



UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U
NOVOM SADU



Boris Ličina

METODA MERENJA SNAGE I ENERGIJE VETRA ZASNOVANA NA MERENJU NA INTERVALU

DOKTORSKA DISERTACIJA

Novi Sad, 2020.



КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

| | | | |
|---|---|---|----------------|
| Редни број, РБР: | | | |
| Идентификациони број, ИБР: | | | |
| Тип документације, ТД: | Монографска публикација | | |
| Тип записа, ТЗ: | Текстуални штампани материјал | | |
| Врста рада, ВР: | Докторска дисертација | | |
| Аутор, АУ: | Борис Личина | | |
| Ментор, МН: | др Платон Совиљ, ванредни професор | | |
| Наслов рада, НР: | Метода мерења снаге и енергије ветра заснована на мерењу на интервалу | | |
| Језик публикације, ЈП: | српски | | |
| Језик извода, ЈИ: | српски/енглески | | |
| Земља публиковања, ЗП: | Република Србија | | |
| Уже географско подручје, УГП: | АП Војводина | | |
| Година, ГО: | 2020 | | |
| Издавач, ИЗ: | Ауторски репринт | | |
| Место и адреса, МА: | Факултет техничких наука, Трг Доситеја Обрадовића 6, Нови Сад | | |
| Физички опис рада, ФО: <small>(поглавља/ страна/ цитата/ табела/ слика/ графика/ прилога)</small> | 8/114/71/10/66/0/9 | | |
| Научна област, НО: | Електротехничко и рачунарско инжењерство | | |
| Научна дисциплина, НД: | Електрична мерења | | |
| Предметна одредница/Кључне речи, ПО: | Стохастичка мерна метода, Мерење снаге ветра, Мерење енергије ветра, Двобитни АД конвертор, Анемометар са шољицама | | |
| УДК | | | |
| Чува се, ЧУ: | Библиотека Факултета техничких наука, Универзитет у Новом Саду | | |
| Важна напомена, ВН: | | | |
| Извод, ИЗ: | У дисертацији је приказан и предложен нови метод мерења снаге и енергије ветра који се базира на стохастичкој дигиталној мерној методи (СДММ), уместо до сада коришћене стандардне семплинг методе (ССМ). Стандард за мерење брзине ветра представља анемометар са шољицама, који на свом излазу даје синусни напон чија су амплитуда и фреквенција линеарно зависне од брзине ветра. Како су снага и енергија ветра пропорционалне трећем степену брзине ветра, у ту сврху се примењује генерализован хардвер намењен за рачунање производа три улазна сигнала. Због ниског фреквенцијског опсега улазног сигнала извршено је значајно поједностављење хардвера мерног уређаја. Теоријском анализом, симулацијом, а потом и експериментом потврђена је хипотеза истраживања, да се СДММ успешно може користити за мерење снаге и енергије ветра. | | |
| Датум прихватања теме, ДП: | 12.06.2016. | | |
| Датум одбране, ДО: | | | |
| Чланови комисије, КО: | Председник: | др Драган Пејић, ванредни професор | Потпис ментора |
| | Члан: | академик, др Стеван Пилиповић, редовни професор | |
| | Члан: | др Драган Ковачевић, научни саветник | |
| | Члан: | др Зоран Митровић, редовни професор | |
| | Члан: | др Марјан Урекар, доцент | |
| | Члан, ментор: | др Платон Совиљ, ванредни професор | |



KEY WORDS DOCUMENTATION

| | | | |
|--|---|--|---------------|
| Accession number, ANO: | | | |
| Identification number, INO: | | | |
| Document type, DT: | Monograph publication | | |
| Type of record, TR: | Textual printed material | | |
| Contents code, CC: | PhD thesis | | |
| Author, AU: | Boris Ličina | | |
| Mentor, MN: | Associate Professor, Platon Sovilj, Ph.D. | | |
| Title, TI: | Method of Power and Energy Wind Measurement based on Measurement on Interval | | |
| Language of text, LT: | Serbian | | |
| Language of abstract, LA: | Serbian/English | | |
| Country of publication, CP: | Republic of Serbia | | |
| Locality of publication, LP: | Autonomus Province of Vojvodina | | |
| Publication year, PY: | 2020 | | |
| Publisher, PB: | Author reprint | | |
| Publication place, PP: | Faculty of Technical Sciences, Trg Dositeja Obradovića 6, Novi Sad | | |
| Physical description, PD: <small>(chapters/ pages/ ref./ tables/ pictures/ graphs/ appendixes)</small> | 8/114/71/10/66/0/9 | | |
| Scientific field, SF: | Electrical and Computer Engineering | | |
| Scientific discipline, SD: | Electrical Measurements | | |
| Subject/Key words, S/KW: | Stochastic measurement method, Wind power measurement, Wind energy measurement, Two-bit AD converter, Cup anemometer | | |
| UC | | | |
| Holding data, HD: | Library of the Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad | | |
| Note, N: | | | |
| Abstract, AB: | <p>In this dissertation a new wind power and energy measurement method, based on Stochastic Digital Measurement Method (SDMM), was elaborated and proposed, to replace the commonly used Standard Sampling Method (SSM). The standard for wind speed measurement is a cup anemometer that provides a sinusoidal voltage on its output, having the amplitude and frequency linearly dependent of the wind speed. Since the wind power and energy are proportional to the third degree of the wind speed, the general case hardware has been designed for the product calculation over three input signals. The low frequency range of the input signal allows for a significant simplification of the measuring instrument hardware. By theoretical analysis and simulation, and consequently through an experiment the hypothesis of this research was confirmed - that SDMM can be successfully used to measure wind power and energy.</p> | | |
| Accepted by the Scientific Board on, ASB: | 12.06.2016. | | |
| Defended on, DE: | | | |
| Defended board, DB: | President: | Associate Professor, Dragan Pejić, PhD | |
| | Member: | Academician, Full Professor, Stevan Pilipović, PhD | |
| | Member: | Principal Research Fellow, Dragan Kovačević, PhD | |
| | Member: | Full Professor, Zoran Mitrović, PhD | Mentor's sign |
| | Member: | Assistant Professor, Marjan Urekar, PhD | |
| | Member, Mentor: | Associate Professor, Platon Sovilj, PhD | |

SADRŽAJ

| | |
|--|----|
| 1. UVOD | 1 |
| 1.1. Značaj energije i, posebno, energije vetra..... | 1 |
| 1.2. Formula za snagu vetra i posledice..... | 10 |
| 1.3. Potreba za prikupljanjem podataka..... | 11 |
| 2. STANJE STRUKE I NAUKE..... | 14 |
| 2.1. Senzori | 14 |
| 2.2. Anemometar sa šoljicama | 17 |
| 2.3. Vetrokaz..... | 19 |
| 2.4. Data logger..... | 21 |
| 2.5. Novija rešenja merenja brzine vetra..... | 22 |
| 3. HIPOTEZA I POSTAVKA PROBLEMA..... | 26 |
| 4. STOHAŠTIČKA DIGITALNA MERNÁ METODA (SDMM) | 28 |
| 4.1. Osnovni pojmovi | 28 |
| 4.2. Generalizacija dvobitne SDMM | 43 |
| 4.2.1. Deduktivni dokaz | 43 |
| 4.2.2. Induktivni dokaz..... | 46 |
| 5. RAZMATRANJE MOGUĆIH REŠENJA | 49 |
| 5.1. Prvi koncept rešenja | 53 |
| 5.2. Drugi koncept rešenja..... | 55 |
| 5.3. Treći koncept rešenja..... | 58 |

| | |
|---|-----|
| 5.4. Usvojeni koncept rešenja..... | 63 |
| 5.5. Karakteristike merenog signala | 69 |
| 5.5.1. Linearna zavisnost promene brzine vetra | 72 |
| 5.5.2. Kvadratna zavisnost promene brzine vetra..... | 73 |
| 5.5.3. Sinusna zavisnost promene brzine vetra..... | 74 |
| 6. EKSPERIMENTALNA POTVRDA..... | 76 |
| 6.1. Ocena sistematske greške merne metode zbog napona ofseta analognog sabirača..... | 77 |
| 6.2. Teorijska vrednost standardne devijacije | 80 |
| 6.3. Opis eksperimenta | 82 |
| 7. DISKUSIJA | 86 |
| 8. ZAKLJUČAK | 89 |
| Literatura..... | 90 |
| PRILOZI | 95 |
| Prilog A..... | 96 |
| Prilog B | 98 |
| Prilog C | 99 |
| Prilog D..... | 102 |
| Prilog E | 103 |
| Prilog F..... | 104 |
| Prilog G..... | 111 |
| Prilog H..... | 113 |
| Prilog I | 114 |

1. UVOD

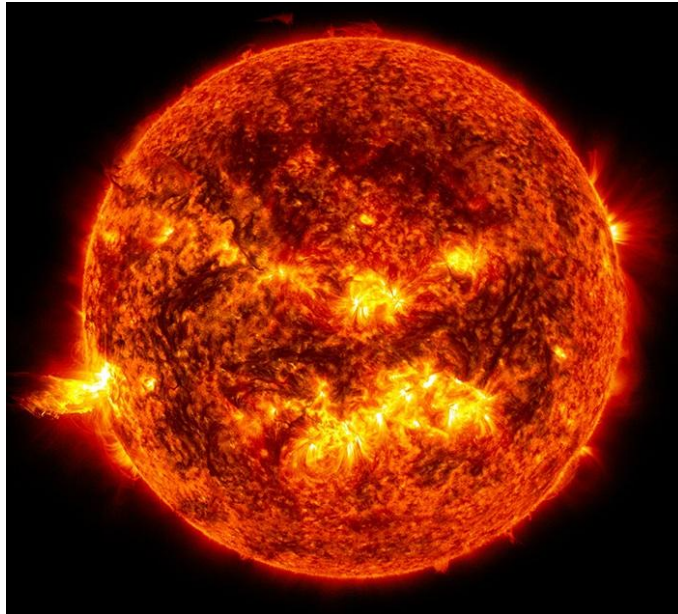
1.1. Značaj energije i, posebno, energije vetra

S postepenim iscrpljivanjem fosilnih goriva, istraživači se sve više fokusiraju na nove izvore energije. U doba sve većeg zagađenja, trenda smanjenja emisije CO₂ i borbe protiv globalnog zagrevanja (Kyoto protokol - potpisan 11.12.1997), obezbeđivanje energije iz obnovljivih izvora (tzv. zelene energije) dobija sve više na značaju. Pored energije vetra u obnovljive izvore energije spada energija sunca, vodeni potencijal, biomasa i termalna energija. One predstavljaju nepresušan potencijal energije koji je trenutno dostupan i rasprostranjen na celoj Zemlji. Energija vetra, kao široko rasprostranjena i dostupna, posebno se ceni. Sudbina planete Zemlje je u našim rukama, Slika 1.1. Termoelektrane za svaki proizvedeni kWh električne energije ispuštaju čak oko 1000 g ugljen-dioksida koji je osnovni uzrok pojave kiselih kiša.



Slika 1.1. Sudbina Zemlje je u našim rukama [1]

Kao i većina drugih vidova energije na Zemlji i energija vetra indirektno je nastala od Sunca, Slika 1.2. Ta, nama najbliža, zvezda udaljena je oko $1,5 \times 10^8$ km i predstavlja centar našeg Sunčevog sistema [2]. Temperatura u središtu Sunca iznosi oko $1,5 \times 10^7$ K, a na površini oko 5800 K, njegov prečnik (oko $1,4 \times 10^6$ km) je preko 100 puta veći od prečnika Zemlje ($1,275 \times 10^4$ km), a masa (oko 2×10^{30} kg) je oko 330000 puta veća od mase Zemlje (6×10^{24} kg).



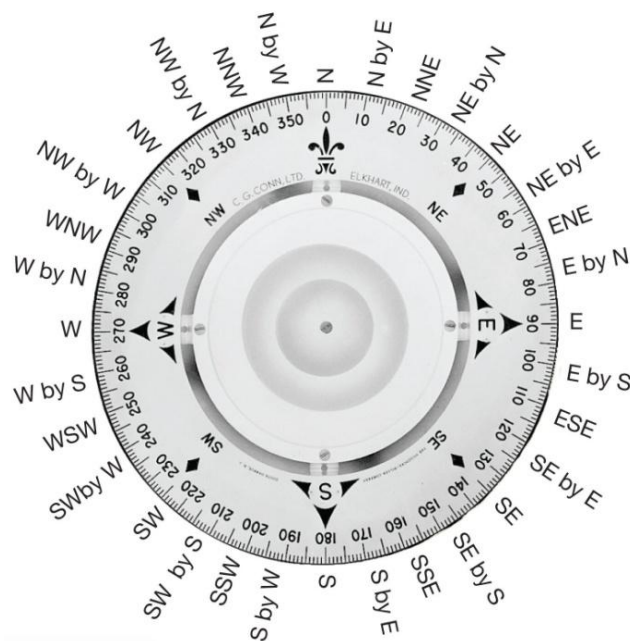
Slika 1.2. Sunce, zvezda koja nam daje život [3]

Energija Sunca nastaje u njegovoj unutrašnjosti (pri pritisku od oko 10^{16} Pa) nuklearnom fuzijom jezgara vodonika (iznosi oko 74% mase ili 92% zapremine Sunca) u helijum (iznosi oko 24% mase ili 7% zapremine Sunca). Ostatak od oko 2% ukupne mase Sunca (i još manji procenat od njegove ukupne zapremine) odlazi na sve ostale hemijske elemente. Svake sekunde u helijum se pretvori oko 600 miliona tona vodonika. Zračenje Sunca pokriva širok spektar talasnih dužina (99% zračenja je u opsegu 0,2-5,6 μm , dok je 80% zračenja u opsegu 0,4-1,5 μm). Maksimum zračenja je na talasnoj dužini od 0,48 μm . Od ukupne snage zračenja Sunca (oko $3,8 \times 10^{26}$ W) na Zemlju stigne samo mali deo (oko $1,75 \times 10^{17}$ W). Upravno na površinu Zemlje dospe oko $1,35 \text{ kW/m}^2$ u sekundi, a tek 1-2% od te vrednosti pretvara se u vetar (što na godišnjem nivou iznosi oko 72 TW).

Vetar nastaje kao posledica Sunčevog zračenja i pojave razlika u temperaturi vazduha, odnosno u vazdušnom pritisku, usled čega se javlja barometrijski gradijent (pad pritiska u određenom smeru). Čestica vetra ne kreće se tačno po ovom gradijentu, već na nju deluju i druge sile: sila trenja koja je koči (uvek je suprotnog

smera jer se javlja kao otpor relativnom kretanju dva tela - razlikujemo površinsko (spoljašnje) trenje između čestica vazduha i tla, te unutrašnje (viskozno) trenje između pojedinih slojeva vazduha), Koriolisova sila koja je skreće (kao posledica rotacije Zemlje - najjača je na polovima, dok je na ekvatoru jednaka nuli; takođe je poznato da na severnoj hemisferi deluje desno, a na južnoj hemisferi levo od smera kretanja), centrifugalna sila (koja je takođe posledica rotacije Zemlje, ali za rliku od Koriolisove sile na ekvatoru ima najveću vrednost, dok je na polovima jednaka nuli), sila Zemljine teže, te razni geografski činioci, prvenstveno izgled reljefa (vetar je jači u kanjonima, uvalama i kotlinama, te na planinskim vrhovima, ali i u ravnicama). Dobre lokacije su obale velikih vodenih površina (okeana i mora), a pogotovo njihove pučine (koje se ističu zbog stalnosti vetrova), gde veliki izazov za eksploataciju predstavlja smanjenje troškova instalacije i transport energije.

Vetar je vektorska fizička veličina za čije definisanje je potrebno poznavati pravac, smer i intenzitet. Smer vetra određen je stranom sveta sa koje vetar duva: N (sever), E (istok), S (jug), W (zapad), te njihovim kombinacijama (N=0°, NNE=22°30', NE=45°, ENE=67°30', E=90°, ESE=112°30', SE=135°, SSE=157°30', S=180°, SSW=202°30', SW=225°, WSW=247°30', W=270°, WNW=292°30', NW=315°, NWN=337°30'), Slika 1.3. Osim ovakve podele na 16 delova, takođe su uobičajene podele na 8 ili na 32 dela (četiri strane sveta i pripadajuće kombinacije). Tipičan uređaj za određivanje smera vetra naziva se vetrulja ili vetrokaz.



Slika 1.3. Označavanje pravca i smera vetra [4]

Intenzitet ili jačina vetra (predstavlja brzinu strujanja čestice vazduha u jedinici vremena - m/s) određuje se Boforovom skalom, Tabela 1.1.

Tabela 1.1. Određivanje jačine vetra po Boforovoj skali

| Stepen (Bf) | Jačina | Brzina | | | Obeležje |
|-------------|---------------|--------|------|------|---|
| | | m/s | km/h | čvor | |
| 0 | tišina | 0 | 0 | 0 | potpuno tiho, dim se diže uspravno |
| 1 | lahor | 0,9 | 3 | 2 | dim se diže gotovo uspravno |
| 2 | povetarac | 2,4 | 9 | 5 | povremeno kreće lišće na drveću |
| 3 | slab vetar | 4,4 | 16 | 7 | pokreće zastave na jarbolima i lišće drveća u dosta neprekidno kretanje |
| 4 | umeren vetar | 6,7 | 26 | 9 | leprša zastavom, povija grančice |
| 5 | jak vetar | 9,3 | 34 | 14 | povija veće grane, postaje nelagodan za čula, baca talase na stajaćim vodama |
| 6 | žestok vetar | 12 | 44 | 24 | čuje se kako huji iznad kuća i drugih čvrstih predmeta, kreće tanje drveće, na stajaćim vodama baca talase od koji se neki zapenuše |
| 7 | olujni vetar | 16 | 55 | 30 | povija tanja stabla, na stajaćim vodama prebacuje talase koji se zapenuše |
| 8 | oluja | 19 | 68 | 37 | povija cela jača stabla, lomi grane, osetno zadržava čoveka koji korača u smeru vetra |
| 9 | jaka oluja | 23 | 82 | 44 | lomi veće i jače grane, nanosi štetu krovovima |
| 10 | žestoka oluja | 26 | 96 | 52 | obara i lomi drveće, obara slabe dimnjake, nanosi znatne štete zgradama |
| 11 | vihor | 31 | 110 | 60 | teška razarajuća dejstva, rušenje krovova na zgradama |
| 12 | orkan | 35 | 125 | 68 | uništavajuće dejstvo |

Energija vetra se vekovima koristi. Poznato je da se čamac sa jedrima koristi preko 5000 godina. Tako imamo zapise iz Persije u 2. veku o upotrebi vetranjača sa vertikalom osovinom, zatim iz Avganistana u 7. veku. Tek kasnije, u 12. veku, u Evropi se vetrenjače koriste za mlevenje žita i pumpanje vode, Slika 1.4.

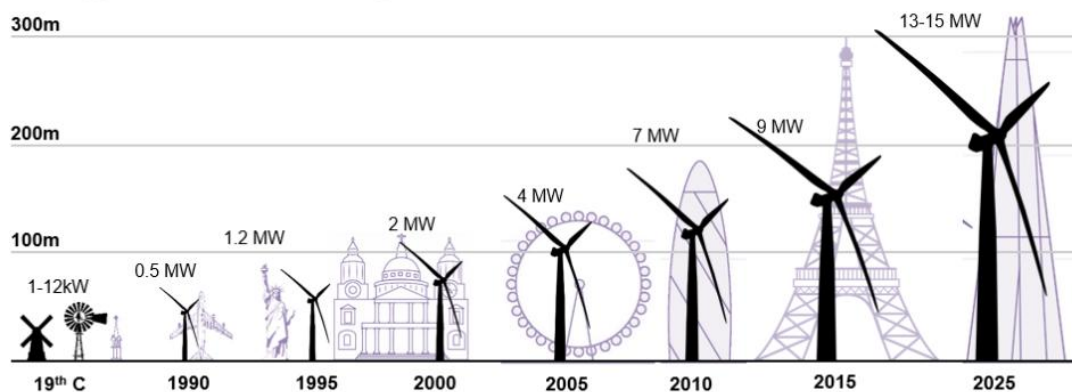


Slika 1.4. Korišćenje vetra za mlevenje žita i pumpanje vode [5]

Konačno, krajem 19. veka energija vetra sporadično se počinje koristiti za proizvodnju električne energije u malim lokalnim postrojenjima, dok se posle naftne krize (1973.) intenzivira njen razvoj. Pravi zamah i značajnija primena u proizvodnji električne energije postaje trend tek u 21. veku, dok su u Srbiji tek nedavno načinjeni pionirski koraci u instalaciji vetrenjača.

Proizvodnja električne energije iz vetra je jedna od najbrže rastućih tehnologija obnovljivih izvora energije. Između ostalog, njena upotreba raste i delom zbog toga što usled razvoja tehnologije troškovi proizvodnje opadaju. Kao primer navedimo da je za poslednje dve decenije proizvodnja porasla skoro 75 puta (sa 7,5 GW 1997. godine na 564 GW 2018. godine), dok je 2016. godine iznosila 16% od ukupno proizvedene energije iz obnovljivih izvora [6].

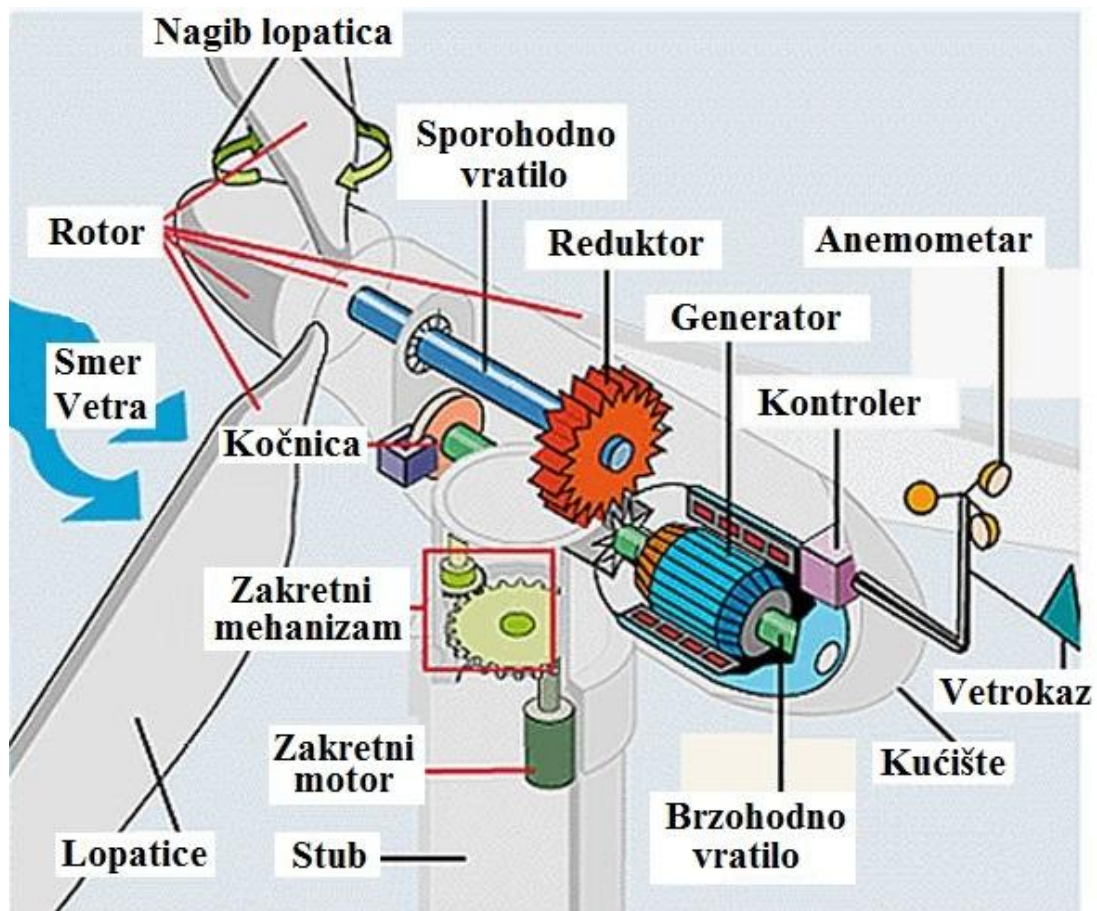
Kapacitet vetroturbina vremenom se povećavao. Tako su 1985. godine tipične vrednosti vetroturbina imale nazivni kapacitet 0,1 MW i rotor prečnika 20 m. Značajno je istaknuti da je snaga isporučena generatoru direktno proporcionalna površini koju opisuju lopatice (elise) rotora. Komercijalno dostupne vetroturbine danas imaju snage preko 10 MW, sa rotorom prečnika od 164 m, Slika 1.5.



Slika 1.5. Rast visine i snage vetroturbine tokom godina [7]

Noseću konstrukciju vetrogeneratora čini stub. Poželjno je da visina stuba bude što veća, jer se brzina vetra povećava sa visinom. Vetroturbina se obično sastoji od tri lopatice, koje prihvataju energiju vetra i pretvaraju je u mehaničku energiju sporohodnog vratila sa kojim su čvrsto spregnute. Sporohodno vratilo je, preko reduktora (menjačka kutija sa prenosnikom), povezano na brzohodno vratilo zaduženo da mehaničku energiju preda generatoru u cilju konačnog pretvaranja u električnu energiju, Slika 1.6. Sam generator izvodi se kao asinhroni ili sinhroni. Danas se za ovu namenu najčešće koriste višepolni sinhroni generatori (sa

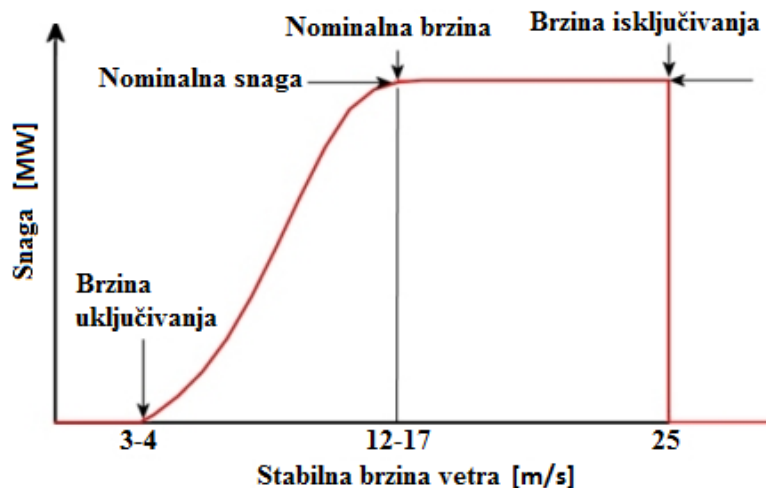
pobudnim namotajem ili permanentnim magnetom), čime se gubi potreba za povećanjem brzine preko reduktora. Sistem takođe poseduje mehanizam za zakretanje lopatica. U zavisnosti od informacije o brzini vetra, dobijene od anemometra, aktivira se mehanizam za nagib lopatica i vrši regulacija snage koju vetar predaje vetroturbini. Slična regulacija može da se izvede različitim izvedbama za promenu površine lopatica. U zavisnosti od informacije o smeru vetra, dobijene od vetrokaza, aktivira se zakretni mehanizam (koji ima sopstveni pogon) da bi se vetroturbina usmerila u skladu sa trenutnim karakteristikama vetra. O svemu navedenom brine kontroler zadužen za upravljanje pojedinim delovima vetroturbine.



Slika 1.6. Delovi vetroturbine [8]

Vetroturbine su dizajnirane da rade unutar određenog raspona brzine vetra, Slika 1.7. Minimalna brzina vetra (3-5 m/s) na kojoj vetroturbina može proizvesti energiju naziva se brzina uključivanja (*cut-in*). Dalje povećanje brzine vetra, sve do postizanja nominalne brzine vetra (12-17 m/s), dovodi do drastičnog povećanja snage vetroturbine (snaga raste sa trećim stepenom brzine vetra), odnosno dostizanja nominalne snage vetroturbine. Dalji rast brzine vetra nema uticaj na povećanje

izlazne snage vetroturbine. Na ekstremno visokim brzinama vetra (tipično 25 m/s) neophodno je zaustaviti rad vetroturbine da ne bi došlo do njenog mehaničkog oštećenja. Brzinu vetra na kojoj zaustavljamo rad vetroturbine nazivamo brzina isključivanja (*cut-out*). U zavisnosti od dizajna današnje vetroturbine imaju vrednost isključivanja i preko 35 m/s. Zaustavljanje vetroturbine vrši se zakretanjem lopatica vetroturbine, smanjujući na taj način površinu na koju vetar deluje, te aktiviranjem kočnice za potpuno zaustavljanje vetroturbine, kako je prikazano na Slici 1.6.



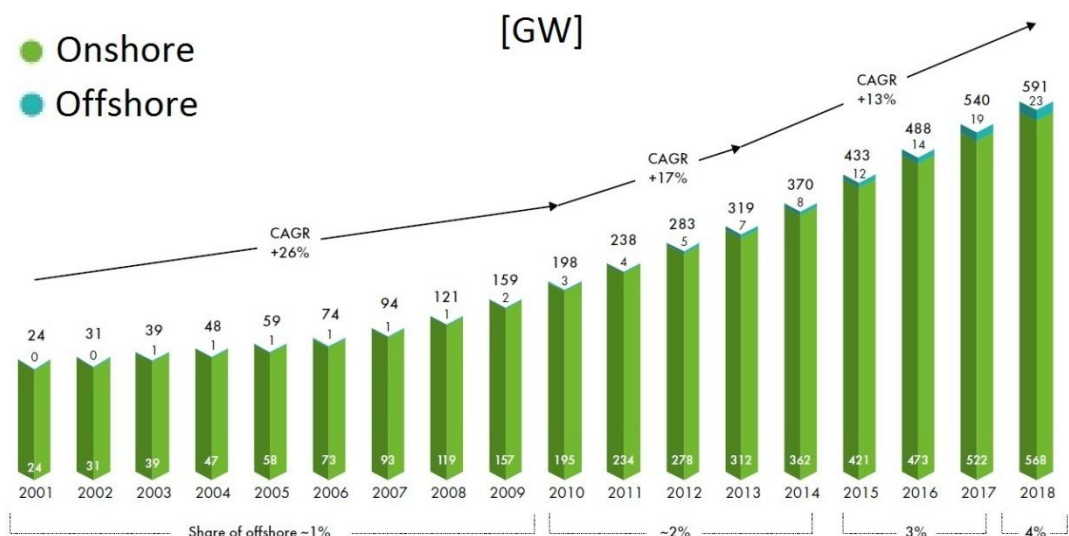
Slika 1.7. Tipična izlazna snaga vetroturbine uz stalnu brzinu vetra [9]

Brzina uključivanja i brzina isključivanja zavise od dizajna vetroturbine i o tome treba voditi računa pre izgradnje (odluka o tipu vetroturbine se donosi na osnovu karakteristika vetra na datoj mikrolokaciji). Tabela 1.2. prikazuje vodeće svetske proizvođače vetroturbin [10].

Tabela 1.2. Vodeći svetski proizvođači vetroturbin [10]

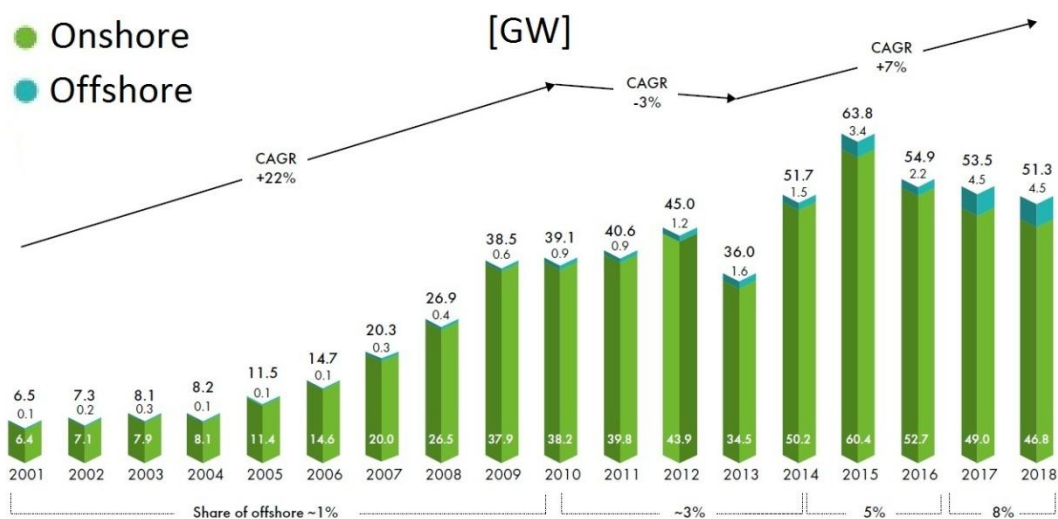
| Manufacturer | Model | Nominal Power | Hub Height | Rotor Diameter |
|------------------|------------|---------------|------------|----------------|
| Enercon | E-138 EP3 | 3.500/4.200 | 160 | 138.6 |
| GE | 3.4-137 | 3.400 | 85-156 | 137 |
| | 3.6-137 | 3.600 | 85-155 | 137 |
| | 3.8-130 | 3.800 | 85-155 | 158 |
| | 4.8-158 | 4.800 | 101-161 | 158 |
| Lagerway/Enercon | L147 | 4.300 | 155 | 147 |
| | L160 | 4.000 | 166 | 160 |
| Nordex Acciona | N149 | 4.000/4.500 | 164 | 149.1 |
| Senvion | 3.6M140 | 3.600 | 157-160 | 140 |
| | 3.7M144 | 3.700 | 157-160 | 144 |
| | 4.2M140 | 4.200 | 157-160 | 140 |
| Siemens Gamesa | SG 3.4-132 | 3.465 | 165 | 264 |
| | SG 4.5-145 | 4.500 | 157.5 | 145 |
| | SWT-DD-120 | 3.900-4.300 | 75-155 | 240 |
| | SWT-DD-142 | 3.500-4.100 | 165 | 142 |

Na Slici 1.8. prikazan je trend ukupno instalisanih kapaciteta za proizvodnju električne energije iz energije vetra, na kopnu (*onshore*) i na vodenim površinama (*offshore*) [11]. Očekivanja su da će se taj trend nastaviti i u narednim godinama.



Slika 1.8. Trend ukupno instalisanih kapaciteta za proizvodnju električne energije iz energije vetra, na kopnu i na vodenim površinama, izražen u GW [11]

Slika 1.9. prikazuje trend novoinstaliranih kapaciteta za proizvodnju električne energije iz energije vetra [11].

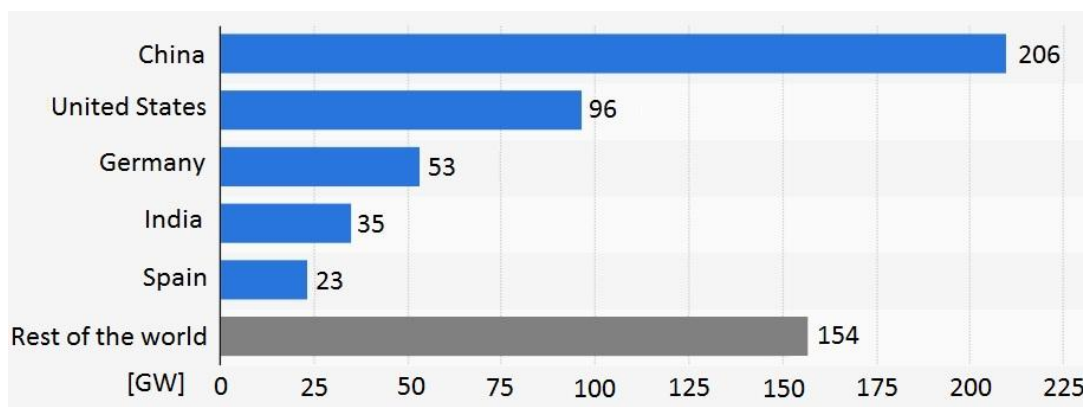


Slika 1.9. Trend novoinstaliranih kapaciteta za proizvodnju električne energije iz energije vetra, na kopnu i na vodenim površinama, izražen u GW [11]

Primećujemo izvesnu stagnaciju u izgradnji novoinstaliranih kapaciteta, verovatno povezanu sa svetskom ekonomskom krizom izazvanom 2008-2009 godine, odnosno blaži porast u odnosu na godine koje su prethodile svetskoj ekonomskoj krizi. Bez obzira na tu činjenicu nesumnjivo postoji izraženiji pozitivan

trend izgradnje vetroelektrana na vodenim površinama u odnosu na vetroelektrane na kopnu.

Kao pozitivan primer, u poslednjih nekoliko godina (preciznije rečeno u poslednjoj deceniji, jer je pre toga bila iza USA i EU), može se istaći vodeća uloga Kine u novoinstalisanim kapacitetima, koja ju je dovela do ubedljivo vodeće pozicije u ukupno instalisanim kapacitetima za proizvodnju električne energije iz energije vetra (ispred USA, Nemačke, Indije, Španije, Velike Britanije, Francuske, Brazila, Kanade...), Slika 1.10. Trend povećanja procentualnog udela izgradnje novoinstalisanih vetroelektrana na vodenim površinama u odnosu na vetroelektrane na kopnu naročito je izražen u Kini kao vodećoj zemlji u proizvodnji električne energije iz energije vetra.



Slika 1.10. Ukupno instalisani kapaciteti vetroelektrana na kopnu u GW za vodeće zemlje u proizvodnji električne energije iz energije vetra za 2018. godinu [11]

U Srbiji su poslednjih godina napravljeni pionirski koraci u izgradnji kapaciteta za proizvodnju električne energije iz energije vetra. Tako je u okolini Kule krajem 2015. godine pušten u rad prvi vetropark (od 3 vetroturbine) u Srbiji ukupne instalisane snage 9,9 MW. Bilo je još nekoliko manjih postrojenja istog investitora ("MK - Fintel Wind") da bi kao poslednji u nizu, u okolini Vršca, bio stavljen u funkciju vetropark (naziva "Košava 1") sa 20 vetroturbina, proizvođača Vestas, ukupne instalisane snage 69 MW. Plan je da se isti proširi sa dodatnih 15 vetroturbina u sledećoj fazi (koji će nositi naziv "Košava 2"). U blizini Kovačice (investitor "Electrawinds K - Wind") je od ove godine u funkciji vetropark sa 38 vetroturbina ukupne instalisane snage 104,5 MW. Ukupno instalisani kapaciteti u Srbiji iznose oko 400 MW.

1.2. Formula za snagu vetra i posledice

Iz fizike i literature je poznato da kinetička energija objekta zavisi od njegove brzine i mase. Drugim rečima, ona se izračunava kao $(1/2) \cdot m \cdot v^2$, gde je v brzina (m/s), a m masa (kg). U slučaju vetra, masa m se dobija kao proizvod gustine vazduha ρ i njegove zapremine V . Kako je vazduh stalno u pokretu, zapremina V se izračunava množenjem brzine vetra v sa površinom A kroz koju prolazi u vremenskom periodu t . To dovodi do jednačina:

$$P_w = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \rho \cdot v^3 \quad (1.1)$$

$$E_w = P_w \cdot t = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \rho \cdot \overline{v^3} \cdot t \quad (1.2)$$

gde P_w označava snagu (W), a E_w energiju (J) vetra. Nažalost, električna snaga i energija koja se izvlače iz vetroturbinе značajno su niže od onih datih jednačinama (1.1)-(1.2). To je posledica činjenice da se kod pretvaranja kinetičke energije vetra u mehaničku energiju okretanja turbine iskorišćava samo razlika između ulazne brzine vetra i brzine vetra na izlazu turbine. Tačnije, gornje jednačine možemo zapisati kao:

$$P_e = C_p \cdot P_w = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \rho \cdot C_p \cdot v^3 \quad (1.3)$$

$$E_e = C_p \cdot E_w = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \rho \cdot C_p \cdot \overline{v^3} \cdot t \quad (1.4)$$

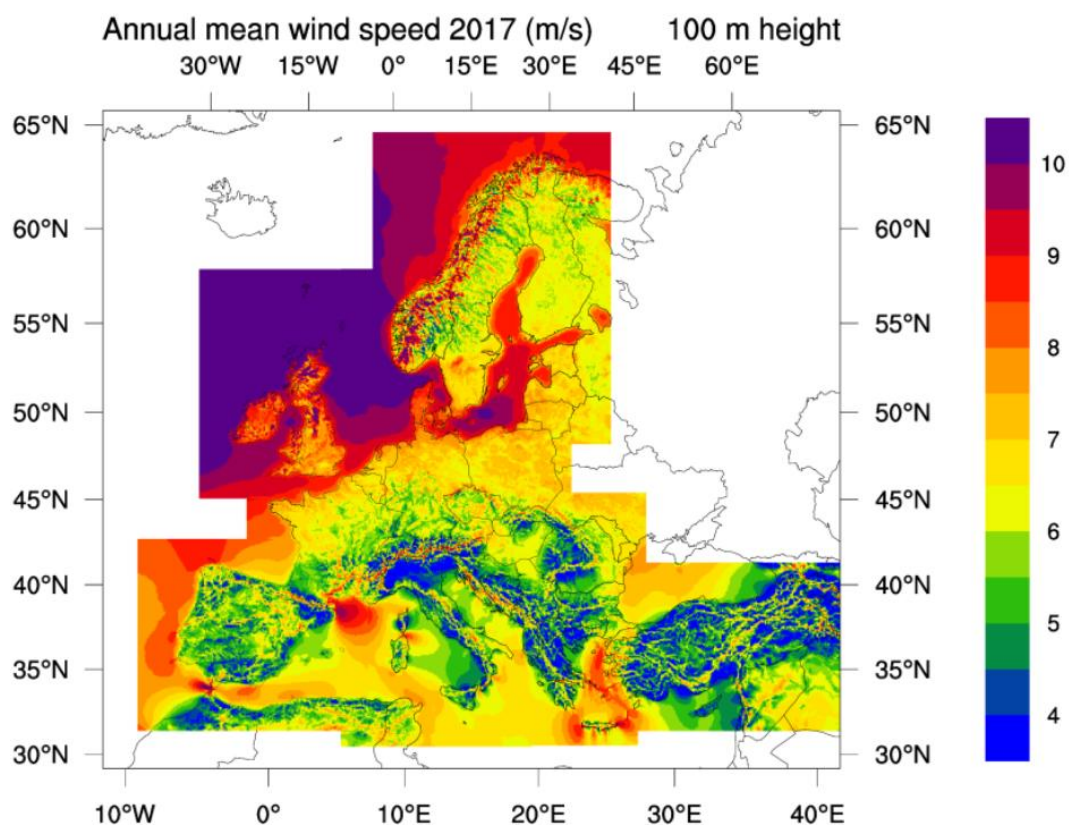
gde C_p označava koeficijent snage vetroturbinе. Njegova maksimalna vrednost jednaka je 0,593, a zove se Betz-ova granica ili Betz-ov zakon [12]. Albert Betz, Nemački fizičar, je 1919. godine zaključio da je teorijska maksimalna efikasnost bilo koje konstrukcije vetroturbinе $16/27 = 59,3\%$ (što znači da nijedna vetroturbina ne može pretvoriti više od tog procenta kinetičke energije vetra u mehaničku energiju koju predaje rotoru).

U praksi vetroturbinе ne mogu da rade na ovoj maksimalnoj granici, tj. prava granica je niže vrednosti i u praksi varira od 35-45%. Ako uzmemo u obzir i ostale faktore u kompletnom sistemu vetroturbinа - npr. reduktor, ležajeve, generator i slično, na kojima se troši deo energije - samo 10-30% energije vetra se pretvara u upotrebljivu električnu energiju.

1.3. Potreba za prikupljanjem podataka

Kao prednosti korišćenja energije vetra ističu se visoka pouzdanost rada postrojenja, svima dostupno i besplatno "gorivo", te što nema zagađivanja okoline (zelena energija - obnovljiv izvor energije). Mane predstavljaju visoki troškovi izgradnje i promenljivost brzine vetra ("isporučivanje" energije nije stalno i stabilno), što uzrokuje nestabilnu izlaznu snagu. Stohastička i nepredvidiva priroda vetra mogu prouzrokovati značajne fluktuacije napona i frekvencije koje vetrogenerator isporučuje, a samim tim, smetnje i probleme na električnoj mreži na koju su priključene.

Pionirski poduhvat u izradi atlasa vetra izveden je na Danskom institutu RISO gde je 1989. godine napravljen prvi atlas vetra Evrope, Slika 1.11. Atlas vetrova na osnovu višegodišnjih praćenja daje pregled makrolokacija sa podacima o prosečnim (očekivanim) brzinama vetra i prosečnoj (očekivanoj) snazi vetra, te kao takav može predstavljati prvi korak u određivanju potencijalno interesantnog mesta za gradnju vetroparkova. Na osnovu njega se na tim lokacijama naknadno sprovode detaljnija merenja brzine, pravca i smeru vetra.

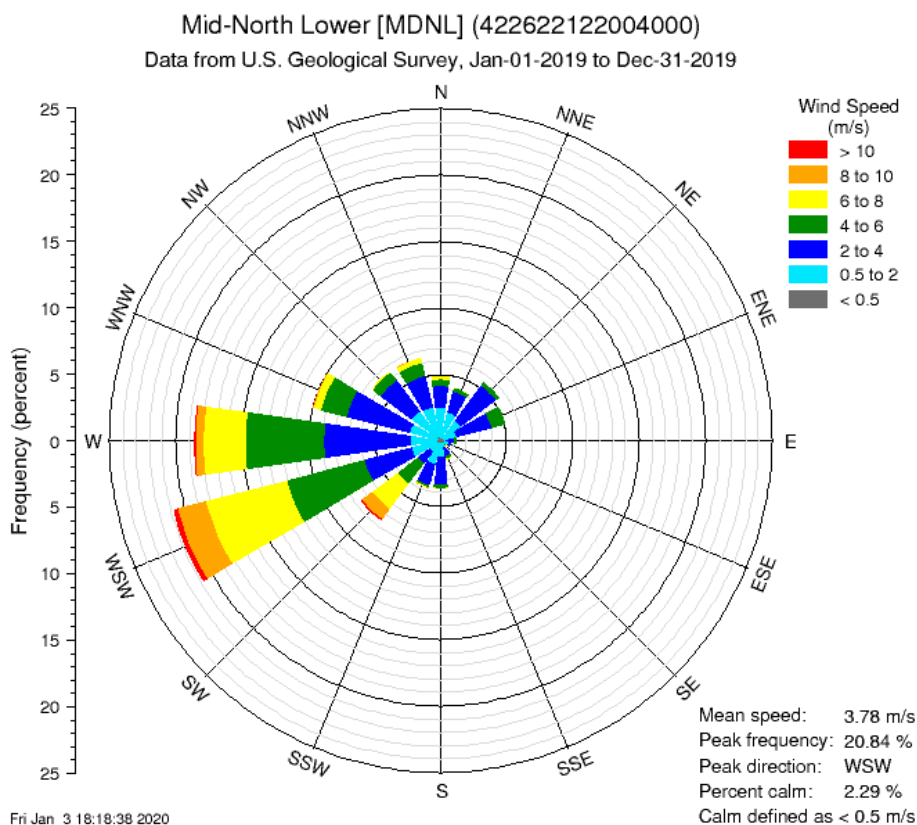


Slika 1.11. Atlas vetra [13]

Poslednjih nekoliko decenija merenja snage i energije vetra sve više dobijaju na važnosti. Na osnovu merenja provedenih na potencijalno interesantnim lokacijama procenjuje se ekonomska isplativost izgradnje vetroparka i vreme potrebno za povraćaj uloženi sredstava (investicije). Zbog veličine novčanih sredstava neophodnih za realizaciju investicije (1 MW instalisane snage zahteva ulaganje od oko milion eura), na potencijalnim lokacijama za izgradnju vetrogeneratora, veoma je bitno izvršiti odgovarajuća merenja brzine, pravca i smera vetra na osnovu kojih je moguće izračunati snagu vetra i njegovu promenu tokom vremena. Merenja je neophodno izvršiti u dužem vremenskom intervalu (od najmanje godinu dana) pre donošenja konačne odluke o njegovoj izgradnji, odnosno odrediti energetska izdašnost mikrolokacije. Ovako dugotrajan način prikupljanja podataka je neophodan zato što imamo promenljive parametre brzine i smera vetra kako u toku dana (smena dana i noći), tako i u toku godine (smena godišnjih doba). Najveći ekstremi u karakteristikama vetra primećuju se najčešće u mesecima januar i juli, pa se ruže vetrova ponekad dodatno izražuju za te mesece. Pogrešan izbor lokacije predstavlja grešku koja se kasnije ne može ispraviti.

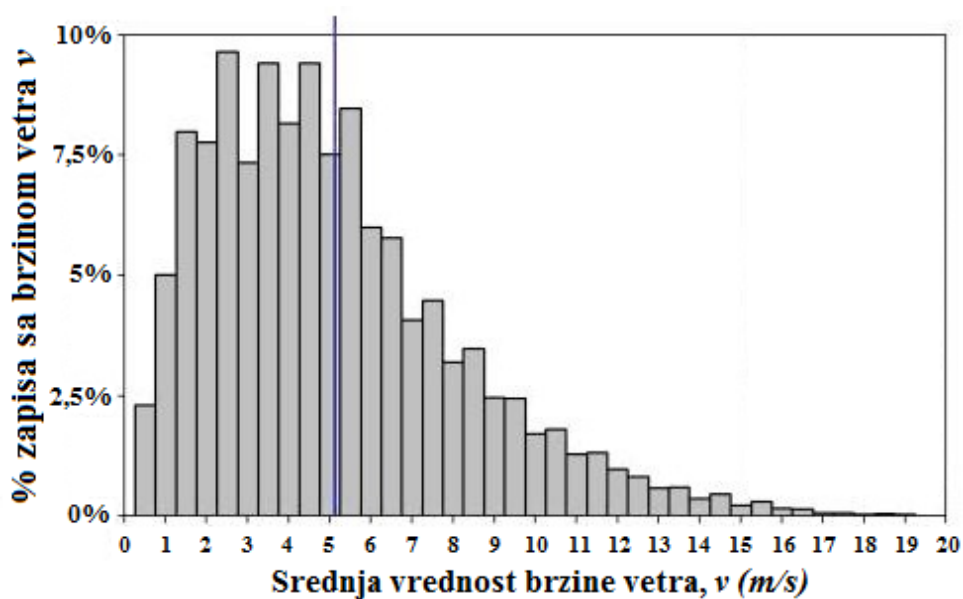
Postupak merenja parametara na licu mesta, njihovo očitavanje i zapisivanje, a zatim obrada, čini da ovaj postupak dugo traje i da nije efikasan. Zbog toga su do danas razvijeni različiti merno-akvizicioni sistemi (njihovi glavni elementi su senzor i data logger) koji su u upotrebi za merenje i obradu ovih parametara. Postojeći data logeri su zasnovani na standardnoj sampling metodi (SSM) u kojoj se vrši kvantizacija analognih signala, njihovo pretvaranje u digitalni reprezent, a zatim analiza i digitalna obrada ovako dobijenih podataka. U ovom radu će biti opisana primena novog tipa data logera zasnovanog na primeni stohastičke digitalne merne metode (SDMM) za merenje snage i energije vetra.

Uobičajeno je da se rezultati merenja brzine, pravca i smera vetra grafički prikažu dijagramom koji se zove ruža vetrova, gde se na veoma pregledan način predstavlja mikrolokacija potencijalno interesantna za izgradnju vetrogeneratora. Ruža vetrova na lokaciji od interesa predstavlja čestine i srednje brzine vetrova iz pojedinih pravaca, te prikazuje dominantne vetrove za posmatrani vremenski period. Tako Slika 1.12. prikazuje ružu vetrova za 2019. godinu, generisanu on-line [14] za jednu (Mid-Nort Lower) od mnoštva ponuđenih lokacija, gde je srednja brzina vetra 3,78 m/s, dok se maksimalna čestina od 20,84% postiže u smeru WSW (247°30').



Slika 1.12. Ruža vetrova, od 1.1.2019. do 31.12.2019. [14]

Ponekad se izrađuje i "izvrnuta ruža vetrova" koja se predstavlja histogramom čestina i brzina vetrova iz različitih pravaca. Histogram je u stvari funkcija gustine raspodele (verovatnoća) kojom duva vetar određenog intervala brzina, Slika 1.13. Primer sa slike daje srednju brzinu vetra od 5,2 m/s dok je najveća verovatnoća vetra brzine od 2,5 m/s.



Slika 1.13. Histogram čestina duvanja vetra [15]

2. STANJE STRUKE I NAUKE

2.1. Senzori

Senzori, zajedno sa aktuatorima i indikatorima, čine električne pretvarače. Senzori su uređaji koji merenu fizičku veličinu (temperaturu, pritisak, masu, brzinu strujanja fluida, provodljivost, pH...) detektuju promenom nekog svog svojstva. Ako se merena fizička veličina konvertuje u električni signal (obično naponski ili strujni) tada govorimo o električnom senzoru. U tom slučaju se osobine električnog signala na njegovom izlazu (naponski ili strujni nivo, amplituda, frekvencija...) mogu dovesti u relaciju sa merenom fizičkom veličinom. Podela senzora je heterogena, pa tako senzore možemo podeliti na analogne ili digitalne (prema vrsti signala koji generišu na svom izlazu), aktivne ili pasivne (u zavisnosti od toga da li za svoj rad koriste energiju iz samog procesa merenja ili je tu energiju potrebno posebno dovesti spolja). Podelu možemo načiniti još na stacionarne ili prenosive senzore, kao i u zavisnosti od prirode same merne veličine - tako razlikujemo toplotne, mehaničke, kinematičke, električne, hemijske, fizikalne... senzore.

Senzor vetra bi trebalo, u idealnom slučaju, da je sposoban da detektuje kako lahor i povetarac, kao predstavnike najslabijeg vetra, tako i vihor i orkan kao predstavnike najjačeg vetra (merni opseg senzora). Pored toga, senzor bi trebalo da poseduje linearnost (odnos između brzine vetra kao merene veličine i, uglavnom analogne, vrednosti koju daje na svom izlazu), te da ima trenutnu reakciju na turbulentne promene fluktuacije vetra (osetljivost senzora). Realni senzori ne mogu da imaju gore navedene osobine, ali se svakim danom (uvođenjem novih materijala i tehničko-tehnoloških rešenja) postižu njihove sve bolje karakteristike. Pored navedenih osobina bitne osobine senzora predstavljaju ofset i šum, kao i reverzibilnost, selektivnost i rezolucija.

Najčešće korišćeni senzori za merenje brzine vetra i principi na kojima je zasnovano njihovo funkcionisanje su:

1. Turbinska merila brzine vazduha čiji je tipičan predstavnik je anemometar sa šoljicama (Cup Anemometer) [16] koji se koristi u eksperimentalnom delu ovog rada pretvaraju pravolinijsko kretanje vazduha u rotaciju tubine. Na svom izlazu oni generišu sinusni napon promenljive amplitude i frekvencije, koji linearno zavisi od brzine vetra. Mogu biti opremljeni optičkim pretvaračem koji usled rotacije anemometra generiše impuls (srednja brzina vetra predstavlja broj impulsa u intervalu vremena). Kod turbinskih merila (i drugih kinematskih merila) najveći problemi su vezani za promenljivo mehaničko trenje u ležištima rotora, što dolazi do izražaja u ekstremnim ambijentnim uslovima.

2. Tehnike zasnovane na Doplerovom efektu (daljinsko očitavanje), čiji su tipični predstavnici su LiDAR (*Light Detection And Ranging*, ili "laser radar") i SoDAR (*Sound Detection And Ranging*, ili "acoustic radar") [17], [18]. Ovi senzori mere i brzinu i smer vetra.

LiDAR radi na principu refleksije elektromagnetskog zračenja. Prvo se laserski zrak podeli u dva zraka jednakog intenziteta, koji se optičkim vlaknima dovode do optike sonde. Ona ih dovodi u tačku za merenje (žižna daljina određuje njenu veličinu i poziciju) gde se oni ukrštaju i na tom mestu se dobija elipsoid.

Kod SoDAR-a brzina vetra određuje se merenjem vremena potrebnog da ultrazvučni signal pređe put između predajnika i prijemnika na fiksnom rastojanju. U zavisnosti od smera vetra povećavaće se ili smanjivati brzina zvuka. Pošto nemaju pokretnih delova veoma su pogodni za upotrebu u oblastima sa slanim vazduhom i velikim količinama prašine, te za merenje turbulencija.

Glavni nedostatak ovih uređaja predstavlja cena, te gubitak signala usled jake kiše i snega. Pored toga što su skupi oni su veoma nezgodni za transport, odnosno prevoz na željenu lokaciju, što dodatno komplikuje njihovu upotrebu.

3. Anemometarska merila brzine vazduha čije se merenje zasniva na odvođenju toplotne energije strujanjem (konvekcijom) vazduha u zavisnosti od temperature i otpornosti ugrejane žice (tipičan predstavnik je anemometar sa otpornim vlaknom). Otporno vlakno prečnika 4-10 μm i dužine 1 mm (zbog otpornosti na oksidaciju i dobrog temperaturnog koeficijenta najčešće je izrađeno od platine) pričvršćeno je na

dva držača malih dimenzija (da manje utiču na brzinu vetra). Najveći nedostatak ovih merila je što su veoma osetljivi na mehaničke vibracije, udare, kao i nečistoće u vazduhu. Ukoliko u vazduhu ima nečistoća neophodno je koristiti metalni film koji se nanosi na kvarcnu ili keramičku podlogu.

4. Merila brzine vazduha koja rade na principu razlike pritisaka kao posledice kretanja fluida - Bernulijev zakon. Tipičan predstavnik su senzori koji mere diferencijalni pritisak koristeći Pito-ovu cev (francuski fizičar Henri Pitot). Ova merila su pogodna za merenje vetra vrlo velikih brzina. Pri malim brzinama dobijaju se male razlike pritisaka što predstavlja problem za tačnost merenja.

5. Merenja brzine vetra bazirana na merenju vektora mehaničke sile pomoću mernih pretvarača sa tenzometarskim trakama. Princip merenja zasniva se na promeni otpornosti usled deformacije u linearno-elastičnom području kada važi Hooke-ov zakon (engleski fizičar Robert Hooke), koja se detektuje mernim mostom i prevodi u napon ili struju.

2.2. Anemometar sa šoljicama

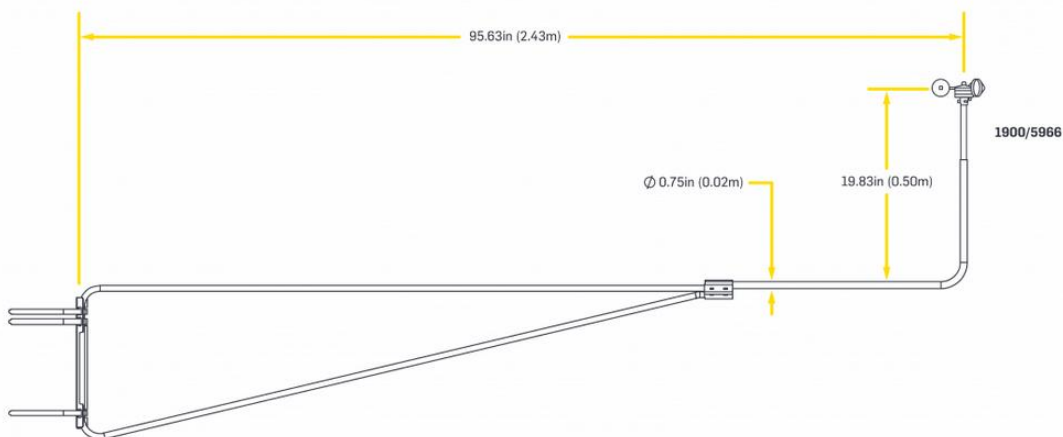
Anemometar sa šoljicama postao je standard u meteorologiji još u devetnaestom veku i ostao to do današnjeg dana, bez obzira na raznolikost mernih principa i razvoj nauke i tehnike u ovoj oblasti. Ravnopravno su u upotrebi anemometri sa tri i četiri šoljice, koje rotiraju zajedno sa vertikalnom osovinom na koju su pričvrćene horizontalnim nosačima. Osovina je spojena na generator (rotor sa permanentnim magnetom) čiji je izlaz najčešće naizmenični signal - sinusni napon amplitude i frekvencije linearno zavisne od brzine vetra. Pored toga što je najčešće korišćeno merilo brzine vetra, on je jeftin i robustan. Tipičan predstavnik anemometra sa šoljicama je P2546C [19], prikazan na Slici 2.1. Njegove specifikacije prikazane su u Prilogu A: merni opseg 0,4 - 75 m/s, rezolucija 0,001 m/s. Greška koju pravi anemometar nije predmet razmatranja ovoga rada.



Slika 2.1. Anemometar P2546C [19]

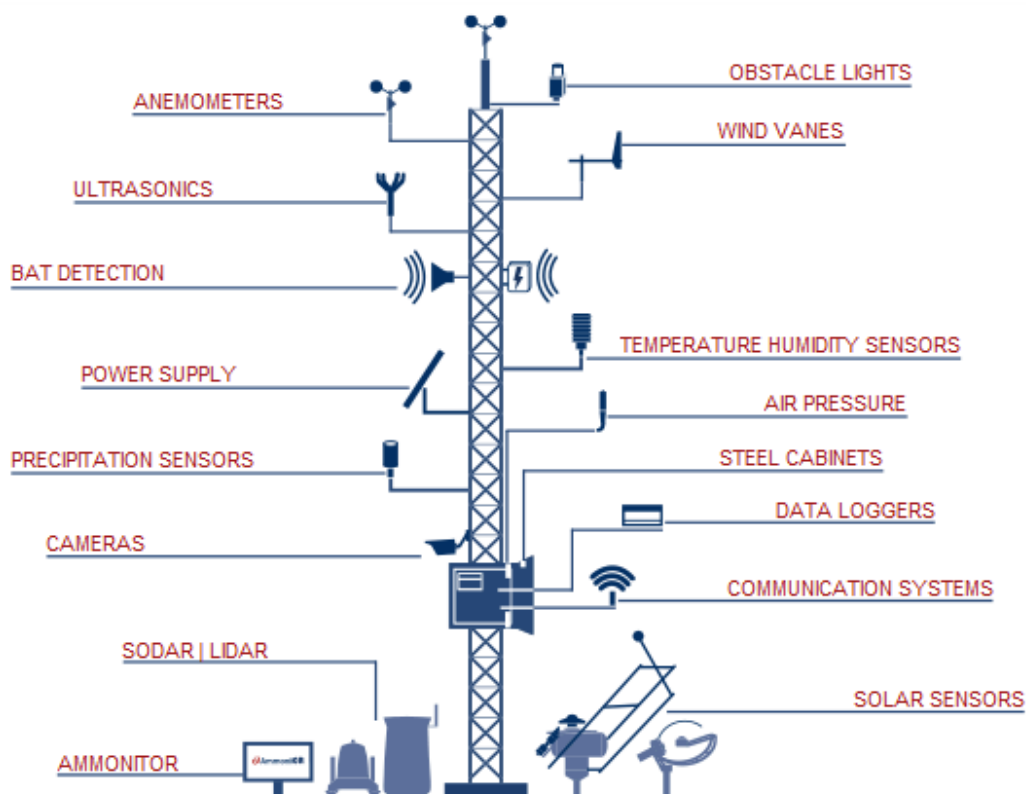
Da bi anemometar davao relevantne podatke, neophodno je da bude ispravno montiran. Postoji profesionalna oprema [20] za montažu anemometra, Slika 2.2.

Kit 4214/4159 - Anemometer



Slika 2.2. Profesionalna oprema za montažu anemometra [20]

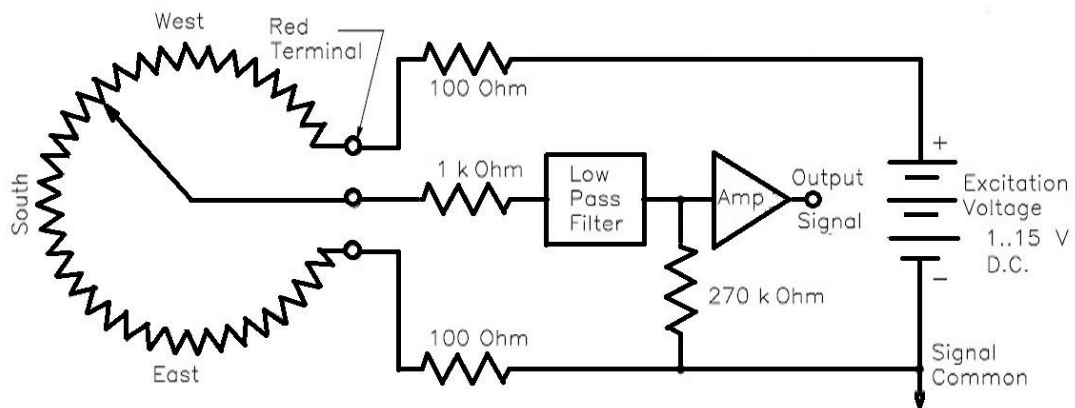
Po pravilu, anemometar se postavlja na jarbol, na visinu 10 m od površine tla, odnosno 3 m iznad bilo kakvih lokalnih prepreka. Potrebno je voditi računa da strujanje vetra oko anemometra bude nesmetano - da ga ne ometaju okolne građevine, stabla ili neki drugi objekti u njegovoj blizini. Slika 2.3. prikazuje merni stub na koji se montira oprema za merenje brzine, pravca i smeru vetra.



Slika 2.3. Stub za montažu opreme za meteorološka merenja [21]

2.3. Vetrokaz

Neki uređaji, poput SoDAR-a i LiDAR-a u sebi objedinjuju merenje kako brzine vetra, tako i pravca i smera vetra, tako da su u stanju da daju sve informacije o vetru neophodne za njegovo opisivanje (kao vektorske veličine). Za razliku od njih anemometar sa šoljicama, daje samo informaciju o brzini vetra, pa je za dobijanje pune informacije o vetru javlja potreba za dodatnim uređajem za određivanje pravca i smera vetra. Uređaj koji se koristi za određivanje pravca i smera iz koga vetar duva naziva se vetrokaz ili vetrulja. Kao tipičnog predstavnika vetrokaza navodimo NRG 200P Wind Vane, čiji je princip rada i način njegovog električnog povezivanja prikazan na Slici 2.4. Ovo je očigledno potencijometriarski senzor. Pošto je potencijometar kružni postoji mrtva zona (deadband) od oko 8° . Otpornici od $100\ \Omega$ imaju zadatak da nadomeste gubitak otpornosti u ovom delu, kao i da spreče direktan kratak spoj u slučaju pogrešnog ožičenja senzora prilikom montaže. Ulogu sprečavanja kratkog spoja na potencijometru ima otpornik od $1\ \text{k}\Omega$. Kada senzor pokazuje sever, odnosno kada se potencijometar nalazi u mrtvoj zoni, tada ulogu pull-down otpornika preuzima otpornik od $270\ \text{k}\Omega$. U krug senzora je zbog sprečavanja šuma poželjno dodati niskopropusni filter (pošto se radi o jednosmernom signalu, ovo se efikasno radi sa jednostavnim R-C filterom).



Slika 2.4. Princip rada vetrokaza [22]

Na Slici 2.5. prikazan je izgled senzora NRG 200P Wind Vane [23]. On se sastoji od horizontalne poluge koja na jednom kraju ima ploču aerodinamičkog profila, a na drugom kraju protivteg sa strelicom koja pokazuje odakle vetar duva. Horizontalna poluga se montira na vertikalnu šipku - tako da se na njoj, uz ostvarivanje što manjeg trenja, može okretati oko svoje ose.

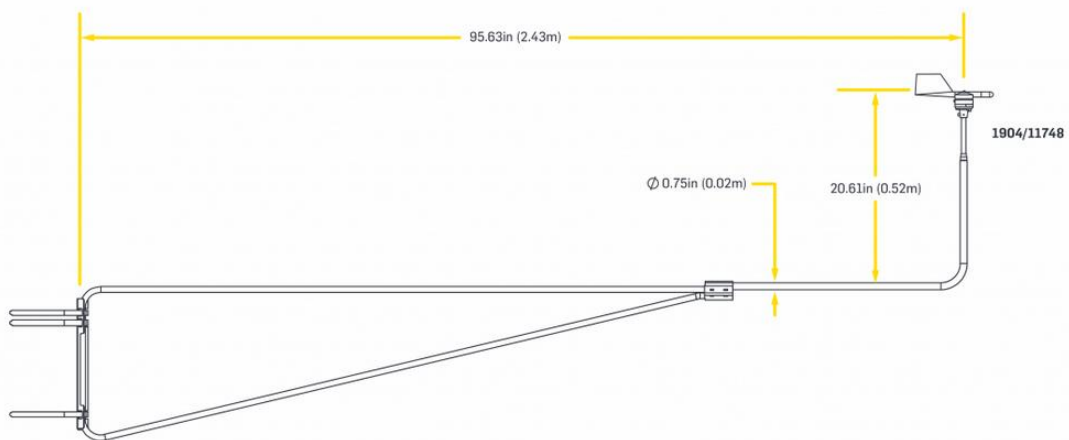


Slika 2.5. Vetrokaz NRG 200P Wind Vane [23]

Karakteristike vetrokaza NRG 200P Wind Vane date su u Prilogu B: merni opseg 360° sa kontinualnom rotacijom, osetljivost 4° (max 8°), prag 1 m/s, životni vek 50 miliona obrtaja (dovoljno za 2-6 godina rada).

Slično anemometru, da bi vetrokaz davao relevantne podatke, takođe je neophodno da bude ispravno montiran. Profesionalna oprema za montažu vetrokaza može biti ista ili slična kao kod anemometra, Slika 2.6.

Kit 4214/4159 - Vane



Slika 2.6. Oprema za montažu vetrokaza [20]

2.4. Data logger

Ponuda data logera na tržištu je raznolika. Od malih i jeftinih portabl uređaja za manje zahtevne aplikacije (kao što je recimo model Qbic Lite-2C proizvođača Bell Flow Systems, koji sa opcijom 12-mesečnog beleženja podataka ima cenu od 825 GBP, odnosno 1000 eura) do profesionalnih višekanalnih uređaja za beleženje više kako digitalnih, tako i analognih signala. Jedan od takvih uređaja je svakako i data logger proizvođača NRG SYMPHONIE PRO, Slika 2.7. čije su karakteristike navedene u Prilogu C. Namenjen je za beleženje kako podataka o vetru tako i podataka o suncu. U ponudi su dva modela: od 16 kanala (8 brojačkih i 8 analognih, od kojih 5 integrisanih) i od 26 kanala (12 brojačkih i 14 analognih, od kojih 7 integrisanih). Sampling interval mu je 1 s, dok interval usrednjavanja može da se bira kao opcija sledećih vrednosti: 1, 2, 5, 10, 15, 30 i 60 minuta (fabrički je podešen na 10 minuta). Posедуje internu memoriju od 8 MB, proširivu SD karticom od 512 MB ili 2 GB. Podržava izlazne signale od svih standardnih senzora za brzinu i smer vetra, temperaturu, pritisak, vlažnost, kao i industrijske pirometre. Analogna merenja imaju tačnost 0,04% od punog opsega (*FS - full scale*), uz rezoluciju (16-bitne AD konverzije) od 76 μV u odnosu na 5 V opseg. Operativni sistem je Windows 7 (ili kasnija verzija) a opremljen je LCD displejem i tastaturom sa 16 tastera. Radna temperatura uređaja je od $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $+65\text{ }^{\circ}\text{C}$, a može da radi u svim uslovima vlažnosti (0-100%).



Slika 2.7. Data logger SYMPHONIE PRO [24]

2.5. Novija rešenja merenja brzine vetra

Postoje različite vrste senzora za merenje brzine vetra i različiti sistemi za akviziciju izmerenih vrednosti snage i energije vetra. Nažalost, danas još uvek ne postoji jednostavan i jeftin način za merenje snage i energije vetra. Standardni i najviše zastupljen senzor za detekciju brzine vetra je anemometar sa šoljicama, koji najčešće ima 3 ili 4 šoljice. Pored ovog senzora, koji je standard u meteorologiji, postoje i drugi senzori koji svoj rad zasnivaju na različitim principima kao npr. (ultra)zvučni (SoDAR), svetlosni (LiDAR), na principu elektromagnetnih talasa (Radar), laser dopler anemometar, anemometar sa ugrejanom žicom, sa propelerom...

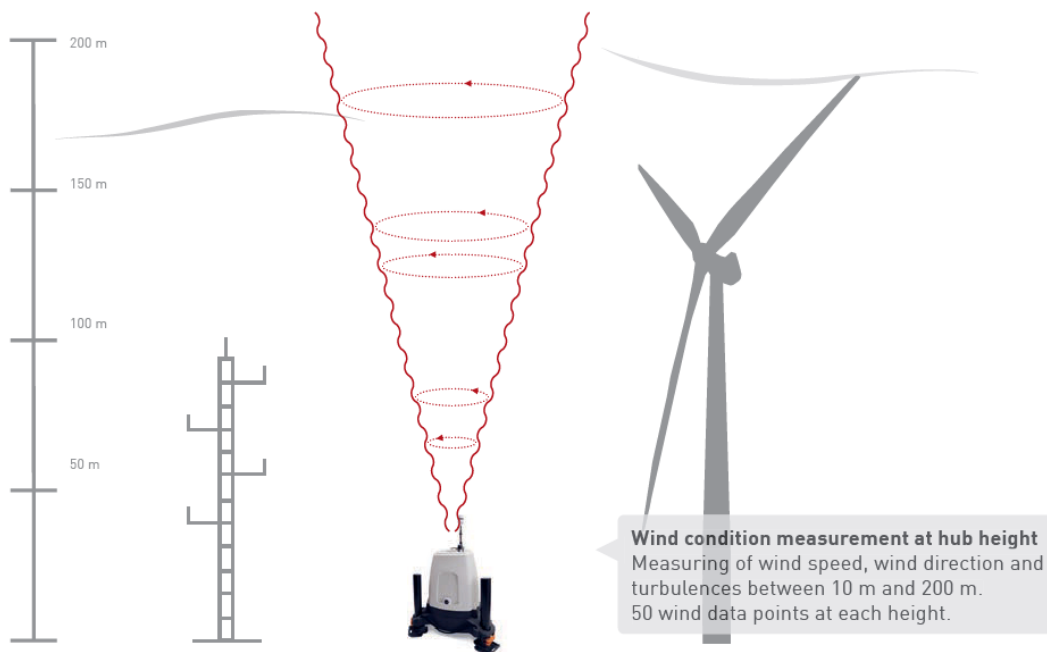
Većina merenja se vrši korišćenjem skupih instrumenata kao što su SoDAR i LiDAR [17], [18].

Jedan od tipičnih LiDAR predstavnika (Lidar Ammonit ZX300, čija je cena oko 77500 GBP, odnosno oko 87600 eura) prikazan je na Slici 2.9. Ovaj uređaj je jedan od prvih uređaja ove vrste koji je klasifikovan i kalibrisan u skladu sa preporukama IEC 61400-12-1 [25]. Njegove specifikacije date su u Prilogu D.



Slika 2.8. Lidar ZX300 [26]

Princip rada LiDAR uređaja prikazan je na Slici 2.9.



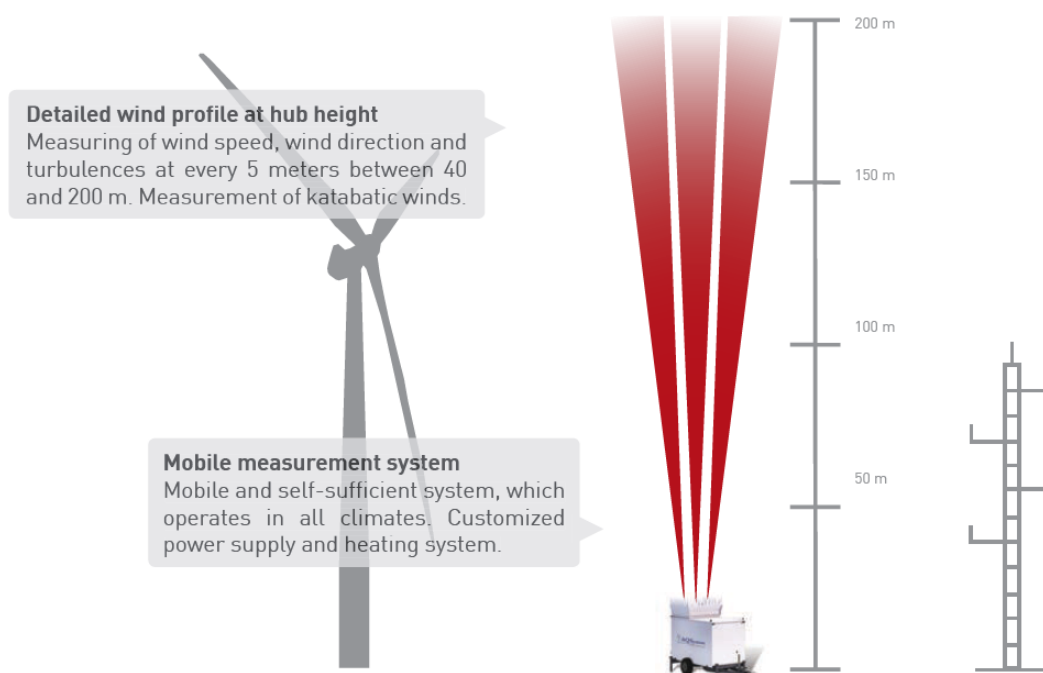
Slika 2.9. Princip rada LiDAR uređaja [26]

Jedan od tipičnih SoDAR predstavnika (Sodar Ammonit AQ510, čija je cena oko 44000 eura), sa napajanjem na gradsku mrežu, prikazan je na Slici 2.10. I ovaj uređaj je jedan od prvih ove vrste koji je klasifikovan i kalibrisan u skladu sa preporukama IEC 61400-12-1 [25]. Njegove specifikacije date su u Prilogu E.



Slika 2.10. Sodar AQ510 [26]





Princip rada SODAR uređaja prikazan je na Slici 2.11.



Slika 2.11. Princip rada SoDAR uređaja [26]

Uređaji za snabdevanje električnom energijom uređaja imaju cenu između 20800 eura (MR9600) i 30900 eura (MS8600). Oprema za zimske uslove predstavlja dodatni trošak u iznosu 7800 eura za blage zime (Warm Winter Kit - S91410), 20600 eura za srednje hladne zime (Mild Winter Kit - S91420), odnosno 31000 eura za veoma hladne zime (Cold Winter Kit - S91430), Tabela 2.1.

Tabela 2.1. Oprema za zimske uslove [26]

| Product kits | AQ510 Stand-alone | Warm Winter Kit | Mild Winter Kit | Cold Winter Kit |
|------------------|---|---|--|---|
| Order No. | S91110 | S91410 | S91420 | S91430 |
| |  |  |  |  |
| Power pack | Instrument only | Warm winter kit | Mild winter kit | Cold winter kit |
| Power supply | 12 VDC | | | |
| Batteries | - | 2 x 12 V (305 Ah total) | 2 x 12 V (610 Ah total) | 3 x 12 V (660 Ah total) |
| Solar module | - | 2 x 200 W (400 W total) | 2 x 200 W (400 W total) | 3 x 200 W (600 W total) |
| Fuel cell | - | - | Efoy Pro 2400 Duo | - |
| Diesel generator | - | - | - | 220 VAC, 3.3 kW |
| Options | 110 ... 240 VAC | Diesel heater, Trailer platform | Diesel heater, Trailer platform | |
| Dimension [m] | 1.8 (height) x 1.0 (diameter) | 0.6 (height) x 0.6 (width) x 1.02 (length) | 0.6 (height) x 0.6 (width) x 1.02 (length) | 2 (height) x 1.6 (width) x 3.4 (length) |
| Weight | approx. 120 kg | approx. 90 kg | approx. 170 kg | approx. 800 kg |

Option: Trailer platform

Dimensions in m: 0.7 [height] x 1.9 [width] x 3 [length]

Weight: approx. 195 kg

Na ove troškove potrebno je dodati i trošak za specijalne prikolice za zaštitu ovih uređaja od atmosferskih prilika u iznosu od 4000 eura (za S91310) do 7200 eura (za S91300). Za beleženje podataka koriste se data logeri istog proizvođača čija je cena od 1800 eura za model METEO-40S (oznake M11010) do 3000 eura za model METEO-40L (oznake M31010), tako da dolazimo do ukupnog troška koji iznosi oko 100000 eura.

Osim očigledno visoke cene, bitna ograničenja koja se postavljaju pred oba uređaja predstavlja konfiguracija terena koju oni zahtevaju za kvalitet merenja (mora biti ravan i bez prepreka), problemi prilikom transporta uređaja (komplicovan i skup prevoz) posebno u toku procesa merenja i istraživanja na više različitih lokacija, te dodatni troškovi vezani za snabdevanje električnom energijom i rad uređaja u zimskim uslovima.

Veliku prednost ovih uređaja predstavlja to što se na datoj lokaciji istovremeno mogu beležiti vrednosti brzine, pravca i smera vetra ne različitim visinama (najčešće na 50, 100, 150 i 200 metara) i na osnovu tih podataka dobiti preciznije informacije za donošenje konačne odluke o isplativosti investicije, kao i o modelu veroturbine (snaga vetroturbine i visina na koju se postavlja) koji bi najviše odgovarao uslovima date mikrolokacije.

S druge strane, u [27] je prikazana primena jeftinog ultrazvučnog sezora male mase koji se koristi u jedriličarstvu. Prikazan je postupak razvoja uređaja, od prototipa do finalne verzije, problemi sa kojima se projektant susretao u toku razvoja uređaja, te njegova kalibracija i zavisnost tačnosti merenja od brzine i smera vetra. Isti izazovi u vezi sa kalibracijom/verifikacijom susreću se i kod sofisticiranih komercijalnih uređaja (Sodar AQ510 i Lidar ZX300), što se može videti i po tome koliko se u specifikacijama akcentuje da su oni prvi koji imaju sertifikat u skladu sa IEC preporukama (navodi se cena kalibracije/verifikacije od 6400 eura koja je uključena u cenu uređaja).

3. HIPOTEZA I POSTAVKA PROBLEMA

Hipteza ove teze, koju treba ovim istraživanjem potvrditi ili odbaciti, je: u merenju srednje snage, odnosno energije, vetra uspešno se može koristiti dvobitna stohastička digitalna merna metoda (SDMM). Uočivši potrebu za jeftinim, lako prenosivim i tačnim uređajem za merenje snage i energije vetra, došlo se na ideju da se za ovu namenu koristi uređaj zasnovan na upotrebi dvobitne SDMM. Ulazni podaci za ovaj uređaj dobijaju se od anemometra sa šoljicama koji predstavlja standard u meteorologiji.

U ovom radu predstavljamo jednostavan (jednostavna struktura hardvera uređaja - realizacija pomoću integrisanih kola) i jeftin pristup za merenje snage i energije vetra. Ključna ideja ovog pristupa je upotreba SDMM [28]-[36] za obradu podataka generisanih anemometrom sa šoljicama. Anemometar sa šoljicama je namenjen za merenje brzine vetra i nema dodatne funkcije [37]-[45]. Na svom izlazu daje sinusni napon čija su amplituda i frekvencija linearno zavisne od brzine vetra (rotor sa permanentnim magnetom). Za razliku od standardne metode uzorkovanja (SSM) [46], SDMM se može realizovati pomoću dvobitnih AD konvertora. Dakle, njegova integracija sa anemometrom predstavlja prirodni korak ka dizajniranju niskobudžetnog, jednostavnog i lako prenosivog (mobilnog) uređaja koji može da meri snagu i energiju vetra.

Ovu tvrdnju možemo dodatno potkrepiti time što se dvobitna SDMM već koristila za merenje različitih parametara signala, kao što su srednja vrednost DC ulaza, AC ulaza, frekvencije, efektivne vrednosti, snage i energije na električnoj mreži. Razvijeno je (i kalibrisano) nekoliko prototipova i malih serija komercijalnih

(digitalnih stohastičkih) instrumenata i potvrđeno je da je njihova merna nesigurnost veoma mala [28]-[30], [47]-[55].

Današnji merno-akvizicioni sistemi (i uopšte merna instrumentacija) su zasnovani na standardnoj sempling metodi (SSM) u kojima se vrši kondicioniranje ulaznih signala i njihova kvantizacija (pretvaranje u digitalni reprezent). Poznato je da su u procesu AD konverzije tačnost i brzina međusobno oprečni zahtevi. Tačnost merenja izobličjenog signala, signala niskog nivoa i zašumljenog signala predstavlja veliki izazov u metrologiji. Još od davne 1956 godine [56] uspešno se koriste instrumenati sa dodatom slučajnom greškom (beli šum) koji su se pokazali veoma pouzdanim. U literaturi se dodati slučajni signal (beli šum) naziva još i deterskim signalom (diterom). Dodavanjem slučajnog šuma uniformne raspodele na ulaz AD konvertora razdvaja se greška merenja od ulaznog signala [57], [58]. Zbog grube AD konverzije (dvobitni AD konvertor) i zbog slučajnog šuma uniformne raspodele koji se dodaje na ulazni signal potiskuje se greška merenja. U člancima [59], [60] je dat osvrt na statističku analizu, verovatnoću, slučajne promenljive i stohastičke procese.

Za razliku od npr. merenja snage i energije električnog signala, i drugih parametara signala, na kojima su se do sada bazirali instrumenti zasnovani na SDMM pristupu, za merenje snage i energije vetra potrebno je brzinu vetra podići na treći stepen (kub). U tu svrhu potrebno je promeniti koncept do sada korišćenih metoda. Prilikom merenja snage i energije vetra standardnom metodom frekvencija se meri klasičnim digitalnim brojačem. U takvim okolnostima, izostaje informacija o varijaciji merene veličine unutar jednog ciklusa rotacije anemometra sa šoljicama. Stohastička digitalna merna metoda omogućava merenje frekvencije, ali isto tako i merenje amplitude sinusnog napona koji generiše anemometar sa šoljicama (amplituda i frekvencija sinusnog signala koji generiše anemometar sa šoljicama su linearno zavisne veličine). Takođe, stohastička digitalna merna metoda se odlikuje jednostavnim hardverom uređaja (fleš AD konvertor niske rezolucije i minimalnog hardvera), tako da se nameće evidentna potreba za istraživanje primene SDMM u merenju snage i energije vetra.

4. STOHAŠTIČKA DIGITALNA MERNA METODA (SDMM)

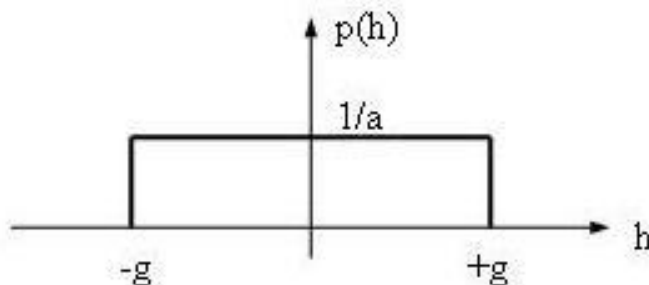
4.1. Osnovni pojmovi

Razmotrimu prvo upotrebu deterskog signala u stohastičkoj digitalnoj mernoj metodi. Slika 4.1. prikazuje AD konvertor (uniformni kvantizer) na čiji se ulaz dovodi zbir merenog signala $y(t)$ i deterskog signala $h(t)$.



Slika 4.1. Blok dijagram primene deterskog signala h na merni signal y

Ako pretpostavimo da je deterski signal slučajna vrednost sa uniformnom funkcijom gustine raspodele verovatnoće $p(h) = \frac{1}{a}$ za $|h| \leq \frac{a}{2}$ i ako sa $a = 2g$ označimo kvant uniformnog kvantizera, tada gustinu raspodele slučajnog, uniformnog deterskog signala h možemo grafički interpretirati kao na Slici 4.2.



Slika 4.2. Funkcija gustine raspodele slučajnog, uniformnog deterskog signala h

Tada vrede sledeći izrazi:

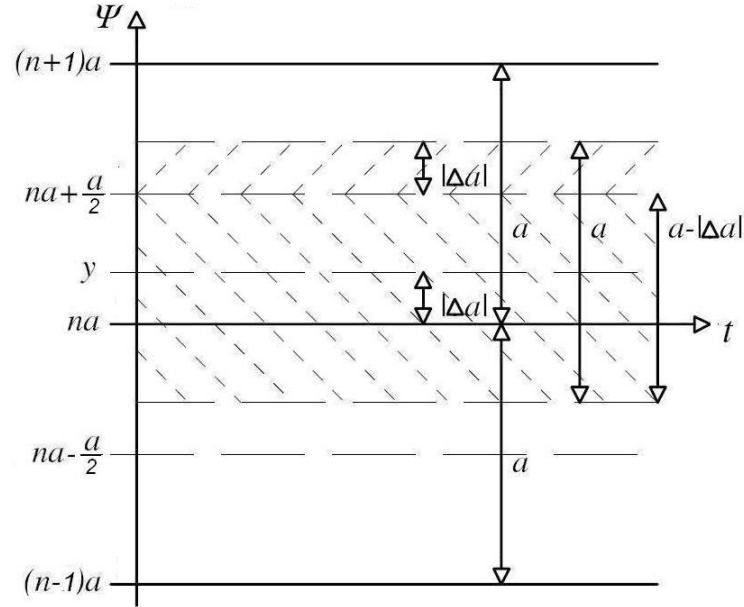
$$|y| \leq R, \quad R = Z \cdot a, \quad |y + h| = R + \frac{a}{2} \quad (4.1)$$

Definišimo sada u Tabeli 4.1. oznake koje će se koristiti u daljem izlaganju stohastičke digitalne merne metode.

Tabela 4.1. Oznake i njihova značenja

| OZNAKA | ZNAČENJE |
|--------------------|---|
| y | merena vrednost |
| R | opseg ulazne vrednosti |
| Z | broj pozitivnih kvantnih nivoa |
| a | kvantum fleš A/D konvertora uniformnog kvantizera |
| h | uniformni slučajni signal (diter) |
| $p(h)$ | funkcija gustine verovatnoće signala h |
| na | n - ti kvantni nivo |
| $(n+1)a$ | $n+1$ - vi kvantni nivo |
| $ \Delta a $ | udaljenost merenog signala y od najbližeg kvantnog nivoa |
| Ψ | izlaz uniformnog kvantizera / digitalnog množača |
| $\bar{\Psi}$ | srednja vrednost izlaza uniformnog kvantizera / digitalnog množača |
| P | verovatnoća ili funkcija verovatnoće |
| Ψ_n | na - izlaz uniformnog kvantizera |
| Ψ_{n+1} | $(n+1)a$ - izlaz uniformnog kvantizera |
| σ_y | standardna devijacija signala y |
| σ_e | standardna devijacija greške kvantizacije diterovanog ulaznog signala |
| σ_ψ | standardna devijacija izlaza uniformnog kvantizera |
| e | greška kvantizacije diterovanog signala y |
| $+g, -g$ | odluka nivoa (prag napona) u 2-bitnom fleš A/D konvertoru |
| b_1, b_{-1} | pragovi komparatora 2-bitnog fleš A/D konvertora |
| ON | ograničavač nivoa |
| \bar{x}, \bar{y} | srednja vrednost signala x i y |
| dp_x | elementarna (diferencijalna) verovatnoća da se desi x |
| dp_t | elementarna (diferencijalna) verovatnoća da se desi t |
| $dp_{x/t}$ | uslovna (diferencijalna) verovatnoća da se desi x ako se desi t |
| $p(x)$ | gustina verovatnoće funkcije P_x |
| $p(t)$ | gustina verovatnoće funkcije P_t |
| $p(x/t)$ | gustina verovatnoće funkcije $P_{x/t}$ |
| δ | Dirakova delta funkcija |
| $\varphi(t)$ | oblik signala x |
| M_3 | treći centralni momenat greške kvantizacije |
| N | konačan broj uzoraka |

Na Slici 4.3. prikazana su tri susedna kvantna nivoa: $(n-1) \cdot a$, $n \cdot a$ i $(n+1) \cdot a$ sa dva pripadajuća praga odlučivanja: $n \cdot a - a/2$ i $n \cdot a + a/2$, prilikom merenja srednje vrednosti konstantnog ulaznog signala $y(t) = konst.$, dok Δa predstavlja udaljenost do najbližeg kvantnog nivoa.



Slika 4.3. Kvantni nivoi i pragovi odlučivanja prilikom procesa merenja $\bar{\Psi}$

Ako sa $P(\psi_n)$ označimo verovatnoću da funkcija Ψ_n poprimi vrednost $n \cdot a$, a sa $P(\psi_{n+1})$ verovatnoću da Ψ_{n+1} poprimi vrednost $(n+1) \cdot a$, možemo pisati:

$$\begin{aligned}\bar{\Psi} &= \Psi_{n+1} \cdot P(\psi_{n+1}) + \Psi_n \cdot P(\psi_n) \\ \bar{\Psi} &= (n+1) \cdot a \cdot \frac{|\Delta a|}{a} + n \cdot a \cdot \frac{a - |\Delta a|}{a} \\ \bar{\Psi} &= n \cdot a + |\Delta a| = y\end{aligned}\quad (4.2)$$

Vidimo da srednja vrednost izlaza kvantizera na čiji ulaz je doveden jednosmerni napon $y(t)$ uz dodatak ditterskog signala $h(t)$ odgovara merenoj vrednosti.

Označimo sa $\Psi_i - \bar{\Psi} = e_i$ odstupanje svakog pojedinačnog merenja od srednje vrednosti (aritmetičke sredine) merenja. Za slučajne veličine greška se uobičajeno izražava kao standardna devijacija (srednja kvadratna greška ili varijansa), pa za $(i = n, n+1)$ možemo pisati:

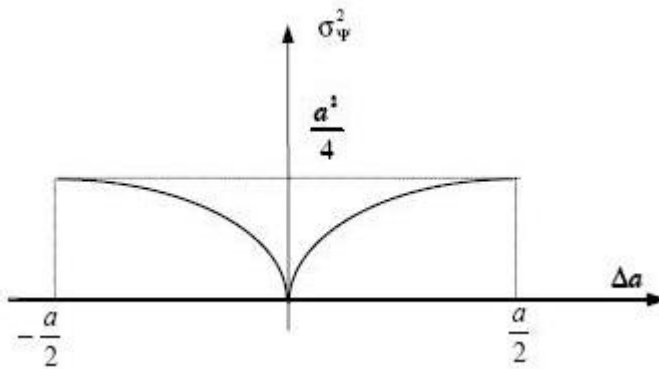
$$\begin{aligned}\bar{e}^2 &= \sigma_{\bar{\Psi}}^2 = (\Psi_{n+1} - \bar{\Psi})^2 \cdot P(\psi_{n+1}) + (\Psi_n - \bar{\Psi})^2 \cdot P(\psi_n) \\ \bar{e}^2 &= (a - |\Delta a|)^2 \cdot \frac{|\Delta a|}{a} + |\Delta a|^2 \cdot \frac{a - |\Delta a|}{a}\end{aligned}$$

$$\sigma_{\Psi}^2 = (a - |\Delta a|) \cdot |\Delta a| \quad (4.3)$$

Pokažimo kolika je varijansa za svaki $|y| \leq R$:

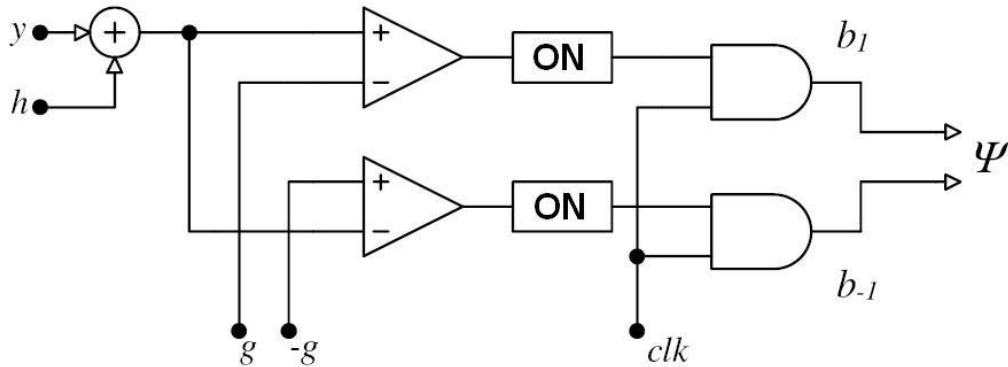
$$\begin{aligned} \sigma_{\Psi}^2 &= \overline{e^2} = \overline{(\Psi - \bar{\Psi})^2} = \overline{\Psi^2} - 2 \cdot \overline{\Psi} \cdot \bar{\Psi} + \bar{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - 2 \cdot \bar{\Psi} \cdot \bar{\Psi} + \bar{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - \bar{\Psi}^2 \\ \sigma_{\Psi}^2 &= \overline{\Psi^2} - y^2 \leq \frac{a^2}{4} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Iz grafičkog prikaza varijanse na Slici 4.4, vidi se da greška ne postoji kada je mereni napon izjednačen sa kvantnim nivoom, dok je najveća kada se izjednači sa pragom odlučivanja.



Slika 4.4. Zavisnost varijanse izlaza od udaljenosti kvantnog nivoa

Kako u gornjem izlaganju Z (broj nivoa kvantizacije) nije naveden, navedeno važi i za $Z = 1$. U tom slučaju, fleš AD konvertor je veoma jednostavan, sa minimalnim hardverom kao što je prikazano na Slici 4.5.



Slika 4.5. Dvobitni fleš AD konvertor sa dodatim uniformnim diterom

Za konvertor na Slici 4.5. važe sledeći izrazi:

$$a = 2 \cdot g \text{ tj. } g = \frac{a}{2}, \quad R = a = 2 \cdot g, \quad p(h) = \frac{1}{2 \cdot g} \quad (4.5)$$

Moguće vrednosti za Ψ su $\Psi \in \{-2g, 0, 2g\}$, a analitički izraz za Ψ je:

$$a = 2 \cdot g \cdot (b_1 - b_{-1}) \quad (4.6)$$

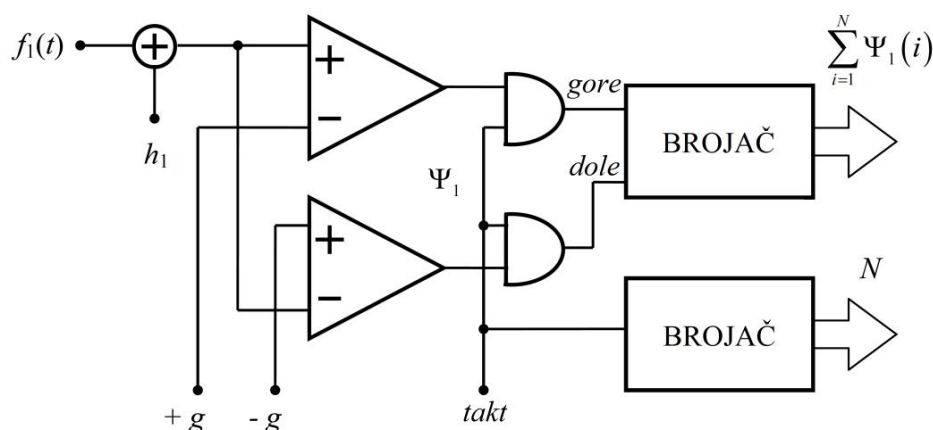
gde $b_1, b_{-1} \in \{0,1\}$ i $b_1 \cdot b_{-1} = 0$, odnosno uvek je $b_1 \cdot b_{-1} \neq 1$. Drugim rečima, nikada nije moguće da b_1 i b_{-1} istovremeno poprime vrednost "+1" - to bi značilo da je istovremeno ulaz u AD konvertor i veći od gornjeg praga i manji od donjeg praga odlučivanja.

Ako se uređajem sa Slike 4.6. meri srednja vrednost izlaza AD konvertora

$$\bar{\Psi} = \frac{\langle \text{COUNTER1} \rangle}{\langle \text{COUNTER2} \rangle} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Psi(i), \text{ za beskonačnu frekvenciju uzorkovanja na}$$

konačnom intervalu $T = [t_1, t_2]$, tj. kada $N \rightarrow \infty$, u [35] je pokazano da vredi izraz:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi(i) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt = \bar{y} \quad (4.7)$$



Slika 4.6. Blok dijagram uređaja za merenje srednje vrednosti ulaznog signala

Ovaj odnos važi i ako je frekvencija uzorkovanja konačna, a vreme merenja beskonačno dugo. Kako ni jedno ni drugo ne predstavlja realan slučaj merenja, potrebno je odrediti kolika je razlika kada su i interval merenja i frekvencija uzorkovanja konačni.

Lema: Ako je $x = \varphi(t)$ ograničena integrabilna funkcija na intervalu $t \in [t_1, t_2]$ bez obzira da li je t deterministička promenljiva ili slučajna promenljiva uniformne raspodele

$p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1}$, njena srednja vrednost na intervalu iznosi

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt$$

Dokaz: Ako je vreme t deterministička promenljiva, dokaz je trivijalan i svodi se na definiciju.

Ako je t slučajna promenljiva uniformne raspodele $p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1}$, tada je i x slučajna promenljiva i to zavisna od t . U opštem slučaju, važi sledeće:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) \cdot dx = \bar{y} \quad (4.8)$$

gde je $p(x)$ funkcija gustine raspodele verovatnoće slučajne veličine x , a $dP_x = p(x)dx$ elementarna verovatnoća, odnosno diferencijal funkcije raspodele verovatnoće slučajne veličine x .

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot dP_x \quad (4.9)$$

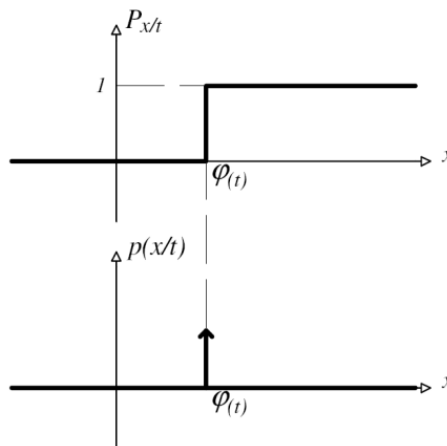
Kako je x zavisno od t to važi:

$$dP_x = dP_{x/t} \cdot dP_t = p(x/t) \cdot p(t) \cdot dx \cdot dt \quad (4.10)$$

Prema uslovima teoreme $p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1}$, ali šta predstavlja $p(x/t) = \frac{\partial P(x/t)}{\partial t}$?

Sa Slike 4.7. može se videti:

$$p(x/t) = \delta(x - \varphi(t)) \quad (4.11)$$



Slika 4.7. Ilustracija događaja $x = \varphi(t)$ kada se desi t

Simbolički integral (14): $\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot dP_x$ postaje u stvari:

$$\bar{x} = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \delta[x - \varphi(t)] \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot dx \cdot dt \quad (4.12)$$

Ako ovaj integral postoji, redosled integracije je irelevantan, dakle:

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \delta[x - \varphi(t)] \cdot dx \quad (4.13)$$

što je trebalo da bude dokazano. Ovaj izraz, umesto tačke, uvodi merni interval, kao bitan pojam za rezultat merenja. Uočimo da je trenutak u kome se merenje vrši slučajna promenljiva uniformne raspodele na datom intervalu.

Teorema 1: Neka je $y = f(t)$ ograničena integrabilna funkcija i h uniformni slučajan signal, koji zadovoljavaju uslove (5). Tada je srednja vrednost izlaza fleš

$$\text{AD konvertora } \bar{\Psi} \text{ prikazana na Slici 4.1, data kao: } \bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

Dokaz TI: Na osnovu gore dokazane Leme, tretiraćemo vreme kao slučajnu promenljivu. Ψ je slučajna promenljiva koja zavisi od y i h , dok y zavisi od t .

$\bar{\Psi} = \int_{-R_1}^R \Psi \cdot dP_\Psi$ je simbolički integral. Elementarna verovatnoća da se Ψ desi je:

$$dP_\Psi = dP_y \cdot dP_h = dP_{y/t} \cdot dP_t \cdot dP_h \quad (4.14)$$

a uz $dP_\Psi = \delta(y - f(t)) \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{2g} \cdot dy \cdot dt \cdot dh$ simbolički integral postaje pravi:

$$\bar{\Psi} = \int_{-R}^{+R} \int_{t_1}^{t_2} \int_{-a/2}^{+a/2} \Psi \cdot \delta[y - \varphi(t)] \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{2 \cdot g} \cdot dy \cdot dt \cdot dh \quad (4.15)$$

Ako ovaj integral postoji, redosled integracije je irelevantan, dakle:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \cdot \int_{-R}^{+R} \delta[y - f(t)] \cdot dy \cdot \int_{-a/2}^{+a/2} \Psi \cdot \frac{dh}{2 \cdot g} \quad (4.16)$$

Zbog Leme, sledi da je: $\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \Psi \cdot \frac{dh}{2g} = y$, a ako je $y = const$, onda je:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \cdot \int_{-R}^{+R} y \cdot \delta[y - f(t)] \cdot dy \quad (4.17)$$

t.j:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt = \bar{y} \quad (4.18)$$

što dokazuje T1. Primetimo da je $\bar{\Psi} = \bar{y}$, što ukazuje da uređaj prikazan na Slici 4.6. meri srednju vrednost signala na intervalu.

Teorema 2: Neka je $Z = 1$, a $e = \psi - y$ standardna devijacija (srednja kvadratna greška) pojedinačnog merenja y na vremenskom intervalu $t \in [t_1, t_2]$. Tada je:

$$\sigma_e^2 = \frac{2 \cdot g}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| \cdot dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) \cdot dt$$

Dokaz T2: Razmotrimo prvo karakteristike greške e :

(i) e je slučajna promenljiva, jer je Ψ slučajna, a y deterministička promenljiva,

(ii) y i e su, na osnovu (i), međusobno nekorelisane veličine,

(iii) $\bar{e} = 0$ koji sledi iz T1 i (i), jer je $\bar{e} = \bar{\Psi} - \bar{y} = 0$,

(iv) $\Psi = y + e$ samim tim i na osnovu (i) i (ii):

$$\sigma_e^2 = \sigma_\Psi^2 - \sigma_y^2 \text{ tj. } \sigma_\Psi^2 = \sigma_y^2 + \sigma_e^2$$

Određimo prvo σ_Ψ^2 :

$$\sigma_\Psi^2 = \overline{(\Psi - \bar{\Psi})^2} = \overline{\Psi^2} - 2 \cdot \bar{\Psi} \cdot \bar{\Psi} + \bar{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - \bar{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - \bar{y}^2 \quad (4.19)$$

Analogno:

$$\Psi^2 = \int_{-R}^{+R} \Psi^2 \cdot dP_\Psi = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \cdot \int_{-R}^{+R} \delta[y - f(t)] \cdot dy \cdot \int_{-g}^{+g} \Psi^2 \cdot \frac{dh}{2 \cdot g} \quad (4.20)$$

Ako je $\Psi = 2g(b_1 - b_{-1})$ matematičkom indukcijom se lako dokazuje da je:

$$\Psi^l = [\text{sgn}(\Psi)]^l \cdot |\Psi| \cdot (2 \cdot g)^{l-1} \quad (4.21)$$

gde je $\text{sgn}(\Psi)$ znak slučajne promenljive Ψ , a l je prirodan broj.

Na osnovu gornje relacije je: $\Psi^2 = |\Psi| \cdot 2g$, odakle je:

$$\overline{\Psi^2} = \frac{2 \cdot g}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| \cdot dt \quad (4.22)$$

da bi smenom (4.22) i (4.18) u (4.19) dobili:

$$\sigma_{\bar{\psi}}^2 = \frac{2 \cdot g}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| \cdot dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt \right]^2 \quad (4.23)$$

Odredimo dalje σ_y^2 :

Ako je t slučajna promenljiva uniformne raspodele $p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1}$, onda je y

takođe slučajna promenljiva, pa:

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 \quad (4.24)$$

t.j.

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) \cdot dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt \right]^2 \quad (4.25)$$

Konačno:

$$\sigma_e^2 = \sigma_{\bar{\psi}}^2 - \sigma_y^2 = \frac{2 \cdot g}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| \cdot dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) \cdot dt \quad (4.26)$$

što je trebalo biti dokazano. Ovaj rezultat pokazuje kako varira greška merenja.

Napomena: T1 predstavlja rezultat merenja, a T2 definiše njegovu grešku!

Veličina e je slučajna, i $\bar{e} = 0$, samim tim se (4.26) može napisati kao:

$$\overline{e^2} = \sigma_e^2 = \frac{2 \cdot g}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| \cdot dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) \cdot dt$$

Dovoljan uslov za važenje izložene teorije, kao i centralne granične teoreme, je da je bilo koji treći momenat, uključujući i treći centralni momenat, ograničen:

$$\overline{e^2} = \overline{(e - \bar{e})^3} = M_3 \leq K$$

Teorema 3: Treći centralni momenat M_3 promenljive e je ograničen.

Dokaz T3: Treći centralni momenat je:

$$M_3 = \overline{e^3} = \overline{(\bar{\psi} - \bar{y})^3} = \overline{\bar{\psi}^3} - 3 \cdot \overline{\bar{\psi}^2 \cdot \bar{y}} + 3 \cdot \overline{\bar{\psi} \cdot \bar{y}^2} - \bar{y}^3 = \overline{\bar{\psi}^3} - 3 \cdot \bar{y} \cdot \sigma_{\bar{\psi}}^2 - \bar{y}^3$$

$$M_3 = \overline{\bar{\psi}^3} - \bar{y} \cdot (3 \cdot \sigma_{\bar{\psi}}^2 + \bar{y}^2) \Rightarrow M_3 \leq |\overline{\bar{\psi}^3}| - |\bar{y}| \cdot (3 \cdot \sigma_{\bar{\psi}}^2 + \bar{y}^2)$$

Lako je primetiti da je $|\bar{y}| \leq R$ i $\sigma_\Psi^2 \leq R^2$, samo je nepoznato $|\overline{\Psi^3}|$. Na osnovu (4.21) je:

$$\Psi^3 = (2 \cdot g)^2 [\text{sgn}(\Psi)]^3 \cdot |\Psi| = (2 \cdot g)^2 \cdot \Psi$$

$$\overline{\Psi^3} = (2 \cdot g)^2 \cdot \bar{\Psi} = (2 \cdot g)^2 \cdot \bar{y} \leq (2 \cdot g)^2 \cdot R = R^3$$

pa za $Z = 1$, iz čega sledi da je $R = 2g = a$, dobijamo:

$$M_3 \leq R^3 + 4 \cdot R^3 = 5 \cdot R^3 = 5 \cdot (2 \cdot g)^3 = 40 \cdot g^3 \quad (4.27)$$

čime je dokazana teorema T3.

Na osnovu rečenog moguće je primeniti centralnu graničnu teoremu i statističku teoriju uzoraka na grešku pojedinačnog merenja, pa je:

$$\bar{\Psi} = \bar{y} + \bar{e} \quad (4.28)$$

Na osnovu T1 je $\bar{\Psi} = \bar{y}$, pa je $\bar{e} = 0$. Takođe važi i:

$$\sigma_{\bar{\Psi}}^2 = \sigma_{\bar{y}}^2 + \sigma_{\bar{e}}^2 \quad (4.29)$$

Kako je y deterministička promenljiva i veličina koja karakteriše signal, ona ne predstavlja grešku nego samo σ_e^2 . Prema tome, greška merenja je:

$$\sigma_{\bar{e}} = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{N}} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{N}} \quad (4.30)$$

Definišimo sledeću teoremu:

Teorema 4: Potreban uslov da bi važila procena $\sigma_{\bar{e}} = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{N}} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{N}}$ greške merenja srednje vrednosti (integrala) funkcije $y = f(t)$ na intervalu $t \in [t_1, t_2]$ uređajem sa Slike 4.6, je broj N definisan Niquist-ovim uslovom.

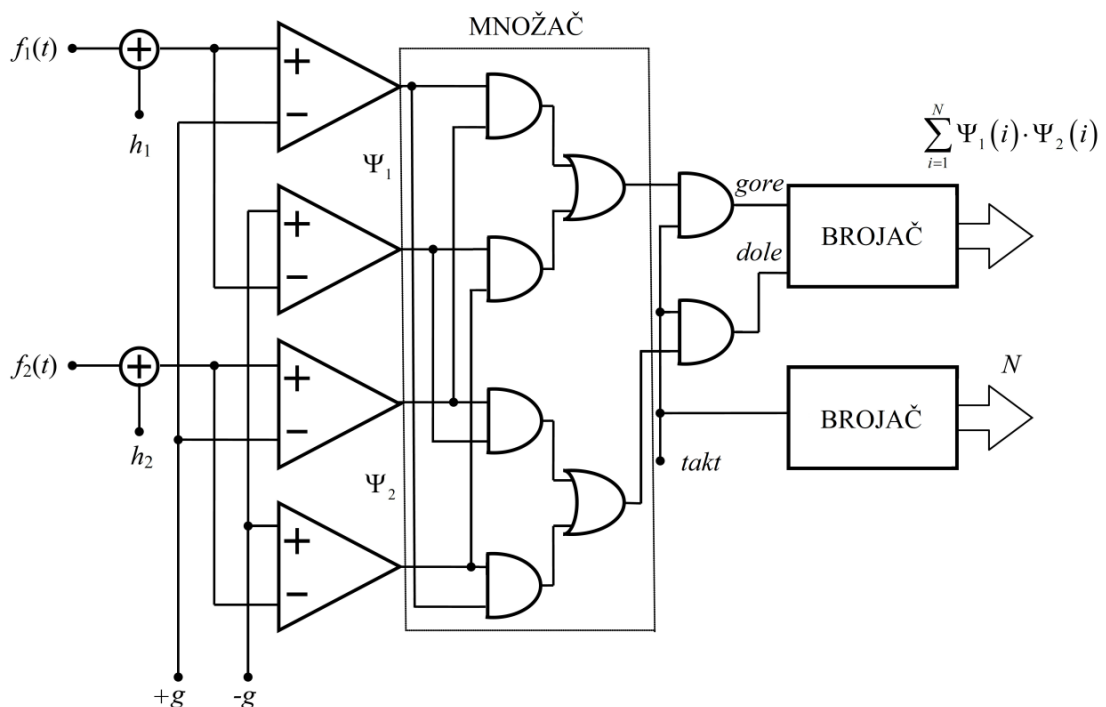
Dokaz T4: Pretpostavimo da imamo kontinualan signal (funkciju) koju možemo predstaviti trigonometrijskim polinomom n -tog stepena. Ukoliko signal nije periodičan možemo ga predstaviti kao periodičan signal sa prekidom prve vrste.

Pretpostavimo da uslov nije potreban i da signal možemo rekonstruisati kao $y = A_n \cdot \cos(n\omega t) + B_n \cdot \sin(n\omega t)$ odnosno da možemo zanemariti sve članove nižeg reda od n .

Uzmimo tada da je $f_s = n \cdot f$ i da je $t_2 - t_1 = L \cdot \frac{1}{f} = \frac{L}{f}$, gde je L velik ceo broj, pa je onda (zbog $k = \{1, 2, \dots, n\}$) $L \cdot n$ vrlo velik ceo broj, a $n \cdot f$ je najviša učestanost u signalu.

Izvršimo rekonstrukciju na ovaj način dobijenog signala. Ako sa E označimo amplitudu n -tog (jedinog) harmonika, očigledno je da srednja vrednost kvadrata ovog signala može poprimiti sve vrednosti $\overline{y^2} \leq E^2$ (što nije jednoznačno i zavisi od početnog trenutka semplovanja). Pošto znamo da treba da dobijemo konstantu $\overline{y^2} = \frac{E^2}{2}$, time je teorema T4 dokazana kontradikcijom.

Pretpostavimo sada da imamo dva fleš AD konvertora na Slici 4.5, sa svojim ulazima $y_1 = f_1(t)$ i $y_2 = f_2(t)$, slučajnim ditterskim signalima $h_1(t)$ i $h_2(t)$, respektivno, te izlazima Ψ_1 i Ψ_2 . Ako uvedemo te izlaze u množač, kao što je prikazano na Slici 4.8, izlaz množača $\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2$ može da uzme vrednosti: $\Psi \in \{-(2g)^2, 0, +(2g)^2\}$



Slika 4.8. Blok dijagram uređaja za merenje proizvoda dva ulazna signala

Teorema 5: Neka su $y_1 = f_1(t)$ i $y_2 = f_2(t)$ ulazni signali u dva dvobitna fleš AD konvertora na kanalima I i II, čiji izlazi Ψ_1 i Ψ_2 odgovaraju množaču na Slici 4.8. Ako su slučajni uniformni signali h_1 i h_2 na kanalima I i II međusobno nekorelisani,

onda je u skladu sa [28], na vremenskom intervalu $T = t_2 - t_1$, izlaz srednje vrednosti množača, $\bar{\Psi}$ dat sledećim izrazom:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_1(i) \cdot \Psi_2(i) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt = \overline{y_1 \cdot y_2}$$

Dokaz T5: Ranije postavljen uslov za ulazni signal y i deterski signal h , ovde dodatno proširujemo u pogledu međusobne nezavisnosti deterskih signala h_1 i h_2 . Takođe treba imati u vidu da su vreme t i deterski signali h_1 i h_2 nezavisne promenljive, dok y_1 i y_2 zavise od vremena t . Analogno sa dokazom T1, odnosno

$$(4.15) \text{ dobijamo da je: } \bar{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi \cdot dP_{\Psi}$$

Zbog:

$$dP_{\Psi} = dP_{y_1} \cdot dP_{y_2} \cdot dP_{h_1} \cdot dP_{h_2} = dP_{y_1/t} \cdot dP_{y_2/t} \cdot dP_t \cdot dP_{h_1} \cdot dP_{h_2} \quad (4.31)$$

uzimajući u obzir da je $\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2$, te:

$$dP_{y_1/t} = \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot dy_1, \quad dP_{y_2/t} = \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot dy_2$$

$$dP_t = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot dt, \quad dP_{h_1} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot dh_1, \quad dP_{h_2} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot dh_2$$

dobijamo:

$$dP_{\Psi} = \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot \frac{dy_1 \cdot dy_2 \cdot dt \cdot dh_1 \cdot dh_2}{(t_2 - t_1) \cdot (2 \cdot g)^2} \quad (4.32)$$

pa je matematičko očekivanje (srednja vrednost) veličine $\bar{\Psi}$ definisano kao:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \cdot \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot dy_1 \cdot \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot dy_2 \cdot$$

$$\cdot \int_{-g}^{+g} \Psi_1 \frac{dh_1}{2 \cdot g} \cdot \int_{-g}^{+g} \Psi_2 \frac{dh_2}{2 \cdot g} \quad (4.33)$$

U datom trenutku, signal je konstanta: $t = const \Rightarrow y_i = const$, dakle:

$$\int_{-g}^{+g} \Psi_i \frac{dh_i}{2 \cdot g} = y_i, \quad i = 1, 2 \quad (4.34)$$

Otuda imamo izraz za srednju vrednost veličine $\bar{\Psi}$:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot y_1 dy_1 \cdot \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot y_2 dy_2 \quad (4.35)$$

t.j.

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt = \overline{y_1 \cdot y_2} \quad (4.36)$$

što je trebalo dokazati. Teorema 5. definiše snagu merenog signala.

Teorema 6: Ako je $\Psi = y_1 \cdot y_2 + e$ trenutna vrednost izlaza množača, gde je e greška merenja proizvoda, onda je varijansa greške e data kao:

$$\sigma_e^2 = \frac{(2g)^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) f_2(t)| dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) dt$$

Dokaz T6: Analogno sa dokazom T2, $e = \Psi - y_1 \cdot y_2$:

(i) e je slučajna promenljiva,

(ii) Ψ i $y_1 \cdot y_2$ su međusobno nekorelisane promenljive,

(iii) $\bar{e} = \overline{\Psi - y_1 \cdot y_2} = 0$,

(iv) $\Psi = y_1 \cdot y_2 + e$, pa je $\sigma_\Psi^2 = \sigma_{y_1 y_2}^2 + \sigma_e^2$ t.j. $\sigma_e^2 = \sigma_\Psi^2 - \sigma_{y_1 y_2}^2$

Varijansa proizvoda je:

$$\sigma_\Psi^2 = \overline{(\Psi - \bar{\Psi})^2} = \overline{\Psi^2} - 2 \cdot \bar{\Psi} \cdot \bar{\Psi} + \bar{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - \bar{\Psi}^2$$

$$\sigma_\Psi^2 = \overline{\Psi^2} - \overline{y_1 \cdot y_2}^2 \quad (4.37)$$

Kako je $\overline{y_1 \cdot y_2}$ poznato iz Teoreme 5, treba da se odredi samo $\overline{\Psi^2}$:

$$\overline{\Psi^2} = \overline{\Psi_1^2 \cdot \Psi_2^2} \quad (4.38)$$

$$\Psi_i^2 = (2 \cdot g) \cdot |\Psi_i|, \quad i = 1, 2 \quad (4.39)$$

$$\overline{\Psi^2} = \overline{(2 \cdot g)^2 \cdot |\Psi_1 \cdot \Psi_2|} \quad (4.40)$$

Po analogiji sa dokazom T5:

$$|\overline{\Psi_1 \cdot \Psi_2}| = \overline{|y_1 \cdot y_2|} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t)| \cdot dt \quad (4.41)$$

odakle je: $\sigma_{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - \overline{y_1 \cdot y_2}^2$, odnosno:

$$\sigma_{\Psi}^2 = \frac{(2 \cdot g)^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t)| \cdot dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt \right]^2 \quad (4.42)$$

Sa druge strane, na osnovu Leme:

$$\sigma_{y_1 y_2}^2 = \overline{(y_1 \cdot y_2)^2} - \overline{y_1 \cdot y_2}^2 \quad (4.43)$$

tj.

$$\sigma_{y_1 y_2}^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt \right]^2 \quad (4.44)$$

konačno se dobija:

$$\sigma_e^2 = \frac{(2 \cdot g)^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t)| \cdot dt - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot dt \quad (4.45)$$

što je trebalo dokazati. Teorema 6. pokazuje kako greška varira kada se koristi stohastički metod za merenje snage signala.

Teorema 7: Treći centralni momenat M_3 greške merenja e izlaza množača je ograničen: $M_3 \leq K$, gde je K realan pozitivan konačan broj.

Dokaz T7:

$$\begin{aligned} M_3 &= \overline{(e - \bar{e})^3} = \overline{e^3} = \overline{(\Psi - \overline{y_1 \cdot y_2})^3} \\ M_3 &= \overline{\Psi^3} - 3 \cdot \overline{\Psi^2} \cdot \overline{y_1 \cdot y_2} + 3 \cdot \overline{\Psi} \cdot \overline{y_1 \cdot y_2}^2 - \overline{y_1 \cdot y_2}^3 \\ M_3 &\leq |\overline{\Psi^3}| + 3 \cdot |\overline{\Psi^2}| \cdot |\overline{y_1 \cdot y_2}| + 3 \cdot |\overline{\Psi}| \cdot \overline{y_1 \cdot y_2}^2 + \overline{y_1 \cdot y_2}^3 \end{aligned} \quad (4.46)$$

U gore navedenom odnosu poznate su sve vrednosti osim $|\overline{\Psi^3}|$. Kako je:

$$\begin{aligned} |\overline{\Psi^3}| &= 3 \cdot |\overline{\Psi_1^3 \cdot \Psi_2^3}| = \overline{(2g)^2 \cdot \Psi_1 \cdot (2g)^2 \cdot \Psi_2} = (2g)^4 \cdot \overline{\Psi_1 \cdot \Psi_2} \\ |\overline{\Psi^3}| &= (2g)^4 \cdot \overline{y_1 \cdot y_2} \end{aligned} \quad (4.47)$$

vredi $M_3 \leq (2g)^6 + 3 \cdot (2g)^6 + 3 \cdot (2g)^6 + (2g)^6 = 8 \cdot (2g)^6$ čime je dokazana T7.

Posledica 1. Teoreme 7: I centralna granična teorema i teorija uzoraka, važe za veličinu e , pa za diskretna merenja, kako je već navedeno u (4.30) vredi:

$$\sigma_{\bar{e}}^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \quad (4.48)$$

gde je N broj uzoraka u vremenskom intervalu $T = t_2 - t_1$.

Posledica 2. Teoreme 7: Procena (4.48) je tačna ako diskretni skupovi uzoraka $\Psi_1 \in \{\Psi_1(1), \Psi_1(2), \dots, \Psi_1(N)\}$ i $\Psi_2 \in \{\Psi_2(1), \Psi_2(2), \dots, \Psi_2(N)\}$ mogu da predstavljaju funkcije $y_1 = f_1(t)$ i $y_2 = f_2(t)$, što znači da je zadovoljena teorema uzorkovanja, odnosno Niquistovi uslovi u pogledu uniformnog uzorkovanja signala y_1 i y_2 .

4.2. Generalizacija dvobitne SDMM

Teoreme T5, T6 i T7 se mogu generalizovati za proizvod k signala, čime se pokazuje mogućnost upotrebe dvobitne SDMM za merenje proizvoda k ulaznih signala. Istraživanje opisano u ovoj tezi je ponudilo jednu novu i interesantnu mogućnost koja je u skraćenom obliku prikazana u radu [61] - predlog novog tehničkog pojma inženjerske indukcije. Naime, u analizi preciznosti merenja proizvoda k signala dvobitnom SDMM centralno mesto zauzima formula za varijansu srednje greške merenja toga proizvoda (odnosno standardna devijacija srednje greške merenja proizvoda k signala). Formula ima lepu i jasnu formu i može čak i hardverski da se jednostavno realizuje [47]. U težnji da istaknemo značaj ove formule, kao i njeno mesto u analizi preciznosti za slučaj merenja proizvoda k signala dvobitnom SDMM, u ovom poglavlju se daju dva nezavisna dokaza pomenute formule: deduktivni dokaz i induktivni dokaz.

4.2.1. Deduktivni dokaz

Dokažimo deduktivno formulu za varijansu srednje greške merenja proizvoda k signala dvobitnom SDMM. To ćemo uraditi u pet koraka.

Korak 1: M_3 je konačan:

$$\begin{aligned}
 M_3 &= \overline{(e - \bar{e})^3} = \bar{e}^3 = \int_{-(2g)^k}^{+(2g)^k} e^3 \cdot p(e) \cdot de \leq \int_{-(2g)^k}^{+(2g)^k} |e|^3 \cdot p(e) \cdot de \\
 &\leq \int_{-(2g)^k}^{+(2g)^k} |(2g)^k|^3 \cdot p(e) \cdot de = (2g)^{3k} \cdot \int_{-(2g)^k}^{+(2g)^k} p(e) \cdot de \\
 &= (2g)^{3k}
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

Dakle $M_3 \leq (2g)^{3k}$ je konačan (ograničen) i važi za svaki konačan prirodan broj k ($k \geq 1$).

Korak 2: Pošto je M_3 konačan [62] važi:

$$\sigma_{\bar{e}}^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \tag{4.50}$$

Korak 3: $\sigma_e^2 = ?$

Trenutna vrednost proizvoda k ulaznih signala je deterministička veličina a trenutna vrednost greške merenja e je slučajna veličina. Prema tome, one su međusobno statistički nezavisne pa je:

$$\begin{aligned}\Psi &= y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_k + e \\ \sigma_{\Psi}^2 &= \sigma_{y_1 y_2 \dots y_k}^2 + \sigma_e^2 \\ \sigma_e^2 &= \sigma_{\Psi}^2 - \sigma_{y_1 y_2 \dots y_k}^2\end{aligned}\quad (4.51)$$

Po definiciji je varijansa proizvoda k signala na vremenskom intervalu T data sa:

$$\begin{aligned}\sigma_{y_1 y_2 \dots y_k}^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot \dots \cdot f_k^2(t) dt \\ &\quad - \left[\frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t) dt \right]^2\end{aligned}\quad (4.52)$$

Sa druge strane je:

$$\sigma_{\Psi}^2 = \overline{\Psi^2} - \bar{\Psi}^2 \quad (4.53)$$

Korak 4: $\bar{\Psi} = ?$

$$\bar{\Psi} = \int_{-(2g)^k}^{+(2g)^k} \Psi \cdot dP_{\Psi} \quad (4.54)$$

$$\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2 \cdot \dots \cdot \Psi_k \quad (4.55)$$

Dalje je:

$$dP_{\Psi} = dP_{y_1/t} \cdot dP_{y_2/t} \cdot \dots \cdot dP_{y_k/t} \cdot dP_t \cdot dP_{h_1} \cdot dP_{h_2} \cdot \dots \cdot dP_{h_k}$$

$$dP_{y_i/t} = \delta[y_i - f_i(t)] \cdot dy_i, \quad \text{za } i = 1, 2, \dots, k$$

$$dP_t = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot dt$$

$$dP_{h_i} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot dh_i, \quad \text{za } i = 1, 2, \dots, k$$

odnosno, kada date jednakosti uvrstimo u (4.54):

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} &= \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt \cdot \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_1 - f_1(t)] \cdot dy_1 \cdot \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_2 - f_2(t)] \cdot dy_2 \cdot \\ &\dots \cdot \int_{-2g}^{+2g} \delta[y_k - f_k(t)] \cdot dy_k \cdot \int_{-g}^{+g} \Psi_1 \frac{dh_1}{2g} \cdot \int_{-g}^{+g} \Psi_2 \frac{dh_2}{2g} \cdot \dots \cdot \int_{-g}^{+g} \Psi_k \frac{dh_k}{2g} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Lako se pokazuje [34] da je za $y_i = const.$:

$$\int_{-g}^{+g} \Psi_i \frac{dh_i}{2g} = y_i, \quad \text{za } i = 1, 2, \dots, k$$

pa se gornji integral na kraju svodi na:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t) \cdot dt \quad (4.57)$$

Korak 5: $\overline{\Psi^2} = ?$

Lako se pokazuje da u dvobitnoj SDMM generalno važi:

$$\Psi_i^l = (sgn \Psi_i)^l \cdot (2g)^{l-1} \cdot |\Psi_i| \quad (4.58)$$

gde je l končan prirodan broj.

Za $l=2$ što je naš slučaj $\Psi_i^2 = (2g) \cdot |\Psi_i|$, pa je:

$$\Psi^2 = \Psi_1^2 \cdot \Psi_2^2 \cdot \dots \cdot \Psi_k^2 = (2g)^k \cdot |\Psi_1| \cdot |\Psi_2| \cdot \dots \cdot |\Psi_k| = (2g)^k \cdot |\Psi|$$

a srednja vrednost od Ψ^2 je:

$$\overline{\Psi^2} = (2g)^k \cdot \overline{|\Psi|} \quad (4.59)$$

Ponavljajući gore navedenu proceduru, dobija se:

$$\overline{\Psi^2} = (2g)^k \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t)| \cdot |f_2(t)| \cdot \dots \cdot |f_k(t)| \cdot dt \quad (4.60)$$

pa je najzad:

$$\begin{aligned}
\sigma_e^2 = & \frac{(2g)^k}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t)| \cdot dt \\
& - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t) \cdot dt \right]^2 \\
& - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot \dots \cdot f_k^2(t)] \cdot dt \\
& + \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t) \cdot dt \right]^2
\end{aligned} \tag{4.61}$$

i konačno je:

$$\begin{aligned}
\sigma_e^2 = & \frac{1}{N} \cdot \left\{ \frac{(2g)^k}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t)| \cdot dt \right. \\
& \left. - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot \dots \cdot f_k^2(t)] \cdot dt \right\}
\end{aligned} \tag{4.62}$$

što je i trebalo dokazati.

4.2.2. Induktivni dokaz

Dokažimo sada induktivno formulu za varijansu srednje greške merenja proizvoda k signala dvobitnom SDMM.

Pretpostavimo da se, tokom vremenskog intervala T , proizvod k signala meri dvobitnom SDMM. U tom slučaju će izlazna vrednost množača koju u stvari generiše $(k - 1)$ - binarni množać biti jednaka:

$$\bar{\Psi}(k) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_1(i) \cdot \Psi_2(i) \cdot \dots \cdot \Psi_k(i) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t) \cdot dt \tag{4.63}$$

gde su $\Psi_1(i), \Psi_2(i), \dots, \Psi_k(i)$ digitalizovane vrednosti k ulaznih signala i gde $N \rightarrow \infty$ označava neograničen broj uzoraka (uzrokovanih neograničenom

frekvencijom uzorkovanja) u vremenskom intervalu T . Navedimo sada sledeću teoremu:

Teorema 8: Pretpostavimo da je $\sigma_e^2(k) = \frac{\sigma_e^2(k)}{N}$ varijansa srednje greške proizvoda k signala merenih dvobitnom SDMM u vremenskom intervalu $[0, T]$. Tada, za konačnu vrednost uzoraka N , možemo pisati:

$$\sigma_e^2(k) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{(2g)^k}{T} \cdot \int_0^T |f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \int_0^T f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot \dots \cdot f_k^2(t) dt \right] \quad (4.64)$$

Dokaz: Umesto strogog i dugog deduktivnog dokaza, sada dajemo jednostavnu analizu (u duhu matematičke indukcije) koja potvrđuje opštu formulu (4.64).

Korak 1: Za $k = 1$, izlazna vrednost je jednaka:

$$\Psi = f_1(t) + e \quad (4.65)$$

a varijansa srednje greške je izražena sa:

$$\sigma_e^2(1) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{2g}{T} \cdot \int_0^T |f_1(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_1^2(t) \cdot dt \right] \quad (4.66)$$

Korak 2: Za $k = 2$, izlazna vrednost je jednaka:

$$\Psi = f_1(t) \cdot f_2(t) + e \quad (4.67)$$

a varijansa srednje greške je izražena sa:

$$\sigma_e^2(2) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{(2g)^2}{T} \cdot \int_0^T |f_1(t) \cdot f_2(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot dt \right] \quad (4.68)$$

Korak 3: Primitimo da se izrazi (4.66) i (4.68) mogu zapisati kao:

$$\sigma_e^2(1) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{(2g)^0 \cdot 2g}{T} \cdot \int_0^T |1| \cdot |f_1(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T [1^2 \cdot f_1^2(t)] \cdot dt \right] \quad (4.69)$$

$$\sigma_{\bar{e}}^2(2) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{(2g)^1 \cdot 2g}{T} \cdot \int_0^T |f_1(t)| \cdot |f_2(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T [f_1^2(t) \cdot f_2^2(t)] \cdot dt \right] \quad (4.70)$$

Pored toga, primetimo da, za bilo koji $k \geq 1$, prilikom dodavanja sledeće funkcije i sledećeg množača vredi:

- a) prvi integral je pomnožen sa $2 \cdot g$,
- b) funkcija unutar prvog integrala množi se sa apsolutnom vrednošću sledeće funkcije,
- c) funkcija unutar drugog integrala množi se sa kvadratom sledeće funkcije.

Korak 4: Pretpostavimo da je teorema tačna za neko k , te da važe pretpostavke a), b) i c). Ostaje da pokažemo da važi i za $k + 1$.

$$\sigma_{\bar{e}}^2(k + 1) = \left[\frac{(2g)^k \cdot 2g}{T} \cdot \int_0^T |f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_k(t)| \cdot |f_{k+1}(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \int_0^T [f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot \dots \cdot f_k^2(t)] \cdot f_{k+1}^2(t) \cdot dt \right] \cdot \frac{1}{N} \quad (4.71)$$

Kad se navedene operacije izvrše, dobijamo:

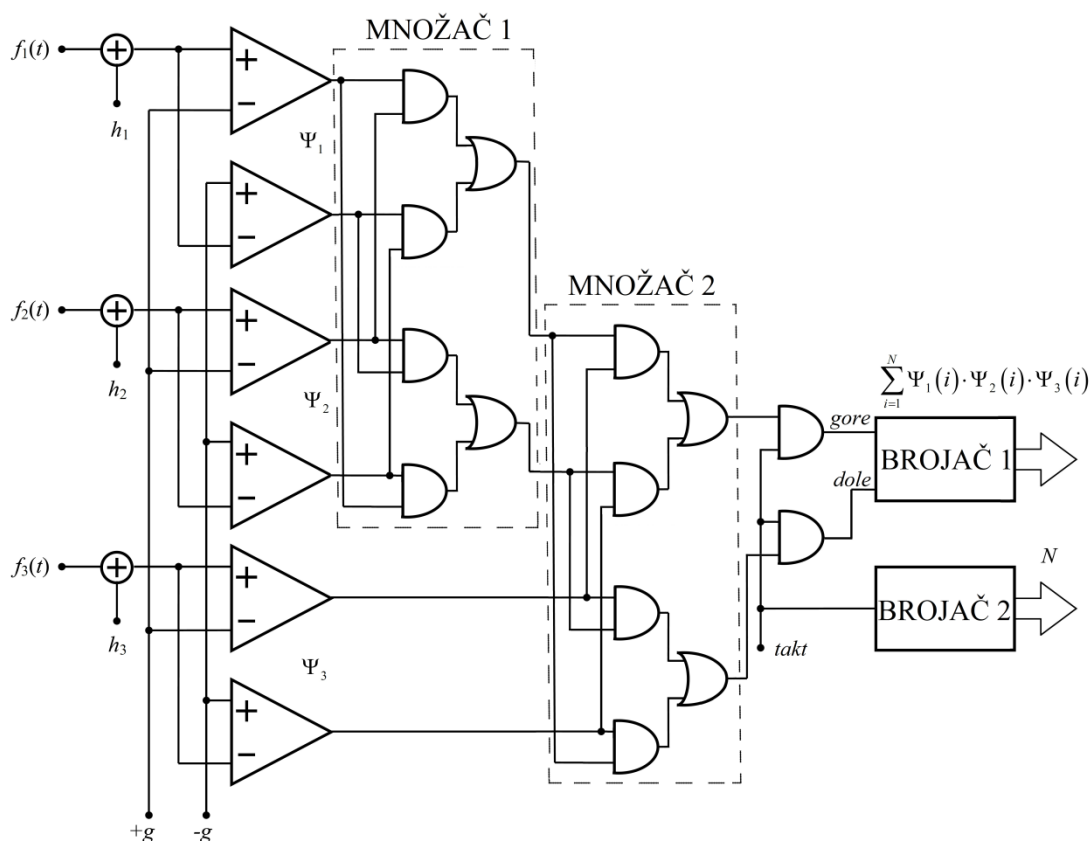
$$\sigma_{\bar{e}}^2(k + 1) = \frac{1}{N} \left[\frac{(2g)^{k+1}}{T} \cdot \int_0^T |f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_{k+1}(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \int_0^T [f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot \dots \cdot f_{k+1}^2(t)] \cdot dt \right] \quad (4.72)$$

čime je teorema dokazana.

U ovom radu od interesa nam je upotreba SDMM za merenje kuba ulaznog signala, pa ćemo se u sledećem poglavlju, u razmatranju mogućih rešenja, ograničiti na slučaj kada je $k = 3$.

5. RAZMATRANJE MOGUĆIH REŠENJA

U poglavlju 1.2. prikazano je (1.1)-(1.4) da su snaga i energija vetra proporcionalne trećem stepenu brzine vetra. Direktna primena uređaja za merenje proizvoda tri signala baziranog na SDMM, izračunava treći stepen tog signala, Slika 5.1.



Slika 5.1. Blok dijagram uređaja za merenje proizvoda tri ulazna signala

Na prvi pogled bi se moglo zaključiti da je šema sa Slike 5.1. pogodna za ovu namenu. Jedini uslov u tom pogledu je da signali h_1 , h_2 i h_3 budu međusobno

nekorelisani. Međutim, u ovom konkretnom slučaju, gde na sva tri ulaza AD konvertora dovodimo isti signal $v(t) = f_1(t) = f_2(t) = f_3(t)$ koji predstavlja reprezent brzine vetra (normirani sinusni signal koga na svom izlazu generiše anemometar sa šoljicama), gornja šema nije primenljiva. Pošto je $v(t)$ sinusni signal, čija je amplituda linearno zavisna od brzine vetra, uređaj sa Slike 5.1. na svom izlazu generiše nulu (0) ili vrednost blisku nuli. To vredi za srednju vrednost bilo kojeg neparnog stepena sinusnog signala, pa tako i trećeg stepena, kao direktna posledica primene izraza (4.63), koji za $k = 3$ dobija sledeći oblik:

$$\bar{\Psi}(3) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_1(i) \cdot \Psi_2(i) \cdot \Psi_3(i) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot f_3(t) \cdot dt \quad (5.1)$$

odnosno, imajući u vidu da je $v(t) = f_1(t) = f_2(t) = f_3(t)$ jednačina (5.1) postaje:

$$\bar{\Psi}(3) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^3(t) \cdot dt \quad (5.2)$$

Pripadajuća varijansa srednje greške, kao direktna posledica primene izraza (4.64), za $k = 3$ poprima sledeći oblik:

$$\sigma_{\bar{\Psi}}^2(3) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{(2g)^3}{T} \cdot \int_0^T |f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot f_3(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \int_0^T f_1^2(t) \cdot f_2^2(t) \cdot f_3^2(t) \cdot dt \right] \quad (5.3)$$

odnosno, imajući u vidu da je $v(t) = f_1(t) = f_2(t) = f_3(t)$ jednačina (5.3) postaje:

$$\sigma_{\bar{\Psi}}^2(3) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{(2g)^3}{T} \cdot \int_0^T |v^3(t)| \cdot dt - \frac{1}{T} \int_0^T v^6(t) \cdot dt \right] \quad (5.4)$$

Bez obzira što nema praktičnu primenu (dobijamo vrednosti bliske vrednosti nula), zbog teorijskog značaja, izvršena je simulacija sinusnim signalom koji se dovodi na ulaze sva tri AD konvertora. Izlazi AD konvertora (-1, 0, +1) se dovode na ulaz množača, koji takođe može imati tri navedena stanja. Izlaz množača povezan na brojač 1 koji može smanjiti ili povećati svoju vrednost, ili je zadržati nepromenjenom. To znači da brojač 1 sadrži vrednost proizvoda tri signala u posmatranom vremenskom periodu (u slučaju kada je ulazni signal brzina vetra

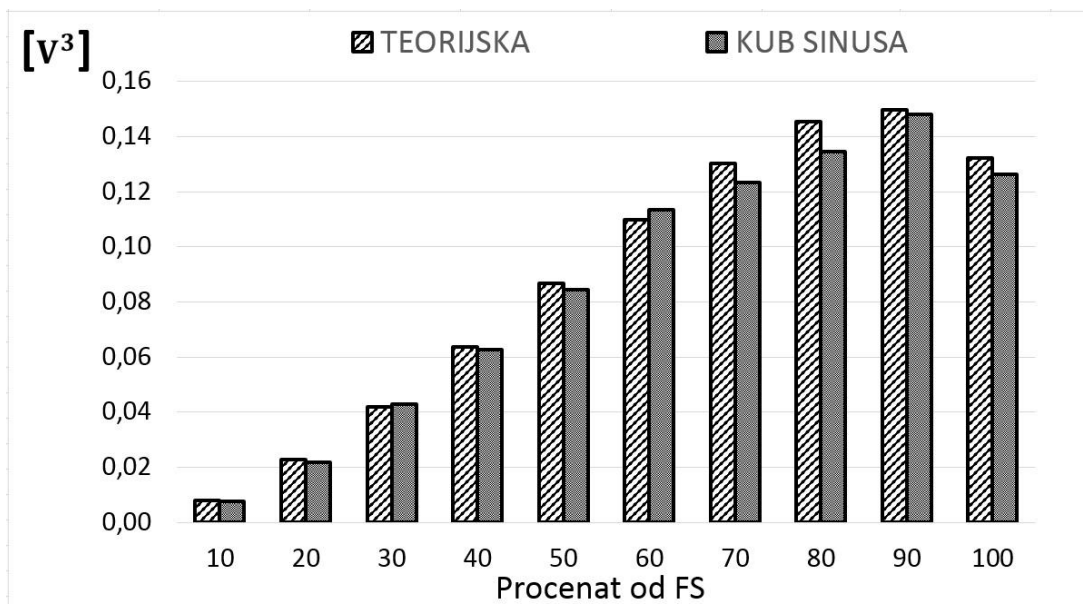
brojač 1 predstavlja izmerenu energiju), dok brojač 2 sadrži broj obrađenih proizvoda, odnosno služi za određivanje srednje vrednosti proizvoda (u slučaju kada je ulazni signal brzina vetra količnik brojača 1 i brojača 2 predstavlja srednju snagu vetra u posmatranom vremenskom intervalu).

Simulacija je izvedena za amplitude ulaznih signala od 0,5 V do 5,0 V sa korakom od 0,5 V, a trajanje svakog pojedinačnog merenja je iznosilo 1 sekund. Svako merenje je ponovljeno 300 puta, a frekvencija uzorkovanja je iznosila $f_c = 100 \text{ kHz}$. Rezultati simulacija prikazani su u Tabeli 5.1.

Tabela 5.1. Rezultati standardne devijacije i svedene greške dobijeni simulacijom kuba sinusne funkcije i teorijske vrednosti kuba sinusne funkcije

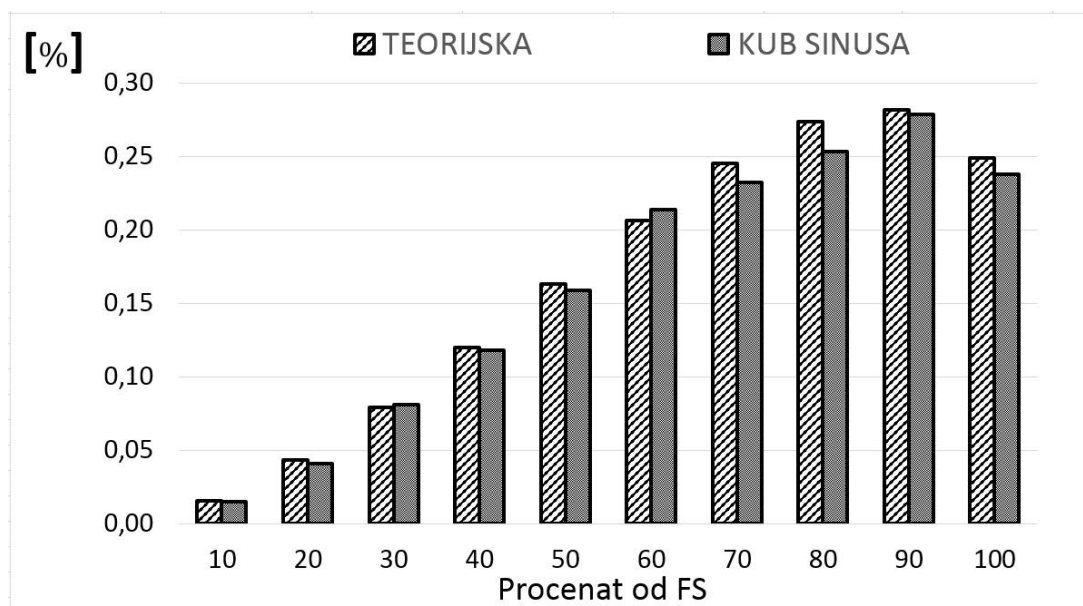
| VREDNOST UL. NAPONA | % PUNOG OPSEGA | TAČNA VREDNOST | TEORIJSKA VREDNOST | | VREDNOST SIMULACIJE | |
|------------------------|-------------------|-------------------|--------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| | | | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] |
| 0,5 | 10 | 0 | 0,00814038 | 0,01534425 | 0,00779813 | 0,01469912 |
| 1,0 | 20 | 0 | 0,02296501 | 0,04328802 | 0,02183833 | 0,04116428 |
| 1,5 | 30 | 0 | 0,04189150 | 0,07896361 | 0,04289290 | 0,08085122 |
| 2,0 | 40 | 0 | 0,06359349 | 0,11987090 | 0,06287213 | 0,11851116 |
| 2,5 | 50 | 0 | 0,08675471 | 0,16352878 | 0,08444626 | 0,15917745 |
| 3,0 | 60 | 0 | 0,10975345 | 0,20688038 | 0,11360626 | 0,21414275 |
| 3,5 | 70 | 0 | 0,13038909 | 0,24577764 | 0,12325696 | 0,23233390 |
| 4,0 | 80 | 0 | 0,14544090 | 0,27414963 | 0,13460286 | 0,25372041 |
| 4,5 | 90 | 0 | 0,14964640 | 0,28207683 | 0,14807055 | 0,27910642 |
| 5,0 | 100 | 0 | 0,13223628 | 0,24925952 | 0,12647324 | 0,23839644 |

Slika 5.2. na pregledan način daje prikaz standardne devijacije greške simulacije kuba sinusne funkcije i teorijske vrednosti iste, u odnosu na procenat punog opsega (% FS).



Slika 5.2. Standardna devijacija greške simulacije kuba sinusne funkcije u poređenju sa teorijskom vrednošću kuba sinusne funkcije

Slika 5.3. daje prikaz svedene greške (relativne greške u odnosu na procenat punog opsega) simulacije kuba sinusne funkcije i njene teorijske vrednosti.



Slika 5.3. Svedena greška simulacije kuba sinusne funkcije u poređenju sa teorijskom vrednošću kuba sinusne funkcije

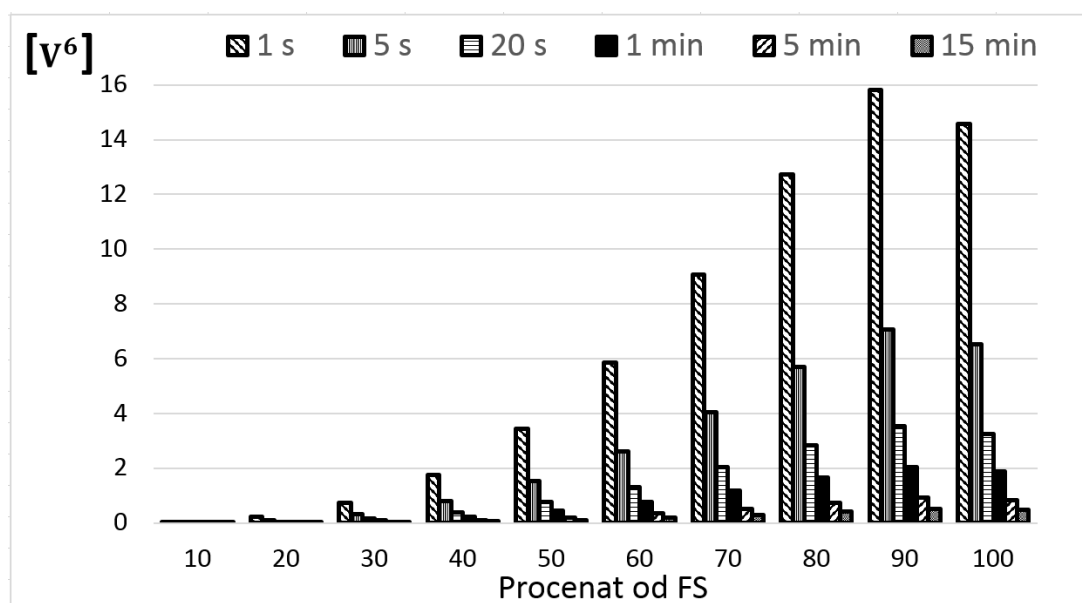
Deo simulacija (za ulazni sinusni signal amplitude 3 V) prikazan je u Prilogu F. Da bi mogli koristiti uređaj zasnovan na SDMM za specijalan slučaj merenja trećeg stepena sinusnog signala, razmatrano je nekoliko mogućih koncepata.

5.1. Prvi koncept rešenja

Kao prvi koncept rešenja (po analogiji sa merenjem efektivne vrednosti napona upotrebom SDMM) javila je ideja o korišćenju SDMM za merenje šestog stepena sinusnog signala (u kom slučaju nemamo problem neparnog stepena sinusnog signala), a potom računanja kvadratnog korena iz tako dobijene vrednosti. Matematičko rešenje, koje predstavlja tačnu vrednost kvadratnog korena iz šestog stepena sinusnog signala, dato je u Prilogu G. Za jednu periodu sinusnog signala vrednost kvadratnog korena iz šestog stepena sinusnog signala iznosi:

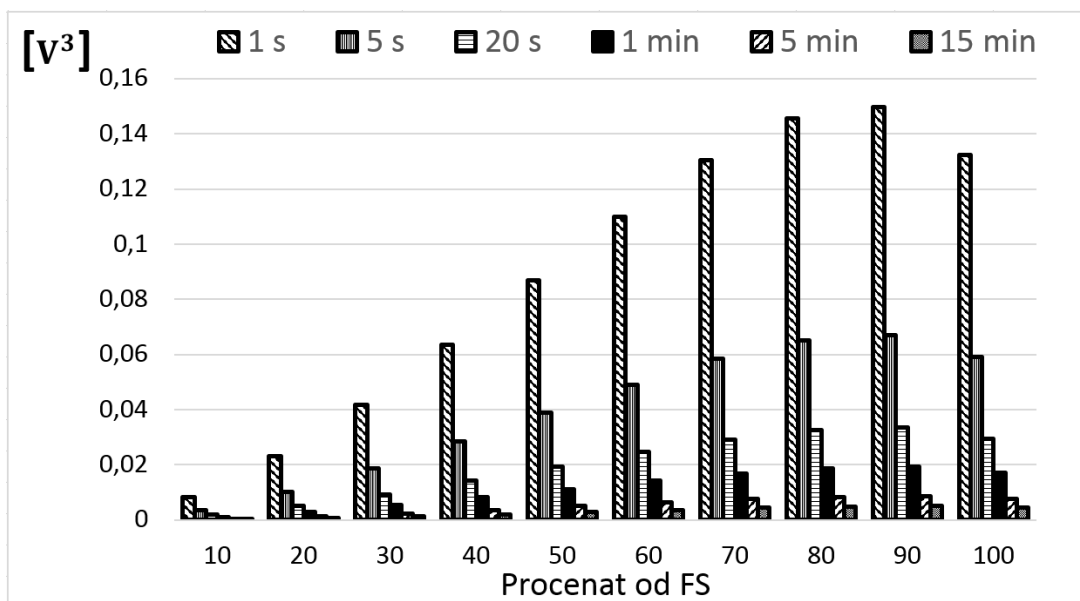
$$\sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T [U_m \cdot \sin(\omega t)]^6 \cdot dt} = \dots = \frac{\sqrt{5}}{4} \cdot U_m^3 \quad (5.5)$$

Ovaj sklop je hardverski komplikovaniji, a dodatni problem predstavlja praktična realizacija šest međusobno nekorelisanih deterskih signala za potrebe merenja. Slika 5.4. prikazuje teorijsku grešku merenja u konceptu kada se računa šesti stepen sinusnog ulaznog signala za različite vrednosti trajanja merenja, od: 1 s, 5 s, 20 s, 1 min, 5 min i 15 min.



Slika 5.4. Zavisnost teorijske greške merenja šestog stepena sinusnog ulaznog signala za različita vremena merenja od: 1 s, 5 s, 20 s, 1 min, 5 min i 15 min

Slično tome, Slika 5.5. prikazuje teorijsku grešku merenja trećeg stepena sinusnog ulaznog signala za isti skup vrednosti trajanja merenja: 1 s, 5 s, 20 s, 1 min, 5 min i 15 min.



Slika 5.5. Zavisnost teorijske greške merenje trećeg stepena sinusnog ulaznog signala za različita vremena merenja od: 1 s, 5 s, 20 s, 1 min, 5 min i 15 min

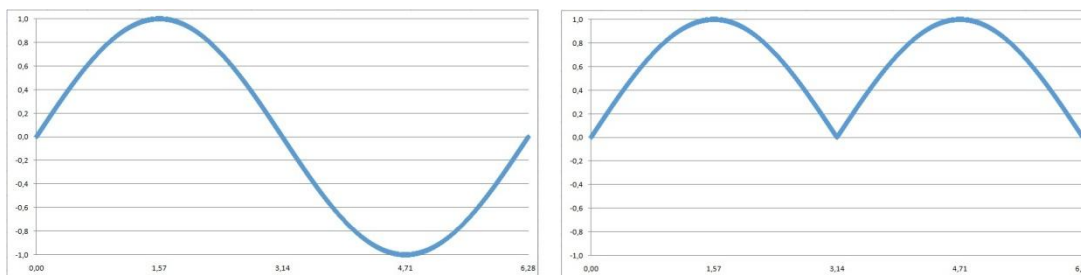
Komparacijom ove dve slike na prvi pogled primećujemo da se za ista vremena merenja greške razlikuju oko 100 puta. Naravno, očekivano, teorijska greška trećeg stepena sinusnog signala je 100 puta manja od teorijske greške šestog stepena sinusnog signala, iz kog razloga se odustalo od daljeg razmatranja ovog koncepta merenja.

Obe slike jasno prikazuju zavisnost iskaza (4.50) koji kaže da greška opada sa kvadratnim korenom broja uzoraka (semplova), odnosno trajanja merenja. Najlakše je to primetiti za merenja od 5 s i 20 s, tj. gde jedno merenje traje 4 puta duže od drugog (broj uzoraka u tom merenju je takođe 4 puta veći), a njegova greška je zbog toga 2 puta manja (što predstavlja kvadratni koren iz 4).

Da zaključimo, greška se može smanjiti dvojjako: povećanjem frekvencije uzorkovanja (semplovanja) i/ili povećanjem intervala merenja. Za konkretnu primenu u merenju snage i energije vetra, gde je zbog različitih karakteristika vetra prilikom smene godišnjih doba, kao smene dana i noći, merenje neophodno vršiti u vremenskom intervalu od najmanje godinu dana, očigledno je veličina intervala merenja jedna od preporuka za korištenje SDMM.

5.2. Drugi koncept rešenja

Drugi koncept rešenja podrazumeva upotrebu apsolutne vrednosti sinusnog signala kao ulaznog signala u uređaj zasnovan na SDMM, odnosno njegovu modifikaciju u "dvostrano-ispravljeni" (punotalasni) sinusni signal, Slika 5.6.



Slika 5.6. Dvostrano-ispravljeni sinusni signal

Korišćenjem "dvostrano-ispravljenog" sinusnog signala, promenili smo oblik ulaznog signala - udvostručili mu frekvenciju. U ovom rešenju apsolutna vrednost sinusnog signala se vrši pre ulaska u proces AD konverzije. Za tu namenu potrebno je upotrebiti elektronski uređaj za generisanje apsolutne vrednosti sinusnog signala koji se zatim dovodi na ulaze AD konvertora sa Slike 5.1. Ovo rešenje potvrđuje teoriju i pokazuje da je SDMM metoda primenljiva i za merenje proizvoda tri ulazna signala.

Primetimo da razvoj u Furijeov red sinusnog signala sadrži samo jedan harmonik, dok se razvoj u Furijeov red "dvostrano-ispravljenog" sinusnog signala sastoji od beskonačno mnogo i to samo parnih harmonika.

Primetimo i to da je zbog dupliranja frekvencije koja je posledica korišćenja apsolutne vrednosti ulaznog sinusnog signala, irelevantno da li računamo srednju vrednost integrala na periodu ili poluperiodu ovakvog signala - vrednost integrala računatog na poluperiodu "dvostrano-ispravljenog" sinusnog signala je tačno polovina vrednosti integrala na punoj periodu!

Ovaj koncept rešenja u potpunosti je zasnovan na SDMM i principima koji su se koristili u ranijim merenjima i uređajima, s tom razlikom da je ovde po prvi put SDMM korištena za računanje proizvoda tri ulazna signala (za potrebe merenja snage i energije vetra koje su proporcionalne trećem stepenu njegove brzine).

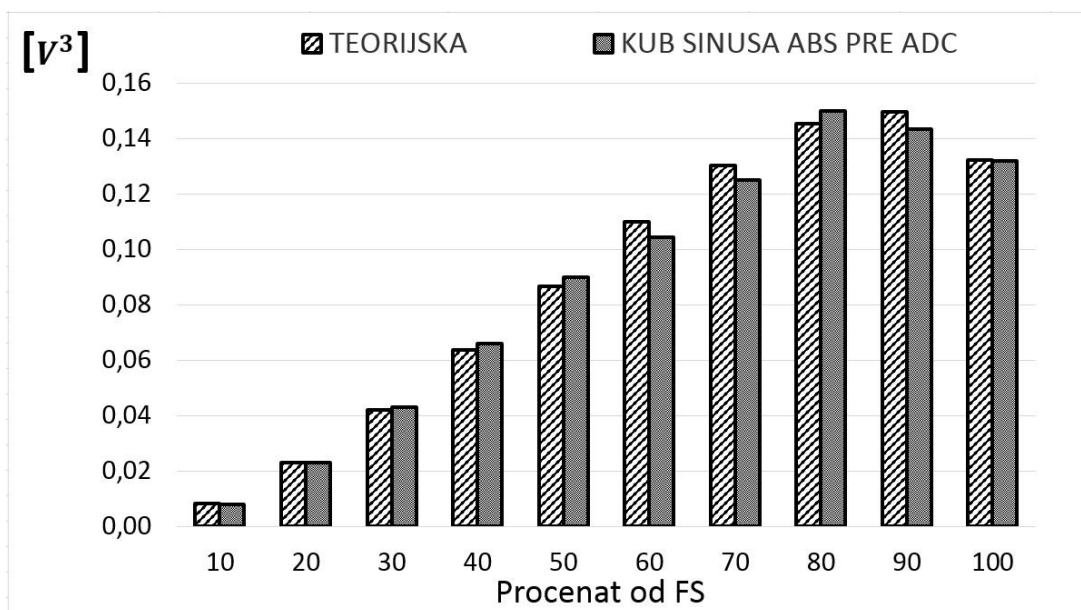
Simulacija je izvedena za amplitude ulaznih signala od 0,5 V do 5,0 V sa korakom od 0,5 V. Za svaku vrednost amplitude ulaznog signala vršeno je po

300 merenja, a trajanje svakog pojedinačnog merenja je iznosilo 1 sekund. Frekvencija uzorkovanja je iznosila $f_c = 100 \text{ kHz}$. Deo simulacija (za ulazni sinusni signal amplitude 3 V) je prikazan u Prilogu F. Tabela 5.2. prikazuje rezultate simulacija.

Tabela 5.2. Rezultati standardne devijacije i svedene greške dobijeni simulacijom kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti pre AD konverzije

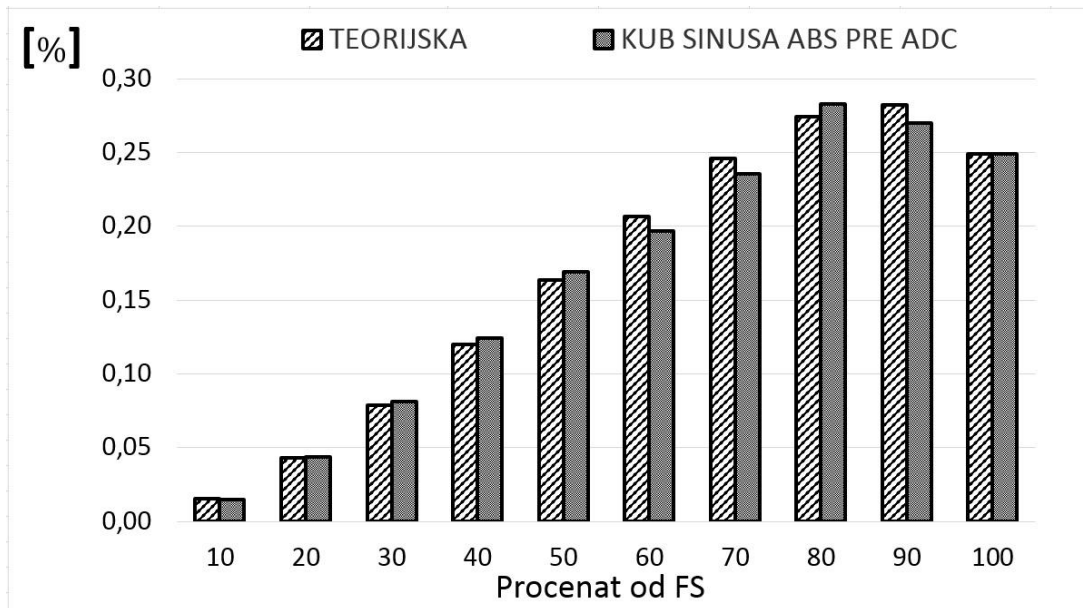
| VREDNOST UL. NAPONA [V] | % PUNOG OPSEGA [%] | TAČNA VREDNOST [V ³] | TEORIJSKA VREDNOST | | VREDNOST SIMULACIJE | |
|-------------------------------|--------------------------|--|--------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| | | | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] |
| 0,5 | 10 | 0,05305165 | 0,00814038 | 0,01534425 | 0,00795828 | 0,01500100 |
| 1,0 | 20 | 0,42441318 | 0,02296501 | 0,04328802 | 0,02305878 | 0,04346478 |
| 1,5 | 30 | 1,43239449 | 0,04189150 | 0,07896361 | 0,04307838 | 0,08120084 |
| 2,0 | 40 | 3,39530545 | 0,06359349 | 0,11987090 | 0,06598825 | 0,12438492 |
| 2,5 | 50 | 6,63145596 | 0,08675471 | 0,16352878 | 0,08983323 | 0,16933165 |
| 3,0 | 60 | 11,45915590 | 0,10975345 | 0,20688038 | 0,10440830 | 0,19680500 |
| 3,5 | 70 | 18,19671516 | 0,13038909 | 0,24577764 | 0,12509147 | 0,23579187 |
| 4,0 | 80 | 27,16244362 | 0,14544090 | 0,27414963 | 0,15005148 | 0,28284038 |
| 4,5 | 90 | 38,67465117 | 0,14964640 | 0,28207683 | 0,14327896 | 0,27007447 |
| 5,0 | 100 | 53,05164770 | 0,13223628 | 0,24925952 | 0,13203419 | 0,24887859 |

Slika 5.7. prikazuje teorijsku vrednost standardne devijacije i standardnu devijaciju greške simulacije kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti pre AD konverzije.



Slika 5.7. Prikaz standardne devijacija greške simulacije kuba sinusnog signala sa generisanjem apsolutne vrednosti pre AD konverzije i njene teorijske vrednosti

Slika 5.8. prikazuje teorijsku vrednost svedene greške (relativnu grešku u odnosu na procenat punog opsega) i svedenu grešku simulacije kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti pre AD konverzije.



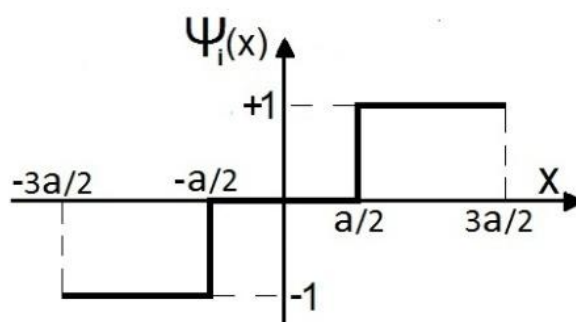
Slika 5.8. Prikaz svedene greške simulacije kuba sinusnog signala sa generisanjem apsolutne vrednosti pre AD konverzije i njene teorijske vrednosti

5.3. Treći koncept rešenja

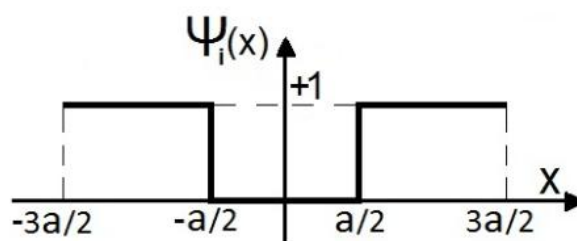
Treći koncept rešenja podrazumeva da ostavimo ulazni signal nepromenjen, dok se generisanje apsolutne vrednosti trećeg stepena ulaznog sinusnog signala vrši naknadno, posle digitalizacije u dvobinom fleš AD konvertoru. Tačna vrednost integrala apsolutne vrednosti trećeg stepena sinusnog signala predstavlja njeno matematičko rešenje, Prilog H i za jednu periodu iznosi:

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T |U_m \cdot \sin(\omega t)|^3 \cdot dt = \dots = \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot U_m^3 \quad (5.6)$$

Primetimo da sa ovakvom promenom hardvera modifikujemo karakteristiku idealnog kvantizera koja umesto dosadašnjeg oblika prikazanog na Slici 5.9. poprima oblik kao na Slici 5.10.



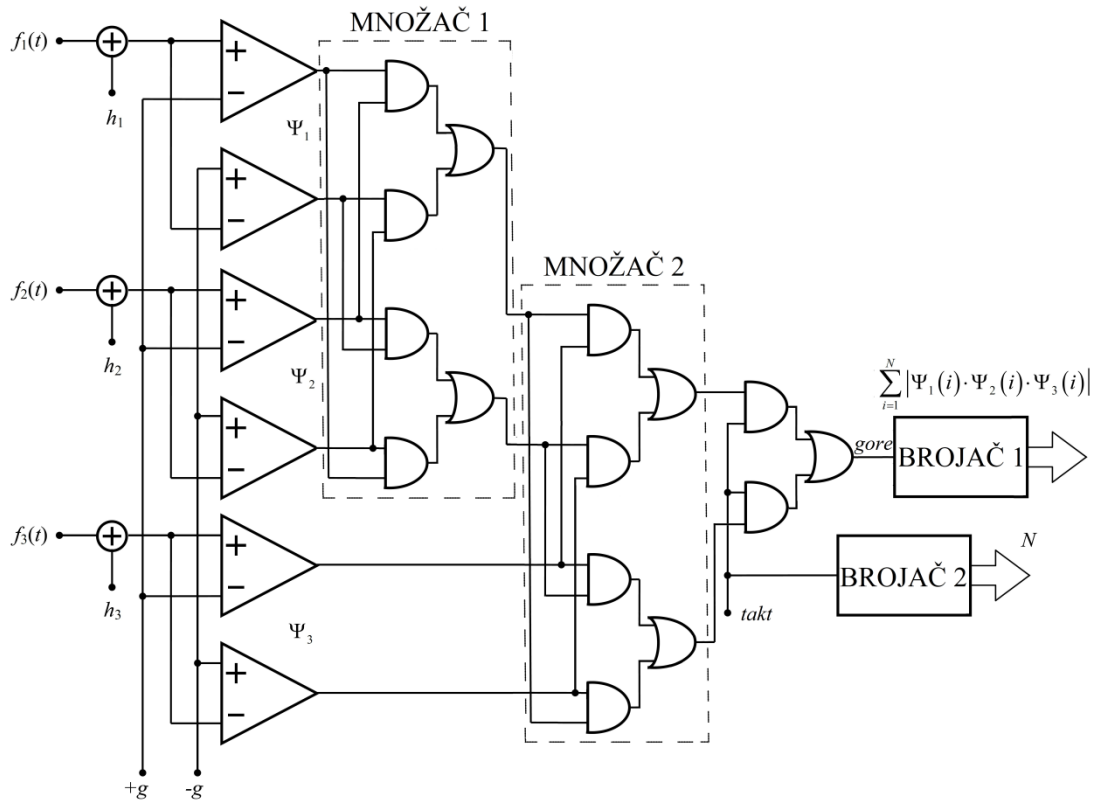
Slika 5.9. Karakteristika idealnog kvantizera dvobitnog fleš ADC



Slika 5.10. Karakteristika idealnog kvantizera modifikovanog dvobitnog fleš ADC

Za merenje trećeg stepena ulaznog sinusnog signala, gde se apsolutna vrednost generiše posle digitalizacije u dvobinom fleš AD konvertoru, neophodna je minorna promena hardvera. Ona se može izvršiti modifikovanjem ulaza u brojač 1 sa Slike 5.1. na način da se rezultat "-1" pretvori u "+1". To se hardverski lako postiže dodavanjem jednog "ili-kola" na ulaz brojača 1, pa ovom izmenom on više ne broji na gore i na dole (*up-down*), već postaje brojač koji broji samo na gore (*up*).

Znači, u ovom konceptu ulazni sinusni signal ostaje nepromenjen, a apsolutna vrednost se ne realizuje pre procesa AD konverzije, već posle njega, Slika 5.11.



Slika 5.11. Blok dijagram modifikovanog uređaja za merenje snage i energije vetra

Koristeći uređaj sa Slike 5.11. meri se srednja vrednost apsolutne vrednosti trećeg stepena ulaznog sinusnog signala. Za ulazni signal $u(t) = U_m \cdot \sin \omega t$, imajući u vidu (5.2), izraz za srednju vrednost izlaza dobija oblik:

$$\bar{\Psi}(3) = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} |U_m \cdot \sin \omega t|^3 \cdot dt \quad (5.7)$$

dok se teorijska vrednost varijanse greške merenja izračunava se prema (5.4):

$$\sigma_{\bar{e}}^2(3) = \frac{2}{T \cdot N} \cdot \left[(2g)^3 \cdot \int_0^{T/2} |U_m \cdot \sin \omega t|^3 \cdot dt - \int_0^{T/2} (U_m \cdot \sin \omega t)^6 \cdot dt \right] \quad (5.8)$$

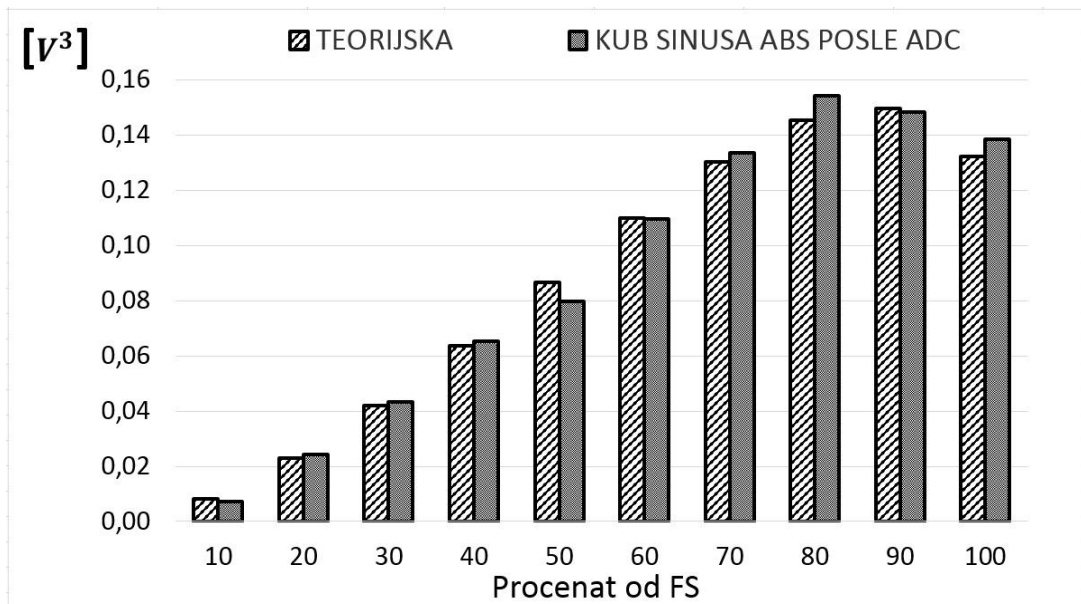
Primitimo da sve računamo na poluperiodi, imajući u vidu da se radi o trećem stepenu apsolutne vrednosti sinusnog signala, odnosno da provedenu modifikaciju moramo da tretiramo isto kao da stvarno imamo "dvostrano-ispravljeni" sinusni signal. Simulacija je izvedena za amplitude ulaznih signala od 0,5 V do 5,0 V sa korakom od 0,5 V. Za svaku vrednost amplitude ulaznog signala vršeno je po 300

merjenja, a trajanje svakog pojedinačnog merjenja je iznosilo 1 sekund. Frekvencija uzorkovanja je iznosila $f_c = 100 \text{ kHz}$. Deo simulacija (za ulazni sinusni signal amplitude 3 V) je prikazan u Prilogu F. Tabela 5.3. prikazuje rezultate simulacija.

Tabela 5.3. Rezultati standardne devijacije i svedene greške dobijeni simulacijom kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti posle AD konverzije

| VREDNOST UL. NAPONA [V] | % PUNOG OPSEGA [%] | TAČNA VREDNOST [V ³] | TEORIJSKA VREDNOST | | VREDNOST SIMULACIJE | |
|-------------------------------|--------------------------|--|--------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| | | | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] |
| | | | 0,5 | 10 | 0,05305165 | 0,00814038 |
| 1,0 | 20 | 0,42441318 | 0,02296501 | 0,04328802 | 0,02426962 | 0,04574715 |
| 1,5 | 30 | 1,43239449 | 0,04189150 | 0,07896361 | 0,04316788 | 0,08136953 |
| 2,0 | 40 | 3,39530545 | 0,06359349 | 0,11987090 | 0,06517466 | 0,12285135 |
| 2,5 | 50 | 6,63145596 | 0,08675471 | 0,16352878 | 0,07956384 | 0,14997430 |
| 3,0 | 60 | 11,45915590 | 0,10975345 | 0,20688038 | 0,10962684 | 0,20664173 |
| 3,5 | 70 | 18,19671516 | 0,13038909 | 0,24577764 | 0,13350665 | 0,25165411 |
| 4,0 | 80 | 27,16244362 | 0,14544090 | 0,27414963 | 0,15414055 | 0,29054810 |
| 4,5 | 90 | 38,67465117 | 0,14964640 | 0,28207683 | 0,14814879 | 0,27925389 |
| 5,0 | 100 | 53,05164770 | 0,13223628 | 0,24925952 | 0,13839422 | 0,26086695 |

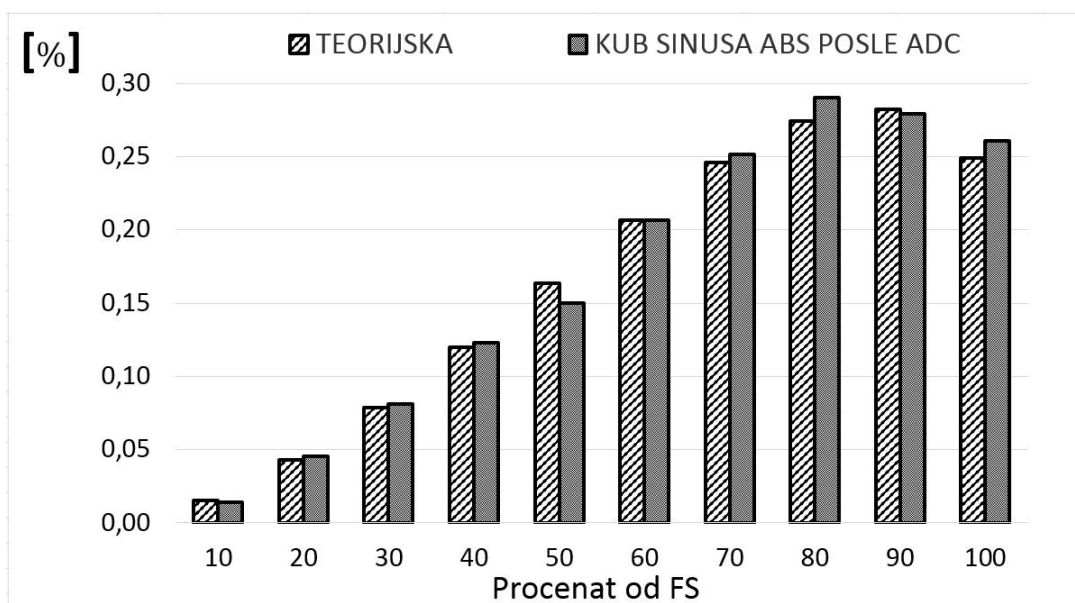
Slika 5.12. prikazuje teorijsku vrednost standardne devijacije i standardnu devijaciju greške simulacije kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti posle AD konverzije.



Slika 5.12. Prikaz standardne devijacija greške simulacije kuba sinusnog signala sa generisanjem apsolutne vrednosti posle AD konverzije i njene teorijske vrednosti

Slika 5.13. prikazuje teorijsku svedenu grešku (relativnu grešku u odnosu na procenat punog opsega) i svedenu grešku simulacije kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti posle AD konverzije.

Ova grupa simulacija je najzanimljivija sa teorijskog stanovišta za realizaciju merenja brzine i snage vetra. Zadržimo se zbog toga još malo na rezultatima dobijenim simulacijama i prikazimo ih u Tabeli 5.4.



Slika 5.13. Prikaz svedene greške simulacije kuba sinusnog signala sa generisanjem apsolutne vrednosti posle AD konverzije i njene teorijske vrednosti

Prva kolona prikazuje procenat od punog opsega za amplitude ulaznih signala od 0,5 V do 5,0 V sa korakom 0,5 V. Druga kolona predstavlja teorijsku (tačnu) vrednost apsolutne vrednosti trećeg stepena sinusnog signala, koja se izračunava koristeći (5.6). Treća kolona predstavlja teorijsku vrednost standardne devijacije apsolutne vrednosti trećeg stepena sinusnog signala $\sigma_{\bar{e}_T}$, koja se izračunava prema (5.8).

Tabela 5.4. Standardna devijacija greške merenja

| %FS | Tačna vrednost | $\sigma_{\bar{e}_{teor.}}$ | $\sigma_{\bar{e}_{simul.}}$ | $ \sigma_{\bar{e}_{simul.}} - \sigma_{\bar{e}_{teor.}} $ | $\Delta\sigma_{\bar{e}}$ |
|-----|----------------|----------------------------|-----------------------------|--|--------------------------|
| 10 | 0,05 | 0,0081 | 0,0085 | 0,0003 | 0,0009 |
| 20 | 0,42 | 0,0230 | 0,0233 | 0,0003 | 0,0027 |
| 30 | 1,43 | 0,0419 | 0,0436 | 0,0017 | 0,0048 |
| 40 | 3,40 | 0,0636 | 0,0659 | 0,0023 | 0,0073 |
| 50 | 6,63 | 0,0868 | 0,0879 | 0,0011 | 0,0100 |
| 60 | 11,46 | 0,1098 | 0,1022 | 0,0076 | 0,0127 |
| 70 | 18,20 | 0,1304 | 0,1301 | 0,0003 | 0,0151 |
| 80 | 27,16 | 0,1454 | 0,1426 | 0,0028 | 0,0168 |
| 90 | 38,67 | 0,1496 | 0,1492 | 0,0005 | 0,0173 |
| 100 | 53,05 | 0,1322 | 0,1382 | 0,0059 | 0,0153 |

U četvrtoj koloni je vrednost standardne devijacije apsolutne vrednosti trećeg stepena sinusnog signala $\sigma_{\bar{e}_S}$, za 300 simulacija u trajanju od po 1 sekund, sa frekvencijom uzorkovanja $f_c = 100 \text{ kHz}$, za slučaj apsolutne vrednosti kuba posle AD konverzije. U petoj koloni je apsolutna vrednost razlike između vrednosti simulacije $\sigma_{\bar{e}_S}$ i teorijske vrednosti $\sigma_{\bar{e}_T}$ standardne devijacije. I poslednja, šesta kolona sadrži vrednost greške merenja za faktor prekrivanja $k = 1$.

Vrednost greške merenja predstavlja mernu nesigurnost mernog rezultata dobijenog na osnovu 300 merenja u trajanju od po 1 sekund, za frekvenciju uzorkovanja $f_c = 100 \text{ kHz}$. Standardna devijacija greške merenja ima zadovoljavajuće poklapanje već za faktor prekrivanja $k = 1$, što nam pokazuje korektnost odabrane metode merenja.

5.4. Usvojeni koncept rešenja

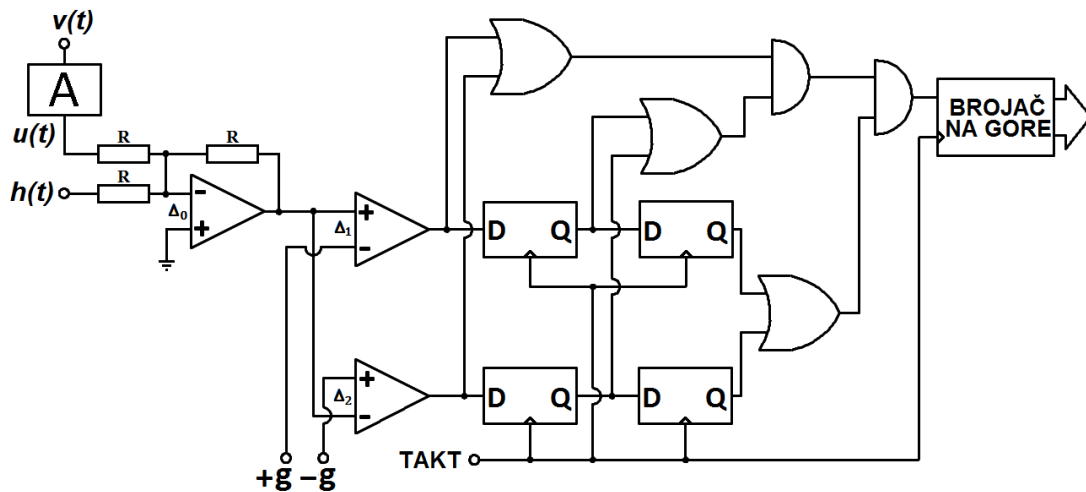
Svakako da bi koncept uređaja izloženog u prethodnom poglavlju u potpunosti mogao da ispuni postavljeni zadatak merenja snage i energije vetra. Veliki izazov u hardverskoj realizaciji tog koncepta, bez obzira na način generisanja deterskih signala, predstavlja činjenica da tri deterska signala moraju biti međusobno nekorelisani. Realizacijom deterskih signala u kojima se za generisanje pseudoslučajne sekvence koristi LFSR princip (eng. Linear Feedback Shift Register) opisan u [31], taj izazov činjenicom da se javlja potreba za 3 takve sekvence postaje izraženiji. To znači da je u slučaju realizacije koncepta iz prethodnog poglavlja svakako potrebno pronaći efikasniji način generisanja deterskih signala: koristiti pomeračke registre većih (i međusobno različitih) dužina, te upotrebiti različite algoritme za generisanje povratne sprege. Pored generisanja deterskih signala upotreba većeg broja analognih sabirača, komparatora i množača svakako predstavlja dodatne izvore sistematske greške kojima je potrebno posvetiti dodatnu pažnju. Zbog toga se kao prirodno rešenje nameće ideja da se koncept uređaja pojednostavi, te da se na taj način izbegne potreba za generisanjem većeg broja međusobno nekorelisanih deterskih signala.

Posmatrajući signal koji na svom izlazu daje anemometar sa šoljicama uočeno je, čak i za ekstremne brzine vetra, da je frekvencija sinusnog signala koga on generiše veoma niska. Podstaknut prirodom takvog signala autor ove teze je tragao za rešenjem koje bi moglo da se primeni za merenje snage i energije vetra upotrebom samo jednog deterskog signala. Drugim rečima, amplituda i frekvencija sinusnog signala $u(t)$ na izlazu anemometra su linearno zavisne funkcije od brzine vetra $v(t)$. Kako je propusni (frekvencijski) opseg ulaznog signala $u(t)$ veoma nizak, kao privlačna ideja nameće se upotreba samo jednog deterskog signala $h(t)$. U tom smislu nastao je koncept uređaja izložen u ovom poglavlju.

Osnovni koncept za realizaciju takvog uređaja zasnovan je na principu da se brzina vetra $v(t)$ pomoću anemometra sa šoljicama A pretvara u sinusni signal $u(t)$ amplitude i frekvencije linearno zavisne od brzine vetra, Slika 5.14. koji se normalizuje tako da mu maksimalno moguća amplituda ne prelazi 5 V. Na ovaj signal se u analognom sabiraču superponira deterski signal, dok se izlaz analognog sabirača dovodi na ulaze komparatora. Primetimo, da je u ovom slučaju potpuno

svejedno da li se koristi operacioni pojačavač u invertujućem ili neinvertujućem spoju, pošto se obrađuje apsolutna vrednost trećeg stepena njegovog izlaznog signala.

Polazna ideja je da se za prvi proizvod koriste tri uzastopne vrednosti semplova (semp1_1, semp1_2, semp1_3). Svaki sledeći proizvod generiše se zanemarujući prvi sempl iz grupe, a uvodeći u proizvod novi sempl - konkretno drugi proizvod se generiše sa vrednostima semp2_2, semp1_3, semp1_4, treći proizvod sa semplovima semp1_3, semp1_4, semp1_5, itd. Poslednji N-ti proizvod generiše se koristeći semp1_N, semp1_{N+1}, semp1_{N+2}. Primetimo da je za generisanje N proizvoda u ovom slučaju potrebno N+2 sempla. Principijelna šema takvog uređaja prikazana je na Slici 5.14.

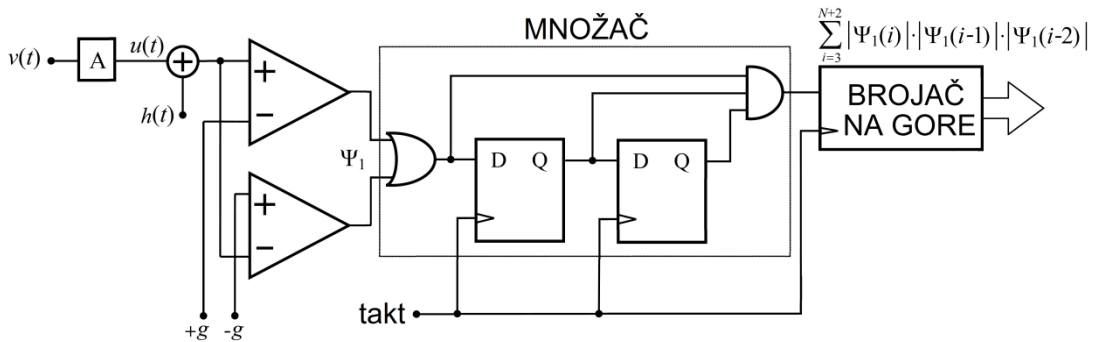


Slika 5.14. Polazna ideja uređaja za merenje energije vetra

Da bi se realizovala ovakva ideja, neophodno je bilo da se osnovni koncept SDMM modifikuje u smislu da mu se dodaju elementi za pamćenje, D-flipflopovi. Oni se koriste da zapamtimo obrađene vrednosti (izlaze komparatora) od semp1_{i-1} i semp1_{i-2}, dok se obrađena vrednost (izlaz komparatora) od semp1_i neposredno koristi za računanje proizvoda. Ako je za svaki uzorak, iz grupe od tri uzastopna uzorka, bar jedan od komparatora imao izlaz različit od logičke nule, znači da će sva tri pripadajuća (dvoulazna) "ili-kola" na svom izlazu dati logičku jedinicu, odnosno da će vrednost oba (dvoulazna) "i-kola" biti logička jedinica, te da će brojač na gore uvećati svoju vrednost. Naprotiv, ukoliko bar jedan od tri uzastopna uzorka ne generiše logičku jedinicu na jednom od izlaza komparatora, to znači da će pripadajuće "ili-kolo" na svom izlazu generisati logičku nulu, što će za posledicu

imati da bar jedno "i-kolo" na svom izlazu da logičku nulu, odnosno da će brojač na gore zadržati nepromenjeno stanje.

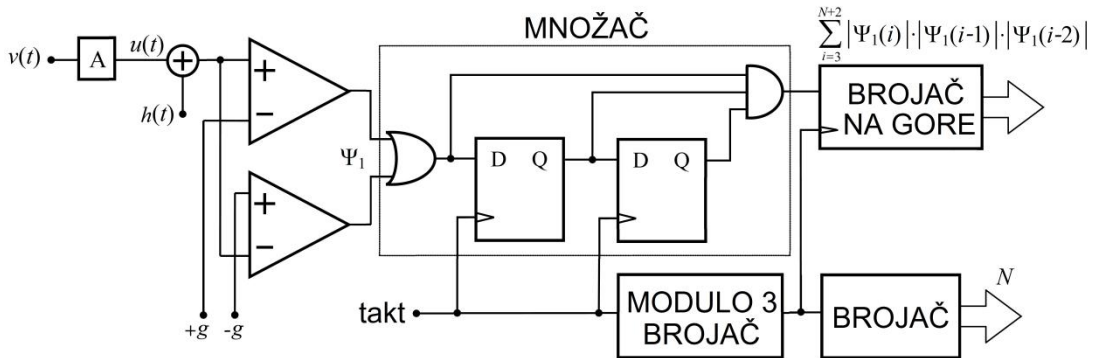
Uočeno je da se jednostavnim logičkim rasuđivanjem šema sa Slike 5.14. može značajno pojednostaviti (umesto četiri koriste se dva D-flipflopa, a umesto pet logičkih kola samo dva - s tim da smo umesto dva dvoulazna "i-kola" primenili smo jedno trouglazno "i-kolo"), Slika 5.15. - dok princip funkcionisanja ostaje isti.



Slika 5.15. Blok dijagram značajno pojednostavljenog uređaja za merenje energije vetra

Ovo pojednostavljenje je moguće imajući u vidu da nam je za merenje apsolutne vrednosti trećeg stepena sinusnog signala irelevantno da li će se, za sva tri uzastopna uzorka, na izlazu AD konvertora detektovati +1 ili -1 (odnosno da li će gornji ili donji komparator na svom izlazu dati logičku jedinicu) - pošto se u jednom slučaju radi o pozitivnoj, a u drugom slučaju o negativnoj poluperiodi sinusnog signala. Upotreba deterskog signala kod kojeg se za generisanje pseudoslučajne sekvence koristi LFSR princip, gde su dva susedna deterska signala u korelaciji, uslovilo je da se napravi jedan ustupak u praktičnoj realizaciji predloženog uređaja. Za prvi proizvod koriste se tri uzastopne vrednosti semplova (semp1_1, semp1_2, semp1_3). Svaki sledeći proizvod generiše se sa novom trojkom uzastopnih semplova - konkretno drugi proizvod se generiše sa vrednostima semp_4, semp_5, semp_6, treći proizvod sa semplovima semp_7, semp_8, semp_9, itd. Poslednji N-ti proizvod generiše se koristeći semp_3N-2, semp_3N-1, semp_3N. Primitimo da je za generisanje N proizvoda u ovom slučaju potrebno 3N semplova, drugim rečima kao da uzorkovanje vršimo tri puta nižom frekvencijom. Principijelna šema takvog uređaja prikazana je na Slici 5.16. Kako se pokazuju rezultati, bez obzira na to što je uzorkovanje vršeno sa istom frekvencijom, vidi se da su greške merenja veće (oko $\sqrt{3}$ puta). To je zato što se u generisanju proizvoda tri uzastopna signala u

stvari formira jedinstven uzorak, pa dobijamo rezultate kao da je frekvencija uzorkovanja tri puta niža. Drugim rečima, da bi dobili greške slične vrednosti, potrebno je povećati frekvenciju uzorkovanja 3 puta (umesto 100 kHz uzorkovanje bi trebalo vršiti sa 300 kHz) ili za isto toliko produžiti trajanje merenja (umesto 1 s potrebno bi bilo meriti 3 s).



Slika 5.16. Blok dijagram realizovane verzije uređaja za merenje snage i energije vetra

Za razliku od koncepta prikazanog u prethodnom poglavlju, ovde sa punim pravom može upotrebiti izraz rekonstrukcija mernog uređaja za merenje snage i energije vetra. Ovaj blok dijagram, teorijska i simulaciona analiza njegove greške predstavljaju predmet i fokus ovoga rada. Njegova realizacija i eksperimentalni rezultati [61] pružaju dodatnu potvrdu za implementaciju nove metode za merenje snage i energije vetra.

Prvo što primetimo iz gornje šeme jeste da postoji samo jedan ulazni kanal, odnosno da je zadovoljena početna ideja da se za merenje snage i energije vetra koristi jedan deterski signal. Kako ulazni sinusni signal $u(t)$ ima nisku frekvenciju i digitalizovan je brzim AD konvertorom, u tom slučaju će nekoliko uzastopnih (susednih) uzoraka ulaznog signala $u(t)$ imati identične ili gotovo identične vrednosti (što je viša frekvencija uzorkovanja, odnosno izraženiji oversampling, to je manja razlika između vrednosti tih semplova). U prikazanom rešenju, množenje tri uzastopna (susedna) uzorka unutar jedne grupe ekvivalentno je digitalizaciji sinusnog signala podignutog na treći stepen. Objasnimo način na koji se to postiže.

Kako se ovaj postupak izvodi pomoću dvobitnog AD konvertora, izlazni uzorci mogu imati tri vrednosti: "10" ("+1"), "00" ("0") i "01" ("-1"), dok je izlaz "11" nemoguć - nemoguće je da oba komparatora na svojim izlazima daju vrednost "+1" [26]. Iz ovoga je lako zaključiti da dvoulazno "ili-kolo" sa Slike 5.16. ima

ulogu pretvaranja "negativnih" u "pozitivne" uzorke (bitove). Takođe, vidimo da će brojač na gore sa iste slike povećati svoju vrednost samo ako tri susedna bita (koji se dovode na trouzno "i-kolo") imaju vrednost logičke jedinice, pa će njegov sadržaj prikazivati energiju vetra. Konačno, uloga "modulo 3" brojača je da osigura da se izlazni uzorci (bitovi) obrađuju u grupama od po tri uzorka, dok donji brojač, brojač trojki semplova, registruje koliko ima ovih grupa. Naravno, deljenjem sadržaja brojača na gore sa brojačem trojki semplova (broja ukupno sačinjenih proizvoda) dobija se srednja snaga vetra.

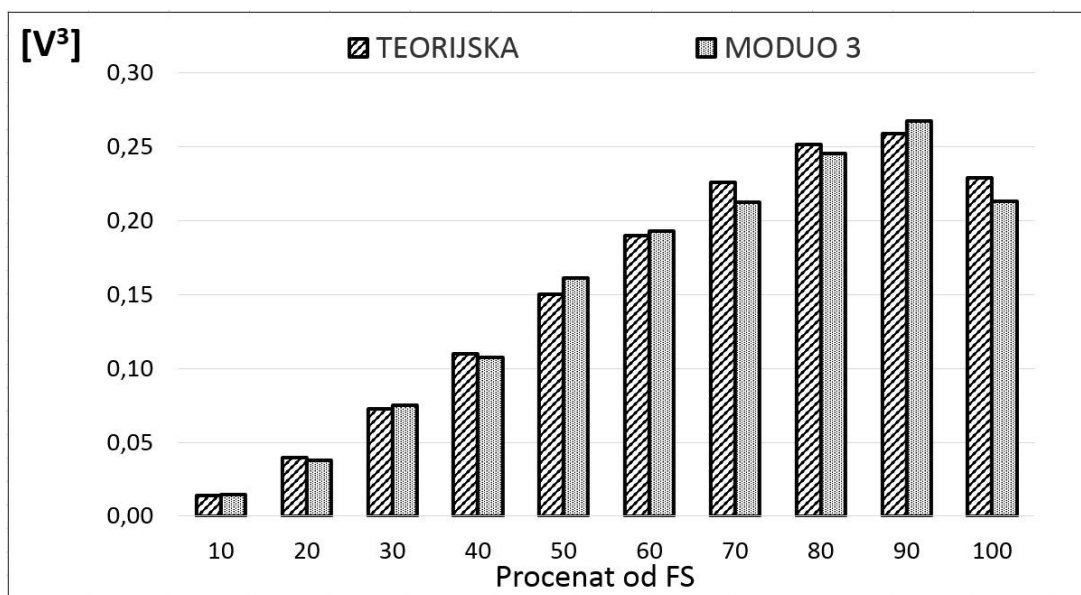
I ova simulacija je izvedena za amplitude ulaznih signala od 0,5 V do 5,0 V sa korakom od 0,5 V. Za svaku vrednost amplitude ulaznog signala vršeno je po 300 merenja, a trajanje svakog pojedinačnog merenja je iznosilo 1 sekund. Frekvencija uzorkovanja je iznosila $f_c = 100 \text{ kHz}$. Tabela 5.5. prikazuje rezultate simulacija uz upotrebu uređaja sa Slike 5.16. za merenje snage i energije vetra.

Tabela 5.5. Rezultati standardne devijacije i svedene greške dobijeni simulacijom kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti uređajem sa Slike 5.16.

| VREDNOST UL. NAPONA [V] | % PUNOG OPSEGA [%] | TAČNA VREDNOST [V ³] | TEORIJSKA VREDNOST | | VREDNOST SIMULACIJE | |
|-------------------------------|--------------------------|--|--------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| | | | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] | STANDARDNA DEV. [V ³] | SVEDENA GREŠKA [%] |
| 0,5 | 10 | 0,05305165 | 0,01409955 | 0,02657702 | 0,01439698 | 0,02713767 |
| 1,0 | 20 | 0,42441318 | 0,03977656 | 0,07497704 | 0,03792609 | 0,07148900 |
| 1,5 | 30 | 1,43239449 | 0,07255820 | 0,13676898 | 0,07522367 | 0,14179327 |
| 2,0 | 40 | 3,39530545 | 0,11014715 | 0,20762249 | 0,10755516 | 0,20273669 |
| 2,5 | 50 | 6,63145596 | 0,15026357 | 0,28324016 | 0,16126124 | 0,30397027 |
| 3,0 | 60 | 11,45915590 | 0,19009855 | 0,35832733 | 0,19316422 | 0,36410597 |
| 3,5 | 70 | 18,19671516 | 0,22584052 | 0,42569936 | 0,21257603 | 0,40069638 |
| 4,0 | 80 | 27,16244362 | 0,25191102 | 0,47484109 | 0,24568134 | 0,46309842 |
| 4,5 | 90 | 38,67465117 | 0,25919518 | 0,48857140 | 0,26736150 | 0,50396455 |
| 5,0 | 100 | 53,05164770 | 0,22903996 | 0,43173016 | 0,21301057 | 0,40151546 |

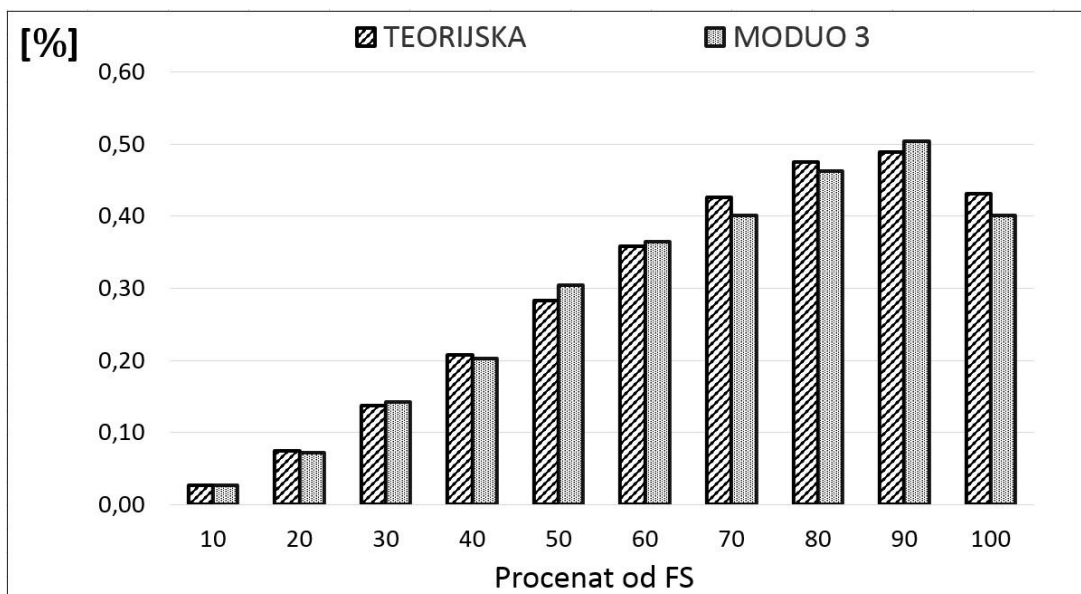
U ovom poglavlju su obrađeni teorijski aspekti standardne devijacije i svedene greške i nekoliko interesantnih grupa simulacija, koje su pratile razvoj ideje merenja snage i energije vetra (kao vrednosti proporcionalne sa trećim stepenom brzine vetra). Odstupanja od idealne (teorijske) krive za rezultate simulacije na računaru su minimalna pošto se koristi ugrađena ("built-in") funkcija za generisanje slučajnih brojeva. To znači da u provedenim simulacijama, naponski ofseti komparatora ne prave grešku, pošto su naponski nivoi pragova odlučivanja (-g, +g) konstantne vrednosti definisane u programu koji se koristio za simulacije na računaru, što u praksi svakako nije slučaj. Pored ovoga, sabiranje se vrši bez uticaja naponskog ofseta sabirača, u aritmetici pokretnog zarez, što svakako utiče na tačnost postignutu simulacijama.

Slika 5.17. prikazuje vrednosti standardne devijacije teorijske greške i greške simulacije kuba sinusnog signala kada se generisanje apsolutne vrednosti vrši uređajem sa Slike 5.16.



Slika 5.17. Prikaz standardne devijacije teorijske greške i greške simulacije kuba sinusnog signala sa generisanjem apsolutne vrednosti uređajem sa Slike 5.16.

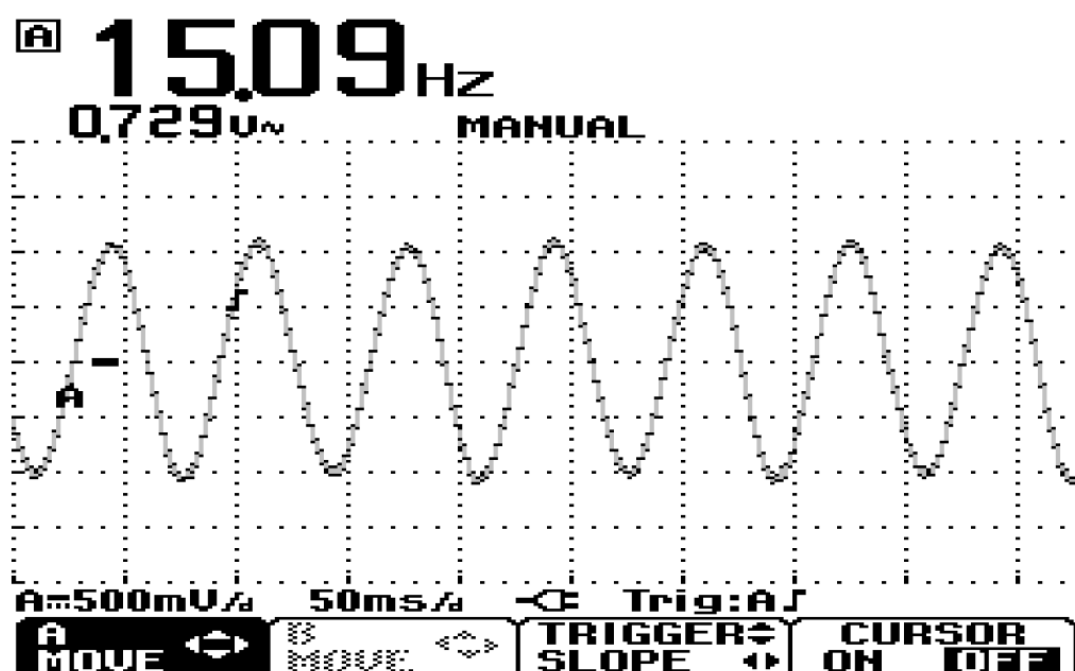
Slika 5.18. prikazuje teorijsku svedenu grešku i svedenu grešku simulacije kuba sinusne funkcije sa generisanjem apsolutne vrednosti uređajem sa Slike 5.16.



Slika 5.18. Prikaz svedene teorijske greške i greške simulacije kuba sinusnog signala sa generisanjem apsolutne vrednosti uređajem sa Slike 5.16.

5.5. Karakteristike merenog signala

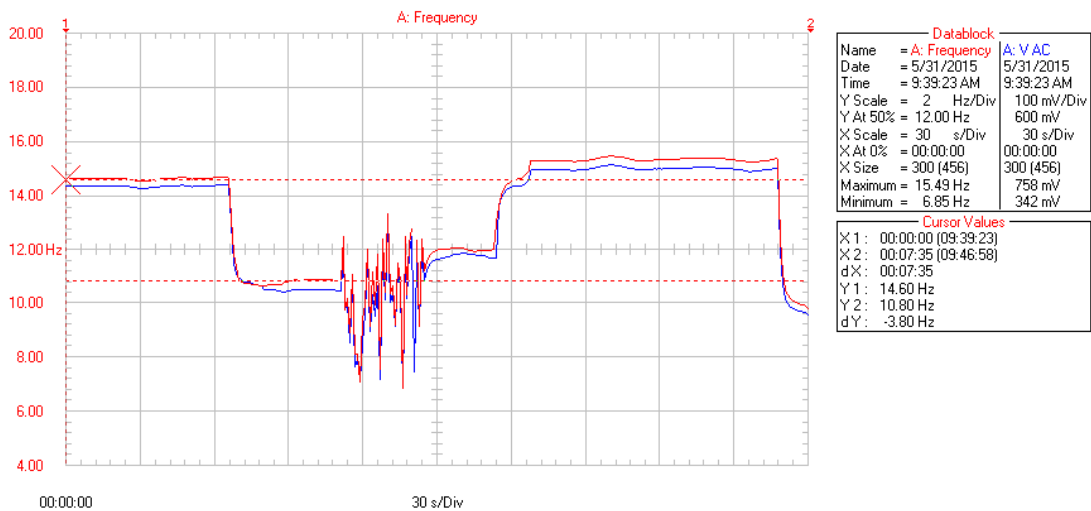
Dosadašnja razmatranja odnosila su se na simetrični sinusni signal, bez ofseta i harmoničkih izobličenja, što kod konkretnog merenja ne predstavlja značajan problem. Slika 5.19. prikazuje tipičan izgled i odnos napona i frekvencije sinusnog signala koji generiše anemometar sa šoljicama, koji su u međusobnoj korelaciji (čvrstoj vezi). Tako za signal efektivne vrednosti napona od 0,729 V (čija je amplituda 1,03 V) imamo frekvenciju od 15,09 Hz.



Slika 5.19. Zavisnost efektivne vrednosti i frekvencije sinusnog signala koji se generiše na izlazu anemometra sa šoljicama

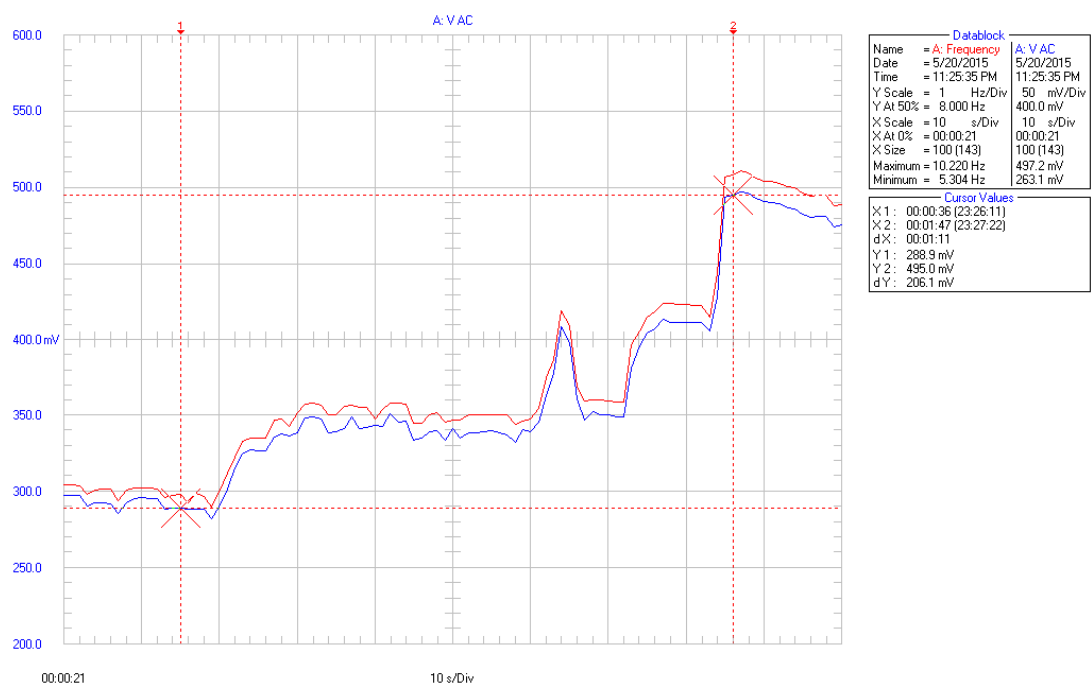
Međutim, s obzirom da struktura vetra generalno ima izraženu mahovitost (promenu brzine) i nemir (menja pravac i smer duvanja), tj. da ni unutar kratkog vremenskog intervala ne zadržava brzinu, pravac i smer, to znači da će i sinusni signal koji na svom izlazu generiše anemometar sa šoljicama po svom karakteru biti nestacionaran - svaka promena brzine vetra imaće za posledicu ne samo promenu amplitude sinusnog signala već i promenu njegove frekvencije.

Slika 5.20. generisana je pomoću osciloskopa, a prikazuje tipične vrednosti frekvencije (crveno) i pripadajuće efektivne vrednosti napona (plavo) sinusnog signala koji se generiše na izlazu anemometra sa šoljicama. U centralnom delu ove slike je primetan segment sa izraženom mahovitošću vetra (naglim promenama brzine).



Slika 5.20. Tipične vrednosti frekvencije i pripadajuće efektivne vrednosti napona sinusnog signala koji se generiše na izlazu anemometra sa šoljicama

Slično tome, Slika 5.21. prikazuje tipične efektivne vrednosti napona (plavo) i pripadajuće frekvencije (crveno) sinusnog signala koji se generiše na izlazu anemometra sa šoljicama. I ova slika je generisana pomoću osciloskopa, a obe slike predstavljaju eksperimentom dobijene rezultate. Slično prethodnoj, i na ovoj slici uviđamo česte i nepravilne promene brzine vetra.



Slika 5.21. Tipične efektivne vrednosti napona i pripadajuće frekvencije sinusnog signala koji se generiše na izlazu anemometra sa šoljicama

Primitimo da anemometar sa šoljicama nije uređaj koji registruje nemir vetra (promenu njegovog pravca i smera) - za tu namenu se koristi vetrokaz.

Neko bi s pravom mogao postaviti pitanje da li srednja snaga (i energija) kuba apsolutne vrednosti nestacionarnog sinusnog signala na intervalu zavisi od njegove frekvencije, odnosno dovesti u pitanje validnost predložene metode. Da bi smo odgovorili na to pitanje urađeno je nekoliko različitih simulacija merenja snage i energije vetra. Za ove potrebe sinusni signal (izlaz anemometra) je zapisan kao:

$$u(t) = A \cdot v(t) \cdot \sin[2 \cdot \pi \cdot B \cdot v(t) \cdot t] \quad (5.9)$$

gde $v(t)$ predstavlja brzinu vetra, a $u(t)$ napon na izlazu anemometra. U ovom izrazu prepoznamo (naponski) sinusni signal sa amplitudnom i faznom modulacijom, kao opšti slučaj nestacionarnog signala. Primetimo da $A \cdot v(t)$ predstavlja amplitudu, te da parametar A ima dimenziju $V / (m / s)$, odnosno $V \cdot s/m$. Analogno tome $2 \cdot \pi \cdot B \cdot v(t) \cdot t$ predstavlja fazu, a parametar B ima dimenziju $Hz / (m / s)$, odnosno $Hz \cdot s/m = 1/m$.

Simulacija je urađena za tri različite grupe ulaznih signala (brzine vetra) $v(t)$ u kojima se posmatraju:

- linearna $v(t) = v_0 + \Delta v \cdot t/T$,
- kvadratna $v(t) = v_0 + \Delta v \cdot (t/T)^2$ i
- sinusna $v(t) = v_0 + \Delta v \cdot \sin(2\pi \cdot t/T)$

zavisnost promene brzine vetra u vremenu t , od $t = 0$ do $t = T$.

Drugim rečima, simulacija treba da pokaže, postoji li konstanta K , koeficijent proporcionalnosti, između kuba brzine vetra i kuba apsolutne vrednosti naponskog sinusnog signala (5.9) na izlazu anemometra sa šoljicama. Matematički se to može zapisati kao:

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^3(t) \cdot dt = K \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |A \cdot v(t) \cdot \sin(2\pi \cdot B \cdot v(t) \cdot t)|^3 \cdot dt \quad (5.10)$$

gde su vrednosti A i B takođe konstante koje su određene njegovom fizičkom realizacijom, te za izabrano merilo brzine vetra (anemometar sa šoljicama) predstavljaju koeficijente njegove prenosne karakteristike.

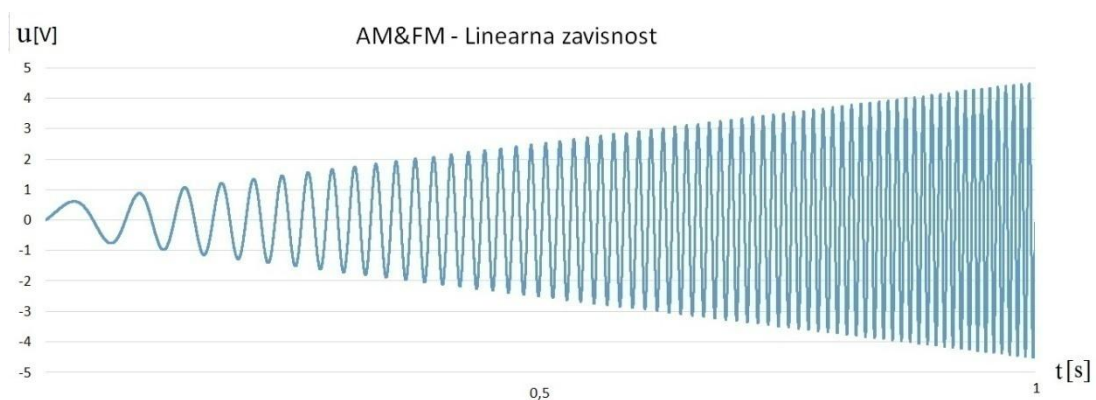
5.5.1. Linearna zavisnost promene brzine vetra

Za linearnu zavisnost promene brzine vetra razmatran je signal vetra koji ima oblik $v(t) = v_0 + \Delta v \cdot t/T$, prikazan na Slici 5.22.



Slika 5.22. Prikaz linearne zavisnosti promene brzine vetra od v_0 do $v_0 + \Delta v$ u vremenskom intervalu T

Izgled sinusnog signala za ovakvu zavisnost brzine vetra (gde se brzina vetra menja linearno tako da brzini vetra v_0 odgovara amplituda sinusnog signala $u_{(t=0)} = 0,5$ V, dok brzini vetra $v_0 + \Delta v$ odgovara amplituda sinusnog signala $u_{(t=T)} = 4,5$ V), uz frekvenciju uzorkovanja 100 MHz i vremenski interval od 1 s, prikazan je na Slici 5.23. Primetimo da linearno povećanje amplitude prati i linearno povećanje frekvencije.



Slika 5.23. Prikaz izlaznog signala iz anemometra sa šoljicama za linearnu zavisnost promene brzine vetra

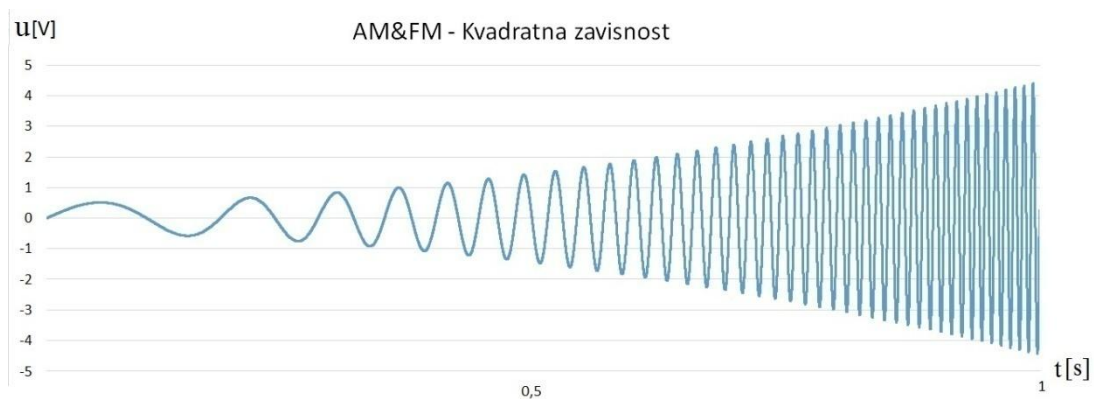
5.5.2. Kvadratna zavisnost promene brzine vetra

Za kvadratnu zavisnost promene brzine vetra razmatran je signal vetra koji ima oblik $v(t) = v_0 + \Delta v \cdot (t/T)^2$, prikazan na Slici 5.24.



Slika 5.24. Prikaz kvadratne zavisnosti promene brzine vetra od v_0 do $v_0 + \Delta v$ u vremenskom intervalu T

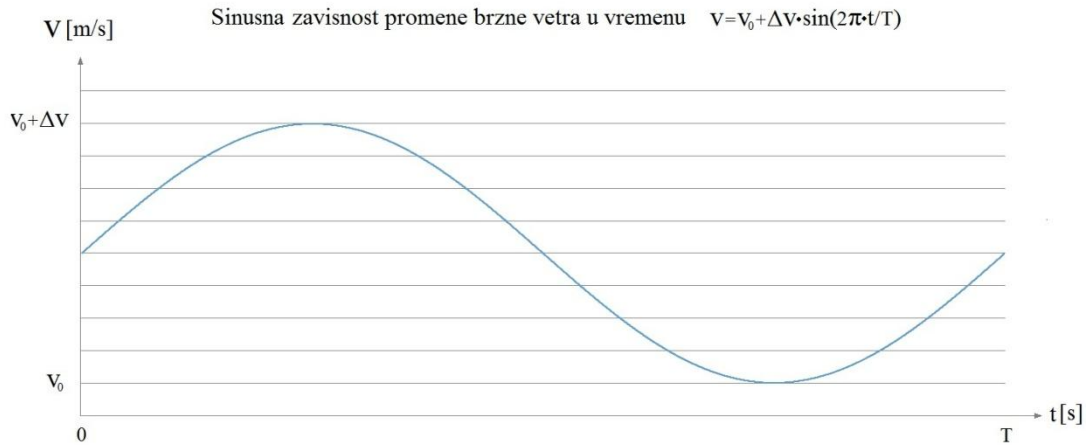
Tipičan izgled sinusnog signala za ovakvu zavisnost brzine vetra (gde se brzina vetra menja sa kvadratom vremena - tako da brzini vetra v_0 odgovara amplituda sinusnog signala $u_{(t=0)} = 0,5$ V, dok brzini vetra $v_0 + \Delta v$ odgovara amplituda sinusnog signala $u_{(t=T)} = 4,5$ V) i vremenski interval od 1 s, prikazan je na Slici 5.25. Primetimo da su početna i krajnja brzina vetra (granice u kojima se brzina vetra menja) iste kao i za prethodni primer simulacije linearne promene brzine vetra, ali ovo više ne predstavlja linearnu, nego kvadratnu funkciju zavisnosti brzine vetra od vremena. Primetimo takođe da povećanje amplitude sa kvadratom vremena prati odgovarajuće povećanje frekvencije (sa kvadratom vremena).



Slika 5.25. Prikaz izlaznog signala iz anemometra sa šoljicama za kvadratnu zavisnost promene brzine vetra

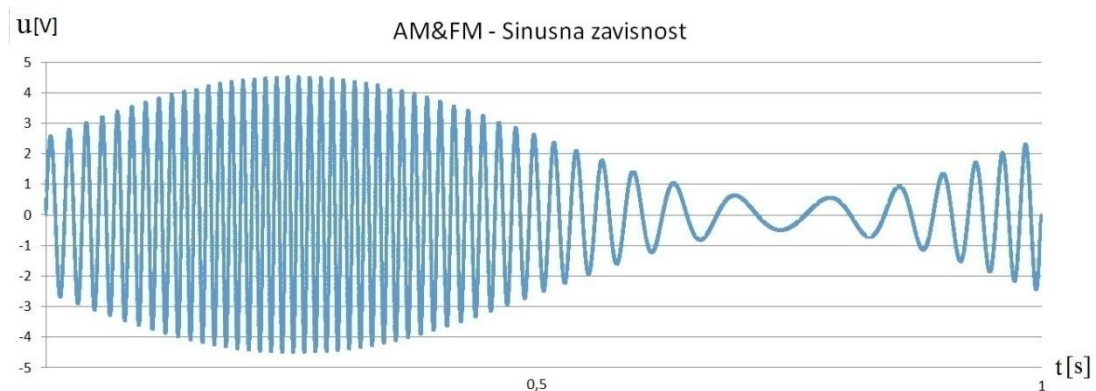
5.5.3. Sinusna zavisnost promene brzine vetra

Za sinusnu zavisnost promene brzine vetra razmatran je signal vetra koji ima oblik $v(t) = v_0 + \Delta v \cdot \sin(2\pi \cdot t/T)$, prikazan na Slici 5.26.



Slika 5.26. Prikaz sinusne zavisnosti promene brzine vetra od v_0 do $v_0 + \Delta v$ u vremenskom intervalu T

Karakterističan izgled izlaznog sinusnog signala za ovakvu zavisnost brzine vetra (gde se brzina vetra menja kao sinusna funkcija perioda T - tako da brzini vetra v_0 odgovara amplituda izlaznog sinusnog signala jednaka onoj za brzinu vetra $v_0 + \Delta v$, a ona iznosi $u_{(t=0)} = u_{(t=T)} = 2,5 \text{ V}$), uz frekvenciju uzorkovanja 100 MHz i vremenski interval od 1 s, prikazan je na Slici 5.27. Primetimo da se za ovakav modulacioni signal maksimalna amplituda (i frekvencija) modulisanog izlaznog sinusnog signala dobija za $t=T/4$ (gde je maksimum modulacionog signala), dok se minimalna amplituda (i frekvencija) modulisanog izlaznog sinusnog signala dobija za $t=3T/4$ (što predstavlja minimalnu vrednost modulacionog signala).



Slika 5.27. Prikaz izlaznog signala iz anemometra sa šoljicama za sinusnu zavisnost promene brzine vetra

Sve tri grupe simulacija izvedene su za nekoliko različitih vrednosti početne brzine vetra v_0 te, za svaku od njih, spektar različitih vrednosti maksimalne promene brzine vetra Δv u posmatranom intervalu vremena T . Sve izvedene simulacije su potvrdile da između kuba ulazne veličine - brzine vetra $v(t)$ i kuba apsolutne vrednosti izlaznog sinusnog napona $u(t)$ anemometra sa šoljicama postoji koeficijent proporcionalnosti koji ne zavisi od vrednosti v_0 i Δv . Time je potvrđena validnost izraza (5.10), odnosno validnost predložene metode.

Drugim rečima, za posmatrane nestacionarne ulazne signale, koji predstavljaju zavisnost brzine vetra - ulazne veličine u anemometar sa šoljicama, može se konstatovati da postoji čvrsta veza između kuba brzine vetra $v(t)$ i kuba apsolutne vrednosti izlaznog sinusnog napona $u(t)$, koja ne zavisi od promene frekvencije ulaznog signala kao ni od njegovog talasnog oblika, već samo od promene amplitude datog nestacionarnog signala.

6. EKSPERIMENTALNA POTVRDA

U ovom poglavlju će biti opisana eksperimentalna potvrda ove metode. Osnovni problem eksperimentalne potvrde metode u odnosu na već date, teorijsku i simulacionu potvrdu, je što realne komponente mernog instrumenta unose sistematske greške u metodu. Na Slici 5.15. se vidi da je šema instrumenta vrlo jednostavna i da su ključni izvori sistematske greške napon ofseta analognog sabirača - Δ_0 , te naponi ofseta (gornjeg - Δ_1 i donjeg - Δ_2) komparatora. Pošto i analogni sabirač i komparatori moraju biti brzi, navedeni naponi ofseta imaju značajne vrednosti. Drugim rečima, da bi smo uporedili **teorijsku analizu sa eksperimentalnim rezultatima**, moramo razmotriti ove dve različite kategorije sistematskih grešaka prouzrokovanih nesavršenostima mernog uređaja sa Slike 5.15.

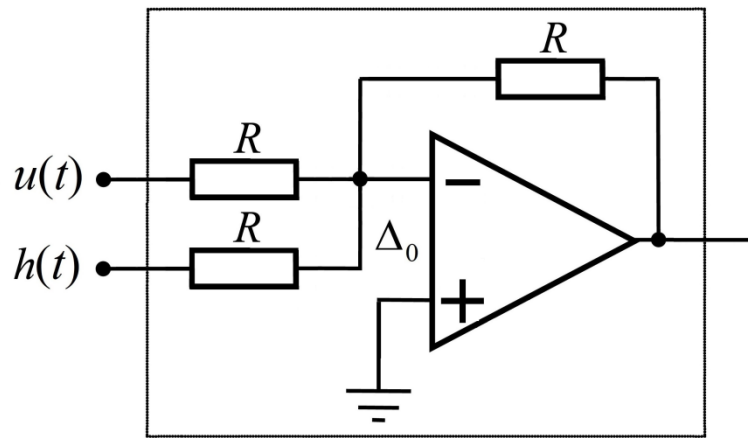
U [34] je pokazano kako se u merenju periodičnog napona SDMM upotrebom metode unakrsnog preklapanja (cross-switching) sistematske greške uzrokovane ofsetima komparatora mogu umanjiti za više od 80 dB. Na taj način one postaju zanemarljive. Kako su Δ_1 i Δ_2 za nekoliko redova veličine manji od amplitude U ulaznog signala $u(t) = U \cdot \sin(\omega t)$, to se sistematska greška usled njihovog prisustva može smatrati potpuno eliminisanom.

Međutim, kako metod unakrsnog preklapanja, korišćen u [34], ne može suzbiti (eliminirati) grešku izazvanu ofsetom analognog sabirača Δ_0 , potrebno je analizirati njen uticaj na rezultat merenja.

6.1. Ocena sistematske greške merne metode zbog napona ofseta analognog sabirača

Iako na prvi pogled deluje da ovu sistematsku grešku nije moguće eliminisati, pokazaćemo da metoda merenja srednje vrednosti modula kuba ulaznog napona, opisana u ovom radu, prirodno eliminiše linearnu (daleko najveću) komponentu sistematske greške usled Δ_0 , dok su kvadratna i kubna komponenta, kao vrlo male veličine višeg reda - zanemarljive.

U tu svrhu prikazimo detaljnije strukturu analognog sabirača, Slika 6.1.



Slika 6.1. Struktura analognog sabirača

U skladu s tim, pretpostavimo da Δ_0 označava naponski ofset analognog sabirača i da je ulazni signal oblika $u(t) = U \cdot \sin(\omega t)$, gde je $0.5 \text{ V} \leq U \leq 4.5 \text{ V}$. U tom slučaju, srednja vrednost kuba apsolutne vrednosti sinusnog napona, $\overline{|u|^3}$, jednaka je:

$$\begin{aligned} \overline{|u|^3} &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |\Psi_1(i)|^3 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |\Delta_0 + U \cdot \sin(\omega t)|^3 dt \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |\Delta_0^3 + 3\Delta_0^2 \cdot U \cdot \sin(\omega t) + 3\Delta_0 \cdot U^2 \cdot \sin^2(\omega t) + U^3 \cdot \sin^3(\omega t)| \cdot dt \quad (6.1) \end{aligned}$$

Uzimajući u obzir da je $|\Delta_0|$ u rasponu od nekoliko mV [63], odnosno da vredi $|\Delta_0| \ll U$, gornja jednakost se svodi na:

$$\overline{|u|^3} \approx \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |3\Delta_0 \cdot U^2 \cdot \sin^2(\omega t) + U^3 \cdot \sin^3(\omega t)| \cdot dt \quad (6.2)$$

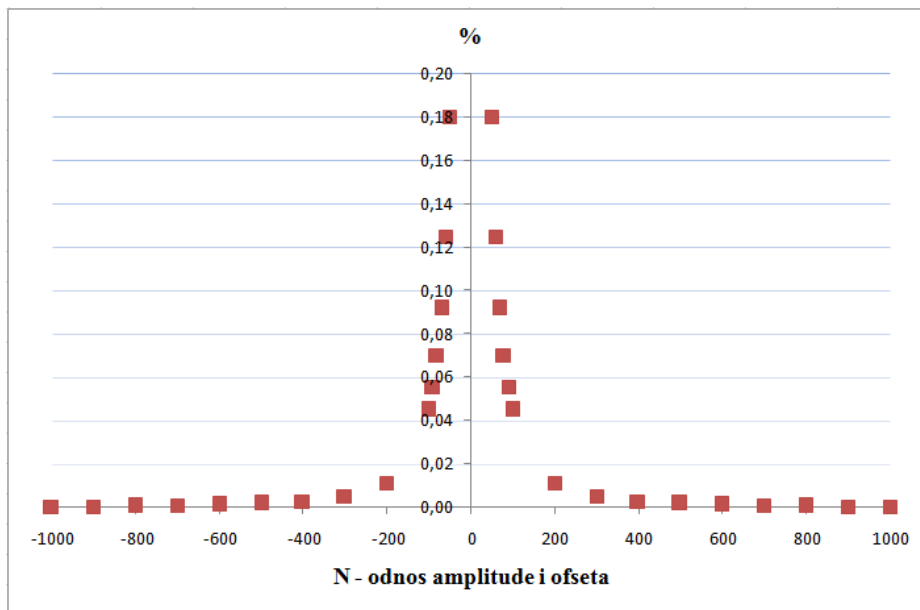
ili drugačije zapisano:

$$\overline{|u|^3} \approx \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U^2 \cdot \sin^2(\omega t) \cdot |3\Delta_0 + U \cdot \sin(\omega t)| \cdot dt \quad (6.3)$$

Na osnovu definicije funkcije modula, uzimajući da je $|\Delta_0| > 0$, dobijamo:

$$\begin{aligned} \overline{|u|^3} \approx \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T/2} U^2 \cdot \sin^2(\omega t) \cdot [3\Delta_0 + U \cdot \sin(\omega t)] \cdot dt \\ + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T U^2 \cdot \sin^2(\omega t) \cdot [-3\Delta_0 - U \cdot \sin(\omega t)] \cdot dt \end{aligned} \quad (6.4)$$

Zbog $|\Delta_0|$ koje uzrokuje "izdizanje" sinusne funkcije, može se posumnjati u korektnost gornje relacije (6.4), te je u tu svrhu napravljena simulacija. Rezultati simulacije prikazani su na Slici 6.2. odnosno na Slici 6.3. u logaritamskoj skali. Očigledno je da za vrednosti N veće od 700 (vrednost ofseta je 700 puta manja od vrednosti amplitude) relativna greška pada ispod 10 ppm (i iznosi 9 ppm).

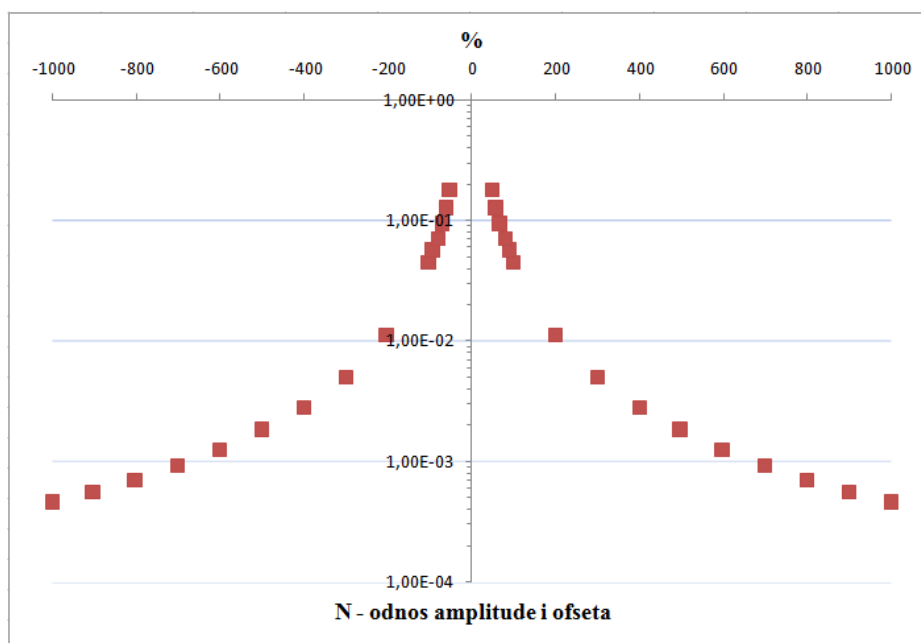


Slika 6.2. Zavisnost relativne greške određivanja srednje vrednosti trećeg stepena apsolutne vrednosti sinusne funkcije sa ofsetom N puta manjim od amplitude

Izraz (6.4) možemo zapisati kao:

$$\overline{|u|^3} \approx \frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} U^3 \cdot \sin^3(\omega t) \cdot dt = \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot U^3 \quad (6.5)$$

Dakle, koliko u prvoj poluperiodi ofset $|\Delta_0|$ povećava grešku, za isto toliko je umanjuje u drugoj poluperiodi, te na nivou jedne periode greška iščezava. Drugim rečima, Δ_0 ima istu vrednost u oba poluperioda, ali suprotan znak. Lako je pokazati da isti rezultat važi i za $\Delta_0 < 0$, kada u izrazu (6.4) poluperiode menjaju uloge. Može se zaključiti da naponski ofset analognog sabirača nema uticaja na rezultat merenja.



Slika 6.3. Zavisnost relativne greške određivanja srednje vrednosti trećeg stepena apsolutne vrednosti sinusne funkcije sa ofsetom N putamanjim od amplitude - prikaz u logaritamskoj skali

6.2. Teorijska vrednost standardne devijacije

Imajući to u vidu, odredimo teorijsku vrednost varijanse srednje greške e .

Prema (4.64), uzimajući u obzir da je $k = 3$ ona poprima oblik:

$$\sigma_e^2(3) = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{(2g)^3}{T} \cdot \int_0^T |U \cdot \sin(\omega t)|^3 \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |U \cdot \sin(\omega t)|^6 \cdot dt \right] \quad (6.6)$$

Da bismo izračunali gore navedene integrale, možemo koristiti jednakosti [64]:

$$\int \sin^3 x \cdot dx = \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x$$

$$\int \sin^6 x \cdot dx = \frac{x}{8} - \frac{3}{16} \cdot \sin 2x - \frac{1}{16} \cdot \left(\sin 2x - \frac{\sin^3 2x}{3} \right) + \frac{3}{16} \cdot \left(x + \frac{\sin 4x}{4} \right)$$

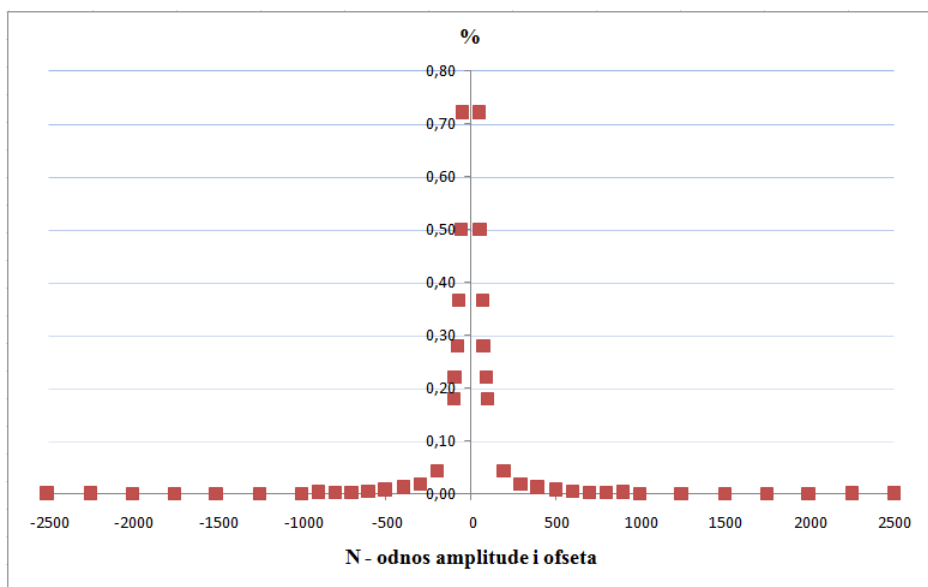
Na osnovu njih lako je pokazati da teorijska vrednost varijanse iznosi:

$$\sigma_e^2(3) = \frac{1}{N} \cdot \left[(2g)^3 \cdot \frac{4 \cdot U^3}{3 \cdot \pi} - \frac{5 \cdot U^6}{16} \right] = \frac{U^3}{3 \cdot \pi \cdot N} \cdot \left(32 \cdot g^3 - \frac{15 \cdot \pi}{16} \cdot U^3 \right) \quad (6.7)$$

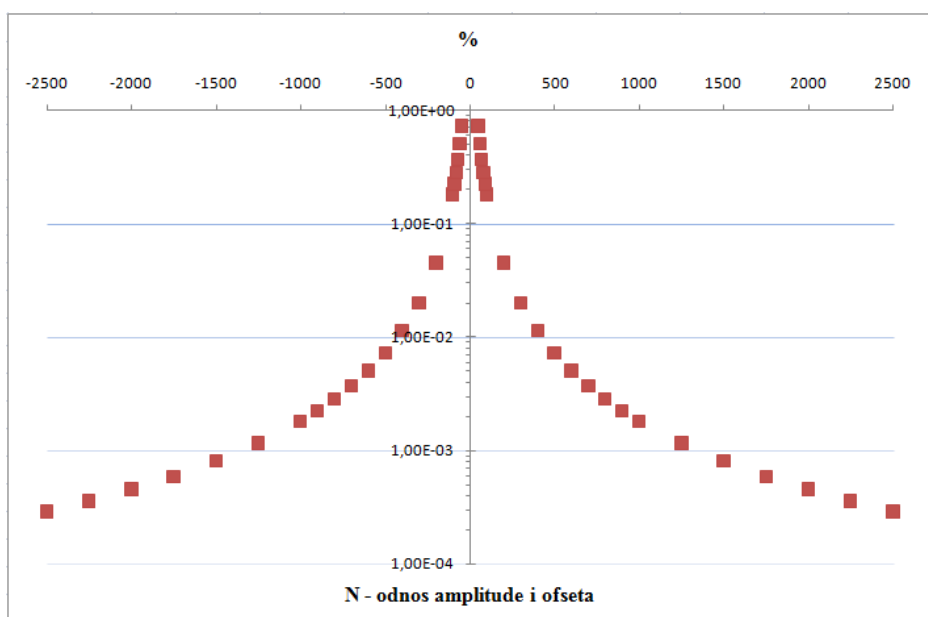
odnosno teorijska vrednost standardne devijacije se može izraziti kao:

$$\sigma_e(3) = \sqrt{\frac{U^3}{3 \cdot \pi \cdot N} \cdot \left(32 \cdot g^3 - \frac{15 \cdot \pi}{16} \cdot U^3 \right)} \quad (6.8)$$

Kao interesantan detalj naglasimo da je postojala ideja - prvi koncept razmatran u poglavlju 5.1. o računanju trećeg stepena brzine vetra na način da se izračuna drugi koren iz šestog stepena sinusnog signala. Urađene simulacije pokazuju da je uticaj ofseta kod merenja šestog stepena (Slika 6.4. i Slika 6.5.) dvostruko veći nego što je kod merenja trećeg stepena. Npr. za treći stepen sinusne funkcije gde je ofset 500 puta manji od amplitude tj. za $N=500$, imamo istu relativnu grešku kao kod šestog stepena sinusne funkcije gde je ofset 1000 puta manji od amplitude tj. $N=1000$ - i ta greška iznosi 18 ppm. Primetimo da je za istu vrednost količnika amplitude i ofseta (N) greška prilikom merenja šestog stepena četiri puta veća nego kod merenja trećeg stepena. Pored simulacija urđenih u poglavlju 5.1. ovo je još jedan pokazatelj i dodatni razlog koji potvrđuje argumente da se prvi koncept ne uzima kao ozbiljan kandidat za dalju analizu, stoga se on u ovom radu nije detaljnije obrađivao.



Slika 6.4. Zavisnost relativne greške određivanja srednje vrednosti šestog stepena sinusne funkcije sa ofsetom N puta manjim od amplitude

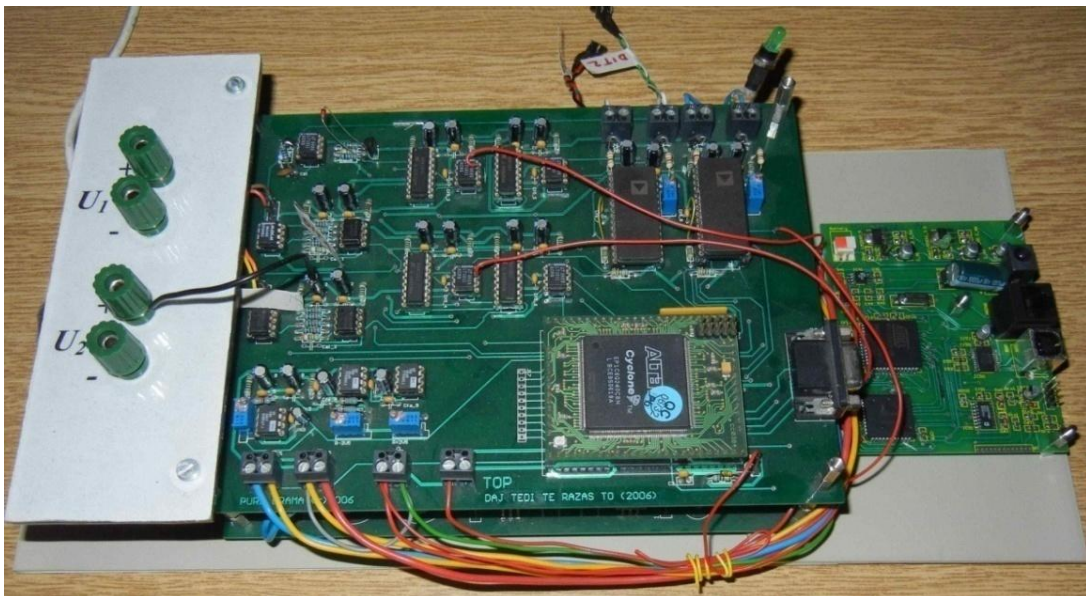


Slika 6.5. Zavisnost relativne greške određivanja srednje vrednosti šestog stepena sinusne funkcije sa ofsetom N puta manjim od amplitude - logaritamska skala

6.3. Opis eksperimenta

Da bi smo potvrdili gornju teoriju, sproveli smo nekoliko laboratorijskih eksperimenata. U tu svrhu korišćena su dva instrumenta.

Prvi je prototip instrument za merenje efektivne vrednosti (RMS - root mean square) sinusnog napona u oznaci PIM-RMS, Slika 6.6. koji radi sa frekvencijom uzorkovanja od 0,1 MHz. On konvertuje ulazni signal u dvobitni digitalni niz (sa vrednostima -1, 0 ili 1) i, za tu namenu, koristi metodu unakrsnog preklapanja (cross-switching za potiskivanje grešaka uzrokovanih ofsetom komparatora [34]. Na ovaj način, kako je pokazano u literaturi [37], moguće je meriti srednju vrednost kvadrata sinusnog napona sa tačnošću većom od $\gamma = 80$ ppm.



Slika 6.6. Fotografija instrumenta PIM-RMS

Drugi instrument je etalon (standard) faznog ugla (PAS - phase angle standard), Slika 6.7. predstavljen u [65]. On ima nekoliko funkcionalnih blokova, uključujući dvokanalni digitalni generator funkcija. U našim eksperimentima, ovaj blok je korišćen kao generator signala. Njegove glavne karakteristike su sledeće:

- 1) frekvencijski opseg 10 Hz - 10 kHz,
- 2) opseg napona 0 - 120 V,
- 3) strujni opseg 0 - 6 A,
- 4) izlazna snaga: naponski kanal 25 W, strujni kanal 100 W,
- 5) fazni ugao: 0° - 360° ,

- 6) rezolucija faznog ugla: ekvivalentna vremenskom kašnjenju od 5 ns u radu velike brzine,
- 7) stabilnost generisanja signala: nekoliko ppm od FS (punog opsega) godišnje,
- 8) tačnost generisanja signala: 12 ppm od FS (punog opsega).



Slika 6.7. Fotografija instrumenta PAS

Eksperimenti su započeti generisanjem napona sinusnih napona sa frekvencijama 10 Hz i 20 Hz amplituda od 0,5 V do 4,5 V, sa korakom od 0,5 V. PAS je bio povezan na ulaz PIM-RMS-a, dok je PIM-RMS bio povezan sa računarom preko USB komunikacije. Frekvencija uzorkovanja je zbog ograničenja serijske komunikacije postavljena na 25 kHz (beležen je svaki četvrti uzorak), a svaki eksperiment je trajao 100 sekundi. Grupe od tri susedna uzorka tretirane su kao pojedinačni uzorci, što znači da je obrađeno $25000 \cdot 100 / 3 = 833333$ uzoraka po jednom eksperimentu. Dobijeni rezultati prikazani su u Tabeli 6.1.

Prve dve kolone prikazuju parametre signala koje generiše PAS. Tačne i izmerene vrednosti $\overline{|u|^3}$ prikazane su u trećoj i četvrtoj koloni, respektivno. Peta kolona prikazuje rezultate procenjene apsolutne greške merenja $\overline{|u|^3}$ dobijene korišćenjem PIM-RMS-a. Pokažimo kako smo došli do ove procene.

Pretpostavimo da su γ i ε relativne greške merenja $|u|^2$ i $\sqrt{|u|^2}$, respektivno. U tom slučaju, možemo pisati:

$$\overline{|u|_m^2} = \overline{|u|_{ex}^2} \cdot (1 + \gamma) \quad (6.9)$$

$$\sqrt{\overline{|u|_m^2}} = \sqrt{\overline{|u|_{ex}^2}} \cdot (1 + \varepsilon) \quad (6.10)$$

gde $\overline{|u|_{ex}^2}$ i $\sqrt{\overline{|u|_{ex}^2}}$ označavaju tačne vrednosti $\overline{|u|^2}$ i $\sqrt{\overline{|u|^2}}$, respektivno. Imajući to u vidu, pretpostavimo da je $\varepsilon \ll 1$ (ova pretpostavka je u praksi vrlo razumna). U tom slučaju se izraz (6.10) može zapisati kao:

$$\overline{|u|_m^2} = \overline{|u|_{ex}^2} \cdot (1 + \varepsilon)^2 = \overline{|u|_{ex}^2} \cdot (1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2) \approx \overline{|u|_{ex}^2} \cdot (1 + 2\varepsilon) \quad (6.11)$$

odakle sledi da je:

$$\varepsilon = \gamma / 2 \quad (6.12)$$

Na sličan način, neka su δ i ξ relativne greške merenja od $\overline{|u|^3}$ i $\sqrt{\overline{|u|^3}}$, respektivno. U tom slučaju možemo pisati:

$$\overline{|u|_m^3} = \overline{|u|_{ex}^3} \cdot (1 + \delta) \quad (6.13)$$

$$\sqrt{\overline{|u|_m^3}} = \sqrt{\overline{|u|_{ex}^3}} \cdot (1 + \xi) \quad (6.14)$$

gde $\overline{|u|_{ex}^3}$ i $\sqrt{\overline{|u|_{ex}^3}}$ označavaju ispravne vrednosti $\overline{|u|^3}$ i $\sqrt{\overline{|u|^3}}$, respektivno. Sada, pošto je $\xi \ll 1$, izraz (6.14) može se zapisati kao:

$$\overline{|u|_m^3} = \overline{|u|_{ex}^3} \cdot (1 + \delta)^3 = \overline{|u|_{ex}^3} \cdot (1 + 3\xi + 3\xi^2 + \xi^3) \approx \overline{|u|_{ex}^3} \cdot (1 + 3\xi) \quad (6.15)$$

odakle sledi da je:

$$\xi = \delta / 3 \quad (6.16)$$

Ako su deterski signali h_1 , h_2 i h_3 međusobno nekorelisani, tačnost merenja bilo kog uređaja zasnovanog na SDMM zavisice samo od njegovih determinističkih komponenti. Dakle, iz toga sledi:

$$\varepsilon \approx \xi \quad (6.17)$$

t.j.

$$\delta \approx 3 \cdot \varepsilon \quad (6.18)$$

Drugim rečima, procenjena tačnost PIM-RMS, u slučaju merenja $\overline{|u|^3}$, nije lošija od ($\varepsilon = \gamma / 2 = 40 \text{ ppm}$, odnosno $\delta \approx 3 \cdot \varepsilon = 120 \text{ ppm}$) 120 ppm od FS. FS za apsolutnu vrednost kuba sinusnog signala iznosi $53,05165 \text{ V}^3$. Tako dolazimo

do procenjene apsolutne greške merenja $\overline{|u|^3}$ dobijene korišćenjem PIM-RMS-a od $0,00637 V^3$. Može se primetiti da je ova greška u potpunosti deterministička veličina.

Za razliku od nje, teorijska vrednost standardne devijacije srednje greške je stohastička veličina i zavisi od talasnog oblika ulaznog signala (šesta kolona). Nju izračunavamo koristeći formulu (6.8).

Sedma i osma kolona, respektivno, pokazuju očekivanu mernu nesigurnost (sa faktorom prekrivanja $k = 2$) i apsolutnu razliku između merenih i tačnih rezultata. Konačno, deveta kolona prikazuje relativnu mernu nesigurnost. Iz nje se može videti da PIM-RMS meri apsolutnu vrednost ulaznog signala, dignutog na treći stepen, sa tačnošću 0,09%. Isti rezultati se odnose i na merenje srednje snage i energije vetra, pošto su parametri A , ρ i t poznati sa mnogo većom tačnošću, pa se njihov uticaj na grešku može zanemariti (Prilog I).

Tabela 6.1. Rezultati laboratorijskih eksperimenata

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|-----|------|----------------------|----------------------|---------------------------------------|---------------------------|---|---|--|
| | U | f | $\overline{ u _t^3}$ | $\overline{ u _m^3}$ | $\delta \cdot \overline{ u _{max}^3}$ | $\sigma_{\bar{\epsilon}}$ | $2 \cdot \sigma_{\bar{\epsilon}} + \delta \cdot \overline{ u _{max}^3}$ | $ \overline{ u _m^3} - \overline{ u _t^3} $ | $\frac{ \overline{ u _m^3} - \overline{ u _t^3} }{\overline{ u _{max}^3}}$ |
| | [V] | [Hz] | [V ³] | [V ³] | [V ³] | [V ³] | [V ³] | [V ³] | [%] |
| 1 | 0,5 | 20 | 0,053 | 0,064 | 0,00637 | 0,00282 | 0,01201 | 0,011 | 0,02% |
| 2 | 1,0 | 10 | 0,424 | 0,403 | 0,00637 | 0,00796 | 0,02228 | 0,021 | 0,04% |
| 3 | 1,5 | 20 | 1,432 | 1,439 | 0,00637 | 0,01451 | 0,03539 | 0,007 | 0,01% |
| 4 | 2,0 | 10 | 3,395 | 3,444 | 0,00637 | 0,02203 | 0,05043 | 0,049 | 0,09% |
| 5 | 2,5 | 20 | 6,631 | 6,636 | 0,00637 | 0,03005 | 0,06648 | 0,005 | 0,01% |
| 6 | 3,0 | 10 | 11,459 | 11,482 | 0,00637 | 0,03802 | 0,08241 | 0,023 | 0,04% |
| 7 | 3,5 | 20 | 18,197 | 18,156 | 0,00637 | 0,04517 | 0,09671 | 0,041 | 0,08% |
| 8 | 4,0 | 10 | 27,162 | 27,150 | 0,00637 | 0,05038 | 0,10713 | 0,012 | 0,02% |
| 9 | 4,5 | 20 | 38,675 | 38,702 | 0,00637 | 0,05184 | 0,11005 | 0,027 | 0,05% |

Eksperimentalno dobijeni rezultati očekivano pokazuju veća odstupanja od idealne (teorijske) krive zbog neidealnog deterskog signala (generatora slučajnih brojeva, te njegove DA konverzije u analogni signal neophodan za rad analognog sabirača), nestabilnosti naponskih nivoa pragova odlučivanja realnog uređaja, ofseta komparatora (koji se, kako smo pokazali, može uspešno suzbiti), ofseta sabirača, kao i zbog drugih uticaja u vezi sa realnim merenjima.

7. DISKUSIJA

Da bi uporedili karakteristike predloženog uređaja zasnovanog na koncepciji dvobitne SDMM sa komercijalnim AD konvertorima koji koriste SSM, neophodno je da se da detaljniji uvid u njihove performanse. Kao reprezentativni AD konvertori izabrani su 12-bitni ADC oznake LTC 2360 [66] i 16-bitni ADC oznake LTC 1605 [67]. Akcenat će biti stavljen na nekoliko segmenata.

Kao prvo izvršeno je poređenje potrošnje električne energije, pošto uređaji moraju da rade na udaljenim, često nepristupačnim lokacijama, koje u svom okruženju uglavnom nemaju potrebnu infrastrukturu (snabdevanje električnom energijom). 12-bitni ADC oznake LTC 2360 ima definisanu potrošnju od minimalnih 1,5 mW, odnosno 0,5 mA pri napajnju od 3 V, dok 16-bitni ADC oznake LTC 1605 ima značajno veću potrošnju od 55 mW, što pri napajanju od 5 V definiše potrošnju od 11 mA. Spomenimo i bitnu činjenicu da je za obradu podataka koje u procesu konverzije generišu ADC neophodno koristiti μ P sa aritmetikom u pokretnom zarezu (za računanje kuba digitalno dobijenog reprezentata), te zbog potreba skladištenja i/ili distribucije na udaljenu lokaciju (server ili SCADA sistem). Potrošnja μ P, u zavisnosti od tipa koji se koristi, je reda veličine 100 mA. Za razliku od njih, potrošnja uređaja koji koristi dvobitnu SDMM je reda veličine potrošnje operacionog pojačavača [68] i iznosi 1,5 mA pri napajanju od 5 V, dok je ukupna potrošnja ostalih komponenti oko 500 μ A, čime smo na nivou ukupne potrošnje od oko 2 mA. Navedimo kao primer da dva komparatora [69] imaju (slično koliko imaju dva D-flipflopa i dva logička kola) tipičnu potrošnju od po 6 μ A, dok četvorobitni brojači [70] imaju tipičnu potrošnju od po 80 μ A, pa ih je za višebitno rešenje neophodno vezati kaskadno. Možemo zaključiti da uređaj zasnovan na dvobitnoj SDMM ima potrošnju oko 50 puta manju nego što je potrebno za uređaje zasnovane na principu SSM. Ovo je veoma bitna prednost imajući u vidu lokacije na

kojima se merenja izvode. U poslednje dve decenije kao interesantno rešenje za primene koje se koriste u SDMM rešenju nameće se upotreba FPGA (*Field Programmable Gate Array*) modula. Prilikom izbora FPGA treba voditi računa da se izabere modul sa dovoljno resursa (logička kola, flipflopovi, memorija...) za realizaciju projekta. Prednosti upotrebe su višestruke. U okviru resursa izabranog modela može softverski (programski) menjati funkcija pojedinih komponenti modula (što je posebno efikasno pri razvoju prototipa i u fazi njegovog testiranja). Kako se radi o CMOS tehnologiji veoma je niska potrošnja, što je veoma važno kod primene za merenje snage i energije vetra. Kada spominjemo CMOS tehnologiju, važno je istaći da njihova potrošnja linearno zavisi od takta na kojem rade [71], tako da npr. na frekvenciji od 10 MHz iznosi 0,5 mA, dok na frekvenciji od 100 MHz iznosi 4,5 mA. Cena takođe ima trend opadanja, tako da je danas i sa tog aspekta očigledna prednost korišćenja FPGA umesto da se koriste pojedinačne komponente.

Što se tiče tačnosti merenja ADC treba imati na umu da rezolucija, sama po sebi, ne određuje tačnost. Ima mnogo faktora koji na nju utiču (i međusobno se ne isključuju, nego superponiraju).

Tako, za spomenuti 12-bitni ADC oznake LTC 2360 navedeno je da na *Integral Linearity Error*, kao i na *Differential Linearity Error*, može da otpadne ± 1 LSB (*Least Significant Bit*). Na *Offset Error* može da opadne $\pm 3,5$ LSB, a na *Gain Error* ± 1 LSB, dok je *Total Unadjusted Error* definisan sa $\pm 3,5$ LSB. Drugim rečima, za deklarisanu vrednost 12-bitne rezolucije vrlo brzo shvatimo da u stvari imamo 10-bitnu tačnost.

Slično vredi i za 16-bitni ADC oznake LTC 1605, međutim za njega je navedena relativno velika greška u odnosu na pun opseg *Full-Scale Error* od $\pm 2,5\%$, te velik uticaj *Power Supply Sensitivity* od ± 8 LSB, te ako ne vodimo računa o stabilnosti napajanja imamo 9-bitnu tačnost.

Naravno, tačnost se može značajno poboljšati vodeći računa o navedenim ograničenjima datih ADC, ali to sve nije jednostavno i iziskuje dodatni napor i finansije, tim pre što su neki od zahteva međusobno suprotstavljeni.

Uređaj zasnovan na dvobitnoj SDMM, zbog jednostavnog hardvera, poseduje veoma mali broj izvora sistematske greške koji se, kako je pokazano u poglavlju 6, lako identifikuju i sistematska greška eliminiše. Rezultati eksperimenta izloženi u

[61] pokazuju da se, u vremenskom intervalu od 100 sekundi, snaga vetra, odnosno energija, može meriti sa tačnošću 0,09%. Kako je u poglavlju 5 već istaknuto, da bi unapredili funkcionalnost uređaja zasnovanog na SDMM, neophodno je posvetiti posebnu pažnju hardverkoj realizaciji generatora pseudoslučajne sekvence kod koga dva susedna deterska signala ne bi bila u korelaciji. Pored realizacije ove pseudoslučajne sekvence veoma je važno posvetiti pažnju izboru DAC i realizaciji sklopa koji digitalni reprezent deterskog signala prevodi u analognu vrednost koja se, u analognom sabiraču, superponira na ulazni signal. Ovaj segment nije bio predmet istraživanja u ovome radu, ni sa stanovišta generisanja sistematske greške, i svakako bi ga u perspektivi trebalo detaljnije razmotriti. Ono što sa sigurnošću možemo istaći kao prednost ovog uređaja je da produženje intervala merenja i/ili frekvencije uzorkovanja smanjuje grešku, koja je obrnuto proporcionalna korenu iz broja uzoraka u intervalu merenja. Imajući to u vidu, merenje snage i energije vetra, koje je neophodno vršiti u dugom vremenskom intervalu (od najmanje godinu dana) daje očiglednu prednost ovoj metodi merenja.

Kao još jedan od parametara poređene su cene uređaja. Zbog neophodnosti korišćenja μP u uređajima na bazi SSM, svakako je prednost na strani uređaja zasnovanih na SDMM, te možemo konstatovati da je prikazani uređaj jeftiniji oko 10 puta. S obzirom na veliku cenu izgradnje vetroelektrane, a imajući u vidu da su obe cene veoma niske, nema posebnog smisla isticati ovo kao bitnu prednost.

8. ZAKLJUČAK

Tačnost merenja snage (energije) vetra je neophodan uslov za brži razvoj novih tipova vetrogeneratora i pouzdanije određivanje potencijalne lokacije za njihovu izgradnju. U ovom radu je pokazano da upotreba dvobitne SDMM zajedno sa anemometrom sa šoljicama predstavlja jednostavno rešenje za merenje snage i energije vetra, čime je potvrđena početna hipoteza ove teze. Predstavljena metoda je teorijski analizirana, te simulaciono i empirijski proverena eksperimentom. Kako je pokazano, predloženi metod predstavlja čvrstu osnovu za projektovanje tačnih instrumenata, koji pored male potrošnje predstavljaju i jeftino rešenje. Krajnje jednostavan, gotovo rudimentaran, hardver predložene metode omogućuje laku identifikaciju izvora sistematske greške i njenu jednostavnu metodološku eliminaciju što je ovo istraživanje potvrdilo.

Ova teza je otvorila i, u ovom slučaju, uspešno rešila i veliki i znatno opštiji metrološki problem – tačno merenje nelinearnih veličina. Naime, često su senzori merenih veličina nelinerani, a ako je još i merena veličina nelinearna – merni polinom može biti visokog reda. U tim primenama očigledna je uspešna primena dvobitne SDMM što je kvalifikuje za upotrebu u kalibracione svrhe. Mišljenja sam da buduća istraživanja primene dvobitne SDMM, osim na praktična merenja, treba usmeriti i u pravcu vrhunskih kalibracionih primena gde, na osnovu izloženog, ona mnogo obećava.

Literatura

1. Slika Zemlje napravljena sa površine Meseca, dostupno na:
https://apod.nasa.gov/apod/ap160104.html?mc_cid=9a698c3daa&mc_eid=92a13832f3 od 04.01.2016.
2. Kenneth Lang, Harold Zirin, "Sun Astronomy" dostupno na:
<https://www.britannica.com/place/Sun> od 10.04.2019.
3. Slika Sunca napravljena 20.06.2013, dostupno na:
https://solarsystem.nasa.gov/resources/386/sun-emits-a-solstice-flare-and-cme/?category=solar-system_sun od 30.11.2017.
4. The Editors of Encyclopaedia Britannica, kreirano 20.06.1998, dostupno na:
<https://cdn.britannica.com/96/105496-050-2F0D405B/Mariner-compass-card.jpg> od 03.10.2019.
5. Slike vetrenjača, dostupno od 20.12.2019. na:
<https://www.britannica.com/technology/windmill#/media/1/645158/110602>
6. International Renewable Energy Agency - IRENA, dostupno na:
<https://www.irena.org/wind> od 09.11.2019.
7. Michael Liebreich, London summit 2017, dostupno na:
<https://data.bloomberglp.com/bnef/sites/14/2017/09/BNEF-Summit-London-2017-Michael-Liebreich-State-of-the-Industry.pdf> od 19.09.2017.
8. Some Industrial Systems - Scientific Figure on Research Gate, dostupno na:
https://www.researchgate.net/figure/Parts-inside-the-wind-turbine_fig5_290094650 od Magdi S Mahmoud, 21.12.2019.
9. Wind Power Program, dostupno na:
http://wind-power-program.com/turbine_characteristics.htm, od 10.09.2019.
10. Wind Energy International, WWEA, od 05.08.2019. dostupno na:
<https://library.wwindea.org/wind-turbines-database-top-10-oem/>
11. Global Wind Energy Council, GWEC, od aprila 2019. dostupno na:
<https://gwec.net/wp-content/uploads/2019/04/GWEC-Global-Wind-Report-2018.pdf>
12. M. Ragheb and A.M. Ragheb, "Wind turbines theory – the Betz equation and optimal rotor tip speed ratio," Fundamental and Advanced Topics in Wind Power, Dr. Rupp Carriveau (Ed.), ISBN: 978-953-307-508-2, 2011.

13. Global Wind Atlas, dostupno na:
<https://globalwindatlas.info/> od 07.10.2019.
14. Oregon Water Science Center, USGS, od 03.01.2020. dostupno na:
https://or.water.usgs.gov/cgi-bin/grapher/graph_windrose_setup.pl
15. Wind Power Program, dostupno na:
http://wind-power-program.com/wind_statistics.htm od 10.09.2019.
16. M. Zlatanovic and V. Zlatanovic, "Long Term Operation Characteristics of NRG #40 Cup Anemometers," in Proceedings of the EWEA Annual Event, pp. 1–10, EWEA, Apr. 2012.
17. P. Jain, Wind Energy Engineering, 2nd ed., The McGraw Hill Companies, Inc., 2016.
18. J. F. Manwell, J. G. McGowan, A. L. Rogers, Wind Energy Explained: Theory, Design and Application, 2nd ed., John Wiley & Sons Ltd., 2010.
19. WindSensor P2546C-OPR Cup Anemometer, od 30.10.2019. dostupno na:
<https://www.windsensor.com/en/products/p2546c-opr-cup-anemometer>
20. NRG Systems, Mounting Boom, od 30.10.2019. dostupno na:
<https://www.nrgsystems.com/products/accessories/mounting-booms/detail/mounting-boom-2-4m-95-tubular>
21. Ammonit, measuring wind and solar power, od 30.10.2019. dostupno na:
<https://www.ammonit.com/en/produkte/wind-solar-messtechnik>
22. NRG Systems, princip rada NRG 200P Wind Vane, od 30.10.2019. dostupno na:
<https://www.nrgsystems.com/assets/resources/anVaneIn.pdf>
23. NRG Systems, NRG 200P Wind Vane, od 30.10.2019. dostupno na:
<https://www.nrgsystems.com/products/met-sensors/wind-direction-vanes/detail/200p-wind-vane>
24. NRG Systems, SymphoniePro Data Logger, od 30.10.2019. dostupno na:
<https://www.nrgsystems.com/products/data-loggers/detail/symphoniepro-data-logger>
25. ISO/IEC Guide 98:1995 - Guide to the Expression of uncertainty in measurement, Geneva, Switzerland
26. Ammonit, osobine SoDAR i LiDAR modela, od 30.10.2019. dostupno na:
<https://www.ammonit.com/en/produkte/sodar-lidar>
27. L. Pugi et al., "Integrated Design and Testing of an Anemometer for Autonomous Sail Drones," J. Dyn. Sys. Meas. Control, vol. 140, no. 5, pp. 1–10, May. 2018.
28. V. Vujicic et al., "Low Frequency Stochastic True RMS Instrument," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 48, no. 2, pp. 467-470, Apr. 1999.
29. D. Pejic and V. Vujicic, "Accuracy Limit of High-Precision Stochastic Watthour Meter," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 49, no. 3, pp. 617-620, Jun. 2000.
30. V. Vujicic, "Generalized Low-Frequency Stochastic True RMS Instrument," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 50, no. 5, pp. 1089-1092, Oct. 2001.

31. D. Pejic, "Stochastic Measurement of Electric Power and Energy (in Serbian)," PhD thesis, Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, 2010.
32. A. Radonjic, P. Sovilj and V. Vujicic, "Stochastic Measurement of Power Grid Frequency Using a Two-Bit A/D Converter," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 63, no. 1, pp. 56-62, Jan. 2014.
33. Z. Beljic et al., "Grid Fundamental Harmonic Measurement in Presence of Gaussian Frequency Deviation using 2-bit Flash A/D Converter", *Technical Gazette*, vol. 24, no. 2, pp. 481-488, Apr. 2017.
34. M. Urekar et al., "Accuracy Improvement of the Stochastic Digital Electrical Energy Meter," *Measurement*, vol. 98, pp. 139-150, Feb. 2017.
35. B. Vujicic, "Null Detection Using a Low Resolution A/D Converter (in Serbian)," PhD thesis, Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, 2017.
36. D. Pejic et al., "Stochastic Digital DFT Processor and Its Application to Measurement of Reactive Power and Energy," *Measurement*, vol. 124, pp. 494–504, Aug. 2018.
37. Pindado, S., Cubas, J. and Sorrebes-Palmer, F. "The cup anemometer, a fundamental meteorological instrument for the wind energy industry", *Research at the IDR/UPM Institute, Sensors*, 14, 21418-21452, doi: 10.3390/s141121418, Basel, Nov. 2014.
38. Kristensen, L., Hansen, O.F. and Hansen, S.O. "The working of the cup anemometer", June 2014.
39. Pedersen, T.F. "Characterization and classification of RISO P2546 cup anemometer", *Riso-R-1364 (ed.2) (EN)*, Riso National Laboratory, Roskilde, Denmark, March 2004.
40. Pedersen, T.F. "Development of classification system for cup anemometers – CLUSSCUP", *Riso-R-1348 (EN)*, Riso National Laboratory, Roskilde, Denmark, April 2003.
41. Patterson, J. „The cup anemometer“ *Trans. Roy. Soc. Canada, Ser. III*, 20, 1-54, 1926.
42. Kristensen L. "The cup anemometer and other exciting instruments", *Riso-R-615 (EN)*, Riso National Laboratory, Roskilde, Denmark, April 1993.
43. Busch, N.E. and Kristensen, L. "Cup anemometer overspeeding", *Journal of Applied Meteorology*, vol. 15, pp. 1328–1332, Oct. 1976.
44. Kristensen, L. "Can a cup anemometer "underspeed"? A heretical question", *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 103, no.1, pp. 163–172, 2002.
45. Pedersen, T.F. "Classification of operational characteristics of commercial cup-anemometer", *EWEC 1999, Nice*, March 1999.
46. G. D'Antona and A. Ferrero, *Digital Signal Processing for Measurement Systems: Theory & Applications*, Springer Science Inc., 2006.

47. Vujicic, V., Župunski, I., Milovancev, S. “Predetermination of the quantization error in digital measurement systems”, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol. 46, pp. 439-441, April 1997.
48. Zupunski, I., Vujicic, V., Mitrovic, Z., Milovancev, S. and Pesaljevic, M. “On-line determination of the measurement uncertainty of the stochastic measurement method”, Proc. of the IMEKO XIX World Congress, Lisbon, Portugal, no. 278, pp. 1048-1051, Sep. 2009.
49. Vujicic, V., Zupunski, I., Mitrovic, Z. and Sokola, M.A. “Measurement in a point versus measurement over an interval”, Proc. of the IMEKO XIX World Congress, Lisbon, Portugal, no. 480, pp. 1128-1132, Sep. 2009.
50. Santrač, B., Sokola, M.A., Mitrović, Z., Župunski, I., Vujičić, V. “A novel method for stochastic measurement of harmonics at low signal-to-noise ratio”, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol. 58, no. 10, pp. 3434-3441, Oct. 2009.
51. Pjevalica, V., Vujičić, V. “Further generalization of the low-frequency true-RMS instrument”, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol. 59, no. 3, pp. 736-744, March 2010.
52. Pejic, D., Urekar, M., Vujicic, V. and Avramov-Zamurovic, S. “Comparator offset error suppression in stochastic converters used in a watt-hour meter”, CPEM 2010, Proceedings, Daejeon, Korea, pp. 235–236, June 2010.
53. Sovilj, P. M., Milovančev, S. S., Vujičić, V. „Digital Stochastic Measurement of a Nonstationary Signal With an Example of EEG Signal Measurement“, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol. 60, no. 9, pp. 3230-3232, 2011.
54. Vujicic, V., Davidovic, D., Pjevalica, N., Pjevalica, V., Pejic, D., Zupunski, I., Urekar, M., Sovilj, P., Mitrovic, Z., Milovancev, S., Vujicic, B., Beljic, Z. “New product: Four-channel three-phase power analyzer with the functions of power quality measurements – type MM4,” Technical documentation database of Department of Electrical Measurements at Faculty of Technical Sciences Novi Sad, Novi Sad, 2012.
55. Antić, B.M., Mitrović, Z.L., Vujičić V.V. “A method for harmonic measurement of real power grid signals with frequency drift using instruments with internally generated reference frequency”, Measurement Science Review, vol. 12, no. 6, pp. 277-285, Nov. 2012.
56. von Neumann, J. “Probabilistic logic and the synthesis of reliable organisms from unreliable components”, In Automata Studies, Shannon, C.E., Ed. Princeton, NJ: Princeton University Press, pp. 43-98, 1956.
57. Wagdy, M.F., Ng, W. “Validity of uniform quantization error model for sinusoidal signals without and with dither”, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol. 38, no. 3, pp. 718-722, June 1989.
58. Vanderkooy, J. and Lipshitz, S.P. "Resolution below the least significant bit in digital systems with dither", J. Audio Eng. Soc., vol. 32. no. 3. pp. 106-113. March 1984.

59. Widrow, B. "Statistical analysis of amplitude quantized sampled-data systems", AIEE Trans. (Applications and Industry), vol. 81. pp. 555-568, Jan. 1961.
60. Papoulis, A., "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", ser. McGraw-Hill Series in Systems Science, McGraw-Hill, New York, 1965.
61. Vujicic, V., Ličina, B., Pejić, D., Sovilj, P. and Aleksandar, R., "Stochastic Measurement of Wind Power Using a Two-Bit A/D Converter", Elsevier Measurement, Available online 1 November 2019, 107184 in Press, Corrected Proof - <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.107184>
62. V. Vranić, Probability and statistics. Zagreb: Tehnička knjiga. 1965. (in Croatian).
63. A. Kay, Operational Amplifier Noise: Techniques and Tips for Analyzing and Reducing Noise, Elsevier Inc., 2012.
64. R. Larson and B. Edwards, Calculus of a Single Variable: Early Transcendental Functions, 6th ed., Cengage Learning, 2015.
65. Z. Mitrovic, "A Phase Angle Standard," Meas. Sci. Technol., vol. 15, no. 3, pp. 559-564, Mar. 2004.
66. Linear technology, osobine 12-binog ADC LTC2360, dostupno na: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/236012fa.pdf> od 05.01.2020.
67. Linear technology, osobine 16-binog ADC LTC1605, dostupno na: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/1605fd.pdf> od 05.01.2020.
68. Texas Instruments, osobine operacionih pojačavača serije OPAx320x dostupno na: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/opa320.pdf> od 05.01.2020.
69. ON Semiconductor, osobine komparatora NC2393, dostupno na: <https://www.onsemi.com/pub/Collateral/NCV2393-D.PDF>
70. Texas Instruments, osobine 4-bitnog brojača SN74HC193, dostupno na: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/sn74hc193.pdf> od 05.01.2020.
71. Texas Instruments, potrošnja CMOS komponenti, dostupno na: <http://www.ti.com/lit/an/scaa035b/scaa035b.pdf> od 05.01.2020.

PRILOZI

Prilog A

| | |
|-----------------------------------|--|
| Starting Threshold: | < 0.4 m/s |
| Resolution: | 0.001 m/s @ 10-minute average mode |
| Range: | 0 to 75 m/s |
| Distance Constant: | $\lambda_0 = 1.81 \pm 0.04$ m |
| Standard: | $U = A_0 + B_0 \times f$ Where: U = Wind speed in m/s f = Output frequency in Hz $A_0 = 0.27$ m/s $B_0 = 0.620$ m |
| Calibration: | Each anemometer individually calibrated compliant with IEC 61400-12-1 |
| Calibration Mean Value: | $U = 0.620 \times f + 0.217$ [m/s] |
| Variation of Calibrations: | $\sigma = 0.015$ m/s @ 10 m/s |
| Signal Type: | Low-level AC sine wave |
| Output Voltage: | 25 mV peak, minimum (@ 0.4 m/s); 14 V peak, typical (@ 75 m/s) |
| Output Resistance: | 650 ± 50 Ω |
| Operating Temperature: | -35 to 60 °C |
| Operating Humidity Range: | 0 to 100% RH |
| EMC Compliance: | EN61326-1 Class A |
| Exterior Materials: | Anodized aluminum, stainless steel and GRP |
| Overall Height: | 28.2 cm (11.1 in) |
| Swept Diameter of Rotor: | 18.8 cm (7.4 in) |
| Weight: | 0.40 kg (14.1 oz) |

Specifications

| | |
|-----------------------|----------------------------|
| Range | 0 to 70 m/s |
| Starting Threshold | < 0.4 m/s |
| Starting Speed | 0.27 m/s |
| Gain | 0.6201 m |
| Non-Linearity | < 0.04 m/s |
| Temperature Influence | < 0.05 m/s (-15° to +60°C) |

-NOTE- The specifications are based on 80 wind tunnel calibrations performed according to the Measnet Cup Anemometer Calibration Procedure. The specified offset and gain figures represent the mean values of these calibrations. Variation among units designates the maximum deviation of any unit from the straight line representing these mean values. All units are run-in for 225 hours at 9 ms^{-1} , in order to reduce the initial bearing friction to a level close to the steady state value. After run-in, bearing friction is tested at -15°C and at room temperature. The allowed limits for this test assure that the temperature influence on

| | |
|------------------------------|--------------------------------------|
| Distance Constant | $\lambda_0 = 1.81 \pm 0.04\text{ m}$ |
| Standard Deviation of Offset | 0.014 m/s |
| Standard Deviation of Gain | 0.027 m |
| Variation among Units | $\pm 1\%$ |

the calibration is within the specified limit.

Calibration

| | |
|------------------|--|
| Standard | $U = A_0 + B_0 \times f$ |
| Wind Speed | U [m/s] |
| Offset | $A_0 = 0.27\text{ m/s}$ ("starting speed") |
| Gain | $B_0 = 0.620\text{ m}$ |
| Output Frequency | f [Hz] |

Switching Characteristics

| | |
|---------------------------------------|--|
| Signal Type | Potential free contact closure |
| Duty Cycle | 40% to 60% |
| Maximum Switching Voltage | 30 V |
| Maximum Recommended Switching Current | 10 mA |
| Series Resistance | 330 Ω , 1 W |
| Operating Temperature Range | -35° to $+60^{\circ}\text{C}$ |

Prilog B

NRG 200P WIND VANE

The 200P Wind Vane is one of the most widely used wind direction sensors in wind, solar, and meteorological applications worldwide.



200P Wind Direction Vane (#1904)

MEASNET Calibrated, DWG (#2274)

| DESCRIPTION | | |
|-----------------------------|---|---|
| Sensor type | Continuous rotation potentiometric wind direction vane | Continuous rotation potentiometric wind direction vane |
| Applications | <ul style="list-style-type: none"> Wind resource assessment Meteorological studies Environmental monitoring | <ul style="list-style-type: none"> Wind resource assessment Meteorological studies Environmental monitoring |
| Sensor range | 360° mechanical, continuous rotation | 360° mechanical, continuous rotation |
| Instrument compatibility | All Symphonie Data Loggers | All Symphonie Data Loggers |
| OUTPUT SIGNAL | | |
| Signal type | Analog DC voltage from conductive plastic potentiometer, 10K ohms | Analog DC voltage from conductive plastic potentiometer, 10K ohms |
| Transfer function | Output signal is a ratiometric voltage | Output signal is a ratiometric voltage |
| Accuracy | Potentiometer linearity within 1% | Potentiometer linearity within 1% |
| Dead band | 8° Maximum, 4° Typical | 8° Maximum, 4° Typical |
| Output signal range | 0 V to excitation voltage (excluding deadband) | 0 V to excitation voltage (excluding deadband) |
| RESPONSE CHARACTERISTICS | | |
| Threshold | 1 m/s (2.2 mph) | 1 m/s (2.2 mph) |
| POWER REQUIREMENTS | | |
| Supply voltage | Regulated potentiometer excitation of 1 V to 15 V DC | Regulated potentiometer excitation of 1 V to 15 V DC |
| INSTALLATION | | |
| Mounting | Onto a 13 mm (0.5 inch) diameter mast with cotter pin and set screw | Onto a 13 mm (0.5 inch) diameter mast with cotter pin and set screw |
| Tools required | 0.25 inch nut driver, petroleum jelly, electrical tape | 0.25 inch nut driver, petroleum jelly, electrical tape |
| ENVIRONMENTAL | | |
| Operating temperature range | -55 °C to 60 °C (-67 °F to 140 °F) | -55 °C to 60 °C (-67 °F to 140 °F) |
| Operating humidity range | 0 to 100% RH | 0 to 100% RH |
| Lifespan | 50 million revolutions (2 to 6 years normal operation) | 50 million revolutions (2 to 6 years normal operation) |
| PHYSICAL | | |
| Connections | 4-40 brass hex nut/post terminals | 4-40 brass hex nut/post terminals |
| Weight | 0.14 kg (0.3 pounds) | 0.14 kg (0.3 pounds) |
| Dimensions | <ul style="list-style-type: none"> 21 cm (8.3 inches) length x 12 cm (4.3 inches) height 27 cm (10.5 inches) swept diameter | <ul style="list-style-type: none"> 21 cm (8.3 inches) length x 12 cm (4.3 inches) height 27 cm (10.5 inches) swept diameter |
| MATERIALS | | |
| Wing | Black UV stabilized injection molded plastic | Black UV stabilized injection molded plastic |
| Body | Black UV stabilized static-dissipating plastic | Black UV stabilized static-dissipating plastic |
| Shaft | Stainless steel | Stainless steel |
| Bearing | Stainless steel | Stainless steel |
| Boot | Protective PVC sensor terminal boot included | Protective PVC sensor terminal boot included |
| Terminals | Brass | Brass |

SYMPHONIEPRO® DATA LOGGER

SymphoniePRO is an advanced data logging system that is purpose-built for the renewable energy professional.



| | 26-Channel (#8547) | 16-Channel (#11270) |
|---------------------------------------|--|---|
| DESCRIPTION | | |
| Instrument type | 26 channel internet-enabled micropower data logger for the renewable energy industry | 16 channel internet-enabled micropower data logger for the renewable energy industry |
| Applications | Wind and solar resource assessment, power performance monitoring, and forecasting | Wind and solar resource assessment, power performance monitoring, and forecasting |
| Instrument compatibility | Symphonie iPack Communication + Power Modules: <ul style="list-style-type: none"> • iPackGPS GSM/GPRS • iPackGPS 3G GSM • iPackGPS CDMA • iPackACCESS BGAN M2M Satellite • iPackACCESS Modbus TCP | Symphonie iPack Communication + Power Modules: <ul style="list-style-type: none"> • iPackGPS GSM/GPRS • iPackGPS 3G GSM • iPackGPS CDMA • iPackACCESS BGAN M2M Satellite • iPackACCESS Modbus TCP |
| DATA COLLECTION | | |
| Sampling interval | 1 Hz (IEC 61400-12-1 compliant) | 1 Hz (IEC 61400-12-1 compliant) |
| Averaging interval | 10-minute by default; user-selectable alternatives (1, 2, 5, 10, 15, 30, and 60 minutes) | 10-minute by default; user-selectable alternatives (1, 2, 5, 10, 15, 30, and 60 minutes) |
| Real time clock | Internal battery-backed with GPS or internet time synchronization (with iPack) | Internal battery-backed with GPS or internet time synchronization (with iPack) |
| Storage medium | <ul style="list-style-type: none"> • User-selectable storage of statistical data with optional storage of raw (1 Hz) sample data • 8 MB internal flash memory • Options for either 512 MB or 2 GB SD card | <ul style="list-style-type: none"> • User-selectable storage of statistical data with optional storage of raw (1 Hz) sample data • 8 MB internal flash memory • Options for either 512 MB or 2 GB SD card |
| Channel Capacity | <ul style="list-style-type: none"> • 12 counter channels • 14 analog channels: 7 built-in, 7 configurable with signal conditioning modules (P-SCMs) • Two (2) RS-485 communication channels, each full or half duplex with support for up to 6 devices | <ul style="list-style-type: none"> • Eight (8) counter channels • Eight (8) analog channels: Five (5) built-in, Three (3) configurable with signal conditioning modules (P-SCMs) |
| Counter Channels Sensor Compatibility | Compatible with a wide array of industry-standard anemometers including: <ul style="list-style-type: none"> • NRG 40C, Class 1, or compatible sine wave anemometers • Opto anemometers • Reed switch anemometers • Other frequency signals up to 2,500 Hz, 12 V excitation is provided by logger Includes totalizer mode for Tipping Bucket Rain Gauge and other accumulator sensors | Compatible with a wide array of industry-standard anemometers including: <ul style="list-style-type: none"> • NRG 40C, Class 1, or compatible sine wave anemometers • Opto anemometers • Reed switch anemometers • Other frequency signals up to 2,500 Hz, 12 V excitation is provided by logger Includes totalizer mode for Tipping Bucket Rain Gauge and other accumulator sensors |
| Analog Channels Sensor Compatibility | Compatible with a wide array of sensors including: <ul style="list-style-type: none"> • NRG standard analog sensors (200P Wind Direction Vane, 110S Temperature, BP20 Barometric Pressure, RH5X Relative Humidity, etc.) • Industry-standard pyranometers (Li-Cor LI-200SZ, Hukseflux LP02, SR11, SR12, SR20, Kipp & Zonen CMP3, CMP11, CMP21) Wide range of other compatible sensors, individually verified upon request <ul style="list-style-type: none"> • Built-in channels 13-15: 0 to 5 V Analog; 2.5 or 5 V excitation; no P-SCMs required • Built-in channels 16-19: 0 to 5 V Analog; 5 or 12 V excitation; no P-SCMs required • P-SCM Channels 20-26 (signal range dependent on individual P-SCM card) | Compatible with a wide array of sensors including: <ul style="list-style-type: none"> • NRG standard analog sensors (200P Wind Direction Vane, 110S Temperature, BP20 Barometric Pressure, RH5X Relative Humidity, etc.) • Industry-standard pyranometers (Li-Cor LI-200SZ, Hukseflux LP02, SR11, SR12, SR20, Kipp & Zonen CMP3, CMP11, CMP21) Wide range of other compatible sensors, individually verified upon request <ul style="list-style-type: none"> • Three (3) Built-in channels: 0 to 5 V Analog; 2.5 or 5 V excitation; no P-SCMs required • Two (2) Built-in channels: 0 to 5 V Analog; 5 or 12 V excitation; no P-SCMs required • Three (3) P-SCM Channels: signal range dependent on individual P-SCM card |
| Analog Measurement Accuracy | 0.04% of full scale | 0.04% of full scale |
| RS-485 Channels Sensor Compatibility | Contact NRG to discuss support for specific model types | n/a |

| | | |
|--------------------------------------|---|---|
| Parameters recorded for each channel | <ul style="list-style-type: none"> Average Standard Deviation Minimum / Maximum 1-sec sample Maximum 3-sec gust with direction Sum for totalizer inputs <p>Note: Statistics reported on each channel dependent on measurement type</p> | <ul style="list-style-type: none"> Average Standard Deviation Minimum / Maximum 1-sec sample Maximum 3-sec gust with direction Sum for totalizer inputs <p>Note: Statistics reported on each channel dependent on measurement type</p> |
| Data delivery | <ul style="list-style-type: none"> Automated delivery via iPack Direct live connection through iPack USB connection Read from SD card | <ul style="list-style-type: none"> Automated delivery via iPack Direct live connection through iPack USB connection Read from SD card |
| Security | <ul style="list-style-type: none"> Logger access PIN with 2-day lockout after 8 failed attempts 128-bit data file encryption with user-specified password | <ul style="list-style-type: none"> Logger access PIN with 2-day lockout after 8 failed attempts 128-bit data file encryption with user-specified password |
| RESOLUTION | | |
| Analog measurement resolution | 16-bit A/D conversion (76 uV resolution across 5 V range) | 16-bit A/D conversion (76 uV resolution across 5 V range) |
| SOFTWARE | | |
| Type | Windows (7 or later) compatible application | Windows (7 or later) compatible application |
| Capabilities | <ul style="list-style-type: none"> Import data files Output tabular text files Configure SymphoniePRO data loggers and Symphonie iPacks Store configuration files for repeat programming View live data including diagnostics via remote connections Manage automated connections Administer firmware updates to SymphoniePRO data loggers and Symphonie iPacks Integrate with enterprise-level programs via command line mode Includes integrated map and exports KML files | <ul style="list-style-type: none"> Import data files Output tabular text files Configure SymphoniePRO data loggers and Symphonie iPacks Store configuration files for repeat programming View live data including diagnostics via remote connections Manage automated connections Administer firmware updates to SymphoniePRO data loggers and Symphonie iPacks Integrate with enterprise-level programs via command line mode Includes integrated map and exports KML files |
| CONFIGURATION | | |
| User interface | <ul style="list-style-type: none"> SymphoniePRO Desktop Application LCD with 16 button keypad with audible feedback | <ul style="list-style-type: none"> SymphoniePRO Desktop Application LCD with 16 button keypad with audible feedback |
| Configurable parameters | <ul style="list-style-type: none"> All parameters configured with PC using SymphoniePRO Desktop Application through MetLink connection (USB or TCP/IP) | <ul style="list-style-type: none"> All parameters configured with PC using SymphoniePRO Desktop Application through MetLink connection (USB or TCP/IP) |
| CONNECTIONS | | |
| Sensor wiring | <ul style="list-style-type: none"> Sensors connected to wiring panel Field wiring panel mounted in shelter box connected to logger via interconnect cable Ground stud connects to earth ground with included ground cable | <ul style="list-style-type: none"> Sensors connect to wiring panel Field wiring panel plugs directly into Logger Wiring panel ground stud connects to earth ground with included ground cable |
| Expansion slots | Seven (7) signal conditioning module slots accept analog P-SCMs | Three (3) Analog channels configurable with P-SCM signal conditioning modules |
| Communication ports | <ul style="list-style-type: none"> Dedicated USB-B port on logger faceplate for configuration Dedicated male DB25 interfaces to one optional iPack communications module Two (2) RS-485 serial communication ports on wiring panel | <ul style="list-style-type: none"> Dedicated USB-B port on logger faceplate for configuration Dedicated male DB25 interfaces to one optional iPack communications module |
| POWER REQUIREMENTS | | |
| Batteries | <ul style="list-style-type: none"> Two (2) 1.5 volt D-Cell batteries (included with logger) iPackGPS equipped with PV provides autonomous power to data logger when connected, making D-Cell batteries back up power (nominal configuration) | <ul style="list-style-type: none"> Two (2) 1.5 volt D-Cell batteries (included with logger) iPackGPS equipped with PV provides autonomous power to data logger when connected, making D-Cell batteries back up power (nominal configuration) |
| External power input | Provided by iPack | Provided by iPack |
| External solar input | Provided by iPack | Provided by iPack |
| External power output | Provided by iPack (iPackACCESS only) | Provided by iPack (iPackACCESS only) |





| INSTALLATION | | |
|---|--|--|
| Mounting | <ul style="list-style-type: none"> • Logger and iPack attach to logger mounting bracket; Keyed slots allow for easy installation/removal in shelter box • Wiring panel mounts separately to shelter box back plate with four (4) Phillips 10-32 x 0.5 in. screws | <ul style="list-style-type: none"> • Logger and iPack attach to logger mounting bracket; Keyed slots allow for easy installation/removal in shelter box • Wiring panel mounts directly to Logger with two screws |
| Tools required | <ul style="list-style-type: none"> • Screwdriver for wiring input terminals (included) • 8 mm (5/16 in.) wrench or nut driver for mounting screws and logger ground lug | <ul style="list-style-type: none"> • Screwdriver for wiring input terminals (included) • 8 mm (5/16 in.) wrench or nut driver for mounting screws and logger ground lug |
| ENVIRONMENTAL | | |
| Operating temperature range | -40 °C to 65 °C (-40 °F to 149 °F) | -40 °C to 65 °C (-40 °F to 149 °F) |
| Operating humidity range | 0 to 100% relative humidity non-condensing | 0 to 100% relative humidity non-condensing |
| PHYSICAL | | |
| Weight | 1.3 Kg (2.6 lbs) including batteries | 1.3 Kg (2.6 lbs) including batteries |
| Dimensions | <ul style="list-style-type: none"> • Logger = 22.2 cm x 18.7 cm x 7.4 cm (8.7 in. x 7.4 in. x 2.9 in.) • Wiring panel = 30 cm x 12 cm x 5 cm • 40.6 cm (16 in.) interconnect cable | <ul style="list-style-type: none"> • Logger (including wiring panel): 22.2 cm x 20.1 cm x 7.6 cm (8.7 in. x 7.9 in. x 3.0 in.) |
| MATERIALS | | |
| Wiring panel | Formed aluminum enclosure, zinc-plated screws and terminals | <ul style="list-style-type: none"> • Black ABS enclosure • Zinc-plated screws and terminals |
| Enclosure | Weatherproof polycarbonate | Weatherproof polycarbonate |
| <p>NRG Systems • 110 Riggs Road • Hinesburg, Vermont 05461 • +1 802-482-2255 • info@nrgsystems.com</p> | | |

Prilog D

| Characteristics | | ZX 300 |
|--------------------------------|--|--------|
| Order-No. | S96110 (DC supply) S96120 (AC supply) | |
| Measurement range | 10 ... 200 m (vertical) | |
| Accuracy horizontal wind speed | 0.1 m/s ** | |
| Accuracy wind direction | < 0.5° | |
| Number of measurement heights | up to 10 heights (configurable) | |
| Wind speed range | < 1 ... 80 m/s | |
| Mean value period | 10 minute averages & 1 second data | |
| Scanning cone angle | 30° (other angles available) | |
| Sampling rate | 50 Hz (up to 50 measurement points per second) | |
| Operating temperature range | -40 ... 50 °C | |
| Operating humidity range | 0 ... 100% RH | |
| User Interface | WALTZ for configuration and real-time wind data | |
| Data transfer | LAN; Modbus, WiFi, Global SIM; Iridium Satellite Communication | |
| Data format | CSV files compressed (optionally encrypted) | |
| Laser classification | Class 1 / IEC 60825-1 | |
| IP class | IP 67 | |
| Dimension [mm] / Weight | 900 x 900 x 1001 / 55 kg | |
| Manufacturer | ZX Lidars | |
| DC supply | | |
| DC input voltage | Input operating range: 9 ... 36 V DC via integrated DC/DC power supply. | |
| Typical DC power consumption | Standard climate (-15 ... +22 °C): 69 W (80 W, if DC/DC is used) Hot climate (+23 ... +50 °C): 94 W (108 W, if DC/DC is used) Cold climate (-16 ... -40 °C): 119 W (137 W, if DC/DC is used) | |
| AC supply | | |
| AC input voltage | Input operating range: 90 ... 264 V AC via integrated AC/DC power supply. Frequency: 50 ... 60 Hz | |
| Typical AC power consumption | Standard climate (-15 ... +22 °C): 83 W (via integrated AC/DC) Hot climate (+23 ... +50 °C): 108 W (via integrated AC/DC) Cold climate (-16 ... -40 °C): 137 W (via integrated AC/DC) | |
| General | | |
| Standby power | 1 W | |
| Startup | 102 W Note: Load test initiated during start-up only for testing external power source (up to 30 sec). | |
| Input ripple (noise) | < 200 mV rms | |
| Absolute max. power rating | 240 W | |
| Max DC Current | 20 A @12 V DC | |

Prilog E

| Characteristic | Description |
|---|--|
| Measurement range | 40 ... 200 m |
| Height resolution | 5 m (Number of measurement heights: 33) |
| Accuracy horizontal wind speed | ± 2% |
| Availability of high turbulence data | >98% @ 100m; >92% @ 150m; >85% @ 200m |
| Wind speed range | 0 ... 30 m/s |
| Vertical wind speed range | ± 2.2 m/s |
| Mean value period | 10 min |
| Transmitting frequency | 4300 Hz |
| Zenith angle | 17° |
| Soundbeam width | 12° |
| Pulse power | max. 250 W |
| Acoustic power | 17 W |
| Operating temperature range | -40 ... 60 °C |
| Operating humidity range | 0 ... 100% RH |
| Interface | AQWebviewer |
| Data transfer / format | GPRS standard (satellite optional) / ASCII |
| Total power consumption (incl. sensors) | 30 W (Note: Power consumption of SoDAR device only 15 W) |

| Product kits | AQ510 Stand-alone | Warm Winter Kit | Mild Winter Kit | Cold Winter Kit |
|------------------|---|---|---|---|
| Order No. | S91110 | S91410 | S91420 | S91430 |
| |  |  |  |  |
| Power pack | Instrument only | Warm winter kit | Mild winter kit | Cold winter kit |
| Power supply | 12 VDC | | | |
| Batteries | - | 2 x 12 V (305 Ah total) | 2 x 12 V (610 Ah total) | 3 x 12 V (660 Ah total) |
| Solar module | - | 2 x 200 W (400 W total) | 2 x 200 W (400 W total) | 3 x 200 W (600 W total) |
| Fuel cell | - | - | Efoy Pro 2400 Duo | - |
| Diesel generator | - | - | - | 220 VAC, 3.3 kW |
| Options | 110 ... 240 VAC | Diesel heater, Trailer platform | Diesel heater, Trailer platform | |
| Dimension [m] | 1.8 (height) x 1.0 (diameter) | 0.6 (height) x 0.6 (width) x 1.02 (length) | 0.6 (height) x 0.6 (width) x 1.02 (length) | 2 (height) x 1.6 (width) x 3.4 (length) |
| Weight | approx. 120 kg | approx. 90 kg | approx. 170 kg | approx. 800 kg |

Option: Trailer platform

Dimensions in m: 0.7 [height] x 1.9 [width] x 3 [length]

Weight: approx. 195 kg

Prilog F

| AMPLIT. ULAZNOG SIGNALA | | | 3,0 V | | | TAČNA VREDNOST | | |
|--|-----------------|--------------------|-----------------------|-----------------|--------------------|-------------------|-----------------|--------------------|
| TAČNA VREDNOST APSOLUTNE VREDNOSTI KUBA SINUSA | | | | | | KUBA SINUSA | | |
| 11,4591559 | | | | | | 0 | | |
| STANDARDNA DEVIJACIJA | | | STANDARDNA DEVIJACIJA | | | STAND. DEVIJACIJA | | |
| 0,102152761 | | | 0,119927353 | | | 0,103427608 | | |
| REZULTAT | MERENA VREDNOST | SVEDENA GRESKA (%) | REZULTAT | MERENA VREDNOST | SVEDENA GRESKA (%) | REZULTAT | MERENA VREDNOST | SVEDENA GRESKA (%) |
| 9146 | 11,4325 | -0,266559026 | 9245 | 11,55625 | 0,970940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9031 | 11,28875 | -1,704059026 | 9136 | 11,42 | -0,391559026 | -149 | -0,18625 | -1,8625 |
| 9156 | 11,445 | -0,141559026 | 9097 | 11,37125 | -0,879059026 | -70 | -0,0875 | -0,875 |
| 9217 | 11,52125 | 0,620940974 | 9305 | 11,63125 | 1,720940974 | -85 | -0,10625 | -1,0625 |
| 9082 | 11,3525 | -1,066559026 | 9095 | 11,36875 | -0,904059026 | -39 | -0,04875 | -0,4875 |
| 9144 | 11,43 | -0,291559026 | 8935 | 11,16875 | -2,904059026 | 178 | 0,2225 | 2,225 |
| 9284 | 11,605 | 1,458440974 | 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9181 | 11,47625 | 0,170940974 | 9173 | 11,46625 | 0,070940974 | -136 | -0,17 | -1,7 |
| 9230 | 11,5375 | 0,783440974 | 9313 | 11,64125 | 1,820940974 | 99 | 0,12375 | 1,2375 |
| 9290 | 11,6125 | 1,533440974 | 9346 | 11,6825 | 2,233440974 | 1 | 0,00125 | 0,0125 |
| 9326 | 11,6575 | 1,983440974 | 9272 | 11,59 | 1,308440974 | 111 | 0,13875 | 1,3875 |
| 9160 | 11,45 | -0,091559026 | 9131 | 11,41375 | -0,454059026 | -5 | -0,00625 | -0,0625 |
| 9172 | 11,465 | 0,058440974 | 9137 | 11,42125 | -0,379059026 | 125 | 0,15625 | 1,5625 |
| 9123 | 11,40375 | -0,554059026 | 9175 | 11,46875 | 0,095940974 | -118 | -0,1475 | -1,475 |
| 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 9240 | 11,55 | 0,908440974 | -64 | -0,08 | -0,8 |
| 9193 | 11,49125 | 0,320940974 | 9280 | 11,6 | 1,408440974 | 51 | 0,06375 | 0,6375 |
| 9233 | 11,54125 | 0,820940974 | 9191 | 11,48875 | 0,295940974 | -60 | -0,075 | -0,75 |
| 9409 | 11,76125 | 3,020940974 | 9392 | 11,74 | 2,808440974 | -28 | -0,035 | -0,35 |
| 9163 | 11,45375 | -0,054059026 | 9152 | 11,44 | -0,191559026 | 49 | 0,06125 | 0,6125 |
| 9175 | 11,46875 | 0,095940974 | 9196 | 11,495 | 0,358440974 | 54 | 0,0675 | 0,675 |
| 9093 | 11,36625 | -0,929059026 | 9176 | 11,47 | 0,108440974 | 121 | 0,15125 | 1,5125 |
| 9201 | 11,50125 | 0,420940974 | 9222 | 11,5275 | 0,683440974 | -40 | -0,05 | -0,5 |
| 9169 | 11,46125 | 0,020940974 | 9239 | 11,54875 | 0,895940974 | -34 | -0,0425 | -0,425 |
| 9098 | 11,3725 | -0,866559026 | 9165 | 11,45625 | -0,029059026 | -82 | -0,1025 | -1,025 |
| 9201 | 11,50125 | 0,420940974 | 9148 | 11,435 | -0,241559026 | 0 | 0 | 0 |
| 9107 | 11,38375 | -0,754059026 | 9137 | 11,42125 | -0,379059026 | -150 | -0,1875 | -1,875 |
| 9132 | 11,415 | -0,441559026 | 8973 | 11,21625 | -2,429059026 | -100 | -0,125 | -1,25 |
| 9093 | 11,36625 | -0,929059026 | 9045 | 11,30625 | -1,529059026 | 137 | 0,17125 | 1,7125 |
| 9195 | 11,49375 | 0,345940974 | 9095 | 11,36875 | -0,904059026 | -65 | -0,08125 | -0,8125 |
| 9102 | 11,3775 | -0,816559026 | 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | 180 | 0,225 | 2,25 |

| | | | | | | | | |
|------|----------|--------------|------|----------|--------------|------|----------|---------|
| 9134 | 11,4175 | -0,416559026 | 9149 | 11,43625 | -0,229059026 | -100 | -0,125 | -1,25 |
| 9193 | 11,49125 | 0,320940974 | 9285 | 11,60625 | 1,470940974 | 11 | 0,01375 | 0,1375 |
| 9169 | 11,46125 | 0,020940974 | 9256 | 11,57 | 1,108440974 | 47 | 0,05875 | 0,5875 |
| 9156 | 11,445 | -0,141559026 | 8998 | 11,2475 | -2,116559026 | -34 | -0,0425 | -0,425 |
| 9296 | 11,62 | 1,608440974 | 9141 | 11,42625 | -0,329059026 | -50 | -0,0625 | -0,625 |
| 9232 | 11,54 | 0,808440974 | 9243 | 11,55375 | 0,945940974 | 125 | 0,15625 | 1,5625 |
| 9107 | 11,38375 | -0,754059026 | 9110 | 11,3875 | -0,716559026 | -94 | -0,1175 | -1,175 |
| 9210 | 11,5125 | 0,533440974 | 9211 | 11,51375 | 0,545940974 | -146 | -0,1825 | -1,825 |
| 9075 | 11,34375 | -1,154059026 | 9027 | 11,28375 | -1,754059026 | -35 | -0,04375 | -0,4375 |
| 9048 | 11,31 | -1,491559026 | 9095 | 11,36875 | -0,904059026 | -5 | -0,00625 | -0,0625 |
| 9276 | 11,595 | 1,358440974 | 9218 | 11,5225 | 0,633440974 | 48 | 0,06 | 0,6 |
| 9210 | 11,5125 | 0,533440974 | 9273 | 11,59125 | 1,320940974 | -66 | -0,0825 | -0,825 |
| 9160 | 11,45 | -0,091559026 | 9196 | 11,495 | 0,358440974 | -78 | -0,0975 | -0,975 |
| 9108 | 11,385 | -0,741559026 | 9303 | 11,62875 | 1,695940974 | 36 | 0,045 | 0,45 |
| 9117 | 11,39625 | -0,629059026 | 9178 | 11,4725 | 0,133440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9327 | 11,65875 | 1,995940974 | 9227 | 11,53375 | 0,745940974 | -27 | -0,03375 | -0,3375 |
| 9074 | 11,3425 | -1,166559026 | 9235 | 11,54375 | 0,845940974 | -68 | -0,085 | -0,85 |
| 9160 | 11,45 | -0,091559026 | 9234 | 11,5425 | 0,833440974 | -97 | -0,12125 | -1,2125 |
| 9219 | 11,52375 | 0,645940974 | 9141 | 11,42625 | -0,329059026 | -12 | -0,015 | -0,15 |
| 9108 | 11,385 | -0,741559026 | 9232 | 11,54 | 0,808440974 | -77 | -0,09625 | -0,9625 |
| 9052 | 11,315 | -1,441559026 | 9089 | 11,36125 | -0,979059026 | 71 | 0,08875 | 0,8875 |
| 9173 | 11,46625 | 0,070940974 | 9063 | 11,32875 | -1,304059026 | 48 | 0,06 | 0,6 |
| 9100 | 11,375 | -0,841559026 | 9238 | 11,5475 | 0,883440974 | -56 | -0,07 | -0,7 |
| 9274 | 11,5925 | 1,333440974 | 9187 | 11,48375 | 0,245940974 | 27 | 0,03375 | 0,3375 |
| 9152 | 11,44 | -0,191559026 | 9119 | 11,39875 | -0,604059026 | -70 | -0,0875 | -0,875 |
| 9178 | 11,4725 | 0,133440974 | 9225 | 11,53125 | 0,720940974 | 21 | 0,02625 | 0,2625 |
| 9292 | 11,615 | 1,558440974 | 9256 | 11,57 | 1,108440974 | -57 | -0,07125 | -0,7125 |
| 9143 | 11,42875 | -0,304059026 | 9258 | 11,5725 | 1,133440974 | -130 | -0,1625 | -1,625 |
| 8987 | 11,23375 | -2,254059026 | 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9330 | 11,6625 | 2,033440974 | 9116 | 11,395 | -0,641559026 | -1 | -0,00125 | -0,0125 |
| 9197 | 11,49625 | 0,370940974 | 9258 | 11,5725 | 1,133440974 | -21 | -0,02625 | -0,2625 |
| 9206 | 11,5075 | 0,483440974 | 9025 | 11,28125 | -1,779059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9109 | 11,38625 | -0,729059026 | 8961 | 11,20125 | -2,579059026 | -78 | -0,0975 | -0,975 |
| 9018 | 11,2725 | -1,866559026 | 8973 | 11,21625 | -2,429059026 | -122 | -0,1525 | -1,525 |
| 9126 | 11,4075 | -0,516559026 | 9181 | 11,47625 | 0,170940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9229 | 11,53625 | 0,770940974 | 9301 | 11,62625 | 1,670940974 | -28 | -0,035 | -0,35 |
| 9205 | 11,50625 | 0,470940974 | 9158 | 11,4475 | -0,116559026 | 42 | 0,0525 | 0,525 |
| 9091 | 11,36375 | -0,954059026 | 9109 | 11,38625 | -0,729059026 | -29 | -0,03625 | -0,3625 |
| 9216 | 11,52 | 0,608440974 | 9108 | 11,385 | -0,741559026 | -5 | -0,00625 | -0,0625 |
| 9153 | 11,44125 | -0,179059026 | 9229 | 11,53625 | 0,770940974 | 26 | 0,0325 | 0,325 |
| 9048 | 11,31 | -1,491559026 | 9135 | 11,41875 | -0,404059026 | 92 | 0,115 | 1,15 |
| 9188 | 11,485 | 0,258440974 | 9166 | 11,4575 | -0,016559026 | -5 | -0,00625 | -0,0625 |
| 9331 | 11,66375 | 2,045940974 | 9263 | 11,57875 | 1,195940974 | 130 | 0,1625 | 1,625 |
| 9111 | 11,38875 | -0,704059026 | 9130 | 11,4125 | -0,466559026 | 220 | 0,275 | 2,75 |
| 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | 9272 | 11,59 | 1,308440974 | -61 | -0,07625 | -0,7625 |

| | | | | | | | | |
|------|----------|--------------|------|----------|--------------|------|----------|---------|
| 9103 | 11,37875 | -0,804059026 | 9195 | 11,49375 | 0,345940974 | 22 | 0,0275 | 0,275 |
| 9253 | 11,56625 | 1,070940974 | 9033 | 11,29125 | -1,679059026 | 184 | 0,23 | 2,3 |
| 9197 | 11,49625 | 0,370940974 | 9242 | 11,5525 | 0,933440974 | -67 | -0,08375 | -0,8375 |
| 9280 | 11,6 | 1,408440974 | 9041 | 11,30125 | -1,579059026 | -60 | -0,075 | -0,75 |
| 9121 | 11,40125 | -0,579059026 | 9145 | 11,43125 | -0,279059026 | -3 | -0,00375 | -0,0375 |
| 9090 | 11,3625 | -0,966559026 | 9054 | 11,3175 | -1,416559026 | -37 | -0,04625 | -0,4625 |
| 9028 | 11,285 | -1,741559026 | 9042 | 11,3025 | -1,566559026 | -36 | -0,045 | -0,45 |
| 9178 | 11,4725 | 0,133440974 | 9217 | 11,52125 | 0,620940974 | -55 | -0,06875 | -0,6875 |
| 9233 | 11,54125 | 0,820940974 | 9162 | 11,4525 | -0,066559026 | 39 | 0,04875 | 0,4875 |
| 9115 | 11,39375 | -0,654059026 | 9153 | 11,44125 | -0,179059026 | -126 | -0,1575 | -1,575 |
| 9187 | 11,48375 | 0,245940974 | 9301 | 11,62625 | 1,670940974 | -66 | -0,0825 | -0,825 |
| 9123 | 11,40375 | -0,554059026 | 8916 | 11,145 | -3,141559026 | -101 | -0,12625 | -1,2625 |
| 9025 | 11,28125 | -1,779059026 | 9110 | 11,3875 | -0,716559026 | -102 | -0,1275 | -1,275 |
| 9011 | 11,26375 | -1,954059026 | 8977 | 11,22125 | -2,379059026 | -112 | -0,14 | -1,4 |
| 9045 | 11,30625 | -1,529059026 | 9045 | 11,30625 | -1,529059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9138 | 11,4225 | -0,366559026 | 9019 | 11,27375 | -1,854059026 | 33 | 0,04125 | 0,4125 |
| 9226 | 11,5325 | 0,733440974 | 9181 | 11,47625 | 0,170940974 | -8 | -0,01 | -0,1 |
| 8999 | 11,24875 | -2,104059026 | 8936 | 11,17 | -2,891559026 | -95 | -0,11875 | -1,1875 |
| 9159 | 11,44875 | -0,104059026 | 9160 | 11,45 | -0,091559026 | -123 | -0,15375 | -1,5375 |
| 9227 | 11,53375 | 0,745940974 | 9435 | 11,79375 | 3,345940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9150 | 11,4375 | -0,216559026 | 9321 | 11,65125 | 1,920940974 | 36 | 0,045 | 0,45 |
| 9163 | 11,45375 | -0,054059026 | 9222 | 11,5275 | 0,683440974 | -2 | -0,0025 | -0,025 |
| 9128 | 11,41 | -0,491559026 | 9108 | 11,385 | -0,741559026 | -83 | -0,10375 | -1,0375 |
| 9191 | 11,48875 | 0,295940974 | 9240 | 11,55 | 0,908440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9293 | 11,61625 | 1,570940974 | 9261 | 11,57625 | 1,170940974 | -7 | -0,00875 | -0,0875 |
| 9025 | 11,28125 | -1,779059026 | 9180 | 11,475 | 0,158440974 | -148 | -0,185 | -1,85 |
| 9006 | 11,2575 | -2,016559026 | 8973 | 11,21625 | -2,429059026 | 42 | 0,0525 | 0,525 |
| 9274 | 11,5925 | 1,333440974 | 9172 | 11,465 | 0,058440974 | 67 | 0,08375 | 0,8375 |
| 9139 | 11,42375 | -0,354059026 | 9116 | 11,395 | -0,641559026 | -100 | -0,125 | -1,25 |
| 9279 | 11,59875 | 1,395940974 | 9314 | 11,6425 | 1,833440974 | 42 | 0,0525 | 0,525 |
| 9152 | 11,44 | -0,191559026 | 9074 | 11,3425 | -1,166559026 | 187 | 0,23375 | 2,3375 |
| 9100 | 11,375 | -0,841559026 | 9013 | 11,26625 | -1,929059026 | -58 | -0,0725 | -0,725 |
| 9191 | 11,48875 | 0,295940974 | 9222 | 11,5275 | 0,683440974 | 122 | 0,1525 | 1,525 |
| 9168 | 11,46 | 0,008440974 | 9230 | 11,5375 | 0,783440974 | -47 | -0,05875 | -0,5875 |
| 9195 | 11,49375 | 0,345940974 | 9442 | 11,8025 | 3,433440974 | -32 | -0,04 | -0,4 |
| 9187 | 11,48375 | 0,245940974 | 9207 | 11,50875 | 0,495940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9220 | 11,525 | 0,658440974 | 9276 | 11,595 | 1,358440974 | -31 | -0,03875 | -0,3875 |
| 9214 | 11,5175 | 0,583440974 | 9198 | 11,4975 | 0,383440974 | -106 | -0,1325 | -1,325 |
| 9218 | 11,5225 | 0,633440974 | 9288 | 11,61 | 1,508440974 | 41 | 0,05125 | 0,5125 |
| 9212 | 11,515 | 0,558440974 | 9150 | 11,4375 | -0,216559026 | 1 | 0,00125 | 0,0125 |
| 9236 | 11,545 | 0,858440974 | 9235 | 11,54375 | 0,845940974 | -21 | -0,02625 | -0,2625 |
| 9212 | 11,515 | 0,558440974 | 9090 | 11,3625 | -0,966559026 | 17 | 0,02125 | 0,2125 |
| 9343 | 11,67875 | 2,195940974 | 9187 | 11,48375 | 0,245940974 | -217 | -0,27125 | -2,7125 |
| 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 9281 | 11,60125 | 1,420940974 | -111 | -0,13875 | -1,3875 |
| 9210 | 11,5125 | 0,533440974 | 9168 | 11,46 | 0,008440974 | -32 | -0,04 | -0,4 |

| | | | | | | | | |
|------|----------|--------------|------|----------|--------------|------|----------|---------|
| 9102 | 11,3775 | -0,816559026 | 9185 | 11,48125 | 0,220940974 | -78 | -0,0975 | -0,975 |
| 9111 | 11,38875 | -0,704059026 | 9047 | 11,30875 | -1,504059026 | -35 | -0,04375 | -0,4375 |
| 9089 | 11,36125 | -0,979059026 | 9042 | 11,3025 | -1,566559026 | -22 | -0,0275 | -0,275 |
| 9063 | 11,32875 | -1,304059026 | 9136 | 11,42 | -0,391559026 | 0 | 0 | 0 |
| 9280 | 11,6 | 1,408440974 | 9214 | 11,5175 | 0,583440974 | -14 | -0,0175 | -0,175 |
| 9161 | 11,45125 | -0,079059026 | 9189 | 11,48625 | 0,270940974 | 10 | 0,0125 | 0,125 |
| 9163 | 11,45375 | -0,054059026 | 9132 | 11,415 | -0,441559026 | 46 | 0,0575 | 0,575 |
| 9136 | 11,42 | -0,391559026 | 9060 | 11,325 | -1,341559026 | -43 | -0,05375 | -0,5375 |
| 9140 | 11,425 | -0,341559026 | 9239 | 11,54875 | 0,895940974 | 12 | 0,015 | 0,15 |
| 9217 | 11,52125 | 0,620940974 | 9305 | 11,63125 | 1,720940974 | 45 | 0,05625 | 0,5625 |
| 9043 | 11,30375 | -1,554059026 | 9031 | 11,28875 | -1,704059026 | 3 | 0,00375 | 0,0375 |
| 9112 | 11,39 | -0,691559026 | 9102 | 11,3775 | -0,816559026 | 9 | 0,01125 | 0,1125 |
| 9385 | 11,73125 | 2,720940974 | 9282 | 11,6025 | 1,433440974 | 82 | 0,1025 | 1,025 |
| 9144 | 11,43 | -0,291559026 | 9007 | 11,25875 | -2,004059026 | 22 | 0,0275 | 0,275 |
| 9237 | 11,54625 | 0,870940974 | 9199 | 11,49875 | 0,395940974 | -24 | -0,03 | -0,3 |
| 9200 | 11,5 | 0,408440974 | 8951 | 11,18875 | -2,704059026 | 28 | 0,035 | 0,35 |
| 9231 | 11,53875 | 0,795940974 | 9168 | 11,46 | 0,008440974 | 12 | 0,015 | 0,15 |
| 9404 | 11,755 | 2,958440974 | 9275 | 11,59375 | 1,345940974 | -17 | -0,02125 | -0,2125 |
| 9353 | 11,69125 | 2,320940974 | 9386 | 11,7325 | 2,733440974 | 179 | 0,22375 | 2,2375 |
| 9124 | 11,405 | -0,541559026 | 8975 | 11,21875 | -2,404059026 | -32 | -0,04 | -0,4 |
| 9113 | 11,39125 | -0,679059026 | 9216 | 11,52 | 0,608440974 | -77 | -0,09625 | -0,9625 |
| 9255 | 11,56875 | 1,095940974 | 9091 | 11,36375 | -0,954059026 | -22 | -0,0275 | -0,275 |
| 9250 | 11,5625 | 1,033440974 | 9094 | 11,3675 | -0,916559026 | -22 | -0,0275 | -0,275 |
| 9100 | 11,375 | -0,841559026 | 9193 | 11,49125 | 0,320940974 | -51 | -0,06375 | -0,6375 |
| 9002 | 11,2525 | -2,066559026 | 9037 | 11,29625 | -1,629059026 | 75 | 0,09375 | 0,9375 |
| 9281 | 11,60125 | 1,420940974 | 9227 | 11,53375 | 0,745940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9087 | 11,35875 | -1,004059026 | 9101 | 11,37625 | -0,829059026 | -9 | -0,01125 | -0,1125 |
| 9127 | 11,40875 | -0,504059026 | 9263 | 11,57875 | 1,195940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9243 | 11,55375 | 0,945940974 | 9175 | 11,46875 | 0,095940974 | -39 | -0,04875 | -0,4875 |
| 9237 | 11,54625 | 0,870940974 | 9170 | 11,4625 | 0,033440974 | 103 | 0,12875 | 1,2875 |
| 9195 | 11,49375 | 0,345940974 | 9258 | 11,5725 | 1,133440974 | 14 | 0,0175 | 0,175 |
| 9285 | 11,60625 | 1,470940974 | 9419 | 11,77375 | 3,145940974 | -88 | -0,11 | -1,1 |
| 9025 | 11,28125 | -1,779059026 | 9160 | 11,45 | -0,091559026 | 108 | 0,135 | 1,35 |
| 9235 | 11,54375 | 0,845940974 | 9261 | 11,57625 | 1,170940974 | 46 | 0,0575 | 0,575 |
| 9271 | 11,58875 | 1,295940974 | 9183 | 11,47875 | 0,195940974 | 158 | 0,1975 | 1,975 |
| 9209 | 11,51125 | 0,520940974 | 9333 | 11,66625 | 2,070940974 | -12 | -0,015 | -0,15 |
| 9222 | 11,5275 | 0,683440974 | 9297 | 11,62125 | 1,620940974 | -33 | -0,04125 | -0,4125 |
| 9124 | 11,405 | -0,541559026 | 9043 | 11,30375 | -1,554059026 | -167 | -0,20875 | -2,0875 |
| 9200 | 11,5 | 0,408440974 | 9127 | 11,40875 | -0,504059026 | 86 | 0,1075 | 1,075 |
| 9209 | 11,51125 | 0,520940974 | 9104 | 11,38 | -0,791559026 | -14 | -0,0175 | -0,175 |
| 9146 | 11,4325 | -0,266559026 | 9030 | 11,2875 | -1,716559026 | 38 | 0,0475 | 0,475 |
| 9144 | 11,43 | -0,291559026 | 9133 | 11,41625 | -0,429059026 | 11 | 0,01375 | 0,1375 |
| 9099 | 11,37375 | -0,854059026 | 9113 | 11,39125 | -0,679059026 | 89 | 0,11125 | 1,1125 |
| 9104 | 11,38 | -0,791559026 | 9033 | 11,29125 | -1,679059026 | -76 | -0,095 | -0,95 |
| 9253 | 11,56625 | 1,070940974 | 9047 | 11,30875 | -1,504059026 | 66 | 0,0825 | 0,825 |

| | | | | | | | | |
|------|----------|--------------|------|----------|--------------|------|----------|---------|
| 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 9152 | 11,44 | -0,191559026 | 0 | 0 | 0 |
| 9149 | 11,43625 | -0,229059026 | 9175 | 11,46875 | 0,095940974 | -143 | -0,17875 | -1,7875 |
| 9288 | 11,61 | 1,508440974 | 9247 | 11,55875 | 0,995940974 | -24 | -0,03 | -0,3 |
| 9151 | 11,43875 | -0,204059026 | 9147 | 11,43375 | -0,254059026 | -11 | -0,01375 | -0,1375 |
| 9117 | 11,39625 | -0,629059026 | 9209 | 11,51125 | 0,520940974 | 181 | 0,22625 | 2,2625 |
| 9238 | 11,5475 | 0,883440974 | 9199 | 11,49875 | 0,395940974 | -38 | -0,0475 | -0,475 |
| 9188 | 11,485 | 0,258440974 | 9111 | 11,38875 | -0,704059026 | 52 | 0,065 | 0,65 |
| 9187 | 11,48375 | 0,245940974 | 9294 | 11,6175 | 1,583440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9304 | 11,63 | 1,708440974 | 9142 | 11,4275 | -0,316559026 | 62 | 0,0775 | 0,775 |
| 9203 | 11,50375 | 0,445940974 | 9147 | 11,43375 | -0,254059026 | 195 | 0,24375 | 2,4375 |
| 9086 | 11,3575 | -1,016559026 | 9167 | 11,45875 | -0,004059026 | -200 | -0,25 | -2,5 |
| 9080 | 11,35 | -1,091559026 | 9102 | 11,3775 | -0,816559026 | 44 | 0,055 | 0,55 |
| 9048 | 11,31 | -1,491559026 | 9121 | 11,40125 | -0,579059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9199 | 11,49875 | 0,395940974 | 9246 | 11,5575 | 0,983440974 | -116 | -0,145 | -1,45 |
| 9096 | 11,37 | -0,891559026 | 9151 | 11,43875 | -0,204059026 | 140 | 0,175 | 1,75 |
| 9077 | 11,34625 | -1,129059026 | 9066 | 11,3325 | -1,266559026 | -88 | -0,11 | -1,1 |
| 9231 | 11,53875 | 0,795940974 | 9258 | 11,5725 | 1,133440974 | -119 | -0,14875 | -1,4875 |
| 9128 | 11,41 | -0,491559026 | 8929 | 11,16125 | -2,979059026 | 48 | 0,06 | 0,6 |
| 9158 | 11,4475 | -0,116559026 | 9268 | 11,585 | 1,258440974 | -52 | -0,065 | -0,65 |
| 9089 | 11,36125 | -0,979059026 | 9211 | 11,51375 | 0,545940974 | -91 | -0,11375 | -1,1375 |
| 9125 | 11,40625 | -0,529059026 | 9113 | 11,39125 | -0,679059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9105 | 11,38125 | -0,779059026 | 8981 | 11,22625 | -2,329059026 | -119 | -0,14875 | -1,4875 |
| 9253 | 11,56625 | 1,070940974 | 9252 | 11,565 | 1,058440974 | 61 | 0,07625 | 0,7625 |
| 9288 | 11,61 | 1,508440974 | 9288 | 11,61 | 1,508440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9116 | 11,395 | -0,641559026 | 9084 | 11,355 | -1,041559026 | 6 | 0,0075 | 0,075 |
| 9260 | 11,575 | 1,158440974 | 9213 | 11,51625 | 0,570940974 | 142 | 0,1775 | 1,775 |
| 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | 9105 | 11,38125 | -0,779059026 | 48 | 0,06 | 0,6 |
| 9123 | 11,40375 | -0,554059026 | 9192 | 11,49 | 0,308440974 | 35 | 0,04375 | 0,4375 |
| 9190 | 11,4875 | 0,283440974 | 9230 | 11,5375 | 0,783440974 | 16 | 0,02 | 0,2 |
| 9077 | 11,34625 | -1,129059026 | 9243 | 11,55375 | 0,945940974 | -118 | -0,1475 | -1,475 |
| 8989 | 11,23625 | -2,229059026 | 9150 | 11,4375 | -0,216559026 | 25 | 0,03125 | 0,3125 |
| 9235 | 11,54375 | 0,845940974 | 9122 | 11,4025 | -0,566559026 | 104 | 0,13 | 1,3 |
| 9223 | 11,52875 | 0,695940974 | 9107 | 11,38375 | -0,754059026 | -25 | -0,03125 | -0,3125 |
| 9165 | 11,45625 | -0,029059026 | 9183 | 11,47875 | 0,195940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9189 | 11,48625 | 0,270940974 | 9229 | 11,53625 | 0,770940974 | 74 | 0,0925 | 0,925 |
| 9098 | 11,3725 | -0,866559026 | 9089 | 11,36125 | -0,979059026 | 66 | 0,0825 | 0,825 |
| 9153 | 11,44125 | -0,179059026 | 9125 | 11,40625 | -0,529059026 | 59 | 0,07375 | 0,7375 |
| 9212 | 11,515 | 0,558440974 | 9234 | 11,5425 | 0,833440974 | 37 | 0,04625 | 0,4625 |
| 8967 | 11,20875 | -2,504059026 | 9062 | 11,3275 | -1,316559026 | -95 | -0,11875 | -1,1875 |
| 9182 | 11,4775 | 0,183440974 | 9339 | 11,67375 | 2,145940974 | 79 | 0,09875 | 0,9875 |
| 9223 | 11,52875 | 0,695940974 | 9239 | 11,54875 | 0,895940974 | 145 | 0,18125 | 1,8125 |
| 9326 | 11,6575 | 1,983440974 | 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 194 | 0,2425 | 2,425 |
| 9219 | 11,52375 | 0,645940974 | 9258 | 11,5725 | 1,133440974 | -212 | -0,265 | -2,65 |
| 9293 | 11,61625 | 1,570940974 | 9104 | 11,38 | -0,791559026 | 31 | 0,03875 | 0,3875 |
| 9181 | 11,47625 | 0,170940974 | 9098 | 11,3725 | -0,866559026 | 9 | 0,01125 | 0,1125 |

| | | | | | | | | |
|------|----------|--------------|------|----------|--------------|------|----------|---------|
| 9298 | 11,6225 | 1,633440974 | 9348 | 11,685 | 2,258440974 | -1 | -0,00125 | -0,0125 |
| 9178 | 11,4725 | 0,133440974 | 9112 | 11,39 | -0,691559026 | 78 | 0,0975 | 0,975 |
| 9153 | 11,44125 | -0,179059026 | 9223 | 11,52875 | 0,695940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9152 | 11,44 | -0,191559026 | 9211 | 11,51375 | 0,545940974 | 15 | 0,01875 | 0,1875 |
| 9325 | 11,65625 | 1,970940974 | 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9166 | 11,4575 | -0,016559026 | 9240 | 11,55 | 0,908440974 | -103 | -0,12875 | -1,2875 |
| 9036 | 11,295 | -1,641559026 | 9074 | 11,3425 | -1,166559026 | 27 | 0,03375 | 0,3375 |
| 9140 | 11,425 | -0,341559026 | 9135 | 11,41875 | -0,404059026 | -30 | -0,0375 | -0,375 |
| 9014 | 11,2675 | -1,916559026 | 9071 | 11,33875 | -1,204059026 | 23 | 0,02875 | 0,2875 |
| 9049 | 11,31125 | -1,479059026 | 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | -104 | -0,13 | -1,3 |
| 9273 | 11,59125 | 1,320940974 | 9255 | 11,56875 | 1,095940974 | 25 | 0,03125 | 0,3125 |
| 9198 | 11,4975 | 0,383440974 | 9140 | 11,425 | -0,341559026 | -61 | -0,07625 | -0,7625 |
| 9128 | 11,41 | -0,491559026 | 9214 | 11,5175 | 0,583440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9074 | 11,3425 | -1,166559026 | 9096 | 11,37 | -0,891559026 | 0 | 0 | 0 |
| 9192 | 11,49 | 0,308440974 | 9223 | 11,52875 | 0,695940974 | 8 | 0,01 | 0,1 |
| 9222 | 11,5275 | 0,683440974 | 9181 | 11,47625 | 0,170940974 | 9 | 0,01125 | 0,1125 |
| 9000 | 11,25 | -2,091559026 | 9210 | 11,5125 | 0,533440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9160 | 11,45 | -0,091559026 | 9179 | 11,47375 | 0,145940974 | -26 | -0,0325 | -0,325 |
| 9213 | 11,51625 | 0,570940974 | 9049 | 11,31125 | -1,479059026 | -164 | -0,205 | -2,05 |
| 9031 | 11,28875 | -1,704059026 | 9078 | 11,3475 | -1,116559026 | -33 | -0,04125 | -0,4125 |
| 9283 | 11,60375 | 1,445940974 | 9176 | 11,47 | 0,108440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9190 | 11,4875 | 0,283440974 | 9310 | 11,6375 | 1,783440974 | -30 | -0,0375 | -0,375 |
| 9050 | 11,3125 | -1,466559026 | 9172 | 11,465 | 0,058440974 | -53 | -0,06625 | -0,6625 |
| 9167 | 11,45875 | -0,004059026 | 9201 | 11,50125 | 0,420940974 | 87 | 0,10875 | 1,0875 |
| 9084 | 11,355 | -1,041559026 | 9111 | 11,38875 | -0,704059026 | 184 | 0,23 | 2,3 |
| 9075 | 11,34375 | -1,154059026 | 9103 | 11,37875 | -0,804059026 | 35 | 0,04375 | 0,4375 |
| 9243 | 11,55375 | 0,945940974 | 9345 | 11,68125 | 2,220940974 | 126 | 0,1575 | 1,575 |
| 9133 | 11,41625 | -0,429059026 | 9088 | 11,36 | -0,991559026 | 163 | 0,20375 | 2,0375 |
| 9291 | 11,61375 | 1,545940974 | 9225 | 11,53125 | 0,720940974 | -17 | -0,02125 | -0,2125 |
| 9180 | 11,475 | 0,158440974 | 9165 | 11,45625 | -0,029059026 | -70 | -0,0875 | -0,875 |
| 9210 | 11,5125 | 0,533440974 | 9257 | 11,57125 | 1,120940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9188 | 11,485 | 0,258440974 | 9209 | 11,51125 | 0,520940974 | -1 | -0,00125 | -0,0125 |
| 9233 | 11,54125 | 0,820940974 | 9271 | 11,58875 | 1,295940974 | 33 | 0,04125 | 0,4125 |
| 8960 | 11,2 | -2,591559026 | 8995 | 11,24375 | -2,154059026 | 156 | 0,195 | 1,95 |
| 9050 | 11,3125 | -1,466559026 | 9054 | 11,3175 | -1,416559026 | -141 | -0,17625 | -1,7625 |
| 8988 | 11,235 | -2,241559026 | 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | -105 | -0,13125 | -1,3125 |
| 9191 | 11,48875 | 0,295940974 | 9198 | 11,4975 | 0,383440974 | 95 | 0,11875 | 1,1875 |
| 9243 | 11,55375 | 0,945940974 | 9047 | 11,30875 | -1,504059026 | -74 | -0,0925 | -0,925 |
| 9262 | 11,5775 | 1,183440974 | 9144 | 11,43 | -0,291559026 | 94 | 0,1175 | 1,175 |
| 9258 | 11,5725 | 1,133440974 | 9215 | 11,51875 | 0,595940974 | -129 | -0,16125 | -1,6125 |
| 9180 | 11,475 | 0,158440974 | 9197 | 11,49625 | 0,370940974 | 92 | 0,115 | 1,15 |
| 9151 | 11,43875 | -0,204059026 | 9209 | 11,51125 | 0,520940974 | 170 | 0,2125 | 2,125 |
| 9172 | 11,465 | 0,058440974 | 9221 | 11,52625 | 0,670940974 | -220 | -0,275 | -2,75 |
| 9231 | 11,53875 | 0,795940974 | 9217 | 11,52125 | 0,620940974 | 219 | 0,27375 | 2,7375 |
| 9041 | 11,30125 | -1,579059026 | 9135 | 11,41875 | -0,404059026 | -16 | -0,02 | -0,2 |

| | | | | | | | | |
|------|----------|--------------|------|----------|--------------|------|----------|---------|
| 9109 | 11,38625 | -0,729059026 | 9129 | 11,41125 | -0,479059026 | 138 | 0,1725 | 1,725 |
| 9075 | 11,34375 | -1,154059026 | 9091 | 11,36375 | -0,954059026 | -94 | -0,1175 | -1,175 |
| 9108 | 11,385 | -0,741559026 | 9225 | 11,53125 | 0,720940974 | 0 | 0 | 0 |
| 9075 | 11,34375 | -1,154059026 | 9247 | 11,55875 | 0,995940974 | 40 | 0,05 | 0,5 |
| 9176 | 11,47 | 0,108440974 | 9223 | 11,52875 | 0,695940974 | -36 | -0,045 | -0,45 |
| 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | 9177 | 11,47125 | 0,120940974 | 59 | 0,07375 | 0,7375 |
| 9159 | 11,44875 | -0,104059026 | 9041 | 11,30125 | -1,579059026 | -10 | -0,0125 | -0,125 |
| 9149 | 11,43625 | -0,229059026 | 9087 | 11,35875 | -1,004059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9172 | 11,465 | 0,058440974 | 9203 | 11,50375 | 0,445940974 | 113 | 0,14125 | 1,4125 |
| 9077 | 11,34625 | -1,129059026 | 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9242 | 11,5525 | 0,933440974 | 9220 | 11,525 | 0,658440974 | -39 | -0,04875 | -0,4875 |
| 9152 | 11,44 | -0,191559026 | 9111 | 11,38875 | -0,704059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9081 | 11,35125 | -1,079059026 | 9118 | 11,3975 | -0,616559026 | 0 | 0 | 0 |
| 9221 | 11,52625 | 0,670940974 | 9236 | 11,545 | 0,858440974 | 28 | 0,035 | 0,35 |
| 9151 | 11,43875 | -0,204059026 | 9133 | 11,41625 | -0,429059026 | -70 | -0,0875 | -0,875 |
| 9158 | 11,4475 | -0,116559026 | 8949 | 11,18625 | -2,729059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9219 | 11,52375 | 0,645940974 | 9094 | 11,3675 | -0,916559026 | -28 | -0,035 | -0,35 |
| 9220 | 11,525 | 0,658440974 | 9274 | 11,5925 | 1,333440974 | -6 | -0,0075 | -0,075 |
| 9099 | 11,37375 | -0,854059026 | 9082 | 11,3525 | -1,066559026 | 9 | 0,01125 | 0,1125 |
| 9224 | 11,53 | 0,708440974 | 9240 | 11,55 | 0,908440974 | 14 | 0,0175 | 0,175 |
| 9131 | 11,41375 | -0,454059026 | 9170 | 11,4625 | 0,033440974 | 87 | 0,10875 | 1,0875 |
| 9282 | 11,6025 | 1,433440974 | 9083 | 11,35375 | -1,054059026 | 198 | 0,2475 | 2,475 |
| 9190 | 11,4875 | 0,283440974 | 9107 | 11,38375 | -0,754059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9098 | 11,3725 | -0,866559026 | 9019 | 11,27375 | -1,854059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9060 | 11,325 | -1,341559026 | 9115 | 11,39375 | -0,654059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9169 | 11,46125 | 0,020940974 | 9053 | 11,31625 | -1,429059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9154 | 11,4425 | -0,166559026 | 9293 | 11,61625 | 1,570940974 | 79 | 0,09875 | 0,9875 |
| 9192 | 11,49 | 0,308440974 | 9174 | 11,4675 | 0,083440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9115 | 11,39375 | -0,654059026 | 9082 | 11,3525 | -1,066559026 | -9 | -0,01125 | -0,1125 |
| 9220 | 11,525 | 0,658440974 | 9261 | 11,57625 | 1,170940974 | 39 | 0,04875 | 0,4875 |
| 9184 | 11,48 | 0,208440974 | 9268 | 11,585 | 1,258440974 | 13 | 0,01625 | 0,1625 |
| 9148 | 11,435 | -0,241559026 | 9208 | 11,51 | 0,508440974 | -39 | -0,04875 | -0,4875 |
| 9160 | 11,45 | -0,091559026 | 9080 | 11,35 | -1,091559026 | -96 | -0,12 | -1,2 |
| 9022 | 11,2775 | -1,816559026 | 8980 | 11,225 | -2,341559026 | 75 | 0,09375 | 0,9375 |
| 9165 | 11,45625 | -0,029059026 | 9204 | 11,505 | 0,458440974 | 0 | 0 | 0 |
| 9281 | 11,60125 | 1,420940974 | 9296 | 11,62 | 1,608440974 | -107 | -0,13375 | -1,3375 |
| 9202 | 11,5025 | 0,433440974 | 9208 | 11,51 | 0,508440974 | 42 | 0,0525 | 0,525 |
| 9232 | 11,54 | 0,808440974 | 9112 | 11,39 | -0,691559026 | -215 | -0,26875 | -2,6875 |
| 9055 | 11,31875 | -1,404059026 | 9009 | 11,26125 | -1,979059026 | 0 | 0 | 0 |
| 9217 | 11,52125 | 0,620940974 | 8980 | 11,225 | -2,341559026 | -150 | -0,1875 | -1,875 |
| 9149 | 11,43625 | -0,229059026 | 9171 | 11,46375 | 0,045940974 | 36 | 0,045 | 0,45 |
| 9069 | 11,33625 | -1,229059026 | 9168 | 11,46 | 0,008440974 | 67 | 0,08375 | 0,8375 |
| 9158 | 11,4475 | -0,116559026 | 9297 | 11,62125 | 1,620940974 | -175 | -0,21875 | -2,1875 |
| 9052 | 11,315 | -1,441559026 | 9098 | 11,3725 | -0,866559026 | -8 | -0,01 | -0,1 |
| 9188 | 11,485 | 0,258440974 | 9278 | 11,5975 | 1,383440974 | 77 | 0,09625 | 0,9625 |

Prilog G

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [U_m \cdot \sin(\omega t)]^6 dt} &= \frac{U_m^3}{\sqrt{T}} \sqrt{\int_0^T [\sin^6(\omega t)] dt} = \left[\begin{array}{l} x = \omega t \\ dx = \omega dt \end{array} \right] \\
 &= \frac{U_m^3}{\sqrt{T} \cdot \sqrt{\omega}} \sqrt{\int_0^{\omega T} \sin^6 x dx} = \left[\omega = \frac{2\pi}{T} \right] \\
 &= \frac{U_m^3}{\sqrt{2\pi}} \cdot \sqrt{\int_0^{2\pi} \sin^6 x dx} \\
 \int_0^{2\pi} \sin^6 x dx &= \left[\begin{array}{l} u = \sin^5 x \\ du = 5 \cdot \sin^4 x \cdot \cos x \cdot dx \\ dv = \sin x \cdot dx \\ v = -\cos x \end{array} \right] \\
 &= -\cos x \cdot \sin^5 x \Big|_0^{2\pi} + 5 \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^2 x dx \\
 &= 0 + 5 \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^2 x dx = 5 \int_0^{2\pi} \sin^4 x (1 - \sin^2 x) dx \\
 &= 5 \int_0^{2\pi} (\sin^4 x - \sin^6 x) dx \\
 &= 5 \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cdot dx - 5 \int_0^{2\pi} \sin^6 x \cdot dx \\
 6 \int_0^{2\pi} \sin^6 x \cdot dx &= 5 \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cdot dx \\
 \int_0^{2\pi} \sin^6 x \cdot dx &= \frac{5}{6} \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cdot dx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \sin^4 x \, dx &= \left[\begin{array}{l} u = \sin^3 x \\ du = 3 \cdot \sin^2 x \cdot \cos x \cdot dx \\ dv = \sin x \cdot dx \\ v = -\cos x \end{array} \right] \\
&= -\cos x \cdot \sin^2 x \Big|_0^{2\pi} + 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 x \cos^2 x \, dx = 0 \\
&+ 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 x (1 - \sin^2 x) \, dx = 3 \left[\int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx \right. \\
&\left. - \int_0^{2\pi} \sin^4 x \, dx \right] = 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx - 3 \int_0^{2\pi} \sin^4 x \, dx \\
&4 \int_0^{2\pi} \sin^4 x \, dx = 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx \\
&\int_0^{2\pi} \sin^4 x \, dx = \frac{3}{4} \int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx \\
\int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx &= \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \, dx \\
&- \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos 2x \, dx = \left[\begin{array}{l} v = 2x \\ dv = 2dx \end{array} \right] = \frac{x}{2} \Big|_0^{2\pi} \\
&- \frac{1}{2} \int_0^{4\pi} \cos v \frac{dv}{2} = \left(\frac{2\pi}{2} - 0 \right) - \frac{1}{4} \int_0^{4\pi} \cos v \, dv = \pi \\
&- \frac{1}{4} \cdot \sin v \Big|_0^{4\pi} = \pi - \frac{1}{4} (0 - 0) = \pi \\
\int_0^{2\pi} \sin^4 x \, dx &= \frac{3}{4} \cdot \pi = \frac{3\pi}{4}
\end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^6 x \cdot dx = \frac{5}{6} \int_0^{2\pi} \sin^4 x \cdot dx = \frac{5}{6} \cdot \frac{3\pi}{4} = \frac{5\pi}{8}$$

I konačno:

$$\frac{U_m^3}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\int_0^{2\pi} \sin^6 x \cdot dx} = \frac{U_m^3}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{5\pi}{8}} = \frac{\sqrt{5} U_m^3}{4}$$

Prilog H

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{T} \int_0^T |U_m \cdot \sin(\omega t)|^3 dt &= \frac{U_m^3}{T} \int_0^T |\sin^3(\omega t)| dt = \left[\begin{array}{l} x = \omega t \\ dx = \omega dt \end{array} \right] \\
 &= \frac{U_m^3}{\omega T} \int_0^{\omega T} |\sin^3 x| dx = \left[\omega = \frac{2\pi}{T} \right] = \frac{U_m^3}{2\pi} \cdot 2 \cdot \int_0^{\pi} \sin^3 x dx \\
 &= \left[\begin{array}{l} u = \sin^2 x \\ du = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot dx \\ dv = \sin x \cdot dx \\ v = -\cos x \end{array} \right] \\
 &= \frac{U_m^3}{\pi} \cdot \left(-\cos x \cdot \sin^2 x \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} \sin x \cos^2 x dx \right) \\
 &= \frac{U_m^3}{\pi} \cdot \left(0 + 2 \int_0^{\pi} \sin x \cos^2 x dx \right) = \left[\begin{array}{l} v = \cos x \\ dv = -\sin x dx \end{array} \right] \\
 &= \frac{U_m^3}{\pi} \cdot 2 \int_1^{-1} \sin x v^2 \left(-\frac{dv}{\sin x} \right) \\
 &= -\frac{2 \cdot U_m^3}{\pi} \int_1^{-1} v^2 dv = \frac{2 \cdot U_m^3}{\pi} \int_{-1}^1 v^2 dv = \frac{2 \cdot U_m^3}{\pi} \cdot \frac{v^3}{3} \Big|_{-1}^1 \\
 &= \frac{2 \cdot U_m^3}{3 \cdot \pi} (1 - (-1)) = \frac{4 \cdot U_m^3}{3 \cdot \pi}
 \end{aligned}$$

Prilog I

Ukupna energija vetra E_R se izračunava kao:

$$E_R = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \rho \cdot \overline{v^3} \cdot t \quad (11)$$

Sada, neka je dE_R merna nesigurnost ukupne energije vetra. U tom slučaju, relativna nesigurnost merenja ukupne energije vetra može se izraziti kao:

$$\frac{dE_R}{E_R} = \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\overline{v^3}}{\overline{v^3}} + \frac{dt}{t} \quad (12)$$

Međutim, kako su relativne nesigurnosti merenja multiplikativnih konstanti (A , ρ) i vremena t izuzetno male (poznate su sa vrlo velikom tačnoću), sledi da je:

$$\frac{dE_R}{E_R} \approx \frac{d\overline{v^3}}{\overline{v^3}} = \frac{d|\overline{u}|^3}{|\overline{u}|^3} \quad (13)$$