



UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U
NOVOM SADU



Mehmed Batilović

**ROBUSNA OCENA DEFORMACIJA U
SLOBODNIM GEODETSKIM MREŽAMA
PRIMENOM EVOLUTIVNIH
OPTIMIZACIONIH ALGORITAMA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Novi Sad, 2020.



КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:			
Идентификациони број, ИБР:			
Тип документације, ТД:	Монографска публикација		
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал		
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација		
Аутор, АУ:	Мехмед Батиловић, маг. инж. геодез.		
Ментор, МН:	др Зоран Сушић, ванредни професор др Жељко Кановић, ванредни професор		
Наслов рада, НР:	Робусна оцена деформација у слободним геодетским мрежама применом еволутивних оптимизационих алгоритама		
Језик публикације, ЈП:	Српски		
Језик извода, ЈИ:	Српски, Енглески		
Земља публиковања, ЗП:	Република Србија		
Уже географско подручје, УГП:	Аутономна покрајина Војводина		
Година, ГО:	2020		
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт		
Место и адреса, МА:	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6		
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	8/214/92/42/98/0/9		
Научна област, НО:	Геодетско инжењерство		
Научна дисциплина, НД:	Деформациона анализа геодетских мрежа		
Предметна одредница/кључне речи, ПО:	Геодезија, робусна деформациона анализа, еволутивни оптимизациони алгоритми		
УДК			
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука, Универзитета у Новом Саду, Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија		
Важна напомена, ВН:			
Извод, ИЗ:	Докторска дисертација посвећена је теорији робусне деформационе анализе геодетских мрежа, односно итеративној тежинској трансформацији сличности и уопштеној робусној оцени деформација из разлике опажања. Предложене су модификације ових метода, базиране на примени еволутивних оптимизационих алгоритама у поступку робусне оцене вектора померања, у циљу побољшања њихове робусности на постојање померених тачака у референтној мрежи, а самим тим и повећања ефикасности идентификације померених тачака на објекту.		
Датум прихватања теме, ДП:	24. септембар 2020.		
Датум одбране, ДО:			
Чланови комисије, КО:	Председник:	др Владимир Булатовић, ванредни професор	Потпис ментора
	Члан:	др Срђан Колаковић, редовни професор	
	Члан:	др Иван Алексић, редовни професор	
	Члан, ментор:	др Зоран Сушић, ванредни професор	
	Члан, ментор:	др Жељко Кановић, ванредни професор	



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic publication
Type of record, TR :	Textual printed material
Contents code, CC :	PhD thesis
Author, AU :	Mehmed Batilović, MSc in Geodesy
Mentor, MN :	PhD Zoran Sušić, associate professor PhD Željko Kanović, associate professor
Title, TI :	Robust estimation of deformations in free geodetic networks using evolutionary optimisation algorithms
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian, English
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	Autonomous Province of Vojvodina
Publication year, PY :	2020
Publisher, PB :	Author's reprint
Publication place, PP :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	8/214/92/42/98/0/9
Scientific field, SF :	Geodetic engineering
Scientific discipline, SD :	Deformation analysis of geodetic networks
Subject/Key words, S/KW :	Geodesy, robust deformation analysis, evolutionary optimisation algorithms
UC	
Holding data, HD :	Library of Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad, Republic of Serbia
Note, N :	
Abstract, AB :	PhD thesis is dedicated to the theory of robust deformation analysis of geodetic networks, i.e. to the Iterative weighted similarity transformation (IWST) and Generalised robust estimation of deformation from observation differences (GREDOD). Modifications of these methods are proposed, based on the application of evolutionary optimisation algorithms in the procedure of robust estimation of the displacement vector, in order to improve their robustness to the existence of displaced points in the reference network and to increase the efficiency of identification of displaced points on the object.
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	September 24 th , 2020
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	
President:	PhD Vladimir Bulatović, associate professor
Member:	PhD Srđan Kolaković, full professor
Member:	PhD Ivan Aleksić, full professor
Member, Mentor:	PhD Zoran Sušić, associate professor
Member, Mentor:	PhD Željko Kanović, associate professor
	Mentor's sign

REZIME

U okviru doktorske disertacije predstavljene su originalne modifikacije dve metode robusne deformacione analize, iterativne težinske transformacije sličnosti (engl. *Iterative weighted similarity transformation – IWST*) i uopštene robusne ocene deformacija iz razlike opažanja (*Generalised robust estimation of deformation from observation differences – GREDOD*), zasnovane na primeni evolutivnih optimizacionih algoritama u postupku robusne ocene vektora pomeranja. U pomenutim metodama robusne deformacione analize tradicionalno se primenjuje iterativna metoda najmanjih kvadrata (engl. *Iterative reweighted least squares – IRLS*), pomoću koje se sprovodi postupak robusne ocene vektora pomeranja, odnosno određuje optimalno datumsko rešenje vektora pomeranja. Međutim, ukoliko se u skupu datumskih tačka mreže pojave nestabilne tačke, primenom ove metode ne može se odrediti globalno optimalno datumsko rešenje vektora pomeranja. Shodno tome, u ovoj disertaciji predložena je primena dva evolutivna optimizaciona algoritma, genetskog algoritma (engl. *Genetic algorithm – GA*) i uopštenog algoritma optimizacije rojem čestica (engl. *Generalised particle swarm optimisation – GPSO*), u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode. Za razliku od IRLS metode, koja je bazirana na iterativnom poboljšanju jednog početnog rešenja dobijenog metodom najmanjih kvadrata, genetski i GPSO algoritam polaze od niza nasumično odabranih rešenja i na kontrolisano slučajan način ih transformišu po prostoru pretrage kako bi pronašli globalno optimalno datumsko rešenje vektora pomeranja. Upravo upotreba slučajnosti ovim algoritmima omogućava da „iskoče” iz lokalnog optimuma u cilju pronalaženja globalnog optimuma.

Eksperimentalna analiza predloženih modifikacija IWST i GREDOD metode sprovedena je kroz četiri eksperimenta. U okviru prvog eksperimenta analizirana je mogućnost primene GA i GPSO algoritma, u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod ovih metoda, na dobro poznatom primeru pojednostavljene verzije realne geodetske mreže brane *Montsalvens*. U narednim eksperimentima sprovedena je opsežna analiza efikasnosti primene ovih algoritama u pomenutom postupku, na tri različita modela geodetskih mreža, pomoću Monte Karlo simulacija

primenom srednje stope uspeha (engl. *Mean success rate – MSR*). Rezultati ovih eksperimenata nedvosmisleno su potvrdili opravdanost primene GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja. Osim toga, utvrđeno je da je primenom ovih algoritama u značajnoj meri poboljšana efikasnost identifikacije pomerenih tačaka na objektu kod IWST i GREDOD metode.

Ključne reči: Robusna deformaciona analiza, iterativna težinska transformacija sličnosti, uopštena robusna ocena deformacija iz razlike opažanja, iterativna metoda najmanjih kvadrata, genetski algoritam, uopšteni algoritam optimizacije rojem čestica

Uža naučna oblast: Geodezija

ABSTRACT

This PhD thesis introduces the original modifications of two methods of robust deformation analysis, Iterative weighted similarity transformation (IWST) and Generalised robust estimation of deformation from observation differences (GREDOD), based on the application of evolutionary optimisation algorithms in the procedure of robust estimation of the displacement vector. In these methods of robust deformation analysis, Iterative reweighted least squares (IRLS) method is traditionally used to perform the procedure of robust estimation of the displacement vector, i.e. to determine the optimal datum solution of the displacement vector. However, if unstable points appear in the set of datum network points, the global optimal datum solution for the displacement vector cannot be determined by using this method. Accordingly, in this thesis, the application of two evolutionary optimisation algorithms, the Genetic algorithm (GA) and the Generalised particle swarm optimisation (GPSO), is proposed for the procedure of robust estimation of displacement vector in IWST and GREDOD methods. Unlike the IRLS method, which is based on the iterative improvement of one initial solution obtained by the least squares method, the genetic and GPSO algorithm start from a series of randomly selected solutions and transform them on controlled random way across the search space to find the globally optimal datum solution for the displacement vector. It is the use of randomness that allows these algorithms to “jump out” of the local optimum in order to find the global optimum.

Experimental analysis of the proposed modifications of the IWST and GREDOD method was conducted through four experiments. In the first experiment, the possibility of applying the GA and GPSO algorithms, in the procedure of robust estimation of displacement vector in these methods, on a well-known example of a simplified version of the real geodetic network of the Montsalvens dam is analyzed. In the following experiments, an extensive analysis of the efficiency of the application of these algorithms in the mentioned procedure was performed on three different models of geodetic networks, based on Monte Carlo simulations using the Mean success rate (MSR). The results of these experiments unequivocally justify application of the GA and GPSO algorithms in the procedure

of robust estimation of the displacement vector. Besides, it was determined that the application of these algorithms in the IWST and GREDOD method significantly improved the efficiency of identification of displaced points on the object.

Keywords: Robust deformation analysis, iterative weighted similarity transformation, generalised robust estimation of deformation from observation differences, iterative reweighted least squares, genetic algorithm, generalised particle swarm optimisation

Scientific subfield: Geodesy

ZAHVALNICA

Posebnu zahvalnost dugujem svojim mentorima, vanr. prof. dr Zoranu Sušiću i vanr. prof. dr Željku Kanoviću, na svesrdnoj podršci i pomoći tokom svih faza izrade doktorske disertacije.

Zahvaljujem se članovima Komisije za ocenu i odbranu doktorske disertacije, vanr. prof. dr Vladimiru Bulatoviću, prof. dr Srđanu Kolakoviću i prof. dr Ivanu Aleksiću, na korisnim savetima i sugestijama, kao i vremenu izdvojenom za pregled doktorske disertacije.

Doktorsku disertaciju posvećujem svojim roditeljima, ocu Bajramu i majci Emiri, koji su moja najveća podrška i oslonac u svakom segmentu života. Neizmerno im se zahvaljujem na nesebičnoj pomoći, podršci i razumevanju koje su mi pružili tokom celokupnog perioda mojeg školovanja i stručnog usavršavanja.

SADRŽAJ

REZIME	i
ABSTRACT	iii
ZAHVALNICA	v
SADRŽAJ	vi
SPISAK TABELA	ix
SPISAK SLIKA	xii
SPISAK SKRAĆENICA	xviii
1 UVOD	1
1.1 PREDMET I CILJ NAUČNOG ISTRAŽIVANJA	3
1.2 POLAZNE HIPOTEZE ISTRAŽIVANJA	4
1.3 STRUKTURA DOKTORSKE DISERTACIJE	5
2 MATEMATIČKI MODEL IZRAVNANJA	7
2.1 GAUS-MARKOVLJEV MODEL IZRAVNANJA	7
2.1.1 PRIMENA METODE NAJMANJIH KVADRATA	9
2.2 DEFINISANJE DATUMA GEODETSKIH MREŽA	10
2.2.1 DATUMSKA OGRANIČENJA ZA GEODETSKE MREŽE	12
2.2.2 S TRANSFORMACIJA	17
2.3 ANALIZA OSETLJIVOSTI GEODETSKIH MREŽA	18
2.4 METODE IDENTIFIKACIJE GRUBIH GREŠAKA	20
2.4.1 KONVENCIONALNE METODE IDENTIFIKACIJE GRUBIH GREŠAKA ..	21
2.4.2 ROBUSNE METODE IDENTIFIKACIJE GRUBIH GREŠAKA	22
3 ROBUSNA DEFORMACIONA ANALIZA	25
3.1 ROBUSNA OCENA DEFORMACIJA IZ RAZLIKE KOORDINATA	25
3.1.1 DEFORMACIONI MODEL	25
3.1.2 ROBUSNA OCENA VEKTORA POMERANJA	27
3.1.3 ANALIZA STABILNOSTI TAČAKA MREŽE	29
3.1.4 PREGLED NAJPOZNATIJIH KLASIČNIH ROBUSNIH METODA.....	30
3.2 ROBUSNA OCENA DEFORMACIJA IZ RAZLIKE OPAŽANJA	34
3.2.1 DEFORMACIONI MODEL	35

3.2.2	ROBUSNA OCENA VEKTORA POMERANJA	36
3.2.3	ANALIZA STABILNOSTI TAČAKA MREŽE	40
3.3	EFIKASNOST METODA DEFORMACIONE ANALIZE	40
3.3.1	SIMULACIJA POMERANJA I SLUČAJNIH GREŠAKA MERENJA	40
3.3.2	ANALIZA EFIKASNOSTI METODA DEFORMACIONE ANALIZE.....	43
4	EVOLUTIVNI OPTIMIZACIONI ALGORITMI.....	45
4.1	OSNOVNI POJMOVI	45
4.2	GENETSKI ALGORITAM	48
4.2.1	SELEKCIJA.....	49
4.2.2	UKRŠTANJE.....	51
4.2.3	MUTACIJA.....	52
4.2.4	STRATEGIJA ZAMENE GENERACIJA I KRITERIJUM ZAUSTAVLJANJA	53
4.3	ALGORITAM OPTIMIZACIJE ROJEM ČESTICA.....	55
4.4	UOPŠTENI ALGORITAM OPTIMIZACIJE ROJEM ČESTICA.....	58
4.5	ROBUSNA OCENA VEKTORA POMERANJA PRIMENOM EVOLUTIVNIH OPTIMIZACIONIH ALGORITAMA.....	61
5	EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA.....	67
5.1	EKSPERIMENT 1 – BRANA MONTSALVENS.....	67
5.2	EKSPERIMENT 2 – SILOSI ŽITOSREM.....	77
5.3	EKSPERIMENT 3 – CEVOVOD PERUĆICA	93
5.4	EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA ŠELEVRENAC	110
5.5	ANALIZA I DISKUSIJA DOBIJENIH REZULTATA.....	127
6	ZAKLJUČAK.....	131
6.1	PRAVCI BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA.....	133
7	LITERATURA.....	134
8	PRILOZI.....	141
	PRILOG A: MSR KOEFICIJENTI EFIKASNOSTI IWST I GREDOD METODE	142
	PRILOG A.1: EKSPERIMENT 2 – SILOSI ŽITOSREM.....	143
	PRILOG A.2: EKSPERIMENT 3 – CEVOVOD PERUĆICA	146
	PRILOG A.3: EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA ŠELEVRENAC	149
	PRILOG B: EMPIRIJSKE RASPODELE UKUPNIH ISTINITIH GREŠAKA.....	152

PRILOG B.1: EKSPERIMENT 2 – SILOSI ŽITOSREM.....	153
PRILOG B.2: EKSPERIMENT 3 – CEVOVOD PERUĆICA	166
PRILOG B.3: EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA ŠELEVRENAC	179
PRILOG C: MERE CENTRALNE TENDENCIJE I DISPERZIJE UKUPNIH ISTINITIH GREŠAKA	192
PRILOG C.1: EKSPERIMENT 2 – SILOSI ŽITOSREM.....	193
PRILOG C.2: EKSPERIMENT 3 – CEVOVOD PERUĆICA	200
PRILOG C.3: EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA ŠELEVRENAC	207
PRILOG D: PLAN TRETMANA PODATAKA	214

SPISAK TABELA

Tabela 2.1: Datumski parametri u trodimenzionalnim geodetskim mrežama.....	11
Tabela 2.2: Granične vrednosti parametra nentralnosti λ_0	19
Tabela 5.1: Približne koordinate tačkaka mreže, simulirana pomeranja i rezultati izravnjanja nulte i kontrolne epohe merenja.	68
Tabela 5.2: Rezultati deformacione analize IWST i GREDOD metode, IRLS metoda.....	70
Tabela 5.3: Rezultati deformacione analize IWST i GREDOD metode, genetski algoritam.	73
Tabela 5.4: Rezultati deformacione analize IWST i GREDOD metode, GPSO algoritam.	74
Tabela A.1: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	144
Tabela A.2: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	144
Tabela A.3: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	144
Tabela A.4: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	145
Tabela A.5: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	145
Tabela A.6: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	145
Tabela A.7: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	147
Tabela A.8: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	147
Tabela A.9: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	147
Tabela A.10: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	148
Tabela A.11: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	148
Tabela A.12: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	148
Tabela A.13: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	150
Tabela A.14: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	150
Tabela A.15: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	150
Tabela A.16: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	151
Tabela A.17: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	151
Tabela A.18: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	151
Tabela C.1: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	194
Tabela C.2: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	195

Tabela C.3: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	196
Tabela C.4: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	197
Tabela C.5: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	198
Tabela C.6: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	199
Tabela C.7: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	201
Tabela C.8: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	202
Tabela C.9: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	203
Tabela C.10: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	204
Tabela C.11: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	205
Tabela C.12: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	206
Tabela C.13: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	208

Tabela C.14: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	209
Tabela C.15: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	210
Tabela C.16: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	211
Tabela C.17: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).	212
Tabela C.18: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	213

SPISAK SLIKA

Slika 3.1: a) Elipsa pomeranja i odgovarajući krug pomeranja, b) Elipsoid pomeranja i odgovarajuća lopta pomeranja.....	41
Slika 4.1: Primer globalnog i lokalnih optimuma, Aklijeva funkcija.	46
Slika 4.2: Pseudokod genetskog algoritma.	48
Slika 4.3: Stohastička uniformna selekcija jedinki.	50
Slika 4.4: a) Ukrštanje jedinki u jednoj tački, b) Uniformno ukrštanje jedinki.	52
Slika 4.5: Pseudokod PSO algoritma.	56
Slika 4.6: Pseudokod GPSO algoritma.	61
Slika 4.7: Primena genetskog algoritma u rešavanju optimizacionih problema IWST i GREDOD metode.	65
Slika 4.8: Primena GPSO algoritma u rešavanju optimizacionih problema IWST i GREDOD metode.	66
Slika 5.1: Geodetska mreža brane Montsalvens.....	67
Slika 5.2: Prikaz toka optimizacije GA i GPSO algoritma kod IWST i GREDOD metode.	72
Slika 5.3: Grafička interpretacija rezultata deformacione analize, IWST metoda.....	75
Slika 5.4: Grafička interpretacija rezultata deformacione analize, GREDOD metoda. ...	76
Slika 5.5: Geodetska mreža silosa Žitosrem.	77
Slika 5.6: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	80
Slika 5.7: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	81
Slika 5.8: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	82
Slika 5.9: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	83
Slika 5.10: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	84
Slika 5.11: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	85
Slika 5.12: Ukupna efikasnost IWST metode.	85
Slika 5.13: Ukupna efikasnost GREDOD metode.	86
Slika 5.14: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).	87
Slika 5.15: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	88
Slika 5.16: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).	89

Slika 5.17: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	90
Slika 5.18: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	91
Slika 5.19: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	92
Slika 5.20: Cevovod hidroelektrane Perućica.....	93
Slika 5.21: Geodetska mreža temena 7 cevovoda hidroelektrane Perućica.....	94
Slika 5.22: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	97
Slika 5.23: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	98
Slika 5.24: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	99
Slika 5.25: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	100
Slika 5.26: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	101
Slika 5.27: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	102
Slika 5.28: Ukupna efikasnost IWST metode.....	103
Slika 5.29: Ukupna efikasnost GREDOD metode.....	103
Slika 5.30: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	104
Slika 5.31: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	105
Slika 5.32: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	106
Slika 5.33: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	107
Slika 5.34: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	108
Slika 5.35: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	109
Slika 5.36: Zemljana nasuta brana na jezeru Šelevrenac.....	110
Slika 5.37: Geodetska mreža brane Šelevrenac.....	111
Slika 5.38: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	114
Slika 5.39: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	115
Slika 5.40: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	116
Slika 5.41: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	117
Slika 5.42: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	118

Slika 5.43: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	119
Slika 5.44: Ukupna efikasnost IWST metode.....	120
Slika 5.45: Ukupna efikasnost GREDOD metode.....	120
Slika 5.46: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	121
Slika 5.47: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).....	122
Slika 5.48: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	123
Slika 5.49: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).....	124
Slika 5.50: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	125
Slika 5.51: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).....	126
Slika 5.52: Vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti IWST metode dobijene primenom GA i GPSO algoritma.....	129
Slika 5.53: Vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti GREDOD metode dobijene primenom GA i GPSO algoritma.....	130
Slika B.1: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$	154
Slika B.2: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$	155
Slika B.3: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$	156
Slika B.4: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$	157
Slika B.5: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$	158

Slika B.6: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$	159
Slika B.7: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$	160
Slika B.8: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$	161
Slika B.9: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$	162
Slika B.10: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$	163
Slika B.11: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$	164
Slika B.12: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$	165
Slika B.13: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	167
Slika B.14: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	168
Slika B.15: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	169
Slika B.16: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	170

Slika B.17: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	171
Slika B.18: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	172
Slika B.19: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	173
Slika B.20: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	174
Slika B.21: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	175
Slika B.22: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	176
Slika B.23: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	177
Slika B.24: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	178
Slika B.25: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	180
Slika B.26: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	181
Slika B.27: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	182

Slika B.28: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	183
Slika B.29: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	184
Slika B.30: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	185
Slika B.31: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	186
Slika B.32: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	187
Slika B.33: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	188
Slika B.34: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	189
Slika B.35: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$	190
Slika B.36: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$	191

SPISAK SKRAĆENICA

CDA	<i>Conventional deformation analysis</i>
RDA	<i>Robust deformation analysis</i>
IWST	<i>Iterative weighted similarity transformation</i>
GREDDOD	<i>Generalised robust estimation of deformation from observation differences</i>
IRLS	<i>Iterative reweighted least squares</i>
LS	<i>Least squares</i>
GA	<i>Genetic algorithm</i>
PSO	<i>Particle swarm optimisation</i>
GPSO	<i>Generalised particle swarm optimisation</i>
GNSS	<i>Global navigation satellite system</i>
MLE	<i>Maximum likelihood estimation</i>
LAS	<i>Least absolute sum</i>
MSR	<i>Mean success rate</i>
TVAC PSO	<i>PSO with time varying acceleration coefficients</i>

Monitoring pomaranja i deformacija složenih inženjerskih objekata (brane, tuneli, mostovi, cevovodi i slično) i površi Zemljine kore spada u grupu najvažnijih i najzahtevnijih zadataka inženjerske geodezije, deformacione analize i referentnih geodetskih mreža. U svrhu monitoringa pomaranja i deformacija projektuju se i realizuju geodetske mreže koje ispunjavaju specifične zahteve po pitanju tačnosti, pouzdanosti, preciznosti i osetljivosti. Informacije o pomaranjima i deformacijama u ovim mrežama dobijaju se na osnovu dve ili više epoha opažanja realizovanih u različitim vremenskim periodima, ili na osnovu kontinualnih opažanja kada je reč o automatizovanim sistemima za monitoring u realnom vremenu. Geodetske mreže koje se uspostavljaju za potrebe monitoringa mogu se podeliti na apsolutne i relativne geodetske mreže [1], [2]. Apsolutne geodetske mreže sastoje se od potencijalno referentnih tačaka mreže stabilizovanih van zone očekivanih deformacija i tačaka koje interpretiraju objekat u geometrijskom smislu. Sa druge strane, relativne geodetske mreže sastoje se samo od tačaka na objektu ili području koje je predmet monitoringa.

Danas je u deformacionoj analizi geodetskih mreža veoma široko zastupljen uopšteni metod koji je razvijen 1983. godine na Univerzitetu u Brunsviku u Kanadi [3]. Ovaj metod baziran je na strogo geometrijskoj analizi deformacija u geodetskim mrežama i sastoji se od dva koraka: analiza trenda pomaranja i modeliranje deformacija. Analiza trenda pomaranja zasniva se na određivanju ocenjenih vektora pomaranja pojedinačnih tačaka mreže i ispitivanju njihove stabilnosti primenom statističkih testova. Na osnovu ustanovljenog trenda pomaranja vrši se preliminarna identifikacija deformacionih modela u geodetskoj mreži. Deformacioni parametri određuju se za svaki deformacioni model, nakon čega se primenom odgovarajućih testova vrši dijagnostička provera deformacionih modela sa konačnim izborom „najboljeg”. Drugim rečima, pod modeliranjem deformacija podrazumeva se odabir adekvatnog deformacionog modela i određivanje deformacionih parametara tog modela. Deformacioni parametri mogu biti: translacije i rotacije mreže tretirane kao kruto telo, parametri deformacionog tenzora ili koeficijenti polinoma kojim je opisan deformacioni model. Međutim,

treba imati na umu da nekada uopšte nije potrebno modelirati deformacije, što je često slučaj u projektima deformacione analize inženjerskih objekata. U ovim slučajevima postupak deformacione analize svodi se na analizu trenda pomeranja. Sa druge strane, modeliranje deformacija nezaobilazan je korak u geometrijskoj analizi deformacija površi Zemljine kore. Na temelju svega prethodno navedenog, može se zaključiti da analiza trenda pomeranja predstavlja fundamentalni korak u geometrijskoj analizi deformacija. Geodetske metode deformacione analize koje se bave analizom trenda pomeranja mogu se podeliti u dve grupe: konvencionalna deformaciona analiza (engl. *Conventional deformation analysis – CDA*) i robusna deformaciona analiza (engl. *Robust deformation analysis – RDA*) [4]. Konvencionalna deformaciona analiza predstavlja prilično dobro istraženu oblast, o čemu najbolje svedoče rezultati do sada objavljenih istraživanja [2], [5]–[13], [14]–[20]. Sa druge strane, robusna deformaciona analiza u poslednjih desetak godina sve je popularnija i zastupljena je u brojnim naučnim istraživanjima.

U robusnoj deformacionoj analizi razlikujemo metode bazirane na robusnim M-ocenama, $M_{\text{split}(q)}$ -ocenama i R-ocenama. Robusnost se u ovom slučaju odnosi na postojanje pomerenih tačaka u referentnoj mreži, što ove metode čini pogodnijim i jednostavnijim za primenu od konvencionalnih metoda. Robusne metode bazirane na M-ocenama veoma su dobro utemeljene u literaturi i praksi. Najpoznatija metoda iz ove grupe razvijena je 1983. godine na Univerzitetu u Brunsviku i poznata je pod nazivom iterativna težinska transformacija sličnosti (engl. *Iterative weighted similarity transformation – IWST*) [3]. Alternativnu metodu koja nosi naziv uopštena robusna ocena deformacija iz razlike opažanja (engl. *Generalised robust estimation of deformation from observation differences – GREDOD*) predložili su Novel i Kaminski 2014. godine [21], [22]. Osnovna razlika između IWST i GREDOD metode ogleda se u metodologiji određivanja ocenjenog vektora pomeranja tačaka mreže. Kod IWST metode ocenjeni vektor pomeranja određuje se iz razlike izravnatih koordinata tačaka mreže, a kod GREDOD metode iz razlike neizravnatih opažanja iz dve epohe merenja. U literaturi su prisutne i brojne modifikacije IWST metode bazirane na uvođenju drugačijih optimizacionih uslova robusne ocene [23]. Na bazi pretpostavke da slučajni uzorak može biti mešavina realizacija više slučajnih veličina čije su raspodele verovatnoća različite, poljski

naučnik Višnjevski razvio je robusne $M_{\text{split}(q)}$ -ocene koje predstavljaju uopštenje M -ocena [24], [25]. Odnedavno neki autori preporučuju primenu $M_{\text{split}(q)}$ -ocena u deformacionoj analizi geodetskih mreža [26]–[33]. Osim toga, u literaturi se mogu pronaći i predlozi koji se odnose na primenu robusnih R -ocena u deformacionoj analizi geodetskih mreža [34]–[36].

1.1 PREDMET I CILJ NAUČNOG ISTRAŽIVANJA

Uopšteno govoreći, kod robusnih metoda baziranih na M -ocenama (u daljem tekstu: robusne metode) postupak deformacione analize odvija se kroz dve faze: robusna ocena vektora pomeranja i analiza stabilnosti tačaka mreže. Postupak robusne ocene vektora pomeranja svodi se na rešavanje optimizacionog problema koji formiraju odgovarajući funkcionalni model i funkcija cilja, dok se u postupku analize stabilnosti ispituje da li su ocenjeni vektori pomeranja tačaka mreže rezultat stvarnog pomeranja tačaka ili slučajnih grešaka merenja. Rešavanjem optimizacionog problema koji je prisutan kod ovih metoda određuju se optimalne vrednosti težina datumskih tačaka mreže, odnosno potencijalno referentnih tačaka mreže. Vrednosti ovih težina predstavljaju doprinos svake potencijalno referentne tačke definiciji datuma vektora pomeranja. U tom smislu, optimizacioni problem ovih metoda može se tretirati kao problem određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja. Prema najboljim saznanjima autora, za potrebe rešavanja ovog optimizacionog problema obično se primenjuje iterativna metoda najmanjih kvadrata (engl. *Iterative reweighted least squares – IRLS*) [37] koja pripada grupi determinističkih optimizacionih postupaka. IRLS metoda polazi od jednog početnog rešenja dobijenog metodom najmanjih kvadrata (engl. *Least squares – LS*) i iterativno ga poboljšava tokom procesa optimizacije. Međutim, efikasnost IRLS metode direktno je uslovljena kvalitetom početnog rešenja. Naime, ukoliko početno rešenje nije blisko stvarnom rešenju, primenom IRLS metode ne može se odrediti globalni već samo lokalni optimum [38]. Ovde je važno napomenuti da vektor pomeranja tačaka mreže sledi kontaminiranu normalnu raspodelu kada u skupu potencijalno referentnih tačaka postoje nestabilne tačke. Budući da je metoda najmanjih kvadrata veoma osetljiva na odstupanja od pretpostavki modela [39], početno rešenje dobijeno metodom najmanjih kvadrata može biti daleko od

stvarnog rešenja ukoliko u potencijalno referentnoj mreži postoje pomerene tačke. Kontaminiranost normalne raspodele raste sa povećanjem broja pomerenih potencijalno referentnih tačaka mreže, a samim tim povećava se i udaljenost početnog rešenja od stvarnog rešenja. Saglasno tome, efikasnost IRLS metode sve je manja, a greška određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja sve veća. U tom kontekstu, postavlja se pitanje koliko su robusne metode zaista robusne na postojanje pomerenih tačaka u potencijalno referentnoj mreži.

Predmet istraživanja u radu odnosi se na rešavanje prethodno definisanog problema koji se javlja u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod robusnih metoda deformacione analize. Cilj naučnog istraživanja, saglasno obrazloženom predmetu, jeste pronalaženje rešenja ovog problema i analiza efikasnosti predloženog rešenja. Očigledno je da se primenom IRLS metode ne može odrediti globalno optimalno rešenje optimizacionog problema koji je prisutan kod robusnih metoda deformacione analize, kada u skupu potencijalno referentnih tačaka mreže figurišu pomerene tačke. Stoga, optimizacioni problem ovih metoda neophodno je sagledati sa stanovišta globalne optimizacije. Rešavanje problema globalne optimizacije zahteva pristup koji podrazumeva globalnu pretragu prostora rešenja kao sredstvo za pronalaženje globalnog optimuma posmatrane funkcije cilja [40]. Među obiljem metoda globalne optimizacije posebno je interesantna grupa evolutivnih optimizacionih algoritama čiji je nastanak inspirisan procesom prirodne evolucije bioloških sistema. Evolutivni optimizacioni algoritmi pretražuju prostor rešenja na kontrolisano slučajan način, što im omogućava da „iskoče” iz lokalnog optimuma u cilju pronalaženja globalnog optimuma. U tom kontekstu, primenom ovih algoritama u postupku robusne ocene vektora pomeranja može se uspešno prevazići prethodno definisani problem koji je prisutan kod robusnih metoda deformacione analize.

1.2 POLAZNE HIPOTEZE ISTRAŽIVANJA

Saglasno cilju naučnog istraživanja, koji je fokusiran na primenu evolutivnih optimizacionih algoritama u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod metoda robusne deformacione analize, formulisane su polazne hipoteze naučnog istraživanja:

H1 – Evolutivni optimizacioni algoritmi mogu se uspešno primeniti u postupku robusne ocene vektora pomeranja.

H2 – Greška određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja može se u izvesnoj meri redukovati primenom evolutivnih optimizacionih algoritama.

1.3 STRUKTURA DOKTORSKE DISERTACIJE

Doktorska disertacija je strukturirana u osam poglavlja. U okviru poglavlja 1 definisan je predmet i cilj, kao i polazne hipoteze naučnog istraživanja. Poglavlje 2 posvećeno je matematičkom modelu izravnjanja slobodnih geodetskih mreža. U prvom delu ovog poglavlja opisan je Gaus-Markovljev model posrednog izravnjanja i problematika definisanja datuma geodetskih mreža, sa posebnim akcentom na uvođenje datumskih ograničenja. U okviru drugog dela poglavlja predstavljen je matematički model analize osetljivosti geodetskih mreža i novi pristup identifikaciji grubih grešaka u opažanjima, koji podrazumeva korišćenje originalnih opažanja, tj. opažanja iz svih ponavljanja, u postupku detekcije grubih grešaka. Pored toga, detaljno su objašnjene neke od najpoznatijih konvencionalnih metoda identifikacije grubih grešaka, kao i matematički model robusnog izravnjanja na kojem su bazirane robusne metode identifikacije grubih grešaka u opažanjima.

U poglavlju 3 predstavljeni su uopšteni matematički modeli robusne ocene deformacija iz razlike izravnatih koordinata i razlike neizravnatih opažanja, u okviru kojih su detaljno obrazloženi deformacioni modeli, kao i postupci robusne ocene vektora pomeranja i ispitivanja stabilnosti tačaka mreže. Osim toga, u ovom poglavlju opisana je IWST metoda i nekoliko njenih najpoznatijih modifikacija. Ove metode bazirane su na matematičkom modelu robusne ocene deformacija iz razlike izravnatih koordinata. Sa druge strane, GREDOD metoda predstavljena je u vidu uopštenog postupka robusne ocene deformacija iz razlike neizravnatih opažanja. U poslednjem delu poglavlja detaljno je objašnjen postupak ispitivanja efikasnosti metoda deformacione analize baziran na Monte Karlo simulacijama.

U uvodnom delu poglavlja 4 ukratko je opisan proces modelovanja problema u optimizaciji, lokalni i globalni optimizacioni problemi i osnovne karakteristike determinističkih i stohastičkih optimizacionih algoritama. U nastavku poglavlja

predstavljena su dva najpoznatija predstavnika grupe evolutivnih optimizacionih algoritama, genetski algoritam (engl. *Genetic algorithm* – *GA*) i algoritam optimizacije rojem čestica (engl. *Particle swarm optimisation* – *PSO*). Pored ovih algoritama prikazan je i uopšteni algoritam optimizacije rojem čestica (engl. *Generalised particle swarm optimisation* – *GPSO*), koji predstavlja modifikaciju PSO algoritma baziranu na osnovnim postavkama teorije upravljanja linearnim sistemima. Uvođenjem ove modifikacije uspešno su prevaziđeni neki karakteristični nedostaci osnovne varijante PSO algoritma. U završnom delu poglavlja detaljno je objašnjen postupak primene GA i GPSO algoritma u robusnoj oceni vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode.

Poglavlje 5 posvećeno je eksperimentalnim istraživanjima, u okviru kojih su koncipirana i realizovana četiri eksperimenta. U prvom eksperimentu analizirana je mogućnost primene GA i GPSO algoritma, u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode, na jednom setu simuliranih opažanja u pojednostavljenoj verziji realne geodetske mreže brane *Montsalvens* u Švajcarskoj. U narednim eksperimentima sprovedena je opsežna analiza efikasnosti primene ovih algoritama u robusnoj oceni vektora pomeranja pomoću Monte Karlo simulacija na tri različita modela geodetskih mreža. Nakon toga, izvršena je analiza i diskusija dobijenih rezultata u ovim eksperimentima, na osnovu čega su izvedeni zaključci o ponašanju efikasnosti IWST i GREDOD metode u slučaju primene GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja, kao i u slučaju primene IRLS metode.

U poglavlju 6 data su zaključna razmatranja koja se odnose na predložene modifikacije IWST i GREDOD metode, bazirane na primeni evolutivnih algoritama u robusnoj oceni vektora pomeranja, sa istaknutim naučnim doprinosom teoriji robusne deformacione analize geodetskih mreža. Pored toga, predloženi su pravci budućih istraživanja kako sa naučnog tako i sa praktičnog aspekta. Spisak literature koja je korišćena pri izradi doktorske disertacije priložen je u poglavlju 7. U poglavlju 8 dati su numerički i grafički prilozi u okviru kojih su predstavljeni određeni rezultati eksperimentalnih istraživanja, kao i *Plan tretmana podataka* kojim su definisana prava pristupa istraživačkim podacima do kojih se došlo tokom izrade ove doktorske disertacije.

2 MATEMATIČKI MODEL IZRAVNANJA

2.1 GAUS-MARKOVLJEV MODEL IZRAVNANJA

U teoriji izravnjanja geodetskih mreža, koja je bazirana na primeni metode najmanjih kvadrata, obično se koristi Gaus-Markovljev model posrednog izravnjanja. Gaus-Markovljev model posrednog izravnjanja je linearni matematički model koji definiše odnos između stohastički realizovanih opažanja i nepoznatih parametara u geodetskoj mreži i sastoji se od funkcionalnog i stohastičkog dela:

$$\begin{aligned} \mathbf{l} + \mathbf{v} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{l}^0 \Leftrightarrow \mathbf{v} = \mathbf{Ax} + \mathbf{f}, \quad E(\mathbf{f}) = -\mathbf{Ax}, \\ E(\mathbf{vv}^T) &= \mathbf{K}_l \Leftrightarrow E(\mathbf{vv}^T) = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_l, \quad E(\mathbf{v}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{P}_l = \mathbf{Q}_l^{-1}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

gde je:

$\mathbf{l} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ – vektor merenih veličina,

$\mathbf{v} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ – vektor popravaka merenih veličina,

$\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times u}$ – matrica dizajna (matrica poznatih koeficijenta),

$\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^{u \times 1}$ – vektor priraštaja nepoznatih parametara,

$\mathbf{l}^0 \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ – vektor približnih vrednosti merenih veličina,

$\mathbf{f} = (\mathbf{l}^0 - \mathbf{l}) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ – vektor slobodnih članova,

$\mathbf{K}_l \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ – kovarijaciona matrica merenih veličina,

$\mathbf{Q}_l \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ – kofaktorska matrica merenih veličina,

$\mathbf{P}_l \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ – matrica težina merenih veličina,

σ_0^2 – *a priori* disperzioni faktor,

$E(\cdot)$ – operator matematičkog očekivanja,

pri čemu je n broj merenja, a u broj nepoznatih parametara. Broj merenja n je uvek veći od broja nepoznatih parametara u , jer u suprotnom ne egzistira izravnjanje. Razlika $f = n - u$ definiše se kao broj stepeni slobode, odnosno broj suvišnih merenja.

Funkcionalne veze između nepoznatih parametara i merenih veličina definisane su odgovarajućim matematičkim funkcijama

$$l_i + v_i = F_i(X_1, X_2, \dots, X_u) = F_i(X_1^0 + \Delta x_1, X_2^0 + \Delta x_2, \dots, X_u^0 + \Delta x_u), \quad (2.2)$$

gde su X_1, X_2, \dots, X_u nepoznati parametri, $X_1^0, X_2^0, \dots, X_u^0$ približne vrednosti nepoznatih parametara i $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_u$ diferencijalni priraštaji nepoznatih parametara. Funkcije veze (2.2) zavise od vrste merenih veličina i obično su nelinearnog oblika [2], [41]. Za neke karakteristične vrste merenih veličina funkcije veze imaju sledeći oblik:

$$\begin{aligned} E(l_i) &= \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} + c_s - \text{kosa dužina,} \\ E(l_i) &= \arctan\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right) + o + c_p - \text{horizontalni pravac,} \\ E(l_i) &= \arctan\sqrt{\frac{\Delta X^2 + \Delta Y^2}{\Delta Z^2}} + c_z - \text{zenitni ugao,} \end{aligned} \quad (2.3)$$

gde su ΔX , ΔY i ΔZ koordinatne razlike, o nepoznati parametar orijentacije, a c_s , c_p i c_z korekcionni parametri. Nelinearne funkcije veze (2.2) linearizuju se razvojem u Tejlorov red u okolini približnih vrednosti nepoznatih parametara [2], [41], [42], na sledeći način

$$\begin{aligned} l_i + v_i &= a_{i1}\Delta x_1 + a_{i2}\Delta x_2 + \dots + a_{iu}\Delta x_u + l_i^0, \\ v_i &= a_{i1}\Delta x_1 + a_{i2}\Delta x_2 + \dots + a_{iu}\Delta x_u + f_i, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

gde su v_i popravke (reziduali) merenih veličina, $l_i^0 = F_i(X_1^0, X_2^0, \dots, X_u^0)$ približne vrednosti merenih veličina, $f_i = l_i^0 - l_i$ slobodni članovi i a_{ij} koeficijenti koji se dobijaju diferenciranjem funkcija veze po nepoznatim parametrima

$$a_{ij} = \left. \frac{\partial F_i}{\partial X_j} \right|_{X_j^0}, \quad j \in \{1, 2, \dots, u\}. \quad (2.5)$$

Vrednosti koeficijenata a_{ij} zavise isključivo od vrste merenih veličina, oblika i razmere geodetske mreže. Konačno, jednačine popravaka (2.4) mogu se predstaviti u matričnom obliku

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ax} + \mathbf{f}. \quad (2.6)$$

Pored funkcionalnog modela, sastavni deo Gaus-Markovljevog modela jeste stohastički model. Ukoliko su merene veličine stohastički zavisne, u postupku izravnjanja neophodno je koristiti kovarijacionu matricu merenih veličina \mathbf{K}_l ili kofaktorsku matricu merenih veličina \mathbf{Q}_l . Sa druge strane, ako merene veličine nisu stohastički zavisne, odnosno nisu u korelaciji, pogodnije je koristi matricu težina merenih veličina \mathbf{P}_l , jer su svi elementi van glavne dijagonale kovarijacione matrice \mathbf{K}_l jednaki nuli. Težine merenih veličina l_i , odnosno dijagonalni elementi matrice težina \mathbf{P}_l , formiraju se prema sledećem izrazu

$$P_{l_i} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{l_i}^2}, \quad (2.7)$$

gde je $\sigma_{l_i}^2$ *a priori* varijansa opažanja l_i . Kod opažanja horizontalnih pravaca, kosih dužina, zenitnih uglova i slično, korelaciju između merenih veličina je veoma teško realno oceniti, zbog čega se ona obično ne razmatra u postupku izravnjanja [2], [41]. Kada je reč o satelitskim merenjima, stohastička zavisnost između GNSS (*Global navigation satellite system*) baznih vektora eliminiše se metodom rada. Međutim, stohastička zavisnost između komponenti GNSS baznog vektora je prisutna, pa je u postupku izravnjanja neophodno koristiti kovarijacionu matricu \mathbf{K}_l [43].

2.1.1 PRIMENA METODE NAJMANJIH KVADRATA

Kod realnih geodetskih mreža sistem jednačina (2.6) ima beskonačno mnogo rešenja, jer je broj merenja n znatno veći od broja nepoznatih parametara u . Primenom metode najmanjih kvadrata dolazi se do jedinstvenog rešenja ovog sistema jednačina. Metoda najmanjih kvadrata podrazumeva minimizaciju sume kvadrata odstupanja \mathbf{l} od očekivane vrednosti $E(\mathbf{l})$ u nekoj pogodno odabranoj metrici [42]. Na osnovu optimizacionog uslova

$$\mathbf{v}^T \mathbf{K}_l^{-1} \mathbf{v} = \min, \quad (2.8)$$

dobijaju se normalne jednačine

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{P}_l \mathbf{A}) \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}_l \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{N} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{n} = \mathbf{0}, \quad (2.9)$$

gde je $\mathbf{N} \in \mathfrak{R}^{u \times u}$ matrica koeficijenata normalnih jednačina, a $\mathbf{n} \in \mathfrak{R}^{u \times 1}$ vektor koeficijenata slobodnih članova normalnih jednačina.

Rešavanjem sistema normalnih jednačina (2.9) određuje se vektor priraštaja nepoznatih parametara

$$\hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{n} \Leftrightarrow \hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{n}, \quad (2.10)$$

gde je $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ kofaktorska matrica nepoznatih parametara. U ovom postupku obično se određuju kofaktorska matrica izravnatih merenih veličina \mathbf{Q}_l i kofaktorska matrica popravaka merenih veličina $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}}$, prema sledećim izrazima

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_l &= \mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{P}_l\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T, \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}} &= \mathbf{Q}_l - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{P}_l\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T. \end{aligned} \quad (2.11)$$

A posteriori disperzioni koeficijent koji predstavlja najbolju procenu *a priori* disperzionog faktora određuje se kao

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T\mathbf{P}_l\mathbf{v}}{f}. \quad (2.12)$$

2.2 DEFINISANJE DATUMA GEODETSKIH MREŽA

Datum geodetske mreže čine parametri koji definišu koordinatni sistem, odnosno parametri koji su neophodni za definisanje geodetske mreže po obliku, položaju i veličini. Kod trodimenzionalnih geodetskih mreža egzistira sedam datumskih parametara: tri translacije (t_x, t_y, t_z), tri rotacije (r_x, r_y, r_z) i faktor razmere s . Pojedini datumski parametri mogu biti definisani na osnovu merenih veličina u geodetskoj mreži. U tabeli 2.1 prikazani su nedostajući datumski parametri zavisno od vrste merenih veličina u geodetskoj mreži [2], [14]. Kada su u mreži merene dužine, visinske razlike, GNSS 2D i 3D bazni vektori, definisana je razmera geodetske mreže. Azimuti, GNSS 2D i 3D bazni vektori definišu rotaciju oko Z ose, dok zenitni uglovi, visinske razlike i GNSS 3D bazni vektori definišu rotacije oko X i Y osa. Budući da se na osnovu merenih veličina ne mogu odrediti svi datumski parametri, neophodno je znati ili odrediti još jedan broj datumskih parametara, koji čine defekt mreže ili defekt datuma de . Ovi parametri ne smeju uticati na međusobni odnos između tačaka mreže niti izazvati naprezanja mreže. Ukoliko su datumski parametri poznati, onda oni predstavljaju date veličine.

Tabela 2.1: Datumski parametri u trodimenzionalnim geodetskim mrežama.

Merenе veličine	Datumski parametri						
	Translacije			Rotacije			Razmera
	t_X	t_Y	t_Z	r_X	r_Y	r_Z	s
Dužine	×	×	×	×	×	×	✓
Horizontalni pravci	×	×	×	×	×	×	×
Horizontalni uglovi	×	×	×	×	×	×	×
Azimuti	×	×	×	×	×	✓	×
Zenitni uglovi	×	×	×	✓	✓	×	×
GNSS 2D vektori	×	×	×	×	×	✓	✓
GNSS 3D vektori	×	×	×	✓	✓	✓	✓
Visinske razlike	×	×	×	✓	✓	×	✓

Zavisno od načina na koji se određuju parametri datuma, razlikujemo dve vrste geodetskih mreža [44]:

- Slobodne geodetske mreže – parametri datuma se biraju proizvoljno;
- Neslobodne geodetske mreže – parametri datuma se određuju merenjem.

Kod neslobodnih geodetskih mreža datumski parametri su definisani merenjem. U tom slučaju matrica dizajna \mathbf{A} ima potpun rang kolona, pa je njen rang jednak broju nepoznatih parametara $r(\mathbf{A}) = r = u$, tj. matrica \mathbf{N} je regularna ($\det(\mathbf{N}) \neq 0$). Međutim, geodetske mreže koje se projektuju i realizuju za potrebe monitoringa pomeranja i deformacija inženjerskih objekata i površi Zemljine kore spadaju u slobodne geodetske mreže. Kod slobodnih geodetskih mreža prisutan je problem defekta datuma, što rezultira nepotpunim rangom matrice dizajna \mathbf{A} , tj. rang matrice dizajna manji je od broja nepoznatih parametara $r(\mathbf{A}) = r < u$ [42], [43]. Defekt datuma $de = u - r$ uvek je poznat pre izravnjanja, a samim tim i razlog nastanka singulariteta matrice \mathbf{N} . Takođe, treba napomenuti da se u ovim mrežama broj stepeni slobode računa kao $f = n - u + de$. U teoriji izravnjanja slobodnih geodetskih mreža utemeljeni su različiti načini za određivanje inverzije matrice \mathbf{N} , odnosno različiti načini definisanja datuma geodetskih mreža, o čemu će biti više reči u nastavku.

2.2.1 DATUMSKA OGRANIČENJA ZA GEODETSKE MREŽE

U postupku izravnjanja slobodnih geodetskih mreža uvode se odgovarajuća unutrašnja ograničenja (engl. *Inner constraints*) za vektor priraštaja nepoznatih parametara \mathbf{x} na osnovu kojih se definišu nedostajući datumski parametri. Kod trodimenzionalnih geodetskih mreža parametri datuma definišu se na osnovu sledećih ograničenja [14], [45], [46]:

$$\sum_{i=1}^m \Delta x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^m \Delta y_i = 0, \quad \sum_{i=1}^m \Delta z_i = 0, \quad (2.13)$$

$$\sum_{i=1}^m (\bar{Z}_i \Delta y_i - \bar{Y}_i \Delta z_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i \Delta z_i - \bar{Z}_i \Delta x_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^m (\bar{Y}_i \Delta x_i - \bar{X}_i \Delta y_i) = 0, \quad (2.14)$$

$$\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i \Delta x_i + \bar{Y}_i \Delta y_i + \bar{Z}_i \Delta z_i) = 0, \quad (2.15)$$

gde su Δx_i , Δy_i i Δz_i diferencijalni priraštaji koordinata i -te tačke, \bar{X}_i , \bar{Y}_i i \bar{Z}_i približne koordinate i -te tačke svedene na težište mreže, a m broj tačaka mreže. Ograničenja formulisana izrazima (2.13) definišu koordinatni početak, odnosno translacije duž koordinatnih osa. Uvođenjem ovih ograničenja u postupku izravnjanja fiksira se težište mreže. Dakle, težište mreže sračunato iz približnih koordinata biće podudarno sa težištem mreže koje je sračunato iz izravnatih koordinata. Orijentacije osa koordinatnog sistema definišu ograničenja formulisana izrazima (2.14). Preciznije rečeno, ovim ograničenjima nametnut je uslov da srednja vrednost uglovnih odstojanja (engl. *Bearing*) svih tačaka mreže od težišta ostaje nepromenjena nakon izravnjanja. Poslednje ograničenje (2.15) definiše razmeru koordinatnog sistema mreže. Ovim ograničenjem fiksirana je srednja vrednost odstojanja svih tačaka mreže od težišta mreže u postupku izravnjanja. Važno je napomenuti da navedena ograničenja nemaju uticaja na unutrašnju geometriju mreže [2], [14]. Unutrašnju geometriju mreže definišu opažanja (horizontalni pravci, kose dužine, zenitni uglovi i slično), dok koordinate i visine tačaka mreže čine spoljašnju geometriju mreže [47]. Detaljna objašnjenja sa matematičkim izvođenjem ovih ograničenja dostupna su u radu [46].

Definisana ograničenja (2.13), (2.14) i (2.15) mogu se predstaviti u matičnom obliku kao

$$\mathbf{G}^T \mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad (2.16)$$

gde je $\mathbf{G} \in \mathfrak{R}^{u \times de}$ matrica datumskih uslova. Matrica datumskih uslova \mathbf{G} sledećeg je oblika:

$$\mathbf{G}^T = [\mathbf{G}_1^T \dots \mathbf{G}_m^T \mathbf{0}], \quad (2.17)$$

gde je $\mathbf{0}$ nula matrica koja se odnosi na nepoznate parametre koji predstavljaju orijentacione uglove. Odgovarajuće submatrice \mathbf{G}_i za svaku tačku mreže formiraju se na sledeći način:

$$\mathbf{G}_i^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \bar{Z}_i & -\bar{Y}_i \\ -\bar{Z}_i & 0 & \bar{X}_i \\ \bar{Y}_i & -\bar{X}_i & 0 \\ \bar{X}_i & \bar{Y}_i & \bar{Z}_i \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

gde su \bar{X}_i , \bar{Y}_i i \bar{Z}_i približne koordinate i -te tačke svedene na težište mreže, odnosno

$$\bar{X}_i = X_i^0 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i^0, \quad \bar{Y}_i = Y_i^0 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_i^0, \quad \bar{Z}_i = Z_i^0 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Z_i^0. \quad (2.19)$$

Prva tri reda u matrici (2.18) odnose se na translacije duž koordinatnih osa, sledeća tri reda odnose se na rotacije oko koordinatnih osa, dok poslednjih red reprezentuje razmeru geodetske mreže [2], [3], [48]. Način formiranja matrice (2.18) direktno je uslovljen defektom datuma de . Dakle, redove u matrici (2.18) koji se odnose na već definisane datumске parametre potrebno je eliminisati. Na osnovu matrice \mathbf{G}_i^T za trodimenzionalne geodetske mreže mogu se napisati odgovarajuće matrice za jednodimenzionalne i dvodimenzionalne geodetske mreže. Kada je reč o jednodimenzionalnim geodetskim mrežama, potrebno je zadržati samo prvi red matrice \mathbf{G}_i^T , dok je kod dvodimenzionalnih geodetskih mreža potrebno eliminisati red koji se odnosi na translaciju duž Z ose, kao i redove koji se odnose na rotacije oko koordinatnih osa X i Y .

Kada se definisana ograničenja (2.16) integrišu u funkcionalni model (2.6) Gaus-Markovljevog modela, dobija se

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{f}, \\ \mathbf{G}^T \mathbf{x} &= \mathbf{0}.\end{aligned}\tag{2.20}$$

Na bazi optimizacionog uslova (2.8), primenom metode Lagranžovih multiplikatora, dobija se sistem normalnih jednačina

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{0},\tag{2.21}$$

gde je $\mathbf{k} \in \mathfrak{R}^{de \times 1}$ vektor Lagranžovih multiplikatora. Matrica \mathbf{N} proširena je matricom datumskih uslova \mathbf{G} , čime je dobijena regularna matrica. Pseudoinverzija $\mathbf{N}^+ = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ može se odrediti na sledeći način [49]:

$$\mathbf{N}^+ = (\mathbf{N} + \mathbf{GG}^T)^{-1} \mathbf{N} (\mathbf{N} + \mathbf{GG}^T)^{-1}.\tag{2.22}$$

Pomoću pseudoinverzne matrice \mathbf{N}^+ određuje se vektor priraštaja nepoznatih parametara $\hat{\mathbf{x}}$ prema izrazu (2.10).

Prethodno prikazani način definisanja datuma geodetskih mreža karakterišu sledeća svojstva:

$$tr(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}) = \min, \quad \hat{\mathbf{x}}^T \hat{\mathbf{x}} = \min.\tag{2.23}$$

Dakle, prilikom izravnjanja minimizira se trag kofaktorske matrice nepoznatih parametara $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ i norma vektora priraštaja nepoznatih parametara $\hat{\mathbf{x}}$, a sve u cilju postizanja „najbolje” preciznosti. U ovom slučaju sve tačke mreže imaju podjednak doprinos definiciji datuma geodetske mreže. Težište mreže i uglovi rotacije mreže između sistema približnih i izravnatih koordinata čine računsku bazu nulte varijanse modela [14]. U tom smislu, svi elementi kovarijacione matrice nepoznatih parametara $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ tretiraju se kao relativne varijanse u odnosu na računsku bazu. Saglasno tome, varijanse nepoznatih parametara rastu udaljavanjem od težišta mreže. Ovaj način definisanja datuma u domaćoj literaturi poznat je kao „definisanje datuma minimalnim tragom kofaktorske matrice za sve tačke mreže”.

Geodetske mreže koje se projektuju i realizuju u svrhu analize deformacija složenih inženjerskih objekata sastoje se od skupa tačaka stabilizovanih van zone očekivanih deformacija (potencijalno referentne tačke) i tačaka koje reprezentuju objekat u geometrijskom smislu. U skladu sa tim, vektor priraštaja nepoznatih parametara \mathbf{x} podeljen je na subvektore \mathbf{x}_{PRP} i \mathbf{x}_O , tako da su u subvektoru \mathbf{x}_{PRP} sadržani elementi koji se odnose na potencijalno referentne tačke, a u subvektoru \mathbf{x}_O elementi koji se odnose na tačke objekta. Kako kod ovih mreža datum definišu potencijalno referentne tačke, definisana ograničenja (2.13), (2.14) i (2.15) uvode se za subvektor \mathbf{x}_{PRP} . U tom slučaju matrica datumskih uslova ima sledeći oblik:

$$\mathbf{G}^T = [\mathbf{G}_1^T \dots \mathbf{G}_b^T \mathbf{0} \dots \mathbf{0}], \quad (2.24)$$

gde je b broj potencijalno referentnih tačaka, a $\mathbf{0}$ nula matrice koje se odnose na tačke objekta i nepoznate parametre koji predstavljaju orijentacione uglove. Submatrice \mathbf{G}_i^T formiraju se prema izrazu (2.18). Matrica koeficijenata normalnih jednačina \mathbf{N} proširuje se matricom datumskih uslova (2.24), nakon čega se određuje pseudoinverzija $\mathbf{N}^+ = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ prema izrazu (2.22). U ovom slučaju prilikom izravnjanja minimizira se deo traga kofaktorske matrice $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ koji se odnosi na potencijalno referentne tačke mreže, kao i norma subvektora $\hat{\mathbf{x}}_{PRP}$. U domaćoj literaturi ovaj način definisanja datuma poznat je kao „definisanje datuma minimalnim tragom kofaktorske matrice za deo tačaka mreže”.

Ukoliko se za potrebe definisanja nedostajućih datumskih parametara koristi samo neophodan broj koordinata tačaka, reč je o klasičnom načinu definisanja datuma. Klasičan način definisanja datuma podrazumeva fiksiranje onoliko koordinata tačaka koliko iznosi defekt datuma de . Ovaj način definisanja datuma prikazan je na primeru trodimenzionalne geodetske mreže od m tačaka u kojoj su mereni zenitni uglovi, kose dužine i horizontalni pravci sa p stanica. Poznato je da merenjem horizontalnih pravaca nije definisan nijedan datumski parametar. Međutim, merenjem zenitnih uglova definisane su rotacije oko X i Y osa, dok je merenjem kosih dužina definisana razmera s . Stoga, defekt datuma de iznosi 4, pa je neophodno definisati translacije duž koordinatnih osa i rotaciju oko Z ose. Fiksiranjem koordinata tačke 1 (X_1, Y_1, Z_1) definisane su translacije duž koordinatnih osa, dok je rotacija oko Z ose definisana fiksiranjem X_2 koordinate

druge tačke. Na ovaj način definisana su sledeća ograničenja:

$$\Delta x_1 = 0, \Delta y_1 = 0, \Delta z_1 = 0, \Delta x_2 = 0, \quad (2.25)$$

gde su $\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1$ i Δx_2 diferencijalni priraštaji koordinata tačaka 1 i 2 koji se određuju u postupku izravnjanja geodetske mreže. Definisana ograničenja mogu se predstaviti u matricnom obliku kao

$$\mathbf{B}^T \mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad (2.26)$$

gde je $\mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{u \times de}$ matrica datumskih uslova koja ima sledeći oblik:

$$\mathbf{B}^T = \begin{matrix} & X_1 & Y_1 & Z_1 & X_2 & Y_2 & Z_2 & \cdots & X_m & Y_m & Z_m & z_1 & \cdots & z_p \\ \begin{matrix} \mathbf{B}^T = \\ \left[\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{matrix} \right] \end{matrix} \end{matrix}. \quad (2.27)$$

Kada se definisana ograničenja (2.26) uvrste u funkcionalni model (2.6) Gaus-Markovljevog modela izravnjanja, dobija se

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{f}, \\ \mathbf{B}^T \mathbf{x} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Na bazi optimizacionog uslova (2.8), primenom metode Lagranžovih multiplikatora, dobijaju se normalne jednačine

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (2.29)$$

gde je $\mathbf{k} \in \mathfrak{R}^{de \times 1}$ vektor Lagranžovih multiplikatora. U ovom slučaju matrica \mathbf{N} proširena je matricom datumskih uslova \mathbf{B} . Uopštena inverzija $\mathbf{N}^- = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ određuje se na sledeći način [49]:

$$\mathbf{N}^- = (\mathbf{N} + \mathbf{B} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{N} (\mathbf{N} + \mathbf{B} \mathbf{B}^T)^{-1}. \quad (2.30)$$

Nakon toga, određuje se vektor priraštaja nepoznatih parametara $\hat{\mathbf{x}}$ prema (2.10).

Fiksirane koordinate tačaka čine računsku bazu nulte varijanse modela i njihove varijanse jednake su nuli. Ovaj način definisanja datuma daje identične rezultate kao analitičko rešenje problema datuma predstavljeno u [2].

2.2.2 S TRANSFORMACIJA

Evidentno je da su vektor priraštaja nepoznatih parametara $\hat{\mathbf{x}}$ i odgovarajuća kofaktorska matrica $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ zavisni od izbora datuma geodetske mreže, a samim tim i rezultati deformacione analize. U deformacionoj analizi geodetskih mreža datum definišu potencijalno referentne tačke mreže, tj. tačke stabilizovane van zone očekivanih deformacija. Međutim, nekada se u skupu potencijalno referentnih tačaka mogu pojaviti nestabilne tačke, pa je neophodno promeniti datum mreže tako da samo zaista stabilne tačke učestvuju u definiciji datuma. Shodno tome, u nastavku je predstavljena linearna transformacija, nazvana S transformacija, koja omogućava datumsku transformaciju vektora priraštaja nepoznatih parametara $\hat{\mathbf{x}}$ i odgovarajuće kofaktorske matrice $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ bez ponovnog izravnjanja opažanja iz pojedinih epoha merenja.

Vektor nepoznatih parametara $\hat{\mathbf{x}}_i$ i kofaktorska matrica $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_i}$ iz proizvoljnog datuma i mogu se transformisati u odgovarajući datum j na sledeći način [8], [50]:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_j &= \mathbf{S}_j \hat{\mathbf{x}}_i, \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_j} &= \mathbf{S}_j \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_i} \mathbf{S}_j^T\end{aligned}\tag{2.31}$$

gde je $\mathbf{S}_j = \mathbf{I} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}$ matrica S transformacije, \mathbf{I} jedinična matrica, \mathbf{W} dijagonalna matrica težina i \mathbf{H} matrica datumskih uslova, odnosno matrica dizajna S transformacije. Pomoću matrice težina \mathbf{W} specificira se koje tačke mreže učestvuju u definiciji datuma j . Elementi matrice težina \mathbf{W} koji se odnose na datumsku tačku uzimaju vrednost jedan, dok su ostali elementi jednaki nuli. Kod trodimenzionalnih geodetskih mreža matrica datumskih uslova \mathbf{H} ima sledeći oblik:

$$\mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \bar{Z}_1 & -\bar{Y}_1 & \dots & 0 & \bar{Z}_m & -\bar{Y}_m \\ -\bar{Z}_1 & 0 & \bar{X}_1 & & -\bar{Z}_m & 0 & \bar{X}_m \\ \bar{Y}_1 & -\bar{X}_1 & 0 & & \bar{Y}_m & -\bar{X}_m & 0 \\ \bar{X}_1 & \bar{Y}_1 & \bar{Z}_1 & & \bar{X}_m & \bar{Y}_m & \bar{Z}_m \end{bmatrix},\tag{2.32}$$

gde su \bar{X}_i , \bar{Y}_i i \bar{Z}_i približne koordinate tačaka mreže svedene na težište. Matrice datumskih uslova za jednodimenzionalne i dvodimenzionalne geodetske mreže

moгу se na jednostavan naćin napisati na osnovu matrice datumskih uslova za trodimenzionalne geodetske mreęe. Vaęno je napomenuti da je matrica datumskih uslova \mathbf{H} identićna matrici datumskih uslova \mathbf{G} iz jednaćine (2.17).

2.3 ANALIZA OSETLJIVOSTI GEODETSKIH MREęA

Analiza kvaliteta geodetskih mreęa za monitoring pomeranja i deformacija, pored analize taćnosti i pouzdanosti obuhvata i analizu osetljivosti, u okviru koje se razmatra vrsta i velićina deformacija koje se mogu otkriti analizom. Opaęanja koja se realizuju u geodetskim mreęama mogu biti opterećena razlićitim izvorima greęaka. Primenom metoda za identifikaciju grubih greęaka, opaęanja opterećena grubim greękama se detektuju i eliminišu. Međutim, nekada se deęava da se ne izvrši korektna identifikacija grubih greęaka što utiće na objektivnost postupka deformacione analize. Upravo da bi se napravila jasna razlika između stohastićkih varijacija vrednosti opaęanja od deformacije, prirodno je koristiti koncept najmanje detektabilne deformacije koja se za dati nivo znaćajnosti α i moć kriterijuma $1 - \beta$, primenom metoda deformacione analize „sigurno” moęe otkriti [15], [17].

Osnove analize osetljivosti geodetskih mreęa postavio je Pelzer 1971. godine hipotezom o podudarnosti taćaka mreęe [5]:

$$H_0: E(\mathbf{d}) = 0 \text{ protiv } H_a: E(\mathbf{d}) \neq 0, \quad (2.33)$$

sa test statistikom

$$T|_{H_0} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{h \hat{\sigma}_0^2} \Big|_{H_0} \sim F_{h,f} \text{ ili } T|_{H_a} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{h \hat{\sigma}_0^2} \Big|_{H_a} \sim F_{h,f,\lambda}, \quad (2.34)$$

gde je $\mathbf{d} = \hat{\mathbf{X}}_2 - \hat{\mathbf{X}}_1$ vektor pomeranja, $\hat{\mathbf{X}}_1$ i $\hat{\mathbf{X}}_2$ vektori izravnatih koordinata iz nulte i kontrolne epohe merenja, $\mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1} + \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2}$ kofaktorska matrica pomeranja, $f = f_1 + f_2$ objedinjeni broj stepeni slobode iz dve epohe merenja i $h = r(\mathbf{Q}_d)$. Test statistika (2.34) u slućaju alterantivne hipoteze H_a sledi Fięer-ovu necentralnu raspodelu sa parametrom necentralnosti

$$\lambda = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{\sigma_0^2}. \quad (2.35)$$

Parametar necentralnosti λ iz jednačine (2.35) upoređuje se sa graničnom vrednošću λ_0 . Ukoliko je zadovoljena sledeća nejednakost

$$\lambda \geq \lambda_0, \quad (2.36)$$

geodetska mreža smatra se osetljivom [51], [52]. Granična vrednost parametra necentralnosti λ_0 zavisi od moći testa $1 - \beta$, nivoa značajnosti α , broja stepeni slobode imenioca h i broja stepeni slobode brojioca f , simbolično napisano

$$\lambda_0 = f(h, f, \alpha, \beta). \quad (2.37)$$

Granične vrednosti parametra necentralnosti λ_0 za $\alpha = 0.05$, $1 - \beta = 0.80$, $1 \leq h \leq 30$ i $2 \leq f \leq \infty$ prikazane su u tabeli 2.2 [52].

Tabela 2.2: Granične vrednosti parametra necentralnosti λ_0 .

f	$h = 1$	$h = 2$	$h = 3$	$h = 5$	$h = 10$	$h = 20$	$h = 30$
2	32.0	62.3	92.7	153.4	305.3	608.9	912.4
5	12.4	18.7	24.5	35.7	62.9	116.8	170.5
10	9.7	13.2	16.2	21.7	34.5	59.1	83.4
20	8.7	11.2	13.3	16.8	24.4	38.4	51.9
30	8.4	10.7	12.4	15.4	21.5	32.3	42.5
50	8.2	10.2	11.8	14.3	19.3	27.7	35.2
100	8.0	9.9	11.3	13.6	17.8	24.3	29.9
∞	7.9	9.6	10.9	12.8	16.2	21.0	24.6

Vektor pomeranja \mathbf{d} može se predstaviti u sledećem obliku:

$$\mathbf{d} = a\mathbf{g} \quad (2.38)$$

gde je a nepoznati faktor razmere i \mathbf{g} normirani vektor. Uvažavanjem nejednakosti iz izraza (2.36) i zamenom izraza (2.38) u izraz (2.35) dobija se

$$\frac{a^2}{\sigma_0^2} \mathbf{g}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{g} \geq \lambda_0. \quad (2.39)$$

Na osnovu prethodnog izraza može se odrediti minimalna vrednost pomeranja a_{min} koja se može otkriti u pravcu koji je definisan vektorom \mathbf{g} , na sledeći način

$$a_{min} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda_0}{\mathbf{g}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{g}}}. \quad (2.40)$$

Konačno, na osnovu izraza (2.38) može se odrediti vektor pomeranja:

$$\mathbf{d}_{min} = a_{min}\mathbf{g}. \quad (2.41)$$

Opšte je poznato da se najnepovoljniji slučaj ispitivanja stabilnosti tačke odnosi na pravac velike poluose elipsoida (elipse) poverenja, jer je u tom pravcu greška određivanja položaja tačke najveća. Shodno tome, pravci velikih poluosa elipsoida (elipsi) poverenja obično su predmet analize osetljivosti geodetskih mreža. Međutim, u praktičnim primenama analiza osetljivosti može se odnositi i na pravce sila koje deluju na objekte koji su predmet analize, što je posebno interesantno kod složenih inženjerskih objekata kao što su brane, cevovodi, tuneli, mostovi i slično.

2.4 METODE IDENTIFIKACIJE GRUBIH GREŠAKA

Usled uticaja različitih faktora, poput nepažnje operatera, nesavršenosti merne opreme, atmosferskih uslova i slično, opažanja u geodetskim mrežama mogu biti opterećena grubim greškama. Svako opažanje u geodetskoj mreži meri se u više ponavljanja, nakon čega se određuje njegova srednja vrednost. Srednje vrednosti opažanja koriste se u postupku izravnjanja geodetske mreže. Ukoliko opažanja iz više ponavljanja nisu opterećena grubim greškama, srednja vrednost zaista predstavlja optimalnu ocenu. Međutim, ukoliko su opažanja iz više ponavljanja opterećena bar jednom grubom greškom, onda je i srednja vrednost opterećena grubom greškom. Na primer, ako se opažanja u geodetskoj mreži mere u dva ponavljanja, onda je u slučaju pojave jedne grube greške srednja vrednost opterećena grubom greškom čija je magnituda dva puta manja. Budući da je otkrivanje grubih grešaka malih magnituda znatno teže, postupak identifikacije grubih grešaka mora biti baziran na originalnim opažanjima, odnosno opažanjima iz svih ponavljanja, a nikako na njihovim srednjim vrednostima [53]–[55]. Pošto grube greške imaju uticaja na ocenu nepoznatih parametara i njihovu tačnost u postupku izravnjanja, na osnovu dobijenih rezultata mogu se izvesti pogrešni zaključci [39]. Shodno tome, opažanja u geodetskim mrežama moraju biti oslobođena uticaja grubih grešaka. Metode identifikacije grubih grešaka u geodetskim opažanjima mogu se podeliti na konvencionalne i robusne metode.

2.4.1 KONVENCIONALNE METODE IDENTIFIKACIJE GRUBIH GREŠAKA

Konvencionalne metode identifikacije grubih grešaka bazirane su na metodi najmanjih kvadrata i lokalnim statističkim testovima [56], [57]. Kada je merenje l_i opterećeno grubom greškom δ_i , testiraju se sledeće hipoteze

$$H_0: E(\delta_i) = 0 \text{ protiv } H_a: E(\delta_i) \neq 0. \quad (2.42)$$

Testiranje hipoteza (2.42) vrši se primenom *Data snooping* ili τ testa [56], [57]. Razlika između ova dva testa ogleda se u korišćenju različitih varijans faktora za standardizaciju reziduala. Kod *Data snooping* testa koristi se *a priori* standardna devijacija σ_0 , a kod τ testa *a posteriori* standardna devijacija $\hat{\sigma}_0$.

Kod *Data snooping* testa, test statistika se formira na sledeći način [2], [56]:

$$w_i = \frac{|v_i|}{\sigma_0 \sqrt{q_{vvi}}} \sim N(0,1), \quad (2.43)$$

gde je v_i popravka i -tog opažanja, σ_0 *a priori* standardna devijacija, q_{vvi} i -ti dijagonalni element kofaktorske matrice popravaka $\mathbf{Q}_{\hat{v}}$ i N standardizovana normalna raspodela. Ukoliko je $w_i > N_{1-\alpha/2}$, nulta hipoteza H_0 se odbacuje, a i -to opažanje proglašava opažanjem sa grubom greškom. Za nivo značajnosti α obično se usvaja vrednost 0.001, ali se često koristi i vrednost 0.01 kada postoji potreba za većom rigidnošću.

Kod τ testa, test statistika se formira na sledeći način [2], [57]:

$$w_i = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{vvi}}} \sim \tau_f, \quad (2.44)$$

gde je $\hat{\sigma}_0$ *a posteriori* standardna devijacija, τ_f je τ raspodela sa f stepeni slobode. τ raspodela može se napisati u funkciji Studentove t raspodele

$$\tau_f = \sqrt{\frac{f t_{f-1}^2}{f-1 + t_{f-1}^2}}. \quad (2.45)$$

Ukoliko je $w_i > \tau_{1-\alpha_0/2, f}$, nulta hipoteza H_0 se odbacuje, a i -to opažanje proglašava opažanjem sa grubom greškom. Ako nivo značajnosti α odgovara svim opažanjima,

lokalni nivo značajnosti α_0 svakog pojedinačnog opažanja može se odrediti na sledeći način:

$$\alpha_0 = 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{n}} \cong \alpha/n, \quad (2.46)$$

gde je n broj opažanja [2], [57]. Za nivo značajnosti α obično se usvaja vrednost 0.05.

Konvencionalne metode identifikacije grubih grešaka bazirane su na pretpostavci da je samo jedno opažanje opterećeno grubom greškom. Ukoliko postoji više grubih grešaka u opažanjima teorija gubi smisao. Međutim, u praksi se ove metode primenjuju iterativno. U prvom iterativnom koraku identifikuje se opažanje sa najvećom vrednošću test statistike i ono se odbacuje. Postupak se ciklično ponavlja dok sva opažanja koja su opterećena grubim greškama ne budu otkrivena. Generalno, konvencionalne metode identifikacije grubih grešaka daju dobre rezultate samo u slučajevima kada postoji jedna gruba greška [53], [58].

2.4.2 ROBUSNE METODE IDENTIFIKACIJE GRUBIH GREŠAKA

Svi statistički zaključci bazirani su na polaznim pretpostavkama koje se obično odnose na formu rasporeda, poput pretpostavke da su opažanja u geodetskoj mreži normalno raspoređena. Međutim, takva ograničenja u praksi mogu se ispuniti samo sa određenim stepenom aproksimacije. Iz tog razloga postavlja se pitanje da li statistički zaključci bazirani na podacima koji odstupaju od usvojenih pretpostavki ostaju u važnosti. Ukoliko se koriste robusne metode odgovor je potvrđan [42]. Robusne metode pojavljuju se kao prirodna ekstenzija klasičnih metoda iz potrebe za grubljim metodama neosetljivim na nevelika odstupanja od pretpostavki modela. Ove metode u literaturi su prisutne od 1950-tih godina i od tada su predmet intenzivnog istraživanja. Početne fundamente teorije robusnog ocenjivanja postavio je Huber 1964. godine uvođenjem klase robusnih M-ocena [59]. Robusne M-ocene predstavljaju generalizaciju metode maksimalne verodostojnosti (engl. *Maximum likelihood estimation – MLE*). Na bazi robusnih M-ocena razvijene su brojne metode koje predstavljaju veoma pogodan statistički alat za redukciju ili otklanjanje grubih grešaka u rezultatima merenja. Dobro je poznato da je metoda najmanjih kvadrata veoma osetljiva na odstupanja od pretpostavki modela [39] i da širi efekte grubih grešaka na popravke (rezidualne) svih opažanja [53], [54]. Za

razliku od metode najmanjih kvadrata, robusne metode su daleko manje osjetljive na odstupanja od pretpostavki modela, štaviše one se u izvesnoj meri odupiru uticaju grubih grešaka [60].

Robusne metode identifikacije grubih grešaka zasnivaju se na robusnom izravnanju geodetske mreže, gde se za potrebe rešavanja funkcionalnog modela (2.6) formuliše optimizacioni uslov robusne ocene

$$\rho(\mathbf{v}) = \min \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \rho(v_i) = \min, \quad (2.47)$$

pri čemu je $\rho(\cdot)$ bilo koja funkcija cilja iz klase robusnih M-ocena. Opšte je poznato da se minimum višestruko diferencijabilne i konveksne funkcije cilja može odrediti izjednačavanjem gradijenta funkcije sa nulom [61]. Shodno tome, optimizacioni problem koji formiraju funkcionalni model (2.6) i funkcija cilja (2.47) može se rešiti na sledeći način:

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \sum_{i=1}^n \rho(v_i) = \mathbf{0}, \quad (2.48)$$

odnosno

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \rho(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial \Delta x_j} = \sum_{i=1}^n \psi(v_i) a_{ij} = 0, \quad j \in \{1, 2, \dots, u\}, \quad (2.49)$$

gde je $\psi(v_i) = \partial \rho(v_i) / \partial v_i$ uticajna funkcija (engl. *Influence function*) u teoriji M-ocena [39], dok su $a_{ij} = \partial v_i / \partial \Delta x_j$ koeficijenti matrice dizajna \mathbf{A} . Izraz (2.49) može se predstaviti u matričnom obliku

$$\mathbf{A}^T \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}) = \mathbf{0}. \quad (2.50)$$

Uticajna funkcija može se napisati kao $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}) = \mathbf{W}\mathbf{v}$, jer je $\mathbf{W} = \mathbf{w}(\mathbf{v}) = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v})/\mathbf{v}$ [38], [62], [63]. Konačno, na osnovu izraza (2.50) dobija se

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W}\mathbf{v} = \mathbf{A}^T \mathbf{W}(\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{f}) = \mathbf{0}, \quad (2.51)$$

a onda

$$\hat{\mathbf{x}} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{W}\mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W}\mathbf{f}. \quad (2.52)$$

Jednačina (2.52) ne može se direktno rešiti jer popravke u $w(\mathbf{v})$ nisu poznate. Međutim, do rešenja se može doći primenom iterativne metode najmanjih kvadrata (IRLS):

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}^{(k)} &= -(\mathbf{A}^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{f} \\ \mathbf{W}^{(k)} &= \mathbf{P}_l \mathbf{W}^{(k-1)} \\ \mathbf{v}^{(k)} &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}^{(k)} + \mathbf{f} \end{aligned} \right\}_{k=1,2,\dots} \quad (2.53)$$

gde je \mathbf{P}_l matrica težina merenih veličina, $\mathbf{W}^{(k-1)} = \text{diag}(\dots, w_i^{(k-1)}, \dots)$ matrica robusnih težina i k broj iteracije. U prvom iterativnom koraku ($k = 1$) matrica robusnih težina \mathbf{W} uzima se kao jedinična matrica ($\mathbf{W} = \mathbf{I}$). U narednim iteracijama robusne težine $w_i^{(k-1)}$ formiraju se pomoću odgovarajuće funkcije težina. Odabir funkcije težina direktno je uslovljen odabirom funkcije cilja $\rho(\mathbf{v})$. U literaturi su dostupne brojne funkcije cilja, a jedna od najpoznatijih i najčešće korišćenih funkcija jeste L_1 norma [64]. Pomenuta funkcija cilja i odgovarajuća funkcija težina imaju sledeći oblik:

$$\sum_{i=1}^n \rho(v_i) = \sum_{i=1}^n |v_i| = \min, \quad (2.54)$$

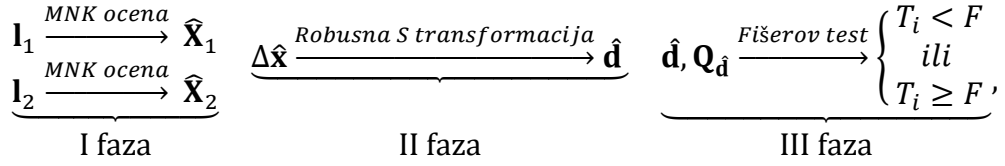
$$w_i(v_i) = \frac{1}{|v_i|},$$

gde je v_i popravka i -tog opažanja. Iterativni proces (2.53) izvršava se sve dok razlike između vektora popravaka iz tekuće i prethodne iteracije $|\mathbf{v}^{(k)} - \mathbf{v}^{(k-1)}|$ ne budu manje od usvojene vrednosti tolerancije γ . Princip otkrivanja grubih grešaka zasniva se na poređenju ocenjenih popravaka opažanja iz robusnog izravnjanja sa kritičnom vrednošću. Kada je ocenjena vrednost popravke opažanja iz poslednje iteracije veća od kritične vrednosti $3\sigma_0$, smatra se da je opažanje opterećeno grubom greškom, u suprotnom opažanje nije opterećeno grubom greškom [53]. Kada je *a priori* standardna devijacija σ_0 nepoznata, za kritičnu vrednost usvaja se $3\hat{\sigma}_0$, gde je $\hat{\sigma}_0$ *a posteriori* standardna devijacija iz prve iteracije.

3 ROBUSNA DEFORMACIONA ANALIZA

3.1 ROBUSNA OCENA DEFORMACIJA IZ RAZLIKE KOORDINATA

Robusne metode deformacione analize bazirane na matematičkom modelu robusne ocene deformacija iz razlike izravnatih koordinata često se kategorišu kao klasične robusne metode. Postupak deformacione analize kod ovih metoda odvija se kroz tri faze i šematski se može predstaviti na sledeći način:



gde su \mathbf{l}_1 i \mathbf{l}_2 vektori merenih veličina iz nulte i kontrolne epohe merenja, $\widehat{\mathbf{X}}_1$ i $\widehat{\mathbf{X}}_2$ vektori izravnatih koordinata iz nulte i kontrolne epohe merenja, $\Delta \widehat{\mathbf{x}} = \widehat{\mathbf{X}}_2 - \widehat{\mathbf{X}}_1$ sirovi vektor pomeranja, $\widehat{\mathbf{d}}^T = [\widehat{\mathbf{d}}_{PRP}^T \quad \widehat{\mathbf{d}}_0^T]$ ocenjeni vektor pomeranja svih tačaka mreže, $\widehat{\mathbf{d}}_{PRP}$ ocenjeni vektor pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže, $\widehat{\mathbf{d}}_0$ ocenjeni vektor pomeranja tačaka na objektu, $\mathbf{Q}_{\widehat{\mathbf{d}}}$ kofaktorska matrica pomeranja, T_i test statistika i -te tačke i F kvantil Fišer-ovog rasporeda.

U prvoj fazi vrši se nezavisno izravnjanje opažanja iz dve epohe merenja primenom metode najmanjih kvadrata (MNK), kao i postupak detekcije grubih grešaka primenom konvencionalnih ili robusnih metoda identifikacije grubih grešaka. Druga faza podrazumeva robusnu S transformaciju vektora pomeranja, dok se u trećoj fazi vrši ispitivanje stabilnosti tačaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti.

3.1.1 DEFORMACIONI MODEL

Sirovi vektor pomeranja tačaka mreže određuje se na osnovu vektora izravnatih koordinata iz nulte epohe $\widehat{\mathbf{X}}_1$ i vektora izravnatih koordinata iz kontrolne epohe $\widehat{\mathbf{X}}_2$, kao

$$\Delta \widehat{\mathbf{x}} = \widehat{\mathbf{X}}_2 - \widehat{\mathbf{X}}_1. \quad (3.1)$$

Treba imati na umu da sirovi vektor pomeranja (3.1) može biti zavisan od datuma geodetske mreže. Ova zavisnost može nastati kao posledica korišćenja različitih datumskih ograničenja u dve epohe merenja, različitih vrednosti defekta datuma u pojedinim epohama merenja ili prisustva nestabilnih tačaka u skupu datumskih tačaka mreže u bar jednoj epohi merenja. Shodno tome, datum geodetske mreže u kontrolnoj epohi može se translirati, rotirati i reskalirati u odnosu na datum u nultoj epohi [3], [21], [22], [48]. U cilju redukcije vektora izravnatih koordinata $\hat{\mathbf{X}}_1$ i $\hat{\mathbf{X}}_2$ u zajednički datum, vektor $\hat{\mathbf{X}}_2$ transformiše se u datum vektora $\hat{\mathbf{X}}_1$. Ovaj zadatak podrazumeva uklapanje vektora $\hat{\mathbf{X}}_2$ u vektor $\hat{\mathbf{X}}_1$ svođenjem na težište mreže. Transformisani vektor $\hat{\mathbf{X}}'_2$ ima sledeći oblik:

$$\hat{\mathbf{X}}'_2 = \hat{\mathbf{X}}_2 - \mathbf{H}\mathbf{t}, \quad (3.2)$$

gde je $\mathbf{t} \in \mathfrak{R}^{g \times 1}$ vektor datumskih parametara, \mathbf{H} matrica dizajna S transformacije i g broj datumskih parametara. Matrica dizajna S transformacije \mathbf{H} formira se prema izrazu (2.32).

Na osnovu transformisanog vektora (3.2) formira se funkcionalni model:

$$\mathbf{d} = \hat{\mathbf{X}}'_2 - \hat{\mathbf{X}}_1 \Rightarrow \mathbf{d} = \Delta\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{t}. \quad (3.3)$$

Činjenica je da sistem jednačina (3.3) ima beskonačno mnogo rešenja jer postoji nerešen problem defekta datuma vektora pomeranja. Datum vektora pomeranja definišu potencijalno referentne tačke mreže, odnosno tačke stabilizovane van zone očekivanih deformacija. Međutim, uvek postoji rizik da se u grupi potencijalno referentnih tačaka pojave nestabilne tačke. Prema tome, može se pretpostaviti da se ocenjeni vektor pomeranja potencijalno referentnih tačaka uglavnom sastoji od pomeranja koja slede normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću nula i prihvaćenom standardnom devijacijom, ali i ponekih odskočućih pomeranja [22]. Drugim rečima, ocenjeni vektor pomeranja potencijalno referentnih tačaka sledi kontaminiranu normalnu raspodelu. U skladu sa ovom pretpostavkom, formulisan je stohastički model ocenjenog vektora pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže [22], [65]:

$$\hat{\mathbf{d}}_{PRP} \sim (1 - \tau) \cdot N(\mathbf{0}, \text{diag}(\sigma_{d_i}^2)) + \tau \cdot N(\mathbf{0}, \text{diag}(q\sigma_{d_i}^2)), \quad (3.4)$$

gde je τ mali broj ($0 < \tau < 0.5$), σ_{d_i} prihvaćena standardna devijacija odgovarajuće komponente vektora $\hat{\mathbf{d}}_{PRP}$ i -te tačke, $q\sigma_{d_i}$ neprihvaćena standardna devijacija odgovarajuće komponente vektora $\hat{\mathbf{d}}_{PRP}$ i -te tačke i $q > 1$. Stabilne potencijalno referentne tačke imaju verovatnoću $(1 - \tau)$, dok nestabilne potencijalno referentne tačke imaju verovatnoću τ . Konačno, funkcionalni model (3.3) i stohastički model (3.4) zajedno formiraju deformacioni model.

3.1.2 ROBUSTA OCENA VEKTORA POMERANJA

U cilju rešavanja prethodno definisanog funkcionalnog modela formulisan je optimizacioni uslov robusne ocene

$$\rho(\mathbf{d}) = \min \Leftrightarrow \sum_{i=1}^u \rho(d_i) = \min, \quad (3.5)$$

gde je $\rho(\cdot)$ bilo koja funkcija cilja iz klase robusnih M-ocena, a u broj elemenata vektora pomeranja \mathbf{d} . Kao što je prethodno već pomenuto, minimum višestruko diferencijabilne i konveksne funkcije može se odrediti izjednačavanjem gradijenta funkcije sa nulom. Prema tome, optimizacioni problem koji formiraju funkcionalni model (3.3) i funkcija cilja (3.5) može se rešiti na sledeći način:

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \mathbf{t}} \sum_{i=1}^u \rho(d_i) = \mathbf{0}, \quad (3.6)$$

odnosno

$$\sum_{i=1}^u \frac{\partial \rho(d_i)}{\partial d_i} \frac{\partial d_i}{\partial t_j} = \sum_{i=1}^u \psi(d_i) h_{ij} = 0, \quad j \in \{1, 2, \dots, g\}, \quad (3.7)$$

gde je $\psi(d_i) = \partial \rho(d_i) / \partial d_i$ uticajna funkcija (engl. *Influence function*) u teoriji M-ocena [39], a $h_{ij} = \partial d_i / \partial t_j$ koeficijenti matrice dizajna \mathbf{S} transformacije. Prethodni izraz može se predstaviti u matričnom obliku na sledeći način:

$$\mathbf{H}^T \psi(\mathbf{d}) = \mathbf{0}. \quad (3.8)$$

Uvođenjem dijagonalne matrice težina $\mathbf{W} = \text{diag}(\dots, w_i, \dots)$, uticajna funkcija može se napisati u sledećem obliku

$$\psi(\mathbf{d}) = \mathbf{W}\mathbf{d}, \quad (3.9)$$

jer važi sledeća jednakost $\mathbf{W} = w(\mathbf{d}) = \psi(\mathbf{d})/\mathbf{d}$ [38], [62], [63]. Uvrštavanjem izraza (3.9) u izraz (3.8) dobija se

$$\mathbf{H}^T \mathbf{W} \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \hat{\mathbf{t}} - \mathbf{H}^T \mathbf{W} \Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}, \quad (3.10)$$

a onda

$$\hat{\mathbf{t}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \Delta \hat{\mathbf{x}}. \quad (3.11)$$

Kako u definiciji datuma geodetske mreže učestvuju samo potencijalno referentne tačke mreže, elementi matrice težina \mathbf{W} koji se odnose na tačke objekta moraju imati vrednost nula. Stoga, matrica težina \mathbf{W} ima sledeći oblik:

$$\mathbf{W} = \text{diag}(\dots, w_{PRP,i}, \dots, 0, \dots), \quad (3.12)$$

pri čemu je $w_{PRP,i} = w(\hat{d}_{PRP,i})$ bilo koja funkcija težina iz klase robusnih M-ocena. Konačno, zamenom izraza (3.11) u funkcionalni model (3.3) dobija se izraz za ocenu vektora pomeranja

$$\hat{\mathbf{d}} = \Delta \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{t}} = (\mathbf{I} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}) \Delta \hat{\mathbf{x}}. \quad (3.13)$$

Očigledno je da se jednačina (3.13) ne može direktno rešiti, jer pomeranja u $w(\hat{d}_{PRP,i})$ nisu poznata. Shodno tome, za potrebe rešavanja ove jednačine primenjuje se IRLS metoda:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}^{(k)} &= \mathbf{S}^{(k)} \Delta \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}^{(k)} &= \mathbf{S}^{(k)} (\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1} + \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2}) (\mathbf{S}^{(k)})^T \\ \mathbf{W}^{(k+1)} &= \text{diag}(\dots, w_{PRP,i}^{(k+1)}, \dots, 0, \dots) \end{aligned} \right\}_{k=1,2,\dots} \quad (3.14)$$

gde je $\mathbf{S}^{(k)} = \mathbf{I} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}^{(k)}$ matrica S transformacije, $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1}$ i $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2}$ kofaktorske matrice nepoznatih parametara iz nulte i kontrolne epohe merenja, a k broj iteracije. U prvoj iteraciji ($k = 1$) matrica težina uzima se kao jedinična $\mathbf{W} = \mathbf{I}$. Važno je napomenuti da u procesu optimizacije (3.14) učestvuju samo datumske tačke, odnosno potencijalno referentne tačke mreže. Stoga, u narednim iteracijama težine potencijalno referentnih tačaka $w_{PRP,i}^{(k+1)}$ formiraju se na osnovu odgovarajuće

funkcije težine, dok su težine tačkaka na objektu jednake nuli. Iterativni postupak (3.14) izvršava se sve dok razlike između uzastopno transformisanih vektora pomeranja $|\hat{\mathbf{d}}^{(k+1)} - \hat{\mathbf{d}}^{(k)}|$ ne budu manje od usvojene vrednosti tolerancije γ .

Odnos između vektora $\hat{\mathbf{d}}$ i vektora $\Delta\hat{\mathbf{x}}$ nije linearan prema jednačini (3.14), pa zakon prenosa varijansi u ovom slučaju ne važi. Iz tog razlog, nije moguće odrediti kofaktorsku matricu pomeranja $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ na poznati način. Međutim, u praksi se veoma često koristi aproksimacija kofaktorske matrice $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$, koja se određuje prema izrazu (3.14). Stoga, vektor pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$ i odgovarajuća kofaktorska matrica $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ iz poslednje iteracije koriste se prilikom ispitivanja stabilnosti tačkaka mreže.

3.1.3 ANALIZA STABILNOSTI TAČAKA MREŽE

Da bi se napravila jasna razlika između ocenjenih vektora pomeranja koji su rezultat grešaka merenja i ocenjenih vektora pomeranja koji su rezultat stvarnih pomeranja tačkaka mreže, neophodno je izvršiti analizu stabilnosti tačkaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti. U cilju primene Fišer-ovog testa postavljaju se sledeće hipoteze:

$$H_0: E(\hat{\mathbf{d}}_i) = 0 \text{ protiv } H_a: E(\hat{\mathbf{d}}_i) \neq 0, \quad (3.15)$$

gde je $\hat{\mathbf{d}}_i$ ocenjeni vektor pomeranja i -te tačke. Postupak ispitivanja stabilnosti tačkaka mreže sprovodi se na sledeći način:

$$T_i = \frac{\hat{\mathbf{d}}_i^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}_i}^{-1} \hat{\mathbf{d}}_i}{h_i \hat{\sigma}_0^2} \sim F_{1-\alpha_0, h_i, f}, \quad (3.16)$$

gde je $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}_i}$ kofaktorska matrica pomeranja i -te tačke, $\hat{\sigma}_0^2 = (f_1 \hat{\sigma}_{0_1}^2 + f_2 \hat{\sigma}_{0_2}^2)/f$ objedinjeni *a posteriori* disperzioni faktor, $f = f_1 + f_2$ objedinjeni broj stepeni slobode iz dve epohe merenja, $h_i = r(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}_i})$, $\alpha_0 = 1 - (1 - \alpha)^{1/m} \cong \alpha/m$ lokalni nivo značajnosti, α globalni nivo značajnosti i m broj tačkaka mreže [2], [9], [52]. Ako je $T_i < F_{1-\alpha_0, h_i, f}$, nulta hipoteza H_0 se ne odbacuje, tj. tačka se proglašava stabilnom. Ukoliko je $T_i \geq F_{1-\alpha_0, h_i, f}$, nulta hipoteza H_0 se odbacuje, tj. tačka se proglašava nestabilnom.

3.1.4 PREGLED NAJPOZNATIJIH KLASIČNIH ROBUSNIH METODA

Budući da je u prethodnih nekoliko potpoglavlja detaljno objašnjen uopšteni postupak deformacione analize kod klasičnih robusnih metoda, u okviru ovog potpoglavlja predstavljena je IWSST metoda, koja se smatra prototipom klasičnih robusnih metoda, i nekoliko njenih najpoznatijih modifikacija.

IWSST metoda ispunjava uslov minimalne sume apsolutnih vrednosti komponenti vektora pomeranja [3], [9], [21], [48], [66]. U tom smislu, optimizacioni uslov robusne ocene vektora pomeranja formulisan je funkcijom cilja

$$\sum_{i=1}^u |\Delta \hat{x}_i - \mathbf{h}_i \mathbf{t}| = \min \Leftrightarrow \sum_{i=1}^u |d_i| = \min, \quad (3.17)$$

gde je $\Delta \hat{x}_i$ i -ti element sirovog vektora pomeranja, \mathbf{h}_i i -ti red matrice dizajna \mathbf{S} transformacije \mathbf{H} , a \mathbf{t} vektor datumskih parametra. Dakle, optimizacioni problem IWSST metode formiraju funkcionalni model (3.3) i funkcija cilja (3.17):

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{d} = \Delta \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H} \mathbf{t} \\ \rho(\mathbf{d}) = \sum |d_i| = \min \end{array} \right\} \quad (3.18)$$

Optimizacioni problem (3.18) rešava se numerički, primenom IRLS metode, prema izrazu (3.14). U ovom optimizacionom postupku, težine potencijalno referentnih tačaka mreže određuju se na sledeći način:

$$w_{PRP,i}^{(k+1)} = 1 / |\hat{d}_i^{(k)}| \quad (3.19)$$

Budući da veoma male vrednosti $\hat{d}_i^{(k)}$ mogu prouzrokovati numeričku nestabilnost prilikom određivanja težina $w_{PRP,i}^{(k+1)}$ tokom optimizacionog procesa (3.14), izraz (3.19) zamenjuje se izrazom

$$w_{PRP,i}^{(k+1)} = 1 / (|\hat{d}_i^{(k)}| + c) \quad (3.20)$$

gde je c mala konstanta koja sprečava pojavljivanje nule u imeniocu. Kao što je prethodno već objašnjeno, iterativni postupak (3.14) izvršava se sve dok razlike između uzastopno transformisanih vektora pomeranja ne budu manje od usvojene

vrednosti tolerancije γ , nakon čega se vrši ispitivanje stabilnosti tačaka mreže pomoću izraza (3.15) i (3.16).

U naučnoj literaturi dostupne su brojne modifikacije IWST metode bazirane na uvođenju drugačijih optimizacionih uslova robusne ocene vektora pomeranja. Jedna od najpoznatijih modifikacija ovog tipa bazirana je na primeni Huber-ove funkcije cilja u postupku robusne ocene vektora pomeranja. Huber-ova funkcija cilja prilagođena je primeni u ovoj oblasti u [23], gde je formulisana je na sledeći način:

$$\sum_{i=1}^u \rho(\Delta \hat{x}_i; \mathbf{h}_i \mathbf{t}) = \min \Leftrightarrow \sum_{i=1}^u \rho(d_i) = \min, \quad (3.21)$$

$$\rho(d_i) = \begin{cases} \frac{d_i^2}{2} & \text{za } |d_i| \leq q\hat{\sigma}_{d_i} \\ q\hat{\sigma}_{d_i}|d_i| - \frac{(q\hat{\sigma}_{d_i})^2}{2} & \text{za } |d_i| > q\hat{\sigma}_{d_i} \end{cases},$$

gde je q odgovarajući faktor za koji se obično usvaja vrednost 2, a $\hat{\sigma}_{d_i}$ ocenjena vrednost standardne devijacije i -te komponente vektora pomeranja. Za razliku od funkcije cilja (3.17) koja se primenjuje kod IWST metode, u ovoj funkciji cilja pomeranja d_i podeljena su u dve grupe, i to: pomeranja koja su po apsolutnoj vrednosti manja ili jednaka od granične vrednosti $q\hat{\sigma}_{d_i}$ i pomeranja koja su po apsolutnoj vrednosti veća od granične vrednosti $q\hat{\sigma}_{d_i}$. Odgovarajuća funkcija težina sledećeg je oblika:

$$w_{PRP,i}^{(k+1)} = \begin{cases} 1 & \text{za } |\hat{d}_i^{(k)}| \leq q\hat{\sigma}_{d_i} \\ \frac{q\hat{\sigma}_{d_i}}{|\hat{d}_i^{(k)}|} & \text{za } |\hat{d}_i^{(k)}| > q\hat{\sigma}_{d_i} \end{cases}. \quad (3.22)$$

Funkcionalni model (3.3) i funkcija cilja (3.21) formiraju optimizacioni problem ove metode. Za potrebe rešavanja ovog optimizacionog problema primenjuje se IRLS metoda, odnosno iterativna šema (3.14). U ovom postupku, težine potencijalno referentnih tačaka mreže formiraju se pomoću Huber-ove funkcije težina (3.22). Nakon toga, sprovodi se postupak ispitivanja stabilnosti tačaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti.

U teoriji robusnih M-ocena široko je zastupljena Danska funkcija cilja, koja se pokazala veoma efikasnom u velikom broju različitih primena. U geodeziji, prvobitno je korišćena za potrebe detekcije grubih grešaka u opažanjima, nakon čega je prilagođena za primenu u oblasti robusne deformacione analize u radu [23]. Danska funkcija cilja sledećeg je oblika:

$$\sum_{i=1}^u \rho(\Delta \hat{x}_i; \mathbf{h}_i \mathbf{t}) = \min \Leftrightarrow \sum_{i=1}^u \rho(d_i) = \min, \quad (3.23)$$

$$\rho(d_i) = \begin{cases} \frac{d_i^2}{2} & \text{za } |d_i| \leq q\hat{\sigma}_{d_i} \\ -\left((q\hat{\sigma}_{d_i})^2 + q\hat{\sigma}_{d_i}|d_i|\right) e\left(-\frac{|d_i|}{q\hat{\sigma}_{d_i}}\right) & \text{za } |d_i| > q\hat{\sigma}_{d_i} \end{cases},$$

gde je $\hat{\sigma}_{d_i}$ ocena standardne devijacije i -te komponente vektora pomeranja, a q odgovarajući faktor za koji se obično usvaja vrednost 2. Očigledno je da su pomeranja d_i u ovoj funkciji cilja podeljena u dve grupe, na isti način kao kod Huber-ove funkcije cilja. Danska funkcija težina formulisana je kao

$$w_{PRP,i}^{(k+1)} = \begin{cases} 1 & \text{za } |\hat{d}_i^{(k)}| \leq q\hat{\sigma}_{d_i} \\ e\left(-\frac{|\hat{d}_i^{(k)}|}{q\hat{\sigma}_{d_i}}\right) & \text{za } |\hat{d}_i^{(k)}| > q\hat{\sigma}_{d_i} \end{cases}. \quad (3.24)$$

Optimizacioni problem ove metode formiraju funkcionalni model (3.3) i funkcija cilja (3.23). Ovaj optimizacioni problem rešava se numerički pomoću iterativne šeme (3.14), nakon čega se sprovodi postupak ispitivanja stabilnosti tačaka mreže.

Očigledno je da komponente vektora pomeranja \hat{d}_i predstavljaju promenljive veličine u svim prethodno prikazanim funkcijama cilja. Budući da su komponente vektora pomeranja \hat{d}_i zavisne od orijentacije koordinatnog sistema mreže, koji je određen približnim koordinatama, jasno je da promenljive funkcije cilja u ovom obliku ne predstavljaju najbolje rešenje. Stoga, neki autori [2], [23], [67] predlažu da se kao promenljive funkcija cilja koriste magnitude vektora pomeranja

$$\hat{s}_i = \sqrt{(\hat{d}_{x_i}^2 + \hat{d}_{y_i}^2 + \hat{d}_{z_i}^2)}, \quad (3.25)$$

jer su one nezavisne od orijentacije koordinatnog sistema.

Budući da u nekim funkcijama cilja pored komponenti vektora pomeranja \hat{d}_i figurišu i ocenjene vrednosti standardnih devijacija $\hat{\sigma}_{d_i}$, evidentno je da je pored magnituda \hat{s}_i neophodno poznavati i njihove standardne devijacije $\hat{\sigma}_{s_i}$. Varijanse magnituda trodimenzionalnih vektora pomeranja mogu se odrediti na sledeći način [68]:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\hat{s}_i}^2 = & \left(\frac{\hat{d}_{x_i}}{\hat{s}_i} \right)^2 \hat{\sigma}_{\hat{d}_{x_i}}^2 + 2 \frac{\hat{d}_{x_i} \hat{d}_{y_i}}{\hat{s}_i^2} \hat{\sigma}_{\hat{d}_{x_i} \hat{d}_{y_i}} + 2 \frac{\hat{d}_{x_i} \hat{d}_{z_i}}{\hat{s}_i^2} \hat{\sigma}_{\hat{d}_{x_i} \hat{d}_{z_i}} + \left(\frac{\hat{d}_{y_i}}{\hat{s}_i} \right)^2 \hat{\sigma}_{\hat{d}_{y_i}}^2 \\ & + 2 \frac{\hat{d}_{y_i} \hat{d}_{z_i}}{\hat{s}_i^2} \hat{\sigma}_{\hat{d}_{y_i} \hat{d}_{z_i}} + \left(\frac{\hat{d}_{z_i}}{\hat{s}_i} \right)^2 \hat{\sigma}_{\hat{d}_{z_i}}^2. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Sve prethodno prikazane funkcije cilja mogu se na jednostavan način modifikovati u skladu sa ovim konceptom.

Na bazi ovog koncepta, Kaspari i Boruta su 1987. godine predložili robusnu metodu pod nazivom *Least absolute sum (LAS)*, koja ispunjava uslov minimalne sume magnituda vektora pomeranja pojedinačnih tačaka mreže [9], [21], [23], [67]. Shodno tome, optimizacioni uslov robusne ocene vektora pomeranja formulisan je sledećom funkcijom cilja

$$\sum_{i=1}^m \sqrt{(\Delta \hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{t})^T (\Delta \hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{t})} = \min \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m s_i = \min, \quad (3.27)$$

gde je $\Delta \hat{\mathbf{x}}_i$ sirovi vektor pomeranja i -te tačke, a \mathbf{H}_i matrica dizajna S transformacije i -te tačke. Optimizacioni problem LAS metode formiraju funkcionalni model (3.3) i funkcija cilja (3.27):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{d} &= \Delta \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H} \mathbf{t} \\ \rho(\mathbf{d}) &= \sum s_i = \min \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

Ovaj optimizacioni problem rešava se numerički pomoću iterativne šeme (3.14). Tokom iterativnog postupka (3.14) težine potencijalno referentnih tačaka mreže formiraju se pomoću sledeće funkcije težina:

$$w_{PRP,i}^{(k+1)} = 1 / \sqrt{(\hat{d}_{x_i}^{(k)})^2 + (\hat{d}_{y_i}^{(k)})^2 + (\hat{d}_{z_i}^{(k)})^2}. \quad (3.29)$$

Veoma male vrednosti pmeranja $\hat{d}_{x_i}^{(k)}$, $\hat{d}_{y_i}^{(k)}$ i $\hat{d}_{z_i}^{(k)}$ mogu prouzrokovati numeričku nestabilnost prilikom određivanja težina (3.29) tokom iterativnog postupka (3.14). Iz tog razloga, izraz (3.29) modifikuje se uvođenjem konstante c , na sledeći način

$$w_{PRP,i}^{(k+1)} = 1 / \left(\sqrt{(\hat{d}_{x_i}^{(k)})^2 + (\hat{d}_{y_i}^{(k)})^2 + (\hat{d}_{z_i}^{(k)})^2 + c} \right) \quad (3.30)$$

Naredna faza u postupku deformacione analize ove metode odnosi se na ispitivanje stabilnosti tačaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti.

3.2 ROBUSNA OCENA DEFORMACIJA IZ RAZLIKE OPAŽANJA

Poljski naučnici Novel i Kaminski, na bazi IWST metode, razvili su novu robusnu metodu poznatu pod nazivom uopštena robusna ocena deformacija iz razlike opažanja, skraćeno GREDOD metoda, koja predstavlja alternativu klasičnim robusnim metodama. GREDOD metoda bazirana je na matematičkom modelu robusne ocene deformacija iz razlike neizravnatih opažanja. Postupak deformacione analize kod ove metode odvija se kroz dve faze i šematski se može predstaviti na sledeći način:

$$\underbrace{\mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_1 \xrightarrow{\text{Robusna } M\text{-ocena}} \hat{\mathbf{d}}}_{\text{I faza}} \quad \underbrace{\hat{\mathbf{d}}, \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}} \xrightarrow{\text{Fišerov test}} \begin{cases} T_i < F \\ \text{ili} \\ T_i \geq F \end{cases}}_{\text{II faza}}$$

gde su \mathbf{l}_1 i \mathbf{l}_2 vektori merenih veličina iz dve epohe merenja, $\mathbf{d}^T = [\mathbf{d}_{PRP}^T \quad \mathbf{d}_O^T]$ ocenjeni vektor pmeranja tačaka mreže, $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ kofaktorska matrica pmeranja, T_i test statistika i -te tačke i F kvantil Fišer-ovog rasporeda.

U prvoj fazi sprovodi se postupak robusne ocene vektora pmeranja iz razlike neizravnatih opažanja, dok se u drugoj fazi vrši analiza stabilnosti tačaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti. GREDOD metoda u potpunosti eliminiše uticaj sistematskih grešaka, kojima su opterećeni rezultati merenja iz pojedinih epoha, na rezultate deformacione analize.

3.2.1 DEFORMACIONI MODEL

Ukoliko su isti geometrijski elementi geodetske mreže opažani u dve epohe merenja, matrice dizajna iz dve epohe merenja su identične $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}$. U tom slučaju, može se formulirati vrlo prirodan deformacioni model u kojem će vektor razlike opažanja iz dve epohe biti vektor opažanja, a vektor pomeranja vektor nepoznatih parametara [21], [69]. Kada se funkcionalni modeli (2.6) koji se odnose na opažanja iz dve epohe merenja oduzmu jedan od drugog dobija se

$$\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = (\mathbf{A}\mathbf{x}_2 + \mathbf{l}^0 - \mathbf{l}_2) - (\mathbf{A}\mathbf{x}_1 + \mathbf{l}^0 - \mathbf{l}_1), \quad (3.31)$$

odnosno

$$\mathbf{v}_\Delta = \mathbf{A}\mathbf{d} - \Delta\mathbf{l}, \quad (3.32)$$

gde je $\mathbf{v}_\Delta = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ vektor popravaka razlike opažanja, $\Delta\mathbf{l} = \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_1$ vektor razlike opažanja i $\mathbf{d} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ vektor pomeranja. Očigledno je da je ovaj model mnogo jednostavniji od prethodno prikazanog funkcionalnog modela (3.3). Kod ovog modela nije potrebno vršiti izravnanje opažanja iz dve epohe merenja, pa samim tim problem transformacije izravnatih koordinata iz dve epohe merenja u zajednički datum više ne postoji. Za potrebe rešavanja funkcionalnog modela (3.32) formulisan je stohastički model [22]:

$$\Delta\mathbf{l} \sim N(\mathbf{0}, \text{diag}(\sigma_{\Delta_i}^2)), \quad (3.33)$$

gde je σ_{Δ_i} standardna devijacija razlike i -tog opažanja. Funkcionalni model (3.32) i stohastički model (3.33) zajedno čine Gaus-Markovljev model.

Budući da problem defekta datuma nije prisutan kod neslobodnih geodetskih mreža, vektor pomeranja \mathbf{d} može se odrediti na trivijalan način, primenom metode najmanjih kvadrata. Sa druge strane, kod slobodnih geodetskih mreža problem defekta datuma jeste prisutan, pa funkcionalni model (3.32) ima beskonačno mnogo rešenja. Takođe, treba napomenuti da je ovaj problem prisutan i kod funkcionalnog modela (3.3) klasičnih robusnih metoda. Kod ovih metoda, u cilju prevazilaženja ovog problema formulisan je stohastički model (3.4) ocenjenog vektora pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže, koji je baziran na pretpostavci da je većina

potencijalno referentnih tačaka mreže zaista stabilna, a da su samo neke potencijalno referentne tačke mreže nestabilne. Evidentno je da se problem defekta datuma kod GREDOD metode može rešiti na isti način [22]. Naime, stohastički model (3.4) integriše se u Gaus-Markovljev model definisan izrazima (3.32) i (3.33). Konačno, funkcionalni model (3.32), stohastički model vektora razlike opažanja (3.33) i stohastički model vektora pomeranja (3.4) formiraju deformacioni model.

3.2.2 ROBUSNA OCENA VEKTORA POMERANJA

Optimizacioni uslov robusne ocene za vektor popravaka razlike opažanja \mathbf{v}_Δ proizilazi iz stohastičkog modela (3.33) i ima sledeći oblik:

$$\rho(\mathbf{v}_\Delta) = \mathbf{v}_\Delta^T \mathbf{P}_\Delta \mathbf{v}_\Delta = \min, \quad (3.34)$$

gde je $\mathbf{P}_\Delta = (\mathbf{P}_{l_1}^{-1} + \mathbf{P}_{l_2}^{-1})^{-1}$ matrica težina razlike opažanja [21], [22]. Sa druge strane, optimizacioni uslov robusne ocene za vektor pomeranja \mathbf{d} proizilazi iz stohastičkog modela (3.4) i formulisan je izrazom (3.5). Dakle, optimizacioni problem GREDOD metode formiraju funkcionalni model (3.32) i funkcije cilja (3.5) i (3.34):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_\Delta &= \mathbf{A}\mathbf{d} - \Delta\mathbf{l} \\ \rho(\mathbf{d}) &= \min \\ \rho(\mathbf{v}_\Delta) &= \mathbf{v}_\Delta^T \mathbf{P}_\Delta \mathbf{v}_\Delta = \min \end{aligned} \right\}. \quad (3.35)$$

Na bazi optimizacionog uslova iz izraza (3.34) i funkcionalnog modela (3.32), dobija se sistem normalnih jednačina:

$$\mathbf{N}_\Delta \mathbf{d} - \mathbf{n}_\Delta = \mathbf{0}, \quad (3.36)$$

gde je $\mathbf{N}_\Delta = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_\Delta \mathbf{A}$ i $\mathbf{n}_\Delta = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_\Delta \Delta \mathbf{l}$ [21], [22], [69]. Ovaj sistem normalnih jednačina predstavlja skup ograničenja za vektor pomeranja \mathbf{d} . Dakle, prilikom rešavanja optimizacionog problema GREDOD metode potrebno je odrediti minimum funkcije cilja (3.5) uz uvažavanje ograničenja iz izraza (3.36). Ovaj optimizacioni problem može se rešiti primenom metode Lagranžovih multiplikatora kod koje se originalna funkcija cilja (3.5), sa ograničenjima iz izraza (3.36), zamenjuje odgovarajućom funkcijom cilja bez ograničenja:

$$L(\mathbf{d}) = \rho(\mathbf{d}) - \mathbf{k}^T(\mathbf{N}_\Delta \mathbf{d} - \mathbf{n}_\Delta) = \min, \quad (3.37)$$

gde je $\mathbf{k} \in \Re^{u \times 1}$ vektor Lagranžovih multiplikatora. Potrebni i dovoljni uslovi za postojanje minimuma Lagranžove funkcije (3.37) su:

$$\left[\frac{\partial L(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \right]^T = \mathbf{0}, \quad (3.38)$$

$$\mathbf{k}^T(\mathbf{N}_\Delta \mathbf{d} - \mathbf{n}_\Delta) = \mathbf{0}. \quad (3.39)$$

Na osnovu prvog uslova (3.38) može se napisati

$$\frac{\partial L(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} = \frac{\partial \rho(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{d}}(\mathbf{k}^T(\mathbf{N}_\Delta \mathbf{d} - \mathbf{n}_\Delta)) = \mathbf{0}, \quad (3.40)$$

a onda

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} = \psi(\mathbf{d}) \cdot \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{d}} = \mathbf{Wd} \cdot 1 = \mathbf{Wd}, \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{d}}(\mathbf{k}^T(\mathbf{N}_\Delta \mathbf{d} - \mathbf{n}_\Delta)) = (\mathbf{k}^T \mathbf{N}_\Delta)^T = \mathbf{N}_\Delta^T (\mathbf{k}^T)^T = \mathbf{N}_\Delta \mathbf{k}. \quad (3.42)$$

Zamenom izraza (3.41) i (3.42) u jednačinu (3.40) dobija se

$$\mathbf{W}\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{N}_\Delta \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{0} \Rightarrow \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{N}_\Delta \hat{\mathbf{k}}, \quad (3.43)$$

gde je $\mathbf{W} = \text{diag}(\dots, w_i, \dots)$ dijagonalna matrica težina. Drugi uslov formulisan izrazom (3.39) može se zameniti ograničenjima iz izraza (3.36) za $\hat{\mathbf{k}} \neq \mathbf{0}$. Zamenom izraza za vektor $\hat{\mathbf{d}}$ iz (3.43) u sistem normalnih jednačina (3.36) dobija se

$$\mathbf{M}\hat{\mathbf{k}} - \mathbf{n}_\Delta = \mathbf{0}, \quad (3.44)$$

gde je $\mathbf{M} = \mathbf{N}_\Delta \mathbf{W}^{-1} \mathbf{N}_\Delta = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_\Delta \mathbf{A}) \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_\Delta \mathbf{A})$. Ako vektor $\hat{\mathbf{k}}$ rešava sistem jednačina (3.44), tada vektor $\hat{\mathbf{d}}$ minimizira funkciju cilja (3.5) sa ograničenjima iz jednačine (3.36). Shodno tome, na osnovu izraza (3.43) i (3.44) može se napisati sledeći izraz:

$$\mathbf{W}\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{N}_\Delta \mathbf{M}^{-1} \mathbf{n}_\Delta = \mathbf{0}, \quad (3.45)$$

gde je \mathbf{M}^{-1} uopštena inverzija takva da važi $\mathbf{M}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{M} = \mathbf{M}$. Kao što je prethodno već pomenuto, kod slobodnih geodetskih mreža matrica dizajna \mathbf{A} ima nepotpun rang,

zbog čega je matrica \mathbf{M} singularna i ne postoji njena regularna inverzija \mathbf{M}^{-1} . Dakle, problem defekta datuma kod GREDOD metode još uvek je prisutan i može se implicitno rešiti pomoću uopštene inverzije matrice \mathbf{M} .

U naučnoj literaturi utemeljeni su brojni postupci za određivanje uopštene inverzije singularnih matrica [42], [49], [70]. U geodeziji se za potrebe određivanja uopštene inverzije matrica veoma često koristi metoda oivičenja. Kod ove metode matrica \mathbf{M} proširuje se matricom $\mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{u \times de}$ čime se dobija regularna matrica:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Bitno je napomenuti da su kolone matrice \mathbf{B} nezavisne od vrsta matrice dizajna \mathbf{A} , što rezultira nezavisnošću vrsta matrice \mathbf{M} od kolona matrice \mathbf{B} . Budući da se u ovom postupku rešava problem defekta datuma, matrica \mathbf{B} formira se na isti način kao kod klasičnog načina definisanja datuma. Uopštena inverzija proširene matrice (3.46) određuje se na sledeći način [49]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{Q}^{-1} & \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{Q}^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

gde je $\mathbf{Q} = \mathbf{M} + \mathbf{B}\mathbf{B}^T$. Na osnovu prethodnog izraza dobija se izraz za određivanje uopštene inverzije matrice \mathbf{M} ,

$$\mathbf{M}^- = (\mathbf{N}_\Delta \mathbf{W}^{-1} \mathbf{N}_\Delta + \mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{N}_\Delta \mathbf{W}^{-1} \mathbf{N}_\Delta (\mathbf{N}_\Delta \mathbf{W}^{-1} \mathbf{N}_\Delta + \mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1}. \quad (3.48)$$

Prethodno opisani postupak određivanja uopštene inverzije \mathbf{M}^- daje identične rezultate kao postupak koji je predložen u originalnoj verziji GREDOD metode.

Konačno, na osnovu izraza (3.45) može se napisati izraz za ocenu vektora pomeranja

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{N}_\Delta \mathbf{M}^- \mathbf{A}^T \mathbf{P}_\Delta \Delta \mathbf{l}. \quad (3.49)$$

Budući da datum geodetske mreže definišu potencijalno referente tačke mreže, elementi matrice težina \mathbf{W} koji se odnose na tačke objekta moraju imati veoma male vrednosti bliske nuli. Saglasno tome, matrica težina \mathbf{W} ima sledeći oblik:

$$\mathbf{W} = \text{diag}(\dots, w_{PRP,i}, \dots, w_{O,i}, \dots), \quad (3.50)$$

gde je $w_{PRP,i} = w(\hat{d}_{PRP,i})$ bilo koja funkcija težina iz klase robusnih M-ocena, a $w_{O,i}$ male konstantne vrednosti bliske nuli (na primer, $w_{O,i} = 0.001$).

Očigledno je da jednačinu (3.49) nije moguće direktno rešiti jer pomeranja u $w_{PRP,i}$ nisu poznata. Međutim, do rešenja se može doći primenom IRLS metode:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}^{(k)} &= \mathbf{R}^{(k)} \Delta \mathbf{l} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}^{(k)} &= \mathbf{R}^{(k)} (\mathbf{P}_{\Delta})^{-1} (\mathbf{R}^{(k)})^T \\ \mathbf{W}^{(k+1)} &= \text{diag}(\dots, w_{PRP,i}^{(k+1)}, \dots, w_{O,i}, \dots) \end{aligned} \right\}_{k=1,2,\dots} \quad (3.51)$$

gde je $\mathbf{R}^{(k)} = (\mathbf{W}^{(k)})^{-1} \mathbf{N}_{\Delta} (\mathbf{N}_{\Delta} (\mathbf{W}^{(k)})^{-1} \mathbf{N}_{\Delta} + \mathbf{B} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{N}_{\Delta} (\mathbf{W}^{(k)})^{-1} \mathbf{N}_{\Delta} (\mathbf{N}_{\Delta} (\mathbf{W}^{(k)})^{-1} \mathbf{N}_{\Delta} + \mathbf{B} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_{\Delta}$, a k broj iteracije. U prvom iterativnom koraku ($k = 1$) matrica težina je jedinična $\mathbf{W} = \mathbf{I}$. Budući da u optimizacionom procesu (3.51) učestvuju samo potencijalno referentne tačke mreže, u narednim iteracijama težine potencijalno referentnih tačaka $w_{PRP,i}^{(k+1)}$ formiraju se pomoću odgovarajuće funkcije težina. Sa druge strane, za težine tačaka na objektu $w_{O,i}$ usvaja se mala konstantna vrednost koja je bliska nuli. Iterativni postupak (3.51) ponavlja se ciklično sve dok razlike između uzastopno transformisanih vektora pomeranja $|\hat{\mathbf{d}}^{(k+1)} - \hat{\mathbf{d}}^{(k)}|$ ne budu manje od usvojene vrednosti tolerancije γ . Važno je napomenuti da veoma male vrednosti težina $w_{O,i}$ mogu prouzrokovati numeričku nestabilnost prilikom određivanja ocenjenog vektora pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$ tokom iterativnog postupka (3.51).

Budući da odnos između vektora $\hat{\mathbf{d}}$ i vektora $\Delta \mathbf{l}$ nije linearan prema jednačini (3.51), zakon prenosa varijansi ne važi. Stoga, kofaktorsku matricu pomeranja $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ nije moguće odrediti na poznati način. Međutim, u praktičnim primenama može se koristiti približna kofaktorska matrica koja se određuje prema izrazu (3.51). Dakle, vektor pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$ i odgovarajuća kofaktorska matrica $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ iz poslednje iteracije koriste se prilikom ispitivanja stabilnosti tačaka mreže.

3.2.3 ANALIZA STABILNOSTI TAČAKA MREŽE

Analiza stabilnosti tačaka mreže sprovodi se na isti način kao kod klasičnih robusnih metoda, prema izrazima (3.15) i (3.16), s tim da se kod GREDOD metode objedinjeni *a posteriori* disperzioni faktor određuje kao

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}_\Delta^T \mathbf{P}_\Delta \hat{\mathbf{v}}_\Delta}{f}, \quad (3.52)$$

gde je $f = n - u + de$ broj stepeni slobode [22].

3.3 EFIKASNOST METODA DEFORMACIONE ANALIZE

Postupak deformacione analize smatra se efikasnim ukoliko su sve nepomerene tačke mreže identifikovane kao stabilne, a sve pomerene tačke mreže identifikovane kao nestabilne [12], [71]. Opšte je poznato da analiza efikasnosti metoda deformacione analize ne može biti bazirana na samo jednom setu realnih opažanja (nulta i kontrolna epoha) u geodetskoj mreži, jer se u tom slučaju analiza odnosi na samo jedan model geodetske mreže, jedan od mnoštva mogućih scenarija pomeranja i deformacija u geodetskoj mreži i jedan set slučajnih grešaka merenja. Osim toga, nije poznato koje tačke mreže su zaista pomerene, pa samim tim nije ni moguće analizirati efikasnost metoda deformacione analize. Stoga, efikasnost ovih metoda analizira se pomoću Monte Karlo simulacija primenom srednje stope uspeha (engl. *Mean success rate – MSR*), koja se definiše kao količnik broja uspeha i broja eksperimenata [72]. MSR faktor pokazao se kao veoma dobra empirijska mera efikasnosti metoda deformacione analize.

3.3.1 SIMULACIJA POMERANJA I SLUČAJNIH GREŠAKA MERENJA

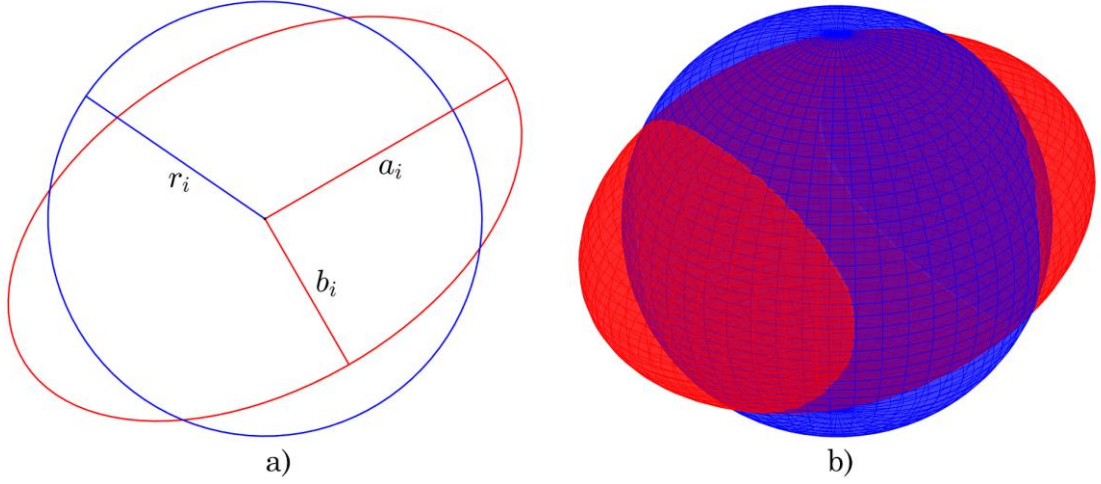
U postupku generisanja simuliranih vektora pomeranja, magnitude, azimuti i polarni uglovi simuliranih vektora biraju se nasumično. Za potrebe generisanja magnituda simuliranih vektora pomeranja neophodno je definisati donju i gornju graničnu vrednost magnituda. Budući da vektor pomeranja tačaka mreže sledi normalnu raspodelu, za potrebe generisanja magnituda jednodimenzionalnih (1D) vektora pomeranja može se koristiti interval poverenja

$$\left[-\sigma_{d_i} N_{1-\alpha/2}, \sigma_{d_i} N_{1-\alpha/2} \right], \quad (3.53)$$

koji reprezentuje područje identifikovanja stabilnih tačaka mreže. U tom smislu, donja granična vrednost magnituda 1D vektora pomeranja definiše se kao

$$r_i = \sigma_{d_i} N_{1-\alpha/2}, \quad (3.54)$$

gde je σ_{d_i} standardna devijacija pomeranja i -te tačke, a $N_{1-\alpha/2}$ kvantil standardizovane normalne raspodele.



Slika 3.1: a) Elipsa pomeranja i odgovarajući krug pomeranja, b) Elipsoid pomeranja i odgovarajuća lopta pomeranja.

Donja granična vrednost magnituda dvodimenzionalnih (2D) vektora pomeranja definiše se na osnovu elipsi pomeranja. Međutim, magnituda radijusa elipse pomeranja zavisna je od azimuta, pa njena vrednost nije konstantna [12], [71]. Iz tog razloga, u postupku generisanja magnituda 2D vektora pomeranja pogodnije je koristiti krug pomeranja čija je površina jednaka površini elipse pomeranja (Slika 3.1). Donja granična vrednost magnituda 2D vektora pomeranja definisana je radijusom kruga pomeranja

$$r_i = \sqrt{a_i b_i}, \quad (3.55)$$

gde su a_i i b_i velika i mala poluosa elipse pomeranja i -te tačke. Izrazi za računanje elemenata elipsi pomeranja dostupni su u [12], [43]. Analogno, donju graničnu vrednost magnituda trodimenzionalnih (3D) vektora pomeranja definiše sfera pomeranja čija je zapremina jednaka zapremini elipsoida pomeranja (Slika 3.1). Radijus sfere pomeranja određuje se prema izrazu:

$$r_i = \sqrt[3]{a_i b_i c_i}, \quad (3.56)$$

gde su a_i , b_i i c_i poluose elipsoida pomeranja i -te tačke. Jednačine za računanje elemenata elipsoida pomeranja dostupne su u [43], [73], [74]. Prilikom određivanja donjih graničnih vrednosti magnituda 1D, 2D i 3D vektora pomeranja, za nivo značajnosti α treba usvojiti što manju vrednost (na primer, $\alpha = 0.001$), kako bi magnituda vektora pomeranja bile gotovo u potpunosti oslobođene uticaja stohastičkog efekta. Konačno, magnituda vektora pomeranja s_i uzimaju vrednosti iz sledećeg intervala:

$$s_i \in [r_i, lr_i], \quad (3.57)$$

gde $l > 1$ definiše gornju graničnu vrednost magnituda. Pored toga, neophodno je definisati donje i gornje granične vrednosti azimuta i polarnih uglova simuliranih vektora pomeranja. Azimuti uzimaju vrednosti iz intervala $\varphi_i \in [0, 2\pi]$, dok polarni uglovi uzimaju vrednosti iz intervala $\theta_i \in [0, \pi]$. Pretpostavlja se da vrednosti iz ovih intervala i intervala (3.57) slede uniformnu raspodelu.

Tačke na kojima će biti simulirana pomeranja biraju se nasumično. Svakoj tački mreže dodeljuje se indikator pomeranja z_i , pri čemu se tačkama mreže koje će biti pomerene dodeljuje vrednost $z_i = 1$, a tačkama mreže koje neće biti pomerene vrednost $z_i = 0$. Na osnovu nasumično odabranih indikatora pomeranja z_i , magnituda s_i , azimuta φ_i i polarnih uglova θ_i mogu se generisati simulirani vektori pomeranja kod 1D, 2D i 3D geodetskih mreža. Simulirani vektor pomeranja kod 1D geodetskih mreža formira se na osnovu nasumično odabranih indikatora pomeranja z_i i magnituda s_i , kao

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \vdots \\ d_i = z_i s_i \\ \vdots \end{bmatrix}_{m \times 1}. \quad (3.58)$$

Bitno je napomenuti da se predznaci komponenti d_i vektora pomeranja (3.58) biraju na slučajan način. Kada je reč o 2D geodetskim mrežama, simulirani vektor pomeranja formira se na osnovu nasumično odabranih indikatora pomeranja z_i , magnituda s_i i azimuta φ_i , na sledeći način

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \vdots \\ d_{X_i} = z_i s_i \cos \varphi_i \\ d_{Y_i} = z_i s_i \sin \varphi_i \\ \vdots \end{bmatrix}_{2m \times 1}. \quad (3.59)$$

Sa druge strane, kod 3D geodetskih mreža simulirani vektor pomeranja formira se na osnovu nasumično odabranih indikatora pomeranja z_i , magnituda s_i , azimuta φ_i i polarnih uglova θ_i :

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \vdots \\ d_{X_i} = z_i s_i \sin \theta_i \cos \varphi_i \\ d_{Y_i} = z_i s_i \sin \theta_i \sin \varphi_i \\ d_{Z_i} = z_i s_i \cos \theta_i \\ \vdots \end{bmatrix}_{3m \times 1} . \quad (3.60)$$

Budući da su geodetska merenja u praksi opterećena uticajem slučajnih grešaka merenja, njihovo prisustvo neophodno je simulirati i u ovom postupku. Shodno tome, potrebno je generisati vektore slučajnih grešaka merenja u nultoj i kontrolnoj epohi merenja. Ukoliko opažanja nisu u korelaciji, vektori slučajnih grešaka merenja imaju sledeći oblik [71]:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ep}^T = [\dots, \varepsilon_{ep,i}, \dots], \quad (3.61)$$

gde je $\varepsilon_{ep,i} \sim N(0, \sigma_i^2)$, σ_i je standardna devijacija i -og opažanja, a ep broj epohe merenja.

3.3.2 ANALIZA EFIKASNOSTI METODA DEFORMACIONE ANALIZE

Na osnovu simuliranih vektora slučajnih grešaka merenja (3.61) i vektora pomeranja (3.58), (3.59) ili (3.60), simulirana opažanja u nultoj i kontrolnoj epohi formiraju se na sledeći način:

$$\mathbf{l}_1 = \mathbf{l}^0 + \boldsymbol{\varepsilon}_1, \quad \mathbf{l}_2 = \mathbf{l}^0 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \mathbf{A}\mathbf{d}, \quad (3.62)$$

gde je \mathbf{l}^0 vektor teorijskih vrednosti opažanja i \mathbf{A} matrica dizajna. Vektor teorijskih vrednosti opažanja određuje se iz približnih koordinata tačaka mreže. Simulirana opažanja (3.62) potrebno je generisati nezavisno N puta, nakon čega se na svakom setu simuliranih opažanja sprovodi postupak deformacione analize primenom odabranih metoda. Konačno, efikasnost primenjenih metoda određuje se na sledeći način:

$$MSR(n_{PRP}, n_O) = S/N, \quad (3.63)$$

gde je n_{PRP} broj nasumično odabranih pomeranih potencijalno referentnih tačaka,

n_o broj nasumično odabranih pomerenih tačaka na objektu i S broj setova simuliranih opažanja kod kojih je postupak deformacione analize uspешan [72]. U ovoj disertaciji, postupak deformacione analize smatra se uspешnim ukoliko su sve tačke objekta na kojima su simulirane deformacije identifikovane kao nestabilne, a sve tačke objekta na kojima nisu simulirane deformacije identifikovane kao stabilne. U cilju sveobuhvatnije analize efikasnosti metoda deformacione analize, MSR koeficijente potrebno je odrediti za različite slučajeve pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže i tačaka na objektu. Aritmetička sredina ovih MSR koeficijenata može se tretirati kao ukupna efikasnost. Prethodno prikazani postupak određivanja MSR koeficijenata ekvivalentan je pristupu koji je predložen u radu [71].

4 EVOLUTIVNI OPTIMIZACIONI ALGORITMI

4.1 OSNOVNI POJMOVI

Optimizacija je grana primenjene matematike i numeričke analize čiji je osnovni cilj pronalaženje optimuma složenih nelinearnih funkcija. Ove funkcije karakterišu mnoge praktične probleme iz oblasti inženjerstva, analize podataka, zaštite životne sredine, finansijskog upravljanja i drugih oblasti, i nazivaju se funkcije cilja. Ukoliko je funkcija cilja definisana kao $\rho: \mathbb{Y} \mapsto Y$, $Y \subseteq \mathfrak{R}$, onda je cilj optimizacije pronalaženje nekog elementa \mathbf{y}^* iz skupa \mathbb{Y} za koji važi

$$\rho(\mathbf{y}^*) \leq \rho(\mathbf{y}), \quad \forall \mathbf{y} \in \mathbb{Y} \quad (4.1)$$

ako je u pitanju traženje minimuma funkcije, odnosno

$$\rho(\mathbf{y}^*) \geq \rho(\mathbf{y}), \quad \forall \mathbf{y} \in \mathbb{Y} \quad (4.2)$$

ako se radi o pronalaženju maksimuma funkcije cilja. Domen funkcije cilja \mathbb{Y} čine promenljive koje mogu biti brojevi, liste, skupovi podataka, poslovne strategije i slično, zavisno od vrste problema koji se rešava, dok je kodomen Y funkcije cilja uvek podskup skupa realnih brojeva [75], [76].

Prvi i najvažniji korak u procesu optimizacije jeste definisanje funkcije cilja koja predstavlja kvantitativnu meru performansi optimizacionog problema. Kod velikog broja optimizacionih problema promenljive smeju imati samo određene vrednosti, npr. težine opažanja u geodetskim mrežama ne smeju biti negativne. Shodno tome, kod nekih optimizacionih problema prisutna su i odgovarajuća ograničenja. Proces definisanja funkcije cilja, promenljivih i eventualnih ograničenja naziva se modelovanje problema [75], [77]. Modelovanje problema je veoma složen i osetljiv proces i treba mu posvetiti veoma veliku pažnju. Ukoliko je model previše jednostavan on neće realno modelovati sve karakteristike problema na koji se odnosi, sa druge strane, ako je model previše složen, nijedan algoritam neće moći uspešno da ga reši [77]. Nakon modelovanja problema, potrebno je odabrati algoritam kojim će se tražiti rešenje optimizacionog problema.

Optimizacioni problemi mogu se klasifikovati na različite načine. U inženjerstvu, posebno je zanimljiva klasifikacija na probleme lokalne i globalne optimizacije. Rešenje problema globalne optimizacije je tačka

$$\mathbf{y}^* = \arg \min_{\mathbf{y} \in A} \rho(\mathbf{y}) \quad (4.3)$$

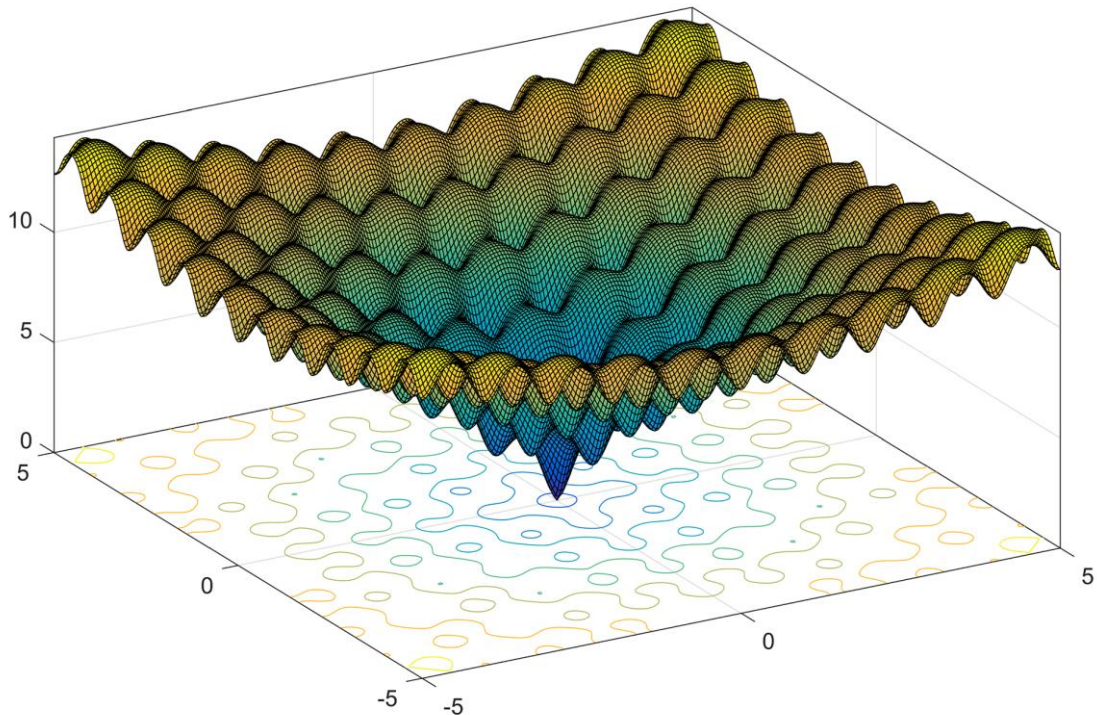
i odgovarajuća minimalna vrednost funkcije cilja u toj tački $\rho(\mathbf{y}^*)$, pri čemu je A cela oblast u kojoj je definisana funkcija cilja, odnosno dopustiva oblast pretraživanja. Sa druge strane, kod problema lokalne optimizacije rešenje je tačka

$$\mathbf{y}' = \arg \min_{\mathbf{y} \in A'} \rho(\mathbf{y}) \quad (4.4)$$

i odgovarajući lokalni minimum $\rho(\mathbf{y}')$, koji u oblasti $A' \subset A$ predstavlja najbolje moguće rešenje. Uopšteno, dopustiva oblast pretraživanja A može se definisati preko ograničenja tipa nejednakosti i ograničenja tipa jednakosti, kao

$$A = \{\mathbf{y} \in \mathbb{Y} \mid g_i(\mathbf{y}) \leq 0, h_j(\mathbf{y}) = 0, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m\}, \quad (4.5)$$

gde su $g_i: \mathbb{Y} \mapsto \mathfrak{R}$ i $h_j: \mathbb{Y} \mapsto \mathfrak{R}$ funkcije ograničenja. Primer globalnog i lokalnih optimuma funkcije prikazan je na slici 4.1.



Slika 4.1: Primer globalnog i lokalnih optimuma, Aklijeva funkcija.

Optimizacioni algoritmi mogu se klasifikovati na različite načine. U naučnoj literaturi uobičajena je klasifikacija na determinističke i stohastičke optimizacione algoritme [75]–[77]. Determinističke algoritme karakteriše ponovljivost svih koraka u procesu optimizacije, za identičan problem i iste početne uslove. Ovi algoritmi se veoma uspešno primenjuju za rešavanje optimizacionih problema kod kojih je funkcija cilja strogo matematički definisana funkcija koja ispunjava određene uslove, poput neprekidnosti, višestruke diferencijabilnosti i slično. Međutim, u praktičnim primenama veoma mali broj funkcija cilja ispunjava pomenute uslove, pa deterministički algoritmi imaju ograničenu oblast primene. Ovo je naročito izraženo kod komplikovanih funkcija cilja koje uključuju više lokalnih optimuma, odnosno kod problema globalne optimizacije. Sa druge strane, kod stohastičkih algoritama pretraga prostora rešenja sprovodi se na kontrolisano slučajan način, pa je nemoguće ponoviti sve korake u postupku optimizacije za identičan problem, čak i pri istim početnim uslovima. Ovi algoritmi veoma su primenljivi kod problema globalne optimizacije, jer upotreba slučajnosti algoritmu omogućava da iskoči iz lokalnog optimuma u cilju pronalaženja globalnog optimuma.

Jednu od najpoznatijih i najpopularnijih grupa stohastičkih algoritama čine metaheuristički postupci. Metaheuristički postupci mogu se definisati kao uopšteni skup pravila, nezavisan od problema koji se rešava, a koji se prilikom implementacije prilagođava svakom konkretnom problemu. Fundamentalne komponente svakog metaheurističkog algoritma su: eksploracija i eksploatacija. Eksploracija podrazumeva istraživanje različitih suboptimalnih rešenja u cilju pretraživanja što većeg dela prostora rešenja, dok eksploatacija podrazumeva fokusiranje na lokalni deo prostora rešenja na bazi stečenog znanja [78]. Metaheuristički postupci čiji je nastanak inspirisan procesom prirodne evolucije bioloških sistema čine grupu evolutivnih optimizacionih algoritama. Evolutivni optimizacioni algoritmi nalaze primenu u rešavanju velikog broja teorijskih i praktičnih problema u mnogim oblastima, a naročito u oblasti inženjerstva. Iz ove grupe algoritama izdvajaju se dva algoritma, genetski algoritam (GA) i algoritam optimizacije rojem čestica (PSO), koji su detaljno objašnjeni u nastavku poglavlja.

4.2 GENETSKI ALGORITAM

Genetski algoritam baziran je na teoriji evolucije vrsta u prirodi koju je formulisao Čarls Darwin. Utemeljio ga je Džon Holand 70-ih godina prošlog veka [79], a u širu upotrebu ušao je tek naglim razvojem i ekspanzijom računarske tehnike, što je omogućilo njegovu primenu u velikom broju praktičnih problema. Algoritam kreće od slučajno odabranog skupa potencijalnih rešenja problema (jedinke) koji se naziva populacija. Svaka jedinka \mathbf{y} predstavlja tačku u dopustivoj oblasti pretraživanja, a svaka koordinata te tačke reprezentuje jedan gen. Vrednost funkcije cilja $\rho(\mathbf{y})$ u tim tačkama tumači se kao prilagođenost svake jedinke (engl. *Fitness function*). Populacija se iterativno menja primenom osnovnih genetskih operatora, selekcije, ukrštanja i mutacije. Ovi operatori imitiraju osnovne evolucione mehanizme i u nastavku će biti detaljno objašnjeni. Iteracije k su terminološki određene kao generacije, pri čemu svaka nova generacija donosi poboljšanja u populaciji, da bi se na kraju iskonvergiralo ka globalno najboljoj vrednosti funkcije cilja. Algoritam se izvršava sve dok se ne zadovolji usvojeni kriterijum zaustavljanja, koji može biti definisan na različite načine [80], [81]. Formalan opis funkcionisanja genetskog algoritma dat je na slici 4.2 u formi pseudokoda.

```
begin
   $k \leftarrow 0$ 
  generiši inicijalnu populaciju
  izračunaj prilagodjenost svake jedinke
  while not kriterijum zaustavljanja do
     $k \leftarrow k + 1$ 
    izaberi dve jedinke iz stare generacije za ukrštanje
    bool test = verovatnosni test primene ukrštanja
    if test then
      | rekombinuj ukrštanjem dve jedinke kako bi proizveo dve nove jedinke
    else
      | nove jedinke = stare jedinke
    end
    bool test = verovatnosni test primene mutacije
    if test then
      | mutiraj nove jedinke
    end
    ubaci nove jedinke u populaciju
    izračunaj prilagodjenost novih jedinki
  end
end
```

Slika 4.2: Pseudokod genetskog algoritma.

4.2.1 SELEKCIJA

Mehanizmom selekcije vrši se odabir jedinki iz populacije koje će učestvovati u postupku ukrštanja jedinki. U osnovnoj varijanti genetskog algoritma postupak selekcije jedinki sprovodi se primenom tehnike ruletnog točka (engl. *Roulette wheel selection*), dok se u savremenijim implementacijama ovog algoritma postupak selekcije obično realizuje pomoću stohastičke uniformne selekcije (engl. *Stochastic uniform selection*) ili tehnikom turnirske selekcije (engl. *Tournament selection*).

Tehnika ruletnog točka može se poistovetiti sa okretanjem ruletnog točka, gde je broj okretanja točka jednak broju jedinki koje će učestvovati u postupku ukrštanja [75], [80], [81]. Svakoј jedinki pripada po jedno polje na ruletnom točku, a širina polja srazmerna je verovatnoći selekcije jedinke. Verovatnoća selekcije jedinke definiše se kao

$$p_i = \frac{\rho(\mathbf{y}_i)}{\sum_i \rho(\mathbf{y}_i)}, \quad (4.6)$$

gde je $\rho(\mathbf{y}_i)$ vrednost funkcije cilja i -te jedinke. Pri svakom okretanju točka bira se po jedna jedinka. Pojedine jedinke mogu se birati i više puta, što obezbeđuje da kvalitetnije jedinke imaju veći broj potomaka.

Kod tehnike ruletnog točka veoma je česta pojava problema preuranjene konvergencije. Problem preuranjene konvergencije se javlja kada jedna ili nekoliko jedinki, koje imaju značajno bolju vrednost funkcije cilja od ostalih jedinki u populaciji, postepeno prevladaju u populaciji i proces konvergira ka nekom od lokalnih optimuma. Ovaj problem se uspešno rešava rangiranjem jedinki, na osnovu vrednosti funkcije cilja, od prvog ($rang = 1$) do poslednjeg mesta ($rang = n$) u populaciji [75], [82]. Nakon toga, verovatnoća selekcije svake jedinke računa se na osnovu ranga jedinke u populaciji, primenom linearnog ili nelinearnog rangiranja. Kod linearnog rangiranja, verovatnoća selekcije p_{sel} određuje se prema izrazu

$$p_{sel}(rang) = q - (rang - 1)r, \quad (4.7)$$

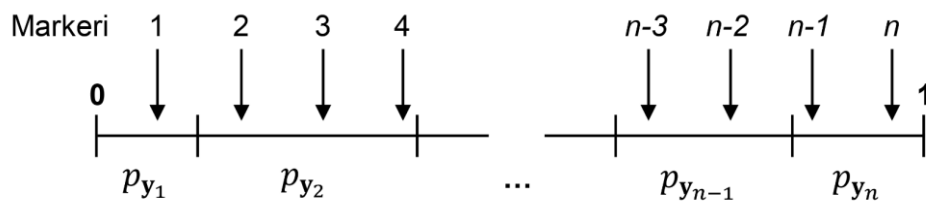
gde su q i r korisnički parametri kojima se definiše raspodela vrednosti verovatnoće selekcije jedinki. Sa druge strane, kod nelinearnog rangiranja verovatnoća selekcije

p_{sel} određuje se kao

$$p_{sel}(rang) = q(1 - q)^{rang-1}, \quad (4.8)$$

gde je q korisnički parametar koji uzima vrednosti iz opsega $(0, 1)$ i nezavisan je od veličine populacije.

Kao što je već pomenuto, u savremenijim implementacijama ovog algoritma široko je zastupljena tehnika stohastičke uniformne selekcije, koja je veoma slična tehnici ruletnog točka. Stohastička uniformna selekcija razlikuje se od tehnike ruletnog točka u načinu odabira jedinki koje će učestvovati u postupku ukrštanja. Verovatnoća selekcije jedinki p_i izračunava se na isti način kao kod tehnike ruletnog točka, prema izrazu (4.6). Način odabira jedinki koje će učestvovati u postupku ukrštanja predstavljen je na slici 4.3.



Slika 4.3: Stohastička uniformna selekcija jedinki.

U ovom postupku generiše se n ekvidistantnih markera na međusobnom rastojanju $1/n$, pri čemu se pozicija prvog markera bira na slučajan način iz opsega $[0, 1/n]$ [83]. Koliko kopija svake jedinke y_i će učestvovati u postupku ukrštanja određuje broj markera koji se odnosi na svaku pojedinačnu jedinku. Ukoliko razmotrimo primer koji je prikazan na slici 4.3, vidimo da će u postupku ukrštanja učestvovati jedna kopija jedinke y_1 , tri kopije jedinke y_2 i po dve kopije jedinki y_{n-1} i y_n . Pored toga, važno je napomenuti da se prethodno prikazane metode linearnog i nelinearnog rangiranja jedinki mogu primeniti i kod stohastičke uniformne selekcije prilikom računanja verovatnoće selekcije jedinki.

U praktičnim primenama veoma je zastupljena tehnika turnirske selekcije. U okviru modela turnirske selekcije razmatraju se turniri koji predstavljaju takmičenja dve ili više jedinki koje se nadmeću da bi učestvovala u postupku ukrštanja [75], [84], [85]. U svakom turniru učestvuje N_{tur} jedinki koje se biraju na

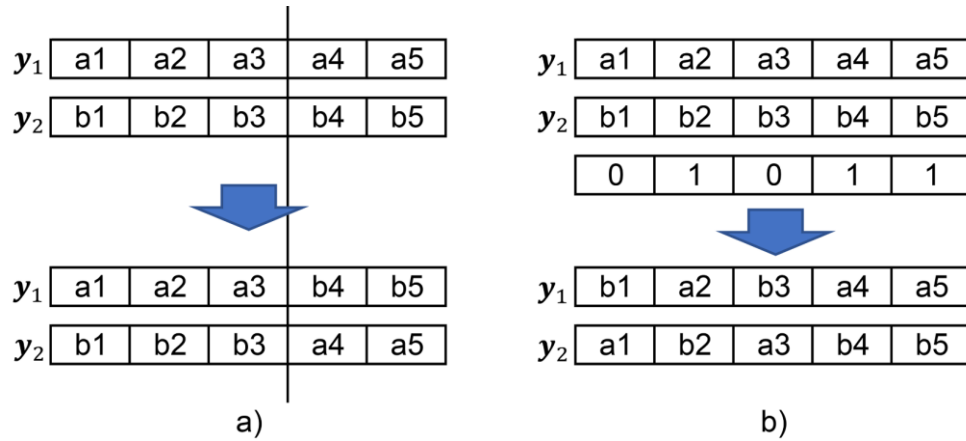
slučajan način, a pobednikom turnira smatra se jedinka koja poseduje najbolju vrednost funkcije cilja. Bitno je istaći da je veličina turnira N_{tur} celobrojna vrednost, a broj turnira N_{sel} obično je jednak broju jedinki u populaciji. Najveći nedostatak ove tehnike ogleda se u nemogućnosti povoljnog izbora veličine turnira N_{tur} . Kod turnira male veličine N_{tur} javlja se problem spore konvergencije. Nasuprot tome, kod turnira u kojima učestvuje veliki broj jedinki N_{tur} prisutan je problem preuranjene konvergencije. Pomenuti nedostatak uspešno se otklanja primenom modifikovane tehnike turnirske selekcije, koja nosi naziv fino gradirana turnirska selekcija (engl. *Fine grained tournament selection*). Fino gradirana turnirska selekcija pokazala se veoma efikasnom u rešavanju praktičnih problema. Detaljan opis ovih i drugih brojnih tehnika selekcije dostupan je u [84], [85].

4.2.2 UKRŠTANJE

Jedinke odabrane mehanizmom selekcije učestvuju u postupku ukrštanja. Mehanizam ukrštanja podrazumeva kombinovanje genetskog materijala dve jedinke. U ovom postupku se za svaku jedinku generiše slučajna vrednost r iz intervala $[0, 1]$. Ukoliko je vrednost r manja od verovatnoće ukrštanja p_c , onda se odgovarajuća jedinka izdvaja za ukrštanje. Na ovaj način formira se skup jedinki nad kojima će se vršiti ukrštanje. Jedinke iz ovog skupa se nasumično uparuju.

Sam postupak ukrštanja jedinki sprovodi se primenom odgovarajuće šeme ukrštanja. Najjednostavnija šema ukrštanja jeste ukrštanje u jednoj tački. Kod ove šeme, na slučajan način bira se celobrojna vrednost m iz intervala $[1, l - 1]$, gde je l dužina jedinke. Ukrštanje se sprovodi tako što svi geni jedinki, počev od pozicije $m + 1$ do poslednje pozicije l , uzajamno zamene mesta [80]. Na ovaj način dobijaju se dve nove jedinke. Pored ukrštanja u jednoj tački u literaturi su prisutne šeme ukrštanja u dve ili više tačaka. Kada je reč o ukrštanju u dve tačke, na slučajan način biraju se dve celobrojne vrednosti m_1 i m_2 iz intervala $[1, l - 1]$, nakon čega se uzajamno razmenjuju svi geni počev od pozicije $m_1 + 1$ do pozicije m_2 . Evidentno je da je šema ukrštanja u jednoj tački veoma jednostavna, ali ona favorizuje početne i krajnje delove jedinki. Međutim, primenom šema ukrštanja u dve ili više tačaka pomenuti problem se uspešno otklanja. Ipak, u praktičnim primenama najčešće se primenjuje uniformno ukrštanje, gde se za svaki par jedinki generiše

binarna maska dužine l . Nule u maski označavaju mesta na kojima se vrši razmena gena, dok se na pozicijama označenim jedinicom ne izvodi ukrštanje [84]. Na slici 4.4 prikazan je primer ukrštanja jedinki u jednoj tački, kao i primer uniformnog ukrštanja.



Slika 4.4: a) Ukrštanje jedinki u jednoj tački, b) Uniformno ukrštanje jedinki.

U inženjerskoj praksi gde su jedinice obično realno kodirane primenjuju se drugačije šeme ukrštanja, poput aritmetičkog i heurističkog ukrštanja [75]. Kod aritmetičkog ukrštanja jedinice y_1 i y_2 ukrštaju se primenom njihove linearne kombinacije prema izrazima

$$y_1^0 = ay_1 + (1 - a)y_2, \quad y_2^0 = ay_2 + (1 - a)y_1, \quad (4.9)$$

gde je a parametar koji se bira nasumično iz intervala $[0, 1]$, a y_1^0 i y_2^0 nove jedinice. Kod heurističkog ukrštanja se na osnovu dva roditelja y_1 i y_2 dobija jedan potomak y_3 , na sledeći način

$$y_3 = r(y_1 - y_2) + y_2, \quad (4.10)$$

gde je r nasumično odabrana vrednost iz intervala $[0, 1]$. Kako strategija algoritma podrazumeva dobijanje dva potomka od dva roditelja, kod heurističkog ukrštanja potrebno je navedeni postupak sprovesti dva puta za isti par roditelja, sa različitim vrednostima parametra r .

4.2.3 MUTACIJA

Pored problema preuranjene konvergencije kod genetskog algoritma često se javlja i problem spore konvergencije. Problem spore konvergencije dešava se u

kasnijoj fazi izvršavanja algoritma, kada je populacija postala veoma slična, a nije dostignut optimum [84]. Tada je srednja vrednost prilagođenosti svih jedinki u populaciji veoma velika, a razlike između najbolje jedinke i ostalih jedinki veoma su male. Problem spore konvergencije se veoma uspešno rešava primenom operatora mutacije. Mutacija podrazumeva malu promenu genetskog materijala pojedinih jedinki, čime se održava raznovrsnost populacije.

U postupku mutacije svakom genu (parametru) svih jedinki u populaciji dodeljuje se nasumična realna vrednost r iz intervala $[0, 1]$. Ukoliko je vrednost r manja od vrednosti p_m koja predstavlja verovatnoću mutacije, dolazi do promene vrednosti gena. Bitno je istaći da je verovatnoća mutacije p_m po vrednosti veoma mala u odnosu na verovatnoće koje se koriste kod drugih operatora genetskog algoritma. Iz tog razloga, ukupan broj mutacija u toku izvršavanja genetskog algoritma veoma je mali, pa neki autori ovaj operator često smatraju sekundarnim.

Kod binarnog kodiranja mutacija podrazumeva promenu bita (gena) sa nule na jedinicu i obrnuto. Ova promena može se realizovati primenom neke od poznatih metoda, poput metode proste mutacije, mutacije pomoću binomne raspodele i mutacije upotrebom normalne raspodele. Detaljnije informacije o ovim metodama dostupne su u radu [84]. Kod realnog kodiranja, gde je jedinka predstavljena kao niz realnih brojeva, mutacija se sprovodi primenom neke od sledećih tehnika: prosta slučajna promena, tehnika aritmetičkog širenja i tehnika geometrijskog širenja [75], [82]. Prosta slučajna promena podrazumeva zamenu gena (realnog broja) slučajno odabranom vrednošću iz zadanog intervala. Tehnika aritmetičkog širenja podrazumeva dodavanje ili oduzimanje male slučajne vrednosti odgovarajućem genu, dok tehnika geometrijskog širenja podrazumeva množenje odgovarajućeg gena nekim brojem koji je blizak jedinici.

4.2.4 STRATEGIJA ZAMENE GENERACIJA I KRITERIJUM ZAUSTAVLJANJA

Jedna od ključnih stvari genetskog algoritma jeste strategija zamene generacija. Neke od najpoznatijih i najčešće primenjivanih strategija zamene generacija su: generacijska (engl. *Generational*), stacionarna (engl. *Steady – state*) i elitistička (engl. *Elitist strategy*).

Generacijska strategija implementirana je u osnovnoj varijanti genetskog algoritma. Ova strategija podrazumeva stvaranje novih jedinki reprodukcijom sve dok se ne kreira nova populacija koja ima identičan broj jedinki kao i stara [82], [84]. Dakle, u ovom slučaju nova populacija u potpunosti zamenjuje staru. Ovu strategiju karakteriše velika moć pretrage, jer sve jedinke potpuno ravnopravno učestvuju u pretraživanju prostora rešenja. Sa druge strane, najveći nedostatak ove strategije jeste mogućnost gubitka kvalitetnih jedinki primenom stohastičkih operatora, selekcije, ukrštanja i mutacije. Kod stacionarne strategije, određeni broj najboljih jedinki ne prolazi kroz proces selekcije, već je direktno izabran [84]. Shodno tome, u postupku selekcije učestvuju samo preostale jedinke. Takođe, treba naglasiti da direktno odabrane jedinke učestvuju u postupcima ukrštanja i mutacije. U ovom slučaju smanjena je moć pretrage, ali su u velikoj meri očuvane kvalitetnije jedinke, na osnovu kojih se primenom operatora ukrštanja i mutacije mogu dobiti jedinke još boljeg kvaliteta. Elitistička strategija podrazumeva izbor odgovarajućeg broja najboljih jedinki koje se direktno prebacuju u sledeću generaciju bez primene genetskih operatora, selekcije, ukrštanja i mutacije [75], [84]. U ovom slučaju najbolje jedinke su u potpunosti očuvane, ali moć pretrage može biti znatno smanjena. Elitistička strategija možda je i najpribližnija onome što se zaista dešava u prirodi, jer kod većine vrsta potomci i roditelji žive paralelno u međusobnoj kompetenciji. Takođe, bitno je istaći da se navedene strategije mogu kombinovati u cilju poboljšanja performansi genetskog algoritma.

Postupak izvršavanja genetskog algoritma podrazumeva iterativno poboljšanje početne populacije, primenom genetskih operatora selekcije, ukrštanja i mutacije, sve dok se ne ispuni kriterijum zaustavljanja. Kako je genetski algoritam stohastička metoda pretrage, veoma je teško formalno definisati uslov zaustavljanja. Međutim, i kada je ispunjen uslov zaustavljanja, ne znači da je dobijeno rešenje zaista globalni optimum. Neki od najčešće korišćenih kriterijuma zaustavljanja su [75], [84]:

- Dostignut maksimalan broj generacija;
- Sličnost jedinki u populaciji;
- Najbolja jedinka ponovljena određeni broj puta;

-
- Ograničeno vreme izvršavanja;
 - Dokazana je optimalnost najbolje jedinke, kada je to moguće;
 - Najbolja jedinka je dostigla optimalno rešenje, ukoliko je ono unapred poznato;
 - Prekid od strane korisnika.

U praktičnim primenama često se kombinuju različiti kriterijumi zaustavljanja jer svaki od njih ima dobre i loše strane.

4.3 ALGORITAM OPTIMIZACIJE ROJEM ČESTICA

Algoritam optimizacije rojem čestica, skraćeno PSO algoritam, je globalna optimizaciona metoda novijeg datuma, inspirisana socijalnim ponašanjem životinja koje se kreću u grupama (jata, rojevi) [86]. Skup potencijalnih rešenja (jedinki ili čestica), koji se inicijalizuje na slučajan način u dopustivoj oblasti pretraživanja, naziva se rojem. Jedinke u roju svojim kretanjem istražuju prostor rešenja uz pretpostavku da će nakon izvesnog vremena pronaći globalni optimum funkcije cilja, što je analogno stvarnom kretanju jedinki u prostoru. Svaka jedinka opisana je trenutnom pozicijom \mathbf{y} (koordinate tačke u prostoru pretrage) i trenutnom brzinom \mathbf{v} . Tokom pretrage, svaka jedinka „pamti” svoju najbolju poziciju \mathbf{p} (engl. *Personal best position*) u smislu vrednosti funkcije cilja, kao i najbolju do tada pronađenu poziciju na nivou celog roja \mathbf{g} (engl. *Global best position*). Na bazi prethodno opisane sociobiološke interpretacije kretanja jedinki u roju formulisan je matematički model kretanja jedinki, prema kojem se pozicija i brzina svake jedinke u k -toj iteraciji izračunavaju na sledeći način

$$\begin{aligned}\mathbf{v}^{(k+1)} &= w \cdot \mathbf{v}^{(k)} + cp \cdot rp^{(k)} \cdot (\mathbf{p}^{(k)} - \mathbf{y}^{(k)}) + cg \cdot rg^{(k)} \cdot (\mathbf{g}^{(k)} - \mathbf{y}^{(k)}), \\ \mathbf{y}^{(k+1)} &= \mathbf{y}^{(k)} + \mathbf{v}^{(k+1)},\end{aligned}\tag{4.11}$$

gde su rp i rg međusobno nezavisni brojevi uniformno raspoređeni u opsegu $[0, 1]$, koji doprinose stohastičkom karakteru pretrage, w inercioni koeficijent, a cp i cg koeficijenti ubrzanja.

Evidentno je da se izraz (4.11) za računanje brzine jedinke sastoji od tri dela, te shodno tome na vrednost brzine imaju uticaja sledeće tri komponente: inerciona,

kognitivna i socijalna [40]. Inerciona komponenta, koja je određena koeficijentom w , drži jedinke na okupu i sprečava ih da se nekontrolisano „rasprše” po prostoru pretrage. Kognitivna i socijalna komponenta određuju relativni uticaj ličnog (lokalnog) i zajedničkog (globalnog) iskustva jedinki na pravac, smer i intenzitet brzine kretanja. Takođe, treba naglasiti da je kognitivna komponenta određena koeficijentom ubrzanja cp , a socijalna komponenta koeficijentom ubrzanja cg .

Sa inženjerske tačke gledišta, izraz (4.11) očigledno je dimenzionalno netačan, jer fizičke veličine koje u njemu figurišu nisu usklađene po pitanju dimenzionalnosti. Naime, nova pozicija jedinke $\mathbf{y}^{(k+1)}$ dobija se sabiranjem njene prethodne pozicije $\mathbf{y}^{(k)}$ i izračunate vrednosti brzine $\mathbf{v}^{(k+1)}$, što nije u skladu sa dimenzionalnošću ovih veličina. Stoga, izraze „pozicija” i „brzina” treba posmatrati sa stanovišta ponašanja jedinki u roju i ne treba ih shvatati bukvalno. Brzinu treba posmatrati kao korekciju vrednosti promenljivih u svakoj iteraciji. Osim toga, bitno je istaći da je originalna forma algoritma data izrazom (4.11) zastupljena u apsolutnoj većini istraživanja koja se bave PSO algoritmom.

```

begin
   $k \leftarrow 0$ 
  generiši inicijalni roj
  while not kriterijum zaustavljanja do
     $k \leftarrow k + 1$ 
    for ( $i=1$  to  $n$ ) do
      izračunaj brzinu kretanja i novu poziciju jedinke  $\mathbf{y}_i$  pomoću izraza (4.11)
      izračunaj vrednost funkcije cilja  $\rho(\mathbf{y}_i)$ 
      ažuriraj vrednost  $\mathbf{p}$ 
    end
    ažuriraj vrednost  $\mathbf{g}$ 
  end
end

```

Slika 4.5: Pseudokod PSO algoritma.

Princip funkcionisanja PSO algoritma opisan je pseudokodom na slici 4.5. U prvom koraku algoritma vrši se inicijalizacija populacije (roja). Inicijalizacija populacije podrazumeva inicijalizaciju pozicije, brzine i najbolje sopstvene pozicije za svaku jedinku u populaciji. Inicijalne pozicije i brzine jedinki određuju se na slučajan način, najčešće primenom uniformne raspodele. Međutim, nekada se usvaja da su inicijalne vrednosti brzina jedinki jednake nuli, uz obrazloženje da su

početne pozicije jedinki već odabrane na slučajan način. Za inicijalne vrednosti najboljih sopstvenih pozicija jedinki usvajaju se inicijalne pozicije jedinki, odnosno $\mathbf{p}^{(k)} = \mathbf{y}^{(k)}$. Takođe, u ovom koraku se određuje i inicijalna vrednost najbolje globalne pozicije $\mathbf{g}^{(k)}$, a najboljom globalnom pozicijom smatra se ona pozicija koja ima najbolju vrednost funkcije cilja $\rho(\mathbf{y})$ na nivou roja. Nakon inicijalizacije, populacija se iterativno menja mehanizmom kretanja jedinki koji je matematički definisan izrazima (4.11), sve dok se ne zadovolji usvojeni kriterijum zaustavljanja. Tokom iterativnog postupka, u svakoj iteraciji k ažuriraju se vrednosti najbolje sopstvene pozicije $\mathbf{p}^{(k)}$ i najbolje globalne pozicije $\mathbf{g}^{(k)}$. Kriterijum zaustavljanja algoritma može se definisati na različite načine, a zavisno od tipa problema koji se rešava. Obično se kriterijum zaustavljanja definiše u formi zadatog broja iteracija, gde se nakon izvođenja zadatog broja iteracija najbolje do tada dobijeno rešenje proglašava optimalnim. Takođe, kriterijum zaustavljanja može biti definisan pomoću zadate tolerancije. U ovom slučaju algoritam se izvršava sve dok je poboljšanje rezultata između dva uzastopna iterativna koraka veće od usvojene vrednosti tolerancije.

PSO algoritam odlikuje veoma jednostavna implementacija, mali broj podesivih parametara i superiornost po pitanju konvergencije u odnosu na ostale evolutivne algoritme. Stoga, ovaj algoritam nalazi primenu u velikom broju različitih disciplina, a naročito u oblasti inženjerstva. Sa druge strane, glavni nedostaci PSO algoritma su mogućnost zapadanja u lokalni optimum i nemogućnost nezavisnog uticaja na razne aspekte procesa pretrage [87]. U literaturi su dostupne brojne modifikacije ovog algoritma čiji je osnovni cilj otklanjanje pomenutih nedostataka. Prvobitne modifikacije ovog algoritma predlagale su promenu vrednosti parametara w , cp i cg tokom pretrage po nekom obrascu, jer su u osnovnoj varijanti PSO algoritma za sva tri parametra usvojene konstantne vrednosti ($w = 1$, $cp = cg = 2$). Jedna od najpoznatijih modifikacija ovog tipa jeste PSO sa vremenski promenljivim koeficijentima ubrzanja (engl. *PSO with time varying acceleration coefficients – TVAC PSO*) [88]. Ova varijanta PSO algoritma predlaže linearnu promenu koeficijenta inercije w od 0.9 na početku pretrage do 0.4 na kraju pretrage. Pored toga, predloženo je da se tokom pretrage kognitivni koeficijent cp linearno smanjuje u opsegu [2.5, 0.5], a socijalni koeficijent

cg linearno povećava u opsegu [0.5, 2.5]. Na ovaj način jedinkama je omogućeno da u početnim fazama pretrage slobodno pretražuju prostor rešenja vođene sopstvenim iskustvom, a da se u kasnijim fazama pretrage usmeravaju prema regionima u kojima su pronađena najbolja rešenja. Pored modifikacija zasnovanih na promeni vrednosti parametara originalne varijante algoritma, u literaturi su prisutne i modifikacije bazirane na uvođenju nove parametrizacije PSO algoritma. Jedna od takvih modifikacija je i uopšteni algoritam optimizacije rojem čestica, skraćeno GPSO algoritam, čiji je nastanak inspirisan teorijom upravljanja linearnim sistemima [89]. U okviru ove modifikacije uveden je novi set parametara PSO algoritma koji omogućavaju direktniji i nezavisniji uticaj na eksplorativna i eksploataciona svojstva algoritma, o čemu će biti više reči u narednom potpoglavlju disertacije.

4.4 UOPŠTENI ALGORITAM OPTIMIZACIJE ROJEM ČESTICA

Kod GPSO algoritma svaka jedinka iz populacije posmatra se kao linearni dinamički sistem drugog reda sa dva ulaza i jednim izlazom. Ulazi u sistem su najbolja sopstvena pozicija \mathbf{p} i najbolja globalna pozicija \mathbf{g} , dok je izlaz iz sistema pozicija jedinke \mathbf{y} [89]. Opšta forma modela ovakvog sistema može se predstaviti na sledeći način

$$\mathbf{y}^{(k+1)} + a_1 \cdot \mathbf{y}^{(k)} + a_0 \cdot \mathbf{y}^{(k-1)} = b_p \cdot \mathbf{p}^{(k)} + b_g \cdot \mathbf{g}^{(k)}, \quad (4.12)$$

gde su parametri a_0 , a_1 , b_p i b_g stohastičke promenljive sa odgovarajućom vremenski promenljivom raspodelom. Eksplorativna i eksploataciona svojstva ovog algoritma mogu se dovesti u direktnu vezu sa stabilnošću i osobinama odziva sistema opisanog izrazom (4.12). Stoga, da bi se sistem (4.12) mogao upotrebiti kao uspešan optimizacioni algoritam neophodno je uvesti odgovarajuća ograničenja za njegove parametre. Prvo, sistem mora da bude stabilan i da se njegov pretek stabilnosti povećava kako pretrage odmiče. Na ovaj način se na početku pretrage potenciraju eksplorativna svojstva algoritma, a kako pretraga odmiče primat preuzimaju eksploataciona svojstva algoritma. Drugo, odziv sistema na poremećaj ulaznih parametara treba da bude oscilatoran, čime se omogućava pretraga okoline ciljanih pozicija. Treće, kada najbolja sopstvena i globalna pozicija tokom

iterativnog postupka konvergiraju ka istoj vrednosti tada bi i pozicija čestice trebalo da konvergira ka toj vrednosti. Na kraju, u početnim fazama pretrage dominantan uticaj treba da ima kognitivna komponenta, omogućavajući jedinkama da slobodnije pretražuju prostor rešenja vođene sopstvenim iskustvom. Sa druge strane, u kasnijim fazama pretrage dominantnu ulogu u kretanju jedinki treba da preuzme socijalna komponenta, što omogućava grupisanje i usmeravanje jedinki u pravcu najbolje globalne pozicije \mathbf{g} . Detaljna objašnjenja navedenih ograničenja dostupna su u [40], [75], [89].

Izraz (4.11) koji predstavlja osnovni oblik za interpretaciju PSO algoritma može se napisati u formi diferencne jednačine koja opisuje kretanje linearnog dinamičkog sistema drugog reda, na sledeći način

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{(k+1)} - (1 + w - cp \cdot rp^{(k)} - cg \cdot rg^{(k)}) \cdot \mathbf{y}^{(k)} + w \cdot \mathbf{y}^{(k-1)} = \\ = cp \cdot rp^{(k)} \cdot \mathbf{p}^{(k)} + cg \cdot rg^{(k)} \cdot \mathbf{g}^{(k)}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Ovaj oblik interpretacije PSO algoritma zastupljen je u velikom broju istraživanja i veoma je pogodan za teorijsku analizu algoritma. Prethodno navedena ograničenja koja se odnose na parametre sistema (4.12) mogu se veoma lako ispuniti ukoliko se izraz (4.13) napiše u sledećem obliku

$$\mathbf{y}^{(k+1)} - 2\zeta\rho\mathbf{y}^{(k)} + \rho^2\mathbf{y}^{(k-1)} = (1 - 2\zeta\rho + \rho^2)(c \cdot \mathbf{p}^{(k)} + (1 - c) \cdot \mathbf{g}^{(k)}). \quad (4.14)$$

U izrazu (4.14) ρ je moduo svojstvenih vrednosti karakterističnog polinoma sistema (4.12), dok je ζ kosinus argumenata ovih svojstvenih vrednosti. U cilju jednostavnije implementacije uveden je parametar c koji zamenjuje parametre b_p i b_g . Izraz (4.14) može se napisati u iterativnoj formi

$$\mathbf{y}^{(k+1)} = (1 - 2\zeta\rho + \rho^2)(c \cdot \mathbf{p}^{(k)} + (1 - c) \cdot \mathbf{g}^{(k)}) + 2\zeta\rho\mathbf{y}^{(k)} - \rho^2\mathbf{y}^{(k-1)}, \quad (4.15)$$

koja se koristi za ažuriranje pozicije svake jedinke u roju tokom procesa optimizacije. Parametri ρ , ζ i c mogu se napisati u funkciji parametara w , cp i cg osnovne varijante PSO algoritma, na sledeći način

$$\begin{aligned}\rho &= \sqrt{w}, \\ \zeta &= \frac{1 - w - cp \cdot rp - cg \cdot rg}{2\sqrt{w}}, \\ c &= \frac{cp \cdot rp}{cp \cdot rp + cg \cdot rg}.\end{aligned}\tag{4.16}$$

Novi parametri omogućavaju direktnije i nezavisnije upravljanje raznim procesima pretrage, kao što su stabilnost, učestalost oscilovanja i međusobni uticaj sopstvenog i globalnog iskustva čestica [40], [89].

Bitno je istaći da se uvođenje novih parametara ρ , ζ i c nikako ne može posmatrati samo kao promena načina izračunavanja koeficijenata originalne varijante PSO algoritma. Naime, efekat predložene parametrizacije dolazi do izražaja kod modifikacija PSO algoritma sa vremenski promenljivim parametrima. Ukoliko se novi parametri (ρ , ζ , c) menjaju linearno unutar željenih opsega, na osnovu izraza (4.16) mogu se odrediti odgovarajući obrasci za promenu originalnih parametara (w , cp , cg) koji će očigledno biti nelinearni. Dakle, odgovarajući efekat na performanse algoritma može se postići isključivo nelinearnom promenom originalnih parametara (w , cp , cg), što je veoma nepraktično. Međutim, kod GPSO algoritma ova nelinearnost „sakrivena” je unutar definicije samog algoritma, pa se linearnom promenom novih parametara (ρ , ζ , c) mogu postići željene performanse algoritma [89].

Na bazi preporuka za promenu originalnih parametara (w , cp , cg) kod TVAC PSO algoritma i izraza (4.16) usvojene su šeme za promenu parametara ρ i c . Predviđeno je da se parametar ρ linearno smanjuje u opsegu [0.95,0.6], a parametar c u opsegu [0.8,0.2]. Za parametar ζ ne postoji fizička analogija sa originalnim parametrima (w , cp , cg), pa odabir načina i opsega promene vrednosti ovog parametra predstavlja veoma zahtevan zadatak. Pošto se svaka čestica u roju posmatra kao linearni stohastički diskretni sistem drugog reda, argument svojstvenih vrednosti karakterističnog polinoma sistema određuje diskretnu učestanost karakterističnih oscilacija čestice. Kao što je već pomenuto, parametar ζ predstavlja kosinus argumenata svojstvenih vrednosti, pa je u direktnoj vezi sa sposobnošću čestice da osciluje oko određinih pozicija. Dakle, parametar ζ

određuje prirodu oscilovanja čestica tokom pretrage, te samim tim ima odlučujući uticaj na eksploataciona svojstva algoritma. Na bazi opsežne empirijske analize sprovedene u radu [89], predloženo je da parametar ζ uzima vrednosti iz opsega $[-0.9, 0.2]$ primenom uniformne raspodele.

```
begin
   $k \leftarrow 0$ 
  generiši inicijalni roj
  while not kriterijum zaustavljanja do
     $k \leftarrow k + 1$ 
    for ( $i=1$  to  $n$ ) do
      izračunaj novu poziciju jedinke  $\mathbf{y}_i$  pomoću izraza (4.15)
      izračunaj vrednost funkcije cilja  $\rho(\mathbf{y}_i)$ 
      ažuriraj vrednost  $\mathbf{p}$ 
    end
    ažuriraj vrednost  $\mathbf{g}$ 
  end
end
```

Slika 4.6: Pseudokod GPSO algoritma.

Formalan opis funkcionisanja GPSO algoritma dat je u formi pseudokoda na slici 4.6. Algoritam počinje generisanjem inicijalne populacije, odnosno roja, gde se na slučajan način inicijalizuje pozicija svake jedinke u populaciji. Inicijalna populacija iterativno se menja mehanizmom kretanja koji je definisan izrazom (4.15) sve dok ne bude zadovoljen usvojeni kriterijum zaustavljanja. Zavisno od tipa problema koji se rešava, kriterijum zaustavljanja može biti definisan na različite načine. Uobičajeno je da se kriterijum zaustavljanja definiše u formi zadatog broja iteracija ili na osnovu usvojene vrednosti tolerancije. Konačno, nakon ispunjenja usvojenog kriterijuma zaustavljanja, jedinka koja ima najbolju vrednost funkcije cilja na nivou populacije (roja) proglašava se optimalnim rešenjem.

4.5 ROBUSNA OCENA VEKTORA POMERANJA PRIMENOM EVOLUTIVNIH OPTIMIZACIONIH ALGORITAMA

Postupak robusne ocene vektora pomeranja, kod klasičnih robusnih metoda i GREDOD metode, svodi se na rešavanje optimizacionog problema koji formiraju odgovarajući funkcionalni model i jedna ili više funkcija cilja. Za potrebe rešavanja optimizacionih problema prisutnih kod ovih metoda primenjuje se IRLS metoda iz

grupe determinističkih optimizacionih postupaka. Postupak primene IRLS metode u rešavanju optimizacionih problema ovih metoda detaljno je objašnjen u okviru potpoglavlja 3.1.2 i 3.2.2, gde su u vidu iterativnih šema formulisana numerička rešenja (3.14) i (3.51) za robusnu ocenu vektora pomeranja kod klasičnih robusnih metoda i GREDOD metode, respektivno. Numerička rešenja (3.14) i (3.51) baziraju se na iterativnom poboljšanju jednog početnog rešenja, koje je dobijeno metodom najmanjih kvadrata u prvom iterativnom koraku, tokom optimizacionog procesa. Međutim, ukoliko početno rešenje nije blisko stvarnom rešenju, pomoću iterativnih šema (3.14) i (3.51) ne može se odrediti globalno optimalno rešenje optimizacionih problema ovih metoda. Budući da je metod najmanjih kvadrata veoma osetljiv na odstupanja od pretpostavki modela [39], potpuno je jasno da početno rešenje može biti značajno udaljeno od stvarnog rešenja ukoliko u skupu potencijalno referentnih tačaka mreže figurišu pomerene tačke, jer vektor pomeranja u tom slučaju sledi kontaminiranu normalnu raspodelu. Udaljenost početnog od stvarnog rešenja raste sa povećanjem kontaminiranosti normalne raspodele, odnosno sa porastom broja pomerenih potencijalno referentnih tačaka mreže. U tom kontekstu, zaključujemo da efikasnost numeričkih rešenja (3.14) i (3.51), odnosno IRLS metode, opada sa povećanjem broja pomerenih tačaka u potencijalno referentnoj mreži. Shodno tome, u ovoj disertaciji predložena je primena genetskog i GPSO algoritma u rešavanju optimizacionih problema ovih metoda, odnosno u postupku robusne ocene vektora pomeranja. Princip funkcionisanja, odnosno način pretrage prostora rešenja, ovih algoritama detaljno je objašnjen u prethodnih nekoliko potpoglavlja. U nastavku ovog potpoglavlja prikazan je postupak primene GA i GPSO algoritma u rešavanju optimizacionih problema (3.18) i (3.35) prisutnih kod IWST i GREDOD metode, respektivno, uz pretpostavku da je optimizacioni uslov robusne ocene vektora pomeranja i u slučaju GREDOD metode formulisan funkcijom cilja (3.17).

U cilju primene GA i GPSO algoritma u rešavanju optimizacionih problema IWST i GREDOD metode, neophodno je definisati promenljive veličine, dopustivu oblast pretraživanja i funkciju cilja. Budući da se rešavanjem ovih optimizacionih problema određuju optimalne vrednosti težina $w_{PRP,i}$ potencijalno referentnih tačaka mreže, odnosno datumskih tačaka mreže, evidentno je da težine $w_{PRP,i}$ predstavljaju promenljive veličine. U tom smislu, jedinka \mathbf{y} može se definisati kao

vektor vrednosti težina potencijalno referentnih tačaka mreže [90]:

$$\mathbf{y} = [w_{PRP,1}, w_{PRP,2}, \dots, w_{PRP,n}]. \quad (4.17)$$

Za svaku jedinku \mathbf{y} iz populacije, na osnovu vrednosti njenih težina $w_{PRP,i}$, može se formirati odgovarajuća matrica težina \mathbf{W} pomoću izraza (3.12) i (3.50) kod IWST i GREDOD metode, respektivno. Na osnovu matrice težina \mathbf{W} određuje se ocenjeni vektor pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$ na osnovu jedinača (3.13) i (3.49) u slučaju IWST i GREDOD metode, respektivno, nakon čega se računa vrednost funkcije cilja (3.17) koja reprezentuje kvalitet jedinke \mathbf{y} u smislu kriterijuma optimalnosti.

Treba imati na umu da veoma velike vrednosti težina potencijalno referentnih tačaka $w_{PRP,i}$ mogu prouzrokovati numeričku nestabilnost prilikom određivanja ocenjenog vektora pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$, kod obe metode deformacione analize. Osim toga, vrednosti težina $w_{PRP,i}$ moraju biti veće ili jednake nuli ($w_{PRP,i} \geq 0$) u slučaju IWST metode, dok u slučaju GREDOD metode težine $w_{PRP,i}$ moraju biti striktno veće od nule ($w_{PRP,i} > 0$). Saglasno tome, definisano je sledeće ograničenje za težine potencijalno referentnih tačaka mreže:

$$w_{min} \leq w_{PRP,i} \leq w_{max}, \quad (4.18)$$

gde je $w_{min} = w_{O,i}$, $w_{max} = 1/c$, $w_{O,i}$ usvojena vrednost težina tačaka na objektu i a c konstanta koja sprečava pojavljivanje nule u imeniocu u jednačini (3.20). Kao što je prethodno već obrazloženo, u slučaju IWST metode za težine tačaka na objektu $w_{O,i}$ usvaja se vrednost nula, dok se u slučaju GREDOD metode za težine ovih tačaka usvaja mala konstantna vrednost bliska nuli. Pored toga, treba naglasiti da veoma male vrednosti težina $w_{O,i}$ mogu prouzrokovati numeričku nestabilnost prilikom određivanja ocenjenog vektora pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$ kod GREDOD metode. Uvođenjem ovih ograničenja definisana je dopustiva oblast pretraživanja. U slučaju primene IRLS metode težine $w_{PRP,i}$ određuju se prema izrazu (3.20) pa je definisano ograničenje (4.18) uvek zadovoljeno. Sa druge strane, GA i GPSO algoritam ne koriste izraz (3.20) za određivanje težina $w_{PRP,i}$, već polaze od niza nasumično odabranih potencijalnih rešenja i iterativno ih poboljšavaju tokom procesa pretrage. Stoga, rešenje dobijeno primenom ovih algoritama može biti optimalno u smislu vrednosti

funkcije cilja (3.17), ali neizvodljivo sa stanovišta fizičkog ograničenja (4.18). Dakle, u neki slučajevima vrednosti težina $w_{PRP,i}$ dobijene primenom GA i GPSO algoritma mogu biti manje od minimalne dozvoljene vrednosti w_{min} ili veće od maksimalne dozvoljene vrednosti w_{max} . Iz tog razloga, ovi algoritmi moraju se modifikovati na neki način kako bi se omogućila pretraga samo onih rešenja koja ispunjavaju ograničenje (4.18). Shodno tome, funkcija cilja (3.17) modifikovana je metodom kaznenih funkcija, što je uobičajeno kod primene evolutivnih algoritama u rešavanju optimizacionih problema sa ograničenjima tipa jednakosti ili nejednakosti [91], [92]. Kaznene funkcije smanjuju kvalitet onih rešenja koja prekorače ograničenje (4.18) uzimajući u obzir udaljenost dobijenog rešenja od dopustive oblasti pretraživanja. Takođe, treba imati na umu da je vrednost kazne proporcionalna udaljenosti dobijenog rešenja od dopustive oblasti pretraživanja. U tom kontekstu, za svako prekoračenje ograničenja (4.18) formira se odgovarajuća vrednost kazne g_i , kao

$$g_i = \begin{cases} |w_{PRP,i} - w_{max}|, & w_{PRP,i} > w_{max} \\ 0, & w_{min} \leq w_{PRP,i} \leq w_{max} \\ |w_{min} - w_{PRP,i}|, & w_{PRP,i} < w_{min} \end{cases} \quad (4.19)$$

Konačno, modifikovana funkcija cilja formulisana je na sledeći način:

$$\sum_{i=1}^u |d_i| + \sum_{i=1}^n \beta \cdot g_i = \min, \quad (4.20)$$

gde su g_i odgovarajuće kazne za svaku promenljivu, a β težinski koeficijent kazne. Za težinski koeficijent kazne β obično se usvaja veoma velika numerička vrednost. Ukoliko dobijeno rešenje zadovoljava ograničenje (4.18), funkcije cilja (3.17) i (4.20) su identične, jer su u tom slučaju odgovarajuće kazne g_i jednake nuli. Sa druge strane, ako se prilikom optimizacije pojavi neko rešenje koje prekoračuje ograničenje (4.18), odgovarajuća kazna g_i povećava vrednost funkcije cilja (4.20), što rezultira eliminacijom tog rešenja. Stoga, evidentno je da će konačno rešenje, tj. optimalno rešenje, biti unutar definisanih granica. Ovaj oblik kaznenih funkcija, definisan izrazima (4.19) i (4.20), predstavlja samo jedan od mnoštva drugih oblika kaznenih funkcija predloženih u literaturi. Uprkos tome što je veoma jednostavan,

ovaj oblik kaznenih funkcija pokazao se kao veoma efikasan u velikom broju različitih primena. Prethodno su definisane promenljive veličine, jedinka (4.17), dopustiva oblast pretraživanja (4.18) i modifikovana funkcija cilja (4.20), čime su ispunjeni svi preduslovi za primenu GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode.

```

begin
   $k \leftarrow 0$ 
  generiši inicijalnu populaciju
  formiraj matricu težina  $\mathbf{W}$  pomoću izraza (3.12) tj. (3.50) za svaku jedinku  $\mathbf{y}$ 
  izračunaj vektor pomeranja  $\hat{\mathbf{d}}$  pomoću izraza (3.13) tj. (3.49) za svaku jedinku  $\mathbf{y}$ 
  izračunaj vrednost funkcije cilja (4.20) za svaku jedinku  $\mathbf{y}$ 
  while not kriterijum zaustavljanja do
     $k \leftarrow k + 1$ 
    izaberi dve jedinke iz stare generacije za ukrštanje
    bool test = verovatnosni test primene ukrštanja
    if test then
      | rekombinuj ukrštanjem dve jedinke kako bi proizveo dve nove jedinke
    else
      | nove jedinke = stare jedinke
    end
    bool test = verovatnosni test primene mutacije
    if test then
      | mutiraj nove jedinke
    end
    ubaci nove jedinke u populaciju
    formiraj matricu težina  $\mathbf{W}$  pomoću izraza (3.12) tj. (3.50) za svaku jedinku  $\mathbf{y}$ 
    izračunaj vektor pomeranja  $\hat{\mathbf{d}}$  pomoću izraza (3.13) tj. (3.49) za svaku jedinku  $\mathbf{y}$ 
    izračunaj vrednost funkcije cilja (4.20) za svaku jedinku  $\mathbf{y}$ 
  end
end

```

Slika 4.7: Primena genetskog algoritma u rešavanju optimizacionih problema IWST i GREDOD metode.

Kod genetskog algoritma, u početnom koraku formira se skup nasumično odabranih jedinki koje čine početnu populaciju. Početna populacija predstavlja skup polaznih rešenja za težine $w_{PRP,i}$. Svaka težina $w_{PRP,i}$, kao deo svake jedinke u populaciji, predstavlja jedan gen. Sve jedinke, tj. njihovi geni, iterativno se transformišu primenom genetskih operatora, selekcije, ukrštanja i mutacije u cilju dobijanja boljih generacija jedinki, na način koji je opisan pseudokodom na slici 4.7. Kada je kriterijum zaustavljanja ispunjen, jedinka iz poslednje generacije koja ima najbolju vrednost funkcije cilja (4.20) proglašava se optimalnim rešenjem.

Nakon toga, na osnovu vrednosti težina $w_{PRP,i}$ jedinke koja predstavlja optimalno rešenje određuje se ocenjeni vektor pomeranja tačaka mreže $\hat{\mathbf{d}}$ i odgovarajuća kofaktorska matrica $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ pomoću izraza (3.14) i (3.51) u slučaju IWST i GREDOD metode, respektivno, nakon čega se vrši ispitivanje stabilnosti tačaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti pomoću izraza (3.15) i (3.16).

```

begin
   $k \leftarrow 0$ 
  generiši inicijalni roj
  while not kriterijum zaustavljanja do
     $k \leftarrow k + 1$ 
    for ( $i=1$  to  $n$ ) do
      izračunaj novu poziciju jedinke  $\mathbf{y}_i$  pomoću izraza (4.15)
      formiraj matricu težina  $\mathbf{W}$  pomoću izraza (3.12) tj. (3.50) za jedinku  $\mathbf{y}_i$ 
      izračunaj vektor pomeranja  $\hat{\mathbf{d}}$  pomoću izraza (3.13) tj. (3.49) za jedinku  $\mathbf{y}_i$ 
      izračunaj vrednost funkcije cilja (4.20) za jedinku  $\mathbf{y}_i$ 
      ažuriraj vrednost  $\mathbf{p}$ 
    end
    ažuriraj vrednost  $\mathbf{g}$ 
  end
end

```

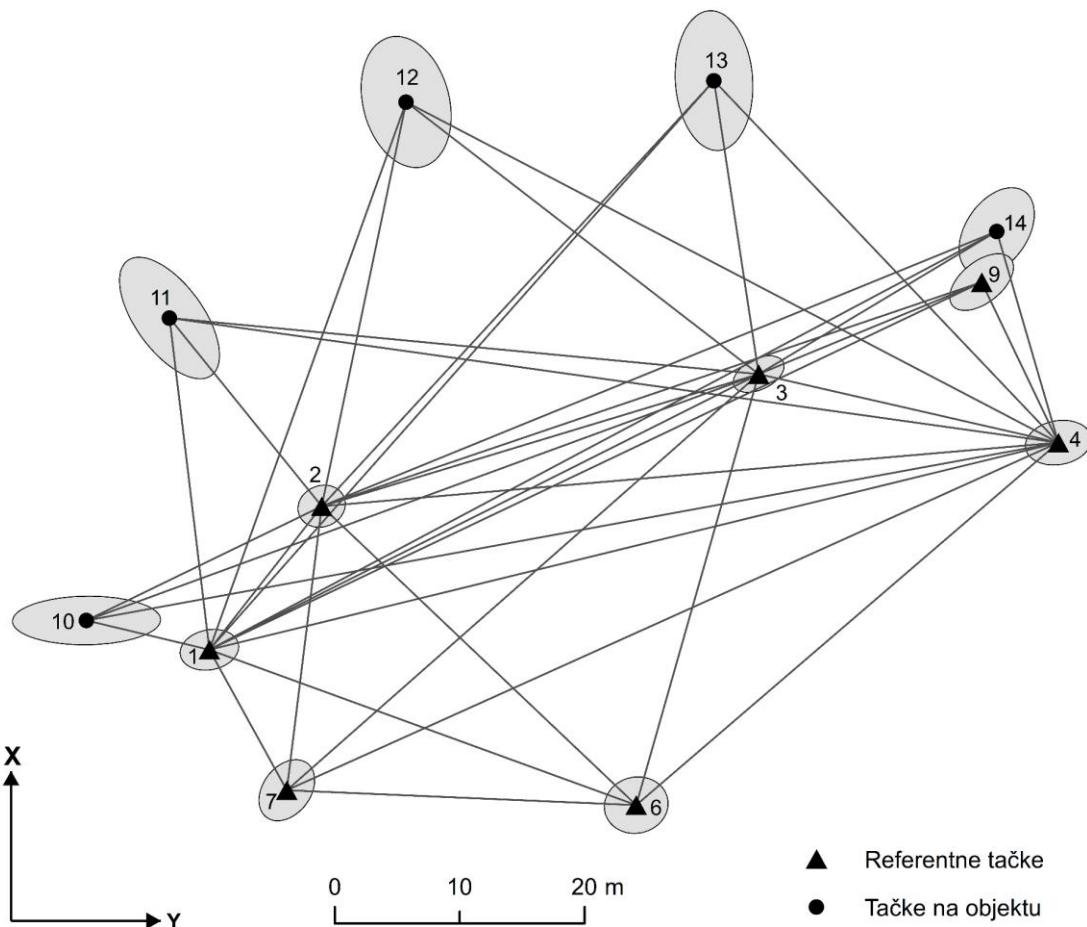
Slika 4.8: Primena GPSO algoritma u rešavanju optimizacionih problema IWST i GREDOD metode.

GPSO algoritam takođe polazi od skupa nasumično odabranih jedinki koje čine početnu populaciju (roj). Prema konceptu GPSO algoritma, vrednosti težina $w_{PRP,i}$ određuju poziciju, odnosno „koordinate”, svake jedinke u prostoru pretrage. Sve jedinke iz populacije iterativno se „repozicioniraju” po prostoru pretrage u cilju pronalaženja optimalnog datumskog rešenja vektora pomeranja tačaka mreže, odnosno optimalnih vrednosti težina $w_{PRP,i}$, na način koji je opisan pseudokodom na slici 4.8. Nakon ispunjenja usvojenog kriterijuma zaustavljanja, jedinka koja ima najbolju vrednost funkcije cilja na nivou populacije predstavlja optimalno rešenje. Konačno, na osnovu vrednosti težina ove jedinke određuje se ocenjeni vektor pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$ i odgovarajuća kofaktorska matrica $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ pomoću izraza (3.14) i (3.51) u slučaju IWST i GREDOD metode, respektivno. Nakon toga, sprovodi se postupak analize stabilnosti tačaka mreže pomoću izraza (3.15) i (3.16).

5 EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA

5.1 EKSPERIMENT 1 – BRANA MONTSALVENS

Osnovni cilj ovog eksperimenta jeste ispitivanje mogućnosti primene GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode. Eksperiment je sproveden na primeru pojednostavljene verzije realne geodetske dvodimenzionalne mreže brane *Montsalvens* u Švajcarskoj, koji je u poslednjih nekoliko decenija zastupljen u brojnim istraživanjima [2], [9], [22], [23], [29], [31], [36]. Stoga, rezultati ovog eksperimenta direktno su uporedivi sa rezultatima koji su dobijeni u citiranim publikacijama. Geodetska mreža brane *Montsalvens* sastoji se od tačaka stabilizovanih van zone očekivanih deformacija (potencijalno referentne tačke mreže) i tačaka koje reprezentuju geometriju pomenute brane (Slika 5.1).



Slika 5.1: Geodetska mreža brane *Montsalvens*.

U mreži su simulirane dve epohe merenja, a svaka od njih sastoji se od 49 horizontalnih pravaca i 6 horizontalnih dužina. Slučajne greške merenja slede normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću nula i standardnim devijacijama $\sigma_p = 1''$ i $\sigma_d = 0.3$ mm za pravce i dužine, respektivno. Svaka epoha merenja sastoji se od $n = 55$ opažanja i $u = 29$ nepoznatih parametara. Defekt mreže iznosi $de = 3$, a broj stepeni slobode $f = n - u + de = 29$. Približne koordinate tačaka mreže i rezultati simuliranih opažanja u dve epohe dostupni su u [2].

Tabela 5.1: Približne koordinate tačaka mreže, simulirana pomeranja i rezultati izravnivanja nulte i kontrolne epohe merenja.

Tačka	Y_i [m]	d_{Y_i} [mm]	$\hat{Y}_{1,i}$ [m]	$\hat{Y}_{2,i}$ [m]	$\hat{\sigma}_{Y_i}$ [mm]
	X_i [m]	d_{X_i} [mm]	$\hat{X}_{1,i}$ [m]	$\hat{X}_{2,i}$ [m]	$\hat{\sigma}_{X_i}$ [mm]
1	100.011	0.000	100.01110	100.01130	0.096
	100.103	0.000	100.10300	100.10320	0.067
2	109.003	0.000	109.00310	109.00320	0.078
	111.601	0.000	111.60100	111.60100	0.069
3	144.013	-0.600	144.01300	144.01240	0.083
	122.181	-0.500	122.18090	122.18050	0.060
4	168.014	0.000	168.01390	168.01400	0.108
	116.692	0.000	116.69190	116.69200	0.073
6	134.199	0.000	134.19910	134.19890	0.104
	87.661	0.000	87.66097	87.66112	0.092
7	106.210	0.000	106.21000	106.21030	0.091
	88.855	0.000	88.85517	88.85516	0.100
9	161.867	0.000	161.86690	161.86700	0.104
	129.551	0.000	129.55110	129.55100	0.093
10	90.167	0.000	90.16726	90.16745	0.242
	102.448	0.000	102.44800	102.44810	0.079
11	96.814	-0.750	96.81409	96.81344	0.164
	126.676	0.600	126.67600	126.67650	0.199
12	115.772	0.500	115.77210	115.77260	0.147
	143.977	1.100	143.97660	143.97820	0.215
13	140.429	0.300	140.42890	140.42930	0.127
	145.687	1.000	145.68690	145.68830	0.229
14	163.079	0.000	163.07890	163.07910	0.123
	133.610	0.000	133.60990	133.61010	0.143

U početnom koraku izvršeno je izravnanje simuliranih opažanja iz dve epohe merenja po funkcionalnom i stohastičkom modelu posrednog izravnjanja, pri čemu je datum definisan minimalnim tragom na potencijalno referentne tačke mreže. Izravnate koordinate tačaka mreže iz dve epohe merenja i odgovarajuće standardne devijacije prikazane su u tabeli 5.1. Pored toga, u ovoj tabeli prikazane su približne koordinate tačaka mreže i vrednosti simuliranih pomeranja. Iz izravnjanja nulte i kontrolne epohe merenja dobijene su sledeće vrednosti *a posteriori* disperzionih faktora $\hat{\sigma}_{0_1}^2 = 1.0453$ i $\hat{\sigma}_{0_2}^2 = 0.9970$. Deformaciona analiza geodetske mreže sprovedena je po funkcionalnom i stohastičkom modelu IWST i GREDOD metode, pri čemu su u postupku robusne ocene vektora pomeranja pored IRLS metode primenjeni GA i GPSO algoritam. Optimizacioni uslov robusne ocene vektora pomeranja formulisan je funkcijom cilja (3.17), kod obe metode.

Vrednosti parametara IRLS metode usvojene su na bazi empirijske analize procesa optimizacije. Naime, za konstantu c i toleranciju γ usvojene su vrednosti 0.01 mm i 0.001 mm, dok su za težine tačaka na objektu $w_{O,i}$ usvojene vrednosti 0 i 0.0001 kod IWST i GREDOD metode, respektivno. Ocenjeni vektor pomeranja i odgovarajuća kofaktorska matrica određeni su kroz 9 iteracija u slučaju IWST metode i 14 iteracija u slučaju GREDOD metode, nakon čega je sprovedena analiza stabilnosti tačaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti. Rezultati deformacione analize dobijeni primenom IRLS metode prikazani su u tabeli 5.2. Primenom ovog optimizacionog postupka dobijene su identične vrednosti komponenti ocenjenog vektora pomeranja tačaka mreže kod obe metode. Takođe, optimalne vrednosti težina potencijalno referentnih tačaka mreže $w_{PRP,i}$ veoma su slične u slučaju obe metode, pa se dobijena datumska rešenja za vektor pomeranja, uslovno rečeno, mogu smatrati identičnim. Međutim, očigledno je da su vrednosti test statistike T_j nešto veće u slučaju GREDOD metode, što je posledica različitih vrednosti *a posteriori* disperzionih faktora kod IWST i GREDOD metode [22]. Naime, vrednost *a posteriori* disperzionog faktora kod GREDOD metode ($\hat{\sigma}_0^2 = 0.9856$) manja je nego kod IWST metode ($\hat{\sigma}_0^2 = 1.0211$). Opšte je poznato da GREDOD metoda eliminiše greške opažanja iz dve epohe merenja koje su istog znaka. Stoga, ove razlike ukazuju da u analiziranim podacima postoji više

opažanja sa greškama istog znaka u dve epohe merenja, nego opažanja sa greškama suprotnog znaka. Očigledno je da pomenute razlike nemaju uticaja na rezultate analize stabilnosti tačaka mreže, jer su primenom obe metode tačke 3, 12 i 13 identifikovane kao nestabilne. Takođe, treba naglasiti da je tačka 11 na kojoj je simulirano pomeranje od 0.96 mm identifikovana kao stabilna primenom obe metode deformacione analize.

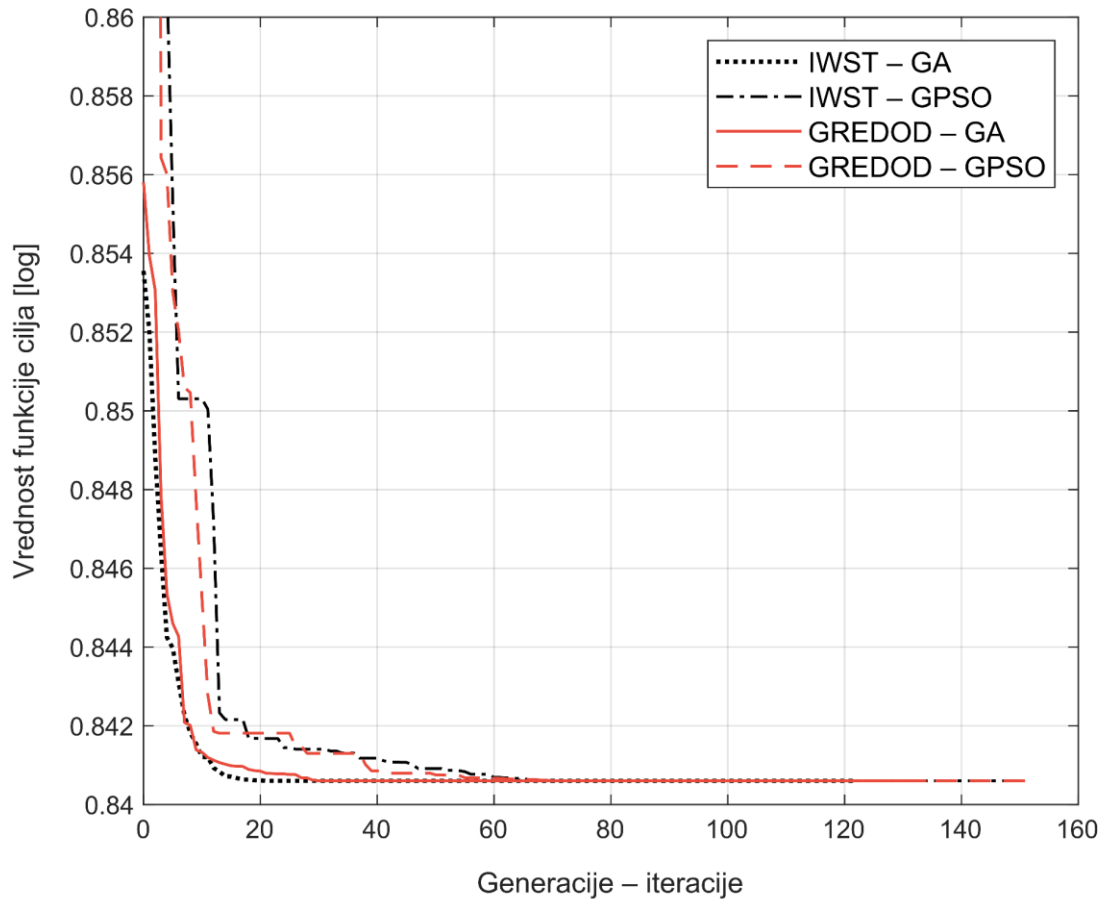
Tabela 5.2: Rezultati deformacione analize IWST i GREDOD metode, IRLS metoda.

Tačka	IWST – IRLS				GREDOD – IRLS			
	T_j	$F^{b)}$	\hat{d}_i [mm]	w_i	T_j	$F^{c)}$	\hat{d}_i [mm]	w_i
1	0.624	6.004	0.077	11.346	0.645	6.626	0.076	11.567
			0.132	7.084			0.133	7.019
2	0.008	6.004	-0.019	34.595	0.009	6.626	-0.020	33.241
			-0.001	83.569			-0.001	90.498
3	18.932^{a)}	6.004	-0.683	1.444	19.793^{a)}	6.626	-0.683	1.443
			-0.427	2.288			-0.428	2.285
4	0.148	6.004	0.021	31.346	0.148	6.626	0.021	32.311
			0.068	12.724			0.067	13.004
6	2.209	6.004	-0.369	2.646	2.276	6.626	-0.370	2.631
			0.109	8.396			0.109	8.410
7	0.833	6.004	0.189	5.016	0.825	6.626	0.187	5.072
			-0.031	23.998			-0.031	24.612
9	0.201	6.004	0.002	84.788	0.208	6.626	0.001	87.642
			-0.074	11.898			-0.076	11.700
10	0.384	6.004	0.072	0.000	0.405	6.626	0.071	0.0001
			0.109	0.000			0.110	0.0001
11	3.768	6.004	-0.758	0.000	3.866	6.626	-0.758	0.0001
			0.457	0.000			0.457	0.0001
12	18.348^{a)}	6.004	0.441	0.000	19.026^{a)}	6.626	0.441	0.0001
			1.552	0.000			1.552	0.0001
13	10.830^{a)}	6.004	0.306	0.000	11.251^{a)}	6.626	0.307	0.0001
			1.309	0.000			1.308	0.0001
14	0.230	6.004	0.095	0.000	0.239	6.626	0.095	0.0001
			0.073	0.000			0.072	0.0001

Napomena: a) Tačka je nestabilna; b) $F_{1-\alpha_0, h, f} = 6.004$, gde je $\alpha = 0.05$, $\alpha_0 = 0.0043$, $f = 58$ i $h = 2$; c) $F_{1-\alpha_0, h, f} = 6.626$, gde je $\alpha = 0.05$, $\alpha_0 = 0.0043$, $f = 29$ i $h = 2$.

Za potrebe primene GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja, odnosno određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja, između

ostalog neophodno je definisati odgovarajuća ograničenja za težine potencijalno referentnih tačaka mreže $w_{PRP,i}$, tj. dopustivu oblast pretraživanja. Na osnovu izraza (4.18) i usvojenih vrednosti za konstantu c i težine tačaka na objektu $w_{O,i}$ definisana su sledeća ograničenja: $0 \leq w_{PRP,i} \leq 100$ za IWST metodu i $0.0001 \leq w_{PRP,i} \leq 100$ za GREDOD metodu. Prethodno definisana ograničenja integrisana su u funkciju cilja metodom kaznenih funkcija na način kao što je objašnjeno u potpoglavlju 4.5. Za težinski koeficijent kazne β usvojena je vrednost 10^6 . Šeme podešavanja parametara GA i GPSO algoritma usvojene su u skladu sa preporukama datim u literaturi [80], [89]. Selekcija jedinki vrši se primenom stohastičke uniformne selekcije sa linearnim rangiranjem, ukrštanje jedinki primenom šeme uniformnog ukrštanja, a mutacija gena prostom slučajnom promenom pomoću normalne raspodele. Pored toga, treba napomenuti da se smena generacija sprovodi primenom elitističke strategije, gde se 5% najboljih jedinki iz populacije direktno prebacuje u narednu generaciju. Kod GPSO algoritma, parametri ρ i c se tokom procesa optimizacije linearno smanjuju unutar opsega $[0.95, 0.6]$ i $[0.8, 0.2]$, respektivno, dok parametar ζ uzima vrednosti iz opsega $[-0.9, 0.2]$ primenom uniformne raspodele. Veličina populacije (roja) i kriterijum zaustavljanja definisani su na bazi analize konvergencije procesa optimizacije. Za broj jedinki kod genetskog algoritma, odnosno broj čestica kod GPSO algoritma, usvojena je vrednost 600. Kriterijum zaustavljanja formulisan je maksimalnim brojem generacija (iteracija) i tolerancijom, gde su za broj generacija i toleranciju usvojene vrednosti 150 i 10^{-6} , respektivno. Dobro je poznato da kod GA i GPSO algoritma nije moguće ponoviti sve korake u postupku optimizacije za identičan problem i iste početne uslove, jer se pretraga prostora rešenja vrši na kontrolisano slučajan način. Stoga, postupak robusne ocene vektora pomeranja primenom GA i GPSO algoritma ponovljen je 100 puta kod obe metode, kako bi se povećala pouzdanost i reprezentativnost dobijenih rezultata. Za konačna rešenja usvojena su ona rešenja koja imaju najbolju, odnosno minimalnu, vrednost funkcije cilja (4.20). Na slici 5.2 dat je prikaz toka optimizacije GA i GPSO algoritma kod IWST i GREDOD metode. Na apscisi su predstavljene generacije (iteracije), a na ordinati vrednosti funkcije cilja u logaritamskoj razmeri. Može se uočiti da genetski algoritam brže konvergira ka optimalnom rešenju u slučaju obe metode.



Slika 5.2: Prikaz toka optimizacije GA i GPSO algoritma kod IWST i GREDOD metode.

Rezultati deformacione analize dobijeni primenom GA i GPSO algoritma prikazani su u tabelama 5.3 i 5.4, respektivno. Očigledno je da su primenom ovih algoritama dobijene potpuno različite optimalne vrednosti težina $w_{PRP,i}$, odnosno različita datumska rešenja za vektor pomeranja tačaka mreže, kako kod IWST metode tako i kod GREDOD metode. Takođe, treba naglasiti da se i optimalne vrednosti težina $w_{PRP,i}$ dobijene primenom IRLS metode razlikuju od vrednosti dobijenih primenom GA i GPSO algoritma, u slučaju obe metode. Međutim, i pored različitih datumskih rešenja, u slučaju primene GA i GPSO algoritma dobijene su identične vrednosti komponenti ocenjenog vektora pomeranja kod obe metode deformacione analize. Nasuprot tome, primenom IRLS metode dobijene su nešto drugačije vrednosti komponenti ocenjenog vektora pomeranja, što se može smatrati posledicom prethodno diskutovanih nedostataka ove metode, budući da u skupu potencijalno referentnih tačaka mreže postoji jedna nestabilna tačka. Pomenute razlike odrazile su se i na rezultate analize stabilnosti tačaka mreže.

Primenom GA i GPSO algoritma sve tačke na kojima su simulirana pomeranja identifikovane su kao nestabilne, tj. tačke 3, 11, 12 i 13, u slučaju obe metode. Sa druge strane, primenom IRLS metode pomerena tačka 11 identifikovana je kao stabilna, dok su ostale tačke na kojima su simulirana pomeranja identifikovane kao nestabilne. Takođe, važno je napomenuti da u slučaju primene GA i GPSO algoritma vrednosti test statistike T_j nisu uvek striktno veće kod GREDOD metode, što je posledica različitih datumskih rešenja vektora pomeranja.

Tabela 5.3: Rezultati deformacione analize IWST i GREDOD metode, genetski algoritam.

Tačka	IWST – GA				GREDOD – GA			
	T_j	$F^{b)}$	\hat{d}_i [mm]	w_i	T_j	$F^{c)}$	\hat{d}_i [mm]	w_i
1	0.149	6.004	0.062	98.993	0.205	6.626	0.063	88.979
			0.000	100.00			0.000	99.881
2	0.586	6.004	-0.046	3.973	0.556	6.626	-0.044	8.904
			-0.125	4.226			-0.125	0.210
3	15.893^{a)}	6.004	-0.719	0.534	13.784^{a)}	6.626	-0.718	2.023
			-0.518	0.281			-0.518	1.522
4	0.007	6.004	-0.010	88.840	0.003	6.626	-0.008	47.023
			0.000	100.00			0.000	63.048
6	2.588	6.004	-0.373	53.393	2.668	6.626	-0.371	52.137
			0.009	94.506			0.009	99.442
7	1.939	6.004	0.183	89.396	2.394	6.626	0.185	89.789
			-0.157	0.044			-0.157	0.340
9	0.269	6.004	-0.042	26.065	0.260	6.626	-0.040	15.755
			-0.148	1.406			-0.148	0.456
10	0.057	6.004	0.054	0.000	0.061	6.626	0.056	0.0001
			-0.032	0.000			-0.032	0.0001
11	6.048^{a)}	6.004	-0.799	0.000	7.207^{a)}	6.626	-0.797	0.0001
			0.322	0.000			0.322	0.0001
12	12.887^{a)}	6.004	0.384	0.000	12.592^{a)}	6.626	0.386	0.0001
			1.435	0.000			1.435	0.0001
13	7.453^{a)}	6.004	0.248	0.000	7.141^{a)}	6.626	0.250	0.0001
			1.215	0.000			1.215	0.0001
14	0.041	6.004	0.048	0.000	0.038	6.626	0.049	0.0001
			0.000	0.000			0.000	0.0001

Napomena: a) Tačka je nestabilna; b) $F_{1-\alpha_0, h, f} = 6.004$, gde je $\alpha = 0.05$, $\alpha_0 = 0.0043$, $f = 58$ i $h = 2$; c) $F_{1-\alpha_0, h, f} = 6.626$, gde je $\alpha = 0.05$, $\alpha_0 = 0.0043$, $f = 29$ i $h = 2$.

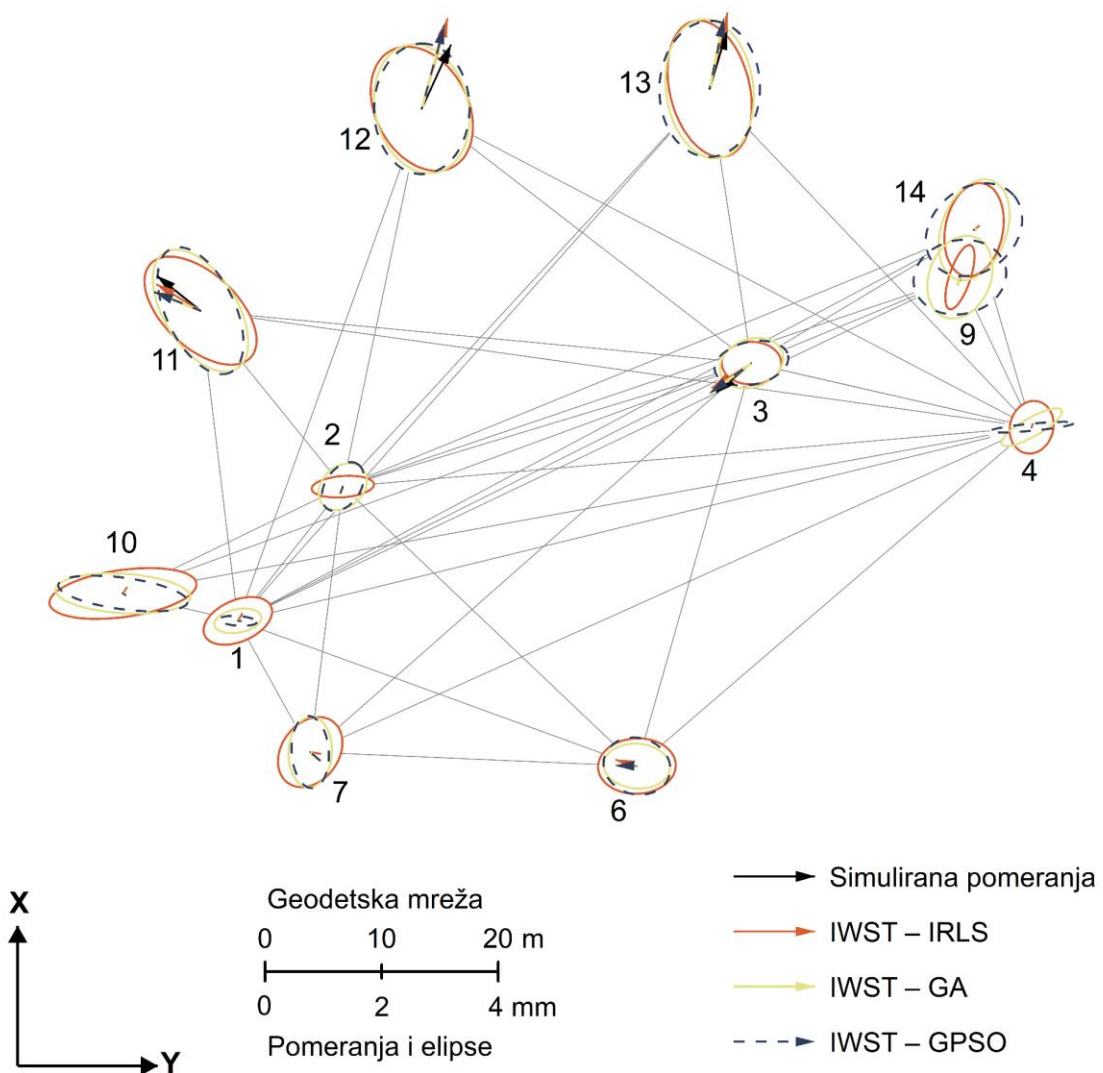
Tabela 5.4: Rezultati deformacione analize IWST i GREDOD metode, GPSO algoritam.

Tačka	IWST – GPSO				GREDOD – GPSO			
	T_j	$F^{b)}$	\hat{d}_i [mm]	w_i	T_j	$F^{c)}$	\hat{d}_i [mm]	w_i
1	0.233	6.004	0.062	20.619	0.480	6.626	0.063	94.513
			0.000	52.769			0.000	71.773
2	0.533	6.004	-0.045	2.838	0.605	6.626	-0.045	28.925
			-0.125	0.062			-0.125	0.411
3	15.175^{a)}	6.004	-0.719	0.565	17.912^{a)}	6.626	-0.718	0.378
			-0.518	0.145			-0.518	0.012
4	0.002	6.004	-0.009	9.361	0.009	6.626	-0.008	59.506
			0.000	70.926			0.000	61.919
6	2.550	6.004	-0.372	13.150	2.235	6.626	-0.372	19.846
			0.009	19.057			0.009	10.521
7	2.237	6.004	0.184	23.438	1.580	6.626	0.185	21.770
			-0.157	0.209			-0.157	0.184
9	0.327	6.004	-0.041	1.629	0.300	6.626	-0.040	13.165
			-0.148	0.428			-0.148	0.087
10	0.065	6.004	0.054	0.000	0.070	6.626	0.055	0.0001
			-0.032	0.000			-0.032	0.0001
11	7.586^{a)}	6.004	-0.798	0.000	7.122^{a)}	6.626	-0.797	0.0001
			0.322	0.000			0.322	0.0001
12	11.164^{a)}	6.004	0.385	0.000	13.430^{a)}	6.626	0.385	0.0001
			1.435	0.000			1.435	0.0001
13	6.939^{a)}	6.004	0.248	0.000	7.721^{a)}	6.626	0.249	0.0001
			1.215	0.000			1.215	0.0001
14	0.022	6.004	0.048	0.000	0.039	6.626	0.049	0.0001
			0.000	0.000			0.000	0.0001

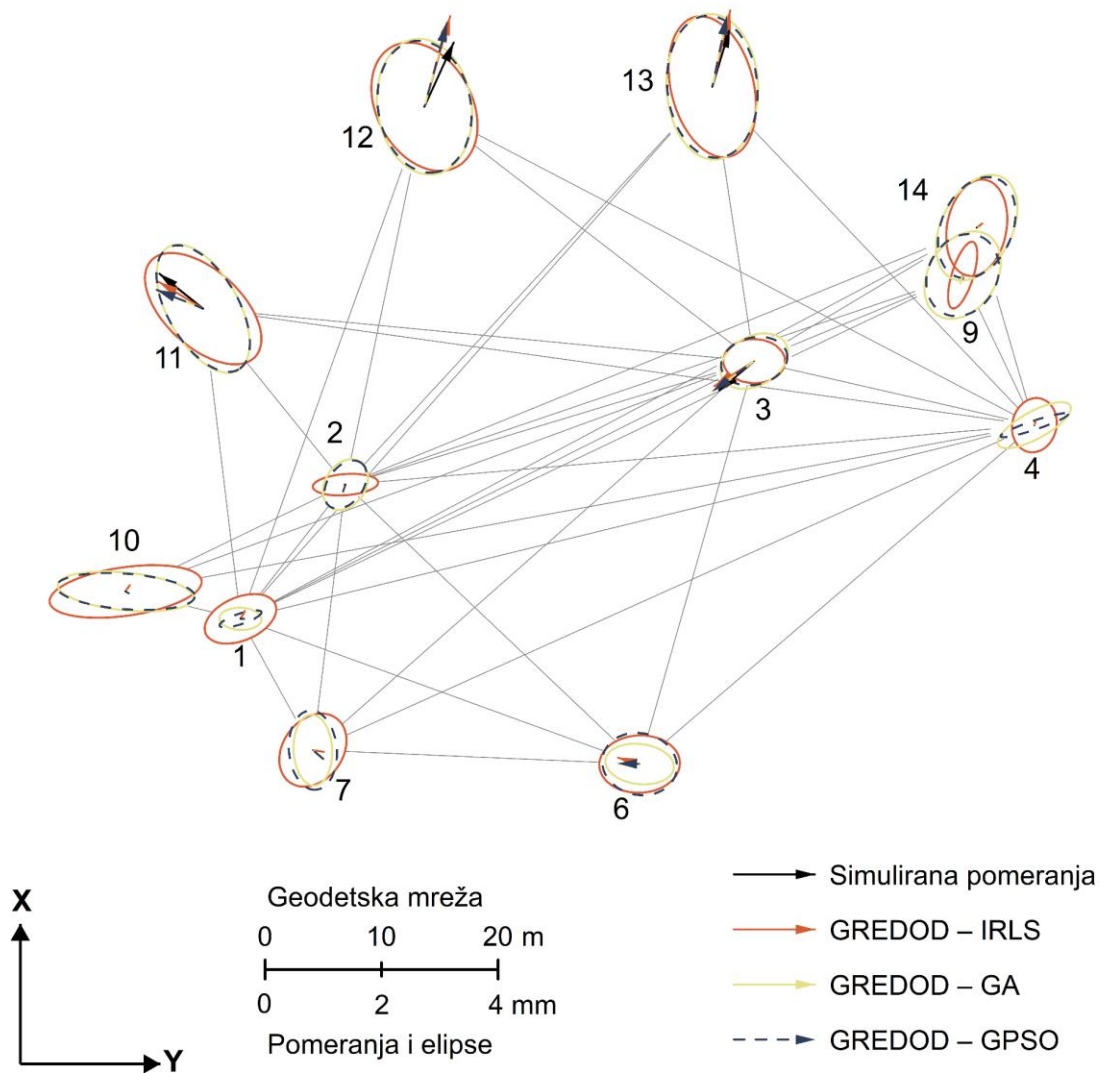
Napomena: a) Tačka je nestabilna; b) $F_{1-\alpha_0, h, f} = 6.004$, gde je $\alpha = 0.05$, $\alpha_0 = 0.0043$, $f = 58$ i $h = 2$; c) $F_{1-\alpha_0, h, f} = 6.626$, gde je $\alpha = 0.05$, $\alpha_0 = 0.0043$, $f = 29$ i $h = 2$.

Pored ostalog, sračunate su i ukupne istinite greške ocenjenih vektora pomeranja $e_{\hat{d}}$ dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST i GREDOD metode. Ukupna istinita greška ocenjenog vektora pomeranja definiše se kao zbir apsolutnih vrednosti istinitih grešaka komponenti ocenjenog vektora pomeranja, $e_{\hat{d}} = \sum |d_i - \hat{d}_i|$. Vrednosti ovih grešaka kod IWST metode iznose 2.574 mm, 2.471 mm i 2.466 mm u slučaju primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma, respektivno. Veoma slične vrednosti pomenutih grešaka dobijene su i kod GREDOD metode, i to 2.572 mm, 2.462 mm i 2.465 mm primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma, respektivno.

U cilju podrobnije analize dobijenih rezultata deformacione analize, pored tabelarne interpretacije, izvršena je i grafička interpretacija ovih rezultata. Na slikama 5.3 i 5.4 prikazani su ocenjeni vektori pomeranja tačaka mreže sa odgovarajućim elipsama poverenja dobijeni u slučaju IWST i GREDOD metode, respektivno. Na ovaj način izvršena je uporedna analiza simuliranih i ocenjenih vektora pomeranja. Osim toga, na bazi grafičke interpretacije može se na veoma jednostavan način sprovesti analiza stabilnosti tačaka mreže. Ukoliko se ocenjeni vektor pomeranja nalazi unutar površine elipse poverenja, tačaka se smatra stabilnom, odnosno nepomerenom. U suprotnom, tačka se proglašava nestabilnom, tj. smatra se da je signifikantno pomerena.



Slika 5.3: Grafička interpretacija rezultata deformacione analize, IWST metoda.

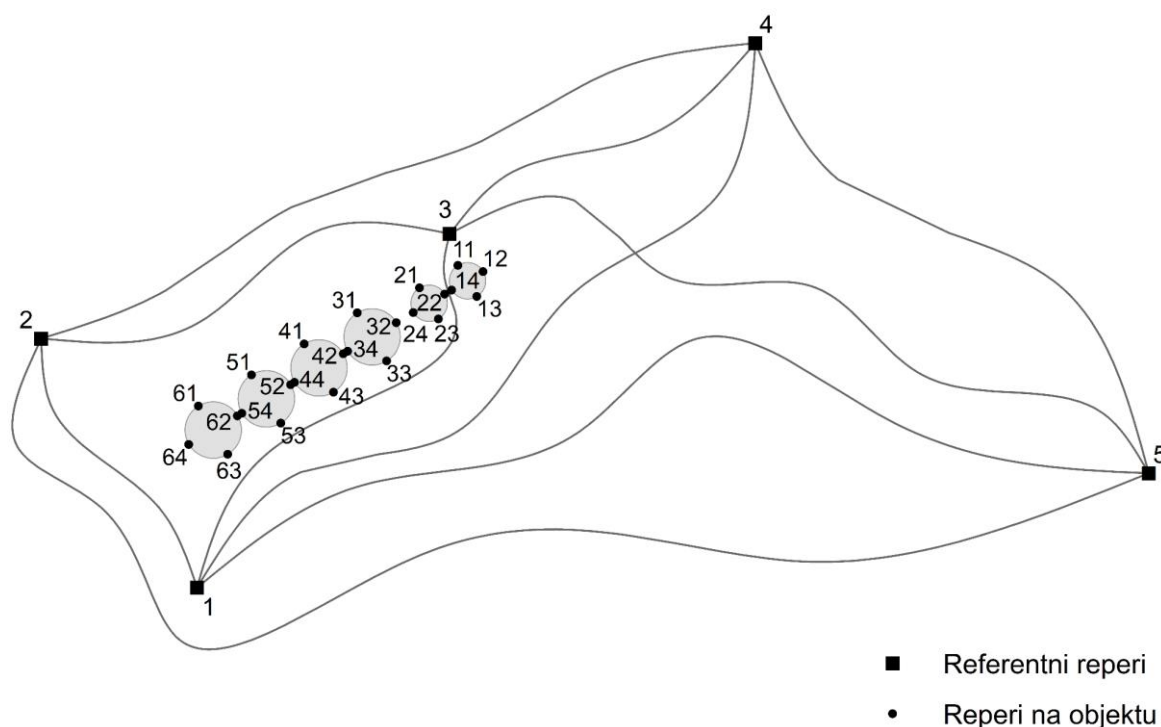


Slika 5.4: Grafička interpretacija rezultata deформacione analize, GREDOD metoda.

Na osnovu dobijenih rezultata može se konstatovati da GA i GPSO algoritam mogu naći primenu u postupku robusne ocene vektora pomeranja, tj. u postupku određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja, kod IWST i GREDOD metode. U prilog tome govori činjenica da su primenom GA i GPSO algoritma sve tačke na kojima su simulirana pomeranja identifikovane kao nestabilne, dok je primenom IRLS metode pomerena tačka 11 identifikovana kao stabilna. Takođe, vidimo da su kod GA i GPSO algoritma dobijene nešto manje vrednosti ukupnih istinitih grešaka e_d nego kod IRLS metode, u slučaju obe metode deформacione analize.

5.2 EKSPERIMENT 2 – SILOSI ŽITOSREM

U ovom eksperimentu analizirana je efikasnost primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma u određivanju optimalnog datuma vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode, na primeru jednodimenzionalne geodetske mreže koja je uspostavljena u svrhu monitoringa sleganja silosa poljoprivrednog gazdinstva Žitosrem u Novim Karlovcima, opština Indija (Slika 5.5). Pomenuta mreža sastoji se od pet potencijalno referentnih repera, stabilizovanih van zone očekivanih deformacija, i dvadeset četiri repera stabilizovana na samim silosima. Realizacija merenja u mreži sprovodi se metodom geometrijskog nivelmana u određenim vremenskim epohama, a svaka epoha opažanja sastoji se od sedamdeset dve visinske razlike ($n = 72$). Budući da je reč o slobodnoj geodetskoj mreži, broj nepoznatih parametara jednak je broju repera mreže $u = 29$. Broj stepeni slobode u svakoj epohi opažanja iznosi $f = 44$, jer je defekt datuma mreže $de = 1$. Merenja visinskih razlika u ovoj mreži realizuju se sa standardnom devijacijom $\sigma_{\Delta h} = 1 \text{ mm/km}$.



Slika 5.5: Geodetska mreža silosa Žitosrem.

Analiza efikasnosti primene prethodno navedenih optimizacionih algoritama u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode, sprovedena je na bazi velikog broja simuliranih setova opažanja koji reprezentuju različite scenarije pomeranja i deformacija u pomenutoj mreži. Za potrebe generisanja simuliranih setova opažanja, na osnovu postojećeg plana opažanja i standarda merenja visinskih razlika, sproveden je postupak prethodne analize kvaliteta geodetske mreže. U ovom postupku su između ostalog sračunate i donje granične vrednosti r_i (3.54) magnituda vektora pomeranja za nivo značajnosti $\alpha = 0.001$. Na osnovu dobijenih vrednosti r_i definisani su intervali za generisanje magnituda simuliranih vektora pomeranja repera mreže.

Eksperimentom su obuhvaćena tri različita scenarija pomeranja repera na objektu:

- Scenario 1 – Jedan nasumično odabran reper na objektu je pomeren ($n_o = 1$);
- Scenario 2 – Dva nasumično odabrana repera na objektu su pomerena ($n_o = 2$);
- Scenario 3 – Tri nasumično odabrana repera na objektu su pomerena ($n_o = 3$).

Magnituda vektora pomeranja repera na objektu $s_{o,i}$ uzimaju vrednosti iz $[r_i, 3r_i]$. U okviru svakog od prethodno navedenih scenarija razmatraju se sledeći slučajevi pomeranja repera u potencijalno referentnoj mreži:

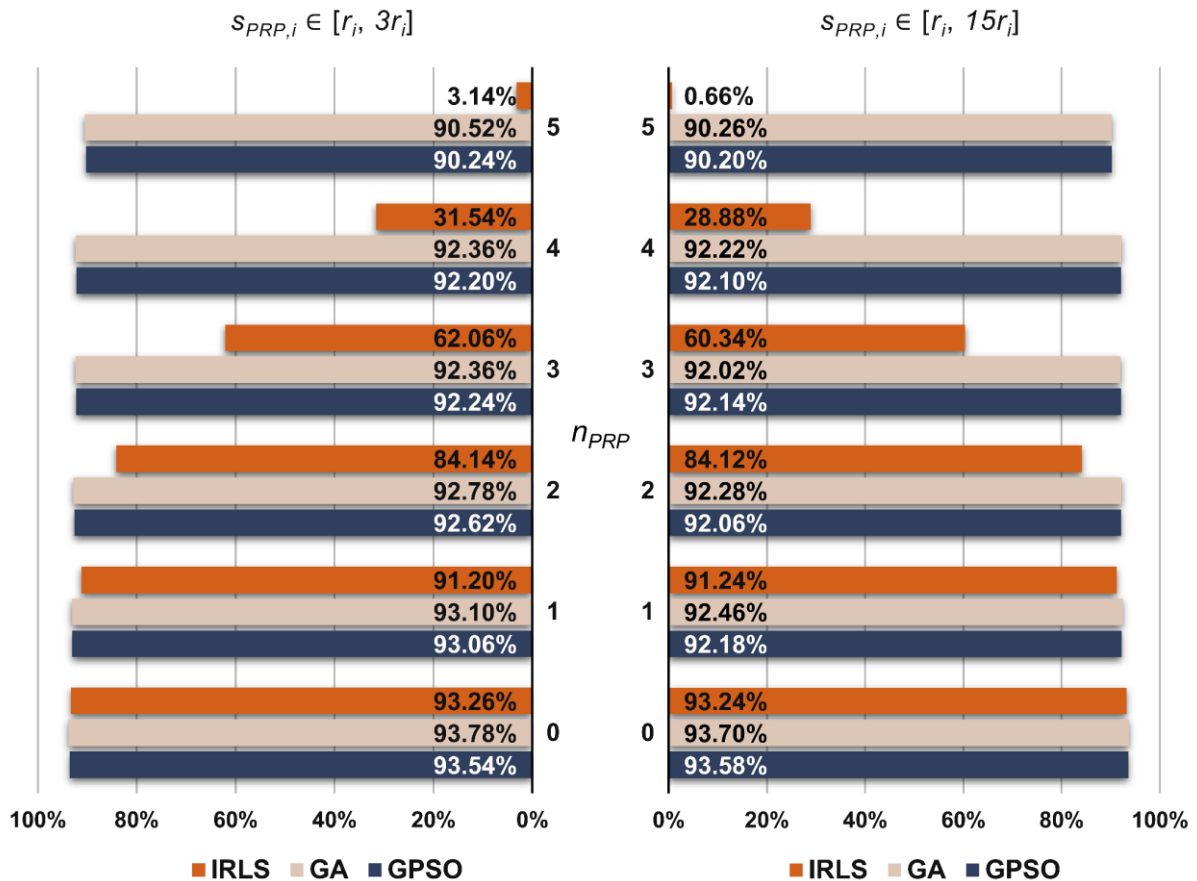
- Svi potencijalno referentni reperi su nepomerani ($n_{PRP} = 0$);
- Jedan nasumično odabran potencijalno referentni reper je pomeren ($n_{PRP} = 1$);
- Dva nasumično odabrana potencijalno referentna repera su pomerena ($n_{PRP} = 2$);
- Tri nasumično odabrana potencijalno referentna repera su pomerena ($n_{PRP} = 3$);
- Četiri nasumično odabrana potencijalno referentna repera su pomerena ($n_{PRP} = 4$);
- Svi potencijalno referentni reperi su pomereni ($n_{PRP} = 5$).

Kako bi se detaljnije istražila efikasnost primene navedenih optimizacionih tehnika (IRLS, GA i GPSO) u rešavanju optimizacionih problema IWST i GREDOD metode, predviđeno je da magnituda vektora pomeranja potencijalno referentnih repera $s_{PRP,i}$ uzimaju vrednosti iz sledeća dva intervala: $[r_i, 3r_i]$ i $[r_i, 15r_i]$.

Na osnovu prethodno definisanih scenarija pomeranja repera u mreži, formulisane su šeme za generisanje indikatora pomeranja z_i . Simulirani vektori pomeranja generišu se pomoću nasumično odabranih magnituda s_i i indikatora pomeranja z_i , prema izrazu (3.58). Za svaki od šest navedenih slučajeva pomeranja potencijalno referentnih repera mreže generisano je po pet hiljada simuliranih setova opažanja prema izrazu (3.62), kod oba intervala za generisanje magnituda $s_{PRP,i}$ u okviru sva tri scenarija pomeranja repera na objektu. Opažanja u mreži simulirana su sa slučajnim greškama merenja koje slede normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću nula i standardnom devijacijom $\sigma_{\Delta h} = 1$ mm/km. Simulacije su izvedene u okviru softverskog paketa *Matlab* primenom Monte Karlo metode.

Deformaciona analiza sprovedena je na svakom setu simuliranih opažanja po funkcionalnom i stohastičkom modelu IWST i GREDOD metode, pri čemu su u postupku određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja primenjeni sledeći optimizacioni postupci: IRLS metoda, GA i GPSO algoritam. Optimizacioni uslov robusne ocene formulisan je funkcijom cilja (3.17), kod obe metode deformacione analize. Za parametre IRLS metode usvojene su sledeće vrednosti: $c = 0.01$ mm, $\gamma = 0.001$ mm, $w_{O,i} = 0$ u slučaju IWST metode i $w_{O,i} = 0.0001$ u slučaju GREDOD metode. Kao što je već pomenuto, u slučaju primene GA i GPSO algoritma neophodno je definisati dopustivu oblast pretraživanja, tj. ograničenja za težine potencijalno referentnih repera mreže $w_{PRP,i}$. Na osnovu usvojenih vrednosti parametara IRLS metode i izraza (4.18) definisana su sledeća ograničenja za težine $w_{PRP,i}$: $0 \leq w_{PRP,i} \leq 100$ za IWST metodu i $0.0001 \leq w_{PRP,i} \leq 100$ za GREDOD metodu. Metodom kaznenih funkcija navedena ograničenja integrisana su u funkciju cilja (4.20), pri čemu je za težinski koeficijent kazne β usvojena vrednost 10^6 . Prethodno definisane šeme podešavanja parametara GA i GPSO algoritma primenjene su i u ovom eksperimentu. Na bazi empirijske analize konvergencije procesa optimizacije, sprovedene na nekoliko setova simuliranih opažanja koji odražavaju različite scenarije pomeranja i deformacija u mreži, definisana je veličina populacije (roja) i kriterijum zaustavljanja. Za veličinu populacije (roja), tj. broj jedinki (čestica), usvojena je vrednost 300. Kriterijum zaustavljanja definisan je maksimalnim brojem generacija (iteracija) i tolerancijom, gde je za broj generacija (iteracija) usvojena vrednost 70, a za toleranciju vrednost 10^{-6} .

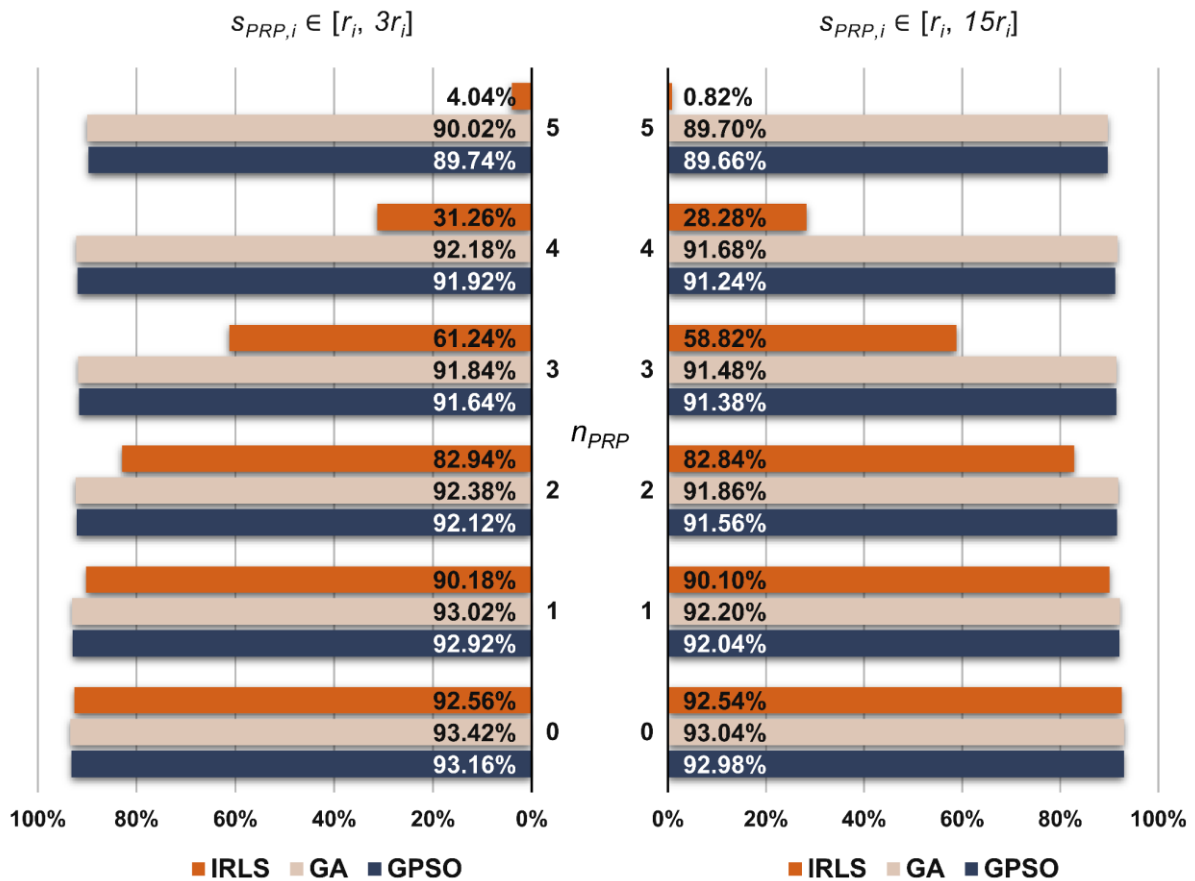
Ovim su specificirane vrednosti svih parametara neophodnih za primenu IRLS metode, GA i GPSO algoritma u robusnoj oceni vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode. Sledeća faza, u postupku deformacione analize IWST i GREDOD metode, jeste ispitivanje stabilnosti tačaka mreže primenom Fišer-ovog testa statističke značajnosti. Za globalni nivo značajnosti α u ovom testu usvojena je vrednost 0.05, pa vrednost lokalnog nivoa značajnosti α_0 iznosi 0.0018. MSR koeficijenti efikasnosti primenjenih metoda nezavisno su sračunati za svaki od analiziranih slučajeva pomeranja potencijalno referentnih repera mreže, kod oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$ u okviru sva tri scenarija pomeranja repera na objektu. Dobijeni rezultati u nastavku su predstavljeni grafički u vidu dijagrama, dok je detaljan tabelarni prikaz ovih rezultata dat u prilogu A.1.



Slika 5.6: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode koji se odnose na prvi scenario pomeranja repera na objektu prikazani su u vidu dijagrama na slikama 5.6 i 5.7, respektivno. Može se uočiti da u slučaju primene IRLS metode efikasnost

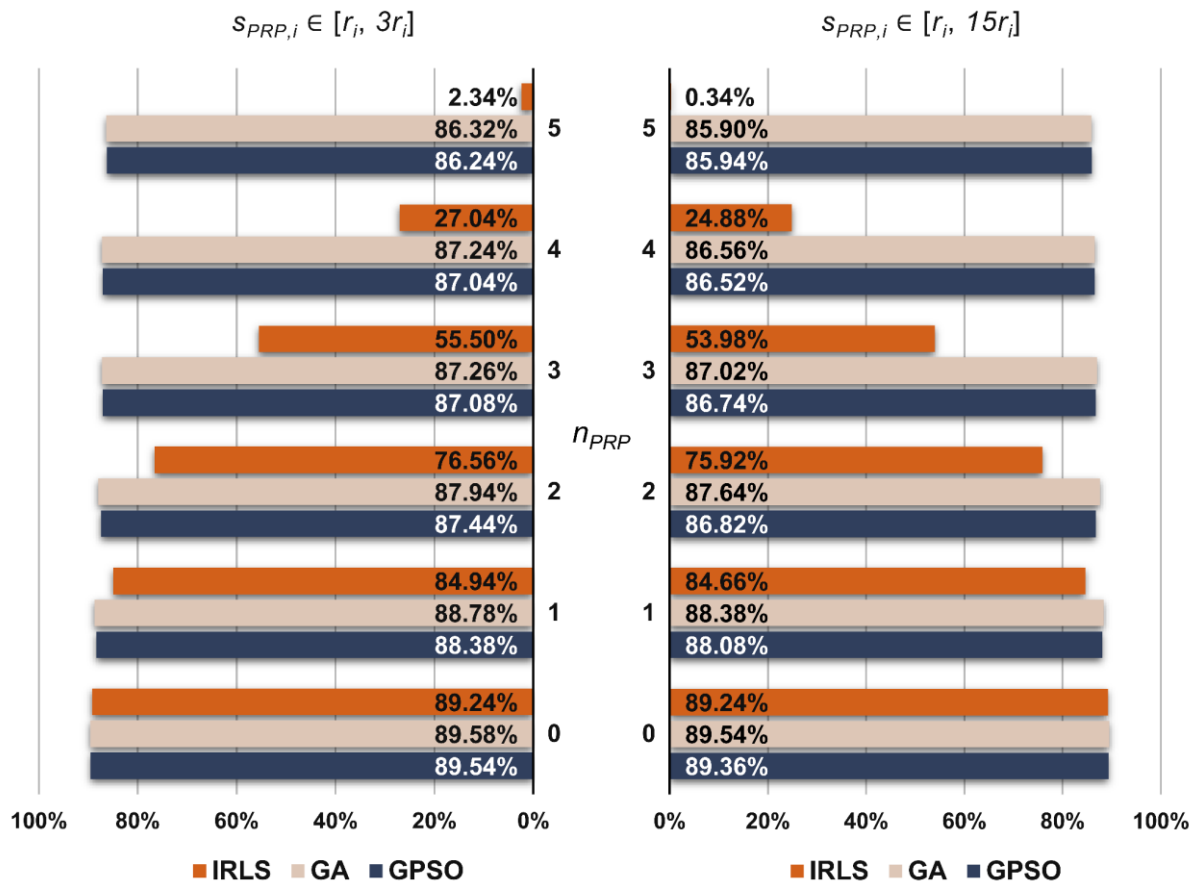
IWST i GREDOD metode značajno opada sa povećanjem broja nestabilnih repera u potencijalno referentnom delu mreže ($n_{PRP} \geq 2$), dok se u slučaju primene GA i GPSO algoritma njihova efikasnost ne menja značajno. Takođe, primetno je da su kod oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$ dobijene veoma slične vrednosti MSR koeficijenata u svakom od analiziranih slučajeva pomeranja repera u potencijalno referentnoj mreži, za sva tri optimizaciona postupka u slučaju obe metode deformacione analize. Navedeni zaključci detaljno su argumentovani u nastavku. Ukoliko razmotrimo slučaj gde su svi potencijalno referentni reperi mreže nepomerani ($n_{PRP} = 0$), vidimo da su kod oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$, primenom sva tri optimizaciona postupka, dobijene veoma slične vrednosti MSR koeficijenata kako kod IWST metode tako i kod GREDOD metode.



Slika 5.7: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

Sa druge strane, ako posmatramo slučaj u kojem su svi potencijalno referentni reperi mreže pomereni ($n_{PRP} = 5$) sa magnitudama pomeranja iz intervala $[r_i, 3r_i]$, vidimo da je efikasnost IWST metode veća je za 87.38% i 87.10% u slučaju primene

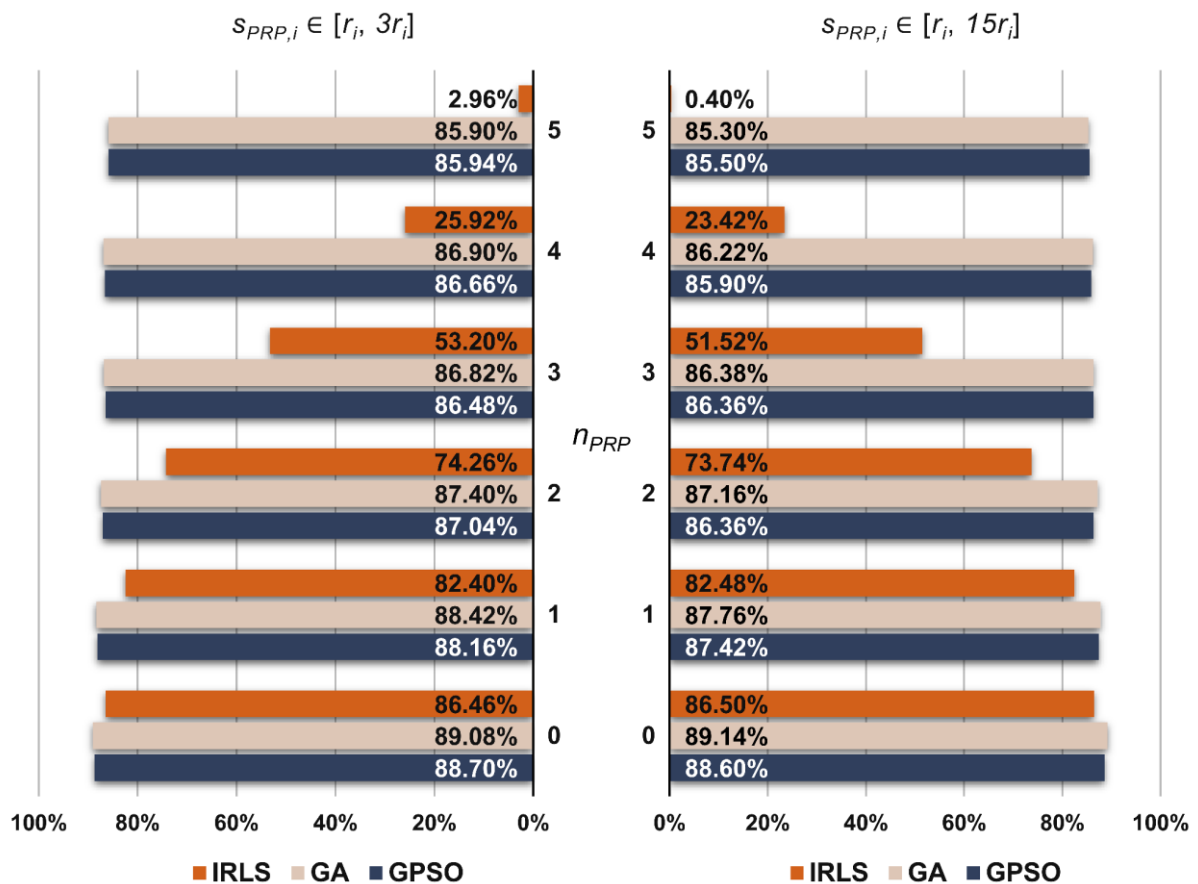
GA i GPSO algoritma, respektivno, nego u slučaju primene IRLS metode. Nešto manje vrednosti poboljšanja efikasnosti dobijene su u slučaju GREDOD metode. Naime, efikasnost GREDOD metode je veća za 85.98% u slučaju primene genetskog algoritma i za 85.70% u slučaju primene GPSO algoritma. Slične vrednosti poboljšanja efikasnosti ovih metoda dobijene su i za slučaj gde su svi potencijalno referentni reperi mreže pomeneni ($n_{PRP} = 5$) sa magnitudama pomeranja iz intervala $[r_i, 15r_i]$. Efikasnost IWST metode veća je za 89.60% i 89.54% u slučaju primene GA i GPSO algoritma, respektivno, dok je efikasnost GREDOD metode veća za 88.88% i 88.84% kod ova dva algoritma.



Slika 5.8: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

Na slikama 5.8 i 5.9 prikazani su MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode koji se odnose na drugi scenario pomeranja repera na objektu. Očigledno je da se u slučaju primene GA i GPSO algoritma efikasnost IWST i GREDOD metode ne menja značajno sa povećanjem broja nestabilnih potencijalno referentnih repera n_{PRP} , dok u slučaju primene IRLS metode njihova efikasnost

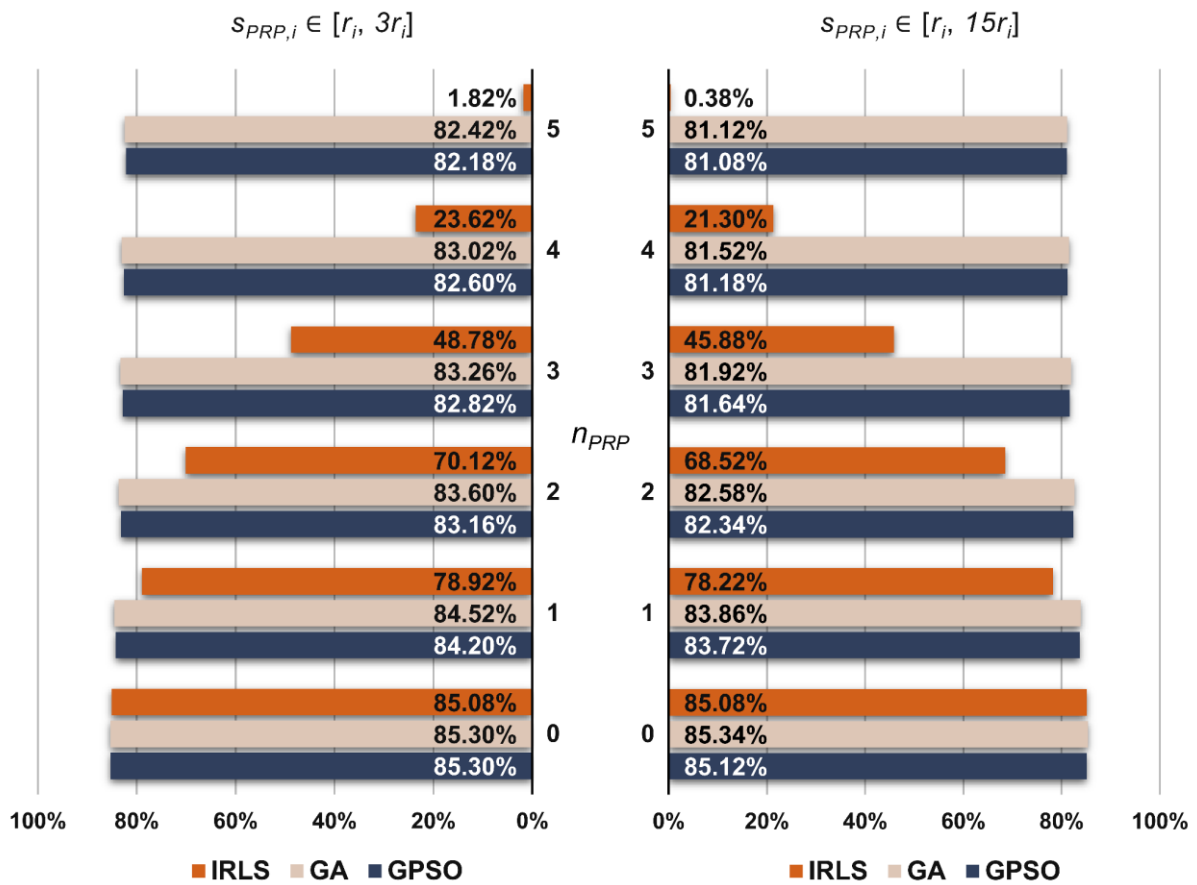
značajno opada. Osim toga, primetno je da se efikasnost ovih metoda ne menja značajno sa povećanjem magnituda potencijalno referentnih repera mreže $s_{PRP,i}$, kod sva tri optimizaciona postupka. Navedeni zaključci su u potpunosti saglasni sa zaključcima izvedenim na bazi analize dobijenih rezultata u okviru prvog scenarija, gde je uvek jedan nasumično odabran reper na objektu pomećen. Međutim, bitno je istaći da su kod ovog scenarija MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode manji u proseku za oko 5% u odnosu na prethodni scenario.



Slika 5.9: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

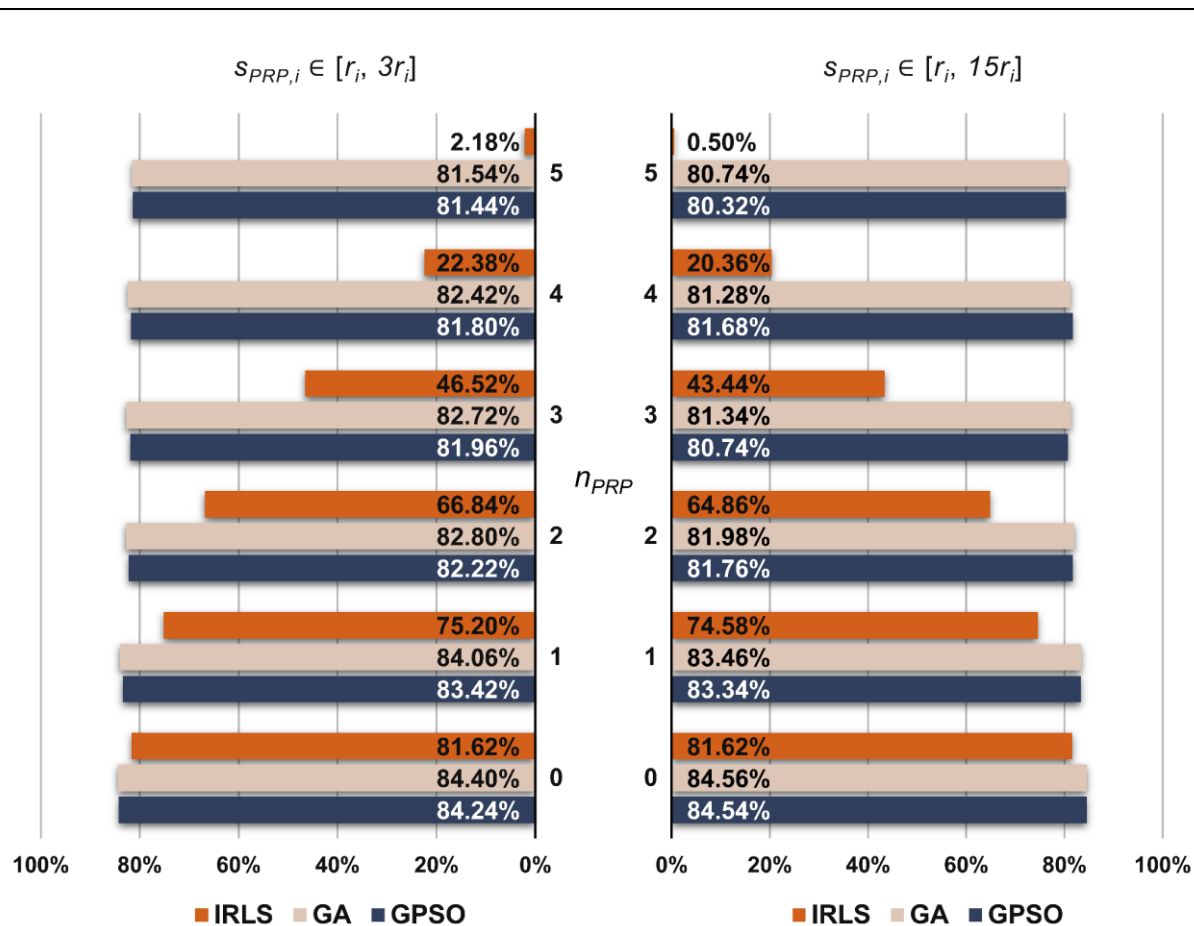
MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode koji se odnose na treći scenario, u kojem su uvek tri nasumično odabrana repera na objektu pomerena, prikazani su u vidu dijagrama na slikama 5.10 i 5.11. Svi prethodno izvedeni zaključci koji se odnose na ponašanje efikasnosti IWST i GREDOD metode, u slučaju primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma, važe i kod ovog scenarija pomeranja repera na objektu. Bitno je napomenuti da su kod ovog scenarija MSR

koeficijenti manji u proseku za oko 9% u slučaju IWST metode i za oko 10% u slučaju GREDOD metode u odnosu na prvi scenario pomeranja repera na objektu.

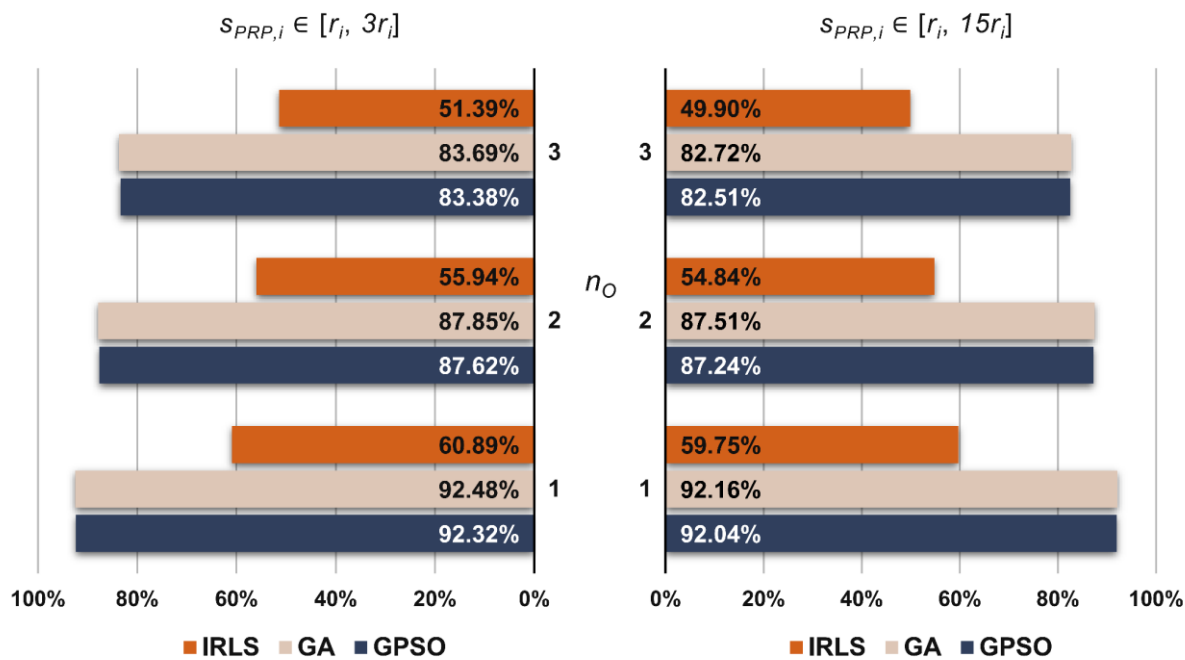


Slika 5.10: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

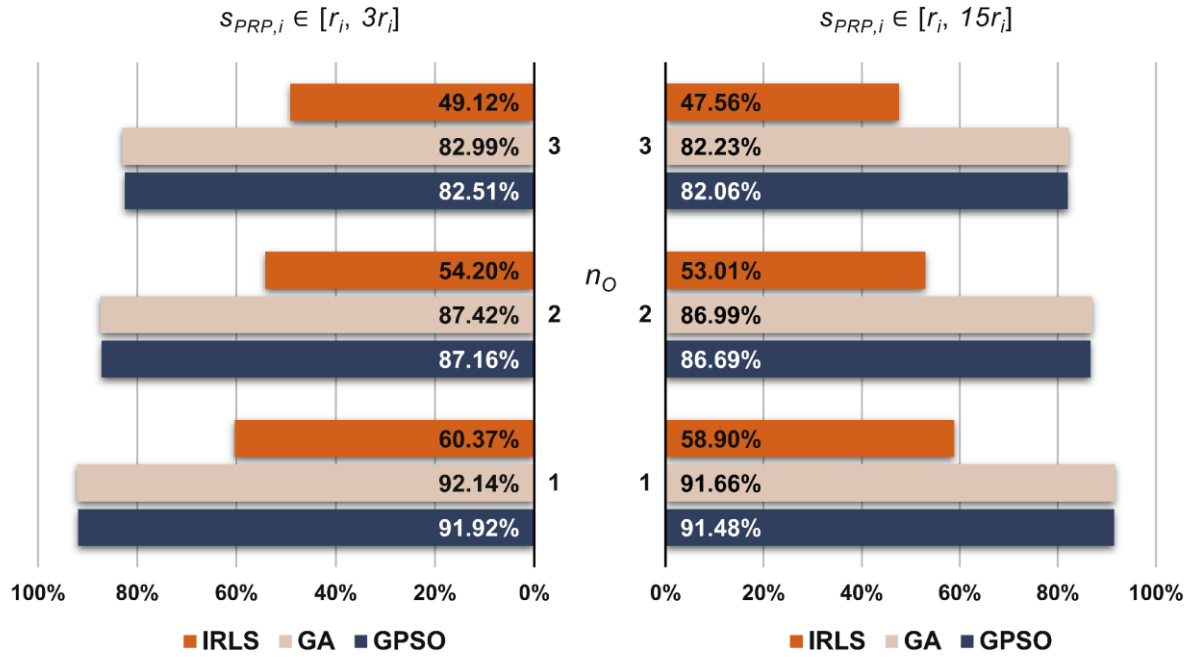
Na osnovu vrednosti MSR koeficijenata sračunata je ukupna efikasnost IWST i GREDOD metode kod oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$ u okviru sva tri scenarija pomeranja repera na objektu. Ukupna efikasnost definiše se kao srednja vrednost MSR koeficijenata koji se odnose na pojedinačne slučajeve pomeranja repera u potencijalno referentnom delu mreže. Vrednosti ukupne efikasnosti IWST i GREDOD metode prikazane su u vidu dijagrama na slikama 5.12 i 5.13, respektivno. Sa ovih dijagrama lako se može uočiti da se efikasnost IWST i GREDOD metode smanjuje sa povećanjem broja pomerenih repera na objektu n_0 , u slučaju primene sva tri optimizaciona postupka. Osim toga, važno je napomenuti da je primenom GA i GPSO algoritma ukupna efikasnost IWST i GREDOD metode uvećana za oko 32% i 33%, respektivno, kod sva tri scenarija pomeranja repera na objektu.



Slika 5.11: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).



Slika 5.12: Ukupna efikasnost IWST metode.

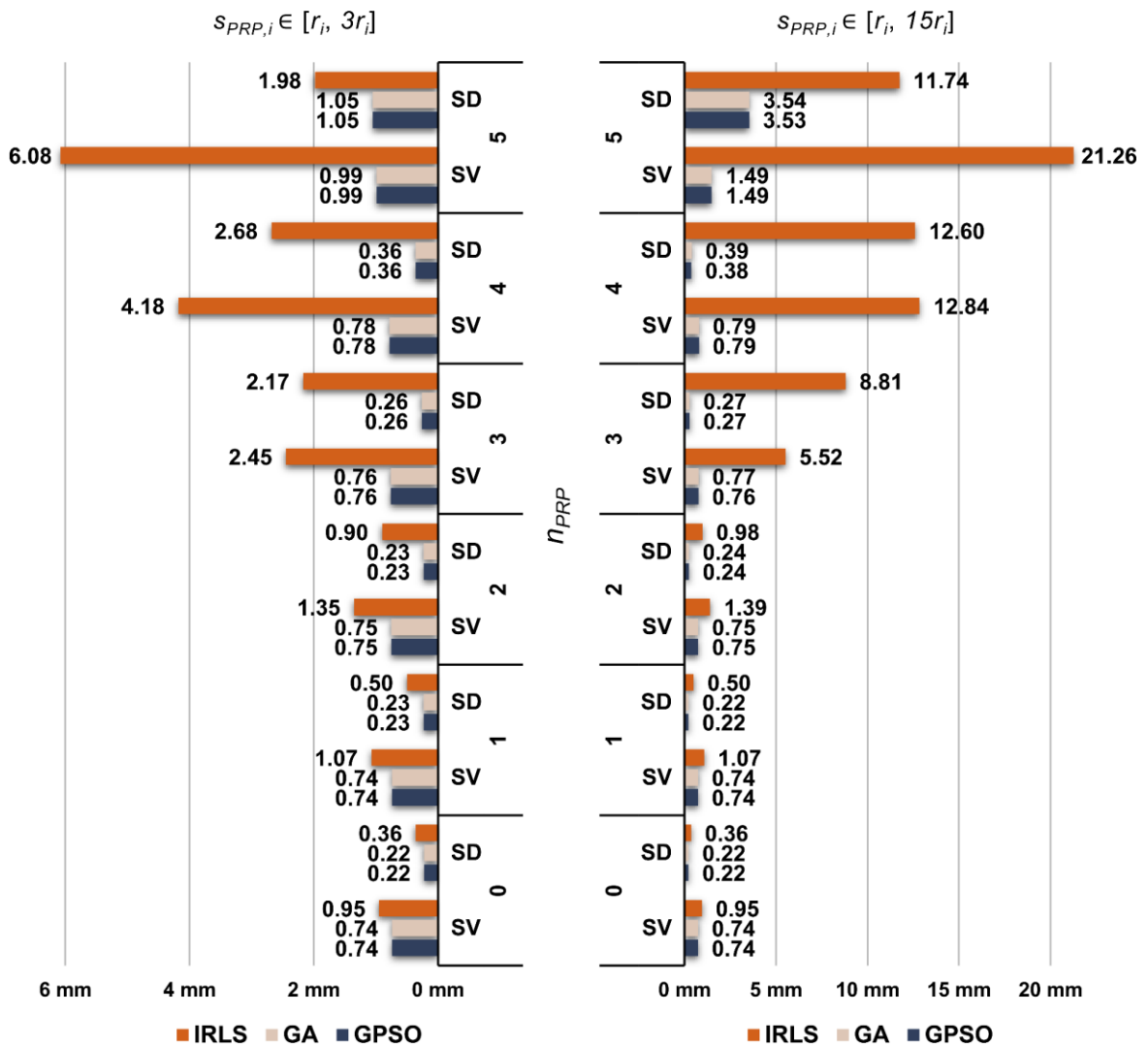


Slika 5.13: Ukupna efikasnost GREDOD metode.

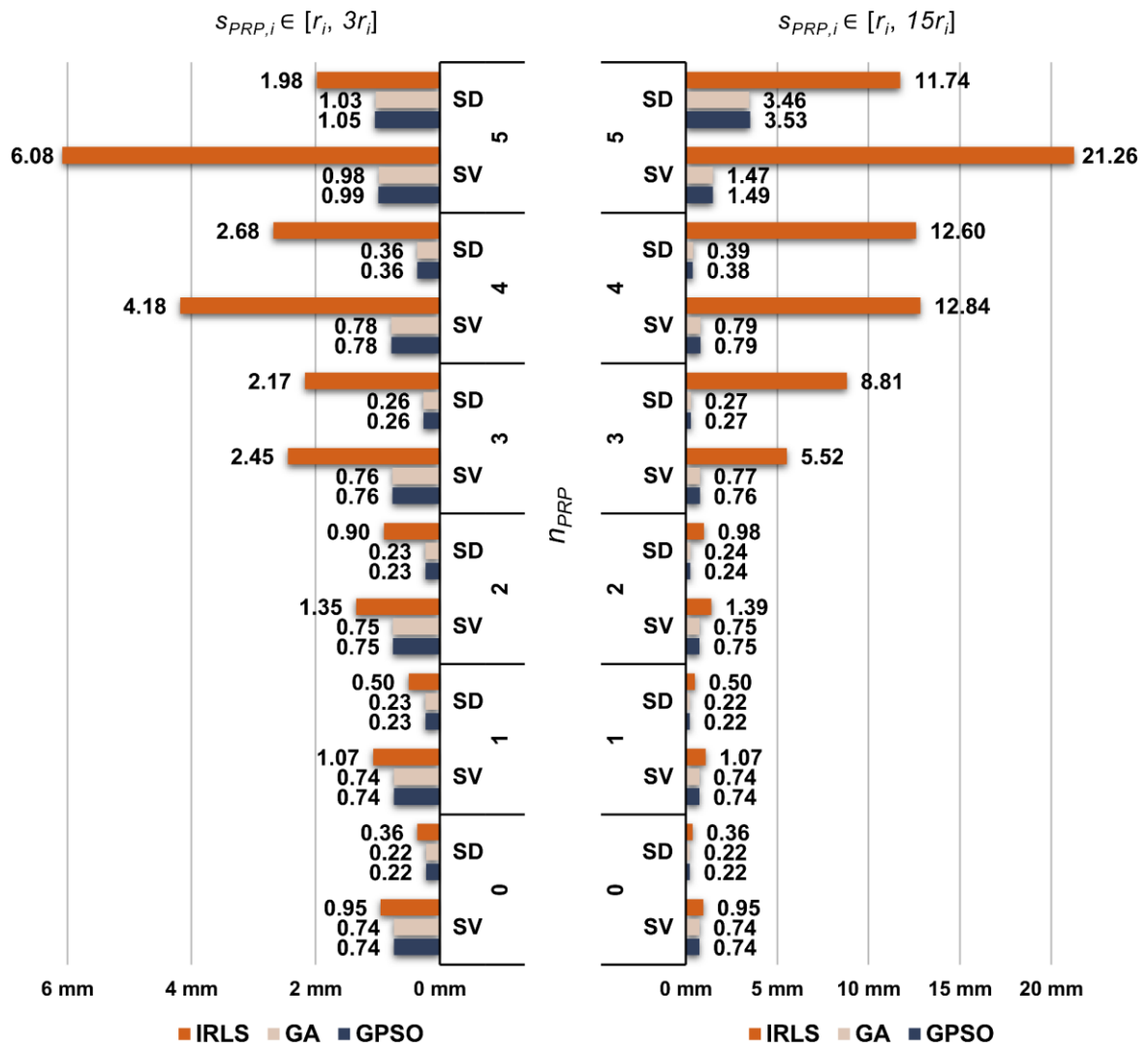
U cilju detaljnije i sveobuhvatnije analize dobijenih rezultata, za svaki set simuliranih opažanja sračunate su ukupne istinite greške $e_{\mathbf{d}}$ ocenjenih vektora pomeranja, dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma, u slučaju obe metode deformacione analize. Empirijske raspodele ovih grešaka predstavljene su u vidu histograma u prilogu B.1. Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije pomenutih grešaka ($\bar{e}_{\mathbf{d}}$, $\tilde{e}_{\mathbf{d}}$, $\omega_{e_{\mathbf{d}}}$ i $\sigma_{e_{\mathbf{d}}}$), nezavisno su sračunate za svaki od analiziranih slučajeva pomeranja potencijalno referentnih repera, u slučaju oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$ kod sva tri scenarija pomeranja repera na objektu. Srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka predstavljene su grafički u vidu dijagrama u nastavku, dok je detaljan tabelarni pregled navedenih mera centralne tendencije i disperzije ovih grešaka dat u prilogu C.1.

Srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka IWST i GREDOD metode za prvi scenario pomeranja repera na objektu prikazane su na slikama 5.14 i 5.15, respektivno. Važno je napomenuti da se srednje vrednosti i standardne devijacije pomenutih grešaka zapravo odnose na optimizacione metode (IRLS, GA i GPSO) primenjene u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod ovih metoda. Može se uočiti da u slučaju primene IRLS metode srednje vrednosti i standardne devijacije ovih grešaka značajno rastu kako sa povećanjem magnituda

pomeranja $s_{PRP,i}$ tako i sa porastom broja pomerenih repera u potencijalno referentnom delu mreže n_{PRP} , kod obe metode deformacione analize. Nasuprot tome, u slučaju primene GA i GPSO algoritma srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka veoma su slične u prvih pet slučajeva pomeranja potencijalno referentnih repera mreže, kod oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$. Izuzetak predstavljaju srednje vrednosti i standardne devijacije ovih grešaka koje se odnose na poslednji slučaj pomeranja ($n_{PRP} = 5$), gde su svi potencijalno referentni reperi mreže pomereni.

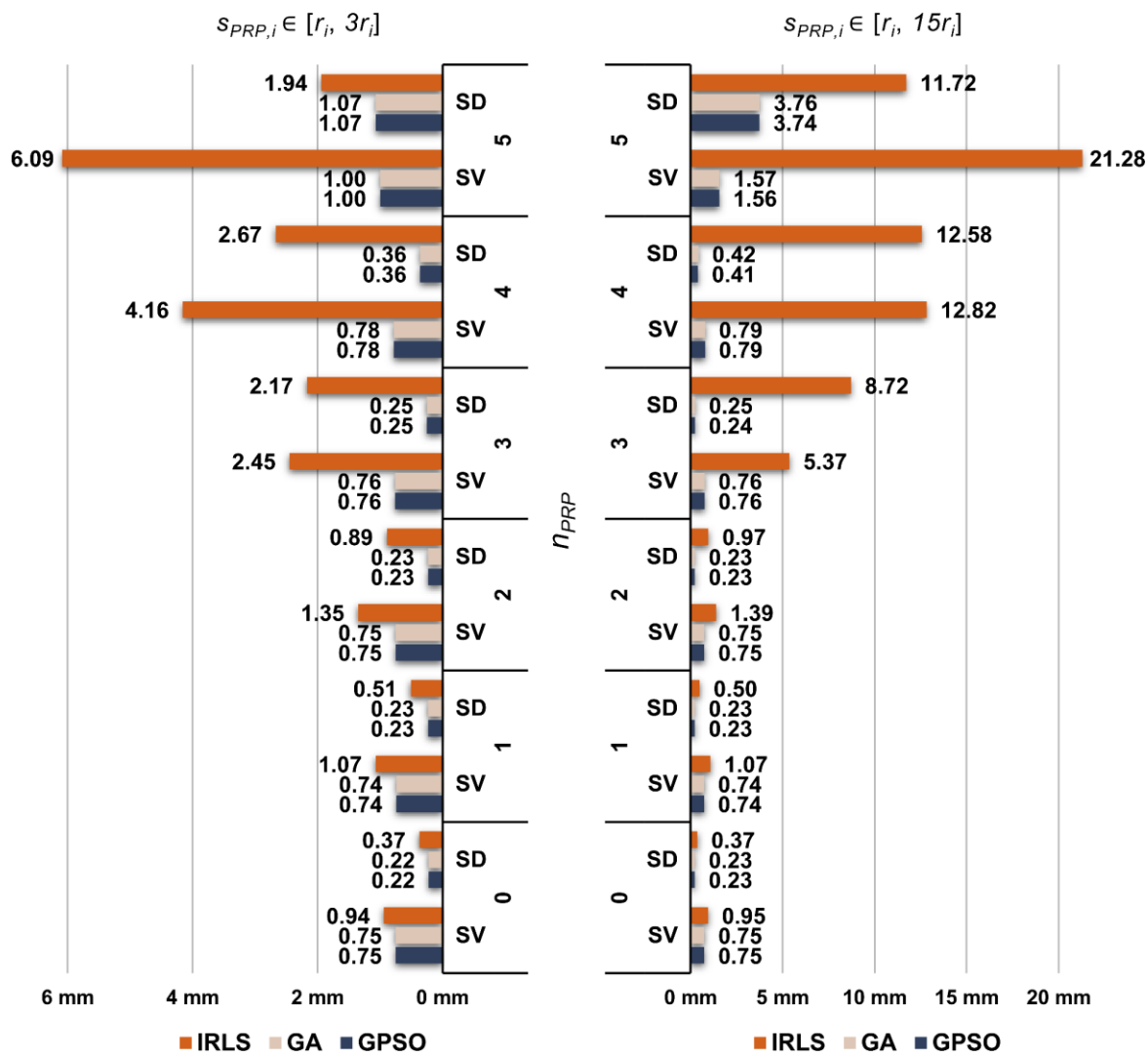


Slika 5.14: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

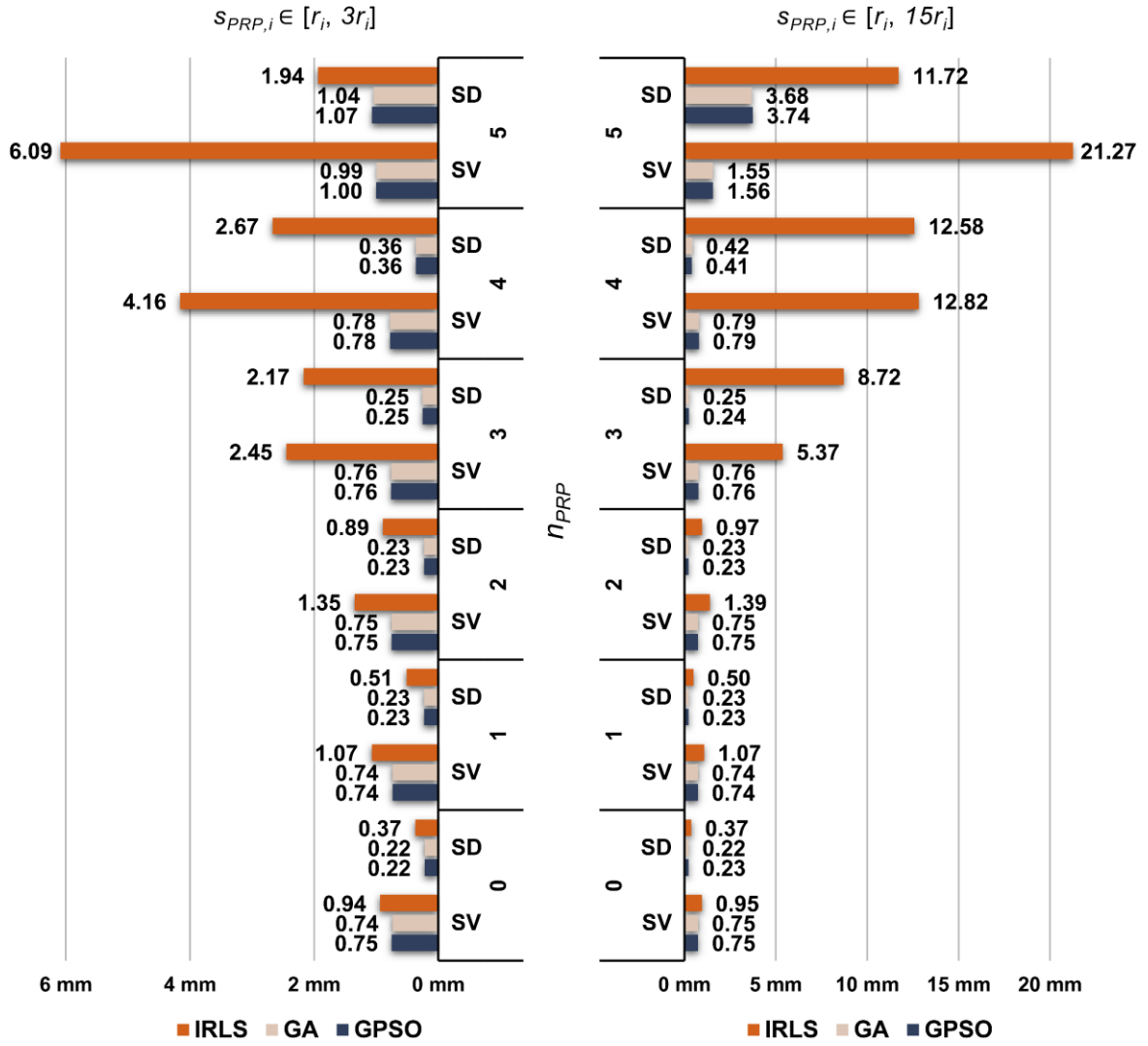


Slika 5.15: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

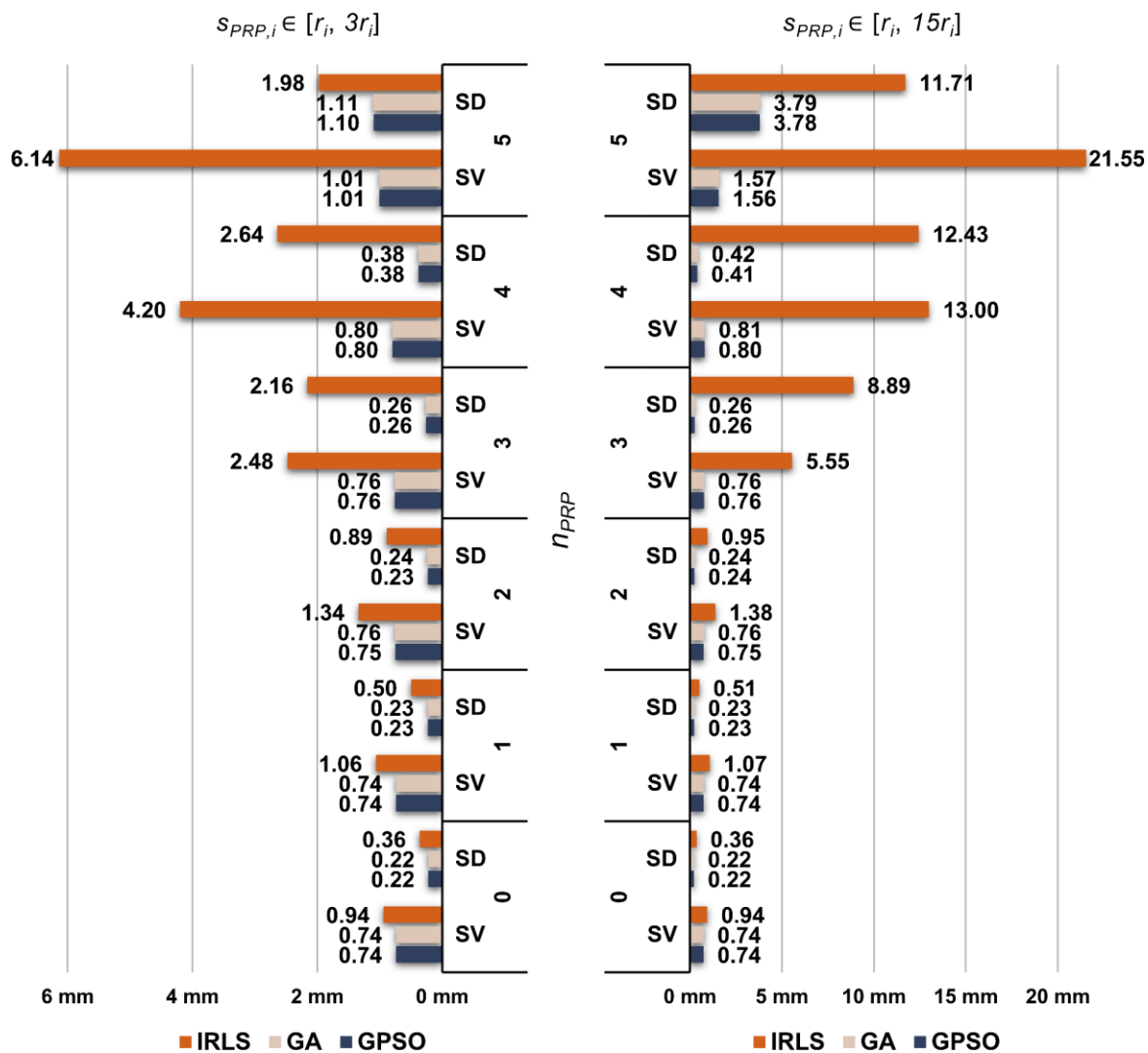
Srednje vrednosti i standarde devijacije ukupnih istinitih grešaka IWST metode za drugi i treći scenario pomeranja repera na objektu prikazane su na slikama 5.16 i 5.18, respektivno. Sa druge strane, srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode koje se odnose na drugi i treći scenario prikazane su na slikama 5.17 i 5.19, respektivno. Budući da su srednje vrednosti i standardne devijacije pomenutih grešaka veoma slične kod sva tri scenarija pomeranja repera na objektu, svi prethodno izvedeni zaključci koji se odnose na ponašanje ovih grešaka, u slučaju primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma, važe i kod ova dva scenarija pomeranja repera na objektu. Osim toga, očigledno je da je ponašanje ukupnih istinitih grešaka saglasno ponašanju efikasnosti IWST i GREDOD metode u slučaju primene sva tri optimizaciona postupka.



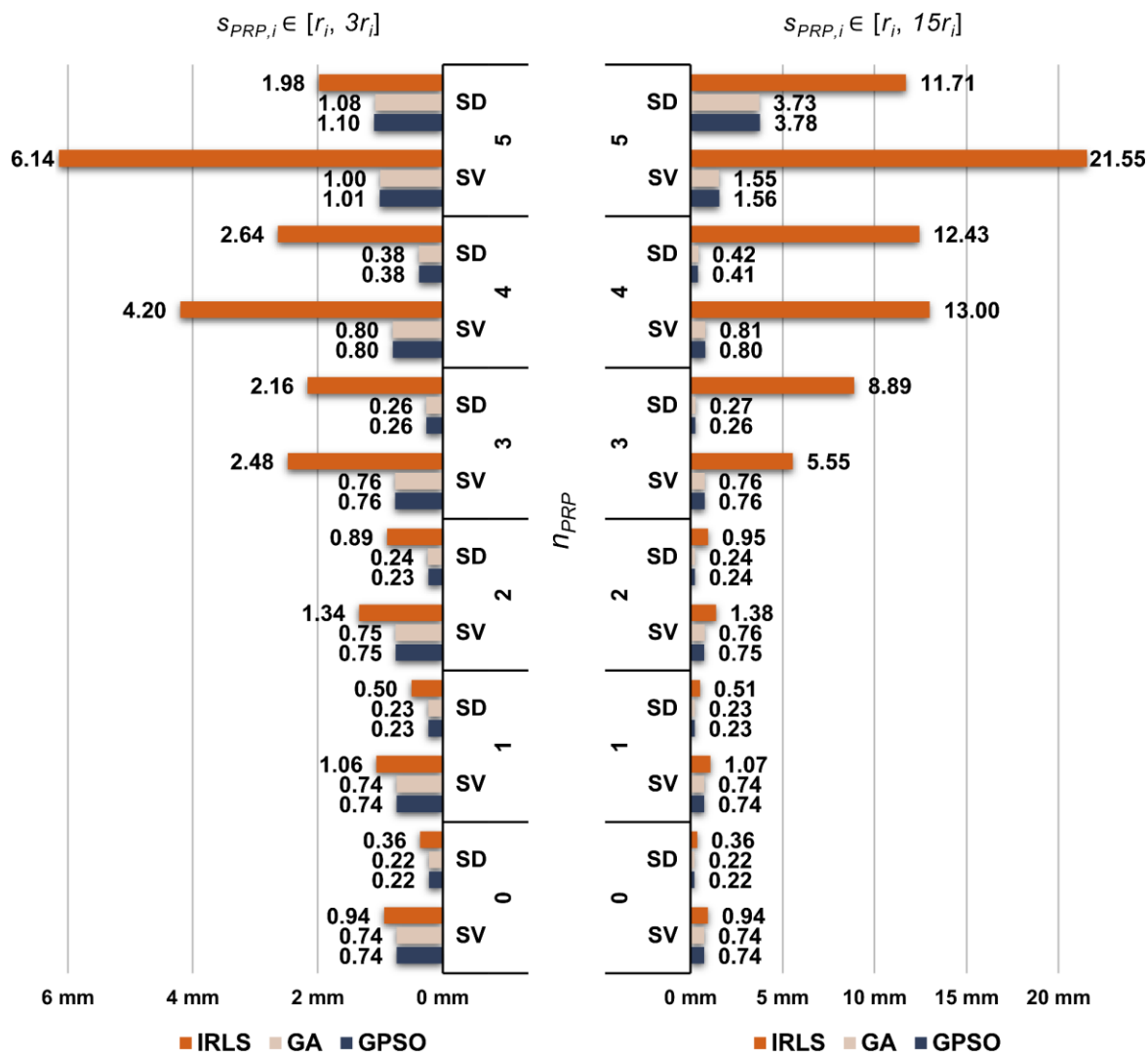
Slika 5.16: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).



Slika 5.17: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).



Slika 5.18: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).



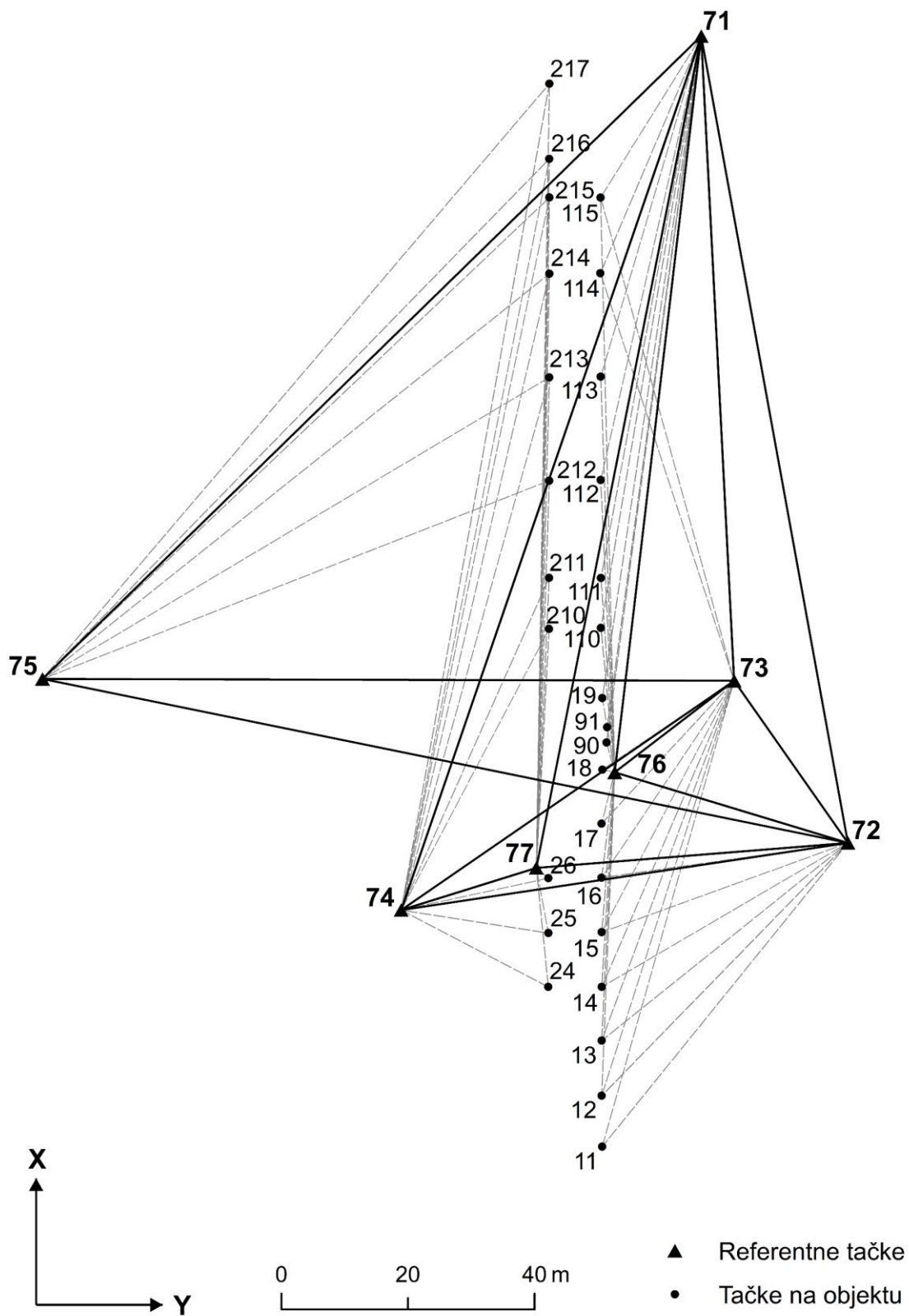
Slika 5.19: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

5.3 EKSPERIMENT 3 – CEVOVOD PERUĆICA

U okviru ovog eksperimenta, analiza efikasnosti primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma u postupku deformacione analize kod IWST i GREDOD metode sprovedena je na primeru dvodimenzionalne geodetske mreže za monitoring pomeranja i deformacija temena 7 cevovoda koji je sastavni deo hidroelektrane Perućica u Crnoj Gori (Slika 5.20). U pitanju je apsolutna geodetska mreža koja se sastoji od sedam potencijalno referentnih tačaka, stabilizovanih na stabilnom tlu van zone očekivanih deformacija, i dvadeset osam tačaka koje interpretiraju objekat u geometrijskom smislu (Slika 5.21). Realizacija merenja u ovoj mreži sprovodi se u karakterističnim vremenskim periodima kada je cevovod prazan i pun. Svaka epoha opažanja sastoji se od 98 horizontalnih pravaca i 98 horizontalnih dužina, ukupno $n = 196$ merenja. Imajući u vidu da se horizontalni pravci u mreži opažaju sa svih 7 tačaka referentne mreže, broj nepoznatih parametara iznosi $u = 77$ (70 nepoznatih koordinata i 7 orijentacionih uglova). Broj stepeni slobode u svakoj epohi opažanja iznosi $f = 122$, jer je defekt datuma geodetske mreže $de = 3$. Pored toga, bitno je istaći da se merenja horizontalnih pravaca realizuju sa standardnom devijacijom $\sigma_\alpha = 1''$, a horizontalnih dužina sa standardnom devijacijom $\sigma_d = 1 \text{ mm} + 1 \text{ ppm}$.



Slika 5.20: Cevovod hidroelektrane Perućica.



Slika 5.21: Geodetska mreža temena 7 cevovoda hidroelektrane Perućica.

Efikasnost primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma u robusnoj oceni vektora pomeranja analizirana je na velikom broju simuliranih setova opažanja u pomenutoj mreži. U cilju generisanja simuliranih setova opažanja, koji reprezentuju različite scenarije pomeranja i deformacija u ovoj mreži, sproveden je postupak prethodne analize kvaliteta geodetske mreže. Između ostalog, u ovom postupku su za svaku tačku mreže sračunati i radijusi krugova pomeranja r_i (3.55) za nivo značajnosti $\alpha = 0.001$, pomoću kojih su definisani intervali za generisanje magnituda simuliranih vektora pomeranja tačaka mreže.

Eksperiment je koncipiran tako da obuhvati tri različita scenarija pomeranja tačaka na objektu:

- Scenario 1 – Jedna nasumično odabrana tačka na objektu je pomerena ($n_o = 1$);
- Scenario 2 – Dve nasumično odabrane tačke na objektu su pomerene ($n_o = 2$);
- Scenario 3 – Tri nasumično odabrane tačke na objektu su pomerene ($n_o = 3$).

Magnitude vektora pomeranja tačaka na objektu $s_{o,i}$ uzimaju vrednosti iz intervala $[r_i, 2r_i]$. Svaki od navedenih scenarija pomeranja tačaka na objektu obuhvata osam različitih slučajeva pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže:

- Sve potencijalno referentne tačke su nepomerene ($n_{PRP} = 0$);
- Jedna nasumično odabrana potencijalno referentna tačka je pomerena ($n_{PRP} = 1$);
- Dve nasumično odabrane potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 2$);
- Tri nasumično odabrane potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 3$);
- Četiri nasumično odabrane potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 4$);
- Pet nasumično odabranih potencijalno referentnih tačaka je pomereno ($n_{PRP} = 5$);
- Šest nasumično odabranih potencijalno referentnih tačaka je pomereno ($n_{PRP} = 6$);
- Sve potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 7$).

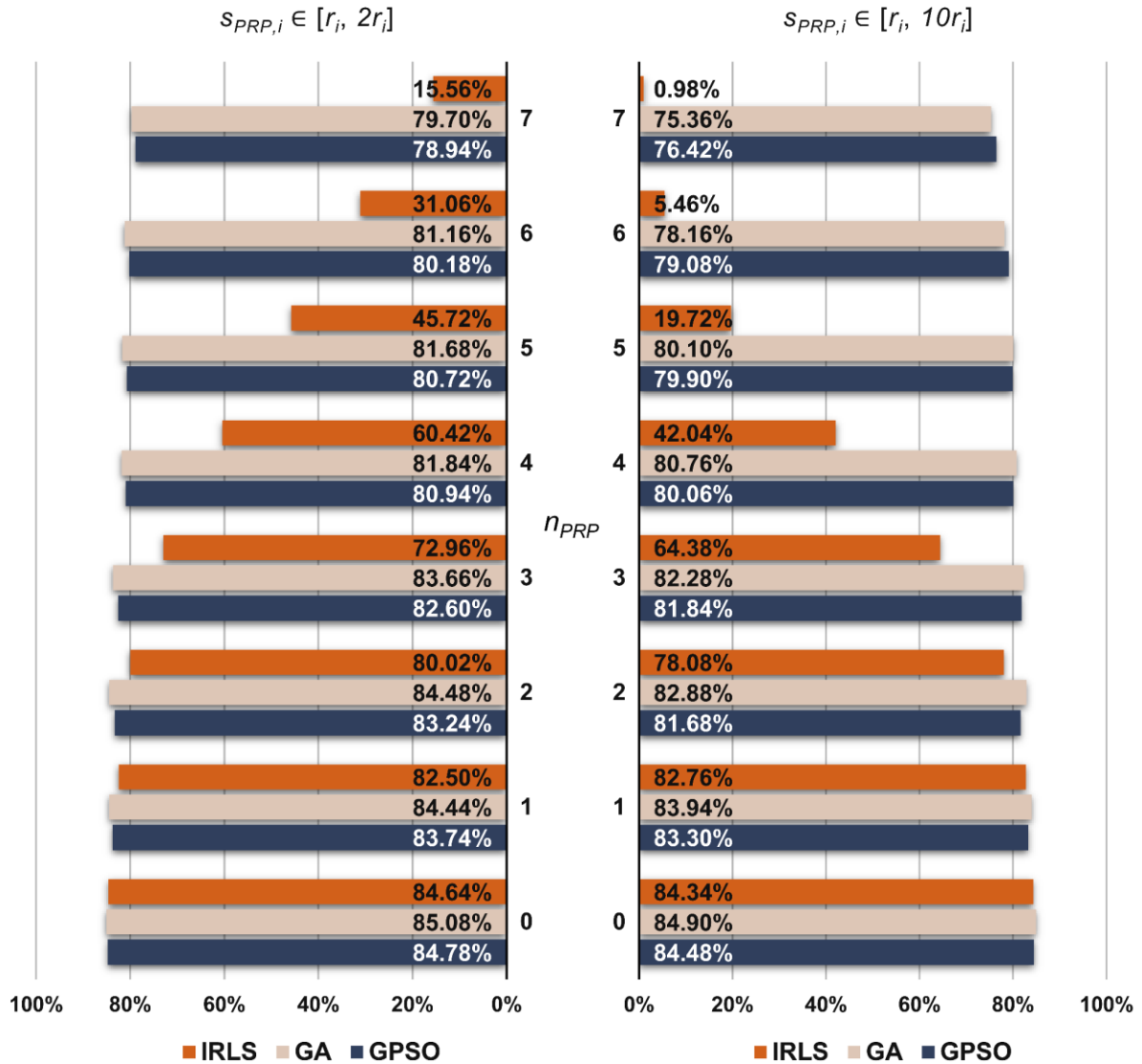
Osim toga, eksperimentom su obuhvaćena dva različita intervala za generisanje magnituda pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže $s_{PRP,i}$: $[r_i, 2r_i]$ i $[r_i, 10r_i]$.

Saglasno navedenim scenarijima pomeranja tačaka u mreži, definisane su šeme za generisanje indikatora pomeranja z_i . Kod dvodimenzionalnih geodetskih

mreža, simulirani vektori pomeranja (3.59) generišu se pomoću nasumično odabranih magnituda s_i , azimuta φ_i i indikatora pomeranja z_i . Za svaki od osam navedenih slučajeva pomeranja u referentnoj mreži generisano je po pet hiljada simuliranih setova opažanja (3.62), kod oba intervala za magnitudo $s_{PRP,i}$ u okviru sva tri scenarija pomeranja tačaka na objektu. Opažanja su simulirana sa slučajnim greškama merenja koje slede normalnu raspodelu sa standardnom devijacijom $\sigma_\alpha = 1''$ za pravce i $\sigma_d = 1 \text{ mm} + 1 \text{ ppm}$ za dužine. Simulacije su izvedene primenom Monte Karlo metode u okviru softverskog paketa *Matlab*.

Deformaciona analiza sprovedena je na svakom setu simuliranih opažanja primenom IWST i GREDOD metode, pri čemu su u postupku određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja pored IRLS metode primenjeni GA i GPSO algoritam. Optimizacioni uslov robusne ocene formulisan je funkcijom cilja (3.17), kod obe metode deformacione analize. Vrednosti parametara IRLS metode usvojene su kao u prethodna dva eksperimenta: $c = 0.01 \text{ mm}$, $\gamma = 0.001 \text{ mm}$, $w_{O,i} = 0$ u slučaju IWST metode i $w_{O,i} = 0.0001$ kod GREDOD metode. Shodno tome, ograničenja za težine potencijalno referentnih tačaka $w_{PRP,i}$ identična su kao u prethodna dva eksperimenta ($0 \leq w_{PRP,i} \leq 100$ za IWST metodu i $0.0001 \leq w_{PRP,i} \leq 100$ za GREDOD metodu). Ova ograničenja integrisana su u funkciju cilja (4.20) metodom kaznenih funkcija, gde je za težinski koeficijent kazne β usvojena vrednost 10^6 . Šeme podešavanja parametara GA i GPSO algoritma usvojene su na bazi preporuka dostupnih u referentnoj literaturi, kao i u prethodna dva eksperimenta. Veličina populacije (roja) i kriterijum zaustavljanja definisani su na bazi empirijske analize konvergencije procesa optimizacije, sprovedene na nekoliko karakterističnih setova simuliranih opažanja. Kriterijum zaustavljanja definisan je maksimalnim brojem generacija (iteracija) i tolerancijom, pri čemu su za broj generacija i toleranciju usvojene vrednosti 70 i 10^{-6} , respektivno. Za broj jedinki kod GA, odnosno broj čestica kod GPSO algoritma, usvojena je vrednosti 350. Nakon robusne ocene vektora pomeranja tačaka mreže sprovodi se postupak ispitivanja stabilnosti tačaka mreže pomoću Fišer-ovog testa statističke značajnosti. Usvojena vrednost globalnog nivoa značajnosti α u ovom testu iznosi 0.05, pa je vrednost lokalnog nivoa značajnosti $\alpha_0 = 0.0015$. MSR koeficijenti efikasnosti primenjenih metoda nezavisno su sračunati za svaki od osam slučajeva

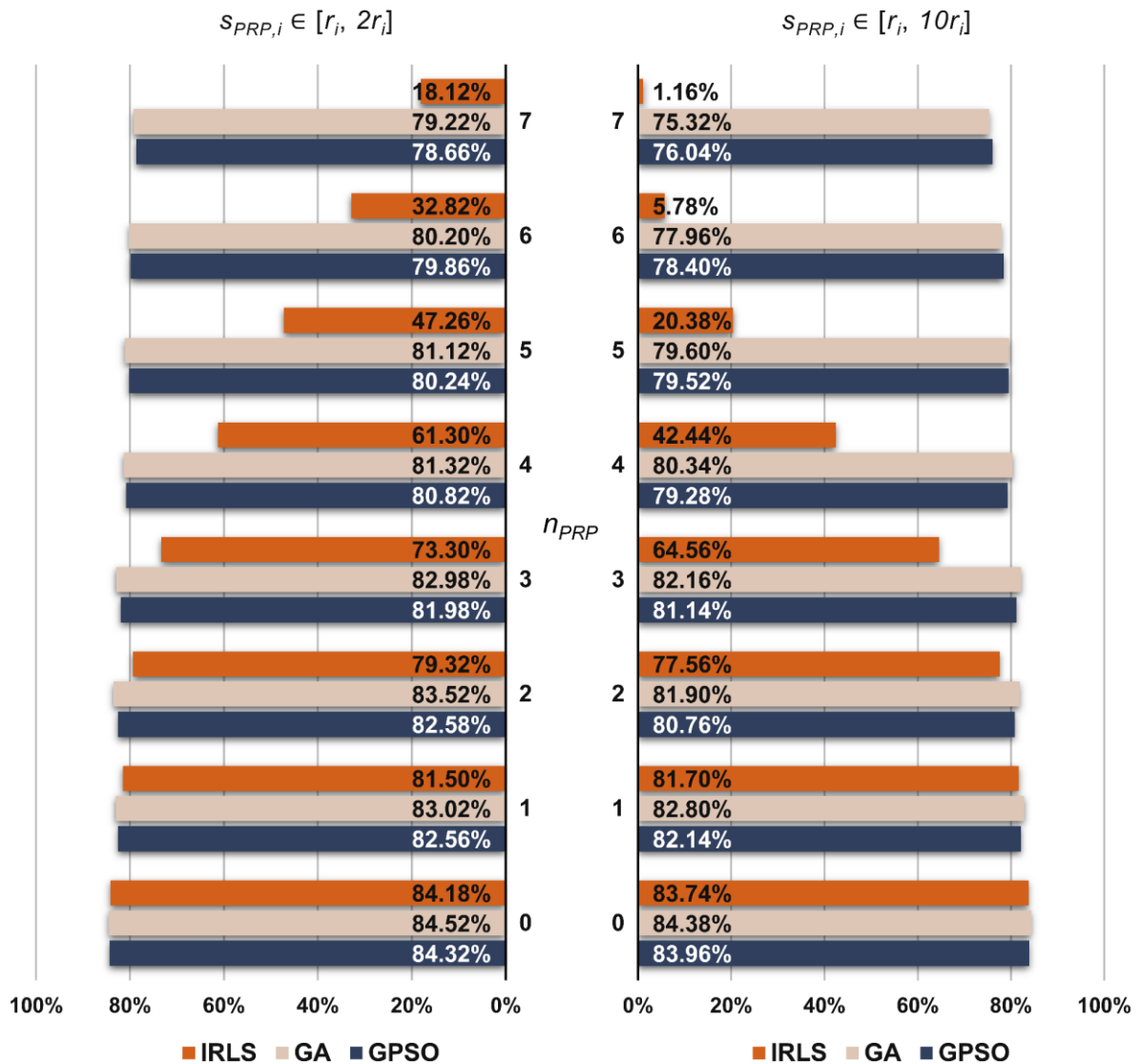
pomeranja potencijalno referentnih tačaka, u slučaju oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$ kod sva tri scenarija pomeranja tačaka na objektu. Dobljene vrednosti MSR koeficijenta predstavljene su grafički u vidu dijagrama u nastavku, dok je tabelarni prikaz dobijenih rezultata dat u prilogu A.2.



Slika 5.22: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

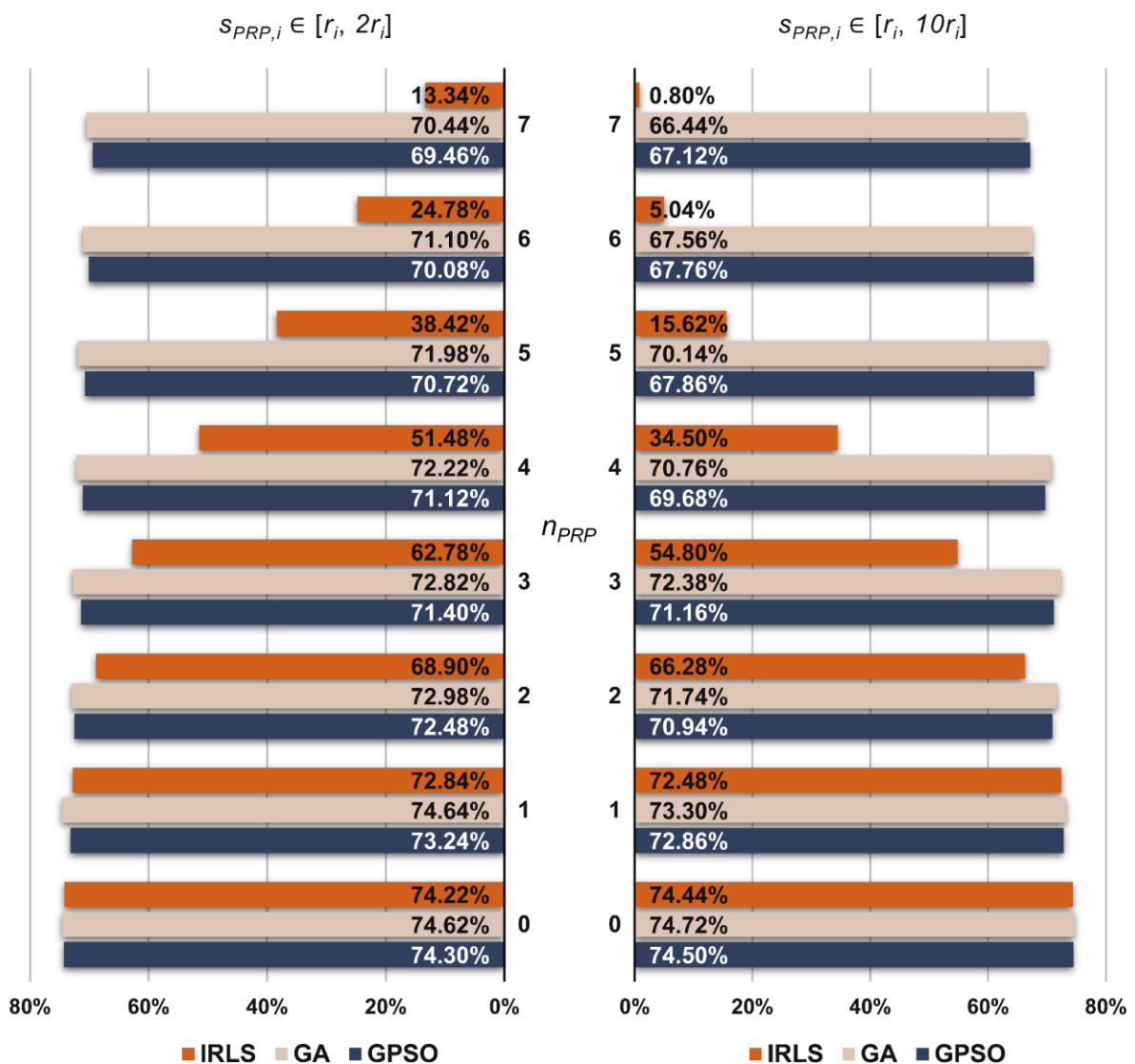
MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode koji se odnose na prvi scenario pomeranja tačaka na objektu prikazani su u vidu dijagrama na slikama 5.22 i 5.23, respektivno. Evidentno je da u slučaju primene IRLS metode efikasnost IWST i GREDOD metode značajno opada kako sa povećanjem broja pomerenih tačaka u potencijalno referentnoj mreži n_{PRP} tako i sa povećanjem magnituda pomeranja ovih tačaka $s_{PRP,i}$. Nasuprot tome, kod GA i GPSO algoritma, efikasnost

ovih metoda ne menja se značajno niti sa porastom broja pomerenih tačaka n_{PRP} niti sa povećanjem magnituda pomeranja $s_{PRP,i}$. Kako bi izvedeni zaključci bili detaljnije obrazloženi, u nastavku su analizirani neki karakteristični slučajevi pomeranja tačaka u potencijalno referentnoj mreži. Ako posmatramo prvi slučaj pomeranja tačaka u potencijalno referentnoj mreži ($n_{PRP} = 0$), vidimo da su kod oba intervala za magnituda $s_{PRP,i}$, primenom sva tri optimizaciona postupka (IRLS, GA i GPSO), dobijene veoma slične vrednosti MSR koeficijenata kod obe metode. Pored toga, razmotren je i slučaj u kojem su sve potencijalno referentne tačke mreže pomerenе ($n_{PRP} = 7$) sa magnitudama pomeranja $s_{PRP,i}$ iz intervala $[r_i, 2r_i]$. Kod ovog slučaja pomeranja, efikasnost IWST metode veća je za 64.14% i 63.38% u slučaju primene GA i GPSO algoritma, respektivno, nego u slučaju primene IRLS metode.



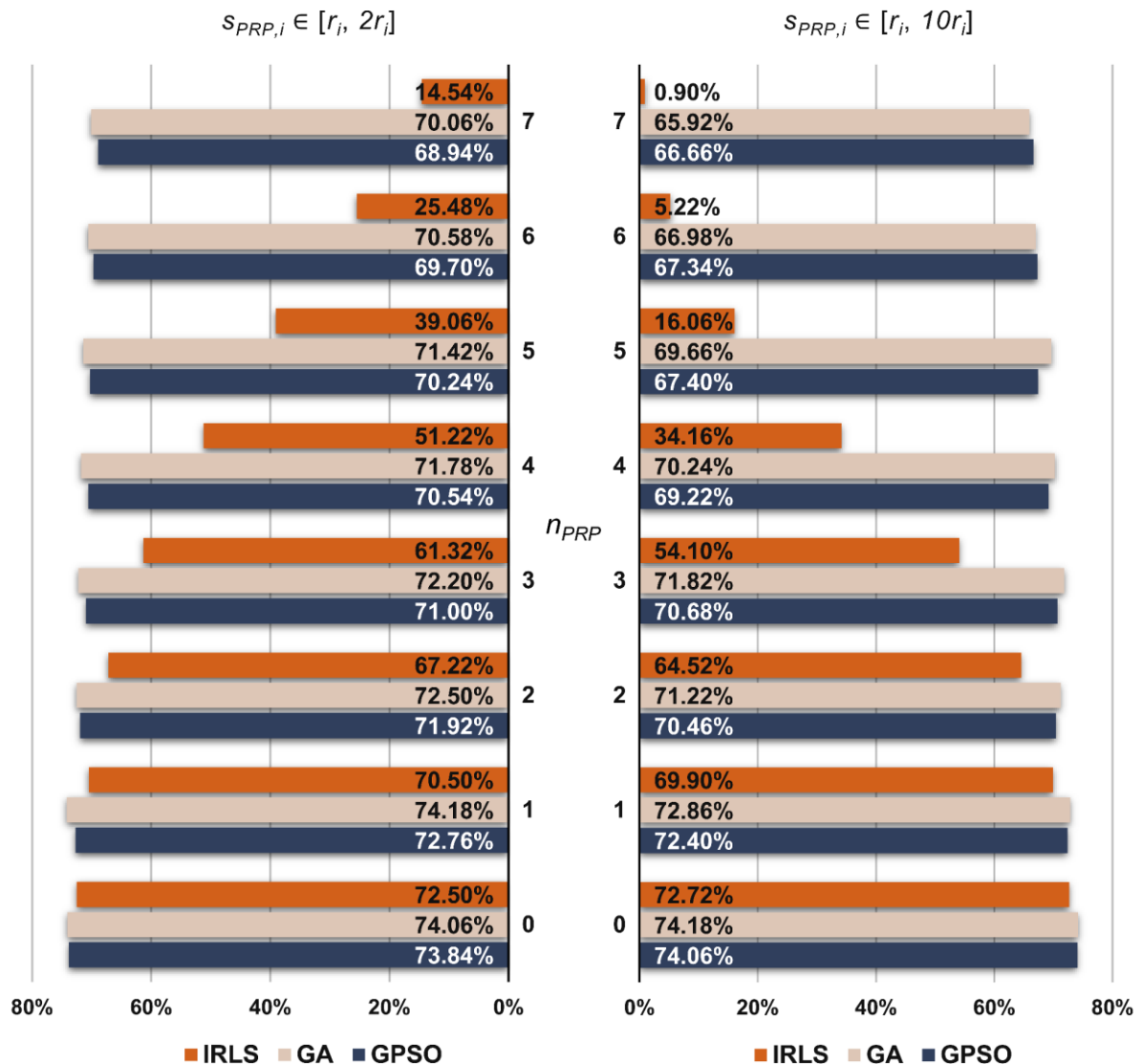
Slika 5.23: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

Sa druge strane, efikasnost GREDOD metode veća je za 61.10% u slučaju primene genetskog algoritma i za 60.54% u slučaju primene GPSO algoritma. Osetno veće vrednosti poboljšanja efikasnosti ovih metoda dobijene su za slučaj gde su sve potencijalno referentne tačke pomerene ($n_{PRP} = 7$) sa magnitudama pomeranja $s_{PRP,i}$ iz intervala $[r_i, 10r_i]$. Efikasnost IWST i GREDOD metode veća je za 74.38% i 74.16% u slučaju primene genetskog algoritma, dok je u slučaju primene GPSO algoritma efikasnost IWST i GREDOD metode veća za 75.44% i 74.88%, respektivno. Navedene vrednosti predstavljaju relativna povećanja efikasnosti ovih metoda u odnosu na efikasnost dobijenu primenom IRLS metode.



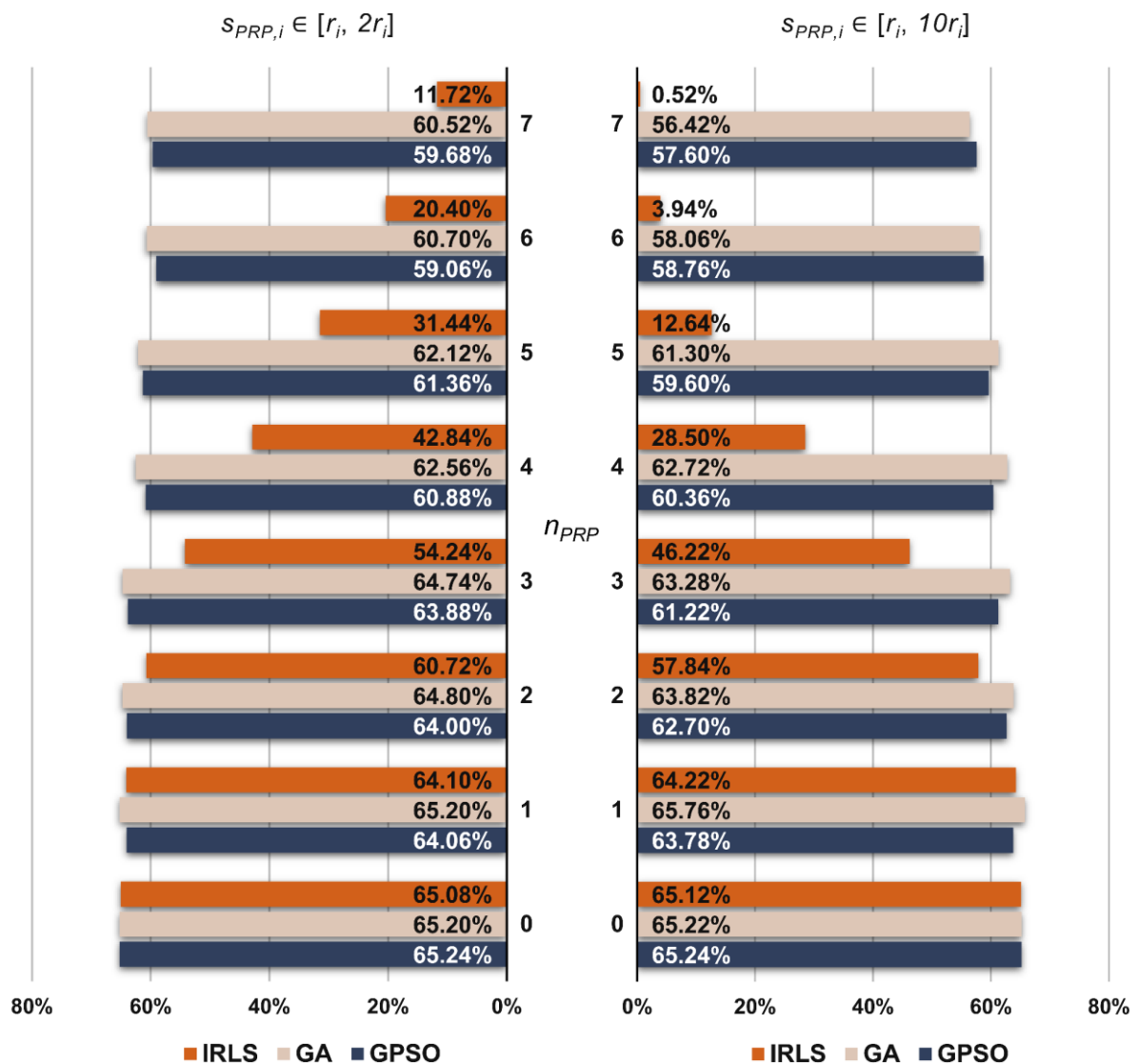
Slika 5.24: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

Na slikama 5.24 i 5.25 prikazani su MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode za drugi scenario pomeranja tačaka na objektu. Može se uočiti da sa porastom broja pomerenih potencijalno referentnih tačaka n_{PRP} , efikasnost IWST i GREDOD metode značajno opada u slučaju primene IRLS metode, dok se u slučaju primene GA i GPSO algoritma ne menja značajno. Takođe, vidimo da sa povećanjem magnituda pomeranja $s_{PRP,i}$ efikasnost ovih metoda značajno opada kod IRLS metode, dok se kod GA i GPSO algoritma ne menja značajno. Ponašanje efikasnosti IWST i GREDOD metode u ovom i prethodnom scenariju pomeranja tačaka na objektu u potpunoj je saglasnosti. Međutim, treba imati na umu da je njihova efikasnost u ovom scenariju pomeranja tačaka na objektu manja u proseku za oko 9% nego u prethodnom.

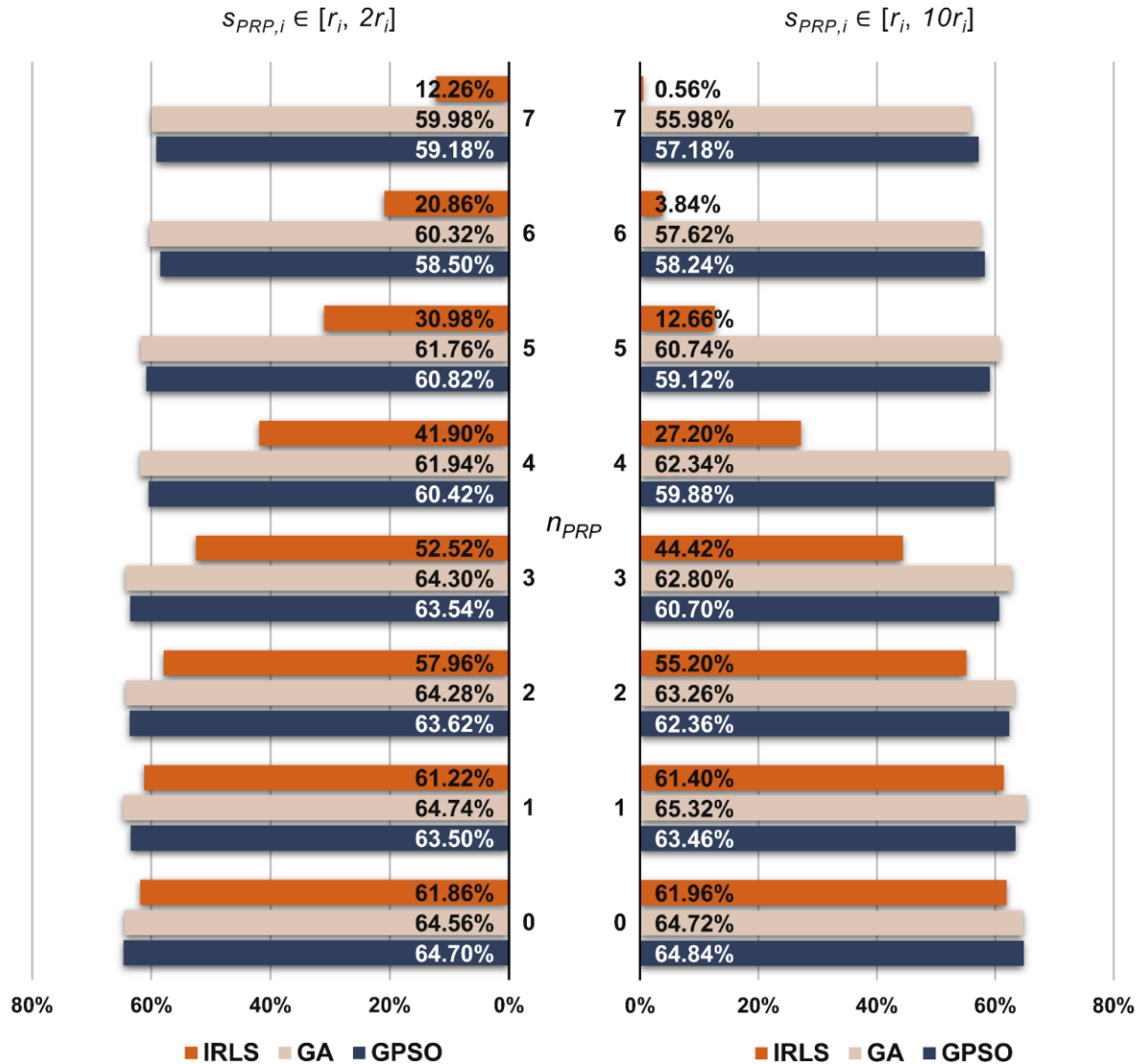


Slika 5.25: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode koji se odnose na treći scenario pomeranja tačaka na objektu prikazani su na slikama 5.26 i 5.27, respektivno. Budući da je ponašanje efikasnosti ovih metoda identično kao u prethodna dva scenarija pomeranja tačaka na objektu, konstatujemo da svi prethodno izvedeni zaključci koje se odnose na ponašanje efikasnosti ovih metoda ostaju u važnosti i kod ovog scenarija. Osim toga, treba naglasiti da je efikasnost IWST i GREDOD metode manja u proseku za oko 18% nego u prvom scenariju pomeranja tačaka na objektu.

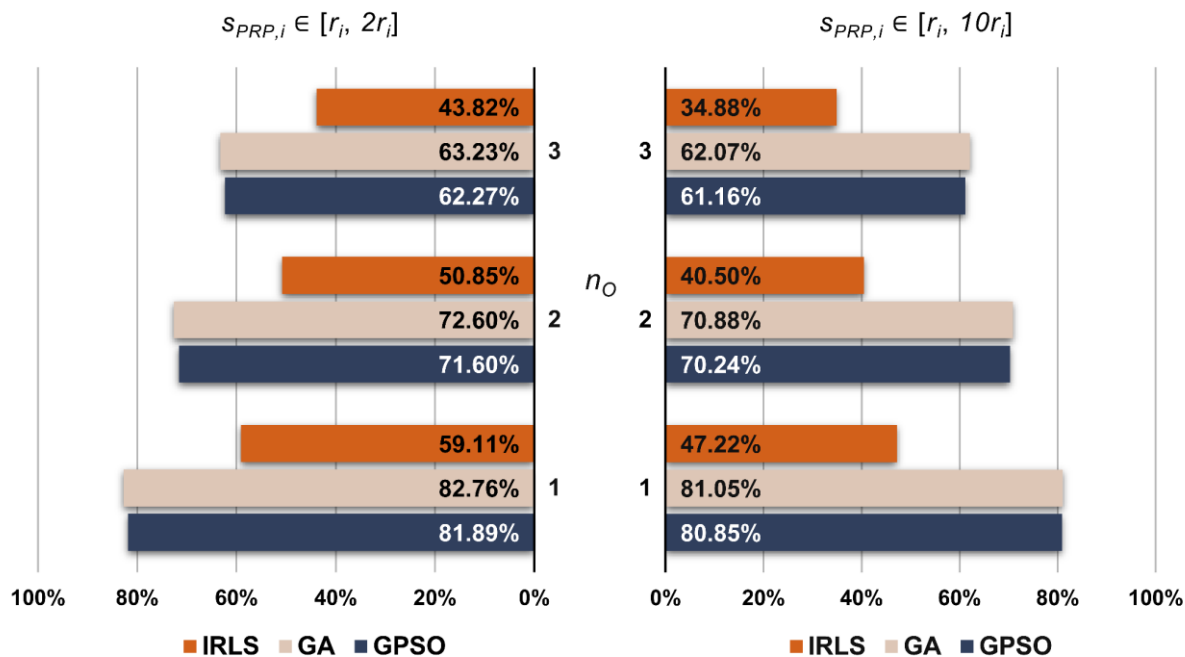


Slika 5.26: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

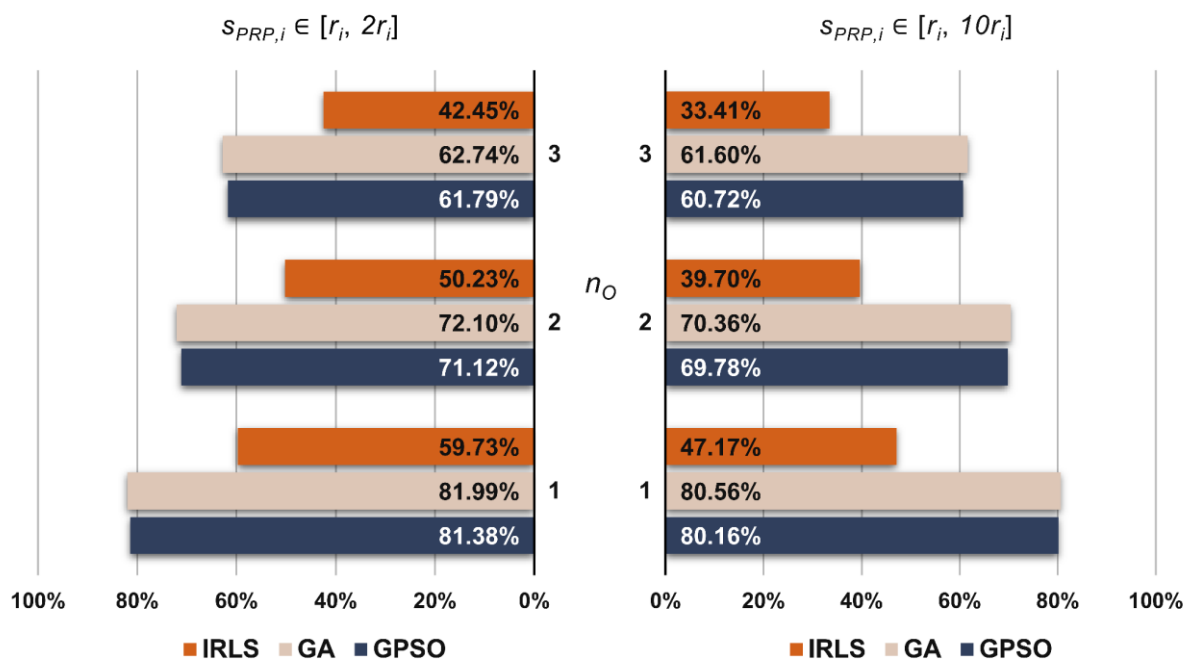


Slika 5.27: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

Na slikama 5.28 i 5.29 prikazane su vrednosti ukupne efikasnosti IWST i GREDOD metode, respektivno. Može se uočiti da se efikasnost IWST i GREDOD metode smanjuje sa porastom broja pomerenih tačaka na objektu n_o , u slučaju primene sva tri optimizaciona postupka. Međutim, evidentno je da je u slučaju primene GA i GPSO algoritma ukupna efikasnost ovih metoda značajno veća nego u slučaju primene IRLS metode. Ukupna efikasnost IWST i GREDOD metode uvećana je za oko 21% u slučaju primene GA i GPSO algoritma, kod grupe scenarija pomeranja tačaka na objektu sa magnitudama $s_{PRP,i}$ iz intervala $[r_i, 2r_i]$. Sa druge strane, ukoliko razmotrimo scenarije pomeranja tačaka na objektu kod kojih magnitude $s_{PRP,i}$ uzimaju vrednosti iz intervala $[r_i, 10r_i]$, vidimo da je primenom GA i GPSO algoritma ukupna efikasnost IWST i GREDOD metode uvećana za oko 30%.



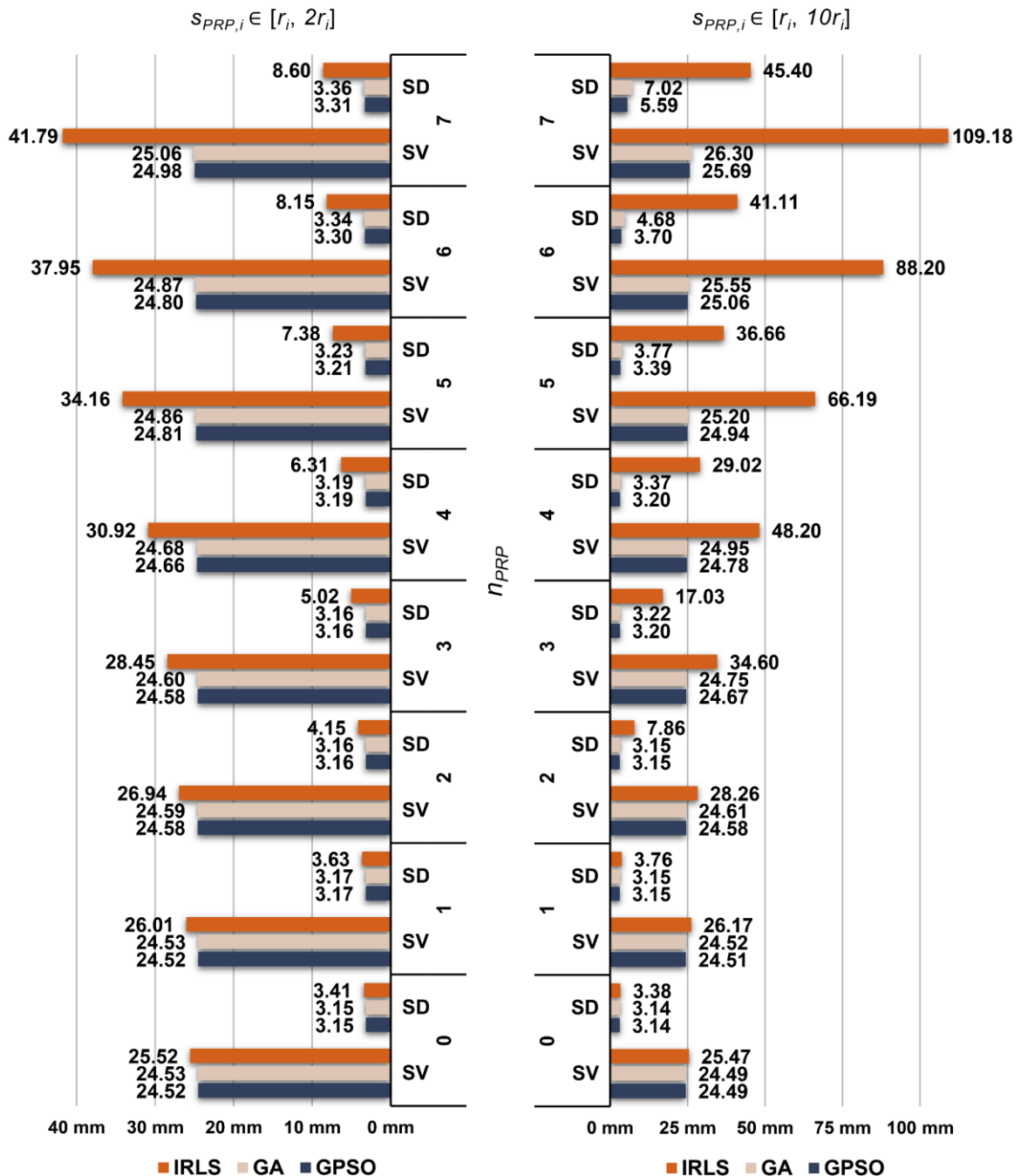
Slika 5.28: Ukupna efikasnost IWST metode.



Slika 5.29: Ukupna efikasnost GREDOD metode.

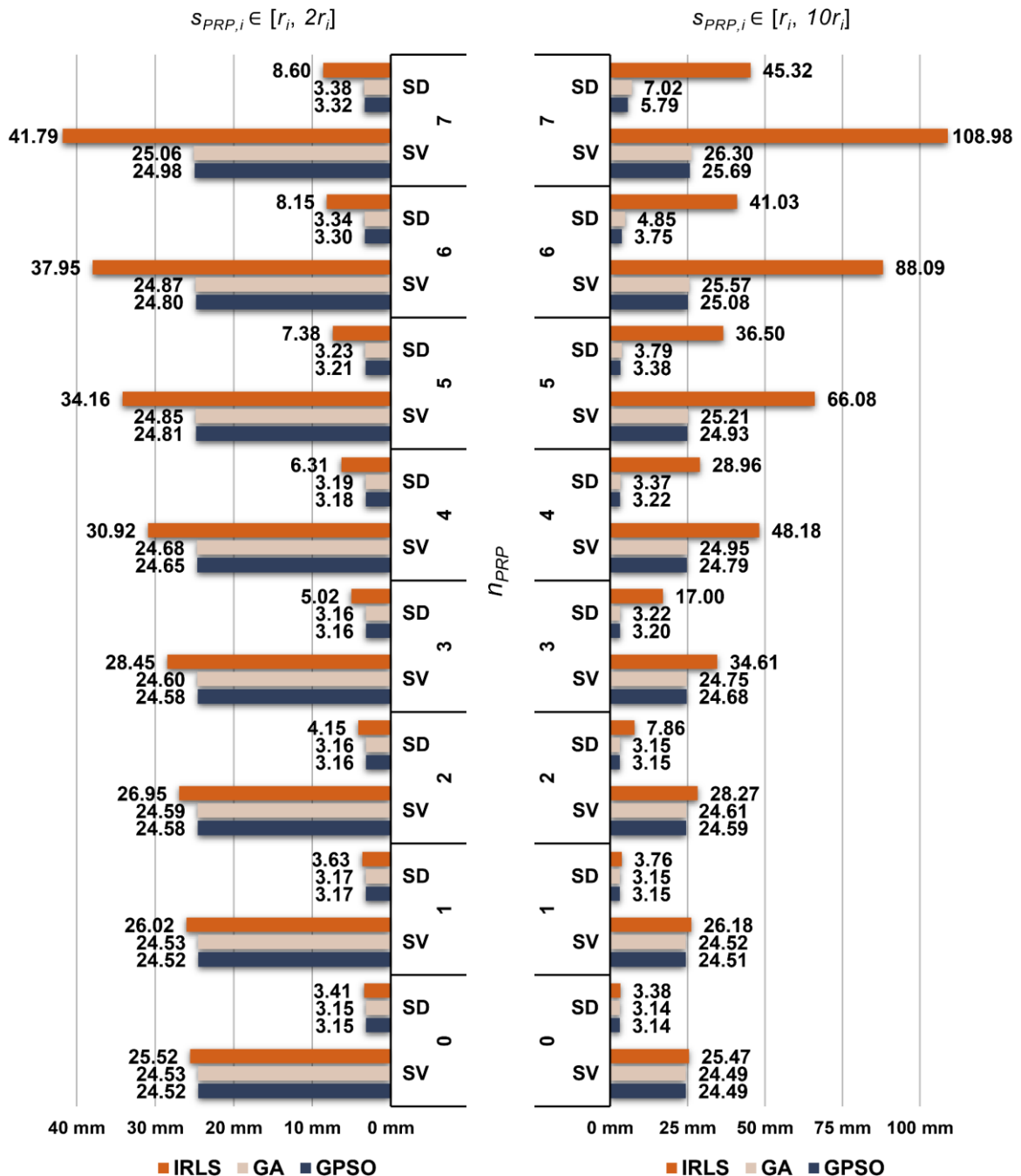
Pored toga, za svaki set simuliranih opažanja sračunate su ukupne istinite greške ocenjenih vektora pomeranja $e_{\hat{d}}$ dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma u postupku deformacione analize kod IWST i GREDOD metode. Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja prikazane su u prilogu B.2. Za svaki od osam analiziranih slučajeva pomeranja

tačkaka u potencijalno referentnom delu mreže sračunate su srednje vrednosti $\bar{e}_{\hat{d}}$, medijane $\tilde{e}_{\hat{d}}$, rasponi $\omega_{e_{\hat{d}}}$ i standardne devijacije $\sigma_{e_{\hat{d}}}$ ovih grešaka, i to u slučaju oba intervala za magnitudo $s_{PRP,i}$ kod sva tri scenarija pomeranja tačkaka na objektu. Detaljan tabelarni pregled svih prethodno navedenih mera centralne tendencije i disperzije ukupnih istinitih grešaka dat je u prilogu C.2, dok su u nastavku grafički interpretirane samo srednje vrednosti i standardne devijacije ovih grešaka.



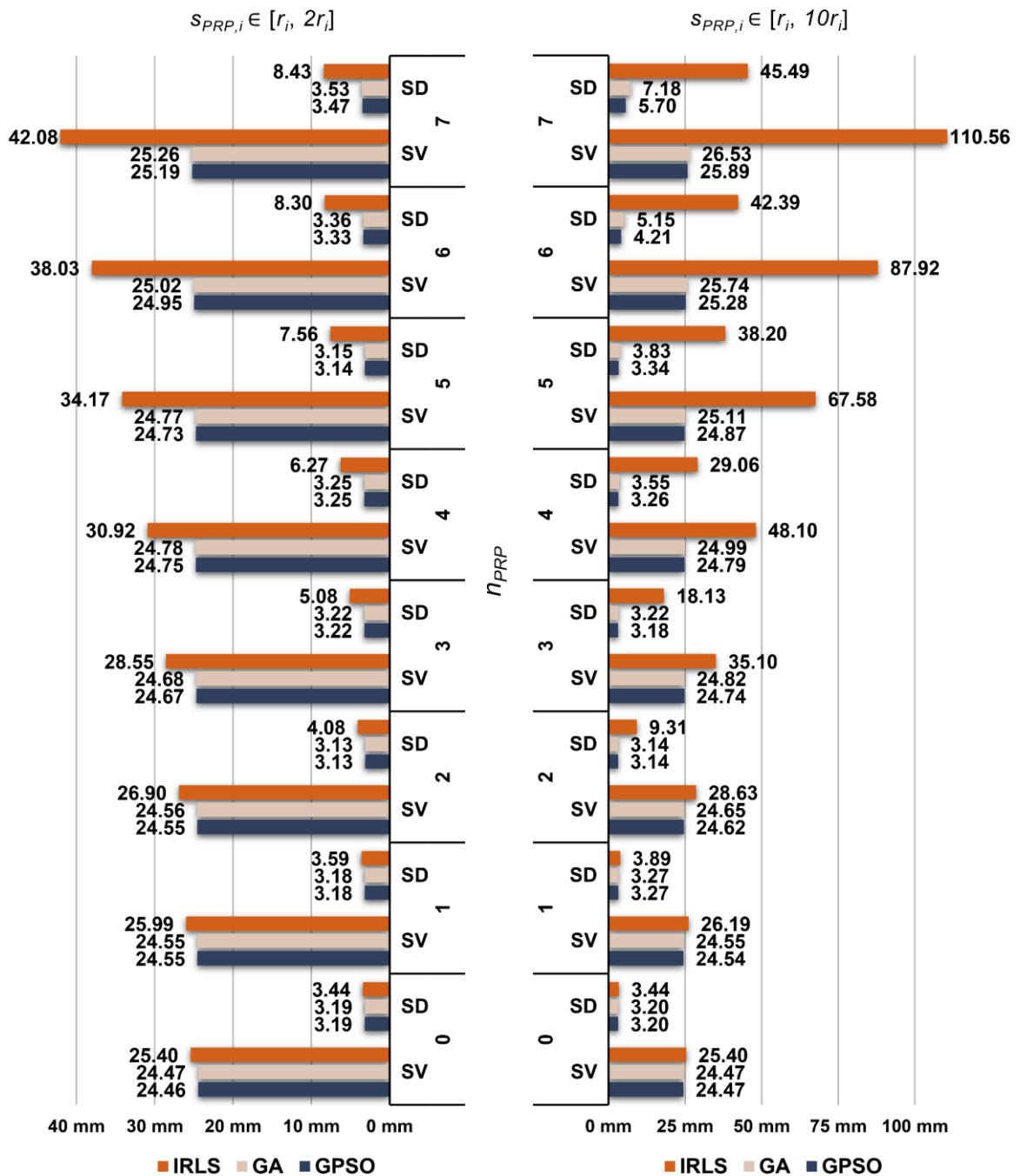
Slika 5.30: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

Na slikama 5.30 i 5.31 prikazane su srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka IWST i GREDOD metode, respektivno, koje se odnose na prvi scenario pomeranja tačaka na objektu. Evidentno je da kod IRLS metode srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka značajno rastu kako sa porastom broja pomerenih potencijalno referentnih tačaka n_{PRP} tako i sa povećanjem magnituda njihovih pomeranja $s_{PRP,i}$.



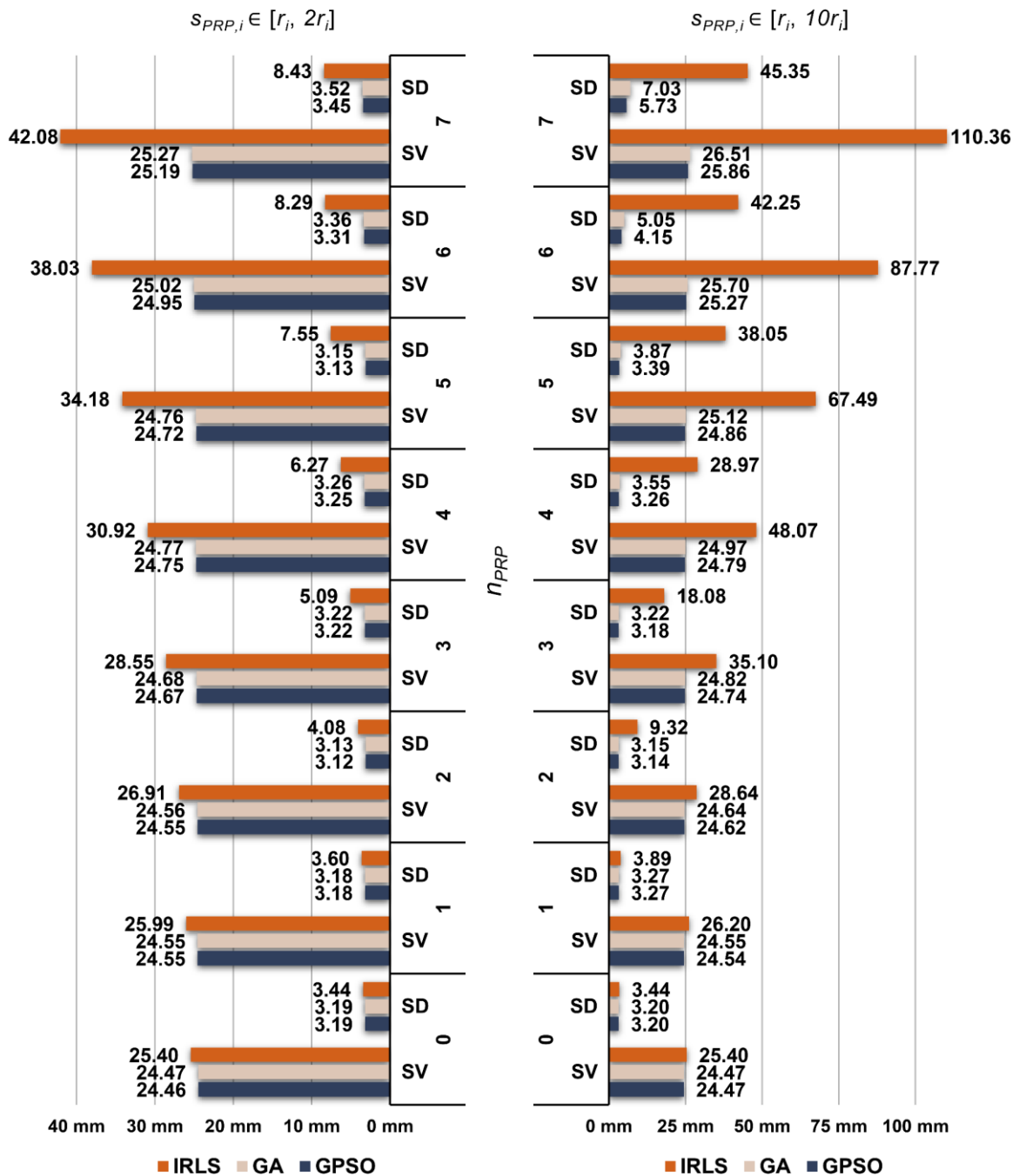
Slika 5.31: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

Međutim, u slučaju primene GA i GPSO algoritma pomenute vrednosti ovih grešaka ne menjaju se značajno niti sa porastom broja pomenih tačaka n_{PRP} niti sa povećanjem magnituda pomeranja $s_{PRP,i}$. Jedino su vrednosti standardnih devijacija kod poslednja dva slučaja pomeranja potencijalno referentnih tačaka ($n_{PRP} = 6$ i $n_{PRP} = 7$) sa magnitudama $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$ nešto veće od ostalih.



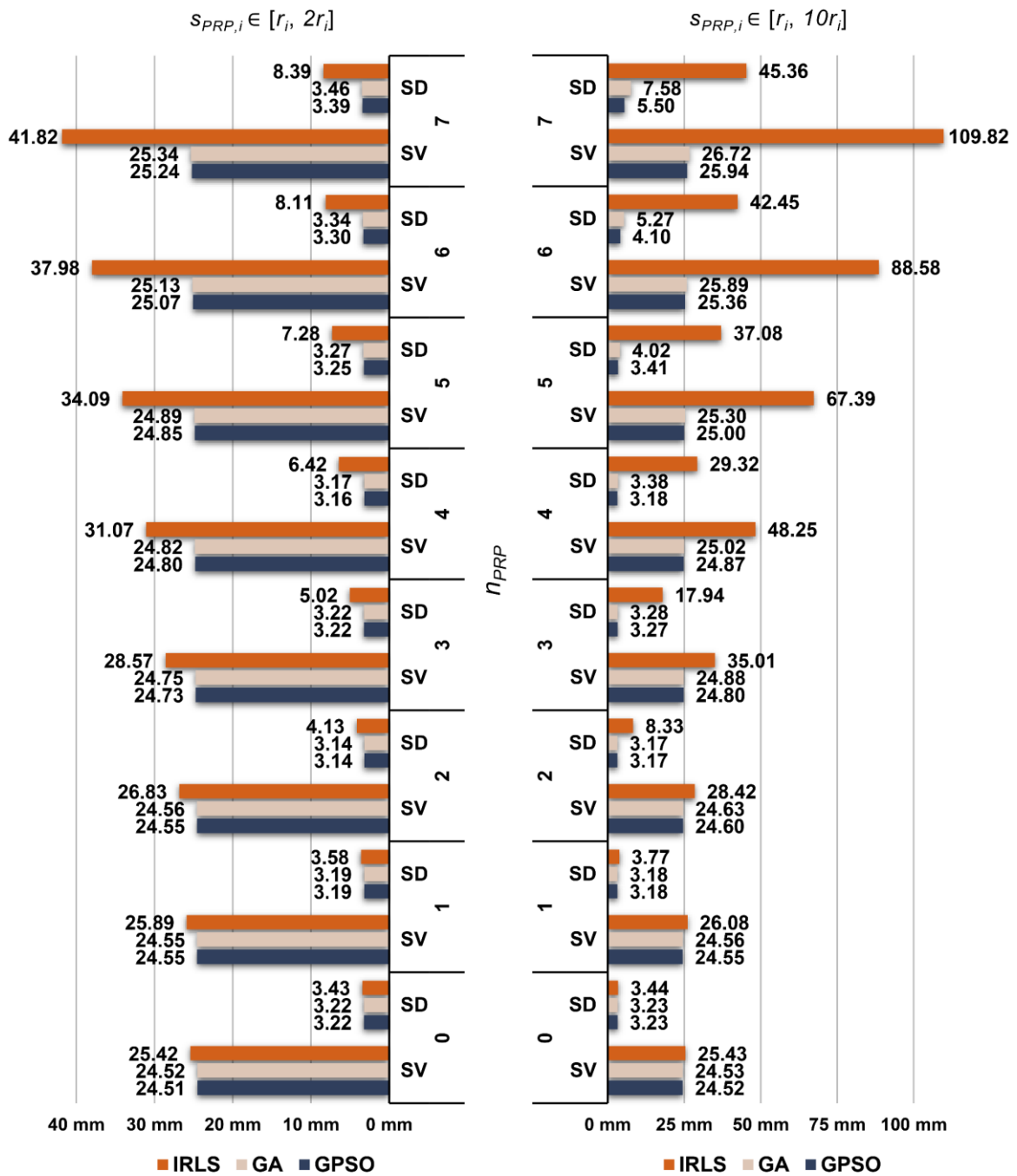
Slika 5.32: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

Srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka IWST i GREDOD metode, koje se odnose drugi scenario pomeranja tačaka na objektu, prikazane su u vidu dijagrama na slikama 5.32 i 5.33, respektivno. Pomenute vrednosti ovih grešaka IWST i GREDOD metode, koje se odnose na treći scenario pomeranja tačaka na objektu, prikazane su na slikama 5.34 i 5.35, respektivno.

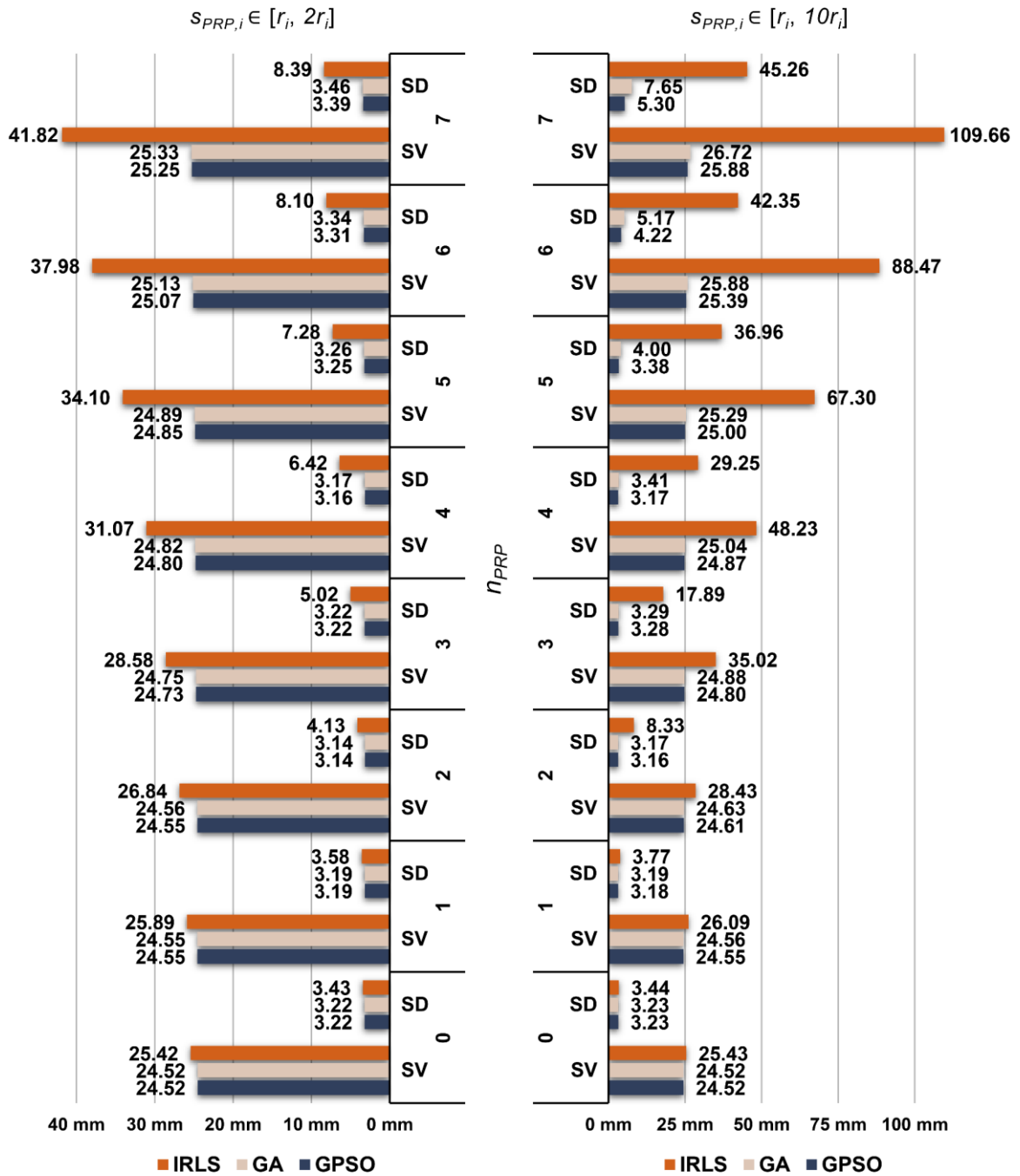


Slika 5.33: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

Može se uočiti da su srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka kod prvog, drugog i trećeg scenarija pomeranja tačaka na objektu veoma slične. Shodno tome, prethodno izvedeni zaključci koji se odnose na ponašanje ovih grešaka, u slučaju primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma, ostaju u važnosti i kod ova dva scenarija pomeranja tačaka na objektu. Takođe, važno je napomenuti da je ponašanje efikasnosti ovih metoda (IWST i GREDOD) u potpunoj saglasnosti sa ponašanjem ukupnih istinitih grešaka.



Slika 5.34: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).



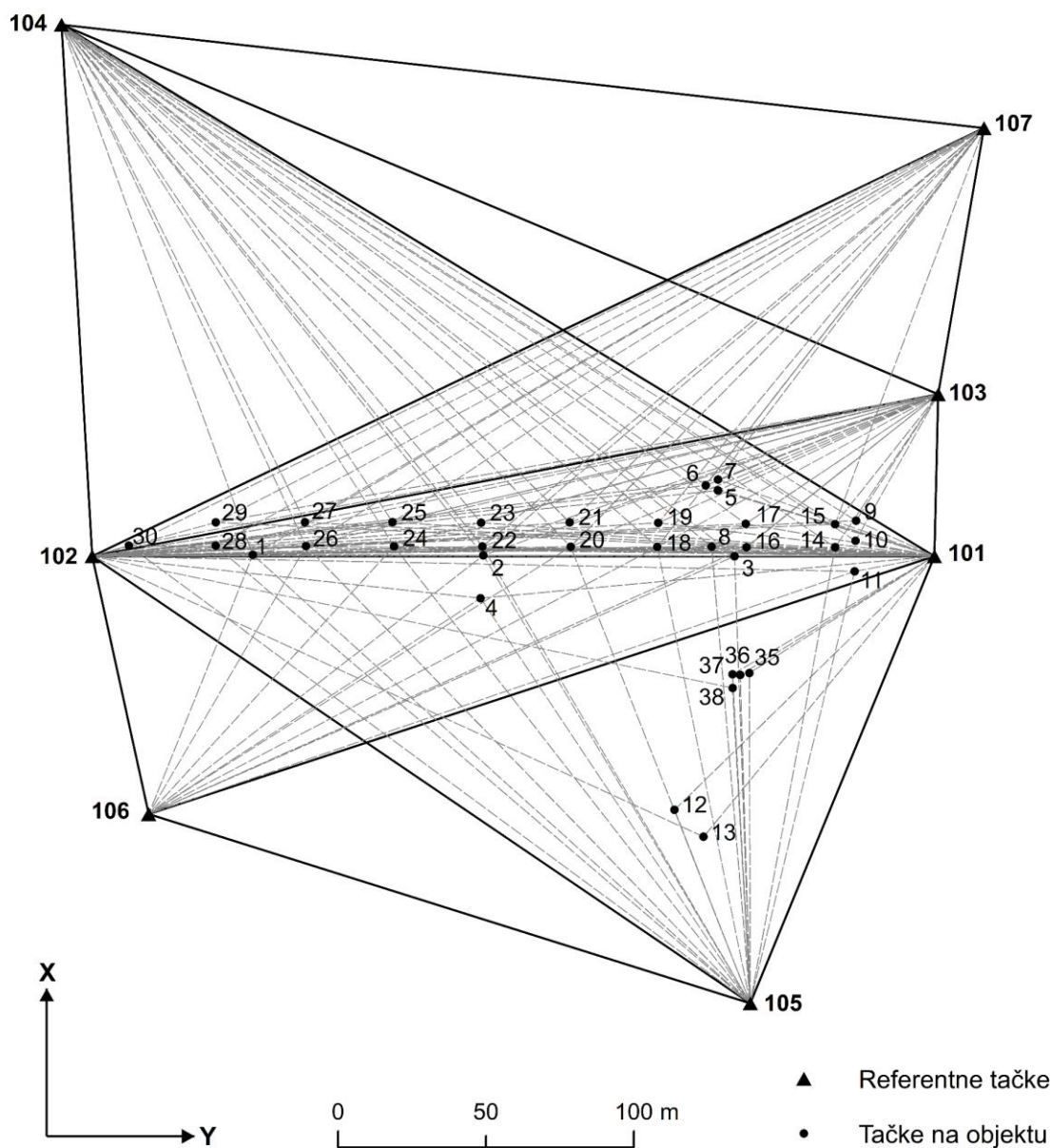
Slika 5.35: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

5.4 EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA ŠELEVRENAC

Eksperimentalna istraživanja u okviru ovog eksperimenta sprovedena su na primeru trodimenzionalne geodetske mreže za monitoring pomeranja i deformacija zemljane nasute brane Šelevrenac smeštene na istoimenom jezeru nadomak Indije (Slika 5.36). Naime, reč je o apsolutnoj geodetskoj mreži koja se sastoji od potencijalno referentnog dela mreže i tačaka stabilizovanih na samoj brani (Slika 5.37). U cilju dobijanja kvalitetnih informacija o pomeranjima i deformacijama pomenute brane, predviđeno je da se opažanja u ovoj mreži realizuju u vremenskim intervalima od šest meseci. Svaka epoha opažanja obuhvata 185 horizontalnih pravaca, 185 kosih dužina i 185 zenitnih uglova. Kako se merenja u referentnom delu mreže realizuju nezavisno od merenja prema tačkama na objektu, broj stanica sa kojih se opažaju pravci iznosi 14. Shodno tome, broj nepoznatih parametra iznosi $u = 137$ (123 nepoznate koordinate i 14 orijentacionih uglova). Defekt datuma geodetske mreže je $de = 4$, a broj stepeni slobode $f = 422$. U ovoj mreži merenja horizontalnih pravaca i zenitnih uglova realizuju se sa standardnom devijacijom $\sigma_\alpha = \sigma_z = 1''$, dok se kose dužine mere sa standardnom devijacijom $\sigma_d = 1 \text{ mm} + 1.5 \text{ ppm}$.



Slika 5.36: Zemljana nasuta brana na jezeru Šelevrenac.



Slika 5.37: Geodetska mreža brane Šelevrenac.

Analiza efikasnosti primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma u postupku određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode, sprovedena je na bazi velikog broj simuliranih setova opažanja u pomenutoj mreži. U cilju generisanja simuliranih setova opažanja u ovoj mreži, na osnovu postojećeg plana opažanja i prethodno navedenih standarda merenja, sproveden je postupak prethodne analize kvaliteta geodetske mreže. Pored ostalog, u ovom postupku su za sve tačke mreže sračunati radijusi lopti pomeranja r_i prema izrazu (3.56), na osnovu kojih su definisani intervali za generisanje magnituda simuliranih vektora pomeranja tačaka mreže. Za nivo značajnosti α usvojena je vrednost 0.001.

U okviru ovog eksperimenta razmatraju se sledeća tri scenarija pomeranja tačaka na objektu:

- Scenario 1 – Jedna nasumično odabrana tačka na objektu je pomerena ($n_o = 1$);
- Scenario 2 – Dve nasumično odabrane tačke na objektu su pomerene ($n_o = 2$);
- Scenario 3 – Tri nasumično odabrane tačke na objektu su pomerene ($n_o = 3$).

Važno je napomenuti da magnitude vektora pomeranja tačaka na objektu $s_{o,i}$ uzimaju vrednosti iz intervala $[r_i, 2r_i]$, kao i u prethodnom eksperimentu. U okviru svakog od navedenih scenarija pomeranja tačaka na objektu biće razmotreni sledeći slučajevi pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže:

- Sve potencijalno referentne tačke su nepomerene ($n_{PRP} = 0$);
- Jedna nasumično odabrana potencijalno referentna tačka je pomerena ($n_{PRP} = 1$);
- Dve nasumično odabrane potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 2$);
- Tri nasumično odabrane potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 3$);
- Četiri nasumično odabrane potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 4$);
- Pet nasumično odabranih potencijalno referentnih tačaka je pomereno ($n_{PRP} = 5$);
- Šest nasumično odabranih potencijalno referentnih tačaka je pomereno ($n_{PRP} = 6$);
- Sve potencijalno referentne tačke su pomerene ($n_{PRP} = 7$).

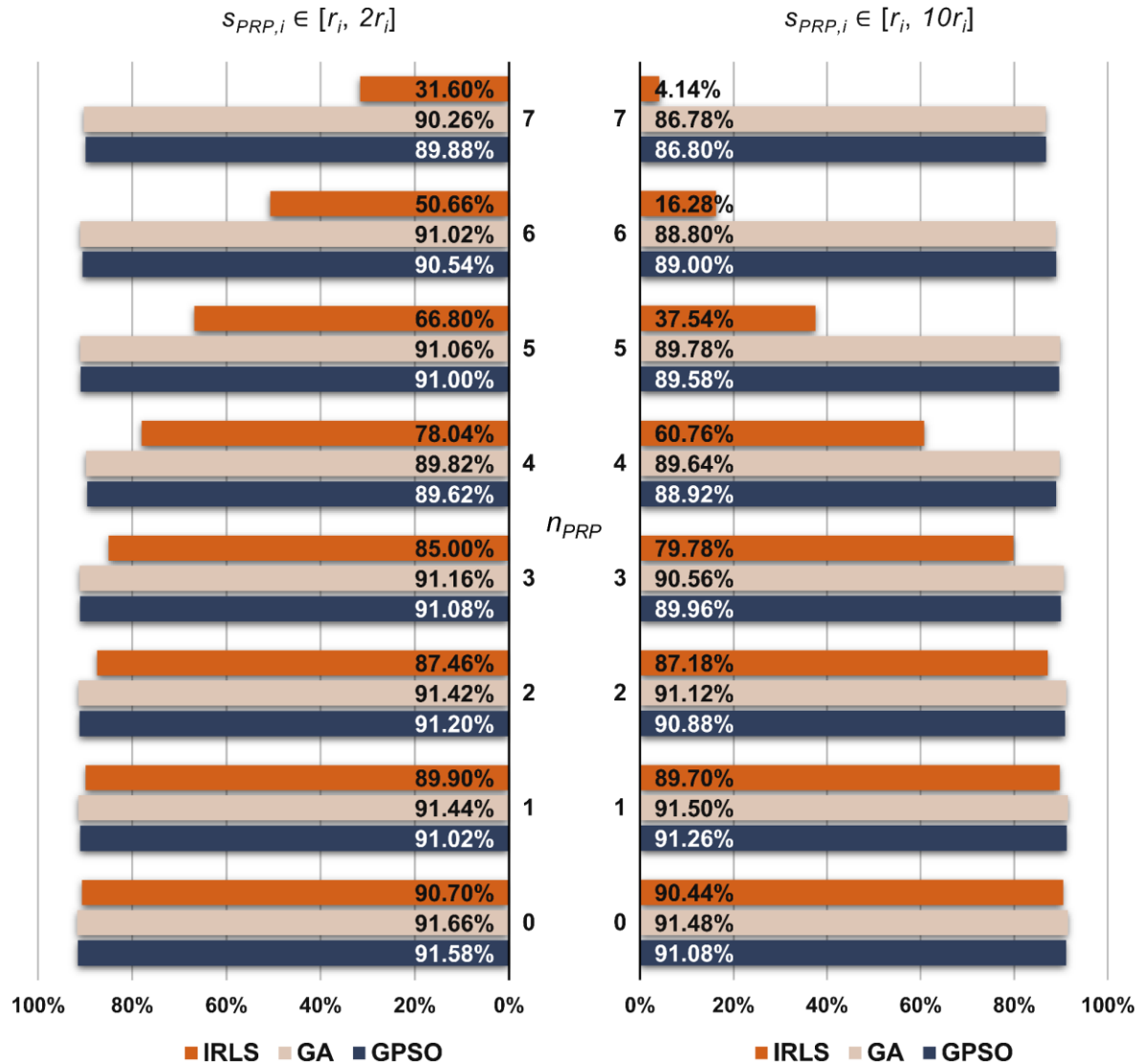
Eksperimentom su obuhvaćena i dva karakteristična intervala za generisanje magnituda simuliranih vektora pomeranja potencijalno referentnih tačaka $s_{PRP,i}$: $[r_i, 2r_i]$ i $[r_i, 10r_i]$.

Na osnovu gore navedenih scenarija pomeranja tačaka u mreži, definisane su šeme za generisanje indikatora pomeranja tačaka z_i . Simulirani vektori pomeranja tačaka mreže formiraju se prema izrazu (3.60), na osnovu nasumično odabranih magnituda s_i , azimuta φ_i , polarnih uglova θ_i i indikatora pomeranja z_i . Za svaki od navedenih slučajeva pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže generisano je po pet hiljada simuliranih setova opažanja (3.62), i to u slučaju oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$ kod sva tri scenarija pomeranja tačaka na objektu. Naravno, opažanja su simulirana sa slučajnim greškama merenja koje slede normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću nula i prethodno navedenim standardnim devijacijama za horizontalne pravce, kose dužine i zenitne uglove.

Simulacije su izvedene primenom Monte Karlo metode u okviru softverskog paketa *Matlab*, kao i u prethodna dva eksperimenta.

Deformaciona analiza sprovedena je na svakom setu simuliranih opažanja po funkcionalnom i stohastičkom modelu IWST i GREDOD metode. U postupku robusne ocene vektora pomeranja kod ovih metoda primenjena je IRLS metoda, GA i GPSO algoritam. Takođe, treba napomenuti da je optimizacioni uslov robusne ocene vektora pomeranja formulisan funkcijom cilja (3.17). Za parametre IRLS metode usvojene su identične vrednosti kao u prethodnim eksperimentima, pa su samim tim i ograničenja za težine potencijalno referentnih tačaka $w_{PRP,i}$ identična. Osim toga, u ovom eksperimentu primenjene su iste šeme podešavanja parametara GA i GPSO algoritma kao u prethodnim eksperimentima. Na bazi empirijske analize procesa optimizacije kod ovih algoritama, definisan je kriterijum zaustavljanja i veličina populacije (roja). Za broj jedinki kod GA, odnosno broj čestica kod GPSO algoritma, usvojena je vrednost 400. Kriterijum zaustavljanja definisan je maksimalnim brojem generacija (iteracija) i tolerancijom, gde su za broj generacija i toleranciju usvojene vrednosti 100 i 10^{-6} , respektivno. Prilikom ispitivanja stabilnosti tačaka mreže, za globalni nivo značajnosti α usvojena je vrednost 0.05. Stoga, vrednost lokalnog nivoa značajnosti α_0 iznosi 0.00125. MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode nezavisno su sračunati za svih osam slučajeva pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže, u slučaju oba intervala za magnituda $s_{PRP,i}$ kod sva tri scenarija pomeranja tačaka na objektu. Tabelarni pregled dobijenih vrednosti MSR koeficijenata efikasnosti ovih metoda dat je u prilogu A.3, dok su u nastavku ovog potpoglavlja vrednosti ovih koeficijenata interpretirane grafički u vidu dijagrama.

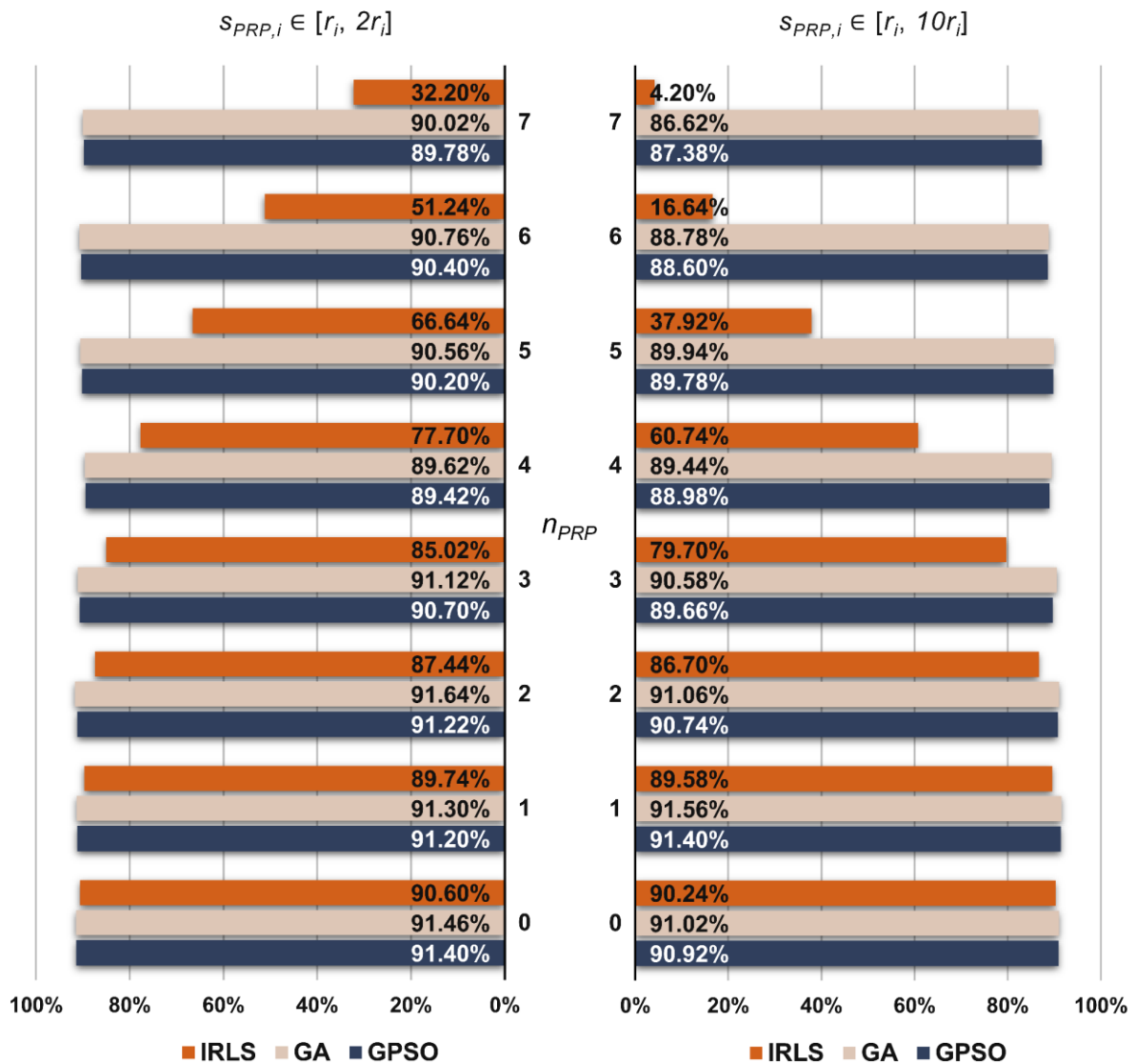
Na slikama 5.38 i 5.39 prikazani su MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode za prvi scenario pomeranja tačaka na objektu. Evidentno je da se u slučaju primene GA i GPSO algoritma efikasnost IWST i GREDOD metode ne menja značajno niti sa povećanjem magnituda pomeranja $s_{PRP,i}$ niti sa porastom broja pomerenih tačaka u potencijalno referentnom delu mreže n_{PRP} . Sa druge strane, u slučaju primene IRLS metode efikasnost pomenutih metoda značajno opada kako sa povećanjem magnituda $s_{PRP,i}$ tako i sa porastom broja pomerenih tačaka n_{PRP} .



Slika 5.38: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

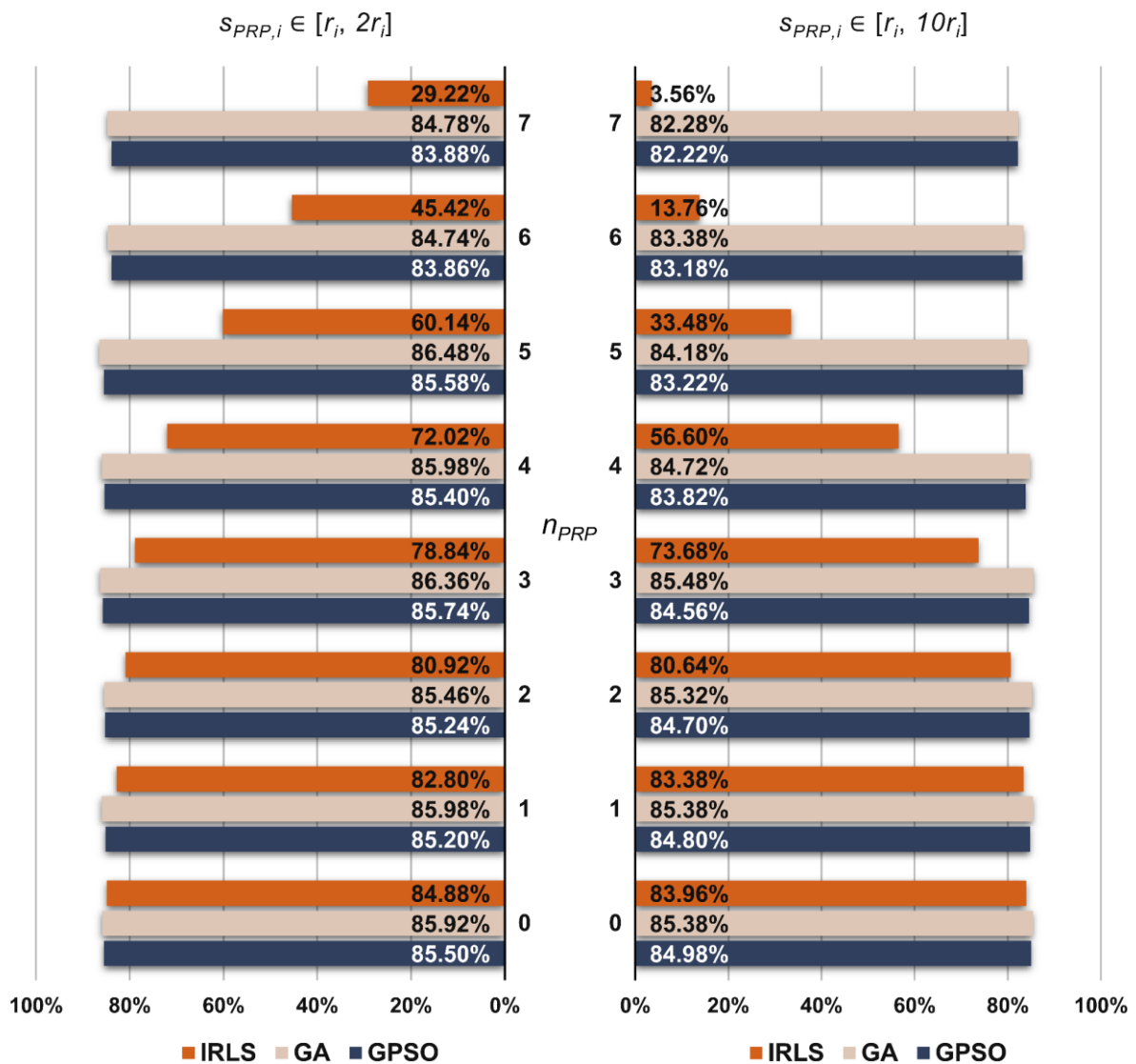
Neki od argumenata koji potvrđuju prethodno izvedene zaključke predstavljeni su u nastavku. Ako posmatramo slučajeve pomeranja kod kojih magnitude $S_{PRP,i}$ uzimaju vrednosti iz intervala $[r_i, 2r_i]$, vidimo da je u slučaju primene IRLS metode efikasnost IWST i GREDOD metode veća za 59.10% i 58.40% u prvom slučaju pomeranja ($n_{PRP} = 0$), gde su sve potencijalno referentne tačke mreže nepomerene, nego u poslednjem slučaju pomeranja ($n_{PRP} = 7$), gde su sve potencijalno referentne tačke mreže pomerene. Nasuprot tome, u slučaju primene GA i GPSO algoritma dobijene su veoma slične vrednosti MSR koeficijenata u prvom i poslednjem slučaju pomeranja tačaka u potencijalno referentnoj mreži, kod obe metode deформacione analize. U ova dva slučaja pomeranja, efikasnost IWST metode razlikuje se za

svoga 1.40% i 1.70% u slučaju primene GA i GPSO algoritma, respektivno, dok se efikasnost GREDOD metode razlikuje za 1.44% kod genetskog algoritma i 1.62% kod GPSO algoritma. Ukoliko razmotrimo slučajeve pomeranja sa magnitudama $s_{PRP,i}$ iz intervala $[r_i, 10r_i]$, vidimo da su prethodno diskutovane razlike efikasnosti ovih metoda značajno veće kod IRLS metode, dok su kod GA i GPSO algoritma slične prethodno navedenim. Naime, efikasnost IWST metode veća je za 86.30%, 4.70% i 4.28%, u prvom nego u poslednjem slučaju pomeranja tačaka u potencijalno referentnoj mreži, kod IRLS metode, GA i GPSO algoritma, respektivno. Sa druge strane, efikasnost GREDOD metode veća je za 86.04%, 4.40% i 3.54% u slučaju primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma, respektivno.

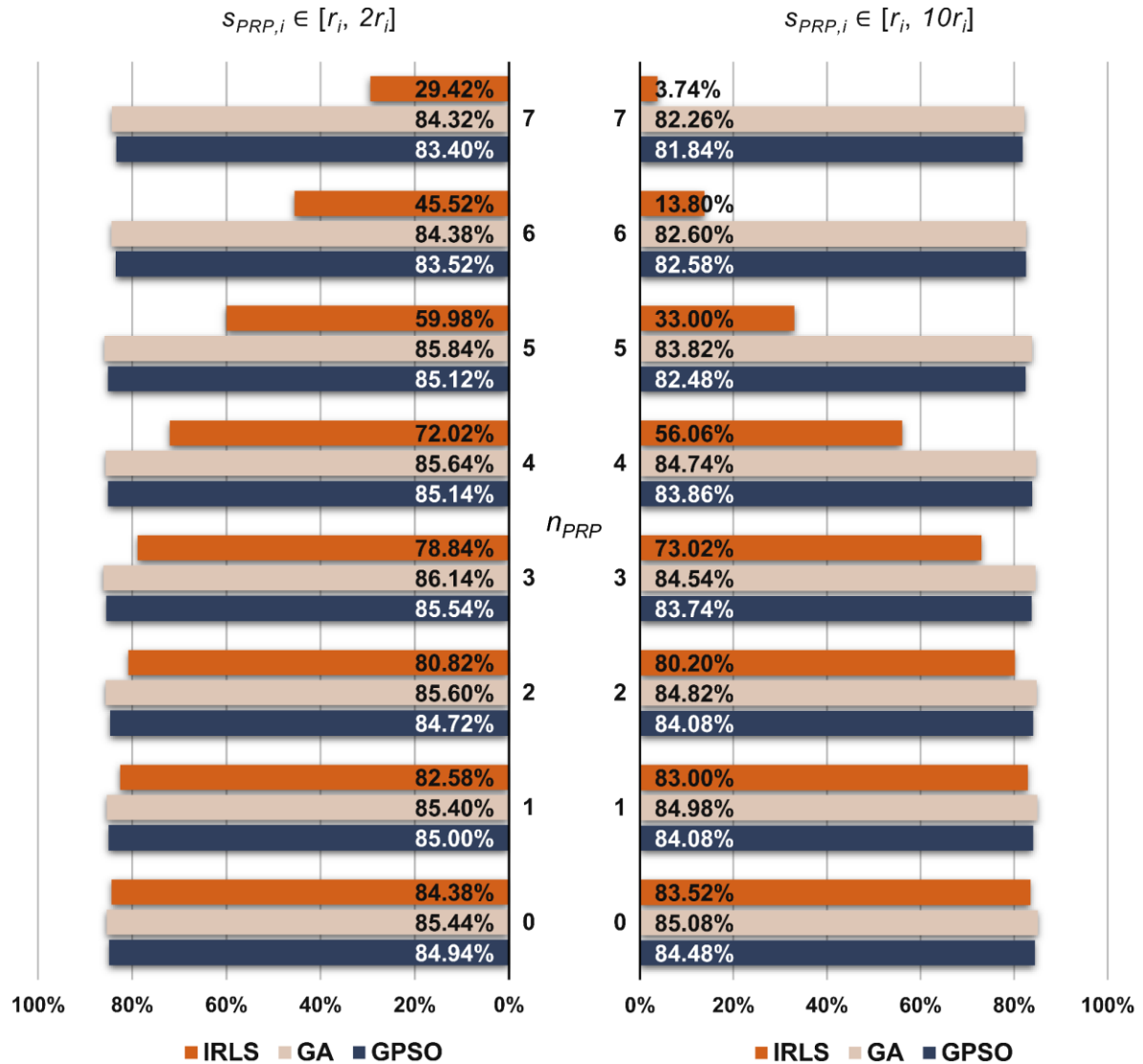


Slika 5.39: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode koji se odnose na drugi scenario pomeranja tačaka na objektu prikazani su u vidu dijagrama na slikama 5.40 i 5.41, respektivno. Sa ovih dijagrama lako se može uočiti da je ponašanje efikasnosti ovih metoda identično kao u prethodnom scenariju pomeranja tačaka na objektu. Dakle, sa povećanjem magnituda pomeranja $s_{PRP,i}$ i porastom broja pomerenih tačaka n_{PRP} efikasnost IWST i GREDOD metode značajno opada u slučaju primene IRLS metode, dok se u slučaju primene GA i GPSO algoritma ne menja značajno. Pored toga, važno je napomenuti da je efikasnost IWST i GREDOD metode kod ovog scenarija pomeranja tačaka na objektu manja u proseku za oko 5% u odnosu na prethodni scenario.

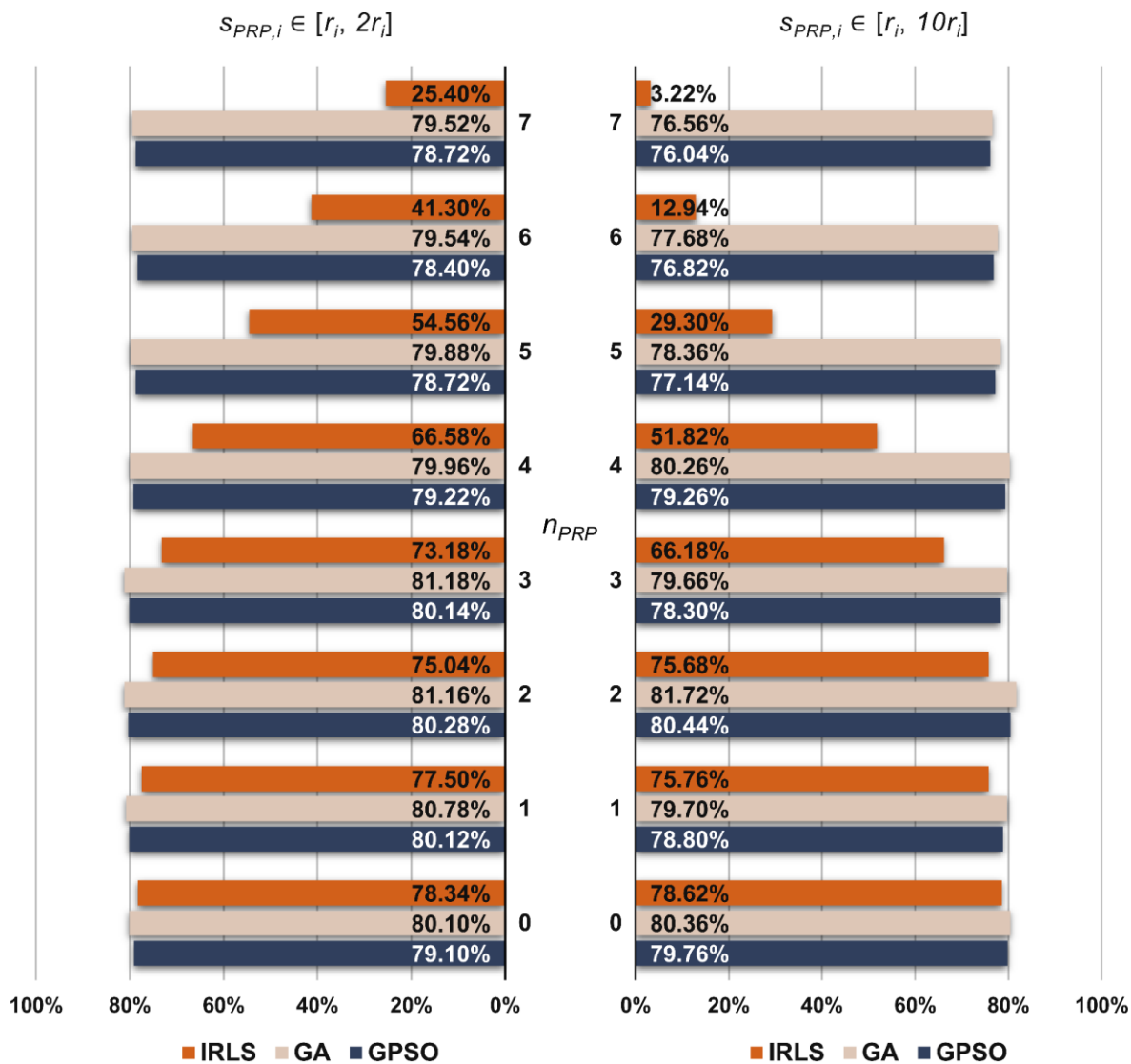


Slika 5.40: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

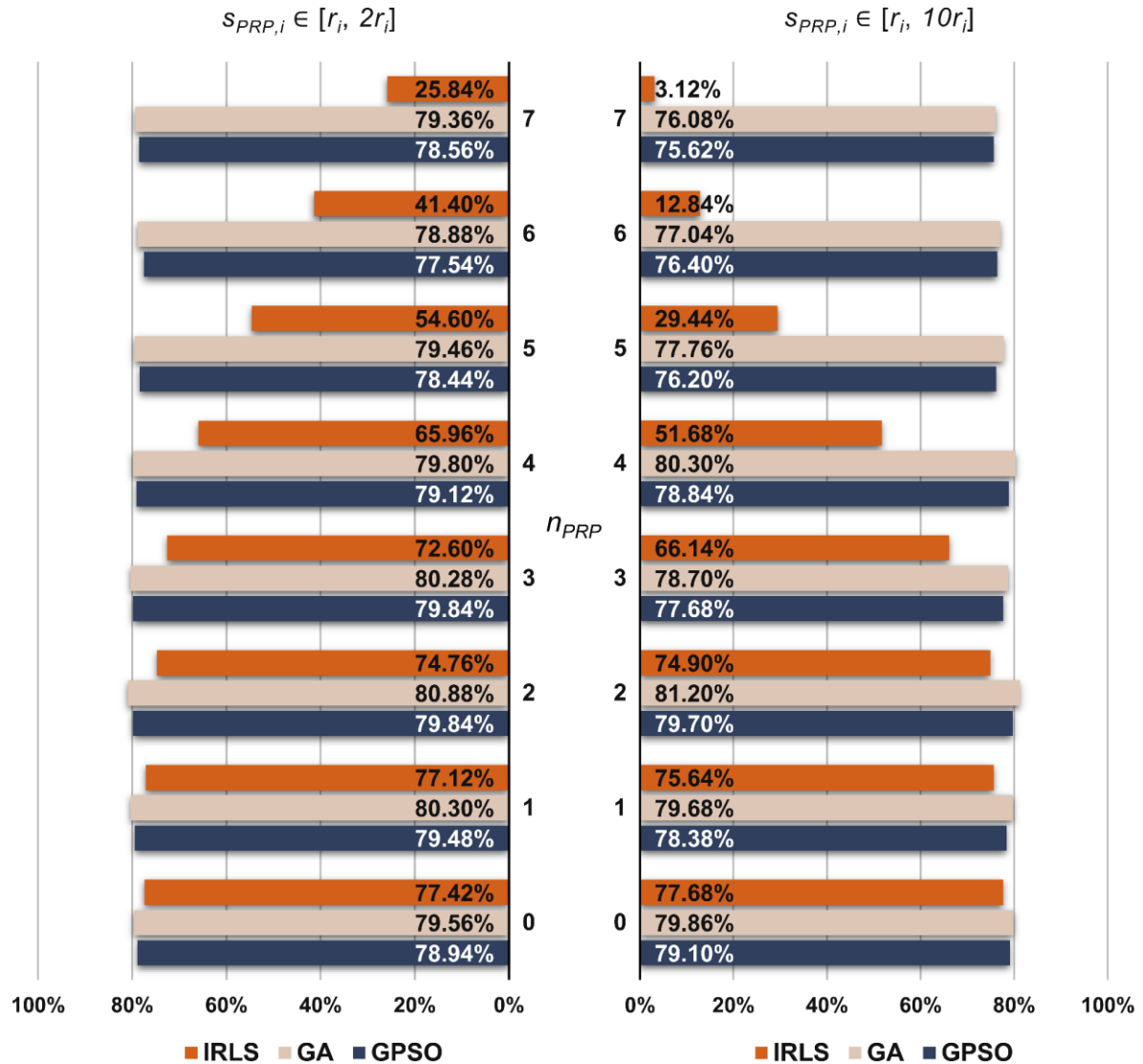


Slika 5.41: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

Na slikama 5.42 i 5.43 prikazani su MSR koeficijenti efikasnosti IWST i GREDOD metode koji se odnose na treći scenario, u kojem su uvek tri nasumično odabrane tačke na objektu pomerene. Očigledno je da svi prethodno navedeni zaključci koji se odnose na ponašanje efikasnosti ovih metoda ostaju u važnosti i kod ovog scenarija pomeranja tačaka na objektu. Međutim, treba napomenuti da je njihova efikasnost manja u proseku za oko 11% u odnosu na prvi scenario gde je uvek jedna nasumično odabrana tačka na objektu pomerena.

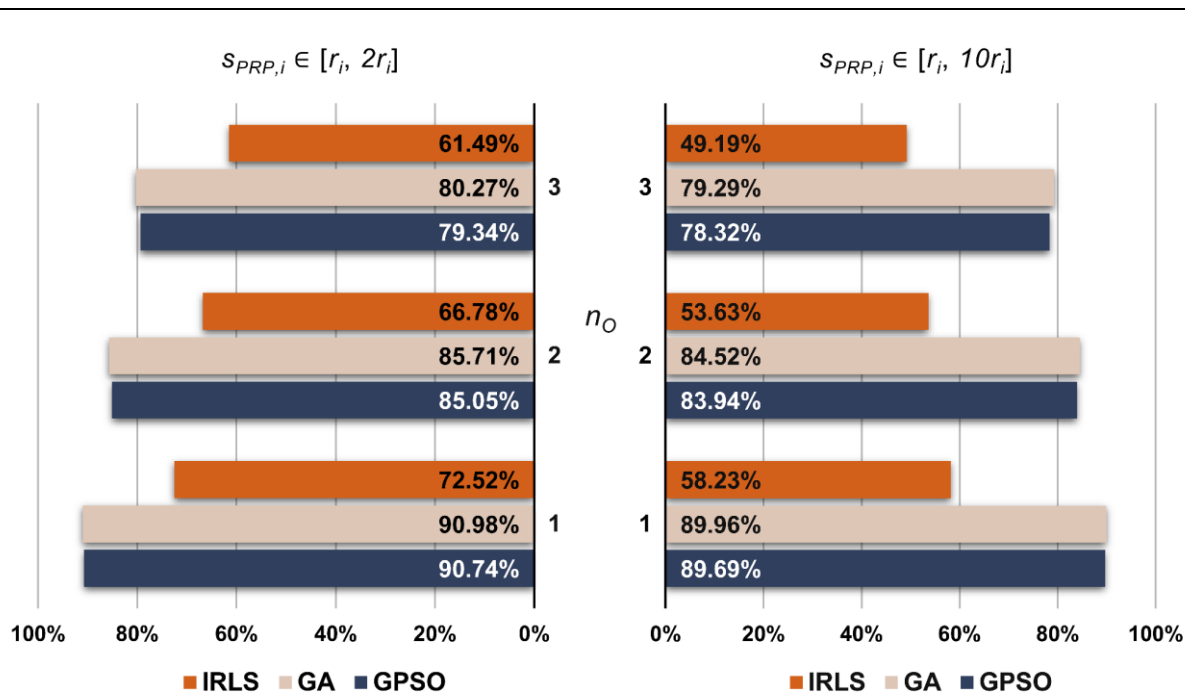


Slika 5.42: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

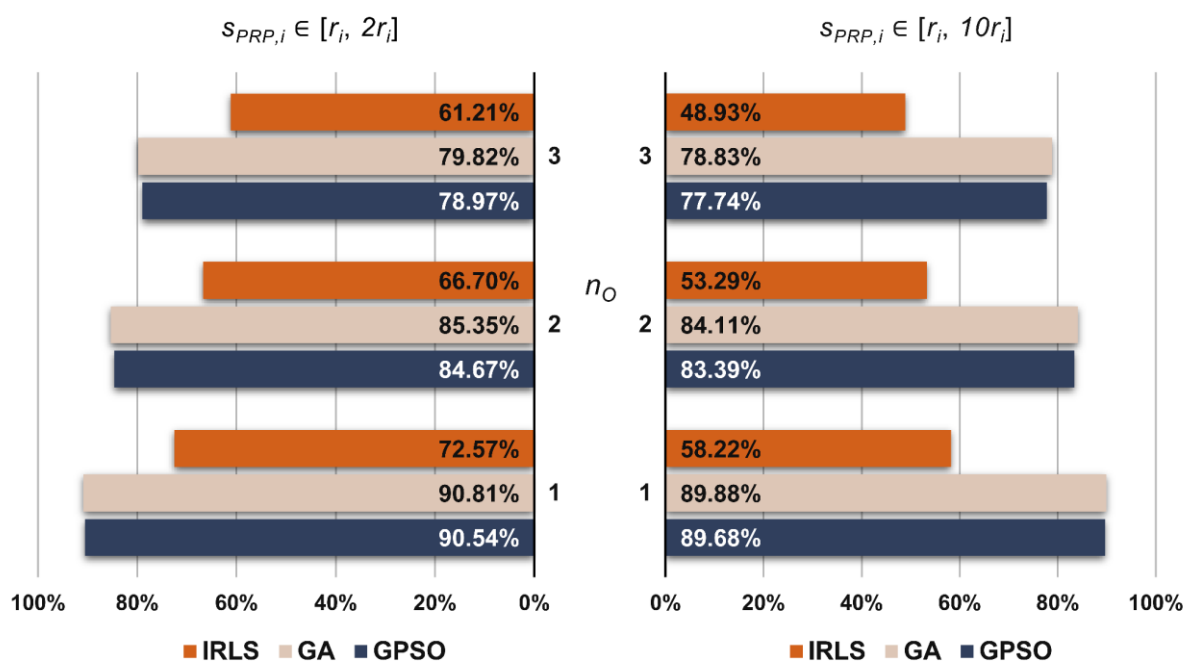


Slika 5.43: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

Vrednosti ukupne efikasnosti IWST i GREDOD metode prikazane su u vidu dijagrama na slikama 5.44 i 5.45, respektivno. Očigledno je da efikasnost ovih metoda opada sa povećanjem broja pomerenih tačaka na objektu n_0 . Osim toga, evidentno je da je ukupna efikasnost ovih metoda značajno veća u slučaju primene GA i GPSO algoritma nego u slučaju primene IRLS metode. Ukoliko posmatramo scenarije pomeranja tačaka na objektu kod kojih magnitude $s_{PRP,i}$ uzimaju vrednosti iz intervala $[r_i, 2r_i]$, primećujemo da je ukupna efikasnost IWST i GREDOD metode uvećana za oko 18% primenom GA i GPSO algoritma. Osetno veće vrednosti poboljšanja efikasnosti dobijene su kod scenarija pomeranja sa magnitudama $s_{PRP,i}$ iz intervala $[r_i, 10r_i]$. Dakle, primenom GA i GPSO algoritma ukupna efikasnost ovih metoda uvećana je za oko 30%.



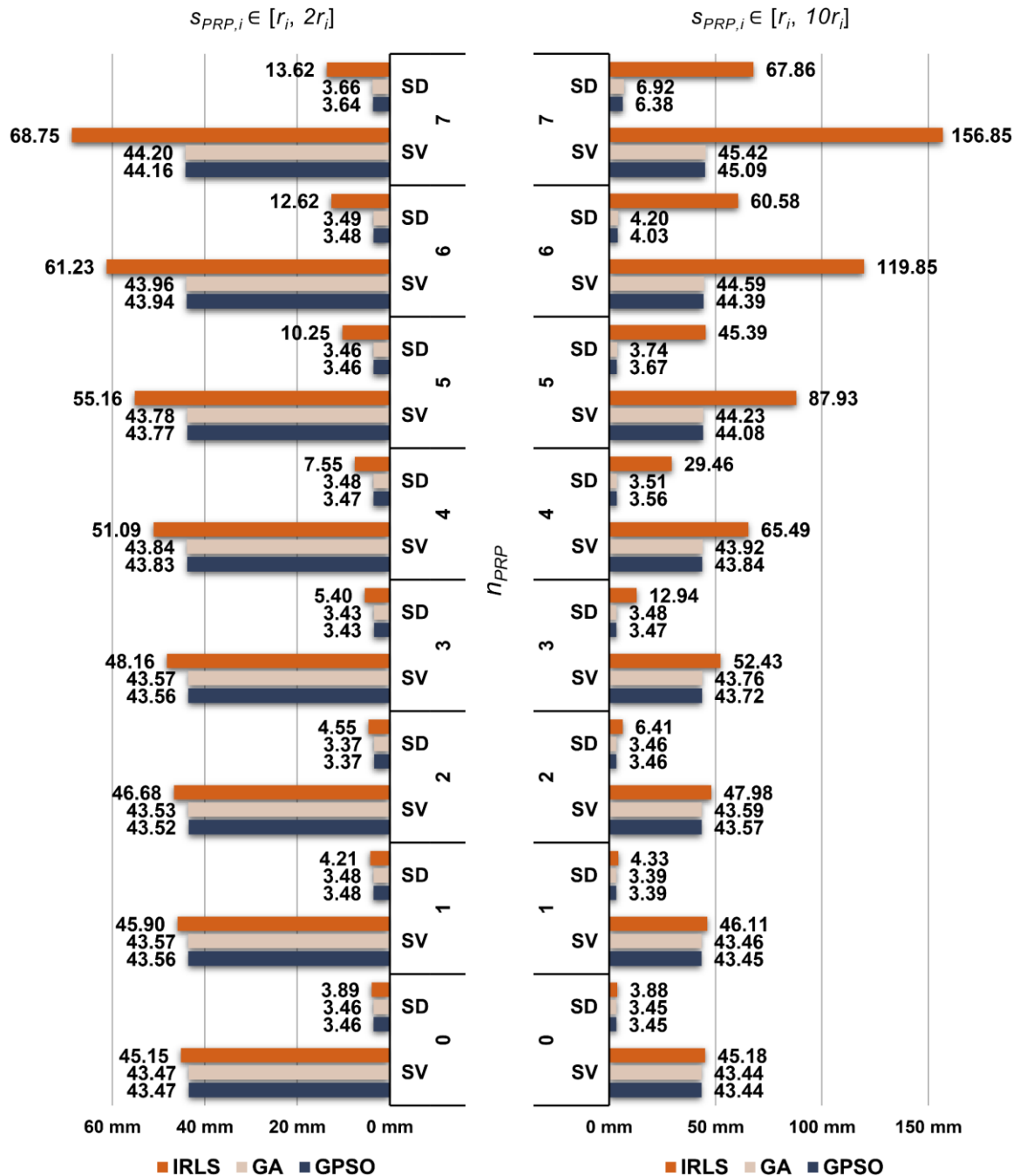
Slika 5.44: Ukupna efikasnost IWST metode.



Slika 5.45: Ukupna efikasnost GREDOD metode.

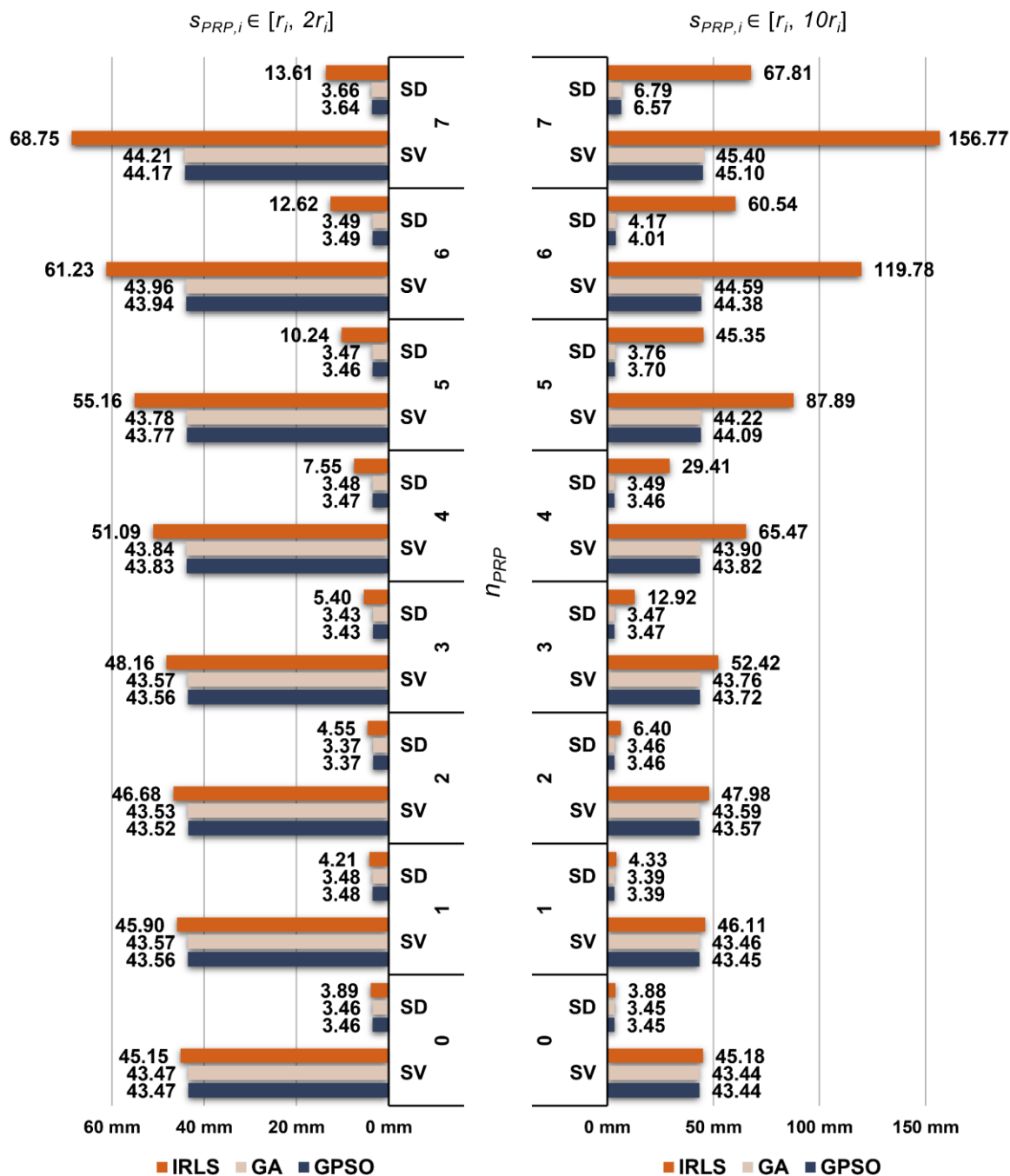
Ukupne istinite greške ocenjenih vektora pomeranja e_d sračunate su za svaki set simuliranih opažanja u mreži. Empirijske raspodele ovih grešaka predstavljene su u vidu histograma u prilogu B.3. Pored grafičke analize sprovedena je i numerička analiza ovih grešaka, u okviru koje su analizirane neke od najčešće korišćenih mera centralne tendencije i disperzije. Naime, sračunate su srednje

vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ($\bar{e}_{\hat{d}}$, $\tilde{e}_{\hat{d}}$, $\omega_{e_{\hat{d}}}$ i $\sigma_{e_{\hat{d}}}$) za svih osam slučajeva pomeranja potencijalno referentnih tačaka, u slučaju oba intervala za magnitude $s_{PRP,i}$ kod sva tri scenarija pomeranja tačaka na objektu. U nastavku ovog potpoglavlja predstavljene su samo srednje vrednosti i standardne devijacije ovih grešaka, dok je detaljan tabelarni pregled svih navedenih mera dat u prilogu C.3.



Slika 5.46: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

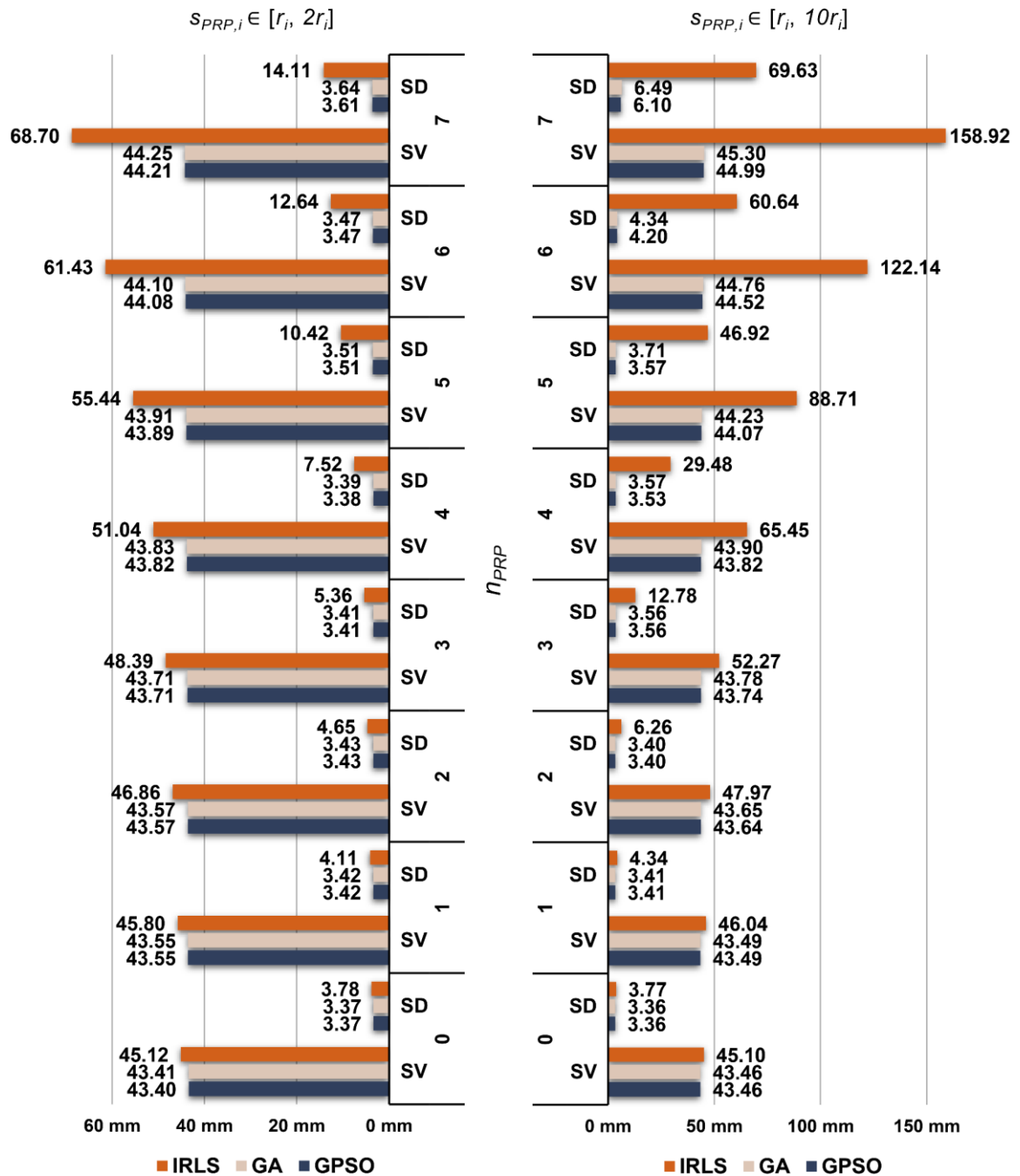
Srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka IWST i GREDOD metode za prvi scenario pomeranja tačaka na objektu predstavljene su u vidu dijagrama na slikama 5.46 i 5.47, respektivno.



Slika 5.47: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

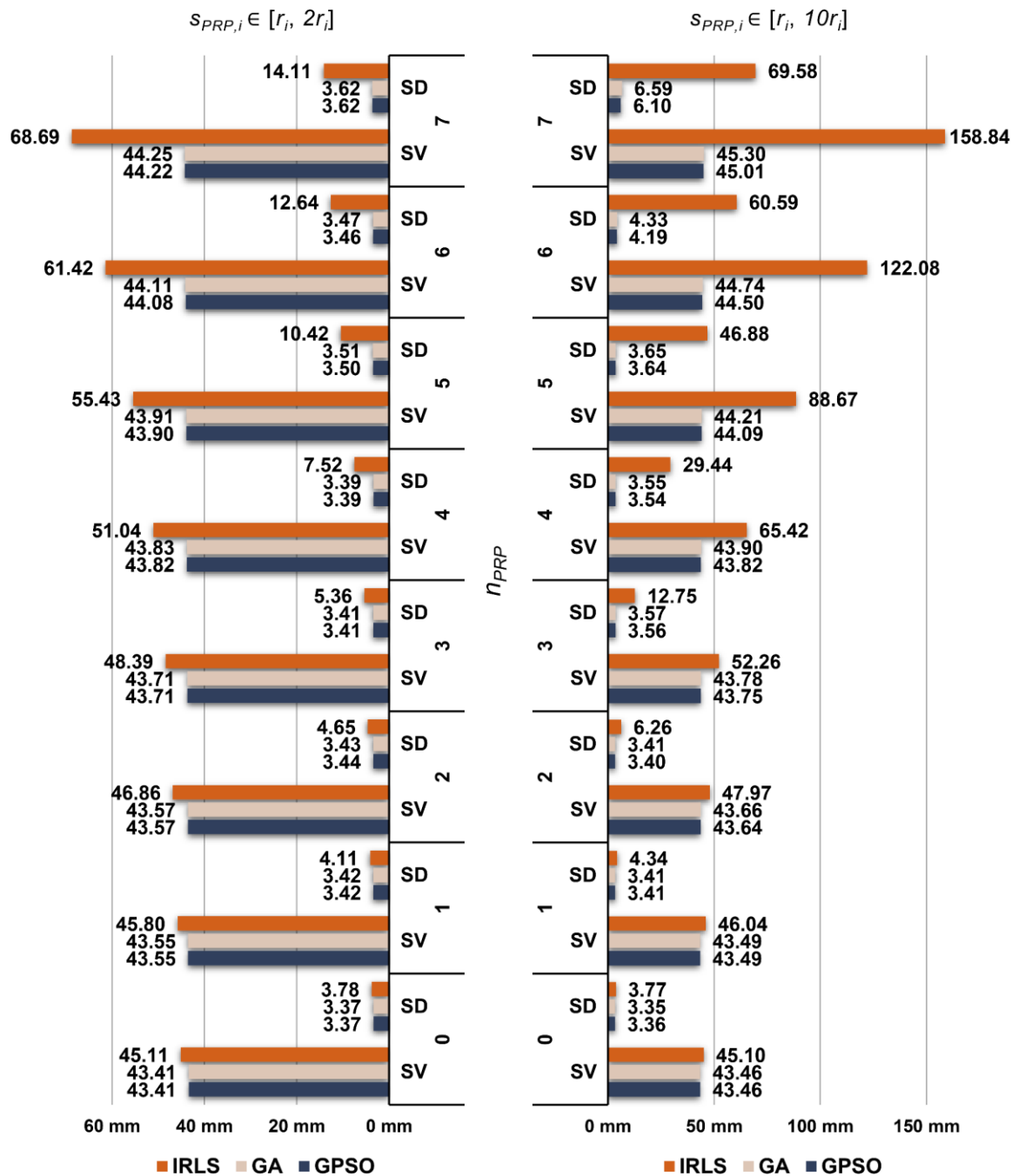
Može se uočiti da se u slučaju primene GA i GPSO algoritma srednje vrednosti i standardne devijacije pomenutih grešaka ne menjaju značajno niti sa porastom broja pomeranih potencijalno referentnih tačaka mreže n_{PRP} niti sa povećanjem magnituda

njihovih pomeranja $s_{PRP,i}$, u slučaju obe metode deformacione analize. Jedino vrednosti standardnih devijacija koje se odnose na poslednja dva slučaja pomeranja ($n_{PRP} = 6$ i $n_{PRP} = 7$) sa magnitudama $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$ u nešto većoj meri odstupaju od ustaljenih vrednosti. Nasuprot tome, u slučaju primene IRLS metode srednje vrednosti i standardne devijacije ovih grešaka značajno rastu kako sa povećanjem magnituda pomeranja $s_{PRP,i}$ tako i sa porastom broja pomenih tačaka n_{PRP} .

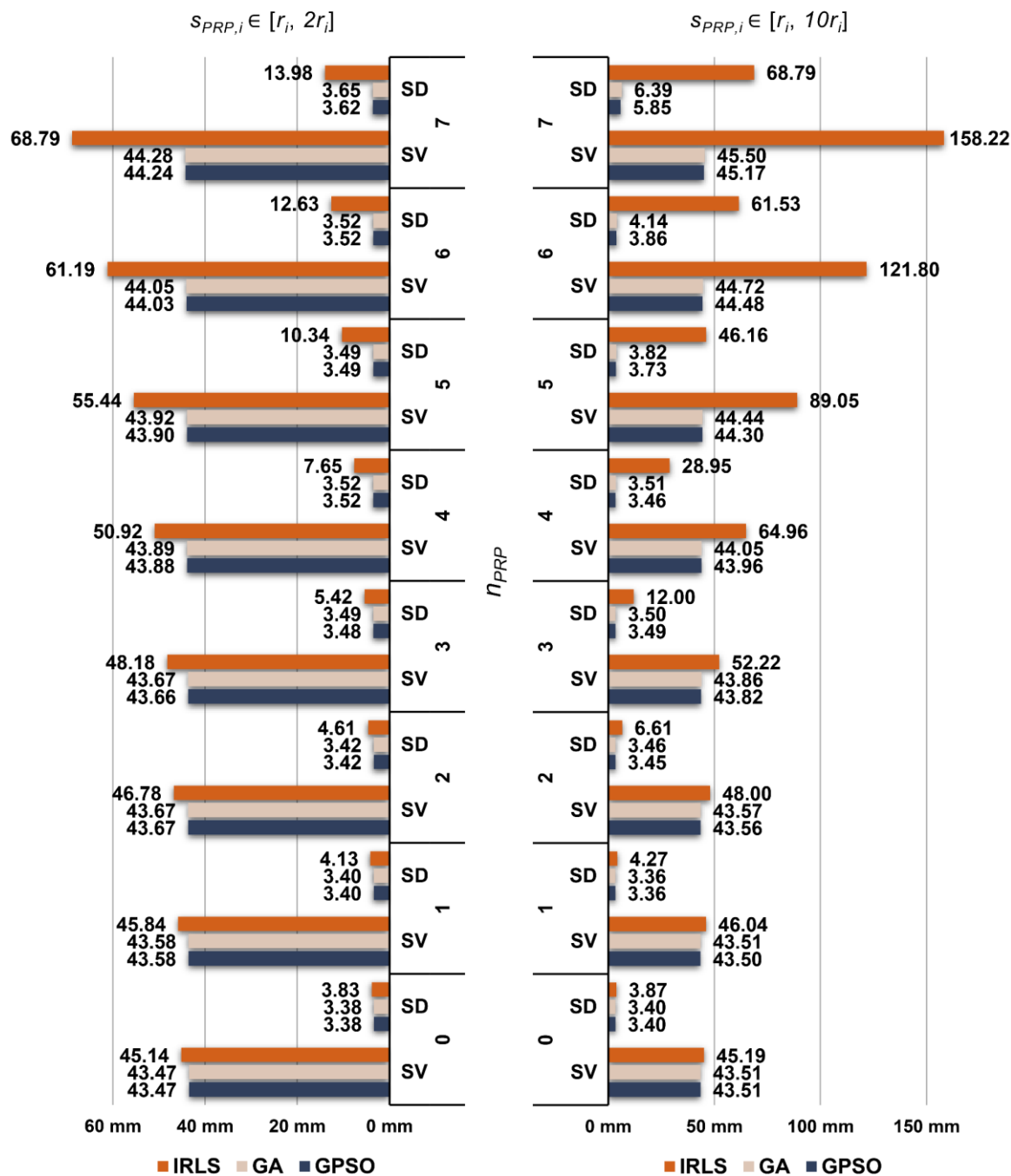


Slika 5.48: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

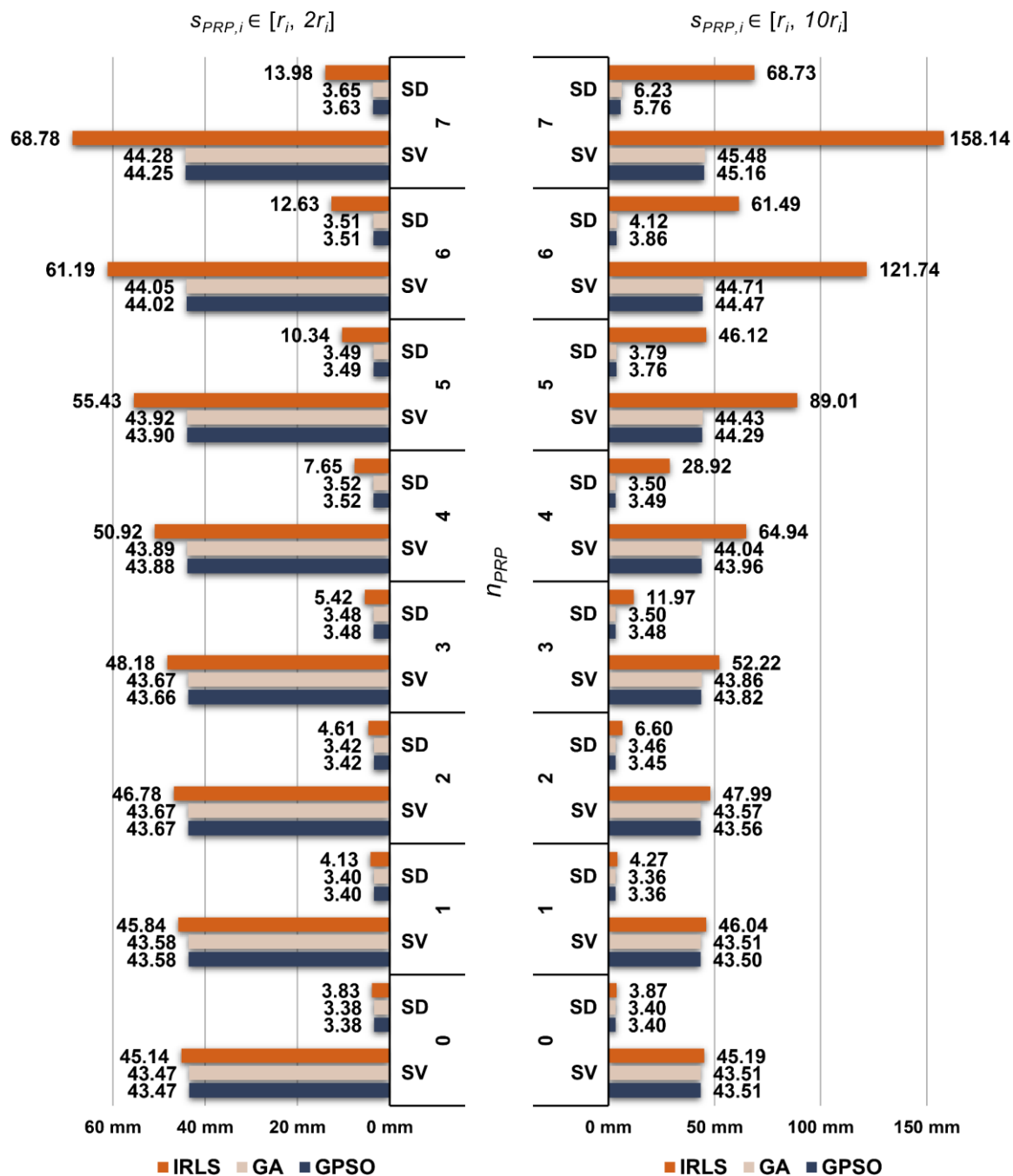
Na slikama 5.48 i 5.49 prikazane su srednje vrednosti i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka IWST i GREDOD metode za drugi scenario pomeranja tačaka na objektu. Pomenute vrednosti ovih grešaka koje se odnose na treći scenario pomeranja tačaka na objektu prikazane su na slikama 5.50 i 5.51, za IWST i GREDOD metodu, respektivno. Evidentno je da svi prethodno izvedeni zaključci koji se odnose na ponašanje ovih grešaka kod IWST i GREDOD metode ostaju u važnosti i kod ova dva scenarija pomeranja tačaka na objektu.



Slika 5.49: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).



Slika 5.50: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).



Slika 5.51: Srednje vrednosti (SV) i standardne devijacije (SD) ukupnih istinitih grešaka GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

5.5 ANALIZA I DISKUSIJA DOBIJENIH REZULTATA

U okviru eksperimentalnih istraživanja koncipirana su i realizovana četiri eksperimenta, čiji je osnovni cilj ispitivanje mogućnosti i efikasnosti primene GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode. Rezultati sprovedenih istraživanja u okviru ovih eksperimenata predstavljani su u prethodnih nekoliko potpoglavlja. U prvom eksperimentu analizirana je mogućnost primene pomenutih algoritama u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode, na dobro poznatom primeru geodetske mreže brane *Montsalvens*. Dobijeni rezultati nedvosmisleno su potvrdili mogućnost primene GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja. Štaviše, primenom ova dva algoritma dobijeni su nešto bolji rezultati nego primenom IRLS metode, kod obe metode deformacione analize. Međutim, opšte je poznato da se zaključci o efikasnosti metoda deformacione analize ne mogu izvesti na bazi analize sprovedene na samo jednom setu opažanja, jer se u tom slučaju analiza efikasnosti odnosi na samo jedan model geodetske mreže, jedan slučaj pomeranja tačaka u mreži i jedan set slučajnih grešaka merenja. Shodno tome, koncipirana su i realizovana još tri eksperimenta, u okviru kojih je efikasnost primene GA i GPSO algoritma analizirana pomoću Monte Karlo simulacija na tri različita modela geodetskih mreža:

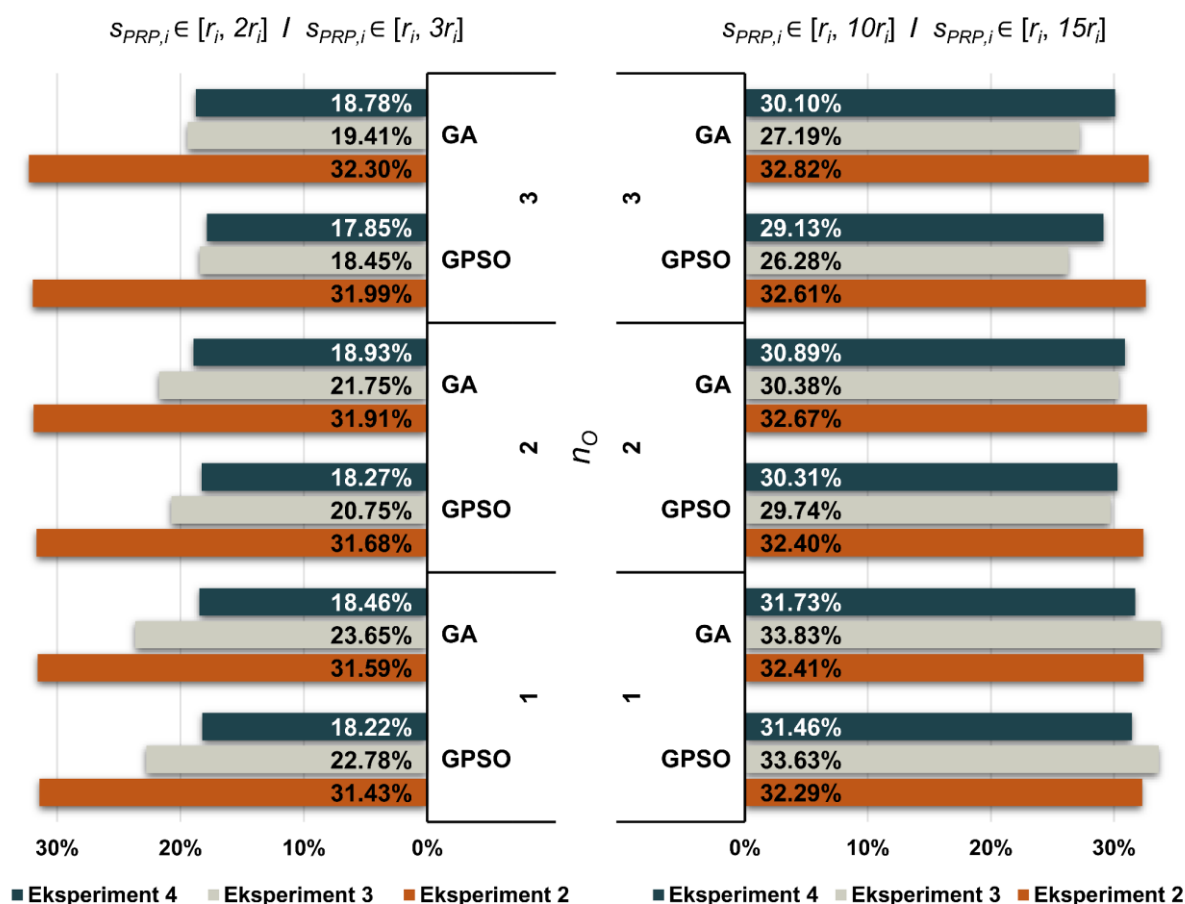
- Eksperiment 2 – jednodimenzionalna geodetska mreža za monitoring silosa poljoprivrednog gazdinstva Žitosrem;
- Eksperiment 3 – dvodimenzionalna geodetska mreža za monitoring temena 7 cevovoda koji je sastavni deo hidroelektrane Perućica;
- Eksperiment 4 – trodimenzionalna geodetska mreža za monitoring zemljane nasute brane Šelevrenac.

Kod ovog pristupa, zaključci o efikasnosti metoda deformacione analize izvode se na osnovu velikog broja simuliranih setova opažanja koji reprezentuju različite scenarije pomeranja i deformacija u geodetskim mrežama koje su predmet analize. Na osnovu rezultata istraživanja sprovedenih u ovim eksperimentima, mogu se izvući neki uopšteni zaključci o ponašanju efikasnosti IWST i GREDOD metode, u slučaju primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma. Na samom početku treba

naglasiti da u slučaju primene sva tri optimizaciona postupka efikasnost IWST i GREDOD metode opada sa povećanjem broja pomerenih tačaka na objektu n_o . Međutim, ovaj problem može se uspešno rešiti primenom strategije koja se bazira na podeli geodetske mreže na onoliko podmreža koliko ima tačaka na objektu, pri čemu se svaka podmreža sastoji od svih potencijalno referentnih tačaka i samo jedne tačke na objektu [12], [13]. Pored toga, efikasnost ovih metoda neophodno je sagledati i sa aspekta različitih slučajeva pomeranja tačaka u potencijalno referentnoj mreži. U slučaju primene IRLS metode, efikasnost IWST i GREDOD metode značajno opada sa porastom broja pomerenih tačaka u potencijalno referentnoj mreži n_{PRP} , kod sva tri modela geodetskih mreža. Osim toga, efikasnost ovih metoda opada i sa povećanjem magnituda pomeranja potencijalno referentnih tačaka mreže $s_{PRP,i}$ u slučaju dvodimenzionalne i trodimenzionalne mreže (eksperimenti 3 i 4), dok se u slučaju jednodimenzionalne mreže (eksperiment 2) ne menja značajno. Sa druge strane, kod GA i GPSO algoritma, njihova efikasnost ne menja se značajno niti sa porastom broja pomerenih potencijalno referentnih tačaka mreže n_{PRP} niti sa povećanjem magnituda pomeranja $s_{PRP,i}$, i to u slučaju sva tri modela geodetskih mreža. Shodno tome, može se konstatovati da je efikasnost IWST i GREDOD metode značajno poboljšana primenom GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja, tj. u postupku određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja, kod ovih metoda.

Na slikama 5.52 i 5.53 prikazane su vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti IWST i GREDOD metode dobijene primenom GA i GPSO algoritma u okviru sva tri scenarija pomeranja tačaka (repera) na objektu, za sva tri eksperimenta. Važno je napomenuti da ove vrednosti predstavljaju relativna povećanja efikasnosti ovih metoda u odnosu na efikasnost dobijenu primenom IRLS metode. Očigledno je da su u trećem i četvrtom eksperimentu vrednosti poboljšanja efikasnosti značajno manje kod grupe scenarija pomeranja tačaka na objektu sa magnitudama $s_{PRP,i}$ iz intervala $[r_i, 2r_i]$ nego kod grupe scenarija pomeranja tačaka na objektu sa magnitudama $s_{PRP,i}$ iz intervala $[r_i, 10r_i]$. Budući da su u slučaju primene GA i GPSO algoritma dobijene veoma slične vrednosti ukupne efikasnosti ovih metoda kod obe grupe scenarija u okviru oba eksperimenta, potpuno je jasno da su pomenute razlike posledica već diskutovanih nedostataka IRLS metode. Nasuprot

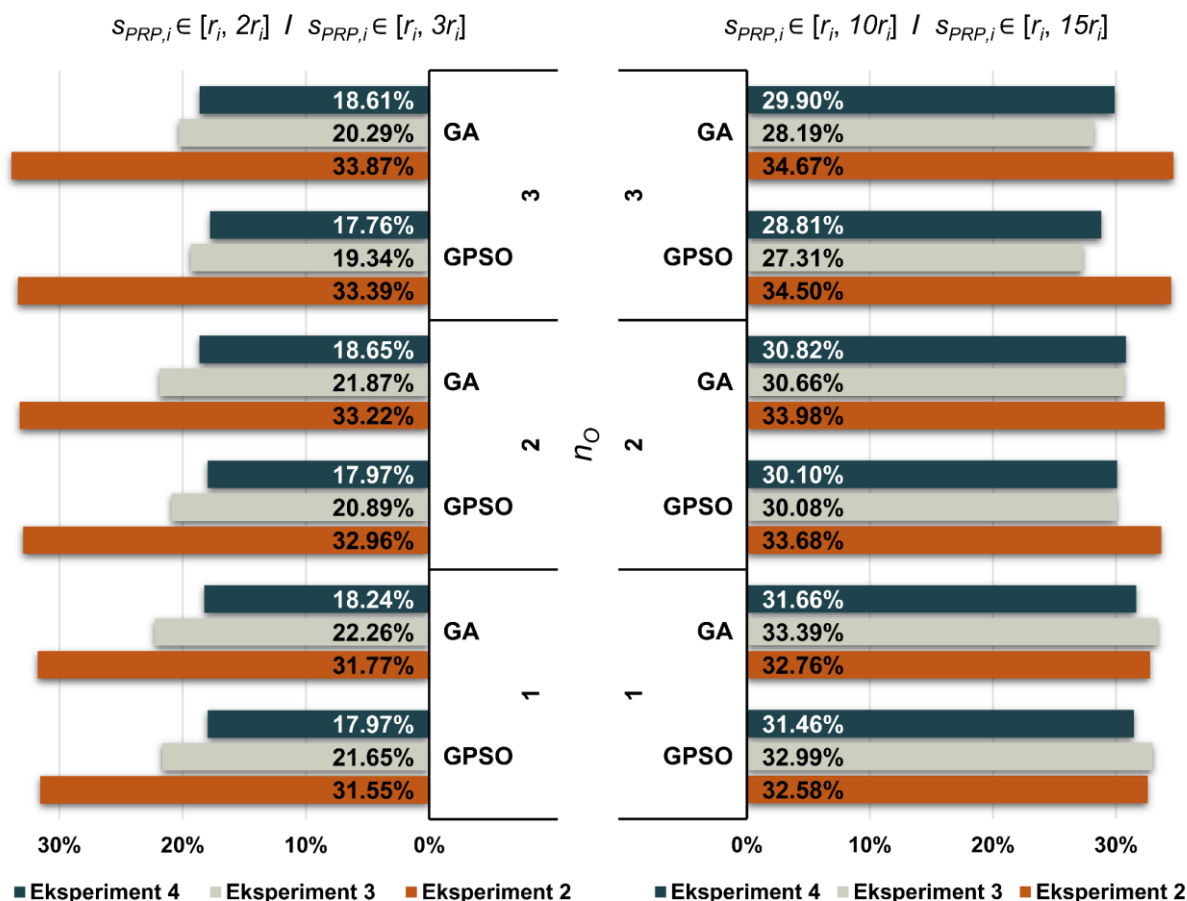
tome, u okviru drugog eksperimenta dobijene su veoma slične vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti kod obe grupe scenarija pomeranja repera na objektu.



Slika 5.52: Vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti IWST metode dobijene primenom GA i GPSO algoritma.

Vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti IWST metode u drugom eksperimentu idu u rasponu od 31.59 do 32.82% kod genetskog algoritma i od 31.43 do 32.61% kod GPSO algoritma. U slučaju GREDOD metode pomenute vrednosti poboljšanja kreću se u nešto drugačijim granicama, i to od 31.77 do 34.67% kod genetskog algoritma i od 31.55 do 34.50% kod GPSO algoritma. U trećem eksperimentu vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti IWST metode kreću se u opsegu od 19.41 do 33.83% kod genetskog algoritma, a kod GPSO algoritma u opsegu od 18.45 do 33.63%. Kod GREDOD metode vrednosti poboljšanja idu u rasponu od 20.29 do 33.39% u slučaju genetskog algoritma i od 19.34 do 32.99% u slučaju GPSO algoritma. Vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti dobijene primenom genetskog algoritma u četvrtom eksperimentu kreću se u opsegu od 18.46 do 31.73% u slučaju IWST metode i od 18.24

do 31.66% u slučaju GREDOD metode, dok se vrednosti poboljšanja dobijene primenom GPSO algoritma kreću u granicama od 17.85 do 31.46% u slučaju IWST metode i od 17.76 do 31.46% u slučaju GREDOD metode.



Slika 5.53: Vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti GREDOD metode dobijene primenom GA i GPSO algoritma.

Evidentno je da su u slučaju primene genetskog algoritma dobijene nešto veće vrednosti poboljšanja ukupne efikasnosti nego u slučaju primene GPSO algoritma, kod obe metode deformacione analize. Međutim, vreme proračuna kod genetskog algoritma značajno je duže nego kod GPSO algoritma. Stoga, genetski algoritam može naći primenu kod tradicionalnog pristupa analizi pomeranja i deformacija, gde vreme proračuna ne predstavlja ograničavajući faktor, a GPSO algoritam u automatizovanim sistemima za monitoring pomeranja i deformacija u realnom vremenu, kod kojih je vreme proračuna veoma bitan faktor.

6 ZAKLJUČAK

U ovoj disertaciji predstavljene su originalne modifikacije dve robusne metode deformacione analize, IWST i GREDOD metode, bazirane na primeni evolutivnih optimizacionih algoritama u postupku robusne ocene vektora pomeranja. U ovom postupku, rešavanjem optimizacionog problema koji formiraju odgovarajući funkcionalni model i funkcija cilja, određuju se optimalne vrednosti težina potencijalno referentnih tačaka mreže, odnosno datumskih tačaka mreže. Kako vrednosti ovih težina ilustruju doprinos svake potencijalno referentne tačke definiciji datuma vektora pomeranja, optimizacioni problemi IWST i GREDOD metode mogu se tretirati kao problem određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja. Za potrebe rešavanja optimizacionih problema (3.18) i (3.35) prisutnih kod ovih metoda, tradicionalno se primenjuje IRLS metoda, koja polazi od jednog početnog rešenja dobijenog metodom najmanjih kvadrata i iterativno ga poboljšava tokom optimizacionog procesa. Međutim, ukoliko u skupu potencijalno referentnih tačaka mreže figurišu pomerene tačke, primenom ove metode ne može se odrediti globalno optimalno rešenje ovih optimizacionih problema. Shodno tome, predložena je primena GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod ovih metoda. Za razliku od IRLS metode, pomenuti algoritmi polaze od niza nasumično odabranih potencijalnih rešenja (jedinki ili čestica), koji čine početnu populaciju (roj), raspoređenih po celom prostoru pretrage i iterativno ih poboljšavaju kako bi pronašli (verovatno) globalno optimalno rešenje optimizacionih problema (3.18) i (3.35). Za potrebe primene ovih algoritama definisana je jedinka (čestica) kao vektor vrednosti težina potencijalno referentnih tačaka mreže (4.17) i dopustiva oblast pretraživanja (4.18), odnosno ograničenja za težine potencijalno referentnih tačaka. Definisana ograničenja integrisana su u funkciju cilja (4.20) metodom kaznenih funkcija. Uprkos tome što je veoma jednostavan, ovaj oblik kaznenih funkcija, definisan izrazima (4.19) i (4.20), pokazao se dovoljno efikasnim da pruži sasvim zadovoljavajuće rezultate u ovom istraživanju.

U cilju ispitivanja mogućnosti i efikasnosti primene GA i GPSO algoritma, u postupku robusne ocene vektora pomeranja, koncipirana su i realizovana ukupno četiri eksperimenta. Detaljan opis i rezultati ovih eksperimenata predstavljeni su

u okviru poglavlja 5, koje je posvećeno eksperimentalnim istraživanjima. Rezultati istraživanja u prvom eksperimentu potvrdili su mogućnost primene GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode, čime je verifikovana polazna hipoteza H1 naučnog istraživanja. Budući da su istraživanja u ovom eksperimentu sprovedena samo na jednom setu simuliranih opažanja, na osnovu dobijenih rezultata nije moguće izvesti pouzdane zaključke o efikasnosti primene ovih algoritama. Shodno tome, u naredna tri eksperimenta sprovedena je veoma temeljna i iscrpna analiza efikasnosti primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod ovih metoda, kojom su obuhvaćena tri različita modela geodetskih mreža. Efikasnost primene prethodno navedenih optimizacionih postupaka analizirana je pomoću Monte Karlo simulacija primenom MSR faktora efikasnosti metoda deformacione analize. U potpoglavlju 5.5 sprovedena je opsežna analiza dobijenih rezultata u ovim eksperimentima, na čijoj bazi su izvedeni neki uopšteni zaključci koji se odnose na ponašanje efikasnosti IWST i GREDOD metode u slučaju primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma, iz kojih je proistekao jedan globalni zaključak. Efikasnost IWST i GREDOD metode značajno je poboljšana primenom GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja, tj. u postupku određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja. U tom kontekstu, može se zaključiti da je greška određivanja optimalnog datuma vektora pomeranja značajno redukovana primenom ovih algoritama, čime je verifikovana i polazna hipoteza H2 naučnog istraživanja.

Na temelju svega prethodno navedenog, može se zaključiti da predložene modifikacije IWST i GREDOD metode daju značajan doprinos teoriji robusne deformacione analize geodetskih mreža, kako u pogledu poboljšanja robusnosti ovih metoda na postojanje pomerenih tačaka u potencijalno referentnoj mreži tako i u pogledu povećanja efikasnosti identifikacije pomerenih tačaka na objektu. Naučni doprinos predložene modifikacije IWST metode verifikovan je objavljivanjem rada [90] u istaknutom međunarodnom naučnom časopisu, dok je predložena modifikacija GREDOD metode u pripremi za objavljivanje. Budući da je u pomenutom radu prikazan samo jedan deo rezultata dobijenih u četvrtom eksperimentu, planirano je da ostali rezultati istraživanja budu predstavljeni široj

međunarodnoj naučnoj zajednici objavljivanjem još nekoliko radova u prestižnim međunarodnim naučnim časopisima.

6.1 PRAVCI BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA

Na osnovu znanja i iskustva stečenog tokom istraživanja u ovoj doktorskoj disertaciji formulisani su pravci budućih istraživanja, koji podrazumevaju sledeće:

- Istraživanje mogućnosti daljeg poboljšanja efikasnosti primene GA i GPSO algoritma u robusnoj oceni vektora pomeranja, sa aspekta primene nekih naprednih oblika kaznenih funkcija u optimizacionom postupku ovih algoritama;
- Dodatno istraživanje efikasnosti primene IRLS metode, GA i GPSO algoritma u postupku robusne ocene vektora pomeranja kod IWST i GREDOD metode, na primeru geodinamičke mreže za visoko precizni kontinualni monitoring pomeranja i deformacija nekog karakterističnog područja Zemljine kore. Budući da u Srbiji do danas nije uspostavljena geodetska mreža specijalizovana za praćenje geodinamičkih trendova, pomenuto istraživanje moguće je realizovati jedino kroz program saradnje sa nekom od država koje poseduju ovakvu mrežu ili nekom od međunarodnih naučnih institucija koje se bave ovom problematikom;
- Temeljno proučavanje matematičkih modela robusnih metoda baziranih na $M_{\text{split}(q)}$ -ocenama, sa konačnim ciljem primene evolutivnih optimizacionih algoritama u rešavanju optimizacionih problema prisutnih kod ovih metoda. Naredna faza ovog istraživanja odnosi se na ispitivanje mogućnosti i efikasnosti primene evolutivnih algoritama u rešavanju optimizacionih problema ovih metoda, na test uzorku koji je konstruisan za potrebe eksperimentalnih istraživanja u ovoj disertaciji, kako bi dobijeni rezultati bili uporedivi sa rezultatima predstavljenim u poglavlju 5;
- Implementacija predloženih modifikacija IWST i GREDOD metode u okviru postojećih softverskih paketa iz oblasti monitoringa pomeranja i deformacija, kao što su: *Leica GeoMOS*, *Trimble 4D Control*, *52° North*, *GOCA* i *JAG3D*.

7 LITERATURA

- [1] A. Chrzanowski, Y. Q. Chen, and J. Secord, “Geometrical analysis of deformation surveys,” in *Proceedings of the Deformation Measurement Workshop, 31 Oct - 1 Nov, 1986*, pp. 170–206.
- [2] W. F. Caspary, *Concepts of Network and Deformation Analysis*, Third ed. Kensington: The University of New South Wales, 2000.
- [3] Y. Q. Chen, “Analysis of deformation surveys – a generalized method,” University of New Brunswick, 1983.
- [4] K. Nowel, “Application of Monte Carlo method to statistical testing in deformation analysis based on robust M-estimation,” *Surv. Rev.*, vol. 48, no. 348, pp. 212–223, 2016, doi: 10.1179/1752270615y.0000000026.
- [5] H. Pelzer, *Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen*. München: Verlag der Bayer. Akad. d. Wiss., 1971.
- [6] B. Heck *et al.*, “Report of the FIG Working Group on the Analysis of Deformation Measurements,” in *3rd (FIG) Intern. Symp. on Deformation Measurements by Geodetic Methods, Budapest, August 25-27, 1982*, pp. 337–415.
- [7] B. Heck, “Das Analyseverfahren Des Geodätischen Instituts Der Universität Karlsruhe Stand 1983,” in *V Deformationsanalysen '83. Geometrische Analyse und Interpretation von Deformationen Geodätischer Netze*, München: Hochschule der Bundeswehr., 1983, pp. 153–182.
- [8] L. Gründig, M. Neureither, and J. Bahndorf, “Detection and Localization of Geometrical Movements,” *J. Surv. Eng.*, vol. 111, no. 2, pp. 118–132, 1985, doi: 10.1061/(asce)0733-9453(1985)111:2(118).
- [9] H. Setan and R. Singh, “Deformation analysis of a geodetic monitoring network,” *Geomatica*, vol. 55, no. 3, pp. 333–346, 2001.
- [10] T. Ambrožič, “Deformacijska analiza po postopku Karlsruhe,” *Geod. Vestn.*, vol. 48, no. 3, pp. 315–331, 2004.
- [11] S. Savšek-Safić, T. Ambrožič, B. Stopar, and G. Turk, “Determination of point displacements in the geodetic network,” *J. Surv. Eng.*, vol. 132, no. 2, pp. 58–63, 2006, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9453(2006)132:2(58).
- [12] S. Hekimoglu, B. Erdogan, and S. Butterworth, “Increasing the Efficacy of the Conventional Deformation Analysis Methods: Alternative Strategy,” *J. Surv. Eng.*, vol. 136, no. 2, pp. 53–62, 2010, doi: 10.1061/(asce)su.1943-5428.0000018.
- [13] B. Erdogan and S. Hekimoglu, “Effect of subnetwork configuration design on deformation analysis,” *Surv. Rev.*, vol. 46, no. 335, pp. 142–148, 2014, doi: 10.1179/1752270613Y.0000000066.

-
- [14] A. Ebeling, “Ground-Based Deformation Monitoring,” University of Calgary, 2014.
- [15] H. Velsink, “On the deformation analysis of point fields,” *J. Geod.*, vol. 89, no. 11, pp. 1071–1087, 2015, doi: 10.1007/s00190-015-0835-z.
- [16] Z. Sušić, M. Batilović, T. Ninkov, I. Aleksić, and V. Bulatović, “Identification of movements using different geodetic methods of deformation analysis,” *Geodetski Vestnik*, vol. 59, no. 3, pp. 537–553, 2015, doi: 10.15292/geodetski-vestnik.2015.03.537-553.
- [17] Z. Sušić, M. Batilović, T. Ninkov, V. Bulatović, I. Aleksić, and G. Nikolić, “Geometric deformation analysis in free geodetic networks: Case study for Fruška Gora in Serbia,” *Acta Geodyn. Geomater.*, vol. 14, no. 3, pp. 341–355, 2017, doi: 10.13168/AGG.2017.0017.
- [18] R. Lehmann and M. Lösler, “Congruence analysis of geodetic networks – hypothesis tests versus model selection by information criteria,” *J. Appl. Geod.*, vol. 11, no. 4, 2017, doi: 10.1515/jag-2016-0049.
- [19] K. Nowel, “A Rigorous and User-Friendly Algorithm for Global Congruency Test in Geodetic Deformation Analysis,” *Proc. - 2018 Balt. Geod. Congr. BGC-Geomatics 2018*, pp. 12–16, 2018, doi: 10.1109/BGC-Geomatics.2018.00009.
- [20] B. Erdogan, U. M. Durdag, and S. Hekimoglu, “Efficacy of the conventional deformation analysis based on different strategies on the design stage of the network,” *Surv. Rev.*, vol. 52, no. 372, pp. 278–286, 2020, doi: 10.1080/00396265.2018.1553009.
- [21] K. Nowel and W. Kamiński, “Robust estimation of deformation from observation differences for free control networks,” *J. Geod.*, vol. 88, no. 8, pp. 749–764, 2014, doi: 10.1007/s00190-014-0719-7.
- [22] K. Nowel, “Robust M-Estimation in Analysis of Control Network Deformations: Classical and New Method,” *J. Surv. Eng.*, vol. 141, no. 4, p. 04015002, 2015, doi: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000144.
- [23] W. Caspary and H. Borutta, “Robust estimation in deformation models,” *Surv. Rev.*, vol. 29, no. 223, pp. 29–45, 1987, doi: 10.1179/sre.1987.29.223.29.
- [24] Z. Wiśniewski, “Estimation of parameters in a split functional model of geodetic observations (M_{split} estimation),” *J. Geod.*, vol. 83, no. 2, pp. 105–120, 2009, doi: 10.1007/s00190-008-0241-x.
- [25] Z. Wiśniewski, “ $M_{\text{split}(q)}$ estimation: Estimation of parameters in a multi split functional model of geodetic observations,” *J. Geod.*, vol. 84, no. 6, pp. 355–372, 2010, doi: 10.1007/s00190-010-0373-7.
- [26] M. H. Zienkiewicz, “Application of M_{split} estimation to determine control points displacements in networks with unstable reference system,” *Surv. Rev.*, vol. 47, no. 342, pp. 174–180, 2014, doi: 10.1179/1752270614y.0000000105.
-

-
- [27] Z. Wiśniewski and M. H. Zienkiewicz, “Shift- M_{split} * Estimation in Deformation Analyses,” *J. Surv. Eng.*, vol. 142, no. 4, 2016, doi: 10.1061/(asce) su.19435428.0000183.
- [28] R. Duchnowski and Z. Wiśniewski, “Estimation of the Shift between Parameters of Functional Models of Geodetic Observations by Applying M_{split} Estimation,” *J. Surv. Eng.*, vol. 138, no. 1, pp. 1–8, 2011, doi: 10.1061/(asce)su.1943-5428.0000062.
- [29] K. Nowel, “Squared $M_{\text{split}(q)}$ S-transformation of control network deformations” *J. Geod.*, vol. 93, no. 7, pp. 1025–1044, 2019, doi: 10.1007/s00 190-018-1221-4.
- [30] P. Wyszowska and R. Duchnowski, “ M_{split} Estimation Based on L1 Norm Condition,” *J. Surv. Eng.*, vol. 145, no. 3, 2019, doi: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000286.
- [31] M. H. Zienkiewicz, “Deformation Analysis of Geodetic Networks by Applying M_{split} Estimation with Conditions Binding the Competitive Parameters,” *J. Surv. Eng.*, vol. 145, no. 2, 2019, doi: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000271.
- [32] Z. Wiśniewski and M. H. Zienkiewicz, “Estimators of covariance matrices in $M_{\text{split}(q)}$ estimation,” *Surv. Rev.*, pp. 1–17, 2020, doi: 10.1080/00396265.2020.1733817.
- [33] P. Wyszowska and R. Duchnowski, “Iterative Process of $M_{\text{split}(q)}$ Estimation,” *J. Surv. Eng.*, vol. 146, no. 3, pp. 1–7, 2020, doi: 10.1061/(ASCE) SU.1943-5428.0000318.
- [34] R. Duchnowski, “Median-based estimates and their application in controlling reference mark stability,” *J. Surv. Eng.*, vol. 136, no. 2, pp. 47–52, 2010, doi: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000014.
- [35] R. Duchnowski, “Hodges-Lehmann estimates in deformation analyses,” *J. Geod.*, vol. 87, no. 10–12, pp. 873–884, 2013, doi: 10.1007/s00190-013-0651-2.
- [36] R. Duchnowski and Z. Wiśniewski, “Accuracy of the Hodges–Lehmann estimates computed by applying Monte Carlo simulations,” *Acta Geod. Geophys.*, vol. 52, no. 4, pp. 511–525, 2017, doi: 10.1007/s40328-016-0186-0.
- [37] A. E. Beaton and J. W. Tukey, “The Fitting of Power Series, Meaning Polynomials, Illustrated on Band-Spectroscopic Data,” *Technometrics*, vol. 16, no. 2, pp. 147–187, 1974, doi: 10.2307/1267938.
- [38] S. Baselga, “Global Optimization Solution of Robust Estimation,” *J. Surv. Eng.*, vol. 133, no. 3, pp. 123–128, 2007, doi: 10.1061/(asce)0733-9453(2007)133:3(123).
- [39] F. R. Hampel, E. M. Ronchetti, P. J. Rousseeuw, and W. A. Stahel, *Robust statistics: the approach based on influence functions*. New York: John Wiley and Sons, 1986.
-

-
- [40] Ž. Kanović, “Modifikacije algoritma optimizacije rojem čestica sa primenom u detekciji kvarova na objektima automatskog upravljanja sa kontinualnom dinamikom,” Univerzitet u Novom Sadu, 2012.
- [41] T. Ninkov, *Optimizacija projektovanja geodetskih mreža*. Beograd: Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 1989.
- [42] G. Perović, *Metod najmanjih kvadrata*. Beograd: Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2005.
- [43] K. Mihailović and I. R. Aleksić, *Koncepti mreža u geodetskom premeru*. Beograd: Geokarta, 2008.
- [44] Z. Sušić, “Geodinamička analiza pomeranja zemljine kore regionalnog karaktera,” Univerzitet u Novom Sadu, 2014.
- [45] G. Strang and K. Borre, *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 1997.
- [46] W. Tan, “Inner constraints for 3D survey networks,” *J. Spat. Sci.*, vol. 50, no. 1, pp. 91–94, 2005, doi: 10.1080/14498596.2005.9635040.
- [47] J. O. Ogundare, *Understanding Least Squares Estimation and Geomatics Data Analysis*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2018.
- [48] Y. Q. Chen, A. Chrzanowski, and J. M. Secord, “A strategy for the analysis of the stability of reference points in deformation surveys,” *CISM J. ACSGC*, vol. 44, no. 2, pp. 141–149, 1990.
- [49] R. M. Pringle and A. A. Rayner, “Expressions for Generalized Inverses of a Bordered Matrix with Application to the Theory of Constrained Linear Models,” *SIAM Rev.*, vol. 12, no. 1, pp. 107–115, 1970.
- [50] A. Marjetič and B. Stopar, “Geodetic datum and S-transformation,” *Geod. Vestn.*, vol. 51, no. 3, pp. 549–564, 2007.
- [51] S. L. Kuang, “Optimization and design of deformation monitoring schemes,” University of New Brunswick, 1991.
- [52] C. Aydin, “Power of Global Test in Deformation Analysis,” *J. Surv. Eng.*, vol. 138, no. 2, pp. 51–56, 2012, doi: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000064.
- [53] S. Hekimoglu, B. Erdogan, M. Soycan, and U. M. Durdag, “Univariate Approach for Detecting Outliers in Geodetic Networks,” *J. Surv. Eng.*, vol. 140, no. 2, 2014, doi: 10.1061/(asce)su.1943-5428.0000123.
- [54] B. Erdogan, “An outlier detection method in geodetic networks based on the original observations,” *Bol. Ciências Geodésicas*, vol. 20, no. 3, pp. 578–589, 2014.
-

-
- [55] M. Batilović, Z. Sušić, M. Marković, M. Vujinović, G. Nikolić, and T. Ninkov, "The efficiency of different outlier detection approaches in geodetic networks: case study for Pobednik statue," *Geod. Vestn.*, vol. 62, no. 02, pp. 293–305, 2018, doi: 10.15292/geodetski-vestnik.2018.02.293-305.
- [56] W. Baarda, *A testing procedure for use in geodetic networks*. Delft: Netherlands Geodetic Commission, 1968.
- [57] A. Pope, *The statistics of residuals and the detection of outliers*. Rockville: U.S. Dept. of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Ocean Survey, Geodetic Research and Development Laboratory, 1976.
- [58] P. Xu, "Sign-constrained robust least squares, subjective breakdown point and the effect of weights of observations on robustness," *J. Geod.*, vol. 79, no. 1–3, pp. 146–159, 2005, doi: 10.1007/s00190-005-0454-1.
- [59] P. J. Huber, "Robust Estimation of a Location Parameter," *Ann. Math. Stat.*, vol. 35, no. 1, pp. 73–101, 1964.
- [60] P. Třasák and M. Štroner, "Outlier detection efficiency in the high precision geodetic network adjustment," *Acta Geod. Geophys.*, vol. 49, pp. 161–175, 2014, doi: 10.1007/s40328-014-0045-9.
- [61] P. J. Huber, *Robust Statistics*. New York: John Wiley and Sons, 1981.
- [62] S. Hekimoglu, "Robustifying conventional outlier detection procedures," *J. Surv. Eng.*, vol. 125, no. 2, pp. 69–86, 1999.
- [63] C. Marx, "On resistant Lp-Norm Estimation by means of iteratively reweighted least squares," *J. Appl. Geod.*, vol. 7, no. 1, pp. 1–10, 2013, doi: 10.1515/jag-2012-0042.
- [64] I. Barrodale and F. D. K. Roberts, "Solution of an overdetermined system of equations in the L1 norm," *Commun. ACM*, vol. 17, no. 6, pp. 319–320, 1974.
- [65] K. Nowel, "Analiza przemieszczeń punktów geodezyjnych sieci kontrolnych z zastosowaniem odpornej M-estymacji," Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, 2015.
- [66] M. Marković, J. Bajić, M. Batilović, Z. Sušić, A. Joža, and G. Stojanović, "Comparative Analysis of Deformation Determination by Applying Fiber-optic 2D Deflection Sensors and Geodetic Measurements," *Sensors*, vol. 19, no. 4, p. 844, 2019, doi: 10.3390/s19040844.
- [67] W. F. Caspary, W. Haen, and H. Borutta, "Deformation analysis by statistical methods," *Technometrics*, vol. 32, no. 1, pp. 49–57, 1990, doi: 10.1080/00401706.1990.10484592.
- [68] S. Savšek, "An alternative approach to testing displacement in a geodetic network," *Geod. Vestn.*, vol. 61, no. 3, pp. 387–411, 2017, doi: 10.15292/geodetski-vestnik.2017.03.387-411.
-

-
- [69] P. Vaniček and E. J. Krakiwsky, *Geodesy: The Concepts*, Second ed. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, prevod na srpski jezik: D. Blagojević, Beograd 1999., 1986.
- [70] C. R. Rao, *Linear statistical inference and its applications*, Second ed., vol. 2. New York: John Wiley & Sons, 1973.
- [71] K. Nowel, “Investigating efficacy of robust M-estimation of deformation from observation differences,” *Surv. Rev.*, vol. 48, no. 346, pp. 21–30, 2016, doi: 10.1080/00396265.2015.1097585.
- [72] S. Hekimoglu and K. Koch, “How can reliability of robust methods be measured?,” in *Third Turkish-German Joint Geodetic Days*, 1999, pp. 179–196.
- [73] U. M. Durdag, S. Hekimoglu, and B. Erdogan, “Reliability of Models in Kinematic Deformation Analysis,” *J. Surv. Eng.*, vol. 144, no. 3, 2018, doi: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000254.
- [74] P. Cederholm, “Deformation Analysis Using Confidence Ellipsoids,” *Surv. Rev.*, vol. 37, no. 287, pp. 31–45, 2003, doi: 10.1179/sre.2003.37.287.31.
- [75] Ž. Kanović, Z. Jeličić, and M. Rapaić, *Evolutivni optimizacioni algoritmi u inženjerskoj praksi*. Novi Sad: Fakultet tehničkih nauka, 2017.
- [76] T. Weise, *Global Optimization Algorithms - Theory and Application*, Second ed. Self-Published, 2009.
- [77] N. Bačanin Džakula, “Unapređenje hibridizacijom metaheuristika inteligencije rojeva za rešavanje problema globalne optimizacije,” Univerzitet u Beogradu, 2015.
- [78] T. Jakšić Krüger, “O konvergenciji metaheurističke metode optimizacije kolonijom pčela,” in *IV matematački simpozijum “Matematika i primene,”* 2013, pp. 176–187.
- [79] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press, 1975.
- [80] D. E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, First ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.
- [81] M. Mitchell, *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1999.
- [82] Z. Stanimirović, “Genetski algoritmi za rešavanje nekih NP-teških hab lokacijskih problema,” Univerzitet u Beogradu, 2007.
-

-
- [83] T. Pencheva, K. Atanassov, and A. Shannon, "Modelling of a stochastic universal sampling selection operator in genetic algorithms using generalized nets," in *Proceedings of the tenth international workshop on generalized nets, Sofia, 2009*, pp. 1–7.
- [84] J. Kratica, "Paralelizacija genetskih algoritama za rešavanje nekih NP-kompletnih problema," Univerzitet u Beogradu, 2000.
- [85] V. Filipović, "Operatori selekcije i migracije i WEB servisi kod paralelnih evolutivnih algoritama," Univerzitet u Beogradu, 2006.
- [86] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, 1995, vol. 4, pp. 1942–1948, doi: 10.1109/ICNN.1995.488968.
- [87] M. R. Rapaić and Ž. Kanović, "Time-varying PSO - convergence analysis, convergence-related parameterization and new parameter adjustment schemes," *Inf. Process. Lett.*, vol. 109, no. 11, pp. 548–552, 2009, doi: 10.1016/j.ipl.2009.01.021.
- [88] A. Ratnaweera, S. K. Halgamuge, and H. C. Watson, "Self-organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 8, no. 3, pp. 240–255, 2004, doi: 10.1109/TEVC.2004.826071.
- [89] Ž. Kanović, M. R. Rapaić, and Z. D. Jeličić, "Generalized particle swarm optimization algorithm - Theoretical and empirical analysis with application in fault detection," *Appl. Math. Comput.*, vol. 217, no. 24, pp. 10175–10186, 2011, doi: 10.1016/j.amc.2011.05.013.
- [90] M. Batilović, Z. Sušić, Ž. Kanović, M. Z. Marković, D. Vasić, and V. Bulatović, "Increasing efficiency of the robust deformation analysis methods using genetic algorithm and generalised particle swarm optimisation," *Surv. Rev.*, pp. 1–13, 2020, doi: 10.1080/00396265.2019.1706294.
- [91] O. Kramer, "A Review of Constraint-Handling Techniques for Evolution Strategies," *Appl. Comput. Intell. Soft Comput.*, vol. 2010, no. 1, pp. 1–11, 2010, doi: 10.1155/2010/185063.
- [92] A. R. Jordehi, "A review on constraint handling strategies in particle swarm optimisation," *Neural Comput. Appl.*, vol. 26, no. 6, pp. 1265–1275, 2015, doi: 10.1007/s00521-014-1808-5.

PRILOG A: MSR KOEFICIJENTI EFIKASNOSTI IWST I
GREDOD METODE

Tabela A.1: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	93.26	93.78	93.54	93.24	93.70	93.58
$n_{PRP} = 1$	91.20	93.10	93.06	91.24	92.46	92.18
$n_{PRP} = 2$	84.14	92.78	92.62	84.12	92.28	92.06
$n_{PRP} = 3$	62.06	92.36	92.24	60.34	92.02	92.14
$n_{PRP} = 4$	31.54	92.36	92.20	28.88	92.22	92.10
$n_{PRP} = 5$	3.14	90.52	90.24	0.66	90.26	90.20
Ukupna efikasnost	60.89	92.48	92.32	59.75	92.16	92.04

Tabela A.2: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	92.56	93.42	93.16	92.54	93.04	92.98
$n_{PRP} = 1$	90.18	93.02	92.92	90.10	92.20	92.04
$n_{PRP} = 2$	82.94	92.38	92.12	82.84	91.86	91.56
$n_{PRP} = 3$	61.24	91.84	91.64	58.82	91.48	91.38
$n_{PRP} = 4$	31.26	92.18	91.92	28.28	91.68	91.24
$n_{PRP} = 5$	4.04	90.02	89.74	0.82	89.70	89.66
Ukupna efikasnost	60.37	92.14	91.92	58.90	91.66	91.48

Tabela A.3: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	89.24	89.58	89.54	89.24	89.54	89.36
$n_{PRP} = 1$	84.94	88.78	88.38	84.66	88.38	88.08
$n_{PRP} = 2$	76.56	87.94	87.44	75.92	87.64	86.82
$n_{PRP} = 3$	55.50	87.26	87.08	53.98	87.02	86.74
$n_{PRP} = 4$	27.04	87.24	87.04	24.88	86.56	86.52
$n_{PRP} = 5$	2.34	86.32	86.24	0.34	85.90	85.94
Ukupna efikasnost	55.94	87.85	87.62	54.84	87.51	87.24

Tabela A.4: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	86.46	89.08	88.70	86.50	89.14	88.60
$n_{PRP} = 1$	82.40	88.42	88.16	82.48	87.76	87.42
$n_{PRP} = 2$	74.26	87.40	87.04	73.74	87.16	86.36
$n_{PRP} = 3$	53.20	86.82	86.48	51.52	86.38	86.36
$n_{PRP} = 4$	25.92	86.90	86.66	23.42	86.22	85.90
$n_{PRP} = 5$	2.96	85.90	85.94	0.40	85.30	85.50
Ukupna efikasnost	54.20	87.42	87.16	53.01	86.99	86.69

Tabela A.5: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	85.08	85.30	85.30	85.08	85.34	85.12
$n_{PRP} = 1$	78.92	84.52	84.20	78.22	83.86	83.72
$n_{PRP} = 2$	70.12	83.60	83.16	68.52	82.58	82.34
$n_{PRP} = 3$	48.78	83.26	82.82	45.88	81.92	81.64
$n_{PRP} = 4$	23.62	83.02	82.60	21.30	81.52	81.18
$n_{PRP} = 5$	1.82	82.42	82.18	0.38	81.12	81.08
Ukupna efikasnost	51.39	83.69	83.38	49.90	82.72	82.51

Tabela A.6: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	81.62	84.40	84.24	81.62	84.56	84.54
$n_{PRP} = 1$	75.20	84.06	83.42	74.58	83.46	83.34
$n_{PRP} = 2$	66.84	82.80	82.22	64.86	81.98	81.76
$n_{PRP} = 3$	46.52	82.72	81.96	43.44	81.34	80.74
$n_{PRP} = 4$	22.38	82.42	81.80	20.36	81.28	81.68
$n_{PRP} = 5$	2.18	81.54	81.44	0.50	80.74	80.32
Ukupna efikasnost	49.12	82.99	82.51	47.56	82.23	82.06

Tabela A.7: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	84.64	85.08	84.78	84.34	84.90	84.48
$n_{PRP} = 1$	82.50	84.44	83.74	82.76	83.94	83.30
$n_{PRP} = 2$	80.02	84.48	83.24	78.08	82.88	81.68
$n_{PRP} = 3$	72.96	83.66	82.60	64.38	82.28	81.84
$n_{PRP} = 4$	60.42	81.84	80.94	42.04	80.76	80.06
$n_{PRP} = 5$	45.72	81.68	80.72	19.72	80.10	79.90
$n_{PRP} = 6$	31.06	81.16	80.18	5.46	78.16	79.08
$n_{PRP} = 7$	15.56	79.70	78.94	0.98	75.36	76.42
Ukupna efikasnost	59.11	82.76	81.89	47.22	81.05	80.85

Tabela A.8: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	84.18	84.52	84.32	83.74	84.38	83.96
$n_{PRP} = 1$	81.50	83.02	82.56	81.70	82.80	82.14
$n_{PRP} = 2$	79.32	83.52	82.58	77.56	81.90	80.76
$n_{PRP} = 3$	73.30	82.98	81.98	64.56	82.16	81.14
$n_{PRP} = 4$	61.30	81.32	80.82	42.44	80.34	79.28
$n_{PRP} = 5$	47.26	81.12	80.24	20.38	79.60	79.52
$n_{PRP} = 6$	32.82	80.20	79.86	5.78	77.96	78.40
$n_{PRP} = 7$	18.12	79.22	78.66	1.16	75.32	76.04
Ukupna efikasnost	59.73	81.99	81.38	47.17	80.56	80.16

Tabela A.9: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	74.22	74.62	74.30	74.44	74.72	74.50
$n_{PRP} = 1$	72.84	74.64	73.24	72.48	73.30	72.86
$n_{PRP} = 2$	68.90	72.98	72.48	66.28	71.74	70.94
$n_{PRP} = 3$	62.78	72.82	71.40	54.80	72.38	71.16
$n_{PRP} = 4$	51.48	72.22	71.12	34.50	70.76	69.68
$n_{PRP} = 5$	38.42	71.98	70.72	15.62	70.14	67.86
$n_{PRP} = 6$	24.78	71.10	70.08	5.04	67.56	67.76
$n_{PRP} = 7$	13.34	70.44	69.46	0.80	66.44	67.12
Ukupna efikasnost	50.85	72.60	71.60	40.50	70.88	70.24

Tabela A.10: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	72.50	74.06	73.84	72.72	74.18	74.06
$n_{PRP} = 1$	70.50	74.18	72.76	69.90	72.86	72.40
$n_{PRP} = 2$	67.22	72.50	71.92	64.52	71.22	70.46
$n_{PRP} = 3$	61.32	72.20	71.00	54.10	71.82	70.68
$n_{PRP} = 4$	51.22	71.78	70.54	34.16	70.24	69.22
$n_{PRP} = 5$	39.06	71.42	70.24	16.06	69.66	67.40
$n_{PRP} = 6$	25.48	70.58	69.70	5.22	66.98	67.34
$n_{PRP} = 7$	14.54	70.06	68.94	0.90	65.92	66.66
Ukupna efikasnost	50.23	72.10	71.12	39.70	70.36	69.78

Tabela A.11: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	65.08	65.20	65.24	65.12	65.22	65.24
$n_{PRP} = 1$	64.10	65.20	64.06	64.22	65.76	63.78
$n_{PRP} = 2$	60.72	64.80	64.00	57.84	63.82	62.70
$n_{PRP} = 3$	54.24	64.74	63.88	46.22	63.28	61.22
$n_{PRP} = 4$	42.84	62.56	60.88	28.50	62.72	60.36
$n_{PRP} = 5$	31.44	62.12	61.36	12.64	61.30	59.60
$n_{PRP} = 6$	20.40	60.70	59.06	3.94	58.06	58.76
$n_{PRP} = 7$	11.72	60.52	59.68	0.52	56.42	57.60
Ukupna efikasnost	43.82	63.23	62.27	34.88	62.07	61.16

Tabela A.12: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	61.86	64.56	64.70	61.96	64.72	64.84
$n_{PRP} = 1$	61.22	64.74	63.50	61.40	65.32	63.46
$n_{PRP} = 2$	57.96	64.28	63.62	55.20	63.26	62.36
$n_{PRP} = 3$	52.52	64.30	63.54	44.42	62.80	60.70
$n_{PRP} = 4$	41.90	61.94	60.42	27.20	62.34	59.88
$n_{PRP} = 5$	30.98	61.76	60.82	12.66	60.74	59.12
$n_{PRP} = 6$	20.86	60.32	58.50	3.84	57.62	58.24
$n_{PRP} = 7$	12.26	59.98	59.18	0.56	55.98	57.18
Ukupna efikasnost	42.45	62.74	61.79	33.41	61.60	60.72

PRILOG A.3: EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA
ŠELEVRENAC

Tabela A.13: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	90.70	91.66	91.58	90.44	91.48	91.08
$n_{PRP} = 1$	89.90	91.44	91.02	89.70	91.50	91.26
$n_{PRP} = 2$	87.46	91.42	91.20	87.18	91.12	90.88
$n_{PRP} = 3$	85.00	91.16	91.08	79.78	90.56	89.96
$n_{PRP} = 4$	78.04	89.82	89.62	60.76	89.64	88.92
$n_{PRP} = 5$	66.80	91.06	91.00	37.54	89.78	89.58
$n_{PRP} = 6$	50.66	91.02	90.54	16.28	88.80	89.00
$n_{PRP} = 7$	31.60	90.26	89.88	4.14	86.78	86.80
Ukupna efikasnost	72.52	90.98	90.74	58.23	89.96	89.69

Tabela A.14: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	90.60	91.46	91.40	90.24	91.02	90.92
$n_{PRP} = 1$	89.74	91.30	91.20	89.58	91.56	91.40
$n_{PRP} = 2$	87.44	91.64	91.22	86.70	91.06	90.74
$n_{PRP} = 3$	85.02	91.12	90.70	79.70	90.58	89.66
$n_{PRP} = 4$	77.70	89.62	89.42	60.74	89.44	88.98
$n_{PRP} = 5$	66.64	90.56	90.20	37.92	89.94	89.78
$n_{PRP} = 6$	51.24	90.76	90.40	16.64	88.78	88.60
$n_{PRP} = 7$	32.20	90.02	89.78	4.20	86.62	87.38
Ukupna efikasnost	72.57	90.81	90.54	58.22	89.88	89.68

Tabela A.15: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	84.88	85.92	85.50	83.96	85.38	84.98
$n_{PRP} = 1$	82.80	85.98	85.20	83.38	85.38	84.80
$n_{PRP} = 2$	80.92	85.46	85.24	80.64	85.32	84.70
$n_{PRP} = 3$	78.84	86.36	85.74	73.68	85.48	84.56
$n_{PRP} = 4$	72.02	85.98	85.40	56.60	84.72	83.82
$n_{PRP} = 5$	60.14	86.48	85.58	33.48	84.18	83.22
$n_{PRP} = 6$	45.42	84.74	83.86	13.76	83.38	83.18
$n_{PRP} = 7$	29.22	84.78	83.88	3.56	82.28	82.22
Ukupna efikasnost	66.78	85.71	85.05	53.63	84.52	83.94

Tabela A.16: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	84.38	85.44	84.94	83.52	85.08	84.48
$n_{PRP} = 1$	82.58	85.40	85.00	83.00	84.98	84.08
$n_{PRP} = 2$	80.82	85.60	84.72	80.20	84.82	84.08
$n_{PRP} = 3$	78.84	86.14	85.54	73.02	84.54	83.74
$n_{PRP} = 4$	72.02	85.64	85.14	56.06	84.74	83.86
$n_{PRP} = 5$	59.98	85.84	85.12	33.00	83.82	82.48
$n_{PRP} = 6$	45.52	84.38	83.52	13.80	82.60	82.58
$n_{PRP} = 7$	29.42	84.32	83.40	3.74	82.26	81.84
Ukupna efikasnost	66.70	85.35	84.67	53.29	84.11	83.39

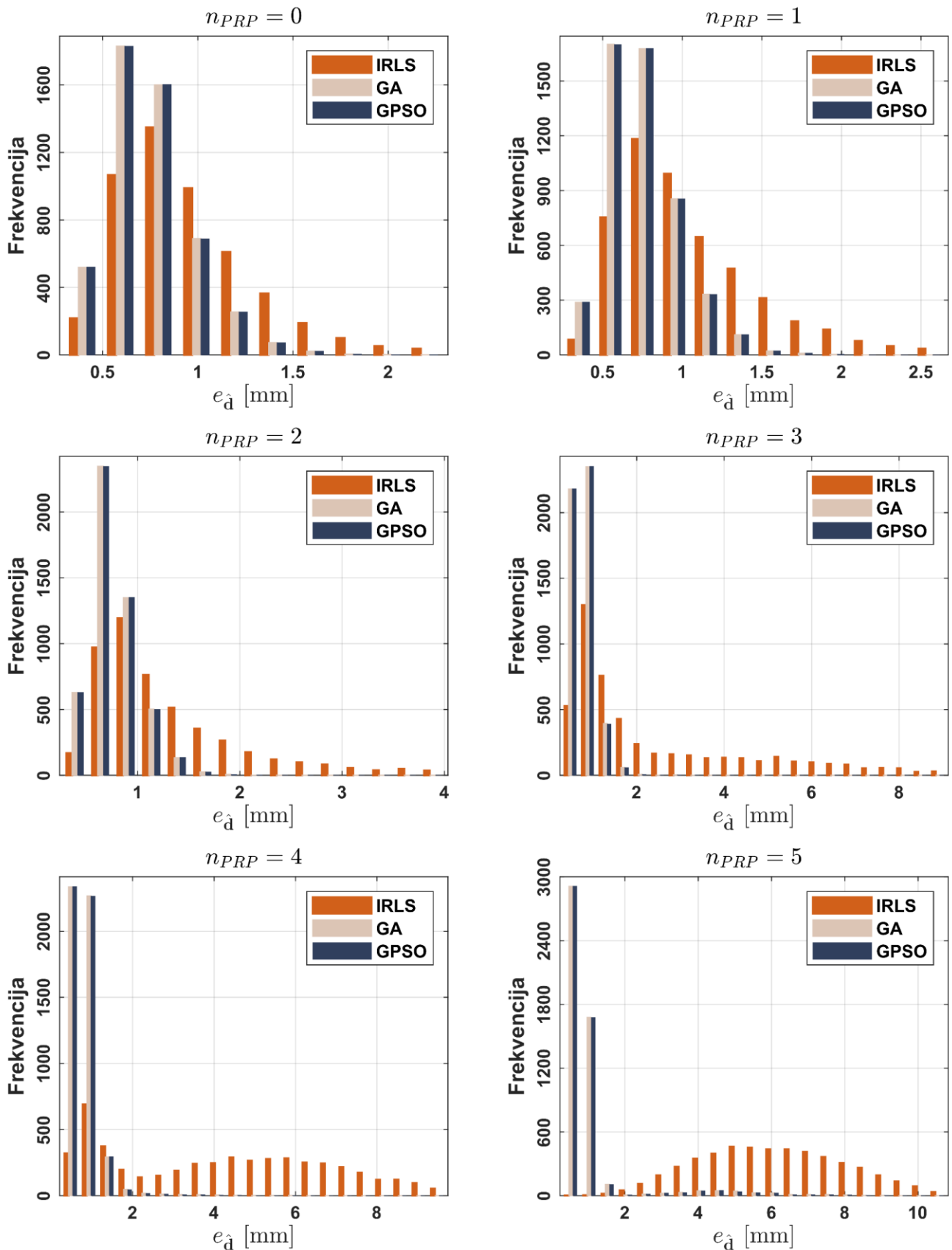
Tabela A.17: MSR koeficijenti efikasnosti IWST metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	78.34	80.10	79.10	78.62	80.36	79.76
$n_{PRP} = 1$	77.50	80.78	80.12	75.76	79.70	78.80
$n_{PRP} = 2$	75.04	81.16	80.28	75.68	81.72	80.44
$n_{PRP} = 3$	73.18	81.18	80.14	66.18	79.66	78.30
$n_{PRP} = 4$	66.58	79.96	79.22	51.82	80.26	79.26
$n_{PRP} = 5$	54.56	79.88	78.72	29.30	78.36	77.14
$n_{PRP} = 6$	41.30	79.54	78.40	12.94	77.68	76.82
$n_{PRP} = 7$	25.40	79.52	78.72	3.22	76.56	76.04
Ukupna efikasnost	61.49	80.27	79.34	49.19	79.29	78.32

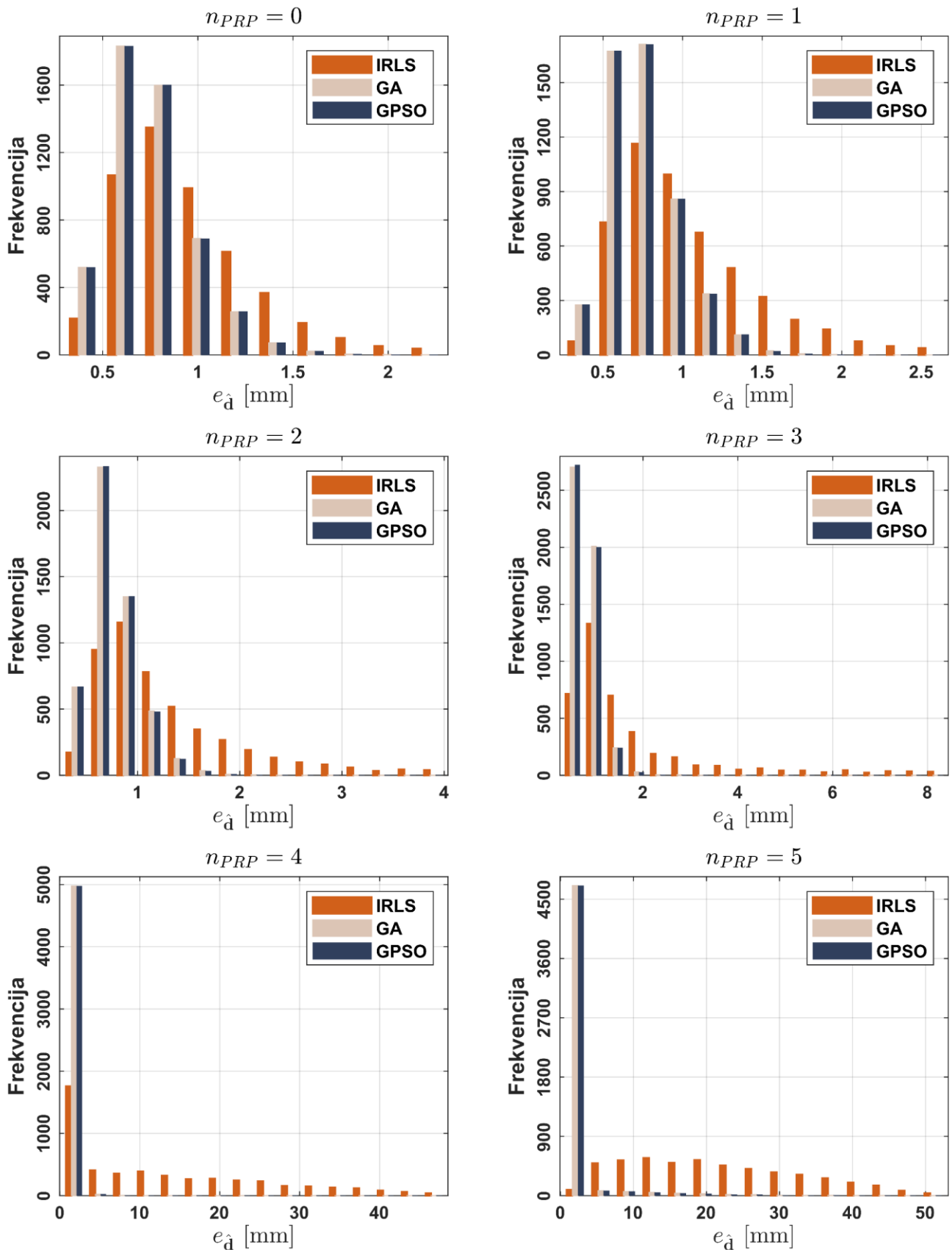
Tabela A.18: MSR koeficijenti efikasnosti GREDOD metode, scenario 3 ($n_0 = 3$).

MSR [%]	$s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$			$s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$		
	IRLS	GA	GPSO	IRLS	GA	GPSO
$n_{PRP} = 0$	77.42	79.56	78.94	77.68	79.86	79.10
$n_{PRP} = 1$	77.12	80.30	79.48	75.64	79.68	78.38
$n_{PRP} = 2$	74.76	80.88	79.84	74.90	81.20	79.70
$n_{PRP} = 3$	72.60	80.28	79.84	66.14	78.70	77.68
$n_{PRP} = 4$	65.96	79.80	79.12	51.68	80.30	78.84
$n_{PRP} = 5$	54.60	79.46	78.44	29.44	77.76	76.20
$n_{PRP} = 6$	41.40	78.88	77.54	12.84	77.04	76.40
$n_{PRP} = 7$	25.84	79.36	78.56	3.12	76.08	75.62
Ukupna efikasnost	61.21	79.82	78.97	48.93	78.83	77.74

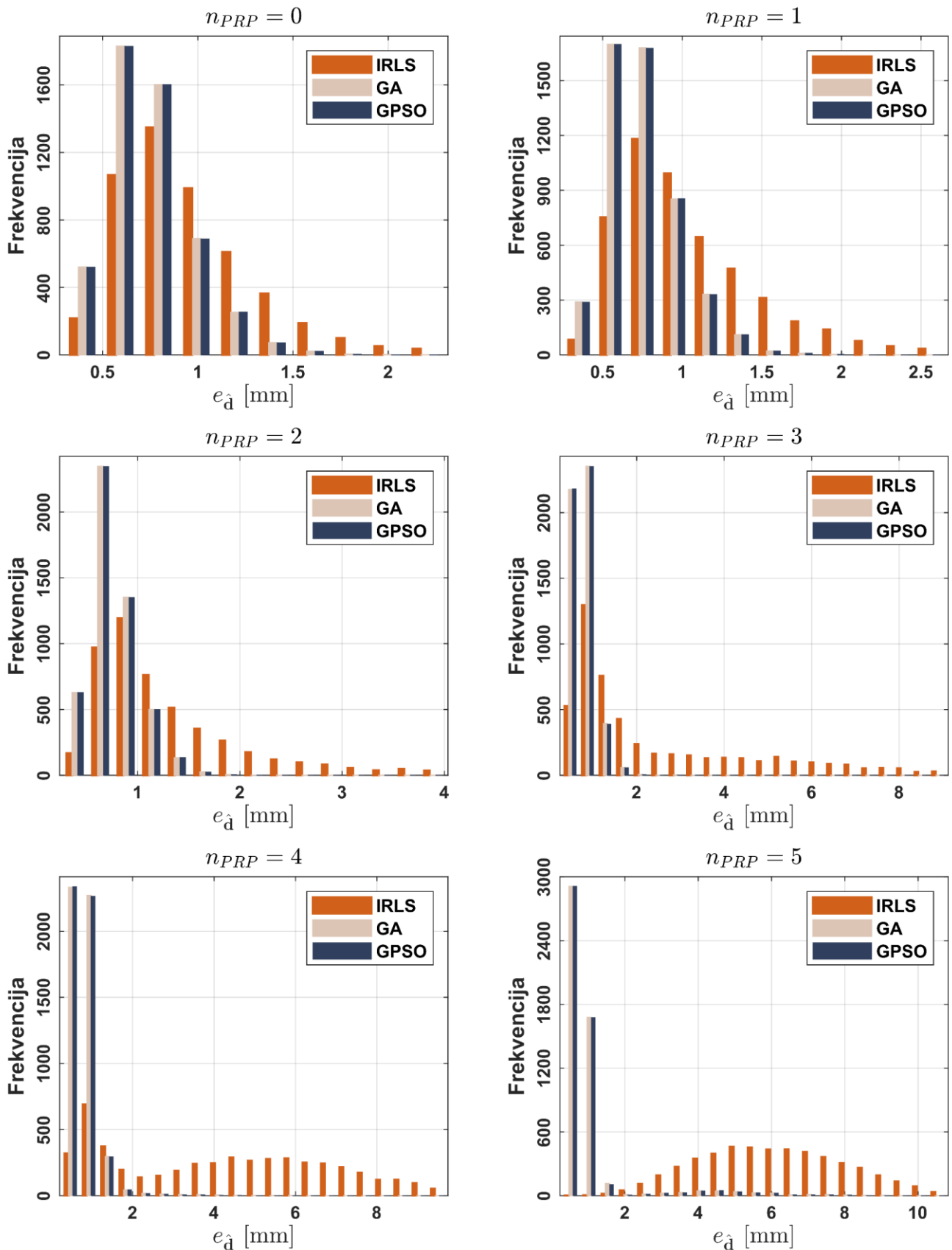
PRILOG B: EMPIRIJSKE RASPODELE UKUPNIH
ISTINITIH GREŠAKA



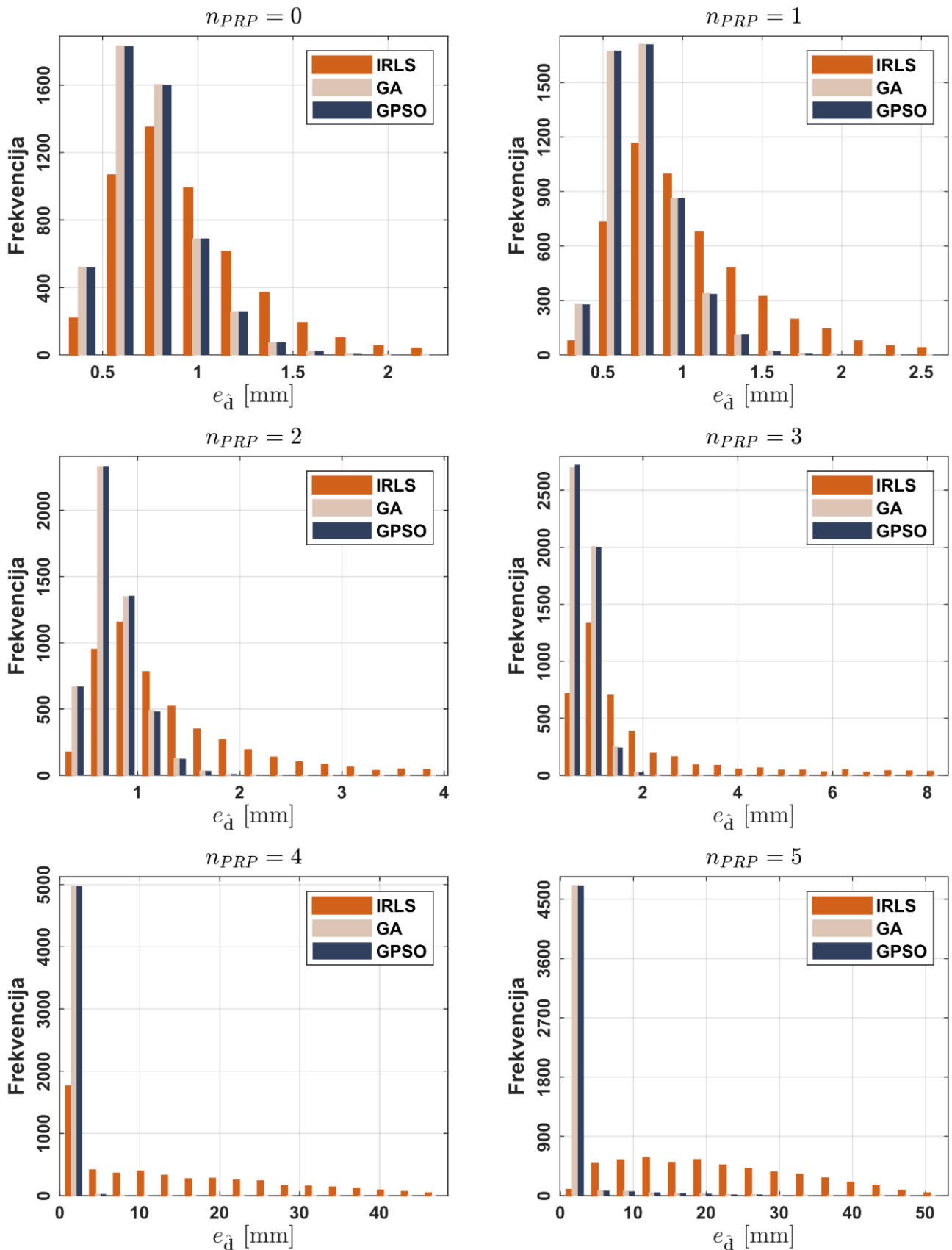
Slika B.1: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$.



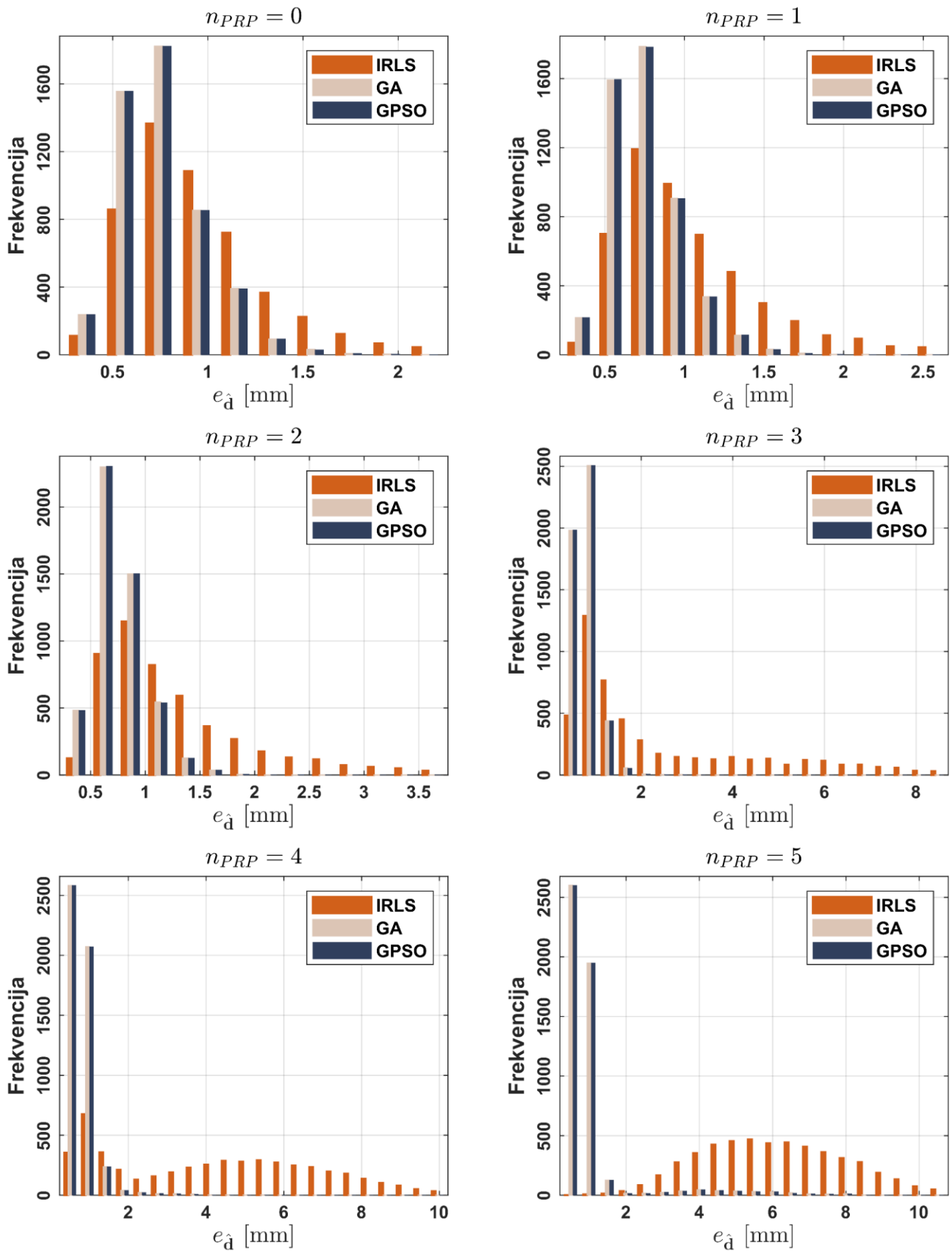
Slika B.2: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$.



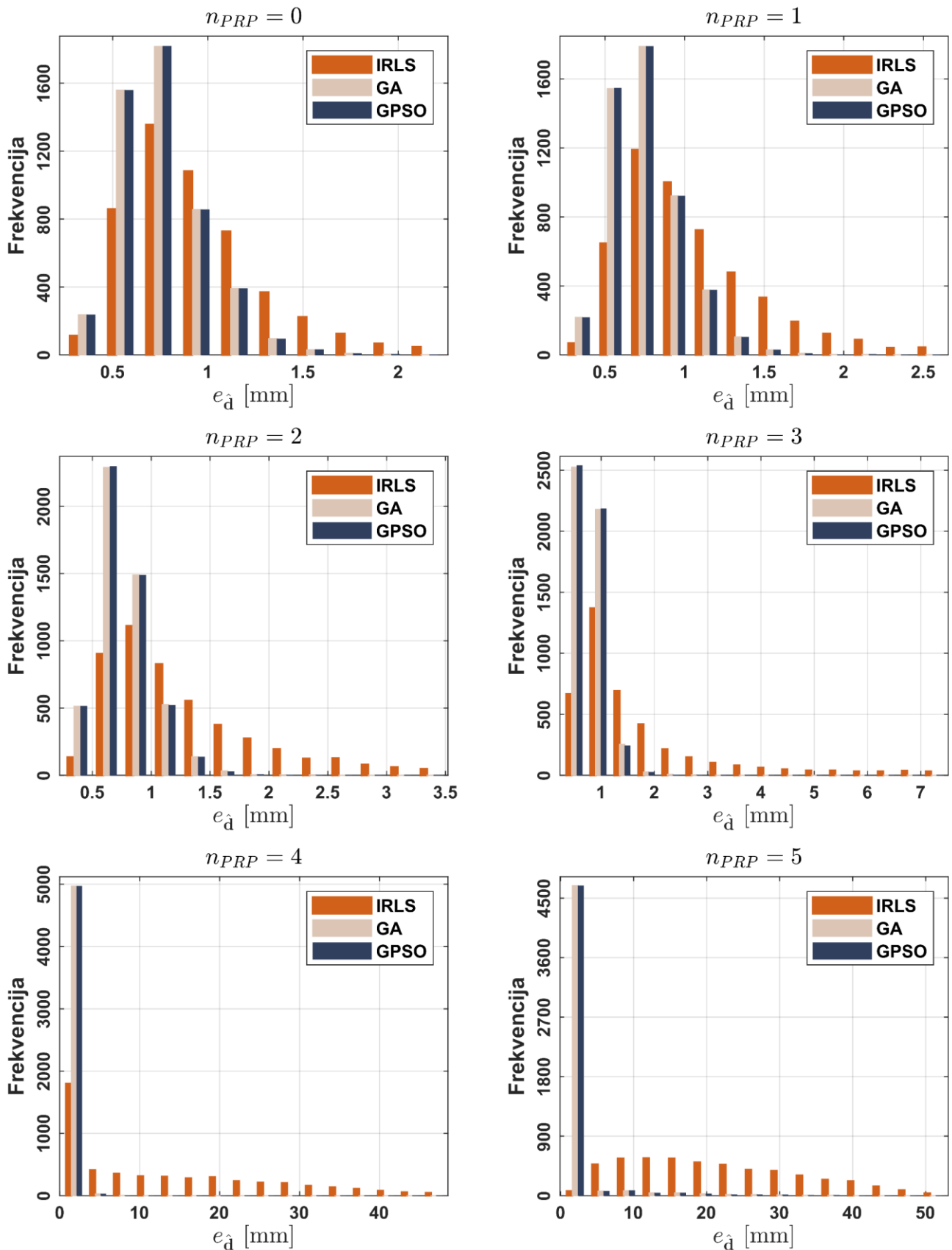
Slika B.3: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$.



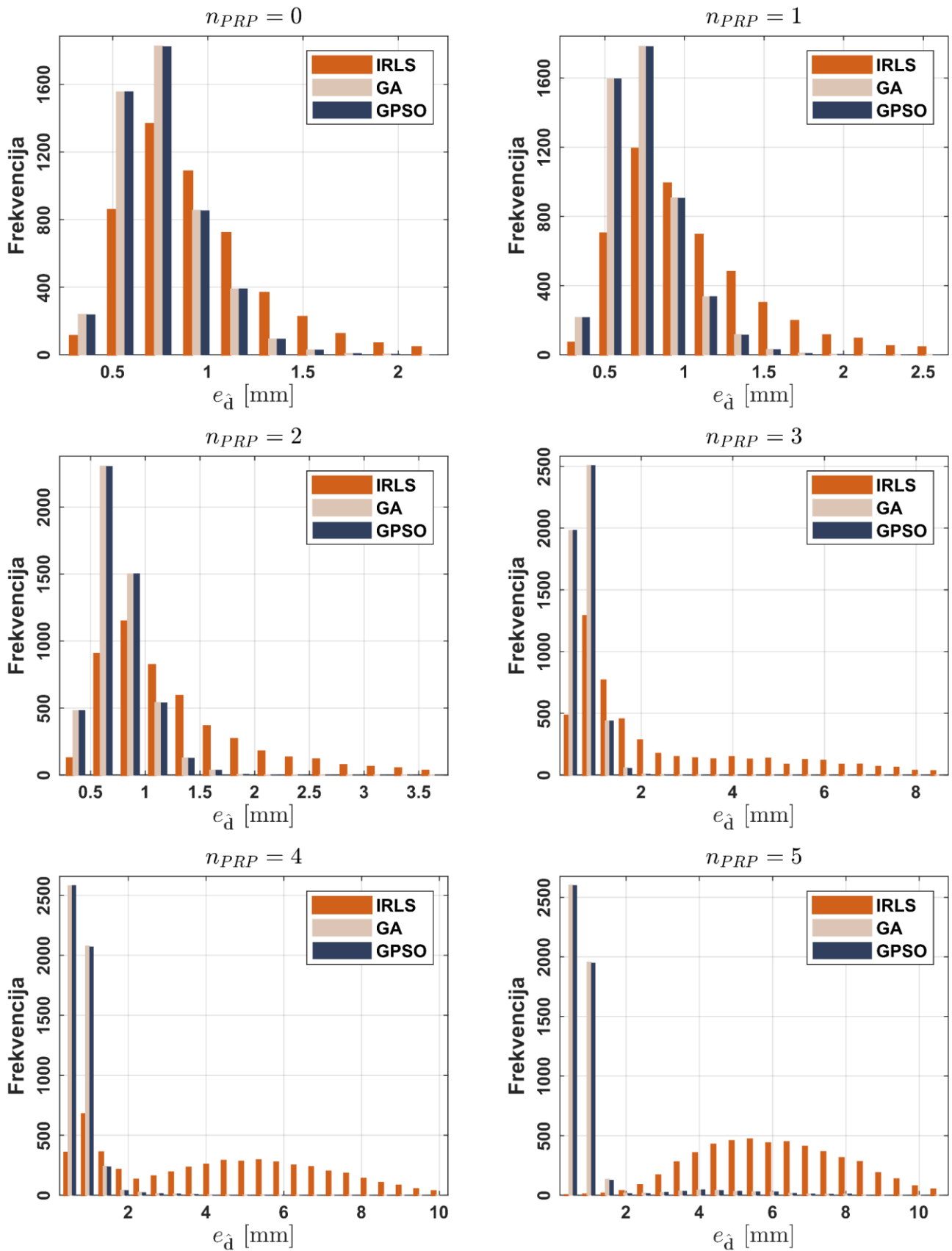
Slika B.4: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$.



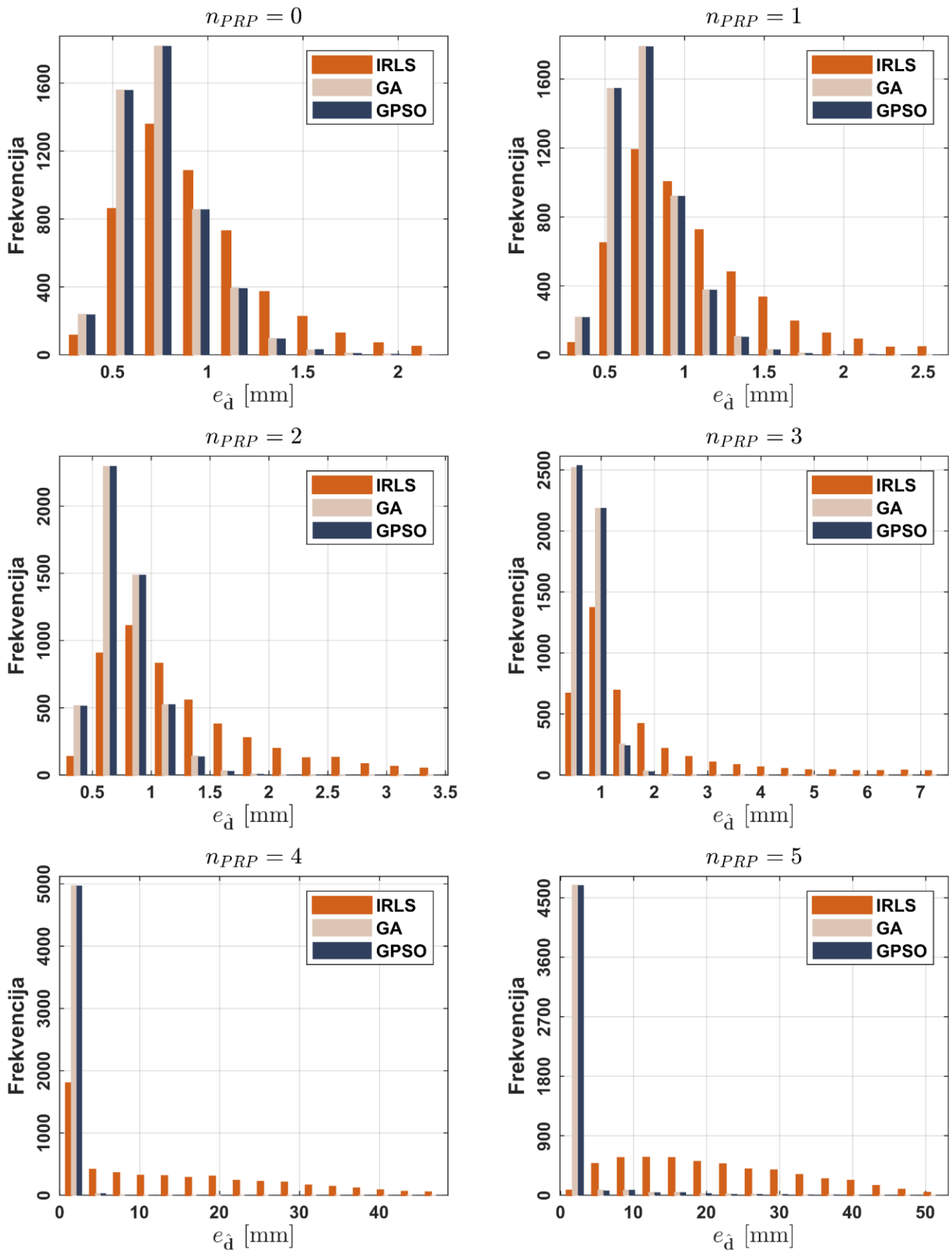
Slika B.5: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$.



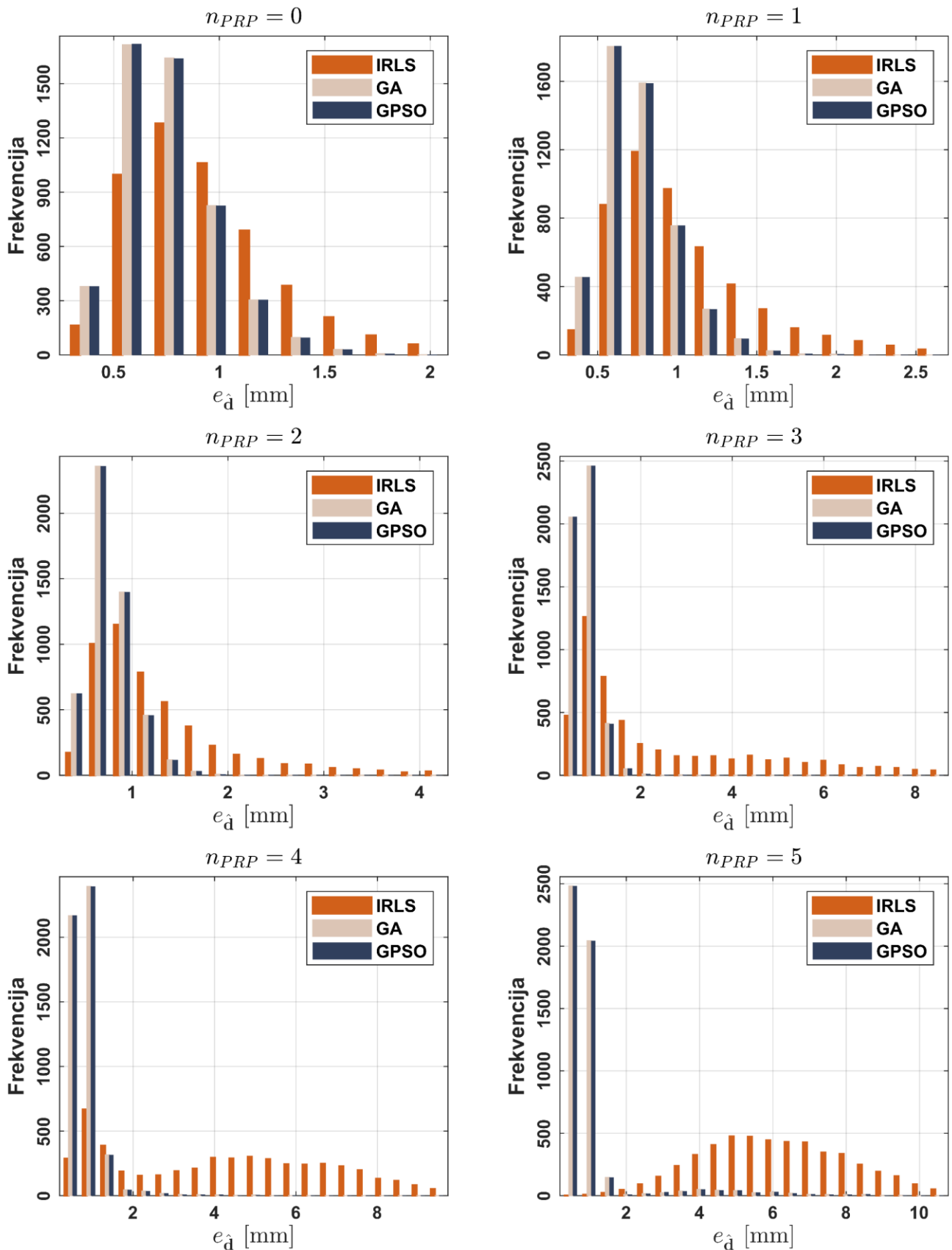
Slika B.6: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$.



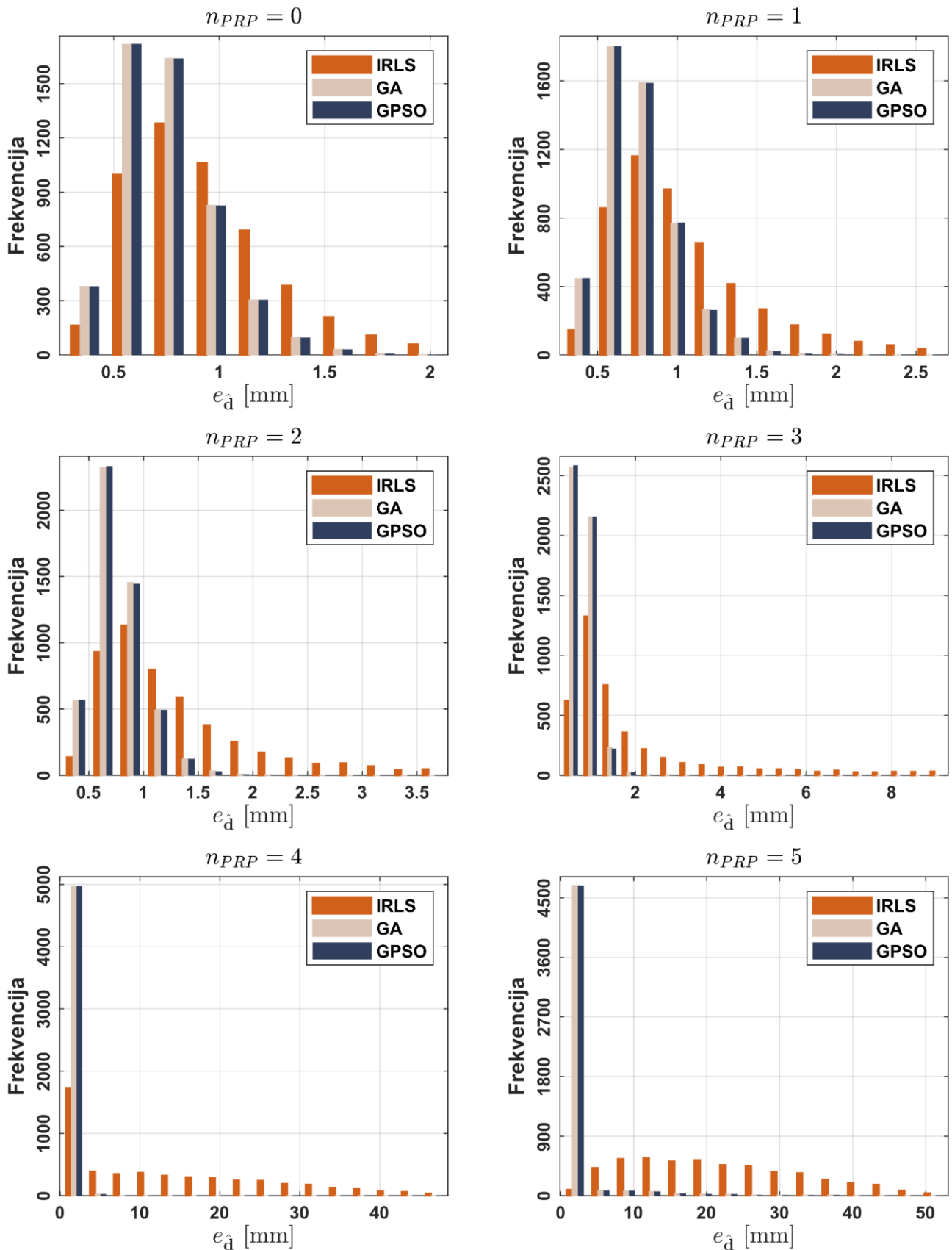
Slika B.7: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$.



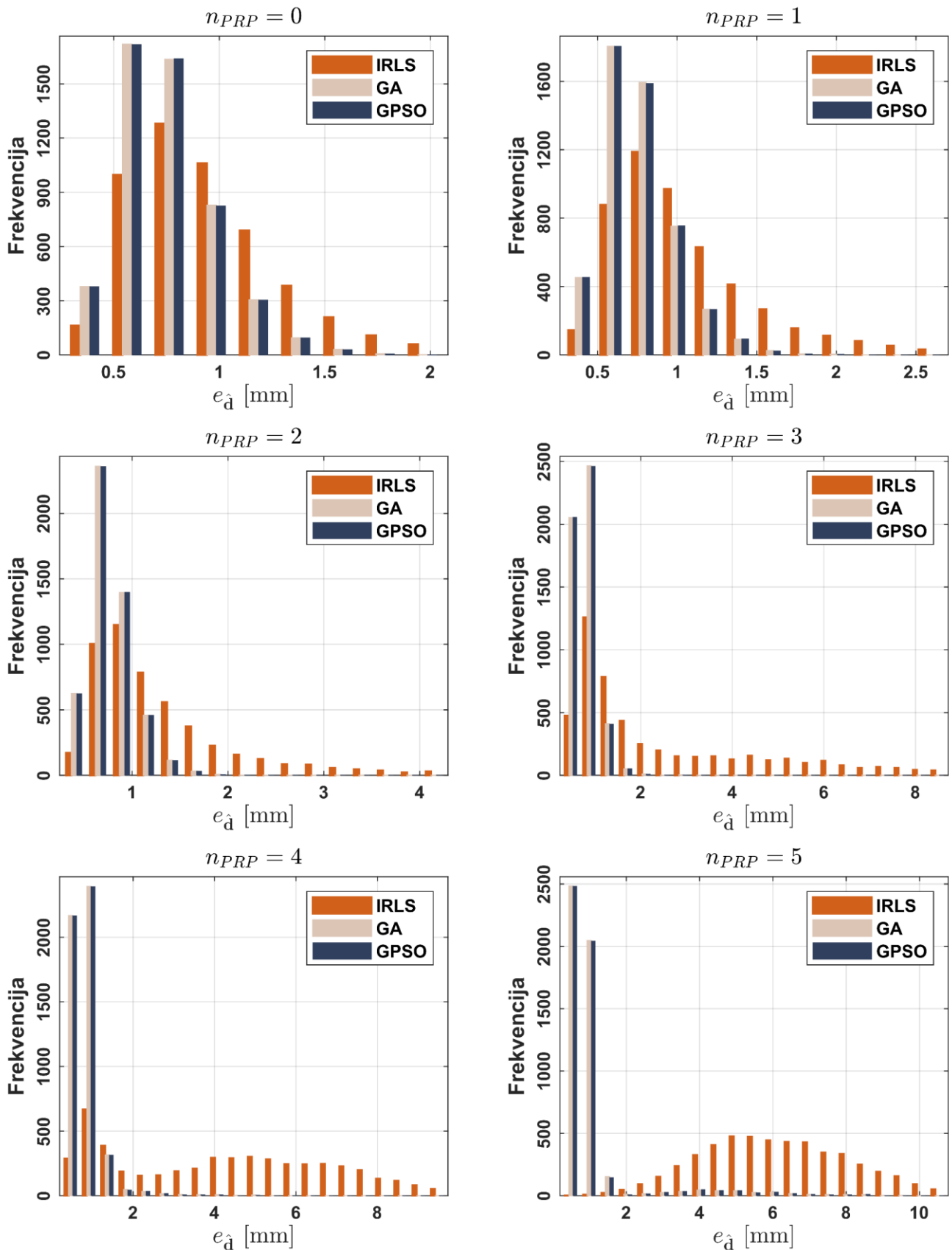
Slika B.8: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$.



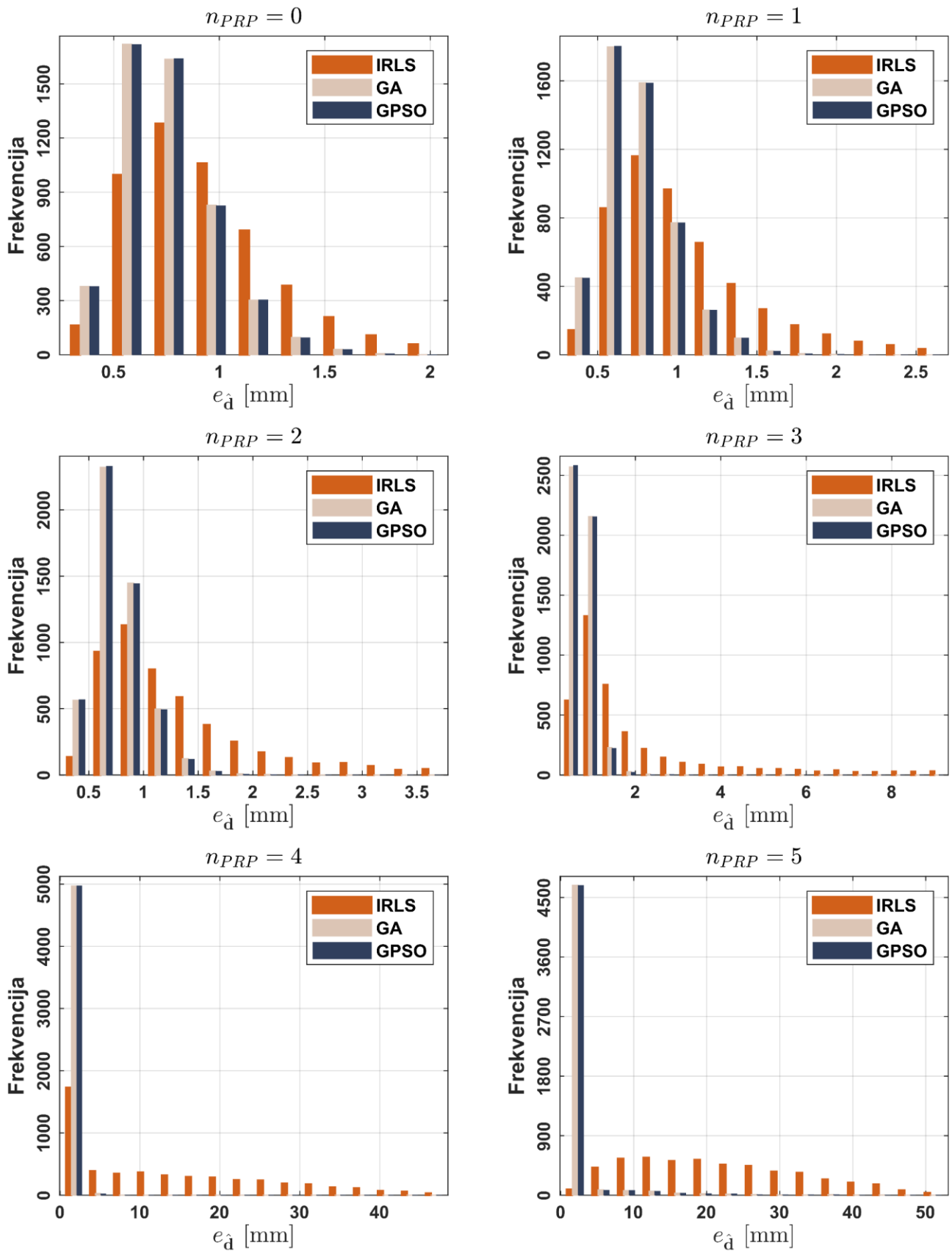
Slika B.9: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$.



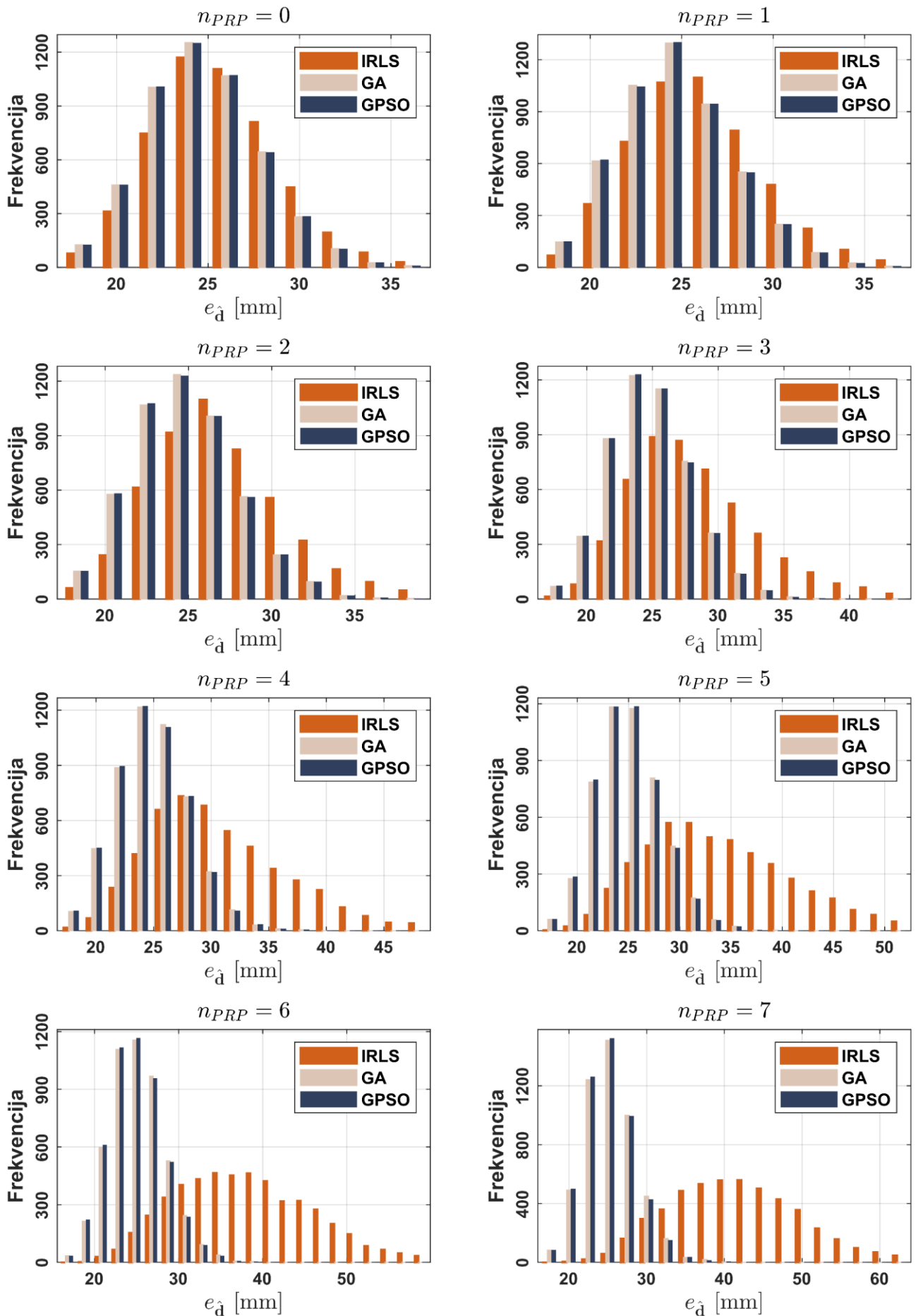
Slika B.10: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$.



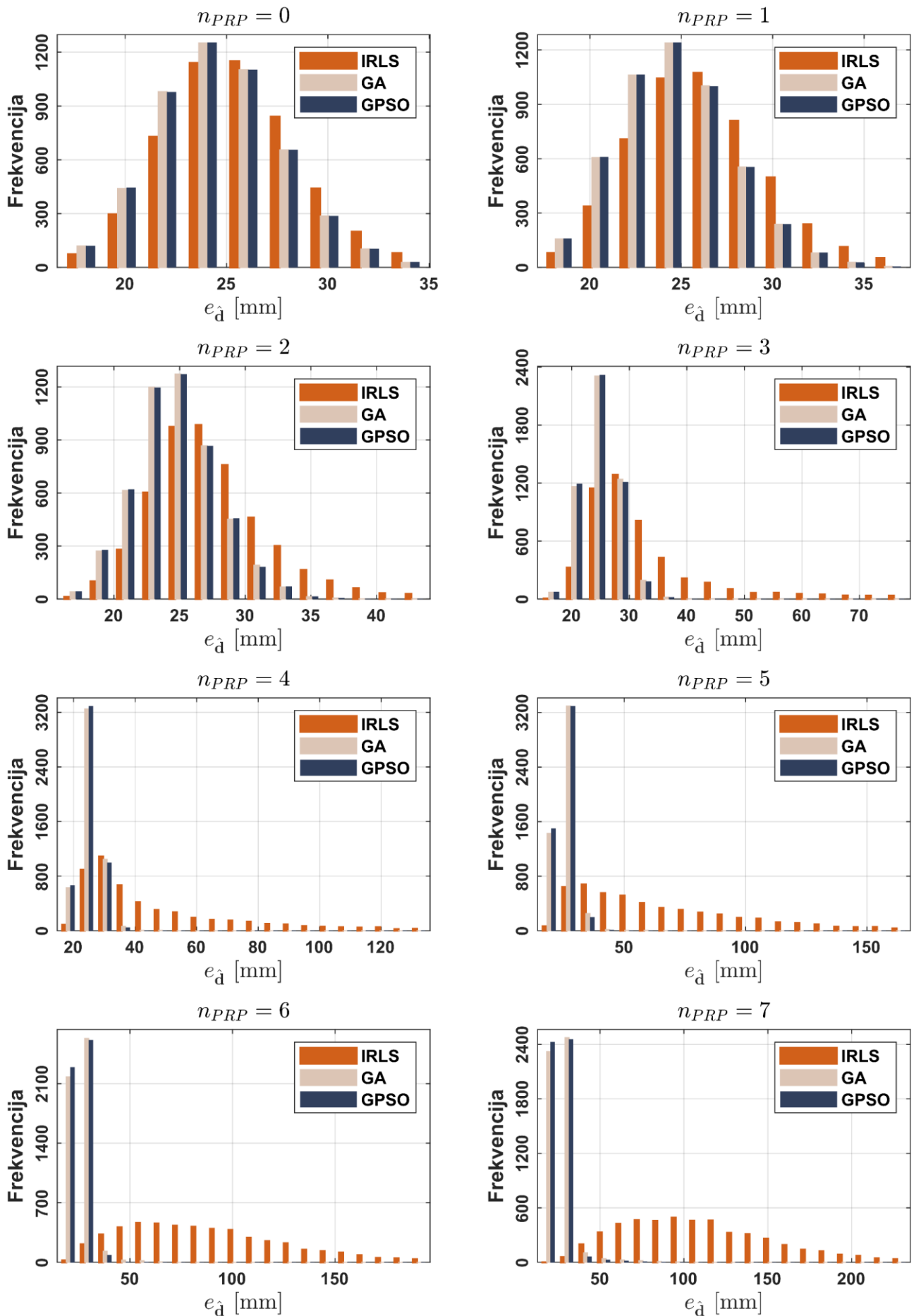
Slika B.11: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 3r_i]$.



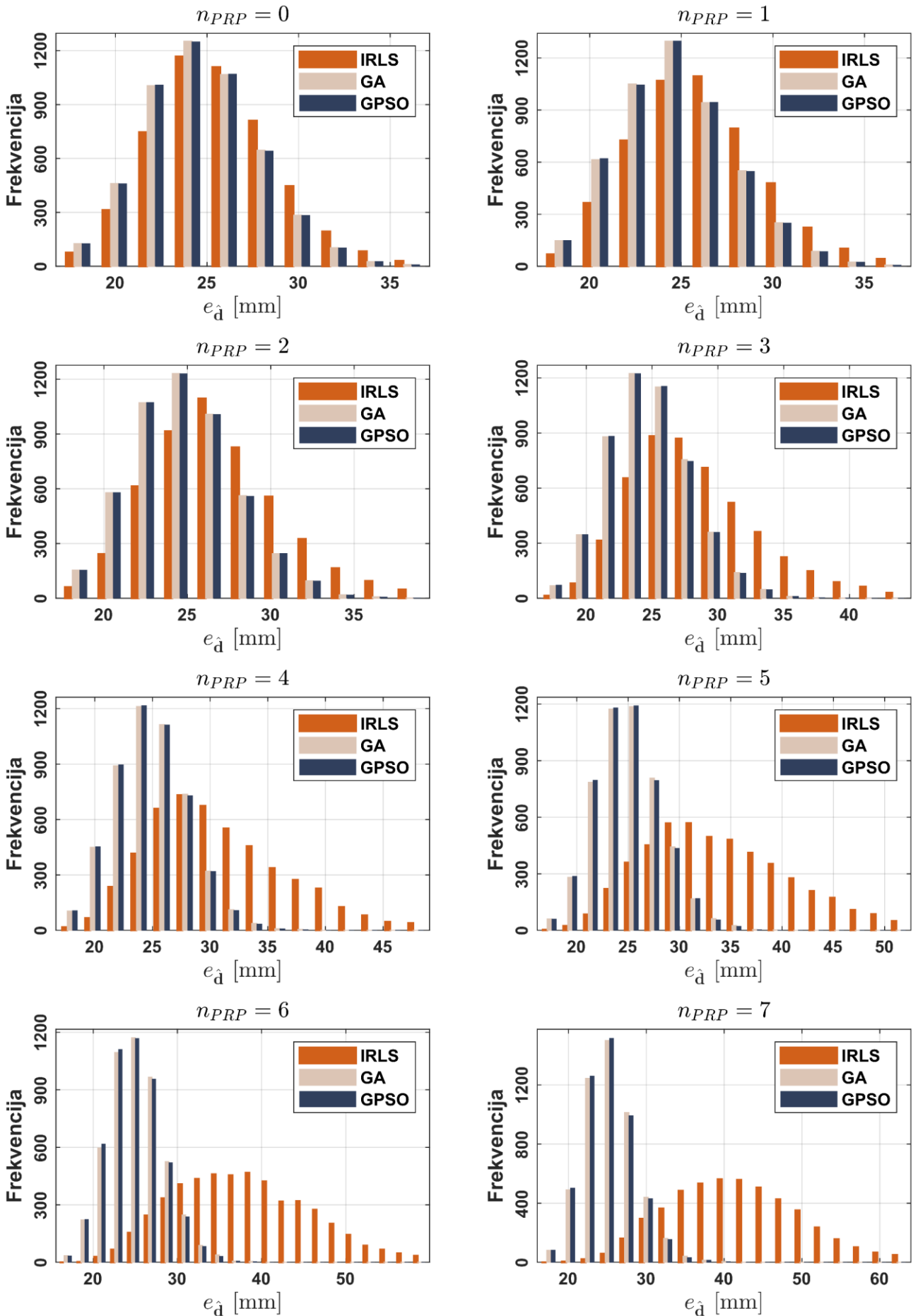
Slika B.12: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_o = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 15r_i]$.



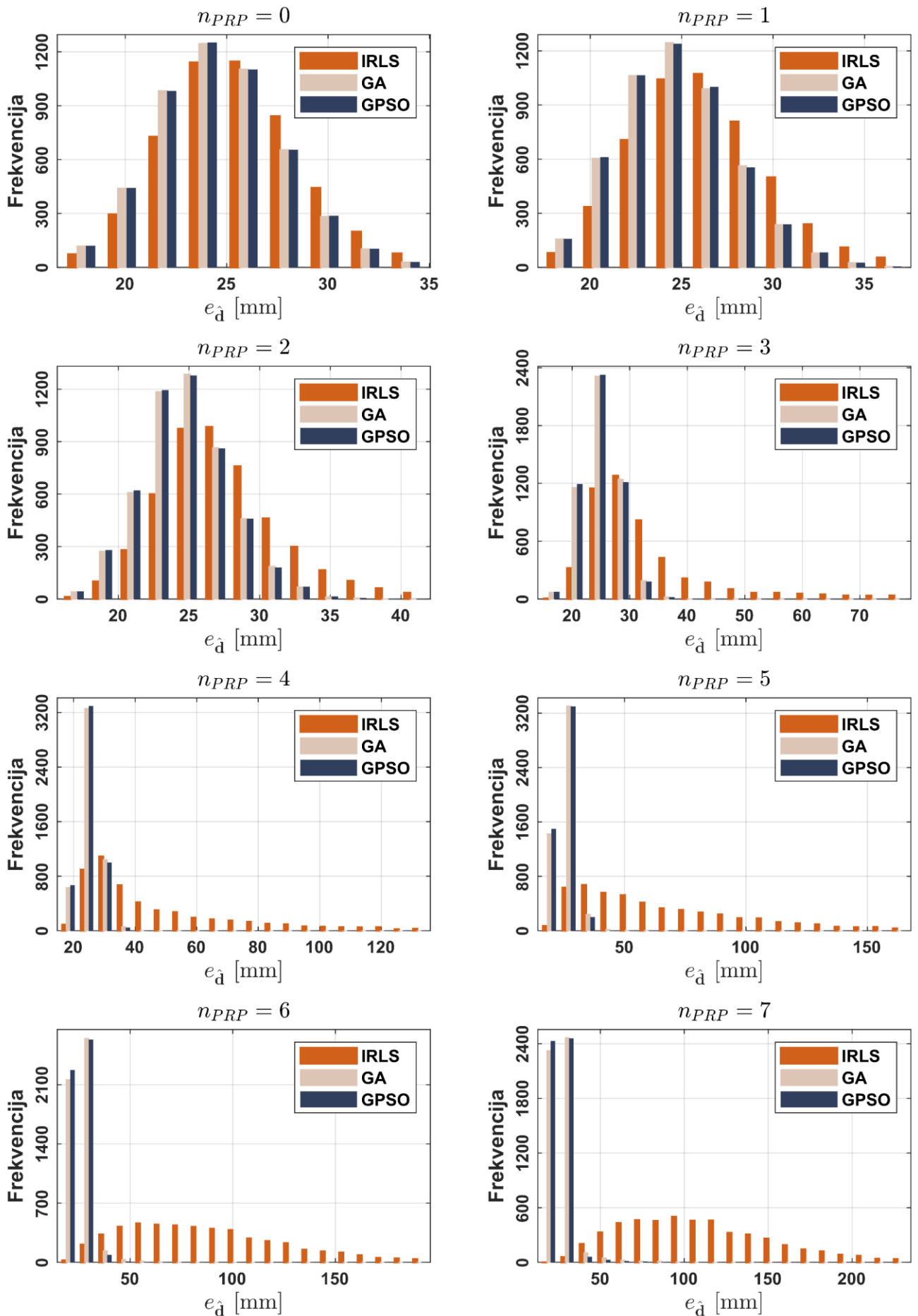
Slika B.13: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



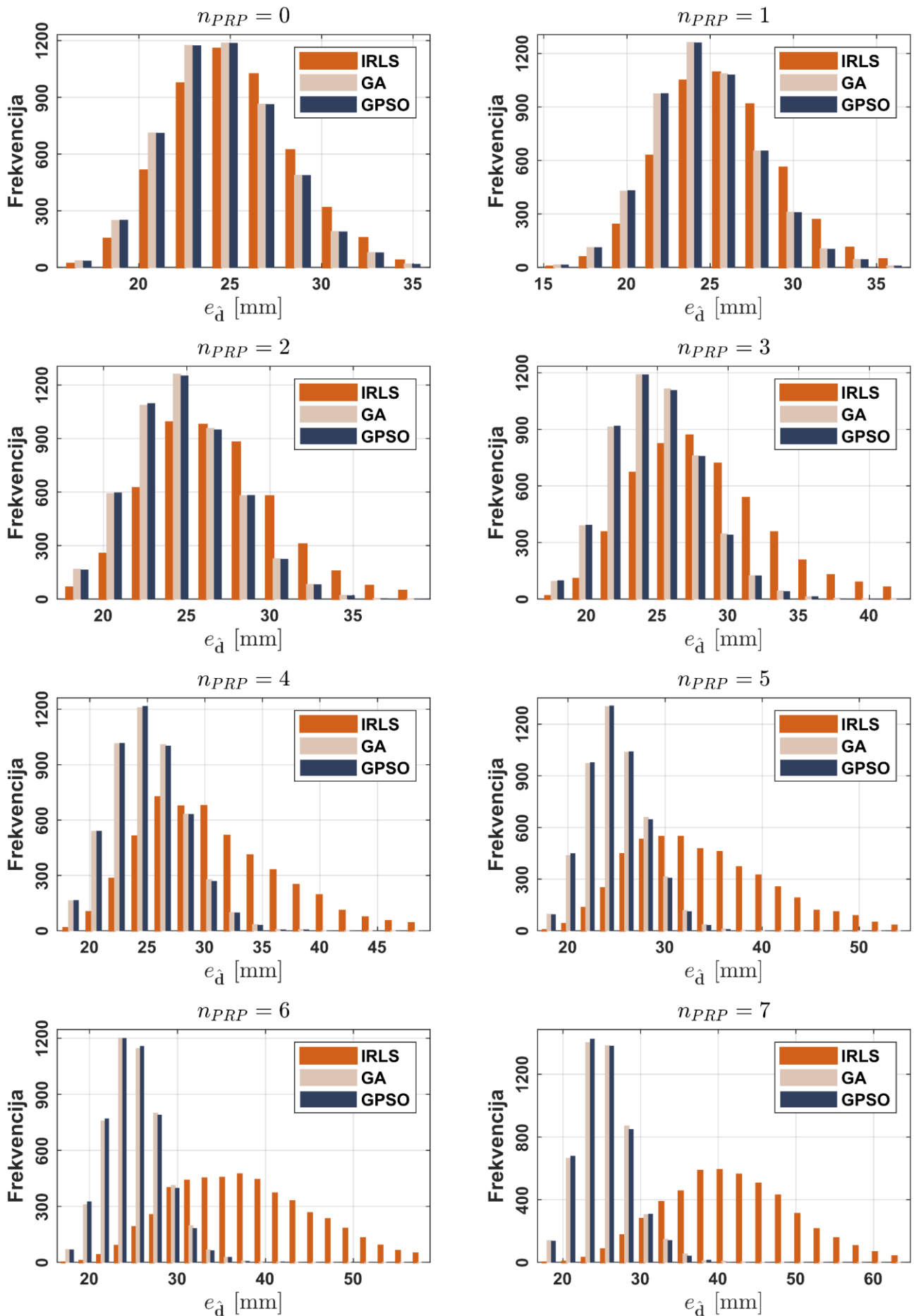
Slika B.14: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



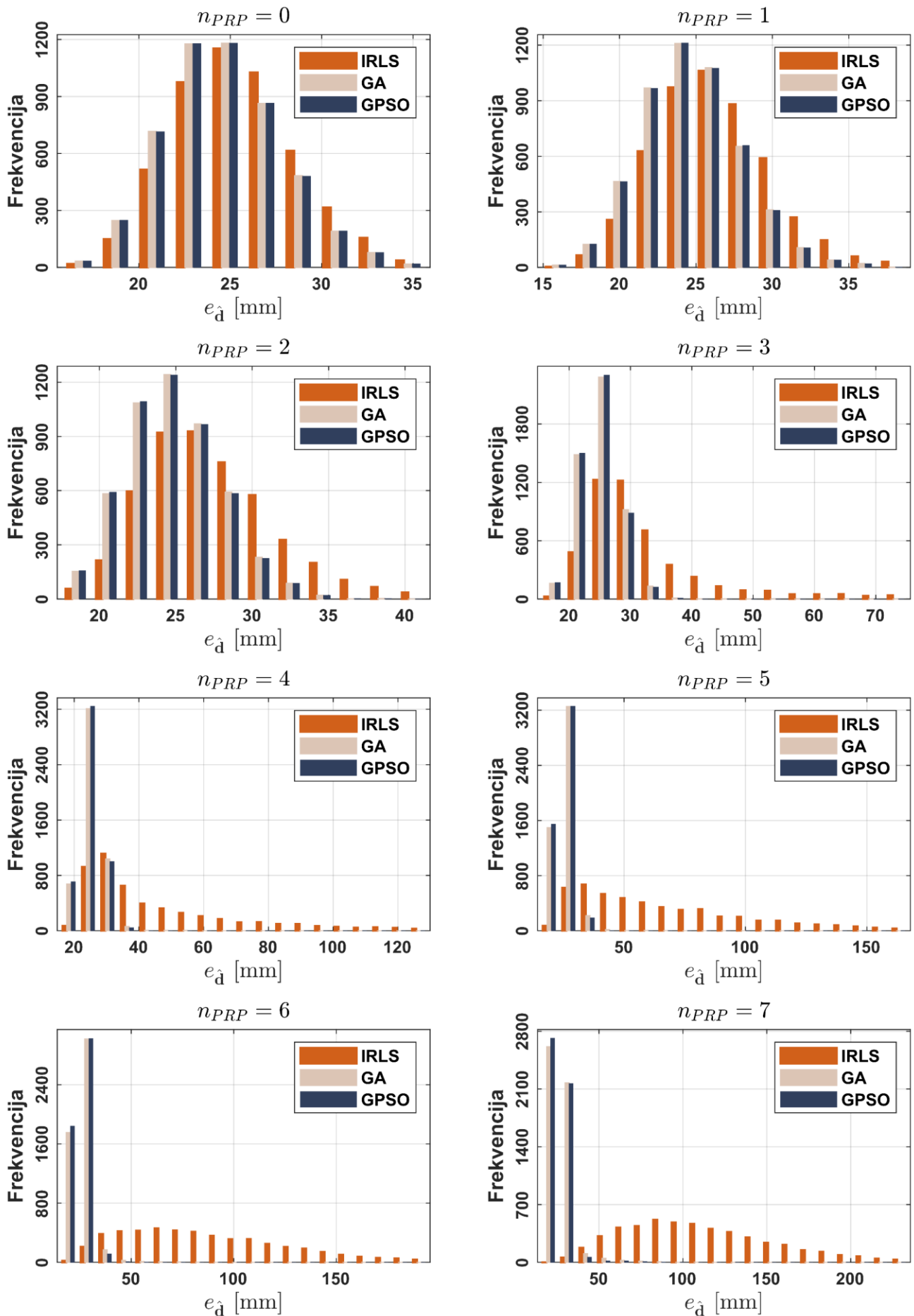
Slika B.15: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



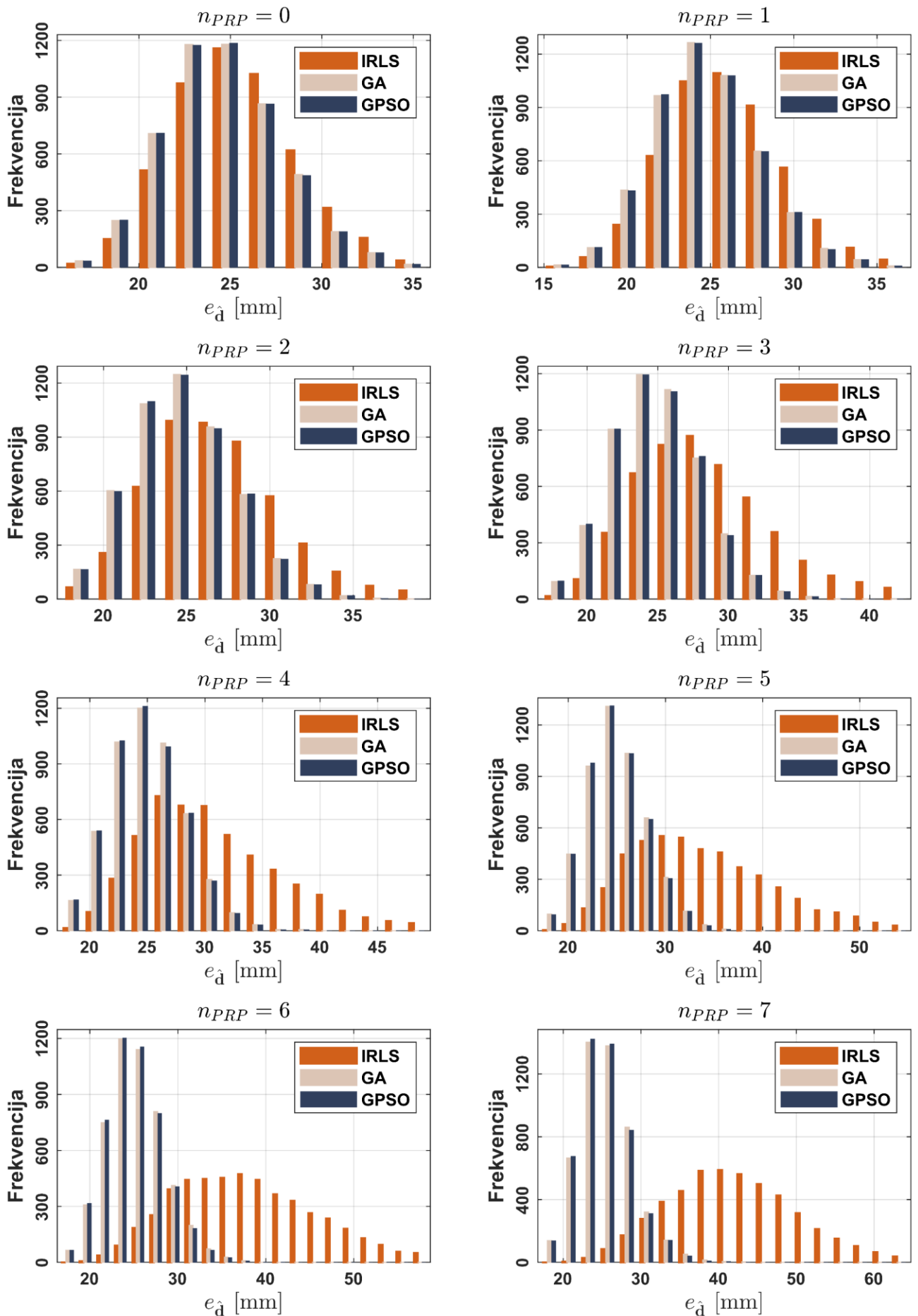
Slika B.16: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



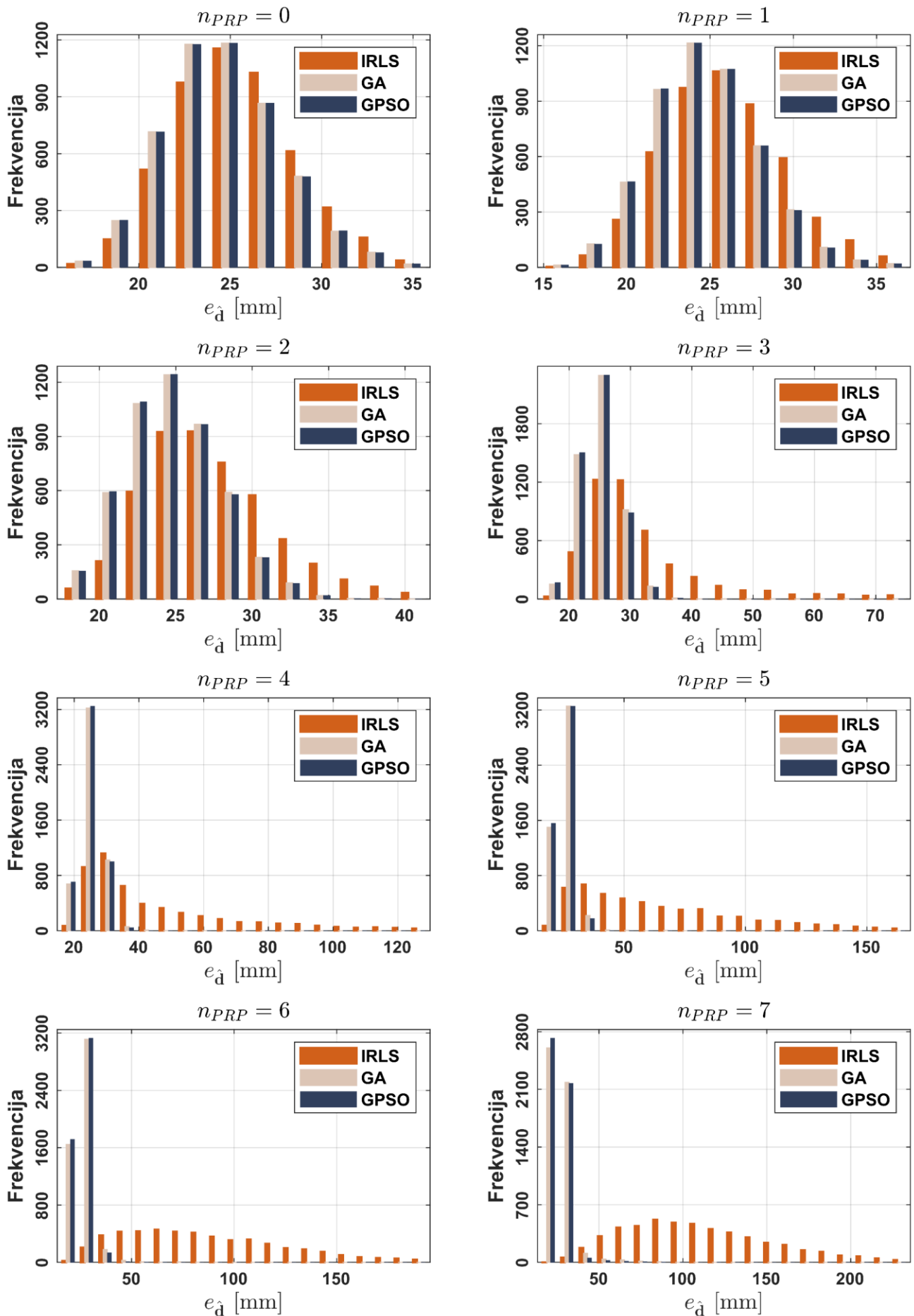
Slika B.17: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



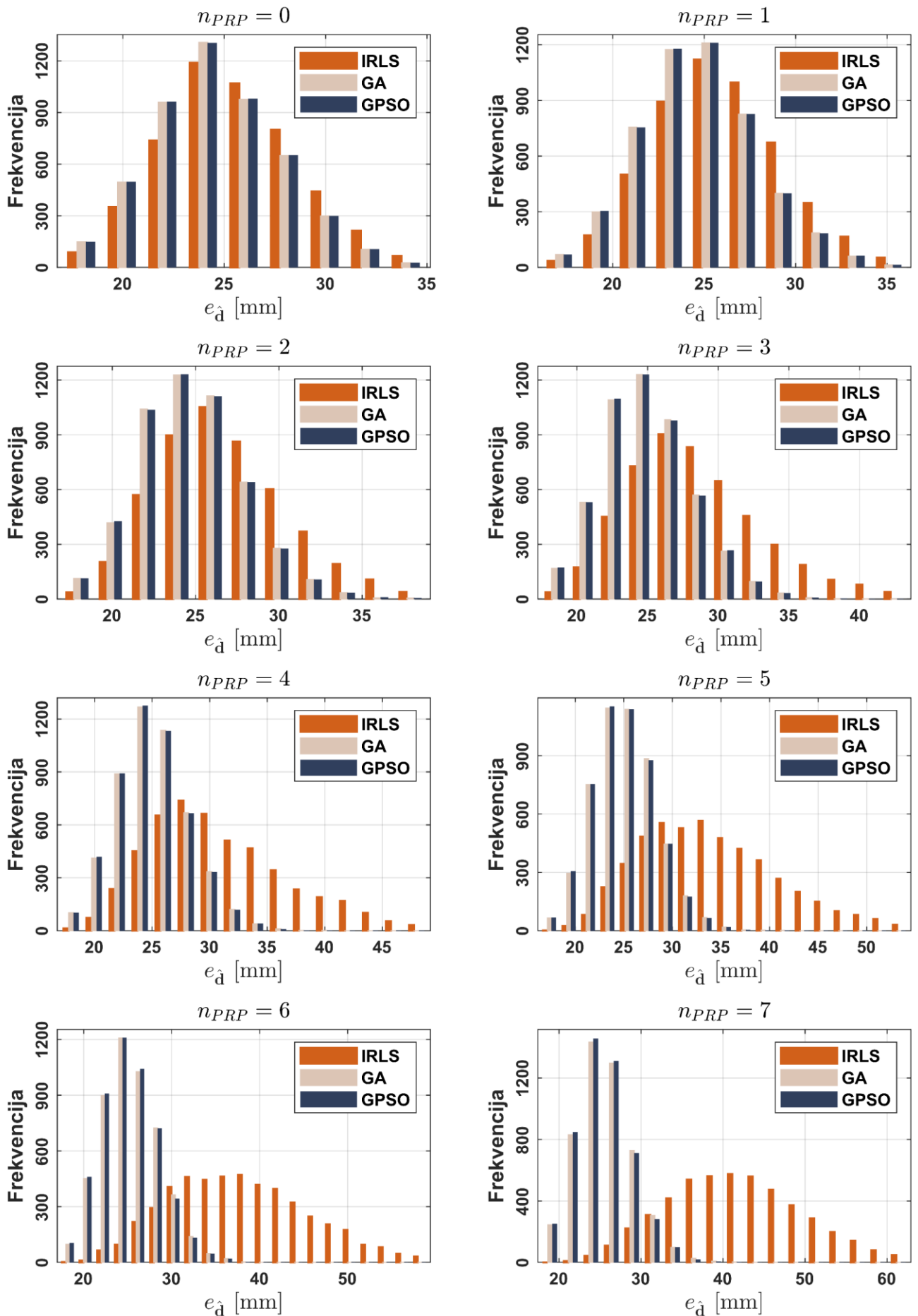
Slika B.18: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



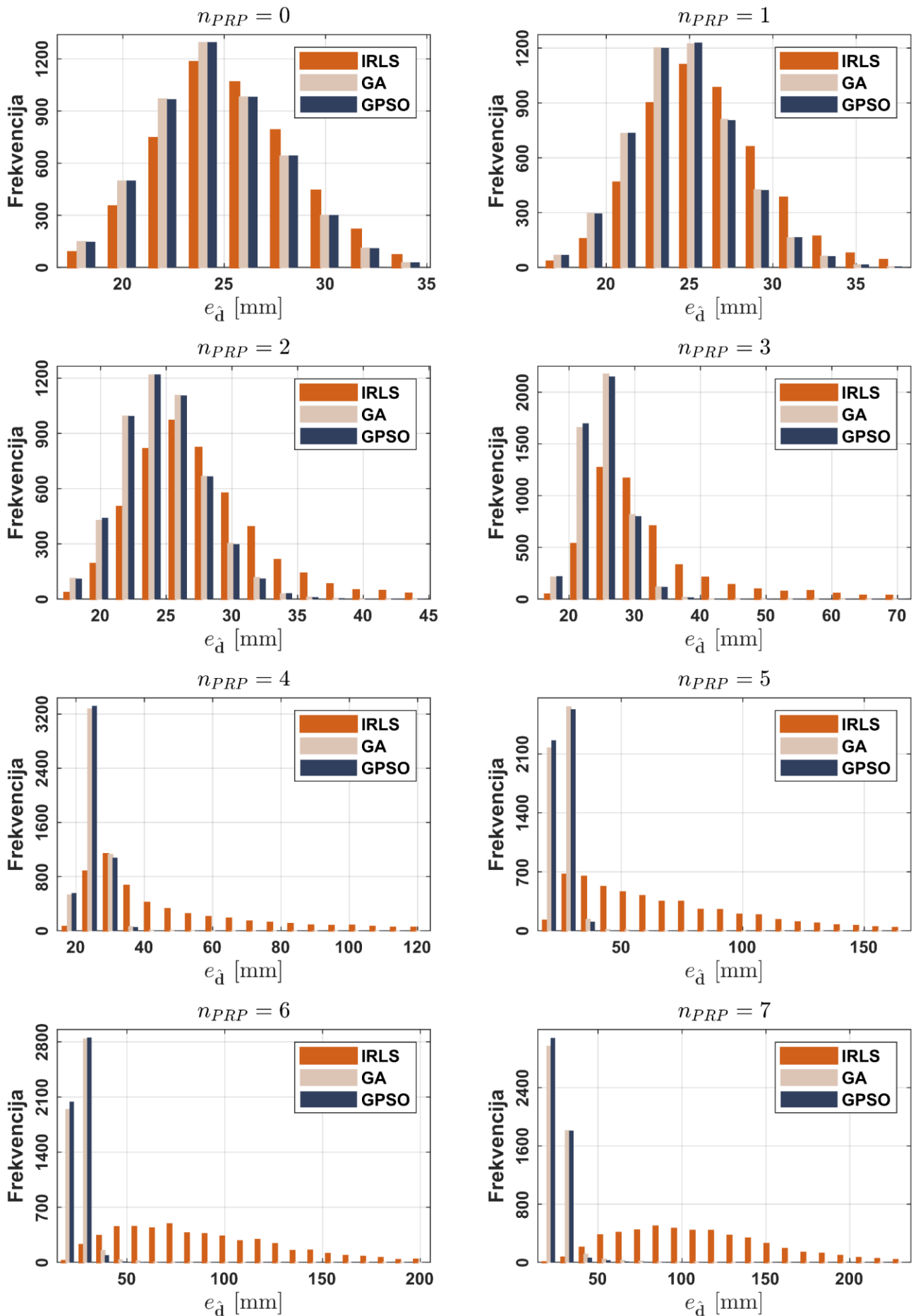
Slika B.19: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



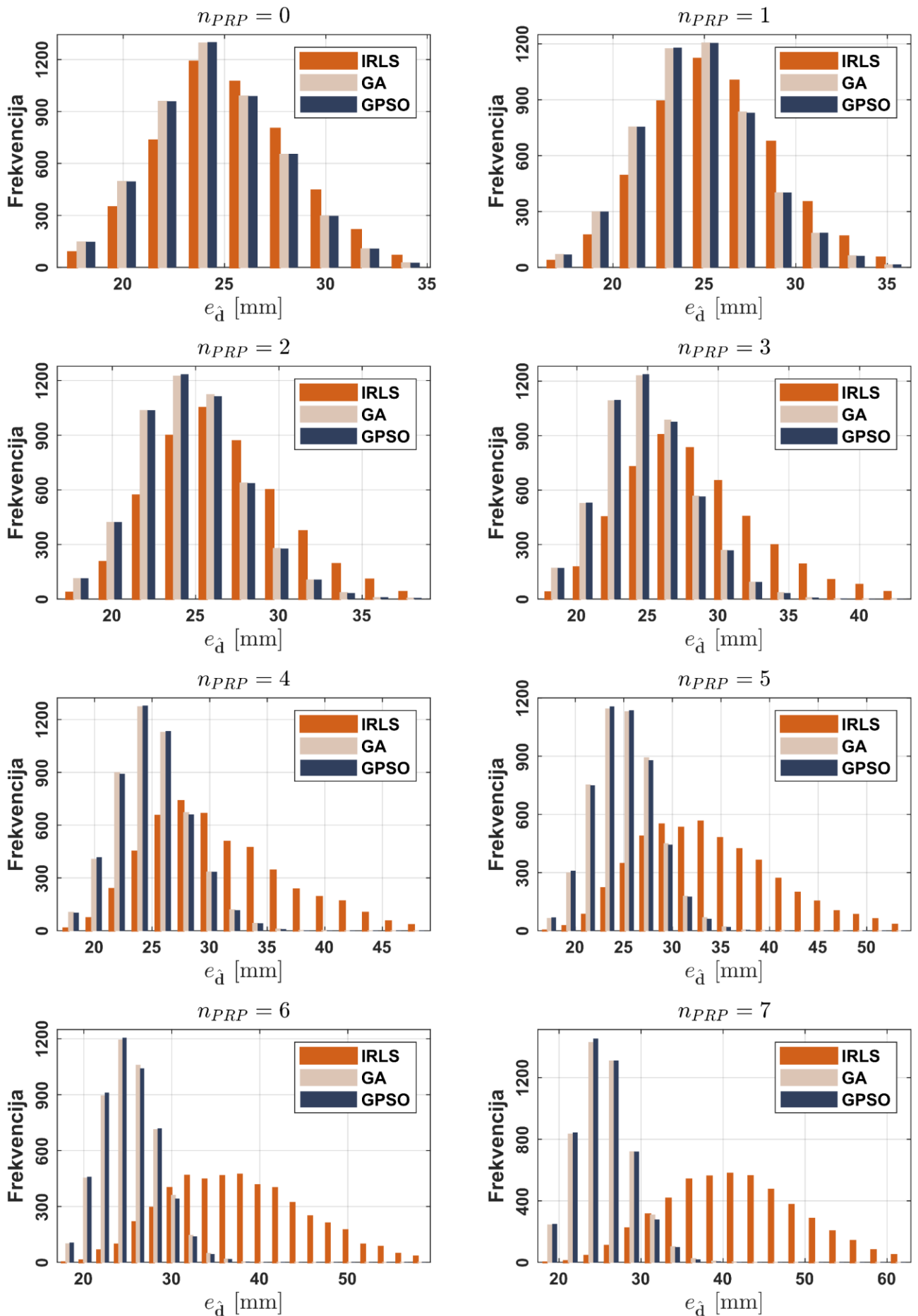
Slika B.20: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



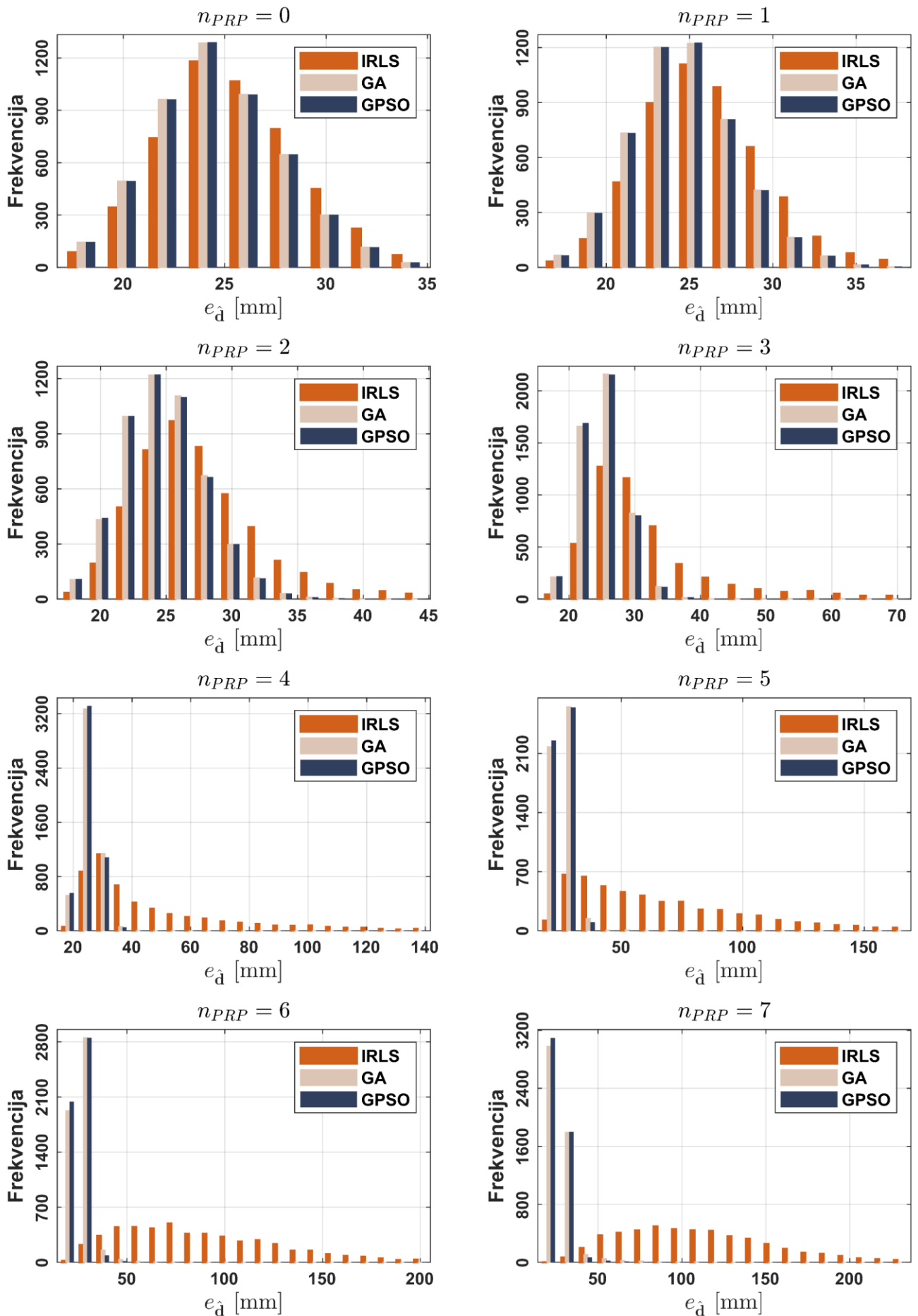
Slika B.21: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



Slika B.22: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.

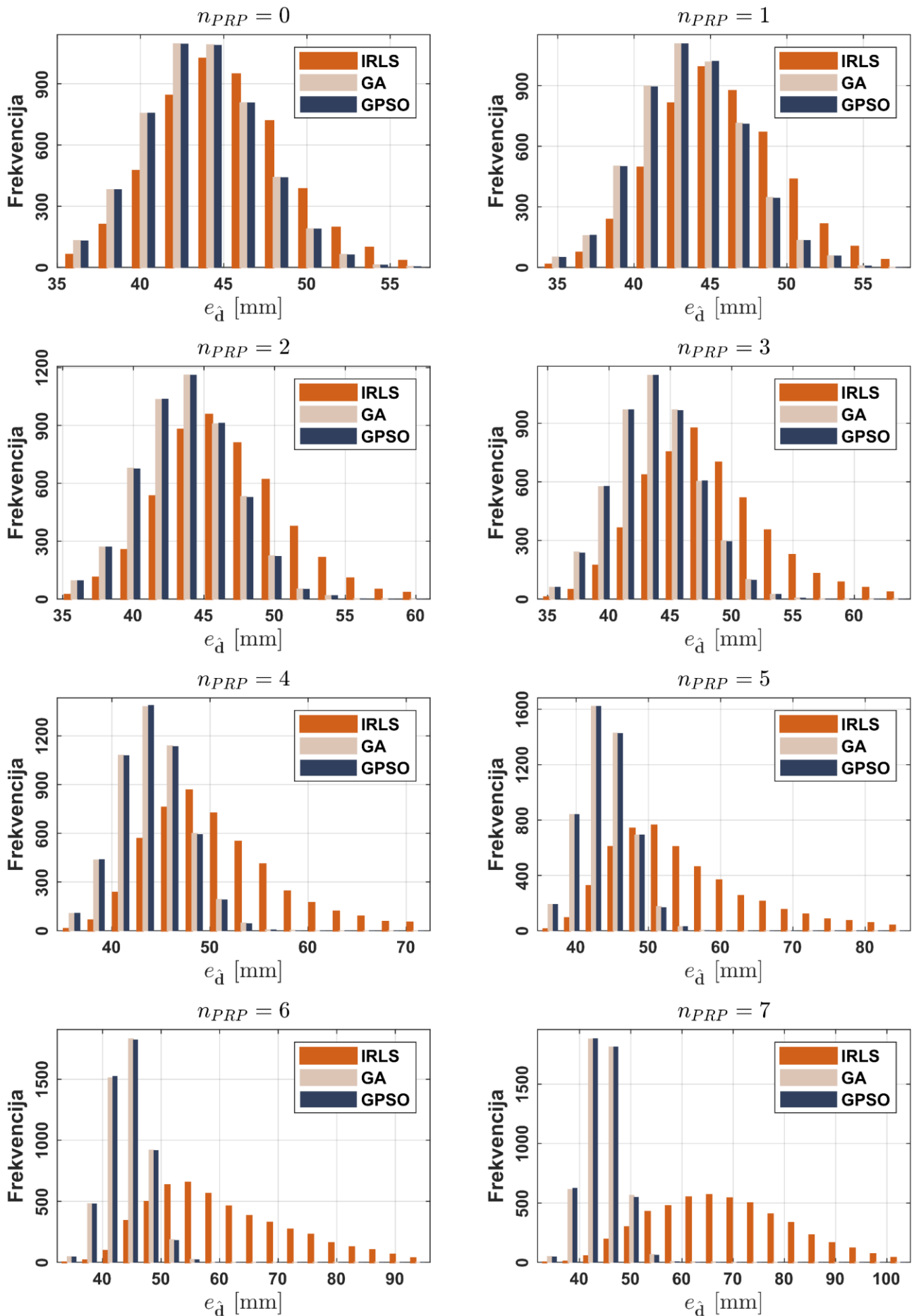


Slika B.23: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.

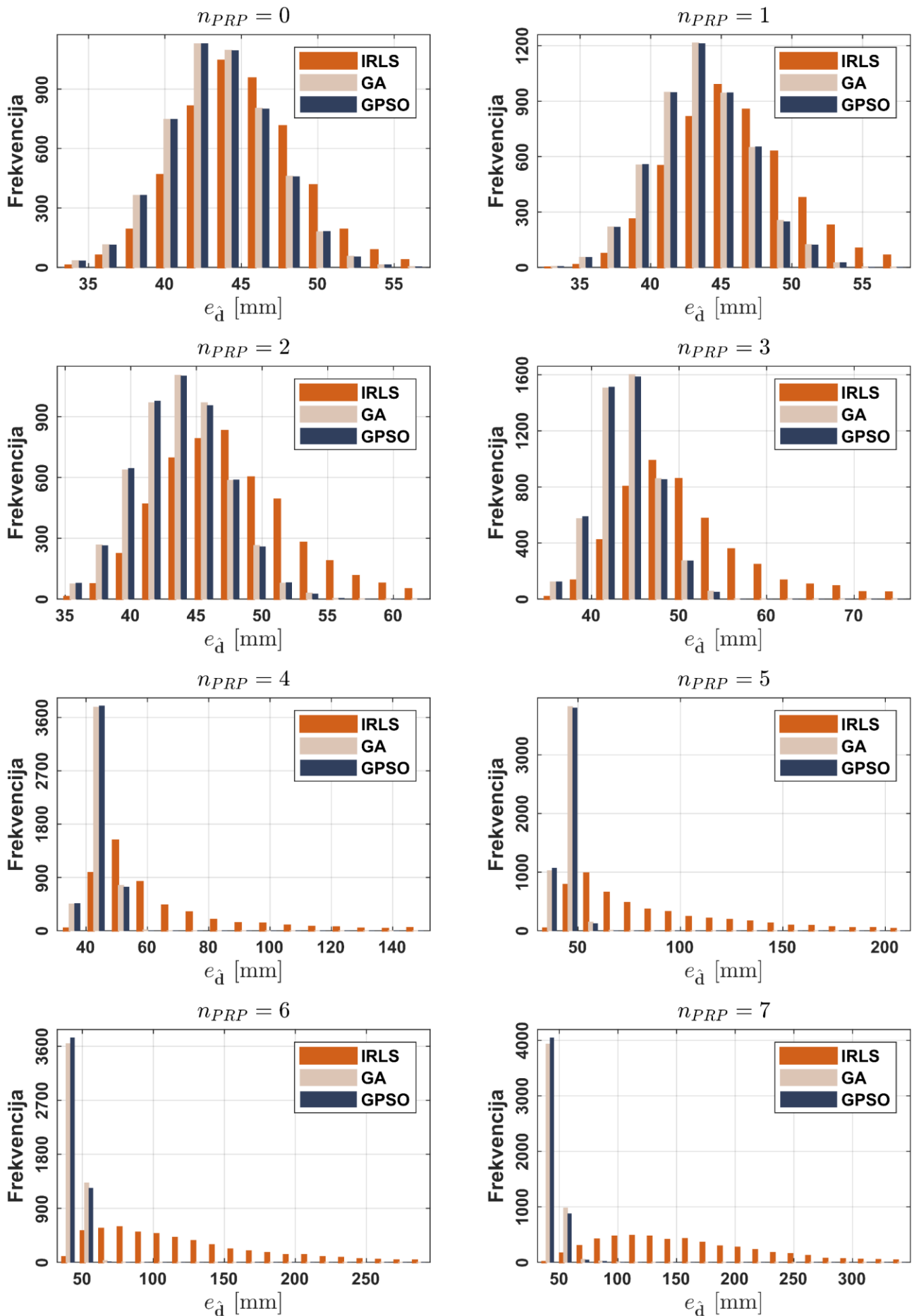


Slika B.24: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.

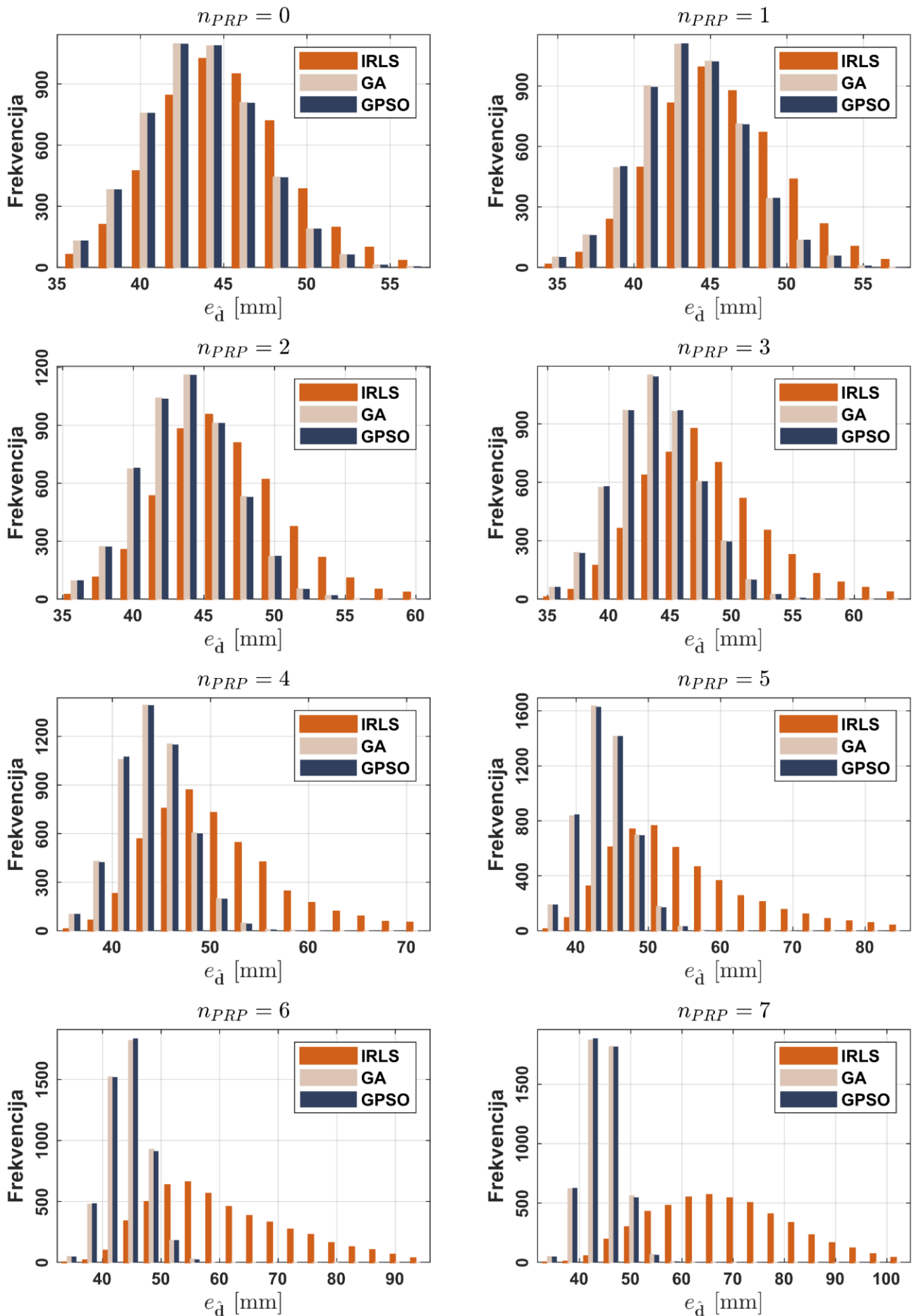
PRILOG B.3: EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA
ŠELEVRENAC



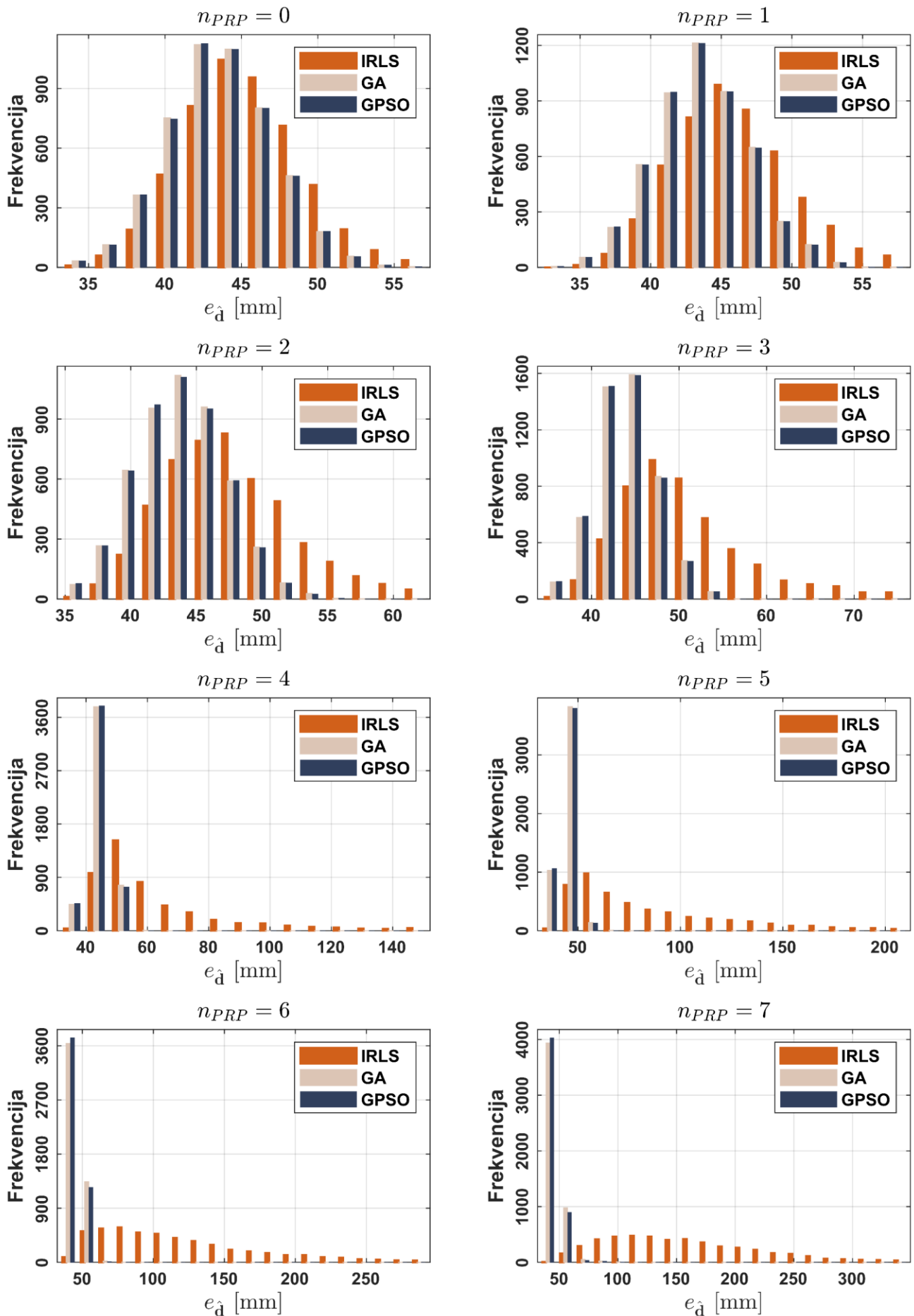
Slika B.25: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



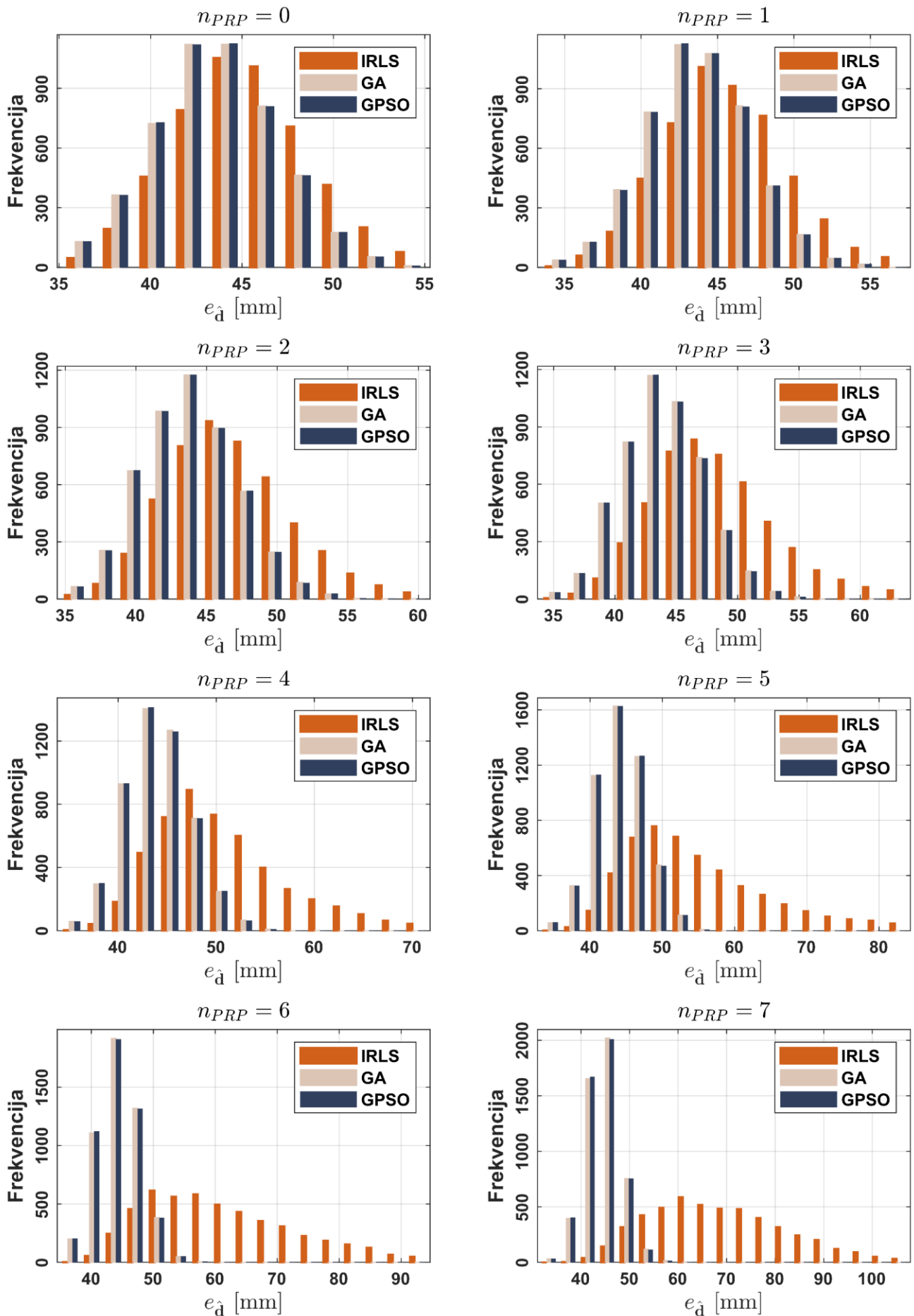
Slika B.26: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



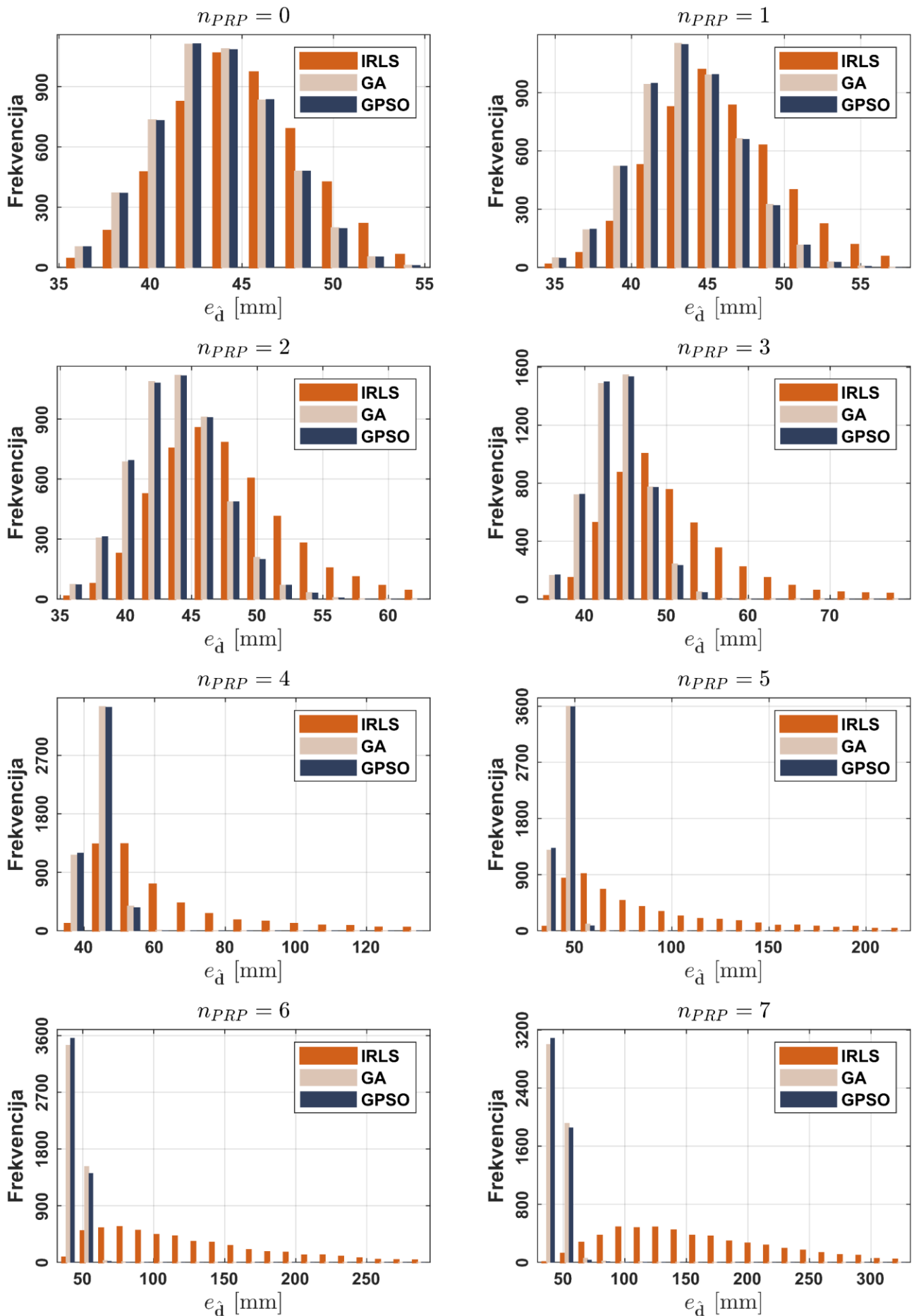
Slika B.27: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



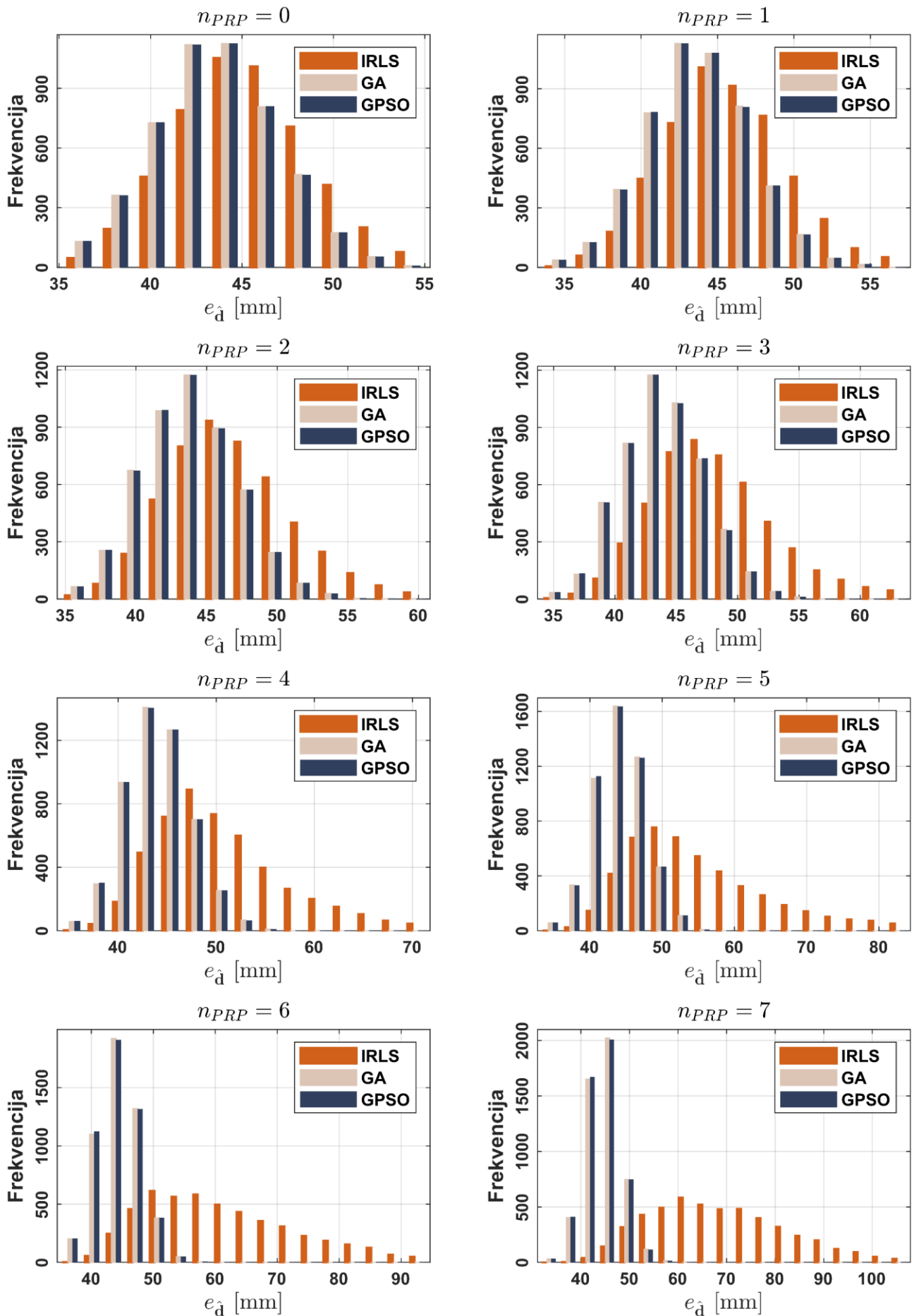
Slika B.28: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 1$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



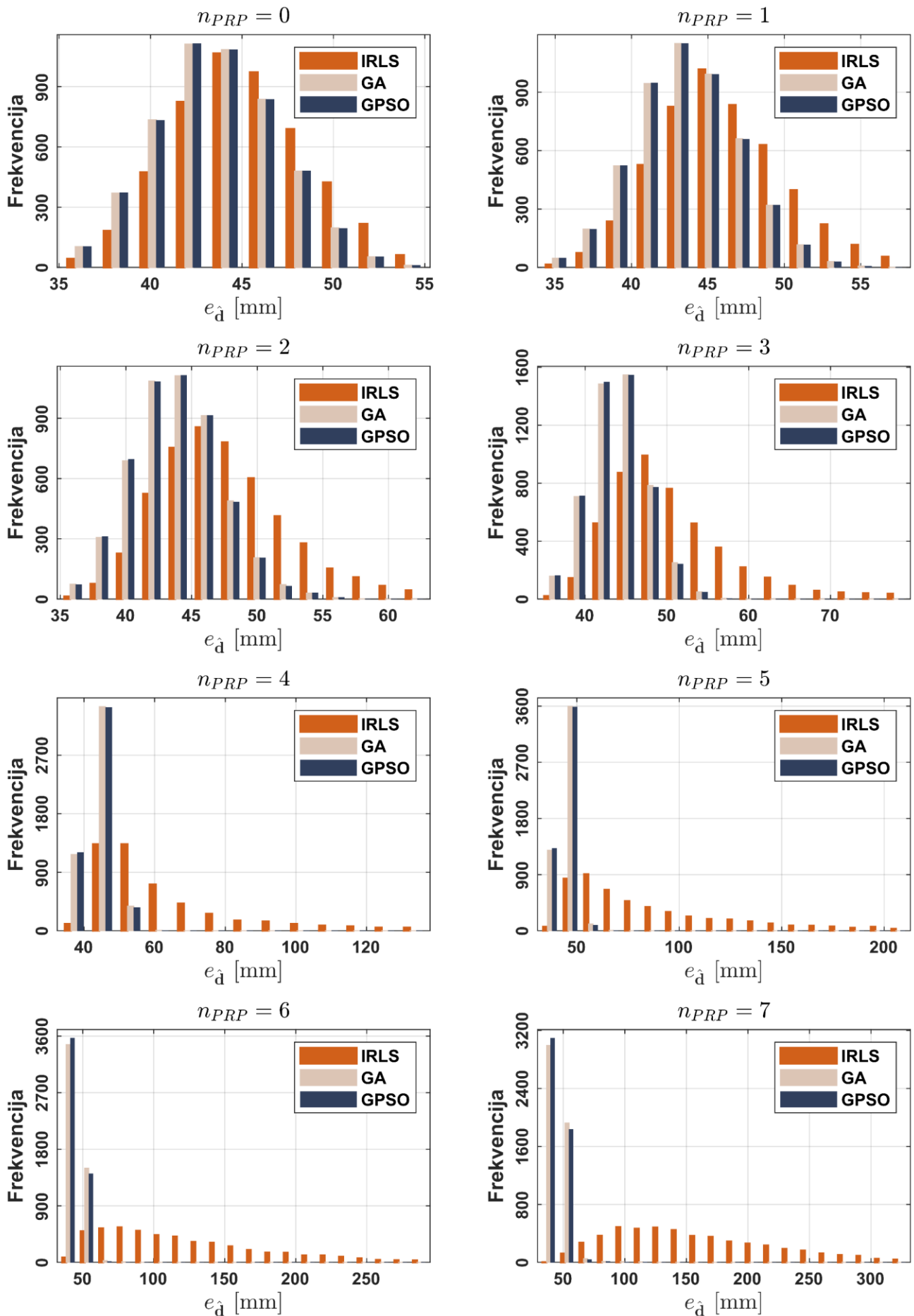
Slika B.29: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



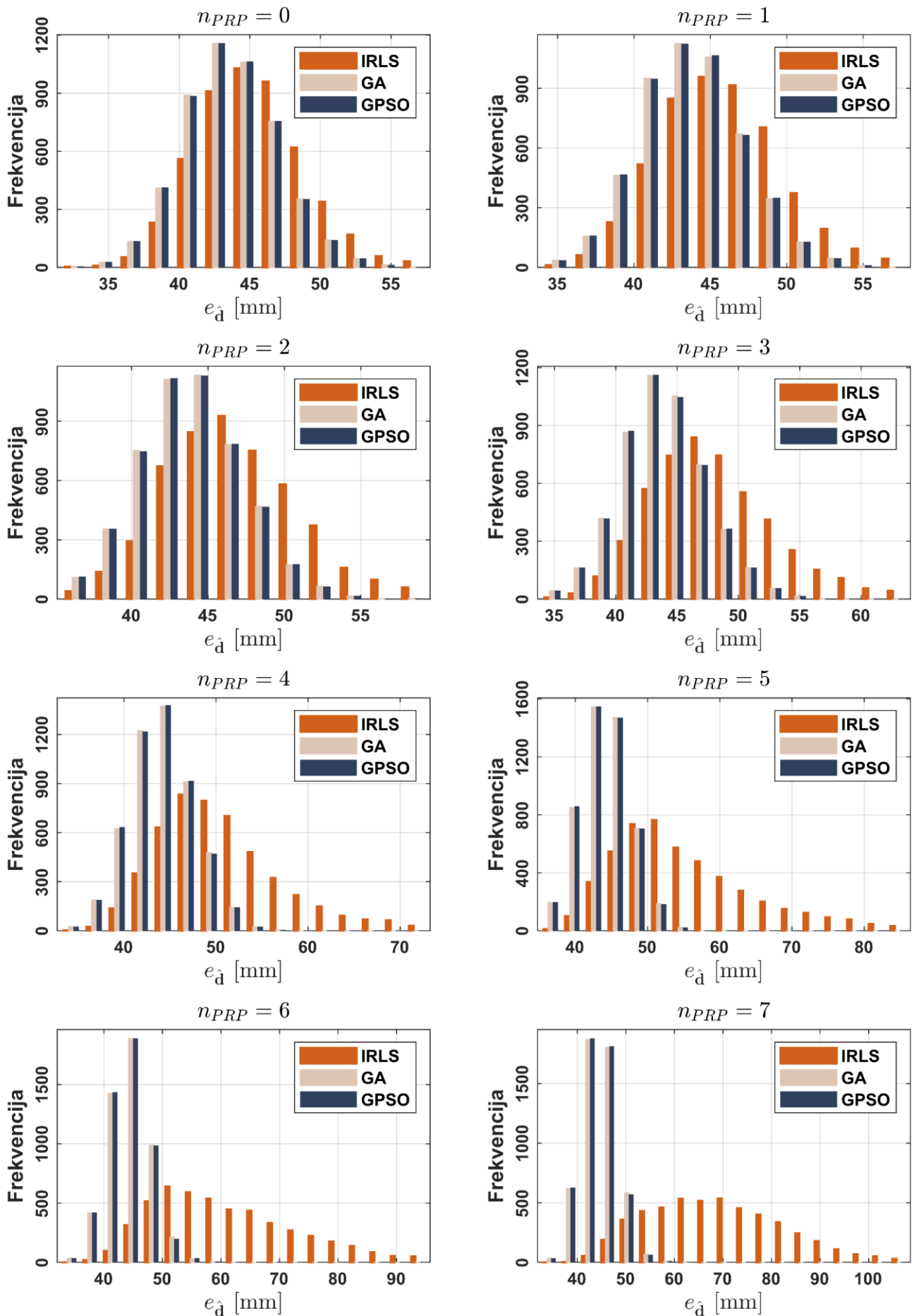
Slika B.30: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



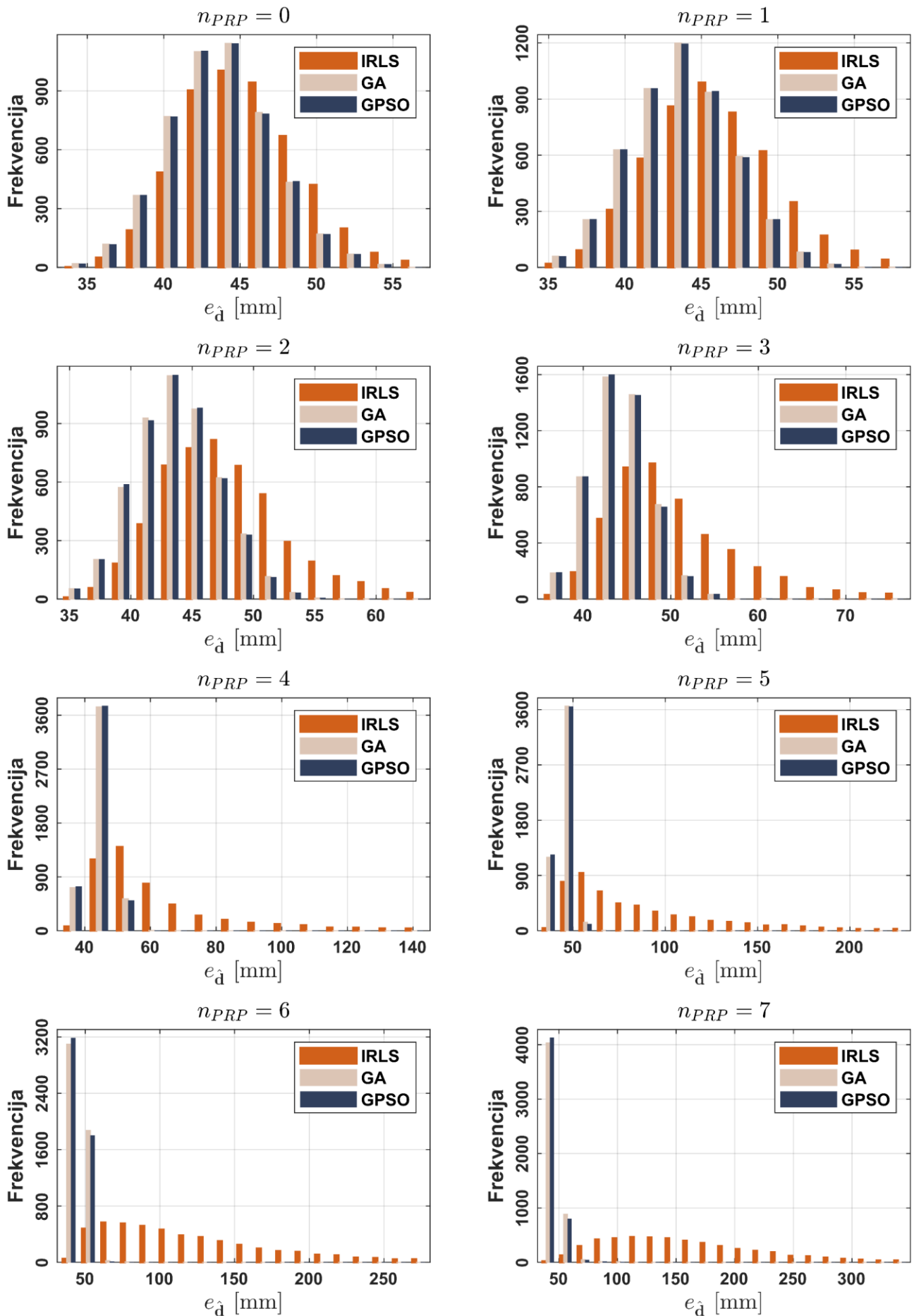
Slika B.31: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



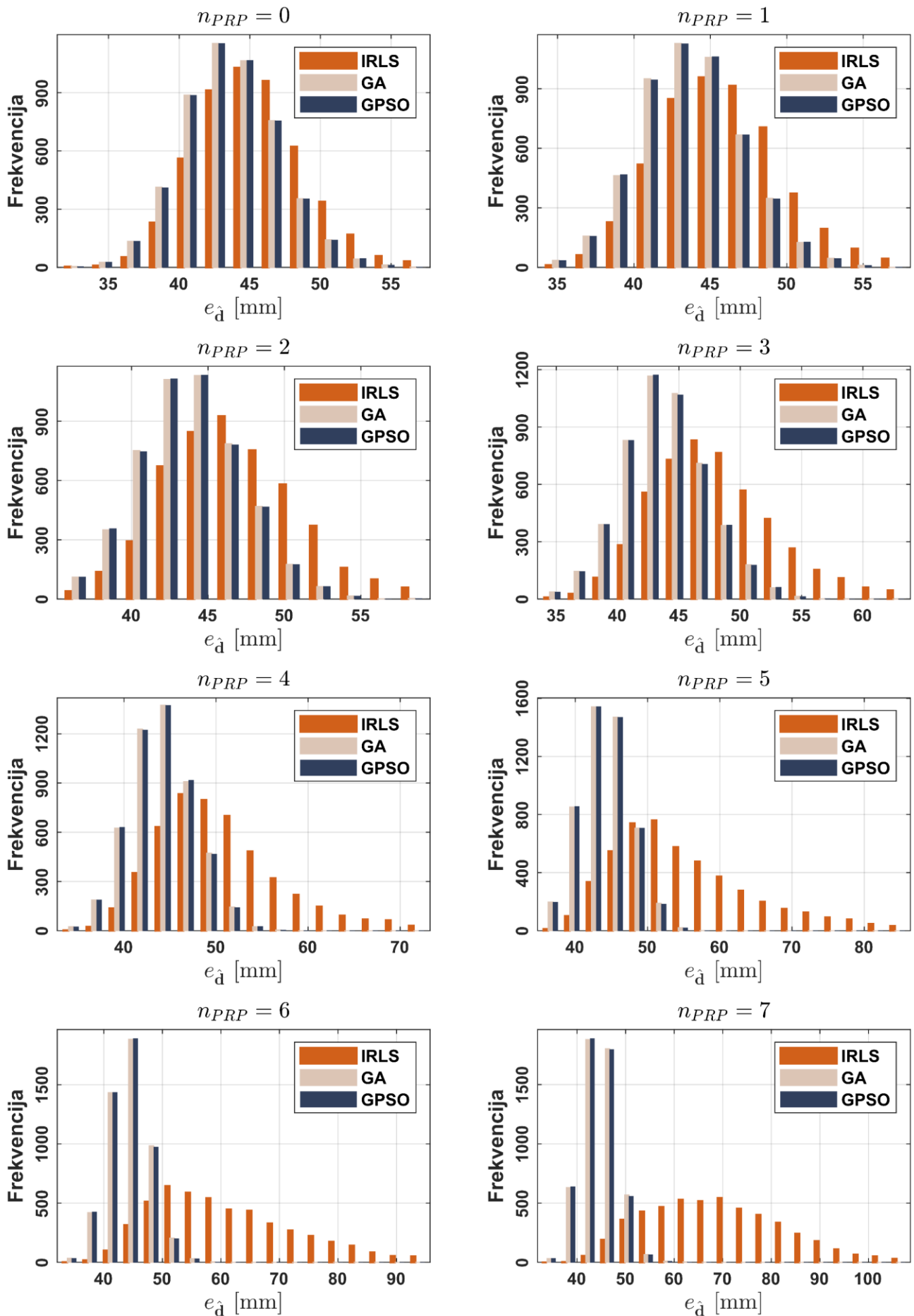
Slika B.32: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 2$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



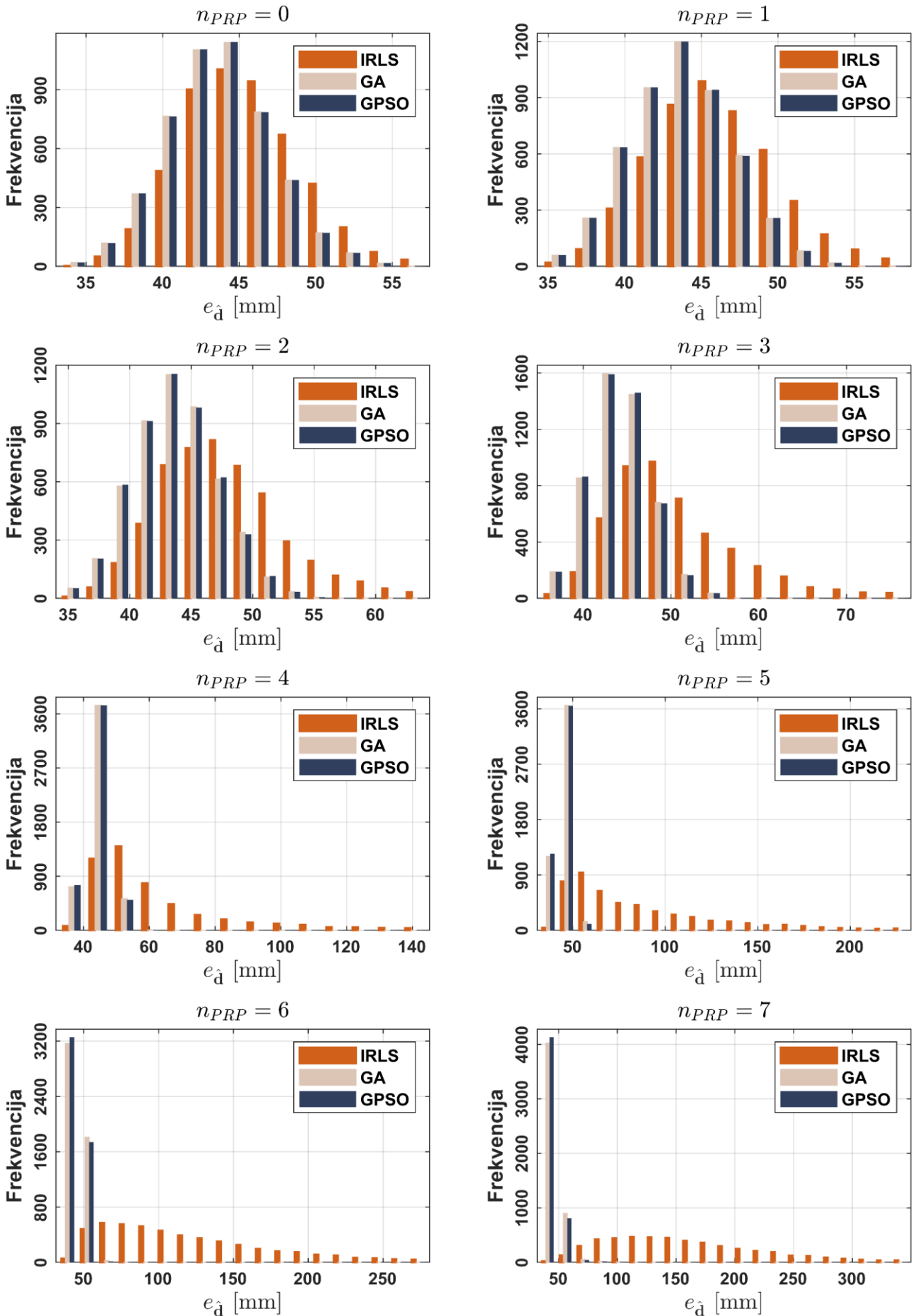
Slika B.33: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



Slika B.34: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.



Slika B.35: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 2r_i]$.



Slika B.36: Empirijske raspodele ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, za $n_0 = 3$ i $s_{PRP,i} \in [r_i, 10r_i]$.

PRILOG C: MERE CENTRALNE TENDENCIJE I
DISPERZIJE UKUPNIH ISTINITIH GREŠAKA

Tabela C.1: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 3\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.95	0.87	2.84	0.36	0.74	0.71	1.87	0.22	0.74	0.71	1.87	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.94	4.25	0.50	0.74	0.70	1.78	0.23	0.74	0.70	1.78	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.35	1.05	7.53	0.90	0.75	0.71	1.91	0.23	0.75	0.71	1.90	0.23
	$n_{PRP} = 3$	2.45	1.42	11.65	2.17	0.76	0.72	4.24	0.26	0.76	0.72	4.23	0.26
	$n_{PRP} = 4$	4.18	4.22	12.48	2.68	0.78	0.72	5.60	0.36	0.78	0.72	5.60	0.36
	$n_{PRP} = 5$	6.08	5.99	11.68	1.98	0.99	0.72	8.92	1.05	0.99	0.72	8.90	1.05
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 15\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.95	0.87	2.84	0.36	0.74	0.71	1.87	0.22	0.74	0.71	1.87	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.95	4.44	0.50	0.74	0.71	1.78	0.22	0.74	0.71	1.78	0.22
	$n_{PRP} = 2$	1.39	1.07	8.88	0.98	0.75	0.71	2.10	0.24	0.75	0.71	2.07	0.24
	$n_{PRP} = 3$	5.52	1.44	53.39	8.81	0.77	0.72	4.62	0.27	0.76	0.72	4.62	0.27
	$n_{PRP} = 4$	12.84	9.13	58.19	12.60	0.79	0.72	8.40	0.39	0.79	0.72	8.35	0.38
	$n_{PRP} = 5$	21.26	19.69	55.98	11.74	1.49	0.73	42.41	3.54	1.49	0.73	42.09	3.53

Tabela C.2: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 1 ($n_0 = 1$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 3\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.95	0.87	2.84	0.36	0.74	0.71	1.87	0.22	0.74	0.71	1.87	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.94	4.25	0.50	0.74	0.70	1.78	0.23	0.74	0.70	1.78	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.35	1.05	7.53	0.90	0.75	0.71	1.90	0.23	0.75	0.71	1.90	0.23
	$n_{PRP} = 3$	2.45	1.42	11.65	2.17	0.76	0.72	4.23	0.26	0.76	0.72	4.23	0.26
	$n_{PRP} = 4$	4.18	4.22	12.48	2.68	0.78	0.72	5.60	0.36	0.78	0.72	5.60	0.36
	$n_{PRP} = 5$	6.08	5.99	11.68	1.98	0.98	0.72	8.97	1.03	0.99	0.72	8.90	1.05
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 15\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.95	0.87	2.84	0.36	0.74	0.71	1.87	0.22	0.74	0.71	1.87	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.95	4.44	0.50	0.74	0.71	1.78	0.22	0.74	0.71	1.93	0.22
	$n_{PRP} = 2$	1.39	1.07	8.88	0.98	0.75	0.71	2.07	0.24	0.75	0.71	2.07	0.24
	$n_{PRP} = 3$	5.52	1.44	53.39	8.81	0.77	0.72	4.66	0.27	0.76	0.72	4.62	0.27
	$n_{PRP} = 4$	12.84	9.13	58.19	12.60	0.79	0.72	8.50	0.39	0.79	0.72	8.35	0.38
	$n_{PRP} = 5$	21.26	19.69	55.98	11.74	1.47	0.73	42.59	3.46	1.49	0.73	42.09	3.53

Tabela C.3: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 3\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.94	0.87	3.03	0.37	0.75	0.71	1.98	0.22	0.75	0.71	1.98	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.94	5.29	0.51	0.74	0.71	2.32	0.23	0.74	0.71	2.32	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.35	1.08	7.68	0.89	0.75	0.71	2.18	0.23	0.75	0.71	2.18	0.23
	$n_{PRP} = 3$	2.45	1.44	10.81	2.17	0.76	0.72	2.72	0.25	0.76	0.72	2.72	0.25
	$n_{PRP} = 4$	4.16	4.21	11.74	2.67	0.78	0.72	5.28	0.36	0.78	0.72	5.28	0.36
	$n_{PRP} = 5$	6.09	6.00	11.65	1.94	1.00	0.73	8.00	1.07	1.00	0.73	8.00	1.07
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 15\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.95	0.87	3.03	0.37	0.75	0.71	1.98	0.23	0.75	0.71	1.98	0.23
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.95	5.36	0.50	0.74	0.71	2.29	0.23	0.74	0.71	2.28	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.39	1.09	8.92	0.97	0.75	0.71	2.23	0.23	0.75	0.71	2.23	0.23
	$n_{PRP} = 3$	5.37	1.44	53.35	8.72	0.76	0.72	2.61	0.25	0.76	0.72	2.56	0.24
	$n_{PRP} = 4$	12.82	8.70	54.59	12.58	0.79	0.72	7.76	0.42	0.79	0.72	7.76	0.41
	$n_{PRP} = 5$	21.28	19.50	55.26	11.72	1.57	0.74	37.04	3.76	1.56	0.74	36.96	3.74

Tabela C.4: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 2 ($n_0 = 2$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 3\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.94	0.87	3.03	0.37	0.74	0.71	1.98	0.22	0.75	0.71	1.98	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.94	5.29	0.51	0.74	0.71	2.32	0.23	0.74	0.71	2.32	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.35	1.08	7.68	0.89	0.75	0.71	2.20	0.23	0.75	0.71	2.18	0.23
	$n_{PRP} = 3$	2.45	1.44	10.81	2.17	0.76	0.72	2.51	0.25	0.76	0.72	2.72	0.25
	$n_{PRP} = 4$	4.16	4.21	11.74	2.67	0.78	0.72	5.29	0.36	0.78	0.72	5.28	0.36
	$n_{PRP} = 5$	6.09	6.00	11.65	1.94	0.99	0.73	8.01	1.04	1.00	0.73	8.00	1.07
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 15\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.95	0.87	3.03	0.37	0.75	0.71	1.98	0.22	0.75	0.71	1.98	0.23
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.95	5.36	0.50	0.74	0.71	2.28	0.23	0.74	0.71	2.28	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.39	1.09	8.92	0.97	0.75	0.71	2.26	0.23	0.75	0.71	2.23	0.23
	$n_{PRP} = 3$	5.37	1.44	53.35	8.72	0.76	0.72	2.66	0.25	0.76	0.72	2.57	0.24
	$n_{PRP} = 4$	12.82	8.70	54.59	12.58	0.79	0.72	7.76	0.42	0.79	0.72	7.76	0.41
	$n_{PRP} = 5$	21.27	19.50	55.26	11.72	1.55	0.74	36.96	3.68	1.56	0.74	36.96	3.74

Tabela C.5: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 3\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.94	0.87	2.97	0.36	0.74	0.71	1.71	0.22	0.74	0.71	1.71	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.06	0.94	4.78	0.50	0.74	0.71	1.70	0.23	0.74	0.71	1.70	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.34	1.06	8.02	0.89	0.76	0.72	2.36	0.24	0.75	0.72	2.36	0.23
	$n_{PRP} = 3$	2.48	1.46	10.64	2.16	0.76	0.72	5.52	0.26	0.76	0.72	5.46	0.26
	$n_{PRP} = 4$	4.20	4.26	12.21	2.64	0.80	0.73	4.85	0.38	0.80	0.73	4.85	0.38
	$n_{PRP} = 5$	6.14	6.02	12.17	1.98	1.01	0.74	9.40	1.11	1.01	0.74	9.39	1.10
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 15\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.94	0.87	2.97	0.36	0.74	0.71	1.71	0.22	0.74	0.71	1.71	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.95	4.83	0.51	0.74	0.71	1.70	0.23	0.74	0.71	1.70	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.38	1.09	8.57	0.95	0.76	0.71	2.35	0.24	0.75	0.71	2.35	0.24
	$n_{PRP} = 3$	5.55	1.48	53.10	8.89	0.76	0.72	5.37	0.26	0.76	0.72	5.37	0.26
	$n_{PRP} = 4$	13.00	9.60	56.39	12.43	0.81	0.73	7.97	0.42	0.80	0.73	7.83	0.41
	$n_{PRP} = 5$	21.55	19.93	55.57	11.71	1.57	0.74	43.59	3.79	1.56	0.74	43.59	3.78

Tabela C.6: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\mathbf{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\mathbf{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 3\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.94	0.87	2.97	0.36	0.74	0.71	1.71	0.22	0.74	0.71	1.71	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.06	0.94	4.78	0.50	0.74	0.71	1.70	0.23	0.74	0.71	1.70	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.34	1.06	8.02	0.89	0.75	0.72	2.36	0.24	0.75	0.72	2.36	0.23
	$n_{PRP} = 3$	2.48	1.46	10.64	2.16	0.76	0.72	5.45	0.26	0.76	0.72	5.45	0.26
	$n_{PRP} = 4$	4.20	4.26	12.21	2.64	0.80	0.73	4.85	0.38	0.80	0.73	4.97	0.38
	$n_{PRP} = 5$	6.14	6.02	12.17	1.98	1.00	0.74	9.41	1.08	1.01	0.74	9.39	1.10
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 15\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	0.94	0.87	2.97	0.36	0.74	0.71	1.71	0.22	0.74	0.71	1.71	0.22
	$n_{PRP} = 1$	1.07	0.95	4.83	0.51	0.74	0.71	1.70	0.23	0.74	0.71	1.70	0.23
	$n_{PRP} = 2$	1.38	1.09	8.57	0.95	0.76	0.71	2.39	0.24	0.75	0.71	2.35	0.24
	$n_{PRP} = 3$	5.55	1.48	53.09	8.89	0.76	0.72	5.35	0.27	0.76	0.72	5.37	0.26
	$n_{PRP} = 4$	13.00	9.60	56.39	12.43	0.81	0.73	7.89	0.42	0.80	0.73	7.83	0.41
	$n_{PRP} = 5$	21.55	19.93	55.57	11.71	1.55	0.74	43.62	3.73	1.56	0.74	43.59	3.78

Tabela C.7: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.52	25.33	26.52	3.41	24.53	24.34	22.93	3.15	24.52	24.34	22.92	3.15
	$n_{PRP} = 1$	26.01	25.72	27.81	3.63	24.53	24.35	22.53	3.17	24.52	24.34	22.53	3.17
	$n_{PRP} = 2$	26.94	26.49	31.68	4.15	24.59	24.41	23.81	3.16	24.58	24.40	23.81	3.16
	$n_{PRP} = 3$	28.45	27.66	42.93	5.02	24.60	24.42	25.38	3.16	24.58	24.40	25.44	3.16
	$n_{PRP} = 4$	30.92	29.87	55.16	6.31	24.68	24.58	23.54	3.19	24.66	24.54	23.68	3.19
	$n_{PRP} = 5$	34.16	33.14	51.41	7.38	24.86	24.65	25.30	3.23	24.81	24.62	24.25	3.21
	$n_{PRP} = 6$	37.95	37.43	51.75	8.15	24.87	24.67	25.50	3.34	24.80	24.61	25.50	3.30
	$n_{PRP} = 7$	41.79	41.32	59.98	8.60	25.06	24.80	27.53	3.36	24.98	24.71	27.35	3.31
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.47	25.31	26.52	3.38	24.49	24.34	23.49	3.14	24.49	24.34	23.65	3.14
	$n_{PRP} = 1$	26.17	25.86	27.83	3.76	24.52	24.36	22.54	3.15	24.51	24.35	22.54	3.15
	$n_{PRP} = 2$	28.26	26.85	139.24	7.86	24.61	24.46	23.24	3.15	24.58	24.43	23.24	3.15
	$n_{PRP} = 3$	34.60	29.50	191.75	17.03	24.75	24.53	32.43	3.22	24.67	24.47	32.43	3.20
	$n_{PRP} = 4$	48.20	36.84	216.33	29.02	24.95	24.77	35.97	3.37	24.78	24.64	28.20	3.20
	$n_{PRP} = 5$	66.19	55.93	247.98	36.66	25.20	24.86	52.26	3.77	24.94	24.72	51.24	3.39
	$n_{PRP} = 6$	88.20	81.47	269.30	41.11	25.55	25.00	57.31	4.68	25.06	24.77	52.03	3.70
	$n_{PRP} = 7$	109.18	103.12	265.80	45.40	26.30	25.12	107.80	7.02	25.69	24.94	95.08	5.59

Tabela C.8: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.52	25.33	26.52	3.41	24.53	24.34	22.93	3.15	24.52	24.34	22.92	3.15
	$n_{PRP} = 1$	26.02	25.72	27.81	3.63	24.53	24.35	22.52	3.17	24.52	24.34	22.53	3.17
	$n_{PRP} = 2$	26.95	26.49	31.69	4.15	24.59	24.41	23.81	3.16	24.58	24.40	23.81	3.16
	$n_{PRP} = 3$	28.45	27.67	42.93	5.02	24.60	24.42	25.56	3.16	24.58	24.40	25.52	3.16
	$n_{PRP} = 4$	30.92	29.89	55.16	6.31	24.68	24.56	23.61	3.19	24.65	24.54	23.68	3.18
	$n_{PRP} = 5$	34.16	33.15	51.32	7.38	24.85	24.65	24.74	3.23	24.81	24.61	24.25	3.21
	$n_{PRP} = 6$	37.95	37.44	51.74	8.15	24.87	24.68	28.38	3.34	24.80	24.61	25.49	3.30
	$n_{PRP} = 7$	41.79	41.32	59.94	8.60	25.06	24.79	27.69	3.38	24.98	24.71	27.35	3.32
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.47	25.32	26.52	3.38	24.49	24.34	23.53	3.14	24.49	24.34	23.64	3.14
	$n_{PRP} = 1$	26.18	25.87	27.99	3.76	24.52	24.36	22.54	3.15	24.51	24.35	22.54	3.15
	$n_{PRP} = 2$	28.27	26.86	139.25	7.86	24.61	24.46	23.24	3.15	24.59	24.43	23.24	3.15
	$n_{PRP} = 3$	34.61	29.51	191.74	17.00	24.75	24.53	32.05	3.22	24.68	24.47	32.41	3.20
	$n_{PRP} = 4$	48.18	36.81	216.27	28.96	24.95	24.77	39.98	3.37	24.79	24.64	29.92	3.22
	$n_{PRP} = 5$	66.08	55.86	247.97	36.50	25.21	24.88	58.26	3.79	24.93	24.72	51.34	3.38
	$n_{PRP} = 6$	88.09	81.34	269.27	41.03	25.57	24.98	84.42	4.85	25.08	24.77	50.77	3.75
	$n_{PRP} = 7$	108.98	102.85	262.98	45.32	26.30	25.09	103.82	7.02	25.69	24.93	103.30	5.79

Tabela C.9: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.40	25.20	28.33	3.44	24.47	24.29	25.32	3.19	24.46	24.28	25.32	3.19
	$n_{PRP} = 1$	25.99	25.76	35.37	3.59	24.55	24.34	27.14	3.18	24.55	24.34	27.14	3.18
	$n_{PRP} = 2$	26.90	26.49	29.38	4.08	24.56	24.39	22.85	3.13	24.55	24.38	22.84	3.13
	$n_{PRP} = 3$	28.55	27.90	42.08	5.08	24.68	24.52	29.31	3.22	24.67	24.51	29.22	3.22
	$n_{PRP} = 4$	30.92	29.95	43.60	6.27	24.78	24.60	23.30	3.25	24.75	24.57	23.30	3.25
	$n_{PRP} = 5$	34.17	33.11	48.49	7.56	24.77	24.56	22.95	3.15	24.73	24.52	23.69	3.14
	$n_{PRP} = 6$	38.03	37.27	57.96	8.30	25.02	24.80	27.81	3.36	24.95	24.75	27.03	3.33
	$n_{PRP} = 7$	42.08	41.64	60.54	8.43	25.26	24.93	28.80	3.53	25.19	24.85	32.11	3.47
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.40	25.20	28.33	3.44	24.47	24.29	25.32	3.20	24.47	24.28	25.32	3.20
	$n_{PRP} = 1$	26.19	25.93	33.50	3.89	24.55	24.38	27.14	3.27	24.54	24.38	27.14	3.27
	$n_{PRP} = 2$	28.63	26.95	126.70	9.31	24.65	24.47	23.19	3.14	24.62	24.46	22.92	3.14
	$n_{PRP} = 3$	35.10	29.53	211.24	18.13	24.82	24.68	34.83	3.22	24.74	24.62	31.28	3.18
	$n_{PRP} = 4$	48.10	36.41	203.40	29.06	24.99	24.72	45.68	3.55	24.79	24.61	23.33	3.26
	$n_{PRP} = 5$	67.58	57.33	251.96	38.20	25.11	24.76	67.07	3.83	24.87	24.63	49.35	3.34
	$n_{PRP} = 6$	87.92	80.20	288.44	42.39	25.74	25.08	84.02	5.15	25.28	24.89	82.83	4.21
	$n_{PRP} = 7$	110.56	104.23	282.55	45.49	26.53	25.25	105.50	7.18	25.89	25.09	106.63	5.70

Tabela C.10: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.40	25.21	28.33	3.44	24.47	24.29	25.32	3.19	24.46	24.29	25.32	3.19
	$n_{PRP} = 1$	25.99	25.76	35.38	3.60	24.55	24.34	27.14	3.18	24.55	24.34	27.14	3.18
	$n_{PRP} = 2$	26.91	26.50	29.36	4.08	24.56	24.40	22.84	3.13	24.55	24.37	22.84	3.12
	$n_{PRP} = 3$	28.55	27.90	42.07	5.09	24.68	24.52	29.25	3.22	24.67	24.51	29.22	3.22
	$n_{PRP} = 4$	30.92	29.96	43.59	6.27	24.77	24.60	23.30	3.26	24.75	24.58	23.30	3.25
	$n_{PRP} = 5$	34.18	33.11	48.47	7.55	24.76	24.56	23.17	3.15	24.72	24.52	22.56	3.13
	$n_{PRP} = 6$	38.03	37.27	57.95	8.29	25.02	24.79	27.18	3.36	24.95	24.76	26.92	3.31
	$n_{PRP} = 7$	42.08	41.63	60.55	8.43	25.27	24.93	29.44	3.52	25.19	24.86	27.73	3.45
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.40	25.20	28.33	3.44	24.47	24.28	25.32	3.20	24.47	24.28	25.32	3.20
	$n_{PRP} = 1$	26.20	25.93	33.51	3.89	24.55	24.38	27.14	3.27	24.54	24.38	27.14	3.27
	$n_{PRP} = 2$	28.64	26.95	126.68	9.32	24.64	24.46	22.92	3.15	24.62	24.45	23.01	3.14
	$n_{PRP} = 3$	35.10	29.52	211.07	18.08	24.82	24.69	34.35	3.22	24.74	24.62	30.00	3.18
	$n_{PRP} = 4$	48.07	36.44	203.40	28.97	24.97	24.73	44.22	3.55	24.79	24.61	23.33	3.26
	$n_{PRP} = 5$	67.49	57.33	249.91	38.05	25.12	24.77	69.41	3.87	24.86	24.63	49.38	3.39
	$n_{PRP} = 6$	87.77	80.17	288.43	42.25	25.70	25.10	87.17	5.05	25.27	24.89	83.14	4.15
	$n_{PRP} = 7$	110.36	103.98	282.18	45.35	26.51	25.27	106.25	7.03	25.86	25.08	106.60	5.73

Tabela C.11: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.42	25.19	28.76	3.43	24.52	24.30	24.59	3.22	24.51	24.30	24.58	3.22
	$n_{PRP} = 1$	25.89	25.67	23.09	3.58	24.55	24.44	21.40	3.19	24.55	24.43	21.40	3.19
	$n_{PRP} = 2$	26.83	26.40	33.73	4.13	24.56	24.36	23.00	3.14	24.55	24.36	23.00	3.14
	$n_{PRP} = 3$	28.57	27.88	39.45	5.02	24.75	24.55	24.28	3.22	24.73	24.52	24.28	3.22
	$n_{PRP} = 4$	31.07	29.90	50.62	6.42	24.82	24.66	24.20	3.17	24.80	24.64	24.20	3.16
	$n_{PRP} = 5$	34.09	33.29	49.42	7.28	24.89	24.72	25.17	3.27	24.85	24.68	25.16	3.25
	$n_{PRP} = 6$	37.98	37.34	56.37	8.11	25.13	24.92	29.31	3.34	25.07	24.85	23.55	3.30
	$n_{PRP} = 7$	41.82	41.46	56.67	8.39	25.34	25.10	29.05	3.46	25.24	25.04	27.07	3.39
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.43	25.19	28.76	3.44	24.53	24.31	24.58	3.23	24.52	24.31	24.59	3.23
	$n_{PRP} = 1$	26.08	25.75	30.04	3.77	24.56	24.43	21.94	3.18	24.55	24.43	21.41	3.18
	$n_{PRP} = 2$	28.42	26.87	107.81	8.33	24.63	24.45	22.98	3.17	24.60	24.43	22.98	3.17
	$n_{PRP} = 3$	35.01	29.73	204.86	17.94	24.88	24.66	24.11	3.28	24.80	24.61	24.09	3.27
	$n_{PRP} = 4$	48.25	36.56	240.65	29.32	25.02	24.77	41.31	3.38	24.87	24.68	23.80	3.18
	$n_{PRP} = 5$	67.39	58.22	250.07	37.08	25.30	24.92	61.15	4.02	25.00	24.79	37.97	3.41
	$n_{PRP} = 6$	88.58	80.75	265.29	42.45	25.89	25.19	84.93	5.27	25.36	24.96	82.67	4.10
	$n_{PRP} = 7$	109.82	104.44	292.23	45.36	26.72	25.38	96.75	7.58	25.94	25.23	86.34	5.50

Tabela C.12: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.42	25.19	28.77	3.43	24.52	24.30	24.60	3.22	24.52	24.30	24.59	3.22
	$n_{PRP} = 1$	25.89	25.67	23.10	3.58	24.55	24.43	21.41	3.19	24.55	24.43	21.40	3.19
	$n_{PRP} = 2$	26.84	26.40	33.76	4.13	24.56	24.35	23.00	3.14	24.55	24.35	23.00	3.14
	$n_{PRP} = 3$	28.58	27.88	39.43	5.02	24.75	24.55	24.28	3.22	24.73	24.51	24.28	3.22
	$n_{PRP} = 4$	31.07	29.91	50.61	6.42	24.82	24.67	24.17	3.17	24.80	24.64	24.20	3.16
	$n_{PRP} = 5$	34.10	33.30	49.41	7.28	24.89	24.74	25.11	3.26	24.85	24.68	25.16	3.25
	$n_{PRP} = 6$	37.98	37.34	56.32	8.10	25.13	24.93	29.45	3.34	25.07	24.85	26.14	3.31
	$n_{PRP} = 7$	41.82	41.47	56.67	8.39	25.33	25.11	27.07	3.46	25.25	25.05	27.07	3.39
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	25.43	25.19	28.77	3.44	24.52	24.31	24.61	3.23	24.52	24.31	24.59	3.23
	$n_{PRP} = 1$	26.09	25.76	30.09	3.77	24.56	24.43	22.00	3.19	24.55	24.42	21.74	3.18
	$n_{PRP} = 2$	28.43	26.88	107.81	8.33	24.63	24.46	22.97	3.17	24.61	24.43	22.98	3.16
	$n_{PRP} = 3$	35.02	29.75	204.71	17.89	24.88	24.65	24.90	3.29	24.80	24.60	27.48	3.28
	$n_{PRP} = 4$	48.23	36.58	240.52	29.25	25.04	24.78	49.99	3.41	24.87	24.68	23.73	3.17
	$n_{PRP} = 5$	67.30	58.13	250.06	36.96	25.29	24.93	66.48	4.00	25.00	24.80	36.24	3.38
	$n_{PRP} = 6$	88.47	80.67	264.79	42.35	25.88	25.16	83.01	5.17	25.39	24.97	82.65	4.22
	$n_{PRP} = 7$	109.66	104.36	292.13	45.26	26.72	25.37	95.48	7.65	25.88	25.22	84.47	5.30

PRILOG C.3: EKSPERIMENT 4 – ZEMLJANA NASUTA BRANA
ŠELEVRENAC

Tabela C.13: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.15	44.95	27.47	3.89	43.47	43.40	22.98	3.46	43.47	43.40	22.98	3.46
	$n_{PRP} = 1$	45.90	45.61	36.04	4.21	43.57	43.49	24.38	3.48	43.56	43.48	24.38	3.48
	$n_{PRP} = 2$	46.68	46.25	37.87	4.55	43.53	43.50	24.16	3.37	43.52	43.50	24.16	3.37
	$n_{PRP} = 3$	48.16	47.54	49.45	5.40	43.57	43.51	24.82	3.43	43.56	43.50	25.02	3.43
	$n_{PRP} = 4$	51.09	49.68	71.82	7.55	43.84	43.77	26.14	3.48	43.83	43.76	26.18	3.47
	$n_{PRP} = 5$	55.16	52.82	72.40	10.25	43.78	43.68	26.75	3.46	43.77	43.67	26.68	3.46
	$n_{PRP} = 6$	61.23	58.75	83.40	12.62	43.96	43.89	28.02	3.49	43.94	43.87	25.99	3.48
	$n_{PRP} = 7$	68.75	67.83	87.88	13.62	44.20	44.09	45.26	3.66	44.16	44.05	43.07	3.64
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.18	44.97	29.55	3.88	43.44	43.35	25.02	3.45	43.44	43.35	24.95	3.45
	$n_{PRP} = 1$	46.11	45.80	36.73	4.33	43.46	43.36	26.22	3.39	43.45	43.35	26.22	3.39
	$n_{PRP} = 2$	47.98	47.18	139.40	6.41	43.59	43.54	24.03	3.46	43.57	43.52	23.85	3.46
	$n_{PRP} = 3$	52.43	49.58	202.98	12.94	43.76	43.64	29.44	3.48	43.72	43.58	29.44	3.47
	$n_{PRP} = 4$	65.49	55.15	269.88	29.46	43.92	43.79	39.28	3.51	43.84	43.71	68.89	3.56
	$n_{PRP} = 5$	87.93	71.98	357.43	45.39	44.23	44.11	42.91	3.74	44.08	43.98	53.61	3.67
	$n_{PRP} = 6$	119.85	105.28	425.93	60.58	44.59	44.37	64.12	4.20	44.39	44.26	60.45	4.03
	$n_{PRP} = 7$	156.85	145.42	482.28	67.86	45.42	44.54	162.50	6.92	45.09	44.43	161.08	6.38

Tabela C.14: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 1 ($n_o = 1$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.15	44.95	27.47	3.89	43.47	43.40	22.98	3.46	43.47	43.40	22.98	3.46
	$n_{PRP} = 1$	45.90	45.61	36.03	4.21	43.57	43.49	24.38	3.48	43.56	43.48	24.38	3.48
	$n_{PRP} = 2$	46.68	46.25	37.84	4.55	43.53	43.51	24.16	3.37	43.52	43.50	24.16	3.37
	$n_{PRP} = 3$	48.16	47.54	49.41	5.40	43.57	43.51	25.01	3.43	43.56	43.50	25.02	3.43
	$n_{PRP} = 4$	51.09	49.68	71.82	7.55	43.84	43.77	26.36	3.48	43.83	43.75	26.21	3.47
	$n_{PRP} = 5$	55.16	52.82	72.39	10.24	43.78	43.67	26.70	3.47	43.77	43.67	26.75	3.46
	$n_{PRP} = 6$	61.23	58.74	83.37	12.62	43.96	43.90	26.32	3.49	43.94	43.88	27.58	3.49
	$n_{PRP} = 7$	68.75	67.82	87.85	13.61	44.21	44.09	44.17	3.66	44.17	44.05	43.06	3.64
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.18	44.97	29.55	3.88	43.44	43.35	25.03	3.45	43.44	43.35	24.96	3.45
	$n_{PRP} = 1$	46.11	45.80	36.68	4.33	43.46	43.36	26.22	3.39	43.45	43.36	26.22	3.39
	$n_{PRP} = 2$	47.98	47.18	138.21	6.40	43.59	43.55	23.93	3.46	43.57	43.52	23.85	3.46
	$n_{PRP} = 3$	52.42	49.58	202.37	12.92	43.76	43.64	29.43	3.47	43.72	43.60	29.44	3.47
	$n_{PRP} = 4$	65.47	55.15	269.84	29.41	43.90	43.79	32.92	3.49	43.82	43.71	37.71	3.46
	$n_{PRP} = 5$	87.89	71.97	357.37	45.35	44.22	44.08	57.35	3.76	44.09	44.00	51.30	3.70
	$n_{PRP} = 6$	119.78	105.23	423.55	60.54	44.59	44.38	63.93	4.17	44.38	44.23	62.57	4.01
	$n_{PRP} = 7$	156.77	145.26	481.52	67.81	45.40	44.58	162.14	6.79	45.10	44.43	162.35	6.57

Tabela C.15: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.12	44.99	27.99	3.78	43.41	43.30	22.73	3.37	43.40	43.30	22.72	3.37
	$n_{PRP} = 1$	45.80	45.54	36.28	4.11	43.55	43.48	24.23	3.42	43.55	43.47	24.23	3.42
	$n_{PRP} = 2$	46.86	46.41	40.68	4.65	43.57	43.48	24.27	3.43	43.57	43.47	24.26	3.43
	$n_{PRP} = 3$	48.39	47.74	54.25	5.36	43.71	43.61	24.80	3.41	43.71	43.59	24.88	3.41
	$n_{PRP} = 4$	51.04	49.58	61.53	7.52	43.83	43.70	28.32	3.39	43.82	43.69	28.35	3.38
	$n_{PRP} = 5$	55.44	53.07	77.25	10.42	43.91	43.88	26.39	3.51	43.89	43.85	26.40	3.51
	$n_{PRP} = 6$	61.43	59.11	87.02	12.64	44.10	44.01	27.37	3.47	44.08	44.00	27.34	3.47
	$n_{PRP} = 7$	68.70	67.10	86.03	14.11	44.25	44.18	35.76	3.64	44.21	44.13	34.17	3.61
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.10	44.91	27.47	3.77	43.46	43.35	21.80	3.36	43.46	43.35	21.80	3.36
	$n_{PRP} = 1$	46.04	45.64	37.03	4.34	43.49	43.42	22.84	3.41	43.49	43.42	22.85	3.41
	$n_{PRP} = 2$	47.97	47.05	120.45	6.26	43.65	43.52	25.42	3.40	43.64	43.50	25.23	3.40
	$n_{PRP} = 3$	52.27	49.30	164.57	12.78	43.78	43.72	26.69	3.56	43.74	43.68	26.69	3.56
	$n_{PRP} = 4$	65.45	54.96	291.07	29.48	43.90	43.81	27.07	3.57	43.82	43.74	24.81	3.53
	$n_{PRP} = 5$	88.71	72.42	405.35	46.92	44.23	44.13	45.36	3.71	44.07	43.99	36.38	3.57
	$n_{PRP} = 6$	122.14	107.84	444.88	60.64	44.76	44.38	65.19	4.34	44.52	44.21	65.03	4.20
	$n_{PRP} = 7$	158.92	145.84	468.74	69.63	45.30	44.58	145.47	6.49	44.99	44.45	142.89	6.10

Tabela C.16: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 2 ($n_o = 2$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.11	44.99	27.99	3.78	43.41	43.31	22.74	3.37	43.41	43.30	22.72	3.37
	$n_{PRP} = 1$	45.80	45.54	36.28	4.11	43.55	43.47	24.23	3.42	43.55	43.47	24.23	3.42
	$n_{PRP} = 2$	46.86	46.41	40.67	4.65	43.57	43.48	24.26	3.43	43.57	43.48	24.26	3.44
	$n_{PRP} = 3$	48.39	47.74	54.25	5.36	43.71	43.61	24.90	3.41	43.71	43.59	24.90	3.41
	$n_{PRP} = 4$	51.04	49.58	61.52	7.52	43.83	43.69	28.35	3.39	43.82	43.68	28.35	3.39
	$n_{PRP} = 5$	55.43	53.06	77.25	10.42	43.91	43.88	26.38	3.51	43.90	43.85	26.37	3.50
	$n_{PRP} = 6$	61.42	59.11	87.01	12.64	44.11	44.02	27.36	3.47	44.08	43.99	27.42	3.46
	$n_{PRP} = 7$	68.69	67.09	86.01	14.11	44.25	44.17	34.24	3.62	44.22	44.13	34.17	3.62
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.10	44.90	27.47	3.77	43.46	43.35	21.80	3.35	43.46	43.35	21.80	3.36
	$n_{PRP} = 1$	46.04	45.63	37.03	4.34	43.49	43.42	22.84	3.41	43.49	43.41	22.85	3.41
	$n_{PRP} = 2$	47.97	47.05	120.43	6.26	43.66	43.53	25.39	3.41	43.64	43.50	25.23	3.40
	$n_{PRP} = 3$	52.26	49.30	164.51	12.75	43.78	43.70	26.73	3.57	43.75	43.68	26.77	3.56
	$n_{PRP} = 4$	65.42	54.96	290.25	29.44	43.90	43.81	25.15	3.55	43.82	43.74	25.05	3.54
	$n_{PRP} = 5$	88.67	72.42	405.33	46.88	44.21	44.11	36.11	3.65	44.09	43.99	59.77	3.64
	$n_{PRP} = 6$	122.08	107.82	444.87	60.59	44.74	44.37	55.13	4.33	44.50	44.21	92.97	4.19
	$n_{PRP} = 7$	158.84	145.72	468.51	69.58	45.30	44.58	145.53	6.59	45.01	44.46	144.01	6.10

Tabela C.17: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod IWST metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]	\bar{e}_d [mm]	\tilde{e}_d [mm]	ω_{e_d} [mm]	σ_{e_d} [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.14	44.99	33.92	3.83	43.47	43.35	29.13	3.38	43.47	43.35	29.13	3.38
	$n_{PRP} = 1$	45.84	45.62	35.16	4.13	43.58	43.48	26.31	3.40	43.58	43.48	26.36	3.40
	$n_{PRP} = 2$	46.78	46.35	42.90	4.61	43.67	43.58	24.34	3.42	43.67	43.58	24.34	3.42
	$n_{PRP} = 3$	48.18	47.54	41.43	5.42	43.67	43.52	24.18	3.49	43.66	43.53	24.17	3.48
	$n_{PRP} = 4$	50.92	49.52	70.34	7.65	43.89	43.79	25.71	3.52	43.88	43.78	25.71	3.52
	$n_{PRP} = 5$	55.44	53.08	77.27	10.34	43.92	43.88	25.84	3.49	43.90	43.86	25.87	3.49
	$n_{PRP} = 6$	61.19	58.95	97.49	12.63	44.05	43.98	30.42	3.52	44.03	43.96	28.63	3.52
	$n_{PRP} = 7$	68.79	67.78	88.46	13.98	44.28	44.15	40.99	3.65	44.24	44.12	39.92	3.62
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.19	44.95	31.65	3.87	43.51	43.43	25.57	3.40	43.51	43.42	25.57	3.40
	$n_{PRP} = 1$	46.04	45.78	37.90	4.27	43.51	43.41	25.87	3.36	43.50	43.41	25.92	3.36
	$n_{PRP} = 2$	48.00	47.13	140.98	6.61	43.57	43.46	27.38	3.46	43.56	43.44	27.57	3.45
	$n_{PRP} = 3$	52.22	49.40	153.25	12.00	43.86	43.78	28.50	3.50	43.82	43.72	28.48	3.49
	$n_{PRP} = 4$	64.96	55.19	367.94	28.95	44.05	43.97	38.11	3.51	43.96	43.89	29.41	3.46
	$n_{PRP} = 5$	89.05	73.42	376.46	46.16	44.44	44.30	57.30	3.82	44.30	44.18	56.90	3.73
	$n_{PRP} = 6$	121.80	106.57	446.43	61.53	44.72	44.43	60.00	4.14	44.48	44.26	57.64	3.86
	$n_{PRP} = 7$	158.22	146.25	435.69	68.79	45.50	44.65	95.85	6.39	45.17	44.49	94.77	5.85

Tabela C.18: Srednje vrednosti, medijane, rasponi i standardne devijacije ukupnih istinitih grešaka ocenjenih vektora pomeranja dobijenih primenom IRLS metode, GA i GPSO algoritma kod GREDOD metode, scenario 3 ($n_o = 3$).

	Slučajevi pomeranja	IRLS				GA				GPSO			
		$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\bar{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\tilde{e}_{\hat{d}}$ [mm]	$\omega_{e_{\hat{d}}}$ [mm]	$\sigma_{e_{\hat{d}}}$ [mm]
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 2\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.14	44.99	33.92	3.83	43.47	43.35	29.13	3.38	43.47	43.35	29.13	3.38
	$n_{PRP} = 1$	45.84	45.62	35.16	4.13	43.58	43.48	26.29	3.40	43.58	43.48	26.36	3.40
	$n_{PRP} = 2$	46.78	46.35	42.90	4.61	43.67	43.57	24.34	3.42	43.67	43.58	24.34	3.42
	$n_{PRP} = 3$	48.18	47.54	41.43	5.42	43.67	43.53	24.19	3.48	43.66	43.52	24.33	3.48
	$n_{PRP} = 4$	50.92	49.52	70.36	7.65	43.89	43.80	25.71	3.52	43.88	43.78	25.71	3.52
	$n_{PRP} = 5$	55.43	53.08	77.26	10.34	43.92	43.88	25.91	3.49	43.90	43.86	25.87	3.49
	$n_{PRP} = 6$	61.19	58.95	97.45	12.63	44.05	43.98	29.20	3.51	44.02	43.95	28.73	3.51
	$n_{PRP} = 7$	68.78	67.77	88.45	13.98	44.28	44.16	39.81	3.65	44.25	44.13	40.30	3.63
$S_{PRP,i} \in [\gamma_i, 10\gamma_i]$	$n_{PRP} = 0$	45.19	44.95	31.65	3.87	43.51	43.42	25.57	3.40	43.51	43.42	25.57	3.40
	$n_{PRP} = 1$	46.04	45.78	37.89	4.27	43.51	43.41	25.87	3.36	43.50	43.41	25.92	3.36
	$n_{PRP} = 2$	47.99	47.13	140.97	6.60	43.57	43.46	27.31	3.46	43.56	43.45	27.49	3.45
	$n_{PRP} = 3$	52.22	49.40	152.96	11.97	43.86	43.73	28.53	3.50	43.82	43.72	28.44	3.48
	$n_{PRP} = 4$	64.94	55.18	367.92	28.92	44.04	43.98	39.72	3.50	43.96	43.88	37.91	3.49
	$n_{PRP} = 5$	89.01	73.40	376.45	46.12	44.43	44.29	50.37	3.79	44.29	44.19	56.96	3.76
	$n_{PRP} = 6$	121.74	106.55	446.26	61.49	44.71	44.41	61.36	4.12	44.47	44.25	55.00	3.86
	$n_{PRP} = 7$	158.14	146.06	435.65	68.73	45.48	44.64	94.64	6.23	45.16	44.50	94.10	5.76

PRILOG D: PLAN TRETMANA PODATAKA

Овај Образац чини саставни део докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта који се брани на Универзитету у Новом Саду. Попуњен Образац укорицити иза текста докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта.

План третмана података

Назив пројекта/истраживања
Робусна оцена деформација у слободним геодетским мрежама применом еволутивних оптимизационих алгоритама
Назив институције/институција у оквиру којих се спроводи истраживање
Универзитет у Новом Саду, Факултет Техничких наука, Департман за грађевинарство и геодезију
Назив програма у оквиру ког се реализује истраживање
1. Опис података
1.1 Врста студије <i>Укратко описати тип студије у оквиру које се подаци прикупљају</i> <u>Докторска дисертација</u>
1.2 Врсте података а) квантитативни ✓ б) квалитативни ✓
1.3 Начин прикупљања података а) анкете, упитници, тестови б) клиничке процене, медицински записи, електронски здравствени записи в) генотипови: навести врсту _____ г) административни подаци: навести врсту _____ д) узорци ткива: навести врсту _____ ђ) снимци, фотографије: навести врсту _____ е) текст, навести врсту <u>Литературни извори</u>

ж) мапа, навести врсту _____

з) остало: описати **Нумерички експерименти – генерисање симулираних сетова
опажања у геодетским мрежама применом Монте Карло симулација**

1.4 Формат података, употребљене скале, количина података

1.4.1 Употребљени софтвер и формат датотеке:

- a) Excel фајл, датотека **.xlsx** _____
- b) SPSS фајл, датотека _____
- c) PDF фајл, датотека _____
- d) Текст фајл, датотека **.csv** _____
- e) JPG фајл, датотека _____
- f) Остало, датотека **.mat, .html** _____

1.4.2 Број записа (код квантитативних података)

- a) број варијабли **Велики број** _____
- б) број мерења (испитаника, процена, снимака и сл.) **Велики број** _____

1.4.3 Поновљена мерења

- a) Да
- б) **Не ✓**

Уколико је одговор да, одговорити на следећа питања:

- a) временски размак између поновљених мера је _____
- б) варијабле које се више пута мере односе се на _____
- в) нове верзије фајлова који садрже поновљена мерења су именоване као _____

Напомене: _____

Да ли формати и софтвер омогућавају дељење и дугорочну валидност података?

- a) **Да ✓**
- б) *Не*

Ако је одговор не, образложити _____

2. Прикупљање података

2.1 Методологија за прикупљање/генерисање података

2.1.1 У оквиру ког истраживачког нацрта су подаци прикупљени?

- а) експеримент, навести тип Нумерички експерименти – испитивање могућности и ефикасности примене еволутивних оптимизационих алгоритама у поступку робусне оцене вектора померања код робусних метода деформационе анализе
- б) корелационо истраживање, навести тип _____
- ц) анализа текста, навести тип Анализа доступне литературе
- д) остало, навести шта _____

2.1.2 Навести врсте мерних инструмената или стандарде података специфичних за одређену научну дисциплину (ако постоје).

2.2 Квалитет података и стандарди

2.2.1 Третман недостајућих података

- а) Да ли матрица садржи недостајуће податке? Да **Не** ✓

Ако је одговор да, одговорити на следећа питања:

- а) Колики је број недостајућих података? _____
- б) Да ли се кориснику матрице препоручује замена недостајућих података? Да Не
- в) Ако је одговор да, навести сугестије за третман замене недостајућих података

2.2.2 На који начин је контролисан квалитет података? Описати

Квалитет података контролисан је помоћу неколико различитих нумеричких тестова, као и међусобним поређењем резултата добијених применом еволутивних оптимизационих алгоритама и итеративном методом најмањих квадрата.

2.2.3 На који начин је извршена контрола уноса података у матрицу?

Контрола уноса података у матрицу изведена је на бази експертског знања.

3. Третман података и пратећа документација

3.1 Третман и чување података

3.1.1 Подаци ће бити депоновани у **Репозиторијуму докторских дисертација на Универзитету у Новом Саду.**

3.1.2 URL адреса <https://www.cris.uns.ac.rs/searchDissertations.jsf>

3.1.3 DOI _____

3.1.4 Да ли ће подаци бити у отвореном приступу?

а) Да ✓

б) Да, али после ембарга који ће трајати до _____

в) Не

Ако је одговор не, навести разлог _____

3.1.5 Подаци неће бити депоновани у репозиторијум, али ће бити чувани.

Образложење

3.2 Метаподаци и документација података

3.2.1 Који стандард за метаподатке ће бити примењен? **Стандард који примењује Репозиторијум докторских дисертација Универзитета у Новом Саду.**

3.2.2 Навести метаподатке на основу којих су подаци депоновани у репозиторијум.

Ако је потребно, навести методе које се користе за преузимање података, аналитичке и процедуралне информације, њихово кодирање, детаљне описе варијабли, записа итд.

3.3 Стратегија и стандарди за чување података

3.3.1 До ког периода ће подаци бити чувани у репозиторијуму? _____

3.3.2 Да ли ће подаци бити депоновани под шифром? Да ✓ Не

3.3.3 Да ли ће шифра бити доступна одређеном кругу истраживача? Да ✓ Не

3.3.4 Да ли се подаци морају уклонити из отвореног приступа после извесног времена?

Да Не ✓

Образложити

4. Безбедност података и заштита поверљивих информација

Овај одељак МОРА бити попуњен ако ваши подаци укључују личне податке који се односе на учеснике у истраживању. За друга истраживања треба такође размотрити заштиту и сигурност података.

4.1 Формални стандарди за сигурност информација/података

Истраживачи који спроводе испитивања с људима морају да се придржавају Закона о заштити података о личности (https://www.paragraf.rs/propisi/zakon_o_zastiti_podataka_o_licnosti.html) и одговарајућег институционалног кодекса о академском интегритету.

4.1.1 Да ли је истраживање одобрено од стране етичке комисије? Да Не ✓

Ако је одговор Да, навести датум и назив етичке комисије која је одобрила истраживање

4.1.2 Да ли подаци укључују личне податке учесника у истраживању? Да Не ✓

Ако је одговор да, наведете на који начин сте осигурали поверљивост и сигурност информација везаних за испитанике:

- а) Подаци нису у отвореном приступу
 - б) Подаци су анонимизирани
 - ц) Остало, навести шта
-
-

5. Доступност података

5.1 Подаци ће бити

а) **јавно доступни** ✓

б) доступни само уском кругу истраживача у одређеној научној области

ц) затворени

5.2 Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести под којим условима могу да их користе:

5.3 Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести на који начин могу приступити подацима:

5.4 Навести лиценцу под којом ће прикупљени подаци бити архивирани.

Ауторство – некомерцијално

6. Улоге и одговорност

6.1 Навести име и презиме и мејл адресу власника (аутора) података

Мехмед Батиловић, mehmed@uns.ac.rs

6.2 Навести име и презиме и мејл адресу особе која одржава матрицу с подацима

Мехмед Батиловић, mehmed@uns.ac.rs

6.3 Навести име и презиме и мејл адресу особе која омогућује приступ подацима другим истраживачима

Мехмед Батиловић, mehmed@uns.ac.rs