

Пријемни број: - 3 -10- 1989			
Орг јед:	број	локалит	Вредност
03	273/6		

NAUČNOM VEĆU

PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA

NOVI SAD

Odlukom Naučnog veća PMF u Novom Sadu donetoj na XXI sednici koja je održana 14.09.1989.godine, a po rešenju br. 03-273/6 određena je Komisija za ocenu doktorske disertacije mr Rozalije Madaras-Siladži iz Novog Sada pod naslovom:

"UNIVERZALNO ALGEBARSKI PRILOZI ALGEBARSKOJ LOGICI".

Komisija u sastavu:

Mijajlović dr Žarko, vanr.prof.PMF-a u Beogradu
Crvenković dr Siniša, vanr.prof.PMF-a u Novom Sadu
Šešelja dr Branimir, vanr.prof.PMF-a u Novom Sadu
Vojvodić dr Gradimir, vanr.prof.PMF-a u Novom Sadu

na osnovu pregleda doktorske disertacije podnosi sledeći

I Z V E Š T A J

Doktorska disertacija "Univerzalno algebarski prilozi algebarskoj logici" kandidata mr Rozalije Madaras-Siladži razmatra dve vrste problema: probleme aksiomatizabilnosti i probleme odlučivosti. Osnovna ideja i nit koja povezuje delove ove teze jeste ideja algebraizacije odnosno diskretizacije raznih vrsta problema. Ispituje se mogućnost rešivosti problema algebarskim metodama. Želi se ispitati proces koji stoji između nekog matematičkog problema (koji je u najširem smislu uvek logički problem) i njegovog rešavanja algoritamskim putem—što skoro uvek podrazumeva algebraizaciju problema u najširem smislu tj. opisivanje problema pomoću tačno definisanih diskretnih pojmova

i relacija medju njima, i to pomoću konačno mnogo znakova.

Taj proces možemo podeliti u tri faze. Prvi korak jeste pokušaj da se logika koju koristimo tokom rada precizira, argumenti na koje se pozivamo nekako algebarski "uhvate", a intuitivni meta-pojmovi tačno definišu i stave unutar formalnog sistema. Logika koju koristimo jeste tzv. logika prvog reda.

Drugi deo procesa je sledeći: Pretpostavimo da smo zadovoljni algebraizacijom logike prvog reda. Imamo sledeći problem: ako je data neka klasa algebri, izdvojiti skup onih osobina prvog reda (tj. izrazivih u logici prvog reda) koji je potreban i dovoljan da opiše tu klasu. Ako klasa algebri dopušta takvo opisivanje, kažemo da je klasa aksiomatizabilna.

Nažalost, aksiomatizabilnost se ne može sprovesti kod mnogih klasa algebri. Drugi deo teze daje dokaz da je takva recimo klasa tzv. semigrupnih relacionih algebri.

Pretpostavimo da smo prebrodili i drugu fazu algebraizacije tj da imamo posla sa aksiomatizabilnom klasom. Čak ni tada nije sve rešeno. Naime, i medju takvim klasama postoje one u kojima ne znamo sve: ne možemo naći algoritam koji bi nam rekao koja osobina prvog reda važi, a koja ne važi u toj klasi. Kažemo da klasa nema odlučivu elementarnu teoriju.

Često takav algoritam ne postoji ni ako se ograničimo na neke specijalne osobine prvog reda - recimo na one koje se mogu iskazati pomoću identiteta ili pomoću kvazi identiteta.

Treći deo procesa je ispitivanje postojanja algoritma za rešavanje specijalnih problema.

U trećem delu teze dat je čitav niz klasa algebri sa raznim nerešivim problemima. Ono što je zajedničko ovim klasama jeste da se u dokazu neodlučivosti svuda pojavljuje zakon asocijativnosti kao glavni argument.

1. Struktura rada

Disertacija sadrži 138+7 kucanih strana. Podeljena je na 4 glave i 22 poglavlja. Literatura sadrži 47 bibliografskih jedinica.

Originalni rezultati čine kompletnu glavu II. U glavi III originalni rezultati su teoreme: 4., 5., 8., 10.; leme: 1., 2., 3., 4., 5., 6., 1., 7; posledice: 1., 2., 4..

Rezultati iz matematičkog "folklora" čijih dokaza nema u literaturi: Teorema 1.; posledice: 1., 2., 4.; Tvrdjenje 1. (sve u glavi III). Originalni dokazi poznatih tvrdjenja: Teorema 2. (glava I); Posledica 3. (glava III); teoreme: 3., 6. (glava III).

Glava 0 sadrži opis oznaka koje se koriste u radu, osnovne definicije kao i neke stavove koji se kasnije koriste.

Glava I sadrži osnovne pojmove iz teorije cilindričnih algebri. Opisuje se proces algebraizacije logike prvog reda, uloga cilindričnih skupovnih algebri, veza cilindričnih algebri sa relacionim algebrama, reprezentacija Bulovih algebri sa operatorima pomoću algebri kompleksa. Na kraju se navode najvažniji rezultati o aksiomatizabilnosti i odlučivosti cilindričnih algebri.

Glava II sadrži rezultate o neaksiomatizabilnosti tzv. semigrupnih relacionih algebri (ovo je rešenje problema koji je ostao u magistarskom radu). Zatim se daju neki dovoljni uslovi da se neaksiomatizabilnost neke klase relacionih algebri prenese na odgovarajuću klasu cilindričnih algebri. Na kraju se ova metoda prenosi na bilo koju klasu univerzalnih algebri.

U glavi III se uopštavaju metode dokazivanja neodlučivosti iz magistarskog rada. Cilj ovih uopštenja je da se pokaže da je uloga semigrupa u problemima odlučivosti često suštinska. Ovaj pristup problemima odlučivosti omogućava dobijanje rezultata o neodlučivosti za čitav niz klasa algebri na uniforman način. Pomoću univerzalno algebarskog pristupa teoriji formalnih jezika dobijaju se rezultati neodlučivosti o algebrama jezika kao i o dinamičkim logikama. Pored toga u toj glavi se nalazi pregled nekih poznatih rezultata neodlučivosti, kao i veze medju različitim problemima odlučivosti.

2. Ocena rezultata doktorske disertacije

Rezultati doktorske disertacije koji predstavljaju originalan doprinos univerzalnoj algebri i algebarskoj logici čine skoro polovinu teze. Deo originalnih priloga već je prihvaćen za štampu u matematičkim časopisima. Ističemo rezultat o neaksiomatizabilnosti

semigrupnih relacionih algebri koji će biti štampan u vodećem svetskom časopisu iz univerzalne algebre "Algebra Universalis".

Kandidat je originalne rezultate iz teze dobio samostalno ili u saradnji sa mentorom dr Sinišom Crvenkovićem. Doprinos kandidata u zajedničkim rezultatima ravnopravan je doprinosu drugog autora.

Potpuno originalni rezultati izloženi su u glavi II & 5 (Teorema 4.). Ovo je dato i u radu: Madaras S.R. Some results on axiomatizability, Zbor.rad.PMF Novi Sad(u štampi).

Pitanje odnosa osnovnih problema odlučivosti do skora je bilo otvoreno. Zahvaljujući rezultatima A.Mekler,E.Nelson, S.Shelah-a problem je u potpunosti rešen ove godine. Disertacija sadrži originalne dokaze nekih veza i kompletan pregled navedene problematike.

Rezultati prezentirani u tezi inicirali su interesantne pravce daljih istraživanja u oblast algoritamskih problema u algebri i logici.

Na kraju disertacije dato je 14 nerešenih veoma aktuelnih problema odlučivosti.

3. Zaključak

Doktorska disertacija mr Rozalije Madaras-Siladji pokazuje da je kandidat ušao u jednu savremenu oblast algebre i logike-teoriju odlučivosti i svojim radom dao značajan doprinos njenom razvoju.

Na osnovu izloženog, Komisija pozitivno ocenjuje doktorsku disertaciju "Univerzalno algebarski prilozi algebarskoj logici" kandidata mr Rozalije Madaras-Siladji i predlaže Naučnom veću PMF Novi Sad da ovu ocenu prihvati i odobri kandidatu mr Rozaliji Madaras-Siladji da je javno brani.

Novi Sad 1.10.1989. godine

KOMISIJA

Žarko Mijajlović
Mijajlović dr Žarko, vanr.prof.

Siniša Crvenković
Crvenković dr Siniša, vanr.prof.

Branimir Šešelja
Šešelja dr Branimir, vanr.prof.

Gradimir Vojvodić
Vojvodić dr Gradimir, vanr.prof.