

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Вера Б. Церовић

**ЗАМОРНО ПОНАШАЊЕ НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ ДОЊЕ
ПОЛУГЕ ТРАКТОРА ПРВЕ КАТЕГОРИЈЕ**

докторска дисертација

Београд, 2020.

University of Belgrade
Faculty of Mechanical Engineering

Vera B. Cerović

**FATIGUE BEHAVIOR OF THE FIRST CATEGORY
LOWER LINK SUPPORTING STRUCTURE FOR
TRACTOR**

doctoral dissertation

Belgrade, 2020.

Ментор докторске дисертације

Др Драган Милковић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Чланови комисије за одбрану докторске дисертације:

Др Александар Грбовић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Војислав Симоновић, доцент
Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Драган Петровић, редовни професор
Универзитет у Београду, Пољопривредни факултет

Датум одбране:

ЗАМОРНО ПОНАШАЊЕ НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ ДОЊЕ ПОЛУГЕ ТРАКТОРА ПРВЕ КАТЕГОРИЈЕ

Резиме

Доње полуге прикључно – подизног механизма за повезивање у три тачке су важан чинилац у преносу оптерећења са ношене или вучне прикључне радне машине трактора. Намењене су обављању више задатака и у току рада могу бити изложене променљивом оптерећењу. Како су најзаступљенији трактори мање снаге (до 40 kW) истраживања у овој тези су фокусирана на доње полуге трозглобног механизма прве категорије. У доступној литератури нема детаљнијих анализа чврстоће и животног века полуга и механизма као целине, па се у овом докторату приступило одређивању сила и животног века на замор. У том смислу је извршено мерење доминантне, хоризонталне силе у доњој полузи и развијен је програм у Fortran за аналитичко одређивање хоризонталне и вертикалне компоненте силе на основу познате дубине орања. Успостављена је веза између дубине орања и положаја полуга трозглобног механизма. На основу одеђених сила које делују на полугу, израчунати су напони на карактеристичним местима на полузи. Саставни део полуге је ушка, која је заваривањем спојена са телом полуге. Одређена су дозвољена максимална оптерећења на ушки, а затим се приступило провери животног века завареног споја као потенцијално најслабијег места полуге. За одређивање животног века је коришћена најпре метода деформација – број циклуса за почетну процену животног века. Затим су коришћене методе напон – број циклуса (методе номиналних, структурних и напона зареза) за процену животног века. Како у литератури не постоји податак о FAT вредности напона за полугу, приступило се методи објашњеној у FKM – Guideline која подразумева упоредно одређивање вредности фактора концентрације напона помоћу програма као што је ANSYS, јер се показало да дају поузданије вредности у односу на аналитичке формуле. Полуга је моделована у ANSYS и ABAQUS програму који помоћу проширене методе коначних елемената примењује формуле механике лома за одређивање животног века и тока прслине. Експериментална провера животног века полуге је урађена у Лабораторији за шинска возила. Добијени резултати су затим унети заједно са вредношћу добијеном методом напон зареза – број циклуса у јединствени σ -N дијаграм. Све вредности су статистички обрађене. Животни век ушке је одређен експериментално и нумерички.

Кључне речи: заморни век, доња полуга трозглобног механизма, проширена метода коначних елемената, заварени спој, ушка

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Пољопривредно машинство – замор

УДК број: 631.372-216.72:[539.42:004.9(043.3)

631.372-216.72:620.172.24(043.3)

FATIGUE BEHAVIOR OF THE FIRST CATEGORY LOWER LINK SUPPORTING STRUCTURE FOR TRACTOR

Abstract

Lower links of the three point hitch mechanism have an important role in force transmission between tillage implement and tractor. They are intended to perform various tasks during which they can carry a variable load. Since the most common tractors are low power tractors (up to 40 kW), a lower link of the first category was chosen for this study. A detailed analysis of the lower link was not found in the literature. Therefore, determination of the forces acting on the lower link and fatigue life have been performed in this study. Measurement of the dominant, horizontal force was performed and a computer code has been formulated in Fortran for assessment of horizontal and vertical forces of lower and upper link based on known plowing depth. In order not to measure the position of the three point hitch mechanism for each plowing depth as input variable in program, it was calculated on the basis of the known plowing depth. After determination of the forces acting on lower link, it was possible to assess stresses on the characteristic points of the lower link. An integral part of the lower link are the lugs as structural supports for pin connections which are welded to the lower links bodies. The maximum allowable loads on the lug are determined analytically and then the fatigue life of the welded connection was estimated as the potentially weakest point of the lower link. The strain – life method was first used to estimate the fatigue life. Then stress – life methods were used (nominal, structural and notch stress – life methods) for fatigue life prediction. As there is no design category for lower link geometry (fatigue strength value FAT), the method explained in the FKM Guideline was used which implies a comparative determination of stress concentration factor by a computer software ANSYS, because it has been proven to give more reliable values than analytical expressions. The lower link was modeled in ABAQUS program based on Extended Finite Element Method and fracture mechanics method for estimate crack propagation path and fatigue life. Experimental verification of fatigue life was performed in the laboratory of railway vehicles. Obtained values are entered into single σ -N diagram together with notch stress fatigue life. A statistical analysis of calculated and fatigue lives was performed. Fatigue life of lug was determined experimentally and numerically.

Key words: fatigue life, lower link of three point mechanism, extended finite element method, welded joint, lug.

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific subdiscipline: Agricultural engineering - fatigue

UDK number: 631.372-216.72:[539.42:004.9(043.3)

631.372-216.72:620.172.24(043.3)

САДРЖАЈ

| | |
|--|-----------|
| Поглавље 1 Увод | 1 |
| 1.1 Преглед досадашњих истраживања, садржај дисертације и мотивација за рад..... | 3 |
| 1.2 Научни допринос..... | 5 |
| Поглавље 2 Механика лома | 6 |
| 2.1 Увод | 6 |
| 2.2 Линеарно-еластична механика лома (ЛЕМЛ) | 7 |
| 2.2.1 Фактор интензитета напона K | 8 |
| 2.2.2 Зона пластичности | 13 |
| 2.3 Нелинеарна механика лома (НМЛ) | 15 |
| 2.3.1 Параметар отварања врха прслине | 15 |
| 2.3.2 Cohesive (везујући) модел..... | 17 |
| 2.3.3 Одржање енергије током развоја прслине | 19 |
| 2.3.4 J интеграл..... | 19 |
| 2.3.5 ХРР поље око врха прслине..... | 23 |
| 2.3.6 Стабилност раста прслине | 29 |
| 2.4 Раст заморне прслине | 32 |
| 2.4.1 Предвиђање заморног века елемента базирано на теорији деформација – заморни век..... | 33 |
| 2.4.1.1 Предвиђање заморног века предмета базираној на теорији напон – заморни век..... | 38 |
| 2.4.2 Предвиђање века прслине методама механике лома..... | 39 |
| Поглавље 3 Испитивање заваара са становишта животног века..... | 47 |
| 3.1 Специфичности заваара | 47 |
| 3.2 Процена лома FAD методом | 51 |
| 3.2.1 Пример утицаја заосталог наона | 56 |
| ПОГЛАВЉЕ 4 Теоријске основе проширене методе коначних елемената | 60 |
| 4.1 Нумеричко приказивање функције методом јединства | 60 |
| 4.2 Функције побољшања | 63 |
| 4.3 Моделовање мреже око линије/површине дисконтинуитета | 66 |
| 4.4 Једначина одржања момента количине кретања..... | 67 |
| 4.5 Дискретизација померања код ПМКЕ..... | 68 |
| 4.6 Одређивање фактора интензитета напона код ПМКЕ..... | 70 |
| ПОГЛАВЉЕ 5 Експериментално одређивање силе на доњој полузи система за повезивање у три тачке..... | 76 |

| | |
|--|------------|
| 5.1 Отпор прикључне машине и оруђа | 81 |
| 5.1.1 Методологија експерименталног истраживања при мерењу хоризонталног отпора на доњој полузи | 84 |
| 5.1.2 Израчунавање отпора на полугама механизма за повезивање | 92 |
| 5.2 Одређивање напона у полугама..... | 100 |
| 5.2.1 Израчунавање дозвољеног оптерећења на ушкама | 104 |
| ПОГЛАВЉЕ 6 Нумеричка симулација замора доње полуге трактора са експерименталном верификацијом | 108 |
| 6.1 Израчунавање животног века на основу номиналних напона | 114 |
| 6.2 Израчунавање животног века на основу структурних напона | 117 |
| 6.3 Израчунавање животног века на основу локалних напона у шаву-ефективног напона зареза..... | 119 |
| 6.2 Процена животног века заварене полуге и експериментално одређивање животног века | 121 |
| 6.2.1 Процена животног века методом деформација – животног век | 121 |
| 6.2.2 Експериментално одређивање животног века полуге | 125 |
| 6.2.3 Процена животног века методама приказаним у FKM – Guideline..... | 127 |
| 6.2.4 Уношење вредности локалног напона у заједу у јединствени $\sigma - N$ дијаграм напона зареза | 129 |
| 6.2.5 Израчунавање животног века полуге помоћу механике лома | 131 |
| 6.3 Процена животног века ушке и експериментално одређивање животног века .. | 135 |
| 6.3.1 Израчунавање животног века ушке помоћу механике лома..... | 135 |
| 6.3.2 Експериментално одређивање животног века ушке | 140 |
| Поглавље 7 Закључак | 142 |

ЛИСТА СЛИКА

| | | |
|------------|---|------|
| Слика 2.1 | Бесконачна плоча са отвором а) кружни отвор у бесконачној плочи б) напонско поље око отвора [8]..... | (6) |
| Слика 2.2 | Модел развоја прслине а) координате око врха прслине б) мод оптерећења | (8) |
| Слика 2.3 | Пример расподеле напона испред врха прслине [17] | (9) |
| Слика 2.4 | Утицај дебљине узорка на раван лома | (10) |
| Слика 2.5 | Промена жилавости замора са дебљином [18] | (10) |
| Слика 2.6 | Промена жилавости челика са променом температуре [19] | (11) |
| Слика 2.7 | Технички цртеж компактне епрувете и њен изглед након лома www.wmtr.com/en.fracturetoughness.html | (11) |
| Слика 2.8 | Утицај K_{Ic} на област примене механике лома | (12) |
| Слика 2.9 | Зависност напона течења и жилавости замора [22] | (12) |
| Слика 2.10 | (а) величине пластичних зона (б) расподела напона око врха прслине | (13) |
| Слика 2.11 | (а) Dugdale и Varenblatt модел одређивања r_p (б) модел отварања врха прслине под дејством силе F | (14) |
| Слика 2.12 | Упоређење различитих метода за одређивање фактора интензитета напона [17] | (15) |
| Слика 2.13 | Мера отварања врха прслине δ | (16) |
| Слика 2.14 | Параметар отварања врха прслине на основу (а) Irwin и (б) Dugdale полупречника зоне пластичних деформација | (16) |
| Слика 2.15 | Крива поузданости ПОВП [27] | (17) |
| Слика 2.16 | (а) Скица зоне процеса лома (б) математички приказ зоне процеса лома [32] | (18) |
| Слика 2.17 | Облици зависности затварајућег напона и отварања прслине у ЗПЛ | (18) |
| Слика 2.18 | Приказ зона испред врха прслине за различите материјале | (19) |
| Слика 2.19 | Растерећење нелинеарно-еластичних материјала и еластично-пластичних материјала | (20) |
| Слика 2.20 | Контурне линије J интеграла | (20) |
| Слика 2.21 | Област дефинисаности J интеграла | (22) |
| Слика 2.22 | Поља напона око прлине за мод I и мод II [47] | (22) |
| Слика 2.23 | Промена деформације током цикличке промене напона | (23) |
| Слика 2.24 | Веза напон-деформација код нелинеарних материјала изложених цикличном једносмерном оптерећењу | (24) |
| Слика 2.25 | Дијаграм напон – издужење за челик S235 (A36 америчка ознака) [52] | (25) |
| Слика 2.26 | Утицај фактора тврдоће n на величину пластичне зоне код оптерећења мода I [17] | (25) |
| Слика 2.27 | Утицај фактора тврдоће n на напон-деформацију http://www.ltas-cm3.ulg.ac.be/FractureMechanics | (26) |
| Слика 2.28 | Prandtl линије клизања [54] | (27) |

| | |
|--|------|
| Слика 2.29 Течење малих размера са K и J сингуларним зонама и приказом промене напона | (27) |
| Слика 2.30 Зона доминације само J интеграла | (28) |
| Слика 2.31 Зона изражених пластичних деформација | (28) |
| Слика 2.32 Зона непосредно око врха прслине са израженим деформацијама | (28) |
| Слика 2.33 Промена отпора раста прслине R жилавог материјала са променом дужине уреза Da | (29) |
| Слика 2.34 Промена отпора R и критеријума лома G са порастом дужине прслине a (а) са контролом силе F (б) са контролом отварања прслине u | (30) |
| Слика 2.35 Експериментална J-R крива за челик HY80 (15NiCrMo 10-6-3) [61] | (31) |
| Слика 2.36 Промена силе раста прслине J и отпора R при одржавању сталне силе и одређеног отварања прслине [17] | (31) |
| Слика 2.37 Тачка нестабилности на T-R дијаграму [17] | (32) |
| Слика 2.38 Основна поставка ϵ -N модела | (33) |
| Слика 2.39 Принцип сличности за ϵ – N модел код завара | (33) |
| Слика 2.40 ϵ -N дијаграм https://reliability.readthedocs.io/en/latest/Stress-strain%20and%20strain-life.html | (34) |
| Слика 2.41 Утицај средњег напона на заморни век | (36) |
| Слика 2.42 Графичко одређивање напона и деформације за зарез (а) монотono оптерећење (б) циклично оптерећење | (37) |
| Слика 2.43 (а) Графичко одређивање напона и деформације за зарез за делове са заосталим напонима (б) ESED графички приказ | (37) |
| Слика 2.44 Wohler дијаграм Eurocode 3 [73] | (38) |
| Слика 2.45 Веза између затезне чврстоће и динамичке чврстоће за челик [74] | (39) |
| Слика 2.46 Фактор K_B промене амплитуде напона | (39) |
| Слика 2.47 Приказ настанка и развоја прслине до лома за жилав материјал | (40) |
| Слика 2.48 Развој прслине жилавог материјала по фазама [75] | (40) |
| Слика 2.49 Пораст дужине прслине у функцији броја циклуса | (41) |
| Слика 2.50 Графички приказ раста брзине прслине у функцији напона | (41) |
| Слика 2.51 Брзина прслине у зависности од ΔK [78] | (42) |
| Слика 2.52 Брзина раста кратке прслине на урезу [80] | (43) |
| Слика 2.53 Утицај корозије на брзину раста прслине изложене киши и изложене ваздуху код шине [81] | (43) |
| Слика 2.54 Приказ једначина (2.67) и (2.68) са експериментом [85] | (45) |
| Слика 2.55 Разлика ΔK_{eff} која доприноси развоју прслине | (45) |
| Слика 2.56 (а) измерене вредности дужине прслине у току циклуса преоптерећења и подоптерећења [87] (б) утицај повремених преоптерећења на развој прслине [88] | (46) |
| Слика 2.57 Брзине развоја прслине за различите материјале [89] | (46) |
| Слика 3.1 (а) Дијаграм напон – издужење основног материјала (б) дијаграм напон – издужење основног материјала S385 и материјала завара (б) дијаграм напон – издужење основног материјала S690 и материјала завара за два узорка [99] | (47) |

| | |
|---|------|
| Слика 3.2 Промена тврдоће дуж шава (а) [100] (б) [101] | (47) |
| Слика 3.3 (а) промена напона дуж прага Т вара [102] (б) заостали напони на унутрашњој површини вара [103] | (48) |
| Слика 3.4 Промена микроструктуре и чврстоће код завара [104] | (49) |
| Слика 3.5 Неподударање чврстоћа и скретање прслине код различитих односа неподударања M | (50) |
| Слика 3.6 (а) Промена напони и температуре дуж шава [106] (б) 3D приказ промене [107] | (50) |
| Слика 3.7 FAD дијаграм | (52) |
| Слика 3.8. Јинтеграл [58] | (52) |
| Слика 3.9 Кориговани Јинтеграл услед неподударања чврстоћа | (53) |
| Слика 3.10 Приближан FAD дијаграм [17] | (53) |
| Слика 3.11 SEB епрувета са урезом у завару | (55) |
| Слика 3.12. (а) промена K услед заосталих напона [17] (б) фактор корекције Φ [117] | (55) |
| Слика 3.13 Напонска слика одређена МКЕ и добијене вредности напона на обе стране цеви | (56) |
| Слика 3.14 Пример расподеле напона у околини корена завара [119] | (57) |
| Слика 3.15 Пример промене заосталих напона пре и после ултразвучног ударног третмана (енг. UIT) [120] | (58) |
| Слика 3.16 Фотографије прслине у завару https://www.met-tech.com/fractured-crane-frame-weldment | (59) |
| Слика 3.17 Век замора ширења полуелипсасте прслине [122] | (59) |
| Слика 4.1 Приближно одређивање вредности непознате функције помоћу својства јединства | (61) |
| Слика 4.2 Мрежа КЕ са два чвора 9 и 10 за приказ уреза | (61) |
| Слика 4.3 Мрежа КЕ без постављања два чвора за приказ уреза | (61) |
| Слика 4.4 Чворови са побољшањем | (62) |
| Слика 4.5. Положај тачке X око прслине | (62) |
| Слика 4.6 (а) пример слабе и јаке неповезаности (б) мрежа МКЕ са граничним линијама в) мрежа ПМКЕ са функцијама побољшања у чворовима око границе | (64) |
| Слика 4.7 Функција скупа нивоа а) дводимензионална платформа б) тродимензионална платформа | (65) |
| Слика 4.8 Описивање кружног отвора помоћу две функције скупа нивоа (а) кружни отвор, (б) нулти нивои функција, (в) нивои $\varphi(x)$, (г) нивои $\psi(x)$ [149] | (66) |
| Слика 4.9 Интеграција побољшаних чворова а) елементи издељени на троуглове б) елементи издељени подмрежом [150] | (67) |
| Слика 4.10 (а) Топологијски избор побољшаних чворова и пример поделе елемената мреже ke_1 и ke_2 око прслине и врха на троуглове (б) геометријски избор побољшаних чворова око врха прслине | (67) |
| Слика 4.11 (а) Локални и глобални координатни систем, (б) гранични и почетни услови једначине кретања | (68) |

| | | |
|-----------------------|--|--------------|
| Слика 4.12 | Еквивалентна површина интегралења A и правац скретања прслине |(71) |
| Слика 4.13 | (а) Пример q функције [161] (б) прорачун J интеграла на домену око виртуелног полупречника R |(71) |
| Слика 4.14 | Процена K методама МКЕ и ПМКЕ за различите густине мреже [165]. Избор тачака побољшања је извршен топологијском и геометријском методом |(73) |
| Слика 4.15 | а) правац развоја прслине за мешовите облике оптерећења [168], б) промена жилавости замора са променом брзине прслине [169] |(74) |
| Слика 4.16 | Углови закретања под дејством оптерећења мода I и II |(74) |
| Слика 5.1 | John Deere механизам повезивања у три тачке |(77) |
| Слика 5.2 | Massey Ferguson 35 |(78) |
| Слика 5.3 | Косилица повезана у три тачке (wikipedia) |(78) |
| Слика 5.4 | John Deere |(78) |
| Слика 5.5 | Teagle A оквир |(78) |
| Слика 5.6 | Massey Ferguson потезница |(78) |
| Слика 5.7 | John Deere потезница |(78) |
| Слке 5.8, 5.9 и 5.10. | Повезивање помоћу куке или вијка |(79) |
| Слика 5.11 | Веза у три тачке као механизам четири везе |(79) |
| Слика 5.12 | Положај тренутног пола брзина кад плуг улази у земљу |(80) |
| Слика 5.13 | Положај тренутног пола брзина кад се постигне жељена дубина орања |(80) |
| Слика 5.14 | Веза у три тачке |(80) |
| Слика 5.15 | Веза у две тачке |(81) |
| Слика 5.16 | Веза у једној тачки без вертикалне силе |(81) |
| Слика 5.17 | Веза у једној тачки са вертикалном силом |(81) |
| Слика 5.18 | Хипотетича зависност хоризонталног отпора прикључка од брзине | (82) |
| Слика 5.19 | (а) зависност специфичног отпора земљишта од дубине орања [177] (б) зависност силе у горњој полузи трактора од врсте земљишта и дубине орања [178] | (83) |
| Слика 5.20 | Мерно место |(85) |
| Слика 5.21 | Плуг превртач типа OLT PTO-2.25 |(85) |
| Слика 5.22 | (а) постављање мерних трака на доњу полугу (б) постављање полуге са мерним тракама на трактор |(86) |
| Слика 5.23 | (а) линеарна зависност између примењене силе и издужења мерних трака (б) калибрисање на терену |(86) |
| Слика 5.24 | Подаци снимљени мерно аквизиционим уређајем током експеримента |(87÷91) |
| Слика 5.25 | Шематски приказ трозглобног механизма и плуга у току орања |(93) |
| Слика 5.26 | Силе које делују на прикључни рам и на полуге: R_x , R_y компоненте отпора земљишта, G тежина плуга, F_1 сила у прикључној тачки горње полуге, H хоризонтална и вертикална V сила у доњој прикључној тачки, F_2 сила у подизној полузи, a_5 нагнутост рама, l_7 растојање између доње прикључне тачке и земљишта |(93) |
| Слика 5.27 | Блок дијаграм који представља алгоритам компјутерског програма |(96) |

| | |
|--|--|
| Слика 5.28 Графички приказ израчунатих вредности хоринталних вредности отпора земљишта (XO3) и сила у доњим полулама у зависности од дубине орања и брзине трактора као и измерене хоризонталне вредности на терену а) промена XO3 по Горијачкину, хоризонталне и вертикалне силе у горњим прикључним тачкама (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 2 km/h б) промена XO3 по ASAE, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 2 km/h (в) промена XO3 по Горјачкину, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са брзином трактора и дубином орања од 20 cm (г) промена XO3 по ASAE, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са брзином трактора и дубином орања 20 cm (д) промена XO3 по Горјачкину, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 6 km/h (ђ) промена XO3 по ASAE, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 6 km/h.(97÷98) | |
| Слика 5.29 Графички приказ израчунатих вредности силе у ГПТ горње полуге у зависности од дубине орања и брзине трактора базиране на методама Горјачкина и ASAE (а) промена силе у ГПТ горње полуге са дубином за брзину трактора 2 km/h (б) промена силе у ГПТ горње полуге са брзином трактора за дубину орања 20 cm (с) промена силе у ГПТ горње полуге са дубином орања за брзину трактора 6 km/h(99÷100) | |
| Слика 5.30 Приказ ушке доње полуге(101) | |
| Слика 5.31 Приказ места повезивања доње полуге и подизне полуге(102) | |
| Слика 5.32 Приказ оптерећења доње полуге у току подизања(103) | |
| Слика 5.33 Промена подизне силе са висином подизања за трактор Fendt 211 Vario. www.tractorentest.ch/e/tt2013e.html(104) | |
| Слика 5.34 а) геометрија ушке б) аксијално оптерећење на истезање(104) | |
| Слика 5.35 а) површински притисак на ушки од аксијалне силе б) површински притисак од трансверзалне силе в) карактеристичне дужине за рачуњање h_{ef}(105) | |
| Слика 5.36 а) приказ графика 9.12 [191] б) релевантна дужина be в) смицање ушке(106) | |
| Слика 6.1 Микроструктура челичног лива (а) након ливења (б) након термичке обраде нормализације(108) | |
| Слика 6.2 Део полуге који је послужио за испитивање хемијског састава(109) | |
| Слика 6.3 Вредност еквивалентног угљеника C_{eq} за GE240. www.safe-metal.com(110) | |
| Слика 6.4 Пример означавања грешака у вару (а) неиспуњен корен шава (4021) и укључци троске (301), (б) оштро удубљење код корена (5011) и попречне прслине (102), (в) издужене нечистоће (304) и прегореванје, (г) гнездо пора (2013) и непотпуно налепљивање (4011) https://qaqc-construction.com/qaqc-systems/welding-procedures-overview/(111÷112) | |
| Слика 6.5 Утицај дубине заједа на FAT вредност [197](112) | |
| Слика 6.6 Утицај пораста затезне чврстоће на напон замора при 106 циклуса за узорке од челика ослабљене отвором или заварене [200](113) | |
| Слика 6.7 а) $\sigma - N$ дијаграм на основу номиналних напона б) FAT класе у зависности од врсте споја и начина оптерећења [203](114) | |
| Слика 6.8 Пример номиналног напона(115) | |
| Слика 6.9 $\sigma - N$ дијаграм номиналних напона сучеоног споја [204](115) | |

| | | |
|------------|---|-----------|
| Слика 6.10 | Промена $\sigma - N$ дијаграма сучеоног споја након примењене методе побољшања [208] | (116) |
| Слика 6.11 | Корекција напона услед дебљине узорка | (116) |
| Слика 6.12 | Приказ меродавних напона за оређивање динамичке чврстоће | (117) |
| Слика 6.13 | Израчунати напони за различиту густину мреже а) дуж површине, б) по дубини [212] | (118) |
| Слика 6.14 | ASME главни $\Delta S_s - N$ дијаграм са експерименталним подацима [220] | (119) |
| Слика 6.15 | Ефективни напон зареза | (119) |
| Слика 6.16 | Шематски приказ поступка за добијање $\sigma - N$ дијаграма помоћу ефективног напона зареза [204] | (120) |
| Слика 6.17 | Пример $\sigma - N$ дијаграм ефективног напона зареза за све челике за $r_m = 1 \text{ mm}$ [224] | (120) |
| Слика 6.18 | Вредности ефективног напона зареза и номиналног сучеоног споја су повезани фактором K_f [225] | (121) |
| Слика 6.19 | Напон – издужење за ливена гвожња и челик [226] | (122) |
| Слика 6.20 | (а) Скица шава са ознакама величина које утичу на концентрацију напона (б) испитивани шав | (122) |
| Слика 6.21 | Вредност K_t добијена МКЕ | (123) |
| Слика 6.22 | Полуга је аксијално напрегнута силом F | (123) |
| Слика 6.23 | Прорачун напон – деформација за тачке 1 и 2 | (124) |
| Слика 6.24 | Испитивана полуга | (125) |
| Слика 6.25 | а) полуга број осам б) полуга број три в) полуга број три након лома | (126) |
| Слика 6.26 | Моделовање заварене полуге у Ansys програму а) дубина заједа од $0,3 \text{ mm}$ б) фактор прореза шава на замор $K_f = 5,6$ | (127) |
| Слика 6.27 | Фактор концентрације напона за $r = 1 \text{ mm}$ након моделовања у Ansys програму | (129) |
| Слика 6.28 | (а) $S - N$ дијаграм номиналног напона полуге (б) $\sigma - N$ дијаграм ефективног напона зареза полуге | (130) |
| Слика 6.29 | Модел полуге | (131) |
| Слика 6.30 | (а) напонско стање при 2. кораку развоја прслине на месту заједа завара (б) приказ фактора интензитета напона K при 2. кораку прорачуна развоја прслине на завару | (132) |
| Слика 6.31 | (а) напонско стање при 25. кораку развоја прслине (б) приказ фактора интензитета напона K при 25. кораку прорачуна развоја прслине на завару | (133) |
| Слика 6.32 | (а) напонско стање при 50. кораку развоја прслине моделован у програму ANSYS (б) фактор интензитета напона K при 50. кораку прорачуна развоја прслине на завару | (133÷134) |
| Слика 6.33 | (а) напонско стање у тренутку коначног лома (б) фактор интензитета напона K при 79. кораку прорачуна развоја прслине на завару | (134) |
| Слика 6.34 | Пораст дужине прслине полуге a | (135) |
| Слика 6.35 | (а) напонско стање ушке при 2. кораку прорачуна у програму ANSYS (б) фактор интензитета напона K при 2. кораку прорачуна развоја прслине на ушки | (136) |

| | |
|--|-------|
| Слика 6.36 (а) напонско стање ушке при 20. кораку прорачуна (б) фактор интензитета напона K при 20. кораку прорачуна развоја прслине на ушки | (137) |
| Слика 6.37 а) напонско стање ушке при 40. кораку прорачуна (б) фактор интензитета напона K при 40. кораку прорачуна развоја прслине на ушки | (138) |
| Слика 6.38 (а) крај развоја прслине приказан као 60. корак развоја прслине у ANSYS (б) приказ K при 60. кораку развоја прслине ушке | (139) |
| Слика 6.39 Пораст дужине прслине ушке a | (140) |
| Слика 6.40 Експериментално одређивање животног века ушке | (140) |

ЛИСТА ТАБЕЛА

| | |
|--|-------|
| Табела 2.1 Област применљивости механике лома за различите материјале | (12) |
| Табела 2.2 Вредности параметара за ϵ - N дијаграм [65] | (35) |
| Табела 3.1 Периоди стварања и ширења прслине за материјал S650MC за $F=17,8$ kN (59) | |
| Табела 5.1 Карактеристике мерне траке НВМ КУ31 120-3 | (85) |
| Табла 5.2 Дубина орања и брзина трактора изведени у експерименту | (87) |
| Табела 5.3 Описна статистика свих мерења | (92) |
| Табела 5.4 Разлика између измерених и израчунатих вредности за хоризонталну компоненту силе која делује у горњој приључној тачки доње полуге H | (100) |
| Табела 5.5 Резултати аналитичког прорачуна напона полуге са ушком и осовиницом | (102) |
| Табела 5.6 Аналитички прорачун напона полуге при дејству највеће вертикалне силе N/mm^2 | (103) |
| Табела 6.1 Хемијска анализа материјала полуге | (109) |
| Табела 6.2 Механичке особине челичног лива GE240 | (109) |
| Табела 6.3 Вредности заморне чврстоће сучеоног споја при $2 \cdot 10^6$ за челик и алуминијум узорка променљиве дебљине (FAT) | (115) |
| Табела 6.4 FAT вредности динамичке чврстоће сучеоног споја за челик израчунате на основу структурног напона према ЕС3 | (118) |
| Табела 6.5 FAT вредности напона за различите материјале у N/mm^2 на основу ефективног напона зареза [223] | (120) |
| Табела 6.6 Особине материјала A1020 | (122) |
| Табела 6.7 Вредности геометрије шава | (123) |
| Табела 6.8 Број промена до пуцања полуга | (125) |
| Табела 6.9 Неопходна израчунавања за одређивање статистичких величина | (131) |
| Табела 6.10 Број циклуса до лома ушке добијених експериментом | (139) |

Поглавље 1 Увод

У машинској техници се под замором подразумева процес који временом доводи до слабљења носеће структуре и с тиме повезаног смањења њене чврстоће. Већина ломова који се у машинству јављају узроковани су замором, а спојеви су посебно угрожени овом појавом. То се односи и на спој ушка-осовиница. Чврстоћа на замор ове везе често дефинише и век трајања комплетне структуре. Овај тип споја има широку примену јер га је релативно лако направити, његова монтажа и демонтажа прилично су једноставне и – уз све то – он може да дозволи и релативну ротацију компоненти које су преко њега оствариле склоп.

Код многих конструкција спој ушка-осовиница је просто незаменљив, па се проблему замора ове везе мора приступити студиозно. Мала чврстоћа на замор овог споја најчешће је последица фрикционе корозије на отвору ушке (смањење чврстоће тада може износити и читавих 90%), али и високог фактора концентрације напона на ушци (вредности и до 3,5), што се – уз идентификацију и других узрока – мора узети као полазна основа истраживања, чија је сврха добијање побољшаног дизајна споја, а самим тим и дужег заморног века носеће структуре.

Ушка је заваривањем спојена са доњом полугом трактора. Постоји више чинилаца који могу утицати на замор заваара: концентрација напона, корозија, ексцентрично повезивање, квалитет заваривања, заостали напони. Заостали напони настају приликом хлађења заваара јер је термално скупљање онемогућено везом са основним материјалом. За заваре веће од 12 mm је утрошена значајна количина топлоте која може довести до настанка прслина као и промена на основном материјалу у зони утицаја топлоте.

Методe које се у пракси користе да би се одредио заморни век структуре заснивају се на техникама које су развијане преко сто година и које су, махом, веома једноставне. Већина њих се базира на одређивању радног века прототипова поједностављених облика изложених дејствима оптерећења константних амплитуда и поређењу тих векова са вредностима добијеним током експлоатације реалног дела изложеног стохастичким, променљивим амплитудама оптерећења. Као резултат упоредне анализе ових вредности, у прошлости је дефинисан одговарајући степен сигурности чије су вредности биле и веће од три. Ове процедуре су значајно унапређене увођењем метода прорачуна базираних на одређивању релативних деформација које су узимале у обзир и утицај локалних пластичних ојачања, а интензиван развој нових методологија је последњих година довео до значајних унапређења и у проучавању одзива структура на оптерећења променљивих амплитуда. Поред тога, развијене су и ефикасне нумеричке методе које омогућавају предвиђање места настанка прслине услед замора и правце њеног ширења кроз носећу структуру, што представља корак напред у односу на период када се само предвиђало време до отказа (лома) структурних елемената. У смислу илустрације интензивног развоја нових и напреднијих метода прорачуна треба напоменути да данас постоје и технике које у обзир узимају и дејства оптерећења у више различитих праваца, омогућавајући тиме и проучавање тзв. вишеосног замора (multi-axial fatigue).

Сам процес настанка и раста прслине, који је неопходно проучавати да би се могло успешно предвидети време до појаве коначног лома услед замора, врло је сложен феномен. Већ дуго је познато да ће поновљена (циклична) оптерећења довести до

прогресивног ширења прслине и коначног лома на нивоима напона знатно нижим него у случају дејства статичког оптерећења. Добро је познато и да се прслина ствара као последица „исклизнућа“ у кристалној решетци материјала у правцу највећег напона смицања. Појединачна исклизнућа се временом спајају стварајући прслину која расте у правцу нормалном на примењено оптерећење. У раним фазама стварања прслине она је под утицајем различитих микроскопских ефеката, па се велики број истраживача бавио одређивањем граничне дужине тзв. „малих“ прслина код којих су ти ефекти преовлађујући. Иако не постоји прецизно дефинисана вредност дужине за коју се прслина сматра малом, данас се у пракси узима да је то између 1 mm и 2 mm. Треба нагласити и да су бројна истраживања у области замора имала за циљ управо проучавање настанка прслине и сложене механизме који доводе до њеног иницирања.

И прелаз из фазе настанка прслине у фазу њеног раста још није потпуно дефинисан. У квантитативном смислу тешко је рећи када се ово дешава, али у квалитативном смислу може се сматрати да је фаза настанка прслине завршена онда када микро прслина више не зависи од површинског стања материјала. То значи да период раста почиње онда када отпорност материјала на раст прслине постане једина „одговорна“ за брзину раста прслине. Величине микро прслина на преласку из једне у другу фазу могу бити значајно различите за различите врсте материјала. Сам прелазак зависи од микроструктурних препрека које растућа прслина мора да савлада, а оне нису исте у свим материјалима.

Раст макро прслина у неким структурама је потпуно прихватљив, али се мора прецизно одредити брзина ширења прслине. Неки од примера су:

(а) раст прслине у танким лимовима, где се она простире кроз целу дебљину материјала („дубинска“ или продорна прслина); очигледни примери су прслине у оплати крила или трупа летелице.

(б) раст прслине која делимично продире у материјал, као у случајевима појаве тзв. угаоних или површинских прслина на отворима или рупама.

Прслине на структурама се могу толерисати из различитих разлога. Могуће је да оне немају значајан утицај на безбедност структуре или да не доводе до већих економских последица. Али, у озбиљнијим случајевима, када су угрожени безбедност људи или интегритет структуре, проблему прслине се мора посветити посебна пажња. Зато се настанак прслине услед замора и њен раст кроз структуру морају пратити периодичним прегледима чија је сврха откривање и праћење прслине пре него што достигне критичну дужину. Да би се проценило када ће прслина постати „критична“, неопходно је знати колико брзо се она шири, како би се правовремено извршили инспекцијски прегледи и елементи структуре заменили пре него што дође до лома.

Досадашња истраживања у овој области су идентификовала најутицајније факторе на заморни век као и њихов међусобни однос. Тако је опште позната чињеница да ће различити редоследи уношења оптерећења различитих интензитета значајно утицати на укупан број циклуса до лома носећих елемената структуре. Дакле, током истраживања је потребно пронаћи најнеповољнију комбинацију унетих оптерећења која ће довести до најкраћег радног века пројектоване структуре. Даље, сами материјали и њихова својства пресудно утичу на отпорност на замор, па је код критичних елемената и спојева потребно користити материјале бољих заморних карактеристика. Данас су истраживачима на располагању бројне „online“ базе и публикације у којима је могуће

пронаћи карактеристике материјала неопходне за процену заморног века носећих структура направљених од њих.

1.1 Преглед досадашњих истраживања, садржај дисертације и мотивација за рад

Велика средства се у свету улажу у повећање продуктивности, поузданости, животног века, сугурности као и олакшање коришћења трактора (Милеуснић et al. 2010 [171]). Arizton Advistory & Intelligence 2018 [172] су приказали да је учешће трактора мале снаге (мање од 40 kW) у укупној продаји трактора 2017. године износило једну трећину. Фарме које поседују мање од 2 хектара чине 84% свих фарми и заузимају 12% пољопривредног земљишта, док је у мање развијеним земљама тај проценат већи (Sarah et al 2016 [173]). Нижа цена, функционалност, једноставност мотивише фармере мањих фарми да купују тракторе мање снаге тако да је и у експерименту на њиви у овом раду коришћен трактор мање снаге.

На скоро сваком трактору омогућено је прикључивање радних машина у три тачке. Овакав начин повезивања остварује динамички пренос оптерећења на погонске тачкове. Захваљујући томе могућа је употреба трактора мање масе. Већина оваквих механизма има систем за контролу дубине орања или за контролу силе којом се делује на прикључну радну машину. Контролни систем омогућава подизање механизма када наиђе на препреку што повећава сигурност трактора од превртања и оштећења раоника и/или плужне даске. Широка примена прикључно - подизног механизма за повезивање у три тачке (МПТ) је била мотив за проучавање понашања доње полуге механизма.

Силе које делују на плуг се могу представити резултујућом тродимензионалном силом која делује у нападној тачки. Нападна тачка није фиксна, јер зависи од променљивог отпора земљишта, подешавања плуга и повезивања са механизмом за повезивање у три тачке (МПТ). Нека оруђа, као што су плугови за орање (Fröba 1995 [174]), имају значајне хоризонталне силе. За аналитичку процену отпора прикључног оруђа развијено је неколико метода од којих су најзаступљеније методе Goryachkin (Горјачкин 1968 [175]) и ASAE D497.5 [182].

Експеримент је изведен на пољопривредној парцели за различите дубине орања и брзине трактора на основу којих је добијен дијаграм промене хоризонталне силе доње полуге прикључног - подизног механизма за повезивање у три тачке. Подаци су искоришћени за упоређивање са вредностима добијеним у развијеном Fortran програму. Улазни податак у програму је отпор прикључног оруђа рачунат по једној или обе методе Горјачкина и ASAE D497.5 и геометрија и положај полуга МПТ. Положај полуга је израчунат на основу дубине орања за шта су развијене једначине које су унете у програм. Добијене вредности сила на доњој полузи су упоређене са експерименталним вредностима и статистички обрађене.

Доња полуга механизма је у току експлоатације изложена различитим оптерећењима, па самим тим и напонима. Напони су израчунати по приближним изразима приказаним у докторату. Ушка је заварена за тело полуге па чини њен саставни део. За прорачун дозвољеног оптерећења на ушкама коришћене су методе приказане у Maddux Stress Analysis Manual [191] и ASME BTH-1 [192]. Све напред изложено је приказано у поглављу 5.

Заварени спојеви су специфични због своје геометрије Hobbacher et al. 2016 [90], Lee et al. 2009 [91], нехомогености, разлике у чврстоћи материјала, Maddox 1991 [92], Schijve 2009 [93], Remes 2013 [94]. Термички циклуси у заварима су специфични по томе што су локализовани и изразито нехомогени. Ово се мора узети у обзир у прорачунима механике лома јер утичу на промену силе раста прслине. У поглављу 3 су изнети изазови одређивања животног века заварених спојева. Процена стабилности заварене структуре за познато оптерећење и геометрију прслине се може извести коришћењем FAD дијаграма, која представља основу тзв. R6 методе, Kossakowski 2013 [109], па је стога и описана у овом поглављу.

Заварени спојеви се могу испитивати било којом методом на замор. Али њихова примена није једноставна због одређених непознаница везаних за спој. Животни век не зависи само од амплитуде напона, геометрије и величине шава већ и од разних неправилности у шаву. Поред површинских и запреминских грешака на животни век утиче и геометрија шава: полупречник заобљења на прелазу између шава и заједа r ; висина надвишења h , нагибни угао површине шава Schork et al. 2020 [193], Cerit et al. 2010 [206]. Volvo group weld quality standard 181-0004:2008 [198] указује да је за нормални квалитет заваривања максимална вредност заједа 0,05t, с тим да не сме прећи вредност од 1 mm. За високо квалитетно заваривање максимална вредност заједа је 0,025t, с тим да не сме прећи вредност од 0,5 mm. Осим заједа, сличан извор концентрације напона представља и површинска храпавост, корозијом створени зарези, површинске огреботине.

Постоји више метода за анализу замора заварених спојева, које се могу поделити према параметрима који се користе за успостављање везе између напона и животног века. Њихова примена за процену животног века полуге је предмет 6. поглавља. Све се методе процене века могу груписати у две основне групе

- методе напон - животни век (σ -N методе),
- методе механике лома.

σ -N методе предвиђања животног века се базирају на успостављању везе између напона σ и броја циклуса промене оптерећења N. Одређивање напона у шаву се може вршити на више начина, што условљава и различите σ -N дијаграме. На који начин ће се одредити напон зависи од доступне методе и искуства. σ -N дијаграми се цртају на основу

- номиналних напона, IIW [205], EC3 [206]
- структурних напона, Dong 2001 [219]
- локалног напона у шаву, тзв. напона зареза. Radaј 2006 [202], Sonsino 2009 [223]

Сваки од ових приступа има своје предности и мане. Међународни институт заваривања (IIW), Eurocode 3 (EC3), неке компаније и друге надлежне институције су дефинисале σ -N дијаграме за челике и алуминијум. У докторату су коришћене инструкције Hänel et al. [229] FKM – Guideline за израчунавање σ -N методе. Процена животног века је урађена и методом деформација – животни век.

Да би се установио прави животни век вршено је експериментално испитивање полуге у лабораторији Катедре за шинска возила. Кидалица је хидрауличка са фреквенцијом од 10 Hz. Сила је мењала вредност од 0÷40 kN. Добијене вредности су упоређене са вредностима животног века добијене методом напона зареза и статистички обрађене. На крају је коришћен и програм ABAQUS који помоћу проширене

методе коначних елемената користи једначине механике лома за предвиђање животног века.

Belytchko 1999 [124] и Moës 1999 [125] су 1999. године развили нов метод за примену методе коначних елемената у 2D проблемима како би решили проблем одређивања природног тока развоја прслине и назвали га проширена метода коначних елемената (ПМКЕ). Ова се метода константно унапређивала да би се решавали проблеми као што су локалне деформације, ломови, поља дисконтинуитета и сл. ПМКЕ је побољшана постављањем поља дисконтинуитета око прслине не рачунајући сам врх. Овај метод примењује функцију дисконтинуитета (енг. discontinuous function) и функцију приближења (енг. asymptotic function) у околини врха прслине кроз тзв. метод јединства (енг. partition of unity) Melemk и Babuška 1996 [131], Dolbow et al. 2000 [132]. Раст прслине се моделује дефинисањем новог положаја у оквиру исте мреже додавањем нових сегмената чиме се прслина моделира независно од мреже елемената. Детаљнији опис ПМКЕ је дат у поглављу 4.

Основне једначине које описују развој прслине, одређују животног век и напонско стање, а саставни су део разних програма за моделовање прслине су описане у поглављу 2.

1.2 Научни допринос

Научни допринос доктората се огледа у следећем

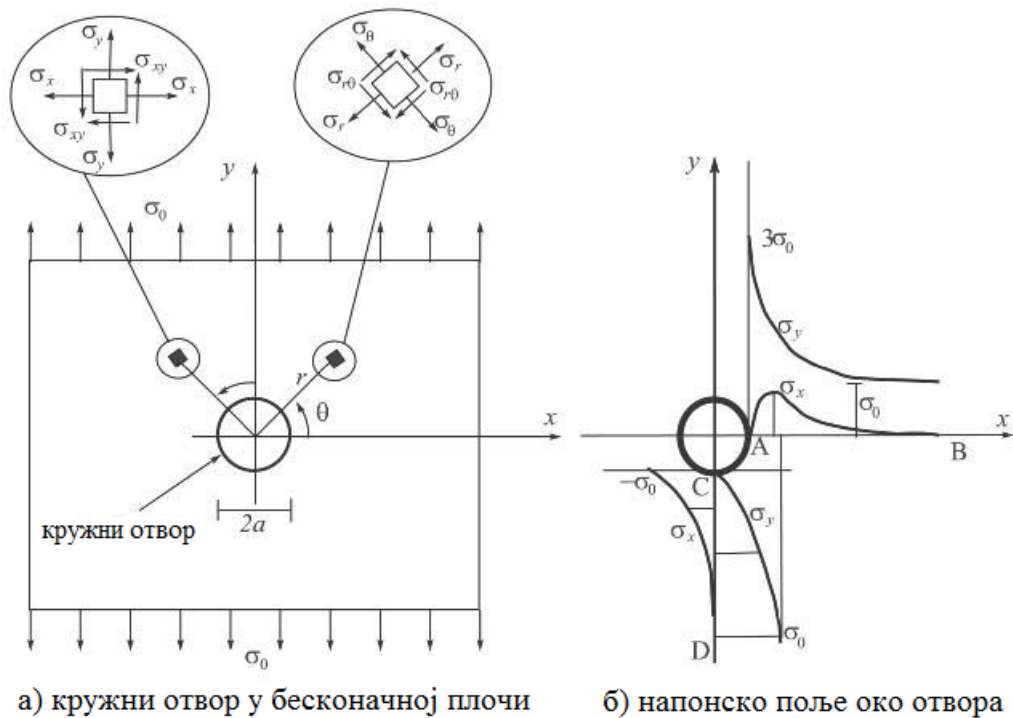
- Развијен је компјутерски програм за процену сила у доњој полузи прикључног – подизног механизма за повезивање у три тачке трактора на основу познате дубине орања. На огледној парцели је извршено експериментално мерење доминантне силе у полузи ради верификације прорачуна,
- Процењене су вредности напона у полузи за различите експлоатационе услове као и дозвољено оптерећење ушке која је заварена за тело полуге,
- Одређен је животног век завареног споја тело полуге – ушка на основу номиналног напона, структурног напона, напона зареза, методе деформација – животног век, проширене методе коначних елемената. Експериментална провера животног века је одрађена на хидрауличкој кидалици за замор. Добијене вредности су унете у јединствени σ -N дијаграм са урађеном статистичком анализом.

Поглавље 2 Механика лома

2.1 Увод

На замор машинског дела битан утицај има промена геометрије, која доводи до промене напона. Нагла промена попречног пресека, отвори, прорези доводе до концентрације напона. Прве радове који доводе у везу напон и издужење услед присуства отвора кружног и елиптичког облика написали су Kirsch 1898 [1] и Kolosoff 1910 [2] ретроспективно, док је о прслини као извору концентрације напона писао Inglis 1913 [3]. Затим је следио значајнији рад Griffith 1920 [4], Griffith 1924 [5] који је разматрао процес развоја прслине са енергетског становишта. Тек после готово три деценије Irwin обраћа пажњу на ова два рада и упоредо са другим колегама развија њихову теорију. Он је на основу Westergaard 1939 [6] технике о односу напона и деформације око врха оштре прслине објавио рад значајан за развој механике лома Irwin 1957 [7] уводећи нов појам, фактор интензитета напона.

На слици 2.1 је приказана бесконачна плоча са отвором изложена напону истезања σ_0 . (Kirsch 1898 [1]). Без отвора напон би у свакој тачки попречног пресека имао исту вредност σ_0 који делује у правцу y осе. Са отвором напон добија вредност у правцу x осе. Расподела напона око отвора је неједнака и у правцу x осе и у правцу y осе.



Слика 2.1 Бесконачна плоча са отвором. Извор Kanninen и Popelar 1985 [8]

У поларним координатама напон у околини отвора је дат следећим једначинама:

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma_0}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \left[1 - \left(1 - 3 \frac{a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta\right] \quad (2.1)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_0}{2} \left[\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta\right] \quad (2.2)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{\sigma_0}{2} \left[\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \left(1 + 3 \frac{a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta \right] \quad (2.3)$$

У тачки А, где је $r = 0$, $\theta = 0, \pi$ напон има вредност $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{yy} = 3\sigma_0$ што указује да је вредност фактора концентрације напона 3. У тачки С, где је $r = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ вредност напона је негативна $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{xx} = -\sigma_0$. Плоча је напрегнута на истезање али је притисак у тачки С на сабијање.

Чест случај је да су прслине у облику полуелипсе, када напон у тачки А има вредност $\sigma_A = \sigma_0 \left(1 + \frac{2a}{b}\right)$ (Kolossoff 1910[2], Inglis 1913 [3]). Смањивањем осе b елиптички отвор прелази у прорез са полупречником при врху ρ . Напон у тачки А има вредност $\sigma_A = \sigma_0 \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}}\right)$. Када ρ постане јако мало и кад тежи нули, тада напон има бесконачну вредност. Због тога се уместо фактора концентрације напона уводи фактор интензитета напона K , или фактор ослобођене енергије G и упоређује са критичном вредношћу. Област која се тиме бави је механика лома.

Механика лома проучава микромеханизам лома и процесе до самог лома. Материјали се различито понашају у процесу лома, тако да не постоји један механизам којим би се тај процес објаснио. У механици лома се изучава линеарно-еластична механика лома (ЛЕМЛ) и нелинеарна механика лома (НМЛ).

2.2 Линеарно-еластична механика лома (ЛЕМЛ)

Први радови из механике лома су управо из ове области. Све до 1960. год. посматрана је она зависност дијаграма напона и деформација која показује линеарну зависност, односно за коју важи Хуков закон Orowan 1948 [9], Irwin 1957 [7], Barenblatt 1962 [10]. Од тог времена почиње развијање и механике лома која посматра нелинеарну зависност напона и деформација (пластичност, вископластичност) као и динамичке ефекте (НМЛ), Irwin 1960 [11], Shih и Hutchinson 1976 [12] Како се НМЛ заснива на достигнућима ЛЕМЛ, то је потребно њено познавање као основе читаве механике лома.

ЛЕМЛ је основа теорије лома и применљива је за оштре урезе у еластичним материјалима. Сви материјали који су еластични, изузев у значајно малој околини врха прслине где долази до малог течења, крти или квази – крти, са стабилним или нестабилним ширењем прслине су предмет проучавања ЛЕМЛ.

Wieghardt 1907 [13], Muskhelishvili 1933 [14], Westergaard 1939 [6] и Williams 1957 [15] су уочили значај описивања сингуларности напона око врха прслине тако да су развили изразе за напон и деформацију око врха прслине. Поље напона око врха прслине може да има велику вредност па је и одговорно за његов развој. Описује се следећом једначином (слика 2.2а):

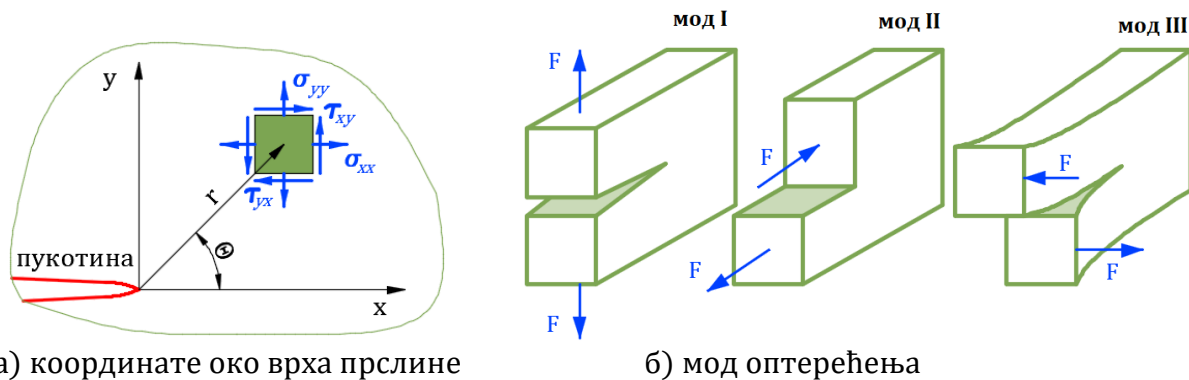
$$\sigma_{ij} = \frac{k}{\sqrt{r}} f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cdot r^{m/2} \cdot g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (2.4)$$

где је: k константа, f_{ij} бездимензионална функција угла θ , под сумом су чланови вишег реда. A_m је амплитуда, $g_{ij}^{(m)}$ је бездимензионална функција угла θ за m . члан.

Први члан је сразмеран $1/\sqrt{r}$ што указује да је поље око врха прслине (где r тежи нули) поље *сингуларитета*.

Константе k и f_{ij} зависе од врсте оптерећења. Разликују се три основна типа оптерећења (мода) (Richard и Sander 2016 [16]), слика 2.2б:

- мод I код кога оптерећење делује нормално на раван прслине и тежи да га отвори
- мод II код кога сила делује на смицање-клизање у равни прслине тако да се помера једна површина прслине по другој (лонгитудијално померање)
- мод III код кога сила делује на смицање али у латералном правцу



Слика 2.2 Модел развоја прслине

2.2.1 Фактор интензитета напона K

Множењем константе k из једначине (2.4) са $\sqrt{2\pi}$ добија се фактор интензитета напона K , појам који је увео Irwin 1957 [7]. Занемаривањем чланова вишег реда (Г теорија, J-Q теорија узима у прорачун први од њих) добија се напонско стање око врха прслине:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(n)} = \frac{K^{(n)}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(n)}(\theta) \tag{2.5}$$

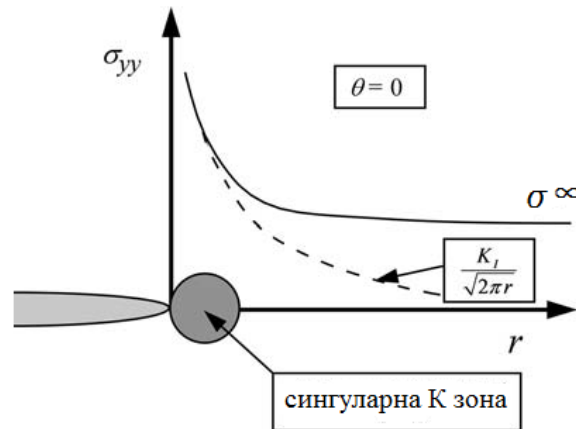
где n означава врсту оптерећења, односно мод I, II, III.

Уколико је део изложен комбинованом оптерећењу, општи облик за поље напона је:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = r^{-1/2} [K_I f_{ij}^I(\theta) + K_{II} f_{ij}^{II}(\theta) + K_{III} f_{ij}^{III}(\theta)] + \text{чланови вишег реда} \tag{2.6}$$

Оптерећење мода I се најчешће среће у пракси, а и у комбинацији са оптерећењем другог мода II које се најчешће временом сведе на мод I.

Фактор интензитета напона K ($MPa\sqrt{m}$) дефинише амплитуду сингуларитета при врху прслине (слика 2.3). Напон у близини врха је сразмеран K . Он потпуно одређује стање око врха прслине. Ако је познат K , онда је познато и поље напона, деформација и померање при врху прслине.



Слика 2.3 Пример расподеле напона испред врха прслине. Извор Anderson 2005 [17]

Са удаљавањем од доминантне зоне Кутицаја напон тежи граничним условима. Да би једначина (2.5) била применљива, потребно је познавати вредност K . Осим од врсте оптерећења, K зависи и од облика прслине као и од геометрије тела. За једноставније случајеве постоје аналитичка решења, док се за сложене случајеве користи експеримент или нумеричка анализа. Аналитичка решења се могу наћи у књигама о фактору интензитета напона као што је:

H. Tada, P. C. Paris, and G. R. Irwin, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, 2nd edition, Paris Productions Inc., St. Louis, Mo, 1985.

Упркос развоју многих теорија у оквиру механике лома ЛЕМЛ је најчешће у употреби.

Вредност фактора интензитета напона достиже критичну вредност K_c , када се прслина нестабилно повећава или се ломи.

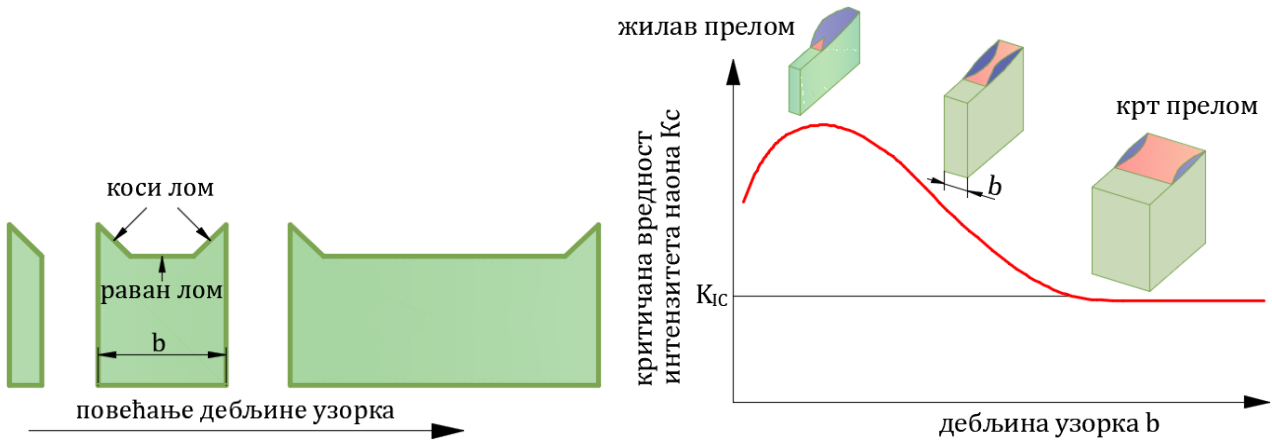
$$K_c = \sigma_c \sqrt{\pi a_c} f\left(\frac{a_c}{w}\right) \quad (2.7)$$

где је:

σ_c номинални напон у зони нестабилног раста, a_c је дужина прслине у зони нестабилног раста, $f\left(\frac{a_c}{w}\right)$ фактор корекције услед граничног утицаја коначне геометрије тела.

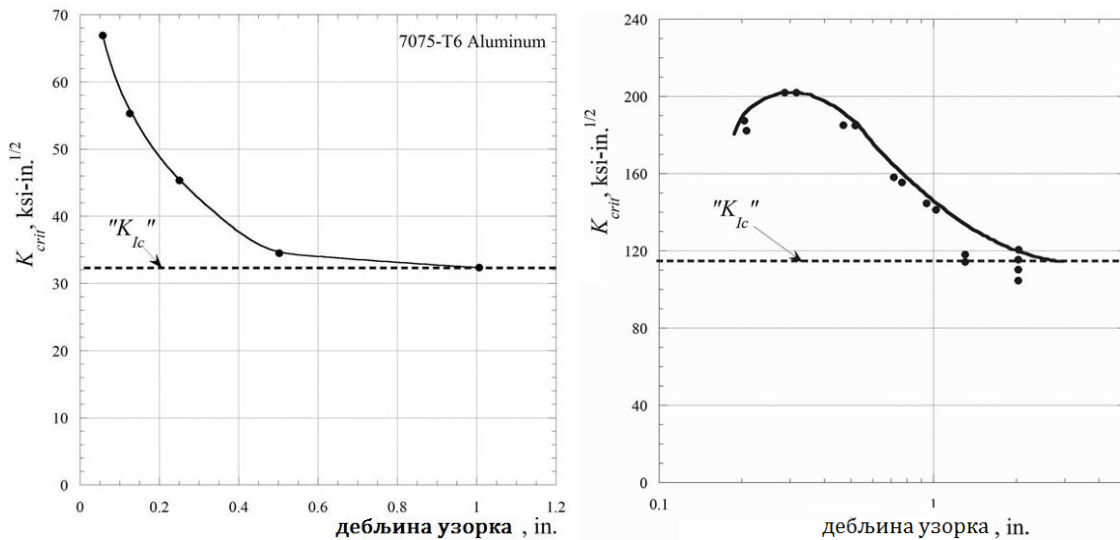
K_c се назива жилавост замора. Зависи од материјала, температуре, дебљине узорка, брзине деформисања, утицаја агресивне средине.

Дебљина узорка може утицати на врсту лома. Код танких елемената долази до прегруписавања напона која за последицу има да је правац резултујућег напона под углом од 45° у односу на оптерећење, што чини коси лом на слици 2.4. Овакав лом захтева већу енергију. Присутан је код слободне површине. Са повећањем дебљине расте и површина захваћена равним ломом. Напонска слика одговара равном стању деформација која за последицу има да је резултујући напон сада нормалан на правац оптерећења. За овакав лом је потребна нешто мања енергија.



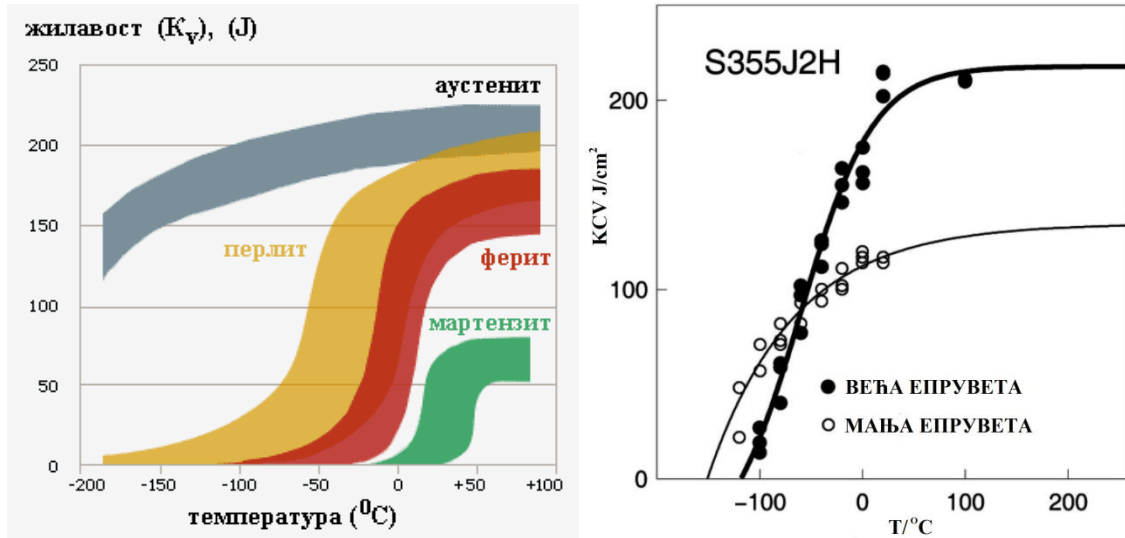
Слика 2.4 Утицај дебљине узорка на раван лому

Како опада утрошена енергија лому са дебљином узорка, илустровано је следећом сликом 2.5. Асимптотска вредност одговара равном лому. Сваки материјал има своју асимптотску вредност жиавости замора. Назива се жиавост замора при равном стању деформација K_{Ic} . Не може се сматрати карактеристиком материјала јер зависи од геометрије.



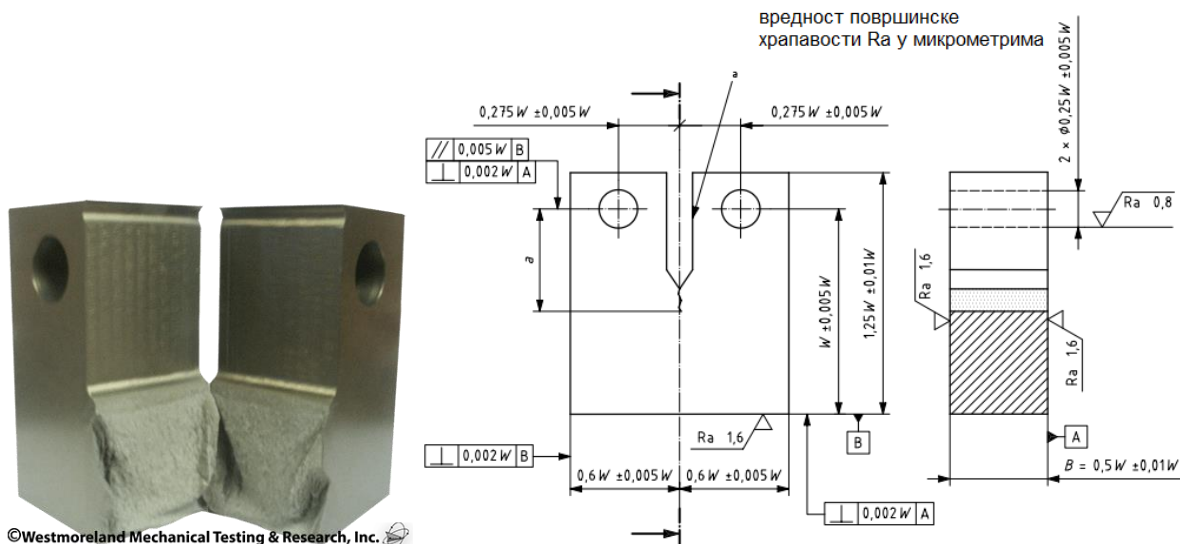
Слика 2.5. Промена жиавости замора са дебљином. Извор Barsom и Rolfe 1987 [18]

На слици 2.6 је приказано како смањење температуре утиче на смањење жиавости челика у зависности од структуре.



Слика 2.6 Промена жилавости челика са променом температуре. Извор Stradel и Matocha 2009 [19]

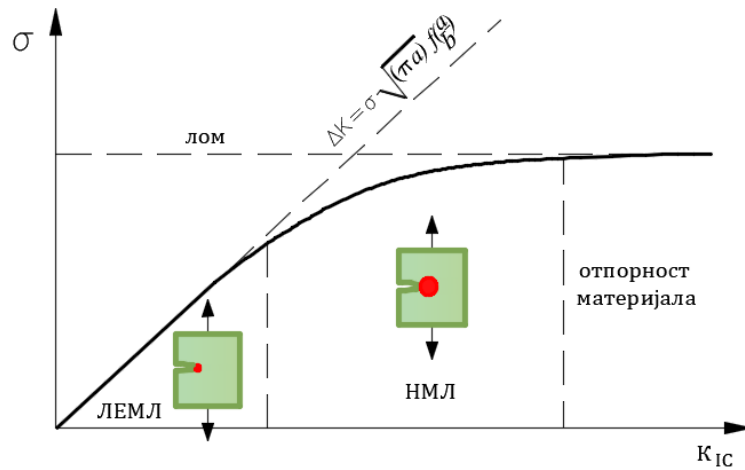
Испитивање критичних вредности параметара механике лома се изводи на прописаним епруветама (слика 2.7) и прописаним поступком (ISO 12135 [20], ISO 15653 [21])



Слика 2.7 Технички цртеж компакне епрувете и њен изглед након лома. Извор Westmoreland Mechanical Testing & Research www.wmtr.com/en.fracturetoughness.html

ЛЕМЛ се може примењивати када напон не прелази 80% од напона течења и када је пластична зона око врха прслине мала у односу на величину прслине (слика 2.8). Метали мање жилавости замора K_{Ic} , имају крт лом, и за њих важи ЛЕМЛ. Метали велике жилавости замора имају велики заморни век и они се пројектују према законима отпорности материјала. У области мањег течења материјала и средње жилавости замора се користи НМЛ. Област механике лома која се примењује у зависности од врсте материјала дата је табелом 1.

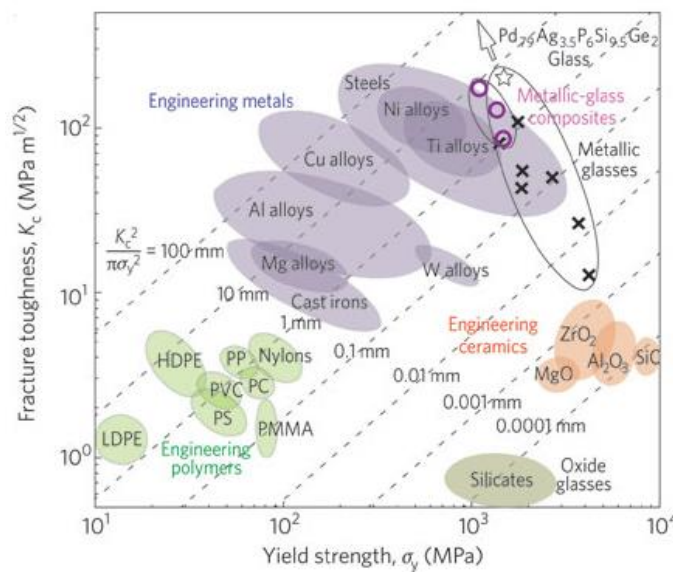
Типичне вредности K_{Ic} су $150 \text{ MN}/\text{m}^{3/2}$ за жилаве метале, $25 \text{ MN}/\text{m}^{3/2}$ за крте метале, $1 \div 10 \text{ MN}/\text{m}^{3/2}$ за стакло и крте полимере.



Слика 2.8 Утицај K_{Ic} на област примене механике лома

Табела 2.1 Област применљивости механике лома за различите материјале

| Област механике лома за различите материјале | |
|--|-----------------------------------|
| челици велике чврстоће | линеарно-еластична |
| ниско и средње угљенични челици | еластично-пластична/ пластична |
| аустенитни нерђајући челици | пластична |
| жарени алуминијум | линеарно еластична |
| метали на високим температурама | вископластична |
| метали са великом брзином деформисања | динамичка/вископластична |
| полимери са темп. испод прелазне темпер. | линеарно-еластична/вискоеластична |
| полимери са темп. изнад прелазне темпер. | вискоеластична |
| монолитна керамика | линеарно еластична |
| композитна керамика | линеарно еластична |
| керамика високих температура | вископластична |

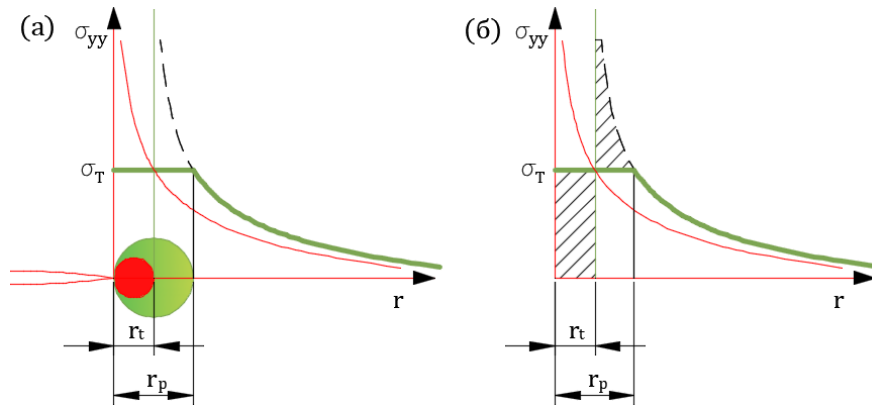


Слика 2.9 Зависност напона течења и живавости замора. Извор: Demetriou et al. 2011 [22]

У зони врха прслине напон може достићи вредност већу од напона течења σ_T што доводи до пластичних деформација врха прслине. Све док је та зона знатно мања од прслине и док се налази у K зони утицаја може се користити ЛЕМЛ са извесним изменама.

2.2.2 Зона пластичности

Irwin [11] је 1960.год. покушао да дефинише величину око врха прслине у којој је утицај напона већег од σ_T и који се зове зона пластичности. За идеално еластичне материјале величина зоне пластичности би била одређена на основу ЛЕМЛ и приказана је једначином 2.9 за равно стање напона. Код еластично-пластичних материјала та зона је већа. Irwin је предложио је промену поља напона око врха прслине (слика 2.10(а)) који је већи од σ_T и који се простире на дужини r_p око врха прслине. Промену поља напона је извршио тако да је енергија остала непромењена, односно површине означене на слици 2.10(б) су исте, што је математички описано једначином (2.11).



Слика 2.10 (а) величине пластичних зона (б) расподела напона око врха прслине

$$\sigma_{yy} = \sigma_T = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_t}} \Rightarrow r_t = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_T^2} = \frac{a}{2} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_T} \right)^2 \quad (2.8)$$

$\uparrow K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$

где је a дужина прслине, σ_0 гранични напон. Дужина r_t код равног напрезања је три пута мања него код равног напона услед постојања све три компоненте напона испред зоне r_t које утичу на њено смањење

$$r_t = \frac{1}{6\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_T^2} \quad (2.9)$$

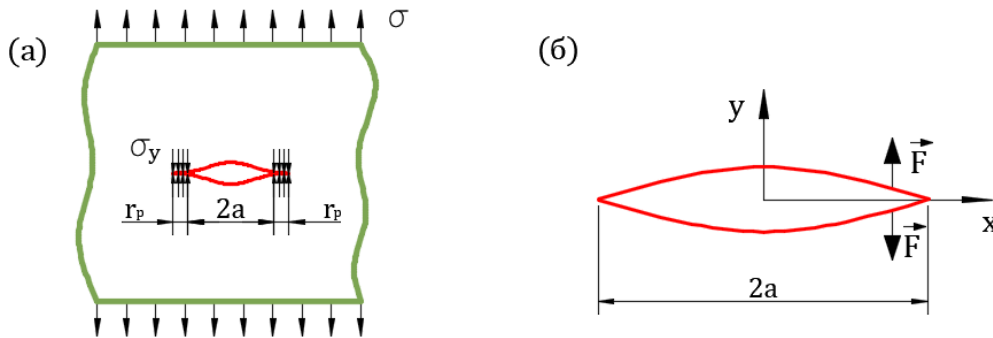
Овако добијена величина зоне пластичности се назива проценом првог реда. Величина зоне пластичности еластично-пластичних материјала r_p је одређена редистрибуцијом напона, приказано сликом 2.9(б), тако да су шрафиране површине једнаке. r_p се назива проценом другог реда и дупло је већа од r_t .

$$\sigma_T \cdot r_p = \int_0^{r_t} \sigma_{yy} dr \Rightarrow \sigma_T \cdot r_p = \int_0^{r_t} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} dr \Rightarrow r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2 = a \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_T} \right)^2 \quad (2.10)$$

Са корекцијом дужине прслине $a_{ef} = a + r_t$ добија се и коригована вредност фактора интензитета напона

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a_{ef}} \quad (2.11)$$

Dugdale 1960 [23] и Varenblatt 1962 [10] су извршили прераспodelу напона око врха прслине у бесконачној плочи изложеној равној деформацији како би одредили величину зоне пластичности r_p . Претпоставили су да се осим напона изазваног спољашњим оптерећењем на истезање појављује и напон сабијања σ_y чије дејство је ограничено на зону испред врха прслине. Прслину су продужили у зону утицаја σ_y тако да је нова дужина продужене прслине $2c = 2a + 2r_p$, слика 2.11(а). σ_y је напон који представља отпорност материјала на лом и уведена је као спољашњи напон који тежи да затвори прслину и тиме нестаје сингуларитет напона на врху.



Слика 2.11 (а) Dugdale и Varenblatt модел одређивања r_p (б) модел отварања врха прслине под дејством силе F

Познато је поље напона под дејством силе F , које је добијено Westergaard комплексном функцијом као решење једначине (2.5) за граничне услове приказане сликом 2.11(б), на основу којих су добијени изрази за K_I за оба краја прслине

$$K_{I(+a)} = \frac{F}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}, \quad K_{I(-a)} = \frac{F}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \quad (2.12)$$

Стављањем у једначину (2.13) да је $F = -\sigma_T dx$ и сабирањем $K_{I(+a)}$ и $K_{I(-a)}$ добија се укупни $K_{\text{затварања}}$ услед напона σ_y који тежи да затвори врх прслине у зони пластичних деформација

$$K_{\text{затварања}} = -2\sigma_T \sqrt{\frac{a+r_p}{a}} \arccos\left(\frac{a}{a+r_p}\right) \quad (2.13)$$

Знак минус је у једначини јер напон σ_y тежи да затвори прслину. Dugdale је предложио да је σ_y једнако напону течења σ_T . Затим је сабрао $K_{\text{затварања}}$ са K_s спољашњег оптерећења $K_\sigma = \sigma \sqrt{\pi(a+r_p)}$ (за бесконачну плочу са централним отвором) сматрајући да ће се поништити $K = K_\sigma + K_{\text{зат}} = 0$ и на основу тога добио решење за полупречник пластичне области

$$r_p = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_T}\right)^2 = a \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^2 \quad (2.14)$$

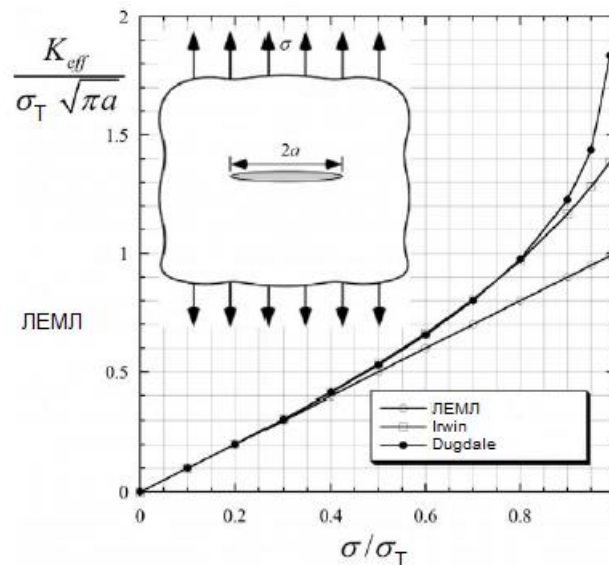
Једначина (2.14) је применљива за НМЛ. Упоредивањем Irwin(2.11) и Dugdale (2.14) величине r_p добија се $\frac{8}{\pi^2} = 0,81$. Полупречник r_p за оптерећење равног деформисања је

$$r_p = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sqrt{3}\sigma_T} \right)^2 \quad (2.15)$$

Burdekin и Stone 1966 [24] су добили израз за ефективни фактор интензитета напона за бескрајну плочу са централним урезом на основу кориговане дужине уреза $a_{ef} = a + r_p$

$$K_{ef} = \sigma_T \sqrt{\pi a} \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \sec \left(\frac{\pi \sigma}{2\sigma_T} \right) \right]^2 \quad (2.16)$$

На слици 2.12 је приказана зависност фактора интензитета напона израчунатог на основу ЛЕМЛ методе, кориговане Irwin методе и на основу једначине (2.17) од напона.



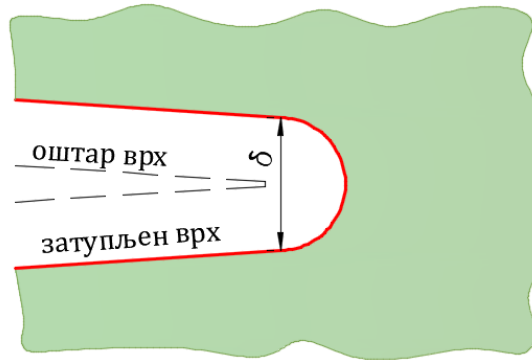
Слика 2.12 Упоређење различитих метода за одређивање фактора интензитета напона. Извор Anderson [17]

2.3 Нелинеарна механика лома (НМЛ)

ЛЕМЛ је применљива, осим за област линеарно-еластичног деформисања, и за област нелинеарног деформисања све док је та област око врха прслине мала. За материјале чија је жилавост већа, који се значајније пластично деформишу, користе се параметри НМЛ. Неки од параметра нелинеарне механике лома су и отварање врха прслине и J интеграл. Оба параметра могу послужити као мерило жилавости замора. Ограничење њихове примене је код велике зоне пластичности у односу на неку карактеристичну дужину и код веома брзог ширења прслине.

2.3.1 Параметар отварања врха прслине

Wells 1961 [25] је, покушавајући да одреди K_{Ic} жилавих материјала, схватио да је употреба ЛЕМЛ ограничена и да постоји веза између затупљивања врха прслине са жилавошћу, односно да постоји директна веза.



Слика 2.13 Мера отварања врха прслине δ

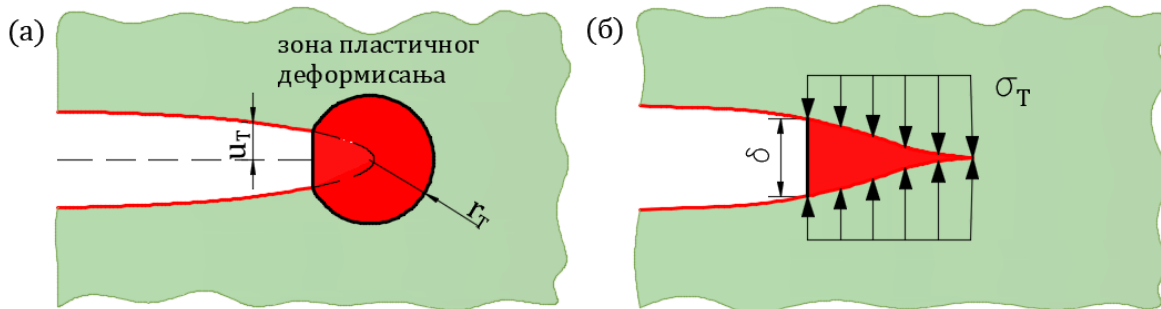
У ЛЕМЛ, и код кртих материјала, се сматра да је прслина оштра, тако да је мера отварања прслине нула. На слици 2.13 је приказана мера отварања врха прслине δ код пластичних деформација врха прслине. Вертикално померање тачке у близини врха је дато једначином 2.17

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 1 - 2\cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.17)$$

где је $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ за равно напрезање, а за равно деформисање $\kappa = 3 - 4\nu$.

Стављајући у једначину 2.17 да је $\theta = \pm\pi$ и Irwin полупречник пластичне зоне $r_T = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_T^2} = \frac{a}{2}$ добија се параметар отварања врха прслине

$$\delta = 2u_y = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E \sigma_T} \quad (2.18)$$



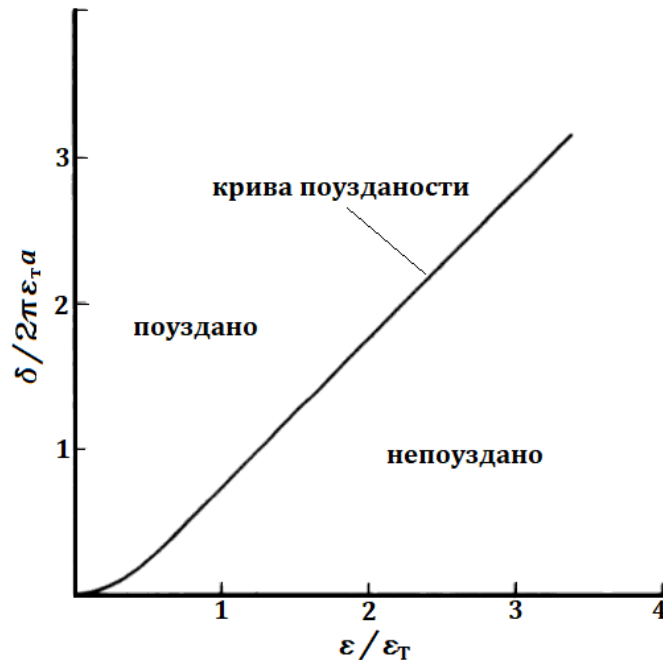
Слика 2.14 Параметар отварања врха прслине на основу (а) Irwin и (б) Dugdale полупречника зоне пластичних деформација

Параметар отварања врха на крају пластичне зоне Dugdade се одређује једначином (2.19)

$$\delta = \frac{K_I^2}{mE' \sigma_T} \quad (2.19)$$

где је $m=1$ за раванско напрезање, $m=2$ за раванско деформисање, $E'=E$ за равно стање напона $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ за раванско стање напрезања, E је модуо еластичности, ν је Поасонов коефицијент.

Wells је претпоставио да постоји линеарна веза између параметра отварања врха прслине (ПОВП) и продужења прслине. Burdekin и Dawes 1971 [26] су на основу те идеје спроводили експеримент на великој плочи и при томе мерили вредности ПОВП δ и издужења приликом лома ε , на основу чега су формирали полуемпиријску везу између отварања врха прслине и издужења. Резултате Dawes 1974 [27] мерења су приказани на слици 2.15.



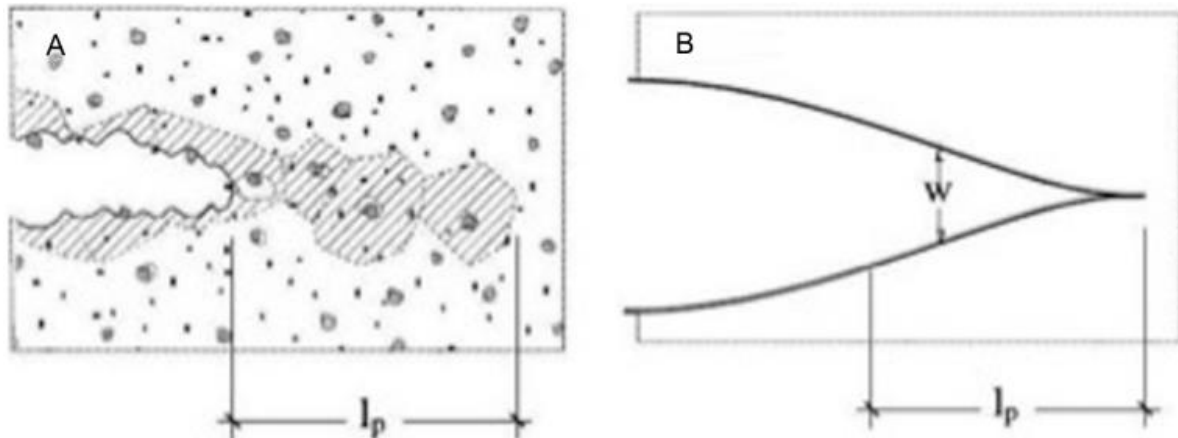
Слика 2.15 Крива поузданости ПОВП. Извор Dawes [27]

где је a дужина прореза, ε_T издужење при напону течења.

ASTM E1920-08e1 [28] Standard Test Method for Crack Tip Opening Displacement описује процедуру мерења ПОВП

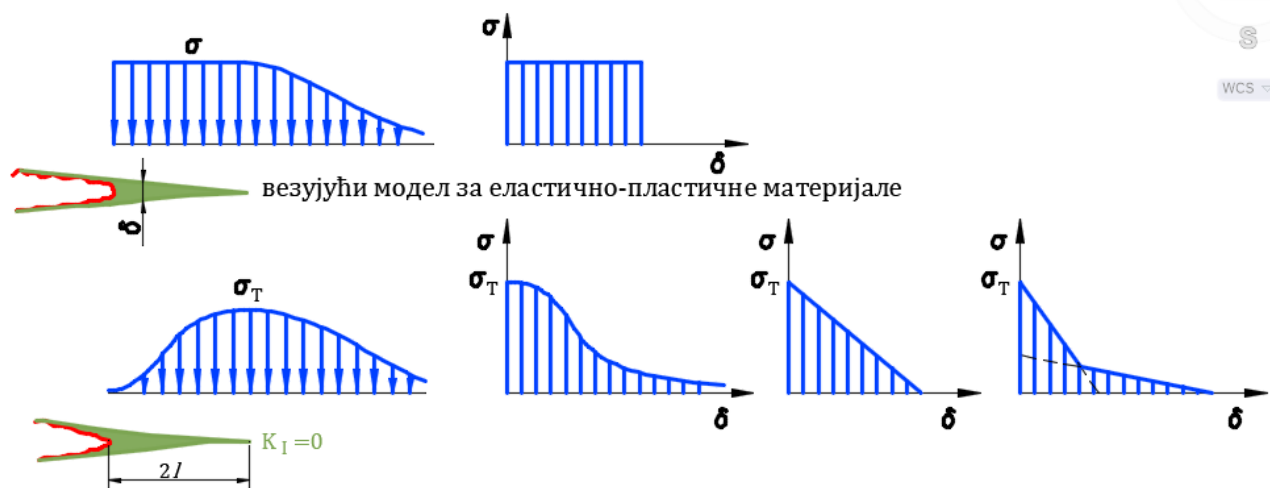
2.3.2 Cohesive (везујући) модел

Cohesive модел (везујући модел) је уведен да би описао нелинеарне процесе око врха прслине. Ова метода описује процес лома код материјала код којих нелинеарна зона испред врха прслине није мала. Такви материјали су квази - крти (геоматеријали, бетон, композити, полимери, керамика) или пластични, као нпр. што је случај код неких метала. Зона око врха прслине у којој се одвија процес лома се назива зона процеса лома ЗПЛ. Базира се на радовима Dugdale [23] и Barenblatt [10]. Они су прслину приказали као да је из два дела, у првом је површина прслине без напрезања, док се други део уводи испред постојећег врха прслине као везујућа зона, односно где делују везујуће силе. Њихов метод су затим развијали Bilby et al. 1963 [29], Willis 1967 [30], Wnuk 1974 [31].



Слика 2.16 (А) Скица зоне процеса лома (В) математички приказ зоне процеса лома. Извор Ellices et al. 2002 [32].

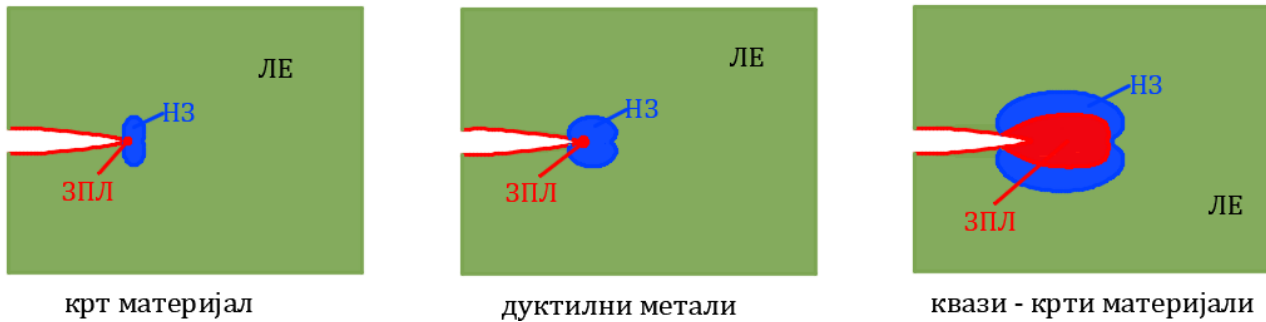
За разлику од модела Dugdale и Barenblatt, модел који су развили Xu и Needlman 1994 [33], Hillerborg et al. 1976 [34], не подразумева постојање иницијалне прслине. Они су развили различите моделе зависности отварања прслине од нормалног напона за бетон, и увели израз за енергију лома као површину испод линије зависности напон-отварање прслине. Неки облици зависности $\sigma = f(\delta)$ су приказани на слици 2.17.



везујући модел за квази- крте материјале

Слика 2.17 Облици зависности затварајућег напона и отварања прслине у ЗПЛ

У зони пластичног лома, након достизања вредности напона на граници течења, долази до опадања вредности напона са порастом истезања, што се назива напонско омекшавање. Код квази – кртих материјала, ЗПЛ заузима скоро читаву нелинеарну зону НЗ, слика 2.18. У НЗ је присутан процес напонског очвршћавања (након σ_T долази до пораста напона са порастом издужења) или тзв. савршено течење (σ_T има две вредности). Изван НЗ је линеарна ЛЗ.



Слика 2.18 Приказ зона испред врха прслине за различите материјале

2.3.3 Одржање енергије током развоја прслине

Концепт одржања енергије је Griffith 1920 [4], Griffith 1924 [5] први увео у механику лома (у првом раду је била присутна грешка, која је у другом исправљена). Укупна енергија система E се састоји од потенцијалне енергије Π од унутрашњих и спољашњих сила и рада A који се троши на раст прслине

$$E = \Pi + A \quad (2.20)$$

Из првог извода укупне енергије E по вредности увећане површине прслине dS се добија

$$-\frac{d\Pi}{dS} = \frac{dA}{dS} \quad (2.21)$$

Што указује да се за развој прслине троши потенцијална енергија. Irwin et al. 1958 [35] су увели појам степена ослобођене енергије (енг. energy release rate) G за линеарно еластичне материјале

$$G = -\frac{d\Pi}{dS} \quad (2.22)$$

За бесконачну плочу са централним прорезом изложеној напону истезања s Inglis 1913 [3] је добио израз за потенцијалну енергију $\Pi = \Pi_0 - \pi\sigma^2 a^2/E$ на основу које се добија степен ослобођене енергије

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (2.23)$$

где је E Јангов модул еластичности, a је пола дужине прореза. Степен ослобођене енергије G је битна величина за лом материјала. Критична вредност ослобођене енергије при којој долази до лома се обележава G_c . Једна је од мера жилавости замора и за бесконачну плочу са централним прорезом износи

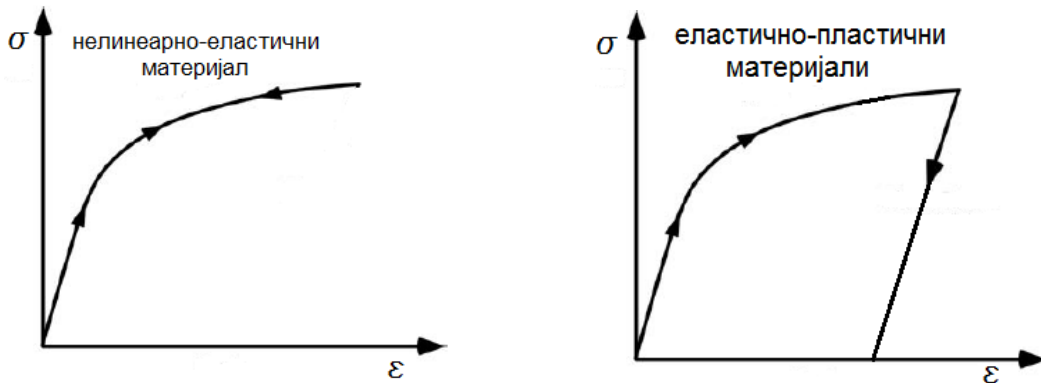
$$G_c = 2w_f \quad (2.24)$$

где је w_f енергија лома која у зависности од материјала може да изражава пластичне, вискоеластичне, вископластичне ефекте. Као критеријум лома се користи за еластичне материјале.

2.3.4 J интеграл

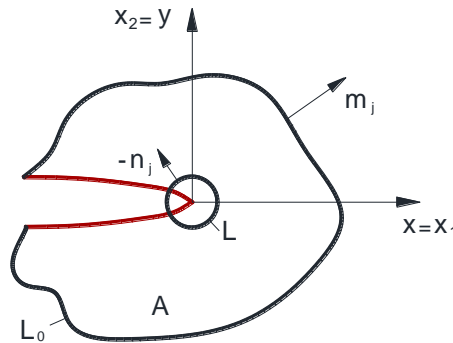
J интеграл је важан критеријум за оцену раста прслине. Изворно, J интеграл је био ограничен почетним условима да нема унутрашњих напона, спољашњих сила на површини прслине, да нема растеређења. Изведен је за нелинеарно еластичне

материјале. J интеграл су увели Cherepanov 1967 [36] и Rice 1968 [37] за рачуњање ослобођене енергије прслине користећи локални координатни систем везан за врх прслине.



Слика 2.19 Растеређење нелинеарно-еластичних материјала и еластично-пластичних материјала

Еластично-пластични материјали и нелинеарно-еластични материјали се исто понашају при оптерећењу, али потпуно различито при растеређењу (слика 2.19). Код еластичних материјала је јединствена веза између напона и деформисања, док еластично-пластични материјали у току растеређења немају јединствену везу напон-деформација. Тако, J интеграл изведен за нелинеарно-еластичне материјала се користи и за еластично-пластичне када нема растеређења. Ипак, употреба J интеграла има ограничење. Није применљив за изражене пластичне деформације око врха прслине и велике брзине развијања прслине.



Слика 2.20 Контурне линије

Једначина кретања, без присуства запреминских сила Nakamura et al. 1985 [38]

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.25}$$

ρ је густина материје, σ_{ij} је компонента тензора напона, u_i померање. Множењем са $\partial u_i / \partial t$ добија се израз за рад

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \sigma_{ij} \right) - \frac{\partial}{\partial t} (W + T) = 0 \tag{2.26}$$

где је $T = \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t}$ густина кинетичке енергије, $\dot{W} = \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$ рад услед дејства напона.

Применом Reynold теореме преноса и Gauss теореме

$$\int_A \sigma_{ij} \dot{u}_i m_j dA = \frac{d}{dt} \int_V (W + T) dV - \int_A (W + T) v_j m_j dA \quad (2.27)$$

где је m_j јединични вектор нормале на површину A , v_j је брзина тачке на површини, V је запремина.

На дводимензионалном узорку, слика 2.20, је уочена површ A ограничена непокретном контурном линијом L_0 и линија L која је фиксне величине. Линија L обухвата врх прслине и креће се заједно са врхом. Координатни систем је везан за врх прслине. Тиме једначина (2.27) добија облик

$$\int_{L_0} \sigma_{ij} \dot{u}_i m_j dL_0 = \frac{d}{dt} \int_A (W + T) dA - \int_L [(W + T) v \delta_{1j} + \sigma_{ij} \dot{u}_i] m_j dL \quad (2.28)$$

где је v брзина врха прслине. Члан са леве стране једнакости представља енергију предату узорку, први члан са десне стране је промена унутрашње енергије. Други члан са десне стране једнакости је губитак енергије кроз граничну линију L

$$F(L) = \int_L [(W + T) v \delta_{1j} + \sigma_{ij} \dot{u}_i] n_j dL \quad (2.29)$$

где је стављено да је $n_j = -m_j$. Други члан представља рад материјала изван линије L на материјал унутар линије. Када би линија L била материјална линија то би био једини допринос промени протока енергије. Како се и она креће то је и први члан допринос услед промене материјала који она обухвата. Како линија L постаје занемарљиво мала, то и проток енергије $F(G)$ треба да постане независан од облика линије L . Проток енергије око врха прслине је

$$F = \lim_{L \rightarrow 0} \int_L [(W + T) v \delta_{1j} + \sigma_{ij} \dot{u}_i] n_j dL \quad (2.30)$$

Брзина материјала унутар границе

$$\dot{u}_i = -v \frac{\partial u_i}{\partial x_1} + \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (2.31)$$

при стационарним условима је $\frac{\partial u_i}{\partial t} = 0$. Сменом у једначину (2.31) добија се

$$\dot{u}_i = -v \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \quad (2.32)$$

Брзина ослобађања енергије, односно ослобођена енергија тела подељена са брзином врха прслине v

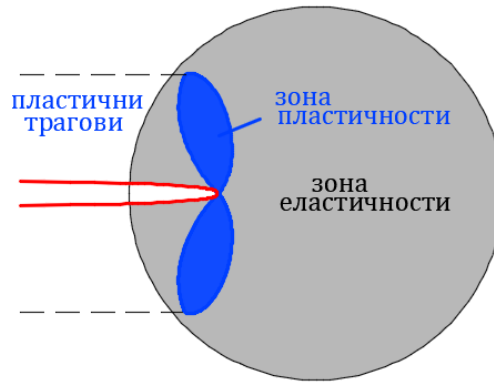
$$\frac{F}{v} = \lim_{L \rightarrow 0} \int_L [(W + T) \delta_{1j} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1}] n_j dL \quad (2.33)$$

Једначина (2.33) је J интеграл (Rice 1968 [37]) и не зависи од пута, односно линије интеграције, на шта је указао Eshelby 1956 [39]

$$J = \lim_{L \rightarrow 0} \int_L [(W + T) dy - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} dL] \quad (2.34)$$

Да је J интеграл независан од пута је потврдио Kobayashi et al. 1973[40] користећи методу коначних елемената. Једначина (2.34) се примењује за разне врсте материјала: еластично – пластичне (Begley и Landers 1972 [41], Hutchinson и Paris 1979 [42]) потпуно пластичне (Wang 2006 [43], Kuang и Chen [44]) вискоеластичне (Schapery 1984 [45]), вископластичне. За еластичне материјале (линеарне и нелинеарне) W је густина еластичне деформације, која показује еластични потенцијал материјала $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \epsilon_{ij}$.

Енергија ослобођена на врху прслине пролази кроз границу у случају еластичних материјала. Код еластично-пластичних се велики део енергије троши на пластично деформисање. Зато се граница L не може смањити на нулу, већ мора да постоји мали, али коначан полупречник. J интеграл је независан од пута све док је граница у еластичној сингуларној зони, а не у зони пластичних деформација, слика 2.21.



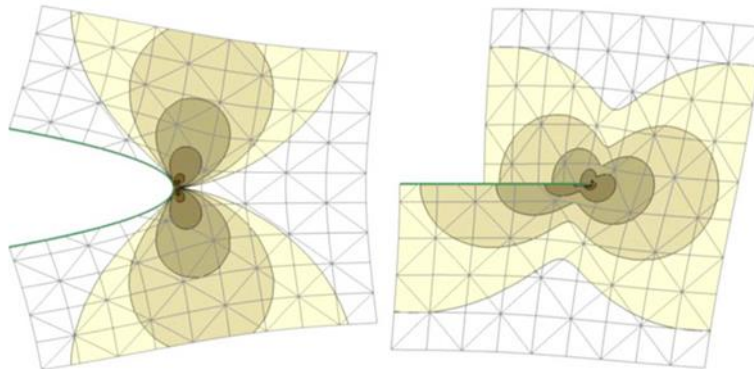
Слика 2.21 Област дефинисаности J интеграла

Може се показати да J интеграл представља промену потенцијалне енергије Π материјала за померање врха прслине за da Rice 1968 [37], Budianski и Rice 1973 [46]

$$J = -\frac{d\Pi}{da} = G = \frac{K_I^2}{E'} \tag{2.35}$$

што је једнако дефиницији брзине ослобођене енергије лома за линеарно-еластичне материјале. Веза између фактора интензитета напона и J интеграла за истовремено деловање оба модела оптерећења је дата једначином

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} \tag{2.36}$$



Слика 2.22 Поља напона око прслине за мод I и мод II. Извор Laborde et al. 2005 [47]

Веза између J параметра и параметра отварања врха прслине δ

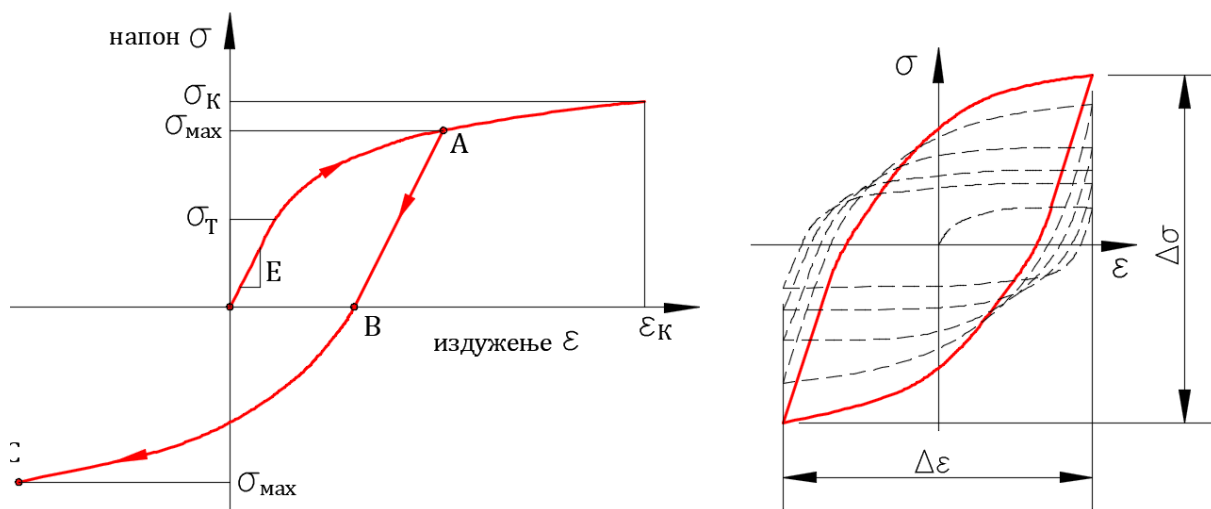
$$J = m\sigma_T\delta \quad (2.37)$$

где је m бездимензионална константа која зависи од напона и врсте материјала.

2.3.5 ХРР поље око врха прслине

Hutchinson 1968 [48], Rice и Rosengren [49] (ХРР) су доказали да J интеграл описује стање око врха прслине код нелинеарних-еластичних материјала. Кренули су од везе која се може успоставити између напона и пластичних деформација.

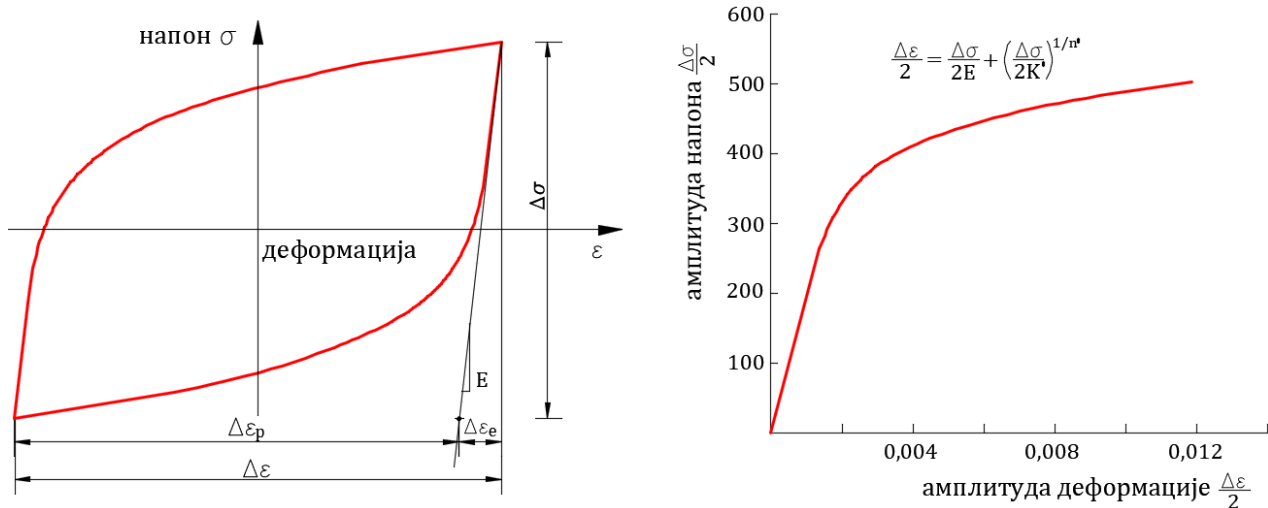
Као што постоји веза између напона и издужења/сабијања код статичког испитивања такву везу је могуће успоставити између променљивог напона и променљивог издужења. У току првог циклуса који је симетрично наизменичан напон расте од нулте вредности до максималне вредности која је на следећој слици означена тачком А:



Слика 2.23 Промена деформације током цикличке промене напона

У тачки А се ослобађа део напрезања тако да по правој АВ напон опада до нуле по линији чији је нагиб исти као и нагиб праволинијског дела криве који одговара модулу еластичности E . Од тачке В се наставља циклус тако што је напон негативан, односно епрувета је напрегнута на сабијање до напона који одговара максималној вредности, а затим се циклус завршава враћањем напона на нулу. На овај начин је добијен дијаграм који одговара једном циклусу, слика 2.23.

Следећи циклус мало одступа од претходног и то осциловање дијаграма – хистерезе се стабилизује после око 1000 циклуса, односно при 10% броја циклуса који доводи до лома. На овај начин добијена је једна промена деформације $\Delta\varepsilon$ којој одговара промена напона $\Delta\sigma$. Следећим мерењем се добија нов пар $(\Delta\varepsilon, \Delta\sigma)$. На основу овако добијених тачака нацртан је следећи дијаграм, слика 2.24

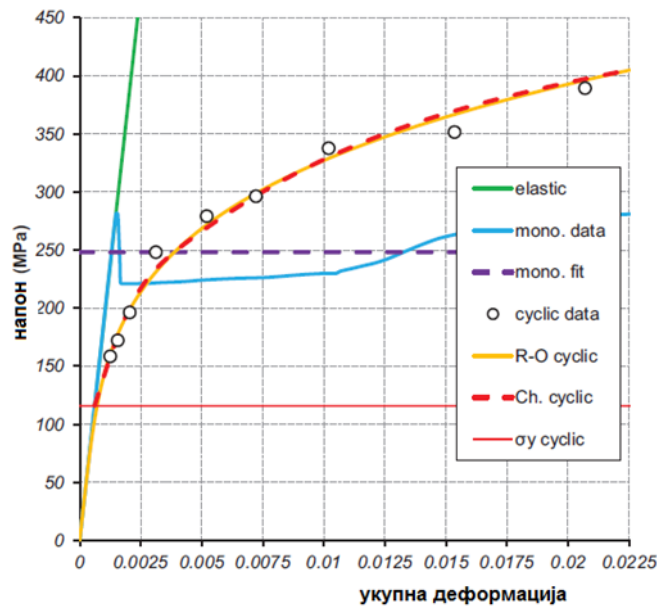


Слика 2.24 Веза напон-деформација код нелинеарних материјала изложених цикличном једносмерном оптерећењу

Експериментално одређивање дијаграма напон – издужење/сабијање показује одређен степен расипања података. За повлачење једне криве која најбоље репрезентује експерименталне податке се користи оптимална Ramberg-Osgood 1943 [50] једначина. Она је формирна да опише нелинеарну везу напона s и деформације e око тачке течења. Након што је Masing 1926 [51] закључио да се стабилизација хистерезе може постићи дуплирањем напона-деформација, једначина Ramberg-Osgood добија облик

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.38)$$

али је применљива само за материјале код којих важи симетрија између истезања и сабијања. K' је циклични коефицијент чврстоће, n' је циклични коефицијент тврдоће. На слици 2.25 су приказани резултати експерименталног одређивања везе (s, e) за монотону и цикличну промену силе за челик S235 и повлачење оптималних кривих помоћу Ramberg-Osgood и Chaboche методе, Gorash и MacKenzie 2017 [52]. Добијене су следеће вредности $E=189\,606\text{ N/mm}^2$, $K'=1015,61\text{ N/mm}^2$, $n'=0,2362$

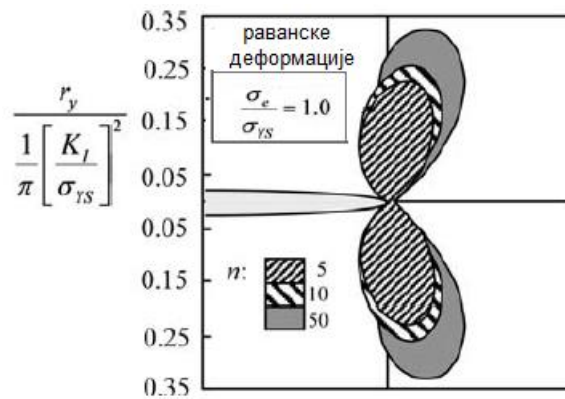


Слика 2.25 Дијаграм напон – издужење за челик S235 (A36 америчка ознака). Извор Gorash и MacKenzie 2017 [52]

Циклични напон може имати утицај на понашање материјала, зависно од његовог почетног стања. Узима се да ако је $(\sigma_M/\sigma_T) > 1,4$ долази до очвршћавања материјала, а ако је $(\sigma_M/\sigma_T) < 1,2$ доћиће до омекшавања материјала. Hill 1944 [53] је извршио модификацију Ramberg-Osgood једначине

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_T} = \frac{\sigma}{\sigma_T} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^n \tag{2.39}$$

где је σ_T напон течења, $\varepsilon_T = \sigma_T/E$ деформација при граници течења, α је коефицијент, n је експонент тврдоће. Величине E, α, n су карактеристике материјала.

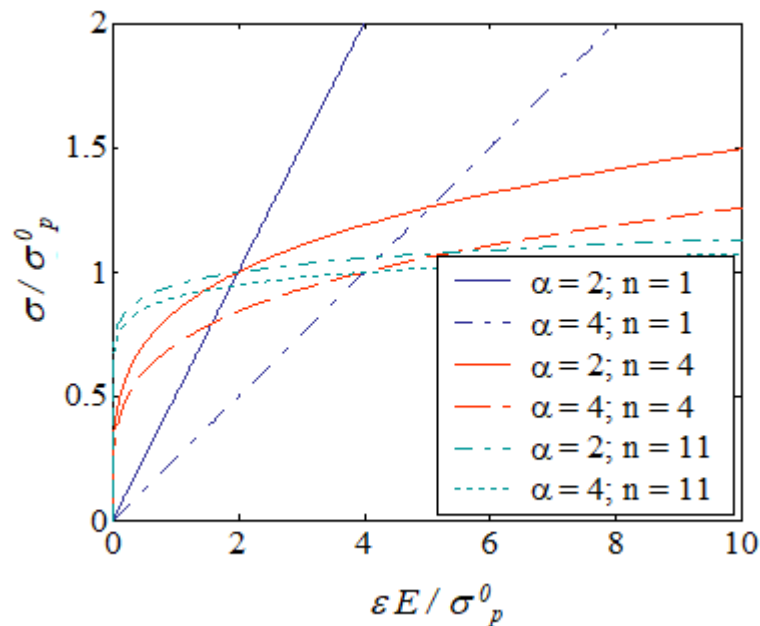


Слика 2.26 Утицај фактора тврдоће n на величину пластичне зоне код оптерећења мода I. Извор Anderson 2005 [17]

Други облик Ramberg-Osgood једначине при малим еластичним деформацијама

$$\frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_T} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^n \tag{2.40}$$

Материјали који очвршћавају услед цикличног напона имају мању пластичну зону јер су способни да издрже веће напоне и потребна је мања расподела напона.



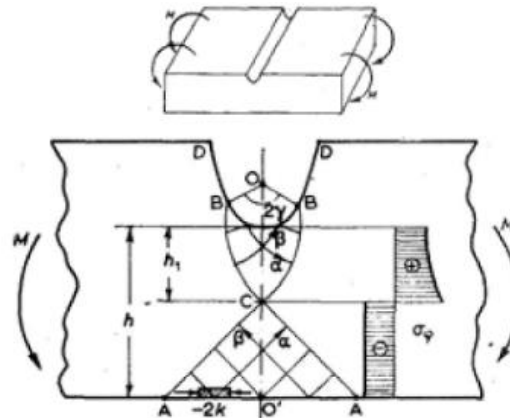
Слика 2.27 Утицај фактора тврдоће n на дијаграм напон-деформација <http://www.ltas-cm3.ulg.ac.be/FractureMechanics/>

Једначина (2.39) је најчешће коришћен облик везе напон-деформација. Око врха прслине се могу занемарити еластичне деформације. ХРР су претпоставили да се напон помножен деформацијом мења сразмерно $1/r$, тиме се из једначине (2.39) добијају асимптотске вредности напона и издужења у близини врха прслине Anderson 2005 [17]

$$\varepsilon(r) = \frac{k_1}{r^{n+1}}, \quad \sigma(r) = \frac{k_2}{r^{n+1}} \quad (2.41)$$

$$\varepsilon_{ij} = k_3 \left(\frac{J}{r}\right)^{\frac{n}{n+1}}, \quad \sigma_{ij} = k_4 \left(\frac{J}{r}\right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (2.42)$$

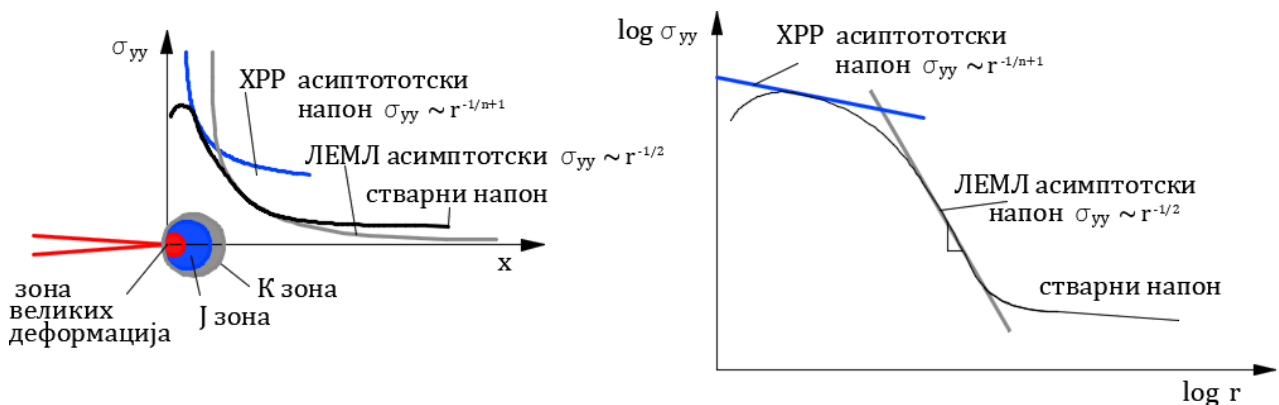
За линеарно-еластичне материјале је $n = 1$. Из једначине (2.42) се закључује да се сингуларитет јавља за $1/\sqrt{r}$ што одговара ЛЕМЛ. Када $n \rightarrow \infty$ (савршено пластичан материјал) ХРР сингуларитет ишчезава и стање напона око врха се може описати пољем Prandtl линија клизања, као код широких уреза, слика 2.28



Слика 2.28 Prandtl линије клизања. Извор Мао Hong Yu 2006 [54]

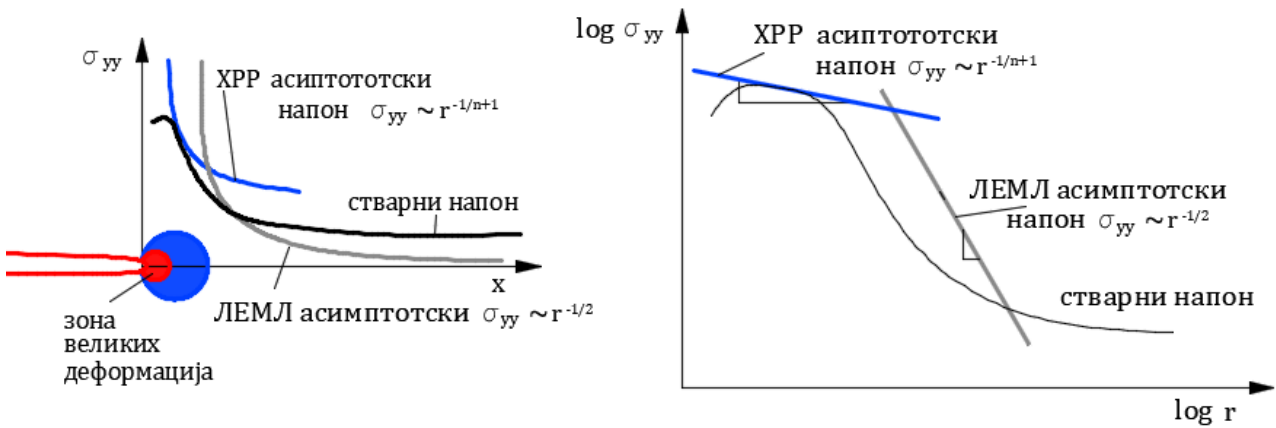
J интеграл одређује амплитуду ХРП сингуларитета, као што K дефинише амплитуду сингуларитета напона код линеарно-еластичних материјала. Ако је он познат, онда је познато и стање у зони пластичног деформисања око врха прслине.

Око врха прслине код течења малих размера се могу уочити две зоне: један је регион еластичних деформација (зона K доминације) где се напон мења сразмерно $1/\sqrt{r}$, а друга је зона пластичних деформација (зона доминације J интеграла) у којој се напон мења сразмерно $r^{-\frac{1}{n+1}}$, слика 2.29. У једном делу зоне процеса лома, означеној на слици са ЗП примењује се J интеграл изражен помоћу ХРП асимптотског решења, док се при самом врху јавља сингуларитет (McMeeking and Parks 1979 [55])



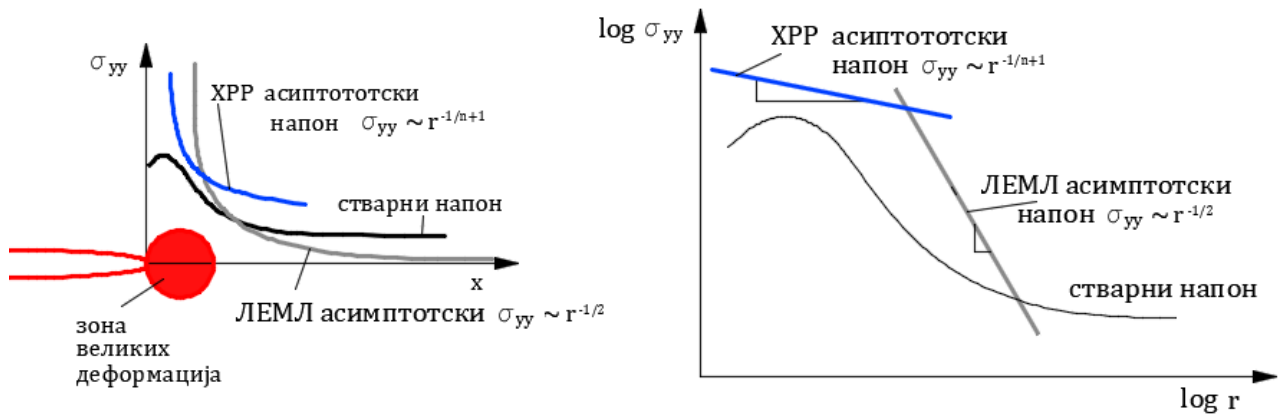
Слика 2.29 Течење малих размера са K и J сингуларним зонама и приказом промене напона

Са порастом еластично – пластичних деформација, али тако да су деформације још увек мале, нестаје зона K доминације око врха прслине. Постоји зона доминације J интеграла у којој важе ХРП једначине (2.41) или (2.42). Асимптотско решење ЛЕМЛ више није применљиво па ни критеријум лома на замор $K \geq K_C$. Као критеријум лома може се користити критична вредност $J \geq J_C$. Испитивање се обавља према ASTM E1820-20AE1 Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness [56] или (ISO 12135, ISO 15653)



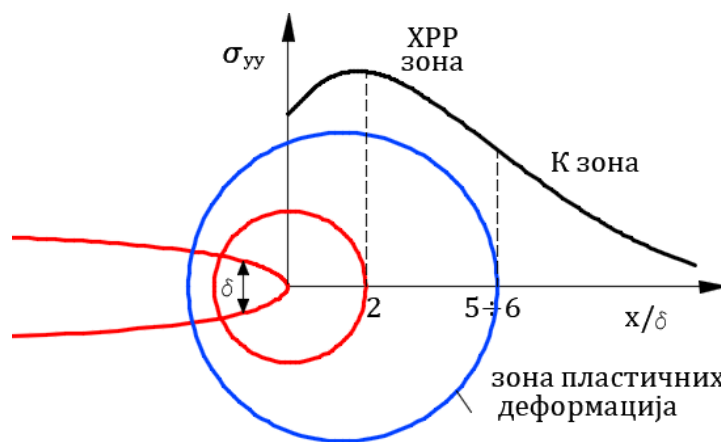
Слика 2.30 Зона доминације само J интеграла

Код напона довољно великих да изазову веће пластичне деформације, стање око врха се не може описати једнопараметарским критеријумима К, J, ПОВП. Жилавост замора је тада још и под утицајем геометрије и величине узорка, слика 2.31.



Слика 2.31 Зона изражених пластичних деформација

На слици 2.32 је приказана зона пластичних деформација са области у непосредној околини врха прслине полупречника од око 2δ где се не примењују ХРП правила. Та област је под утицајем већих деформација и затупљивања врха.



Слика 2.32 Зона непосредно око врха прслине са израженим деформацијама

2.3.6 Стабилност раста прслине

Укупна вредност J интеграла се може наћи као збир две вредности: J интеграла код линеарно-еластичног деформисања и J интеграла пластичног деформисања

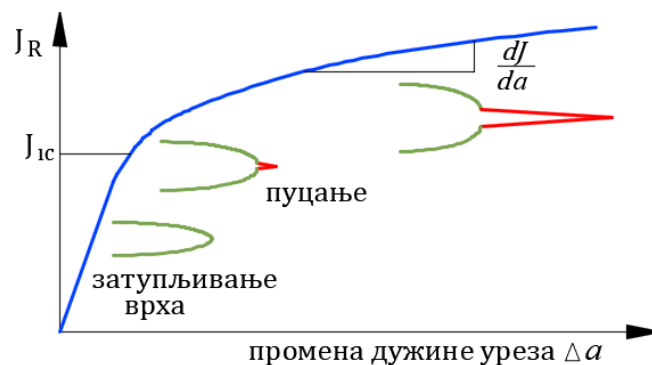
$$J = J_{el} + J_{pl} \quad (2.43)$$

где се J_{el} може одредити из једначине (2.35). J_{pl} се одређује из једначина (2.42) и (2.40) за потпуно развијено пластично деформисање

$$J_{pl} = \alpha \cdot \varepsilon_T \cdot \sigma_T \cdot h \cdot L \left(\frac{F}{F_0} \right)^{n+1} \quad (2.44)$$

где су: h бездимензионална функција геометрије и n , L је карактеристична дужина, F_0 је референтно оптерећење (Shih и Needleman 2006 [57]), F је дејствујуће оптерећење. Ова сложеност једначине је услед тога што J интеграл, као и остали параметри, нису једнопараметарски код значајних пластичних деформација. Ако J_{pl} чини више од 95% укупног J интеграла може се сматрати да је J_{pl} мера потпуно развијеног пластичног деформисања, Wang 2006 [43]. Код живавих материјала J расте са порастом прслине.

Раст уреза настаје када критеријум лома достигне отпор материјала ширењу прслине R (Irwin и Kies 1954 [58], Irwin 1960 [59]), а да ли ће раст бити стабилан или нестабилан, зависи од начина како се мењају са порастом прслине, слика 2.33.



Слика 2.33 Промена отпора раста прслине R живавог материјала са променом дужине уреза Δa

Отпор R зависи од врсте материјала. Идеално крти материјал имају константан отпор који се не мења са порастом прслине, односно отпор при појави пуцања J_{IC} и отпор при развоју прслине J_{RC} се мало разликују Zhu и Јоусе 2012 [60]. Жилави материјали обично показују раст отпора са порастом прслине, слика 2.33.

Као критеријум лома за еластичне материјале се може узети степен ослобођене енергије G . Услов настанка прслине је

$$G = R \quad (2.45)$$

где је отпор R живавост замора G_c . Да ли ће раст прслине након тога бити стабилан или нестабилан, зависи од степена промене ослобођене енергије G и отпора R са растом прслине a . Ако је

$$\frac{dG}{da} \leq \frac{dR}{da} \quad (2.46)$$

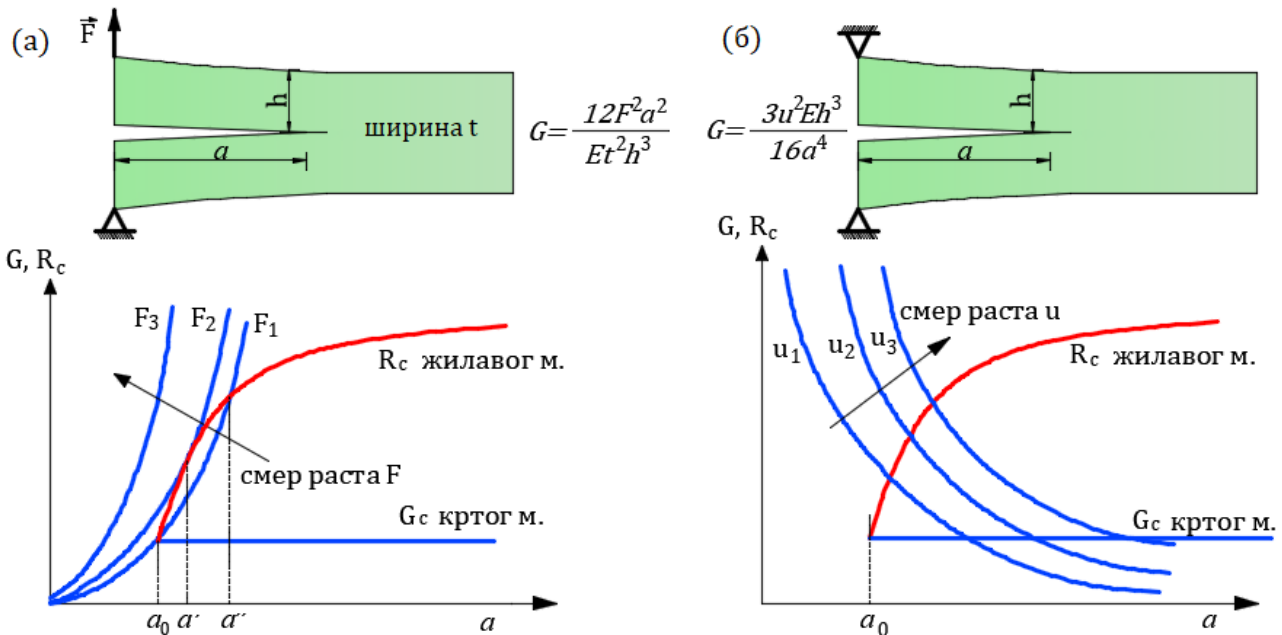
раст прслине је стабилан. Када је

$$\frac{dG}{da} \geq \frac{dR}{da} \tag{2.47}$$

раст прслине је нестабилан. Вредност критичног степена ослобођене енергије G_c зависи од дебљине елемента, слично као и K_c .

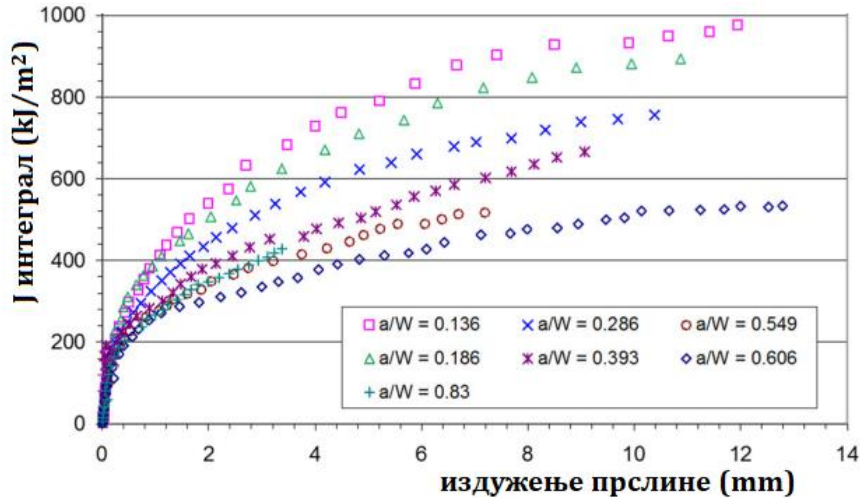
Када се експериментално одређује промена отпора R са порастом дужине прслине a , епрувета се обично испитује тако што се отварање прслине u одржава константним, слика 2.34(б). Отпор се може одредити и када се оптерећење F одржава константним, слика 2.34(а). Мада је степен ослобођене енергије G у оба случаја исти, њихова промена са a није иста. Одржавање сталним u је стабилније за раст прслине, јер са порастом a , степен ослобођене енергије G опада. Односно, за сваки материјал и отварање прслине u , степен ослобођене енергије G је мањи од G_c . Када се оптерећење F одржава константним догодиће се да при одређеном оптерећењу, на слици 2.34. је то F_2 се тангирају крива промене G и R при дужини прслине a' . Тада су испуњена оба услова (2.45) и (2.47), што значи да ће кренути нестабилан раст прслине. Вредност G која одговара тој тачки се назива критична вредност G_c за посматрани материјал. За крти материјал оптерећење F_2 је превелико и доводи до развоја прслине. За оптерећење F_3 је увек развој прслине нестабилан.

Облик криве G зависи од геометрије узорка (линеаран, парабола). Облик криве отпора је углавном у функцији материјала, али донекле се мења и са дебљином узорка, односно да ли напонско стање око врха прслине одговара раванском напрезању или раванској деформацији.



Слика 2.34 Промена отпора R и критеријума лома G са порастом дужине прслине a (а) са контролом силе F (б) са контролом отварања прслине u

График промене отпора R , одређен преко критеријума лома J , се користи за еластично – пластичне материјале



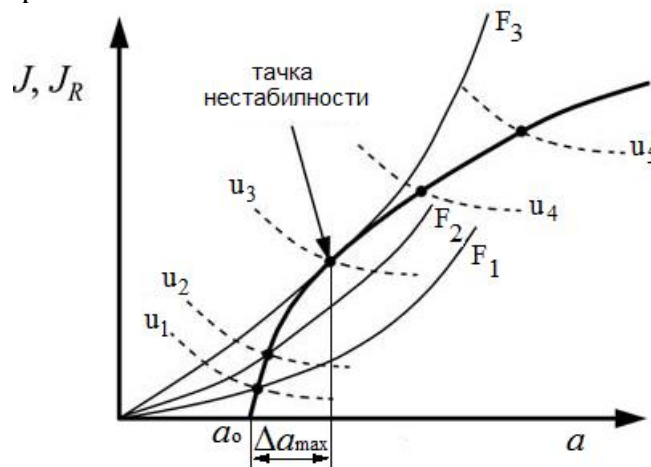
Слика 2.35 Експериментална J-R крива за челик HY80 (15NiCrMo 10-6-3). Извор Zhu и Јоусе 2007 [61]

На почетку ширења уреза отпор је стрма линија, слика 2.33, 2.35. Условљена је затупљивањем врха уреза тако да и промена дужине уреза није велика. Ова област је област стационарног раста. Са порастом силе која изазива раст прслине доћиће до пуцања врха уреза и његовог даљег продужавања са порастом силе раста. Вредност J при којој се то догађа назива се жилавост замора при иницирању J_{IC} . Када је тешко одредити са графика колико је J_{IC} , узима се вредност која одговара пресеку праве паралелне почетном нагибу повучене из 0,2% промењене дужине прслине и криве отпора R . На слици 2.31 је одређена вредност J_{IC} као тачка у којој крива интеграла J тангира криву отпора R (није карактеристика материјала јер зависи од геометрије)

На почетку отварања прслине пораст отпора R доводи до стабилног отварања прслине што није довољно и за каснији стабилан раст. Облик криве R указује на стабилност раста прслине. Стрмије криве имају мању вероватноћу нестабилног ширења. Нагиб криве је дат модулом пуцања Paris et al. 1979 [61]

$$T_R = \frac{E}{\sigma_T^2} \frac{dJ_R}{da} \tag{2.48}$$

где је J_R вредност отпора R .



Слика 2.36 Промена силе раста прслине J и отпора R при одржавању сталне силе и одређеног отварања прслине. Извор Anderson 2005 [17]

Може се дефинисати и степен промене интеграла J , условљеног порастом спољашњег оптерећења, преко примењеног модула пуцања

$$T_{PR} = \frac{E}{\sigma_T^2} \left(\frac{dJ}{da} \right)_u \quad (2.49)$$

Услов ширења прслине је

$$T_R = T_{PR} \quad (2.50)$$

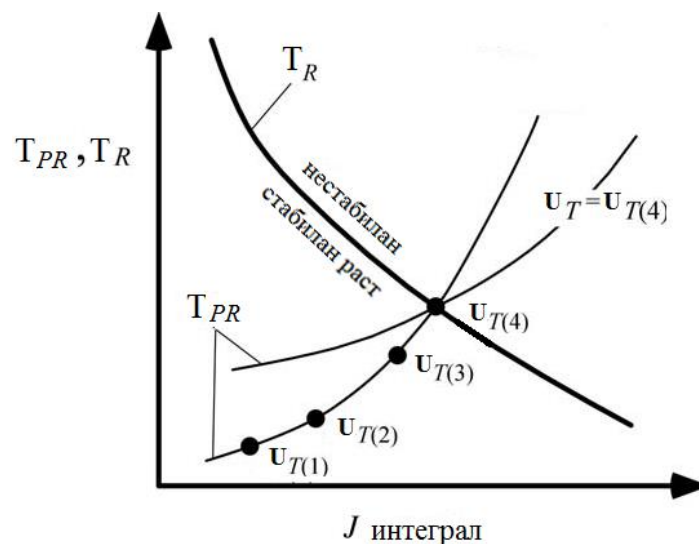
да би раст прслине био стабилан мора се задовољити услов

$$T_{PR} \leq T_R \quad (2.51)$$

раст прслине је нестабилан ако је

$$T_{PR} \geq T_R \quad (2.52)$$

Тачка нестабилности се може одредити и као пресек кривих T_R и T_{PR} . Крива T_{PR} се може одредити на више начина, али је тачка пресека кривих T_R и T_{PR} иста.



Слика 2.37 Тачка нестабилности на T - R дијаграму. Извор Anderson 2005 [17]

2.4 Раст заморне прслине

Мада се машински елементи и структуре пројектују тако да је номинални напон у области еластичних деформација, локална концентрација напона доводи до настанка пластичних деформација у њеној околини. Изложеност цикличним променама оптерећења доводи до лома услед замора. Испитивање животног века дела се може извести на два основна начина.

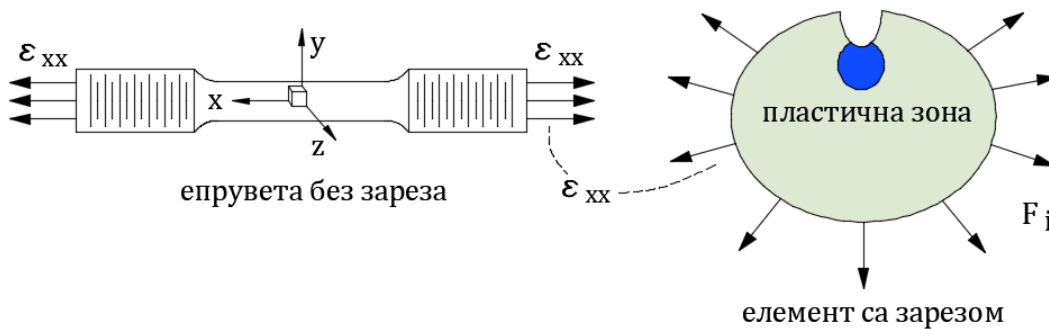
Први начин мери напон или деформацију која доводи до лома и бележи број промена (циклуса) оптерећења који су довели до лома. Теорија која се базира на деформација – заморни век као улазне параметре има историју промене напона, геометријске карактеристике и карактеристике материјала (при континуираном или променљивом оптерећењу). Осим деформација у еластичној области, применљива је и за област са пластичним деформацијама. Може да се примени и на променљива оптерећења, да се узме у рачун и вредност средњег напона. Због свега тога представља добар начин за пројектовање предмета у раној фази израде.

Други начин се базира на теорији механике лома. Уочено је да постоје делови код којих је услед деловања великог оптерећења или постојања мале критичне вредности прслине присутан брз развој прслине. За разлику од неких других делова код којих је време ширења прслине значајан део укупног животног века. Због тога је корисно увести брзину развоја прслине док не достигне критичну вредност.

2.4.1 Предвиђање заморног века елемента базирано на теорији деформација – заморни век

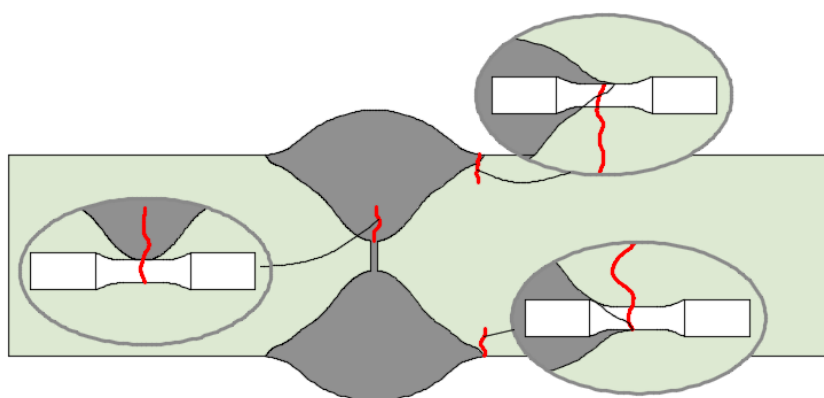
Основна претпоставка анализе на замор назване деформација-заморни век $\epsilon - N$, је да су акумулиране деформације услед замора и заморни век потребан за пуцање прслине исти код зарезаног узорка и код узорка без зареза, ако је исто напонско-деформационо стање на посматраном месту. Овај метод посматра одговор материјала на циклично оптерећење.

Принцип сличности указује да ако је запис деформација исти и код глатке епрувете и код елемента са урезом, тада је одговор на замор такође исти и може се исказати дијаграмом $\epsilon - N$ посматраног материјала, слика 2.38.



Слика 2.38 Основна поставка $\epsilon - N$ модела

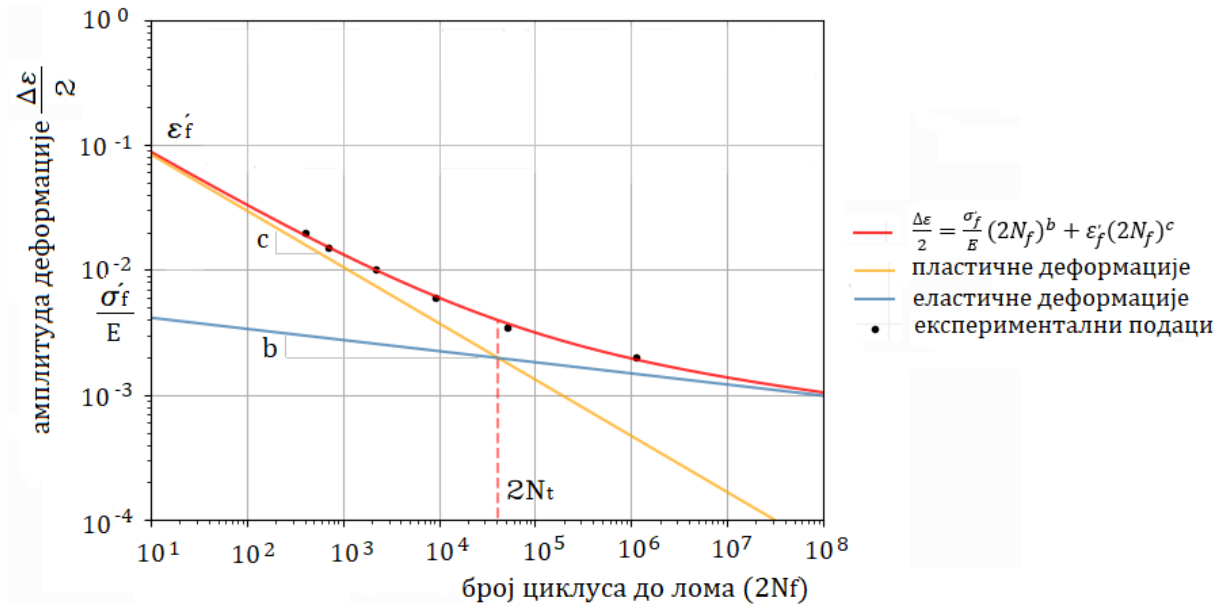
Слика 2.39 приказује принцип сличности примењен на завар



Слика 2.39 Принцип сличности за $\epsilon - N$ модел код завар

Тест контроле деформација се обично изводи при аксијалном оптерећењу. Задата величина је промена деформација ϵ_e . Промена је симетрично наизменична са константном амплитудом деформације. Записује се промена напона σ која је била потребна за задату деформацију као и број промена деформација које су довеле до лома

или до мале, видљиве прслине или до постизања одређене вредности напона. Подаци се уносе у дијаграм ε - N . Један циклус је означен са $2N$. Испитивање се најчешће изводи за напонски однос $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = 0,1$. Укупна деформација се приказује као збир еластичне и пластичне што се и графички представља:



Слика 2.40 ε - N дијаграм

<https://reliability.readthedocs.io/en/latest/Stress-strain%20and%20strain-life.html>

Еластичне деформације су изразили Coffin – Manson (Coffin 1954 [63], Manson 1953 [64]):

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma_f}{E} (2N_f)^b$$

где је:

- σ_a амплитуда напона
- σ_f (Pa) се наноси на ординату и назива се коефицијент чврстоће замора
- N_f је број циклуса до лома
- b је нагиб праве која представља еластичне деформације, назива се експонент чврстоће замора (0,05 ÷ -0,12)

Пластичне деформације је Basquin 1910 [65] изразио: $\varepsilon_p = \varepsilon'_f (2N_f)^c$

где је:

- ε'_f се наноси на ординату и назива се коефицијент жилавог замора
- N_f број промена до лома
- c је нагиб праве (у логаритамском запису) која представља пластичне деформације и назива се експонент жилавог замора (-0,5 ÷ -0,7).

ε - N дијаграм представља збир еластичних и пластичних деформација:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \tag{2.53}$$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \tag{2.54}$$

2M представља број циклуса при коме су еластичне и пластичне деформације исте. 2M раздваја дијаграм на два дела: режим са малим бројем циклуса и режим са великим бројем циклуса.

Код режима са великим бројем циклуса чврстоћа замора (σ'_f/E) контролише карактеристике замора. Тест на деформацију ($\epsilon-N$) и тест на напон ($\sigma-N$) дају тад исте резултате. Код режима са малим бројем промена пластичне деформације су доминантне и дуктилност замора (ϵ'_f) контролише карактеристике замора. Идеални материјал би имао и добру жилавост и чврстоћу. Међутим у пракси се мора правити компромис између та два својства у зависности од очекиваног режима рада. Вредности параметара за неке метале су приказане у табели 2.2.

Табела 2.2 Вредности параметара за $\epsilon-N$ дијаграм. Извор Suresh 1998 [66]

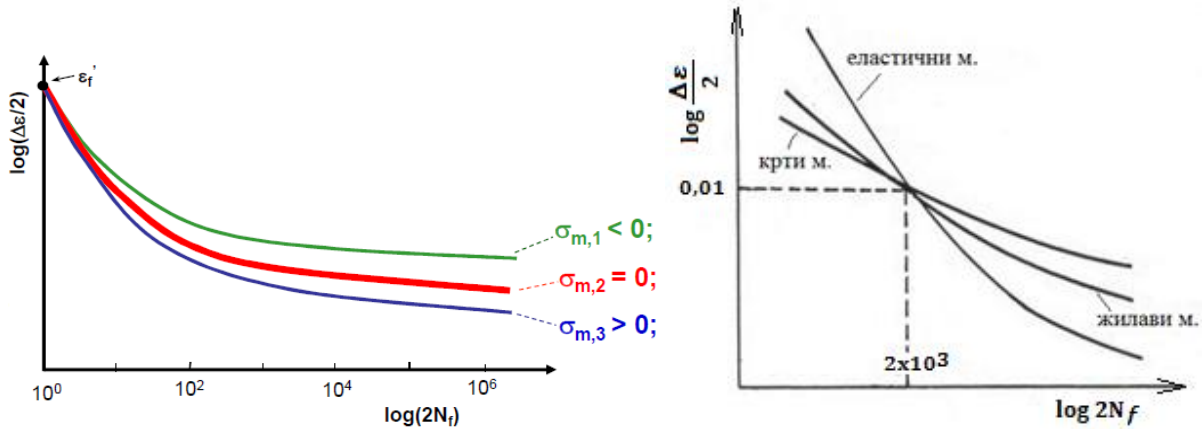
| Материјал | Термичка обрада | Напон течења s_T МПа | Коеф. чврстоће замора σ'_f МПа | Експонент. чврстоће замора b | Коеф. жилавости замора ϵ'_f | Експонент. жилавости замора c |
|-------------------|-----------------|------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| Челик | | | | | | |
| 1015 | нормализација | 228 | 827 | -0,110 | 0,95 | -0,640 |
| 4340 | темперовање | 1172 | 1655 | -0,076 | 0,73 | -0,62 |
| 1045 | К и Т* 270С | | 2140 | -0,065 | | -1,00 |
| 1045 | К и Т 1500С | 1720 | 2720 | -0,055 | 0,07 | -0,60 |
| 1045 | К и Т 2600С | 1275 | 2275 | -0,080 | 0,25 | -0,68 |
| 1045 | К и Т 3150С | 965 | 1790 | -0,070 | 0,35 | -0,69 |
| 4142 | К и Т 270С | 2070 | 2585 | -0,075 | | -1,00 |
| 4142 | К и Т 2000С | 1720 | 2650 | -0,076 | 0,07 | -0,76 |
| 4142 | К и Т 3150С | 1340 | 2170 | -0,081 | 0,09 | -0,66 |
| 4142 | К и Т 3700С | 1070 | 2000 | -0,080 | 0,40 | -0,73 |
| 4142 | К и Т 4500С | 900 | 1550 | -0,080 | 0,45 | -0,75 |
| Алуминијум | | | | | | |
| 1100 | жарено | 97 | 193 | -0,106 | 1,8 | -0,69 |
| 2014 | Т6 | 462 | 848 | -0,106 | 0,42 | -0,65 |
| 2024 | Т351 | 379 | 1103 | -0,124 | 0,22 | -0,59 |
| 5456 | Н311 | 234 | 724 | -0,110 | 0,46 | -0,67 |
| 7075 | Т6 | 469 | 1317 | -0,126 | 0,19 | -0,52 |
| Титанијум | | | | | | |
| Тi-6Al-4V | | 1185 | 2030 | -0,104 | 0,841 | -0,69 |
| Никл | | | | | | |
| Inconel X | жарено | 700 | 2255 | -0,117 | 1,16 | -0,75 |

К и Т*: каљено и темперовано

Предности $\epsilon-N$ методе су:

- овај тест даје бољу меру карактеристика лома од теста $\sigma-N$,
- за део изложен температурској промени услед сталног сужења и скупљања користи се тест контроле деформација,
- овај приступ даје бољу анализу пластичних деформација на локализованом месту и добар је за испитивање лома при малом броју циклуса као и за испитивање замора при већем броју циклуса,
- применљив је и за сложеније геометрије,
- могу се моделовати и заостали напони.

Промена вредности средњег напона σ_m утиче на добијање нових вредности деформација-заморни век, слика 2.41.



Слика 2.41 Утицај средњег напона на заморни век

Корекцију утицаја средњег напона на једначину (2.47) су између осталих предложили Morrow 1968 [67], Smith-Watson-Topper (SWT) 1970 [68]. Morrow једначина је

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \epsilon_f' (2N_f)^c \tag{2.55}$$

SWT једначина је

$$\sigma_{max} \frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{(\sigma_f')^2}{E} (2N_f)^{2b} + \epsilon_f' \sigma_f' (2N_f)^{b+c} \tag{2.56}$$

SWT решења дају боље резултате за напрезање на истезање док је Morrow метода погоднија за сабијање.

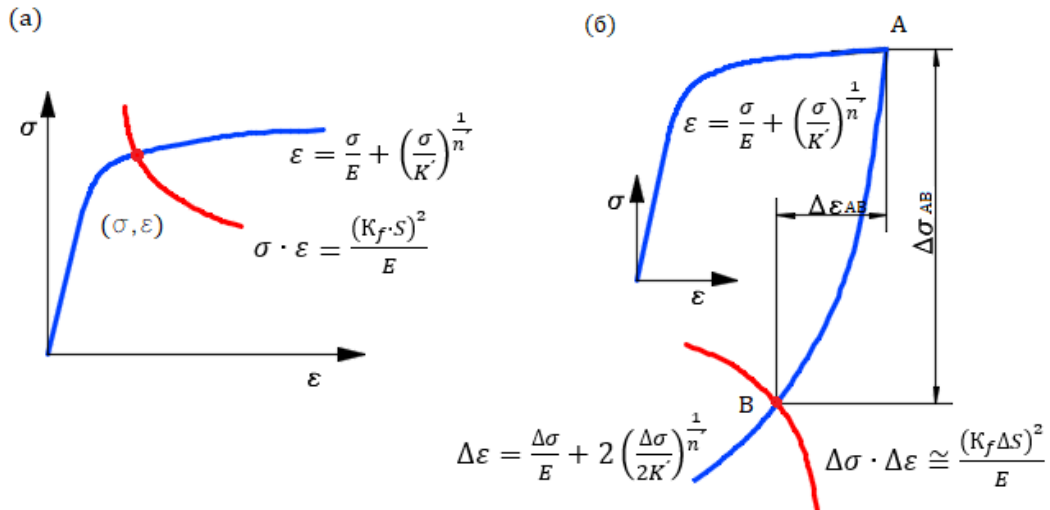
Резултати добијени за епрувету без зареза се могу користити за процену заморног века предмета са прорезом. Неке од метода које се за то користе су правило Neuber и Equivalent Strain Energy Density (ESED)

Правило Neuber има ограничену примену условљену геометријом, напоном само у једном смеру, замором изазваним малим бројем циклуса. Neuber 1946 [69] је своје правило применио на призматично тело са зарезом изложено монотоним оптерећењем на смицање. Он је пошао од претпоставке да у корену зареза фактор концентрације напона треба одредити као геометријску средину фактора концентрације напона и фактора концентрације деформисања за еластично подручје оптерећења. Касније су његово правило проширивали други истраживачи. Topper et al. 1968 [70] је Neuber метод применио на циклични напон

$$\Delta \sigma \cdot \Delta \epsilon \cong \frac{(K_f \Delta S)^2}{E} \tag{2.57}$$

где су: $\Delta \sigma$ и $\Delta \epsilon$ распон напона и деформација у врху прореза, K_f је фактор концентрације напона зареза, ΔS је номинални напон епрувете. Једначина (2.57) се назива Neuber хиперболом са две непознате s и e . Са познатом десном страном једначине може се одредити итерацијом лева страна уз помоћ познате везе $\sigma - \epsilon$ за дати материјал. Уколико не постоје експериментални подаци везе $\sigma - \epsilon$, може се користити једначина

(2.39) или једначина (2.54), односно (2.55) или (2.56). Систем од две једначина се може решавати још и нумерички или графички. На слици 2.42 је приказано графичко решење за монотono спољашње оптерећење и циклично оптерећење. Сматра се да добијени напон s одговара пуцању корена уреза. За урезе са малом концентрацијом напона се узима да је дужина прслине за коју се сматра да почиње пуцање 1,27 mm, а за веће концентрације напона 0,254 mm.



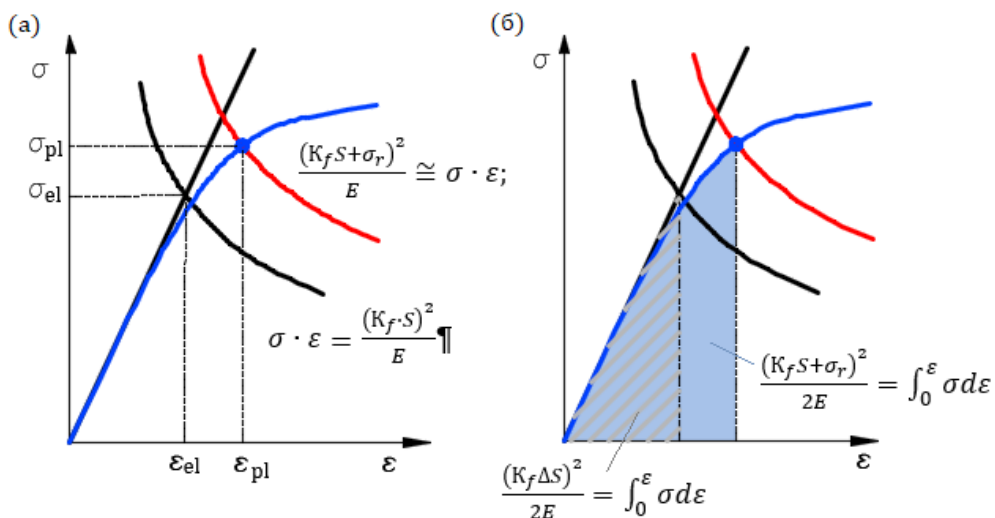
Слика 2.42 Графичко одређивање напона и деформације за зарез (а) монотono оптерећење (б) циклично оптерећење

Equivalent Strain Energy Density (ESED) метод су осмислили Molski и Glinka 1981 [71]. Они су уместо $\Delta\sigma \cdot \Delta\epsilon$ са леве стране једнакости (2.57) предложили густину еластичне деформације

$$\frac{(K_f \Delta S)^2}{2E} = \int_0^\epsilon \sigma d\epsilon \tag{2.58}$$

Ове методе могу да се примене и на узорке са заосталим напонима σ_r

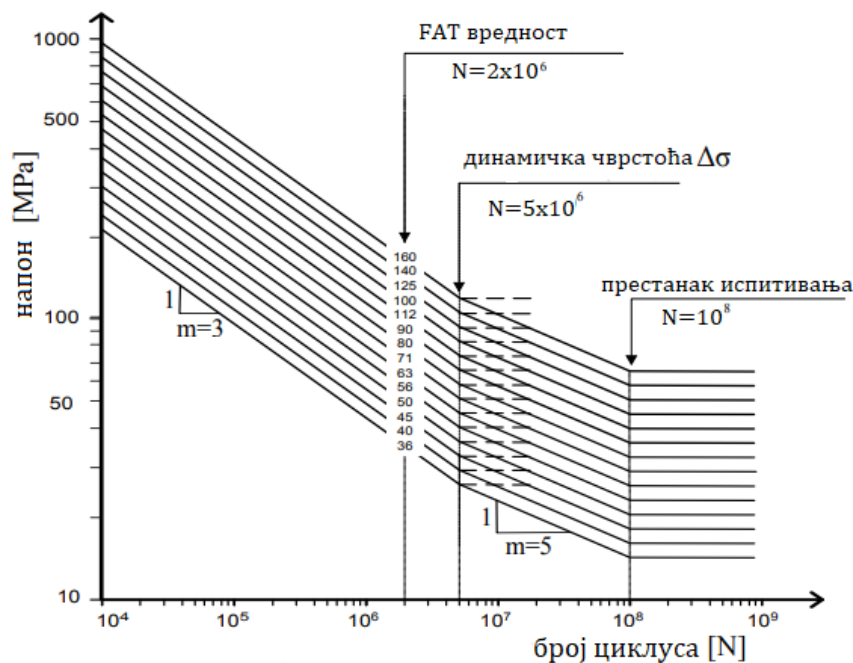
$$\frac{(K_f S + \sigma_r)^2}{E} \cong \sigma \cdot \epsilon; \quad \frac{(K_f S + \sigma_r)^2}{2E} = \int_0^\epsilon \sigma d\epsilon \tag{2.59}$$



Слика 2.43 (а)Графичко одређивање напона и деформације за зарез за делове са заосталим напонима (б) ESED графички приказ

2.4.1.1 Предвиђање заморног века предмета базираној на теорији напон – заморни век

Методом напон – заморни век се испитује глатка епрувета или епрувета са зарезом изложена цикличном оптерећењу (најчешће савијању) све до лома епрувете. Почетни напон се бира да буде нешто мањи од затезне чврстоће, нпр. око $0,9\sigma_M$. Поступак се понавља са истим напоном и бележи се број циклуса напона до лома. Затим следи испитивање са мањим напоном до лома. Сви подаци се уносе у дијаграм који се зове Wöhler дијаграм. Wöhler 1870 [72] је први развио апаратуру за циклично оптерећивање погонских осовина воза и податке унео у дијаграм. Своје закључке вишегодишњег истраживања је изнео у раду [72]. Обично је присутно расипање података тако да се линија одређује са вероватноћом поузданости од 97,7%.

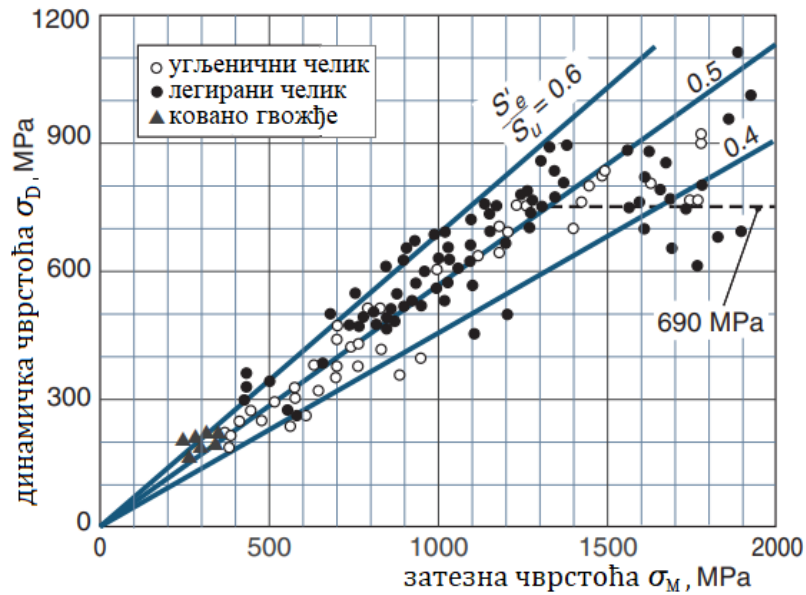


Слика 2.44 Wöhler дијаграм Eurocode 3 [73]

Basquin 1910 [65] је Wöhler дијаграм приказао у логаритамском координатном систему са једначином линије

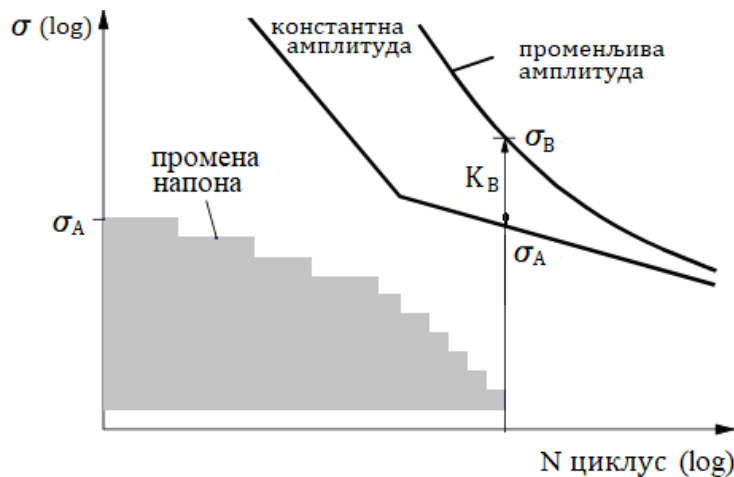
$$\log N = A - m \cdot \log \Delta \sigma \quad (2.60)$$

где је N број циклуса за испитивани напон, $\Delta \sigma$ је ранг напона, m је нагиб линије, A би био пресек са осом броја циклуса. m има просечну вредност 3 за заваре, 5 за неке челике, 7 за алуминиум. Вредност напона при коме долази до лома при $N = 2 \cdot 10^6$ промена је карактеристична вредност сваког $S - N$ дијаграма и има енглеску ознаку FAT. Код неких материјала је присутана вредност напона испод које не долази до лома и та вредност се зове динамичка чврстоћа $\Delta \sigma_D$. Код материјала који немају ту вредност напона се испитивање прекида на $N = 10^8$. Челици имају вредност динамичке чврстоће око 40%÷60% затезне чврстоће σ_M , слика 2.45.



Слика 2.45 Веза између затезне чврстоће и динамичке чврстоће за челик. Извор Budynas и Nisbett 2011 [74]

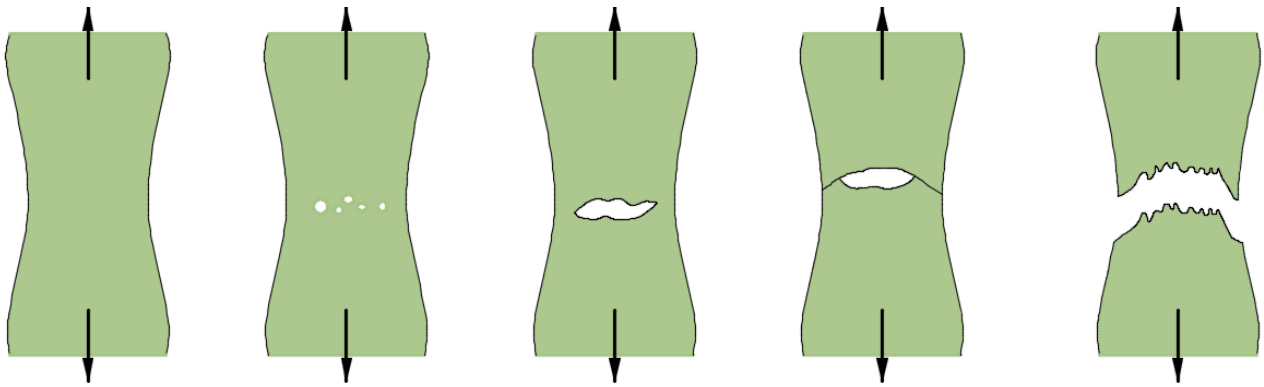
Животни век епрувете се разликује од животног века предмета. Из тих разлога се уводе фактори корекције који се односе на стање површине, величину предмета, фактор врсте оптерећења, фактор промене оптерећења. Метода напон – заморни век (енг. S – N) је мање прецизна метода за режим малог броја циклуса. Ипак је то метода која се најчешће изводи, поуздана је за различито пројектоване предмете и за режиме већег броја циклуса.



Слика 2.46 Фактор K_B промене амплитуде напона

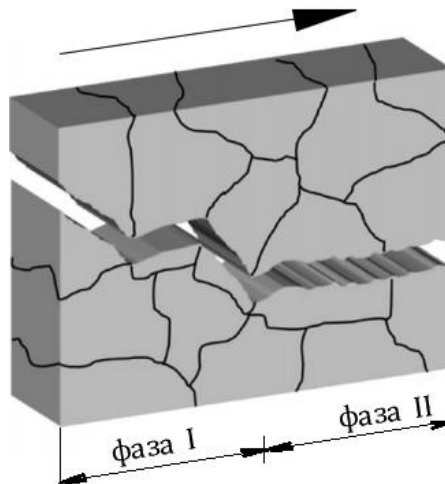
2.4.2 Предвиђање века прслине методама механике лома

Циклично понављање оптерећења доводи до концентрације напона на микроскопском нивоу, до акумулативног локализованог течења, а затим и до евентуалног стварања прслине и њеног ширења кроз микроструктуралне препреке, слика 2.47.



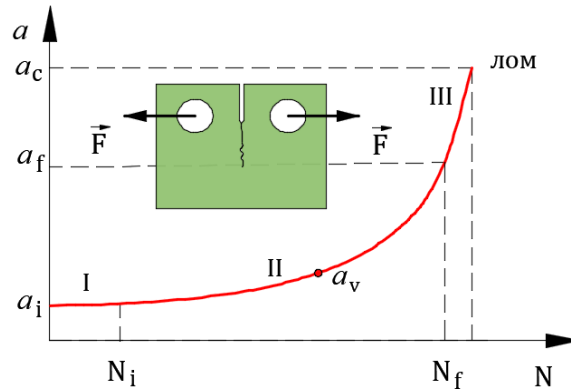
Слика 2.47 Приказ настанка и развоја прслине до лома за жилав материјал

Развој прслине код жилавих материјала се може поделити у две фазе. Фаза I која је зависна од микроструктуре и фаза II која није осетљива на микроструктуру. Дужина микропрслине фазе I се упоређује са величином зрна материјала. Износи нешто мање од $500 \mu m$, односно дужине је тек неколико зрна. Није уочљива код испитивања недеструктивним методама. Присутан је мод отварања K_I али и мод клизања K_{II} и/или K_{III} . Простире се у правцу највећег напона смицања који се разликује од зрна до зрна па је и путања изломљена. Период настанка микропрслине се посматра као период инкубације у односу на период II. Пожељно би било да траје што дуже. Фаза II није осетљива на микроструктуру и код ње је присутно наизменично отварање и затварање самог врха прслине у току развоја прслине, слика 2.48.



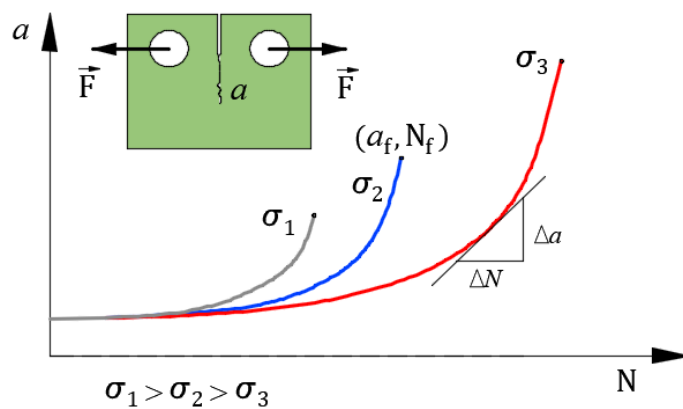
Слика 2.48 Развој прслине жилавог материјала по фазама. Извор Chowdhury и Sehitoglu 2016 [75]

Експерименти су показали да је пораст дужине прслине a експоненцијална функција броја циклуса напона. Пораст дужине је спор све до последње фазе века замора, када релативно мали број циклуса доводи до лома, слика 2.49.



Слика 2.49 Пораст дужине прслине у функцији броја циклуса

За узорке без видљиве концентрације напона потребан број циклуса до настанка прслине обележен је са N_i . У овој фази I, развој прслине је веома спор, реда величине око $0,1 \text{ nm/циклус}$. Након N_i циклуса, у фази II, развој прслине је нешто бржи, реда величине $0,05 \text{ }\mu\text{m/циклус}$. Након великог броја циклуса прслина достиже дужину a_v која се може уочити неком од неструктивних метода. Развој прслине је сада бржи и након N_f циклуса достиже дужину a_f која после неколико циклуса достиже критичну дужину a_c пуцања. На слици 2.50 су приказани резултати испитивања изведени на епруветама које се користе и за испитивање жилавости замора. Мери се пораст прслине за дато оптерећење на епрувети од истог материјала и са истим почетним зарезом. Уколико је епрувета изложена већим напонима, доћиће до лома при мањем броју циклуса N_f и при мањој дужини прслине a_f .



Слика 2.50 Графички приказ раста брзине прслине у функцији напона

На основу експеримента је могуће моделовати брзину ширења прслине. Paris и Erdogan 1960 [76], Paris et al. 1961 [77] су показали да је механика лома користан алат за описивање раста прслине услед замора. Механика лома предвиђа развој мале прслине до величине која је узрок лома. Предност ове методе је да је референтна мера дужина прслине, а она је видљива. Почетна дужина прслине је веома битна за век замора N_i .

Експеримент се изводи при константној амплитуди напона и за мала течења око врха прслине. Брзина раста прслине da/dN се дефинише као прираштај дужине прслине по циклусу оптерећења. Paris је приметрио да је за описивање брзине могуће применити теорију сличности једнопараметарских величина K, J .

Уколико је деформисање врха у оквиру еластичних деформација и развој прслине стационаран, тада ће два узорка пући при истој критичној вредности K . Брзина прслине се тада може изразити

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (2.61)$$

где је $\Delta K = K_{max} - K_{min}$, $R = \frac{K_{min}}{K_{max}}$.

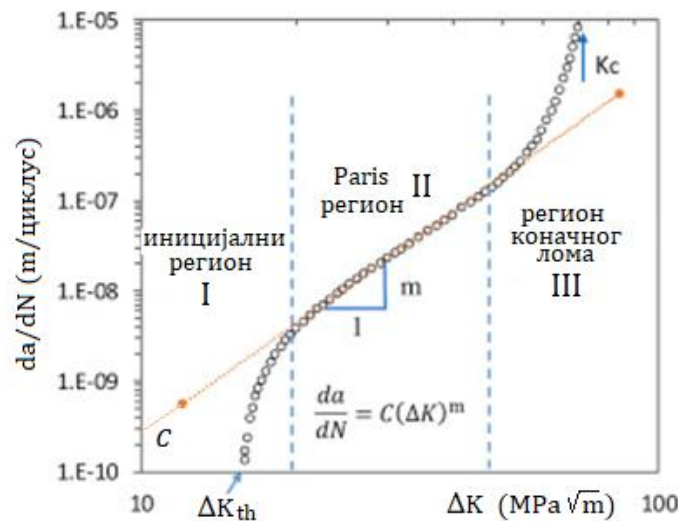
Ако K_{min} и K_{max} варирају, мора се познавати и њихова промена, што је у следећој једначини означено са H . Два узорка морају имати исту промену напона да би се задражао принцип сличности

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R, H) \quad (2.62)$$

За деформације у области мањих пластичних деформација уводи се параметар J .

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta J, R) \quad (2.63)$$

На основу слике 2.50 се може закључити да се први извод за посматрани материјал може приказати једном кривом за различите напоне. На слици 2.51 је приказан типичан график промене брзине развоја прслине у зависности од интензитета промене фактора интензитета напона ΔK за метал.



Слика 2.51 Брзина прслине у зависности од ΔK . Извор Igwemezie и Dirisu 2019 [78]

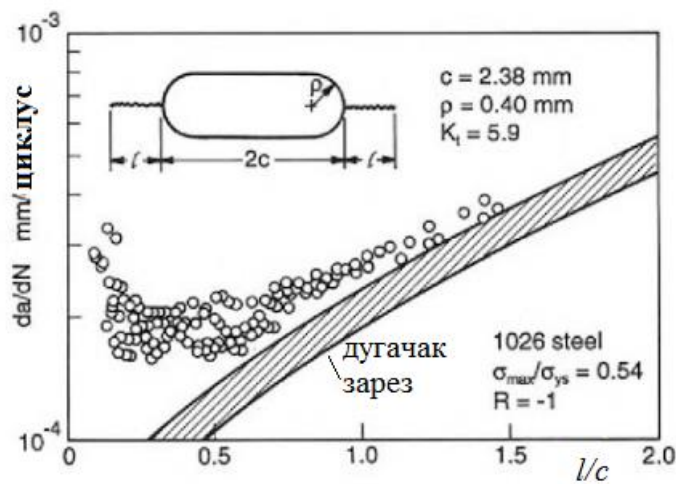
Уочљиве су три фазе развоја прслине, слика 2.51. За изразито мале прслине претпоставке о континууму и ЛЕМЛ могу бити неважеће. Зато се уводи минимална величина ΔK_{th} испод које се примењује микроструктурална механика лома. Сматра се да испод вредности прага ΔK_{th} метода описана једначином (2.61) не важи. Ова вредност је обично $3 \div 10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ за челике Christ 2001 [79] и око $2 \div 6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ за легуре алуминијума. Почетна дужина прслине a_0 је повезана са динамичком чврстоћом σ_D и ΔK_{th}

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_D} \right)^2 \quad (2.64)$$

Процењено је да је a_0 обично већа од 1 mm . Овакве прслине се називају дугачке. Кратке прслине су:

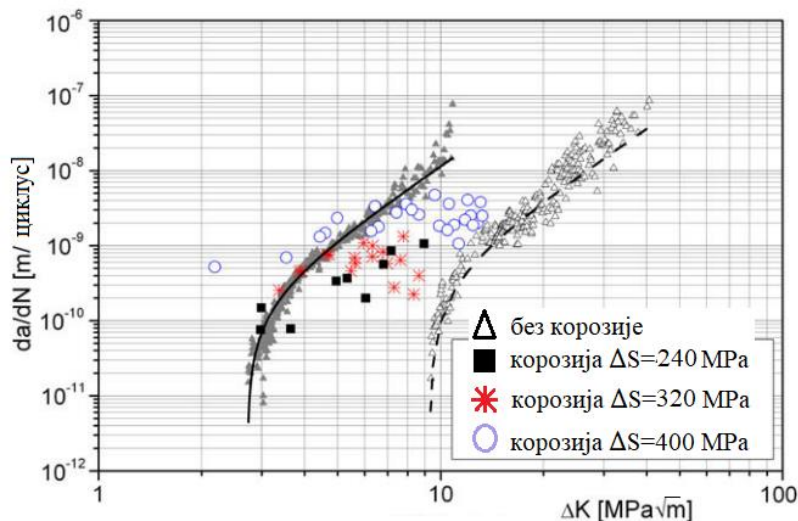
- микроструктурно мале када им је величина мерљива са микроструктуралном величиним као што је величина зрна,
- физички мале када је величина прслине од $0,1\text{ mm}$ до 1 mm ,
- механички мале када им је величина мала у односу на зону пластичности.

Брзина кратких прслина је већа у односу на упоредиве дуге прслине у поређењу са полупречником усека, слика 2.52. На пример, лопатице турбина су изложене замору физички малих прслина са напонима великих амплитуда, тако да је критична дужина при лому веома мала.



Слика 2.52 Брзина раста кратке прслине на урезу. Извор McClung и Sehitoglu 1992 [80]

Фаза I је одређена почетном дужином прслине, микроструктуром, вредношћу средњег напона, реакцијом са окружењем, слика 2.53. Брзина која се повезује са прагом ΔK_{th} је око 1 mm за 10^7 циклуса.



Слика 2.53 Утицај корозије на брзину раста прслине изложене киши и изложене ваздуху код шине. Извор Veretta et al. 2010 [81]

Фаза II је фаза стабилног раста прслине и представља линеарни део промене, слика 2.51. Paris је уочио да се може успоставити веза

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^n = C (\Delta \sigma)^n (\pi a)^{n/2} \alpha^n \quad (2.65)$$

где се C и n одређују експериментално за сваки материјал. У првим испитивањима Paris је одредио вредност $n=4$, док су каснија истраживања одредила да је вредност $n=2 \div 4$ за метале. Челик мартензитне структуре има параметре ($C = 1,35 \cdot 10^{-10}, n = 2,25$), за челике феритне структуре је ($C = 6,8 \cdot 10^{-12}, n = 3$), за нерђајуће челике аустенитне структуре је ($C = 6,8 \cdot 10^{-12}, n = 3$) Christ 2001 [79]

Број промена напона до продужења прслине од почетне дужине a_0 до крајње дужине a_f се одређује из једначине (2.65)

$$N_f = \frac{1}{C (\Delta \sigma)^n \pi^{n/2}} \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{\alpha^n a^{n/2}} \quad (2.66)$$

Уколико се α значајно мења са дужином прслине a , мора се користити нумеричка метода за одређивање N_f .

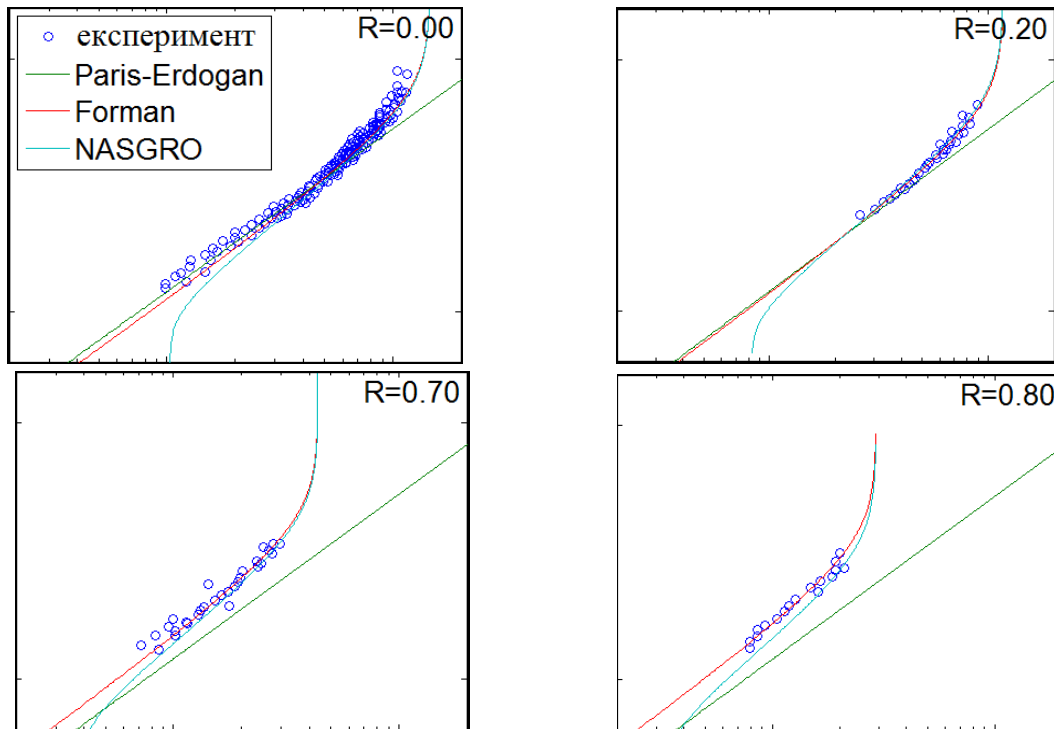
Вредност средњег напона за односе $R \neq 0$ помера криве, што је највише уочљиво у регионима I и III. Због тога су различити аутори радили на проналажењу везе која би и у тим регионима била што приближнија реалној ситуацији. Најчешће се још користе једначине NASGRO, Forman и Walker

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(1-R)^m \Delta K^n (\Delta K - \Delta K_{th})^p}{[(1-R)K_{IC} - \Delta K]^q} \quad (2.67)$$

| | |
|--------------------------------|-------------------------|
| $m = p = q = 0$ | Paris |
| $m = p = 0, q = 1$ | Forman et al. 1967 [82] |
| $p = q = 0, m = (\alpha - 1)n$ | Walker 1970 [83] |

Експерименти су показали да су у области III применљиве једначине. То је област нестабилног, брзог ширења, када долази до пластичног деформисања. Узима се да када K_{max} достигне критичну вредност заморне жилавости K_c , може се очекивати лом, слика 2.54. У области I су одступања Forman једначине већа па је боље користити NASGRO 2002 [84] једначину.

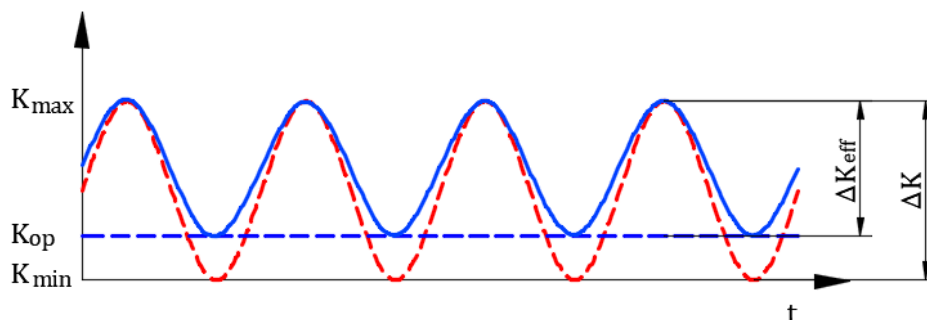
$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{1-f}{1-R} \Delta K \right)^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q} \quad (2.68)$$



Слика 2.54 Приказ једначина (2.67) и (2.68) са експериментом. Извор Pedersen и Nielsen 2014 [85]

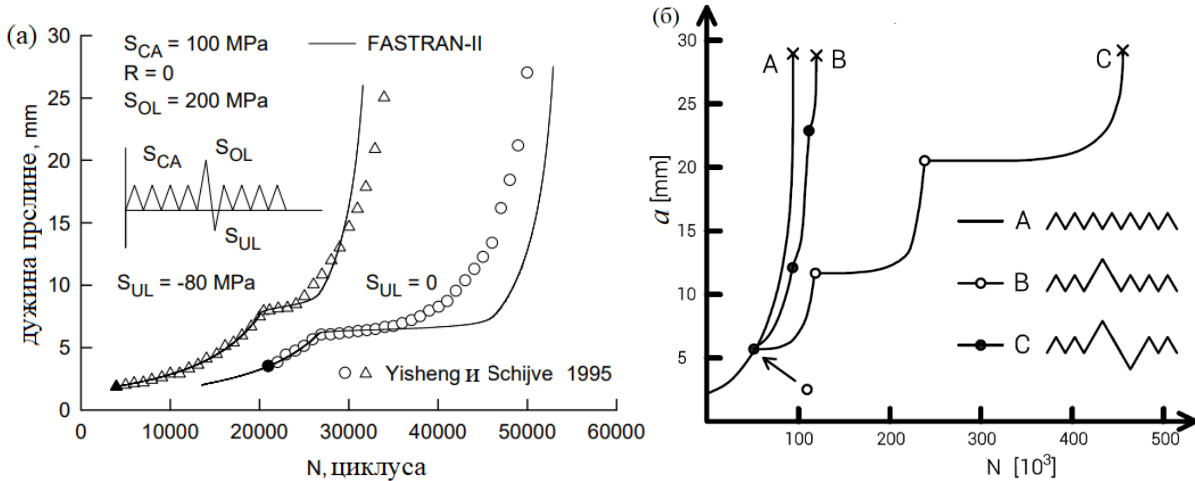
Једначина (2.65) зависи од величине напона. Код мањих напона је примећено да нема разлике са узорком без зареза. Elber 1970 [86] је објаснио да ефекат затварања врха прслине утиче на брзину њеног развоја. Оптерећење које је мање од F_{op} не утиче на отварање врха и не доприноси развоју прслине. Фактор интензитета напона који одговара таквом оптерећењу се обележава са K_{op} , слика 2.55. Зато се у једначину (2.65) уместо ΔK уводи $\Delta K_{eff} = (\sigma_{max} - \sigma_{op})\sqrt{\pi a}f(c/w)$, где је σ_{op} напон отварања прслине, $f(c/w)$ је гактор корекције

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{eff}^n = C (K_{max} - K_{op})^n \tag{2.69}$$



Слика 2.55 Разлика ΔK_{eff} која доприноси развоју прслине

Повремена преоптерећења код неких материјала могу изазвати убрзан раст прслине, слика 2.56. Yisheng и Schijve 1995 [87] су извели експеримент на алуминјумској плочи са урезом на средини плоче тако да се напон повремено мењао, односно амплитуда је расла и у позитивном и негативном смеру.

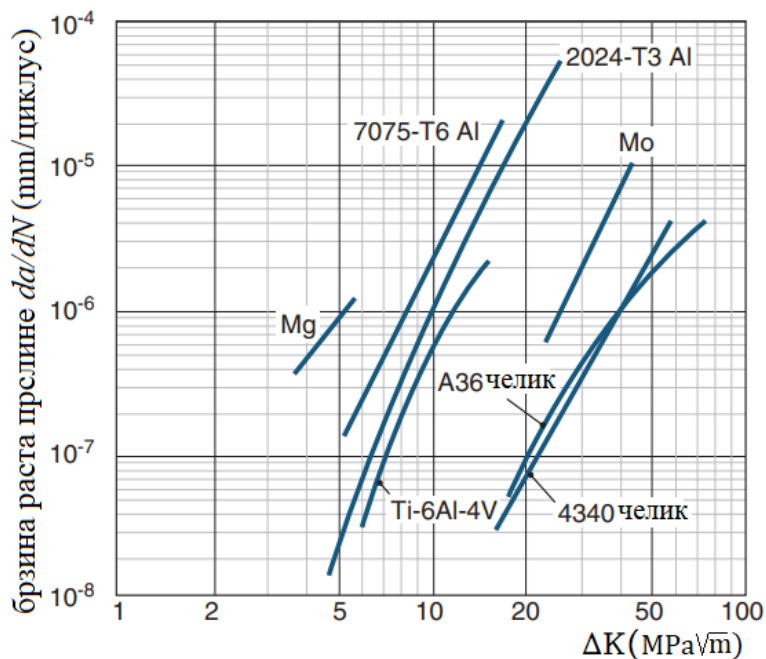


Слика 2.56 (а) измерене вредности дужине прслине у току циклуса преоптерећења и подоптерећења Yisheng [87] (б) утицај повременог преоптерећења на развој прслине Broek 1986 [88]

Очекивана дужина прслине у тренутку лома се може проценити на основу следеће формуле

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2 \tag{2.70}$$

Различити материјали имају и различите брзине развоја прслине, слика 2.57



Слика 2.57 Брзине развоја прслине за различите материјале. Извор Bowman 2004 [89]

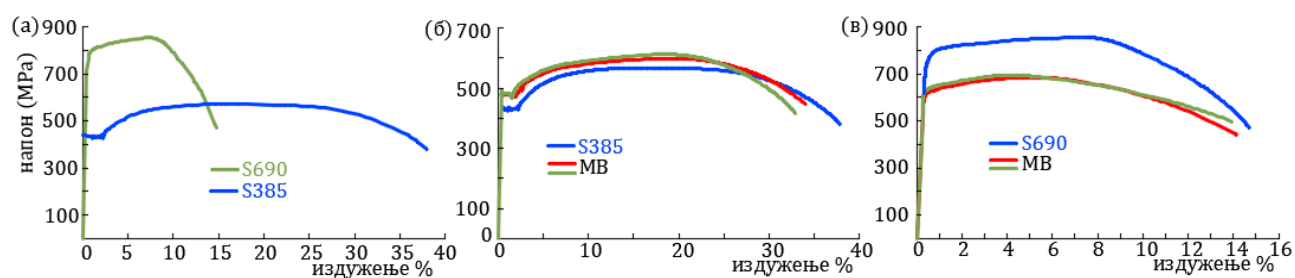
Поглавље 3 Испитивање завара са становишта животног века

3.1 Специфичности завара

Заварени спојеви су специфични због своје геометрије Hobbacher et al. 2016 [90], Lee et al. 2009 [91], нехомогености, разлике у чврстоћи материјала, Maddox 1991 [92], Schijve 2009 [93], Remes 2013 [94]. Оне се морају узети у обзир у прорачунима механике лома јер утичу на промену силе раста прслине. Термички циклуси у заварима су специфични по томе што су локализовани и изразито нехомогени. Имају утицаја на силу раста прслине и на отпор материјала на лом. Главни ефекти су:

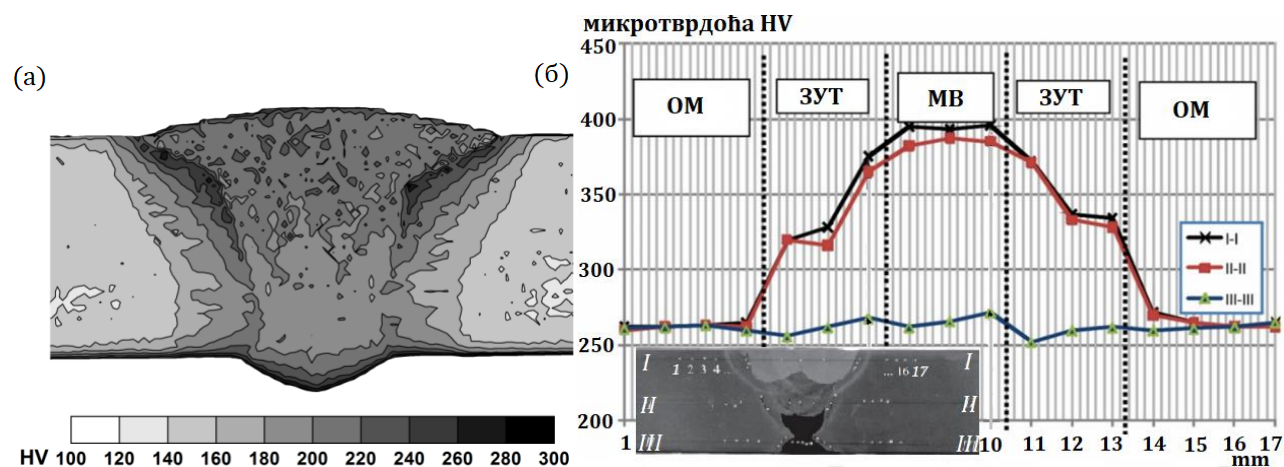
- модификација микроструктуре која доводи до разлике у чврстоћи и нехомогености, жилавости материјала кроз зону шав завара Rames 2013 [94], Chen et al. 2017 [95]
- стварање заосталих напона Leggatt 2008 [96], Fricke 2005 [97], Morikage et al. 2015 [98]
- одступање геометрије завара од основног материјала.

На сликама 3.1, 3.2 и 3.3 су приказане специфичности завара. Упоредивање чврстоће и издужења основног материјала ОМ, односно материјала који се заварује, и материјала завара МВ (електроде), су испитивали Zhang et al. 2016 [99] за челике S690 и S385, слика 3.1



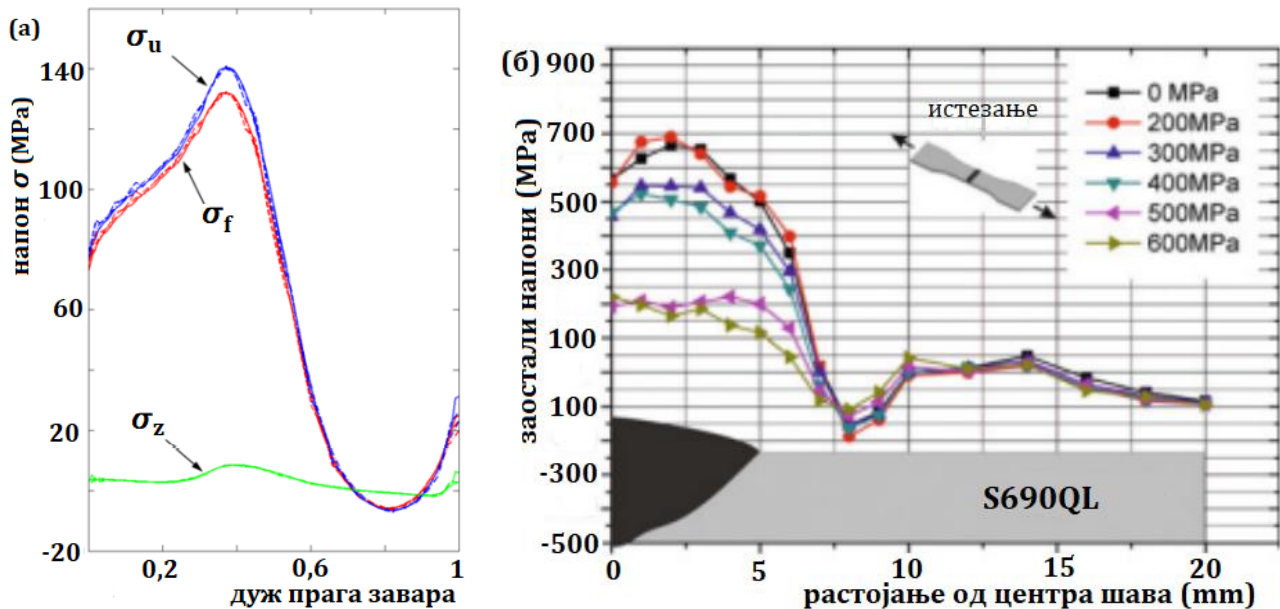
Слика 3.1 (а) Дијаграм напон – издужење основног материјала (б) дијаграм напон – издужење основног материјала S385 и материјала завара (б) дијаграм напон – издужење основног материјала S690 и материјала завара за два узорка. Извор Zhang et al. 2016 [99]

Промена микроструктуре материјала у току заваривања доводи до промене тврдоће слика 3.2 (а). На слици 3.2 (б) је приказана промена тврдоће дуж шав (у ОМ, зони утицаја топлоте ЗУТ и МВ) мерено у три зоне I, II, III мерено по дубини шав.



Слика 3.2 Промена тврдоће дуж шав (а) Извор Hempel et al. 2017 [100] (б) Извор Miletic et al. 2020 [101]

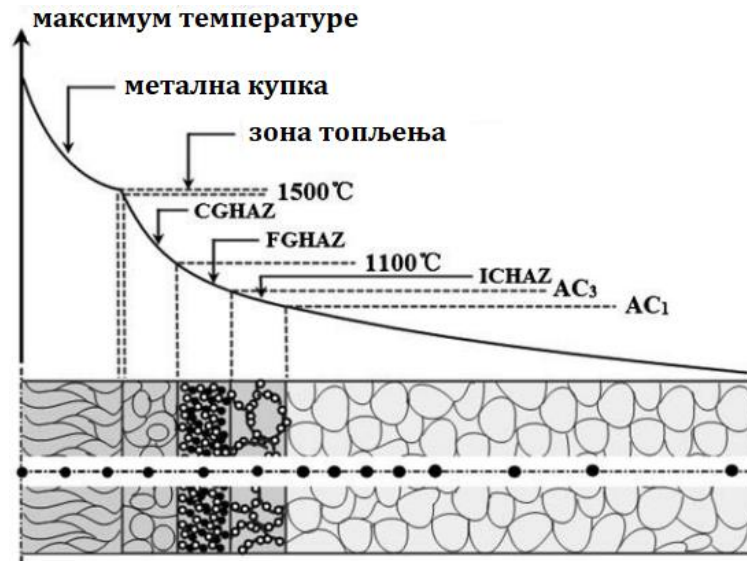
Како се мења укупни напон σ_u и његове компоненте напон савијања σ_f и напон истегања σ_z дуж прага Т завара су приказали Marin и Nicoletto 2009 [102], слика 3.2 (а). Заостали напони дуж завара су била тема истраживања Farajian et al. 2010 [103]. Испитивање је обављено на епрувети од челика S690QL сучеоно завареној па изложеној напонима истегања, слика 3.3 (б)



Слика 3.3 (а) промена напона дуж прага Т вара. Извор Marin и Nicoletto 2009 [102] (б) заостали напони на унутрашњој површини вара. Извор Farajian et al. 2010 [103]

Комбинација зона смањене жилавости и заосталих напона може довести до неочекиваног стварања прслине. Каква ће се прслина формирати зависи и од начина заваривања. Осим тога, површинске прслине, дефекти, порозност и нежељене примесе могу бити узорци лома при променљивом напону.

Зависно од стања материјала узрокованог термичком и механичком обрадом слика 3.4., може након заваривања доћи до повећања или смањења чврстоће. Ситуација је сложенија у вишепролазном заваривању. На месту најмање чврстоће постоји опасност стварања прслине.

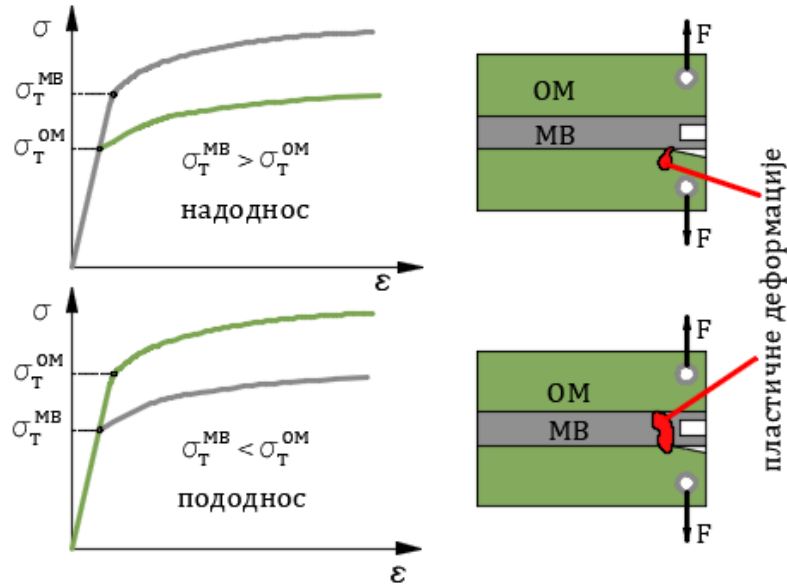


Слика 3.4 Промена микроструктуре и чврстоће код завара. Извор Xu et al. 2015 [104]

Однос неподударања чврстоћа се уводи за различите напоне течења материјала електроде и основног материјала

$$M = \frac{\sigma_T^{MB}}{\sigma_T^{OM}} \quad (3.1)$$

Надоднос $M > 1$ је случај када је чврстоћа завара већа од чврстоће основног материјала. Када основни материјал уђе у област пластичних деформација, завар ће још увек бити у области еластичних деформација. Пододнос је кад је $\sigma_T^{MB} < \sigma_T^{OM}$, и тада се очекује да се прлина развија у завару. Од кључног значаја је положај прлине у односу на место где су пластичне деформације. Код надодноса критична места су зона топлотног утицаја и линија спајања, слика 3.3. Код челичних спојева је присутно скретање прлине ка тим местима. Код пододноса критично место је у самом вару. Пододнос је типичан за легуре алуминијума услед локалног омекшавања. У приручницима се наводи да је потребан надоднос како би се заштитио сам шав од пластичних деформација. За челике то не представља проблем док је напон течења мањи од 600 MPa . Код челика са већим вредностима присутан је пораст водоника у шаву што утиче на повећање склоности ка прлинама Коџак 2010 [105].

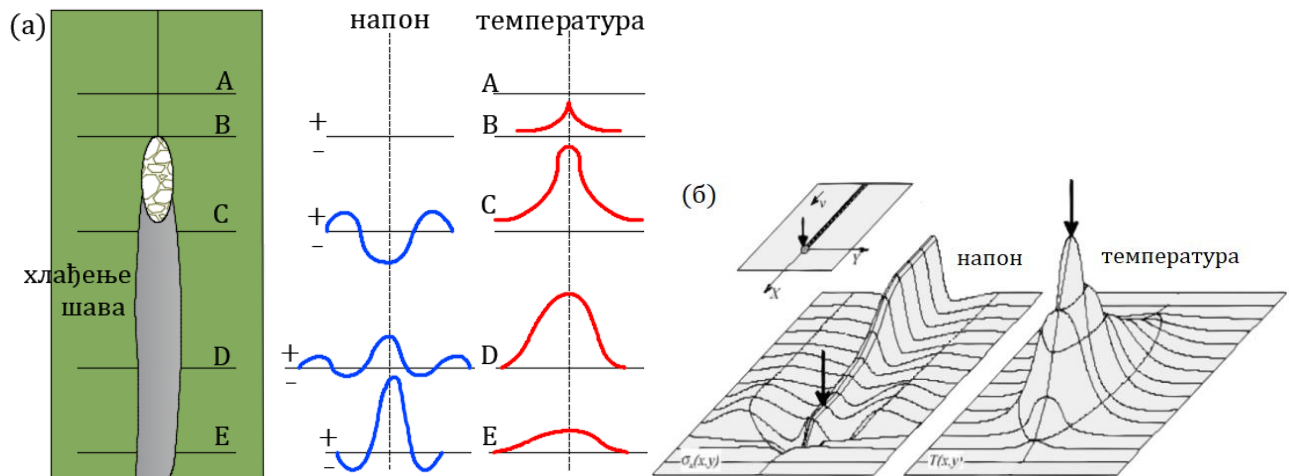


Слика 3.5 Неподударане чврстоћа и скретање прслине код различитих односа неподударанја М

Прслина тежи да се шири ка месту смањене чврстоће. Догађа се и да се формира нова прслина у близини већ постојеће. Промена чврстоће је приметна код ласерског и електро заваривања Коџак 2010 [105].

У току заваривања долази до термичког ширења. Процес хлађења је ограничен околним материјалом што узрокује заостале напоне. Осим тога, температура утиче и на чврстоћу. Запремински интеграл над заосталим силама и моментима је нула. Значи да су напони на истезање и притисак истовремено присутни у завару. Са становишта механике лома положај врха прслине у односу на напонску слику је од великог значаја, слика 3.6.

Проблем је како тачно одредити профил заосталих напона. Постоје мерне технике базиране на X зрацима, одбијању неутрона и друге технике, али им је примена ограничена на слободну површину. Метода коначних елемената (МКЕ) даје тачне резултате када се прати трансформација микроструктуре са температуром, а затим се одређује резултујући напон.



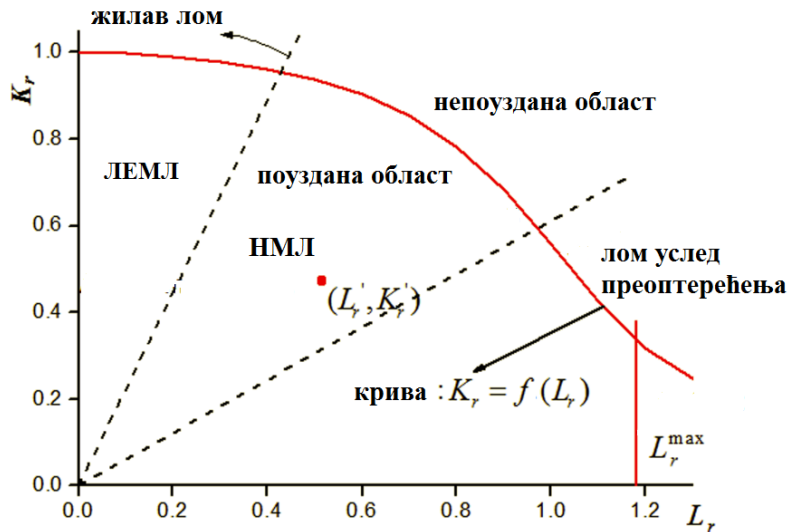
Слика 3.6 (а) Промена напона и температуре дуж шави. Извор Masubuchi 2001 [106] (б) 3D приказ промене. Извор Pilipenko 2001 [107]

На високим температурама долази до омекшавања метала. За средњеугљеничне челике температура омекшавања је око 600°C . Тада долази до опадања напона течења скоро до нуле, тако да је напон у близини централне линије у зони заваривања око нуле. У области шава где је већ дошло до хлађења, присутан је раст напона око централне линије. У зони охлађеног шава Е (слика 3.6 (а)) напон може да достигне и вредност напона течења. Око централне линије напон је у минусу, односно долази до сабијања, јер се основни материјал који није захваћен променом температуре супротставља ширењу.

3.2 Процена лома FAD методом

Толеранција оштећења (енг. damage tolerance) је анализа која предпоставља постојање прслине у структури. Оштећења могу настати у току израде (нпр. заваривање) и у току експлоатације услед замора, корозије и неочекиваних температурских промена и преоптерећења Dillström et al. 2018 [108]. Процена стабилности структуре за познато оптерећење и геометрију прслине се може извести коришћењем FAD дијаграма, која представља основу тзв. R6 методе Kossakowski 2013 [109]. Дијаграм процене лома (енг. FAD) је метод који се често користи у механици лома за анализу структурних компоненти. Једноставан је за примену. Користи се за материјале који су крти, за које се примењује ЛЕМЛ, и пластичне материјале у потпуно пластичној области деформисања Radu и Sedmak 2016 [110].

Метода R6 [110] се базира на два параметра K_r и L_r који се мењају са напоном, слика 3.7. Применљив је и за завар са заосталим напонима. K_r параметар представља однос између фактора интензитета напона K и жилавости материјала на замор K_{Ic} . Параметар L_r представља однос између напона оптерећења и граничног напона за материјал компоненте. На основу та два параметра, границе пластичног пуцања L_r^{max} , линије зависности $f(L_r)$ се конструише FAD дијаграм. Вредност параметара се може одредити на три нивоа значајности. Први ниво значајности се примењује у ситуацијама када није познат $\sigma - \varepsilon$ дијаграм већ само напон течења σ_T и затезна чврстоћа σ_M као и за крте материјале. Из тог разлога се примењује за вредности параметра $L_r < 1$. Други ниво значајности подразумева познавање $\sigma - \varepsilon$ дијаграма и применљив је за пластичне материјале и за случајеве оптерећења преко дозвољеног максимума. Потребно га је извести када први ниво укаже да је (K_r, L_r) тачка близу L_r^{max} и за мале K_r вредности. Трећи ниво је најпрецизнији али захтева још и познавање J интеграла и он ће бити описан.

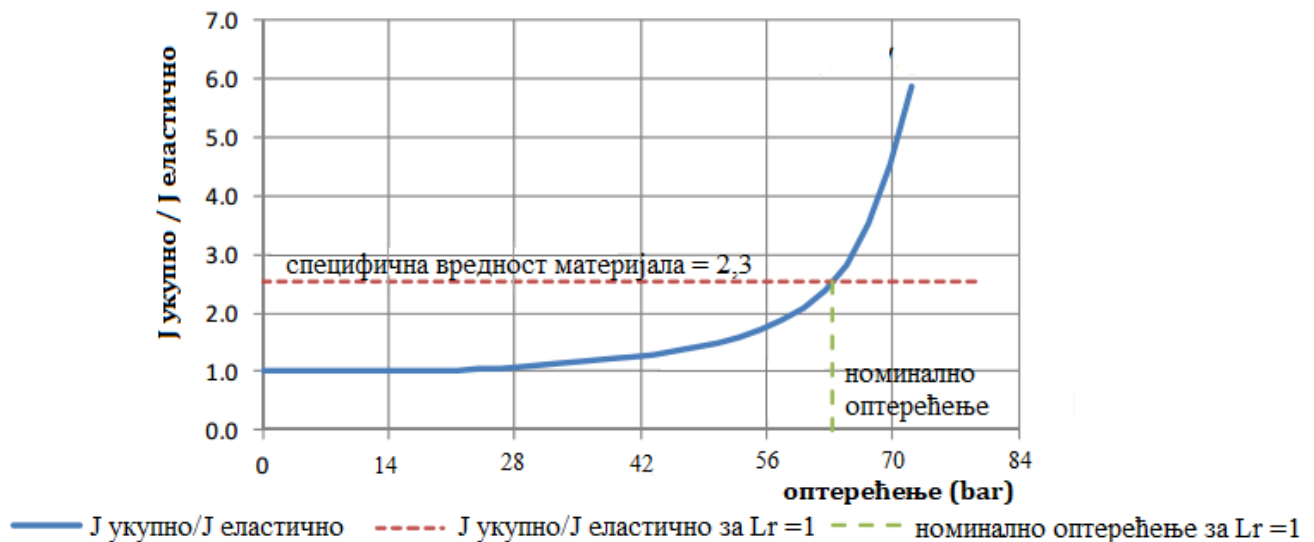


Слика 3.7 FAD дијаграм

На ординати се уписује K_r однос два параметра Anderson 2005 [17]

$$K_r = \frac{K_I}{K_j} = \sqrt{\frac{K_I^2 E'}{E' K_j^2}} = \sqrt{\frac{J_{el}}{J_{укупно}}} \tag{3.2}$$

где је J_{el} део укупног J интеграла из еластичне области, док је укупни J интеграл из еласто – пластичне области означен са $J_{укупно}$. За мала оптерећења, када се део еластично деформише је $K_r = 1$. J интеграл се мења са оптерећењем. Одређује се аналитички на основу познатих једначина или методом коначних елемената, слика 3.8.

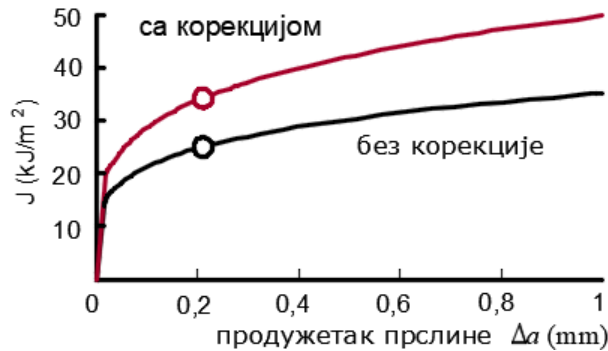


Слика 3.8. J интеграл. Извор Tipple и Thorwald 2012 [58]

За SEB (single edge bend) епрувету, (слика 3.11) аналитички израз за J интеграл (Schwalbe et al. 2001 [112]) је

$$J_{укупно} = \frac{K^2}{E} + \frac{\eta_{pl}}{B(W-a)} A \tag{3.3}$$

Фактор за епрувету $\eta_{pl} = 1$ се коригује уколико постоји неподударање чврстоћа $M \neq 1$ (једначина (3.1)). На слици 3.9 је приказана коригована вредност интеграла J .



Слика 3.9 Кориговани J интеграл услед неподударања чврстоћа

На апсцису FAD линије се наноси параметар L_r изражен преко спољашњег оптерећења или напона. Може бити одређен и нумеричком методом или коришћењем израза приказаних у литератури Miller 1988 [113], Dillström и Sattari-Far 2002 [114], Willoughby и Davey 1989 [115]

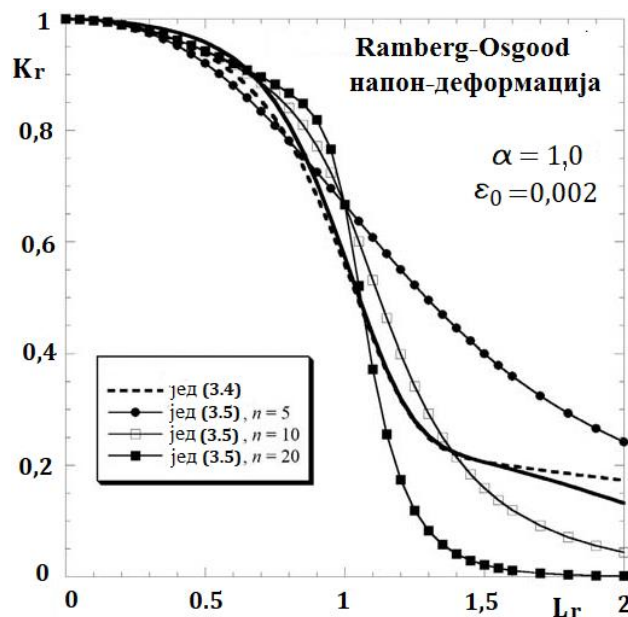
FAD линија се може одредити по приближној формули, која је у функцији оптерећења, и не зависи од геометрије ни врсте материјала Schwalbe et al. 2001 [112]

$$f(L_r) = \left(1 + \frac{1}{2}L_r^2\right)^{-\frac{1}{2}} (0,3 + 0,7\exp(-\mu_M L_r^6)) \quad \text{за } 0 \leq L_r < 1 \quad (3.4)$$

а која је добијена емпиријски на основу FAD линија описаних једначином (3.5) Milne et al. 1988 [116]

$$K_r = \left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{L_r\sigma_T} + \frac{L_r^3\sigma_T}{2E\varepsilon_{ref}}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

за коју је потребно познавање дијаграма напон-деформисање, слика 3.10



Слика 3.10 Приближан FAD дијаграм. Извор Anderson 2005 [17]

На апсцису се наноси најчешће оптерећење σ/σ_T , што уводи геометрију као нов чинилац. Да би се то избегло, нормализује се σ_{ref} са σ_T . Из једначине (3.5) се одреди вредност K_r за нормализовано оптерећење при коме долази до преоптерећења $L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_T} = 1$

$$\left(\frac{J_{ukupno}}{J_{el}}\right)_{L_r=1} = 1 + \frac{0,002E}{\sigma_T} + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{0,002E}{\sigma_T}\right)^{-1} \quad (3.6)$$

На основу добијене вредности J_{uk}/J_{el} се из дијаграма Ј интеграла, слика 3.8, одређује номинално оптерећење које доводи до лома услед преоптерећења, а на основу њега и номинални напон σ_{nom} . Уводи се геометријски фактор $F = \sigma_T/\sigma_{nom}$ на основу кога се израчуна референтни напон $\sigma_{ref} = F\sigma_i$. За сваки корак прорачуна i , рачунају се

$$L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_T} = \frac{F\sigma_i}{\sigma_T}, \quad K_r = \sqrt{\frac{J_{el}}{J_{uk}}} \quad (3.7)$$

чије вредности се уносе у FAD дијаграм. Увођењем σ_{ref} нормализују се и графици са слике 3.10, тако да је разлика између њих незнатна. Максимална вредност L_r , за коју се прорачун завршава, се може израчунати узимајући у прорачун и неподударане чврстоћа Schwalbe et al. 2001 [112]

$$L_{rmax} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{0,3}{0,3-N_M}\right) \quad (3.8)$$

где је N_M коефицијент неподударане напона течења као и μ_M из једначине (3.4), или се L_{rmax} према другом нивоу значајности рачуна по следећем односу

$$L_{rmax} = \frac{\sigma_T + \sigma_{TA}}{\sigma_T} \quad (3.9)$$

где је σ_T напон течења, σ_{TA} је напон течења код аксијалног напрезања.

Тако добијен FAD дијаграм, слика 3.7, представља границу између поуздане и непоуздане области. За проверу да ли је прслина у поузданој области одређује се тачка са координатама (K_r, L_r) . Ако је положај тачке испод FAD криве сматра се да је компонента још увек у сигурној зони. Тада су испуњени услови да је $K_r < f(L_r)$ и $L_r < L_{rmax}$. За други ниво значајности се параметар K_r рачуна према изразу

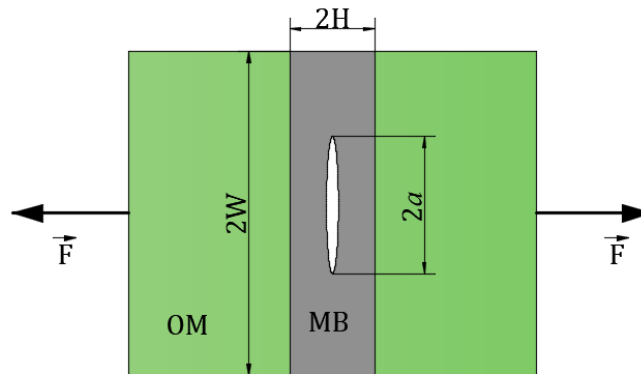
$$K_r = \frac{K_I}{K_{mat}} \quad (3.10)$$

K_I је фактор интензитета напона мода I. За геометрију уреза приказаног сликом 3.11 је

$$K_I = \frac{F}{B\sqrt{W}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi a}{W} \left(\cos\left(\frac{\pi a}{2W}\right)\right)^{-1}} \quad (3.11)$$

K_{mat} је жилавост замора материјала. K_{krit} је теже експериментално одредити у односу на J_{krit} па се стога он и користи у прорачуну

$$K_{mat} = \sqrt{J_{krit}E'} \quad \text{или} \quad K_{mat} = \sqrt{\chi\sigma_T\delta_{krit}E'} \quad (3.12)$$



Слика 3.11 SEB епрувета са урезом у завару

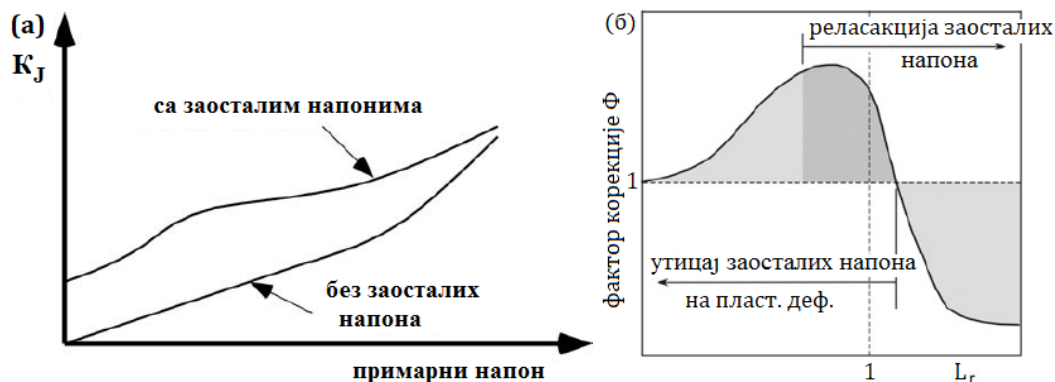
Крти материјали који имају малу жилавост замора K_{IC} , а велику чврстоћу, су у области доњег, десног дела FAD дијаграма, тако да присуство мањих прслина може довести до лома.

Спољашње оптерећење (примарни напон) је оптерећење које доводи до лома. Заостали напони су унутрашњи напони који су уравнотежени у запремини у којој се испољавају. Зато се узима да не доприносе промени L_r . Посматрано локално, нпр. око врха прслине, доприносе промени K и тај допринос зависи од стања око врха прслине, слика 3.12. И када је спољашње оптерећење нула, услед заосталих напона постојаће сила раста прслине. Са вредностима око средње вредности спољашњег напона, заједно доприносе сили раста прслине и пластичном деформисању врха прслине. При већим силама, услед пластичних деформација врха, долази до релаксације заосталих напона па и немају допринос расту силе у развијеној пластичној области око врха.

Допринос заосталих напона се изражава преко фактора корекције Φ

$$K_r = \frac{K_I + \Phi K_I^z}{K_I} \tag{3.13}$$

где је K_I^z фактор интензитета напона услед заосталих напона



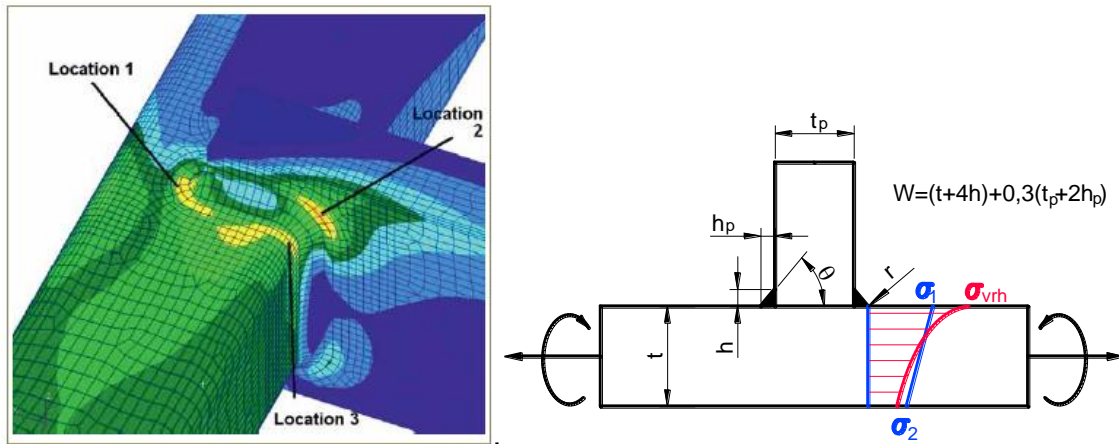
Слика 3.12. (а) промена K_I услед заосталих напона. Извор Andersen 2005 [17] (б) фактор корекције Φ . Извор Hütter и Zybell 2016 [117]

Фактор Φ се одређује применом нумеричких метода или изразима за приближно одређивање Hütter и Zybell 2016 [117]

Добијена тачка на дијаграму се може померати док не дође до граничне линије повећавањем напона или проширењем прслине. Материјали са великом жилавошћу се додатно проверавају на стабилност раста прслине, једначина (2.51).

3.2.1 Пример утицаја заосталог наона

Следећи пример приказује могућу процедуру предвиђања века замора Т споја. На основу методе коначних елемената је предвиђен распоред напона истезања и савијања. Добијене вредности су искоришћене да се израчуна максимални напон и напонска слика. На основу максималног напона на врху завара предвиђено је време стварања прслине. Фактор интензитета напона је израчунат на основу напонске слике и познате функције расподеле напона, а затим и век замора.



Слика 3.13 Напонска слика одређена МКЕ и добијене вредности напона на обе стране цеви

МКЕ даје вредности напона на месту прага вара и на супротној површини, слика 3.14, на основу којих се рачуна аксијални напон σ_{ak} и напон савијања σ_{sa}

$$\sigma_{ak} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, \quad \sigma_{sa} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (3.14)$$

Напон у правцу нормалном на линију прага завара је доминантан и најодговорнији за анализу замора тако да се тражи само његова промена. Највећа вредност напона је на прагу и израчунава се

$$\sigma_{vrh} = \sigma_{ak} K_t^{ak} + \sigma_{sa} K_t^{sa} \quad (3.15)$$

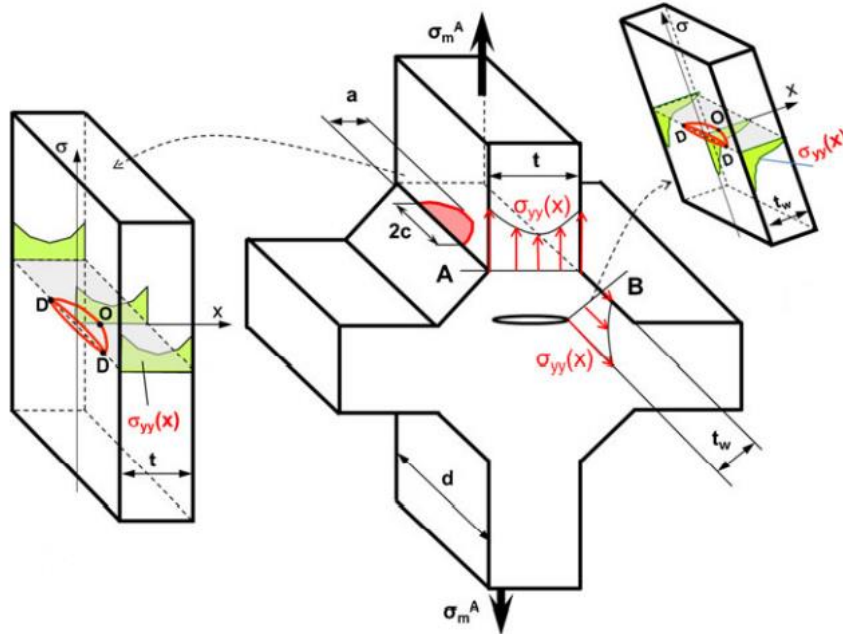
Завари су обично изложени сложеном напрезању па се не користе класичне формуле за концентрацију напона. Iida и Uemura 1994 [118] су предложили за Т спој израз који је функција геометрије

$$K_t^{ak} = 1 + \frac{1 - \exp\left(-0,9\theta\sqrt{\frac{W}{2h}}\right)}{1 - \exp\left(-0,45\pi\sqrt{\frac{W}{2h}}\right)} \left(\frac{1}{2,8\left(\frac{W}{t}\right)^{-2}} \cdot \frac{h}{r}\right)^{0,65} \quad (3.16)$$

$$K_t^{sa} = 1 + \frac{1 - \exp\left(-0,9\theta\sqrt{\frac{W}{2h}}\right)}{1 - \exp\left(-0,45\pi\sqrt{\frac{W}{2h}}\right)} 1,9 \sqrt{\tanh\left(\frac{2t_p}{t+2h} + \frac{2r}{t}\right)} \tanh\left(\frac{\left(\frac{2h}{t}\right)^{0,25}}{1 - \frac{r}{t}}\right) \left(\frac{0,13 + 0,65\left(1 - \frac{r}{t}\right)^4}{\left(\frac{r}{t}\right)^{\frac{1}{3}}}\right) \quad (3.17)$$

Након израчунате вредности у корену врха следи одређивање напонске слике

$$\sigma(x) = \sigma_{ak}(x) + \sigma_{sa}(x) = \left[\frac{K_t^{ak} \sigma_{ak}}{2\sqrt{2}} \frac{1}{G_{ak}} + \frac{K_t^{sa} \sigma_{sa}}{2\sqrt{2}} \frac{1-2\left(\frac{x}{t}\right)}{G_{sa}} \right] \left[\left(\frac{x}{r} + \frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{r} + \frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{2}} \right] \quad (3.18)$$



Слика 3.14 Пример расподеле напона у околини корена завара. Извор Goyal и Glinka 2012 [119]

За одређивање периода настанка прслине може се користити једначина (2.57). Њени улазни подаци су тренутни максимални напон и промена деформације израчунати на основу Ramberg-Osgood криве и ESED методе (једначине (2.39), (2.54), (2.55), (2.56), (2.59)) за сваки корак израчунавања

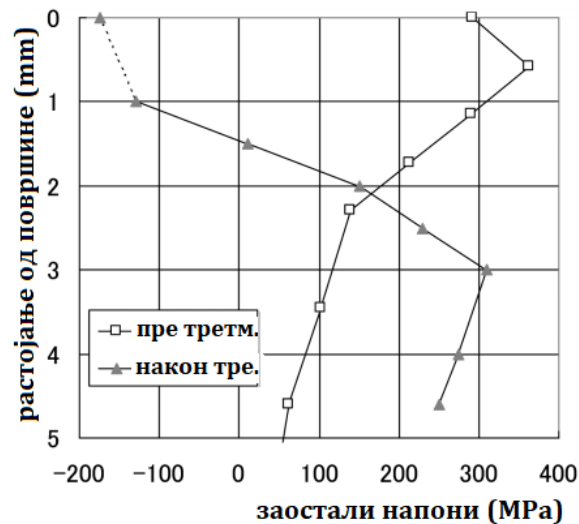
$$\frac{(\sigma_{vrhmax})^2}{2E} = \frac{(\sigma_{max})^2}{2E} + \frac{\sigma_{max}}{n' + 1} \left(\frac{\sigma_{max}}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}}, \quad \frac{(\Delta\sigma_{vrh})^2}{2E} = \frac{(\Delta\sigma)^2}{2E} + \frac{2\Delta\sigma}{n' + 1} \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

$$\varepsilon_{max} = \frac{\sigma_{max}}{E} + \left(\frac{\sigma_{max}}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}}, \quad \Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

Када је крај израчунавања не одређује једначина (2.57). Обично се узима да је дужина прслине око 0,5 *mm* та која одређује крај периода настанка прслине. Овако добијен број циклуса настанка прслине N_i не узима у прорачун заостале напоне σ_z . Њихов утицај је локалан, тако да се урачунавају само за максимални напон и деформацију код прага завара

$$\frac{(\sigma_{vrhmax} + \sigma_z)^2}{2E} = \frac{(\sigma_{max})^2}{2E} + \frac{\sigma_{max}}{n' + 1} \left(\frac{\sigma_{max}}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

Заостали напони се мере ултразвуком, X зрацима и другим методама



Слика 3.15 Пример промене заосталих напона пре и после ултразвучног ударног третмана (енг. UIT). Извор Okawa et al. 2013 [120].

Период ширења прсLINE је скоро укупни век замора завара јер се верује да је период настанка прсLINE релативно мали, али на то утичу геометријски фактори и оптерећење. Са смањењем напона расте период настанка прсLINE.

Период ширења прсLINE се може израчунати на основу модификоване Paris једначине

$$\frac{da}{dN} = C(U\Delta K)^n \tag{3.19}$$

за прсLINE се може усвојити да је полуелипса са почетним димензијама $a_i = 0,5 \text{ mm}$ и $2c_i = 3,5 \text{ mm}$. Максимални и минимални фактор концентрације напона се израчунава на основу познате функције расподеле напона за полуелипсу $m(x, a)$

$$K_{max} = \int_0^a \sigma_{max}(x) \cdot m(x, a) dx, \quad K_{min} = \int_0^a \sigma_{min}(x) \cdot m(x, a) dx \tag{3.20}$$

Уз помоћ исте $m(x, a)$ се израчунати фактор интензитета напона за заостале напоне

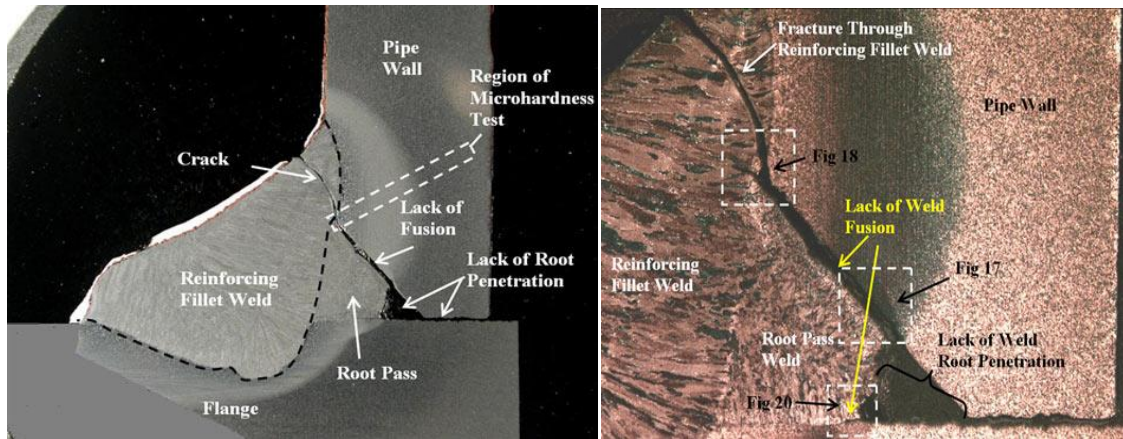
$$K_r = \int_0^a \sigma_r(x) \cdot m(x, a) dx \tag{3.21}$$

Ефективни однос фактора интензитета напона R се сада израчунава

$$R_{ef} = \frac{K_{min} + K_r}{K_{max} + K_r} \tag{3.22}$$

Kurihara et al. 1986 [121] је предложио да се фактор U из једначине (3.19) израчуна

$$U = \frac{1}{1,5-R} \quad \text{за } -5,0 \leq R \leq 0,5; \quad U = 1 \quad \text{за } R > 0,5 \tag{3.23}$$



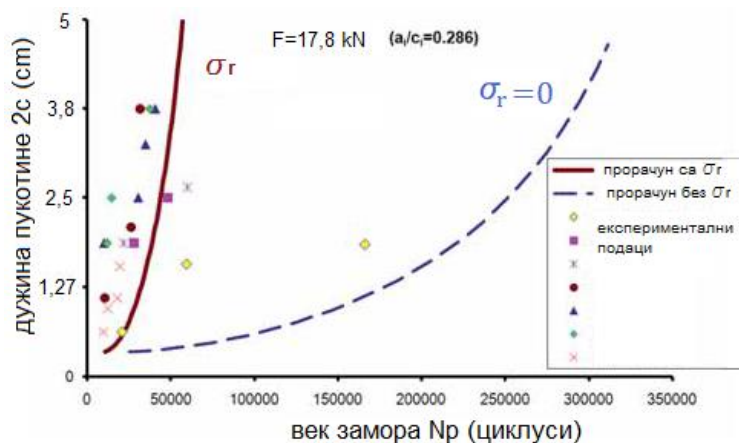
Слика 3.16 Фотографије прлине у завару. Извор Metallurgical Technologies, 2015 <https://www.met-tech.com/fractured-crane-frame-weldment/>

На основу улазних података датих у раду Chattopadhyay et al. 2011 [122]: $t = 8\text{ mm}$, $t_p = 24\text{ mm}$, $h = 8\text{ mm}$, $h_p = 8\text{ mm}$, $r = 0,8\text{ mm}$, $\theta = 45^\circ$, $F = 17,8\text{ kN}$, $\sigma_r = 310\text{ N/mm}^2$ добијени су периоди стварања и ширења прлине за материјал S650MC

Табела 3.1 Периоди стварања и ширења прлине за материјал S650MC за $F=17,8\text{ kN}$

| заостали напонони (N/mm^2) | N_i (циклуси) $a_i=0,5\text{ mm}$ | N_p (циклуси) $a_f=3,5\text{ mm}$ | N_f (циклуси) | N_i/N_p | N_i/N_f |
|---|--|--|-----------------|-----------|-----------|
| $\sigma_z=0$ | 25 039 | 286 500 | 3110539 | 0,087 | 0,08 |
| $\sigma_z=310$ | 10 602 | 490975 | 60 577 | 0,212 | 0,175 |

што је и графички представљено на слици 3.17



Слика 3.17 Век замора ширења полуелипсасте прлине. Извор Chattopadhyay et al. [122]

Када прлина достигне дужину од 80% дебљине узорка, сматра се да је достигла дужину лома.

ПОГЛАВЉЕ 4 Теоријске основе проширене методе коначних елемената

Метода коначних елемената (МКЕ) се појавила средином педесетих година прошлог века. Од шездесетих година, развојем програма за примену коначних елемената, МКЕ почиње да има све већи утицај на развој инжењерских анализа потпомогнутих рачунарима. Испитивани део се моделира тзв. коначним елементима који заједно формирају мрежу елемената. Међутим, проблем у моделирању се појавио у случајевима постојања унутрашњих дефеката у структури, прелаза између два матријала или примеса у материјалу. Дефекти, као што су урези или прслине, могли су се развити само дуж елемената мреже дела структуре на којем су се налазили, а не дуж њихових природних праваца развоја. Да би се превазишли ови проблеми Belytchko 1999 [123] и Моёс 1999 [124] су 1999. године развили нов метод за примену у 2D проблемима и назвали га проширена метода коначних елемената (ПМКЕ). Ова се метода константно унапређивала да би се решавали проблеми као што су локалне деформације, ломови, поља дисконтинуитета и сл. Sukumar et al. 2000[125], Areias and Belytschko 2005 [126] су проширили примену ПМКЕ на тродимензионална поља, Dolbow et al. 2001 [127] на поља у контакту, Mergheim et al. 2005 [128] на зону пластичности, Belytschko et al. 2003 [129]; Belytschko и Chen 2004 [130] на моделовање динамичког развоја прслине за изотропне материјале. У прорачунима опис поља дисконтинуитета је независан од мреже што ову методу чини погодном за моделирање ширења оштећења. Стога се коришћењем ПМКЕ резултати задовољавајуће тачности могу добити и са значајно ређом мрежом (тачност класичне МКЕ, с друге стране, доста зависи од броја коначних елемената коришћених у моделирању структуре). Ломови, као они што настају на зградама и мостовима током земљотреса, при судару возила, на авионима и бродовима, цевима под притиском и сл., су захтевали развој тродимензионалне ПМКЕ, па су многи комерцијални програми (ABAQUS и Ansys), али и они отвореног кода (Code Aster, нпр.) значајно унапређени претходних година, па данас садрже ПМКЕ модуле и за симулацију ширења тродимензионалних прслина до коначног лома структуре.

4.1 Нумеричко приказивање функције методом јединства

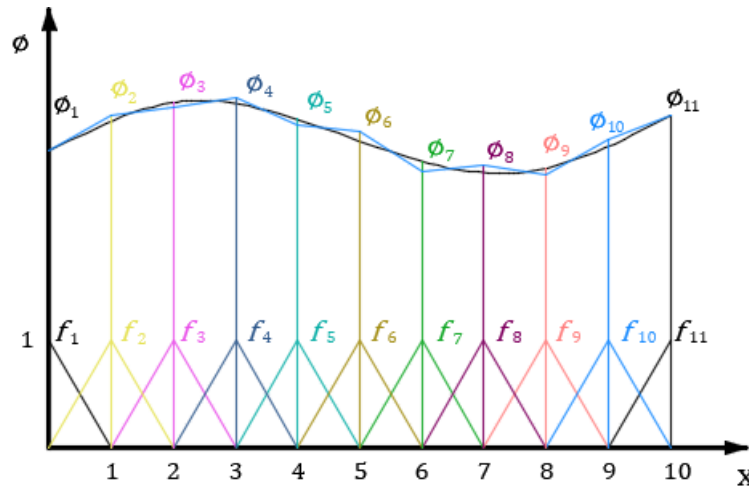
ПМКЕ је побољшана постављањем поља дисконтинуитета око прслине не рачунајући сам врх. Овај метод примењује функцију дисконтинуитета (енг. discontinuous function) и функцију приближења (енг. asimptotic function) у околини врха прслине кроз тзв. метод јединства (енг. partition of unity). Раст прслине се моделује дефинисањем новог положаја у оквиру исте мреже додавањем нових сегмената чиме се прслина моделира независно од мреже елемената.

Метод јединства Melemk и Babuška 1996 [131], Dolbow et al. 2000 [132], се базира на својству да функције $f_k(x)$ на домену A задовољавају следећи услов

$$\sum_{k=1}^m f_k(x) = 1 \quad (4.1)$$

За произвољну функцију $\phi(x)$, дефинисану на домену A , следеће својство је аутоматски испуњено

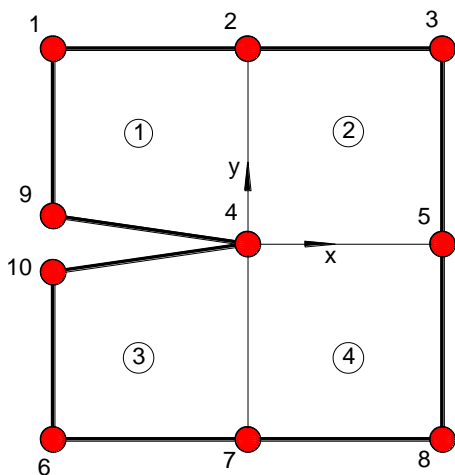
$$\sum_{k=1}^m f_k(x)\phi(x_k) = \phi(x) \tag{4.2}$$



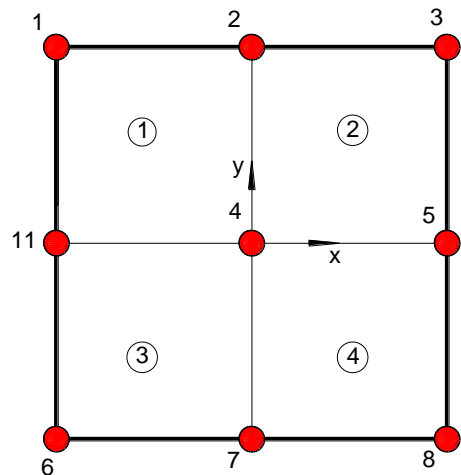
Слика 4.1 Приближно одређивање вредности непознате функције помоћу својства јединства

На слици 4.1 је домен функције $\phi(x)$, подељен на $k=10$ делова који не морају бити исти. У сваком чвору је дефинисана основна функција која се назива функција облика f_k . Она у посматраној тачки има вредност један и опада до нуле у суседним чворовима. Приказана функција облика је линеарна, мада може бити полином већег степена. За одређивање непознатих вредности ϕ_i потребно је познавати граничне и/или почетне вредности. Решавањем система једначина добијаја се приближно решење за функцију $\phi(x)$, које је на слици приказано као изломљена линија око тачног решења.

На примеру дводимензионалне плоче Моëс et al. [124], која има урез са бока, се може објаснити постављање поља дисконтинуитета. Слика 4.2 приказује постављање два чвора на месту уреза, док слика 4.3 представља стандардну мрежу са по једним чвором у сваком углу елемента.



Слика 4.2 Мрежа КЕ са два чвора 9 и 10 за приказ уреза



Слика 4.3 Мрежа КЕ без постављања два чвора за приказ уреза

Поље померања коначних елемената се дефинише применом својства јединства

$$u^{KE} = \sum_{i=1}^{10} u_i \phi_i(x, y) \tag{4.3}$$

где је u_i померање чвора i , $\phi_i(x, y)$ се назива функцијом облика стандардног коначног елемента (већи број функција облика које се примењују код МКЕ задовољава својство јединства). Дефинисањем средњих вредности разлике и збира померања чворова 9 и 10

$$a = \frac{u_9 + u_{10}}{2}, \quad b = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \tag{4.4}$$

и заменом у једначину (4.3) добија се

$$u^h = u^{KE} + u^{PO} = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + a(\phi_9 + \phi_{10}) + b(\phi_9 - \phi_{10})H(x, y) \tag{4.5}$$

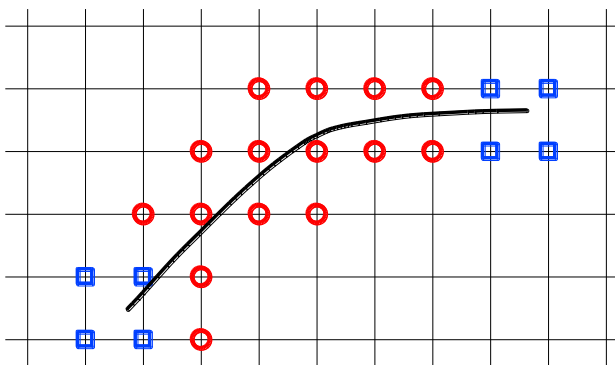
где је $H(x, y)$ функција скока која се за локални координатни систем дефинише:

$$H(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{за } y > 0 \\ 0 & \text{за } y < 0 \end{cases} \tag{4.6}$$

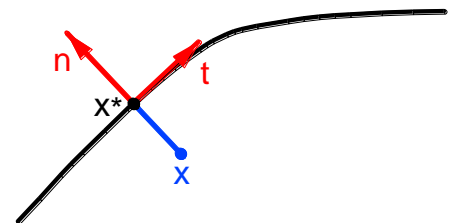
Ако се мрежа трансформише као на слици 4.2 тако да се чворови 9 и 10 споје у чвор 11, тада се $\phi_9 + \phi_{10}$ замењује са ϕ_{11} и a са u_{11} .

$$u^h = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + u_{11} \phi_{11} + b \phi_{11} H(x, y) \tag{4.7}$$

Прва два сабирка представљају апроксимацију класичне методе коначних елемената, док последњи сабирак представља додатни члан којим се описује поље дисконтинуитета око прсине. Овај члан дефинише тзв. функцију побољшања (енг. enriched function). На овај начин се губи потреба за мењањем мреже са напредовањем прсине јер се дисконтинуитет везује за чворове око прсине (кружићи на слици 4.4) и описује функцијом (или функцијама) побољшања. Након сваког корака прорачуна додају се само чворови елемента у који је доспела растућа прлина.



Слика 4.4 Чворови са побољшањем



Слика 4.5. Положај тачке X око прсине

Чворови око врха прслине не могу да опишу дисконтинуитет само уз помоћ одскочне функције $H(x)$. У чворовима означеним квадратићима (слика 4.4), користи се приближна функција за врх прслине коју су развили Belytschko и Black 1999 [123]:

$$u^h = \sum_{i=1}^n u_i \phi_i + \sum_{j=1}^m b_j \phi_j H(x) + \sum_{k=1}^{m_t} \phi_k \left(\sum_{l=1}^{m_f} c_k^l F_l(x) \right) \quad (4.8)$$

где је n број чворова елемената, m број чворова означених кружићима, m_t је број чворова означених квадратима, m_f је број функција за побољшање чворова око врха прслине, b_j и c_k^l су додатни степени слободе повезани са функцијама побољшања, $H(x)$ је Heaviside функција за симулацију померања дуж прслине.

4.2 Функције побољшања

Хевисајдова функција (Heaviside function Duff и Naylor 1966 [133]) је функција побољшања која се најчешће користи код описивања поља око нумеричких тачака. Генерални облик функције је

$$H(x) = \begin{cases} +1 & \text{за } (x - x^*)\mathbf{n} \geq 0 \\ -1 & \text{за } (x - x^*)\mathbf{n} < 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

у којој је тачка x^* најближа тачка на прслини од посматране (Gauss) тачке x из домена, а \mathbf{n} јединични вектор нормале на прслину у тачки x^* (слика 4.5).

Функције побољшања око врха су добијене аналитичком методом за 2Д линеарно еластичне деформације (Williams 1957 [15], Fleming et al., 1997 [134]):

Функције побољшања око врха су добијене аналитичком методом за 2Д линеарно еластичне деформације (Fleming et al., 1997)

$$\{F_l(r, \theta)\} = \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\theta, \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\theta \right\} \quad (4.10)$$

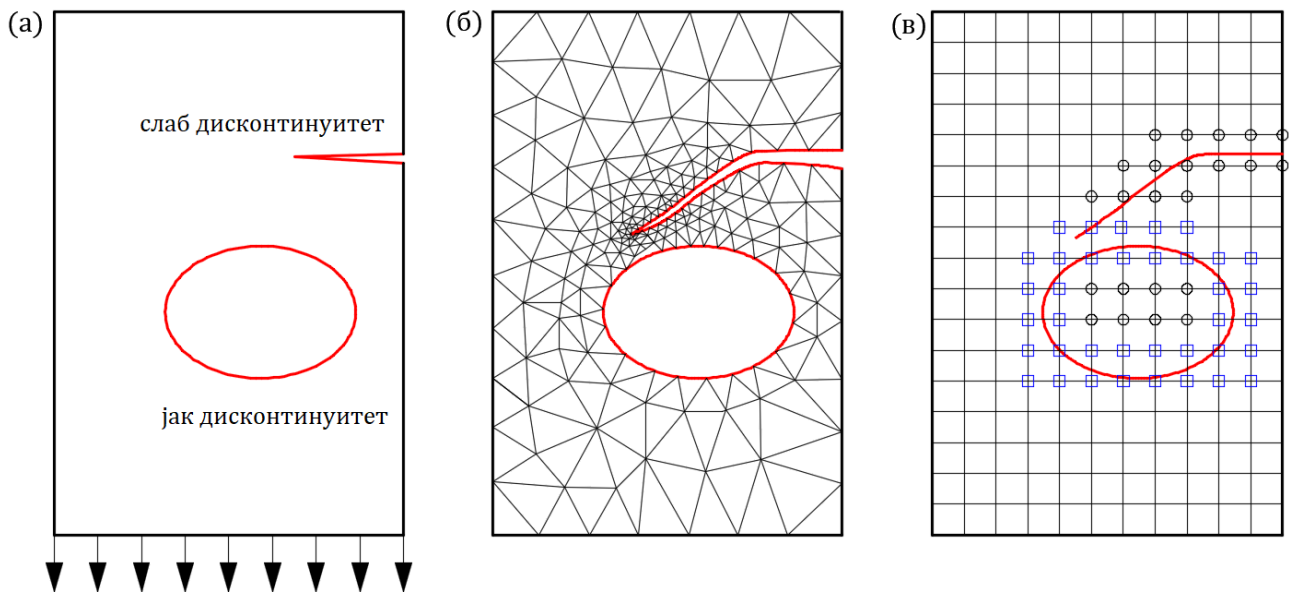
За врх прслине је везан локални поларни координатни систем, где је $\theta = 0$ у правцу тангенте на прслину (слика 2.2). За област еластично-пластичних деформација сингуларност напона око врха прслине је реда $r^{\frac{1}{n+1}}$ базирано на Ramberg-Osgood теорији. Department of Energy USA 1992 [135], Gadambetty et al. 2016 [136]. Elguedj et al. 2006 [137] су применили ХРР модел за описивање стања око врха прслине. Развили су функцију побољшања око врха прслине у Фуријеов ред и задржали прва четири члана реда као довољне за опис стања око врха, на основу кога су добили функцију побољшања облика

$$F_l(r, \theta) = r^{\frac{1}{n+1}} \left\{ \sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}, \sin\frac{\theta}{2} \sin\theta, \cos\frac{\theta}{2} \sin\theta, \sin\frac{\theta}{2} \sin 3\theta, \cos\frac{\theta}{2} \sin 3\theta \right\} \quad (4.11)$$

где је n степен очвршћавања (strain hardening exponent).

Постоје различите функције побољшања зависно од врсте дисконтинуитета и њеног утицаја на облик решења. Најчешће коришћене су функција знака растојања Osher и Fedkiw 2003 [138], функција скупа нивоа Sukumar et al. 2001 [139], Stolarska et al. 2001 [140], функција гранања Daux et al. 2000 [141], Dolbow et al. 2001 [142], Хевисајдова одскочна функција и друге. Ако је извор дисконтинуитета отвор, односно граница два

различита материјала, може се користити функција скупа нивоа, док се за прслину користи прикладнија Хевисајдова функција.



Слика 4.6 (а) пример слабог и јаког дисконтинуитета (б) мрежа МКЕ са граничним линијама в) мрежа ПМКЕ са функцијама побољшања у чворовима око границе

ПМКЕ се користи за моделирање различитих прслина као извора дисконтинуитета, који могу бити извори како јаког тако и слабог дисконтинуитета. Јаки дисконтинуитет је неповезаност главних променљивих као што је померање прслине, док се мали дисконтинуитет односи на неповезаност градијента главне променљиве, као што је релативна деформација, слика 4.6 (а). ПМКЕ их моделује без разматрања геометрије као главног параметра. Код класичне МКЕ се препознаје прслина као извор дисконтинуитета који служи као граница за формирање мреже, слика 4.6 (б). Међутим, тако се уводи и дисконтинуитет у прорачун који се додатно компликује самим померањем прслине. У ПМКЕ се дисконтинуитет дуж граничне линије прслине моделира функцијама побољшања, које се примењују у одабраним чворовима око граничне линије без измене мреже, слика 4.6 (в).

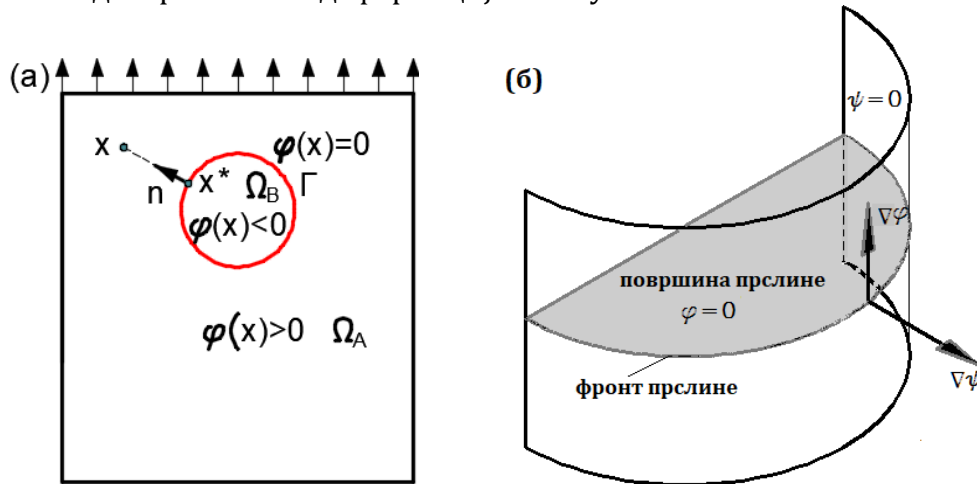
Метод скупа ниво (енг. level set method) је нумеричка шема коју је развио Sethian 1996 [143] за праћење померања границе. Ова техника поставља границу као нулти ниво. Базира се на решавању парцијалних диференцијалних једначина постављених за различите нивое. Stolarska et al. 2001 [140] су метод скупа нивоа применили у оквиру ПМКЕ за предвиђање развоја прслине. Заједно са методом јединства примењује се и за вишефазна струјања, код хлађења са променом фазе, код развоја биофилма, код граница између различитих материјала, за границе неправилног облика и др (Chessa et al. 2002 [144], Legay et al. 2006 [145], Wagner et al. 2001 [146]). Функција знака растојања (енг. signed distance function) се често користи као функција скупа нивоа. Она се дефинише према граници тако да је

$$\varphi(x) = \|x - x^*\| \text{sign}(\mathbf{n}(x - x^*)) \tag{4.13}$$

где је x посматрана тачка, x^* је најкраће растојање до границе, \mathbf{n} је вектор нормале у тачки x^* , $\|x - x^*\|$ је растојање између тачака Zhuang et al. 2014 [147]. Знак функције $\varphi(x)$ се мења приликом проласка кроз границу, тако да је граница нулти ниво.

$$\varphi(x) = \begin{cases} > 0 & \text{за } x \in \Omega_A \\ = 0 & \text{за } x \in \Gamma_g \\ < 0 & \text{за } x \in \Omega_B \end{cases} \quad (4.14)$$

У случају слабе неповезаности (слика 4.7 (а)) функција скупа нивоа је корисна као функција побољшања, као нпр. Код контакта различитих материјала, где је померање повезано, а изводи – релативне деформације – нису.



Слика 4.7 Функција скупа нивоа а) дводимензионална платформа б) тродимензионална платформа

Одстојање тачке се код тродимензионалне функције скупа нивоа посматра у односу на раван фронта прслине. Граница је дефинисана својом нормалом и у односу на њу растојање може бити позитивно или негативно, односно граница дели простор на два дела. Сама прслина не дели простор на два дела и зато се фронт прслине дефинише као пресек два нулта нивоа. Због тога се дефинишу две функције скупа нивоа, слика 4.7 б). Burchard et al. 2001 [148] је у свом раду доказао да се може описати кретање криве која се налази у произвољној равни посматрано у 3Д платформи помоћу две функције скупа нивоа. Један скуп нивоа је придружен равни фронта прслине $\varphi(x)$, други скуп нивоа је придружен равни која у пресеку са равни фронта дефинише границу фронта прслине, слика 4.8. Функције скупа нивоа се дефинишу на следећи начин:

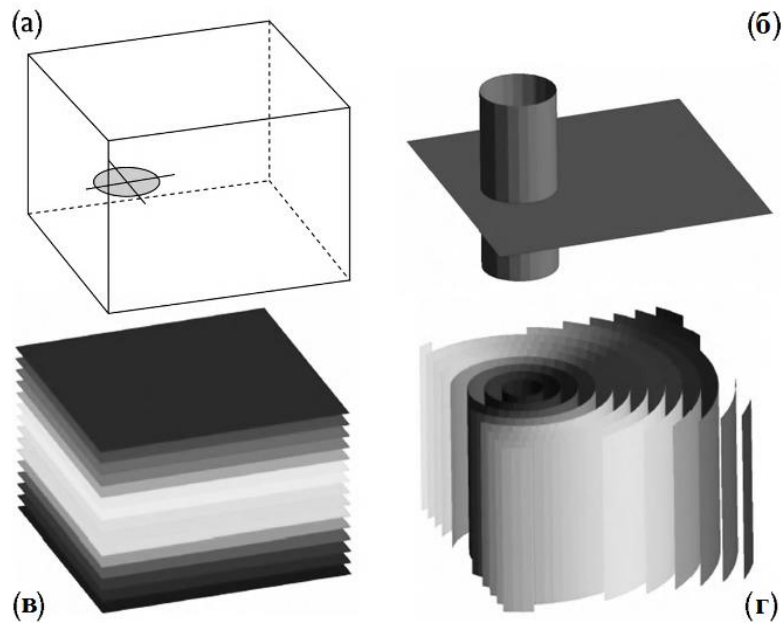
$$\begin{aligned} \varphi(x, t) = 0 \quad \psi(x, t) = 0 & \quad \text{фронт прслине} \\ \varphi(x, t) = 0 \quad \psi(x, t) < 0 & \quad \text{раван прслине} \\ \varphi(x, t) = 0 \quad \psi(x, t) > 0 & \quad \text{правац ширења прслине} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Нормале на раван су

$$\mathbf{n}_1 = \nabla\psi, \quad \mathbf{n}_2 = \nabla\varphi, \quad \mathbf{n}_3 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \quad (4.16)$$

Положај тачке у бизини фронта је дефинисан

$$r = \sqrt{\varphi(x)^2 + \psi(x)^2}, \quad \theta = \arctg\left(\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}\right) \quad (4.17)$$



Слика 4.8 Описивање кружног отвора помоћу две функције скупа нивоа (а) кружни отвор, (б) нулти нивои функција, (в) нивои $\varphi(x)$, (г) нивои $\psi(x)$ Rommier et al 2011 [149]

Функција која се често користи код слабог дисконтинуитета је тзв. Ramp (повезна) функција Khoei 2015 [150]. Она се базира на апсолутној вредности функције скупа нивоа

$$|\varphi(x)| = \begin{cases} -\varphi(x) & \text{за } \varphi(x) < 0 \\ +\varphi(x) & \text{за } \varphi(x) \geq 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Најчешће коришћена функција побољшања за прслине је Хевисајд функција. Прслина је велики дисконтинуитет за чије моделовање се користи Хевисајдова функција.

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{за } \varphi(x) < 0 \\ 1 & \text{за } \varphi(x) > 0, \end{cases} \quad H(x) = \begin{cases} -1 & \text{за } \varphi(x) < 0 \\ 1 & \text{за } \varphi(x) > 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

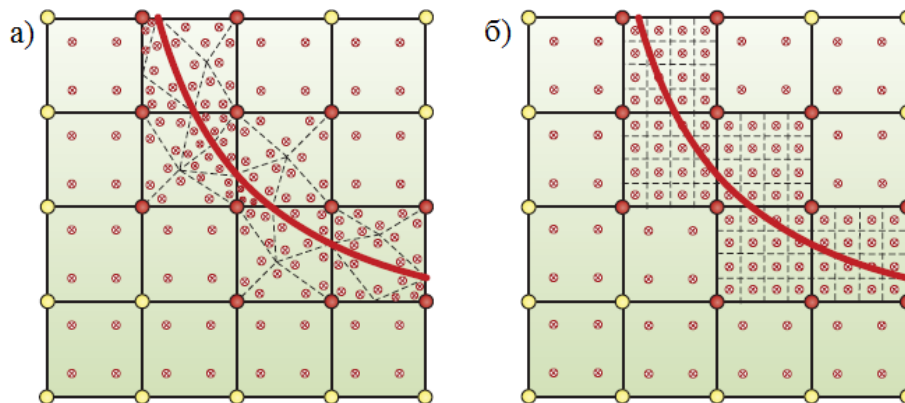
где је $\varphi(x)$ функција знака растојања. Хевисајдова функција је неповезана на самој граници-прслини тако да може довести до проблема при нумеричком решавању. Да би се избегла нестабилност уводи се тзв. Слаба (мека) Хевисајдова функција Kanval 2004 [151].

4.3 Моделовање мреже око линије/површине дисконтинуитета

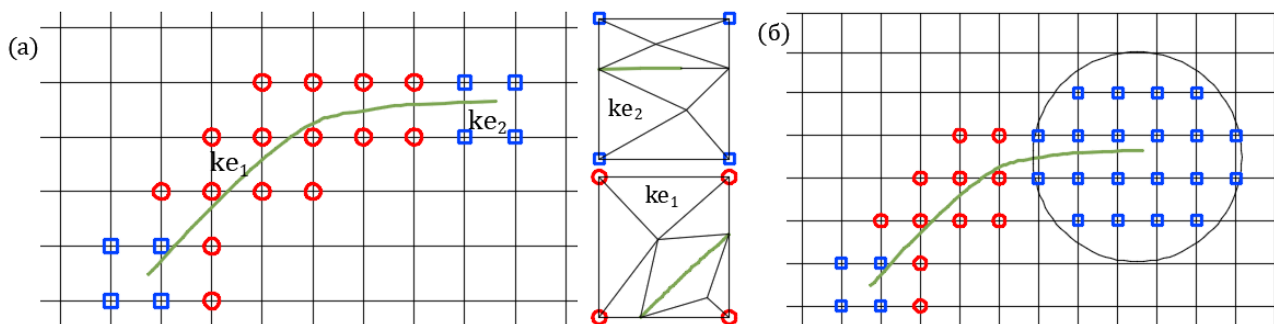
Стандардно Гаусово правило квадрата Huybrechs и Cools 2008 [152] се не може користити за елементе мреже који су пресечени границом дисконтинуитета. Измене су потребне да би се могао извршити нумерички прорачун. Ако би се повећао број Гаусових интегративних тачака изгубила би се тачност. Развијене су друге две методе за нумеричку интеграцију побољшаних елемената (Dolbow 1999 [153]). То су метода поделе на троуглове/четвороугаонике (само троуглови или и троуглови и четвороугаоници) и метода подмрежа (гушћа мрежа упоредо са већ постојећом). Обе методе се користе и обе имају своје предности и недостатке Khoei 2015 [150]. Код прве методе пораст прслине може довести до померања Гаусових тачака и стварања потребе преноса података на тачке са новим положајем. Код друге методе тачност решења се повећава са густином мреже, слика 4.9. Додате тачке не повећавају степен слободе већ

служе да се интерполацијом у додатим тачкама повећа прецизност. Уколико су мање грешке прихватљиве, може се и повећати број интегративних тачака и тиме смањити време прорачуна.

Овакав избор побољшаних тачака је топологијски, слика 4.10(а). Могу се тачке поставити и на други начин, нпр. Тако да испуњавају услов да су све исто удаљене од границе. Овако постављање тачака се назива геометријским. Предложили су га Laborde et al. [47]. Избор величине геометријске зоне око врха прслине слика 4.10 (б) би требао да има физичку основу, односно полупречник кружнице око врха прслине је полупречник пластичне зоне, који се према Dugdale-Barenblatt [23], [10] за мод оптерећења I рачуна по формули $r = \beta \frac{\pi K_I^2}{16 \sigma_T^2}$, где је K_I фактор интензитета напона, σ_T напон на граници течења, β коефицијент пропорционалности. Топологијски избор тачака је добар избор за Хевисајдову функцију, док је геометријски избор бољи за tanh функцију



Слика 4.9 Интеграција побољшаних чворова а) елементи издељени на троуглове б) елементи издељени подмрежом. Извор Kloe1 2015 [150]



Слика 4.10 (а) Топологијски избор побољшаних чворова и пример поделе елемената мреже ke_1 и ke_2 око прслине и врха на троуглове (б) геометријски избор побољшаних чворова око врха прслине

4.4 Једначина одржања момента количине кретања

Вредности коефицијената основне функције, односно померања у сваком чвору u_i се одређује на основу једначине одржања момента количине кретања Motamedi и Mohammadi 2009 [154]:

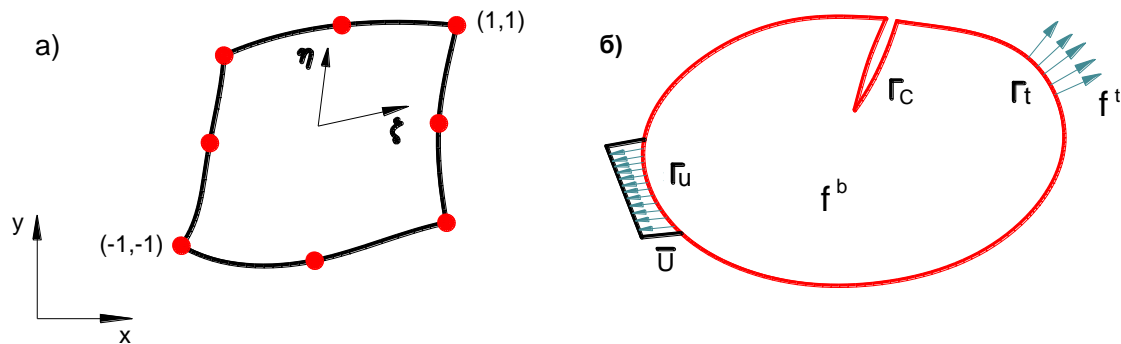
$$\nabla \sigma + f^b = \rho \ddot{u} \quad (4.20a)$$

гранични услови су

$$\sigma \cdot n = f^t \text{ на } \Gamma_t \quad (4.20б)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \text{ на } \Gamma_c \quad (4.20в)$$

$$u(x, t) = \bar{u}(x, t) \text{ на } \Gamma_u \quad (4.20г)$$



Слика 4.11 (а) Локални и глобални координатни систем, (б) гранични и почетни услови једначине кретања

почетни услови

$$u(x, t = 0) = \bar{u}(0) \quad (4.20д)$$

$$\dot{u}(x, t = 0) = \dot{\bar{u}}(0) \quad (4.20ђ)$$

где су Γ_t , делови границе изложене сили истезања, Γ_u , померању и Γ_c је граница прсине на коју не делују спољашне силе. f^b је запреминска сила по јединици запремине и f^t је сила истезања по јединици запремине, \bar{u} је померање на граници Γ_u . Једначина кретања се множи тест функцијом δu , а затим изражава у форми интеграла

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u} \delta u \, d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \delta \varepsilon \, d\Omega = \int_{\Omega} f^b \delta u \, d\Omega + \int_{\Gamma} f^t \delta u \, d\Gamma \quad (4.21a)$$

Напон се може изразити Хуковим (енг. Нооке) законом $\sigma = C \cdot \varepsilon$. Заменом у једначину (4.21a) добија се

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u} \delta u \, d\Omega + \int_{\Omega} C \varepsilon \delta \varepsilon \, d\Omega = \int_{\Omega} f^b \delta u \, d\Omega + \int_{\Gamma} f^t \delta u \, d\Gamma \quad (4.21б)$$

4.5 Дискретизација померања код ПМКЕ

Домен интеграла се дели на коначне елементе. Функција облика МКЕ се побољшава додавањем функција побољшања која зависи од врсте дисконтинуитета. Најчешће коришћене су Хевисајд функција и функција знака растојања. У даљем прорачуну ће се користити једначина (4.8) за израчунавање померања у тачкама. Њеним изводом добија се релативно померање

$$\varepsilon(x, t) = \frac{\partial u^h}{\partial x} = \sum_{i=1}^n u_i \frac{\partial \phi_i}{\partial x} + \sum_{j=1}^m b_j \frac{\partial (\phi_j H(x))}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{k=1}^{m_t} \phi_k \left(\sum_{l=1}^{m_f} c_k^l F_l(x) \right) \quad (4.22a)$$

$$\varepsilon(x, t) = B^{KE}(x)\bar{u} + B^{PRB}(x)\bar{b} + B^{PRC}(x)\bar{c} \quad (4.22б)$$

где су В матрице извода функције облика која је за дводимензионални елемент

$$B_i^{KE} = B_i^u = \begin{bmatrix} \phi_{i,x} & 0 \\ 0 & \phi_{i,y} \\ \phi_{i,y} & \phi_{i,x} \end{bmatrix} \quad (4.23a)$$

$$B_j^{PRB} = B_j^b = \begin{bmatrix} (\phi_j H)_{,x} & 0 \\ 0 & (\phi_j H)_{,y} \\ (\phi_j H)_{,y} & (\phi_j H)_{,x} \end{bmatrix} \quad (4.23б)$$

$$B_k^{PRC\alpha} = \begin{bmatrix} (\phi_k F_\alpha)_{,x} & 0 \\ 0 & (\phi_k F_\alpha)_{,y} \\ (\phi_k F_\alpha)_{,y} & (\phi_k F_\alpha)_{,x} \end{bmatrix} \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4) \quad (4.23в)$$

$$B_k^{PRC} = B_k^c = [B_k^{PRC_1} \quad B_k^{PRC_2} \quad B_k^{PRC_3} \quad B_k^{PRC_4}] \quad (4.23г)$$

сменом апроксимације померања (4.8) и деформације (4.23) у једначину (4.21б) и заменом граничних услова и почетних се добија систем једначина

$$M\ddot{u}^h + Ku^h = f \quad (4.24)$$

где је вектор померања u_i у чворовима након побољшања добио додатне степене слободе b_j, c_k^l

$$u^h = \{u_i, b_j, c_k^l\}^T \quad (4.25)$$

Системска матрица или матрица крутости K (јер је прво примењена у механици), матрица маса M и вектор спољашњег оптерећења f се дефинишу на следећи начин Mohammadi 2008 [155]:

$$K_{ij}^e = \begin{bmatrix} K_{ij}^{uu} & K_{ij}^{ub} & K_{ij}^{uc} \\ K_{ij}^{bu} & K_{ij}^{bb} & K_{ij}^{bc} \\ K_{ij}^{cu} & K_{ij}^{cb} & K_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$M_{ij}^e = \begin{bmatrix} M_{ij}^{uu} & M_{ij}^{ub} & M_{ij}^{uc} \\ M_{ij}^{bu} & M_{ij}^{bb} & M_{ij}^{bc} \\ M_{ij}^{cu} & M_{ij}^{cb} & M_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$f_i = \{f_i^u, f_i^b, f_i^c\}^T \quad (4.28)$$

Узимајући да су В и С матрице извода функције облика и конструктивне матрице, могу се чланови једначина изразити као Motamedi и Mohammadi 2009 [154]:

$$k_{ij}^{rs} = \int_{\Omega^e} (B_i^r)^T C B_j^s d\Omega \quad (r, s = u, b, c) \quad (4.29)$$

$$M_{ij}^{uu} = \int_{\Omega} \rho \phi_i \phi_j d\Omega \quad (4.30a)$$

$$M_{ij}^{bb} = \int_{\Omega} \rho (\phi_i H_i) (\phi_j H_j) d\Omega \quad (4.30б)$$

$$M_{ij}^{cc} = \int_{\Omega} \rho (\phi_i F_{\alpha i}) (\phi_j F_{\alpha j}) d\Omega \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4) \quad (4.30в)$$

$$M_{ij}^{ub} = M_{ij}^{bu} = \int_{\Omega} \rho \phi_i (\phi_j H_j) d\Omega \quad (4.30г)$$

$$M_{ij}^{uc} = M_{ij}^{cu} = \int_{\Omega} \rho \phi_i (\phi_j F_{\alpha j}) d\Omega \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4) \quad (4.30д)$$

$$M_{ij}^{bc} = \int_{\Omega} \rho (\phi_i H_i) (\phi_j F_{\alpha j}) d\Omega \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4) \quad (4.30ђ)$$

$$f_i^u = \int_{\Gamma_t} \phi_i f^t d\Gamma + \int_{\Omega} \phi_i f^b d\Omega \quad (4.31a)$$

$$f_i^b = \int_{\Gamma_t} \phi_i H f^t d\Gamma + \int_{\Omega} \phi_i H f^b d\Omega \quad (4.31б)$$

$$f_i^c = \int_{\Gamma_t} \phi_i F_{\alpha} f^t d\Gamma + \int_{\Omega} \phi_i F_{\alpha} f^b d\Omega \quad (4.31в)$$

Посматрано у локалном координатном систему (ξ, η) , слика 4.11(а), елементи матрице крутости су

$$k_{ij}^{\alpha\beta} = \int_{\Omega} (B_i^{\alpha})^T C B_j^{\beta} \det J d\xi d\eta = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (B_{i(\xi,\eta)}^{\alpha})^T C B_{j(\xi,\eta)}^{\beta} \det J d\xi d\eta \quad (\alpha, \beta = ke, pr) \quad (4.32)$$

чије су димензије 8x8 за Q4 стандардни елемент, односно 16x16 за побољшан елемент.

4.6 Одређивање фактора интензитета напона код ПМКЕ

Постоје два нумеричка приступа за израчунавање фактора интензитета напона K . Један је директни, а други је преко J интеграла. Директни приступ развија нумерички прорачун за већ постојећи израз за K . Мање је прецизан у односу на J интеграл али је популарнији. J интеграл (Cherapanov 1967 [156], Rice 1968 [37]) се рачуна по формули (2.34).

$$J = \int_{\Gamma} \left(w \delta_{1j} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) n_j d\Gamma$$

На основу тренутног стања 1 $(u_i^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(1)}, \sigma_{ij}^{(1)})$ и помоћног стања 2 $(u_i^{(2)}, \varepsilon_{ij}^{(2)}, \sigma_{ij}^{(2)})$ се рачуна збирни J интеграл Moës et al. 1999 [124], Koh and Haber 1986 [157]

$$J^{(1+2)} = \int_{\Gamma} \left(\frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) (\varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)}) \delta_{1j} - (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) \frac{\partial}{\partial x_1} (u_i^{(1)} + u_i^{(2)}) \right) n_j d\Gamma \quad (4.33)$$

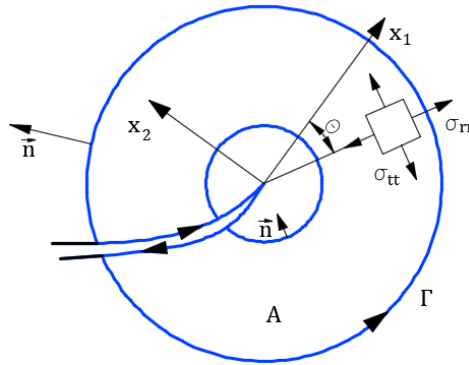
интеграл се може рашчланити на три сабирка

$$J^{(1+2)} = J^{(1)} + J^{(2)} + I^{(1,2)} \quad (4.34)$$

$I^{(1,2)}$ је интеграл међудејства (енг. interaction integral) Yau et al. 1980 [158], који се у ПМКЕ често користи за одређивање K

$$I^{(1,2)} = \int_{\Gamma} \left(w^{(1,2)} \delta_{1j} - \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right) n_j d\Gamma \quad (4.35)$$

где је енергија деформисања међудејства $w^{(1,2)} = \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)}$.

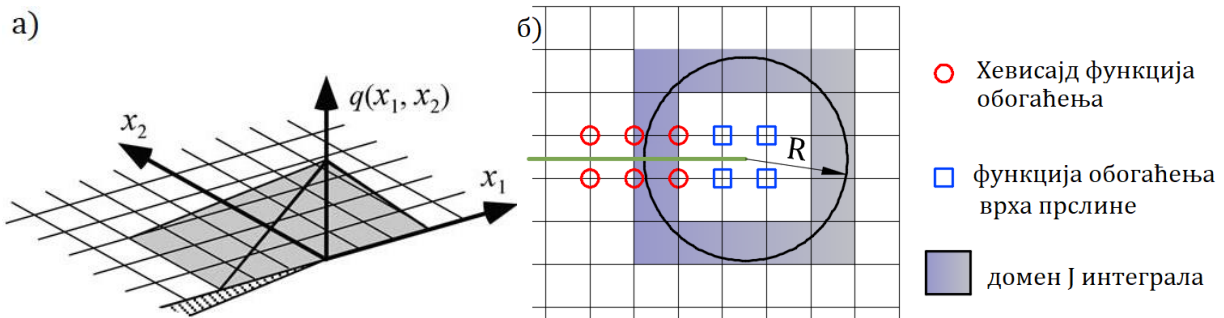


Слика 4.12 Еквивалентна површина интеграљења A и правац скретања прслине

Интеграљење по контури Γ може бити прецизно израчунато, јер контура пролази кроз интеграционе тачке где је напон прецизније израчунат. Проблем је што је у пракси интеграл зависан од пута и зависи и од мреже. Показало се да је боље интегралити над површином уместо линијом (Raju и Shivakumar 1990 [159]), јер тада интеграл није зависан од облика површине, Li F.Z. et al. 1985 [160], слика 4.12

$$I^{(1,2)} = \int_A \left(-w^{(1,2)} \delta_{1j} + \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} dA \quad (4.36)$$

где је q функција дефинисана на домену интеграције, слика 4.13(а). Q функција је предложена од Moës et al. 1999 [124]. Домен интеграције мора бити тако изабран да је довољно близу врху прслине, да није компликованог облика (најчешће круг или правоугаоник). Функција q је произвољна све док има коректне вредности на граници домена. Може имати вредност 1 на врху прслине да би затим опадала до нуле на граници домена.



Слика 4.13 (а) Пример q функције. Извор Shih et al. 1986 [161] (б) прорачун J интеграла на домену око виртуелног полупречника R

Функција q се може апроксимирати стандардном методом коначних елемената Anderson 2005 [17]:

$$\frac{\partial q}{\partial x_j} = \sum_{n=1}^n \frac{\partial N_n(x)}{\partial x_j} q_n \quad (4.37)$$

n је број чворова по елементу, $N_n(x)$ је функција облика (обележава се са N да би се нагласила употреба дискретних вредности функције), q_n вредност функције q у чвору n . Преласком са глобалног на локални координатни систем се добија

$$\frac{\partial q}{\partial x_j} = \sum_1^n \sum_{k=1}^{2\text{или}3} \frac{\partial N_n(x)}{\partial \xi_k} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j} q_n \quad (4.38)$$

Интеграл (4.36) се може нумерички развити користећи Gaussian интеграционо правило Nuubrechts и Cools 2008 [162]:

$$I^{(1,2)} = \sum_{\text{АилиV}} \sum_1^m \left(\left(\left(-w^{(1,2)} \delta_{1j} + \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} \right) \det \left(\frac{\partial x_j}{\partial \xi_k} \right) \right)_m \omega_m \quad (4.39)$$

где је m број Gaussian интеграционих тачака по елементу, ω_m је Gaussian функција, индекс m означава интеграцију у тачки m . Интеграција дуж границе прслине је потребна само кад ту делује сила. Уз помоћ једначине (2.31а) се добија

$$I^{(1,2)} = \frac{2}{E'} \left(K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(2)} K_{II}^{(1)} \right) + \frac{1}{\mu} K_{III}^{(1)} K_{III}^{(2)} \quad (4.40)$$

Ако се узме да је помоћно стање (2) мода оптерећења I, тада је $K_I^{(2)} = 1$ и $K_{II}^{(2)} = K_{III}^{(2)} = 0$, може се израчунати $K_I^{(1)}$ на основу интеграла $I_I^{(1)}$

$$K_I^{(1)} = \frac{E'}{2} I_I^{(1)} \quad (4.41)$$

Ако се узме да је помоћно стање (2) мода II, тада је $K_I^{(2)} = K_{III}^{(2)} = 0$ и $K_{II}^{(2)} = 1$, може се израчунати $K_{II}^{(1)}$ на основу интеграла $I_{II}^{(1)}$

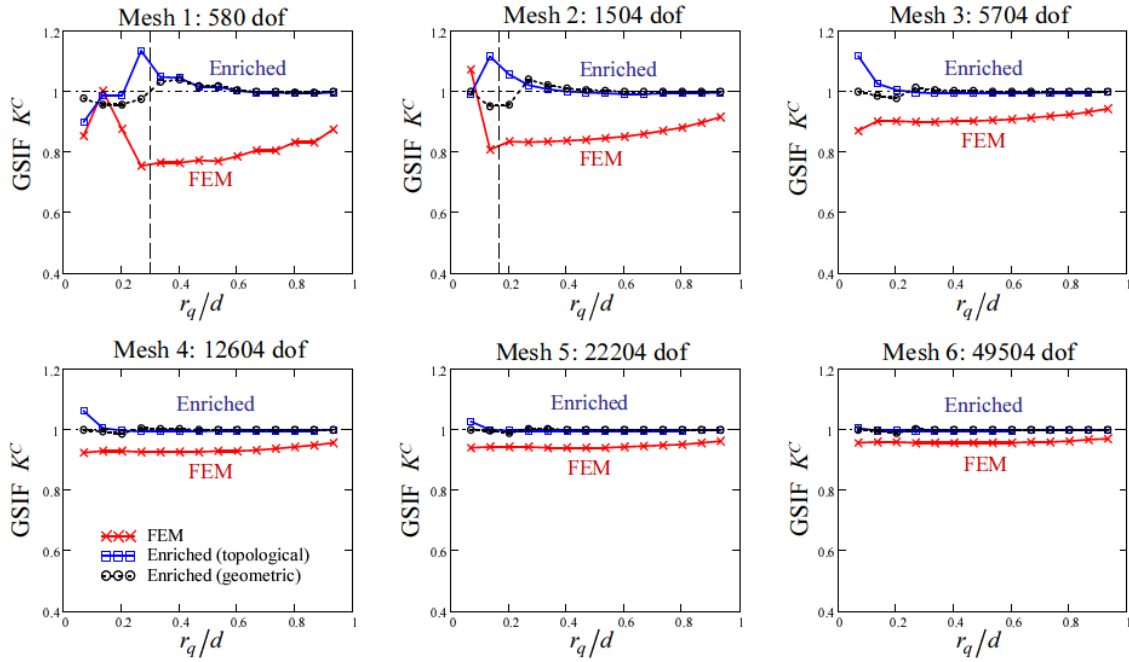
$$K_{II}^{(1)} = \frac{E'}{2} I_{II}^{(1)} \quad (4.42)$$

Динамика лома се користи да опише процес ширења прслине када је део изложен наглим променама оптерећења што доводи и до мењања путање и облика прслине. Irwin 1969 [163] је предложио испитивање брзине ширења прслине, правца ширења, гранања прслине, заустављање њеног ширења, када настаје брзо пуцање дела, минималне жилавости замора. Да би се проценио K^{din} динамички фактор интензитета напона, J интеграл се рачуна по формули Kim и Paulino 2003 [164]

$$J = \int_A \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - (W + K) \right) \delta_{,k} dA + \int_A \left(\rho \ddot{u}_i - f_i \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \rho \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_k} \dot{u}_i \Big) q dA \quad (4.43)$$

где је $K = \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \dot{u}_i$ густина кинетичке енергије.

$$I^{(1+2)} = \frac{2(1-\nu^2)}{E} \left(f_1(\dot{a}) K_I^{din} K_I^{(2)} + f_2(\dot{a}) K_{II}^{din} K_{II}^{(2)} \right) \quad (4.44)$$



Слика 4.14 Процена K методама МКЕ и ПМКЕ за различите густине мреже. Извор Giner et al. 2008 [165]. Избор тачака побољшања је извршен топологијском и геометријском методом

За одређивање праваца развоја прсине у сваком кораку прорачуна, потребно је усвојити критеријум по коме ће се рачунати. Обично се изражава у зависности од фактора интензитета напона за облике који постоје око врха прсине. Развијено је више израза за дводимензионално и тродимензионално посматрање проблема. Код дводимензионалних проблема су развијени критеријуми на основу највећег тангенцијалног напона (слика 4.12), највеће ослобођене енергије и најмање густине енергије деформисања (коју је први увео Sih 1974 [166]). Због лаке применљивости у нумеричким прорачунима критеријум највећег тангентног напона σ_{tt} се користи за мешовите облике напрезања. Предложили су га Erdogan и Sih 1963 [167], сматрајући да ће развој прсине бити у правцу највећег тангентног напона. Критеријум се математички изражава

$$\frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_{tt}}{\partial \theta^2} < 0 \tag{4.44}$$

на основу којих се добија $\theta = -\arccos\left(\frac{3K_{II}^2 + K_I\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2}\right)$ и

$$K = K_{Ic} = \cos\frac{\theta}{2}\left(K_I\cos^2\frac{\varphi_0}{2} - \frac{3}{2}K_{II}\sin\varphi_0\right)$$

- за мод оптерећења I је $\theta_c = 0, K_I = K_{Ic}$,
- за мод оптерећења II је $\theta_c = -70,6^\circ, K_{IIc} = \sqrt{\frac{3}{4}}K_{Ic}$,
- за комбиновани облик оптерећења који настаје услед геометрије или спољашњег оптерећења, користе се нумеричке методе или нпр. Приближна формула Sih 1974 [166]

$$\theta = \arcsin\left(\frac{K_{II}}{\sqrt{K_I^2 + 9K_{II}^2}}\right) + \arctg\left(\frac{3K_{II}}{K_I}\right)$$

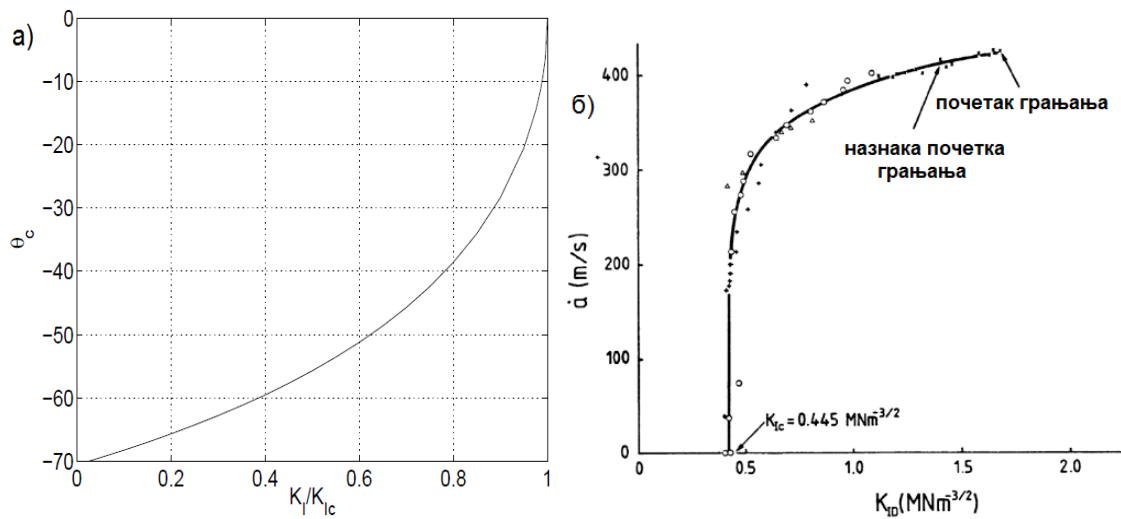
Методом најмање густине енергије деформисања

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_IK_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2$$

се може добити критеријум за правац прстирања прслине на основу услова минималне енергије деформисања

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_0} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial S^2} > 0 \tag{4.45}$$

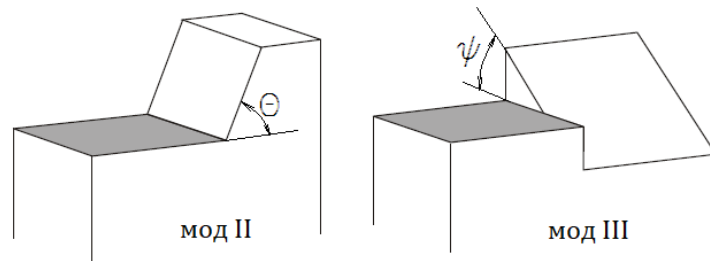
који за раванско напрезање мода I добија облик $S_c = \frac{1-2\nu}{4\pi\mu} K_{Ic}^2$



Слика 4.15 а) правац развоја прслине за мешовите облике оптерећења. Извор Schreurs 2013 [168], б) промена жилавости замора са променом брзине прслине. Извор Irwin et al. 1979 [169]

Да би дошло до развоја прслине услед замора потребно је да је $\Delta K_{Ith} < \Delta K < \Delta K_{Ic}$. Нестабилан раст настаје када је испуњен услов Richard 2003 [170]

$$\Delta K = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta K_I^2 + 4(\alpha_1 \Delta K_{II})^2 + 4(\alpha_2 \Delta K_{III})^2} = K_{Ic} \tag{4.46}$$



Слика 4.16 Углови закретања под дејством оптерећења мода I и II

Углови закретања под дејством оптерећења облика I и II

$$\theta = \pm \left(A \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_I|} + B \left(\frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_I|} \right)^2 \right)$$
$$\psi = \pm \left(C \frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_I|} + D \left(\frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_I|} \right)^2 \right)$$

У нумеричкој симулацији динамичког развоја прслине постоје два приступа. Један приступ сматра да је брзина пораста прслине равномерна па се у сваком кораку повећава за одабрану вредност од које зависи тачност као и од густине мреже око врха прслине. Друга метода се заснива на примени једначина које предвиђају брзину раста прслине, крајњу дужину прслине, време које ће проћи до постизања максималне дужине.

ПОГЛАВЉЕ 5 Експериментално одређивање силе на доњој полузи система за повезивање у три тачке

Пољопривредни трактор је вучно и /или носећа погонска машина специјално дизајнирано да оствари вучне силе и/или обртни момент. Први задатак пољопривредног трактора је да оствари ношење или вучу прикључне радне машине. Други задатак је да, уколико је потребно, обезбеди снагу за погон активних радних делова радне машине које се користе у пољопривреди. Првобитна намена му је била обрада земљишта, а сада се користи за обављање разних задатака у пољопривреди, шумарству и другим областима.

Снага мотора мора бити пренета прикључној радној машини како би могао да изврши прописани рад. То се може остварити потезницом или системом за вешање ако прикључну радну машину и оруђе треба вући или носити. На задњој страни трактора, а код неких новијих модела и на предњој страни, налази се излазно вратило за пренос обртног момента, ако је то потребно прикључној радној машини.

Велика средства се у свету улажу у повећање продуктивности, поузданости, животног века, сугурности као и олакшање коришћења трактора (Милеуснић et al. 2010 [171]). Arizton Advistory & Intelligence 2018 [172] су приказали да је учешће трактора мале снаге (мање од 40 kW) у укупној продаји трактора 2017. године износило једну трећину. Фарме које поседују мање од 2 хектара чине 84% свих фарми и заузимају 12% пољопривредног земљишта, док је у мање развијеним земљама тај проценат већи (Sarah et al 2016 [173]). Нижа цена, функционалност, једноставност мотивише фармере мањих фарми да купују тракторе мале снаге тако да је и у експериенту на њиви коришћен трактор мале снаге.

Све до четрдесетих година прошлог века су плугови и друга оруђа за обраду земљишта била повезана са трактором преко потезнице. Потезница се класично израђивала као правоугаона челична шипка која на једном свом крају има ушку. Она се посредством осовинице везује са прикључном полугом радне машине која се агрегатира са трактором. На прикључни уређај се постављају точкови ради лакшег манервисања, а може се дозволити извесна слобода обртања у бочној равни.

Конструктивна решења која реализују нови начин прикључивања радних машина за трактор као погонску машину довела су до настанка прикључно-подизног механизма за повезивање у три тачке (трозглобна потезница). Овај систем је настао тридесетих година прошлог века. На скоро сваком трактору омогућено је прикључивање радних машина у три тачке. Овакав начин повезивања остварује динамички пренос оптерећења на погонске точкове. Захваљујући томе могућа је употреба трактора мале масе. Већина оваквих механизма има систем за контролу дубине орања или за контролу силе којом се делује на прикључну радну машину. Контролни систем омогућава подизање механизма када наиђе на препреку што повећава сигурност трактора од превртања и оштећења раоника и/или плужне даске.



Слика 5.1 John Deere механизам повезивања у три тачке

Механизам је од свог настанка до данас добио више варијанти. Да би се омогућила његова употреба за повезивање више врста трактора и прикључних машина уведени су стандарди ISO 730-1. Прописана геометрија има утицај на подизну силу механизма и на динамички пренос оптерећења на погонске тачкове.

Класификација система који повезују трактор и прикључне машине може се извршити на основу следећих критеријума:

- врсте прикључне машине,
- конструкције и функције система за повезивање,
- позиције на трактору за који се везује систем,
- дозвољених хоризонталних и вертикалних оптерећења на систем за повезивање.

Систем за повезивање се поставља на задњи и/или предњи крај трактора, док су код неких трактора присутни и на бочној страни. Радне машине се током обављања пољопривредних операција најчешће прикључују и агрегирају иза трактора. Могу се сврстати у неколико група:

- механизам за повезивање у три тачке



Слика 5.2 Massey Ferguson 35



Слика 5.3 Косилица повезана у три тачке (wikipedia)

- механизам за брзо повезивање у три тачке



Слика 5.4 John Deere



Слика 5.5 Teagle A оквир

- потезница



Слика 5.6 Massey Ferguson потезница



Слика 5.7 John Deere потезница

- повезивање помоћу куке или вијка са вученим прикључком



Слке 5.8, 5.9 и 5.10. Повезивање помоћу куке или вијка

Повезивање прикључка са системом за повезивање се остварује ушком и осовиницом или виљушком са две ушке и осовиницом. Обично се назива тачком повезивања. Према њиховом броју се разликују:

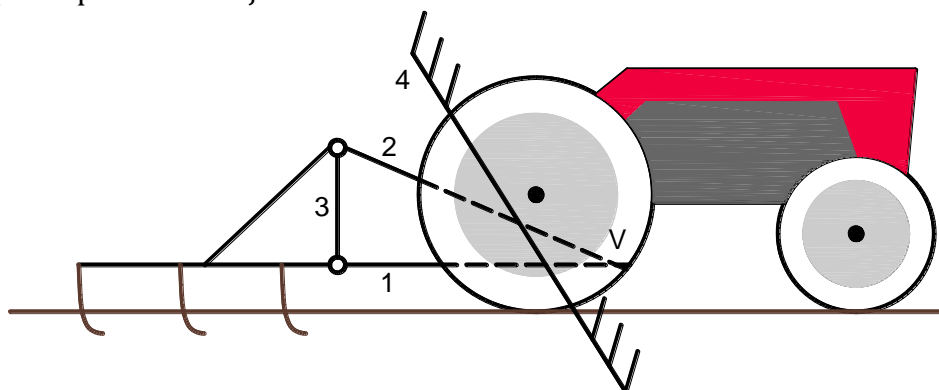
- (i) повезивање у три тачке
- (ii) повезивање у две тачке
- (iii) повезивање у једној тачки

(i) Повезивање у три тачке

Прикључивање радне прикључне машине и оруђа у три тачке омогућава комплетну контролу машина и оруђа. Не постоји могућност слободног померања у простору као код вучене машине и оруђа или вертикалног померања као код полу-ношене машине и оруђа. Има могућност подизања када је вертикална компонента земљишта већа од тежине прикључка на начин који одређује кинематика везе.

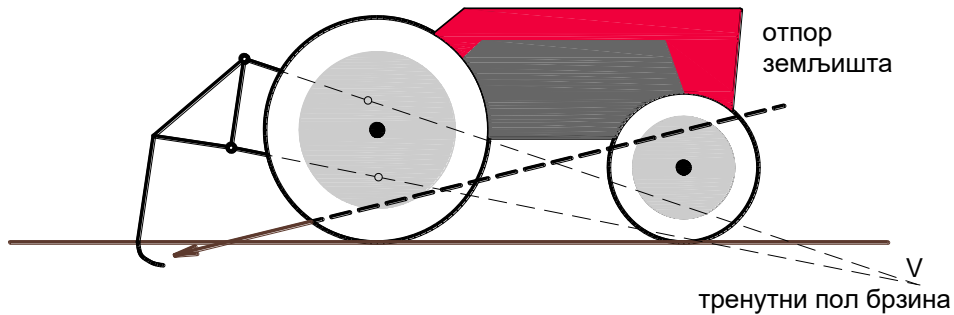
У вертикалној равни механизам се назива механизам четири везе, слика 5.11:

- а) две доње полуге делују као једна веза у вертикалној равни – положај 1,
- б) горња полука – положај 2,
- в) оквир прикључног уређаја (рам) – положај 3,
- г) шасија трактора – положај 4.



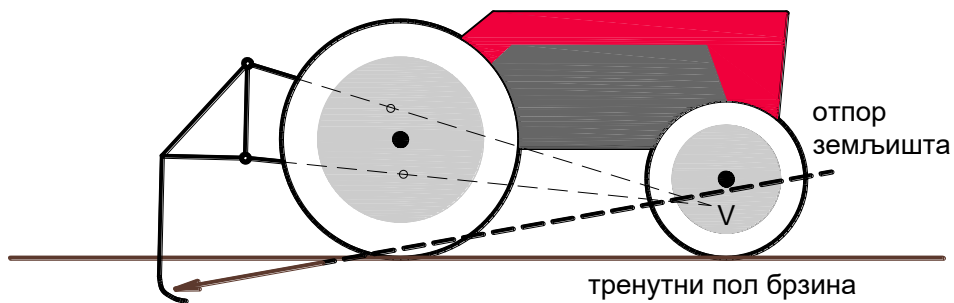
Слика 5.11 Веза у три тачке као механизам четири везе

Тачка V представља тренутни пол брзина. Механизам мења положај у току радног процеса, па и тренутни пол брзина V мења свој положај. У тренутку уласка плуга у земљу тренутни пол се налази испод земље док отпор земљишта пролази изнад ње, слика 5.12.



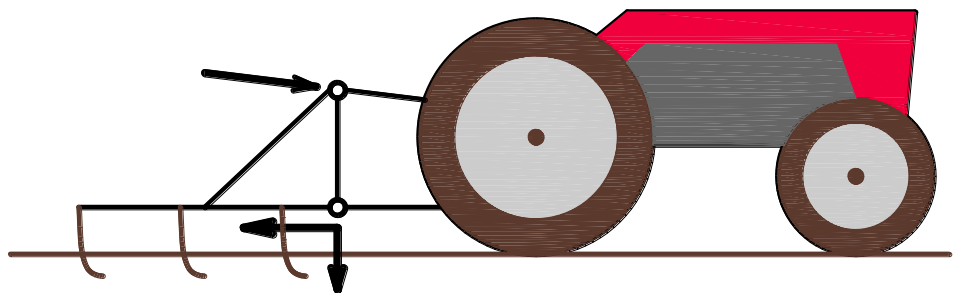
Слика 5.12 Положај тренутног пола брзина кад плуг улази у земљу

Укупни отпор земљишта ствара моменат који помера плуг дубље у земљу. Тренутни пол брзина се подиже, а нападна линија отпора земљишта се спушта. На слици 5.13 је приказан положај нападне тачке кад се постигне жељена дубина орања.



Слика 5.13 Положај тренутног пола брзина кад се постигне жељена дубина орања

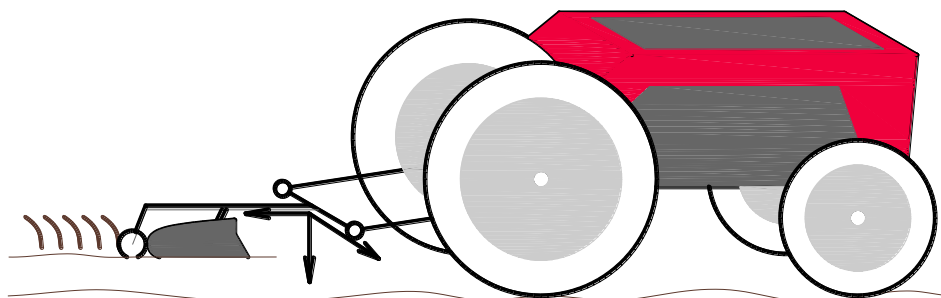
Сила која се са прикључног уређаја преноси на три тачке у вертикалној равни приказана је на слици 5.14



Слика 5.14 Веза у три тачке

(ii) Повезивање у две тачке

Две доње полуге и точак прикључног уређаја примају оптерећење. За овакве прикључне уређаје кажемо да су полу ношени, слика 5.15



Слика 5.15 Веза у две тачке

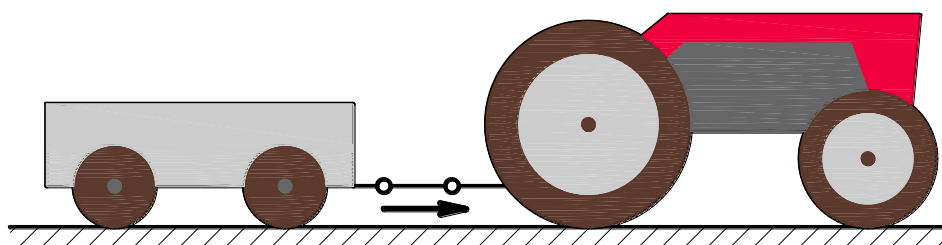
У вертикалној равни оруђе може да се помера око тачки везе и да прати терен. У хоризонталној равни оруђе не може слободно да се креће. Због тога је ова веза погодна за несиметрична оруђа као што је нпр. Плуг, косилица, тањирача. У тачкама везе делује и вертикална сила која се преноси на погонске тачкове.

(iii) Повезивање у једној тачки

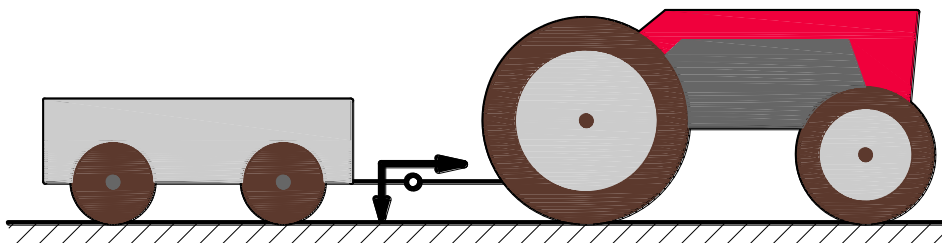
Прикључна машина или оруђе је повезана са потезницом у једној тачки. Оваква веза је технички најједноставнија. Оруђе има слободу кретања и у вертикалној и у хоризонталној равни. За овакве машине и оруђа се каже да су вучени. Разликују се два основна преноса оптерећења:

(а) када је прикључак потпуно ношен на својим тачковима преноси се само хоризонтална сила на систем за повезивање, слика 5.16

(б) када је прикључак задњим крајем ослоњено на тачкове док предњи крај носи потезница преноси се осим хоризонталне и вертикална сила, слика 5.17



Слика 5.16 Веза у једној тачки без вертикалне силе



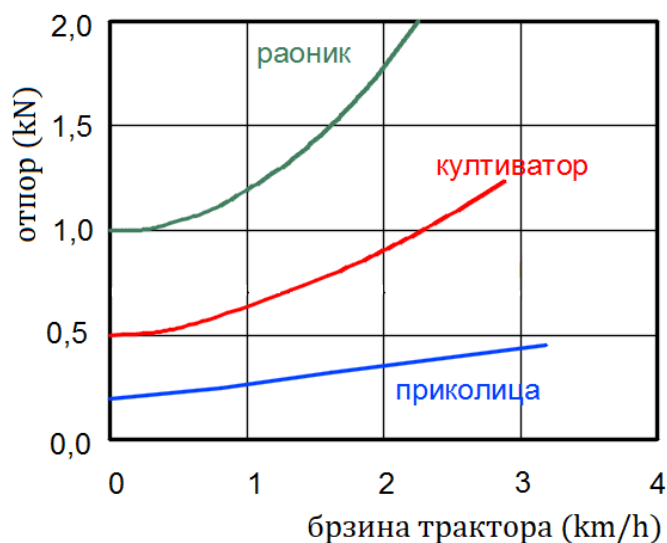
Слика 5.17 Веза у једној тачки са вертикалном силом

5.1 Отпор прикључне машине и оруђа

Познавање појединих отпора, њихове вредности и начин на који утичу на рад трактора представљају полазну основу за правилно агрегатирање трактора и радних

машина. Силе које делују на плуг се могу представити резултујућом тродимензионалном силом која делује у нападну тачку. Нападна тачка није фиксна јер зависи од променљивог отпора земљишта, подешавања плуга и повезивања са механизмом за повезивање у три тачке (МПТ). Латерална R_z сила потиче од земљишта. Вертикална сила R_u потиче од тежине плуга, вертикалне компоненте отпора земљишта и од тежине земље коју плуг носи. Део вертикалне силе може преузети помоћни точак.

Хоризонтална, лонгитудинална, сила потребна за кретање оруђа (хоризонтална компонента отпора оруђа) R_x се мења са начином обраде земљишта, величином прикључне машине и оруђа, брзине кретања и врсте земљишта. Нека оруђа, као што су плугови за орање (Fröba 1995 [174]), имају значајне хоризонталне силе при квазистатичким условима, онда када је брзина трактора једнака нули. Са повећањем брзине трактора повећава се и хоризонтална сила. Повећање је највеће код плуга праметњака који подиже и окреће већу количину земље у односу нпр. На култиватор, слика 5.18. Вучени уређаји, попут тешких приколица, имају велики хоризонтални отпор, јер услед велике тежине имају и велики отпор котрљању точкова приколице. Са повећањем брзине благо расте хоризонтални отпор. Релативно лак прикључак (косилица, сејалица), који прима обртање од прикључног вратила, има константну хоризонталну силу. Слика 5.18 приказује хипотетичку зависност хоризонталног отпора прикључка од брзине.



Слика 5.18 Хипотетичка зависност хоризонталног отпора прикључка од брзине

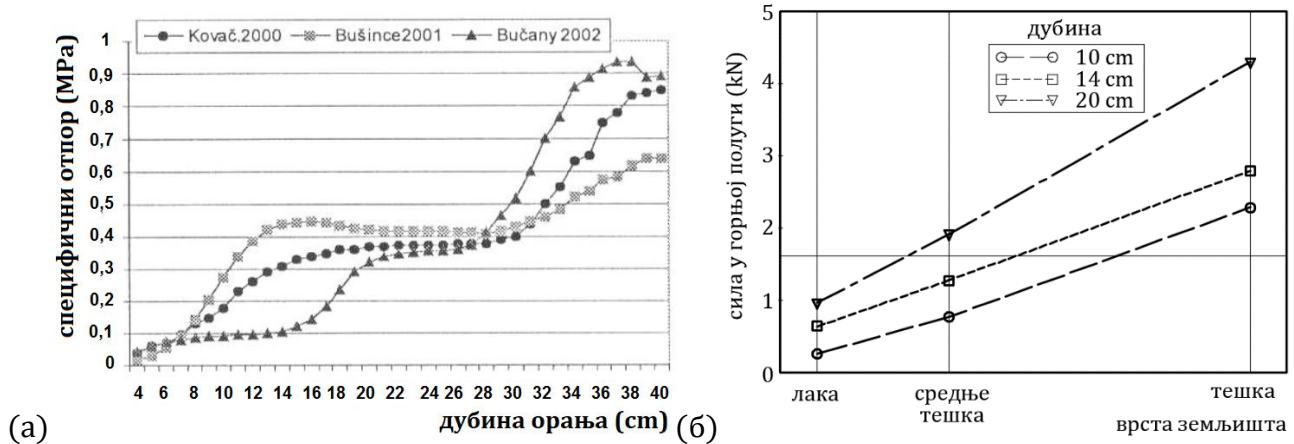
Постоји неколико метода за одређивање R_x отпора прикључне машине. Могу се поделити на аналитичке методе и мерне методе у лабораторији или на пољопривредној парцели.

За аналитичку процену отпора прикључног оруђа развијено је неколико метода. Goryachkin (Горячкин 1968 [175]) је на основу теоретског истраживања и експеримента развио једначину за процену хоризонталног отпора плуга:

$$R_x = G \cdot f + k \cdot a \cdot b \cdot n + \epsilon \cdot a \cdot b \cdot n \cdot v^2 \quad (5.1)$$

Први сабирак ове једначине је отпор трења, где је G (N) тежина плуга и f (-) је коефицијент трења. Коефицијент трења има просечно вредност између $0.3 \div 0.5$ (Bernacki et al 1972 [176]), али за компактна земљишта може имати и већу вредност.

Други сабирак је сила потребна за резање и деформисање пластике. Коефицијент k (N/mm^2) је специфични отпор земљишта, параметар a (m) је дубина орања, b (m) је ширина плужног тела n је број плужних тела. Специфични отпор зависи од врсте земљишта, влажности земљишта, дубине орања, и облика плужног тела.



Слика 5.19 (а) зависност специфичног отпора земљишта од дубине орања. Извор Ронићан et al. 2004 [177] (б) зависност силе у горњој полузи трактора од врсте земљишта и дубине орања. Извор Skalweit 1952 [178]

Горјачкин и сличне методе које покушавају да одреде прецизније отпор земљишта орању се базирају на експерименту. Ипак, одређена правилност је примећена за коефицијент отпора (Martinov и Marković 2002 [179]):

- лака земљишта (пескуша) има $k = 20 \div 40 \text{ kN/m}^2$
- средње тешка земљишта (песковита глина) има $k = 40 \div 60 \text{ kN/m}^2$
- тешка земљишта (глина) има $k = 60 \div 80 \text{ kN/m}^2$
- врло тешка земљишта (ритска смоница) има $k = 80 \div 100 \text{ kN/m}^2$

Трећи сабирак једначине означава силу потребну за довођење у кретање и окретање пластике. Коефицијент ε (Ns^2/m^4) зависи од облика плужног тела, особина земљишта и брзине трактора v (m/s). Овај сабирак расте са повећањем брзине. За брзине до 5 (km/h) вредност трећег сабирка не прелази 5% укупног отпора орања. Препоручене брзине орања су од $5 \div 10$ (km/h) за постизање задовољавајућег квалитета орања. Вредност коефицијента ε има вредност између 3000 и 10000 $Ns^2 m^{-4}$ (Musil и Červinka 2007 [180]). Једначина (5.1) се користи за одређивање отпора и других оруђа за обраду земљишта.

Утицај геометрије плуга на хоризонтални отпор орању је дат преко b ширине плужног тела. За прецизно одређивање утицаја геометрије потребно је извршити експеримент (Plouffe et al 1995 [181]).

Много истраживача је радило на одређивању који параметри утичу на отпор оруђа и на формирању једначине за њено одређивање. Резултати њихових истраживања допринели су формирању једначине за предвиђање вредности хоризонталног отпора оруђа D дата стандардом ASAE D497.5 [182]

$$D = F_i(A + B \cdot v + C \cdot v^2)W \cdot T \quad (5.2)$$

где је:

F_i параметар одређен текстуром земљишта ($i = 1, 2, 3$ за фину, средње крупну и крупну текстуру земљишта)

A, B, C параметари одређени врстом оруђа (дато табеларно, за раони плуг $A= 652, B= 0, C= 5.1$),

v (km/h) брзина трактора,

W (cm) ширина оруђа,

T (cm) дубина обраде земљишта.

Овим стандардом се може проценити отпор орању, међутим промене профила земљишта, текстуре, динамике вожње трактора може узроковати промене амплитуде отпора и до $\pm 50\%$ (McLaughlin et al 2008 [183]).

Мерења на терену су најтачније методе одређивања отпора раду прикључка. Због оваквих мерења развијени су мерни инструменти различите конструкције. Најчешће се базирају на металним или полупроводничким мерним тракама услед њихове тачности и осетљивости. Мерачи отпора се могу поделити у две групе: мерачи вучне силе на потезници и мерачи отпора на трозглобној потезници.

5.1.1 Методологија експерименталног истраживања при мерењу хоризонталног отпора на доњој полузи

Мерења су извршена на пољопривредном газдинству у јулу месецу, након жетве пшенице. Земљиште је типа чернозем, мрвичасте структуре. Оранични слој је иловаста глина механичког сатава песак 35,32%, прах 35,12%, глина 29,56%. Просечна влажност је 19,2%.

За орање је коришћен трактор ИМТ 539 снаге 29,5 kW, масе 1780 kg, предњих точкова 6-16", задњих точкова 11,2-28" (слика 5.20). За прикључно оруђе је одабран плуг превртач типа OLT РТО-2.25 са два плужна тела масе 215 kg, захват по плужном телу је 30 cm (слика 5.21).

Повезивање у три тачке (трозглобно) се усавршавало и остало у сталној примени код трактора мање снаге, мада се често користи и код трактора веће снаге. Из тих разлога су уведени стандарди који разликују четири категорије механизма за повезивање у три тачке како би њихова геометрија одговарала захтевима трактора различите снаге, а самим тим и вучних сила. Доње полуге трактор ИМТ 539 су дужине 820 mm и припадају полугама (I) категорије.

Сва мерења су извршена под идентичним условима. Током свих мерења је вођено рачуна да је плуг коректно постављен у складу са агротехничким захтевима. Пређени пут трактора у току мерења је 50 m.



Слика 5.20 Мерно место



Слика 5.21 Плуг превртач типа OLT PTO-2.25

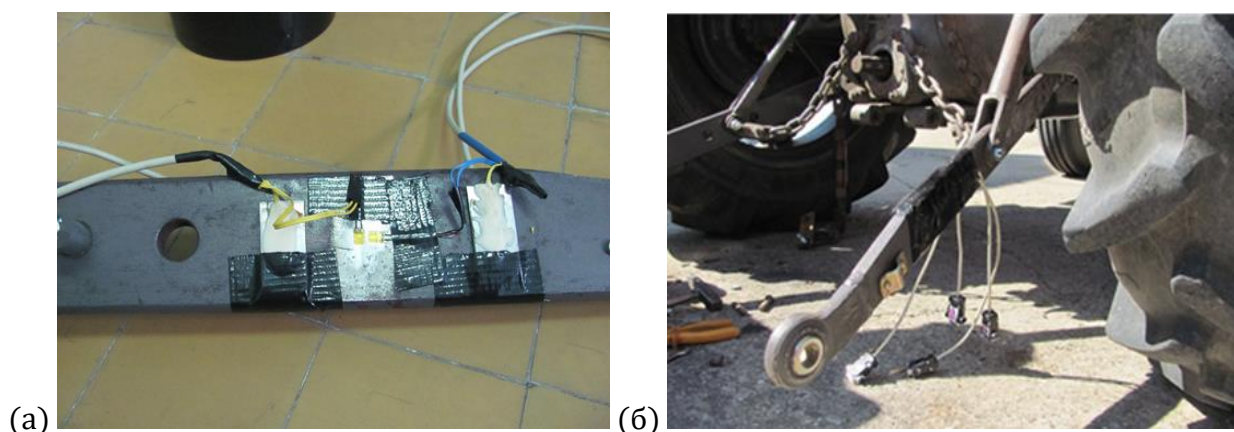
За мерење силе коришћена је комерцијална мерна трака повезана са мерно-аквизиционим уређајем и рачунаром. Мерне траке су типа НВМ КУ31 120-3 са карактеристикама приказаним у Табели 5.1. Њихова прецизност и осетљивост су доброг квалитета.

Табела 5.1 Карактеристике мерне траке НВМ КУ31 120-3

| | |
|---------------------------------|---|
| Произвођач | Hottinger Baldwin Messtechnik, Немачка |
| Тип траке | 3/120KY31 |
| Номинални отпор | 120Ω±1% |
| Мерна база | 3 mm |
| Максимални напон напајања моста | 8 V |

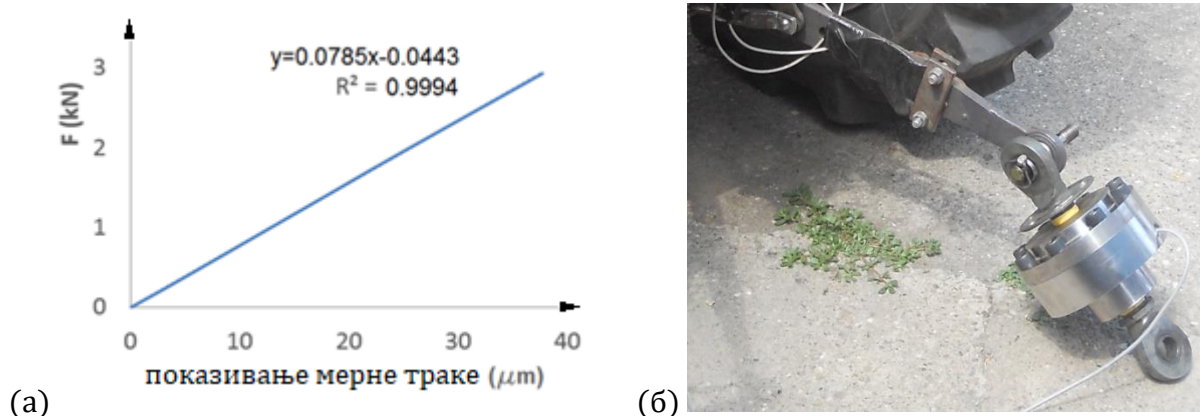
| | |
|---------------------------------------|--|
| К фактор | 2,00±1% |
| Попречна осетљивост | 0,1% |
| Температуреска прилагођеност за челик | $\alpha=10,8 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ |

Постављање мерних трака је приказано на слици 5.22. По две мерне траке су постављене са сваке стране полуге, а затим прекривене фолијом. Мерне траке су повезане у Вистонов мерни мост.



Слика 5.22 (а) постављање мерних трака на доњу полуку (б) постављање полуге са мерним тракама на трактор

Пре мерења на њиви одрађена је калибрација полуге (слика 5.23) и линеарна зависност између примењене силе и издужења мерних трака је процењена са коефицијентом прости линеарне регресије $0,0785 \text{ kN } \mu\text{m}^{-1}$. Стварне вредности са процењеним се добро слажу на шта указује вредност коефицијента детерминације R^2 од 0,9996.



Слика 5.23 (а) линеарна зависност између примењене силе и издужења мерних трака (б) калибрисање на терену

Калибрисање је изведено у позицији полуге коју заузима у току рада. За мерење силе при калибрисању полуге је коришћен давач силе HBM U5 200 kN повезан са мерно-аквизиционим уређајем QuantumX MX840A. За напајање аквизиционог уређаја је коришћен агрегат HONDA EU10i са инвертером. Након анализе података калибрације примећено је да је услед постојења момената савијања боље користити само

лонгитудинално постављену мерну траку. За прецизније мерење сила потребно је постављање сензора.

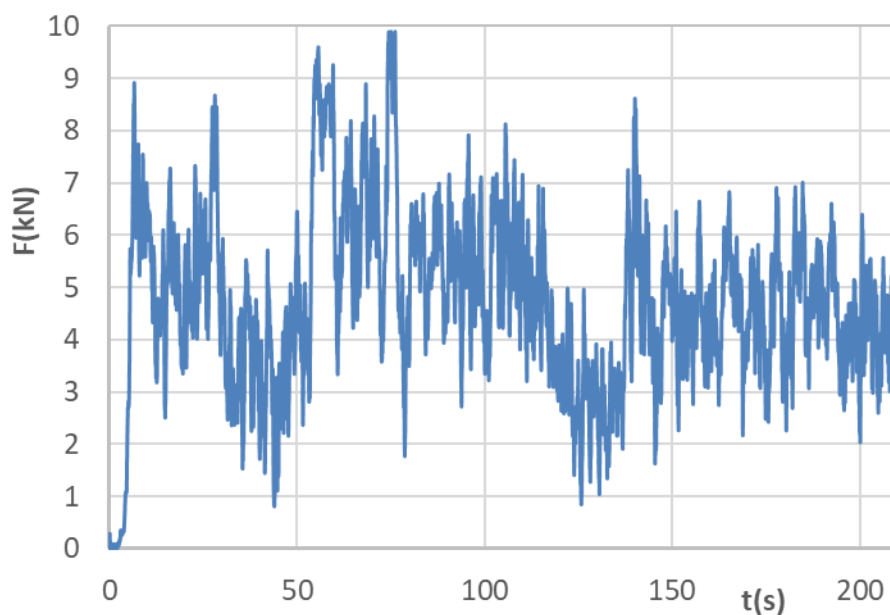
Испитивање је обухватило мерење сила отпора са различитим брзинама кретања трактора и различитим дубинама бразде, табела 5.2

Табла 5.2 Дубина орања и брзина трактора изведени у експерименту

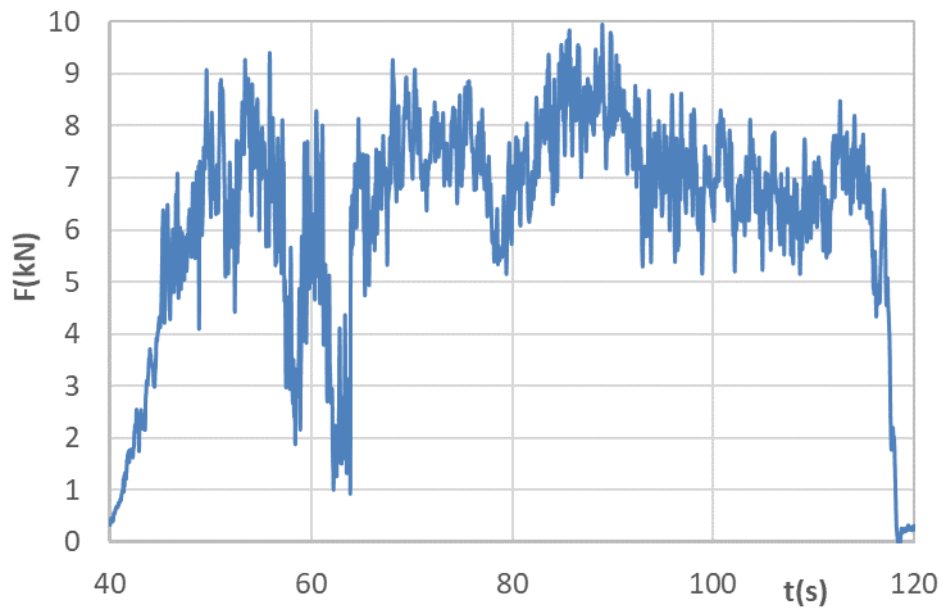
| мерење | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------------------------|----|----|----|----|----|------|----|----|----|
| дубина (cm) | 20 | 20 | 20 | 17 | 15 | 13.5 | 11 | 11 | 15 |
| брзина (km h ⁻¹) | 2 | 4 | 6 | 2 | 2 | 2 | 2 | 6 | 6 |

Брзина трактора је варирана према расположивој снази у опсегу (2÷6) km/h колико је могло да се постигне са дубинама орања од 11 cm до максималних 20 cm на конкретној категорији земљишта и при конкретном стању влажности. Током сваког мерења трактор је прелазео дужину од 50 m и свако мерење је поновљено три пута.

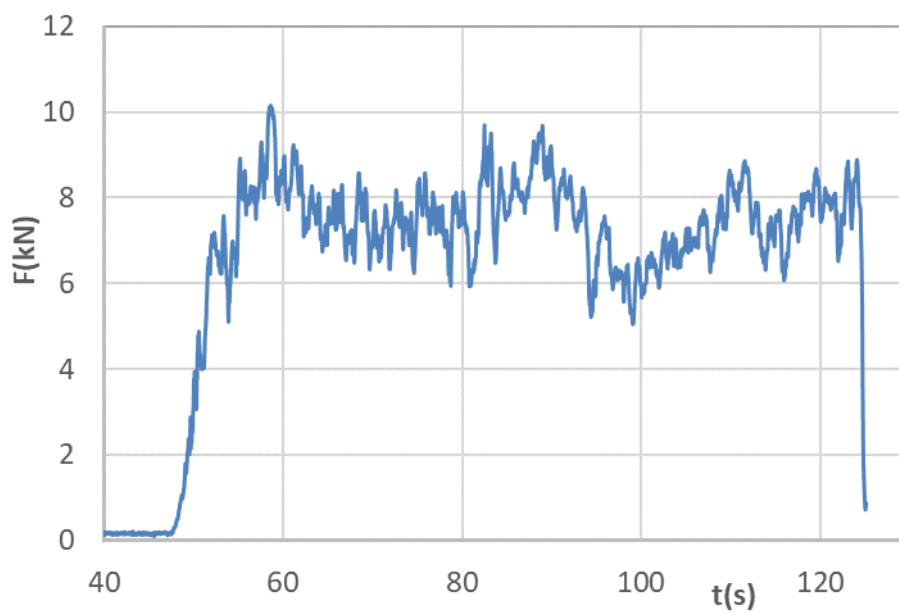
Измерене вредности су приказане на слици 5.24. На графицима су уочљиве веће промене измерених сила што је последица промене отпора земљишта. Skalweit 1952 [178] је указао да су варијације дубине од $\pm 10\%$ од средње вредности уобичајене када су дубине орања око 18÷25 cm.



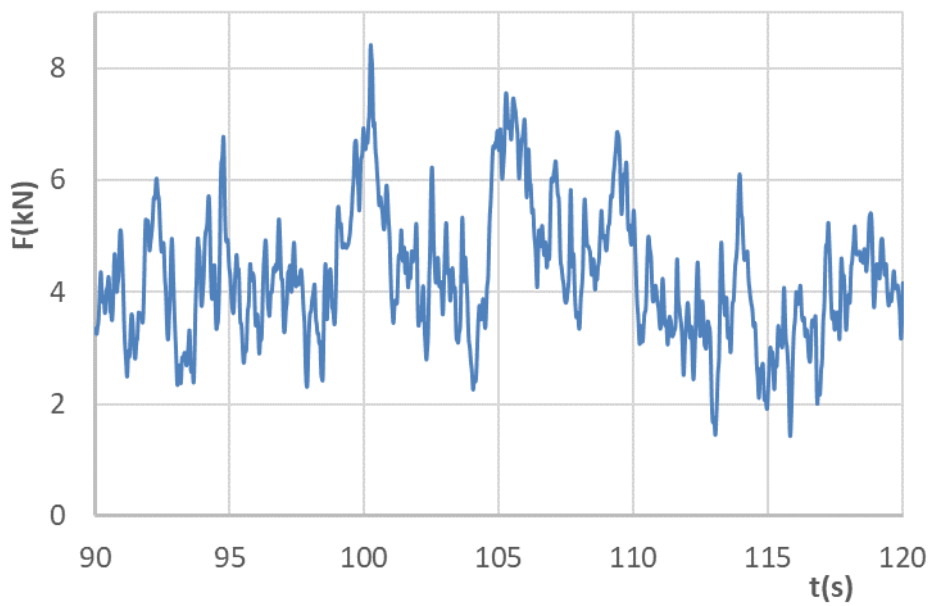
Мерење 1: V=2 km/h и D=20 cm



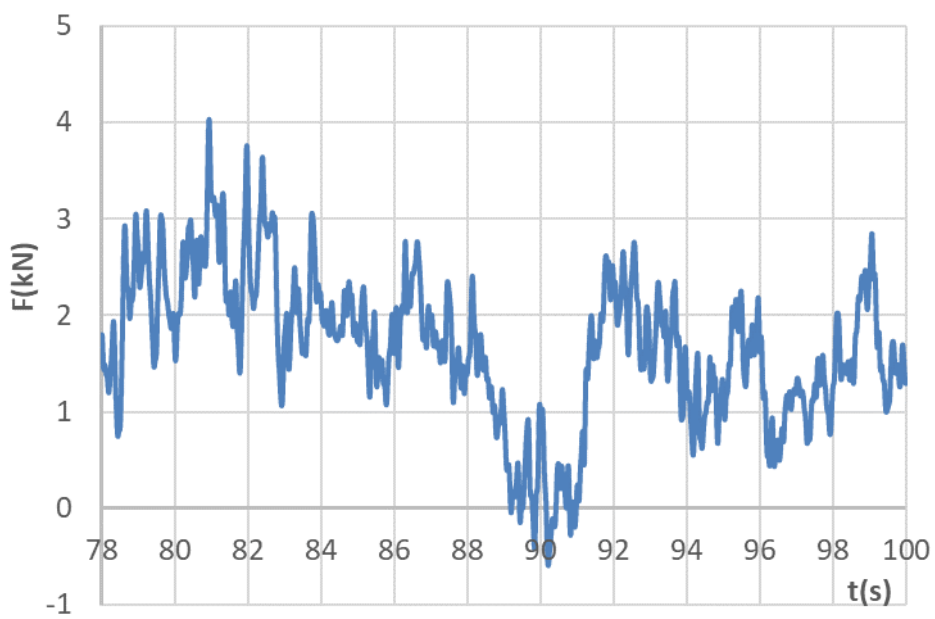
Мерење 2: $V=4$ km/h, $D=20$ cm



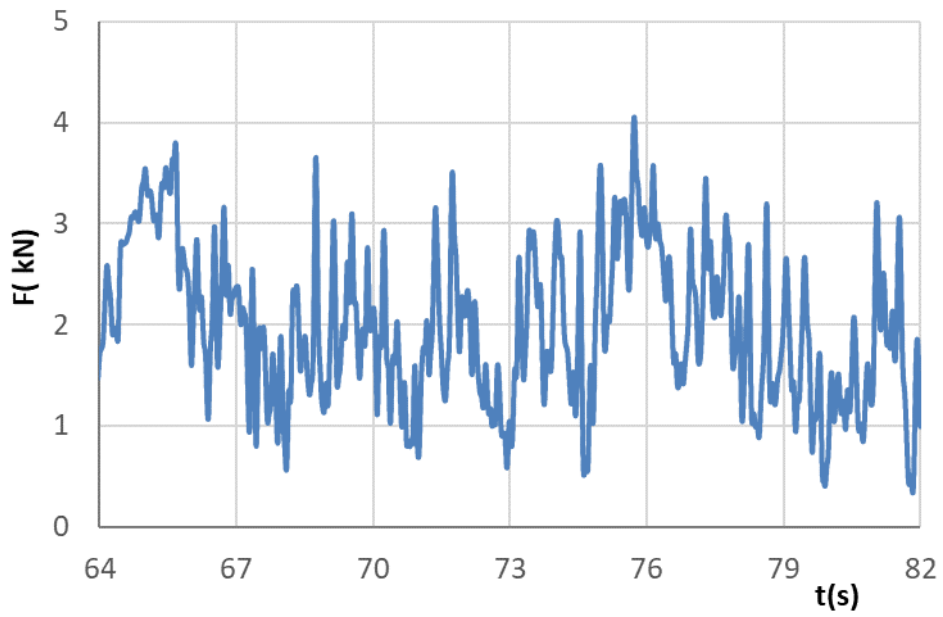
Мерење 3: $V=6$ km/h, $D=20$ cm



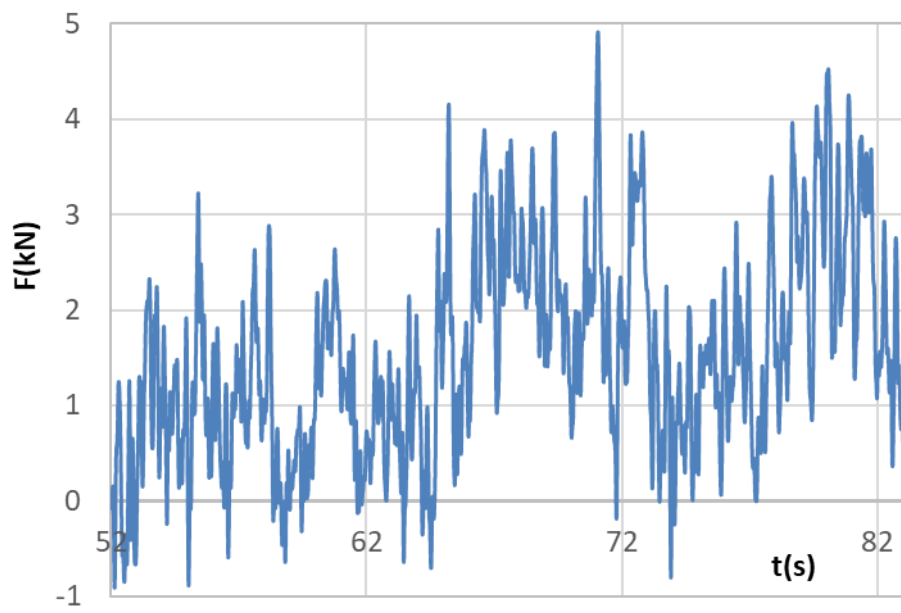
Мерење 4: $V=2$ km/h и $D=17$ cm



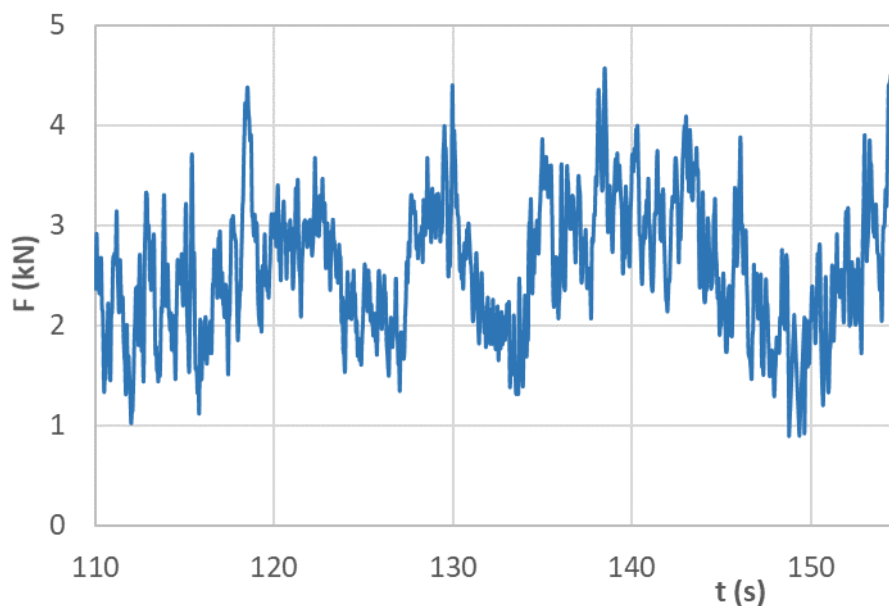
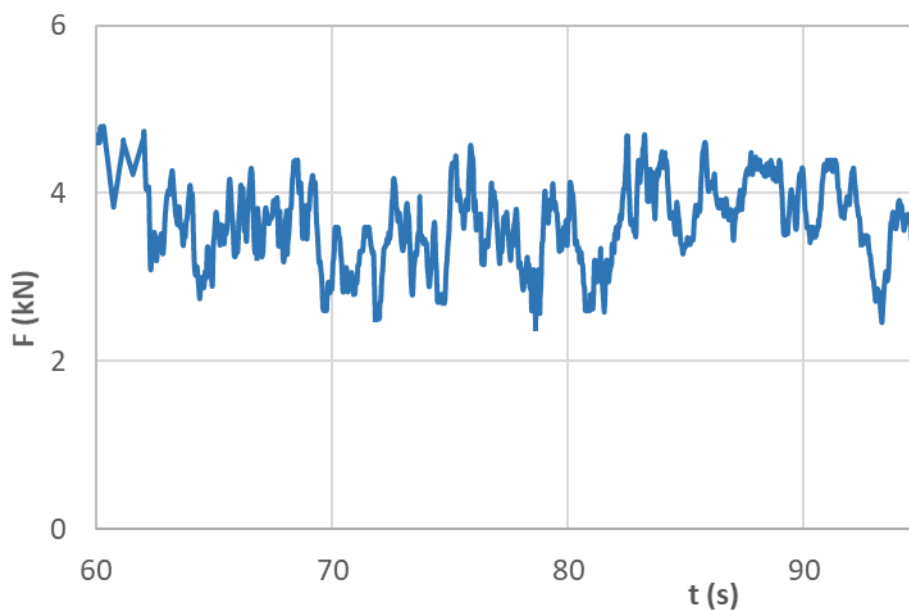
Мерење 5: $V=2$ km/h, $D=15$ cm



Мерење 6: $V=2$ km/h, $D=13,5$ cm



Мерење 7: $V=2$ km/h, $D=11$ cm

**Мерење 8:** $V=6$ km/h, $D=11$ cm**Мерење 9:** $V=6$ km/h, $D=15$ cm

Слика 5.24 Подаци снимљени мерно аквизиционим уређајем током експеримента

На промену силе у полузи утиче промена структуре земљишта али и присуство помоћног точка као и начин регулисања дубине орања. Просечно су промене до 10% у односу на средњу вредност, али су могуће промене од 30% до 200% за дату дубину орања Morling 1979 [184].

На основу података снимљених мерно аквизиционим уређајем урађена је описна статистика свих мерења је приказана табелом 5.3.

Табела 5.3 Описна статистика свих мерења

| мерење | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| средња вредност | 4.8214 | 6.8400 | 7.5448 | 3.7706 | 2.5817 | 2.1914 | 1.7851 | 2.7027 | 3.6484 |
| стандардна грешка | 0.0045 | 0.0068 | 0.0042 | 0.0063 | 0.0052 | 0.0044 | 0.0042 | 0.0048 | 0.0037 |
| медиана | 4.6847 | 7.0145 | 7.5664 | 3.7729 | 2.3598 | 2.0921 | 1.6675 | 2.6573 | 3.6712 |
| модус | 5.0570 | 6.4582 | 6.5603 | 4.2563 | 2.1485 | 1.7798 | 1.3039 | 1.1135 | 4.3490 |
| стандардна девијација | 1.5632 | 1.4132 | 0.8679 | 1.9661 | 1.3629 | 1.2014 | 1.1045 | 0.9894 | 0.76806 |
| варијанса | 2.4436 | 1.9973 | 0.7533 | 3.8659 | 1.8576 | 1.4434 | 1.2199 | 0.9789 | 0.58991 |
| мера спљоштености | 0.3803 | 2.6026 | 0.0281 | -0.723 | 0.6122 | 1.7088 | -0.2205 | -0.1901 | -0.1686 |
| мера асиметрије | 0.5081 | -1.273 | -0.025 | 0.1485 | 0.8008 | 0.6429 | 0.353 | 0.1411 | -0.1615 |
| интервал варијације | 9.0881 | 9.0205 | 5.1049 | 10.378 | 9.7101 | 9.4947 | 6.737 | 5.2350 | 3.33323 |
| минимум | 0.8081 | 0.9292 | 5.0466 | -1.098 | -0.948 | -1.228 | -1.5002 | 0.2399 | 1.86605 |
| максимум | 9.8962 | 9.9498 | 10.151 | 8.8800 | 8.7619 | 8.2658 | 5.2369 | 5.4749 | 5.19929 |

5.1.2 Израчунавање отпора на полугама механизма за повезивање

На основу формула за приближно одређивање отпора плуга у току орања и тежине плуга могуће је проценити оптерећење полуга механизма за повезивање трактора и плуга, тј. прикључно-подизног механизма. Како прикључни механизам служи и за подизање и ношење радне машине потребно је одредити оптерећење полуга и у том случају.

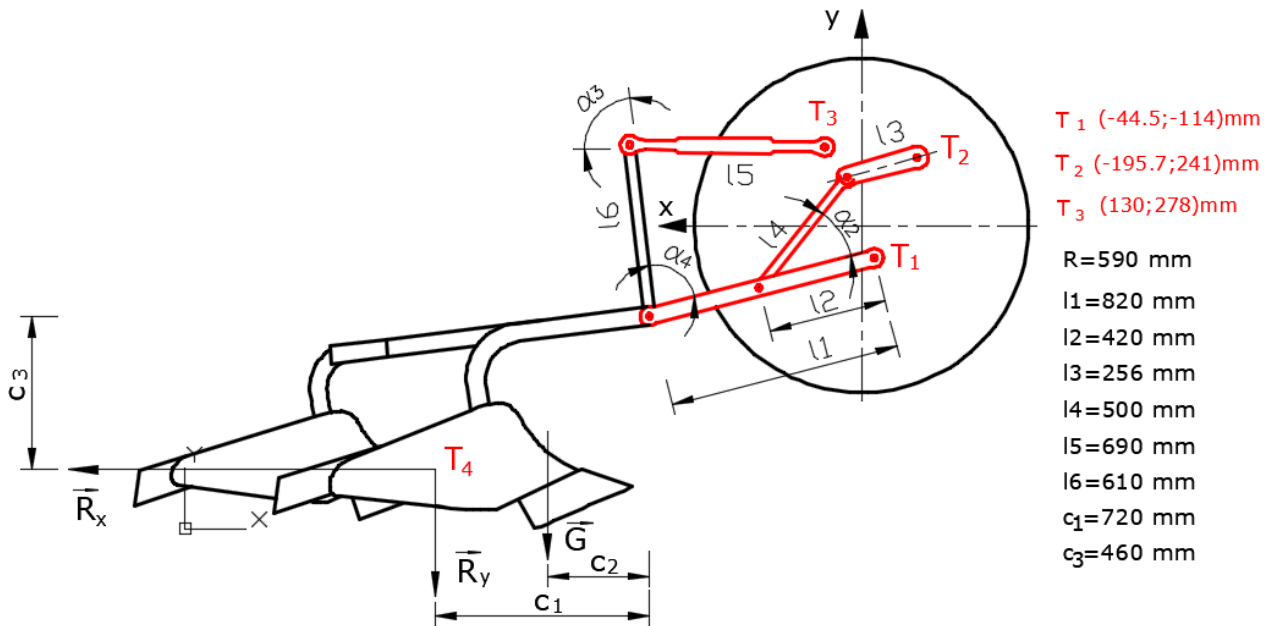
Промене профила земљишта и структуре земљишта су главни узрочници промена отпора земљишта. Са променом дубине орања и брзине трактора на графицима је уочљива и промена измерене хоризонталне силе у полузи. Такву зависност показују и једначине (5.1) и (5.2). За примену је нешто једноставнија метода дата ASAE D497.4, јер метода Горјачкина тражи унос више параметара. Неопходни параметри за једначину (5.2) су дати табеларно у ASAE стандарду, док су за прецизна израчунавања по методи Горјачкина потребни и експериментални подаци.

Отпор земљишта, тежина прикључне машине, отпор потпорног елемента уколико постоји и паразитске силе заједно чине оптерећење које мора механизам за повезивање да прихвати. Бочне силе од земљишта обично прихвати бочна страна плуга и потпорни елемент, тако да су бочне силе на полугама знатно мање у односу на хоризонталну силу.

Отпор земљишта се стога састоји од хоризонталне компоненте R_x и вертикалне компоненте R_y . Вертикална компонента може имати и смер на горе када је земљиште суво и тврдо или кад је плуг истрошен. Нека оруђа немају вертикалну силу јер њихова намена није подизање пластике, већ њено померање у страну.

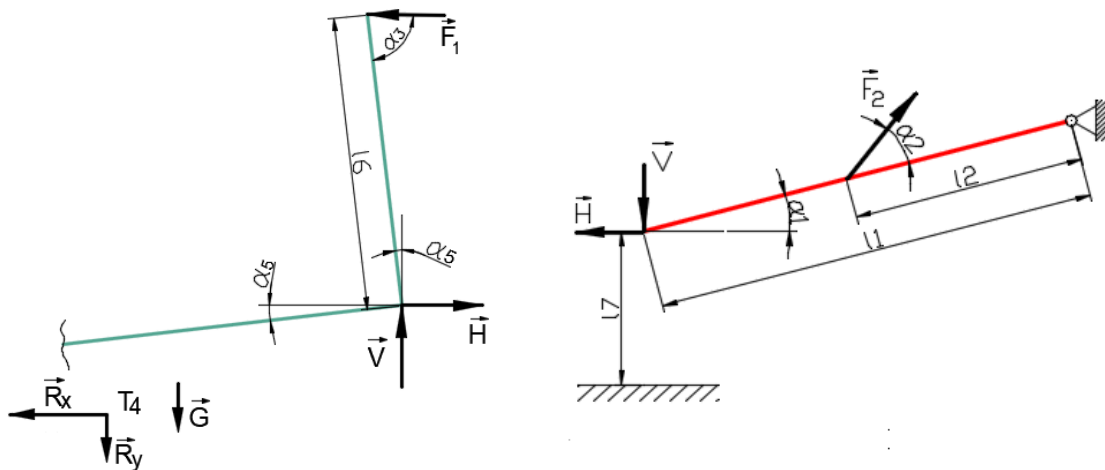
Ношени плуг преноси силе на механизам за повезивање у три тачке. Колике ће бити силе у полугама зависе од њиховог положаја и дужине полуге. Како се мења сила у горњој

полузи са променом дужине је приказао у раду Џупера et al 2011 [185]. На слици 5.25 је приказана геометрија трозглобног механизма у току рада заједно са познатим подацима.



Слика 5.25 Шематски приказ трозглобног механизма и плуга у току орања

За одређивање сила у полугама потребно је знати геометрију трозглобног механизма и висину прикључног рама ($l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$) као и њихову позицију ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$), отпор земљишта (R_x, R_y, c_1, c_3), тежину плуга (G, c_2). Положај трозглобног механизма је одређен на основу дубине орања. Није неопходно мерити растојање од сваког од три зглоба до земље. На основу познате дубине орања, односно растојања од прикључног зглоба доње полуге до земље l_7 (слика 5.26) је одређен положај целог механизма.



Слика 5.26 Силе које делују на прикључни рам и на полуге: R_x, R_y компоненте отпора земљишта, G тежина плуга, F_1 сила у прикључној тачки горње полуге, H хоризонтална и вертикална V сила у доњој прикључној тачки, F_2 сила у подизној полузи, α_5 нагнутост рама, l_7 растојање између доње прикључне тачке и земљишта.

Једначине (5.3÷5.7) су развијене да би се одредио положај полуга ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$) на основу података прикатаних на Сликама 5.25 и 5.26.

$$\alpha_1 = \text{asin} Q_5 \quad (5.3)$$

$$\alpha_2 = \text{acos} \left[\frac{(l_4^2 + Q_1 + l_2^2 - 2 \cdot Q_1^{1/2} \cdot l_2 \cdot \cos(\pi + \text{atan} Q_2 + \text{asin} Q_3) - l_3^2)}{(2 \cdot l_4(Q_1 + l_2^2 - 2 \cdot Q_1^{1/2} \cdot l_2 \cdot \cos(\pi + \text{atan} Q_2 + \text{asin} Q_3))^{1/2})} \right] + \text{acos} \left[\frac{(l_2 - Q_1^{1/2} \cdot \cos(\pi + \text{atan} Q_2 + \text{asin} Q_3))}{(Q_1 + l_2^2 - 2 \cdot Q_1^{1/2} \cdot l_2 \cdot \cos(\pi + \text{atan} Q_2 + \text{asin} Q_3))^{1/2}} \right] \quad (5.4)$$

$$\alpha_3 = \text{acos} \left[\frac{(l_6^2 + l_5^2 - Q_4 - l_1^2 + 2 \cdot Q_4^{1/2} \cdot l_1 \cdot \cos(\text{atan} Q_5 + \text{asin} Q_3))}{(2 \cdot l_5 \cdot l_6)} \right] \quad (5.5)$$

$$\alpha_4 = \text{acos} \left[\frac{(l_1 - Q_4 \cdot \cos(\text{atan} Q_5 + \text{asin} Q_3))}{(Q_4 + l_1^2 - 2 \cdot Q_4^{1/2} \cdot l_1 \cdot \cos(\text{atan} Q_5 + \text{asin} Q_3))^{1/2}} \right] + \text{acos} \left[\frac{(l_6^2 - l_5^2 + Q_4 + l_1^2 - 2 \cdot Q_4^{1/2} \cdot l_1 \cdot \cos(\text{atan} Q_5 + \text{asin} Q_3))}{(2 \cdot l_6 \cdot (Q_4 + l_1^2 - 2 \cdot Q_4^{1/2} \cdot l_1 \cdot \cos(\text{atan} Q_5 + \text{asin} Q_3))^{1/2})} \right] \quad (5.6)$$

$$\alpha_5 = \alpha_1 + \alpha_4 - \frac{\pi}{2} \quad (5.7)$$

где је: $Q_1 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$$Q_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$Q_3 = \frac{R - l_7 + y_1}{l_1}$$

$$Q_4 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2$$

$$Q_5 = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

Вертикална компонента отпора земљишта се може повезати са хоризонталном (Martinov и Marković 2002 [179]):

$$R_y \approx 0.14 R_x \quad (5.8)$$

Зависно од конструкције плуга, вертикална сила се делом преноси преко потпорних тачкова или се цела преноси на трозглобни механизам.

Нападна тачка отпора земљишта на раоном плугу T_4 са по Vernacki и Hama 1967 [186] налази на половини ширине пластике и трећини дубине орања, док су Wilkinson & Braunbeck 1977 [187] нападну тачку сместили на једну четвртину ширине пластике и на једну четвртину дубине орања.

Кретање плуга је ограничено везом са трозглобим механизмом изузев могућности да се подиже. Знајући положај механизма током орања (једначине 5.3÷5.7) могуће је израчунати силе у полугама механизма. Прорачун се ослања на 2D модел оптерећења. Оптерећење полуга и рама приказано је на слици 5.29. За прорачун је узето униформно кретање трактора, тако да нема инерцијалних сила. На основу другог Њутновог закона постављене су три једначине на основу којих се добијају силе које делују на рам

$$F_1 = (R_x \cdot c_3 - 0,1 \cdot R_x \cdot c_1 - G \cdot c_2) / (l_6 \cdot \sin(\alpha_3)) \quad (5.9)$$

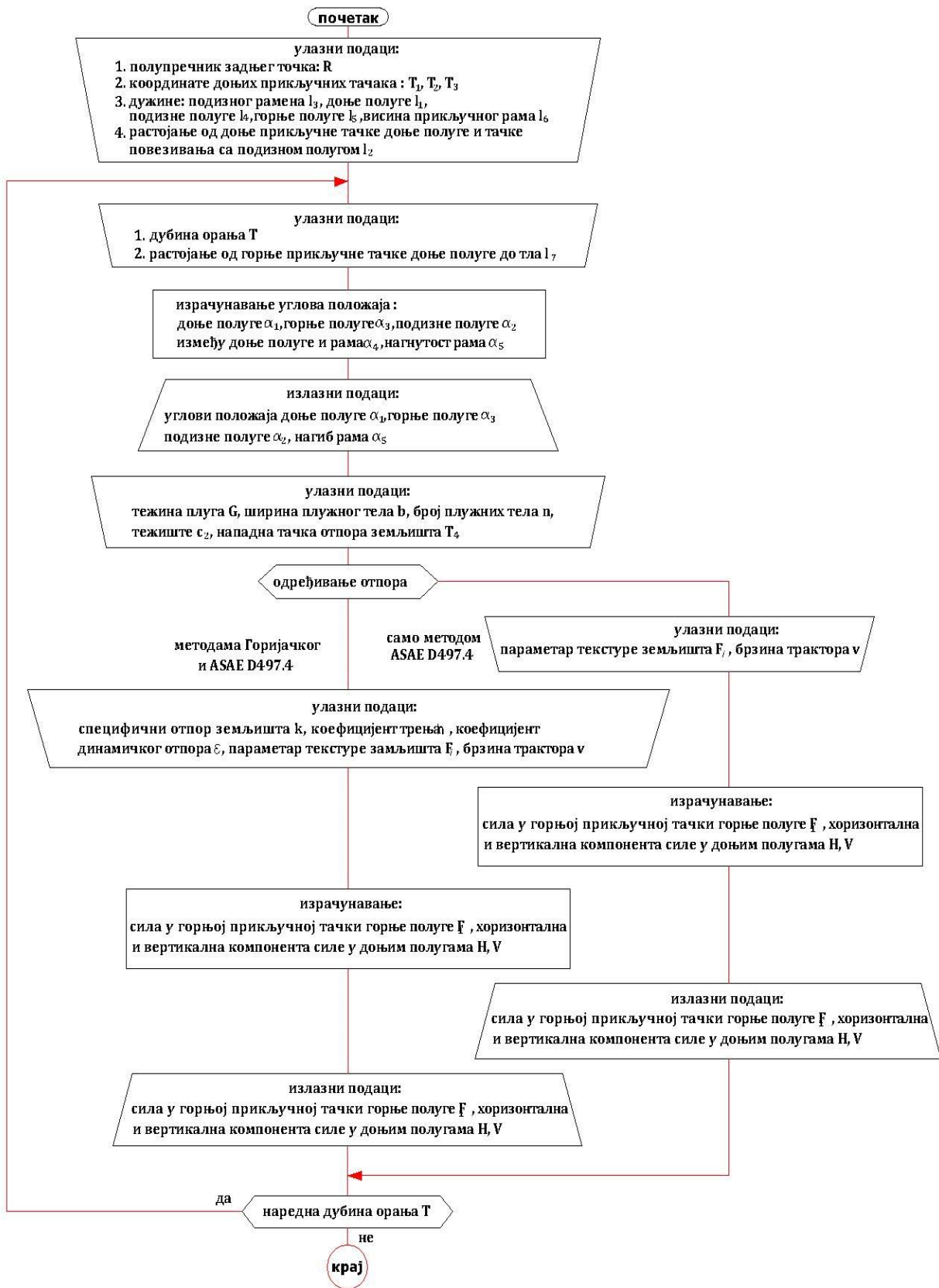
$$H = (R_x + F_1 \cdot \sin(\alpha_3 + \alpha_5))/2 \quad (5.10)$$

$$V = (G + 0,1 \cdot R_x - F_1 \cdot \cos(\alpha_3 + \alpha_5))/2 \quad (5.11)$$

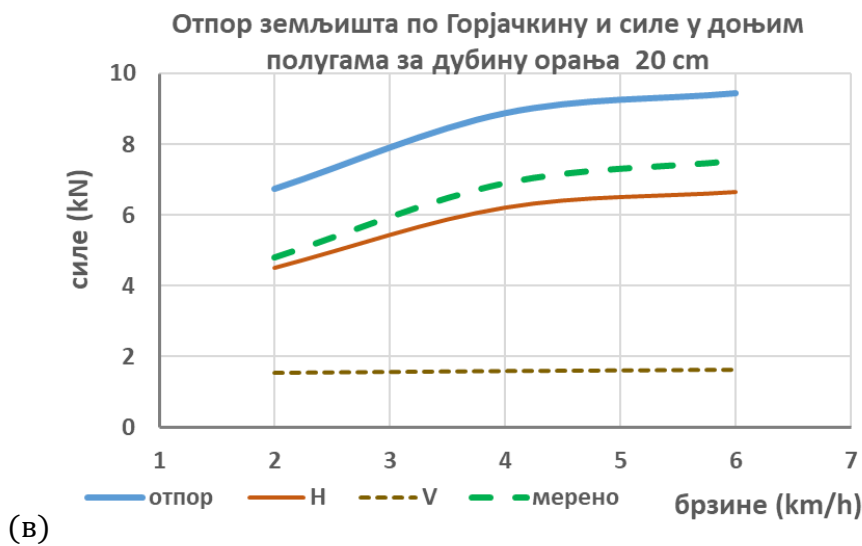
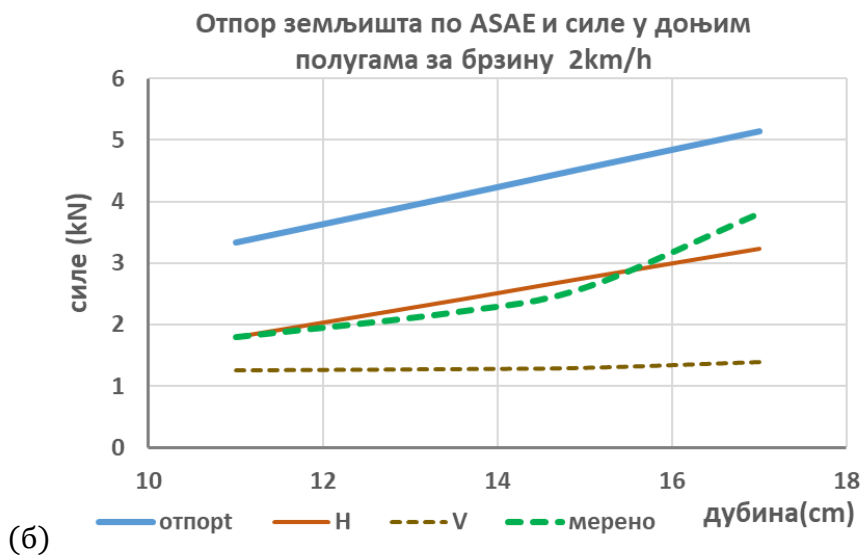
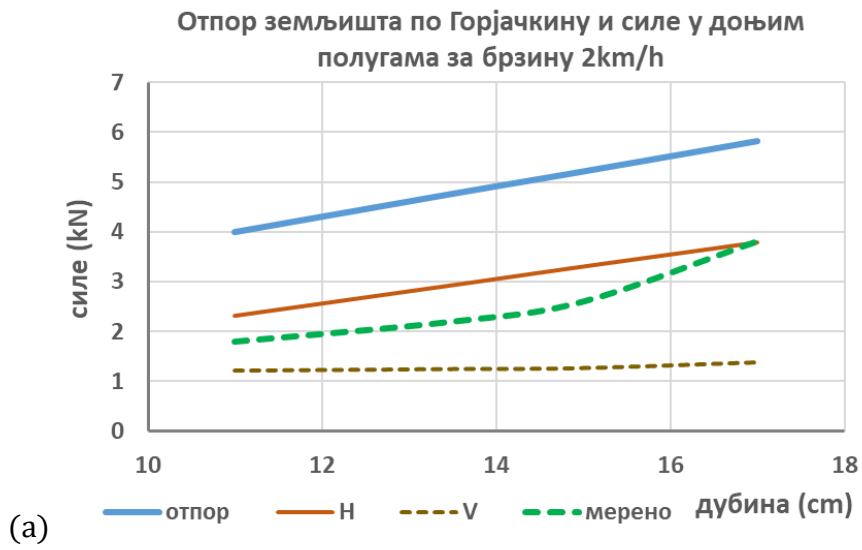
\vec{F}_1 је сила у прикључној тачки горње полуке, H и V су вертикална и хоризонтална компонента силе у доњој прикључној тачки доњих полука. За њихово израчунавање је развијен компјутерски програм у Fortranu.

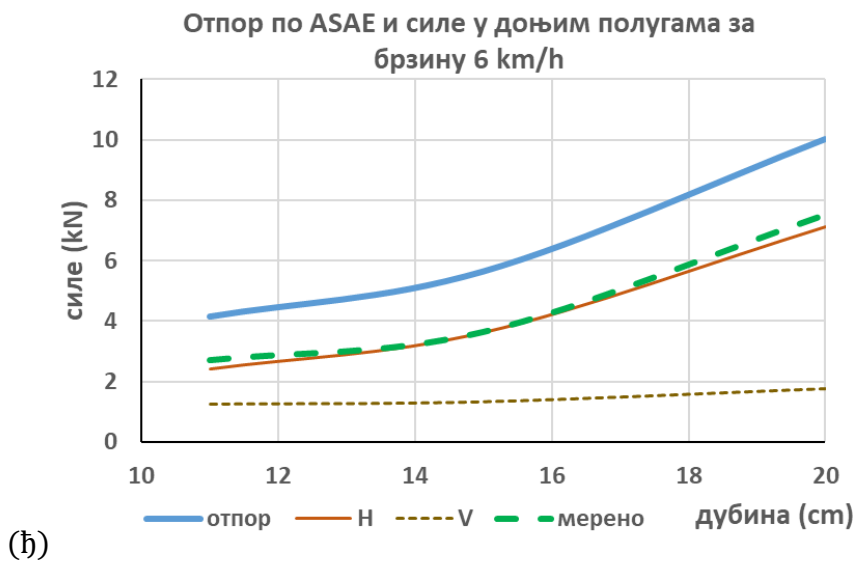
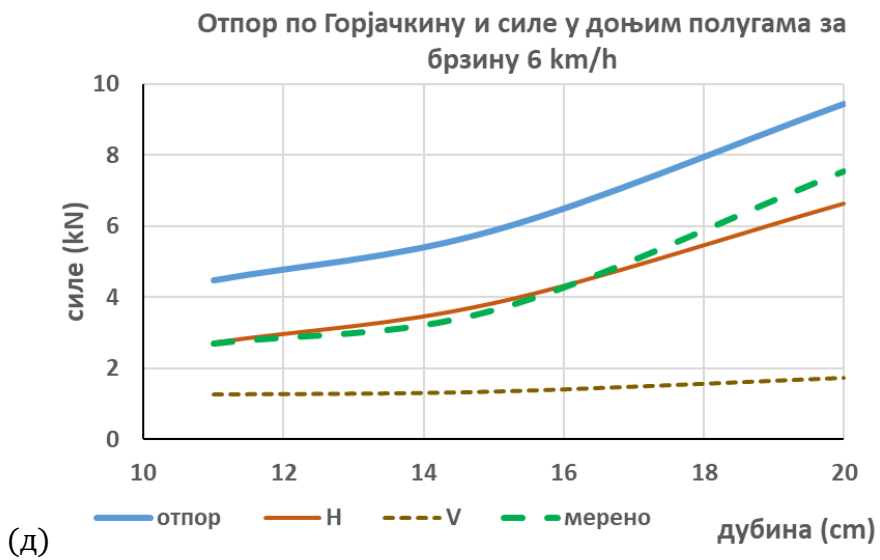
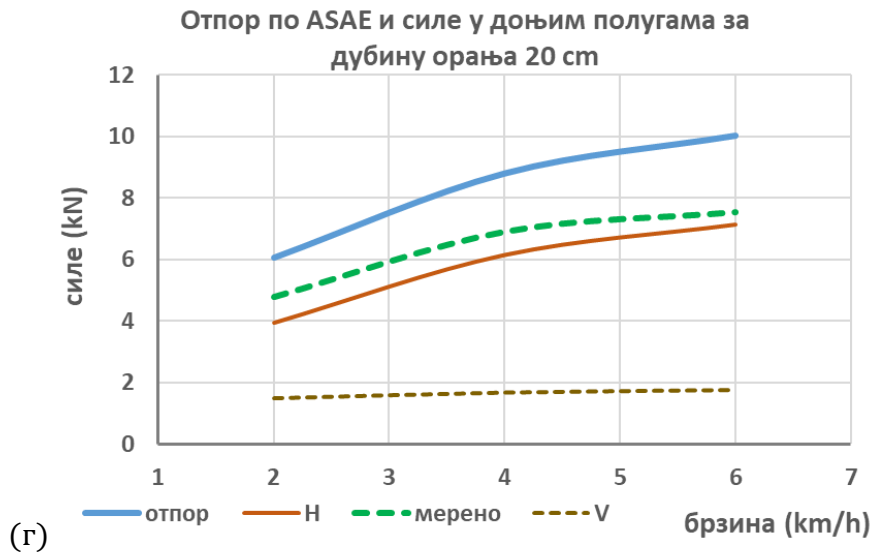
На вредности сила значајну улогу имају дужине полука и рама. Оне су унете као улазни подаци у програм заједно са координатама доњих прикључних тачака. На основу њих и дубине орања, одређен је положај свих релевантних чиниоца према једначинама (5.3)÷(5.7). Програм омогућава рачуњање хоризонталног отпора земљишта на основу методе Горјачкина (једначина (5.1) и ASAE D497 (једначина (5.2) или само на основу методе према ASAE D497 стандарду јер је једноставнији за коришћење. Земља на којој је изведен тест припада чернозем типу средње тешких земљишта ($k = 40 \div 60 \text{ kN/m}^2$). За коефицијент трења је узета вредност $h = 0,3$. Трећи сабирак једначине (5.1) не прелази 5% укупне вредности хоризонталне силе за препоручене брзине орања (Borissov 2007 [188]). Ипак је узет у прорачун са вредношћу за динамички коефицијент $3 \text{ kNs}^2 \text{ m}^{-4}$. Након извршеног прорачуна је јасно да је други сабирак доминантан за умерене брзине трактора. Применом једначина (5.8)÷(5.11) добијају се коначна решења за силе у доњим полукама и горњој полузи за различите дубине и брзине трактора. Алгоритам програма приказан је на слици 5.27.

За податке дате у табели 5.2 и приказане на слици 5.25 добијени су графици приказани на сликама 5.28 и 5.29. Слика 5.28 приказује промену хоризонталне и вертикалне компоненте силе у горњим полукама у зависности од дубине орања и брзине трактора. Слика 5.29 приказује промену силе у горњој полузи са променом дубине орања и брзине трактора.

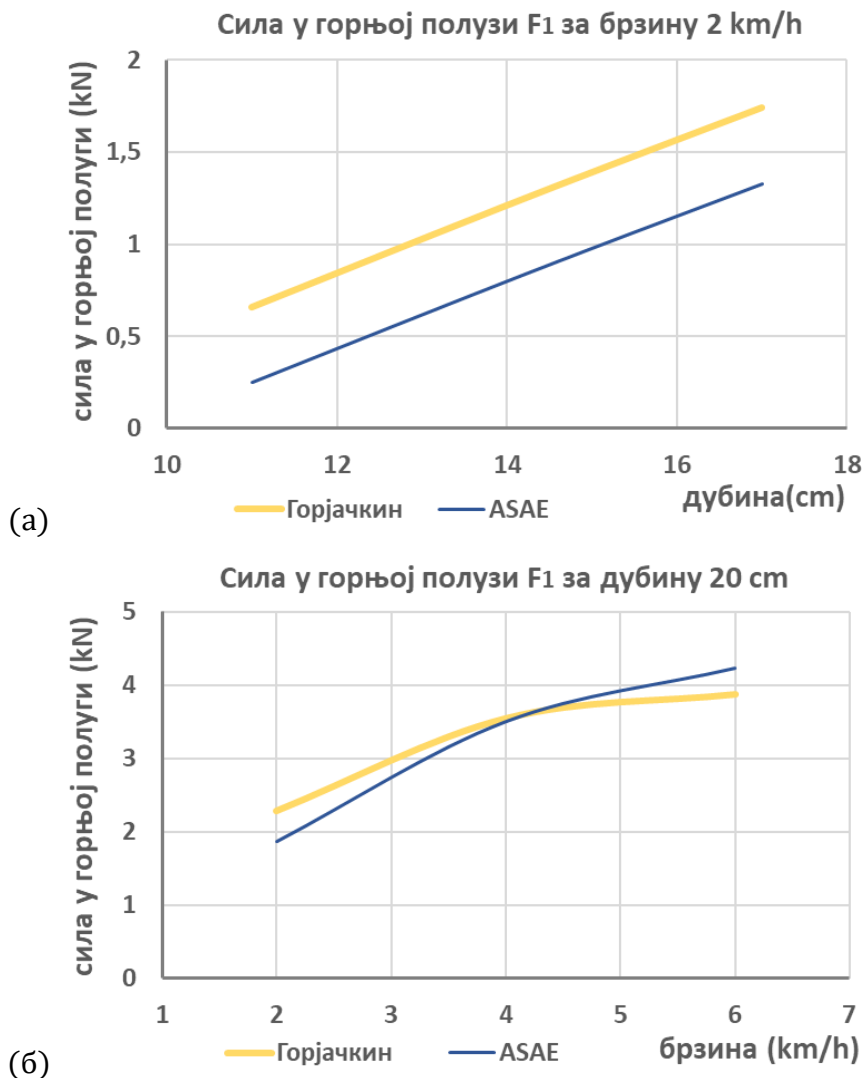


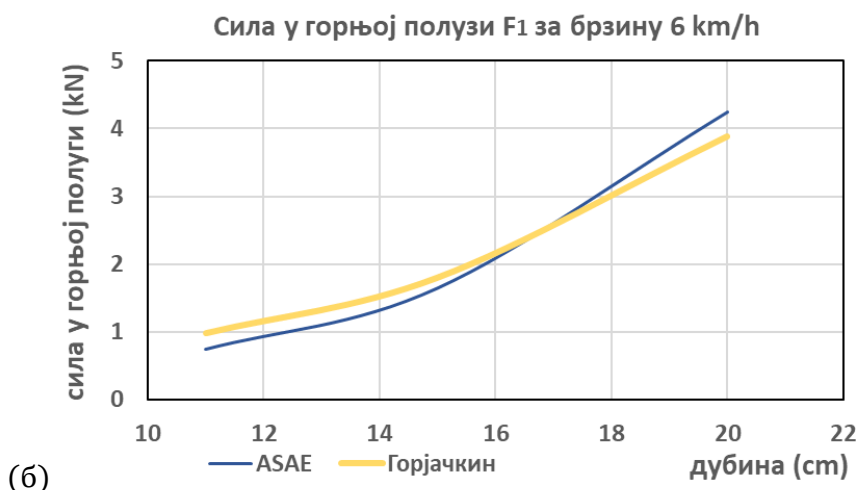
Слика 5.27 Блок дијаграм који представља алгоритам компјутерског програма





Слика 5.28 Графички приказ израчунатих вредности хоринталних вредности отпора земљишта (XO_3) и сила у доњим полулама у зависности од дубине орања и брзине трактора као и измерене хоризонталне вредности на терену а) промена XO_3 по Горјачкину, хоризонталне и вертикалне силе у горњим прикључним тачкама (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 2 km/h б) промена XO_3 по ASAE, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 2 km/h (в) промена XO_3 по Горјачкину, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са брзином трактора и дубином орања од 20 cm (г) промена XO_3 по ASAE, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са брзином трактора и дубином орања 20 cm (д) промена XO_3 по Горјачкину, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 6 km/h (ж) промена XO_3 по ASAE, хоризонталне и вертикалне силе у (ГПТ) доњих полула и измерених сила са дубином орања и брзином трактора 6 km/h.





Слика 5.29 Графички приказ израчунатих вредности силе у ГПТ горње полуге у зависности од дубине орања и брзине трактора базиране на методама Горјачкина и ASAE (а) промена силе у ГПТ горње полуге са дубином за брзину трактора 2 km/h (б) промена силе у ГПТ горње полуге са брзином трактора за дубину орања 20 cm (с) промена силе у ГПТ горње полуге са дубином орања за брзину трактора 6 km/h

У табели 5.4 приказана је разлика између измерених и израчунатих вредности хоризонталне компоненте силе H која делује у горњој прикључној тачки доње полуге. ASAE стандард напомиње да су могуће разлике и 50% између мерених и израчунатих вредности за хоризонтални отпор земљишта, а самим тим и за силу H у доњој полузи.

Табела 5.4 Разлика између измерених и израчунатих вредности за хоризонталну компоненту силе која делује у горњој прикључној тачки доње полуге H

| мерење | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | MSD^* (kN) |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----------------|
| ASAE AD* (kN) | 0.84 | 0.25 | 0.37 | 0.56 | 0.16 | 0.19 | 0.01 | 0.27 | 0.04 | 0.3544 |
| Горјачкин AD* (kN) | 0.29 | 0.69 | 0.85 | 0.02 | 0.7 | 0.73 | 0.52 | 0.01 | 0.23 | 0.4489 |

*AD апсолутна разлика *MSD средње апсолутно одступање

Развијен компјутерски програм омогућава предвиђање сила у полугама трозглобног механизма базиран на одређивању отпора земљишта по методама Горјачкина и ASAE D497 стандарду. Прецизне вредности захтевају мерења утицаја земљишта (компактности, састава, влажности, стања терена), утицаја плуга заједно са плужним телима, промену динамичког коефицијента са брзином, одређивање коефицијента трења.

5.2 Одређивање напона у полугама

Вертикална компонента отпора земљишта је приближно $R_y = 0,14R_x$ и са тежином двобразног плуга 2,1 kN чини укупно вертикално оптерећење. На основу познатог оптерећења и гометрије одређене су просечне силе у ушки полуге $H = 7,3 \text{ kN}$, $V = 1,8 \text{ kN}$, као и оптерећење дуж доње полуге. Добијена аналитичка вредност уздужне силе

одговара измереној вредности на терену. Одабране вредности одговарају већој брзини трактора 6 km/h и дубини орања 20 cm.

На основу познатог оптерећења и геометрије може се проценити вредност напона у доњој полузи.

Осовиница ушке је оптерећена на смицање и површински притисак

$$\tau_{10} = \mu \frac{F \cdot 4}{2 \cdot d_0^2 \pi} \quad (5.12)$$

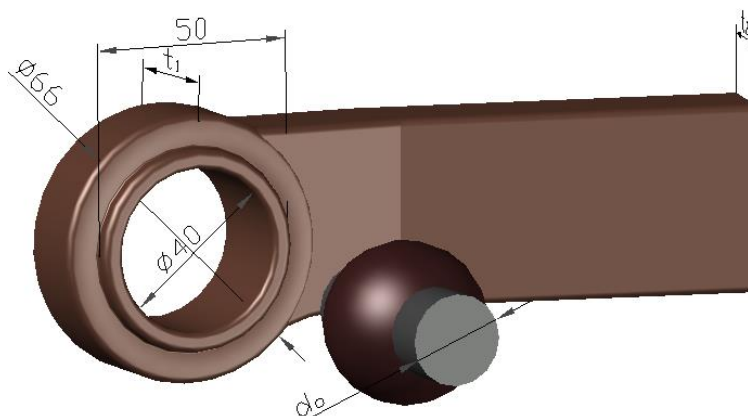
$$p_{10} = \frac{F}{d_0 t_1} \quad (5.13)$$

где је

- геометрија потребна за прорачун је дата у Табели 5.5 и на слици 5.30,

- сила F је укупна сила у прикључној тачки $F = \sqrt{H^2 + V^2}$,

- μ је Јоугавски фактор, за кружни попречни пресек $\mu = 2$ (за одређивање максималног напона)



Слика 5.30 Приказ ушке доње полуге

Ушка, слика 5.30, је оптерећена на истезање, површински притисак и смицање

$$\tau_{sm1} = \frac{F}{\delta_1 t_1} \quad (5.14)$$

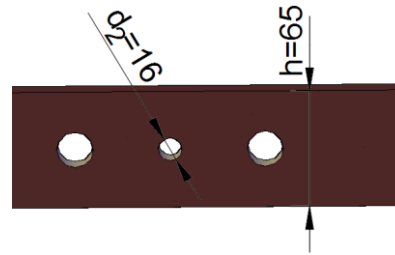
$$\sigma_{ist1} = K_t \frac{F}{2\delta_1 t_1} \quad (5.15)$$

где је K_t фактор концентрације напона за отвор

$$K_t = 3,0039 - 3,753 \left(\frac{d}{w}\right) + 7,9735 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 9,2659 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 1,8145 \left(\frac{d}{w}\right)^4 + 2,9684 \left(\frac{d}{w}\right)^5 \quad (5.16)$$

једначина (5.16) је приказана у Norton 2011 [189]. Пречник отвора је $d = 22,2$ mm, ширина ушке је $w = 66$ mm, тако да је $K_t = 2,3$.

Тело полуге је оптерећено и на савијање. На њему се налази и отвори предвиђени за повезивање са подизном полугом помоћу осовинице.



Слика 5.31 Приказ места повезивања доње полуге и подизне полуге

Сила у подизној полузи је израчуната на основу другог Њутновог закона (слика 5.26). Напони у телу полуге су израчунати за добијену силу у подизној полузи $F_2 = 1,1 \text{ kN}$ и момент савијања $M_z = 120 \text{ Nm}$.

$$p_{2o} = \frac{F_2}{d_2 t_2} \tag{5.17}$$

$$\tau_{sm2} = \frac{F_2}{\frac{h-d_2}{2} t_2} \tag{5.18}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{F}{t_2 (h-d_2)} + \frac{M_z y}{I_z} \tag{5.19}$$

израчунати су напони површинског притиска p_{2o} , смицања τ_{sm2} и нормални напон од силе F и момента савијања M_z . Добијене вредности напона су приказане табелом 5.5 у колони сценарио I.

Табела 5.5 Резултати аналитичког прорачуна напона полуге са ушком и осовиницом

| димензије (mm) | напони | вредности напона (N/mm ²) сценарио I | вредности напона (N/mm ²) сценарио II | вредности напона (N/mm ²) сценарио III |
|---------------------|-----------------|--|---|--|
| d = 22,2 | τ_{1o} | 19,5 | 25,7 | 53 |
| d ₀ = 22 | p_{1o} | 16,2 | 21,4 | 44 |
| d ₂ = 16 | τ_{sm1} | 16,4 | 21,7 | 44,7 |
| t ₁ = 21 | σ_{ist1} | 19,1 | 25,2 | 52 |
| t ₂ = 15 | p_{2o} | 4,8 | 31,2 | 86,3 |
| $\delta_1 = 21,9$ | τ_{sm2} | 3,1 | 20,4 | 56,4 |
| h = 65 | σ_{xx} | 21,8 -1,3 | 128,1 -101 | 344,3 -288,4 |

Максимална хоризонтална сила коју би трактор могао да повуче је једнака његовој тежини. Сила која се у спецификацији трактора даје као сила на потезници (12 kN) је реда величине максималне хоризонталне силе. При таквом оптерећењу израчунате вредности сила на доњој полузи су $H = 9,5 \text{ kN}$, $V = 2,9 \text{ kN}$, $F_2 = 7,5 \text{ kN}$. Одговарајући напони израчунати за доњу полуку и осовинице су дати табелом 5.5 у колони сценарио II, узимајући да једна полука преноси читаво оптерећење.

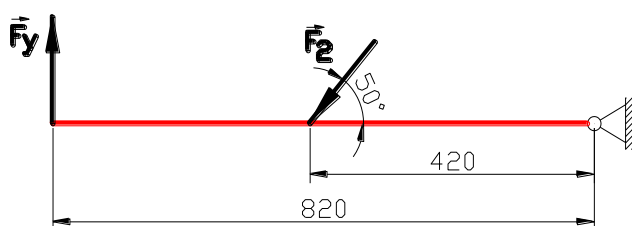
Најнеповољнији случај, са становишта напона, је истовремено деловање хоризонталне силе реда максималне силе на потезници и вертикалне силе која у статичким условима доводи до смањења силе на задњем точку до нуле (5,8 kN). Вредности напона за овај облик оптерећења је дат у табели 5.5 у колони сценарио III.

Израчунавање отпора и напона на полугама механизма за повезивање у току подизања

Осим вуче, задатак механизма за повезивање је подизање и пренос прикључне машине. Капацитет подизања је условљен стабилношћу трактора. Момент који се ствара подизањем прикључне машине може довести до смањења реакције на предњим точковима трактора и до подизања предњих точкова. Осим тежине, битно је и где се налази тежиште прикључне машине као и геометрија самих полуга. Додавањем тегова на предњу страну трактора постиже се капацитет подизања и стабилност у току вожње. Постоје стандарди како се одређује капацитет подизања ISO/DIS 789-2, SJ 283, OECD Code 2.

Хидраулички притисак у цилиндру, који контролише подизање машине, одређује и колика је максимална вредност подизне силе. Са подизањем машине мења се положај пола брзина механизма за повезивање у три тачке, силе у полугама као и хидраулички притисак. Пожељно је да је притисак у цилиндру најмањи када оруђе излази из земље. Sineokov 1977 [190] је закључио да је за подизање плуга који је у земљи потребна скоро двоструко већа сила него за подизање плуга који је на земљи.

Тестови се изводе за два случаја. У првом случају се терет поставља на доњу полуку, а у другом случају се терет преноси преко прикључног рама на удаљености 610 mm. На основу мерења рађених у Институту за механизацију пољопривреде према OECD стандардима дозвољена је вертикална сила од 11 kN.



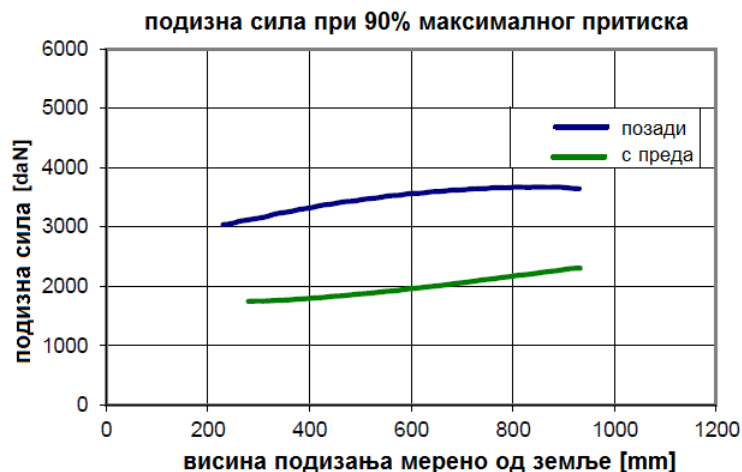
Слика 5.32 приказ оптерећења доње полуге у току подизања

Узимајући да је оптерећење распоређено на обе полуге, слика 5.32, добијају се напони, табела 5.6.

Табела 5.6 Аналитички прорачун напона полуге при дејству највеће вертикалне силе N/mm²

| | | | | | |
|------------------|---------------|-----------------|---------------|--------------------|-------------------------|
| $\tau_{10}=14,5$ | $p_{10}=11,9$ | $\tau_{sm1}=12$ | $p_{20}=57,9$ | $\tau_{cep2}=37,8$ | $\sigma_{xx}=\pm 212,3$ |
|------------------|---------------|-----------------|---------------|--------------------|-------------------------|

Величина подизне силе се мења са подизањем. Пример промене је дат за трактор Fendt 211 Varjo, слика 5.33.



Слика 5.33 Промена подизне силе са висином подизања за трактор Fendt 211 Vario. Извор Agroscope Tractor Test Report No. 1989/13 www.tractorentest.ch/e/tt2013e.html

5.2.1 Израчунавање дозвољеног оптерећења на ушкама

На основу процедуре приказане у Maddux Stress Analysis Manual [191] и ASME BTH-1 [192] могуће је приближно одређивање дозвољеног оптерећења ушке.

Израчунавање дозвољеног оптерећења на ушкама методом описаном у Stress Analysis Manual

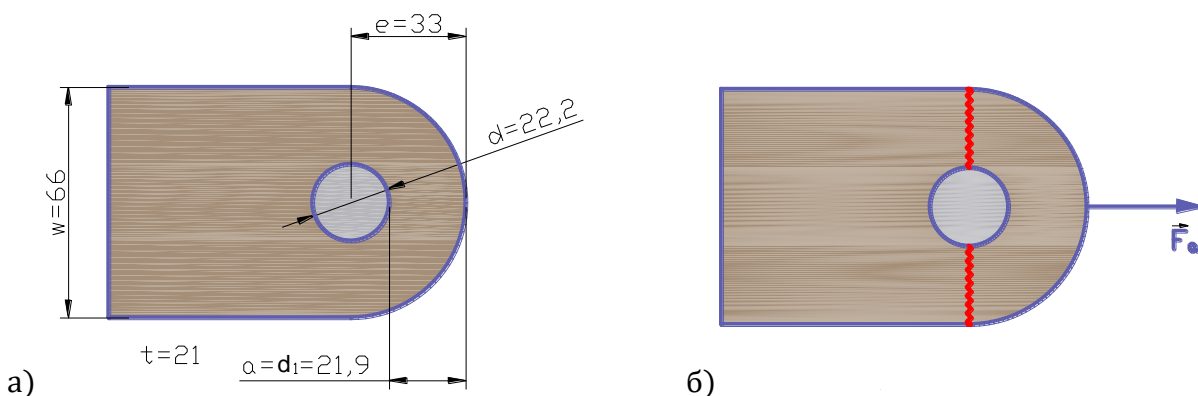
Ушка која је аксијално оптерећена проверава се на дозвољени површински притисак и напон истезања.

- напон истезања

Материјал од кога је направљена ушка је GE 240 чија су механичка својства приказана у табели 6.2. Како је $\frac{\sigma_M}{\sigma_T} > 1,304$ то је једначина релевантна за прорачун дозвољене вредности силе на истезање (слика 5.34 б))

$$F_{da} = 1,304 \cdot \sigma_{Ta} \cdot A = 1,304 \sigma_{Ta}(w - d)t \tag{5.20}$$

геометрија ушке је приказана на слици 5.37, дебљина ушке је $t = 21 \text{ mm}$.



Слика 5.34 а) геометрија ушке б) аксијално оптерећење на истезање

Меродавни напон $\sigma_{Ta} = K_n \cdot \sigma_T$ се добија множењем коефицијента K_n и напона на граници течења σ_T . Коефицијент K_n се чита са графика 9.4 из Stress Analysis Manual [190]

на основу вредности $\frac{\sigma_T}{\sigma_M} = \frac{240}{450} = 0,53$ и $\frac{\sigma_M}{E \cdot \varepsilon} = \frac{450}{203000 \cdot 0,22} = 0,01$. Очитана вредност је $K_n = 0,78$. Заменом свих вредности у једначину (5.20) добија се вредност дозвољене силе при истезању

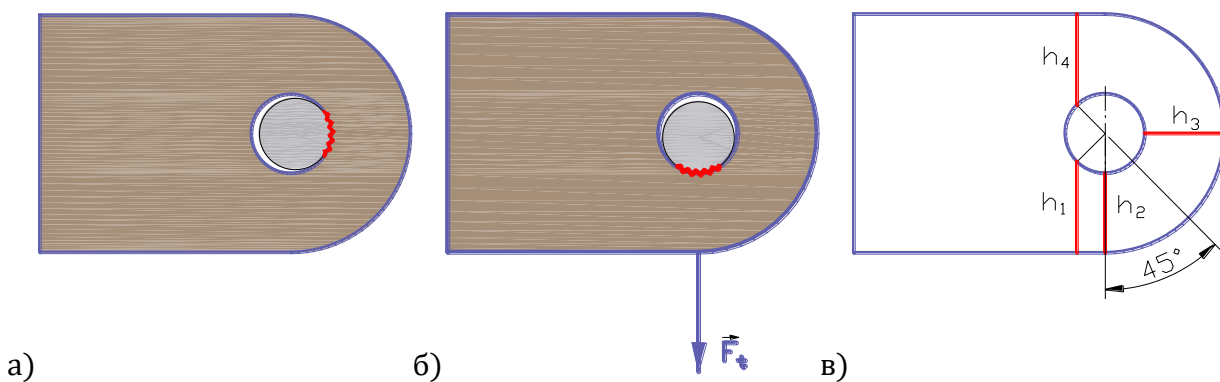
$$F_{da} = 1,304 \sigma_{Ta} (w - d) t = 1,304 \cdot 0,78 \cdot 240 (66 - 22,2) \cdot 21 = 224,5 \text{ kN}$$

- напон површинског притиска од аксијалне силе

Између ушке и осовинице јавља се напон површинског притиска услед деловања аксијалне силе F_a (ушка и кугла се посматрају изједна), слика 5.35 (а).

$$F_{dp} = 1,304 \cdot \sigma_{Tp} \cdot A = 1,304 \sigma_{Tp} \cdot d \cdot t \quad (5.21)$$

меродавни напон је $\sigma_{Tp} = K \frac{a}{d} \sigma_T$. Коефицијент K се очитава са графика 9.2 из Stress Analysis Manual [191] на основу вредности $\frac{e}{d} = \frac{33}{22,2} = 1,486$. Очитана вредност је $K = 1,34$.



Слика 5.35 а) површински притисак на ушки од аксијалне силе б) површински притисак од трансверзалне силе в) карактеристичне дужине за рачуњање h_{ef}

Заменом свих вредности у једначину (5.21) добија се вредност дозвољене силе при истезању

$$F_{dp} = 1,304 K \frac{a}{d} \cdot \sigma_T \cdot d \cdot t = 1,304 \cdot 1,34 \cdot 21,9 \cdot 240 \cdot 21 = 192,87 \text{ kN}$$

-напон површинског притиска настао деловањем трансверзалне силе

Вредност дозвољене трансверзалне силе (слика 5.35 (б)) се рачуна по формули (5.21), с тим да је вредност меродавног напона $\sigma_{Tt} = K_t \cdot \sigma_T$. За очитивање вредности коефицијента K_t потребно је одредити вредност ефективне дужине h_{ef} на основу четири карактеристичне дужине (слика 5.35(в))

$$h_{ef} = \frac{6}{\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} + \frac{1}{h_4}} = \frac{6}{\frac{1}{28,34} + \frac{1}{21,9} + \frac{1}{21,9} + \frac{1}{28,34}} = 25,8 \text{ mm}$$

на основу вредности $\frac{h_{ef}}{d} = \frac{25,8}{22,2} = 1,16$ са графика 9.6 се очита вредност $K_t = 1,2$. Дозвољена трансверзална сила је тиме одређена

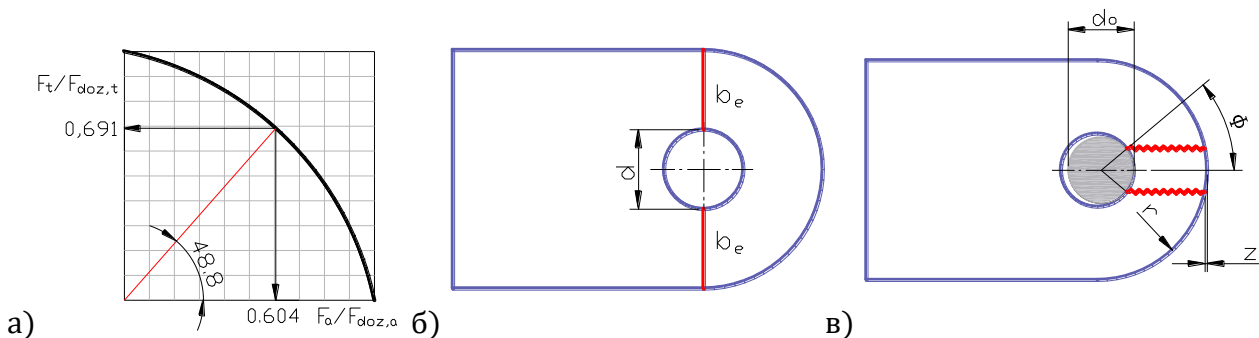
$$F_{dt} = 1,304 \cdot \sigma_{Tt} \cdot A = 1,304 K_t \cdot \sigma_T \cdot d \cdot t = 1,304 \cdot 1,2 \cdot 240 \cdot 22,2 \cdot 21 = 175,1 \text{ kN}$$

- израчунавање дозвољене косе силе која делује на ушку

Коса сила, која делује на ушку, се може разложити на аксијалну и трансверзалну компоненту. Прорачун се даље своди на проверу дозвољених вредности за аксијалну и трансверзалну силу на основу једначина (5.20) и (5.21). Упоређивање вредности примењене аксијалне F_a и трансверзалне компоненте F_t са дозвољеним вредностима се врши према формули

$$\left(\frac{F_a}{F_{doz,a}}\right)^{1,6} + \left(\frac{F_t}{F_{doz,t}}\right)^{1,6} = 1 \quad (5.22)$$

где је $F_{doz,a} = \min(F_{da}, F_{dp}) = 192,87 \text{ kN}$, $F_{doz,t} = F_{dt} = 175,1 \text{ kN}$. Однос $F_a/F_{doz,a}$ и $F_t/F_{doz,t}$ се може наћи на основу графика 9.12 [191] у пресеку праве нагиба $\frac{F_{doz,a}}{F_{doz,t}} = \frac{192,87}{175,1} = 1,1$ функције (5.22). Тачка пресека (слика 5.36) показује да је $\frac{F_a}{F_{doz,a}} \leq 0,62$ и $\frac{F_t}{F_{doz,t}} \leq 0,68$, односно $F_a \leq 119 \text{ kN}$, $F_t \leq 119 \text{ kN}$



Слика 5.36 а) приказ графика 9.12 [191] б) релевантна дужина b_e в) смицање ушке

Израчунавање дозвољеног оптерећења на ушкама методом описаном у ASME ВТН-1 [192]

- напон истезања

Вредност аксијалне силе при којој би могло доћи до лома услед истезања према ASME ВТН-1 [192] Design of Below the Hook Lifting Devices износи

$$F_{ka} = C_r \sigma_M A_t = C_r \sigma_M \cdot 2tb_{ef} \quad (5.23)$$

фактор C_r се уводи уколико постоји већи зазор између осовинице и ушке, односно ако је њихов однос $\frac{d_0}{d} = \frac{22}{22,2} > 0,9$ може се узети да је $C_r = 1$. Ефективна дужина b_{ef} се одабира између три вредности као

$$b_{ef} = \min \left(b_e; 4t; 0,6b_e \frac{\sigma_M}{\sigma_T} \sqrt{\frac{d}{b_e}} \right) = \min(21,9; 84; 24,8) = 21,9 \text{ mm}$$

где је дужина b_e означена на слици 5.36 (б), $d = 22,2 \text{ mm}$ је отвор ушке, затезна чврстоћа $\sigma_M = 450 \text{ N/mm}^2$. Вредност критичне силе у овом случају износи

$$F_{ka} = C_r \sigma_M \cdot 2tb_{ef} = 1 \cdot 450 \cdot 2 \cdot 21 \cdot 21,9 = 413,91 \text{ kN}$$

На основу вредности критичне силе и степене сигурности $N_D = 2$ (за подизне механизме предвидљивог оптерећења) добија се дозвољена вредност аксијалне силе на основу напона истезања

$$F_{da} = \frac{F_{ka}}{1,2N_D} = \frac{413,91}{1,2 \cdot 2} = 172,5 \text{ kN}$$

што је знатно већа сила од оне која се јавља у оптерећењу према сценарију II:

$$S = \frac{F_{da}}{F_a} = \frac{172,5}{18,8} = 9,2$$

- напон смицања

Смицање се одвија по две површине обележене на слици 5.36 (в). Максимална сила која доводи до смицања се рачуна према једначини (5.24)

$$F_{ks} = 0,7\sigma_M A_v \quad (5.24)$$

где је површина смицања A_v

$$A_v = 2 \left[a + \frac{d}{2}(1 - \cos\phi) - z \right] t \quad (5.25)$$

растојање z је приказано на слици 5.39 (в) као и остале релевантне величине.

$$z = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\sin\phi\right)^2} = 33 - \sqrt{33^2 - (11,1 \cdot \sin 40^\circ)^2} = 0,78 \text{ mm}$$

где је угао $\phi = 55^\circ \frac{d_0}{d} = 55^\circ \frac{22}{22,2} = 54^\circ$, слика 5.36 (в)

заменом у једначину за површину A_v (5.25)

$$A_v = 2 \left[a + \frac{d}{2}(1 - \cos\phi) - z \right] t = 2[21,9 + 11,1(1 - \cos 40^\circ) - 0,78] \cdot 21 = 996,1 \text{ mm}^2$$

Дозвољена аксијална сила на смицање износи

$$F_{ds} = \frac{F_{ks}}{1,2N_D} = \frac{0,7\sigma_M A_v}{1,2 \cdot 2} = \frac{0,7 \cdot 450 \cdot 996,1}{2,4} = 130,7 \text{ kN} \quad (5.26)$$

- напон површинског притиска

Критична вредност силе, која доводи до оштећења услед површинског притиска се одређује према једначини (5.27)

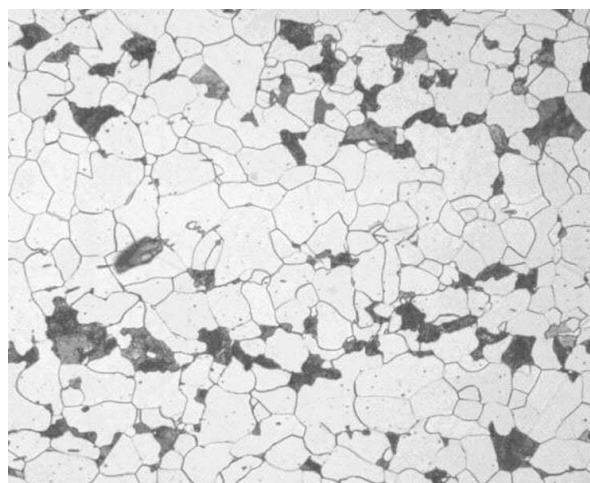
$$F_{kp} = 0,63\sigma_T A = 0,63\sigma_T \cdot dt = 0,63 \cdot 240 \cdot 22,2 \cdot 21 = 70,5 \text{ kN} \quad (5.27)$$

која одговара класи 1 за број циклуса до 100000. Дозвољена вредност силе је

$$F_{dp} = \frac{F_{kp}}{N_D} = \frac{70,5}{2} = 35,25 \text{ kN}$$

ПОГЛАВЉЕ 6 Нумеричка симулација замора доње полуге трактора са експерименталном верификацијом

Предмети сложеног облика, односно они који имају разне кривине, отворе попут вентила, се израђују ливењем. Ливење је погодно и за делове различите величине, од оних од неколико грама до оних од неколико стотина килограма. Сав вишак материјала који остаје након ливења се поново топи тако да учествује са око $\frac{1}{4}$ у укупној маси новог лива. Особеност овакве израде је добијање предмета са изотропним особинама, што није случај са другим начинима израде, нпр. ваљањем. У одливцима постоје најчешће три грешке. Прва је порозност због гасних примеса, друга је присуство страног материјала и трећа је појава кавитације током испуњавања калупа што доводи до крупно-зрнасте структуре. Пример структуре након ливења челика је приказане на слици 6.1. До побољшања структуре и механичких особина долази након термичке обраде. Одабир термичке обраде зависи од жељеног исхода механичких особина.



(a) Widmanstätten феритна структура (80x)

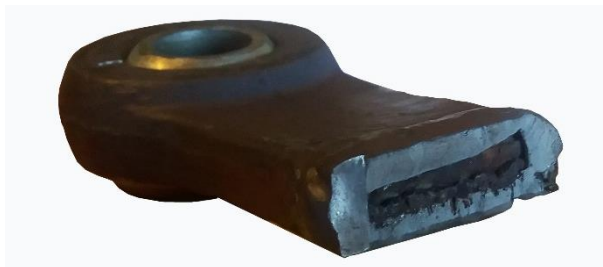
(б) феритно – перлитна структура GE240

<https://www.dijkkamp.nl/en/materials/gs-45-ge-240/>

Слика 6.1 Микроструктура челичног лива (а) након ливења (б) након термичке обраде нормализације

За ливење се најчешће користе ливена гвожђа, затим алуминијум, челични лив, легуре од бакра и цинка. Ливена гвожђа се користе због своје течљивости, због нижег коефицијента термичког скупљања и ниже температуре топљења, као и због ниже цене. Челични лив је скупљи у односу на ливено гвожђе, има слабију способност течења и вишу температуру топљења као и коефицијент линеарног скупљања ($2 \div 2,5$ %), захтеви за чистоћу су већи. Због тога су могућа места са неравномерном попуњеношћу, односно крупнозрнастом структуром. Користи се за делове изложене променљивом оптерећењу, јер имају бољу жилавост у односу на ливено гвожђе. Мањи садржај угљеника доприноси бољој заварљивости.

Одређивање хемијског састава горњег дела полуге приказаног на слици 6.2 је извршено у Заводу за заваривање.



Слика 6.2 Део полуге који је послужио за испитивање хемијског састава

Испитивање је вршено техником оптичко емисиона спектрометрија (Spark-OES). Резултати испитивања су приказани табелом 6.1.

Табела 6.1 Хемијска анализа материјала полуге

| Концентрације хемијских елемената (%) | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|
| хемијски елементи | C | Si | Mn | P | S | Cr | Mo | Ni | Al | As | B | Bi |
| измерене вредности | 0,209 | 0,208 | 0,689 | 0,0333 | 0,0238 | 0,0628 | 0,0099 | 0,024 | 0,0035 | 0,0024 | 0,001 | 0,001 |
| хемијски елементи | Ca | Co | Cu | Nb | Pb | Sb | Sn | Ti | V | W | Zn | Zr |
| измерене вредности | 0,0002 | 0,0065 | 0,0264 | < 0,003 | 0,0012 | 0,0048 | 0,0018 | 0,0007 | < 0,005 | 0,0092 | 0,0181 | 0,0049 |

Хемијски састав указује на угљенични челични лив, јер је једини легирајући елемент угљеник. Остали елементи су присутни као остаци током добијања челичног лива, мада се понекад додаје манган да би смањио штетни утицај сумпора. Угљенични и нисколегирани челични ливови се деле преми намени. Челични ливови опште намене су дефинисани стандардом SRPS EN 10293. Угљенични челични лив GE240 (претходна ознака ČL 0400) припада тој групи и одговара хемијском саставу. По чистоћи (садржај S, P < 0,035) припада квалитетним челицима.

Механичке особине зависе од састава, термичке обраде односно микроструктуре, као и од дебљине предмета. Термичка обрада нормализација челичног лива GE240 се изводи на температури 900°C ÷ 980°C до потпуне аустенизације, након чега се део хлади на ваздуху (финија структура перлита, боља чврстоћа него код потпуног жарења). То је и најчешће примењивана метода термичке обраде, мада се могу применити и све остале. Када се жели постизање веће чврстоће примењује се каљење, затим нека од метода за повећавање жилавости. У табели 6.2 су приказане механичке особине након нормализације ISO 14737: 2015 [193] (дебљина дела t < 300 mm) и побољшања (t < 30 mm), мада су могуће и друге термичке обраде.

Табела 6.2 Механичке особине челичног лива GE240

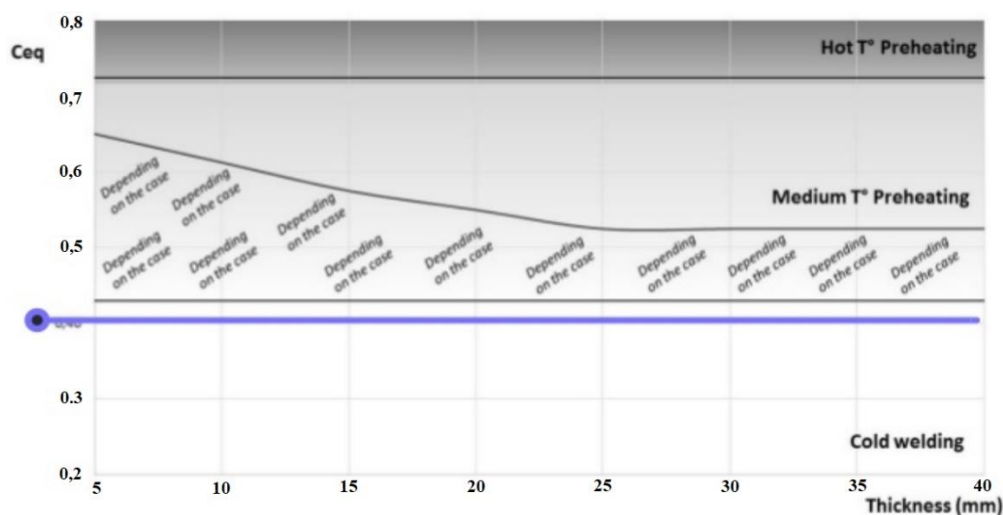
| термичка обрада GE240 | σ_T (kN/mm ²) напон на гр. течења | σ_M (kN/mm ²) затезна чврстоћа | A % издужење | KV (J) жилавост |
|--------------------------|---|--|-----------------|--------------------|
| нормализација | 240 | 450 ÷ 600 | 22 | 27 |
| побољшање | 400 ÷ 450 | 600 ÷ 650 | 25 | 60 |

Код нискоугљеничних челичних ливова (горња граница угљеника зависи од посматраног стандарда, креће се до 0,2÷0,3 %) није увек неопходна термичка обрада. Механичке особине челичног лива GE240 су слабије од одговарајућег челика E240. На америчком тржишту одговарајућа ознака је ASTM 27 450-240.

Еквивалентна вредност угљеника C_{eq} (Bonhart 2018 [194]) указује да ли је потребно предгревање челика и на коју температуру. Његова вредност је и параметер заварљивости. Одређује се на основу хемијског састава и дебљине дела који се заварује.

$$C_{eq} = \left(C + \frac{Mn}{6} + \frac{Cr + Mo + V}{5} + \frac{Ni + Cu + Si}{15} \right) (1 + 0,005t)$$

За GE240 вредност $C_{eq} < 0,4$, а то је гранична вредност за добру заварљивост. Та вредност C_{eq} указује и да није неопходно предгревање, односно да се само по потреби врши предгревање до максимално 150° C. После загревање није потребно, изузев за веће делове.



Слика 6.3 Вредност еквивалентног угљеника C_{eq} за GE240 www.safe-metal.com

Спајање горњег дела полуге, слика 6.2, са телом полуге је извршено заваривањем. Заварени део може постићи дуги век ако се задовоље технологија и техника заваривања:

- одабрати основни материјал који ће испунити захтеве за жељеним особинама
- пројектовати шав одговарајуће врсте, димензија
- одредити одговарајућу технику и параметре заваривања, припремити основни материјал, ако је потребно одредити предгревање основног материјала, електроде
- поједине методе заваривања су захтевније за заваривача и изскују вештину

Заварени део се може испитивати било којом методом на замор. Али њихова примена није једноставна због одређених непознаница везаних за спој. Животни век не зависи само од амплитуде напона, геометрије и величине шавова већ и од разних неправилности у шаву.

Грешке које се јављају у шаву се деле на површинске и запреминске. Стандарди описују које неправилности су прихватљиве, а које су неприхватљиве, јер могу довести до лома. Површинске грешке су нпр. непотпуно налепљивање, хладне (нпр. Услед присуства водоника) и топле прслине настале током кристализације и хлађења, ламеларно одвајање, непроварени корен.

Запреминска грешка је нпр. постављање претерано много материјала шава, порозност (нпр. кисеоник), присуство страног материјала.

Једна од набројаних грешака, непотпуно налепљивање, је грешка некомплетне везе између основног материјала и материјала шава или између два завара. Настају услед неприпремљености материјала за заваривање, неприкладне брзине заваривања, неподешених напона и јачине струје, неправилног држања електроде. Према стандарду ISO 6520: 2007 [195] постоји подела по групама и ознака грешака:

100 прслине се означавају са бројевима где ознака почиње са 1 (сл. 4(б)),

200 порозност се означава са бројевима где ознака почиње са 2 (сл. 4(г)),

300 укључци се означавају са бројевима где ознака почиње са 3 (сл. 4(а), (в)),

400 недовољно налепљивање и непроварени корен се означавају са бројевима, ознака почиње са 4 (сл. 4(а), (г)),

500 неправилност облика где ознака почиње са 5 (сл. 4(б)),

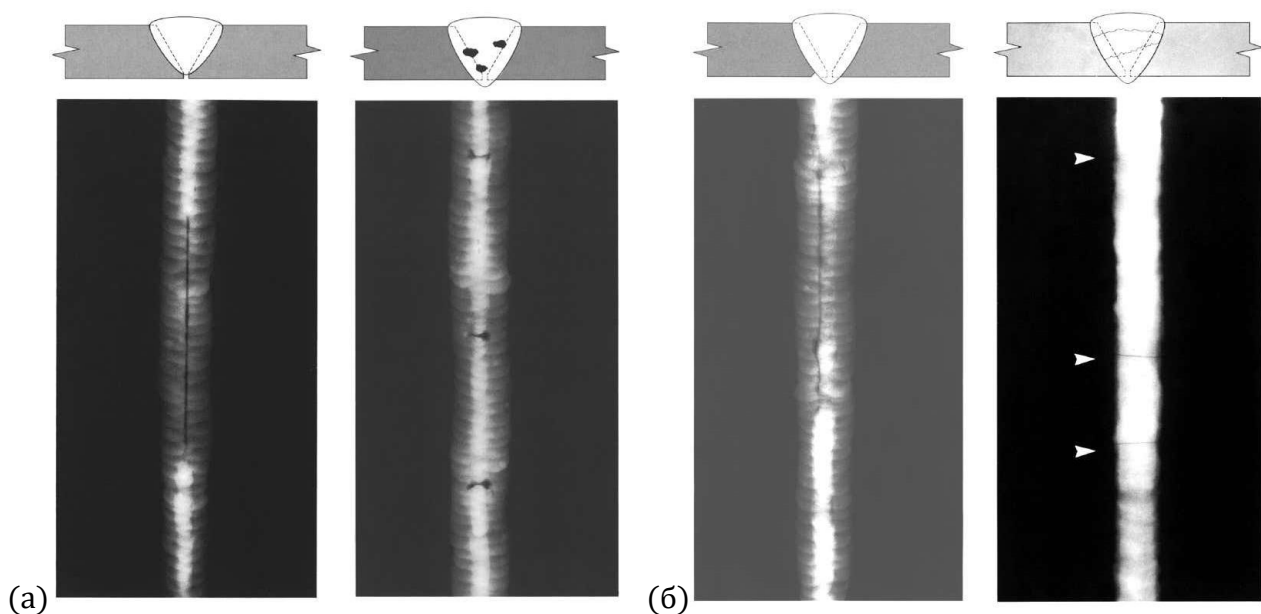
600 остале грешке нпр. распршења капљице метала, нарушена површина шава механичком обрадом.

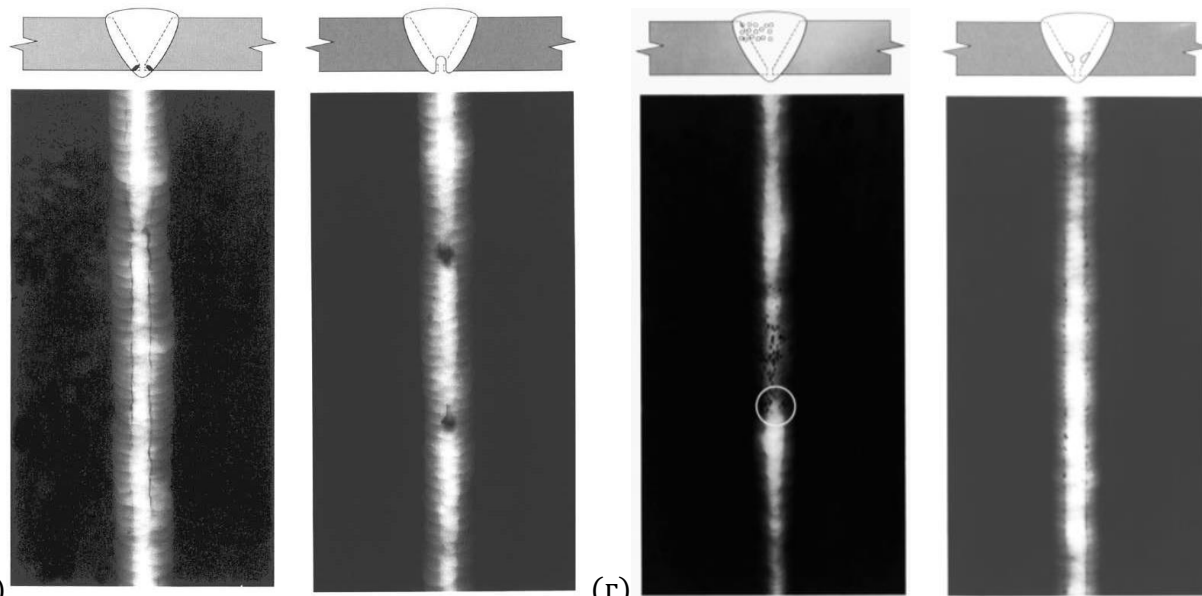
Испитивање грешака се изводи разним методама. Визуелно, ултразвуком, испитивање пенетратима, магнетно испитивање, радиографско, термографско. За квалитетан спој заваривањем је неопходно испоштовати сваку ставку од припреме, самог процеса заваривања, као и прописаних поступака након заваривања. Према ISO 5817: 2014 [196] постоје три класе квалитета заварених спојева:

В висок квалитет заваривања

С средњи квалитет заваривања

Д ниски квалитет заваривања

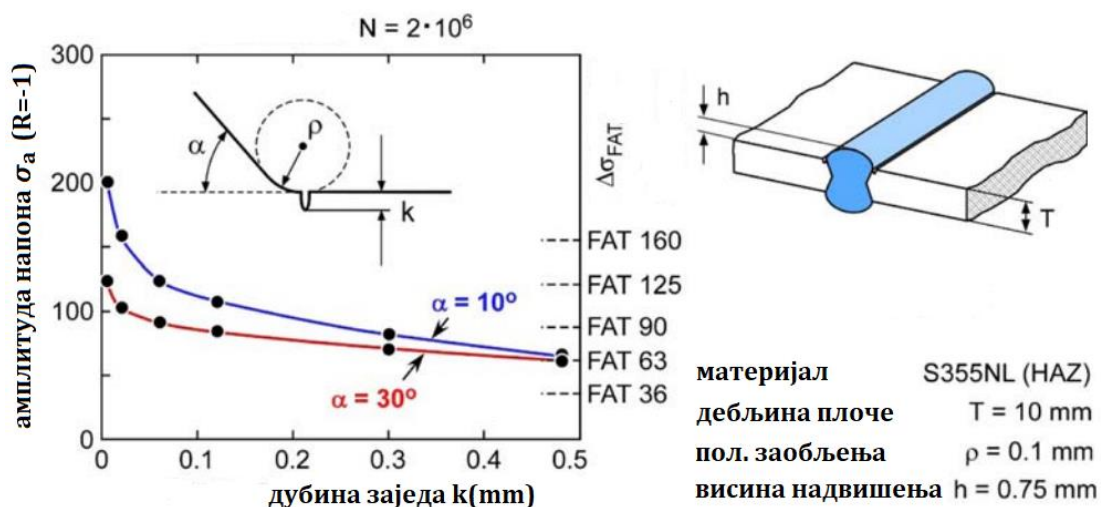




(в) (г)
Слика 6.4 Пример означавања грешака у вару (а) неиспуњен корен шави (4021) и укључци треске (301), (б) оштро удубљење код корена (5011) и попречне прслине (102), (в) издужене нечистоће (304) и прегоривање, (г) гнездо пора (2013) и непотпуно налепљивање (4011) <https://qaqc-construction.com/qaqc-systems/welding-procedures-overview/>

Након хлађења шави може доћи и до мимоилажења спојених делова, што утиче на појаву концентрације напона.

Поред површинских и запреминских грешака на животињи век утиче и геометрија шави: полупречник заобљења на прелазу између шави и заједи r , висина надвишења h , нагибни угао површине шави α , слика 6.5. У раду Schork et al. 2020 [197] је анализиран утицај геометријских фактора шави r , α и h и дубине заједи k , слика 6.5. Зајед представља удубљење на рубу шави. Сматра се секундарним зарезом мада може бити и прслина. Полупречник заобљења r се назива примарним зарезом. Показано је да од свих фактора највећи утицај на FAT вредност има зајед.



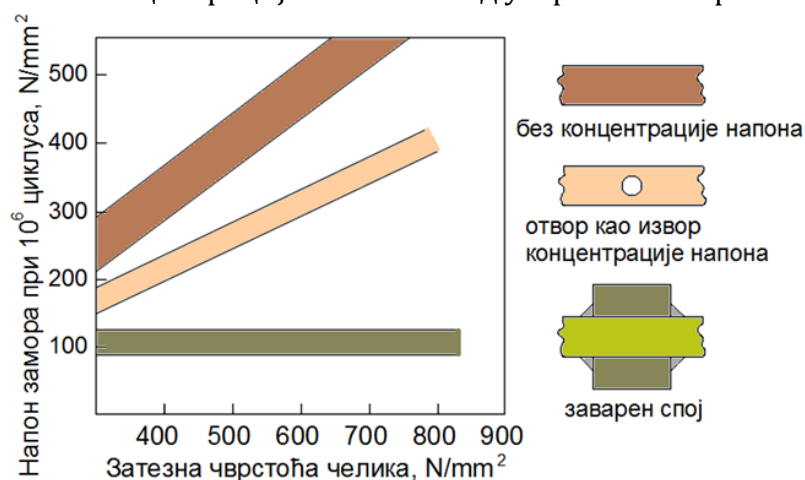
Слика 6.5 Утицај дубине заједи на FAT вредност. Извор Schork et al. [197]

Volvo group weld quality standard 181-0004:2008 [198] указује да је за нормални квалитет заваривања максимална вредност заједно 0,05 t, с тим да не сме прећи вредност од 1 mm. За високо квалитетно заваривање максимална вредност заједно је 0,025 t, с тим да не сме прећи вредност од 0,5 mm. Осим заједно, сличан извор концентрације напона представља и површинска хрпавост, корозијом створени зарези, површинске огреботине.

Сучеони спој може бити варен са једне стране или са обе, спој може бити затворен и отворен. Колики ће бити размак, односно отвореност корена, зависи од изабраног поступка заваривања. "I" спој је једноставан за припрему, али је примена ограничена дебљином дела који се спаја AASHTO/AWS D1.5M/D1.5:2002 [199]. За дебље предмете потребно је припремити оба дела који се спајају да имају одговарајућу геометрију како би биле доступне за заваривање. Само за предмете дебљине до 6,5 mm се примењује "I" спој. На поломљеним полугама се уочава да је било припремљених површина, али и оних које нису припремане и са размаком између себе. За заваривање челичног лива GE240 препоручено је електролучно заваривање електродом или у активном заштитном гасу. Електролучно заваривање у активном гасу раније није био погодан поступак за делове осетљиве на замор, али је процес усавршен, па се од 2002. год. користе и за такве случајеве.

Својства материјала на замор у све три зоне: основни материјал, зона утицаја топлоте и материјал шави, су сличне. Код челика обично постоји умерена разлика између чврстоће основног материјала и материјала шави у корист материјала шави. Животни век завареног споја се, због углавном већ присутних извора концентрације напона, своди на период раста прслине. Код квалитетнијих заваза могу постојати и време настанка и време раста прслине. Амплитуда напона који доводи до лома при 10^7 циклуса за челике се креће у границама $12,5 \div 50 \text{ kN/mm}^2$.

Дефекти који постоје у шаву су места настанка прслине. Због њих је време настанка прслине кратко и чини мали део укупног животног века. Време развоја прслине зависи од карактеристика материјала. Са повећањем затезне чврстоће повећава се време настанка прслине док се време развоја прслине не мења значајно код шави. На слици 6.6 је приказано да постоји утицај повећања затезне чврстоће на напон замора при 10^6 циклуса код узорка без концентрације напона и код узорка са отвором.



Слика 6.6 Утицај пораста затезне чврстоће на напон замора при 10^6 циклуса за узорке од челика ослабљене отвором или заварене. Извор Heshmati 2012 [200]

Постоји више метода за анализу замора заварених спојева, које се могу поделити према параметрима који се користе за успостављање везе између напона и животног века. Све се методе процене века могу груписати у две основне групе

- 1) методе напон-животни век ($\sigma - N$ методе),
- 2) методе механике лома.

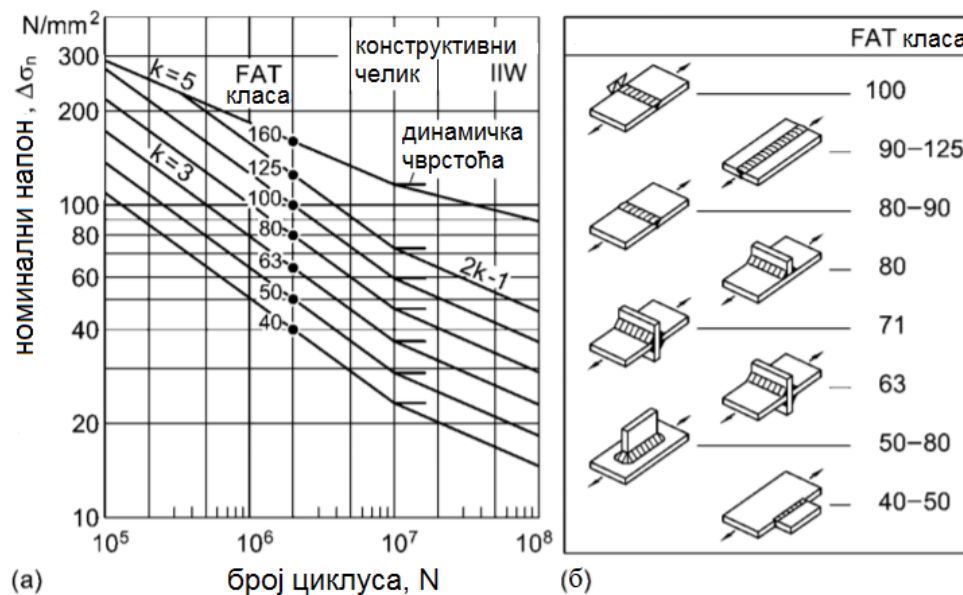
s-N методе предвиђања животног века се базирају на успостављању везе између напона σ и броја циклуса промене оптерећења N. Одређивање напона у шаву се може вршити на више начина, што условљава и различите σ -N дијаграме. На који начин ће се одредити напон зависи од доступне методе и искуства. s-N дијаграми се цртају на основу

- номиналних напона,
- структурних напона,
- локалног напона у шаву, тзв. напона зареза.

Сваки од ових приступа има своје предности и мане.

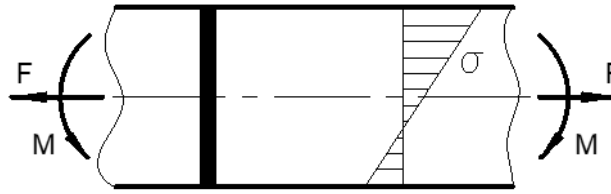
6.1 Израчунавање животног века на основу номиналних напона

Израчунавање животног века на основу номиналних напона је најстарија и најчешће коришћена метода Gurney и Maddox 1973[201], Olivier и Ritter 1979 [202]. Према спољашњем оптерећењу и врсти споја и облика заваара изводе се експерименти на епруветама и на основу добијених вредности се црта $\sigma - N$ дијаграм, слика 6.7. Пошло се од претпоставке да узорци сличне геометрије имају исте карактеристике код замора, тако да за њих постоји један $\sigma - N$ дијаграм.



Слика 6.7 а) $\sigma - N$ дијаграм на основу номиналних напона б) FAT класе у зависности од врсте споја и начина оптерећења. Извор Radaj et al. 2006 [203]

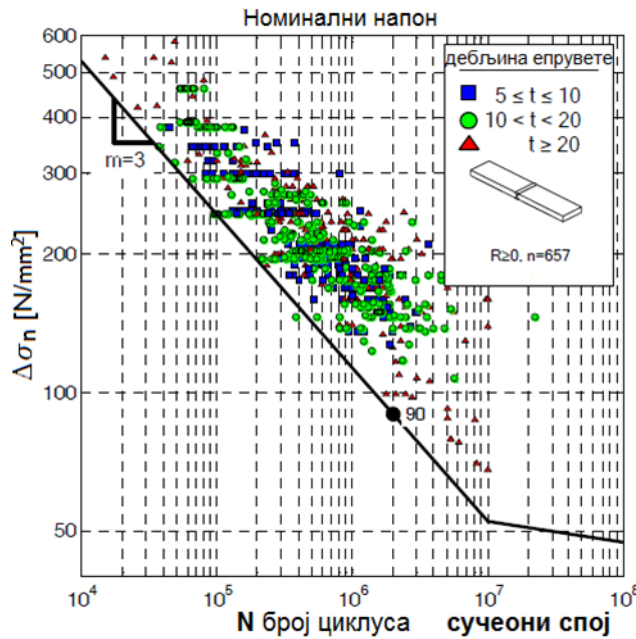
Номинални напон је однос спољашњег оптерећења и величине која се односи на попречни пресек, слика 6.8. У рачунању његове вредности не учествује концентрација напона услед шави.



Слика 6.8 Пример номиналног напона

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} y$$

Експериментом су обухваћени утицаји завара на животни век узорка, слика 6.9.



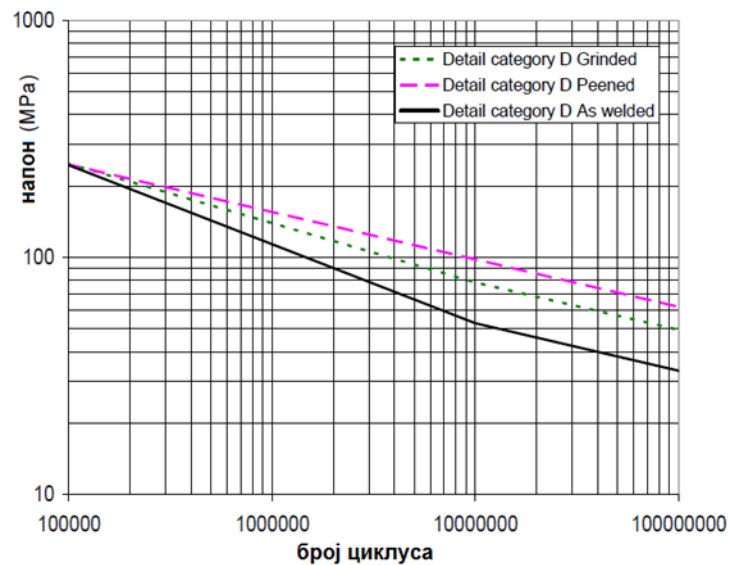
Слика 6.9 $\sigma - N$ дијаграм номиналних напона сучеоног споја Pedersen et al. 2010 [204]

Међународни институт заваривања (IIW) [205], Eurocode 3 (EC3) [206], неке компаније и друге надлежне институције Lotsberg и Larsen 1998 [206] су дефинисале $\sigma - N$ дијаграме за челике и алуминијум. Дијаграми су сврстани у класе у зависности од врсте споја, оптерећења, облика завара. Како је ова метода номиналних напона једноставна и доступна, то има и најширу употребу. За упоређивање дијаграма користи се вредност напона при коме долази до лома при $2 \cdot 10^6$ циклуса и та вредност има ознаку FAT, табела 6.3.

Табела 6.3 Вредности заморне чврстоће сучеоног споја при $2 \cdot 10^6$ за челик и алуминијум узорка променљиве дебљине (FAT)

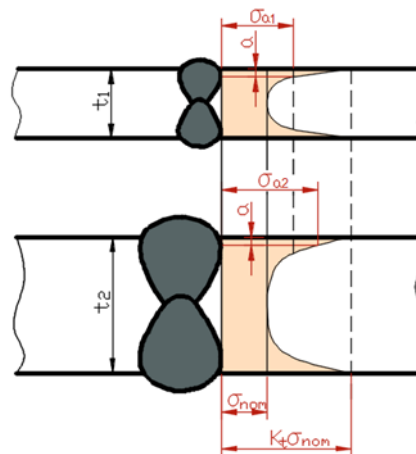
| приказ узорка | опис | челик | Al |
|---------------|---|-------|----|
| | аксијално напрегнут сучеоног спој са променљивом дебљином | | |
| | нагиба 1:5 | 90 | 32 |
| | нагиба 1:3 | 80 | 28 |
| | нагиба 1:2 | 72 | 25 |

Након заваривања могуће је применити неку од метода за смањење напона на прагу шава и/или заосталих напона због чега се примењује кориговани $\sigma - N$ дијаграма, слика 6.10.



Слика 6.10 Промена $\sigma - N$ дијаграма сучеоног споја након примењене методе побољшања. Извор Det Norske Veritas 2012 [208]

Добијене вредности напона и животног века се могу кориговати према дебљини узорка, према средњој вредности напона, утицају корозије, утицају температуре. Фактори корекције су дати у препорукама IIW.



Слика 6.11 Корекција напона услед дебљине узорка

Корекција животног века сучеоног споја према дебљини узорка је тема многих истраживача. На слици су приказана два узорка оптерећена истом силом која имају исти почетни зарез. Због њихове различите дебљине биће напон у врху зареза већи код дебљег узорка. Према Det Norske Veritas 2012 [208] корекција животног века је дата једначином

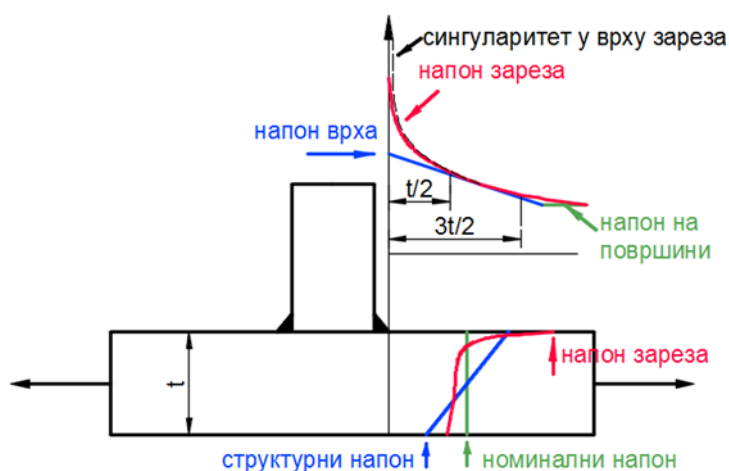
$$\log N = 12,164 - 3 \log \left(\Delta \sigma \left(\frac{t}{25} \right)^{0,2} \right)$$

где је t дебелина елемента. Једначина се користи за $t > 25 \text{ mm}$ и $t < 5 \text{ mm}$. Постоје и препоруке IIW, Eurocode 3 за фактор корекције услед дебелине елемента. Корекција постоји и код методе структурних напона.

Примена методе номиналних напона за рачуњање животног века је ограничена потребом подударања узорка и описаног модела у стандардима. Потребно је искуство за израчунавање напона у реалним условима напрезања и за избор одговарајућег $\sigma - N$ дијаграма. Код сложеног напрезања и/или геометрије испитиваног узорка су на располагању друге методе за одређивање животног века.

6.2 Израчунавање животног века на основу структурних напона

Напон се мења у близини шави. Структурни напон је идеализован напон у околини шави. Апроксимира се линеарном дистрибуцијом.



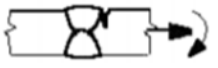
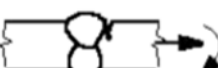
Слика 6.12 Приказ меродавних напона за оређивање заморне чврстоће

Структурни напон обухвата промену напона услед присуства шави, не узимајући скок напона услед присуства зареза у прагу зава (зајед), слика 6.12. Постоји више предлога за одабир меродавног напона

- да се напон, измерен или добијен МКЕ у две или три тачке на одређеном растојању од прага вара, користи за екстраполацију и добијање напона врха IIW [205],
- да је меродаван напон на одређеној удаљености од прага вара Haibach [209][210], Fricke2002 [211],
- да је меродаван напон на одређеној удаљености од прага вара и дубини Xiao и Yamada 2004 [212], Noh et al. 2006 [213],
- да се уместо промене напона на површини посматра промена напона по дебелини елемента Routiainen и Marquis 2006 [214]

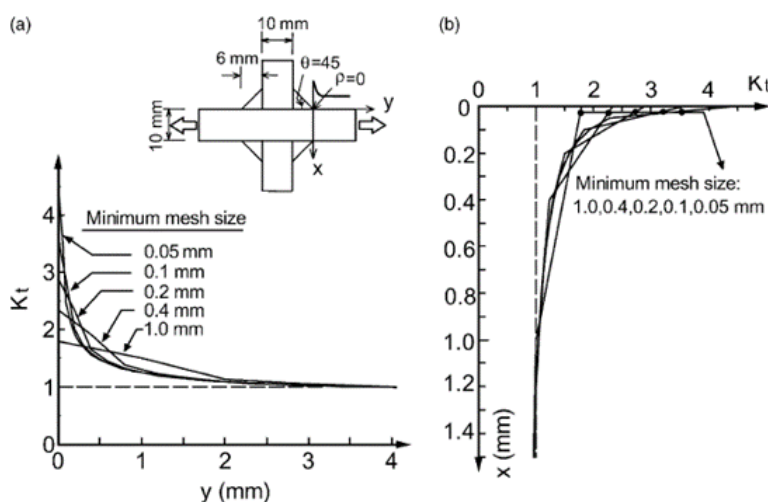
FAT вредности заморне чврстоће сучеоног споја за челик, израчунате на основу структурног напона према EC3, су приказане у табели 6.4.

Табела 6.4 FAT вредности заморне чврстоће сучеоног споја за челик израчунате на основу структурног напона према ЕС3

| | приказ узорка | опис | захтеви | FAT |
|---|---|------------------------------------|---------------------|-----|
| 1 |  | сучеони спој специјалног квалитета | са завршном обрадом | 112 |
| 2 |  | сучеони спој стандардног квалитета | без завршне обраде | 100 |

Метода напона врха је развијена шездесетих година прошлог века за моделирање судова под притиском Radaj 1990 [215], да би се затим њена примена проширила на Т заваре за равне плоче и на друге врсте спојева AWS 1990 [216], Almar- Næss et al. 1985 [217]. Њена мана и јесте што је примена ограничена на праг зава. Не може се применити на корен зава. Недостатак је и то што се не примењује за напоне смицања.

На тачност резултата утиче мрежа МКЕ Fricke 2002 [211], Fricke и Bogdan 2001 [218], слика 6.13.



Слика 6.13 Израчунати напони за различиту густину мреже а) дуж површине, б) по дубини. Извор Xiao и Jamada 2004 [212]

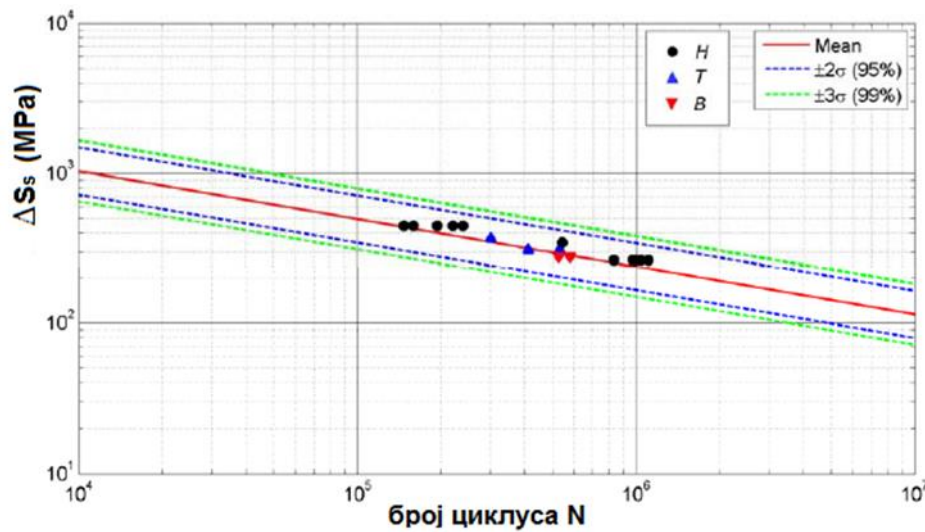
То је био разлог да Dong 2001 [219] развије методу израчунавања структурног напона у чворовима мреже. У чворовима, дуж линије шав, се рачуна структурни напон као збир нормалних напона услед дејства аксијалних сила и момента савијања

$$\sigma_s = \sigma_i + \sigma_f$$

Добијена вредност структурног напона се мења факторима дебљине t и функције која зависи од односа нормалних напона σ_i и σ_f , на основу чега се добија параметар структурног напона ΔS_s . На основу добијеног параметра се црта $\Delta S_s - N$ дијаграм који не зависи од врсте зава, тзв. главни дијаграм, слика 6.14

$$\Delta S_s = CN^b$$

где су C и b параметри који зависи од врсте материјала. Овим поступком се добијају вредности параметра структурног напона са мањим расипањем око средње вредности. Динамичка чврстоћа σ_D се овом методом не добија.

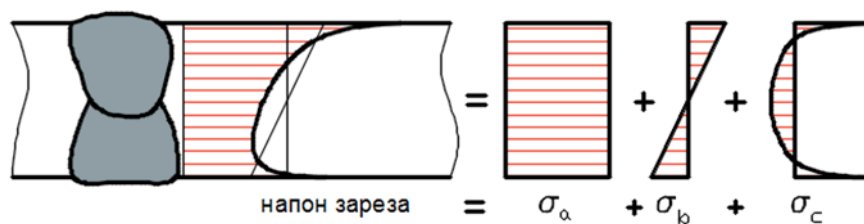


Слика 6.14 ASME главни $\Delta S_s - N$ дијаграм са експерименталним подацима. Извор Marin и Nicoletto 2009 [220]

Мада се за моделовање могу користити 2D и 3D елементи мреже, најпогоднији су линијски елементи. Новија истраживања показују да мрежа 3D елемената има утицаја на добијене вредности напона.

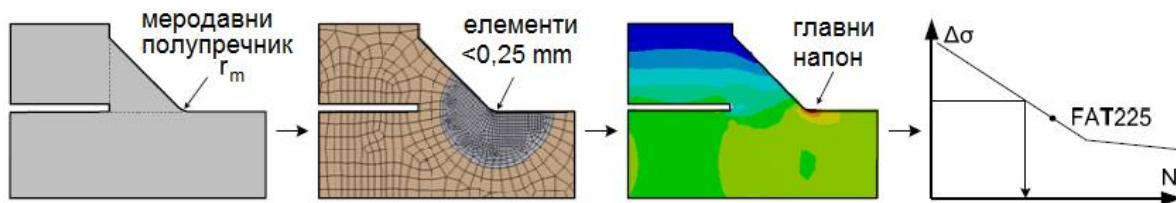
6.3 Израчунавање животног века на основу локалних напона у шаву-ефективног напона зареза

Главна идеја настанка ове методе је да се корен, праг шави моделују са меродавним полупречником на основу кога се МКЕ одреди von Mises напони или се одреде главни напони Radaj [203].



Слика 6.15 Ефективни напон зареза

Меродавни полупречник заобљења за челик $r_m = 1 \text{ mm}$, је израчунат тако да одговара стварном зарезу од $0,4 \text{ mm}$. Меродавни полупречник заобљења се може усвојити и $r_m = 0,05 \text{ mm}$ Zhang и Richter 2000 [221], на основу теорије механике лома. У пракси се показало да се $r_m = 1 \text{ mm}$ користити за челик за узорке дебљине веће од 5 mm . За мање дебљине елемената прецизније резултате даје заобљење од $0,05 \text{ mm}$, као и за корен завара и за материјале алуминијум и магнезијум.



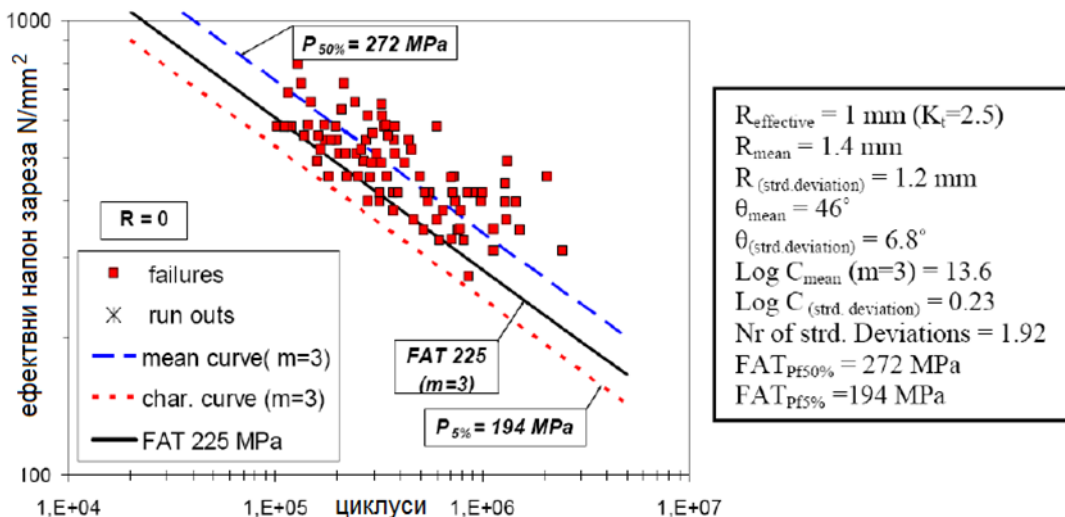
Слика 6.16 Шематски приказ поступка за добијање $\sigma - N$ дијаграма помоћу ефективног напона зареза. Извор Pedersen et al. 2010 [204]

На основу истраживања више аутора добијене су FAT вредности за различите материјале за $r_m = 1\text{ mm}$ и $r_m = 0,5\text{ mm}$ при односу напона $R=0,5$ Sonsino 2009 [222]. Ове вредности су део препорука IIW и приказане су табелом за спољашње аксијално оптерећење или оптерећење на савијање, табела 6.5.

Табела 6.5 FAT вредности напона за различите материјале у N/mm^2 на основу ефективног напона зареза. Извор Sonsino 2009 [223]

| r_m (mm) | 1 | 1 | 0,5 | 0,5 |
|------------|--------|-----------|--------|-----------|
| напон | главни | von Mises | главни | von Mises |
| челик | 225 | 200 | 630 | 560 |
| алуминијум | 71 | 63 | 180 | 160 |
| магнезијум | 28 | 25 | 71 | 63 |

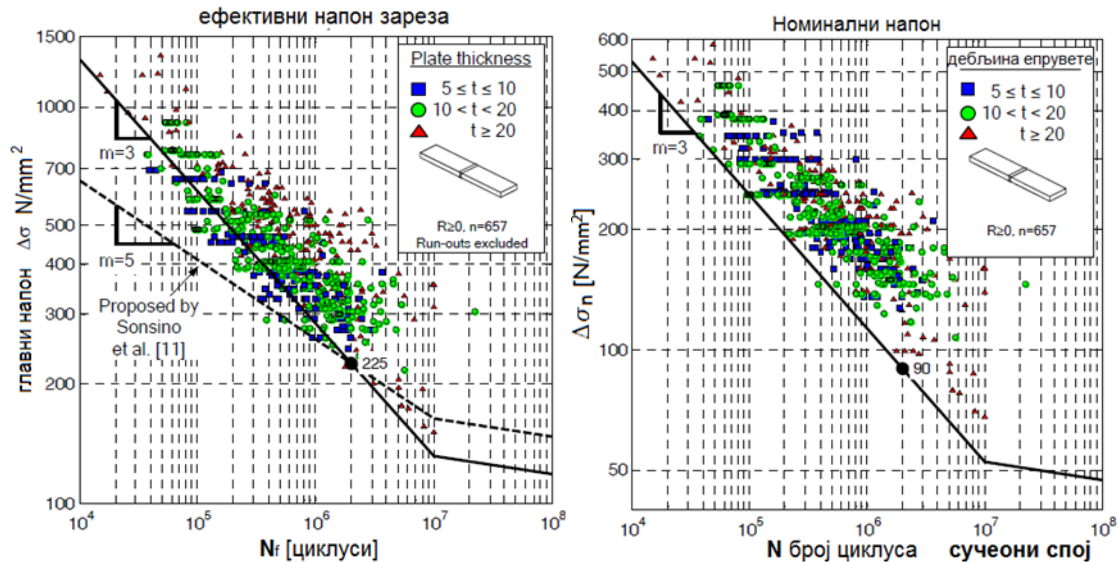
Препорука је да се за жилаве материјале, попут конструктивног челика, рачуна главни напон, док за крте материјале је боље рачунати von Mises напоне. За челике оптерећене на увијање FAT вредност при $r_m = 1\text{ mm}$ и главне напоне износи 167 N/mm^2 , док за von Mises напоне износи 289 N/mm^2 . FAT вредности добијене методом ефективног напона зареза не зависе од врсте споја, тако да постоји један $\sigma - N$ дијаграм за све челике за усвојено r_m , слика 6.17.



Слика 6.17 Пример $\sigma - N$ дијаграм ефективног напона зареза за све челике за $r_m=1\text{ mm}$. Извор Michael Bak 2013 [224]

Између дијаграма нацртаних на основу номиналних напона $\Delta\sigma_n$ и на основу ефективног напона зареза $\Delta\sigma_{enz}$ постоји веза (слика 6.18)

$$\Delta\sigma_{enz} = K_f \Delta\sigma_n$$



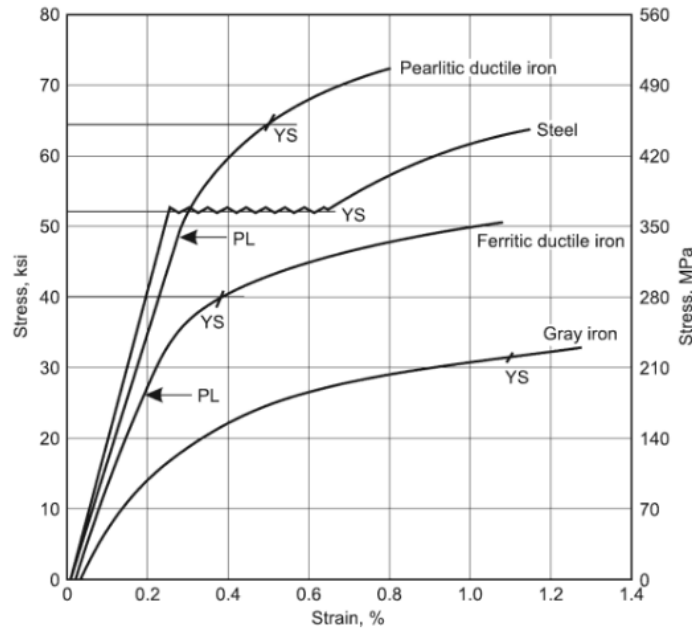
Слика 6.18 Вредности ефективног напона зареза и номиналног сучеоног споја су повезани фактором K_f . Извор Pedersen et al. 2010 [225]

Заостали напони у еврупети су мали у поређењу са реалном структуром због процеса којим је епрувета изложена током производње. Ако се тестирање изводи при малом односу напона R, препорука IIW је да се чврстоћа на замор при $2 \cdot 10^6$ циклуса смањи за 20%.

6.2 Процена животног века заварене полуге и експериментално одређивање животног века

6.2.1 Процена животног века методом деформација – животни век

За предвиђање животног века заварене полуге може се користити анализа замора завареног споја помоћу методе деформација – животни век.



Слика 6.19 Напон – издужење за ливена гвожђа и челик. Извор Atlas of Stress-strain curve ASM International [226]

Веза између напона и деформација, слика 6.19, је дата једначином (2.38) Ramberg-Osgood 1943 [50]

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{K'}\right)^{\frac{1}{n}}$$

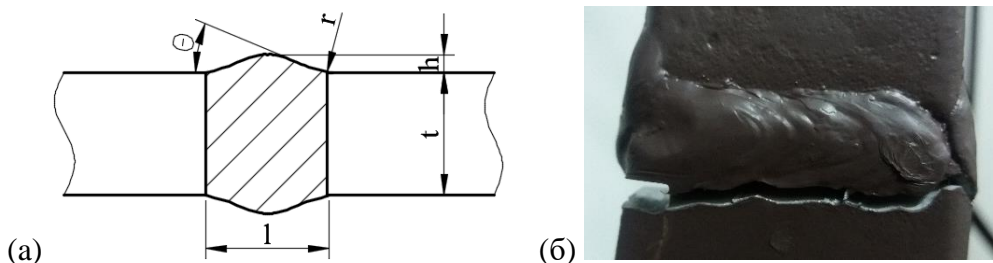
За њено решавање, односно одређивање пара $\Delta\varepsilon_1, \Delta\sigma_1$ првог циклуса промене напона, потребна је још једна једначина, једначина Neuber (2.57) $\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = (K_t \cdot \Delta S)^2 / E$.

За решавање једначина урађен је програм у matlab. Улазни подаци су особине материјала E, K, n и фактор концентрације напона K_t , који се одређује према Ushirokawa и Nakayama 1983 [227] за аксијално напрезање, једначина (6.1). Подаци за особине материјала су преузети од компатибилног материјала A1020, табела 6.6:

Табела 6.6 Особине материјала A1020

| $\sigma_M(N/mm^2)$ | $\sigma_T(N/mm^2)$ | $E(N/mm^2)$ | $K(N/mm^2)$ | $\sigma_f'(N/mm^2)$ | n' | b | c |
|--------------------|--------------------|-------------|-------------|---------------------|-------|--------|--------|
| 441 | 262 | 203 000 | 1962 | 1384 | 0,321 | -0,156 | -0,485 |

Геометрија на основу које се одређује K_t је одабрана да одговара шаву полуге.



Слика 6.20 (а) Скица шав са ознакама величина које утичу на концентрацију напона (б) испитивани шав

На слици 6.20 приказана је скица шава са ознакама геометрије који имају утицаја на концентрацију напона и слика испитиваног шава на основу кога су одабране вредности геометрије:

Табела 6.7 Вредности геометрије шава

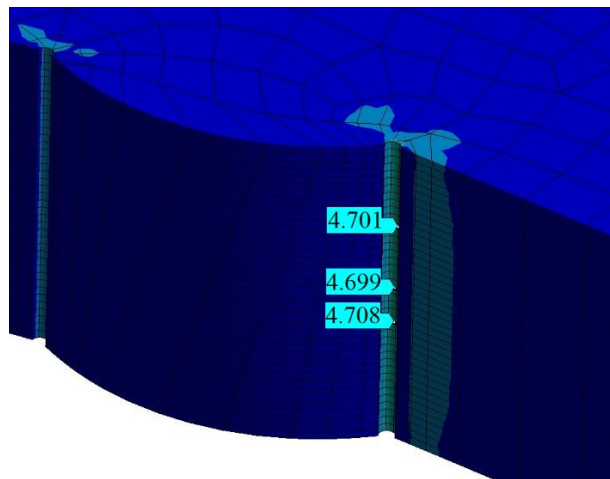
| t (mm) | l (mm) | h (mm) | θ | r (mm) | W (mm) |
|--------|--------|--------|----|--------|--------|
| 15 | 15 | 2,5 | 18 | 0,1 | 29 |

где је $W = t + 2h + 0,6l = 15 + 2 \cdot 2,5 + 0,6 \cdot 15 = 29 \text{ mm}$

Уносом вредности из табеле 6.7 у једначину (2.38) добија се да је $K_t=4,726$

$$K_t = 1 + \frac{1 - \exp\left(-0,9\theta \sqrt{\frac{W}{2h}}\right)}{1 - \exp\left(-0,45\pi \sqrt{\frac{W}{2h}}\right)} \cdot 2 \left(\frac{1}{2,8\left(\frac{W}{t}\right)^2} \cdot \frac{h}{r}\right)^{0,65} = 1 + \frac{1 - \exp\left(-0,9 \cdot \frac{22\pi}{180} \sqrt{\frac{39}{2 \cdot 3}}\right)}{1 - \exp\left(-0,45\pi \sqrt{\frac{39}{2 \cdot 3}}\right)} \cdot 2 \left(\frac{1}{2,8\left(\frac{39}{15}\right)^2} \cdot \frac{3}{0,1}\right)^{0,65} = 4,726 \tag{6.1}$$

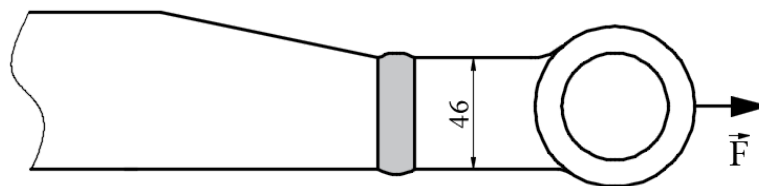
Применом МКЕ је добијена слична вредност коефицијента концентрације напона $K_t=4,7$



Слика 6.21 Вредност K_t добијена МКЕ

Напон који делује на шав, слика 6.22, од аксијалне силе $F=40 \text{ kN}$, се може израчунати или добити из Ansys програма

$$\Delta S = \frac{F}{bt} = \frac{40\,000}{46 \cdot 15} = 58 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \tag{6.2}$$



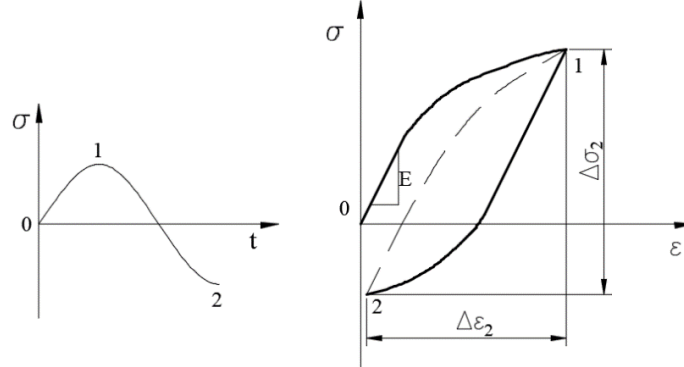
Слика 6.22 Полука је аксијално напрегнута силом F

Једначине (2.38) и (2.57) након уноса свих познатих вредности добијају облик

$$\frac{(K_t \cdot \Delta S)^2}{E} = \Delta \sigma_1 \cdot \Delta \varepsilon_1 \Rightarrow \Delta \sigma_1 \cdot \Delta \varepsilon_1 = \frac{(4,726 \cdot 58)^2}{203000} \Rightarrow \Delta \sigma_1 \cdot \Delta \varepsilon_1 = 0,37012 \quad (6.3)$$

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{\Delta \sigma_1}{E} + \left(\frac{\Delta \sigma_1}{K'}\right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \Delta \varepsilon_1 = \frac{\Delta \sigma_1}{203000} + \left(\frac{\Delta \sigma_1}{1962}\right)^{0,321} \quad (6.4)$$

Решавањем датог система једначина (6.3) и (6.4) добија се први пар напон-деформација који одговара врху првог циклуса $(\Delta \varepsilon_1, \Delta \sigma_1) = (\varepsilon_1, \sigma_1) = (0,001833; 201,887 \text{ N/mm}^2)$



Слика 6.23 Прорачун напон - деформација за тачке 1 и 2

Други пар напон-деформација који одговара дну првог циклуса промене напона добија се такође решавањем система једначина (слика 6.23)

$$\frac{(K_t \cdot \Delta S)^2}{E} = \Delta \sigma_2 \cdot \Delta \varepsilon_2 \Rightarrow \Delta \sigma_2 \cdot \Delta \varepsilon_{21} = \frac{(4,726 \cdot 58)^2}{203000} \Rightarrow \Delta \sigma_2 \cdot \Delta \varepsilon_2 = 0,37012 \quad (6.5)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_2}{2} = \frac{\Delta \sigma_2}{2E} + \left(\frac{\Delta \sigma_2}{2K'}\right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \Delta \varepsilon_2 = \frac{\Delta \sigma_2}{203000} + 2 \left(\frac{\Delta \sigma_2}{3924}\right)^{0,321} \quad (6.6)$$

чијим решавањем се добија $(\Delta \varepsilon_2, \Delta \sigma_2) = (0,00153; 241,795 \text{ N/mm}^2)$, односно

$$(\varepsilon_2, \sigma_2) = (\varepsilon_1 - \Delta \varepsilon_2, \sigma_1 - \Delta \sigma_2) = (0,0003; -39,9 \text{ N/mm}^2)$$

Модификована Coffin-Manson једначина (2.55) је искоришћена за процену животног века полуге

$$\frac{\Delta \varepsilon_2}{2} = \frac{\sigma_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \Rightarrow \frac{0,00153}{2} = \frac{1384 - 80,99}{203000} (2N_f)^{-0,156} + 0,337 (2N_f)^{-0,485} \Rightarrow N_f = 2544705 \quad (6.7)$$

где је $\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{201,887 - 39,9}{2} = 80,99 \text{ N/mm}^2$ корекција за средњи напон.

Методом напон-деформација предвиђени животног века полуге је око $2,5 \cdot 10^6$. Материјал од кога је израђена полука, GE240 има добре механичке особине као и жилавост, тако да је очекивани век трајања велики. Материјал је из конструктивних разлога ослабљен отворима за осовинице чија је намена повезивање са подизном полугом. На почетку полуге се налази ушка за повезивање са оруђем и она је спојена са полугом шавом који није фино израђен. На њему су голим оком уочљиве неравнине које могу бити место развоја прслине. Полука су у току рада у зависности од радног задатка које обављају, изложене аксијалним, трансверзалним силама и моментима савијања. Како је експериментом показано у току основне обраде земљишта полука је изложена променљивом оптерећењу. Промене су условљене стањем земљишта. Могући су и нагли пораст отпора земљишта од 30% до чак 200% (Morling 1979 [184])

6.2.2 Експериментално одређивање животног века полуге

Да би се установио прави животни век вршено је испитивање полуге у лабораторији Катедре за шинска возила. Кидалица за замор је хидрауличка са фреквенцијом од 10 Hz. Сила је мењала вредност од 0÷40 kN.

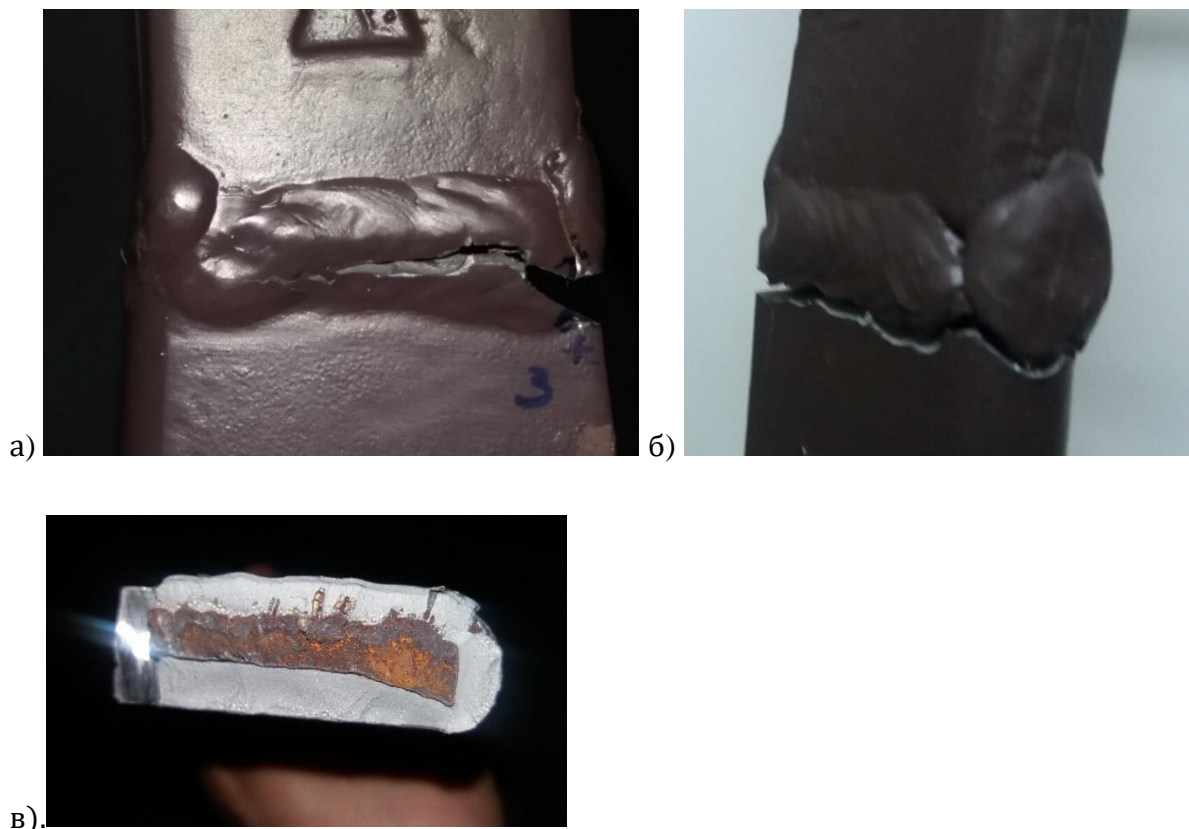


Слика 6.24 Испитивана полуга

Испитивање је извршено на девет полуга, (слика 6.24) али су за прорачун узете шест полуга, јер су три пукле при неочекиваном малом броју промена. Број промена сваке полуге је приказано табелом 6.8.

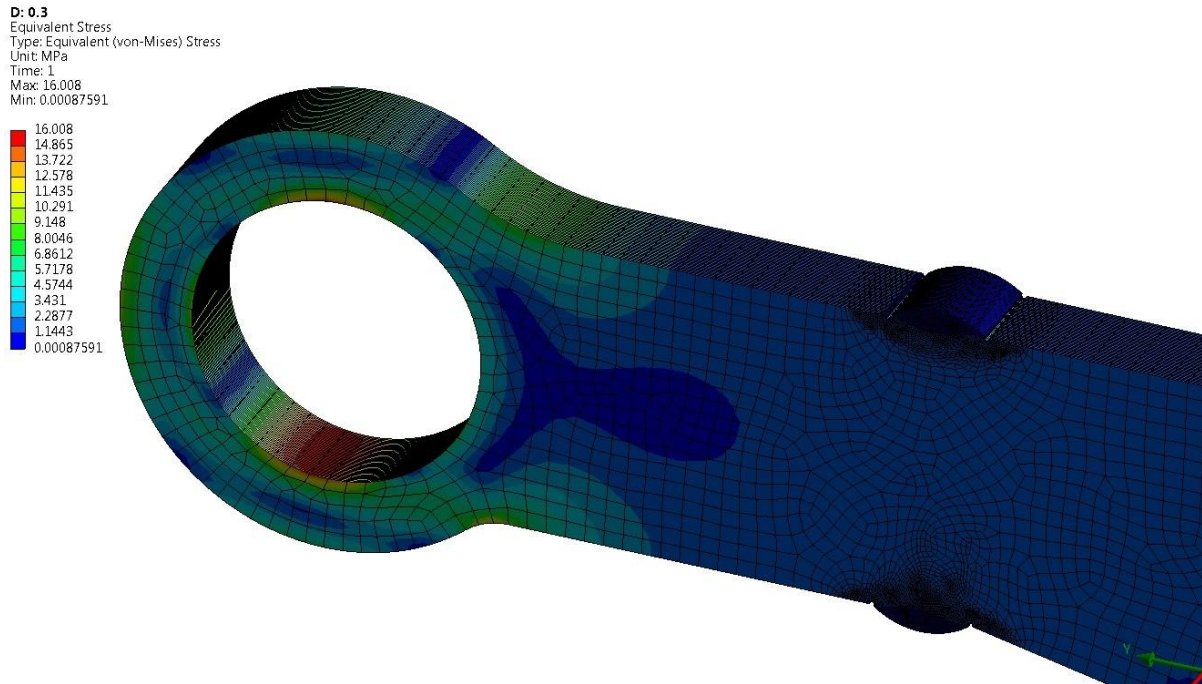
Табела 6.8 Број промена до пуцања полуга

| полуга | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| број промена | 1321072 | 1121375 | 1016857 | 1410191 | 1351834 | 1448736 |

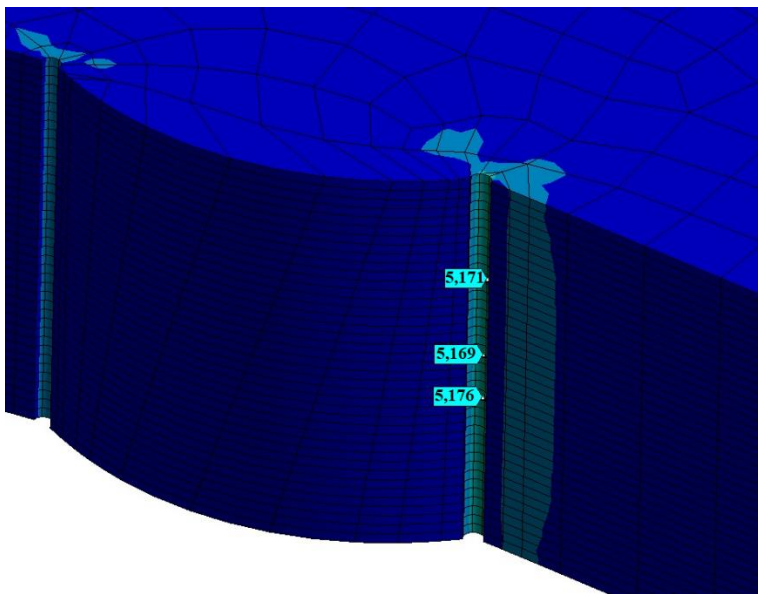


Слика 6.25 а) полука број осам б) полука број три в) полука број три након лома

Очекивани број промена је већи од стварних. У радовима Schork et al. 2020 [197], Cerit et al. 2010 [228] је указано на значај заједа, па је стога предпостављено да постоји зајед који према Volvo group weld quality standard 181-0004:2008 [198] може да износи $0,025t = 0,025 \cdot 15 = 0,375 \text{ mm}$ за квалитетан шав. Одмах након шава долази до постепеног пораста попречног пресека полуге што утиче на повећање концентрације напона. Према FKM – Guideline најпрецизнији фактор концентрације напона се добија МКЕ. Након моделовања прслине од 0,3 mm у програму Ansys добијена је вредност $K_f = 5,17$.



а)



б)

Слика 6.26 Моделовање заварене полуге у Ansys програму а) дубина заједа од 0,3 mm б) фактор прореза шавна на замор $K_f = 5,17$.

6.2.3 Процена животног века методама приказаним у FKM – Guideline

До сличних резултата се долази проценом замора поступком приказаним у Hänel et al. 2003 [229] FKM – Guideline. Процена се може вршити методом номиналних напона, методом структурних напона и методом ефективног напона зареза.

Прорачун лома коришћењем номиналних напона

Средња вредност и амплитуда номиналног напона (6.2) су

$$S_m = 29 \frac{N}{mm^2}, S_a = 29 N/mm^2 \quad (6.8)$$

При наизменично променљивом оптерећењу за $N = 5 \cdot 10^6$ је вредност напона који доводи до лома $\sigma_{DV} = 92 \text{ N/mm}^2$. За реални део различите површинске обраде, дебљине, заосталих напона, различитих вредности средњег напона се уводе одговарајући фактори. Вредности фактора су преузете из FKM – Guideline [229].

f_t фактор дебљине, за делове чија је дебљина $t \leq 25 \text{ mm}$ има вредност $f_t = 1$ (2.3.33)

K_V фактор површинске обраде; ако нема обраде $K_V = 1$ (2.3.28)

K_E фактор заосталих напона

K_{AK} фактор средњег напона, према једначини (5.5.29) приручника, је $K_E \cdot K_{AK} = 1$ за однос напона $R = \frac{S_{min}}{S_{max}} = 0$ и велике заостале напоне

K_B фактор прерачуна напона лома за број промена $N = 1,3 \cdot 10^6$ се може израчунати или преузети из таблице (5.7.1) приручника $K_B = 1,567$

Гранична вредност амплитуде напона S_B износи

$$S_B = \frac{FAT}{225} \cdot f_t \cdot K_V \cdot K_E \cdot K_{AK} \cdot K_B \cdot \sigma_{DN} = \frac{43}{225} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,567 \cdot 92 = 27,6 \text{ N/mm}^2 \quad (6.9)$$

FAT 43 је претпостављена вредност услед недостатка тачне вредности.

Реципрочна вредност степену корисности, степен искоришћења за $N = 1,3 \cdot 10^6$ износи

$$a = \frac{S_a}{S_B} = \frac{29}{27,6} = 1,052 \quad (6.10)$$

Вредност степена искоришћења је већи од један што указује да долази до лома заварене полуге изложене променљивом напону $S_{max} = 58 \text{ N/mm}^2$ при $N = 1,3 \cdot 10^6$ циклуса.

Прорачун лома коришћењем ефективног напона зареза

Овај прорачун се базира на вредности напона у заједу

$$\sigma_K = \sigma_{km} \pm \sigma_{ka} = S_m \cdot K_f \pm S_a K_f = 29 \cdot 5,17 \pm 29 \cdot 5,17 = 149,93 \pm 149,93 \text{ N/mm}^2 \quad (6.11)$$

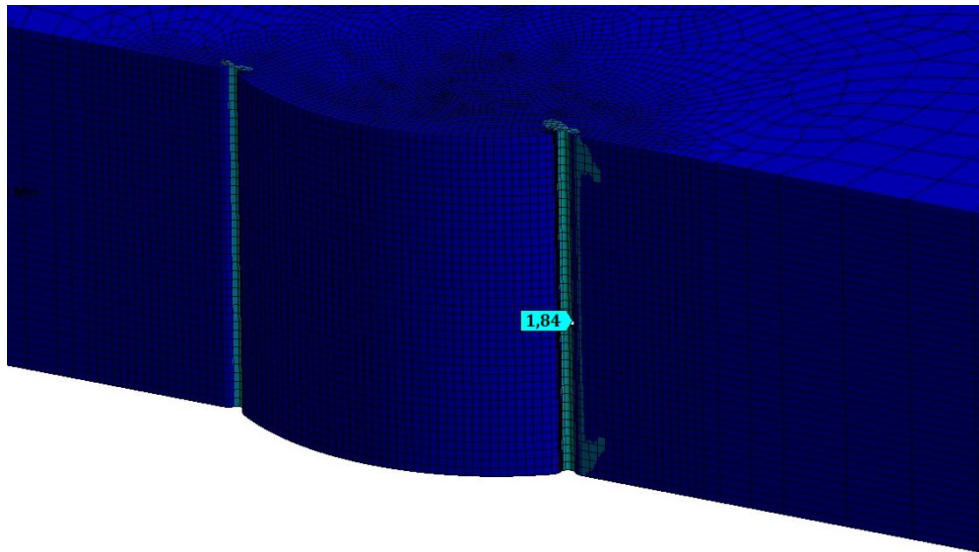
Гранична вредност амплитуде напона S_{BK} износи

$$\sigma_{BK} = f_t \cdot K_V \cdot K_E \cdot K_{AK} \cdot K_B \cdot \sigma_{DN} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,567 \cdot 92 = 144,2 \text{ N/mm}^2 \quad (6.12)$$

$$a = \frac{\sigma_{ka}}{\sigma_{BK}} = \frac{149,93}{144,2} = 1,04 \quad (6.13)$$

Прорачун лома коришћењем структурног напона

Овај прорачун не узима у разматрање квалитет шава, односно његове неправилности. Као извор концентације напона посматра само геометију споја. При моделовању геометрије шава сви параметри су задржани према табели 6.7, изузев полупречника прелаза шава на основни материјал r . За нову вредност је одабрана величина $r = 1 \text{ mm}$. Након моделовања у Ansys програму добијена је вредност концентracије напона $K_t = 1,84$ (слика 6.27)



Слика 6.27 Фактор концентрације напона за $r = 1$ mm након моделовања у Ansys програму

Вредност напона у прагу шава износи

$$\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a = \sigma_m \cdot K_t \pm \sigma_a \cdot K_t = 29 \cdot 1,84 \pm 29 \cdot 1,84 = 53,36 \pm 53,36 \text{ N/mm}^2 \quad (6.14)$$

Гранична вредност амплитуде напона σ_B износи

$$\sigma_B = \frac{FAT}{225} \cdot f_t \cdot K_V \cdot K_E \cdot K_{AK} \cdot K_B \cdot \sigma_{DN} = \frac{80}{225} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,567 \cdot 92 = 51,26 \text{ N/mm}^2 \quad (6.15)$$

где је из табеле (5.4.3), под бројем No. 213, изабрана вредност FAT 80.

Реципрочна вредност степена сигурности при прорачуну коришћењем ефективног напона зареза износи

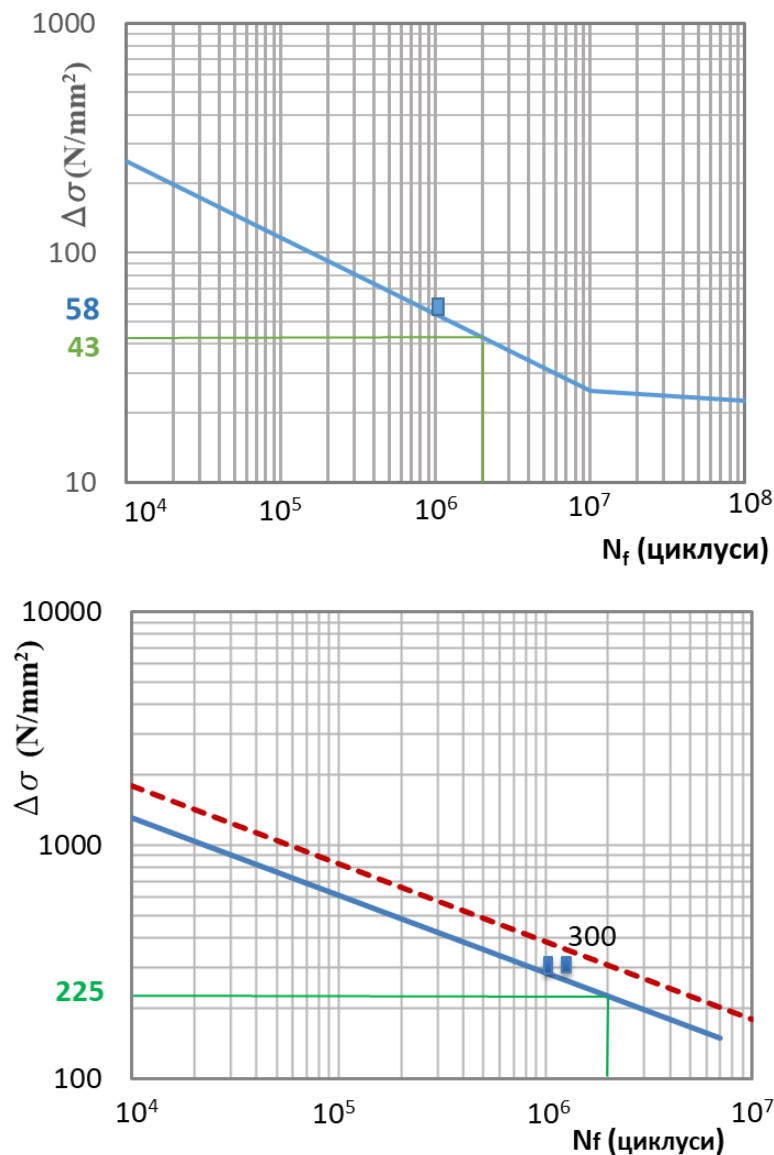
$$a = \frac{\sigma_a}{\sigma_B} = \frac{53,36}{51,26} = 1,041 \quad (6.16)$$

На основу сва три прорачуна, према једначинама (6.10), (6.13) и (6.16) се закључује да се може очекивати лом полуге при $N = 1,3 \cdot 10^6$ циклуса.

6.2.4 Уношење вредности локалног напона у заједу у јединствени $\sigma - N$ дијаграм напона зареза

Вредности добијене експериментом за животног век (табела 6.8) су унете у јединствени $\sigma - N$ дијаграм ефективног напона зареза према слици 6.28 (б). Вредности ефективног напона зареза и номиналног напона полуге су повезани фактором K_f

$$\Delta\sigma_{enz} = K_f \Delta\sigma_n \Rightarrow \Delta\sigma_{enz} = 5,17 \cdot 58 \Rightarrow \Delta\sigma_{enz} = 300 \text{ N/mm}^2$$



Слика 6.28 (а) $S-N$ дијаграм номиналног напона полуге (б) $\sigma - N$ дијаграм ефективног напона зареза полуге

FAT вредност од 225 одговара вероватноћи од 97,7 % да ће доћи до лома при $2 \cdot 10^6$ циклуса, што је на слици 6.28 (б) представљено пуном линијом. Испрекидана линија одговара вероватноћи од 50 % да ће доћи до лома. Однос њихових FAT вредност представља расипање и износи 1,37.

Средње расипање броја циклуса до лома полуге се рачуна према Macha et al. 2006 [230]

$$\bar{T}_N = 10^{\bar{E}} \tag{6.17}$$

где се E израчунава на основу односа између очекиване N_o и стварне вредности броја циклуса N_s за напон од 300 N/mm^2

$$E_i = \log \frac{N_o}{N_{si}} = \frac{844933}{N_{si}} \tag{6.18}$$

Очекивана вредност броја циклуса N_o која доводи до лома при напону од 300 N/mm^2 се одређује из $\sigma - N$ дијаграма

$$N_o = N_{FAT} \left(\frac{FAT}{\sigma_{enz}} \right)^3 \Rightarrow N_o = 2 \cdot 10^6 \left(\frac{225}{300} \right)^3 \Rightarrow N_o = 844\,933 \quad (6.19)$$

Стварна вредност броја циклуса N_{si} је дата табелом 6.8. На основу израчунате средње вредности за E (табеала 6.9)

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n=6} E_i = \frac{1}{6} 1,0582 = 0,1764 \quad (6.20)$$

се израчунава средње расипање броја циклуса до лома полуге

$$\bar{T}_N = 10^{\bar{E}} = 10^{0,1764} = 1,5 \quad (6.21)$$

што је вредност средњег расипања мања, односно ближа јединици, то је и расипање мање.

Интервал поверења \bar{E} (једначина 6.23) се рачуна на основу стандардне девијације узорка s и t вредности Студентове расподеле (табеала 6.9)

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n=6} (E_i - \bar{E})^2 \Rightarrow s^2 = \frac{1}{5} \cdot 0,01861 \Rightarrow s = 0,061 \quad (6.22)$$

за вероватноћу поверења $1-\alpha$ је такође узета вредност 0,977. Из таблица за Студентову расподелу добијена је t вредност, па је тиме и одређен интервал поузданости

$$-t_{(n-1), \alpha/2} \cdot s < \bar{E} < t_{(n-1), \alpha/2} \cdot s \Rightarrow \quad (6.23)$$

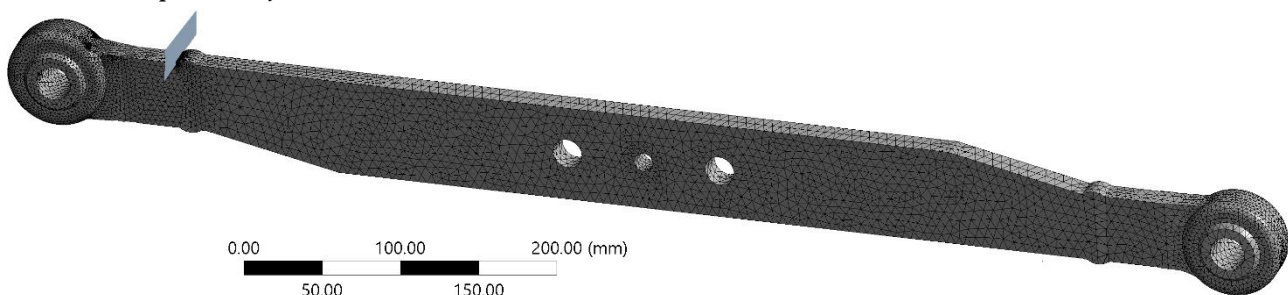
$$-3,2856 \cdot 0,061 < \bar{E} < 3,2856 \cdot 0,061 \Rightarrow -0,2004 < \bar{E} < 0,2004$$

Табела 6.9 Неопходна израчунавања за одређивање статистичких величина

| N_{si} | E_i | $(E_i - \bar{E})^2$ |
|----------|-------------|---------------------|
| 1321072 | 0,194104215 | 0,000314655 |
| 1121375 | 0,122928597 | 0,002855523 |
| 1016857 | 0,08043761 | 0,009202197 |
| 1410191 | 0,222455666 | 0,002124286 |
| 1351834 | 0,204101093 | 0,000769252 |
| 1448736 | 0,23416698 | 0,003340989 |
| s | 1,058194162 | 0,018606902 |

6.2.5 Израчунавање животног века полуге помоћу механике лома

Модел полуге и ушке су урађене у програму за моделовање CATIA, а затим увезене у програм ANSYS ради стварања мреже и поделе на коначне елементе. Величина мреже у околини прслине је моделована да износи 0,1 mm.



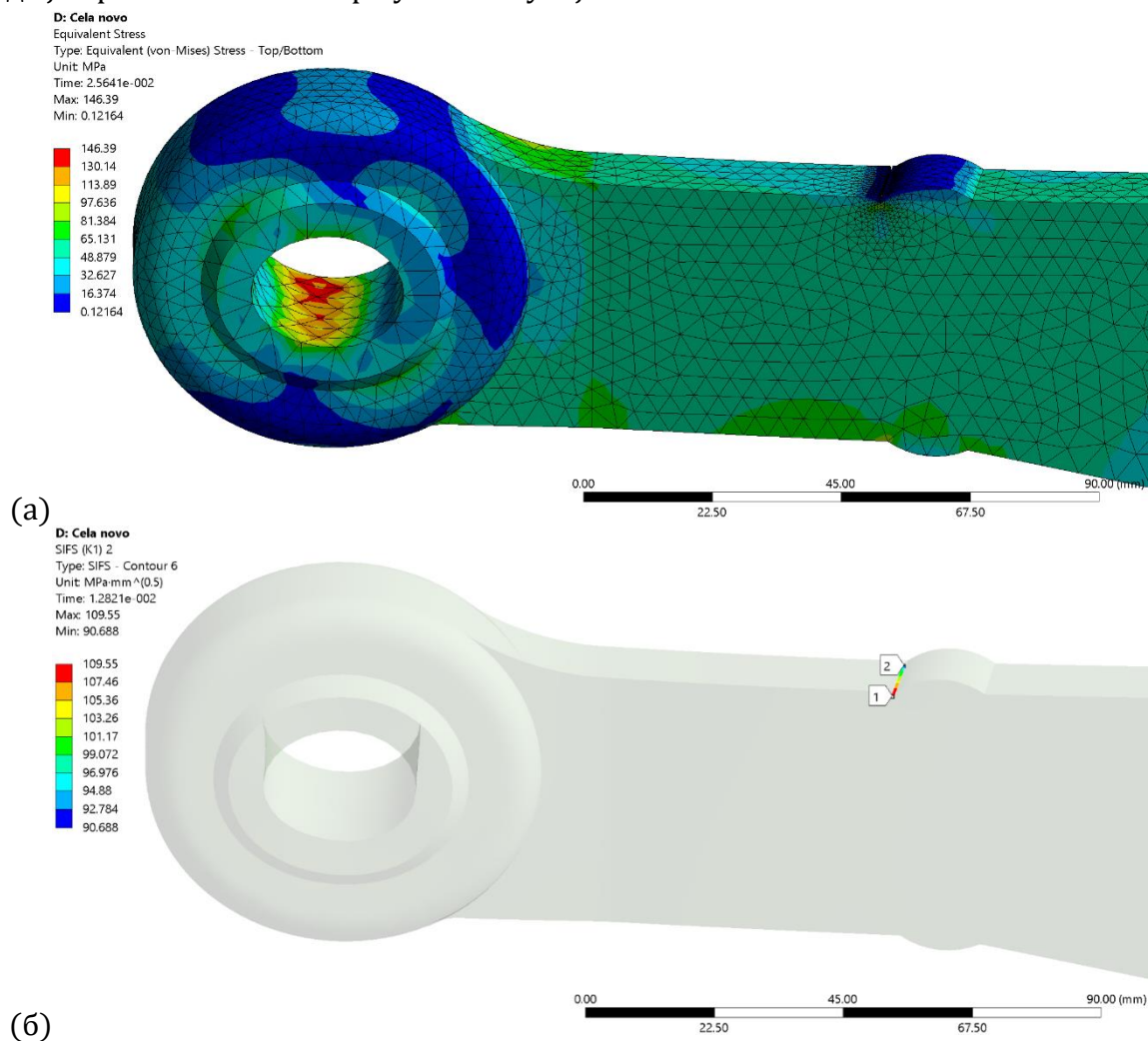
Слика 6.29 Модел полуге

Под дејством одабраног оптерећења од 40 kN које делује на једном крају полуге, док је на другом крају спречено померање које одговара степенима слободе зглобне везе, програм израчунава напонско стање у полузи. За моделовање развоја прслине одабран је програм ANSYS. Анализа је рађена под претпоставком да је материјал еластично изотропан како основни тако и материјал шава. У прагу шава је моделован зрез од 0,3 mm. Остала битна геометрија шава је приказана у табели 6.7.

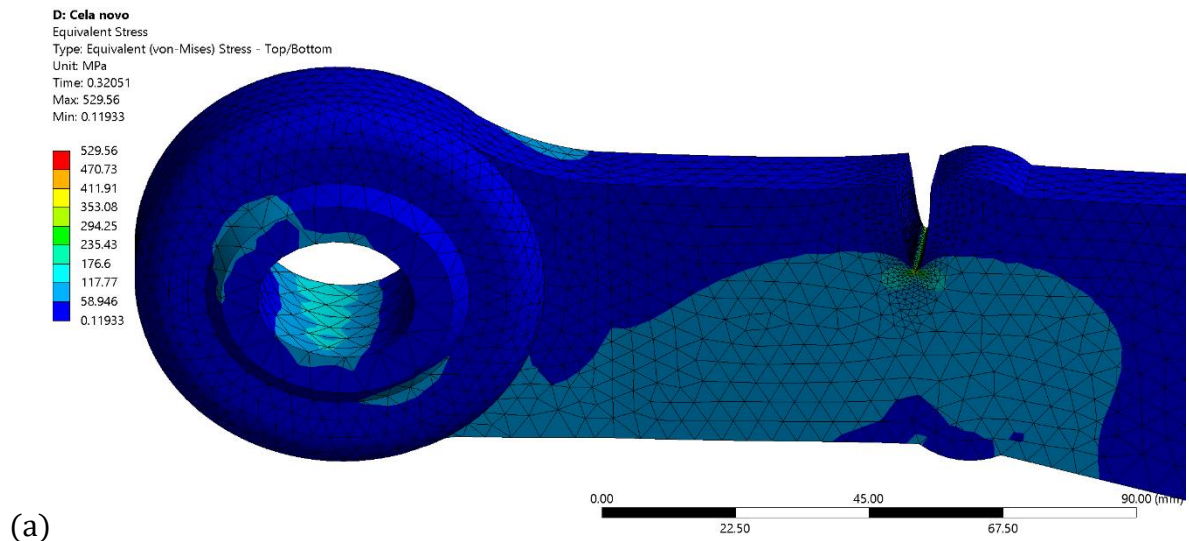
Након одређивања напонског стања моделовање је настављено у програму ANSYS да би могао да се предвиди раст прслине на основу израчунатог фактора интензитета напона по Paris формули (2.65)

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m$$

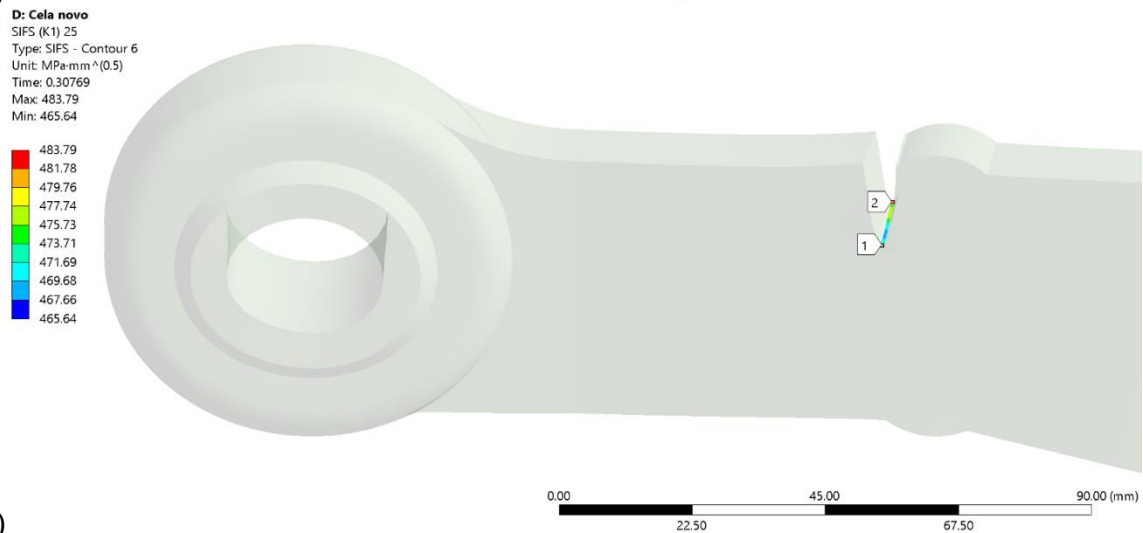
Како већ постоји прслина, то се предвиђање животног века своди на период развоја прслине, слике 6.30, 6.31, 6.32, 6.33. Програм ANSYS, на основу датих података, моделује у ком правцу ће се ширити прслина на основу смера највећег напона. Erdogan и Sih 1963 [167] су показали да се у моду I прслина шири у правцу нормалном на смер главног напона на основу чега се рачуна фактор интензитета напона K. Предност нумеричке методе је применљивост скоро у свим случајевима.



Слика 6.30 (а) напонско стање при 2. кораку развоја прслине на месту заједа завара (б) приказ фактора интензитета напона K при 2. кораку прорачуна развоја прслине на завару

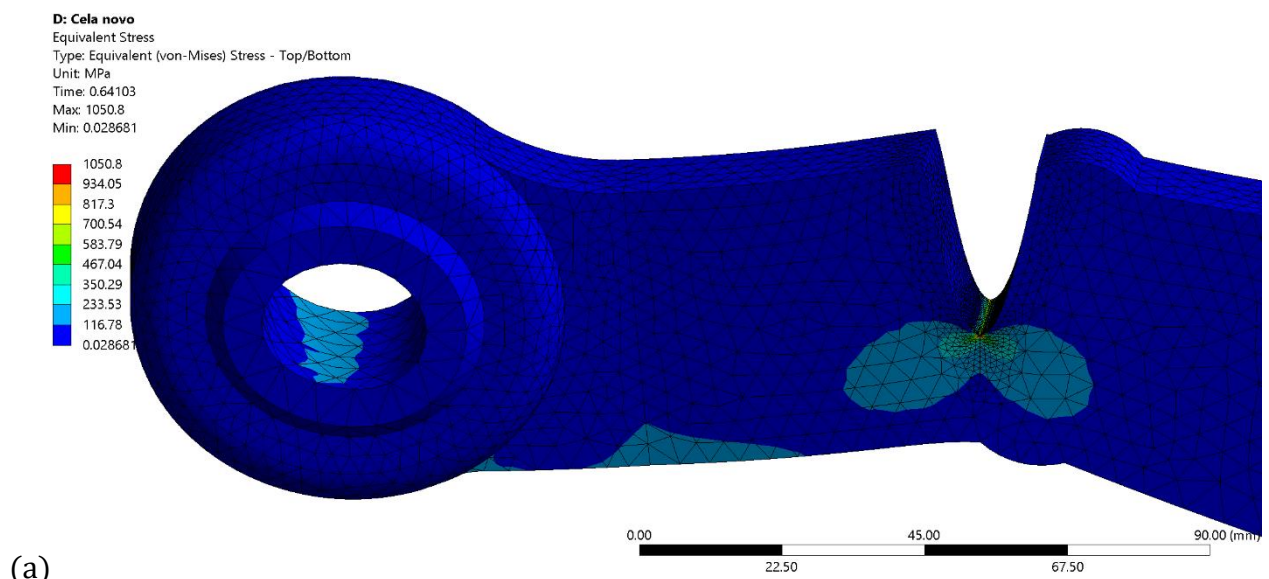


(a)

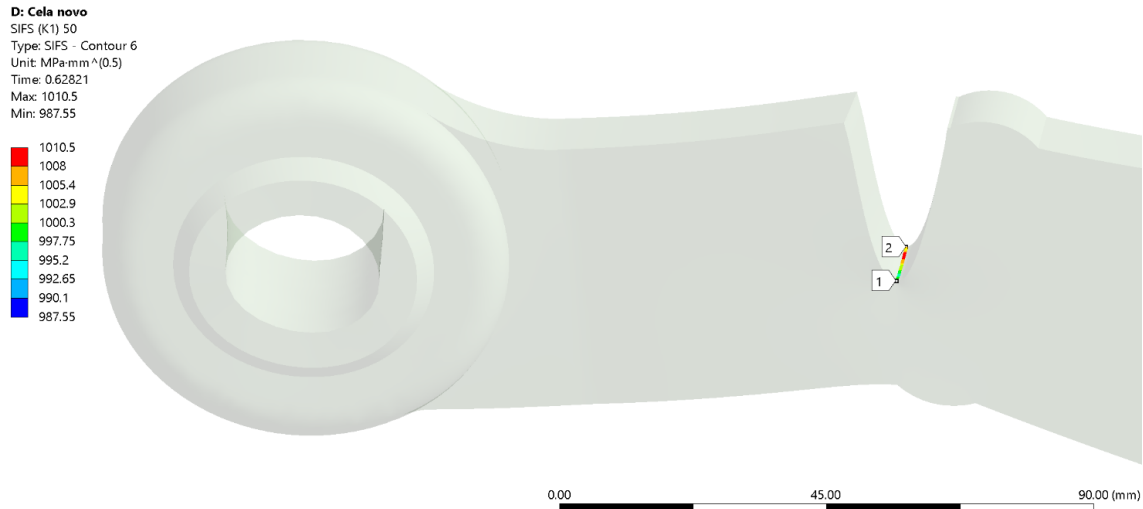


(б)

Слика 6.31 (а) напонско стање при 25. кораку развоја прсине (б) приказ фактора интензитета напона K при 25. кораку прорачуна развоја прсине на завару

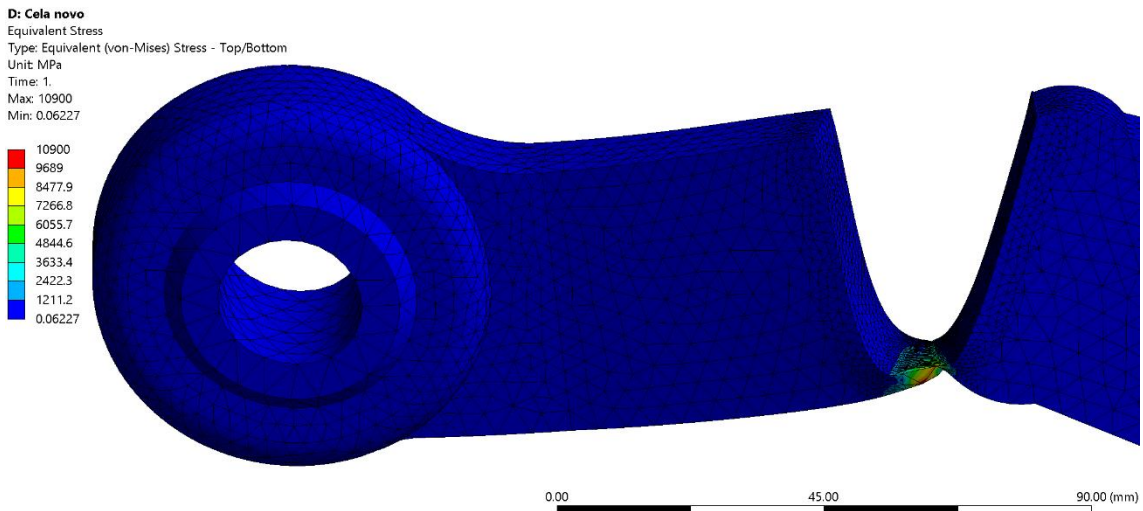


(a)

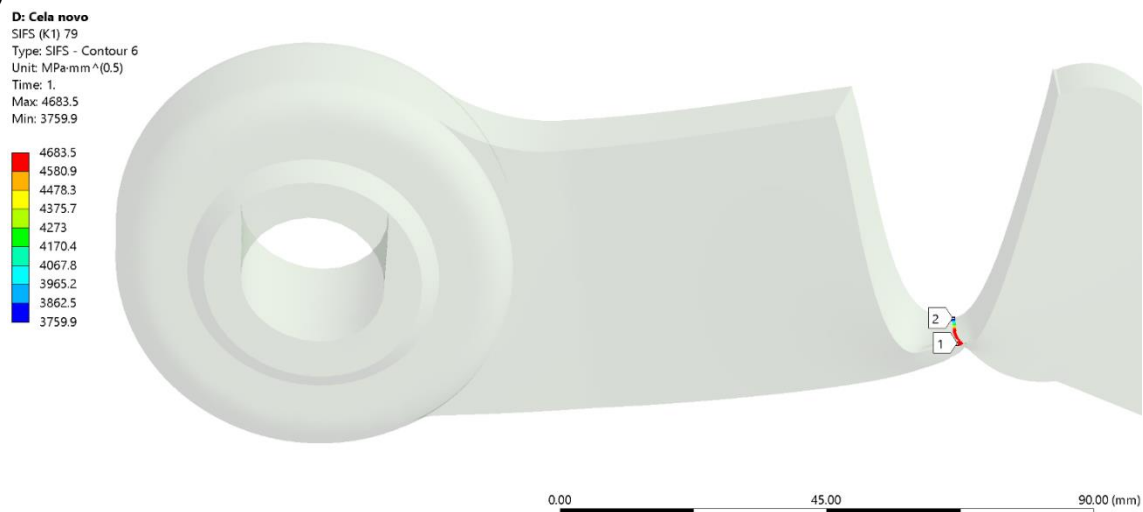


(б)

Слика 6.32 (а) напонско стање при 50. кораку развоја прсLINE моделован у програму ANSYS (б) фактор интензитета напона K при 50. кораку прорачуна развоја прсLINE на завару



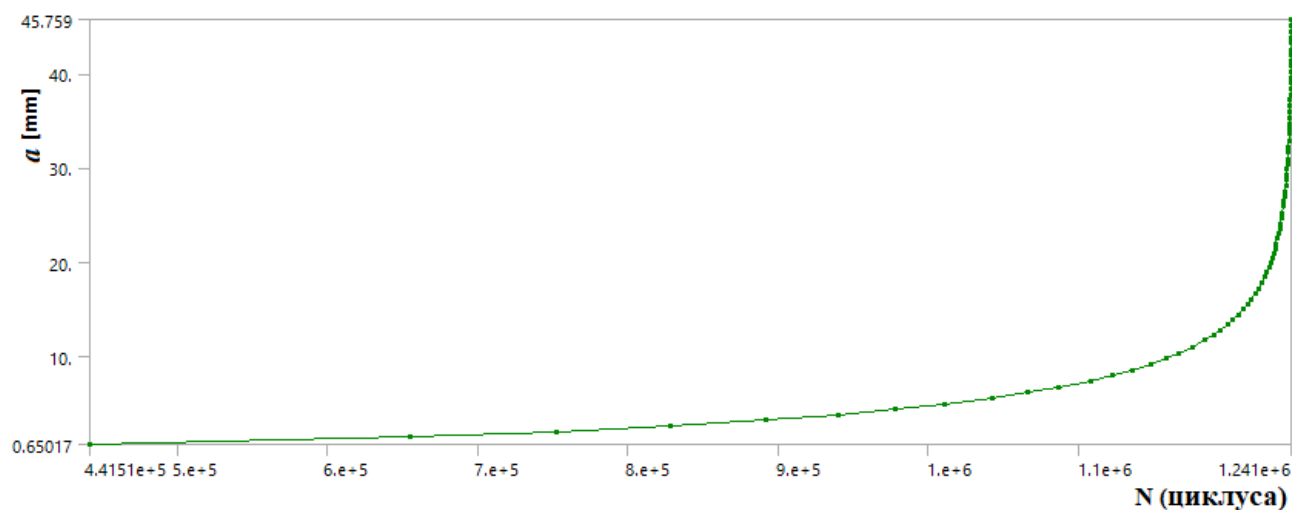
(а)



(б)

Слика 6.33 (а) напонско стање у тренутку коначног лома (б) фактор интензитета напона K при 79. кораку прорачуна развоја прсLINE на завару

Механиком лома је установљено де је очекивани број циклуса при коме долази до пуцања заварене полуге $1,24 \cdot 10^6$ за Paris коефицијенте $C = 8,15 \cdot 10^{-13}$, $n = 3,1$. Пораст прсне a је приказан сликом 6.34.



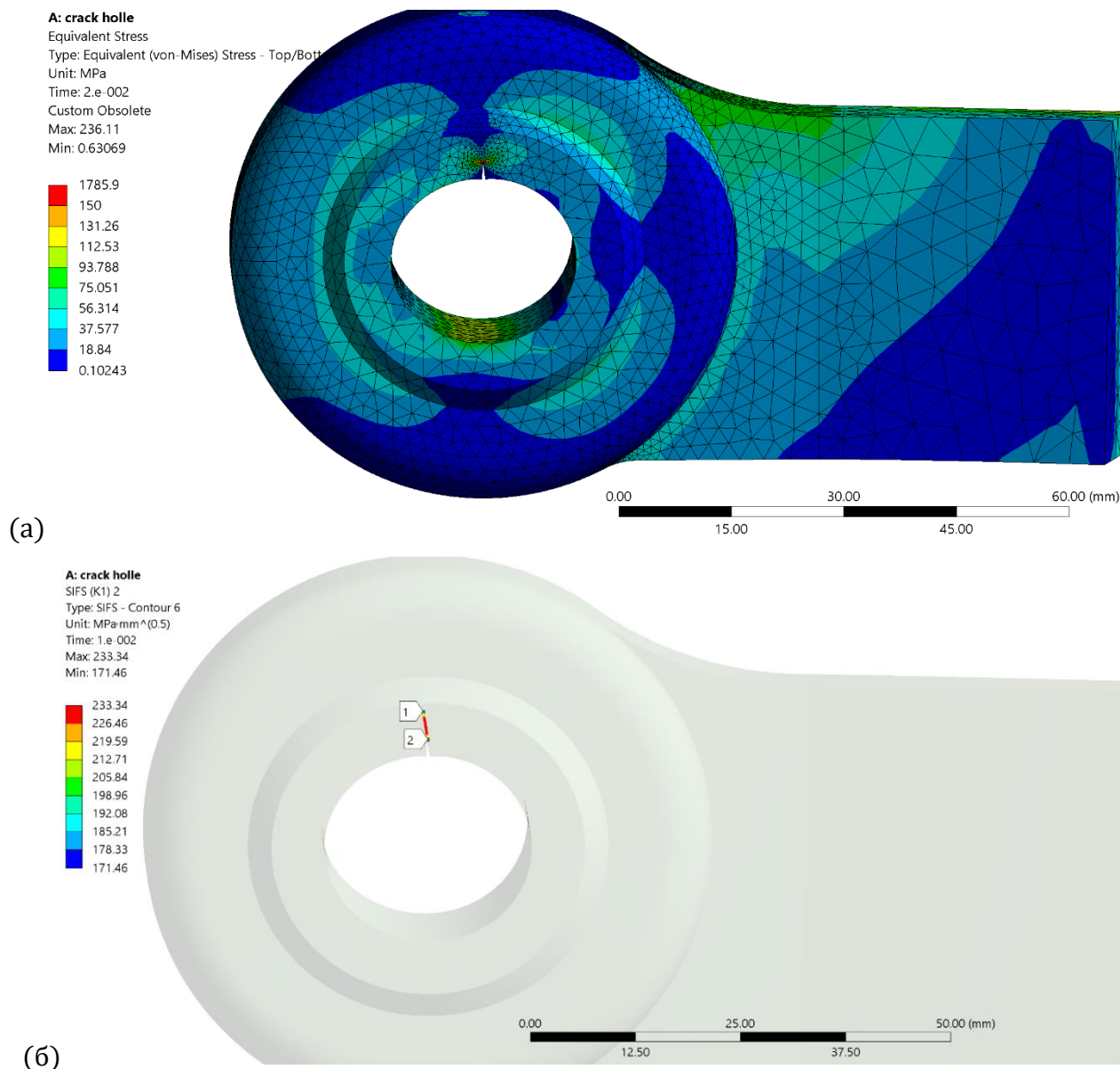
Слика 6.34 Пораст дужине прсне полуге a

6.3 Процена животног века ушке и експериментално одређивање животног века

6.3.1 Израчунавање животног века ушке помоћу механике лома

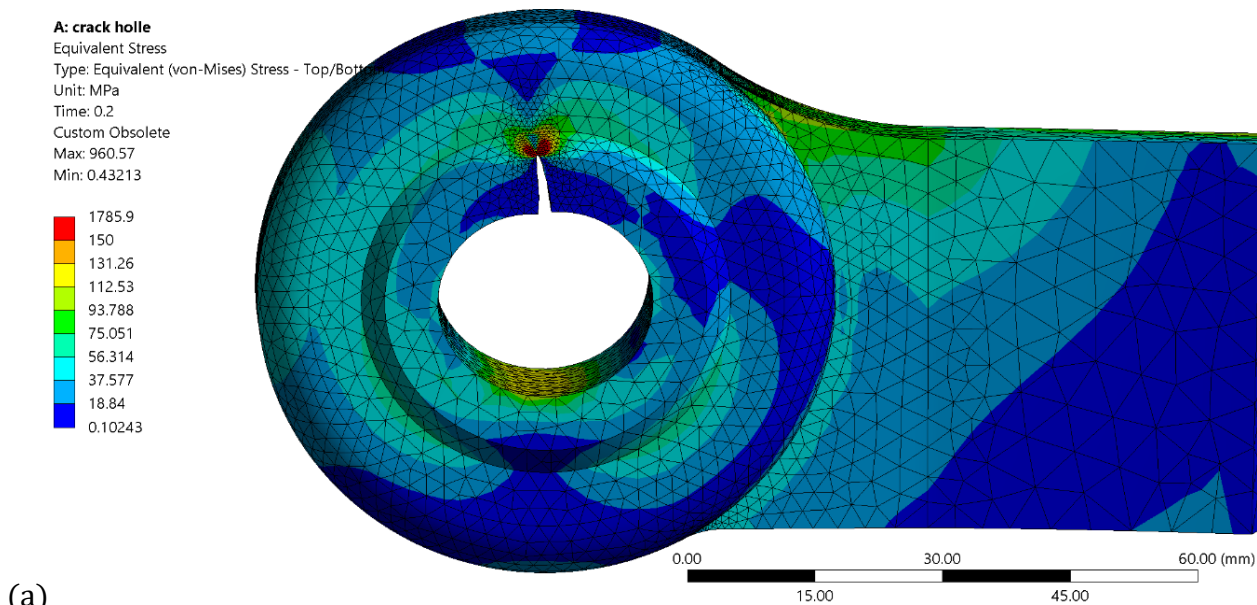
Материјал од кога је израђена полука GE 240 има добре механичке особине као и жиравост, тако да је очекивани век трајања велики. Полука је из конструктивних разлога ослабљена отвором за осовиницу чија је намена повезивање са подизном полугом трозглобног механизма. На оба краја тела полуге се налази ушка за повезивање са радном машином, док је други крај повезан са трактором. Ушке су са телом спојене заваривањем. Ушка повезана са радном машином трпи оптерећење чија вредност је у директној вези са снагом трактора. При моделовању је један крај полуге фиксиран, док је испитивана ушка оптерећена само хоризонталном силом од 30 kN да би се добијени резултат могао упоредити са експериментом.

Развој прсне је приказан од почетне фазе настанка до завршетка њеног формирања са приказом и међуфаза. У ANSYS програму се развој изражава у корацима. На слици 6.35 је приказан почетак развоја прсне са одговарајућим вредностима фактора интензитета напона K .

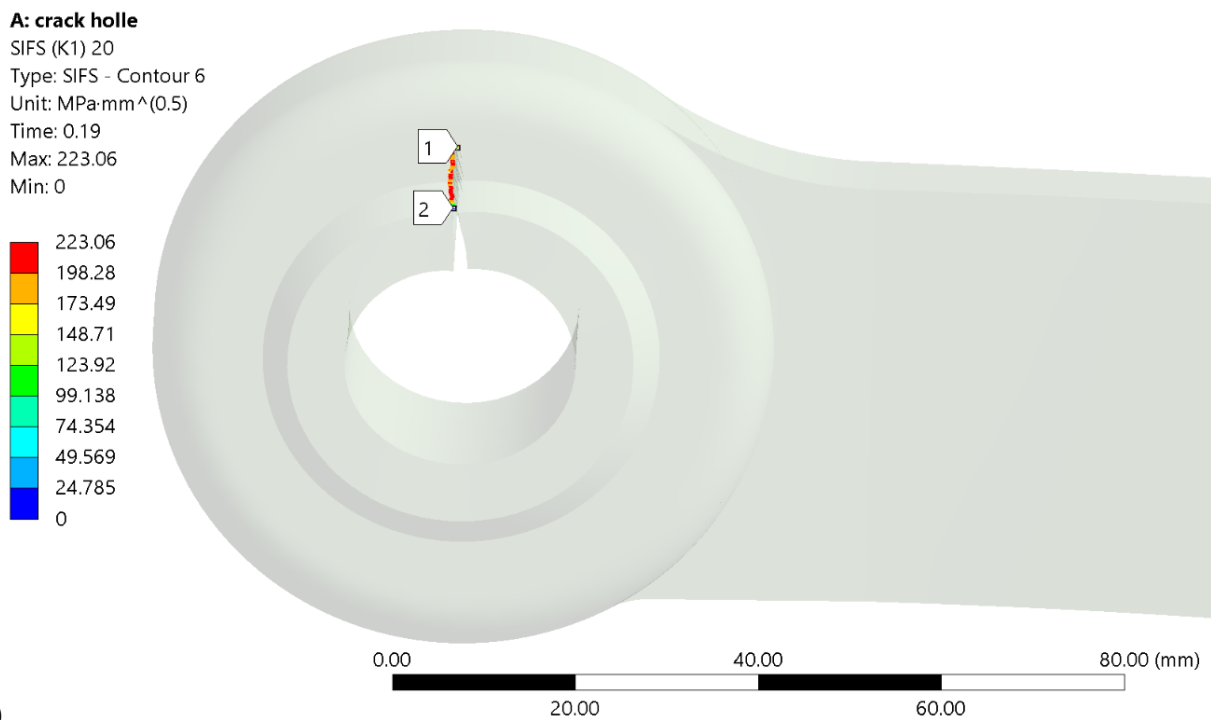


Слика 6.35 (а) напонско стање ушке при 2. кораку прорачуна у програму ANSYS (б) фактор интензитета напона K при 2. кораку прорачуна развоја прслине на ушки

Међуфаза развја прслине на ушки је приказана на сликама 6.36, 6.37 са одговарајућим вредностима фактора интензитета напона K .

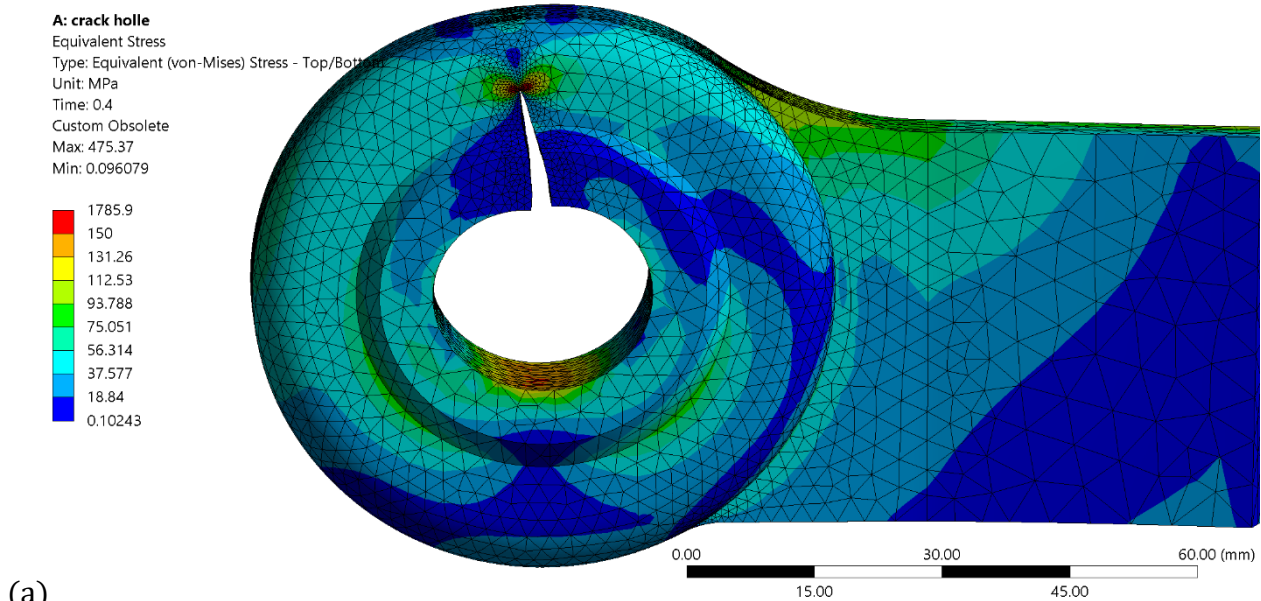


(a)

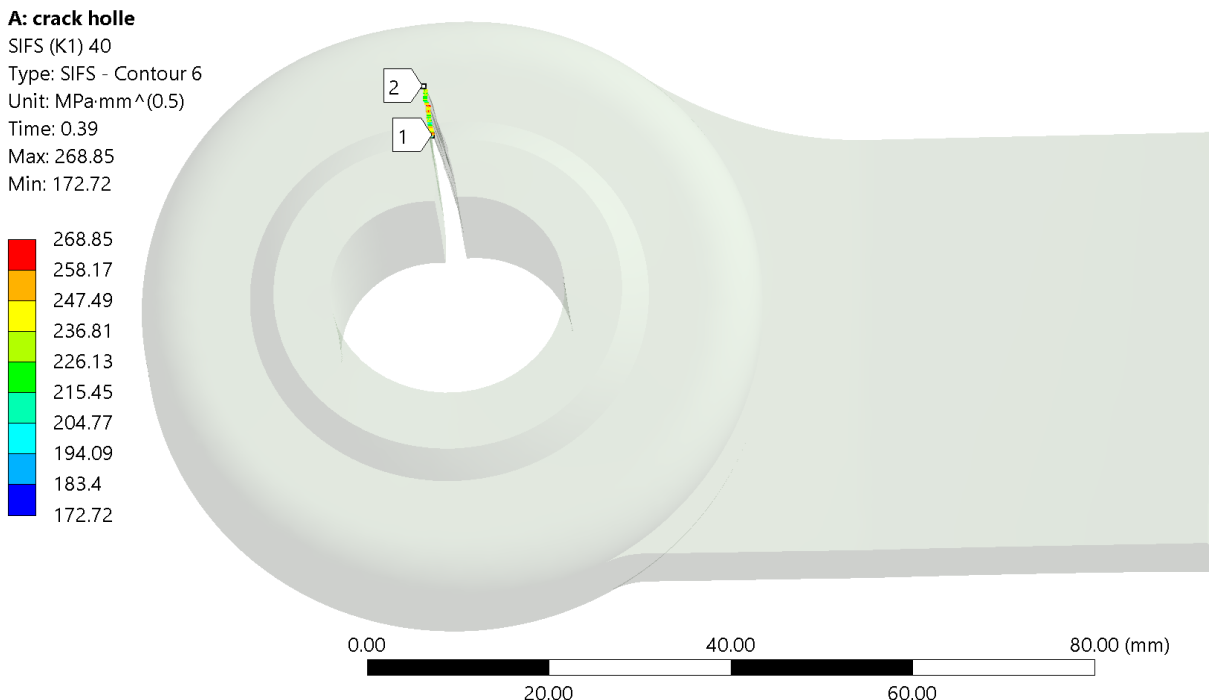


(б)

Слика 6.36 (а) напонско стање ушке при 20. кораку прорачуна (б) фактор интензитета напона K при 20. кораку прорачуна развоја прслине на ушки



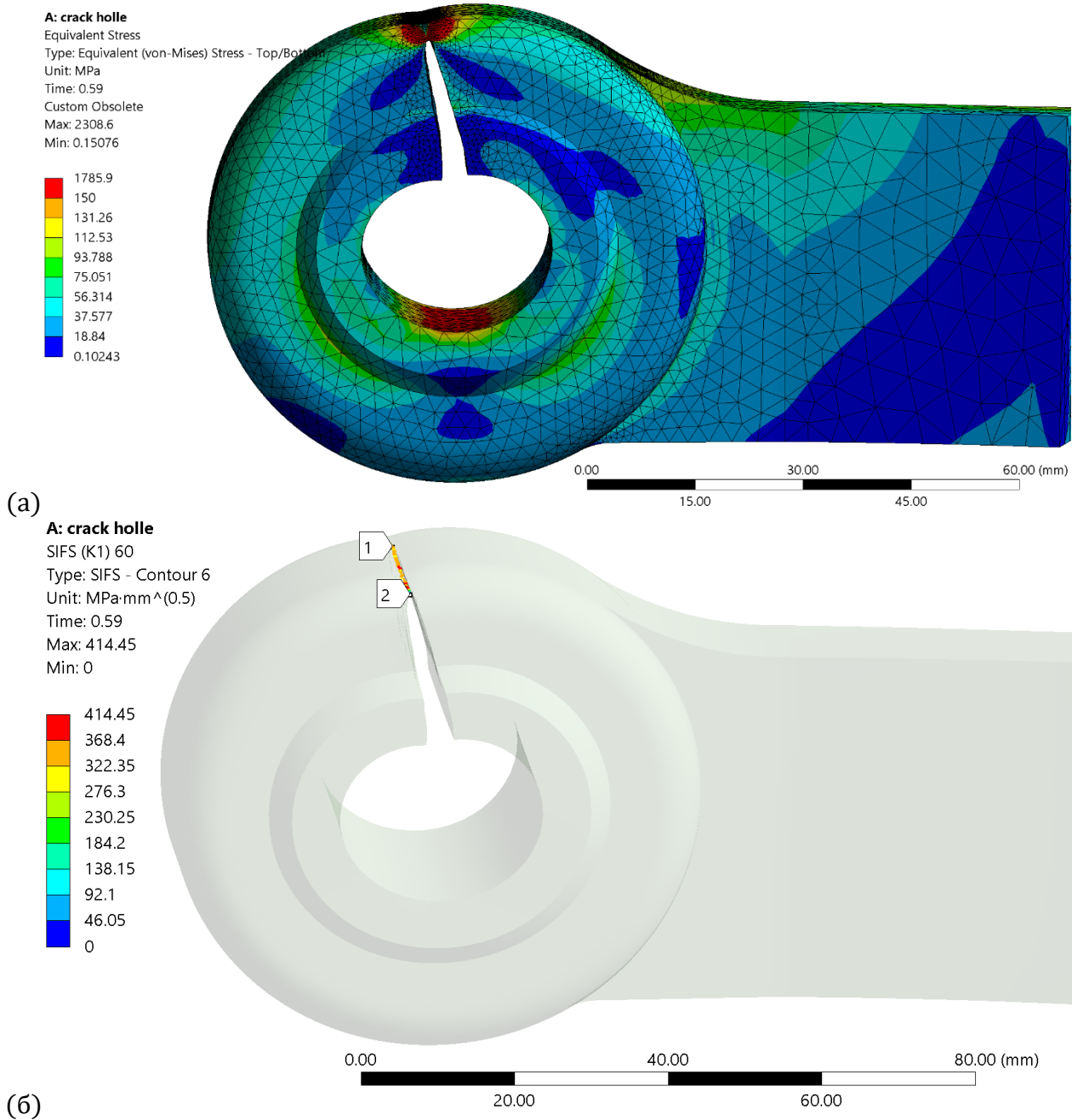
(a)



(б)

Слика 6.37 (а) напонско стање ушке при 40. кораку прорачуна (б) фактор интензитета напона K при 40. кораку прорачуна развоја прслине на ушки

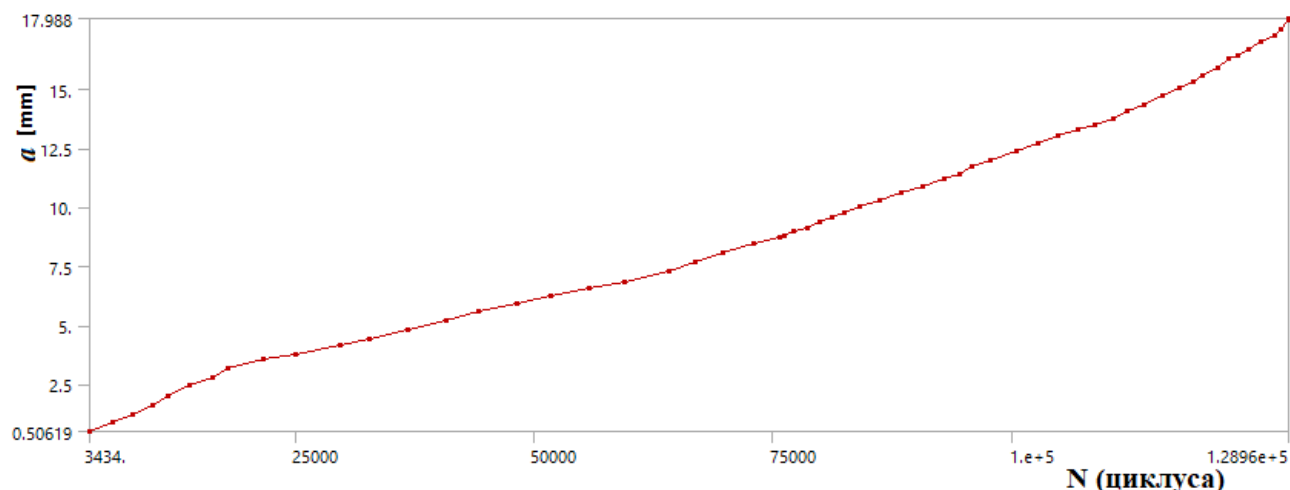
Завршна фаза формирања прслине је приказана 60. кораком (слика 6.38).



Слика 6.38 (а) крај развоја прслине приказан као 60. корак развоја прслине у ANSYS (б) приказ К при 60. кораку развоја прслине ушке

Број циклуса који доводи до лома ушке са зарезом од 2 mm је 128 960 на основу механике лома узимајући да су Paris коефицијенти за челик $C = 4,5 \cdot 10^{-13}$, $n = 3,6$.

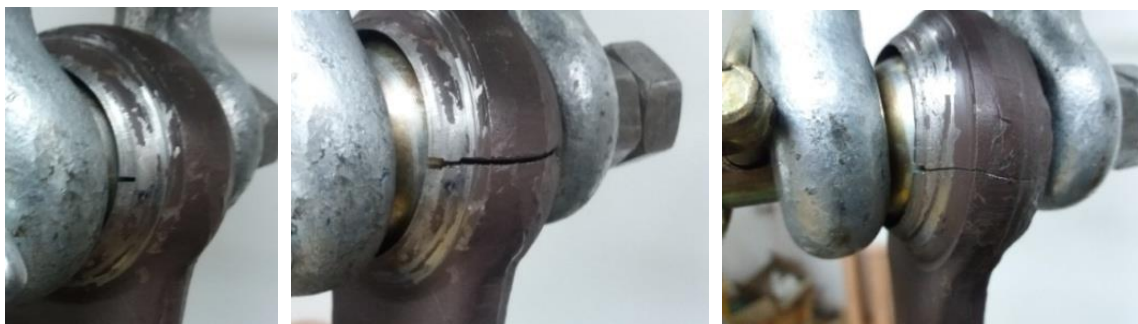
Пораст дужине прслине до коначног лома је приказана на слици 6.39.

Слика 6.39 Пораст дужине прслине ушке a

6.3.2 Експериментално одређивање животног века ушке

Испитивање животног века ушке је извршено у лабораторији Катедре за шинска возила на хидрауличкој кидалици за замор са фреквенцијом од 10 Hz. Сила је мењала вредност од 0 ÷ 30 kN.

Након испитивања пет полууга (слика 6.40) се закључило да до пуцања долази при броју циклуса реда величине око 120 000 циклуса са почетним урезом од 2 mm, табела 6.10.



Ушка број 1 и број 2



Ушка број 3, 4 и 5

Слика 6.40 Експериментално одређивање животног века ушке

Табела 6.10 Број циклуса до лома ушке добијених експериментом

| | Сила (kN) | Почетни зарез (mm) | Број циклуса N_f |
|-----------|-----------|--------------------|--------------------|
| Ушка бр 1 | 30 | 2 mm | 117 038 |
| Ушка бр 2 | 30 | 2 mm | 113 853 |
| Ушка бр 3 | 30 | 2 mm | 126 278 |
| Ушка бр 4 | 30 | 2 mm | 123 656 |
| Ушка бр 5 | 30 | 2 mm | 119 472 |

Почетна, приближна вредност, животног века заваара полуге износи $2,5 \cdot 10^6$ циклуса израчуната методом деформација – животног век. Прецизније $\sigma - N$ методе номиналног, структурног и напона зареза, експеримент и механика лома одређују вредност реда $1,3 \cdot 10^6$ циклуса као реалнију величину. Ушка са почетним зарезом од 2 mm има животног век реда 120 000 утврђено експериментом а израчунато механиком лома.

Поглавље 7 Закључак

Трозглобни механизам је најшире коришћен систем за повезивање радних и прикључних машина на трактор. Због његовог изузетног значаја у овом докторату је развијен компјутерски код у програмском језику Fortan за одређивање сила које делују на полуге механизма. Као улазни подаци су коришћени геометрија полуга и њихов положај, отпор земљишта и техничке карактеристике плуга. Положај полуга механизма је одређен на основу дубине орања помоћу аналитичких једначина (5.3)÷(5.7), да би се избегло компликовано мерење положаја плуга. Отпор земљишта је процењен методама Горјачкина и ASAE D497.4. Развијени програм дозвољава бирање једне или обе методе за процену отпора земљишта. Доминантна сила која делује на доњу полуку трозглобног механизма је одређена експериментално мерењем на пољопривредном газдинству у дужини од 50 m за различите дубине орања 11÷20 cm и брзине 2÷6 km/h. За потребе верификације и одређивања реалних оптерећења доње полуге механизма, добијене вредности су упоређене са аналитичким вредностима (једначине (5.8)÷(5.11)) добијеним развијеним програмом. Апсолутна разлика измерених и израчунатих вредности за конкретан режим орања је за отпор рачунат по ASAE D497.4 методи износила 0,354 kN, а по методи Горјачкина 0,449 kN. Са експериментално одређеним вредностима отпора земљишта и карактеристикама плуга у методи Горјачкина или коришћењем неке друге, напредније методе за процену отпора земљишта, ова разлика би могла бити значајно мања. Напони су израчунати по приближним формулама за карактеристична места на доњој полуци за различита сценарија оптерећења. Према методи ASME RTH-1, која је развијена за проверу напона на ушки полуге као потенцијално најслабијег места полуге, дозвољена вредност оптерећења на површински притисак за број циклуса 100 000 и степен сигурности два је 35,3 kN. Провера животног века ушке, одређена експериментално и нумерички проширеном методом коначних елемената је указала да је очекивани животни век при оптерећењу од 30 kN са почетним урезом од 2 mm реда 120 000 циклуса.

Конструктивно решење испитиване полуге прве категорије изведено је заваривањем ушке за тело полуге. Најчешћи узроци лома завареног споја, према ASME су: 42% лоши услови процеса заваривања, 32% грешка заваривача, 12% лоше одабрана техника, 10% је неисправна употреба споја, 5% је лоше изабран размак између делова који се спајају. Испитивано је девет полуга на хидрауличкој кидалици за замор. Код неких од испитиваних полуга су биле присутне и грешке које су недопустиве за добар шав, као што је повећан размак између заварених делова или неадекватна припрема површине, што је довело до пуцања при неочекивано малом броју циклуса – D квалитет заваривања. За прорачун је коришћено шест полуга које су квалитетније заварене. Број циклуса до лома је реда величине 1 300 000 циклуса при аксијалној сили од 40 kN. Аналитичка метода деформација – животни век за почетну, приближну, процену животног века за полуку израђену од ливеног челика даје вредност животног века $2,5 \cdot 10^6$. Методе напон – животни век су примењене према упутству датом у FKM – Guideline, јер не постоје FAT вредности за полуку. То је подразумевало нумеричко одређивање фактора концентрације напона на месту вара као геометријског извора концентрације напона и са дубином заједа од 0,3 mm. Комплементирано са методом напона зареза, структурних напона, номиналних напона број циклуса од $1,3 \cdot 10^6$ циклуса се показао као критичан за лом заварене ушке. Експерименталне вредности животног века заварене полуге су унете у јединствени $\sigma - N$ дијаграм и статистички упоређене са очекиваном вредношћу, што

је показало да је број циклуса $1.3 \cdot 10^6$ критична вредност за завар. Механика лома изражена преко проширене методе коначних елемената потврдила је број циклуса од $1,34 \cdot 10^6$ за критичан број циклуса који доводе до лома.

Још једно критично место доње полуге трозглобног механизма је ушка. Она је спојена са полугом заваривањем у испитиваном конструктивном решењу које дозвољава замену ушке. Постоје и друга конструктивна решења код којих не постоји могућност замене и чији животни век би требало испитати.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kirsch G.: Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre. Zentralblatt Verlin Deutscher Ingenieure, Vol. 42, pp. 797÷807, 1898.
- [2] Kolosoff G.V.: Dissertation, St Petersburg 1910.
- [3] Inglis C.E.: Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners. Transactions of the Institute of Naval Architects, Vol. 55, pp. 219÷241, 1913.
- [4] Griffith A.A.: The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions, Series A, Vol. 221, pp. 163÷198, 1920.
- [5] Griffith A.A.: The theory of rupture. First International Congress of Applied Mechanics, Delft, pp. 55÷63, 1924.
- [6] Westergard H.M.: Bearing Pressures and Cracks. Journal of Applied Mechanics, Vol. 6, pp. 49÷53, 1939.
- [7] Irwin G.R.: Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, pp. 361÷364, 1957.
- [8] Kanninen M., Popelar C.H.: Advanced Fracture Mechanics, Oxford University Press, p. 584, 1985.
- [9] Orowan E.: Fracture and Strength of Solids. Reports on Progress in Physics Vol. 12, pp. 185÷232, 1948.
- [10] Barenblatt G.I.: The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture, Advances in Applied Mechanics, Vol. VII, Academic Press, NY, Vol. 7, pp. 55÷129, 1962.
- [11] Irwin G.R.: Plastic zone near a crack and fracture toughness. Proceedings of the 7th Sagamore Research Conference, New York, pp. IV 63÷76, 1960.
- [12] Shih C.F., Hutchinson J.W.: Fully plastic solution and large-scale yielding estimates for plane stress crack problems. Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 98, pp. 289÷295, 1976.
- [13] Wieghardt K.: Über das Spalten und Zerreißen elastischer Körper. Zeitschr. für Mathematik und Physik, Vol. 55, pp. 60÷103 (1907); Translated on English by Rossmann H.P.: On splitting and cracking of elastic bodies, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 18(12), pp.1371÷1405, 1995.
- [14] Muskhelishvili N.I.: Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, in Russian 1933 (in English 1953, Noordhoff-Groningen).
- [15] Williams M.L.: On the stress distribution at the base of a stationary crack. Journal of Applied Mechanics, Vol.24 (1), pp. 109÷114, 1957.
- [16] Richard H.A., Sander M.: Fatigue Crack Growth: Detect – Assess – Avoid. Springer, p. 292, 2016.
- [17] Anderson T.L.: Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications, Third Edition. Taylor and Francis, 2005.
- [18] Barsom J.M., Rolfe S.T.: Fracture and Fatigue Control in Structures, 2nd Edition. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NY, 1987.
- [19] Stradel B., Matocha K.: Testing samples size effect on notch toughness of structural steel. Metalurgija, Vol 48, No. 4, pp. 253÷256, 2009.
- [20] ISO 12135:2016.: Metallic materials - Unified method of test for the determination of quasistatic fracture toughness. International Organization for Standardization 2016.
- [21] ISO 15653:2018: Metallic materials - Method of test for the determination of quasistatic fracture toughness of welds. International Organization for Standardization, 2018.

- [22] Demetriou M.D., Launey M.E., Garrett G., Schramm J.P., Hofmann D.C., Johnson W.L., Ritchie R.O.: A damage-tolerant glass. *Nature Materials*, Vol. 10, pp. 123–128, 2011.
- [23] Dugdale D.S.: Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol 8(2), pp. 100÷104, 1960.
- [24] Burdekin F.M., Stone D.E.W.: The crack opening displacement approach to fracture mechanics in yielding materials. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol 1, pp. 145÷153, 1966.
- [25] Wells A.A.: Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture. *Proceedings of the Crack Propagation Symposium*, Vol. 1, Paper 84, Cranfield, UK, 1961.
- [26] Burdekin F.M., Dawes M.G.: Practical use of linear-elastic and yielding fracture mechanics with particular references to pressure vessels. In *Proceedings: Conference on Application of Fracture mechanics to Pressure Vessel Technology*, Institution of Mechanical Engineers Conference, England, pp. 28÷37, 1971.
- [27] Dawes M.G.: Fracture Control in High Yield Strength Steel Weldments. *Welding Journal Research Supplement*, Vol. 53(9), pp. 369÷379, 1974.
- [28] ASTM E1920-08e1 Standard Test Method for Crack Tip Opening Displacement Fracture Toughness Measurement, ASTM International 2013.
- [29] Bilby B.A., Cottrell A.H., Swinden K.H.: The spread of plastic yield from a notch. *Proceedings of the Royal Society of London A*, Vol. 272(1350), pp. 304÷314, 1963.
- [30] Willis J.R.: A comparison of the fracture criteria of Griffith and Barenblatt. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 15(3), pp. 151÷162, 1967.
- [31] Wnuk M.P.: Quasi-Static Extension of a Tensile Crack Contained in Viscoelastic–Plastic Solid. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 41(1), pp. 234÷242, 1974.
- [32] Elices M., Guinea G.V., Gómez J., Planas J.: The cohesive zone model: Advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 69(2), pp. 137÷163, 2002.
- [33] Xu X.P., Needleman A.: Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 42(9), pp. 1397÷1434, 1994.
- [34] Hillerborg A., Modéer M., Petersson P.E.: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, pp. 163÷168, 1976.
- [35] Irwin G.R., Kies G.A., Smith H.L.: Fracture strength relative to the onset and arrest of crack propagation. *Proceedings of ASTM*, Vol. 58, pp. 640÷657, 1958.
- [36] Chepanov G.P.: Crack propagation in continuous media. *USSR Journal of Applied Mathematics and Mechanics* Vol 31, pp. 503÷512, 1967.
- [37] Rice J.R.: Path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME Vol. 35 (2), pp. 379÷386, 1968.
- [38] Nakamura T., Shih C.F., Freund L.B.: Computational methods based on an energy integral in dynamic fracture. *International Journal of Fracture*, Vol. 27, pp. 229÷243, 1985.
- [39] Eshelby J.D.: The Continuum Theory of Lattice Defects. *Solid State Physics*, Vol. 3, pp. 79÷141, 1956.
- [40] Kobayashi A.S., Chiu S.T., Beeuwkes R.: A numerical and experimental investigation on the use of J-integral. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.5(2), pp. 293÷305, 1973.
- [41] Begley J.A., Landes J.D.: The J Integral as a Fracture Criterion. *Fracture Toughness, Proceedings of the 1971 National Symposium on Fracture Mechanics, Part II*, ASTM STP 514, pp. 1÷20, 1972.

- [42] Hutchinson J.W., Paris P.C.: Stability analysis of J – Controlled and Crack Growth. Elastic – Plastic Fracture ASTM STP 668, pp.37÷64, 1979.
- [43] Wang X.: Fully plastic J-integral solutions for surface cracked plates under biaxial loading. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 73, pp. 1581÷1595, 2006.
- [44] Kuang J.H., Chen Y.C.: The values of J-integral within the plastic zone. Engineering Fracture Mechanics, Vol, 55(6), pp. 869÷881, 1996.
- [45] Schapery R.A.:Correspondence principles and a generalized J integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media. International Journal of Fracture Vol. 25, pp. 195÷223, 1984.
- [46] Budiansky E., Rice J.R.: Conservation laws and energy release rates. Journal of Applied Mechanics, Vol. 40(1), pp. 201÷203, 1973.
- [47] Laborde P., Pommier J., Renard Y., Salaün M.: High-order extended finite element method for cracked domains. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.64, pp. 354÷381, 2005.
- [48] Hutchinson J.W.: Singular Behavior at the End of a Tensile Crack Tip in a Hardening Material. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 16, pp. 13÷31, 1968.
- [49] Rice J.R., Rosengren G.F.: Plane Strain Deformation near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 16, pp. 1÷12, 1968.
- [50] Ramberg W., Osgood W.R.: Description of stress-strain curves by three parameters. Technical Note No. 902, NASA, Washington DC, USA, 1943.
- [51] Masing G.: Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing. Proceeding of 2nd International. Congress of Applied Mechanics, Zurich, 1926.
- [52] Gorash Y., MacKenzie D.: On cyclic yield strength in definition of limits for characterisation of fatigue and creep behaviour. Open Engineering, Vol.7(1), pp. 126÷140, 2017.
- [53] Hill H.N.: Determination of stress – strain relations from “offset” yield strength values. Technical Notes National Advisory Committee for Aeronautic, No. 927, 1944.
- [54] Mao Hong Yu: Generalized Plasticity. Springer Science and Business Media, p. 448, 2006.
- [55] McMeeking R.M., Parks D.M.: On criteria for J-dominance of crack-tip fields in large-scale yielding. Elastic–Plastic Fracture, ASTM STP 668. American Society for Testing and Materials, pp. 175÷194, 1979.
- [56] ASTM E1820-20AE1 Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness, ASTM International 2020.
- [57] Shih C.F., Needleman A.: Fully plastic crack problems, Part I, solutions by a penalty method. ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 51, pp. 48÷64, 1984.
- [58] Irwin G.R., Kies J.A.: Critical energy rate analysis for fracture strength. Welding Journal Research Supplement, Vol.19, pp. 193÷198, 1954.
- [59] Irwin G.R.: Fracture testing of high-strength sheet materials under conditions appropriate for stress analysis. Report 5486, Naval Research Laboratory, July 27, 1960.
- [60] Zhu X.K., Joyce J.A.: Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 85, pp.1÷46, 2012.
- [61] Zhu X.K., Joyce J.A.: J–Resistance curve testing of HY80 steel using SE(B) specimens and normalization method. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 74(14), pp. 2263÷2281, 2007.
- [62] Paris P.C., Tada H., Zahoor A., Ernst H.: The theory of instability of the tearing mode of elastic–plastic crack growth. Elastic–plastic fracture. ASTM STP 668. American Society for Testing and Materials, pp. 5÷36, 1979.
- [63] Coffin L.F.: A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal. Transactions of American Society for Testing and Materials, Vol. 76, pp. 931÷950, 1954.

- [64] Manson S.S.: Behavior of Materials Under Conditions of Thermal Stress. Heat Transfer Symposium, pp. 9÷75, 1953.
- [65] Basquin O. H.: The exponential law of endurance test. Proceedings of the American Society for Testing and Materials, Vol.10, pp. 625–630, 1910.
- [66] Suresh S.: Fatigue of Materials. Cambridge University Press, 1998.
- [67] Morrow J.: Fatigue properties of metals, section 3.2. Fatigue Design Handbook, Pub. No. AE-4. SAE, Warrendale, PA, 1968.
- [68] Smith K. N., Watson P., Topper T. H.: A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals. Journal of Materials, Vol. 5, 767÷778, 1970.
- [69] Neuber H.: Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Stress Calculation, JW Edwards, Ann Arbor, 1946.
- [70] Topper T. H., Wetzel R. M., Morrow J.: Neuber's Rule Applied to Fatigue of Notched Specimens. ASTM Journal of Materials, Vol.4(1), pp. 200÷209, 1969.
- [71] Molski K., Glinka G.: A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root. Materials Science and Engineering, Vol.50, pp. 93÷100, 1981.
- [72] Wöhler A.: Über die Festigkeitsversuche mit Eisen and Stahl. Zeitschrift für Bauwesen, Vol.20, pp. 73÷106, 1870.
- [73] Eurocode3: Design of steel structures - Part 1-9. Fatigue European Standard, May 2005.
- [74] Budynas R.G., Nisbett J.K.: Shiley's Mechanical Engineering Design, ninth edition. McGraw Hill, NY, 2011.
- [75] Chowdhury P., Sehitoglu H.: Mechanisms of fatigue crack growth – a critical digest of theoretical developments. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 39(6), pp. 652÷674, 2016.
- [76] Paris P.C., Erdogan F.: A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. Journal of Basic Engineering, Vol. 85, pp. 528÷534, 1960.
- [77] Paris P.C., Gomez M.P., Anderson W.P.: A Rational Analytic Theory of Fatigue. The Trend in Engineering, Vol. 13, pp. 9÷14, 1961.
- [78] Igwemezie V., Dirisu P., Mehmanparast A.: Critical assessment of the fatigue crack growth rate sensitivity to material microstructure in ferrite-pearlite steels in air and marine environment. Materials Science and Engineering: A, Vol.754, pp. 750÷765, 2019.
- [79] Christ H.J.: Fatigue of Carbon and Alloy Steels Encyclopedia of Materials: Science and Technology, Elsevier Science, pp. 2955÷2963, 2001.
- [80] McClung R.C., Sehitoglu H.: Closure and growth of fatigue cracks at notches. Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 114(1), pp. 1÷7, 1992.
- [81] Beretta S., Carboni M., Fiore G., Conte A.L.: Corrosion–fatigue of A1N railway axle steel exposed to rainwater. International Journal of Fatigue, Vol.32, pp. 952÷961, 2010.
- [82] Forman R. G., Kearney V. E., Engle R. M.: Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures. Journal of Basic Engineering, Vol. 89 (3), pp. 459÷463, 1967.
- [83] Walker K.: The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum. Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life, ASTM International, pp. 1÷14, 1970.
- [84] NASGRO Fracture Mechanics and Fatigue Crack Growth Analysis Software, Version 4.02, NASA-JSC and SwRI, September 2002.
- [85] Pedersen E.B., Nielsen M.E.: Master thesis Fatigue in cast metals, A generalized algorithm for multiaxial loading, Aalborg University Esbjerg, 2014.
- [86] Elber W.: Fatigue crack closure under cyclic tension. Engineering Fracture Mechanic, Vol.2, pp. 37÷45, 1970.

- [87] Yisheng W., Schijve J.: Fatigue crack closure measurements on 2024-T3 sheet specimens. *Fatigue and Fracture of Engineering Material and Structure*, Vol. 18(9), pp. 917÷921, 1995.
- [88] Broek D.: *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, 4th ed., Kluwer Academic Pubs., Dordrecht, The Netherlands, 1986.
- [89] Bowman K.: *Mechanical Behavior of Materials*, John Wiley & Sons, 2004.

Поглавље 3

- [90] Hobbacher A, Jonsson B, Dobmann G, Kassner M, Marquis G.: *IIW Guidelines on Weld Quality in Relationship to Fatigue Strength*, International Institute of Welding, Springer, 2016.
- [91] Lee C.H., K. Chang H., G.C., Jang G.C., Lee C.Y.: Effect of weld geometry on the fatigue life of non-load-carrying fillet welded cruciform joints. *Engineering Failure Analysis*, Vol. 16, pp. 849÷855, 2009.
- [92] Maddox S.J.: *Fatigue strength of welded structures*, Abington Pub, Cambridge, 1991.
- [93] Schijve J.: *Fatigue of Structures and Materials*, New York Springer, 2009.
- [94] Remes H.: Strain -based approach to fatigue crack initiation and propagation in welded steel joints with arbitrary notch shape. *International Journal of Fatigue*, vol. 52, pp. 114÷123, 2013.
- [95] Chen C., Zhao M., Fung T., Chiew S.P., Lee C.: Influence of welding on mechanical properties of high strength steel butt joints. *Proceedings of Eurosteel 2017*, Vol. 1, no. 2-3, pp. 3567÷3576, 2017.
- [96] Leggatt R.H.: Residual stresses in welded structures. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 85, pp. 144÷151, 2008.
- [97] Fricke W.: Effect of residual stresses on the fatigue behaviour of welded steel structures. *Werkstofftech*, Vol. 36, No. 11, pp. 642÷649, 2005.
- [98] Morikage Y., S. Igi S., Oi K., Jo Y., Murakami K., Gotoh K.: Effect of Compressive Residual Stress on Fatigue Crack Propagation. *Procedia Engineering*, Vol. 130, pp. 1057-1065, 2015.
- [99] Zhang X.Z, Zhao M.S., Chiew S.P, Lee C.K., Fung T.C.: Influence of welding on the strength of high performance steels. *Proceedings of the Australasian Structural Engineering Conference; ASEC*, Barton, Australia, pp. 311÷320, 2016.
- [100] Hempel N., Bunn J.R., Nitschke-Pagela T., Payzant E.A., Dilger K.: Study on the residual stress relaxation in girth-welded steel pipes under bending load using diffraction methods. *Materials Science and Engineering. A, Structural Materials: Properties, Microstructure and Processing*, Vol. 688, pp. 289÷300, 2017.
- [101] Miletić I., Ilić A., Nikolić R.R., Ulewicz R., Ivanović L., Sczygiol N.: Analysis of Selected Properties of Welded Joints of the HSLA Steels. *Materials* Vol. 13(6), 2020.
- [102] Marin T., Nicoletto G.: Fatigue design of welded joints using the finite element method and the 2007 ASME Div. 2 Master curve. *Frattura ed Integrità Strutturale*, Vol. 9, pp. 76 ÷ 84, 2010.
- [103] Farajian M., Pagel T.N., Dilger K.: Mechanisms of Residual Stress Relaxation and Redistribution in Welded High-Strength Steel Specimens under Mechanical Loading. *Welding in the World*, Vol. 54, no. 11-12, pp. 366÷374, 2010.
- [104] Xu M., Chen J., Jin Y., Lu L., Lu H.: Effects of weld metal strength and transformation temperature on welding residual stress. *Science and Technology of Welding and Joining*, Vol. 20(3), pp. 208÷215, 2015.
- [105] Koçak M.: Structural Integrity of Welded Structures: Proces-Property-Performance (3P) Relationship. 63rd Annual Assembly and International Conference of the International Institute of Welding, Istanbul, pp. 3÷19, 2010.

- [106] Masubuchi K.: Residual Stresses and Disortion in Welds. Encyclopedia of Materials: Science and Technology. Elsevier, 2001.
- [107] Pilipenko A.: Phd Thesis:Computer simulation of residual stress and distortion of thick plates in multi-electrode submerged arc welding. Their mitigation techniques. Norwegian University of Science and Technology, 2001.
- [108] Dillström P., Gunnars J., von Unge P., Mångård D.: Procedure for Safety Assessment of Components with Defects – Handbook Edition 5. Swedish Radiation Safety Authority Research 2018:18.
- [109] Kossakowski P.G.: Assessment of material behaviour and structural integrity of engineering structures based on R6 procedure. Advances in materials science, Vol. 13(4), No. 4 (38), pp.25÷32, 2013.
- [110] Radu D., Sedmak A.: Welding joints failure assessment – fracture mechanics approach. Bulletin of the Transilvania University of Braşov, Vol. 9 (58), pp. 121÷128, 2016, Series I.
- [111] R6: Assessment of the integrity of structures containing defects. British Energy Generation Report R/H/R6, Revision 4, 2001.
- [112] Schwalbe K.H., Heerens J., Zerbst U., Koçak M.: EFAM-GTP 02. The GKSS procedure for determining the fracture behaviour of materials. GKSS-For-schungszentrum Geesthacht. GKSS-Bericht 2002/2024, 2001.
- [113] Miller A. G.: Review of limit loads of structures containing defects. The International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 32, pp. 197÷327, 1988.
- [114] Dillström P., Sattari-Far I.: Limit load solutions for surface cracks in plates and cylinders, RSE R&D Report No. 2002/01, Det Norske Veritas AB, 2002.
- [115] Willoughby A. A., Davey T.G.: Plastic collapse in part-wall flaws in plates. ASTM STP 1020, American Society for Testing and Materials, pp. 390÷409, 1989.
- [116] Milne I., Ainsworth R.A., Dowling A.R., Stewart A.T.: Background to and Validation of CEBG Report R/H/R6—Revision 3. International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 32, pp. 105÷196, 1988.
- [117] Hütter G., Zymbell L.: Recent Trends in Fracture and Damage Mechanics, Springer, 2016.
- [118] Iida K., Uemura T.: Stress concentration factor formulas widely used in Japan, IIW Doc. XIII-1530-94, 1994.
- [119] Goyal R., Glinka G.: Fracture Mechanics Based Estimation of Fatigue Lives of Welded Joints. International Institute of Welding Conference Paper, 2012.
- [120] Okawa T., Nose T., Shimanuki H., Suzuki T.: Life Prediction of Welded Structures Based on Crack Growth Analysis. Nippon Steel Technical Report No. 102 january 2013.
- [121] Kurihara M., Katoh A., Kwahara M.: Analysis on fatigue crack growth rates under a wide range of stress ratio. Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, Vol. 108, No. 2, pp. 209÷213, 1986.
- [122] Chattopadhyay A., Glinka G., El-Zein M., J. Qian, R. Formas: Stress Analysis and Fatigue of Welded structures. Welding in the world, Vol.55, july-august 2011

Поглавље 4

- [123] Belytschko T., Black T.: Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 45, No. 5, pp. 601÷620, 1999.
- [124] Moës N., Dolbow J., Belytschko T.: A finite element method for crack growth without remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 46, No. 1, pp. 131÷150, 1999.

- [125] Sukumar N., Moës N., Moran B., Belytschko T.: Extended finite element method for three-dimensional crack modeling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 48, pp. 1549÷1570, 2000.
- [126] Areias P.M.A., Belytschko T.: Analysis of three-dimensional crack initiation and propagation using the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 63, pp. 760÷788, 2005.
- [127] Dolbow J., Moës N., Belytschko T.: An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact. *Compute Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 6825÷6846, 2001.
- [128] Mergheim J., Kuhl E., Steinmann P.: A finite element method for the computational modeling of cohesive cracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 63, pp. 276÷289, 2005.
- [129] Belytschko T., Chen H., Xu J., Zi G.: Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 58, pp. 1873÷1905, 2003.
- [130] Belytschko T., Chen H.: Singular enrichment finite element method for elastodynamic crack propagation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 1(1), pp. 1÷15, 2004.
- [131] Melenk J. M., Babuška I.: The partition of unity finite element method: basic theory and applications, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139 (1÷4), pp. 289÷314, 1996.
- [132] Dolbow J., Moës N., Belytschko T.: Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 36(3), pp. 235÷260, 2000.
- [133] Duff G.F.D., Naylor D.: *Differential Equation of Applied Mathematics*. John Wiley & Sons, p. 423, 1966.
- [134] Fleming M., Ghu Y.A., Moran B., Belytschko T.: Enriched element free Galerkin methods for crack tip fields. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 40, pp.1483÷1504, 1997.
- [135] Department of Energy USA: *Computational Procedures for Determining Parameters in Ramberg-Osgood Elastoplastic Model Based on Modulus and Damping Versus Strain*, p.18, 1992.
- [136] Gadamchetty G., Pandey A., Gawture M.: On Practical Implementation of the Ramberg-Osgood Model for FE Simulation, *SAE International Journal of Materials and Manufacturing*, Vol 9(1), pp. 200÷205, 2016.
- [137] Elguedj T., Gravouil A., Combescure A.: Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics and engineering, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vo.195, No. 7÷8, pp. 501÷515, 2006.
- [138] Osher S., Fedkiw R.P.: *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. Springer, Berlin, 2003.
- [139] Sukumar N., Chopp D., Moës N., Belytschko T.: Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite element method. *Compute Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190(46), pp. 6183÷6200, 2001.
- [140] Stolarska M., Chopp D.L., Moës N., Belytschko T.: Modeling of crack growth by level sets in the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 51, pp. 943÷960, 2001.

- [141] Daux C., Moës N., Dolbow J., Sukumar N.: Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 48(12), pp. 1741÷1760, 2000.
- [142] Dolbow J., Moës N., Belytschko T.: An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact. *Compute Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 6825÷6846, 2001.
- [143] Sethian J.A.: A marching level set method for monotonically advancing fronts, *Proceeding of the National Academy of Sciences*, Vol. 93, pp. 1591÷1595, 1996.
- [144] Chessa J., Smolinski P., Belytschko T.: The extended finite element method (XFEM) for solidification problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 53(8), pp. 1959÷1977, 2002.
- [145] Legay A., Chessa J., Belytschko T.: An Eulerian Lagrangian method for fluid-structure interaction based on level sets. *Compute Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195(17-18), pp. 2070÷2087, 2006.
- [146] Wagner G.J., Moës N., Liu W.K., Belytschko T.: The extended finite element method for rigid particles in Stokes flow. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 51(3), pp. 293÷313, 2001.
- [147] Zhuang Z., Liu Z., Cheng B., Liao J.: *Extended Finite Element Method*, Elsevier, 2014.
- [148] Burchard P., Cheng L., Merriman B., and Osher S.: Motion of Curves in Three Spatial Dimensions Using a Level Set Approach. *Journal of Computational Physics*, Vol. 170(2), pp. 720÷741, 2001.
- [149] Pommier S., Gravouil A., Combescure A., Moës N.: *Extended Finite Element Method for Crack Propagation*, Wiley and Iste, 2011.
- [150] Khoei A. R.: *Extend Finite Element Method*, John Wiley & Sons, 2015.
- [151] Kanval R.P.: *Generalized Functions: Theory and Technique*, 3rd edition, Birkhauser, p. 496, 2004.
- [152] Huybrechs D., Cools R.: On generalized Gaussian quadrature rules for singular and nearly singular integrals. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 47(1), pp. 719÷739, 2008.
- [153] Dolbow, J.E.: An extended finite element method with discontinuous enrichment for applied mechanics. PhD dissertation, *Theoretical and Applied Mechanics*, Northwestern University, USA. 1999.
- [154] Motamedi D., Mohammadi S.: Dynamic crack propagation analysis of orthotropic media by the extended finite element method. *International Journal of Fracture*, Vol 161(21), pp. 21÷39, 2009.
- [155] Mohammadi S.: *Extended finite element method for fracture analysis of structure*, Blackwell Publishing Ltd., Oxford, UK, 2008.
- [156] Cherepanov C.P.: Crack propagation in continuous media. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 31(3), pp. 503÷512, 1967.
- [157] Koh H.M., Haber R.B.: A mixed Eulerian-Lagrangian model for the dynamic fracture. *Technical Report of Research*, University of Illinois, p. 119, 1986.
- [158] Yau J.F., Wang S.S., Corten H.T.: A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47(2), pp. 335÷341, 1980.
- [159] Raju I.S., Shivakumar K.N.: An equivalent domain integral method in the two-dimensional analysis of mixed mode crack problems. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 37(4), pp. 707÷725, 1990.
- [160] Li F.Z., Shih C.F., Needleman A.: A comparison of methods for calculating energy release rates. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, pp. 405÷421, 1985.

- [161] Shih C.F., Moran B., Nakamura T.: Energy Release Rate Along a Three-Dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body. *International Journal of Fracture*, Vol. 30, pp. 79–102, 1986.
- [162] Huybrechs D., Cools R.: On generalized Gaussian quadrature rules for singular and nearly singular integrals. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 47(1), pp. 719–739, 2008.
- [163] Irwin G. R.: Basic concepts for dynamic fracture testing. *Journal of Basic Engineering*, Vol. 91, pp. 519–524, 1969.
- [164] Kim J.H., Paulino G.H.: The interaction integral for fracture of orthotropic functionally graded materials evaluation of stress intensity factors. *International Journal of Solids*, Vol 40 (15), pp. 3967–4001, 2003.
- [165] Giner E., Sukumar N., Fuenmayor F. J., Vercher A.: Singularity enrichment for complete sliding contact using the partition of unity finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 76(9), pp. 1402–1418, 2008.
- [166] Sih G.C.: Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems. *International Journal of Fracture*, Vol. 10(3), pp. 305–321, 1974.
- [167] Erdogan F., Sih G.: On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear. *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, No. 4, pp. 519–527, 1963.
- [168] Schreurs P.J.G.: *Fracture Mechanics Lecture notes*, Eindhoven University of Technology, 2013.
- [169] Irwin G.R., Dally J.W., Kobayashi T., Fourny W.L., Etheridge M.J. & Rossmann H.P.: On the determination of the $\dot{a} - K$ relationship for birefringent polymers. *Experimental Mechanics* Vol.19, pp. 121–128, 1979.
- [170] Richard H. A.: *Theoretical crack path determination*, Proceedings of Fatigue Crack Paths, Parma Italy, 2003.

Поглавље 5

- [171] Mileusnić Z., Petrović D., Miodragović R., Dimitrijević A.: The influence of exploitation conditions on the tractor reliability and lifetime. *Agricultural Engineering*, Vol. 1, pp. 59–67, 2010.
- [172] Arizton Advistory & Intelligence: *Tractor Market - Global Outlook and Forecast 2018-2023*, Retrieved in October, 16, 2018 from <https://www.arizton.com/market-reports/global-tractor-market-analysis>
- [173] Sarah K. L., Jakob S., Terri R.: The number, size, and distribution of farms, smallholder farms, and family farms Worldwide. *World Development*, Vol. 87, pp. 16–29, 2016.
- [174] Fröba N.: Benötigte Traktor Motorleistung bei landwirtschaftlichen Arbeiten. *KTBL Arbeitsblatt Nr. 0255 in Landtechnik*, Vol. 50(5), pp. 277–282, 1995.
- [175] Горячкин В. П.: *Собрание сочинений*, 2-е изд. Москва, Колос, т.2.-456 с, 1968.
- [176] Bernacki H., Haman J., Kanafojski Cz.: *Agricultural machines: theory and construction*. Scientific Publications Foreign Cooperation Center of the Central Institute for Scientific, Technical and Economic Information, Warsaw Poland, p. 883, 1972.
- [177] Poničan J., Jech J., Angelović M., Žitňak M.: Vplyv predsejbovej prípravy pôdy na jej vlastnosti ovplyvňujúce pestovanie koreňovej zeleniny v podmienkach precízneho poľnohospodárstva. *Acta technologica agriculturae*, Vol 1, pp. 7–10, 2004.
- [178] Skalweit H.: Über die bei der Tierhaltung von Schlepperanbau Geräten auftretenden Kräfte. *Grundlagen der Landtechnik*, Heft 3, pp. 109–118, 1952.
- [179] Martinov M., Marković D.: *Mašine i oruđa za obradu zemljišta*. Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, Novi Sad, 2002.

- [180] Musil J., Červinka J.: Measuring of pulling resistance in machinery with passive working organs. *Research Agricultural Engineering*, Vol. 53(2), pp. 47÷53, 2007.
- [181] Plouffe C., McLaughlin N. B., Tessier S., Laguë C.: Energy requirements and depth stability of two different moldboard plow bottoms in a heavy clay soil. *Canadian Agricultural Engineering*, Vol. 37(4), pp. 279÷285, 1995.
- [182] ASAE Standard D497.4, 2003: *Agricultural Machinery Management Data*, ASAE, St. Joseph, Michigan, USA, 2003.
- [183] McLaughlin N. B., Drury C. F., Reynolds W. D., Yang X. M., Li Y. X., Welacky T. W., Stewart G.: Energy inputs for conservation and conventional primary tillage implements in a clay loam soil. *Transaction of the ASABE*, Vol. 51(4), pp. 1153÷1163, 2008.
- [184] Morling R.W.: *Agricultural tractor hitches: analysis of design requirements*. American Society of Agricultural Engineers, 1979.
- [185] Čupera J., Bauer F., Severa L., Tatiček M.: Analysis of force effects measured in the tractor three-point linkage. *Research Agricultural Engineering*, Vol. 57(3), pp. 79÷87, 2011.
- [186] Bernacki H., Haman J.: *Grundlagen der Bodenbearbeitung und Pflugbau*, Berlin VEB Verlag Technik, 1967.
- [187] Wilkinson R. H., Braunbeck O. A.: *Elements of Agricultural Machinery*, FAO Agricultural Services Bulletin, Rome, Italy, Vol 1, pp. 251, 1977.
- [188] Borissov B.: Resistance of operating equipment and agricultural machinery during progressive and rotary motion. *Bulgarian Journal of Agricultural Science*, Vol. 13, pp. 141÷149, 2007.
- [189] Norton L. R.: *Machine Design An Integrated approach* 4th edition. Prentice Hall, New Jersey, p. 1016, 2011.
- [190] Sineokov G.N.: *Design of Soil Tilling Machines*, Indian National Scientific Documentation Center publisher, New Delhi, India, p. 394, 1977.
- [191] Maddux E. G.: *Stress Analysis Manual*. Air Force Flight Dynamics Laboratory, Ohio, 1969.
- [192] ASME BTH-1 *Design of Below the Hook Lifting Devices*, The American Society of Mechanical Engineers, 2014.

Поглавље 6

- [193] ISO 14737: 2015: *Carbon and low alloy cast steels for general applications*
- [194] Bonhart E.R.: *Welding: Principles and Practices*, Fifth edition. McGraw-Hill Education, 2018.
- [195] ISO 6520: 2007: *Welding and allied processes - Classification of geometric imperfections in metallic materials - Part 1: Fusion welding*.
- [196] ISO 5817: 2014: *Welding - Fusion-Welded Joints In Steel, Nickel, Titanium And Their Alloys (Beam Welding Excluded) - Quality Levels For Imperfections*.
- [197] Schork B., Zerbst U., Kiyak Y., Kaffenberger M., Madia M., Oechsner M.: Effect of the parameters of weld toe geometry on the FAT class as obtained by means of fracture mechanics-based simulations. *Weld World*, Vol. 64, pp. 925÷936, 2020.
- [198] Standard STD 181-0004: *Fusion welding*, Volvo Group, 2008.
- [199] AASHTO/AWS D1.5M/D1.5:2002: *Bridge Welding Code*. AWS D1 Committee on Structural Welding and AASHTO Highway Subcommittee on Bridges and Structures, 2001.
- [200] Heshmati M.: *Fatigue Life Assessment of Bridge Details Using Finite Element Method*, Master's Thesis, Chalmers University of Technology, 2012.
- [201] Gurney T.R., Maddox S.J.: A re-analysis of fatigue data for welded joints in steel. *Welding Research International*, Vol. 3(4), pp. 1÷54, 1973.

- [202] Olivier R., Ritter D.: Catalogue of S–N curves of welded joints in structural steel. Dusseldorf: DVS-Verlag, Vol. 1–5, Report no. 56., 1979.
- [203] Radaj D., Sonsino C.M., Fricke W.: Fatigue assesment og ewlded joints by local approaches, 2nd ed. Cambrige, Woodhead Publishing Ltd, p.660, 2006.
- [204] Pedersen M.M., Mouritsen O.Ø., Hansen M.R., Andersen J.G.: Experience with the Notch Stress Approach for Fatigue Assessment of Welded Joints, Proceedings of Swedish Conference on Lightweight Optimised Welded Structures, LOST, 2010.
- [205] Hobbacher A.: Recommendations for fatigue design of welded joints and components. IIW doc. IIW-1823-07. Welding Research Council Bulletin 520, New York, 2009.
- [206] EN 1993-1-9 2005: Eurocode 3 Design of steel structures Part 1-9 Fatigue, CEN Central Secretariat, Belgium.
- [207] Lotsberg I., Larsen K.P.: Fatigue design in the new Norwegian structural design code. Proceeding of the Nordic Steel Conference, Bergen, 1998.
- [208] Det Norske Veritas: Fatigue Design of Offshore Structures, October 2012.
- [209] Haibach, E.: Fatigue Strength of Welded Joints from Viewpoint of Local Strain Measurement (in German). Report FB-77, Fraunhofer- Institut für Betriebsfestigkeit (LBF), Darmstadt, 1968.
- [210] Haibach E. Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung 2nd ed. Berlin, Springer-Verlag, 2002.
- [211] Fricke W.: Recommended hot-spot analysis procedure for structural details of ships and FPSOs based on round-robin FE analyses. International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol. 12(1), pp. 40÷47, 2002.
- [212] Xiao Z.G., Yamada K.: A method of determining geometric stress for fatigue strength evaluation of steel welded joints, International Journal of Fatigue, Vol 26, pp. 1277÷1293, 2004.
- [213] Noh B., Song J., Bae S.: Fatigue Strength evaluation of the Load-Carrying Cruciform Fillet Welded Joints Using Hot-Spot Stress. Key Engineering Materials, Vols.324-325, pp. 1281÷1284, 2006.
- [214] Poutiainen I., Marquis G.: A fatigue assessment method based on weld stress. International Journal of Fatigue, Vol 28(9), pp. 1037÷1046, 2006.
- [215] Radaj D.: Design and analysis of fatigue resistant welded structures. Cambridge: Abington Publishing, 1990.
- [216] American Welding Society: Structural Welding Code Steel. ANSI/AWS D1.1-90, 1990.
- [217] Almar-Næss A, editor: Fatigue Handbook—Offshore Steel Structures. Tapir Academic Press, Trondheim, 1985.
- [218] Fricke W., Bogdan R.: Determination of hot spot stress in structural members with in-plane notches using a coarse element mesh. International Institute of Welding. IIW-Doc. XIII-1870-01, 2001.
- [219] Dong P.: A structural stress definition and numerical implementation for fatigue analysis of welded joints, International Journal of Fatigue, Vol. 23, No. 10, pp. 865÷876, 2001.
- [220] Marin T., Nicoletto G.: Fatigue design of welded joints using the finite element method and the 2007 ASME Div.2 Master curve, Frattura ed Integrità Strutturale, Vol. 3, No. 9, pp. 76÷84, 2009.

- [221] Zhang G., Richter B.: New approach to the numerical fatigue-life prediction of spot-welded structures. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol.23, pp. 499÷508, 2000.
- [222] Sonsino C. M.: A consideration of allowable equivalent stresses for fatigue design of welded joints according to the notch stress concept with the reference radii $r_{ref} = 1.00$ and 0.05 mm, *Welding in the World*, Vol. 53, 2009.
- [223] Sonsino C.M.: Principles of Local Stress Concepts for the Assessment of Welded Joints, *European Structural Integrity Society Newsletter*, August 2009.
- [224] Michael Bak: Fatigue Analysis of a Welded Structure in a Random Vibration Environment, *ANSYS Users Conference Framingham*, June 2013.
- [225] Pedersen M.M., Mouritsen O. Ø., Hansen M. R., Andersen J. G., Wenderby J.: Re-analysis of fatigue data for welded joints using the notch stress approach. *International Journal of Fatigue*, Vol. 33, No. 10, pp.1620÷1626, 2010.
- [226] ASM International Atlas of Stress-Strain Curve, 2nd edition Materials Park, p.816, 2002.
- [227] Ushirokawa O., Nakayama E.: Stress concentration factor at welded joints, *Ishikawajima-Harima Gihou*, Vol.23(4), pp.351÷355, 1983.
- [228] Cerit M., Kokumer O., Genel K.: Stress concentration effects of undercut defect and reinforcement metal in butt welded joint, *Engineering Failure Analysis*, Vol. 17, pp. 571÷578, 2010.
- [229] Hänel B., Heibach E., Seeger T., Wirthgen G., Zenner H.: Analytical strength assessment 5th edition, *Forschungskuratorium Maschinenbau*, German, 2003.
- [230] Macha E., Łagoda T., Nieslony A., Kardas D.: Fatigue life variable-amplitude loading according to the cycle counting and spectral methods, *Materials Science*, Vol.42(3), pp. 416÷425, 2006.

www.wmtr.com/en.fracturetoughness.html

<http://www.ltas-cm3.ulg.ac.be/FractureMechanics>

<https://reliability.readthedocs.io/en/latest/Stress-strain%20and%20strain-life.html>

<https://www.met-tech.com/fractured-crane-frame-weldment/>

www.tractorentest.ch/e/tt2013e.html

<https://www.dijkkamp.nl/en/materials/gs-45-ge-240/>

<https://qaqc-construction.com/qaqc-systems/welding-procedures-overview/>

www.safe-metal.com

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Вера Б. Церовић
број индекса Д 57/16

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Заморно понашање носеће структуре доње полуге трактора прве категорије

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 18.11. 2020.

Вера Церовић

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Вера Б. Церовић
Број индекса Д 57/16
Студијски програм Докторске студије
Наслов рада Заморно понашање носеће структуре доње полуге трактора
Ментор др Драган Милковић, ванредни професор прве категорије

Потписани/а Вера Б. Церовић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 18.11. 2020.

Вера Церовић

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Заморно понашање носеће структуре доње полуге
Трактора прве категорије

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 18.11.2020.

Вера Церковић

1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.