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - (K_{xd11}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_2s(q_{12})+ \\
& l_3s(q_{123})))((K_{xd11}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) + K_{xd21}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_3s(q_{123}))))(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) - (K_{xd12}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) + \\
& K_{xd22}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))))(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) + (K_{xd11}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_2c(q_{12})+ \\
& l_3c(q_{123}))) + (K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+ \\
& l_3c(q_{123}))))(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) + 2(l_3c(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - \\
& K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123})))) - l_3s(q_{123}))(K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - \\
& K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))))(l_3c(q_{123}))(K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - \\
& K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123})))) + l_3c(q_{123}))(K_{xd12}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) + \\
& K_{xd22}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) - l_3s(q_{123}))(K_{xd11}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) + \\
& K_{xd21}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) + l_3s(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - \\
& K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123})))))) / (2((l_3c(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - \\
& K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) - l_3s(q_{123}))(K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - \\
& K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))))^2 + ((K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - \\
& K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))) - (K_{xd11}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_2s(q_{12})+ \\
& l_3s(q_{123}))))^2 + (l_3c(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - \\
& K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123})))) - l_3s(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))) - K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))^2)^{(1/2)}
\end{aligned}
\tag{p3.18}$$

$$\begin{aligned}
\delta s_{Kq_3} = & (2(l_3c(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))-K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) - \\
& l_3s(q_{123}))(K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))-K_{xd11}(l_2s(q_{12})+ \\
& l_3s(q_{123}))))(l_3c(q_{123}))(K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))- \\
& K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) + l_3s(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))- \\
& K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) + l_3c(q_{123}))(K_{xd12}l_3c(q_{123}) + K_{xd22}l_3s(q_{123}))) - \\
& l_3s(q_{123}))(K_{xd11}l_3c(q_{123}) + K_{xd21}l_3s(q_{123}))) + 2((K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1) + \\
& l_3s(q_{123}))-K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))- \\
& (K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))-K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+ \\
& l_3c(q_{123}))))(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123})))((K_{xd11}l_3c(q_{123}) + \\
& K_{xd21}l_3s(q_{123}))(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))- (l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))(K_{xd12}l_3c(q_{123}) + \\
& K_{xd22}l_3s(q_{123}))) + l_3c(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))- \\
& K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))) + l_3s(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1) + \\
& l_3s(q_{123}))-K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123})))) + 2(l_3c(q_{123}) \\
& (K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))-K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123})))) - \quad (p3.19) \\
& l_3s(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))-K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1) + \\
& l_3c(q_{123}))))(l_3c(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))- \\
& K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))) + l_3s(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1) + \\
& l_3s(q_{123}))-K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123})))) - l_3c(q_{123}))(K_{xd12}l_3c(q_{123}) + \\
& K_{xd22}l_3s(q_{123}))) + l_3s(q_{123}))(K_{xd11}l_3c(q_{123}) + K_{xd21}l_3s(q_{123}))) / \\
& (2((l_3c(q_{123}))(K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))-K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))) - \\
& l_3s(q_{123}))(K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))-K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123}))))^2 + \\
& ((K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))-K_{xd22}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1) + \\
& l_3c(q_{123}))))(l_2c(q_{12})+l_3c(q_{123}))- (K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))- \\
& K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))(l_2s(q_{12})+l_3s(q_{123})))^2 + \\
& (l_3c(q_{123}))(K_{xd12}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))-K_{xd22}(l_2c(q_{12})+ \\
& l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))) - l_3s(q_{123}))(K_{xd11}(l_2s(q_{12})+l_1s(q_1)+l_3s(q_{123}))- \\
& K_{xd21}(l_2c(q_{12})+l_1c(q_1)+l_3c(q_{123}))))^2)^{(1/2)}
\end{aligned}$$

Prilog 3.4: Funkcije ciljeva i gradijenti OP#S MRR-R23

U zavisnosti od načina formulisanja funkcija ciljeva sistemskih procesnih primitiva i načina njihove realizacije, pasivno ili aktivno, a prema razmatranjima iz podpoglavlja 4.2.3 i 5.2.2, oni su formirani kroz analitičke izraze ili podalgoritamske strukture (ovde se navode u formi programskih kodova). Implementacija procesnog primitiva za pasivno izbegavanje granica radnog prostora, $OP\#S_1$, βq , izvedena je na osnovu izraza 4.26 do 4.30, a prema pseudokodu navedenom u sekciji 5.2.2.2, u formi podalgoritamske strukture kao *MATLAB* funkcija čiji su ulazi: 1)tekuća konfiguracija, q_k ; 2)prethodna konfiguracija, q_{k-1} ; 3)zadate granične vrednosti radnog prostora, $q^{\varepsilon_{min0}}$, $q^{\varepsilon_{min1}}$, $q^{\varepsilon_{max0}}$, $q^{\varepsilon_{max1}}$; i 4)dimenzija konfiguracionog prostora, n (ovakvom parametrizacijom ostvaren je opšti oblik podalgoritamske strukture, koji je primenljiv za proizvoljnu dimenzionalnost *KPR*).

```

=====
%PODALGORITAMSKA STRUKTURA ZA IZRACUNAVANJE Beta_q FAKTORA
=====
function [beta_q_temp]=beta_q_fun(q,q_old,q_min_0,q_min_1,q_max_0,q_max_1,n)
% ULAZI FUNKCIJE
% q - vektor aktuelnih unutrašnjih koordinata
% q_old - vektor prethodnih unutrašnjih koordinata
% q_min_0 - vektor minimalnih granicnih vrednosti radnih hodova za koje Beta=0
% q_min_1 - vektor minimalnih granicnih vrednosti radnih hodova za koje Beta=1
% q_max_0 - vektor maksimalnih granicnih vrednosti radnih hodova za koje Beta=0
% q_max_1 - vektor maksimalnih granicnih vrednosti radnih hodova za koje Beta=1
%n - broj stepeni slobode

% IZLAZI FUNKCIJE
% beta_q_temp - Beta_q faktor u vektorskoj formi

%Prirast unutrašnjih koordinata
d_q=q-q_old;

beta_q_temp=zeros(1,n);
for i=1:n
    if q(i)<q_min_1(i) && q(i)>q_min_0(i)
        beta_q_temp(i)=(q(i)-q_min_0(i))/(q_min_1(i)-q_min_0(i));
    elseif q(i)>q_max_1(i) && q(i)<q_max_0(i)
        beta_q_temp(i)=(q(i)-q_max_0(i))/(q_max_1(i)-q_max_0(i));
    elseif (q(i)>=q_min_1(i) && q(i)<=q_max_1(i))
        beta_q_temp(i)=1;
    else %q(i)<=q_min_0(i) || q(i)>=q_max_0(i)
        beta_q_temp(i)=0;
    end
end
end
=====

```

Implementacija procesnog primitiva za aktivno izbegavanje granica radnog prostora, $OP\#S_1$, izvedena je na osnovu analitičkog izraza (4.32) i korespondentnu podalgoritamsku strukturu, što se navodi u nastavku.

$$s_{q_{\min}} = \begin{Bmatrix} (q_1 - q_1^{\varepsilon_{\min 1}})^2 \\ (q_2 - q_2^{\varepsilon_{\min 1}})^2 \\ (q_2 - q_2^{\varepsilon_{\min 1}})^2 \end{Bmatrix} \rightarrow \delta s_{q_{\min}} = -\frac{\partial s_{q_{\min}}}{\partial q} = \begin{Bmatrix} 2q_1^{\varepsilon_{\min 1}} - 2q_1 \\ 2q_2^{\varepsilon_{\min 1}} - 2q_2 \\ 2q_2^{\varepsilon_{\min 1}} - 2q_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{p3.20})$$

$$s_{q_{\max}} = \begin{Bmatrix} (q_1 - q_1^{\varepsilon_{\max 1}})^2 \\ (q_2 - q_2^{\varepsilon_{\max 1}})^2 \\ (q_2 - q_2^{\varepsilon_{\max 1}})^2 \end{Bmatrix} \rightarrow \delta s_{q_{\max}} = -\frac{\partial s_{q_{\max}}}{\partial q} = \begin{Bmatrix} 2q_1^{\varepsilon_{\max 1}} - 2q_1 \\ 2q_2^{\varepsilon_{\max 1}} - 2q_2 \\ 2q_2^{\varepsilon_{\max 1}} - 2q_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{p3.21})$$

Podalgoritamska struktura za izračunavanje ukupnog gradijenta *OP#S_1*, implementirana se kao *MATLAB* funkcija, a prema izrazu (4.32), čiji su ulazi: 1)tekuća konfiguracija, q_k ; 2)zadate granične vrednosti radnog prostora, $q^{\varepsilon_{\min 1}}$ i $q^{\varepsilon_{\max 1}}$ (za izračunavanje gradijenta nisu potrebne minimalne $q^{\varepsilon_{\min 0}}$ i $q^{\varepsilon_{\max 0}}$); 3)izračunate vrednosti gradijenata $\delta s_{q_{\min}}$ i $\delta s_{q_{\max}}$ prema p3.20 i p3.21; i 4)dimenzija konfiguracionog prostora, n (ovakvom parametrizacijom ostvaren je opšti oblik podalgoritamske strukture, koji je primenljiv za proizvoljnu dimenzionalnost *KPR*).

```

=====
%PODALGORITAMSKA STRUKTURA ZA IZRACUNAVANJE GRADIJENTA OP#S_1
=====
function [d_s_q_temp]=d_s_q_fun(q,q_min,q_max,d_s_q_min,d_s_q_max,n)
% ULAZI FUNKCIJE
% q - vektor untrasnjih koordinata
% q_min - vektor minimalnih granicnih vrednosti radnih hodova za koje Beta=1
% q_max - vektor maksimalnih granicnih vrednosti radnih hodova za koje Beta=1
% d_s_q_min - gradijent funkcije cilja za prekoracenje minimuma granica hoda
% d_s_q_max - gradijent funkcije cilja za prekoracenje maksimuma granica hoda
%n - broj stepeni slobode

% IZLAZI FUNKCIJE
% d_s_q_temp - gradijent formiran u zavisnosti da li je narusena neka granica
radnog hoda u zglobovima

d_s_q_temp=zeros(1,n);
for i=1:n
    if q(i) < q_min(i)
        d_s_q_temp(i)=d_s_q_min(i);
    elseif q(i) > q_max(i)
        d_s_q_temp(i)=d_s_q_max(i);
    else
        d_s_q_temp(i)=0;
    end
end
end
=====

```

Implementacija procesnog primitiva za pasivno izbegavanje granica radnog prostora, *OP#S_2*, $\beta\sigma$, izvedena je na osnovu izraza 4.33 do 4.38, a prema pseudokodu navedenom u sekciji 5.2.2.2 i tabele 5.3 sa formulisanim parametrima. Za implementaciju podalgoritamske strukture u formi programskog koda, prethode analitički izrazi singularnih vrednosti Jakobijan matrice robota *MRR-R23*, (5.17). Zbog izuzetne analitičke kompleksnosti sledi i kompleksnost zapisa, pa se uvodi dodatno strukturiranje izraza singularnih vrednosti na sledeći način:

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_a - \sigma_b - \sigma_c} \quad (\text{p3.22})$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\sigma_a + \sigma_b + \sigma_c} \quad (\text{p3.23})$$

S obzirom na posebno veliki obim svakog od članova σ_a , σ_b i σ_c u nastavku se reprezentovanje istih dodatno kompaktira, kao što je to prethodno bio slučaj u prilogu P3.3, tako da se uvode sledeće skraćene oznake: $q_1+q_2 \rightarrow q_{12}$, $q_1+q_2+q_3 \rightarrow q_{123}$, $\cos \rightarrow c$, $\sin \rightarrow s$.

Na osnovu analitičkih izraza singularnih vrednosti izračunatih za inicijalnu konfiguraciju usvajaju se referentne vrednosti, $\sigma^{refl} = \sigma_{min_ini}$ i $\sigma^{ref0} = \sigma_{min_ini}/2$, na početku koordinacije TZS, a dalje se u svakoj iteraciji izračunava minimalna vrednost, kako je to u nastavku izvedeno u programskom kodu algoritma $K_TZS\#R23$.

$$\begin{aligned} \sigma_a = & (l_2^2 c(q_{12})^2 + l_2^2 s(q_{12})^2 + (l_1^2 c(q_1)^2) / 2 + (l_1^2 s(q_1)^2) / 2 + (3l_3^2 s(q_{123})^2) / 2 + \\ & 2l_2 l_3 s(q_{123}) s(q_{12}) + l_1 l_3 c(q_{123}) c(q_1) + l_1 l_3 s(q_{123}) s(q_1) + l_1 l_2 c(q_{12}) c(q_1) + \\ & l_1 l_2 s(q_{12}) s(q_1) + 2l_2 l_3 c(q_{123}) c(q_{12}) + (3l_3^2 c(q_{123})^2) / 2 \end{aligned} \quad (p3.24)$$

$$\begin{aligned} \sigma_b = & (c(q_1)^2 (4l_2^4 c(q_2)^4 + 4l_2^4 s(q_2)^4 + l_1^4 + 8l_1^2 l_2^2 c(q_2)^2 + 4l_1^3 l_2 c(q_2) + \\ & 9l_3^4 c(q_2)^4 c(q_3)^4 + 8l_2^4 c(q_2)^2 s(q_2)^2 + 9l_3^4 c(q_2)^4 s(q_3)^4 + \\ & 9l_3^4 c(q_3)^4 s(q_2)^4 + 9l_3^4 s(q_2)^4 s(q_3)^4 + 8l_1 l_2^3 c(q_2)^3 + 24l_2 l_3^3 c(q_3)^3 s(q_2)^4 - \\ & 12l_1 l_2^3 s(q_2)^3 s(q_3)^3 + 4l_1^3 l_3 c(q_2) c(q_3) + 10l_1^2 l_3^2 c(q_2)^2 c(q_3)^2 + \\ & 28l_2^2 l_3^2 c(q_2)^4 c(q_3)^2 - 4l_1^3 l_3 s(q_2) s(q_3) - 2l_1^2 l_3^2 c(q_2)^2 s(q_3)^2 - \\ & 2l_1^2 l_3^2 c(q_3)^2 s(q_2)^2 + 28l_2^2 l_3^2 c(q_3)^2 s(q_2)^4 + 4l_2^2 l_3^2 c(q_2)^4 s(q_3)^2 + \\ & 10l_1^2 l_3^2 s(q_2)^2 s(q_3)^2 + 4l_2^2 l_3^2 s(q_2)^4 s(q_3)^2 + 16l_2^3 l_3 c(q_2)^4 c(q_3) + \\ & 8l_1 l_2^3 c(q_2) s(q_2)^2 + 16l_2^3 l_3 c(q_3) s(q_2)^4 + 18l_3^4 c(q_2)^2 c(q_3)^4 s(q_2)^2 + \\ & 18l_3^4 c(q_2)^4 c(q_3)^2 s(q_3)^2 + 18l_3^4 c(q_2)^2 s(q_2)^2 s(q_3)^4 + \\ & 18l_3^4 c(q_3)^2 s(q_2)^4 s(q_3)^2 + 12l_1 l_3^3 c(q_2)^3 c(q_3)^3 + 24l_2 l_3^3 c(q_2)^4 c(q_3)^3 + \\ & 16l_1^2 l_2 l_3 c(q_2)^2 c(q_3) + 24l_1 l_2^2 l_3 c(q_2)^3 c(q_3) + 36l_3^4 c(q_2)^2 c(q_3)^2 s(q_2)^2 s(q_3)^2 - \\ & 8l_1 l_2^2 l_3 s(q_2)^3 s(q_3) + 48l_2 l_3^3 c(q_2)^2 c(q_3)^3 s(q_2)^2 + 28l_1 l_2 l_3^2 c(q_2)^3 c(q_3)^2 + \\ & 4l_1 l_2 l_3^2 c(q_2)^3 s(q_3)^2 + 56l_2^2 l_3^2 c(q_2)^2 c(q_3)^2 s(q_2)^2 + \\ & 8l_2^2 l_3^2 c(q_2)^2 s(q_2)^2 s(q_3)^2 + 12l_1 l_3^3 c(q_2) c(q_3)^3 s(q_2)^2 + \\ & 32l_2^3 l_3 c(q_2)^2 c(q_3) s(q_2)^2 + 12l_1 l_3^3 c(q_2)^3 c(q_3) s(q_3)^2 + \\ & 24l_2 l_3^3 c(q_2)^4 c(q_3) s(q_3)^2 - 12l_1 l_3^3 c(q_2)^2 s(q_2) s(q_3)^3 - \\ & 12l_1 l_3^3 c(q_3)^2 s(q_2)^3 s(q_3) + 24l_2 l_3^3 c(q_3) s(q_2)^4 s(q_3)^2 + \\ & 48l_2 l_3^3 c(q_2)^2 c(q_3) s(q_2)^2 s(q_3)^2 + 28l_1 l_2 l_3^2 c(q_2) c(q_3)^2 s(q_2)^2 + \\ & 4l_1 l_2 l_3^2 c(q_2) s(q_2)^2 s(q_3)^2 - 24l_1^2 l_3^2 c(q_2) c(q_3) s(q_2) s(q_3) - \\ & 16l_1^2 l_2 l_3 c(q_2) s(q_2) s(q_3) + 12l_1 l_3^3 c(q_2) c(q_3) s(q_2)^2 s(q_3)^2 - \\ & 12l_1 l_3^3 c(q_2)^2 c(q_3)^2 s(q_2) s(q_3) + 24l_1 l_2^2 l_3 c(q_2) c(q_3) s(q_2)^2 - \\ & 8l_1 l_2^2 l_3 c(q_2)^2 s(q_2) s(q_3) - 24l_1 l_2 l_3^2 c(q_3) s(q_2)^3 s(q_3) - \\ & 24l_1 l_2 l_3^2 c(q_2)^2 c(q_3) s(q_2) s(q_3))^{(1/2)} / 2 \end{aligned} \quad (p3.25)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_c = & (s(q_1))^2 (4l_2^4 c(q_2)^4 + 4l_2^4 s(q_2)^4 + l_1^4 + 8l_1^2 l_2^2 c(q_2)^2 + 4l_1^3 l_2 c(q_2) + \\
& 9l_3^4 c(q_2)^4 c(q_3)^4 + 8l_2^4 c(q_2)^2 s(q_2)^2 + 9l_3^4 c(q_2)^4 s(q_3)^4 + \\
& 9l_3^4 c(q_3)^4 s(q_2)^4 + 9l_3^4 s(q_2)^4 s(q_3)^4 + 8l_1 l_2^3 c(q_2)^3 + \\
& 24l_2 l_3^3 c(q_3)^3 s(q_2)^4 - 12l_1 l_3^3 s(q_2)^3 s(q_3)^3 + 4l_1^3 l_3 c(q_2) c(q_3) + \\
& 10l_1^2 l_3^2 c(q_2)^2 c(q_3)^2 + 28l_2^2 l_3^2 c(q_2)^4 c(q_3)^2 - 4l_1^3 l_3 s(q_2) s(q_3) - \\
& 2l_1^2 l_3^2 c(q_2)^2 s(q_3)^2 - 2l_1^2 l_3^2 c(q_3)^2 s(q_2)^2 + 28l_2^2 l_3^2 c(q_3)^2 s(q_2)^4 + \\
& 4l_2^2 l_3^2 c(q_2)^4 s(q_3)^2 + 10l_1^2 l_3^2 s(q_2)^2 s(q_3)^2 + \\
& 4l_2^2 l_3^2 s(q_2)^4 s(q_3)^2 + 16l_2^3 l_3 c(q_2)^4 c(q_3) + 8l_1 l_2^3 c(q_2) s(q_2)^2 + \\
& 16l_2^3 l_3 c(q_3) s(q_2)^4 + 18l_3^4 c(q_2)^2 c(q_3)^4 s(q_2)^2 + \\
& 18l_3^4 c(q_2)^4 c(q_3)^2 s(q_3)^2 + 18l_3^4 c(q_2)^2 s(q_2)^2 s(q_3)^4 + \\
& 18l_3^4 c(q_3)^2 s(q_2)^4 s(q_3)^2 + 12l_1 l_3^3 c(q_2)^3 c(q_3)^3 + \\
& + 24l_2 l_3^3 c(q_2)^4 c(q_3)^3 + 16l_1^2 l_2 l_3 c(q_2)^2 c(q_3) + 24l_1 l_2^2 l_3 c(q_2)^3 c(q_3) \\
& 36l_3^4 c(q_2)^2 c(q_3)^2 s(q_2)^2 s(q_3)^2 - 8l_1 l_2^2 l_3 s(q_2)^3 s(q_3) + \\
& 48l_2 l_3^3 c(q_2)^2 c(q_3)^3 s(q_2)^2 + 28l_1 l_2 l_3^2 c(q_2)^3 c(q_3)^2 + \\
& 4l_1 l_2 l_3^2 c(q_2)^3 s(q_3)^2 + 56l_2^2 l_3^2 c(q_2)^2 c(q_3)^2 s(q_2)^2 + \\
& 8l_2^2 l_3^2 c(q_2)^2 s(q_2)^2 s(q_3)^2 + 12l_1 l_3^3 c(q_2) c(q_3)^3 s(q_2)^2 + \\
& 32l_2^3 l_3 c(q_2)^2 c(q_3) s(q_2)^2 + 12l_1 l_3^3 c(q_2)^3 c(q_3) s(q_3)^2 + \\
& 24l_2 l_3^3 c(q_2)^4 c(q_3) s(q_3)^2 - 12l_1 l_3^3 c(q_2)^2 s(q_2) s(q_3)^3 - \\
& 12l_1 l_3^3 c(q_3)^2 s(q_2)^3 s(q_3) + 24l_2 l_3^3 c(q_3) s(q_2)^4 s(q_3)^2 + \\
& 48l_2 l_3^3 c(q_2)^2 c(q_3) s(q_2)^2 s(q_3)^2 + 28l_1 l_2 l_3^2 c(q_2) c(q_3)^2 s(q_2)^2 + \\
& 4l_1 l_2 l_3^2 c(q_2) s(q_2)^2 s(q_3)^2 - 24l_1^2 l_3^2 c(q_2) c(q_3) s(q_2) s(q_3) - \\
& 16l_1^2 l_2 l_3 c(q_2) s(q_2) s(q_3) + 12l_1 l_3^3 c(q_2) c(q_3) s(q_2)^2 s(q_3)^2 - \\
& 12l_1 l_3^3 c(q_2)^2 c(q_3)^2 s(q_2) s(q_3) + 24l_1 l_2^2 l_3 c(q_2) c(q_3) s(q_2)^2 - \\
& 8l_1 l_2^2 l_3 c(q_2)^2 s(q_2) s(q_3) - 24l_1 l_2 l_3^2 c(q_3) s(q_2)^3 s(q_3) - \\
& 24l_1 l_2 l_3^2 c(q_2)^2 c(q_3) s(q_2) s(q_3))^{(1/2)} / 2
\end{aligned} \tag{p3.26}$$

Na bazi prethodnog, implementacija procesnog primitiva za pasivno izbegavanje granica radnog prostora, *OP#S_2*, izvedena je u formi podalgoritamske strukture kao *MATLAB* funkcija čiji su ulazi: 1)tekuća minimalna singularna vrednost, σ_{mink} ; 2)prethodna minimalna singularna vrednost, σ_{mink-1} ; i 3)referentne minimalne singularne vrednosti usvojene na početku algoritma, σ^{ref1} i σ^{ref0} , a prema navodima iz postavke eksperimenta i kako je to prethodno ukratko napomenuto.

```

%=====
%PODALGORITAMSKA STRUKTURA ZA IZRACUNAVANJE Beta_sigma FAKTORA
%=====
function [beta_sigma]=beta_sigma_fun(sigma_min,sigma_min_old,...
                                     sigma_ref_1,sigma_ref_0)

% ULAZI FUNKCIJE
% sigma_min - aktuelna minimalna singularna vrednost
% sigma_min_old - prethodna minimalna singularna vrednost
% sigma_ref_1 - referentna singularna vrednost za koju je Beta_sigma=1
% sigma_ref_0 - vektor maksimalnih granicnih vrednosti za koje je Beta_sigma=0

% IZLAZI FUNKCIJE
% beta_sigma - beta_sigma faktor u skalarnoj formi za razliku od Beta_q gde
% postoje pokazatelji za svaki zglob, singulariteti su sumarnog karaktera)

%Prirast minimalne singularne vrednosti
d_sigma_min=sigma_min-sigma_min_old;

beta_sigma_temp=0;
if sigma_min < sigma_ref_1 && sigma_min > sigma_ref_0
beta_sigma_temp=((sigma_min-sigma_ref_0)/(sigma_ref_1-sigma_ref_0));
elseif (sigma_min >= sigma_ref_1)
    beta_sigma_temp=1;
else %sigma_min <= sigma_ref_0
    beta_sigma_temp=0;
end
%=====

```

Prilog P4: Eksperimentalna verifikacija – programski kodovi

Prilog 4.1: Koordinacija TZS za slučaj MRR-R12

Model formulisan analitičkim izrazima 5.1 do 5.14 je sintetisan parametarski, tako da je programski kod algoritma koordinacije $K_{TZS\#R12}$, koji se navodi u nastavku, u tom smislu generalnog karaktera i pruža mogućnost šireg eksperimentalnog istraživanja. Takođe, u skladu sa tim, unutar programskog koda se zadaju parametri, koji odgovaraju postavkama iz podpoglavlja 5.1.1 i 5.1.2, i vrši se njihova smena u analitičkim modelima.

```

%=====
%ALGORITAM KOORDINACIJE K_TZS#R12 - EKSPERIMENTALNA VERIFIKACIJA
%=====

% Ucitavanje simbolickog modela robota MRR-R12 (px.x do px.x)
load model_MRR_R23_phd.mat

%-----
% PRIPREMA - zadavanje parametara i smena u funkcijama
%-----

% Duzine segmenata i ogranicenja radnog prostora
L1=0.36; L2=0.252;

% Zadavanje zeljene krutosti TCP, skalarna vrednost
KKx11=1;

% Parametar supresora za OP#S_5
gama=0; %Neaktivan OP#T
%gama=1; %Aktivan OP#T

```

```

% 1. Pseudoinverzija Jakobijana
JPI_par=subs(JPI,{l1,l2},{L1,L2});
% 2. Komplementarni projektor
PNJ_par=subs(PNJ,{l1,l2},{L1,L2});
% 3. Gradijent sekundarnog zadatka
delta_q0_par=subs(delta_q0,{l1,l2,Kx11},{L1,L2, KKx11});
% 4. Generalizovana krutost
Kxx_par=subs(Kxx,{l1,l2, Kx11},{L1,L2, KKx11});
% 5. Geometrijski model robota
x_par=subs(x,{l1,l2},{L1,L2});
% 6. Mehanizam robota
x_mech_par=subs(x_mech,{l1,l2},{L1,L2});
%-----

%-----
% ALOKACIJA MEMORIJSKOG PROSTORA - ZA MEMORISANJE TOKA SIMULACIJE
%-----

n=400; % broj iteracija simulacije
%n - dimenzija KPR redundantnog robota (n=3, sadrzano u modelu)
%m - dimenzija TZS (m=2, sadrzano u modelu)

Q=zeros(2,n);
JPI_K=zeros(2,2); PNJ_K=zeros(2,2);

delta_q0_K=zeros(2,n);
delta_Q_P=zeros(2,n); delta_Q_N=zeros(2,n); delta_Q_N_G=zeros(2,n);
delta_Q=zeros(2,n);
delta_Q_Activity=ones(2,n);

x_K=zeros(1,n); X1_K=zeros(3,n); X2_K=zeros(3,n);

Kxx_K=zeros(1,n);
%-----

%-----
%PRIPREMA PARAMETAR ZAVISNIH OD IZBORA INICIJALNE KONFIGURACIJE
%-----

i=1;

% Inicijalne unutrasnje koordinate
Q01=0.393;
Q02=1.971;
Q(:,i) = [Q01; Q02];

% Inicijalni polozaj TCP i koordinate zglobova
x_K(i)=subs(x_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});
X_K=subs(x_mech_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});
X1_K(:,i)=X_K(:,1); X2_K(:,i)=X_K(:,2);
x_K_Nominalno(i)=x_0;

% Definisavanje inicijalne i terminalne pozicije TCP i koraka integracije
% (Parametri OP#P)
x_0=x_K(i); %Inicijalna koordinata TCP
x_d=0.510; %Zadata/zeljena koordinata TCP
delta_X = 0.001; %Korak integracije
if x_d(1) < x_0(1)
    delta_X=-delta_X;
end

% Evaluacija i opis generalizovane krutosti za inicijalnu konfiguraciju
Kxx_K(:,i)=subs(Kxx_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});
%-----

```

```

%-----
% SIMULATOR KRETANJA U KINETOSTATICKOM DOMENU
%-----
% PRIMARNI procesni primitiv: ostvarivanje zadate pozicije u prostoru TZS
% SEKUNDARNI procesni primitivi: ostvarivanje zadate krutosti TCP robota

while i < n

    %SMENA TEKUCIH KOORDINATA KONFIGURACIONOG PROSTORA
    % 1. Pseudoinverzija Jakobijana
    JPI_K=subs(JPI_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});
    % 2. Komplementarni projektor
    PNJ_K=subs(PNJ_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});
    % 3. Gradijent sekundarnog zadatka
    delta_q0_K(:,i)=subs(delta_q0_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});

    %Izracunavanje partikularne komponente kretanja
    delta_Q_P(:,i)=JPI_K*delta_X;

    %Izracunavanje homogene komponente kretanja
    delta_Q_N_G(:,i)=PNJ_K*delta_q0_K(:,i);

    % Izracunavanje supresora (OP#S_5)
    d_Q_N_G_norm=norm(delta_Q_N_G(:,i));% izracunavanje norme homogenog resenja
    d_Q_P_norm=norm(JPI_K*delta_X);% izracunavanje norme partikularnog resenja
    if d_Q_N_G_norm >= d_Q_P_norm
        supresor = (d_Q_P_norm/d_Q_N_G_norm) * gama;
    else
        supresor = gama;
    end

    %Izracunavanje supresovane homogene komponente i provera aktivnosti
    delta_Q_N(:,i)=delta_Q_N_G(:,i).*supresor;
    if abs(delta_Q_N(:,i))<= eps %upis neaktivnosti homogenog resenja
        delta_Q_Activity(2,i)=0;
    end

    % Izracunavanje ukupnog prirasta komplementarnog modela kretanja
    delta_Q(:,i) = delta_Q_P(:,i) + delta_Q_N(:,i);

    % Izracunavanje nove konfiguracije robota - Ojlerov metod integracije
    Q(:,i+1) = Q(:,i) + delta_Q(:,i);

    % Inkrementiranje brojacu simulacionog eksperimenta
    i=i+1;

    % Izracunavanje naredne pozicije TCP, i krutosti Kx
    x_K(:,i)=subs(x_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});
    X_K=subs(x_mech_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)}); % koordinate zglobova
    X1_K(:,i)=X_K(:,1); X2_K(:,i)=X_K(:,2);
    Kxx_K(:,i)=subs(Kxx_par,{q1,q2},{Q(1,i),Q(2,i)});
end
% Kraj izvršavanja simulatora kretanja
%-----
%=====

```

Prilog 4.2: Koordinacija TZS za slučaj MRR-R23

Model dat prema analitičkim izrazima p3.1 do p3.26 i koji sadrži podalgoritamske strukture iz Priloga P3 je sintetisan parametarski, tako da je programski kod algoritma koordinacije $K_TZS\#R23$, koji se navodi u nastavku, u tom smislu generalnog karaktera i pruža mogućnost šireg eksperimentalnog istraživanja. Takođe, u skladu sa tim, unutar programskog koda se zadaju parametri, koji odgovaraju postavkama iz podpoglavlja 5.2.2, i vrši se njihova smena u analitičkim modelima.

```

%=====
%ALGORITAM KOORDINACIJE K_TZS#R23 - EKSPERIMENTALNA VERIFIKACIJA
%=====
% Ucitavanje simbolickog modela robota MRR-R23 (px.x do px.x)
load model_MRR_R23_phd.mat

%-----
% PRIPREMA - zadavanje parametara i smena u funkcijama
%-----
op_s=2; %parametar aktivnosti OP#S (0-bez uticaja, 1-pasivno, 2 - aktivno)
slucaj=3; %parametar za izbor pocetne konfiguracije

%Duzine segmenata i ogranicenja radnog prostora
L=[0.36,0.36,0.275]; %[m]
epsilon_q=0.2; %interval tranzicije parametara aktivacije Beta
Q_min_1=[-pi/2, -pi/2, -pi/2]; %Granice minimuma za koje je Beta=1
Q_min_0=[-pi/2, -pi/2, -pi/2]-epsilon_q; %Granice minimuma za koje je Beta=0
Q_max_1=[pi/2, pi/2, pi/2]; %Granice maksimuma za koje je Beta=1
Q_max_0=[pi/2, pi/2, pi/2]+epsilon_q; %Granice maksimuma za koje je Beta=0

%Zadavanje zeljene krutosti TCP, matrica Kxd
KKx11=1; KKx12=0;
KKx21=0; KKx22=1;

% Parametar supresora za OP#S_5
gama=0.5;

% 0. Jakobijan
J_par=subs(J, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});

% 1. Pseudoinverzija Jakobijana
JPI_par=subs(JPI, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});

% 2. Komplementarni projektor
PNJ_par=subs(PNJ, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});

% 3. Gradijenti procesnih primitiva sekundarnog nivoa
d_Kq_par=subs(d_Kq, {l1, l2, l3, Kx11, Kx12, Kx21, Kx22}, ...
               {L(1), L(2), L(3), KKx11, KKx12, KKx21, KKx22});
d_s_sigma_par=subs(d_s_sigma, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});
d_s_q_min_par=subs(d_s_q_min, {l1, l2, l3, q1_min_1, q2_min_1, q3_min_1}, ...
                   {L(1), L(2), L(3), Q_min_1(1), Q_min_1(2), Q_min_1(3)});
d_s_q_max_par=subs(d_s_q_max, {l1, l2, l3, q1_max_1, q2_max_1, q3_max_1}, ...
                   {L(1), L(2), L(3), Q_max_1(1), Q_max_1(2), Q_max_1(3)});

% 4. Generalizovana krutost
Kxx_par=subs(Kxx, {l1, l2, l3, Kx11, Kx12, Kx21, Kx22}, ...
              {L(1), L(2), L(3), KKx11, KKx12, KKx21, KKx22});

% 5. Geometrijski model robota
x_par=subs(x, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});

% 6. Mehanizam robota
x_mech_par=subs(x_mech, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});

```



```

% 7. Funkcije ciljeva procesnih primitiva sekundarnog nivoa
s_Kx_par=subs(s_Kx, {l1, l2, l3, Kx11, Kx12, Kx21, Kx22}, ...
    {L(1), L(2), L(3), KKx11, KKx12, KKx21, KKx22});
s_Kq_par=subs(s_Kq, {l1, l2, l3, Kx11, Kx12, Kx21, Kx22}, ...
    {L(1), L(2), L(3), KKx11, KKx12, KKx21, KKx22});
s_sigma_par=subs(s_sigma, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});

% 8. Matrica aktuacione krutosti
Kq_par=subs(Kq, {l1, l2, l3, Kx11, Kx12, Kx21, Kx22}, ...
    {L(1), L(2), L(3), KKx11, KKx12, KKx21, KKx22});

% 9. Singularne vrednosti Jakobijana
sigma_J_vec_par=subs(sigma_J_vec, {l1, l2, l3}, {L(1), L(2), L(3)});
%-----

%-----
% ALOKACIJA MEMORIJSKOG PROSTORA - ZA MEMORISANJE TOKA SIMULACIJE
%-----

kn=200; % broj iteracija simulacije
%n - dimenzija KPR redundantnog robota (n=3, sadrzano u modelu)
%m - dimenzija TZS (m=2, sadrzano u modelu)
Q=zeros(n, kn); %Vektor unutrasnjih koordinata
JPI_K=zeros(n, m); %
PNJ_K=zeros(n, n);

delta_q0_K=zeros(n, kn);

delta_Q_P=zeros(n, kn);
delta_Q_P_komp=zeros(n, kn); %kompenzacija partikularne komponente
delta_Q_N=zeros(n, kn);
delta_Q_N_G=zeros(n, kn);
delta_Q=zeros(n, kn);
delta_Q_Activity=ones(2, kn);

norm_dQ_N=zeros(1, kn);

x_K=zeros(m, kn); X1_K=zeros(size(x_mech, 1), kn); X2_K=zeros(size(x_mech, 1), kn);

Kxx_K_temp=zeros(m, m);
Kxx_K=zeros(m, m, kn);

Kq_K_temp=zeros(n, n);
Kq_K=zeros(n, n, kn);

s_Kq_K=zeros(1, kn);
s_sigma_K=zeros(1, kn);

BETA_q=zeros(kn, n);
BETA_sigma=zeros(1, kn);

d_Q_P_norm_K=zeros(n, 1);
d_Q_N_G_norm_K=zeros(n, 1);
SUP=zeros(n, 1);
%-----

%-----
%PRIPREMA PARAMETAR ZAVISNIH OD IZBORA INICIJALNE KONFIGURACIJE
%-----

% Inicijalno stanje robota MRR-R23
i=1;
if slucaj==1 %Slucaj #1
    Q0=[0.60, -1.70, 1.20];

```

```

elseif slucaj==2 %Slucaj #2
    Q0=[0.455, -1.258, 0.472];
elseif slucaj==3 %Slucaj #3
    Q0=[-0.6774, 1.660, -1.255];
end
Q(:,i) = [Q0(1); Q0(2); Q0(3)]; % inicijalne unutrasnje koordinate
Q_old=Q(:,i); % prethodna konfiguracija za izracunavanje BETA parametara

% Inicijalni polozej TCP i koordinate zglobova
x_K(:,i)=subs(x_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)});
X_K=subs(x_mech_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)});
X1_K(:,i)=X_K(:,1);
X2_K(:,i)=X_K(:,2);

% Inicijalna koordinata TCP
x_0=[x_K(1,i); x_K(2,i)];

% Nominalna pozicija TCP - u pocetnom trenutku
x_K_Nominalno(:,i)=x_0;

% Definisavanje predznaka inkrementa (koraka) integracije u TZS
x_d=x_0; % Zadata zeljena koordinata TCP (pasivizacija OP#P)
delta_X = [0.005;0.005];
if x_d(1) < x_0(1)
    delta_X(1)=-delta_X(1);
end
if x_d(2) < x_0(2)
    delta_X(2)=-delta_X(2);
end

% Evaluacija i upis generalizovane krutosti za inicijalnu konfiguraciju
Kxx_K_temp=subs(Kxx_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)});
Kxx_K(1,:,i)=Kxx_K_temp(1,:);
Kxx_K(2,:,i)=Kxx_K_temp(2,:);

% Priprema parametara za BETA_sigma funkciju (nakon izbora inicijalne
konfiguracije)
sigma_J_vec_K=eval(subs(sigma_J_vec_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
sigma_min=min(sigma_J_vec_K);
sigma_min_old=sigma_min;
sigma_ref_1=sigma_min;
sigma_ref_0=sigma_min/2;
%-----

%-----
% SIMULATOR KRETANJA U KINETOSTATICKOM DOMENU
%-----
% PRIMARNI procesni primitiv: ostvarivanje zadate pozicije u prostoru TZS
% SEKUNDARNI procesni primitivi: ostvarivanje zadate krutosti TCP robota,
% izbegavanje granica radnog prostora i singulariteta, dinamicka stabilnost

while i < kn

    %SMENA TEKUCIH KOORDINATA KONFIGURACIONOG PROSTORA
    % 0. Jakobijan
    J_K=eval(subs(J_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
    % 1. Pseudoinverzija Jakobijana
    JPI_K=eval(subs(JPI_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
    % 2. Komplementarni projektor
    PNJ_K=eval(subs(PNJ_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
    % 3. Gradijenti sekundarnog nivoa
    d_Kq_K=eval(subs(d_Kq_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
    d_s_sigma_K=eval(subs(d_s_sigma_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));

```

```

d_s_q_max_K=eval(subs(d_s_q_max_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
d_s_q_min_K=eval(subs(d_s_q_min_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
d_s_q_K=d_s_q_fun(Q(:,i),Q_min_1,Q_max_1,d_s_q_min_K,d_s_q_max_K,n);
% Funkcije ciljeva
s_Kq_K(i)=eval(subs(s_Kq_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
s_sigma_K(i)=eval(subs(s_sigma_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));

%KOMPENZACIJA POJAVE CURENJA
d_komp=0.0005;
if x_K(1,i) < (x_d(1)- d_komp)
    delta_Q_P(:,i)=JPI_K*[d_komp;0];%korekcija u X+
    beep
elseif x_K(1,i) > (x_d(1)+ d_komp)
    delta_Q_P(:,i)=JPI_K*[-d_komp;0];%korekcija u X-
    beep
elseif x_K(2,i) < (x_d(2)- d_komp)
    delta_Q_P(:,i)=JPI_K*[0;d_komp];%korekcija u Y+
    beep
elseif x_K(2,i) > (x_d(2)+ d_komp)
    delta_Q_P(:,i)=JPI_K*[0;-d_komp];%korekcija u Y-
    beep
else
    delta_Q_P(:,i)=zeros(n,1);
    delta_Q_Activity(1,i)=0; %upis neaktivnosti partikularnog resenja
end

%Priprema i evaluacija faktora aktivacije OP#S_1 i OP#S_2
sigma_J_vec_K=eval(subs(sigma_J_vec_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
sigma_min=min(sigma_J_vec_K);
BETA_q(i,:)=beta_q_fun(Q(:,i),Q_old,Q_min_0,Q_min_1,Q_max_0,Q_max_1,n);
BETA_sigma(i)=beta_sigma_fun(sigma_min,sigma_min_old,...
    sigma_ref_1,sigma_ref_0);
sigma_min_old=sigma_min;% priprema prethodne vrednosti za narednu iteraciju
Q_old=Q(:,i);% priprema prethodne vrednosti za narednu iteraciju

%Izracunavanje homogene komponente kretanja u zavisnosti od op_s parametra
if op_s==0 %Bez uticaja OP#S na OP#T
    delta_Q_N_G(:,i)=PNJ_K*(d_Kq_K');
elseif op_s==1 %Pasivni uticaj OP#S na OP#T
    delta_Q_N_G(:,i)=PNJ_K*(BETA_sigma(i)*prod(BETA_q(i,:))*d_Kq_K');
elseif op_s==2 %Aktivni uticaj OP#S na OP#T
    delta_Q_N_G(:,i)=PNJ_K*(BETA_sigma(i)*prod(BETA_q(i,:))*d_Kq_K'+...
        (1-BETA_sigma(i))*d_s_sigma_K'+(1-prod(BETA_q(i,:))*d_s_q_K');
end

% Izracunavanje supresora (OP#S_5)
d_Q_N_G_norm=norm(delta_Q_N_G(:,i));% izracunavanje norme homogenog resenja
d_Q_P_norm=norm(JPI_K*delta_X);% izracunavanje norme partikularnog resenja

    if d_Q_N_G_norm >= d_Q_P_norm
        supresor = (d_Q_P_norm/d_Q_N_G_norm) * gama;
    else
        supresor = gama;
    end

%Izracunavanje supresovane homogene komponente i provera aktivnosti
delta_Q_N(:,i)=delta_Q_N_G(:,i).*supresor;
norm_dQ_N(i)=norm(delta_Q_N(:,i));
if abs(delta_Q_N(:,i))<= eps %upis neaktivnosti homogene komponente
    delta_Q_Activity(2,i)=0;
end

% Izracunavanje ukupnog prirasta komplementarnog modela kretanja

```

```

delta_Q(:,i) = delta_Q_P(:,i) + delta_Q_N(:,i);

% Izracunavanje nove konfiguracije robota - Ojlerov metod integracije
Q(:,i+1) = Q(:,i) + delta_Q(:,i);

% Inkrementiranje brojacu simulacionog eksperimenta
i=i+1;

% Izracunavanje naredne pozicije TCP, i krutosti Kx i Kq
x_K(:,i)=subs(x_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)});
X_K=subs(x_mech_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)});
X1_K(:,i)=X_K(:,1);
X2_K(:,i)=X_K(:,2);

Kxx_K_temp=subs(Kxx_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)});
Kxx_K(1,:,i)=Kxx_K_temp(1,:);
Kxx_K(2,:,i)=Kxx_K_temp(2,:);

Kq_K_temp=eval(subs(Kq_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
Kq_K(:,i)=Kq_K_temp(:,i);
end

s_Kq_K(i)=eval(subs(s_Kq_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
s_sigma_K(i)=eval(subs(s_sigma_par,{q1,q2,q3},{Q(1,i),Q(2,i),Q(3,i)}));
% Kraj izvršavanja simulatora kretanja
%-----
%=====

```

Prilog 4.3: Akvizicija pogonskih momenata MRR-R23 (Yaskawa MotoPlus SDK)

Programski kodovi razvijeni za komunikaciju između *PC* platforme za nadzor, akviziciju i rad u realnom vremenu, i robot kontrolera *FS100*, koji su kao moduli eksperimentalne platforme opisani u postavci fizičkog eksperimenta (podpoglavlje 5.2.3), razvijeni su na bazi *MATLAB* i *MotoPlus SDK* softverskih paketa. Ovi programski kodovi, koji se navode u nastavku, u konkretnom primeru odnose se na akviziciju pogonskih momenata robotske ruke *SIA10F* u konfiguraciji *MRR-R23* (aktivni zglobovi: *1(S)*, *4(U)*, *6(B)*), i obuhvataju:

- 1) *PC – MATLAB* programski kod, koji sadrži: a)inicijalizaciju *UDP* komunikacionog objekta; b)pripremu parametara akvizicije; c)slanje *UDP* poruke, čime se pokreće akvizicija; d)prijem uzorkovanih podataka i snimanje u fajl;
- 2) *FS100 – MotoPlus* programski kod, koji sadrži: a)inicijalizaciju *UDP* komunikacionog kanala; b)prijem *UDP* poruka od *PC*; c)slanje odgovora ka *PC* (poruke tipa: start, stop, status, uzorkovani podaci);
- 3) *FS100 – MotoPlus* programski kod, koji sadrži: a)parsiranje parametara akvizicije; b)akviziciju pogonskih momenata robota *MRR-R23*; c)slanje uzorkovanih podataka .

```

%=====
%EKSPERIMENTALNA VERIFIKACIJA - AKVIZICIJA POGONSKIH MOMENATA SIA10F - PC
%=====
%-----
%Inicijalizacija i otvaranje UDP objekta
%-----
udpA = udp('10.0.0.2',11001,'LocalPort',11010);
set(udpA,'InputBufferSize',1500000);
set(udpA,'OutputBufferSize',1500000);
set(udpA,'Timeout',5);
fopen(udpA);
%-----

```

```

%-----
%Priprema parametara akvizicije
%-----
Ta=60; %Ukupno vreme akvizicije [s]
Fs=100; %Frekvencija uzorkovanja [Hz]
p=(1/Fs)*1000; %Period uzorkovanja [ms]
k=Ta*Fs; %Broj odmeraka
%-----

%-----
%Priprema i slanje UDP poruke za start akvizicije
%-----
temp=sprintf('cmd=51;a1=0;a2=%d;a3=%d;',p,k);
fprintf(udpA,temp);
%-----

%-----
%Priprema datoteke i preuzimanje uzorkovanih podataka
%-----
naziv_f='pogonski_moment';
fajl=['mp_',naziv_f,'.dat'];
f = fopen(fajl, 'w'); %Otvaranje fajla za upis podataka

for i=1:4%Broj poruka pre pocetka akvizicije
    fscanf(udpA);
end

for i=1:1:broj_odmeraka
    temp=fscanf(udpA);
    fprintf(f, temp);
end

fscanf(udpA)%Kraj akvizicije
fclose(f);%Zatvaranje datoteke za akviziciju
%-----
%=====

//=====
//EKSPERIMENTALNA VERIFIKACIJA - UDP SERVER - FS100 MOTOPLUS
//=====
#include "motoPlus.h"
#include "constants.h"

void startUDPServer(void);
void outputAndLog(char* sOut, BOOL tcp);
extern int processCommand(char* sCmd, char* sRet, int sizeofsRet, BOOL UDP);
int hSocketUDP;
struct sockaddr_in UDPclientSockAddr;

//Pokretanje Ethernet UDP objekta i komunikacija - MotoPlus Server
void startUDPServer(void)
{
    //Inicijalizacija opstih promenljivih
    struct sockaddr_in serverSockAddr;
    int sizeofSockAddr;
    int bytesRecv;
    int nRet;

    //Inicijalizacija sistemskih promenljivih
    char buffRec [MAX_BUFF + 1];
    char buffSnd [MAX_BUFF + 1];

```

```

while(1)
{
    //Inicijalizacija komunikacionog objekta (UDP Socket)
    hSocketUDP = mpSocket(AF_INET, SOCK_DGRAM, 0);
    if (hSocketUDP < 0)
        break;

    //Podesavanje parametara komunikacionog objekta
    memset(&serverSockAddr, 0, sizeof(serverSockAddr));
    serverSockAddr.sin_family = AF_INET;
    serverSockAddr.sin_addr.s_addr = INADDR_ANY;
    serverSockAddr.sin_port = mpHtons(PORT_UDP);

    //Otvaranje UDP komunikacionog kanala
    nRet = mpBind(hSocketUDP, (struct sockaddr *)&serverSockAddr,
    sizeof(serverSockAddr));
    if (nRet < 0) //Provera greske
        goto closeSockHandle;

    //Alokacija memorijskog prostora
    memset(&UDPclientSockAddr, 0, sizeof(UDPclientSockAddr));
    sizeofSockAddr = sizeof(UDPclientSockAddr);

    //Prihvatanje poruka, procesiranje i slanje odgovora
    do
    {
        memset(buffRec, 0x00, sizeof(buffRec));

        bytesRecv = mpRecvFrom(hSocketUDP, buffRec, MAX_BUFF, 0,
        (struct sockaddr *)&UDPclientSockAddr, &sizeofSockAddr);

        if (bytesRecv < 0)
            break;

        nRet = processCommand(buffRec, buffSnd, sizeof(buffSnd),
        FALSE);

        outputAndLog(buffSnd, FALSE);
    }while (nRet != 0); //Prekid u slucaju prijema STOP komande

    closeSockHandle:
    mpClose(hSocketUDP);
}
mpSuspendSelf;
}

//Slanje odgovora ka PC klijentu
void outputAndLog(char* sOut, BOOL tcp)
{
    if (strlen(sOut) > 0)
    {
        char temp[MAX_BUFF];
        sprintf(temp, "%s\r\n", sOut);

        #if defined DEBUG_MODE
            printf(temp);
        #endif

        mpSendTo(hSocketUDP, temp, strlen(temp), 0, (struct sockaddr
        *)&UDPclientSockAddr, sizeof(UDPclientSockAddr));
    }
}
//=====

```

```

//=====
//EKSPERIMENTALNA VERIFIKACIJA - AKVIZICIJA POGONSKIH MOMENATA - FS100 MOTOPLUS
//=====

//Funkcija za parsiranje parametara
LONG parseParameter(char* cmd, char* param)
{
    char tempBuff[1024];
    char* sMid;
    char* sMidEnd;
    LONG ans;

    memset(tempBuff, 0x00, 1024);
    sMid = strstr(cmd, param) + strlen(param) + 1;
    sMidEnd = strchr(sMid, ';');
    memcpy(tempBuff, sMid, sMidEnd - sMid);
    ans = atoi(tempBuff);

    return ans;
}

void PogonskiMoment(char* cmd, char* ret, BOOL UDP)
{
    //Inicijalizacija parametarskih promenljivih
    int i=0;
    int brojOdmeraka;
    int period;
    char rez[200];

    //Inicijalizacija MotoPlus sistemskih promenljivih
    LONG tRet;
    MP_TORQUE_RSP_DATA txRet;

    //Parsiranje parametara akvizicije sa PC
    dxSendData.sCtrlGrp = parseParameter(cmd, "a1");
    period = parseParameter(cmd, "a2");
    brojOdmeraka = parseParameter(cmd, "a3");

    //Povratne poruke kao potvrda i start akvizicije
    sprintf(rez, "broj odmeraka: %d", brojOdmeraka);
    outputAndLog(rez, UDP);
    sprintf(rez, "period: %d", period);
    outputAndLog(rez, UDP);
    outputAndLog("Start akvizicije", UDP);

    //Petlja za akviziciju pogonskog momenta, formiranje stringa i slanje
    for (i=0; i<brojOdmeraka; i += 1)
    {
        //Akvizicija / citanje vrednosti momenata iz sistemskog registra
        tRet = mpGetTorque(&dxSendData, &txRet);

        if (tRet == OK)
        {
            //Upis pogonskih momenata u string koji se salje ka PC-u
            //Aktivni zglobovi prema notaciji FS100 UJ: 0 - 6
            //Za MRR-R23 sledi: 1->0, 4->3, 6->5
            sprintf(rez, "%d ; %d ; %d ;\r",
                txRet.lTorquePcnt[0], txRet.lTorquePcnt[3],
                txRet.lTorquePcnt[5]);
            outputAndLog(rez, UDP);
        }
    }
}

```

```

else

sprintf(ret, "Neuspesna akvizicija");

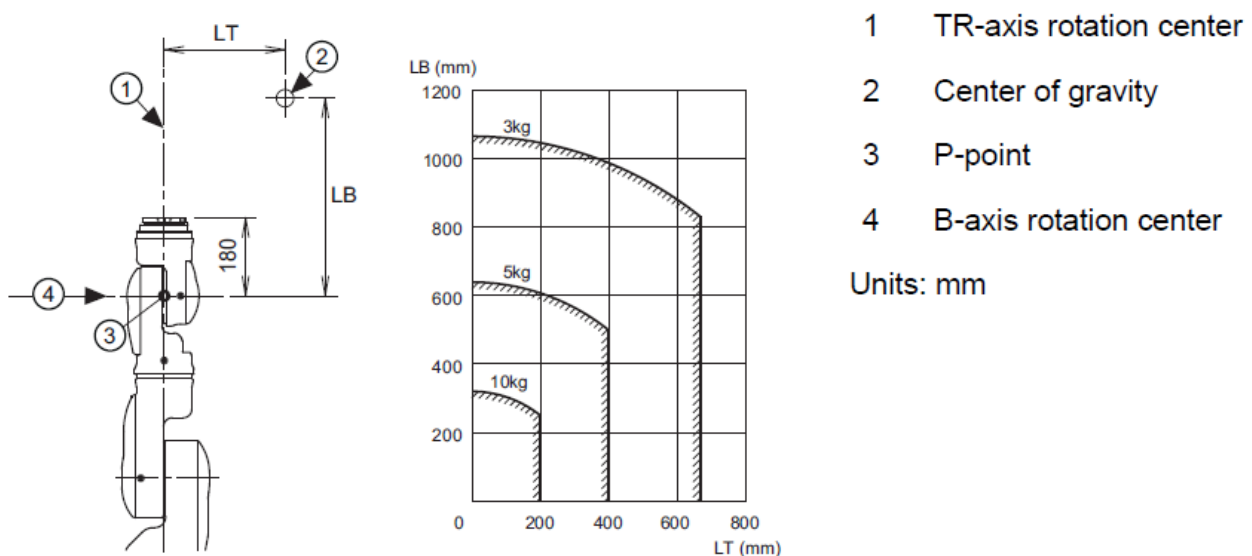
mpTaskDelay(period);
}
sprintf(ret, "Kraj akvizicije");
}
//=====

```

Prilog P5: Tehnički detalji eksperimentalne platforme

Prilog 5.1: Robotska ruka SIA10F

U okviru ovog priloga prikazuju se svi tehnički detalji antropomorfne kinematski redundantne robotske ruke Yaskawa SIA10F, koji su relevantni sa aspekta primene robotskog sistema u eksperimentalnoj verifikaciji (maksimalno dozvoljeno opterećenje, tehničke performanse, maksimalne brzine i granice radnih hodova zglobova, detalji priključne ploče na vrhu robota). Detalji se navode kao direktan izvod iz tehničkog uputstva [258], koji se ovde prikazuje u formi slika.

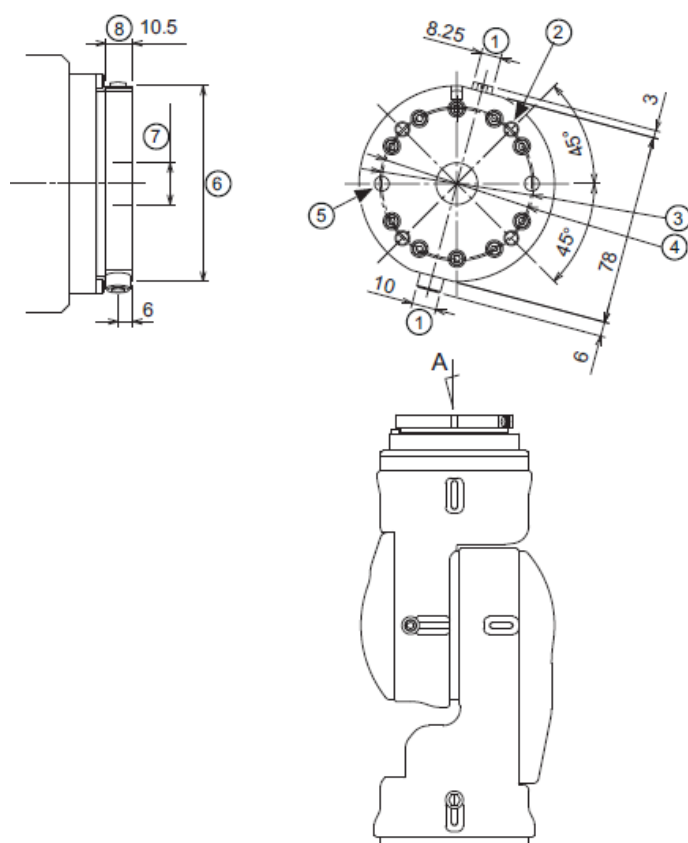


Axis	Moment Nm	$GD^2/4$ Total Moment of Inertia kgm^2
R-Axis	31.4	1.0
B-Axis	31.4	1.0
T-Axis	19.6	0.4

Slika p5.1: Maksimalno dozvoljeno opterećenje robotske ruke *SIA10F* u zavisnosti od položaja napadne tačke eksterne sile pobude, izražene u $[kg]$, uključujući i posebne napomene ograničenja momenta konstrukciono osetljivih zglobova, izražene u $[Nm]$ (eksperimentalna verifikacija u ovoj disertaciji izvedena je sa punom pažnjom i strogim praćenjem navedenih ograničenja koje propisuje proizvođač *Yaskawa Motoman*), [258].

Item	Model	MOTOMAN-MPK2
Structure		Vertically Articulated
Degree of Freedom		7
Payload		10 kg
Repeatability ¹		±0.1 mm
Range of Motion	S-axis (turning)	-180° – +180°
	L-axis (lower arm)	-110° – +110°
	E-axis (elbow)	-170° – +170°
	U-axis (upper arm)	-135° – +135°
	R-axis (wrist roll)	-180° – +180°
	B-axis (wrist pitch/yaw)	-110° – +110°
	T-axis (wrist twist)	-180° – +180°
Maximum Speed	S-axis	2.97 rad/s, 170° /s
	L-axis	2.97 rad/s, 170° /s
	E-axis	2.97 rad/s, 170° /s
	Uaxis	2.97 rad/s, 170° /s
	R-axis	3.49 rad/s, 200 °/s
	B-axis	3.49 rad/s, 200 °/s
	T-axis	6.98 rad/s, 400° /s
Allowable Moment ²	R-axis	31.4 Nm
	B-Axis	31.4 Nm
	T-Axis	19.6 Nm
Allowable Inertia (GD ² /4)	R-axis	1.0 kgf·m ²
	B-Axis	1.0 kgf·m ²
	T-Axis	0.4 kgf·m ²
Approx. Mass		60 kg

Slika p5.2: Osnovne tehničke performanse i ograničenja robotske ruke *SLA10F*, sa označenim aktivnim zglobovima u konfiguraciji *MRR-R23* (*S*, *U*, *B*): a) konfiguracija: vertikalno zglobna; b) broj stepeni slobode; c) ukupna nosivost; d) ponovljivost; e) granice radnih hodova zglobova; f) maksimalne brzine zglobova; g) dozvoljeni momenti i inercija; h) približna masa, [258].



- 1 Note 1: When 80 diameter 0/-0.019 part is used, pay attention to the screw and plug for T-axis grease replenishment.
- 2 Tapped hole M6 (depth: 11 mm) (4 holes) (equally-spaced)
- 3 P.C.D.63 (Tapped hole M6 pitch)
- 4 P.C.D.61.4 (Reamed hole pitch)
- 5 6 dia. +0.012/0 hole for positioning(depth: 10mm) (2 holes)(diagonal)
- 6 80 dia. 0/0.035
- 7 17 dia.
- 8 10.5 (Range where the dimension 80 dia. 0/-0.019 is available)

Slika p5.3: Tehnički detalji priključne ploče završnog segmenta robotske ruke *SLA10F*, [258].

Prilog 5.2: Robotski kontroler FS100

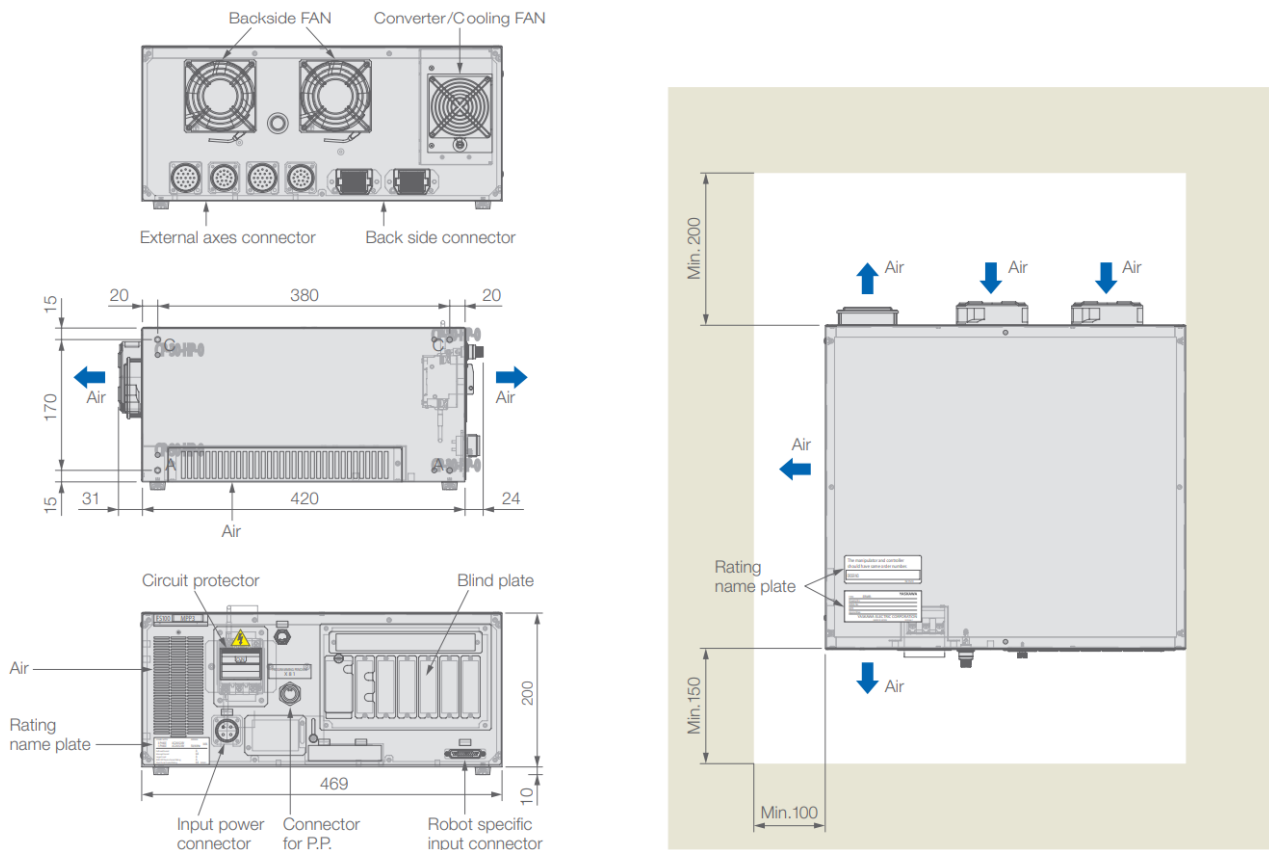
U okviru ovog priloga prikazuju se svi tehnički detalji robotskog kontrolera Yaskawa FS100, koji su relevantni sa aspekta primene robotskog sistema u eksperimentalnoj verifikaciji (osnovne funkcionalnosti i performanse, uslovi ugradnje i osnovni moduli). Detalji se navode kao izvod iz tehničkog uputstva [257, 259], koji se ovde prikazuje u formi slika.

Maintenance	
Functions	System monitor, internal maintenance clocks (e.g. Servo power-on time)
Self-diagnosis	Classifies errors and major/minor alarms and displays the data
User alarm display	Alarm messages for peripheral devices
Alarm display	Alarm messages and alarm history
I/O diagnosis	Simulated enable/disable outputs
TCP calibration	Automatic calibration of TCP (Tool Center Point)

Safety features	
Specifications	Dual-channel safety system (Emergency stop, safety interlock), 3-position Dead-man's switch, European safety standards
Collision avoidance	Collision avoidance zones and radial interference zones
Collision detection	Monitors robot axes' torque levels

Control cabinet	
Dimensions	470 (W) x 200 (H) x 420 (D)
Weight	Approx. 20 kg
Protection class	IP20
Cooling system	Direct cooling
Ambient temperature	0° to +40°C (operation) -10° to +60°C (transport and storage)
Relative humidity	Max. 90 % non-condensating
Power supply (depends on type of manipulator)	1-phase: 230 VAC at 50/60 Hz With optional trafo 3-phase: 200/220 VAC at 50/60 Hz
Digital I/O	Card 1: 16 standard/12 system – Expandable to 1024 inputs/1024 outputs Card 2: 28 inputs/28 outputs (option)
Program memory	10.000 steps, 1.000 instructions and 1.500 PLC steps
Interface	Profibus (Slave), Ethernet IP (Master/Slave), DeviceNet (Master/Slave), CC-Link (Slave), Profinet (Master/Slave)
Color	Similar RAL7016, RAL9006

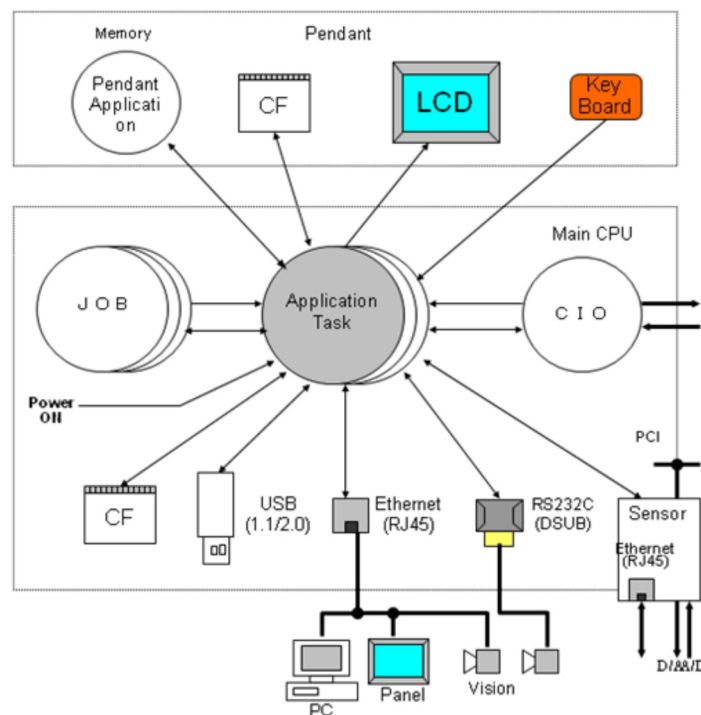
Slika p5.4: Tehnički detalji robotskog kontrolera FS100: osnovne funkcionalnosti i performanse, [259].



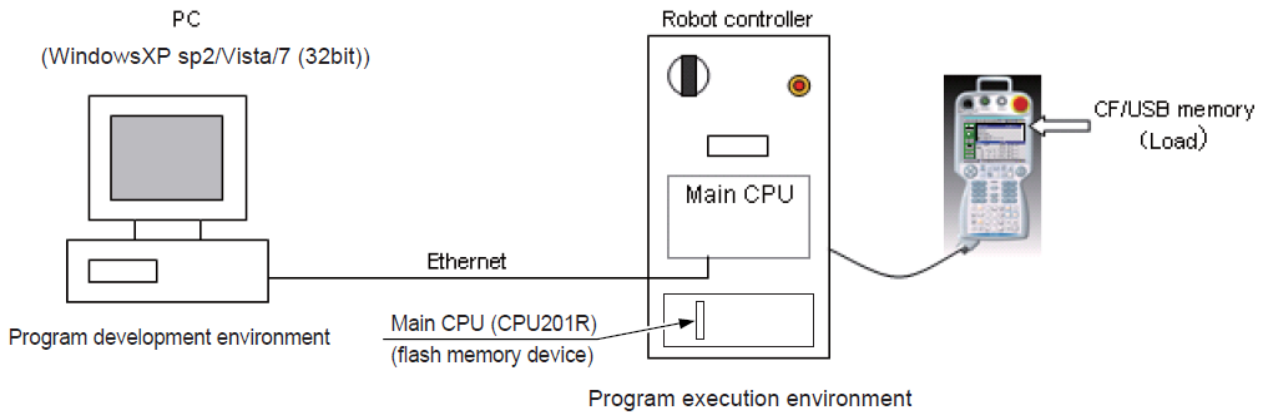
Slika p5.5: Tehnički detalji robotskog kontrolera FS100: uslovi ugradnje i osnovni moduli, [259].

Prilog 5.3: Sistem upravljanja otvorene arhitekture MotoPlus SDK

U okviru ovog priloga prikazuju se pojedini tehnički detalji sistema upravljanja otvorene arhitekture, koji su relevantni sa aspekta primene robotskog sistema u eksperimentalnoj verifikaciji. Detalji se navode kao izvod iz tehničkog uputstva [260, 261, 262], koji se ovde prikazuje u formi slika.

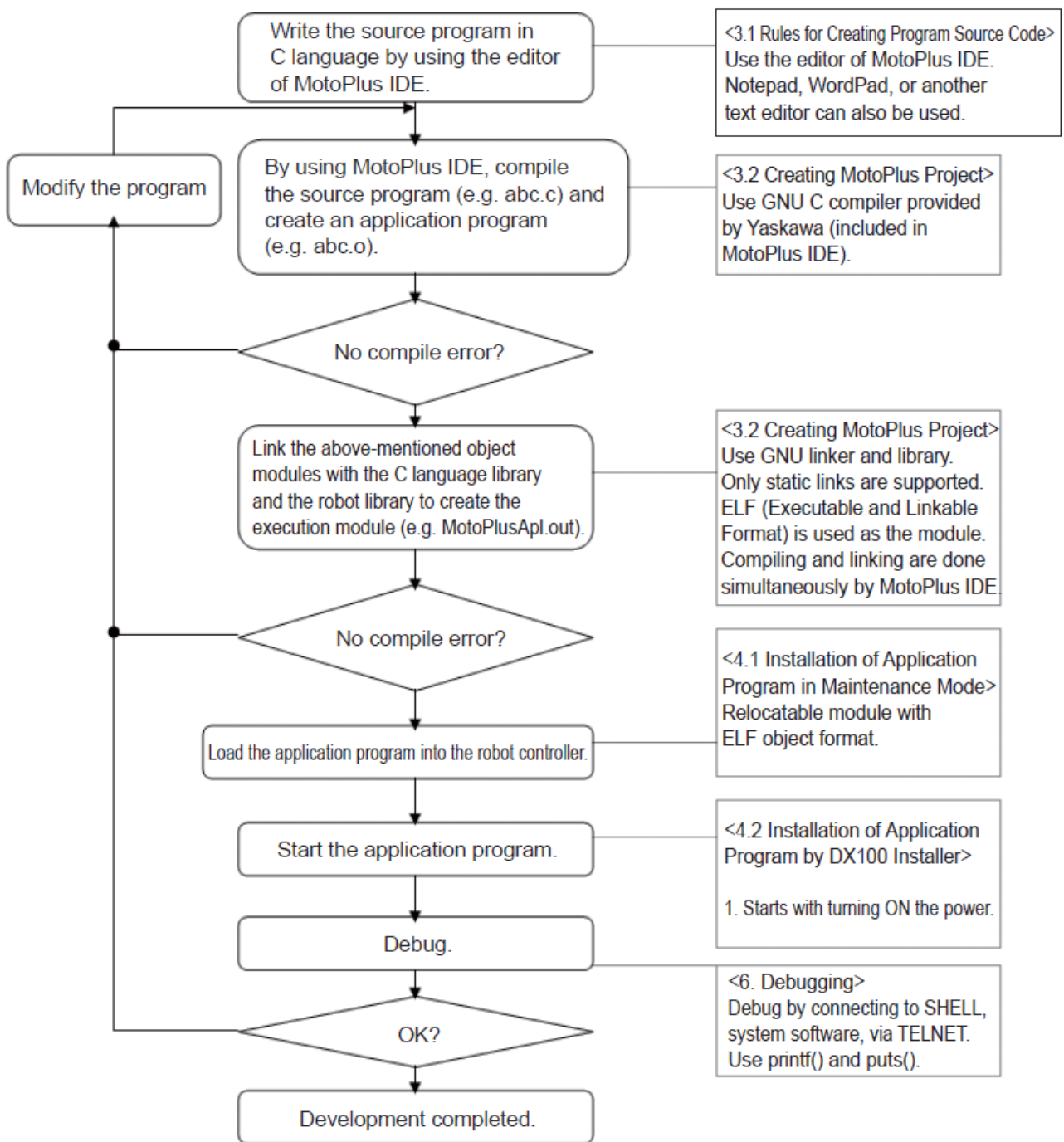


Slika p5.6: MotoPlus SDK - Funkcionalne sprege modula upravljačkog sistema otvorene arhitekture, [262].



No.	Device	Details	Remarks
1	Windows PC	CPU: 1GHz or more Memory: 1 Gbyte or more Hard disk space: 40 Gbyte or more OS: Windows XP Service Pack 2, Windows Vista, Windows 7 (32bit)	Prepared by the user
2	Text editor	Creates the application source program in C language. MotoPlus IDE editor is recommended. (A commercially-available text editor and Windows Notepad can also be used.)	Prepared by the user
3	Compiler	Converts the source program into the machine language of the target CPU. Integrated in MotoPlus IDE, and can be executed from the menu.	Provided by Yaskawa
4	Linker/library	Links the C language library provided by GNU with the developed application program to create an executable load module. Integrated in MotoPlus IDE, and can be executed from the menu.	Provided by Yaskawa
5	MotoPlus library	API library which provides application program services of the robot controller such as data communication with JOB. Integrated in MotoPlus IDE.	Provided by Yaskawa
6	CF/USB memory	Compact Flash memory or USB memory to load the developed load module into the controller.	Prepared by the user
7	Ethernet cable	Connects the PC with the controller via Ethernet to debug the developed program. CAT5 or greater (cross/straight) cable	Prepared by the user
8	Ethernet hub	Connects the PC with the controller.	Prepared by the user
9	Install DVD	Installs the above-mentioned software on the Windows PC.	Provided by Yaskawa
10	Force sensor	It is necessary in order to use the force control. Cannot use the force sensor other than the provided by YASKAWA.	Provided by Yaskawa
11	High speed serial communication board	It is necessary in order to use the force control. Cannot use the communication board other than the provided by YASKAWA.	Provided by Yaskawa

Slika p5.7: Osnovne komponentne i hardverska konfiguracija razvojnog sistema *MotoPlus SDK* (primer koji u tehničkom uputstvu navodi proizvođač *Yaskawa*, dok u konkretnoj primeni postoji mogućnost personalizacije za konkretan aplikativni kontekst), [262].



Slika p5.8: Uopšteni algoritam za softverski razvoj *MotoPlus SDK* aplikacije, prema kojem su razvijeni komunikacioni i akvizicioni programski kodovi primenjeni za potrebe eksperimentalnih verifikacija u ovoj disertaciji i predstavljeni u prilogu P4, [262].

Prilog 5.4: Senzorski laserski sistem Micro-Epsilon ODC2520

U okviru ovog priloga prikazuju se pojedini tehnički detalji laserskog mikrometra, *Micro-Epsilon ODC2520-46*, koji su relevantni sa aspekta primene merenju i identifikaciji ponašanja vrha robotske ruke *SIA10F* u eksperimentalnoj verifikaciji. Detalji se navode kao izvod iz tehničkog uputstva [164], koji se ovde prikazuje u formi slika.

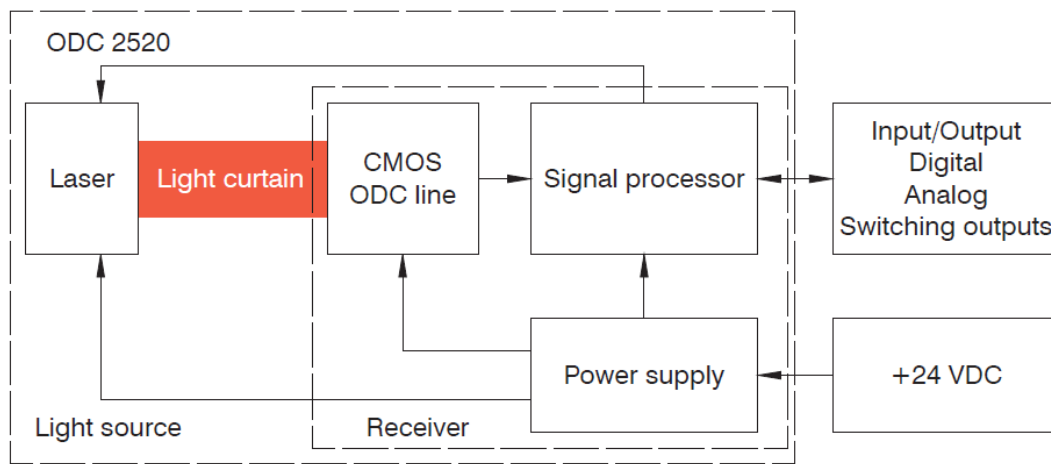
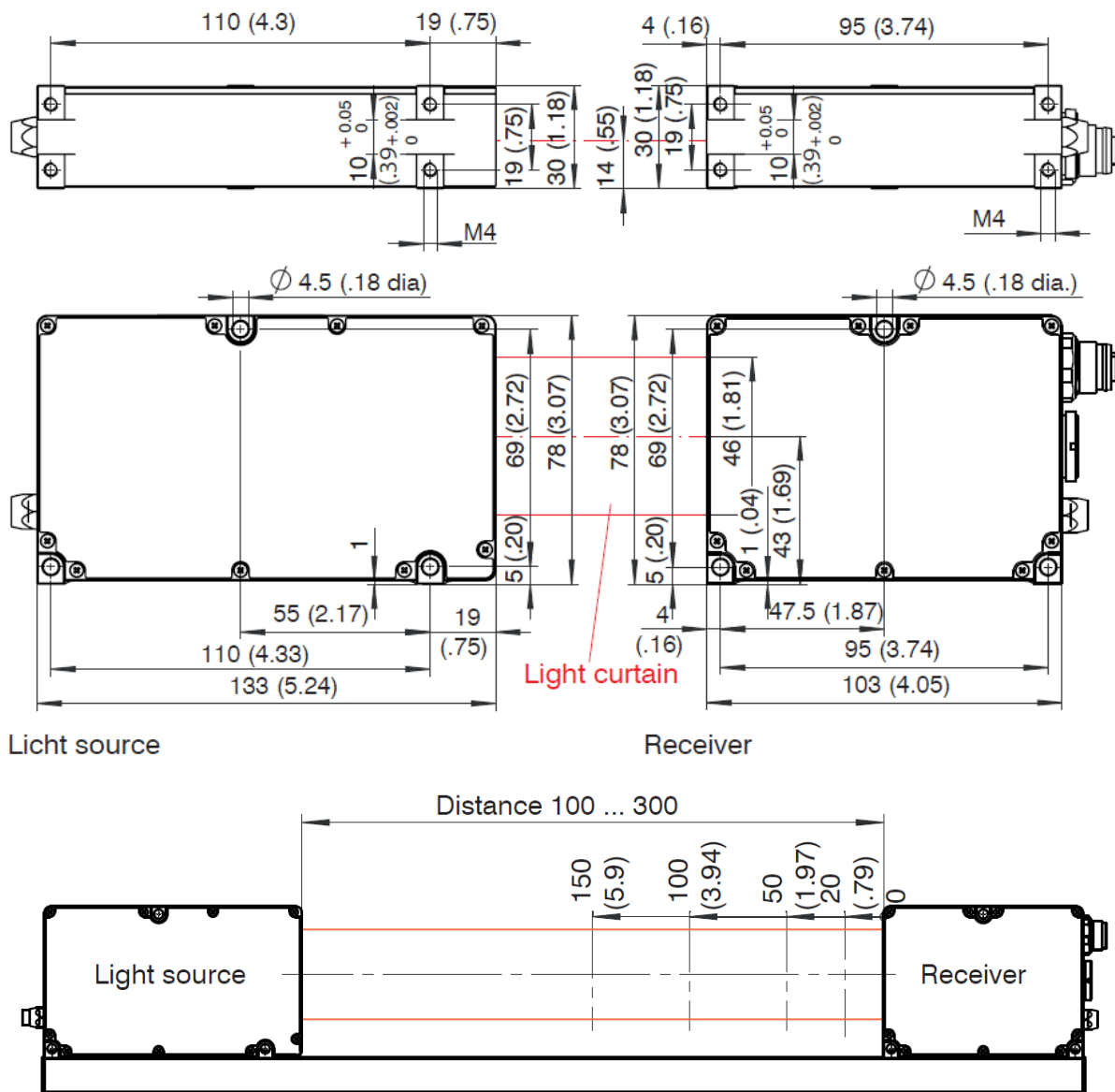


Diagram	Operating Mode	Description
	Edge bright-dark	Position of first bright-dark edge (Distance to beginning of line)
	Edge dark-bright	Position of first dark-bright edge (Distance to beginning of line)
	Diameter / width	Measure, position and central axis of an outer diameter or width of a metal (first bright-dark and last dark-bright edge)
	Gap	Measure, position and central axis of a gap (first dark-bright edge and next edge)
	Any segments	Differences, positions and middle axis of any edges

Slika p5.9: Funkcionalni blok dijagram i modovi rada laserskog senzora *Micro-Epsilon ODC2520-46*, [164].

Model		2520-46
Measuring range		46 mm
Measuring rate (sampling rate)		2.5 kHz
Smallest measurable diameter / gap ¹⁾		typ. ≥ 0.5 mm
Distance of light source - receiver (free space)		with mounting rail 100 ... 300 mm without mounting rail free to 2 m
Measuring distance	Target - receiver	20 mm, max. 1500 ... 2000 mm
Linearity (for distances target - receiver (3σ) ²⁾		
20 mm		$< \pm 12 \mu\text{m}$
50 mm		$< \pm 12 \mu\text{m}$
100 mm		$< \pm 15 \mu\text{m}$
150 mm		$< \pm 15 \mu\text{m}$
Repeatability ^{3) 4)}		$5 \mu\text{m}$
Digital resolution		$1 \mu\text{m}$
Digital outputs	RS 422	max. 4 Mbaud, Full-Duplex, not electrically isolated
	Ethernet	Electrically isolated
	EtherCAT	
Switching outputs		2 outputs, selectable for errors and limit values, not electrically isolated 24 V logic (HTL), High-level depends on operating voltage
Analog output	Voltage	0 ... 10 V not electrically isolated, 14 Bit D/A ($3.8 \mu\text{m}$)
Inputs / outputs	Input	Zeroing / mastering, reset to factory setting; not electrically isolated, 24 V logic (HTL), High level depends on operating voltage
	Input / output	TrigIn / SyncIn / symmetrical SyncOut, RS422 level, load resistance (120 Ohm) and direction switchable via software, not electrically isolated
Operating voltage		+24 VDC (11 ... 30 VDC), < 200 mA at 24VDC ⁵⁾
Female connectors	Receiver	3-pol. M8 round female connector for supply of the light source 14-pol. M16 round female connector for power supply and signals 4-pol. M12x1 round female connector for Ethernet / EtherCAT
LEDs	Receiver	Power on, Status, Speed, Link /activity
Light source		Semiconductor laser 670 nm (rot), laser class 1M, $P_{\text{max}} 2$ mW
Ambient light		Indirectly about 20,000 lux Avoid direct radiation in receiver
Operating temperature		0 ... 50 °C (+41 ... +122 °F)
Storage temperature		-20 ... 70 °C (-4 ... +158 °F)
Protection class		IP 64 in connected condition (resp. with tight protection cap for Ethernet female connector)
Dimensions	H x B x T (in mm) without connector and cable	
	Light source	133 x 78 x 30 mm
	Receiver	103 x 78 x 30 mm
	Mounting rail	18 x 30 x 538 mm
Mounting	Light source / receiver	3 through bore-holes 4.5 mm / 4 thread M4
Weight	Light source (without cable)	322 g
	Receiver (without cable)	273 g
	Mounting rail	619 g
Vibration	acc. to DIN EN 60068-2-6	2 g / 20 ... 500 Hz
Shock	acc. to DIN EN 60068-2-29	15 g / 6 ms

Slika p5.10: Osnovne tehničke karakteristike laserskog senzora *Micro-Epsilon ODC2520-46*, [164].



Slika p5.11: Dimenzije, uslovi ugradnje, položaj laserske zavesice u odnosu na referentne mehaničke površine kućišta i naznačene kalibrisane merne distance laserskog senzora *Micro-Epsilon ODC2520-46*, [164].

Biografija autora

Ime i prezime: Nikola Lukić
Datum rođenja: 22. maj 1986.
Mesto rođenja: Beograd, Savski Venac

Nikola Lukić završava osnovnu školu „Ljuba Nenadović“ 2001. godine i upisuje Tehničku školu „Radoje Dakić“, u Beogradu. Srednju školu završava 2005. godine i upisuje Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu. Osnovne akademske studije (*B.Sc.*) završava 2008., sa prosečnom ocenom 7.93, i odbranom završnog rada pod nazivom „Primena savremenih *CAD/CAM* sistema na primeru obrade delova alata za probijanje“. Master akademske studije (*M.Sc.*) završava 2010. godine na Katedri za proizvodno mašinstvo, sa prosečnom ocenom 9.6 i odbranom završnog rada pod nazivom „*CNC* obradni sistem za rezanje čeličnih ploča plazmom – sinteza i simulacija upravljačkog sistema otvorene arhitekture“. Po završetku master studija, u novembru 2010. godine upisuje Doktorske akademske studije, a od 01. januara 2011. do 30. septembra 2021. godine zaposlen je na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Tokom ovog perioda angažovan je kao istraživač-saradnik na projektu tehnološkog razvoja TR35007, pod nazivom "Inteligentni robotski sistemi za ekstremno diverzifikovanu proizvodnju", koji finansira Ministarstvo za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije. Tokom radnog angažovanja na Mašinskom fakultetu član je Laboratorije za kibernetiku i mehatronske sisteme (*CMSysLab*), a angažovan je i kao saradnik u nastavi na četiri predmeta u okviru Master akademskih studija Katedre za proizvodno mašinstvo, i to: Projektovanje obradnih sistema, Tehnologija Montaže, Mehatronski sistemi i Kompjutersko upravljanje i nadzor u automatizaciji proizvodnje. Nakon ispunjavanja obaveza predviđenih planom studijskog programa Doktorskih akademskih studija, uz prosečnu ocenu 10, doktorska disertacija pod nazivom: "Adaptivno spajanje delova u tehnologiji robotizovane montaže primenom kinematski redundantnih robota" je odobrena u novembru 2014. godine, a za mentora imenovan prof. dr Petar B. Petrović. Naučnoistraživačke i profesionalne aktivnosti usmerene su ka oblastima: projektovanje obradnih sistema, adaptivna robotska montaža, upravljanje kinematski redundantnim robotima, fizička i kognitivna interakcija čoveka i robota, primena virtuelne i augmentovane realnosti u proizvodnim tehnologijama. Autor je više od 20 radova saopštenih na domaćim i internacionalnim konferencijama, 1 rada objavljenog u međunarodnom časopisu sa *SCI* liste, 2 rada objavljena u domaćim časopisima, 1 poglavlja u međunarodnoj monografiji i više od 10 tehničkih rešenja. Sa grupom koautora dobio je nagrade za najbolji rad Sekcije za robotiku na *ETRAN* konferenciji 2013., i na *IcETRAN* konferenciji 2014. godine. U Laboratoriji za veštačku inteligenciju Univerziteta u Cirihu 2013. godine učestvovao je u radu letnje škole pod nazivom „eSMCs Robotics Summer School on Embodiment and Morphological Computation“, u trajanju od 5 dana. Učestvovao je u organizaciji i u aktivnom radu letnje škole „IS3 HRC: Italian-Serbian Summer School on Human-Robot Co-Working“ koja se održavala u *CMSysLab*, jednom godišnje u trajanju od 5 dana, u periodu od 2016-2018. godine, u svojstvu člana projektnog tima u okviru Italijansko-Srpskog projekta „Human-Robot Co-Working as a Key Enabling Technology for the Factories of Future“. Kao član projektnog tima učestvovao je i u okviru bilateralne saradnje Srbije i Kine, u projektu pod nazivom „Next Generation Technology for Ubiquitous Collaborative Robotics – UbiCbot“, u periodu 2018-2021. U okviru ERASMUS+ programa Evropske Unije učestvuje na projektu pod nazivom „Advanced Virtual and Augmented Reality Toolkit for Learning – AVATAR“, tokom 2021. godine. U period od 2011-2021. godine aktivno je učestvovao u više projekata saradnje Mašinskog fakulteta i *CMSysLab* sa industrijom Srbije. Aktivno se služi engleskim i poznaje ruski jezik.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани Никола А. Лукић

број индекса Д24/10

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

АДАПТИВНО СПАЈАЊЕ ДЕЛОВА У ТЕХНОЛОГИЈИ РОБОТИЗОНЕ МОНТАЖЕ
ПРИМЕНОМ КИНЕМАТСКИ РЕДУНДАНТНИХ РОБОТА

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 03. 06. 2022.

Nikola Lukic

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Никола А. Лукић

Број индекса Д24/10

Студијски програм Докторске студије

Наслов рада АДАПТИВНО СПАЈАЊЕ ДЕЛОВА У ТЕХНОЛОГИЈИ
РОБОТИЗОВАНЕ МОНТАЖЕ ПРИМЕНОМ КИНЕМАТСКИ
РЕДУНДАНТНИХ РОБОТА

Ментор Проф. др Петар Б. Петровић

Потписани Никола А. Лукић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 03. 06. 2022.


Nikola Lukic

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

АДАПТИВНО СПАЈАЊЕ ДЕЛОВА У ТЕХНОЛОГИЈИ РОБОТИЗОВАНЕ МОНТАЖЕ
ПРИМЕНОМ КИНЕМАТСКИ РЕДУНДАНТНИХ РОБОТА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

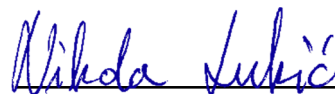
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 03.06. 2022.



1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.