

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Бојана П. Шкрбић

ОПТИМАЛНА СТРУКТУРА И ПРОСТОРНА  
АЛОКАЦИЈА ОБНОВЉИВИХ ИЗВОРА  
ЕНЕРГИЈЕ У ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКОМ  
СИСТЕМУ СА РЕДУКОВАНОМ  
ПРОИЗВОДЊОМ ИЗ ТЕРМОЕЛЕКТРАНА

докторска дисертација

Београд, 2023

UNIVERSITY OF BELGRADE  
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Bojana P. Škrbić

OPTIMAL STRUCTURE AND SPATIAL  
ALLOCATION OF RENEWABLE ENERGY  
SOURCES IN A POWER SYSTEM WITH  
REDUCED THERMAL POWER PLANTS ENERGY  
GENERATION

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2023

**Ментор:**

др Жељко Ђуришић, редовни професор  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

**Чланови комисије:**

др Јован Микуловић, редовни професор  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Милош Јечменица, доцент  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Душан Гордић, редовни професор  
Универзитет у Крагујевцу, Факултет инжењерских наука

др Александар Савић, ванредни професор  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Горан Добрић, доцент  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

**Датум одбране:** . . . 2023.

# *Захвалница*

Захваљујем свом ментору, проф. др Жељку Ђуришићу, на сарадњи током израде ове дисертације, као и у извођењу наставе на Катедри за електроенергетске системе Електротехничког факултета у Београду од 2015. г. до данас. Захваљујем свим члановима комисије, који су својим коментарима допринели побољшању квалитета ове дисертације. Посебно захваљујем својим колегама г. Слободану Милићу и г. Драгану Суручићу на консултацијама и саветима везаним за експлоатацију електрана у електроенергетском систему Србије и проф. др Томиславу Шекари на свим консултацијама и математичкој литератури током нашег познанства.

Ова дисертација је у највећој мери заслуга моје породице, којој захваљујем на љубави, подршци и разумевању. Такође, огроман утицај на моје образовање је имао мој недавно преминули пријатељ и професор математике Јован Кнежевић из Шесте београдске гимназије, који је за мене био пример неуморне енергије, ентузијазма и љубави према свом позиву и којем сам захвална на знању, доброј вољи и лепој речи у важним тренуцима.

Дисертацију посвећујем својој сестри Хелени, за највећу љубав и највећу подршку.

**Наслов дисертације:** Оптимална структура и просторна алокација обновљивих извора енергије у електроенергетском систему са редукованом производњом из термоелектрана

**Сажетак:** Предмет истраживања ове дисертације су оптимизациони модели за дугорочно планирање развоја обновљивих извора енергије (ОИЕ). Комплементарност специфичних профила производње ветроелектрана и фотонапонских (PV) електрана на различитим локацијама, пружа могућност за оптимизацију структуре и просторне алокације ОИЕ којима се може обезбедити потребна количина електричне енергије у електроенергетском систему (ЕЕС) уз минимизацију захтева за флексибилношћу (ЕЕС-а) и уз оптимално искоришћење националних енергетских ресурса. Главни доприноси ове дисертације су:

- развијен је алгоритам и математички модел за планирање оптималне структуре и просторне алокације ОИЕ за потпуну декарбонизацију производње електричне енергије у ЕЕС-у,
- развијен је алгоритам и математички модел за планирање оптималне структуре и просторне алокације ОИЕ и оптимални диспечинг електрана на фосилна горива за задати степен делимичне декарбонизације производње електричне енергије у ЕЕС-у,
- развијена је метода за анализу осетљивости оптималног сценарија одређеног помоћу једног од развијених модела,
- развијена је метода за анализу сличности профила PV електрана и ветроелектрана у различитим регионима.
- развијен је алгоритам и математички модел за планирање дистрибуираних PV система за циљани ниво смањења Цулових губитака енергије у дистрибутивном систему.

Развијени оптимизациони модели се заснивају на методи најмањих квадрата са ограничењима. Ограничења описују услове у погледу обезбеђивања потребне количине енергије, удела електрана на фосилна горива у укупној производњи енергије и техничког потенцијала за изградњу капацитета ОИЕ. Критеријумска функција у овим моделима представља суму квадрата разлике коинцидентних сатних вредности профила укупне производње и профила укупне потрошње у ЕЕС-у током анализираних временског периода. Разлика профила укупне производње од профила укупне потрошње представља профил снаге дебаланса у ЕЕС-у. Минимизацијом примењеног критеријума постиже се компромис између:

1. минимизације укупне енергије позитивног дебаланса коју балансни капацитети треба да акомодирају (да ускладиште или да смање производњу флексибилних електрана или да повећају потрошњу капацитети управљиве потрошње),
2. минимизације укупне енергије негативног дебаланса коју балансни капацитети треба да обезбеде (пражњењем система за складиштење енергије или повећавањем производње флексибилних електрана или смањењем потрошње капацитета управљиве потрошње) и
3. минимизације апсолутне вредности максималне снаге дебаланса која дефинише потребну инсталисану снагу балансних капацитета.

Развијена методологија дугорочног планирања развоја ОИЕ координише планирање развоја капацитета PVE за прикључење на преносну мрежу и капацитета BE (који обухватају и капацитете за прикључење на преносну мрежу и дистрибуиране BE) са планирањем развоја дистрибуираних PV система. Дистрибуирани PV системи су планирани да се у свакој фази процеса декарбонизације развијају упоредо са капацитетима PVE за прикључење на преносну мрежу и капацитетима BE, а у складу са крајњим циљем који представља оптимални сценарио развоја ОИЕ у систему са потпуно декарбонизованом производњом електричне енергије. Развијена методологија дугорочног планирања развоја ОИЕ је демонстрирана на примеру ЕЕС-а Србије. Развијена методологија може да послужи као основ за развој националне енергетске стратегије. Оптимални капацитети ОИЕ одређени овом методологијом могу се применити за дефинисање квота за капацитете PVE и BE на регионалним аукцијама капацитета чиме би се инвестиције у PVE и BE у свакој фази процеса декарбонизације

усмеравале ка реализацији оптималних сценарија развоја ОИЕ. На овај начин би се постигла изградња производних капацитета и пратећих флексибилних капацитета која је на дугорочном плану економски и технички оптимизирана. Предложена методологија као основни принцип усваја максимизацију енергетске независности, односно минимизацију потребних прекограничних капацитета за балансирање производње и потрошње електричне енергије у анализираном ЕЕС-у. Овакав приступ обезбеђује сигурност у снабдевању електричном енергијом конзума у националном ЕЕС-у, поузданост пласмана електричне енергије произведене из националних капацитета ОИЕ и независност од поремећаја на тржишту електричне енергије.

**Кључне речи:** дугорочно планирање, обновљиви извори енергије, декарбонизација, флексибилност, оптимизација

**Научна област:** Електротехничко и рачунарско инжењерство

**Ужа научна област:** Електроенергетски системи

**УДК број:** 621.3

**Dissertation title:** Optimal Structure and Spatial Allocation of Renewable Energy Sources in a Power System with Reduced Thermal Power Plants Energy Generation

**Abstract:** The research subject of this dissertation is optimization models for long-term renewable energy sources (RES) development planning. Complementarity between specific generation profiles of wind and photovoltaic (PV) power plants in different locations, gives us possibility to optimize structure and spatial allocation of RES which could provide the required amount of electrical energy in the electric power system (EPS) with minimizing the EPS flexibility requirements and with the optimal deployment of national energy resources. The main scientific contributions of this dissertation are:

- The algorithm and mathematical model for planning the optimal structure and spatial allocation of RES for complete decarbonization of electrical energy generation in the EPS is developed.
- The algorithm and mathematical model for planning the optimal structure and spatial allocation of RES and optimal dispatching of fossil-fueled power plants for the specified level of decarbonizing electrical energy generation in the EPS is developed.
- The method for sensitivity analysis of the optimal scenario determined by one of these models is developed.
- The method for similarity analysis between generation profiles of PV power plants (PVPPs) and wind power plants (WPPs) in different regions is developed.
- The algorithm and mathematical model for planning distributed PV systems for achieving the targeted level of Joule's energy losses reduction in the distribution system is developed.

The developed optimization models are based on constrained least squares method. The constraints describe the conditions regarding the provision of the required amount of energy, the share of fossil-fueled power plants in total energy production and the technical potential for constructing RES. The criterion function in these models represents the sum of squared differences between coincident hourly values of the total generation profile and the total consumption profile in the EPS during the analyzed time period. The difference between the total generation profile and the total consumption profile represents the imbalance power profile in the EPS. By minimizing the applied criterion, a compromise is achieved between:

1. minimizing the total energy surplus in the system that the balancing capacities need to accommodate (to storage or to reduce the generation of flexible power plants or to increase the consumption of the demand-side management capacity),
2. minimizing the total energy deficit in the system that the balancing capacities need to supply (by discharging energy storage systems or by increasing the generation of flexible power plants or by reducing the consumption of the demand-side management capacity), and
3. minimizing the magnitude of maximal imbalance power which defines the necessary installed power of the balancing capacities.

The developed long-term RES development planning methodology coordinates development planning for utility-scale PVPPs' capacities and WPPs' capacities (which comprise both utility-scale and distributed WPPs) with distributed PV systems development planning. Distributed PV systems are planned to be developed at each stage of the decarbonization process alongside with the capacities of utility-scale PVPPs and WPPs, and in accordance with the final goal that represents the optimal scenario of RES development in the EPS with completely decarbonized electrical energy generation. The developed long-term RES development planning methodology is demonstrated on the example of the Serbian EPS. The developed methodology could be used as a foundation for the development of the national energy strategy by serving as a guidance for defining capacity targets for regional capacity auctions in order to direct the investments in WPPs and PVPPs at each stage of the decarbonization process towards the realization of the optimal RES development scenarios. This would enable us to achieve the construction of generation capacities and accompanying flexible

capacities which is economically and technically optimized in the long-term. The proposed methodology adopts as a basic principle the maximization of energy independence, that is, the minimization of the required cross-border capacities for balancing the production and consumption of electricity in the analyzed EPS. This approach ensures security of the electricity to consumers in the national EPS, the reliability of the delivery of electricity produced from national RES capacities and independence from disruptions in the electricity market.

**Keywords:** long-term planning, renewable energy sources, decarbonization, flexibility, optimization

**Scientific field:** Electrical and Computer Engineering

**Scientific subfield:** Electrical Power Systems

**UDK number:** 621.3



# Садржај

ЛИСТА СЛИКА .....	IX
ЛИСТА ТАБЕЛА .....	XII
ЛИСТА НАЈВАЖНИЈИХ СКРАЋЕНИЦА .....	XIV
<b>1. УВОД.....</b>	<b>1</b>
<b>2. НОВИ ПРИСТУП ДУГОРОЧНОМ ПЛАНИРАЊУ РАЗВОЈА ОИЕ И ПРАТЕЋИХ ФЛЕКСИБИЛНИХ КАПАЦИТЕТА.....</b>	<b>6</b>
2.1 ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ .....	7
2.2 ПЛАНИРАЊЕ РАЗВОЈА ОИЕ СА ЦИЉЕМ МИНИМИЗАЦИЈЕ ЗАХТЕВА ЗА ФЛЕКСИБИЛНОШЋУ .....	10
2.3 ПРОЦЕНА РАСПОЛОЖИВИХ КАПАЦИТЕТА ОИЕ У СРБИЈИ.....	12
2.3.1 <i>Процена расположивог капацитета и профила специфичне производње ВЕ у Србији ...</i>	<i>12</i>
2.3.2 <i>Процена расположивог капацитета и профила специфичне производње РВЕ за прикључење на преносну мрежу Србије .....</i>	<i>15</i>
2.4 МОДЕЛОВАЊЕ ПРОИЗВОДЊЕ ХИДРОЕЛЕКТРАНА ЗА ПОТРЕБЕ ДУГОРОЧНОГ ПЛАНИРАЊА РАЗВОЈА ОИЕ	17
<b>3. МЕТОДОЛОГИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА ДУГОРОЧНОГ ПЛАНИРАЊА РАЗВОЈА ОИЕ.....</b>	<b>27</b>
3.1 ПРОБЛЕМ НАЈМАЊИХ КВАДРАТА.....	27
3.2 ПРИМЕЊЕНА МЕТОДОЛОГИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ ЛИНЕАРНОГ ПРОБЛЕМА НАЈМАЊИХ КВАДРАТА СА ЛИНЕАРНИМ ОГРАНИЧЕЊИМА .....	29
<b>4. ПЛАНИРАЊЕ РАЗВОЈА ДИСТРИБУИРАНИХ РV СИСТЕМА.....</b>	<b>45</b>
4.1 МОДЕЛ ЗА ПЛАНИРАЊЕ РАЗВОЈА ДИСТРИБУИРАНИХ РV СИСТЕМА СА ЦИЉЕМ ПОСТИЗАЊА ОДРЕЂЕНЕ ВРЕДНОСТИ РЕЛАТИВНОГ СМАЊЕЊА ЦУЛОВИХ ГУБИТАКА .....	46
4.2 ОПТИМАЛНИ КАПАЦИТЕТИ ДИСТРИБУИРАНИХ РV СИСТЕМА КАО ДЕО ДУГОРОЧНОГ ПЛАНИРАЊА РАЗВОЈА ОИЕ СА ЦИЉЕМ МИНИМИЗАЦИЈЕ ПОТРЕБНИХ БАЛАНСНИХ КАПАЦИТЕТА.....	53
4.3 РЕЗУЛТАТИ ЗА ЕЕС СРБИЈЕ.....	56
<b>5. ДУГОРОЧНО ПЛАНИРАЊЕ РАЗВОЈА ВАРИЈАБИЛНИХ ОИЕ СА ЦИЉЕМ ПОТПУНЕ ДЕКАРБОНИЗАЦИЈЕ ПРОИЗВОДЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ЕНЕРГИЈЕ У ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИМ СИСТЕМИМА.....</b>	<b>61</b>
5.1 АЛГОРИТАМ И МОДЕЛ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ОПТИМАЛНЕ СТРУКТУРЕ И ПРОСТОРНЕ АЛОКАЦИЈЕ ВАРИЈАБИЛНИХ ОИЕ У ЕЕС-У СА ПОТПУНО ДЕКАРБОНИЗОВАНОМ ПРОИЗВОДЊОМ ЕЛЕКТРИЧНЕ ЕНЕРГИЈЕ .....	61
5.2 ДЕМОНСТРАЦИЈА АЛГОРИТМА НА ПРИМЕРУ ЕЕС-А СРБИЈЕ.....	65
5.2.1 <i>Тренутна структура производње електричне енергије у Србији.....</i>	<i>66</i>
5.2.2 <i>Планерски профил производње биогасних електрана.....</i>	<i>67</i>
5.2.3 <i>Оптимална просторна алокација РV система у електродистрибутивном систему Србије</i>	<i>67</i>
5.2.4 <i>Анализа резултата.....</i>	<i>67</i>
5.2.5 <i>Дискусија резултата.....</i>	<i>71</i>

5.3	МЕТОДА ЗА АНАЛИЗУ ОСЕТЉИВОСТИ РЕШЕЊА .....	73
5.4	МЕТОДА ЗА АНАЛИЗУ СЛИЧНОСТИ ПРОФИЛА ПРОИЗВОДЊЕ ОИЕ У РАЗЛИЧИТИМ РЕГИОНИМА	76
5.5	КАРАКТЕРИЗАЦИЈА ВАРИЈАБИЛНОСТИ ПРОФИЛА СНАГЕ ДЕБАЛАНСА ЗА ОДРЕЂЕНИ СЦЕНАРИО РАЗВОЈА ОИЕ.....	78
<b>6. ПЛАНИРАЊЕ РАЗВОЈА ВАРИЈАБИЛНИХ ОИЕ СА ЦИЉЕМ ДЕЛИМИЧНЕ ДЕКАРБОНИЗАЦИЈЕ ПРОИЗВОДЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ЕНЕРГИЈЕ У ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИМ СИСТЕМИМА .....</b>		<b>81</b>
6.1.	АЛГОРИТАМ И МОДЕЛ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ОПТИМАЛНЕ СТРУКТУРЕ И ПРОСТОРНЕ АЛОКАЦИЈЕ ВАРИЈАБИЛНИХ ОИЕ И ОПТИМАЛНИ ДИСПЕЧИНГ ЕЛЕКТРАНА НА ФОСИЛНА ГОРИВА ЗА ОДРЕЂЕНИ СТЕПЕН ДЕКАРБОНИЗАЦИЈЕ ПРОИЗВОДЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ЕНЕРГИЈЕ .....	81
6.2.	ДЕМОНСТРАЦИЈА АЛГОРИТМА НА ПРИМЕРУ ЕЕС-А СРБИЈЕ .....	85
6.1.1.	<i>Анализа резултата</i> .....	86
6.1.2.	<i>Карактеристике оптималног сценарија развоја ОИЕ у ЕЕС-у Србије са 50% декарбонизованом производњом електричне енергије</i> .....	89
6.1.3.	<i>Дискусија резултата</i> .....	92
6.1.4.	<i>Анализа осетљивости</i> .....	92
<b>7. ЗАКЉУЧАК .....</b>		<b>97</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>		<b>99</b>
<b>БИОГРАФИЈА АУТОРА .....</b>		<b>105</b>
<b>ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ .....</b>		<b>106</b>
<b>ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКОГ РАДА .....</b>		<b>107</b>
<b>ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ .....</b>		<b>108</b>

# Листа слика

<b>Слика 1.1:</b> Укупни инсталисани капацитети PVE у периоду 2000–2022. г. [4] .....	1
<b>Слика 1.2:</b> Укупни инсталисани капацитет BE у Европи у периоду 2012–2021. г. [5] .....	2
<b>Слика 1.3:</b> Глобални стратешки циљеви развоја ОИЕ до 2030. г. [6] .....	3
<b>Слика 2.1:</b> Профили производње BE и PVE у земљама чланицама OECD у периоду 2010–2021. г. ....	6
<b>Слика 2.2:</b> Позиције мерних тачака у идентификованим ветровитим регионима у Србији са илустрацијом процедуре за процену потенцијала енергије ветра за једну од локација. <i>Слојеви анализе: (1) Заштићена подручја, (2) Урбанизам и инфраструктура, (3) Орографија, (4) Храпавост.</i> .....	13
<b>Слика 2.3:</b> Мапа глобалне хоризонталне инсолације [88] у Србији са означеним управним окрузима и илустрација процене соларног потенцијала за једну од локација. <i>Слојеви анализе: (1) Заштићена подручја, (2) Квалитет земљишта, (2) Урбанизам и инфраструктура, (4) Топографија.</i> .....	16
<b>Слика 2.4:</b> Репрезентативни профили производње акумулационих XE у Србији за 2018. г.: <b>а)</b> XE Кокин Брод и Бистрица, <b>б)</b> XE Увац. ....	20
<b>Слика 2.5:</b> Репрезентативни профили производње акумулационих XE у Србији за 2018. г.: <b>а)</b> Власинске XE, <b>б)</b> XE Пирот.....	20
<b>Слика 2.6:</b> Репрезентативне криве производње: <b>а)</b> XE Ђердап 1, <b>б)</b> XE Ђердап 2.....	21
<b>Слика 2.7:</b> Репрезентативне криве производње: <b>а)</b> XE Зворник, <b>б)</b> XE Бајина Башта, <b>в)</b> XE Потпећ .....	22
<b>Слика 2.8:</b> Репрезентативни годишњи профили производње XE Ђердап 1 за: <b>а)</b> 2016. г., <b>б)</b> 2017. г.....	22
<b>Слика 2.9:</b> Репрезентативни годишњи профили производње XE Ђердап 1 за: <b>а)</b> 2018. г., <b>б)</b> 2019. г.....	23
<b>Слика 2.10:</b> Репрезентативни годишњи профили производње XE Ђердап 2 за период 2016–2019. г.....	23
<b>Слика 2.11:</b> Репрезентативни годишњи профили производње XE Зворник за период 2016–2019. г.....	24
<b>Слика 2.12:</b> Репрезентативни годишњи профили производње XE Бајина Башта за: <b>а)</b> 2016. г., <b>б)</b> 2017. г.....	24
<b>Слика 2.13:</b> Репрезентативни годишњи профили производње XE Бајина Башта за: <b>а)</b> 2018. г., <b>б)</b> 2019. г.....	25
<b>Слика 2.14:</b> Репрезентативни годишњи профили производње XE Потпећ за период 2016–2019. г.....	25
<b>Слика 2.15:</b> Укупни репрезентативни годишњи профили производње проточних и акумулационих XE у Србији за период 2016–2019. г.....	26
<b>Слика 2.16:</b> Годишње енергије производње проточних и акумулационих. XE у Србији у периоду 2016–2019. г.....	26
<b>Слика 3.1:</b> LDP алгоритам [95] у псеудокоду .....	39
<b>Слика 4.1:</b> Модел дистрибутивне мреже за одређивање криве зависности релативног смањења Џулових губитака од укупних инсталисаних капацитета дистрибуираних PV система у тој мрежи .....	47
<b>Слика 4.2:</b> Еквивалентна шема за прорачун Џулових губитака у дистрибутивној мрежи пре прикључења дистрибуираних PV система .....	47
<b>Слика 4.3:</b> Еквивалентна шема за прорачун Џулових губитака у дистрибутивној мрежи након прикључења дистрибуираних PV система .....	48

<b>Слика 4.4:</b> Ефекат дистрибуираних PV система на смањење укупне енергије Цулових губитака у дистрибутивној мрежи напајаној из ТС Сомбор 1 .....	51
<b>Слика 4.5:</b> Разлике у количини локално искоришћене енергије произведене из PV система различитог инсталисаног капацитета којима се постиже исти ефекат на Цулове губитке у дистрибутивној мрежи .....	51
<b>Слика 4.6:</b> а) Ефекат задавања одређене вредности релативног смањења Цулових губитака моделу за планирање дистрибуираних соларних система на остварену вредност смањења Цулових губитака. б) Потребна укупна инсталисана снага дистрибуираних PV система у Србији ради постизања одређеног нивоа релативног смањења Цулових губитака у дистрибутивним мрежама. ....	57
<b>Слика 4.7:</b> Промена профила резидуалне потрошње због изградње PV система чији је капацитет алоциран по дистрибутивним мрежама тако да се у свим дистрибутивним мрежама постигне процентуално смањење Цулових губитака у вредности која је што приближнија 5%. ....	59
<b>Слика 4.8:</b> Промена профила резидуалне потрошње због изградње PV система чији је капацитет алоциран по дистрибутивним мрежама тако да се у свим дистрибутивним мрежама постигне процентуално смањење Цулових губитака у вредности која је што приближнија 15%. ....	59
<b>Слика 4.9:</b> Промена профила резидуалне потрошње због изградње PV система чији је капацитет алоциран по дистрибутивним мрежама тако да се у свим дистрибутивним мрежама постигне максимално могуће смањење Цулових губитака. ....	60
<b>Слика 5.1:</b> Алгоритам за планирање развоја ОИЕ са циљем потпуне декарбонизације производње електричне енергије .....	63
<b>Слика 5.2:</b> а) Електране у Србији; б) Структура производње електричне енергије у Србији; в) Топлотна енергија произведена у когенерационим електранама у Србији. ....	66
<b>Слика 5.3:</b> Структура производње електричне енергије у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије .....	69
<b>Слика 5.4:</b> Удео различитих технологија у укупном профилу производње у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптимизованим капацитетима ОИЕ .....	69
<b>Слика 5.5:</b> Укупни профил производње у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптимизованим капацитетима ОИЕ .....	70
<b>Слика 5.6:</b> Профил снаге дебаланса са означеном енергијом позитивног дебаланса и енергијом негативног дебаланса. ....	71
<b>Слика 5.7:</b> Начини да се смањи ефекат на суму квадрата одступања када се повећава капацитет у тачно једном региону .....	77
<b>Слика 5.8:</b> Начини да се смањи ефекат на суму квадрата одступања када се смањује капацитет у тачно једном региону. ....	78
<b>Слика 5.9:</b> Крива трајања снаге дебаланса за оптимални сценарио потпуне декарбонизације ЕЕС-а Србије; тачка А – максимална снага дебаланса током 99% времена, тачка В – минимална снага дебаланса током 99% времена .....	79
<b>Слика 5.10:</b> Карактеристика варијабилности профила снаге дебаланса у сценарију оптималног развоја ОИЕ .....	80
<b>Слика 6.1:</b> Предложени алгоритам за планирање развоја ОИЕ са циљем декарбонизације производње електричне енергије у задатом степену .....	82
<b>Слика 6.2:</b> Путања декарбонизације у ЕЕС-у Србије .....	85
<b>Слика 6.3:</b> Крива трајања снаге дебаланса за оптималне сценарије са различитим степеном декарбонизације ЕЕС-а Србије; означене тачке представљају максималне и минималне снаге дебаланса током 99 % времена. ....	86
<b>Слика 6.4:</b> Оптимална структура производње електричне енергије у ЕЕС-у Србије у оптималном сценарију са степеном декарбонизације од 50%. ....	90

<b>Слика 6.5:</b> Оптимална структура укупног профила производње електричне енергије у ЕЕС Србије у оптималном сценарију са степеном декарбонизације од 50%.....	90
<b>Слика 6.6:</b> Профили укупне производње и укупне потрошње ел. енергије у ЕЕС Србије у оптималном сценарију са степеном декарбонизације од 50%.....	91
<b>Слика 6.7:</b> Диспечинг ЕФГ оптимизован на недељном нивоу ради минимизације захтева за флексибилношћу у ЕЕС-у Србије са оптималним капацитетима ОИЕ у оптималном сценарију са степеном декарбонизацијом од 50%.....	91

# Листа табела

<b>Табела 2.1:</b> Максимални прихватљиви инсталисани капацитети у регионима у Србији са технички искористивим ветропотенцијалом.....	14
<b>Табела 2.2:</b> Максимални прихватљиви инсталисани капацитет PVE за које се планира прикључење на преносну мрежу у регионима у Србији.....	17
<b>Табела 2.3:</b> Референтне проточне ХЕ чије су дотоци коришћени за формирање профила производње акумулационих ХЕ у Србији на природним доточима.....	18
<b>Табела 2.4:</b> Репрезентативне криве производње проточних ХЕ .....	21
<b>Табела 4.1:</b> Потребна инсталисана снага дистрибуираних соларних система ради постизања одређеног нивоа релативног смањења Цулових губитака, остварена уштеда електричне енергије и количина локално утрошене енергије произведене из дистрибуираних PV система .....	58
<b>Табела 5.1:</b> Карактеристике оптималног сценарија развоја дистрибуираних PV система при којем се постиже минимизација суме квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне потрошње у ЕЕС-у Србије.....	67
<b>Табела 5.2:</b> Карактеристике оптималног сценарија развоја дистрибуираних PV система при којем се постиже минимизација суме квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне потрошње у ЕЕС-у Србије.....	67
<b>Табела 5.3:</b> Оптимални капацитети ВЕ у регионима са технички искористивим ветропотенцијалом.....	68
<b>Табела 5.4:</b> Оптимални капацитети PVE за које се планира прикључење на преносну мрежу у регионима са технички искористивим соларним потенцијалом.....	68
<b>Табела 5.5:</b> Карактеристике покривања потрошње у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптималном структуром и просторном алокацијом ОИЕ (подаци се односе на анализирани трогодишњи период; црвеном бојом је означен најзначајнији резултат) .....	70
<b>Табела 5.6:</b> Карактеристике профила снаге дебаланса у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптимизованим капацитетима ОИЕ (подаци се односе на анализирани трогодишњи временски период) .....	70
<b>Табела 5.7:</b> Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 1%.....	75
<b>Табела 5.8:</b> Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 1%.....	75
<b>Табела 6.1:</b> Параметри који описују анализирани сценарије декарбонизације у ЕЕС-у Србије .....	86
<b>Табела 6.2:</b> Оптимални капацитети ВЕ у регионима са технички искористивим ресурсом ветра у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије .....	87
<b>Табела 6.3:</b> Оптимални капацитети PVE које се прикључују на преносну мрежу у регионима са технички искористивим соларним ресурсом у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије .....	87
<b>Табела 6.4:</b> Карактеристике алокације PV система у електродистрибутивни систем Србије енергије у различитим сценаријима декарбонизације.....	88
<b>Табела 6.5:</b> Оптимизовани усредњени профил ЕФГ у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије.....	88
<b>Табела 6.6:</b> Карактеристике покривања потрошње у оптималним сценаријима развоја ОИЕ за различите степене декарбонизације ЕЕС-а Србије (подаци се односе на трогодишњи референтни временски период) .....	89
<b>Табела 6.7:</b> Карактеристике профила снаге дебаланса током анализираних трогодишњег временског периода у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије.....	89

<b>Табела 6.8:</b> Однос између макс. снаге укупне производње, $P_{proizvodnja\_tot}^{max}$ , и макс. снаге укупне потрошње, $P_{potrosnja\_tot}^{max}$ , у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије.....	89
<b>Табела 6.9:</b> Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 3.37%.....	93
<b>Табела 6.10:</b> Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 3.37%.....	94
<b>Табела 6.11:</b> Карактеристике оптималних сценарија у којима је капацитет тачно једног региона смањен или повећан до вредности одређене векторима $\Delta x_{OIE}^j, j = 1, \dots, 18$ . ....	95
<b>Табела 6.12:</b> Карактеристике оптималних сценарија у којима је капацитет тачно једног региона смањен или повећан до вредности одређене векторима $\Delta x_{OIE}^j, j = 19, \dots, 36$ . ....	95

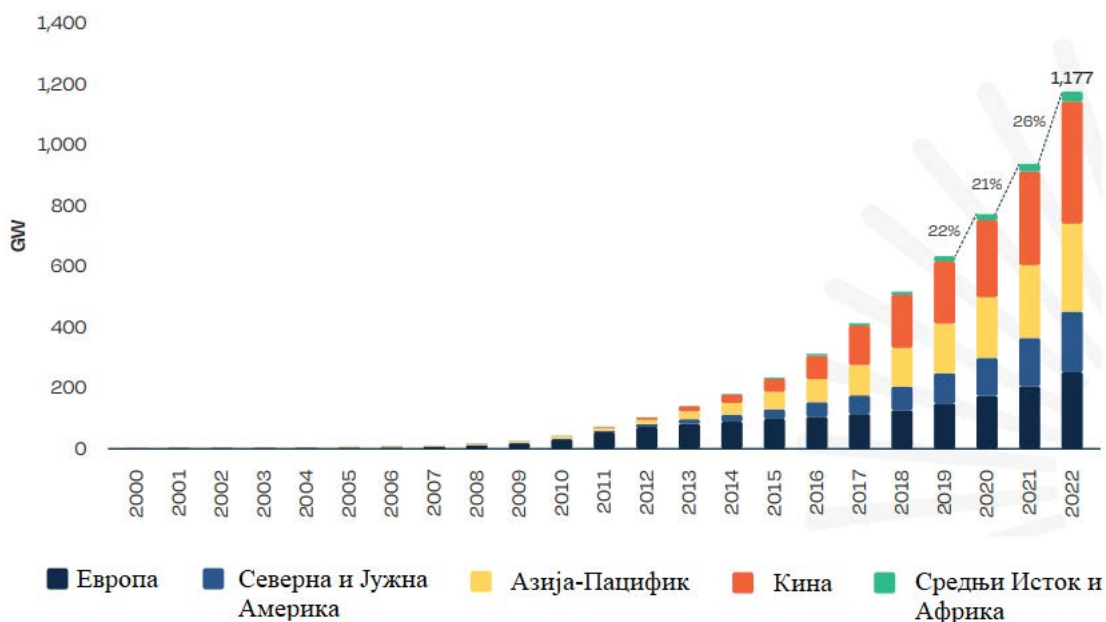
# Листа најважнијих скраћеница

ЕЕС – електроенергетски систем  
ОИЕ – обновљиви извори енергије  
ЕФГ – електране на фосилна горива  
PVE – фотонапонске електране  
ВЕ – ветроелектране  
ТЕ – термоелектране  
ХЕ – хидроелектране  
БЕ – биогасне електране  
LS – *Least Squares*  
LES – *Least Error Squared*  
NNLS – *Non-negative Least Squares*  
LDP – *Least Distance Programming*  
LPDP – *Least Projected Distance Problem*

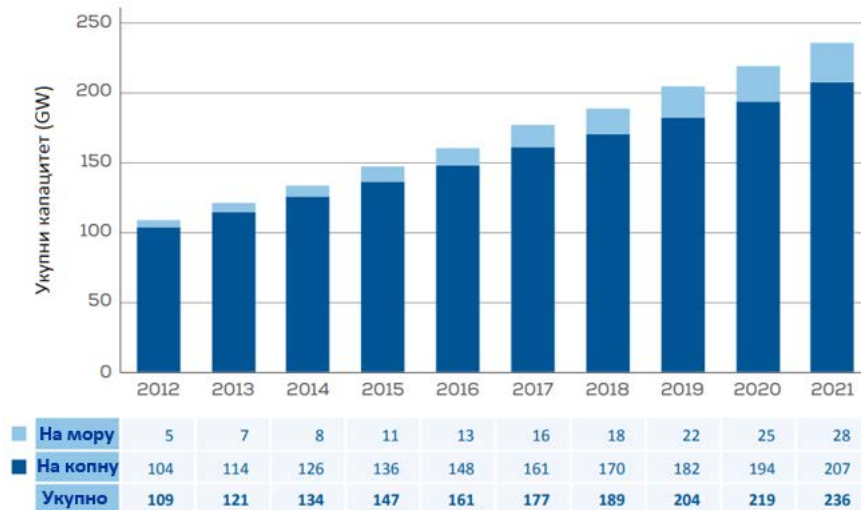


# 1. Увод

Електроенергетски сектор се суочава са великим изазовима трансформације која је неопходна да би се обезбедило одрживо и економично снабдевање електричном енергијом у будућности. Електроенергетски сектор има значајног удела у утицају на животну средину услед емисија штетних гасова у атмосферу које су резултат сагоревања фосилних горива. Већина електроенергетских система (ЕЕС) се у производњи електричне енергије значајно ослања на фосилна горива. Електране на угаљ су у 2021. г. обезбедиле 36% светске производње електричне енергије [1]. Поред глобалног проблема емисије угљен-диоксида, термоелектране на фосилна горива су суочене и са локалним проблемима загађења ваздуха услед емисије других штетних гасова и честица које доводе до високих концентрација штетних материја у ваздуху у ширем региону термоелектране. Проблеми глобалног и локалних загађења животне средине, узроковани радом термоелектрана, су у многим регионима из године у годину све израженији због исцрпљености резерви угља, што доводи од експлоатације и сагоревања угља лошијег квалитета који додатно повећава специфичне емисије штетних гасова и честица у термоелектранама. Различитим мерама фискалне политике стварају се економски подстицаји за смањење производње из конвенционалних термоелектрана кроз увођење пореза на испуштање штетних гасова [2] и отварање тржишта карбонских сертификата [3]. Поред еколошког мотива за смањење употребе фосилних горива за производњу електричне енергије, постоји и геополитички мотив да се смањи енергетска зависност од земаља које су богате фосилним горивима кроз већу производњу електричне енергије из расположивих националних обновљивих ресурса (енергије ветра, сунца, речних токова, биогаза, биомасе, геотермалних извора, плиме и осеке). Међу овим изворима најинтензивније се развијају фотонапонске електране (PVE) и ветроелектране (ВЕ), које се често називају варијабилним обновљивим изворима енергије (ОИЕ). На Слици 1.1 приказани су укупни инсталисани капацитети PVE у периоду 2000–2022. г. [4]. На Слици 1.2 приказани су укупни инсталисани капацитети ВЕ у Европи у периоду 2012–2022. г. [5].



Слика 1.1: Укупни инсталисани капацитети PVE у периоду 2000–2022. г. [4]

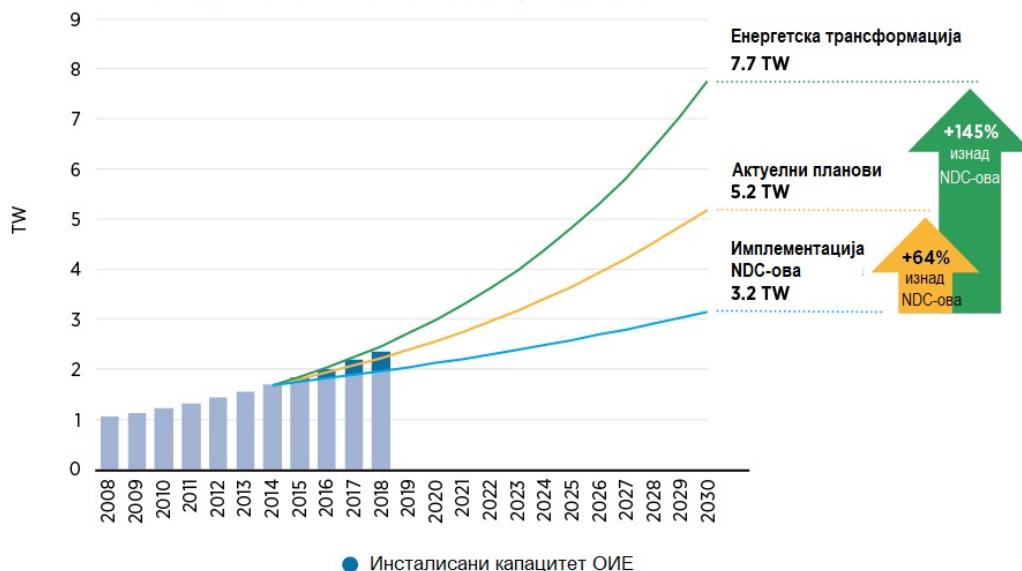


Слика 1.2: Укупни инсталисани капацитет ВЕ у Европи у периоду 2012–2021. г. [5]

Декарбонизација (смањење емисија штетних гасова) електроенергетског сектора је предуслов за декарбонизацију сектора транспорта и грејања путем електрификације. Стога је процес декарбонизације производње електричне енергије један од најургентнијих и најважнијих процеса одрживог развоја. Глобални консензус у погледу стратегије за сузбијање климатских промена постигнут је 2015. г. Париским споразумом, који је Република Србија ратификовала 2017. г. Државе-потписнице Париског споразума су се обавезале на одређене националне доприносе у смањењу емисија штетних гасова који би великим делом требало да буду обезбеђени новим капацитетима ОИЕ. Развој ОИЕ у периоду 2015–2018. г. је премашо пројекције националних доприноса многих земаља [6], међутим, анализе показују да је неопходно додатно убрзати развој ОИЕ како би се постигли циљеви зацртани за 2030. г. На Слици 1.3 приказане су пројекције развоја ОИЕ дефинисане национално одређеним доприносима (NDC – *Nationally Determined Contribution*) из 2015. г, актуелна имплементација и перспективни развој ОИЕ који је неопходан како би се глобално загревање до краја 21. века ограничило на безбедан ниво.

Енергетска политика Србије усаглашава се са енергетском политиком Европске Уније (ЕУ) посредством Енергетске заједнице [7], као регионалног координатора. С обзиром на то да електране из околних држава извозе електричну енергију у ЕУ, ЕУ развија механизме подстицаја да и ове државе смање емисије штетних гасова која прати производњу електричне енергије. Све земље Западног Балкана су потписивањем Уговора о оснивању Енергетске заједнице (*Energy Community Treaty* - ЕСТ), који је ступио на снагу 2006. г, преузеле обавезе у погледу развоја обновљивих извора енергије кроз Националне планове за развој обновљивих извора енергије, који дефинишу путање ка постизању задатих циљева у погледу повећања учешћа обновљивих извора енергије у укупној енергетској слици, при чему су прецизно дефинисани циљеви за сваки сектор (електричне енергије, грејања и климатизације и транспорта). Такође, све земље Западног Балкана су преузеле обавезе да развију Интегрисане националне енергетске и климатске планове према којима ће се дефинисати путање декарбонизације у свакој од земаља у региону. Ови национални планови покривају период од 2021. г. до 2030. г. са пројекцијама до 2050. г. и представљају најбитнији оквир за спровођење директива ЕУ у области ОИЕ и енергетске ефикасности. У оквиру „Европског зеленог договора“ ЕУ је дефинисала „Зелену агенду за Западни Балкан“ и „Економски и инвестициони план за Западни Балкан“ са којима се Србија сагласила на регионалном самиту у Софији у новембру 2020. г, што значи да ће Србија активно учествовати у декарбонизацији региона, створити услове за увођење тржишта карбонских сертификата, оформити финансијске инструменте за наплаћивање карбонских емисија, развијати и имплементирати стратегије за побољшање квалитета ваздуха, створити услове за повећање дугорочних инвестиција у ОИЕ и гашење термоелектрана.

### Пројекција развоја ОИЕ према актуелним плановима превазилази имплементацију NDC-ова, али ипак није довољна



Слика 1.3: Глобални стратешки циљеви развоја ОИЕ до 2030. г. [6]

Актуелна структура производње електричне енергије у ЕЕС-у Србије није дугорочно одржива. Производња електричне енергије у Србији се доминантно ослања на термоелектране на лигнит, које учествују са 60–70% у укупној производњи електричне енергије. То су углавном велика и стара постројења. Просечна старост термоелектрана у Србији је око 40 година и оне не могу да обезбеде ефикасно сагоревање лигнита. Осим проблема емисије штетних гасова који узрокују ефекат стаклене баште, производња електричне енергије у Србији је директно везана за проблеме локалног загађења ваздуха које је изражено на многим локацијама у Србији. Према [8], око 91% укупне количине емисија сумпорних оксида и око 42% укупне количине емисија азотних оксида у Србији је узроковано производњом електричне енергије. Осим потребе за смањењем утицаја на животну средину и здравље људи, смањење емисије штетних гасова је економски мотивисано. Европска Унија почев од 2023. г. постепено уводи механизам за прекогранично усклађивање емисија штетних гасова (*Carbon Border Adjustment Mechanism* – CBAM) којим опорезује одређену робу (између осталог и електричну енергију) произведену са високим емисијама угљен-диоксида која се увози у државе-чланице ЕУ [9]. Очекује се да ће у ближој будућности овај механизам укључити и Србију. Без обзира на потребу за смањењем емисија штетних гасова и честица, Србија се суочава са исцрпљеношћу резерви угља што захтева веће коришћење других националних ресурса, а доводи до експлоатације и сагоревања угљалошијег квалитета који додатно повећава специфичне емисије штетних гасова. Такође, термогенераторске јединице често не могу да раде са номиналном снагом и захтевају додавање мазута или висококалоричног угља како би се одржала стабилност сагоревања, што има додатне и еколошке и економске реперкусије.

Према томе, декарбонизација производње електричне енергије у Србији је са једне стране обавеза према међународној заједници, а са друге стране потреба да се у будућности обезбеди економично и одрживо снабдевање електричном енергијом и избегне енергетско ропство. С обзиром на то да су потенцијали великих речних токова углавном искоришћени, декарбонизација производње електричне енергије у Србији ће се доминантно ослонити на ресурсе сунца и ветра. Смањење производње електричне енергије из термоелектрана на угљан није само бољи однос према животној средини већ је уједно и мера штедње националних резерви угља које треба оставити и будућим генерацијама. Процес декарбонизације захтева постепено повлачење термоелектрана из експлоатације и њихову замену обновљивим изворима енергије која је праћена и одговарајућим развојем баланских капацитета потребних ради обезбеђивања стабилности ЕЕС-а.

Један од главних изазова интеграције ОИЕ у електроенергетским системима је повезан са усклађивањем расположиве производње из варијабилних извора и захтева потрошње тако да се у што већој мери обезбеди директно снабдевање (без посредовања система за складиштење енергије) потрошача из електрана уз минималне захтеве за флексибилношћу ЕЕС-а и минималне потребе за разменом енергије са околним електроенергетским системима (тј. максималним степеном енергетске независности). Наиме, варијабилност производње соларних и ветроелектрана узрокује велике промене снаге дебаланса (разлике између укупне снаге производње и укупне снаге (брото) потрошње у ЕЕС-у) које је потребно компензовати (избалансирајући) одговарајућим ангажовањем флексибилних капацитета у циљу одржавања равнотеже између производње и потрошње. Електроенергетски системи са високим нивоом пенетрације ОИЕ морају да имају и велику флексибилност, тј. способност да избалансирају велике промене снаге производње варијабилних ОИЕ у кратком временском интервалу. Изградња и експлоатација флексибилних капацитета који треба да балансирају производњу варијабилних ОИЕ утичу на повећање цене електричне енергије и на енергетску ефикасност ЕЕС-а. Из тог разлога је упоредо са планирањем развоја ОИЕ неопходно планирати и флексибилне капацитете који ће обезбедити стабилност ЕЕС-а. То захтева развој нових планерских методологија које имају за циљ да дефинишу најекономичнији пут ка потпуно декарбонизованој производњи електричне енергије. Према томе, интеграција ОИЕ у ЕЕС је комплексан задатак који треба да узме у обзир различите техничке, еколошке, економске и сигурносне аспекте. Решавање овог задатка захтева изградњу нових система за складиштење енергије, нове приступе у оперативном планирању рада конвенционалних електрана, нове приступе у тарифној политици, интеграцију електроенергетике са термоенергетским сектором. Ипак, први корак у решавању овог проблема је повезан са стратешким планирањем ОИЕ, односно планирањем структуре капацитета ВЕ и РВЕ која ће на одговарајући начин ускладити профил укупне производње са профилем укупне потрошње у датом ЕЕС-у. Простор за оптимизацију обезбеђује природна комплементарност ресурса сунца и ветра на различитим локацијама, која постоји и на дневном и на сезонском нивоу. У овој дисертацији развијена је методологија за дугорочно планирање развоја ОИЕ која може да послужи као основа за формирање националних енергетских стратегија како у државама које су на почетку енергетске транзиције, тако и у оним државама које су већ изградиле значајне капацитете ОИЕ. Ова методологија одређује оптималну структуру и просторну алокацију капацитета РВЕ и ВЕ којом се постиже минимизација захтева са флексибилношћу, максимално искоришћење националних енергетских ресурса и задати степен декарбонизације производње електричне енергије у анализираном ЕЕС-у. Развијена методологија упоредо планира са једне стране развој капацитета РВЕ за прикључење на преносну мрежу и капацитета ВЕ који обухватају и ВЕ за прикључење на преносну мрежу и ВЕ за прикључење на дистрибутивни систем, а са друге стране планира развој капацитета дистрибуираних РВ система. Дисертација је организована у седам поглавља.

У Поглављу 2 дефинисан је предмет истраживања, дат је преглед литературе и описан је нови приступ планирању развоја ОИЕ и пратећих флексибилних капацитета. У овом поглављу су описани аспекти анализе ресурса сунца и ветра које је потребно уважити приликом процене регионалног техничког потенцијала за изградњу РВЕ планиране за прикључење на преносну мрежу и ВЕ и дати су резултати анализе ресурса ОИЕ на територији ЕЕС-а Србије, који су публиковани у [10]–[12]. Описана је развијена методологија за моделовање производње хидроелектрана за потребе дугорочног планирања развоја ОИЕ и дати су резултати примене ове методологије на хидроелектране у ЕЕС-у Србије.

У Поглављу 3 описана је методологија решавања проблема дугорочног планирања развоја ОИЕ који су дефинисани као линеарни проблеми најмањих квадрата са линеарним ограничењима. Ово су проблеми велике димензионалности. За решавање ових проблема је примењена егзактна метода која користи декомпозицију матрица по сингуларним вредностима и естимацију нумеричког ранга као би се избегле потенцијалне дегенерисане матрице, што обезбеђује нумеричку стабилност алгорита и високу поузданост резултата.

У Поглављу 4 описана је развијена методологија планирања развоја дистрибуираних PV система. Анализирани су системски ефекти изградње одређених капацитета дистрибуираних PV система у погледу утицаја на укупну енергију губитака у дистрибутивној мрежи, појаву контра токова снаге (из дистрибутивне мреже у преносни систем) и резидуални профил укупне бруто потрошње у ЕЕС-у Србије.

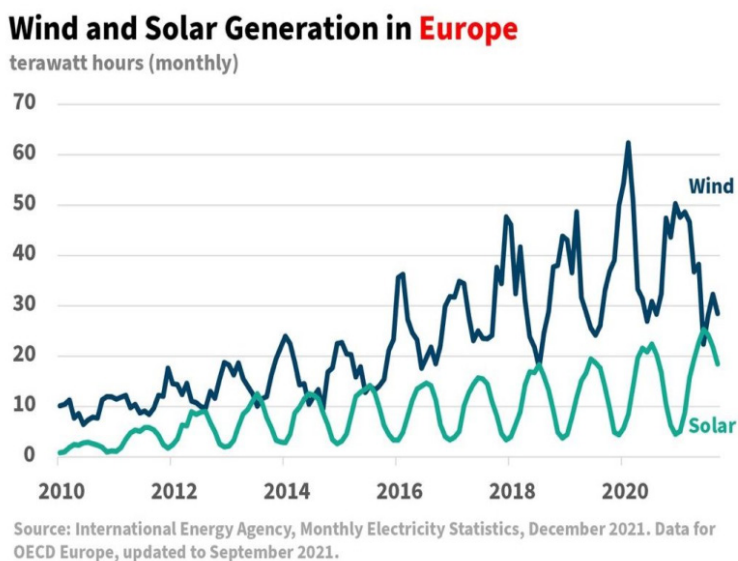
У Поглављу 5 описана је развијена методологија дугорочног планирања развоја варијабилних ОИЕ са циљем потпуне декарбонизације производње електричне енергије у електроенергетским системима, која је публикована у [12], и дати су резултати примене ове методологије на ЕЕС Србије. У овом поглављу је описана развијена метода за анализу осетљивости и дефинисање конвексног скупа сценарија у околини оптималног решења који се може применити за економску евалуацију оптималне структуре и алокације производних капацитета варијабилних ОИЕ. Такође је описана развијена метода за анализу сличности профила производње PVE и BE у различитим регионима.

У Поглављу 6 описана је развијена методологија дугорочног планирања развоја варијабилних ОИЕ са циљем делимичне декарбонизације производње електричне енергије у електроенергетским системима и дати су резултати примене ове методологије на ЕЕС Србије, који су публиковани у [13].

У Поглављу 7 дат је закључак дисертације и даљи правци истраживања.

## 2. Нови приступ дугорочном планирању развоја ОИЕ и пратећих флексибилних капацитета

Варијабилни ОИЕ као што су ВЕ и РВЕ се интензивно развијају широм света са циљем да замене конвенционалне ТЕ у производњи електричне енергије [14], [4]. Овај процес треба да узме у обзир техничке, еколошке, економске и сигурносне аспекте, стога постоји потреба за одговарајућим националним стратегијама развоја ОИЕ и пратећих флексибилних капацитета, који треба да обезбеде равнотежу између произведене и потрошене енергије на свим временским хоризонтима, и капацитета који треба да обезбеде регулацију фреквенције и снага размене са околним електроенергетским системима. Производња ВЕ и РВЕ зависи од расположивости примарног енергента (ветра и ирадијације) која се не може планирати. Највећи изазов приликом интеграције ових извора у ЕЕС је варијабилност њихове производње која резултује великом променом снаге дебаланса (разлике између укупне снаге производње и укупне снаге бруто потрошње у ЕЕС-у), коју је потребно компензовати (избалансирано) одговарајућим ангажовањем флексибилних капацитета у циљу постизања што већег степена енергетске независности (што мање размене енергије са околним системима) и задовољавајућег нивоа сигурности рада ЕЕС-а. Треба имати у виду да повећање интеграције варијабилних ОИЕ захтева и додатне капацитете флексибилности у форми секундарне и терцијарне резерве које морају постојати у ЕЕС-у ради компензовања грешке у предикцији производње и потрошње у ЕЕС-у у циљу регулације фреквенције и одржавања снага размене са околним системима на планираном нивоу. Ово узрокује низ проблема везаних за оперативно планирање рада ЕЕС-а а високим нивоом пенетрације ОИЕ [14]. Међутим, комплементарност расположивости енергије ветра и сунца, која постоји у готово свим регионима на свету [15], [16], погодна је особина ових извора коју треба искористити приликом планирања оптималне структуре производних капацитета у националним ЕЕС. Ветар у просеку дува јаче ноћу него дању и јаче зими него лети, што је комплементарно са соларним зрачењем. На Слици 2.1 приказана је комплементарност профила средњих месечних вредности производњи ВЕ и РВЕ у земљама које су чланице ОЕСД у периоду 2010–2021. г.



Слика 2.1: Профили производње ВЕ и РВЕ у земљама чланицама ОЕСД у периоду 2010–2021. г.

Главни изазов приликом експлоатације ових система је одржавање једнакости између активне снаге производње и активне снаге потрошње путем ангажовања производних капацитета и одговарајућих баланских капацитета на различитим временским хоризонима (годишњем, месечном, недељном, дневном, па чак и унутардневном). Изградња и експлоатација флексибилних производних капацитета и капацитета за складиштење енергије ради балансирања производње и потрошње значајно утиче на цену електричне енергије [15], [17]. Поред инвестиционих трошкова везаних за развој баланских капацитета и њихов утицај на околину, процес складиштења енергије је праћен одређеним губицима енергије који могу значајно да утичу на ефикасност ЕЕС-а.

Према томе, електроенергетски системи са високим нивоом пенетрације ОИЕ морају да имају и велику флексибилност, тј. способност да балансирају велике разлике у снази производње варијабилних ОИЕ и захтеваној снази потрошње. Из тог разлога је упоредо са планирањем развоја ОИЕ за сценарије са високим степеном декарбонизације производње електричне енергије неопходно планирати и развој додатних флексибилних капацитета који ће обезбедити стабилност и енергетску независност ЕЕС-а. То захтева развој нових планерских методологија које имају за циљ да дефинишу најекономичнији пут ка потпуно декарбонизованој производњи електричне енергије. У овој дисертацији се појам балансирања односи на постизање равнотеже између снага производње и потрошње на сатном нивоу, а капацитети које је потребно ангажовати у ту сврху се називају баланским капацитетима. Дакле, важно је планирати развој ОИЕ тако да потребе за изградњом и експлоатацијом капацитета за складиштење енергије буду што је могуће мање. То значи да је процена захтева ЕЕС-а за флексибилношћу нераздвојна од планирања развоја ОИЕ у процесу декарбонизације производног система електричне енергије. С друге стране, одређени развојни сценарио ОИЕ захтева одговарајући развој мрежне инфраструктуре. Стога потребни развој преносне мреже такође утиче на то како ће се ОИЕ развијати.

## 2.1 Преглед литературе

Оптимално планирање проширења производног портфолиа у ЕЕС-у је веома актуелна тема у скоро свим земљама и регионима. Многе националне студије се спроводе са циљем да се одреди оптимална структура електрана са циљем постизања високог нивоа пенетрације ОИЕ. Неке од њих се могу пронаћи у [18]–[31]. Најскорија истраживања дугорочног планирања развоја производних капацитета настоје да у планерски модел укључе:

- оперативне аспекте будућег ЕЕС-а формирајући модел трошкова везаних за изградњу додатних флексибилних капацитета и експлоатацију перспективног система који обухвата ограничења генератора по брзини промене снаге, минималној снази, потребном нивоу резерве, као и трошкове цикличног рада генератора [18], [19], [32]–[39],
- модел ојачања и развоја потребне мрежне инфраструктуре [18]–[20], [30], [40],
- регулаторна ограничења количине емисија штетних гасова [19], [21], [28],
- већу временску резолуцију хронолошки уређених података о снагама производње различитих извора и укупне потрошње [19], [30], [38], [40], [41],
- везу електроенергетског сектора са транспортним сектором и сектором грејања [21], [29], [42],
- екстерне трошкове ОИЕ и њихову равномерну расподелу међу становништвом [43],

са различитим нивоом детаља који зависи од постављеног планерског циља и времена потребног за прорачун на рачунару. Генерално, ови модели одређују струкуру производних и складишних капацитета и оперативне одлуке којима ће се обезбедити поуздано снабдевање потрошње у току посматраног временског периода у будућности при минималној вредности укупних инвестиционих и експлоатационих трошкова уз задовољење постављених ограничења. Овако одређени планови развоја ОИЕ и пратећих флексибилних капацитета

неминовно зависе од усвојених претпоставки о будућој цени технологија и примарних енергената. Ови планови проширања производних капацитета резултују просторном концентрацијом ВЕ и РВЕ на локацијама са најбољим соларним и ветропотенцијалом [43]–[46]. Иако је оваква просторна алокација капацитета у интересу инвеститора у соларне и ветроелектране, она се разликује од оптималне просторне алокације са аспекта утицаја на друштво, а која би обезбедила равномерну дистрибуцију негативних утицаја ОИЕ на околину, као што су губитак биодиверзитета и сметње за људе [43]. Социјално благостање (у смислу економске ефикасности која је постигнута кроз минимизацију укупних трошкова друштва који обухватају трошкове приватних инвеститора и екстерне трошкове који представљају утицај ОИЕ на околину) и равномерна расподела негативних ефеката ОИЕ међу свим члановима друштва су разматрани у [43] ради планирања просторне алокације ОИЕ. У [47] је анализиран велики број сценарија развоја ОИЕ, који су генерисани употребом два оптимизациона модела: EXPANSE [46] и PyPSA [48], и применом технике моделовања за генерисање алтернатива (*modeling to generate alternatives* – MGA) [49]. Ови сценарији су упоређени на основу системских трошкова и просторне алокације и закључено је да се између сценарија у којима су минимизирани системски трошкови (у којима су ОИЕ просторно концентрисани) и сценарија са оптималном просторном алокацијом којом се постиже равноправна дистрибуција негативних утицаја ОИЕ између региона, налазе сценарији у којима је максимизирана количина произведене енергије из ОИЕ у смислу да резултују већим системским трошковима али доприносе смањењу регионалних разлика у погледу утицаја ОИЕ на околину.

У новијој литератури примењени су различити софтверски алати, алгоритми и оптимизационе технике за решавање проблема планирања оптималне структуре производних капацитета у националним ЕЕС [50]. У раду [51] дат је преглед планерских студија и методологија које су коришћене за одређивање оптималне производне структуре у случајевима високог удела РВЕ и ВЕ. Овај прегледни рад показује да је веома мало студија укључило процену флексибилности ЕЕС-а у свој планерски модел. Један од најчешће коришћених софтверских алата за планирање енергетских система и подршку у доношењу одлука је EnergyPLAN [52], који нема могућност моделовања захтева за флексибилношћу. Модели енергетског система који укључују моделовање захтева за флексибилношћу су модели имплементирани у комерцијалним софтверима као што су TIMES [53], OSeMOSYS [54] и PLEXOS [55].

Национални оптимизациони модели енергетског система (ОМЕС) су обично моделовани као једнорегионални системи који користе агрегирану репрезентацију енергетских ресурса, као што је урађено у [18], [20]–[29], [31]. У [18] је примењен модел за планирање развоја производних капацитета и преносне мреже који укључује проблем ангажовања производних јединица у којем је примењена линеарна релаксација и који је решаван за репрезентативне дане и одређена је оптимална структура ОИЕ која минимизира укупне инвестиционе и оперативне трошкове током планерског хоризонта подељеног у дискретне планерске периоде. Овај модел је демонстриран на примеру ЕЕС-а Чилеа за различите сценарије декарбонизације. Модел се заснива на проширењу и модификацијама SWITCH модела [56] и решен је применом софтвера Gurobi [57]. Gurobi је примењен у [20], [21] за решавање модела енергетског система који су формулисани као проблеми линеарног програмирања. У [20] су анализирани оптималне путање декарбонизације у Уједињеном Краљевству применом модела за проширење производних капацитета који обухвата одређивање ангажовања производних јединица током кластеризованих репрезентативних дана. Декарбонизација енергетског система Хрватске (електроенергетског, индустријског, транспортног сектора и сектора грејања) је анализирана у [21] коришћењем H2RES софтвера за моделовање [58]. У [22] је оптимална структура производних капацитета прорачуната за ЕЕС Јужне Кореје коришћењем комерцијалног софтвера Evolver [59] за оптимизацију која се заснива на хибридном алгоритму који комбинује разбацано претраживање (*scatter search*) и генетски алгоритам. У [23] је примењен планерски модел LEAP (*Long-Range Energy Alternatives Planning* – LEAP) [60] за одређивање оптималне структуре производних капацитета за различите сценарије енергетске политике. Различите подстицајне мере енергетске и климатске политике ради постизања



економичне структуре производних капацитета са циљем смањења нуклеарних електрана у Јапану анализирани су у [24] помоћу рекурзивног модела опште рачунске равнотеже (*computable general equilibrium (CGE) model*). У [25] анализирана је оптимална структура производних капацитета у ЕЕС-у Ирана помоћу динамичког модела који се заснива на теорији игара и одређује понашања учесника на тржишту електричне енергије, еволуцију цена електричне енергије и потражње за електричном енергијом, брзину пораста капацитета ОИЕ и количину испуштених штетних гасова при различитим државним субвенцијама или таксама. У [26] предложен је фази вишекритеријумски оптимизациони модел са ограничењима за одређивање оптималне производне структуре ОИЕ, који се састоје од хидроелектрана, ветроелектрана, соларних електрана и електрана на биомасу, за ЕЕС Кине. Линеарно програмирање је примењено у [27] за одређивање оптималног развоја ОИЕ у Шпанији. У [28] је на основу ЕТЕМ модела [61] (*Energy Technology Environment Model – ЕТЕМ*) који моделује и проширење капацитета и оперативно планирање, одређена је оптимална транзиција за ЕЕС Чилеа према циљу нулте емисије штетних гасова.

Мултирегионални ОМЕС који користе комплементарност производњи различитих извора енергије у различитим регионима су дати у [19], [30], [62]–[71]. Преглед примењене просторне резолуције и регионализације на националним ОМЕС је дат у [72]. Велики број сценарија декарбонизације ЕЕС-а Сједињених Америчких Држава је анализиран у [19] применом GenX модела [38] који је математички формулисан као проблем мешовитог целобројног линеарног програмирања. Географске разлике у потенцијалу обновљивих ресурса и профилима потрошње су узете у обзир коришћењем података из два различита региона. Линеарни модел инвестиционих и експлоатационих трошкова је примењен у [30] за анализу сценарија декарбонизације са 100%-тном производњом из ОИЕ у Северној Америци коришћењем АпуМОД оквира [73] са просторно диверсификованим подацима о ресурсима ОИЕ и са високом временском резолуцијом. Диференцијална еволуција је примењена за одређивање оптималне производне структуре за сценарио потпуне декарбонизације производње електричне енергије у Јапану [62] и Аустралији [63]. Вишекритеријумски модел за планирање сценарија са 100%-тном производњом из ОИЕ, који максимизира комплементарност између ХЕ, ВЕ и РВЕ и минимизира укупне трошкове проширења капацитета је развијен у [64] и демонстриран на примеру ЕЕС-а Бразила. Различите Парето оптималне тачке су генерисане применом хијерархијског метода и решавањем дефинисаног проблема секвенцијалним алгоритмом квадратног програмирања. У [65] је линеарна оптимизација, која истовремено оптимизује инвестиције у регионалне капацитете, ангажовање генератора и система за складиштење енергије на сатном нивоу и инвестиције у преносне капацитете (и у водове унутар региона и међурегионалне водове), примењена за анализу ЕЕС-а Сједињених Америчких Држава са нултим емисијама штетних гасова који треба да снабдева перспективну потрошњу електричне енергије у 2040. г. У [66] је анализирано 100%-тно снабдевање региона Средњег Истока и Северне Африке из ОИЕ помоћу LUT (*Lappeenranta University of Technology – LUT*) модела енергетског система [74], који се заснива на алгоритму линеарне оптимизације. У [67] је дат модел енергетског система Боливије који узима у обзир и флексибилност система кроз моделовање ангажовања генератора. Овај модел је решен помоћу мешовитог целобројног линеарног програмирања. За разлику од радова [62]–[67], рад [68] предлаже оптималну структуру производних капацитета за регион Југоисточне Азије који минимизира ризик планирања везан за несигурност процене будуће потражње за електричном енергијом, цене горива и технологија ОИЕ коришћењем стохастичке оптимизације. Оптимална структура енергетских ресурса за Сједињене Америчке Државе и Кину којима се постиже одређени ниво смањења емисија штетних гасова је анализирана у [69] помоћу модела који обједињује енергетски модел и модел геоинжењерске оптимизације [70], а који уважава ефекат садње дрвећа као средства за складиштење угљеника заједно са трошковима садње дрвећа. Оптимална структура енергетских извора у Европи којом се постиже максимум економског богатства је анализирана у [71] помоћу динамичког модела опште равнотеже.

Унутаррегионална просторна варијабилност ресурса ОИЕ често није разматрана ни у једнорегионалним ни у вишерегионалним ОМЕС, што је истакнуо у [75]. Ови региони су обично дефинисани на основу административне границе, а не на основу обновљивих ресурса. Моделовање унутаррегионалне просторне варијабилности омогућава да се комплементарност обновљивих ресурса искористи у већој мери него када се користе енергетски модели са мањом просторном резолуцијом. Ефекат детаљније репрезентације просторне дистрибуције потенцијала ОИЕ на резултате ОМЕС је анализиран у [76]. Временска резолуција која се користи у ОМЕС је често мала, због чега ни захтеви за флексибилношћу ЕЕС-а нису реалистично представљени. Унутаррегионална просторна варијабилност ОИЕ је моделована у [62]–[64], [77]–[79] са великом временском резолуцијом. Иако концепт комплементарности извора енергије често није директно дискутован, ова комплементарност је имплицитно употребљена у ОМЕС када се ОИЕ моделују као просторно дистрибуирани извори [80]. Комплементарност ОИЕ је у [81] анализирана за различите локације широм света али без разматрања њихове комплементарности са профилем локалне потрошње, иако је оно препознато као важан аспект. У [81] је примењен коефицијент стабилности дефинисан у [16] како би се описале хибридне структуре комплементарних варијабилних ОИЕ. У [16] је дискутовано како се пре израчунавања коефицијента стабилности хибридне структуре комплементарних варијабилних ОИЕ могу додатно „подесити“ да буду боље усаглашене са профилем локалне потрошње.

## 2.2 Планирање развоја ОИЕ са циљем минимизације захтева за флексибилношћу

У овој дисертацији развијена је нова методологија за дугорочно планирање развоја ОИЕ у националним ЕЕС којом се одређује оптимална структура и просторна алокација ОИЕ у различитим фазама процеса декарбонизације који као крајњи циљ у будућности има ЕЕС са потпуно декарбонизованом производњом електричне енергије. Планирање развоја ОИЕ је засновано на следећим принципима:

1. *принцип максимизације енергетске сигурности и независности*: потрошња у националном ЕЕС-у треба да се у што већој мери снабдева из сопствених извора енергије,
2. *принцип минимизације укупних капацитета који су потребни за стабилан рад ЕЕС-а уз рационално коришћење енергетских ресурса*: захтеви за флексибилношћу ЕЕС-а треба да буду минимални. То су захтеви у погледу укупне снаге и укупне енергије коју балансни капацитети у ЕЕС-у треба да обезбеде, што значи да су минимизирани инвестициони трошкови везани за потребан енергетски капацитет и инсталисану снагу балансних капацитета, али такође значи и да су минимизирани губици енергије који су везани за складиштење енергије, што повећава енергетску ефикасност ЕЕС-а. Ово такође значи да су истовремено минимизиране потребе ЕЕС-а у погледу снаге и енергије увоза и извоза, што значи да су потребни прекогранични преносни капацитети минимизирани и да се планира систем са што већим нивоом енергетске независности.

Постављени принципи планирања развоја ОИЕ су обједињени у оптимизациони критеријум који представља суму квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне (брuto) потрошње у анализираном ЕЕС-у. Минимизацијом овог критеријума постиже се компромис између:

1. минимизације укупне енергије позитивног дебаланса коју балансни капацитети треба да акомодирају (да ускладиште или да смање производњу флексибилних електрана или да повећају потрошњу капацитети управљиве потрошње),

2. минимизације укупне енергије негативног дебаланса коју балансни капацитети треба да обезбеде (пражњењем система за складиштење енергије или повећавањем производње флексибилних електрана или смањењем потрошње капацитета управљиве потрошње) и
3. минимизације апсолутне вредности максималне снаге дебаланса која дефинише потребну инсталисану снагу баланских капацитета.

Наиме, профил снаге дебаланса са негативним предзнаком представља агрегирани профил снаге осталих учесника у одржавању равнотеже између производње и потрошње у разматраном ЕЕС-у (тзв. „диспечабилне“ електране (електране код којих је могуће планирати расположивост примарног енергента), флексибилне електране, системи за складиштење енергије, управљање потрошњом (*Demand-Side Management – DSM*)).

Минимизација суме квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне потрошње остварена је коришћењем комплементарности између профила производње из различитих енергетских ресурса на различитим локацијама. Развијени модел енергетског система одликује могућност примене велике просторне резолуције у моделовању ресурса сунца и ветра и велике временске резолуције (вишегодишњих сатних профила) што доприноси већем искоришћењу комплементарности између профила производње ОИЕ и реалистичнијем моделовању ресурса уважавајући не само сезонске већ и годишње варијације везане за климатске услове. У Потпоглављу 2.3 описани су аспекти анализе ресурса сунца и ветра које је потребно уважити приликом процене регионалног техничког потенцијала за изградњу PVE за прикључење на преносну мрежу и ВЕ и дати су резултати анализе ресурса ОИЕ на територији ЕЕС-а Србије. Развијена методологија користи концепт референтног профила потрошње који је дефинисан као део профила потрошње који треба да буде у максималној могућој мери директно снабдеван из ОИЕ. Референтни профил потрошње представља разлику профила укупне потрошње и збира планерских профила производње електрана на нефосилна горива код којих се расположивост примарног енергента може планирати (тзв. „диспечабилне“ електране на нефосилна горива) и репрезентативних профила производње хидроелектрана. Репрезентативни профили производње хидроелектрана су дефинисани као профили производње ХЕ на природним (нерегулисаним) дотоцима и описани су у Потпоглављу 2.4. Користећи ове профиле за планирање ОИЕ, постигнута је максимална природна усклађеност између профила производње из различитих енергетских ресурса (ВЕ, PVE и ХЕ) и профила комфорне потрошње без активације ресурса флексибилности којим располажу акумулационе ХЕ на сезонском нивоу и проточне ХЕ на дневном или недељном нивоу. Под комфорном потрошњом се подразумева потрошња код које нису примењени механизми DSM. Овим се постиже да се минимизира међусобни утицај ВЕ, PVE и ХЕ на могућност пласмана енергије (минимизирају се преливи на бранама ХЕ, редукције производње ВЕ и PVE услед немогућности пласмана енергије). Предложени приступ планирању развоја ОИЕ користи физичке токове енергије као основу за дугорочно планирање развоја ОИЕ што је добро јер су они независни од економских, политичких и социјалних фактора. На овај начин је избегнута несигурност везана за претпоставке о цени примарних енергената и технологија у будућности. Примена развијене методологије није ограничена на националне ЕЕС, већ је могуће планирати развој ОИЕ за регионални ЕЕС који може обухватати више држава.

Развијена методологија се састоји из два методолошка задатка:

**1. задатак:** планирање оптималне структуре и просторне алокације ОИЕ у ЕЕС-у са потпуно декарбонизованом производњом електричне енергије. Овај задатак се решава први и дефинише крајњи циљ процеса декарбонизације производње електричне енергије. У Поглављу 5 су описани развијени алгоритам и математички модел за решавање овог задатка заједно са резултатима примене на ЕЕС Србије.

**2. задатак:** планирање оптималне структуре и просторне алокације ОИЕ у ЕЕС-у са делимично декарбонизованом производњом електричне енергије које је усклађено са крајњим циљем декарбонизације тако да је изградња производних капацитета и пратећих

флексибилних капацитета на дугорочном плану економски и технички оптимизована. У Поглављу 6 су описани развијени алгоритам и математички модел за решавање овог задатка заједно са резултатима примене на ЕЕС Србије.

Оба математичка модела су формулисана као линеарни проблем најмањих квадрата са линеарним ограничењима. Ограничења описују услове у погледу обезбеђивања потребне количине енергије, удела електрана на фосилна горива (ЕФГ) у производњи енергије и расположивог техничког потенцијала ОИЕ. Ови проблеми су велике димензионалности и потенцијално лоше условљени, стога је у циљу смањења нумеричких грешака примењена посебна методологија решавања описана у Поглављу 3.

Развијена методологија координише планирање развоја капацитета PVE које се прикључују на преносну мрежу и ВЕ са планирањем развоја дистрибуираних PV капацитета за које је развијена посебна методологија (описана у Поглављу 4) за алокацију у електродистрибутивни систем анализираног ЕЕС-а. Дистрибуирани PV системи су планирани да се у свакој фази декарбонизације развијају упоредо са капацитетима PVE које се планирају за прикључење на преносну мрежу и капацитетима ВЕ, а у складу са крајњим циљем развоја дистрибуираних PV система.

## 2.3 Процена расположивих капацитета ОИЕ у Србији

### 2.3.1 Процена расположивог капацитета и профила специфичне производње ВЕ у Србији

На основу расположиве мапе ветроенергетског потенцијала Србије, расположивих мерних података о параметрима ветра, орографским карактеристикама терена, путне и електроенергетске инфраструктуре и ограничења која намећу заштићена подручја, идентификовани су региони који имају потенцијал за развој ВЕ. Мерни подаци о параметрима ветра су добијени или са наменских мерних стубова или са виртуелних стубова за 21 локацију у идентификованим ветровитим регионима у Србији (Слика 2.2). Подаци са виртуелних мерних стубова покривају једногодишњи период са сатном резулацијом брзине ветра, смера ветра и густине ваздуха мерених на висинама од 100 m, 120 m и 140 m. Ови подаци су добијени из Vortex модела који користи ERA 5 глобалну метеоролошку базу.

За сваки од идентификованих региона са добрим потенцијалом енергије ветра, спроведена је анализа околности и ограничења у погледу развоја пројеката ВЕ која се састоји из неколико корака, односно слојева анализе:

#### 1) *Анализа заштићених подручја*

Овај слој анализе је формиран на основу расположиве мапе заштићених природних подручја у Србији [82]. Ова подручја обухватају просторне јединице у којима се налазе одређена заштићена подручја Србије и подручја која су дефинисали међународни програми за идентификацију подручја важних за биљке (*Important Plant Areas – IPA*), подручја важних за птице (*Important Bird Areas – IBA*), примарних подручја за лептире (*Prime Butterfly Areas – PBA*), мочварних (рамсарских) подручја, Емералд подручја (подручја од посебног интереса за очување), итд.

#### 2) *Анализа урбанистичких и инфраструктурних услова*

Овај слој анализе је формиран на основу расположивих података из националног геопортала Србије [83], као и других расположивих података о путној и електроенергетској инфраструктури. Сагледане су погодности и ограничења изградње ВЕ на основу расположиве инфраструктуре и дефинисана су ограничења у погледу потребне удаљености ВЕ од

насељених места, путева и водова. Неприступачни региони за које је процењено да би било исувише скупо градити путну и електроенергетску инфраструктуру су одбачени.

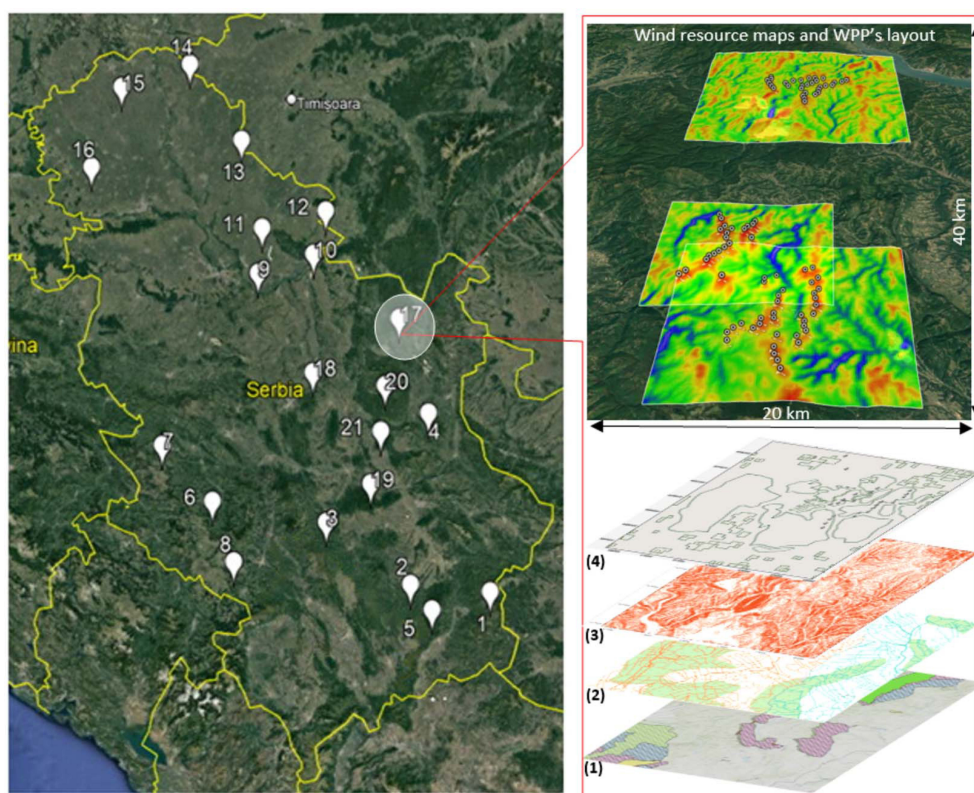
### 3) Анализа орографије терена

За израду мапе потенцијала ветра и планирања диспозиције ВЕ, неопходно је припремити мапу орографије терена. Векторска мапа орографије терена је формирана у софтверу WAsP [84] на основу података из базе SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) [85].

### 4) Анализа храпавости терена

За израду мапе потенцијала ветра неопходно је припремити мапу храпавости терена. Ова мапа је израђена у софтверу WAsP на основу *Corine* (*Coordination of information on the environment – Corine*) података о земљишним покривачима преузетих са сервиса *Copernicus Land Monitoring Service* и ортофото снимака терена преузетих са портала [86].

Коришћењем описаних слојева анализе процењена је расположива површина за изградњу ВЕ за сваки од идентификованих региона и израђене су мапе потенцијала енергије ветра са високом резолуцијом ( $100\text{ m} \times 100\text{ m}$ ) у софтверу WAsP. За сваки регион је одређена класа ветра, изабрана је референтна ветротурбина и одређена је просторна диспозиција ветротурбина. На овај начин процењен је максимални прихватљиви капацитет за инсталирање ВЕ у сваком региону. Слика 2.2 илуструје описани приступ на примеру региона 17 за који је процењен максимални прихватљиви инсталирани капацитет од 600 MW. Процењени максимални прихватљиви инсталирани капацитети за сваки од идентификованих региона са технички искористивим ресурсом ветра су дати у другој колони Табеле 2.1.



**Слика 2.2:** Позиције мерних тачака у идентификованим ветровитим регионима у Србији са илустрацијом процедуре за процену потенцијала енергије ветра за једну од локација. Слојеви анализе: (1) *Заштићена подручја*, (2) *Урбанизам и инфраструктура*, (3) *Орографија*, (4) *Храпавост*.

Специфични профил производње ветроелектрана у региону  $j$  је израчунат на следећи начин. Прво је применом софтвера WAsP израчуната очекивана годишња енергија производње,  $W_{WAsP_j}$ , за репрезентативну ветротурбину (ветротурбина чија је годишња производња електричне енергије једнака просечној годишњој производњи ветроелектрана у анализираном региону).

**Табела 2.1:** Максимални прихватљиви инсталисани капацитети у регионима у Србији са технички искористивим ветропотенцијалом

Регион	Координате мерне тачке	Максимална прихватљива инсталисана снага (MW)
1. Власински регион	42.630402°, 22.351410°	300
2. Медвеђа – Сијеринска бања	42.744032°, 21.700192°	300
3. Куршумлија – Копаоник	43.166227°, 21.068085°	200
4. Сокобања – Бољевац	43.690319°, 22.052176°	350
5. Врање – Бујановац	42.581659°, 21.84849°	300
6. Нова Варош – Ивањица	43.379707°, 20.125107°	300
7. Златибор	43.738277°, 19.747049°	200
8. Тутин – Пештерска висораван	43.07063°, 20.29788°	300
9. Београд – Смедерево	44.636960°, 20.750840°	350
10. Пожаревац – Голубац – Кучево	44.695554°, 21.252526°	1200
11. Јужни Банат – Панчево	44.891035°, 20.832648°	1800
12. Јужни Банат – Бела Црква	44.930052°, 21.405840°	300
13. Средњи Банат	45.412857°, 20.742172°	1000
14. Северни Банат	45.899215°, 20.354914°	600
15. Северна Бачка	45.828923°, 19.715525°	1800
16. Јужна Бачка	45.391719°, 19.371972°	600
17. Бор – Мајданпек – Неготин	44.179440°, 21.94357°	600
18. Крагујевац – Јагодина	44.023020°, 21.11047°	150
19. Ниш – Прокупље	43.345336°, 21.48325°	300
20. Параћин – Бољевац	43.885314°, 21.71861°	100
21. Алексинац – Ражањ	43.632383°, 21.62856°	500
<b>Укупно:</b>		<b>11550</b>

Затим је израчуната сатна производња репрезентативне ветротурбине на основу криве снаге ветротурбине и расположивих података о брзини ветра. Брзина ветра,  $V_{ji}$ , и густина ваздуха,  $\rho_{ji}$ , измерени на висини стуба репрезентативне ветротурбине у региону  $j$  у  $i$ -том сату су искоришћени за израчунавање ефективне брзине ветра у том сату,  $V_{efektivno\_j}(t_i)$ , према следећем изразу:

$$V_{efektivno\_j}(t_i) = V_{ji} \left( \frac{\rho_{ji}}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.1)$$

где је  $\rho_0$  стандардна густина ваздуха за коју је дефинисана крива снаге репрезентативне ветротурбине,  $P_{kriva\_snage\_j}$ ,  $j = 1, \dots, 21$ . На основу ове криве снаге и израчунате нето производње електричне енергије  $W_{WAsP\_j}$  дефинисана је следећа једначина:

$$\sum_{i=1}^{N_h} \Delta t \cdot P_{kriva\_snage\_j} \left( \eta_j V_{efektivno\_j}(t_i) \right) = W_{WAsP\_j}, \quad \Delta t = 1 \text{ h}, \quad j = 1, \dots, 21, \quad (2.2)$$

где је  $N_h$  број сати у анализираном временском периоду који се састоји из целог броја година. Коефицијентом скалирања за регион  $j$ ,  $\eta_j$ , узимају се у обзир корекције услед просторне и

висинске екстраполације брзине ветра у анализираном региону, губици услед ефекта заветрине и остали губици у ВЕ. Овај коефицијент је одређен из једначине (2.11) путем итеративне процедуре. Након тога, сатни профил производње ветроелектрана,  $P_{VEspec\_j}(t_i)$  (MW/MW<sub>nom</sub>), израчунат је за сваки регион  $j$ :

$$P_{VEspec\_j}(t_i) = \frac{P_{kriva\_snage\_j}(\eta_j V_{efektivno\_j}(t_i))}{P_{VTnom\_j}}, \quad j = 1, \dots, 21; i = 1, \dots, N_h, \quad (2.3)$$

где је  $P_{VTnom\_j}$  назначена снага репрезентативне ветротурбине у региону  $j$ .

### 2.3.2 Процена расположивог капацитета и профила специфичне производње PVE за прикључење на преносну мрежу Србије

Како би се идентификовале одговарајуће локације за развој PVE за прикључење на преносну мрежу, територија Србије је подељена на 5 региона који су дефинисани груписањем одређених управних округа који су приказани на левој страни Сlike 2.3. Сваки од региона је истражен у погледу погодних локација за изградњу PVE за прикључење на преносну мрежу. Соларни потенцијал је на територији Србије прилично равномерно распоређен, тако да се развој PVE може разматрати на практично свим локацијама које задовољавају просторне и урбанистичке захтеве. Идентификација ових локација и процена потенцијала соларне енергије је спроведена из неколико корака, односно слојева анализе који дефинишу различита ограничења у погледу развоја PVE за прикључење на преносну мрежу:

#### 1) *Анализа заштићених подручја*

Овај слој анализе је формиран на основу расположиве мапе заштићених природних подручја у Србији. Ова подручја су изузета и на њима није планирана могућност изградње PVE.

#### 2) *Анализа квалитета земљишта*

Фотонапонске електране које се прикључују на преносну мрежу имају инсталисану снагу од неколико десетина до неколико стотина MW. Овакве електране захтевају узурпацију великих површина што представља њихову главну ману. Да би се овај негативни ефекат умањено, потребно је планирати PVE на земљишту лошег квалитета у погледу пољопривредних карактеристика. Таква земљишта су на пример одлагалишта јаловина у рудницима са површинским копом, пепелишта термоелектрана на угаљ, али и пашњаци лоше категорије и шикаре. Формирање овог слоја анализе је извршено на основу података из [87] као и доступних података са портала [83].

#### 3) *Анализа урбанистичких и инфраструктурних услова*

Овај слој анализе садржи податке о власништву земљишта, категорији земљишта и путној и електроенергетској инфраструктури. Сагледане су погодности и ограничења изградње PVE на основу расположиве инфраструктуре и дефинисана ограничења у погледу потребне удаљености од путева и водова. Генерално се тежило планирању соларне електране на великим парцелама лошег квалитета у близини путне и електроенергетске инфраструктуре.

#### 4) *Анализа топографије терена*

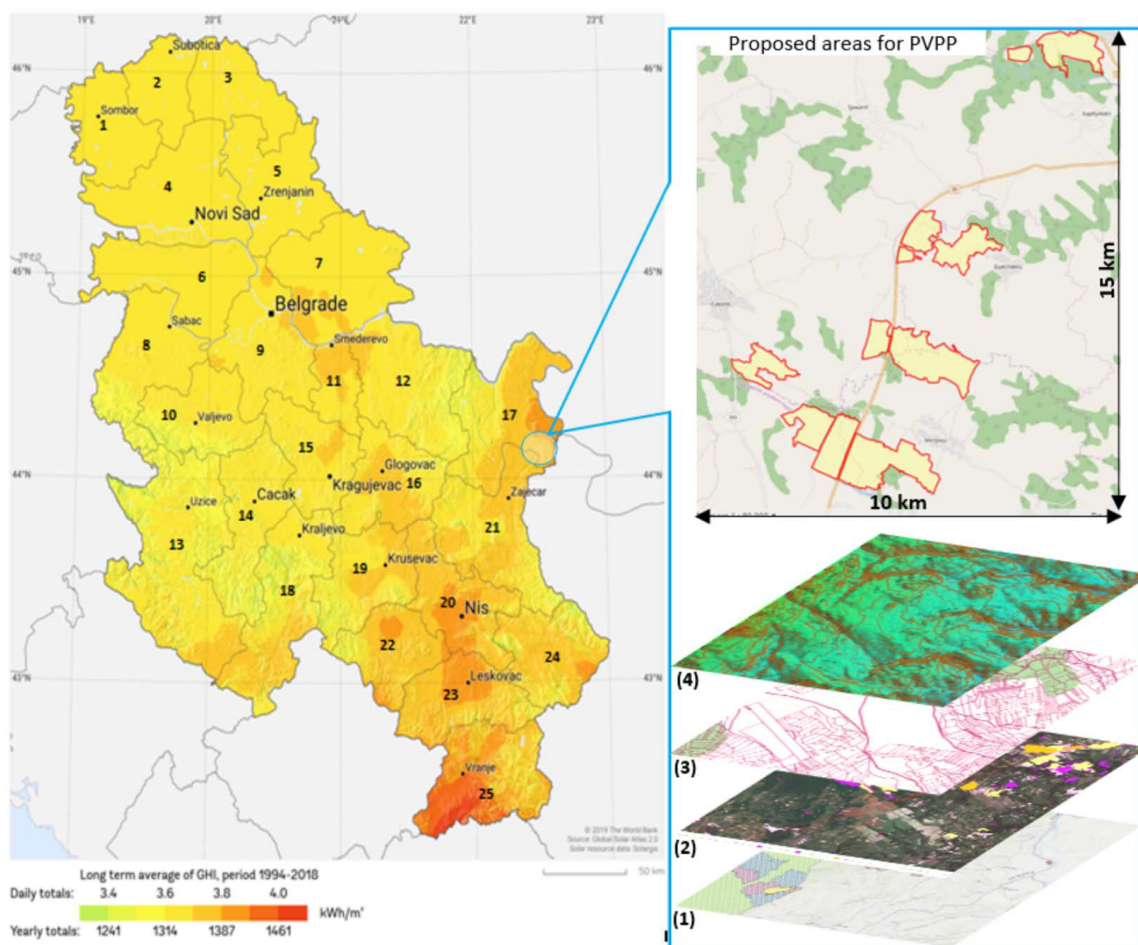
Топографија терена је анализирана коришћењем мапа формираних на основу података из [85] и *Google Earth* сателитских снимака терена. У технолошком погледу за изградњу PVE данас се најчешће примењују два концепта:

- системи са једноосним хоризонталним соларним тракерима који омогућавају праћење азимутног угла Сунца и
- системи са фиксним конструкцијама и јужно оријентисаним модулима.

Системи са соларним тракерима захтевају равно земљиште са нагибом мањим од  $15^\circ$  док фиксне конструкције могу бити постављене и на терену сложеније топографије. Оба система захтевају релативно велике површине, тако да је просечна заузетост површина  $1\text{--}1.3\text{ ha/MWp}$  при чему системи са тракерима захтевају нешто веће површине по јединици инсталисане снаге од система са фиксним конструкцијама. На основу анализе топографије терена одабране су локације које имају погодан нагиб и оријентацију површина и сагледана је могућност изградње система са једноосним праћењем Сунца.

На Слици 2.3 илустрован је описани приступ процени капацитета за изградњу PVE које су планиране за прикључење на преносну мрежу у делу источног региона Србије у којем су идентификовани добри предуслови за изградњу соларних електрана велике снаге. На назначеним површинама на Слици 2.3 процењено је да је могуће изградити укупно  $650\text{ MWp}$ . Сличним поступком је урађена процена максималне инсталисане снаге и на другим локацијама у свим регионима. Процењене максималне инсталисане снаге за свих 5 региона су дате у Табели 2.2 у другој колони.

Вишегодишњи сатни профили специфичне производње ( $\text{MWh/MWp/h}$ ) PVE које се прикључују на преносну мрежу су израчунати за сваки од датих региона коришћењем PVGIS софтвера и SARAH2 базе података [89]. Како ефикасност PV модула опада током експлоатације, приликом израчунавања специфичних профила производње, претпостављена је ефикасност PV модула која одговара средини експлоатационог периода. Претпостављен је експлоатациони период од 25 година и средња годишња деградација ефикасности PV модула



**Слика 2.3:** Мапа глобалне хоризонталне инсолације [88] у Србији са означеним управним окрузима и илустрација процене соларног потенцијала за једну од локација. Слојеви анализе: (1) Заштићена подручја, (2) Квалитет земљишта, (2) Урбанизам и инфраструктура, (4) Топографија.



**Табела 2.2:** Максимални прихватљиви инсталисани капацитет PVE за које се планира прикључење на преносну мрежу у регионима у Србији

Регион	Координате мерне тачке	Максимални прихватљиви инсталисани капацитет (MW)
1. Северна Србија (управни окрузи 1– 8)	45.918°,20.362°	1150
2. Централна Србија (управни окрузи 9,10,11,15,16)	44.399°,20.400°	3500
3. Источна Србија (управни окрузи 12,17,21)	44.161°,22.374°	1700
4. Западна Србија (управни окрузи 13,14,18,19)	43.239°,20.210°	800
5. Јужна Србија (управни окрузи 20,22,23,24,25)	42.477°,21.809°	1600
<b>Укупно:</b>		<b>8750</b>

услед старења од 0.5% у односу на декларисану ефикасност за нове PV модуле. Овај приступ се може оправдати следећим разматрањем. Будући да је процес развоја PVE дугорочан, међу инсталисаним капацитетима PVE ће бити недавно инсталисане PVE као и PVE које су при крају животног века. Због тога је претпостављено да агрегирани профил специфичне производње ових електрана у одређеном региону одговара ефикасности коју PV модули имају на половини свог животног века.

## 2.4 Моделовање производње хидроелектрана за потребе дугорочног планирања развоја ОИЕ

Битан аспект у формирању модела дугорочног планирања развоја ОИЕ је одређивање профила производње хидроелектрана на којем се заснива планирање. Овај дијаграм је назван репрезентативни профил производње хидроелектрана. Како би се у будућем ЕЕС-у обезбедило што веће искоришћење енергије из ВЕ, PVE и ХЕ, потребно је тако планирати капацитете ВЕ и PVE да се њихови профили производње оптимално ускладе са репрезентативним профилима производње ХЕ тако да сума квадрата одступања укупног профила производње од укупног профила потрошње у анализираном ЕЕС-у буде минимална.

Репрезентативни профили производње хидроелектрана дефинисани су на основу усредњених профила производњи хидроелектрана на природним (нерегулисаним) протоцима. Период усредњавања се разликује за проточне и акумулационе ХЕ. За проточне ХЕ формиране су сатни профили усредњени на дневном нивоу, а за акумулационе ХЕ формиране су сатни профили усредњени на месечном нивоу. Репрезентативни профили нису експлоатациони профили, већ приступ којим је уважено присуство хидроелектрана у производном портфолију, али тако да се не активира њихова флексибилност.

Приликом одређивања природних протока хидроелектрана важно је водити рачуна о положају хидроелектране у односу на остале хидроелектране у истом речном сливу. У случају акумулационе ХЕ која је прва хидроелектрана у сливу, природни проток је једнак дотоку у акумулацију. У случају проточне ХЕ која се налази низводно од неке акумулационе ХЕ, природни проток је једнак речном протоку кроз пресек на нивоу успора реке. У случају проточне ХЕ која се налази низводно од неке акумулационе ХЕ, природни проток је речни проток кроз пресек на нивоу успора реке који обухвата истицај из узводне акумулационе ХЕ када она ради на свом природном протоку. Овај истицај представља закашњену вредност природног дотока узводне акумулационе ХЕ. У случају акумулационе ХЕ која се налази низводно од друге акумулационе ХЕ, њен природни проток је једнак закашњеној вредности природног дотока узводне акумулационе ХЕ увећаном за међудоток између ове две електране,

ако постоји. Временско кашњење између протока се може занемарити када посматрамо средње недељне или средње месечне вредности природних протока, а у неким случајевима чак и када посматрамо средње дневне вредности природних протока. Када хидроелектране раде на природним протоцима не долази до складиштења воде у њиховим акумулационим базенима. Репрезентативни профили производње хидроелектрана у Србији су формирани за период 2016–2019. г. на основу два скупа података. Први скуп представља податке Електропривреде Србије о реализованој средњој сатној снази производње хидроелектрана у овом периоду који обухватају и податке о средњим дневним природним протоцима проточних хидроелектрана (изузев за ХЕ Ђердап 1 и ХЕ Ђердап 2) у којима је изузет истицај узводних акумулација. Овај скуп података не обухвата податке о дотоцима акумулационих ХЕ. Други скуп података представља 40-огодишње податке о средњим недељним природним протоцима свих хидроелектрана. Анализом другог скупа података утврђено је да постоји висок степен корелисаности између природних протока акумулационих ХЕ и природних протока одговарајуће проточне ХЕ која је најближа посматраној акумулационој ХЕ и припада истом сливу. Ову проточну ХЕ називамо референтом за посматрану акумулациону ХЕ. Због тога је производња акумулационих ХЕ на природним протоцима за период 2016–2019. г. израчуната на основу природних протока референтних електрана на следећи начин. За акумулационе ХЕ у Србији дефинисане су референтне проточне ХЕ у Табели 2.3.

**Табела 2.3:** Референтне проточне ХЕ чије су дотоци коришћени за формирање профила производње акумулационих ХЕ у Србији на природним дотоцима

Акумулациона ХЕ	Референтна проточна ХЕ
ХЕ Бистрица	ХЕ Потпећ
ХЕ Кокин Брод	
ХЕ Увац	
Власинске ХЕ	ХЕ Електроморава
ХЕ Пирот	

Репрезентативни профил производње акумулационе ХЕ дефинисан је као годишњи профил средњих месечних производњи акумулационе ХЕ на природном протоку. Дати профил средњих дневних природних протока референтне проточне ХЕ скалиран је својом максималном вредношћу, а затим усредњен на месечном нивоу и добијен је релативни дијаграм средњих месечних природних протока  $Q_{sr.mesečno\_rel}^{ref}$ . На основу овог релативног дијаграма средњих месечних природних протока референтне проточне ХЕ, израчунат је профил средњих месечних снага за посматрану акумулациону ХЕ сматрајући да је снага производње пропорционална природном протоку, а да се производи иста количина енергије на годишњем нивоу. За акумулационе ХЕ Бистрица и Кокин Брод израчунат је заједнички профил производње из разлога што су такви и подаци о снагама производње који су добијени од Електропривреде Србије о овим електранама.

Дакле, средња месечна снага производње акумулационе ХЕ је:

$$P_{sr.mesečno\_j}^{aku.HE} = k_{aku.HE} Q_{sr.mesečno\_rel}^{ref}, \quad j = 1, \dots, 12. \quad (2.4)$$

Енергија производње акумулационе ХЕ у  $j$ -том месецу је:

$$W_j^{aku.HE} = k_{aku.HE} Q_{sr.mesečno\_rel}^{ref} N_{dana\_j} \cdot 24, \quad j = 1, \dots, 12. \quad (2.5)$$

где је  $N_{dana\_j}$  број дана у  $j$ -том месецу. Годишња енергија производње акумулационе ХЕ је:

$$\sum_{j=1}^{12} W_j^{aku.HE} = W_{god}^{aku.HE}. \quad (2.6)$$

Из (2.5) и (2.6) следи да је:

$$24k_{aku.HE} \sum_{j=1}^{12} Q_{sr.mesečno\_rel}^{ref} N_{dana\_j} = W_{god}^{aku.HE}. \quad (2.7)$$

$$k_{aku.HE} = \frac{W_{god}^{aku.HE}}{24 \sum_{j=1}^{12} Q_{sr.mesečno\_rel}^{ref} N_{dana\_j}}. \quad (2.8)$$

Међутим, овим прорачуном се може добити да је средња месечна снага производње израчуната помоћу (2.4) у појединим месецима већа од инсталисане снаге електране. Нека  $M_{kr}$  означава скуп таквих месеци. У таквим случајевима је узето да је:

$$P_{sr.mesečno\_j}^{aku.HE} = P_{nom}^{aku.HE}, j \in M_{kr}, \quad (2.9)$$

где је  $P_{nom}^{aku.HE}$  инсталисана снага посматране акумулационе ХЕ. Узето је и да се енергија једнака  $\sum_{j \in M_{kr}} (W_j^{aku.HE} - P_{nom}^{aku.HE} N_{dana\_j} \cdot 24)$  равномерно производи у преосталом делу године. То значи да је снага производње у преосталим месецима увећана за снагу:

$$\Delta P_{mesečno}^{aku.HE} = \frac{\sum_{j \in M_{kr}} (W_j^{aku.HE} - P_{nom}^{aku.HE} N_{dana\_j} \cdot 24)}{\sum_{j \notin M_{kr}} N_{dana\_j} \cdot 24}, \quad (2.10)$$

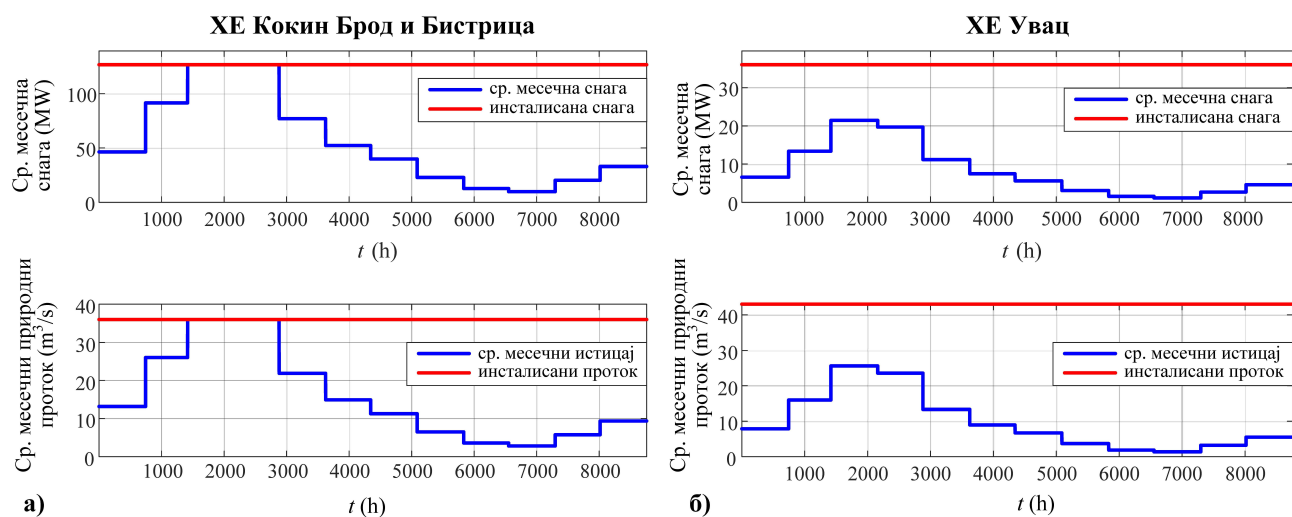
$$P_{sr.mesečno\_j}^{aku.HE} = k_{aku.HE} Q_{sr.mesečno\_rel}^{ref} + \Delta P_{mesečno}^{aku.HE}, j \notin M_{kr}. \quad (2.11)$$

За овако одређене профиле производње акумулационих ХЕ потребно је да се израчунају протоци са којима раде будући да ће они утицати на производњу проточних ХЕ које се налазе у истом сливу низводно од посматраних акумулационих ХЕ. Профил средњих месечних природних протока акумулационих ХЕ је израчунат на следећи начин:

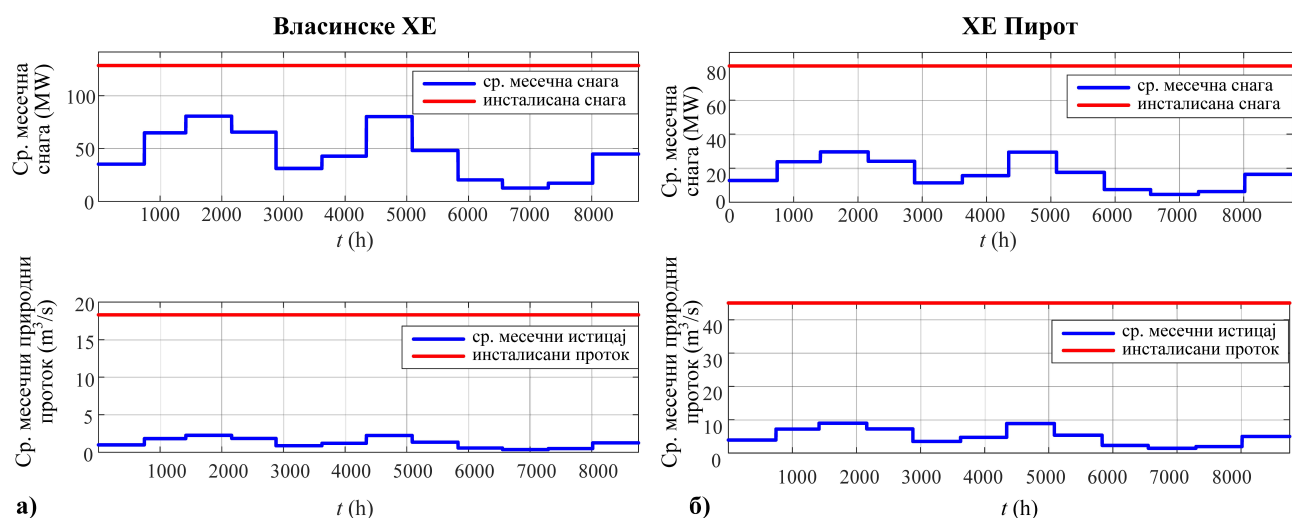
$$Q_{sr.mesečno\_j}^{aku.HE} = \frac{P_{sr.mesečno\_j}^{aku.HE}}{P_{nom}^{aku.HE}} Q_{ins}^{aku.HE}, j = 1, \dots, 12. \quad (2.12)$$

На Слици 2.4 и Слици 2.5 приказани су резултати прорачуна средње месечне снаге и средњих месечних природних протока за акумулационе ХЕ у ЕЕС-у Србије према подацима из 2018. г. Након одређивања репрезентативних профила производње акумулационих ХЕ, одређују се репрезентативни профили производње проточних ХЕ. Они су дефинисани као годишњи профили производње проточних ХЕ на природним протоцима усредњени на дневном нивоу. Ови природни протоци садрже истицај воде из узводних акумулационих ХЕ које такође раде на својим природним протоцима. Профили производње проточних ХЕ се усредњавају на дневном нивоу зато што је претпостављено је да ове електране имају извесну акумулацију која омогућава дневно равнање, тако да могу флексибилно да раде у току дана производећи исту количину дневне енергије коју дефинише репрезентативни профил. Осим тога, у случају ХЕ Ђердап 1 и ХЕ Ђердап 2, међународним уговором између Србије и Румуније је регулисано да се дотекла вода у току једног дана мора потрошити у том дану. Дневно равнање вода у акумулацијама проточних хидроелектрана ће обезбеђивати извесну флексибилност која ће се

користити за акомодацију профила варијабилних обновљивих извора, али је у фази планирања инсталисаних капацитета ОИЕ овај профил непознат, стога се не може претпоставити са којим ће дневним профилем производње радити проточне ХЕ. За потребе дефинисања репрезентативних профила, средње дневне производње проточних ХЕ на природним протоцима су одређене помоћу репрезентативних кривих производње проточних ХЕ. Репрезентативне криве производње проточних ХЕ дефинисане су као криве које најбоље апроксимирају податке о реализованим средњим дневним производњама у одређеном периоду. За прорачун ових кривих коришћени су подаци о производњи проточних хидроелектрана за период 2016–2019. г. и израчунати су изрази за ове криве који су дати у Табели 2.4. На Слици 2.6 и Слици 2.7 приказане су репрезентативне криве производње проточних ХЕ у Србији. Профили средњих дневних производњи проточних ХЕ одређени на основу репрезентативних кривих производњи приказани су на Сликама 2.8–2.14. На Слици 2.15 приказани су репрезентативни профили укупне производње свих ХЕ упоређени са репрезентативним профилима укупне производње акумулационих ХЕ, укупне производње проточних ХЕ и укупне производње проточних ХЕ када се не узимају у обзир истицаји из узводних акумулационих ХЕ у периоду 2016–2019. г. На Слици 2.16 приказане су укупне годишње производње енергије из хидроелектрана у периоду 2016–2019. г.



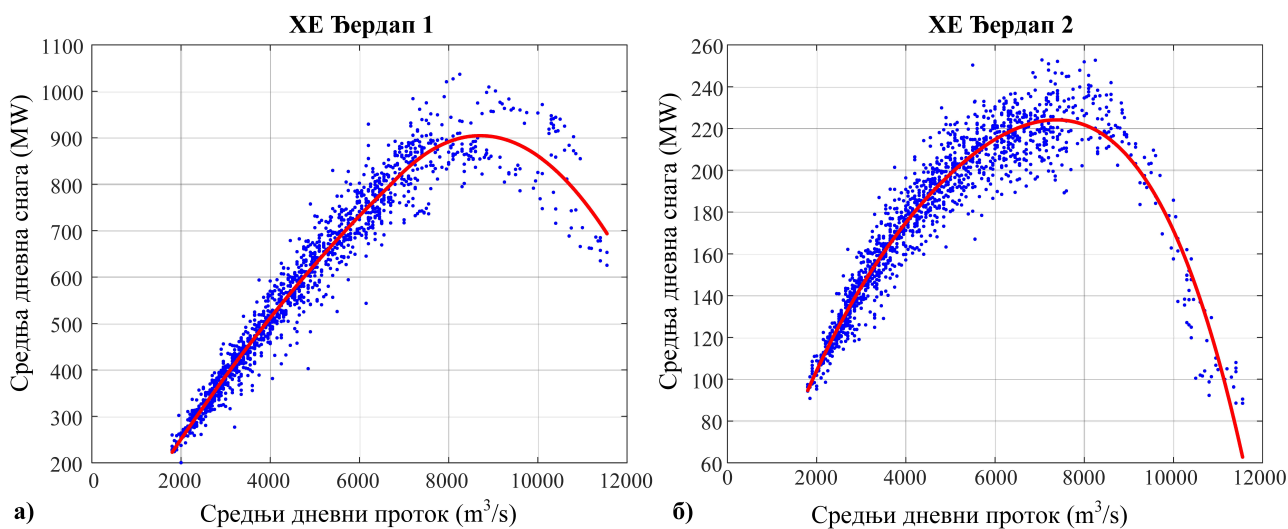
**Слика 2.4:** Репрезентативни профили производње акумулационих ХЕ у Србији за 2018. г.  
**а)** ХЕ Кокин Брод и Бистрица, **б)** ХЕ Увац.



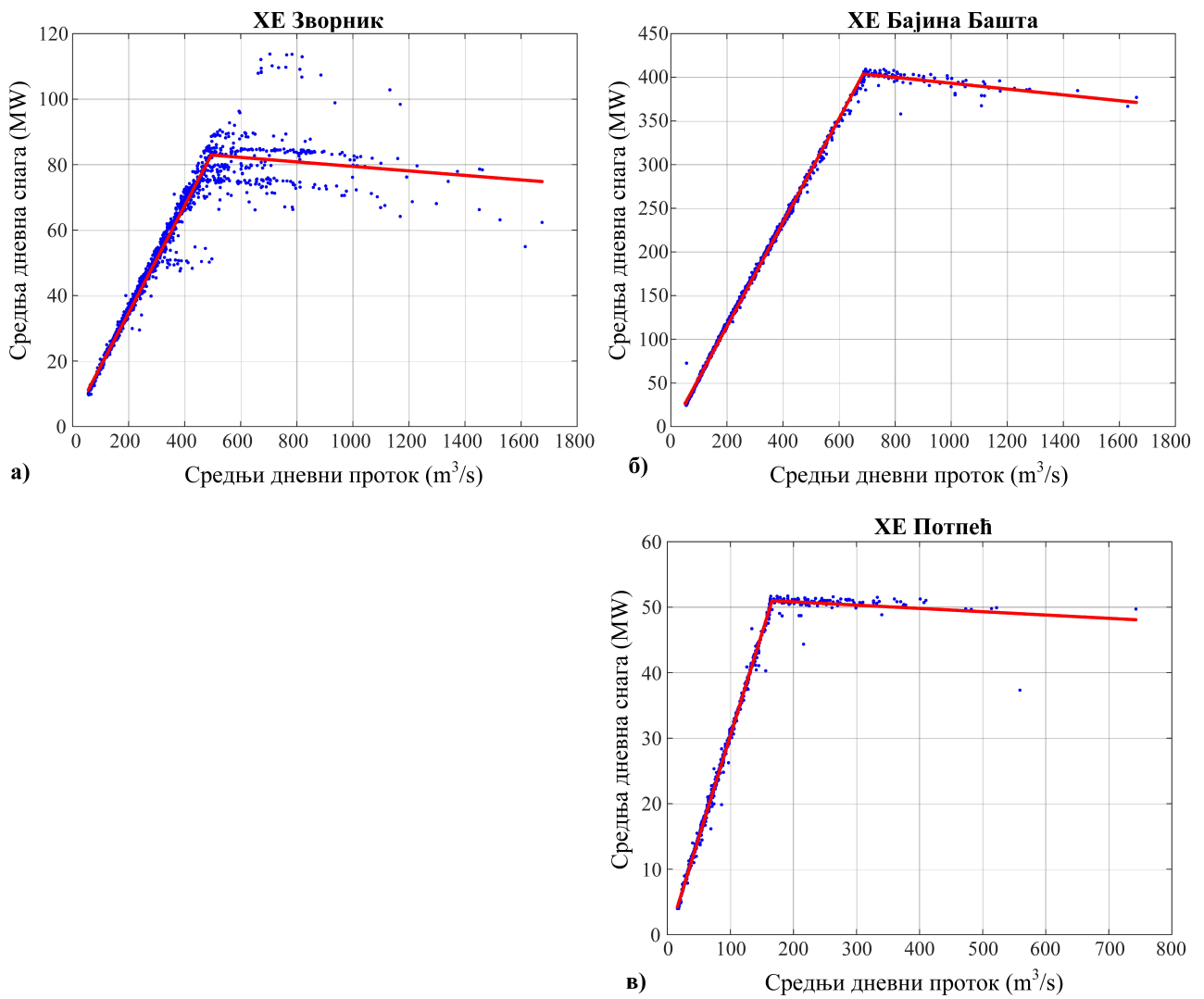
**Слика 2.5:** Репрезентативни профили производње акумулационих ХЕ у Србији за 2018. г.  
**а)** Власинске ХЕ, **б)** ХЕ Пирот.

**Табела 2.4:** Репрезентативне криве производње проточних ХЕ

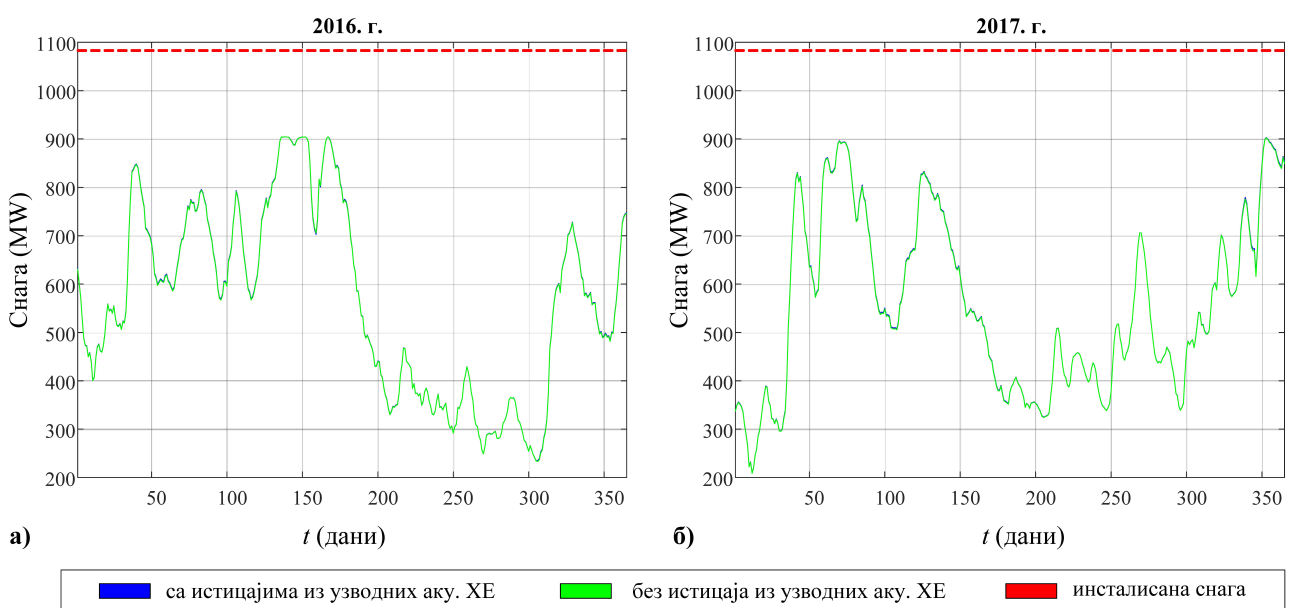
Назив електране	Аналитички израз (средња дневна снага $P$ је у MW, средњи дневни проток $Q$ је у $m^3/s$ )
ХЕ Ђердап 1	$P = \begin{cases} a_1 Q^2 + b_1 Q + c_1, & \text{за } Q \leq 6700 m^3/s \\ a_2 Q^2 + b_2 Q + c_2, & \text{за } Q \geq 6700 m^3/s \end{cases}$ $a_1 = -5.1722 \cdot 10^{-6}, b_1 = 0.1616, c_1 = -51.4003,$ $a_2 = -2.6139 \cdot 10^{-5}, b_2 = 0.4553, c_2 = -1.0784 \cdot 10^3,$
ХЕ Ђердап 2	$P = aQ^3 + bQ^2 + cQ + d$ $a_1 = -1.6958 \cdot 10^{-10}, b_1 = -2.1879 \cdot 10^{-6}, c_1 = 0.0554, d = 3.1769 \cdot 10^{-5},$
ХЕ Зворник	$P = \begin{cases} a_1 Q + b_1, & \text{за } Q \leq 495 m^3/s \\ a_2 Q + b_2, & \text{за } Q \geq 495 m^3/s \end{cases}$ $a_1 = 0.1633, b_1 = 2.0852,$ $a_2 = -0.0069, b_2 = 86.3372,$
ХЕ Бајина Башта	$P = \begin{cases} a_1 Q + b_1, & \text{за } Q \leq 686 m^3/s \\ a_2 Q + b_2, & \text{за } Q \geq 686 m^3/s \end{cases}$ $a_1 = 0.5942, b_1 = -3.9358,$ $a_2 = -0.0334, b_2 = 426.6002,$
ХЕ Потпећ	$P = \begin{cases} a_1 Q + b_1, & \text{за } Q \leq 166 m^3/s \\ a_2 Q + b_2, & \text{за } Q \geq 166 m^3/s \end{cases}$ $a_1 = 0.3115, b_1 = -0.7219,$ $a_2 = -0.0051, b_2 = 51.8312,$



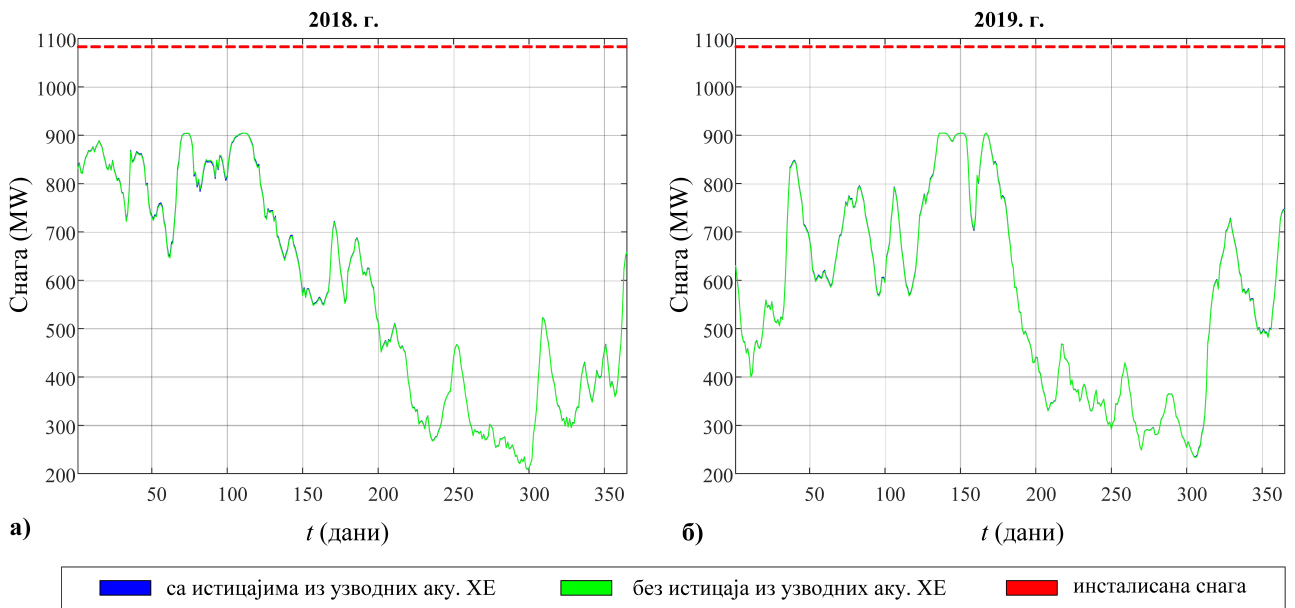
**Слика 2.6:** Репрезентативне криве производње: а) ХЕ Ђердап 1, б) ХЕ Ђердап 2



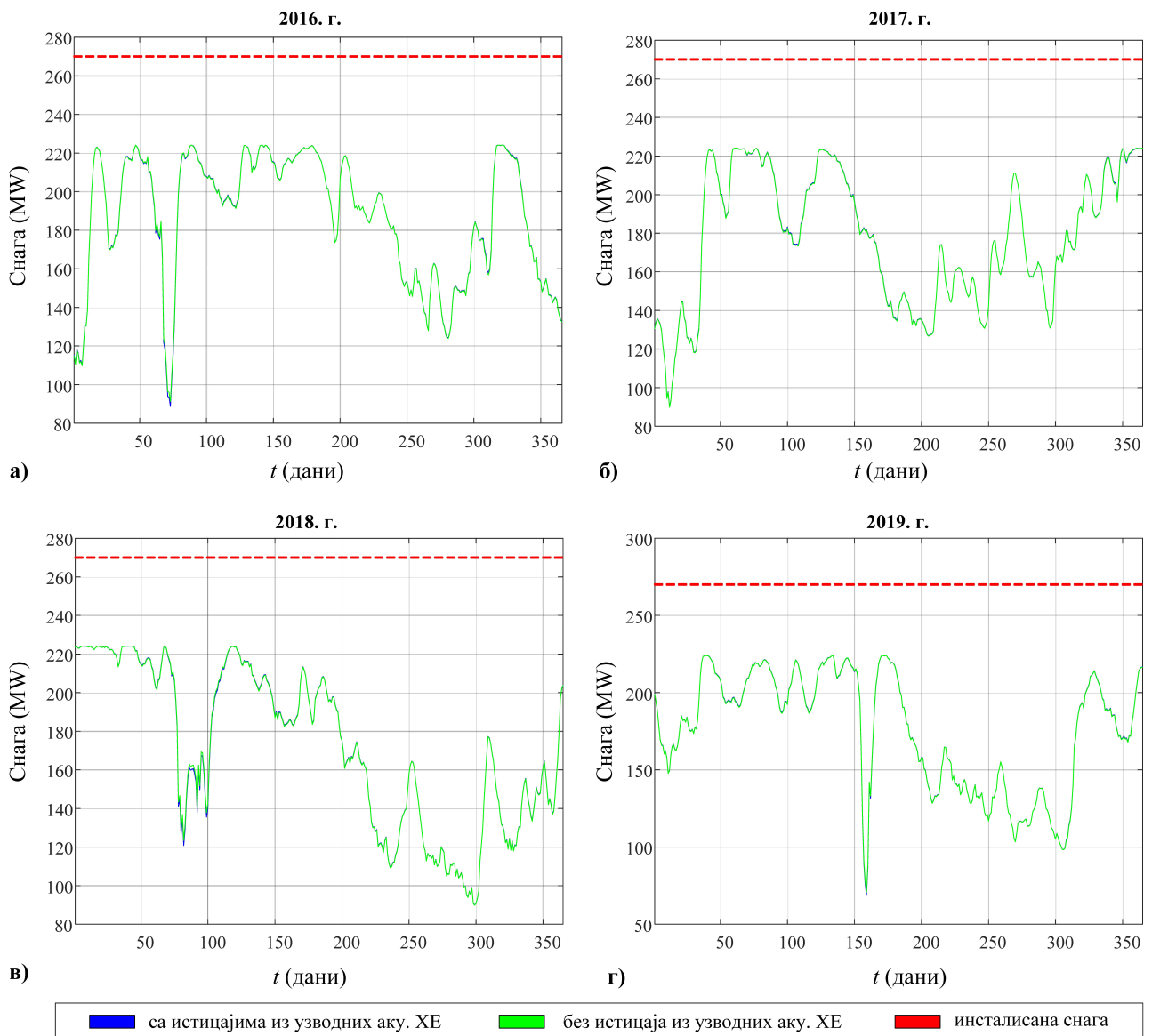
Слика 2.7: Репрезентативне криве производње: а) ХЕ Зворник, б) ХЕ Бајина Башта, в) ХЕ Потпећ



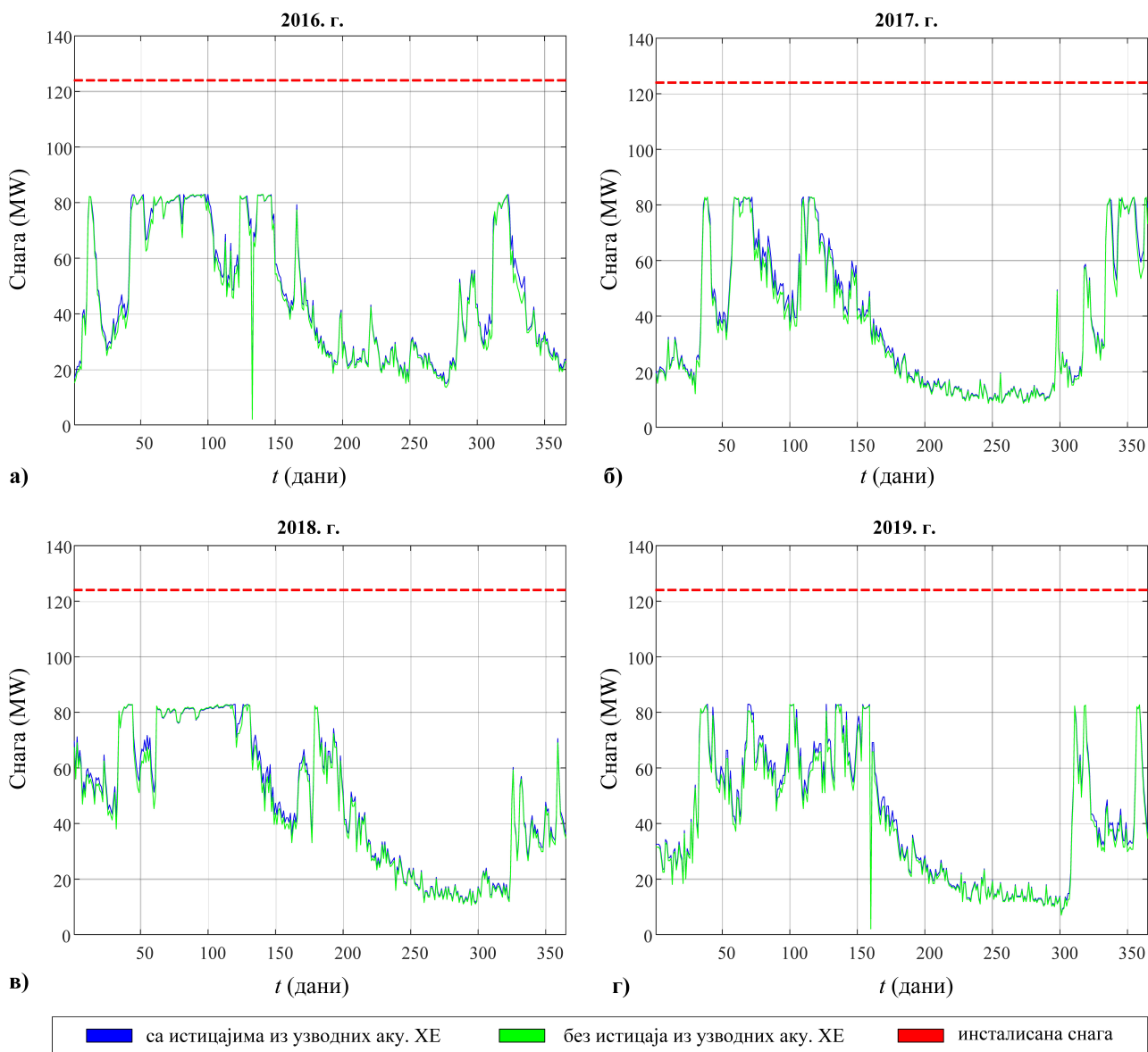
Слика 2.8: Репрезентативни годишњи профили производње ХЕ Ђердап 1 за: а) 2016. г, б) 2017. г.



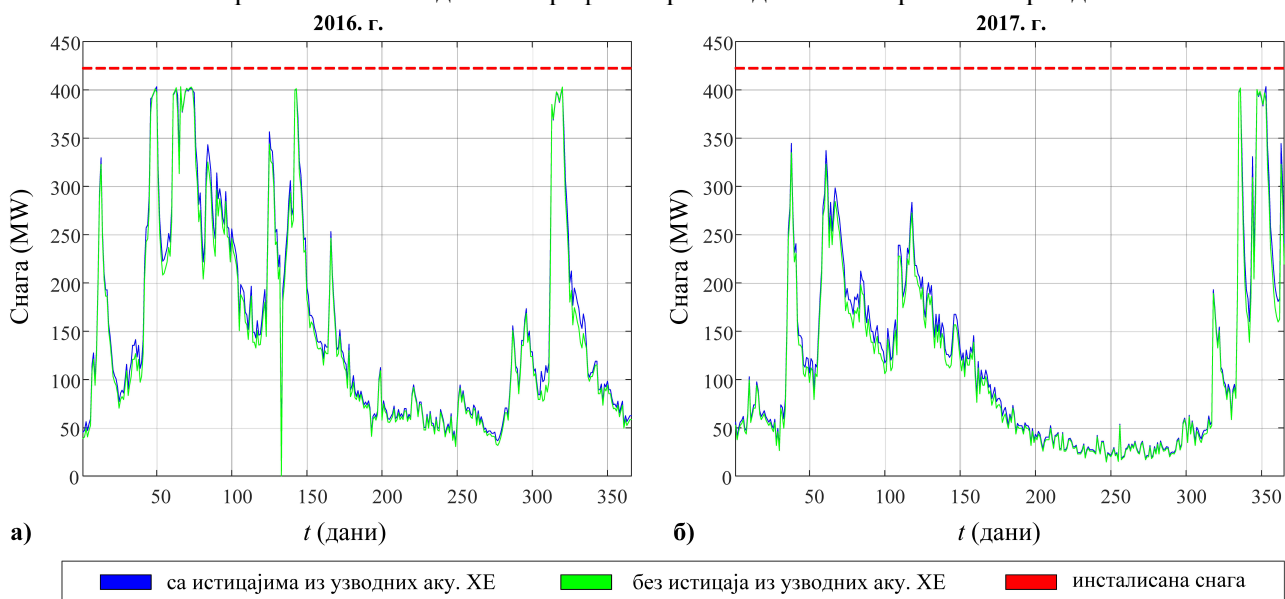
Слика 2.9: Репрезентативни годишњи профили производње ХЕ Ђердап 1 за: а) 2018. г, б) 2019. г.



Слика 2.10: Репрезентативни годишњи профили производње ХЕ Ђердап 2 за период 2016–2019. г.

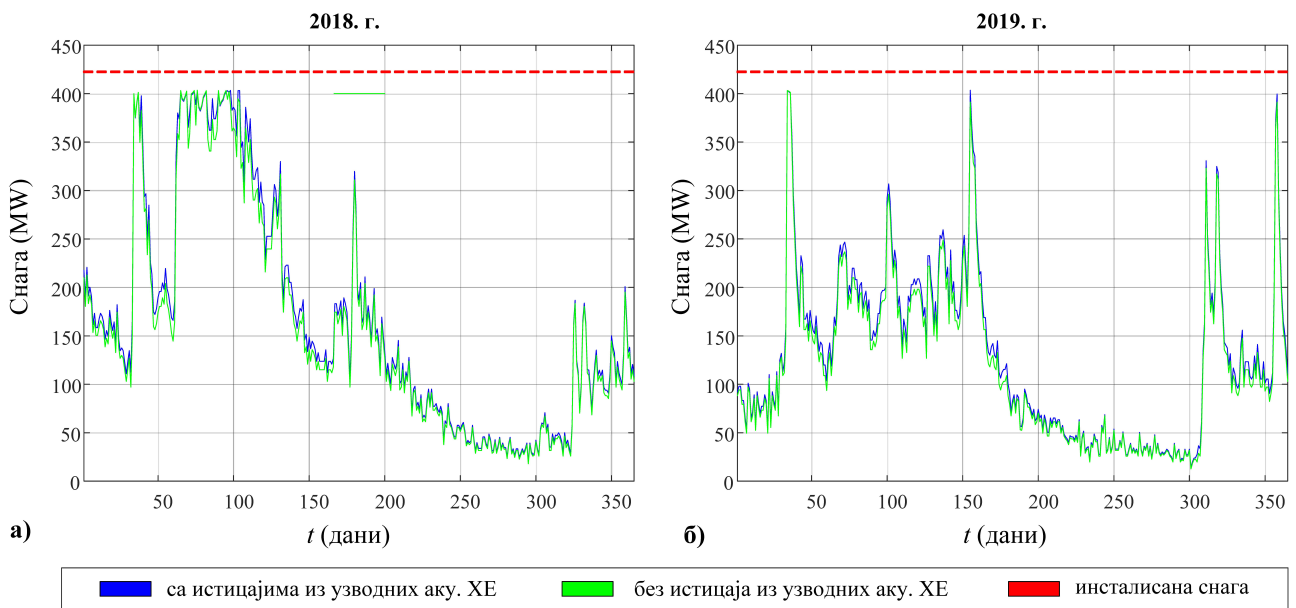


**Слика 2.11:** Репрезентативни годишњи профили производње ХЕ Зворник за период 2016–2019. г.

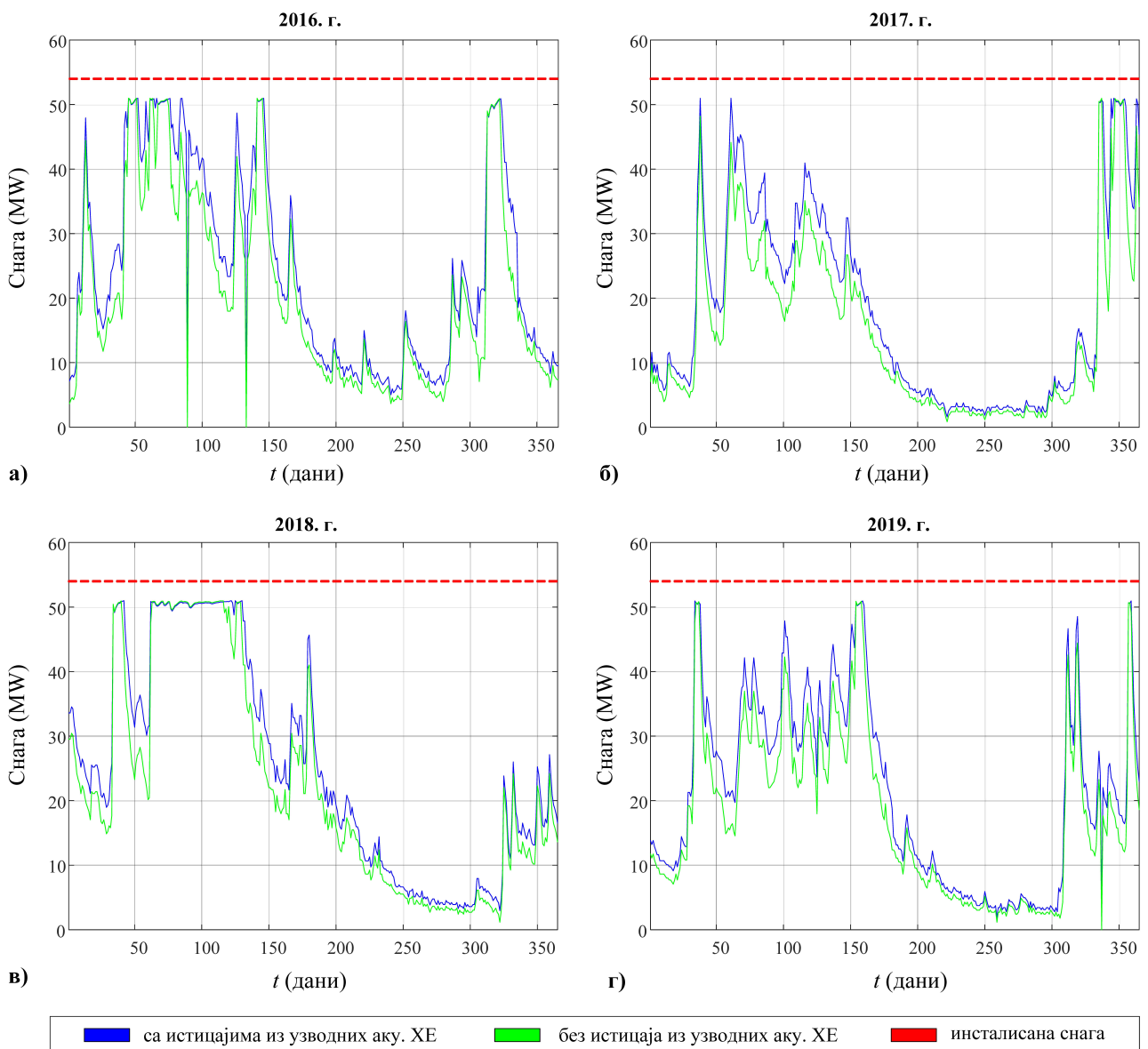


**Слика 2.12:** Репрезентативни годишњи профили производње ХЕ Бајина Башта за: а) 2016. г, б) 2017. г.

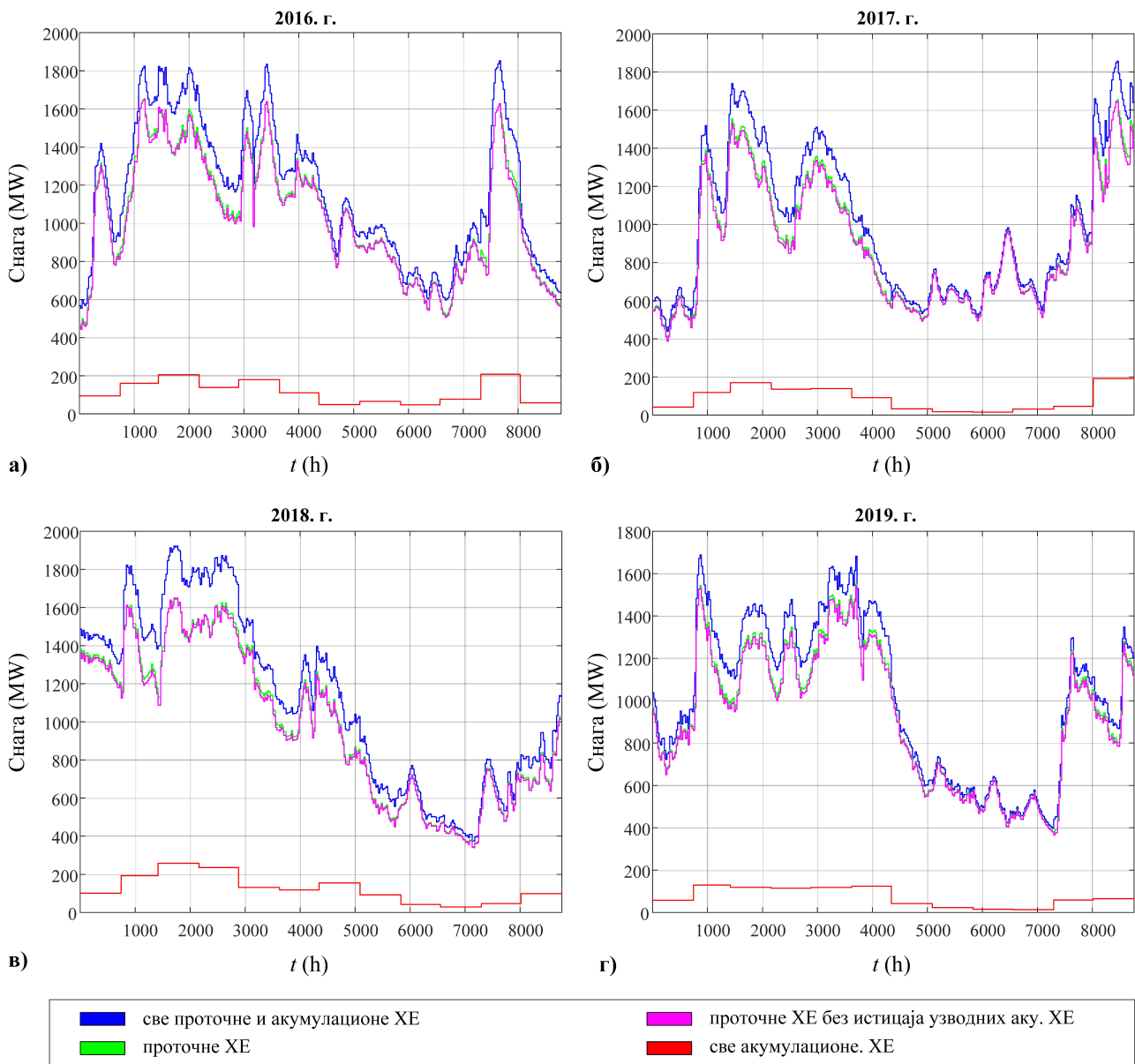




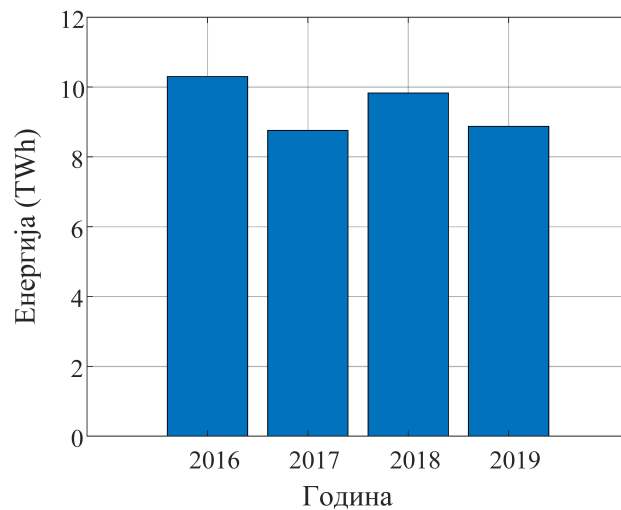
**Слика 2.13:** Репрезентативни годишњи профили производње ХЕ Бајина Башта за: а) 2018. г, б) 2019. г.



**Слика 2.14:** Репрезентативни годишњи профили производње ХЕ Потпећ за период 2016–2019. г.



**Слика 2.15:** Укупни репрезентативни годишњи профили производње проточних и акумулационих ХЕ у Србији за период 2016–2019. г



**Слика 2.16:** Годишње енергије производње проточних и акумулационих. ХЕ у Србији у периоду 2016–2019. г.

### 3. Методологија за решавање проблема дугорочног планирања развоја ОИЕ

Модели за оптимизацију структуре и просторне алокације варијабилних ОИЕ који су описани у Поглављу 5 и Поглављу 6 представљају линеарне проблеме најмањих квадрата са линеарним ограничењима. Ови модели су велике димензионалности и у општем случају матрица система у овим моделима би могла бити лоше условљена, што захтева примену посебних метода за решавање ових проблема. У овом поглављу је описана методологија решавања развијених модела за оптимизацију структуре и просторне алокације ОИЕ.

#### 3.1 Проблем најмањих квадрата

Проблем најмањих квадрата (*Least Squares* – LS или *Least Error Squared* - LES проблем) представља специјалну класу проблема квадратне оптимизације. Међутим, за решавање проблема најмањих квадрата не препоручује се примена неке од класичних метода за решавање проблема квадратне оптимизације, већ треба користити методе које су специјално развијене за решавање ових проблема.

Најпоузданије методе за решавање LES проблема заснивају се на трансформацији матрица у неку од канонских форми коришћењем ортогоналних трансформација. Ортогоналне трансформације чувају Еуклидову норму вектора и тиме гарантују нумеричку стабилност алгоритма, а такође не погоршавају условљеност проблема. Трансформацијом матрице у канонску форму идентификује се несингуларна троугаона (или дијагонална) субматрица матрице која се користи за елиминацију  $r$  променљивих, где је  $r$  ранг матрице. Сложеност решавања проблема најмањих квадрата зависи од ранга матрица које фигуришу у дефиницији проблема. Ради појашњења какав утицај има ранг матрице система на решење проблема најмањих квадрата, у наставку је размотрен проблем минимизације норме  $\|A_{m \times n} x_{n \times 1} - b_{m \times 1}\|_2$  и систем линеарних једначина:

$$A_{m \times n} x_{n \times 1} = b_{m \times 1}, \quad m \geq n. \quad (3.1)$$

Ако је систем (3.1) конзистентан (компатибилан), тј.  $b \in \mathcal{R}(A)$  ( $\mathcal{R}(A)$  означава векторски простор колона матрице  $A$ ;  $\mathcal{R}(A)$  је векторски потпростор реалног векторског простора  $\mathbb{R}^m$ ), онда може да има јединствено решење (ако је  $\text{rang } A = n$ ) или бесконачно много решења (ако је  $\text{rang } A < n$ ). У оба случаја је  $\|Ax - b\|_2 = 0$ .

Ако систем (3.1) није конзистентан, тј.  $b \notin \mathcal{R}(A)$ , онда систем једначина нема решења. Тада у векторском потпростору  $\mathcal{R}(A)$  тражимо вектор  $b_R$  такав да је норма  $\|b_R - b\|_2$  минимална ( $b_R$  је пројекција вектора  $b$  на простор  $\mathcal{R}(A)$ ). Будући да  $b_R \in \mathcal{R}(A)$ , систем једначина:

$$Ax = b_R \quad (3.2)$$

има решење. Међутим, експлицитно израчунавање вектора  $b_R$  није потребно будући да важи да је вектор  $x$  решење система (3.2) ако и само ако важи [90]:

$$A^T Ax = A^T b \quad (\text{нормалне једначине}). \quad (3.3)$$

Ако је  $\text{rang } A = n$ , онда је матрица  $A^T A$  несингуларна, па систем (3.2) има јединствено решење  $x = (A^T A)^{-1} A^T b$ . Ако је  $\text{rang } A < n$ , онда систем (3.2) има бесконачно много решења, али је међу њима могуће изабрати јединствено решење  $x_+$  са минималном нормом:

$$x_+ = \underset{x}{\text{argmin}} \|x\| \text{ под условом } Ax = b_R. \quad (3.4)$$

Свим решењима проблема (3.2) одговара иста вредност норме  $\|Ax - b\|_2 = \|b_R - b\|_2$ . Јединствено решење  $x_+$  са минималном нормом може се израчунати као:

$$x_+ = A^+ b, \quad (3.5)$$

где је  $A^+$  псеудоинверзна матрица матрице  $A$  (инверзна матрица Мура и Пенроуза (*Moore-Penrose inverse*)).

На основу изложеног, природно се отварају следећа питања:

1. Да ли је систем линеарних једначина конзистентан?
2. Колики је ранг матрице  $A$ ?
3. Како решити нормалне једначине?

Ово је један од примера где је математичка теорија једноставна и директно сугерише алгоритам за решавања проблема: утврдити да ли је систем (3.1) конзистентан, ако јесте, решити систем (3.1), ако није, решити нормалне једначине. Међутим, имплементација овог алгоритма може да буде нумерички нестабилна и да израчунава решење са великом грешком. Наиме, овакав приступ користи експлицитно израчунавање инверзне или псеудоинверзне матрице, које захтева велики број израчунавања и на тај начин се акумулира нумеричка грешка у резултатима. Да ли ће ова грешка имати значајног ефекта на резултате даљих израчунавања, зависи од условљености матрице  $A$ . Матрица система нормалних једначина је  $A^T A$  и овде треба бити опрезан из разлога што је  $\kappa(A^T A) = [\kappa(A)]^2$ , где је  $\kappa(A)$  кондициони број матрице  $A$ . То значи да је матрица  $A^T A$  веома лоше условљена онда када је матрица  $A$  умерено лоше условљена. Лоша условљеност матрице  $A^T A$  доводи до нетачног решења. На рачунару са машинском прецизношћу  $u$  нормалне једначине се обично могу применити када је  $\kappa(A) < \frac{1}{\sqrt{u}}$  [91]. Према томе, у циљу развоја поузданог алгоритма за решавање проблема

најмањих квадрата, потребно је водити рачуна о томе колико је матрица  $A$  удаљена од најближе сингуларне матрице и по потреби, апроксимирати матрицу  $A$  најближом сингуларном матрицом, и изабрати методу решавања најмањих квадрата која не доводи до погоршања условљености проблема. Најпоузданији начин да се утврди да ли је потребно извршити апроксимацију матрице  $A$  је декомпозиција матрице  $A$  по сингуларним вредностима. На основу несигурности у вредностима елемената матрице  $A$  и релативног односа између сингуларних вредности треба усвојити толеранцију са којом се сингуларне вредности апроксимирају нулом и одредити нумерички ранг матрице  $A$  [92]. У наставку је описан поступак решавања линеарног проблема најмањих квадрата са ограничењима који води рачуна од условљености проблема и обезбеђује нумерички стабилно израчунавање применом декомпозиције по сингуларним вредностима.

## 3.2 Примењена методологија за решавање линеарног проблема најмањих квадрата са линеарним ограничењима

Општи облик линеарног проблема најмањих квадрата са линеарним ограничењима је:

$$\min_x \|Ax - b\| \quad (3.6.1)$$

$$\text{под условима: } Cx = d, \quad (3.6.2)$$

$$G_{original}x \geq h_{original}. \quad (3.6.3)$$

Матрица  $A$  је димензија  $m \times n$ .

Матрица  $C$  је димензија  $m_C \times n$ .

Матрица  $G_{original}$  је димензија  $m_G \times n$ .

Величине  $x$ ,  $b$ ,  $d$  и  $h_{original}$  представљају векторе чије су димензије редом  $n \times 1$ ,  $m \times 1$ ,  $m_C \times 1$  и  $m_G \times 1$ . (Употребљене су ознаке  $G_{original}$  и  $h_{original}$  уместо уобичајених ознака  $G$  и  $h$ , да би ознаке које се уводе касније приликом трансформације проблема (3.6) биле једноставније.)

### Корак 1. Елиминација ограничења у облику једначина

Матрицу  $C$  треба представити у факторизованом облику који открива њен ранг. Најпоузданија метода за факторизацију матрице у погледу нумеричке стабилности је декомпозиција по сингуларним вредностима (*Singular Value Decomposition* – SVD). Претходно је неопходно одредити нумерички ранг матрице,  $\hat{r}_C$ , и, по потреби, апроксимирати матрицу  $C$  формом SVD-а која одговара нумеричком рангу матрице  $C$ . Као резултат се добија да је:

$$C_{m_C \times n} = U_C S_C V_C^T, \quad (3.7.1)$$

$$S_C \triangleq \left[ \begin{array}{cc} \Sigma_C & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} \hat{r}_C \\ \} m_C - \hat{r}_C \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{r}_C \\ n - \hat{r}_C \end{array} \quad (3.7.2)$$

$$\Sigma_C = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{\hat{r}_C}), \quad (3.7.3)$$

где је  $U_C$  ортогонална матрица реда  $m_C$ , а  $V_C$  је ортогонална матрица реда  $n$ .

Услов (3.6.2) може да се трансформише на следећи начин:

$$Cx = d \quad \Rightarrow \quad U_C^T Cx = U_C^T d, \quad (3.8)$$

$$U_C^T Cx = U_C^T d \quad \Leftrightarrow \quad U_C^T C V_C V_C^T x = U_C^T d, \quad (3.9)$$

због  $V_C V_C^T = I_{n \times n}$ , где је  $I$  идентичка матрица.

Дефинисано је:

$$d' \triangleq U_C^T d = \left[ \begin{array}{l} d'_1 \\ d'_2 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} \hat{r}_C \\ \} m_C - \hat{r}_C \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

$$x' \triangleq V_C^T x = \left[ \begin{array}{l} x'_1 \\ x'_2 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} \hat{r}_C \\ \} n - \hat{r}_C \end{array} \right\} \quad (3.11)$$

Из (3.7.1), (3.7.2), (3.9)–(3.11) следи:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_C & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d'_1 \\ d'_2 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Ако је  $\hat{r}_C = n$ , онда систем (3.12) има јединствено решење  $x'_*$ :

$$x'_* = \Sigma_C^{-1} d'. \quad (3.13)$$

Ако за  $x_* = V_C x'_*$ , важи да је  $G_{original} x_* \geq h_{original}$ , онда  $x_*$  представља јединствено решење проблема (3.6) будући да је то једини вектор који задовољава услове (3.6.2) и (3.6.3). У противном проблем (3.6) нема решења. Ако је  $\hat{r}_C < n$ , онда на основу (3.12) важи следеће: ако је  $d'_2 \neq 0_{(m_C - \hat{r}_C) \times 1}$ , онда систем једначина (3.6.2) није конзистентан и проблем (3.6) нема решење.

Дакле, да би проблем имао решење мора да важи  $d'_2 = 0_{(m_C - \hat{r}_C) \times 1}$ . Такође, следи да је:

$$x'_1 = \Sigma_C^{-1} d'_1, \quad (3.14)$$

будући да је  $\Sigma_C$  несингуларна квадратна матрица. Како је  $\Sigma_C$  дијагонална матрица, то се њена инверзна матрица једноставно израчунава:

$$\Sigma_C^{-1} = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_{\hat{r}_C}^{-1}). \quad (3.15)$$

Из (3.11) следи да је:

$$x = V_C x'. \quad (3.16)$$

Заменом (3.16) у (3.6.1) критеријумска функција постаје:

$$\|Ax - b\|_2 = \|AV_C x' - b\|_2 = \left\| A' \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} - b \right\|_2 = \|A'_1 x'_1 + A'_2 x'_2 - b\|_2 = \|A'_2 x'_2 - b'\|_2, \quad (3.17.1)$$

$$A' \triangleq AV_C = \begin{bmatrix} \underbrace{A'_1}_{\hat{r}_C} & \underbrace{A'_2}_{n - \hat{r}_C} \end{bmatrix}, \quad (3.17.2)$$

$$b' \triangleq b - A'_1 x'_1. \quad (3.17.3)$$

Заменом (3.16) у (3.6.3) добија се следећи услов:

$$G' x' = G'_1 x'_1 + G'_2 x'_2 = G'_1 \Sigma_C^{-1} d'_1 + G'_2 x'_2 \geq h \quad \Leftrightarrow \quad G'_2 x'_2 \geq h', \quad (3.18.1)$$

$$G'_{m_G \times n} \triangleq G_{original} V_C = \begin{bmatrix} \underbrace{G'_1}_{\hat{r}_C} & \underbrace{G'_2}_{n - \hat{r}_C} \end{bmatrix}, \quad (3.18.2)$$

$$h' \triangleq h_{original} - G'_1 \Sigma_C^{-1} d'_1. \quad (3.18.3)$$

Дакле, вектор  $x'_2$  је непознат и одређује се решавањем редукованог проблема који представља проблем најмањих квадрата са ограничењима у облику неједначина:

$$\min_{x'_2} \|A'_2 x'_2 - b'\|_2 \quad (3.19.1)$$

$$\text{под условима: } G'_2 x'_2 \geq h'. \quad (3.19.2)$$

## Корак 2. Решавање редукованог проблема (3.19)

Проблем (3.19) је проблем најмањих квадрата са условима у облику неједначина (*Least Squares with Inequality Constraints* – LSI проблем). За решавање LSI проблема изабрана је директна метода која користи дуални приступ: уместо решавања оригиналног оптимизационог проблема користи се оптимизација по вектору Лагранжових (*Lagrange*) мултипликатора оригиналног проблема.

Овде је LSI проблем трансформисан у еквивалентан проблем који представља тзв. „проблем најмањег растојања“ (*Least Distance Programming* – LDP) [90], [93] или „проблем најмањег пројектованог растојања“ (*Least Projected Distance Problem* – LPDP). Оба типа проблема (и LDP и LPDP) се могу решити применом тзв. LDP алгоритма [94], [95] и NNLS алгоритма [95], тј. алгоритма за решавање проблема најмањих квадрата са ограничењем да променљиве не могу бити негативне (*Non-negative Least Squares* – NNLS). Ови алгоритми увек конвергирају.

Алгоритам LDP не користи никакве претпоставке о рангу матрице ограничења,  $G_{a \times b}$ , и релативном односу њених димензија (може се применити без обзира на то да ли је  $a \geq b$  или  $b \geq a$ , и без обзира на то да ли је  $\text{rang } G = \min\{a, b\}$  или је  $\text{rang } G < \min\{a, b\}$ ). Такође, сам излаз LDP алгоритма директно указује на то да ли су услови у облику неједначина конзистентни, па их није потребно посебно проверавати.

### Корак 2.1 Трансформација LSI проблема у LDP или LPDP проблем

Примењена је SVD на матрицу  $A_2'$ , која је димензија  $m \times (n - \hat{r}_C)$ .

$$A_2' = U_{m \times m} S_{m \times (n - \hat{r}_C)} V_{(n - \hat{r}_C) \times (n - \hat{r}_C)}^T, \quad (3.20.1)$$

$$S_{m \times (n - \hat{r}_C)} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & \mathbf{O}_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \\ \mathbf{O}_{(m - \hat{r}) \times \hat{r}} & \mathbf{O}_{(m - \hat{r}) \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix}, \quad (3.20.2)$$

$$\Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{\hat{r}}), \quad (3.20.3)$$

где су  $U$  и  $V$  ортогоналне матрице,  $\sigma_1, \dots, \sigma_{\hat{r}}$  су сингуларне вредности матрице  $A_2'$ , а  $\hat{r}$  је нумерички ранг матрице  $A_2'$ .

Проблем (3.19) је трансформисан на следећи начин. Како је матрица  $U^T$  ортогонална, важи:

$$\|A_2' x_2' - b'\|_2 = \|U^T (A_2' x_2' - b')\|_2 = \|U^T A_2' x_2' - U^T b'\|_2, \quad (3.21)$$

Како је  $VV^T = I$ , следи да (3.19) може да се представи као:

$$\|A_2' x_2' - b'\|_2 = \|U^T A_2' VV^T x_2' - U^T b'\|_2, \quad (3.22)$$

Дефинисани су вектори:

$$\bar{x} \triangleq V^T x_2', \quad (3.23)$$

$$b'' \triangleq U^T b'. \quad (3.24)$$

Из (3.20.1) следи да је:

$$S = U^T A_2' V, \quad (3.25)$$

Заменом (3.20.2), (3.23)–(3.25) у (3.22) добија се:

$$\|A_2' x_2' - b'\|_2 = \|U^T A_2' V V^T x_2' - U^T b'\|_2 = \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & O_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \\ O_{(m - \hat{r}) \times \hat{r}} & O_{(m - \hat{r}) \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix} \bar{x} - b'' \right\|_2. \quad (3.26)$$

Уведене су ознаке:

$$b'' = \left. \begin{array}{l} \left[ b_1'' \right] \\ \left[ b_2'' \right] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{r} \\ m - \hat{r} \end{array} \quad (3.27)$$

Следи да је:

$$\begin{aligned} \|A_2' x_2' - b'\|_2^2 &= \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & O_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \\ O_{(m - \hat{r}) \times \hat{r}} & O_{(m - \hat{r}) \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix} \bar{x} - b'' \right\|_2^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & O_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \\ O_{(m - \hat{r}) \times \hat{r}} & O_{(m - \hat{r}) \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix} \bar{x} - b_1'' \right\|_2^2 \\ &\quad + \left\| \begin{bmatrix} O_{(m - \hat{r}) \times \hat{r}} & O_{(m - \hat{r}) \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix} \bar{x} - b_2'' \right\|_2^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & O_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \\ -b_2'' \end{bmatrix} \bar{x} - b_1'' \right\|_2^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & O_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix} \bar{x} - b_1'' \right\|_2^2 + \|b_2''\|_2^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Релација (3.28) показује да је проблем минимизације норме  $\|A_2' x_2' - b'\|_2$  еквивалентан проблему минимизације норме  $\left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & O_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix} \bar{x} - b_1'' \right\|_2$ .

Уведене су ознаке:

$$\bar{x} = \left. \begin{array}{l} \left[ \bar{x}_1 \right] \\ \left[ \bar{x}_2 \right] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{r} \\ n - \hat{r}_C - \hat{r} \end{array} \quad (3.29)$$

Следи да је:

$$\left\| \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} & O_{\hat{r} \times (n - \hat{r}_C - \hat{r})} \end{bmatrix} \bar{x} - b_1'' \right\|_2 = \|\Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} \bar{x}_1 - b_1''\|_2. \quad (3.30)$$

При оваквој трансформацији променљивих услов (3.19.2) постаје:

$$G_2' x_2' = G_2' V \bar{x} = E \bar{x} = E_1 \bar{x}_1 + E_2 \bar{x}_2 \geq h', \quad (3.31.1)$$

$$F \triangleq G_2' V = \underbrace{\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}}_{\hat{r} \quad n - \hat{r}_C - \hat{r}}. \quad (3.31.2)$$

Уведена је смена:

$$z_1 \triangleq \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}} \bar{x}_1 - b_1'', \quad (3.32)$$

$$z_2 \triangleq \bar{x}_2. \quad (3.33)$$

Како је  $\Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}$  несингуларна матрица, то је  $\bar{x}_1$  јединствено одређено вектором  $z_1$ :

$$\bar{x}_1 = \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}^{-1} (z_1 + b_1''), \quad (3.34)$$

$$\Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}^{-1} = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_{\hat{r}}^{-1}). \quad (3.35)$$

Заменом (3.33) и (3.34) у (3.31.1) добија се:



$$F_1 \bar{x}_1 + F_2 \bar{x}_2 = F_1 \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}^{-1} (z_1 + b_1'') + F_2 z_2 \geq h', \quad (3.36.1)$$

$$\Leftrightarrow F_1 \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}^{-1} z_1 + F_2 z_2 \geq h' - F_1 \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}^{-1} b_1''. \quad (3.36.2)$$

Дефинисано је:

$$G_1 \triangleq F_1 \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}^{-1}, \quad (3.37)$$

$$G_2 \triangleq F_2, \quad (3.38)$$

$$h \triangleq h' - F_1 \Sigma_{\hat{r} \times \hat{r}}^{-1} b_1''. \quad (3.39)$$

У случају да важи  $\hat{r}_c + \hat{r} < n$ , следи да је проблем (3.19), еквивалентан следећем проблему који Хаскел и Хансон [94] називају проблемом одређивања најмањег пројектованог растојања.

$$\min_{z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}} \|z\|_2 \quad (3.40.1)$$

$$\text{под условима: } G_1 z_1 + G_2 z_2 \geq h. \quad (3.40.2)$$

Проблем LPDP се може решити из два корака, примењујући у сваком LDP алгоритам из [95].

У случају да важи  $\hat{r}_c + \hat{r} = n$ , следи да је проблем (3.19), еквивалентан следећем problemu:

$$\min_z \|z\|_2 \quad (3.41.1)$$

$$\text{под условима: } Gz \geq h, \quad (3.41.2)$$

$$G \equiv G_1. \quad (3.41.3)$$

Ово је тзв. проблем одређивања најмањег растојања из разлога што је критеријумска функција норма вектора  $z$  која представља Еуклидово растојање вектора  $z$  у простору  $\mathbb{R}^n$  од нула вектора). Овај проблем може да се реши помоћу LDP алгоритма описаног у [95].

С обзиром на то да је проблем (3.41) једноставнији од проблема (3.40) и да се приликом решавања проблема (3.40) решава потпроблем који је истог облика као и проблем (3.40), у наставку је прво објашњен поступак решавања проблема (3.41).

## Корак 2.2 – Први случај: Решавање LDP проблема (3.41)

Проблем (3.41) је еквивалентан problemu:

$$\min_z \frac{1}{2} \|z\|_2^2 \quad (3.42.1)$$

$$\text{под условима: } Gz \geq h, \quad (3.42.2)$$

Матрица  $G$  је димензија  $m_G \times (n - \hat{r}_c)$ ,

вектор  $z$  је димензија  $(n - \hat{r}_c) \times 1$ ,

вектор  $h$  је димензија  $m_G \times 1$ .

У наставку је објашњено на који начин је развијен LDP алгоритам из [95] и како се овај алгоритам може применити на проблем (3.42). На крају је дат опис LDP алгоритма у псеудокоду.

Критеријумска функција (3.42.1) је:

$$f(z) \triangleq \frac{1}{2} \|z\|_2^2 = \frac{1}{2} (z_1^2 + \dots + z_{n-\hat{r}_c}^2). \quad (3.43)$$

Лагранжова функција која одговара проблему (3.42) је:

$$L(z, \lambda) = f(z) - \sum_{i=1}^{m_G} \lambda_i c_i(z), \quad (3.44)$$

$$c_i(z) \triangleq g_i^T z - h_i, \quad i = 1, \dots, m_G, \quad (3.45)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1^T \\ \vdots \\ g_{m_G}^T \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

$$h = [h_1 \dots h_{m_G}]^T. \quad (3.47)$$

где је  $\lambda = [\lambda_1 \dots \lambda_{m_G}]^T$  вектор Лагранжових мултипликатора. Услови ККТ су:

$$\frac{\partial}{\partial z} L(z^*, \lambda^*) = 0_{(n-r_c) \times 1}, \quad (3.48)$$

$$c_i(z^*) \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_G, \quad (3.49)$$

$$\lambda_i^* \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_G, \quad (3.50)$$

$$\lambda_i^* c_i(z^*) = 0, \quad i = 1, \dots, m_G. \quad (3.51)$$

Услов (3.48) је еквивалентан са:

$$\nabla f(z^*) - \sum_{i=1}^{m_G} \lambda_i^* \nabla c_i(z^*) = 0_{(n-r_c) \times 1}. \quad (3.52)$$

Како је:

$$\nabla f(z^*) = z^*, \quad (3.53)$$

$$\nabla c_i(z^*) = g_i, \quad i = 1, \dots, m_G, \quad (3.54)$$

услов (3.52) постаје:

$$z^* = G^T \lambda^*. \quad (3.55)$$

а из услова (3.49)–(3.51) следи:

$$(\forall i, i \in \{1, \dots, m_G\}), (c_i(z^*) > 0 \wedge \lambda_i = 0) \vee (c_i(z^*) = 0 \wedge \lambda_i \geq 0) \quad (3.56)$$

На основу услова (3.55), (3.49), (3.50) и (3.56) закључује се да је за решавање проблема (3.42) довољно да се одреди линеарна комбинација вектора  $g_1, g_2, \dots, g_{m_G}$  са ненегативним коефицијентима за коју  $s_1, s_2, \dots, s_{m_G}$  важи:

$$(s_i = 0 \Rightarrow g_i^T z^* - h_i \geq 0), \quad (3.57)$$

$$(s_i > 0 \Rightarrow g_i^T z^* - h_i = 0). \quad (3.58)$$

Ако постоје такви коефицијенти  $s_1, s_2, \dots, s_{m_G}$ , онда се може узети  $\lambda_i^* = s_i, i = 1, \dots, m_G$ ,  $z^* = G^T \lambda^*$ . Да би се одредио вектор  $s = [s_1 \dots s_{m_G}]^T$ , може да се формира помоћни оптимизациони проблем по непознатим променљивама  $u$  за које важи:

$$u = k_1 s, \quad k_1 > 0, \quad (3.59)$$

где је  $k_1$  произвољна позитивна константа.

Помоћни проблем је следећег облика:

$$\min_u \varphi(u) \quad (3.60.1)$$

$$\text{под условима: } u_{m_G \times 1} \geq 0. \quad (3.60.2)$$

Функцију  $\varphi(u)$  треба изабрати тако да за  $s^* = \frac{u^*}{k_1}$ , где је  $u^*$  решење проблема (3.60), важи (3.57) и (3.58). Формирана је Лагранжова функција за проблем (3.60):

$$L_{pom}(u, w) = \varphi(u) - \sum_{i=1}^{m_G} w_i u_i, \quad (3.61)$$

а ККТ услови су:

$$\frac{\partial}{\partial u} L_{pom}(u^*, w^*) = 0_{m_G \times 1}, \quad (3.62.1)$$

$$u_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_G, \quad (3.62.2)$$

$$w_i^* \geq 0, \quad i = 1, \dots, m_G, \quad (3.62.3)$$

$$w_i^* u_i^* = 0, \quad i = 1, \dots, m_G. \quad (3.62.4)$$

Из (3.61) и (3.62.1) следи:

$$\nabla \varphi(u^*) = w^* \Leftrightarrow \left( \nabla \varphi(u^*) \right)_i = w_i^*, \quad i = 1, \dots, m_G. \quad (3.63)$$

Из (3.62.2)–(3.62.4) следи:

$$\left( \forall i, i \in \{1, \dots, m_G\} \right), \left( u_i^* > 0 \wedge w_i^* = 0 \right) \vee \left( u_i^* = 0 \wedge w_i^* \geq 0 \right). \quad (3.64)$$

На основу (3.62.2), (3.63) и (3.64) следи да важи:

$$\left( \forall i, i \in \{1, \dots, m_G\} \right), \left( s_i^* > 0 \wedge \nabla \varphi(u^*) = 0 \right) \vee \left( s_i^* = 0 \wedge \nabla \varphi(u^*) \geq 0 \right). \quad (3.65)$$

Према томе, да би се остварили услови (3.57) и (3.58) довољно је изабрати такву функцију  $\varphi(u)$  да за њен градијент важи:

$$\begin{aligned} \left( \nabla \varphi(u^*) \right)_i &= k_2 \left( g_i^T z^* - h_i \right) \\ &= k_2 \left( g_i^T G^T s^* - h_i \right) \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$= k_2 \left( g_i^T G^T \frac{u^*}{k_1} - h_i \right), \quad k_2 > 0, \quad i = 1, \dots, m_G,$$

$$\Leftrightarrow \nabla \varphi(u^*) = k_2 \left( GG^T \frac{u^*}{k_1} - h \right), \quad k_2 > 0. \quad (3.67)$$

где је  $k_2$  произвољна позитивна константа.

Израз (3.67) може да се представи као:

$$\nabla \varphi_2(u^*) = k_2 \left( GG^T \frac{u^*}{k_1} - [G \ h] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \left. \vphantom{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}} \right\}^{n - \hat{r}_C}, \quad k_2 > 0. \quad (3.68)$$

Дефинисана је матрица  $E$  и вектор  $f$ :

$$E_{(n-\hat{r}_c+1) \times m_G} \triangleq \begin{bmatrix} G^T \\ h^T \end{bmatrix}. \quad (3.69)$$

$$f_{(n-\hat{r}_c+1) \times 1} \triangleq \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (3.70)$$

Важи да је:

$$E^T f = h. \quad (3.71)$$

Заменом (3.69) и (3.70) у (3.68) добијено је:

$$\begin{aligned} \nabla \varphi(u^*) &= k_2 \left( GG^T \frac{u^*}{k_1} - E^T f \right) \\ &= k_2 \left( GG^T \frac{u^*}{k_1} - E^T f + h h^T \frac{u^*}{k_1} - h h^T \frac{u^*}{k_1} \right) \\ &= k_2 \left( [G \ h] \cdot \begin{bmatrix} G^T \\ h^T \end{bmatrix} \frac{u^*}{k_1} - E^T f - h h^T \frac{u^*}{k_1} \right) \\ &= k_2 \left( E^T E \frac{u^*}{k_1} - E^T f - h h^T \frac{u^*}{k_1} \right) \\ &= k_2 E^T \left( E \frac{u^*}{k_1} - f \right) - k_2 h h^T \frac{u^*}{k_1}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Трансформације у (3.72) су урађене са циљем да се одреди шта је погодан избор за позитивне коефицијенте  $k_1$  и  $k_2$  тако да се добије једноставан израз за функцију  $\varphi(u)$ . Будући да функција:

$$\tilde{p}(u) \triangleq E^T (Eu - f) \quad (3.73)$$

представља градијент функције  $\frac{1}{2} \|Eu - f\|^2$  погодно је да се коефицијенти у изразу (3.72) изаберу тако да се добије израз  $\tilde{p}(u^*)$ . Ако се узме  $k_1 = k_2 > 0$ , добија се:

$$\nabla \varphi(u^*) = E^T (Eu^* - k_2 f) - h h^T u^*. \quad (3.74)$$

Коефицијент  $k_2$  се одређује из једначине:

$$\nabla \varphi(u^*) = \tilde{p}(u^*) \quad (3.75.1)$$

$$\Leftrightarrow E^T (Eu^* - k_2 f) - h h^T u^* = E^T (Eu^* - f) \quad (3.75.2)$$

$$\Leftrightarrow E^T Eu^* - k_2 E^T f - h h^T u^* = E^T Eu^* - E^T f \quad (3.75.3)$$

$$\Leftrightarrow (1 - k_2) E^T f = h (h^T u^*) \quad (3.75.4)$$

$$\Leftrightarrow (1 - k_2) h = (h^T u^*) h \quad (3.75.5)$$

$$\Leftrightarrow (1 - h^T u^* - k_2) h_{m_G \times 1} = 0_{m_G \times 1}. \quad (3.75.6)$$

Ако је  $h_{m_G \times 1} \neq 0_{m_G \times 1}$ , онда следи да је:

$$k_1 = k_2 = 1 - h^T u^*. \quad (3.76)$$

Дакле, решава се помоћни проблем који је типа NNLS:

$$\min_u \frac{1}{2} \|Eu - f\|^2 \quad (3.77.1)$$

$$\text{под условима: } u_{p \times 1} \geq 0. \quad (3.77.2)$$

користећи NNLS алгоритам [95]. Као излаз NNLS алгоритма добија се решење  $u^*$ . Затим је одређено:

$$\lambda^* = s^* = \frac{u^*}{k_1} = \frac{u^*}{1 - h^T u^*}, \text{ ако је } 1 - h^T u^* \neq 0, \quad (3.78)$$

$$z^* = G^T \lambda^* = \frac{1}{1 - h^T u^*} G^T u^*, \text{ ако је } 1 - h^T u^* \neq 0. \quad (3.79)$$

Ако је  $1 - h^T u^* = 0$ , то значи да систем (3.42.2) није конзистентан, одакле следи да проблем (3.40) нема решење. У наставку је изложен доказ да је заиста тако. Посматра се вектор  $\rho$  који представља резидуал проблема (3.77) у тачки  $u^*$ :

$$\rho \equiv \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{n-\hat{r}_c+1} \end{bmatrix} \triangleq Eu^* - f = \begin{bmatrix} G^T \\ h^T \end{bmatrix} u^* - \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G^T u^* \\ h^T u^* - 1 \end{bmatrix}. \quad (3.80)$$

Следи да је:

$$1 - \tilde{h}^T u^* = -\rho_{n-\hat{r}_c+1}. \quad (3.81)$$

$$G^T u^* = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{n-\hat{r}_c} \end{bmatrix}, \quad (3.82)$$

па из (3.79), (3.81) и (3.82) следи да је:

$$z_j^* = -\frac{\rho_j}{\rho_{n-\hat{r}_c+1}}, \quad j = 1, \dots, n - \hat{r}_c, \text{ ако је } \rho_{n-\hat{r}_c+1} \neq 0. \quad (3.83)$$

У наставку је показано да је систем  $Gz \geq h$  конзистентан ако и само ако је  $\rho_{n-\hat{r}_c+1} < 0$ , односно  $1 - h^T u^* > 0$ , и да систем  $Gz \geq h$  није конзистентан ако и само ако је  $\rho_{n-\hat{r}_c+1} = 0$ , односно  $1 - h^T u^* = 0$ .

Квадрат норме резидуала (3.80) је:

$$\|\rho\|_2^2 = \rho^T \rho = \rho^T (Eu^* - f) = \rho^T Eu^* - \rho^T f, \quad (3.84)$$

Важи да је:

$$\rho^T f = \rho_{n-\hat{r}_c+1}, \quad (3.85)$$

$$\rho^T Eu^* = (E^T \rho)^T u^*, \quad (3.86)$$

$$E^T \rho = E^T (Eu^* - f) = \nabla \varphi(u^*) \equiv \tilde{p}(u^*). \quad (3.87)$$

Подсећања ради, поново су наведени изрази (3.63) и (3.62.4):

$$\nabla \varphi(u^*) = w^*, \quad (3.88)$$

$$w_i^* u_i^* = 0, \quad i = 1, \dots, m_G. \quad (3.89)$$

Из (3.89) следи да је:

$$w^{*\top} u^* = 0. \quad (3.90)$$

Заменом (3.85)–(3.88) и (3.90) у (3.84) добија се:

$$\|\rho\|_2^2 = -\rho_{n-\hat{r}_c+1}, \quad (3.91)$$

одакле следи да је  $\rho_{n-\hat{r}_c+1} \leq 0$ , односно важи:

$$(\|\rho\|_2 = 0 \Leftrightarrow \rho_{n-\hat{r}_c+1} = 0 \Leftrightarrow 1 - h^\top u^* = 0), \quad (3.92)$$

$$(\|\rho\|_2 \neq 0 \Leftrightarrow \rho_{n-\hat{r}_c+1} < 0 \Leftrightarrow 1 - h^\top u^* > 0). \quad (3.93)$$

У наставку је дат доказ да (3.92) важи ако и само ако систем  $Gz \geq h$  није конзистентан. Ако се претпостави супротно: да постоји  $\tilde{z}$  такво да важи  $G\tilde{z} \geq h$  и NNLS алгоритам је као излаз дао решење  $u^*$  за које важи да је  $\rho_{n-\hat{r}_c+1} = 0$ , па је због (3.91) и  $\|\rho\|_2 = 0$ , тј.  $\rho = Eu^* - f = 0_{(n-\hat{r}_c+1) \times 1}$ .

Следи да је  $\nabla \varphi(u^*) = E^\top \rho = 0_{p \times 1}$ . Како је, према ККТ условима,  $\nabla \varphi(u^*) = w^*$ , следи да је  $w^* = 0_{p \times 1}$ , одавде, на основу (3.64) следи да је  $u_i^* > 0$ ,  $i = 1, \dots, m_G$ . На основу (3.82) и (3.81) следи да је  $G^\top u^* = 0_{(n-\hat{r}_c) \times 1}$  и  $1 - h^\top u^* = 0$ , односно  $h^\top u^* = 1$ . Ако би важило да је  $G\tilde{z} \geq h$  при чему је

$\tilde{z} = G^\top \frac{u^*}{k_1}$ , за неки коефицијент  $k_1 > 0$ , онда следи да је  $\tilde{z} = \frac{G^\top u^*}{k_1} = \frac{0_{(n-\hat{r}_c) \times 1}}{k_1} = 0_{(n-\hat{r}_c) \times 1}$ , па је

$G\tilde{z} \geq h$  еквивалентно са  $h \leq 0_{m_G \times 1}$ . Међутим,  $h \leq 0_{m_G \times 1}$  је контрадикторно са  $h^\top u^* = 1$  и  $u_i^* > 0$ ,  $i = 1, \dots, m_G$ , чиме је доказ завршен.

На Слици 3.1 је дат опис LDP алгоритма [95] у псеудокоду за решавање LDP проблема у општем облику:

$$\min_x \|x\|_2 \quad (3.94.1)$$

$$\text{под условима: } G_{m \times n} x_{n \times 1} \geq h_{m \times 1}. \quad (3.94.2)$$

Главни алат за решавање проблема најмањих квадрата са ограничењима у облику неједначина је NNLS алгоритам који увек конвергира. Алгоритам NNLS решава проблем минимизације Еуклидове норме са ограничењем да су променљиве ненегативне (NNLS проблем). Општи облик NNLS проблема је:

$$\min_x \|Ex - f\|_2 \quad (3.95.1)$$

$$\text{под условима: } x \geq 0. \quad (3.95.2)$$

Матрица  $E$  је димензија  $m_2 \times n$ ,

вектор  $f$  је димензија  $m_2 \times 1$ ,

вектор  $x$  је димензија  $n \times 1$ .

Решење проблема у Кораку 2.2 – Први случај је јединствено.

Алгоритам LDP	
<b>Улази:</b>	матрица ограничења $G$ , вектор $h$ и њихове димензије $m$ и $n$ .
<b>Корак 1:</b>	Дефинисати матрицу $E_{(n+1) \times m} = \begin{bmatrix} G^T \\ h^T \end{bmatrix}$ и вектор $f_{(n+1) \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T$ . Решити проблем: $\min_u \ Eu - f\ $ под условима: $u_{m \times 1} \geq 0$ , користећи NNLS алгоритам. Пређи на Корак 2.
<b>Корак 2:</b>	Користећи вектор $u^*$ који је излаз NNLS алгоритма, израчунати вектор $\rho_{(n+1) \times 1} = Eu^* - f$ . Пређи на Корак 3.
<b>Корак 3:</b>	Израчунати $\ \rho\ $ . Ако је $\ \rho\  = 0$ , онда FLAG=FALSE и пређи на Корак 6. У противном пређи на Корак 4.
<b>Корак 4:</b>	Доделити вредност FLAG=TRUE и пређи на Корак 5.
<b>Корак 5:</b>	Израчунати елемент вектора $x^*$ : за $j = 1, \dots, n$ , израчунати $x_j^* = -\frac{\rho_j}{\rho_{n+1}}$ . Пређи на Корак 6.
<b>Корак 6:</b>	Крај.
<b>Излази:</b>	Логичка променљива FLAG и, уколико је FLAG=TRUE, вектор $x^*$ који је решење LDP проблема. Уколико је FLAG=FALSE, то значи да LDP проблем нема решење.

Слика 3.1: LDP алгоритам [95] у псеудокоду

### Корак 2.2 – Други случај: Решавање LPDP проблема (3.40)

У случају да важи  $\hat{r}_C + \hat{r} < n$ , решава се LPDP проблем (3.40) чија је формулација овде поновљена:

$$\min_{z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}} \|z_1\|_2 \quad (3.96.1)$$

$$\text{под условима: } G_1 z_1 + G_2 z_2 \geq h. \quad (3.96.2)$$

Матрица  $G_1$  је димензија  $p \times \hat{r}$ . Матрица  $G_2$  је димензија  $p \times (q - \hat{r})$ . Вектор  $h$  је димензија  $p \times 1$ . Овде су усвојене ознаке:

$$q \triangleq n - \hat{r}_C. \quad (3.97)$$

$$p \equiv m_G. \quad (3.98)$$

Дефинисана је матрица  $G$ :

$$G_{p \times q} \triangleq [G_1 \ G_2] \equiv \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{p1} & g_{p2} & \dots & g_{pq} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} g_1^T \\ \vdots \\ g_p^T \end{bmatrix}, \quad (3.99)$$

$$g_i \triangleq [g_{i1} \ g_{i2} \ \dots \ g_{iq}]^T, \ i = 1, \dots, p. \quad (3.100)$$

Дакле, проблем (3.96) постаје:

$$\min_{z_{q \times 1} = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix}} \left\{ \begin{array}{l} \hat{r} \\ q - \hat{r} \end{array} \right\} \|z_1\|_2 \quad (3.101.1)$$

$$\text{под условима: } G_{p \times q} z_{q \times 1} \geq h_{p \times 1}. \quad (3.101.2)$$

и може да се представи у следећем облику:

$$\min_{z_{q \times 1} = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix}} \left\{ \begin{array}{l} \hat{r} \\ q - \hat{r} \end{array} \right\} f(z) \quad (3.102.1)$$

$$\text{под условима: } \tilde{c}_i(z) \geq 0, i = 1, \dots, p. \quad (3.102.2)$$

где је:

$$f(z) \triangleq \frac{1}{2}(z_{11}^2 + z_{12}^2 + \dots + z_{1\hat{r}}^2) + \frac{1}{2}(0 \cdot z_{21}^2 + 0 \cdot z_{22}^2 + \dots + 0 \cdot z_{2(q-\hat{r})}^2), \quad (3.102.3)$$

$$z_1 = [z_{11} \ z_{12} \ \dots \ z_{1\hat{r}}]^T, \quad (3.102.4)$$

$$z_2 = [z_{21} \ z_{22} \ \dots \ z_{2,(q-\hat{r})}]^T. \quad (3.102.5)$$

$$\tilde{c}_i(z) \triangleq g_i^T z - h_i, i = 1, \dots, p. \quad (3.102.6)$$

Проблем (3.102) је решаван применом ККТ услова. Функције  $f(z)$  и  $\tilde{c}_i(z), i = 1, \dots, p$ , су непрекидно диференцијабилне на  $\mathbb{R}^q$ . Будући да је функција  $f(z)$  конвексна, ККТ услови су и потребни и довољни да тачка  $z^*$  у којој су они задовољени буде глобални минимум. Како су ограничења (3.102.2) линеарна, постоји јединствени вектор  $\lambda^*$  који задовољава услове ККТ теореме. Лагранжова функција која одговара проблему (3.102) је:

$$L_1(z, \lambda) = f(z) - \sum_{i=1}^p \lambda_i \tilde{c}_i(z), \quad (3.103)$$

где је  $\lambda = [\lambda_1 \ \dots \ \lambda_p]^T$  вектор Лагранжових мултипликатора.

Према ККТ теореме, потребни и довољни услови да тачка  $z^*$  буде глобални минимум проблема (3.102) су:

$$\frac{\partial}{\partial z} L_1(z^*, \lambda^*) = 0_{q \times 1}, \quad (3.104.1)$$

$$\tilde{c}_i(z^*) \geq 0, i = 1, \dots, p, \quad (3.104.2)$$

$$\lambda_i^* \geq 0, i = 1, \dots, p, \quad (3.104.3)$$

$$\lambda_i^* \tilde{c}_i(z^*) = 0, i = 1, \dots, p. \quad (3.104.4)$$

Градијент критеријумске функције (3.102.3) је:

$$\nabla f(z) = \left[ \frac{\partial f}{\partial z_{12}} \ \dots \ \frac{\partial f}{\partial z_{1\hat{r}}} \ \frac{\partial f}{\partial z_{21}} \ \dots \ \frac{\partial f}{\partial z_{2,(q-\hat{r})}} \right]^T = [z_{11} \ z_{12} \ \dots \ z_{1\hat{r}} \ 0 \ \dots \ 0]^T. \quad (3.105)$$

Градијент функције ограничења (3.102.6) је:

$$\nabla \tilde{c}_i(z) = g_i, i = 1, \dots, p. \quad (3.106)$$

Заменом (3.105) и (3.106) у (3.104.1) добија се:

$$\nabla f(z) - \sum_{i=1}^p \lambda_i^* \nabla \tilde{c}_i(z) = 0_{p \times 1} \quad (3.107.1)$$



$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} z_1 \\ 0_{(q-\hat{r}) \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla \tilde{c}_1(z) & \nabla \tilde{c}_2(z) & \dots & \nabla \tilde{c}_p(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^* \\ \vdots \\ \lambda_p^* \end{bmatrix} \quad (3.107.2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} z_1 \\ 0_{(q-\hat{r}) \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & \dots & g_p \end{bmatrix} \lambda^* \quad (3.107.3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} z_1 \\ 0_{(q-\hat{r}) \times 1} \end{bmatrix} = G^T \lambda^*. \quad (3.107.4)$$

За матрицу  $G$  важи:

$$G_{q \times p}^T = \left\{ \begin{array}{l} G_1^T \\ G_2^T \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{r} \\ q - \hat{r} \end{array} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & \dots & g_p \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c} \left[ \tilde{g}_1 \right] \left[ \tilde{g}_2 \right] \dots \left[ \tilde{g}_p \right] \\ \left[ \hat{g}_1 \right] \left[ \hat{g}_2 \right] \dots \left[ \hat{g}_p \right] \end{array} \right] \quad (3.108.1)$$

$$\tilde{g}_i = \begin{bmatrix} g_{i1} & g_{i2} & \dots & g_{i\hat{r}} \end{bmatrix}^T, \quad i = 1, \dots, p, \quad (3.108.2)$$

$$\hat{g}_i = \begin{bmatrix} g_{i,\hat{r}+1} & g_{i,\hat{r}+2} & \dots & g_{iq} \end{bmatrix}^T, \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.108.3)$$

Сада услови (3.96.2) могу да се напишу у следећем облику:

$$G_1 z_1 + G_2 z_2 \geq h \quad (3.109.1)$$

$$\Leftrightarrow \tilde{g}_i^T z_1 + \hat{g}_i^T z_2 - h_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.109.2)$$

Узимајући у обзир услове (3.104.2) и (3.104.3), услови (3.104.4) (услови комплементарности) могу да се напишу у следећем облику:

$$(\forall i, i \in \{1, \dots, p\}), \quad (\tilde{c}_i(z^*) > 0 \wedge \lambda_i^* = 0) \vee (\tilde{c}_i(z^*) = 0 \wedge \lambda_i^* \geq 0) \quad (3.110)$$

Из (3.108) и (3.110) следи да је услов (3.107.4) еквивалентан са:

$$\begin{cases} z_1^* = G_1^T \lambda^* = \sum_{j=1}^p \lambda_j^* \tilde{g}_j, & (3.111) \\ 0_{(q-\hat{r}) \times 1} = G_2^T \lambda^* = \sum_{j=1}^p \lambda_j^* \hat{g}_j. & (3.112) \end{cases}$$

Дакле, потребно је одредити вектор  $\lambda^* = [\lambda_1^* \dots \lambda_p^*]^T$  за који важе услови (3.110), (3.111) и (3.112). Формиран је помоћни оптимизациони проблем чија је критеријумска функција строго конвексна и има јединствени минимум у тачки  $\lambda^*$  за коју важи (3.112) и чије су координате ненегативне, а критеријумска функција је таква да у екстремалној тачки важи (3.110). На основу овако одређеног  $\lambda^*$  одређује се  $z_1^*$  користећи (3.111). Формиран је помоћни проблем на аналоган начин као у случају решавања LDP проблема али се сада добија да за градијент критеријумске функције помоћног проблема треба да важи:

$$\left( \nabla \tilde{\varphi}(u^*) \right)_i = k_2 (\tilde{g}_i^T z_1^* + \hat{g}_i^T z_2 - h_i), \quad k_2 > 0, \quad i = 1, \dots, p, \quad (3.113.1)$$

$$\Leftrightarrow \nabla \varphi(u^*) = k_2 (G_1 z_1^* + G_2 z_2 - h), \quad k_2 > 0, \quad (3.113.2)$$

где је  $k_2$  произвољна позитивна константа. Међутим, вектор  $z_2$  не фигурише у критеријумској функцији (3.96.1), а будући да је једини услов да важи  $G_1 z_1 + G_2 z_2 \geq h$  то значи да је могуће међу векторима  $z_1$  за које важи  $G_1 z_1 \geq h$  одредити онај који има минималну норму (нека је то вектор  $z_1^*$ ), а затим изабрати произвољан вектор  $z_2$  тако да важи  $G_1 z_1^* + G_2 z_2 \geq h$  [94]. Из тог

разлога уместо израза (3.113.2) је узето да је градијент критеријумске функције помоћног проблема облика:

$$\nabla \tilde{\varphi}(u) = k_2 (G_1 z_1 - h) = k_2 \left( G_1 \frac{u}{k_1} - h \right), \quad k_2 > 0, \quad (3.114)$$

што представља исту функцију која је искоришћена у случају LDP проблема, па је усвојено као и раније  $k_1 = k_2 = 1 - h^T u^*$ , где је  $u^*$  решење проблема:

$$\min_u \|\tilde{E}u - \tilde{f}\|_2^2 = \|G_1^T u\|_2^2 + (h^T u - 1)^2 \quad (3.115.1)$$

$$\text{под условима:} \quad G_2^T u = 0_{(q-p) \times 1}, \quad (3.115.2)$$

$$u \geq 0_{p \times 1}. \quad (3.115.3)$$

где је  $\tilde{E} = [G_1 \quad h]^T$ ,  $\tilde{f} = [0 \quad 1]$ . Коначно је:

$$\lambda^* = \frac{u^*}{k_1} = \frac{u^*}{1 - h^T u^*}, \quad \text{ако је } 1 - h^T u^* \neq 0, \quad (3.116)$$

$$z_1^* = G_1^T \lambda^* = \frac{1}{1 - h^T u^*} G^T u^*, \quad \text{ако је } 1 - h^T u^* \neq 0, \quad (3.117)$$

иначе проблем нема решење.

Дакле, ако је  $1 - h^T u^* \neq 0$ , у општем случају LPDP проблем има бесконачно много решења

облика  $z^* = \begin{bmatrix} z_1^* \\ z_2 \end{bmatrix}$ , за свако  $z_2$  за које је  $G_1 z_1^* + G_2 z_2 \geq h$ . Међутим, могуће је дефинисати

додатни критеријум на основу којег се међу овим решењима једнозначно одређује јединствено

решење. Нпр. уобичајено се одређује јединствено решење  $z^* = \begin{bmatrix} z_1^* \\ z_2^* \end{bmatrix}$  са минималном нормом:

$$z^* = \operatorname{argmin}_{z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}} \|z\|_2^2 = \operatorname{argmin}_{z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}} (\|z_1\|_2^2 + \|z_2\|_2^2), \quad (3.118)$$

и овај случај је појашњен у наставку. Међутим, да би се одредило јединствено решење проблема (3.96), уместо да се међу векторима  $z_2$  за које важи  $G_1 z_1^* + G_2 z_2 \geq h$  одабере онај који има минималну норму, може се изабрати вектор  $z_2^*$  који минимизира неки други, погодан дефинисан, критеријум. Према томе, закључак је да се описани поступак решавања LPDP проблема састоји се из два дела. У првом делу одређује се вектор  $z_1^*$  независно од вредности вектора  $z_2$ . Вектор  $z_1^*$  се користи у другом делу за одређивање вектора  $z_2^*$ .

### Први део решавања LPDP проблема – одређивање вектора $z_1^*$

Одређивање вектора  $z_1^*$  захтева решавање проблема (3.115). За решавање проблема (3.115) може се применити NNLS алгоритам након елиминације ограничења у облику једначина (3.115.2). Дакле, примени NNLS алгоритма на проблем (3.115) претходи идентификација компонената вектора  $u$  које представљају базне променљиве у хомогеном систему линеарних једначина (3.115.2). Ове променљиве су изражене преко слободних променљивих система (3.115.2) и елиминисане из проблема (3.115). Базне и слободне променљиве треба одредити помоћу неке од матричних факторизација које откривају (нумерички) ранг матрице. Како би

се обезбедила нумеричка стабилност алгоритма и највећа поузданост у одређивању ранга, примењена је и овде декомпозиција матрице по сингуларним вредностима:

$$G_2^T = U_G S_G V_G^T, \quad (3.119)$$

$$S_G \triangleq \left[ \begin{array}{cc} \Sigma_G & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} \hat{r}_G \\ \} p - \hat{r}_G \end{array} \right. \quad (3.120)$$

Заменом (3.119) и (3.120) у (3.115.2) добија се:

$$U_G^T G_2^T u = U_G^T \mathbf{0}_{(q-\hat{r}) \times 1} \Leftrightarrow U_G^T G_2^T V_G V_G^T u = \mathbf{0}_{(q-\hat{r}) \times 1}, \quad (3.121)$$

$$\left[ \begin{array}{cc} \Sigma_G & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\hat{r}_G \times 1} \\ \mathbf{0}_{(q-\hat{r}) \times 1} \end{bmatrix}, \quad (3.122)$$

где је:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \triangleq V_G^T u. \quad (3.123)$$

На основу (3.123) следи да су базне променљиве у систему (3.114.2):

$$u_1 = \mathbf{0}_{\hat{r}_G \times 1}. \quad (3.124)$$

Из (3.123) следи:

$$u = V_G \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = [V_{G1} \ V_{G2}] \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ u_2 \end{bmatrix} = V_{G2} u_2, \quad (3.125)$$

$$V_G \equiv \left[ \begin{array}{cc} \underbrace{V_{G1}}_{\hat{r}_G} & \underbrace{V_{G2}}_{p-\hat{r}_G} \end{array} \right] \quad (3.126)$$

Применом (3.126) проблем (3.115) постаје:

$$\min_{u_2} \left\| \tilde{E} V_{G2} u_2 - \tilde{f} \right\|_2^2 \quad (3.127.1)$$

$$\text{под условима: } V_{G2} u_2 \geq \mathbf{0}_{p \times 1}. \quad (3.127.2)$$

Увођењем смене:

$$w = V_{G2} u_2, \quad (3.128)$$

проблем (3.127) се изражава у форми NNLS проблема који се директно решава применом NNLS алгоритма. Као решење се добија вектор  $w^*$  за који важи  $w^* = u^*$ . Коначно је:

$$\lambda^* = \frac{u^*}{k_1}. \quad (3.129)$$

$$z_1^* = G_1^T \lambda^*, \quad (3.130)$$

**Други део решавања LPDP проблема - одређивање вектора  $z_2^*$**

У другом делу одређује се вектор  $z_2^*$  решавајући следећи проблем:

$$\min_{z_2} \frac{1}{2} \|z_2\|_2^2 \quad (3.131.1)$$

$$\text{под условима: } G_2 z_2 \geq \tilde{h}, \quad (3.131.2)$$

$$\tilde{h} \equiv [\tilde{h}_1 \dots \tilde{h}_p]^T \triangleq h - \tilde{G}_1 z_1^*. \quad (3.131.3)$$

Међутим, услови оптималности вектора  $z_1^*$  одређују који услови у систему (3.131.2) морају да задовољају једнакост. Наиме, ако је  $\lambda_i^* > 0$  односно  $u_i^* > 0$ , онда важи:

$$\nabla_u \tilde{\varphi}(u^*) = \tilde{g}_i^T z_1^* - h_i = 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.132)$$

Ако је  $\lambda_i^* = 0$ , односно  $u_i^* = 0$ , онда важи:

$$\nabla_u \tilde{\varphi}(u^*) = \tilde{g}_i^T z_1^* - h_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.133)$$

Решење LPDP проблема је свако  $z_2$  за које важи:

$$\tilde{g}_i^T z_1^* + \hat{g}_i^T z_2 - h_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.134)$$

У каквој је вези услов (3.134) са (3.132) и (3.133)? Важи да је:

$$\tilde{g}_i^T z_1^* - h_i = \tilde{g}_i^T z_1^* + \hat{g}_i^T z_2 - h_i, \quad i = 1, \dots, p, \quad (3.135)$$

што значи да је:

$$\tilde{g}_i^T z_1^* + \hat{g}_i^T z_2 - h_i = 0, \quad \text{за } u_i > 0, \quad i \in \{1, \dots, p\}, \quad (3.136)$$

$$\tilde{g}_i^T z_1^* + \hat{g}_i^T z_2 - h_i \geq 0, \quad \text{за } u_i = 0, \quad i \in \{1, \dots, p\}. \quad (3.137)$$

Заменом (3.132) у (3.136) се добија:

$$\hat{g}_i^T z_2 = 0, \quad \text{за } u_i > 0, \quad i \in \{1, \dots, p\}. \quad (3.138)$$

Према томе,  $z_2^*$  је решење следећег проблема:

$$\min_{z_2} \frac{1}{2} \|z_2\|_2^2 \quad (3.139.1)$$

$$\text{под условима:} \quad G_{2jednakosti} z_2 = \tilde{h}_{jednakosti}, \quad (3.139.2)$$

$$G_{2nejednakosti} z_2 \geq \tilde{h}_{nejednakosti}, \quad (3.139.3)$$

где се вектор  $\tilde{h}_{jednakosti} = 0$  састоји од оних елемената  $\tilde{h}_i$  вектора  $\tilde{h} \equiv [\tilde{h}_1 \dots \tilde{h}_p]^T \triangleq h - G_1 z_1^*$  за које је  $u_i^* > 0$ , матрица  $G_{2jednakosti}$  се састоји од  $i$ -тих врста матрице  $G_2$  за које је  $u_i^* > 0$ . Вектор  $\tilde{h}_{nejednakosti}$  се састоји од оних елемената  $\tilde{h}_i$  вектора  $\tilde{h} \equiv [\tilde{h}_1 \dots \tilde{h}_p]^T \triangleq h - G_1 z_1^*$  за које је  $u_i^* = 0$ , а матрица  $G_{2nejednakosti}$  се састоји од  $i$ -тих врста матрице  $G_2$  за које је  $u_i^* = 0$ . Након елиминације ограничења у облику једначина (3.139.2), проблем (3.139) постаје LDP проблем који може да се реши директном применом LDP алгоритма.

## 4. Планирање развоја дистрибуираних PV система

Развој дистрибуиране производње из ОИЕ има велики потенцијал и значај за декарбонизацију производње електричне енергије. Дугорочно планирање развоја ОИЕ мора да обухвати и планирање дистрибуираних соларних PV система. Дистрибуиране ветроелектране су такође атрактивне али се не могу планирати на исти начин као дистрибуирани соларни системи из разлога што су ови пројекти више специфични у погледу просторних и урбанистичких услова, нису везани за потрошачке зоне већ се прикључују на средњенапонску мрежу, ветропотенцијал није равномерно распоређен на територији анализираних ЕЕС-а и једноставније је, уколико се покаже да постоји велико интересовање за инвестиције у дистрибуиране ветроелектране у одређеном региону, накнадно анализирати како би требало усмерити инвестиције у овом региону и ускладити их са планираним капацитетима дистрибуираних соларних система, али и са капацитетима соларних и ветроелектрана планираним за прикључење на преносни систем.

Инсталацијом PV система у дистрибутивној мрежи обезбеђује се локално снабдевање потрошње и повећање енергетске сигурности. Локална производња електричне енергије смањује потребе за производњом електричне енергије у електранама на фосилна горива и емисије штетних гасова у атмосферу. Са повећањем локално снабдене потрошње растеређују се дистрибутивни и преносни систем у смислу да се смањује вршно оптерећење, ослобађа преносни капацитет мреже и одлажу инфраструктурна улагања у мрежне капацитете. Такође се значајно могу смањити и губици електричне енергије, што доприноси смањењу бруто потрошње и додатном смањењу производње електричне енергије у термоелектранама. За инсталацију PV система погодно је користити пасивне кровне површине, како кровове великих комерцијалних и индустријских потрошача, тако и кровове резиденцијалних и јавних објеката. Поред ових површина, у појединим потрошачким зонама постоје и расположиве површине за монтирање соларних панела на тлу. Ови панели се полажу на посебне конструкције којима се постиже жељени нагиб и оријентација, а такође је могућа употреба уређаја за праћење позиције Сунца у циљу постизања максималне осветљености панела у току дана. Кровно инсталирани PV системи и PV системи на конструкцијама на тлу који су прикључени на исту дистрибутивну мрежу која се радијално напаја из трансформаторске станице (ТС) која повезује преносни и дистрибутивни систем, могу значајно да утичу на Цулове губитке у мрежи и најчешће смањују вршно оптерећење. У случајевима када су ови PV капацитети довољно велики могуће је да се у одређеним периодима енергија произведена у дистрибутивној мрежи предаје преносном систему.

Дистрибуирани PV системи могу бити електране прикључене на нисконапонску (НН) или средњенапонску (СН) мрежу или PV системи прикључени на електроенергетску инсталацију крајњих купаца који на тај начин смањују трошкове за снабдевање електричном енергијом. Овакви крајњи купци се стога називају купци-произвођачи или прозјумери. Најчешће су ови PV системи монтирани на крововима објеката крајњих купаца. Прозјумери се разликују међу собом у погледу размене енергије коју остварују са дистрибутивном мрежом [96]. Прозјумери могу да не предају енергију мрежи, што значи да су њихови PV системи намењени искључиво за снабдевање сопствене потрошње, али најчешће прозјумери предају вишак произведене енергије дистрибутивној мрежи. У таквим случајевима разлика између прозјумера и мале електране је у томе што примарна делатност прозјумера није продаја електричне енергије.

За потребе планирања развоја дистрибуираних PV система као дела националне енергетске стратегије, у овом поглављу су анализирани системски ефекти изградње одређених капацитета дистрибуираних PV система у погледу утицаја на укупну енергију мрежних губитака, појаву

контра токова снаге (из дистрибутивне мреже у преносни систем) и резидуални профил укупне бруто потрошње у анализираном ЕЕС-у. За планирање развоја ОИЕ потребно је одредити колика треба да буде укупна инсталисана снага и просторна алокација соларних система прикључених на дистрибутивни систем анализираниог ЕЕС-а. Да би се размотрило ово питање, у наставку је анализирано колика је оптимална укупна инсталисана снага дистрибуираних PV система у одређеној дистрибутивној мрежи са аспекта минимизације укупне енергије Џулових губитака, да ли је могуће инсталирати оволике капацитете с обзиром на техничка ограничења дистрибутивне мреже и колико капацитета је оптимално инсталирати с обзиром на потребу за усаглашавањем профила укупне потрошње и профила укупне производње електричне енергије у анализираном ЕЕС-у. Добијени резултати биће искоришћени у Поглављу 5 и Поглављу 6 за дефинисање оптималних развојних циљева за дистрибуиране PV системе за сваку дистрибутивну мрежу у анализираном ЕЕС-у који су координисани (усклађени) са глобалним циљем према којем се планира развој ОИЕ.

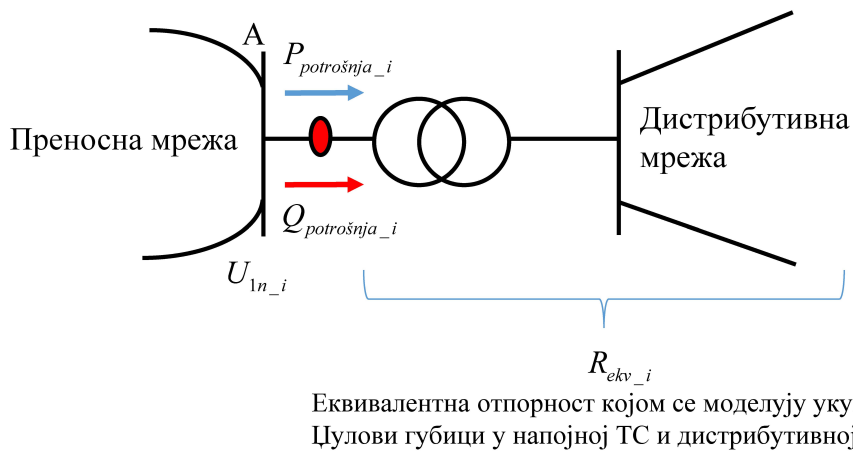
#### 4.1 Модел за планирање развоја дистрибуираних PV система са циљем постизања одређене вредности релативног смањења Џулових губитака

Дистрибутивне мреже које су овде анализирание представљају делове ЕЕС-а напајане из тачно једног електричног чвора преносне мреже. Нека је број таквих дистрибутивних мрежа у анализираном ЕЕС-у  $N_{dist}$ . На Слици 4.1 приказан је модел овако дефинисане дистрибутивне мреже који је у наставку примењен за одређивање криве зависности релативног смањења Џулових губитака од укупних инсталисаних капацитета дистрибуираних PV система у тој мрежи. Овај модел се састоји из укупне производње свих дистрибуираних PV система, који обухватају кровне PV системе и PV системе на конструкцијама на тлу, и укупне потрошње свих потрошача у анализираној дистрибутивној мрежи посматране као да су концентрисане у једној тачки и прикључене директно на нисконапонску страну напојне ТС ВН/СН. Дисперзивност PV система у анализираној дистрибутивној мрежи зависи од расположивих кровних површина, развијености дистрибутивне мреже и ограничења у погледу напонских и струјних оптерећења и може се разматрати као наредни и засебан корак у погледу оптималне алокације капацитета.

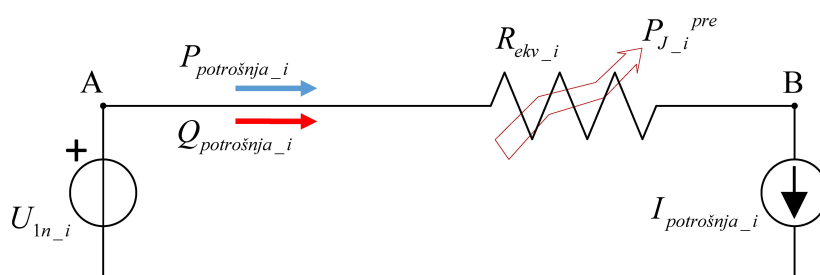
За  $i$ -ту дистрибутивну мрежу у којој нису прикључени PV системи, укупна енергија Џулових губитака током посматраног временског периода процењена је на следећи начин на основу еквивалентне шеме на Слици 4.2:

$$W_{J_i}^{pre} = \int_0^T P_{J_i}^{pre}(t) dt \cong \frac{R_{ekv_i}}{U_{1n_i}} \sum_{k=1}^{N_h} (P_{potrošnja_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja_i}(t_k)^2) \cdot 1 \text{ h}, i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.1)$$

где је  $P_{J_i}^{pre}$  снага Џулових губитака пре прикључења дистрибуираних PV система,  $R_{ekv_i}$  еквивалентна отпорност којом се моделују укупни Џулови губици у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи. Еквивалентна отпорност представља рачунски параметар којим су моделовани губици у бакру у прикључној трансформаторској станици, као и губици у СН и НН дистрибутивним водовима и намотима трансформатора СН/НН. Генерално, губици у дистрибутивној мрежи садрже губитке у гвожђу трансформатора и Џулове губитке у фазним проводницима и намотима трансформатора. Губици у гвожђу се могу сматрати константним јер зависе од напона, тако да они практично не зависе од инсталисане снаге фотонапонских панела, ако се занемаре варијације напона. Губици у диелектрику каблова такође практично не зависе од струјног оптерећења и могу се сматрати константним. У (4.1)  $P_{potrošnja_i}(t_k)$  и  $Q_{potrošnja_i}(t_k)$  су редом активна и реактивна средња снага у  $k$ -том сату измерена са високонапонске стране



**Слика 4.1:** Модел дистрибутивне мреже за одређивање криве зависности релативног смањења яулових губитака од укупних инсталираних капацитета дистрибуираних PV система у тој мрежи



**Слика 4.2:** Еквивалентна шема за прорачун яулових губитака у дистрибутивној мрежи пре прикључења дистрибуираних PV система

напојног трансформатора (Слика 4.1),  $U_{1n\_i}$  је номинални напон преносне мреже у којој је прикључен напојни трансформатора, а  $N_h$  је број сати у анализираном временском периоду чије је трајање означено са  $T$ . Претпостављено је да је напон у тачки А константан и једнак номиналном напону преносне мреже. Занемарена је зависност отпорности  $R_{ekv\_i}$  од температуре и оптерећења дистрибутивне мреже. Распоживи мерни подаци се односе на бруто потрошњу која укључује нето потрошњу објеката у анализираној дистрибутивној мрежи, губитке у прикључној СН и НН мрежи, као и губитке у напојној ТС ВН/СН.

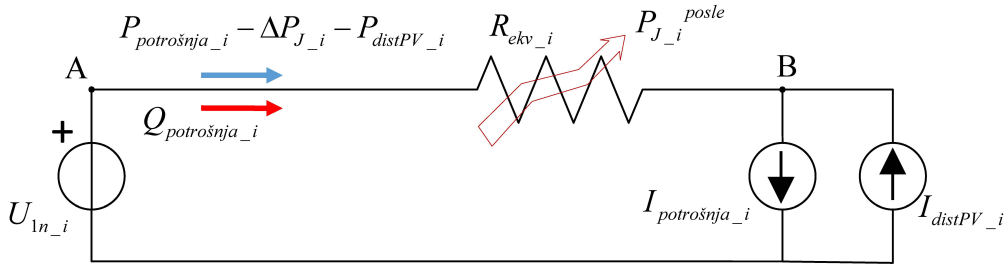
Након прикључења дистрибуираних PV система укупне инсталисане снаге  $x_{dist\_i}$ , укупна енергија яулових губитака у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи би у току посматраног временског периода била једнака  $W_{J\_i}^{posle}$  које је процењено на следећи начин на основу еквивалентне шеме приказане на Слици 4.3:

$$W_{J\_i}^{posle} = \int_0^T P_{J\_i}^{posle}(t) dt \cong \frac{R_{ekv}}{U_{1n\_i}} \sum_{k=1}^{N_h} \left[ \left( P_{potrošnja\_i}(t_k) - P_{distPV\_i}(t_k) \right)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2 \right] \cdot 1 \text{ h},$$

$i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.2)$

$$P_{distPV\_i}(t_k) = P_{distPV\_i}^{spec}(t_k) x_{dist\_i}, \quad k = 1, \dots, N_h; \quad i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.3)$$

где је  $P_{J\_i}^{posle}$  снага яулових губитака након прикључења дистрибуираних PV система,  $P_{distPV\_i}^{spec}(t_k)$  представља специфичну снагу производње дистрибуираних PV система инсталираних у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи током  $k$ -тог сата анализираног временског периода.



Слика 4.3: Еквивалентна шема за прорачун Џулових губитака у дистрибутивној мрежи након прикључења дистрибуираних PV система

Специфичан профил производње PV система представља снагу производње сведену на јединицу инсталисане снаге PV система. За одређену дистрибутивну мрежу претпостављено је да свим PV системима прикљученим на ту мрежу одговара исти специфични профил производње. Овај профил је израчунат као тежинска сума специфичних профила кровних PV система и PV система на конструкцијама на тлу, при чему су као тежински коефицијенти коришћени удели инсталисаних капацитета одређене категорије PV система у укупном инсталисаном капацитету свих PV система у анализираној дистрибутивној мрежи:

$$P_{distPV_i}^{spec}(t_k) = \frac{P_{distPVnom_i}^{krovni}}{x_{dist_i}} P_{distPVkrovni_i}^{spec}(t_k) + \frac{P_{distPVnom_i}^{tlo}}{x_{dist_i}} P_{distPVtlo_i}^{spec}(t_k), \quad k = 1, \dots, N_h, \quad (4.4)$$

где су  $P_{distPVnom_i}^{krovni}$  и  $P_{distPVnom_i}^{tlo}$  редом инсталисани капацитети кровних PV система и PV система на конструкцијама на тлу, а  $P_{distPVkrovni_i}^{spec}$  и  $P_{distPVtlo_i}^{spec}$  су профили њихових специфичних производњи. Ови профили су одређени за исту локацију која се приближно налази у геометријском центру потрошачке зоне коју напаја посматрана дистрибутивна мрежа. Ово је оправдано јер је површина на којој се простире дистрибутивна мрежа релативно мала да би варијације соларног потенцијала унутар ње биле значајне. Специфичан профил производње PV система зависи од нагиба и оријентације PV панела. За PV системе који ће бити монтирани на тлу претпостављено је да ће имати оптимални нагибни угао за анализирану локацију и да ће имати систем за једноосно праћење азимутног угла Сунца. За кровне PV системе претпостављено је да су расположиви кровови оријентације нагиба  $20^\circ$  и да је међу њима 50% оријентисано јужно, 25% источно и 25% западно. Еквивалентни профил специфичне производње кровних PV система,  $P_{distPVkrovni_i}^{spec}$ , дефинисан је као тежинска сума профила специфичних производњи кровних PV система на различито оријентисаним кровним површинама са тежинским коефицијентима 0.5, 0.25 и 0.25. Будући да тачан однос између укупних капацитета кровних PV система и укупних капацитета PV система на конструкцијама на тлу у одређеној дистрибутивној мрежи није могуће предвидети, претпостављено је да су ови капацитети једнаки. На овај начин минимизирана је максимална грешка у процени инсталисаних капацитета одређене категорије дистрибуираних PV система. Максимална грешка у процени би била у случају да се у пракси инсталира само једна категорија дистрибуираних соларних система (нпр. уколико се у одређеном региону инсталира 100% соларних система на тлу, 0% на крову, онда усвојена претпоставка прави максималну грешку од 50%, међутим, да је нпр. претпостављен однос 70:30, максимална могућа грешка би била 70%).

У (4.2) је снага  $[P_{potrošnja_i}(t_k) - \Delta P_{J_i}(t_k) - P_{distPV_i}(t_k)]$  са Сlike 4.3 апроксимирана снагом  $[P_{potrošnja_i}(t_k) - P_{distPV_i}(t_k)]$  будући да снага  $\Delta P_{J_i}(t_k) \triangleq P_{J_i}^{posle}(t_k) - P_{J_i}^{pre}(t_k)$  не може да се одреди без познавања инсталисаног капацитета PV система. Из (4.1) и (4.2) следи да је релативно смањење Џулових губитака у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи,  $y_{J_i}$ :



$$y_{J\_i} (\%) = \left( 1 - \frac{W_J^{posle}}{W_J^{pre}} \right) \cdot 100 = c_{2i} x_{dist\_i}^2 + c_{1i} x_{dist\_i}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.5)$$

$$c_{2i} \triangleq - \frac{100 \cdot \sum_{k=1}^{N_h} P_{distPV\_i}^{spec} (t_k)^2}{\sum_{k=1}^{N_h} \left( P_{potrošnja\_i} (t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i} (t_k)^2 \right)}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.6)$$

$$c_{1i} \triangleq \frac{200 \cdot \sum_{k=1}^{N_h} \left( P_{distPV\_i}^{spec} (t_k) \cdot P_{potrošnja\_i} (t_k) \right)}{\sum_{k=1}^{N_h} \left( P_{potrošnja\_i} (t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i} (t_k)^2 \right)}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}. \quad (4.7)$$

Дакле, изрази (4.4)–(4.7) дефинишу криву зависности релативног смањења Џулових губитака од укупних капацитета PV система прикључених у  $i$ -ту дистрибутивну мрежу. Да би се укупна енергија Џулових губитака у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи смањила за  $y_{J\_i}$  процената, у тој дистрибутивној мрежи треба инсталирати PV системе чији је укупни капацитет  $x_{dist\_i} = x_{dist\_i\_1}$  или  $x_{dist\_i} = x_{dist\_i\_2}$ , где  $x_{dist\_i\_1}$  и  $x_{dist\_i\_2}$  представљају решења квадратне једначине (4.5):

$$x_{dist\_i\_1} = \frac{-c_{1i} + \sqrt{c_{1i}^2 + 4c_{2i}y_{J\_i}}}{2c_{2i}}, \quad (4.8)$$

$$x_{dist\_i\_2} = \frac{-c_{1i} - \sqrt{c_{1i}^2 + 4c_{2i}y_{J\_i}}}{2c_{2i}}. \quad (4.9)$$

На основу израза (4.8) и (4.9) може се закључити да је  $c_{2i}$  негативно, а  $c_{1i}$  позитивно, стога важи да је  $0 < x_{dist\_i\_1} \leq x_{dist\_i\_2}$ . Добијају се два реална решења, што је и очекивано с обзиром на то да губици не зависе од смера токова снага у мрежи. У решењу 1 токови снага су доминантно од преносне мреже ка дистрибутивној али су кумулативно смањени тако да су и губици енергије на анализираном временском хоризонту смањени за задату процентуалну вредност. Решење 2 се односи на случај када су токови снага доминантно од дистрибутивне мреже ка преносној мрежи. Под овом претпоставком производња PV панела је значајно већа од потрошње у датој дистрибутивној мрежи, те ово решење подразумева значајне инсталисане снаге PV панела које вишеструко превазилазе снагу потрошње у дистрибутивној мрежи. Ово решење није од интереса за ову анализу. Заправо, решење 1 представља минималну инсталисану снагу са којом се постиже задато смањење губитака, а решење 2 максималну снагу PV панела са којом се постиже смањење које није мање од задате вредности. Даље повећавање инсталисаних снага PV панела у односу на решење 2 довело би до повећања губитака. За израчунавање вредности  $x_{dist\_i\_1}$  треба користити следећи еквивалентни израз уместо израза (4.8) како би се избегла нумеричка грешка приликом одузимања малих бројева у бројиоцу израза (4.8):

$$x_{dist\_i\_1} = \frac{2y_{J\_i}}{c_{1i} + \sqrt{c_{1i}^2 + 4c_{2i}y_{J\_i}}}. \quad (4.10)$$

Ако се израз (4.5) представи у следећем еквивалентном облику:

$$y_{J\_i} (\%) = c_{2i} \left( x_i + \frac{c_{1i}}{2c_{2i}} \right)^2 + \frac{c_{1i}^2}{4|c_{2i}|}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.11)$$

може се закључити да се максимална вредност релативног смањења Џулових губитака у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи,  $y_{J\_i}^{\max}$ , достиже за  $x_{dist\_i} = x_{dist\_i}^{opt}$ , где је  $x_{dist\_i}^{opt}$  оптимални инсталирани капацитет дистрибуираних PV система у тој мрежи са аспекта минимизације укупне енергије Џулових губитака и важи:

$$x_{dist\_i}^{opt} = -\frac{c_{1i}}{2c_{2i}}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.12)$$

$$y_{J\_i}^{\max} = \frac{c_{1i}^2}{4|c_{2i}|}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}. \quad (4.13)$$

Решење (4.12) представља вредност инсталираних капацитета дистрибуираних PV система при којој је сума квадрата одступања (у изразу (4.2)) профила укупне производње дистрибуираних PV система од профила укупне потрошње напојне ТС минимална, што резултује максимизацијом израза (4.5). То значи да се минимизацијом укупне енергије Џулових губитака профили укупне потрошње дистрибутивне мреже и укупне производње дистрибуираних PV система прикључених на ту мрежу оптимално усклађују тако да је постигнут компромис између следећих циљева:

- минимизације енергије позитивног дебаланса између ова два профила,
- минимизације енергије негативног дебаланса између ова два профила,
- минимизације максималне по модулу снаге дебаланса.

Овим су минимизирани захтеви у погледу снаге и енергије коју би капацитети за балансирање дистрибуираних PV система у одређеној дистрибутивној мрежи требало да обезбеде, што минимизира инвестиционе трошкове у ове капацитете, повећава ефикасност искоришћења енергије произведене из дистрибуираних PV система, а такође повећава ефикасност искоришћења енергије произведене у осталим електранама будући да се повећава ефикасност дистрибутивног система.

Треба уочити да у изразу (4.10) не фигурише еквивалентна отпорност, односно оптимална инсталирана снага PV система зависи само од профила потрошње и производње, али не и од параметара напојне мреже.

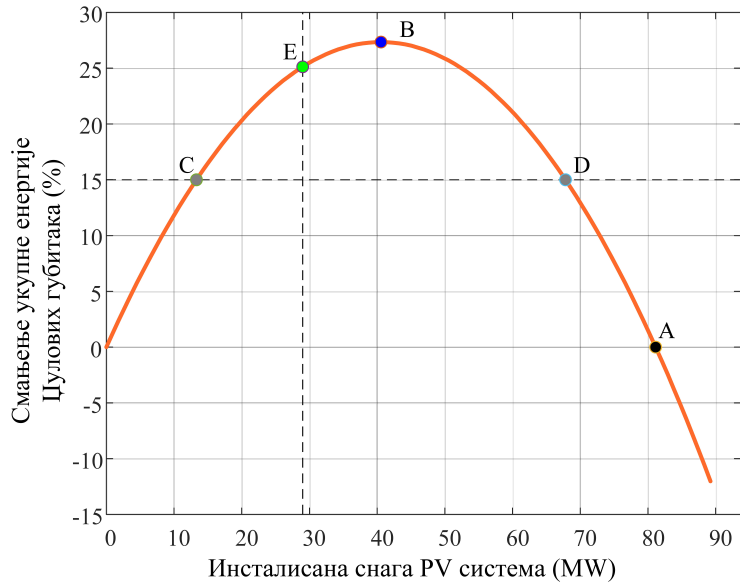
Колики је максимални капацитет PV система који се може прикључити на одређену дистрибутивну мрежу, да не дође до повећања укупне енергије Џулових губитака? Овај капацитет је означен са  $x_{dist\_i}^{\max}$ . Тај капацитет представља једно од решења квадратне једначине (4.5) за  $y_{J\_i} = 0$ . Из једначине:

$$c_{2i} x_{dist\_i}^2 + c_{1i} x_{dist\_i} = 0, \quad i = 1, \dots, N_{dist}, \quad (4.14)$$

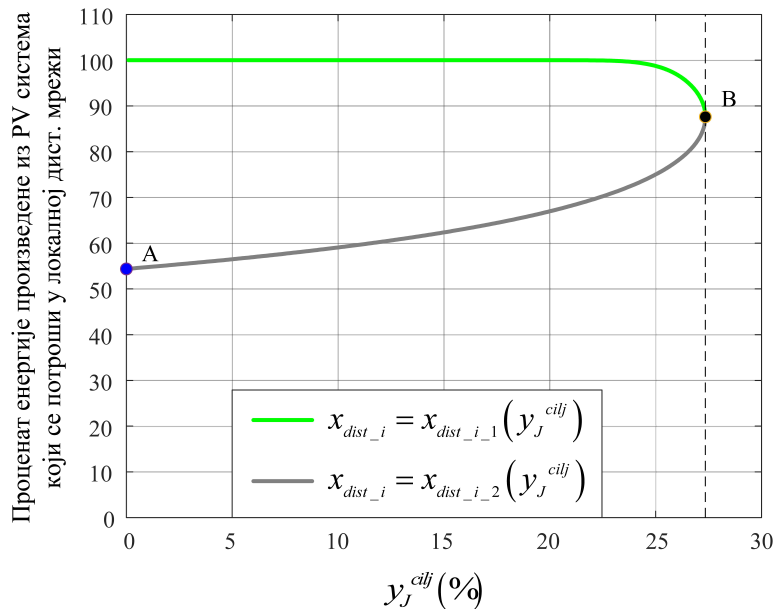
добија се да је:

$$x_{dist\_i}^{\max} = -\frac{c_{1i}}{c_{2i}}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}. \quad (4.15)$$

Као пример овог прорачуна, дата је Слика 4.4 која се односи на дистрибутивну мрежу напајану из ТС Сомбор 1. На Слици 4.5 упоређена су решења (4.9) и (4.10) за различите вредности релативног смањења Џулових губитака у овој дистрибутивној мрежи.



Слика 4.4: Ефекат дистрибуираних PV система на смањење укупне енергије Цулових губитака у дистрибутивној мрежи напајаној из ТС Сомбор 1



Слика 4.5: Разлике у количини локално искоришћене енергије произведене из PV система различитог инсталисаног капацитета којима се постиже исти ефекат на Цулове губитке у дистрибутивној мрежи

Дакле, у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи смањење укупне енергије Цулових губитака могуће је постићи прикључењем PV система чији је укупни капацитет у опсегу  $(0, x_{dist\_i}^{max})$ . На Слици 4.4 и Слици 4.5 тачка А одговара капацитету  $x_{dist\_i}^{max}$ . Максимално процентуално смањење укупне енергије Цулових губитака у вредности  $y_J^{max}$  постиже се инсталирајући капацитет  $x_{dist\_i}^{opt}$  (тачка В на Слици 4.4 и Слици 4.5). У одређеној дистрибутивној мрежи могуће је остварити процентуално смањење Цулових губитака из опсега  $(0, y_J^{max})$  инсталирајући капацитет  $x_{dist\_i\_1}$  или  $x_{dist\_i\_2}$ . На пример, Слика 4.4 показује да је смањење губитака у вредности 15% могуће постићи инсталирајући капацитете који одговарају тачкама С и D. Ако је циљ да се одређени ефекат на Цулових губитке постигне са минималним инвестицијама у дистрибуиране PV системе, онда треба да инсталирати капацитет  $x_{dist\_i\_1}$ . То значи да се за одређену дистрибутивну мрежу разматра инсталирање капацитета PV система у опсегу  $[0, x_{dist\_i}^{opt}]$

уместо да се посматра опсег  $[0, x_{dist\_i}^{max}]$ . Такође, капацитети из овог опсега имају значајно већи удео локално потрошене производње (преко 87.6% за случај на Слици 4.5) у односу на капацитете из опсега  $[x_{dist\_i}^{opt}, x_{dist\_i}^{max}]$ , код којих је удео локално потрошене производње у дистрибутивној мрежи напајаној из ТС Сомбор 1 у опсегу између 54.4% и 87.6%. Међутим, након одређивања оптималних капацитета PVE планираних за прикључење на преносну мрежу, може се размотрити да ли постоји интерес да се део капацитета PVE планиран за прикључење на преносну мрежу смањи на рачун повећања капацитета дистрибуираних PV система изнад вредности која одговара постављеном циљу  $y_J^{cilj}$ . Разлози за такву одлуку могу бити недостатак инвеститора који су заинтересовани за развој великих PV електрана, док са друге стране постоји велики број домаћинстава, комерцијалних или индустријских потрошача заинтересованих да постану прозјумери, а тиме би се постигло и веће смањење Џулових губитака у дистрибутивним мрежама. Овде се отвара питање како алоцирати овај капацитет по дистрибутивним мрежама. Најбоље би било инсталирати их у дистрибутивне мреже које припадају истом географском региону као и регион у којем се смањује капацитет PVE планиран за прикључење на преносну мрежу из разлога што су специфични профили производње PV система у овим мрежама веома блиски профили специфичне производње PVE у посматраном региону. Друго, инсталирање PV система капацитета 1 MW има различит ефекат на губитке у различитим дистрибутивним мрежама. Стога је корисна информација о ефикасности оптималног инсталисаног капацитета PV система у погледу оствареног смањења бруто потрошње дистрибутивне мреже која се састоји од уштеде енергије на рачун смањења Џулових губитака,  $\Delta W_{J\_i}$ , и локално снабдевене енергије потрошње директно из дистрибуираних PV система,  $W_{distPV \rightarrow distPotrošnja\_i}$ . Ова ефикасност дефинисана је на следећи начин:

$$\eta_{J\_distPV\_i} \triangleq \frac{W_{distPV \rightarrow distPotrošnja\_i} + \Delta W_{J\_i}}{x_{dist\_i}^{opt}}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}. \quad (4.16)$$

Ако се коефицијенти (4.16) уреду у опадајући низ, онда он дефинише редослед дистрибутивних мрежа према којем треба додавати капацитете дистрибуираних PV система којима се постиже да у свакој од њих осим у евентуално последњој буде прикључен оптимални капацитет који минимизира Џулове губитке. Овај коефицијент није исти за све дистрибутивне мреже пре свега због различитих профила потрошње, који се могу међусобно разликовати пре свега због присуства индустријских и комерцијалних потрошача. Највећи приоритет би имале дистрибутивне мреже код којих је изражена потрошња у току подневних сати, а мањи коефицијент би био за мреже где преовладава ноћна потрошња.

Капацитет дистрибуираних PV система у одређеној дистрибутивној мрежи мора да задовољи и оперативна ограничења те мреже у погледу дозвољених вредности напона у чворовима и струја кроз елементе мреже. Потребно је проверити да ли би уопште било могуће инсталирати планирани капацитет PV система у одређеној дистрибутивној мрежи. Тачка Е на Слици 4.4 одговара инсталисаној снази дистрибуираних PV система која је једнака одобреној снази потрошње. Ако би се поставио услов да максимална снага коју дистрибутивна мрежа предаје преносном систему преко напојне ТС не буде већа од одобрене снаге потрошње коју ова ТС напаја, могао би да се инсталирају значајно већи капацитети од  $x_{dist\_i}^{opt}$ . Ови капацитети би били мање ефикасни у смањивању Џулових губитака од капацитета назначене снаге  $x_{dist\_i}^{opt}$ , а чак би у већини дистрибутивних мрежа превазишли вредност  $x_{dist\_i}^{max}$  и довели до повећања Џулових губитака. Овај резултат значи да у већини дистрибутивних мрежа ограничење по термичкој оптеретљивости напојног трансформатора не би било нарушено инсталацијом капацитета  $x_{dist\_i}^{max}$ . Инсталирањем капацитета  $x_{dist\_i}^{opt}$  контра ток снаге ни у једној дистрибутивној мрежи не прелази вредност одобрене снаге потрошње, тј. не би дошло до преоптерећења напојног трансформатора у односу на постојеће стање без инсталираних PV система. Може се закључити да реализација стратегије развоја дистрибуираних PV система која планира капацитете у опсегу  $[0, x_{dist\_i}^{opt}]$  неће бити ограничена термичком

оптеретљивошћу постојећих напојних трансформаторских станица. Наравно, у случајевима када постоји интерес да се развијају већи капацитети од  $x_{dist\_i}^{opt}$  који би нарушили термичке границе постојећих ТС могуће је прикључити додатни трансформатор уколико се то покаже оправданим. Одобрена снага потрошње напојне ТС описује и дозвољене падове напона на водовима који повезују посматрану ТС са преносном мрежом. У том погледу, резултат који показује да се контра токови снаге у вредности једнакој одобреној снази потрошње напојне ТС достижу при значајно већим вредностима од  $x_{dist\_i}^{opt}$  значи да инсталирање капацитета  $x_{dist\_i}^{opt}$  неће довести до превисоких падова напона на напојном воду дистрибутивне мреже. Међутим, то не гарантује да при инсталисаној снази дистрибуираних PV система која производи контра ток снаге једнак одобреној снази потрошње напон у посматраној ТС не би постао неприхватљиво висок. То значи да је потребно за сваки планирани капацитет PV система проверити напонске прилике и квалитет напона и по потреби ојачати одређене елементе дистрибутивне мреже.

## 4.2 Оптимални капацитети дистрибуираних PV система као део дугорочног планирања развоја ОИЕ са циљем минимизације потребних балансних капацитета

С обзиром на то да су дистрибуирани PV системи везани за потрошачке центре, односно доминантно за расположиве кровне површине, да имају потенцијал да привуку велики број малих инвеститора мотивисаних смањењем трошкова за снабдевање електричном енергијом, да крајњи купци могу да остваре уштеде у трошковима за снабдевање електричном енергијом инвестирајући у PV системе, развој ових система треба омогућити у што већој мери. Динамику развоја прозјумера није могуће предвидети, али не постоји оправдање да стратешки планови фаворизују развој дистрибуираних PV систем у неким деловима земље, а да онемогуће развој у другим. У прилог томе иде и мала просторна варијабилност соларног зрачења. У овом раду предложено је да се укупни капацитет PV система планиран на дистрибутивном нивоу алоцира по свим дистрибутивним мрежама тако да се равномерно редукује енергија Џулових губитака. Нека је релативно смањење укупне енергије Џулових губитака које треба остварити у свим дистрибутивним мрежама  $y_J^{cilj}$ . Зависно од вредности  $y_J^{cilj}$ , у неким мрежама је могуће остварити оволико смањење Џулових губитака, а у неким није. Разлог за то је што се разликују профили потрошње у дистрибутивним мрежама и, у мањој мери, профили производње PV панела, па се разликују и максимално могућа остварења релативних смањења губитака. Тамо где није могуће остварити  $y_J^{cilj}$ , биће инсталиран капацитет којим се постиже максимална могућа вредност релативног смањења Џулових губитака за ту дистрибутивну мрежу. Дакле, ако за  $i$ -ту дистрибутивну мрежу важи да је  $y_J^{cilj} > y_{J\_i}^{max}$ , онда се за ту мрежу планира инсталирање PV система чији је капацитет једнак  $x_{dist\_i}^{planirano} = x_{dist\_i}^{opt}$ , у супротном, планира се капацитет једнак:

$$x_{dist\_i}^{planirano} = x_{dist\_i}^{planirano} \left( y_J^{cilj} \right) = \frac{2y_J^{cilj}}{c_{li} + \sqrt{c_{li}^2 + 4c_{2i}y_J^{cilj}}}, \quad i = 1, \dots, N_{dist}. \quad (4.17)$$

Према томе, зависно од задате вредности  $y_J^{cilj}$ , може се догодити да није могуће у свим дистрибутивним мрежама остварити задати ниво смањења Џулових губитака. Како би се описао постигнути ефекат, може се израчунати тежинска средња вредност остварених смањења Џулових губитака за све дистрибутивне мреже,  $y_{J\_postignuto}^{sr}$ , узимајући као тежинске коефицијенте удео потрошње одређене дистрибутивне мреже,  $W_{dist\_potrošnja\_i}$ , у укупној потрошњи свих дистрибутивних мрежа,  $W_{dist\_potrošnja\_tot}$ :

$$y_{J\_postignuto}^{sr} = \sum_{i=1}^{N_{dist}} \frac{W_{dist\_potrošnja\_i}}{W_{dist\_potrošnja\_tot}} y_{J\_postignuto\_i}, \quad (4.18)$$

$$W_{dist\_potrošnja\_tot} \triangleq \sum_{i=1}^{N_{dist}} W_{dist\_potrošnja\_i}. \quad (4.19)$$

Узимајући различите вредности за  $y_J^{cilj}$ , може се формирати крива која описује зависност укупног капацитета дистрибуираних PV система у анализираном ЕЕС-у од остварене тежинске средње вредности смањења Џулових губитака дистрибутивним мрежама. На Слици 4.6 приказан је поступак формирања ове криве за ЕЕС Србије. С друге стране, модел релативног смањења губитака (4.5) је апроксимативан из разлога што у прорачуну Џулових губитака након инсталирања PV система користи снагу измерену са ВН стране напојног трансформатора пре инсталирања PV система. Ова снага ће након инсталирања PV система бити мања за уштеду у снази Џулових губитака. Дакле, ако се уважи ефекат смањења губитака на укупну снагу која се преноси кроз дистрибутивну мрежу може се добити тачнији прорачун промене укупне енергије Џулових губитака која се остварује инсталирањем одређених капацитета дистрибуираних соларних система на следећи начин:

$$y_{J\_postignuto\_i}^{preciznije} = \left( \frac{1 - \sum_{k=1}^{N_h} \left[ \left( P_{potrošnja\_red\_i}(t_k) - P_{distPV\_i}(t_k) \right)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2 \right]}{\sum_{k=1}^{N_h} \left( P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2 \right)} \right) \cdot 100, \quad (4.20)$$

где  $P_{potrošnja\_red\_i}$  представља активну снагу напојне ТС умањену за уштеду у снази Џулових губитака у дистрибутивној мрежи:

$$P_{potrošnja\_red\_i}(t_k) = P_{potrošnja\_i}(t_k) - \left[ P_{J\_i}^{pre}(t_k) - P_{J\_i}^{posle}(t_k) \right], \quad (4.21)$$

За израчунавање израза (4.21) неопходно је познавати укупну енергију Џулових губитака у анализираном периоду у  $i$ -тој дистрибутивној мрежи пре прикључења дистрибуираних PV система,  $W_{J\_dist\_i}$ . Ова енергија обично износи 7–10 % енергије укупне потрошње дистрибутивне мреже. Редукција Џулових губитака на дистрибутивном нивоу је у сатном профилу укупне бруто потрошње  $i$ -те дистрибутивне мреже ( $i = 1, \dots, N_{dist}$ ) уважена на следећи начин:

$$P_{J\_i}^{pre}(t_k) = R_{ekv\_i} \frac{P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2}{U_{ln\_i}^2}, \quad k = 1, \dots, N_h, \quad (4.22)$$

$$P_{J\_i}^{posle}(t_k) \cong R_{ekv\_i} \frac{\left[ P_{potrošnja\_i}(t_k) - P_{distPV\_i}(t_k) \right]^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2}{U_{ln\_i}^2}, \quad k = 1, \dots, N_h, \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} W_{J\_dist\_i} &= \sum_{k=1}^{N_h} P_{J\_i}^{pre}(t_k) \\ &= \sum_{k=1}^{N_h} R_{ekv\_i} \frac{P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2}{U_{ln\_i}^2} \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{R_{ekv\_i}}{U_{ln\_i}^2} \sum_{k=1}^{N_h} \left[ P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2 \right], \\ \Rightarrow \frac{R_{ekv\_i}}{U_{ln\_i}^2} &= \frac{W_{dist\_J\_i}}{\sum_{k=1}^{N_h} \left[ P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2 \right]}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned}
P_{potrošnja\_red\_i}(t_k) &= P_{potrošnja\_i}(t_k) - [P_{J\_i}^{pre}(t_k) - P_{J\_i}^{posle}(t_k)] \\
&= P_{potrošnja\_i}(t_k) - P_{J\_i}^{pre}(t_k) \left( 1 - \frac{P_{J\_i}^{posle}(t_k)}{P_{J\_i}^{pre}(t_k)} \right) \\
&= P_{potrošnja\_i}(t_k) - P_{J\_i}^{pre}(t_k) \left( 1 - \frac{[P_{potrošnja\_i}(t_k) - P_{distPV\_i}(t_k)]^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2}{P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2} \right).
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Нека је:

$$y_{J\_ik} \triangleq 1 - \frac{[P_{potrošnja\_i}(t_k) - P_{distPV\_i}(t_k)]^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2}{P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2}, \quad k = 1, \dots, N_h, \tag{4.27}$$

Заменом (4.27) и (4.22) у (4.26) добија се:

$$\begin{aligned}
P_{potrošnja\_red\_i}(t_k) &= P_{potrošnja\_i}(t_k) - y_{J\_ik} P_{J\_i}^{pre}(t_k) \\
&= P_{potrošnja\_i}(t_k) - y_{J\_ik} \frac{R_{ekv\_i}}{U_{ln\_i}} [P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2].
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Заменом (4.25) у (4.28) добија се:

$$\begin{aligned}
P_{potrošnja\_red\_i}(t_k) &= P_{potrošnja\_i}(t_k) - \\
&- y_{J\_ik} \frac{W_{dist\_J\_i}}{\sum_{k=1}^{N_h} [P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2]} [P_{potrošnja\_i}(t_k)^2 + Q_{potrošnja\_i}(t_k)^2].
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Процена оствареног релативног смањења Џулових губитака на нивоу свих потрошачких зона урађена је на следећи начин:

$$y_{J\_postignuto}^{sr\_preciznije} = \sum_{i=1}^{N_{dist}} \frac{W_{dist\_potrošnja\_i}}{W_{dist\_potrošnja\_tot}} y_{J\_postignuto\_i}^{preciznije}, \tag{4.30}$$

Веза између вредности релативног смањења Џулових губитака која се задаје моделу за планирање развоја дистрибуираних PV система,  $y_J^{cilj}$ , и тежинских средњих вредности оствареног релативног смањења Џулових губитака  $y_{J\_postignuto}^{sr}$  и  $y_{J\_postignuto}^{sr\_preciznije}$  за дистрибутивни систем Србије приказана је на Слици 4.6а.

За стратегију развоја ОИЕ, кључно питање је колики је укупни капацитет дистрибуираних PV система (који је алоциран у дистрибутивне мреже на описани начин) оптимално инсталирати ако је циљ да се постигне најбоље усаглашавање профила укупне потрошње и профила укупне производње у анализираном ЕЕС-у са потпуно декарбонизованом производњом електричне енергије. Наиме, одређени капацитет PV система инсталиран на дистрибутивном нивоу обликује профил резидуалне потрошње на одређени начин зависно од његове алокације по дистрибутивним мрежама, а као такав може бити мање или више корелисан са профилима производње ВЕ и PVE на преносној мрежи. Такође, постоји и ефекат смањења укупне бруто потрошње у ЕЕС-у услед смањења Џулових губитака у дистрибутивним мрежама. Одређеној вредности  $y_J^{cilj}$  одговара профил резидуалне потрошње дефинисан на следећи начин:

$$\begin{aligned}
P_{rez\_potrošnja\_tot}(t_k) &= \sum_{i=1}^{N_{dist}} [P_{potrošnja\_red\_i}(t_k) - P_{distPV\_i}^{spec}(t_k) x_{dist\_i}^{planirano}(y_J^{cilj})] + \\
&+ P_{potrošnja\_tot}^{prenos}(t_k), \quad k = 1, \dots, N_h,
\end{aligned} \tag{4.31}$$

где  $P_{\text{potrošnja\_tot}}^{\text{prenos}}$  представља укупну снагу потрошача који су директно прикључени на преносну мрежу. Према томе, потребно је одредити оптималну вредност за  $y_J^{ciltj}$ , чиме су једнозначно одређени капацитети дистрибуираних PV система који треба инсталирати у свакој од анализираних дистрибутивних мрежа тако да се постигне максимална могућа усаглашеност профила укупне производње и укупне потрошње у декарбонизованом ЕЕС-у. Оптимална вредност за  $y_J^{ciltj}$ , у ознаци  $y_J^{ciltj\_opt}$ , одређена је решавајући модел (дат у Поглављу 5) за оптимизацију структуре и просторне алокације PVE прикључених на преносну мрежу и VE за сценарио потпуне декарбонизације производње електричне енергије за различите вредности  $y_J^{ciltj}$  из опсега  $\left[0, \max_{i=1, \dots, N_{dist}} \{y_{J\_i}^{\max}\}\right]$  и међу добијеним решењима одређено је оно које има најмању вредност суме квадрата одступања сатних вредности снаге укупне потрошње од снаге укупне производње у систему, а вредност  $y_J^{ciltj}$  која одговара овом решењу представља  $y_J^{ciltj\_opt}$ . Дакле,  $y_J^{ciltj\_opt}$  описује колико капацитета дистрибуираних PV система треба да буде инсталирано у свакој дистрибутивној мрежи на крају процеса декарбонизације, тј. када се постигне потпуна декарбонизација производње електричне енергије у анализираном ЕЕС-у, да би се постигла минимална сума квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне потрошње у том систему. Вредност  $y_J^{ciltj\_opt}$  је одређена за ЕЕС Србије у Поглављу 5. Треба имати у виду да су профили производње фотонапонских система прикључених на преносну мрежу слични са профилима фотонапонских система прикључених на дистрибутивну мрежу, те је могуће повећање једног капацитета на рачун другог, а да се при том битно не наруши егзактни оптимум који даје развијени математички модел.

### 4.3 Резултати за ЕЕС Србије

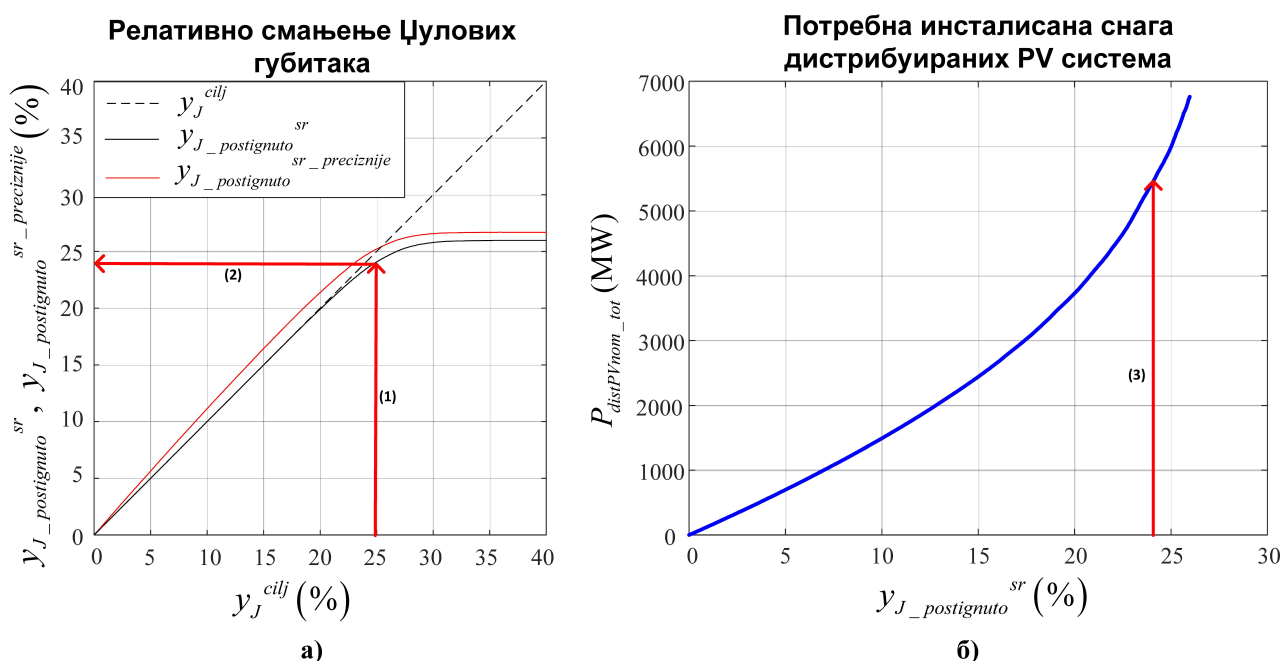
Методологија описана у Потпоглављу 4.2 примењена је на ЕЕС Србије. Посматране дистрибутивне мреже представљају делове ЕЕС-а Србије који се напајају из трансформаторских станица 110/X kV/kV. Актуелна потрошња одређене дистрибутивне мреже у ЕЕС-у Србије представљена је помоћу мерних података о средњим сатним вредностима активне и реактивне снаге које су измерене са високонапонске стране ТС 110/X kV/kV у периоду 2016–2020. г. Узимајући овај петогодишњи профил уважена је годишња варијација потрошње у зависности од климатских услова. Планирање развоја дистрибуираних PV система засновано је на профилима актуелне потрошње иако је извесно да ће овај профил да се промени у будућности услед електрификације сектора транспорта и грејања, промене броја становника, примене различитих мера за побољшање енергетске ефикасности и других разлога. Како је за добро планирање развоја дистрибуираних PV система кључно познавати временски облик профила потрошње, а будући да временски облик профила потрошње није могуће предвидети, предвиђено је да се процес декарбонизације данас планира на основу актуелног профила потрошње, а да се промена профила потрошње прати и да се у складу са њом по потреби коригују вредности планираних капацитета.

Профили специфичних производњи PV система за период 2016–2020. г. добијени су коришћењем PVGIS софтвера и базе података SARAH2 [89] за локације у центрима потрошачких зона свих дистрибутивних мрежа напајаних из ТС 110/X kV/kV. Будући да се ефикасност PV модула смањује током експлоатационог периода, приликом израчунавања профила специфичних производњи претпостављена је ефикасност модула која одговара средини експлоатационог периода. Претпостављено је да је експлоатациони период 25 година и да је просечна годишња деградација ефикасности PV модула 0.5% декларисане ефикасности за нове PV модуле. Овај приступ се може оправдати следећим разматрањем. Како је процес декарбонизације и развоја PV система дугорочан, међу инсталисаним капацитетима ће бити и недавно инсталираних и оних који су при крају животног века. Због тога се може усвојити да је укупна производња инсталираних PV система једнака производњи која би се остварила да



сви инсталирани PV модули имају ефикасност која одговара половини њиховог животног века. Узимајући петогодишњи профил уважена је годишња варијација производње дистрибуираних соларних система у зависности од климатских услова. Коефицијенти који дефинишу криву зависности релативног смањења Џулових губитака од инсталисаног капацитета дистрибуираних PV система су израчунати за све дистрибутивне мреже напајане из ТС 110/X kV/kV у Србији (изузев за ТС Бело Поље и ТС Валач за које нису били доступни подаци).

На Слици 4.6а приказан је ефекат задавања циљне вредности релативног смањења Џулових губитака моделу за планирање развоја дистрибутивних PV система, упоређене су остварене тежинске средње вредности израчунате према (4.18) и (4.20). На Слици 4.6б приказан је укупни капацитет дистрибуираних PV система који је потребно инсталирати у дистрибутивним мрежама у Србији да би се постигао одређени проценат смањења укупне енергије Џулових губитака описан тежинском средњом вредношћу  $y_{J\_postignuto}^{sr}$ . За све дистрибутивне мреже у Србији претпостављено је да је  $W_{dist\_J\_i} = 8\%W_{dist\_potrošnja\_i}$ ,  $i = 1, \dots, N_{dist}$ .



**Слика 4.6:** а) Ефекат задавања одређене вредности релативног смањења Џулових губитака моделу за планирање дистрибуираних соларних система на остварену вредност смањења Џулових губитака. б) Потребна укупна инсталисана снага дистрибуираних PV система у Србији ради постизања одређеног нивоа релативног смањења Џулових губитака у дистрибутивним мрежама.

У Табели 4.1 дате су карактеристичне вредности са Сlike 4.6а и Сlike 4.6б заједно са оствареном уштедом електричне енергије и укупном енергијом потрошње која се снабдева директно из локалних PV система (PV система прикључених на исту дистрибутивну мрежу). За инсталисане капацитете до 2965 MW преко 97% произведене енергије PV система ће бити утрошено у локалној дистрибутивној мрежи, тј. мање од 3% произведене енергије ће бити предато преносној мрежи. Максимално могуће смањење укупне енергије Џулових губитака у дистрибутивним мрежама које се може постићи локалном производњом енергије из PV система је 26.7%. Ефекат инсталирања дистрибуираних PV система на смањење укупне бруто потрошње у ЕЕС-у је мали. Укупна бруто потрошња може на овај начин да се смањи највише 1.63%. Међутим, с обзиром на то да се планира равномеран развој дистрибуираних PV система на територији Србије, ниво инсталисане снаге ових система значајно мења профил резидуалне потрошње, а тиме и профил референтне потрошње на основу којег се планирају капацитети PVE за прикључење на преносну мрежу и ВЕ. Анализа овог утицаја дата је у Поглављу 5.

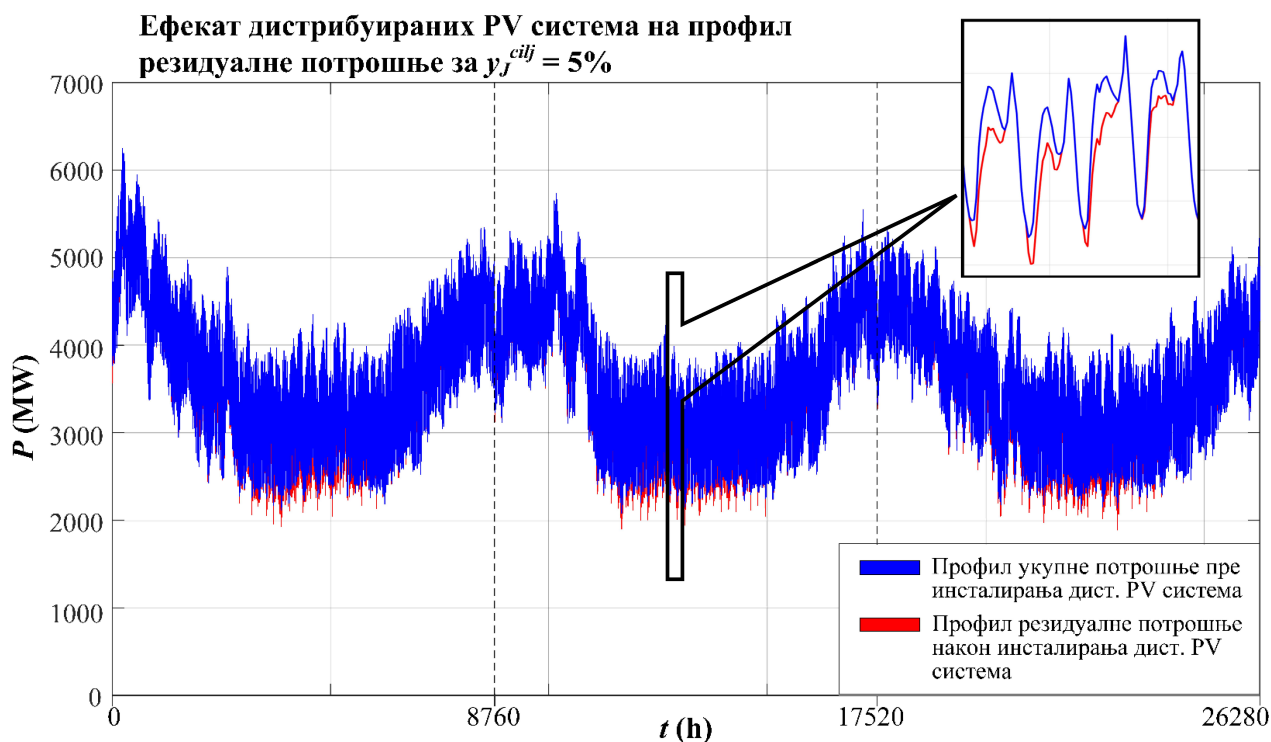
Профили резидуалне потрошње који одговарају вредностима  $y_J^{cij}$  од 5%, 15% и 36.06% су приказани на Сликама 4.7–4.9. У случају када је  $y_J^{cij} = 36.06\%$  у свим дистрибутивним мрежама постигнуто је максимално могуће смањење укупне енергије Џулових губитака, што значи да постоји дистрибутивна мрежа у Србији за коју је максимално могуће смањење губитака 36.06%. При тој задатој вредности, остварено смањење губитка на нивоу дистрибутивног система Србије је 26.684%.

Колико је важан ефекат дистрибуираних PV система на смањење губитака може се показати кроз поређење укупне годишње производње PV панела и оствареног смањења годишње енергије губитака које износи чак око 12% за случај када су као циљеви задата смањења губитака до 10%. То значи да се на сваких произведених 100 MWh из дистрибуираних PV система ефективно добија још 12 MWh енергије на рачун смањења губитака. Овај ефекат битно фаворизује дистрибуиране PV системе у односу на велике соларне електране које се прикључују на преносну мрежу.

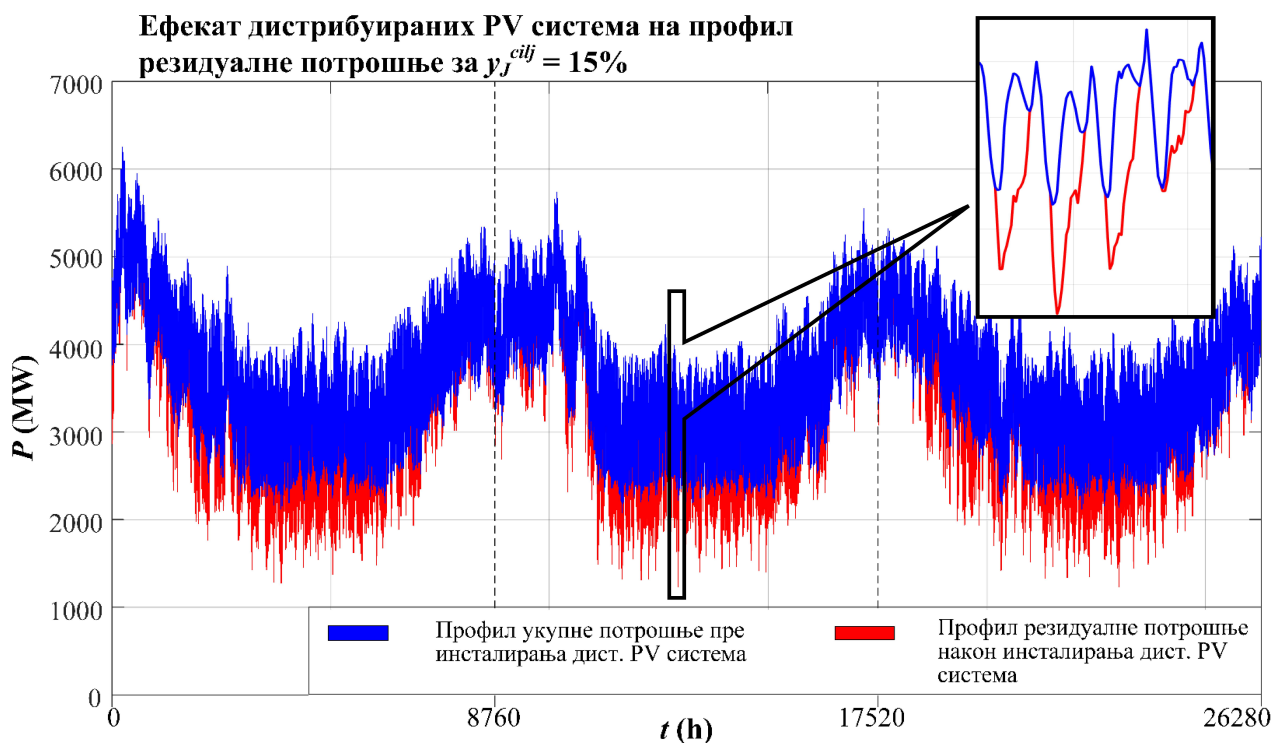
**Табела 4.1:** Потребна инсталисана снага дистрибуираних соларних система ради постизања одређеног нивоа релативног смањења Џулових губитака, остварена уштеда електричне енергије и количина локално утрошене енергије произведене из дистрибуираних PV система

$y_J^{cij}$ (%)	5	10	15	20	25	$\max_{i=1, \dots, N_{dist}} \{y_{J_i}^{opt}\}$ = 36.06%
$y_{J\_postignuto}^{sr}$ (%)	5.000	9.998	14.995	19.908	24.070	25.968
$y_{J\_postignuto}^{sr\_preciznije}$ (%)	5.648	11.137	16.433	21.385	25.213	26.684
$P_{distPV\_nom}^{tot}$ (MW)	698.4	1491.5	2441.5	3701.4	5452.6	6762.9
Просечна годишња уштеда енергије (TWh)	0.1009	0.2017	0.3025	0.4016	0.4856	0.5239
Уштеда енергије у процентима од укупне бруто потрошње дист. мрежа пре инсталирања PV система (%)	0.40	0.80	1.20	1.59	1.93	2.08
Уштеда енергије у процентима од укупне бруто потрошње ЕЕС-а пре инсталирања дист. PV система (%)	0.31	0.63	0.94	1.25	1.51	1.63
Просечна годишња потрошња дист. мрежа снабдевена директно из локалних дист. PV система (TWh)	0.7842	1.6730	2.7283	4.0512	5.5290	6.3896
Просечна годишња енергија укупне производње дистрибуираних PV система (TWh)	0.7869	1.6796	2.7469	4.1649	6.1496	7.6457
Просечна годишња укупна бруто потрошња дист. мрежа пре инсталирања дистрибуираних PV система (TWh)	25.2172					

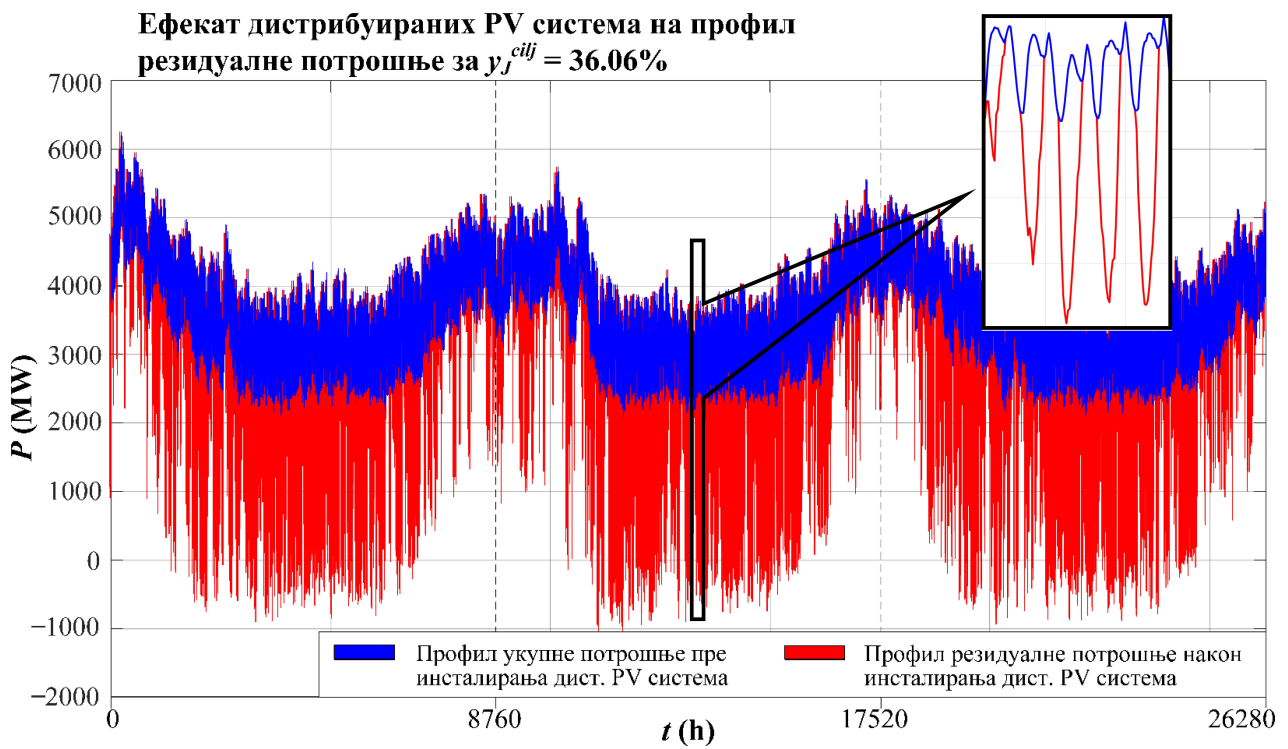
На дијаграмима на Сликама 4.7–4.9 приказан је ефекат инсталације дистрибуираних PV система на профил потрошње у дистрибутивном систему Србије. Главни ефекат је смањење снаге преузете из преносне мреже у периоду подневних сати, тако да се са повећањем инсталисане снаге PV система смањује дневни максимум. У случају великог степена инсталације PV система који одговара максимално могућем смањењу губитака при ведрим летњим данима се чак могу постићи негативни токови снаге, односно да дистрибуирани PV системи производе више него што троши дистрибутивна мрежа Србије. У летњем периоду се повећава и неравномерност дијаграма потрошње (однос максималне и минималне снаге потрошње) због тога што PV системи у извесној мери смањују и јутарњи минимум потрошње који се лети јавља у току обданице када постоји одређена производња из PV система.



**Слика 4.7:** Промена профила резидуалне потрошње због изградње PV система чији је капацитет алоциран по дистрибутивним мрежама тако да се у свим дистрибутивним мрежама постигне процентуално смањење Џулових губитака у вредности која је што приближнија 5%.



**Слика 4.8:** Промена профила резидуалне потрошње због изградње PV система чији је капацитет алоциран по дистрибутивним мрежама тако да се у свим дистрибутивним мрежама постигне процентуално смањење Џулових губитака у вредности која је што приближнија 15%.



**Слика 4.9:** Промена профила резидуалне потрошње због изградње PV система чији је капацитет алоциран по дистрибутивним мрежама тако да се у свим дистрибутивним мрежама постигне максимално могуће смањење Џулових губитака.

## **5. Дугорочно планирање развоја варијабилних ОИЕ са циљем потпуне декарбонизације производње електричне енергије у електроенергетским системима**

У овом поглављу описана је развијена методологија за дугорочно планирање развоја ОИЕ за сценарио потпуно декарбонизоване производње електричне енергије у анализираном ЕЕС-у и резултати примене ове методологије на ЕЕС Србије, који су публиковани у [12].

### **5.1 Алгоритам и модел за одређивање оптималне структуре и просторне алокације варијабилних ОИЕ у ЕЕС-у са потпуно декарбонизованом производњом електричне енергије**

Први корак у планирању развоја ОИЕ је анализа расположивог ресурса сунца и ветра на територији анализираног ЕЕС-а са циљем да се идентификују региони са технички искористивим соларним и ветропотенцијалом. Увидом у орографске мапе и узимајући у обзир расположиву путну и електроенергетску инфраструктуру, као и потребно растојање електрана од насељених места, потребно је проценити расположиву површину за изградњу PVE које се планирају за прикључење на преносну мрежу и ВЕ за сваки од идентификованих региона и максимални прихватљиви инсталирани капацитет ових електрана, што је детаљније објашњено у Потпоглављу 2.3.

У одређеном периоду времена, карактеристике ресурса ветра и сунца у различитим регионима се разликују један од другог у погледу фактора искоришћења капацитета и временског облика сатног профила специфичне производње ВЕ и PV (профил специфичне производње електране представља профил производње електране јединичног инсталисаног капацитета). Ово значи да се одређена количина енергије, коју је потребно обезбедити из ОИЕ у будућем ЕЕС-у, може произвести из ОИЕ са различитом структуром и просторном алокацијом инсталираних капацитета ВЕ и PVE у идентификоване регионе. Користећи комплементарност између сатних профила специфичних производњи ВЕ и PVE у различитим регионима, која постоји и на дневном и на сезонском нивоу, могуће је одредити такву структуру и просторну алокацију инсталираних капацитета ВЕ и PVE да је укупни профил производње ОИЕ оптимално усаглашен са референтним профилем потрошње и да је испуњен услов да укупна енергија произведена из ОИЕ може да задовољи задате захтеве потрошње. Ови капацитети ОИЕ треба задовоље услове које дефинише расположива површина за њихову изградњу у одређеном региону. Такође, треба узети у обзир да постојећи капацитети ОИЕ такође учествују у покривању референтног профила потрошње.

Усаглашеност између профила укупне производње ОИЕ и профила референтне потрошње описана је критеријумом који представља суму квадрата разлика између коинцидентних сатних вредности ових профила. Што је вредност овог критеријума мања, то је су ова два профила боље усаглашена међу собом.

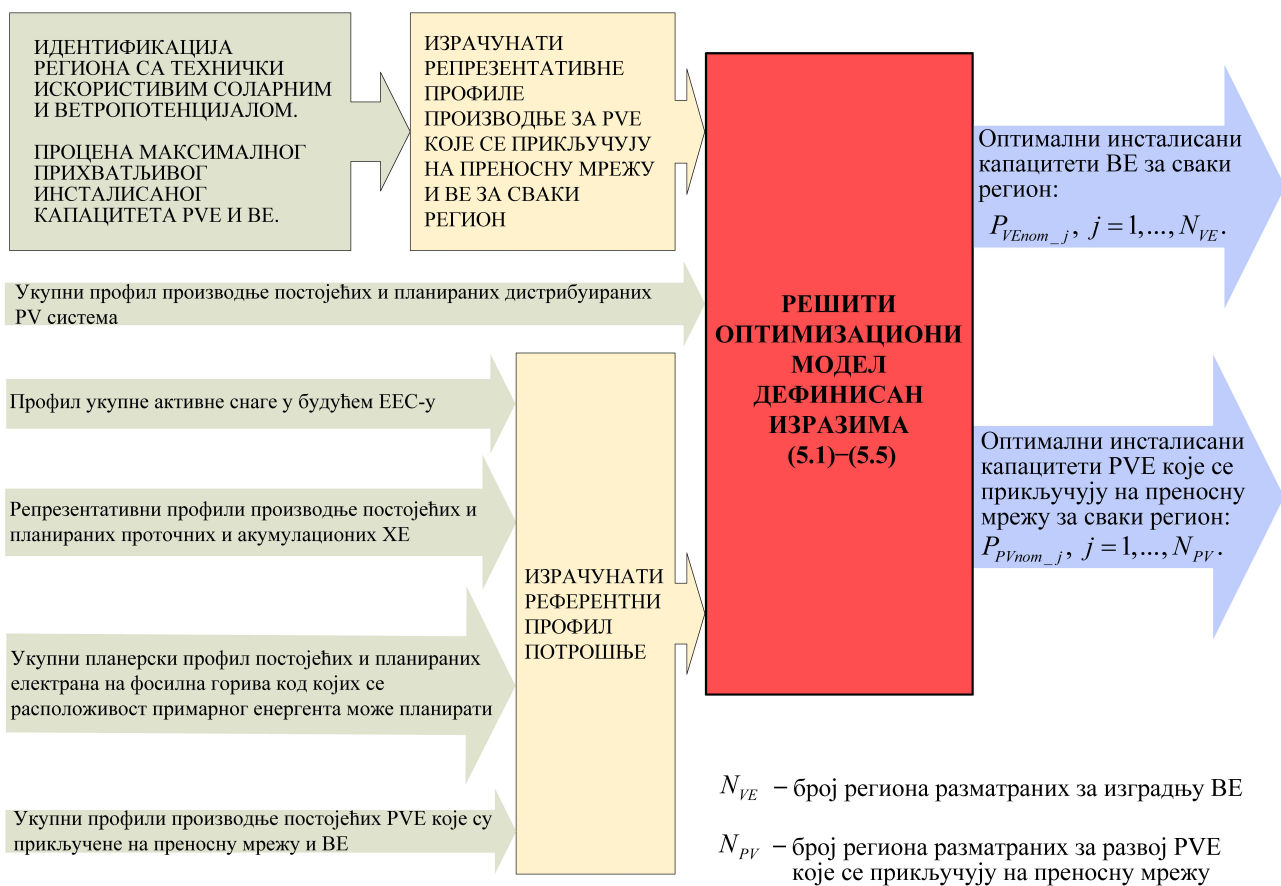
Поред развоја PVE планираних за прикључење на преносну мрежу и ВЕ, потребно је упоредо планирати и дистрибуиране PV системе. За планирање развоја дистрибуираних PV система примењена је методологија описана у Потпоглављу 4.2. Одређена је оптимална алокација капацитета дистрибуираних PV система према алгоритму приказаном на Слици 5.1. За овако

алоциране капацитете дистрибуираних PV система прорачунат је профил укупне производње у току анализираних временског периода на основу којег се врши планирање развоја ОИЕ. Овај профил представља улаз у модел за планирање оптималне алокације PVE које се планирају за прикључење на преносну мрежу и BE.

Као што је поменуто раније, предложена методологија захтева припрему сатних профила специфичних производњи BE и PVE које се планирају за прикључење на преносну мрежу за сваки од идентификованих региона који испуњавају техничке услове за изградњу ових електрана. Поред припреме ових профила, један од кључних задатака предложене методологије је одређивање профила референтне потрошње. Профил референтне потрошње дефинисан је као разлика укупне бруто потрошње у анализираним ЕЕС-у у будућности и збира планерских профила производње електрана на нефосилна горива код којих се расположивост примарног енергента може планирати (то могу бити електране на биомасу, биогаз или нуклеарне електране) и репрезентативних профила производње проточних и акумулационих хидроелектрана. Репрезентативни профили производње су дефинисани на основу података из неколико сукцесивних година које добро репрезентују климатске услове на територији анализираних ЕЕС-а. Ове године дефинишу референтни временски период за дугорочно планирање развоја ОИЕ. Специфични профили производње PVE планираних за прикључење на преносну мрежу и BE треба такође да буду дефинисани за референтни временски период како би се обухватиле међусобне корелације између производних профила различитих енергетских извора у систему и профила потрошње. Планерски профил нуклеарне електране дефинисан је као профил константне снаге која је једнак назначеној снази нуклеарне електране. Термоелектране на нефосилна горива су у будућем ЕЕС-у планиране за когенерацију којом ће обезбеђивати снабдевање топлотном енергијом оним потрошачима који се у актуелном ЕЕС-у снабдевају из когенерационих термоелектрана на фосилна горива. За дефинисање овог планерског профила, потребно је познавати топлотну енергију коју у актуелном ЕЕС-у производе ТЕ на фосилна горива током референтног временског периода. Репрезентативни профил производње акумулационе ХЕ је за сваку од референтних година формиран на следећи начин: укупна енергија произведена у овој електрани је распоређена у времену сразмерно средњем месечном дотоку у њен акумулациони базен (Потпоглавље 2.4). Репрезентативни профил проточне ХЕ треба да обухвати доток воде која је испуштена из акумулационе ХЕ која се налази узводно, ако таква постоји. Време које је потребно да ова вода пређе пут од узводне акумулационе ХЕ до посматране проточне ХЕ се може занемарити ако је мање од 24 сата. Ако проточна ХЕ има способност акумулације воде у трајању од једног дана, онда је планерски профил за ту електрану дефинисан као профил производње који одговара природним дотоцима који су усредњени на дневном нивоу. Овај профил је одређен коришћењем репрезентативне криве производње за разматрану проточну ХЕ, која је дефинисана у Потпоглављу 2.4. Ако разматрана проточна ХЕ нема значајну способност акумулације воде, планерски профил је дефинисан као историјски профил остварене производње у референтном временском периоду.

У већини електроенергетских система, капацитети за развој ХЕ су углавном исцрпљени. У електроенергетским системима који имају потенцијал за изградњу додатних ХЕ, претпостављено је да ће целокупан технички капацитет бити искоришћен у будућности и да је алокација ових ХЕ одређена. Док описани модел уважава производне профиле постојећих ХЕ на основу реализоване производње током референтног временског периода, за ХЕ које су планиране да буду изграђене у будућности, производни профили се процењују на основу природних речних токова на локацијама планираним за изградњу ових електрана и њихове процењене назначене снаге.

Развијена планерска методологија је илустрована на Слици 5.1.



Сви временски профили се односе на исти референтни временски период.

**Слика 5.1:** Алгоритам за планирање развоја ОИЕ са циљем потпуне декарбонизације производње електричне енергије

Предложени алгоритам за планирање развоја ОИЕ у анализираном ЕЕС-у захтева следеће улазне податке:

- Укупни профил потрошње у референтном временском периоду са сатном резолуцијом;
- Планерске профиле производње конвенционалних електрана на нефосилна горива код којих се расположивост примарног енергента може планирати („диспечабилне електране“) у референтном временском периоду са сатном резолуцијом. Пример прорачуна овог профила за биогасне електрана је дат у Одељку 5.2.2.
- Репрезентативни профили производње постојећих и планираних проточних и акумулационих ХЕ у референтном временском периоду са сатном резолуцијом. Модел за израчунавање ових профила и резултати за ХЕ у ЕЕС-у Србије су дати у Потпоглављу 2.4.
- Профили производње постојећих и планираних дистрибуираних PV система у референтном временском периоду. Модел за израчунавање овог скупа улазних података дат је у Поглављу 4. Коришћењем овог модела, у Одељку 5.2.3 одређени су оптимални профили производње планираних дистрибуираних PV система за које је критеријум (5.2.1) минималан.
- Максимални прихватљиви инсталисани капацитети и профили специфичне производње (MWh/MW/h) постојећих и планираних PVE за прикључење на преносну мрежу за сваки од идентификованих региона за референтни временски период. Модел за израчунавање овог скупа улазних података дати су редом у Потпоглављу 2.3 и Поглављу 4.

Максимални прихватљиви инсталирани капацитети и профили специфичне производње (MWh/MW/h) постојећих и планираних ВЕ за сваки од идентификованих региона за референтни временски период. Модел за израчунавање овог скупа улазних података дат је у Потпоглављу 2.3.

Референтни временски период треба да се састоји из целог броја година, а пожељно је да обухвати више година како би се обухватиле варијације потезијала ОИЕ и профила потрошње током година у зависности од климатских услова.

Излази предложеног алгоритма су:

- Оптимални инсталирани капацитет PVE које су планиране за прикључење на преносну мрежу за сваки од идентификованих региона.
- Оптимални инсталирани капацитет ВЕ за сваки од идентификованих региона.

Табела 5.3 и Табела 5.4 садрже податке о излазима за пример декарбонизације производње електричне енергије у Србији применом предложене методологије.

Математички модел за оптимизацију структуре и просторне алокације ОИЕ за сценарио са потпуно декарбонизованом производњом електричне енергије је дефинисан као линеарни проблем најмањих квадрата са линеарним ограничењима. Овај проблем је велике димензионалности. Број врста матрице система је реда десетина хиљада, а број колона је неколико десетина. Наиме, матрица система  $A$  је дефинисана на следећи начин:

$$A = \begin{bmatrix} P_{VEspec\_1}(t_1) & \cdots & P_{VEspec\_N_{VE}}(t_1) & P_{PVspec\_1}(t_1) & \cdots & P_{PVspec\_N_{PV}}(t_1) \\ P_{VEspec\_1}(t_2) & \cdots & P_{VEspec\_N_{VE}}(t_2) & P_{PVspec\_1}(t_2) & \cdots & P_{PVspec\_N_{PV}}(t_2) \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{VEspec\_1}(t_{N_h}) & \cdots & P_{VEspec\_N_{VE}}(t_{N_h}) & P_{PVspec\_1}(t_{N_h}) & \cdots & P_{PVspec\_N_{PV}}(t_{N_h}) \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

где  $P_{VEspec\_j}(t_k), j = 1, \dots, N_{VE}$ , и  $P_{PVspec\_j}(t_k), j = 1, \dots, N_{PV}$ , означавају редом специфичне производње ВЕ и PVE које су планиране за прикључење на преносну мрежу у региону  $j$  у  $k$ -том сату референтног планерског периода,  $k = 1, \dots, N_h$ . Референтни планерски период се састоји од  $N$  година. Број региона са технички искористивим соларним и ветропотенцијалом је редом  $N_{PV}$  и  $N_{VE}$ .

Математичка формулација анализираниог проблема је следећа:

$$\min_x \|Ax - b\|_2^2, \quad (5.2.1)$$

$$\text{под условима: } x \geq x^{min}, \quad (5.2.2)$$

$$x \leq x^{max}, \quad (5.2.3)$$

$$G_m x \geq h^m, \quad m = 1, \dots, N. \quad (5.2.4)$$

У (5.2.1)–(5.2.4) координате вектора непознатих  $x = [x_1 \dots x_{N_{VE}+N_{PV}}]^T$  су  $x_j = P_{VENom\_j}$ ,  $j = 1, \dots, N_{VE}$ , где је  $P_{VENom\_j}$  инсталирани капацитет ВЕ у региону  $j$ . Вектор  $x^{min}$  у (5.2.2) садржи капацитете већ изграђених ВЕ и PVE у анализираним регионима. Вектор  $x^{max}$  у (5.2.3) садржи процењене вредности максималних прихватљивих инсталираних капацитета у анализираним регионима. Координате вектора  $b = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{N_h}]^T$  у (5.2.1) су:

$$b_k = P_{ref\_potrošnja}(t_k) - P_{distPVtot}(t_k), \quad k = 1, \dots, N_h, \quad (5.3)$$

где  $P_{ref\_potrošnja}(t_k)$  и  $P_{distPVtot}(t_k)$  представљају редом референтни профил потрошње и укупни профил производње дистрибуираних PV система у  $k$ -том сату. Ограничење (5.2.4) значи да у



свакој години референтног временског периода укупна произведена енергија у систему не сме да буде мања од укупне енергије потрошње. Матрица  $G_m$  и вектор  $h^m$  дефинисани су на следећи начин:

$$G_m \triangleq \left( g_{ij}^m \right)_{1 \times (N_{VE} + N_{PV})}, g_{ij}^m = \sum_{k=1}^{N_h^m} a_{k+z(m),j}, i = 1; j = 1, \dots, N_{VE} + N_{PV}; m = 1, \dots, N, \quad (5.4)$$

$$h^m = \sum_{k=1}^{N_h^m} b_{k+z(m)}, m = 1, \dots, N, z(m) = \sum_{j=1}^{m-1} N_h^j, \quad (5.5)$$

где  $N_h^m$  означава број сати у  $m$ -тој години,  $a_{k+z(m),j}$  означава елемент матрице  $A$  у  $(k+z(m))$ -тој врсти и  $j$ -тој колони. Променљива  $z(m)$  је помоћна променљива која се користи за описивање позиције коју подаци о специфичним снагама производње PVE планиране за прикључење на преносну мрежу и ВЕ, који се односе на  $m$ -ту годину референтног временског периода, имају у матрици  $A$ .

У општем случају матрица система  $A$  може бити сингуларна или блиска сингуларној матрици (лоше условљена). Проблем је решен методом описаном у Поглављу 3. Решење овог проблема увек постоји, а у општем случају решења може бити бесконачно много (ако је матрица  $A$  непотпуног ранга). Међутим, чак и у таквој ситуацији могуће је одредити јединствено решење са минималном Еуклидовом нормом. Такво решење одговара постављеном проблему будући да је минимизацијом Еуклидове норме ограничена укупна инсталисана снага ОИЕ, што значи да ће мање инвестиције у ОИЕ бити потребне.

На основу развијеног математичког модела (5.1)–(5.5) и алгоритма приказаног на Сlici 5.1 направљен је софтвер за обраду улазних података, решавање линеарног проблема најмањих квадрата са линеарним ограничењима и представљање резултата. Предложени алгоритам не захтева коришћење различитих програмских пакета интегрисаних у различите софтверске алате. Резултати приказани у наставку добијени су коришћењем софтвера MATLAB [97] у којем су испрограмиране  $m$ -датотеке за обраду података и решавање датог математичког модела.

Предност предложене методе за решавање проблема најмањих квадрата са ограничењима јесте што је у питању егзактна метода која гарантује проналазак минимума, за разлику од хеуристичких метода оптимизације као што су генетски алгоритам и сличне еволуционе методе. Такође, предложена метода је применљива за решавање проблема велике димензионалности, што често ограничава примену других метода. Време потребно за извршавања развијеног програма зависи од димензионалности проблема. У наставку су описани резултати примене предложене методологије на ЕЕС Србије. У овом случају матрица система има 26280 врста и 26 колона. Проблем је решен на Intel® Core™ i5-10210U процесору са 8 GB RAM. Време потребно за извршавање програма је било око 40 s, док је процесорско време било 92 s. За решавање проблема је било потребно 20 итерација NNLS алгоритма.

## 5.2 Демонстрација алгоритма на примеру ЕЕС-а Србије

Примена методологије описане у Потпоглављу 5.1 демонстрирана је на примеру ЕЕС-а Србије. Електроенергетски систем Србије започиње енергетску транзицију према производњи електричне енергије која је више одржива. Из тог разлога је оваква анализа неопходна како би се стратешки планирао процес декарбонизације. На основу расположивих националних



## 5.2.2 Планерски профил производње биогасних електрана

Будући инсталисани капацитет БЕ је планиран тако да обезбеди исту количину производње топлотне енергије која се у актуелном ЕЕС-у обезбеђује из когенерационих електрана (Слика 5.2в). Претпостављено је да 1 MW инсталисане снаге БЕ производи електричну и топлотну енергију у односу 1:1.0875 и да сопствена потрошња електране износи 10% произведене електричне енергије и 25% произведене топлотне енергије [99]. Познајући месечну производњу топлотне енергије из гасних електрана, израчуната је укупна инсталисана снага БЕ и средњи месечни профил електричне енергије произведене из ових електрана. Укупни инсталисани капацитет БЕ износи 180.5 MW.

## 5.2.3 Оптимална просторна алокација PV система у електродистрибутивном систему Србије

Решавајући модел (5.1)–(5.5) за различите профиле производње планираних дистрибуираних PV система при чему се остали улазни подаци нису мењали, одређен је оптимални профил производње дистрибуираних дистрибуираних PV система. Приликом формирања профила производње планираних дистрибуираних PV капацитета по дистрибутивним мрежама примењена је методологија описана у Поглављу 4 за различите вредности параметра  $y_J^{cilj}$ . Добијено је да се минимална вредност критеријума (5.2.1) постиже за  $y_J^{cilj} = 12.5\%$ . Овој вредности  $y_J^{cilj}$  одговара укупни инсталисани капацитет дистрибуираних PV система од 1940.7 MW. Карактеристике овог сценарија развоја дистрибуираних PV система дате су у Табели 5.1 и Табели 5.2.

**Табела 5.1:** Карактеристике оптималног сценарија развоја дистрибуираних PV система при којем се постиже минимизација суме квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне потрошње у ЕЕС-у Србије

$y_J^{cilj}$ (%)	$y_{J\_postignuto}^{sr}$ (%)	$y_{J\_postignuto}^{sr\_preciznije}$ (%)	$P_{distPVnom}^{tot}$ (%)	Просечна годишња уштеда енергије (TWh)	Уштеда енергије у процентима од укупне бруто потрошње дист. мрежа пре инсталирања PV система (%)
12.50	21.4973	13.8122	1940.7	0.2521	1.0111

**Табела 5.2:** Карактеристике оптималног сценарија развоја дистрибуираних PV система при којем се постиже минимизација суме квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне потрошње у ЕЕС-у Србије

Уштеда енергије у процентима од укупне бруто потрошње ЕЕС-а пре инсталирања дист. PV система (%)	Просечна годишња потрошња дист. мрежа снабдевена директно из локалних дист. PV система (TWh)	Просечна годишња енергија укупне производње дистрибуираних PV система (TWh)	Просечна годишња укупна бруто потрошња дист. мрежа пре инсталирања дистрибуираних PV система (TWh)
0.7836	2.1737	2.1841	25.2172

## 5.2.4 Анализа резултата

Оптимална структура и просторна алокација PVE планираних за прикључење на преносну мрежу и ВЕ за сценарио потпуно декарбонизоване производње електричне енергије у Србији је дата у Табели 5.3 и Табели 5.4. Количина енергије потрошње која се директно снабдева из електрана је 81.8553 TWh што представља 84.3% укупне енергије потрошње у ЕЕС-у Србије у

анализираном периоду (Табела 5.5). Удели различитих технологија за производњу електричне енергије у укупној произведеној енергији и укупном профилу производње у будућем ЕЕС-у Србије су приказан на на Слици 5.3 и Слици 5.4, респективно. Профил снаге дебаланса дефинисан је као разлика између профила укупне производње и профила укупне потрошње. Овај профил уједно представља и разлику између укупног профила производње PVE које се

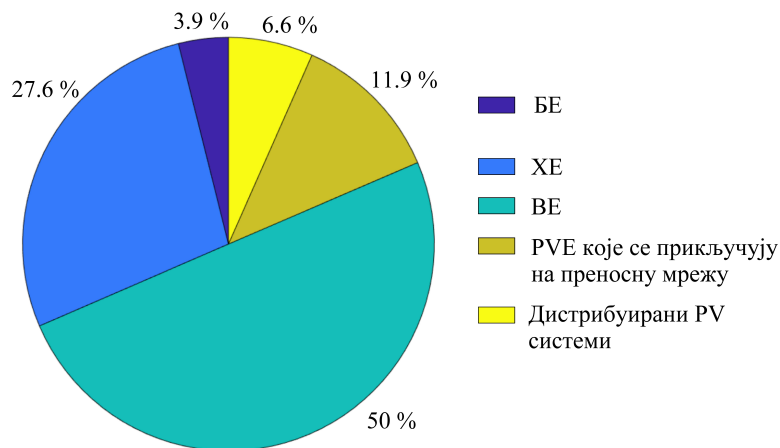
**Табела 5.3:** Оптимални капацитети ВЕ у регионима са технички искористивим ветропотенцијалом

Регион	Координате мерне тачке	Доња граница (MW)	Горња граница (MW)	Оптимална вредност (MW)
1. Власински регион	42.630402°, 22.351410°	0	300	300.0
2. Медвеђа – Сијеринска бања	42.744032°, 21.700192°	0	300	300.0
3. Куршумлија – Копаоник	43.166227°, 21.068085°	0	200	0.0
4. Сокобања – Бољевац	43.690319°, 22.052176°	0	350	350.0
5. Врање – Бујановац	42.581659°, 21.84849°	0	300	300.0
6. Нова Варош – Ивањица	43.379707°, 20.125107°	0	300	2.3
7. Златибор	43.738277°, 19.747049°	0	200	200.0
8. Тутин – Пештерска висораван	43.07063°, 20.29788°	0.4	300	300.0
9. Београд – Смедерево	44.636960°, 20.750840°	0	350	0.0
10. Пожаревац – Голубац – Кучево	44.695554°, 21.252526°	0	1200	503.1
11. Јужни Банат – Панчево	44.891035°, 20.832648°	380.96	1800	1278.8
12. Јужни Банат – Бела Црква	44.930052°, 21.405840°	6.6	300	6.6
13. Средњи Банат	45.412857°, 20.742172°	0	1000	0.0
14. Северни Банат	45.899215°, 20.354914°	0	600	0.0
15. Северна Бачка	45.828923°, 19.715525°	9.9	1800	1800.0
16. Јужна Бачка	45.391719°, 19.371972°	0	600	98.0
17. Бор – Мајданпек – Неготин	44.179440°, 21.94357°	0	600	600.0
18. Крагујевац – Јагодина	44.023020°, 21.11047°	0	150	150.0
19. Ниш – Прокупље	43.345336°, 21.48325°	0	300	300.0
20. Параћин – Бољевац	43.885314°, 21.71861°	0	100	100.0
21. Алексинац – Ражањ	43.632383°, 21.62856°	0	500	500.0
<b>Укупно:</b>		<b>397.46</b>	<b>11550</b>	<b>7088.7</b>

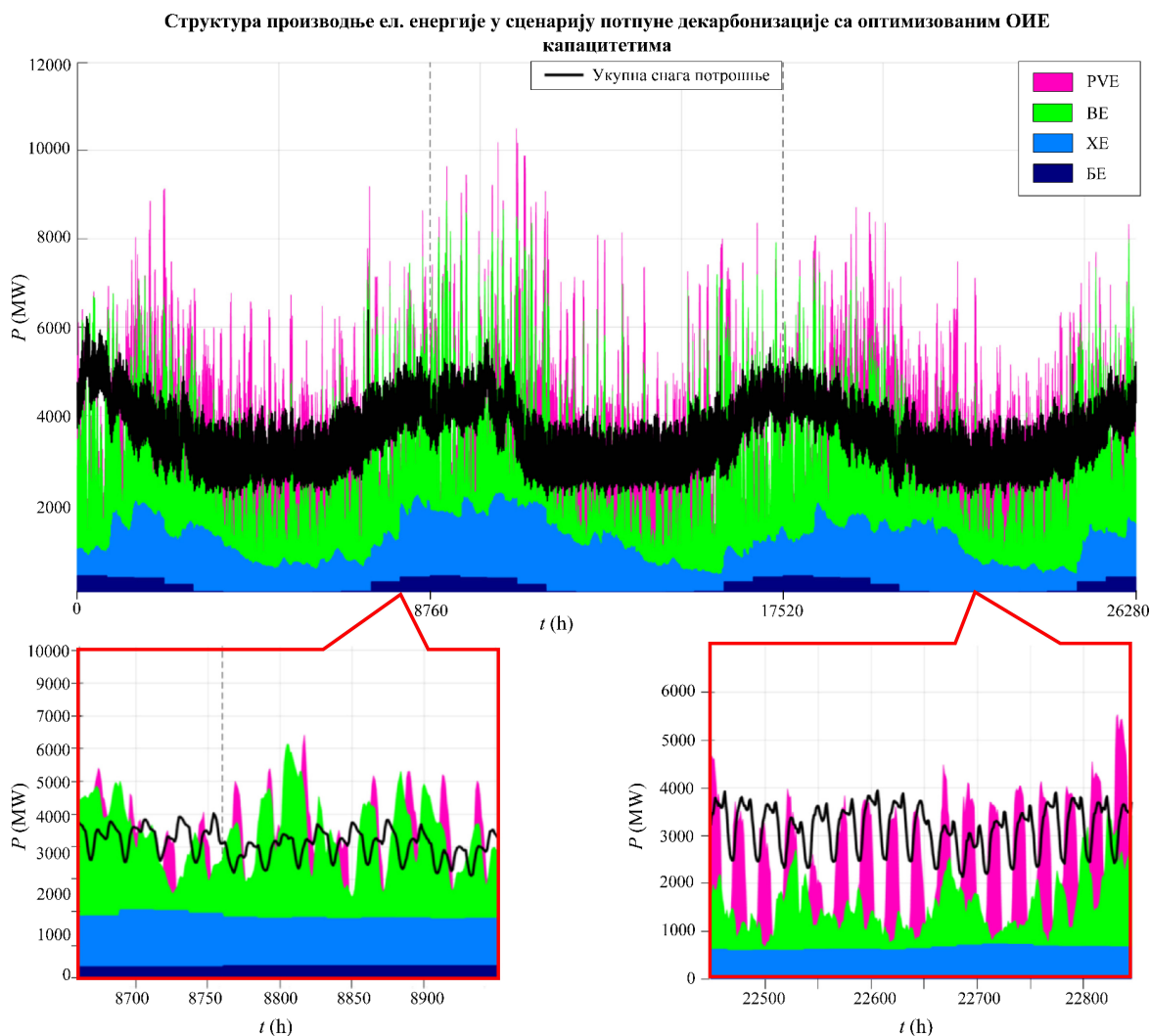
**Табела 5.4:** Оптимални капацитети PVE за које се планира прикључење на преносну мрежу у регионима са технички искористивим соларним потенцијалом

Регион	Координате мерне тачке	Доња граница (MW)	Горња граница (MW)	Оптимална вредност (MW)
1. Северна Србија (управни окрузи 1–8)	45.918°, 20.362°	0	1150	732.7
2. Централна Србија (управни окрузи 9,10,11,15,16)	44.399°, 20.400°	0	3500	0
3. Источна Србија (управни окрузи 12,17,21)	44.161°, 22.374°	0	1700	849.3
4. Западна Србија (управни окрузи 13,14,18,19)	43.239°, 20.210°	0	800	495.3
5. Јужна Србија (управни окрузи 20,22,23,24,25)	42.477°, 21.809°	0	1600	1036.0
<b>Укупно:</b>		<b>0</b>	<b>8750</b>	<b>3113.4</b>

прикључују на преносну мрежу и ВЕ и референтног профила потрошње. Профил снаге дебаланса који одговара оптималној структури и просторној алокацији РВЕ које се прикључују на преносну мрежу и ВЕ у Србији у сценарију са потпуно декарбонизованом производњом ел. енергије је приказан на Слици 5.5. Карактеристике овог профила су дате у Табели 5.6. На Слици 5.6 приказан је део профила снаге дебаланса са означеним периодима у којима се енергија дебаланса позитивна, односно негативна.



Слика 5.3: Структура производње електричне енергије у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије



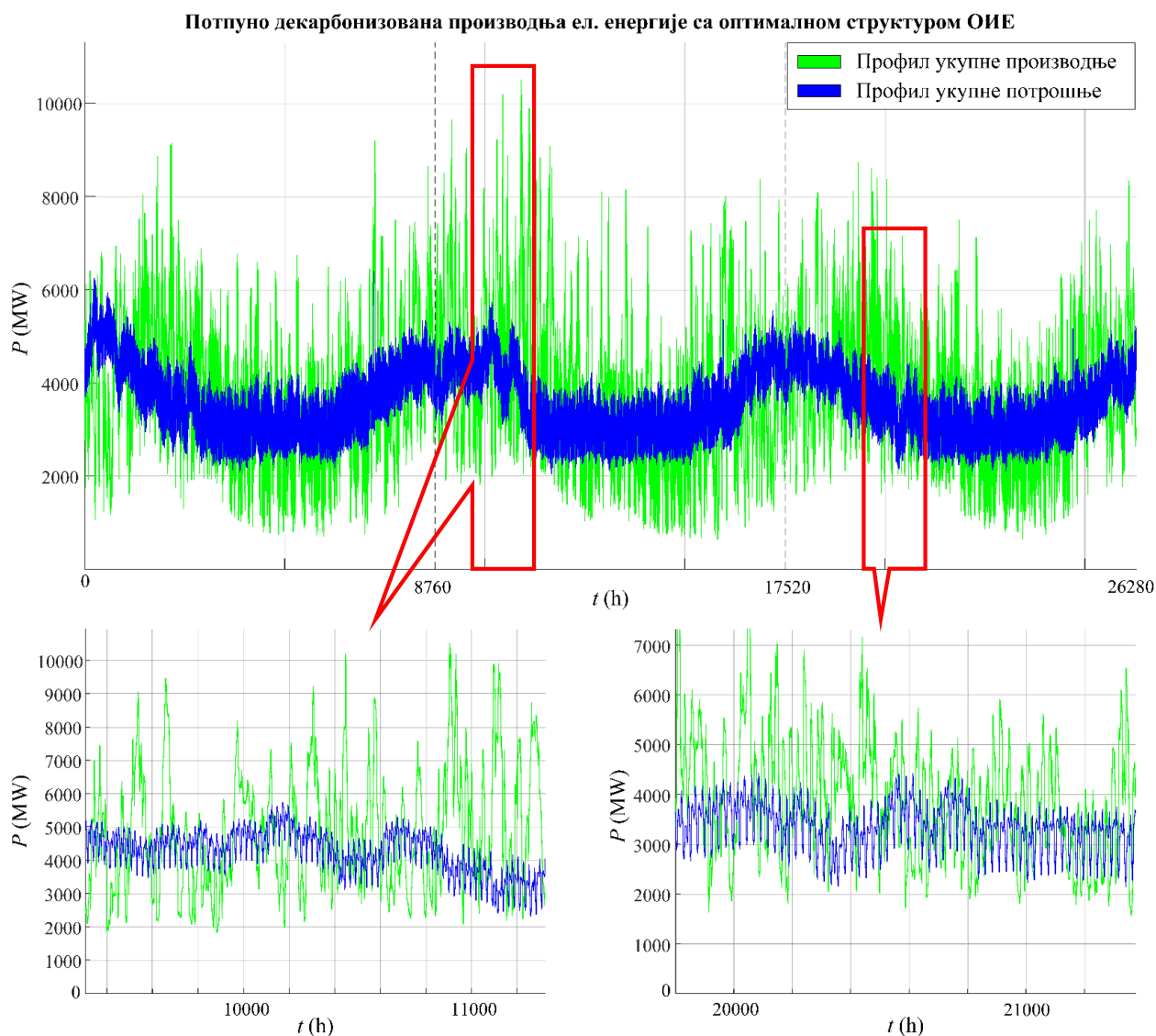
Слика 5.4: Удео различитих технологија у укупном профилу производње у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптимизованим капацитетима ОИЕ

**Табела 5.5:** Карактеристике покривања потрошње у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптималном структуром и просторном алокацијом ОИЕ (подаци се односе на анализирани трогодишњи период; црвеном бојом је означен најзначајнији резултат)

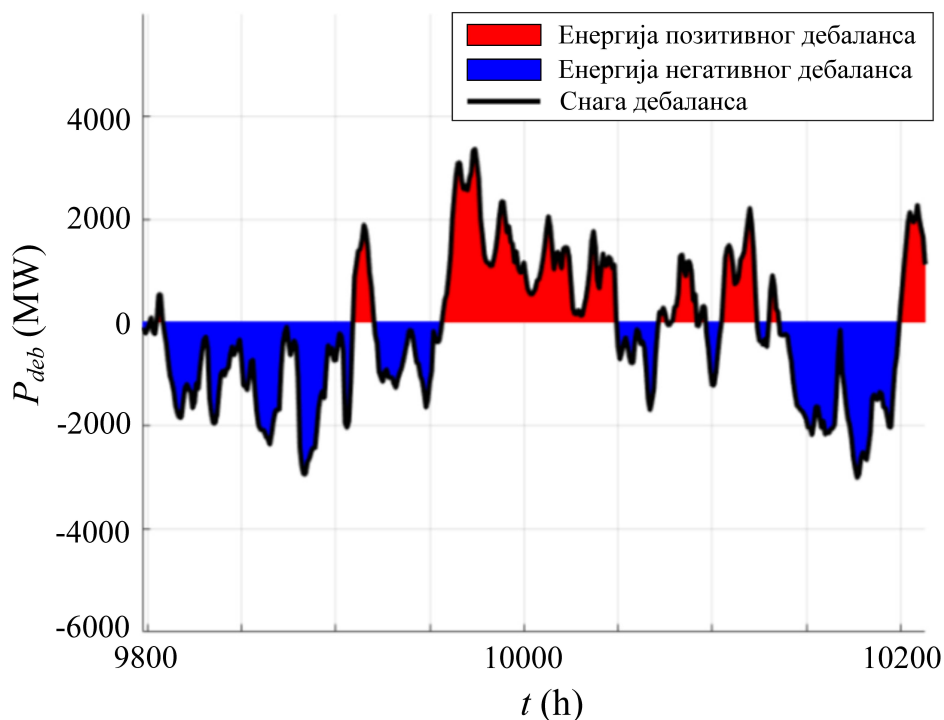
Минимум суме квадрата одступања ( $f_{\min} = \ Ax_{opt} - b\ _2^2$ ) (MWh) <sup>2</sup>	Укупна произведена енергија (TWh)	Укупна потрошена енергија (TWh)	Директно снабдевана енергија (TWh)	Укупна енергија позитивног дебаланса (TWh)	Укупна енергија негативног дебаланса (TWh)
$6.5626 \cdot 10^{10}$	99.5953	97.0935	<b>81.8553</b>	17.7400	15.2369

**Табела 5.6:** Карактеристике профила снаге дебаланса у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптимизованим капацитетима ОИЕ (подаци се односе на анализирани трогодишњи временски период)

Максимална снага позитивног дебаланса (MW)	Макс. снага позитивног дебаланса током 99% времена (MW)	Максимална снага негативног дебаланса (MW)	Макс. снага негативног дебаланса током 99% времена (MW)
7096.9	4319.6	5070.6	4917.3



**Слика 5.5:** Укупни профил производње у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије са оптимизованим капацитетима ОИЕ



Слика 5.6: Профил снаге дебаланса са означеном енергијом позитивног дебаланса и енергијом негативног дебаланса

### 5.2.5 Дискусија резултата

На основу извршених прорачуна, може се закључити да је за потпуну декарбонизацију производње електричне енергије у Србији потребно инсталирати капацитет ВЕ од 7088.7 MW, капацитет PVE које се прикључују на преносну мрежу од 3114.4 MW, капацитет дистрибуираних PV система од 1940.7 MW и капацитет биогасних СНР електрана од 180.5 MW. Оптимална просторна алокација ВЕ и PVE које се прикључују на преносну мрежу је дата у Табели 5.3 и Табели 5.4.

Ефикасна интеграција оптимално димензионисаних варијабилних ОИЕ захтева да се у ЕЕС Србије инсталирају додатни флексибилни капацитети: системи за складиштење енергије и евентуално флексибилне производне јединице, такође. Ови флексибилни капацитети морају да обезбеде профил снаге који ће компензовати разлику између профила укупне производње и профила укупне потрошње у будућем ЕЕС-у Србије са потпуно декарбонизованом производњом ел. енергије. Пре него што се уради процена технолошке структуре и карактеристика потребних додатних флексибилних капацитета, флексибилност постојећих производних капацитета (акумулационих и проточних ХЕ) би требало да буде ангажована да преобликује профил снаге дебаланса тако да се редукује потребна укупна инсталисана снага и укупни енергетски капацитет додатних флексибилних капацитета. Овим преобликовањем профила снаге дебаланса би се додатно смањила сума квадрата снаге дебаланса, али би укупна произведена енергија у систему практично остала иста (разлике би се појавиле услед нелинеарне зависности снаге ХЕ од нето пада и протока у електрани, али би количина искоришћене воде у хидроелектранама остала иста). Ово значи да би у демонстрираном примеру ангажовање расположиве флексибилности ХЕ и управљање потрошњом у ЕЕС-у Србије резултовало количином директно снабдевене енергије потрошње у износу већем од 84.3%. На крају, познајући преобликовани профил снаге дебаланса, могу се анализирати различите технолошке опције за складиштење енергије на основу одговарајућих економских и других критеријума као помоћ у доношењу одлука о инвестирању у ове капацитете. Овде је важно узети у обзир да је складиштење енергије праћено губицима енергије који зависе од примењене технологије складиштења. Енергија изгубљена услед складиштења се мора

обезбедити из додатних производних јединица у ЕЕС-у Србије чији развој треба накнадно планирати. Поред флексибилних ресурса у преносној мрежи, значајан ресурс за компензовање снаге дебаланса је расположив на страни потрошње и може се активирати кроз управљање потрошњом [100]. Капацитет управљиве потрошње ће бити значајно повећан кроз очекивану интеграцију електричних возила у дистрибутивне системе. Развијене су методе [101] за просторно-временску прогнозу оптерећења у дистрибутивним мрежама са електричним возилима које омогућавају да се дан унапред прогнозира капацитет ресурса флексибилности који дистрибутивни систем може да пружи у сваком сату. Балансирање система на страни потрошње је веома економично и ефикасно будући да управљање потрошњом не захтева велике инвестиционе трошкове, практично не утиче на губитке енергије и не ствара додатну потрошњу електричне енергије у систему, за разлику од наменски изграђених система за складиштење енергије у преносној мрежи као што су пумпно-акумулационе и реверзибилне ХЕ (*Pumped-Hydro Storage* – PHS) и складиштење компримованог ваздуха. Стога управљање потрошњом треба у примењивати у будућности у највећој могућој мери. Наравно, међусезонска измештања енергије захтевају изградњу сезонских складишта енергије, као што су PHS и производња зеленог водоника и амонијака, али употреба ових система за унутардневно балансирање производње и потрошње треба свести на минимум кроз активацију управљања потрошњом као ефикаснијег ресурса флексибилности.

Оптимални диспечинг расположиве флексибилности како на страни производње тако и на страни потрошње може се реализовати кроз економски диспечинг. Модел за решавање проблема динамичког економског диспечинга у микромрежи која садржи традиционалне генераторе, ОИЕ и уређаје за складиштење енергије је представљен у [102]. Модел економског диспечинга се може проширити да омогући диспечинг са ниским вредностима емисија штетних гасова у интегрисаним енергетским системима, ако што је урађено у [103], [104].

Изградња прикључних водова и трансформаторских станица није укључена у предложени модел. Ови елементи представљају недостајућу електроенергетску инфраструктуру коју треба планирати током процеса развоја сваке ВЕ и РВЕ. Предложени модел за оптимизацију алокације ВЕ и РВЕ капацитета није узео у обзир потребни развој електроенергетске инфраструктуре и губитке у преносној мрежи који одговарају одређеном сценарију развоја ОИЕ. Предвиђено је да ови аспекти буду анализирани засебним прорачуном након извршења предложеног модела. Перспективне структуре и просторне алокације производних капацитета које треба размотрити у овим анализама одговарају сценаријима у околини оптималног сценарија одређеног предложеним моделом. Ова околина се може дефинисати као конвексни скуп који окружује оптимално решење као што је урађено у Одељку 5.2.6 приликом анализе осетљивости оптималног решења за пример ЕЕС-а Србије. За сваку перспективну структуру производних капацитета, потребно је урадити студију токова снага и сигурности у ЕЕС-у како би се одредило ојачање преносне мреже потребно ради поузданог снабдевања електричном енергијом из ових капацитета са захтеваним нивоом сигурности ЕЕС-а и са прихватљивим нивоом губитака енергије у преносној мрежи. Према томе, дефинисањем скупа перспективних сценарија омогућено је да се планирани капацитети ВЕ и РВЕ реалоцирају у односу на њихову оптималну алокацију како би се сценарио планирања развоја ОИЕ прилагодио преносној мрежи уз прихватљиво одступање од оптималног сценарија у којем су минимизирани захтеви за флексибилношћу. На овај начин је могуће одредити оптимални сценарио планирања развоја ОИЕ који би узео у обзир два ефекта:

- 1) ефекат просторне алокације ОИЕ на захтеве за флексибилношћу,
- 2) ефекат просторне алокације ОИЕ на проширење преносне мреже и губитке енергије у преносној мрежи.

Приликом планирања развоја прикључне мреже за ВЕ и РВЕ треба ревидирати методологију прорачуна термичке оптеретљивости водова која се примењује за конвекционалне електране и узети у обзир утицај брзине ветра и ирадијације приликом одређивања преносног капацитета водова. Приликом спровођења економске евалуације оптималног решења и разматрања



потребног проширења и ојачања преносне мреже, као и развоја и алокације капацитета за складиштење енергије, потребно је водити рачуна о нивоу жилавости ЕЕС-а. Поред енергетске независности, жилавост ЕЕС-а је један од императива процеса декарбонизације. Један од модела за естимацију оперативних стања перспективног декарбонизованог ЕЕС-а у погледу евалуације његове жилавости је предложен у [105].

### 5.3 Метода за анализу осетљивости решења

Ако се, из било ког разлога, укаже потреба да се за одређене регионе разматрају сценарији развоја ОИЕ који се разликују од сценарија одређеног моделом (5.1)–(5.5), важно је знати колико ће одступање од оптималног решења да кошта у погледу промене количине директно снабдевене енергије потрошачима и у погледу промене максималне по модулу снаге дебаланса. У оваквим случајевима, планер може да изврши прорачун модела (5.1)–(5.5) са додатним ограничењима која захтевају да инсталисани капацитети у одређеним регионима буду једнаки задатим вредностима инсталисаних капацитета. Овде су разматрани сценарији развоја ОИЕ који одговарају суми квадрата одступања профила производње од профила потрошње која није већа од минимума ове суме више од одређеног процента,  $p$ , и истражено је колико се профили снаге дебаланса који одговарају овим сценаријима разликују од оптималног профила снаге дебаланса (профила снаге дебаланса који одговара оптималном сценарију).

Како је критеријумска функција (5.2.1) строго конвексна, могуће је дефинисати ограничени конвексни скуп  $S(p)$ :

$$S(p) = \left\{ x \mid f(x) = \|Ax - b\|_2^2 \leq \frac{100+p(\%)}{100} f_{min} \right\}, \quad (5.6)$$

где је  $f_{min}$  минимум критеријумске функције (5.2.1) у моделу (5.1)–(5.5). Овакав скуп се може дефинисати помоћу било којих вектора  $\Delta x^j$  који задовољавају услов:

$$f(x^{opt} + \Delta x^j) = \frac{100+p(\%)}{100} f_{min}, \quad (5.7)$$

на следећи начин:

$$S(p) = \left\{ x \mid x = x^{opt} + \sum_j \alpha_j \Delta x^j, \alpha_j \geq 0, \sum_j \alpha_j \leq 1, f(x^{opt} + \Delta x^j) \leq \frac{100+p(\%)}{100} f_{min} \right\} \quad (5.8)$$

Овде је вектор  $x_1^{opt} = [x_1^{opt} \dots x_{26}^{opt}]^T$  решење модела (5.1)–(5.5) и његове координате су оптимални регионални капацитети ВЕ и ПВЕ које су планиране за прикључење на преносну мрежу. Скуп  $S(p)$  дефинисан изразом (5.8) не садржи све векторе за које важи (5.7), али је погодно дефинисати овакав скуп како би планер имао могућност да одмах утврди да ли одређени сценарио припада дефинисаном скупу. Како је функција  $f = \|Ax - b\|_2^2$  строго конвексна, важи да је:

$$f(x) < \frac{100+p(\%)}{100} f_{min}, \quad \forall x \in S, x \neq x^{opt} + \Delta x^j, \quad (5.9)$$

па функција  $f$  достиже највећу вредност на скупу  $S$  у тачки  $x = x^{opt} + \Delta x^j$ . То значи да се на скупу  $S$ , профил дебаланса  $g(x) = Ax - b$  највише разликује од  $g_{opt} = Ax^{opt} - b$  у тачки  $x = x^{opt} + \Delta x^j$ . Како би се квантификовало колико је прихватљиво да сценарио  $x$  одступа од оптимума,

предложени су следећи индикатори: максимално дозвољено смањење количине директно снабдевене енергије потрошње,  $W_{snabdeveno}^{direktno}(x)$ , и максимално дозвољено повећање позитивне снаге дебаланса,  $P_{deb\_99\%}^+(x)$ , која представља максималну вредност позитивне снаге дебаланса током 99% времена. У наставку је разматрано колико је могуће променити инсталисане капацитете у односу на оптималне вредности, а да вредности поменутих индикатора остану унутар дозвољених опсега. У пракси би требало анализирати различите могућности за дефинисање ових опсега и финални избор за опсеге дозвољених вредности ових индикатора би требало да буде оправдан додатним студијама и економским разматрањима. Овде је, дискусије ради, претпостављено да је у сценарију описаном помоћу вектора  $x$  профил снаге дебаланса одговарајући ако директно снабдевена енергија потрошње није мања за више од 1% од директно снабдевене енергије потрошње у оптималном сценарију и ако снага  $P_{deb\_99\%}^+(x)$  није већа у односу на  $P_{deb\_99\%}^+(x^{opt})$ , за више од 1%. Ако за свако  $j$  важи:

$$W_{snabdeveno}^{direktno}(x^{opt} + \Delta x^j) \geq 0.99 W_{snabdeveno}^{direktno}(x^{opt}) \wedge P_{deb\_99\%}^+(x^{opt} + \Delta x^j) \leq 1.01 P_{deb\_99\%}^+(x^{opt}), \quad (5.10)$$

онда ови услови вероватно важе за свако  $x \in S(p)$ . У наставку је дефинисан скуп  $S(p = 1\%)$  за који је ова претпоставка верификована провером на великом броју случајно генерисаних вектора из овога скупа.

Векторе  $\Delta x^j$  треба изабрати тако да описују и опсег могућег повећања вредности и опсег могућег смањења вредности за све координате вектора  $x^{opt}$ . Један од могућих избора за скуп вектора  $\Delta x^j$  за које се критеријумска функција повећава за 1% је приказан у Табели 5.7 и Табели 5.8. Ови вектори описују колико је могуће променити инсталисане капацитете у односу на оптималне вредности, а да се сума квадрата одступања профила укупне производње од профила укупне потрошње у ЕЕС-у не повећа више од 1%. На пример, у региону 2 за изградњу PVE идентификован је велики технички потенцијал за развој PVE од 3500 MW, али у оптималном сценарију у овом региону није алоциран капацитет PVE (Табела 5.6). Међутим, резултати анализе осетљивости дати у Табели 5.8 показују да би инсталирање капацитета PVE од чак 1369.5 MW у овом региону било прихватљиво ако би се капацитети у осталим регионима променили у складу са вредностима у колони 32 Табеле 5.8. Слична разматрања су могућа за остале регионе. Слична разматрања заснована на резултатима анализе осетљивости су могућа за све сценарије развоја ОИЕ који се могу представити као линеарне комбинације вектора из Табеле 5.7 и Табеле 5.8 на следећи начин:

$$x = x^{opt} + \sum_{j=1}^{33} \alpha_j \Delta x^j, \quad \alpha_j \geq 0, \quad \sum_{j=1}^{33} \alpha_j \leq 1. \quad (5.11)$$

Резултати у Табели 5.7 и Табели 5.8 потврђују да капацитети у следећим регионима за изградњу BE: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 15, 17–21 не могу да се повећају јер су њихове оптималне вредности једнаке максималним прихватљивим вредностима капацитета у овим регионима. Такође, капацитети у следећим регионима за изградњу BE: 3, 9, 12–14, и у региону 2 за изградњу PVE не могу да се смање јер су њихове оптималне вредности једнаке нули или вредностима већ изграђених капацитета у овим регионима. Већа одступања од оптималног сценарија могу бити наметнута неким другим практичним ограничењима која нису уважена у моделу (5.1)–(5.5). Инсталисани капацитети у одређеним регионима могу бити ограничени на нулу у случају да би развој мрежне инфраструктуре у тим регионима био сувише скуп. Такође, могло би бити важно да се истражи ефекат већег развоја ОИЕ у одређеним регионима како би се развојни циљеви усагласили са интересима потенцијалних инвеститора. Ови захтеви могу да се додају моделу (5.1)–(5.5) као додатна ограничења у облику једнакости или неједнакости. Како би се помогла анализа оваквих сценарија и редуковао велики број израчунавања модела

(5.1)–(5.5), сличност између профила производње електрана у различитим регионима је анализирана у наредном одељку.

**Табела 5.7:** Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 1%

		$\Delta x^j$ (MW)																		
$j$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
КООРДИНАТЕ	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-256.2	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-201.6	0	0	0	0	0	0	
	3	62.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-177.4	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-67.2	0	0	0	0	
	6	0	56.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	138.4	183.5	33.7	30.2	-0.7	-0.7	61.4	-0.6
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-60.6	0	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-222.3	
	9	0	0	48.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34.2
	10	0	0	0	45.2	0	0	0	0	0	0	0	-6.3	19.6	45.2	-1.4	-146.4	-139.5	-14.9	-128.3
	11	0	0	0	0	46.2	0	0	0	0	0	0	18.2	14.2	16.8	43.2	-261.3	-272.0	76.4	-229.0
	12	0	0	0	0	0	46.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	0	0	0	0	0	0	48.8	0	0	0	0	0	0	0	0	301.7	317.4	0	0
	14	0	0	0	0	0	0	0	55	0	0	0	0	0	0	0	155.1	163.0	0	398.3
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	59.2	0	54.5	-14.4	75.9	11.4	-28.5	-29.7	20.9	-25.0
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	85.6	12.0	9.0	7.2	17.2	-213.2	417.3	8.2	-186.8	
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	992.6	438.9	0	1071.0		
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25.4	9.3	25.4	18.1	-247.1	-257.3	33.7	-415.8	
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6.9	-3.0	4.3	-7.0	-144.2	-150.1	-7.8	-126.3	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2.6	1.5	1.3	-1.0	-301.5	-313.9	-8.1	-264.2	

**Табела 5.8:** Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 1%

		$\Delta x^j$ (MW)															
$j$		19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
КООРДИНАТЕ	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	92.3	104.4	-0.5	8.0	-0.6	89.9	-2.3	12.2	-0.3	34.8	-0.7	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	10	0	0	0	0	220.7	124.3	-109.2	11.6	-122.8	11.8	40.2	15.0	-70.4	9.5	-151.4	
	11	0	0	0	0	-502.8	75.9	-194.8	41.7	-219.1	17.6	13.3	113.4	-125.7	25.9	-270.3	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	13	0	0	0	0	0	109.1	347.4	0	268.8	0	0	0	214.7	0	300.3	
	14	0	0	0	0	23.9	600.0	0	0	148.8	0	0	0	294.3	0	75.2	
	15	0	0	0	0	0	-1417.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	16	0	0	0	0	134.7	502.0	-21.3	30.8	-23.9	31.5	38.4	12.8	-13.7	42.2	82.6	
	17	0	0	0	0	0	0	0	-87.0	0	0	0	0	0	0	0	
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	-36.6	0	0	0	0	0	0	
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-127.2	0	0	0	0	0	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-83.9	0	0	0	0	
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-151.0	0	0	0	
1	0	0	0	0	105.4	37.8	-483.2	18.1	-178.8	9.8	8.8	30.2	-102.6	-493.1	-220.6		
2	87.4	0	0	0	0	0	1255.0	0	843.3	0	0	0	0	1369.5	1016.0		
3	0	85.6	0	0	-51.0	32.9	-184.3	24.0	-207.2	17.2	11.1	28.4	-118.9	-571.6	-255.6		
4	0	0	89.1	0	26.7	-3.6	-321.9	-1.0	-120.9	-1.0	1.6	-15.2	-69.4	304.5	-149.1		
5	0	0	0	81.8	59.4	48.9	-224.8	-5.7	-252.8	1.0	6.4	-24.6	-145.0	-697.2	-311.8		

## 5.4 Метода за анализу сличности профила производње ОИЕ у различитим регионима

У реалним условима развоја ЕЕС-а у процесу декарбонизације, врло је могуће да, из различитих разлога, постављени оптимални циљеви развоја капацитета ВЕ и РВЕ у неком од региона морају да се промене. Ови разлози могу бити економске природе, могу бити успостављена додатна еколошка ограничења или процена расположивог ресурса може бити коригована у неким регионима након спровођења наменских мерења. За практичну применљивост добијеног оптималног репења за просторну алокацију ВЕ и РВЕ, неопходно је анализирати који је најбољи начин да се реалоцирају капацитети осталих ВЕ и РВЕ ако је неопходна промена капацитета ВЕ или РВЕ у одређеном региону.

Ако планер разматра промену капацитета у тачно једном региону, онда на основу Сlike 5.7 и Сlike 5.8, може да закључи који је најбољи начин да се смањи одступање од оптимума кроз промену инсталисаних капацитета у осталим регионима. Ове табеле дају квалитативан опис везе између оптималних промена капацитета у различитим регионима (означеним црним стрелицама) ако је промењен капацитет у једном региону (означеном црвеном стрелицом). Плава поља на Слици 5.7 и Слици 5.8 означавају регионе за изградњу ВЕ, жута поља означавају регионе за изградњу РВЕ које се прикључују на преносну мрежу. Бројеви у овим пољима означавају регионе за изградњу ВЕ и РВЕ, а нумерација одговара Табели 5.3 и Табели 5.4. На пресеку сваке врсте  $j$  и сваке колоне  $i$  ( $i \neq j$ ) на Слици 5.7 и Слици 5.8, постављена је црна стрелица ако промена капацитета у односу на оптималну вредност у региону  $i$  може да компензује ефекат промене капацитета у региону  $j$ . Ове стрелице могу бити различитих величина (легенда је приказана у доњем левом углу Сlike 5.7 и Сlike 5.8 које репрезентују да је релативни интензитет промене капацитета у односу на оптималну вредност различит у различитим регионима. Ако је стрелица у колони  $i$  већа од стрелице у некој другој колони,  $k$ , у истој врсти, то значи да је потребна промена капацитета у односу на оптималну вредност у региону  $i$  већа од потребне промене капацитета у односу на оптималну вредност у региону  $k$ . Стрелица усмерена нагоре значи да се компензациони ефекат постиже повећањем капацитета у односу на оптималну вредност у региону који одговара колони у којој је стрелица постављена. Стрелица усмерена надоле значи да се компензациони ефекат постиже смањењем капацитета у односу на оптималну вредност у региону који одговара колони у којој је стрелица постављена. Прекрижена црвена стрелица на Слици 5.7 показује да инсталисани капацитет у региону  $j$  не може да се повећа јер је оптимална вредност капацитета у том региону једнака горњој граници која је одређена расположивим простором за изградњу електрана у том региону. Слично, на Слици 5.8, прекрижена црвена стрелица показује да инсталисани капацитет у региону  $j$  не може да се смањи јер је оптимална вредност капацитета једнака доњој граници.

На пример, ако постоји интерес да се повећа капацитет ВЕ које треба изградити у региону 6, онда би, ако желимо да постигнемо што је могуће мање одступање од минималне вредности критеријумске функције (5.2.1) (суме квадрата одступања), било потребно да смањимо највише капацитет ВЕ које треба изградити у региону 16, нешто мање смањење би било потребно у регионима 10 и 15 за изградњу ВЕ, још мање смањење би било потребно у региону 11 за изградњу ВЕ. Промена капацитета РВЕ у регионима 1, 3 и 5 би била мања од промене капацитета ВЕ у региону 11, а најмања промене (практично безначајна) би била потребна у региону 5 за изградњу РВЕ. Слика 5.8 је формирана аналогно за смањивање инсталисаног капацитета до најмање могуће вредности која задовољава ограничења (5.2.2)–(5.2.4). Ако планер треба да промени планерски капацитет у више него у једном региону, Слика 5.7 и Слика 5.8 ће опет дати скуп региона у којима капацитет може бити промењен ради смањења одступања од оптимума, али релативни утицај на ове регионе не може да се закључи из ових табела.



Утицај Смањење	БЕТАР																					PV					$\Delta f$ (%)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	1	2	3	4	5	
1	↓					↑				↓	↑					↑						↑	↑	↑	↓	1.1903	
2		↓				↑				↑	↑					↓						↑	↑	↓	↑	1.5334	
3			×																							0.0000	
4				↓		↑				↑	↑					↑						↑	↑	↑	↑	2.0838	
5					↓	↑				↓	↑					↑						↑	↑	↓	↓	4.7862	
6						↓				↓	↑					↑						↑	↑	↑	↑	0.0000	
7						↑	↓			↓	↑					↑						↓	↑	↑	↑	0.5153	
8						↑		↓		↓	↑					↑						↑	↑	↓	↓	1.3870	
9									×																	0.0000	
10						↑				↓	↑		↑			↑						↑	↓	↑	↑	0.6114	
11						↑				↑	↓			↑		↑						↑	↓	↑	↑	3.1859	
12											×															0.0000	
13												×														0.0000	
14													×													0.0000	
15						↑				↑	↑		↑	↑	↓	↑						↑	↑	↓	↑	1.9459	
16						↑				↑	↑			↑		↓	↓					↓	↑	↓	↑	0.0147	
17						↑				↑	↑					↑	↓					↑	↓	↓	↓	7.9659	
18						↑				↑	↑					↑		↓				↑	↑	↑	↑	0.9064	
19						↑				↑	↑					↑			↓			↑	↓	↑	↑	2.4674	
20						↓				↑	↑					↑			↓			↑	↑	↑	↑	1.1971	
21						↑				↑	↑					↑			↓			↑	↑	↓	↓	3.7331	
1						↑				↑	↑					↓	↑					↑	↑	↑	↑	0.2261	
2																						×				0.0000	
3						↑				↓	↓					↑						↑	↓	↑	↑	0.2519	
4						↑				↑	↑					↓						↑	↓	↑	↑	0.0967	
5						↑				↑	↑					↑						↑	↑	↑	↓	0.4049	

$$\Delta f (\%) = \frac{f - f_{\min}}{f_{\min}} \cdot 100$$
, где је  $f_{\min}$  решење модела (5.1)–(5.5).

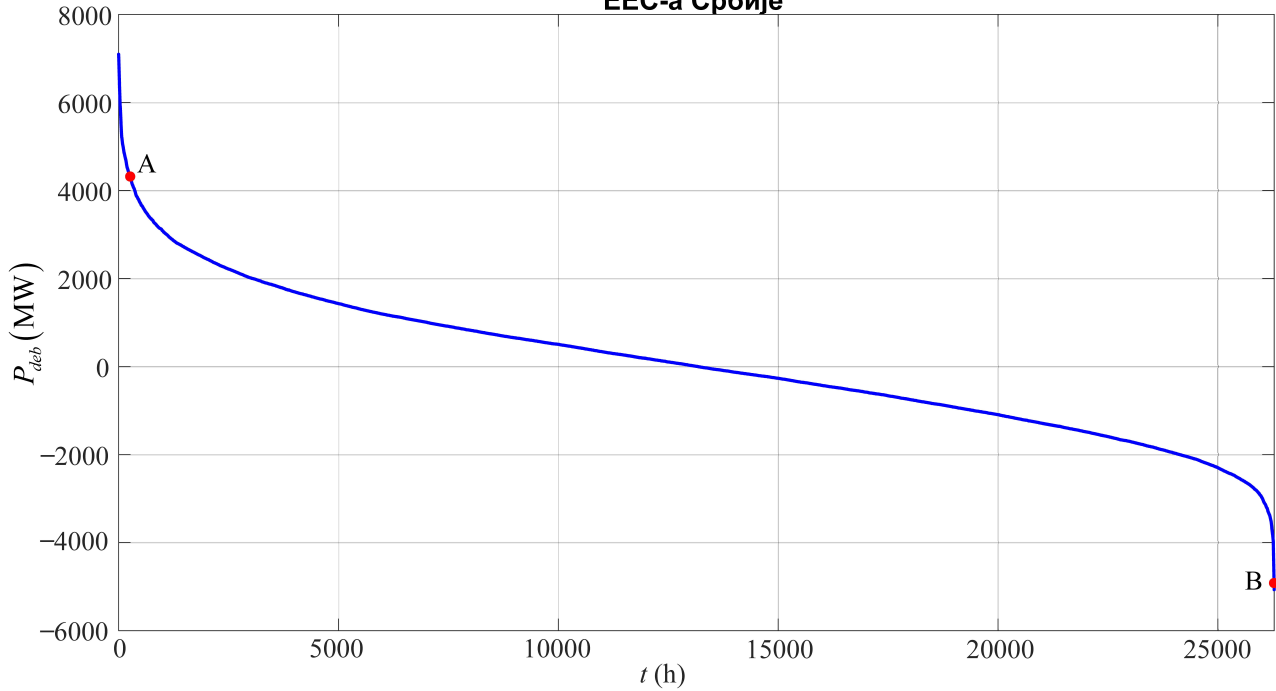
Слика 5.8: Начини да се смањи ефекат на суму квадрата одступања када се смањује капацитет у тачно једном региону

Резултати на Слици 5.7 и Слици 5.8 откривају позитивне корелације између специфичних профила производње у различитим регионима: ако повећање капацитета у региону  $j$  може бити компензовано великим смањењем капацитета у региону  $i$ . На овај начин могу бити идентификовани региони са сличним профилима производње, нпр. ако се посматрају ВЕ, регион 9 је сличан региону 10 и регион 14 је сличан региону 15.

### 5.5 Карактеризација варијабилности профила снаге дебаланса за одређени сценарио развоја ОИЕ

Главна карактеристика профила снаге дебаланса у одређеном сценарију развоја ОИЕ је крива трајања снаге дебаланса. Крива трајања снаге дебаланса за оптимални сценарио потпуне декарбонизације ЕЕС-а Србије је приказана на Слици 5.9 на којој су означене максимална или минимална вредност снаге дебаланса током 99% времена (тачке А и В респективно) које описују потребну укупну инсталисану снагу балансних капацитета.

Крива трајања снаге дебаланса у сценарију оптималне потпуне декарбонизације ЕЕС-а Србије



Слика 5.9: Крива трајања снаге дебаланса за оптимални сценарио потпуне декарбонизације ЕЕС-а Србије; тачка А – максимална снага дебаланса током 99% времена, тачка В – минимална снага дебаланса током 99% времена

Како би се репрезентовала варијабилност која карактерише профил снаге дебаланса који одговара одређеном сценарију развоја ОИЕ, дефинисана је просечна ефективна снага балансирања за одређени временски период  $T$ ,  $P_{\text{efektivno\_balansiranja}}^{sr}(T)$ , на следећи начин:

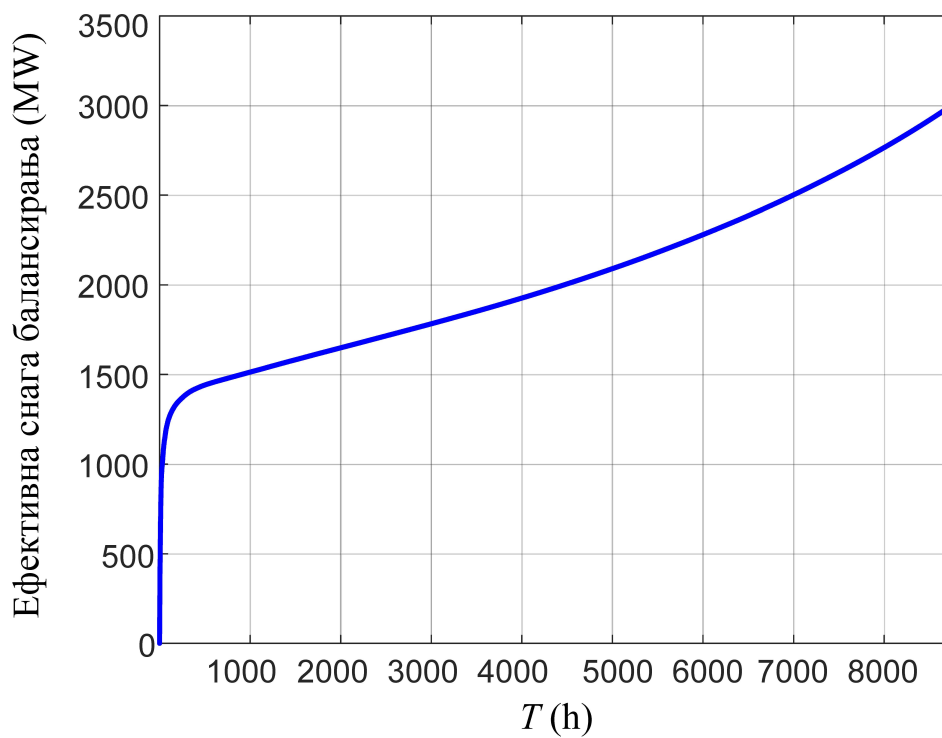
$$P_{\text{efektivno\_balansiranja}}^{sr}(T) = \frac{1}{N_{\text{perioda}}(T)} \sum_{j=1}^{N_{\text{perioda}}(T)} P_{\text{efektivno\_balansiranja}_j}(T), \quad (5.12)$$

$$P_{\text{efektivno\_balansiranja}_j}(T) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{k=k_{\text{početak}_j}}^{k_{\text{završetak}_j}} [P_{\text{deb}}(t_k) - P_{\text{deb\_sr}_j}] \cdot 1 \text{ h}}, \quad (5.13)$$

$$P_{\text{deb\_sr}_j} = \frac{1}{T} \sum_{k=k_{\text{početak}_j}}^{k_{\text{završetak}_j}} P_{\text{deb}}(t_k), \quad (5.14)$$

где су  $k_{\text{početak}_j}$  и  $k_{\text{završetak}_j}$  први и последњи сат у  $j$ -том периоду чије је трајање  $T$  сати. Број оваквих периода на разматраном временском хоризонту који се састоји од  $N_h$  сати је  $N_{\text{perioda}}(T)$ . Средња вредност снаге дебаланса у току  $j$ -тог периода је  $P_{\text{deb\_sr}_j}$ . Одступање снаге дебаланса од њеног центрираног покретног просека је примењено у (5.13) за израчунавање ефективне снаге балансирања,  $P_{\text{efektivno\_balansiranja}_j}(T)$ . Ефективна снага балансирања дефинисана на овакав начин представља стандардну девијацију снаге дебаланса у току одређеног временског периода. Слика 5.10 приказује усредњену ефективну снагу балансирања у зависности од трајања периода  $T$ . Карактеристичне вредности ове криве су:

- $P_{\text{efektivno\_balansiranja}}^{\text{sr}} (T = 24 \text{ h}) = 961.2 \text{ MW}$ ;
- $P_{\text{efektivno\_balansiranja}}^{\text{sr}} (T = 168 \text{ h}) = 1323.6 \text{ MW}$ ;
- $P_{\text{efektivno\_balansiranja}}^{\text{sr}} (T = 365/4 \cdot 24 = 2190 \text{ h}) = 1673.8 \text{ MW}$ .



**Слика 5.10:** Карактеристика варијабилности профила снаге дебаланса у сценарију оптималног развоја ОИЕ



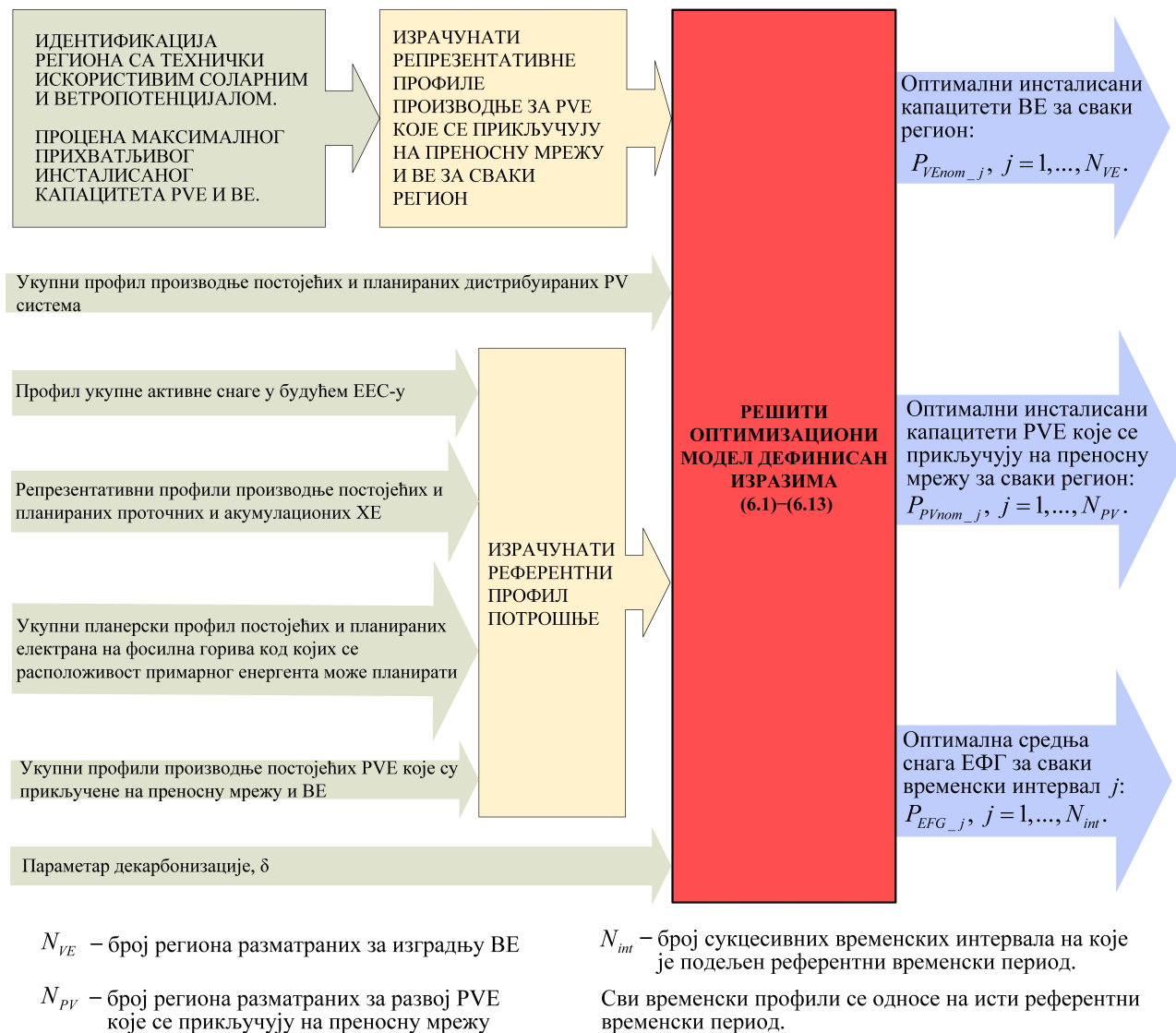
## **6. Планирање развоја варијабилних ОИЕ са циљем делимичне декарбонизације производње електричне енергије у електроенергетским системима**

У овом поглављу описана је развијена методологија за дугорочно планирање развоја ОИЕ за сценарио делимично декарбонизоване производње електричне енергије у анализираном ЕЕС-у и резултати примене ове методологије на ЕЕС Србије, који су публиковани у [13].

### **6.1. Алгоритам и модел за одређивање оптималне структуре и просторне алокације варијабилних ОИЕ и оптимални диспечинг електрана на фосилна горива за одређени степен декарбонизације производње електричне енергије**

Пут ка потпуној декарбонизацији производње електричне енергије мора да се састоји из више етапа развоја ОИЕ за које је потребно дефинисати развојне циљеве. Као крајњи циљ процеса декарбонизације постављен је ЕЕС са потпуно декарбонизованом производњом електричне енергије и оптималном структуром и просторном алокацијом ОИЕ, које су одређене применом модела из Поглавља 4 и Поглавља 5, а које одговарају минималним захтевима за флексибилношћу у ЕЕС-у. Сходно томе, оптимални сценарио развоја ОИЕ за потпуно декарбонизовани ЕЕС дефинише горње границе за вредности оптималних капацитета PVE које су планиране за прикључење на преносну мрежу и ВЕ у сценаријима делимично декарбонизоване производње електричне енергије. Дистрибуирани PV системи су у овим сценаријима планирани према методологији описаној у Поглављу 4 за вредности параметра  $y_J^{ciltj}$  које су сразмерне степену декарбонизације према којем се крајњи сценарио планира. У овим сценаријима је претпостављено да ће електране на фосилна горива (ЕФГ) бити тако ангажоване да усредњени профил укупне производње свих ЕФГ у збиру са профилима производње: ВЕ, PVE које су планиране за прикључење на преносну мрежу и дистрибуираних PV система, даје профил производње који је најбоље усклађен са референтним профилом потрошње, тј. има најмању суму квадрата одступања од референтног профила потрошње, а да при томе удео производње ЕФГ у укупној производњи електричне енергије буде једнак задатој вредности. Период усредњавања профила укупне производње свих ЕФГ је један месец или половина месеца. Половина месеца (двонедељни период) је коришћена као период усредњавања у месецима у којима се догађа укључење или искључење система јавног грејања. Ово је битно ако се део ЕФГ користи за когенерацију и имплицира да ће у једној половини месеца средња снага производње ЕФГ бити у просеку већа него у другој половини месеца. Модел за оптимизацију структуре и просторне алокације ОИЕ истовремено оптимизује и средње месечне/двонедељне вредности укупне снаге свих ЕФГ у анализираном ЕЕС-у како би се постигла минимална сума квадрата одступања укупног профила производње од укупног профила потрошње, чиме се минимизују захтеви за флексибилношћу ЕЕС-а. Алгоритам за планирање развоја ОИЕ са циљем декарбонизације производње електричне енергије у задатом степену је приказан на Слици 6.1. Улазни подаци овог алгоритма се у односу на улазне податке алгоритма за планирање развоја ОИЕ у ЕЕС-у са потпуно декарбонизованом производњом разликују само у параметру  $\delta$ , који је назван параметар декарбонизације, чија је улога објашњена испод приликом дефинисања математичког модела за планирање структуре и

просторне алокације ОИЕ у ЕЕС-у са делимично декарбонизованом производњом. Усвојена вредност параметра  $\delta$  једнозначно одређује степен декарбонизације производње електричне енергије који се постиже са капацитетима ОИЕ који су оптимизовани према овом моделу. Под степеном декарбонизације производње електричне енергије у овом раду се сматра удео производње електрана на нефосилна горива у укупној производњи електричне енергије у анализираном ЕЕС-у.



**Слика 6.1:** Предложени алгоритам за планирање развоја ОИЕ са циљем декарбонизације производње електричне енергије у задатом степену

Математички модел за оптимизацију структуре и просторне алокације ОИЕ и диспечинга ЕФГ у ЕЕС-у са делимично декарбонизованом производњом електричне енергије може се дефинисати као линеарни проблем најмањих квадрата са линеарним ограничењима:

$$\min_x \|Ax - b\|_2^2, \quad (6.1.1)$$

$$\text{под условима: } x \geq x^{min}, \quad (6.1.2)$$

$$x \leq x^{max}, \quad (6.1.3)$$

$$[G_m^{OIE} \quad 0]x \geq \delta h^m, m = 1, \dots, N, \quad (6.1.4)$$

$$[G_m^{OIE} \quad G_m^{EFG}]x \geq h^m, m = 1, \dots, N, \quad (6.1.5)$$

$$\delta \in [0, 1]. \quad (6.1.6)$$

Непознате променљиве у (6.1.1)–(6.1.6) су елементи вектора  $x$  који је дефинисан као:

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_{VE}+N_{PV}+N_{int}}]^T, \quad (6.2)$$

$$x_j = P_{VENom\_j}, \quad j = 1, \dots, N_{VE}, \quad (6.3)$$

$$x_{N_{VE}+j} = P_{PVnom\_j}, \quad j = 1, \dots, N_{PV}, \quad (6.4)$$

$$x_{N_{VE}+N_{PV}+j} = P_{EFG\_j}, \quad j = 1, \dots, N_{int}, \quad (6.5)$$

где је  $P_{VENom\_j}$  назначена снага ВЕ у региону  $j$  са технички искористивим ветропотенцијалом (број оваквих региона је  $N_{VE}$ ),  $P_{VENom\_j}$  је назначена снага РВЕ које су планиране за прикључење на преносну мрежу у региону  $j$  са технички искористивим соларним потенцијалом (број оваквих региона је  $N_{PV}$ ). Референтни временски период на који се односе улазни подаци је подељен у  $N_{int}$  сукцесивних временских интервала. Број сати у интервалу  $j$  је  $N_h^{int}(j)$ . Укупан број сати у референтном временском периоду је  $N_h$ . У (6.5)  $P_{EFG\_j}$  је средња снага свих ЕФГ током временског интервала  $j$ . У (6.1.1) матрица система,  $A$ , дефинисана је као:

$$A = [A_1 \ A_2], \quad (6.6)$$

$$A_1 = (a_{kj}) = \begin{bmatrix} P_{VESpec\_1}(t_1) & \dots & P_{VESpec\_N_{VE}}(t_1) & P_{PVspec\_1}(t_1) & \dots & P_{PVspec\_N_{PV}}(t_1) \\ P_{VESpec\_1}(t_2) & \dots & P_{VESpec\_N_{VE}}(t_2) & P_{PVspec\_1}(t_2) & \dots & P_{PVspec\_N_{PV}}(t_2) \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P_{VESpec\_1}(t_{N_h}) & \dots & P_{VESpec\_N_{VE}}(t_{N_h}) & P_{PVspec\_1}(t_{N_h}) & \dots & P_{PVspec\_N_{PV}}(t_{N_h}) \end{bmatrix}, \quad (6.7)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.8)$$

$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{array} \right\} N_h^{int}(1) \\ \left. \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} N_h^{int}(2) \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} N_h^{int}(N_{intervals}) \end{array} \right\}$

Елементи вектора  $b = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{N_h}]^T$  су:

$$b_k = P_{ref\_potrošnja}(t_k) - P_{distPVtot}(t_k), \quad k = 1, \dots, N_h, \quad (6.9)$$

где је  $P_{ref\_potrošnja}(t_k)$  референтни профил потрошње, а  $P_{distPVtot}(t_k)$  је укупни профил производње постојећих и планираних дистрибуираних РВ система у  $k$ -том сату референтног

временског периода. Израз (6.1.2) описује услов да инсталирани капацитети PVE планирани за прикључење на преносну мрежу и ВЕ у сваком од анализираних региона не могу бити мањи од укупних инсталираних капацитета већ изграђених PVE и ВЕ у овим регионима и да средња снага ЕФГ у одређеном временском интервалу  $j, j = 1, \dots, N_{int}$ , не може бити мања од минималне могуће вредности за тај временски интервал. Ове минималне дозвољене вредности су одређене на основу потреба анализираних ЕЕС-а. Израз (6.1.3) описује услов да инсталирани капацитети PVE које се прикључују на преносну мрежу и ВЕ у сваком од анализираних региона не смеју бити већи од оптималних инсталираних капацитета у овим регионима за сценарио потпуно декарбонизоване производње електричне енергије, који су одређени оптимизационим моделом (5.1)–(5.5). Израз (6.1.3) такође садржи и услов да средња снага ЕФГ у одређеном временском интервалу  $j, j = 1, \dots, N_{int}$ , не може бити већа од укупне инсталисане снаге ЕФГ. Референтни временски период се састоји из целог броја година  $N$ . Израз (6.1.4) описује услов да укупна електрична енергија произведена из PVE које се прикључују на преносну мрежу и ВЕ у  $m$ -тој години ( $m = 1, \dots, N$ ) анализираних периода има удео  $\delta, \delta \in [0, 1]$ , у укупној енергији производње PVE планиране за прикључење на преносну мрежу, ВЕ и ЕФГ у тој години. Израз (6.1.5) описује услов да укупна енергије производње PVE планираних за прикључење на преносну мрежу, ВЕ, ЕФГ и дистрибуираних PV система у  $m$ -тој години ( $m = 1, \dots, N$ ) анализираних периода не сме да буде мања од енергије референтне потрошње у тој години. Ово је еквивалентно услову да укупна електрична енергија произведена у анализираним ЕЕС-у у  $m$ -тој години ( $m = 1, \dots, N$ ) анализираних периода не сме да буде мања од укупне енергије потрошње у тој години. Променљиве у (6.1.4) и (6.1.5) су дефинисане на следећи начин:

$$h^m = \sum_{k=1}^{N_h^m} b_{k+z(m)}, \quad m = 1, \dots, N, \quad (6.10)$$

$$z(m) = \sum_{j=1}^{m-1} N_h^j, \quad (6.11)$$

где  $N_h^j$  означава број сати у  $j$ -тој години референтног временског периода. Матрица  $G_m^{OIE}$  у (6.1.4) и (6.1.5) је  $G_m^{OIE} \triangleq (g_{ij}^m)_{1 \times (N_{VE} + N_{PV})}$ . Елемент матрице  $G_m^{OIE}$ , у ознаци  $g_{ij}^m$ , представља специфичну годишњу енергију производње ВЕ у  $j$ -том региону (ако је  $j = 1, \dots, N_{VE}$ ) или специфичну годишњу енергију производње PVE које су планиране за прикључење на преносну мрежу у  $j$ -том региону (ако је  $j = N_{VE} + 1, \dots, N_{VE} + N_{PV}$ ) у  $m$ -тој години ( $m = 1, \dots, N$ ) и израчунава се на следећи начин:

$$g_{ij}^m = \sum_{k=1}^{N_h^m} a_{k+z(m),j}, \quad i = 1; j = 1, \dots, N_{VE} + N_{PV}; m = 1, \dots, N, \quad (6.12)$$

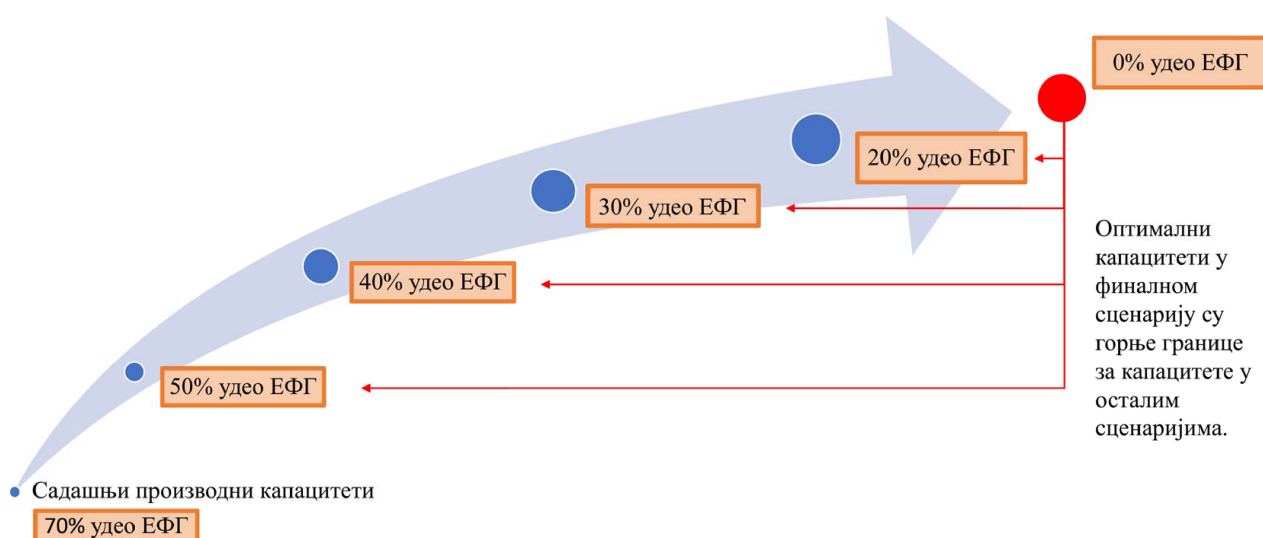
где  $a_{k+z(m),j}$  означава елемент матрице  $A$  у  $(k+z(m))$ -тој врсти и  $j$ -тој колони. Променљива  $z(m)$  је помоћна променљива која се користи за описивање позиције коју подаци о специфичним снагама производње PVE планиране за прикључење на преносну мрежу и ВЕ, који се односе на  $m$ -ту годину референтног временског периода, имају у матрици  $A$ . Матрица  $G_m^{EFG}$  је дефинисана као:

$$G_m^{EFG} \triangleq [ N_h^{int}(1) \quad N_h^{int}(2) \quad \dots \quad N_h^{int}(N_{int}) ]_{1 \times N_{int}}, \quad m = 1, \dots, N. \quad (6.13)$$

Описани проблем најмањих квадрата са ограничењима је велике димензионалности и у општем случају матрица система  $A$  може да буде непотпуног ранга или међу ограничењима могу да се појаве линеарно зависна ограничења, стога се за решавање овог проблема препоручује метода која је описана у Поглављу 3. Решење овог проблема увек постоји, у случају да је матрица  $A$  непотпуног ранга, број решења је бесконачан, али ће тада бити одређено јединствено решење са минималном Еуклидовом нормом чиме је минимизован укупни инсталисани капацитет ОИЕ, односно трошкови инвестиција у ове капацитете.

## 6.2. Демонстрација алгоритма на примеру ЕЕС-а Србије

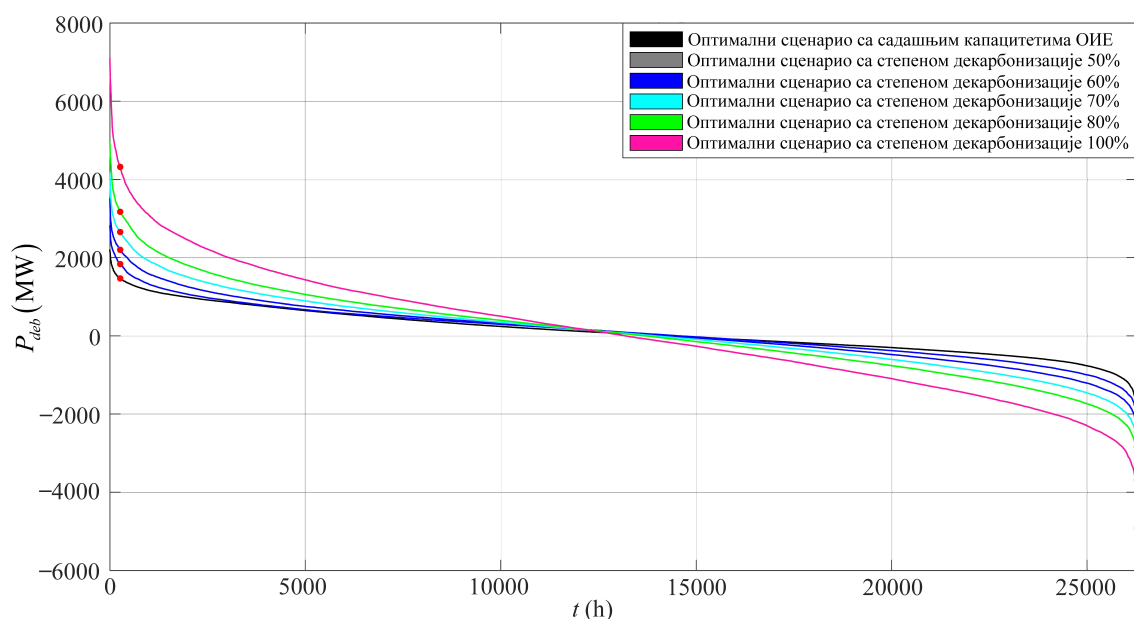
У наредним одељцима представљени су резултати примене предложене методологије на ЕЕС Србије за одређивање оптималних сценарија развоја ОИЕ којима се постиже задати степен декарбонизације производње електричне енергије. Ови сценарији дефинишу путању декарбонизације приказану на Слици 6.2, која илуструје енергетску стратегију која своје акције на средњерочном временском хоризонту усмерава ка постизању крајњег, дугорочног циља. У овој анализи су примењене исте претпоставке о ЕЕС-у Србије као и у Поглављу 5. Претпостављено је да је период усредњавања профила укупне производње ЕФГ један месец. Изузетак су април и октобар месец током којих је укупна производња ЕФГ усредњена на двонедељном уместо на месечном ниову како би се уважио завршетак, односно почетак грејне сезоне. Претпостављено је да у току грејне сезоне средња вредност укупне снаге производње у сваком месецу/двонедељном периоду мора да буде већа од минималне снаге која је потребна за когенерацију. За сценарио развоја ОИЕ са параметром декарбонизације  $\delta$ , дистрибуирани PV системи су планирани методологијом описаном у Поглављу 4 са циљем да се у свим дистрибутивним мрежама у Србији оствари ниво релативног смањења Цулових губитака који је што приближнији вредности  $y_J^{cilj} = \delta y_J^{cilj\_opt}$ , где је  $y_J^{cilj\_opt}$  оптимални ниво релативног смањења Цулових губитака (одређен у Поглављу 5) према којем су планирани дистрибуирани PV системи у сценарију потпуно декарбонизоване производње електричне енергије у Србији. Модел (6.1)–(6.13) је решен за различите вредности параметра  $\delta$  која је варирана у опсегу од 0 до вредности при којој овај модел постаје нерешив јер услови по минималној средњој снази производње ЕФГ током грејне сезоне онемогућавају да се постигне тако висок степен декарбонизације. Међу овим сценаријима издвојени су карактеристични сценарији приказани на Слици 6.2 и њихове карактеристике су дате у наредном одељку.



Слика 6.2: Путања декарбонизације у ЕЕС-у Србије

### 6.1.1. Анализа резултата

Предложеном методологијом анализирани су оптимални сценарији развоја ОИЕ за степене декарбонизације од 50%, 60%, 70% и 80% у ЕЕС-у Србије. Поред ових сценарија, анализиран је сценарио са тренутним капацитетима ОИЕ у којем је оптимизован средњи профил ЕФГ тако да обезбеди потпуно покривање потрошње у систему са минималним захтевима за флексибилношћу. Резултати прорачуна сценарија потпуне декарбонизације израчунати у Поглављу 5 су додати ради поређења са осталим сценаријима. Оптимална просторна алокација инсталисаних капацитети ВЕ и РВЕ које су планиране за прикључење на преносну мрежу је дата у Табели 6.2 и Табели 6.3 за различите степене декарбонизације производње ел. енергије. У последњим колонама Табеле 6.2 и Табеле 6.3 дати су максимални инсталисани капацитети ВЕ и РВЕ за сваки од региона (дати у Потпоглављу 2.3) који су искоришћени као горње границе у моделу за прорачун оптималног сценарија потпуне декарбонизације. Табела 6.4 приказује карактеристике алокације РВ капацитета у електродистрибутивни систем Србије према методологији описаној у Поглављу 4, за различите сценарије декарбонизације. У Табели 6.5 дати су оптимални средњи годишњи профили производње ЕФГ у анализираним сценаријима. Табела 6.6 и Табела 6.7 приказују карактеристике анализираних сценарија у погледу покривања потрошње и профила снаге дебаланса, док Табела 6.8 приказује однос између максималне снаге производње и максималне снаге потрошње у ЕЕС-у Србије за различите сценарије декарбонизације. На Слици 6.3 упоређене су криве трајања снаге дебаланса за оптималне сценарије са различитим степеном декарбонизације ЕЕС-а Србије.



**Слика 6.3:** Крива трајања снаге дебаланса за оптималне сценарије са различитим степеном декарбонизације ЕЕС-а Србије; означене тачке представљају максималне и минималне снаге дебаланса током 99% времена.

**Табела 6.1:** Параметри који описују анализирани сценарије декарбонизације у ЕЕС-у Србије

Степен декарбонизације	30.1%	50%	60%	70%	80%	100%
(удео електрана на нефосилна горива у укупној производњи електричне енергије)	30.1%	50%	60%	70%	80%	100%
Параметар декарбонизације $\delta$ примењен у оптимизационом моделу (6.1)–(6.14)	$\delta^*$	0.296	0.431	0.568	0.707	$\delta^{**}$

\* Овај сценарио је израчунат фиксирајући капацитете ОИЕ на доњим границама и изузевши услов (6.1.4) из модела (6.1)–(6.14). \*\* Сценарио израчунат помоћу модела (5.1)–(5.5).

**Табела 6.2:** Оптимални капацитети ВЕ у регионима са технички искористивим ресурсом ветра у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије

Регион	Доња граница* (MW)	Оптимални капацитети за одређени степен декарбонизације (MW)					Макс. кап. (MW)
		50%	60%	70%	80%	100%	
1. Власински регион	0	0	0	203.0	300.0	300.0	300
2. Медвеђа – Сијеринска бања	0	271.1	300.0	300.0	300.0	300.0	300
3. Куршумлија – Копаоник	0	0	0	0	0	0.0	200
4. Сокобања – Бољевац	0	247.7	350.0	350.0	350.0	350.0	350
5. Врање – Бујановац	0	300.0	300.0	300.0	300.0	300.0	300
6. Нова Варош – Ивањица	0	0	0	0	0	2.3	300
7. Златибор	0	0	0	145.2	200.0	200.0	200
8. Тутин – Пештерска висораван	0.4	0.4	217.4	300.0	300.0	300.0	300
9. Београд – Смедерево	0	0	0	0	0	0.0	350
10. Пожаревац – Голубац – Кучево	0	0	0	147.6	329.3	503.1	1200
11. Јужни Банат – Панчево	380.96	380.96	380.96	380.96	654.2	1278.8	1800
12. Јужни Банат – Бела Црква	6.6	6.6	6.6	6.6	6.6	6.6	300
13. Средњи Банат	0	0	0	0	0	0.0	1000
14. Северни Банат	0	0	0	0	0	0.0	600
15. Северна Бачка	9.9	16.2	328.0	683.5	1088.2	1800.0	1800
16. Јужна Бачка	0	0	0	0	0	98.0	600
17. Бор – Мајданпек – Неготин	0	490.0	600.0	600.0	600.0	600.0	600
18. Крагујевац – Јагодина	0	126.0	150.0	150.0	150.0	150.0	150
19. Ниш – Прокупље	0	197.9	300.0	300.0	300.0	300.0	300
20. Параћин – Бољевац	0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100
21. Алексинац – Ражањ	0	108.6	331.5	500.0	500.0	500.0	500
<b>Укупно:</b>	<b>397.46</b>	<b>2245.4</b>	<b>3364.5</b>	<b>4466.9</b>	<b>5478.3</b>	<b>7088.7</b>	<b>11550</b>

\*Ово су тренутни капацитети ВЕ у ЕЕС у Србије.

**Табела 6.3:** Оптимални капацитети PVE које се прикључују на преносну мрежу у регионима са технички искористивим соларним ресурсом у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије

Регион	Доња граница* (MW)	Оптимални капацитет за одређени степен декарбонизације (MW)					Максимални капацитет (MW)
		50%	60%	70%	80%	100%	
1. Северна Србија	0	215.6	303.9	453.0	628.8	732.7	1150
2. Централна Србија	0	0	0	0	0	0	3500
3. Источна Србија	0	119.5	183.4	297.3	478.5	849.3	1700
4. Западна Србија	0	300.0	341.1	371.1	413.0	495.3	800
5. Јужна Србија	0	334.3	567.4	786.4	932.4	1036.0	1600
<b>Укупно:</b>	<b>0</b>	<b>969.4</b>	<b>1395.9</b>	<b>1907.7</b>	<b>2452.6</b>	<b>3113.4</b>	<b>8750</b>

\* Ово су тренутни капацитети PVE које су прикључене на преносну мрежу у Србији.

**Табела 6.4:** Карактеристике алокације PV система у електродистрибутивни систем Србије енергије у различитим сценаријима декарбонизације

	Степен декарбонизације					
	30.1%	50%	60%	70%	80%	100%
$y_J^{cilj}(\%)$	/	3.70	5.39	7.10	8.84	12.50
$y_{J\_postignuto}^{sr}(\%)$	/	3.70	5.39	7.10	8.84	12.50
$y_{J\_postignuto}^{sr\_preciznije}(\%)$	/	4.19	6.08	7.97	9.88	13.81
$P_{distPV\_nom}^{tot}(\text{MW})$	$\approx 0$	508.9	756.5	1018.0	1296.8	1940.7
Просечна годишња уштеда енергије (TWh)	/	0.0755	0.1100	0.1449	0.1804	0.2521
Уштеда енергије у процентима од укупне бруто потрошње дист. мрежа пре инсталирања PV система (%)	/	0.2994	0.4362	0.5745	0.7152	1.0111
Уштеда енергије у процентима од укупне бруто потрошње ЕЕС-а пре инсталирања дист. PV система(%)	/	0.2320	0.3380	0.4452	0.5543	0.7836
Просечна годишња потрошња дист. мрежа снабдевена директно из локалних дист. PV система (TWh)	/	0.5793	0.8600	1.1572	1.4735	2.1737
Просечна годишња енергија укупне производње дистрибуираних PV система (TWh)	$\approx 0$	0.5799	0.8615	1.1597	1.4766	2.1841
Просечна годишња укупна бруто потрошња дист. мрежа пре инсталирања дистрибуираних PV система (TWh)						25.2796

**Табела 6.5:** Оптимизовани усредњени профил ЕФГ у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије

Временски период	Доња граница (MW)	Профил средње снаге ЕФГ за одређени степен декарбонизације (MW)					Горња граница (MW)
		30.1%	50%	60%	70%	80%	
1. Јануар	305.5	3630.7	2909.5	2488.4	2055.6	1623.0	3630.7
2. Фебруар	305.5	3080.4	2187.0	1756.9	1350.8	932.8	3630.7
3. Март	305.5	2489.4	1606.0	1175.7	714.3	305.5	3630.7
4. Прва половина априла	305.5	2096.8	1206.1	730.5	305.5	305.5	3630.7
5. Друга половина априла	0	1972.3	1188.8	775.9	361.5	0	3630.7
6. Мај	0	1866.9	1171.4	822.1	462.0	74.7	3630.7
7. Јун	0	2148.6	1454.0	1126.3	790.4	437.2	3630.7
8. Јул	0	2412.5	1730.3	1400.2	1073.7	733.1	3630.7
9. Август	0	2627.8	1959.9	1651.2	1343.9	998.7	3630.7
10. Септембар	0	2608.2	1909.9	1571.4	1245.8	898.0	3630.7
11. Прва половина октобра	0	2902.3	2089.8	1693.2	1307.2	869.6	3630.7
12. Друга половина октобра	305.5	3050.9	2148.8	1690.7	1224.0	742.5	3630.7
13. Новембар	305.5	3019.3	2197.3	1771.6	1357.4	873.5	3630.7
14. Децембар	305.5	3261.9	2455.5	2045.3	1666.4	1286.0	3630.7
<b>Укупна произведена енергија из ЕФГ (TWh):</b>		<b>70.4079</b>	<b>50.1507</b>	<b>39.9879</b>	<b>29.9244</b>	<b>19.9827</b>	



**Табела 6.6:** Карактеристике покривања потрошње у оптималним сценаријима развоја ОИЕ за различите степене декарбонизације ЕЕС-а Србије (подаци се односе на трогодишњи референтни временски период)

Степен декарб.	$f_{\min} = \ Ax_{opt} - b\ _2^2$ (MWh) <sup>2</sup>	Укупна произведена енергија (TWh)	Укупна енергија потрошње (TWh)	Директно снабдевена енергија (TWh)	Укупна енергија позитивног дебаланса (TWh)	Укупна енергија негативног дебаланса (TWh)
30.1%	$0.9008 \cdot 10^{10}$	100.7704	97.8603	93.2596	7.5106	4.6007
50%	$1.2316 \cdot 10^{10}$	100.2516	97.6332	91.8412	8.4103	5.7918
60%	$1.7351 \cdot 10^{10}$	99.9850	97.5295	90.3817	9.6033	7.1475
70%	$2.4935 \cdot 10^{10}$	99.8049	97.4246	88.5656	11.2393	8.8585
80%	$3.5845 \cdot 10^{10}$	99.7248	97.3179	86.4097	13.3150	10.9075
100%	$6.5626 \cdot 10^{10}$	99.5953	97.0935	81.8553	17.7400	15.2369

**Табела 6.7:** Карактеристике профила снаге дебаланса током анализираног трогодишњег временског периода у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије

Степен декарб.	Макс. снага позитивног дебаланса (MW)	Макс. снага позитивног дебаланса током 99% времена (MW)	Макс. снага негативног дебаланса (MW)	Макс. снага негативног дебаланса током 99% времена (MW)
30.1%	2199.1	1468.8	2465.1	2074.6
50%	2816.0	1837.5	2634.6	2451.3
60%	3507.2	2200.0	3022.8	2837.9
70%	4159.4	2654.2	3449.2	3267.6
80%	4963.5	3173.3	3861.4	3689.4
100%	7096.9	4319.6	5070.6	4917.3

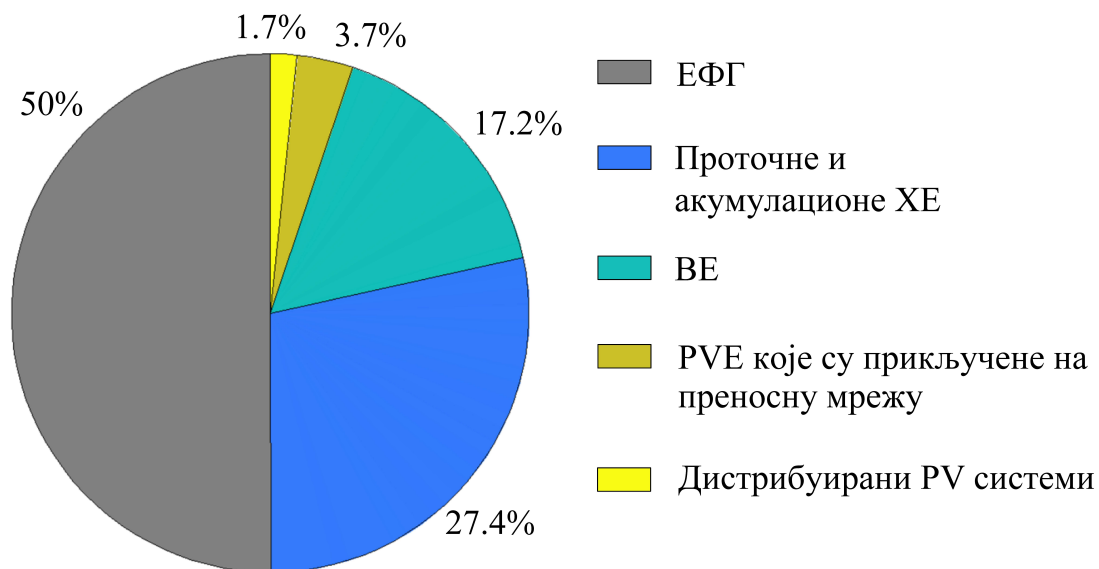
**Табела 6.8:** Однос између макс. снаге укупне производње,  $P_{\text{производња\_tot}}^{\text{max}}$ , и макс. снаге укупне потрошње,  $P_{\text{потрошња\_tot}}^{\text{max}}$ , у различитим сценаријима декарбонизације ЕЕС-а Србије

$P_{\text{производња\_tot}}^{\text{max}} / P_{\text{потрошња\_tot}}^{\text{max}}$ за одређени степен декарбонизације					
30.1%	50%	60%	70%	80%	100%
0.8564	1.0817	1.1991	1.3216	1.4274	1.6424

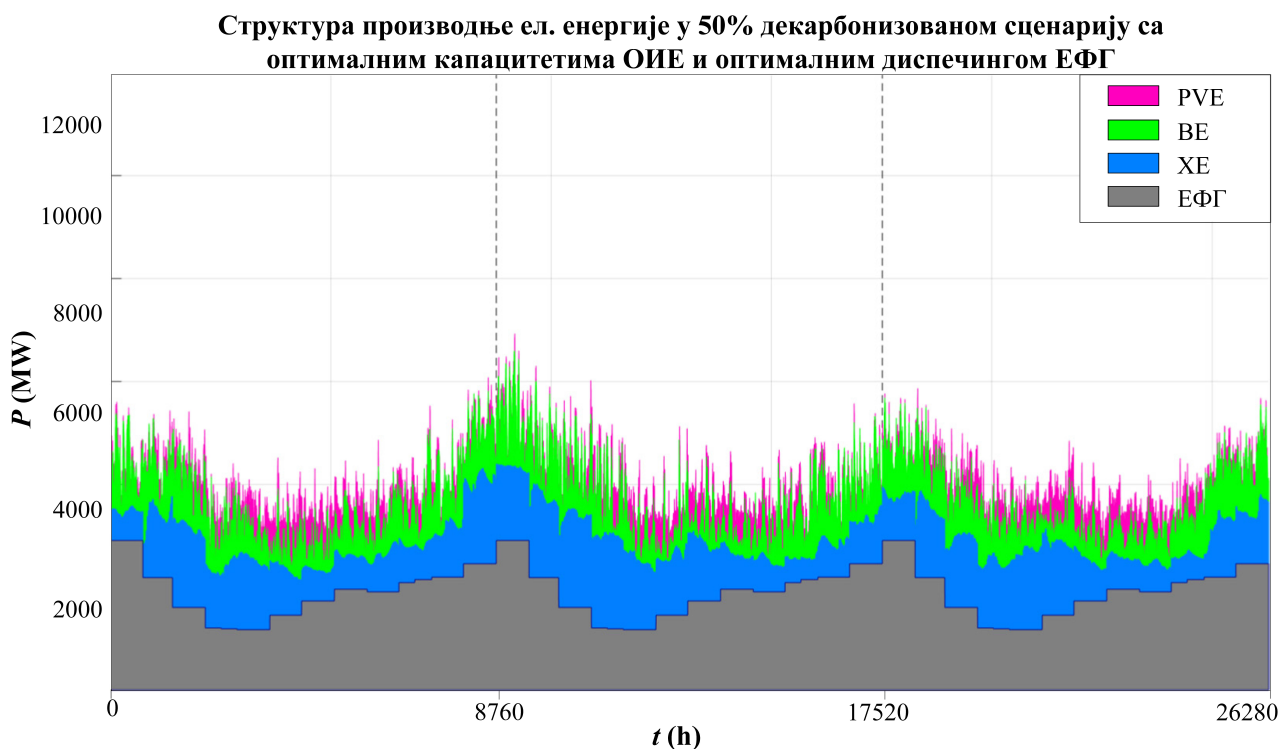
### 6.1.2. Карактеристике оптималног сценарија развоја ОИЕ у ЕЕС-у Србије са 50% декарбонизованом производњом електричне енергије

Сценарио са 50% декарбонизованом производњом електричне енергије у Србији представља сценарио умереног развоја ОИЕ за који је вероватно да буде реализован у првој фази процеса декарбонизације. Оптимална структура производње електричне енергије у овом сценарију дата је на Слици 6.4. Слика 6.5 приказује профиле производње различитих електрана у овом сценарију. Укупни профил производње и укупни профил потрошње су дати на Слици 6.6. Додатна минимизација захтева за флексибилношћу је могућа кроз оптимизацију диспечинга

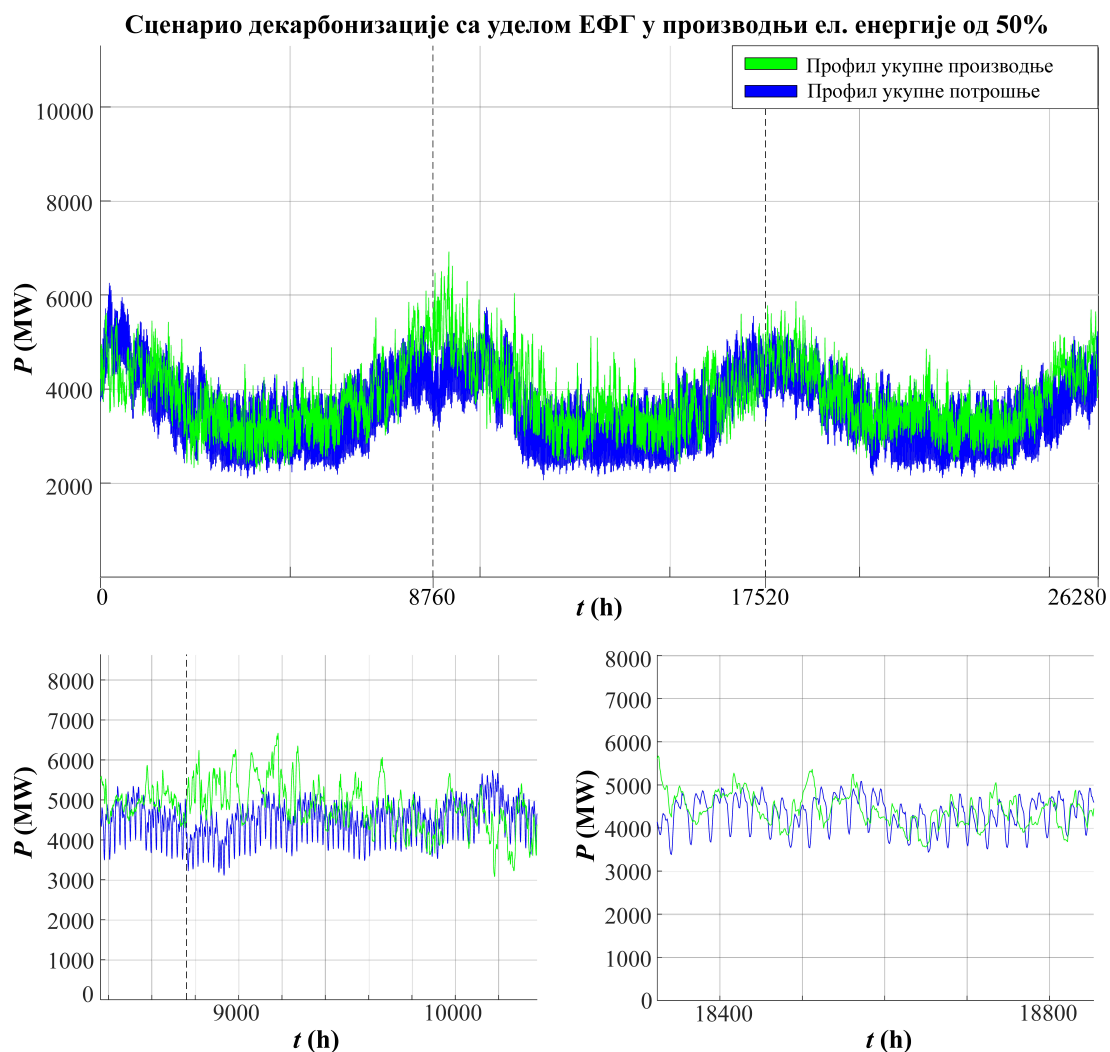
ЕФГ на недељном нивоу којом се постиже смањење критеријума (6.1.1) за 27.8%. Овако оптимизовани профил производње ЕФГ је приказан на Слици 6.7.



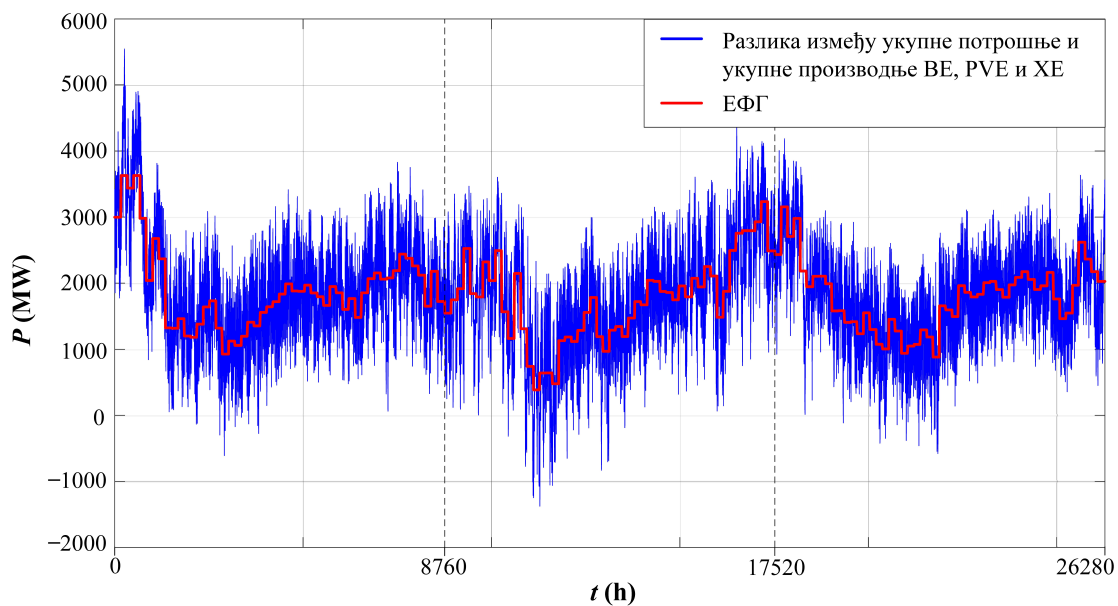
Слика 6.4: Оптимална структура производње електричне енергије у ЕЕС-у Србије у оптималном сценарију са степеном декарбонизације од 50%



Слика 6.5: Оптимална структура укупног профила производње електричне енергије у ЕЕС Србије у оптималном сценарију са степеном декарбонизације од 50%



**Слика 6.6:** Профили укупне производње и укупне потрошње ел. енергије у ЕЕС Србије у оптималном сценарију са степеном декарбонизације од 50%



**Слика 6.7:** Диспечинг ЕФГ оптимизован на недељном нивоу ради минимизације захтева за флексибилношћу у ЕЕС-у Србије са оптималним капацитетима ОИЕ у оптималном сценарију са степеном декарбонизацијом од 50%

### 6.1.3. Дискусија резултата

Оптимални капацитети ВЕ и РВЕ дати у Табели 6.2 и Табели 6.3 резултују минималним захтевима за флексибилношћу у ЕЕС-у Србије када су ЕФГ ангажоване према оптималном средњем профилу датом Табели 6.5 и када су инсталирани дистрибуирани РВ капацитети дати у Табели 6.4, а ЕЕС не размењује енергију са околним системима. Оптимални средњи профил производње ЕФГ је овде искоришћен као инструмент за планирање ОИЕ капацитета тако да се постигне оптимално усаглашавање укупног профила производње и укупног профила потрошње у ЕЕС-у Србије без ангажовања постојеће флексибилности у систему. Ову усаглашеност је могуће додатно побољшати кроз оперативно планирање ако се ангажује флексибилност акумулационих и проточних ХЕ, оптимизује диспечинг ЕФГ и ангажује управљање потрошњом. Након што се ангажују постојећи ресурси флексибилности у систему, може се приступити анализи најпогодније технолошке структуре и карактеристика додатних флексибилних капацитета које је евентуално потребно изградити у анализираном ЕЕС-у. Ако се у ЕЕС-у Србије инсталирају оптимални капацитети ОИЕ, стварни захтеви за флексибилношћу ЕЕС-а ће бити мањи оних које предвиђају анализирани оптимални сценарији (Табела 6.6 и Табела 6.7) из разлога што ови сценарији претпостављају да је ЕЕС Србије енергетски независан, а у пракси ће он размењивати енергију са околним електроенергетским системима у складу са околностима на регионалном тржишту електричне енергије, што значи да ће део позитивне енергије дебаланса да се извезе у околне системе и да ће део негативне енергије дебаланса да се компензује из увоза. С друге стране, количина директно снабдевене енергије (без посредства система за складиштење) неће бити мања од вредности које одговарају анализираним оптималним сценаријима (Табела 6.6). То значи да је минимизацијом захтева за флексибилношћу истовремено планиран ЕЕС са максималним нивоом енергетске независности, тј. минимизирани су потребе за разменом енергије са околним електроенергетским системима.

### 6.1.4. Анализа осетљивости

Добијено оптимално решење које одговара минималним захтевима за флексибилношћу је робусно у смилу да постоји много различитих сценарија у његовој околини за које одступање од оптималног сценарија на узрокује велику промену захтева за флексибилношћу. Околина оптималног сценарија делимичне декарбонизације може се дефинисати на сличан начин као што је урађено у Поглављу 5 за сценарио потпуне декарбонизације. Ово пружа могућност да се након одређивања оптималног сценарија са минималним захтевима за флексибилношћу, у његовој околини потражи економски оптимални сценарио који задовољава одређене критеријуме у погледу повећања захтева за флексибилношћу у односу на теоријски минималне захтеве. У наставку је дефинисана околина оптималног сценарија 50%-тне декарбонизације и анализирани су ефекти промене капацитета у тачно једном региону у односу на оптималну вредност коју је одредио модел (6.1)–(6.13). Прво су анализирани случајеви у којем изградња ОИЕ није могућа у тачно једном од региона који су планирани према оптималном сценарију 50%-тне декарбонизације. Нека овом региону одговара координата  $k$  вектора  $x$ ,  $k \in \{1, \dots, N_{VE} + N_{PV}\}$ . У овој анализи, средњи профил производње ЕФГ је прво фиксиран, тј. претпостављен је исти профил који је добијен у оптималном сценарију. За капацитет у  $k$ -том региону је узето да је  $x_k = 0$ , а капацитети у преосталим регионима су оптимизовани тако да у највећој могућој мери компензују ефекат смањења капацитета  $x_k$  на 0 на повећање суме квадрата одступања профила укупне производње и профила укупне потрошње. На овај начин су одређени вектори  $x^j$ :

$$x^j = x^{opt50} + \Delta x^j, j = 1, \dots, 12, \quad (6.14.1)$$

$$\Delta x^j = \begin{bmatrix} \Delta x_{OIE}^j \\ \Delta x_{EFG}^j \end{bmatrix}, j = 1, \dots, 12, \quad (6.14.2)$$

$$\Delta x_{EFG}^j = 0_{N_{intervala} \times 1}, j = 1, \dots, 12, \quad (6.14.3)$$

Вектори  $\Delta x_{OIE}^j, j = 1, \dots, 12$ , су приказани у Табели 6.9. Ниједна координата вектора  $x^j, j = 1, \dots, 12$ , није превазишла оптималну вредност за сценарио потпуне декарбонизације која је дата у Табели 5.1 и Табели 5.2, што је добро јер не угрожава реализацију оптималног сценарија потпуне декарбонизације у будућности. Највеће одступање критеријумске функције (6.1.1) на скупу вектора  $x^j, j = 1, \dots, 12$ , износи 3.37%. Ово одступање одговара смањењу капацитета ВЕ у региону 17 на 0. У наставку је анализирано колико највише може да се повећа капацитет у тачно једном региону, не мењајући средњи профил производње ЕФГ, а да критеријумска функција не порасте изнад 3.37%. На овај начин су добијени вектори  $x^j, j = 13, \dots, 36$ :

$$x^j = x^{opt50} + \Delta x^j, j = 13, \dots, 36, \quad (6.15.1)$$

$$\Delta x^j = \begin{bmatrix} \Delta x_{OIE}^j \\ \Delta x_{EFG}^j \end{bmatrix}, j = 13, \dots, 36, \quad (6.15.2)$$

$$\Delta x_{EFG}^j = 0_{N_{intervala} \times 1}, j = 13, \dots, 36, \quad (6.15.3)$$

Вектори  $\Delta x_{OIE}^j, j = 1, \dots, 36$ , су приказани у Табели 6.9 и Табели 6.10.

**Табела 6.9:** Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 3.37%.

		$\Delta x_{OIE}^j$ (MW)																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
КООРДИНАТЕ	1	30.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	115.5	0	0	0	0	0
	2	-271.0	-11.2	28.9	-22.1	9.3	28.9	-10.1	2.5	-0.5	-1.0	-0.1	1.7	0	98.9	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	103.9	0	0	0
	4	4.7	-247.6	-29.5	102.3	24.9	87.1	65.6	10.0	-1.5	1.0	2.8	1.7	0	0	0	95.3	0	0
	5	0	0	-300.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	97.2
	7	41.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	28.6	3.9	239.8	36.2	0	28.3	0	45.2	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	14	33.9	0	0	0	0	26.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15	-6.3	45.4	10.0	87.8	42.9	27.3	11.5	-0.8	0.8	-0.6	0.3	4.1	0	0	0	0	0	0
	16	0	6.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	17	-5.4	39.3	18.2	-489.9	11.0	5.5	11.5	52.5	2.5	1.7	1.3	0.4	0	0	0	0	0	0
	18	21.6	24.0	7.3	24.0	-126.0	24.0	24.0	9.2	-0.4	-1.4	0.7	2.6	0	0	0	0	0	0
	19	102.1	93.5	62.1	48.0	20.3	-197.8	-3.4	5.1	0.9	1.6	-0.3	0.5	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0	-100.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	21	11.5	13.6	105.2	236.6	10.2	8.3	10.7	-108.6	4.0	-0.5	-1.7	-2.6	0	0	0	0	0	0
1	-31.6	-40.3	9.4	14.3	-30.9	-29.3	-28.4	-15.1	-215.5	-4.0	-3.4	1.9	0	0	0	0	0	0	
2	103.7	96.0	89.8	99.3	101.8	98.9	99.8	102.3	178.7	122.2	194.7	175.1	0	0	0	0	0	0	
3	-30.5	-10.7	-6.3	39.5	-28.4	-12.7	-22.8	-29.9	35.1	-119.5	19.7	87.2	0	0	0	0	0	0	
4	-27.7	-14.8	-33.9	-7.5	-21.6	-27.8	-23.4	-32.1	-6.4	-11.9	-300.0	80.0	0	0	0	0	0	0	
5	-9.5	-12.1	4.7	-12.8	-9.4	-13.4	-9.1	-26.5	1.8	13.9	74.7	-334.3	0	0	0	0	0	0	
$\frac{100f_{50}^{min}}{f_{50}^{min,opt}}$ (%)	100.72	100.48	103.05	103.37	100.20	100.34	100.87	100.16	100.06	100.01	100.14	100.18	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	

Табела 6.10: Вектори који описују могуће повећање и смањење регионалних капацитета при којем сума квадрата одступања неће порастати више од 3.37%

		$\Delta x_{OIE}^j$ (MW)																
$j$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
КООРДИНАТЕ	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	140.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	87.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	83.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	11	0	0	0	68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	12	0	0	0	0	88.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	0	0	0	0	0	93.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	14	0	0	0	0	0	0	107.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	15	0	0	0	0	0	0	0	96.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	113.8	0	0	0	0	0	0	0	0
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	78.0	0	0	0	0	0	0	0
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	92.2	0	0	0	0	0	0
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	81.8	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	86.3	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	165.0	0	0	0	
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	172.2	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	164.4	0	
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	170.8	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	157.4
$100f_{50}^{min}$																		
$f_{50}^{min\_opt}$	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37	103.37
(%)																		

У сценаријима које описују вектори  $x^{14}$  и  $x^{29}$  капацитет региона чије се повећање разматра је превазишао оптималну вредност за сценарио потпуне декарбонизације. Ако се моделу (5.1)–(5.5) дода услов да је капацитет у региону 14, односно 29, једнак вредности која одговара вектору  $x^{14}$ , односно  $x^{29}$  добија се решење за које критеријум (5.2.1) порасте за мање од 1% у односу на вредност у оптималном сценарију потпуне декарбонизације. Под претпоставком да је оволики пораст критеријума (5.2.1) прихватљив, може се дозволити да у сценарију декарбонизације од 50% у региону 14, односно 19, буде изграђен капацитет који одговара векторима  $x^{14}$ , односно  $x^{29}$ . У противном, максимални пораст капацитета у овим регионима треба ограничити на мање вредности од оних које одговарају векторима  $x^{14}$  и  $x^{29}$ .

Критеријумска функција (6.1.1) која одговара сценарију са степеном декарбонизације 50% означена је са  $f_{50}(x)$ . Минимум ове функције достиже се за  $x = x^{opt50}$  и означен је са  $f_{50}^{min}$ , тј. важи  $f_{50}^{min\_opt} \equiv f(x^{opt50})$ . Помоћу вектора у Табели 6.9 и Табели 6.10 може се дефинисати конвексан скуп  $S_{50}(p = 3.37\%)$  на следећи начин:

$$S_{50}(p = 3.37\%) = \left\{ x \mid x = x^{opt50} + \sum_j \alpha_j \Delta x^j, \alpha_j \geq 0, \sum_j \alpha_j \leq 1, f_{50}(x^{opt50} + \Delta x^j) \leq \frac{100+p(\%)}{100} f_{50}^{min} \right\} \quad (6.16)$$

Будући да је функција  $f_{50}(x)$  строго конвексна, важи:

$$\begin{aligned}
f_{50}(x) &= f_{50}\left(x^{opt50} + \sum_j \alpha_j \Delta x^j\right) = f_{50}\left(\left(1 - \sum_j \alpha_j\right)x^{opt50} + \sum_j \alpha_j(x^{opt50} + \Delta x^j)\right) \\
&\leq \left(1 - \sum_j \alpha_j\right)f_{50}(x^{opt50}) + \sum_j \alpha_j f_{50}(x^{opt50} + \Delta x^j) \\
&\leq \left(1 - \sum_j \alpha_j\right)f_{50}^{min\_opt} + \sum_j \alpha_j \frac{100+p}{100} f_{50}^{min\_opt} \\
&\leq \left(1 - \sum_j \alpha_j\right) \frac{100+p}{100} f_{50}^{min\_opt} + \sum_j \alpha_j \frac{100+p}{100} f_{50}^{min\_opt} \\
&= \frac{100+p}{100} f_{50}^{min\_opt}, \quad \forall x \in S_{50}(p=3.37\%)
\end{aligned} \tag{6.17}$$

У свим сценаријима из скупа  $S_{50}(p=3.37\%)$ , тј. За  $\forall x \in S_{50}(p=3.37\%)$ , могуће је оптимизовати средњи профил производње ЕФГ тако да се минимизира одступање функције (6.1.1) од  $f_{50}^{min}$ , при чему су капацитети ОИЕ фиксирани на вредностима из вектора  $x$ . Резултати ове оптимизације за сценарије које описују вектори  $x^j$  дати су у Табели 6.11 и Табели 6.12 и показују смањење одступања критеријума (6.1.1) од оптималне вредности у односу на вредности у Табели 6.9 и Табели 6.10. У Табели 6.11 и Табели 6.12 су такође дате и укупне енергије производње електрана на нефосилна горива и електрана на фосилна горива које показују да су промене капацитета извршене тако да се оствари декарбонизација производње електричне енергије од приближно 50%.

**Табела 6.11:** Карактеристике оптималних сценарија у којима је капацитет тачно једног региона смањен или повећан до вредности одређене векторима  $\Delta x_{OIE}^j, j=1, \dots, 18$ .

		$\Delta x_{OIE}^j$ (MW)																	
$j$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$W_{ostale}$ (TWh)		50.091	50.088	50.055	50.218	50.098	50.088	50.098	50.071	50.110	50.102	50.111	50.088	50.710	50.287	50.587	50.751	50.669	50.708
$W_{EFG}$ (TWh)		50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	50.151	49.542	49.964	49.664	49.501	49.583	49.544
$\frac{100f_{50}^{min}}{f_{50}^{min\_opt}}$ (%)		100.69	100.45	103.03	103.30	100.19	100.32	100.87	100.15	100.05	100.01	100.14	100.18	102.25	100.61	102.50	102.18	102.33	102.24

**Табела 6.12:** Карактеристике оптималних сценарија у којима је капацитет тачно једног региона смањен или повећан до вредности одређене векторима  $\Delta x_{OIE}^j, j=19, \dots, 36$ .

		$\Delta x_{OIE}^j$ (MW)																	
$j$		19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
$W_{ostale}$ (TWh)		50.676	50.663	50.704	50.600	50.647	50.719	50.739	50.749	50.732	50.733	50.268	50.752	50.742	50.717	50.728	50.721	50.715	50.728
$W_{EFG}$ (TWh)		49.514	49.589	49.548	49.668	49.605	49.532	49.513	49.503	49.520	49.495	49.983	49.499	49.506	49.521	49.516	49.523	49.525	49.522
$\frac{100f_{50}^{min}}{f_{50}^{min\_opt}}$ (%)		102.22	102.35	102.26	102.50	102.38	102.23	102.20	102.18	102.21	102.18	100.54	102.18	102.19	102.21	102.20	102.21	102.22	102.21

Намена скупа  $S_{50}(p)$  је да омогући претраживање економски оптималног сценарија којим се постиже декарбонизација производње електричне енергије од приближно 50% на скупу сценарија чије је одступање од оптималног сценарија, у смислу повећања захтева за флексибилношћу, прихватљиво. Као најједноставнији пример примене скупа  $S_{50}(p)$ , приказано је одређивање сценарија са минималном укупном инсталисаном снагом ОИЕ којом се постиже декарбонизација 50% производње електричне енергије у Србији, а чији захтеви за флексибилношћу не одступају више од 3.37% од минималних захтева за флексибилношћу који

одговарају оптималном сценарију 50%-тне декарбонизације. Математичка формулација овог проблема је следећа:

$$\min_x c^T x \quad (6.18.1)$$

$$\text{под условима: } x \in S_{50}(p = 3.37\%), \quad (6.18.2)$$

$$c = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{N_{VE}+N_{PV}+N_{intervala}}]^T, \quad (6.18.3)$$

$$c_j = 1, j = 1, \dots, N_{VE} + N_{PV} \quad (6.18.4)$$

$$c_j = 0, j = N_{VE} + N_{PV} + 1, \dots, N_{VE} + N_{PV} + N_{intervala} \quad (6.18.5)$$

Ово је проблем линеарног програмирања. Скуп  $S_{50}(p)$  је затворени конвексан политоп. Решење проблема (6.18.1)–(6.18.5) се налази у неком од корнера скупа  $S_{50}(p)$ , а то су тачке  $x^j, j = 1, \dots, 36$ . Стога је довољно израчунати вредност критеријума (6.18.1) у овим тачкама и утврдити за које  $x^j$  критеријум (6.18.1) има најмању вредност. Штавише, довољно је проверити само тачке  $x^j, j = 1, \dots, 12$ , јер је у тачкама  $x^j, j = 13, \dots, 36$ , укупни инсталирани капацитет већи од укупног инсталисаног капацитета који одговара сценарију  $x^{opt50}$ . Добија се да је укупна инсталисана снага ВЕ и РВЕ најмања у сценарију који одговара вектору  $\Delta x_{oIE}^2$  из Табеле 6.9 и износи 3200.4 MW.



## 7. Закључак

Један од главних изазова интеграције ОИЕ у електроенергетским системима је повезан са усклађивањем расположиве производње из варијабилних извора и захтева потрошње. Модели за оптимизацију структуре и просторне алокације ОИЕ који су развијени у овој дисертацији представљају оптимизацију физичких токова енергије, тј. усаглашавање природних профила производње из примарних ресурса који зависе од временских прилика (речних токова, ветра и ирадијације) са профилем укупне потрошње у анализираном ЕЕС-у. Развијени модели се заснивају на методи најмањих квадрата која оптимално користи природну комплементарност која постоји између ресурса ветра, сунца и хидроресурса, као и њихову корелисаност са профилем укупне потрошње у будућем ЕЕС-у. Ови модели постижу компромис између максимизације енергије потрошње која се директно (без посредства система за складиштење енергије) снабдева из националних електрана и минимизације захтева за флексибилношћу у ЕЕС-у коју додатни балансни капацитети треба да обезбеде, што је од кључне важности за стабилност ЕЕС-а. Ово такође значи да је минимизирана укупна енергија која би требало да прође кроз системе за складиштење енергије, а тиме је минимизиран потребан енергетски капацитет система за складиштење, као и губици енергије који прате складиштење енергије, што повећава енергетску ефикасност ЕЕС-а. С друге стране, минимизирана је укупна инсталисана снага система за складиштење што заједно са минимизацијом енергетског капацитета доприноси смањењу инвестиционих трошкова у системе за складиштење енергије.

Предложена методологија, која је развијена у овој дисертацији, представља подлогу за стратешко планирање развоја ОИЕ у процесу декарбонизације производње електричне енергије у националним електроенергетским системима. Развијена методологија као основни принцип усваја максимизацију енергетске независности, односно минимизацију потребних прекограничних капацитета за балансирање производње и потрошње електричне енергије у анализираном ЕЕС-у. Овакав приступ обезбеђује сигурност у снабдевању електричном енергијом конзума у националном ЕЕС-у, поузданост пласмана електричне енергије произведене из националних капацитета ОИЕ и независност од поремећаја на тржишту електричне енергије.

Развијени оптимизациони модел је демонстриран на примеру дугорочног развоја ОИЕ са циљем потпуне декарбонизације производње електричне енергије у Србији, која подразумева замену свих постојећих електрана на угља обновљивим изворима енергије. Показано је да би оптималан развој ОИЕ према развијеној методологији резултовао таквом структуром и просторном алокацијом PVE и VE која би обезбедила да се у потпуно декарбонизованом ЕЕС-у Србије 84% енергије потрошње на годишњем нивоу снабдева директно из електрана без посредства система за складиштење енергије. У оптималним сценаријима делимичне декарбонизације од 50%, 60%, 70% и 80% применом развијене методологије постигнуто је директно снабдевање потрошње у износу од 94.1%, 92.7%, 88.74% и 86.65%, респективно. Управљање потрошњом и оптимизација оперативног планирања акумулационих и проточних ХЕ би додатно повећала количину директно снабдевене потрошње из ОИЕ и додатно минимизирала потребе за развојем капацитета за складиштење енергије.

Развијени модели не зависе од екстерних фактора као што су поремећаји на тржиштима примарних енергената, сировина и електричне енергије. Предложеним моделима планира се ЕЕС са највећим степеном енергетске независности и, индиректно, са највећим степеном поузданости. Развијени модели представљају основу за економску оптимизацију која треба да узме у обзир економске аспекте као што су трошкови изградње, експлоатације и одржавања капацитета ОИЕ, трошкови изградње, ојачања и експлоатације преносне мреже, као и трошкови везани за изградњу и експлоатацију баланских капацитета. Економски аспекти зависе од тржишних околности и њихово дугорочно планирање није поуздано, због тога је

неопходно да се планирање оптималне просторне алокације ВЕ и РВЕ спроводи кроз неколико фаза. Добијене оптималне сценарије одликује значајна флексибилност, што је демонстрирано на примеру ЕЕС-а Србије у Потпоглављу 5.3 и Одељку 6.1.4. Флексибилност оптималног сценарија пружа могућност да се спроведу додатне оптимизације у околини оптималног решења које би узеле у обзир економске аспекте и обезбедиле минимално одступање од оптималног сценарија којим се постиже физички оптимум међусобне усклађености профила укупне производње и профила укупне потрошње.

Развијена методологија за планирање развоја ОИЕ може послужити као основ за развој националне енергетске стратегије. Оптимални капацитети ОИЕ одређени овом методологијом могу се применити за дефинисање квота за капацитете РВЕ и ВЕ на регионалним аукцијама капацитета чиме би се инвестиције у РВЕ и ВЕ у свакој фази процеса декарбонизације усмеравале ка реализацији оптималних сценарија развоја ОИЕ. На овај начин би се постигла изградња производних капацитета и пратећих флексибилних капацитета која је на дугорочном плану економски и технички оптимизована.

# Литература

- [1] International Energy Agency, *Coal in Net Zero Transitions: Strategies for Rapid, Secure and People-centred Change*. OECD, 2022. doi: 10.1787/5873f7bb-en.
- [2] M. Ferdinandusse, C. Nerlich, and M. D. Tézé, “Fiscal policies to mitigate climate change in the euro area,” *ECB Economic Bulletin*, no. 6, Sep. 2022, Accessed: Jun. 18, 2023. [Online]. Available: [https://www.ecb.europa.eu/pub/economic-bulletin/articles/2022/html/ecb.ebart202206\\_01~8324008da7.en.html](https://www.ecb.europa.eu/pub/economic-bulletin/articles/2022/html/ecb.ebart202206_01~8324008da7.en.html)
- [3] “EU Emissions Trading System (EU ETS).” [https://climate.ec.europa.eu/eu-action/eu-emissions-trading-system-eu-ets\\_en](https://climate.ec.europa.eu/eu-action/eu-emissions-trading-system-eu-ets_en) (accessed Jun. 18, 2023).
- [4] SolarPower Europe, *Global Market Outlook for Solar Power*. SolarPower Europe, 2023.
- [5] WindEurope, “Wind energy in Europe - 2021 Statistics and the outlook for 2022-2026,” Feb. 2022.
- [6] IRENA, *NDCs in 2020: Advancing renewables in the power sector and beyond*. Abu Dhabi: International Renewable Energy Agency, 2019.
- [7] “Energy Community Homepage.” <https://www.energy-community.org/> (accessed Jun. 18, 2023).
- [8] Министарство заштите животне средине and Агенција за заштиту животне средине, “Годишњи извештај о стању квалитета ваздуха у Србији за 2021. годину,” Београд, 2022.
- [9] “Carbon Border Adjustment Mechanism.” [https://taxation-customs.ec.europa.eu/carbon-border-adjustment-mechanism\\_en](https://taxation-customs.ec.europa.eu/carbon-border-adjustment-mechanism_en) (accessed Jun. 18, 2023).
- [10] Ж. Ђуришић и Б. Шкрбић, “Потенцијал обновљивих извора енергије и стратешки правци декарбонизације производње електричне енергије у Србији,” Енергетска ефикасност и четврта индустријска револуција, Београд: Савез инжењера и техничара Србије, Инжењерска академија Србије, Инжењерска комора Србије, 2021.
- [11] Ж. Ђуришић и Б. Шкрбић, “Потенцијал енергије сунца и ветра за стратешко планирање декарбонизације производње електричне енергије у Србији,” *Енергија, економија, екологија*, вол. XXIV, бр. 4, стр. 1–11, 2022, doi: 10.46793/EEE22-4.01D.
- [12] V. Škrbić and Ž. Đurišić, “Novel Planning Methodology for Spatially Optimized RES Development Which Minimizes Flexibility Requirements for Their Integration into the Power System,” *Energies*, vol. 16, p. 3251, 2023, doi: doi.org/10.3390/en16073251.
- [13] Б. Шкрбић and Ж. Ђуришић, “Анализа оптималне структуре и просторне дисперзивности обновљивих извора енергије у процесу декарбонизације електроенергетског система Србије,” 36. Саветовање CIGRE Србија 2023., Златибор, 2023, СТК Ц1-07.
- [14] GWEC, “Global Wind Energy Report 2022,” Global Wind Energy Council (GWEC), Apr. 2022.
- [15] P. J. Heptonstall and R. J. K. Gross, “A systematic review of the costs and impacts of integrating variable renewables into power grids,” *Nat Energy*, vol. 6, no. 1, Art. no. 1, Jan. 2021, doi: 10.1038/s41560-020-00695-4.
- [16] S. Sterl, S. Liersch, H. Koch, N. P. M. van Lipzig, and W. Thiery, “A new approach for assessing synergies of solar and wind power: implications for West Africa,” *Environ. Res. Lett.*, vol. 13, no. 9, p. 094009, Sep. 2018, doi: 10.1088/1748-9326/aad8f6.
- [17] G. Imperial College London, RWE Innogy, Renewable Energy Systems, and ScottishPower Renewables, “Whole-system cost of variable renewables in future GB electricity system,” Oct. 2016.
- [18] F. Verástegui, Á. Lorca, D. Olivares, and M. Negrete-Pincetic, “Optimization-based analysis of decarbonization pathways and flexibility requirements in highly renewable power systems,” *Energy*, vol. 234, p. 121242, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.energy.2021.121242.

- [19] N. A. Sepulveda, J. D. Jenkins, F. J. de Sisternes, and R. K. Lester, “The role of firm low-carbon electricity resources in deep decarbonization of power generation,” *Joule*, vol. 2, no. 11, pp. 2403–2420, 2018, doi: doi.org/10.1016/j.joule.2018.08.006.
- [20] I. J. Scott, P. M. S. Carvalho, A. Botterud, and C. A. Silva, “Clustering representative days for power systems generation expansion planning: Capturing the effects of variable renewables and energy storage,” *Applied Energy*, vol. 253, p. 113603, Nov. 2019, doi: 10.1016/j.apenergy.2019.113603.
- [21] F. Feijoo *et al.*, “A long-term capacity investment and operational energy planning model with power-to-X and flexibility technologies,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 167, p. 112781, 2022, doi: doi.org/10.1016/j.rser.2022.112781.
- [22] Z. W. Geem and J. H. Kim, “Optimal Energy Mix with Renewable Portfolio Standards in Korea,” *Sustainability*, vol. 8, no. 5, Art. no. 5, May 2016, doi: 10.3390/su8050423.
- [23] S. Cho *et al.*, “Optimal energy mix for greenhouse gas reduction with renewable energy – The case of the South Korean electricity sector - Sungheum Cho, Hana Kim, Sanghoon Lee, Sangil Kim, Eui-Chan Jeon, 2020,” *Energy & Environment*, vol. 31, no. 6, pp. 1055–1076, 2020, doi: doi.org/10.1177/0958305X19882419.
- [24] M. C. Huang and C. J. Kim, “Investigating Cost-Effective Policy Incentives for Renewable Energy in Japan: A Recursive CGE Approach for an Optimal Energy Mix,” *The Singapore Economic Review*, vol. 66, no. 2, pp. 507–528, 2021, doi: doi:10.1142/S0217590820430067.
- [25] H. Dehghan, N. Nahavandi, S. K. Chaharsooghi, J. Zarei, and M. R. Amin-Naseri, “A hybrid game theory and system dynamics model to determine optimal electricity generation mix,” *Computers & Chemical Engineering*, vol. 166, p. 107990, Oct. 2022, doi: 10.1016/j.compchemeng.2022.107990.
- [26] S. Yu, S. Zhou, S. Zheng, Z. Li, and L. Liu, “Developing an optimal renewable electricity generation mix for China using a fuzzy multi-objective approach,” *Renewable Energy*, vol. 139, pp. 1086–1098, Aug. 2019, doi: 10.1016/j.renene.2019.03.011.
- [27] R. Gómez-Calvet, J. M. Martínez-Duart, and S. Serrano-Calle, “Current state and optimal development of the renewable electricity generation mix in Spain,” *Renewable Energy*, vol. 135, pp. 1108–1120, May 2019, doi: 10.1016/j.renene.2018.12.072.
- [28] F. Babonneau, J. Barrera, and J. Toledo, “Decarbonizing the Chilean Electric Power System: A Prospective Analysis of Alternative Carbon Emissions Policies,” *Energies*, vol. 14, p. 4768, 2021, doi: doi.org/10.3390/en14164768.
- [29] S. Simon, T. Naegler, and H. C. Gils, “Transformation towards a Renewable Energy System in Brazil and Mexico—Technological and Structural Options for Latin America,” *Energies*, vol. 11, p. 907, 2018, doi: doi.org/10.3390/en11040907.
- [30] E. Zozmann *et al.*, “100% Renewable Energy Scenarios for North America—Spatial Distribution and Network Constraints,” vol. 14, p. 658, 2021, doi: doi.org/10.3390/en14030658.
- [31] V. Potashnikov *et al.*, “Decarbonizing Russia: Leapfrogging from Fossil Fuel to Hydrogen,” *Energies*, vol. 15, p. 683, 2022, doi: doi.org/10.3390/en15030683.
- [32] L. Hirth, F. Ueckerdt, and O. Edenhofer, “Integration costs revisited – An economic framework for wind and solar variability,” *Renew. Energy*, vol. 74, pp. 925–939, 2015, doi: https://doi.org/10.1016/j.renene.2014.08.065.
- [33] B. S. Palmintier and M. D. Webster, “Impact of Operational Flexibility on Electricity Generation Planning With Renewable and Carbon Targets,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, no. 2, pp. 672–684, Apr. 2016, doi: 10.1109/TSTE.2015.2498640.
- [34] K. Poncet, E. Delarue, and W. D’haeseleer, “Unit commitment constraints in long-term planning models: Relevance, pitfalls and the role of assumptions on flexibility,” *Applied Energy*, vol. 258, p. 113843, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.apenergy.2019.113843.
- [35] B. Hua, R. Baldick, and J. Wang, “Representing Operational Flexibility in Generation Expansion Planning Through Convex Relaxation of Unit Commitment,” *IEEE Transactions*

- on *Power Systems*, vol. 33, no. 2, pp. 2272–2281, Mar. 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2735026.
- [36] L. Zhang, T. Capuder, and P. Mancarella, “Unified Unit Commitment Formulation and Fast Multi-Service LP Model for Flexibility Evaluation in Sustainable Power Systems,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, no. 2, pp. 658–671, Apr. 2016, doi: 10.1109/TSTE.2015.2497411.
- [37] B. S. Palmintier and M. D. Webster, “Heterogeneous Unit Clustering for Efficient Operational Flexibility Modeling,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 3, pp. 1089–1098, May 2014, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2293127.
- [38] J. D. Jenkins and N. A. Sepulveda, “Enhanced Decision Support for a Changing Electricity Landscape: The GenX Configurable Electricity Resource Capacity Expansion Model,” MIT Energy Initiative, Working Paper, Nov. 2017. Accessed: Jun. 18, 2023. [Online]. Available: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/130589>
- [39] T. Mai, C. Barrows, A. Lopez, E. Hale, M. Dyson, and K. Eurek, “Implications of Model Structure and Detail for Utility Planning. Scenario Case Studies using the Resource Planning Model,” National Renewable Energy Lab. (NREL), Golden, CO (United States), NREL/TP-6A20-63972, Apr. 2015. doi: 10.2172/1215187.
- [40] J. Aghaei, N. Amjady, A. Baharvandi, and M.-A. Akbari, “Generation and Transmission Expansion Planning: MILP-Based Probabilistic Model,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 4, pp. 1592–1601, Jul. 2014, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2296352.
- [41] D. S. Mallapragada, D. J. Papageorgiou, A. Venkatesh, C. L. Lara, and I. E. Grossmann, “Impact of model resolution on scenario outcomes for electricity sector system expansion,” *Energy*, vol. 163, pp. 1231–1244, Nov. 2018, doi: 10.1016/j.energy.2018.08.015.
- [42] G. G. Dranka, P. Ferreira, and A. I. F. Vaz, “A review of co-optimization approaches for operational and planning problems in the energy sector,” *Applied Energy*, vol. 304, p. 117703, Dec. 2021, doi: 10.1016/j.apenergy.2021.117703.
- [43] M. Drechsler, J. Egerer, M. Lange, *et al.*, “Efficient and equitable spatial allocation of renewable power plants at the country scale | Nature Energy,” *Nature Energy*, vol. 2, p. 17124, 2017, doi: doi.org/10.1038/nenergy.2017.124.
- [44] C. Lohr *et al.*, “Spatial concentration of renewables in energy system optimization models,” *Renewable Energy*, vol. 198, pp. 144–154, Oct. 2022, doi: 10.1016/j.renene.2022.07.144.
- [45] F. Lombardi, B. Pickering, E. Colombo, and S. Pfenninger, “Policy Decision Support for Renewables Deployment through Spatially Explicit Practically Optimal Alternatives,” *Joule*, vol. 4, no. 10, pp. 2185–2207, Oct. 2020, doi: 10.1016/j.joule.2020.08.002.
- [46] J. P. Sasse and E. Trutnevyte, “Distributional trade-offs between regionally equitable and cost-efficient allocation of renewable electricity generation,” *Applied Energy*, vol. 254, p. 113724, 2019, doi: doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.113724.
- [47] J. P. Sasse and E. Trutnevyte, “Regional impacts of electricity system transition in Central Europe until 2035,” *Nature Communications*, vol. 11, no. 1, p. 4972, 2020, doi: doi.org/10.1038/s41467-020-18812-y.
- [48] T. Brown, J. Hörsch, and D. Schlachtberger, “PyPSA: Python for Power System Analysis,” *JORS*, vol. 6, no. 1, p. 4, Jan. 2018, doi: 10.5334/jors.188.
- [49] P. B. Berntsen and E. Trutnevyte, “Ensuring diversity of national energy scenarios: Bottom-up energy system model with Modeling to Generate Alternatives,” *Energy*, vol. 126, pp. 886–898, May 2017, doi: 10.1016/j.energy.2017.03.043.
- [50] H. Lund *et al.*, “Simulation versus Optimisation: Theoretical Positions in Energy System Modelling,” *Energies*, vol. 10, p. 840, 2017, doi: doi.org/10.3390/en10070840.
- [51] M. Senatla and R. C. Bansal, “Review of planning methodologies used for determination of optimal generation capacity mix: the cases of high shares of PV and wind,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 12, pp. 1222–1233, 2018, doi: doi:10.1049/iet-rpg.2017.0380.
- [52] “EnergyPLAN | Advanced energy systems analysis computer model.” <https://www.energyplan.eu/> (accessed Jun. 18, 2023).

- [53] “IEA-ETSAP | Times.” <https://iea-etsap.org/index.php/etsap-tools/model-generators/times> (accessed Jun. 18, 2023).
- [54] “OSEMOSYS - Home.” <http://www.osemosys.org/> (accessed Jun. 18, 2023).
- [55] “PLEXOS Energy Modeling Software.” <https://www.energyexemplar.com/plexos> (accessed Jun. 18, 2023).
- [56] M. Fripp, “Switch: A Planning Tool for Power Systems with Large Shares of Intermittent Renewable Energy,” *doi.org/10.1021/es204645c*, vol. 46, no. 11, pp. 6371–6378, 2012, doi: doi.org/10.1021/es204645c.
- [57] “The Leader in Decision Intelligence Technology,” *Gurobi Optimization*. <https://www.gurobi.com/> (accessed Jun. 18, 2023).
- [58] “H2RES – Energy system modelling software.” <https://h2res.org/> (accessed Jun. 18, 2023).
- [59] “Evolver.” Palisade Corporation, Ithaca, NY, USA, 2016. Accessed: Jun. 18, 2023. [Online]. Available: <https://www.palisade.com/evolver/>
- [60] “LEAP.” <https://leap.sei.org/> (accessed Jun. 18, 2023).
- [61] F. Babonneau, M. Caramanis, and A. Haurie, “ETEM-SG: Optimizing Regional Smart Energy System with Power Distribution Constraints and Options,” *Environmental Modeling & Assessment*, vol. 22, pp. 411–430, 2017, doi: doi.org/10.1007/s10666-016-9544-0.
- [62] C. Cheng, A. Blakers, M. Stocks, and B. Lu, “100% renewable energy in Japan,” *Energy Conversion and Management*, vol. 255, p. 115299, Mar. 2022, doi: 10.1016/j.enconman.2022.115299.
- [63] B. Lu, A. Blakers, M. Stocks, C. Cheng, and A. Nadolny, “A zero-carbon, reliable and affordable energy future in Australia,” *Energy*, vol. 220, p. 119678, Apr. 2021, doi: 10.1016/j.energy.2020.119678.
- [64] T. Luz and P. Moura, “100% Renewable energy planning with complementarity and flexibility based on a multi-objective assessment,” *Applied Energy*, vol. 255, p. 113819, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.apenergy.2019.113819.
- [65] P. R. Brown and A. Botterud, “The Value of Inter-Regional Coordination and Transmission in Decarbonizing the US Electricity System,” *Joule*, vol. 5, no. 1, pp. 115–134, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.joule.2020.11.013.
- [66] A. Aghahosseini, D. Bogdanov, and C. Breyer, “Towards sustainable development in the MENA region: Analysing the feasibility of a 100% renewable electricity system in 2030,” *Energy Strategy Reviews*, vol. 28, p. 100466, Mar. 2020, doi: 10.1016/j.esr.2020.100466.
- [67] M. Navia *et al.*, “Energy Transition Planning with High Penetration of Variable Renewable Energy in Developing Countries: The Case of the Bolivian Interconnected Power System,” *Energies*, vol. 15, p. 968, 2022, doi: doi.org/10.3390/en15030968.
- [68] S. R. Thangavelu, A. M. Khambadkone, and I. A. Karimi, “Long-term optimal energy mix planning towards high energy security and low GHG emission,” *Applied Energy*, vol. 154, pp. 959–969, Sep. 2015, doi: 10.1016/j.apenergy.2015.05.087.
- [69] J. G. Anasis, M. A. K. Khalil, C. Butenhoff, R. Bluffstone, and G. G. Lendaris, “Optimal energy resource mix for the US and China to meet emissions pledges,” *Applied Energy*, vol. 238, pp. 92–100, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.apenergy.2019.01.072.
- [70] J. G. Anasis, M. A. K. Khalil, C. Butenhoff, R. Bluffstone, and G. G. Lendaris, “A Combined Energy and Geoengineering Optimization Model (CEAGOM) for climate and energy policy analysis,” *Applied Energy*, vol. 218, pp. 246–255, May 2018, doi: 10.1016/j.apenergy.2018.02.145.
- [71] C. Carraro, M. Tavoni, T. Longden, and G. Marangoni, “The Optimal Energy Mix in Power Generation and the Contribution from Natural Gas in Reducing Carbon Emissions to 2030 and Beyond.” Rochester, NY, Oct. 24, 2013. doi: 10.2139/ssrn.2344705.
- [72] V. Aryanpur, B. O’Gallachoir, H. Dai, W. Chen, and J. Glynn, “A review of spatial resolution and regionalisation in national-scale energy systems optimisation models,” *Energy Strategy Reviews*, vol. 37, p. 100702, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.esr.2021.100702.

- [73] L. Göke, “AnyMOD.jl: A Julia package for creating energy system models,” *SoftwareX*, vol. 16, p. 100871, Dec. 2021, doi: 10.1016/j.softx.2021.100871.
- [74] C. Breyer *et al.*, “On the role of solar photovoltaics in global energy transition scenarios,” *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*, vol. 25, no. 8, pp. 727–745, 2017, doi: doi.org/10.1002/pip.2885.
- [75] P. Das *et al.*, “Intra-regional renewable energy resource variability in long-term energy system planning,” *Energy*, vol. 245, p. 123302, 2022, doi: doi.org/10.1016/j.energy.2022.123302.
- [76] A. Maimó-Far, V. Homar, A. Tantet, and P. Drobinski, “The effect of spatial granularity on optimal renewable energy portfolios in an integrated climate-energy assessment model,” *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, vol. 54, p. 102827, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.seta.2022.102827.
- [77] H. C. Gils, S. Simon, and R. Soria, “100% Renewable Energy Supply for Brazil—The Role of Sector Coupling and Regional Development,” *Energies*, vol. 10, p. 1859, 2017, doi: doi.org/10.3390/en10111859.
- [78] O. Lugovoy *et al.*, “Towards a Zero-Carbon Electricity System for India in 2050: IDEEA Model-Based Scenarios Integrating Wind and Solar Complementarity and Geospatial Endowments,” *Energies*, vol. 14, p. 7063, 2021, doi: doi.org/10.3390/en14217063.
- [79] A. Aghahosseini, D. Bogdanov, and C. Breyer, “A Techno-Economic Study of an Entirely Renewable Energy-Based Power Supply for North America for 2030 Conditions,” *Energies*, vol. 10, p. 1171, 2017, doi: doi.org/10.3390/en10081171.
- [80] J. Jurasz, F. A. Canales, A. Kies, M. Guezgouz, and A. Beluco, “A review on the complementarity of renewable energy sources: Concept, metrics, application and future research directions,” *Solar Energy*, vol. 195, pp. 703–724, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.solener.2019.11.087.
- [81] E. Nyenah, S. Sterl, and W. Thiery, “Pieces of a puzzle: solar-wind power synergies on seasonal and diurnal timescales tend to be excellent worldwide,” *Environmental Research Communications*, vol. 4, no. 5, p. 055011, 2020, doi: doi:10.1088/2515-7620/ac71fb.
- [82] “Завод за заштиту природе Србије, званична мапа заштићених подручја.” <https://cloud.gdi.net/visios/zzps>
- [83] Републички геодетски завод Србије, “Национална инфраструктура геопросторних података.” <https://a3.geosrbija.rs/>
- [84] “Wind energy industry-standard software - WAsP,” <https://www.wasp.dk>. <https://www.wasp.dk/> (accessed Jun. 18, 2023).
- [85] “NASA’s Earth Observing System, Shuttle Radar Topography Mission data: <https://dwtkns.com/srtm30m/>.” <https://dwtkns.com/srtm30m/> (accessed Jun. 18, 2023).
- [86] “European Copernicus Land Monitoring Service, Corine Land Cover data: <https://land.copernicus.eu/pan-european/corine-land-cover>.” <https://land.copernicus.eu/pan-european/corine-land-cover> (accessed Jun. 18, 2023).
- [87] “Министарство пољопривреде, шумарства и водопривреде, Портал за класификацију државног земљишта.” <https://gp.upz.minpolj.gov.rs/visios/GPpublic> (accessed Jun. 18, 2023).
- [88] “<https://globalsolaratlas.info/download/serbia>.”
- [89] “SARAH Solar Radiation Data, EU Science Hub (europa.eu) <https://ec.europa.eu/jrc/en/PVGIS/downloads/SARAH>.”
- [90] Å. Björck, *Numerical Method for Least Squares Problems*. SIAM: Philadelphia, USA, 1995.
- [91] P. E. Gill, W. Murray, and M. H. Wright, *Numerical Linear Algebra and Optimization*, vol. 1. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [92] G. Golub and C. Van Loan, *Matrix Computations*, 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013.
- [93] A. Cline, “The transformation of a quadratic programming problem into solvable form,” NASA, Langley Research Center, Hampton, VA., Tech. Report ICASE 75–14, 1975.

- [94] K. H. Haskell and R. J. Hanson, "Algorithm for linear least squares problems with equality and nonnegativity constraints," *Math Programming*, vol. 21, pp. 98–118, 1981, doi: doi.org/10.1007/BF01584232.
- [95] C. L. Lawson and R. J. Hanson, *Solving Least Squares Problems*. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- [96] Б. Шкрбић and Ж. Ђуришић, "Компаративна анализа техничких, економских и еколошких показатеља различитих модела прозјумера са фотонапонским панелима на примеру зграде Техничких факултета у Београду," *Енергија, економија, екологија*, vol. XXIII, no. 4, pp. 8–15, 2021, doi: 10.46793/EEE21-4.08S.
- [97] "MathWorks, MATLAB." <https://www.mathworks.com/>
- [98] Електропривреда Србије, "Годишњи технички извештаји за године 2016-2021."
- [99] Биогаз Србија, "Биогазне електране - водич за инвестирање," 2020.
- [100] D. Kotur and Ž. Đurišić, "Optimal spatial and temporal demand side management in a power system comprising renewable energy sources," *Renewable Energy*, vol. 108, pp. 533–547, Aug. 2017, doi: 10.1016/j.renene.2017.02.070.
- [101] N. Huang *et al.*, "Multinodes interval electric vehicle day-ahead charging load forecasting based on joint adversarial generation," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 143, p. 108404, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.ijepes.2022.108404.
- [102] Y. Duan, Y. Zhao, and J. Hu, "An initialization-free distributed algorithm for dynamic economic dispatch problems in microgrid: Modeling, optimization and analysis," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 34, p. 101004, Jun. 2023, doi: 10.1016/j.segan.2023.101004.
- [103] L. Zhang, D. Liu, G. Cai, L. Lyu, L. H. Koh, and T. Wang, "An optimal dispatch model for virtual power plant that incorporates carbon trading and green certificate trading," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 144, p. 108558, Jan. 2023, doi: 10.1016/j.ijepes.2022.108558.
- [104] G. Liu, Z. Qin, T. Diao, X. Wang, P. Wang, and X. Bai, "Low carbon economic dispatch of biogas-wind-solar renewable energy system based on robust stochastic optimization," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 139, p. 108069, Jul. 2022, doi: 10.1016/j.ijepes.2022.108069.
- [105] H. Wang, B. Wang, P. Luo, F. Ma, Y. Zhou, and M. A. Mohamed, "State Evaluation Based on Feature Identification of Measurement Data: for Resilient Power System," *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 8, no. 4, pp. 983–992, Jul. 2022, doi: 10.17775/CSEEPES.2021.01270.



# Биографија аутора

Бојана Шкрбић рођена је 22.04.1991. године у Београду. Основну школу „Јелена Тетковић“ у Београду завршила је као носилац Вукове дипломе и ученик генерације 2005/6, потом и Шесту београдску гимназију, природно-математички смер, као носилац Вукове дипломе и ученик генерације 2009/10.

Током средњошколског образовања постигла је изузетне резултате из математике, физике и руског језика. У периоду 2008–2010. године освојила је једну другу и две прве награде на државном такмичењу из математике. Била је учесник Српске математичке олимпијаде 2009. и 2010. године. За освојену II награду на државном такмичењу из руског језика награђена је од стране Министарства просвете, Друштва за стране језике и књижевност Србије, Руског центра за науку и културу у Републици Србији и Славистичког друштва Србије боравком у Москви у Институту за стране језике А. С. Пушкин.

На основу награда са такмичења из математике уписала је Електротехнички факултет у Београду 2010. г. без полагања пријемног испита. Дипломирала је 2014. г. остваривши просечну оцену 10,00 са укупно 55 положених испита од којих је 50 редовних и 5 факултативних испита (укупно 256 ЕСПБ). Дипломски рад на тему „Прорачун склопних пренапона у мрежама високог напона“ одбранила је у септембру 2014. године. Ментор приликом израде дипломског рада био је проф. др Златан Стојковић. Мастер академске студије на Електротехничком факултету у Београду уписала је 2014. године (модул Електроенергетски системи – смер Постројења и опрема). Од 01.04.2015. г. ангажована је на Катедри за електроенергетске системе Електротехничког факултета у Београду као сарадник у настави са пуним радним временом. Током мастер студија остварила је просек оцена 10,00. Мастер рад на тему „Упоредна анализа поступака за испитивање изолације опреме високим напоном индустријске учестаности“ одбранила је у септембру 2015. г. Ментор приликом израде мастер рада био је проф. др Златан Стојковић. Докторске академске студије на Електротехничком факултету у Београду уписала је 2015. г. (модул Електроенергетске мреже и системи). Као студент докторских студија положила је све испите са просечном оценом 10,00. У априлу 2016. г. је изабрана за асистента са пуним радним временом, а у априлу 2019. г. је реизабрана за асистента са пуним радним временом.

Награђивана је од стране Електротехничког факултета као најбољи студент на модулу Енергетика 2011, 2012, 2013. и 2014. године. Добитник је награде из Фонда професора Мирка Милића за најбољег студента завршне године основних академских студија Електротехничког факултета у Београду. Добитник је друге награде ETF BAFA USA за најбољи дипломски рад на основним академским студијама на Електротехничком факултету у Београду у школској 2013/2014. години. Компанија Siemens д.о.о. Београд доделила јој је награду као најбољем дипломираном студенту на модулу Енергетика. Током студија била је стипендиста ETF BAFA USA (*ETF Belgrade Alumni & Friends Association, USA*) за школску 2012/2013. годину, града Београда, DAAD (*Deutsche Akademische Austausch Dienst*) и Фонда за младе таленте.

Течно говори енглески и руски језик.

# Изјава о ауторству

Потписана: Бојана П. Шкрбић

Број уписа: 2015/5017

## Изјављујем

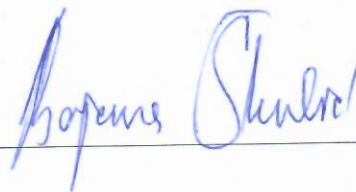
да је докторска дисертација под насловом:

„Оптимална структура и просторна алокација обновљивих извора енергије у електроенергетском систему са редукованом производњом из термоелектрана“

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени,
- да нисам кршила ауторска права и користила интелектуалну својину других лица.

У Београду,

19. 6. 2023.



# Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: Бојана П. Шкрбић

Број уписа: 2015/5017

Студијски програм: Електротехника и рачунарство

Наслов рада: „Оптимална структура и просторна алокација обновљивих извора енергије у електроенергетском систему са редукованом производњом из термоелектрана“

Ментор: др Жељко Ђуришић, редовни професор

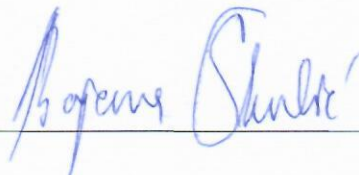
Потписани Бојана П. Шкрбић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предала за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада. Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда:

У Београду, 19.6.2023.

  
\_\_\_\_\_

# Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

„Оптимална структура и просторна алокација обновљивих извора енергије  
у електроенергетском систему са редукованом производњом из термоелектрана“

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предала сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучила:

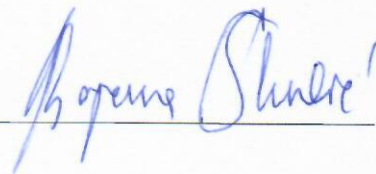
1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY – NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде (CC BY – NC – ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY – NC – SA)
5. Ауторство – без прераде (CC BY – ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY – SA).

Кратак опис лиценци дат у наставку је саставни део ове изјаве.

**Потпис аутора**

У Београду, 19.6.2023

Бојана Шкрбић



1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.