Прим. 4.III 80
Новак

PRIRODNO-MATEMATIČKOM FAKULTETU
-Komisija za doktorate-

N o v i S a d

Na sednici Komisije za doktorate Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu održanoj 18. januara 1980. godine odredjeni smo u Komisiju za pregled i ocenu doktorske disertacije

"PRILOG TEORIJI REGULARNIH SEMIGRUPA"

mr Stojana Bogdanovića, asistenta za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu.

O tezi podnosimo sledeći izveštaj.

Rad je izložen na 129. stranica kucanih pisaćom mašinom.

U radu se razlikuju sledeća poglavlja: Uvod, Glava I, Glava II, Glava III, Glava IV, Literatura.

U Uvodu se daje prikaz problematike koju autor ispituje u ovom radu. Takodje se opisuje i originalan prilog autora koji se nalazi u glavama od II do IV.

Semigrupa je jedna od osnovnih matematičkih struktura. Značajna klasa teorije semigrupa jeste tzv. klasa regularnih semigrupa. Medju podklasama regularnih semigrupa su grupe, inverzne semigrupe (uopštene grupe), anti-inverzne semigrupe i dr.

Poznate monografije iz ove oblasti koje je autor koristio pri izradi ovog rada su monografije: E.S.Ljapin ,Polugrupe,1960. A.H.Clifford i G.B.Preston , The algebraic theory of semigroups, 1964. J.M.Howie ,An Introduction to semigroup Theory, 1976. M.Petrich , Lectures in semigroups , 1977. i dr.

U Glavi I se dovoljno detaljno izlažu rezultati teorije semigrupa - osnovne definicije i poznate teoreme, na koje se autor u svojoj tezi poziva ili nadovezuje. Medju takve rezultate dolaze: Rezultati R. Croisota, Teorema K.Isekia, Teorema A.H.Clifforda i dr. Takodje se izlažu i neke originalne leme i teoreme (Lema 1. i 2. Teorema 2. tačke 3.3. kao i teoreme iz tačke 3.11.).

U Glavi II pod naslovom "Uopšteni ideali" ispituju se (m,n)-ideali i (m,n)-regularne semigrupe. Karakteriše se klasa semigrupa kod kojih je (m,n)-ideal proizvoljnog (m,n)-ideala semigrupe (m,n)-ideal semigrupe (Teorema 1.1.). Zatim se daje karakterizacija (m,n)-regularne semigrupe pomoću (m,n)-ideala (Teorema 1.3.), što predstavlja uopštenje teoreme Isekia.

Ovde autor uvodi novi pojam $(m,n)^*$-ideala semigrupe. Naime, podsemigrupa A semigrupe S je $(m,n)^*$-ideal od S ako je

$$A^m S \subset A \qquad i \qquad SA^n \subset A$$

gde su m,n prirodni brojevi.

Pomoću $(m,n)^*$-ideala daju se karakterizacije proste semigrupe (Teorema 3.1.). U Teoremi 3.3. dat je dovoljan uslov da AB bude $(m,n)^*$-ideal semigrupe S, gde su A i B redom (0,n) i (m,0) ideali od S. Kao posledice te teoreme dobijaju se rezultati S.Lajosa, Clifforda i Prestona, Munna (Posledica 3.3.,Posledica 3.5.,Teorema 3.5.). U tački 4. lokalno i univerzalno minimalni $(m,n)^*$-ideali, karakterišu se pomoću ovih ideala π-semigrupe i homogrupe.

U Glavi III ispituju se slabo komutativne semigrupe koje je uveo M.Petrich 1964. godine. Ovde se daju razne karakterizacije nekih klasa semigrupa. Izmedju ostalog razmatraju se semiprimarne semigrupe (Teorema 2.1.). Uvodi se pojam r-semigrupe. Klasa svih r-semigrupa obuhvata klasu svih intra-regularnih semigrupa kao i klasu svih prostih semigrupa. Dobijaju se uopštenja više rezultata H.Lala (Teorema 3.3.).

Dokazuje se da Arhimedova slabo komutativna semigrupa sa idempotentom ima grupu-ideal (Teorema 4.1.). Zatim se daje karakterizacija arhimedove komutativne semigrupe (Teorema 4.2.). Ova teorema je uopštenje rezultata G.Thierrina iz rada koji je citiran pod jedinicom [58]. Ta teorema ujedno, karakteriše prostu slabo komutativnu semigrupu. Zatim, u tački 6. dokazuje se da ako je semigrupa S slabo komutativna u kojoj su kompletno izolovani ideali maksimalni i idempotenti iz S obrazuju lanac, onda je S retrakt grupe pomoću arhimedove semigrupe ili je S arhimedova semigrupa.

U tački 7. dokazuje se teorema o ekstenziji grupa pomoću nil-semigrupa. Ističemo ovde Teoremu 7.2. koja glasi:

Semigrupa S je slabo komutativna arhimedova semigrupa sa jednim idempotentom ako i samo ako je S ekstenzija (idealna) grupe I pomoću nil-semigrupe.

Autor ovde uvodi, takodje, novi pojam tzv. Q_R-semigrupe. Pomoću ovih semigrupa opisuju se sve arhimedove slabo komutativne Q_R-semigrupe (Teorema 8.2.). Daje se i niz karakterizacija racionalnih semigrupa kao i nilpotentnih semigrupa. Teorema 9.1. je jedno uopštenje teoreme M.S.Putha iz rada citiran pod jedinicom [46]. Teoremom 10.2. data je karakterizacija semilatisa grupa. Ovu teoremu autor koristi u Glavi IV za dobijanje raznih karakterizacija anti-inverznih semigrupa, (m,n) i $(m,n)^*$-anti-inverznih semigrupa.

U Glavi IV razmatraju se anti-inverzne semigrupe i neka uopštenja takvih semigrupa. Rezultati ove glave se nadovezuju na klasu semigrupa koje je autor radio u svojoj magistarskoj tezi. Ovde je osnovni rezultat algoritam kojim se za razne prirodne brojeve m,n raspravlja koje podklase klase $S_{m,n}$ semigrupa tj.

$$S \in S_{m,n} \iff (\forall x)(\exists y)(x^m = y^m,\ x^m = (xy)^m,\ x^n = x)$$

su podklase klase anti-inverznih semigrupa. (Ovaj rezultat je izložen na Svetskom kongresu matematičara u Helsinkiju 1978. godine).

Teoremom 7.2. daje se egzistencija bazisne klase u smislu Ljapina za anti-inverzne semigrupe u odnosu na klasu svih semigrupa. Bazisna klasa se definiše na sledeći način: Za tri klase algebri $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$ pri čemu je $\mathcal{B} \subset \mathcal{C} \subset \mathcal{D}$, klasa $\mathcal{B}$ je bazisna klasa za klasu $\mathcal{C}$ u odnosu na klasu $\mathcal{D}$ ako je ispunjeno

(a) Svaka algebra iz $\mathcal{C}$ se može predstaviti kao unija svojih podalgebri koje su iz klase $\mathcal{B}$.

(b) Svaka algebra iz klase $\mathcal{D}$ koja se može predstaviti kao unija svojih podalgebri iz klase $\mathcal{B}$ je u klasi $\mathcal{C}$.

(c) Nijedna podklasa $\mathcal{B}'$ klase $\mathcal{B}$ ne ispunjava uslov (a).

Ovde je ta bazisna klasa za anti-inverzne semigrupe opisana na taj način što ona sadrži samo trivijalnu semigrupu, cikličnu grupu reda dva i grupu kvaterniona.

Pored klase semigrupa $S_{m,n}$ ispituje se i klasa $S^*_{m,n}$ koja je takodje jedno uopštenje klase antiinverznih semigrupa. Daju se neke karakterizacije semigrupa iz ove dve poslednje klase.

Na kraju se navodi literatura koju čine 63. jedinice - naučni članci, knjige, monografije.

Materijal izložen u glavama od II do IV je originalan doprinos proučavanoj problematici. Dokazi teorema su korektni. Autor u ovom radu, što se vidi iz izloženog, uvodi neke nove pojmove pomoću kojih razmatra čitav niz raznih podklasa regularnih semigrupa i izvodi razne ekvivalente u jeziku tih podklasa. Na taj način dobija izvesna uopštenja poznatih rezultata iz ove oblasti. Ovde se prvi put u matematičkoj literaturi uvodi klasa $S_{m,n}$ (uopštenih anti-inverznih semigrupa) koja je jedna podklasa regularnih semigrupa.

Ovim radom STOJAN BOGDANOVIĆ je pokazao dobro poznavanje proučavane problematike, a ujedno i navedenim originalnim prilogom u ovoj oblasti pokazao je sposobnost matematičkog istraživanja.

Predlažemo Komisiji za doktorate da rad

PRILOG TEORIJI REGULARNIH SEMIGRUPA

STOJANA BOGDANOVIĆA prihvati kao doktorsku disertaciju i odredi komisiju za usmenu odbranu.

K o m i s i j a

Dr Svetozar Milić, van.prof.
Univ. u Novom Sadu

G. Čupona

Novi Sad, 16.II 1980.god.

Dr Georgi Čupona, redovan prof.
Univ. u Skoplju

Dr Janez Ušan, van.prof.
Univ. u Novom Sadu