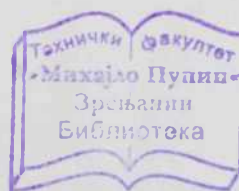


UNIVERZITET U NOVOM SADU
TEHNIČKI FAKULTET "MIHAJLO PUPIN" ZRENJANIN

EDUKATIVNI I OPŠTI MODEL KRITIČNIH PROTOKA MATERIJALA
PD-PRECEDENCE DIAGRAMMING STRUKTURE

- Doktorska disertacija -



инв. бр.: 010000661

Mentor:

Dr DUSAN LIPOVAC, red. prof.

Kandidat:

Mr DUSKO LETIC, dipl. ing. maš.

ZRENJANIN, 1995. god.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
TEHNIČKI FAKULTET "MIHAJLO PUPIN" U ZRENJANINU

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani zapis

TZ

Vrsta rada: Doktorska disertacija

VR

Autor: Mr Duško Letić, dipl.ing.maš.

AU

Mentor/Ko-mentor: Dr Dušan Lipovac, red.prof.

MN

Naslov rada: "Edukativni i opšti model kritičnih protoka materijala PD-Precedence Diagramming strukture"

NR

Jezik publikacije i izvoda: Srpski

JP

Zemlja publikovanja: SR Jugoslavija

ZP

Uže geografsko područje: Srbija, Vojvodina

UGP

Godina: 1995.

GO

Izdavač: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: YU 23000 Zrenjanin, Tehnički fakultet "M.Pupin"

A

Fizički opis rada: (4/221/13/42/52/-/3/)

FO

Naučna oblast: Organizacione nauke

NO

ovaj deo nije priložen

Naučna disciplina: Operaciona istraživanja

ND

Predmetna odrednica/ključne reči: Edukacija, kritični tok materijala,
PD-Precedence Diagramming metoda,
mašinogradnja, operaciona istraživanja.

UDK: 658.512

Čuva se: U biblioteci Tehničkog fakulteta "Mihajlo Pupin"
CU u Zrenjaninu, YU 23000 Zrenjanin, Dj. Djakovića bb,

Važna napomena:

VN

Izvod

IA

Rad, EDUKATIVNI I OPŠTI MODEL KRITIČNIH PROTOKA MATERIJALA PD-PRECEDENCE DIAGRAMMING STRUKTURE, predstavlja integralni deo teorijskih i eksperimentalnih istraživanja vezanih za razvoj stohastičkih mrežnih PD-modela iz operacionih istraživanja, kao i modela za odgovarajuću edukaciju kadrova iz oblasti mrežnog upravljanja tokovima materijala u mašinogradnji. U tom smislu u radu su razvijeni i rešavani, putem analitičkih i numeričkih metoda, sledeći modeli:

- ▶ Mrežni PD-model sa jednim kritičnim tokom.
- ▶ Mrežni PD-model sa isključivo autonomnim (paralelnim) kritičnim tokovima.
- ▶ Opšti model sa varijantom kritičnih tokova autonomno-unijatnog tipa.
- ▶ Edukativni model za efikasno rešavanje postavljenih problema upravljanja tokovima materijala u pojedinačnoj proizvodnji.
- ▶ Modeli za vrednovanje metoda i postupaka iz ovih oblasti operacionih istraživanja, kao i samog edukativnog modela, na bazi razvijenih kvantitativnih i kvalitativnih kriterijuma.

Ovim istraživanjem stvorene su određene podloge za dalji rad u predmetnom području, posebno sa stanovišta reinvesticionog povećanja efekata materijalne proizvodnje, putem primene razvijenih operacionih modela i edukativnih metoda za njihovo rešavanje.

Datum prijave: 25.11.1994.

DP

Datum odbrane:

DO

Članovi komisije: (Naučni stepen/ime i prezime/zvanje/fakultet)

KO

Predsednik:	Dr Dušan Ristić,	red.prof. TF "M.Pupin", Zrenjanin,
Mentor:	Dr Dušan Lipovac,	red.prof. TF "M.Pupin", Zrenjanin,
Član:	Dr Ladislav Kun,	red.prof. FTN, Novi Sad.
Član:	Dr Velimir Sotirović,	red.prof. TF "M.Pupin", Zrenjanin,
Član:	Dr Ilija Čosić,	red.prof. FTN, Novi Sad,

UNIVERSITY OF NOVI SAD
TECHNICAL FACULTY "MIHAJLO PUPIN" OF ZRENJANIN

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

AND

Identification number:

IND

Document type: Monographic documentation

DT

Type of record: Textual printed material

TR

Contents code: Doctorate of science work

CC

Author: Mr Duško Letić, dipl.ing.

AU

Mentor co-mentor: Dr Dušan Lipovac, Full professor

MN

Title: "The Educative and General Model of the Critical
Material Flows, PDM-Precedence Diagramming Structure"

TI

Language of text and abstract: Serbian

LTA

Country of publication: Yugoslavia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

Publication year: 1995.

PY

Publisher: The author's reprint

PB

Publ.place: Zrenjanin, Yugoslavia

PL

Physical description: (4/221/13/42/52/-/3/)

PD

Scientific field: Organization sciences

SF

Scientific discipline: Operations researches

SD

Subject / Key words: Education, Material flow critical,
SX PDM-Precedence Diagramming method,
Machinery production, Operations research.

UC 658.512

Holding data: In the library of the Technical Faculty "M.Pupin",
HD Zrenjanin, YU 23000 Zrenjanin, Dj.Djakovića bb.

Important note: IN

Abstract: AB

The paper "THE EDUCATIVE AND GENERAL MODEL OF THE CRITICAL MATERIAL FLOWS, PD-PRECEDENCE DIAGRAMMING STRUCTURE", makes the integral part of the theoretical and experimental researches connected for the development of the stochastic network PD-models of the operations research, as well the models for the appropriate personal cadres education in the field of network control of material flows in production of machinery. In the paper are also developed and solved, by analytic and numeric methods, the next models:

- ▶ The network PD-model with one critical flow.
- ▶ The network PD-model with exclusively autonomous (parallel) critical flows.
- ▶ The general model with the variant of the critical flows of the autonomous-uniate type.
- ▶ The educative model for the effective solving of the stated problems of the material flows control in isolated production.
- ▶ The models and methods valuation of these fields of the operations researches, as well the educative model itself on the basic of the developed quantative and qualitative criteria.

With these researches are created the defined bases for further work in the subject field, particularly from the attitude of the non-investment increasing of the effects of the material production, using the developed operations models and the educative models for their solving.

Accepted by the Scientific Board on: ASB

Defended on DE: 25.11.1994.

DE

Thesis defend board: (Degree/name/surname/title/faculty)

DB

President:	Dr Dušan Ristić,	Full professor of the University TF "M.Pupin" Zrenjanin.
Mentor:	Dr Dušan Lipovac,	Full professor of the University TF "M.Pupin" Zrenjanin.
Member:	Dr Ladislav Kun,	Full professor of the University FTN, Novi Sad.
Member:	Dr Velimir Sotirović,	Full professor of the University TF "M.Pupin" Zrenjanin.
Member:	Dr Ilija Čosić,	Full professor of the University FTN, Novi Sad.

SADRŽAJ	strana
SADRŽAJ	(6)
PREGLED KORISCENIH OZNAKA	(10)
PREDGOVOR	(16)
1.0 UVODNA RAZMATRANJA	(23)
1.1 PROBLEMI ISTRAŽIVANJA	(30)
1.2 CILJEVI RADA	(32)
1.3 KONCEPCIJSKA I METODOLOSKA ORIJENTACIJA U RADU	(33)
1.4 HIPOTEZE RADA	(35)
 DEO I: TEORIJSKA ISTRAŽIVANJA	
2.0 RAZVOJ ANALITICKIH METODA ZA REŠAVANJE POJEDINACNIH VARIJANTI OPSTEG MODELA KRITICNIH PROTOKA MREŽNE PDM-STRUKTURE	(37)
2.1 KLASIFIKACIJA KRITICNIH TOKOVA U MREŽNIM MODELIMA UPRAVLJANJA	(37)
2.2 KVANTIFIKACIJA OSNOVNIH VREMENSKIH PARAMETARA I VARIJANTE KRITICNIH TOKOVA MATERIJALA	(39)
.1 Interval kritičnog protočnog vremena	(39)
.2 Varijansa (devijacija) kritičnog protočnog vremena	(40)
.3 Tehnološko vreme na kritičnom toku materijala	(40)
.4 Koeficijent kritičnog protoka materijala	(41)
.5 Izvesnost realizacije kritičnog toka u planiranom roku ...	(43)
2.3 KVANTIFIKACIJA OSNOVNIH VREMENSKIH PARAMETARA II VARIJANTE KRITICNIH TOKOVA MATERIJALA	(44)
2.3.1 Rešavanje osnovne varijante toka pomoću Clarkovih jednačina	(45)
.1 Priraštaj intervala protočnog vremena	(46)
.2 Priraštaj varijanse protočnog vremena	(48)
2.3.2 Razvoj i generalizacija Clarkovih jednačina	(48)
2.3.3 Postupak odredjivanja osnovnih parametara protočnih vremena složenijih autonomnih tokova ($w \geq 2$).....	(48)
.1 Postupak odredjivanja kritičnog tehnološkog vremena II varijante tokova	(54)
.2 Postupak odredjivanja superponiranog koeficijenta protoka autonomnih tokova materijala	(55)
2.3.5 Transformacija Clarkovih jednačina	(56)
.1 Priraštaj koeficijenta protoka materijala za kritičan i subkritičan tok ($w=2$)	(56)

.2	Priraštaj varijanse koeficijenta protoka materijala za kritičan i subkritičan tok ($w=2$)	(57)
.3	Razvoj i generalizacija jednačina protoka za proračun koeficijenta protoka autonomnih tokova ($w \geq 2$)	(57)
.4	Postupak odredjivanja izvesnosti realizacije svih autonomnih tokova materijala u planiranom roku	(58)
2.4	KVANTIFIKACIJA OSNOVNIH VREMENSKIH PARAMETARA III VARIJANTE KRITICNIH TOKOVA MATERIJALA	(65)
.1	Postupak odredjivanja osnovnih vremenskih parametara autonomno-unijatnih tokova	(65)
.2	Rezultujuće superponirano protočno vreme-proizvodni ciklus	(65)
.3	Varijansa proizvodnog ciklusa	(67)
.4	Rezultujući priraštaj proizvodnog ciklusa	(68)
.5	Rezultujući priraštaj varijanse proizvodnog ciklusa	(68)
.6	Postupak odredjivanja kritičnog tehnološkog vremena III varijante tokova	(69)
.7	Postupak odredjivanja koeficijenta protoka proizvodnog ciklusa	(70)
.8	Postupak odredjivanja izvesnosti realizacije proizvodnog ciklusa u planiranom roku	(71)

DEO II: EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA

3.0	UVODNA RAZMATRANJA O OBJEKTU UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA	(75)
3.1	PREKIDNI TOKOVI SA RADNIM PROCESIMA NA JEDNOM RADNOM MESTU	(76)
3.2	PROCESNI TOK MATERIJALA	(77)
3.3	SPECIFICNI PROBLEMI I CILJEVI UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA U POJEDINAČNOJ PROIZVODNJI SA METODSKOG STANOVISTA	(78)
.1	Prednosti i nedostaci tradicionalnih linijskih i mrežnih metoda	(78)
.2	Primena metode PD-Precedence Diagramming u upravljanju tokovima materijala u pojedinačnoj proizvodnji	(82)
3.4	OSNOVNE FAZE UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA POMOCU PDM-a	(83)
.1	Faza planiranja vremena tokova	(84)
.2	Faza programiranja vremena tokova	(84)
.3	Faza kontrole vremena tokova	(84)
.4	Analiza strukture PD-mreže tokova	(85)
.5	Analiza vremena tokova	(87)
3.5	RAZVOJ MODELA SA TEST PRIMEROM	(91)
.1	Matrica elementarnih protočnih vremena	(91)
.2	Primena standardnog algoritma za definisanje parametara kritičnog toka	(96)

3.6	APLIKACIJA RAZVIJENIH CLARKOVIH JEDNACINA U RESAVANJU OPSTEG MODELA KRITICNIH PROTOKA MATERIJALA	(100)
3.7	APLIKACIJA MONTE-KARLO METODE U RESAVANJU OPSTEG MODELA KRITICNOG PROTOKA MATERIJALA	(105)
.1	Algoritam za simulaciju aktivnosti u protoku	(106)
.2	Algoritam za simulaciju vremenskih gubitaka u protoku ...	(106)
.3	Algoritam za simulaciju standardne devijacije protočnog vremena: po fazama i rezultujućem intervalu protoka	(107)
.4	Algoritam za simulaciju koeficijenta protoka: po fazama i rezultujućem intervalu protoka	(108)
.5	Algoritam za simulaciju izvesnosti završetka protočnog vremena i proizvodnog ciklusa u planiranom roku	(108)
.6	Algoritam za simulaciju vremenskih parametara parcijalnih i superponiranih tokova	(109)
3.8	ANALIZA REZULTATA DOBIJENIH MONTE-KARLO SIMULACIJOM	(114)

III DEO: RAZVOJ EDUKATIVNOG MODELA

4.0	RAZVOJ EDUKATIVNOG MODELA ZA RESAVANJE PROBLEMA UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA NA OSNOVU RAZVIJENIH MREŽNIH PD-MODELA IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA	(123)
4.1	UVODNA RAZMATRANJA	(123)
.1	Potreba za aplikacijom računarskih programa u edukativnoj nastavi iz operacionih istraživanja (OI)	(123)
.2	Kriterijumi za izbor računarskih programa za podršku realizacije nastave i vežbi iz operacionih istraživanja	(124)
4.2	OSNOVNE FAZE U FORMIRANJU I RESAVANJU PROGRAMIRANIH MODELA IZ ODABRANIH POGLAVLJA OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA	(125)
.1	Osnovni nivo edukacije iz (OI) uz računarsku podršku	(127)
.2	Srednji nivo edukacije iz (OI) uz računarsku podršku	(128)
.3	Viši nivo edukacije iz (OI) uz računarsku podršku	(135)
4.3	PROGRAM EDUKACIJE IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA ZA OBRAZOVNI PROFIL: DIPLOMIRANI INŽENJER ZA RAZVOJ-MAŠINSKA STRUKA ..	(148)
.1	Ciljevi i zadaci realizacije kursa	(148)
.2	Program nastave	(148)
.3	Program auditornih i laboratorijskih vežbi	(149)
.4	Realizacija ispita	(150)
.5	Obaveze studenata	(150)
.6	Potrebna literatura za edukaciju studenata	(150)
4.4	PROGRAM EDUKACIJE IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA ZA OBRAZOVNI PROFIL: DIPLOMIRANI PROFESOR INFORMATIKE	(151)
.1	Ciljevi i zadaci realizacije kursa	(151)
.2	Program nastave	(152)
.3	Program auditornih i laboratorijskih vežbi	(152)

.4	Realizacija ispita	(153)
.5	Obaveze studenata	(153)
.6	Potrebna literatura za edukaciju studenata	(153)
4.5	ZAKLJUČAK O RAZVIJENOM MODELU EDUKACIJE	(154)

IV DEO: VREDNOVANJE ISTRAŽIVANJA

5.0	VREDNOVANJE RAZVIJENIH MODELA I METODA	(157)
5.1	ISPITIVANJE VALIDNOSTI OPŠTEG MODELA KRITICNIH TOKOVA MATERIJALA	(160)
.1	Intervalna ocena protočnog vremena i proizvodnog ciklusa	(160)
.2	Intervalna ocena devijacije protočnog vremena i proizvodnog ciklusa	(162)
.3	Postupak aposteriornog odredjivanja broja simulacija na osnovu intervalnog ocenjivanja parametara: (P_0) i (T_{cp}) ..	(163)
.4	Postupak aposteriornog odredjivanja broja simulacija na osno- vu intervalnog ocenjivanja parametara: $\sigma(P_0)$ i $\sigma(T_{cp})$...	(164)
.5	Ispitivanje osetljivosti stohastičkog PD-modela	(166)
.6	Ispitivanje invarijantnosti stohastičkog PD-modela	(167)
.7	Vrednovanje rezultata rada u odnosu na postavljene hipoteze	(172)
5.2	PROGRAMSKA VERIFIKACIJA STOHAŠTIČKOG PD-MODELA	(174)
5.3	IZBOR KRITERIJUMA ZA KVALITATIVNO VREDNOVANJE RAZVIJENIH OPERACIONIH I EDUKATIVNIH MODELA I METODA	(176)
.1	Osnovni kriterijumi za vrednovanje (OI) modela i metoda	(176)
.2	Specifični kriterijumi za vrednovanje (OI) modela i metoda	(178)
.3	Kriterijumi vrednovanja edukativnog modela	(179)
5.4	VREDNOVANJE REZULTATA RADA NA RAZVOJU NOVIH MODELA	(180)
.1	Rezultati istraživanja	(180)
.2	Vrednovanje istraživanja	(184)
.3	Kritički osvrt o razvijenom stohastičkom PD-modelu	(186)
5.5	PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA	(188)
6.0	BIBLIOGRAFIJA	(191)
.1	Pregled literature na koju se referiše u materiji rada ..	(191)
.2	Širi pregled korišćene literature	(197)
.3	Index: imena, metoda, modela i softvera	(207)
	PRILOZI	(209)
A	Tabele simuliranih vrednosti protočnih vremena	(217)
B	Set tehnoloških listi	(210)
C	Programske datoteke korišćene u istraživanju	

PREGLED KORISCENIH OZNAKA

- D ▶ ukupan broj dogadjaja u mrežnom dijagramu,
- A ▶ ukupan broj aktivnosti u mrežnom dijagramu,
- w ▶ broj sub/kritičnih tokova u mreži autonomnog tipa,
- N ▶ ukupan broj realizovanih simulacija (apriorni),
- ΔN ▶ korektivan broj realizacija simulacija (posteriori),
- ν ▶ indeks ν -tog kritičnog toka ($\nu = \overline{1, w}$),
- l ▶ l -ti tok bilo kog indeksa kritičnosti ($l = \overline{1, L}$; $w \in L$),
- L ▶ ukupan broj tokova u mreži,
- j ▶ j -ta aktivnost ($j = \overline{1, A}$) kritičnog toka (oznaka po AON),
- i ▶ imaginarna jedinica,
- n ▶ završni dogadjaj na kritičnom toku,
- rk ▶ rk-ta aktivnost od dogadjaja (r) do događaja (k) (oznaka po ADM),
- n ▶ n-ta replikacija u simulaciji ($n = \overline{1, N}$), ($T_p \geq T_{cp}$),
- g ▶ g-ta replikacija u simulaciji ($g \in n$), ($T_p \geq P_c$),
- ϵ ▶ interval pouzdanosti kod intervalnog ocenjivanja,
- δ ▶ pseudoslučajni broj uniformno rasporedjen,
- K_0 ▶ efektivni vremenski kapacitet proizvodnog sistema,
- RM_j ▶ j-to radno mesto,
- q ▶ količina predmeta rada u programu proizvodnje,
- t_{ii} ▶ vreme operacije izrade,
- λ, ξ ▶ parametri superponiranih funkcija protoka (za $w=2$),
- AON ▶ Activity on the Node "aktivnost na čvoru" (po metodologiji FDM-a),
- ADM ▶ Arrow Diagram Method "aktivnost na strelici" (po metodologiji CPM i PERT-a),
- WBS ▶ Work Breakdown Structure (obuhvat i struktura poslova),
- ICL ▶ International Computers Ltd.
- FDM ▶ Precedence Diagramming Method (zapadnoevropska oznaka-Diagramming, prim. autora)
- PERT ▶ Program Evaluation and Review Technique,
- CPM ▶ Critical Path Method,
- LM ▶ Ladder Method,
- P_c ▶ očekivani kritični tok materijala,
- P_a ▶ subkritični tok materijala,

Π_n	▶ nekritični tok materijala,
$\Delta\Pi_c$	▶ faza kritičnog toka (Π_c),
Π_ν	▶ ν -ti kritičan tok materijala ($\nu=\overline{1, w}$),
Π	▶ superponirani kritičan tok ($=\Pi_{12\dots w-1, w}$),
P_j	▶ j-ta aktivnost na kritičnom toku (za $w=1$),
$P_{\nu j}$	▶ j-ta aktivnost na ν -tom toku ($w\geq 2$),
P_c, P	▶ protočno vreme očekivanog kritičnog toka,
P_a	▶ protočno vreme subkritičnog toka,
ΔP	▶ faza protočnog vremena,
$P^{(0)}$	▶ najraniji početak aktivnosti (po AON),
$P^{r(1)}$	▶ najkasniji početak aktivnosti (po AON),
$P^{(0)}$	▶ najraniji završetak aktivnosti (po AON),
$P^{k(1)}$	▶ najkasniji završetak aktivnosti (po AON),
G_j	▶ vremenski gubitak na j-toj aktivnosti,
G	▶ ukupan gubitak na jednom toku,
P	▶ superponirano protočno vreme ($w=2$),
ΔP	▶ greška planiranja protočnog vremena ($w=2$),
T_{cp}	▶ proizvodni ciklus ($w\geq 1$),
ΔT_{cp}	▶ greška planiranja proizvodnog ciklusa,
T_{ct}	▶ tehnološki ciklus na kritičnom toku materijala,
T_{max}	▶ najduže tehnološko vreme ν -tog toka,
T_j	▶ tehnološko vreme j-te aktivnosti,
T_ν	▶ tehnološko vreme (ciklus) ν -tog toka,
T_p	▶ planirani rok završetka proizvodnje,
ΔT_{cp}	▶ greška planiranja protočnog vremena,
T_{mo_j}	▶ medjuoperacijsko vreme j-te aktivnosti,
$T_{co_{rk}}$	▶ vreme operacionog ciklusa serije,
a_j	▶ optimističko vreme realizacije aktivnosti,
m_j	▶ modalno (najverovatnije) vreme realizacije aktivnosti,
b_j	▶ pesimističko vreme realizacije aktivnosti,
f	▶ koeficijent kritičnog protoka materijala (za $w=1$),
F	▶ koeficijent superponiranog protočnog vremena (za $w\geq 2$),
$\sup(f)$	▶ koeficijent protoka u proizvodnom ciklusu (za $w=\overline{1, L}$),
$\rho_{\nu j}^a$	▶ treći apsolutni momenat j-te aktivnosti na ν -tom toku,
ρ_ν^a	▶ treći apsolutni moment ν -tog protočnog vremena,
$M(P_j)$	▶ očekivana ili srednja vrednosti (\bar{P}_j) od (P_j),
$M(P_{rk})$	▶ očekivana ili srednja vrednost (\bar{P}_{rk}) od (P_{rk}),

- $M(P_{\nu j})$ ▶ očekivana ili srednja ($\bar{P}_{\nu j}$) vrednost j -te aktivnosti na ν -tom toku,
- $M(P_c)$ ▶ očekivana ili srednja vrednost (\bar{P}_c) od (P_c),
- $M(P_a)$ ▶ očekivana ili srednja vrednost (\bar{P}_a) od (P_a),
- $M(P)$ ▶ očekivana ili srednja vrednost (\bar{P}) od (P),
- $M(T_{cp})$ ▶ očekivana ili srednja vrednost (\bar{T}_{cp}) od (T_{cp}),
- $M(\Delta P)$ ▶ očekivana ili srednja vrednost ($\bar{\Delta P}$) od (ΔP),
- $M(\Delta T_{cp})$ ▶ očekivana ili srednja vrednost ($\bar{\Delta T}_{cp}$) od (ΔT_{cp}),
- $M(f)$ ▶ očekivana ili srednja vrednost (\bar{f}) od (f),
- $M(F)$ ▶ očekivana ili srednja vrednost (\bar{F}) od (F),
- $M(P_{\nu})$ ▶ očekivana ili srednja vrednost ν -tog protočnog vremena,
- $M(T_{mo_j})$ ▶ očekivana ili srednja (\bar{T}_{mo_j}) vrednost vremena (T_{mo_j}),
- $M(M)$ ▶ očekivano ili srednje (\bar{M}) medjuserijsko vreme od (M),
- $\sigma^2(P_j)$ ▶ varijansa j -te aktivnosti,
- $\sigma^2(P_{\nu})$ ▶ varijansa ν -tog protočnog vremena,
- $\sigma^2(P_c)$ ▶ varijansa kritičnog protočnog vremena,
- $S^2(P_c)$ ▶ nepristrasna ocena varijanse kritičnog protočnog vremena,
- $\sigma^2(P_a)$ ▶ varijansa subkritičnog protočnog vremena,
- $\sigma^2(P_{a_{\nu}})$ ▶ varijansa ν -tog subkritičnog protočnog vremena,
- $\sigma^2(\Delta P)$ ▶ varijansa vremena faze u protoku,
- $\sigma^2(P)$ ▶ varijansa superponiranog protočnog vremena,
- $\sigma^2(T_{cp})$ ▶ varijansa proizvodnog ciklusa,
- $S^2(T_{cp})$ ▶ nepristrasna ocena varijanse proizvodnog ciklusa,
- $\Delta\sigma^2(P)$ ▶ greška planiranja varijanse protočnog vremena,
- $\Delta\sigma^2(T_{cp})$ ▶ greška planiranja varijanse proizvodnog ciklusa,
- $\sigma^2(f)$ ▶ varijansa koeficijenta protoka (f),
- $\sigma^2(F)$ ▶ varijansa koeficijenta superponiranog protoka (F),
- $\Delta\sigma^2(F)$ ▶ greška planiranja koeficijenta protoka,
- $\sigma(P_j)$ ▶ standardna devijacija j -te aktivnosti,
- $\sigma(P_{\nu})$ ▶ standardna devijacija ν -tog protočnog vremena,
- $\sigma(P_c)$ ▶ standardna devijacija kritičnog protočnog vremena,
- $S(P_c)$ ▶ nepristrasna ocena standardne devijacije $\sigma(P_c)$,
- $\sigma(P_a)$ ▶ standardna devijacija subkritičnog protočnog vremena,
- $\sigma(P_{a_{\nu}})$ ▶ standardna devijacija vremena ν -tog subkritičnog toka,
- $\sigma(\Delta P)$ ▶ standardna devijacija vremena faze u protoku,
- $\sigma(P)$ ▶ standardna devijacija superponiranog protočnog vremena,

- $\sigma(T_{cp})$ ▶ standardna devijacija proizvodnog ciklusa,
- $S(T_{cp})$ ▶ nepristrasna ocena standardne devijacije od (T_{cp}) ,
- $\Delta\sigma(P)$ ▶ greška planiranja standardne devijacije,
- $\Delta\sigma(T_{cp})$ ▶ greška planiranja standardne devijacije,
- $\sigma(f)$ ▶ standardna devijacija koeficijenta protoka (f) ,
- $\sigma(F)$ ▶ standardna devijacija koeficijenta (F) ,
- $\Delta\sigma(F)$ ▶ greška planiranja standardne devijacije koeficijenta protoka,
- $U_{\alpha/2}$ ▶ kvantil raspodele verovatnoće vremena protoka,
- α ▶ granična vrednost rizika u proračunu,
- $1-\alpha$ ▶ granična vrednost izvesnosti u proračunu-signifikantnost,
- $U(P)$ ▶ faktor raspodele verovatnoće vremena (P_c) , ili $U(P_c \leq T_p)$,
- $U(P_a)$ ▶ faktor raspodele verovatnoće vremena (P_a) , ili $U(P_a \leq T_p)$,
- U_j ▶ faktor raspodele verovatnoće j -te aktivnosti,
- U_ν ▶ faktor raspodele verovatnoće protočnog vremena ν -tog toka,
- $U(f)$ ▶ faktor raspodele verovatnoće koeficijenta protoka (f) ,
- $\Psi(T_{cp})$ ▶ faktor raspodele verovatnoće vremena (T_{cp}) , ili $\Psi(T_{cp} \leq T_p)$,
- $\Delta\Psi$ ▶ greška u planiranju faktora raspodele verovatnoće vremena proizvodnog ciklusa (T_{cp}) ,
- \mathcal{N} ▶ normalna raspodela,
- \mathcal{U} ▶ uniformna (ravnomerna) raspodela,
- β ▶ beta raspodela,
- Γ ▶ gama raspodela,
- \mathcal{E} ▶ eksponencijalna raspodela,
- $\phi(U), \phi(P), \phi(\xi)$ ▶ Laplaceove funkcije,
- $\phi[T_p \geq P_c]$ ▶ funkcija raspodele verovatnoće vremena (P_c) ,
- $\phi[T_p \geq P_a]$ ▶ funkcija raspodele verovatnoće vremena (P_a) ,
- $\phi[U(f)]$ ▶ funkcija raspodele verovatnoće koeficijenta protoka (f) ,
- $\phi[T_p \geq T_{cp}]$ ▶ funkcija raspodele verovatnoće vremena (T_{cp}) ,
- $\Delta\phi(\Delta\Psi)$ ▶ greška u planiranju izvesnosti realizacije proizvodnog ciklusa u planiranom roku,
- $\Pi_{12 \dots \nu, \nu+1}$ ▶ superponirani kritičan tok $(\nu+1)$ -og nivoa,
- $P_{12 \dots \nu, \nu+1}$ ▶ superponirano protočno vreme za tokove $\Pi_{12 \dots \nu}$ i $\Pi_{\nu+1}$,
- $\Delta P_{12 \dots \nu, \nu+1}$ ▶ priraštaj protočnog vremena za tokove $\Pi_{12 \dots \nu}$ i $\Pi_{\nu+1}$,
- $\sigma^2_{12 \dots \nu, \nu+1}$ ▶ superponirana varijansa za tokove $\Pi_{12 \dots \nu}$ i $\Pi_{\nu+1}$,
- $\Delta\sigma^2_{12 \dots \nu, \nu+1}$ ▶ priraštaj varijanse za tokove $\Pi_{12 \dots \nu}$ i $\Pi_{\nu+1}$,

- $\lambda_{12\dots\nu,\nu+1}$ } ▶ parametri superponirane funkcije protoka
 $\xi_{12\dots\nu,\nu+1}$ } (ν+1)-og nivoa,
 $F_{12\dots w-1,w}$ ▶ superponirani koeficijent w-kritičnih tokova,
 $\Delta F_{12\dots w-1,w}$ ▶ priraštaj koeficijenta kritičnih tokova,
 $\sigma^2(F_{12\dots w-1,w})$ ▶ koeficijent protoka superponirane varijanse,
 $\Delta\sigma^2(F_{12\dots w-1,w})$ ▶ priraštaj varijanse koeficijenta protoka,
 $\lambda_{12\dots w-1,w}$ ▶ parametar superponirane funkcije protoka,
 $\xi_{12\dots w-1,w}$ ▶ parametar superponirane funkcije protoka,
 $\varphi_{\nu j}(U_{\nu})$ ▶ karakteristična funkcija j-te aktivnosti na ν-tom toku,
 $\theta_{\nu j}(t_{\nu})$ ▶ funkcija izvodnice j-te aktivnosti na ν-tom toku,
 $\theta(t)$ ▶ složena karakteristična funkcija prve vrste,
 $\psi(t)$ ▶ složena karakteristična funkcija druge vrste,
 $\phi(U_1, U_2, \dots, U_{\nu}, \dots, U_w)$ ▶ funkcija gustine višedimenzionalne
raspodele verovatnoće w-protičnih vremena,
 $\phi(U_1, U_2, \dots, U_{\nu}, \dots, U_w)$ ▶ funkcija višedimenzionalne raspodele
verovatnoće w-protičnih vremena,
 Ω ▶ ukupan broj dekomponovanih podmreža,
 $\Omega^{(P)}$ ▶ broj podmreža sa isključivo paralelnim tokovima,
 $\Omega^{(r)}$ ▶ broj podmreža sa isključivo rednim tokovima,
 $\omega^{(P)}$ ▶ indeks mreže paralelnog tipa,
 $\omega^{(r)}$ ▶ indeks mreže rednog tipa,
 m_{ω}^P ▶ $\omega^{(P)}$ -ta mreža paralelnog tipa,
 m_{ω}^r ▶ $\omega^{(r)}$ -ta mreža rednog tipa,
 $P(m_{\omega}^P)$ ▶ superponirano protočno vreme paralelne (m_{ω}^P)-podmreže,
 $P(m_{\omega}^r)$ ▶ protočno vreme redne (m_{ω}^r)-podmreže,
 $T(m_{\omega}^P)$ ▶ tehnološko vreme paralelne (m_{ω}^P)-podmreže,
 $T(m_{\omega}^r)$ ▶ tehnološko vreme redne (m_{ω}^r)-podmreže,
 h ▶ grupni interval,
 d ▶ dužina grupnih intervala,
 \bar{P}_{co} ▶ nominalna vrednost protočnog vremena,
 \bar{T}_{cpo} ▶ nominalna vrednost proizvodnog ciklusa,
 $Z(\pi_c)$ ▶ broj stepeni slobode u postupku simulacije (P_c),
 $Z(\pi)$ ▶ broj stepeni slobode u postupku simulacije (T_{cp}),
 $\chi^2(\pi_c)$ ▶ empirijska (χ^2) vrednost u postupku simulacije (P_c),
 $\chi^2(\pi)$ ▶ empirijska (χ^2) vrednost u postupku simulacije (T_{cp}),
 $\chi^2(z)$ ▶ teorijska vrednost (χ^2),
 $\chi^2_{1-\alpha}$ ▶ kvantil prilagodjenosti vremena (T_{cp}) \mathcal{N} -raspodeli.
 $\Delta\chi^2$

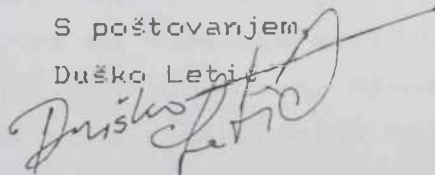
* * * * *

Autor ovom prilikom izražava zahvalnost:

- * Izuzetno, Dr Dušanu Lipovcu, red.prof. na mentorskom radu i svesrdnoj pomoći pruženoj u vremenu redakcije ove disertacije.
- * Dr D.Ristiću, red.prof. i Dr V.Sotiroviću, red.prof. na korisnim savetima i praćenju moga istraživačkog rada.
- * Fakultetu tehničkih nauka-Institutu za industrijske sisteme u Novom Sadu, posebno Dr L.Kunu, red.prof, Dr D.Zelenoviću, red.prof. i Dr I.Čosiću, red.prof. na prenetim znanjima o proizvodnji i metodama njenog upravljanja.
- * Inženjerima operativne pripreme u brodogradilištu "Begej" -Zrenjanin, koji su ispoljili nesebičnu pomoć u prikupljanju podataka neophodnih za realizaciju eksperimentalnog dela istraživanja.
- * Dr S.Vukadinoviću, red.prof. Saobraćajnog fakulteta u Beogradu na recenziji nekih delova rada.
- * Mr S.Šereru, VPVŠ Tehničkog fakulteta "M.Pupin" u Zrenjaninu, na pruženoj pomoći u obradi korišćenih referenci anglosaksonskog govornog područja.
- * Mr N.Medvedevu, prof.VTŠ u Zrenjaninu na lektorisanju rada,
- * Kolegama, Dr P.Dimitrijeviću, docentu Tehničkog fakulteta "M.Pupin" u Zrenjaninu i dipl.inž. A.Čurlinu i J.Uroševiću (Energoprojekt-Beograd) na pomoći oko pripreme programske podrške za potrebe istraživanja.
- * Univerzitetskoj biblioteci iz Budimpešte i biblioteci Instituta "M.Pupin" iz Beograda koji su obezbedili potrebne reference za potpunije koncipiranje rada.
- * I ne na kraju, cenjenoj komisiji koja je odobrila disertaciju smatrajući rad kompletiranim za odbranu.

S poštovanjem,

Duško Letić



PREDGOVOR

Nakon vrlo intenzivnog teorijskog istraživanja objavljeni su 1957.god. prvi pisani radovi u vezi sa determinističkom metodom kritičnog puta CPM (Critical Path Method), od strane M.R.Walkera i J.M.Kelleya.

U praktičnim uslovima metoda je tada implementirana u cilju uspešnijeg upravljanja zamenom, remontom i montažom odredjenog mašinskog sistema u Du Pont Company, kao i za vodjenje složenih projekata izgradnje mnogih fabrika američke privrede /04/.

Gotovo simultano sa razvojem prethodne metode od 1958.god. razvija se i druga osnovna mrežna tehnika pod imenom PERT (Program Evaluation and Review Technique), koja predstavlja tehniku analize i ocene napredovanja projekta. Ovakav stohastički model sastoji se od mrežnog dijagrama uglavnom orijentisanog "strelicama", čiju je koncepciju, još u izvornim verzijama PERT-a, postavio autor C.E.Clark. Veliki uspeh obe metode, a naročito primena PERT-a zabeležen je narednih godina kada je u istraživačko-razvojnem projektu balističke rakete Polaris primenjena ova metoda, čime je rok realizacije projekta skraćen za skoro dve godine.

Mnoge verzije PERT metode razvijene su u cilju unapredjenja upravljanja odredjenim klasama projekata koje se odnose na: fundamentalna istraživanja, pripremu i razvoj proizvoda, marketing, primenjena istraživanja, industrijski inženjering, investiciono odlučivanje, gradjevinarstvo itd. tako da šezdesetih godina britanska kompanija za proizvodnju računara ICL predlaže da se mnoge slične stohastičke metode mrežnog upravljanja mogu nazvati zajedničkim imenom PERT. Još su ti pionirski mrežni modeli PERT-a omogućili da se u fazi planiranja i programiranja realizacije projekta definišu: tehnološki redosled i potrebno vreme, cene i resursi svih elementarnih operacija, kako bi definisani planovi i programi bili osnova kontrole, kojom se omogućuje izvodjenje replaniranja i reprogramiranja vremena realizacije aktivnosti, u bilo kojoj fazi izvodjenja projekta, za bilo koju procenu vremena operacija i za ma koju operaciju u projektu. Od pojave mrežnih metoda tipa CPM i PERT do danas, njihov klasičan i softverski razvoj tekao je paralelno i sekvencijalno, tj. usavršavanjem postojećih tehnika i stvaranja novih. Već sada je poz-

nato u svetu više stotina modifikovanih metoda i tehnika mrežnog upravljanja, koje imaju svoje softversko izdanje, a koje su izvedene uglavnom na osnovu dva pomenuta modela. U specijalizovanoj literaturi iz ove oblasti, klasifikacija metoda mrežnog planiranja vrši se na osnovu njihovih koncepcijskih i metodoloških razlika. Tako srećemo neke od njih, koje su u vezi sa izvornim tehnikama tipa CPM-a, odnosno PERT-a /61/, /19/:

- ▶ CPM/COST/RESOURS (CPM/cene, resursi),
- ▶ PERT/COST/RESOURS (PERT/cene, resursi)
- ▶ CPPS-Critical Path Planning and Scheduling,
- ▶ PEP-Program Evaluation Procedure,
- ▶ CPA/P-Critical Path Analysis/Programming,
- ▶ RAMPS-Resource Allocation and Multi-Project Scheduling,
- ▶ SCANS-Scheduling and Control by Automated Network System,
- ▶ MAPS-Multivariate Analysis and Prediction of Schedules,
- ▶ PDM-Precedence Diagramming Method,
- ▶ GERT-Graphical Evaluation and Review Technique,
- ▶ VERT-Venture Evaluation and Review Technique, itd.

Po svojoj popularnosti i konceptualnim prednostima posebno se izdvajaju pet modela koji ujedno predstavljaju i ključne tačke u evoluciji mrežnih tehnika. To su prema (T-1):

(T-1)

HRONOLOGIJA NASTANKA	TIP METODE	KARAKTER: AKTIVNOSTI / DOGAĐAJI
1957.	CPM	determinisane/determinisani
1958.	PERT	stohastičke/determinisani
1966.	GERT	stohastičke/stohastički
1973.	PDM	determinisane/determinisani
1981.	VERT-3	stohastičke/stohastički

Modeli tipa GERT i VERT, sa svojim generacijama, predstavljaju kvalitativan skok u odnosu na prethodne modele, pošto determinističku strukturu aktivnosti i događaja zamenjuju stohastičkom. Ove tehnike orijentisane su prvenstveno za programiranje i kontrolu istraži-

vačko-razvojnih projekata /21/. GERT obuhvata analizu vremena i troškova u uslovima neizvesnosti, dok VERT uključuje u analizu i druge performanse projekta. "Osnovna prednost ovih mrežnih modela ogleda se u činjenici da probabilistička struktura mreže pruža priliku za simulaciju rezultata na ad hoc osnovi" /19/.

Mnoge od ovih mrežnih tehnika, a naročito CPM i PERT su uglavnom teorijski elaborirane, kako u pogledu osnovnog programiranja aktivnosti, tako i u domenu optimizacije troškova, alokacije resursa, softverizacije i sl.

Ove performanse modela inicirale su povećanje interesa za njihov razvoj i praktičnu aplikaciju, između ostalog i u području upravljanja složenim tokovima materijala u mašingradnji.

U cilju kompletnijeg uvida i upoznavanja sa istraživačkim zahtevima u svetu i kod nas naredni pasus je posvećen temi razvoja mrežnih metoda sa autorstvom, obuhvatajući period od početka šezdesetih godina do danas, bez pretenzije na potpunu iscrpnost.

1. Fulkerson, D.R. razvija metod, u radu /22/, /1962./ za dobijanje približne vrednosti vremena trajanja projekta, po PERT metodi, čija su pojedinačna vremena trajanja aktivnosti diskretne aleatorne promenljive veličine. Metoda daje procenu vremena koja je relativno bolja od one koja se dobija u rezultatu zamenjivanja svakog vremena aleatorne promenljive aktivnosti odgovarajućom očekivanom vrednošću.

2. Clark, E.C. daje analizu PERT orijentisanog grafa, u radu /07/, /1962./, sa namerom da se dâ odgovor na često postavljeno pitanje praktičara, a to je pitanje izbora tipa distribucije u modeliranju aktivnosti i događaja stohastičkog mrežnog modela, i ove se greške javljaju izborom pojedinih distribucija (npr. β -distribucije).

3. Clingen, C.T. S obzirom da je Fulkerson razradio postupke aproksimacije (očekivanih) najranijih vremena početaka pojedinih aktivnosti u PERT mreži, u kojoj su trajanja aktivnosti diskretne aleatorne promenljive veličine, Clingen u radu /08/, /1963./ uopštava Fulkersonov algoritam, obuhvatajući slučajeve kontinualno distribuiranih aleatorno promenljivih aktivnosti u posmatranoj mreži.

4. **Slyke, V.R.** U ovoj uzornoj referenci /68/, /1963./, dati su rezultati Monte-Karlo simulacije PERT-ovih mreža. Ističući izvesnu ograničenost primene standardnih algoritama, zasnovanim na CGT-analitičkog PERT-a, autor u prvi plan ističe nužnost simuliranja pojedinih aktivnosti, odnosno niza aktivnosti, u cilju:

- * odredjivanja indeksa kritičnosti kao verovatnoće da će posmatrana aktivnost biti na kritičnom putu,
- * razvijanja nove koncepcije neizvesnosti realizacije kritičnih i subkritičnih puteva PERT mreže.

Pored rada **Clarka /06/** i **Dodina /17/**, ova studija **Van Slykea** predstavlja inicijalnu osnovu za istraživanja koja su vršena u okviru ove istraživačke teme.

5. **Martin, J.J.** /1965./, u radu "Raspodela vremena aciklične orijentisane mreže" /50/, razvija metod za efikasno računanje funkcije gustine vremena rezultujuće aktivnosti (od "izvora do ponora") na kritičnom luku u analiziranoj redno-paralelnoj mreži, sa parcijalnim aktivnostima koje su nezavisne i konačne. Metod je apliciran za slučajeve gde bilo koja orijentisana aciklična mreža može biti transformisana od paralelne strukture aktivnosti u ekvivalentnu serijsku mrežu sa jednim lukom. Specijalni oblik ovog algoritma za ispitivanje klasa funkcije gustine polinomijalne raspodele vodi do detaljnog ispitivanja postupka konvulacije, za pretpostavljene polinomijale.

6. **Moder, J.J.** i **Rodgers, E.G.** U ovom radu /54/, /1968./, razmatra se problem procenjivanja parametara statističke distribucije vezane za elementarne aktivnosti u PERT mreži. Rezultati ove studije ukazuju:

- * da je varijacioni interval statističkog obeležja vremena aktivnosti obuhvaćen od $t_{rk}^{(5\%)}$ do $t_{rk}^{(95\%)}$, (eliminišući prvih i poslednjih (5%) ekstremnih vrednosti frekvencija svih elemenata statističkog skupa vremena), efikasniji od procene po modelu od $t_{rk}^{(0\%)}$ do $t_{rk}^{(100\%)}$, koji se najčešće koristi za procenu vremena u klasičnom PERT-u (npr. zatvoreni sistem distribucije po modelu β -raspodele),

- * da je na osnovu eksperimentalnih rezultata procena pojedinačnih vremena elementarnih aktivnosti, korišćena po CPM modelu, dala pristrasniju očekivanu vrednost intervala aktivnosti, nego što

se to postiže procenjivanjem tri vremena, koja se koriste u PERT-u, gde su očekivane vrednosti vremena manje pristrasne i više su prilagodjene rezultatima koji se javljaju u realnim uslovima izvodjenja projektovanih aktivnosti.

8. Kleindorfer, G.B. U acikličnoj mreži gde su trajanja aktivnosti data sa karakteristikom slučajno rasporedjene promenljive, ovim radom /35/, /1971./, se daju rezultati istraživanja gornje i donje (granične) distribucije, za aktivnosti koje počinju u "ranim" vremenima ili se završavaju u "kasnim" vremenima. U tom smislu, definisane su gornje i donje vrednosti za očekivana početna i završna vremena svake aktivnosti u mreži.

9. Garman, B.M. /1972./. Tehnika uslovljenog uzorkovanja pri simulaciji Monte-Karlo razvijena je u radu /24/ i predstavlja određeno poboljšanje procesa simuliranja, od ranije razvijenih, pri proceni trajanja stohastičkih aktivnosti u mreži. Algoritam za estimaciju vremena je prikazan sa mogućnošću primene na bilo koju aktivnost u mreži.

10. Cerniček, I. U studiji /10/, /1974./, razvijena je nova metodologija us pomoć koje se mogu proučavati i modelirati bilo koji nedeterministički procesi sa alternativnom strukturom. U pitanju su, dakle, vrlo složeni oblici proučavanja mreža; sa stohastičkim i događajima i aktivnostima. Predloženom metodologijom se ispituju i analiziraju:

- * stvarni procesi sa ciljem utvrdjivanja njihovih osnovnih svojstva i zakonitosti njihovog ponašanja i
- * mogućnosti primene metoda mrežnog planiranja u cilju upravljanja takvim nedeterminističkim procesima.

11. Robillard, P. i Trahan, M. /1976./ razvijaju opšti postupak za dobijanje nižih granica za rezultujuća očekivana vremena kompletiranja svih aktivnosti u PERT mreži, gde su trajanja aktivnosti slučajne promenljive (diskretne i kontinualne). Opšti prilaz /66/ zasnovan je na Jensenovoj nejednakosti i pretpostavlja da trajanja aktivnosti koja se završavaju u čvoru su nezavisne sa konačnim opsezima trajanja.

12. Gass, I.S. isnosi u radu /23/, /1983./ metodologiju vrednovanja modela iz operacionih istraživanja i nauke o upravljanju i odlučivanju. Pored pregleda metodoloških postupaka koji su u svetu razvijeni, Gass skreće pažnju na izvesne teškoće koje se javljaju u oblasti vrednovanja modela, jer je vrednovanje vezano za sve faze; od izgradnje pa do same implementacije modela. Vrednovanje modela posmatra se integralno kroz proces ocene valjanosti (validation) i provere (verification) modela.

13. Dodin, B. Osnovni problem po Dodinu /17/18/, /1984./, u strukturiranju stohastičkih mreža je da se identifikuju kritični putevi mreže odredjenog projekta, odnosno njegove kritične aktivnosti. U ovom radu razvijen je algoritam odredjivanja indeksa kritičnosti pojedinih puteva, kao verovatnoće da je trajanje odredjenog puta veće ili jednako trajanju nekog drugog puta u mreži. Ovom metodom "stohastičke dominacije" odredjuje se najkritičnija putanja ili više kritičnih puteva u mreži protoka aktivnosti i događaja. Metoda je po mišljenju autora efikasnija od najčešće primenjenih postupaka, za identifikaciju kritičnih puteva, do sada razvijenih i koje se odnose na:

- * nabrojanje i klasifikaciju svih putanja prema dužini i indeksu kritičnosti,
- * dobijanje velikog broja putanja, opsežnim uzimanjem Monte-Karlo uzoraka tj. simuliranjem.

14. Kulkarni, V.G. i Adlakha, V.G. Ova referenca /36/, /1986./ donosi rezultate istraživanja PERT mreže sa nezavisnim i eksponencijalno rasporedjenim vremenima trajanja aktivnosti. Modeliranje procesa u takvoj mreži izvodi se na osnovu konačnih kontinualnih lanaca Markova sa gornjim triangularnim matricama. Prikazujući relativno jednostavne i računarski stabilne algoritme, analiziraju se uobičajeni parametri mreže: distribucija i momenti vremena kompletiranja projekta, verovatnoća da je posmatrana putanja kritična, i sl. Istraživanja u radu se odnose i na posebnu klasu "neeksponecijalnih raspodela aktivnosti u PERT mrežama".

U Jugoslaviji su organizovana istraživanja i u teorijskom i u praktičnom smislu (Institut Organomatik /90/) započeta sredinom šezdesetih i početkom sedamdesetih godina. Prvi radovi odnose se na istraživanja J.Petrića, J.Vulete /77/ i saradnika, sa Fakulteta organizacionih nauka u Beogradu. Nešto kasnije ova istraživanja uvode se i na tehničkim (gradjevinskom i mašinskom) i ekonomskim fakultetima (I.Černicek /10/ i D.Djurićin /19/). Jedan od najznačajnijih skupova, na temu mrežnog upravljanja održan je još 1970. god. /61/ sa velikim učešćem stručnjaka i istraživača iz privrede. Već tada objavljene su značajne knjige /49/ i zbornici radova /88/. Danas se ova istraživanja uglavnom odvijaju u oblasti Upravljanja projektima, Upravljanja tehnološkim razvojem i Operacionih istraživanja i vezana su za primenu softverskih alata u inženjerstvu (npr. Energoprojekt holding korporacija-Beograd).

Rezultati prikazani u ovoj disertaciji su sinteza višegodišnjeg istraživanja u području razvoja novih modela i metoda za upravljanje protokom materijala u mašinogradnji kao i razvoja modela za edukaciju kadrova iz ovih oblasti operacionih istraživanja. Istraživanja su vršena od 1991. god. na Tehničkom fakultetu "Mihajlo Pupin" u Zrenjaninu, Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu i brodogradilištu "Begej" iz Zrenjanina. Autorovo interesovanje i rad iz ove oblasti rezultirali su, između ostalog, sledećim referisanjima radova na naučnim i stručnim skupovima:

- ▶ 20.konferencija SYM-OP-IS, SF, Beograd, 1993. ,/47/.
- ▶ 20."Jupiter" konferencija, MF, Beograd, 1994. ,/41/.
- ▶ 21."Jupiter" konferencija, MF, Beograd, 1995. ,/42/.
- ▶ 22.konferencija SYM-OP-IS, D.Milanovac, 1995., /48/.
- ▶ "Informatika i društvene promene", TF "M.Pupin"-Zrenjanin, 1994., /43/.

i publikacijama:

- ▶ U Zborniku radova TF "M.Pupin"-Zrenjanin, 1992., /39/.
- ▶ Operaciona istraživanja (knjiga I deo) 1992., /44/.
- ▶ Metode operacionih istraživanja (knjiga) 1995., /45/.
- ▶ Razvoj novih metoda za upravljanje protokom materijala u mašinogradnji (magistarski rad), pod mentorstvom Dr L.Kuna, red.prof., FTN, Novi Sad, 1994., /40/.

1.0 UVODNA RAZMATRANJA

Poslednjih decenija ili tačnije od prve polovine pedesetih godina došlo je do intenzivnog razvoja i primene različitih modela, metoda i postupaka iz operacionih istraživanja i nauke o upravljanju pomoću kojih se iz niza mogućih rešenja odredjuje optimalno, povoljno ili dopustivo rešenje shodno unapred utvrdjenim racionalnim funkcijama cilja ili formalno utvrdjenim strategijama. Taj trend očuvan je do danas i za njega je karakteristična posebna aktuelnost u pogledu razrade teorijskih i praktičnih metoda i modela i njihova primena na polju organizovanja i upravljanja odredjenim sistemima različitog stepena složenosti i funkcionalnosti.

Ovi modeli i metodi pojavljuju se i razvijaju kao posledica velikog interesovanja da se mnogi problemi projektovanja, upravljanja i implementacije realnih sistema reše što je moguće efikasnije. Primena odgovarajućih metoda za rešavanje korektno postavljenog modela upravljanja, pokazala se u tom pogledu veoma efikasnom organizacionom merom. "Posedovati najbolje rešenje ili bar blisko najboljem, sve je više značilo isto što i ostvariti ogromne uštede materijala i energije, odnosno postići veliku finansijsku korist" /76/.

"Istraživanje metoda i sredstava upravljanja (struktura i međuzavisnosti upravljanja) omogućuje da se shvate opšti zakoni organizovanja i razvitka sistema. U osnovi metoda i modela upravljanja u sistemu nalazi se povezanost morfološkog (analiza unutrašnje organizovanosti), funkcionalnog (analiza funkcija sistema, medjudejstva sistema sa okruženjem i analiza podsistemskih upravljačkih zadataka) i informacionog (analiza stepena neodredjenosti stanja i njegove izmene, analiza ulazno-izlaznih relacija, ciljne funkcije i ograničenja opisa sistema" /01/.

Modeliranje i eksperimenti sa modelom stvorili su, izmedju ostalog, mogućnost izvršavanja upravljačke odluke u realnom vremenu /63/, čime su se stekli neophodni uslovi za efikasno postizanje ciljeva sistema. Vrlo velika frekventnost i širina primene modela i metoda nije mimoišla ni industrijski inženjering. Naprotiv, kvantitativno-kvalitativni prilaz omogućio je snažan prodor ovih metoda potiskujući tradicionalne, dominantne-kvalitativne prilaze u rešavanju raznih problema industrijskog inženjeringa. Naime, korespondent-

ne, kvantitativne metode u biti nalažu da se uzroci i posledice unutar realnih sistema kvantifikuju, čime se stvaraju uslovi za egzaktno rešavanje konkretnih upravljačkih problema /75/.

Uobičajeni prilazi u razvoju ovog dela teorije o upravljanju karakterisani su odredjenim formalnim i verbalnim opisima, iz kojih se logičko-matematičkim putem, čije je osnovno obeležje strogost razmatranja, traži put koji primorava donosioca odluka da razmišlja o jednoj ili češće o nizu situacija, gde svakoj situaciji pripada neka verovatnoća nastupa u budućnosti i koja će služiti kao orijentacija u donošenju konačne odluke u dovoljno kratkom vremenu, "...jer pretpostavka o mogućnosti izbora između više potencijalnih upravljačkih akcija, na ovaj način, čini suštinu upravljanja" /62/. Otuda i sve jasnija tendencija korišćenja formalizovanih kvantitativnih metoda i za podršku upravljanja u složenim industrijskim sistemima, mada je pri analizi i sintezi procesa upravljanja neizbežno korišćenje i neformalnih modela i metoda.

Za rešavanje zadataka industrijskih sistema, kakva je npr. mašinogradnja, razvijen je čitav niz analitičkih i numeričkih metoda i modela upravljanja. Njihov razvoj i aplikacija tekao je uglavnom na dva načina:

- ▶ stvorene metode, za rešavanje modela, namenjene su za druge specifične oblasti, ali se usled njihove velike **generalnosti** i **efikasnosti** /60/ te metode mogu koristiti i za rešavanje proizvodnih problema u mašinogradnji;
- ▶ stvorene su **specijalne** metode za rešavanje tipičnih problema, iz uže proizvodne oblasti, kakav je npr. problem upravljanja tokovima materijala u mašinogradnji.

Osnovna karakteristika savremenih sistema u mašinogradnji je prisustvo složenih sistema u okviru kojih je uzajamno delovanje pod sistema i njihovih elemenata toliko isprepleteno, pa je relativno teško predvideti njihovo dejstvo tokom vremena. Da bi se upravljački problemi u takvoj proizvodnji mogli uspešno rešavati, proces dekompozicije globalnog problema je u tom smislu neophodan, i zavisi od niza faktora. Treba istaći da su ove operativne metode, često, najuspešnije u rešavanju pojedinačnih problema u sistemu. U zadatke ove vrste, na koje najčešće nailazimo, a koji se mogu rešavati odgovarajućim metodama, spadaju:

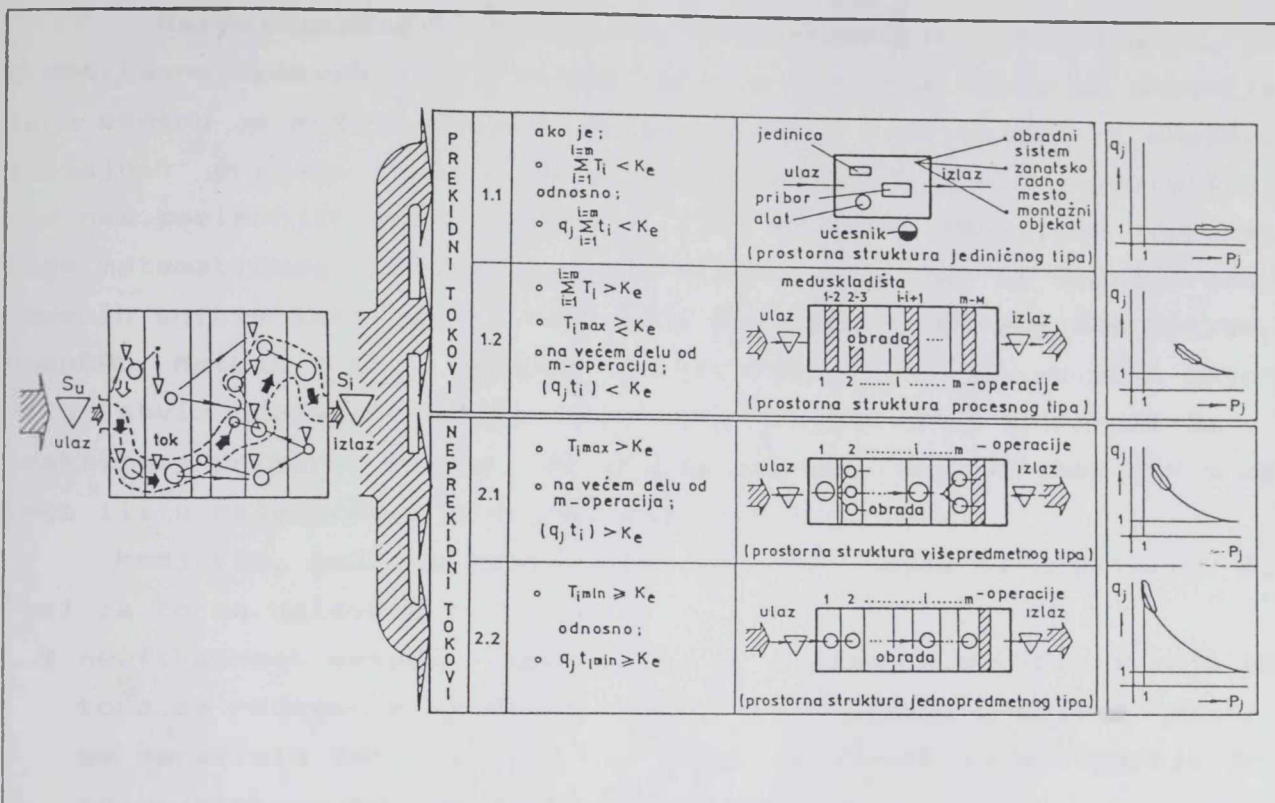
- ▶ upravljanje zalihama materijala;
- ▶ uravnoteženje tokova materijala;
- ▶ optimiziranje programa rezerviranja;
- ▶ optimiziranje raspodele resursa;
- ▶ optimiziranje raspodele poslova;
- ▶ masovno opsluživanje na mašinama ili drugim sistemima;
- ▶ transportni problemi u rukovanju materijalima i sl.

Ovim pregledom se ni izbliza ne iscrpljuju sve metode operacionih istraživanja koje se mogu uspešno primeniti u procesima upravljanja tokovima materijala u proizvodnji, jer iskustvo pokazuje da je krug zadataka upravljanja materijalnim tokovima preobiman.

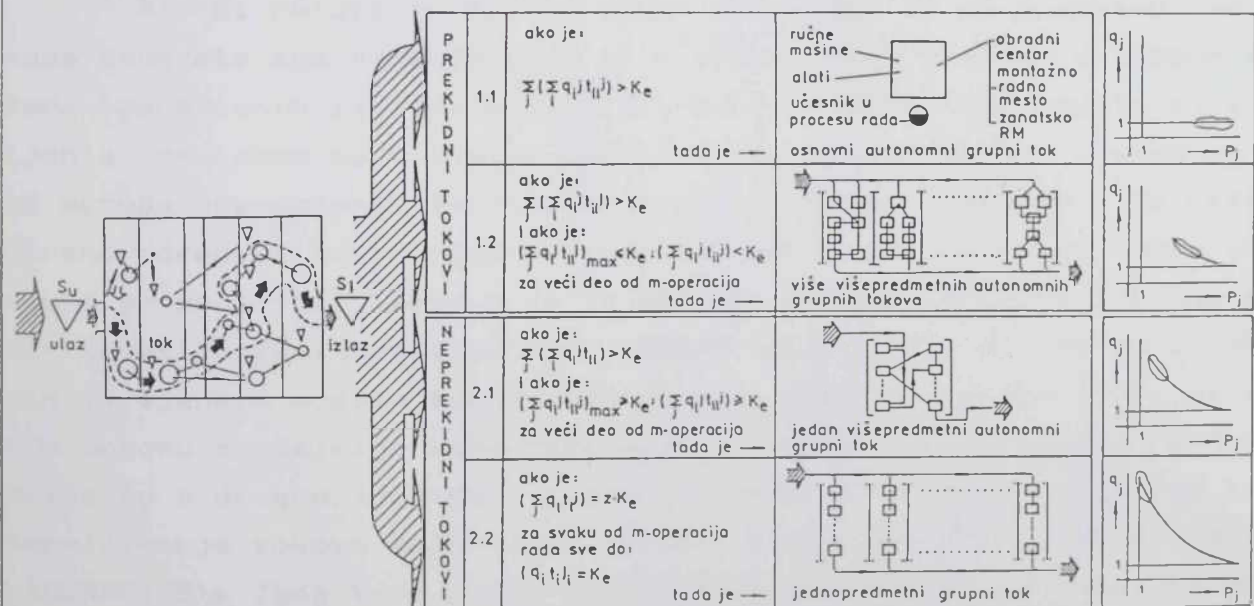
U predmetnom slučaju, za rešavanje problema upravljanja protokom materijala stohastičkom PDM-metodom, zahteva se odredjen analitički pristup koji bi omogućio ispitivanje upravljačkih struktura i procesa, sa svih onih aspekata koji su značajni za njihovu egzistenciju, a posebno sa stanovišta planiranja, programiranja i kontrole tokova materijala. U tom smislu, materijalni tokovi u mašinogradnji mogu se opisati preko "familije modela" od kojih se svaka varijanta modela odnosi na funkcionisanje sistema (podsystema) tokova posmatranog sa različitog nivoa apstraksije. Dakle, za svaku varijantu tokova postoji skup relevantnih parametara pomoću kojih se može opisati ponašanje sistema realnih tokova materijala. Nivo apstraksije, na osnovu kojih će tokovi materijala biti opisani zavisi od posmatrača, njegovog znanja i interesovanja. Medjutim, bez obzira na odabrani nivo apstraksije i nivo dekompozicije sa koga će takvi tokovi proizvodnje biti opisani kao sistem, strukturu tog sistema čine tokovi materijala raznih intenziteta, složenosti i tipova.

Za potrebe neophodne sistematizacije ovoga rada, orijentisaćemo se samo na tzv. osnovni model tokova materijala^{*)} u mašinogradnji (sl.01). Sukcesivno i paralelno sa ovim modelom, svedoci smo i dalje generalizacije takvog modela u opšti model tokova materijala^{**)} (sl.02). Pristupa za rešavanje ovih modela sa stanovišta projektovanja i upravljanja tokovima materijala (posmatrajući njihove varijante) ima mnogo: Čosić /13/, Mitrofanov /53/, Ustić /74/, Zelenović /85/, /86/, Zelenović, Čosić /87/, itd.

*)**) Prema istraživanjima Fakulteta tehničkih nauka-Instituta za industrijske sisteme u Novom Sadu.



Sl.01 Osnovni model tokova materijala u proizvodnim sistemima mašingradnje (prema /85/)



Sl.02 Opšti model tokova materijala u proizvodnim sistemima mašingradnje (prema /87/)

Razvoj aplikativnih metoda, iz operacionih istraživanja, za kvantitativno rešavanje modela problema upravljanja tokovima materijala u centru je pažnje mnogih istraživača. O tome svedoči i mnoštvo značajnih priloga iz ovih oblasti publikovano u svetu i delimično kod nas poslednjih godina. Neke od njih su veoma razvijene (npr. metode matematičkog programiranja) i njihova primena uz podršku savremenih softverskih paketa (npr. PC: **Matemtica**, **Eureka the Solver**, **MathCAD**, **MatLab** i sl.) gotovo je rutinska stvar, dok su neke metode u takvim fazama razvoja (npr. heurističko programiranje) da u praktičnoj primeni obavezno dolazi do potreba za modifikacijom u metodi ili u računarskom postupku koji prati metodu.

Medjutim, postoje metode koje još nisu našle širu primenu. Razlozi za to su uglavnom dvojaki:

- ▶ neefikasnost metoda, mehanicistički pristup u strukturiranju metoda za rešavanje nerealno postavljenih modela problema "da bi se opravdala teorija". Na taj način mogućnost za aplikaciju je trivijalna, a metode postaju same sebi cilj,
- ▶ metode su tako strukturirane da ih je bez snažne softverske podrške nemoguće aplicirati, pa se očekuje da će u budućnosti doći do njihove šire primene.

Bio bi relativno složen posao nastojati da se u okviru ovoga rada obuhvate sva pitanja koja su u neposrednoj vezi sa primenom metoda operacionih istraživanja u izgradnji i rešavanju modela upravljanja protokom materijala, pogotovo što ti zahvati ne zavise samo od metoda operacionih istraživanja. U tom smislu, potrebno je diferencirano odrediti kakve modele i metode, gde i pod kojim uslovima ih treba primenjivati. Gotovo je izvesno da originalne metode treba modifikovati u zavisnosti od specifičnih uslova koji zavise od pojedinih varijanata modela tokova materijala. Dok će u nekom industrijskom pogonu značajnije biti rešavanje problema uravnoteženja resursa, dotle će u drugom (pogonu) izrazit problem biti rasporedjivanje ili terminiranje tokova materijala (videti reference u drugom delu BIBLIOGRAFIJE). Zbog toga primena ovih modela i metoda zahteva orijenciju na uže oblasti problema materijalne proizvodnje.

U ovom radu razvijaju se specifični mrežni modeli upravljanja koji su mogu uspešno aplicirati u oblasti upravljanja protokom materijala. Stavljajući u fokus interesovanja PD-metodu, njoj se daje

stohastičko obeležje iz razloga detaljno navodjenih u **PROBLEMIMA ISTRAŽIVANJA**, a koji se odnose na nezadovoljavajuću istraženost fenomena kritičnosti tokova i njihovu medjuzavisnost u PD-mreži. Danas vrlo aktuelna PD-deterministička metoda pokazala je niz prednosti u odnosu na ranije razvijene tehnike CPM, PERT i sl., a najznačajnije preimućstvo je usavršavanje metode sa ukupno četiri tipa relacija (maksimalno mogućih) izmedju aktivnosti u mrežnim tokovima, kao i potpuno gubljenje fiktivnih veza izmedju kritičnih i nekritičnih aktivnosti u protoku.

Pored razvoja stohastičke PD-tehnike, u radu se neizbežno potencira pitanje mogućnosti efikasnog obrazovanja korisnika za primenu novorazvijenih modela i metoda, što je rezultiralo u razvoju **edukativnog modela** iz odabranih oblasti operacionih istraživanja. S obzirom na uopšterenu kompleksnost problematike mrežnog upravljanja, na osnovu novog PD modela, metode koje ga rešavaju delimično pokrivaju oblast tzv. **osnovnog modela tokova materijala** u mašinogradnji, a to je oblast pojedinačne proizvodnje. U tim uslovima, edukativni model u radu razvija se na koncepciji edukacije na tri nivoa. Opšti edukativni model iz operacionih istraživanja koji se u radu ne prezentuje, a kojim bi se obuhvatila problematika svih varijanata **osnovnog modela tokova materijala**, uključio bi mnoge kvantitativne metode. S obzirom na širinu i zastupljenosti primene one se, izmedju ostalog, mogu izdvojiti u sledećih šest karakterističnih grupa:

- ▶ metode matematičkog programiranja,
- ▶ kombinatorne metode,
- ▶ metode grafa i mrežnog planiranja,
- ▶ metode masovnog opsluživanja i redova čekanja,
- ▶ metode heurističkog programiranja i istraživanja,
- ▶ simulacione metode i sl.

1. Metode matematičkog programiranja koje se najčešće koriste su linearno, parametarsko, kvadratno, stohastičko, celobrojno, nelinearno i dinamičko programiranje. Ove analitičke tehnike i postupci mogu se se aplicirati na veoma velik broj definisanih upravljačkih zadataka. Metode imaju, u principu, odredjenu (ograničenu) generalnost ali veliku snagu (npr. simplex metod) /59/. Snaga ovih metoda omogućuje visoku strukturiranost upravljačkih problema i veliku efikasnost u pogledu njihovog rešavanja, što je upravo proporcionalno rastu količine

potrebnih informacija u definisanju modela problema (npr. rekurentne relacije kod dinamičkog programiranja ili matična postavka zadataka kod linearnog programiranja).

2. **Kombinatorne metode*** se odnose na niz postupaka kojima se uzimaju u obzir jednostavnije kombinacije od $(2, 3, \dots, V)$ elemenata, na kontrolisan način, po unapred definisanim pravilima koji se uvažavaju sve do dobijanja povoljnog rešenja ili iznalaženja optimalnog rešenja, u zavisnosti od definisane funkcije kriterijuma.

3. **Metodama grafa i mrežnog planiranja**** omogućena je intenzivna primena prvenstveno zahvaljujući tome što se mnogi od praktičnih problema planiranja tokova materijala mogu uspešno rešavati pomoću postupaka i metoda koje sadrže strukturu i osobine grafa. Velikoj klasi problema iz oblasti matematičkog programiranja upravo je to onemogućeno /78/, zbog velikog broja promenljivih i ograničenja, pa se metode grafa često postavljaju kao vrlo uspešna supstitucija sa metodama matematičkog programiranja. U konkretnim problemima upravljanja, svakom egzaktnom modelu pridružuje se i orijentisan graf aktivnosti i događaja.

4. **Metode masovnog opsluživanja i redova čekanja** nastale su kao produkt matematičkih disciplina; verovatnoće i statistike, optimizacije sistema i procesa i dr., koje su zbog širokih mogućnosti primene dostigle intenzivan razvoj. Primena teorije redova čekanja i rasporedjivanja (alokacije) u realnoj materijalnoj proizvodnji je neophodna, pre svega, zbog težnje da se:

- ▶ čekanje predmeta rada do odredjenog stepena može kontrolisati (i tolerisati),
- ▶ stvore optimalne varijante distribucije tokova materijala,
- ▶ izvrši optimalno terminiranje.

Teorija opsluživanja naročito je zadnjih godina unapredjena razvojem softverskih paketa orijentisanim na bazi simulacije.

*) Kombinatorne metode ne podrazumevaju postupke kombinatornog programiranja (videti /62/),

**) U ruskoj literaturi često se susreće definicija mrežno programiranje umesto upravljanje ili planiranje kao kod nas. Poslednjih godina termin mrežno programiranje podrazumeva sasvim različit pojam, a koji se odnosi na računarsko programiranje za funkcionisanje informacionog sistema u mreži.

5. **Heurističke metode** su, na sadašnjem nivou razvoja, metode slabije snage i velike generalnosti. Te osobine dovode do toga da se heuristikom kod rešavanja složenijih upravljačkih modela, često, ne dobija konačno i najbolje (optimalno) već, u principu, približno ili suboptimalno rešenje. "Veliki broj problema iz oblasti planiranja i upravljanja danas se isključivo rešava primenom **heurističkog programiranja**" /60/. Ogroman broj parametara i promenljivih koje učestvuju u strukturiranju jednog kompleksnijeg upravljačkog modela, koga treba rešiti, čini beznadežni pokušaj "prolaza" kroz sve kombinacione mogućnosti, kakve se zahtevaju u primeni algoritamskih tehnika za dobijanje najboljeg rešenja (npr. kod matematičkog programiranja), pa jedini izlaz predstavlja, u tom slučaju, primena **heurističkog programiranja** ili **simulacionih tehnika**.

6. **Metode simulacije**. Numerička simulacija, prvenstveno **Monte-Karlo** metodom, namenjena je za rešavanje složenijih upravljačkih zadataka, većinom stohastičkog karaktera, čije je rešavanje analitičkim putem veoma otežano ili čak neizvodljivo. U slučaju da se primenjuje neka analitička metoda, ova metoda simulacije (pored **systemske dinamike** /57/) može da se koristi kao kontrolna, jer se za analitičko modeliranje uvek mora postaviti niz ograničenja, uslova i pretpostavki (u zavisnosti od prirode problema), koji mogu dovesti do izvesnih odsutapanja od karakteristika realnog stanja. Na taj način, ovom metodom stohastičkog ispitivanja dobijaju se, često, detaljnije ocene nego što bi se dobile analitičkim putem.

Za razvoj PD-modela mrežnog upravljanja, na osnovama **opšteg modela kritičnih protoka materijala** u mašinogradnji, prvenstveno se koriste analitičke metode i metode numeričke simulacije **Monte-Karlo**.

1.1 PROBLEMI ISTRAŽIVANJA

Tokovi materijala u mašinogradnji, u zavisnosti od tipa i serijnosti proizvodnje, mogu biti do te mere složeni da je već u fazi pripreme rada neophodno stvoriti odgovarajuće uslove za sinhronizovano pristizanje svih potrebnih predmeta rada u odredjenu fazu radnih procesa.

I pored normiranih vremenskih parametara proizvodnje, planeri i rukovodioci se pri svakom konvertovanju predmeta rada susreću sa ne-

kim stepenom neodredjenosti proizvodnog procesa čije se posledice najčešće manifestuju kroz neočekivane zastoje u protoku materijala. Iz tih razloga kontrola brzine protoka materijala i održavanje rokova: ritmova, faza, proizvodnih ciklusa-protočnih vremena ili njihovih superponiranih veličina, predstavljaju jedan od važnijih problema upravljanja tokovima materijala.

Na osnovu dostupnih rezultata dosadašnjih istraživanja i proučene literature: planiranje, programiranje i kontrola, kao osnovne faze upravljanja protokom materijala su specifične discipline u razvoju koje se ne mogu više zasnivati isključivo na iskustvenim, tradicionalnim i nedovoljno razvijenim postojećim metodama. Do sada proučene, većina modela i metoda imaju determinističko obeležje, a poznato je iz iskustva da su procesi materijalne proizvodnje najvećim delom stohastičkog karaktera. U tom smislu mogu se pri primeni determinističkih metoda i modela pojaviti znatne greške jer se takav tok materijala ne može na zadovoljavajući način stohastički ovladati i kontrolisati.

Na osnovu gornjeg, u opštu strukturu identifikovanih problema koji se teško mogu rešavati determinističkim ili nedovoljno strukturiranim stohastičkim metodama mrežnog upravljanja ubraja se:

1. Nemogućnost da se eksplicitno izrazi medjuzavisnost izmedju pojedinih aktivnosti, kao i da se u strukturu programa postojećih metoda uključuju veličine kojima se definiše neizvesnost u pogledu realizacije pojedinih aktivnosti.
2. Potpuno odsustvo ili otežano kvantifikovanje rizika i/ili izvesnosti realizacije odredjenih faza protoka ili konačnog završetka proizvodnje.
3. Nemogućnost sagledavanja koliko eventualno može da se startuje ranije ili kasnije sa procesiranjem pojedinih aktivnosti-operacija. Ovaj nedostatak je, izmedju ostalog, prouzrokovan nepoznavanjem zazoru u događajima-vremenskim rezervama i njegove probabilističnosti.
4. Nepostojanje koncepcije kritičnosti pojedinih tokova kod slučaja projektovanja složene mreže protoka materijala sa različitim indek-

som kritičnosti elementarnih protoka. Ovaj problem kritičnosti tokova jedan je od primarnih problema upravljanja tokovima materijala, i sa teorijskog i sa praktičnog stanovišta. Iz tih razloga njegovom se modeliranju i rešavanju posvećuje posebna pažnja.

5. Kao logična posledica prethodnog, javlja se otežana mogućnost re-planiranja, reprogramiranja i kontrole na osnovu postojećih modela i metoda.

6. Nedovoljna razvijenost edukativnog modela i metoda iz operacionih istraživanja za efikasno rešavanje odredjenih varijanata mrežnih PD-modela.

Identifikovani osnovni problemi, na prethodno opisan način, sadrže još čitav spektar drugih specifičnih problema koji se javljaju u zavisnosti od posmatrane varijante kritičnih tokova materijala.

1.2 CILJEVI RADA

U prethodnom delu definisani su brojni uočeni problemi koji svoje poreklo vode od opštih zadataka upravljanja tokovima materijala. Ti problemi postaju sve izraženiji usled intenziviranja takvih proizvodnih procesa i usložnjavanja proizvodnih struktura, a smanjuju se uvodjenjem u proizvodnju organizacionih, upravljačkih i tehnoloških elemenata visoke pouzdanosti.

U tom smislu, OSNOVNI CILJEVI rada mogu se formulisati kao prilog razvoju:

1. Novih stohastičkih PD-modela i metoda za rešavanje odredjenih problema upravljanja kritičnim tokovima materijala u mašingradnji, kao pouzdanijim modelima i metodama od postojećih: determinističkih, npr. CPM, PDM i nekih stohastičkih, npr. PERT.
2. Novog edukacionog modela za efikasno i efektivno modeliranje posmatranog problema i njegovog rešavanja na savremenim didaktičkim osnovama, putem stohastičkog PD-mrežnog upravljanja uz auditorne metode i softversku podršku.

Zbog velike širine kojom je obuhvaćen osnovni model tokova materijala, ovaj rad će se ograničiti na sledeća istraživanja u domenu razvoja novih stohastičkih modela i metoda i to u području upravljanja tokovima materijala u pojedinačnoj proizvodnji u brodogradnji (za slučaj jediničnog tipa toka materijala), razvijajući varijante:

- a) protoka materijala sa jednim kritičnim tokom;
- b) protoka materijala sa većim broje (w \geq 2) autonomnih kritičnih i subkritičnih tokova i
- c) protoka materijala sa većim brojem autonomno-unijatnih kritičnih i subkritičnih tokova materijala.

Smatrajući da su ciljevi rada ravnopravni, prioritet u razvoju novog modela i metoda dat je trećoj varijanti (c), s obzirom da ona, po definiciji, predstavlja opšti model kritičnih protoka materijala, (koja obuhvata karakteristike prethodnih dvaju varijanata) i da se za njen razvoj vršilo pored teorijskog i eksperimentalno istraživanje.

U SPECIFIČNE CILJEVE rada spadaju:

1. Razvoj opštih i specifičnih kriterijuma za vrednovanje pojedinih razvijenih modela i metoda sa aplikativnog i edukativnog stanovišta.
2. Razvoj kriterijuma za kvantitativno vrednovanje razvijenog opšteg modela kritičnih tokova sa stanovišta njegove valjanosti (validnosti) i provere (tehničke verifikacije).
3. Vrednovanje i sistematizacija stečenih novih saznanja iz predmetnih oblasti istraživanja.

1.3 KONCEPCIJSKA I METODOLOŠKA ORIJENTACIJA U RADU

Namera ovog dela studije je da se da kratka ekspozicija: koncepcije, metodologije, programa istraživanja i istraživačke gradje.

Rešavanje posebno izdvojenih problema na osnovu kojih su postavljani ciljevi, o ovom radu, može se ostvariti na osnovu različitih koncepcijskih opredeljenja i metodskih pristupa. Zbog toga se ovde polazi od nekoliko osnovnih koncepcija, koje se u toku istraživanja proširuju sa novim specifičnim koncepcijama:

1. pri razvoju metoda i metodologija modeliranja osnovne ideje se nalaze u sistemskom prilazu u cilju obezbedjenja baznih podloga za kompleksnije i sveobuhvatnije istraživanje postavljenih zadataka.

2. Proučene su do sada neke razvijene metode za svaku oblast istraživanja, prvenstveno zahvaljujući postojanju odgovarajuće literature, naučnih radova i objavljenim referatima na skupovima, koji su se pojavili u svetu i kod nas. Ove reference omogućile su potrebno razjašnjenje po pitanju tehnologije i smera istraživanja.

3. Odredjeni su potencijalni modeli i metode i na osnovu njih su se razvili novi, čijim se testiranjem teorijski i eksperimentalno omogućava provera njihove efikasnosti u rešavanju konkretnih problema.

4. U radu se modeli kritičnih protoka materijala razvijaju prema stepenu njihove relativne složenosti. Svaki razvijeni algoritam ilustruje se odgovarajućim numeričkim primerom.

5. Pri modeliranju struktura modela i metoda primenjuju se odgovarajućim opisni i matematički instrumenti: teorija orijentisanih grafova, topologija, teorija skupova, teorija verovatnoće i matematičke statistike, kao i postupci drugih disciplina teorijske i primenjene matematike.

6. Pri normiranju tehnoloških aktivnosti, operiše se prvenstveno sa dva relevantna parametra i to: za svaku aktivnost u materijalnom procesu poznato je očekivano vreme trajanja $M(P)$ i odgovarajuća varijansa vremena $\sigma^2(P)$ elementarnog protoka materijala, uz sledeće uslove:

- ▶ vremena trajanja pojedinih aktivnosti su nezavisne aleatorne promenljive veličine normalno rasporedjene (Gaussova distribucija);
- ▶ broj različitih aktivnosti je dovoljno velik pa se uz izvesne uslove (tačka 2.3.5.4) mogu koristiti odredjeni zakoni velikih brojeva, pre svega rezultati centralne granične teoreme-CGT.

7. Eksperimentalno istraživanje relevantnih vremenskih parametara točkova materijala realizovano je posebno za slučaj upravljanja slože-

nim tokovima materijala u pojedinačnoj proizvodnji broskog trupa, u brodogradnji, razvojem i aplikacijom PD-Precedence Diagramming metode.

1.4 HIPOTEZE RADA

Prethodno iskazane opšte koncepcije rada moguće je ostvariti, između ostalog, potvrđivanjem sledećih osnovnih HIPOTEZA:

1. Razvoj novih metoda za rešavanje odredjenih varijanata **opšteg modela kritičnih protoka materijala**, može se postići usavršavanjem postojećih stohastičkih mrežnih metoda iz operacionih istraživanja.
2. Rešavanje najsloženije varijante kritičnih tokova materijala može se realizovati:
 - ▶ analitički: razvojem i generalizacijom **Clarkovih jednačina**;
 - ▶ numerički: **Monte-Karlo** simulacijom.
3. **Edukativni model** može se razviti na savremenim didaktičkim osnovama, za potpuno i efikasno rešavanje svih varijanata **opšteg modela kritičnih protoka PDM-strukture**.

Postavljanje novih specifičnih hipoteza biće izvedeno u onim delovima rada gde se novi modeli i metode razvijaju.

DEO I

TEORIJSKA ISTRAŽIVANJA

2.0 RAZVOJ ANALITIČKIH METODA ZA REŠAVANJE POJEDINAČNIH VARIJANTI OPŠTEG MODELA KRITIČNIH PROTOKA MREŽNE PDM-STRUKTURE

2.1 KLASIFIKACIJA KRITIČNIH TOKOVA U MREŽNIM MODELIMA UPRAVLJANJA

PERT pristup analizi vremenskih parametara i pored niza rešenih zadataka otvara dva važna problema mrežnog upravljanja i to:

1. odredjivanje zadovoljavajućeg zakona verovatnoće trajanja rezultujuće aktivnosti na kritičnom toku;
2. rešavanje modela protočnog vremena, odnosno pronalaženje stohastičkog ekvivalenta za trajanje pojedinih faza u protoku, kao i sumarnog kritičnog toka u mreži.

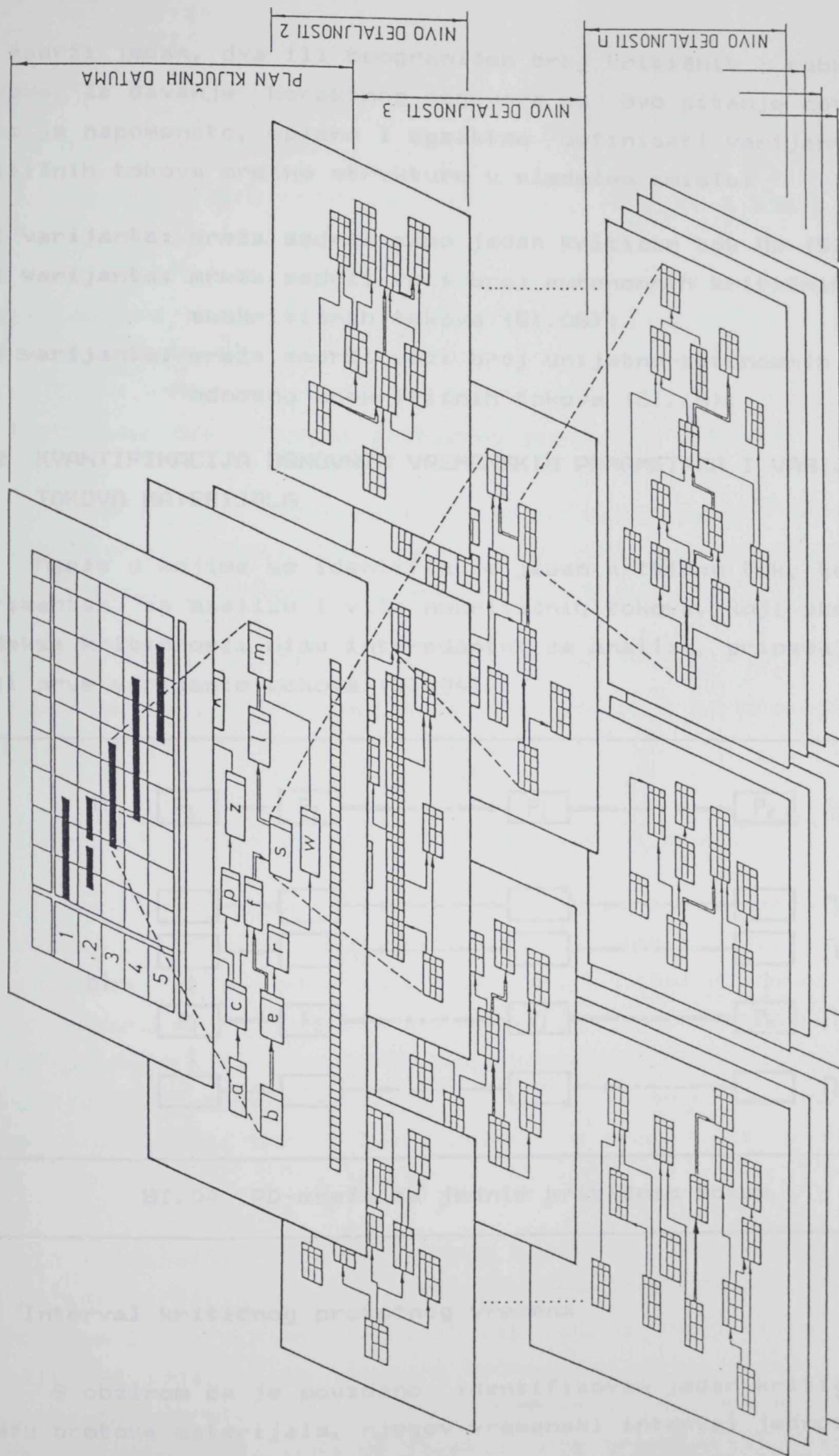
Prvi problem se, na osnovu standardnog PERT-a, rešava aproksimativno uz korišćenje osnovnih rezultata CGT-a. Drugi problem se rešava transformacijom stohastičke u determinističku analizu parametara protoka /19/, mada se ozbiljnijim uvidom uočava da je redukcija stohastičkog problema kritičnog toka u deterministički povezana sa mnogim greškama. Naime, jedan od najproblematičnijih aspekata PERT pristupa je jedinstveno rešenje kritičnog toka preko standardnog algoritma koristeći isključivo analitičke rezultate zakona CGT-a, što predstavlja uobičajeni postupak u teoriji i praksi /65/. Struktura mrežnih dijagrama upravljanja tokovima može biti veoma kompleksna. Ovo se naročito odnosi na mreže sa visokim indeksom opterećenja, u smislu:

$$I = \frac{D}{A} = \frac{\text{broj dogadjaja}}{\text{broj aktivnosti}} \quad (1)$$

Naime, postoje slučajevi u mašinogradnji da broj planiranih aktivnosti i dogadjaja, koji čine orijentisani graf tokova, iznosi i do nekoliko hiljada (Sl.03). Pojava kritičnog toka je evidentna, a može se u tim uslovima složenosti identifikovati i odredjen broj subkritičnih tokova, koji su po vremenskom intervalu vrlo bliski (ili jednaki!) kritičnom toku. U tim slučajevima, opravdano se postavljaju dva osnovna pitanja:

1. Koliko je ukupno protočno vreme realizacije svih tokova materijala u posmatranoj mreži protoka?
2. Kolika je izvesnost da će se svi tokovi materijala završiti u planiranom vremenskom intervalu-roku (T_p)?

Pri tome se uzima u obzir da orijentisan graf protoka materija-



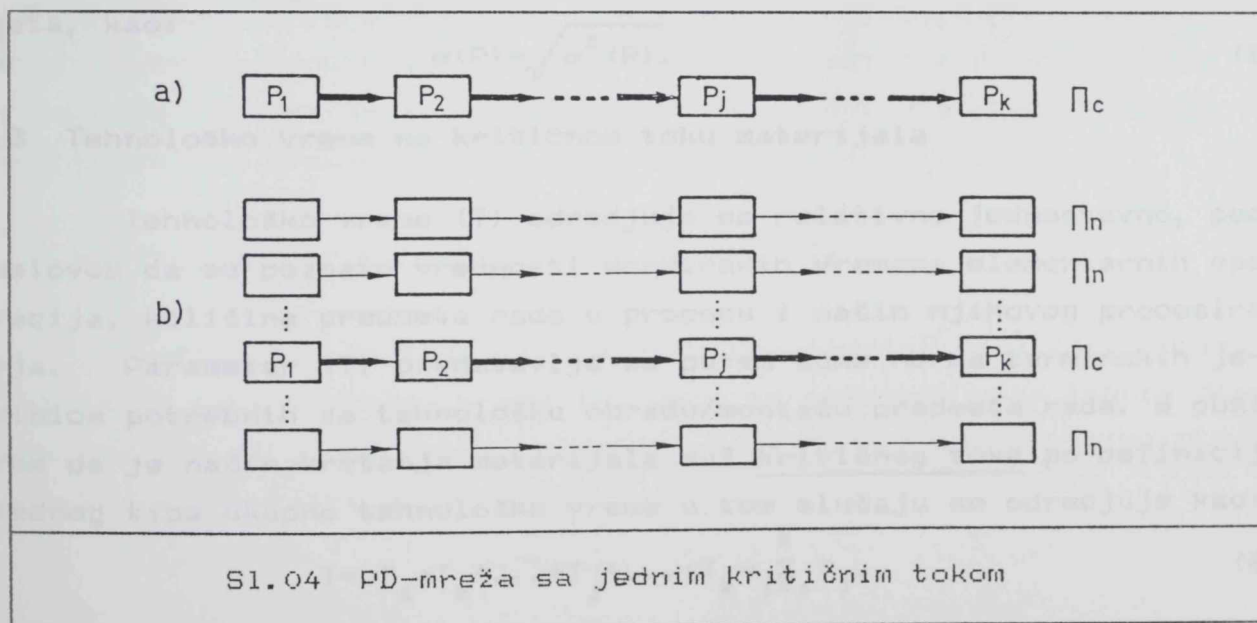
S1.03 Struktura projekta na osnovu obuhvata podataka o aktivnostima i ključnim događajima (WBS struktura)

la sadrži jedan, dva ili neograničen broj kritičnih i subkritičnih tokova. Za davanje korektnog odgovora na ovo pitanje potrebno je, kako je napomenuto, opisno i egzaktno definisati varijante modela kritičnih tokova mrežne strukture u sledećem smislu:

- I **varijanta:** mreža sadrži samo jedan kritičan tok Π_c (Sl.04);
- II **varijanta:** mreža sadrži veći broj autonomnih kritičnih, odnosno subkritičnih tokova (Sl.06);
- III **varijanta:** mreža sadrži veći broj unijatno-autonomnih kritičnih, odnosno subkritičnih tokova (Sl.16).

2.2 KVANTIFIKACIJA OSNOVNIH VREMENSKIH PARAMETARA I VARIJANTE TOKOVA MATERIJALA

Mreže u kojima se identifikuje jedan kritičan tok, koji je interesantan za analizu i više nekritičnih tokova, koji zbog malog indeksa kritičnosti nisu interesantni za analizu, pripadaju kategoriji prve varijante tokova (Sl.04).



.1 Interval kritičnog protočnog vremena

S obzirom da je pouzdano identifikovan jedan kritičan tok u grafu protoka materijala, njegov vremenski interval jednostavno se određuje sumiranjem vremena elementarnih kritičnih aktivnosti (P_j)

($j=1, k$) u mreži kao:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_j + \dots + P_k = \sum_{j=1}^k P_j \quad (2)$$

ili na očekivanom nivou:

$$M(P) = M(P_1) + M(P_2) + \dots + M(P_j) + \dots + M(P_k) = \sum_{j=1}^k M(P)_j. \quad (3)$$

Ovakva varijanta modela karakteristična je kod jednostavnijih protoka materijala u mašingradnji, gde je jasno uočeno jedno grlo proizvodnog toka.

.2 Varijansa (devijacija) kritičnog protočnog vremena

U ovom slučaju standardni parametar odstupanja $\sigma^2(P)$ definiše se, kao što je poznato /83/, preko sume varijansi elementarnih protoka-kritičnih aktivnosti na posmatranom toku:

$$\sigma^2(P) = \sigma^2(P_1) + \sigma^2(P_2) + \dots + \sigma^2(P_j) + \dots + \sigma^2(P_k) = \sum_{j=1}^k \sigma^2(P_j). \quad (4)$$

Odgovarajuća devijacija protočnog vremena sledi iz prethodnog rezultata, kao:

$$\sigma(P) = \sqrt{\sigma^2(P)}. \quad (5)$$

.3 Tehnološko vreme na kritičnom toku materijala

Tehnološko vreme (T) određuje se relativno jednostavno, pod uslovom da su poznate vrednosti normiranih vremena elementarnih operacija, količina predmeta rada u procesu i način njihovog procesiranja. Parametar (T) predstavlja se putem sume norma terminskih jedinica potrebnih za tehnološku obradu/montažu predmeta rada. S obzirom da je način kretanja materijala duž kritičnog toka po definiciji rednog tipa ukupno tehnološko vreme u tom slučaju se određuje kao:

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_j + \dots + T_k = \sum_{j=1}^k T_j. \quad (6)$$

Tehnološki vreme se po ovoj varijanti jednoznačno određuje, jer se usvaja da je njegova vrednost determinističkog karaktera. Kako je tehnološki ciklus uslovljen isključivo tehnološkim vremenima, postoji još jedan način njegovog teorijskog određivanja, u slučaju da je poznato protočno vreme (P) i suma medjuoperacijskih vremena na kritičnom toku (Π_c). Tada se ($T_{cl}=T$) može predstaviti razlikom:

$$T_{ct} = P - \sum_{j \in \pi_c} T_{mo_j}, \quad (7)$$

odnosno na očekivanom nivou,

$$T_{ct} = M(P) - \sum_{j \in \pi_c} M(T_{mo_j}), \quad (8)$$

(s obzirom da za $T_{ct} = \text{const.}$, sledi da je $M(T_{ct}) = \bar{T}_{ct} = T_{ct}$)

Kako je medjuoperacijsko vreme, na osnovu usvojenog modela na (sl.23), predvidjeno da se nalazi u statističkom opsegu $2 \cdot U_{\alpha/2} \sigma(P)$, sledi da je očekivano medjuoperacijsko vreme jednako:

$$\sum_{j \in \pi_c} M(T_{mo_j}) = U_{\alpha/2} \sigma(P). \quad (9)$$

Jasno je da je realizacija protočnog vremena (P) u intervalu tehnološkog ciklusa (T_{ct}) praktično onemogućena, jer se za realan tok materijala moraju predvideti potrebna medjuoperacijska vremena (T_{mo_j}), u svim fazama protoka.

Prethodni postupak određivanja (T_{ct}) pomoću opsega poverenja nema većeg praktičnog značaja, jer se u stvarnim uslovima kvantifikacije vremenskih parametara protoka, dimenzionisanje planskih termina, vrši inverznim postupkom, tj. proračunatom intervalu tehnološkog ciklusa dodeljuje se medjuoperacijsko vreme u cilju dimenzionisanja realnog protočnog vremena (videti postupak u referenci /67/).

.4 Koeficijent kritičnog protoka materijala

Koeficijent protoka (f) je bezdimenzionalni broj koji pokazuje koliko je puta protočno vreme (P) veće od odgovarajućeg tehnološkog ciklusa ($T_{ct} = T$), posmatrajući isti-kritičan tok materijala. U tom smislu, koeficijent protoka dat je odnosom:

$$f = \frac{P}{T} \quad /t_j/t_j/. \quad (10)$$

Njegova važnost sa upravljačkog stanovišta je vrlo velika jer omogućava, uz poznavanje kritičnog tehnološkog ciklusa, proračunavanje protočnih vremena-neophodnih kvantifikatora za realno planiranje, tj.

$$P = f \cdot T \quad /t_j/, \quad (11)$$

kao i kontrolu datih parametara u granicama dozvoljenih odstupanja.

Koeficijent protoka se može proračunati, analitički, razvojem izraza ($f=P/T$) u oblik:

$$f = \frac{T + \sum_{j \in \pi c} T_{mo_j}}{T} = 1 + \frac{\sum_{j \in \pi c} T_{mo_j}}{T} \quad (12)$$

Očekivana (srednja) vrednost koeficijenta protoka sledi na osnovu prethodnih relacija kao:

$$\bar{f} = 1 + \frac{\sum_{j \in \pi c} M(T_{mo_j})}{T} = 1 + \frac{3 \cdot \sigma(P)}{T} \quad (13)$$

uz uvažavanje da je očekivana vrednost planiranog medjuoperacijskog vremena približno jednaka (za \mathcal{N} -raspodelu):

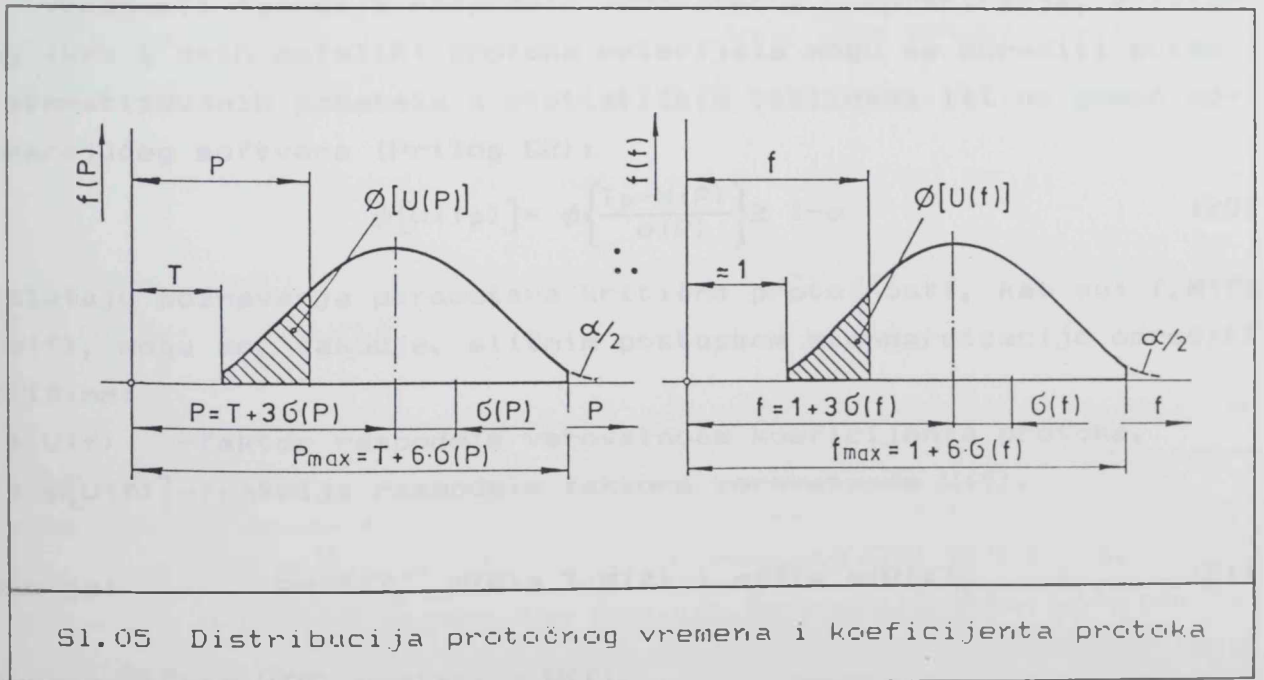
$$\sum_{j \in \pi c} M(T_{mo_j}) \approx 3 \cdot \sigma(P) \quad (14)$$

Ako se standardna devijacija koeficijenta protoka definiše kao:

$$\sigma(f) = \frac{\sigma(P)}{T} \quad (15)$$

dobijamo: $M(f) = 1 + 3 \cdot \sigma(f) \quad (16)$

Može se dokazati, uvažavajući CGT, da ako rezultujuće protočno vreme (P) konvergira normalnoj raspodeli, to isto važi i za koeficijent protoka (f) sa karakteristikom $\mathcal{N}: [M(f), \sigma(f)]$, što je predstavljeno na (Sl.05).



Koeficijent protoka, u smislu prethodnog, može se nalaziti u intervalu:

$$\phi[M(f)-3 \cdot \sigma(f) \leq f \leq M(f)+3 \cdot \sigma(f)] = 1-\alpha, \quad (17)$$

odnosno: $\phi[1 \leq f \leq 1+6 \cdot \sigma(f)] = 1-\alpha \quad (\approx 1).$

.5 Izvesnost realizacije kritičnog toka u planiranom roku

Iz praktičnih razloga, često je od interesa utvrđivanje verovatnoće ispunjenja planiranih rokova završetka: proizvodnih operacija, faza ili rezultujućeg ciklusa tokova materijala. Izvesnost (pouzdanost) da će se protočno vreme realizovati u planiranom roku (T_p), relativno je jednostavno definisati standardizacijom rezultujuće vremenske promenljive na kritičnom toku (P), na osnovu odgovarajućeg faktora verovatnoće $U(P)$,

$$U(P) = \frac{P-M(P)}{\sigma(P)}, \quad (18)$$

odnosno, za konkretnu vrednost $P=T_p$, dobijamo:

$$U(T_p) = \frac{T_p-M(P)}{\sigma(P)}. \quad (19)$$

Vrednosti funkcije raspodele verovatnoće kompletiranja, kritičnog (kao i svih ostalih) protoka materijala mogu se odrediti putem sistematizovanih podataka u statističkim tablicama ili uz pomoć odgovarajućeg softvera (Prilog C2):

$$\phi[U(T_p)] = \phi\left\{\frac{T_p-M(P)}{\sigma(P)}\right\} \geq 1-\alpha \quad (20)$$

U slučaju poznavanja parametara kritične protočnosti, kao su: $f, M(f)$ i $\sigma(f)$, mogu se, takodje, sličnim postupkom standardizacije odrediti veličine:

- ▶ $U(f)$ -faktor raspodele verovatnoće koeficijenta protoka,
- ▶ $\phi[U(f)]$ -funkcija raspodele faktora verovatnoće $U(f)$.

$$\text{Kako je:} \quad P = f \cdot T, \quad M(P) = T \cdot M(f) \text{ i } \sigma(f) = \sigma(P)/T, \quad (21)$$

zamenom, izraz $U(P)$ prelazi u $U(f)$,

$$U(f) = \frac{f-M(f)}{\sigma(f)} \quad (22)$$

pri čemu se postigla invarijantnost između promenljivih $U(P)$ i $U(f)$. Na osnovu prethodnog izvodjenja, funkcija raspodele verovatnoće preko parametara koeficijenta protoka dobija oblik:

$$\phi[U(f)] = \phi\left\{\frac{f-M(f)}{\sigma(f)}\right\}. \quad (23)$$

Smenom $M(f) = 1+3 \cdot \sigma(f)$, dobijamo,

$$\phi[U(f)] = \phi\left\{\frac{f-1}{\sigma(f)} - 3\right\} \geq 1-\alpha. \quad (24)$$

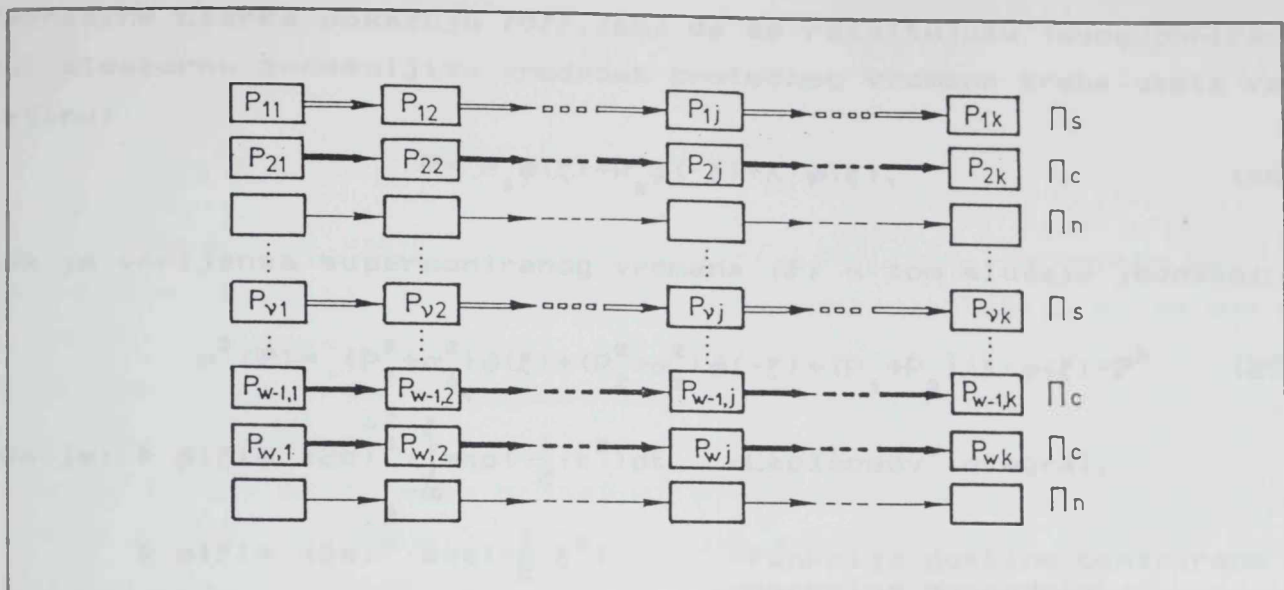
Pri planiranju protočnog vremena, sa različitim koeficijentima protoka, možemo imati npr. neke od sledećih situacija:

- ▶ proračunom, sa očekivanim koeficijentom protoka $M(f)$ obezbeđuje se, teorijski, pouzdanost od 50% da će se protočno vreme završiti u planiranom roku, što je ekvivalentno postojanju 50%-og rizika da se proizvodnja neće završiti u okviru predviđenog termina realizacije (videti u /76/);
- ▶ povećanjem koeficijenta protoka za (Δf) , tj. kada je $f = M(f) + \Delta f$, značajno se povećava (eksponencijalno) izvesnost realizacije kritičnog toka u planiranom roku (T_p);
- ▶ velika pouzdanost u realizaciji kritičnog toka materijala ostvaruje se primenom koeficijenta protoka od:

$$f = M(f) + 3 \cdot \sigma(f), \text{ pri čemu je tada } \phi[U(f)] \rightarrow 1. \quad (25)$$

2.3 KVANTIFIKACIJA OSNOVNIH VREMENSKIH PARAMETARA II VARIJANTE TOKOVA MATERIJALA

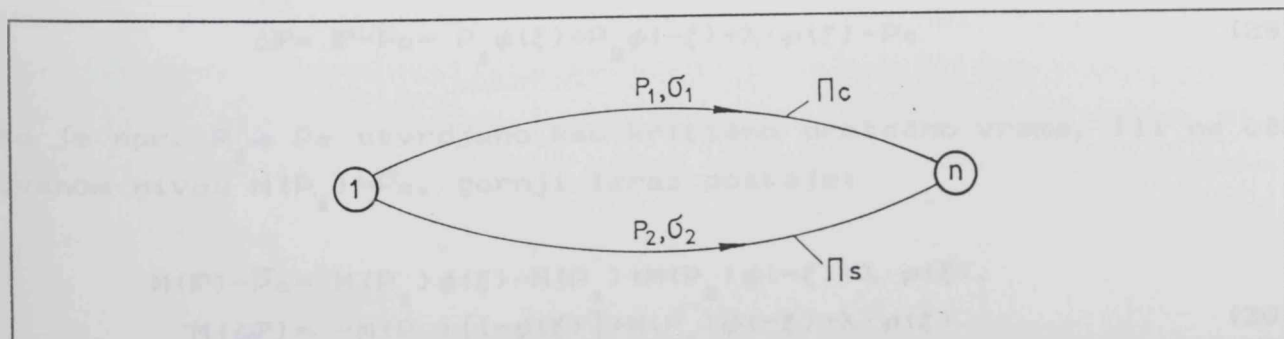
Drugom varijantom uključuju se u analizu više identifikovanih kritičnih i subkritičnih tokova u mreži (Sl.06), za koje je karakteristično da ne sadrže ni jednu zajedničku (unijatnu) kritičnu aktivnost (P_{vj}). U tom smislu su pomenuti paralelni tokovi potpuno autonomni. Jedino je zajedničko kod tih paralelnih kritičnih tokova njihov početni i krajnji događaj tokova i ista, ili približno ista (kod subkritičnih tokova) vrednost očekivanog vremena realizacije protoka materijala.



Sl.06 PD-mreža sa autonomnim kritičnim tokovima

2.3.1 Rešavanja osnovne varijante toka pomoću Clarkovih jednačina

Problem analitičkog odredjivanja superponiranog kritičnog toka, u ovom slučaju, znatno se usložnjava u odnosu na prethodnu varijantu protoka materijala. U traganju za algoritmom za rešavanje ove varijante modela, kod koga se javlja superponirani kritičan tok materijala, počelo se od izvornih jednačina Clarka /07/. Ovim jednačinama rešavaju se rezultujući parametri protoka i to: superponirano protočno vreme (P) i njegova varijansa $\sigma^2(P)$, za jednostavan orijentisani graf sa paralelnim tokovima materijala od inicijalnog događaja (1) do terminalnog (n). Svaki tok predstavljen je osnovnim obeležjem, respektivno: $[P_1, \sigma_1^2]$ i $[P_2, \sigma_2^2]$ (Sl.07).



Sl.07 Osnovni model autonomnih kritičnih tokova (AON strukture)

Jednačine Clarka pokazuju /07/, /68/ da za rezultujuću (superponiranu) aleatornu promenljivu vrednost protočnog vremena treba uzeti veličinu:

$$P = P_1 \phi(\xi) + P_2 \phi(-\xi) + \lambda \cdot \varphi(\xi), \quad (26)$$

dok je varijansa superponiranog vremena (P) u tom slučaju jednaka:

$$\sigma^2(P) = (P_1^2 + \sigma_1^2) \phi(\xi) + (P_2^2 + \sigma_2^2) \phi(-\xi) + (P_1 + P_2) \cdot \lambda \cdot \varphi(\xi) - P^2 \quad (27)$$

gde je: $\phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \exp(-\frac{1}{2} \cdot t^2) dt$ -Laplaceov integral,

$\varphi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp(-\frac{1}{2} \cdot \xi^2)$ -funkcija gustine centrirane normalne raspodele,

$\lambda = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ i $\xi = \frac{1}{\lambda} \cdot (P_1 - P_2)$ -parametri funkcija.

U slučaju da oba toka imaju jednaka očekivana vremena protoka tj. $M(P_1) = M(P_2)$, intervalno očekivano vreme superponiranog toka bi tada iznosilo:

$$M(P) = M(P_1) + \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} \geq M(P_1) \quad (28)$$

1.1 Priraštaj intervala protočnog vremena

Na osnovu poznate funkcije superponiranog protočnog vremena, može se kvantifikovati priraštaj intervala (P) u odnosu na vrednost (P_c)-utvrđenog očekivanog kritičnog toka (Π_c). Za elementarnu mrežu sa autonomnim tokovima (Π_1) i (Π_2), taj priraštaj (ΔP) ili "superponirani ekstrakt", nakon jednostavnijeg izvodjenja, iznosi:

$$\Delta P = P - P_c = P_1 \phi(\xi) + P_2 \phi(-\xi) + \lambda \cdot \varphi(\xi) - P_c \quad (29)$$

Ako je npr. $P_1 \rightarrow P_c$ utvrđeno kao kritično protočno vreme, ili na očekivanom nivou $M(P_1) = \bar{P}_c$, gornji izraz postaje:

$$\begin{aligned} M(P) - \bar{P}_c &= M(P_1) \phi(\xi) - M(P_1) + M(P_2) \phi(-\xi) + \lambda \cdot \varphi(\xi), \\ M(\Delta P) &= -M(P_1) [1 - \phi(\xi)] + M(P_2) \phi(-\xi) + \lambda \cdot \varphi(\xi). \end{aligned} \quad (30)$$

Kako Laplaceova funkcija ima osobinu: $\phi(-\xi) = 1 - \phi(\xi)$ izraz

(30) dobija konačnu formu:

$$\begin{aligned} M(\Delta P) &= \lambda \cdot \varphi(\xi) + [M(P_2) - M(P_1)] \phi(-\xi) \geq 0, \\ \overline{\Delta P} &= \lambda \cdot \varphi(\xi) + (\overline{P}_2 - \overline{P}_1) \phi(-\xi) \geq 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Kao što je poznato /02/, /03/, /04/, /26/, /66/, parametar $M(\Delta P)$, odnosno promenljiva (ΔP) , u primeni postupaka planiranja putem metode PERT, ne uzima se u obzir, tj. tada je $\Delta P=0$. Kako se u PERT mrežnom planiranju i upravljanju uvažava prvenstveno očekivani kritičan put, odnosno osnovni parametri vezani za njega, veličina $M(P) \geq 0$ predstavlja **grešku planiranja protočnog vremena** koja nastaje primenom pomenute metode. Ne uzimajući u obzir ove vrednosti mogu se često izazvati negativne posledice u svim fazama upravljanja tokovima materijala.

Primer 1. Za jednakost očekivanih protočnih vremena i pri različitim varijansama vremena autonomnih tokova, **greška planiranja protočnog vremena iznosi:**

$$M(\Delta P) = \lambda \cdot \varphi(\xi) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}; \text{ uvažavajući da je za: } \varphi(\xi=0) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}}. \quad (32)$$

Primer 2. Za slučaj da jedan kritičan tok, npr. (Π_2) ima aleatorno obeležje, a drugi tok determinističko ($\sigma_1^2=0$) i da su im protočna vremena jednaka, u smislu $M(P_2)=P_1$, priraštaj superponiranog protočnog vremena je tada uslovljen varijansom vremena (σ_2^2), i iznosi:

$$M(\Delta P) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \cdot \sigma_2. \quad (33)$$

Primer 3. Najjednostavniji primer predstavlja slučaj kada su oba protočna vremena determinističke veličine i jednakih intervala. Tada prirодно sledi nepostojanje devijacija njihovih protočnih vremena, pa je i funkcija priraštaja, odnosno njeno očekivano vreme jednako nuli.

$$M(\Delta P) = 0. \quad (34)$$

Ova karakteristika značajna je odlika determinističkih metoda iz familije CPM tehnika.

2. Priraštaj varijanse protočnog vremena

Vrednost ovog parametra $\Delta\sigma^2(P)$ izvodi se sličnim postupkom tj. utvrđivanjem razlike između varijanse superponiranog protočnog vremena $\sigma^2(P)$ i istovredne vrednosti $\sigma^2(P_c)$ dobijene na osnovu standardne analize kritičnog protočnog vremena po metodi PERT. Ako je npr. očekivani kritičan tok (Π_1), tada je $\sigma_1^2 = \sigma^2(P_c)$, pa sledi da je:

$$\Delta\sigma^2(P) = \sigma^2(P) - \sigma^2(P_c) = (P_1^2 + \sigma_1^2)\phi(\xi) + (P_2^2 + \sigma_2^2)\phi(-\xi) + (P_1 + \sigma_1) \cdot \lambda \cdot \phi(\xi) - P^2 - \sigma_1^2. \quad (35)$$

Posle sredjivanja jednačine i svodjenja na očekivane vrednosti, dobijamo:

$$\Delta\sigma^2(P) = M(P)^2\phi(\xi) + [M(P)^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1^2]\phi(-\xi) + [M(P)_1 + M(P)_2] \cdot \lambda \cdot \phi(\xi) - P^2 \geq 0. \quad (36)$$

Analitički rezultati $M(\Delta P)$ i $\Delta\sigma^2(P)$ koji su ovde izvedeni na osnovu Clarkovih jednačina mogu se proveriti metodama numeričke simulacije.

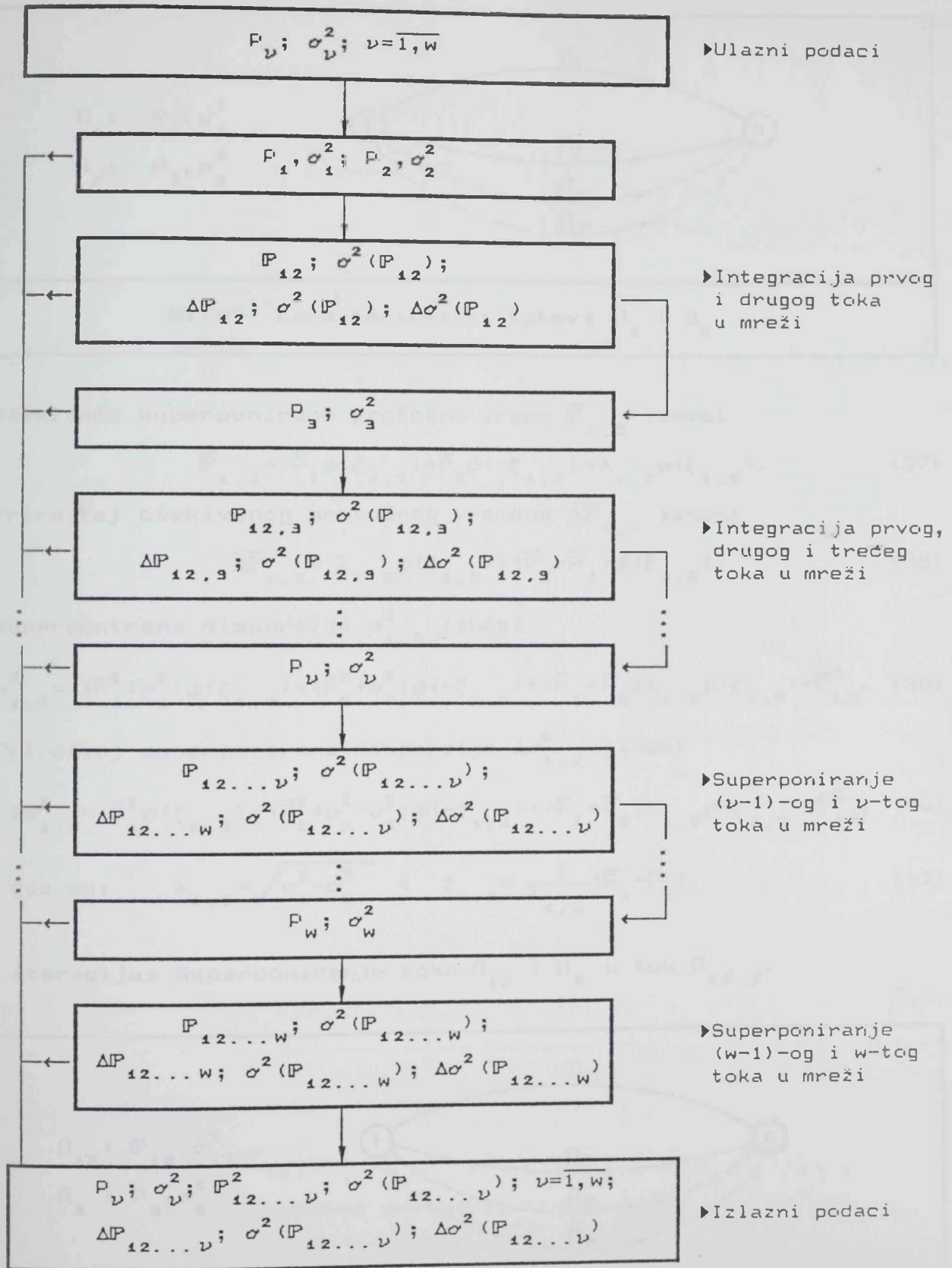
2.3.3 Razvoj i generalizacija Clarkovih jednačina

Istraživanja Clarka mogu se proširiti i uopštiti na složenijim varijantama kritičnih protoka mrežne PD-strukture, sa istim ili različitim očekivanim vremenima realizacije pojedinih autonomnih tokova. Tok postupaka razvoja Clarkovih jednačina u cilju parametrizacije protoka mreže za neograničen broj paralelnih tokova, može se realizovati iterativnim putem, čiji je logički prikaz dat blok dijagramom na (Sl.08), a sam iterativni postupak predstavljen je u narednim tačkama.

2.3.4 Postupak odredjivanja osnovnih parametara protočnih vremena složenijih autonomnih tokova ($w \geq 2$)

Na osnovu primene blok dijagrama sa (Sl.08) može se analitički formirati tok postupaka proračunavanja superponiranih veličina.

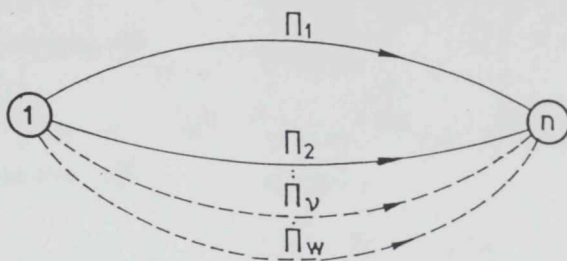
I iteracija: Superponiranje prvog Π_1 i drugog Π_2 toka u tok Π_{12}



Sl.08 Blok dijagram razvoja Clarkovih jednačina

$$\Pi_1: \bar{P}_1, \sigma_1^2$$

$$\Pi_2: \bar{P}_2, \sigma_2^2$$



Sl.09 Karakteristični tokovi Π_1 i Π_2

► Očekivano superponirano protočno vreme $\bar{P}_{1,2}$ iznosi

$$\bar{P}_{1,2} = \bar{P}_1 \phi(\xi_{1,2}) + \bar{P}_2 \phi(-\xi_{1,2}) + \lambda_{1,2} \phi(\xi_{1,2}). \quad (37)$$

► Priraštaj očekivanog protočnog vremena $\Delta \bar{P}_{1,2}$ iznosi

$$\Delta \bar{P}_{1,2} = \lambda_{1,2} \phi(\xi_{1,2}) + (\bar{P}_2 - \bar{P}_1) \phi(\xi_{1,2}). \quad (38)$$

► Superponirana disperzija $\sigma_{1,2}^2$ iznosi

$$\sigma_{1,2}^2 = (\bar{P}_1^2 + \sigma_1^2) \phi(\xi_{1,2}) + (\bar{P}_2^2 + \sigma_2^2) \phi(-\xi_{1,2}) + (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \lambda_{1,2} \phi(\xi_{1,2}) - \bar{P}_{1,2}^2. \quad (39)$$

► Priraštaj superponirane disperzije $\Delta \sigma_{1,2}^2$ iznosi

$$\Delta \sigma_{1,2}^2 = \bar{P}_1^2 \phi(\xi_{1,2}) + (\bar{P}_2^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1^2) \phi(-\xi_{1,2}) + (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \lambda_{1,2} \phi(\xi_{1,2}) - \bar{P}_{1,2}^2, \quad (40)$$

gde su: $\lambda_{1,2} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ i $\xi_{1,2} = \frac{1}{\lambda_{1,2}} (\bar{P}_1 - \bar{P}_2)$. (41)

II iteracija: Superponiranje toka Π_{12} i Π_9 u tok $\Pi_{12,9}$.

$$\Pi_{12}: \bar{P}_{12}, \sigma_{12}^2$$

$$\Pi_9: \bar{P}_9, \sigma_9^2$$



Sl.10 Karakteristični tokovi Π_{12} i Π_9

► Superponirano protočno vreme $\bar{P}_{12,9}$ iznosi

$$\bar{P}_{12,9} = \bar{P}_{12} \phi(\xi_{12,9}) + \bar{P}_9 \phi(-\xi_{12,9}) + \lambda_{12,9} \phi(\xi_{12,9}). \quad (42)$$

► Priraštaj protočnog vremena $\Delta \bar{P}_{12,9}$ iznosi

$$\Delta \bar{P}_{12,9} = \lambda_{12,9} \phi(\xi_{12,9}) + (\bar{P}_9 - \bar{P}_{12}) \phi(\xi_{12,9}). \quad (43)$$

► Superponirana disperzija $\sigma_{12,9}^2$ iznosi

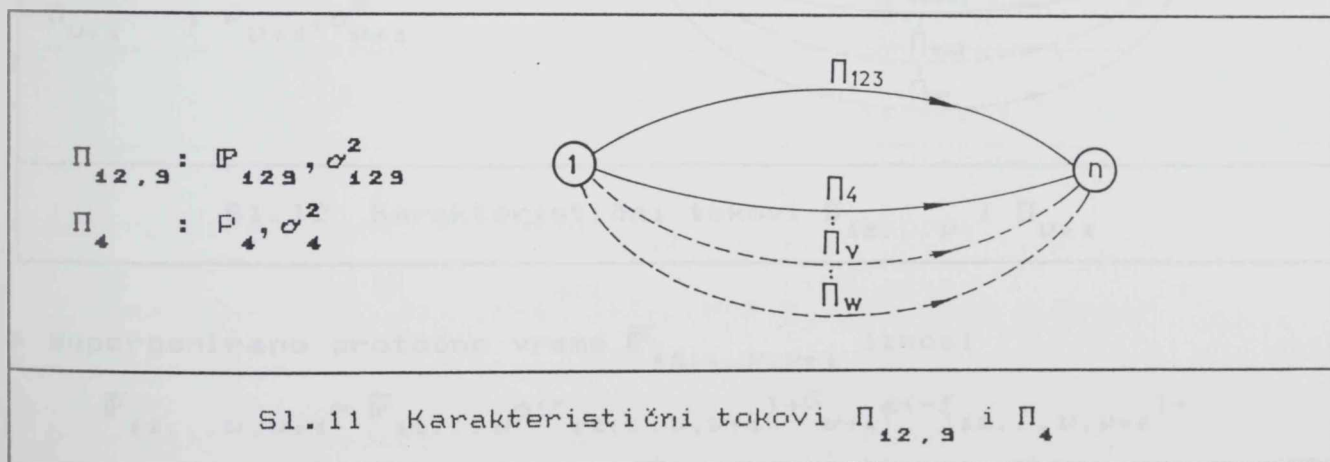
$$\sigma_{12,9}^2 = (\bar{P}_{12}^2 + \sigma_{12}^2) \phi(\xi_{12,9}) + (\bar{P}_9^2 + \sigma_9^2) \phi(-\xi_{12,9}) + (\bar{P}_{12} + \bar{P}_9) \lambda_{12,9} \phi(\xi_{12,9}) - \bar{P}_{12,9}^2. \quad (44)$$

► Priraštaj superponirane disperzije $\Delta \sigma_{12,9}^2$ iznosi

$$\Delta \sigma_{12,9}^2 = \bar{P}_{12}^2 \phi(\xi_{12,9}) + (\bar{P}_9^2 + \sigma_9^2 - \sigma_{12}^2) \phi(-\xi_{12,9}) + (\bar{P}_{12} + \bar{P}_9) \lambda_{12,9} \phi(\xi_{12,9}) - \bar{P}_{12,9}^2, \quad (45)$$

gde su: $\lambda_{12,9} = \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_9^2}$ i $\xi_{12,9} = \frac{1}{\lambda_{12,9}} (\bar{P}_{12} - \bar{P}_9).$ (46)

III iteracija: Superponiranje toka $\Pi_{12,9}$ i Π_4 u tok $\Pi_{129,4}$.



► Superponirano protočno vreme $\bar{P}_{129,4}$ iznosi

$$\bar{P}_{129,4} = \bar{P}_{129} \phi(\xi_{129,4}) + \bar{P}_4 \phi(-\xi_{129,4}) + \lambda_{129,4} \phi(\xi_{129,4}). \quad (47)$$

► Priraštaj superponiranog protočnog vremena $\Delta \bar{P}_{129,4}$ iznosi

$$\Delta \bar{P}_{129,4} = \lambda_{129,4} \phi(\xi_{129,4}) + (\bar{P}_4 - \bar{P}_{129}) \phi(\xi_{129,4}). \quad (48)$$

► Superponirana disperzija $\sigma_{129,4}^2$ iznosi (49)

$$\sigma_{129,4}^2 = (\bar{P}_{129}^2 + \sigma_{129}^2) \phi(\xi_{129,4}) + (\bar{P}_4^2 + \sigma_4^2) \phi(-\xi_{129,4}) + (\bar{P}_{129} + \bar{P}_4) \lambda_{129,4} \cdot \phi(\xi_{129,4}) - \bar{P}_{129,4}^2$$

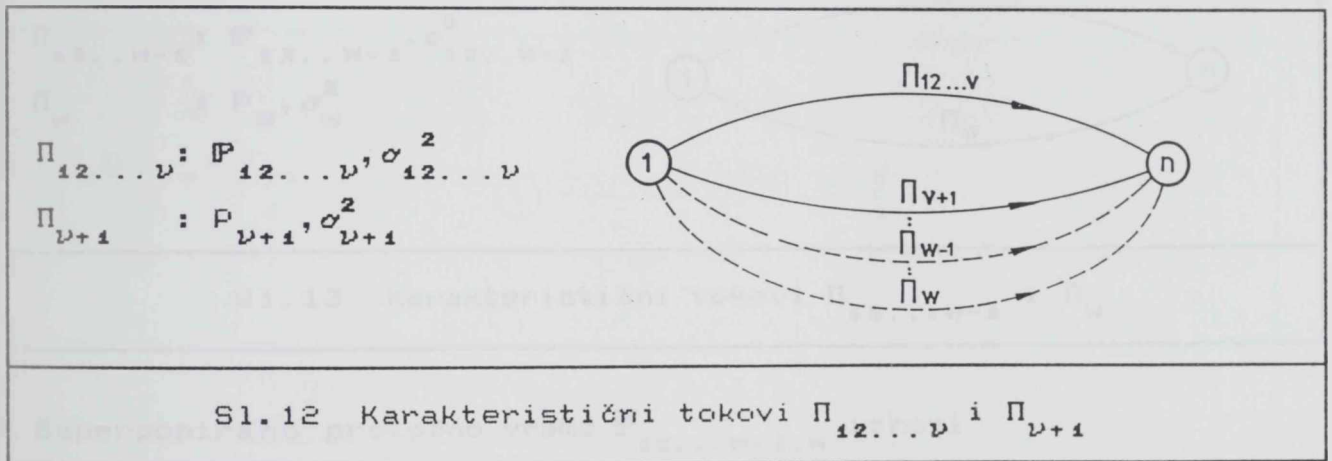
► Priraštaj superponirane disperzije $\Delta\sigma_{12,9}^2$ iznosi (50)

$$\Delta\sigma_{12,9}^2 = \bar{P}_{12}^2 \phi(\xi_{12,9}) + (\bar{P}_9^2 + \sigma_9^2 - \sigma_{12}^2) \phi(-\xi_{12,9}) + (\bar{P}_{12} + \bar{P}_9) \lambda_{12,9} \phi(\xi_{12,9}) - \bar{P}_{12,9}^2$$

gde su: $\lambda_{129,4} = \sqrt{\sigma_{129}^2 + \sigma_4^2}$ i $\xi_{129,4} = \frac{1}{\lambda_{129,4}} (\bar{P}_{129} - \bar{P}_4)$. (51)

⋮

ν -ta iteracija: Superponiranje toka $\Pi_{12\dots\nu}$ i $\Pi_{\nu+1}$ u tok $\Pi_{12\dots(\nu+1)}$



► Superponirano protočno vreme $\bar{P}_{12\dots\nu,\nu+1}$ iznosi

$$\bar{P}_{12\dots\nu,\nu+1} = \bar{P}_{12\dots\nu} \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) + \bar{P}_{\nu+1} \phi(-\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) + \lambda_{12\dots\nu,\nu+1} \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) \quad (52)$$

► Priraštaj protočnog vremena $\Delta\bar{P}_{12\dots\nu,\nu+1}$ iznosi (53)

$$\Delta\bar{P}_{12\dots\nu,\nu+1} = \lambda_{12\dots\nu,\nu+1} \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) + (\bar{P}_{\nu+1} - \bar{P}_{12\dots\nu}) \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1})$$

► Superponirana disperzija $\sigma_{12\dots\nu,\nu+1}^2$ iznosi (54)

$$\sigma_{12\dots\nu,\nu+1}^2 = (\bar{P}_{12\dots\nu}^2 + \sigma_{12\dots\nu}^2) \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) + (\bar{P}_{\nu+1}^2 + \sigma_{\nu+1}^2) \phi(-\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) + (\bar{P}_{12\dots\nu} + \bar{P}_{\nu+1}) \lambda_{12\dots\nu,\nu+1} \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) - \bar{P}_{12\dots\nu,\nu+1}^2$$

► Priraštaj superponirane disperzije $\Delta\sigma_{12\dots\nu,\nu+1}^2$ iznosi (55)

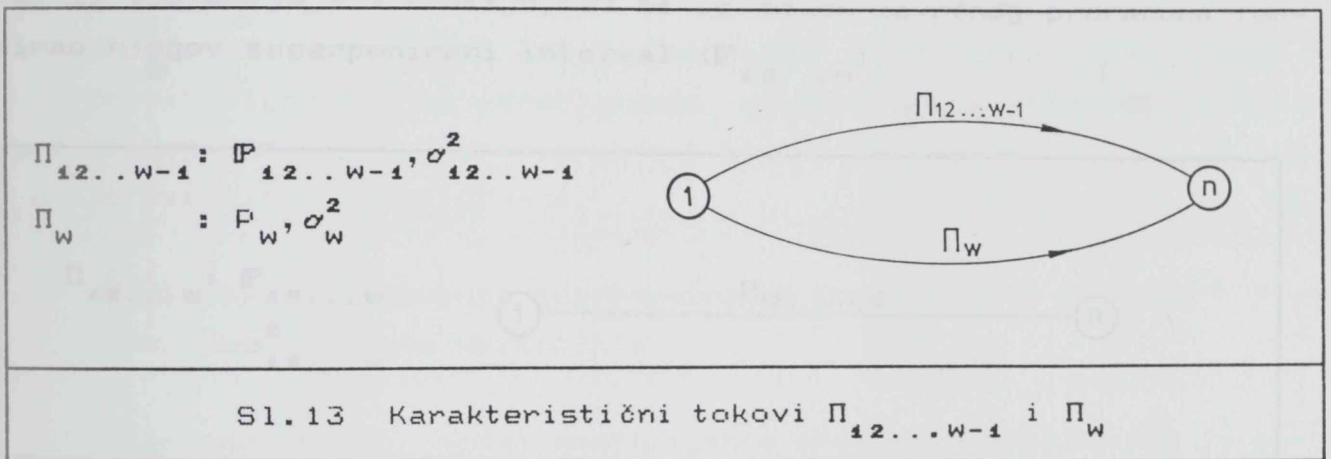
$$\Delta\sigma_{12\dots\nu,\nu+1}^2 = \bar{P}_{12\dots\nu}^2 \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) + (\bar{P}_{\nu+1}^2 + \sigma_{\nu+1}^2 - \sigma_{12\dots\nu}^2) \phi(-\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) + (\bar{P}_{12\dots\nu} + \bar{P}_{\nu+1}) \lambda_{12\dots\nu,\nu+1} \phi(\xi_{12\dots\nu,\nu+1}) - \bar{P}_{12\dots\nu,\nu+1}^2$$

gde su: $\lambda_{12\dots\nu,\nu+1} = \sqrt{\sigma_{12\dots\nu}^2 + \sigma_{\nu+1}^2}$,

$$\xi_{12\dots\nu,\nu+1} = \frac{1}{\lambda_{12\dots\nu,\nu+1}} (\bar{P}_{12\dots\nu} - \bar{P}_{\nu+1})$$
 (56)

⋮

w-ta iteracija: Superponiranje toka $\Pi_{12\dots w-1}$ i Π_w u tok $\Pi_{12\dots w-1,w}$



► Superponirano protočno vreme $\bar{P}_{12\dots w-1,w}$ iznosi

$$\bar{P}_{12\dots w-1,w} = \bar{P}_{12\dots w-1} \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) + \bar{P}_w \phi(-\xi_{12\dots w-1,w}) + \lambda_{12\dots w-1,w} \phi(\xi_{12\dots w-1,w})$$
 (57)

► Priraštaj protočnog vremena $\Delta\bar{P}_{12\dots w-1,w}$ iznosi (58)

$$\Delta\bar{P}_{12\dots w-1,w} = \lambda_{12\dots w-1,w} \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) + (\bar{P}_w - \bar{P}_{12\dots w-1}) \phi(-\xi_{12\dots w-1,w})$$

► Superponirana disperzija $\sigma_{12\dots w-1,w}^2$ iznosi (59)

$$\sigma_{12\dots w-1,w}^2 = (\bar{P}_{12\dots w-1}^2 + \sigma_{12\dots w-1}^2) \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) + (\bar{P}_w^2 + \sigma_w^2) \phi(-\xi_{12\dots w-1,w}) + (\bar{P}_{12\dots w-1} + \bar{P}_w) \lambda_{12\dots w-1,w} \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) - \bar{P}_{12\dots w-1,w}^2$$

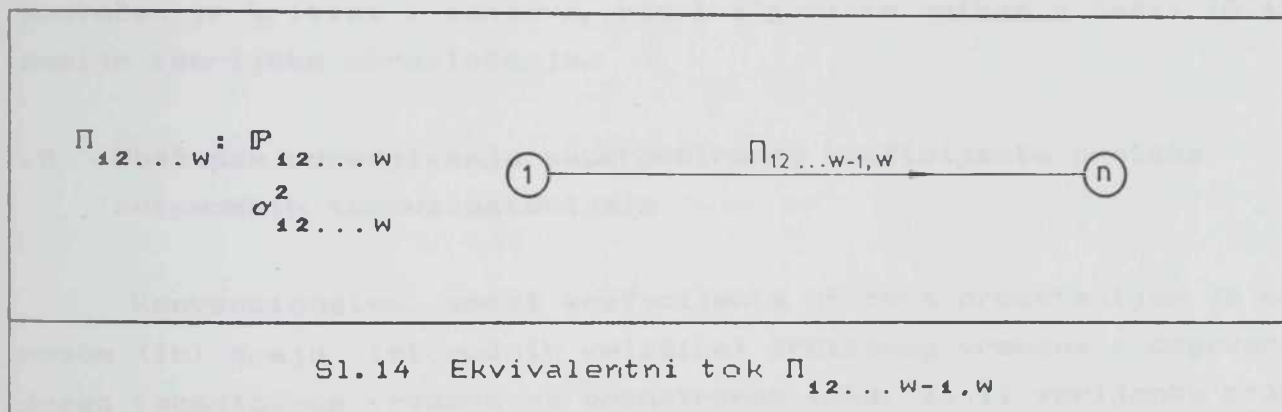
► Priraštaj superponirane disperzije $\Delta\sigma^2_{12\dots W-1,W}$ iznosi (60)

$$\Delta\sigma^2_{12\dots W-1,W} = \bar{P}_{12\dots W-1}^2 \phi(\xi_{12\dots W-1,W}) + (\bar{P}_W^2 + \sigma_W^2 - \sigma_{12\dots W-1}^2) \phi(-\xi_{12\dots W-1,W}) + (\bar{P}_{12\dots W-1} + \bar{P}_W) \lambda_{12\dots W-1,W} \phi(\xi_{12\dots W-1,W}) - \bar{P}_{12\dots W-1,W}^2$$

gde su: $\lambda_{12\dots W-1,W} = \sqrt{\sigma_{12\dots W-1}^2 + \sigma_W^2}$,

$$\xi_{12\dots W-1,W} = \frac{1}{\lambda_{12\dots W-1,W}} (\bar{P}_{12\dots W-1} - \bar{P}_W). \quad (61)$$

Iterativnim analitičkim postupcima superponiranja svih autonomnih tokova Π_{ν} ($\nu=1, \dots, W$) dobijamo jedan ekvivalentan tok $\Pi_{12\dots(W-1),W}$ (Sl.14). U tom smislu se vrednost protočnog vremena diskretno povećava, iz iteracije u iteraciju, da bi se nakon završnog proračuna formirao njegov superponirani interval ($\bar{P}_{12\dots W}$).



Sl.14 Ekvivalentni tok $\Pi_{12\dots W-1,W}$

Cilj primene prethodnih postupaka generalizacije Clarkovih jednačina i njegovih izvoda ΔP i $\Delta\sigma^2(P)$ je očigledno bio taj da se pronadje jedan ekvivalentan tok rednog tipa (sa svim karakterističnim parametrima koji ga odlikuju), kao odgovarajuća zamena za složenim tokovima paralelnog tipa.

1 Postupak odredjivanja kritičnog tehnološkog vremena II varijante tokova materijala

Kako se proces kretanja predmeta rada kod ove varijante tokova odvija nezavisno jedan od drugoga (Sl.06), merodavno tehnološko

vreme, potrebno za kasnije modeliranje koeficijenta protoka kroz mrežu, može se odrediti kao minimalna vrednost iz skupa posmatranih tehnoloških vremena T_{ν} ($\nu = \overline{1, w}$) na identifikovanim kritičnim protocima materijala. Dakle,

$$T = \min(T_1, T_2, \dots, T_{\nu}, \dots, T_w). \quad (62)$$

U realnim uslovima proizvodnje, javlja se slučaj da se maksimalno uočeno tehnološko vreme ne nalazi u okviru najdužeg protočnog vremena ($T_{\max} \neq P_{\max}$). Ova teza može važiti i u suprotnom slučaju, tj. da minimalno uočeno tehnološko vreme nekog toka, ne pripada najkraćem protočnom vremenu iz skupa posmatranih ($T_{\min} \neq P_{\min}$). Prethodna konstatacija prouzrokovana je činjenicom da se za neke proizvodne procese Π_{ν} -tog toka gubi u efektivnom vremenskom kapacitetu enormno mnogo (planirano ili neplanirano) medjuoperacijsko vreme. Prethodni algoritam za odredjivanje merodavnog tehnološkog vremena podložan je kritici i zahteva, kao i algoritam opisan u tački (2.4.6), dublje teorijsko obrazloženje.

2 Postupak odredjivanja superponiranog koeficijenta protoka autonomnih tokova materijala

Konvencionalno, model koeficijenta protoka predstavljen je odnosom (10) dvaju istorodnih veličina: protočnog vremena i odgovarajućeg tehnološkog vremena na posmatranom toku. Za II varijantu problema odredjivanja koeficijenta kritičnih protoka materijala se uslošnjava, s obzirom da se radi o kompleksnijoj mreži tokova, gde je svaki nezavisni tok karakterisan različitim vremenskim parametrima.

Kao i kod slučaja odredjivanja za upravljanje merodavnih vremenskih parametara i koeficijenti autonomnih tokova su veličine koje se superponiraju, tako da se u završnoj iteraciji dobija vrednost (F) ovog parametra, koja je veća od najvećeg uočenog parcijalnog koeficijenta na analiziranim kritičnim autonomnim tokovima.

$$\sup_{\nu} (f_{\nu}) = F \geq \max(f_1, f_2, \dots, f_{\nu}, \dots, f_w) \quad (63)$$

Da bi se pravilno analitički dobio izraz za superponirani koeficijent protoka materijala može se aplicirati, pogodnom transformacijom, već razvijen postupak zasnovan na Clarkovim jednačinama.

2.3.5 Transformacija Clarkovih jednačina

Problem analitičkog određivanja koeficijenta superponiranog kritičnog toka sličan je prethodnom problemu proračuna vremenskih parametara upravljanja. U strukturiranju algoritma za rešavanje ove varijante modela polazi se, takodje, od izvornih i izvedenih jednačina protoka. Ovim jednačinama rešavaju se ostali parametri protoka i to: koeficijent superponiranog protočnog vremena (\bar{P}) i njegova varijansa $\sigma^2(\bar{P})$. Za jednostavan orijentisani graf sa paralelnim tokovima materijala, od inicijalnog događaja (1) do terminalnog (n) srednja vrednost koeficijenta (\bar{P}), nakon transformacije jednačine (37), iznosi:

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{\bar{P}_1}{T} \phi(\xi_{1,2}) + \frac{\bar{P}_2}{T} \phi(-\xi_{1,2}) + \lambda \cdot \phi(\xi_{1,2}), \\ \bar{F} &= \bar{F}_1 \phi(\xi_{1,2}) + \bar{F}_2 \phi(-\xi_{1,2}) + \lambda \cdot \phi(\xi_{1,2}),\end{aligned}\quad (64)$$

$$\lambda = \sqrt{(\sigma_1/T)^2 + (\sigma_2/T)^2} = \sqrt{\sigma^2(f_1) + \sigma^2(f_2)} \quad \text{i} \quad \xi = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\bar{P}_1}{T} - \frac{\bar{P}_2}{T} \right) = \frac{1}{\lambda} (\bar{F}_1 - \bar{F}_2), \quad (65)$$

$$\text{gde je:} \quad T = \min(T_1, T_2), \quad (66)$$

dok je varijansa koeficijenta superponiranog toka dobijena kao:

$$\frac{\sigma^2(\bar{P})}{T^2} = \frac{1}{T^2} \left\{ (\bar{P}_1^2 + \sigma_1^2) \phi(\xi) + (\bar{P}_2^2 + \sigma_2^2) \phi(-\xi) + (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \cdot \lambda \cdot \phi(\xi) - \bar{P}^2 \right\},$$

$$\sigma^2(\bar{F}) = [\bar{F}_1^2 + \sigma^2(f_1)] \phi(\xi) + [\bar{F}_2^2 + \sigma^2(f_2)] \cdot \phi(-\xi) + (\bar{F}_1 + \bar{F}_2) \cdot \lambda \cdot \phi(\xi) - \bar{F}^2. \quad (67)$$

.1 Priraštaj koeficijenta protoka materijala za kritičan i subkritičan tok (za $w=2$)

Na osnovu poznate funkcije raspodele superponiranog protočnog vremena može se kvantifikovati priraštaj koeficije (\bar{F}) u odnosu na parametar (\bar{F})—jednoznačno utvrđenog očekivanog koeficijenta kritičnog toka (Π_c). Za elementarnu mrežu sa autonomnim tokovima (Π_1) i (Π_2), taj priraštaj ($\Delta \bar{F}_{1,2}$) ili "superponirani ekstrakt", nakon jednostavnijeg izvodjenja, slično kao i u postupku (38), iznosi:

$$\Delta \bar{F}_{1,2} = \lambda \cdot \phi(\xi_{1,2}) + (\bar{F}_2 - \bar{F}_1) \phi(-\xi_{1,2}) \geq 0. \quad (68)$$

.2 Priraštaj varijanse koeficijenta protoka materijala za kritičan i subkritičan tok (za $w=2$)

Vrednost ovog parametra $\Delta\sigma^2(F)$ izvodi se postupkom utvrđivanja razlike između varijanse superponiranog koeficijenta protoka $\sigma^2(F)$ i istovredne vrednosti $\sigma^2(f)$ dobijene na osnovu standardne analize kritičnog protočnog vremena. Ako je npr. očekivani kritičan tok (Π_1), tada je $\sigma_1^2 = \sigma^2(f)$. Posle sredjivanja jednačine i svodjenja na očekivane vrednosti, sledi:

$$\Delta\sigma^2(F) = \bar{F}_1^2 \cdot \phi(\xi) + [(\bar{F}_2^2 + \sigma^2(f_2) - \sigma^2(f_1))] \phi(-\xi) + (\bar{F}_1 + \bar{F}_2) \lambda \cdot \phi(\xi) - F^2 \geq 0 \quad (69)$$

.3 Razvoj i generalizacija jednačina protoka za proračun koeficijenata protoka autonomnih tokova ($w \geq 2$)

Modeli Clarka mogu se proširiti i uopštiti na složenijim varijantama kritičnih protoka (za $w \geq 2$) mrežne PD-strukture, sa istim ili različitim očekivanim vremenima realizacije pojedinih autonomnih tokova. Tok postupaka razvoja jednačina protoka u cilju parametrizacije koeficijenta protoka mreže za neograničen broj paralelnih tokova može se realizovati, kako je konstatovano, iterativnim putem. Nakon završne iteracije dobijamo sledeći skup parametara vezanih za rezultujućii koeficijent protoka:

► Superponirani koeficijent protoka $\bar{F}_{12\dots w-1,w}$:

$$\bar{F}_{12\dots w-1,w} = \bar{F}_{12\dots w-1} \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) + \bar{F}_w \cdot \phi(-\xi_{12\dots w-1,w}) + \lambda_{12\dots w-1,w} \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) \quad (70)$$

► Priraštaj superponiranog koeficijenta protoka $\Delta\bar{F}_{12\dots w-1,w}$ je (71)

$$\Delta\bar{F}_{12\dots w-1,w} = \lambda_{12\dots w-1,w} \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) + (\bar{F}_w - \bar{F}_{12\dots w-1}) \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) \quad (71)$$

► Superponirana disperzija $\sigma^2(F_{12\dots w-1,w})$ iznosi: (72)

$$\sigma^2(F_{12\dots w-1,w}) = [(\bar{F}_{12\dots w-1}^2 + \sigma^2(F_{12\dots w-1})) \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) + [(\bar{F}_w^2 + \sigma^2(f_w))] \cdot \phi(-\xi_{12\dots w-1,w}) + (\bar{F}_{12\dots w-1} + \bar{F}_w) \lambda_{12\dots w-1,w} \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) - \bar{F}_{12\dots w-1,w}^2 \quad (72)$$

► Priraštaj superponirane disperzije $\Delta\sigma^2(F_{12\dots w-1,w})$ iznosi (73)

$$\Delta\sigma^2(F_{12\dots w-1,w}) = \overline{F}_{12\dots w-1}^2 \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) + [(\overline{f}_w^2 + \sigma^2(f_w) - \sigma^2(F_{12\dots w-1})) \cdot \phi(-\xi_{12\dots w-1,w} + (\overline{F}_{12\dots w-1} + \overline{f}_w) \lambda_{12\dots w-1,w}) \phi(\xi_{12\dots w-1,w}) - \overline{F}_{12\dots w-1}^2]$$

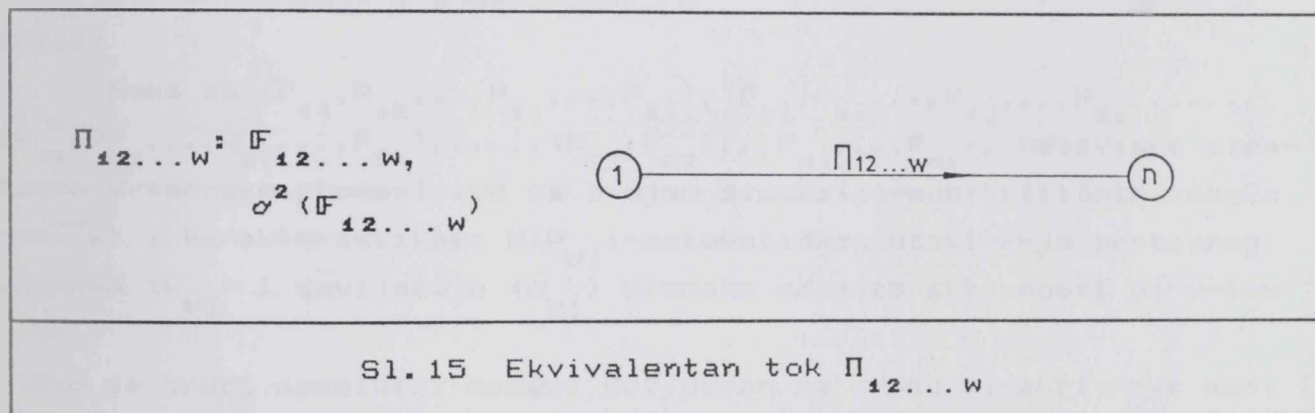
gde su:

$$\lambda_{12\dots w-1,w} = \sqrt{\sigma^2(F_{12\dots w-1}) + \sigma^2(f_w)},$$

$$\xi_{12\dots w-1,w} = \frac{1}{\lambda_{12\dots w-1,w}} (\overline{F}_{12\dots w-1} - \overline{f}_w). \quad (74)$$

Pri šemu je usvojeno da je: $T = \min_{\nu} (T_1, T_2, \dots, T_{\nu}, \dots, T_w)$. (75)

Analitičkim postupcima ($\overline{1,w}$) superponiranja svih autonomnih tokova Π_{ν} ($\nu=1,\overline{w}$) dobijamo jedan ekvivalentan tok $\Pi_{12\dots w}$ (Sl.15).



Značaj prethodnih rezultata proračunavanja parametara superponiranih tokova: $\overline{P}, \sigma^2(P), \overline{\Delta P}, \Delta\sigma^2(P), \overline{F}, \sigma^2(F), \overline{\Delta F}$ i $\Delta\sigma^2(F)$, je vrlo velik, naročito u uslovima postojanja većeg broja paralelnih tokova sa sličnim indeksom kritičnosti.

.4 Postupak odredjivanja izvesnosti realizacije svih autonomnih tokova materijala u planiranom roku

U II varijanti gde su nam posmatrani tokovi kritični, odnosno subkritični, pitanje izvesnosti realizacije kompletne proizvodnje, do roka (T_p) nameće se kao imperativ. Pod kompletiranjem proizvodnje, sa stanovišta mrežnog upravljanja, smatra se da su svi elementi: podsklopovi, sklopovi ili proizvodi pristigli u trenutku koji je plani-

ran projektom i terminiran je događajem (n). Definisanje izvesnosti, u ovom slučaju, može se izvesti egzaktno na osnovu **centralne granične teoreme**, i to njenim uopštavanjem za slučaj pojave:

- ▶ više kritičnih i subkritičnih tokova;
- ▶ kada se ν -ti tok sastoji od odredjenog broja k -elementarnih aktivnosti (tokova). ν_j -ta aktivnost može biti normalno distribuirana, medjutim, u realnim uslovima nema se dokaza koja je distribucija u pitanju. Uopštena CGT uzima u obzir i taj slučaj na osnovu teoreme Ljapunova;
- ▶ koncepcija uopštavanja CGT najvećim delom se oslanja na materiju o dokazu CGT-jednodimenzionalne slučajno promenljive veličine, iznete u referenci Cramera /09/. Uopštavanje se vrši na bazi analize w -dimenzionalnih aleatornih promenljivih intervala protoka, koje čine praktično sistem nezavisnih w -kritičnih, odnosno subkritičnih aktivnosti i događaja.

Dokaz:

Neka su $(P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1j}, \dots, P_{1k}), (P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2j}, \dots, P_{2k}), \dots, (P_{\nu 1}, P_{\nu 2}, \dots, P_{\nu j}, \dots, P_{\nu k}), \dots, (P_{w1}, P_{w2}, \dots, P_{wj}, \dots, P_{wk})$, nezavisne aleatorno vremenske promenljive sa brojem dimenzija-sub/kritičnih tokova ($\nu = \overline{1, w}$) i karakteristikama $M(P_{\nu j})$ -matematičkog očekivanja protočnog vremena ($P_{\nu j}$) i devijacije ($\sigma_{\nu j}$) vremena od j -te aktivnosti na ν -tom toku.

Ako je treći apsolutni moment definisan za svaku ν_j -aktivnost kao:

$$\rho_{\nu j}^3 = M(|P_{\nu j} - M(P_{\nu j})|^3) \quad (76)$$

i ako je takav: moment, devijacija i očekivana vrednost za svaki kritičan tok (Π_ν), respektivno dat kao:

$$\rho_\nu^3 = \rho_{\nu 1}^3 + \rho_{\nu 2}^3 + \dots + \rho_{\nu j}^3 + \dots + \rho_{\nu k}^3 = \sum_{j=1}^k \rho_{\nu j}^3, \quad (77)$$

$$\sigma_\nu^2 = \sigma_{\nu 1}^2 + \sigma_{\nu 2}^2 + \dots + \sigma_{\nu j}^2 + \dots + \sigma_{\nu k}^2 = \sum_{j=1}^k \sigma_{\nu j}^2, \quad (78)$$

$$\bar{P}_\nu = \bar{P}_{\nu 1} + \bar{P}_{\nu 2} + \dots + \bar{P}_{\nu j} + \dots + \bar{P}_{\nu k} = \sum_{j=1}^k \bar{P}_{\nu j}, \quad (79)$$

prethodne tri jednačine su važeće uz ispunjenje sledećih uslova:

- ▶ da su za svako ($P_{\nu j}$), drugi i treći apsolutni momenti ograničeni tj. konačni;
- ▶ sve aleatorno promenljive ($P_{\nu j}$) medju sobom su nezavisne;

- ▶ da je j -broj aktivnosti dovoljno veliki. "Već za $j=12$ aproksimacije su veoma dobre i može se koristiti forma $\mathcal{N}: [0, 1]$ " /28/;
- ▶ bar jedna od raspodela elementarnih protočnih vremena $(P_{\nu j})$, na ν -tom toku mora biti otvorenog tipa. Sa obe strane funkcija raspodele se mora prostirati u intervalu $[-\infty, +\infty]$;
- ▶ prethodni uslov ekvivalentan je primeru kada su bar dve raspodele dvaju aktivnosti na ν -tom toku poluotvorenog tipa, od kojih se za jednu aktivnost raspodela prostire u intervalu $[-\infty, M(P_{\nu j})]$, a za drugu u intervalu $[M(P_{\nu j}), +\infty]$;
- ▶ ako su sve raspodele aktivnosti na kritičnom, subkritičnom ili nekritičnom toku zatvorenog tipa, npr. β ili \mathcal{U} , tada će rezultujuća promenljiva po obliku težiti \mathcal{N} -raspodeli, međjutim, po intervalu prostiranja ona će uvek biti zatvorena;

Uz prethodne pretpostavke i ispunjenje sledećih uslova Ljapunova /31/, koji su dati putem relacija:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\rho_1}{\sigma_1} \right) = 0, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\rho_2}{\sigma_2} \right) = 0, \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\rho_\nu}{\sigma_\nu} \right) = 0, \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\rho_w}{\sigma_w} \right) = 0 \quad (80)$$

u tom slučaju se rezultujuća promenljiva ν -tog toka pokorava zakonu normalne raspodele sa karakteristikom $\mathcal{N}_\nu: [M(P_\nu), \sigma_\nu]$, bez obzira na distribuciju parcijalnih aleatorno promenljivih aktivnosti $(P_{\nu j})$.

U specijalnom slučaju kada su sve posmatrane promenljive $(P_{\nu j})$ jednako distribuirane, tj. kada se može napisati da je:

$$\bar{P}_\nu^g = k \cdot \bar{P}_{\nu j}^g, \quad \sigma_\nu^2 = k \cdot \sigma_{\nu j}^2 \quad \text{i} \quad \bar{P}_\nu = k \cdot \bar{P}_{\nu j}, \quad (81)$$

imamo sledeću situaciju,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\rho_\nu}{\sigma_\nu} \right) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(k^{-\frac{1}{g}} \cdot \frac{\rho_{\nu k}}{\sigma_\nu} \right) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(k^{-\frac{1}{g}} \cdot \frac{\rho_\nu}{\sigma_\nu} \right) = 0. \quad (82)$$

što nije protivrečno iznetim stavovima (80). Ovakve postavke stvaraju mogućnost za dokaz Ljapunove CGT za slučaj postojanja višedimenzionalnih aleatorno promenljivih aktivnosti u tokovima sa aplikacijom na stohastički mrežni model kritičnih tokova materijala. U tom smislu, označimo sa $\theta_{\nu j}(t_\nu)$, karakterističnu funkciju izvodnice od νj -te aktivnosti kritičnom/subkritičnom toku. Ako je $(P_{\nu j} - \bar{P}_{\nu j})$ centrirana vrednost, a $(P_{\nu j} - \bar{P}_{\nu j}) / \sigma_{\nu j}$ standardizovana vrednost od elementarnog protočnog vremena $(P_{\nu j})$, razvojem u McLaurinov red dobijamo sledeći

oblik funkcije izvodnice (prema /09/),

$$\theta_{\nu_j}(t_\nu) = M(\exp[it_\nu(\rho_{\nu_j} - \bar{\rho}_{\nu_j})]) = 1 - \sigma_{\nu_j} \frac{t_\nu^2}{2} + \rho_{\nu_j} \frac{t_\nu^3}{6}, \quad (83)$$

odnosno standardniji oblik:

$$\theta_{\nu_j} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_j}} \right) = 1 - \frac{\sigma_{\nu_j}^2}{\sigma_{\nu_j}} \cdot \frac{t_\nu^2}{2} + \rho_{\nu_j} \frac{t_\nu^3}{\sigma_{\nu_j}^3} \cdot \frac{t_\nu^3}{6}. \quad (84)$$

Karakteristična funkcija, za slučaj ν -te rezultujuće promenljive jednaka je proizvodu karakterističnih funkcija od ν_j -te promenljive aktivnosti u protoku, tj.

$$\theta_{\nu_1} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_1}} \right) \theta_{\nu_2} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_2}} \right), \dots, \theta_{\nu_j} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_j}} \right), \dots, \theta_{\nu_k} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_k}} \right) = \prod_{j \in \pi_\nu} \theta_{\nu_j} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_j}} \right) = \prod_{j \in \pi_\nu} \left(1 - \frac{\sigma_{\nu_j}^2}{\sigma_{\nu_j}^2} \cdot \frac{t_\nu^2}{2} + \rho_{\nu_j} \frac{t_\nu^3}{\sigma_{\nu_j}^3} \cdot \frac{t_\nu^3}{6} \right). \quad (85)$$

Uopšteno za sve posmatrane aktivnosti u intervalima kritičnih protoka ($\nu = \overline{1, w}$) uočavaju se ukupno ($k \times w$) karakterističnih funkcija:

$$\theta(t_1, t_2, \dots, t_\nu, \dots, t_w) = \prod_{\nu=1}^w \left\{ \prod_{j=1}^{\nu} \theta_{\nu_j} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_j}} \right) \right\} = \prod_{\nu=1}^w \left\{ \prod_{j=1}^{\nu} \left(1 - \frac{\sigma_{\nu_j}^2}{\sigma_{\nu_j}^2} \cdot \frac{t_\nu^2}{2} + \rho_{\nu_j} \frac{t_\nu^3}{\sigma_{\nu_j}^3} \cdot \frac{t_\nu^3}{6} \right) \right\} \quad (86)$$

Karakteristična funkcija druge vrste definisana je kao $\psi = \ln(\theta)$ i u konkretnom slučaju dobija oblik:

$$\psi(t_1, t_2, \dots, t_\nu, \dots, t_w) = \ln[\theta(t_1, t_2, \dots, t_\nu, \dots, t_k)] = \ln \left\{ \prod_{\nu=1}^w \left(\prod_{j=1}^{\nu} \theta_{\nu_j} \left(\frac{t_\nu}{\sigma_{\nu_j}} \right) \right) \right\},$$

odnosno:

$$\psi(t_1, t_2, \dots, t_\nu, \dots, t_w) = \sum_{\nu=1}^w \left\{ \sum_{j=1}^{\nu} \left(1 - \frac{\sigma_{\nu_j}^2}{\sigma_{\nu_j}^2} \cdot \frac{t_\nu^2}{2} + \rho_{\nu_j} \frac{t_\nu^3}{\sigma_{\nu_j}^3} \cdot \frac{t_\nu^3}{6} \right) \right\}. \quad (88)$$

Uvodjenjem oznake,

$$\mathfrak{Z}_{\nu_j} = - \frac{\sigma_{\nu_j}^2}{\sigma_{\nu_j}^2} \cdot \frac{t_\nu^2}{2} + \rho_{\nu_j} \frac{t_\nu^3}{\sigma_{\nu_j}^3} \cdot \frac{t_\nu^3}{6}, \quad (89)$$

dobijamo formalno skraćen izraz:

$$\psi(t_1, t_2, \dots, t_\nu, \dots, t_w) = \sum_{\nu=1}^w \left\{ \sum_{j=1}^{\nu} \ln(1 + \mathfrak{Z}_{\nu_j}) \right\}. \quad (90)$$

Uvažavajući uslov $\lim_{k \rightarrow \infty} (\rho_{\nu_j} / \sigma_{\nu_j}) = 0$, koji je postignut za neograničeno velike vrednosti (k) u ν -tom toku, sledi na osnovu /09/:

$$\frac{\rho_{\nu_j}}{\sigma_{\nu_j}} \leq \frac{\rho_{\nu_j}}{\sigma_{\nu_j}}. \quad (91)$$

Za svako σ_{ν_j} i ρ_{ν_j} možemo postaviti $\sigma_{\nu_j}^2 \leq \rho_{\nu_j}^2$, odnosno $\sigma_{\nu_j}^2 = \rho_{\nu_j}^2$

(89), tako da izraz (89) dobija oblik:

$$\mathfrak{Z}_{\nu j} = \frac{\rho_{\nu j}^3}{\sigma_{\nu}^3} \cdot \frac{t_{\nu}^3}{6} - \frac{\rho_{\nu j}^2}{\sigma_{\nu}^2} \cdot \frac{t_{\nu}^2}{2} + \frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}} \cdot \frac{t_{\nu}}{6} - \frac{\rho_{\nu j}^2}{\sigma_{\nu}^2} \cdot \frac{t_{\nu}^2}{2} \quad (92)$$

Razvojem ln-funkcije preko Taylorovog reda /52/ do aproksimativnog oblika koji je pogodan za dalji proračun,

$$\ln(1+G) = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s G^s}{s} = G + \frac{G^2}{2} - \frac{G^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{s-1} G^s}{s} - \frac{(-1)^s G^{s+1}}{(s+1)(1+\gamma G)^{s+1}}, \quad (93)$$

tj. $\ln(1+G) = G + \varepsilon G^2$ ($0 \leq \varepsilon \leq 1$), ili konkretno: (94)

$$\ln(1+\mathfrak{Z}_{\nu j}) = \mathfrak{Z}_{\nu j} + \varepsilon \mathfrak{Z}_{\nu j}^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^2 t_{\nu}^2 - \frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^3 t_{\nu}^3 - \varepsilon \left[\frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^3 t_{\nu}^3 - 3 \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^2 t_{\nu}^2 \right]^2.$$

Posle sredjivanja, (95)

$$\ln(1+\mathfrak{Z}_{\nu j}) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^2 t_{\nu}^2 - \frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^3 t_{\nu}^3 - \frac{\varepsilon \theta^2}{36} \left[\left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^6 t_{\nu}^6 - 6 \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^5 t_{\nu}^5 + 9 \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^4 t_{\nu}^4 \right],$$

i posle sumiranja $\sum_{\nu=1}^w \sum_{j=1}^k \ln(1+\mathfrak{Z}_{\nu j}) = \psi(t)$ sledi: (96)

$$\psi(t) = \sum_{\nu=1}^w \sum_{j=1}^k \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^2 t_{\nu}^2 - \frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^3 t_{\nu}^3 - \frac{\varepsilon \theta^2}{36} \left[\left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^6 t_{\nu}^6 - 6 \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^5 t_{\nu}^5 + 9 \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^4 t_{\nu}^4 \right] \right\}.$$

Razvojem date sume ($\nu=1, w$) u red dobija se $\psi(t_1, t_2, \dots, t_{\nu}, \dots, t_w) =$

$$\begin{aligned} \psi(t) = & \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \left(\frac{\sigma_{1j}}{\sigma_1}\right)^2 t_1^2 - \frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{1j}}{\sigma_1}\right)^3 t_1^3 - \frac{\varepsilon \theta^2}{36} \sum_{j=1}^k \left[\left(\frac{\rho_{1j}}{\sigma_1}\right)^6 t_1^6 - 6 \left(\frac{\rho_{1j}}{\sigma_1}\right)^5 t_1^5 + 9 \left(\frac{\rho_{1j}}{\sigma_1}\right)^4 t_1^4 \right] \right\} + \\ & + \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \left(\frac{\sigma_{2j}}{\sigma_2}\right)^2 t_2^2 - \frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{2j}}{\sigma_2}\right)^3 t_2^3 - \frac{\varepsilon \theta^2}{36} \sum_{j=1}^k \left[\left(\frac{\rho_{2j}}{\sigma_2}\right)^6 t_2^6 - 6 \left(\frac{\rho_{2j}}{\sigma_2}\right)^5 t_2^5 + 9 \left(\frac{\rho_{2j}}{\sigma_2}\right)^4 t_2^4 \right] \right\} + \\ & \vdots \\ & + \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \left(\frac{\sigma_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^2 t_{\nu}^2 - \frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^3 t_{\nu}^3 - \frac{\varepsilon \theta^2}{36} \sum_{j=1}^k \left[\left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^6 t_{\nu}^6 - 6 \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^5 t_{\nu}^5 + 9 \left(\frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}}\right)^4 t_{\nu}^4 \right] \right\} + \\ & \vdots \\ & + \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \left(\frac{\sigma_{wj}}{\sigma_w}\right)^2 t_w^2 - \frac{\theta}{6} \left(\frac{\rho_{wj}}{\sigma_w}\right)^3 t_w^3 - \frac{\varepsilon \theta^2}{36} \sum_{j=1}^k \left[\left(\frac{\rho_{wj}}{\sigma_w}\right)^6 t_w^6 - 6 \left(\frac{\rho_{wj}}{\sigma_w}\right)^5 t_w^5 + 9 \left(\frac{\rho_{wj}}{\sigma_w}\right)^4 t_w^4 \right] \right\} \end{aligned}$$

Uvažavajući rezultujućii treći apsolutni moment (76) i rezultujuću varijansu (78) kao i uslove (80), odnosno:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\rho_{\nu}^3}{\sigma_{\nu}^3} = 0, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\rho_{\nu j}}{\sigma_{\nu}} = 0 \quad \text{i} \quad \sum_{j=1}^k \frac{\sigma_{\nu j}^2}{\sigma_{\nu}^2} = 1, \quad (97)$$

sledi da je:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \psi(t_1, t_2, \dots, t_{\nu}, \dots, t_w) = -\frac{t_1^2}{2} - \frac{t_2^2}{2}, \dots, -\frac{t_{\nu}^2}{2}, \dots, -\frac{t_w^2}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{\nu=1}^w t_{\nu}^2. \quad (98)$$

Inverzijom dobijamo karakterističnu funkciju prve vrste:

$$\vartheta(t) = \vartheta(t_1, t_2, \dots, t_{\nu}, \dots, t_w) = \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \sum_{\nu=1}^w t_{\nu}^2\right). \quad (99)$$

Karakterističnu funkcija standardizovane normalno distribuirane visedimenzionalne aleatorno promenljive veličine, možemo definisati Cauchyjevom teoremom, iz teorije funkcija, gde još jednom dokazujemo već dobijeni rezultat (99).

Kako je prema Cauchyjevoj teoremi integral funkcije određene promenljive $\exp(-1/2 \cdot U^2)$ duž jedne zatvorene konture jednak nuli (prema /31/), tako da i sama funkcija teži nuli. Cauchyjev integral duž zatvorene kompleksne poliravnini konvergira ka vrednosti datoj u sledećem postupku:

$$\begin{aligned} \vartheta(t_1, t_2, \dots, t_{\nu}, \dots, t_w) &= \vartheta(t_1) \vartheta(t_2) \dots \vartheta(t_{\nu}) \dots \vartheta(t_w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(it_1 U_1 - \frac{1}{2} U_1^2) dU_1 \cdot \\ &\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(it_2 U_2 - \frac{1}{2} U_2^2) dU_2 \cdot \dots \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(it_{\nu} U_{\nu} - \frac{1}{2} U_{\nu}^2) dU_{\nu} \cdot \dots \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(it_w U_w - \frac{1}{2} U_w^2) dU_w \\ \vartheta(t) &= (2\pi)^{-\frac{w}{2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i \sum_{\nu=1}^w t_{\nu} U_{\nu} - \frac{1}{2} U_{\nu}^2) dU_1 dU_2, \dots, dU_w \end{aligned} \quad (100)$$

Svaki integral ν -te dimenzije sformljen je na osnovu:

$$\vartheta(t_{\nu}) = M[\exp(it_{\nu} U_{\nu})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{it_{\nu} U_{\nu}} e^{-\frac{1}{2} U_{\nu}^2} dU_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{it_{\nu} U_{\nu} - \frac{1}{2} U_{\nu}^2} dU_{\nu}. \quad (101)$$

Posle sredjivanja dobijamo,

$$\vartheta(t_1, t_2, \dots, t_{\nu}, \dots, t_w) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{w}{2}}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^w t_{\nu}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^w (U_{\nu} - it_{\nu})^2} dU_1 dU_2, \dots, dU_w. \quad (102)$$

Nakon manjih transformacija slede konačne jednostavne vrednosti w -strukog integrala:

$$\vartheta(t) = \vartheta(t_1, t_2, \dots, t_{\nu}, \dots, t_w) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{w}{2}}} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \dots (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^w t_{\nu}^2\right). \quad (103)$$

Prema prethodnom dobija se da je:

$$\vartheta(t) = \vartheta(t_1, t_2, \dots, t_\nu, \dots, t_w) = \vartheta(t_1) \vartheta(t_2) \dots \vartheta(t_\nu) \dots \vartheta(t_w) = \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^w t_\nu^2\right). \quad (104)$$

Usaglašavanjem izraza (99) sa (104) predstavlja dokaz CGT za slučaj više protočnih autonomnih tokova sa aleatorno promenljivim karakteristikama normirane vrednosti aktivnosti ($U_{\nu j}$) aktivnosti ($P_{\nu j}$) i odgovarajuće devijacije ($\sigma_{\nu j}$). Ovako složenoj karakterističnoj funkciji odgovara funkcija gustine raspodele verovatnoće realizacije posmatranih kritičnih protoka, kao:

$$\varphi(U_1, U_2, \dots, U_\nu, \dots, U_w) = \prod_{\nu=1}^w \left\{ \frac{1}{\sigma_\nu \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{P_\nu - \bar{P}_\nu}{\sigma_\nu}\right)^2\right] \right\} \quad \text{ili} \quad (105)$$

$$\varphi(U_1, U_2, \dots, U_\nu, \dots, U_w) = \frac{(2\pi)^{-w/2}}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_\nu \dots \sigma_w} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^w \left(\frac{P_\nu - \bar{P}_\nu}{\sigma_\nu}\right)^2\right\}, \quad (106)$$

gde je: $\varphi(U) = \varphi(U_1, U_2, \dots, U_\nu, \dots, U_w) = \varphi(U_1) \varphi(U_2) \dots \varphi(U_\nu) \dots \varphi(U_w)$.

Tada funkcija raspodele verovatnoće dobija oblik: (107)

$$\phi(U) = \phi(U_1, U_2, \dots, U_\nu, \dots, U_w) = \int_{-\infty}^{U_1} \int_{-\infty}^{U_2} \dots \int_{-\infty}^{U_\nu} \dots \int_{-\infty}^{U_w} \varphi(U_1, U_2, \dots, U_\nu, \dots, U_w) dU_1 dU_2 \dots dU_w.$$

Ovakva verovatnoća može se izraziti i kao proizvod (presek) pojedinačnih funkcija raspodela verovatnoća,

$$\phi(U) = \phi(U_1, U_2, \dots, U_\nu, \dots, U_w) = \phi(U_1) \phi(U_2) \dots \phi(U_\nu) \dots \phi(U_w) \quad (108)$$

i praktično predstavlja verovatnoću realizacije svih aktivnosti na kritičnim, odnosno subkritičnim tokovima Π_ν ($\nu = \overline{1, w}$). U slučaju da je $\phi(U_\nu)$ jednako:

$$\phi(U_\nu) = \phi\left\{\frac{T_P - \bar{P}_\nu}{\sigma_\nu}\right\}, \quad (109)$$

rezultujuća neizvesnost iznosiće:

$$\phi[T_P \geq \bar{P}_\nu] = \prod_{\nu=1}^w \phi\left\{\frac{T_P - \bar{P}_\nu}{\sigma_\nu}\right\} \geq 1 - \alpha, \quad (110)$$

što predstavlja konačno analitičko rešenje postavljenog modela izvesnosti realizacije svih autonomnih tokova u planiranom vremenu (T_P).

2.4 KVANTIFIKACIJA OSNOVNIH VREMENSKIH PARAMETARA III VARIJANTE KRITICNIH TOKOVA MATERIJALA

Najopštijim modelom kritičnih tokova materijala može se smatrati ona varijanta (c) gde određeni broj kritičnih aktivnosti predstavlja zajedničku komponentu tj. uniju više kritičnih/subkritičnih protoka, dok su u ostalim fazama tokova kritične aktivnosti lokalno autonomne. Očigledno je da je ova varijanta nastala integracijom modela prethodnih dvaju varijanata tokova, strukturiranih od rednih i paralelnih stohastičkih aktivnosti i determinisanih događaja. U tom smislu, ona predstavlja opštu varijantu protoka sa autonomno-unijatnim kritičnim, subkritičnim i nekritičnim tokovima materijala.

Da bi se rešio problem kvantifikacije upravljačkih parametara protoka ove najsloženije varijante kritičnih tokova materijala potrebno je dekomponovati mrežu tokova do tog nivoa da se prepoznaju varijante tipa rednih (I varijanta) i paralelnih tj. lokalno autonomnih tokova (II varijanta) (Sl.16). U tom smislu, kombinacijom Clarkovih jednačina i CGT-a može se razviti skup postupaka za rešavanje opšteg modela kritičnih protoka materijala PD-strukture.

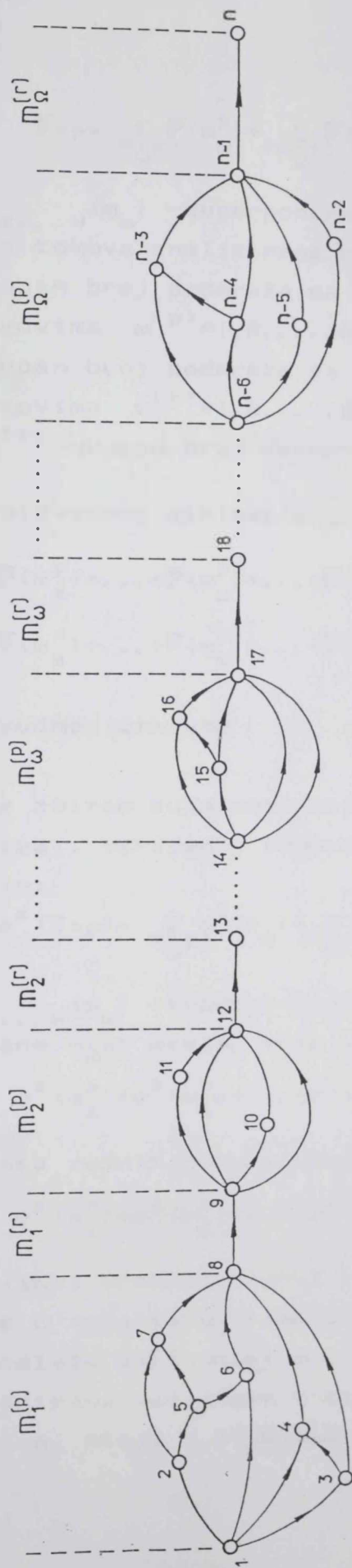
.1 Postupak određivanja osnovnih vremenskih parametara autonomno-unijatnih tokova

Postupak kvantifikacije parametara protoka: superponiranog protočnog vremena i njegove varijanse (kao i njihovog priraštaja), superponiranog koeficijenta protoka, tehnološkog ciklusa i izvesnosti realizacije projekta tokova u planiranom roku, dodatno se usložnjava u odnosu na prethodnu varijantu sa čisto autonomnim kritičnim tokovima.

Problem se u početnim etapama rešava parcijalno sve do konačne integracije dobijenih rezultata razvijenih i primenjenih algoritama.

.2 Rezultujuće superponirano protočno vreme-proizvodni ciklus

Koristeći dobijene rezultate završne iteracije kvantifikacije protočnog vremena u odeljku (2.2) i rezultate postignute u odeljku (2.3) za istorodni parametar, može se analitički definisati očekivani proizvodni ciklus, kao ukupno potrebno vreme realizacije projekta



gde su: $\omega^{(p)} = \overline{1, \Omega}^{(p)}$
 $\omega^{(r)} = \overline{1, \Omega}^{(r)}$
 $\Omega = \Omega^{(p)} + \Omega^{(r)}$

Sl. 16 Orijentisani graf opšteg modela kritičnih protoka materijala PD-mrežne strukture

tokova materijala;

$$\bar{T}_{cp} = \sum_{m_{\omega}^{(p)}} \bar{P}(m_{\omega}^{(p)}) + \sum_{m_{\omega}^{(r)}} \bar{P}(m_{\omega}^{(r)}), \quad (111)$$

Gde su: $\blacktriangleright \bar{P}(m_{\omega}) = \bar{P}_{12\dots w}(m_{\omega})$ -superponirano protočno vreme paralelnih tokova analizirane $m_{\omega}^{(p)}$ mreže,

$\blacktriangleright \Omega^{(p)}$ -ukupan broj podmreža sa isključivo autonomnim tokovima $\omega^{(p)} = 1, 2, \dots, \Omega^{(p)}$,

$\blacktriangleright \Omega^{(r)}$ -ukupan broj podmreža sa isključivo rednim tokovima $\omega^{(r)} = 1, 2, \dots, \Omega^{(r)}$,

$\blacktriangleright \Omega = \Omega^{(p)} + \Omega^{(r)}$ -ukupan broj dekomponovanih mreža,

pa se komponente proizvodnog ciklusa mogu razložiti kao sabirci:

$$\sum_{m_{\omega}^{(p)}} \bar{P}(m_{\omega}^{(p)}) = \bar{P}(m_{\omega_1}^{(p)}) + \bar{P}(m_{\omega_2}^{(p)}) + \dots + \bar{P}(m_{\omega}^{(p)}) + \dots + \bar{P}(m_{\Omega}^{(p)}) \quad [\omega^{(p)} \in \Omega^{(p)}], \quad (112)$$

$$\sum_{m_{\omega}^{(r)}} \bar{P}(m_{\omega}^{(r)}) = \bar{P}(m_{\omega_1}^{(r)}) + \bar{P}(m_{\omega_2}^{(r)}) + \dots + \bar{P}(m_{\omega}^{(r)}) + \dots + \bar{P}(m_{\Omega}^{(r)}) \quad [\omega^{(r)} \in \Omega^{(r)}]. \quad (113)$$

.3 Varijansa proizvodnog ciklusa

Predstavlja se zbirom superponiranih varijansi mreža tipa $m_{\omega}^{(p)}$ sa autonomnim tokovima i varijansi tokova u mreži rednog tipa $m_{\omega}^{(r)}$, gde je $(m_{\omega}^{(r)}) \in \Pi_c$. Dakle:

$$\sigma^2(\bar{T}_{cp}) = \sum_{m_{\omega}^{(p)}} \sigma^2(m_{\omega}) + \sum_{m_{\omega}^{(r)}} \sigma^2(m_{\omega}), \quad (114)$$

gde su: $\sigma^2(m_{\omega}) = \sigma_{12\dots w}^2(m_{\omega})$ -superponirane varijanse vremena autonomnih tokova analizirane $m_{\omega}^{(p)}$ mreže, koje se mogu razviti u sabirke,

$$\sum_{m_{\omega}^{(p)}} \sigma^2(m_{\omega}^{(p)}) = \sigma^2(m_{\omega_1}^{(p)}) + \sigma^2(m_{\omega_2}^{(p)}) + \dots + \sigma^2(m_{\omega}^{(p)}) + \dots + \sigma^2(m_{\Omega}^{(p)}), \quad (115)$$

dok varijansa rednih tokova iznosi:

$$\sum_{m_{\omega}^{(r)}} \sigma^2(m_{\omega}^{(r)}) = \sigma^2(m_{\omega_1}^{(r)}) + \sigma^2(m_{\omega_2}^{(r)}) + \dots + \sigma^2(m_{\omega}^{(r)}) + \dots + \sigma^2(m_{\Omega}^{(r)}). \quad (116)$$

Vrednosti varijansi vremena tokova rednog tipa (kao i protočna vremena) dobijaju se u rezultatu primene standardnih postupaka PERT metodologije i ne podležu postupcima analitičkog superponiranja. Treba istaći da superponirana varijansa vremena protoka materijala, modelirana na ovaj način, stoji u sledećem odnosu sa varijansom dobije-

nom na način kada se uzima u obzir samo očekivani kritični tok (\bar{P}_c),

$$\sigma^2(T_{cp}) \geq \sigma^2(P_c). \quad (117)$$

Da bi se utvrdio odnos superponiranih varijansi i varijansi na očekivanom kritičnom toku, potrebna su dalja analitička istraživanja koja u ovom slučaju nisu vršena.

4 Rezultujući priraštaj proizvodnog ciklusa

Rezultujući priraštaj proizvodnog ciklusa ili greška planiranja ovog parametra, koja se čini primenom PERT metode, dobija se sabiranjem svih grešaka uočenih na dekomponovanim podmrežama protoka. Dakle;

$$\overline{\Delta T}_{cp} = \overline{T}_{cp} - \bar{P}_c = \sum_{m(\omega^p)} \overline{\Delta P}(m_{\omega}^p) + \sum_{m(\omega^r)} \overline{\Delta P}(m_{\omega}^r), \quad (118)$$

gde je: $\sum_{m(\omega^r)} \overline{\Delta P}(m_{\omega}^r) = 0$. Ovaj rezultat se objašnjava činjenicom da se kod rednog planiranja stohastičkih aktivnosti ne javlja potreba za superponiranjem aktivnosti već za jednostavnim sabiranjem njihove vrednosti. Međutim, ovaj rezultat je narušen ($\neq 0$) ako su narušene osnovne pretpostavke o primeni CGT za slučaj analize sukcesivnih tokova. Kako ne uzimamo u obzir odstupanja od tih pretpostavki izraz (118) se pojednostavljuje i glasi:

$$\overline{\Delta T}_{cp} = \sum_{m(\omega^p)} \overline{\Delta P}(m_{\omega}^p) \quad [\omega^{(p)} \in \omega^{(p)}], \quad (119)$$

Značaj parametara $\overline{\Delta T}_{cp}$ odnosi se na mogućnost korekcije rezultata planiranja kritičnog toka koji se dobija standardnim postupcima PERT tehnike. Ta korekcija se vrši na sledeći način:

$$\overline{T}_{cp} = \bar{P}_c + \sum_{m(\omega^p)} \overline{\Delta P}(m_{\omega}^p) = \bar{P}_c + \overline{\Delta T}_{cp}. \quad (120)$$

Kao što je poznato u proračunu PERT postupcima $\Delta T_{cp} = 0$.

5 Rezultujući priraštaj varijanse proizvodnog ciklusa

Kao i kod prethodnog parametra priraštaj ili smanjenje varijanse protočnog vremena u odnosu na varijansu proizvodnog ciklusa uočljivo

je samo kod paralelnih-autonomnih tokova. Uopšteno priraštaj varijanse glasi:

$$\Delta\sigma^2(T_{cp}) = \sum_{m_{\omega}^{(p)}} \Delta\sigma^2(m_{\omega}^{(p)}) + \sum_{m_{\omega}^{(r)}} \Delta\sigma^2(m_{\omega}^{(r)}). \quad (121)$$

Kod rednih tokova sledi da je: $\sum_{m_{\omega}^{(r)}} \Delta\sigma^2(m_{\omega}^{(r)}) = 0$. pa u tim slučajevima ne postoji greška planiranja varijanse rednih aktivnosti, čime se implicira skraćeni izraz ovog parametra, kao:

$$\Delta\sigma^2(T_{cp}) = \Delta\sigma^2(P) = \sum_{m_{\omega}^{(p)}} \Delta\sigma^2(m_{\omega}^{(p)}). \quad (122)$$

Značaj parametra $\Delta\sigma^2(T_{cp})$ odnosi se, takodje, na mogućnost korekcije rezultata ukupne varijanse vremena kritičnog toka koja se dobija PERT tehnikom, gde je $\Delta\sigma^2(T_{cp}) = \Delta\sigma^2(\Pi_c) = 0$. Zbog toga se korekcija rezultujuće varijanse vrši na sledeći način:

$$\sigma^2(T_{cp}) = \sigma^2(P_c) + \Delta\sigma^2(T_{cp}). \quad (123)$$

.6 Postupak odredjivanja kritičnog tehnološkog vremena III varijante tokova materijala

Kritično tehnološko vreme autonomno-unijatne mreže tokova određuje se na osnovu sume minimalnih vrednosti tehnoloških vremena elementarnih protočnih vremena, uočenih na osnovu analize svih kritičnih tokova sa rednim, odnosno paralelnim karakteristikama. Kao što je naglašeno, uredjen skup svih tokova, u opštem slučaju podrazumeva skup:

- a) očekivanih kritičnih tokova,
- b) subkritičnih tokova, različitog nivoa kritičnosti,
- c) ostale komplementarne tokove čiji je indeks kritičnosti, u odnosu na prethodne dve kategorije, zanemarljiv.

Kategorija pod a) i b) sadrži odredjen broj kritičnih aktivnosti, tj. $\Pi_w \in [m_{\Omega}^{(r)}, m_{\Omega}^{(p)}]$. Klasifikovani skup svih tokova može biti znatno obimniji, uzimajući i kategoriju tokova datom pod c), tj. u tom slučaju možemo sumirati ukupno (L) prebrojivih tokova, iz čega proizilazi da je $(w \in L)$ (Sl.22). U postupku analize odredjivanja najkraćeg tehnološkog vremena u mreži uzima se u obzir sledeći tok:

$$T = \sum_{m_{\omega}^p} [\min T(m_{\omega}^p)] + \sum_{m_{\omega}^r} T(m_{\omega}^r), \quad (124)$$

gde su: $T(m_{\omega}^p)$ - izdvojeno (minimalno) tehnološko vreme u posmatranim lokalno-autonomnim mrežama kritičnog protočnog vremena, $T(m_{\omega}^r)$ - izdvojeno, minimalno tehnološko vreme u rednom kritičnom protoku materijala $T(m_{\omega}^r) \in T(\Pi_c)$.

U svakom slučaju ovako kvantifikovano rezultujuće tehnološko vreme predstavlja relevantni parametar za utvrđivanje:

- ▶ maksimalnog koeficijenta superponiranih tokova materijala,
- ▶ superponiranih gubitaka u vremenskim kapacitetima u procesiranju predmeta rada,
- ▶ izvesnosti realizacije proizvodnog ciklusa u planiranom vremenskom intervalu i sl.

7 Postupak odredjivanja koeficijenta protoka proizvodnog ciklusa

Opšti oblik koeficijenta protoka materijala dobija se na osnovu analize parcijalnih vrednosti koeficijenata protoka paralelnog, odnosno rednog tipa. S obzirom da je na bazi prethodnih analiza poznata vrednost $\Pi_{cp} = \sup(F_{\nu})$ i (T) , može se analitički dobiti vrednost ovog koeficijenta u obliku:

$$\sup(f) = \frac{\Pi_{cp}}{T} \quad (125)$$

Kao i kod slučaja odredjivanja proizvodnog ciklusa i koeficijent protoka je veličina koja se dobija superponiranjem i aritmetičkim sabiranjem. U razvijenom obliku, uvažavajući rezultate (3) i (57), ova vrednost je relativno složena i iznosi posle sredjivanja:

$$\sup(\bar{f}) = \frac{1}{T} \cdot \left\{ \sum_{\omega^p \in \Omega} [\bar{F}_{12\dots w-1} \phi(\xi_{12\dots w-1, w}) + \bar{F}_w \phi(-\xi_{12\dots w-1, w}) + \lambda_{12\dots w-1, w} \rho(\xi_{12\dots w-1, w})] \omega^p + \sum_{m_{\omega}^r} F(m_{\omega}^r) \right\}, \quad (126)$$

nakon čega sledi:

$$\sup(\bar{f}) = \sum_{\omega^p \in \Omega} [\bar{F}_{12\dots w-1} \phi(\xi_{12\dots w-1, w}) + \bar{F}_w \phi(-\xi_{12\dots w-1, w}) + \lambda_{12\dots w-1, w} \rho(\xi_{12\dots w-1, w})] \omega^p + \sum_{m_{\omega}^r} f(m_{\omega}^r). \quad (127)$$

Izraz (127) predstavlja opšti oblik superponirane vrednosti koeficijenta protoka, i proizašao je na osnovu transformisanih rezulta-

ta Clarkovih jednačina protoka i CGT-a.

U postupcima analize najvećeg (kritičnog) koeficijenta protoka materijala mogu se uzeti u obzir i drugi tokovi osim kritičnih i subkritičnih, time bi se u analizi obuhvatili svi tokovi Π_ℓ ($\ell=1, L$). Klasifikovani skup svih tokova može u ovom slučaju biti znatno obimniji (jer je $\Pi_w \in \Pi_L$). Razlog globalne analize tokova leži u činjenici da se može pojaviti slučaj da nekritični tok sadrži sumarno najkraće tehnološko vreme što rezultira najvećim koeficijentom protoka od postojećih:

$$\sup(f) = \frac{1}{T} \cdot \left\{ \sum_{\omega^p \in \Omega} [P_{12 \dots L-1} \phi(\xi_{12 \dots L-1, L}) + P_L \phi(-\xi_{12 \dots L-1, L}) + \lambda_{12 \dots L-1, L} \phi(\xi_{12 \dots L-1, L})] \omega^p + \sum_{m \in \Omega} P(m_\omega^r) \right\}. \quad (128)$$

8 Postupak određivanja izvesnosti realizacije proizvodnog ciklusa u planiranom roku

Kvantifikovanje izvesnosti realizacije proizvodnog ciklusa toka materijala izvodi se postupcima standardizacije te vrednosti, koja je određena rezultatom (18). Opšti analitički model se u tom slučaju može oblikovati. Naime, u ovoj varijanti autonomno-unijanih tokova, sa poznatom vrednošću roka završetka proizvodnog ciklusa faktor raspodele verovatnoće realizacije tokova iznosi:

$$\Psi(T_p \geq T_{cp}) = \frac{T_p - T_{cp}}{\sigma(T_{cp})}. \quad (129)$$

Razvojem (129) i stavljanjem da je $P_c = P$ i $T_{cp} = P + \Delta T_{cp}$ sledi:

$$\Psi(T_p \geq T_{cp}) = \frac{T_p - (P + \Delta T_{cp})}{\sqrt{\sigma^2(P) + \Delta \sigma^2(T_{cp})}} = \frac{T_p - P - \Delta T_{cp}}{\sigma(P) \sqrt{1 + [\Delta \sigma(T_{cp}) / \sigma(P)]^2}} \quad (130)$$

Razvojem izraza $\left[1 + [\Delta \sigma(T_{cp}) / \sigma(P)]^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right]^2$ i njegovom

aproksimacijom, dobijamo približan oblik jednačine (130);

$$\Psi(T_p \geq T_{cp}) \approx \left(\frac{T_p - P}{\sigma(P)} - \frac{\Delta T_{cp}}{\sigma(P)} \right) \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right]^2 \right] = \frac{T_p - P}{\sigma(P)} - \frac{T_p - P}{2\sigma(P)} \left[\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right]^2 - \frac{\Delta T_{cp}}{\sigma(P)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta T_{cp}}{\sigma(P)} \left[\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right]^2. \quad (131)$$

Usvajajući uz aproksimaciju da je poslednji sabirak jednačine (131) zanemarljiv i uslovljen odnosom ΔT_{cp} i $\Delta \sigma(T_{cp}) \ll \sigma(P)$ dobijamo faktor raspodele verovatnoće:

$$\psi(T_p \geq T_{cp}) = \frac{T_p - P}{\sigma(P)} \cdot \frac{1}{\sigma(P)} \left[\frac{T_p - P}{2} \cdot \left(\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right)^2 + \Delta T_{cp} \right] = U(T_p \geq P) - \Delta U \quad (132)$$

gde su faktori verovatnoće, $U = U(T_p \geq P) = \frac{T_p - P}{\sigma(P)}$ i

$$\Delta U = \frac{1}{\sigma(P)} \left[\frac{T_p - P}{2} \cdot \left(\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right)^2 + \Delta T_{cp} \right]. \quad (133)$$

Iz prethodnih izraza sledi da je funkcija superponirane raspodele $\phi(U)$ jednaka,

$$\phi(U) = \phi(U) - \Delta \phi(\Delta U) \quad (134)$$

dok se realnija procena izvesnosti realizacije proizvodnog ciklusa planiranom roku nalazi na osnovu konkretnih vrednosti parametara, tj.

$$\phi(U) \approx \phi \left\{ \frac{T_p - P}{\sigma(P)} \cdot \frac{1}{\sigma(P)} \left[\frac{T_p - P}{2} \cdot \left(\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right)^2 + \Delta T_{cp} \right] \right\}. \quad (135)$$

U odnosu na proračun izvesnosti standardnim postupkom (videti tačku (2.2.5)), ovde je izvršena korekcija za očekivanu vrednost,

$$\Delta \phi(\Delta U) \approx \Delta \phi \left\{ \frac{1}{\sigma(P)} \left[\frac{T_p - \bar{P}}{2} \cdot \left(\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right)^2 + \overline{\Delta T_{cp}} \right] \right\}, \quad (136)$$

i ona predstavlja srednju grešku procene izvesnosti završetka proizvodnje u planiranom roku, u aproksimativnom obliku. Tačniji izraz za kvantifikaciju izvesnosti može se dobiti na osnovu Taylorovog razvoja, uzimajući u obzir da je uticaj diferencijalne varijanse moguće predstaviti potencijalnim redom /52/:

$$\left[1 + \left[\Delta \sigma(T_{cp}) / \sigma(P) \right]^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k)!}{2^{2k} \cdot k! k!} \left(\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right)^{2k}, \quad (137)$$

za vrednosti $[\Delta \sigma(T_{cp}) / \sigma(P)] \in [-1, 1]$. Nakon zamene i razvoja jednačine (137) sledi da je funkcija raspodele verovatnoće proizvodnog ciklusa,

$$\phi(U) = \phi \left\{ \frac{T_p - P}{\sigma(P)} - \frac{\Delta T_{cp}}{\sigma(P)} \left[1 + \frac{T_p - T_{cp}}{\Delta T_{cp}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k)!}{2^{2k} \cdot k! k!} \left(\frac{\Delta \sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right)^{2k} \right] \right\}, \quad (138)$$

odnosno: $\phi [T_p \geq T_{cp}] = \phi [T_p \geq P] - \Delta\phi(\Delta U).$ (139)

Prema tome srednja greška procene izvesnosti dobija opštiji oblik,

$$\Delta\phi(\Delta U) = \Delta\phi \left\{ \frac{\Delta T_{cp}}{\sigma(P)} \left[1 + \frac{T_p - T_{cp}}{\Delta T_{cp}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k)!}{2^{2k} \cdot k! k!} \left(\frac{\Delta\sigma(T_{cp})}{\sigma(P)} \right)^{2k} \right] \right\}, \quad (140)$$

i predstavlja verovatnoću da će proizvodni ciklus biti veći, odnosno jednak kritičnom protočnom vremenu. Dalja ispitivanja ove funkcije (konvergenција, invarijantnost i sl.) pripadaju oblasti Specijalnih funkcija grešaka (videti D.Mitrović /51/). Numeričko tretiranje ovog problema, dato je narednoj glavi, koje se odnosi na EKSPERIMENTALNO ISTRAZIVANJE.

DEO II

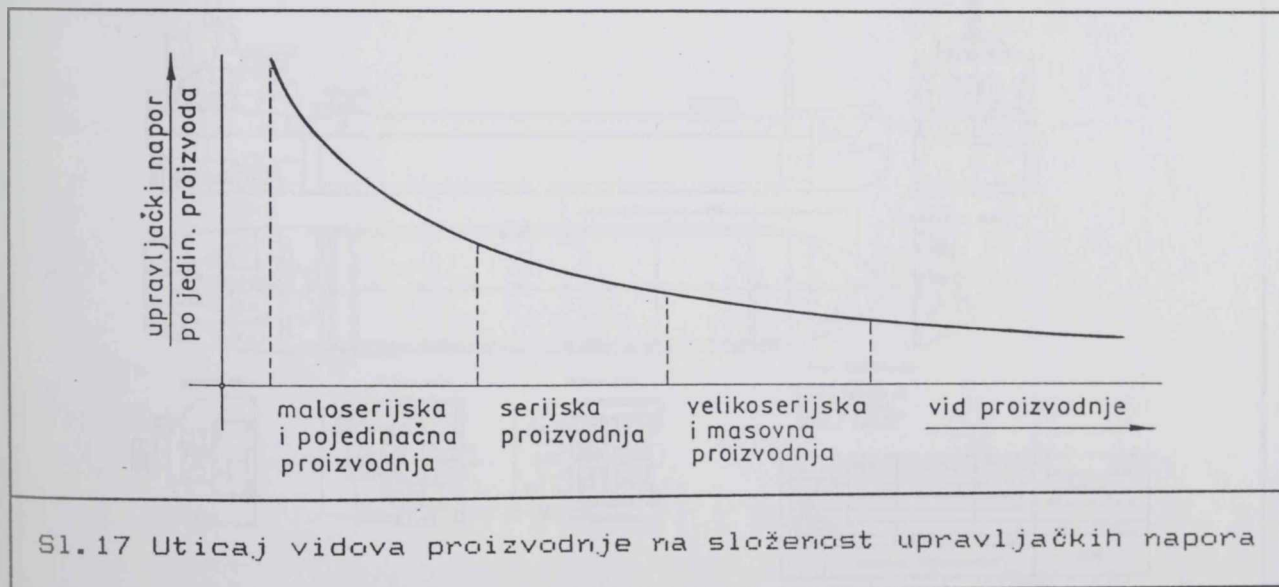
EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA

3.0 UVODNA RAZMATRANJA O OBJEKTU UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA

U zavisnosti od vidova proizvodnje, načina obrade/montaže i ostalih karakteristika procesiranja predmeta rada, vremenske strukture operativnih i drugih planova mogu biti izrazito različite po stepenu složenosti.

Kod velikoserijske i masovne proizvodnje asortimani proizvodnje je relativno uzak i obrnuto je srazmeran količini proizvoda u programu proizvodnje. U prilog konstataciji o relativnoj jednostavnosti sastavljanja i izvodjenja proizvodnih planova, i drugih upravljačkih zahvata, stoji činjenica da kod ovoga vida neprekidne proizvodnje jednom uspostavljeni ritam može obezbediti uskladjenost opterećenja kapaciteta i nesmetano razvijanje tokova materijala u vremenu (npr. kod protočne linije).

Kod prekidne serijske proizvodnje problem planiranja i upravljanja tokovima postaje sve složeniji i može se orijentaciono porediti sa ostalim vidovima proizvodnje, određenog stepena serijnosti, na osnovu dijagrama na (Sl.17).



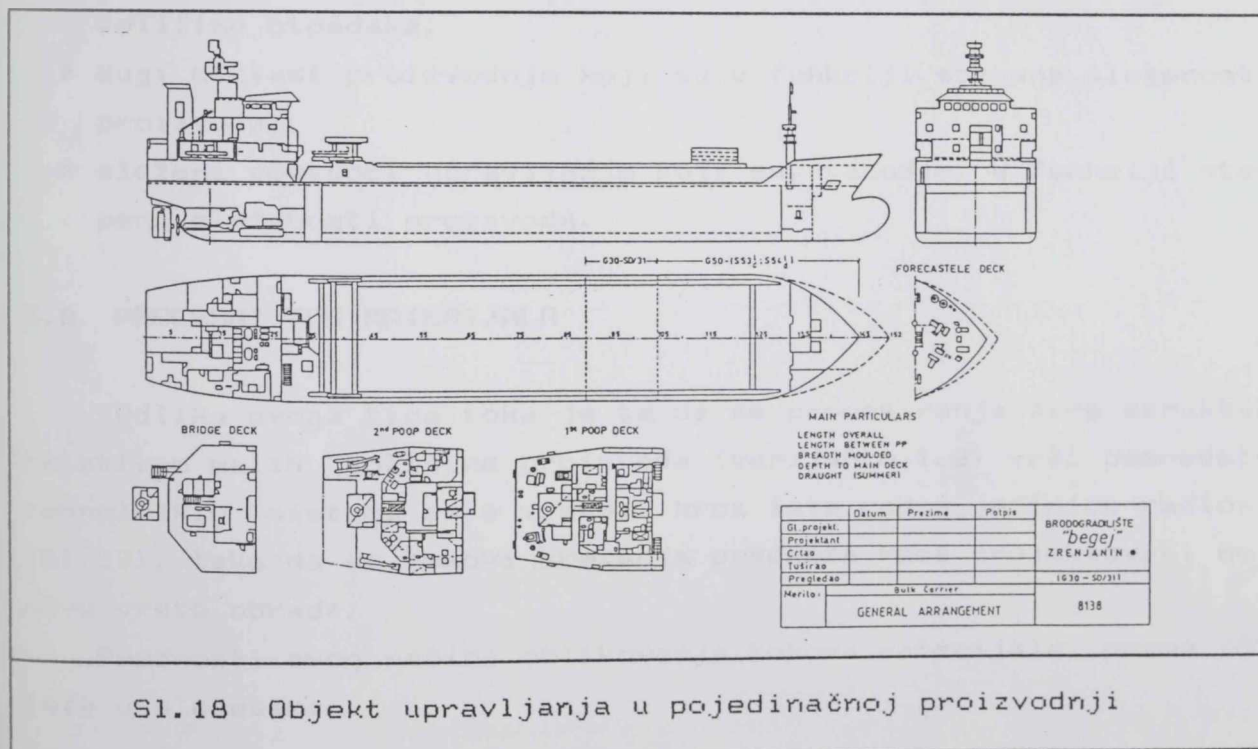
Najsloženija izrada operativnih, terminskih i drugih planova za potrebe upravljanja susreće se u pojedinačnoj i maloserijskoj proizvodnji. Kod takvih vidova tokova materijala, asortimani proizvodnje su sastavljeni u relativno malim količinama, ili se radi o jednom (pojedinačnom) proizvodu sastavljenom od velikog broja elementar-

nih delova. Kod protoka materijala ovoga tipa, u principu, ne postoji ustaljen ritam proizvodnje, dok medjuoperacijska vremena u protoku mogu biti izrazito duga.

Za ovu prekidnu proizvodnju karakteristična su, prema /85/, dva osnovna oblika tokova materijala i to:

3.1 PREKIDNI TOKOVI SA RADNIM PROCESIMA NA JEDNOM RADNOM MESTU

Utvrđenu poziciju predmeta rada, po ovoj varijanti, susrećemo npr. kod: teške mašingradnje, brodogradnje, avio-industrije, u procesiranju mašinske i druge garniture većih dimenzija koje, u principu, odgovaraju varijanti 1.1 osnovnog modela tokova materijala (Sl.01). Kod ovih pojedinačnih tokova predmet obrade/montaže ostaje neprekidno na radnom mestu do završetka protočnog vremena dok sredstva za rad, uređjaji, alati i izvršiocci se kreću u skladu sa propisanim tehnološkim postupcima, izvršavajući odgovarajuće proizvodne zadatke na objektu rada (Sl.18).



Sl.18 Objekt upravljanja u pojedinačnoj proizvodnji

Osnovne prednosti proizvodnih sistema u mašingradnji ili brodogradnji, koja je uzeta kao konkretan primer, gde se vrši konvertovanje predmeta rada na jednom radnom mestu su, prema /85/ i /38/:

- ▶ smanjena količina kretanja materijala,
- ▶ niži stepen razrade postupaka upravljanja (tehnološki proces se ne razradjuje do detalja),
- ▶ relativno velika fleksibilnost tehnoloških sistema, alata i pribora koji su obično tehnološki, a ne predmetno specijalizovani,
- ▶ otkazi pojedinih tehnoloških oprema, angažovanih u procesiranju, ne moraju predstavljati naročiti problem, pa se tempo proizvodnje ne mora remetiti.

U relativne nedostatke izdvajaju se:

- ▶ velika učešća ljudskog rada u proizvodnji, odnosno angažovanost velikog broja visokokvalifikovanih izvršilaca u direktnoj proizvodnji,
- ▶ nizak stepen iskorišćenja sredstava rada, kao i teškoće prouzrokovane prenosom sredstava rada na radnom mestu,
- ▶ nizak stepen korišćenja kapaciteta (60% kod mašinskog rada),
- ▶ nedovoljno korišćenja materijala a samim tim i pojava velike količine otpadaka,
- ▶ dugi ciklusi proizvodnje koji su u funkciji stepena složenosti proizvoda,
- ▶ složeni postupci upravljanja koji su, takodje, u funkciji stepena složenosti proizvoda.

3.2 PROCESNI TOK MATERIJALA

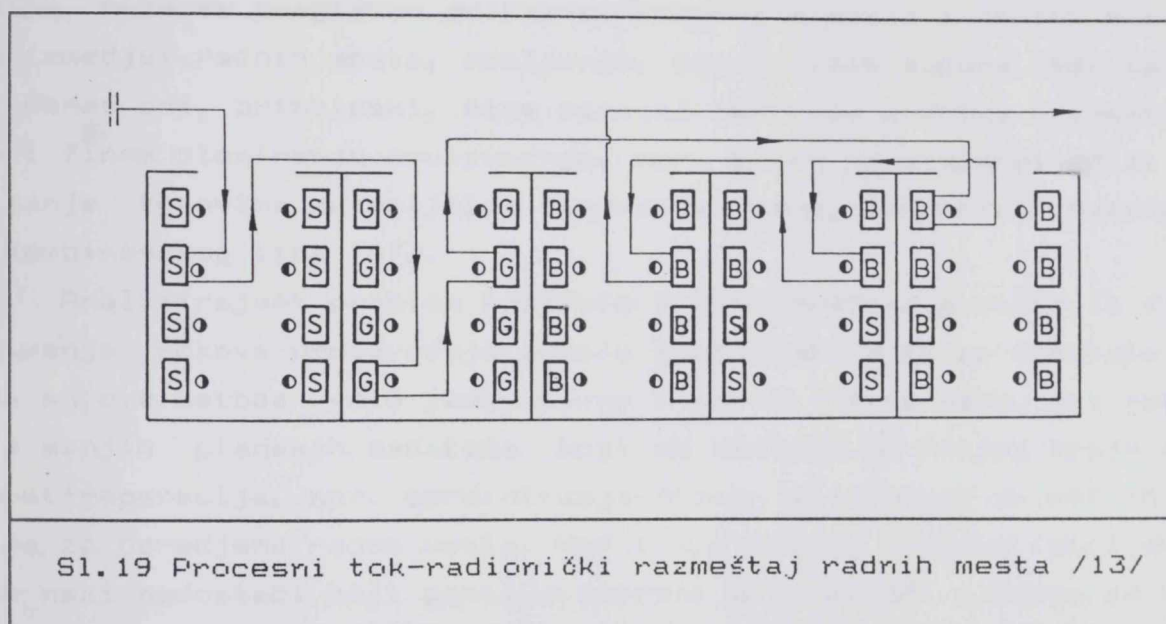
Odlika ovoga tipa toka je ta da se procesiranje šire strukture relativno malih količina proizvoda (varijante 1.2) vrši posredstvom tehnoloških sistema iste vrste, kroz iste radne jedinice radionice (Sl.19), tako da su tokovi kretanja predmeta rada projektovani na osnovu vrste obrade.

Prednosti ovog načina oblikovanja tokova materijala, prema /85/, leže u sledećem:

- ▶ sredstva rada su obično tehnološki, a ne predmetno orijentisana, tako da se mogu upotrebljavati za proizvodnju više različitih vrsta proizvoda,

- ▶ olakšana kontrola tehnološkog postupka i vrednovanja rada, itd.
Nedostatak leži, između ostalog, u:
- ▶ složenosti upravljačkih postupaka,
- ▶ usporenom protoku materijala,
- ▶ visokim troškovima rukovanja materijalima,
- ▶ velikom obimu nedovršene proizvodnje i sl.

Upošte konstatujući, slabost prekidne proizvodnje dolazi do izražaja u većini slučajeva koji su istaknuti /40/ kao dobre strane linijske-neprekidne proizvodnje.



Kao predmetni model za razvoj i primenu metode upravljanja poslužio je objekt upravljanja koji je karakterističan po povećanoj prekidnosti tokova sa radnim procesima na jednom radnom mestu (Sl.18).

3.3 SPECIFICNI PROBLEMI I CILJEVI UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA U POJEDINACNOJ PROIZVODNJI SA METODSKOG STANOVISTA

3.1 Prednosti i nedostaci tradicionalnih linijskih i mrežnih metoda

Upravljanje i rukovođenje pojedinačnom proizvodnjom, kao i mnoge druge proizvodne i logističke aktivnosti, zahteva upotrebu pomoćnih sredstava i odgovarajućih metoda. Takva podrška treba da po-

mogne donošenju kvalitetnih odluka kao i da omogući kontrolu odvijanja tokova materijala u vremeu.

Vrlo česta podrška procesu upravljanja, putem primene odgovarajućih metoda, jesu dijagrami za planiranje i kontrolu procesa konverzije materijala u gotov proizvod, poznate kao Ganttove karte, gantogrami ili linijski dijagrami (Sl.20).

Suština primene gantograma sastoji se u tome da se projekcija tokova materijala tretira kao uređen skup pojedinačnih aktivnosti, nanesenih na vremensku skalu, čiji su: početak, trajanje i završetak predstavljeni horizontalnim simbolima, linijama ili drugim kompleksnijim grafičkim oblicima. Uz pomoć ovih dijagrama, odnosno njihovih verzija, može se pregledno prikazati raspodela posla i protok materijala između: radnih mesta, odeljenja, proizvodnih pogona itd. tako da i danas oni, principijski, čine osnovni metod za podršku orijentacionom i finom planiranju proizvodnje, npr. putem uređaja-ploča za upravljanje tokovima materijala: centralizovanog, decentralizovanog, ili kombinovanog tipa /67/.

Analizirajući problem kontrole brzine protoka materijala i određivanje rokova proizvodnje pomoću gantograma može se konstatovati da su ove metode vrlo jednostavne i praktične, posebno kod rešavanja manjih planskih zadataka koji se sastoje od manjeg broja aktivnosti-operacija, npr. terminiranja-finog planiranja pojedinih pozicija za određena radna mesta. Već i kod takvih planova ispoljavaju se neki nedostaci koji postaju enormni pri razradi planova za upravljanje velikim i složenim projektima tokova materijala. U tom smislu, efikasno rešavanje problema upravljanja protokom putem gantograma, teško je ostvarljivo. Indicije za takvu tvrdnju su sledeće:

- ▶ Kod grafičkog predstavljanja nekoliko stotina aktivnosti gantogram gubi svoju osnovnu prednost, tj. preglednost, a samo terminiranje (u razmeri) pri tim okolnostima postaje otežano i monotono. Pripremanje gantograma i njegovo kompletiranje može iziskivati veliki utrošak vremena, pa sama manuelna obrada nekoliko stotina ili hiljada linija postaje veoma naporna.
- ▶ Pri svakom replaniranju pojedinih aktivnosti, ili faza, predstoji potreba, u većini slučajeva, projektovanja kompletnog dijagrama ispočetka, s obzirom da su gantogrami više statički orijentisani nosioci informacija i podataka.

- ▶ Proračunavanje vremenskih parametara upravljanja; najranijih i najkasnijih početaka i završetaka pojedinih faza u tokovima materijala, vrlo je otežano i prouzrokovano je često nepoznavanjem vremenskog zazoru u događajima.
- ▶ Kod retrogradnog planiranja, kod kojeg su sve operacije markirane u najkasnijem završetku, nije precizno definisano da li te aktivnosti smeju početi ranije od planiranog početka.
- ▶ Na gantogramima nije moguće sagledati: razlike po stepenu važnosti pojedinih aktivnosti i uticaj kritičnog toka materijal-
-grla proizvodnje na rok završetka proizvodnog ciklusa.
- ▶ Poboljšanu verziju gantograma predstavljaju dijagrami kritičnih događaja/aktivnosti - transplanovi. S obzirom da su kritične aktivnosti te koje odlučujuće utiču na progres tokova materijala u vremenu i rok završetka istog, ova metoda je naročito pogodna za uporedjenje i kontrolu efekata, u smislu planirano/ostvareno. Medjutim, transplanovima se i dalje ne rešavaju problemi neizvesnosti, kao i kod klasičnih gantograma.

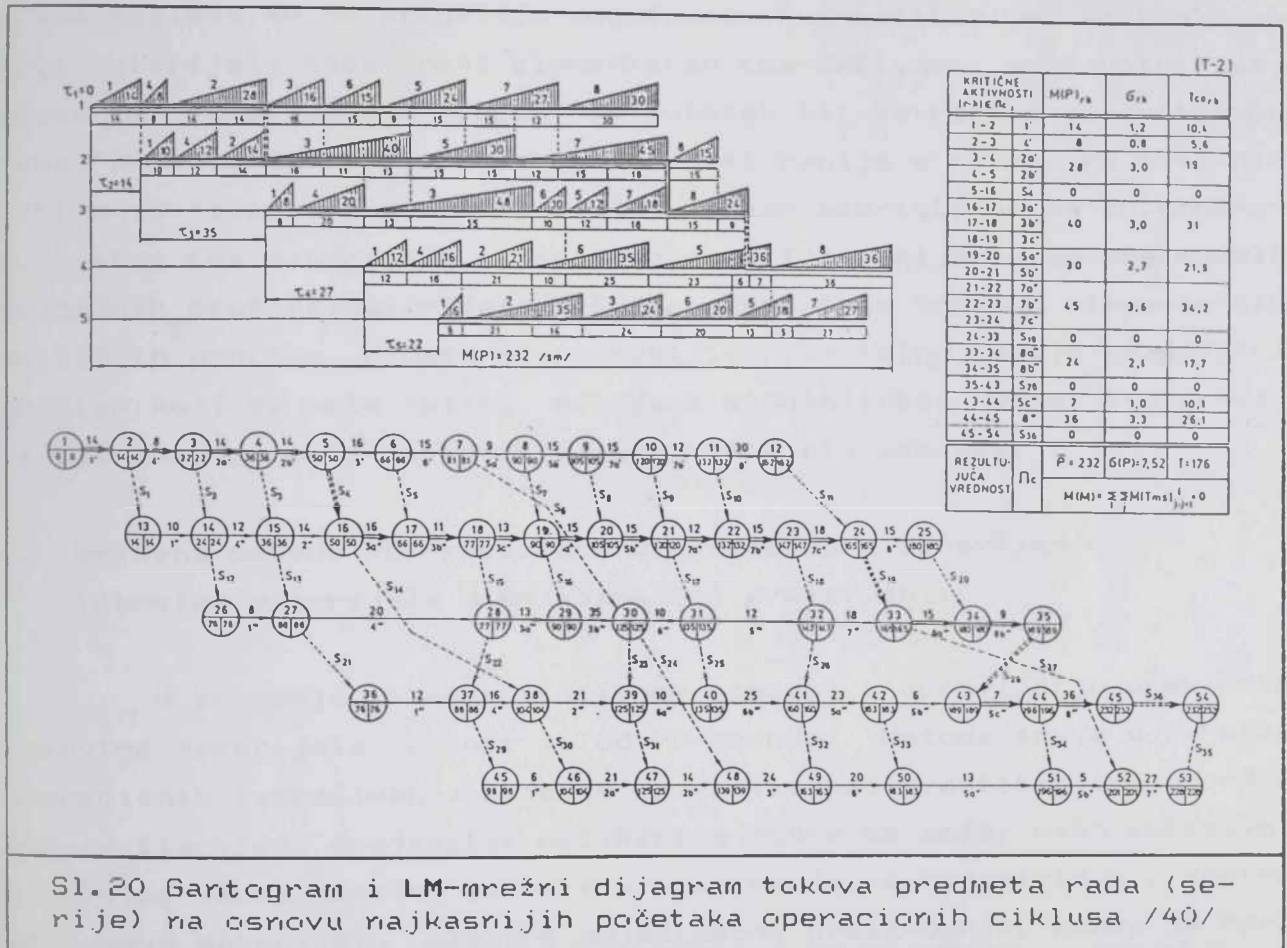
Sumirajući navedene nedostatke "grafičke metode ostale su skromno sredstvo, pogodne kao pomoć organizatorima i rukovodiocima u jednostavnijim slučajevima. U današnjoj praksi sve je više složenih zadataka, koji zahtevaju ne samo donošenje odluka iz dana u dan, ili čak više, odluka u toku dana, već čine težim i sam proces donošenja odluka" /37/.

U takvim okolnostima zahtevi, u pogledu uvođenja savršenijih metoda koje bi svojim performansama otklonile nedostatke prethodnih metoda, postojali su sve učestaliji. Rešenja su nadjena u tehnikama mrežnog planiranja, kojih danas ima čitav niz, ali su sve one manje ili više bazirane na dve osnovne koncepcije i to: CPM i PERT tehnika.

Zahvaljujući ovim savršenijim metodama, naročito PERT-metodi, moguće je da se konačno prevaziđu mnogi problemi: planiranja (replaniranja), programiranja (reprogramiranja) i kontrole, kao osnovnim fazama upravljanja tokovima materijala (videti odeljak 3.4).

CPM i PERT su razvijene metode u cilju upravljanja realizacijom projekata, kompleksnih programa aktivnosti i događaja, kakav je npr. projekat proizvodnje pojedinačnih proizvoda složene tehnološke strukture. Pored komponenata operacija i medjuoperacija u tokovima materijala u mrežnom dijagramu mogu se uvrstiti i sve aktivnosti koje pret-

hade takovima, odnosno koje ga slede, a čije je izvršavanje preduslov za ostvarivanje neposredne proizvodnje (npr. istraživački rad, konstrukcija, projektovanja tehnologije, nabavka resursa, prodaja i sl.). Na ovaj način metodama mrežnog planiranja povezuju se vremenske aktivnosti koje čine zatvoreni kompleks uzastopnih i paralelnih tokova materijala koje su usmerene na postizanje odredjenih ciljeva proizvodnje i poslovanja. Videti primer na (Sl.20).



Sl.20 Gantogram i LM-mrežni dijagram tokova predmeta rada (serije) na osnovu najkasnijih početaka operacionih ciklusa /40/

U domenu upravljanja tokovima, ovim dijagramima se vizuelno prikazuju sve (medju)operacije koje su potrebne za završetak jednog projekta protoka materijala, uzajamni odnos aktivnosti kao i vreme koje je potrebno za procesiranje svake (medju)operacije, uzimajući u obzir i njihovu aleatornost, npr. kod LM-mrežnog dijagrama, koji je zajedno sa gantogramom prikazan na prethodnoj slici.

* LM-Ladder Method "metod lestvi" pripada familiji PERT mrežnim dijagramima i pogodan je za planiranje i kontrolu redno-paralelnih tokova aktivnosti i događaja.

Medjutim, i pored nesumnjivih prednosti, kod pomenutih mrežnih dijagrama i dalje ostaje problem proračuna superponiranog protočnog vremena, odnosno proizvodnog ciklusa i ostalih parametara, što je eksplicitno naglašeno i rešavano u teorijskom delu istraživanja. Aplikacijom standardnih mrežnih tehnika, bilo determinističkih ili stohastičkih, ostaje problem efikasnog kontrolisanja veza između pojedinih aktivnosti ili njihovih faza. Zbog nesavršenost ovih metoda, u tom pogledu se ne predviđa mogućnost (kvantifikacije) kontrole točkova materijala kada neki elementaran tok-aktivnost može početi sa izvesnim zaostatkom u odnosu na početak ili završetak elementarnog toka "prethodnika", ili se mora završiti ranije u odnosu na aktivnost aktivnost "sledbenika". Ovaj slučaj je karakterističan za autonomno-unijatni tok materijala, klasifikovan u III varijantu opšteg modela kritičnih protoka materijala. Ako su pored toga vremena elementarnih kritičnih protoka aleatorno promenljive veličine javlja se dodatni problem koji se može rešiti metodama stohastičkog PDM-a, što predstavlja osnovni cilj narednih eksperimentalnih zahvata.

.2 Primena metode PD-Precedence Diagramming u upravljanju tokovima materijala u pojedinačnoj proizvodnji

U traganju za kvantitativnom osnovom u upravljanju prekidnim tokovima materijala polazi se od PD-metode. Metoda spada u tehniku operacionih istraživanja koja se razvijala kao kvantitativna podrška mnogim tipovima projekata. Aplikacija PDM-a se može, kako iskustvo pokazuje, veoma uspešno izvesti u planiranju, programiranju i kontroli tokova materijala složene pojedinačne proizvodnje, kakva je npr. brodogradnja. Medjutim, projekti tokova koji relativno dugo traju i po prvi put se realizuju, logično je da u sebi sadrže neku dozu neizvesnosti u pogledu trajanju pojedinih ili uredjenog skupa aktivnosti, kao i same realizacije projekta. Razlozi za takvu tvrdnju su višestruki i odnose se na sledeće činjenice:

a) Tokovi materijala u pojedinačnoj proizvodnji se često prvi i jedini put na isti način realizuju, dakle, bitno se razlikuju od standardnog ponavljajućeg posla kakav susrećemo kod npr. neprekidne serijske ili masovne proizvodnje.

b) Iako se izvesno zna kakav je tehnološki redosled operacija na osnovu kojih se tokovi materijala mogu razvijati (poznata je struktura događaja), gotovo uvek je, kako empirija pokazuje, prisutna neizvesnost u pogledu vremena napredovanja u realizaciji protoka. Potpuno normiranje protočnog vremena za trajanje svih aktivnosti je, u ovom slučaju teže izvesti zato što neka sastavna vremena protoka imaju više karakter aleatorne nego specificirane veličine. Jedan od razloga indeterminisanosti takvih vremena je nepoznavanje u dovoljnoj meri norme zastoja usled čekanja i transporta (tzv. vremena prelaza), iako je baza za terminiranje čisto tehnoloških komponenta vremena protoka u dovoljnoj meri determinisana na osnovu razradjenih postupaka i standarda rada /14/. Dakle, aleatornost elementarnih i rezultujućih protočnih vremena posledica je probabilističke strukture, najčešće medjuoperacijskih vremena. U ovom slučaju stohastičkim PDM-modelom uzima se u obzir aleatornost i neizvesnost u pogledu trajanja aktivnosti, omogućujući time postojanje formalne korespodencije između praktičnih upravljačkih problema i matematičkog formalizma. Na taj način daje se uvid rukovodiocima u unutrašnju anatomiju razvoja tokova materijala, jer se kvantitativni pokazatelji (superponirani vremenski parametri) o mogućim posledicama takvog procesa, mogu dobiti direktno iz mrežnog dijagrama (Sl.24) i (Sl.45).

c) PDM tehnikom mogu se programirati i kontrolisati veoma složeni (do nekoliko hiljada operacija) i dugotrajni projekti tokova materijala (i do nekoliko godina). Ove bitne karakteristike projekta tokova pojedinačne proizvodnje, koji su u izvesnoj meri identični sa karakteristikama projekta istraživačko-razvojnog tipa, odlučujuće deluju na opredeljenje za razvoj stohastičkog PDM-a za podršku upravljanju takvim procesima proizvodnje.

3.4 OSNOVNE FAZE UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA POMOCU PDM-a

Modelom PDM obuhvaćene su tri osnovne faze procesa upravljanja projektom tokova materijala i to:

- ▶ planiranje,
- ▶ programiranje i
- ▶ kontrola.

.1 Faza planiranja vremena tokova

Faza planiranja podrazumeva definisanje ciljeva projekta i komponovanje liste aktivnosti-operacija ili poslova na koje se projekat tokova može razložiti kao i utvrđivanje medjusobnih relacija i logičke uslovljenosti (tehnološkog redosleda) izmedju elementarnih aktivnosti. Ova faza strukturalne analize predstavlja najvažniji i najteži korak u integralnom postupku mrežnog modeliranja, kod koga i najmanja greška može dovesti do pogrešnih rezultata.

.2 Faza programiranja vremena tokova

Druga faza upravljanja, tj. programiranje tokova obuhvata procenu intervalnih vremena potrebnih za završetak svake aktivnosti na osnovu tehnoloških, organizacionih, resursnih ograničenja i pretpostavki koje su definisane u prvoj fazi. Pored toga ovom fazom se utvrđuju najraniji očekivani počeci i završeci svake elementarne aktivnosti ili uredjenog niza aktivnosti, identifikujući na taj način vremenske rezerve u aktivnostima i događajimai, kao i kvantitativnu sliku o kritičnosti pojedinih faza u protoku materijala i njihov uticaj na formiranje superponiranih parametara tokova.

.3 Faza kontrole vremena tokova

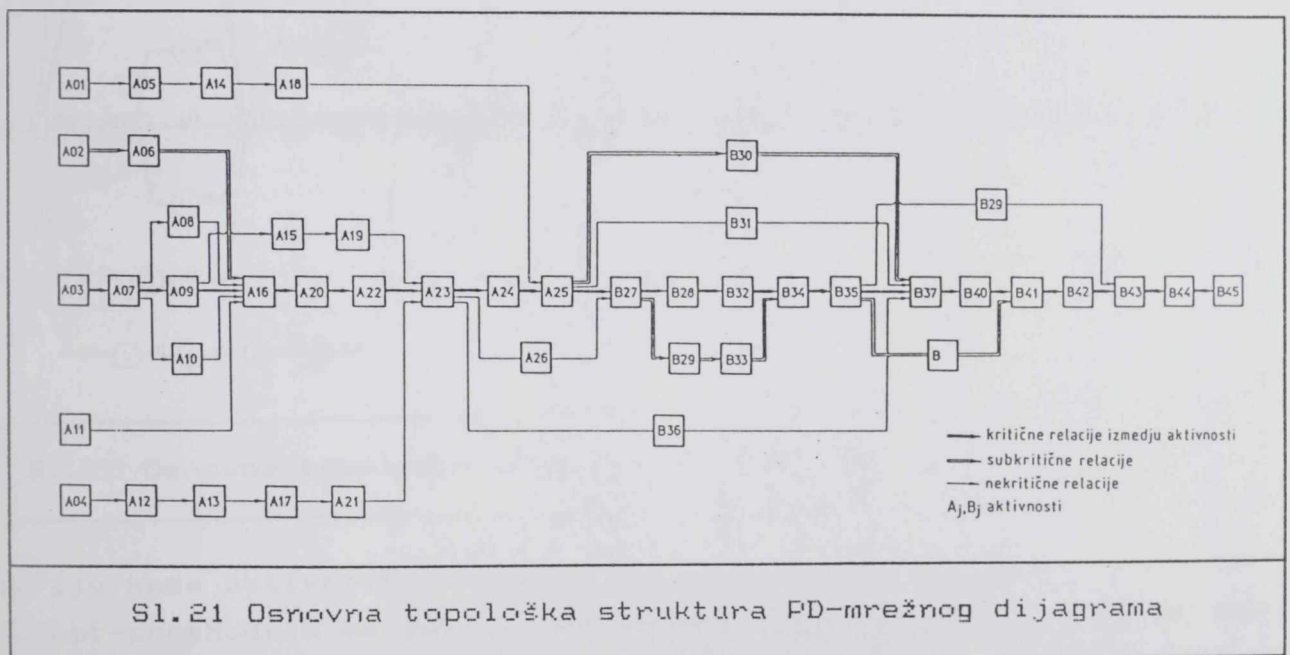
Modulom kontrole utvrđuju se ocene izvodljivosti odredjenog plana i programa na osnovu kojih se često zahteva ponovno izračunavanje karakterističnih veličina osnovnog programa PDM-a. Kontrola obuhvata komparaciju parametara projektovanog termin plana aktivnosti s parametrima realizacije bilo koje faze razvoja tokova, a u cilju stvaranja uslova za podešavanje parametara protoka materijala u granicama dozvoljenih odstupanja. U kontroli se omogućava kontinualno praćenje dinamike tokova kroz uticaje pomeranja rokova izvršenja pojedinih aktivnosti na pomeranje rokova ukupnog proizvodnog ciklusa, pri čemu se može izvesti i analiza tehnoeekonomskih posledica koje izazivaju takve promene. Terminiranje tokova, kao rezultat dinamičkog mrežnog upravljanja, predstavlja na taj način osnovu kontrole na bazi povratnih informacija.

Mrežna metoda PDM pruža mogućnost primene poznatog upravljačkog principa **izuzetka u kontroli**, na osnovu identifikovanih kritičnih i subkritičnih elemenata protoka i usmeravanje upravljačkih akcija, primarno, na odredjen broj aktivnosti koje su najkritičnije za proces upravljanja tokovima materijala.

U radu je uzet u obzir očekivani kritičan tok i jedan subkritičan, u zavisnosti od analizirane PD-podmreže (m).

.4 Analiza strukture PD-mreže tokova

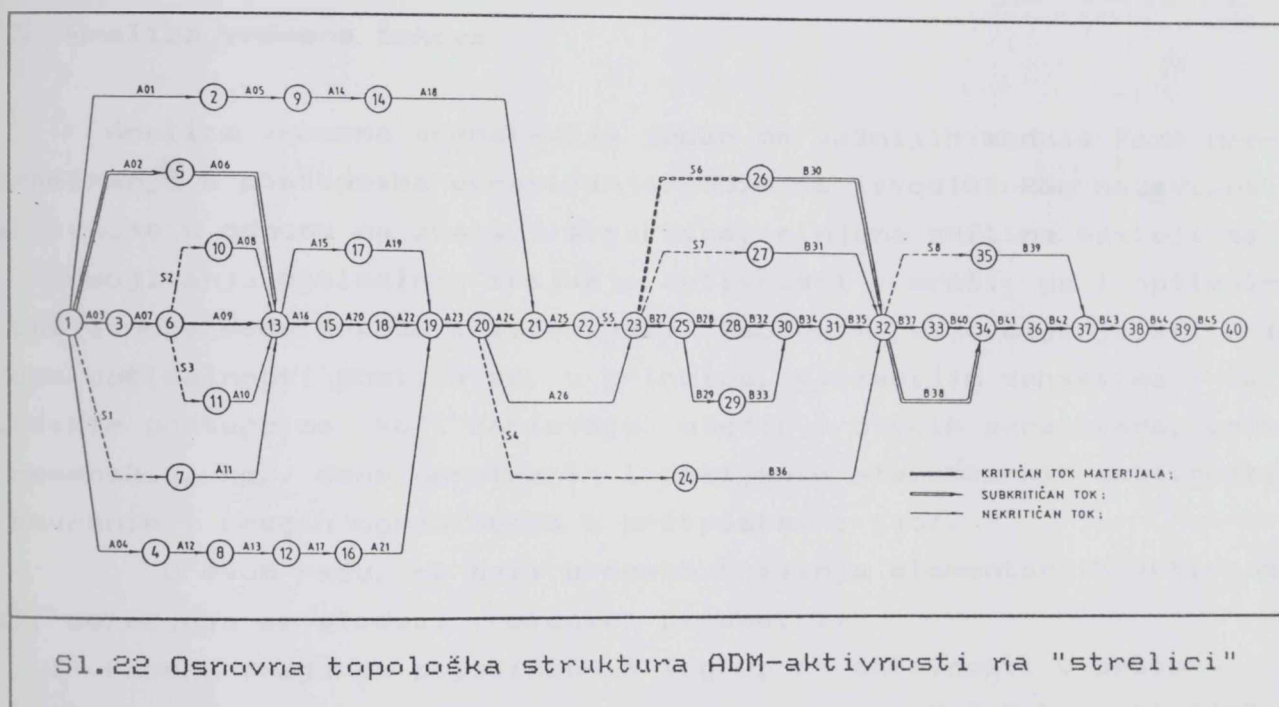
Analiza strukture PD-mreže tokova predstavlja najvažniji modul faze **planiranja** koja obuhvata, kako je rečeno, podelu projekta na niz nezavisnih operacija i odredjivanje relacije prvenstva medju njima (Sl.21). Stepen dekompozicije projekta na pojedine aktivnosti zavisi od tipa projekta, nivoa upravljanja i željene preciznosti u procesu upravljanja.



S obzirom da je mrežni dijagram baza za dalju analizu vremena (troškova, resursa i sl.) sasvim je jasno da je verodostojnost rezultata analize strukture preduslov za tačnost i realnost svih kasnijih analiza. Kod strukturiranja PD-mrežnog dijagrama, za projekat tokova materijala bilo kog tipa serijnosti, neophodno je obratiti pažnju na sledeća pitanja:

- ▶ Koje aktivnosti moraju biti završene pre početka date aktivnosti?
- ▶ Koje se aktivnosti mogu izvoditi paralelno?
- ▶ Koje aktivnosti mogu biti započete posle završetka posmatrane aktivnosti?
- ▶ Koje druge aktivnosti moraju biti završene istovremeno sa završetkom date aktivnosti itd?

Metode mrežnog upravljanja, koje su zasnovane na tehnici poznatoj kao **ADM-Arrow Diagram Method** (Sl.22), odnosno kao aktivnost na "strelici" (kakav je npr. PERT), koriste samo jedan konvencionalan tip veze "kraj na početak" (finish-to-start). Ova veza inače predstavlja si-



Sl.22 Osnovna topološka struktura ADM-aktivnosti na "strelici"

tuaciju kada aktivnost-sledbenik ne može početi pre nego što se aktivnost-prethodnik ne završi. Pojava metode FDM bila je pomak ka mogućnosti uspostavljanja kompleksnijih veza između pojedinih aktivnosti. U tom smislu, FD-metod koristi za bazu AON-Activity On the Node aktivnost na "čvoru", unapredjenu još sa tri dodatne veze, tako da mrežni plan može biti postavljan sa ukupno četiri veze:

- ▶ kraj na početak (finish-to-start),
- ▶ početak na početak (start-to-start),
- ▶ kraj na početak (finish-to-finish) i
- ▶ početak na kraj (start-to-finish).

Tri dodatna tipa veze su omogućila predstavljanje situacija kada se tokovi aktivnosti i događaja paralelno odvijaju. Pored toga te veze omogućuju i definisanje slučaja kada aktivnost može početi sa izvesnim zaostatom u odnosu na početak ili završetak aktivnosti prethodnika, ili se mora završiti sa izvesnim vremenskim pomakom u odnosu na aktivnost sledbenika, što su tipične situacije unijatno-autonomnih tokova materijala. Pomenute performanse PD-metode kao i gubljenje prividnih aktivnosti u strukturi mreže, donele su ovoj metodi veliku popularnost i širinu primene poslednjih godina u mnogim industrijskim granama zemalja Zapadne Evrope /73/.

.5 Analiza vremena tokova

Analiza vremena predstavlja jedan od važnijih modula faze programiranja u postupcima upravljanja. Može se izvoditi kao nezavisna aktivnost u odnosu na analizu strukture, a njena suština sastoji se u odredjivanju optimalnog trajanja aktivnosti u mreži, pa i optimalnost samoga modela tokova materijala. Medjutim, zadovoljenje kriterijuma optimalnosti postiže se, u principu, složenijim zahvatima i metodskim postupcima koji zahtevaju učešće i drugih parametara, osim vremenskih, npr. cene normiranih i usiljenih elementarnih aktivnosti, resursnih i drugih ograničenja i pretpostavki /45/.

U ovom radu, na bazi procene trajanja elementarnih aktivnosti, odredjuju se sledeći vremenski parametri:

- ▶ vremena trajanja pojedinačnih i grupnih aktivnosti u protoku,
- ▶ očekivane i superponirane vremenske rezerve duž toka materijala eksplicitno preko PD-dijagrama,
- ▶ vreme trajanja kritičnog protočnog vremena i njegove varijanse,
- ▶ vreme trajanja proizvodnog ciklusa i njegove varijanse,
- ▶ greška planiranja: kritičnog protočnog vremena i njegove varijanse,
- ▶ izvesnost realizacije kritičnog protočnog vremena u planiranom roku,
- ▶ izvesnost realizacije proizvodnog ciklusa u planiranom roku i
- ▶ greška proračuna izvesnosti putem kritičnog protočnog vremena.

U traganju za algoritmom za programiranje vremena protoka razvijene su veoma značajne koncepcije upravljanja kao što su: superpo-

nirani kritičan put, očekivani kritičan put, očekivane i superponirane vremenske rezerve, model verovatnoće realizacije tokova, optimistička, pesimistička, očekivana i najverovatnija vremena trajanja aktivnosti i sl. Očigledno da ovakav stohastički tretman problema tokova po modelu FDM-a zahteva dodatnu analizu vremena u odnosu na determinističke pristupe poznate u CPM, FDM ili stohastičke karakteristične za LM, PERT i slične modele.

Prvi korak koji se preduzima kod definisanja polaznih parametara mreže, za proračun vremena, sastoji se u odredjivanju termina trajanja pojedinačnih aktivnosti. Za ostvarenje toga cilja najpre se na osnovu ekspertske analize procenjuju tri intervala vremena za svaku aktivnost, i to:

1. Optimističko vreme (a_j) predstavlja najkraće vreme za koje se može izvršiti neka aktivnost (j) ako bi sve teklo idealno i bez ikakvih prepreka i zastoja. Za svako drugo vreme koje je kraće od vremena (a_j) verovatnoća izvršenja određene aktivnosti jednako je nuli, ili je njoj približno ($\alpha=0$, $\alpha \approx 0$). U modeliranju vremena elementarnih aktivnosti određeno je čisto tehnološko vreme (T_j), kao procena optimističkog vremena (a_j).

2. Modalno vreme (m_j) izvršenja aktivnosti predstavlja vreme za koje bi se najverovatnije izvršila određena aktivnost, kod njenog višekratnog ponavljanja pod istim uslovima. Kako drugih dokaza nemamo o tipu raspodele za distribuciju vremena izvršenja aktivnosti (P_j) usvajamo normalnu distribuciju $N: [\bar{P}_j, \sigma(P)_j]$, koja je po karakteristikama vrlo slična simetričnoj β -distribuciji, najčešće korišćenoj u metodi PERT /60/. Pod tim uslovima modalno vreme (m_j) je identično očekivanom vremenu protoka $M(P_j)$ posmatrane aktivnosti. Pored toga ova procenjena (u nekoj meri i proračunata) vrednost predstavlja merodavno vreme koje tehnolozi propisuju u projektu tehnoloških postupaka i procesa rada, a sastoji se u osnovi od normiranog (proračunatog) tehnološkog vremena i procenjenog-očekivanog medjuoperacijskog vremena. U odeljku vrednovanja stohastičkog PD-modela, u postupcima ispitivanja osetljivosti i invarijantnosti izlaznih parametara PD-mreže, koriste se i drugi tipovi raspodele elementarnih protočnih vremena (videti tačku 5.1.5 i 5.1.6).

3. Procenom pesimističkog vremena (b_j) uzima se u obzir najduže potrebno vreme obavljanja određene aktivnosti. Ovim ekstremnim vremenom

obuhvaćeni su, pored tehnoloških vremena, svi zastoji i maksimalno gubljenje vremenskog kapaciteta koji mogu logično nastati, a koji se mogu predvideti. Izuzetak su pojave zastoja prouzrokovane "višom" silom, npr. nestanak energije, teži kvarovi tehnoloških oprema, otkazi prouzrokovani ljudskim faktorom i sl.

Pri proceni prethodnih vremena moraju biti ispunjeni sledeći uslovi:

4. Procena triju intervala vremena zasniva se na uzimanju u obzir činilaca i faktora koji se mogu svrstati, sumarno gledajući, u stohastičke (jednim delom u determinističke, a drugim u aleatorne), pogotovu u modeliranju medjuoperacijskih vremena (T_{mo_j}).
5. Procena vrednosti vrši se za svaku aktivnost posebno, nezavisno od procena za druge aktivnosti. Na ovu činjenicu se obraća posebna pažnja, jer se stohastički PD-model zasniva, izmedju ostalog, i na pretpostavci o nezavisnosti pojedinih aleatornih vremenskih promenljivih.
6. Procena svih triju vrednosti vremena: (a_j), (m_j) i (b_j) obavlja se bez uticaja veličine ukupnog protočnog vremena, pogotovo ne u slučaju kada kritičan tok po proračunu izgleda suviše dug /37/.
7. Nova procena, jednom ustanovljene vrednosti za pojedina vremena, može se vršiti samo u slučaju izmenljivosti uslova rada, npr. pri promeni broja ili vrste tehnološke opreme, pri uvođenju nove tehnologije rada i sl.

Kod pripreme za aplikaciju PD-metode, u principu, se ne zahteva prikupljanje statističkih podataka o vremenskim normama iz prošlosti (mada ih je poželjno znati), što je kod pojedinačne proizvodnje često i nemoguće, već se polazi od proračuna i procena koje daju tehnolozi i planeri zaduženi za obavljanje prethodnih zadataka normiranja /40/. Prve izvedene vrednosti, od interesa za analizu vremena, koje se mogu proceniti za svaku aktivnost predstavljaju: očekivano vreme (\bar{P}_j) i varijansa vremena $\sigma^2(P_j)$ aktivnosti (rk). U tom smislu mogu se usvojiti ili izvesti obrasci za modeliranje elementarnih protočnog vremena (prikaz na Sl.23).

1. Ako se usvaja primarno \mathcal{N} , a zatim simetrična β i \mathcal{U} distribucija vremena aktivnosti, dobija se respektivno:

▶ za očekivano vreme;

$$\mathcal{N}: \bar{P}_j = \frac{a_j + b_j}{2} \quad \beta: \bar{P}_j = \frac{1}{6}(a_j + 4m_j + b_j) \quad \mathcal{U}: P_j = \frac{a_j + b_j}{2}, \quad (141)$$

► za varijansu vremena;

$$\sigma_{rk}^2 \approx \frac{1}{36}(b_{rk} - a_{rk})^2 \quad \sigma_{rk}^2 = \frac{1}{36}(b_{rk} - a_{rk})^2 \quad \sigma_{rk}^2 = \frac{1}{12}(b_{rk} - a_{rk})^2. \quad (142)$$

2. S obzirom na pretpostavljene uslove o \mathcal{N} -distribuciji, uz usvajanje intervala poverenja od $6 \cdot \sigma(P)$ i na osnovu prethodnih obrazaca, mogu se izvesti ili usvojiti sledeći vremenski parametri:

► očekivano elementarno protočno vreme aktivnosti $\bar{P}_j = m_j$ (143)

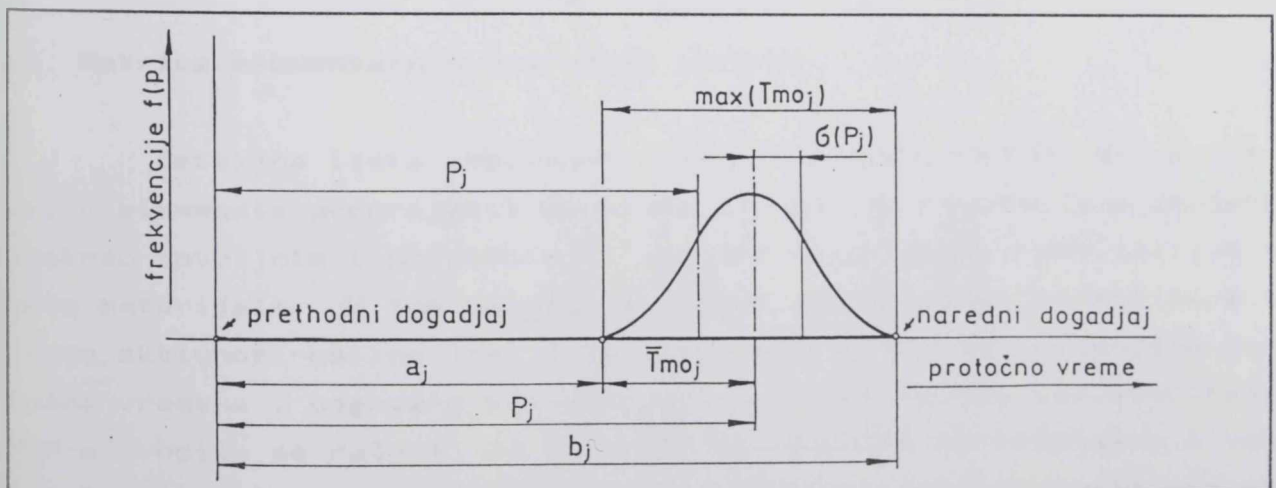
► optimističko vreme $a_j = \bar{P}_j - 3 \cdot \sigma(P_j)$, (144)

► pesimističko vreme $b_j = \bar{P}_j + 3 \cdot \sigma(P_j)$, (146)

► maksimalno medjuoperacijsko vreme $\max(T_{mo_j}) = 6 \cdot \sigma(P_j)$, (147)

► očekivano medjuoperacijsko vreme $\bar{T}_{mo_j} = 3 \cdot \sigma(P_j)$, (148)

► devijacija vremena protoka dobija se isto kao i kod β -distribucije, i približno je određena (uz rizik $\alpha=0,027$) 1/6-nom maksimalnog medjuoperacijskog vremena elementarne aktivnosti (P_j).



Sl.23 Distribucija protočnog vremena (P_j) aktivnosti (j)

U modeliranju stohastičkog vremena protoka materijala ne mogu se postavljati suviše strogi zahtevi, pogotovo ne u pogledu izbora tipa distribucije protočnog vremena koji bi sa praktične strane dali besmislene rezultate. I ako se nema dovoljno teorijskih i empirijskih podloga za realniju procenu parametara (μ_j) i (σ_j), za dalji postupak modeliranja, kao što je naglašeno, usvaja se N -raspodela.

3.5 RAZVOJ MODELA SA TEST PRIMEROM

Da bi se se praktično sagledala primena izložene materije u narednom eksperimentalnom primeru će se dati postupci rešavanja jednog problema iz realnog proizvodnog sistema. Naime, radi se o dva podprojekta upravljanja tokovima materijala u brodogradnji za slučaj pojedinačne proizvodnje središnjeg dela i boka broskog korita i to:

G50-(S53^bc S54^b) i G30-SD/31. (Sl.18)

Slični projekti, kao uređeni skup podprojekata, izvodjeni su i ranije u ovoj proizvodnoj organizaciji^{*)}, pa postoji određena podloga - tehnološka baza parametara, neophodna za strukturalnu i vremensku analizu projekta koja bi se izvela sa odgovarajućom tačnošću, odnosno, određenim nivoom poverenja. To je i primarni razlog da se za planiranje, programiranje i kontrolu vremena protoka koristi stohastička PD-metoda.

.1 Matrica elementarnih protočnih vremena

Detaljna lista aktivnosti (izvod je dat u PRILOG B:) sadrži popis elemenata podprojekta do nivoa za koji je rukovodilac projekta smatrao dovoljnim i potrebnim za uspešno upravljanje realizacijom tokova materijala. U tom smislu pojedine operacije su integrisane u jednu aktivnost-celinu (rk) i za takve aktivnosti su procenjena protočna vremena i odgovarajuća devijacija. U postupcima strukturiranja PDM-a vodilo se računa da se pojedini poslovi ne izostave, a kao rezultat analize strukture dobijena je matrica uslovljenosti operacija rada (T-3), odnosno Lista tehnoloških aktivnosti (T-4), na osnovu

^{*)} Brodogradilište "Begej"-Zrenjanin u Zrenjaninu

RN11		LISTA TEHNOLOŠKIH AKTIVNOSTI				G50-(S53 ^L _D ; S54 ^L _D)				
oznaka aktivnosti (j) ili (r-k)	prethodna aktivnost	Tehnološke aktivnosti	optimističko vreme a_j /sm/	modalno vreme m_j /sm/	pesimističko vreme b_j /sm/	devijacija vremena σ_j /sm/	RM _j	protocno vreme \bar{P}_j /sm/	medjuoperacijsko vreme $\bar{T}_{m,j}$	
A01 (1-2)	-	AUTOGENO SECENJE TABLI I DOVODJENJE IVICA POD PRAVIM UGLOM	5	5	5	0	ARA	5	0	
A02 (1-5)	-	SECENJE ELEMENATA NA HU-MAKAZAMA	17	26	35	3	HM BMb AR	26	9	
A03 (1-3)	-	SECENJE ELEMENATA BOCNIH SEKCIJA NA PANTOGRAFU	22	28	34	2	ARP	28	6	
A04 (1-4)	-	SECENJE TABLI SPOLJNE OPLATE	5	5	5	0	ARA	2	0	
A05 (2-9)	A01	BRUSENJE IVICA POSLE SECENJA I MEDJUSOBNO SASTAVLJANJE TABLI	5	8	11	1	BMb BM	8	3	
A06 (5-13)	A02	SECENJE ELEMENATA NA HU-MAKAZAMA	16	25	34	3	HM	25	9	
A07 (3-6)	A03	BRUSENJE ELEMENATA POSLE SECENJE NA PANTOGRAFU	11	14	17	1	BMb	14	3	
A08 (10-13)	A07	SAVIJANJE PERA KOLENA	2	2	2	0	HP	2	0	
A09 (6-13)	A07	ISPRAVLJANJE-PEGLANJE POSLE SECENJA NA PANTOGRAFU	10	13	16	1	BMp	13	3	
A10 (11-13)	A07	MEDJUSOBNO SASTAVLJAJE POZICIJE REBARA	5	5	5	0	BM E EPP	5	0	
A11 (7-13)	-	OBRADA PROFILA REBARA I GLAVNE PALUBE NAKON ZAVARIVANJA UKREPA	10	13	16	1	BHp	13	3	
A12 (4-8)	A04	BRUSENJE IVICE POSLE SECENJA	4	4	4	0	BMb	4	4	
A13 (8-12)	A12	MEDJUSOBNO SASTAVLJA- NJE TABLI U OPLOCENJU	3	6	9	1	BM	6	3	
A14 (9-12)	A05	ZAVARIVANJE SASTAVA OPLOCENJA	7	10	13	1	E EPP	10	3	
A15 (13-17)	A06, A08 A09, A10	SASTAVLJANJE REBARA NA MREZI	3	6	9	1	BM	6	3	
A16 (13-15)	A06, A08 A09, A10	MONTAZA UKREPA REBARA I GLAVNE PALUBE	6	12	18	2	BM	12	6	
A17 (12-16)	A13	ZAVARIVANJE SASTAVA OPLOCENJA	7	10	13	1	E	10	3	
A18 (14-21)	A14	OPSECANJE OPLOCENJA (NAKON TRASIRANJA) SA BRUSENJEM	2	2	2	0	ARA BM	2	0	
A19 (17-19)	A15	ZAVARIVANJE REBARA NA MREZI SA PREVRTANJEM	3	3	3	0	E	3	0	
A20 (15-18)	A16	ZAVARIVANJE UKREPA REBARA I GLAVNE PALUBE	9	15	21	2	E	15	6	

A21 (16-19)	A17	OPSEGANJE OPLOCENJA I SPREGOVANJE IVICA POSLE ZAVARIVANJA	2	2	2	0	ARA	2	0
A22 (18-19)	A20	ISPRAVLJANJE REBARA I GLAVNE PALUBE NAKON ZAVARIVANJA UKREPA	7	13	19	2	BMp	13	6
A23 (19-20)	A19, A21, A22	MONTAZA ELEMENATA SEKCIJA: S53D ^L I S54D ^L	4	4	4	0	BM	4	0
A24 (20-21)	A23	KOMPLET ZAVARIVANJE SEKCIJA: S53D ^L I S54D ^L	20	32	44	4	E	32	12
A25 (21-22)	A18, A24	ZAVRSNO BRUSENJE SEKCIJE GRUPE 050 NAKON KOMPLETNOG ZAVARIVANJA	13	19	25	2	BMB	19	6
A26 (20-23)	A23	ZAVRSNO PEGLANJE SEKCIJE GRUPE 050 NAKON KOMPLETNOG ZAVARIVANJA	9	15	21	2	BMp	15	0

(T-4/2)

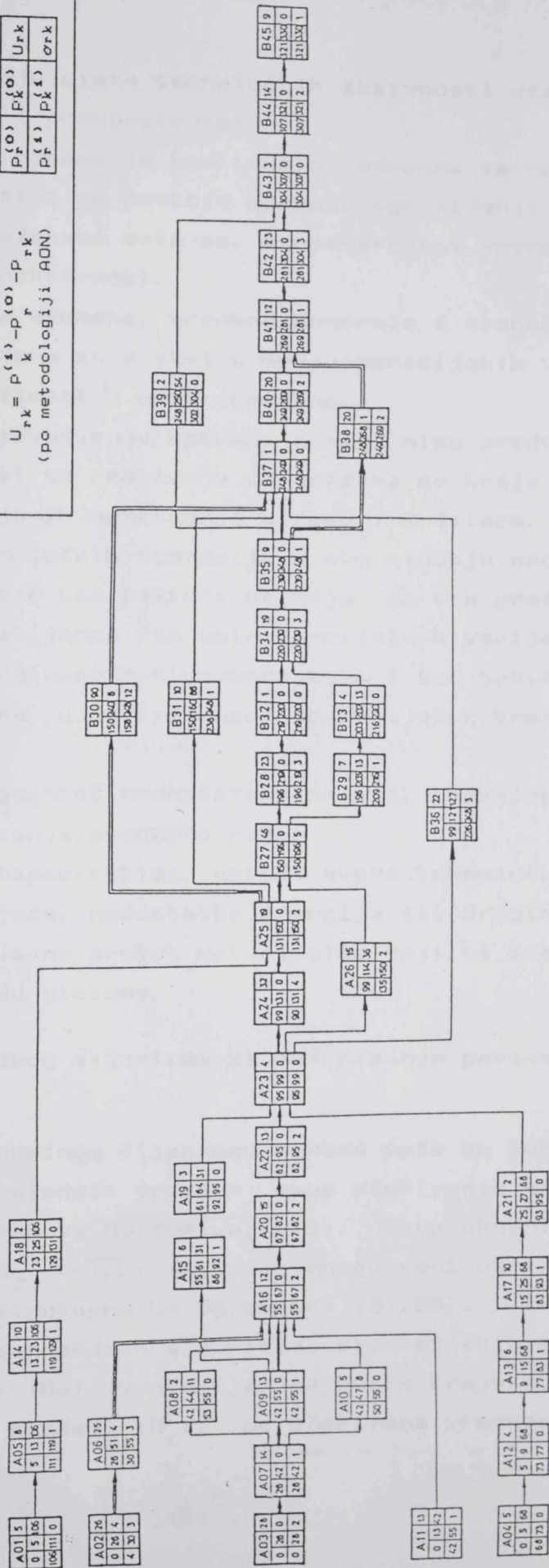
RN12	LISTA TEHNOLOŠKIH AKTIVNOSTI	G30- SD/31
------	------------------------------	------------

B27 (23-25)	A25, A26	OBRADA ELEMENATA	31	46	61	5	ARP BM TP	46	15
B28 (25-28)	B27	BRUSENJE ELEMENATA	14	23	32	3	BM	23	9
B29 (25-29)	B27	PEGLANJE ELEMENATA	4	7	10	1	BM	7	3
B30 (26-32)	A25, A26	BANDOVANJE UZDUZNIKA DNA	54	90	126	12	BM	90	36
B31 (27-32)	A25, A26	OBRADA HP-HOLAND PROFILA	7	10	13	1	BM	10	3
B32 (28-30)	B28	SPREGOVANJE	1	1	1	0	BM	1	0
B33 (29-30)	B29	OBRADA ZUJALICOM	4	4	4	0	BM	4	0
B34 (30-31)	B32, B33	SASTAVLJANJE ELEMENATA	10	19	28	3	BM	19	9
B35 (31-32)	B34	PEGLANJE NAKON ZAVARIVANJA	6	9	12	1	BM	9	3
B36 (24-32)	A23	ZAVARIVANJE ELEMENATA	13	22	31	3	E	22	9
B37 (32-33)	B30, B31 B35, B36	PRIPREMA PANELA	1	1	1	0	BM	1	0
B38 (32-34)	B30, B31 B35, B36	IZRADA (POZICIJE: 1, 2, 9) PANELA DNA	14	20	26	2	BM EPP E	20	6
B39 (35-37)	B30, B31 B35, B36	DEMONTAZA	2	2	2	0	BM	2	0
B40 (33-34)	B37	IZRADA PANELA	14	20	26	2	BM EPP E	20	6
B41 (34-36)	B38, B40	IZRADA SEKCIJE	9	12	15	1	BM E	12	3
B42 (36-37)	B41	ZAVARIVANJE	14	23	32	3	E Eb EPP	23	9
B43 (37-38)	B39, B42	DEMONTAZA USKI I SEGMENTA	3	3	3	0	BM	3	0
B44 (38-39)	B43	ZAVRSNO BRUSENJE I ZAVARIVANJE	8	14	20	2	BM	14	6
B45 (39-40)	B44	ZAVRSNO PEGLANJE	6	9	12	1	BMp	9	3

- ▶ Očekivano protočno vreme $\bar{P}_c = 330$ /sm/.
- ▶ Devijacija protočnog vremena $\sigma(P_c) = 10,05$ /sm/.
- ▶ Aj-aktivnosti podprojekta G50-(S53b; S54b)
- ▶ Bj-aktivnosti podprojekta G30-SD/31.
- ▶ Kritične relacije
- ▶ Subkritične relacije
- ▶ Nekritične relacije

aktivnost		
(r-k)	P _r k	
P _r (0)	P _r (0)	U _r k
P _r (1)	P _r (1)	σ _r k

▶ Uslovna vremenska rezerva:
 $U_{rk} = P_r(1) - P_r(0) - P_{rk}$
 (po metodologiji AON)



Sl.24 Deterministički mrežni PD-dijagram podprojekta realizacije pozicija broda: G50-(S53b; S54b) i G30-SD/31

Pri oblikovanju **Liste tehnoloških aktivnosti** uzete su sledeći uslovi, ograničenja i pretpostavke:

1. Svaka tehnološka oprema je kontinualno spremna za realizaciju planiranih aktivnosti i ne postoje posebna ograničenja u tom pogledu.
2. Na angažovanim mašinama može se, u posmatranom vremenu, realizovati samo po jedna aktivnost.
3. Pripremno-završna vremena, vremena kontrole i transporta određenih delova sagledana su u okviru medjuoperacijskih vremena i neće se u proračunu uzimati u obzir posebno.
4. Veći prekidi u izvodjenju operacija rada nisu predviđeni. Tehnološke aktivnosti se realizuju od početka do kraja neprekidno.
5. Pojave nepredviđenih odstupanja u radu izvršilaca, u izvršenju pojedinačnih tehnoloških operacija u ovo slučaju neće se eksplicitno uzeti u obzir kao faktori uticaja na tok proizvodnje. Međutim, ukupna varijansa kao zbir parcijalnih varijansi, znatno utiče na indeterminantnost vremena toka i kao takva je uzeta u obzir u proračunu, u okviru medjuoperacijskog vremena protoka materijala.
6. Isključuje se mogućnost nedostataka delova, podsklopova i sl. u procesu konvertovanja predmeta rada.
7. Nema gubitaka u kapacitetima, usled: kvara tehnoloških jedinica, škarta predmeta rada, nedostatka energije ili drugih vektora poremećajnog dejstva na protok materijala, koji bi izazvali drastične zastoje u radu sistema.

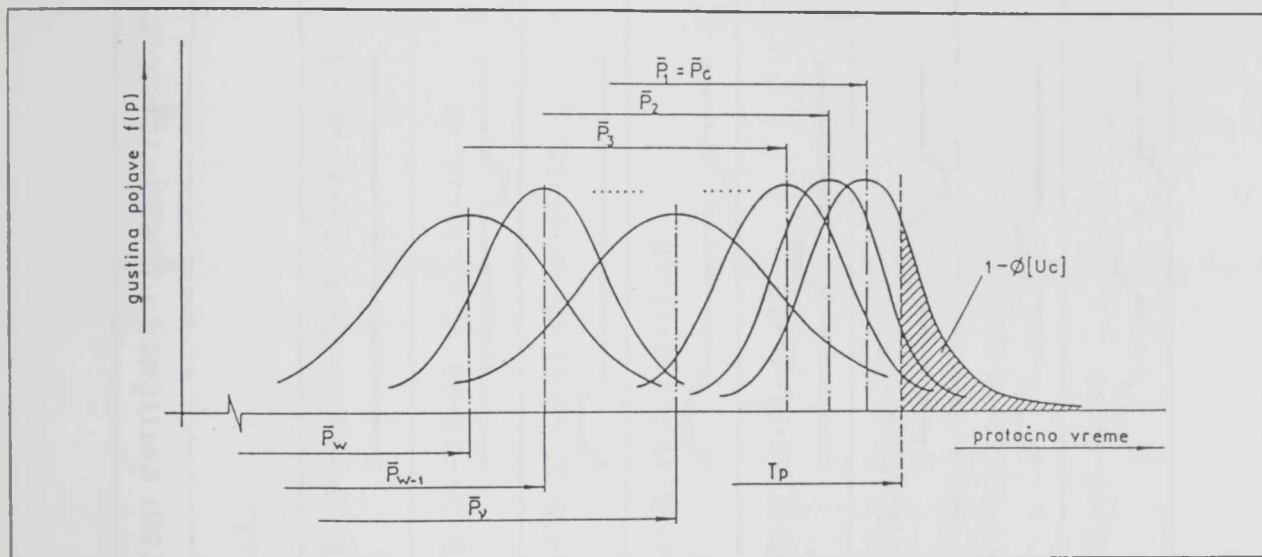
.2 Primena standardnog algoritma za definisanje parametara kritičnog toka

U razvojenom mrežnom dijagramu tokova može se konstatovati, u konkretnom slučaju, sledeći uredjen skup očekivanih kritičnih, odnosno subkritičnih tokova Π_ν ($\nu=\overline{1,w}$; $w=8$). Skup ukupnih autonomno-unijatnih tokova Π_ℓ ($\ell=\overline{1,L}$; $w \in L$) je mnogo veći od sistematizovanih w -tokova i iznosi ukupno $L=55$ tokova (Sl.25).

Na osnovu standardnih algoritama stohastičkih metoda, npr. PERT-a, kritičan tok (Π_c) je odredjen najdužom trajektorijom u mreži, a to je u ovom slučaju (Π_1), pa očekivana vrednost protočnog vremena iznosi:

$$\bar{P}_c = \sum_{j \in \Pi_c} \bar{P}_j, \quad (149)$$

Drugi i ostali vremenski intervali, po dužini vrlo bliski očekivanom kritičnom toku, predstavljaju očekivane subkritične tokove ($\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \dots, \Pi_8$), u oznaci (Π_0). Ostali parametri za kritične i subkritične tokove [$\sigma^2(P_c), \sigma(P_c), U_\nu$] takodje su izračunati i predstavljene u tabeli (T-5). Funkcije raspodele verovatnoća realizacije parcijalno posmatranih tokova materijala, uzimajući u obzir identifikovani kritičan tok i veći broj subkritičnih tokova, mogu se šematski predstaviti na (Sl.26). Kako je planirani rok završetka protočnog vremena poznat kao $T_p = 340$ /sm/, mogu se kvantifikovati odgovarajući faktori verovatnoća U_ν ($\nu = \overline{1,8}$), a zatim i samih verovatnoća $\phi(U_\nu)$:







Sl.26 Šema distribucije verovatnoća realizacije parcijalnih kritične i subkritičnih tokova

- ▶ za kritičan tok, verovatnoća realizacije očekivanog protočnog vremena u planiranom roku (T_p) iznosi:

$$\phi(U_c) = \phi\left\{\frac{T_p - P_c}{\sigma(P_c)}\right\} = \phi\left\{\frac{340 - 330}{10,05}\right\} = 0,8401 . \quad (150)$$

- ▶ za subkritične tokove odgovarajuće (parcijalne) verovatnoće realizacije tokova, kao i za tok (Π_0), date su u (T-5). Konstatacija da bi ukupna verovatnoća završetka kritičnog i svih subkritičnih tokova bila jednaka proizvodu parcijalnih verovatnoća, na osnovu

OSNOVNI KVANTIFIKATORI KRITIČNOG I SUBKRITIČNIH TOKOVA Π_{ν} ($\nu = \overline{1,8}$)

rb	Π_{ν}	Elementi toka	$\bar{P}_{\nu} = \sum_{j \in \pi_{\nu}} \bar{P}_j$	$\sigma^2(P_{\nu}) = \sum_{j \in \pi_{\nu}} \sigma_j^2$	$U_{\nu} = \frac{T_D - \bar{P}_{\nu}}{\sigma(P_{\nu})}$	$\phi(U_{\nu})$
1.	$\Pi_1 = \Pi_c$	3-7-9-16-20-22-23-24-25-27-28-32-34-35-37-40-41-42-43-44-45 	330	101	0,9950	0,8401
2.	Π_2	3-7-9-16-20-22-23-24-25-27-28-32-34-35-38-41-42-43-44-45 	329	101	1,0945	0,8631
3.	Π_3	2-6-16-20-22-23-24-25-27-28-32-34-35-37-40-41-42-43-44-45 	326	113	1,3170	0,9060
4.	Π_4	2-6-16-20-22-23-24-25-27-28-32-34-35-41-42-43-44-45 	325	113	1,4111	0,9209
5.	Π_5	3-7-9-16-20-22-23-24-25-30-37-40-41-42-43-44-45 	322	201	1,2696	0,8979
6.	Π_6	3-7-9-16-20-22-23-24-25-30-38-41-42-43-44-45 	321	201	1,3401	0,9099
7.	Π_7	2-6-16-20-22-23-24-25-30-37-40-41-42-43-44-45 	318	213	1,5074	0,9341
8.	Π_8	2-6-16-20-22-23-24-25-30-38-41-42-43-44-45 	317	213	1,5759	0,9425

sledeće jednačine, tj.

$$\phi [T_p \geq T_{cp}] = \prod_{\nu=1}^8 \phi(U_{\nu}) = 0,4352. \quad (151)$$

bila bi pogrešna, jer ovaj model kritičnih tokova ne odgovara ni jednoj od prve dve varijante definisanog opšteg modela kritičnog protoka materijala. U konkretnom primeru ima smisla govoriti o verovatnoći da će određena aktivnost biti na kritičnom ili subkritičnom toku, pa se očigledno radi o trećoj najkompleksnijoj varijanti modela kritičnih tokova, čije je rešavanje omogućeno:

- ▶ na osnovu ranije razvijenih metoda analitičkog superponiranja, ili
- ▶ numeričkom simulacijom Monte-Karlo, koja se iz razloga jednostavnosti primene i velike efikasnosti naziva metodom "zadnjeg izlaza".

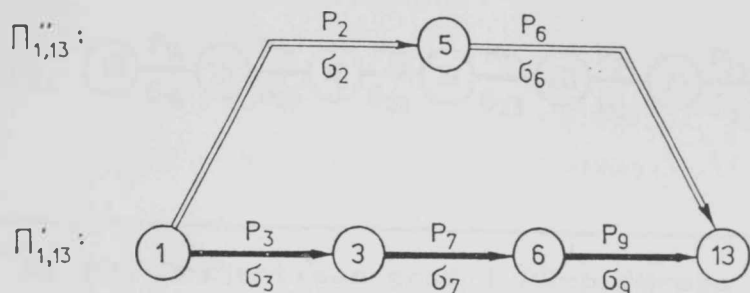
3.6 APLIKACIJA RAZVIJENIH CLARKOVIH JEDNACINA U REŠAVANJU OPŠTEG MODELA KRITIČNIH PROTOKA MATERIJALA

U prvom slučaju superponiranje kritičnih i subkritičnih protočnih vremena i njihovih devijacija izvodi se kombinovano:

- a) razvijenim algoritmima **Clarka** rešavaju se kritični lokalno-autonomni tokovi paralelnog tipa u izdvojenim podmrežama;
- b) analitičkim postupcima **centralne granične teoreme** za rešavanje relevantnih parametara uočenih u podmrežama rednog tipa.

Da bi se ilustrovala primena osnovnih navedenih algoritama poslužiće nam PD-orijentisan graf sa parametrima koji su uzeti iz realne proizvodnje. Dekompozicijom mreže (Sl.25) dobijeno je pet podmreža: $m_{\omega} (\omega=1, \bar{\Omega}; \bar{\Omega}=5)$.

1. Prva podmreža (m_1) predstavlja autonomno paralelne tokove od kojih je jedan očekivano kritičan ($\Pi'_{1,19}$), a drugi subkritičan tok ($\Pi''_{1,19}$). U rezultatu analize ovih tokova uzet je u obzir stohastički uticaj obeju protočnih vremena na dalji redni protok materijala.



Sl.27 Orijetisan graf i PD-podmreža (m_1^P)

Razvijene jednačine protoka u tom slučaju glase za:

► superponirano protočno vreme i njegov diferencijal

$$\bar{P}_{1,13} = \bar{P}'_{1,13} \phi(\xi_1) + \bar{P}''_{1,13} (-\xi_1) + \lambda_1 \cdot \phi(\xi_1), \quad (152)$$

$$\Delta \bar{P}_{1,13} = \lambda_1 \cdot \phi(\xi_1) + (\bar{P}'_{1,13} - \bar{P}''_{1,13}) \cdot \phi(-\xi_1), \quad (153)$$

► varijansu superponiranog protočnog vremena i njenog diferencijala

$$\sigma_{1,13}^2 = (\bar{P}'_{1,13}{}^2 - \sigma_{1,13}'^2) \phi(\xi_1) + (\bar{P}''_{1,13}{}^2 + \sigma_{1,13}''^2) \phi(-\xi_1) + (\bar{P}'_{1,13} + \bar{P}''_{1,13}) \cdot \lambda_1 \phi(\xi_1) - \bar{P}_{1,13}^2, \quad (154)$$

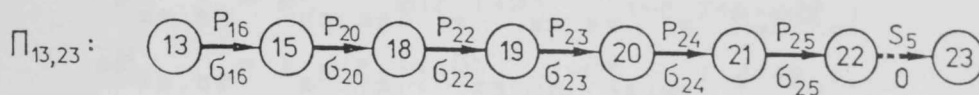
$$\Delta \sigma_{1,13}^2 = \sigma_{1,13}'^2 \phi(\xi_1) + (\bar{P}''_{1,13}{}^2 - \sigma_{1,13}''^2 - \sigma_{1,13}'^2) \phi(-\xi_1) + (\bar{P}'_{1,13} + \bar{P}''_{1,13}) \cdot \lambda_1 \phi(\xi_1) - \bar{P}_{1,13}^2, \quad (155)$$

gde su: $\bar{P}'_{1,13} = \sum_{m_1^P} \bar{P}'(m_1^P) = \bar{P}_9 + \bar{P}_7 + \bar{P}_9$ i $\bar{P}''_{1,13} = \sum_{m_1^P} \bar{P}''(m_1^P) = \bar{P}_2 + \bar{P}_6$,

$$\lambda_1 = \sqrt{\sigma_{1,13}'^2 + \sigma_{1,13}''^2} = \sqrt{\sigma_9^2 + \sigma_7^2 + \sigma_9^2 + \sigma_2^2 + \sigma_6^2} \quad (156)$$

$$\xi_1 = \frac{1}{\lambda_1} \cdot (\bar{P}'_{1,13} - \bar{P}''_{1,13}) = \frac{1}{\lambda_1} \cdot (\bar{P}_9 + \bar{P}_7 + \bar{P}_9 - \bar{P}_2 - \bar{P}_6). \quad (157)$$

2. Druga podmreža (m_2) sadrži samo sukcesivno vezane kritične tokove ($\Pi_{13,29}$) (Sl.28), čiji se vremenski parametri rešavaju klasičnim statističkim postupcima:



Sl.28 Orijetisan graf i PD-podmreža (m_2^r)

Razvijene jednačine protoka u tom slučaju glase za:

► očekivano protočno vreme i njegov diferencijal

$$\bar{P}_{19,29} = \sum_{m_2^r} \bar{P}(m_2^r) = \bar{P}_{16} + \bar{P}_{20} + \bar{P}_{22} + \bar{P}_{23} + \bar{P}_{24} + \bar{P}_{25} \quad (158)$$

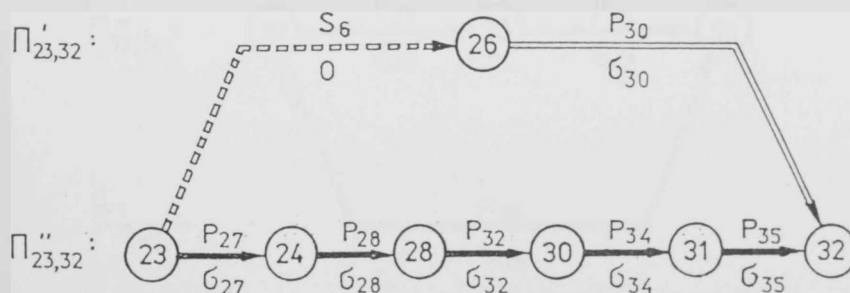
$$\Delta \bar{P}_{19,29} = 0, \quad (159)$$

► varijansu protočnog vremena i njenog diferencijala

$$\sigma_{19,29}^2 = \sum_{m_2^r} \sigma^2(m_2^r) = \sigma_{16}^2 + \sigma_{20}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{24}^2 + \sigma_{25}^2, \quad (160)$$

$$\Delta \sigma_{19,29}^2 = 0. \quad (161)$$

3. Treća podmreža (m_9), slično kao i prva, sastoji se od autonomnih tokova ($\Pi'_{23,32}$) i ($\Pi''_{23,32}$) (Sl.29). Ekvivalentan tok ovim tokovima dobija se postupcima superponiranja.



Sl.29 Orijetisan graf i PD-podmreža (m_9^p)

Rasvijene jednačine protoka u tom slučaju glase za:

► superponirano protočno vreme i njegov diferencijal

$$\bar{P}_{29,92} = \bar{P}'_{29,92} \phi(\xi_9) + \bar{P}''_{29,92} (-\xi_9) + \lambda_9 \cdot \phi(\xi_9) \quad (162)$$

$$\Delta \bar{P}_{29,92} = \lambda_9 \cdot \phi(\xi_9) + (\bar{P}'_{29,92} - \bar{P}''_{29,92}) \cdot \phi(-\xi_9), \quad (163)$$

► varijansu superponiranog protočnog vremena i njenog diferencijala

$$\sigma_{29,92}^2 = (\bar{P}'_{29,92}{}^2 - \sigma_{29,92}'^2) \phi(\xi_9) + (\bar{P}''_{29,92}{}^2 + \sigma_{29,92}''^2) \phi(-\xi_9) + (\bar{P}'_{29,92} + \bar{P}''_{29,92}) \cdot \lambda_9 \phi(\xi_9) - \bar{P}_{29,92}^2, \quad (164)$$

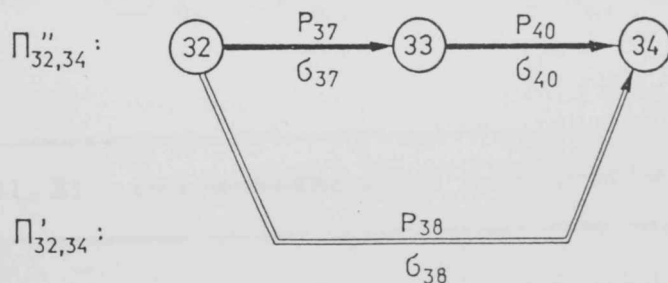
$$\Delta \sigma_{29,92}^2 = \sigma_{29,92}'^2 \phi(\xi_9) + (\sigma_{29,92}''^2 - \sigma_{29,92}'^2 - \sigma_{29,92}''^2) \phi(-\xi_9) + (\bar{P}'_{29,92} + \bar{P}''_{29,92}) \cdot \lambda_9 \phi(\xi_9) - \bar{P}_{29,92}^2, \quad (165)$$

gde su: $\bar{P}'_{29,92} = \sum_{m_9^P} \bar{P}'_i (m_9^P) = \bar{P}'_{27} + \bar{P}'_{28} + \bar{P}'_{92} + \bar{P}'_{94} + \bar{P}'_{95}$ i $\bar{P}''_{29,92} = \sum_{m_9^P} \bar{P}''_i (m_9^P) = \bar{P}''_{90}$,

$$\lambda_9 = \sqrt{\sigma_{29,92}'^2 + \sigma_{29,92}''^2} = \sqrt{\sigma_{27}^2 + \sigma_{28}^2 + \sigma_{92}^2 + \sigma_{94}^2 + \sigma_{95}^2 + \sigma_{90}^2} \quad (166)$$

$$\xi_9 = \frac{1}{\lambda_9} \cdot (\bar{P}'_{29,92} + \bar{P}''_{29,92}) = \frac{1}{\lambda_9} \cdot (\bar{P}'_{27} + \bar{P}'_{28} + \bar{P}'_{92} + \bar{P}'_{94} + \bar{P}'_{95} - \bar{P}''_{90}). \quad (167)$$

4. Četvrta podmreža (m_4) je također orijentisan graf sa lokalno paralelnim tokovima. Ekvivalentno vreme toka kroz mrežu (Sl.30) dobija se superponiranjem vremena protoka karakterističnih za tok ($\Pi'_{92,94}$) i ($\Pi''_{92,94}$), (Sl.30).



Sl.30 Orijetisan graf i PD-podmreža (m_4^P)

Razvijene jednačine parcijalnih protoka glase za:

► superponirano protočno vreme i njegov diferencijal

$$\bar{P}_{92,94} = \bar{P}'_{92,94} \phi(\xi_4) + \bar{P}''_{92,94} (-\xi_4) + \lambda_4 \cdot \phi(\xi_4), \quad (168)$$

$$\Delta \bar{P}_{92,94} = \lambda_4 \cdot \phi(\xi_4) + (\bar{P}'_{92,94} - \bar{P}''_{92,94}) \cdot \phi(-\xi_4), \quad (169)$$

► varijansu superponiranog protočnog vremena i njenog diferencijala

$$\sigma_{92,94}^2 = (\bar{P}'_{92,94}{}^2 - \sigma_{92,94}'^2) \phi(\xi_4) + (\bar{P}''_{92,94}{}^2 + \sigma_{92,94}''^2) \phi(-\xi_4) + (\bar{P}'_{92,94} + \bar{P}''_{92,94}) \cdot \lambda_4 \phi(\xi_4) - \bar{P}_{92,94}^2, \quad (170)$$

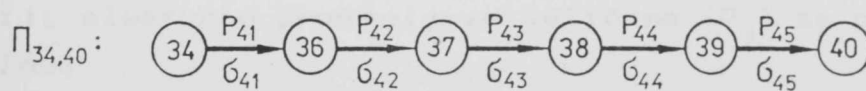
$$\Delta \sigma_{92,94}^2 = \bar{P}'_{92,94}{}^2 \phi(\xi_4) + (\bar{P}''_{92,94}{}^2 - \sigma_{92,94}''^2 - \sigma_{92,94}'^2) \phi(-\xi_4) + (\bar{P}'_{92,94} + \bar{P}''_{92,94}) \cdot \lambda_4 \phi(\xi_4) - \bar{P}_{92,94}^2, \quad (171)$$

gde su: $\bar{P}'_{92,94} = \sum_{m(P)_4} \bar{P}'(m^P_4) = \bar{P}_{97} + \bar{P}_{40}$ i $\bar{P}''_{92,94} = \sum_{m(P)_4} \bar{P}''(m^P_4) = \bar{P}_{98}$, (172)

$$\lambda_4 = \sqrt{\sigma_{92,94}'^2 + \sigma_{92,94}''^2} = \sqrt{\sigma_{97}^2 + \sigma_{40}^2 + \sigma_{98}^2} \quad i \quad (173)$$

$$\xi_4 = \frac{1}{\lambda_4} \cdot (\bar{P}'_{92,94} + \bar{P}''_{92,94}) = \frac{1}{\lambda_4} \cdot (\bar{P}_{97} + \bar{P}_{40} - \bar{P}_{98}).$$

5. Peta podmreža (m_5), kao i druga (m_2), sastoji se od redno vezanih kritičnih aktivnosti koji oblikuju tok ($\Pi_{34,40}$), (Sl.31).



Sl.31 Orijetisan graf i PD-podmreža (m_5)

Razvijene jednačine parcijalnog protoka glase za:

► očekivano protočno vreme i njegov diferencijal

$$\bar{P}_{94,40} = \sum_{m(r)_5} \bar{P}(m^r_5) = \bar{P}_{41} + \bar{P}_{42} + \bar{P}_{43} + \bar{P}_{44} + \bar{P}_{45} \quad (174)$$

$$\Delta \bar{P}_{94,40} = 0. \quad (175)$$

► varijansu protočnog vremena i njenog diferencijala

$$\sigma_{94,40}^2 = \sum_{m \in \{r\}} \sigma^2(m^r) = \sigma_{41}^2 + \sigma_{42}^2 + \sigma_{43}^2 + \sigma_{44}^2 + \sigma_{45}^2, \quad (176)$$

$$\Delta \sigma_{94,40}^2 = 0. \quad (177)$$

6. Postupak integracije parametara protočnih i superponiranih vremena, pojedinih pod mreža $m_\omega (\omega=1,5)$.

► Proizvodni ciklus i njegova greška planiranja su određeni kao:

$$\overline{T}_{cp} = \sum_{m \in \{p\}} \overline{P}(m^p) + \sum_{m \in \{r\}} \overline{P}(m^r) = \overline{P}_{1,19} + \overline{P}_{29,92} + \overline{P}_{92,94} + \overline{P}_{19,29} + \overline{P}_{94,40}, \quad (178)$$

$$\Delta \overline{T}_{cp} = \sum_{m \in \{p\}} \Delta \overline{P}(m^p) = \Delta \overline{P}_{1,19} + \Delta \overline{P}_{29,92}. \quad (179)$$

► Varijansa proizvodnog ciklusa i njegova greška planiranja iznose:

$$\sigma^2(T_{cp}) = \sum_{m \in \{p\}} \sigma^2(m^p) = \sigma_{1,19}^2 + \sigma_{29,92}^2 + \sigma_{92,94}^2, \quad (180)$$

$$\Delta \sigma^2(T_{cp}) = \sum_{m \in \{p\}} \Delta \sigma^2(m^p) = \Delta \sigma_{1,19}^2 + \Delta \sigma_{29,92}^2 + \Delta \sigma_{92,94}^2. \quad (181)$$

Zbog relativne složenosti proračuna ovih upravljačkih parametara postupak kvantifikacije je izveden računarski i dat je u tački (4.2.3) razvoja **EDUKATIVNOG MODELA**.

3.7 APLIKACIJA MONTE-KARLO METODE U REŠAVANJU OPŠTEG MODELA KRITICNIH PROTOKA MATERIJALA

Metoda Monte-Karlo, u konkretnom slučaju, zasniva se na numeričkoj simulaciji aleatorno promenljive veličine (P_j) sa pretpostavljenom raspodelom:

$$\text{model 1: } \mathcal{N}: [\overline{P}_j, \sigma(P_j)] \quad (S1.46),$$

$$\text{model 2: } \mathcal{U}: [\overline{P}_j, \sigma(P_j)] \quad (S1.47),$$

$$\text{model 3: } \beta: [\overline{P}_j, \sigma(P_j)] \quad (S1.48).$$

Cilj narednih postupaka je dobijanje simuliranih vrednosti: rezultujućeg protočnog vremena tj. proizvodnog ciklusa (T_{cp}) sa karakteristikom srednje vrednosti (\overline{T}_{cp}) i standardnom devijacijom "uzorka" simulacije $S(T_{cp})$. U slučaju neograničenog repliciranja simulacije, $S(T_{cp})$ teži standardnoj devijaciji $\sigma(T_{cp})$.

Najznačajnija prednost Monte-Karlo simulacije u rešavanju superponiranog i očekivanog kritičnog toka stohastičkog PD-modela, nalazi se u komparaciji rezultata prethodno dobijenih analitičkom metodom, koji su zasnovani na algoritmima Clarka i CGT-a. Time ova metoda predstavlja racionalan izbor iz skupa eksperimentalnih metoda i tehnika u domenu kvantifikacije vremenskih parametara složenih protoka materijala koji je posebno ispoljen u pojedinačnoj proizvodnji.

.1 Algoritam za simulaciju aktivnosti u protoku (P_j)

U matematičkoj statistici razvijene su mnoge metode modeliranja aleatorno promenljivih veličina [27]. Sa modeliranjem tih entiteta stvaraju se neophodni uslovi za primenu postupaka simulacije parcijalnih i rezultujućih aleatorno promenljivih veličina. Pošto elementarna aktivnost - protočno vreme (P_j) ima npr. $\mathcal{N}, \beta, \mathcal{U}$ ili neku drugu raspodelu sa parametrima $M(P_j)$ i $\sigma(P_j)$, kao pogodan način za modeliranje posmatranih veličina usvaja se algoritam inverznih funkcija.

► Za \mathcal{N} -distribuciju s obzirom da je standardizovana aleatorno promenljiva (P_j) oblika,

$$U_j = \frac{P_j - \bar{P}_j}{\sigma(P_j)} \quad \text{gde je: } \mathcal{N}: [M(U_j)=0, \sigma(U_j)=1], \quad (182)$$

tada inverznim postupkom dobijamo:

$$P_j = \bar{P}_j + U_j \cdot \sigma(P_j), \quad (183)$$

Ako se umesto centrirane veličine (U_j) uvrsti simulirani slučajni broj istorodne raspodele sa vrednošću δ (δ_j), tada prethodna jednačina dobija nov oblik pogodan za primenu postupaka simuliranja.

$$P_j = \bar{P}_j + \delta_j \cdot \sigma(P_j) \quad \mathcal{N}: [M(\delta_j)=0, \sigma(P_j)=1]. \quad (184)$$

.2 Algoritam za simulaciju vremenskih gubitaka u protoku

Analitički model gubitaka (ili prekoračenja roka) u vremenskom kapacitetu elementarnih aktivnosti na kritičnom ili nekritičnom toku materijala predstavlja se kao razlika planiranog (Tp_j) i očekivanog vremena (\bar{P}_j) završetka aktivnosti (j).

$$G_j = T_{P_j} - P_j. \quad (185)$$

Standardizovana vrednost gubitaka i funkcija njene raspodele je u tom slučaju:

$$U_j = \frac{G_j}{\sigma(P_j)} \rightarrow \phi\left\{\frac{G_j}{\sigma(P_j)}\right\} \cong 1 - \alpha_j. \quad (186)$$

Slično prethodnim postupcima može se oblikovati model pogodan za simuliranje vrednosti elementarnih gubitaka kao:

$$G_j = \sigma(P_j) \cdot \delta_j \quad (U_j \rightarrow \delta_j). \quad (187)$$

Model simulacije sumarnih gubitaka u protoku kroz mrežu analogan je predhodnom modelu i oblikuje se na osnovu sume funkcija, kao:

$$\sum_j G_j = \sum_j T_{P_j} - \sum_j P_j, \quad (188)$$

gde je:

- ▶ sumaran gubitak: $G = \sum_j G_j$,
 - ▶ planirani rok završetka protoka: $T_p = \sum_j T_{P_j}$,
 - ▶ ukupna vremenska složenost u jednom toku: $P_c = \sum_j P_j = \bar{P}_u + \sum_j \delta_j \cdot \sigma(P_j)$,
- pa jednačina (188) dobija skraćen oblik:

$$G = T_p - P_c. \quad (189)$$

Odgovarajućom smenom sledi izraz za simulaciju ukupnih odstupanja u mreži protoka:

$$G = T_p - \bar{P}_c - \sum_j \delta_j \cdot \sigma(P_j) = \bar{G} - \sum_j \delta_j \cdot \sigma(P_j) \cong \bar{G} - \delta \cdot \sigma(P_c). \quad (190)$$

3. Algoritma za simulaciju standardne devijacije protočnog vremena: po fazama i rezultujućem intervalu protoka

Kako se tehnološka faza sastoji iz više elementarnih aktivnosti i/ili njenih delova ($\overline{1, s}$) izraz za simulaciju može se definisati kao

$$\Delta P = \sum_{j \in \Delta \pi_c} P_j = \sum_{j \in \Delta \pi_c} (P_j + \delta_j \cdot \sigma_j) \text{ odnosno,} \quad (191)$$

$$\Delta P = P_1 + P_2 + \dots + P_j + \dots + P_s + \delta_1 \cdot \sigma_1 + \delta_2 \cdot \sigma_2 + \dots + \delta_j \cdot \sigma_j + \dots + \delta_s \cdot \sigma_s. \quad (192)$$

Simulacija devijacije faze protočnog vremena sledi na osnovu (191)

u implicitnom obliku kao $\delta \cdot \sigma(\Delta P) \cong \sum_{j \in \Delta \pi_c} \delta_j \cdot \sigma_j, \quad (193)$

ili se može definisati jednostavnijim modelom za simulaciju u n-toj

replikaciji kao:

$$[\delta \cdot \sigma(\Delta P)]_n \equiv [\delta_j \cdot \sum_{j \in \Delta \pi_c} \sigma(P_j)]_n. \quad (194)$$

.4 Algoritam za simulaciju koeficijenta protoka: po fazama i rezultujućem intervalu protoka

Simulacioni model elementarnog koeficijenta protoka dobija se iz jednačine (184) deljenjem protočnog vremena (P_j) sa odgovarajućim tehnološkim vremenom (T_j).

$$f_j = \frac{P_j}{T_j} = M\left(\frac{P_j}{T_j}\right) + \delta_j \frac{\sigma(P_j)}{T_j} = \bar{f}_j + \delta_j \sigma(f_j). \quad (195)$$

Koeficijent protoka očekivanog kritičnog toka predstavlja aleatorno promenljivu veličinu koja se jednoznačno može odrediti putem sume kritičnih aktivnosti na toku (Π_c).

$$f = \sum_{j \in \Pi_c} \left(\frac{P_j}{T_j}\right) = \sum_{j \in \Pi_c} M\left(\frac{P_j}{T_j}\right) + \sum_{j \in \Pi_c} \delta_j \frac{\sigma(P_j)}{T_j} \equiv \sum_{j \in \Pi_c} [\bar{f}_j + \delta_j \sigma(f_j)]. \quad (196)$$

Medjutim, kako u opštem slučaju u stohastičkoj PD-mreži egzistiraju i subkritični tokovi prethodno definisani simulacioni modeli koji sadrže isključivo operacije, sumiranja se ne mogu korektno primenjivati. U tom slučaju, kao i kod protočnog vremena, dolazi u obzir operacija superponiranja koeficijenta kritičnog toka (Π_c) i subkritičnih tokova ($\Pi_{\alpha, \nu}$) ($\nu = \bar{2}, w$), pa se simulaciona jednačina (196) uopštava u oblik:

$$\sup(f_j) = \sup[\bar{f}_j + \delta_j \sigma(f_j)]. \quad j \in (\Pi_c, \Pi_{\alpha}) \quad (197)$$

.5 Algoritam za simulaciju izvesnosti završetka protočnog vremena i proizvodnog ciklusa u planiranom roku

Na osnovu kompletiranih podataka, dobijenih simulacijom, mogu se sagledati simulirane vrednosti kritičnog protočnog (P_c) i superponiranog protočnog vremena-proizvodnog ciklusa (Π_{cp_n}) ($n = \overline{1, N}$), koji po intervalu:

- ▶ ne prelaze planirani rok, tj. $P_c \leq T_p$, u oznaci $g^{(+)}$,
- ▶ ne prelaze planirani rok, tj. $\Pi_{cp_n} \leq T_p$, u oznaci $n^{(+)}$.

- ▶ su jednaka ili premašuju planirani rok, tj. $P_c \geq T_p$, u oznaci $g^{(-)}$,
- ▶ su jednaka ili premašuju planirani rok, tj. $T_{cp} \geq T_p$, u oznaci $n^{(-)}$.

Postupak modeliranja funkcije neizvesnosti je u ovom slučaju vrlo jednostavan i sastoji se u upoređivanju broja replika koje u rezultatu simuliranja donose manju (+) ili veću (-) vrednost (P_c i T_{cp}) u odnosu na planirani rok (T_p). U tom smislu, simulacioni model neizvesnosti realizacije tokova dobija oblik (videti PRILOG A):

$$\text{▶ za tok } \Pi_c: \quad \phi(U) = \phi[T_p \geq P_c] = \frac{\Sigma g^{(+)}}{\Sigma g^{(+)} + \Sigma g^{(-)}} = \frac{\Sigma g^{(+)}}{N} = 0,7050 \quad (198)$$

$$\text{▶ za tok } \Pi: \quad \phi(W) = \phi[T_p \geq T_{cp}] = \frac{\Sigma n^{(+)}}{\Sigma n^{(+)} + \Sigma n^{(-)}} = \frac{\Sigma n^{(+)}}{N} = 0,6175 \quad (199)$$

Simulacija greška procene izvesnosti sledi iz prethodnih dveju jednačina, kao:

$$\Delta\phi(\Delta W) = \phi(W) - \phi(U) = \frac{1}{N}(\Sigma n^{(+)} - \Sigma g^{(+)}) = 0,0875 \quad (200)$$

$$\text{U ovom slučaju je: } \Sigma g^{(+)} + \Sigma g^{(-)} = \Sigma n^{(+)} + \Sigma n^{(-)} = N. \quad (201)$$

Dobijena vrednost verovatnoće je svakako verodostojnija od parcijalnih rezultata ili rešenja ukupne verovatnoće, dobijene u rezultatu analize (151).

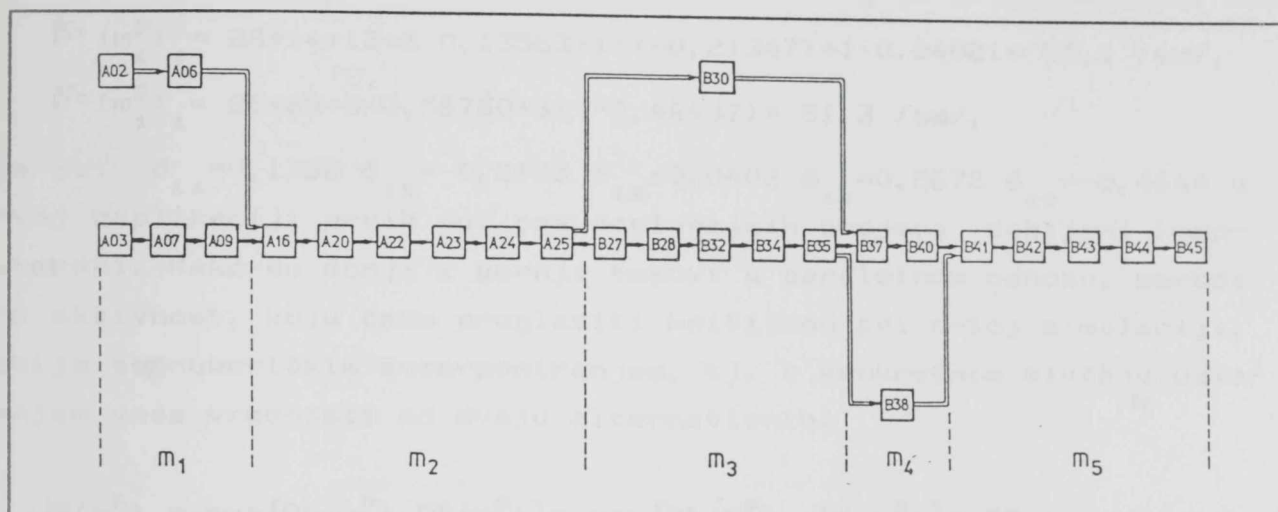
Greška nadjenih vremenskih parametara upravljanja kao i svih output parametara koji su dobijeni aplikacijom Monte-Karlo metode može se kontrolisati kvantitativno sa odredjenim nivoom poverenja.

6. Algoritam za simulaciju vremenskih parametara parcijalnih i superponiranih tokova

Konkretno, stohastička PD-mreža (Sl.21) predstavlja topološki sistem sa odredjenim stepenom složenosti, sagledan kroz: broj aktivnosti= 45 i broj relacija izmedju aktivnosti= 53.

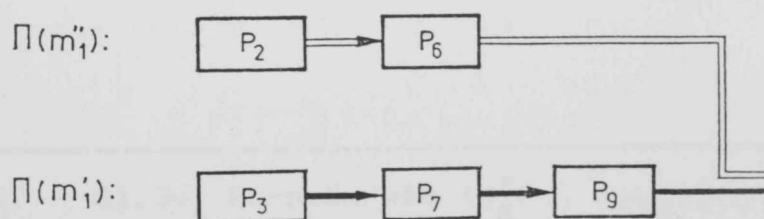
Da bi se stvorila pogodnost za simulaciju potrebno je, kao i kod primene postupaka analitičkog superponiranja, izvršiti odgovarajuću dekompoziciju mreže po istom kriterijumu na podmreže u kojoj domi-

niraju redni, odnosno lokalno-autonomni (paralelni) tokovi materijala. I u ovom slučaju mreža je dekomponovana na pet podmreža (m_ω) ($\omega=1,5$). Za proces simulacije interesantni su prvenstveno tokovi sa velikim indeksom kritičnosti, a to su kritični i subkritični tokovi. To je i razlog da pojedinačne mreže (m_ω) sadrže samo te aktivnosti (Sl.32).



Sl.32 PD-podmreže (m_ω) kritičnih i subkritičnih tokova

1. Podmreža (m_1) sastoji se od dva paralelna toka čiji su početni događaji protoka istovetni. Donji tok $\Pi(m_1)$ sadrži tri redno vezane aktivnosti za protočnim vremenima (\bar{P}_3, \bar{P}_7 i \bar{P}_9), dok je gornji tok $\Pi(m_1)$ sastavljen od aktivnosti (P_2 i P_6), također redno vezanih aktivnosti (Sl.33).



Sl.33 PD-podmreža (m_1^P)

Simulacija protočnog vremena se može izvršiti po donjem i gornjem luku, respektivno, na osnovu formule,

$$\bar{P}'(m_1^P)_n = \bar{P}_9 + \bar{P}_7 + \bar{P}_9 + \delta_{n1} \cdot \sigma_9 + \delta_{n2} \cdot \sigma_7 + \delta_{n3} \cdot \sigma_9, \quad (202)$$

$$\bar{P}''(m_1^P)_n = \bar{P}_2 + \bar{P}_6 + \delta_{n4} \cdot \sigma_2 + \delta_{n5} \cdot \sigma_6, \quad (203)$$

što npr. za prvu realizaciju simulacije ($n=1$) može iznositi,

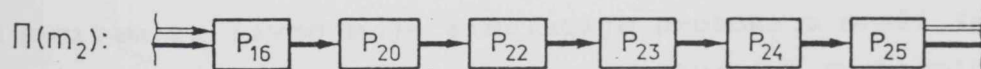
$$\bar{P}'(m_1^P)_1 = 28+14+13+2 \cdot 0,13563+1 \cdot (-0,21347)+1 \cdot 0,04021 = 55,1 \text{ /sm/},$$

$$\bar{P}''(m_1^P)_1 = 26+25+3 \cdot 0,56780+3 \cdot (-0,46437) = 51,3 \text{ /sm/},$$

gde su: $\delta_{11} = 0,1356$ $\delta_{12} = -0,2135$ $\delta_{13} = 0,0402$ $\delta_{14} = 0,5678$ $\delta_{15} = -0,4644$ u prvoj replikaciji prvih pet pseudoslučajnih brojeva dobijeni kompjuterski. Kako su donji i gornji tokovi u paralelnom odnosu, merodavna aktivnost, koju ćemo proglasiti kritičnom pri n -toj simulaciji, dobija se numeričkim superponiranjem, tj. u konkretnom slučaju usvajanjem veće vrednosti od dvaju alternativnih:

$$P(m_1^P)_1 = \sup[\bar{P}'(m_1^P)_1, \bar{P}''(m_1^P)_1] = \max[\bar{P}'(m_1^P)_1, \bar{P}''(m_1^P)_1] = 55,1 \text{ /sm/}.$$

2. Podmreža (m_2^r) sadrži sukcesivno nadovezane tokove, obuhvatajući šest očekivano kritičnih aktivnosti, bez alternative (Sl.34).



Sl.34 PD-podmreža (m_2^r)

Algoritam za simulaciju, od ukupno usvojenih $N = 400$ replikacija, je:

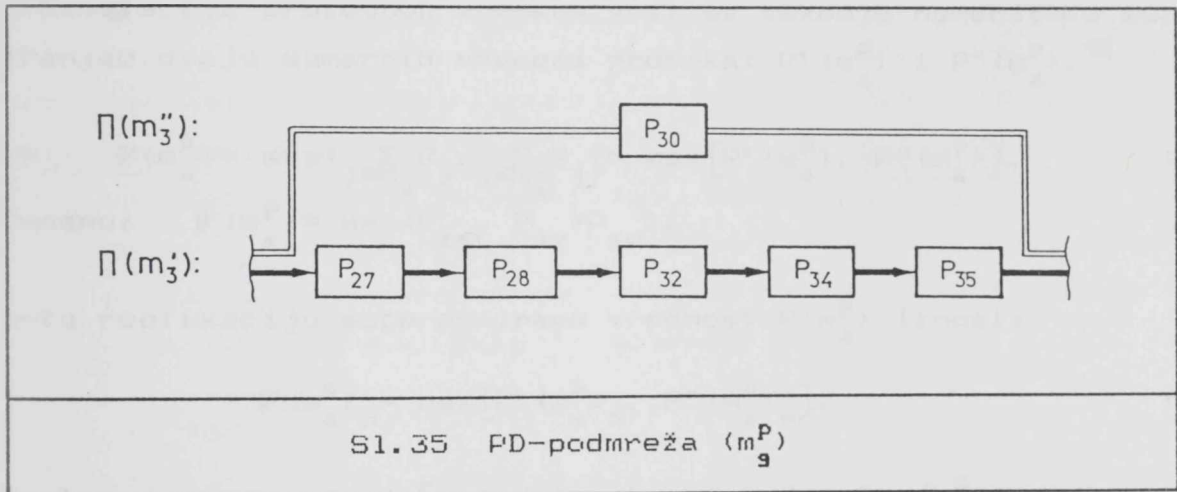
$$P(m_2^r) = \sum_{j \in m_2} (\bar{P}_{jn} + \delta_{jn} \cdot \sigma_{jn}) \quad (n = \overline{1, N}), \quad (204)$$

ili u razvijenom obliku:

$$\bar{P}(m_2^r) = \bar{P}_{16} + \bar{P}_{20} + \bar{P}_{22} + \bar{P}_{29} + \bar{P}_{24} + \bar{P}_{25} + \delta_{6n} \cdot \sigma_{16} + \delta_{7n} \cdot \sigma_{20} + \delta_{8n} \cdot \sigma_{22} + \delta_{9n} \cdot \sigma_{29} + \delta_{10n} \cdot \sigma_{24} + \delta_{11n} \cdot \sigma_{25} \equiv \bar{P}_{16} + \bar{P}_{20} + \bar{P}_{22} + \bar{P}_{29} + \bar{P}_{24} + \bar{P}_{25}. \quad (205)$$

U tabelama (T-19-28) prikazani su simulirani trenuci završetaka posmatranog niza aktivnosti pod mreže (m_2^r), kao i za ostale pod mreže, za isti obim simulacija od $N = 400$ replikacija.

3. Pod mreža (m_9^P) sastoji se od dva paralelna toka: Donji tok obuhvata aktivnosti ($P_{27}, P_{28}, P_{32}, P_{34}$ i P_{35}), gornji tok obuhvata samo jednu subkritičnu aktivnost (P_{30}), sa izrazitom varijansom (σ_{90}^2) (S1.35).



Algoritam za izvodjenje simulacije protoka u mreži (m_9^P) zasnovan je na operaciji superponiranja rezultujućih protočnih vremena autonomnog donjeg i gornjeg toka. Dakle:

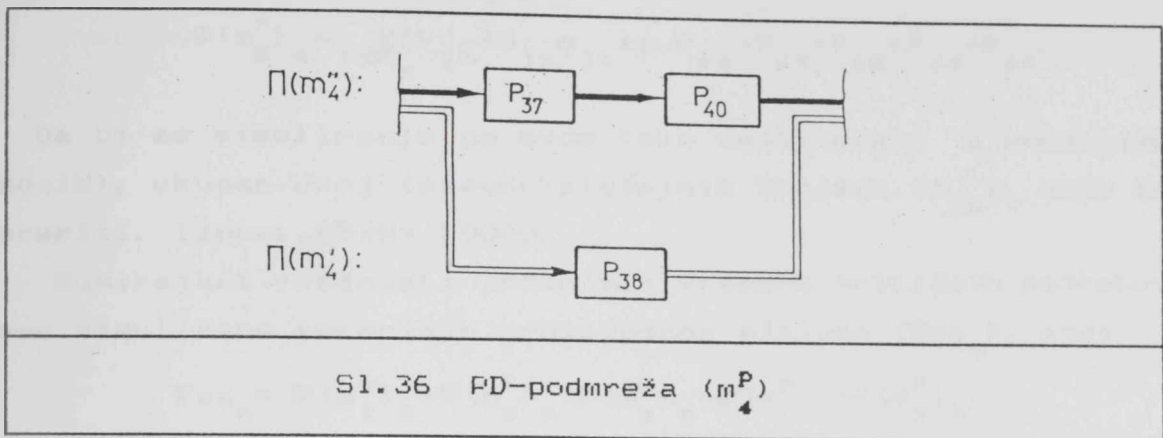
$$\bar{P}(m_9^P) = \sup(\sum_{j \in n_9'} \bar{P}_j, \sum_{j \in n_9''} \bar{P}_j) = \max[\bar{P}'(m_9^P), \bar{P}''(m_9^P)], \quad (206)$$

ili konkretno: $\bar{P}(m_9^P) = \max[(\bar{P}_{27} + \bar{P}_{28} + \bar{P}_{32} + \bar{P}_{34} + \bar{P}_{35}), \bar{P}_{90}]$.

Za n -tu replikaciju superponirana vrednost $P(m_9^P)$ iznosi:

$$P(m_9^P)_n = \max[P'(m_9^P)_n, P''(m_9^P)_n]. \quad (207)$$

4. Podmreža (m_4^P) kao i podmreže (m_1^P) i (m_9^P) sadrže po dva nezavisna paralelna toka (Sl.36).



Simulacija protočnog vremena vrši se takodje numeričkim superponiranjem dvaju sumarnih vremena protoka: $F'(m_4^P)$ i $F''(m_4^P)$,

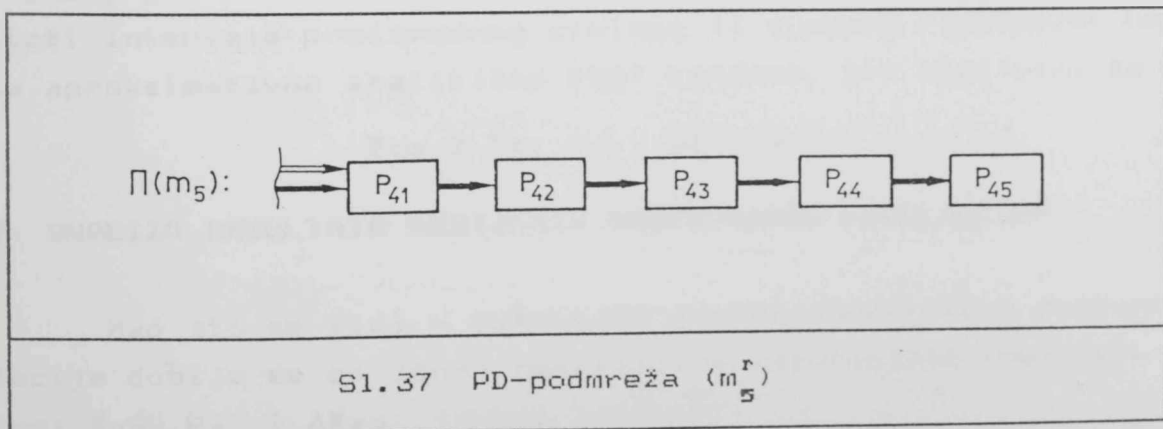
$$F(m_4^P) = \sup \left(\sum_{j \in n'} P_j, \sum_{j \in n''} P_j \right) = \max [F'(m_4^P), F''(m_4^P)], \quad (208)$$

odnosno: $F(m_4^P) = \max (P_{38}, P_{37} + P_{40})$.

Za n-tu replikaciju superponirana vrednost $F(m_4^P)$ iznosi:

$$F(m_4^P)_n = \max [F'(m_4^P)_n, F''(m_4^P)_n]. \quad (209)$$

5. Poslednja podmreža (m_5^r) sadrži, kao i podmreža (m_2^P), redno vezane aktivnosti sa ukupno pet aktivnosti: ($P_{41}, P_{42}, P_{43}, P_{44}$ i P_{45}) (Sl.37).



Algoritam za n-tu simulaciju, ovog završnog linijskog toka izvodi se bez superponiranja, dakle samo sumiranjem:

$$P(m_n^r) = \sum_{j \in m_n} (P_{jn} + \delta_{jn} \cdot \sigma_{jn}) \equiv P_{41} + P_{42} + P_{43} + P_{44} + P_{45} \quad (210)$$

Da bi se simuliranje po ovom toku realizovalo u predviđenom obimu (N), ukupan broj (pseudo)slučajnih brojeva (δ_{jn}), koje treba pripremiti, iznosi $25 \times N = 10000$.

Sumirajući vrednosti protočnih vremena kritičnih podtokova, dobijamo simulirane intervale proizvodnog ciklusa (T_{cp_n}), kao:

$$T_{cp_n} = P(m_1^n) + P(m_2^n) + P(m_3^n) + P(m_4^n) + P(m_5^n), \quad (211)$$

što npr. za $n = 364$ iznosi, prema (T-28)

$$T_{cp_{364}} = 54,0 + 93,9 + 108,7 + 22,1 + 59,2 = 337,9 \text{ /sm/}$$

Primenom standardnog algoritma za proračun očekivanog protočnog vremena, po metodi PERT, dobija se manja ili ista vrednost nego u rezultatu savršenije analize zasnovane na razvoju analitičkih i numeričkih postupaka superponiranja protočnih vremena u mreži tokova. U slučaju da se za prethodni primer analizirao samo očekivani kritičan tok (P_c), za $n = 364$, dobijena je sledeća vrednost:

$$P_{c_{364}} = 54,0 + 93,9 + 99,8 + 19,2 + 59,2 = 326,1 \text{ /sm/}$$

Razlikom $T_{cp_n} - P_{c_n} = \Delta T_{cp_n}$ dobija se simulirana greška planiranja, protočnog vremena,

$$\Delta T_{cp_{364}} = 11,8 \text{ /sm/}$$

Dakle, primenom Monte-Karlo metode dobijaju se verodostojniji rezultati intervala proizvodnog ciklusa (i njegove raspodele) od rezultata aproksimativne analitičke PERT tehnike, što implicira da je:

$$T_{cp} \geq P_c, \text{ tj. } \Delta T_{cp} \geq 0. \quad (212)$$

3.9 ANALIZA REZULTATA DOBIJENIH MONTE-KARLO SIMULACIJOM

Kao što se vidi u rezultatu svakog ponavljanja postupaka simulacije dobija se po jedna realizacija rezultujuće vrednosti promenljive: T_{cp_n} , P_{c_n} i ΔT_{cp_n} (prema T-19-28).

Formiranjem, pod pretpostavkom, dovoljnog skupa replikacija, dobi-

ja se statistički materijal koji se može obraditi odgovarajućim statističkim metodama /80/, a zatim proveriti takav rezultat upoređivanjem sa ranije dobijenim analitičkim rešenjem.

Postupci ovog dela verifikacije rezultata (\bar{T}_{cp} i \bar{P}_c) imitacionog modeliranja dati su respektivno, u sledećim etapama:

1. Izmedju simuliranih vrednosti; (\bar{T}_{cp_n} i \bar{P}_{c_n}) izračunavaju se rasponi (ρ_1 i ρ_2) kao odgovarajuće razlike ekstremnih vrednosti uočeni u (T-19-28):

$$\text{Pc: } \rho_1 = \max(P_c) - \min(P_c) = 353,3 - 303,1 = 50,2 \text{ /sm/}, \quad (213)$$

$$\text{П: } \rho_2 = \max(T_{cp}) - \min(T_{cp}) = 358,7 - 303,1 = 55,6 \text{ /sm/}. \quad (214)$$

2. Broj grupnih intervala (h_1 i h_2) može se usvojiti na osnovu preporuka /79/ koje su u funkciji broja replikacija (N). U tom smislu usvajamo sledeće vrednosti:

$$\text{Pc: } h_1 = 15 \text{ /grupnih intervala/}, \quad (215)$$

$$\text{П: } h_2 = 17 \text{ /grupnih intervala/}. \quad (216)$$

3. Usvaja se dužina grupnih intervala (d), izračunavanjem,

$$\text{Pc: } d_1 = \frac{\rho_1}{h_1} \approx 3,5 \text{ /sm/}, \quad d_1 = d_2 = d = 3,5 \text{ /sm/}, \quad (217)$$

$$\text{П: } d_2 = \frac{\rho_2}{h_2} \approx 3,5 \text{ /sm/}.$$

4. Na osnovu ovih rezultata popunjavaju se gornje tabele (T-6) i (T-9) na formularu analize distribucije simuliranih vrednosti.
5. Izračunava se aritmetička sredina grupisanih podataka pomoću nominalne vrednosti (obično sa karakteristikom najveće frekvencije) (P_{c0} i T_{cp0}), na osnovu izraza:

$$\text{Pc: } \bar{P}_c = P_{c0} + \frac{d}{N} \cdot \sum f_i \cdot X_i = 329,45 \text{ /sm/}, \quad (218)$$

$$\text{П: } \bar{T}_{cp} = T_{cp0} + \frac{d}{N} \cdot \sum f_i \cdot X_i = 333,15 \text{ /sm/}. \quad (219)$$

6. Izračunavanje varijanse i devijacije protočnog vremena; $\sigma^2(P_c)$ i $\sigma(P_c)$ i proizvodnog ciklusa; $\sigma^2(T_{cp})$ i $\sigma(T_{cp})$.

$$\text{Pc: } \sigma^2(P_c) = \frac{d^2}{N} \cdot \sum f_i \cdot X_i^2 - (\bar{P}_c - P_{c0})^2 = 91,48 \text{ /sm}^2 \quad \sigma(P_c) = 9,56 \text{ /sm/}, \quad (220)$$

$$\text{П: } \sigma^2(T_{cp}) = \frac{d^2}{N} \cdot \sum f_i \cdot X_i^2 - (\bar{T}_{cp} - T_{cp0})^2 = 98,07 \text{ /sm}^2 \quad \sigma(T_{cp}) = 9,90 \text{ /sm/}. \quad (221)$$

i	klase /sm/	sredine \bar{P}_{c_i}	markiranje	f_i	$X_i = \frac{\bar{P}_{c_i} - P_{c0}}{k}$	$f_i \cdot X_i$	$f_i \cdot X_i^2$
1	301,0 - 304,5	302,75		2	-7	-14	98
2	304,5 - 308,0	306,25		3	-6	-18	108
3	308,0 - 311,5	309,75	I	6	-5	-30	150
4	311,5 - 315,0	313,25	I	16	-4	-64	256
5	315,0 - 318,5	316,75		25	-3	-75	225
6	318,5 - 322,0	320,25		35	-2	-70	140
7	322,0 - 325,5	323,75	I	46	-1	-46	46
8	325,5 - 329,0	327,25	I	66	0	0	0
9	329,0 - 332,5	330,75		50	1	50	50
10	332,5 - 336,0	334,25		50	2	100	200
11	336,0 - 339,5	337,75		43	3	129	387
12	339,5 - 343,0	341,25		27	4	108	432
13	343,0 - 346,5	344,75		13	5	65	325
14	346,5 - 350,0	348,25		15	6	90	540
15	350,0 - 353,5	351,75		3	7	21	147
				400	0	246	3104

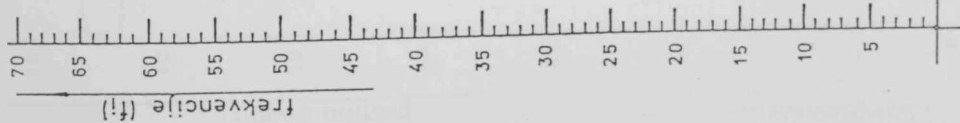
i	klase /sm/	b_i	$b_i - \bar{P}_c$	$\frac{b_i - \bar{P}_c}{S(P_c)}$	$\phi \left\{ \frac{b_i - \bar{P}_c}{S(P_c)} \right\}$
1	301,0 - 304,5	301,0	-28,40	-2,9858	0,00141
2	304,5 - 308,0	304,5	-24,90	-2,6187	0,00441
3	308,0 - 311,5	308,0	-21,40	-2,2507	0,01220
4	311,5 - 315,0	311,5	-17,90	-1,8826	0,02988
5	315,0 - 318,5	315,0	-14,40	-1,5146	0,06494
6	318,5 - 322,0	318,5	-10,90	-1,1465	0,12579
7	322,0 - 325,5	322,0	-7,40	-0,7784	0,21815
8	325,5 - 329,0	325,5	-3,90	-0,4104	0,34076
9	329,0 - 332,5	329,0	-0,40	-0,0423	0,48312
10	332,5 - 336,0	332,5	3,10	0,3257	0,62769
11	336,0 - 339,5	336,0	6,60	0,6938	0,75609
12	339,5 - 343,0	339,5	10,10	1,0618	0,85585
13	343,0 - 346,5	343,0	13,60	1,4300	0,92363
14	346,5 - 350,0	346,5	17,10	1,7980	0,96391
15	350,0 - 353,5	350,0	20,60	2,1660	0,98484
-	-	353,5	24,10	$+\infty$	-1

i	$\Delta\phi_i^* = \phi \left\{ \frac{b_{i+1} - \bar{P}_c}{S(P_c)} \right\} - \phi \left\{ \frac{b_i - \bar{P}_c}{S(P_c)} \right\}$	$f_i^* = N \Delta\phi_i^*$	$f_i^* > 5$	f_i	$f_i > 5$	$f_i - f_i^*$	$(f_i - f_i^*)^2$	$\frac{(f_i - f_i^*)^2}{f_i^*}$
1	0,00441 - 0,00140 = 0,00301	1,21		2				
2	0,01220 - 0,00441 = 0,00779	3,12		3				
3	0,02988 - 0,01220 = 0,01768	7,07	11,4	6	11	-0,40	0,1600	0,0140
4	0,06494 - 0,02988 = 0,03506	14,03	14,03	16	16	1,97	3,8809	0,2766
5	0,12579 - 0,06494 = 0,06085	24,34	24,34	25	25	0,66	0,4356	0,0179
6	0,21815 - 0,12579 = 0,09236	36,95	36,95	35	35	1,95	3,8025	0,1029
7	0,34076 - 0,21815 = 0,12261	49,05	49,05	46	46	-3,05	9,3025	0,1896
8	0,48312 - 0,34076 = 0,14236	56,95	56,95	66	66	9,05	81,9025	1,4381
9	0,62769 - 0,48312 = 0,14457	57,83	57,83	50	50	-7,83	61,3089	1,0602
10	0,75609 - 0,62769 = 0,12840	51,36	51,36	50	50	-1,36	1,8496	0,0360
11	0,85585 - 0,75609 = 0,09976	39,91	39,91	43	43	3,09	9,5481	0,2392
12	0,92363 - 0,85585 = 0,06778	27,12	27,12	27	27	-0,12	0,0144	0,0005
13	0,96391 - 0,92363 = 0,04028	16,11	16,11	13	13	-3,11	9,6721	0,6004
14	0,98484 - 0,96391 = 0,02123	8,50		15				
15	1,00000 - 0,98484 = 0,01516	6,06	14,56	3	18	3,44	11,8336	0,8127
Σ		= 400	= 400	400	400			$\chi^2 = 4,7881$

i	klase /sm/	sredine \bar{T}_{cp_i}	markiranje	f_i	$X_i = \frac{\bar{T}_{cp_i} - \bar{T}_{cp0}}{k}$	$f_i \cdot X_i$	$f_i \cdot X_i^2$
1	302,5 - 306,0	304,25	I	1	-1	-8	64
2	306,0 - 309,5	307,75	I	1	-7	-7	49
3	309,5 - 313,0	311,25	III	5	-6	-30	180
4	313,0 - 316,5	314,75	III III III	13	-5	-65	325
5	316,5 - 320,0	318,25	III III III III	19	-4	-76	304
6	320,0 - 323,5	321,75	III III III III III I	26	-3	-78	234
7	323,5 - 327,0	325,25	III III III III III III III I	36	-2	-72	144
8	327,0 - 330,5	328,75	III III III III III III III III III I	56	-1	-56	56
9	330,5 - 334,0	332,25	III III III III III III III III III III III	65	0	0	0
10	334,0 - 337,5	335,75	III III III III III III III III III III III II	52	1	52	52
11	337,5 - 341,0	339,25	III III III III III III III III III	38	2	76	152
12	341,0 - 344,5	342,75	III III III III III III III II	37	3	111	333
13	344,5 - 348,0	346,25	III III III III	19	4	76	304
14	348,0 - 351,5	349,75	III III III II	17	5	85	425
15	351,5 - 355,0	353,25	III III I	11	6	66	396
16	355,0 - 358,5	356,75	III	3	7	21	147
17	358,5 - 362,0	360,25	I	1	8	8	64
Σ				400	0	103	3229

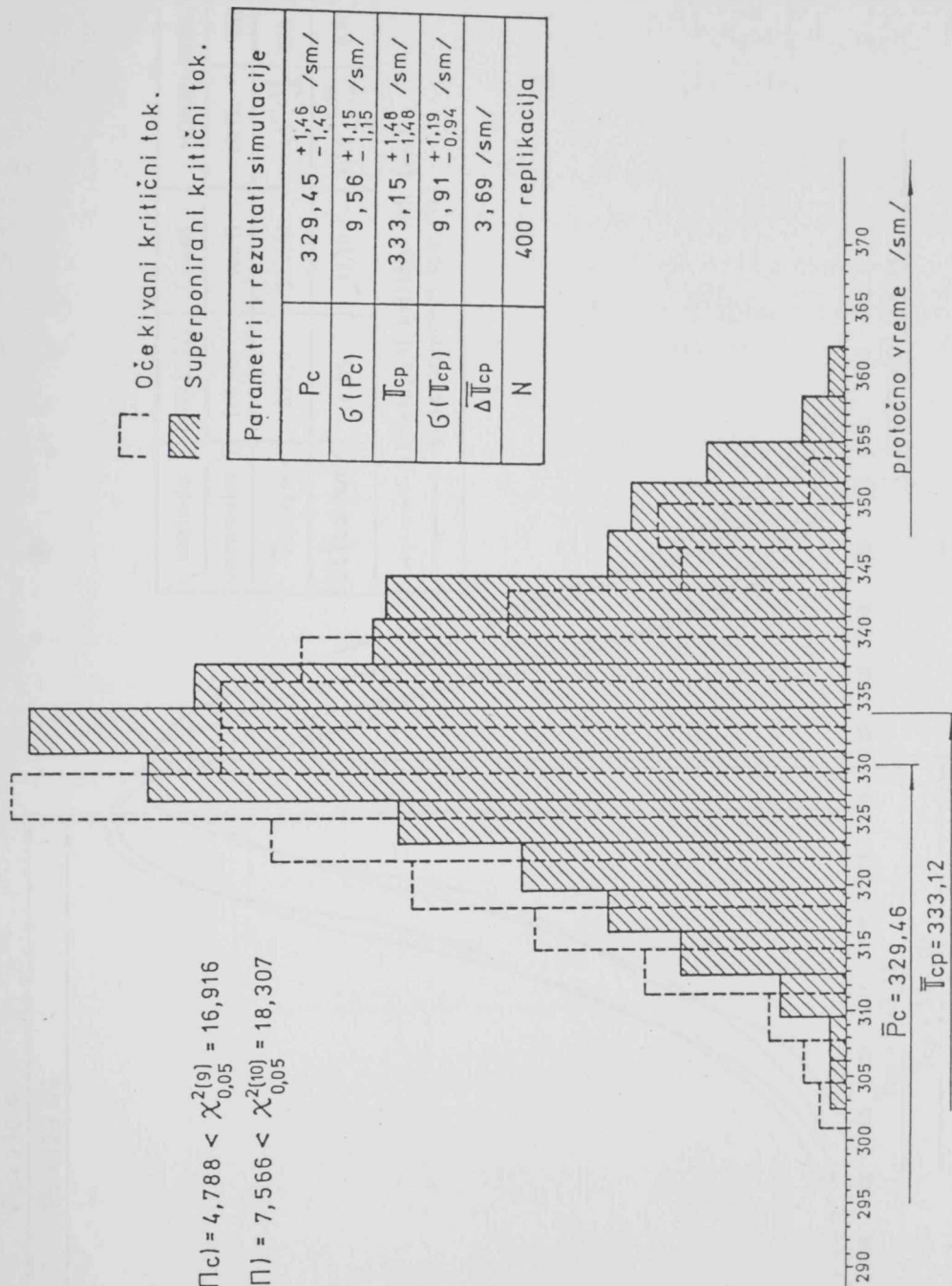
i	klase /sm/	b_i	$b_i - \bar{T}_{cp}$	$\frac{b_i - \bar{T}_{cp}}{S(\bar{T}_{cp})}$	$\phi \left\{ \frac{b_i - \bar{T}_{cp}}{S(\bar{T}_{cp})} \right\}$
1	302,5 - 306,0	302,5	- 30,65	- 3,0950	0,00098
2	306,0 - 309,5	306,0	- 27,15	- 2,7416	0,00305
3	309,5 - 313,0	309,5	- 23,65	- 2,3882	0,00846
4	313,0 - 316,5	313,0	- 20,15	- 2,0348	0,02094
5	316,5 - 320,0	316,5	- 16,65	- 1,6814	0,04634
6	320,0 - 323,5	320,0	- 13,15	- 1,3279	0,09209
7	323,5 - 327,0	323,5	- 9,65	- 0,9745	0,16489
8	327,0 - 330,5	327,0	- 6,15	- 0,6211	0,26726
9	330,5 - 334,0	330,5	- 2,65	- 0,2677	0,39446
10	334,0 - 337,5	334,0	0,85	0,0857	0,53415
11	337,5 - 341,0	337,5	4,35	0,4391	0,66971
12	341,0 - 344,5	341,0	7,85	0,7925	0,78597
13	344,5 - 348,0	344,5	11,35	1,1459	0,87409
14	348,0 - 351,5	348,0	14,85	1,4994	0,93311
15	351,5 - 355,0	351,5	18,35	1,8528	0,96804
16	355,0 - 358,5	355,0	21,85	2,2062	0,98632
17	358,5 - 362,0	358,5	25,35	2,5596	0,99476
-	-	362,0	28,85	+ ∞	~ 1



i	$\Delta\phi_i^{\dagger} = \phi \left\{ \frac{b_{i+1} - \bar{T}_{cp}}{S(\bar{T}_{cp})} \right\} - \phi \left\{ \frac{b_i - \bar{T}_{cp}}{S(\bar{T}_{cp})} \right\}$	$f_i^{\dagger} = N \cdot \Delta\phi_i^{\dagger}$	$f_i^{\dagger} > 5$	f_i	$f_i > 5$	$f_i - f_i^{\dagger}$	$(f_i - f_i^{\dagger})^2$	$\frac{(f_i - f_i^{\dagger})^2}{f_i^{\dagger}}$
1	0,00305 - 0,00098 = 0,00207	0,83		1				
2	0,00846 - 0,00305 = 0,00541	2,16	7,99	1	7	-0,99	0,9801	0,1227
3	0,02094 - 0,00846 = 0,01248	5,00		5				
4	0,04634 - 0,02094 = 0,02540	10,16		10,16				
5	0,09209 - 0,04634 = 0,04575	18,30	18,30	19	19	0,70	0,4900	0,0268
6	0,16489 - 0,09209 = 0,07280	29,20	29,20	26	26	-3,20	10,2400	0,3507
7	0,26726 - 0,16489 = 0,10237	40,95	40,95	36	36	-4,95	24,5025	0,5984
8	0,39446 - 0,26726 = 0,12720	50,90	50,90	56	56	5,10	26,0100	0,5110
9	0,53415 - 0,39446 = 0,13969	55,88	55,88	65	65	9,12	83,1744	1,4884
10	0,66971 - 0,53415 = 0,13556	54,23	54,23	52	52	-2,23	4,9729	0,0917
11	0,78597 - 0,66971 = 0,11626	46,51	46,51	38	38	-8,51	72,4201	1,5571
12	0,87409 - 0,78597 = 0,08812	35,25	35,25	39	39	1,75	3,0625	0,0869
13	0,93311 - 0,87409 = 0,05902	23,61	23,61	19	19	-4,61	21,2521	0,9001
14	0,96804 - 0,93311 = 0,03493	13,98	13,98	17	17	3,02	9,1204	0,6524
15	0,98632 - 0,96804 = 0,01828	7,31	12,78	11	15	2,22	4,9284	0,3856
16	0,99476 - 0,98632 = 0,00844	3,38		3				
17	1,00000 - 0,99476 = 0,00524	2,09		1				
Σ		= 400	= 400	400	400	-	$\chi^2 = 7,5656$	



$$\chi^2(\Pi_c) = 4,788 < \chi^2_{0,05}(9) = 16,916$$

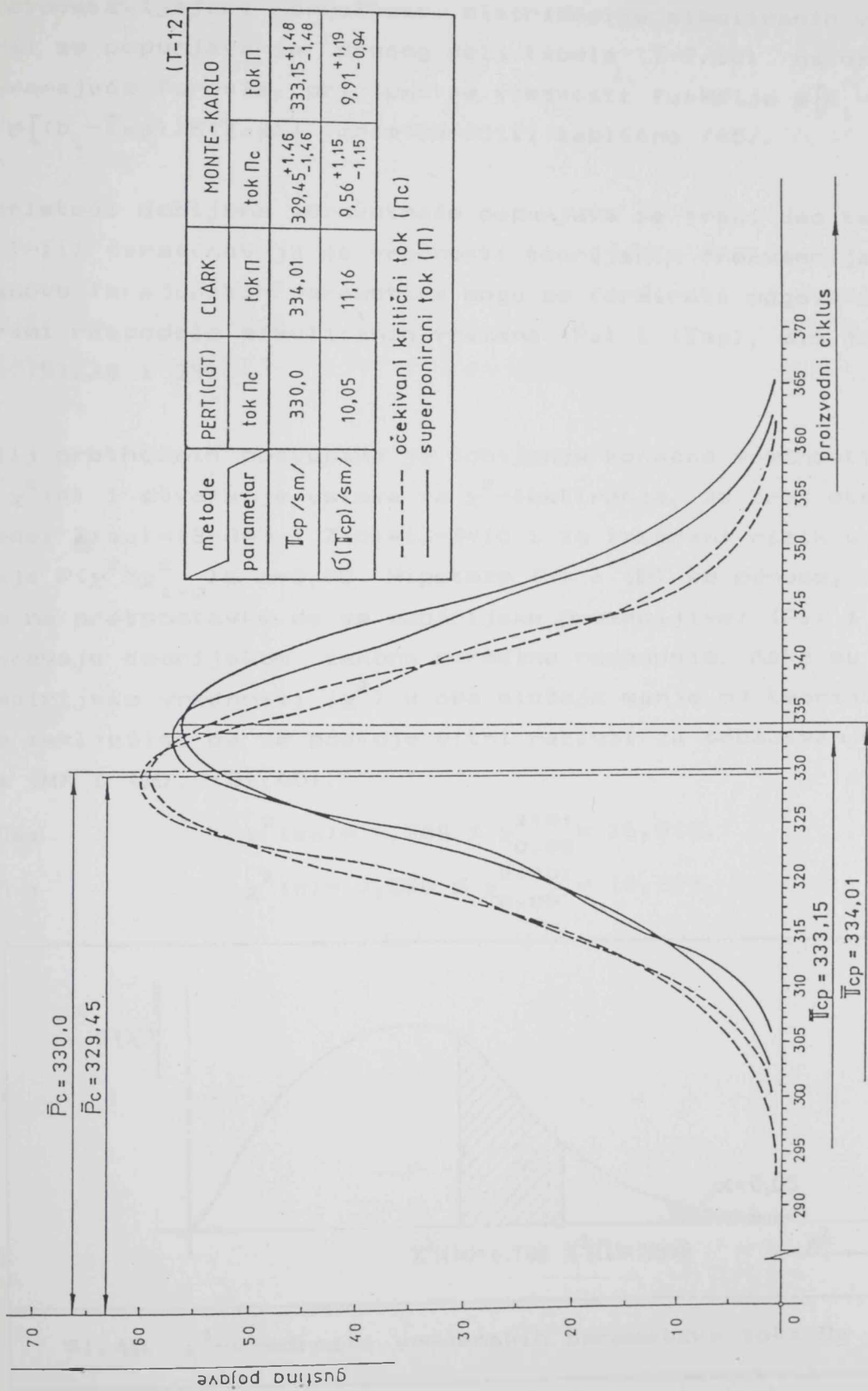
$$\chi^2(\Pi) = 7,566 < \chi^2_{0,05}(10) = 18,307$$



 Očekivani kritični tok.
 Superponirani kritični tok.

Parametri i rezultati simulacije	
P_c	329,45 $\pm 1,46$ /sm/
$\sigma(P_c)$	9,56 $\pm 1,15$ /sm/
T_{cp}	333,15 $\pm 1,48$ /sm/
$\sigma(T_{cp})$	9,91 $\pm 1,19$ /sm/
ΔT_{cp}	3,69 /sm/
N	400 replikacija

S1.38 Histogram simuliranih vrednosti raspodele proizvodnih ciklusa (T_{cp}) i protičnih vremena (P_c)

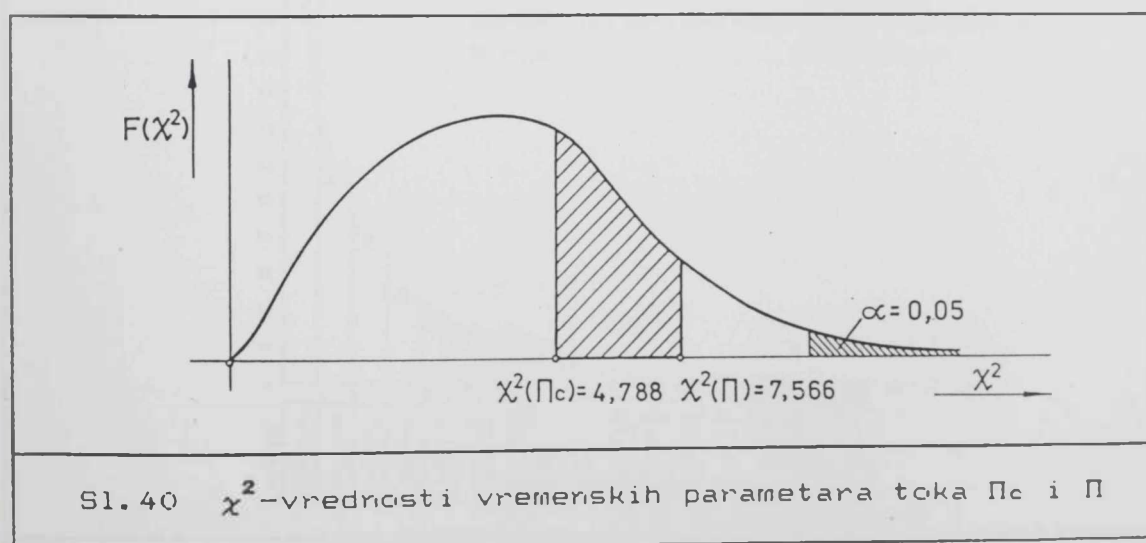


S1.39 Reprezentativne krive simuliranih vrednosti raspodele proizvodnih ciklusa (T_{cp}) i protočnih vremena (P_c)

7. Pretpostavljajući normalnost distribucije simuliranih vrednosti, vrši se popunjavanje drugog dela tabela (T-7/10) na osnovu odgovarajuće formule, pri čemu se vrednosti funkcija $\phi[(b_i - \bar{P}_c)/S(P_c)]$ i $\phi[(b_i - \bar{T}_{cp})/S(T_{cp})]$ može odrediti tablično /45/.
8. Koristeći dobijene verovatnoće popunjava se treći deo tabela (T-8 i T-11) izračunavaju se vrednosti teorijskih frekvencija (f_i^t). Na osnovu izračunatih parametara mogu se formirati odgovarajući dijagrami raspodela simuliranih vremena (P_c) i (T_{cp}), što je prikazano na (Sl.38 i 39).
9. Cilj prethodnih postupaka je dobijanje konačne vrednosti: $\chi^2(\pi_c)$ i $\chi^2(\pi)$ i stvaranje uslova za χ^2 -testiranja, za broj stepeni slobode: $Z(\pi_c)=12-3=9$ i $Z(\pi)=13-3=10$ i za izabrani rizik u oba slučaja $P(\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2) \leq \alpha=0,05$. Hipoteze (H) i (H) se odnose, respektivno na pretpostavke da se empirijske promenljive: (P_c) i (T_{cp}) pokoravaju teorijskom zakonu normalne raspodele. Kako su dobijene empirijske vrednosti (χ^2) u oba slučaja manje od teorijskih, može se zaključiti da ne postoje bitni razlozi za odbacivanjem hipoteza (H) i (H), (Sl.40).

$$\Pi_c: \quad \chi^2(\pi_c) = 4,788 \leq \chi_{0,05}^{2(9)} = 16,919, \quad (222)$$

$$\Pi: \quad \chi^2(\pi) = 7,566 \leq \chi_{0,05}^{2(10)} = 18,307. \quad (223)$$

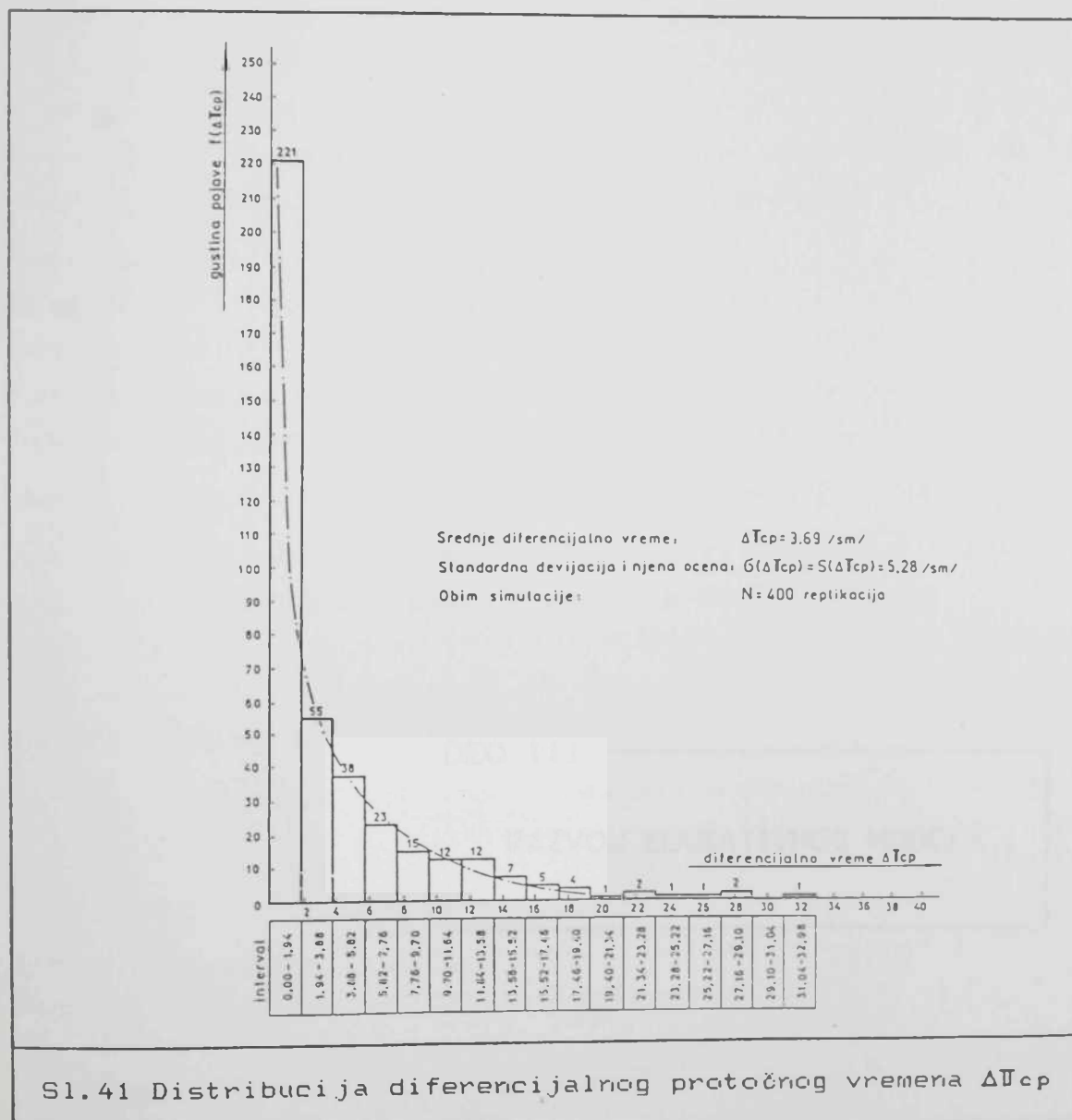


10. Postojanje odstupanja empirijskih od teorijskih vrednosti raspodela, u oba testiranja Pearsonovog tipa, možemo smatrati da ima-

ju slučajan karakter. Međutim, pozitivan statistički kvantil;

$$\Delta\chi^2 = \chi^2(\pi) - \chi^2(\pi_0) = 2,778 > 0, \quad (224)$$

govori nam o boljoj prilagodjenosti empirijske raspodele vremena (P_e) teorijskoj \mathcal{N} -raspodeli nego što je to slučaj kod istorodne raspodele vremena (T_{cp}). Ovo empirijsko odstupanje, kvantifikovano putem ($\Delta\chi^2$), prouzrokovano je uticajem subkritičnih tokova na konačno formiranje funkcije raspodele verovatnoće superponiranog toka materija. Grafik funkcije diferencijalnog protočnog vremena (ΔT_{cp}), dobijen je na osnovu obrade rezultata simulacije, dat je na (Sl.41).



Sl.41 Distribucija diferencijalnog protočnog vremena ΔT_{cp}

DEO III

RAZVOJ EDUKATIVNOG MODELA

4.0 RAZVOJ EDUKATIVNOG MODELA ZA RESAVANJE PROBLEMA UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA NA OSNOVU RAZVIJENIH MREZNIH PD-MODELA IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA

4.1 UVODNA RAZMATRANJA

Sistemski prilaz u rešavanju problema upravljanja i odlučivanja i razvoj hardverske i softverske tehnologije, još šezdesetih godina dao je nagli podsticaj razvoju mnogih modela i metoda iz operacionih istraživanja i nauke o upravljanju, kao i mogućnost da se one uspešno apliciraju u realnim radnim uslovima. Paralelna tendencija, tj. neprekidni "klasičan" razvoj naročito kvantitativno orijentisanih metoda, intenzivirao je razvoj algoritama i računarskog softvera koji su strukturirani na osnovu takvih metoda. Velika je verovatnoća da će u budućnosti popularnost primene odredjenih metoda, uz računarsku podršku, zavisiti od niza faktora kao što su:

- ▶ generalnost i snaga metode,
- ▶ tipa operativnog sistema kojima su podržane,
- ▶ mogućnost sinteze sa računarskom bazom podataka,
- ▶ cena koštanja nabavke i implementacije takve metode,
- ▶ brzina edukacije kadrova koji rešavaju postavljeni problem i sl.

Mnoge metode operacionih istraživanja, a naročiti metode:

- ▶ matematičkog programiranja (linearno programiranje-LP, nelinearnog programiranja-NP, dinamičkog programiranja-DP itd.),
- ▶ mrežnog planiranja i upravljanja (CPM-metod kritičnog puta, PERT-metod ocene i revizije projekta, PDM-prezident metod itd.),
- ▶ numeričke simulacije (npr. Monte-Karlo),

su, uglavnom, visoko elaborirane predstavljajući, na taj način, prirodnu osnovu za razvoj i aplikaciju računarskog softvera orijentisane namene.

4.1 Potreba za aplikacijom računarskih programa u edukativnoj nastavi iz operacionih istraživanja (OI)

Formiranje teorijskih modela (OI) i primena metoda za njihovo rešavanje povezano je, po pravilu, sa velikim brojem proračunavanja.

Čak i problem manjih dimenzija često zahteva višečasovno rešavanje oblikovanog modela manuelnim putem. Tipičan primer jesu primene: rekurentnih relacija kod dinamičkog programiranja, simplex metode kod linearnog programiranja, "steepeng stone" metode kod transportnog zadatka, Kidd-Grayovog algoritma kod mrežnog planiranja i sl. Međutim, bez prethodnog metodičkog i matematičkog predznanja /45/ i neopodnog iskustva, zasnovanog na jasnim predstavama o suštinskim idejama, problemima i metodama (OI), gotovo je nezamislivo čvrsto i sigurno usvajanje novih znanja i napredak u savladjivanju određenih programskih sadržaja nastave i vežbi iz ovog predmeta.

Da bi se unapredila organizacija obrazovanja iz (OI), važna uloga pripada pripremi TEST-primeri i nerešenih zadataka i instruktivni rad sa predmetnim nastavnicima i asistentima, koji treba da aktiviraju znanja studenata, ranije stečena u obrazovnom procesu putem nastave i vežbi, ili koja tek treba naknadno da se oforme. U tim uslovima stvaraju se osnovne podloge za primenu razvijenog obrazovnog modela za efikasno rešavanje zadataka (OI) korišćenjem računarske podrške, što predstavlja jedan od osnovnih ciljeva kursa obrazovanja iz predmeta operaciona istraživanja. Ako su prethodni uslovi ispunjeni studentima i drugim korisnicima računarskih programa, koji se prvi put susreću sa osnovnim pojmovima i metodama koje se koriste u primeni softvera, neće predstavljati veliku teškoću u razumevanju bar početnih faza korišćenja programa i otkrivanju njenog daljeg individualnog ili timskog korišćenja.

.2 Kriterijumi za izbor računarskih programa za podršku realizacije nastave iz operacionih istraživanja

Koji kriterijum primeniti za usvajanje u nastavi operacionih istraživanja pravih računarskih programa, odnosno nabavku gotovog programskog paketa izmedju velikog broja soft-proizvoda koji su se se pojavili poslednjih godina u svetu i kod nas? Kao ključna, u toj dilemi, predstavljaju pitanja:

- ▶ Za koji tip problema ćemo primenjivati programski paket?
- ▶ U kojoj meri će se koristiti njegove performanse?
- ▶ Koji su sistemski i logistički zahtevi postavljeni za efikasnu upotrebu programa itd?

U cilju efikasnog izvodjenja nastave i laboratorijskih vežbi na odsecima Tehničkog fakulteta, na osnovu novog plana i programa (poglavlje 4.3 i 4.4), iz mnoštva potencijalnih softvera za PC računare, izabrani su oni čijim će izborom biti zadovoljeno nekoliko osnovnih pretpostavki:

- ▶ numeričko ili simboličko tretiranje problema,
- ▶ mogućnost izbora između više varijantnih rešenja,
- ▶ adekvatna grafička i tekstualna prezentacija rezultata rada (na monitoru, štampaču ili u datoteci),
- ▶ efektivna komunikacija sa korisnikom,
- ▶ relativno brza edukacija korisnika programa i sl.

U smislu prethodnog, razvijeni su modeli edukacije na osnovu čije metodologije bi se studenti postepeno upoznali sa aplikacijom metoda iz operacionih istraživanja, koje imaju svoje softversko izdanje, a koje su neposredno povezane sa teorijskim osnovama modela i metoda koji se izučavaju u okviru auditorne nastave i vežbi iz operacionih istraživanja.

4.2 OSNOVNE FAZE U FORMIRANJU I REŠAVANJU "PROGRAMIRANIH MODELA" IZ ODABRANIH POGLAVLJA OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA

Pored prethodno iznetih osnovnih kriterijuma koje treba da zadovolje računarski programi, ti programi orijentisane namene, sa metodološkog i didaktičkog aspekta istraživanja modela (OI) moraju zadovoljiti još niz pretpostavki kako bi se mogli uspešno aplicirati u obrazovnom procesu.

Pri oblikovanju modela iz operacionih istraživanja prolazi se kroz niz faza, počev od definisanja: problema, cilja, hipoteze, koncepcije, metodologije, do prikupljanja eksperimentalnog materijala, parametara, logičkih uslova između njih, pa sve do konačnog oblikovanja modela, njegovog rešavanja izabranim metodama, tumačenja rezultata i evaluacije.

Postavka i tačan opis problema predstavlja prvu fazu u tim zahvatima. Edukator mora dobro uočiti posmatranu suštinu problema. Na osnovu nje se određuje cilj zadatka. Funkcija cilja (kriterijuma)

predstavlja važan uslov pravilne formulacije zadatka. Zahvaljujući analizi postojećih podataka, vrši se njihova selekcija kako bi se pripremile ulazne informacije za oblikovanje modela. Podacima se pored egzaktno-formalnog daje i sintaksno i semantičko obeležje.

Cilj sledeće faze sastoji se u formiranju takvog matematičkog modela koji može biti rešen manuelno, softverski ili kombinovano. Formiranje matematičkog modela problema, da bi se izvršio eksperiment sa njim, ne mora dovesti obavezno do uspeha, jer se može desiti da se on ne može rešiti izabranom metodom. Tipični primeri su heuristički modeli koji često nemaju jasnu algoritamsku strukturu za rešavanje postavljenih problema na nivou koji bi najbolje zadovoljili funkciju kriterijuma. Sa stanovišta edukacije, u zavisnosti od njenog nivoa, modeli (OI) moraju biti relativno jednostavni da bi se mogli ispitivati i u rezultatu analize doneti odredjeni zaključci. U tom smislu stalna je težnja da se izgradi takav matematički model koji može biti rešen softverski i to su tzv. programirani modeli, što se sa puno uspeha uočava kod oblikovanja, npr. modela matematičkog programiranja.

U poslednjoj fazi, prilikom izvršavanja programa koji treba da dovede do potrebnih rezultata, često se, kako iskustvo pokazuje*, javljaju greške najčešće zbog nekorektnog postavljanja matematičkog modela, funkcije kriterijuma i sl. Zbog toga je neophodno razraditi TEST-primer koji se razlikuje od drugih zadataka po tome što je njegovo rešenje unapred poznato i verifikovano bilo manuelno, bilo mašinskim putem. Nakon prvog testiranja odredjenih tipova zadataka računarski program omogućava studentu da samostalno proveri mnoga rešenja i da pronadje nove varijante rešenja, variranjem ulaznih karakteristika na bazi ispitivanja osetljivosti modela (tačka 5.1.5). Ovi procesi eksperimentisanja sa programiranim modelom predstavljaju veoma važnu etapu u sticanju novih saznanja, gde se intuitivno rezonovanje postepeno potiskuje algoritamskim i deduktivnim zaključkom. Poslednja faza obuhvata, pored toga, obradu i interpretaciju rezultata, način čuvanja i njihovu prezentaciju na monitoru, printeru/ploteru ili čuvanja u fajlu i slično. U svakom slučaju interpretacija dobijenih podataka mora biti u skladu sa postavljenom funkcijom cilja.

*> Konstatacija zasnovana na iskustvu u radu sa studentima Tehničkog fakulteta "M.Pupin" u Zrenjaninu u okviru laboratorijskih vežbi iz primene metoda i softverskih alata iz operacionih istraživanja.

Navedeni tok postupaka rešavanja modela problema orijentisan je na rešavanje većine zadataka (OI). Za rešavanje jednostavnijih zadataka, ili primenom savršenijih programa, neki elementi ovih faza mogu biti suvišni. Međutim, u rešavanju složenijih modela problema neophodno je podeliti zadatak na podzadatke-module, a zatim izabrati način i sredstva za rešavanje izdvojenih programskih modula /15/, /16/.

.1 Osnovni nivo edukacije (OI) uz računarsku podršku

Prvim nivoom edukacije želi se postići ispitivanje modela i metoda (OI) i provera svih numeričkih primera sa nastave, odnosno vežbi koje se izvode auditorno-klasično. Najčešće se edukacija vrši neposredno na računaru bez posebne prethodne pripreme. Za korišćenje softvera ne mora se posedovati specijalno znanje iz informatike i računarske tehnike. Edukativni proces za samostalno korišćenje programa ne zahteva, prosečno, više od 20 minuta rada na TEST-primeru, uz uslov da je korisnik savladao u potpunosti odgovarajući "klasičan" model i metod iz tematske oblasti operacionih istraživanja. U tom periodu edukovanja, mogućnosti programa i njegovih ograničenja mogu biti isprobane u potpunosti u direktnom režimu rada.

Ovim nivoom obuhvaćeni su računarski programi iz sledećih oblasti operacionih istraživanja:

a) MATEMATIČKO PROGRAMIRANJE

- ▶ linearno programiranje-LP (simplex algoritam),
- ▶ transportni problem-DP (putem LP-ja),
- ▶ dinamičko programiranje-DP,
- ▶ parametarsko programiranje-PP.

b) MREŽNO PLANIRANJE

- ▶ CFM deterministički model mrežnog planiranja,
- ▶ PERT stohastički model mrežnog planiranja.

c) TEORIJA IGARA

d) REDOVI ČEKANJA

- ▶ sistem čekanja sa jednim redom i jednim centrom opsluživanja,
- ▶ sistem sa više centara opsluživanja.

e) UPRAVLJANJE ZALIHAMA

- ▶ sa poznatom tražnjom,
- ▶ sa dopunskim troškovima,
- ▶ sa promenljivom cenom,
- ▶ sa poznatom tražnjom i troškovima.

Prethodni programi pisani su u GWBASIC-u (autor: D. Stojanović /70/), imaju specifičnu edukativnu ulogu i dati su u elementarnom obliku sa ciljem da omoguće lakše razumevanje i usvajanje modela i metoda (OI). Poseban značaj ovih programa ogleda se u činjenici da oni rešavaju postavljene modele problema lako i brzo omogućavajući, u zavisnosti od kapaciteta računara, rešavanje praktičnih problema relativno velikih dimenzija na jednostavan način.

Negativna strana orijentisanih programa ovoga tipa odnose se na otežanu mogućnost interaktivnog rada na računaru. Međutim, najznačajnija prednost je ta što korisnik može samostalno proveriti pravilnost proceduralnih rešenja (npr. iterativnih), komparirajući ih sa rešenjima datim u TEST-primeru.

Za tumačenje rezultata od posebnog je značaja poznavanje problema i njegovih karakteristika, odnosno poznavanje matematičkog modela koji obuhvata elemente posmatranog problema. Zbog toga je potrebno upoznati model i uočiti postavljene zahteve i u tom smislu dati odgovarajuću formulaciju problema. Rezultujuća skup informacija: procesnih ili konačnih, generiše se u elementarnom obliku kao što je to na listingu (Sl.42) jasno vidljivo. Tako dobijeno rešenje možemo u potpunosti razumeti i na osnovu njega doneti odgovarajuću odluku.

.2 Srednji nivo edukacije (OI) uz računarsku podršku

Ovaj nivo edukacije zahteva, izmedju ostalog, korišćenje efikasnijih softverskih alata u nastavi (OI). Izabrani paketi: MathCAD i Eureka predstavljaju softverske alate koji se često koriste na vodećim univerzitetskim ili drugim obrazovnim i istraživačkim institucijama u svetu i kod nas. Ovi programski paketi namenjeni su kao alati za rešavanje, pored ostalih, konkretnih problema iz: obrazovanja, razvojnog inženjerstva, menadžmenta, proizvodnje i sl. i to problema koji se mogu egzaktno modelirati. Bez programskih alata

VEZBA BR.1.1: PRORACUN OSNOVNIH VREMENSKIH PARAMETARA KRITICNOG
TOKA MATERIJALA PRVE PODMREZE;
TEMA: VREMENSKA ANALIZA MREZNOG DIJAGRAMA;
MODEL: MODEL "AKTIVNOST NA STRELICI"
(STOHASTICKE AKTIVNOSTI-DETERMINISTICKI DOGADJAJI);
RACUNARSKI PROGRAM: GWBASIC

UNESITE BROJ AKTIVNOSTI: ? 7
UNESITE VREMENSKU JEDINICU: ? [sm]

AKTIVNOST 1

OD DOGADJAJA

? 1

DO DOGADJAJA

? 3

UNESITE OPTIMISTICKO, NAJVEROVATNIJE I PESIMISTICKO VREME TRAJANJA:

A1(1), M(1), B(1)

? 22,28,34

TRAJANJE AKTIVNOSTI P(1)= 28

CELOBROJNO TRAJANJE AKTIVNOSTI A(1)= 28

VARIJANSA 1 .AKTIVNOSTI S(1)= 4

AKTIVNOST 2

OD DOGADJAJA

? 3

DO DOGADJAJA

? 6

UNESITE OPTIMISTICKO, NAJVEROVATNIJE I PESIMISTICKO VREME TRAJANJA:

A1(2), M(2), B(2)

? 11,14,17

TRAJANJE AKTIVNOSTI P(2)= 14

CELOBROJNO TRAJANJE AKTIVNOSTI A(2)= 14

VARIJANSA 2 .AKTIVNOSTI S(2)= 1

AKTIVNOST 3

OD DOGADJAJA

? 6

DO DOGADJAJA

? 13

UNESITE OPTIMISTICKO, NAJVEROVATNIJE I PESIMISTICKO VREME TRAJANJA:

$A_1(3)$, $M(3)$, $B(3)$

? 10,13,16

TRAJANJE AKTIVNOSTI $P(3) = 13$

CELOBROJNO TRAJANJE AKTIVNOSTI $A(3) = 13$

VARIJANSA 3 .AKTIVNOSTI $S(3) = 1$

AKTIVNOST 4

OD DOGADJAJA

? 1

DO DOGADJAJA

? 5

UNESITE OPTIMISTICKO, NAJVEROVATNIJE I PESIMISTICKO VREME TRAJANJA:

$A_1(4)$, $M(4)$, $B(4)$

? 17,26,35

TRAJANJE AKTIVNOSTI $P(4) = 26$

CELOBROJNO TRAJANJE AKTIVNOSTI $A(4) = 26$

VARIJANSA 4 .AKTIVNOSTI $S(4) = 9$

AKTIVNOST 5

OD DOGADJAJA

? 5

DO DOGADJAJA

? 13

UNESITE OPTIMISTICKO, NAJVEROVATNIJE I PESIMISTICKO VREME TRAJANJA:

$A_1(5)$, $M(5)$, $B(5)$

? 16,25,34

TRAJANJE AKTIVNOSTI $P(5) = 25$

CELOBROJNO TRAJANJE AKTIVNOSTI $A(5) = 25$

VARIJANSA 5 .AKTIVNOSTI $S(5) = 9$

AKTIVNOST 6

OD DOGADJAJA

? 6

DO DOGADJAJA

? 10

UNESITE OPTIMISTICKO, NAJVEROVATNIJE I PESIMISTICKO VREME TRAJANJA:

$A_1(6)$, $M(6)$, $B(6)$

? 0,0,0

TRAJANJE AKTIVNOSTI $P(6) = 0$

CELOBROJNO TRAJANJE AKTIVNOSTI $A(6) = 0$

VARIJANSA 6 .AKTIVNOSTI $S(6) = 0$

AKTIVNOST 7

OD DOGADJAJA

? 10

DO DOGADJAJA

? 13

UNESITE OPTIMISTI^KO, NAJVEROVATNIJE I PESIMISTI^KO VREME TRAJANJA:
A1(7), M(7), B(7)

? 2,2,2

TRAJANJE AKTIVNOSTI P(7)= 2

CELOBROJNO TRAJANJE AKTIVNOSTI A(7)= 2

VARIJANSA 7 .AKTIVNOSTI S(7)= 0

RESENJE:

AKTIVNOST 1

OD DOGADJAJA 1 DO DOGADJAJA 3 JE
KRITICNA;

TRAJANJE: 28 [sm]

POCETAK: 0 .[sm], KRAJ: 28 [sm]

Break in 520

ok

AKTIVNOST 2

OD DOGADJAJA 3 DO DOGADJAJA 6 JE
KRITICNA;

TRAJANJE: 14 [sm]

POCETAK: 28 .[sm], KRAJ: 42 [sm]

Break in 520

ok

AKTIVNOST 3

OD DOGADJAJA 6 DO DOGADJAJA 13 JE
KRITICNA

TRAJANJE: 13 [sm]

POCETAK: 42 .[sm], KRAJ: 55 [sm]

Break in 520

ok

AKTIVNOST 4

OD DOGADJAJA 1 DO DOGADJAJA 5

TRAJANJE: 26 [sm]

POCETAK IZMEDJU: 0 I 4 [sm]

KRAJ IZMEDJU: 26 I 30 [sm]

Break in 520

ok

AKTIVNOST 5

OD DOGADJAJA 5 DO DOGADJAJA 13

TRAJANJE: 25 [sm]

POCETAK IZMEDJU: 26 I 30 [sm]

KRAJ IZMEDJU: 51 I 55 [sm]

Break in 520

ok

AKTIVNOST 6

OD DOGADJAJA 6 DO DOGADJAJA 10

TRAJANJE: 0 [sm]

POCETAK IZMEDJU: 42 I 53 [sm]

KRAJ IZMEDJU: 42 I 53 [sm]

Break in 520

ok

AKTIVNOST 7

OD DOGADJAJA 10 DO DOGADJAJA 13

TRAJANJE: 2 [sm]

POCETAK IZMEDJU: 42 I 53 [sm]

KRAJ IZMEDJU: 44 I 55 [sm]

Break in 520

Sl.42 Listing programa za proračun trajanja kritičnog toka
i ključnih datuma u mrežnom dijagramu

ove klase svaka ozbiljnija obrada kompleksnijeg operacionog modela zahtevala bi poznavanje nekog programskog jezika, dugotrajno i često mukotrпно pisanje programa. Ako bi se pored toga zahtevala i grafička prezentacija rezultata rada to bi, u većem broju slučajeva predstavljao teži problem. Potreba da se poznaje programiranje i koristi, neki od orijentisanih programskih jezika (npr. **Fortran**) da bi se rešio postavljeni zadatak, bilo analitički ili numerički, primenom izabranih softverskih paketa, u potpunosti se gubi. Takodje se od korisnika ne zahteva ni poznavanje hardvera PC-a. U tom smislu se numeričko rešavanje problema izvršava u malom vremenskom intervalu koji bi, inače, bio potreban u mnogo većem obimu za pisanje programa u nekom od programskih jezika. Jedino što je potrebno za efikasnu edukaciju, na ovom nivou, to je:

- ▶ Principijelno poznavanje i korektno postavljanje modela problema.
- ▶ Motivisanost korisnika za interaktivno korišćenje softvera. Korisnik mora imati poverenje u korišćenje programskog paketa, uz sva ograničenja koja mu metod ovakvog pristupa problema nameće.
- ▶ Program: **MathCAD** i **Eureka**. Oba programa pružaju izvanredne mogućnosti kreiranja modela problema za opšte i specijalne oblasti primene. Takvi modeli se obično oblikuju u posebne datoteke-programske module, a neke od njih nudi i sam proizvođač softvera, putem bogatog izbora fajlova sa rešenim primerima. U editovanju, postavljeni matematički modeli problema (i njihova rešenja), se izražavaju na isti ili sličan način kao i standardnim notiranjem prisutnim u klasično-auditornoj prezentaciji matematike operacionih istraživanja. Interaktivno korišćenje programa se omogućava relativno lako savladavanjem programskih funkcija i komandi uz pomoć jednostavne logike padajućih menija. Nesumljivo je da se veliki broj problema iz oblasti: matematičkog programiranja, mrežnog programiranja, numeričke simulacije itd. može rešiti koristeći samo jedan od navedenih paketa, s obzirom da **MathCAD** i **Eureka** imaju sličan matematički potencijal. Ukoliko student ili drugi korisnik-edukator ima potrebu da pored postavke operacionog modela ima i kvalitetan ispis rešenja, verifikaciju izlaznih rezultata, odgovarajući tekstualni zapis-najčešće deskriptivni model problema, tada je **Eureka** u izvesnoj prednosti. Da bi se ustanovila verodostojnost dobijenih

rezultata i njihova usaglašenost sa teorijskim modelom program automatski komparira, postupkom inverznog unosa izlaznih rezultata u model, novodobijene vrednosti i vrednosti prvobitno postavljene funkcijom ograničnja. U tom smislu se korisniku jasno predočava verifikacija rezultata i greška koja se tim vrednostima postiže putem parametara o poverenju rezultata. Prednost **MathCAD** nalazi se u grafičkom generisanju izlaznih rezultata. Preimućstvo nad ostalim paketima, slične ili iste namene, daje mu i veoma velik broj informacija o greškama koje korisnik eventualno učini.

Programski paket **Eureka** je prvenstveno korisnički orijentisan. Algoritam za rešavanje modela se koristi automatski. Medjutim, ponavljanje ili poboljšanje postignutog rezultata može se odvijati i iterativnim putem (putem algoritma **Levenberg-Marguardt**) tako da korisniku ostaje jedino problem korektnog editovanja modela (verlnog i matematičkog), "...omogućavajući time najveći napredak i efikasnost uz najmanje moguće zadržavanje i teškoće" (ocena po **WEBSTER-u** /11/). Moderno koncipirana sa fino estetizovanim osnovnim menijem (ukupno 8) i submenijima (ukupno 35) **Eureka**, kao **MathCAD**, uspešno:

- * rešava sisteme ne/jednačina (efikasno bez koprocesora do 10 promenljivih),
 - * rešava statističke funkcije,
 - * pronalazi optimalno rešenje kod LP, NP-ja, za zadataku funkciju kriterijuma (min, max),
 - * rešava transportni problem putem LP-ja,
 - * rešava modele sa dimenzionim jednačinama,
 - * generiše specifične izveštaje o rešenom problemu,
 - * generiše, po potrebi, grafike, štampajući ih na printeru/ploteru.
- Oba paketa ne zahtevaju nikakvu posebnu proceduru instalisanja na personalnom računaru, individualno ili u mreži.
- Nijedan od navedenih softvera nema velike hardverske zahteve.
- Dovoljno je imati:
- * računar: PC/AT-286 ili njemu kompatibilan,
 - * operativni sistem: MSDOS/PSDOS novije verzije (npr. verzije 6.0),
 - * grafički adapter; omogućena je bogata podrška za skoro sve tipove kartica (CGA, EGA, Herkules, VGA i sl.).
- Svi programi rade i bez koprocesora, mada se performanse programa,

posredstvom koprocesora, značajno poboljšavaju u grafičkom i računskom domenu.

- ▶ Mogućnost prenošenja oba programa sa jednog računara na drugi je veoma jednostavna, s obzirom da se u radu zahteva samo po jedna disketa.
- ▶ Softveri ovoga tipa vrlo su pogodni za planiranje rešenja, što pruža velike mogućnosti za stvaralački rad, počev od nivoa pisanja stručnih i naučnih radova i istraživačko-razvojnih projekata, pa sve do viših naučnih istraživanja na specijalističkim, magistarskim i doktorskim studijama.

Najjača strana Eureka sastoji se u rešavanju problema matematičkog programiranja, poly-funkcija, modularnog rešavanja modela putem sastavljenih ili inkorporiranih funkcija, ili, najčešće, njihovim kombinovanjem. To je i osnovni razlog da se proračun superponiranog vremena protoka materijala i njegove varijanse, stohastičke PD-mreže izveo ovim programskim paketom. Listing programa (Sl.43/44) je potpuno razumljiv sa odgovarajućim identifikatorima i informativnim komentarima. Uz sve napred rečeno, kako iskustvo pokazuje, Eureka zahteva najmanje vremena potrebnog za edukaciju budućeg korisnika.

.3 Viši nivo edukacije (OI) uz računarsku podršku

Za razliku od prethodnih paketa potrebnih za edukaciju (OI) na srednjem nivou, za ovladavanje računarskim programima-na trećem, profesionalnom nivou edukacije, zahteva se znatno više vremena, odgovarajući metodološki pristup i veći instruktivni rad. Za kompletno edukovanje, student mora posedovati određeno predznanje iz rada sa operativnim sistemom i bazama podataka.

U tom smislu, osnovni zadatak edukacije sastoji se u razradi takvog modela koji bi sa jedne strane sadržao neophodno klasično znanje iz mrežnog upravljanja uključujući obe tehnike i to:

- ▶ Activity On the Node (struktura PDM-a),
- ▶ Arrow Diagram Method (struktura CPM-a),

a sa druge već pomenuto neophodno znanje iz osnove računarske pismenosti koja se može steći kompletno već u prvom i drugom nivou edu-


```

*****
Eureka: The Solver, Version 1.0
Wednesday November 15, 1995, 8:20 am.
Name of input file: C:\EUREKA\CLARK03
*****

```

```

;VEZBA BR.1.2: Proracun i verifikacija modela proizvodnog
                ;ciklusa tokova materijala PD-PRECEDENCE
                ;DIAGRAMMING mrezne strukture
;TEMA:          Vremenska analiza superponiranih kriticnih
                ;tokova materijala
;RACUNARSKI PROGRAM: Eureka The Solver

```

$$\text{sup}(P) := M1 \cdot \text{ncum}(a1) + M2 \cdot \text{ncum}(-a1) + b1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \text{PI}}} \cdot \exp(-0.5 \cdot a1^2) + M3 \cdot \text{ncum}(a2) + M4 \cdot \text{ncum}(-a2) + b2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \text{PI}}} \cdot \exp(-0.5 \cdot a2^2) + M5 \cdot \text{ncum}(a3) + M5 \cdot \text{ncum}(-a3) + b3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \text{PI}}} \cdot \exp(-0.5 \cdot a3^2) + M7 + M8$$

```
sup(P)=T ;/sm/
```

```
;parametri tokova
```

```

a1=(M1-M2)/b1
b1=sqrt(S1^2+S2^2)
a2=(M3-M4)/b2
b2=sqrt(S3^2+S4^2)
a3=(M5-M6)/b3
b3=sqrt(S5^2+S5^2)
S1=6.63
S2=12
M1=98
M2=90
S3=2.45
S4=4.24
M3=55
M4=51
S5=2
S6=2
M5=21
M6=20
M7=95
M8=61
PI=3.1415927

```

```
*****
```

```
Solution:
```

Variables	Values
a1	= .58352686

Eureka: The Solver, Version 1.0
Wednesday November 15, 1995, 8:20 am.
Name of input file: C:\EUREKA\CLARK03

a2	=	.81683530
a3	=	.35355339
b1	=	13.709737
b2	=	4.8969480
b3	=	2.8284271
M1	=	98.000000
M2	=	90.000000
M3	=	55.000000
M4	=	51.000000
M5	=	21.000000
M6	=	20.000000
M7	=	95.000000
M8	=	61.000000
PI	=	3.1415927
S1	=	6.6300000
S2	=	12.000000
S3	=	2.4500000
S4	=	4.2400000
S5	=	2.0000000
S6	=	2.0000000
T	=	334.00642

Evaluation of formulas:

 Eureka: The Solver, Version 1.0 Page 3
 Wednesday November 15, 1995, 8:20 am.
 Name of input file: C:\EUREKA\CLARK03

Formulas	Values
sup(P)	= 334.00642
T	= 334.00642
difference =	.00000000
a1	= .58352686
(M1-M2)/b1	= .58352686
difference =	.00000000
b1	= 13.709737
sqrt(S1^2+S2...	= 13.709737
difference =	.00000000
a2	= .81683530
(M3-M4)/b2	= .81683530
difference =	.00000000
b2	= 4.8969480
sqrt(S3^2+S4...	= 4.8969480
difference =	.00000000
a3	= .35355339
(M5-M6)/b3	= .35355339
difference =	.00000000
b3	= 2.8284271
sqrt(S5^2+S5...	= 2.8284271
difference =	.00000000
S1	= 6.6300000
6.63	= 6.6300000
difference =	.00000000
S2	= 12.000000
12	= 12.000000
difference =	.00000000

M1 = 98.000000
98 = 98.000000
difference = .00000000

M2 = 90.000000
90 = 90.000000
difference = .00000000

S3 = 2.4500000
2.45 = 2.4500000
difference = .00000000

S4 = 4.2400000
4.24 = 4.2400000
difference = .00000000

M3 = 55.000000
55 = 55.000000
difference = .00000000

M4 = 51.000000
51 = 51.000000
difference = .00000000

S5 = 2.0000000
2 = 2.0000000
difference = .00000000

S6 = 2.0000000
2 = 2.0000000
difference = .00000000

M5 = 21.000000
21 = 21.000000
difference = .00000000

M6 = 20.000000

Eureka: The Solver, Version 1.0
Wednesday November 15, 1995, 8:20 am.
Name of input file: C:\EUREKA\CLARK03

20 = 20.000000
difference = .00000000

M7 = 95.000000
95 = 95.000000
difference = .00000000

M8 = 61.000000
61 = 61.000000
difference = .00000000

PI = 3.1415927
3.1415927 = 3.1415927
difference = .00000000

S1.43 Listing programa za proračunavanje proizvodnog ciklusa pomoću Clarkovih jednačina


```

*****
Eureka: The Solver, Version 1.0
Wednesday November 15, 1995, 8:34 am.
Name of input file: C:\EUREKA\PROB\CLARK02.
*****

```

```

;VEZBA BR.1.3: Proracun i verifikacija modela devijacije
                ;proizvodnog ciklusa tokova materijala
                ;PD-PRECEDENCE DIAGRAMMING mrezne strukture
;TEMA:          Vremenska analiza superponiranih devijacija
                ;kriticnih tokova materijala
;RACUNARSKI PROGRAM: Eureka The Solver

```

```

S(Tcp) := sqrt((P1^2+S1^2)*ncum(a1)+(P2^2+S2^2)*_
               ncum(-a1)+(P1+P2)*b1*(1/sqrt(2*_
               PI))*exp(-0.5*a1^2)-M1^2+_
               (P3^2+S3^2)*ncum(a2)+(P4^2+S4^2)*_
               ncum(-a2)+(P3+P4)*b2*(1/sqrt(2*_
               PI))*exp(-0.5*a2^2)-M2^2+_
               (P5^2+S5^2)*ncum(a3)+(P6^2+S6^2)*_
               ncum(-a3)+(P5+P6)*b3*(1/sqrt(2*_
               PI))*exp(-0.5*a3^2)-M3^2+M4)

```

```

S(Tcp)=S ;/sm/

```

```

;parametri tokova

```

```

a1=(P1-P2)/b1
a2=(P3-P4)/b2
a3=(P5-P6)/b3
b1=sqrt(S1^2+S2^2)
b2=sqrt(S3^2+S4^2)
b3=sqrt(S5^2+S6^2)

```

```

S1=2.45
S2=4.24
S3=6.6332
S4=12
S5=2
S6=2
P1=55
P2=51
P3=98
P4=90
P5=21
P6=20
M1=55.575
M2=100.3746
M3=21.1878
M4=47

```

 Eureka: The Solver, Version 1.0 Page 2
 Wednesday November 15, 1995, 8:34 am.
 Name of input file: C:\EUREKA\PROB\CLARK02.

PI=3.14159

Solution:

Variables	Values
a1	= .81683530
a2	= .58346099
a3	= .35355339
b1	= 4.8969480
b2	= 13.711285
b3	= 2.8284271
M1	= 55.575000
M2	= 100.37460
M3	= 21.187800
M4	= 47.000000
P1	= 55.000000
P2	= 51.000000
P3	= 98.000000
P4	= 90.000000
P5	= 21.000000
P6	= 20.000000
PI	= 3.1415900
S	= 11.166471
S1	= 2.4500000
S2	= 4.2400000

Eureka: The Solver, Version 1.0

Page 3

Wednesday November 15, 1995, 8:34 am.

Name of input file: C:\EUREKA\PROB\CLARK02.

S3 = 6.6332000
S4 = 12.0000000
S5 = 2.0000000
S6 = 2.0000000

Evaluation of formulas:

Formulas	Values
S(Tcp)	= 11.166471
S	= 11.166471
difference	= .00000000
a1	= .81683530
(P1-P2)/b1	= .81683530
difference	= .00000000
a2	= .58346099
(P3-P4)/b2	= .58346099
difference	= .00000000
a3	= .35355339
(P5-P6)/b3	= .35355339
difference	= .00000000
b1	= 4.8969480
sqrt(S1^2+S2...	= 4.8969480
difference	= .00000000
b2	= 13.711285
sqrt(S3^2+S4...	= 13.711285
difference	= .00000000
b3	= 2.8284271
sqrt(S5^2+S6...	= 2.8284271

```

*****
Eureka: The Solver, Version 1.0
Wednesday November 15, 1995, 8:34 am.
Name of input file: C:\EUREKA\PROB\CLARK02.
*****

```

```

difference = .00000000

S1          = 2.4500000
2.45        = 2.4500000
difference = .00000000

S2          = 4.2400000
4.24        = 4.2400000
difference = .00000000

S3          = 6.6332000
6.6332      = 6.6332000
difference = .00000000

S4          = 12.0000000
12           = 12.0000000
difference = .00000000

S5          = 2.0000000
2            = 2.0000000
difference = .00000000

S6          = 2.0000000
2            = 2.0000000
difference = .00000000

P1          = 55.0000000
55           = 55.0000000
difference = .00000000

P2          = 51.0000000
51           = 51.0000000
difference = .00000000

P3          = 98.0000000
98           = 98.0000000
difference = .00000000

```

Eureka: The Solver, Version 1.0

Page 5

Wednesday November 15, 1995, 8:34 am.

Name of input file: C:\EUREKA\PROB\CLARKO2.

P4 = 90.000000
90 = 90.000000
difference = .00000000

P5 = 21.000000
21 = 21.000000
difference = .00000000

P6 = 20.000000
20 = 20.000000
difference = .00000000

M1 = 55.575000
55.575 = 55.575000
difference = .00000000

M2 = 100.37460
100.3746 = 100.37460
difference = .00000000

M3 = 21.187800
21.1878 = 21.187800
difference = .00000000

M4 = 47.000000
47 = 47.000000
difference = .00000000

PI = 3.1415900
3.14159 = 3.1415900
difference = .00000000

Sl.44 Listing programa za proračunavanje devijacije proizvodnog ciklusa pomoću Clarkovih jednačina

kacije iz primene softverskih alata u operacionim istraživanjima. S obzirom na ograničenost vremena za edukaciju na odgovarajućem programskom paketu, potrebno je selektivno, u skladu sa programom nastave i vežbi (poglavlje 4.3 i 4.4) koristiti samo deo raspoloživih opcija koje programski paket nudi, a one se odnose na vremensku analizu problema mrežnog dijagrama PDM (Sl.45). Programski paket, koji je izabran, veoma je zastupljen u svetu i često se koristi za upravljanje projektima sa strukturom PDM i CPM-a jeste **Primavera Project Planner**. Radi se o najprisutnijoj verziji na našem tržištu /73/. Znanje rada na ovoj verziji, koja radi pod DOS-om, u velikoj meri primenljivo je i na naredne verzije programa. Ovim programom kombinuju se jedinstveni algoritmi, proračuni, rad sa bazama podataka i rad u mreži. Pored toga programski paket **Primavera**:

- ▶ daje tabelarni pregled rasporeda aktivnosti i grafički pregled gantograma, histograma resursa/troškova i kumulativnih krivi na monitoru i štampaču,
- ▶ pruža veliki broj interesantnih izveštaja za potrebe upravljanja,
- ▶ omogućava prenos podataka u ASCII fajlove "spedd sheet" paketima, odnosno bazama podataka,
- ▶ omogućava "batch" obradu podataka za formiranje i ažuriranje velikih mreža aktivnosti i događaja,
- ▶ integralno sa softverskim paketom **Primavision** pruža široke mogućnosti grafičke prezentacije projekta,
- ▶ pruža jasne "error" poruke o greškama, kao i **MathCAD** i **Eureka**,
- ▶ daje zvučne efekte sa najavom završetka određene faze rada i prilikom logičke kontrole ekrana,
- ▶ detaljno pojašnjenje pojedinih komandi, funkcija i načina rada na paketu omogućeno je putem bogatog izbora **HELP**-ova itd.,
- ▶ u rešavanju realnih problema nakon detaljne analize dobijenih rezultata, često je prisutna potreba da se postave nahnadni zahtevi za izmenom funkcije cilja. Ovi zahtevi koje **Primavera** uspešno rešava odnose se na: dodavanje/oduzimanje aktivnosti i događaja, promena cene realizacije aktivnosti, dodavanje/oduzimanje resursa i njihova nivelacija i sl.

Uvodjenjem odabranih softverskih alata u nastavi operacionih istraživanja težilo se da se postigne: optimizacija programa i plana

► Proizvodni ciklus $\bar{T}_{cp} = 334,01$ /sm/.

► Devijacija proizvodnog ciklusa

$\sigma(\bar{T}_{cp}) = 11,16$ /sm/.

► Aj-aktivnosti podprojekta G50-(S53b; S54b)

► Bj-aktivnosti podprojekta G30-SD/31.

► Kritične relacije

► Subkritične relacije

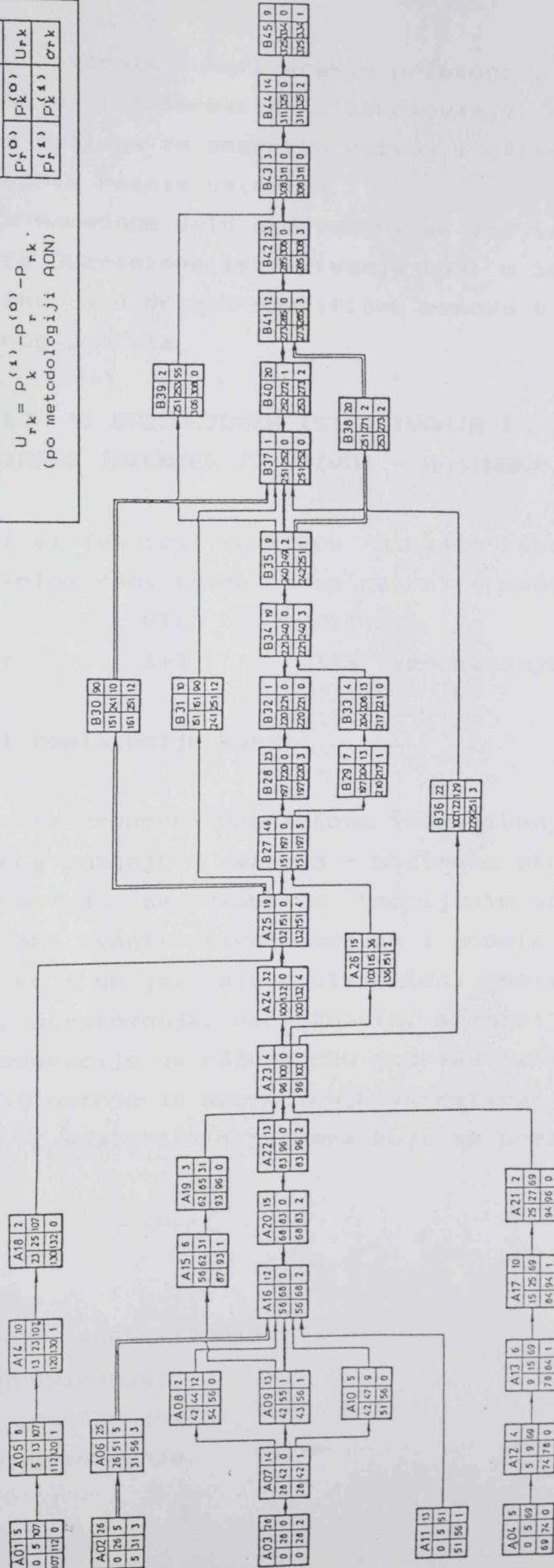
► Nekritične relacije

aktivnost			
(r-k)	P{0}	P{k}	P{r}
r-k	P{0}	P{k}	P{r}
r-k	P{0}	P{k}	P{r}

► Uslovna vremenska rezerva:

$$U_{rk} = P_k^{(1)} - P_r^{(0)} - P_{rk}$$

(po metodologiji AON)



S1.45 Stohastički mrežni PD-dijagram podprojekta realizacije pozicija broda: G50-(S53b; S54b) i G30-SD/31

ove discipline, sa auditornim i softverskim pristupom, na studijama razvojnog inženjerstva i informatike u obrazovanju. Na taj način stvaraju se osnovne podloge za nesmetan razvoj i efikasnu aplikaciju ovih metoda u realnim radnim uslovima.

U tom smislu u narednom delu predloženi su inovirani programi edukacije iz predmeta **Operaciona istraživanja** koji u jednom delu programa imaju zajedničku, a u drugom-specifičnu osnovu u zavisnosti od posmatranog obrazovnog profila.

4.3 PROGRAM EDUKACIJE IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA ZA OBRAZOVNI PROFIL: DIPLOMIRANI INŽENJER ZA RAZVOJ - MASINSKA STRUKA

Obrazovana institucija: Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin" Zrenjanin,

Obrazovni profil: Diplomirani inženjer za razvoj - mašinska struka,

Semestar: VII VIII

Nedeljni fond časova: 3+3 3+3 (predavanje+vežbe).

.1 Ciljevi i zadaci realizacije kursa

Nastava i vežbe iz predmeta **Operaciona istraživanja** za obrazovni profil diplomiranog inženjera razvoja - mašinske struke imaju za cilj da studente upoznaju sa odabranim teorijskim dostignućima i praktičnim aplikacijama kvantitativnih metoda i modela u rešavanju odredjenih problema koji se javljaju u sistemima: proizvodnje, razvojnog inženjerstva, obrazovanja, menadžmenta, ekonomije rada i sl. Razvijenim nivoima edukacije uz računarsku podršku želi se postići usavršavanje modela i metoda iz operacionih istraživanja i provera odabranih numeričkih i analitičkih primera koji se prezentuju auditorno.

.2 Program nastave

1. METODE MATEMATICKOG PROGRAMIRANJA

- 1.1 Linearno programiranje;
- 1.2 Dinamičko programiranje;
- 1.3 Nelinearno programiranje.

2. MREŽNO PLANIRANJE I UPRAVLJANJE

2.1 CPM-metod kritičnog puta;

2.2 PERT-metod ocene i revizije projekta;

2.3 FDM-metod "prezident".

3. UPRAVLJANJE ZALIHAMA;

4. MASOVNO OPSLUŽIVANJE;

5. HEURISTICKO PROGRAMIRANJE;

6. SIMULACIONO MODELIRANJE

6.1 Metoda SD-sistemske dinamike;

6.2 Monte-Karlo metoda.

.3 Program auditornih i laboratorijskih vežbi

1. METODE MATEMATICKOG PROGRAMIRANJA

1.1 Linearno programiranje (simplex metoda);

1.2 Transportni zadatak (MODI i simplex metoda);

1.3 Dinamičko programiranje;

1.4 Parametarsko programiranje.

- ▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih softvera: **GWBASIC**, **Eureka The Solver** i **MathCAD**.

2. MREŽNO PLANIRANJE I UPRAVLJANJE

2.1 Primena determinističke metode CPM (CPM/resurs/cena);

2.2 Primena stohastičke metode PERT;

2.3 Primena metode FDM (FD/resurs/cena).

- ▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih softvera: **GWBASIC** i **Primavera Project Planner**.

3. UPRAVLJANJE ZALIHAMA

3.1 Model zaliha sa poznatom tražnjom;

3.2 Model zaliha sa dopunskom tražnjom;

3.3 Model zaliha sa promenljivom cenom.

- ▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih programa pisanih u **GWBASIC-u**.

4. MASOVNO OPSLUŽIVANJE I REDOVI ČEKANJA

4.1 Model čekanja sa jednim redom i jednim centrom opsluživanja;

4.2 Model čekanja sa više centara opsluživanja.

- ▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih programa pisanih u **GWBASIC-u**.

5. HEURISTICKO PROGRAMIRANJE

5.1 Primena metoda uravnoteženja vremenskog kapaciteta proizvodnih (montažnih) linija;

5.2 Primena metoda rasporedjivanja poslova u proizvodnji.

- ▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku u pojedinim segmentima proračunavanja.

6. SIMULACIONO MODELIRANJE

6.1 Primena metode systemske dinamike;

6.2 Primena metode Monte-Karlo u upravljanju tokovima materijala u mašingradnji.

- ▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem programskog paketa SYMULA (autora A.Munitića /57,/ pisani u GWBASIC-u) i programa za simulaciju pisanom u TurboPascal-u 6.0. (autora /47/).

.4 Realizacija ispita

Ispit je pismeni i usmeni. Uslov za izlazak na pismeni ispit je uredno pohađanje nastave i vežbi. Uslov za izlazak na usmeni ispit je realizacija pismenog dela ispita po kriterijumu osvajanja 60 poena (60%), od 100 mogućih .

.5 Obaveze studenata

Student je dužan da redovno pohađja nastavu i vežbe sa maksimalnim izostankom od tri predavanja, odnosno vežbi. U toku drugog semestra moraju se položiti dva kolokvijuma iz primene softverskih alata u operacionim istraživanjima.

.6 Potrebna literatura za edukaciju studenata

▶ Preporučena literatura:

- | | |
|-----------------|------------------------------------|
| 01. Lipovac, D. | METODE OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA, |
| Sotirović, V. | Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin", |
| Letić, D. | Zrenjanin, /1995./. |

02. Lipovac, D. SOFTVERSKI ALATI U OPERACIONIM ISTRAŽIVANJIMA,
Sotirović, V. (u pripremi) Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin",
Letić, D. Zrenjanin.
03. Petrić, J. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA I i II deo,
Naučna knjiga, Beograd, /1989./.

► Pomoćna literatura:

04. Stojanović, D. EKONOMSKO MATEMATIČKI METODI I MODELI,
Ekonomski fakultet, Beograd, /1990./.
05. Stojanović, D. EKONOMSKO-MATEMATIČKI MODELI, KOMPJUTERSKI
PROGRAMI, REŠENI PRIMERI (Zbirka),
Ekonomski fakultet, Beograd, /1990./.
06. Petrić, J. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA I i II deo,
Šarenac, L. (Zbirka rešenih zadataka), Naučna knjiga,
Kojić, Z. Beograd, /1989./.
07. Ćurlin, A. PROGRAMSKI ALATI U MATEMATICI, Institut za nuk-
learne nauke "B.Kidrić"-Vinča, Beograd, /1992./.

**4.4 PROGRAM EDUKACIJE IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA ZA OBRAZOVNI
PROFIL: DIPLOMIRANI PROFESOR INFORMATIKE**

Obrazovana institucija: Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin" Zrenjanin,

Obrazovni profil: Informatika u obrazovanju,

Semestar: V VI

Nedeljni fond časova: 3+3 3+3 (predavanje+vežbe).

.1 Ciljevi i zadaci realizacije kursa

Nastava i vežbe iz predmeta **Operaciona istraživanja**, za Obrazovni profil **diplomirani profesor informatike**, imaju za cilj da studente upoznaju sa odabranim teorijskim dostignućima i praktičnim aplikacijama kvantitativnih metoda i modela u rešavanju odredjenih problema koji se javljaju u sistemima: obrazovanja, proizvodnje, organizacije i upravljanja, ekonomije rada i sl. Razvijenim nivoima edukacije uz računarsku podršku, želi se postići usavršavanje metoda iz operacionih istraživanja i provera odabranih numeričkih i analitičkih primera koji se prezentuju auditorno.

.2 Program nastave

1. METODE MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA
 - 1.1 Linearno programiranje;
 - 1.2 Dinamičko programiranje;
 - 1.3 Nelinearno programiranje.
2. MREŽNO PLANIRANJE I UPRAVLJANJE
 - 2.1 CPM-metod kritičnog puta;
 - 2.2 PERT-metod ocene i revizije projekta;
 - 2.3 PDM-metod "prezident".
3. UPRAVLJANJE ZALIHAMA
4. MASOVNO OPSLUŽIVANJE
5. HEURISTIČKO PROGRAMIRANJE
6. SIMULACIONO MODELIRANJE
 - 6.1 Metoda SD-sistemske dinamike;
 - 6.2 Monte-Karlo metoda.

.3 Program auditornih i laboratorijskih vežbi

1. METODE MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA
 - 1.1 Linearno programiranje (simplex metod);
 - 1.2 Transportni zadatak (MODI i simplex metoda);
 - 1.3 Dinamičko programiranje;
 - 1.4 Parametarsko programiranje.

▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih softvera: **GWBASIC**, **Eureka The Solver** i **MathCAD**.
2. MREŽNO PLANIRANJE I UPRAVLJANJE
 - 2.1 Primera determinističke metode CPM (CPM/resurs/cena);
 - 2.2 Primera stohastičke metode PERT;
 - 2.3 Primera metode PDM (PD/resurs/cena).

▶ Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih softvera: **GWBASIC** i **Primavera Project Planner**.
3. UPRAVLJANJE ZALIHAMA
 - 3.1 Model zaliha sa poznatom tražnjom;
 - 3.2 Model zaliha sa dopunskom tražnjom;
 - 3.3 Model zaliha sa promenljivom cenom.

► Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih programa pisanih u GWBASIC-u.

4. MASOVNO OPSLUŽIVANJE I REDOVI ČEKANJA

4.1 Model čekanja sa jednim redom i jednim centrom opsluživanja;

4.2 Model čekanja sa više centara opsluživanja.

► Primeri zadataka se rešavaju na tabli i uz računarsku podršku putem odabranih programa pisanih u GWBASIC-u.

.4 Realizacija ispita

Ispit je pismeni i usmeni. Uslov za izlazak na pismeni ispit je uredno pohađanje nastave i vežbi. Uslov za izlazak na usmeni ispit je realizacija pismenog dela ispita po kriterijumu osvajanja 60 poena (60%) od 100 mogućih.

.5 Obaveza studenata

Student je obavezan da redovno pohađa nastavu i vežbe sa maksimalnim izostankom od tri predavanja, odnosno vežbi. U toku drugog semestra moraju se položiti dva kolokvijuma iz primene softverskih alata u operacionim istraživanjima.

.6 Potrebna literatura za edukaciju studenata

► Preporučena literatura:

01. Lipovac, D. METODE OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA,
Sotirović, V. Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin",
Letić, D. Zrenjanin, /1995./.
02. Lipovac, D. SOFTVERSKI ALATI U OPERACIONIM ISTRAŽIVANJIMA,
Sotirović, V. (u pripremi) Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin",
Letić, D. Zrenjanin.
03. Petrić, J. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA I i II deo,
Naučna knjiga, Beograd, /1989./.

► Pomoćna literatura:

04. Stojanović, D. EKONOMSKO MATEMATICKI METODI I MODELI,
Ekonomski fakultet, Beograd, /1990./.

05. Stojanović, D. EKONOMSKO-MATEMATIČKI MODELI, KOMPJUTERSKI PROGRAMI, REŠENI PRIMERI (Zbirka), Ekonomski fakultet, Beograd, /1990./.
07. Petrić, J. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA I i II deo, Šarenac, L. (Zbirka rešenih zadataka), Naučna knjiga, Kojić, Z. Beograd, /1989./.
08. Kun, L. PRIMENA ISTRAŽIVANJA OPERACIJA, Mašinski fakultet, Novi Sad, /1973./.
09. Urošević, J. PRIMAVERA-UPRAVLJANJE PROJEKTIMA UZ POMOĆ Draškić- RAZUNARA, Institut za nuklearne nauke -Ostojić, J., "B.Kidrić"-Vinča, Beograd, /1991./.
10. Curlin, A. PROGRAMSKI ALATI U MATEMATICI, Institut za nuklearne nauke "B.Kidrić"-Vinča, Beograd, /1992./.

4.5 ZAKLJUČAK O RAZVIJENOM MODELU EDUKACIJE

Istraživanja izvedena u oblasti obrazovnih sistema na Tehničkom fakultetu "M.Pupin" u Zrenjaninu pokazala su da racionalna komponenta obrazovnog sadržaja iz operacionih istraživanja mora uvrstiti ne samo sistem klasičnog programa iz (OI), koji određuje osnovni obim date discipline, već i specifična saznanja putem uvođenja novih modela i metoda kojima bi se potencirao značaj međupredmetnih veza, tj. uspostavljanje veze između osnovnog kursa (OI) sa drugim predmetima, npr. iz:

- ▶ projektovanja tehnoloških sistema,
- ▶ upravljanja tehnološkim razvojem,
- ▶ računarskog projektovanja,
- ▶ teorijom upravljanja i odlučivanja i sl.

koji su zastupljeni u programu studija na analiziranim obrazovnim profilima. Predloženi edukativni model, na osnovu koncepcije fazne i tro-etapne edukacije, omogućava studentu bilo kog profila obrazovanja da oseti koliki je nivo logičkog mišljenja i veštine postigao da dublje pronikne u suštinu realnog problema i da na tim osnovama oblikuje model i efikasno ga reši. Edukativni model se može primeniti kako u procesu obrazovanja studenata tako u obrazovanju stručnjaka iz prakse koji rade na primeni i praktičnoj realizaciji modela i metoda iz domena operacionih istraživanja. Obim ove iterdisciplinarna nauke

je veoma velik i odnosi se počev od: rešavanja problema unapredjenja funkcija upravljanja u proizvodnji /37/, /40/, /32/, /75/, obrazovnim sistemima /46/, istraživanju i razvoju /05/, /20/, građevinarstvu /30/, fizici /29/, menadžmentu /55/, saobraćaju i transportu /81/, /72/ marketingu /37/, poljoprivredi /71/, ekonomiji /69/, /33/, /56/, hidrologiji /82/, planiranju društvenog razvoja /57/ itd. U tom kontekstu mora se posmatrati i ogroman značaj razvoja edukativnog modela iz operacionih istraživanja i neminovnog približavanja permanentnog obrazovanja iz te oblasti savremenom stanju računarske tehnologije.

DEO IV

VREDNOVANJE ISTRAŽIVANJA

5.0 VREDNOVANJE RAZVIJENIH MODELA I METODA

Vrednovanje oblikovanih:

- ▶ Varijanti opšteg modela kritičnih tokova PD-strukture i
- ▶ Edukativnog modela za njegovo efikasno korišćenje,

predstavlja integralan i završni korak u razvoju oba modela. S obzirom da razvijeni modeli nisu samo matematički i deskriptivni izkazi, već su to i programirani modeli, zasnovani na programskim modulima, ovo poglavlje ima za cilj da da kvantitativno-kvalitativnu nominalnu vrednost i procenu oba modela, odnosno objektivni i subjektivni sud o realitetu modela i njegovoj saznoj ulozi.

Savremene tendencije u vrednovanju modela karakterisane su činjenicom da efektivni testovi vrednovanja predstavljaju jedan od najvažnijih interesovanja analitičara, pogotovo modela i metoda operacionih istraživanja /12/. Kao što je poznato "cilj modeliranja je da se dobije takav model koji se u odredjenim uslovima ponaša isto (ili slično) kao i sistem koga model prikazuje. Vrednovati model znači postaviti nivo pouzdanosti sa kojim se prihvata da su zaključci, koji se donose na osnovu ponašanja modela, ispravni i primenljivi na stvarni sistem" (Shannon, /1975./), /80/. Iz ove definicije proizilazi zaključak da se verodostojnost modela odnosi na korespondenciju tog modela sa realnim sistemom. Kako se u radu realni sistem tokova simulira predstoji potreba da se dobijeni rezultati imitacionih modeliranja vrednuju, kako bi se potencijalnim korisnicima i analitičarima demonstrirala: mogućnost aplikacije modela i metoda i verodostojnost njihovih rezultata. U tom smislu, dobijeni rezultati rešavanja modela ne mogu se apsolutno vrednovati, već se njegovo vrednovanje može izvesti sa odredjenim nivoom poverenja.

U svetu je velik broj radova posvećen vrednovanju modela. Gass /1984./ navodi u radu /23/, 137 referenci iz oblasti vrednovanja modela (OI), od kojih su posebno izdvajaju sledeće studije:

- ▶ Balci, D. and Sargent, R.G. BIBLIOGRAPHY ON VALIDATION OF SIMULATION MODEL, Spring 1980 Newsletter-TIMS College in Simulation and Gaming, pp.11-15, /1980/.

- ▶ Gass, S. I. 1977a. EVALUATION OF COMPLEX MODELS. Comput. Operations Research, 4, pp.27-35, /1977/.
- ▶ Gruhl, J. MODEL VALIDATION. In Proceedings of the International Conference on Cybernetics and Society, IEEE Catalog No.79ch1424-ISMIC, Denver, Col. /1979/.
- ▶ Law, A. M. VALIDATION OF SIMULATION MODELS, I: An Overview and Survey of Real-World Practice, Working Paper 78-14, Department of Industrial Engineering, University of Wisconsin-Madison, /1979/.
- ▶ Sargent, R. G. VERIFICATION AND VALIDATION OF SIMULATION MODELS, Working Paper No.80-013, College of Engineering, Syracuse University, Syracuse, New Jersey, /1980/.
- ▶ Schellenberger, R. E. CRITERIA FOR ASSESSING MODEL VALIDITY FOR MANAGERIAL PURPOSES, Decision Sci.5, No.4, pp.644-653, /1974/.
- ▶ Shannon, R. E. SYSTEMS SIMULATION: THE ART AND SCIENCE, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, /1975/.
- ▶ Ziegler, B. P. THEORY OF MODELLING AND SIMULATION. John Wiley & Sons, New York, /1976/.

U našoj zemlji se metode vrednovanja vrlo malo ili nepotpuno istražuju. Jednu od najznačajnijih studija vrednovanja simulacionih modela objavio je M. Čerić /1984./, u radu /12/ "Metode vrednovanja simulacionih modela", kome i S. Vukadinović i J. Popović daju esencijalno mesto u knjizi /80/. Sa stanovišta razvoja kriterijuma vrednovanja edukativnih modela podrškom obrazovnog računarskog softvera, treba posebno istaći univerzitetski udžbenik /58/, autora Dj. Nadr-ljanskog /1995./ "Obrazovni računarski softver".

Analizirajući radove istaknutih autora na ovom polju istraživanja može se uopšteno sumirati zajednička ideja koja se u njima provlači, a ona se odnosi na:

1. Vrednovanje karakteristika modela i njegovih izlaznih rezultata predstavljajući kontinualni proces od samog razvoja modela pa sve do njegove implementacije.
2. Kriterijume za vrednovanje koji zavise od cilja studije, načina korićenja modela, kvaliteta informacija koje odlikuju model, finansijske podrške itd. U tim okolnostima ne mogu se definisati univerzalni kriterijumi vrednovanja modela. Sa druge strane, kriterijumi za vrednovanje ne mogu biti isključivo intuitivne priro-

de ili motivacije autora modela da ih po svaku cenu stvori. Bez kritičkih i objektivnih kriterijuma neprekidnog testiranja modela ne mogu se izvući najbolje ocene o modelu.

Vrednovanje modela u ovom radu vezano je za skup uslova, ograničenja i pretpostavki iznetih u okviru teorijskog i eksperimentalnog dela istraživanja, a koji su od interesa za primenu modela i sa kojima smo u stanju da sa prihvatljivom pouzdanošću reprezentuje stvarni sistem, ili u konkretnom slučaju njegovu zamenu, tj. simulacioni model.

Proces vrednovanja oba razvijena modela će se u radu sistematizovati prema sledećim kategorijama:

- a) **Valjanosti modela** (validation), prema kojoj se ispituju parametri teorijskog modela i modela koji simulira stvarni model tokova materijala.
- b) **Provere modela** (verification), na osnovu koje se ispituje ponašanje programa modela koga realizuju razvijeni programski moduli.
- c) **Kvalitativnog vrednovanja** opšteg i edukacionog modela.

Istraživanje valjanosti modela obuhvata sledeće razvijene testove:

- ▶ Tehničke valjanosti kojom se zahteva identifikacija svih pretpostavki analitičkog modela i njegove divergencije u odnosu na simulacioni model.
- ▶ Operacione valjanosti kojom se procenjuje značaj grešaka navedenih kod ispitivanja stohastičkog modela, omogućavajući donošenje konačne odluke o prihvatanju modela. U ovom radu, prvenstveno se vrši ispitivanje osetljivosti i analiza invarijantnosti modela tokova PD-mreže strukture.

Tehnike ispitivanja valjanosti, pored pomenutih kvantitativnih metoda, obuhvataju i kvalitativne analize subjektivnog i objektivnog karaktera.

Verifikacija modela, odnosno pojedinih podmodela, obuhvata sledeće aspekte:

- ▶ testiranje ispravnosti i tačnosti računarskih programa;
- ▶ ispitivanje rezultata programskog generiranja različitih raspodela

- za ulazne promenljive i druge parametre modela;
- ▶ utvrđivanje konačnih rezultata i medjurezultata modela i podmodela;
- ▶ verifikacija rezultata dobijenih od strane Slykea i njihova komparacija sa rezultatima dobijenih primenom savremenim softverskim alatima. U ovom delu rada zadržaćemo se samo na poslednju kategoriju verifikacije modela.

5.1 ISPITIVANJE VALIDNOSTI OPSTEG MODELA KRITICNIH TOKOVA MATERIJALA

Ocenjivanje modela u smislu njegovog tehničkog vrednovanja na kvantitativnim osnovama zahteva posebnu metodologiju s obzirom na kompleks parametara protoka koji konstituišu takav model.

Tehnička valjanost modela obuhvata statističke testove i intervalne ocene relevantnih izlaznih parametara. Statistički χ^2 -test i njegovi zaključci dati su u poglavlju (3.9), pa se ovde neće posebno analizirati. Uvažavajući ograničene mogućnosti razvijenih stohastičkih modela omogućava se da se izrazi odgovarajuće poverenje u rezultate dobijene metodama koje rešavaju postavljene modele protoka.

.1 Intervalna ocena protočnog vremena i proizvodnog ciklusa

Pretpostavka da su rezultujuće promenljive osnovnog skupa populacije protočnih vremena (P_c) i proizvodnog ciklusa (T_{cp}) distribuira-
ne po zakonu normalne raspodele, ugradjena je u samom programu Clark-CGT-a stohastičkog PD-modela sa osnovnom karakteristikom $\mathcal{N}: [\bar{P}_c, \sigma(P_c)]$ i $\mathcal{N}: [\bar{T}_{cp}, \sigma(T_{cp})]$. Parametri, čije će se ocena ovde izvršiti, a koji su dobijeni simulacijom, odnose se takodje na očekivano rezultujuće vreme protoka i odgovarajuće devijacije. Medjutim, ovim postupcima statistička verifikacija se ne bi mogla završiti. Potreba za aposteriornim odredjivanjem potrebnog broja replikacija, pri raspoloživim parametrima, takodje je neophodan uslov za validnost rezultata analize simulacionih postupaka.

Razlika izmedju postupaka simulacije i postupaka uzorkovanja leži u činjenici da se uzorkovanje sastoji iz generiranja podataka iz osnovnog skupa realnih statistika u principu na $\binom{N_0}{N}$ mogućih načina, gde je: N_0 - broj elemenata osnovnog skupa (teorijske raspodele) i N - broj elemenata u uzorku (simulacijski stok).

Simulacijom se vrši "emisija slučajnih brojeva" generirajući pri tome podatke iz unapred pripremljenih numeričkih baza podataka, računarski simuliranih. Kada se stok aleatorno promenljivih brojeva (N) neograničeno povećava, formirajući u toj konvergenciji normalnu distribuciju, simuliranje se formalno može u tim uslovima ekvivalirati sa postupcima uzorkovanja sa svim statističkim zakonitostima i principima koji važe u matematičkoj statistici i verovatnoći.

Ta pretpostavka treba da približi rešenju problema intervalne procene protočnog vremena, s obzirom da se vrednosti (\bar{P}_c) i (\bar{T}_{cp}) realizovanih simulacija, pod pretpostavkom, pokoravaju zakonu normalne distribucije sa sledećom osnovnom karakteristikom:

$$N: \left[\bar{P}_c, \sigma(\bar{P}_c) = \frac{\sigma(P_c)}{\sqrt{N}} \right] \quad \text{i} \quad N: \left[\bar{T}_{cp}, \sigma(\bar{T}_{cp}) = \frac{\sigma(T_{cp})}{\sqrt{N}} \right]. \quad (225)$$

Kod problema uzorkovanja osnovno objašnjenje ove karakteristike nalazi se u zakonu CGT-a, što se u mnogim slučajevima može transponovati na problem simulacije. Kao rezultat veza izmedju parametara osnovne kontinualne raspodele (N_0) i reprezentativnih parametara skupa simuliranih vrednosti, stoji poznata intervalna relacija /80/, kojom se ocenjuju, sa odredjenom intervalom poverenja ($1-\alpha$), očekivane vrednosti: $M(P_c)$ i $M(T_{cp})$.

$$P_c: \quad P \left\{ \bar{P}_c - U_{\alpha/2} \frac{\sigma(P_c)}{\sqrt{N}} \leq M(P_c) \leq \bar{P}_c + U_{\alpha/2} \frac{\sigma(P_c)}{\sqrt{N}} \right\} = 1-\alpha, \quad (226)$$

$$T_{cp}: \quad P \left\{ \bar{T}_{cp} - U_{\alpha/2} \frac{\sigma(T_{cp})}{\sqrt{N}} \leq M(T_{cp}) \leq \bar{T}_{cp} + U_{\alpha/2} \frac{\sigma(T_{cp})}{\sqrt{N}} \right\} = 1-\alpha. \quad (227)$$

Umesto parametra $\sigma(P_c)/\sqrt{N}$ i $\sigma(T_{cp})/\sqrt{N}$ mogu se, na osnovu formule σ nepristrasnom asimptotskom ocenjivanju standardne devijacije, postaviti njihove ocene: $S(P_c) = \sigma(P_c) \cdot \sqrt{N-1}/N$ i $S(T_{cp}) = \sigma(T_{cp}) \cdot \sqrt{N-1}/N$. Tada prethodne relacije (226) i (227) dobijaju nove oblike:

$$P_c: \quad P \left\{ \bar{P}_c - U_{\alpha/2} \frac{S(P_c)}{\sqrt{N-1}} \leq M(P_c) \leq \bar{P}_c + U_{\alpha/2} \frac{S(P_c)}{\sqrt{N-1}} \right\} = 1-\alpha \quad (228)$$

$$T_{cp}: \quad P \left\{ \bar{T}_{cp} - U_{\alpha/2} \frac{S(T_{cp})}{\sqrt{N-1}} \leq M(T_{cp}) \leq \bar{T}_{cp} + U_{\alpha/2} \frac{S(T_{cp})}{\sqrt{N-1}} \right\} = 1-\alpha \quad (229)$$

Za slučaj da se primenjuje stroži kriterijum, "šest sigma" koji je

definisani sa kvantilom ($U_{\alpha/2}=3$), sledi da su intervali poverenja:

$$\Pi_c: P\left\{ \bar{P}_c - 3 \cdot \frac{S(P_c)}{\sqrt{N-1}} \leq M(P_c) \leq \bar{P}_c + 3 \cdot \frac{S(P_c)}{\sqrt{N-1}} \right\} = 0,9973, \quad (230)$$

$$\Pi: P\left\{ \bar{T}_{cp} - 3 \cdot \frac{S(T_{cp})}{\sqrt{N-1}} \leq M(T_{cp}) \leq \bar{T}_{cp} + 3 \cdot \frac{S(T_{cp})}{\sqrt{N-1}} \right\} = 0,9973. \quad (231)$$

pa se za konkretni primer zamenom dobija:

$$\Pi_c: P[328,02 \leq M(P_c) \leq 330,90] = 0,9973, \quad (232)$$

$$\Pi: P[331,66 \leq M(T_{cp}) \leq 334,64] = 0,9973. \quad (233)$$

Najpouzdanija procena parametara: $M(P_c)$ i $M(T_{cp})$ postiže se povećanjem kvantila ($U_{\alpha/2}$), ali se time smanjuje preciznost, prouzrokovana širenjem intervala $[\pm U_{\alpha/2} \cdot \sigma(\bar{P}_c)$ i $\pm U_{\alpha/2} \cdot \sigma(\bar{T}_{cp})]$. Kako se broj simulacija može neograničeno povećavati, u ovim postupcima estimacije, predstoji potreba za iznalaženjem kompromisa između dveju tendencija suprotnog rasta i to: pouzdanosti (α) i preciznosti ($U_{\alpha/2}$).

.2 Intervalna ocena devijacija protočnog vremena i proizvodnog ciklusa

Simulacijom se određuje, kako se videlo, srednja (očekivana) vrednost kritičnog protočnog vremena i proizvodnog ciklusa. Međutim, zbog stohastičke prirode proizvodnog procesa, protočno vreme tokova materijala se ispoljava određenom devijacijom koju je isto tako važno znati koliko i srednje vreme završetka protoka. U tom smislu razmak poverenja nepoznatih varijansi osnovnog skupa (N_0) teorijske distribucije za oba slučaja sledi na osnovu intervalnih ocena /79/.

$$\Pi_c: P\left\{ \frac{2NS^2(P_c)}{(\sqrt{2N-9} + U_{\alpha/2})^2} \leq \sigma^2(P_c) \leq \frac{2NS^2(P_c)}{(\sqrt{2N-9} - U_{\alpha/2})^2} \right\} = 1-\alpha, \quad (234)$$

$$\Pi: P\left\{ \frac{2NS^2(T_{cp})}{(\sqrt{2N-9} + U_{\alpha/2})^2} \leq \sigma^2(T_{cp}) \leq \frac{2NS^2(T_{cp})}{(\sqrt{2N-9} - U_{\alpha/2})^2} \right\} = 1-\alpha. \quad (235)$$

Ovakvi oblici procenjivanja naročito su pogodni za brojnost simulacija od ($N \geq 30$) /79/. Intervalne ocene standardnih devijacija proiz-

laze na osnovu prethodnih relacija, kao;

$$\Pi_c: P \left\{ \frac{S(P_c) \sqrt{2N}}{\sqrt{2N-9} + U_{\alpha/2}} \leq \sigma(P_c) \leq \frac{S(P_c) \sqrt{2N}}{\sqrt{2N-9} - U_{\alpha/2}} \right\} = 1-\alpha, \quad (236)$$

$$\Pi: P \left\{ \frac{S(T_{cp}) \sqrt{2N}}{\sqrt{2N-9} + U_{\alpha/2}} \leq \sigma(T_{cp}) \leq \frac{S(T_{cp}) \sqrt{2N}}{\sqrt{2N-9} - U_{\alpha/2}} \right\} = 1-\alpha, \quad (237)$$

tako da se zamenom konačno dobija, za izabranu signifikantnost od npr. $1-\alpha = 0,9973$;

$$\Pi_c: P [8,66 \leq \sigma(P_c) \leq 10,72] = 0,9973, \quad (238)$$

$$\Pi: P [8,97 \leq \sigma(T_{cp}) \leq 11,01] = 0,9973. \quad (239)$$

Kako je: $\sigma(P_c) = S(P_c) \sqrt{N/N-1} = 9,57$ /sm/ i $\sigma(T_{cp}) = S(T_{cp}) \sqrt{N/N-1} = 9,91$ /sm/, sledi da je:

$$\sigma(P_c) = 9,57 \begin{matrix} +1,15 \\ -0,91 \end{matrix} /sm/ \quad \text{i} \quad \sigma(T_{cp}) = 9,91 \begin{matrix} +1,19 \\ -0,94 \end{matrix} /sm/. \quad (240)$$

.3 Postupak aposteriornog odredjivanja broja simulacija na osnovu intervalnog ocenjivanja parametara: (P_c) i (T_{cp})

Kada su poznate relevantne informacije o parametrima: $\sigma(P_c)$, odnosno $S(T_{cp})$, zatim $(U_{\alpha/2})$ i $(1-\alpha)$, postoji mogućnost da se ostvari projektovana pouzdanost i preciznost numeričkog eksperimenta, koje su srazmerne broju izvedenih replikacija (N) .

Može se desiti da je polovina širine intervala pouzdanosti (u oznaci ε), koja predstavlja meru maksimalne greške u relaciji intervalnog ocenjivanja parametra $M(P_c)$ i $M(T_{cp})$ tako velika da ocena veličine protočnog vremena postaje veoma gruba. Iz zahteva da maksimalna greška te vrste ne premaši unapred dati broj (ε) , onda iz predstavljenih intervalnih relacija sledi da je,

$$\varepsilon_1 = U_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma(P_c)}{\sqrt{N}}, \quad \text{odnosno} \quad \varepsilon_2 = U_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma(T_{cp})}{\sqrt{N}}. \quad (241)$$

Prema tome potreban broj simulacija se odredjuje inverzno;

$$N_1 \geq \left(\frac{U_{\alpha/2} \cdot \sigma(P_c)}{\varepsilon_1} \right)^2, \quad \text{ili} \quad N_2 \geq \left(\frac{U_{\alpha/2} \cdot \sigma(T_{cp})}{\varepsilon_2} \right)^2. \quad (242)$$

Očigledno da je kod kriterijuma "šest sigma" potreban broj replikacija (N) relativno velik i može se izraziti kao:

$$N_1 \geq 9 \left(\frac{\sigma(P_c)}{\varepsilon_1} \right)^2 \quad \text{i} \quad N_2 \geq 9 \left(\frac{\sigma(T_{cp})}{\varepsilon_2} \right)^2. \quad (243)$$

Merodavan broj replikacija je određen najvećom vrednošću,

$$N = \max(N_1, N_2). \quad (244)$$

Ako se pri utvrđenim parametrima $\sigma(P_c)$ i $\sigma(T_{cp})$ startovalo sa (N) replikacija, potrebno je nekada sukcesivno povećati taj broj za još (ΔN) replikacija u cilju smanjenje greške simulacije sve dok se ne ostvari uslov kada treba zaustaviti proces simuliranja;

$$N_1 \leftarrow N_1 + \Delta N_1 \geq 9 \left(\frac{\sigma(P)}{\varepsilon_1} \right)^2, \text{ odnosno } N_2 \leftarrow N_2 + \Delta N_2 \geq 9 \left(\frac{\sigma(T_{cp})}{\varepsilon_2} \right)^2. \quad (245)$$

U cilju nepristrasnog određivanja potrebne brojnosti simulacija usvaja se merodavan broj replikacija, na osnovu već pomenu relacije,

$$N = \max(N_1, N_2) \quad (246)$$

Inverznim postupkom, pri zadovoljavajućem brojem replikacija od npr. ($N=400$), mogu se odrediti sledeći intervali pouzdanosti;

$$z_{\varepsilon_1} = \frac{6S(P_c)}{\sqrt{N-1}} = 2,86 (\pm 1,43) /sm/, \quad z_{\varepsilon_2} = \frac{6S(T_{cp})}{\sqrt{N-1}} = 33,6 (\pm 16,8) /sm/. \quad (247)$$

3. Postupak aposteriornog određivanja broja simulacija na osnovu intervalnog ocenjivanja standardne devijacije: $\sigma(P_c)$ i $\sigma(T_{cp})$

Kao što se može konstatovati kada je u pitanju relativno manji obim realizovanih simulacija, npr. ($N \leq 100$), interval pouzdanosti za ocenu $\sigma(P_c)$ i $\sigma(T_{cp})$ nije simetrično raspoređen, što se u rezultatu analize (240) jasno potvrđuje.

Oblici intervalnih relacije se za ($N \geq 50$) mogu, prema /79/, praktično svesti na:

$$P_c: \quad P \left\{ \frac{S(P_c)}{1 + U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} \leq \sigma(P_c) \leq \frac{S(P_c)}{1 - U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} \right\} = 1 - \alpha, \quad (248)$$

$$T_{cp}: \quad P \left\{ \frac{S(T_{cp})}{1 + U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} \leq \sigma(T_{cp}) \leq \frac{S(T_{cp})}{1 - U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} \right\} = 1 - \alpha. \quad (249)$$

Iz prethodnog oblika proizilazi dvoznačno rešenje za svaki vid posmatrane devijacije i to kao: $N_{(\alpha/2)}$ i $N_{(1-\alpha/2)}$. Dakle, kada standardno odstupanje osnovnog skupa ne odstupa od standardnog odstupanja iz sku-

pa simuliranih veličina više od (ε) (ili procentualno 100%), sledi;

$$\Pi_c: S(P_a) \left[1 + \frac{1}{1 + U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} \right] / S(P_a) = \varepsilon_{11} \quad \text{i} \quad S(P_a) \left[\frac{1}{1 - U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} - 1 \right] / S(P_a) = \varepsilon_{12}, \quad (250)$$

$$\Pi: S(T_{cp}) \left[1 + \frac{1}{1 + U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} \right] / S(T_{cp}) = \varepsilon_{21} \quad \text{i} \quad S(T_{cp}) \left[\frac{1}{1 - U_{\alpha/2} \cdot \sqrt{2N}} - 1 \right] / S(T_{cp}) = \varepsilon_{22}; \quad (251)$$

na osnovu toga je,

$$\Pi_c: N_{11} \geq \frac{U_{\alpha/2}^2}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon_{11}} - 1 \right)^2 \quad \text{i} \quad N_{12} \geq \frac{U_{\alpha/2}^2}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon_{12}} + 1 \right)^2, \quad (252)$$

$$\Pi: N_{21} \geq \frac{U_{\alpha/2}^2}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon_{21}} - 1 \right)^2 \quad \text{i} \quad N_{22} \geq \frac{U_{\alpha/2}^2}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon_{22}} + 1 \right)^2. \quad (253)$$

pa se potreban broj replikacija dobija kao:

$$N = \max(N_{11}, N_{12}, N_{21}, N_{22}). \quad (254)$$

Za masovniju simulaciju kada je ($N \geq 100$), izrazi (248 i 249) se svode na:

$$\Pi_c: P \left\{ S(P_a) - U_{\alpha/2} \cdot \frac{S(P_a)}{\sqrt{2N}} \leq \sigma(P_a) \leq S(P_a) + U_{\alpha/2} \cdot \frac{S(P_a)}{\sqrt{2N}} \right\} = 1 - \alpha, \quad (255)$$

$$\Pi: P \left\{ S(T_{cp}) - U_{\alpha/2} \cdot \frac{S(T_{cp})}{\sqrt{2N}} \leq \sigma(T_{cp}) \leq S(T_{cp}) + U_{\alpha/2} \cdot \frac{S(T_{cp})}{\sqrt{2N}} \right\} = 1 - \alpha, \quad (256)$$

čime se postiže relacija intervala poverenja sa simetričnim odstupanjima oko standardnih devijacija. Pored ovih metoda postoje i drugi načini odredjivanja potrebnog i dovoljnog broja replikacija. Jedan od njih je metod intervalnog ocenjivanja na osnovu:

- ▶ parametara vremenskih rezervi u aktivnostima/dogadjajima i
- ▶ vrednosti gresaka planiranja: ΔP , ΔT_{cp} , $\Delta \sigma^2(P)$, $\Delta \sigma^2(T_{cp})$ itd.

Broj ponavljanja simulacionih eksperimenata odredjuje se u svim slučajevima u skladu sa prihvatljivom konvergencijom svakog od posmatranog parametra [$\sigma(P)$, $M(P)$, ..., $\Delta \sigma^2(T_{cp})$] i bira se najveći broj replikacija iz posmatranog skupa izračunatih.

Dijagramski pregledi dobijenih rezultata: simulacije protoka stohastičke PD-mreže korišćenjem Monte-Karlo simulacije, kao i primene analitičkih PDM postupaka u rešavanju problema upravljanja tokovima materijala, dati su u seriji slika (Sl.46-48).

5.5 Ispitivanje osetljivosti PD-modela

Postoji odredjen broj razloga za ispitivanje osetljivosti razvijenog stohastičkog PD-modela. Uopšteno, analiza osetljivosti mrežnog modela može pokazati do koje se mere izlazni parametri PDM-a mogu promeniti sa promenom vrednosti ulaznih parametara i/ili transformacijom drugih karakteristika, npr.,

- ▶ tipa raspodele; \mathcal{N} , \mathcal{U} , β ili Γ i \mathcal{E} -raspodele /36/ i sl;
- ▶ broja aktivnosti i događaja u mreži;
- ▶ vrednosti: P_j i σ_j ;
- ▶ medjuzavisnosti izmedju aktivnosti i događaja i sl,

koji konstituišu trenutnu strukturu orijentisanog grafa. Analizom osetljivosti žele se pokazati efekti modela u zavisnosti od sistemskog variranja vrednosti ulaznih promenljivih, smatrajući da zavisnost ulaz-izlaz u modelu može biti ista ili slična kao i u stvarnim uslovima mrežnog protoka materijala. U ovom segmentu rada ispituje se osetljivost modela isključivo uvodjenjem u strukturu mreže novih tipova statističkih raspodela sa karakteristikama:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}: & [M(P_j), \sigma^2(P_j)], \\ \mathcal{U}: & [M(P_j), \sigma^2(P_j)], \\ \beta: & [M(P_j), \sigma^2(P_j)] \end{aligned} \quad (257)$$

i njihov uticaj na odziv modela. Topološka struktura predmetnog PD-dijagrama pri tome ostaje i dalje konstantna. Konvergenција ka normalnoj raspodeli rezultujućih promenljivih koje se ispituju, tj. (P_c) i (T_{cp}) je uočljiva kod stohastičkih modela mreža sa velikim brojem aktivnosti i događaja na kritičnom, odnosno subkritičnim tokovima. U tim uslovima model je relativno manje osetljiv na tip raspodele pojedinih ili svih aktivnosti, uvažavajući pri tome rezultate CGT-a sa svim uslovima koji su vezani za njenu primenu. U slučajevima neograničenog povećanja broja kritičnih aktivnosti model praktično postaje invarijantan i neosetljiv na variranje tipa raspodela, a kao posledica je zadržavanje uvek iste karakteristike raspodele proizvodnog ciklusa, tj. $\mathcal{N}: [M(T_{cp}), \sigma^2(T_{cp})]$.

Kao što je poznato /08/, /32/ za modeliranje vremena aktivnosti po PERT metodi obično se koristi β -raspodela (najčešće simetrična). Ovaj postupak ima opravdanja sa jednog praktičnog stanovišta, a to

je činjenica da se u proračunavanju elementarnih protočnih vremena (P_j) uvek računa sa očekivanom vrednošću i nekim odstupanjima koji imaju konačne intervale, što približno odgovara raspodeli vremena realizacije realnih protoka. Primena numeričke simulacije najbolje pokazuje vremensku sliku odziva modela (osetljivosti) za slučaj uvodjenja novih pojedinačnih ili "mešovitih" raspodela u posmatranoj mreži. Takva ispitivanja osetljivosti teže se bez aproksimacija analitički mogu izvesti zbog niza uslova ograničenja i pretpostavki. Aproksimativno, mogu se i dalje koristiti rezultati CGT, odnosno uopšte-ni algoritmi Clarka. Rezultati primene postupaka simulacije Monte-Karlo na ispitivanje osetljivosti izlaznih parametara mreznog protoka, interpretirani su na (Sl.46,47 i 48).

.6 Ispitivanje invarijantnosti stohastičkog PD-modela

Pitanje invarijantnosti predstavlja svojstvo osnovnih rezultujućih parametara mreznog protoka koji pri izvesnim transformacijama ostaju nepromenjeni u analitičkom i numeričkom obliku. U tom smislu ispitivanjem invarijantnosti treba da se dokaže da li superponirana vremena i njihove varijanse autonomnih i autonomno-unijatnih tokova ostaju nepromenjena i jednoznačno utvrđena pri izmeni redosleda paralelnih tokova u postupku proračunavanja (P) i $\sigma^2(P)$ za neograničen broj kritičnih protoka Π_ν ($\nu=1, w$).

Analitički se ova osobina može dokazati vrlo lako za dva kritična, paralelna toka. Naime, ako se usvoji da je kritičan tok (Π_1), a subkritičan (Π_2), tada se za interval superponiranog vremena, kao što je poznato (38), uzima vrednost,

$$\bar{P}_{1,2} = \bar{P}_1 \phi(\xi_{1,2}) + \bar{P}_2 \phi(-\xi_{1,2}) + \lambda_{1,2} \phi(\xi_{1,2}) \quad (258)$$

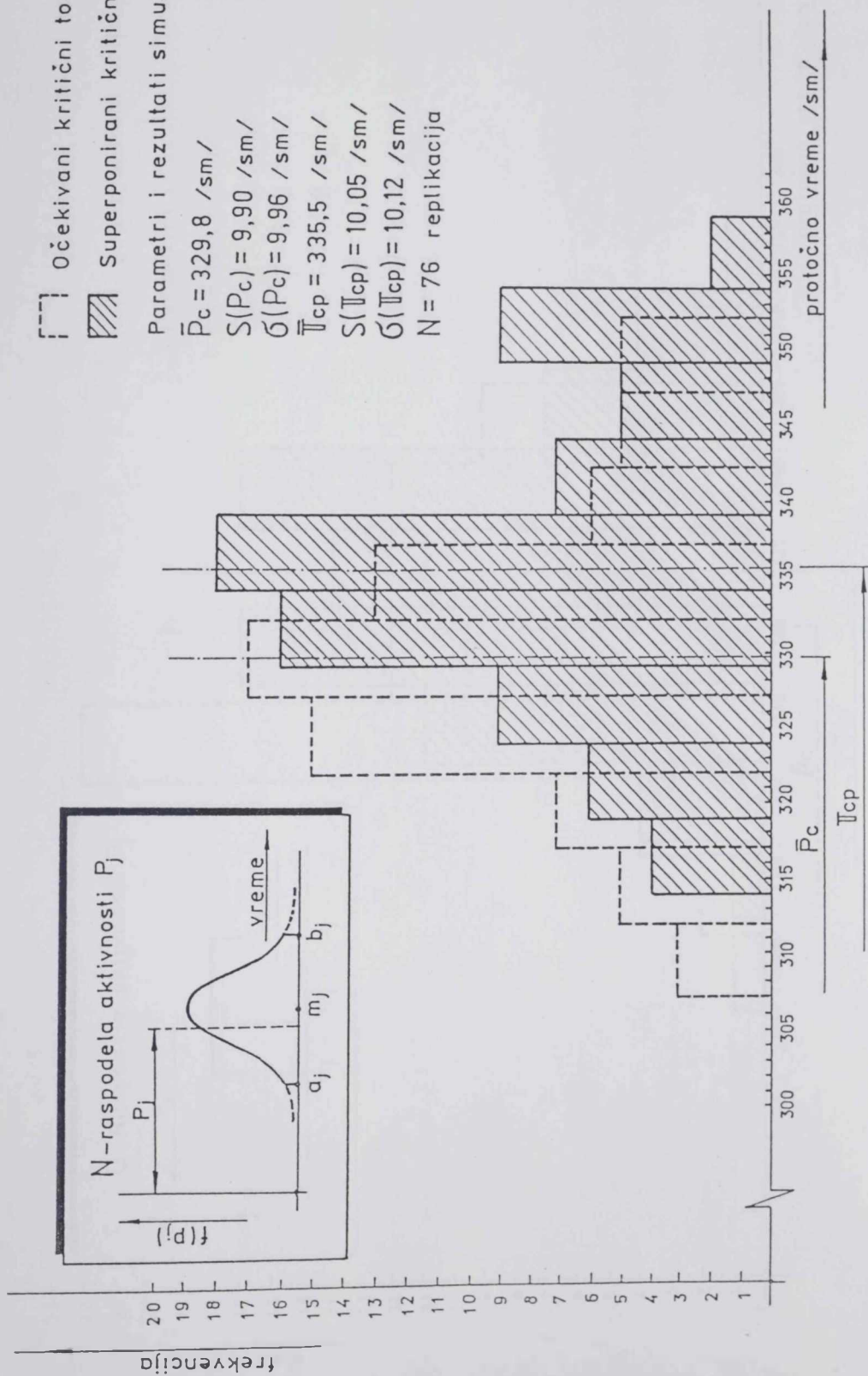
i njegova varijansa:

$$\sigma^2(P_{1,2}) = (\bar{P}_1^2 + \sigma_1^2) \phi(\xi_{1,2}) + (\bar{P}_2^2 + \sigma_2^2) \phi(-\xi_{1,2}) + (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \lambda_{1,2} \phi(\xi_{1,2}) - \bar{P}_{1,2}^2. \quad (259)$$

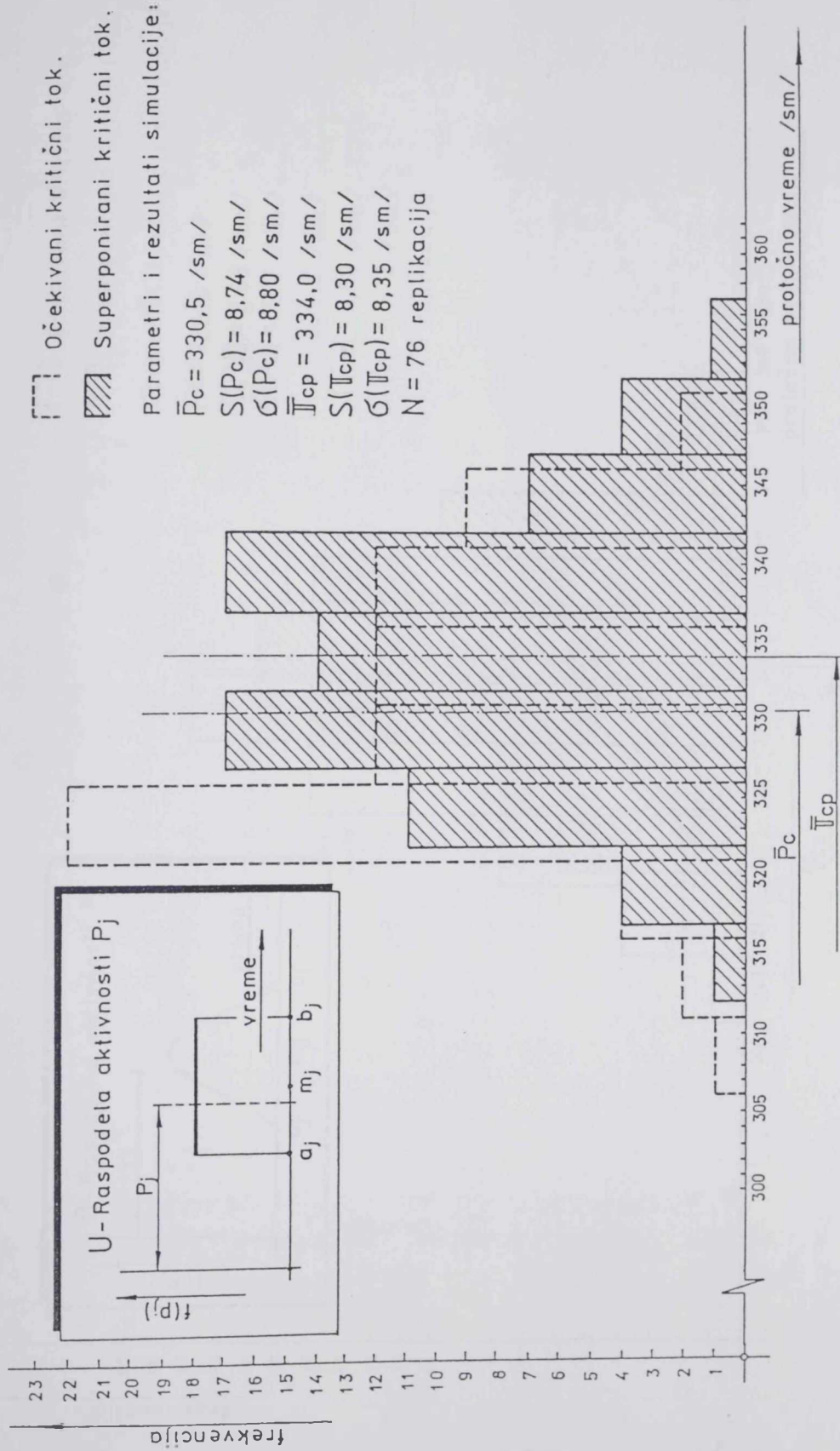
U inverznom slučaju kada se za kritičan tok usvoji (Π_2), a za subkritičan (Π_1), tada dobijamo,

$$\bar{P}_{2,1} = \bar{P}_2 \phi(\xi_{2,1}) + \bar{P}_1 \phi(-\xi_{2,1}) + \lambda_{2,1} \phi(\xi_{2,1}), \quad (260)$$

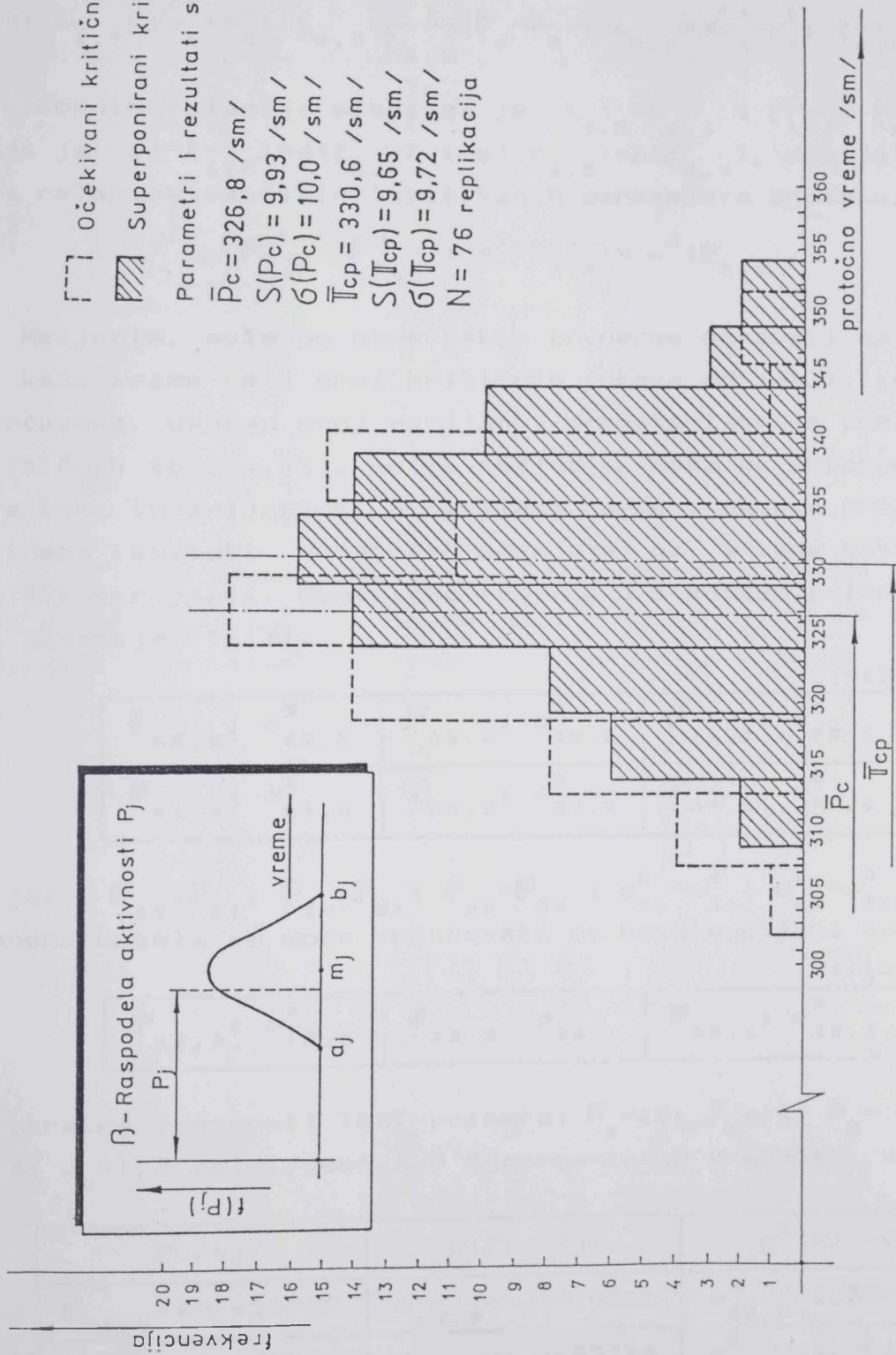
odnosno varijansu:



Sl. 46 Uporedni histogrami gustina raspodele simuliranih intervala vremena kritičnog i superponiranog kritičnog toka (za slučaj \mathcal{N} -raspodele elementarnih aktivnosti)



S1.47 Usporedni histogrami gustina raspodele simuliranih intervala vremena kritičnog i superponiranog kritičnog toka (za slučaj \mathcal{U} -raspodele elementarnih aktivnosti)



Sl. 48 Uperedni histogrami gustina raspodele simuliranih intervala vremena kritičnog i superponiranog kritičnog toka (za slučaj β -raspodele elementarnih aktivnosti)

$$\sigma^2(P_{2,1}) = (\bar{P}_2^2 + \sigma_2^2) \phi(\xi_{2,1}) + (\bar{P}_1^2 + \sigma_1^2) \phi(-\xi_{2,1}) + (\bar{P}_2 + \bar{P}_1) \lambda_{2,1} \phi(\xi_{2,1}) - \bar{P}_{2,1}^2 \quad (261)$$

$$\text{gde su: } \lambda_{1,2} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}; \quad \xi_{1,2} = \frac{1}{\lambda_{1,2}} (\bar{P}_1 - \bar{P}_2); \quad \lambda_{2,1} = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}; \quad \xi_{2,1} = \frac{1}{\lambda_{2,1}} (\bar{P}_2 - \bar{P}_1). \quad (262)$$

Iz prethodnih relacija sledi da je $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,1}$ i $\xi_{1,2} = -\xi_{2,1}$. Uvažavajući da je $\phi(-\xi_{1,2}) = \phi(\xi_{2,1})$ i $\phi(-\xi_{2,1}) = \phi(\xi_{1,2})$, dobijaju se invarijantne relacije osnovnih ispitivanih parametara protoka,

$$\bar{P}_{1,2} = \bar{P}_{2,1} \quad \text{i} \quad \sigma^2(P_{1,2}) = \sigma^2(P_{2,1}). \quad (263)$$

Medjutim, može se numeričkim primerom dokazati da u opštem slučaju, kada imamo veći broj kritičnih tokova od ($w \geq 3$), invarijantnost nije očuvana. Ukupan broj varijanti predstavljen je permutacijom broja kritičnih tokova, tj. ($w!$). Medjutim, kako su superponirana vremena dva toka invarijantna, proizilazi da se i ukupan broj kombinacija koje treba ispitati dvostruko smanjuje, pa je tada potrebno analizirati ($w!/2$) varijanti. Numeričko rešenje u sledećem primeru za ($w=3$) to jasno pokazuje (T-13).

(T-13)

$\bar{P}_{12,9}; \sigma_{12,9}^2$	$\bar{P}_{19,2}; \sigma_{19,2}^2$	$\bar{P}_{29,1}; \sigma_{29,1}^2$
$\bar{P}_{21,9}; \sigma_{21,9}^2$	$\bar{P}_{91,2}; \sigma_{91,2}^2$	$\bar{P}_{92,1}; \sigma_{92,1}^2$

Kako je: $\bar{P}_{12} = \bar{P}_{21}; \bar{P}_{19} = \bar{P}_{91}; \bar{P}_{29} = \bar{P}_{92}$ i $\sigma_{12}^2 = \sigma_{21}^2; \sigma_{19}^2 = \sigma_{91}^2; \sigma_{29}^2 = \sigma_{92}^2$ prethodna tabela se može redukovati sa kombinacijama kao na (T-14).

(T-14)

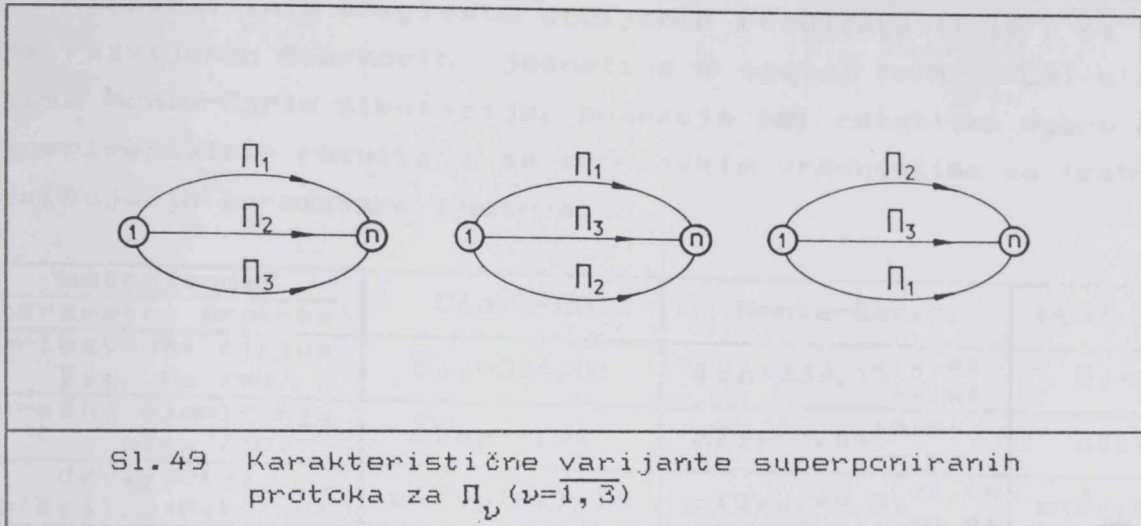
$\bar{P}_{12,9}; \sigma_{12,9}^2$	$\bar{P}_{19,2}; \sigma_{19,2}^2$	$\bar{P}_{29,1}; \sigma_{29,1}^2$
-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

Za konkretne vrednosti TEST-primera: $\bar{P}_1 = 15; \bar{P}_2 = 14; \bar{P}_9 = 13$ i $\sigma_1 = 1,5; \sigma_2 = 1,4; \sigma_9 = 1,3$ /tj/, dobijamo superponirane vrednosti u (T-15):

(T-15)

\bar{P} /tj/	$\sigma(P)$ /tj/	$\sigma^2(P)$ /tj/ ²
$\bar{P}_{12,9} = 15,490035$	$\sigma_{12,9} = 1,1810881$	$\sigma_{12,9}^2 = 1,3949691$
$\bar{P}_{19,2} = 15,491017$	$\sigma_{19,2} = 1,1669718$	$\sigma_{19,2}^2 = 1,3618232$
$\bar{P}_{29,1} = 15,484339$	$\sigma_{29,1} = 1,1776676$	$\sigma_{29,1}^2 = 1,3869009$

Kako su dobijene vrednosti $P_{12,9} \neq P_{19,2} \neq P_{29,1}$ i $\sigma_{12,9} \neq \sigma_{19,2} \neq \sigma_{29,1}$, sledi da invarijantnost nije ostvarena, pa deduktivni zaključak o neinvarijantnosti važi i za slučaj kada se (w) neograničeno povećava:



Iako je razvijen opšti model kritičnih protoka materijala PD-mrežne strukture, univerzalna analitička metoda za rešavanje najsloženije varijante tokova očigledno nije u potpunosti razvijena. Time nije stvoren ni novi statistički zakon u superponiranju kojim bi se u potpunosti odredile invarijantnosti svih ispitivanih parametara protoka autonomnih ili autonomno-unijatnih tokova. Ova konstatacija direktno se odražava na vrednovanje postavljene osnovne hipoteze u istraživanju u ovom radu.

7 Vrednovanje rezultata rada u odnosu na postavljene hipoteze

Verifikacija najznačajnije 2. hipoteze rada, koja se odnosi na mogućnost modeliranja najsloženije opšte varijante kritičnih tokova materijala PD-strukture, analitičkim putem delimično je ostvarena i to samo u specijalnom slučaju kada lokalno-autonomne podmreže (m_ω^P) opšteg modela sadrže samo kritičan i subkritičan tok (pored niza nekritičnih). Za teorijski PD-model koji sadrži neograničen broj kritičnih tokova hipoteza se može potvrditi izabranim stepenom poverenja $(1-\alpha)$ na numeričkoj osnovi i sa tom verovatnoćom je hipoteza prihvatljiva. Nastojanje da se formuliše univerzalni model, invarijantan u odnosu na sve parametre povezane za analiziranom stohastič-

kom PD-mrežom nije u krajnosti uspeo. Ovakav zahtev vodio bi ogromnom narastanju složenosti matematičke aparature i nemogućnosti da se izvrši precizno istraživanje matematičkog modela dostupnim analitičkim metodama.

Komparativnim pregledom dobijenih rezultata (T-16), na bazi primene razvijenih Clarkovih jednačina u opštoj formi i CGT-a sa rezultatima Monte-Karlo simulacije, pokazuje se relativno dobro slaganje eksperimentalnih rezultata sa teorijskim vrednostima za izabrani skup rezultujućih parametara protoka.

(T-16)

metod/model parametri protoka	Clark-CGT	Monte-Carlo	PERT (CGT)
priozvodni ciklus T_{cp}, P_c /sm/	$\bar{T}_{cp}=334,01$	$T_{cp}=333,15$ ^{+1,48} -1,48	$\bar{P}_c=330$
greška planiranja ΔT_{cp} /cm/	$\Delta \bar{T}_{cp}=4,01$	$\Delta T_{cp}=3,64$ ^{+0,54} -0,54	$\Delta T_{cp}=0$
devijacija $\sigma(T_{cp}), \sigma(P_c)$ /sm/	$\sigma(T_{cp})=11,16$	$\sigma(T_{cp})=9,91$ ^{+1,19} -0,94	$\sigma(P_c)=10,05$
izvesnost $\phi(U), \phi(U)$ /%/	$\phi(U)=70,42$	$\phi(U)=61,75$	$\phi(U)=84,01$

Kako se može konstatovati iz prethodnih tačaka o vrednovanju opšteg i edukativnog modela posredno su definisani kriterijumi "istinitosti" hipoteza, a koji se zasnivaju na ispitivanje karakteristika osetljivosti i invarijantnosti stohastičkog PD-modela, pa se sa tog stanovišta, pored druge, vrednuju i preostale dve hipoteze. U radu razvoj novih stohastičkih metoda za rešavanje opšteg modela kritičnih protoka materijala zasnovan je na usavršavanju postojećih determinističkih, stvarajući time mnogo verodostojnije parametre potrebne za upravljanje nego što su to deterministički, čime je verifikovana i prva hipoteza. U kontekstu vrednovanja prvih dveju hipoteza vrednuje se i treća, koja govori o mogućnosti razvoja efikasnog edukativnog modela. Naime, i pored oblikovanja, pod pretpostavkom, efikasnog edukativnog modela sa metodološkog i didaktičkog stanovišta, samo obrazovanje edukatora mora se vršiti na istinitim modelima i metodama koje su pretpostavljene prvom i drugom hipotezom.

Uopšte gledajući, sve postavljene hipoteze su dokazane sa velikim stepenom poverenja i kao takve predstavljaju zadovoljavajuću osnovu za proširena istraživanja novih modela i metoda iz operacionih istraživanja i odgovarajućeg edukativnog modela.

5.2 PROGRAMSKA VERIFIKACIJA STOHAŠTICKOG PD-MODELA

Za rešavanje opšteg modela kritičnih protoka materijala PD-strukture neophodno je korišćenje računarske podrške iz najmanje dva razloga:

- ▶ višestruko povećanje brzine rešavanja modela na numeričkoj ili simboličkoj /34/ osnovi; time se osigurava da program automatski opisuje model kako je on projektovan,
- ▶ neophodnost preciznog izračunavanja izabranih parametara modela u svakom postupku direktnog ili iterativnog proračunavanja.

S obzirom da je za rešavanje modela problema vezan, u tom slučaju niz računarskih instrukcija proces provere da računarski program izvršava naredbe "kao što je predviđeno" je označen kao verifikacija programa modela, odnosno konkretno PD-modela.

Testovi verifikacije (simulacionog) modela po Gassu /23/ grupišu se u dve kategorije:

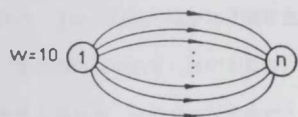
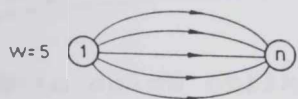
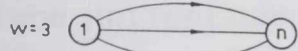
1. Eksperimentalni; da se otkloni neispravnost u logici računarskog programa, eksperimentisanjem na programiranom modelu.
2. Demonstrativni; da se verifikuje tačnost izlaznih rezultata.

Prvi problem se efikasno rešava korišćenjem savremenih i proverenih softverskih alata. Svaku nelogičnost u oblikovanju programskih datoteka program odmah registruje i obaveštava korisnika o tipu načinjene greške. Takve mogućnosti naročito su izražene kod programa koji su izabrani za korišćenje u edukativne svrhe: Eureka i MathCAD.

Drugi problem verifikacije uspešno se rešava podešavanjem programa da ispuni kriterijum visokog nivoa poverenja izlaznih podataka. Kako se u radu postupak rešavanja modela dekomponuje, stižu se neophodni uslovi pogodnosti verifikacije medjurezultata i krajnjih rezultata računarskog programa, što je takodje evidentno u listingu programa Eureka (Sl.43 i 44).

Postoji opšte mišljenje analitičara modela (OI) da je velike i složene računarske programe nemoguće demonstrirati /23/, a da u tom slučaju program ili programirani model bude kompletno verifikovan.

Kao tipičan primer programske verifikacije stoje nam na raspolaganju dve grupe rezultata superponiranja tokova. Prva grupa obuhvata rezultate Slykea /68/ koji su očigledno dobijeni uz izvesnu aproksimaciju.



Za vrednosti: $F_{\nu} = 10$ i $\sigma_{\nu}^2 = 1$ ($\nu = \overline{1, 10}$)

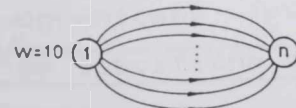
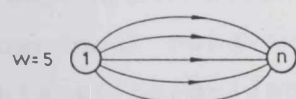
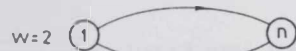
w	$P_{12, \dots, w}$	$\sigma_{12, \dots, w}^2$
1	10,00	1,000
2	10,56	0,681
3	10,84	0,559
5	11,16	0,447
10	11,54	0,334
∞	∞	0

(T-17)

(rezultati preuzeti iz /68/)

Sl.50 Rezultati Van Slykeovih proračunavanja

Druga grupa rezultata dobijena je tačnije i preciznije algoritmi-
ma metode koja je strukturirana na iterativnoj osnovi. Posle svakog
postupka proračunavanja vršena je verifikacija medjurezultata putem
programskog paketa Eureka. Pri tome je korišćeno 10 programskih mo-
dula (Prilog C3).



Za vrednosti: $F_{\nu} = 10$ i $\sigma_{\nu}^2 = 1$ ($\nu = \overline{1, 10}$)

w	$P_{12, \dots, w}$	$\sigma_{12, \dots, w}^2$
1	10,000000	1,00000000
2	10,564190	0,68168129
3	10,847646	0,54699571
5	11,164269	0,41986090
10	11,596745	0,30256546

(T-18)

Sl.51 Preciznija izračunavanja Van Slykeovog primera
putem programskih modula

Treba naglasiti da se Van Slykeovim izračunavanjima nije re-
šavao opšti model kritičnih protoka, već samo parametri mrežnog mode-

la sa 10 paralelnih tokova istog indeksa kritičnosti, što u principu predstavlja jednostavni primer II varijante opsteg modela kritičnih tokova.

5.3 IZBOR KRITERIJUMA ZA KVALITATIVNO VREDNOVANJE RAZVIJENIH OPERACIONIH I EDUKATIVNIH MODELA I METODA

Jednim delom oblikovanje kriterijuma za kvalitativno vrednovanje izvršeno je uz uvažavanje aplikativnih svojstava pojedinih modela i metoda (osnovni kriterijumi), a u drugom delu vrednuju se teorijsko-matematičke karakteristike modela i metoda koja ih rešavaju (specijalni kriterijumi). Pogodnost za edukaciju i ocena mogućnosti efikasnog savladjivanja problematike koja je vezana za obrazovanje kadrova koji se bave operacionim istraživanjima u domenu mrežnom planiranja tokova materijala, takodje se kriterijumski postavlja.

Postupak odabiranja kriterijuma za vrednovanje strukturiran je na bazi osnovnih karakteristika prezentiranih modela i karakteristika koje proizilaze iz rezultata aplikacije odgovarajućih metoda. U ovom delu vrednovanja težilo se da se kompletiraju medjusobno povezani, relevantni kriterijumi tehničkog i obrazovnog obeležja.

U tom smislu izabrani su sledeći kriterijumi za vrednovanje karakteristika razvijenih modela i metoda.

.1 Osnovni kriterijumi za vrednovanje (OI) modela i metoda

1. DOMEN APLIKACIJE PD-MODELA

(Mogućnost rešavanja, po obimu, svakog upravljačkog zadatka iz oblasti upravljanja tokovima materijala)

▶ ograničen,

▶ za specifične zadatke (primarno iz pojedinačne proizvodnje),

▶ neograničen.

2. INTEGRABILNOST METODA SA DRUGIM METODAMA I POSTUPCIMA

▶ metode se mogu samostalno aplicirati,

▶ moguća je integracija sa drugim metodama,

▶ neophodna je integracija sa drugim metodama.

3. ANGAŽOVANOST RESURSA ZA APLIKACIJU PD-MODELA
 - ▶ individualan rad,
 - ▶ timski rad,
 - ▶ finansijska sredstva za nabavku softverske podrške i sl.
4. JACINA ZAHTEVA ZA INFORMACIJAMA U MODELIRANJU PROBLEMA
(Neophodni podaci za postavku problema i aplikaciju PD-modela)
 - ▶ elementarna,
 - ▶ srednja,
 - ▶ izrazito velika.
5. BRZINA DOBIJANJA ZADOVOLJAVAJUĆEG REŠENJA
(Predstavlja efikasnost metode tj. njenu snagu ispoljenu kroz brzinu konvergencije iteracionih ili drugih postupaka proračunavanja do dobijanja zadovoljavajućeg rešenja)
 - ▶ spora (manuelnim načinom proračunavanja),
 - ▶ brza (uz računarsku podršku).
6. VID PRAKTIČNE APLIKACIJE PD-MODELA
 - ▶ verbalnim modelom,
 - ▶ klasičnim tabelarnim, dijagramskim prikazom i sl.
 - ▶ računarskom tehnologijom, listinzima sa setom izveštaja itd.,
7. ZADOVOLJENJE UPRAVLJAČKIH FUNKCIJA APLIKACIJOM METODE
(Mogućnost izvršenja postavljenog cilja tj. zadovoljenje odredjenih upravljačkih funkcija.)
 - ▶ planiranja/replaniranja,
 - ▶ programiranja/reprogramiranja,
 - ▶ kontrole.
8. POGODNOST PRIMENE TEORIJSKIH REZULTATA U REALNIM USLOVIMA UPRAVLJANJA TOKOVIMA MATERIJALA
 - ▶ potpuna,
 - ▶ moguća uz primeru još nekih metoda,
 - ▶ ne postoji (postoji samo teorijski).
9. MOGUĆNOST MODIFIKACIJE MODELA I METODA ZAVISNO OD NOVONASTALIH SITUACIJA U UPRAVLJANJU
 - ▶ postoji u većoj meri,
 - ▶ postoji u manjoj meri,
 - ▶ ne postoji.

10. REZULTATI APLIKACIJE METODE OMOGUĆAVAJU STVARANJE:

- ▶ direktne podloge za donošenje operativne odluke,
- ▶ osnovu za dalju pripremu odredjenih odluke.

2. Specifični kriterijumi za vrednovanje (OI) modela i metoda

1. TIP RAZVIJENOG MODELA I METODA

- ▶ heuristički (simulacija, statističko programiranje itd.),
- ▶ matematičkog programiranja,
- ▶ grafovski, analitički.

2. OPŠTI KARAKTER MODELA

- ▶ determinističkog karaktera,
- ▶ stohastičkog karaktera,
- ▶ stohastičko-determinističkog karaktera.

3. OBLIK MATEMATIČKE FORMULACIJE MODELA I METODA

- ▶ metod ima strogi matematički oblik,
- ▶ metod nema strogi matematički oblik.

4. NIVO MATEMATIČKE FORMALIZACIJE METODE

- ▶ zahteva se primena elementarne matematike,
- ▶ zahteva se primena više matematike.

5. OBLIK REŠENJA U REZULTATU POSTUPAKA PRORAČUNAVANJA

- ▶ metod donosi analitičko rešenje,
- ▶ metod donosi numeričko rešenje,
- ▶ metod donosi kombinovano rešenje.

6. NIVO REŠENJA U REZULTATU POSTUPAKA PRORAČUNAVANJA

- (Za slučaj kada se vrši samo vremenska analiza tokova.)
- ▶ optimalno,
 - ▶ suboptimalno,
 - ▶ bazno dopustivo rešenje.

7. KRITERIJUM Odstupanja od najboljeg rešenja

- ▶ postoji oblikovan,
- ▶ postoji mogućnost procene odstupanja,
- ▶ ne postoji kriterijum, niti mogućnost procene odstupanja.

8. BROJ RAZNORODNIH PARAMETARA OBUHVACENI PD-MODELOM

- ▶ mali (do 2),
- ▶ srednji (do 10),
- ▶ veliki (preko 10).

9. POGODNOST RACUNARSKE OBRADE (algoritmizacija i softverizacija)

▶ nemoguća,

▶ delimična-po modulima,

▶ potpuna.

10. MATEMATICKA POUZDANOST (TAČNOST) MODELA I METODE

▶ potpuna,

▶ rešenje se dobija sa unapred odredjenim granicama poverenja,

▶ tačnost rezultata u funkciji je tačnosti parametara metode koji se procenjuju sa nekom greškom.

.3 Kriterijumi vrednovanja edukativnog modela

1. USAGLAŠENOST SA NASTAVNIM PROGRAMOM

▶ model se izlaže u potpunosti,

▶ pogodan za istraživački rad,

▶ za studente izlaže se u odredjenoj formi.

2. ETAPNO OBRAZOVANJE (nivo izlaganja)

▶ moguće,

▶ nemoguće,

▶ poželjno.

3. ANGAŽOVANOST TEHNOLOGIJE

▶ Informacione tehnologije,

▶ druge tehnologije.

4. OBLIKOVANJE SADRŽAJA EDUKACIJE (matematičkog i verbalnog modela)

▶ klasično-auditorno,

▶ modularno sa programskim rešenjem,

▶ kombinovano.

5. DOKUMENTOVANOST IZLAZNIH REZULTATA

▶ nepostoji,

▶ postoji delimično,

▶ postoji na svakom nivou edukacije.

6. IZBOR VARIJANTNIH REŠENJA

▶ moguć,

▶ nemoguć.

7. MOTIVISANOST KORISNIKA

▶ podsticajno obrazovanje,

▶ delimično,

▶ nepotpuno.

8. EFIKASNOST EDUKACIJU (procena)

▶ za prvi nivo edukacije 20 /min/ efektivno,

▶ za drugi nivo edukacije 5 /časova/ efektivno,

▶ za treći nivo edukacije 30 /časova/ efektivno.

9. PROGRAMSKA POUZDANOST (odsustvo grešaka u programu)

▶ potpuna,

▶ sa odredjenim stepenom poverenja.

10. EFIKASNOST REŠAVANJA (brzina rada, učestanost obraćanja periferijskim jedinicama, vreme opsluživanja programa)

▶ visoka,

▶ relativno visoka (u zavisnosti od potencijala programa),

▶ nedovoljna.

Kvalitativne i uopštene ocene sistematizovane za oba područja razvoja modela i metoda mogu se prihvatiti sa nekim stepenom racionalnosti, i u tom smislu one pružaju samo delimičnu sliku o vrednosti modela i metoda prezentiranih u radu. Postojanje razlike u izboru kvalitativnih (kao i ranije kvantitativnih) pokazatelja je kod raznih autora i analitičara evidentna. Tražiti jedinstveno mišljenje o kvalitativnom vrednovanju u apsolutnom smislu je irelevantno. Medjutim, ove ocene treba prihvatiti integralno sa kvantitativnim vrednovanjem modela i metoda da bi se u kasnijim etapama stvorile osnovne podloge za vrednovanje ukupnog istraživačkog zahvata i odredile osnovne smernice na daljem razvoju novih modela i metoda iz operacionih istraživanja kao i novih edukativnih modela i metoda predmetnog područja istraživanja.

5.4 VREDNOVANJE REZULTATA RADA NA RAZVOJU NOVIH MODELA

.1 Rezultati istraživanja

Prikaz prioriternih rezultata rada proizašlih iz istraživanja na razvoju opšteg modela kritičnih protoka materijala mrežne PD-strukture i odgovarajućeg edukativnog modela sastoji se u sledećem:

1.0 Generalizacijom modela, zasnovanom na matematičkim jednačinama Clark-CGT-a, nadjena su analitička rešenja za sve tri klasifikovane varijante kritičnih protoka materijala u pojedinačnoj proizvodnji, čiji su rezultati sistematizovani u delu TEORIJSKIH ISTRAŽIVANJA.

Na osnovu razvoja originalnih postupaka modeliranja pojedinih vremenskih parametara egzaktno su, pored ostalih, definisani sledeći kvantifikatori:

Za I varijantu tokova:

- ▶ Koefficient kritičnih protoka materijala (f) i njegova devijacija $\sigma(f)$, procenjeni sa odredjenim intervalom poverenja.
- ▶ Izvesnosti realizacije protočnog vremena putem funkcije raspodele verovatnoće njihove realizacije: $\phi[U(P)]$ ili $\phi[U(f)]$.

Za II varijantu tokova:

- ▶ Priraštaj intervala superponiranog protočnog vremena u odnosu na očekivano protočno vreme ($\overline{\Delta P}$) ili greška planiranja protočnog vremena.
- ▶ Priraštaj varijanse $\Delta\sigma^2(P)$ ili greška planiranja varijanse protočnog vremena.

Završna iteracija postupaka analitičkog superponiranja vremena autonomnih tokova donosi rešenja četiri parametra protoka:

- ▶ Superponirano protočno vreme $P_{12\dots w-1, w}$
- ▶ Priraštaj superponiranog protočnog vremena $\Delta P_{12\dots w-1, w}$
- ▶ Superponirane varijanse protoka $\sigma_{12\dots w-1, w}^2$
- ▶ Priraštaj varijanse $\Delta\sigma_{12\dots w-1, w}^2$

Sličnim postupkom dobijena su i rešenja koja se odnose na superponirani koefficient protoka materijala i to:

- ▶ Koefficient superponiranog toka materijala $F_{12\dots w-1, w}$
- ▶ Priraštaj koefficienta superponiranog protoka $\Delta F_{12\dots w-1, w}$
- ▶ Varijansa koefficienta superponiranog toka $\sigma^2(F_{12\dots w-1, w})$
- ▶ Priraštaj varijanse $\Delta\sigma^2(F_{12\dots w-1, w})$

U tački (2.3.5.4) definisan je model izvesnosti realizacije svih tokova materijala $\phi(U) = \phi(U_1)\phi(U_2), \dots, \phi(U_v), \dots, \phi(U_w)$ u planiranom roku (T_p). Postupak je izveden na osnovu uopštavanja teoreme Ljapunova

za autonomne tokove sa nezavisnim protočnim vremenima (P_j) i devijacijama (σ_j) uz usvojenu signifikantnost ($1-\alpha$).

Za III varijantu tokova:

- ▶ Proizvodni ciklus autonomno-unijatnih tokova (T_{cp}).
- ▶ Priraštaj proizvodnog ciklusa (ΔT_{cp}).
- ▶ Varijansa proizvodnog ciklusa $\sigma^2(T_{cp})$.
- ▶ Proraštaj varijanse proizvodnog ciklusa $\Delta\sigma^2(T_{cp})$.
- ▶ Tehnološki ciklus (T_{ct}) autonomno-unijatne mreže tokova.
- ▶ Koficijent protoka proizvodnog ciklusa $\text{sup}(f)$.
- ▶ Izvesnost realizacije proizvodnog ciklusa (T_{cp}) u planiranom roku (T_p), putem funkcije raspodele verovatnoće $\phi[U(T_{cp} \leq T_p)]$.
- ▶ Greška u proceni izvesnosti $\Delta\phi(\Delta U)$ koja se čini u proračunu primenom PERT metode.

2.0 U EKSPERIMENTALNOM ISTRAŽIVANJU postignuti su sledeći osnovni rezultati, većinom na osnovu razvoja postupaka numeričke simulacije:

- ▶ Algoritmi simulacije aleatorno promenljivih aktivnosti u protoku-elementarnih protočnih vremena (P_j).
- ▶ Algoritmi simulacije aleatorno promenljivih gubitaka u protoku (G_j).
- ▶ Algoritmi simulacije standardne devijacije; protočnog vremena po fazama $\sigma(\Delta P_j)$ i elementarnog protočnog vremena $\sigma(P_j)$.
- ▶ Algoritmi simulacije koficijenta protoka po fazama (f_j) i superponiranom vremenskom intervalu protoka $\text{sup}_j(f_j)$, $j \in (\Pi_c, \Pi_a)$.
- ▶ Parametri neizvesnosti završetka protočnog vremena $\phi(U)$ i proizvodnog ciklusa $\phi(U)$ u planiranom roku (T_p), kao i njihovog diferencijala $\Delta\phi(\Delta U)$.
- ▶ Algoritmi za simulaciju protočnog vremena rednih $P(m_\omega^r)$ i paralelnih tokova $P(m_\omega^p)$.
- ▶ Simulirane vrednosti kritičnog protočnog vremena $P_c \begin{matrix} +\Delta P_c \\ -\Delta P_c \end{matrix}$.
- ▶ Simulirane vrednosti proizvodnog ciklusa $T_{cp} \begin{matrix} +\Delta T_{cp1} \\ -\Delta T_{cp2} \end{matrix}$.
- ▶ Simulirane vrednosti devijacije kritičnog protočnog vremena $\sigma(P_c) \begin{matrix} +\Delta\sigma(P)1 \\ -\Delta\sigma(P)2 \end{matrix}$.
- ▶ Simulirane vrednosti devijacije proizvodnog ciklusa $\sigma(T_{cp}) \begin{matrix} +\Delta\sigma(\tau)1 \\ -\Delta\sigma(\tau)2 \end{matrix}$.
- ▶ Algoritmi χ^2 -testiranja o saglasnosti empirijske raspodele sa pred-

postavljenom \mathcal{N} -teorijskom raspodelom za oba relevantna pokazatelja protočnih vremena, (T_{cp}) i (P_c) . Pored toga, putem $\Delta\chi^2$ -kvantila simuliran je uticaj diferencijala (ΔT_{cp}) na abnormalnost empirijske krive u odnosu na procene koje se donose na osnovu CGT-a.

- ▶ Za potrebe eksperimentalnog dela istraživanja razvijeni su programski moduli za simulaciju vrednosti vremenskih parametara protoka, kao i moduli za olakšano statističko testiranje, razni proračuni matematičkim postupcima i sl. (PRILOG C).

3.0 U razvoju **EDUKATIVNOG MODELA** postignuti su sledeći rezultati:

- ▶ Razvijen je model za osnovni nivo edukacije iz (OI) uz korišćenje računarske podrške. U TEST-primeru rešavaju se samo osnovni parametri mrežnom modela: P_c, P_j i $\sigma(P_j), \sigma(P_c)$.
- ▶ Drugi model obuhvata srednji nivo edukacije, korišćenjem odabranih programskih alata iz matematike (OI). Njihovom aplikacijom u TEST-primeru efikasno se rešava najsloženija tj. opšta varijanta kritičnih protoka materijala, uz pronalaženje onih relevantnih parametara vezanih za takav model.
- ▶ Treći nivo edukacije zahteva izvesna predznanja iz računarstva i didaktike. Po ovom modelu, edukacija iz (OI) je predviđena uz korišćenje profesionalnih programskih paketa, kako bi edukator nakon završenog kursa uspešno mogao da rešava i složenije probleme upravljanja tokovima materijala putem PD-modela.

4.0 U **VREDNOVANJU RAZVIJENIH MODELA I METODA** postignuti su sledeći rezultati:

U vrednovanju se prvenstveno prišlo sa stanovišta ispitivanja valjanosti opšteg modela kritičnih protoka materijala PD-strukture, i to putem sledećih kvantitativnih pokazatelja:

- ▶ Intervalne ocene protočnog vremena (P_c) i proizvodnog ciklusa (T_{cp}) .
- ▶ Intervalne ocene standardnih devijacija $\sigma(P_c)$ i $\sigma(T_{cp})$.
- ▶ Algoritama aposteriornog odredjivanja potrebnog broja simulacija (N) , na osnovu prethodnog intervalnog ocenjivanja parametara protoka; $(P_c), (T_{cp}), \sigma(P_c)$ i $\sigma(T_{cp})$.

- ▶ Ispitivanja osetljivosti stohastickog PD-modela na varijaciju ulaznih karakteristika, putem N, β i \mathcal{U} -raspodela.
- ▶ Ispitivanja invarijantnosti stohastičkog PD-modela na promene redosleda u iterativnom postupku superponiranja parametara protoka.
- ▶ Programska verifikacija PD-modela izvedena kompariranjem medju i završnih rezultata-računarski dobijenih, sa rezultatima Slykea.

Pored toga, u vrednovanju novih modela pošlo se na osnovu kvalitativnih pokazatelja, putem odabranih:

- ▶ Osnovnih kriterijuma za vrednovanje opšteg modela i metoda za njegovu rešavanje.
- ▶ Specifičnih kriterijuma za vrednovanje opšteg modela i metoda za njegovo vrednovanje.
- ▶ Kriterijuma vrednovanja edukativnog modela na kvantitativnoj osnovi.

Sumirajući navedena sopstvena, i komparirajući ih sa drugim istraživanjima na razvoju novih modela, smatra se da je polazni cilj rada ostvaren na potrebnom nivou i da su postavljene hipoteze dokazane sa odredjenim stepenom poverenja.

.2 Vrednovanje istraživanja

Primenjeni metodološki pristupi, u ovom radu, na rešavanju izabranih varijanata modela kritičnih tokova materijala u mašinogradnji, predstavljaju kvantitativno-kvalitativan doprinos u razvoju opšteg i edukativnog modela u odnosu na dosadašnja poznata iskustva iz ove oblasti.

Sagledavajući kroz rezultate sopstvenih istraživanja ORIGINALNOST rada sastoji se:

1. U odabiranju i klasifikaciji modela pogodnih za rešavanje odredjenih problema upravljanja protokom materijala u mašinogradnji. Ovi modeli delimično pokrivaju oblast osnovnog modela tokova materijala. S obzirom na obuhvat i rešavanje modela problema pojedinačne proizvodnje, istraživački zadatak je realizovan na zadovoljavajućem nivou.

2. U metodološkom pristupu analizi i razvoju novih stohastičkih modela na osnovama relativno efikasnih metoda koje imaju determinističku strukturu i po toj prirodi stvari-ograničenu primenu. U tom smislu razradjeni su novi pristupi analitičkog i numeričkog superponiranja kojima se uzima u obzir postojanje stohastičkih protočnih vremena pri determinisanom broju operacija i događaja u mreži. Ove inovacije su jasno prezentirane za sve tri razvijene varijante kritičnih tokova preko orijentisanih grafova aktivnosti i događaja kojima su pridruženi matematički i verbalni modeli.

3. U sistematizaciji hronološkog pregleda istorijskog razvoja modela i metoda iz predmetnih oblasti, obuhvatajući period najvažniji za njihov razvoj, a to su poslednje tri i po decenije istraživanja.

Iako je ovim radom obuhvaćena analiza manjeg dela kompleksnog problema upravljanja tokovima materijala neminovno je navelo autora ovog rada u rizik da se nedovršeno tumače neki pojmovi i suštine iz svake razmatrane oblasti, a naročito u strukturiranju druge i treće varijante kritičnih tokova predmetnog područja istraživanja.

Pored izvesnih nedostataka rezultati istraživanja poseduju UOPS-TENOST u vidu:

4. Dedukovanih nalaza koji su u skladu sa logikom, a s obzirom da se u radu, najvećim delom operisalo kvantitativnim pojmovima, dedukovani nalazi su u skladu sa stavovima matematike i to najvećim delom statističke matematike.

Iako se ove oblasti istraživanja mogu modularno posmatrati, one su u radu semantički i strukturarno homogene jer se razvijala jedinstvena metodologija upravljanja kritičnim protokom materijala u pojedinačnoj proizvodnji aplikacijom stohastičke PD-mrežne tehnike.

5. Numeričkih primera, ilustracijom primene svake prezentirane metode kojima se rešava posmatrani model. Ovi TEST-primeri su u eksperimentalnom delu rada donekle rešeni i softverski. Pouzdanost dobijenih rezultata se može, na taj način, proveriti vrlo brzo.

6. Jedinstvenog matematičkog izraza koji se koristi u konačnoj formi i omogućava svakog trenutka proveru tačnosti prezentiranih modela i metoda.

7. Dijagramskih i tabelarnih pregleda koji prezentuju razumljivost selektivne informacije u pogledu svrhe i načina primene.

8. Verbalnog opisa metoda sa jasno formulisanim stavovima i definicijama koji su u vezi sa oblikovanim matematičkim i edukativnim modelima i postupcima za njihovo rešavanje.

Date karakteristike rada i njegovih rezultata potkrepljene su priznatim naučnim metodama: klasifikacije, modelovanja, dedukcije, komparacije, analize i sinteze (apstrakcije-konkretizacije i generalizacije), matematičke statistike i pretstavljaju neophodne kvalitete nove naučne informacije.

.3 Kritički osvrt o razvijenom stohastičkom PD modelu

U radu, razvijeni i primenjeni modeli i metode mreznog upravljanja:

- ▶ PD na osnovu jednačina protoka Clarka i
- ▶ PD na osnovu Monte-Karlo simulacije,

ipak rešavaju samo veštačke modele realnih tokova materijala. To je i osnovni razlog da ove metode, i pored niza iznetih prednosti, sadrže izvestan broj nedostataka, koji leže u sledećem:

1. Pretpostavka o \mathcal{N} ili β -distribuciji vremena trajanja aktivnosti nije naročito fundirana. "Ova pitanja su još u razmatranju i oko usvajanja napred navedenih pretpostavki i danas postoje podeljena mišljenja" /60/.

2. "Prvi istraživači mrežnih metode su krenuli od zamisli da je standardna devijacija bilo koje raspodele na istom modom 1/6 amplitude. Medjutim, ova pretpostavka nije tačna u svim slučajevima" /37/. Očekivana vrednost i devijacija, kao predstavnici korišćenih distribucija, mogu znatno uprostiti njihovu suštinu problema.

3. Procena vremena trajanja elementarnih protočnih vremena je manje više pristrasna. Posledično, česta je pojava znatnog odstupanja stvarnog trajanja aktivnosti od planiranog. Samim tim može se desiti da nekritični tok materijala postane kritičan u određenoj fazi, što znatno otežava kontrolu koja u principu zahteva precizno definisane standarde.

4. Kod izračunavanja neizvesnosti realizacije proizvodnog ciklusa koristi se zakon verovatnoće normalne distribucije vremena kao rezultat izveden na osnovu CGT-a. Ovakva pretpostavka zahteva postojanje velikog broja lančano vezanih kritičnih aktivnosti na toku. Kada se proračun neizvesnosti vrši kod projekata jednostavnijih i kraćih tokova, ovaj uslov očigledno je teže zadovoljiti. Najproblematičniji aspekt, ipak, predstavljaju izgubljena vremena protoka između intermedijalnih događaja (početka i završetka aktivnosti), a koja se teže mogu stohastički ili deterministički kontrolisati.

5. Iako je problem superponiranja tokova uspešno rešen i analitički i numerički dokazana neinvarijantnost tokova za ($w \geq 3$) na stvara apsolutno dobru podlogu za formiranje zakona raspodele verovatnoće superponiranog protočnog vremena, odnosno proizvodnog ciklusa, a samim tim i svih ostalih izvedenih vremenskih parametara PD-modela.

6. U prilog prethodnoj tvrdnji stoji i činjenica dobijena na osnovu rezultata simulacije. Postojanje razlike između "normalnosti" krive raspodele distribucije trenutaka završetaka protočnog vremena (P_c) i proizvodnog ciklusa (T_{cp}), odnosno χ^2 -testiranjem je kvantifikovana na osnovu konkretnog primera (Sl.39). Sličan rezultat dobijen je i u radu Van Slykea /68/, čime se takodje negira pretpostavka o normalnosti distribucije superponirane vrednosti protočnog vremena i, u tom smislu, potpune opravdanosti primene stohastičkog PD-modela zasnovanog isključivo na analitičkoj osnovi Clarkovih jednačina i posredstvom CGT-a.

7. Iako χ^2 -test u oba slučaja potvrđuje dobru saglasnost empirijske sa teorijskom N -raspodelom; testiranje pa i sami rezultati zavise od postavljenih granica intervala (videti (T-6) i (T-9)). Naime, pri

njihovom istom broju menjaju se i frekvencije (f_i), pa se može podešavati (osporiti ili potvrditi) saglasnost empirijske raspodele sa odabranom teorijskom. U tom smislu isti statistički materijal, može se podvrgnuti još nekim kriterijumima testiranja, npr. Romanovskog i Kolmogorov-Smirnova i sl.

8. Obuhvatanje praktičnih aspekata upravljanja kao što su: ponavljanje aktivnosti, nuzrezultati, pojava većeg broja rezultata itd. ignorisana je prezentiranim postupcima PDM-a.

9. PDM-om je omogućena samo donekle fleksibilnost u strukturi mreže s obzirom da se ovom metodom odražava neizvesnost završetaka tokova samo kroz neizvesnost u trajanju aktivnosti. Iskustvo pokazuje da se kod upravljanja protokom materijala pojedinačne proizvođačke neponavljajuće prirode pored već determinisanih aktivnosti moraju predvideti i mogućnosti pojave alternativnih (varijantnih) aktivnosti, a samim tim i događaja. U tom smislu deterministička struktura događaja, kakvu koncipira PDM, u nekim slučajevima je nepouzdana osnova planiranja, programiranja i kontrole.

Nepoznavanje ili neuzimanje u obzir iznete činjenice stvara grupu problema koji mogu dovesti do pogrešne informisanosti donosioca odluka, odnosno pogrešnog zaključivanja. U takvim uslovima javlja se nemogućnost da se integriše baza parametara relevantnih za upravljanje i uspostavljanje informacionog sistema PDM-a.

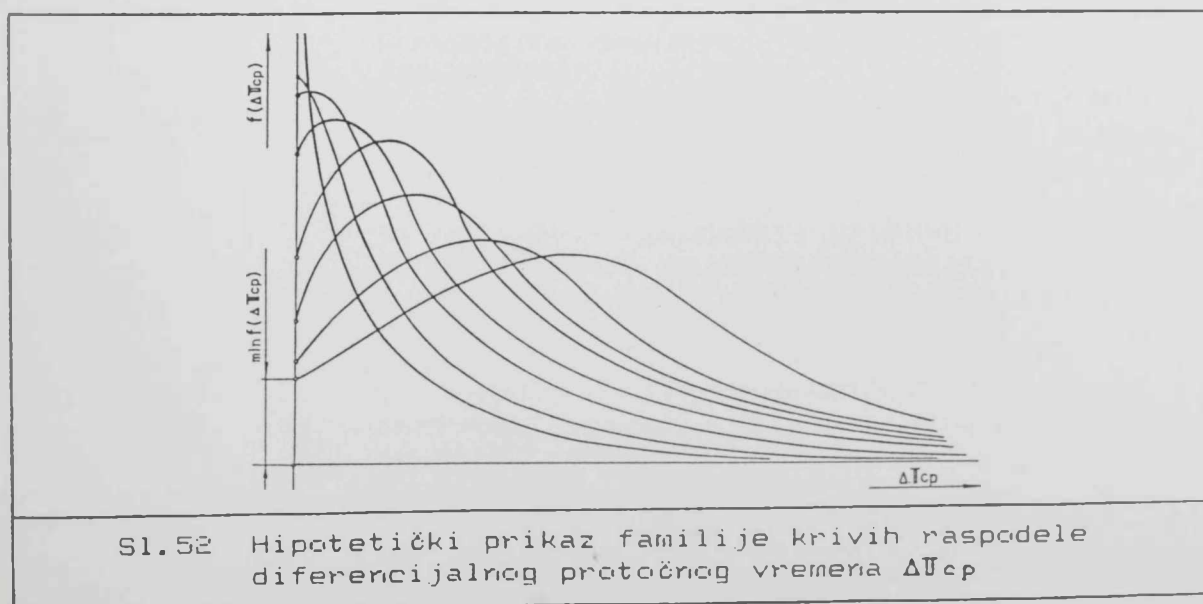
Posledice ovoga mogu biti vrlo negativne, naročito u slučajevima upravljanja složenim-stohastičkim i/ili brzim nerekpetativnim protocima materijala.

5.5 PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA

Rešenja postavljenih problema u razvoju metodologije novih modela i metoda upravljanja imaju odredjen značaj i pretstavljaju segment u rešavanju strategijskog problema nauke o upravljanju tokovima materijala, a to je stohastičko ovladavanje takvim procesima.

U tom smislu predmetna istraživanja iniciraju područje daljih istraživanja sa realnim osnovama za:

1. Razvoj automatizovanih postupaka rada u predmetnoj problematici baziranoj na kompjuterskoj simulaciji u cilju predviđanja dinamike tokova materijala u fazi (re)planiranja, (re)programiranja i kontrole tih procesa u realnom vremenu.
2. Razvoj baze potrebnih tehnoloških podataka i vremenskih parametara, pre primene modela mrežnog upravljanja.
3. Razvoj metodskih postupaka kontrole tokova s obzirom da ta funkcija upravljanja, po principu povratne sprege, nije šire analizirana u PD-modelu.
4. Razvoj opšteg modela kritičnih tokova složene mreže protoka materijala i pronalaženje kriterijuma za analitičkog invarijantno rešenje druge i treće varijante kritičnog protoka materijala.
5. Proširenje performansi metoda uključivanjem, pored parametara vremena, i drugih parametara (resursa, troškova itd.) u cilju oblikovanja odgovarajuće funkcije kriterijuma za izbor optimalne varijante upravljanja tokovima materijala pomoću PD-mrežne tehnike.
6. Ispitivanje tipa raspodele diferencijalnog protočnog vremena, tj. greške planiranja (ΔT_{cp} i njegove saglasnosti sa teorijskom raspodelom, npr. tipa Poasona (Sl.52)?



7. Integracije pojedinih metoda, odnosno njihovih programskih modula, u jedinstveni programski paket.
8. Istraživanje mogućnosti i razvoj modela upravljanja grupnim tokovima materijala u pojedinačnom proizvodnji.
9. Razvoja edukativnog modela pogodnog za efikasno rešavanja problema mrežnog upravljanja, zasnovanog na savremenim didaktičkim kriterijumima i računarskoj podršci.
10. Dalje, razvoj postupaka i kriterijuma vrednovanja opšteg i edukativnog modela i metoda sagledano kroz dve osnovne kategorije:
 - ▶ provere modela (verification) i
 - ▶ valjanosti modela (validation).

Postignuti rezultati u razvoju i aplikaciji novih modela upravljanja protocima materijala u mašinogradnji, kao i nagoveštena orijentacija u pravcu daljih istraživanja nerešenih problema stoje kao izazov kako autoru ovog rada, tako i, nadamo se, široj stručnoj i naučnoj javnosti.

6.0 BIBLIOGRAFIJA

.1 Pregled literature na koju se referiše u materiji rada

- /01/ ANDŽIĆ, R. MODELIRANJE UPRAVLJANJA I KONTROLE U SLOŽENIM DINAMICKIM SISTEMIMA, Institut za sisteme planiranja i upravljanja RZN Srbije, Beograd, /1982/
- /02/ BILDSON, R.A. CRITICAL PATH PLANNING-PERT INTEGRATION, GILLEPSIE, J.R. Operations Research, Vol.10, No.6, (pp: 909-912), /1962/
- /03/ BOULLET, A. LE PERT A LA PORTEE DE TOUS (TECHNIQUE RATIONNELLE, DELABORATION, ET DE CONTROLE DUNE PROGRAMMATION FLECHEE), Dunod, Paris /1970/
- /04/ BRANDENBERGER, J. TEHNIKA MREŽNOG PLANIRANJA (prevod), KONRAD, R. Institut za naučno tehničku dokumentaciju i informaciju i Institut za organizaciju rada i automatizaciju planiranja, Beograd, /1967/
- /05/ BURTON, V.D. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA U ISTRAŽIVANJIMA I RAZVOJU, (prevod Zbornika radova), Savremena administracija, Beograd, /1986/
- /06/ CLARK, E.C. THE GREATEST OF A FINITE SET OF RANDOM VARIABLES, Operations Research, (pp: 145-162), Vol.9, No.9, /1961/
- /07/ CLARK, E.C. THE PERT MODEL FOR THE DISTRIBUTION OF AN ACTIVITY TIME, Operations Research, (pp: 405-406), Vol.10, /1962/
- /08/ CLINGEN, C.T. A MODIFICATION OF FULKERSON'S PERT ALGORITHM Operations Research, Vol.11, No.4 (pp: 629-632), /1963/
- /09/ CRAMER, H. MATHEMATICAL METHODS OF STATISTICS, Princeton University Press, Princeton, /1959/
- /10/ CERNICEK, I. ISTRAŽIVANJE MOGUĆNOSTI PRIMENE METODE MREŽNOG PLANIRANJA NA NEDETERMINISTIČKE PROCESE, (magistarski rad), Ekonomski fakultet u Subotici, Subotica, /1974/
- /11/ CURLIN, A. PROGRAMSKI ALATI U MATEMATICI, Institut za nuklearne nauke "B.Kidrič"-Vinča, Beograd, /1992/
- /12/ CERIC, V. METODE VREDNOVANJA SIMULACIONIH MODELA, SYM-OP-IS '84. (str.169-177), H.Novi /1984/

- /13/ COSIC, I. PRILOG RAZVOJU PROIZVODNIH STRUKTURA POVIŠENOG STEPENA FLEKSIBILNOSTI (doktorska disertacija), Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, /1982/
- /14/ COSIC, I.
RADAKOVIC, N.
MAKSIMOVIC, R. OSNOVE RADNIH POSTUPAKA U INDUSTRIJSKIM SISTEMIMA, FTN-IIS, Novi Sad, /1991/
- /15/ DAMJANOVIC, B. PROGRAMIRANJE U OBRAZOVANJU (Algoritmi i programi), Gradjevinska knjiga, /1991/
- /16/ DAMJANOVIC, B. OD PROBLEMA DO PROGRAMA, Tehnička knjiga, Beograd, /1993/
- /17/ DODIN, B. BOUNDING THE PROJECT COMPLETION TIME DISTRIBUTION IN PERT NETWORKS, Operations Research, Vol.33, No.4, (pp: 862-881), /1985/
- /18/ DODIN, B. DETERMINING THE (k) MOST CRITICAL PATHS IN PERT NETWORKS, Operations Research, Vol.32, No.4, (pp: 859-877), /1984/
- /19/ DJURICIN, D. PROGRAMIRANJE I KONTROLA ISTRAZIVACKO-RAZVOJNIH PROJEKATA, Ekonomski fakultet, Beograd, /1989/
- /20/ EISHER, H. A GENERALIZED NETWORK APPROACH TO THE PLANNING AND SCHEDULING OF A RESEARCH PROJECT, Operations Research, Vol.10, No.1, (pp: 115-125), /1962/
- /21/ FISHMAN, S.G. A MONTE CARLO SAMPLING PLAN FOR ESTIMATING NETWORK RELIABILITY, Operations Research, Vol.34, No.4, (pp: 581-594), /1986/
- /22/ FULKERSON, D.R. EXPECTED CRITICAL PATH LENGTHS IN PERT NETWORKS, Operations Research, Vol.10, No.6, (pp: 808-817), /1962/
- /23/ GASS, I.S. DECISION-AIDING MODELS: VALIDATION, ASSESSMENT, AND RELATED ISSUES FOR POLICY ANALYSIS, Operations Research, Vol.31, No.4 (pp: 603-631), /1983/
- /24/ GARMAN, B.M. MORE ON CONDITIONED SAMPLING IN THE SIMULATION OF STOCHASTIC NETWORKS, Management Science, Vol.19, No.1, (pp: 90-95), /1972/
- /25/ GLUSICA, Z. EFIKASNI PROJEKTNI MENADZMENT, "Vaki", Novi Sad, /1994/
- /26/ GRUBBS, E.F. ATTEMPTS TO VALIDATE CERTAIN PERT STATISTICS OR PICKING ON PERT, Operations Research, Vol.10, No.6, (pp: 912-915), /1962/

- /27/ HADŽIĆ, O. NUMERICKE I STATISTIČKE METODE U OBRADI EKSPERIMENTALNIH PODATAKA, Institut za matematiku, Novi Sad, /1992/
- /28/ HADŽIĆ, O. ODABRANE METODE TEORIJE VEROVATNOĆE, Institut za matematiku, Novi Sad, /1990/
- /29/ ILIĆ, R. TEHNIKE MONTE KARLO U TRANSPORTU ČESTICA, Naučna knjiga, Beograd, /1991/
- /30/ IVKOVIĆ, B. POPOVIĆ, Z. UPRAVLJANJE PROJEKTIMA U GRADJEVINARSTVU, Jugimport-SDPR, IP-Nauka, Beograd, /1994/
- /31/ IVANOVIĆ, B. TEORIJA VEROVATNOĆE, Naučna knjiga, Beograd, /1977/
- /32/ JOVANOVIĆ, T. JOVANOVIĆ, P. DJORDJEVIĆ, P. PRIMENA TEHNIKE MREŽNOG PLANIRANJA, Mašinski fakultet, Beograd, /1990/
- /33/ KANTOROVIĆ, L.V. EKONOMSKI RAČUN OPTIMALNOG KORIŠĆENJA RESURSA (prevod), Cekade, Zagreb, /1985/
- /34/ KREJIĆ, N. HERCEG, DJ. MATEMATICA ZA MATEMATIKU, Univerzitet u Novom Sadu, Institut za matematiku, Novi Sad, /1994/
- /35/ KLEINDORFER, G.B. BOUNDING DISTRIBUTIONS FOR A STOCHASTIC ACYCLIC NETWORK, Operations Research, Vol.19, (pp: 1586-1601), /1971/
- /36/ KULKARNI, G.V. ADLAKHA, V.G. MARKOV AND MARKOV-REGENERATIVE PERT NETWORKS Operations Research, Vol.34, No.5, (pp: 769-781), /1986/
- /37/ KUN, L. PRIMENA ISTRAŽIVANJA OPERACIJA, Mašinski fakultet, Novi Sad, /1973/
- /38/ KUN, L. TEHNIČKI I PROIZVODNI SISTEMI U INDUSTRIJI, Ekonomski fakultet, Subotica, /1983/
- /39/ LETIĆ, D. CENTRALNA GRANIČNA TEOREMA I PERT PROBLEM, Zbornik radova Tehničkog fakulteta "M.Pupin" (str. 37-44), Zrenjanin, /1993/
- /40/ LETIĆ, D. RAZVOJ NOVIH METODA ZA UPRAVLJANJE PROTOKOM MATERIJALA U MAŠINOGRADNJI (magistarski rad), Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, /1994/
- /41/ LETIĆ, D. DIMITRIJEVIĆ, P. STOHAŠTIČKO URAVNOTEŽENJE KAPACITETA MONTAŽNE LINIJE, 20. "Jupiter" konferencija, 22. jugoslovenski simpozijum Upravljanje proizvodnjom u industriji prerade metala, (str.25-30), Beograd, /1994/

- /42/ LETIĆ, D. KVANTIFIKACIJA PROTOČNOG VREMENA SUPERFONIRANIH TOKOVA MATERIJALA, 21. "Jupiter" konferencija, 22. jugoslovenski simpozijum-Upravljanje proizvodnjom u industriji prerade metala, (str.4.93-4.97), Beograd, /1995/
- /43/ LIPOVAC, D. MODELI TROETAPNE EDUKACIJE UZ RAČUNARSKU PODRŠKU U NASTAVI OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA, Konferencija: Informatika i društvene promene, Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin", Zrenjanin, decembar, /1994/
- /44/ LIPOVAC, D. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA (I deo), Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin" Zrenjanin, /1992/
- SOTIROVIĆ, V.
 LETIĆ, D.
- /45/ LIPOVAC, D. METODE OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA, Tehnički fakultet "Mihajlo Pupin" Zrenjanin, /1995/
- SOTIROVIĆ, V.
 LETIĆ, D.
- /46/ LIPOVAC, D. OPTIMIZACIJA UPRAVLJANJA U OBRAZOVNIM INSTITUCIJAMA PRIMENOM METODA OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA, Konferencija: Informatika u obrazovanju i nove informacione tehnologije, (str. 42-1-42-8), Novi Sad, /1992/
- SOTIROVIĆ, V.
 LETIĆ, D.
- /47/ LIPOVAC, D. PRIMENA METODE MONTE-KARLO U UPRAVLJANJU PROTOKOM MATERIJALA U BRODOGRADNJI, SYM-OP-IS 93., (saopštenje), Beograd, Oktobar, /1993/
- LETIĆ, D.
 BERKOVIĆ, I.
 RADULOVIĆ, B.
 LOVRE, M.
- /48/ LIPOVAC, D. RAZVOJ STOHAŠTIČKE METODE BALANSIRANJA VREMENSKOG KAPACITETA MONTAŽNE LINIJE, SYM-OP-IS '95., (str.797-801), Gornji Milanovac, /1995/
- LETIĆ, D.
 DIMITRIJEVIĆ, D.
 BERKOVIĆ, I.
 RADULOVIĆ, B.
- /49/ MARTINOVIĆ, M. TEHNIKA MREŽNOG PLANIRANJA, Institut za org. rada i automat.poslovanja, Beograd, /1969/
- STEFANOVIĆ, D.
- /50/ MARTIN, J. J. DISTRIBUTION OF THE TIME THROUGH A DIRECTED, ACYCLIC NETWORK, Operations Research, Vol.13, (pp: 46-66), /1965/
- /51/ MITRINOVIĆ, D. UVOD U SPECIJALNE FUNKCIJE, Naučna knjiga, Beograd, /1991/
- /52/ MITRINOVIĆ, D. METODE IZRACUNAVANJA KONACNIH ZBIROVA, Naučna knjiga, Beograd, /1990/
- KEČKIĆ, J.
- /53/ MITROFANOV, P. S. NAUČNI TEMELJI GRUPNE TEHNOLOGIJE, (prevod), "Privreda" Zagreb, /1964/

- /54/ MODER, J.J.
RODGERS, E.G. JUDGEMENT ESTIMATES OF THE MOMENTS OF PERT
TYPE DISTRIBUTIONS, Operations Research,
Vol.15, No.2, (pp: B-76-B-83), /1968/
- /55/ TODOROVIC, J. SAVREMENI MENADZMENT PROIZVODNJE-Upravljanje
i Just-in-Time, Nauka, Beograd, /1992/
- /56/ TOURKI, M. STOHAŠTIČKI PROCESI I MODELI PROGRAMIRANJA
U EKONOMIJI, Savremena administracija,
Beograd, /1986/
- /57/ MUNITIC, A. KOMPJUTORSKA SIMULACIJA UZ POMOĆ SISTEMSKE
DINAMIKE, Brodogradjevna industrija-Split,
Split, /1990/
- /58/ NADRLJANSKI, DJ. OBRAZOVNI RAČUNARSKI SOFTVER, Tehnički fa-
kultet "Mihajlo Pupin", Zrenjanin, /1994/
- /59/ PETRIĆ, J. MATEMATIČKE METODE PLANIRANJA I UPRAVLJANJA,
Informator, Zagreb, /1983/
- /60/ PETRIĆ, J. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA (I i II deo),
Naučna knjiga, Beograd, /1989/
- /61/ PETRIĆ, J. MREŽNO PLANIRANJE I UPRAVLJANJE,
(redaktor) Informator, Zagreb, /1983/
- /62/ PETROVIĆ, R. SPECIJALNE METODE U OPTIMIZACIJI SISTEMA,
Tehnička knjiga, Beograd, /1977/
- /63/ PETROVIĆ, R. UPRAVLJANJE SISTEMIMA, Naučna knjiga,
(redaktor) Beograd, /1986/
- /64/ POCOCK, W.J. PERT AS AN ANALYTICAL AID FOR PROGRAM PLA-
NNING-ITS PAYOFF AND PROBLEMS, Operations
Research, Vol.10, No.6, (pp:893-903), /1962/
- /65/ RADULOVIĆ, A. TEHNIKA MREŽNOG PLANIRANJA,
RADOJEVIĆ, M. Naučna knjiga, Beograd, /1988/
- /66/ ROBILLARD, P. EXPECTED COMPLETION TIME IN PERT NETWORKS,
TRAHAN, M. Operations Research, Vol.24, No.1,
(pp: 177-182), /1976/
- /67/ RUNIĆ, M. INFORMACIONI SISTEMI ZA UPRAVLJANJE PROIZ-
VODNOM ORGANIZACIONIM SREDSTVIMA I RAČUNAR-
SKOM PODRŠKOM UPOS I UPOS-R, Tehnički fakul-
tet "Mihajlo Pupin" Zrenjanin, /1987/
- /68/ SLYKE Van, M.R. MONTE CARLO METHODS AND PERT PROBLEM,
Operations Research, Vol.11, No.5,
(pp: 839-860), /1963/
- /69/ STOJANOVIC, D., EKONOMSKO MATEMATIČKI METODI I MODELI,
Ekonomski fakultet, Beograd, /1990/

- /70/ STOJANOVIC, D. EKONOMSKO-MATEMATICKI MODELI KOMPJUTERSKI PROGRAMI, REŠENI PRIMERI, Ekonomski fakultet, Beograd, /1991/
- /71/ STOJKOVIC, M. UPRAVLJANJE PROCESIMA RADA U POLJOPRIVREDI POMOCU TEHNIKE MREŽNOG PLANIRANJA, "Cemik", Novi Sad, /1991/
- /72/ TEODOROVIC, D. (i drugi) OPERACIONA ISTRAŽIVANJA U VAZDUŠNOM SAOBRAĆAJU, Saobraćajni fakultet, Beograd, /1983/
- /73/ UROSEVIC, J. DRASKIĆ-OSTOJIC, J. PRIMAVERA-UPRAVLJANJE PROJEKTIMA UZ POMOC RACUNARA, Institut za nuklearne nauke "B.Kidrić"-Vinča, Beograd, /1991/
- /74/ USTIĆ, M. RAZVOJ SISTEMA ZA UPRAVLJANJE PROIZVODNOM U USLOVIMA OPŠTEG MODELA TOKOVA MATERIJALA U PROIZVODNIM SISTEMIMA (magistarski rad), FTN-IIS, Novi Sad, /1986/
- /75/ VILA, A. (redaktor) MODELI PLANIRANJA PROIZVODNJE U INDUSTRIJI, Informator, Zagreb, /1982/
- /76/ VILA, A. LEICHER, Z. PLANIRANJE PROIZVODNJE I KONTROLA ROKOVA, Informator, Zagreb, /1983/
- /77/ VULETA, J. ANALIZA OSETLJIVOSTI U MREŽNOM PROGRAMIRANJU, (magistarski rad), FON, Beograd, /1968/
- /78/ VULETA, J. METODE EKSTREMIZACIJE NA GRAFOVIMA, Naučna knjiga, Beograd, /1985/
- /79/ VUKADINOVIC, S. ELEMENTI TEORIJE VEROVATNOĆE I MATEMATIČKE STATISTIKE, Privredni pregled, Beograd, /1990/
- /80/ VUKADINOVIC, S. POPOVIC, J. METODA MONTE-KARLO, Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, /1992/
- /81/ VUKADINOVIC, S. POPOVIC, J. SLUČAJNI PROCESI I NJIHOVA PRIMENA U SAOBRAĆAJU I TRANSPORTU, Gradjevinska knjiga, Beograd, /1989/
- /82/ VUKMIROVIC, V. ANALIZA VEROVATNOĆE (pojave hidroloških veličina), Naučna knjiga, Beograd, /1990/
- /83/ YULE, G.U. KENDALL, M.G. AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF STATISTICS, Charles Griffin & Company Limited, London, /1958/
- /84/ ZELENOVIC, M.D. UPRAVLJANJE PROIZVODNIM SISTEMIMA, Institut za industrijske sisteme, Novi Sad, /1989/
- /85/ ZELENOVIC, M.D. PROJEKTOVANJE PROIZVODNIH SISTEMA, Naučna knjiga, Beograd, /1987/

- /86/ ZELENOVIC, M.D. PRILOG RACIONALIZACIJI TOKOVA MATERIJALA,
(i drugi) (crvene sveske), FTN-IIS, Novi Sad, /1986/
- /87/ ZELENOVIC, M.D. ZBIRKA SLUZAJEVA IZ PRIMENE OPSTEG MODELA TO-
COSIC, I. KOVA MATERIJALA U PROJEKTOVANJU PROIZVODNIH
STRUKTURA, FTN-IIS, Novi Sad, /1984/
- /88/ * * * * * MOGUĆNOSTI I ISKUSTVA U PRIMENI TEHNIKE
MREŽNOG PLANIRANJA U JUGOSLOVENSKIM PREDU-
ZEŠIMA, (Zbornik referata sa savetovanja),
Institut za ORAP, Beograd, /1970/
- /89/ * * * * * OKSFORDSKI RECNIK RACUNARSTVA,
Nolit, Beograd, /1986/
- /90/ * * * * * INDUSTRIJSKA ISTRAZIVANJA-SPECIJALNI BROJ POS-
VEĆEN TEHNICI MREŽNOG PLANIRANJA, Organomatik,
Časopis, godina IV/2, Beograd, /1966/

.2 Siri pregled korišćene literature

- /91/ AGIN, N. OPTIMUM SEEKING WITH BRANCH AND BOUND,
Management Science, Vol.16, No.10,
(pp: B-630-B-637), /1970/
- /92/ ALTMAN, D. OSNOVI TEORIJE DISKRETNOG MODELIRANJA
I SIMULACIJE, Računarski sistemi Delta,
Beograd, /1982/
- /93/ ARANDJELOVIC, D. KOMPJUTERSKA ORGANIZACIJA U SAVREMENOJ PRIVRE-
DI, RJ-Privredna knjiga, G.Milanovac, /1983/
- /94/ ARIH, LJ. SIMULACIJA IZVODJENJA NEDETERMINISTIČKIH
MEŠKO, I. PROJEKATA, Visoko ekonomska komercijalna
škola, Maribor, SYM-OP-IS 77., (str. 17-24),
Herceg Novi, /1977/
- /95/ BAGCHI, U. SIMULTANEOUS MINIMIZATION OF MEAN AND VARIA-
TION OF FLOW TIME AND WAITING TIME IN SINGLE
MACHINE SYSTEM, Operations Research, Vol.37,
No.1, (pp: 118-125), /1989/
- /96/ BAKSHI, S.M. THE SEQUENCING PROBLEM, Management Science,
ARORA, R.S. Vol.16, No.4, (pp: B-247-B-263), /1969/
- /97/ BALAKRISHMAN, A. PREEMPTIVE SCHEDULING OF HYBRID PARALLEL,
Operations Research, Vol.37, No.2,
(pp: 301-318), /1989/
- /98/ BALAS, E. A NOTE ON THE BRANCH-AND-BOUND PRINCIPLE,
Operations Research, Vol.16, No.2,
(pp: 412-445), /1968/

- /99/ BASOVIC, B. PRIMENA TEHNIKE MREZNOG PLANIRANJA PRI PROJEKTOVANJU I PRIMENI METODE A-B-C U UPRAVLJANJU ZALIHAMA MATERIJALA, Jugoslovenski časopis 3, (st. 221-237), Beograd, /1972/
- /100/ BOMBERGER, E.E. A DYNAMIC PROGRAMMING APPROACH TO A LOT SIZE SCHEDULED PROBLEM, Management Science, Vol.12, No.1, (pp: 412-445), /1968/
- /101/ BOROJEVIC, S. METODOLOGIJA EKSPERIMENTALNOG NAUCNOG RADA, Radnički univerzitet "Jovan Cirpanov" Novi Sad, /1978/
- /102/ BOROVKOV, A.A. MATEMATICESKAJA STATISTIKA (Ocenka parametров, proverka gipotez), "Nauka", Moskva, /1984/
- /103/ BULAT, V. ORGANIZACIJA PROIZVODNJE, Mašinski fakultet, Beograd, /1990/
- /104/ BURBIDGE, J.L. BUDUCNOST SERIJSKE PROIZVODNJE, XIX Savetoproizvodnog mašinstva Jugoslavije, Kragujevac, Septembar /1985/
- /105/ BUXEY, M.G. ASSEMBLY LINE BALANCING WITH MULTIPLE STATIONS, Management Science, Vol.20, No.2, (pp: 1010-1021), /1974/
- /106/ CAMPBELL, G.H. A HEURISTIC ALGORITHM FOR THE n JOB, m MACHINE SCHEDULING PROBLEM, Management Science, Vol.16, No.10, (pp: B-630-B-637), /1970/
- DUDEK, A.R.
SMITH, L.M.
- /107/ CHARLTON, H.J. A GENERALIZED MACHINE-SCHEDULING ALGORITHM, Operations Research Quarterly, Vol.21, No.1, (pp: 127-134), /1973/
- DUDEK, A.R.
- /108/ CHARLTON, H.J. A METHOD OF SOLUTION FOR GENERAL MACHINE SCHEDULED PROBLEMS, Operations Research Vol.18, No.4, (pp: 689-707), /1970/
- DUDEK, A.R.
- /109/ COFFMAN, G.E. OPTIMAL SCHEDULING OF PRODUCTS WITH TWO SUB-ASSEMBLIES ON SINGLE MACHINE, Operations Research, Vol.37, No.3, (pp: 426-436), /1989/
- NOZARI, A.
YANNAKAKIS, M.
- /110/ CVJETICANIN, D. OPERACIONA ISTRAZIVANJA, Ekonomski fakultet, Beograd, /1990/
- /111/ CVETKOVIC, D. TEORIJA GRAFOVA I NJENA PRIMENA, Naučna knjiga, Beograd, /1986/
- /112/ CVJETICANIN, M. SIMULACIJA PROIZVODNIH PROCESA, SYM-OP-IS'77. (str.49-60), H.Novi, Oktobar /1977/
- /113/ CERNICEK, I. RAZVOJ NOVIH METODA ZA UPRAVLJANJE NEDETERMINISTICKIM PROCESIMA (doktorska disertacija), Ekonomski fakultet, Subotica, /1981/

- /114/ CUPIC, M. PRILOG IZUČAVANJU I REŠAVANJU PROBLEMATIKE ORGANIZOVANJA I RASPOREDJIVANJA POSLOVA U OKVIRU INDUSTRIJSKE ORGANIZACIJE UDRUŽENOG RADA (doktorska disertacija), Mašinski fakultet, Beograd, /1981/
- /115/ CUPIC, M. URAVNOTEŽENJE KAPACITETA MONTAŽNIH LINIJA, (magistarski rad) Mašinski fakultet, Beograd, /1977/
- /116/ CUPIC, M. SAVREMENO ODLUCIVANJE (Metode i primena) TUMMA RAD, V. M., Naučna knjiga, Beograd, /1991/
- /117/ CALA, I. PRISTUP UNAPREDJENJU UPRAVLJANJA PROIZVODNOM (prilozi i primjeri), Centar za dokumentaciju i informaciju, Zagreb, /1989/
- /118/ CALA, I. ISTRAŽIVANJE STUPNJEVITOG PLANIRANJA VELIKIH PROIZVODA, 19. Savetovanje UFOS '90. (str. 141-147), Dubrovnik, /1990/
- /119/ DEKLEVA, J. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA ORGANIZACIJE PROIZVODNJE, "Jugoslovenska naučna tribina" Zbornik radova "Tehnologija i razvoj" (str.1097-1105), Beograd, /1989/
- /120/ DAVIES, L.O. STATISTICAL METHODS IN RESEARCH AND PRODUCTION, The Kynoch Press, Birmingham, /1957/
- /121/ DESSTER, G. ORGANIZATION THEORY-Integrating Structure and Behavior, Prentice-Hall, Inc., Englewood, New Jersey, /1986/
- /122/ DEŠIĆ, V. MODELIRANJE POSLOVNIH PROCESA I PROVERA NJEGOVE EFIKASNOSTI, Privredni pregled, Beograd, /1976/
- /123/ DUDUKOVIĆ, B. PLANIRANJE EKSPERIMENTA I OPTIMIZACIJA PROCESA, Tehnoekonomika i planiranje razvoja, Beograd, /1976/
- /124/ EDWARD KAO, C.F. ON DYNAMIC PROGRAMMING METHODS FOR ASSEMBLY LINE BALANCING, QUEYRANNE, M. Operations Research, Vol.30, No.2, (pp.: 375-390), /1982/
- /125/ ERSCHLER, J. A NEW DOMINANCE CONCEPT IN SCHEDULING n JOBS ON A SINGLE MACHINE WITH READY TIMES AND DUE DATES, FONTAN, G. Operations Research, Vol.31, No.1, MERCE, C. (pp: 114-127), /1983/ ROUBELLAT, F.
- /126/ FELLER, W. IN INTRODUCTION TO PROBABILITY THEORY AND ITS APPLICATIONS, Volume I&II, John Wiley & Sons, Inc., New York, /1972/
- /127/ FRASER, S.D. STATISTICS AN INTRODUCTION, John Wiley & Sons, Inc., New York, /1958/

- /128/ GACNIK, V. PROJEKTIRANJE TEHNOLOŠKIH PROCESA,
VODENIK, F. Tehnička knjiga, Zagreb, /1990/
- /129/ GASCON, A. A DYNAMIC PROGRAMMING SOLUTION TO THE DYNA-
LEACHMAN, C.R. MIC MULTI-ITEM SINGLE-MACHINE SCHEDULING
 PROBLEM, Operations Research, Vol.36, No.1,
 (pp: 50-56), /1988/
- /130/ GERASIMOVIC, A. MATEMATIČESKAJA STATISTIKA,
 Višeišaja škola, Minsk, /1983/
- /131/ GIGLIO, J.R. APPROXIMATE SOLUTIONS TO THE TREE-MACHINE
WAGNER, M.H. SCHEDULING PROBLEM, Operations Research,
 Vol.12, No.2, (pp: 305-324), /1964/
- /132/ GREENEBERG, H.H. A BRANCH-BOUND SOLUTION TO THE GENERAL
 SCHEDULING PROBLEM, Operations Research,
 Vol.16, No.2, (pp: 353-361), /1968/
- /133/ GREENEBERG, H.H. A BRANCH SEARCH ALGORITHM FOR THE KNAPSACK
HEGERICH, L.R. PROBLEM, Management Science,
 Vol.16, No.5, (pp: 327-332), /1970/
- /134/ HACKMAN, T.S. FACT EFFECTIVE ALGORITHMS FOR SIMPLE ASSEMBLY
MAGAZINE, J.M. BALANCING PROBLEMS, Management Science,
WEE, S.T. Vol.37, No.6, (pp.: 916-924) /1989/
- /135/ HARDGRAVE, W.W. A GEOMETRIC MODEL AND A GRAPHICAL ALGORITHM
HEMHAUSER, L.G. FOR A SEQUENCING PROBLEM, Operations Research,
 Vol.11, No.5, (pp: 889-900), /1963/
- /136/ HATUNIC, O. JEDAN PRILAZ MOGUĆEM SKRACIVANJU VREMENA CIK-
 LUSA U POJEDINACNOJ PROIZVODNJI, SYM-ORG '89.
 (str.III/121-III/129), Poreč, maj /1989/
- /137/ HELD, M. ASSEMBLY-LINE BALANCING-DYNAMIC PROGRAMMING
KARP, R. WITH PRECEDENCE CONSTRAINTS, Operations Re-
SHARESHIAN, R. search, Vol.11, No.3, (pp.: 442-459), /1963/
- /138/ HERRBACH, A.L. PREEMPTIVE SCHEDULING OF EQUAL LENGTH JOBS
LEUNG, Y.-T.J. ON TWO MACHINES TO MINIMIZE MEAN FLOW TIME,
 Operations Research, Vol.38, No.3,
 (pp: 487-494), /1990/
- /139/ HONBRUCH, W.F. POVEĆANJE PRODUKTIVNOSTI (prevod), RO Kulturni
 centar, JUR-Privredna knjiga, Beograd /1982/
- /140/ IVANOVIC, B. TEORIJSKA STATISTIKA, Naučna knjiga,
 Beograd, /1979/
- /141/ IVKOVIC, Z. TEORIJA VEROVATNOĆE SA MATEMATIČKOM STATISTI-
 KOM, Naučna knjiga, /1989/
- /142/ JAEGER, H. STUDIJA RADA I GRUFNA TEHNOLOGIJA,
 Organomatik, Beograd, /1964/

- /143/ KARABAJIC, I. PRILOG RAZMATRANJU UTJECAJA PLANSKIH PARAMETARA PRI OCJENI USPJEŠNOSTI PRIMJENE KOMPJUTORA U PLANIRANJU I TERMINIRANJU PROIZVODNIH KAPACITETA (doktorska disertacija), Mašinski fakultet, Beograd, /1980/
- /144/ KLARIN, M. UTVRDJIVANJE STEPENA KORIŠĆENJA KAPACITETA, Naučna knjiga, Beograd, /1991/
- /145/ KLEIN, M. ON ASSEMBLY LINE BALANCING, Operations Research, Vol.11, No.2, (pp: 274-281), /1963/
- /146/ KOSIOL, E. TEMELJI I METODE ISTRAŽIVANJA ORGANIZACIJE, Informator, Zagreb, /1972/
- /147/ KOSTIĆ, K. PROJEKTOVANJE UPRAVLJACKIH SISTEMA U PROIZVODNJI, Naučna knjiga, Beograd, /1991/
- /148/ KOTLER, P. UPRAVLJANJE MARKETINGOM 1 i 2, (prevod), Informator, Zagreb, /1989/
- /149/ KRČEVINAC, S.
 ČUPIC, M.
 PETRIĆ, J.
 NIKOLIĆ, I. ALGORITMI I PROGRAMI IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA, Naučna knjiga, Beograd, /1983/
- /150/ KUKAR, S.
 MATEJIC, V.
 (redaktori) OBRAZOVANJE I TEHNOLOŠKI RAZVOJ (Strategija tehnološkog razvoja Jugoslavije do XXI veka) SIT Jugoslavije, Beograd, /1989/
- /151/ KUN, L. URAVNOTEŽENJE MONTAŽNIH LINIJA, Časopis Produktivnost br.2, Beograd, /1968/
- /152/ LEKIĆ, DJ. METODOLOGIJA PEDAGOŠKOG ISTRAŽIVANJA I STVARALASTVA, Pedagoško-tehnički fakultet, Zrenjanin, /1977/
- /153/ LEVAJAC, M.R. ORGANIZACIJA I PRIPREMA PROIZVODNJE, Naučna knjiga, Beograd, /1986/
- /154/ LEVI-JAKŠIĆ, M. UPRAVLJANJE TEHNOLOŠKIM RAZVOJEM, Naučna knjiga, Beograd, /1990/
- /155/ LIPOVAC, D.
 LETIĆ, D. PRIMENA SOFTVERSKIH ALATA U NASTAVI OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA, Konferencija: Informatika u obrazovanju i informacione tehnologije, (str. 178-184), Novi Sad, /1994/
- /156/ LIPOVAC, D.
 LETIĆ, D. PROGRAMIRANI MODELI U EDUKACIJI IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA, V Medjunarodna konferencija "Informatika u obrazovanju i nove informacione tehnologije", (str.113-117), Novi Sad, /1995/
- /157/ LOCKYER, K.G. PRODUCTION CONTROL IN PRACTICE, Pitman Publishing Corporation, London, /1975/

- /158/ MADIGAL, G. J. SCHEDULING AMULTI-PRODUCT SINGLE MACHINE SYSTEM FOR AN INFINITE PLANNING PERIOD, Management Science, Vol.14, No.11, (pp: 713-719), /1968/
- /159/ MALISIC, J. SLUCAJNI PROCESI (teorija i primena), IRO-Gradjevinska knjiga, Beograd, /1989/
- /160/ MARTIC, LJ. (redaktor) VIŠEKRITERIJALNO PROGRAMIRANJE, Informator, Zagreb, /1978/
- /161/ MATEJIC, V. UVOD U TEORIJU REDOVA CEKANJA, Mašinski fakultet, Beograd, /1971/
- /162/ MAYNARD, H. B. INDUSTRIJSKI INŽENJERING (knjiga I i II), (prevod), Privredni pregled, Beograd, /1973/
- /163/ MILACIC, M. V. TEORIJA PROJEKTOVANJA TEHNOLOŠKIH SISTEMA, Mašinski fakultet, Beograd, /1993/
- /164/ MILACIC, M. V. PROIZVODNI SISTEMI II, Mašinski fakultet, Beograd, /1990/
- /165/ MILES, D. L. PRIVREDNA I TEHNIČKA PRIMENA ANALIZE VREDNOSTI (prevod), RO Kulturni centar, JUR Privredna knjiga, Beograd, /1982/
- /166/ MILEUSNIC, N. STABILIZACIJA I EFIKASNOST PROIZVODNJE, Nigro "Borba" OOUR Ekonomska politika, Beograd, /1995/
- /167/ MILOSAVLJEVIC, N. OSNOVI NAUCNO ISTRAŽIVACKOG RADA, Naučna knjiga, Beograd, /1989/
- /168/ MITTEN, G. L. BRANCH-AND-BOUND METHODS: GENERAL FORMULATION AND PROPERTIES, Operations Research, Vol.18, No.1, (pp: 24-33), /1970/
- /169/ MITROVIC, R. PROJEKTOVANJE TEHNOLOŠKIH PROCESA, Naučna knjiga, Beograd, /1991/
- /170/ MOORE, J. M. AN n JOB ONE MACHINE SEQUENCING ALGORITHM FOR MINIMIZING THE NUMBER OF LATE JOBS, Management Science, Vol.15, No.1, (pp: 102-109), /1968/
- /171/ MORA, A. INŽENJERSKO ODLUCIVANJE, FTN-Institut za industrijske sisteme, Novi Sad, /1980/
- /172/ OMERBEGOVIĆ-BIJELOVIĆ, J. PLANIRANJE PROIZVODNJE U TRŽIŠNIM USLOVIMA (modeli, metode, primeri), Fakultet organizacionih nauka, Beograd, /1991/
- /173/ OPRICOVIĆ, S. OPTIMIZACIJA SISTEMA, Gradjevinski fakultet, Nauka, Beograd, /1992/

- /174/ OSTROWSKA, T.
SINDAK, M.
TROCKI, M. AN ALGORITHM FOR DERIVING NETWORK MODELS,
Naučni skup; Industrijski sistemi-IS'87,
Zbornik radova (str.447-461), N.Sad, /1987/
- /175/ PANTELIC, I. PRIMENA STATISTIČKIH METODA U ISTRAŽIVANJU
I PROCESIMA PROIZVODNJE, FTN, N.Sad, /1984/
- /176/ PAVLIĆ, I. STATISTIČKA TEORIJA I PRIMJENA,
Tehnička knjiga, Zagreb, /1988/
- /177/ PEKOVIĆ, O. TERMINIRANJE I UTVRĐIVANJE REDOSLIJEDA IZRA-
DE n RAZLIČITIH DETALJA NA m MAŠINA ZA SLUČAJ
KOMBINOVANOG KRETANJA NJIHOVIH SERIJA,
SYM-OP-IS '79., (str.209-227), H.Novi, /1979/
- /178/ PENG-SHENG KU, ON JOHNSON'S TWO-MACHINE FLOW SHOP WITH RAN-
SHUN-CHEN NIU. DOM PROCESSING TIMES, Operations Research,
Vol.34, No.1, (pp: 130-136), /1986/
- /179/ PEROVIĆ, G. RAČUN IZRAVNAVANJA-Teorija grešaka i merenja,
(knjiga I), Naučna knjiga, Beograd, /1989/
- /180/ PEROVIĆ, M. PROIZVODNI SISTEMI-UPRAVLJANJE PROIZVODNIM
ARSOVSKI, S. PROCESIMA, Naučna knjiga, Beograd, /1989/
- /181/ PETRIĆ, J. METODE PLANIRANJA U SOUR,
(redaktor) Naučna knjiga, Beograd, /1989/
- /182/ PETROVIĆ, M.B. STANDARDI RADA, Jugoslovenski zavod za
produktivnost rada, Beograd, /1986/
- /183/ PETROVIĆ, M.B. PROUČAVANJE RADA, Jugoslovenski zavod za
produktivnost rada, Beograd, /1990/
- /184/ PETROVIĆ, S. INTERAKTIVNO PLANIRANJE-SISTEMSKA METODOLO-
GIJA STRUKTURIRANJA PROBLEMSKIH SITUACIJA,
SYM-OP-IS, (str.369-373), G.Milanovac, /1995/
- /185/ PRAŠČEVIĆ, N. ODREĐIVANJE OPTIMALNOG TRAJANJA AKTIVNOSTI
PRI REALIZACIJI PROJEKTA ZA SPECIFICIRANO VREME
SYM-OP-IS, (str.175-178), G.Milanovac, /1995/
- /186/ POPOVIĆ, S. OSNOVI NAUKE O UPRAVLJANJU,
(i drugi) Naučna knjiga, Beograd, /1987/
- /187/ PRINS, L.T. INFORMACIONI SISTEMI ZA ORGANIZOVANJE PLA-
NIRANJA I KONTROLE (prevod), Vuk Karadžić,
Beograd, /1971/
- /188/ QUEYRANNE, M. BOUNDS FOR ASSEMBLY LINE BALANCING
HEURISTICS, Operations Research, Vol.33,
No.6, (pp: 1353-1360), /1985/
- /189/ RADOVIĆ, M.M. ORGANIZACIJA PROCESA PROIZVODNJE,
Privredni pregled, Beograd, /1982/

- /190/ REITER, R. ON ASSEMBLY-LINE BALANCING PROBLEMS, Operations Research, Vol.17, No.4, (pp: 685-700), /1969/
- /191/ RISTIC, D. PROIZVODNO POSLOVNI SISTEMI, Naučna knjiga, Beograd, /1991/
- /192/ RISTIC, D. UPRAVLJANJE RAZVOJEM, "Agora"-Preduzeće za inženjering, konsalting i marketing-Beograd, ADZIC, S. Tehnički fakultet "M.Pupin" Zrenjanin, /1993/
- /193/ RISTIC, D. ZNAČAJ ORGANIZACIJE SISTEMA PRIPREME PROIZVODNJE, Casopis "Direktor" 12/91., Privredni Pregled, Beograd, /1991/
- /194/ ROBBINS, P.S. ORGANIZATION THEORY (Structure, Design and Applications), Prentice-Hall, Internations, Inc. Englewood Clifls, New Jersey, /1987/
- /195/ ROOT, G.J. SHEDULING WITH DEADLINES AND LOSS FUNCTIONS OF k PARALLEL, Management Science, Vol.11, No.3, (pp: 460-475), /1965/
- /196/ SARIĆ, S. SISTEM ORGANIZACIJA PROJEKAT, Naučna knjiga, Beograd, /1987/
- /197/ SAZDANOVIC, S. ELEMENTI OPERACIONIH ISTRAZIVANJA, Naučna knjiga, Beograd, /1980/
- /198/ SEKULIĆ, S. TEHNOLOŠKE STRUKTURE PROCESA OBRADE, (crvene sveske), FTN-IIS, Novi Sad, /1986/
- /199/ SHWIMER, J. ON THE n-JOB ONE-MACHINE SEQUENCE-INDEPENDENT SCHEDULING PROBLEM WITH TARDINESS PENALTIES: A BRANCH-BOUND SOLUTION, Management Science, Vol.18, No.6, (pp: B-301-B-313), /1972/
- /200/ SHINGO, SH. NOVA JAPANSKA PROIZVODNA FILOZOFIJA, Jugoslovenski zavod za produktivnost rada, Beograd, /1985/
- /201/ SIDNEY, B.J. OPTIMAL SINGLE-MACHINE SCHEDULING WITH EARLINESS PENALTIES, Operations Research, Vol.25, No.1, (pp: 62-69), /1977/
- /202/ SIMIĆ, D. OSNOVI KIBERNETIKE, Naučna knjiga, /1981/
- /203/ SKOKO, H. OPTIMALNE KOMBINACIJE FAKTORA ČOVEK-STROJ, Informator, Zagreb, /1986/
- /204/ SORAD, DJ. EKONOMSKO-MATEMATICKI METODI I MODELI, Ekonomski fakultet, Subotica, /1979/
- /205/ SORAD, DJ. MATEMATICKI METODI ZA PLANERE I ANALITICARE, Zavod za ekonom. ekspertize, Beograd, /1978/

- /206/ SORAK, M. PRILOG RJEŠENJU PROBLEMA IZBORA OPTIMALNOG REDOSLEDA POSLOVA U SERIJSKOJ PROIZVODNJI, (doktorska disertacija), FON, Beograd, /1988/
- /207/ SPASIĆ, A.Z. DIMITRIJEVIĆ- MARKOVIĆ, Z.LJ. FILIPOVIĆ, D.M. INFORMACIONA INTEGRACIJA PREDUZECA-CIM integracija menadžmenta i kvaliteta, Naučna knjiga, Beograd, /1994/
- /208/ STANIĆ, J. UVOD U TEHNOEKONOMSKU OPTIMIZACIJU, Mašinski fakultet, Beograd, /1988/
- /209/ STANIVUKOVIĆ, D. ISTRAŽIVANJE MOGUĆNOSTI POVIŠENJA EFEKTIVNOSTI AUTOMATSKIH LINIJA U MAŠINSTVU (doktorska disertacija), FTN-Novi Sad, /1983/
- /210/ STARKOVSKI, B. KOMPLEKSNI MODEL URAVNOTEŽENJA KAPACITETA MONTAŽNIH LINIJA, (doktorska disertacija), FTN, Novi Sad, /1976/
- /211/ SZWARC, W. OPTIMAL TWO-MACHINE ORDERING IN THE (3xn) FLOW-SHOP PROBLEM, Operations Research, Vol.25, No.1, (pp: 70-77), /1977/
- /212/ TAVORSKAK, D. STUDIJ RADA, Tehnička knjiga, Zagreb, /1987/
- /213/ TAVORSKAK, D. REALNO VRIJEME-TEMELJ DOBROG PLANIRANJA PROIZVODNJE, Zbornik "Pristup unapredjenju upravljanja proizvodnjom", Zagreb, /1989/
- /214/ THOMOPOULOS, N. LINE BALANCING-SEQUENCING FOR MIXED MODEL ASSEMBLY, Management Science, Vol.14, No.2, (pp: B59-B75) /1967/
- /215/ TONGE, M.F. ASSEMBLY LINE BALANCING USING PROBABILISTIC COMBINATIONS OF HEURISTICS, Management Science, Vol.11, No.7, (pp: 727-735), /1965/
- /216/ VUKADINOVIĆ, S. MASOVNO OPSLUŽIVANJE, Naučna knjiga, Beograd, /1986/
- /217/ VANI, V. RAGHAVACHARI, M. DETERMINISTIC AND RANDOM SINGLE MACHINE SEQUENCING WITH VARIANCE MINIMIZATION, Operations Research, Vol.35, No.1, (pp: 111-120), /1987/
- /218/ VEŠOVIĆ, V. (redaktor) ORGANIZACIJA I UPRAVLJANJE POSLOVNIM SISTEMIMA, Naučna knjiga, Beograd, /1987/
- /219/ VUKELJA, D. MIŠKOVIĆ, A. INŽENJERSKE METODE OPTIMIZACIJE SA PRIMERIMA IZ PRAKSE, IRO-"Gradjevinska knjiga" Beograd, /1985/
- /220/ VUKOVIĆ, I. VISOKO OBRAZOVANJE I DRUŠTVENO-EKONOMSKI RAZVOJ, Infomator, Zagreb, /1989/

- /221/ WILD, R. THE TECHNIQUES OF PRODUCTION MANAGEMENT, Rinegard and Winston Ltd., Bristol, /1978/
- /222/ ZECEVIC, I. OPERACIONA ISTRAŽIVANJA, Naučna knjiga, Beograd, /1974/
- /223/ ZELENOVIC, M.D. IIS-KONCEPCIJA U RAZVOJU PROIZVODNIH SISTEMA POVIŠENOG STEPENA FLEKSIBILNOSTI, (crvene sveske), FTN-IIS, Novi Sad, /1986/
- /224/ ZELENOVIC, D. OSNOVE TEORIJE INDUSTRIJSKIH SISTEMA, FTN-IIS, Novi Sad, /1989/
- /225/ ZELENOVIC, M.D. MONTAŽNI SISTEMI, Nauka, Beograd, /1991/
COSIC, I.
- /226/ ZRNIC, DJ. PROJEKTOVANJE FABRIKA, Mašinski fakultet, Beograd, /1993/
- /227/ ŠARIĆ, I. ISTRAŽIVANJE PRIPREME PROIZVODNJE BRODOGRA-
ŠIMUNIĆ, S. DJEVNOG SISTEMA PRACENJEM MATERIJSALNOG TOKA
SIMONE, V. BRODSKE STROJARSKE OPREME, SYM-ORG '89.,
(str.III/139-III/148), Poreč, maj /1989/
- /228/ ŠEŠIĆ, B. OPŠTA METODOLOGIJA, Naučna knjiga, Beograd, /1980/
- /229/ ŠEREŠ, S. KONCEPCIJA INFORMACIONOG SISTEMA ZA UPRAVLJA-
NJE SLOŽENIM SISTEMIMA, Pokrajinski savet za
informatiku, Novi Sad, /1980/
- /230/ ŠIBALIJA, LJ. MATEMATIČKA STRUKTURA PROBLEMA TERMINIRANJA
U INDUSTRIJSKIM PROIZVODNIM SISTEMIMA,
SYM-OP-IS '77., Herceg Novi, (str.495-510),
Oktobar, /1877/
- /231/ ŠIMUNIĆ, S. ORGANIZACIJA PRIPREME PROIZVODNJE U BRODO-
GRADJEVNOJ INDUSTRIJI, SYM-ORG '89.,
(str.III/149-III/156), Poreč, maj /1989/
- /232/ ŠORMAZ, D. RAZVOJ POSTUPAKA URAVNOTEŽENJA PROCESA RADA
U USLOVIMA PRIMENE POSTUPAKA GRUPISANJA I
AUTONOMNIH RADNIH STRUKTURA, (magistarski
rad), FTN Novi Sad, /1985/
- /233/ * * * * * ISKUSTVA-UPRAVLJANJE POSLOVANJEM U SVETU
4-5, Stručni bilten, Beograd, /1980/
- /234/ * * * * * YUGOSLAV JOURNAL OF OPERATIONS RESEARCH,
An international journal dealing with theoret-
ical and computational aspects of operations
research, systems science and management scienc-
e, Vol.(1-5), Beograd, /1991-1995/
- /235/ * * * * * REČNIK IZ OPERACIONIH ISTRAŽIVANJA,
Naučna knjiga, Beograd, /1985/

INDEX: imena, metoda, modela i softvera

A

Adlakha, G. (Edlake), 21

B

Balci, O. (Balči), 157

C

Cauchyev integral (Koši), 63
Clark, E. C. (Klark), 16, 18, 35, 45, 48,
49, 54, 55, 56, 57, 65, 71, 100, 106, 140,
160, 167, 173, 181, 186,
Clingen, C. T. (Klingen), 18
Cramer, C. (Krejma), 59

C

Cerniček, I., 20, 22
Curlin, A., 151, 154

C

Čerić, M., 158
Čosić, I., 25

D

Dodin, B. (Dodin), 21

DJ

Djurićin, D., 22

F

Fulkerson, D. R. (Falkeson), 18

G

Garman, B. M. (Garman), 20
Gass, I. S. (Gas), 21, 157, 158, 174
Gruhl, J. (Gral), 158
Gauss, K. F., 34

J

Jensenova nejednakost
(Džensen), 20

K

Kelley, M. J. (Kejli), 16
Kidd-Grayov algoritam
(Kid-Grej), 124
Kleindorfer, B. G. (Klaidorfa), 20
Kulkarni, V. G. (Kalkarni), 21
Kun, L., 22, 154
Kojić, Z., 154
Kolmogorov-Smirnov test, 188

L

Laplaceov integral, (Laplas), 46
Law, A. M. (Lo), 158
Levenberg-Margurdt
(Levenbe-Magat), 134
Lipovac, D., 150, 153

LJ

Ljapunovi uslovi, 59, 60

M

Markov kontinualni lanac, 21
Martin, J. J. (Martin), 19
McLaurinov red (MekLorin), 60
Metode:

- CGT-analitička, 34, 37, 42, 59, 60,
64, 65, 68, 71, 100, 106, 160, 166, 167,
173, 181, 187,
- grafa, 29
- heurističke, 30, 149, 150, 152
- inverznih funkcija, 106
- kombinatorne, 29
- masovnog opsluživanja, 29, 149,
152, 153
- matematičkog programiranja, 28,
29, 30, 126, 127, 148, 152
- Monte-Carlo (Monte Karlo), 30,
35, 100, 105, 109, 114, 123, 165, 167,
173, 186
- mrežnog planiranja, 29, 127,
149, 152
- redova čekanja, 29, 127
- simulacione, 30, 149, 150, 152
- sistemske dinamike, 30
- teorije igara, 127
- upravljanja zalihama, 128, 149,
152

Mitrinović, D., 73

Mitrofanov, S., 25

Modeli:

- ADN, 86, 135
- AON, 45, 86, 135
- CPM, 17, 28, 32, 47, 80, 123, 135, 146
- GANTTogrami, (Gant), 79, 80, 81
- GERT, 17
- LM, 81, 88
- PDM, 25, 28, 32, 35, 37, 39, 48, 66, 82,
83, 84, 85, 96, 87, , 89, 91, 92, 95, 100,
101, 102, 103, 104, 105, 108, 109, 110,
111, 112, 113, 123, 135, 146, 147, 159,
165, 166, 172, 173, 174, 180, 183, 187
- PERT, 17, 18, 19, 21, 28, 32, 37, 47, 48,
67, 80, 81, 86, 88, 96, 97, 114, 123, 173

-TRANSplanovi, 80
-VERT, VERT-3, 3, 17, 18
Moder, J. J. (Mouda), 19
Munitić, A., 150

N

Nadriljanski, Dj., 158

O

Ostojić-Draškić, J., 154

P

Pearsonov test, (Pirson), 120
Petrić, J., 22, 151, 15
Poasonova raspodela, (Poason), 189
Popović, J., 158

R

Robillard, P. (Roubila), 20
Rodgers, E. G. (Rodžers), 19
Romanovskog test
(Romanovskij), 188
Roy, B. (Rej),

S

Sargent, G. R. (Serdžent), 157, 158
Schellenberger, R. E.
(Šelenbega), 158
Shannon, R. E. (Šenon), 157, 158
Slyke, V. R. (Slejk), 19, 160, 174, 175,
184, 187

Softveri:

-GWBASIC, 128, 129, 149, 150, 152, 153
-Eureka the Solver, 27, 128, 133,
134, 135, 136, 141, 146, 149, 174, 175
-Fortran, 133
-MathCAD, 27, 128, 133, 134, 146, 149,
152, 174
-MatLab, 27
-Matemática, 27
-Primavision, 27, 146
-Primavera Project Planner,
27, 152
-SYMULA, 150
-Turbo Pascal 6.0, 150

Sotirović, V., 150, 153
Stojanović, D., 151, 153, 154

T

Taylorov red (Tejlor), 62, 72
Trahan, M. (Treen), 20

U

Urošević, J., 154, 173
Ustić, M., 25

V

Vukadinović, S., 158
Vuleta, J., 22

W

Walker, R. M. (Uoke), 16
Webster (edicija), 134

Z

Ziegler, B. P. (Zigla), 158
Zelenović, D., 25

S

Sarenac, L., 151

- ▶ Eureka The Solver 1.0 je zaštićeno ime Borland Internacional, Inc.
- ▶ MathCAD 2.5 je zaštićena marka MATHSOFT-a.
- ▶ Matlab 3.7f je zaštićena marka The MathWorks U. S. A.
- ▶ Matematika 2.0 for Windows je zaštićena marka Wolfram Research, Inc.
- ▶ Primavera Project Planner 3.2 & Primavision 3.1 su zaštićene marke Primavera System, Inc.
- ▶ Programi u GWBASIC-u su zaštićeni od strane EMMM.

PRILOZI

P.1 Dodatni prilozi u vezi teorijskog i eksperimentalnog istraživanja:

- ▶ originalni crteži korišćeni u magistarskom radu,
- ▶ sklopni crtež broda G30,
- ▶ 235 nabrojane reference i literature,

nalaze se na Tehničkom fakultetu "Mihajlo Pupin" u Zrenjaninu u laboratoriji za operaciona istraživanja, ul. Dj.Djakovića bb, tel: 023/61-499, 62-248, 62-249, telefax: 023/65-773, Zrenjanin.

P.2 U prilogu ovoga rada su dostavljeni,

PRILOG A:

- ▶ tabele simuliranih vrednosti protočnih vremena pojedinih podmreža (m_{ω}) i proizvodnog ciklusa,

PRILOG B:

- ▶ izvod iz seta tehnoloških listi, za podprojekat G30-SD/31, radnog naloga R12 (T-29/T-42),

PRILOG C:

- ▶ disketna jedinica (floppy disk/360 Kb, 5,25") sa programskim paketom Eureka, gde su kreirane sledeće programske datoteke:

Prilog C1: datoteka za proračun funkcije $P(U_{\alpha/2})$ kao i njene inverzne vrednosti,

Prilog C2: datoteka za proračun funkcija raspodele verovatnoća $\phi[U(P)]$, $\phi[U(f)]$,.....kao i njihovih inverznih vrednosti,

Prilog C3: datoteke TEST-primera M1,...,M10 za proračun superponiranih protočnih vremena.

NAPOMENA: Programski paket Eureka 1.0, kao i novokreirane programske datoteke nisu zaštićene od neovlašćenog kopiranja /11/.

PRILOG A: Tabele simuliranih vrednosti protočnih vremena

(T-19)

n	SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOČNIH VREMENA P(m _ω) (ω=Q)											P ₀	U ₀	P ₀	ΔU ₀	(n) (+)
	m' ₁	m'' ₁	m ₂	m' ₃	m'' ₃	m' ₄	m'' ₄	m ₅	U ₀	P ₀	ΔU ₀					
001	55,1	51,3	97,6	106,5	86,5	21,0	21,8	61,2	324,3	342,3	0	-				
002	58,6	43,9	95,3	97,1	92,2	21,3	18,9	54,9	327,2	327,2	0	+				
003	57,5	49,5	103,4	92,1	99,4	25,9	18,8	66,3	352,5	345,2	7,3	-				
004	56,2	48,8	100,8	99,3	92,3	20,3	21,7	53,3	331,9	330,4	1,4	+				
005	58,4	63,7	102,9	96,7	86,9	20,8	18,1	68,6	352,7	347,4	5,3	-				
006	57,2	56,4	92,3	114,3	95,4	19,6	23,1	64,4	351,5	348,0	3,5	-				
007	57,9	50,4	87,2	94,5	108,9	20,4	22,3	57,4	333,7	317,4	16,3	+				
008	51,3	47,2	89,3	93,8	103,1	21,1	20,1	63,8	328,6	319,3	9,3	+				
009	53,3	51,8	95,0	106,5	95,4	15,9	20,9	61,8	337,6	332,4	5,2	+				
010	53,8	50,1	102,9	98,3	84,5	19,9	21,5	53,1	329,6	328,0	1,6	+				
011	51,6	61,4	84,9	94,1	84,1	17,1	21,9	64,3	326,6	312,0	14,6	+				
012	52,5	62,9	94,4	92,6	108,4	21,4	24,1	63,8	353,6	324,7	28,9	-				
013	55,0	48,3	87,4	96,9	87,9	21,3	22,2	62,6	324,1	323,2	0,9	+				
014	58,8	56,4	100,9	87,3	88,8	23,9	17,0	56,6	328,6	327,1	1,5	+				
015	50,6	51,2	96,6	97,6	104,8	20,3	19,0	60,0	332,9	325,1	7,8	+				
016	54,7	48,5	84,8	107,0	88,2	22,4	19,7	65,8	334,7	334,7	0	+				
017	51,7	53,2	88,3	91,9	69,9	22,8	19,7	60,4	316,6	315,1	1,5	+				
018	57,6	44,1	98,7	98,1	77,5	17,9	22,1	54,4	330,9	326,7	4,2	+				
019	55,7	50,6	92,5	91,9	109,4	23,7	20,4	56,9	338,2	320,7	17,5	+				
020	50,6	50,3	102,9	106,2	102,5	22,6	20,9	67,3	349,6	349,6	0	-				
021	52,1	56,8	96,1	88,8	90,4	23,0	18,6	65,0	331,3	325,0	6,3	+				
022	56,6	47,1	95,9	91,6	91,8	20,0	21,5	61,1	326,6	324,9	1,7	+				
023	53,9	51,1	107,8	102,9	93,5	23,6	16,7	61,6	349,8	349,8	0	-				
024	58,4	47,1	95,2	102,8	101,7	22,1	19,2	62,2	340,7	340,7	0	-				
025	55,5	56,2	88,6	84,7	86,5	19,3	18,9	64,7	315,3	312,8	2,5	+				
026	55,4	45,1	99,3	105,4	103,4	21,1	15,9	59,9	341,1	341,1	0	-				
027	60,5	46,9	97,1	98,5	105,6	23,8	19,1	65,3	352,3	345,2	7,1	-				
028	55,1	54,1	92,0	85,1	90,7	20,5	19,0	57,9	316,2	310,8	5,4	+				
029	52,2	54,0	96,6	100,6	95,8	20,2	23,3	61,2	335,7	330,8	4,9	+				
030	56,9	42,5	100,8	90,8	102,5	21,7	19,9	62,8	344,7	333,0	11,7	-				
031	56,0	52,3	89,3	93,7	90,9	21,9	19,8	60,2	321,1	321,1	0	+				
032	55,1	52,2	95,2	97,7	90,4	22,2	21,3	65,0	335,2	335,2	0	+				
033	54,8	53,2	98,9	84,0	96,3	20,7	20,5	61,3	332,0	319,7	12,3	+				
034	55,1	50,9	96,6	101,0	89,6	23,5	22,0	61,7	338,2	338,2	0	+				
035	53,2	55,1	94,2	99,0	85,0	21,9	19,4	62,6	332,8	330,9	1,9	+				
036	56,4	52,9	87,1	95,8	98,5	19,5	22,0	59,9	333,9	328,7	5,2	+				
037	55,9	55,7	97,4	95,9	91,0	19,7	20,4	61,2	320,8	320,1	0,7	+				
038	53,7	55,9	93,4	102,0	88,9	19,9	18,2	59,0	330,2	328,0	2,2	+				
039	55,7	42,8	95,9	98,8	95,1	21,5	20,0	60,8	332,7	332,7	0	+				
040	57,5	52,6	87,4	104,1	83,7	20,4	18,6	65,8	335,2	335,2	0	+				

(T-20)

n	SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOČNIH VREMENA P(m _ω)											P ₀	U ₀	P ₀	ΔU ₀	(n) (+)
	m' ₁	m'' ₁	m ₂	m' ₃	m'' ₃	m' ₄	m'' ₄	m ₅	U ₀	P ₀	ΔU ₀					
041	51,7	46,4	102,0	88,3	72,8	21,4	22,3	64,8	329,1	328,2	0,9	+				
042	54,3	49,7	93,4	92,3	125,0	21,4	17,8	61,2	355,3	322,6	32,7	-				
043	55,4	53,6	96,1	90,4	75,7	18,9	20,8	59,9	330,6	329,7	0,9	+				
044	51,7	51,5	99,4	106,4	92,3	20,6	19,8	65,3	345,6	343,4	2,2	-				
045	58,0	54,9	96,1	94,2	101,3	20,4	17,7	68,1	343,9	336,8	7,1	-				
046	55,3	44,7	93,5	95,1	104,9	23,4	18,2	61,0	338,1	328,3	9,8	+				
047	61,0	49,4	103,9	97,1	86,1	23,3	22,4	53,3	338,6	338,6	0	+				
048	53,7	51,9	101,2	95,1	66,7	21,3	19,6	65,3	336,6	336,6	0	+				
049	53,4	56,4	97,5	89,7	98,4	21,5	19,5	60,1	333,9	322,2	11,7	+				
050	58,1	48,6	92,4	97,0	122,2	20,4	22,5	62,7	357,9	330,6	27,3	-				
051	55,1	48,6	92,2	94,3	93,8	21,2	16,4	61,4	324,2	324,2	0	+				
052	53,6	49,9	96,2	108,6	97,1	19,3	19,5	57,4	335,3	335,1	0,2	+				
053	53,7	47,1	94,0	93,2	99,2	20,1	22,5	61,7	331,1	322,7	8,4	+				
054	55,1	45,9	94,5	106,2	88,4	19,4	22,1	59,8	337,7	335,0	2,7	+				
055	53,8	49,8	102,0	104,9	84,7	25,5	21,0	63,7	349,9	349,9	0	-				
056	56,8	49,6	94,2	100,4	75,2	22,2	26,7	74,6	348,2	348,2	0	-				
057	59,2	42,7	85,4	100,8	83,2	22,1	19,7	60,2	327,6	327,6	0	+				
058	52,1	54,0	89,1	93,1	109,2	19,5	19,8	63,0	335,1	316,9	18,2	+				
059	54,3	65,9	104,2	92,2	81,3	20,5	19,3	58,2	341,0	329,4	11,6	-				
060	52,8	52,4	100,9	90,0	104,7	23,6	17,2	63,1	345,1	330,4	14,7	-				
061	51,1	53,5	95,2	103,8	102,5	21,1	20,7	63,6	337,2	334,8	2,4	+				
062	54,4	54,3	95,8	89,9	94,3	21,0	18,0	56,7	322,2	317,8	4,4	+				
063	54,1	50,4	96,6	103,9	95,1	20,4	17,7	62,3	337,3	337,3	0	+				
064	59,5	51,1	101,5	94,7	106,5	21,2	16,6	61,0	349,7	337,9	11,8	-				
065	56,3	45,8	93,4	96,5	79,5	22,6	17,3	61,0	329,8	329,8	0	-				
066	50,0	48,6	101,3	98,5	96,5	19,8	23,7	61,4	334,9	331,0	3,9	+				
067	50,2	57,8	90,5	90,0	100,6	22,1	18,1	58,8	319,2	311,6	7,6	+				
068	57,9	47,9	95,9	103,2	75,5	22,0	20,8	59,0	337,4	337,4	0	+				
069	52,2	57,2	97,7	95,9	100,7	18,5	21,9	62,3	339,8	326,6	13,2	+				
070	55,9	55,4	100,9	98,2	82,2	16,8	17,7	57,1	329,8	328,9	0,9	+				
071	54,4	52,5	95,5	99,6	87,4	22,8	17,9	63,3	335,6	335,6	0	+				
072	55,5	52,8	94,5	93,1	81,0	20,2	22,1	63,1	328,3	326,4	1,9	+				
073	52,7	56,8	97,4	90,0	99,5	22,0	21,1	64,4	340,1	326,5	13,6	-				
074	56,5	47,3	92,0	94,7	91,7	15,7	21,4	56,3	320,9	315,2	5,6	+				
075	54,2	53,3	86,9	97,3	84,1	21,5	22,8	64,5	325,7	324,4	1,3	+				
076	49,9	54,8	110,5	101,8	88,7	21,2	17,3	60,5	348,8	343,9	4,9	-				
077	54,5	54,9	102,3	96,6	82,0	21,2	17,4	63,5	338,5	338,1	0,4	+				
078	56,7	55,0	95,3	85,4	84,5	21,7	18,6	55,7	314,8	314,8	0	+				
079	54,9	53,6	97,5	104,9	77,4	22,9	18,7	68,4	348,6	348,6	0	-				
080	54,7	49,0	85,5	96,4	82,6	17,2	22,1	57,0	315,7	310,8	4,9	+				

SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOCNIH VREMENA P(m_ω)

n	m					m'					P _c ⁿ	U _{cp} ⁿ	ΔU _{cp} ⁽⁻⁾ ΔU _{cp} ⁽⁺⁾
	m ₁ ⁿ	m ₂ ⁿ	m ₃ ⁿ	m ₄ ⁿ	m ₅ ⁿ	m' ₃	m' ₄	m' ₅	m' ₆	m' ₇			
081	57,6	39,2	81,0	105,6	77,0	23,4	20,6	63,0	331,5	331,5	0	+	
082	56,2	49,7	97,3	96,7	77,0	20,5	18,7	63,8	334,5	334,5	0	+	
083	50,6	55,2	99,4	97,8	103,0	19,1	20,1	57,0	336,5	324,8	11,7	+	
084	55,3	55,2	93,5	103,8	99,6	21,8	21,3	62,4	336,8	336,8	0	+	
085	55,0	52,8	96,7	98,8	78,0	22,0	22,6	55,7	330,0	330,0	0	+	
086	55,4	44,7	96,6	103,1	78,0	21,5	18,7	61,0	338,5	338,5	0	+	
087	57,6	43,4	92,6	104,1	82,2	23,6	19,8	63,4	341,3	341,3	0	-	
088	52,7	43,6	104,1	103,8	86,0	22,8	17,8	61,6	345,0	345,0	0	-	
089	59,7	48,0	92,8	95,0	70,2	21,3	17,8	63,5	333,2	333,2	0	+	
090	49,4	48,4	91,7	94,7	80,6	18,0	19,0	65,5	320,3	320,2	0,1	+	
091	51,8	46,0	98,8	108,2	98,0	19,3	15,0	57,8	335,0	335,0	0	+	
092	57,1	40,0	97,7	103,8	85,4	17,5	20,5	63,2	342,3	339,3	3,0	-	
093	56,1	44,0	99,1	102,2	82,4	22,0	18,0	63,6	343,0	343,0	0	-	
094	55,6	48,0	91,7	90,6	107,0	19,0	25,7	62,5	342,5	320,3	22,2	-	
095	52,4	53,2	98,1	96,7	92,7	21,7	19,3	55,1	324,8	324,0	0,8	+	
096	57,2	49,3	90,0	96,0	96,6	20,3	21,2	59,5	334,7	333,8	0,9	+	
097	57,4	50,0	98,0	100,0	73,3	22,1	18,3	65,2	343,6	343,6	0	-	
098	56,2	51,6	96,4	99,1	107,4	21,4	19,1	59,4	340,8	332,5	8,3	-	
099	56,2	47,8	91,0	99,0	105,3	23,4	22,6	63,7	339,6	334,2	5,4	+	
100	52,0	50,3	100,6	91,4	76,3	23,3	17,7	60,7	328,0	328,0	0	+	
101	54,0	47,2	99,8	99,3	79,2	18,7	20,2	59,2	332,5	331,0	1,5	+	
102	58,1	52,2	95,3	93,6	100,8	23,1	17,7	58,3	335,6	328,4	7,2	+	
103	54,7	51,6	96,8	99,3	92,1	19,6	19,7	66,3	329,6	326,7	2,9	+	
104	53,8	49,8	86,4	103,5	66,8	20,3	18,2	58,2	322,2	322,2	0	+	
105	57,0	54,5	92,4	99,1	95,6	20,4	16,7	56,1	325,0	325,0	0	+	
106	52,0	55,1	83,7	102,8	91,4	22,4	21,0	62,0	326,0	323,8	2,2	+	
107	58,6	51,5	88,0	96,1	64,1	20,3	18,0	64,4	328,3	328,3	0	+	
108	52,0	50,4	97,1	86,7	76,5	20,2	19,0	57,1	320,5	314,0	6,5	+	
109	52,8	48,0	102,4	93,7	86,6	19,2	23,0	61,0	320,1	320,1	0	+	
110	54,5	48,7	93,5	105,2	96,0	21,1	18,3	60,3	334,6	334,6	0	+	
111	53,0	49,3	91,6	101,3	79,0	23,5	16,8	58,4	328,7	328,7	0	+	
112	51,0	51,0	93,2	102,3	103,4	19,2	19,5	55,2	323,2	321,8	1,4	+	
113	52,8	53,5	91,6	103,2	91,4	23,0	21,3	61,7	333,0	333,2	0,2	+	
114	52,4	46,7	88,8	103,4	69,6	22,6	19,6	61,4	328,6	328,6	0	+	
115	54,6	54,1	92,3	96,4	83,6	20,0	20,8	68,0	332,2	332,2	0	+	
116	53,8	53,2	94,6	98,5	80,2	17,7	19,8	59,0	326,6	324,5	2,1	+	
117	52,6	46,8	93,8	104,6	72,4	18,8	18,1	65,8	335,6	335,6	0	+	
118	55,7	46,0	96,2	102,2	101,7	18,4	21,1	66,3	341,5	338,8	2,7	-	
119	54,2	47,5	97,0	95,4	81,8	21,6	24,3	57,2	329,0	326,3	2,7	+	
120	51,3	53,2	98,0	99,1	93,3	21,6	17,3	64,0	335,0	334,0	1,0	+	

SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOCNIH VREMENA P(m_ω)

n	m					m'					P _c ⁿ	U _{cp} ⁿ	ΔU _{cp} ⁽⁻⁾ ΔU _{cp} ⁽⁺⁾
	m ₁ ⁿ	m ₂ ⁿ	m ₃ ⁿ	m ₄ ⁿ	m ₅ ⁿ	m' ₃	m' ₄	m' ₅	m' ₆	m' ₇			
121	53,3	51,0	84,5	92,8	107,8	22,4	17,1	65,0	333,0	318,0	15,0	+	
122	50,3	46,7	96,4	102,6	111,8	22,0	25,5	65,7	358,7	346,0	12,7	-	
123	55,0	45,5	91,4	107,8	87,6	18,7	19,6	54,8	329,5	328,6	0,9	+	
124	54,1	51,7	93,0	102,3	90,4	20,6	17,0	59,0	329,0	329,0	0	+	
125	52,6	54,0	84,2	91,7	87,9	22,5	21,3	62,2	315,5	313,2	2,3	+	
126	53,4	48,0	88,3	97,4	82,0	22,3	20,3	55,5	316,0	316,0	0	+	
127	55,3	50,7	102,0	91,7	83,6	19,0	19,1	60,7	328,8	328,7	0,1	+	
128	55,8	54,6	89,2	100,1	85,1	20,6	15,1	63,7	329,4	329,4	0	+	
129	57,0	57,5	88,4	94,7	75,9	23,7	20,5	66,1	320,8	320,8	0	+	
130	55,6	45,5	94,5	107,7	83,7	20,6	20,2	57,0	336,3	336,3	0	+	
131	55,4	55,6	97,1	99,6	105,8	22,2	20,4	60,6	341,3	334,0	7,3	-	
132	57,1	57,0	91,0	98,8	89,1	20,2	20,8	60,8	330,2	328,8	1,4	+	
133	53,1	43,8	95,7	94,0	93,8	19,2	19,0	57,2	320,1	320,1	0	+	
134	57,8	47,4	96,3	91,7	89,1	20,0	17,7	56,0	321,8	321,8	0	+	
135	55,2	48,2	102,1	105,4	99,4	18,9	21,6	60,0	344,3	341,6	2,7	-	
136	51,8	47,2	98,0	90,0	89,6	19,5	19,6	58,8	319,1	319,0	0,1	+	
137	54,3	50,7	97,1	98,2	100,0	17,0	22,2	58,4	332,0	325,0	7,0	+	
138	55,1	49,3	89,1	107,0	74,7	19,7	17,4	52,0	323,8	323,8	0	+	
139	52,3	55,4	90,1	102,1	82,0	20,2	21,2	56,1	324,0	320,8	3,2	+	
140	54,3	47,7	87,3	92,5	91,0	23,0	20,7	61,6	318,7	318,7	0	+	
141	59,6	42,3	85,7	100,5	79,0	23,5	19,7	61,4	330,7	330,7	0	+	
142	50,4	56,0	97,8	91,2	79,0	19,8	22,3	62,0	331,1	322,1	9,0	+	
143	50,5	50,0	88,4	103,6	76,2	22,3	23,1	57,0	323,0	322,7	1,2	+	
144	56,3	47,0	91,3	98,3	84,6	18,3	22,1	60,0	337,0	333,2	3,8	+	
145	56,8	52,5	98,0	101,8	105,1	21,1	18,2	62,7	343,7	340,4	3,3	-	
146	56,4	47,0	100,3	94,4	83,6	23,7	20,4	58,1	332,0	332,0	0	+	
147	53,7	52,5	96,8	99,5	81,5	23,3	20,4	56,1	329,4	329,4	0	+	
148	52,6	48,7	97,6	98,6	104,2	23,0	17,0	63,2	341,5	335,0	6,5	-	
149	55,3	47,3	95,3	112,0	99,1	21,6	19,8	63,8	348,0	348,0	0	-	
150	55,4	45,2	93,1	104,8	69,2	19,3	17,0	60,0	332,6	332,6	0	+	
151	55,5	57,8	86,8	104,7	99,6	17,7	23,5	60,3	333,1	325,0	8,1	+	
152	56,0	51,0	93,1	103,1	107,2	19,6	17,1	54,5	331,3	327,2	4,1	+	
153	54,4	44,0	94,8	105,2	101,3	21,5	20,7	64,5	340,4	340,4	0	-	
154	56,2	55,0	96,2	100,3	109,0	20,5	15,8	63,0	344,0	336,2	7,8	-	
155	53,0	56,5	86,8	100,6	107,3	19,0	19,0	61,8	332,3	332,1	0,2	+	
156	54,2	52,8	91,1	99,0	100,8	21,5	21,1	57,6	325,2	324,3	0,9	+	
157	51,4	48,1	93,0	97,1	102,7	18,4	19,7	59,1	326,8	319,0	7,8	+	
158	56,4	57,0	93,5	98,0	98,4	20,0	18,8	58,1	328,4	326,0	2,4	+	
159	52,4	55,6	94,0	96,1	102,8	19,3	18,7	66,7	339,3	329,4	9,9	+	
160	56,1	49,0	94,5	104,2	94,7	16,0	16,0	63,1	335,0	335,0	0	+	

SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOCNIH VREMENA P(m_ω)

n	m' ₁	m' ₂	m' ₃	m' ₃	m' ₄	m' ₄	m' ₅	U _{cp}	P _c	ΔU _{cp} (n)	(n)	
241	54,2	55,6	94,9	90,0	100,2	21,0	17,5	54,5	326,2	314,6	11,6	+
242	54,9	54,1	89,8	94,0	79,6	17,7	19,1	66,9	324,7	323,3	1,4	+
243	55,5	47,5	97,1	99,3	89,4	22,8	22,3	61,2	335,9	335,9	0	+
244	59,3	50,0	88,0	92,3	90,3	19,5	20,2	58,5	318,3	317,6	0,7	+
245	55,2	54,7	96,7	89,3	105,6	22,6	22,2	62,4	341,9	326,2	15,7	-
246	56,9	55,6	105,4	85,5	74,5	20,3	22,7	57,5	328,0	325,6	2,4	+
247	53,8	54,3	89,7	98,6	100,4	22,7	19,8	67,2	334,3	332,0	2,3	+
248	57,3	49,6	89,3	99,0	72,5	19,5	21,1	60,1	325,8	325,2	0,6	+
249	55,3	57,3	86,1	86,1	91,1	22,4	20,5	59,0	315,9	308,9	7,0	+
250	55,8	45,8	96,1	91,1	96,8	21,5	17,8	63,5	333,7	328,0	5,7	+
251	55,4	45,5	94,5	104,2	99,6	21,1	20,9	58,4	333,6	333,6	0	+
252	51,9	45,0	89,7	104,7	86,9	23,1	22,1	58,5	327,9	327,9	0	+
253	55,8	47,0	94,3	102,2	92,5	17,7	19,8	69,8	344,9	339,8	2,1	-
254	56,0	54,2	97,5	104,5	91,9	21,1	19,7	62,7	341,8	341,8	0	-
255	54,1	44,4	96,2	92,7	117,7	22,8	21,1	59,6	350,4	335,4	15,0	-
256	54,0	59,9	98,9	100,4	78,3	24,0	19,9	60,3	343,5	337,6	5,9	-
257	57,2	48,9	99,3	96,6	67,3	24,0	17,6	60,7	337,8	337,8	0	+
258	55,5	51,9	85,0	91,8	66,4	20,4	16,4	65,5	318,2	318,2	0	+
259	55,5	46,6	92,8	96,6	77,5	22,3	23,0	63,9	331,8	331,1	0	+
260	55,9	48,0	93,8	92,5	81,1	18,8	21,1	67,4	330,7	328,4	2,3	+
261	54,5	53,7	99,7	104,2	77,6	20,1	17,9	64,1	342,6	342,6	0	-
262	57,5	57,4	91,8	107,3	71,4	20,7	18,7	66,2	343,5	343,5	0	-
263	57,7	41,0	98,3	110,8	97,0	17,6	18,5	57,2	342,5	341,6	0,9	-
264	57,8	50,3	98,8	95,1	92,0	23,9	19,4	57,5	333,1	333,1	0	+
265	52,1	56,1	92,2	99,0	84,0	20,2	28,3	60,8	328,3	324,3	4,0	+
266	52,5	52,9	94,3	97,4	96,7	17,1	19,8	57,5	321,9	318,8	3,1	+
267	59,1	49,5	95,7	96,7	71,6	24,6	18,7	62,2	338,3	338,3	0	+
268	52,3	50,2	92,3	82,8	89,7	19,7	20,5	56,4	311,2	303,6	7,6	+
269	55,0	51,1	88,7	110,2	94,7	22,0	22,1	55,8	331,8	331,7	0,1	+
270	54,3	54,9	102,1	97,9	93,4	19,6	21,6	58,7	335,2	332,6	2,6	+
271	55,0	50,9	86,1	95,6	78,8	22,3	22,2	57,9	316,9	316,9	0	+
272	56,9	52,6	96,7	101,9	99,2	21,7	22,8	63,2	341,5	340,4	1,1	-
273	57,6	50,7	96,7	99,3	87,1	17,1	21,8	64,0	339,4	334,7	4,7	+
274	55,0	54,0	94,0	101,4	68,8	21,3	20,8	61,7	333,4	333,4	0	+
275	55,6	47,1	106,0	89,9	74,5	23,7	20,1	62,9	338,1	338,1	0	+
276	51,4	55,8	95,6	99,7	96,1	22,3	19,2	65,9	339,3	334,9	4,4	+
277	54,7	54,3	103,8	108,2	93,1	16,5	21,0	64,8	352,5	348,0	4,5	-
278	57,2	54,9	93,5	102,4	92,1	22,7	18,3	63,5	339,3	339,3	0	+
279	57,0	56,5	100,0	92,4	107,5	17,1	22,5	61,8	348,8	348,8	0	+
280	52,0	50,1	99,5	84,4	92,8	20,3	26,9	56,5	321,1	312,7	8,4	+

SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOCNIH VREMENA P(m_ω)

n	m' ₁	m' ₂	m' ₃	m' ₃	m' ₄	m' ₄	m' ₅	U _{cp}	P _c	ΔU _{cp} (n)	(n)	
281	58,6	48,2	97,5	98,6	84,6	21,3	18,6	61,8	337,8	337,8	0	+
282	52,9	51,4	98,9	78,8	85,1	19,6	20,3	63,0	320,2	313,2	7,0	-
283	52,8	45,6	97,0	95,3	89,8	22,7	19,4	59,5	327,3	327,3	0	+
284	54,5	61,7	97,5	88,8	74,3	20,1	21,3	58,4	327,7	319,3	8,4	+
285	53,9	55,0	96,7	95,5	75,0	21,3	22,2	62,2	331,6	329,6	2,0	+
286	51,9	51,2	95,7	86,3	79,8	21,9	18,2	69,4	325,2	325,2	0	+
287	52,8	42,9	89,7	96,5	99,4	20,4	19,5	57,3	319,6	316,7	2,9	+
288	52,5	49,2	100,4	98,4	78,6	17,7	17,0	63,0	332,0	332,0	0	+
289	54,7	52,6	102,4	87,1	97,5	19,4	21,2	63,0	338,8	326,6	12,2	+
290	53,8	48,1	87,2	98,1	80,9	22,9	18,8	61,6	323,6	326,6	0	+
291	52,6	45,2	86,7	92,2	74,1	17,0	21,6	62,0	315,1	310,5	4,6	+
292	55,7	53,6	96,6	93,8	81,6	22,5	20,2	62,0	330,6	330,6	0	+
293	53,5	52,9	99,4	99,4	91,4	20,9	22,9	55,9	331,6	329,6	2,0	+
294	53,3	46,5	91,4	90,5	104,4	22,9	20,4	61,8	333,8	319,9	13,9	+
295	59,3	55,0	96,4	87,1	105,9	22,0	18,0	53,8	337,4	318,6	18,8	+
296	54,2	44,8	87,6	90,7	88,0	18,9	21,6	66,8	320,9	318,2	2,7	+
297	52,6	49,0	95,9	102,4	102,0	20,4	16,6	63,8	335,1	335,1	0	+
298	53,4	43,9	91,3	110,2	78,1	16,7	21,6	55,4	331,9	327,0	4,9	+
299	52,8	46,1	85,2	88,4	95,1	22,1	19,0	59,1	314,3	307,6	6,7	+
300	56,3	54,6	90,3	93,5	89,0	18,0	15,9	67,5	325,6	325,6	0	+
301	52,4	46,1	86,7	96,7	88,1	21,7	16,9	56,8	314,3	314,3	0	+
302	54,0	55,5	100,3	94,7	74,9	21,6	22,2	55,3	328,0	325,9	2,1	+
303	54,9	57,0	99,1	94,4	89,7	21,3	19,5	64,9	336,7	334,6	2,1	+
304	53,7	43,2	99,9	96,2	95,4	17,6	21,5	60,7	332,0	328,1	1,9	+
305	56,4	53,8	99,6	100,5	89,7	18,0	23,3	65,0	344,8	339,5	5,3	-
306	52,3	49,2	93,1	106,2	108,2	20,4	20,3	62,5	336,5	334,5	2,0	+
307	54,5	51,8	98,1	103,9	79,3	20,8	16,8	65,2	342,5	342,5	0	-
308	56,0	44,0	94,1	93,6	86,6	17,8	19,6	58,0	321,3	319,5	1,8	+
309	54,3	49,7	99,9	98,4	82,3	19,4	17,8	61,4	333,4	333,4	0	+
310	56,3	49,4	94,2	99,9	105,8	21,1	19,6	60,4	337,8	331,9	5,9	+
311	55,7	48,0	86,4	94,9	81,5	20,8	23,0	59,0	319,0	316,8	2,2	+
312	60,2	51,7	93,1	98,6	77,9	22,1	18,7	66,6	340,6	340,6	0	-
313	54,5	46,4	98,2	102,4	89,5	25,6	27,4	64,7	345,4	345,4	0	-
314	59,8	54,8	99,3	101,0	85,2	18,2	23,4	63,0	346,5	341,9	4,6	-
315	49,3	49,6	99,9	99,3	76,5	20,9	29,6	56,1	322,5	319,5	3,0	+
316	48,1	54,7	98,1	103,7	64,0	19,9	21,0	62,0	339,5	331,8	7,7	+
317	56,9	53,8	99,7	101,1	91,5	24,4	20,1	63,0	345,1	345,1	0	-
318	53,2	57,6	104,0	105,0	92,8	21,7	18,7	67,8	356,1	351,7	4,4	-
319	54,5	47,6	86,8	89,3	61,9	19,2	17,3	56,8	306,6	306,6	0	+
320	53,6	47,0	100,8	97,1	97,0	21,8	20,0	59,3	332,6	332,6	0	+

SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOCNIH VREMENA P(m_ω)

n	m' ₁	m'' ₁	m ₂	m' ₃	m'' ₃	m' ₄	m'' ₄	m ₅	U _{CP}	P _{CP}	ΔU _{CP}	(-) (+)
321	54,8	48,2	90,5	94,8	97,9	20,7	18,3	54,3	327,2	324,1	3,1	+
322	55,9	51,2	85,7	102,0	89,2	21,4	18,2	62,1	327,1	327,1	0	+
323	55,1	49,1	105,0	108,8	93,2	22,3	22,5	55,8	347,2	347,0	0,2	-
324	57,2	45,4	94,0	96,2	77,6	20,8	20,5	62,3	330,5	330,5	0	+
325	51,3	54,8	95,0	98,4	95,0	24,0	21,1	61,8	334,0	330,5	3,5	+
326	57,7	52,8	93,2	102,9	86,4	21,0	21,2	64,9	342,0	339,8	2,2	-
327	53,4	52,5	99,4	94,9	97,9	20,1	20,0	61,1	331,9	328,9	3,0	+
328	54,0	53,3	103,1	94,2	77,9	21,4	20,5	60,6	333,3	333,3	0	+
329	52,5	53,5	91,2	93,0	70,1	23,0	20,6	61,4	322,1	321,1	1,0	+
330	58,3	56,4	87,0	91,1	71,6	18,8	16,9	62,0	317,2	317,2	0	+
331	51,9	51,3	85,6	105,1	101,2	20,0	21,7	52,0	316,3	314,6	1,7	+
332	55,4	47,2	98,8	94,0	105,9	17,6	22,2	63,2	345,5	329,0	16,5	-
333	51,8	52,9	85,7	96,1	92,1	21,3	21,9	57,5	314,1	312,4	1,7	+
334	49,9	47,0	94,8	105,1	76,6	15,7	21,8	61,2	332,8	326,9	6,1	+
335	57,6	55,0	101,1	92,5	104,9	22,0	16,7	53,7	339,3	326,9	12,4	+
336	52,9	48,7	100,4	93,6	98,7	21,1	20,2	59,6	332,7	327,6	5,1	+
337	56,5	56,8	93,4	107,9	102,1	21,6	19,3	68,6	348,3	348,0	0,3	-
338	53,7	52,0	97,0	101,5	75,2	23,9	20,1	61,5	337,6	337,6	0	+
339	54,0	47,9	100,1	87,7	78,8	21,4	19,7	61,1	324,3	324,3	0	+
340	56,5	52,5	97,9	88,1	81,1	18,7	18,0	62,8	324,9	324,9	0	+
341	51,9	52,4	100,4	100,6	63,7	20,7	20,0	62,8	336,9	336,4	0,5	+
342	53,1	52,0	96,2	104,2	72,2	19,0	20,6	55,4	329,5	327,9	1,6	+
343	51,7	48,0	97,0	97,4	88,3	17,6	15,6	66,0	329,7	329,7	0	+
344	52,0	57,9	103,9	96,8	72,7	16,9	22,2	63,2	344,0	332,8	11,2	-
345	55,4	51,9	93,8	101,1	89,6	22,4	20,9	57,5	330,2	330,2	0	+
346	57,6	45,7	98,6	99,9	94,3	18,1	22,8	65,7	344,6	339,9	4,7	-
347	55,9	48,7	97,9	93,4	86,9	21,5	17,1	69,0	337,7	337,7	0	+
348	55,4	53,0	92,5	83,1	73,2	22,7	23,7	62,5	317,2	316,2	1,0	+
349	50,0	51,4	102,4	85,6	100,0	21,4	17,8	57,3	332,5	316,7	15,8	+
350	51,0	57,0	97,8	102,5	84,5	22,9	18,4	63,7	349,9	337,9	12,0	-
351	52,9	50,2	99,8	98,5	86,1	22,2	19,0	63,7	342,6	337,3	5,3	-
352	52,8	46,6	103,2	94,0	93,4	19,7	18,7	60,6	330,6	330,6	0	+
353	58,1	53,4	89,4	91,4	79,0	25,4	19,3	67,3	331,6	331,6	0	+
354	54,7	47,3	94,7	103,5	79,6	21,2	17,9	55,8	329,9	329,9	0	+
355	55,3	51,3	96,1	96,7	102,2	20,3	19,9	64,0	337,9	332,4	5,3	+
356	58,4	60,5	93,3	96,9	93,4	22,5	21,2	57,9	331,1	329,0	2,1	+
357	56,2	54,2	97,5	97,3	82,2	22,2	19,1	60,9	334,1	334,1	0	+
358	52,5	52,3	91,1	98,5	77,4	23,2	16,4	57,2	322,5	322,5	0	+
359	52,8	50,6	96,7	93,4	83,0	19,2	22,1	62,8	327,8	324,9	2,9	+
360	53,5	54,1	100,1	107,0	69,9	21,4	19,5	56,2	338,8	338,2	0,6	+

SIMULIRANE VREDNOSTI PROTOCNIH VREMENA P(m_ω)

n	m' ₁	m'' ₁	m ₂	m' ₃	m'' ₃	m' ₄	m'' ₄	m ₅	U _{CP}	P _{CP}	ΔU _{CP}	(-) (+)
361	57,8	45,2	96,4	81,6	72,5	18,3	20,9	52,9	309,6	309,6	0	+
362	56,2	49,6	98,1	103,5	75,4	20,8	16,5	62,2	340,8	340,8	0	+
363	52,9	56,4	96,1	105,4	83,6	19,1	24,5	61,7	344,1	335,2	8,9	-
364	54,0	52,4	93,9	99,8	108,7	19,2	22,1	59,2	337,9	326,1	11,8	+
365	58,3	47,9	90,5	102,3	67,4	21,9	18,1	64,4	337,4	337,4	0	+
366	56,9	49,5	99,2	99,6	85,0	17,3	22,7	63,2	341,6	336,2	5,4	-
367	58,3	52,4	97,8	107,2	78,8	19,0	22,8	59,4	345,5	341,7	3,8	-
368	53,4	48,6	97,0	86,4	91,5	20,1	14,5	60,9	343,9	317,8	26,1	-
369	51,9	51,3	92,8	92,5	109,0	22,1	20,8	64,8	340,6	324,1	16,5	-
370	50,8	45,9	98,1	110,9	99,9	20,2	18,0	68,6	348,6	348,6	0	-
371	53,1	47,4	110,4	104,8	100,8	18,5	19,1	66,8	354,5	353,3	1,2	-
372	55,6	49,0	90,1	99,6	84,4	23,6	17,8	65,3	334,4	334,4	0	+
373	56,1	53,3	96,0	98,3	68,4	22,7	19,8	63,0	336,1	336,1	0	+
374	56,2	54,0	92,7	99,1	92,6	20,8	21,7	64,7	334,4	333,5	0,9	+
375	50,3	38,8	96,3	89,6	86,0	22,0	22,2	65,3	323,7	323,5	0,2	+
376	59,0	41,7	87,8	93,3	88,9	20,9	21,3	64,7	326,1	325,7	0,4	+
377	52,4	47,6	91,9	101,3	87,4	22,9	23,2	55,1	324,0	323,5	0,5	+
378	53,9	46,3	102,0	88,9	73,7	19,2	20,2	64,3	329,3	328,3	1,0	+
379	54,9	53,8	87,8	93,2	90,9	23,6	23,1	62,5	322,0	322,0	0	+
380	57,3	48,6	95,1	88,4	87,4	22,3	18,5	64,8	327,9	327,9	0	+
381	58,2	52,9	96,7	102,8	116,4	22,9	20,8	59,9	354,1	340,5	13,6	-
382	51,2	55,8	94,9	98,7	96,7	16,6	21,2	55,1	325,7	316,5	9,2	+
383	54,2	49,4	89,4	91,5	82,9	19,3	20,3	56,8	312,2	311,5	0,7	+
384	52,6	48,6	100,7	107,0	100,4	19,6	20,6	60,4	341,3	340,3	1,0	-
385	57,0	45,2	85,1	96,8	88,5	23,8	19,1	54,4	317,1	317,1	0	+
386	56,5	56,8	96,6	87,4	79,8	20,2	21,1	57,0	318,9	317,7	1,2	+
387	58,8	50,0	103,2	87,3	81,8	20,8	16,8	61,3	331,4	331,4	0	+
388	57,7	47,9	93,5	90,5	69,1	21,2	19,4	58,8	321,7	321,7	0	+
389	56,0	47,1	100,2	101,5	83,3	20,1	19,7	59,8	337,6	337,6	0	+
390	54,6	44,5	97,6	105,8	81,2	24,0	20,5	67,5	349,5	349,5	0	-
391	51,0	58,9	94,5	94,2	83,3	18,7	21,7	57,8	327,1	316,2	10,9	+
392	54,9	44,4	93,4	101,8	102,0	19,6	21,1	54,0	325,4	323,7	1,7	+
393	60,5	52,9	95,9	94,4	86,9	23,2	19,2	55,1	329,1	329,1	0	+
394	55,0	48,6	97,1	88,1	86,0	19,9	19,4	64,3	324,4	324,4	0	+
395	57,0	46,6	89,0	101,6	100,5	25,5	17,3	63,2	336,3	336,3	0	+
396	54,1	44,8	92,7	101,1	92,2	23,2	18,6	60,1	330,6	330,6	0	+
397	60,6	47,1	83,7	93,1	85,9	21,0	18,7	58,2	316,6	316,6	0	+
398	50,4	51,5	97,7	93,4	94,4	18,0	21,3	65,1	330,0	324,6	5,4	+
399	55,9	48,2	88,2	91,2	79,0	24,7	17,7	67,7	327,7	327,7	0	+
400	54,4	43,5	93,9	101,8	101,2	21,8	20,2	60,1	332,0	332,0	0	+

TEHNOLOŠKI LIST		OBJEKAT Šula Završna		RADNI NALOG/ RNI2		BRODOGRADILISTE "Bogoj"-ZRENJANIN	
INT. BR./	NAZIV DELA/	630-CSD/31)	STR. BR./	SIFRA/ S F I			
BROJ CRTEZA/	S-31	BROJ RL/					
R. B.	O P I S R A D A	RM	t _i	Tčk (Tm ₀)	σ _{pk}	CP _{pk}	
1.0	OBRAĐA ELEMENATA			595	42	14	637
1.1	OPLOČENJE DNA Poz. 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16. (149m x 18m / m = 2682m ²)	ARP	45				
1.2	OPLOČENJE DNA Poz. 1, 2, 3 (48m x 18m / m = 865m ²)	BM	15				
1.3	OBRAĐA LIMA Poz. 4, 5 * pozanjo, (15,2m x 418m / m = 274m ² / kom) * pregovahnjo, (9,0m x 220m / m = 405m ² / kom) * brusnjo, (50,4m x 20m / m = 905m ² / kom)	ARP	5				
1.4	SAVIJANJE NA PRESI Poz. 3 (0,45m ² / kom x 2kom = 0,9m ²) Poz. 4 (7,45m ² / kom x 2kom = 14,9m ²) Poz. 5 (17,5m ² / kom x 2kom = 25,0m ²) (40,8m ² x 419m / kom = 16850m ²)	BM TP	7 6				
1.5	OBRAĐA HORPTENICE Poz. 24 (17,2m x 18m / kom = 309,6m ²)	ARP	261				
1.6	BOCNI NOSAC NA 5200 (Poz. 28) (28m x 2kom x 18m / m = 1008m ²)	ARP	17				
1.7	OBRAĐA BOCNOG NOSACA NA 6400 Poz. 28 (1,6m x 218m / m = 557m ²)	ARP	10				
1.8	OBRAĐA KOLENA Poz. 906, 907, 908 Del. 14 (8x2,5m x 18m / m = 560m ²)	ARP	6				
1.9	OBRAĐA NEPROPUSNOG REBRA Poz. 100, 101, 102 (1,5m x 2kom x 2,8m / m = 840m ²)	ARP	9				
1.10	OBRAĐA REBRENICE R32, R33, R35 Poz. 105, 106, 108 (16m x 8kom x 18m / m = 2304m ²)	ARP	38				

TEHNOLOŠKI LIST		OBJEKAT Šula Završna		RADNI NALOG/ RNI2		BRODOGRADILISTE "Bogoj"-ZRENJANIN	
INT. BR./	NAZIV DELA/	630-CSD/31)	STR. BR./	SIFRA/ S F I			
BROJ CRTEZA/	S-31	BROJ RL/					
R. B.	O P I S R A D A	RM	t _i	Tčk (Tm ₀)	σ _{pk}	CP _{pk}	
1.11	OBRAĐA REBRA R31, Poz. 109, 104 (20m x 2kom x 18m / m = 720m ²)	ARP	12				
1.12	OBRAĐA PASME Poz. 118, 122, 124 (4,6m x 14kom x 18m / m = 1159m ²)	ARP	19				
1.13	OBRAĐA KRAJEVA REBRENICE Poz. 107, 109, 110, 120, 123, 125 (9,5m x 12kom x 18m / m = 755m ²)	ARP	13				
1.14	OBRAĐA MASKARATE Poz. 500 (28kom x 15m / m = 420m ²)	ARP	7				
1.15	OBRAĐA PLOČE NA VEZ Poz. 502 (92kom x 15m / m = 480m ²)	HM	8				
1.16	OBRAĐA KOLENA, Poz. 900, 901, 902, 903 Delalj 10, Delalj 11 (2,5m x 16kom x 10,5m / m = 420m ²)	ARP	7				
1.17	OBRAĐA ELEMENATA KALJUZE Delalj 16, Poz. 20 (8x1m x 18m / m = 144m ²) Poz. 21 (4x1,5m x 18m / m = 108m ²) Poz. 121 (2x6m x 18m / m = 216m ²) Poz. 904 (2x2,5m x 18m / m = 90m ²) Poz. 23 (2x5m x 18m / m = 180m ²) Delalj 17, Poz. 90 (2kom x 45m / m = 90m ²) Poz. 310 (4kom x 45m / m = 180m ²) Poz. 905 (2kom x 45m / m = 90m ²)	ARP	15				
1.18	OBRAĐA UKREPA (= 100x10) Poz. 210 (10kom x 10,2m) Poz. 214 (2kom x 1,4m) Poz. 221 (12kom x 9,6m) Poz. 222 (2kom x 1,5m) I=3dm Poz. 223 (2kom x 1,5m) Poz. 225 (2kom x 1,6m) Poz. 230 (2kom x 3,5m) Poz. 231 (12kom x 6,7m) * pozanjo i rake (= 100x10) (90m x 6m / m = 216m ²)	HM	9				

KONTROLISAO/

TEHNOLOG/

DATUM/

TEHNOLOSKI LIST		OBJEKAT Sula Varljen	RADNI NALOG/ RN12	BROGGRADILISTE "Segej"-ZRENJANIN			
INT. BR. /	NAZIV DELA/	630-(CD/31)		STR. BR. / 3			
BROJ CRTEZA/ S-31		BROJ RL/		SIFRA/ S F I			
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _i	T _č	(T _{mo}) ^{rk}	σ _{rk}	(CP) _{rk}
	* ispiranje, (90mx15min/m=540min) * belezenje i rezanje ukrepa, (48komx50min=1728min) * brusenje, (48komx5min=492min) * poglanje, (48komx15min=720min)	BM HM BM BM	9 29 7 12				
2.0	BRUSENJE ELEMENATA			119	17	5,7	136
2.1	HERPTENICA (14,2mx2x0min/m=170,4min)	BM	3				
2.2	BOCNI NOSAC NA 3200 (14mx2x29l.f. x0min/m=518min)	BM	9				
2.3	BOCNI NOSAC NA 6400 (8mx2x29l.f. x0min/m=192min)	BM	3				
2.4	KOLENO, Detalj 10, Detalj 10, (2,5mx8x29l.f. x0min/m=240min)	BM	4				
2.5	ELEMENTI KUTIJE KALJUZE (340cm. x21min=714min)	BM	12				
2.6	FLANZE Poz. 20, 21, 22 * krojenje i brusenje flanži nakon pregovanja, (92krajax29l.f. x0min=576min)	BM	10				
2.7	REBRO R29 (30mx29l.f. x0min=900min)	BM	6				
2.8	REBRO R31 (20mx29l.f. x2komx0min/m=480min)	BM	8				
2.9	REBRENICA R39, R35 (8mx8komx29l.f. x0min/m=768min)	BM	13				
2.10	PASME (3,4mx14x29l.f. x0min/m=571min)	BM	10				
2.11	KROJENJE REBRENICE	BM					

TEHNOLOSKI LIST		OBJEKAT Sula Varljen	RADNI NALOG/ RN12	BROGGRADILISTE "Segej"-ZRENJANIN			
INT. BR. /	NAZIV DELA/	630-(CD/31)		STR. BR. / 4			
BROJ CRTEZA/ S-31		BROJ RL/		SIFRA/ S F I			
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _i	T _č	(T _{mo}) ^{rk}	σ _{rk}	(CP) _{rk}
2.12	MASKANTE I PLOČE ZA VEZ (d0komx15min=900min)	BM	21				
2.13	KOLENO, Detalj 10, Detalj 11, (2,5mx14komx29l.f. x0min=480min)	BM	8				
3.0	OBRADA ZUJALICOM			65	8	2,7	81
3.1	HERPTENICA (9mx29l.f. x0min/m=54min)	BM	1				
3.2	BOCNI NOSAC NA 3200 (14,4mx2x29l.f. x0min/m=518min)	BM	9				
3.3	BOCNI NOSAC NA 6400 (8,6mx2komx29l.f. x0min/m=910min)	BM	5				
3.4	REBRENICA R39, R35 (8mx8komx29l.f. x0min/m=152min)	BM	19				
3.5	PASME (1,2mx14komx2x0min/m=902min)	BM	5				
3.6	KROJENA REBRENICA (0,6mx4komx2x12min/m=57,6min)	BM	1				
3.7	SKALUPI (12d0komx12min=1512min)	BM	25				
4.0	SREGOVANJE			3	1	0,3	4
4.1	SREGOVANJE KRAJ. BOCNIH NOSACA (5kraj. xi. 1mx20min/m=10min)	BM	2				
4.2	OTPUST NOSACA (5kraj. xi. 1min=5min)	BM	1				
5.0	PEGLANJE ELEMENATA			80	10	3,7	70
5.1	HERPTENICA (6,5m ² x30min/m ² =195min)	BM	3				

TEHNOLOSKI LIST	OBJEKAT Šula Varšava	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILISTE "Segelj"-ZRENJANIN	INT. BR. /	NAZIV DELA/	630-CSD/313	STR. BR. /	5
BROJ CRTEZA/ S-31		BROJ RL/		SIFRA/ S F I				
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _i	Tč ^k (Tm ^k)	σ _{pk} (CP) _{pk}			
5.2	BOCNI NOSAC NA 9200 (6m ² x 2kom x 90min/m ² = 560min)	BM	6					
5.3	BOCNI NOSAC NA 6400 (9m ² x 2kom x 90min/m ² = 180min)	BM	3					
5.4	KOLENO, Detalj 14 (0,9m ² x 8kom x 90min/m ² = 72min)	BM	1					
5.5	ELEMENTI KUTIJE KALUZE, Det. 16 (34olem. x 15min/olem. = 510min)	BM	9					
5.6	REBRU, R28, R31 (9m ² x 8kom x 90min/m ² = 720min)	BM	12					
5.7	REBRU, R33, R35 (6m ² x 4kom x 90min/m ² = 720min)	BM	12					
5.8	PASME (0,7m ² x 14kom x 90min/m ² = 204min)	BM	5					
5.9	KROJENJE REBRENICE (4m ² x 12kom x 90min/m ² = 960min)	BM	6					
5.10	KOLENO, Detalj 10, Detalj 11 (0,4m ² x 16kom x 90min/m ² = 192min)	BM	3					
6.0	OBRADA HP- <i>Psland</i> PROFILA			136	24	6	160	
6.1	RAZMERAVANJE, BELEZENJE, IZBI- JANJE SKALUPA IZ DVODNA I DNA (12kom x 18min/kom = 216min)	BM	36					
6.2	UZDUZNJACI DNA HP 120X7 POZ. 200, 201, 202, 203, SEKENCJE NA MERU ZA OBRADU KRAJEVA (16kom x 2kraja x 42min = 1344min)	BM	22					
6.3	UZDUZNJACI DVODNA HP 140X7 POZ. 205, 206, 207, 208, SEKENCJE	BM						

KONTROLISAO/

TEHNOLOG/

DATUM/

TEHNOLOSKI LIST	OBJEKAT Šula Varšava	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILISTE "Segelj"-ZRENJANIN	INT. BR. /	NAZIV DELA/	630-CSD/313	STR. BR. /	6
BROJ CRTEZA/ S-31		BROJ RL/		SIFRA/ S F I				
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _i	Tč ^k (Tm ^k)	σ _{pk} (CP) _{pk}			
6.4	NA MERU ZA OBRADU KRAJEVA (20kom x 2kraja x 42min = 1680min) UKREPI HP 140X7 (POZ. 211 - 40kom) (POZ. 212 - 2kom) (POZ. 213 - 2kom) (POZ. 295 - 9kom na R28) e odsecanje, akosavanje, busenje (47kom x 60min/kom = 2820min)	BM	28					
7.0	BAGNOVANJE UZDUZNIKA DNA			101	14	4,7	115	
	OBRADA POZ. 201 od R28-R31 (2kom x 1,05m = 9,0m) OBRADA POZ. 202 od R28-R33 (2kom x 9,25m = 6,5m) OBRADA POZ. 203 od R32-R37 (2kom x 9,25m = 6,5m) ukupno, dkom. → 16,0m (16,0m x 60min/m = 6084min)	BM	101					
8.0	SASTAVLJANJE ELEMENATA			158	16	5,3	174	
8.1	MONTAZA UKREPA NA ELEMENTE (77kom x 45min = 3465min)	BM	58					
8.2	ZAVARIVANJE UKREPA NA ELEMENTE (77kom x 1m x 2 x 90min/m = 6006min)	E	100					
8.0	PEGLANJE NAKON ZAVARIVANJA			68	12	4	80	
8.1	BOCNI NOSAC NA 9200 (2kom x 5ukropax 45min = 450min)	BM	8					
8.2	REBRU, R28 (2kom x 7kolonax 45min = 690min) (4kom x 3ukropax 45min = 135min)		13					
8.3	KROJENJE REBRENICA	BM						

KONTROLISAO/

TEHNOLOG/

DATUM/

TEHNOŠKI LIST	OBJEKAT Zula Završena	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILIŠTE "Segej"-ZRENJANIN			
INT. BR./	NAZIV DELA/	G30-(SD/31)	STR. BR./			
BROJ CRTEŽA/	S-31	BROJ RL/	SIFRA/			
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _l	Tčt (Tm ₀)	σ _{rk}	CP _{rk}
10.II	OBRADA PANELA DNA		286	28	9,3	324
PANELI DNA Poz. 1.2,3						
	3	2	1	2	9	
	=10	=10	=10	=10	=10	
10.1	BRUSENJE LIMOVA (76x2zotr. x 6min/m=912min)	BM	15			
10.2	SASTAVLJANJE OPGONJKA (29,2mx54min/m=1259min)	BM	21			
10.3	ZAVARIVANJE RUCNO (29,2mx2zotr. x 27min/m=1259min) (29,2mx1zotr. x 96min/m=895min)	EPP	35			
10.4	OPSECANJE (21mx18min/m=378min)	BM	6			
10.5	BRUSENJE (21mx2zotr. x 6min/m=252min)	BM	4			
10.6	MONTAZA I ZAVARIVANJE TRANS- PORTNIH USKI (4komx45min=180min)	E	3			
10.7	BRUSENJE IVICE UZDUZNAKA PRE MONTAZE NA PANEL (88,4mx9min=797min)	BM	13			
10.8	MONTAZA UZDUZNAKA DNA (88,4mx45min=3978min)	BM	66			
10.9	ZAVARIVANJE UZDUZNAKA SA SA ELEKTRO-LUCNIM APARATOM (88,4mx2zotr. x 45min/m=7956min)	E	133			

TEHNOŠKI LIST	OBJEKAT Zula Završena	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILIŠTE "Segej"-ZRENJANIN			
INT. BR./	NAZIV DELA/	G30-(SD/31)	STR. BR./			
BROJ CRTEŽA/	S-31	BROJ RL/	SIFRA/			
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _l	Tčt (Tm ₀)	σ _{rk}	CP _{rk}
11.7	RARPENICA * montaza (5,9mx45min/m=266min) * zavarivanje (5,9mx2zotr. x 90min/m=1062min)	BM	4			
11.8	ROČNI NOSAC NA 3200 * montaza (2komx5,9mx45min/m=531min) * zavarivanje (2x5,9mx2zotr. x 45min/m=1062min)	BM E	18 9 18			
11.9	ROČNI NOSAC NA 6400 * montaza (2komx3,2mx45min/m=288min) * zavarivanje (3,2mx2zotr. x 2x45min/m=576min)	BM E	5 10			
11.10	MONTAZA R91 (Poz. 109, 104) * montaza (2komx7,5mx45min/m=639min) * zavarivanje (14,2mx2zotr. x 45min/m=1278min)	BM E	11 21			
11.11	MONTAZA R28 I KROJ, REBRENICE * montaza (2zotr. x 7,2mx45min/m=648min) * zavarivanje (2zotr. x 14,4mx45min/m=1296min)	BM E	11 22			
11.12	REBRA R98, 95 (Poz. 105, 106, 108) * montaza (8komx3,2mx45min/m=1152min) * zavarivanje (8x3,2mx2zotr. x 60min/m=5072min)	BM E	19 51			
11.13	KROJENJE REBRENICE * montaza (2,6mx2x45min/m=1044min) * zavarivanje sa dvošno (1,5mx2x2zotr. x 45min/m=120min) * zavarivanje sa bočni nosac (1,5mx2x2zotr. x 69min/m=1065min)	BM E E	23 27 28			

TEHNOLOSKI LIST	OBJEKAT Suša Savalen	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILISTE "Segej"-ZRENJANIN	INT. BR./	NAZIV DELA/	630-(SD/31)	STR. BR./	10
BROJ CRTEZA/	S-31	BROJ RL/	SIFRA/	S F I				
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _l	T _č k (T _m) ^{rk}	σ _{rk}	(P) ^{rk}		
11.0	IZRADA SEKCIJE		1472	95	31,8	1567		
11.1	FLANZIRANJE R92 SA FLANZOM * Poz. 224 (4komx0,5mx90min/m=180min) * zavarivanje (2komx20l.x0,6mx90min/m=94min)	BM E	3 2					
11.2	MONTAZA ELEMEN. KALJUZE NA R92 Poz. 904 -2kom, Poz. 905 -2kom, Poz. 910 -2kom, Poz. 23 -2kom, Poz. 90 -2kom, (10komx90min=900min)	BM E	15					
11.3	ZAVARIVANJE ELEMENATA, Poz. 29 (2komx2mx20l.f.x90min/m=912min) Poz. 90, (2x0,65mx20l.f.x90min/m=904min) Poz. 905, 910, (4x0,4mx20l.f.x57min/m=182min) Pz. 904, (2x1,4mx20l.f.x57min/m=251min)		17					
11.4	PEGLANJE NAKON ZAVARIVANJA (20l.f.x9mx90min/m=180min)	BM	3					
11.5	MONTAZA NA R91 I MONTAZA KOLENA, Detalj id. i Rebro R92, Poz. 905, 910 (2kompl.x540min=1080min) (2komx2,0mx45min/m=234min)	BM E	22					
11.6	ZAVARIVANJE Detalj id i R92 * vertikalno, (0,6mx20l.f.x2x57min/m=137min) * horizontalno, (2,4mx20l.f.x2x90min/m=975min) * koleno, (0,4mx20l.f.x4x57min/m=182min)	E	18					

TEHNOLOSKI LIST	OBJEKAT Suša Savalen	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILISTE "Segej"-ZRENJANIN	INT. BR./	NAZIV DELA/	630-(SD/31)	STR. BR./	12
BROJ CRTEZA/	S-31	BROJ RL/	SIFRA/	S F I				
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _l	T _č k (T _m) ^{rk}	σ _{rk}	(P) ^{rk}		
11.14	PASME * montaza (14komx0,6mx45min/m=978min) * zavarivanje (0,6mx14x20l.f.x45min/m=756min)	BM E	6 13					
11.15	MASKARETE I PLOCE ZA VEZ * montaza (6komx90min/m=1800min) * zavarivanje (60komx20l.f.x21min/m=2520min)	BM E	30 42					
11.16	KOLENO Detalj 14 Poz. 906, 907, 908, 909 * montaza (8komx90min=720min) * zavarivanje kolena za dvodno i rebrenice, (8komx190min=1440min)	BM E	12 24					
11.17	KOLENO Detalj 10 i Detalj 11 Poz. 900, 901, 902, 903 * montaza (16komx90min=1440min) * zavarivanje kolena za rebrenicu i uzduznjake dvodna (16komx180min=2880min)	BM E	24 48					
11.18	KRAJEVI UKREPA ZA UZDUZNAJAKE DVODNA (42komx90min=1260min)	E	21					
11.19	MEDJUSOBNO NAPARIVANJE, harptenice-rebrenice, bočni nosac-pasme, harptenice-pasme, bočni nosac-rebrenice, * centriranje (40mox1,1mx93min/m=1980min) * zavarivanje (40x1,1mx20l.f.x93min/m=5544min)	BM E	33 62					
11.20	PEGLANJE NAKON ZAVARIVANJA HERPTENICE-NOSACA-REBRENICE (88,0mx90min/m=2667min)	BM	45					

(T-41)

TEHNOLOSKI LIST	OBJEKAT Šula Gaalen	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILISTE "Segef"-ZRENJANIN			
INT. BR./	NAZIV DELA/	630-(SD/31)	STR. BR./ 13			
BROJ CRTEZA/ S-31		BROJ RL/				
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _l	T _{ck} ^{rk} (Tm ₀)	σ _{rk}	(P) _{rk}
11.21	USVOJI * navlacenje na konstrukciju P. 9 (0,9m ² x 540min/m ² = 486min) P. 4 (20,9m ² x 810min/m ² = 16920min) P. 5 (15m ² x 540min/m ² = 8100min)	BM	8			
11.22	PANEL DNA * montaza i centriranje (74m ² x 18min/m ² = 1404min)	BM	23			
11.23	CENTRIRANJE KOMPLETNE SERIJE (74m ² x 90min/m ² = 6660min)	BM	110			
11.24	USKE I SEGMENTI ZA OKRETANJE * montaza, (4kom x 270min = 1080min) * zavartivanje, (4kom x 18min = 720min)	BM	18			
11.25	NADOLAVNO CENTRIRANJE * hoptenice - 5,9m * bočni nosac - 18,2m Σ=80,5m * rebrenice - 48,0m * pasme 9,4m (80,5m x 105min/m = 8452min)	E	12			
12.0	ZAVARIVANJE		409	28	9,3	437
12.1	USVOJ ZA POKROV IZNUTRA (5,9mx29tr. x 144min/m = 1700min)	E	28			
12.2	USVOJ-2 PROLAZA BOCNA * iznutra, (5,9mx29tr. x 144min/m = 1945min) * zljebanje, (11,8mx69min/m = 749min) * busenje, (11,8mx45min/m = 594min) * spoljno zavartivanje (5,9mx29tr. x 114min/m = 1945min)	E E2 Eb E	22 12 9 22			

(T-42)

TEHNOLOSKI LIST	OBJEKAT Šula Gaalen	RADNI NALOG/ RN12	BRODOGRADILISTE "Segef"-ZRENJANIN			
INT. BR./	NAZIV DELA/	630-(SD/31)	STR. BR./ 14			
BROJ CRTEZA/ S-31		BROJ RL/				
R.B.	O P I S R A D A	RM	t _l	T _{ck} ^{rk} (Tm ₀)	σ _{rk}	(P) _{rk}
12.3	UZVOJ ZA DNO -2 PROLAZA * unutraenje zavartivanje, (5,9mx29tr. x 144min/m = 1945min) * zljebanje, (11,8mx69min/m = 749min) * busenje (11,8mx45min/m = 594min) * spoljno ručno busenje (5,9mx29tr. x 18min/m = 212min) * EPP, (5,9mx29tr. x 2x27min/m = 657min)	E E2 Eb Epp Epp	22 13 9 14			
12.4	UZVOJ ZA REBRENICE (18x2,9mx29tr. x 57min/m = 5995min)	E	89			
12.5	HAPTENICA 2 PROLAZA (5,9mx29tr. x 144min/m = 1700min)	E	28			
12.6	REBREN. I BOCNI NOSAC. NADOLAVNO (18,2mx29tr. x 144min/m = 5240min)	E	88			
12.7	PASME NADOLAVNO (14x0,9mx29tr. x 72min/m = 1260min)	E	20			
12.8	KUTIJA detalj 16, ZA USVOJ (2x1,8mx29tr. x 102min/m = 795min) (42kom x 30min = 1260min)	E	33			
13.0	DEMONTAZA USKI I SEGMENTA		36	6	2	42
	* sanacija ostećenih mesta, (4mx540min/m = 2160min)	BM	36			
14.0	ZAVRSNO BRUSENJE I ZAVARIVANJE		71	8	2,7	79
	* ostećenih mesta, demontaza, (472mx6min/m = 2488min)	BM	71			
15.0	ZAVRSNO PEGLANJE		270	19	6,3	289
	* sekcije i konstrukcije, (900m ² x 29tr. x 27min/m ² = 16200min)	Bmp	270			

PRILOG C:



PRILOG C:

Dysan[®]

DOUBLE SIDED • DOUBLE DENSITY
48 TPI
REORDER #802060

PRILOG C:

Dysan

Precision Magnetic Media