

NASTAVNO-NAUČNOM VEĆU  
PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA U  
NOVOM SADU

Predmet: Izveštaj o oceni doktorske disertacije pod naslovom

Konvolucione i distribucione  $C$ -polugrupe

Odlukom Nastavno-naučnog veća Prirodno-matematičkog fakulteta imenovana je Komisija za ocenu doktorske disertacije pod naslovom

Konvolucione i distribucione  $C$ -polugrupe

Sastav Komisije

1. Akademik Bogoljub Stanković, red. prof.,  
PMF, Novi Sad, u penziji, član
2. Dopisni član SANU Stevan Pilipović, red. prof.,  
PMF, Novi Sad, mentor
3. dr Vladimir Rakočević,  
red. prof. PMF,  
Niš, član
4. dr Marko Nedeljkov,  
vanr. prof., PMF, Novi Sad,  
predsednik Komisije

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ПРИМЉЕНО: 13. MAJ 2004	
ОРГАНИЗ.ЈЕД.	БРОЈ
0603	220/4

Na osnovu pregledane doktorske disertacije, Komisija podnosi sledeći

I Z V E Š T A J

Doktorska disertacija mr Marka Kostića sadrži 7 glava i literaturu sa 99 bibliografskih jedinica. Zbog povećeg obima izložene materije, disertacija je pisana u formi naučnog rada i namenjena je specijalistima u oblasti apstraktnih diferencijalnih jednačina u Banachovim prostorima.

Deo teorije operatora kojom se autor bavi u disertaciji je povezan sa mnogim drugim disciplinama, navedimo neke: teorija uopštenih funkcija, kompleksna analiza, teorija integralnih transformacija, pogotovo teorija vektorsko-vrednosne Laplaceove transformacije, obične i parcijalne diferencijalne jednačine,

teorija parcijalno uredjenih Banachovih prostora, teorija funkcionalnih jednačina, teorija verovatnoće, teorija mreža itd.

Disertacija je pre svega orjentisana na analizu slabo postavljenih Cauchyjevih problema, tj. problema koji se ne mogu rešiti primenom klasične teorije  $C_0$ -polugrupa operatora. Analiziraćemo stoga mnoge druge operatorske familije koje vode do rešenja odgovarajućih parcijalnih diferencijalnih jednačina. Krenimo hronološki. Početkom teorije  $C_0$ -polugrupa smatra se Hille-Yosidina teorema koja je dokazana 1948. godine. Nakon toga je došlo do velike ekspanzije date teorije. Teorija distribucionih polugrupa operatora datira od rada Lionsa objavljenog 1960. godine.

Integrисane polugrupe operatora je uveo Arendt 1987. godine i to je označilo novi početak u teoriji slabo postavljenih Cauchyjevih problema. Njiveće primene date teorije dali su W. Arendt, M. Hieber i F. Neubrander i ona je upotrebljena u analizi velikog broja diferencijalnih i pseudodiferencijalnih jednačina u Banachovim prostorima. Sedam godina nakon toga, 1994. godine, Cioranescu i Lumer su definisali prirodna uopštenja integrisanih polugrupa-konvolucione polugrupe. One su se pokazale jačim sredtvom za analizu Cauchyjevih problema od distribucionih, ultradistribucionih i integrisanih polugrupa. Teorija asymptotske Laplaceove transformacije, razvijena od strane Neubrandera i Lumera, nije pokazala željeni rezultat u analizi datih problema. Stoga možemo konstatovati da je teorija konvolucionih polugrupa još nedovoljno jasna.

Veoma elegantna i naizgled jednostavna, teorija  $C$ -polugrupa se pokazala veoma korisnom.  $C$ -polugrupe su definisane nezavisno radom Daviesa i Panga sa jedne i DaPrata sa druge strane i to krajem osamdesetih godina prošlog veka. Iako su teoretski mnogo jače od integrisanih polugrupa,  $C$ -polugrupe nisu našle takvu primenu kao integrisane polugrupe. Trenutno se datom disciplinom bavi veliki broj matematičara, pomenimo deLaubenfelsa, Zhenga, Kunstmanna, Strauba, Wanga itd. Zapravo pravi tvorac teorije  $C$ -polugrupa je Beals koji ih je implicitno konstruisao još 1971. godine. DaPrato je 1966. godine definisao i polugrupe reda  $r > 0$  i danas se date klase polugrupa izlažu kao deo teorije eksponencijalno ograničenih  $C$ -polugrupa. Do današnjih dana nije data dobra veza izmedju polugrupa reda  $r > 0$  i integrisanih polugrupa.

Lokalno integrisane polugrupe i lokalne  $C$ -polugrupe su uvedene 1990. godine u radu Tanake i Okazawe. Neguste distribucionе polugrupe su definisane u radovima Kunstmanna 1999. godine i Wanga 1997. godine, gde

je ponovo ispitivana veza distribucionih polugrupa sa lokalno integrisanim polugrupama.

Izložićemo osnovne rezultate disertacije.

Prvi glava disertacije je nastala kao deo zajedničkog rada sa Profesorom S. Pilipovicem. Taj deo je posvećen analizi konvolucionih, ultradistribucionih i hiperfunkcionalnih polugrupa.

Sve ostale glave disertacije sadrže orginalne rezultate autora.

U drugom delu, su definisane i sistematski proučavane  $C$ -distribucione polugrupe i njihove veze sa lokalno integrisanim  $C$ -polugrupama.

U trećem poglavlju su dati bez dokaza osnovni rezultati vezani za  $[r]$ -polugrupe, klasu negustih distribucionih polugrupa koja predstavlja ekstenziju glatkih distribucionih polugrupa Balabana i Emami-Rada.

Nakon toga je data analiza distribucionih kosinus funkcija, njenih veza sa integrisanim kosinus funkcijama, lokalnim  $C$ -kosinus funkcijama i jednačinama konvolucionog tipa.

Analiza analitičkih integrisanih polugrupa je data u sledećoj sekciji i tu je pokazano da je svaki gusto definisani generator analitičke integrisane polugrupe ugla  $\alpha$  ili analitičke polugrupe reda  $r \in (0, 1)$  i istog ugla zapravo generator analitičke  $C_0$ -polugrupe ugla  $\alpha$ . Time su generalizovani rezultati deLaubenfelsa i Tanake.

U poslednja dva poglavlja su proučene konvolucione  $C$ -polugrupe, konvolucione  $C$ -kosinus funkcije, ultradistribucione i hiperfunkcione sinuse, kao i njihove veze sa analitičkim konvolucionim polugrupama. Dato je puno primera koji ilustruju apstraktne rezultate.

## ZAKLJUČAK I PREDLOG

Magistar Marko Kostić je u svojoj doktorskoj disertaciji izložio čitav niz veoma interesantnih rezultata u oblastima polugrupa operatora i iskazao izrazitu orginalnost u naučnom radu. Doktorska disertacija predstavlja značajan naučni doprinos. Mr Marko Kostić je pokazao da je stekao potrebna znanja i sposobnost za naučno-istraživački rad i nagovestio značajnu naučnu karijeru.

Na osnovu podnetog izveštaja i zaključka Komisija pozitivno ocenjuje doktorsku disertaciju pod naslovom

### Konvolucione i distribucione $C$ -polugrupe

i predlaže Nastavno-naučnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu da ovaj prihvati pozitivnu ocenu doktorske disertacije.

U Novom Sadu, 15. maj, 2004.

1. Akademik Bogoljub Stanković, red. prof.,  
PMF, Novi Sad, u penziji, član  
*Bogoljub Stanković*
2. Dopisni član SANU Stevan Pilipović, red. prof.,  
PMF, Novi Sad, mentor  
*Stevan Pilipović*
3. dr Vladimir Rakočević,  
red. prof. PMF,  
Niš, član  
*Vladimir Rakočević*
4. dr Marko Nedeljkov,  
vanr. prof., PMF, Novi Sad,  
predsednik Komisije  
*Marko Nedeljkov*