

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
РУДАРСКО-ГЕОЛОШКИ ФАКУЛТЕТ

Вељко Д. Лапчевић

УТИЦАЈ ПРОМЕНЉИВОСТИ ОСОБИНА
ЗРУШЕНОГ СТЕНСКОГ МАТЕРИЈАЛА НА
ГРАВИТАЦИОНИ ТОК КОД МЕТОДА
ПОДЕТАЖНОГ ЗАРУШАВАЊА

докторска дисертација

Београд, 2020.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MINING AND GEOLOGY

Veljko D. Lapčević

**INFLUENCE OF CAVED ROCK MASS
PROPERTIES CHANGEABILITY ON GRAVITY
FLOW FORMATION IN SUBLEVEL CAVING**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2020

КОМИСИЈА

Ментор:

др Зоран Глигорић, редовни професор
Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта минералних сировина
Универзитет у Београду – Рударско геолошки факултет

Чланови комисије:

др Славко Торбица, редовни професор
Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта минералних сировина
Универзитет у Београду – Рударско геолошки факултет

др Чедомир Бељић, редовни професор
Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта минералних сировина
Универзитет у Београду – Рударско геолошки факултет

др Бранко Глушчевић, ванредни професор
Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта минералних сировина
Универзитет у Београду – Рударско геолошки факултет

др Миле Бугарин, научни саветник
Ужа научна област: Економска геологија
Институт за рударство и металургију Бор

Датум одбране: _____

УТИЦАЈ ПРОМЕНЉИВОСТИ ОСОБИНА ЗАРУШЕНОГ СТЕНСКОГ МАТЕРИЈАЛА НА ГРАВИТАЦИОНИ ТОК КОД МЕТОДА ПОДЕТАЖНОГ ЗАРУШАВАЊА

САЖЕТАК

Основни недостатак методе подетажног зарушавања је релативно високо осиромашење садржаја метала у равној руди услед прилива јаловог материјала приликом формирања гравитационог тока. У циљу истраживања утицаја променљивости особина јаловог материјала на његов прилив у равну руду коришћена је метода раздвојених елемената. Образложено је се крупноћа јаловог материјала са дужином смањује, а угао трења површи стенских блокова се приближава базном углу трења за одређену врсту стена, односно расте или се смањује у зависности од своје првобитне вредности. Недвосмислено је показано да са смањивањем угла трења, као појединачног параметра, долази до повећаног прилива јаловог материјала у равну руду и обрнуто. Смањивање крупноће стенских блокова, као појединачног параметра, доводи до повећаног прилива јаловог материјала у равну руду услед смањеног кинематског отпора таквог материјала. Узајамна промена оба параметра је таква да крупноћа увек опада, а угао трења опада или расте. У случају узајамне промене када угао трења расте ка базном долази до смањивања прилива јаловог материјала, док опадање оба параметра доводи до већег осиромашења. На одређеној дубини, када се постигне базна вредност угла трења осиромашење са дужином расте обзиром да крупноћа наставља да се смањује.

Кључне речи: подетажно зарушавање; гравитациони ток; стенски масив; подземна експлоатација; метода раздвојених елемената;

Научна област:

Рударско инжењерство

Ужа научна област:

Подземна експлоатација лежишта минералних сировина

УДК:

622.274.5(043.3)

INFLUENCE OF CAVED ROCK MASS PROPERTIES CHANGEABILITY ON GRAVITY FLOW FORMATION IN SUBLEVEL CAVING

ASBTRACT

Main disadvantage of sublevel caving mining method is relatively high dilution of metal grade that is influenced by inflow of waste material during gravity flow formation. In order to assess how changes in caved mass parameters influence its inflow discrete element method was used. It is explained that fragmentation of caved material decreases with depth, while friction angle approaches basic friction angle value for certain rock type and can be decreasing or increasing its value. It has been shown that decreasing friction value, as individual parameter, influences higher inflow of waste rock into gravity flow and vice versa. Decreasing fragmentation of caved rock mass, as individual parameter, also influences higher inflow of waste rock into gravity flow. Mutual change of both parameters is like that where fragmentation always decreases, while friction can be increasing or decreasing towards basic friction value depending on initial conditions. In case of mutual change, when friction increases, dilution of ore decrease, while decreasing value of both parameters influences increase in dilutions. At certain depth, when basic friction value has been reached, fragmentation continues to decrease influencing further increase of dilution.

Key words: sublevel caving; gravity flow; rock mass; underground mining; discrete element method;

Scientific field:

Mining engineering

Scientific subfield:

Underground exploitation of mineral deposits

UDC:

622.274.5(043.3)

САДРЖАЈ

1 УВОД	1
1.1 Предмет и циљ истраживања	2
1.2 Научне хипотезе истраживања.....	3
1.3 Структура дисертације са кратким прегледом поглавља	4
2 МЕТОДА ПОДЕТАЖНОГ ЗАРУШАВАЊА	5
2.1 Параметри који утичу на формирање гравитационог тока	7
2.2 Моделирање гравитационог тока.....	8
2.2.1 Квапилова теорија елипсоида.....	8
2.2.2 Bergmark-Roos-ова једначина.....	13
2.2.3 Стохастичке методе моделирања	14
2.2.4 Теорија пластичности.....	14
2.2.5 Ђелијски аутомати.....	14
2.2.6 Метода раздвојених елемената.....	15
2.2.7 REBOP (Rapid Emulator Based on PFC3D).....	15
2.3 In-situ мапирање гравитационог тока	15
2.4 Процена осиромашења савременим алатима.....	17
3 МЕТОДОЛОГИЈА	18
3.1 Метода раздвојених елемената.....	20
3.2 Опште поставке методе раздвојених елемената	22
3.2.1 Једначине кретања и њихова временска интеграција	22
3.2.2 Временски инкремент	23
3.2.3 Детекција судара између партикула	25
3.2.4 Интеракција раздвојених елемената	28
3.2.5 Конститутивни модели.....	30
3.2.6 Коефицијент пригушења.....	33
3.2.7 Типови раздвојених елемената.....	33
3.2.8 Геометрија модела и контурни услови	34
3.2.9 Технике дистрибуирања елемената у простору	34
4 УТИЦАЈ ПРОМЕНЉИВОСТИ ОСОБИНА ЗАРУШЕНОГ СТЕНСКОГ МАТЕРИЈАЛА НА ФОРМИРАЊЕ ГРАВИТАЦИОНОГ ТОКА	39
4.1 Аналогија између гравитационог тока код блоковског и подетажног зарушавања	39
4.2 Моделирање гравитационог тока методом раздвојених елемената.....	40
4.2.1 Иницијални и репрезентативни модел.....	40
4.3 Утицај променљивости угла трења на формирање гравитационог тока.....	45
4.4 Утицај променљивости фрагментације зарушеног стенског масива на формирање гравитационог тока.....	49
4.5 Утицај узајамне промене угла трења и фрагментације на формирање гравитационог тока	53
4.6 Дискусија.....	57
5 ЗАКЉУЧАК	59
6 ЛИТЕРАТУРА	60

СПИСАК СЛИКА

Слика 2-1 Шематски изглед методе подетажног зарушавања [1].....	5
Слика 2-2 Криве односа искоришћења и осиромашења [2, 3]	6
Слика 2-3 Параметри методе подетажног зарушавања [2].....	7
Слика 2-4 Основа Кварил-ове теорије елипсоида [3].....	9
Слика 2-5 Шематски приказ дистрибуције брзине материјала у оквиру елипсоида растреситости [3].....	9
Слика 2-6 Међусобни однос елипсоида екстракције и растреситости [3]	10
Слика 2-7 Зависност ширине гравитационог тока и крупноће материјала [3]	11
Слика 2-8 Ширина елипсоида екстракције [3].....	11
Слика 2-9 Ефективна ширина елипсоида екстракције у зависности од попречног пресека подетажног ходника [3].....	12
Слика 2-10 Принцип одређивања ширине гравитационог тока према.....	13
Слика 2-11 Примена методе ћелијских аутомата код подетажног зарушавања [23].....	14
Слика 2-12 Искоришћење инсталираних маркера у руднику Kiruna [30].....	16
Слика 2-13 Илустрација остварених резултата у руднику Ridgeway [28]	16
Слика 3-1 Испуцали стенски масив [35]	18
Слика 3-2 Дискретизација простора код а) Метода континуума б) Метода дисконтинуума [41].....	19
Слика 3-3 Избор методе моделирања у зависности од испуцалости масива [35]	19
Слика 3-4 Просторна дискретизација код различитих имплементација методе раздвојених елемената.....	21
Слика 3-5 Дводимензионална илустрација „Sweep and prune“ алгоритма [63].....	27
Слика 3-6 Шематска илустрација нормалне крутости на контакту две партикуле [63].....	28
Слика 3-7 Шематски приказ параметара који дефинишу контакт две партикуле [54].....	30
Слика 3-8 Тангенцијално померање две партикуле услед транслације и ротације [54].....	31
Слика 3-9 Постепена експанзија партикула у оквиру граница модела [83].....	35
Слика 3-10 Постепена компресија партикула у оквиру граница модела [83].....	35
Слика 3-11 Гравитациона депозиција партикула [83].....	35
Слика 3-12 Техника седиментације [88].....	36
Слика 3-13 Техника затвореног фронта [88].....	37
Слика 3-14 Техника унутрашњег фронта [83]	37
Слика 3-15 Мрежне технике дистрибуирања PE [89]	37
Слика 3-16 Колективна редистрибуција елемената у простору [83].....	38
Слика 4-1 Шематски приказ просторне промене фрагментације и угла трења у зарушеном материјалу.....	40
Слика 4-2 Иницијални модел раздвојених елемената.....	41
Слика 4-3 Просторна дистрибуција класа крупноће миниране руде	42
Слика 4-4 а) Завршно стање иницијалног модела б) репрезентативни модел.....	44

Слика 4-5 Утицај променљивости угла трења на искоришћење и осиромашење.....	45
Слика 4-6 Облик и димензије зона екстракције приликом промене угла трења (30-60%)	47
Слика 4-7 Облик и димензије зона екстракције приликом промене угла трења (90-120%)	48
Слика 4-8 Дистрибуција крупноће елемената јаловине: а) крупнија б) ситнија	49
Слика 4-9 Осиромашење и искоришћење миниране руде са променом крупноће јаловине.....	50
Слика 4-10 Зоне екстракције за различите крупноће јаловине ($\varphi=25^\circ, 30^\circ$).....	52
Слика 4-11 Зоне екстракције за различите крупноће јаловине ($\varphi = 35^\circ$).....	53
Слика 4-12 Промена осиромашења руде из лепезе код узајамне промене угла трења и фрагментације	54
Слика 4-13 Промена искоришћења руде из лепезе код узајамне промене угла трења и фрагментације	55
Слика 4-14 Поређење зона екстракције за случај узајамне промене угла трења и фрагментације	56
Слика 7-1 Мрежа предиката <i>asymetricPart</i>	XIII
Слика 7-2 Мрежа предиката <i>bucketF</i>	XIV
Слика 7-3 Мрежа предиката <i>oreBlock</i>	XV
Слика 7-4 Мрежа предиката <i>oreCoarse</i>	XVI
Слика 7-5 Мрежа предиката <i>oreCoarse_coarse_1</i>	XVII
Слика 7-6 Мрежа предиката <i>oreCoarse_coarse_2</i>	XVIII
Слика 7-7 Мрежа предиката <i>oreCoarse_fine_1</i>	XIX
Слика 7-8 Мрежа предиката <i>oreCoarse_fine_2</i>	XX
Слика 7-9 Мрежа предиката <i>oreFine</i>	XXI
Слика 7-10 Мрежа предиката <i>oreFine_coarse_1</i>	XXII
Слика 7-11 Мрежа предиката <i>oreFine_coarse_2</i>	XXIII
Слика 7-12 Мрежа предиката <i>oreFine_fine_1</i>	XXIV
Слика 7-13 Мрежа предиката <i>oreFine_fine_2</i>	XXV
Слика 7-14 Мрежа предиката <i>oreMedium</i>	XXVI
Слика 7-15 Мрежа предиката <i>oreMedium_coarse_1</i>	XXVII
Слика 7-16 Мрежа предиката <i>oreMedium_coarse_2</i>	XXVIII
Слика 7-17 Мрежа предиката <i>oreMedium_fine_1</i>	XXIX
Слика 7-18 Мрежа предиката <i>oreMedium_fine_2</i>	XXX
Слика 7-19 Графички приказ мреже предиката <i>outerBound</i>	XXXI
Слика 7-20 Мрежа предиката <i>waste</i>	XXXII
Слика 7-21 Мрежа предиката <i>wedge</i>	XXXIII

СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 4-1 Механичке особине контаката у моделу раздвојених елемената	42
Табела 7-1 Координате шредиката <i>asymmetricPart</i>	XIII
Табела 7-2 Координате шредиката <i>bucketF</i>	XIV
Табела 7-3 Координате шредиката <i>oreBlock</i>	XV
Табела 7-4 Координате шредиката <i>oreCoarse</i>	XVI
Табела 7-5 Координате шредиката <i>oreCoarse_coarse_1</i>	XVII
Табела 7-6 Координате шредиката <i>oreCoarse_coarse_2</i>	XVIII
Табела 7-7 Координате шредиката <i>oreCoarse_fine_1</i>	XIX
Табела 7-8 Координате шредиката <i>oreCoarse_fine_2</i>	XX
Табела 7-9 Координате шредиката <i>oreFine</i>	XXI
Табела 7-10 Координате шредиката <i>oreFine_coarse_1</i>	XXII
Табела 7-11 Координате шредиката <i>oreFine_coarse_2</i>	XXIII
Табела 7-12 Координате шредиката <i>oreFine_fine_1</i>	XXIV
Табела 7-13 Координате шредиката <i>oreFine_fine_2</i>	XXV
Табела 7-14 Координате шредиката <i>oreMedium</i>	XXVI
Табела 7-15 Координате шредиката <i>oreMedium_coarse_1</i>	XXVII
Табела 7-16 Координате шредиката <i>oreMedium_coarse_2</i>	XXVIII
Табела 7-17 Координате шредиката <i>oreMedium_fine_1</i>	XXIX
Табела 7-18 Координате шредиката <i>oreMedium_fine_2</i>	XXX
Табела 7-19 Координате шредиката <i>outerBound</i>	XXXI
Табела 7-20 Координате шредиката <i>waste</i>	XXXII
Табела 7-21 Координате шредиката <i>wedge</i>	XXXIII

1 УВОД

Будућност рударске индустрије се састоји од изналажења и оптимизације технолошких поступака за економично откопавање све дубљих и сиромашнијих лежишта минералних сировина. Чињеница је да је лако доступних лежишта за површинску експлоатацију све мање и да се подземна експлоатација већ увелико адаптира на нове услове. Масовно откопавање лежишта употребом метода подземног откопавања се унапређује и већа данас се реализују пројекти попут рудника Chuquibambuta у Чилеу са годишњим капацитетом откопавања од преко 50 милиона тона руде. Оваква продуктивност се постиже применом метода масовног откопавања и то панелним и блоковским зарушавањем, док методе подетажног зарушавања омогућују ниже капацитете.

Заједничко за све методе масовног откопавања је зарушавање стенског масива и формирање гравитационог тока. Ефекти откопавања зависе у првом реду од познавања геомеханичких особина стенског масива, али од процене димензија гравитационог тока на основу којих се врши конструисање рудника. Грешке у процени димензија гравитационог тока могу довести до губитака или нерационалних рудничких конструкција што се директно одражава на економске резултате експлоатације.

У случају примене метода подетажног зарушавања акценат је, поред одређивања конструктивних елемената методе, на процени разблажења које настаје приливом јаловог материјала. Овом кључном проблему је посвећен велики број истраживања у протеклих 50 година, стим да развој технологије доводи до нових решења чиме је проблематика гравитационог тока и даље актуелна.

Чињеница је да су истраживачи углавном фокусирани на истраживање утицаја минирања и параметара орудњеног стенског масива, док је мања пажња посвећена особинама јаловог стенског масива. До сада је публикован мали број истраживања која се баве утицајем геомеханичких особина јаловог материјала и основна питања остају делимично одговорена. Полазећи од опште познатих и доказаних поставки о промени крупноће и фрикционих особина стенског материјала услед његовог гравитационог кретања конципирано је истраживање са циљем да се укаже на потребу да се особинама јаловог стенског материјала мора посветити пажња приликом конструкције методе.

Методолошки приступ је базиран на савременим нумеричким методама, пре свега методи раздвојених елемената која пружа могућност за моделирање дисконтинуалних и динамичких проблема као што је то случај са гравитационим током стенском материјала.

1.1 Предмет и циљ истраживања

Метода подетажног зарушавања се користи за масовно откопавање мање богатих рудних тела веће моћности. Откопавање руде се врши из подетажних ходника минским пуњењима у лепезном распореду и употребом високо продуктивне самоходне опреме. Приликом утовара минеране руде из подетажних ходника јалове кровинске стене се зарушавају и заједно са одминираним рудом формирају гравитациони ток стенског материјала. Искуство је показало да се на самом почетку утовара чиста руда, а са напредовањем процеса прилив јаловог материјала постаје све већи. У одређеном тренутку прилив зарушеног јаловог материјала постаје толики да је даљи утовар равне руде економски неприхватљив. Преостала руда која није утоварена представља губитак, а јаловина која је утоварена за последицу има снижену концентрацију корисне минералне компоненте у равној руди која се, даље, третира у постројењу за припрему минералних сировина. Светска пракса је показала да се применом методе подетажног зарушавања могу постићи искоришћења од 70-80%, а да осиромашење руде варира, у зависности од услова, између 20% и 40%.

Успешна примена методе подетажног зарушавања пред рударског инжењера поставља проблем поуздане процене искоришћења и осиромашења руде као основних показатеља успешности производње. Како би се овај проблем решио неопходно је суштинско познавање процеса који се приликом откопавања са зарушавањем одвијају у стенском масиву. Наиме, откопавање методом подетажног зарушавања почиње на највишим подетажама и напредује ка нижим, а услови формирања гравитационог тока стенског материјала се мењају са дужином. Гравитациони ток се формира од минеране руде и зарушене јаловине, а особине сваког од ова два чиниоца су предефинисане начином њиховог настанка. Откопавање руде се врши мињањем, а гранулометријски састав одминеране руде зависи од примењене шеме мињања. Механичке особине површина фрагмената минеране руде зависе од њихове храпавости и чврстоће. Са друге стране, јалове стене се зарушавају спонтано, под утицајем сопствене тежине, а особине попут гранулометријског састава и механичких особина површи стенских блокова јалових стена зависе од неколико фактора. Пре свега, особине зарушеног материјала зависе од примарних особина стенског масива као што су величина примарних блокова и стање пукотина које дефинишу примарне стенске блокове.

На почетним подетажама, у зарушеном стенском материјалу, се јављају стенски блокови који настају зарушавањем (ломом) примарних блокова. Крупноћа зарушеног материјала на почетним подетажама зависи првенствено од величине примарних блокова у стенском масиву. Механичке особине површина зарушених стенских блокова зависе од механичких особина зидова пукотина у масиву које дефинишу примарне стенске блокове и механички особина површина које су настале ломом примарних стенских блокова. Зарушени стенски блокови се приликом кретања у одређеној мери уситњавају што у првом реду зависи од дужине пређеног пута. На тај начин, на свакој нижој подетажи се јавља зарушени стенски материјал који је ситнији и покретљивији. Кретањем се мењају механичке особине површина зарушених стенских блокова. Површине блокова које потичу од пукотина у стенском масиву могу имати мањи отпор кретању, у поређењу са основном стеном од које су настали, уколико су зидови пукотина измењени или пресвучени материјалом мање чврстоће од основне стене. Код оваквих површина временом ће доћи до промене отпора кретању обзиром да ће се угао трења приближити базном углу трења стене од које су настали зарушени блокови, односно долази до повећања отпора кретању. Са друге стране, површине зарушених блокова које су настале ломом (на истезање) примарних блокова имаће већи отпор кретању обзиром да се ове површине одликују великом храпавошћу. Код оваквих површи отпор кретању се смањује у току кретања обзиром да се смањује њихова храпавост, а угао трења се смањује ка базном углу трења стене од које је стенски блок настао. Описане промене узрокују различиту брзину кретања зарушеног стенског материјала на нижим подетажама што се одражава на промену

искоришћења и осиромашења руде. Одавде проистиче основни предмет истраживања у оквиру ове дисертације, а то је у првом реду утицај промене геометријских и механичких особина (крупноће и угла трења) зарушеног стенског материјала на гравитациони ток код метода са подетажним зарушавањем.

У оквиру дисертације се врши анализа утицаја промене крупноће и угла трења зарушеног стенског материјала на гравитациони тока, а резултати се сагледавају кроз остварено искоришћење и осиромашење руде. Анализа се спроводи креирањем тродимензионалних модела методом раздвојених елемената (Discrete Element Method) коришћењем кода YADE (Yet Another Dynamic Engine). Модели су креирани за различите очекиване услове, а утицај појединих особина стенског материјала се сагледава кроз остварено искоришћење и осиромашење руде. Основни циљ овог истраживања је пружање новог увида у процесе који се дешавају у зарушеном стенском масиву приликом примене методе подетажног зарушавања, и утицај промене појединих особина стенског материјала на ефекте примењене методе. Такође, циљ је и да се обезбеди могућност што реалније процене искоришћења и осиромашења руде приликом откопавања у зависности од услова који се очекују на одређеним подетажама. Ово, даље, може имплицирати промену конструктивних параметара методе подетажног зарушавања у функцији побољшања искоришћења и смањења осиромашења руде.

1.2 Научне хипотезе истраживања

Циљ овог истраживања је утврђивање корелација између променљивости особина зарушеног материјала и оствареног искоришћења и осиромашења руде. Акцент је првенствено на оним параметрима који су дефинисани особинама стенског масива и на које се не може утицати технолошким поступцима у току откопавања. То су у првом реду особине зарушеног јаловог материјала, крупноћа стенских блокова и угао трења њихових површи.

- Приликом кретања зарушеног материјала долази до промене његових геометријских и механичких особина,
- крупнији стенски блокови, и блокови са већим углом трења се крећу спорије у односу на стенске блокове који имају мању крупноћу и мањи отпор кретању,
- искоришћење и осиромашење на дубљим подетажама се разликују у односу на почетне подетаже,
- величина зарушених стенских блокова зависи од величине примарних блокова у стенском масиву и смањује се са кретањем,
- механичке особине површина зарушених стенских блокова се мењају, а угао трења се приближава базном углу трења основне стене, тј. расте или опада у зависности од почетних услова,
- са устињавањем јаловог материјала његов прилив у равну руду се повећава,
- смањивање угла трења доводи до веће прилива јаловог материјала у равну руду, и обрнуто,
- узајамна промена крупноће и угла трења утиче на прилив јаловог материјала у равну руду у зависности од конкретних вредности оба параметра.

1.3 Структура дисертације са кратким прегледом поглавља

Дисертација је структурирана тако да се кроз логичан тематски след поглавља читалац може упутити у проблем који је предмет дисертације, значај самог проблема, методологију која је примењена и остварене резултате.

Прво поглавље је уводно и оквиру истог је образложен предмет и циљ истраживања и образложене су научне хипотезе које чине основу истраживања.

Поглавља 2 и 3 чине литературни преглед и дају увид у до сада већ познате чињенице и резултате досадашњих истраживања и у основу примењене методологије, а као таква не представљају оригинални рад аутора дисертације.

Поглавље 2 се односи на методу подетажног зарушавања и даје неопходне информације о самој методи, њеној примени и конструкцији. У оквиру овог поглавља пажња је посвећена пре свега гравитационом току стенског материјала, параметрима који утичу на његово формирање и методама за анализу и моделирање истог.

Поглавље 3 се односи на образложење избора методе раздвојених елемената за доказивање постављених хипотеза. Приказане су основне поставке методе са фокусом на конкретну имплементацију у оквиру кода YADE (Yet Another Dynamic Engine) обзиром да детаљи могу варирати у зависности од конкретне примене методе.

Поглавље 4 представља оригинални рад аутора дисертације и односи се на конституисање модела раздвојених елемената и његову примену за доказивање постављених хипотеза истраживања. У оквиру овог поглавља су приказани добијени резултати кроз графичке и нумеричке показатеље, а на самом крају је дата дискусија добијених резултата.

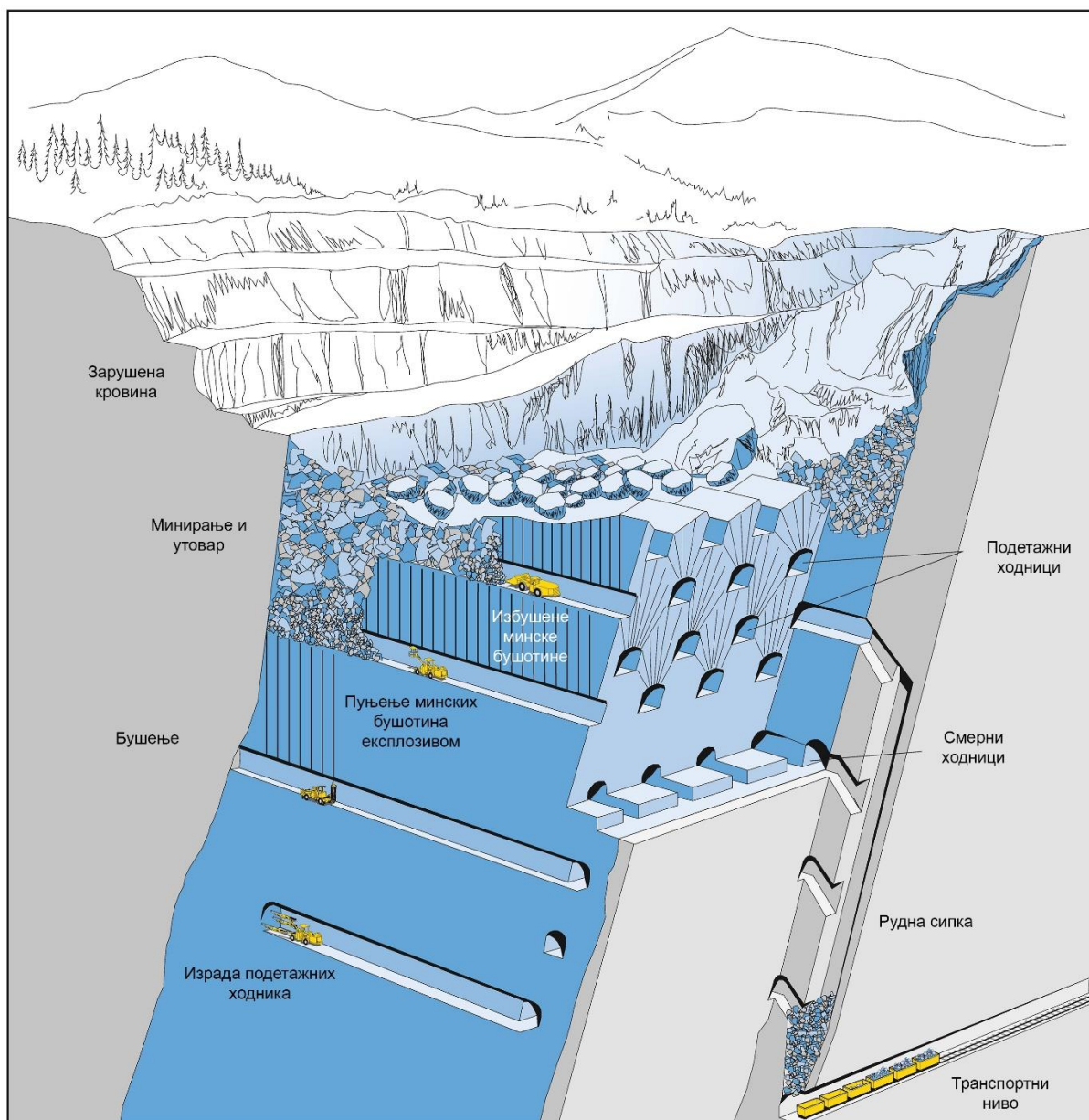
Поглавље 5 даје закључна разматрања дисертације на основу резултата приказаних у четвртом поглављу.

Поглавље 6 даје списак коришћених литературних извора.

Поглавље 7 чине прилози, тј. код модела раздвојених елемената и нумеричка дефиниција геометријских предиката неопходних за репродукцију резултата.

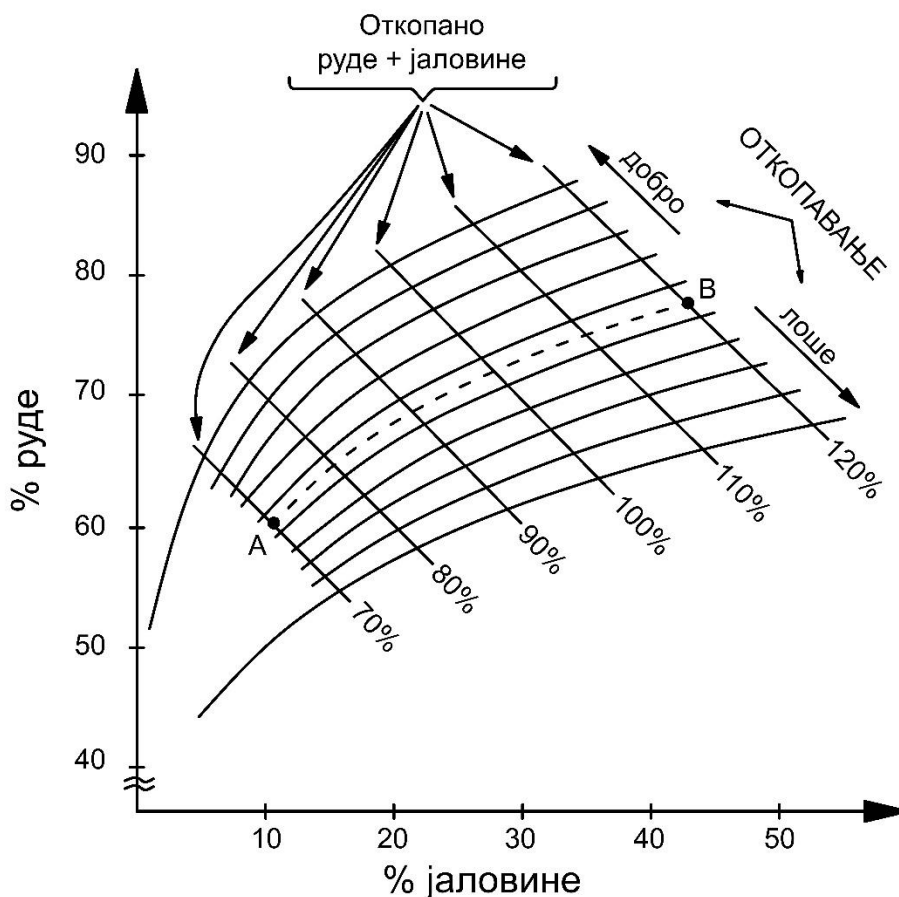
2 МЕТОДА ПОДЕТАЖНОГ ЗАРУШАВАЊА

Метода подетажног зарушавања подразумева откопавање руде из подетажних ходника, минарањем експлозивним пуњењима у лезном распореду у повлачењу, док се утовар врши самоходном дизел механизацијом. Кровински део стенског масива испред и изнад чела откопа се спонтано зарушава под утицајем гравитације. Метода се примењује за откопавање рудних тела различитог облика и угла залегања, а основни услов за примену методе је да руда буде довољно чврста како би се смањила потреба за подграђивањем подетажних ходника и да околни стенски масив буде склон зарушавању. Код стрмих рудних тела велике моћности подетажни ходници се разврставају управно на правац пружања, док се код рудних тела мање моћности исти разврставају по правцу пружања. Слика 2-1 даје шематски приказ методе подетажног зарушавања за случај када се подетажни ходници разврставају управно на правац пружања рудног тела.



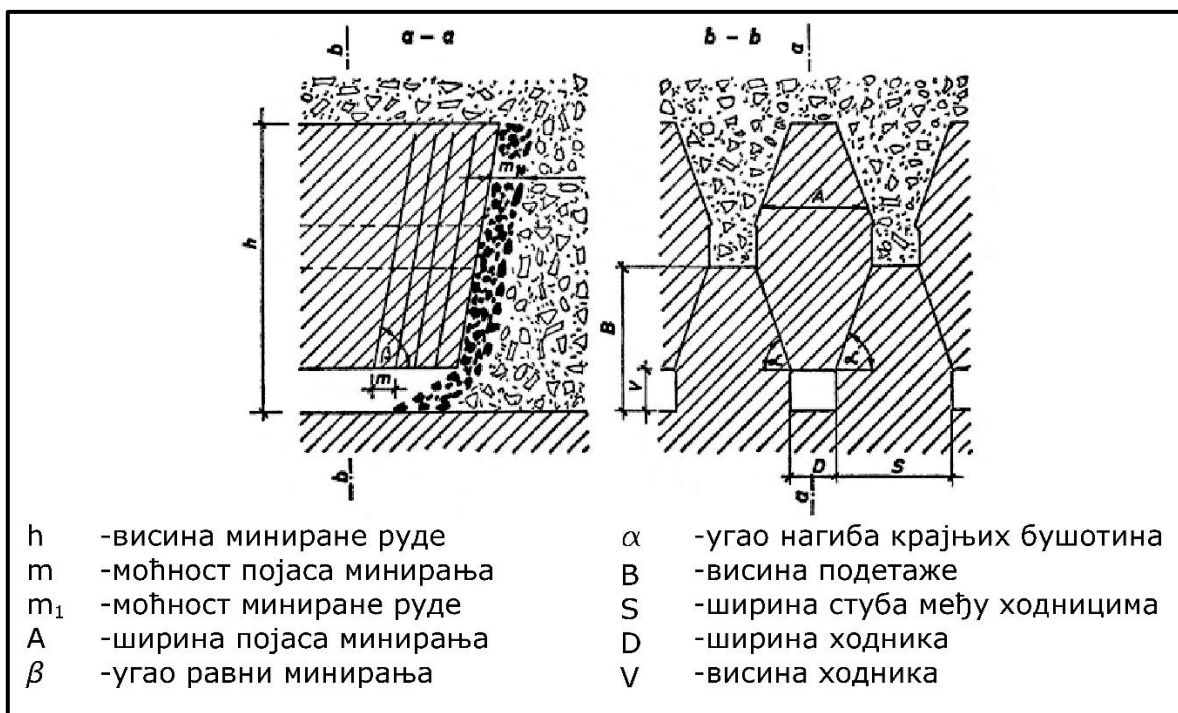
Слика 2-1 Шематски изглед методе подетажног зарушавања [1]

Као што је већ поменуто, руда се минира експлозивним пуњењима у лепезном распореду и затим гравитационо спушта на ново подетажног ходника одакле се врши утовар самоходном механизацијом. На самом почетку, утовара се чиста руда, а након утоварених 20-40% минираних руде долази до мешања руде и зарушене јаловине која обара садржај метала у равной руди. Временом удео јаловине у равной руди постаје висок у тој мери да је даљи утовар равне руде економски неисплатив. Високо осиромашење руде је главни недостатак методе подетажног зарушавања. Са друге стране, искоришћење руде зависи од прихватљивог нивоа осиромашења и креће се од 70-90%. Слика 2-2 даје искуствене криве односа искоришћења и осиромашења.



Слика 2-2 Криве односа искоришћења и осиромашења [2, 3]

Метода подетажног зарушавања се одликује геометријским параметрима који се у току производње не смеју нарушавати како би се постигли жељени ефекти. У случају нарушавања геометрије откопа и одступања од паралелности подетажних ходника може доћи до нерегуларних услова зарушавања и истакања руде чиме се нарушава безбедност и економичност рада. Параметри који дефинишу методу су висина минираних руде (h), моћност појаса минирања (m), моћност минираних руде (m_1), ширина појаса минирања (A), угао равни минирања (β), угао нагиба крајљих бушотина у лепези (α), висина подетаже (B), ширина стуба (S), ширина (D) и висина (V) подетажног ходника (Слика 2-3).



Слика 2-3 Параметри методе подетажног зарушавања [2]

Параметри методе морају бити усклађени са условима у масиву како би се остварили жељени ефекти, односно постигло максимално искоришћење и минимално осиромашење.

2.1 Параметри који утичу на формирање гравитационог тока

Метода подетажног зарушавања захтева високу геометријску педантност како би се остварили жељени резултати њеном применом. Ово се пре свега односи на тачност израде подетажних ходника који морају бити паралелни и свака одступања доводе до нерегуларних услова експлоатације, проблема са зарушавањем, стабилности бокова и чела. Други и исто толико битан параметар је прецизност бушења минских бушотина чија девијација не сме износити више од 5% [1]. Веће девијације бушења доводе до нарушавања геометрије откопа, промене оптерећења следећег реда бушотина што се одражава на промену гранулације изминиране руде, а такође се може угрозити стабилност и безбедност рада на откопу.

Као што је већ познато, минске бушотине се буше у лепезном распореду и у зависности од услова у стенском масиву, тј. растојања између подетажних ходника и висине подетажа, дужина минских бушотина може износити и преко 50 метара. Минирање је кључни елемент методе обзиром да се преко истог контролише исход и формирање гравитационог тока. Иначе, минирање је једини сегмент који се може прилагођавати условима за формирање гравитационог тока обзиром да су геолошки услови унапред одређени.

Утицај минирања се првенствено огледа кроз фрагментацију и распоред класа крупноће у простору што је један од доминантних параметара за формирање гравитационог тока. Поред фрагментације, несавесним минирањем се нарушава геометрија чела његовим оштећењем што директно утиче на фрагментацију наредног чела у низу. Несавесним минирањем може се проузроковати мултиплицирање негативних ефеката и створити нерегуларни услови за откопавање чије последице могу бити далекосежне. Ови проблеми су познати од раније и многи аутори су им посветили пажњу у својим радовима попут оних у [1, 4, 5].

Интервал успорења и редослед иницирања минских пуњења такође имају битан утицај на ефекте методе. Серијом нумеричких симулација [6] је показао да успорење не сме бити сувише мало, али ни превише дуго како би се остварили жељени резултати. Закључак је да се најбољи ефекти постижу применом полусекундних детонатора.

Позиција прајмера такође има утицај на дистрибуцију класа крупноће приликом минирања. Јасна зависност не постоји и мора се утврдити за сваки конкретан случај појединачно. Активација минских пуњења са две тачке може довести до побољшаних ефеката, пре свега искоришћења руде [7].

Утицај особина јаловог стенског масива није детаљно анализиран и број истраживања која се баве овим параметром је мали. Једно од значајнијих истраживања је урађено методом раздвојених елемената и односи се на чврстоћу зарушеног масива након компакције услед дуже временске инертности [8]. Аутор истраживања је акценат ставио на одређивању услова под којима долази до застоја у покретљивости зарушеног материјала, стим да истраживање садржи и веома дискутабилну поставку почевши од примењених контурних услова до физичких параметара коришћених за симулацију.

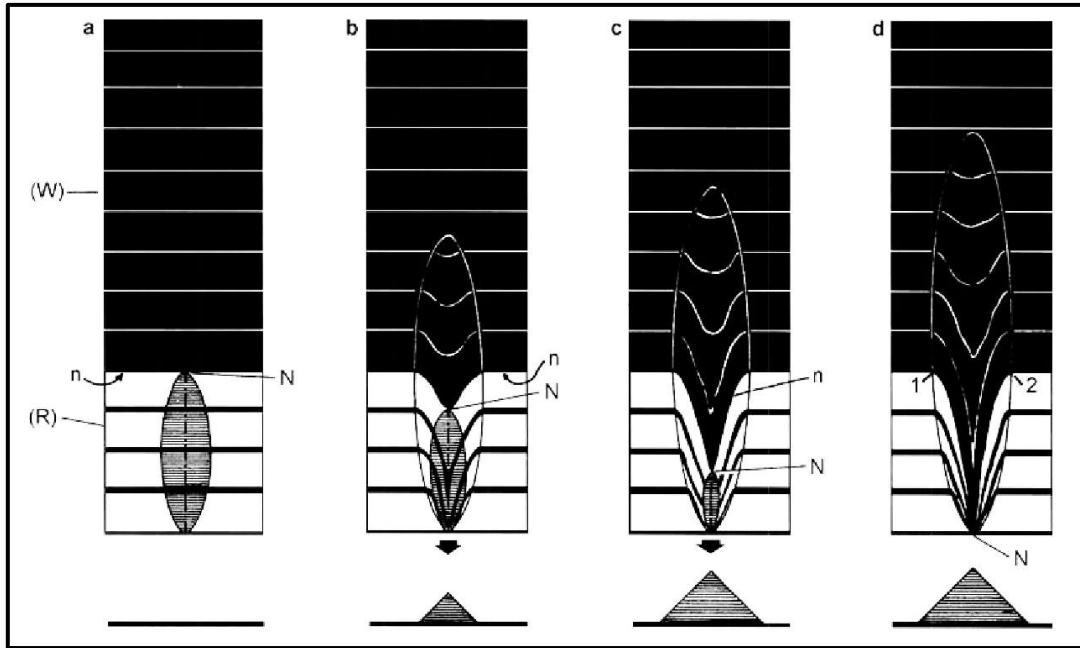
2.2 Моделирање гравитационог тока

Од самог почетка примене методе подетажног зарушавања вршена су истраживања у циљу процене димензија гравитационог тока, а затим искоришћења и осиромашења руде. Приступили су били различити, од физичких модела у различитим размера, in-situ опита па све до напредних математичких модела.

2.2.1 Квапилова теорија елипсоида

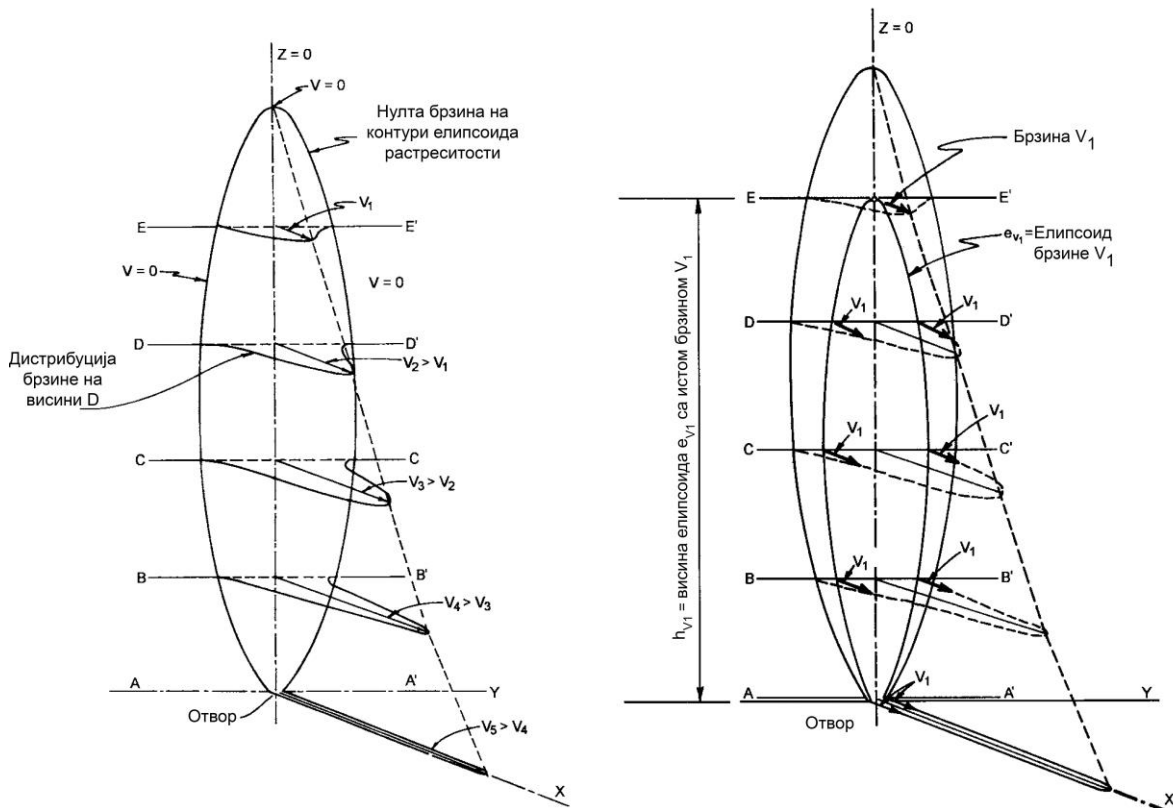
Највећи допринос у области подетажног зарушавања је дефинитивно дао Кварил кроз своја истраживања [9, 10, 11, 3, 12]. Овај допринос се огледа кроз конкретне препоруке за одређивање параметара методе подетажног зарушавања и прогнозу ефеката откопавања. Кварил се претходно бавио проблемом истакања у силосима, а затим је та запажања пренео и применио на проблем истакања руде.

Кварил гравитациони ток материјала демонстрира на физичком моделу од плексигласа који је испуњен слојевима црног и белог песка и са отвором кроз који се истаче материјал, налик на слиос. Услед испуштања материјала долази до формирања елипсоида, и то елипсоида екстракције и елипсоида растреситости. Елипсоид екстракције обухвата она зрна песка/материјала који су источени, док елипсоид растреситости представља ону запремину материјала код кога је дошло до кретања. Другим речима, зрна песка ван границе елипсоида растреситости нису имала никакво кретање услед истакања. По правилу елипсоид растреситости је увек већи од елипсоида екстракције [3].



Слика 2-4 Основа Кварил-ове теорије елипсоида [3]

По природи ствари, елипсоид екстракције настаје физичким уклањањем материјала чиме се формира празан простор који бива попуњен околним материјалом, а запремина материјала који се услед истакања крета ка насталом празном простору је дефинисана као елипсоид растреситости [3].



Слика 2-5 Шематски приказ дистрибуције брзине материјала у оквиру елипсоида растреситости [3]

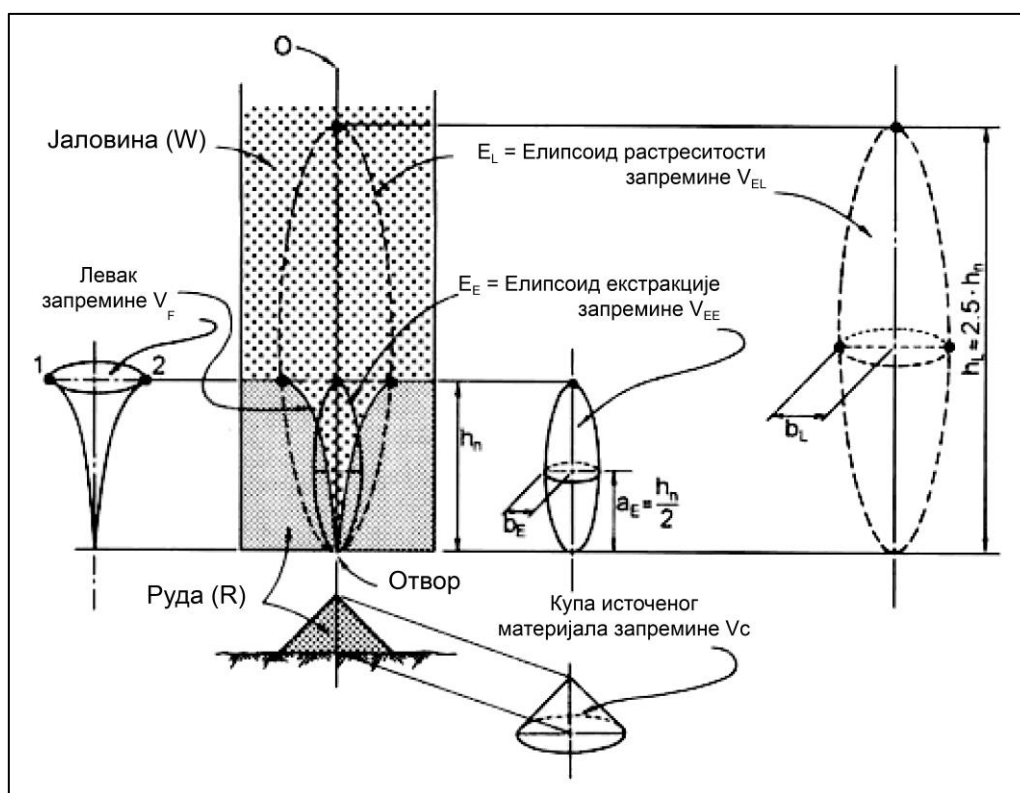
Брзина материјала у оквиру елипсоида растреситости се мења по вертикалној оси тако да је највећа на самом утоварном месту и опада навише (Слика 2-5). На самом врху елипсоида растреситости брзина кретања материјала једнака је нули.

Квапил је математичку формулацију своје теорије базирао на емпиријској чињеници да је запремина елипсоида растреситости 14-16 пута већа од запремине елипсоида екстракције, односно [3]:

$$V_{el} \approx 15 \cdot V_{ee} \quad (1)$$

Под претпоставком да је ексцентрицитет оба елипсоида исти следи да је висина елипсоида растреситости [3]:

$$h_L \approx 2.5 \cdot h_n \quad (2)$$



Слика 2-6 Међусобни однос елипсоида екстракције и растреситости [3]

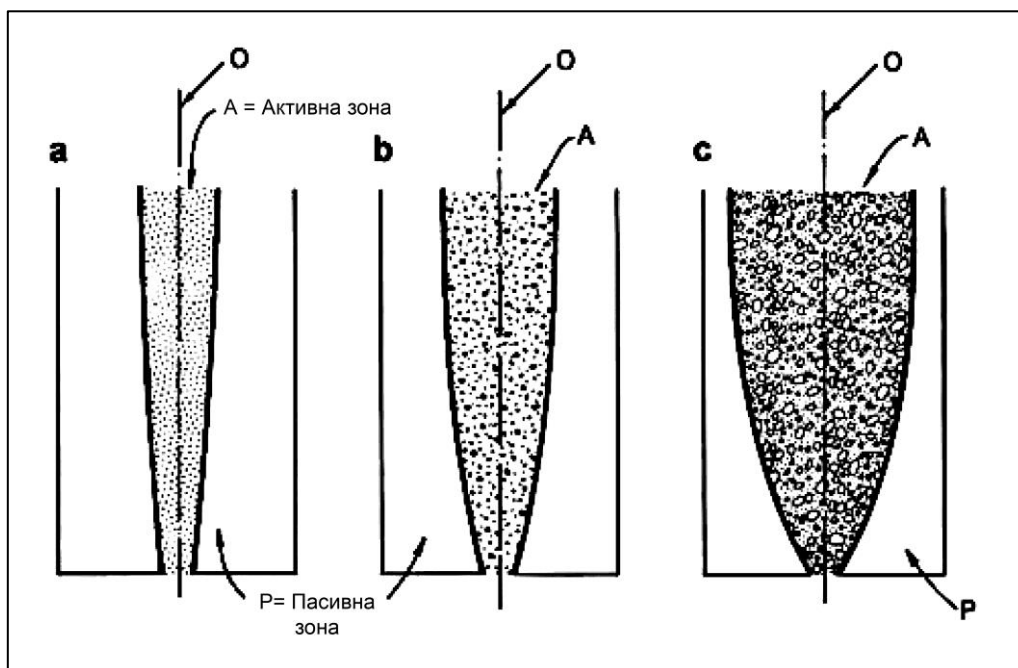
Ексцентрицитет елипсоида је дефинисан следећом релацијом [3]:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2} \quad (3)$$

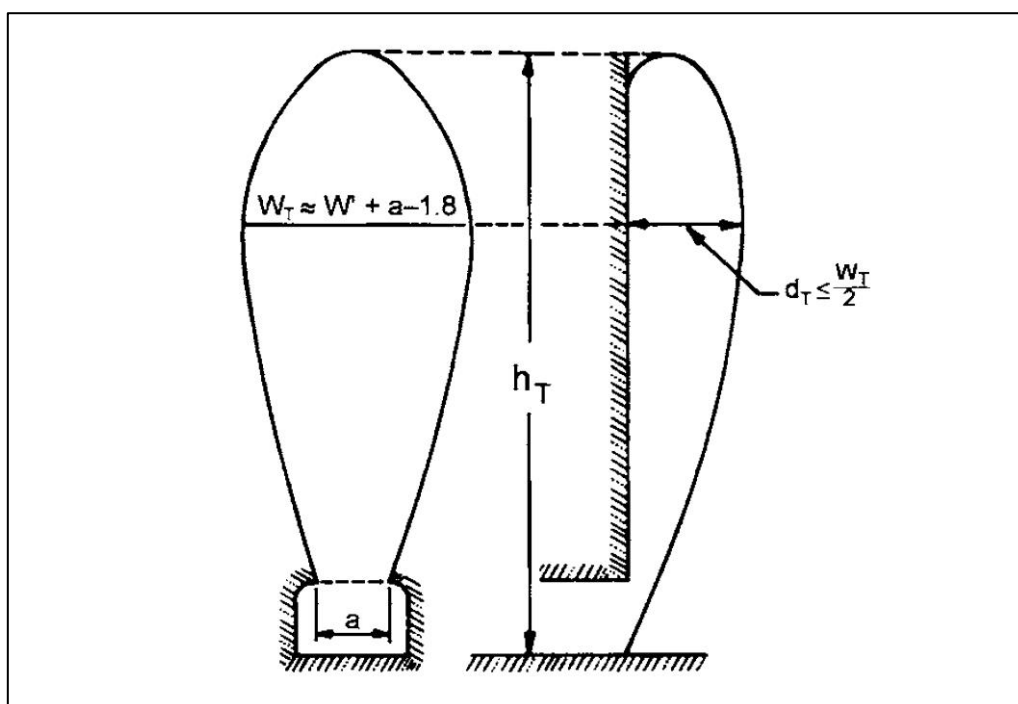
где је:

- а – велика полуоса елипсоида,
- б – мала полуоса елипсоида.

Ексцентрицитет и ширина гравитационог тока зависе од крупноће материјала (Слика 2-7), ситнији материјал формираће ужи гравитациони ток, а крупнији материјал као у случају стенском материјала формираће знатно шири гравитациони ток [3].



Слика 2-7 Зависност ширине гравитационог тока и крупноће материјала [3]



Слика 2-8 Ширина елипсоида екстракције [3]

За разлику од истакања у силосима, код подетажног зарушавања формира се само једна половина елипсоида обзиром на геометријске особине методе. За практичну примену ове теорије неопходно је дефинисати висину елипсоида екстракције као и његову дубину ка јаловом материјалу (Слика 2-8) [3]:

$$W_t = h_t + a - 1.8$$

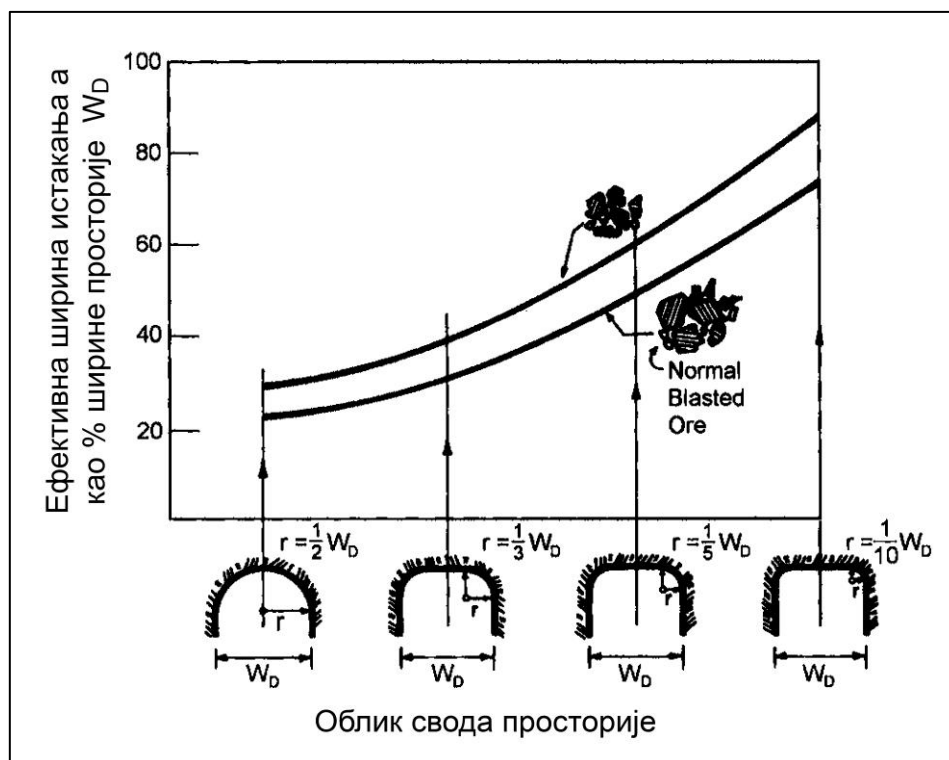
$$d_t \leq \frac{W_t}{2} \quad (4)$$

Где је:

W_t – ширина елипсоида екстракције (m),

h_t – висина истакања (m),

a – ефективна ширина истакања (Слика 2-9)



Слика 2-9 Ефективна ширина елипсоида екстракције у зависности од попречног пресека подетажног ходника [3]

Вертикално растојање подетажних ходника се одређује као $2/3$ укупне висине истакања, гледано од пода нижег подетажног ходника [3].

Осно растојање подетажних ходника је, према Кварил-у, 60% ширине елипсоида екстракције за висине до 18 метара, или 65% за висине преко 18 метара [3].

Дебљина појаса минирања је одређена као половина дубине елипсоида ка зарушеном материјалу [3]:

$$B = \frac{d_t}{2} \quad (5)$$

2.2.2 Bergmark-Roos-ова једначина

Bergmark-Roos-ова једначина [13, 14] даје могућност за процену ширине гравитационог тока кроз анализу положаја хипотетичке партикуле у простору, а у односу на утоварно место и уз уважавање физичких принципа гравитационог тока стенског материјала, пре свега граничног угла кретања стенског материјала. Ова једначина има облик [15]:

$$S(\alpha) = S_1 \cdot \left(\frac{\sin \alpha - \sin \alpha_G}{1 - \sin \alpha_G} \right) \quad (6)$$

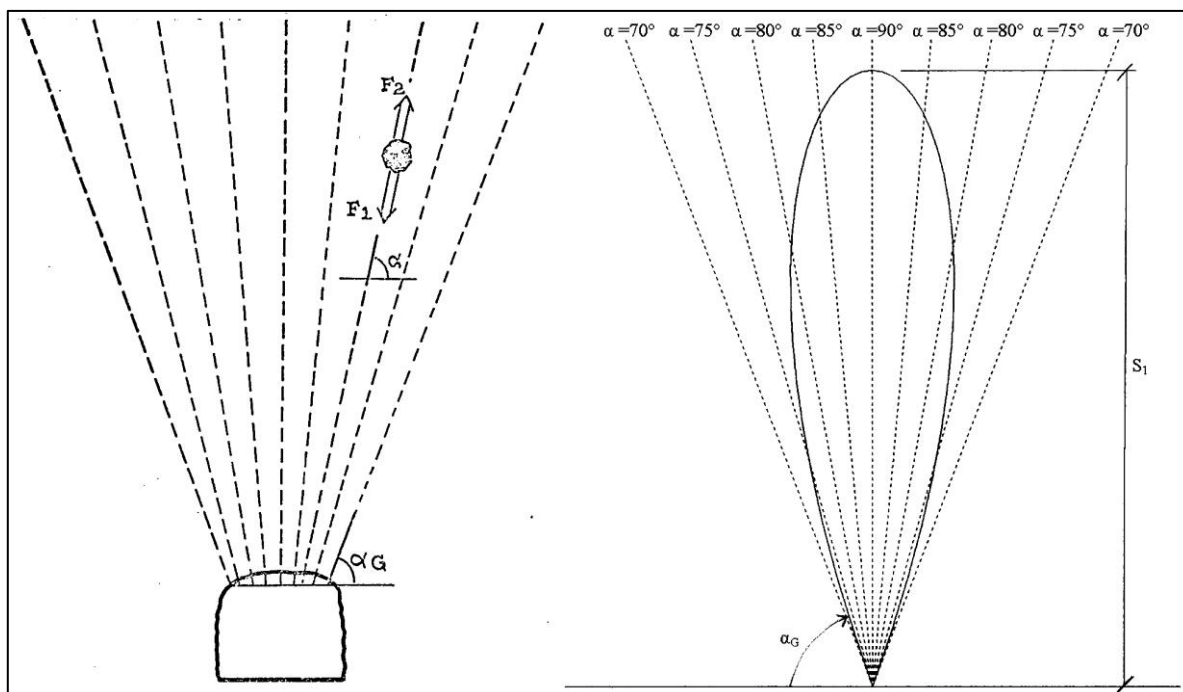
Где је:

S - Пређени пут,

α - угао кретања партикуле,

α_G - гранични угао испод чије вредности се материјал не креће,

S_1 - висина гравитационог тока



Слика 2-10 Принцип одређивања ширине гравитационог тока према Bergmark-Roos-овој једначини [15]

Мана овог приступа је што ширина процењеног грацитационог тока са висином константно расте. Рустан [5] је потврдио да се максимална ширина гравитационог тока постиже на великим висинама након чега ширина остаје непромењена са даљом екстракцијом те се Bergmark-Roos-ова једначина може применити у случајевима са малом висином истакања [16].

2.2.3 Стохастичке методе моделирања

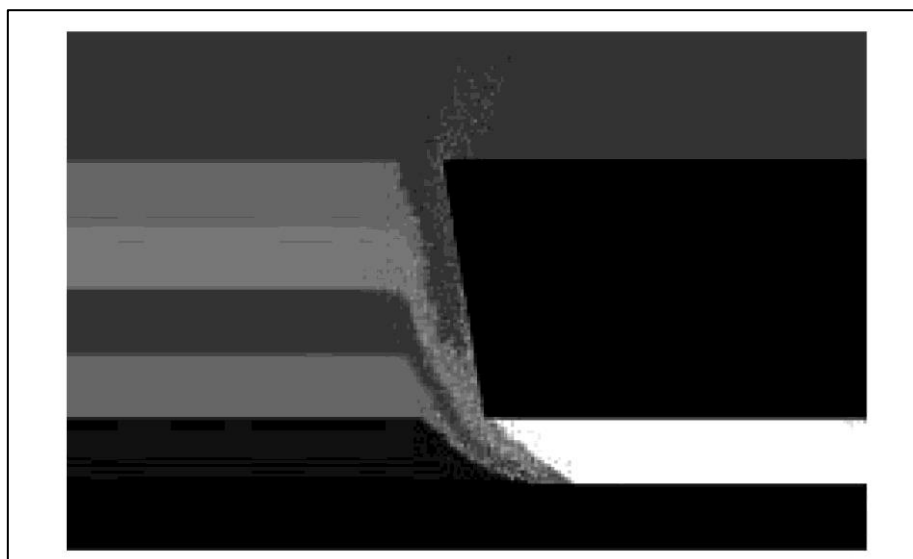
Код овог приступа моделирању гравитационог тока исти се посматра као стохастички процес, тј. израчунава се вероватноћа кретања стенских фрагмената ка утоварном месту или вероватноћа вертикалне експанзије празног простора који настаје уклањањем стенског материјала [17, 18, 16]. Ове методе нису доживеле ширу употребу обзиром да у потпуности занемарују физички смисао моделираног процеса.

2.2.4 Теорија пластичности

Теорија пластичности [19, 20, 16] приступа моделирању гравитационог тока на принципима механике континуума. Циљ овог приступа је дефинисање дистрибуције напона у стенском материјалу на основу које се затим израчунава дистрибуција брзине кретања стенског материјала. Овај приступ није заживео код метода подетажног зарушавања као код моделирања процеса истакања финозрних материјала у бункерима где је структура материјала знатно ближа континууму.

2.2.5 Ћелијски аутомати

Метода ћелијски аутомата [16, 21, 22, 23] се заснива на дискретизацији запремине на коначан број ћелија које су у међусобној интеракцији (Слика 2-11). Интеракција између ћелија се описује сетом диференцијалних једначина које дефинишу физички смисао система. Стање сваке од ћелија зависи од стања у суседним ћелијама и њиховој интеракцији. Овај приступ у многоме подсећа на методу раздвојених елемената стим што се у овом случају избегава израчунавање сила између ћелија и у потпуности се занемарује њихов облик, све ћелије су квадрати или коцке у зависности да ли је реч о 2D или 3D анализи. Обзиром на поједностављење физичког система, овај приступ је знатно бржи у односу на методу раздвојених елемената и ефикаснији за моделирање проблема веће размере.



Слика 2-11 Примена методе ћелијских аутомата код подетажног зарушавања [23]

2.2.6 Метода раздвојених елемената

МРЕ представља најкомплекснији приступ моделирању дискретних средина и базира на дискретизацији простора на коначни број партикула које ступају у интеракцију према Њутновим законима механике [24, 25, 26, 4, 8]. Интеракција партикула је дефинисана конститутивним једначинама које на врло јасан и прецизан начин описују стање система. Због своје фундаменталне природе МРЕ ствара могућности са крајње реалистично сагледавање гравитационог тока стенског материјала, али и уједно представља најзахтевнији приступ у смислу времена потребног за симулирање целокупног процеса. Поглавље 3.1 даје детаљнији приказ МРЕ.

2.2.7 REBOP (Rapid Emulator Based on PFC3D)

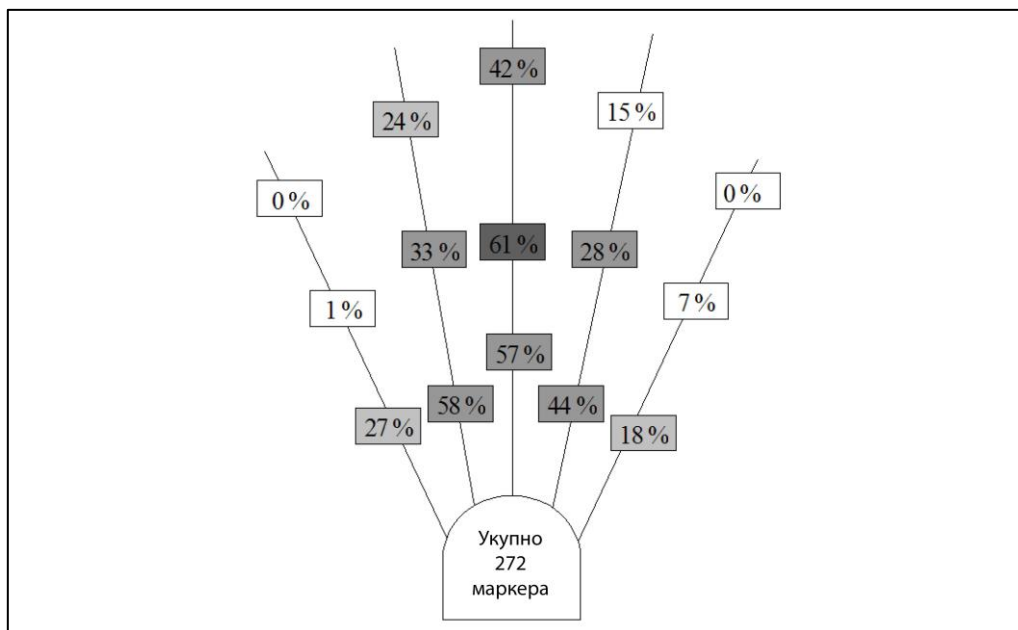
За разлику од подетажног зарушавања где је висина истакања миниране руде до ~50 метара, код блоковског и панелног зарушавања висина истакања, тј. гравитационог тока, може достићи и 400 метара. Када се овој чињеници придода и велики број точишта руде моделирање оваквог једног процеса методом раздвојених елемената постаје веома дуготрајно и сложено. Да би се превазишла ограничења методе раздвојених елемената код овако сложених ситуација креиран је код REBOP [27] који у суштини представља редукуцију методе раздвојених елемената у циљу повећања ефикасности и краћег времена потребног да се дође до резултата, а без редукуције поузданости.

Овај код је дефинисан на основу симулација раздвојених елемената, резултата физичких модела [28] и in-situ опажања у рудницима Henderson, Northparkes и Palabora [29, 16]. Потврђено је да се резултати добијени овим кодом слажу са Квапиловом теоријом елипсоида. Суштина је да се кроз итеративне процедуре, а пратећи физичка правила гравитационог тока стенског материјала за врло кратко време долази до процене изолованих зона екстракције, односно њихове ширине на основу које се може проверити да ли је конструкција методе откопавања у складу са особинама стенског масива.

Овај код нема директну примену код подетажног зарушавања, а наводи се обзиром на свој велики значај у области метода подземног откопавања са зарушавањем.

2.3 In-situ мапирање гравитационог тока

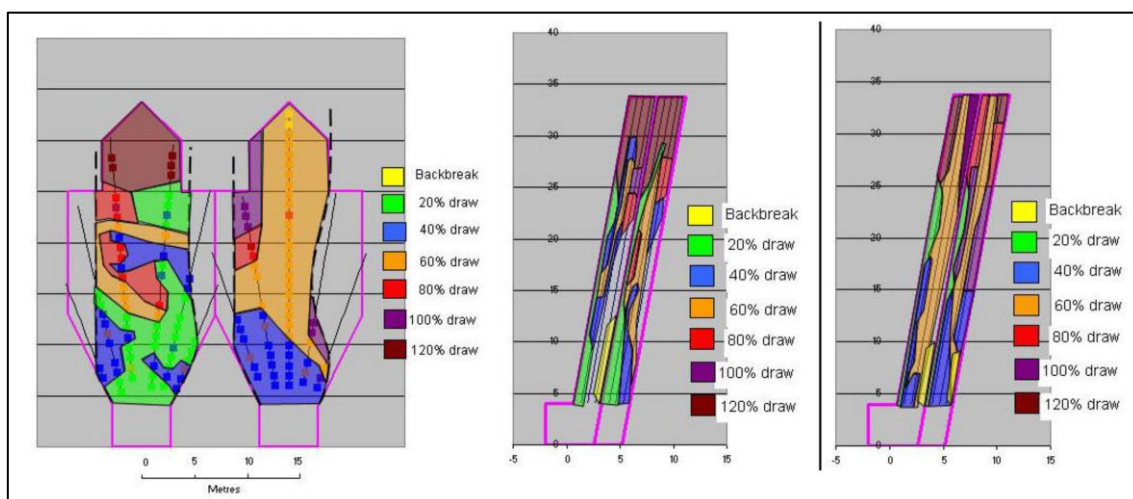
Идеја о мапирању гравитационог тока коришћењем маркера је иницирана у руднику Kiruna у Шведској [30]. Делимично успешно истраживање је спроведено коришћењем електричних каблова као маркера и њиховом инсталацијом у бушотине између минских пуњења и слободне површине. Сваки од маркера је има ознаку локације на којој је инсталиран, а помоћу видео система је вршена анализа њиховог искоришћења (Слика 2-12).



Слика 2-12 Искоришћење инсталираних маркера у руднику Kiruna [30]

Основни недостатак овог истраживања је веома ниско искоришћење/повратак маркера и то од око свега 30%. Највећи удео маркера је потекао из средишњег дела гравитационог тока што је резултирало адаптацијом геометрије методе и додатним истраживањима у области минирања, а све у циљу повећања искоришћења руде.

Значајнији резултати су добијени истраживањима у руднику Ridgeway [31, 28, 32]. У овом случају су коришћени маркери нешто другачије конструкције (цементирана челична цев), а њихова идентификација је вршена магнетним сепаратором и визуелно. Најбитнији закључак који је том приликом изведен јесте да зона екстракције нема облик елипсоида и да је по правилу ужа од појаса миниране руде [28, 31].



Слика 2-13 Илустрација остварених резултата у руднику Ridgeway [28]

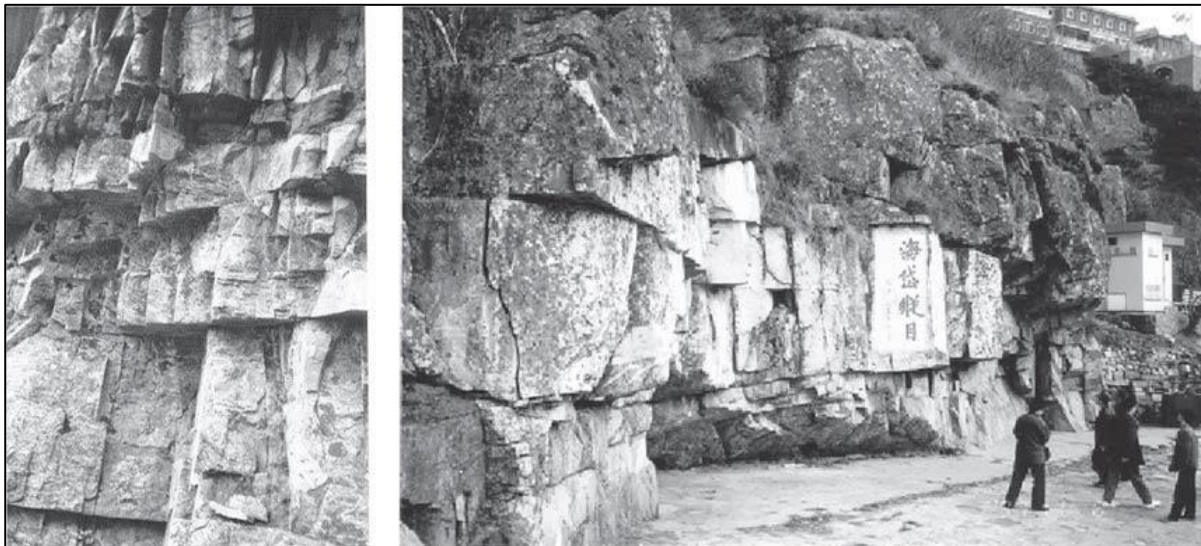
2.4 Процена осиромашења савременим алатима

Емпиријске препоруке за процену осиромашења су базирне пре свега на Квапиловим истраживањима и искуствима у Шведским рудницима магнетита. Ова методологија, као што је већ поменуто, заснива се на емпиријски дефинисаним дијаграмима који осиромашење дефинишу у зависности од нивоа екстракције без узимања у обзир физичких и механичких особина стенског масива код различитих типова минерализација.

Јединствени помак у овој области је направљен модулом PCSLC (*Personal Computer Sublevel Caving*) који је саставни део програмског пакета GEMS [33]. Овај модул је специјализован за методу подетажног зарушавања и омогућава аутоматско дизајнирање конструкције код масивних лежишта. На основу конструкције откопа могуће је применом истог модула извршити процену осиромашења руде и метала искључиво на основу конструктивних параметара методе. Модул анализира сваки од откопа појединачно и утврђује површи које су у контакту са јаловим материјалом и исте третира као извор осиромашења. Сходно томе, површи за већим бројем контаката са јаловима материјалом имају већи потенцијал за прилив истог у равну руду. Количина јаловог материјала која ће доспети у равну руду је утврђена емпиријски што овај модул чини извесним хибридним решењем, јер се као улазни параметар захтева проценат осиромашења који ће бити додељен свакој јединци површине. Подразумеване вредности параметара су одређене in-situ тестовима у руднику Ridgeway [34].

3 МЕТОДОЛОГИЈА

Стенски масив се може посматрати као скуп укљештених полиедарских монолитних блокова раздвојених пукотинама. Основни параметри који у механичком смислу дефинишу овакав један систем су чврстоћа монолита и механичке особине зидова пукотина или њихове испуне. Величина примарних блокова у стенском масиву зависи од густине и растојања међу пукотинама у масиву, а што је присутност пукотина већа то је величина примарних блокова у масиву мања и обратно.



Слика 3-1 Испуцали стенски масив [35]

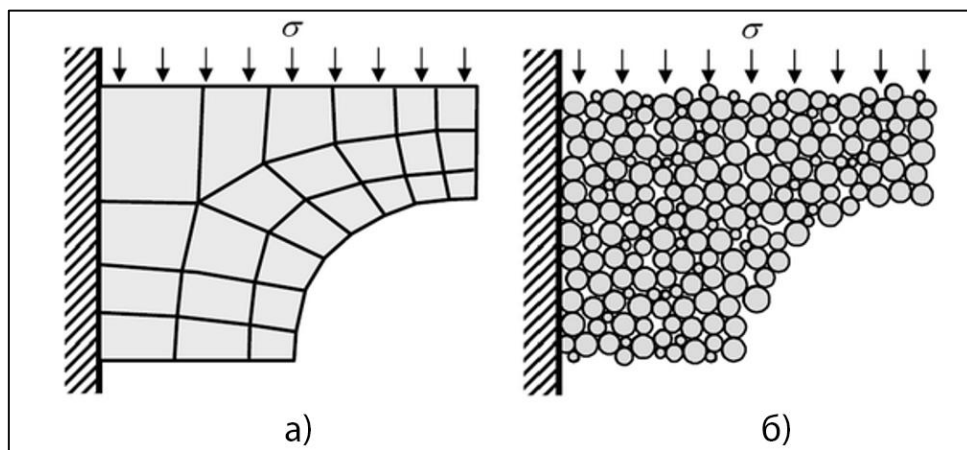
Различити инжењерски проблеми из домена стабилности подземних просторија и димензионисање подградне конструкције или рушивости стенског масива решавају се применом емпиријских класификација попут Q [36], RMR [37], MRMR [38] и осталих или нумеричким методама попут метода коначних елемената, коначних разлика/запремина, раздвојених и граничних елемената [39], али и других. Класификације стенског масива су изведене на основу искуства, углавном приликом израде тунела, и у основи представљају процедуре бодовања стенског масива на основу његових карактеристика. На основу резултата бодовања врши се процена стабилности и избор подградне конструкције. Са друге стране, MRMR класификација је развијена првенствено за процену рушивости стенског масива и одређивање параметара код блоковског зарушавања. Основна предности класификација је у томе што се релативно једноставно може доћи до употребљивих резултата у раним фазама развоја пројекта када је доступно мало података о стенском масиву. Недостаци овог приступа су ти што није могуће сагледати напонско-деформацијско понашање масива приликом израде подземних објеката.

За разлику од класификација стенског масива, нумеричке методе пружају могућности сагледавања проблема на знатно комплекснији начин. Могуће је сагледати геолошку конфигурацију и залегање појединачних литолошких чланова и њихову међусобну интеракцију, али и утицај структурних особина попут присуства раседа и пукотинских система, и најважније, правце и интензитете компоненти примарног напонског стања.

Генерално посматрано, нумеричке методе се могу поделити на основу начина просторне и временске дискретизације [40]:

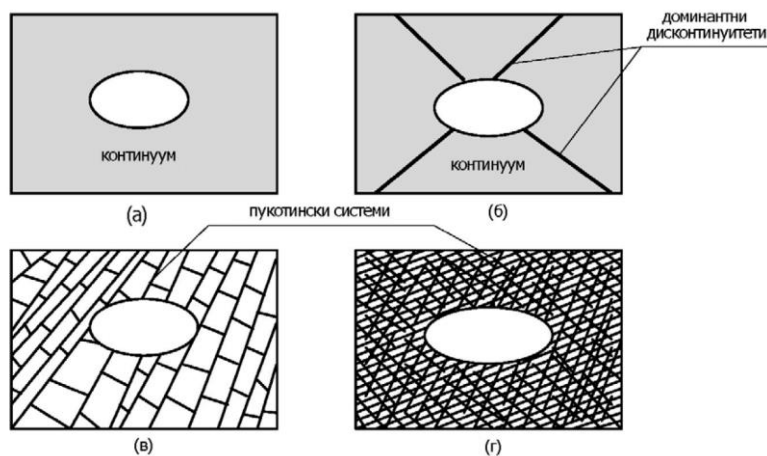
1. Методе континуума и дисконтинуума (Слика 3-2),
2. Имплицитне и експлицитне методе на основу временске дискретизације.

Просторна и временска дискретизација нису међусобно условљене, што омогућава имплицитну или експлицитну имплементацију сваке од метода. Типични примери метода континуума су методе коначних елемената и разлика/запремина, а дисконтинуума група метода раздвојених елемената. Код метода континуума сви елементи су међусобно повезани у једну нераскидиву целину која се под утицајем активних сила деформише, али никада не прекида. Са друге стране, код метода дисконтинуума елементи могу бити повезани у агрегате или слободни, и међусобно могу ступати у интеракцију под дејством активних сила.



Слика 3-2 Дискретизација простора код а) Метода континуума б) Метода дисконтинуума [41]

Свака од наведених метода појединачно има своје предности и мане, као и област примене. Избор методе за решавање појединачних проблема базира на релативном односу величине примарних стенских блокова и димензија подземног објекта који је предмет анализе (Слика 3-3).

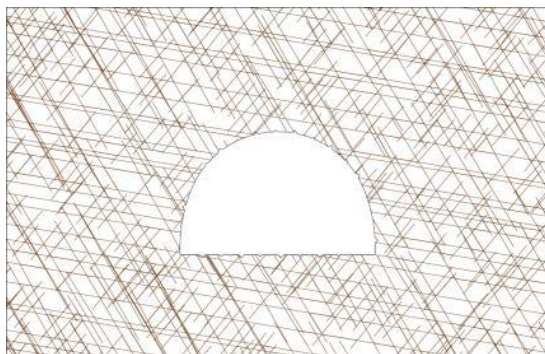


Слика 3-3 Избор методе моделирања у зависности од испуцалости масива [35]

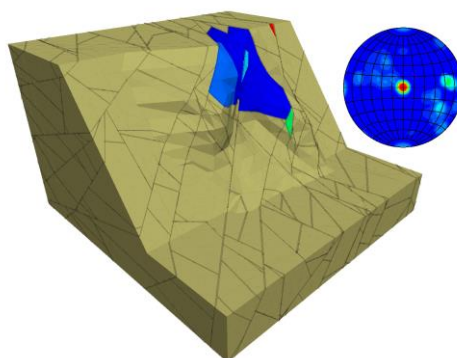
Са друге стране, неопходно је обратити пажњу на природу проблема који се анализира. Примера ради, кретање фрагментираног материјала се успешно може анализирати само помоћу метода дисконтинуума, односно методом раздвојених елемената. Обзиром да се гравитациони ток код метода подетажног зарушавања формира од фрагментираног стенског материјала, за доказивање ове докторске тезе изабрана је метода раздвојених елемената.

3.1 Метода раздвојених елемената

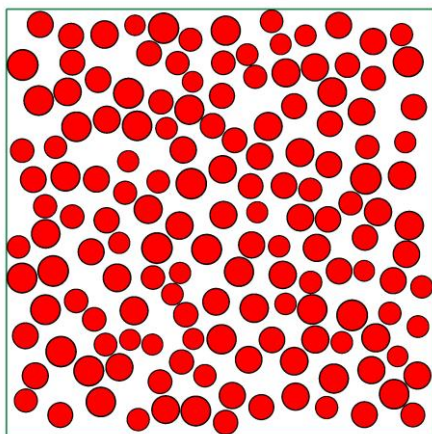
Метода раздвојених елемената се примењује за моделирање дискретних система попут стенског масива, тла, мешавина флуида и чврсте фазе и сл. Основна карактеристика методе је да су елементи независне целине које ступају у међусобну интеракцију под утицајем спољашњих сила и могу се, сходно томе, кретати дуж контактних површи и стварати нове интеракције са осталим елементима система. Метода је концептуално развијена 70-их година првенствено за моделирање блоковитих система попут испуцалог стенског масива и тла попут песка где је изражена партикуларна структура материјала [42, 43, 44, 45, 46]. Током 90-их година долази до експанзивне примене методе услед развоја рачунара који су постали јефтинији и ефикаснији. Том приликом инжењерима постају доступни различити кодови/имплементације методе. Генерално, постоје две групе кодова са аспекта геометрије елемената, прва код које су елементи блокови и друга код које су елементи партикуле. За обе од наведених група доступне су 2Д и 3Д верзије, а сходно томе, облици елемената су полигон, полиедар или круг, сфера (Слика 3-4 Слика 3-2). Елементи су деформабилни или крута тела у зависности од конкретних конститутивних једначина које се користе за описивање неког проблема, а могу бити повезани раскидивим или нераскидивим везама. У случају када се примењују деформабилни елементи, код полигоних или полиедарских елемената интерна дискретизација и анализа деформабилности се врши помоћу метода континуума попут коначних елемената [47] или коначних разлика [48], а у случају сферичних елемената врши се скраћење или екстензија пречника појединачних партикула [49]. Најчешће коришћени кодови су UDEC, 3DEC, YADE, PFC, WoodDem и други, а сваки од наведених има своје поље примене и сходно томе није могуће направити јасну дистинкцију између наведених по квалитету, ефикасности или унапред конфигурисаним опцијама.



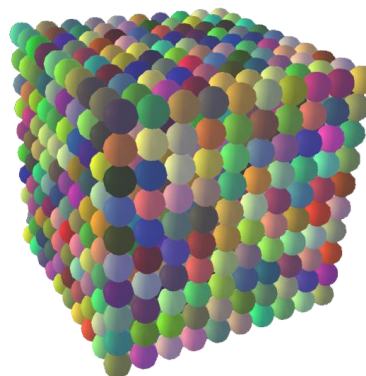
UDEC [50]



3DEC [51]



PFC2D [52]



YADE [53]

Слика 3-4 Просторна дискретизација код различитих имплементација методе раздвојених елемената

Обзиром да се у оквиру ове дисертације примењује варијанта методе са сферичним елементима у наставку ће бити приказане њене основне карактеристике са освртом на поједине карактеристике кода YADE који се примењује за моделирање.

Креирање и процесирање сваког модела PE има шест карактеристичних фаза [40]:

1. Креирање геометрије модела и распореда партикула, дефинисање почетних и контурних услова, усвајање временског инкремента и конститутивног модела,
2. Одређивање контаката између партикула,
3. Израчунавање сила и момената који делују на сваку појединачну партикулу,
4. Израчунавање линеарних и угаоних убрзања и брзина, а затим померања и ротација,
5. Одређивање нових координата положаја сваке појединачне партикуле,
6. Понављање корака од 1 до 5 за вредност временског инкремента Δt .

3.2 Опште поставке методе раздвојених елемената

У наредним поглављима дат је приказ основе методе раздвојених елемената, а исто је базирано на литературним изворима који осликавају имплементацију методе у оквиру кода YADE.

3.2.1 Једначине кретања и њихова временска интеграција

Основа симулације механичких система методом раздвојених елемената су Њутнови закони механике. Свака партикула се креће под утицајем резултантне силе која зависи од међусобне интеракције партикула система и обухвата све силе које настају услед контакта између партикула и гравитационе силе која делује на исту [40]:

$$\vec{F} = \sum_c \vec{F}_c + \vec{F}_g \quad (7)$$

Где је:

\vec{F}_c - сила на контакту две партикуле,

$\vec{F}_g = m\vec{g}$ - гравитациона сила.

Уколико са \ddot{u} означимо убрзање партикуле и са m њену масу добијамо [40]:

$$F = m \cdot (\ddot{u} + g) \quad (8)$$

Стога следи да је убрзање партикуле једнако [40]:

$$\ddot{u} = \frac{F}{m} - g \quad (9)$$

Померање партикуле се одређује двоструком интеграцијом једначине (9) [40]:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \int \ddot{u} dt \\ u &= \int \dot{u} dt \end{aligned} \quad (10)$$

Најчешћи начин интеграције временских једначина се заснива на срачунавању брзина у временским међуинтервалима $t \pm \frac{\Delta t}{2}$ (где је Δt временски инкремент), односно на основу једначине (10) добијамо израз за убрзање у тренутку t [40]:

$$\ddot{u}^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} \left(\dot{u}^{(t+\frac{\Delta t}{2})} - \dot{u}^{(t-\frac{\Delta t}{2})} \right) \quad (11)$$

На основу једначина (9) и (11) добијамо израз за брзину у тренутку $t + \frac{\Delta t}{2}$ [40]:

$$\dot{u}^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{u}^{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \left(\frac{F^{(t)}}{m} + g \right) \cdot \Delta t \quad (12)$$

И коначно добијамо израз за померање у тренутку $t + \frac{\Delta t}{2}$ [40]:

$$u^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = u^{(t)} + \dot{u}^{(t+\frac{\Delta t}{2})} \cdot \Delta t \quad (13)$$

Ова процедура се спроводи у свакој итерацији до коначне конвергенције модела.

3.2.2 Временски инкремент

Временски инкремент Δt , који фигурише у једначинама кретања, мора имати вредност мању или једнаку критичној са циљем да се обезбеди стабилност симулације. Вредности веће од критичне утичу на то да приликом сваке итерације померања елемената буду већа од физички могућих. У виртуелном окружењу ово доводи до превеликих преклапања елемената и индуковања одбојних сила на њиховим контактима што, даље, доводи то „разарања“ модела. Овом проблему је посвећен већи број истраживања која су резултирала различитим методама одређивања критичног временског инкремента. Основни параметри који утичу на величину Δt су број и величина партикула модела, њихове физичке особине и, у појединим случајевима, конститутивни контактни модел. Пракса је показала да су стабилне вредности Δt вишеструко мање од критичних што се негативно одражава на време потребно за завршетак симулације.

У општем случају, критична вредност временског инкремента се изражава [54, 55]:

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{max}} \quad (14)$$

где је:

Δt_{cr} - критични временски инкремент (s),

ω_{max} - максимална сопствена фреквенција у оквиру система (Hz).

У случају праволинијских осцилација материјалне тачке следи [54]:

$$m \cdot \ddot{x} = -K \cdot x \quad (15)$$

где је:

m - маса (kg),

\ddot{x} - убрзање (m/s^2),

x - померање у односу на равнотежни положај (m),

K - крутост (MPa/m).

Хармонијско осциловање је изражено једначином [54]:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (16)$$

где су A и φ амплитуда и фаза.

Угаона фреквенција се изражава као [54]:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (17)$$

На основу једначина (14) и (17) добија се израз за критични временски инкремент материјалне тачке [54]:

$$\Delta t_{cr} = 2 / \omega_{\max} = 2\sqrt{\frac{m}{K}} \quad (18)$$

У општем случају праволинијских осцилација материјалне тачке максимална фреквенција настаје када се две материјалне тачке (m_i, m_j) међусобно удаљавају. Уколико су им брзине константне и повезује их опруга са крутошћу K , померање материјалне тачке масе m_i се може изразити као $-\Delta x_i = \Delta x_j$ обзиром на утицај кретања материјалне тачке m_j . Резултујућа сила у овом случају има облик [54]:

$$\Delta F_i = -K_i(\Delta x_i - (-\Delta x_i)) = -2K_i\Delta x_i \quad (19)$$

Крутост система у овом случају износи $2K_i$, и стога је максимална сопствена фреквенција система [54]:

$$\omega_{\max} = \max \sqrt{\frac{2K_i}{m_i}}. \quad (20)$$

Одакле произилази израз за критични временски инкремент система [54]:

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{\max}} = \min_i 2\sqrt{\frac{m_i}{K_i}} = \min_i 2\sqrt{\frac{m_i}{2K_i}} = \min_i \sqrt{2} \sqrt{\frac{m_i}{K_i}}. \quad (21)$$

Аналогно овом начину, врши се генерализација за свих 6 степени слободе раздвојених елемената, а критични временски инкремент се одређује на основу максималне сопствене фреквенције у систему, односно [54]:

$$\Delta t_{cr} = \min \Delta t_{crk}, \quad k \in \{1, \dots, 6\}. \quad (22)$$

У симулацији методом раздвојених елемената партикула система се одликује крутошћу K_{ij} која зависи од интеракције са осталим партикулама. Ако је K_{Nk} нормална крутост контакта у ком појединачна партикула учествује, а $K_{Tk} = \nu K_{Nk}$ тангенцијална и \vec{n}_k вектор нормале контакта, матрица крутости се дефинише као сума крутости свих контаката појединачне партикуле са индексом k [56]:

$$\vec{K}_{ij} = \sum_k (K_{Nk} - K_{Tk}) \vec{n}_i \vec{n}_j + K_{Tk} = \sum_j K_{Nk} ((1-\nu) \vec{n}_i \vec{n}_j + \nu) \quad (23)$$

где $i, j \in \{x, y, z\}$, а критична вредност временског инкремента.

Значај овог решења се огледа у његовој примени у YADE коду где је имплементиран такозвани „GlobalStiffnessTimeStepper“ [54, 57] модул помоћу кога је могуће извршити рекакулацију временског инкремента у току симулације. Наиме, код симулација код којих се временом мења број партикула у систему неопходно је извршити поновно одређивање критичног временског инкремента како би симулација остала стабилна. Често је временски инкремент дефинисан на самом почетку као константна вредност, која је заправо фракција критичне вредности, како се приликом повећавања броја партикула у систему не би нарушила стабилност симулације обзиром да се критична вредност смањује повећањем броја партикула. У случајевима када се у симулацији смањује број партикула критична вредност временског инкремента се повећава што доводи до брже конвергенције и скраћивања времена симулације. Имплементација „GlobalStiffnessTimeStepper“-а омогућава да се вредност временског инкремента одреди према тренутним условима симулације и тако се оптимизира време потребно за њен завршетак.

3.2.3 Детекција судара између партикула

Детекција судара између партикула у оквиру симулације раздвојеним елементима је основна процедура на којој базира свака од имплементација исте. Две партикуле i и j се у нумеричком смислу представљају помоћу предиката, скупова тачака P_i и P_j . Детекција судара у општем случају има две фазе:

1. Фаза брзе детекције могућих судара. Заснива се на анализи преклапања предиката, тј. тангентних призми које описују сваку од партикула. У овој фази свака партикула је заправо репрезентована својим предикатом који је њена симплификација, што у нумеричком смислу знатно редукује време које је потребно за детекцију судара у поређењу са сферичном/егзактном репрезентацијом партикула. За предикате \tilde{P}_i и \tilde{P}_j важи следећа релација [54]:

$$\forall \mathbf{x} \in R^3 : x \in P_i \Rightarrow x \in \tilde{P}_i \quad (24)$$

Једначином (24) се заправо каже да свака тачка којом је дефинисана сферична партикула мора бити унутар предиката. Уколико је пресек скупова тачака којим су дефинисани предикати празан скуп следи да ће и пресек скупова тачака којима су дефинисане сферичне партикуле бити празан скуп. Другим речима, судар између две партикуле није могућ, односно [54]:

$$(\tilde{P}_i \cap \tilde{P}_j) = \emptyset \Rightarrow (P_i \cap P_j) = \emptyset \quad (25)$$

2. Елиминацијом немогућих судара помоћу једначине (25) прелази се на егзактнији вид утврђивања судара између партикула. У овој фази се врши анализа међусобног

растојања између две партикуле код којих постоји могућност судара и утврђује да ли се исте преклапају или не. Крајњи резултат анализе судара су тачка у којој долази до контакта између две партикуле и вектор нормале контакта.

3.2.3.1 Алгоритми за детекцију судара између партикула

Алгоритми за детекцију судара су грубо подељени у две групе:

1. Хијерархијски алгоритми и
2. равни алгоритми („*Flat algorithms*“).

Хијерархијски алгоритми се заснивају на подели простора на предикате вишег реда у оквиру којих се врши прва фаза анализе судара. Ова анализа се врши над предикатима партикула које се налазе у оквиру предиката вишег реда. На овај начин се смањује број могућих судара и убрзава прва фаза анализе судара обзиром да је судар могућ само између предиката који припадају истом предикату вишег реда. Предикати вишег реда су основни хијерархијски елементи и могу бити сферичног облика [58], у облику окталног дрвета [59] или описног конвексног полиедра [60].

Равни алгоритми се најчешће користе код методе раздвојених елемената за анализу судара између партикула. Операције се директно обављају над предикатима нижег реда без претходног хијерархијског груписања. Два најчешће коришћена алгоритма из ове групе су:

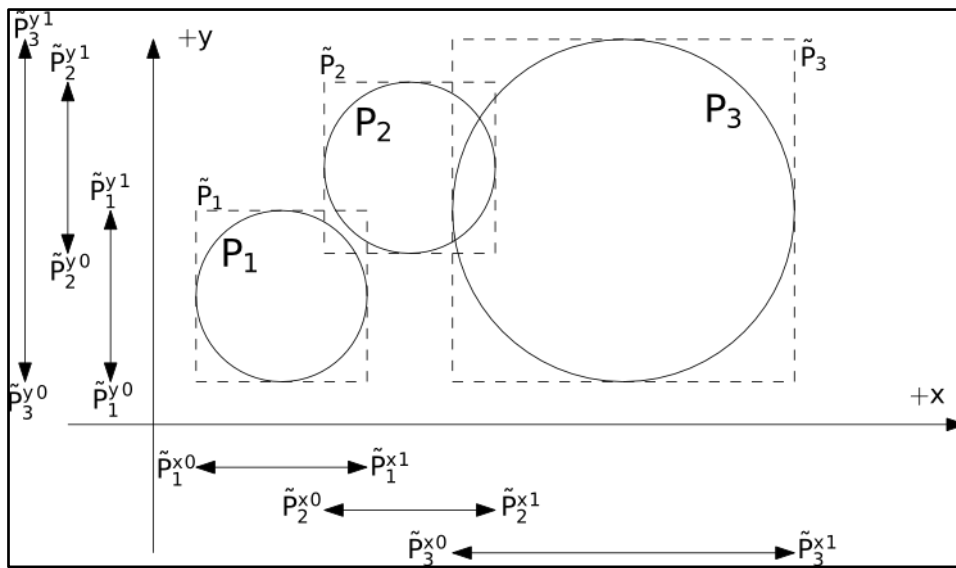
1. „*Sweep and prune*“ код кога су предикати тангентне призме чије су ивице оријентисане дуж оса координатног система. Преклапање предиката мора бити дуж сваке осе, а комплексност овог алгоритма је реда $O(n \log n)$ где n представља број партикула у симулацији. Овај алгоритам се заснива на принципу временске кохеренције, односно чињеници да кретање партикула није насумично већ се одвија према физичким законима [54].
2. *Мрежни алгоритми* се заснивају на правилно дистрибуираној мрежи тачака у простору што олакшава идентификацију суседних партикула. Комплексност коју достижу је реда $O(n)$ [61], али имају велику осетљивост на растојање између тачака, тј. неопходно је исто прилагодити величини највеће партикуле у систему [62].

Обзиром да код YADE има имплементиран „*Sweep and prune*“ алгоритам у оквиру класе „*InsertionSortCollider*“, истом ће бити посвећено више пажње у наставку текста.

Осно оријентисани предикат \tilde{P}_i је дефинисан својим доњим и горњим углом, односно минималним и максималним координатама дуж оса координатног система $(\tilde{P}_i^{x0}, \tilde{P}_i^{x1}, \tilde{P}_i^{y0}, \tilde{P}_i^{y1}, \tilde{P}_i^{z0}, \tilde{P}_i^{z1})$. У случају преклапања два предиката мора бити задовољен услов [54]:

$$(\tilde{P}_i \cap \tilde{P}_j) \neq \emptyset \Leftrightarrow \bigwedge_{w \in \{x, y, z\}} [((\tilde{P}_i^{w0}, \tilde{P}_i^{w1}) \cap (\tilde{P}_j^{w0}, \tilde{P}_j^{w1})) \neq \emptyset] \quad (26)$$

На слици Слика 3-5 дат је приказ алгоритма у дводимензионалном простору и као што је већ напоменуто услов је да се предикати преклапају дуж свих оса координатног система. У наведеном случају долази до преклапања $\tilde{P}_1 \cap \tilde{P}_2 \neq \emptyset$ и $\tilde{P}_2 \cap \tilde{P}_3 \neq \emptyset$, али треба напоменути да не долази до стварног преклапања партикула 1 и 2, односно $P_1 \cap P_2 = \emptyset$ [54].



Слика 3-5 Дводимензионална илустрација „Sweep and prune“ алгоритма [63]

За сваку осу координатног система дефинише се листа L_w ($w \in \{x, y, z\}$) у којој се води евиденција свих минималних и максималних координата сваког предиката свих партикула у систему, односно [54]:

$$L_w = \bigcup_i \{\tilde{P}_i^{w0}, \tilde{P}_i^{w1}\} \quad (27)$$

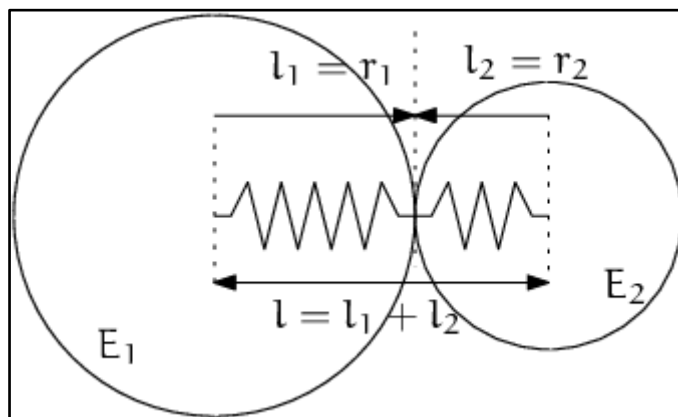
где i означава редни број партикуле у систему. У првим кораку се врши анализа могући контаката дуж једне осе, а затим се врши провера преклапања за остале осе координатног система. Уколико се предикати преклапају дуж сваке осе координатног система партикуле i и j се означавају као потенцијалне за постојање егзактног контакта.

Сви потенцијални контакти који се утврде на овај начин се, даље, проверавају са аспекта реалног преклапања две партикуле. Другим речима, уколико су партикуле на растојању већем од збира њихових полупречника у датом моменту не постоји интеракција између њих. Код стварних контаката се утврђују вектор нормале и величина преклапања партикула, а затим и аплицирање физичких особина којима се дефинише механичко понашање две партикуле у контакту.

3.2.4 Интеракција раздвојених елемената

Контакт између две партикуле одликује се геометријским и физичким параметрима. Геометријски параметри обухватају радијус сваке од партикула и карактеристике геометријског преклапања партикула попут површине пресека између партикула. Физички параметри зависе од конкретно примењеног конститутивног модела стим што је за механичке моделе заједничко да интеракцију партикула описују помоћу нормалне и тангенцијалне крутости.

Нормална крутост (Слика 3-6) дефинише деформабилност контакта међу партикулама и најчешће је у директној релацији са Јунговим модулом еластичности E материјала од којег су сачињене поједине партикуле. Са друге стране, тангенцијална крутост представља фракцију нормалне крутости тако да однос K_T / K_N буде близак макроскопској вредности Поасоновог коефицијента ν .



Слика 3-6 Шематска илустрација нормалне крутости на контакту две партикуле [63]

У случају идеалног контакта партикула растојање њихових центара једнако је збиру њихових радијуса, односно [63]:

$$l = l_1 + l_2 \quad (28)$$

Приближавањем партикула долази до промене растојања између њих (Δl), односно деформације која се преноси на партикуле пропорционално њиховој деформабилности. Укупна померање је стога једнако збиру појединачних померања или у случају контакта две партикуле [63]:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \quad (29)$$

Свако померање Δl_i узрокује себи пропорционалну силу $F_i = K_i \Delta l_i$. Крутост је пропорционална Јунговом модулу еластичности материјала партикула E_i и растојању \tilde{l}_i које је пропорционално радијусу r_i , односно [63]:

$$K_i = E_i \tilde{l}_i \quad (30)$$

Нормална сила која се том приликом јавља на контакту две партикуле једнака је [63]:

$$F = K_N \Delta l \quad (31)$$

Заменом једначине (29) у (31) добија се [63]:

$$F = K_N (\Delta l_1 + \Delta l_2) \quad (32)$$

Елиминацијом силе F из једначине (32) [63]:

$$F = K_N \left(\frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \right) \quad (33)$$

Добија се израз [63]:

$$\frac{1}{K_N} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \quad (34)$$

На основу једначине (34) израз за нормалну крутост има облик [63]:

$$K_N = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \quad (35)$$

Односно [63]:

$$K_N = \frac{E_1 \tilde{l}_1 E_2 \tilde{l}_2}{E_1 \tilde{l}_1 + E_2 \tilde{l}_2} \quad (36)$$

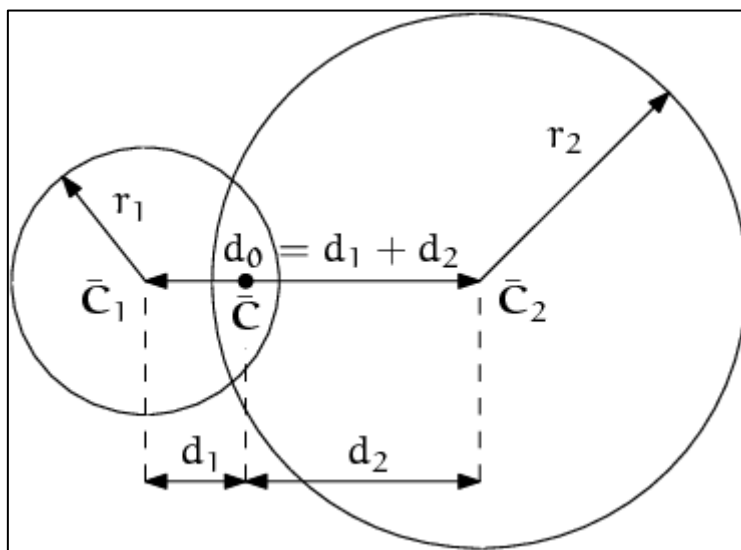
Растојање \tilde{l}_i код већине конститутивних модела има вредност $\tilde{l}_i = 2r_i$, док се код појединих модела користи еквивалента површина пресека две партикуле (A_{eq}) тако да израз за крутост има облик $K_i = E_i \tilde{l}_i = E_i \frac{A_{\text{eq}}}{l_i}$, где је A_{eq} у функцији најмањег пречника партикула које учествују у интеракцији тј. $A_{\text{eq}} = \min(r_1, r_2)$ [63].

3.2.5 Конститутивни модели

Конститутивни модели дају физички смисао интеракцији између партикула са основним циљем да нумеричка симулација осликава реално физичко понашање моделираног проблема. Први конститутивни модел је дефинисао творац методе раздвојених елемената Peter Cundall и наведени модел узима у обзир само треће на контакту партикула. Ово је уједно најчешћи и основни конститутивни модел многих кодова раздвојених елемената са доказаном валидношћу за моделирање растреситих материјала без кохезије [56, 64, 42, 43, 44, 65, 66]. Поред наведеног, честу примену имају и фриксиони модел са кохезијом [67, 68], нелинеарни Hertz-Mindlin-ов еластични модел [69] као и специфични модели за моделирање механичког понашања бетона [70], челичних мрежа [71, 72, 73] и испуне пукотина у стенском масиву [74, 75, 76]. Посебан конститутивни модел је развијен за моделирање испуцалог стенског масива [77]. Код механичких конститутивних модела деформације и дилатације се одређују на готово идентичан начин у сваком случају. Одређивање сила на контакту партикула је главна разлика између конститутивних модела, као и критеријум лома/раскидања везе између партикула.

За потребе ове дисертације коришћен је линеарни фриксиони модел имплементиран под називом „CundallStrack“ [54] и основни принципи истог су дати у наставку.

Две партикуле у контакту (Слика 3-7) имају центре у почетним тачкама \bar{C}_1 и \bar{C}_2 и одговарају има радијуси r_1 и r_2 .



Слика 3-7 Шематски приказ параметара који дефинишу контакт две партикуле [54]

За потребе одређивања померања и дилатација дефинишу се следећа растојања која остају константна читаво време постојања интеракције између две партикуле [54]:

$$d_0 = |\bar{C}_2 - \bar{C}_1| \quad (37)$$

$$d_1 = r_1 + \frac{d_0 - r_1 - r_2}{2} \quad (38)$$

$$d_2 = d_0 - d_1 \quad (39)$$

Тачка \bar{C} је тачка контакта две партикуле и увек се налази у средини зоне преклапања.

Уколико су \vec{C}_1^o и \vec{C}_2^o центри партикула 1 и 2 у неком тренутку симулације, вектор нормале контакта између ових партикула је [54]:

$$\vec{n} = \frac{\vec{C}_2^o - \vec{C}_1^o}{|\vec{C}_2^o - \vec{C}_1^o|} \quad (40)$$

У истом тренутку тачка контакта се одређује као [54]:

$$\vec{C}^o = \vec{C}_1^o + \left(d_1 - \frac{d_0 - |\vec{C}_2^o - \vec{C}_1^o|}{2} \right) \vec{n}. \quad (41)$$

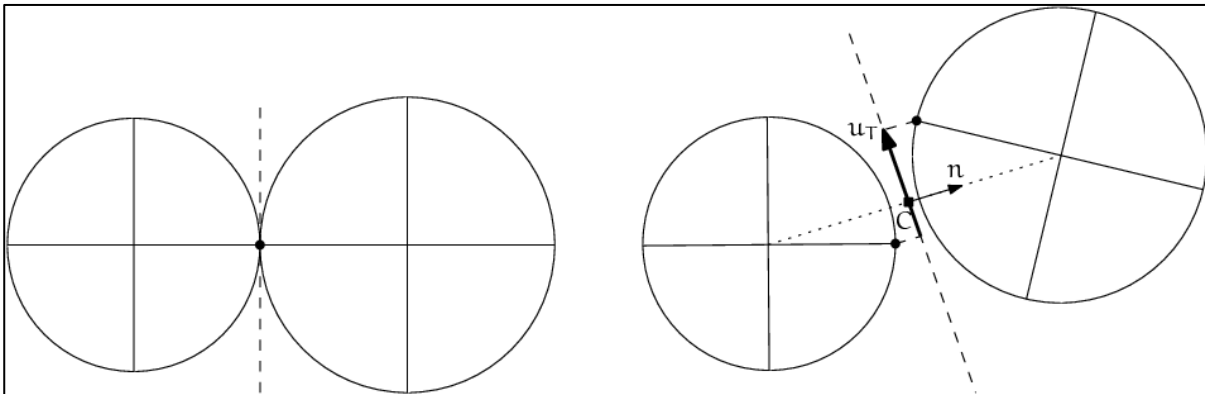
Вектор нормале \vec{n} је управан на раван контакта која пролази кроз тачку \vec{C}^o . Померања дуж овог правца се одређују као [54]:

$$u_N = |\vec{C}_2^o - \vec{C}_1^o| - d_0 \quad (42)$$

Дилатација дуж истог правца се одређује као [54]:

$$\varepsilon_N = \frac{u_N}{d_0} = \frac{|\vec{C}_2^o - \vec{C}_1^o|}{d_0} - 1 \quad (43)$$

За одређивање тангенцијалних померања користи се тзв. инкрементални алгоритам [78, 79] помоћу кога се врши ажурирање померања у односу на претходно стање две партикуле (Слика 3-8) [54].



Слика 3-8 Тангенцијално померање две партикуле услед translације и ротације [54]

Тангенцијална померања се ажурирају у свакој итерацији у два корака [54]:

1. Померање тачке контакта \vec{C} и нормале \vec{n} :

Услед промене положаја центара партикула \vec{C}_1° и \vec{C}_2° тачка контакта мења свој положај и ажурира се према једначинама (40) и (41). Померање \vec{u}_T° из претходне итерације је управно на вектор нормале \vec{n}° контакта у истој итерацији. Врши се ажурирање вредности \vec{u}_T° тако да буде испуњен услов $\vec{u}_T^\circ + (\Delta\vec{u}_T) = \vec{u}_T^\circ \perp \vec{n}$, односно тангенцијално померање у тренутној итерацији мора бити управно на вектор нормале контакта. У овом кораку се одређују инкременти тангенцијалног померања, први ради промене вектора нормале контакта [54]:

$$(\Delta\vec{u}_T)_1 = -\vec{u}_T^\circ \times (\vec{n}^\circ \times \vec{n}) \quad (44)$$

Други, услед ротације [54]:

$$(\Delta\vec{u}_T)_2 = -\vec{u}_T^\circ \times \left(\frac{\Delta t}{2} \vec{n}^\circ \cdot (\vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2) \right) \vec{n}^\circ \quad (45)$$

2. Релативно померање две партикуле дуж тангенцијалног правца:

Ако је \vec{v}_{12} релативна брзина две партикуле на тангенцијалном правцу у тачки њиховог контакта, трећи инкремент тангенцијалног померања се изражава као [54]:

$$(\Delta\vec{u}_T)_3 = -\Delta t \vec{v}_{12} \quad (46)$$

Укупно тангенцијално померање једнако је суми сви инкремената [54]:

$$\vec{u}_T^\circ = -\vec{u}_T^\circ + (\Delta\vec{u}_T)_1 + (\Delta\vec{u}_T)_2 + (\Delta\vec{u}_T)_3. \quad (47)$$

На основу познатих вредности нормалног и тангенцијалног померања одређују се нормална и тангенцијална сила [54]:

$$\vec{F}_N = K_N u_N \vec{n} \quad (48)$$

$$\vec{F}_T = K_T \vec{u}_T \quad (49)$$

Кретање партикула дуж тангенцијалног правца је могуће уколико је тангенцијална сила већа од отпора трења, односно [54, 68]:

$$|\vec{F}_T| > |\vec{F}_N| \tan \phi \quad (50)$$

3.2.6 Коефицијент пригушења

Код механичких система долази до дисипације кинетичке енергије и исти феномен се мора узети у обзир и код нумеричких симулација. У зависности од конститутивног модела зависи и конкретна формулација, тако код неких модела пригушење зависи од брзине партикула [80] док се у случају конститутивног модела објашњеног у поглављу 3.2.5 примењује нумерички коефицијент пригушења. Формулација је базирана на Cundall-овој имплементацији [81, 68] у оквиру кода PFC3D и гласи:

$$F^d = -\lambda |\vec{F}| \text{sgn}(v) \quad (51)$$

Где је:

- F^d - резултујућа сила након пригушења,
- \vec{F} - резултујућа сила пре пригушења,
- λ - коефицијент нумеричког пригушења,
- v - брзина.

Код симулација стенског материјала коефицијент пригушења λ износи 0.7 – 0.8, што заправо значи да се приликом колизије губи до 80% кинетичке енергије.

3.2.7 Типови раздвојених елемената

Код тродимензионалне имплементације MPE могуће је применити неколико различитих типова елемената у зависности од проблема који се моделира. У општем случају могу се издвојити две групе елемената према њиховој намени. Прву групу чине елементи који активно учествују у симулацији и који подлежу кретању, и другу групу у коју спадају статични конструктивни елементи који служе за ограничавање простора у оквиру ког се врши симулација. Првој групи припадају сферичне партикуле, агрегати партикула и полиедарски елементи, док другу групу чине тзв. „зидови“ који представљају равни оријентисане у простору и као такви су бесконачно велике површне, и, триангуларне површи.

Сферичне партикуле су најчешће примењивани PE и у механичком смислу су недељиве и недеформабилне, а могу се повезивати у деформабилне и недеформабилне агрегате. Иако постоје истраживања која се баве имплементацијом деформабилних партикула [49] њихова примена је за сада ограничена.

3.2.8 Геометрија модела и контурни услови

У зависности од проблема који се моделира, неопходно је дефинисати геометријске границе модела и начин њихове репрезентације. Најједноставнији начин да се ово изврши јесте креирање 3Д геометријског модела у неком од графичких програма и конверзија истог у *.gts* [82] или *.stl* формат. На овај начин се практично дефинишу граничне површи модела у оквиру којих ће се извршити генерисање партикула. Наведени формати су заправо текстуалне датотеке у оквиру којих су забележене координате тачака које дефинишу поједине површи. Учитавањем ових датотека у модел врши се реконструкција граничних површи који ће бити у интеракцији са партикулама у току симулације.

Генерисање партикула у оквиру граница модела се најчешће врши помоћу унапред дефинисаних алгоритама или креирањем појединачних партикула задавањем параметара попут координата центра и пречника. Ово је елементарни корак креирања модела РЕ, али и уједно и најделикатнији. Сваки проблем који се моделира има себи специфичну просторну расподелу партикула коју је неопходно реплицирати у моделу.

Контурни услови су дефинисани граничним површима, а могу бити фиксни и периодични.

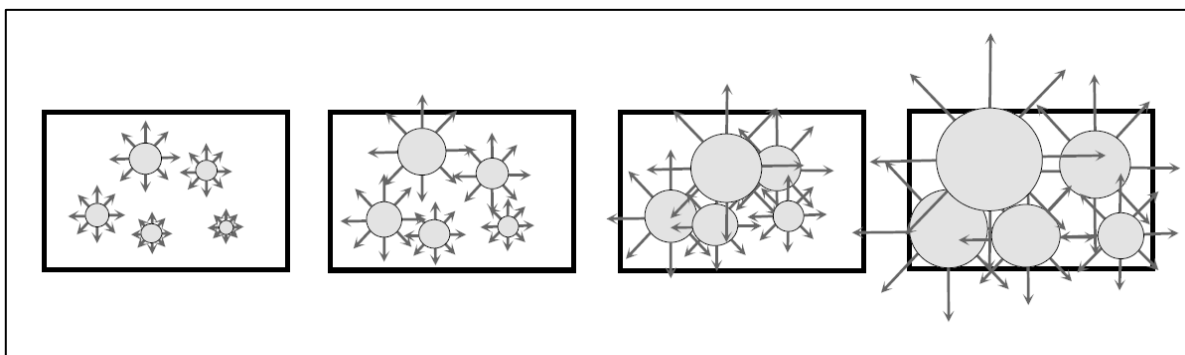
3.2.9 Технике дистрибуирања елемената у простору

Свака симулација методом раздвојених елемената започиње креирањем пакета партикула у простору, а у зависности од конкретног проблема који се моделира развијене су и различите технике дистрибуирања. У случајевима када се симулира механичко понашање чврстих материјала, и када постоји кохезивна веза између партикула, неопходно је направити такав распоред партикула да се обезбеди жељена порозност пакета и постигне жељени координациони број (просечни број контаката сваке партикуле). Код растреситих материјала тежња је за постизањем жељене порозности пакета, а често је битно да силе које се индукују на контактима буду минималне. Дистрибуирање различитих класа крупноће у простору је један од проблема који се јавља код симулација са неравномерном расподелом партикула у простору и захтева изналажење технике за сваки проблем појединачно.

Вагі [83] прави разлику између три групе техника за дистрибуирање елемената у простору: динамичке, конструктивне и технике колективне редистрибуције.

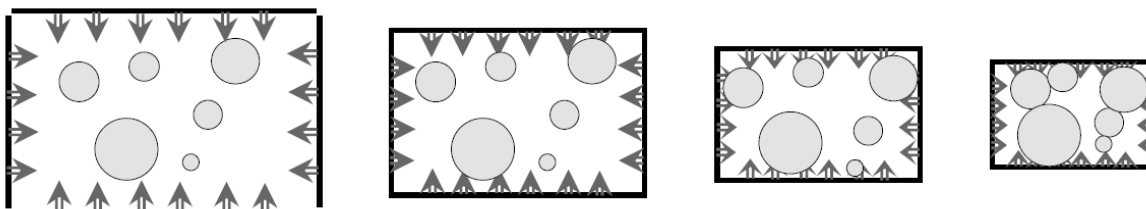
3.2.9.1 Технике динамичке дистрибуције РЕ у простору

Техника постепене експанзије партикула [83] у оквиру граница модела (Слика 3-9) заснива се на креирању иницијалног броја партикула унутар граница модела на такав начин да је величина истих знатно мања у односу на димензије модела. Затим се симулира постепено повећање партикула и њихово слободно распоређивање у границама модела. Са увећањем партикула се престаје оног тренутка када се постигне жељена порозност пакета. Основна мана овог начина распоређивања партикула јесте немогућност да се постигне одређена крупноћа партикула, али се са друге стране добија модел жељених димензија.



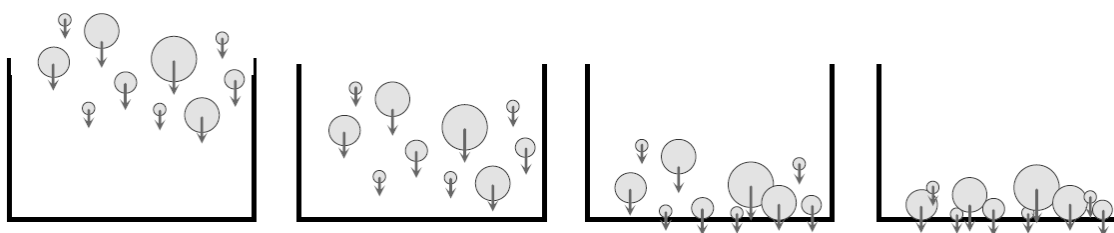
Слика 3-9 Постепена експанзија партикула у оквиру граница модела [83]

У случају када се зна величина партикула исте се смештају у жељеном броју унутар увећаних димензија модела и врши се постепена компресија зближњавањем граница модела ка својој унутрашњости (Слика 3-10). На овај начин се добија модел са жељеном крупноћом партикула, али се коначне димензије тешко могу предвидети [83].



Слика 3-10 Постепена компресија партикула у оквиру граница модела [83]

Техника гравитационе депозиције [83] (Слика 3-11) подразумева креирање партикула жељене величине на највишем делу модела и њиховом слободном распоређивању под утицајем гравитације. Ова техника успешно превазилази ограничења претходне две технике на тај начин што омогућава да се у оквиру модела жељених димензија распореде партикуле жељене величине. Пре свега се употребљава за креирање пакета партикула за симулацију растреситих материјала, а обзиром на флексибилност МРЕ успешно се може комбиновати и са претходно наведеним техникама.



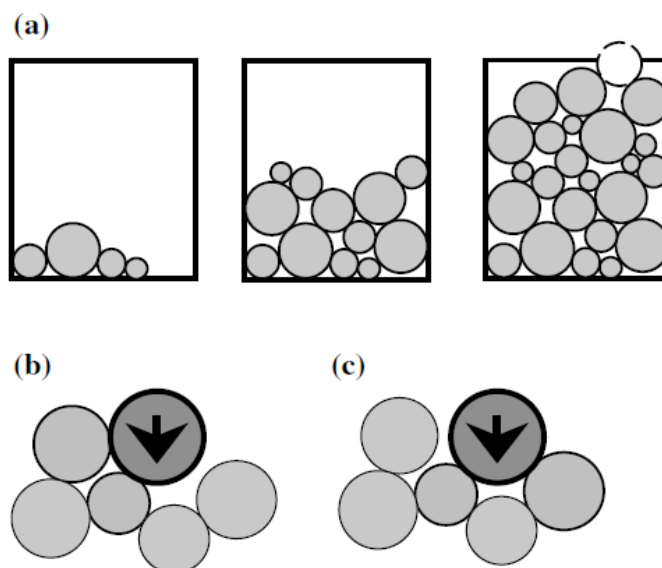
Слика 3-11 Гравитациона депозиција партикула [83]

Све динамичке технике подразумевају заправо засебну симулацију МРЕ, што подразумева срачунавање сила и померања за одређену вредност временског инкремента. Стога, време потребно за постизање жељеног пакета партикула може бити значајно што је уједно и главна мана ове групе метода када се ради о симулацијама са великим бројем партикула. Овај проблем се једним делом превазилази применом конструктивних техника [83].

3.2.9.2 Конструктивне технике дистрибуције РЕ у простору.

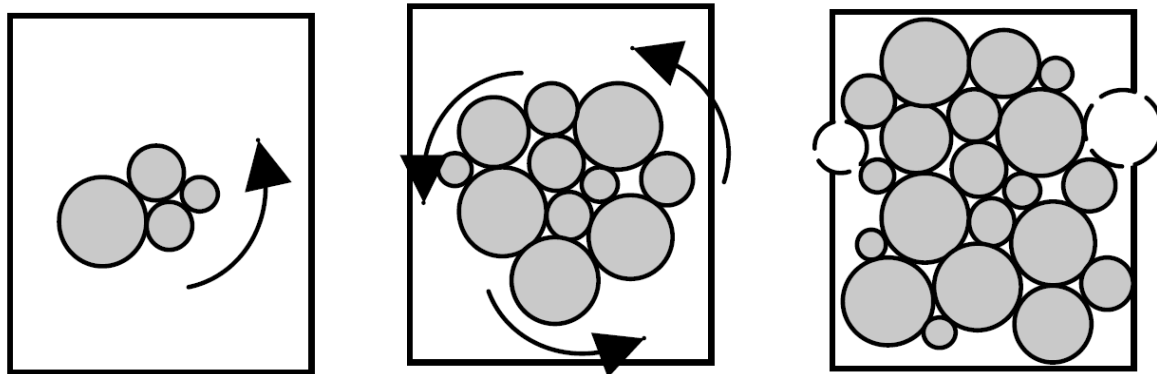
Конструктивне технике се заснивају искључиво на геометријским калкулацијама приликом распоређивања партикула у простору. На тај начин се избегавају захтевније динамичке калкулације које се подразумевају код динамичких метода [83].

Једна од најраније дефинисаних је техника седиментације [84, 85, 86, 87] (Слика 3-12) која се заснива на креирању партикула одређених димензија на самом врху границе модела, а затим њиховој транслацији до дна модела или до контакта са већ постојећим партикулама. Приликом позиционирања партикула може се вршити и њихова ротација у циљу бољег позиционирања и попуњавања простора.



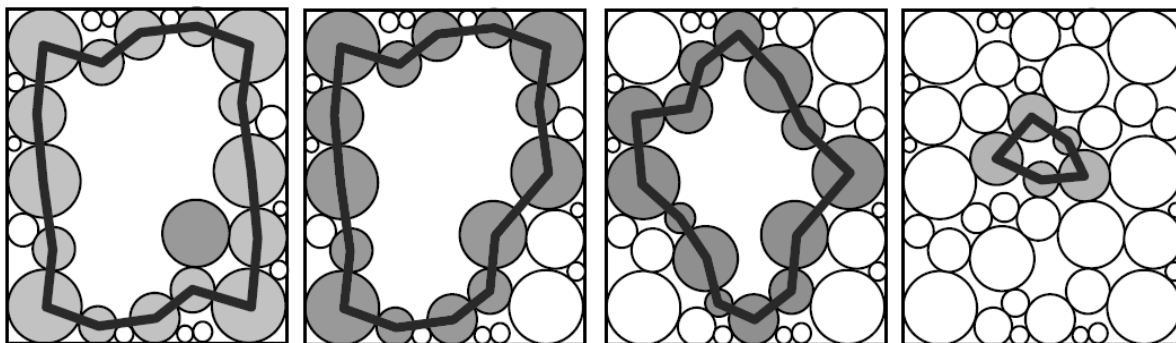
Слика 3-12 Техника седиментације [88]

Техника затвореног фронта [87] (Слика 3-13) подразумева да се у централном делу унутар границе модела креирају три партикуле које су у међусобном контакту. Затим се креира једна по једна партикула тако да иста буде у контакту са две већ постојеће партикуле. Пакет партикула се развија од центра модела ка границама и резултујући пакет је геометријски изотропан и са минималном порозношћу. Варијанта ове технике је имплементирана у коду YADE.



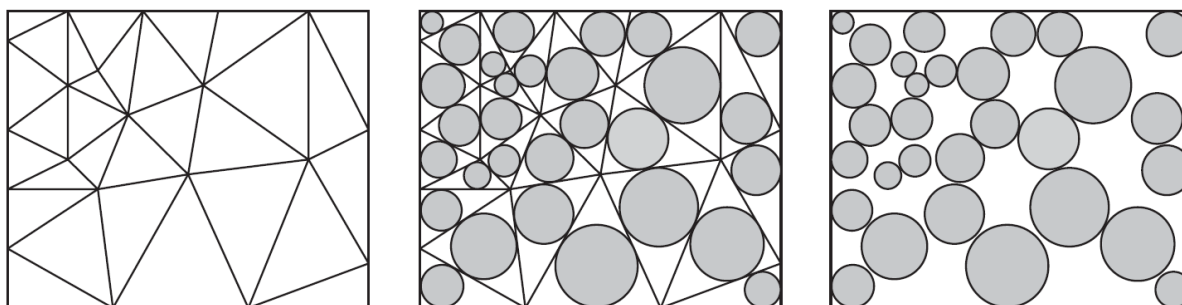
Слика 3-13 Техника затвореног фронта [88]

На сличан начин је осмишљена и техника унутрашњег фронта [88, 89] код које креирање партикула започиње од контуре модела ка његовој унутрашњости (Слика 3-14). партикуле се креирају све до попуњавања комплетног простора.



Слика 3-14 Техника унутрашњег фронта [83]

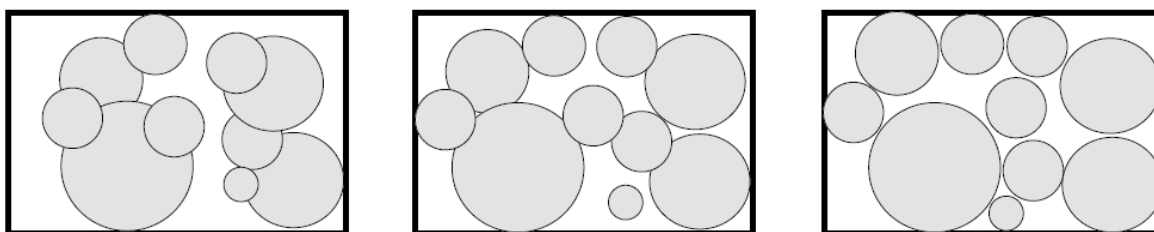
Посебна група техника базира на првобитној подели унутрашњости модела на коначан број троуглова или тетраедара [90] (Слика 3-15), а затим креирањем уписаних партикула у оквиру истих. Мана овог приступа је изразито велика порозност добијеног пакета партикула, али је са друге стране овај приступ један од рачунски најефикаснијих.



Слика 3-15 Мрежне технике дистрибуирања РЕ [89]

3.2.9.3 Технике колективне редистрибуције РЕ

Ова техника се заснива на креирању одређеног броја партикула одређених димензија унутар затворене границе модела. Позиција сваке партикуле је насумична и између истих може бити преклапања. Након креирања партикула врши се симулација редистрибуције елемената под утицајем активних сила и то до момента уравнотежења модела. Слика 3-16 шематски илуструје ову технику и ток симулације. Основна предност ове технике је та што се креирање почетног распореда партикула извршава у јако кратком времену, а партикуле имају задату величину. Трајање симулације зависи од броја партикула које се креирају, али и од механичких особина материјала партикула. Често се, код метода које подразумевају динамичко распоређивање партикула кроз симулацију њихове интеракције, иницијално користе материјали код који је отпор деформисања јако низак у циљу смањења времена симулације. Након уравнотежења модела партикулама се додељују механички параметри који осликавају моделирани проблем [83].



Слика 3-16 Колективна редистрибуција елемената у простору [83]

4 УТИЦАЈ ПРОМЕНЉИВОСТИ ОСОБИНА ЗАРУШЕНОГ СТЕНСКОГ МАТЕРИЈАЛА НА ФОРМИРАЊЕ ГРАВИТАЦИОНОГ ТОКА

4.1 Аналогија између гравитационог тока код блоковског и подетажног зарушавања

Упркос разликама између метода блоковског и подетажног зарушавања треба обратити пажњу на сличности које постоје код гравитационог тока у оба случаја. Блоковско и панелно зарушавање подразумевају зарушавање високих експлоатационих блокова (колона) које у највећем броју случајева покривају целокупну висину рудног тела које је предмет откопавања. Након подсецања и иницирања зарушавања долази до формирања гравитационог тока зарушеног стенског материјала. Приликом кретања зарушени стенски материјал је подвргнут уситњавању и промени својих фриксионих особина. Процена секундарне фрагментације је један од најбитнијих корака ка успешном дизајнирању рудничке конструкције у рудницима са блоковским зарушавањем обзиром да иста директно утиче на величину и растојање између тачишта. На тај начин се у току производње формира гравитациони ток који може имати висину од неколико стотина метара

Код подетажног зарушавања руда бива минирана из подетажног ходника помоћу минских пуњења у лезном распореду, а околне стене се спонтано зарушавају под утицајем гравитације. Гравитациони ток се у овом случају формира на нивоу активне подетаже и чине га минирана руда и зарушена јаловина, а висина тока износи до 30 метара у зависности од висине и геометрије подетаже. Откопавање по правилу има напредовање на доле тако да се гравитациони ток формира између свака два нивоа, а ако се у обзир узме комплетна висина откопавања зарушени стенски материјал ће прећи целокупну висину рудног тела и проћи кроз идентичне промене као и код блоковско зарушавања. Стога, гравитациони ток код подетажног зарушавања можемо посматрати као дискретизовани ток код блоковског зарушавања са аспекта промене особина зарушеног материјала.

Почетни услови у стенском масиву су одређени величином примарних блокова, бројем и квалитетом пукотина, механичким и деформационим особинама монолита. На почетним (вишим) подетажама фрагментација зарушеног стенског материјала је условљена у првом реду величином примарних блокова. Формирањем гравитационог тока у својим кретањем зарушени стенски материјал се уситњава тако да се на свакој нижој подетажи може очекивати ситнији јалови материјал. Једна од опште познатих чињеница је да се ситније партикуле/фрагменти лакше и брже крећу у поређењу са крупнијим [91]. Стога је оправдано очекивати већи прилив јаловог материјала на нижим подетажама обзиром да исти бива ситнији, а његов отпор кретању нижи.

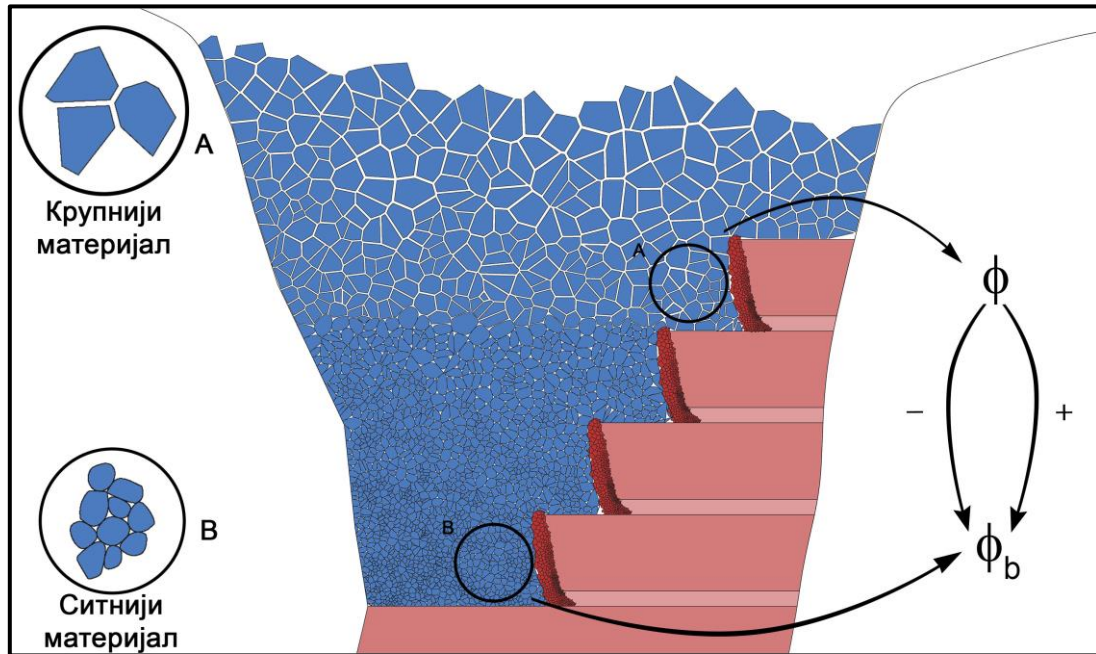
Са аспекта фриксионих особина зарушеног материјала можемо издвојити две карактеристичне ситуације:

1. Угао унутрашњег трења зарушеног материјала је већи од базног угла трења,
2. Угао унутрашњег трења зарушеног материјала је нижи од базног угла трења.

До зарушавања стенског масива долази формирањем тензионих пукотина које се карактеришу веома високом храпавошћу. Уколико је број примарних пукотина у масиву низак, а њихове површине храпаве и неизмењене, угао трења овако формираних фрагмената ће бити виши од базног угла трења. Приликом гравитационог кретања површине фрагмената постепено губе примарну храпавост и постају глатке, што резултира опадањем угла трења и његовим приближавањем базном углу трења за ту врсту стене.

Уколико је стање примарних пукотина у масиву такво да су оне глатке и измењене, са испуном која има ниске механичке особине, а уједно и бројније у поређењу са новонасталим тензионим пукотинама, можемо очекивати да ће угао трења фрагмената бити нижи од базног угла трења.

У овом случају, приликом гравитационог кретања долази губитка површинског слоја фрагмената и до постепеног раста угла трења који се у одређеном тренутку приближава вредности базног угла трења. Базни угао трења зависи првенствено од типа стене која се разматра, а односи се на угао трења глатких стенских површина. Coulson је извршио и објавио једно од најобимнијих истраживања у оквиру ког је изнео систематизацију стена према величини базног угла трења [92]. Слика 4-1 представља шематски приказ просторне промене фрагментације и угла трења зарушеног материјала.



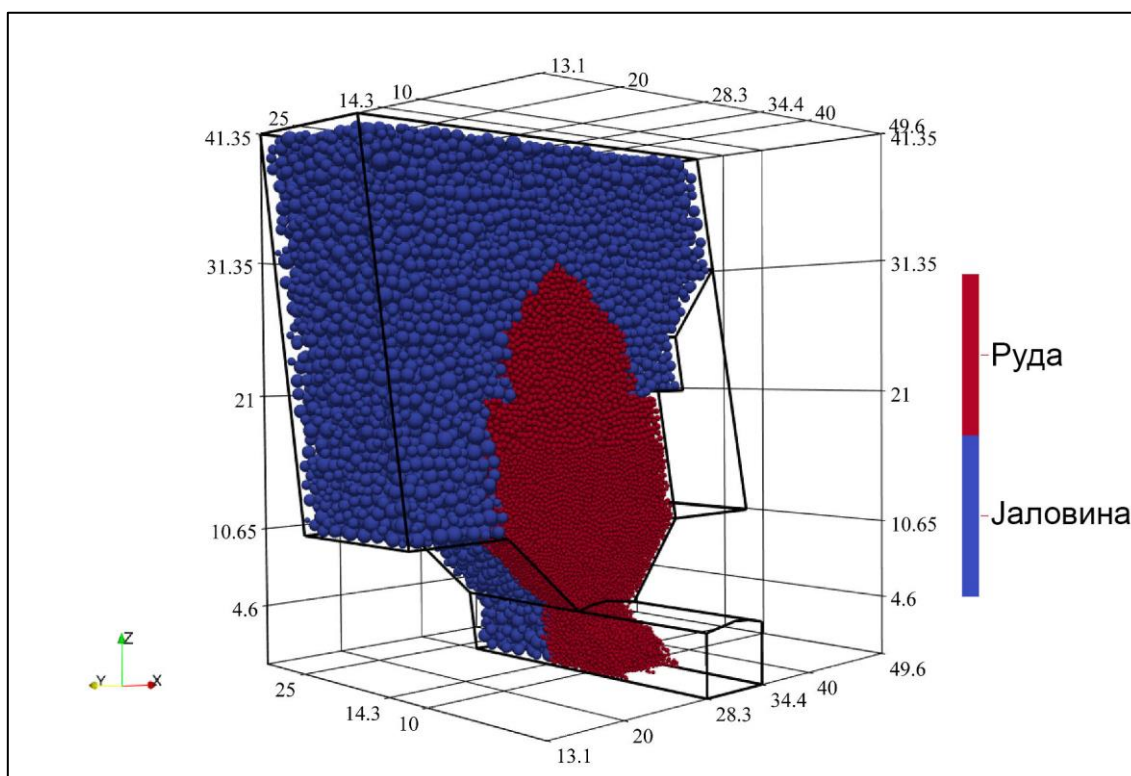
Слика 4-1 Шематски приказ просторне промене фрагментације и угла трења у зарушеном материјалу

4.2 Моделирање гравитационог тока методом раздвојених елемената

4.2.1 Иницијални и репрезентативни модел

Како би дефинисали репрезентативни модел на коме ће бити извршена анализа утицаја променљивости особина зарушеног материјала на формирање гравитационог тока полазимо од иницијалног модела (Слика 4-2). Циљ нам је да репрезентативни модел обухвати све релевантне параметре процеса, а пре свега просторну расподелу руде која остаје као губитак и јаловине, и да на тај начин испратимо промену осиромашења и искоришћења руде и метала. Модели су креирани употребом кода YADE [63], а добијени резултати су обрађени употребом алата ParaView [93] и GnuPlot [94]. YADE је један од кодова раздвојених елемената отвореног типа који је јавно доступан истраживачима. Има широку примену за моделирање дискретних средина попут стенског масива и тла, и обзиром на своју универзалност поље примене му се стално проширује [95, 74, 72, 96, 97, 98, 99, 100].

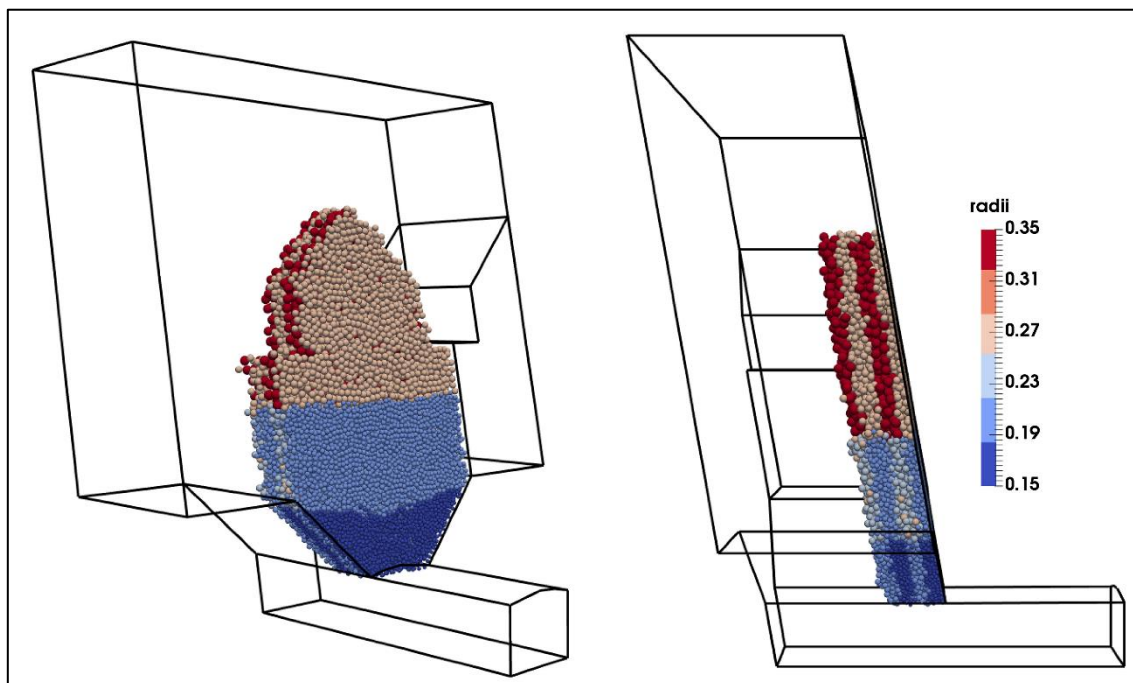
Модел обухвата један изоловани део рудничке конструкције јер обзиром на своју комплексност и виске рачунарске ресурсе није могуће процесирати комплексније моделе. Висина између две подетаже износи 21.3m, а подетажни ходник је ширине 6.1m и висине 4.6m. Спољна граница модела је асиметрична обзиром да је то најчешћа ситуација у рудницима са подетажним зарушавањем са аспекта напредовања производње на једном нивоу. Симетрични услови егзистирају само у случајевима кад напредовање има облик клина и то само код средишњег подетажног ходника.



Слика 4-2 Иницијални модел раздвојених елемената

Модел је креиран коришћењем сферичних раздвојених елемената што представља извесну редуцију геометријских особина система имајући у виду доминантно рогласт изглед стенски блокова. Примеренији приступ моделирању био би коришћењем полиедарских раздвојених елемената који су такође имплементирани у оквиру овог кода, али обзиром на знатно више захтеве у виду рачунарских ресурса и сврху овог истраживања, процесирање оваквих модела не би било рационално. Модел обухвата минирану руду окружену зарушеном јаловином. Ранијим истраживањима [8] је показано да се приликом истакања две миниране лепезе постижу знатно ниже вредности осиромашења него у случајевима када се истаче само једна. Ово сазнање је искоришћено у оквиру овог истраживања па је укупна дебљина појаса миниране руде око 4.3m.

Као што је већ познато основна карактеристика метода подетажног зарушавања је минирање експлозивним пуњењима у лепезном распореду. Овакав распоред минских пуњења узрокује карактеристичну просторну расподелу класа крупноће минираног материјала. Постојећи модели за процену фрагментације минираног материјала дају резултате само за минирање паралелним минским пуњењима. Иако постоје (у скромном броју) модели који се баве проценом фрагментације код минирања са непаралелним бушотинама [101, 102, 103], њихова примена за процену просторне расподеле класа крупноће је ограничена и не могу се користити у оквиру модела раздвојених елемената. Утицај минирања и расподеле класа крупноће на формирање гравитационог тока је анализирано у оквиру више објављених истраживања [4, 104, 105, 12]. Обзиром да су у оквиру овог истраживања акценат ставља на особине зарушеног јаловог материјала сви модели имају исту расподелу класа крупноће миниране руде (Слика 4-3).



Слика 4-3 Просторна дистрибуција класа крупноће миниране руде

Табела 4-1 Механичке особине контаката у моделу раздвојених елемената

Материјал	Модул еластичности (Pa)	Угао трења (°)	Густина (t/m^3)
Руда	10^8	35	3.2
Јаловина	10^8	25, 30, 35	2.7
Спољашња граница	10^{10}	35	2.7

Табела 4-1 даје приказ механичких особина контаката елемената у коришћеним моделима, а коришћен је тзв. „*CundallStrack*“ линеарни фриксиони модел [54]. У оквиру модела елементи су подложни искључиво слободном гравитационом кретању, а утовар се симулира брисањем елемената у подетажном ходнику. Наиме, на месту утовара је дефинисана призма запремине од $\sim 5m^3$ и елементи који се нађу у оквиру исте бивају избрисани и процесирани у циљу одређивања резултата. Утовар траје до тренутка конвергенције модела, а критеријум конвергенције представља укупна маса равне руде која је утоварена (120% масе изминиране руде).

У току симулације прате се следећи показатељи:

Искоришћење руде из лезезе:

$$R_o = \frac{m_r}{M_r} \cdot 100\% \quad (52)$$

где је:

R_o – искоришћење руде из лезезе (%)

m_r – укупна маса утоварене руде из лезезе (t)

M_r – укупна маса руде у лезези (t)

Искоришћење заостале руде:

$$R_d = \frac{m_d}{M_d} \cdot 100\% \quad (53)$$

где је:

R_d – искоришћење заостале руде (%)

m_d – укупна маса утоварене заостале руде (t)

M_d – укупна маса заостале руде (t)

Укупно искоришћење руде:

$$R = \frac{m_r + m_d}{M_r + M_d} \cdot 100\% \quad (54)$$

Осиромашење руде из лезезе:

$$D = \frac{m_w + m_d}{m_w + m_d + m_r} \quad (55)$$

где је:

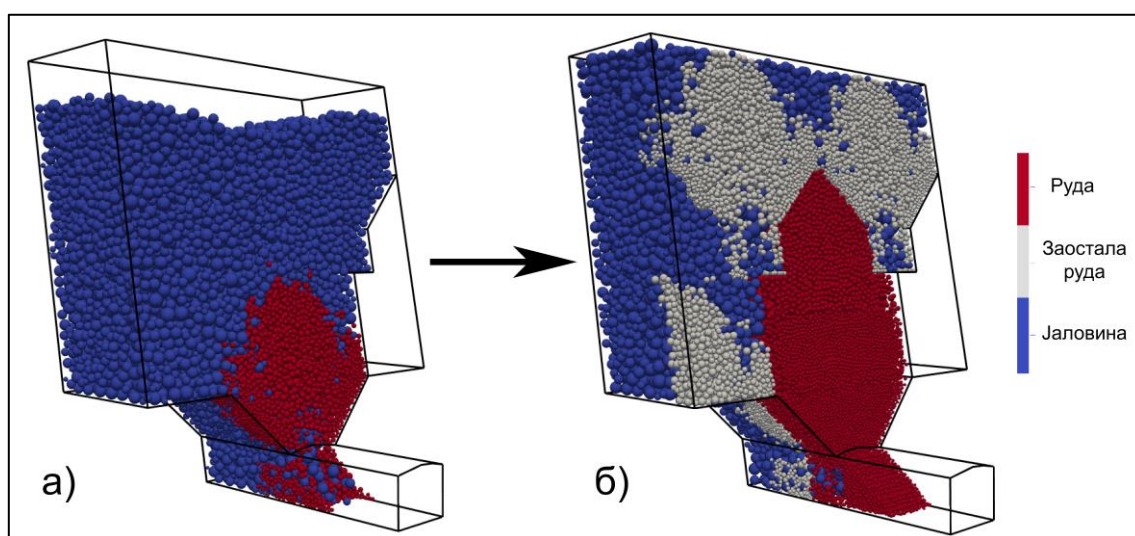
D – осиромашење руде из лезезе (%)

m_w – укупна маса утоварене јаловине (t)

Уколико претпоставимо да је садржај метала у руди константан, а да јаловина не садржи метал можемо изразити осиромашење метала као:

$$D_m = \left(1 - \frac{m_d + m_r}{m_w + m_d + m_r} \right) \cdot 100\% \quad (56)$$

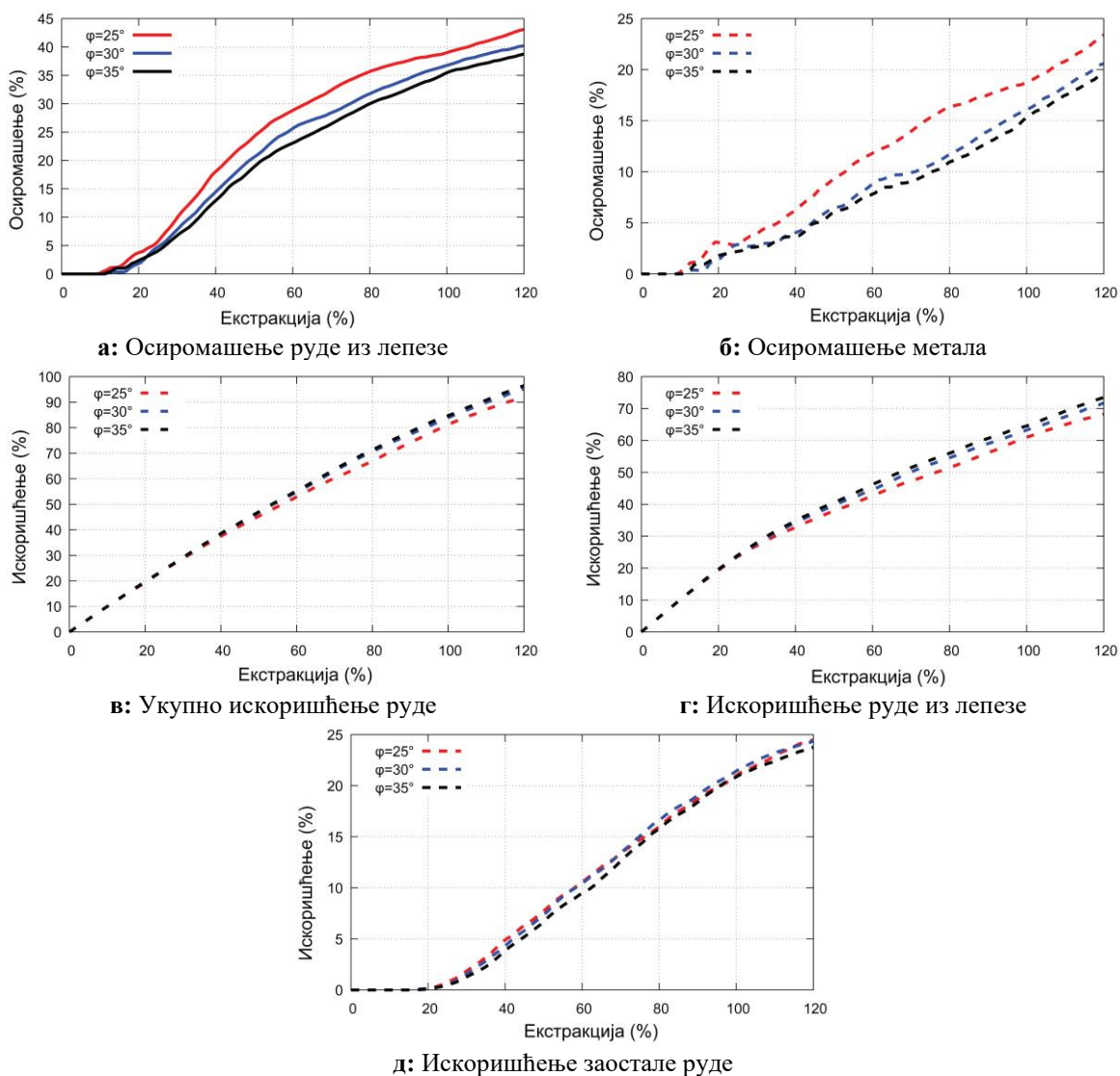
Након конвергенције иницијалног модела (Слика 4-4а) заостала руда и део јаловине бивају транслаторно пресликани на позиције претходно активних радилишта и на тај начин се формира репрезентативни модел (Слика 4-4б) са аспекта просторне расподеле руде и јаловине, као и класа крупноће истих. Даља параметарска истраживања се спроводе коришћењем идентичне поставке репрезентативног модела, а врши се промена само вредности механичких параметара елемената који представљају јалови стенски материјал.



Слика 4-4 а) Завршно стање иницијалног модела б) репрезентативни модел

4.3 Утицај променљивости угла трења на формирање гравитационог тока

Као што је претходно објашњено (Поглавље 4.1) приликом гравитационог тока стенског материјала долази до промене његових особина, пре свега угла трења и фрагментације. Ове две промене одигравају се симултано, а обзиром на могућности које нам пружа метода раздвојених елемената сваку од ових промена можемо сагледати засебно и утврдити њихов појединачни утицај на формирање гравитационог тока. Како бисмо сагледали утицај променљивости угла трења анализирани су три дискретне ситуације које описују пад угла трења. Репрезентативни модел који је описан у поглављу 4.2.1 процесирани је за три вредности угла трења зарушеног стенског материјала ($\varphi = 35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$), а утицај променљивости угла трења сагледан је кроз дијаграме искоришћења и осиромашења (Слика 4-5). Слика 4-6 и Слика 4-7 илуструју облик и димензије зона екстракције.



Слика 4-5 Утицај променљивости угла трења на искоришћење и осиромашење

Слика 4-5а илуструје криве кумулативног осиромашења руде из лепезе и као што се може видети са падом угла трења долази до раста осиромашења услед већег прилива јаловине. Пад угла трења од 5° , у анализираном случају, одговара повећању осиромашења руде од $\sim 2-3\%$. На овом примеру је најјасније изражен утицај промене угла трења обзиром да, по дефиницији, осиромашење руде из лепезе зависи од степена мешања јаловине и заостале руде са минираном рудом. За $\varphi = 35^\circ$ осиромашење износи $\sim 38\%$, за $\varphi = 30^\circ$ $\sim 40\%$, а за $\varphi = 25^\circ$ $\sim 43\%$. Са друге стране, криве кумулативног осиромашења метала (Слика 4-5б) дају другачији увид процес истакања руде. Наиме, јасно се види да је разлика пораста осиромашења метала између криви за $\varphi = 35^\circ$ и $\varphi = 30^\circ$ мања у односу на криве за $\varphi = 30^\circ$ и $\varphi = 25^\circ$. Објашњење за овакву разлику између крива осиромашења метала лежи у односу стварних вредности углова трења руде и јаловине обзиром да су фрикционе особине руде константне, а угао трења код руде је увек висок. Ово доводи до закључка да постоји корелација између стварних вредности угла трења код руде и јаловине, и да та корелација има извесног утицаја на величину осиромашења. Ова корелација није даље истраживана.

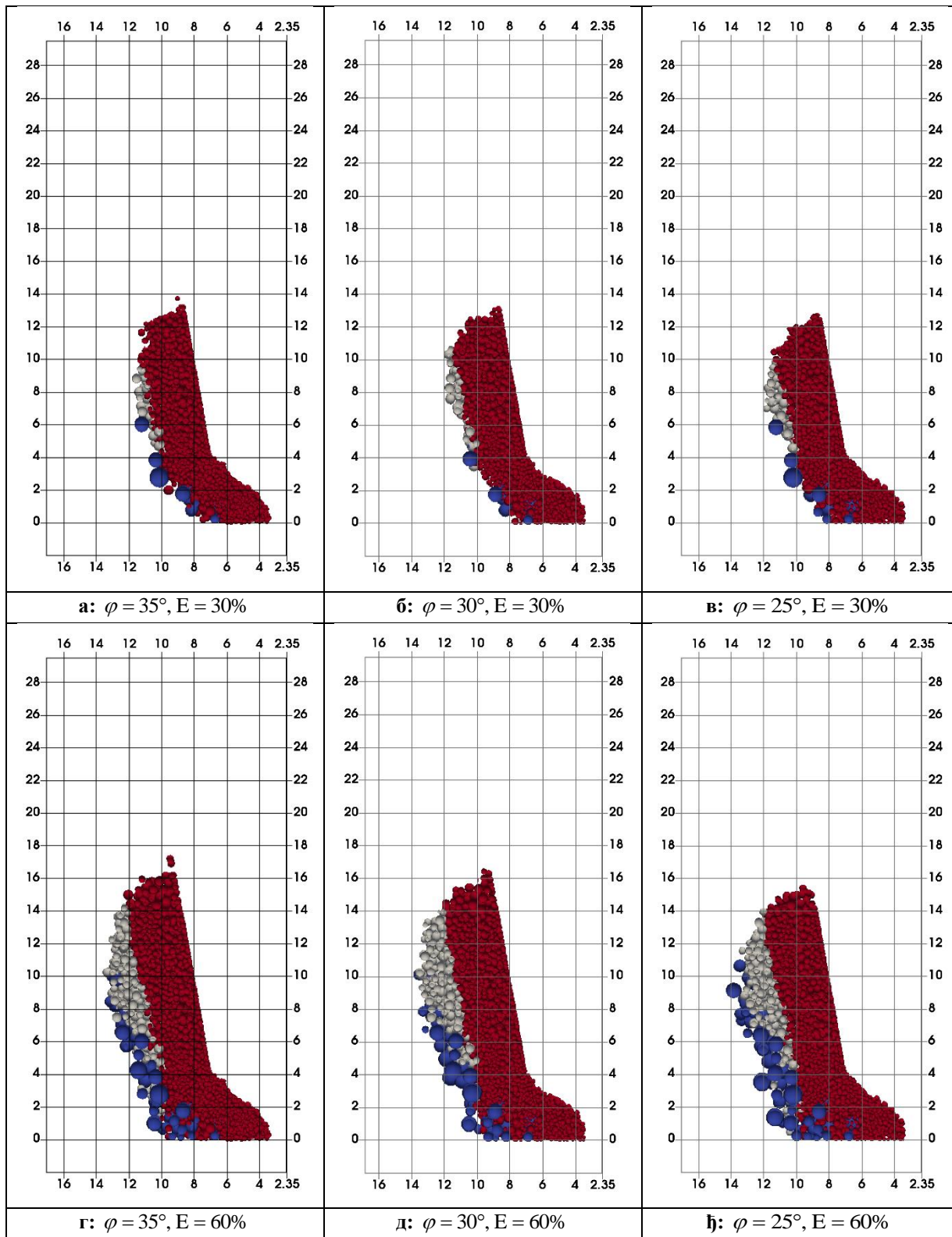
Слика 4-5в и Слика 4-5г илуструју криве кумулативног укупног искоришћења руде и искоришћења руде из лепезе. Криве укупног искоришћења руде се односе на минирану и заосталу руду и као што се може видети кумулативно искоришћење руде износи $\sim 90\%$. Искоришћење руде из лепезе се креће око 70% што одговара и оперативним искуствима. Разлика између ових криви показује пад искоришћења (генерално) са падом угла трења. Величина искоришћења је у првом реду условљена критеријумом конвергенције модела, јер се симулација прекида након екстракције од 120% . Уколико би се наставило са екстракцијом, могуће је остварити искоришћење руде из лепезе од 100% , али би осиромашење у том случају било неприхватљиво високо те ово не би представљало реалистичан сценарио. Тај део руде који заостаје иза наредне лепезе се у сваком случају може повратити у току даљег напредовања са производњом што се јасно види код дијаграма искоришћења заостале руде, али и изгледа зона екстракције.

Слика 4-5д илуструје искоришћење заостале руде и у анализираном случају износи $\sim 25\%$. Ово је углавном руда која заостаје иза миниране лепезе, док заостала руда са других места не долази до места утовара упркос чињеници да је ситнија и да се лакше креће кроз крупнији материјал. Треба напоменути да ово зависи од геометрије и димензија подетажа па је за очекивати да ће се овај параметар мењати сходно промени геометрије откопа.

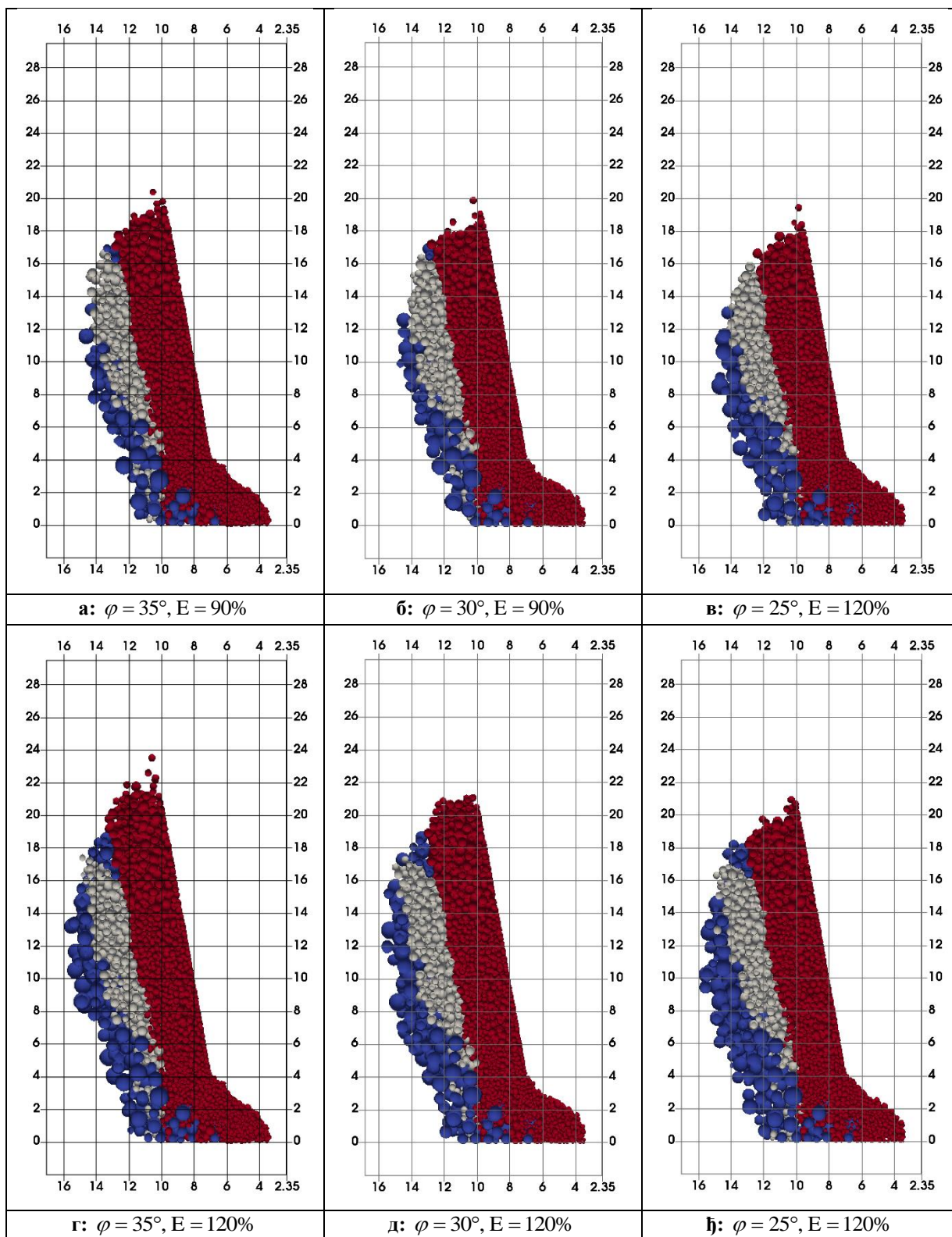
Са опадањем угла трења отпор кретању јалових фрагмената се смањује, а зона екстракције пропорционално томе мења свој облик и димензије (Слика 4-6 и Слика 4-7). Као што се може и видети, нижи отпор кретању јаловине узрокује продубљивање зоне екстракције и њено снижавање. У случају када је угао трења највиши зона екстракције има максималну висину (Слика 4-7г), а количина јаловине која формира гравитациони ток је најмања. Како отпор трења фрагмената јаловине постепено опада, долази до све већег прилива јаловине у гравитациони ток, и у случају када је угао трења најнижи зона екстракције је најнижа и најдубља (Слика 4-7ђ).

На овај начин и визуелно је јасно да са нижим отпором кретању треба очекивати већи прилив јаловине у равноруду. Уколико целокупни проблем рашчланимо и направимо реалистичну процену промене отпорних особина зарушеног стенског масива са напредовањем производње, стварамо могућности за управљањем осиромашењем и искоришћењем руде приликом подетажног зарушавања. Управљање овим параметрима је могуће само кроз управљање фрагментацијом миниране руде и просторном дистрибуцијом класа крупноће, или/и прилагођавањем димензија откопа новим условима у масиву. Промена осиромашења руде или метала за $\sim 2-3\%$ на први поглед не изгледа значајно, али када у обзир узмемо чињеницу да метода подетажног зарушавања спада у групу метода масовног откопавања и да се у овим рудницима годишње откопа више милиона тона руде ови проценти добијају на значају са

економског аспекта. У првом реду долази до снижења садржаја метала у равној руди, а са друге стране, уколико ниво екстракције остане исти, долази до повећања масе равне руде која пролази целокупни пут од утовара и транспорта, па до прераде и депоновања. Стога, суштинска важност познавања процеса који се одвијају у зарушеном масиву се може исказати и кроз економске показатеље производње, као и кроз могућност њихове оптимизације прилагођавањем технолошких параметара методе откопавања.



Слика 4-6 Облик и димензије зона екстракције приликом промене угла трења (30-60%)

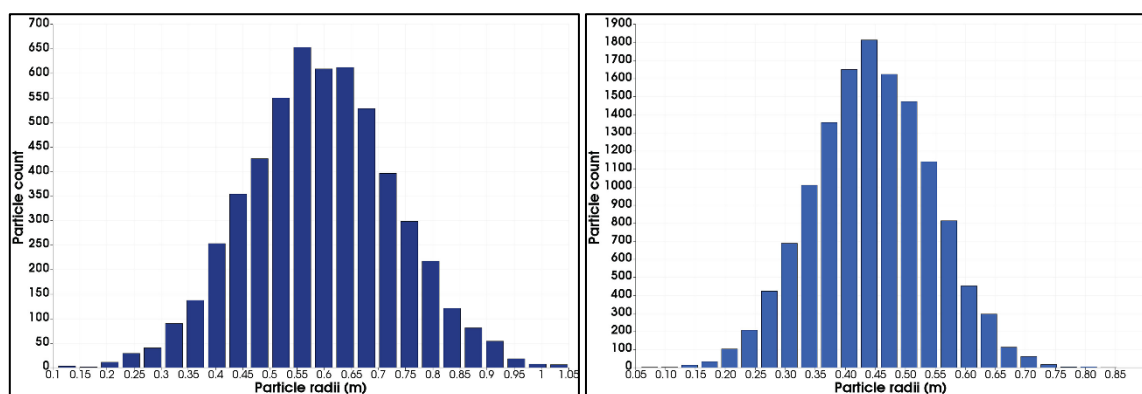


Слика 4-7 Облик и димензије зона екстракције приликом промене угла трења (90-120%)

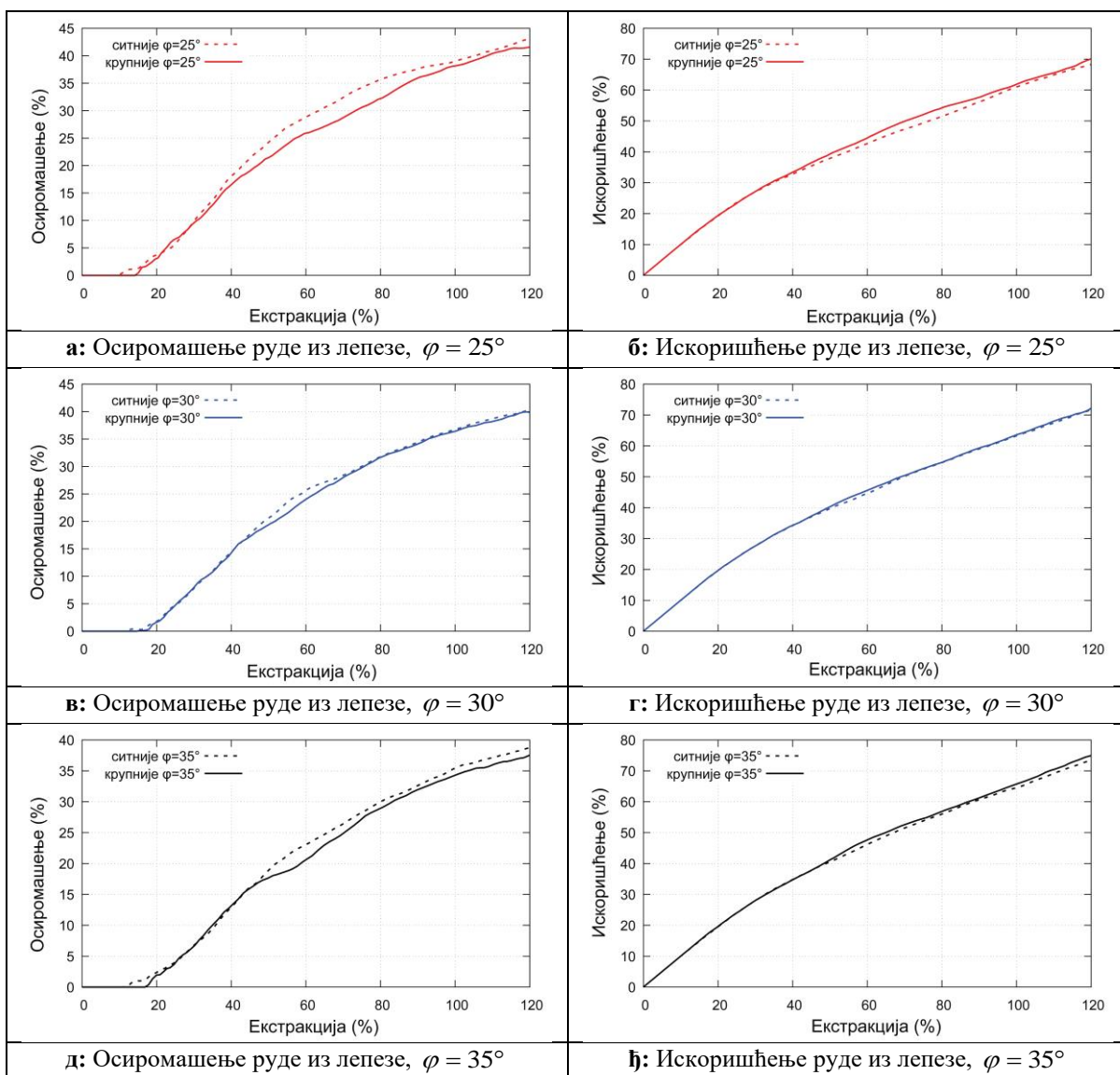
4.4 Утицај променљивости фрагментације зарушеног стенског масива на формирање гравитационог тока

Приликом гравитационог тока стенског материјала, било да се ради о блоковском, панелном или подетажном зарушавању, неоспорно долази до промене крупноће стенског материјала, тј. његове фрагментације. Секундарна фрагментација стенског материјала је један од основних параметара за димензионисање рудничке конструкције код блоковског и панелног зарушавања. Познато је да крупноћа стенског материјала утиче на његову ширину, па је из тог разлога неопходно дефинисати растојања између утоварних места тако да не дође до формирања изолованих зона између експлоатационих колона како би се смањили губици руде. Код блоковског/панелног зарушавања стенски материјал се креће под утицајем гравитације целом висином експлоатационог блока, док се у случају подетажног зарушавања зарушени стенски материјал креће у већем броју дискретних фаза. Свака од фаза се одвија између две подетаже између којих се врши кретање материјала услед утовара. Крајњи исход је уситњавање стенског материјала (јаловине) и смањење крупноће као и у случају блоковског зарушавања (руде и јаловине).

Анализа утицаја променљивости крупноће јаловине на гравитациони ток је анализирано коришћењем два модела раздвојених елемената код којих елементи јаловине имају различиту крупноћу (Слика 4-8). Овај пар модела је процесиран за три случаја, односно за три различите вредности угла трења ($\varphi = 35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$). Утицај променљивости крупноће јаловине сагледано је кроз промену осиромашења и искоришћења миниране руде (Слика 4-9а-ђ).



Слика 4-8 Дистрибуција крупноће елемената јаловине: а) крупнија б) ситнија



Слика 4-9 Осиромашење и искоришћење миниране руде са променом крупноће јаловине

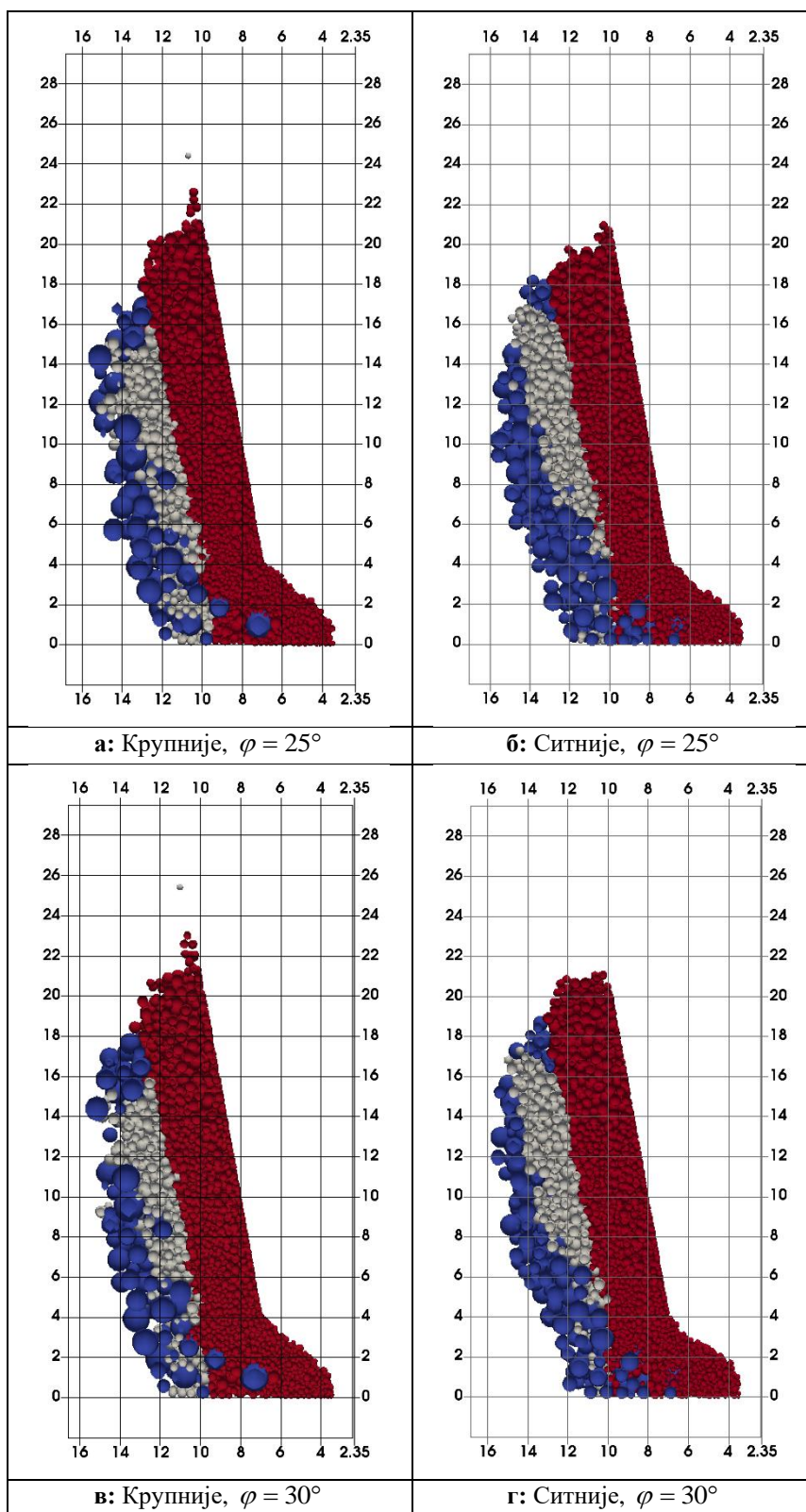
Познато је да се финије партикуле у гранулисаном материјалу крећу брже од крупнијих [91, 29]. Такође, и у анализираним случајевима је очекивано да ће ситнија јаловина имати бржи ток у односу на крупнију, односно да ће осиромашење миниране руде бити у порасту. Слика 4-9а,в,д илуструје пораст осиромашења са смањењем крупноће јаловог материјала. Као што се може видети највећи прилив јаловине је у случају са најнижим углом трења ($\varphi = 25^\circ$) где разлика износи и до 5% за екстракцију између 60-80%. У овом случају почетак осиромашења је између 15% и 20% екстракције, а не постоји битна разлика између две криве све до тренутка када је укупна утоварена маса око 40%. На око 90% екстракције криве се приближавају једна другој, али разлика остаје јасна све до конвергенције модела, односно екстракције од 120%. Разлика у искоришћењу (Слика 4-9б) кореспондира са већим приливом јаловог материјала и види се да је искоришћење мање у случају ситнијег јаловог материјала.

За случај када је $\varphi = 30^\circ$ криве осиромашења и искоришћења (Слика 4-9в,г) се практично у потпуности подударају. Једино одступање је уочљиво код криве осиромашења (Слика 4-9в) у зони где је екстракција између 45%-65%, а разлика осиромашења износи 2-3%.

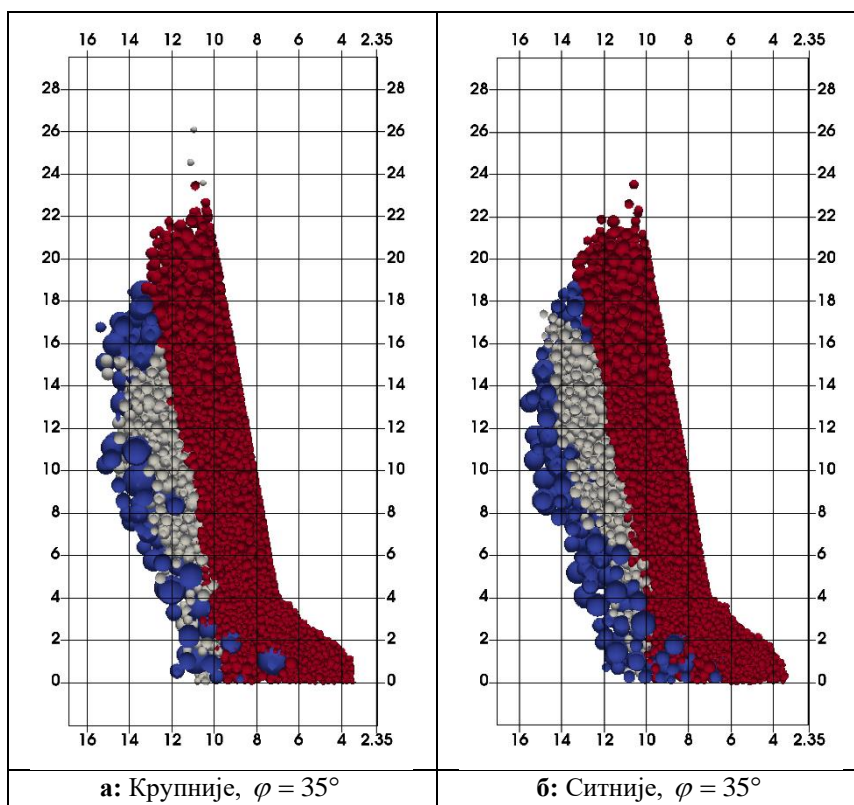
За случај када је $\varphi = 35^\circ$ криве осиромашења (Слика 4-9д) се подударају до екстракције од око 45%, а након овога остаје јасна разлика између осиромашења у два случаја све до конвергенције модела, односно екстракције од 120%.

Изнесени резултати јасно показују да се опадањем крупноће јаловог материјала долази до повећања његовог прилива и мешања са минираном рудом. Слика 4-10 и Слика 4-11 илуструју графичку реконструкцију зона екстракције за анализиране случајеве. Може се видети да ситнији јалови материјал проузрокује продубљење зоне екстракције уз редукцију њене висине. У случају крупнијег јаловог материјала, зона екстракције је виша и плића. Другим речима, крупнији јалови материјал ће узроковати веће искоришћење миниране руде по висини гравитационог тока насупрот ситуацији са ситнијим јаловим материјалом. Поједини аутори [3] наводе да се овај део заостале руде који се налази при врху сваке лепезе може искористити на нижој подетажи уз напомену да ова тврдња није доказана. Резултати који су овде изнети говоре насупрот овој тврдњи, односно, имајући у виду да се крупноћа јаловог материјала смањује са дубином, треба очекивати стално продубљивање зона екстракције уз смањење њихове висине. Другим речима, треба очекивати веће губитке миниране руде која се налази на врховима лепеза.

Презентовани резултати су добијени на основу модела чије су геометријске карактеристике идентичне уз варијацију само механичких (нумеричких) параметара. Очекивано је да ће разлике у осиромашењу, које потичу услед разлике у крупноћи јаловог материјала, бити исте или врло блиске за моделе са истим вредностима угла трења. Ово међутим није био случај. Јасне разлике су уочљиве на моделима $\varphi = 35^\circ$ и $\varphi = 25^\circ$ (Слика 4-9 а, д) док се за случај $\varphi = 30^\circ$ криве осиромашења готово у потпуности подударају (Слика 4-9в). Ово доводи до закључка да постоји зависност конкретних вредности угла трења и крупноће стенског материјала. Ова зависност није даље истраживана.



Слика 4-10 Зоне екстракције за различите крупноће јаловине ($\varphi=25^\circ, 30^\circ$)



Слика 4-11 Зоне екстракције за различите крупноће јаловине ($\varphi = 35^\circ$)

4.5 Утицај узајамне промене угла трења и фрагментације на формирање гравитационог тока

Поглавља 4.3 и 4.4 садрже приказ резултата анализе утицаја променљивости угла трења и фрагментације на формирање гравитационог тока. Ова анализа је изведена тако да се анализира засебни утицај сваког од параметара посебно. Обзиром да се промена ових параметара одвија постепено и узајамно у току откопавања извршена је анализа њиховог узајамног утицаја.

На самом почетку откопавања и зарушавања крупноћа јаловог стенског материјала је одређена доминантно природном испуцалошћу стенског масива. Приликом зарушавања и померања стенских блокова долази до њиховог уситњавања, што значи да се са дужином просечна крупноћа материјала константно смањује.

Угао трења стенских блокова јаловог материјала, дефинисан храпавошћу и измењености зидова стенских блокова, може бити већи или мањи од базног угла трења за конкретну врсту стене. Са дужином угао трења зидова стенских блокова се приближава базном углу трења, а обзиром на почетно стање ово приближавање је са ниже или бише стране.

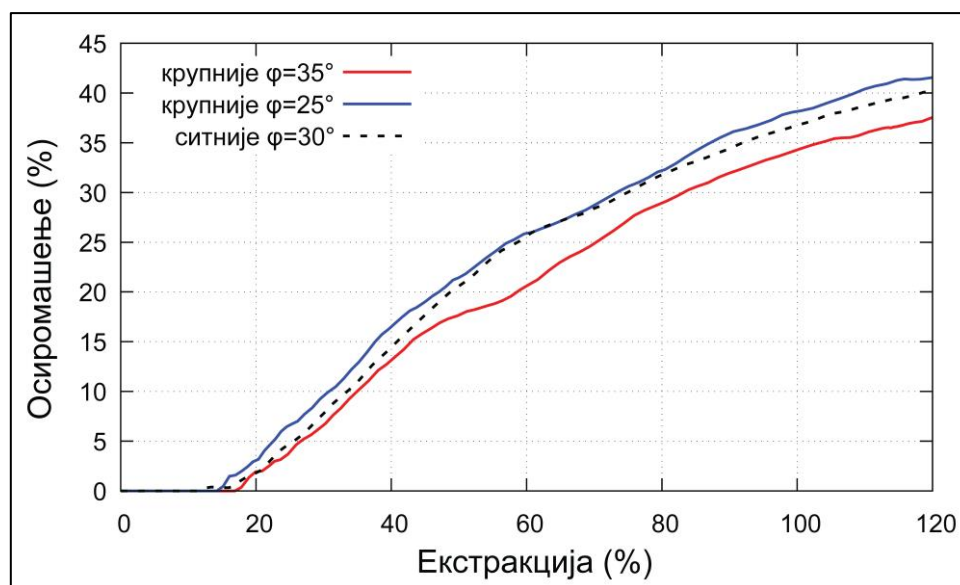
Сходно претходно наведеном, разликујемо два могућа почетна стања:

1. Крупноћа јаловог материјала је већа у односу на завршно стање и угао трења је већи ($\varphi = 35^\circ$) од базног угла ($\varphi = 30^\circ$) трења за одређену врсту стена, и
2. Крупноћа јаловог материјала је већа у односу на завршно стање и угао трења је мањи ($\varphi = 25^\circ$) од базног угла ($\varphi = 30^\circ$) трења за одређену врсту стена.

У завршном стању крупноћа стенског материјала је мања и угао трења је близак базној вредности.

Модели раздвојених елемената коришћени за ову анализу узимају у обзир крупноћу материјала из претходне анализе утицаја промене крупноће (Слика 4-8).

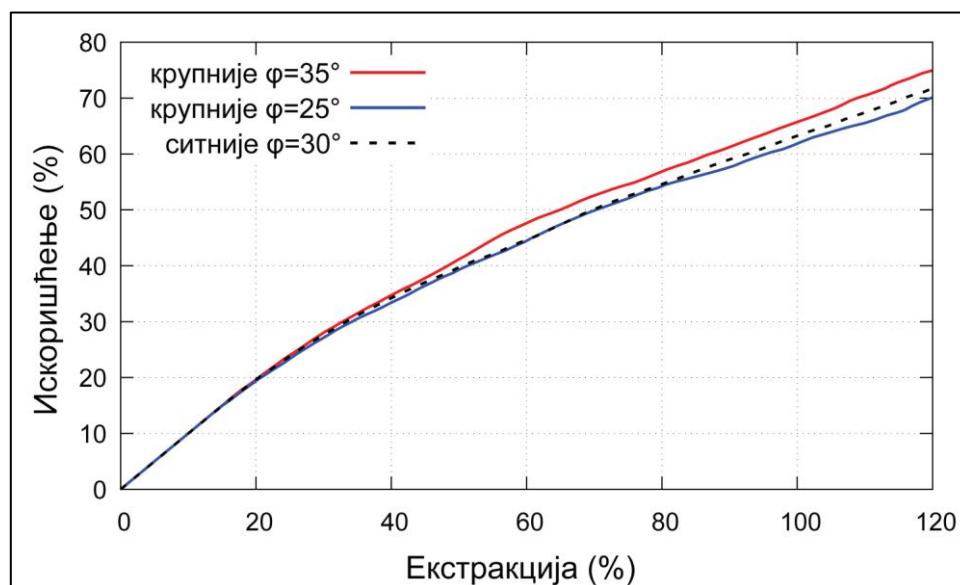
Слика 4-12 даје приказ добијених резултата промене осиромашења изминираних руде из лепезе. У првом случају долази до повећања осиромашења услед пада крупноће и угла трења. За првих ~40% утоварене равне руде осиромашење је у блиским вредностима код почетног и завршног стања и износи око 15% за екстракцију од 40%. Даљим утоваром долази до повећања осиромашења, а у завршном стању ова разлика износи око 3%. обзиром на флукуације прилива јаловог материјала које се дешавају у току симулације може се видети да максимална разлика између две криве осиромашења износи и до 5% за око 60% утоварене равне руде. На овај начин је потврђена претпоставка да ће се уситњавањем материјала и падом трења повећати количина утовареног јаловог материјала. И узајамна и појединачна промена ова два параметра доводи до негативних резултата са аспекта осиромашења руде.



Слика 4-12 Промена осиромашења руде из лепезе код узајамне промене угла трења и фрагментације

У другом случају, угао трења је нижи од базног и исти расте ка завршном стању, док се крупноћа материјала смањује. Оваква промена доводи до смањења осиромашења руде у завршном стању. Смањење осиромашења је мање у односу на повећање које је примећено у првом случају. Ово произилази из чињенице да промене параметара у овом случају имају супротан утицај на формирање гравитационог тока, односно смањењем крупноће долази до повећања осиромашења, а растом угла трења се исто смањује.

У првих ~50% утоварене равне руде види се да је смањење осиромашења 2-3%, а затим се у зони између 50-80% криве осиромашење зближавају. Ово не мора бити генерални принцип понашања гравитационог тока, већ може бити узроковано детерминистичком природом модела који су коришћени. У завршном стању, разлика између две криве осиромашења је око 2%. На овај начин је показано да осиромашење руде може и да опада у зависности од почетних услова експлоатације.



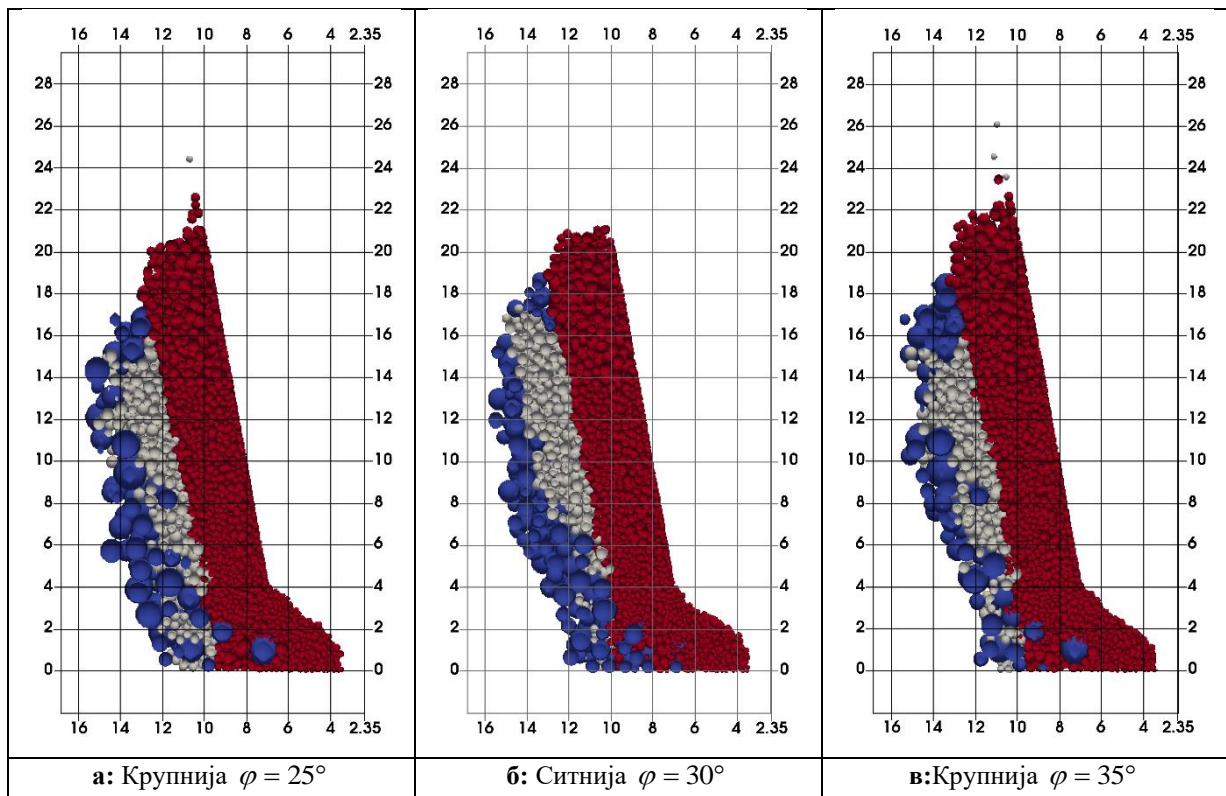
Слика 4-13 Промена искоришћења руде из лепезе код узајамне промене угла трења и фрагментације

Искоришћење минираних руда (Слика 4-13) се мења аналогно осиромашењу. У првом случају када долази до пада крупноће и угла трења, у завршном стању искоришћење је мање за ~5%. У другом случају искоришћење се повећава за 2-3% у завршном стању иако су криве искоришћења до око 80% екстракције врло блиске.

Визуелно се може уочити (Слика 4-14) да долази до промена у облику и димензијама зона екстракције почетних и завршног стања. У почетном стању са вишим углом трења се примећује да је зона екстракције виша и плића што кореспондира са већим искоришћењем и мањим осиромашењем.

За почетно стање са нижим углом трења зона екстракције је нижа и дубља што кореспондира са мањим искоришћењем и већим осиромашењем.

Завршно стање показује да је зона екстракције у коначном стању димензијама и обликом између два почетна стања осликавајући промене које настају у овом случају.



Слика 4-14 Поређење зона екстракције за случај узајамне промене угла трења и фрагментације

4.6 Дискусија

Променљивост особина зарушеног стенског материјала, пре свега крупноће, један је од основних параметара за одређивање ширине гравитационог тока код блоковског зарушавања, а самим тим и кључни параметар за дизајнирање рудничке конструкције. У случају блоковског зарушавања гравитациони ток се формира дуж целокупне висине експлоатационог блока која износи више стотина метара. Код подетажног зарушавања, зарушена јаловина пролази кроз аналогни процес који се одвија у дискретним фазама између две појединачне подетаже, али укупни пређени пут стенског материјала приближно износи колико и дубина отклавања код стрмих рудних тела. Имајући то у виду, јасно је да приликом кретања јаловог материјала долази до промене његове крупноће, али и отпора трња површи стенских блокова. Утицај ових промена на формирање гравитационог тока је анализиран употребом методе раздвојених елемената.

Сетом модела (3+3) анализирани су промене крупноће и угла трења независно једно од другог. Резултати ове две анализе су приказани у поглављима Утицај променљивости угла трења на формирање гравитационог тока 4.3 и 4.4.

Резултати недвосмислено показују да се у случајевима када је отпор трења нижи остварују знатно већи приливи јаловог материјала у равној руди, и до 5%. Три модела која су коришћена у овом случају, симулирала су три дискретна стања са три различите вредности угла трења партикула ($\varphi = 35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$). Тренд повећања осиромашења руде и метала у равној руди је нелинеаран што илуструје Слика 4-5. Прилив јаловог материјала у равну руду је већи приликом промене угла трења са 30° на 25° него у случају промене са 35° на 30° .

Промена крупноће такође има недвосмислен утицај на формирање гравитационог тока. Уситњавањем стенских блокова смањује се и кинематски отпор њиховом кретању, односно исти брже и лакше проналазе свој пут то утоварног места. Утицај променљивости крупноће је анализиран на укупно 6 модела раздвојених елемената. Коришћене су две дистрибуције крупноће како је то приказано у Поглављу 4.4, а за сваку од дистрибуција анализирани су 3 варијанте са вредностима угла трења ($\varphi = 35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$). Укупно 6 модела је процесирано у овом случају. За сваку од вредности угла трења резултати показују да се уситњавањем јаловог стенског материјала повећава његов прилив у равну руду. На тај начин је доказан утицај промене крупноће на формирање гравитационог тока у изолованом случају. Уочава се да криве осиромашења варирају у сваком од анализираних случајева. Ово наводи на закључак да постоји одређена корелација између конкретних вредности угла трења и крупноће. Ова зависност није детаљније истраживана.

Промена и крупноће и отпора трења је процес који се у реалним околностима одиграва симултано. Ниједна од ових промена није линеарна и независна. Наиме, приликом кретања зарушеног материјала долази до његовог уситњавања, а обзиром да је природа лома стенских блокова таква да су новонастале површи храпаве и имају висок отпор трења исти се може у просеку повећавати приликом уситњавања материјала. Са аспекта почетних услова у стенском масиву разликују се две карактеристичне ситуације када је угао трења стенских блокова већи или мањи од базног угла трења за неку врсту стена. У току откопавања исти ће се приближавати вредности базног угла трења са више или ниже стране. Крупноћа материјала континуирано опада са дужином откопавања. Поглавље 4.5 даје приказ резултата анализе утицаја узајамне промене крупноће и угла трења ка базном углу трења. Резултати указују на доминантан утицај променљивости отпора трења. У случају када опадају и угао трења и крупноћа материјала, осиромашење руде расте док је у случају раста угла трења и пада крупноће јаловог материјала осиромашење у опадању. Треба истаћи да је пад осиромашења нижи у поређењу са његовим растом у првом случају. Ово произилази из чињенице да у првом случају променљивост оба параметра утиче на повећање осиромашења, док је у другом случају

њихов утицај супротан. Такође, закључак је да у анализираном случају променљивост отпора трења има доминантнији утицај на формирање гравитационог тока. Опажане димензије зона екстракције кореспондирају са добијеним резултатима и то на тај начин да је код опадања отпора трења зона екстракције дубља и нижа, а приликом раста истог уочава се виша и плића зона екстракције. Уситњавање јаловог материјала такође доводи до продубљивања зоне екстракције обзиром да је покретљивост јаловог материјала већа.

5 ЗАКЉУЧАК

Овим истраживањем је анализиран утицај променљивости зарушеног стенског масива на формирање гравитационог тока код метода подетажног зарушавања. Анализиран је утицај променљивости крупноће и отпора трења употребом методе раздвојених елемената. Сваки од параметара је анализиран засебно како би се показало на који начин сваки од параметара утиче на промену осиромашења руде и метала. Такође, анализиран је утицај узајамне промене наведених параметара.

Кретањем зарушеног долази до његовог уситњавања, ситнији материјал је покретљивији и очекивано је ће прилив ситнијег материјала у равну руду бити већи наспрам крупнијег. Моделима раздвојених елемената исто је недвосмислено и показано. За три вредности угла трења симулирана је промена крупноће и на сваком од модела је уочено да се осиромашење руде и метала повећава у случају ситнијег зарушеног материјала.

Поред уситњавања материјала долази до углачавања површина стенских блокова што резултира смањењем отпора трења, односно чврстоће на смицање дуж површи стенских блокова. Укупно три модела су процесирани са идентичним почетним условима, а различитим вредностима угла трења. Резултати јасно потврђују да је са опадањем угла трења већи прилив јаловог материјала у равну руду.

У реалним околностима промена крупноће и угла трења је узајамна. Анализиране су две могуће ситуације са аспекта почетних услова у масиву. На самом почетку производње, крупноћа зарушеног материјала је увек већа у односу на неко завршно стање. У зависности од услова, угао трења површи стенских блокова може бити мањи или већи од базно угла трења за одређену врсту стена.

У случају када је вредност угла трења већа од базне вредности, уситњавање и опадање вредности угла трења доводе до повећања прилива јаловог материјала у равну руду. На тај начин разблажење садржаја метала у равној руди опада, али укупно искоришћење руде се смањује обзиром да се граница економичности експлоатације достиже раније.

У случају када је угао трења мањи од базне вредности, исти ће временом расти уз паралелно уситњавање материјала. И у овом случају долази до повећања осиромашења руде и метала, али у мањој мери него у првом случају. Ово је узроковано тиме што је ефекат променљивости параметара у овом случају супротан. Ово доводи до закључка да је утицај промене крупноће зарушеног материјала параметар који у већој мери утиче на формирање гравитационог тока.

Резултати добијени моделима раздвојених елемената недвосмислено потврђују утицај променљивости особина зарушеног материјала на формирање гравитационог тока код подетажног зарушавања, а уједно и тезу ове докторске дисертације.

6 ЛИТЕРАТУРА

- [1] C. Atlas, „Mining methods in underground mining-Atlas Copco Rock Drills AB,“ *Stockholm: Atlas Copco*, pp. 33-45, 2007.
- [2] С. Торбица, Основе метода подземног откопавања, Ауторизована скрипта, 2017.
- [3] R. Kvapil, „Techniques in underground mining: Selections from Underground mining methods handbook,“ R. E. Gertsch и R. L. Bullock, Уредници, SME, 1998, pp. 621-653.
- [4] D. O. DeGagne и others, „The Influence of Blasting Fragmentation on Ore Recovery in Sublevel Cave Mines,“ у *Alaska Rocks 2005, The 40th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*, 2005.
- [5] A. Rustan, „Gravity flow of broken rock: What is known and unknown,“ у *International Conference & Exhibition on Mass Mining: 29/10/2000-02/11/2000*, 2000.
- [6] C. Yi, Improved blasting results with precise initiation: Numerical simulation of sublevel caving blasting, Swedish Blasting Research Centre och Luleå tekniska universitet, 2013.
- [7] Z. X. Zhang, „Effect of double-primer placement on rock fracture and ore recovery,“ *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 71, pp. 208-216, 2014.
- [8] D. DeGagne, S. McKinnon и others, „The influence of cave mass properties on discrete sublevel cave models,“ у *Golden Rocks 2006, The 41st US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*, 2006.
- [9] I. Janelid и R. Kvapil, „Sublevel caving,“ у *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1966.
- [10] R. Kvapil, „Gravity flow of granular materials in Hoppers and bins in mines—II. Coarse material,“ у *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1965.
- [11] R. Kvapil, Gravity flow in sublevel and panel caving: a common sense approach, Luleå University of Technology, 2008.
- [12] R. Kvapil, „The mechanics and design of sublevel caving systems,“ *Underground mining methods handbook*, pp. 880-897, 1982.
- [13] J. E. Bergmark, „The calculation of drift spacing and ring burden for sublevel caving,“ *LKAB Memo #RU76/16*, 1975.
- [14] H. Heden, „Physical model for the calculation of gravity flow,“ *Sublevel Caving Seminar in Kiruna*, 1976.
- [15] M. E. Kuchta, „A revised form of the Bergmark-Poos equation for describing the gravity flow of broken rock,“ *Mineral Resources Engineering*, т. 11, бр. 4, pp. 349-360, 2002.
- [16] M. Wimmer, Gravity Flow of Broken Rock in Sublevel Caving (SLC): State-of-the-art, Swedish Blasting Research Centre (Swebrec), 2010.

-
- [17] G. Chen, „Stochastic modeling of rock fragment flow under gravity,“ *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 34, pp. 323-331, 1997.
- [18] P. Gustafsson, „Waste rock content variations during gravity flow in sublevel caving: Analysis of full-scale experiments and numerical simulations,“ 1998.
- [19] W. G. Pariseau и E. P. Pfeider, „Soil plasticity and the movement of material in ore passes,“ *Transactions of the Society of Mining Engineers of AIME*, т. 241, pp. 42-56, 1968.
- [20] R. M. Nedderman, *Statics and kinematics of granular materials*, Cambridge University Press, 2005.
- [21] M. Alfaro и J. Saavedra, „Predictive models for gravitational flow,“ *Proceedings of MassMin*, pp. 179-84, 2004.
- [22] R. L. Castro, F. Gonzalez и E. Arancibia, „Development of a gravity flow numerical model for the evaluation of drawpoint spacing for block/panel caving,“ *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, т. 109, pp. 393-400, 2009.
- [23] G. Sharrock, D. Beck, G. Booth и M. Sandy, „Simulating gravity flow in sub-level caving with cellular automata,“ *Proceedings of MassMin*, т. 189, 2004.
- [24] A. I. Hustrulid, „A computational methodology for modeling large scale sublevel caving with a three-dimensional discrete element method,“ 1998.
- [25] H. Selldén и M. Pierce, „PFC3D modelling of flow behaviour in sublevel caving,“ *MassMin 2004—Proceedings*, pp. 22-25, 2004.
- [26] A. Minchinton и P. Dare-Bryan, „The application of computer modelling for blasting and flow in sublevel caving operations,“ *Proceedings of the 9th AusIMM Underground Operators' Conference, Perth, Australia*, 2005.
- [27] L. J. Lorig и P. A. Cundall, „A rapid gravity flow simulator,“ *Final Report, International Caving Study*, 2000.
- [28] G. R. Power, „Modelling granular flow in caving mines: large scale physical modelling and full scale experiments,“ 2004.
- [29] M. E. Pierce, *A model for gravity flow of fragmented rock in block caving mines*, University of Queensland, 2010.
- [30] L. Larsson, *Slutrapport "Projekt Skivras 2000" [Final report "project sublevel caving 2000"]*, Kiruna, Sweden, 1998.
- [31] G. Power, „Full scale SLC draw trials at Ridgeway gold mine,“ *Proceedings of MassMin*, pp. 225-30, 2004.
- [32] I. D. Brunton, S. J. Fraser, J. H. Hodgkinson и P. C. Stewart, „Parameters influencing full scale sublevel caving material recovery at the Ridgeway gold mine,“ *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 47, pp. 647-656, 2010.
- [33] Geovia, „A comprehensive tool for Sub-level caving,“ *IEA*, т. 500, p. 3, 2014.
-

- [34] S.R.K., „NI 43-101 Technical report 2015 updated feasibility study for the Aurora gold project, Guyana,“ 2016.
- [35] L. S. O. Jing, *Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and applications*, Elsevier, 2007.
- [36] N. Barton, R. Lien и J. Lunde, „Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support,“ *Rock mechanics*, т. 6, pp. 189-236, 1974.
- [37] Z. T. Bieniawski и others, „The geomechanics classification in rock engineering applications,“ у *4th ISRM Congress*, 1979.
- [38] D. H. Laubscher, „A geomechanics classification system for the rating of rock mass in mine design,“ *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, т. 90, pp. 257-273, 1990.
- [39] L. Jing и J. A. Hudson, „Numerical methods in rock mechanics,“ *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 39, pp. 409-427, 2002.
- [40] J. Christian и H. Konietzky, „Particle Methods - An Overview,“ Technical University Bergakademie Freiberg - Faculty of Geosciences, Geoengineering and Mining - Geotechnical Institute - Chair for Rock Mechanics, Freiberg , 2012.
- [41] F. A. Tavares и M. E. Plesha, „Discrete element method for modelling solid and particulate materials,“ *International journal for numerical methods in engineering*, т. 70, pp. 379-404, 2007.
- [42] P. A. Cundall, „A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system,“ у *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics, 1971*, 1971.
- [43] P. A. Cundall и O. D. L. Strack, „The development of constitutive laws for soil using the distinct element method,“ *Numerical methods in geomechanics*, т. 1, pp. 289-317, 1979.
- [44] P. A. Cundall и O. D. L. Strack, „A discrete numerical model for granular assemblies,“ *geotechnique*, т. 29, pp. 47-65, 1979.
- [45] R. E. Goodman и others, „Discontinuous deformation analysis-a new method for computing stress, strain and sliding of block systems,“ у *The 29th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*, 1988.
- [46] G.-H. Shi, „Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for the statics and dynamics of deformable block structures,“ *Engineering computations*, т. 9, pp. 157-168, 1992.
- [47] A. A. Munjiza, *The combined finite-discrete element method*, John Wiley & Sons, 2004.
- [48] B. Indraratna, N. T. Ngo, C. Rujikiatkamjorn и S. W. Sloan, „Coupled discrete element--finite difference method for analysing the load-deformation behaviour of a single stone column in soft soil,“ *Computers and Geotechnics*, т. 63, pp. 267-278, 2015.
- [49] M. Hausteин, A. Gladkyy и R. Schwarze, „Discrete element modeling of deformable particles in YADE,“ *SoftwareX*, т. 6, pp. 118-123, 2017.
-

- [50] A. Alexandris, M. Abatiore и I. Griva, „Rock Mass Characterization and Assessment of Ground Behavior for the Trikokkia Railway Tunnel (Central Greece),“ *ISSMGE International Journal of Geoenvironment Case Histories*, т. 34, pp. 57-77, 2017.
- [51] Itasca, „3DEC version 5.20 - Distinct element modeling of jointed and blocky material in 3D,“ [На мрежи]. Available: <https://www.italasca.com/sites/italasca.com/files/ICG16-BRO-3DEC-520-01.pdf>. [Последњи приступ 10 August 2018].
- [52] Itasca, „Particle Flow Code in 2 Dimensions,“ *Theory and Background, Itasca Consulting Group, Minneapolis, MN*, pp. 1-124, 1999.
- [53] C. Jakob, „Comparisons with PFC3D,“ yade-dem.org, [На мрежи]. Available: https://yade-dem.org/wiki/Comparisons_with_PFC3D. [Последњи приступ 11 8 2018].
- [54] V. Šmilauer, „DEM formulation,“ у *Yade Documentation 2nd ed*, The Yade Project, 2015.
- [55] L. Rusov, *Mehanika - Dinamika*, Beograd: Naučna knjiga, 1994.
- [56] B. Chareyre и P. Villard, „Dynamic spar elements and discrete element methods in two dimensions for the modeling of soil-inclusion problems,“ *Journal of Engineering Mechanics*, т. 131, pp. 689-698, 2005.
- [57] R. A. Hosn, L. Sibille, N. Benahmed и B. Chareyre, „Discrete numerical modeling of loose soil with spherical particles and interparticle rolling friction,“ *Granular matter*, т. 19, p. 4, 2017.
- [58] P. M. Hubbard, „Approximating polyhedra with spheres for time-critical collision detection,“ *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, т. 15, pp. 179-210, 1996.
- [59] D. Jung и K. K. Gupta, „Octree-based hierarchical distance maps for collision detection,“ *Journal of Robotic Systems*, т. 14, pp. 789-806, 1997.
- [60] J. T. Klosowski, M. Held, J. S. B. Mitchell, H. Sowizral и K. Zikan, „Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of k-DOPs,“ *IEEE transactions on Visualization and Computer Graphics*, т. 4, pp. 21-36, 1998.
- [61] A. Munjiza и K. R. F. Andrews, „NBS contact detection algorithm for bodies of similar size,“ *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, т. 43, pp. 131-149, 1998.
- [62] A. Munjiza, E. Rougier и N. W. M. John, „MR linear contact detection algorithm,“ *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, т. 66, pp. 46-71, 2006.
- [63] V. Šmilauer, E. Catalano, B. Chareyre, S. Dorofeenko, J. Duriez, A. Gladky, J. Kozicki, C. Modenese, L. Scholtès, L. Sibille, J. Stránský и K. Thoeni, „Yade Reference Documentation,“ у *Yade Documentation*, 1st yr., V. Šmilauer, Ур., The Yade Project, 2010.
- [64] L. Scholtès, B. C. F. Nicot и F. Darve, „Discrete modelling of capillary mechanisms in multi-phase granular media,“ *arXiv preprint arXiv:1203.1234*, 2012.
- [65] P. A. Cundall, A. Drescher и O. D. L. Strack, „Numerical experiments on granular assemblies; measurements and observations,“ у *Deformation and failure of granular materials. IUTAM symposium, Delft, 1982*, 1982.

-
- [66] P. A. Cundall и O. D. L. Strack, „Modeling of microscopic mechanisms in granular material,“ y *Studies in Applied mechanics*, т. 7, Elsevier, 1983, pp. 137-149.
- [67] F. Bourrier, F. Kneib, B. Chareyre и T. Fourcaud, „Discrete modeling of granular soils reinforcement by plant roots,“ *Ecological Engineering*, т. 61, pp. 646-657, 2013.
- [68] Itasca, *PFC3D manual, version 4.0*, Itasca Minneapolis, 2008.
- [69] C. Modenese, S. Utili и G. T. Houlsby, „A numerical investigation of quasi-static conditions for granular media,“ y *Discrete Element Modelling of Particulate Media*, 2012, pp. 187-195.
- [70] V. Šmilauer, „Cohesive particle model using discrete element method on the Yade platform,“ 2010.
- [71] K. Thoeni, C. Lambert, A. Giacomini, S. W. Sloan и others, „Discrete modelling of a rockfall protective system,“ y *Particle-Based Methods II: Fundamentals and Applications, II International Conference on Particlebased Methods*, 2011.
- [72] K. Thoeni, A. Giacomini, C. Lambert, S. W. Sloan и J. P. Carter, „A 3D discrete element modelling approach for rockfall analysis with drapery systems,“ *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 68, pp. 107-119, 2014.
- [73] D. Bertrand, F. Nicot, P. Gotteland и S. Lambert, „Discrete element method (DEM) numerical modeling of double-twisted hexagonal mesh,“ *Canadian Geotechnical Journal*, т. 45, pp. 1104-1117, 2008.
- [74] J. Duriez, F. Darve и F.-V. Donze, „A discrete modeling-based constitutive relation for infilled rock joints,“ *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 48, pp. 458-468, 2011.
- [75] J. Duriez, L. Scholtès и F. V. Donzé, „Micromechanics of wing crack propagation for different flaw properties,“ *Engineering Fracture Mechanics*, т. 153, pp. 378-398, 2016.
- [76] J. Duriez, „Stabilité des massifs rocheux : une approche mécanique,“ 2009.
- [77] L. Scholtès и F. V. Donzé, „Modelling progressive failure in fractured rock masses using a 3D Discrete Element Method,“ *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 52, pp. 18-30, 2012.
- [78] F. Alonso-Marroquin, R. Garcia-Rojo и H. J. Herrmann, „Micro-mechanical investigation of the granular ratcheting,“ y *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena*, 2004.
- [79] S. Luding, „Introduction to discrete element methods,“ y *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2008.
- [80] G. A. D'addetta, F. Kun, E. Ramm и H. J. Herrmann, „From solids to granulates-discrete element simulations of fracture and fragmentation processes in geomaterials,“ y *Continuous and discontinuous modelling of cohesive-frictional materials*, Springer, 2001, pp. 231-258.
- [81] P. A. Cundall, „Distinct element models of rock and soil structure,“ *Analytical and computational methods in engineering rock mechanics*, pp. 129-163, 1987.
- [82] S. Popinet и T. Jones, *Gts: Gnu triangulated surface library*, 2004.
-

- [83] K. Bagi, „Fundamentals of the discrete element method,“ *Lecture notes*, 2012.
- [84] W. S. Jodrey и E. M. Tory, „Simulation of random packing of spheres,“ *Simulation*, т. 32, pp. 1-12, 1979.
- [85] W. S. Jodrey и E. M. Tory, „Computer simulation of close random packing of equal spheres,“ *Physical review A*, т. 32, p. 2347, 1985.
- [86] K. Bagi, „A quasi-static numerical model for micro-level analysis of granular assemblies,“ *Mechanics of materials*, т. 16, pp. 101-110, 1993.
- [87] Y. T. Feng, K. Han и D. R. J. Owen, „Filling domains with disks: an advancing front approach,“ *International journal for numerical methods in engineering*, т. 56, pp. 699-713, 2003.
- [88] K. Bagi, „An algorithm to generate random dense arrangements for discrete element simulations of granular assemblies,“ *Granular Matter*, т. 7, pp. 31-43, 2005.
- [89] A. Benabbou, H. Borouchaki, P. Laug и J. Lu, „Geometrical modeling of granular structures in two and three dimensions. Application to nanostructures,“ *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, т. 80, pp. 425-454, 2009.
- [90] L. Cui и C. O’Sullivan, „Analysis of a triangulation based approach for specimen generation for discrete element simulations,“ *Granular Matter*, т. 5, pp. 135-145, 2003.
- [91] J. Bridgwater, M. H. Cooke и A. M. Scott, „Interparticle percolation: equipment development and mean percolation velocities,“ *Trans. I Chem. E*, т. 56, p. 157, 1978.
- [92] J. H. Coulson, „Shear strength of flat surfaces in rock,“ *у Stability of Rock Slopes*, 1972.
- [93] A. Henderson, *The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application*, Kitware, 2004, p. 340.
- [94] T. Williams, C. Kelley и m. others, *Gnuplot 4.4: an interactive plotting program*, 2010.
- [95] F. V. Donzé и P. Bernasconi, „Simulation of the blasting patterns in shaft sinking using a discrete element method,“ *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, т. 9, pp. 1-44, 2004.
- [96] F. Chen, E. C. Drumm и G. Guiochon, „Prediction/Verification of Particle Motion in One Dimension with the Discrete-Element Method,“ *International Journal of Geomechanics, ASCE*, т. 7, pp. 344-352, 2007.
- [97] A. Effeindzourou, B. Chareyre, K. Thoeni, A. Giacomini и F. Kneib, „Modelling of deformable structures in the general framework of the discrete element method,“ *Geotextiles and Geomembranes*, т. 44, pp. 143-156, 2016.
- [98] J. Kozicki и J. Tejchman, „2D Lattice Model for Fracture in Brittle Materials,“ *Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, т. 53, pp. 71-88, 2006.
- [99] R. Maurin, J. Chauchat и P. Frey, „Dense granular flow rheology in turbulent bedload transport,“ *Journal of Fluid Mechanics*, т. 804, p. 490–512, 2016.

- [100] F. Nicot, L. Sibille и F. Darve, „Failure in rate-independent granular materials as a bifurcation toward a dynamic regime,“ *International Journal of Plasticity*, т. 29, pp. 136-154, 2012.
- [101] I. Onederra, „A fragmentation modelling framework for underground ring blasting applications,“ *Fragblast*, т. 8, pp. 177-200, 2004.
- [102] I. A. Oñederra, „A fragmentation model for underground production blasting,“ 2005.
- [103] A. Lith, M. Kuchta и C. Quimteiro, „Prediction of fragmentation for ring blasting in large-scale sublevel caving,“ у *Proceedings of international symposium mine planning equipment selection. Poland*, 2004.
- [104] I. Janelid, „Sublevel caving: hiw ti use it what are the advantages problems,“ *World Mining. September*, pp. 76-78, 1968.
- [105] S. B. Stazhevskii, „Features of flow of broken rock in extraction of ores with sublevel caving,“ *Journal of Mining Science*, т. 32, pp. 403-416, 1996.
- [106] P. S. Foundation, *Python language reference, version 2.7*, 2016.
- [107] J. Beach, „Syntax Highlight Code In Word Documents,“ 2019. [На мрежи]. Available: <http://www.planetb.ca/syntax-highlight-word>. [Последњи приступ 3 3 2019].

7 ПРИЛОЗИ

ПРИЛОГ 1 КОД МОДЕЛА РАЗДВОЈЕНИХ ЕЛЕМЕНАТА

Код раздвојених елемената YADE као интерфејс користи програмски језик Python верзије 2.7 [106], за форматирање кода је коришћена алатка *syntax highlight word* [107].

Скрипта 1 Основна поставка модела и креирање пакета партикула јаловине

```
1. #Увоз неопходних алата
2. import os
3. import sys
4. import gts
5. import locale
6. import math
7. import random
8. import matplotlib
9.
10. from yade import pack
11. from yade import qt
12. from yade import plot
13. from yade import timing
14. from yade import utils
15.
16. #Дефиниција физичко-механичких особина партикула руде, јаловине и спољашње границе
17. oreMat = FrictMat( young=1e8,
18.                   poisson=.3,
19.                   density=3.2e3,
20.                   frictionAngle=radians(35),
21.                   label='Ore')
22. wasteMat = FrictMat( young=1e8,
23.                      poisson=.3,
24.                      density=2.7e3,
25.                      frictionAngle=radians(35),
26.                      label='Waste')
27. boundMat = FrictMat( young=1e10,
28.                      poisson=.3,
29.                      density=2.7e3,
30.                      frictionAngle=radians(35),
31.                      label='Boundary')
32.
33. #Дефиниција физичко-механичких особина партикула руде и јаловине са углом трења 0
34. oreMatFL = FrictMat( young=1e8,
35.                      poisson=.3,
36.                      density=3.2e3,
37.                      frictionAngle=radians(0),
38.                      label='frictionlessOre')
39. wasteMatFL = FrictMat( young=1e8,
40.                        poisson=.3,
41.                        density=2.7e3,
42.                        frictionAngle=radians(0),
43.                        label='frictionlessWaste')
44.
45. #Полупречници партикула који се користе у моделима
46. radFine=.15
47. radMedium=.25
48. radCoarse=.35
49. radVeryCoarse=.45
```

```
50.
51. #Стандардна девијација (10% средње вредности)
52. stDev=0.1
53.
54. #Увођење граница модела из .gts формата
55. surfOuterBound = gts.read(open(os.getcwd() + '~/outerBound.gts'))
56. surfWaste = gts.read(open(os.getcwd() + '~/waste.gts'))
57. surfOre = gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreBlock.gts'))
58. surfAsymmetricPart = gts.read(open(os.getcwd() + '~/asymmetricPart.gts'))
59.
60. #Дефинисање предиката на основу претходно уведених граница
61. predWaste = pack.inGtsSurface(surfWaste)
62. predOreBlock = pack.inGtsSurface(surfOre)
63. predOuterBound = pack.inGtsSurface(surfOuterBound)
64. predAsymmetric = pack.inGtsSurface(surfAsymmetricPart)
65.
66. #Креирање граничних површи у моделу које ступају у интеракцију са партикулама и
67. #додељивање особина
68. O.bodies.append(pack.gtsSurface2Facets( surfOuterBound,
69.                                     wire = True,
70.                                     color=(1,1,1),
71.                                     material = boundMat))
72. O.bodies.append(pack.gtsSurface2Facets( surfAsymmetricPart,
73.                                     wire = True,
74.                                     color=(1,1,1),
75.                                     material = boundMat))
76. O.bodies.append(pack.gtsSurface2Facets( surfOre,
77.                                     wire = True,
78.                                     color=(0,0,1),
79.                                     material = oreMat))
80.
81. #Креирање пакета партикула јаловине
82. spWaste = SpherePack()
83. sp = SpherePack()
84.
85. #Предикат у оквиру којег се креирају партикуле јаловине представља разлику
86. #унутрашњости модела и предиката у оквиру којег се креирају партикуле руде
87. if surfWaste.is_closed():
88.     predWaste = pack.inGtsSurface(surfWaste) - \
89.         pack.inGtsSurface(surfOre) - \
90.         pack.inGtsSurface(surfAsymmetricPart)
91.     sp = pack.regularHexa( predWaste,
92.                           radius=(1+stDev)*radVeryCoarse,
93.                           gap=(stDev/10)*radVeryCoarse,
94.                           color=(0,1,0),
95.                           material=wasteMat)
96.     O.bodies.append(sp)
97.
98. #Претходно креиране партикуле су у правилном хексагоналном распореду
99. #и без преклапања како би се избегли непостојећи напони међу партикулама.
100. #Радијус партикула је за једну стандардну девијацију већи од средње вредности.
101. #Насумичним смањењем радијуса партикула у расону до две стандардне девијације
102. #добија се насумична нормална расподела крупноће у простору, а при томе се
103. #избегава генерицање одбојних сила између партикула.
104. for b in O.bodies:
105.     if isinstance(b.shape, Sphere):
106.         b.shape.radius=b.shape.radius*(1- random.normalvariate(stDev, 2*stDev))
107.
108. #Позивање скрипте којом се врши консолидација креираног пакета партикула
109. execfile('wasteConsolidation.py')
```

Скрипта 2 Консолидација пакета партикула јаловине

```
1. #Дефиниција помоћних рутина за време процесирања модела
2.
3. #Функција којом се уклањају партикуле које се налазе ван предиката којима припадају
4. def OutOfTheBox(pred):
5.     for b in O.bodies:
6.         if isinstance(b.shape, Sphere):
7.             if pred(b.state.pos, .05*b.shape.radius):
8.                 O.bodies.erase(b.id)
9.
10. #Функција за уклањање партикула које се налазе унутар асиметричног дела модела
11. def asymRemove(predAsymmetric):
12.     for b in O.bodies:
13.         if isinstance(b.shape, Sphere):
14.             if predAsymmetric(b.state.pos, 0.2*b.shape.radius):
15.                 O.bodies.erase(b.id)
16. #функција којом се проверава да ли је модел у стању равнотеже
17. def checkUnbalanced():
18.     print "Unbalanced force=",utils.unbalancedForce(), "/0.075"
19.     if utils.unbalancedForce() < .2:
20.         O.save('~/.1-wasteConsolidation.xml')
21.         print 'File saved as', '1-wasteConsolidation'
22.         print 'Unbalanced force = ', utils.unbalancedForce()
23.         print 'Waste consolidation if finished...'
24.         O.engines=[]
25.         O.pause()
26.
27. #Учитавање неопходних граница модела и конверзија у предикате
28. surfOuterBound=gts.read(open(os.getcwd() + '~/outerBound.gts'))
29. predOuterBound=pack.inGtsSurface(surfOuterBound)
30.
31. surfAsymmetricPart=gts.read(open(os.getcwd() + '~/asymmetricPart.gts'))
32. predAsymmetric=pack.inGtsSurface(surfAsymmetricPart)
33.
34. surfOre=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreBlock.gts'))
35. predOreBlock=pack.inGtsSurface(surfOre)
36.
37. #Дефиниција и подешавање солвера према потребама симулације
38. O.engines=[
39.     ForceResetter(),
40.     InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()],\
41.         label='collider'),
42.     InteractionLoop(
43.         [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom(),Ig2_Facet_Sphere_ScGeom()],
44.         [Ip2_FrictMat_FrictMat_FrictPhys()],
45.         [Law2_ScGeom_FrictPhys_CundallStrack()],
46.     ),
47.     NewtonIntegrator(damping=.80,gravity=[0,0,-9.81]),
48.     GlobalStiffnessTimeStepper(timestepSafetyCoefficient=0.8, timeStepUpdateInterval=1000),
49.     PyRunner(initRun=True, command='checkUnbalanced()', iterPeriod=100),
50.     PyRunner(initRun=True, command='OutOfTheBox(predOreBlock)', iterPeriod=100),
51.     PyRunner(initRun=True, command='OutOfTheBox(predOuterBound)', iterPeriod=100),
52.     PyRunner(initRun=True, command='asymRemove(predAsymmetric)', iterPeriod=100),
53. ]
54.
55. #Процесирање модела до његовог урвнотежења
56. O.run()
57. O.wait()
```

Скрипта 3 Креирање пакета партикула руде

```
1. #Дефинисање величине партикула
2.
3. radFine=.15
4. radMedium=.25
5. radCoarse=.35
6. radVeryCoarse=.45
7.
8. stDev=0.1
9.
10. #припрема предиката
11. surfOreFine_fine_1=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreFine_fine_1.gts'))
12. surfOreFine_fine_2=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreFine_fine_2.gts'))
13. surfOreFine_coarse_1=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreFine_coarse_1.gts'))
14. surfOreFine_coarse_2=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreFine_coarse_2.gts'))
15. surfOreFine=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreFine.gts'))
16.
17. #Транслација предиката између иницијалног и репрезентативног модела
18. ##surfOreFine_fine_1.translate(0,-2.15,0)
19. ##surfOreFine_fine_2.translate(0,-2.15,0)
20. ##surfOreFine_coarse_1.translate(0,-2.15,0)
21. ##surfOreFine_coarse_2.translate(0,-2.15,0)
22. #surfOreFine.translate(0,2,0)
23.
24. #Провера постојећих и учитавање пакета партикула, генерисање уколико не постоје
25. finePack=SpherePack()
26. if os.path.exists('orePackings/oreFineRandomDensePackFine'):
27.     finePack.load('orePackings/oreFineRandomDensePackFine')
28. # SpherePack.translate(finePack,(0,-2.15,0))
29. finePack.toSimulation(color=(.5,0,0), material=oreMat)
30. else:
31.     predFine=pack.inGtsSurface(surfOreFine)
32.     finePack=pack.randomDensePack(predFine,radius=radFine*1.35,rRelFuzz=(stDev/10)*(radFine*1.35),returnSpherePack=True)
33.     finePack.toSimulation(color=(.5,0,0), material=oreMat)
34.     finePack.save('orePackings/oreFineRandomDensePackFine')
35.
36. finePackFine=SpherePack()
37. if os.path.exists('orePackings/oreFineRandomDensePackFineFine'):
38.     finePackFine.load('orePackings/oreFineRandomDensePackFineFine')
39. # SpherePack.translate(finePackFine,(0,-2.15,0))
40. finePackFine.toSimulation(color=(1,1,0), material=oreMat)
41. else:
42.     predFineFine=pack.inGtsSurface(surfOreFine)
43.     finePackFine=pack.randomDensePack(predFineFine,radius=radFine,rRelFuzz=(stDev/10)*(radFine),returnSpherePack=True)
44.     finePackFine.toSimulation(color=(1,1,0), material=oreMat)
45.     finePackFine.save('orePackings/oreFineRandomDensePackFineFine')
46.
47. #Генерисање геометрије предиката
48. if surfOreFine_fine_1.is_closed():
49.     pred_surfOreFine_fine_1=pack.inGtsSurface(surfOreFine_fine_1)
50.
51. if surfOreFine_fine_2.is_closed():
52.     pred_surfOreFine_fine_2=pack.inGtsSurface(surfOreFine_fine_2)
53.
54. if surfOreFine_coarse_1.is_closed():
55.     pred_surfOreFine_coarse_1=pack.inGtsSurface(surfOreFine_coarse_1)
56.
57. if surfOreFine_coarse_2.is_closed():
58.     pred_surfOreFine_coarse_2=pack.inGtsSurface(surfOreFine_coarse_2)
59.
60.
61.
```

```
62. #Уклањање партикула изван предиката
63. idsDelFine=[]
64. for b in O.bodies:
65.     if isinstance(b.shape, Sphere):
66.         if b.shape.color==(0.5,0,0):
67.             if not pred_surfOreFine_coarse_1(b.state.pos, 1.65*b.shape.radius) and not pred_surfOreFine_coarse_2(b.state.pos, 1.65*b.shape.radius):
68.                 idsDelFine.append(b.id)
69.
70. for b in O.bodies:
71.     if isinstance(b.shape, Sphere):
72.         if b.shape.color==(1,1,0):
73.             if not pred_surfOreFine_fine_1(b.state.pos, 1.65*b.shape.radius) and not pred_surfOreFine_fine_2(b.state.pos, 1.65*b.shape.radius):
74.                 idsDelFine.append(b.id)
75.
76. for i in idsDelFine:
77.     O.bodies.erase(i)
78.
79. #####
80.
81. #Понављање процедуре за остале предикате
82. surfOreMedium_fine_1=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreMedium_fine_1.gts'))
83. surfOreMedium_fine_2=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreMedium_fine_2.gts'))
84. surfOreMedium_coarse_1=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreMedium_coarse_1.gts'))
85. surfOreMedium_coarse_2=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreMedium_coarse_2.gts'))
86. surfOreMedium=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreMedium.gts'))
87.
88. #Транслација предиката између иницијалног и репрезентативног модела
89.
90. ##surfOreMedium_fine_1.translate(0,-2.15,0)
91. ##surfOreMedium_fine_2.translate(0,-2.15,0)
92. ##surfOreMedium_coarse_1.translate(0,-2.15,0)
93. ##surfOreMedium_coarse_2.translate(0,-2.15,0)
94. #surfOreMedium.translate(0,2,0)
95.
96. #Наредни пакет
97. mediumPack=SpherePack()
98. if os.path.exists('orePackings/oreMediumRandomDensePackCoarse'):
99.     mediumPack.load('orePackings/oreMediumRandomDensePackCoarse')
100. # SpherePack.translate(mediumPack,(0,-2.15,0))
101.     mediumPack.toSimulation(color=(0,0,0), material=oreMat)
102. else:
103.     predMedium=pack.inGtsSurface(surfOreMedium)
104.     mediumPack=pack.randomDensePack(predMedium,radius=radMedium,rRelFuzz=(stDev/10)*(radMedium),returnSpherePack=True)
105.     mediumPack.toSimulation(color=(0,0,0), material=oreMat)
106.     mediumPack.save('orePackings/oreMediumRandomDensePackCoarse')
107.
108. mediumPackFine=SpherePack()
109. if os.path.exists('orePackings/oreMediumRandomDensePackFine'):
110.     mediumPackFine.load('orePackings/oreMediumRandomDensePackFine')
111. # SpherePack.translate(mediumPackFine,(0,-2.15,0))
112.     mediumPackFine.toSimulation(color=(0,0,1), material=oreMat)
113. else:
114.     predMediumFine=pack.inGtsSurface(surfOreMedium)
115.     mediumPackFine=pack.randomDensePack(predMediumFine,radius=radMedium/1.35,rRelFuzz=(stDev/10)*(radMedium/1.35),returnSpherePack=True)
116.     mediumPackFine.toSimulation(color=(0,0,1), material=oreMat)
117.     mediumPackFine.save('orePackings/oreMediumRandomDensePackFine')
118.
119. if surfOreMedium_fine_1.is_closed():
120.     pred_surfOreMedium_fine_1=pack.inGtsSurface(surfOreMedium_fine_1)
121.
122. if surfOreMedium_fine_2.is_closed():
123.     pred_surfOreMedium_fine_2=pack.inGtsSurface(surfOreMedium_fine_2)
124.
```



```

125. if surfOreMedium_coarse_1.is_closed():
126.     pred_surfOreMedium_coarse_1=pack.inGtsSurface(surfOreMedium_coarse_1)
127.
128. if surfOreMedium_coarse_2.is_closed():
129.     pred_surfOreMedium_coarse_2=pack.inGtsSurface(surfOreMedium_coarse_2)
130.
131. idsDelMedium=[]
132. for b in O.bodies:
133.     if isinstance(b.shape, Sphere):
134.         if b.shape.color==(0,0,0):
135.             if not pred_surfOreMedium_coarse_1(b.state.pos, .05*b.shape.radius) and not p
red_surfOreMedium_coarse_2(b.state.pos, .05*b.shape.radius):
136.                 idsDelMedium.append(b.id)
137.
138. for b in O.bodies:
139.     if isinstance(b.shape, Sphere):
140.         if b.shape.color==(0,0,1):
141.             if not pred_surfOreMedium_fine_1(b.state.pos, .05*b.shape.radius) and not pr
ed_surfOreMedium_fine_2(b.state.pos, .05*b.shape.radius):
142.                 idsDelMedium.append(b.id)
143.
144. for i in idsDelMedium:
145.     O.bodies.erase(i)
146. #####
147. surfOreCoarse_fine_1=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreCoarse_fine_1.gts'))
148. surfOreCoarse_fine_2=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreCoarse_fine_2.gts'))
149. surfOreCoarse_coarse_1=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreCoarse_coarse_1.gts'))
150. surfOreCoarse_coarse_2=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreCoarse_coarse_2.gts'))
151. surfOreCoarse=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreCoarse.gts'))
152.
153.
154. ##surfOreCoarse_fine_1.translate(0,-2.15,0)
155. ##surfOreCoarse_fine_2.translate(0,-2.15,0)
156. ##surfOreCoarse_coarse_1.translate(0,-2.15,0)
157. ##surfOreCoarse_coarse_2.translate(0,-2.15,0)
158. #surfOreCoarse.translate(0,2,0)
159.
160. #Наредни пакет
161. coarsePack=SpherePack()
162. if os.path.exists('orePackings/oreCoarseRandomDensePackCoarse'):
163.     coarsePack.load('orePackings/oreCoarseRandomDensePackCoarse')
164. # SpherePack.translate(coarsePack,(0,-2.15,0))
165. coarsePack.toSimulation(color=(1,1,1), material=oreMat)
166. else:
167.     predCoarse=pack.inGtsSurface(surfOreCoarse)
168.     coarsePack=pack.randomDensePack(predCoarse,radius=radCoarse,rRelFuzz=(stDev/10)*radC
oarse,returnSpherePack=True)
169.     coarsePack.toSimulation(color=(1,1,1), material=oreMat)
170.     coarsePack.save('orePackings/oreCoarseRandomDensePackCoarse')
171.
172. coarsePackFine=SpherePack()
173. if os.path.exists('orePackings/oreCoarseRandomDensePackFine'):
174.     coarsePackFine.load('orePackings/oreCoarseRandomDensePackFine')
175. # SpherePack.translate(coarsePackFine,(0,-2.15,0))
176. coarsePackFine.toSimulation(color=(0,1,1), material=oreMat)
177. else:
178.     predCoarseFine=pack.inGtsSurface(surfOreCoarse)
179.     coarsePackFine=pack.randomDensePack(predCoarseFine,radius=radCoarse/1.35,rRelFuzz=(s
tDev/10)*(radCoarse/1.35),returnSpherePack=True)
180.     coarsePackFine.toSimulation(color=(0,1,1), material=oreMat)
181.     coarsePackFine.save('orePackings/oreCoarseRandomDensePackFine')
182.
183.
184.
185. if surfOreCoarse_fine_1.is_closed():
186.     pred_surfOreCoarse_fine_1=pack.inGtsSurface(surfOreCoarse_fine_1)
187.

```

```
188.
189. if surfOreCoarse_fine_2.is_closed():
190.     pred_surfOreCoarse_fine_2=pack.inGtsSurface(surfOreCoarse_fine_2)
191.
192. if surfOreCoarse_coarse_1.is_closed():
193.     pred_surfOreCoarse_coarse_1=pack.inGtsSurface(surfOreCoarse_coarse_1)
194.
195. if surfOreCoarse_coarse_2.is_closed():
196.     pred_surfOreCoarse_coarse_2=pack.inGtsSurface(surfOreCoarse_coarse_2)
197.
198. #Елиминација сувишних партикула
199. idsDelCoarse=[]
200. for b in O.bodies:
201.     if isinstance(b.shape, Sphere):
202.         if b.shape.color==(1,1,1):
203.             if not pred_surfOreCoarse_coarse_1(b.state.pos, .01*b.shape.radius) and not
pred_surfOreCoarse_coarse_2(b.state.pos, .01*b.shape.radius):
204.                 idsDelCoarse.append(b.id)
205.
206. for b in O.bodies:
207.     if isinstance(b.shape, Sphere):
208.         if b.shape.color==(0,1,1):
209.             if not pred_surfOreCoarse_fine_1(b.state.pos, .01*b.shape.radius) and not
pred_surfOreCoarse_fine_2(b.state.pos, .01*b.shape.radius):
210.                 idsDelCoarse.append(b.id)
211.
212. for i in idsDelCoarse:
213.     O.bodies.erase(i)
214.
215. #####
216. #Додељивање физичких особина
217. for b in O.bodies:
218.     if isinstance(b.shape, Sphere):
219.         if b.material==oreMat:
220.             b.shape.color=(1,0,0)
221.
222. #Наредни пакет
223. surfWedge=gts.read(open(os.getcwd() + '~/wedge.gts'))
224. predWedge=pack.inGtsSurface(surfWedge)
225. O.bodies.append(pack.regularHexa(predWedge,(1+stDev)*radFine,gap=stDev/10, color=(1,0,0)
, material=oreMat))
226. O.bodies.append(pack.gtsSurface2Facets(surfWedge,wire=False,color=(0,0,1), material=oreM
at))
227.
228. for b in O.bodies:
229.     if isinstance(b.shape, Sphere):
230.         if predWedge(b.state.pos, b.shape.radius):
231.             b.shape.radius=b.shape.radius*(1- random.normalvariate(stDev, 2*stDev))
```

Скрипта 4 Експанзија и консолидација пакета партикула руде

```
1. #Функција која проверава уравнотеженост модела
2. def checkUnbalanced():
3.     print "Unbalanced force=",utils.unbalancedForce(), "/0.075"
4.     if utils.unbalancedForce() < 3.0:
5.         for f in O.bodies:
6.             if isinstance(f.shape, Facet):
7.                 if f.shape.color==(0,0,1):
8.                     O.bodies.erase(f.id)
9.     if utils.unbalancedForce() < 3.0:
10.        O.save('modelCreationStates/2-oreExpansion.xml')
11.        print 'File saved as', '2-oreExpansion'
12.        print 'Ore expansion is finnished...'
13.        O.engines=[]
14.        O.pause()
15.
16. #####
17.
18. #Подешавање солвера
19. O.engines=[
20.     ForceResetter(),
21.     InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()],\
22.         label='collider'),
23.     InteractionLoop(
24.         [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom(),Ig2_Facet_Sphere_ScGeom()],
25.         [Ip2_FrictMat_FrictMat_FrictPhys()],
26.         [Law2_ScGeom_FrictPhys_CundallStrack()],
27.     ),
28.     NewtonIntegrator(damping=.80,gravity=[0,0,-9.81]),
29.     GlobalStiffnessTimeStepper(timestepSafetyCoefficient=0.8, timeStepUpdateInterval=100),
30.     PyRunner(command='checkUnbalanced()',iterPeriod=1000),
31. ]
32.
33. O.run()
34. O.wait()
```

Скрипта 5 Симулација истакања руде

```
1. timing.reset()
2. O.resetTime()
3. O.timingEnabled==True
4.
5. #Функција за избегавање заклањивања елемената на месту истакања
6. def restoreMat():
7.     if O.iter % 20250 !=0:
8.         return
9.     else:
10.        for b in O.bodies:
11.            if isinstance(b.shape, Sphere):
12.                if b.material==oreMatFL:
13.                    b.material=oreMat
14.                if b.material==wasteMatFL:
15.                    b.material=wasteMat
16.
17. #Промена материјала на месту истакања. Материјал без отпора се додељује одређеном броју
    партикула на утоварном месту на одређени број итерација у циљу избегавања заглављивања
    партикула.
18. def changeMat():
19.     if O.iter % 20250 !=20000:
20.         return
21.     else:
22.        for b in O.bodies:
23.            if isinstance(b.shape, Sphere):
24.                if (b.state.pos[0]>25 and b.state.pos[0]<35) and \
25.                    (b.state.pos[1]>6.5 and b.state.pos[1]<16) and \
26.                    (b.state.pos[2]<10):
27.                    if b.shape.color==(1,0,0):
28.                        b.material=oreMatFL
29.                    if b.shape.color==(0,1,0):
30.                        b.material=wasteMatFL
31. #Функција која контролише измену материјала ради спречавања заглаве
32. def antiJammer():
33.     changeMat()
34.     restoreMat()
35.
36. #Функција за одређивање количине руде у блоку
37. def oreAmountInBlock(pred):
38.     clrOre=[1,0,0]
39.     M_o=0
40.     for b in O.bodies:
41.         if isinstance(b.shape,Sphere):
42.             if b.shape.color==clrOre:
43.                 if pred(b.state.pos, .05*b.shape.radius):
44.                     M_o+=b.state.mass
45.     return M_o
46.
47. #Функција за одређивање количине руде ван блока/заостала руда
48. def oreAmountOutsideBlock(pred):
49.     clrOre=[1,0,0]
50.     M_o=0
51.     for b in O.bodies:
52.         if isinstance(b.shape,Sphere):
53.             if b.shape.color==clrOre:
54.                 if not pred(b.state.pos, .05*b.shape.radius):
55.                     M_o+=b.state.mass
56.     return M_o
57.
58.
59.
60.
61.
```

```
62. #Функција за одређивање укупне количине руде
63. def oreAmount():
64.     clrOre=[1,0,0]
65.     M_o=0
66.     for b in O.bodies:
67.         if isinstance(b.shape,Sphere):
68.             if b.shape.color==clrOre:
69.                 M_o+=b.state.mass
70.     return M_o
71.
72. #Учитавање неопходних предиката
73. surfOreBlock=gts.read(open(os.getcwd() + '~/oreBlock.gts'))
74. oreBlockBoundPred=pack.inGtsSurface(surfOreBlock)
75.
76. #Визуелна детерминација материјала
77. oreOutBlockClr=[0.5,0.5,0]
78. clrOre=[1,0,0]
79. clrWaste=[0,1,0]
80.
81. #Параметри
82. ## m_o маса руде из блока
83. ## m_do маса заостале руде
84. ## m_w маса јаловине
85. ## R_o искоришћење руде из блока
86. ## R_do искоришћење заостале руде
87. ## R укупно искоришћење руде
88. ## D осиромашење руде
89. ## D_m осиромашење метала
90. ## E екстракција
91. ## M_bo маса руде у блоку
92. ## M_do маса заостале руде
93. ## M_o укупна маса руде
94.
95. #Почетне вредности параметара
96. m_o = 0.0001
97. m_do = 0.0001
98. m_w = 0.0001
99.
100. R_o = 0
101. R_do = 0
102. R = 0
103.
104. D = 0
105. D_m = 0
106.
107. E = 0
108.
109. M_o = oreAmount()
110. M_bo = oreAmountInBlock(oreBlockBoundPred)
111. M_do = oreAmountOutsideBlock(oreBlockBoundPred)
112.
113. bucketSelect=0
114.
115.
116. #Функција за парађење параметара истакања руде
117. def excavation(pred0, pred1, paramValue):
118.     global m_o
119.     global m_do
120.     global m_w
121.
122.     global R_o
123.     global R_do
124.     global R
125.
126.     global D
127.     global D_m
128.     global E
```

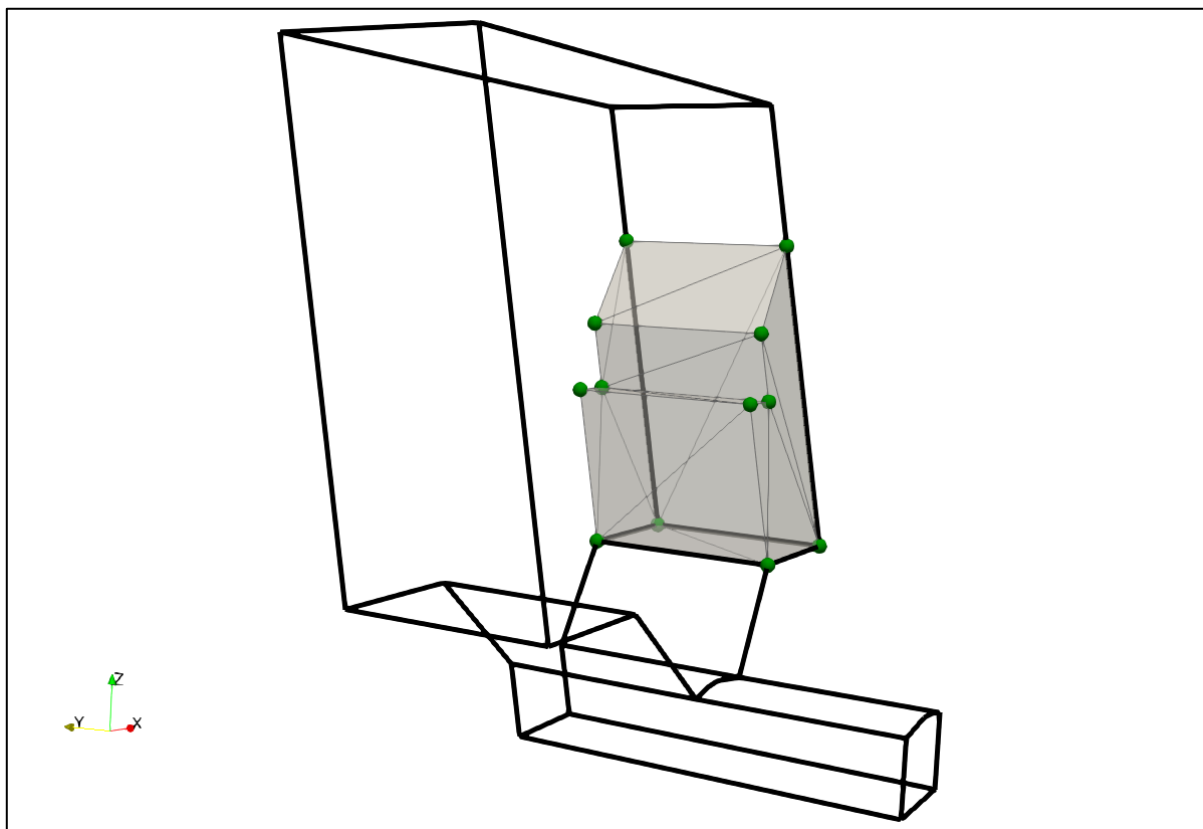
```
129.
130. global M_o
131. global M_bo
132. global M_do
133.
134. global bucketSelect
135.
136. clrOre = [1,0,0]
137. clrWaste = [0,1,0]
138. oreOutBlockClr = [0.5,0.5,0]
139.
140. m_oib = 0 ##маса руде у кашици
141. m_wib = 0 ##маса руде у кашици
142. m_doib = 0 ##маса заостале руде у кашици
143.
144. recoveryFile = open('recoverySpheres', 'a')
145. extractionFlie = open('extractionSpheres', 'a')
146.
147. totalEMass = 1.2 * M_bo
148.
149. ##селекција позиције утоварне кашике уколико се симулира за више позиција утовара по
    ширини ходника
150. if bucketSelect == 0:
151.     pred = pred0
152. else:
153.     pred = pred1
154. #Након уравнотежења модела врши се анализа партикула у преикату кашике, партикуле се
    бришу из симулације и бележе се њихови параметри
155. if utils.unbalancedForce() < 1:
156.     for b in O.bodies:
157.         if isinstance(b.shape, Sphere):
158.             if pred(b.state.pos, .05*b.shape.radius):
159.                 if b.shape.color == clrOre:
160.                     m_o += b.state.mass
161.                     m_oib += b.state.mass
162.
163.                 if b.shape.color == oreOutBlockClr:
164.                     m_do += b.state.mass
165.                     m_doib += b.state.mass
166.
167.                 if b.shape.color==clrWaste:
168.                     m_w += b.state.mass
169.                     m_wib += b.state.mass
170.                 #бележење идентификационих бр. ради реконструкције грав. тока
171.                 recoveryFile.write(str(b.id) + " " + str(R) + "\n")
172.                 extractionFlie.write(str(b.id) + " " + str(E) + "\n")
173.                 O.bodies.erase(b.id)
174.             #могућност праћења тренутног осиромашења у утоварној кашици
175.             if m_wib > 0:
176.                 PerBucketOreDilution=m_wib/(m_wib+m_oib)*100
177.             else:
178.                 PerBucketOreDilution=0
179.             #дефиниција дијаграма за праћење тока симулације
180.             plot.addData(E = E,
181.                           E1 = E,
182.                           E2 = E,
183.                           E3 = E,
184.                           E4 = E,
185.                           R_o = R_o,
186.                           R_do = R_do,
187.                           R = R,
188.                           D_m = D_m,
189.                           D = D)
190.
191.             plot.saveGnuplot('WasteFriction = ' + str(paramValue))
192.             #Екстракција
193.             E = ( m_o + m_do + m_w ) / M_bo * 100
```

```
194.     #Осиромашење руде
195.     D = ((m_w + m_do) / (m_w + m_o + m_do)) * 100
196.     #Осиромашење метала
197.     D_m = (1 - ((m_do + m_o) / (m_w + m_o + m_do))) * 100
198.     #Искоришћење руде из блока
199.     R_o = (m_o / M_bo) *
200.     #Укупно икоришћење руде
201.     R = ((m_o + m_do) / M_o) * 100
202.     #Искоришћење заостале руде
203.     if M_do > 0:
204.         R_do = (m_do / M_do) * 100
205.     else:
206.         R_do = 0
207.
208.     if bucketSelect == 0:
209.         bucketSelect = 1
210.     else:
211.         bucketSelect = 0
212.     #Критеријум конвергенције модела је 120% екстракције
213.     if totalEMass < (m_o + m_do + m_w):
214.         O.pause()
215.         print 'Total extracted mass is 120% total ore mass'
216.         O.save(str(paramValue) + 'finalState.xml')
217.         print 'Final state of rock mass is saved'
218.         recoveryFile.close()
219.         extractionFlie.close()
220.     #####
221.
222.     #Учитавање додатних предиката
223.     surfBucket=gts.read(open(os.getcwd() + '~/bucketF.gts'))
224.     surfBucket.translate(-1.3,0.5,0)
225.     bucket=pack.inGtsSurface(surfBucket)
226.     surfBucket1=gts.read(open(os.getcwd() + '~/bucketF.gts'))
227.     surfBucket1.translate(1.3,0.5,0)
228.     bucket1=pack.inGtsSurface(surfBucket1)
229.
230.     #Дијаграми за праћење стања симулације
231.     plot.plots = {'E':('R', 'D', 'D_m')},#
232.     plot.liveInterval = 1
233.     plot.plot(subPlots = False)
234.
235.     ##Дефиниција солвера
236.     O.engines=[
237.         ForceResetter(),
238.         InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()]),label='collider'),
239.         InteractionLoop(
240.             [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom(),Ig2_Facet_Sphere_ScGeom()],
241.             [Ip2_FrictMat_FrictMat_FrictPhys()],
242.             [Law2_ScGeom_FrictPhys_CundallStrack()],
243.         ),
244.         NewtonIntegrator(damping=.80,gravity=[0,0,-9.81]),
245.         GlobalStiffnessTimeStepper(timestepSafetyCoefficient=0.8,timeStepUpdateInterval=100)
246.     ],
247.     VTKRecorder(nDone=1,fileName=VTKdir + 'slcDilutionAnalysis', recorders=['all'],iterP
248.     eriod=5000, initRun = True),
249.     PyRunner(initRun = True,iterPeriod=500,command='excavation(bucket, bucket1, wasteFri
250.     ction)'),
251.     PyRunner(initRun = True,iterPeriod=1,command='antiJammer()')
252. ]
253. O.run(0)
254. waitIfBatch()
```

ПРИЛОГ 2 ПРЕДИКАТИ КОРИШЋЕНИ ЗА СИМУЛАЦИЈУ МЕТОДОМ
РАЗДВОЈЕНИХ ЕЛЕМЕНАТА

Табела 7-1 Координате предиката *asymmetricPart*

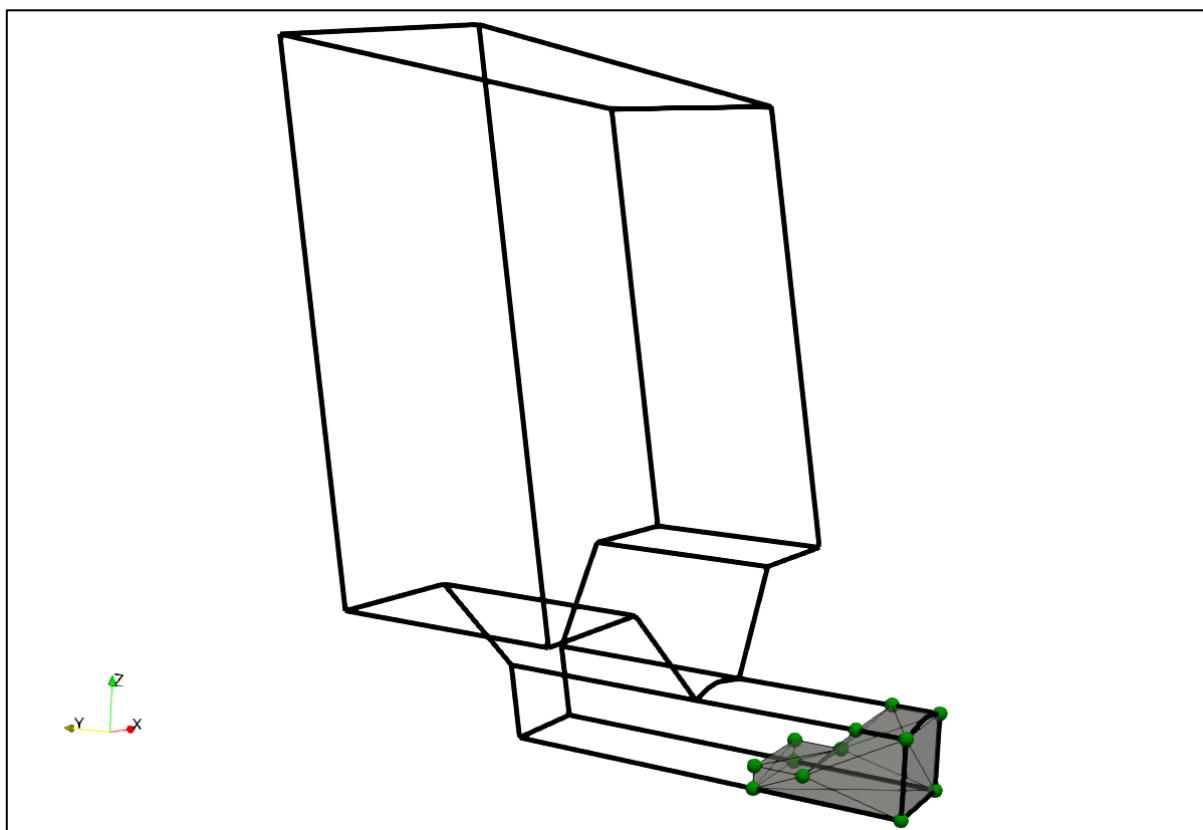
N	X	Y	Z
1	40.50	13.70	20.98
2	40.50	26.60	20.98
3	43.55	26.60	20.98
4	43.55	13.70	20.98
5	43.55	14.50	25.51
6	49.65	28.46	31.51
7	40.50	11.86	10.54
8	49.65	24.76	10.54
9	43.55	27.40	25.51
10	40.50	24.76	10.54
11	49.65	11.86	10.54
12	49.65	15.56	31.51



Слика 7-1 Мрежа предиката *asymmetricPart*

Табела 7-2 Координате шредиката *bucketF*

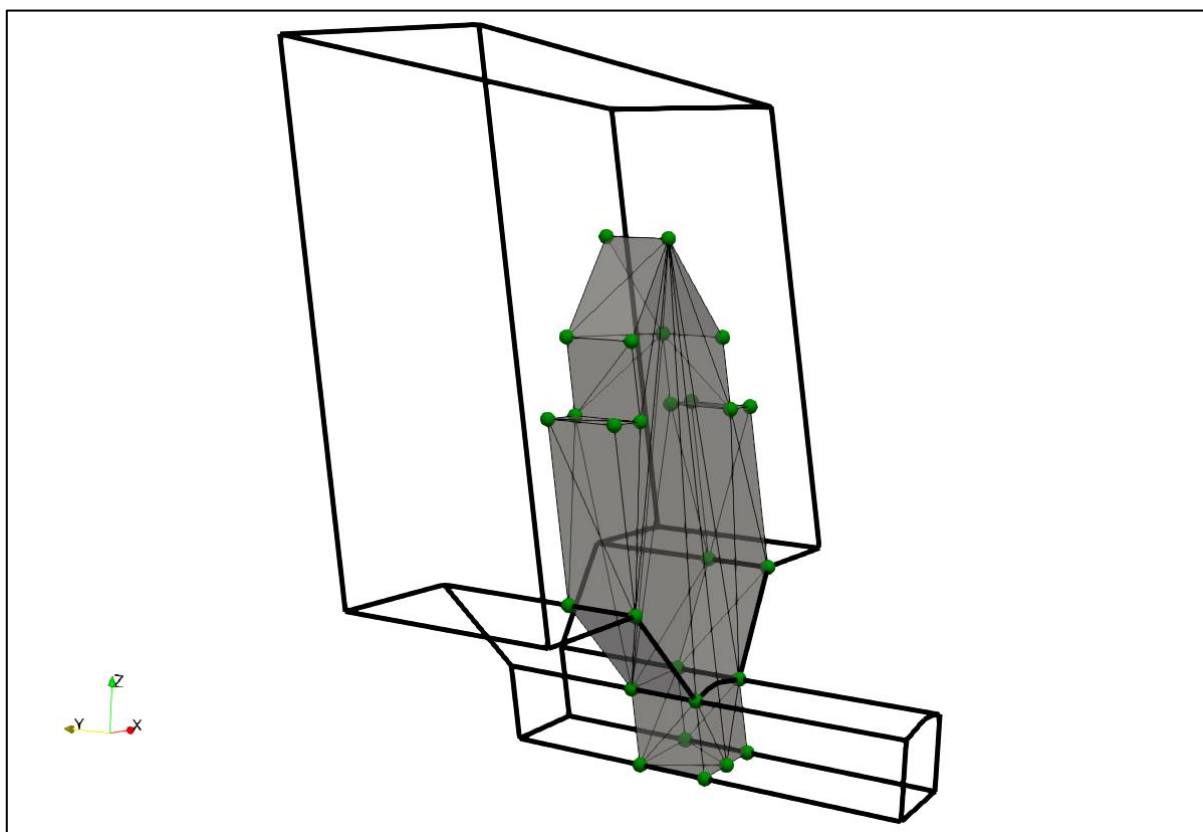
N	X	Y	Z
1	28.30	3.89	1.35
2	34.40	6.89	1.35
3	34.40	-2.00	0.00
4	34.40	6.89	0.00
5	28.30	6.89	0.00
6	28.30	0.89	4.60
7	28.30	6.89	1.35
8	28.30	-2.00	0.00
9	34.40	-2.00	4.60
10	34.40	3.89	1.35
11	28.30	-2.00	4.60
12	34.40	0.89	4.60



Слика 7-2 Мрежа шредиката *bucketF*

Табела 7-3 Координате шредиката *oreBlock*

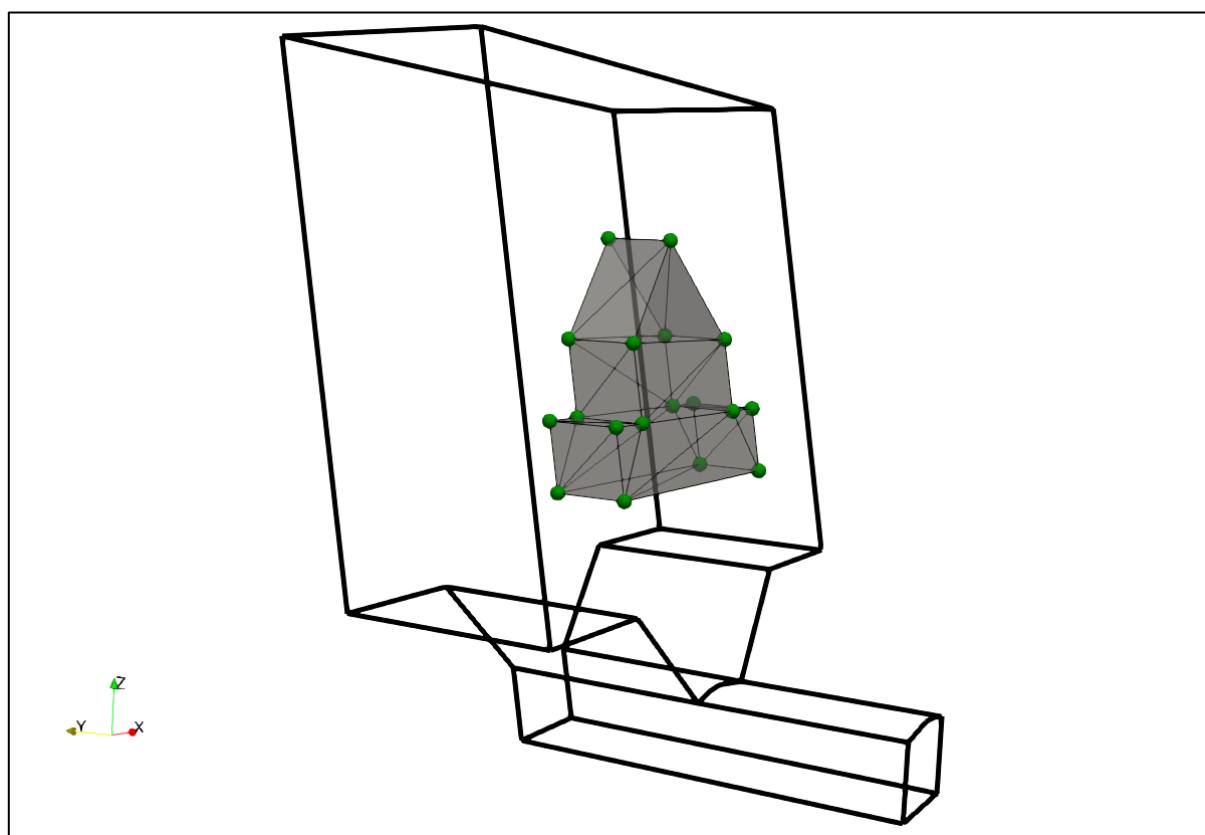
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	31.35	15.56	31.51	15	25.25	14.50	25.51
2	31.35	19.86	31.51	16	25.25	13.70	20.98
3	37.45	18.80	25.51	17	40.50	13.70	20.98
4	37.45	18.00	20.98	18	28.30	10.00	0.00
5	37.45	13.70	20.98	19	28.30	10.80	4.53
6	40.50	11.86	10.54	20	31.35	10.00	0.00
7	34.40	10.00	0.00	21	40.50	18.00	20.98
8	34.40	10.80	4.53	22	22.20	18.00	20.98
9	34.40	15.10	4.53	23	22.20	16.16	10.54
10	22.20	11.86	10.54	24	40.50	16.16	10.54
11	22.20	13.70	20.98	25	34.40	14.30	0.00
12	25.25	18.00	20.98	26	28.30	15.10	4.53
13	25.25	18.80	25.51	27	28.30	14.30	0.00
14	37.45	14.50	25.51				



Слика 7-3 Мрежа шредиката *oreBlock*

Табела 7-4 Координате шредиката *oreCoarse*

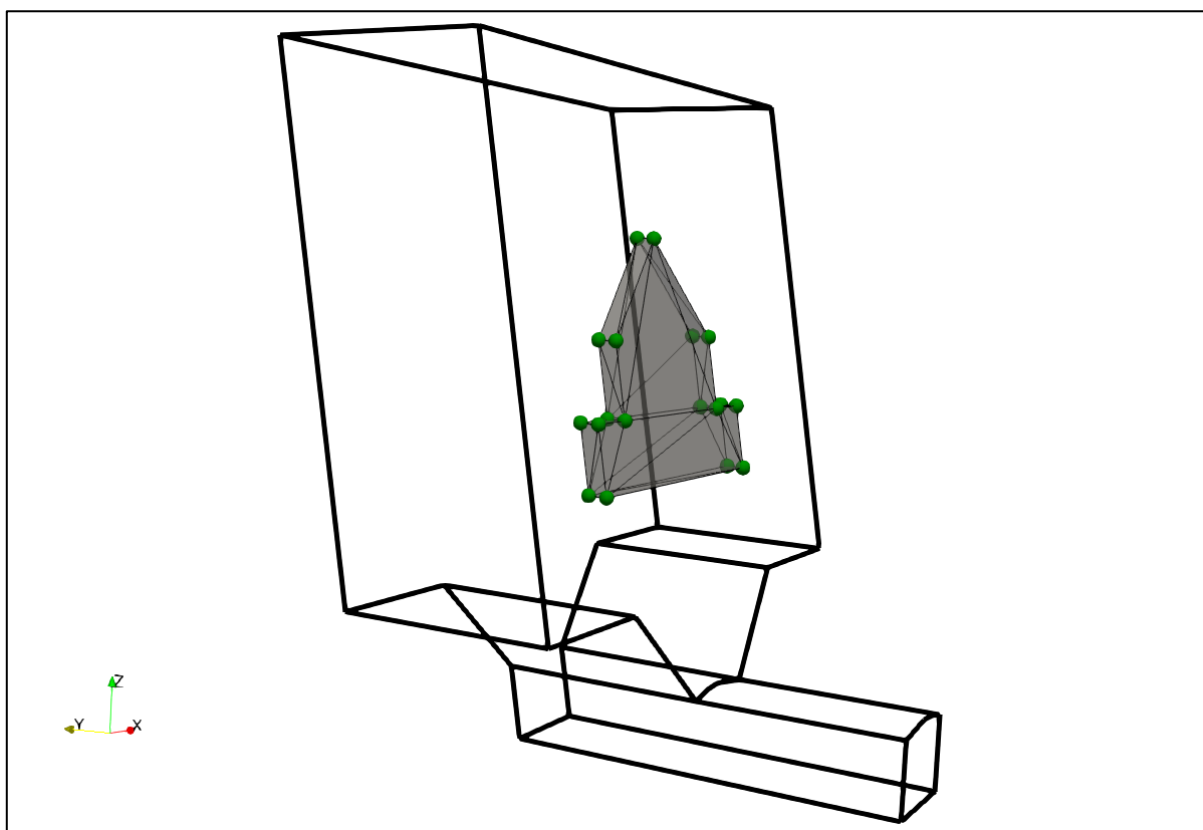
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	31.35	19.86	31.51	10	25.25	18.00	20.98
2	37.45	18.80	25.51	11	25.25	14.50	25.51
3	37.45	13.70	20.98	12	25.25	18.80	25.51
4	37.45	18.00	20.98	13	37.45	14.50	25.51
5	40.50	18.00	20.98	14	31.35	15.56	31.51
6	40.50	13.70	20.98	15	40.50	17.29	16.94
7	22.20	18.00	20.98	16	22.20	17.29	16.94
8	22.20	13.70	20.98	17	22.20	12.99	16.94
9	25.25	13.70	20.98	18	40.50	12.99	16.94



Слика 7-4 Мрежа предиката *oreCoarse*

Табела 7-5 Координате шредиката *oreCoarse_coarse_1*

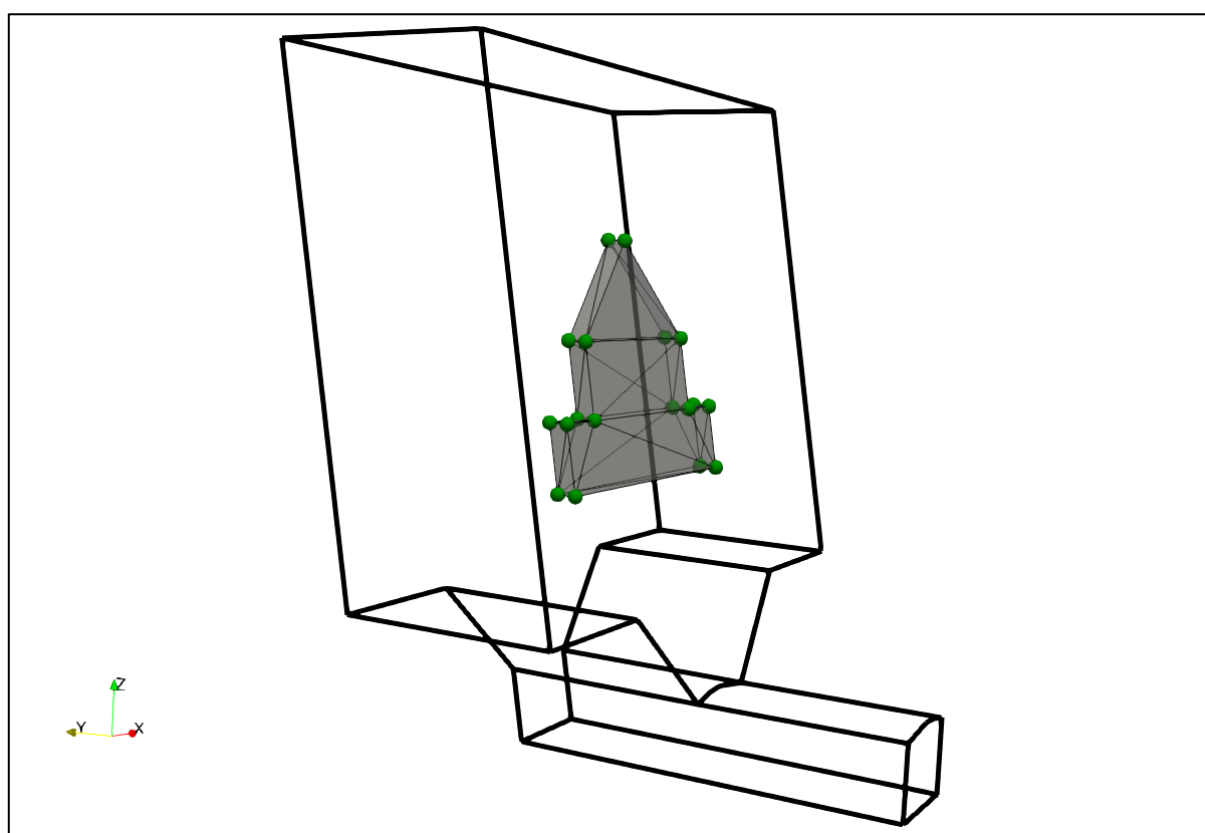
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	37.45	15.50	25.51	10	25.25	15.85	20.98
2	37.45	14.70	20.98	11	25.25	16.65	25.51
3	37.45	16.65	25.51	12	25.25	14.70	20.98
4	31.35	17.71	31.51	13	31.35	16.56	31.51
5	40.50	14.70	20.98	14	25.25	15.50	25.51
6	37.45	15.85	20.98	15	40.50	13.99	16.94
7	22.20	14.70	20.98	16	40.50	15.85	20.98
8	22.20	13.99	16.94	17	22.20	15.14	16.94
9	22.20	15.85	20.98	18	40.50	15.14	16.94



Слика 7-5 Мрежа шредиката *oreCoarse_coarse_1*

Табела 7-6 Координате шредиката *oreCoarse_coarse_2*

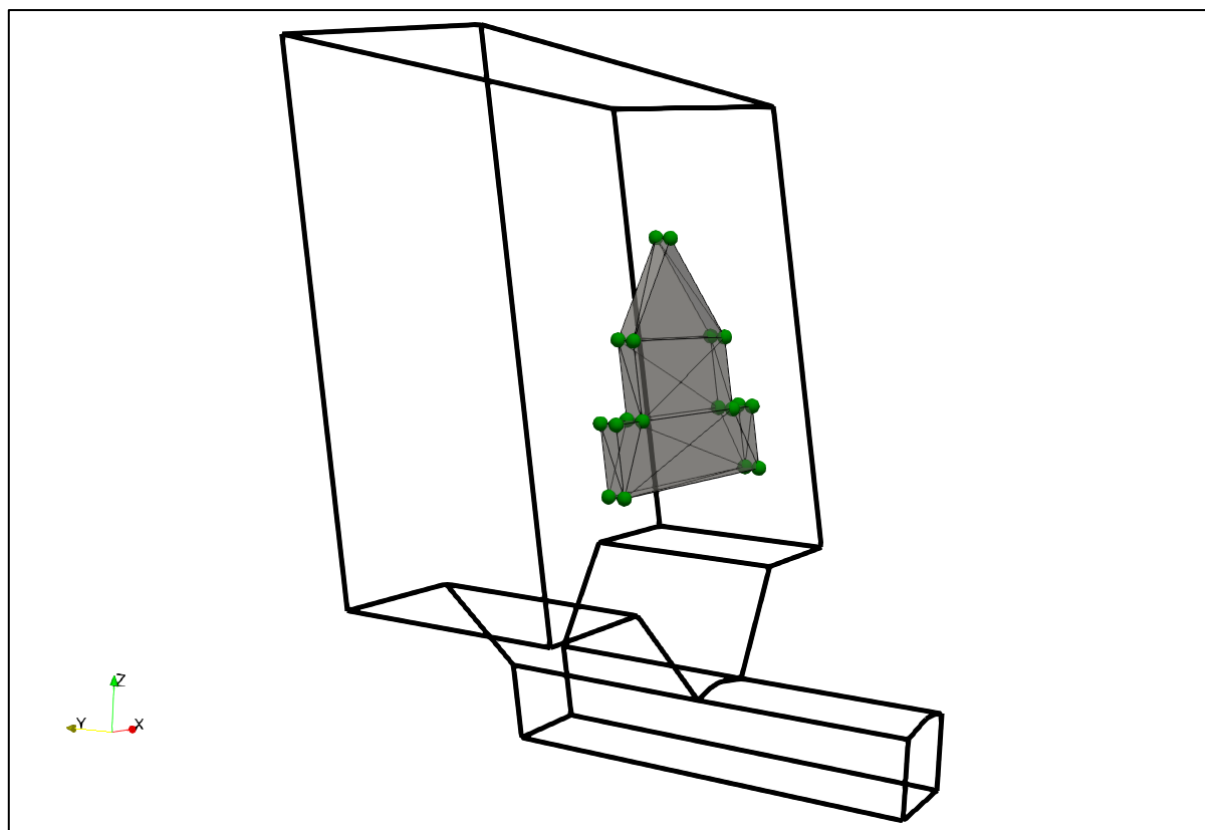
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	22.20	18.00	20.98	10	25.25	18.80	25.51
2	37.45	18.00	20.98	11	25.25	17.65	25.51
3	40.50	17.29	16.94	12	25.25	18.00	20.98
4	22.20	17.29	16.94	13	37.45	18.80	25.51
5	40.50	16.14	16.94	14	31.35	18.71	31.51
6	40.50	16.85	20.98	15	37.45	17.65	25.51
7	40.50	18.00	20.98	16	22.20	16.85	20.98
8	31.35	19.86	31.51	17	22.20	16.14	16.94
9	25.25	16.85	20.98	18	37.45	16.85	20.98



Слика 7-6 Мрежа шредиката *oreCoarse_coarse_2*

Табела 7-7 Координате шредиката *oreCoarse_fine_1*

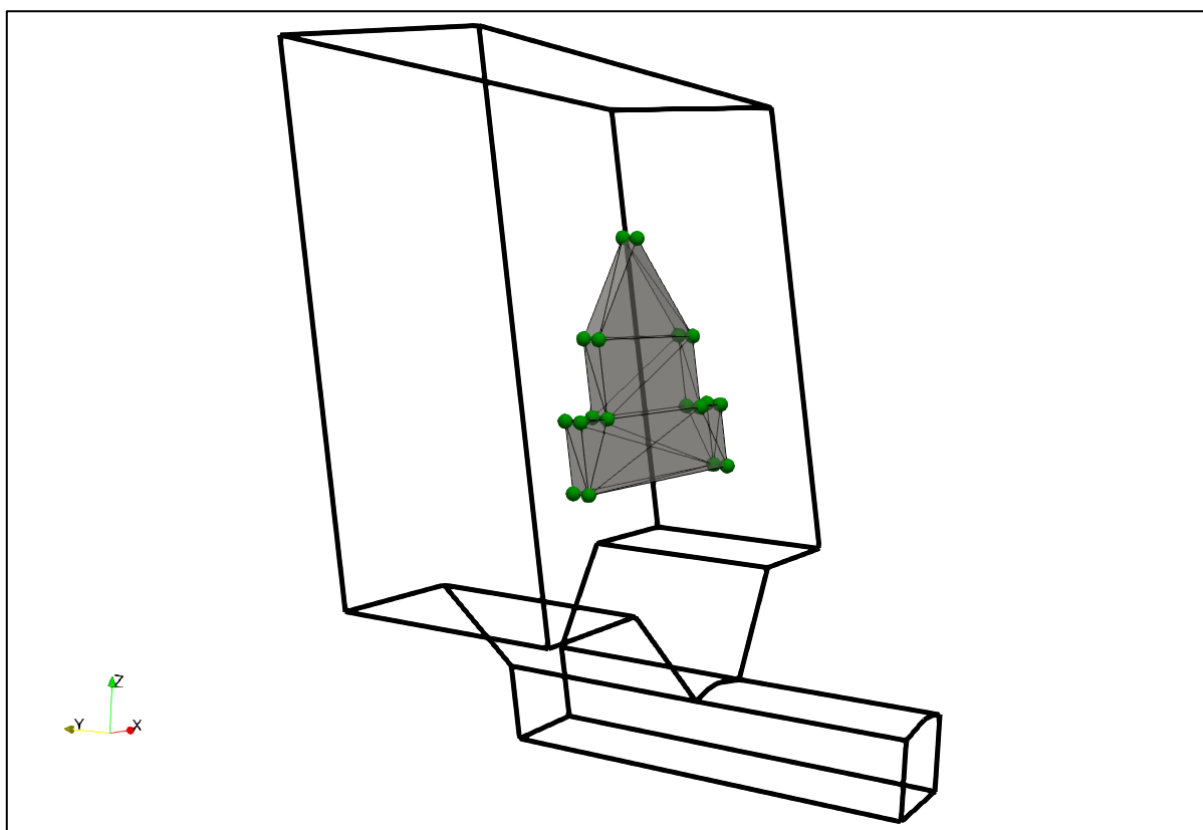
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	40.50	13.70	20.98	10	22.20	13.70	20.98
2	40.50	13.99	16.94	11	22.20	12.99	16.94
3	40.50	12.99	16.94	12	22.20	14.70	20.98
4	40.50	14.70	20.98	13	37.45	13.70	20.98
5	31.35	15.56	31.51	14	37.45	14.70	20.98
6	25.25	15.50	25.51	15	31.35	16.56	31.51
7	25.25	14.50	25.51	16	37.45	15.50	25.51
8	25.25	13.70	20.98	17	37.45	14.50	25.51
9	25.25	14.70	20.98	18	22.20	13.99	16.94



Слика 7-7 Мрежа шредиката *oreCoarse_fine_1*

Табела 7-8 Координате шредиката *oreCoarse_fine_2*

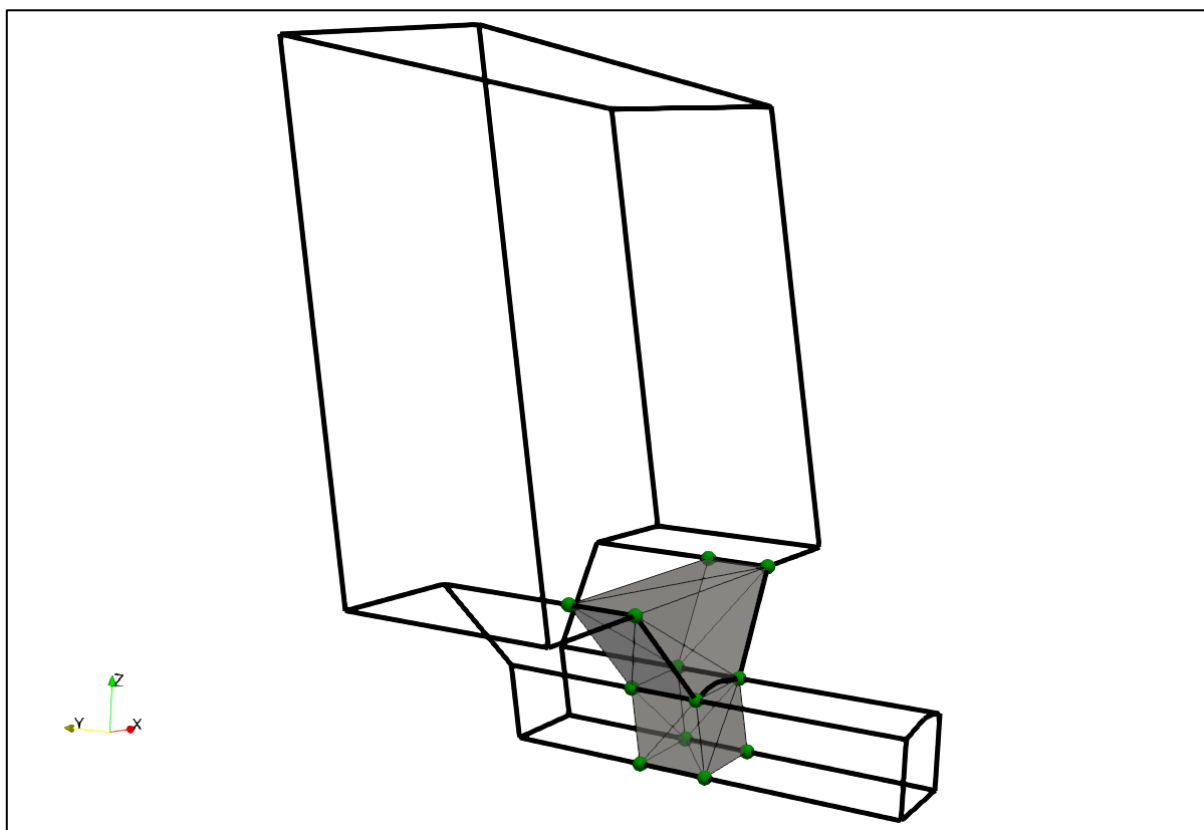
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	40.50	15.85	20.98	10	22.20	15.85	20.98
2	37.45	15.85	20.98	11	22.20	16.85	20.98
3	40.50	15.14	16.94	12	25.25	16.85	20.98
4	22.20	16.14	16.94	13	22.20	15.14	16.94
5	40.50	16.85	20.98	14	37.45	16.85	20.98
6	31.35	17.71	31.51	15	37.45	16.65	25.51
7	25.25	16.65	25.51	16	31.35	18.71	31.51
8	25.25	17.65	25.51	17	40.50	16.14	16.94
9	25.25	15.85	20.98	18	37.45	17.65	25.51



Слика 7-8 Мрежа шредиката *oreCoarse_fine_2*

Табела 7-9 Координате шредиката *oreFine*

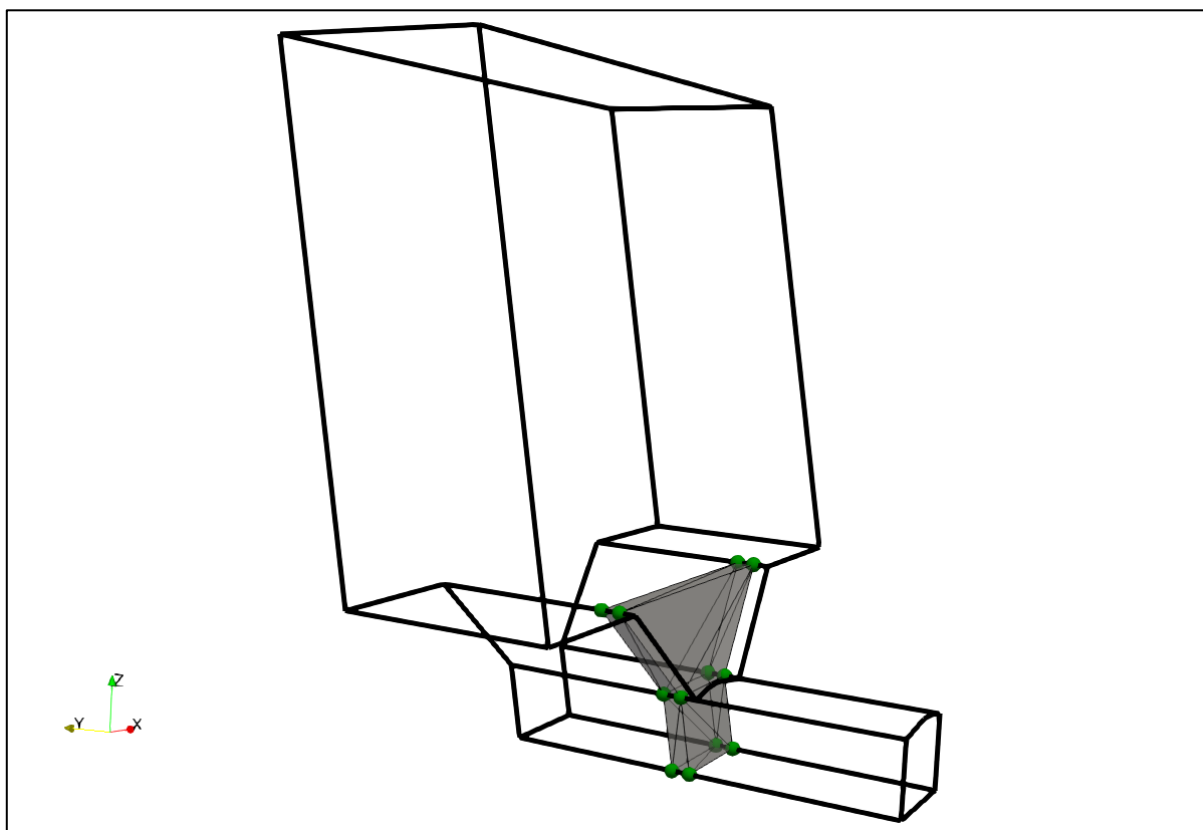
N	X	Y	Z
1	34.40	15.10	4.53
2	28.30	10.00	0.00
3	28.30	14.30	0.00
4	28.30	15.10	4.53
5	28.30	10.80	4.53
6	34.40	14.30	0.00
7	22.20	16.16	10.54
8	34.40	10.00	0.00
9	34.40	10.80	4.53
10	22.20	11.86	10.54
11	40.50	11.86	10.54
12	40.50	16.16	10.54



Слика 7-9 Мрежа шредиката *oreFine*

Табела 7-10 Координате шредиката *oreFine_coarse_1*

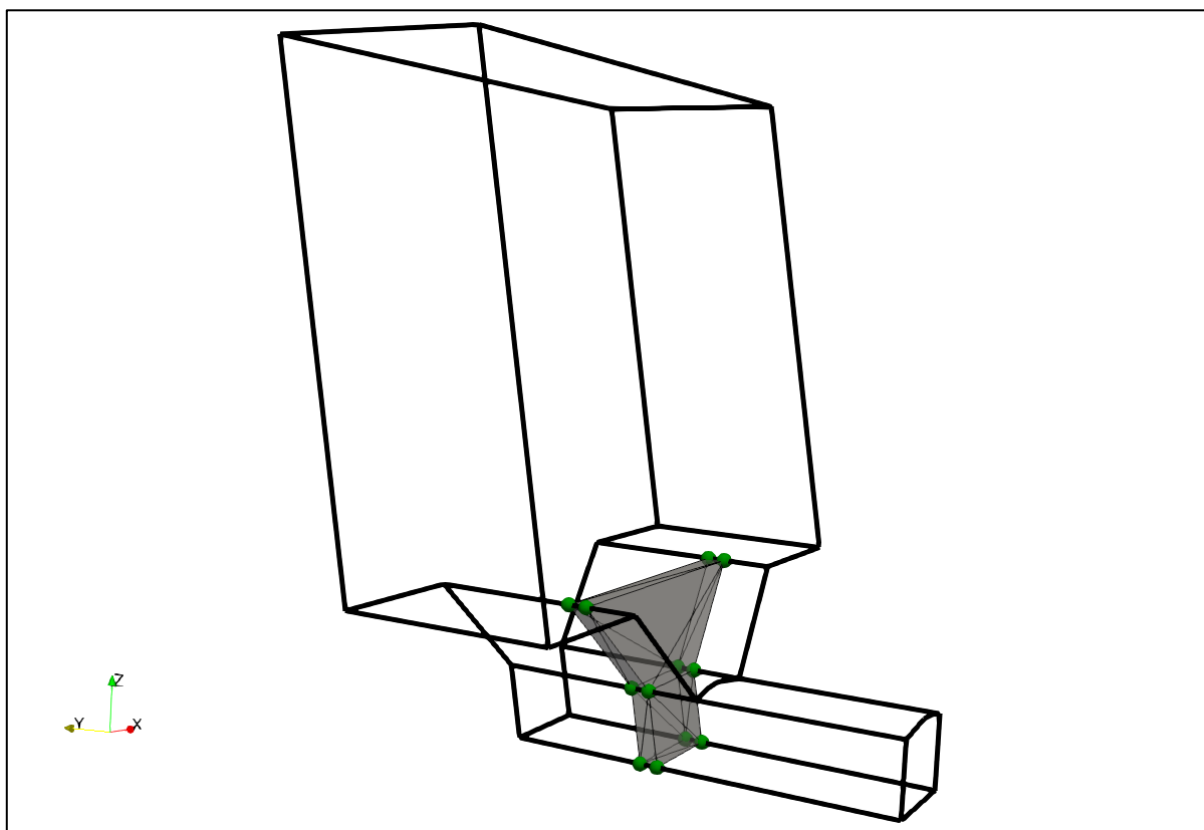
N	X	Y	Z
1	34.40	11.80	4.53
2	28.30	11.80	4.53
3	22.20	12.86	10.54
4	34.40	12.15	0.00
5	34.40	11.00	0.00
6	28.30	12.15	0.00
7	28.30	11.00	0.00
8	22.20	14.01	10.54
9	40.50	12.86	10.54
10	40.50	14.01	10.54
11	34.40	12.95	4.53
12	28.30	12.95	4.53



Слика 7-10 Мрежа шредиката *oreFine_coarse_1*

Табела 7-11 Координате шредиката *oreFine_coarse_2*

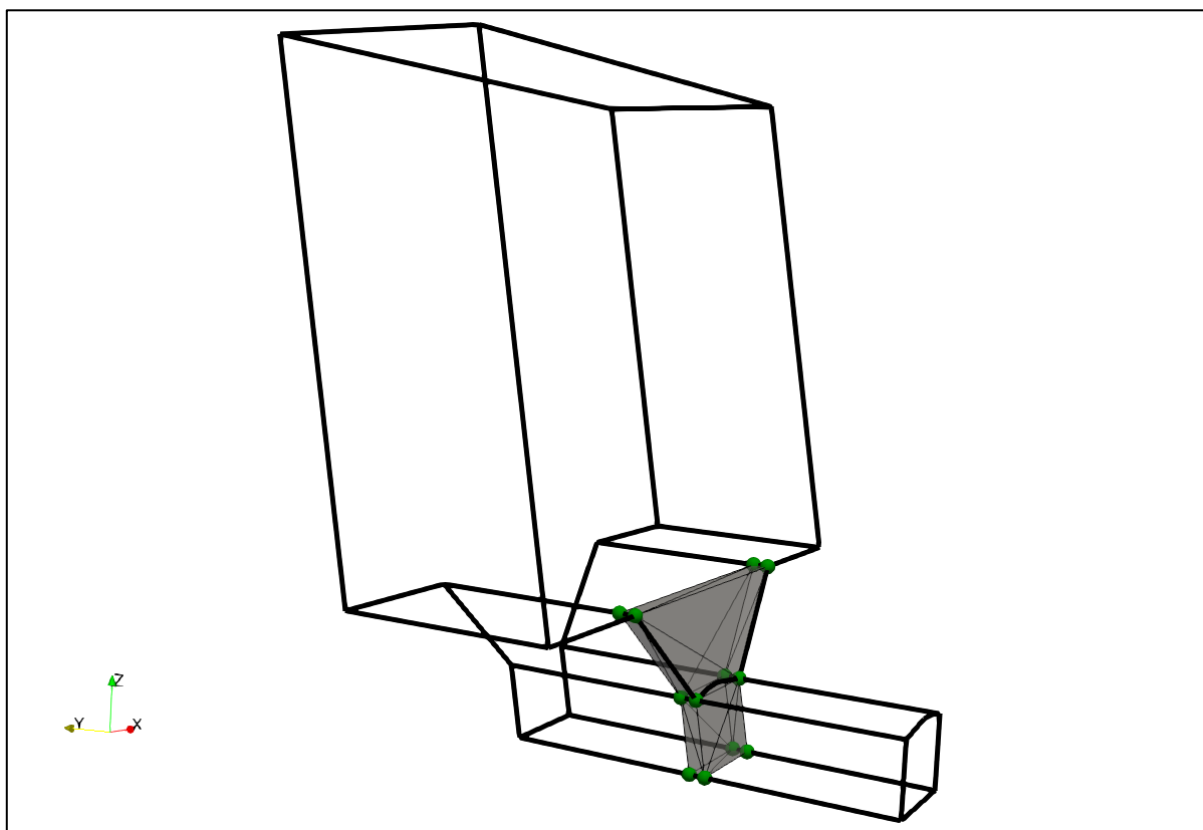
N	X	Y	Z
1	34.40	15.10	4.53
2	40.50	16.16	10.54
3	22.20	16.16	10.54
4	28.30	15.10	4.53
5	28.30	13.15	0.00
6	28.30	14.30	0.00
7	34.40	13.15	0.00
8	34.40	14.30	0.00
9	34.40	13.95	4.53
10	40.50	15.01	10.54
11	22.20	15.01	10.54
12	28.30	13.95	4.53



Слика 7-11 Мрежа шредиката *oreFine_coarse_2*

Табела 7-12 Координате шредиката *oreFine_fine_1*

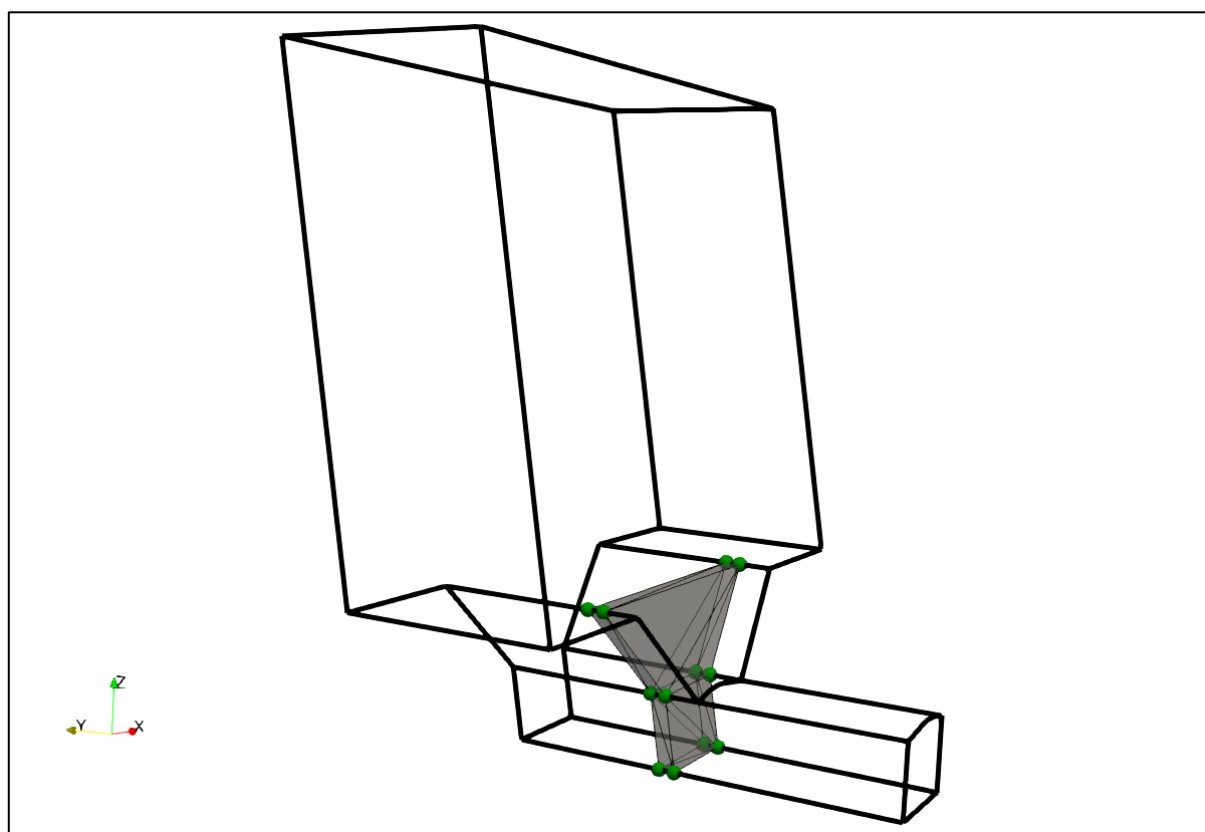
N	X	Y	Z
1	22.20	11.86	10.54
2	22.20	12.86	10.54
3	28.30	10.80	4.53
4	28.30	10.00	0.00
5	28.30	11.80	4.53
6	28.30	11.00	0.00
7	34.40	10.00	0.00
8	34.40	10.80	4.53
9	34.40	11.80	4.53
10	40.50	11.86	10.54
11	34.40	11.00	0.00
12	40.50	12.86	10.54



Слика 7-12 Мрежа шредиката *oreFine_fine_1*

Табела 7-13 Координате шредиката *oreFine_fine_2*

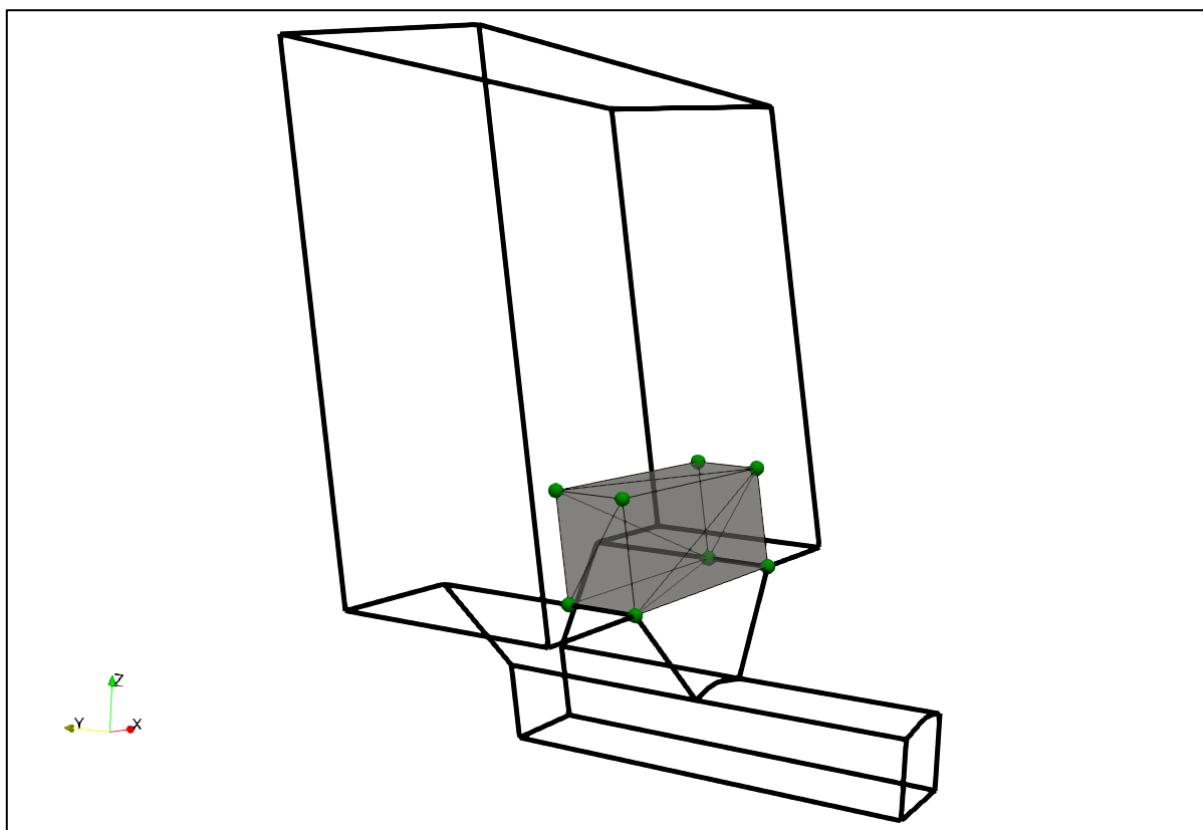
N	X	Y	Z
1	22.20	14.01	10.54
2	40.50	14.01	10.54
3	28.30	12.95	4.53
4	22.20	15.01	10.54
5	28.30	12.15	0.00
6	34.40	12.15	0.00
7	34.40	13.15	0.00
8	34.40	12.95	4.53
9	40.50	15.01	10.54
10	34.40	13.95	4.53
11	28.30	13.95	4.53
12	28.30	13.15	0.00



Слика 7-13 Мрежа шредиката *oreFine_fine_2*

Табела 7-14 Координате шредиката *oreMedium*

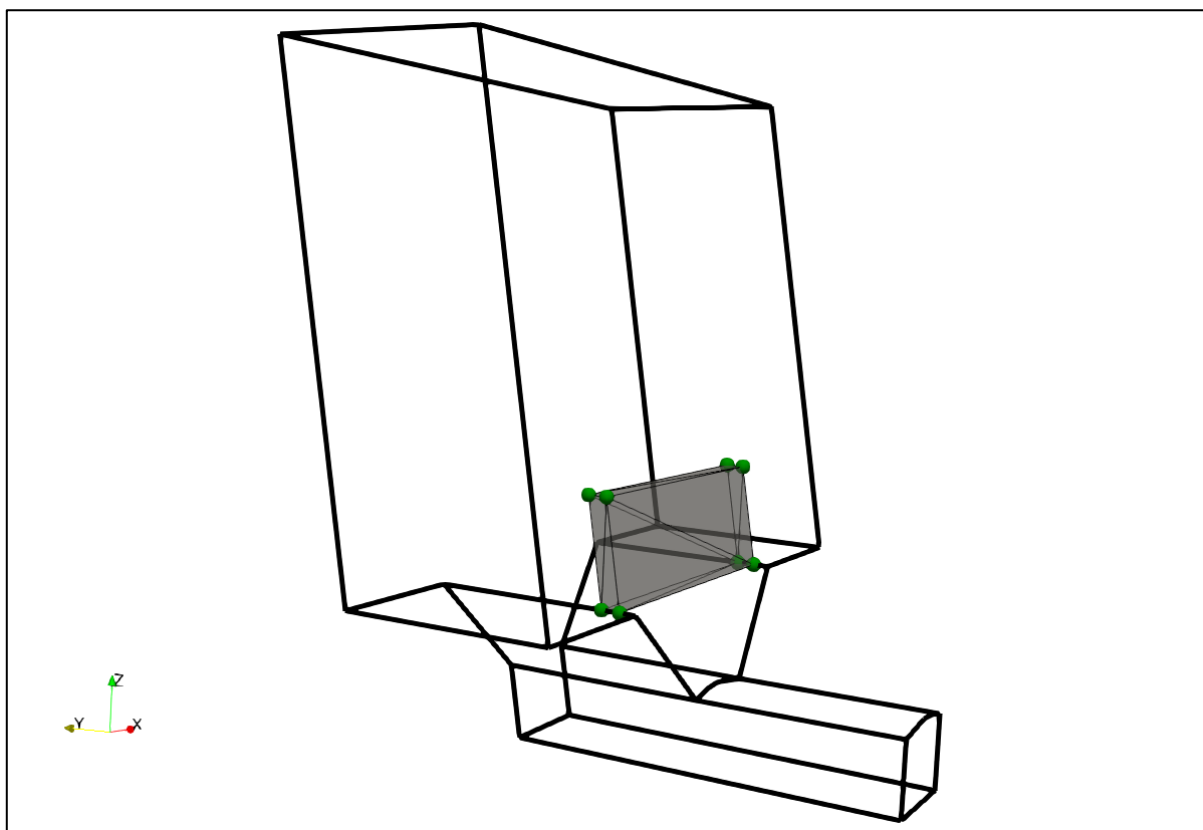
N	X	Y	Z
1	40.50	16.16	10.54
2	40.50	11.86	10.54
3	22.20	12.99	16.94
4	40.50	12.99	16.94
5	40.50	17.29	16.94
6	22.20	11.86	10.54
7	22.20	16.16	10.54
8	22.20	17.29	16.94



Слика 7-14 Мрежа шредиката *oreMedium*

Табела 7-15 Координате шредиката *oreMedium_coarse_1*

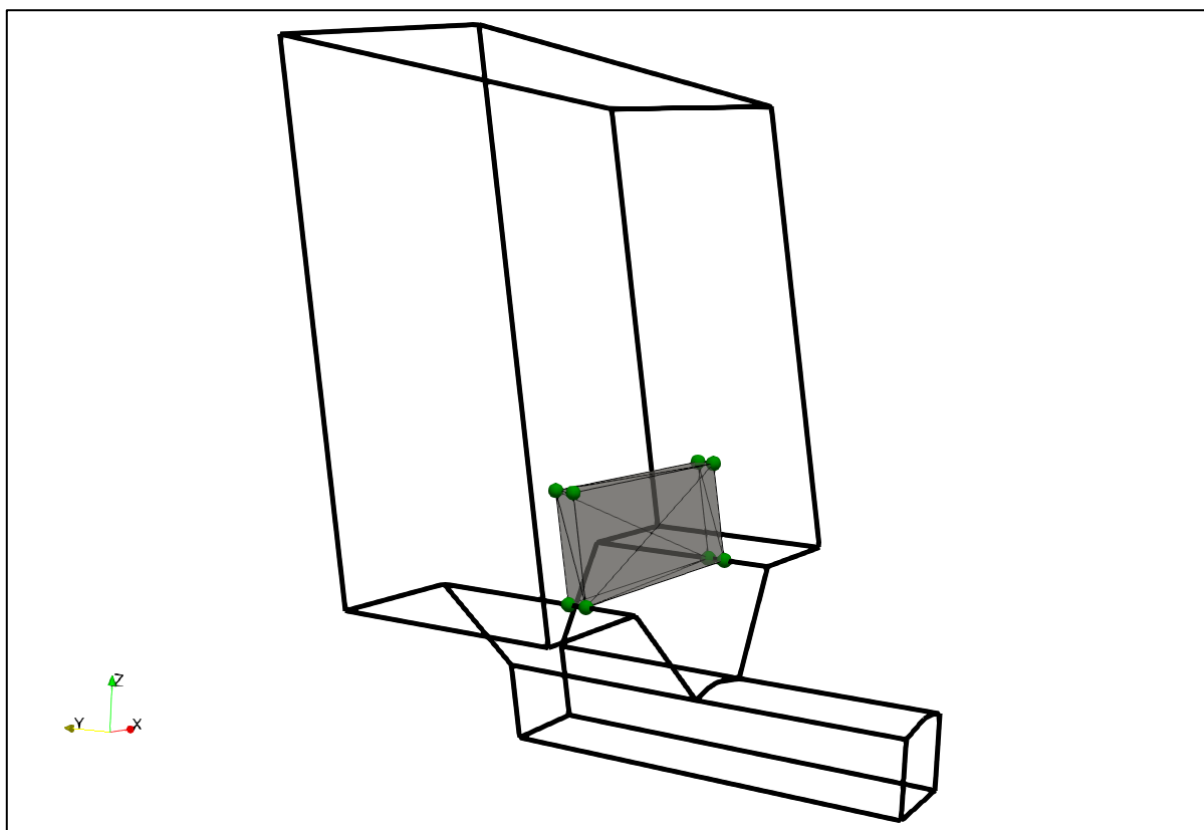
N	X	Y	Z
1	22.20	12.86	10.54
2	40.50	13.99	16.94
3	40.50	12.86	10.54
4	22.20	15.14	16.94
5	40.50	15.14	16.94
6	22.20	13.99	16.94
7	22.20	14.01	10.54
8	40.50	14.01	10.54



Слика 7-15 Мрежа шредиката *oreMedium_coarse_1*

Табела 7-16 Координате шредиката *oreMedium_coarse_2*

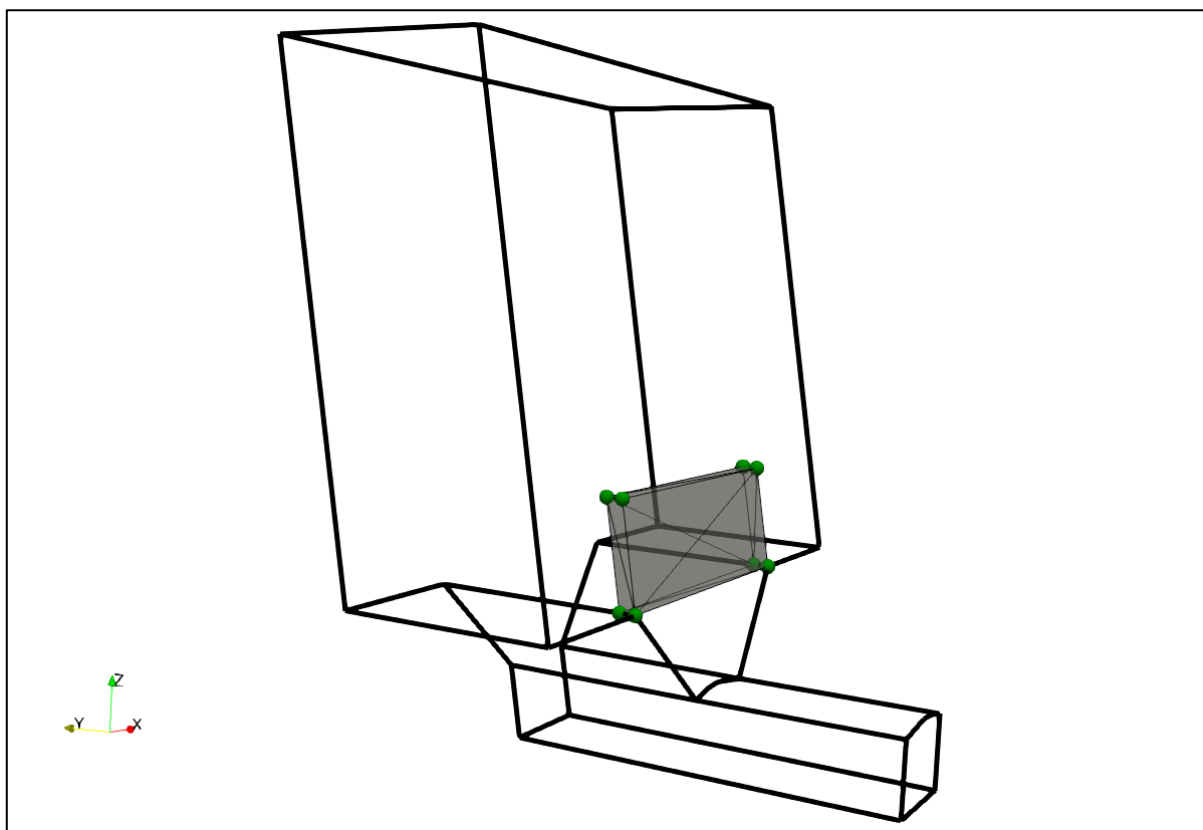
N	X	Y	Z
1	40.50	17.29	16.94
2	22.20	17.29	16.94
3	40.50	16.14	16.94
4	22.20	16.14	16.94
5	22.20	16.16	10.54
6	22.20	15.01	10.54
7	40.50	16.16	10.54
8	40.50	15.01	10.54



Слика 7-16 Мрежа шредиката *oreMedium_coarse_2*

Табела 7-17 Координате шредиката *oreMedium_fine_1*

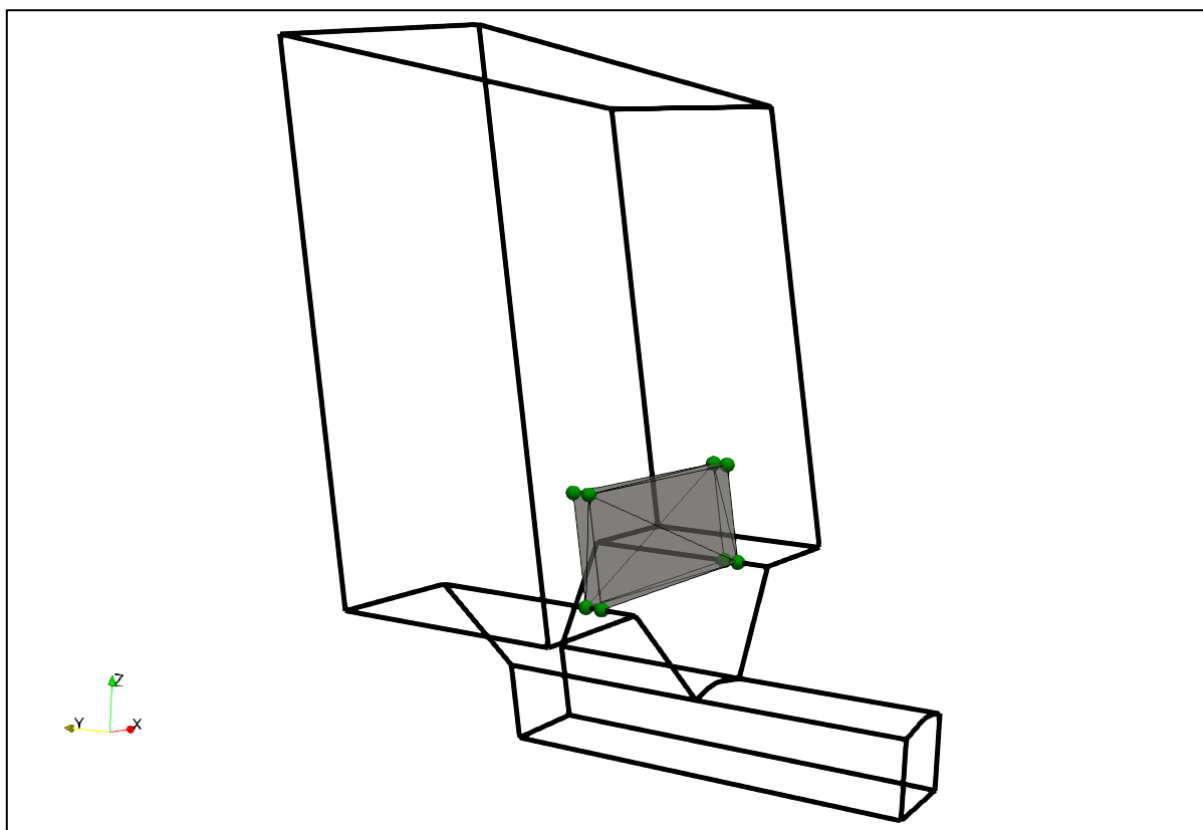
N	X	Y	Z
1	40.50	12.99	16.94
2	22.20	13.99	16.94
3	22.20	12.99	16.94
4	22.20	11.86	10.54
5	40.50	11.86	10.54
6	22.20	12.86	10.54
7	40.50	12.86	10.54
8	40.50	13.99	16.94



Слика 7-17 Мрежа шредиката *oreMedium_fine_1*

Табела 7-18 Координате шредиката *oreMedium_fine_2*

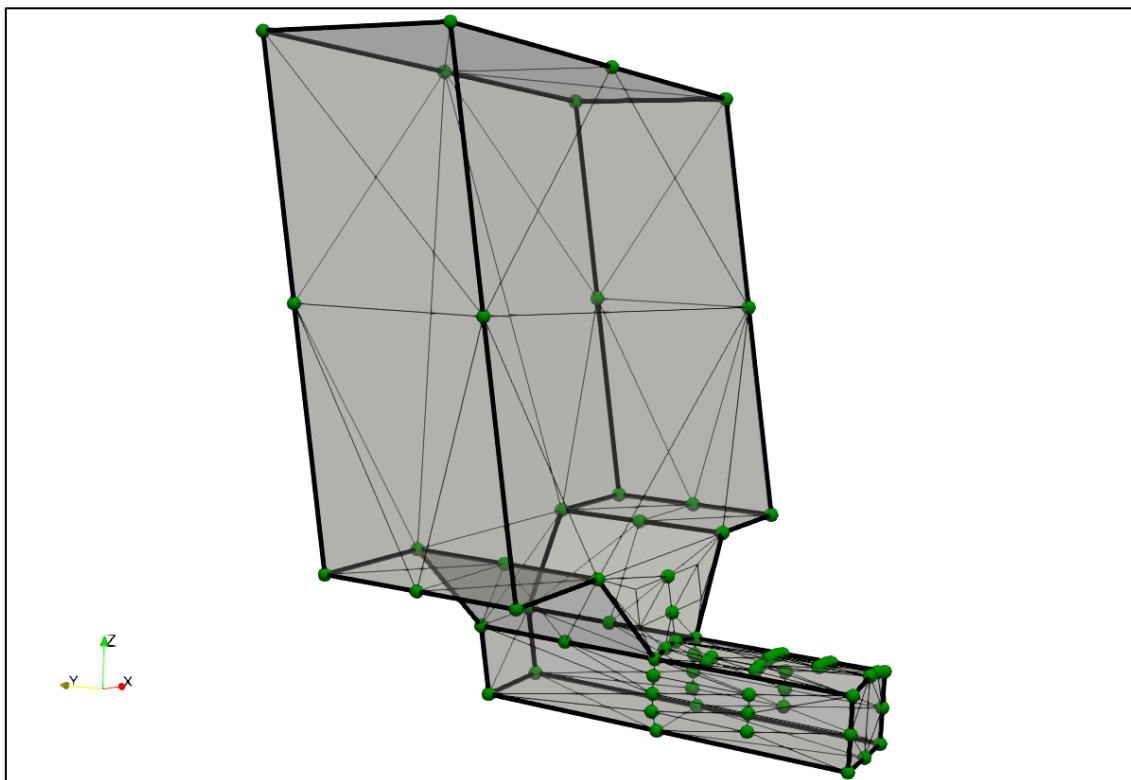
N	X	Y	Z
1	22.20	14.01	10.54
2	40.50	16.14	16.94
3	40.50	15.14	16.94
4	22.20	15.14	16.94
5	22.20	15.01	10.54
6	40.50	14.01	10.54
7	40.50	15.01	10.54
8	22.20	16.14	16.94



Слика 7-18 Мрежа шредиката *oreMedium_fine_2*

Табела 7-19 Координате шредиката *outerBound*

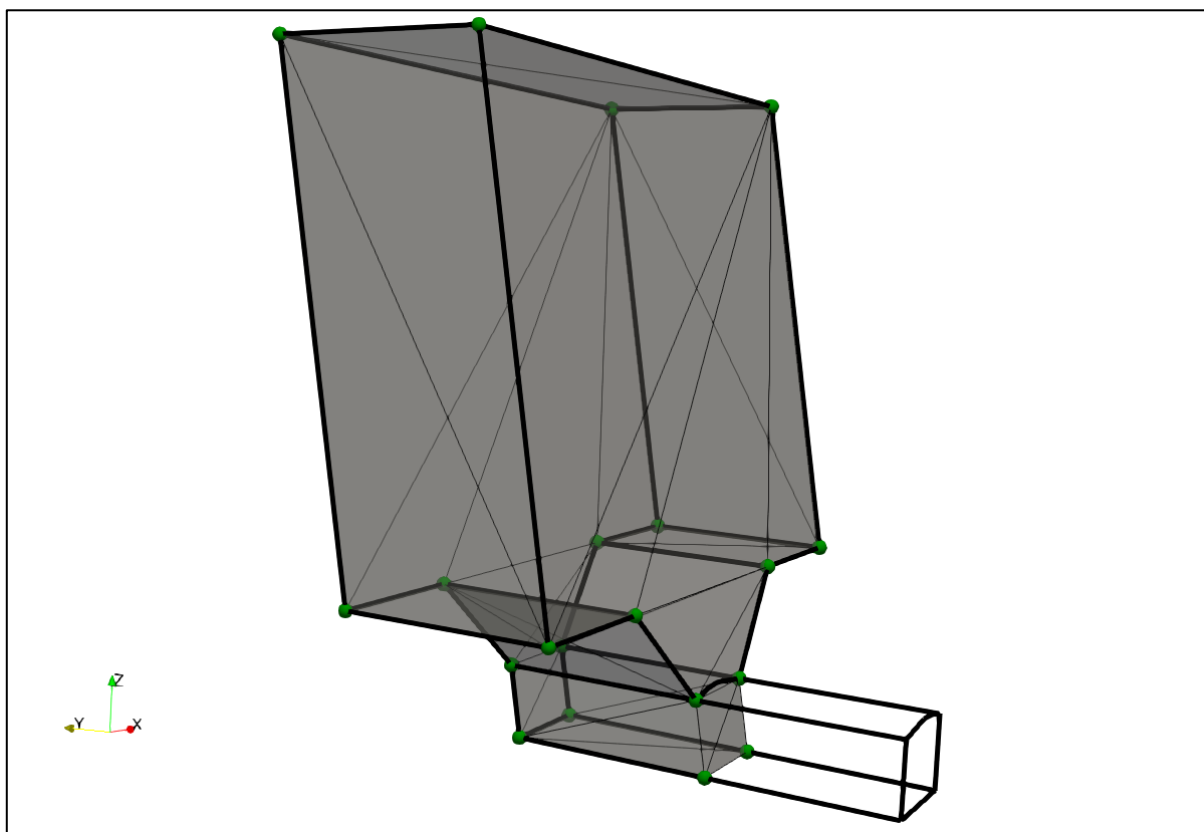
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	13.05	17.29	41.36	20	34.40	-2.00	4.60
2	13.05	30.19	41.36	21	31.39	10.87	4.95
3	49.65	17.29	41.36	22	29.81	10.85	4.85
4	40.50	11.86	10.54	23	31.39	-2.00	5.03
5	13.05	11.86	10.54	24	28.30	10.80	4.53
6	13.05	24.76	10.54	25	33.65	4.42	4.75
7	49.65	24.76	10.54	26	33.65	1.21	4.77
8	22.20	11.86	10.54	27	31.39	4.44	4.99
9	49.65	11.86	10.54	28	31.39	1.22	5.01
10	49.65	30.19	41.36	29	32.14	4.43	4.96
11	40.50	24.76	10.54	30	32.89	4.43	4.88
12	34.40	23.70	4.53	31	32.89	1.21	4.90
13	34.40	10.80	4.53	32	32.14	1.22	4.98
14	34.40	-2.00	0.00	33	29.81	7.64	4.86
15	34.40	22.90	0.00	34	29.81	4.43	4.88
16	28.30	22.90	0.00	35	29.05	4.42	4.75
17	28.30	-2.00	0.00	36	29.05	7.62	4.73
18	22.20	24.76	10.54	37	32.89	-2.00	4.92
19	28.30	23.70	4.53	38	28.30	-2.00	4.60



Слика 7-19 Графички приказ мреже шредиката *outerBound*

Табела 7-20 Координате шредиката *waste*

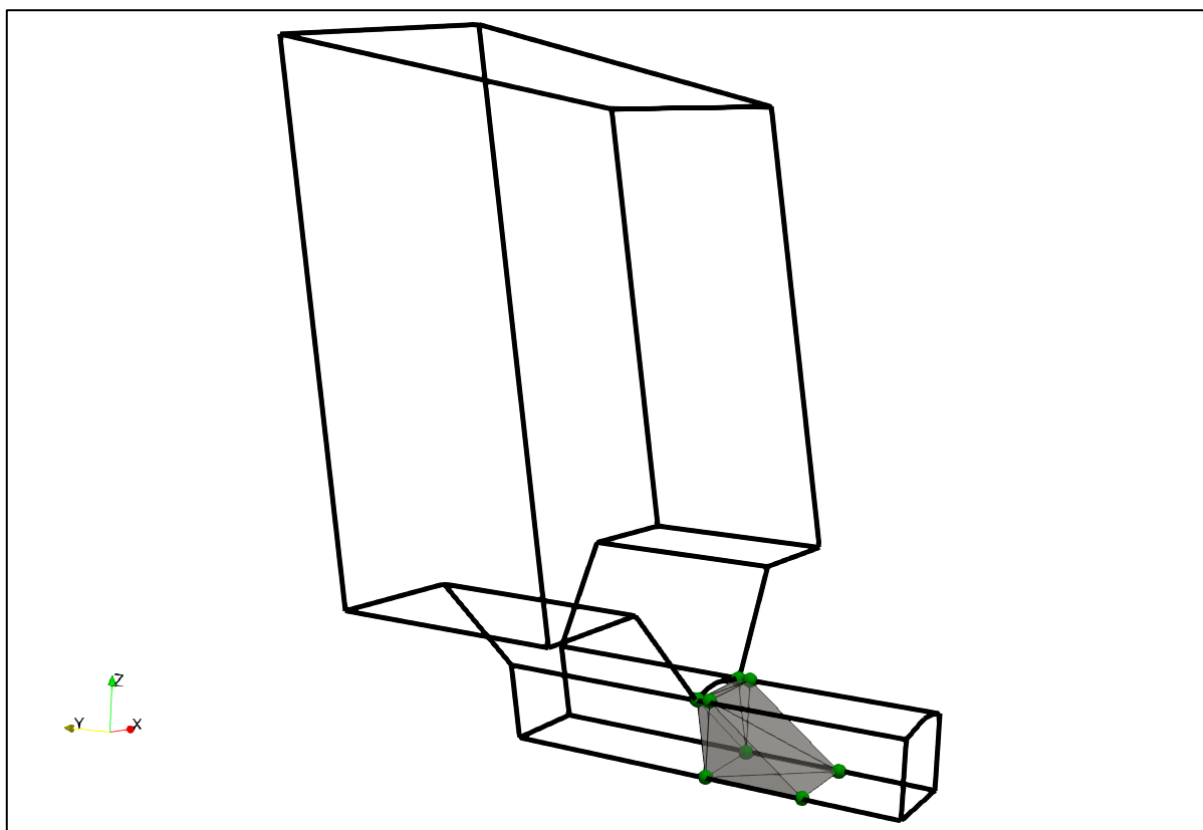
N	X	Y	Z	N	X	Y	Z
1	49.65	24.76	10.54	11	34.40	23.70	4.53
2	13.05	30.19	41.36	12	13.05	24.76	10.54
3	22.20	24.76	10.54	13	13.05	11.86	10.54
4	22.20	11.86	10.54	14	40.50	24.76	10.54
5	28.30	23.70	4.53	15	49.65	11.86	10.54
6	28.30	10.00	0.00	16	34.40	10.80	4.53
7	28.30	22.90	0.00	17	28.30	10.80	4.53
8	34.40	10.00	0.00	18	49.65	17.29	41.36
9	34.40	22.90	0.00	19	13.05	17.29	41.36
10	40.50	11.86	10.54	20	49.65	30.19	41.36



Слика 7-20 Мрежа шредиката *waste*

Табела 7-21 Координате шредиката *wedge*

N	X	Y	Z
1	28.45	3.90	0.00
2	28.45	10.00	4.60
3	28.45	10.80	4.53
4	34.25	10.00	0.00
5	34.25	10.00	4.60
6	34.25	3.90	0.00
7	28.45	10.00	0.00
8	34.25	10.80	4.53



Слика 7-21 Мрежа шредиката *wedge*

БИОГРАФИЈА

Вељко Лапчевић, мастер инжењер рударства, рођен је 8.2.1989. године у Вршцу где је и завршио гимназију природно-математичког смера. Основне академске студије је завршио 2012. године на Рударско-геолошком факултету, Универзитета у Београду, смер рударско инжењерство, модул подземна експлоатација лежишта минералних сировина. На истом факултету је завршио и мастер студије на истом модулу. Добитник је награде за освојено друго место на *Mining Knowledge Tournament - World Mining Students Meeting* одржаном 2013. године у Кракову.

У звању асистента, за ужу научну област Подземна експлоатација лежишта минералних сировина, запослен је на Рударско-геолошком факултету од 2015. године. Ангажован је на припреми и одржавању вежби из предмета везаних за методе подземног откопавања.

У досадашњој каријери Вељко Лапчевић је објавио 19 научних и стручних радова у домаћим и страним часописима који се превентивно односе на проблематику метода подземног откопавања, минирање у подземној експлоатацији и управљање стенским масивом. У оквиру стручног ангажовања учествовао је на изради неколико студија и пројеката из области подземне експлоатације.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Име и презиме аутора: Вељко Лапчевић

Број индекса P709/13

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Утицај променљивости особина зарушеног стенског материјала на гравитациони ток код метода подетажног зарушавања

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 5.2.2020. год.

ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКОГ РАДА

Име и презиме аутора Вељко Лапчевић

Број индекса P709/13

Студијски програм Рударско инжењерство

Наслов рада Утицај променљивости особина зарушеног стенског материјала на гравитациони
ток код метода подетажног зарушавања

Ментор проф. др Зоран Глигорић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 5.2.2020. год.

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Утицај променљивости особина зарушеног стенског материјала на гравитациони ток код метода подетажног зарушавања

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
- 3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)**
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.

Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 5.2.2020. год.

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.