

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Милош Т. Јањић

КАЛИБРАЦИЈА ДИСТРИБУИРАНОГ
ВИШЕКАНАЛНОГ ПРИЈЕМНОГ СИСТЕМА
БЕЖИЧНИМ ПУТЕМ

докторска дисертација

Београд, 2020

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Miloš T. Janjić

OVER-THE-AIR CALIBRATION
OF A DISTRIBUTED MULTICHANNEL
RECEIVING SYSTEM

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2020

Ментор:

др Миљко Ерић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

Чланови комисије:

др Предраг Иваниш, редовни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Петар Ђурић, distinguished professor,
Stony Brook University, NY, USA, Department of Electrical and Computer Engineering

др Лазар Сарановац, редовни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Александра Костић-Љубисављевић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Саобраћајни факултет

Датум одбране: _____

Докторску дисертацију посвећујем мом оцу Тихомиру.

Захвалница

Истраживање чији су резултати приказани у дисертацији подржано је од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја у оквиру пројекта “Напредне технике ефикасног коришћења спектра у бежичним системима”, под евиденционим бројем ТР32028.

Прије свега, захваљујем се ментору др Миљку Ерићу и колеги др Ненаду Вукмировићу на искреној сарадњи, несебичној помоћи у току истраживања и корисним сугестијама при изради научних радова и ове дисертације.

Посебно се захваљујем др Петру М. Ђурићу са *Stony Brook* универзитета из Њујорка, САД, за изузетну стручну помоћ у току истраживања и припреме радова за публикавање.

Велику захвалност дугујем др Предрагу Иванишу и др Срђану Бркићу за сјајну сарадњу и корисне сугестије приликом припреме радова за публикавање.

Захваљујем се Иновационом центру Електротехничког факултета у Београду, на челу са др Милицом Ђурић-Јовичић и Илијом Радовановићем, на одличним условима за рад и коректном односу, а колегиницама Весни Петровић, Владислави Бобић, Милицы Бади и колеги Ивану Вајсу на подршци и пријатној атмосфери за рад.

На крају, захваљујем се мајци Дари, брату Миљану, девојци Сањи и пријатељима за разумијевање и свакодневну подршку.

Наслов тезе: Калибрација дистрибуираног вишеканалног пријемног система бежичним путем

Резиме – Предмет ове докторске дисертације је калибрација дистрибуираног вишеканалног пријемног система бежичним путем, тако што се врши обрада примљених радио сигнала. Дистрибуирани пријемници имају независне аналого-дигиталне конверторе и локалне осцилаторе, те су временски, фреквенцијски и фазно несинхронизовани. Под калибрацијом се подразумијева процјена и компензација временских, фреквенцијских и фазних помака између сигнала у пријемним каналима у циљу постизања временске, фреквенцијске и фазне синхронизације, која је предуслов за правилно функционисање обраде сигнала са антенских низова.

Претпоставља се да постоји просторна кохеренција сигнала, што значи да се фаза носиоца предвидиво мијења по простору тако што је линеарна функција времена пропагације таласа и фреквенције носиоца. Поред тога, сматра се да се снага рефлектованих компоненти сигнала (*Non-Line-of-Sight* – NLoS) може занемарити у односу на директну компоненту (*Line-of-Sight* – LoS). Ове претпоставке важе при преносу у *mmWave* опсегу у малим ћелијама, што је карактеристично за надолазећу пету генерацију мобилне телефоније, гдје се очекује примјена резултата истраживања у тези.

Претпоставља се да се предајници и пријемници не крећу. Пријемници су повезани са фузионим центром путем дигиталних линкова, посредством којих није могућ пренос аналогних референтних сигнала за синхронизацију. Због једноставности, теза се највећим дијелом бави двоканалним пријемним системима, а проширење на вишеканалне системе може се постићи посматрањем парова канала. Анализирана су два сценарија.

У првом сценарију, између пријемних канала постоје константни временски помак, почетни фазни помак и промјенљиви фреквенцијски помак. Циљ је развој и испитивање перформанси метода које, процјеном и компензацијом помака између примљених сигнала, омогућују дистрибуирани дигитални *beamforming* (BF) и локализацију извора радио сигнала коришћењем датог система. Са том намјером је у тези предложена процедура за калибрацију. У случају локализације, процедура обухвата здружену процјену и компензацију временског и тренутног фазног помака између пријемних **канала**. У ту сврху се користи предајник за калибрацију, *beacon*, који шаље ускопојасни и широкопојасни пилот. У случају *beamforming*-а, процедура обухвата здружену процјену и компензацију временског и тренутног фазног помака између примљених корисних **сигнала** и, опционо, еквилизацију корисног сигнала. Поред ускопојасног и широкопојасног пилота које шаље *beacon*, користе се и ускопојасни пилот (ако се врши еквилизација) и широкопојасна преамбула, послати од стране корисничког предајника. Пошто је фреквенцијски помак промјенљив, не процјењује се експлицитно, већ је формулисан нови адаптивни алгоритам за процјену тренутног фазног помака. Некохерентни алгоритам типа максималне вјеродостојности (*Maximum Likelihood* – ML), представљен у другом дијелу тезе, врши процјену временских помака. Нумерички прост алгоритам базиран на корелацији сигнала користи се за процјену константног фазног помака. У сврху евалуације предложене процедуре и алгоритама вршене су Монте-Карло симулације и експерименти са софтверски дефинисаним радио-уређајима. Резултати експеримената су показали одлично слагање са резултатима симулација, што потврђује исправност математичког модела и усвојених претпоставки. Адаптивни алгоритам за процјену тренутог фазног помака показао је способност праћења наглих промјена

фреквенцијског помака. Добијене прецизности показују да су предложена процедура и алгоритми погодни за пријемни *beamforming*, и некохерентну и полукохерентну локализацију. Ако се фреквенцијски помак мијења довољно споро, могућа је и примјена у предајном *beamforming*-у. Предложена процедура је модулarna, сваки алгоритам може се замијенити неким другим алгоритмом истог типа.

У другом сценарију, између временски синхронизованих пријемних канала постоји почетни фазни помак и константни фреквенцијски помак. Циљ је развој метода за здружену процјену TDoA (*Time Difference of Arrival* – разлика у времену пристизања сигнала), фазног и фреквенцијског помака између канала, као и анализа утицаја коришћења фаза носилаца пристиглих сигнала (*Carrier Phase of Arrival* – CPOA) на перформансе тих метода. Формулисана је дискретни матрични модел сигнала у којем је CPOA посебан члан. У зависности од тога који од параметара су познати, анализирана су три случаја – Случај 1: TDoA, фреквенцијски и фазни помаци непознати; Случај 2: фреквенцијски и фазни помаци непознати, TDoA познат; Случај 3: фреквенцијски и фазни помаци познати, TDoA непознат. За познату оригиналну секвенцу, дати су аналитички изрази за Фишерову информациону матрицу (FIM) за Случај 1, и аналитички изрази за Крамер-Раову границу (*Cramér-Rao Bound* – CRB) за Случајеве 2 и 3. Формулисана су два кохерентна (користе CPOA) алгоритма ML типа, по један за познату и непознату секвенцу. Монте-Карло симулације су показале да су алгоритми статистички ефикасни у широком опсегу односа сигнал-шум (*Signal-to-Noise Ratio* – SNR) и да је за ниже вриједности SNR алгоритам са познатом секвенцом супериоран. Наведени су строжи услови који морају бити задовољени да би се искористила познатост секвенце. Алгоритми су дјелимично нумерички оптимизовани. CRB и резултати симулација су показали да коришћење CPOA не доприноси побољшању прецизности процјене фреквенцијског и фазног помака ни у једном од Случајева. За процјену временског помака, у Случају 1 нема побољшања услед коришћења CPOA, корјен средње квадратне грешке (*Root-Mean-Square Error* – RMSE) процјене сличан је као за некохерентне алгоритме (не користе CPOA), тј. 1–3 реда величине испод инверзне вриједности ширине опсега сигнала, за разуман SNR и трајање опсервационог интервала. У Случају 3, кад се користи CPOA, одговарајући RMSE је 1–3 реда величине испод инверзне вриједности фреквенције носиоца. Ово драматично побољшање прецизности процјене могуће је само када је ријешен проблем вишезначности, који је својствен кохерентној процјени временског помака и огледа се у појави високих бочних лобова у критеријумској функцији алгоритма. Емитовање на различитим фреквенцијама носиоца, повећање ширине опсега сигнала, повећање SNR-а и повећање трајања опсервационог интервала су наведени као могући начини за ублажавање/решавање овог проблема. Кохерентна процјена TDoA може бити искоришћена за рачунање коефицијената дистрибуираног *beamformer*-а, за шта вишезначност не представља проблем, али и за прецизно рачунање растојања, односно прецизно позиционирање антена, које је неопходно у системима за кохерентну локализацију.

Кључне ријечи: дистрибуирани пријемни систем, калибрација бежичним путем, просторна кохеренција, фаза носиоца пристиглог сигнала, процјена временског помака, процјена фреквенцијског помака, процјена (тренутног) фазног помака, TDoA, пријемни дигитални *beamforming*, локализација извора радио сигнала

Научна област: Електротехника

Ужа научна област: Телекомуникације

УДК број: 621.3

Summary – The dissertation deals with over-the-air calibration of a distributed multi-channel receiving system, by processing the received radio signals. Distributed receivers have independent analog-digital converters and local oscillators, so they are time, frequency, and phase unsynchronized. The calibration includes estimation and compensation of time, frequency, and phase offsets between the signals in the receiving channels with the aim of achieving time, frequency, and phase synchronization, which is a prerequisite for proper operation of array processing.

Spatial coherence of signals is assumed, meaning that the carrier phase changes predictably over the space, being the linear function of the propagation delay and the carrier frequency. Additionally, we assume that the Non-Line-of-Sight components (NLoS) are negligible compared to the Line-of-Sight (LoS) components. These assumptions are valid for communication in mmWave range in small cells, which are typical of 5G, where the application of the investigation in the thesis is expected.

All of the transmitters and receivers are assumed to be stationary. The receivers are connected to a fusion center via digital links, which are incapable of conveying analog reference signals for the synchronization. For the sake of simplicity, the thesis mostly addresses two-channel receiving systems, but the generalization to multichannel systems can be achieved by dealing with pairs of the channels. Two scenarios are analyzed.

In the first scenario there is a constant time offset, an initial phase offset and a variable frequency offset between the receiving channels. The goal is to develop and investigate the performance of the methods that, by estimating and compensating for the offsets between the received signals, enable distributed digital beamforming (BF) and the radio source localization using that system. To this end a procedure for calibration is proposed in the dissertation. In the localization case, the procedure includes joint estimation and compensation of the time offset and instantaneous phase offset between the receiving **channels**. For that purpose a calibration transmitter, the beacon, sends a narrowband and a wideband pilot. In the BF case, the procedure includes joint estimation and compensation of the time offset and instantaneous phase offset between the received **signals**, and, optionally, equalization of a user signal. For that purpose a narrowband pilot (if the equalization takes place) and a wideband preamble sent by the user transmitter are used, in addition to the beacon signals. Since the frequency offset is time-variable, it is not estimated explicitly, but a new adaptive algorithm for instantaneous phase offset estimation is formulated. A non-coherent maximum likelihood (ML) algorithm, presented in the second part of the dissertation, is used for the time shifts estimation. A numerically cheap algorithm based on signal correlation is used for the constant phase offset estimation. Monte-Carlo simulations and experiments using software defined radio devices have been carried out to evaluate the procedure and algorithms. The results of the experiments have shown excellent matching with the simulation results, which confirms the correctness of the signal model and adopted assumptions. The adaptive algorithm for instantaneous phase offset estimation has shown capability of following abrupt changes in frequency offsets. The obtained accuracies show that the proposed procedure and algorithms are especially suited to receive BF and non-coherent/semi-coherent localization. If the frequency offset changes slowly enough, application in transmit BF is also possible. The proposed procedure is modular, i.e. every algorithm can be replaced by another algorithm of the same type.

In the second scenario there is an initial phase offset and a constant frequency offset between time-synchronized receiving channels. The goal is to develop methods for joint estimation of time difference of arrival (TDoA), the phase and frequency offsets between the channels, and

analyze the impacts of taking into account the carrier phase of arrival (CPoA) on performance of the methods. A discrete-time matrix signal model where CPoA is a separate term is formulated. Depending on which of the parameters are known, three cases are analyzed – Case 1: TDoA, the frequency and phase offsets unknown; Case 2: the frequency and phase offsets unknown, TDoA known; Case 3: the frequency and phase offsets known, TDoA unknown. For a known original sequence, Fisher information matrix (FIM) for Case 1 is given in closed form, and Cramér-Rao bound (CRB) for Cases 1 and 2 is given in closed form. Two coherent (they use CPoA) ML-type algorithms are formulated, one for the known sequence scenario and the other for the unknown sequence scenario. Monte-Carlo simulations have shown that the algorithms are statistically efficient over a wide range of signal-to-noise ratio (SNR) values, and that at lower SNR values the algorithm for known sequence is superior. The additional requirements that need to be met in order for the sequence knowledge to be used are named. The algorithms are partially numerically optimized. The CRBs and simulation results have shown that using CPoA does not improve the frequency and phase offsets estimation accuracy in any of the Cases. Regarding the time shifts estimation, there is no improvement in Case 1 by using CPoA, root-mean-square error (RMSE) of the estimate is similar to the one for non-coherent algorithms (they do not use CPoA), i.e. 1–3 orders of magnitude below the inverse of the signal bandwidth, for reasonable SNRs and observation interval lengths. In Case 3, when CPoA is used, the corresponding RMSE is 1–3 orders of magnitude below the inverse of the carrier frequency. This dramatic improvement in estimation accuracy is achieved only if the ambiguity is resolved, which is inherent to the coherent estimation of time shifts, and manifests itself as high side-lobe levels in the algorithm criterion function. Emitting at different carrier frequencies, increasing the signal bandwidth, increasing SNR, and increasing the observation interval length are named as possible ways of reducing/resolving the ambiguity problem. Coherent TDoA estimates could be used for calculating the coefficients for a distributed beamformer, for which the ambiguity does not represent an issue, but also for ranging, or accurate antenna positioning, which is necessary in systems for coherent localization.

Keywords: distributed receiving system, over-the-air calibration, spatial coherence, carrier phase of arrival, time offset estimation, frequency offset estimation, (instantaneous) phase offset estimation, TDoA, receive digital beamforming, radio source localization

Scientific area: Electrical Engineering

Scientific subarea: Telecommunications

UDK code: 621.3

Садржај

1	Увод	1
1.1	Стање у области	1
1.2	Предмет истраживања и доприноси дисертације	8
2	Модел сигнала	11
2.1	Квадратурни предајник и пријемник	11
2.2	Комплексна представа сигнала	12
2.3	Помаци у сигналима при емитовању, пропагацији и пријему	14
2.4	Нормализација и ознаке	16
2.5	Помаци у сигналу – дискретни модел	17
2.6	Појам просторне кохеренције	20
3	Калибрација дистрибуираног вишеканалног пријемног система бежичним путем	21
3.1	Модел система и формулација проблема	21
3.2	Модел сигнала	24
3.3	Процедура за калибрацију	26
3.3.1	Иницијална фаза за ВФ случај	27
3.3.2	Фаза преноса података за ВФ случај	34
3.3.3	Случај локализације	35
3.4	Алгоритми	38
3.4.1	Алгоритам у кораку 1	38
3.4.2	Алгоритам у кораку 2	38
3.4.3	Алгоритам у кораку 3	40
3.4.4	Алгоритам у кораку 4	40
3.5	Нумерички резултати и дискусија	40
3.5.1	Симулације – увод	42
3.5.2	Експерименти – увод	43
3.5.3	Квалитативни резултати симулација и експеримената	46
3.5.4	Фазна изобличења	52
3.5.5	Перформансе алгоритама – функције расподеле	55
3.5.6	Перформансе процедуре – функције расподеле	61
3.5.7	Перформансе процедуре – зависност од односа сигнал-шум	64
4	Здružена процјена ТДоА, фреквенцијског и фазног помака узимајући у обзир фазу носиоца пристиглог сигнала	67
4.1	Модел система, модел сигнала и формулација проблема	68
4.2	Теоријске границе прецизности процјена	70
4.3	Алгоритми	73
4.3.1	Алгоритам А – МЛ алгоритам са непознатом секвенцом	74
4.3.2	Алгоритам В – МЛ алгоритам са познатом секвенцом	75

4.3.3	Поређење предложених алгоритама	77
4.4	Нумерички резултати и дискусија	78
4.5	Случај 3 – детаљнија анализа и проблем вишезначности	82
5	Закључак и правци даљих истраживања	90
	Литература	93
A	Извођење ML алгоритама за здружену процјену TDoA, фреквенцијског и фазног помака	97

Списак слика

2.1	Квадратурни предајник и пријемник.	12
2.2	Комплексна представа квадратурног предајника и пријемника.	13
2.3	Помаци у сигналу при емитовању, пропагацији и пријему.	15
2.4	Помаци у сигналу за дискретни модел сигнала.	18
3.1	Модел система.	22
3.2	Сигнали на пријему у фреквенцијском домену. Фреквенције су у основном опсегу.	22
3.3	Модел система са два пријемна канала.	23
3.4	Илустрација временских помјераја у сигналу: а) сигнал, б) сигнал у Rx_1 и његова временска оса, в) сигнал у Rx_2 и његова временска оса.	25
3.5	Сигнали у пријемним каналима за ВФ случај.	26
3.6	Шематски дијаграм за корак 1 и корак 2 етапе 1 за ВФ случај и за локализацију. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.	29
3.7	Шематски дијаграм за корак 3 и корак 4 етапе 1 за ВФ случај. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.	31
3.8	Шематски дијаграм за етапу 2 за ВФ случај. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.	33
3.9	Сигнали у пријемним каналима за случај локализације.	35
3.10	Шематски дијаграм за корак 3 и корак 4 за случај локализације. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.	36
3.11	Шематски дијаграм адаптивног алгоритма за процјену тренутног фазног помака у двоканалном пријемном систему.	39
3.12	Амплитудски спектар сигнала у Rx_1 за а) симулацију и б) експеримент (слично је за Rx_2).	41
3.13	Нормализована аутокорељација фреквенцијског помака као функција кашњења за различите вриједности ρ	43
3.14	Експериментална поставка из два различита угла.	44
3.15	Блок шема USRP платформе [1].	45
3.16	APSA коефицијенти за канал 2 у кораку 2 етапе 1 за а) симулацију и б) експеримент.	46
3.17	а) Стварни и процијењени фазни помак између пријемних канала у кораку 2 етапе 1 – симулација, б) стварни фреквенцијски помак између пријемних канала у кораку 2 етапе 1 – симулација, в) процијењени фазни помак између пријемних канала у кораку 2 етапе 1 – експеримент, г) реализације стварног фазног помака за различите вриједности ρ – симулација.	47

3.18	Реални дио ускопојасног пилота у пријемним каналима а) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – симулација, б) на излазу из APSA – симулација, в) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – експеримент, и г) на излазу из APSA – експеримент.	48
3.19	Констелациони дијаграми реалног дијела ускопојасног пилота у пријемним каналима а) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – симулација, б) на излазу из APSA – симулација, в) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – експеримент, и г) на излазу из APSA – експеримент.	49
3.20	Реални дио корисног сигнала у пријемним каналима а) прије компензације помака (етапа 1, корак 0) – симулација, б) након компензације помака (етапа 1, корак 4) – симулација, в) прије компензације помака (етапа 1, корак 0) – експеримент, и г) након компензације помака (етапа 1, корак 4) – експеримент.	50
3.21	Констелациони дијаграми корисног сигнала на крају етапе 1 за а) симулацију и б) експеримент.	50
3.22	Констелациони дијаграми корисног сигнала кроз кораке етапе 2 за симулацију – лијево: а), в), д), е), з), и експеримент – десно: б), г), ђ), ж), и). Црвени кружићи представљају збирни корисни сигнал на пријему, а зелени кружићи представљају оригиналну секвенцу.	51
3.23	Констелациони дијаграми корисног сигнала на крају етапе 2 за а) сценарио са слике 3.22 – симулација, и б) сценарио са истим SNR-ом али без помака у сигналу – симулација. Црвени кружићи представљају збирни корисни сигнал на пријему, а зелени кружићи представљају оригиналну секвенцу.	52
3.24	Фазно изобличење корисног сигнала кроз кораке 0–4 (а–д)) етапе 1. Плавом линијом означен је сигнал у каналу 1, а црвеном линијом сигнал у каналу 2.	53
3.25	Фазно изобличење корисног сигнала кроз кораке 0–4 (а–д)) етапе 2. Плавом линијом означен је оригинални сигнал у корисничком предајнику, а црвеном линијом збирни сигнал на пријему.	54
3.26	Функције расподјеле које показују утицај дужине прозора за корелацију у кораку 1 етапе 1 на грешку естимације у истом кораку.	55
3.27	а) Функције расподјеле које показују утицај дужине прозора за корелацију у кораку 1 етапе 1 на грешку естимације у кораку 3 етапе 1, и б) увећани приказ горњег дијела слике а).	56
3.28	Функције расподјеле грешке естимације временског помака за алгоритам а) у кораку 1 етапе 1 и б) у кораку 3 етапе 1.	57
3.29	Функције расподјеле грешке естимације фазног помака за алгоритам а) у кораку 2 етапе 1 и б) у кораку 4 етапе 1.	58
3.30	Функције расподјеле грешке естимације временског помака за алгоритам а) у кораку 1 етапе 1 и б) у кораку 3 етапе 1, са ефектом прага у кораку 1.	59
3.31	Функције расподјеле грешке естимације фазног помака за алгоритам а) у кораку 2 етапе 1 и б) у кораку 4 етапе 1, са ефектом прага у кораку 1.	60
3.32	Функције расподјеле грешке естимације фазног помака након а) корака 2 етапе 1 и б) корака 4 етапе 1, за $SNR = 10 \text{ dB}$, $\sigma = 1.5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.1$	61
3.33	NBFG а) на крају етапе 1 и б) на крају етапе 2.	62
3.34	NBFG на крају етапе 1 (са ефектом прага у кораку 1).	63

3.35	Квантил 0.9 временског помака након корака а) етапе 1 и б) етапе 2 у зависности од SNR-а, за $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$ и $\rho = 0.99$	64
3.36	Квантил 0.9 фазног помака након корака а) етапе 1 и б) етапе 2 у зависности од SNR-а, за $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$ и $\rho = 0.99$	65
3.37	Квантил 0.1 од NBFG на крају етапа 1 и 2 у зависности од SNR-а, за $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$ и $\rho = 0.99$	66
4.1	Модел система и модел сигнала.	68
4.2	Временски односи између сигнала и оса предајника и пријемника.	69
4.3	MSE и CRB за процјену фреквенцијског помака у Случају 1 у зависности од SNR-а и N , за $\omega_c = 2\pi 100$	79
4.4	MSE и CRB за процјену временског помака у Случају 1 у зависности од SNR-а и N , за $\omega_c = 2\pi 100$	79
4.5	MSE и CRB за процјену фазног помака у Случају 1 и Случају 2 у зависности од SNR-а и ω_c , за $N = 4096$	80
4.6	MSE и CRB за процјену фреквенцијског помака у Случају 1 и Случају 2 у зависности од SNR-а, за $\omega_c = 2\pi 100$ и $N = 4096$	80
4.7	MSE и CRB за процјену временског помака у Случају 1 и Случају 3 у зависности од SNR-а и ω_c , за $N = 4096$	81
4.8	Кохерентна и некохерентна критеријумска функција Алгоритма А за $N = 1024$, SNR = 15 dB и а) $B = 10$ MHz, $\tilde{f}_c = 100$ MHz, б) $B = 10$ MHz, $\tilde{f}_c = 50$ MHz, в) $B = 20$ MHz, $\tilde{f}_c = 50$ MHz.	84
4.9	Функције расподеле грешке некохерентне и кохерентне процјене TDoA у зависности од Ψ_c , за SNR = 15 dB, без вишезначности.	85
4.10	Функције расподеле грешке кохерентне процјене TDoA у зависности од SNR-а, за $\Psi_c = 1000$, без вишезначности.	86
4.11	Функције расподеле грешке кохерентне процјене TDoA у зависности од Ψ_c при константном \tilde{f}_c , за SNR = 15 dB, присутна вишезначност.	87
4.12	Функције расподеле грешке кохерентне и некохерентне процјене TDoA за SNR = 15 dB и $\Psi_c = 1000$, присутна вишезначност.	88
4.13	Функције расподеле грешке кохерентне процјене TDoA у зависности од SNR-а, за $\Psi_c = 100$, присутна вишезначност.	88

Списак табела

3.1	Квантил 0.9 преостале временске и фазне грешке на крају етапе 1 и одговарајући NBFG (квантил 0.1) у зависности од SNR-а.	66
-----	--	----

Глава 1

Увод

Предмет истраживања докторске тезе је калибрација дистрибуираног вишеканалног пријемног система бежичним путем (*over-the-air*), тако што се врши обрада примљених радио сигнала. Дистрибуирани пријемници имају независне аналого-дигиталне конверторе и локалне осцилаторе, те су временски, фреквенцијски и фазно несинхронизовани. Под калибрацијом се подразумева процјена и компензација временских, фреквенцијских и фазних помака (*offsets*) између сигнала у пријемним каналима у циљу постизања временске, фреквенцијске и фазне синхронизације, која је предуслов за правилно функционисање обраде сигнала са антенских низова (*array processing*). Два сценарија су анализирана. У првом сценарију између пријемних канала постоје константни временски помаци, почетни фазни помаци и промјенљиви фреквенцијски помаци. Циљ је развој и испитивање перформанси метода које процјеном и компензацијом помака између примљених сигнала омогућују дистрибуирани *beamforming* (BF) и локализацију извора радио сигнала коришћењем датог система. У другом сценарију између временски синхронизованих пријемних канала постоје почетни фазни помаци и константни фреквенцијски помаци. Циљ је развој метода за процјену TDoA (*Time Difference of Arrival* – разлика у времену пристизања сигнала), фазног и фреквенцијског помака између канала, као и анализа утицаја коришћења фаза носилаца пристиглих сигнала на перформансе тих метода. У овој глави је дат увод у проблематику којом се теза бави, представљено је тренутно стање у овој области и истакнути су доприноси дисертације у односу на постојеће методе.

1.1 Стање у области

Array processing подразумева обраду сигнала са антенских низова са циљем постизања *beamforming*-а (усмјеравање снопа), локализације (процјене позиције) извора радио сигнала, процјене смјера доласка сигнала, итд. DSP (*Digital Signal Processor*) се притом ослања на релативне временске и фазне односе између сигнала са антена. Због тога, да би *array processing* правилно функционисао, неопходно је да пријемни канали, који повезују антене и DSP, буду временски, фреквенцијски и фазно синхронизовани. Ако канали користе заједнички генератор такта за аналого-дигиталне (A/D) конверторе, потребно је још само софтверски дефинисати заједнички почетак временских оса у каналима да би се постигла временска синхронизација. Наравно, ово важи уз претпоставку да су путеви од генератора такта до (A/D) конвертора у каналима међусобно једнаки. Ако пријемни канали користе заједничке локалне осцилаторе (LO) за фреквенцијске мјешаче (*mixers*), фреквенцијска синхронизација је аутоматски постигнута, а ако су путеви од LO до

мјешача у каналима међусобно једнаки и пријемници временски синхронизовани, постигнута је и фазна синхронизација. Међутим, пријемни канали често имају независне локалне осцилаторе и генераторе такта (нпр. канали су посебни уређаји), па између пријемних канала постоје временски, фреквенцијски и почетни фазни помаци. Због тога се, ради фреквенцијске и фазне синхронизације LO, доводи екстерна референца у виду синусоиде на некој специфичној фреквенцији, нпр. 10 MHz, а ради временске синхронизације A/D конвертора, временска референца у виду нпр. периодичне поворке импулса. Код класичних (централизованих) антенских низова пријемни канали су колоцирани, па је, ако већ не користе заједничке LO и генераторе такта, достављање референци релативно једноставно. У ту сврху могу се користити коаксијални каблови једнаких дужина. Треба имати на уму да овај захтјев није тривијалан, поготово за фреквенције реда GHz и више.

Просторно дистрибуирани радио примопредајници имају потенцијал за велике добитке у области дистрибуираног *beamforming*-а (побољшана усмјереност, а тиме повећана енергетска ефикасност и/или спектрална ефикасност) [2–5] и локализације извора радио сигнала (побољшана прецизност) [6, 7]. Они омогућавају употребу уређаја са једном антенном као дијелова виртуелног низа, чиме се чине мање стриктним ограничења везана за отвор антенског низа и број антена у низу, која су карактеристична за централизоване антенске низове. Ако се не каже другачије, у тези ће се сматрати да предајници и пријемници располажу са по једном антенном. Један начин да се формира дистрибуирани пријемни антенски низ (исто важи и за предајни низ) јесте да се антене дистрибуирају (размакну) и повежу калибрисаним коаксијалним кабловима, или оптичким кабловима са електрооптичким претварачима (*Radio Frequency over Fiber* – RFoF), са колоцираним пријемницима [6, 7]. Тада се у погледу синхронизације ништа не мијења у односу на класичне антенске низове. Други начин је да се пријемници дистрибуирају у простору и дигиталним линковима (нпр. етернет (*Ethernet*)) повежу са фузионим центром, преко којих му, након демодулације и A/D конверзије, достављају дигиталне одбирке примљених сигнала у основном опсегу за даљу обраду (*beamforming*, локализација, итд). Трећи начин формирања дистрибуираних антенских низова су сензори, који немају жичну везу ни међусобно ни са фузионим центром, већ се сва комуникација одвија бежично. У фокусу ове докторске тезе је други наведени начин, са коришћењем дигиталних линкова између пријемника и фузионог центра.

Сматрамо да преко ових линкова није могућ пренос референци за синхронизацију [3]. Дакле, потребно је неким другим путем довести референтне сигнале до пријемника, што представља један од највећих изазова при практичној реализацији дистрибуираних антенских система [3]. Најједноставније би било развести референце до пријемника помоћу умјерених коаксијалних каблова. Међутим, квалитет преноса коаксијалним кабловима опада са повећанем дужине [8, 9] и фреквенције [9]. Други начин је коришћењем RFoF технике преноса, која омогућује квалитетан пренос на велике удаљености и на већим фреквенцијама. Овакво решење има примјену у астрономији [10]. Међутим, инсталација оптичких каблова није јефтина. Поред тога, употреба било каквих каблова није практична за мобилне пријемнике (иако се теза не бави тим сценаријом). Трећа опција је *over-the-air* калибрација, односно референтни сигнали се шаљу бежично у RF (*Radio Frequency*) опсегу од стране посебног предајника за калибрацију. Предност је то што нема коришћења каблова, али неопходна је сложенија обрада сигнала. Оваквом синхронизацијом се бави докторска теза.

Прије нешто више од једне деценије, бежична синхронизација је предложена [2] као једно атрактивно, флексибилно и скалабилно решење за синхронизацију

дистрибуираних примопредајника. Значајан број аутора се бавио овим проблемом [2–5, 11–20]. Обично је синхронизација базирана на *master-slave* принципу [2], гдје један уређај – *master* шаље пилот сигнал (референтни сигнал) који преостали уређаји – *slaves* користе да се синхронизују са *master*-ом. Синхронизација се врши у аналогном домену, односно хардверски, закључавањем фазно контролисане петље (*Phase Locked Loop* – PLL) на фазу и фреквенцију пристиглог пилот сигнала, или у дигиталном домену, односно софтверски, обрадом сигнала, тако што се процјењују фазни и фреквенцијски помаци у односу на пристигли сигнал па се врши компензација. Дигиталне методе имају већу прецизност [12] и њима се бави докторска дисертација, као и већина наведених радова из литературе [2–4, 11–17, 19, 20].

Највећи број аутора приступао је проблему у контексту дистрибуираног предајног *beamforming*-а [2–5, 11–16]. У њиховим радовима акценат је на протоколима и имплементацији система за бежичну синхронизацију. Коефицијенти за *beamforming* се рачунају на основу информације о стању канала (*Channel State Information* – CSI) добијене кроз кооперацију са пријемником ка ком се жели усмјерити дијаграм зрачења антенског низа. У [3] је, између осталог, предложен *master-slave* протокол за бежичну калибрацију дистрибуираног предајног система за дигитални ВФ, гдје су предајници повезани дигиталним жичаним линковима. Подразумијева се коришћење OFDM-а (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Моделована је и разлика у фреквенцији одабирања између предајника. Сматра се да је груба временска синхронизација обезбијеђена кроз дигиталне линкове. Предложен је естиматор типа максималне вјеродостојности (*Maximum Likelihood* – ML) за здружену процјену временског и фреквенцијског помака. Фазна синхронизација предајника се постиже у оквиру мјерења CSI, односно коефицијената за *beamforming*, при чему се користи TDD (*Time Division Duplex*) и реципрочност *uplink*-а и *downlink*-а. Периодично се смјењују калибрација и слање података (временско дијелење ресурса) јер постоје грешке у фреквенцијској естимацији које чине да се нагомилава фазна грешка, а, осим тога, временски, фреквенцијски и фазни помаци могу бити промјенљиви у времену. Иста група аутора је, за сличан систем, у [11] имплементирала *AirSync*, шему која у реалном времену обезбјеђује бежичну временску синхронизацију унутар OFDM CP-а (*Cyclic Prefix*) и фазну синхронизацију са прецизношћу од неколико степени. Пошто се не захтијева велика прецизност временске синхронизације (због OFDM), акценат је на фазној синхронизацији. Показали су да су ове прецизности довољне да се обезбиједи функционисање једног OFDM DM MIMO (*Distributed Multiuser Multiple-Input-Multiple-Output*) система. Непрекидно се прати тренутни фазни помак, истовремено са слањем података, тако што се једна од антена сваког *slave*-а предајника користи за пријем референтног сигнала од *master* предајника, за који је резервисан посебан опсег. Због овога се не могу користити обични комерцијални (*off-the-shelf*) уређаји. На основу процијењеног фазног и фреквенцијског помака на почетку једног предајног слота, рачуна се фазни помак унутар тог слота. Пошто се ради о предајном систему, мора постојати предикција фазе, не може се естимирати и у истом тренутку користити дата процјена. За израчунавање ВФ коефицијената, шаљу се познати OFDM симболи ка пријемнику, који шаље повратну информацију (*feedback*). Сличан систем, назван *Joint Multiuser Beamforming*, је имплементиран у [16] коришћењем комерцијалних уређаја. Прије слања сваког информационог пакета, процјењује се тренутни фазни и фреквенцијски помак између канала. Процјена фазног помака се користи за компензацију на почетку пакета, а процјена фреквенцијског помака за компензацију за вријеме трајања пакета. Аутори су препознали да је фреквенцијски помак промјенљив и да није оптимално компензовати фазни помак рачунајући само фреквенцијски по-

мак јер се тада фазна грешка акумулира због грешке у процјени фреквенцијског помака. Рад се не бави временском синхронизацијом. У [17] је имплементирана фреквенцијска синхронизација дистрибуираних пријемника и предајника у једном OFDM систему, са једним од пријемника у улози *master*-а. Синхронизација се врши прије сваког OFDM пакета. Рад се не бави фазном и временском синхронизацијом.

У [5] је описана имплементација шеме за потпуно бежични дистрибуирани предајни *beamforming* (не постоји етернет *backbone*), укључујући *master-slave* бежичну синхронизацију, коришћењем стандардних *open platform* уређаја, без икаквих хардверских модификација. Сматра се да је фреквенцијски помак константан. Протокол за синхронизацију у првом кораку обавља фреквенцијску синхронизацију, а у другом фазу. Користи се Костасова петља (аналогна) за фреквенцијску синхронизацију и *one-bit feedback* за подешавање фаза предајника тако да им се сигнали конструктивно сабирају на пријему. *Dedicated master* шаље референтни носилац за фреквенцијску синхронизацију, а пријемник шаље *channel feedback* (аналогно) за фазну синхронизацију. Док примају ова два сигнала, предајници у исто вријеме шаљу сигнале који садрже податке. Дакле, сваки сигнал добија одвојен фреквенцијски подопсег. Рад се не бави временском синхронизацијом. Иначе, *one-bit feedback* је метода предложена у [13] која се користи у многим имплементацијама због своје једноставности. Састоји се у томе да пријемник емитује један бит који указује на промјену укупне примљене средње снаге након сваког примљеног пакета. Сваки предајник користи ову индикацију да произвољно коригује фазу сигнала који шаље. Поступак се итеративно понавља док алгоритам не исконвергира ка максималној снази у пријемнику. Имплементација слична оној у [5] је описана у [14], али умјесто аналогне, реализација је дигитална. Проширени Калманов филтар (*Extended Kalman filter*) се користи за процјену фреквенцијског помака умјесто аналогне Костасове петље. Због тога није потребно примати непрекидно пилот за ову сврху. Поред тога, умјесто аналогног, користи се дигитални *one-bit feedback*. Експлицитно је истакнуто да је фреквенцијски помак нестабилан. Ова имплементација је модификована у [15] тако што умјесто једног од предајника, улогу *master*-а за фреквенцијску синхронизацију има пријемник. Не прати се непрекидно фреквенцијски помак, већ се користи временско дијелење ресурса (*time slotting model*), тј. док се шаљу корисни подаци, предвиђају се фазни и фреквенцијски помаци са проширеним Калмановим филтром.

У [18] је предложена техника за пријемни *beamforming* која не користи CSI (експлицитну процјену канала), већ синусоидалну референцу која се шаље истовремено са корисним сигналом. Подразумијева се савршена временска синхронизација (мада користи се OFDM, па не мора бити прецизна). Пошто корисни широкопојасни сигнал и синусоида нису на истој фреквенцији, фазна кашњења нису једнака за исти TDoA, па корисни сигнали који се сабирају на излазу нису у фази. Рад се бави и утицајем ове несавршености. Предности ове технике су једноставност и мала количина потрошених ресурса на синхронизацију.

У [19] је описана имплементација здружене временске и фреквенцијске синхронизације за дистрибуиране антенске низове на *master-slave* принципу коришћењем USRP (*Universal Software Radio Peripheral*) платформи. Наизмјенично се врше синхронизација и слање података (временско дијелење ресурса). Користи се ускопојасна апроксимација. Не процјењује се фазни помак, као ни канал, а сматра се да је фреквенцијски помак константан. Аутори су свјесни да је код USRP платформи фреквенцијски помак нестабилан, па су за потребе експеримента довели екстерну фреквенцијску референцу. Прво се грубо процјењује временски помак корелацијом (резолуција је интервал одабирања), затим фреквенцијски помак на основу укупне

промјене фазе у датом временском интервалу и на крају нецјелобројни временски помак корелацијом, али са банком филтара, од којих је сваки помјерен за неки нецјелобројни помак. Додатне информације о овој области могу се пронаћи у прегледним радовима [2, 4, 20] и референцама које садрже.

Други дио тезе се бави процјеном константних временских, фреквенцијских и фазних помака. Проблем естимације ових помака у двоканалном пријемном систему проучава се већ деценијама. У [21] је предложен ML естиматор за временски помак између верзија реалног случајног сигнала примљених од стране два просторно раздвојена пријемника у присуству некорелисаног шума. Естиматор је реализован као пар префилтера пропусника опсега корисног сигнала, иза којих слиједи кроскорелатор. Процијењено кашњење је једнако временском помаку другог сигнала у односу на први за који је највећа вриједност на излазу корелатора. У [22] је предложен здружени естиматор за TDoA, фазне и дискретне Доплорове фреквенцијске помаке (умношци резолуције Фуријеове трансформације) коришћењем случајних Гаусових ускопојасних сигнала. Изведена је Крамер-Раова граница (*Cramér-Rao Bound* – CRB), тј. доња теоријска граница за средњу квадратну грешку (*Mean Square Error* – MSE) процјене сваког од помака, и показано је да су грешке процјене временских, фреквенцијских и фазних помака асимптотски – за довољно дугачак опсервациони интервал и довољно висок однос сигнал шум (*Signal-to-Noise Ratio* – SNR), некорелисане. Временски и фреквенцијски помаци процјењују се као аргументи максимума апсолутне вриједности кроскорелације првог сигнала и временски и фреквенцијски помакнутог другог сигнала, односно аргументи максимума апсолутне вриједности генерализоване *ambiguity* функције [23, 24], која представља генерализацију кроскорелације (1D, временски помак, на 2D, временски и фреквенцијски помак). Фазни помак се добија као аргумент кроскорелације првог сигнала и другог сигнала помакнутог за процијењене временске и фреквенцијске помаке. У [25] су дата извођења за CRB процјене временског кашњења и CRB процјене Доплеровог помака између акустичких случајних сигнала у двоканалном пријемном систему у присуству некорелисаног шума.

У [24] је предложен ML естиматор за здружену процјену временског кашњења и Доплеровог помака за случајеве када је спектар снаге шума раван (бијели шум) и када није (присуство интерференције). Када је шум бијел, ML критеријум се своди на тражење максимума апсолутне вриједности комплексне *ambiguity* функције, а када шум није бијел, додатно се убацују филтри за његово избјељивање. Сматра се да је фреквенцијски помак цјелобројни умножак резолуције DFT-а (*Discrete Fourier Transform*). Послати сигнал је непознат и не постоји информација о његовој структури. У [26] је представљен дискретни модел сигнала са TDoA, произвољним Доплеровим помацима и случајном фазом, и коришћењем непознатих детерминистичких сигнала. Аутори су такође извели CRB за дати математички модел и показали да су грешке процјене временског и фреквенцијског помака за неке секвенце, а посебно за *chirp-like* секвенце, међусобно корелисане, за разлику од Гаусових секвенци, гдје су грешке асимптотски некорелисане. Поред тога, показано је да познавање варијансе шума асимптотски (у SNR смислу) не утиче на вриједност CRB. Аутори тврде да се, пошто је медијум широкопојасно-дисперзиван, фаза сигнала мора моделовати као случајна непозната величина. У [27] је указано на утицај који имају разлике у моделовању сигнала као Гаусовог (акустички сигнали) и као (непознатог) детерминистичког (радио сигнали) на CRB и ML естиматор. Разлике су последице тога што код случајног Гаусовог сигнала коваријациона матрица узорка примљених сигнала зависи од вектора непознатих параметара, а средња вриједност сигнала не зависи од вектора непознатих параметара и једнака

је нули, док је код детерминистичких сигнала ситуација обрнута, коваријациона матрица не зависи од вектора непознатих параметара, већ само од шума, а средња вриједност сигнала зависи од вектора непознатих параметара. Закључено је, да би ML естиматор био еквивалентан нефилтрирном (филтар за бијелење) корелатору, за Гаусове случајне сигнале је потребно да и сигнал и шум у опсегу од интереса имају раван спектар, док је за детерминистичке сигнале довољно да шум има раван спектар.

У наведеним радовима фаза носиоца пристиглог сигнала (*Carrier Phase of Arrival* – CPOA) моделира се као дио непознатог фазног члана [22, 26], дио непознатог комплексног слабљења [24], дио непознатог послатог сигнала [27], или није моделирана у акустичком сценарију [21, 25]. Због тога је у овим радовима корјен средње квадратне грешке (*Root-Mean-Square Error* – RMSE) процјене временског помака, односно TDoA, одређен ширином пропусног опсега сигнала, тј. инверзно му је пропорционалан.

У [28–30] је анализирана процјена TDoA коришћењем аналогних *bandpass* сигнала примљених од стране два просторно размакнута, временски, фреквенцијски и фазно синхронизована пријемника. Пошто се естимација врши над *bandpass* сигнаlima, фазе њихових носилаца се имплицитно узимају у обзир. Аутори су препознали проблем вишезначности (*ambiguity problem*) и извели модификовану *Ziv-Zakai* доњу границу, која представља композитну теоретску границу за прецизност процјене TDoA. Проблем вишезначност огледа се у појави високих бочних лобова у критеријумској функцији алгоритма за процјену и немогућности препознавања главног лоба, оног који одговара стварној вриједности процјењиваног параметра. Вишезначност се јавља због тога што се фаза носиоца мјери по модулу 2π , па је размак између максимума (који је по природи временски помак) једнак инверзној фреквенцији носиоца. Појам вишезначности ће бити детаљније објашњен у каснијем дијелу текста. За ускопојасне сигнале, код којих је однос фреквенције носиоца и ширине опсега сигнала много већи од 1, *Ziv-Zakai* граница је подијељена на четири региона, у зависности од вриједности SNR [28, 29]. Дати су аналитички изрази за граничне вриједности SNR као функције ширине опсега сигнала, фреквенције носиоца, трајања опсервационог интервала и опсега могућих вриједности временског помака. У првом региону (*noise-dominated* регион) SNR је толико низак да су примљени сигнали потпуно утопљени у шум и бескорисни за процјену временског помака. MSE процјене је ограничен величином домена за претрагу, односно могућим вриједностима помака. У другом региону (*ambiguity-dominated* регион) SNR је виши, али вишезначност не може бити разријешена и теоретска граница је изнад CRB за фактор сразмјеран односу фреквенције носиоца и ширине опсега сигнала, а ML метода се своди на кроскорелацију **анвелопа** примљених сигнала у каналима. У четвртном региону (*ambiguity-free* регион) SNR је највиши, вишезначност може бити разријешена и теоретска граница одговара CRB, а ML метода се своди на кроскорелацију примљених сигнала у каналима. Трећи регион је прелазни између другог и четвртог, и карактерише га ефекат прага, односно помјерање процјене између максимума критеријумске функције. Прецизност у другом региону је одређена ширином опсега сигнала, дакле као када се не користи CPOA, а у четвртном региону прецизност је одређена фреквенцијом носиоца сигнала. У [30] је показано да је за широкопојасне сигнале, за које је однос фреквенције носиоца и ширине опсега сигнала реда величине 10, структура *Ziv-Zakai* границе слична, с тим што постоји и прелазни режим између првог и другог региона. У истом раду је показано да за сигнале у основном опсегу *Ziv-Zakai* граница има 3 региона, *noise-dominated* регион, *ambiguity-free* регион и прелазни регион између њих. Ово

је интуитивно јасно, јер због одсуства носиоца, не постоји проблем вишезначности, али ни добитак у прецизности, па је овдје у *ambiguity-free* региону прецизност слична као у *ambiguity-dominated* региону за RF сигнале.

У [31] је имплементирана техника за процјену удаљености (*ranging*) и временску синхронизацију једног пара фреквенцијски синхронизованих RF примопредајника која достиже прецизност унутар једног циклуса фреквенције носиоца. Техника користи међусобну размјену RF сигнала, а оваква прецизност је добијена услед употребе алгоритма који користи СРоА. Овај алгоритам је предложен у [32], гдје је симулацијама показано да MSE блиско прати *Ziv-Zakai* границу дату у [28, 29]. Алгоритам врши процјену временског кашњења у три етапе: прво се врши груба процјена у временском домену без коришћења СРоА, са тачношћу на нивоу одбирка, затим слиједи фина процјена у фреквенцијском домену коришћењем Њутновог метода, још увијек без узимања у обзир СРоА, и на крају фино подешавање процјене коришћењем СРоА. Аутори тврде да се, за типичне временске интервале од интереса и типичне несигурности фреквенције носиоца, фреквенцијски помак између предајника и пријемника може игнорисати, барем за стационарне (термин ће у тези означавати одсуство кретања) примопредајнике (за стационарне примопредајнике не постоји Доплеров помак). Поред тога, наведено је да резултати нису осјетљиви на употребу различитих таласних облика. У [33] су анализирани перформансе процјене временског кашњења и утицај на *Ziv-Zakai* границу када се умјесто сигнала са приближно равним амплитудским спектром користе сигнали код којих је енергија у извјесној мјери помјерена ка крајевим опсега. Предложен је и ML естиматор који блиско прати ову границу. Резултати симулација су потврдили да се концентрисањем енергије сигнала ка ивицама опсега побољшавају резултати у односу на сигнале са равним спектром за више вриједности SNR и прелаз са *ambiguity-dominated* на *ambiguity-free* регион се дешава на нижим вриједностима SNR. Овај добитак долази по цијени лошијих перформанси за ниже вриједности SNR које су остале у *ambiguity-dominated* региону. Што је концентрисање енергије сигнала ка ивицама опсега израженије, и описани ефекат је израженији.

У [34] је анализирана здружена временска и фреквенцијска синхронизација пријемника са предајником који периодично шаље пакете ускопојасног сигнала за синхронизацију. Умјесто ML филтра који је подложен конвергирању ка максимумима бочних лобова критеријумске функције (субоптимани локални максимуми), аутори предлажу употребу Бајесовог нелинеарног филтрирања, тј. партикл филтара, који су отпорнији на вишезначност. Аутори такође објашњавају математичку дуалност вишезначности приликом процјене временског помака коришћењем ускопојасних сигнала са једне стране, и вишезначности приликом процјене фреквенцијског помака коришћењем недовољно честих трансмисија сигнала кратког трајања са друге стране. У првом случају, при процјени временског помака, није могуће разријешити тачан број умножака од инверзне вриједности фреквенције носиоца сигнала, док у другом случају, при процјени фреквенцијског помака, није могуће разријешити тачан број умножака од инверзне вриједности периоде са којом се шаљу пакети сигнала за синхронизацију. Као што се повећањем опсега сигнала ублажава проблем вишезначности процјене временског помака у првом случају, тако се у другом случају ублажава проблем вишезначности процјене фреквенцијског помака додавањем *jitter*-а (промјенљивог кашњења) у периоду слања пакета сигнала за синхронизацију. У [35] је сугерисано да се вишезначност фазе носиоца може разријешити мијењањем фреквенције носиоца.

1.2 Предмет истраживања и доприноси дисертације

Синхронизација дистрибуираних примопредајника је један од највећих изазова при имплементацији дистрибуираног *beamforming*-а и масивних МИМО система. Употреба скувих уређаја са стабилним локалним осцилаторима није исплатива јер је број примопредајника који се користе огроман. Примјеном алгоритама за бежичну синхронизацију омогућује се употреба јефтених, потпуно несинхронизованих уређаја у овим системима. У првом дијелу тезе предложена је процедура за бежичну калибрацију дистрибуираног пријемног система, за примјену у дистрибуираном *beamforming*-у и локализацији извора радио сигнала [36]. Пријемници су повезани са фузионим центром преко дигиталних линкова, за које се сматра да не могу да пренесу референтне сигнале [3]. У случају локализације, процедура обухвата здружену процјену и компензацију временског и тренутног фазног помака између пријемних **канала**. У ту сврху се користи предајник за калибрацију, *beacon*, који шаље ускопојасни и широкопојасни пилот. У случају *beamforming*-а, процедура обухвата здружену процјену и компензацију временског и тренутног фазног помака између примљених корисних **сигнала** и, опционо, еквиализацију корисног сигнала. Поред ускопојасног и широкопојасног пилота послатих од стране *beacon*-а, користе се и ускопојасни пилот (само ако се ради еквиализација) и широкопојасна преамбула, послати од стране корисничког предајника. Претпостављамо да су временски помаци константни, а фреквенцијски помаци промјенљиви у опсервационом интервалу, као што је то случај код USRP платформи, које су коришћене у експериментима. Због тога се не процјењује експлицитно фреквенцијски помак, већ је формулисан нови адаптивни алгоритам за процјену тренутног фазног помака. Стога, процедура предложена у тези непрекидно процјењује фазни помак, за разлику од већине горе наведених референци, осим [5, 18], које се, са друге стране, не баве процјеном временског помака. Треба имати у виду да је у фокусу наведених радова из литературе предајни *beamforming*, па је захтјевније непрекидно пратити фазни помак (потребна додатна антена и фреквенцијски подопсег за пријем референце), а немогуће процијењени фазни помак користити за компензацију у истом тренутку, тј. неопходна је нека врста предикције. У складу са тим, ако се фреквенцијски помак споро мијења, процедура, анализа и резултати из тезе се могу примијенити и за предајни дистрибуирани *beamforming*. У тези се подразумијева просторно кохерентни сценарио са доминантном LoS (*Line-of-Sight*) компонентом сигнала, као у *mmWave range* сценарију у [7]. Због тога, у тези се не користи CSI за *beamforming*, већ се рачунају коефицијенти на основу процјене фазног помака и TDoA корисничког сигнала у пријемним каналима. Некохерентни алгоритам ML типа, који је представљен у другом дијелу тезе, користи се за процјену временских помака. Нумерички једноставан алгоритам базиран на корелацији сигнала се користи за процјену константног фазног помака. У сврху евалуације предложене процедуре и алгоритама, вршене су Монте-Карло симулације и експерименти са USRP платформама. Резултати експеримената су показали одлично слагање са резултатима симулација, што потврђује исправност претпоставки математичког модела.

Други дио тезе се бави здруженом процјеном TDoA, фреквенцијског и почетног фазног помака између пријемника у дистрибуираном двоканалном пријемном систему који је временски синхронизован, а фазно и фреквенцијски несинхронизован. Пријемници су преко дигиталних линкова повезани са фузионим центром. Временски и фреквенцијски помаци су константни у опсервационом интервалу. Пријемни систем процјењује наведене параметре на основу примљеног RF сигнала, послатог

од предајника на непознатој или познатој локацији, који је произвољно широкопојасан и чији таласни облик, односно секвенца, може бити позната или непозната пријемном систему. Пошто секвенца може бити позната, за разлику од свих горе цитираних радова, помаци се моделирају и у референтном каналу. Пријемници и предајник су статични у опсервационом интервалу, тако да су фреквенцијски помаци искључиво последица раздешености локалних осцилатора, дакле не постоји Доплеров помак. Фреквенцијски помак може имати произвољну вриједност, не мора бити цјелобројни умножак резолуције DFT-а, јер се фреквенцијско помјерање сигнала реализује у временском домену. Временски помаци не морају бити цјелобројни умношци периоде одабирања јер се временско помјерање сигнала реализује у фреквенцијском домену. Анализира се утицај коришћења информације садржане у фази носиоца, CPOA, на прецизност процјене наведених параметара у просторно кохерентном сценарију са доминантном LoS компонентом [37]. У овом сценарију, ако се CPOA моделира као дио непознатог фазног члана или комплексног слабљења, један дио информације ће бити изгубљен. Због тога, слично као у [32, 34, 37, 38], у тези се CPOA моделира као посебан члан. Формулисан је дискретни матрични модел сигнала који је у складу са горе наведеним. У зависности од тога који од параметара су познати, три случаја су анализирана – Случај 1: TDoA, фреквенцијски и фазни помаци непознати; Случај 2: фреквенцијски и фазни помаци непознати, TDoA познат; Случај 3: фреквенцијски и фазни помаци познати, TDoA непознат. За познату секвенцу, дата је Фишера информациона матрица (FIM) у затвореној форми за Случај 1 и изрази за CRB у затвореној форми за Случај 2 и Случај 3. У тези су формулисана два кохерентна (користе CPOA) алгоритма ML типа, један за сценарио са познатом секвенцом и други за сценарио са непознатом секвенцом. Вршене су Монте-Карло симулације које су показале да су алгоритми статистички ефикасни (у широком опсегу вриједности SNR) и да је за ниже вриједности SNR алгоритам са познатом секвенцом супериоран. Наведени су строжи услови који морају бити задовољени да би се искористила познатост секвенце. Алгоритми су дјелимично нумерички оптимизовани. Анализа је показала да коришћење CPOA не даје побољшања при процјени фреквенцијског и фазног помака ни у једном од Случајева. Када је у питању процјена временског помака, у Случају 1 нема побољшања услед коришћења CPOA, RMSE је сличан као за некохерентне алгоритме (не користе CPOA), тј. 1–3 реда величине испод инверзне вриједности ширине опсега сигнала, за разуман SNR и трајање опсервационог интервала. У Случају 3 се, када је ријешен проблем вишезначности, добија драматично побољшање прецизности процјене услед коришћења CPOA, RMSE је 1–3 реда величине испод инверзне вриједности фреквенције носиоца, за разуман SNR и трајање опсервационог интервала. Анализа је показала који услови морају бити задовољени да би се достигла прецизност процјене TDoA која је довољно добра да буде коришћена за дистрибуирани *beamforming*. Детаљно је анализирана расподјела грешке процјене TDoA у Случају 3 у зависности од тога да ли је ријешен проблем вишезначности. Решавање проблема вишезначности није у фокусу докторске дисертације, али су показани могући начини за ублажавање/решавање овог проблема, који је својствен естимацији у Случају 3.

Дисертација садржи следеће цјелине. У глави 2 су уведени основни принципи математичког моделовања сигнала у докторској тези. У глави 3 је описана временска, фреквенцијска и фазна калибрација дистрибуираног вишеканалног пријемног система бежичним путем, како би се омогућио дигитални *beamforming* ка жељеном предајнику и/или локализација извора радио сигнала. Након модела система и сигнала, предложена је процедура за калибрацију и формулисани су алгоритми

коришћени у процедури. Дати су резултати Монте-Карло симулација и експеримената, уз опис хардверске и софтверске платформе коришћене за реализацију експеримената. У глави 4 је описана здружена процјена TDoA, фреквенцијског и фазног помака између два дистрибуирана, временски синхронизована, али фазно и фреквенцијски несинхронизована пријемна канала. Након модела система и сигнала, дате су теоријске границе за варијансу грешке процјене помака за сва 3 Случаја за познату секвенцу, формулисана су два ML алгоритма, један за познату, а други за непознату секвенцу, и приказани су резултати Монте-Карло симулација, уз детаљну анализу Случаја 3. У глави 5 су сумирани најважнији резултати истраживања у докторској тези, наведене могуће примјене и правци за будућа истраживања.

Глава 2

Модел сигнала

У овом поглављу се уводи математички модел сигнала који ће бити коришћен у докторској тези. На почетку је приказан модел аналогних сигнала у квадратурним предајницима (Tx) и пријемницима (Rx). Након тога, показано је да се сигнали у њима могу једноставније представити коришћењем комплексних бројева. Затим су моделирани временски, фреквенцијски и фазни помаци у сигналу при емитовању, пропагацији и пријему. Након тога је показано како се прелази из континуалног (аналогног) у дискретни модел сигнала. На крају, уведен је појам просторне кохеренције.

2.1 Квадратурни предајник и пријемник

Предајници и пријемници који се користе у тези су квадратурни. Упрошћена шема једног пара квадратурних предајника и пријемника, са пропагационим кашњењем сигнала од τ између њих и јединичним слабљењем канала, дата је на слици 2.1. Временска промјенљива је означена са t , док је кружна фреквенција носиоца (*carrier*) ω_c . Сматра се да постоји савршена временска, фреквенцијска и фазна синхронизација између предајника и пријемника. Сигнали у гранама у фази су означени са I (*In-phase*), а сигнали у гранама у квадратури (*Quadrature*) са Q. Сви сигнали на слици 2.1 су реални. Сигнали на улазу модулятора (тачка А) у гранама у фази и квадратури су $x_{AI}(t) = x_I(t)$ и $x_{AQ}(t) = x_Q(t)$, респективно. Сигнал након модулације и сабирања (тачка В) има облик

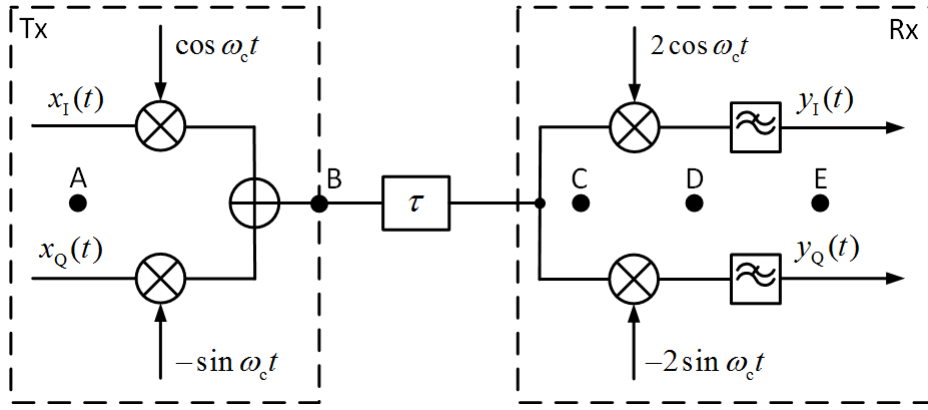
$$x_B(t) = x_I(t) \cos \omega_c t - x_Q(t) \sin \omega_c t. \quad (2.1)$$

Сигнал у тачки С једнак је сигналу из тачке В закашњеном за τ ,

$$\begin{aligned} x_C(t) &= x_B(t - \tau) \\ &= x_I(t - \tau) \cos(\omega_c t - \omega_c \tau) - x_Q(t - \tau) \sin(\omega_c t - \omega_c \tau). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Сигнали на излазу множача у гранама пријемника (тачка D) су

$$\begin{aligned} x_{DI}(t) &= x_C \cdot 2 \cos \omega_c t \\ &= 2x_I(t - \tau) \cos(\omega_c t - \omega_c \tau) \cos \omega_c t - 2x_Q(t - \tau) \sin(\omega_c t - \omega_c \tau) \cos \omega_c t \\ &= x_I(t - \tau) (\cos \omega_c \tau + \cos(2\omega_c t - \omega_c \tau)) \\ &\quad - x_Q(t - \tau) (\sin(2\omega_c t - \omega_c \tau) + \sin(-\omega_c \tau)) \\ &= x_I(t - \tau) \cos \omega_c \tau + x_I(t - \tau) \cos(2\omega_c t - \omega_c \tau) \\ &\quad - x_Q(t - \tau) \sin(2\omega_c t - \omega_c \tau) + x_Q(t - \tau) \sin \omega_c \tau, \end{aligned} \quad (2.3)$$



Слика 2.1: Квадратурни предајник и пријемник.

$$\begin{aligned}
 x_{DQ}(t) &= x_C \cdot (-2 \sin \omega_c t) \\
 &= -2x_I(t - \tau) \cos(\omega_c t - \omega_c \tau) \sin \omega_c t + 2x_Q(t - \tau) \sin(\omega_c t - \omega_c \tau) \sin \omega_c t \\
 &= -x_I(t - \tau) (\sin(2\omega_c t - \omega_c \tau) + \sin \omega_c \tau) \\
 &\quad + x_Q(t - \tau) (\cos \omega_c \tau - \cos(2\omega_c t - \omega_c \tau)) \\
 &= -x_I(t - \tau) \sin(2\omega_c t - \omega_c \tau) - x_I(t - \tau) \sin \omega_c \tau \\
 &\quad + x_Q(t - \tau) \cos \omega_c \tau - x_Q(t - \tau) \cos(2\omega_c t - \omega_c \tau). \tag{2.4}
 \end{aligned}$$

Процештањем сигнала у гранама кроз нископропусне филтре, добијамо сигнале на излазу демодулатора (тачка E), $y_I(t)$ и $y_Q(t)$,

$$y_I(t) = x_{EI}(t) = x_I(t - \tau) \cos \omega_c \tau + x_Q(t - \tau) \sin \omega_c \tau, \tag{2.5}$$

$$y_Q(t) = x_{EQ}(t) = x_Q(t - \tau) \cos \omega_c \tau - x_I(t - \tau) \sin \omega_c \tau. \tag{2.6}$$

Ако сада замислимо да је пријемник, умјесто са предајником, временски и фазно синхронизован са надолазећим сигналом, то ефективно значи да је $\tau = 0$, па добијамо

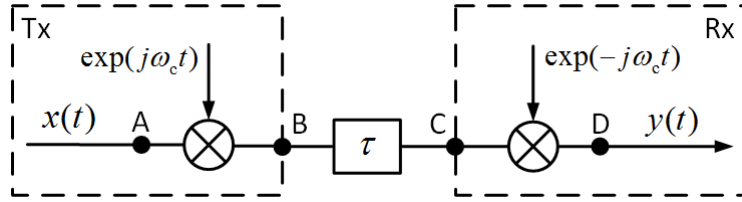
$$y_I(t) = x_I(t), \tag{2.7}$$

$$y_Q(t) = x_Q(t). \tag{2.8}$$

Дакле, два различита сигнала, $x_I(t)$ и $x_Q(t)$, пренесена су истовремено кроз исти канал, на истој учестаности, без међусобне интерференције. То је омогућено тиме што су ова два сигнала у току преноса помножена са носиоцима који су ортогонални, односно у квадратури, јер $\sin \omega_c t$ фазно касни за $\pi/2$ у односу на $\cos \omega_c t$.

2.2 Комплексна представа сигнала

Систем са квадратурним предајником и пријемником са слике 2.1 може се еквивалентно математички представити коришћењем комплексне представе сигнала, слика 2.2. У основном опсегу учестаности, сигнал у фази и сигнал у квадратури су заједно представљени једним комплексним сигналом (умјесто по двије, по једна грана у предајнику и пријемнику), $x_A(t) = x(t) = x_I(t) + jx_Q(t)$. Реални дио комплексног сигнала представља сигнал у фази, док имагинарни дио представља сигнал у



Слика 2.2: Комплексна представа квадратурног предајника и пријемника.

квадратури. Умјесто квадратурних носилаца $\cos \omega_c t$ и $\sin \omega_c t$, имамо комплексни носилац $e^{j\omega_c t} = \cos \omega_c t + j \sin \omega_c t$, па се комплексна модулација представља као множење са $e^{j\omega_c t}$. Сигнал у тачки B се добија комплексном модулацијом сигнала из тачке A,

$$\begin{aligned} x_B(t) &= x(t)e^{j\omega_c t} \\ &= (x_I(t) + jx_Q(t)) (\cos \omega_c t + j \sin \omega_c t). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Сигнал у RF опсегу добија се као реални дио одговарајућег комплексног сигнала (математички модел садржи реални и имагинарни дио сигнала, али физички пропагира само реални сигнал),

$$\begin{aligned} x_B^{\mathcal{R}}(t) &= \text{Re } x_B(t) \\ &= x_I(t) \cos \omega_c t - x_Q(t) \sin \omega_c t, \end{aligned} \quad (2.10)$$

што је једнако одговарајућем сигналу са слике 2.1, $x_B(t)$. RF сигнал у тачки C се добија као за τ закашњен сигнал $x_B^{\mathcal{R}}(t)$,

$$\begin{aligned} x_C^{\mathcal{R}}(t) &= x_B^{\mathcal{R}}(t - \tau) \\ &= x_I(t - \tau) \cos \omega_c(t - \tau) - x_Q(t - \tau) \sin \omega_c(t - \tau), \end{aligned} \quad (2.11)$$

док је одговарајући комплексни сигнал једнак за τ закашњеном сигналу $x_B(t)$,

$$\begin{aligned} x_C(t) &= x_B(t - \tau) \\ &= x(t - \tau)e^{j\omega_c(t - \tau)}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Демодулација, заједно са филтрирањем, у комплексном домену се представља множењем са $e^{-j\omega_c t}$. Стога, сигнал у тачки D има облик

$$\begin{aligned} y(t) &= x_D(t) = x_C(t)e^{-j\omega_c t} \\ &= x(t - \tau)e^{-j\omega_c \tau} \\ &= (x_I(t - \tau) + jx_Q(t - \tau)) (\cos \omega_c \tau - j \sin \omega_c \tau) \\ &= x_I(t - \tau) \cos \omega_c \tau + x_Q(t - \tau) \sin \omega_c \tau \\ &\quad + j(x_Q(t - \tau) \cos \omega_c \tau - x_I(t - \tau) \sin \omega_c \tau), \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$y_I(t) = \text{Re } y(t) = x_I(t - \tau) \cos \omega_c \tau + x_Q(t - \tau) \sin \omega_c \tau, \quad (2.14)$$

$$y_Q(t) = \text{Im } y(t) = x_Q(t - \tau) \cos \omega_c \tau - x_I(t - \tau) \sin \omega_c \tau. \quad (2.15)$$

Закључујемо да су сигнали на излазу комплексног демодулатора, $y_I(t)$ и $y_Q(t)$, једнаки одговарајућим сигнаlima на излазу квадратурног демодулатора. Након што смо показали еквиваленцију реалног и комплексног модела сигнала, због једноставније нотације и лакшег извођења математичких операција, надаље ће у тези бити коришћен комплексни модел сигнала.

2.3 Помаци у сигналама при емитовању, пропагацији и пријему

У овом одјелу разматрамо временске, фреквенцијске и фазне помаке (*offsets*) у сигналама при емитовању, пропагацији и пријему, слика 2.3. У општем случају, предајник и пријемник су међусобно несинхронизовани у погледу времена, фреквенције и фазе.

Временска оса предајника је у општем случају помјерена у односу на временску осу пријемника. Неку произвољно дефинисану временску осу ћемо прогласити за номиналну, а кашњења временске осе предајника и временске осе пријемника у односу на номиналну ћемо означити са τ_{Tx} и τ_{Rx} , респективно. Претпоставићемо да су ова кашњења непромјенљива у времену и зваћемо их временским помацима (*time offsets*).

Фреквенције LO у предајнику и пријемнику, који генеришу носиоце за модулацију и демодулацију, респективно, у општем случају међусобно се разликују. Номиналну кружну фреквенцију носиоца ћемо означити са ω_c , а фреквенције LO у предајнику и пријемнику са $\omega_{c,LOTx}$ и $\omega_{c,LORx}$, респективно. Сада дефинишемо фреквенцијске помаке (*frequency offsets*) у предајнику и пријемнику као

$$\omega_{LOTx}(t) = \omega_{c,LOTx}(t) - \omega_c, \quad (2.16)$$

$$\omega_{LORx}(t) = \omega_{c,LORx}(t) - \omega_c. \quad (2.17)$$

У општем случају, ови фреквенцијски помаци су промјенљиви у времену.

У идеалном случају, фаза LO у предајнику, односно пријемнику, је једнака 0 у тренутку $t = 0$ по одговарајућој локалној временској оси предајника, односно пријемника. Међутим, у пракси то најчешће није испуњено. Означимо фазу LO у предајнику у $t = 0$ по његовој оси са $\varphi_{LOTx,0}$, а фазу LO у пријемнику у $t = 0$ по његовој оси са $\varphi_{LORx,0}$. Ове фазе ћемо звати (почетним) фазним помацима (*initial phase offsets*) предајника и пријемника. Тренутни фазни помак (*instantaneous phase offset*) предајника у тренутку t по његовој оси, $\varphi_{LOTx}(t)$, састоји се од збира почетног фазног помака и доприноса (промјенљивог) фреквенцијског помака до тренутка t ,

$$\varphi_{LOTx}(t) = \varphi_{LOTx,0} + \int_{v=0}^t \omega_{LOTx}(v)dv, \quad (2.18)$$

и слично за пријемник,

$$\varphi_{LORx}(t) = \varphi_{LORx,0} + \int_{v=0}^t \omega_{LORx}(v)dv. \quad (2.19)$$

Ако су фреквенцијски помаци у предајнику и пријемнику константни у времену, можемо написати:

$$\varphi_{LOTx}(t) = \varphi_{LOTx,0} + \omega_{LOTx}t, \quad (2.20)$$

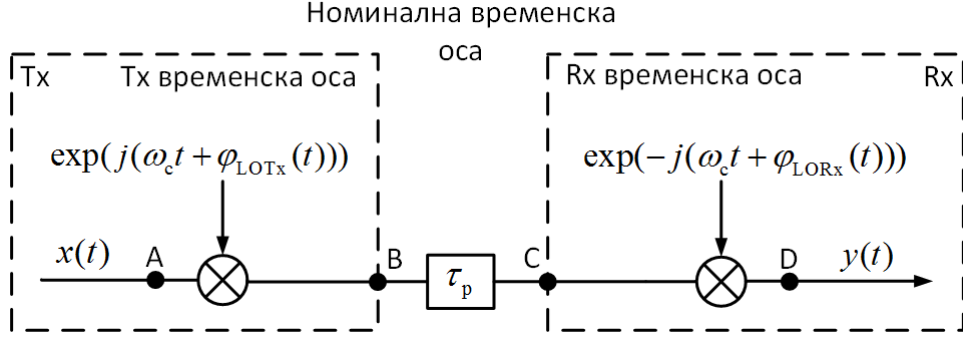
$$\varphi_{LORx}(t) = \varphi_{LORx,0} + \omega_{LORx}t. \quad (2.21)$$

Дакле, тренутна фаза LO у предајнику је

$$\phi_{LOTx}(t) = \omega_c t + \varphi_{LOTx}(t), \quad (2.22)$$

гдје је вријеме изражено по локалној временској оси предајника. Слично, тренутна фаза LO у пријемнику је

$$\phi_{LORx}(t) = \omega_c t + \varphi_{LORx}(t), \quad (2.23)$$



Слика 2.3: Помоци у сигналу при емитовању, пропагацији и пријему.

гдје је вријеме изражено по локалној временској оси пријемника.

Посматрајмо сада слику 2.3. Нека је сигнал у тачки А

$$x_A^{(\text{Tx})}(t) = x(t) \in \mathbb{C}, \quad (2.24)$$

гдје експонент “(Tx)” означава да је сигнал по временској оси предајника. Сигнал у овој тачки система зваћемо комплексном амвелопом или таласним обликом сигнала. Сигнал у тачки В по временској оси предајника једнак је

$$\begin{aligned} x_B^{(\text{Tx})}(t) &= x_A^{(\text{Tx})}(t) e^{j(\omega_c t + \varphi_{\text{LOTx}}(t))} \\ &= x(t) e^{j(\omega_c t + \varphi_{\text{LOTx}}(t))}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Исти сигнал, али по номиналној временској оси је

$$\begin{aligned} x_B^{(\text{Nom})}(t) &= x_B^{(\text{Tx})}(t - \tau_{\text{Tx}}) \\ &= x(t - \tau_{\text{Tx}}) e^{j(\omega_c(t - \tau_{\text{Tx}}) + \varphi_{\text{LOTx}}(t - \tau_{\text{Tx}}))}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Овај сигнал стиже у тачку С закашњен за вријеме пропагације τ_p ,

$$\begin{aligned} x_C^{(\text{Nom})}(t) &= x_B^{(\text{Nom})}(t - \tau_p) \\ &= x(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p) e^{j(\omega_c(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p) + \varphi_{\text{LOTx}}(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p))}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Пријемник нема информације о номиналној временској оси, он посматра сигнал у контексту своје временске осе. Сигнал у тачки С, али по временској оси пријемника, има облик

$$\begin{aligned} x_C^{(\text{Rx})}(t) &= x_C^{(\text{Nom})}(t + \tau_{\text{Rx}}) \\ &= x(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}) e^{j(\omega_c(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}) + \varphi_{\text{LOTx}}(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}))}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Примијетити да, за разлику од предајника, кашњење временске осе пријемника за неку вриједност значи предњачење сигнала за дату вриједност у односу на сигнал по номиналној оси. Сигнал у тачки D је

$$\begin{aligned} x_D^{(\text{Rx})}(t) &= x_C^{(\text{Rx})}(t) e^{-j(\omega_c t + \varphi_{\text{LORx}}(t))} \\ &= x(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}) e^{j(\omega_c(-\tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}) + \varphi_{\text{LOTx}}(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}) - \varphi_{\text{LORx}}(t))}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Ради једноставнијег записа, групишимо помјераје који су исте природе:

$$-\tau = -\tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}, \quad (2.30)$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{LOTx}}(t - \tau_{\text{Tx}} - \tau_p + \tau_{\text{Rx}}) - \varphi_{\text{LORx}}(t). \quad (2.31)$$

Сада модел сигнала у тачки D, тј. модел комплексне анвелопе сигнала на пријему, има следећи облик:

$$y(t) = y^{(\text{Rx})}(t) = x_D^{(\text{Rx})}(t) = x(t - \tau)e^{-j\omega_c\tau}e^{j\varphi(t)}. \quad (2.32)$$

Горњи израз представља општи модел сигнала на пријему у основном опсегу (*Baseband* – BB) који ће бити коришћен у докторској тези. Утицај преноса у RF опсегу је заступљен преко члана $e^{-j\omega_c\tau}$. Временски помаци, који укључују релативни помак између временских оса предајника и пријемника, као и пропагационо кашњење сигнала, моделирају се τ . Несавршености LO у предајнику и пријемнику моделирају се чланом $e^{j\varphi(t)}$. Приметијети да се временско помјерање сигнала моделира са два члана. Члан $x(t - \tau)$ моделира временско кашњење анвелопе сигнала за τ . Члан $e^{-j\omega_c\tau}$ моделира кашњење фазе носиоца сигнала на пријему (CPOA) у односу на фазу носиоца који генерише LO у пријемнику. (У ствари, разлика фаза ова 2 носиоца је једнака $\omega_c\tau$ само када нема горе описаних несавршености LO у предајнику и пријемнику. Ове несавршености, како је већ наведено, моделирају се са $e^{j\varphi(t)}$.) Моделирање фазе носиоца сигнала на пријему са $e^{-j\omega_c\tau}$ је могуће само ако постоји просторна кохеренција сигнала (видјети одјељак 2.6). Као што је интуитивно било очекивано, однос номиналне временске осе према осам предајника и пријемника не фигурише у изразу за сигнал на пријему, већ само међусобни однос временских оса предајника и пријемника. Приметијети да се фаза LO предајника/пријемника рачуна у односу на локалну временску осу, па се помјера у времену у складу са помјерајем те осе у односу на друге временске осе. Због тога, на примјер, повећање кашњења временске осе предајника за неку вриједност има идентичан утицај као и повећање пропагационог кашњења за ту исту вриједност.

Ако су фреквенцијски помаци у предајнику и пријемнику константни у времену, користећи изразе (2.20), (2.21), (2.31) и (2.32), модел комплексне анвелопе сигнала на пријему можемо написати као

$$y(t) = x(t - \tau)e^{-j\omega_c\tau}e^{j\varphi_0}e^{j\omega t}, \quad (2.33)$$

гдје је $\varphi_0 = \varphi_{\text{LOTx},0} - \varphi_{\text{LORx},0}$ и $\omega = \omega_{\text{LOTx}} - \omega_{\text{LORx}}$.

2.4 Нормализација и ознаке

Напишимо поново општи модел сигнала на пријему:

$$y(t) = x(t - \tau)e^{-j\omega_c\tau}e^{j\varphi(t)}. \quad (2.34)$$

Нека сигнал комплексне анвелопе на пријему, $y(t)$, заузима фреквенцијски опсег $[-B/2, B/2)$. Сматрамо да се одабирање врши по Никвистовом критеријуму, тј. фреквенција одабирања је $f_s = 2 \cdot B/2 = B$. Периода одабирања је $\Delta t = 1/f_s$. Одговарајући радио сигнал заузима опсег $[f_c - B/2, f_c + B/2)$, гдје је $f_c = \omega_c/(2\pi)$ фреквенција носиоца. Ово је континуални модел сигнала. Све величине које смо до сада дефинисали су у природним (физичким) јединицама, дакле величине типа времена у секундама – [s] ($t, \tau, \tau_{\text{Tx}}, \dots$), величине типа фреквенције у херцима – [Hz], тј. циклусима по секунди – [1/s] (f_s, f_c, \dots), или радијанима по секунди – [rad/s] ($\omega_c, \omega_{c,\text{LOTx}}, \dots$), величине типа фазе у радијанима – [rad] ($\varphi, \varphi_{\text{LOTx}}, \dots$). Домени функција по времену су такође у секундама ($x(t - \tau), y(t), \varphi(t), \omega_{c,\text{LOTx}}(t), \dots$).

Пошто се теза бави дигиталном обрадом сигнала, згодно је модел сигнала написати у дискретном домену. Прво ћемо извршити нормализацију величина. Величине и домени функција који су димензије времена нормализују се са Δt , па се

изражавају у одбирцима. Величине које су димензије фреквенције нормализују се са B (које је једнако f_s), па се изражавају у циклусима по одбирку – [1/одбирак] ($f_c, f_s \dots$), односно радијанима по одбирку – [rad/одбирак] (ω_c, \dots). Величине које су димензије фазе остају у радијанима.

Надаље ће се у тези подразумевати да су величине и домени функција нормализовани. Када величине и функције буду представљене у физичким јединицама, биће означене симболом $\tilde{\cdot}$. Ово значи да важи: $\tilde{t} = t\Delta t$, гдје је \tilde{t} изражено у секундама, а t у одбирцима; $\tilde{x}(\tilde{t}) = x(t)$, домен од $\tilde{x}(\cdot)$ је у секундама, а домен од $x(\cdot)$ у одбирцима; $\tilde{\omega}_c = \omega_c B$, $\tilde{\omega}_c$ је у радијанима по секунди, а ω_c у радијанима по одбирку, $\tilde{f}_s = B$ (B и даље означава физичку ширину пропусног опсега у [Hz]), итд. За било који индекс k (нпр. $c, 1, 2, \dots$) сматраћемо да важи $\omega_k = 2\pi f_k$, односно $\tilde{\omega}_k = 2\pi \tilde{f}_k$.

2.5 Помаци у сигналу – дискретни модел

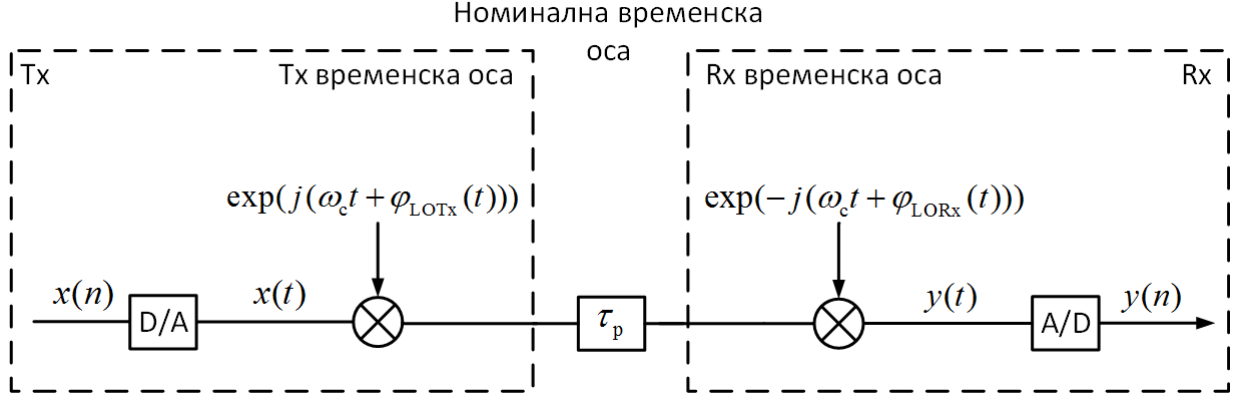
Нека је $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$ комплексна секвенца на улазу у дигитално-аналогни (D/A) конвертор у предајнику, слика 2.4, гдје $x_n = x(n)$ представља вриједност секвенце у n -том одбирку, а $(\cdot)^T$ означава транспозицију. На основу секвенце \mathbf{x} , D/A конвертор генерише аналогни сигнал $x(t)$. Везано за нормализацију из претходног одјелка, за дискретни сигнал важи: $\tilde{t} = n\Delta t$, гдје је \tilde{t} изражено у секундама, а n у одбирцима; $\tilde{x}(\tilde{t}) = x(n)$, домен од $\tilde{x}(\cdot)$ је у секундама, а домен од $x(\cdot)$ у одбирцима. Напомена: термин комплексна секвенца ћемо користити код дискретних сигнала као одговарајући за комплексну амвелопу или таласни облик код континуалних сигнала. DFT од \mathbf{x} је

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp\left(-j2\pi \frac{k}{N}n\right), \quad k \in \mathbb{Z}, \quad (2.35)$$

и

$$x^{\text{ideal}}(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) \exp\left(j2\pi \frac{k}{N}t\right), \quad t \in \mathbb{R}, \quad (2.36)$$

гдје је $x^{\text{ideal}}(t)$ континуални сигнал који је периодичан са N и ограничен у спектру на $[-1/2, 1/2)$. Домен овог сигнала дефинисан је за било који реалан број, а изражен је у одбирцима. У природним јединицама, овај сигнал се може изразити као $\tilde{x}^{\text{ideal}}(\tilde{t})$, континуални сигнал чији домен је у секундама, периода $N\Delta t$, а спектар ограничен на $[-B/2, B/2)$. Дакле, сигнал $x^{\text{ideal}}(t)$ једнозначно представља чланове x_n секвенце \mathbf{x} за било коју вриједност аргумента n , која не мора бити цјелобројна. На примјер, $x_{2.7} = x^{\text{ideal}}(2.7)$. Ово је веома важно, јер се теза бави временским помацима који скоро никад нису цјелобројни умношци периоде одабирања (изражено у физичким јединицама), односно нису цјелобројни (изражено у нормализованим јединицама, тј. у одбирцима). Сигнал $x(t)$ је једнак $x^{\text{ideal}}(t)$ ако претпоставимо да је D/A конвертор идеалан. Ради једноставности математичког моделирања, претпоставићемо да су D/A и A/D конвертори са слике 2.4 идеални [39] у смислу да су одбирци сигнала на излазу A/D конвертора идентични одговарајућим вриједностима аналогног сигнала у тренуцима одабирања (одабирање множењем са поворком Диракових импулса) и да се за добијање аналогног сигнала на излазу D/A конвертора као интерполатор користи некаузални филтар са импулсним одзивом облика $\sin x/x$. Претпостављамо такође да D/A и A/D конвертори имају међусобно једнаке фреквенције одабирања $\tilde{f}_s = 1/\Delta t$, што не значи да су међусобно временски синхронизовани.



Слика 2.4: Помаци у сигналу за дискретни модел сигнала.

Одговарајући (комплексни) RF сигнал може се изразити преко DFT коефицијентна секвенце \mathbf{x} на следећи начин:

$$\begin{aligned} x^{\text{RF}}(t) &= x(t)e^{j\omega_c t} = x(t)e^{j2\pi f_c t} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) \exp\left(j2\pi \left(f_c + \frac{k}{N}\right) t\right). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Кашњење овог сигнала за неко произвољно $\tau \in \mathbb{R}$ може се представити на следећи начин:

$$x^{\text{RF}}(t - \tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) \exp\left(j2\pi \left(f_c + \frac{k}{N}\right) (t - \tau)\right) \quad (2.38)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X(k) \exp\left(j2\pi \left(f_c + \frac{k}{N}\right) t\right) \exp\left(-j2\pi \left(f_c + \frac{k}{N}\right) \tau\right). \quad (2.39)$$

Дакле, DFT коефицијенти за комплексну анVELOпу закашњену у RF опсегу за $\tau \in \mathbb{R}$ могу се представити као

$$X_\tau(k) = \exp\left(-j2\pi \left(f_c + \frac{k}{N}\right) \tau\right) X(k). \quad (2.40)$$

На основу претходне анализе и континуалног математичког модела из (2.34), добијамо општи дискретни матрични модел сигнала на пријему у основном опсегу, слика 2.4:

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Phi} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_\tau \mathbf{F} \mathbf{x}. \quad (2.41)$$

Вектор $\mathbf{y} = [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}]^T$ представља комплексну секвенцу на излазу из A/D конвертора у пријемнику, $y_n = y(n)$. Модификована DFT матрица, \mathbf{F} , формира се на следећи начин:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}^T\right), \quad (2.42)$$

гдје су $\mathbf{n} = [0, 1, \dots, N-1]^T$ и $\mathbf{k} = [-N/2, -N/2+1, \dots, N/2-1]^T$ вектори временских и фреквенцијских индекса, респективно, а $\exp(\cdot)$ је члан-по-члан експоненцијална функција. Свака врста матрице \mathbf{F} одговара једној фреквенцији, а свака колона

једном трунутку. У односу на класичну DFT матрицу, матрица \mathbf{F} је модификована у два корака. Прво, фреквенције су поређане у складу са природним фреквенцијама RF сигнала тиме што индекси у вектору \mathbf{k} иду од $-N/2$ до $N/2 - 1$. Друго, помножена је са скаларом $1/\sqrt{N}$, тако да важи $\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^H$, гдје $(\cdot)^H$ означава хермитацију, а \mathbf{F}^{-1} је IDFT (*Inverse Discrete Fourier Transform*) оператор. Матрица \mathbf{D}_τ представља оператор временског кашњења у RF-у за τ ,

$$\mathbf{D}_\tau = e^{-j\omega_c\tau} \mathbf{D}_\tau^{\text{BB}} = e^{-j\omega_c\tau} \text{Diag} \left\{ \exp \left(-j \frac{2\pi}{N} \tau \mathbf{k} \right) \right\}, \quad (2.43)$$

гдје је $\text{Diag}(\cdot)$ дијагонална матрица на чијој главној дијагонали су елементи аргумента. Битно је уочити да се \mathbf{D}_τ састоји из два члана. Члан $e^{-j\omega_c\tau}$ моделира кашњење фазе носиоца. Матрица $\mathbf{D}_\tau^{\text{BB}}$ моделира кашњење анvelope сигнала, тј. кашњење у основном опсегу. Дијагонална матрица Φ представља оператор фазног помака. На главној дијагонали ове матрице су фазни чланови дефинисани елементима вектора φ , који садржи фазни помак за сваки одбирак. Формално написано:

$$\Phi = \text{Diag} \{ \exp(j\varphi) \}, \quad (2.44)$$

$$\varphi = [\varphi(0), \varphi(1), \dots, \varphi(N-1)]^T. \quad (2.45)$$

Израз (2.41) може се написати и тако да се фазни помаци у предајнику и пријемнику моделују са двије одвојене величине (видјети (2.31)), Φ_{LOTx} и Φ_{LORx} , респективно:

$$\mathbf{y} = \Phi_{\text{LORx}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_\tau \mathbf{F} \Phi_{\text{LOTx}} \mathbf{x}, \quad (2.46)$$

гдје је $\Phi_{\text{LORx}} = \text{Diag} \{ \exp(-j\varphi_{\text{LORx}}) \}$, $\varphi_{\text{LORx}} = [\varphi_{\text{LORx}}(0), \varphi_{\text{LORx}}(1), \dots, \varphi_{\text{LORx}}(N-1)]^T$, $\Phi_{\text{LOTx}} = \text{Diag} \{ \exp(j\varphi_{\text{LOTx}}) \}$ и $\varphi_{\text{LOTx}} = [\varphi_{\text{LOTx}}(0), \varphi_{\text{LOTx}}(1), \dots, \varphi_{\text{LOTx}}(N-1)]^T$.

Да сумирамо: Оператор \mathbf{F} конвертује сигнал у фреквенцијски домен. Оператор \mathbf{D}_τ уноси RF кашњење, тако што свака фреквенцијска компонента сигнала бива фазно помјерена у складу са кашњењем τ и њеном позицијом у спектру када је сигнал у RF опсегу. Ово нам омогућава да у дискретном домену моделујемо временске помјераје који нису умношци сигнализационог интервала (периоде одабирања). Оператор \mathbf{F}^H конвертује сигнал назад у временски домен. Оператор Φ моделује појединачно фазни помак за сваки одбирак сигнала.

Ако су фреквенцијски помаци у предајнику и пријемнику константни у времену, на основу континуалног математичког модела из (2.33), дискретни матрични модел сигнала на пријему у основном опсегу има облик:

$$\mathbf{y} = e^{j\varphi_0} \mathbf{M}_\omega \mathbf{F}^H \mathbf{D}_\tau \mathbf{F} \mathbf{x}. \quad (2.47)$$

Дијагонална матрица \mathbf{M}_ω представља оператор фазног помака услед константног фреквенцијског помака. На главној дијагонали ове матрице су фазни чланови који за сваки одбирак сигнала у временском домену представљају фазни помак који је последица константног фреквенцијског помака ω . Формално:

$$\mathbf{M}_\omega = \text{Diag} \{ \exp(j\omega \mathbf{n}) \}. \quad (2.48)$$

Поређењем (2.41) и (2.47) јасно се види да је $\Phi = e^{j\varphi_0} \mathbf{M}_\omega$, што је и очекивано, пошто је $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$.

2.6 Појам просторне кохеренције

Замислимо сценарио гдје су у неком дијелу простора један предајник и M пријемника, Rx_1, Rx_2, \dots, Rx_M . Нека Tx емитује сигнал на фреквенцији ω_c . Означимо растојања Rx антена до Tx антене са d_1, d_2, \dots, d_M (позиција антене се моделира једном тачком). Посматрајмо произвољни пар Tx - Rx_m , са антенама на растојању d_m . Нека су $\varphi_{Tx}(t)$ и $\varphi_{Rx_m}(t)$ фазе сигнала на антенама у неком тренутку t .

У општем случају, медијум за пренос може бити нехомоген. Последице су да пут који сигнал прелази, l_m , не мора бити праволинијски, па отуда не мора бити једнак d_m , као и да се брзина пропагације може мијењати дуж пређеног пута. Ово значи да, у општем случају, не важи: $\tau = d_m/c$, гдје је τ вријеме пропагације сигнала од Tx -а до Rx_m (односно између њихових антена, а кашњење при пропагацији сигнала кроз Tx и Rx може се моделирати као дио помака њихових временских оса), а c је константна претпостављена брзина пропагације. Одступање τ од идеалне вриједности d_m/c има занемарљив утицај на анвелопу сигнала, али никако није занемарљив његов утицај на фазу носиоца сигнала (због множења са ω_c које је реда GHz). Дакле, у општем случају не важи: $\varphi_{Rx_m}(t) - \varphi_{Tx}(t) = -\omega_c d_m/c$.

Просторна кохеренција сигнала између Tx -а и Rx_m постоји ако се разлика фаза сигнала између њих једнозначно може изразити као функција њиховог међусобног растојања и брзине пропагације, гдје год да се у датом дијелу простора Tx и Rx_m налазе, тј. ако важи:

$$\varphi_{Rx_m}(t) - \varphi_{Tx}(t) = -\omega_c d_m/c. \quad (2.49)$$

Другим ријечима, вријеме пропагације се може изразити као: $\tau = d_m/c$.

Ако постоји просторна кохеренција сигнала између сваке двије антене у посматраном сценарију, тада кажемо да је **сценарио просторно кохерентан**.

У тези ће се подразумевати да је сценарио просторно кохерентан. Горња дефиниција просторне кохеренције сигнала обухвата случајеве када су од интереса и ToA (*Time of Arrival*), тј. вријеме пристизања сигнала у дати пријемни канал, и $TDoA$, тј. разлика времена пристизања сигнала у пријемне канале. Ако је од интереса само $TDoA$, довољан услов за просторну кохеренцију сигнала је да разлика фаза на двијема пријемним антенама, Rx_m и Rx_n , буде функција разлике њихових растојања до предајне антене (умјесто апсолутних растојања до предајне антене),

$$\varphi_{Rx_m}(t) - \varphi_{Rx_n}(t) = \omega_c (d_n - d_m) / c. \quad (2.50)$$

Ако су пријемне антене између којих се рачуна $TDoA$ међусобно много ближе у односу на њихове удаљености до предајне антене, овај услов је блажи, јер нехомогеност медијума мање долази до изражја на мањим растојањима.

Теза се бави сценаријима у којима је снага $NLoS$ (*Non-Line-of-Sight*) компоненти сигнала занемарљива у односу на снагу LoS , тј. директне, компоненте сигнала. Због тога је довољно сматрати да постоји просторна кохеренција LoS компоненти сигнала. Овај услов је знатно блажи, јер се дозвољава да $NLoS$ компоненте имају произвољне фазе.

Највјероватнија примјена резултата истраживања из тезе је у петој генерацији мобилне телефоније (5G). У 5G ће бити коришћен *mmWave* опсег јер омогућава шире опсеге сигнала. Такође, биће коришћене мале ћелије услед већег слабљења сигнала у *mmWave* опсегу, поготово $NLoS$ компоненти, па ће се захтијевати оптичка видљивост између предајника и пријемника. У *mmWave* опсегу LoS компонента је доминантна, а у малим ћелијама се очекује да важи просторна кохеренција сигнала услед краћих пропагационих растојања, на којима је хомогенији медијум за пренос [40].

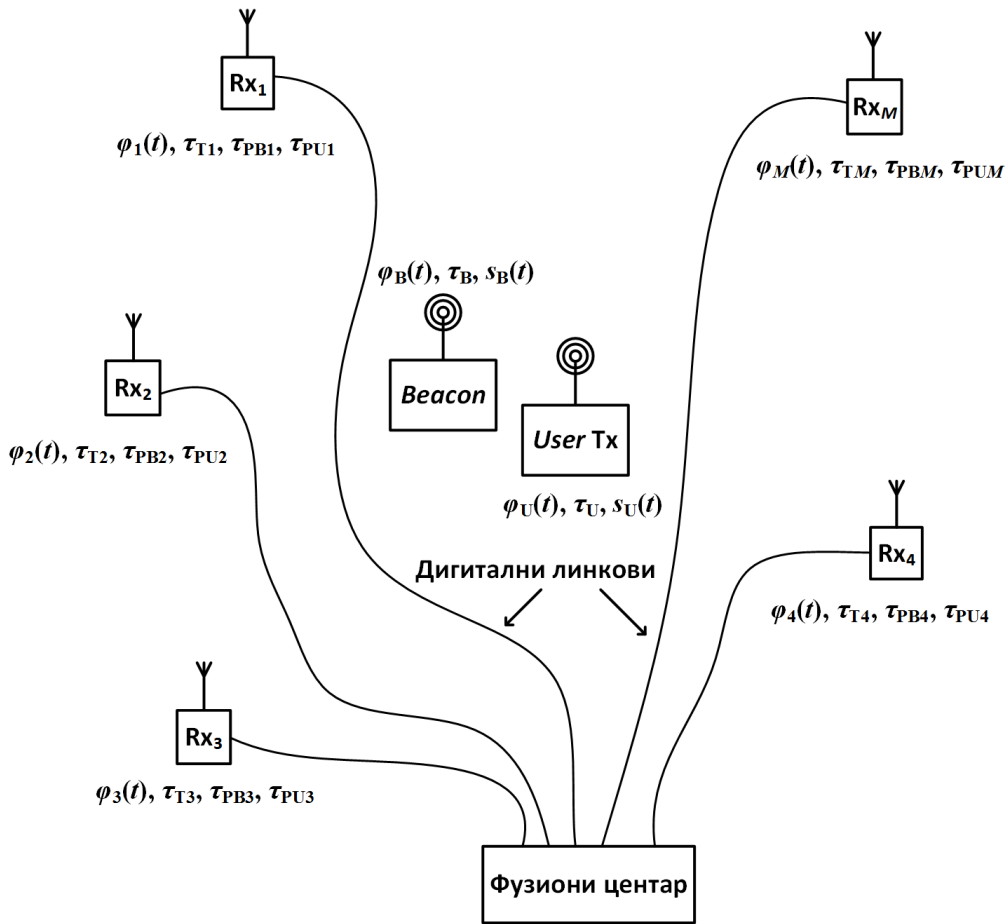
Глава 3

Калибрација дистрибуираног вишеканалног пријемног система бежичним путем

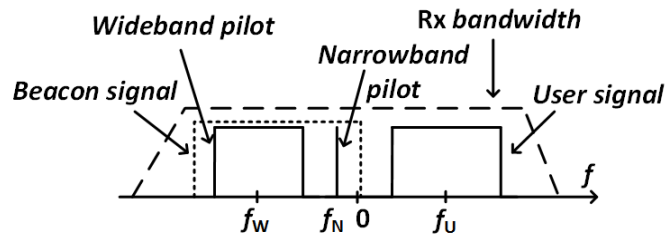
У овој глави, предмет истраживања су методе за временску, фреквенцијску и фазну синхронизацију дистрибуираног вишеканалног пријемног система бежичним путем, да би се омогућио пријемни дигитални *beamforming* – BF ка жељеном предајнику и/или локализација извора радио сигнала. Пријемници су повезани са фузионим центром преко дигиталних линкова, преко којих није могућ пренос референтних сигнала за синхронизацију. Сматрамо да су временски помаци константни у опсервационом интервалу. Фреквенцијски помаци су промјенљиви и због тога умјесто фреквенцијских, процјењујемо и компензујемо тренутне фазне помаке. На почетку је описан модел система и формулација проблема. Након тога дат је модел сигнала, који се ослања на општи модел изведен у глави 2. Затим је описана процедура за калибрацију дистрибуираног пријемног система бежичним путем. У случају локализације, процедура обухвата здружену естимацију (процјену) и компензацију (исправљање, неутралисање) временског помака и тренутног фазног помака између пријемних **канала**. Пријемни систем врши естимацију помака на основу широкопојасног пилот сигнала и ускопојасног пилот сигнала које шаље калибрациони предајник (*beacon*). У случају *beamforming*-а, процедура обухвата здружену естимацију и компензацију временског помака и тренутног фазног помака између примљених корисних **сигнала** – етапа 1, и, опционо, еквилизацију корисног сигнала – етапа 2. У етапи 1 се користе широкопојасни и ускопојасни пилот од *beacon*-а и широкопојасна преамбула послата од стране корисничког предајника (*user Tx*), а у етапи 2 само широкопојасна преамбула и ускопојасни пилот корисничког предајника. Након процедуре, описани су алгоритми који су у њој коришћени. На крају поглавља дати су резултати Монте-Карло симулација и експеримената, уз пропратну дискусију.

3.1 Модел система и формулација проблема

Пријемни систем се састоји од пријемника Rx_1, Rx_2, \dots, Rx_M дистрибуираних у простору, повезаних дигиталним линковима са фузионим центром, као што је приказано на слици 3.1. Сваки пријемник има сопствени LO и A/D конвертор, који су независни од оних у осталим пријемним каналима. Дакле, не постоји ни временска, ни фреквенцијска, ни фазна синхронизација између пријемних канала. Међутим, претпостављамо да груба временска синхронизација постоји, у смислу да

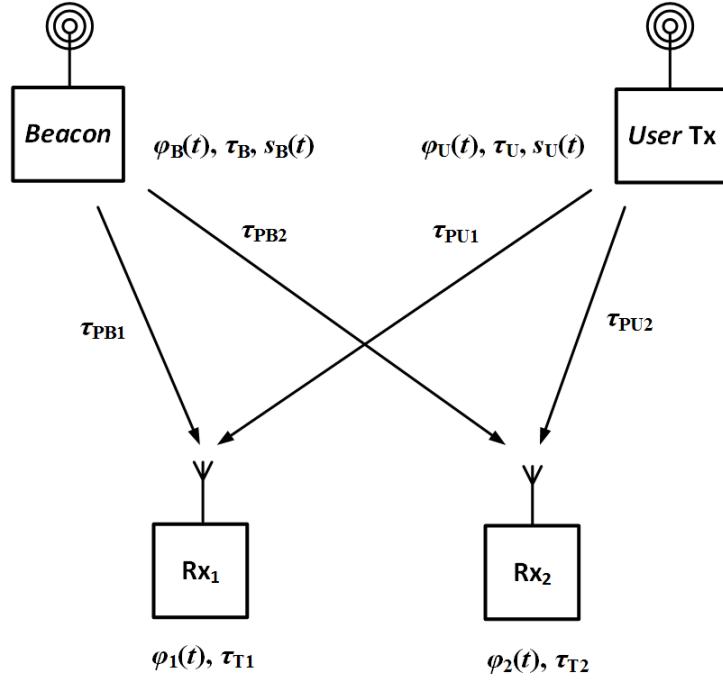


Слика 3.1: Модел система.



Слика 3.2: Сигнали на пријему у фреквенцијском домену. Фреквенције су у основном опсегу.

се опсервациони интервали у каналима углавном преклапају. На пријемни систем истовремено стижу сигнали са два различита предајника на одвојеним локацијама, слика. 3.2. Кориснички предајник емитује, у RF опсегу на одговарајућој ВВ фреквенцији f_U , кориснички сигнал (*user signal*), који садржи корисни сигнал (*data signal*) – преноси корисне податке, али чији први дио заузима широкопојасна преамбула, и, опционо (ако се врши етапа 2), ускопојасни пилот. Калибрациони предајник емитује широкопојасни пилот (*wideband pilot*) и ускопојасни пилот (*narrowband pilot*), на одговарајућим ВВ фреквенцијама f_w и f_N , респективно. Ускопојасни пилот корисничког предајника може заузимати одвојен дио спектра поред корисног сигнала (као код калибрационог предајника), или може бити један од подносилаца ако је кориснички сигнал OFDM типа. У општем случају, локације



Слика 3.3: Модел система са два пријемна канала.

предајника су непознате пријемном систему. Претпостављамо да се пријемници и предајници не крећу у току опсервационог интервала, чиме се елиминише утицај Доплеровог ефекта у моделу сигнала. Такође, претпостављамо да постоји оптичка видљивост (LoS) између сваког Tx-Rx пара. У сваком пријемном каналу, примљени сигнали се IQ демодулишу и A/D конвертују, а затим се добијени дигитални одбирци преко дигиталних линкова (нпр. етернет) допремају до фузионог центра, гдје се здружено обрађују. Претпостављамо да сви A/D и D/A конвертори у систему имају једнаке фреквенције одабирања, \tilde{f}_s . Ради једноставности, бавићемо се двоканалним пријемним системом ($M = 2$), слика 3.3. Резултати и закључци могу се лако проширити на случај са више од два пријемна канала разматрајући парове пријемних канала.

Сада ће бити објашњено значење величина са слике 3.3. Као што је описано у одјелку 2.3, фаза LO у сваком од примопредајника има општи облик $\omega_c t + \varphi(t)$, гдје је вријеме изражено по локалној оси тог примопредајника. Члан $\varphi(t)$ обухвата утицај почетне неспрегнутости LO и A/D, односно D/A конвертора, (фаза LO у $t = 0$) унутар датог примопредајника, и утицај (промјенљивог) фреквенцијског помака LO у односу на номиналну фреквенцију носиоца, ω_c . Ове фреквенцијске и фазне неусклађености за *beacon*, кориснички Tx, Rx₁ и Rx₂ су представљене са $\varphi_B(t)$, $\varphi_U(t)$, $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$, респективно. Одсуство временске синхронизације између *beacon*-а, корисничког Tx-а, Rx₁ и Rx₂ се моделује са τ_B , τ_U , τ_{T1} , τ_{T2} , респективно. Ово су кашњења њихових локалних временских оса у односу на неку, произвољно изабрану, номиналну временску осу. Дужина опсервационог интервала је изабрана тако да су ови помјераји временских оса константни за вријеме његовог трајања. Пропагациона кашњења сигнала су константна јер нема кретања примопредајника и означена са τ_{PB1} , τ_{PB2} , τ_{PU1} , τ_{PU2} . Таласни облици *beacon*-а и корисничког Tx-а означени су са $s_B(t)$ и $s_U(t)$, респективно. У општем случају:

$$s_B(t) = s_W(t) + s_N(t), \quad (3.1)$$

гдје су $s_W(t)$ и $s_N(t)$ таласни облици широкопојасног и ускопојасног пилота, респективно, и

$$s_U(t) = s_D(t) + s_{UN}(t), \quad (3.2)$$

гдје су $s_D(t)$ и $s_{UN}(t)$ таласни облици корисног сигнала и ускопојасног пилота корисничког Tx-а, респективно.

Циљ је да се постигне временска, фреквенцијска и фазна синхронизација дистрибуираних пријемних канала коришћењем сигнала *beacon*-а, да би се омогућила локализација корисничког предајника, или да се постигне синхронизација примљених корисних сигнала коришћењем сигнала *beacon*-а и сигнала корисничког предајника, да би се омогућио дигитални пријемни *beamforming*.

3.2 Модел сигнала

Овај одјељак описује моделовање сигнала у пријемним каналима када *beacon* и кориснички предајник шаљу секвенце дужине N .

Нека је $\mathbf{s}_B = [s_{B0}, s_{B1}, \dots, s_{BN-1}]^T$ комплексна секвенца на улазу у D/A конвертор у *beacon*-у. Континуални таласни облик на излазу D/A конвертора је $s_B(t)$, по локалној временској оси *beacon*-а. Овај сигнал се IQ модулише и добијени RF сигнал се води на антену. Комплексна анвелопа емитованог сигнала, по номиналној временској оси, може се написати као

$$\begin{aligned} s_{\text{EkvB}}(t) &= e^{j\varphi_B(t-\tau_B)} e^{-j\omega_c \tau_B} s_B(t - \tau_B) \\ &= s_{\text{EkvW}}(t) + s_{\text{EkvN}}(t). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Као што је речено у одјељку 2.4, ако се експлицитно не каже другачије, све временске промјенљиве су нормализоване са $1/\tilde{f}_s$, а све фреквенцијске промјенљиве са \tilde{f}_s , тј. са B .

Слично, нека је $\mathbf{s}_U = [s_{U0}, s_{U1}, \dots, s_{UN-1}]^T$ комплексна секвенца на улазу у D/A конвертор у корисничком предајнику. Континуални таласни облик на излазу D/A конвертора је $s_U(t)$, по локалној временској оси корисничког Tx-а. Овај сигнал се IQ модулише и добијени RF сигнал се води на антену. Комплексна анвелопа емитованог сигнала, по номиналној временској оси, може се написати као

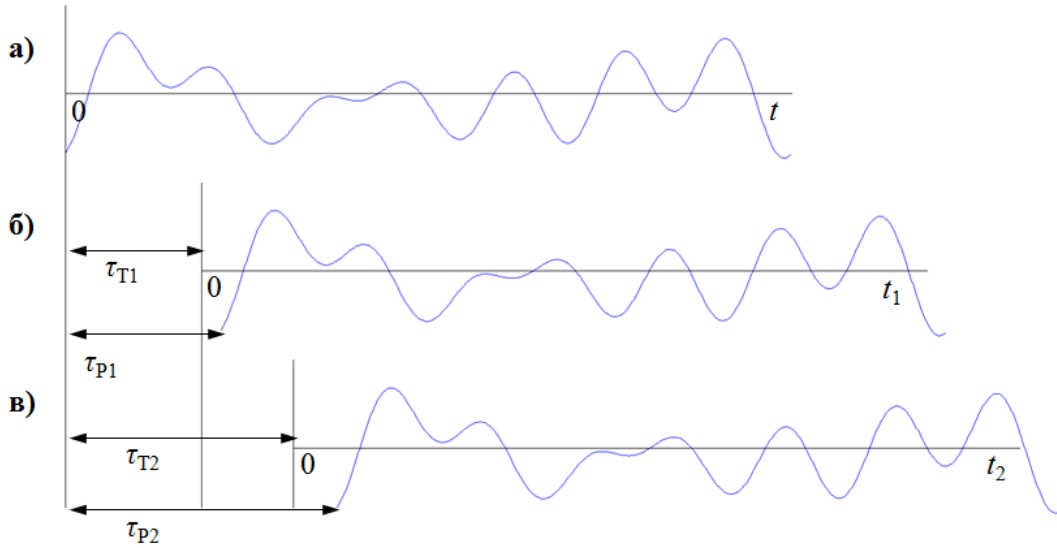
$$\begin{aligned} s_{\text{EkvU}}(t) &= e^{j\varphi_U(t-\tau_U)} e^{-j\omega_c \tau_U} s_U(t - \tau_U) \\ &= s_{\text{EkvD}}(t) + s_{\text{EkvUN}}(t). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Ова два сигнала пропагирају до пријемних антена.

Као кратка дигресија, на слици 3.4 су илустровани временски помјераји у сигналу на Rx_1 и Rx_2 , заједно са њиховим временским осама, за сигнал послат са неког предајника. За номиналну временску осу узета је временска оса предајника. Пропагациона кашњења сигнала од извора до Rx_1 и Rx_2 су означена са τ_{P1} и τ_{P2} , респективно. Као што је речено у одјељку 2.5, за разлику од предајника, кашњење временске осе пријемника за вриједност τ_{T1} (слика 3.4 б)) одговара кашњењу сигнала за вриједност $-\tau_{T1}$ по тој временској оси.

Дакле, комплексне анвелопе које одговарају RF сигнаlima који стижу до пријемних канала 1 и 2, свака по својој локалној оси, су

$$\begin{aligned} s_1(t) &= a_1 e^{-j\varphi_1(t)} e^{-j\omega_c \tau_{PB1}} e^{+j\omega_c \tau_{T1}} s_{\text{EkvB}}(t - \tau_{PB1} + \tau_{T1}) + \\ & a_1 e^{-j\varphi_1(t)} e^{-j\omega_c \tau_{PU1}} e^{+j\omega_c \tau_{T1}} s_{\text{EkvU}}(t - \tau_{PU1} + \tau_{T1}) + \\ & \eta_1(t), \end{aligned} \quad (3.5)$$



Слика 3.4: Илустрација временских помјераја у сигналу: а) сигнал, б) сигнал у Rx_1 и његова временска оса, в) сигнал у Rx_2 и његова временска оса.

$$s_2(t) = a_2 e^{-j\varphi_2(t)} e^{-j\omega_c \tau_{PB2}} e^{+j\omega_c \tau_{T2}} s_{EkvB}(t - \tau_{PB2} + \tau_{T2}) + a_2 e^{-j\varphi_2(t)} e^{-j\omega_c \tau_{PU2}} e^{+j\omega_c \tau_{T2}} s_{EkvU}(t - \tau_{PU2} + \tau_{T2}) + \eta_2(t), \quad (3.6)$$

гдје је a_m константни реални скаларни фактор који моделира пропационо слабљење, $m \in \{1, 2\}$, а $\eta_m(t)$ Гаусов шум у фреквенцијском опсегу $[-1/2, 1/2]$. Без умањења општости, сматрамо да примљени сигнали *beacon*-а и корисничког Tx-а имају једнаке средње снаге. Модел сигнала дат изразима (3.5)–(3.6) је згодан за сценарије у којима је оригинална секвенца коју шаље предајник непозната пријемном систему. Тада су небитни временски и фазни помаци у предајнику, од интереса је сигнал на излазу из предајника, којег називамо еквивалентним оригиналним послатим сигналом и означавамо индексом “Ekv”. Уколико је оригинална секвенца позната и то знање се користи у алгоритмима, тада је неопходно да у моделу сигнала експлицитно фигуришу временски и фазни помаци предајника:

$$s_1(t) = a_1 e^{j\varphi_B(t - \tau_B - \tau_{PB1} + \tau_{T1})} e^{-j\varphi_1(t)} e^{-j\omega_c \tau_B} e^{-j\omega_c \tau_{PB1}} e^{+j\omega_c \tau_{T1}} s_B(t - \tau_B - \tau_{PB1} + \tau_{T1}) + a_1 e^{j\varphi_U(t - \tau_U - \tau_{PU1} + \tau_{T1})} e^{-j\varphi_1(t)} e^{-j\omega_c \tau_U} e^{-j\omega_c \tau_{PU1}} e^{+j\omega_c \tau_{T1}} s_U(t - \tau_U - \tau_{PU1} + \tau_{T1}) + \eta_1(t), \quad (3.7)$$

$$s_2(t) = a_2 e^{j\varphi_B(t - \tau_B - \tau_{PB2} + \tau_{T2})} e^{-j\varphi_2(t)} e^{-j\omega_c \tau_B} e^{-j\omega_c \tau_{PB2}} e^{+j\omega_c \tau_{T2}} s_B(t - \tau_B - \tau_{PB2} + \tau_{T2}) + a_2 e^{j\varphi_U(t - \tau_U - \tau_{PU2} + \tau_{T2})} e^{-j\varphi_2(t)} e^{-j\omega_c \tau_U} e^{-j\omega_c \tau_{PU2}} e^{+j\omega_c \tau_{T2}} s_U(t - \tau_U - \tau_{PU2} + \tau_{T2}) + \eta_2(t). \quad (3.8)$$

Као што је описано у одјелјку 2.5, из (3.5)–(3.6) се добија дискретни матрични ВВ модел сигнала у пријемним каналима за непознату секвенцу:

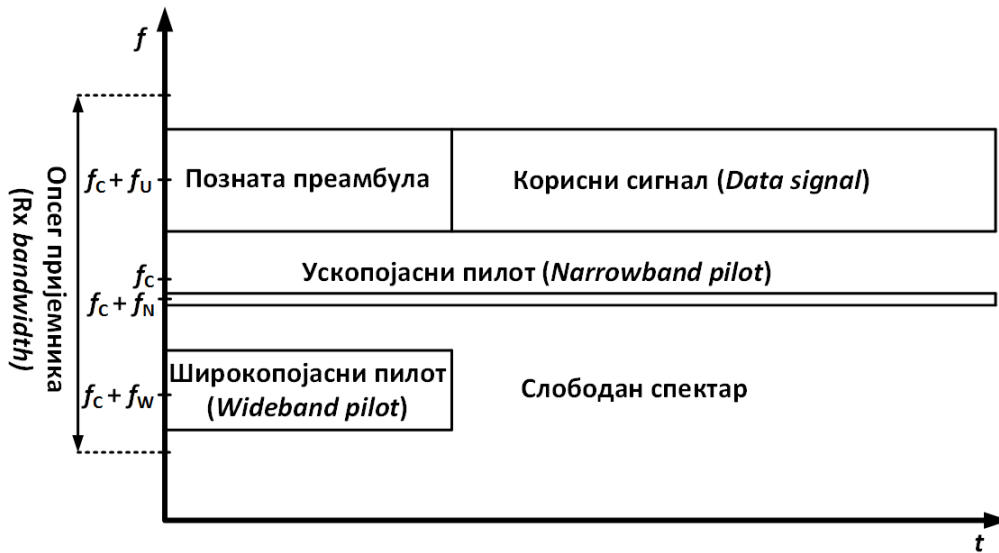
$$s_1 = a_1 \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1}} \mathbf{D}_{\tau_{PB1}} \mathbf{F} s_{EkvB} + a_1 \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1}} \mathbf{D}_{\tau_{PU1}} \mathbf{F} s_{EkvU} + \eta_1, \quad (3.9)$$

$$s_2 = a_2 \Phi_2 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T2}} \mathbf{D}_{\tau_{PB2}} \mathbf{F} s_{EkvB} + a_2 \Phi_2 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T2}} \mathbf{D}_{\tau_{PU2}} \mathbf{F} s_{EkvU} + \eta_2, \quad (3.10)$$

и слично из (3.7)–(3.8) за познату секвенцу:

$$s_1 = a_1 \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1}} \mathbf{D}_{\tau_{PB1}} \mathbf{D}_{\tau_B} \mathbf{F} \Phi_B s_B + a_1 \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1}} \mathbf{D}_{\tau_{PU1}} \mathbf{D}_{\tau_U} \mathbf{F} \Phi_U s_U + \eta_1, \quad (3.11)$$

$$s_2 = a_2 \Phi_2 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T2}} \mathbf{D}_{\tau_{PB2}} \mathbf{D}_{\tau_B} \mathbf{F} \Phi_B s_B + a_2 \Phi_2 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T2}} \mathbf{D}_{\tau_{PU2}} \mathbf{D}_{\tau_U} \mathbf{F} \Phi_U s_U + \eta_2, \quad (3.12)$$



Слика 3.5: Сигнали у пријемним каналима за ВФ случај.

гдје је $\mathbf{s}_m = [s_m(0), s_m(1), \dots, s_m(N-1)]^T$ и слично за \mathbf{s}_{EkvB} , \mathbf{s}_{EkvU} , \mathbf{s}_{EkvW} , \mathbf{s}_{EkvN} , \mathbf{s}_{EkvD} , $\mathbf{s}_{\text{EkvUN}}$, \mathbf{s}_B , \mathbf{s}_U , \mathbf{s}_W , \mathbf{s}_N , \mathbf{s}_D , \mathbf{s}_{UN} и $\boldsymbol{\eta}_m$. Важно је запамтити да су чланови ових вектора сигнала, нпр. $s_D(n)$, дефинисани за било коју реалну вриједност аргумента n , а не само за цјелобројне, јер сваком дискретном сигналу, тј. вектору, једнозначно одговара један континуални сигнал, онако како је описано у одјељку 2.5. Шум има кружно симетричну комплексну Гаусову расподелу са варијансом σ_m^2 , $\mathcal{CN}(0, \sigma_m^2)$, а његове вриједности су независне по одбирцима, n , и независне по пријемним каналима, m . Сматраћемо да је $a_m = 1 (\forall m)$, тако да варијанса шума за дати канал моделира пропагационо слабљење у том каналу. Другим ријечима, сматрамо да се примљени сигнали у предобради скалирају са $1/a_m$, гдје рачунамо да су снаге сигнала и шума познате (нпр. одређене мјерењем снаге шума прије почетка пријема и мјерењем укупне снаге сигнала и шума у току пријема). Значење осталих величина описано је у одјељку 2.5.

3.3 Процедура за калибрацију

Разликујемо два случаја у којима процедура може бити примијењена, случај дигиталног *beamforming*-а и случај локализације извора радио сигнала. Поред тога, за сигнал примљен у оквиру једног опсервационог интервала, разликујемо Иницијалну фазу (*initial phase*) и Фазу преноса података (*data transfer phase*).

Иницијална фаза представља обраду првог дијела сигнала у опсервационом интервалу. У ВФ случају, овај дио сигнала садржи широкопојасну преамбулу и, опционо, кориснички ускопојасни пилот, послате од стране корисничког Тх-а, и ускопојасни пилот и широкопојасни пилот, послате од стране *beacon*-а, слика 3.5. На слици је приказана опција када се врши и етапа 2, а кориснички ускопојасни пилот заузима дио спектра корисног сигнала. Преамбула и широкопојасни пилот садрже периодичне сигнале, гдје једна периода одговара секвенцама \mathbf{s}_U и \mathbf{s}_B , респективно. У току естимације временског помака, прозор за корелацију сачињен од одбирака једног сигнала дужине једне периоде, N , помјера се дуж N одбирака и пореди са, при датом помјерају, одговарајућим одбирцима другог сигнала (биће детаљније објашњено у одјељку 3.5). Битно је да послати сигнали постоје у цијелом сегменту сигнала који се користи за корелацију, иначе имамо дио сигнала

гдје постоји само шум. Због тога се шаљу бар три периоде, а прозор за корелацију чине одбирци који у идеалном случају (без временских помака) одговарају централној послатој периоди. У случају локализације, разлика је у томе што кориснички Tx не мора да шаље преамбулу, док је структура сигнала *beacon*-а иста као за ВФ случај.

Фаза преноса података представља обраду следећег дијела сигнала. У ВФ случају, овај дио сигнала садржи корисне податке послате од корисничког Tx-а, опционо кориснички ускопојасни пилот, и ускопојасни пилот од *beacon*-а. У случају локализације, кориснички Tx шаље само корисни сигнал (не шаље ускопојасни пилот), а структура сигнала *beacon*-а је иста као за ВФ случај. Дужина опсервационог интервала ограничена је условом да су сви временски помаци константни за вријеме његовог трајања. Наредни опсервациони интервали имају исту овакву структуру сигнала.

Горњи модели система и сигнала важе за Иницијалну фазу и њоме се бави највећи дио ове главе. Дакле, прво детаљно описујемо процедуру за процјену и компензацију за Иницијалну фазу за ВФ случај. Затим указујемо на разлике у Фази преноса података у односу на Иницијалну фазу. На крају описујемо разлике у процедури за случај локализације у односу на ВФ случај.

У овом одјељку ћемо користити следеће једнакости:

$$\mathbf{D}_x \mathbf{D}_y = \mathbf{D}_y \mathbf{D}_x = \mathbf{D}_{x+y}, \quad (3.13)$$

што изражава комутативност оператора \mathbf{D} , а исто важи и за остале операторе у облику дијагоналних матрица, као што је Φ ; временски помак од τ примијењен на фазно помакнути аналогни сигнал $e^{j\varphi(t)}s(t)$,

$$e^{j\varphi(t')}s(t')|_{t'=t-\tau} = e^{j\varphi(t-\tau)}s(t-\tau), \quad (3.14)$$

у дискретном матричном моделу се изражава као

$$\mathbf{F}^H \mathbf{D}_\tau \mathbf{F} \Phi \mathbf{s} = \Phi^{-\tau} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_\tau \mathbf{F} \mathbf{s}, \quad (3.15)$$

гдје $\Phi^{-\tau}$ означава Φ компензовано за $-\tau$, тј. закашњено за τ ; Φ је унитарна матрица,

$$\Phi^H = \Phi^{-1}; \quad (3.16)$$

ако се оператор хермитације и временско помјерање примијене једно за другим, важи следећа једнакост:

$$(\Phi^\tau)^H = (\Phi^H)^{-\tau}. \quad (3.17)$$

Генерално, неки од сигнала у овом одјељку (вектори/матрице) имају експоненте који означавају временска и фазна помјерања. Експоненти значе да је сигнал компензован за те временске/фазне помаке у редоследу у којем су експоненти написани. На примјер, $s^{\varphi(t),\tau}$ значи да је s прво компензован за фазу $\varphi(t)$, тј. у сигнал је унијето фазно предњачење од $\varphi(t)$, а након тога компензован за временски помак τ , тј. добијени сигнал, $s^{\varphi(t)}$, је временски испредњачен за τ .

3.3.1 Иницијална фаза за ВФ случај

Разликујемо двије етапе (*stage*) у оквиру процедуре за естимацију и компензацију. Ове двије етапе могу бити извршене у два одвојена подсистема.

У етапи 1, коју називамо и етапа поравнања (*alignment stage*), циљ је поравнати сигнале у Rx_2 са сигнаlima у Rx_1 , тј. синхронизовати их временски, фреквенцијски

и фазно, користећи сигнале *beacon*-а и корисничке сигнале. Познавање оригиналних послатих секвенци/сигнала **се не захтијева**. Због тога, што се тиче етапе 1, широкопојасна преамбула не мора бити позната, па се дио корисног сигнала може користити као преамбула. Процедура за естимацију и компензацију се састоји од четири корака (*steps*). У сваком кораку, прво се процјењују неки од помака (временски или фазни) у једном од сигнала примљених у каналу 2 у односу на одговарајући сигнал примљен у каналу 1. Након тога, сигнали у каналу 2 се компензују за тај процијењени помак. На крају ове етапе, систем још увијек **не омогућује** исправно декодовање корисних података, будући да се не остварује никакава синхронзација са корисничким предајником. Ако декодовање података треба да буде омогућено, слиједи етапа 2. Одговарајући кориснички сигнали из канала 1 и 2 се сабирају међусобно и добијени збирни сигнали (*combined signals*) се користе у етапи 2, чиме се добија већи ефективни SNR.

У етапи 2, коју називамо и етапа декодовања (*decoding stage*), циљ је извршити еквализацију ланца [кориснички Tx] - [пропагациони канал] - [пријемни канал 1] (у овом тренутку кориснички сигнал из канала 2 је, до на грешку естимације, временски, фазно (сваки одбирок, па тиме имплицитно и фреквенцијски) поравнат са корисничким сигналом из канала 1). У овој етапи се користе само сигнали корисничког Tx-а. Познавање оригиналних послатих секвенци **се захтијева**. Због тога први дио корисног сигнала заузима позната преамбула. Дакле, пошто етапе 1 и 2 користе исто парче сигнала послато од стране корисничког Tx-а, ако се врши етапа 2, преамбула мора бити позната и у етапи 1. Процедура за естимацију и компензацију се састоји од четири корака. У сваком кораку, један од збирних сигнала из етапе 1 се пореди са одговарајућим оригиналним сигналом и процјењује се неки од помака. Након тога, збирни сигнали се компензују за процијењени помак. На крају ове етапе, систем **омогућује** исправно декодовање корисних података.

Етапа 1

Нека сигнали s_1 и s_2 стижу у фузиони центар, слика 3.6. У овој етапи оригинална секвенца/таласни облик је непознат, тако да помаци у предајницима нису од значаја, јер су на исти начин садржани у s_1 и s_2 . Стога, пишемо:

$$s_1 = s_{W1} + s_{N1} + s_{U1}, \quad (3.18)$$

$$s_2 = s_{W2} + s_{N2} + s_{U2}, \quad (3.19)$$

$$s_{W1} = \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PB1}} \mathbf{F} s_{E_{kv}W} + \eta_{W1}, \quad (3.20)$$

$$s_{N1} = \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PB1}} \mathbf{F} s_{E_{kv}N} + \eta_{N1}, \quad (3.21)$$

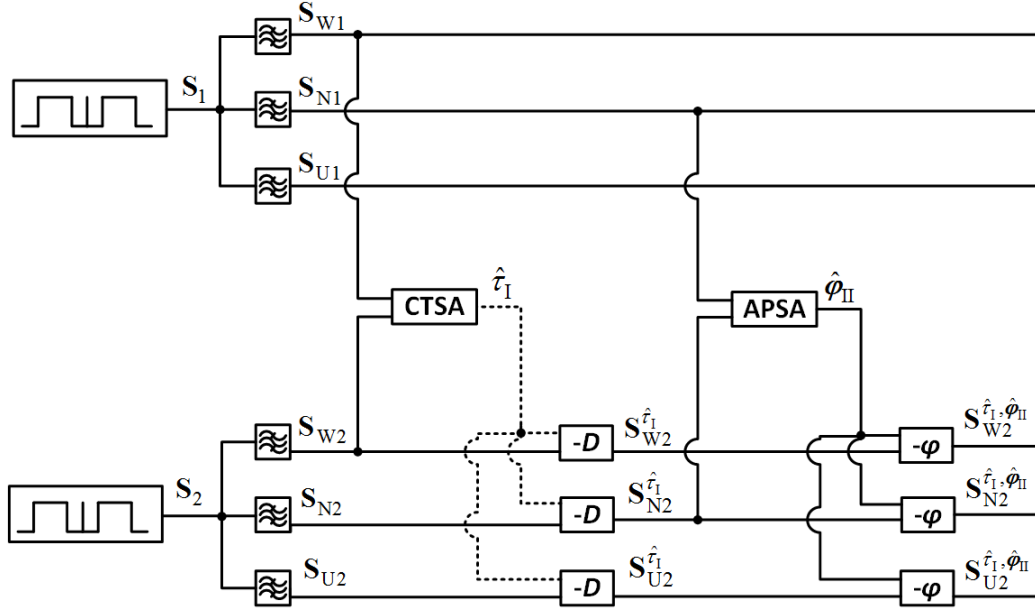
$$s_{U1} = \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PU1}} \mathbf{F} s_{E_{kv}U} + \eta_{U1}, \quad (3.22)$$

$$s_{W2} = \Phi_2 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T2} + \tau_{PB2}} \mathbf{F} s_{E_{kv}W} + \eta_{W2}, \quad (3.23)$$

$$s_{N2} = \Phi_2 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T2} + \tau_{PB2}} \mathbf{F} s_{E_{kv}N} + \eta_{N2}, \quad (3.24)$$

$$s_{U2} = \Phi_2 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T2} + \tau_{PU2}} \mathbf{F} s_{E_{kv}U} + \eta_{U2}. \quad (3.25)$$

Циљ је да се естимира и компензује временски помак и тренутни фазни помаци у s_2 у односу на s_1 . Пошто је фреквенцијски помак промјенљив у времену, умјесто њега, процјењујемо тренутни фазни помак. Након пристизања у фузиони центар, s_1 и s_2 пролазе кроз три филтра, на чијем излазу се добијају широкопојасни пилоти, s_{W1} и s_{W2} , ускопојасни пилоти, s_{N1} и s_{N2} , и кориснички сигнали, s_{U1} и s_{U2} . Вектори Гаусовог шума на излазу филтара су η_{Wm} , η_{Nm} и η_{Um} . У овој етапи имамо четири корака, односно четири пара естимација-компензација.



Слика 3.6: Шематски дијаграм за корак 1 и корак 2 етапе 1 за BF случај и за локализацију. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.

У кораку 1 алгоритам за константни временски помак (*the algorithm for constant time shift* – CTSA) (детаљније у одјељку 3.4) користи \mathbf{s}_{W1} и \mathbf{s}_{W2} да естимира временски помак опсервационих интервала у каналима, тј. $\Delta_{12} = \tau_{T2} - \tau_{T1}$ (\mathbf{s}_{W2} је закашњено за $-\Delta_{12}$ у односу на \mathbf{s}_{W1}). Међутим, ови сигнали садрже и временски помјерај услед различитих времена пропагације од *beacon*-а до одговарајућих пријемних антена, тј. $\text{TDoA}_B = \tau_{PB2} - \tau_{PB1}$, тако да ми у ствари процјењујемо $-\Delta_{12} + \text{TDoA}_B$. Процјена на излазу алгоритма је

$$\hat{\tau}_1 = -\Delta_{12} + \text{TDoA}_B - \tau_{\text{err}}, \quad (3.26)$$

гдје је τ_{err} грешка услед фазних изобличења у сигнаlima и Гаусовог шума. Ово је груба процјена, са прецизношћу реда величине једне петине трајања одбирка (за разумне вриједности SNR и N).

Сада се сви сигнали у каналу 2 компензују за процијењени временски помак, $\hat{\tau}_1$,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{W2}^{\hat{\tau}_1} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_1} \mathbf{F} \mathbf{s}_{W2} \\ &= \Phi_2^{\hat{\tau}_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PB1} + \tau_{\text{err}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{E}kVW} + \boldsymbol{\eta}_{W2}^{\hat{\tau}_1}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{N2}^{\hat{\tau}_1} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_1} \mathbf{F} \mathbf{s}_{N2} \\ &= \Phi_2^{\hat{\tau}_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PB1} + \tau_{\text{err}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{E}kVN} + \boldsymbol{\eta}_{N2}^{\hat{\tau}_1}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{U2}^{\hat{\tau}_1} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_1} \mathbf{F} \mathbf{s}_{U2} \\ &= \Phi_2^{\hat{\tau}_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PU2} - \text{TDoA}_B + \tau_{\text{err}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{E}kVU} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Уношење временских и фазних помака не мијења статистичке особине Гаусовог шума.

У кораку 2, адаптивни алгоритам за фазни помак (*the adaptive algorithm for phase shift* – APSA) (одјељак 3.4) користи \mathbf{s}_{N1} и $\hat{\mathbf{s}}_{N2}^{\hat{\tau}_1}$ да процијени тренутни фазни помак између канала. Иако кориснички Tx шаље сопствени ускопојасни пилот, \mathbf{s}_{UN} , он се не користи у етапи 1. Будући да је *beacon* дио нашег система, врло је вјероватно

да његови сигнали имају већи SNR него сигнали корисничког Tx-a, тако да се ускопојасни пилот од *beacon*-a користи и за естимацију и компензацију код корисничких сигнала. Ово је могуће јер се не користи познавање оригиналне секвенце у предајнику, а пријемни систем (једини извор фазног помака који је од интереса у овој етапи) је заједнички за оба предајника. Пошто се фазни помак естимира за временски помак $\hat{\tau}_1$ у односу на сигнале који улазе у пријемни систем, фазна компензација корисничког сигнала треба да буде извршена за идентичан временски помак. Због тога је кориснички сигнал у кораку 1 компензован за временски помак процијењен на основу сигнала *beacon* -a (иако временски помак у корисничким сигнаlima има различиту вриједност у општем случају због различитих пропагационих путева). Након корака 2, сигнали *beacon*-a и кориснички сигнали се обрађују одвојено.

Пошто је ускопојасни пилот цисоида (комплексна синусоида), представимо временске помаке у \mathbf{s}_{N1} и $\mathbf{s}_{N2}^{\hat{\tau}_1}$ као фазне чланове:

$$\mathbf{s}_{N1} = \mathbf{\Phi}_1 e^{j\varphi_{N1}} + \boldsymbol{\eta}_{N1}, \quad (3.30)$$

$$\mathbf{s}_{N2}^{\hat{\tau}_1} = \mathbf{\Phi}_2^{\hat{\tau}_1} e^{-j\varphi_{\text{Ierr}}} e^{j\varphi_{N1}} + \boldsymbol{\eta}_{N2}^{\hat{\tau}_1}, \quad (3.31)$$

гдје

$$e^{j\varphi_{N1}} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PB1}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvN}}, \quad (3.32)$$

$$e^{-j\varphi_{\text{Ierr}}} \mathbf{s}_{\text{EkvN}} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{\text{Ierr}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvN}}. \quad (3.33)$$

APSA на свом излазу даје

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{\Phi}}_{\text{II}} &= \text{Diag} \{ e^{j[\hat{\varphi}_{\text{II}}(0), \hat{\varphi}_{\text{II}}(1), \dots, \hat{\varphi}_{\text{II}}(N-1)]} \} \\ &= \mathbf{\Phi}_2^{\hat{\tau}_1} \mathbf{\Phi}_1^H e^{-j\varphi_{\text{Ierr}}} \mathbf{\Phi}_{\text{Ierr}}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

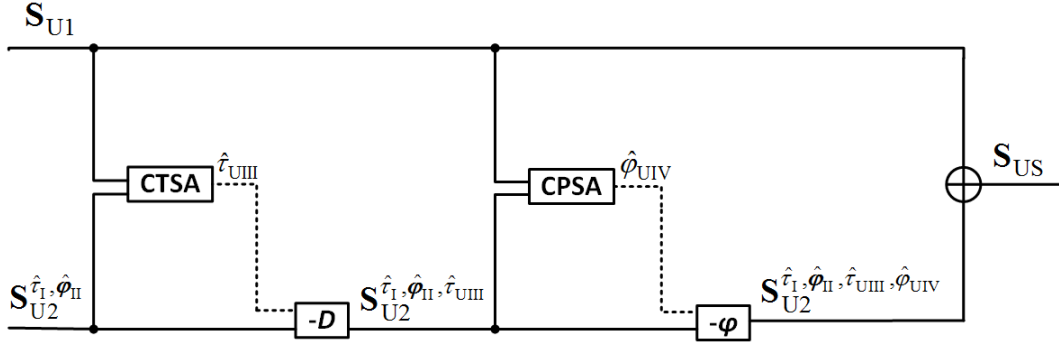
гдје је $\hat{\mathbf{\Phi}}_{\text{II}}$ дијагонална матрица која садржи процијењене тренутне фазне помаке, као саставни дио од $e^{j\hat{\varphi}_{\text{II}}(t)}$. Поред грешке услед шума, $\mathbf{\Phi}_{\text{Ierr}}$, и жељеног члана $\mathbf{\Phi}_2^{\hat{\tau}_1} \mathbf{\Phi}_1^H$, $\hat{\mathbf{\Phi}}_{\text{II}}$ садржи такође и члан $e^{-j\varphi_{\text{Ierr}}}$, који представља константну фазну грешку, гдје је $\varphi_{\text{Ierr}} = (\omega_c + \omega_N) \tau_{\text{Ierr}} \pmod{2\pi}$, а ω_N кружна фреквенција ускопојасног пилота у основном опсегу. Овај члан се појављује јер након корака 1 постоји преостали временски помак τ_{Ierr} између сигнала у каналима. Стога, умјесто одговарајућих одбирака, фазни помак се рачуна између одбирака који су помјерени за τ_{Ierr} , што је за цисоиду еквивалентно фазном помаку од $e^{-j\varphi_{\text{Ierr}}}$. Међутим, главни задатак корака 2 је да ископензује временски промјенљиву компоненту фазног помака. Преостали константни фазни помак се компензује касније у кораку 4. Претпостављамо да се фреквенцијски помјерај не мијења значајно за вријеме τ_{Ierr} , које је реда једне петине трајања одбирка.

Остали сигнали у каналу 2 се компензују за процијењени фазни помак:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{W2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)} &= \hat{\mathbf{\Phi}}_{\text{II}}^H \mathbf{s}_{W2}^{\hat{\tau}_1} \\ &= e^{j\varphi_{\text{Ierr}}} \mathbf{\Phi}_{\text{Ierr}}^H \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PB1} + \tau_{\text{Ierr}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvW}} + \boldsymbol{\eta}_{W2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)} &= \hat{\mathbf{\Phi}}_{\text{II}}^H \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1} \\ &= e^{j\varphi_{\text{Ierr}}} \mathbf{\Phi}_{\text{Ierr}}^H \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PU2} - \text{TD}_{\text{OAB}} + \tau_{\text{Ierr}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Да би ова компензација исправно функционисала, сигнали унутар сваког од канала морају бити поравнати у времену. То је само по себи испуњено прије почетка процедуре. Да би било одржано до овог тренутка, у кораку 1 су **сви** сигнали у каналу 2 помјерени за исту вриједност, $\hat{\tau}_1$.



Слика 3.7: Шематски дијаграм за корак 3 и корак 4 етапе 1 за BF случај. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.

У кораку 3, CTSA (одјељак 3.4) процјењује временски помак између $\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t)}$ и \mathbf{s}_{U1} , видјети слику 3.7. Будући да сигнали нису фазно синхронизовани (у кораку 2 је унесен непознати фазни помак φ_{Ierr}), информација из фазе носиоца не може се користити, односно не би било побољшања у естимацији временског помака ако бисмо користили кохерентни алгоритам, што је објашњено у глави 4. Алгоритам на свом излазу даје

$$\hat{\tau}_{\text{UIII}} = -\text{TDoA}_B + \text{TDoA}_U + \tau_{\text{Ierr}} - \tau_{\text{UIIIerr}}, \quad (3.37)$$

гдје је $\hat{\tau}_{\text{UIII}}$ процијењени временски помак, а τ_{UIIIerr} грешка процјене услед шума и реда је величине 50-тог дијела одбирка (за разумне вриједности SNR и N). Индекс “U” означава да је процјена добијена коришћењем корисничких сигнала.

Направимо овдје кратку дигресију. Временски помак RF сигнала је инхерентно праћен одговарајућим фазним помаком фазе носиоца (видјети одјељак 2.3), без обзира да ли се фаза носиоца користи за естимацију. Претпоставимо да неки RF сигнал, са комплексном анVELOпом $s(t)$ и фреквенцијом носиоца ω_c , добије временски помак од τ . Тада је комплексна анVELOпа $s(t - \tau)e^{-j\omega_c\tau}$. Дакле, иако временски помјерај комплексне анVELOпе од τ_{UIIIerr} може бити занемарен, фазни помак проузрокован са $\hat{\tau}_{\text{UIII}}$ је значајан и, ако сигнал \mathbf{s}_{U2} има раван спектар у свом подопсегу, износи: $\varphi_{\tau_{\text{UIIIerr}}} = (\omega_c + \omega_U) \tau_{\text{UIIIerr}} \pmod{2\pi}$, гдје је ω_U централна кружна фреквенција корисничког сигнала у основном опсегу.

Сада се $\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t)}$ компензује за естимирани временски помак, $\hat{\tau}_{\text{UIII}}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t)} \\ &= e^{j\varphi_{\text{Ierr}}} \left(\mathbf{\Phi}_{\text{Ierr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \mathbf{\Phi}_1^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU1}} + \tau_{\text{UIIIerr}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Уношење временског помјераја нема утицаја на константне фазне чланове, као што је $e^{j\varphi_{\text{Ierr}}}$.

У кораку 4 алгоритам за константни фазни помак (*the algorithm for constant phase shift* – CPSA) (одјељак 3.4) процјењује средњи фазни помак између $\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}}$ и \mathbf{s}_{U1} . CPSA на свом излазу даје

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{\text{UIV}} &= \arg \left(\mathbf{s}_{U1}^H \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}} \right) \\ &= \varphi_{\text{Ierr}} + \mathcal{C} \left\{ \left(\mathbf{\Phi}_{\text{Ierr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \right\} + \mathcal{C} \left\{ \mathbf{\Phi}_1^H \mathbf{\Phi}_1^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \right\} - \varphi_{\tau_{\text{UIIIerr}}} - \varphi_{\text{UIVerr}}, \end{aligned} \quad (3.39)$$

гдје је φ_{UIVerr} грешка фазне естимације услед шума. Оператор $\mathcal{C} \{ \cdot \}$ означава допринос свог аргумента укупној процијењеној константној компоненти фазе.

Сада се $\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}}$ компензује за естимирани фазни помак, $\hat{\varphi}_{U\text{IV}}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}, \hat{\varphi}_{U\text{IV}}} &= e^{-j\hat{\varphi}_{U\text{IV}}} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}} \\ &= e^{j\varphi_{U\text{IVerr}}} \tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_{\text{Ierr}}^{-\hat{\tau}_{U\text{III}}} \right\} \left(\Phi_{\text{Ierr}}^{\text{H}} \right)^{\hat{\tau}_{U\text{III}}} \tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_1 \left(\Phi_1^{\hat{\tau}_{U\text{III}}} \right)^{\text{H}} \right\} \Phi_1^{\hat{\tau}_{U\text{III}}} \times \\ &\quad \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU1}}} \mathbf{D}_{\tau_{U\text{IIIerr}}}^{\text{BB}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}, \hat{\varphi}_{U\text{IV}}} \\ &= \Phi_{U\text{err}} \Phi_1 \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU1}}} \mathbf{D}_{\tau_{U\text{IIIerr}}}^{\text{BB}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}, \hat{\varphi}_{U\text{IV}}}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

гдје је, за било који вектор/дијагоналну матрицу \mathbf{V} , $\tilde{\mathcal{C}} \{ \mathbf{V} \} = e^{j\mathcal{C}\{\mathbf{V}\}}$. Члан $\mathbf{D}_{\tau_{U\text{IIIerr}}}^{\text{BB}}$ се појавио јер, на основу (2.43), важи да је $\mathbf{D}_{\tau_{U\text{IIIerr}}} = e^{-j\varphi_{\tau_{U\text{IIIerr}}}} \mathbf{D}_{\tau_{U\text{IIIerr}}}^{\text{BB}}$. Чланови $\tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_{\text{Ierr}}^{-\hat{\tau}_{U\text{III}}} \right\}$ и $\left(\Phi_{\text{Ierr}}^{\text{H}} \right)^{\hat{\tau}_{U\text{III}}}$ се приближно међусобно поништавају. Такође, ако се фреквенцијски помак не мијења значајно за $\tau_{U\text{III}}$ ($\tau_{U\text{III}}$ је обично мање од једног одбирка захваљујући постојању корака 1), важи $\tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_1 \left(\Phi_1^{\hat{\tau}_{U\text{III}}} \right)^{\text{H}} \right\} \Phi_1^{\hat{\tau}_{U\text{III}}} \approx \Phi_1$. Преостала грешка од претходне двије апроксимације, заједно са $\varphi_{U\text{IVerr}}$, садржана је у $\Phi_{U\text{err}}$. Даље, ако занемаримо мали временски помјерај анvelope од $\hat{\tau}_{U\text{IIIerr}}$, представљен чланом $\mathbf{D}_{\tau_{U\text{IIIerr}}}^{\text{BB}}$, добијамо:

$$\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}, \hat{\varphi}_{U\text{IV}}} = \Phi_{U\text{err}} \Phi_1 \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU1}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}, \hat{\varphi}_{U\text{IV}}}. \quad (3.41)$$

Добијени кориснички сигнал се сада сабира са одговарајућим сигналом из канала 1, дајући збирни кориснички сигнал $\mathbf{s}_{U\text{S}}$, чиме постижемо добитак *beamforming*-а (*beamforming gain*), тј. већи ефективни SNR:

$$\mathbf{s}_{U\text{S}} = \mathbf{s}_{U1} + \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_\Pi(t), \hat{\tau}_{U\text{III}}, \hat{\varphi}_{U\text{IV}}} \approx 2\mathbf{s}_{U1}. \quad (3.42)$$

Услед изостанка синхронизације са корисничким предајником, исправно декодовање корисних података још увијек није могуће. Ако је декодовање потребно, слиједи етапа 2, у којој се постиже поменута синхронизација.

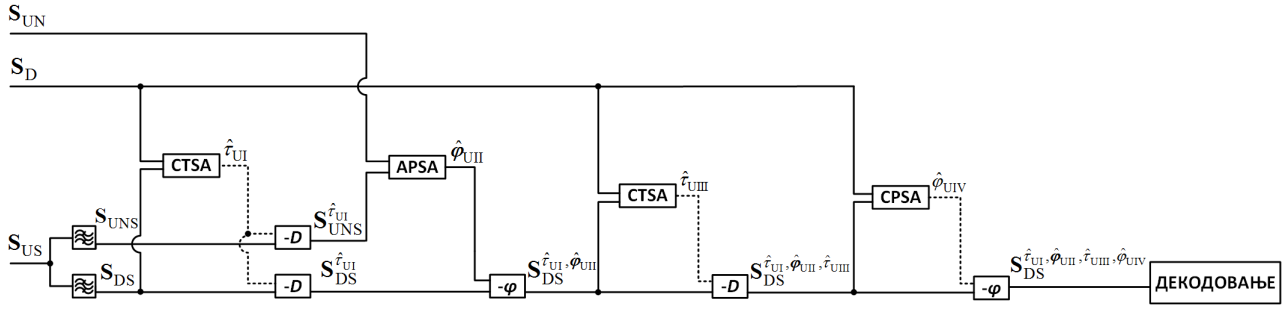
Етапа 2

У овој етапи се процјењују и компензују временски и тренутни фазни помаци у збирном корисничком сигналу у односу на одговарајућу познату оригиналну секвенцу/таласни облик, слика 3.8. Другим ријечима, вршимо еквилизацију низа [кориснички Tx] - [пропагациони канал] - [Rx канал 1]. Дакле, за ову етапу је неопходно да кориснички Tx шаље познату преамбулу, тј. да сегмент сигнала од корисничког Tx-а над којим се извршила етапа 1 буде познат пријемном систему. Преамбула треба да буде широкопојасна јер се користи за естимацију временских помака. Прво, $\mathbf{s}_{U\text{S}}$ пролази кроз два филтра на чијем излазу се добијају збирни кориснички ускопојасни пилот, $\mathbf{s}_{U\text{NS}}$, и збирни корисни сигнал, $\mathbf{s}_{D\text{S}}$. Вектори Гаусовог шума на излазу филтара за збирни сигнал су $\boldsymbol{\eta}_{U\text{NS}}$ и $\boldsymbol{\eta}_{D\text{S}}$. За разлику од етапе 1, помаци у предајницима не могу се занемарити, јер имају утицај на послате секвенце на њиховом путу ка пријемницима. Стога, пишемо:

$$\mathbf{s}_{D\text{S}} = 2\Phi_1 \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU1}}} \mathbf{D}_{\tau_U} \mathbf{F} \Phi_{U\text{SD}} + \boldsymbol{\eta}_{D\text{S}}, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{s}_{U\text{NS}} = 2\Phi_1 \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU1}}} \mathbf{D}_{\tau_U} \mathbf{F} \Phi_{U\text{SUN}} + \boldsymbol{\eta}_{U\text{NS}}. \quad (3.44)$$

Процедура за калибрацију се одвија у четири корака, који одговарају корацима у етапи 1.



Слика 3.8: Шематски дијаграм за етапу 2 за BF случај. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.

У кораку 1, CTSA процјењује временски помак између s_{DS} и s_D . Процјена коју даје алгоритам је

$$\hat{\tau}_{UI} = -\tau_{T1} + \tau_{PU1} + \tau_U - \tau_{UIerr}, \quad (3.45)$$

гдје је τ_{UIerr} грешка услед фазних изобличења и шума. Ово је груба процјена, са прецизношћу реда величине једне петине трајања одбирка (за разумне вриједности SNR и N). Сада се збирни кориснички сигнали компензују за процијењени временски помак, $\hat{\tau}_{UI}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{DS}^{\hat{\tau}_{UI}} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_{UI}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{DS} \\ &= 2\Phi_1^{\hat{\tau}_{UI}} \Phi_U^{-\tau_{UIerr}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{UIerr}} \mathbf{F} \mathbf{s}_D + \boldsymbol{\eta}_{DS}^{\hat{\tau}_{UI}}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{UNS}^{\hat{\tau}_{UI}} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_{UI}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{UNS} \\ &= 2\Phi_1^{\hat{\tau}_{UI}} \Phi_U^{-\tau_{UIerr}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{UIerr}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{UN} + \boldsymbol{\eta}_{UNS}^{\hat{\tau}_{UI}}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

У кораку 2 APSA процјењује тренутни фазни помак између s_{UNS} и s_{UN} . Пошто је ускопојасни пилот цисоида, слично као у етапи 1, представимо временски помак у s_{UNS} као фазни члан:

$$\mathbf{s}_{UNS}^{\hat{\tau}_{UI}} = 2\Phi_1^{\hat{\tau}_{UI}} \Phi_U^{-\tau_{UIerr}} e^{-j\varphi_{UIerr}} e^{j\varphi_{UN}} + \boldsymbol{\eta}_{UNS}^{\hat{\tau}_{UI}}, \quad (3.48)$$

гдје је

$$e^{j\varphi_{UN}} = \mathbf{s}_{UN}, \quad (3.49)$$

$$e^{-j\varphi_{UIerr}} \mathbf{s}_{UN} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{UIerr}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{UN}. \quad (3.50)$$

APSA на свом излазу даје

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{UI} &= \text{Diag} \{ e^{j[\hat{\varphi}_{UI}(0), \hat{\varphi}_{UI}(1), \dots, \hat{\varphi}_{UI}(N-1)]} \} \\ &= \Phi_1^{\hat{\tau}_{UI}} \Phi_U^{-\tau_{UIerr}} e^{-j\varphi_{UIerr}} \Phi_{UIerr}, \end{aligned} \quad (3.51)$$

гдје је $\hat{\Phi}_{UI}$ дијагонална матрица која садржи процијењене тренутне фазне помаке као саставни дио од $e^{j\hat{\varphi}_{UI}(t)}$, Φ_{UIerr} је грешка услед шума и, слично као у етапи 1, $\varphi_{UIerr} = (\omega_c + \omega_{UN}) \tau_{UIerr} \pmod{2\pi}$ је члан који представља константну фазну грешку, гдје је ω_{UN} кружна фреквенција корисничког ускопојасног пилота у основном опсегу. Сада се збирни корисни сигнал компензује за процијењени фазни помак:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{DS}^{\hat{\tau}_{UI}, \hat{\varphi}_{UI}(t)} &= \hat{\Phi}_{UI}^H \mathbf{s}_{DS}^{\hat{\tau}_{UI}} \\ &= 2e^{j\varphi_{UIerr}} \Phi_{UIerr}^H \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{UIerr}} \mathbf{F} \mathbf{s}_D + \boldsymbol{\eta}_{DS}^{\hat{\tau}_{UI}, \hat{\varphi}_{UI}(t)}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

У кораку 3 CTSA процјењује временски помак између $\mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t)}$ и \mathbf{s}_{D} . Алгоритам на излазу даје

$$\hat{\tau}_{\text{UIII}} = \tau_{\text{UIerr}} - \tau_{\text{UIIIerr}}, \quad (3.53)$$

гдје је $\hat{\tau}_{\text{UIII}}$ процијењени временски помак, а τ_{UIIIerr} је грешка услед шума која је реда величине 50-тог дијела трајања одбирка (за разумне вриједности SNR и N). Сада се $\mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t)}$ компензује за процијењени временски помак, $\hat{\tau}_{\text{UIII}}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}} &= \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t)} \\ &= 2e^{j\varphi_{\text{UIIIerr}}} \left(\Phi_{\text{UIIIerr}}^{\text{H}} \right)^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{\tau_{\text{UIIIerr}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{D}} + \boldsymbol{\eta}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

У кораку 4 CPSA процјењује средњи фазни помак између $\mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}}$ и \mathbf{s}_{D} . CPSA на излазу даје

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{\text{UIV}} &= \mathbf{s}_{\text{D}}^{\text{H}} \mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}} \\ &= \varphi_{\text{UIIIerr}} + \tilde{\mathcal{C}} \left\{ \left(\Phi_{\text{UIIIerr}}^{\text{H}} \right)^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \right\} - \varphi_{\tau_{\text{UIIIerr}}} - \varphi_{\text{UIVerr}}, \end{aligned} \quad (3.55)$$

гдје је φ_{UIVerr} грешка процјене фазе услед шума. Ако сигнал \mathbf{s}_{DS} има раван спектар, важи да је $\varphi_{\tau_{\text{UIIIerr}}} = (\omega_c + \omega_{\text{D}}) \tau_{\text{UIIIerr}} \pmod{2\pi}$, гдје је ω_{D} централна кружна фреквенција корисног сигнала у основном опсегу. Сада се $\mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}}$ компензује за процијењени константни фазни помак, φ_{UIV} :

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}, \hat{\varphi}_{\text{UIV}}} &= e^{-j\hat{\varphi}_{\text{UIV}}} \mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}} \\ &= 2e^{j\varphi_{\text{UIVerr}}} \tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_{\text{UIIIerr}}^{-\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \right\} \left(\Phi_{\text{UIIIerr}}^{\text{H}} \right)^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \times \\ &\quad \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{\hat{\tau}_{\text{UIIIerr}}}^{\text{BB}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{D}} + \boldsymbol{\eta}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}, \hat{\varphi}_{\text{UIV}}} \\ &= 2\Phi_{\text{Uerr}} \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{\hat{\tau}_{\text{UIIIerr}}}^{\text{BB}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{D}} + \boldsymbol{\eta}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}, \hat{\varphi}_{\text{UIV}}}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Чланови $\tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_{\text{UIIIerr}}^{-\hat{\tau}_{\text{UIII}}} \right\}$ и $\left(\Phi_{\text{UIIIerr}}^{\text{H}} \right)^{\hat{\tau}_{\text{UIII}}}$ се приближно међусобно поништавају. Преостала грешка услед ове апроксимације, заједно са $\hat{\varphi}_{\text{UIVerr}}$, садржана је у Φ_{Uerr} . Даље, ако занемаримо мали временски помјерај анvelope од $\hat{\tau}_{\text{UIIIerr}}$, представљен са $\mathbf{D}_{\hat{\tau}_{\text{UIIIerr}}}^{\text{BB}}$, добијамо:

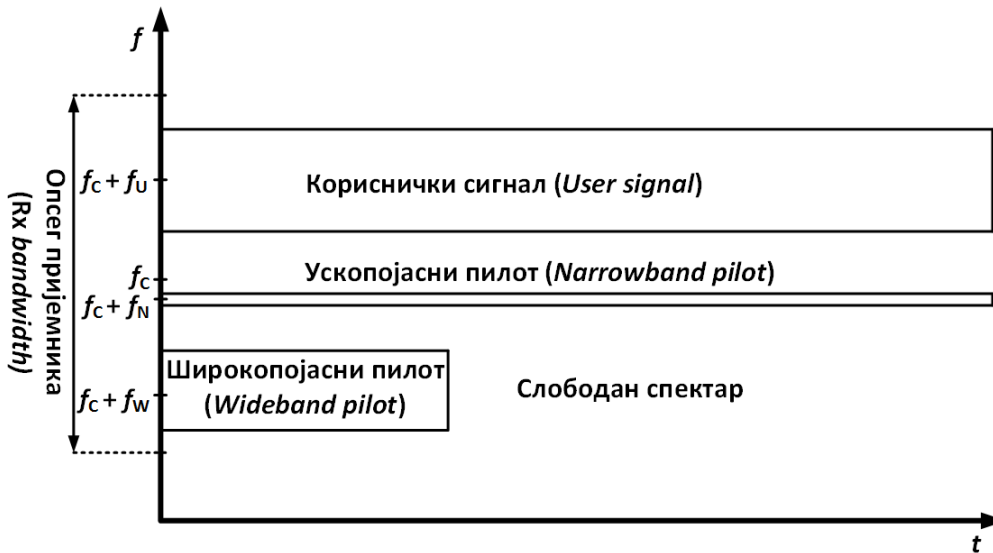
$$\mathbf{s}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}, \hat{\varphi}_{\text{UIV}}} \approx 2\Phi_{\text{Uerr}} \mathbf{s}_{\text{D}} + \boldsymbol{\eta}_{\text{DS}}^{\hat{\tau}_{\text{UI}}, \hat{\varphi}_{\text{UI}}(t), \hat{\tau}_{\text{UIII}}, \hat{\varphi}_{\text{UIV}}}. \quad (3.57)$$

Ради једноставности записа, неке величине у оквиру различитих етапа, нпр. $\hat{\tau}_{\text{UIII}}$, $\hat{\varphi}_{\text{UIV}}$, означене су идентично јер је из контекста јасно на шта се односе.

Коначно, након етапе 2 декодовање корисних података је омогућено. Ако је потребно декодовати податке које шаље *beacon*, процедура (етапа 1, етапа 2) је иста као за корисничке сигнале.

3.3.2 Фаза преноса података за ВФ случај

Процедура је иста као у етапама 1 и 2 у Иницијалној фази, са изузетком да се у корацима 1, 2 и 4 не ради естимација, већ само компензација. За компензацију сигнала у овим корацима користе се процјене из одговарајућих корака из Иницијалне фазе. Ово процесорско олакшање омогућено је тиме што су временски помаци константни у току једног опсервационог интервала. Широкопојасни пилот и корисничка преамбула нису потребни, па се не шаљу у дијелу сигнала који се обрађује у овој фази. Са друге стране, процјена фазног помака у кораку 2 се



Слика 3.9: Сигнали у пријемним каналима за случај локализације.

и даље врши због временски промјенљивог фреквенцијског помака. Због тога су ускопојасни пилоти (оба, од *beacon*-а и од корисничког Тх-а) неопходни и шаљу се цијело вријеме. Примјетити да се временска компензација и даље врши у два одвојена корака (корак 1 и корак 3). У супротном, ако би се временска компензација вршила у једном кораку (то је сада могуће јер знамо коначну вриједност временског помака са којом се врши компензација, јер користимо процјене из Иницијалне фазе), процјена фазног помака добијена у кораку 4 етапе 1 (или етапе 2) Иницијалне фазе не би више била валидна јер је спрегнута са φ_{IErr} (или φ_{UIErr}), које је даље спрегнуто са τ_{IErr} (или τ_{UIErr}).

3.3.3 Случај локализације

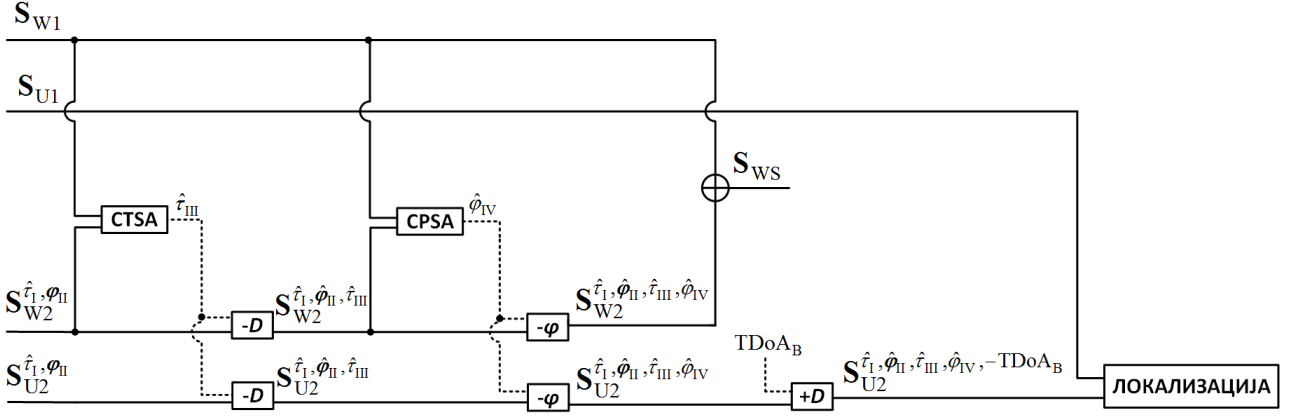
За разлику од ВФ случаја, у случају локализације циљ је да се постигне временска, фреквенцијска и фазна синхронизација дистрибуираних пријемних **канала** – синхронизација канала умјесто синхронизације сигнала. Сигнали корисничког Тх-а не користе се ни за временску ни за фазну синхронизацију. Користе се искључиво сигнали од *beacon*-а (широкопојасни пилот и ускопојасни пилот). Због тога ускопојасни пилот корисничког Тх-а није потребан, па се не шаље. Сигнали који стижу у пријемне канале приказани су на слици 3.9.

У Иницијалној фази, обрада у корацима 1 и 2 идентична је као у ВФ случају. У корацима 3 и 4 обрада је слична као у ВФ случају, али постоје двије значајне разлике. Прва разлика је да се, умјесто преамбуле корисничког Тх-а (која се сада не шаље), за естимацију користи широкопојасни пилот, слика 3.10. Компензација за естимиране помаке се, као и у ВФ случају, примјењује на кориснички сигнал. У кораку 3 компензација се примјењује и на широкопојасни пилот јер се он користи и за естимацију у кораку 4. Друга разлика је та што се кориснички сигнал додатно компензује за $-TDoA_B$, тј. уноси се кашњење од $TDoA_B$ у сигнал.

Процјена у кораку 3 је

$$\hat{\tau}_{\text{III}} = \tau_{\text{IErr}} - \tau_{\text{IIIErr}}, \quad (3.58)$$

гдје је τ_{IIIErr} грешка услед шума. У ВФ случају временска компензација сигнала обухвата временске помаке пријемних канала и $TDoA$ од корисничког Тх-а до пријемних канала. Међутим, у случају локализације желимо да компензујемо само



Слика 3.10: Шематски дијаграм за корак 3 и корак 4 за случај локализације. Пуне линије означавају векторе, а испрекидане линије скаларе.

онај дио временског помака који је узрокован помацама пријемних канала, тако да кашњењем сигнала у каналу 2 за TDoA_B елиминишемо компензацију дијела временског помака који одговара TDoA од *beacon*-а до пријемних канала. Не желимо да компензујемо сигнал за TDoA_B, јер овај временски помак носи информацију о локацији извора сигнала и због тога вршимо синхронизацију канала, а не синхронизацију сигнала. Грешка процјене, $\tau_{\text{Пerr}}$, је реда величине 50-тог дијела трајања одбирка (за разумне вриједности SNR и N). За разлику од BF случаја, овдје се захтијева познавање локације *beacon*-а. Будући да је *beacon* дио нашег система, овај услов није тешко задовољити, тако да се могу израчунати пропагациона кашњења од *beacon*-а, па можемо рећи да се помак временских оса пријемних канала може израчунати са прецизношћу реда величине 50-тог дијела трајања одбирка. Поред тога, SNR за сигнале *beacon*-а може бити релативно висок, а може се користити и већи статистички узорак за естимацију, тако да прецизност синхронизације може бити још боља од наведене.

Након компензације у кораку 3, широкопојасни пилот и кориснички сигнал у каналу 2 имају облик

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{W2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_{\text{III}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{W2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)} \\ &= e^{j\varphi_{\text{Пerr}}} \left(\Phi_{\text{Пerr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \Phi_1^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PB1}} + \tau_{\text{Пerr}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{Ekw}} + \boldsymbol{\eta}_{W2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}}, \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\hat{\tau}_{\text{III}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)} \\ &= e^{j\varphi_{\text{Пerr}}} \left(\Phi_{\text{Пerr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \Phi_1^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU2}} - \text{TDoA}_B + \tau_{\text{Пerr}}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{Ekv}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}}, \end{aligned} \quad (3.60)$$

гдје су $\mathbf{s}_{W2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)}$ и $\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t)}$ дати изразима (3.35) и (3.36), респективно.

Процјена у кораку 4 је

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{\text{IV}} &= \mathbf{s}_{W1}^H \mathbf{s}_{W2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}} \\ &= \varphi_{\text{Пerr}} + \mathcal{C} \left\{ \left(\Phi_{\text{Пerr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \right\} + \mathcal{C} \left\{ \Phi_1^H \Phi_1^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \right\} - \varphi_{\tau_{\text{Пerr}}} - \varphi_{\text{IVerr}}, \end{aligned} \quad (3.61)$$

гдје је φ_{IVerr} грешка процјене фазе услед шума. Кориснички сигнал у каналу 2, након компензације у кораку 4, има облик

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}, \hat{\varphi}_{\text{IV}}} &= e^{-j\hat{\varphi}_{\text{IV}}} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}} \\ &= e^{j\varphi_{\text{IVerr}}} \tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_{\text{Пerr}}^{-\hat{\tau}_{\text{III}}} \right\} \left(\Phi_{\text{Пerr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_1 \left(\Phi_1^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \right)^H \right\} \Phi_1^{\hat{\tau}_{\text{III}}} \times \\ &\quad \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{\text{T1}} + \tau_{\text{PU2}} - \text{TDoA}_B} \mathbf{D}_{\tau_{\text{Пerr}}}^{\text{BB}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{Ekv}} + \boldsymbol{\eta}_2^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{\text{II}}(t), \hat{\tau}_{\text{III}}, \hat{\varphi}_{\text{IV}}}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Након додатне компензације за $-\text{TDoA}_B$, кориснички сигнал у каналу 2 је

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{II}(t), \hat{\tau}_{III}, \hat{\varphi}_{IV}, -\text{TDoA}_B} &= \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\text{TDoA}_B} \mathbf{F} \mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{II}(t), \hat{\tau}_{III}, \hat{\varphi}_{IV}} \\
&= e^{j\varphi_{IV\text{err}}} \left(\tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_{\text{IIerr}}^{-\hat{\tau}_{III}} \right\} \left(\Phi_{\text{IIerr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{III}} \right)^{-\text{TDoA}_B} \times \\
&\quad \left(\tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_1 \left(\Phi_1^{\hat{\tau}_{III}} \right)^H \right\} \Phi_1^{\hat{\tau}_{III}} \right)^{-\text{TDoA}_B} \times \\
&\quad \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PU2}} \mathbf{D}_{\tau_{III\text{err}}}^{\text{BB}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_2^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{II}(t), \hat{\tau}_{III}, \hat{\varphi}_{IV}, -\text{TDoA}_B} \\
&= \Phi_{\text{err,Loc}} \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PU2}} \mathbf{D}_{\tau_{III\text{err}}}^{\text{BB}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{II}(t), \hat{\tau}_{III}, \hat{\varphi}_{IV}, -\text{TDoA}_B}. \quad (3.63)
\end{aligned}$$

Слиједимо исту логику као у кораку 4 етапе 1 за BF случај. Чланови $\tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_{\text{IIerr}}^{-\hat{\tau}_{III}} \right\}$ и $\left(\Phi_{\text{IIerr}}^H \right)^{\hat{\tau}_{III}}$ се приближно међусобно поништавају. Такође, ако се фреквенцијски помак не промијени значајно за вријеме $\hat{\tau}_{III}$ ($\hat{\tau}_{III}$ је обично мање од трајања одбирка), $\tilde{\mathcal{C}} \left\{ \Phi_1 \left(\Phi_1^{\hat{\tau}_{III}} \right)^H \right\} \Phi_1^{\hat{\tau}_{III}} \approx \Phi_1$. Поред тога, претпостављамо да је $\Phi_1^{-\text{TDoA}_B} \approx \Phi_1$ јер је TDoA_B реда величине одбирка. Грешка преостала након ове двије апроксимације, заједно са $\varphi_{IV\text{err}}$, садржана је у Φ_{err} . Даље, ако занемаримо мали помјерај анvelope од $\hat{\tau}_{III\text{err}}$, представљен чланом $\mathbf{D}_{\tau_{III\text{err}}}^{\text{BB}}$, добијамо:

$$\mathbf{s}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{II}(t), \hat{\tau}_{III}, \hat{\varphi}_{IV}, -\text{TDoA}_B} = \Phi_{\text{err,Loc}} \Phi_1 \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PU2}} \mathbf{F} \mathbf{s}_{\text{EkvU}} + \boldsymbol{\eta}_{U2}^{\hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{II}(t), \hat{\tau}_{III}, \hat{\varphi}_{IV}, -\text{TDoA}_B}, \quad (3.64)$$

гдје члан $\mathbf{D}_{-\tau_{T1} + \tau_{PU2}}$ показује да је у сигналу, у каналу 2, компензован временски помак који је последица временске раздешености пријемних канала, а у сигналу је и даље присутан временски помак који је последица пропагације и који се користи за локализацију.

Слично као за BF случај, процедура у Фази преноса података (назив узет због аналогије са BF случајем) иста је као у Иницијалној фази, осим што се у корацима 1, 3 и 4 не врши естимација, већ само компензација. Процјене из одговарајућих корака из Иницијалне фазе користе се за компензацију сигнала и у овим корацима.

Сада можемо рећи да је, у погледу синхронизације, дистрибуирани пријемни систем сведен на колоцирани пријемни систем за употребу у некохерентној и полукохерентној локализацији [7]. Кохерентна локализација узима у обзир односе између СРоА на свим антенама у систему. Полукохерентна локализација узима у обзир односе између СРоА на свим антенама у оквиру једног подниза, али не између различитих поднизова. Неохерентна локализација не узима уопште у обзир односе између СРоА на антенама у систему. За употребу предложене калибрације у кохерентној локализацији потребно је побољшање прецизности јер ова локализација имплицитно користи кохерентне процјене временских помака, па су и при временској синхронизацији потребне прецизности које даје кохерентна естимација. Побољшање кохерентне естимације временског помака у односу на некохерентну је, под одређеним условима, сразмјерно са f_c (више о кохерентној и некохерентној временској естимацији у глави 4). Као што је наведено, у предложеној процедури се користе некохерентни алгоритми за процјену временског помака јер постоје релативни фазни помаци у сигналимa. Неки од могућих путева за побољшање прецизности су повећање SNR-а и/или ширине опсега сигнала (за обоје постоје очигледна ограничења), или повећање статистичког узорка сигнала.

3.4 Алгоритми

3.4.1 Алгоритам у кораку 1

У кораку 1 користимо CTSA, ML алгоритам који је базиран на корелацији сигнала. Алгоритам је некохерентна (не користи информацију о фази носилаца сигнала) варијанта кохерентног алгоритма изведеног у глави 4. Нека су \mathbf{x}_1 и $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ вектори сигнала у пријемним каналима 1 и 2, респективно. Нека они садрже корисни сигнал са два различита временска помака. Алгоритам процјењује релативни временски помак \mathbf{x}_2 у односу на \mathbf{x}_1 . У циљу нумеричке оптимизације, естимација је подијељена на два поткорака.

У поткораку 1, процјењује се цјелобројни дио временског помака:

$$\hat{\tau}_{\text{int}} = \arg \max_{\tau_{\text{int}} \in \{-N/2, \dots, N/2-1\}} \left| \mathbf{x}_2^H \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{\text{int}}} \mathbf{F} \mathbf{x}_1 \right|. \quad (3.65)$$

Затим се у поткораку 2 процјењује преостали, разломљени дио временског помака, са резолуцијом коју подешавамо према жељеној прецизности:

$$\hat{\tau}_{\text{frac}} = \arg \max_{\tau_{\text{frac}} \in [-0.5, 0.5)} \left| \mathbf{x}_2^H \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_{\text{frac}}} \mathbf{F} \mathbf{x}_1^{\hat{\tau}_{\text{int}}} \right|, \quad (3.66)$$

гдје је $\mathbf{x}_1^{\hat{\tau}_{\text{int}}} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\hat{\tau}_{\text{int}}} \mathbf{F} \mathbf{x}_1$. Коначно, процијењени временски помак у кораку 1 се добија као

$$\hat{\tau}_1 = \hat{\tau}_{\text{int}} + \hat{\tau}_{\text{frac}}. \quad (3.67)$$

Алгоритам се може додатно нумерички оптимизовати избјегавањем рачунања DFT-а и IDFT-а кроз тачке мреже за претрагу, као што је описано у одјелку 4.5.

3.4.2 Алгоритам у кораку 2

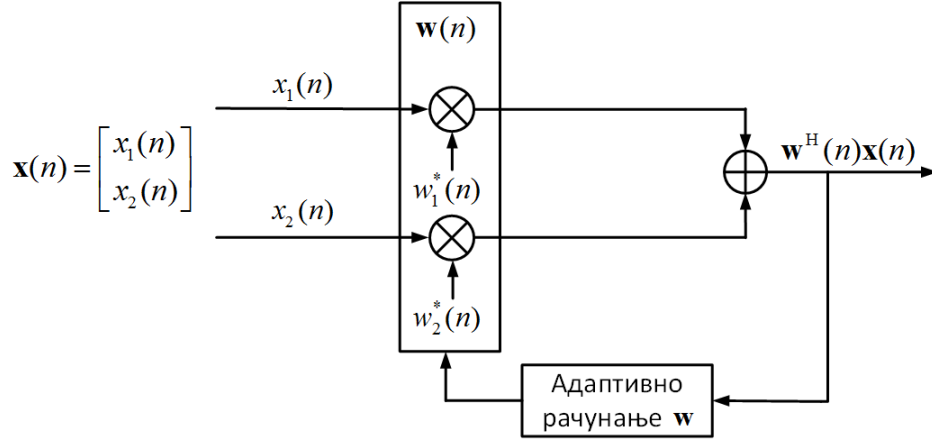
У кораку 2 користимо APSA, адаптивни алгоритам за процјену тренутног фазног помака. Означимо вектор коефицијената филтра са $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$, $\mathbf{w} = [w_1(n), w_2(n)]^T$, а вектор сигнала на два улаза у филтар у тренутку n са $\mathbf{x} = [x_1(n), x_2(n)]^T$. Алгоритам треба да процијени тренутни фазни помак између сигнала на његовом улазу. Дефинишимо критеријум за оптимизацију коефицијената филтра као минималну средњу снагу сигнала на излазу филтра, јер, уз ограничење да апсолутне вриједности коефицијената не могу тежити нули, нпр. $|w_1(n)| = 1$, овај критеријум је еквивалентан томе да су сигнали на излазу филтра у противфази. Сигнал на излазу филтра је

$$\varepsilon(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n), \quad (3.68)$$

његова средња снага је

$$\begin{aligned} \xi(\mathbf{w}(n)) &= \mathbb{E} (|\varepsilon(n)|^2) \\ &= \mathbb{E} (\varepsilon(n) \varepsilon(n)^*) \\ &= \mathbb{E} (\mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}(n)) \\ &= \mathbf{w}^H(n) \mathbf{R} \mathbf{w}(n), \end{aligned} \quad (3.69)$$

гдје је \mathbb{E} оператор математичког очекивања, $(\cdot)^*$ означава комплексну конјугацију, а $\mathbf{R} = \mathbb{E} (\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n))$ је коваријациона матрица сигнала на улазу у филтар. Коефицијенти филтра треба да се адаптивно мијењају тако да минимизирају средњу



Слика 3.11: Шематски дијаграм адаптивног алгоритма за процјену тренутног фазног помака у двоканалном пријемном систему.

снагу на излазу филтра (која у овом случају представља грешку), па је оптимално да се помјерају у смјеру супротном од градијента средње снаге:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{1}{2}\mu_\varphi \nabla \xi(\mathbf{w}(n)), \quad (3.70)$$

$$\nabla \xi(\mathbf{w}(n)) = 2\mathbf{R}\mathbf{w}(n), \quad (3.71)$$

гдје је μ_φ параметар за величину корака конвергенције алгоритма (*step size parameter*), $\nabla \xi(\mathbf{w}(n))$ је градијент од $\xi(\mathbf{w}(n))$ [41], а фактор скалирања $1/2$ у (3.70) је додат просто да би поништио фактор 2 у (3.71). Ако матрицу \mathbf{R} апроксимирамо њеном тренутном процјеном $\mathbf{R}(n) = \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$, добијамо LMS (*Least Mean Square*) алгоритам [41] у којем се коефицијенти ажурирају на следећи начин:

$$\mathbf{w}(n+1) := \mathbf{w}(n) - \mu_\varphi \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{w}(n), \quad (3.72)$$

$$w_2(n+1) := \frac{w_2(n+1)}{w_1(n+1)}, \quad (3.73)$$

$$w_1(n+1) := 1, \quad (3.74)$$

гдје је $\mathbf{w}(1) = [1, 1]^T$.

Исти резултат се добија полазећи од стандардне формуле за LMS алгоритам,

$$\mathbf{w}(n+1) := \mathbf{w}(n) + \mu_\varphi \mathbf{x}(n) (d^*(n) - \mathbf{x}^H(n)\mathbf{w}(n)), \quad (3.75)$$

гдје је $d(n)$ жељени сигнал на излазу филтра. Постављајући да је $d = 0$, што значи (уз ограничење вриједности коефицијената) да су сигнали на излазним гранама филтра (слика 3.11) у противфази, добијамо:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu_\varphi \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{w}(n). \quad (3.76)$$

Компензација x_2 за тренутни фазни помак врши се према следећој формули:

$$x_2^{\hat{\varphi}_\Pi(t)}(n) = -w_2^*(n)x_2(n), \quad (3.77)$$

гдје је знак “-” додат јер, иако је алгоритам изведен са намјером да се минимизира средња снага на излазу филтра, ми у ствари желимо да максимизирамо средњу снагу на излазу, јер су у том случају сигнали на излазним гранама филтра у

фази, тј. нема фазног помака међу њима. Да би алгоритам конвергирао мора да важи $0 < \mu_\varphi < 2/(\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n))$, гдје је $\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)$ снага сигнала на улазу у филтар у тренутку n . Што је μ_φ мање, већи утицај имају претходне вриједности коефицијентата, алгоритам спорије конвергира, али је процјена стабилнија. Пошто је снага сигнала на улазу у филтар промјенљива, згодно је написати израз (3.72) као

$$\mathbf{w}(n+1) := \mathbf{w}(n) - \frac{\bar{\mu}_\varphi}{\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{w}(n), \quad (3.78)$$

гдје је $\bar{\mu}_\varphi = \mu_\varphi \mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)$, а услов за конвергенцију алгоритма је тада $0 < \bar{\mu}_\varphi < 2$.

3.4.3 Алгоритам у кораку 3

У кораку 3 користимо CTSA. Пошто се очекују веће прецизности него у кораку 1, у кораку 3 се обично користи боља резолуција у поткораку 2 алгоритма.

3.4.4 Алгоритам у кораку 4

У кораку 4 користимо CPSA, алгоритам за процјену средњег фазног помака на сегменту сигнала над којим се извршава. Нека су \mathbf{x}_1 и $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ вектори сигнала на улазу у CPSA. Алгоритам треба да процијени средњи фазни помак између ових сигнала. Средњи фазни помак се рачуна на следећи начин:

$$\hat{\varphi}_{\text{IV}} = \arg(\mathbf{x}_1^H \mathbf{x}_2). \quad (3.79)$$

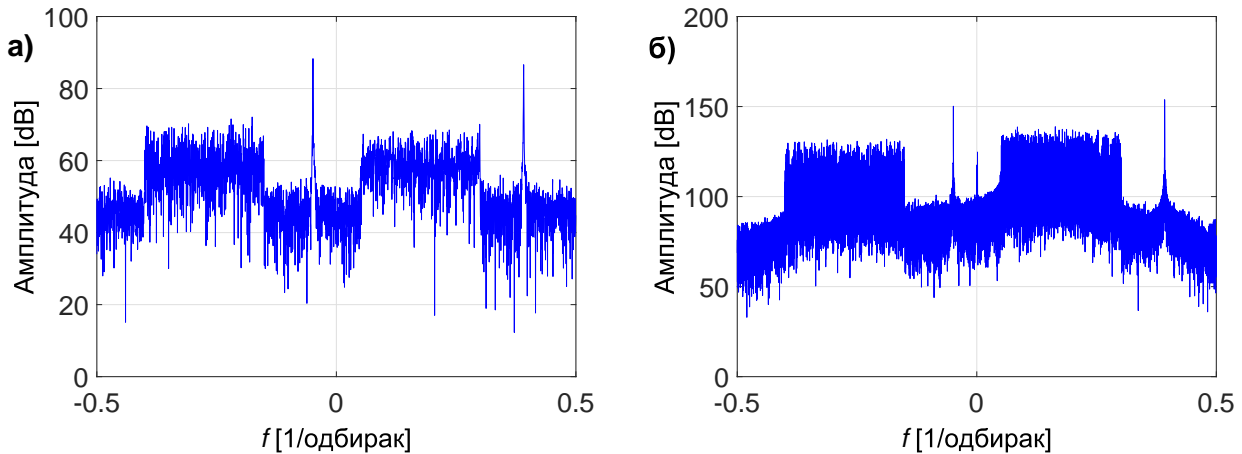
Овај алгоритам је погодан за сценарије у којима је фазни помак између сигнала константан.

Примијетити да је процедура за калибрацију, описана у глави 3.3, модулarna. Алгоритам из било ког корака може се замијенити неким другим алгоритмом истог типа. На примјер, у корацима 1 и 3 етапе 1 можемо користити неки алгоритам који користи познавање оригиналне секвенце, што би донијело бољу прецизност при нижим SNR вриједностима по цијени веће нумеричке комплексности и строжих захтјева (познавање секвенце на пријему, али то се свакако у процедури подразумева ако се извршава етапа 2), као што је показано у глави 4.

3.5 Нумерички резултати и дискусија

У овом одјелку приказани су нумерички резултати који показују квалитет предложене процедуре за калибрацију у цјелини, као и квалитет појединачних коришћених алгоритама. Представљени су резултати Монте-Карло симулација и експеримената. Ради једноставности приказа, дати су само резултати за ВФ случај. Слиједи дио текста у ком су описане заједничке особине симулација и експеримената.

Као корисни сигнал, коришћен је 4QAM сигнал. Овај сигнал је интерполиран са фактором 4 и његов спектар је смјештен на централну фреквенцију $f_U = 0.175$, слика 3.12. Ускопојасни пилот корисничког Tx-а је цисоида на фреквенцији $f_N = 400/1024$, што је цјелобројни умножак резолуције DFT-а. Као широкопојасни пилот, коришћена је Гаусова секвенца. Овај сигнал је интерполиран са фактором 4 и његов спектар је смјештен на централну фреквенцију $f_W = -0.25$. Ускопојасни пилот је цисоида на фреквенцији $f_N = -50/1024$. Дужина сваког од сигнала је $N = 1024$ одбирка. Сигнали су проширени са по једном својом копијом испред и иза, тако да



Слика 3.12: Амплитудски спектар сигнала у Rx_1 за а) симулацију и б) експеримент (слично је за Rx_2).

су добијени сигнали дужине $N_{\text{preamble}} = 3072$ (то је дужина преамбуле), који садржи три периоде полазног сигнала. У току естимације временског помака у кораку 3, прозор за корелацију сачињен од одбирака једног сигнала (нпр. у етапи 1 сигнал из канала 1) дужине једне периоде, N , помјера се дуж N одбирака и пореди са одговарајућим одбирцима (који при датом помјерају “упадају” у прозор за корелацију) другог сигнала (у етапи 1 сигнал из канала 2) како би се добила вриједност критеријумске функције алгоритма за дати помјерај. Прозор за корелацију чине одбирци првог поменутог сигнала (у етапи 1 сигнал из канала 1) који у идеалном случају (кад нема временских помака) одговарају другој периоди добијеног сигнала, тј. одбирци 1025–2048. За естимацију у кораку 4, гдје је алгоритам такође блоковског типа, користе се одбирци 1025–2048 одговарајућих сигнала. За естимацију у кораку 2, гдје алгоритам врши процјене на нивоу одбирка, користимо цијели примљени сигнал. Полазни сигнал је проширен да би се симулирао периодичан сигнал, који је згодан јер омогућује избјегавање ивичних ефеката при естимацији временских помака. Ивични ефекти се у симулацијама огледају у дисконтинуитету фазног помака, јер се временски помјераји у Matlab-у врше циклично. Ивични ефекти се у експериментима огледају у одсуству жељеног сигнала (а шум је присутан) у једном дијелу сигнала који користимо за естимацију. Оваквим проширивањем сигнала средња периода је заштићена од ивичних ефеката ако су временски помаци мањи од трајања једне периоде, што је очекивано. Компензација се врши над цијелим послатим сигналом, тако да било који дио компензованог сигнала може бити приказан у резултатима. Када се компензација врши над истим дијелом сигнала који је коришћен у корацима 1, 3 и 4, то по терминологији из одјељка 3.3 одговара Иницијалној фази, а када се компензација врши над дијелом сигнала који није коришћен у корацима 1, 3 и 4, то одговара Фази преноса података.

У сценаријима у којима су вриједности фреквенцијског помака велике и/или се мијењају брзо, испоставило се да је у кораку 1 боље користити краће сегменте сигнала за естимацију. Тестирани су сегменти сигнала различите дужине (у симулацијама), и за дужину од 50 одбирака су добијени, укупно гледано, најбољи резултати. Прозор за корелацију се помјера дуж једне периоде сигнала (као у кораку 3), али умјесто 1024, дужина прозора је 50 одбирака. Коришћени су одбирци 1525–1574, што је сегмент сигнала који се налази приближно на средини друге периоде. Пошто у овом случају прозор за корелацију не обухвата цијелу

периоду сигнала, а енергија сигнала у општем случају није равномерно распоређена дуж једне периоде, важно је да корелација у критеријумској функцији буде нормализована.

Фреквенција носиоца постављена је на $f_c = 3960$. Параметар дужине корака за APSA је $\bar{\mu}_\varphi = 1$.

Ради лакшег праћења текста, велики дио резултата за етапу 2 је изостављен. Они су веома слични резултатима из етапе 1, али имају побољшање од 6 dB. Два су узрока довела до овог побољшања: 1) добили смо 3 dB јер су сигнали из канала на крају етапе 1 међусобно сабрани (нивои сигнала у каналима су једнаки) – дуго јачи сигнал, и 2) добили смо још 3 dB јер се у етапи 2 збирни сигнал пореди са оригиналним сигналом из предајника који не садржи шум, за разлику од етапе 1 гдје су оба сигнала која учествују у естимацији зашумљена – дуго слабији шум.

Кориснички сигнали из канала 1 и 2 на крају етапе 1 се разликују по независном шуму који садрже и преосталим релативним временским и (промјенљивим) фазним помацама. Нормализована аутокорелација оригиналног корисничког сигнала за добијене помаке је блиска јединици. Стога, можемо да кажемо да су, захваљујући прецизности етапе 1, кориснички сигнали на њеном крају скоро идентични, за разумне вриједности SNR. Ово значи да можемо оправдано да користимо аритметичке средине (тежиноване ако сигнали немају исту снагу) временских и фазних помака у каналима 1 и 2 на крају етапе 1 као почетне временске и фазне помаке збирног сигнала (у односу на оригиналну секвенцу) у етапи 2 које је потребно процијенити, за потребе рачунања грешака естимације. Да бисмо олакшали поређење резултата симулација и експеримената, тамо гдје је то могуће, одговарајуће резултате приказујемо у оквиру исте слике.

У два следећа пододјелка су дате преостале информације везане за симулације и експерименте.

3.5.1 Симулације – увод

Симулације су вршене у програмском пакету Matlab.

Фреквенцијски помак у сваком од примопредајника, $\Delta f(n)$, моделован је на следећи начин:

$$\Delta f(n+1) = (1 - \alpha)\Delta f(n) + \alpha\beta\zeta(n), \quad (3.80)$$

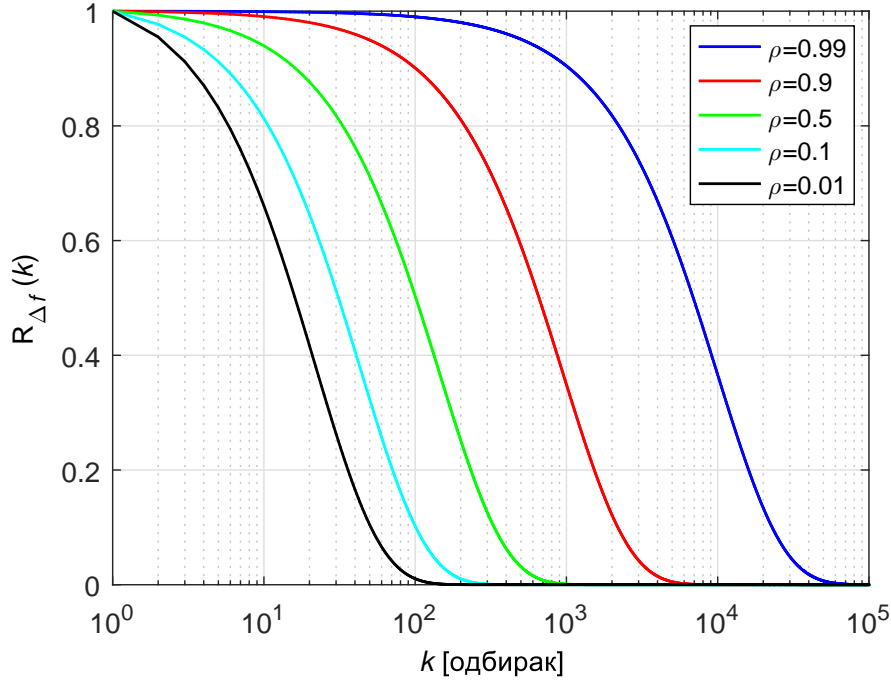
$$\Delta f(0) = \sigma\zeta(0), \quad (3.81)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2 - \alpha}{\alpha}}\sigma, \quad (3.82)$$

гдје α одређује аутокорелацију од $\Delta f(n)$: нормализована аутокорелација (коэффициент аутокорелације) је $R_{\Delta f}(k) = (1 - \alpha)^{|k|}$; $\zeta(n)$ има Гаусову расподјелу са средњом вриједношћу 0 и варијансом 1, тј. $\zeta(n) \sim \mathcal{N}(0, 1), \forall n$; за произвољне $n_1 \neq n_2$, $\zeta(n_1)$ и $\zeta(n_2)$ су независни; σ је стандардна девијација од $\Delta f(0)$ изражена у [1/одбирак], али у даљем дијелу текста јединица је изостављена; β је скаларни фактор изабран тако да осигура да је $E(\Delta f^2(n)) = \sigma^2$. Фреквенцијски помаци у различитим примопредајницима су међусобно независни. Параметар $\rho = R_{\Delta f}(100)$ представља нормализовану аутокорелацију фреквенцијског помака за кашњење од 100 одбирака, слика 3.13. У симулацијама су коришћене једнаке вриједности за σ и ρ за сва четири примопредајника, иако се параметри за различите примопредајнике међусобно разликују у општем случају.

Фазни помаци се моделују на следећи начин:

$$\varphi(n) = \varphi(n-1) + 2\pi\Delta f(n), \quad (3.83)$$



Слика 3.13: Нормализована аутокорељација фреквенцијског помака као функција кашњења за различите вриједности ρ .

гдје $\varphi(0)$ има униформну расподелу на $[-\pi, \pi)$, тј. $\varphi(0) \sim \mathcal{U}[-\pi, \pi)$, и међусобно је независно за различите примопредајнике. Слика 3.17 г) приказује реализације фазног помака између канала за различите вриједности параметра ρ .

Временски помаци се моделују на следећи начин: $\tau_{B1} = \tau_B + \tau_{PB1} - \tau_{T1}$; $\tau_{B2} = \tau_B + \tau_{PB2} - \tau_{T2} = \tau_{B1} + \tau$; $\tau_{U1} = \tau_U + \tau_{PU1} - \tau_{T1}$; $\tau_{U2} = \tau_U + \tau_{PU2} - \tau_{T2} = \tau_{U1} + \tau + \tau_{rel}$; гдје су τ_{B1} , τ и τ_{U1} независне случајне промјенљиве са идентичном расподелом $\mathcal{U}(-100, 100)$; τ је временски помјерај сигнала *beacon*-а у каналу 2 у односу на исти сигнал у каналу 1; овај временски помјерај се за сигнал корисничког Tx-а разликује за τ_{rel} , што је једнако разлици између TDoA за кориснички Tx и TDoA за *beacon*; τ_{rel} је случајна промјенљива са расподелом $\tau_{rel} \sim \mathcal{U}(-0.05, 0.05)$.

За сваку од комбинација параметара: SNR = {5, 10, 15, 20, 25} dB, $\rho = \{0.1, 0.99\}$, $\sigma = \{0.15 \times 10^{-3}, 0.5 \times 10^{-3}, 1.5 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}\}$, извршено је 1000 симулација. Почетни временски помак је ограничен на $(-100, 100)$. У пракси, пошто су пријемни канали повезани дигиталним линковима (нпр. етернет), веома груба временска синхронизација је обезбијеђена. У складу са тим, процјена у кораку 1 је ограничена на $(-100, 100)$, чиме се избјегава ситуација у којој корак 3 треба да процијени временски помак изван опсега $[-512, 512)$ (алгоритам у кораку 3 користи сигнал са периодом дужине 1024), односно добијање песимистичних резултата за корак 3.

3.5.2 Експерименти – увод

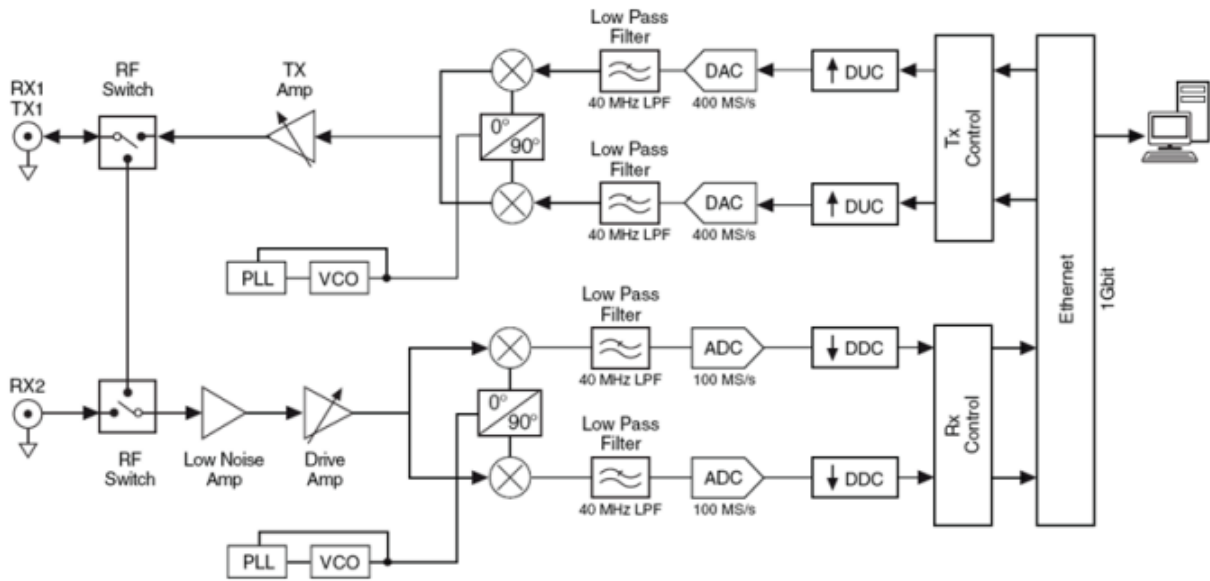
Експерименти су вршени у урбаном окружењу, испред Иновационог центра Електротехничког факултета у Београду, слика 3.14. Двије USRP платформе NI-2920 (опсег фреквенција: 50 MHz–2.2 GHz) су коришћене као предајници, а двије USRP платформе NI-2932 (опсег фреквенција: 400 MHz–4.4 GHz) као пријемници. Сви USRP-ови су етернет кабловима преко гигабитног свича (*switch*) повезани са рачунаром опште намјене (плави каблови на слици 3.14). USRP-ови су путем међу-



Слика 3.14: Експериментална поставка из два различита угла.

собно умјерених каблова дужине десетак метара везани за омнидирекционе антене (црни каблови на слици 3.14) Удаљености између антена су биле реда величине неколико метара, са оптичком видљивошћу (LoS) између антена сваког Тх-Рх пара.

Сигнали у предајницима су припремљени на исти начин као и у симулацијама, слика 3.12, осим што је сигнал дужине 3072, који се користи за симулације, овдје



Слика 3.15: Блок шема USRP платформе [1].

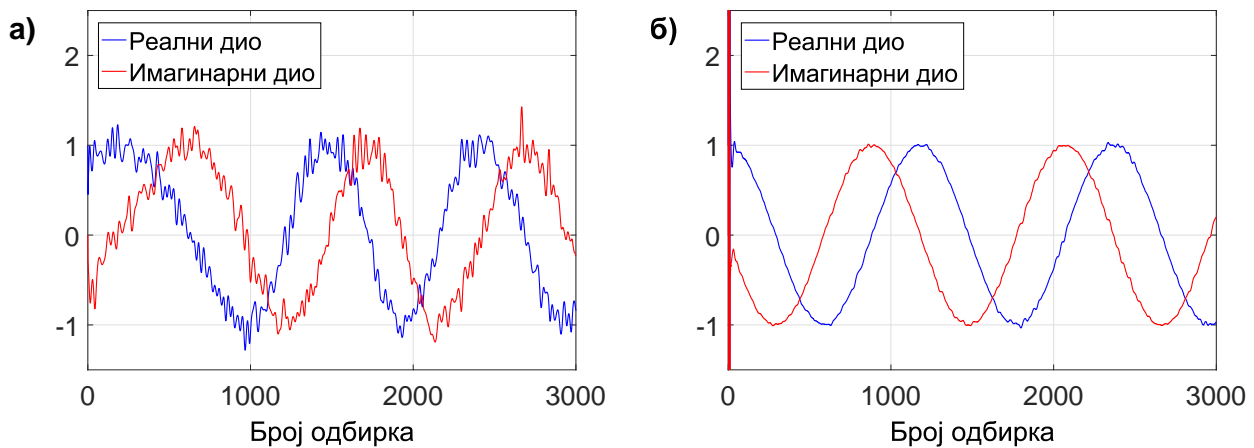
поновљен 10 пута. Ове дијелове сигнала дужине 3072 ћемо звати сегментима сигнала 1–10. Природна фреквенција носиоца је $f_c = 990$ MHz, ширина пропусног опсега пријемника $B = 0.25$ MHz, тако да је, као и у симулацијама, $f_c = \tilde{f}_c/B = 3960$.

Хардверска платформа

USRP је софтверски дефинисани радио уређај. У режиму предаје, узима одбирке сигнала у основном опсегу од рачунара и генерише одговарајући RF сигнал, који даље прослеђује на изабрани антенски порт за слање. У режиму пријема, RF сигнал примљен на изабраном порту конвертује у одбирке у основном опсегу, које даље прослеђује рачунару. Параметре, као што су централна фреквенција, ширина опсега, појачање RF сигнала које USRP шаље/прима, задаје корисник преко рачунара. USRP као саставне дијелове садржи RF *frontend*, A/D конвертор (*ADC*), D/A конвертор (*DAC*) и FPGA (*Field-Programmable Gate Array*) плочу, слика 3.15. RF *frontend* (дио слике од мјешача лијево, укључујући и њих) дефинише опсег учестаности у RF-у које USRP подржава. Предајни и пријемни ланци у USRP уређајима су квадратурни. FPGA извршава једноставне операције обраде дигиталних сигнала које су нумерички захтјевније, као што су *down* конверзија са међуфреквенције у основни опсег и децимација (*DDC* на слици) у пријемном ланцу, односно интерполација и *up* конверзија на међуфреквенцију (*DUC*) у предајном ланцу [42]. Поред тога, FPGA контролише комуникацију са рачунаром (*Tx Control*, *Rx Control*). У рачунару се обављају операције дигиталне обраде сигнала у основном опсегу, као што су модулација/демодулација, заштитно кодовање/декодовање, итд. USRP-ови се са рачунаром физички повезују преко гигабитног етернета.

Софтверска платформа

Да би били извршени експерименти, испрограмиран је софтвер за контролу USRP уређаја. Базиран је на софтверу за локализацију [40,43]. Због великог броја готових функција за обраду комплексних сигнала, и матричног рачуна, главни дио програма је развијен у Matlab-у. Због потребе да се комуникација са USRP уређа-

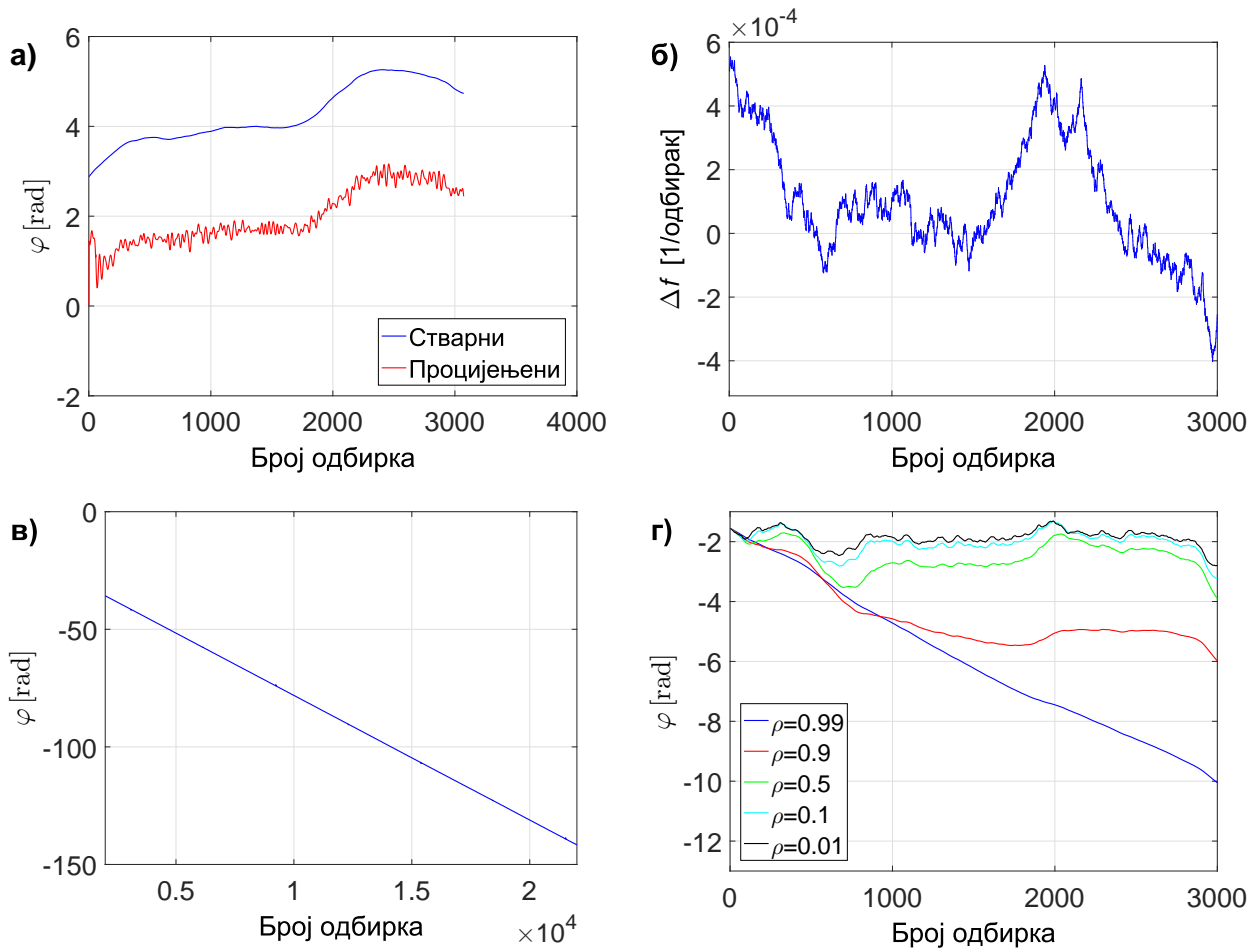


Слика 3.16: APSA коефицијенти за канал 2 у кораку 2 етапе 1 за а) симулацију и б) експеримент.

јима одвија у реалном времену, дио софтвера који преко драјвера комуницира са USRP-овима је програмиран у језику C – помоћни програми, Tx C и Rx C. Пошто се обрада врши над сегментима сигнала, а обрада једног сегмента у Matlab-у траје више него вријеме потребно да се Rx USRP бафер препуни, ови модули морају да се извршавају паралелно у времену (Rx C, Tx C, Matlab). У таквој конфигурацији помоћни (C) програми раде нумерички једноставан посао у реалном времену, док главни (Matlab) програм извршава нумерички захтјевне алгоритме за обраду сигнала, онолико брзо колико рачунар опште намјене то омогућава. Корисник комуницира са главним програмом преко графичког интерфејса (*Graphic User Interface* – GUI). Главни програм задаје параметре помоћним програмима, издаје им команде, читава њихово стање, прима поруке о грешци од њих, задаје предајну секвенцу Tx C програму, и захтијева и добија примљене сегменте сигнала од Rx C програма. Главни програм комуницира са Tx C и Rx C помоћним програмима преко TCP/IP сокета (*socket*). C програми комуницирају са USRP уређајима преко драјверске библиотеке, тако што успостављају драјверске сесије са њима. Сесија се нерегуларно завршава ако се Tx бафер USRP-а испразни, или ако се Rx бафер USRP-а препуни. Захваљујући томе што главни програм затражи нови сегмент онда кад заврши обраду претходног, и што му Rx C програм први следећи могући пут да нови сегмент, а одбацује сегменте пристигле из USRP-а кад нема више мјеста у свом баферу, омогућена је обрада примљених сигнала у реалном времену, без обзира на брзину извршавања обраде сигнала у главном програму. Софтвер има подршку за више од два пријемна USRP-а. Пошто се симулира истовремено слање са два предајника, *beacon* је контролисан од стране горе описаног софтвера (софтвер је прављен за локализацију једног извора сигнала), а кориснички предајник је контролисан Labview програмом који се паралелно и потпуно независно извршава (у нашем сценарију кориснички Tx је потпуно независан од пријемног система).

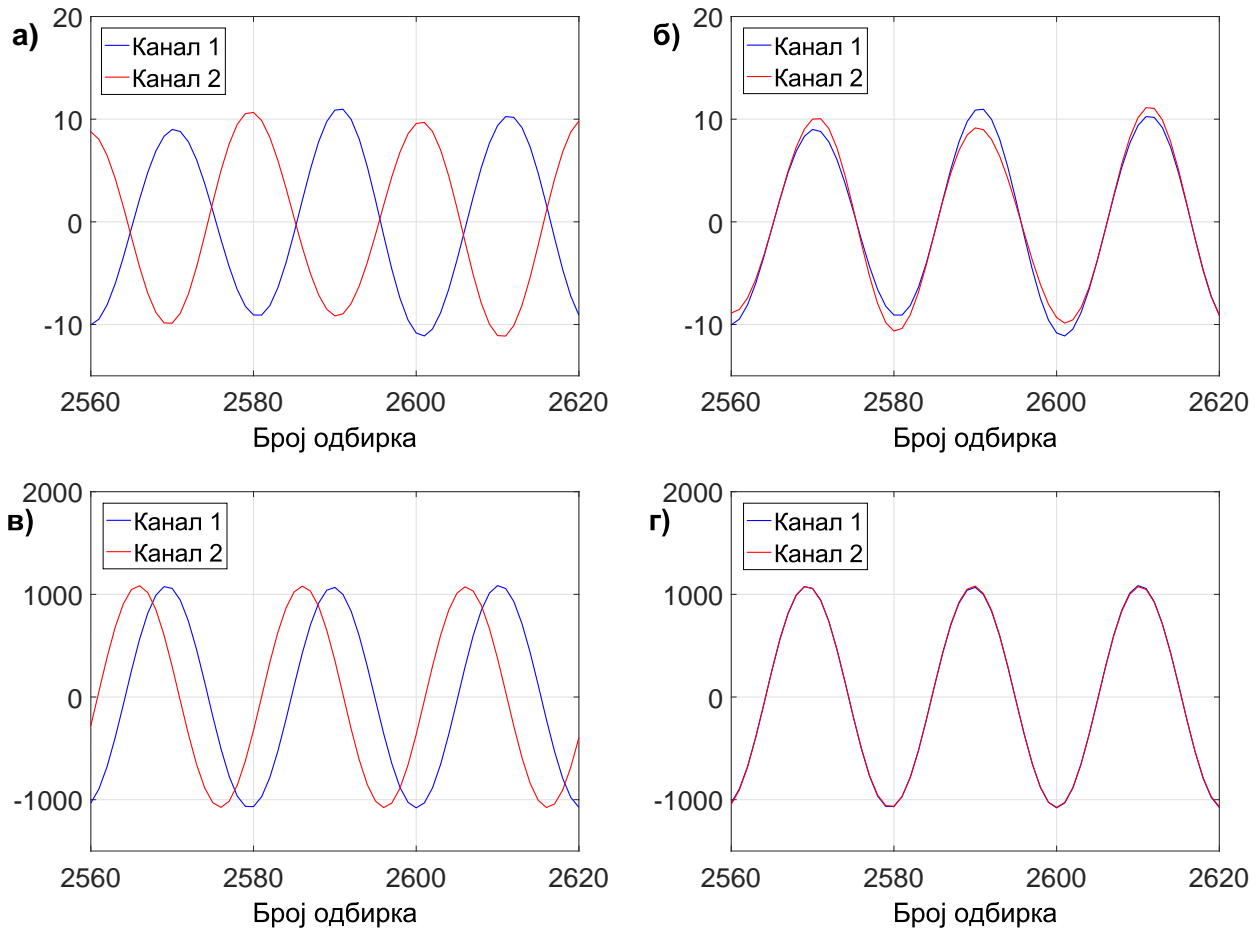
3.5.3 Квалитативни резултати симулација и експеримената

У овом пододјелку су приказани квалитативни резултати добијени у различитим тачкама предложене процедуре за естимацију и компензацију, за једно покретање симулације и један експеримент. Параметри за симулацију су: $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$, $\sigma = 1.5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.1$.



Слика 3.17: а) Стварни и процијењени фазни помак између пријемних канала у кораку 2 етапе 1 – симулација, б) стварни фреквенцијски помак између пријемних канала у кораку 2 етапе 1 – симулација, в) процијењени фазни помак између пријемних канала у кораку 2 етапе 1 – експеримент, г) реализације стварног фазног помака за различите вриједности ρ – симулација.

Прво, приказујемо резултате везане за APSA алгоритам (корак 2). Слика 3.16 приказује коефицијенте од APSA примијењене на сигнал у каналу 2. Од интереса је фаза сигнала у каналу 2 у односу на фазу сигнала у каналу 1, па су коефицијенти за канал 1 фиксирани и једнаки 1. Алгоритму је потребно само неколико одбирака да би исконвергирао. Коефицијенти су промјенљиви у времену услед присуства промјенљивог фазног помака (фреквенцијског помака) између сигнала у каналима. Пошто је периода синусоида на слици 3.16 а) око 1000 одбирака, закључујемо да је у симулацији фреквенцијски помак између канала износио приближно 1×10^{-3} 1/одбирка. Вриједности коефицијената одступају од идеалне цисоиде јер је фреквенцијски помак промјенљив у времену. Ако између сигнала, поред фреквенцијског и фазног помака, постоји и временски помак, алгоритам га види као додатни константни фазни помак, јер су сигнали које користи овај алгоритам ускопојасни пилоти, тј. цисоиде. Последица је константна грешка при естимацији тренутног фазног помака ($\varphi_{\text{Пerr}}$ у (3.34)), као што се види на слици 3.17 а). Стварни фреквенцијски помак између канала за симулацију приказан је на слици 3.17 б). На основу слика 3.17 в) и 3.17 г) закључујемо да је у експерименту $\rho > 0.99$. Поред тога, закључујемо да је просјечни фреквенцијски помак између канала, који је једнак средњем нагибу криве на слици 3.17 в), једнак:



Слика 3.18: Реални дио ускопојасног пилота у пријемним каналима а) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – симулација, б) на излазу из APSA – симулација, в) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – експеримент, и г) на излазу из APSA – експеримент.

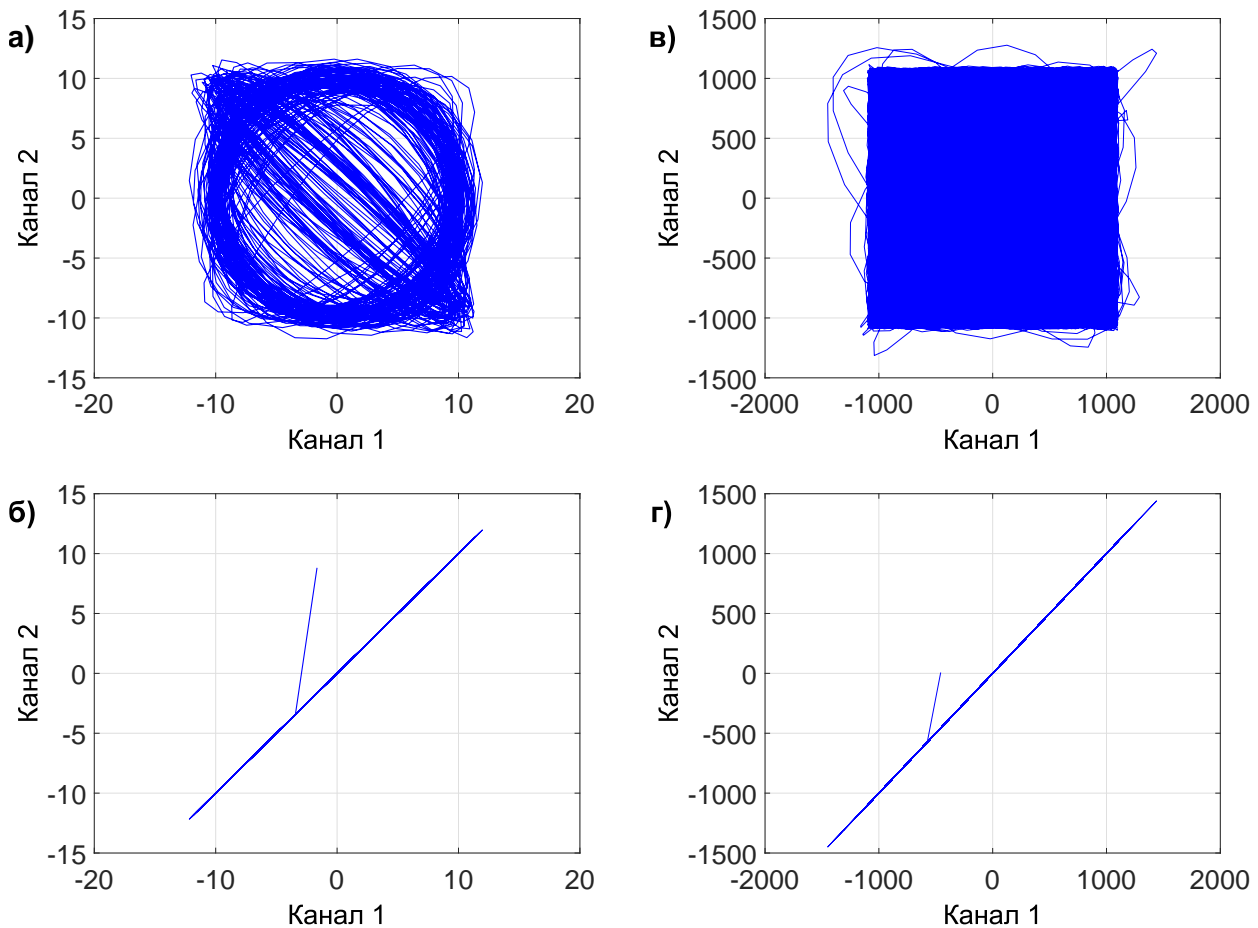
$106 \text{ rad}/(2\pi 20000 \text{ rad} \cdot \text{одбирка}) = 0.843 \times 10^{-3} \text{ 1/одбирка}$. Исти закључак се добија на основу периоде коефицијената на слици 3.16 б). Ова вриједност фреквенцијског помака приближно одговара параметру $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$ и на предаји и на пријему у симулацији (то је једна од коришћених вриједности).

Слика 3.18 приказује временски домен реалних дијелова ускопојасних пилота (*beacon-a*) у каналима (кориснички ускопојасни пилоти се не користе за естимацију у етапи 1) на улазу и на излазу из APSA. Слика 3.19 приказује констелационе дијаграме истих сигнала.

Сада слиједите резултати који илуструју квалитет **процедуре** за калибрацију у цјелини. Слика 3.20 приказује реалне дијелове корисног сигнала у каналима прије и након процедуре, респективно. У симулацији, добијени нормализовани добитак *beamforming-a* (*Normalized Beamforming Gain – NBF*) на крају етапе 1 износи 0.94. NBF је скаларна мјера квалитета компензације помака између два сигнала, дефинисана на следећи начин:

$$\text{NBF} = \frac{\text{Re}(\mathbf{s}_{1,\text{out}}^H \mathbf{s}_{2,\text{out}})}{\sqrt{\mathbf{s}_{1,\text{in}}^H \mathbf{s}_{1,\text{in}}} \sqrt{\mathbf{s}_{2,\text{in}}^H \mathbf{s}_{2,\text{in}}}}, \quad (3.84)$$

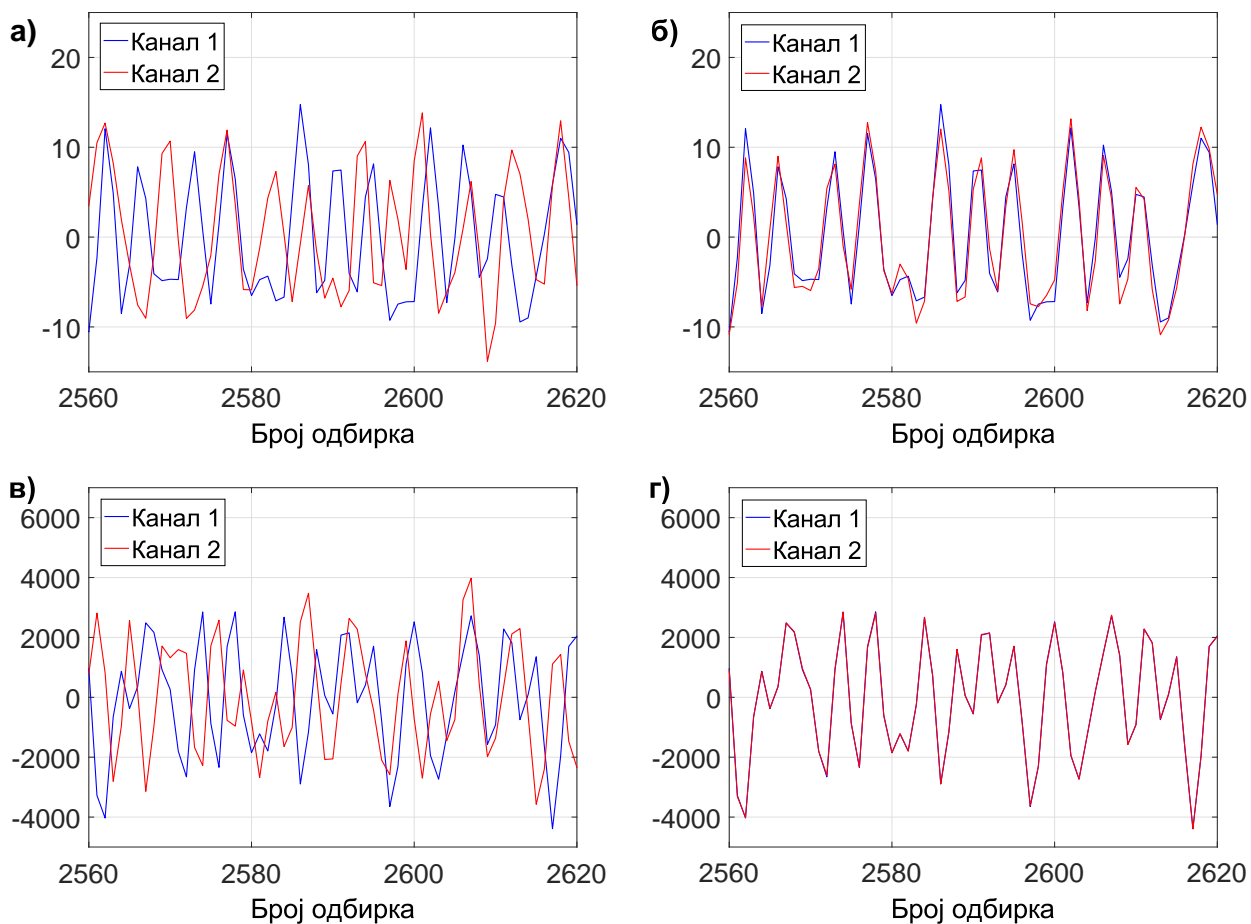
гдје су $\mathbf{s}_{1,\text{in}}, \mathbf{s}_{2,\text{in}}$ сигнали прије компензације помака, у нашем случају (нпр. за етапу 1) корисни сигнали у каналима на почетку етапе 1, а $\mathbf{s}_{1,\text{out}}, \mathbf{s}_{2,\text{out}}$ су сигнали



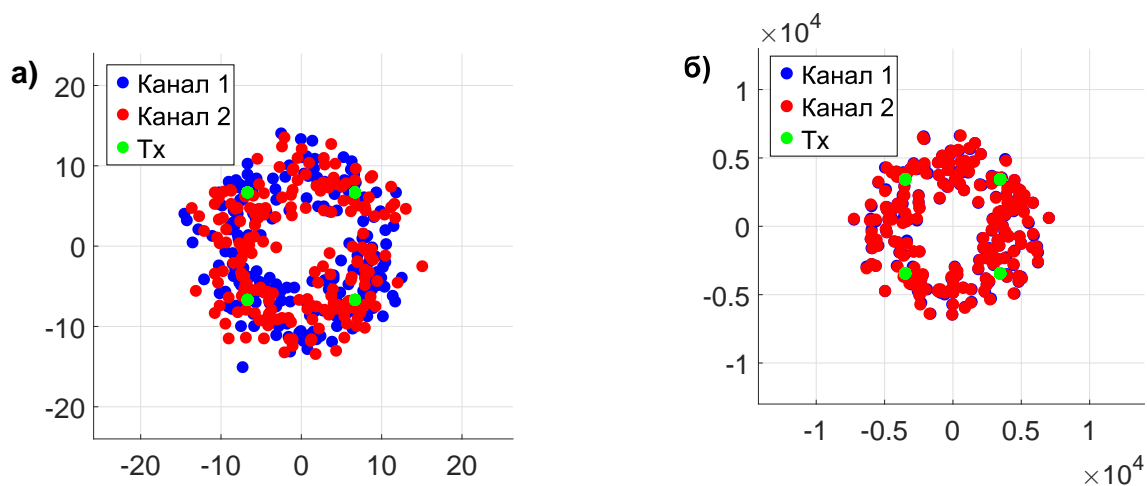
Слика 3.19: Констелациони дијаграми реалног дијела ускопојасног пилота у пријемним каналима а) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – симулација, б) на излазу из APSA – симулација, в) на улазу у APSA у кораку 2 етапе 1 – експеримент, и г) на излазу из APSA – експеримент.

након компензације помака, у нашем случају **корисни** сигнали у каналима на крају етапе 1. Слично је за етапу 2, само су умјесто корисних сигнала у каналима 1 и 2, у питању оригинална секвенца и збирни корисни сигнал, респективно. Идеална компензација помака одговара вриједности $NBFG = 1$ и тада кажемо да су сигнали “поравнати” или да се “поклапају”, односно потпуно су временски, фреквенцијски и фазно синхронизовани. У експерименту, добијени $NBFG$ једнак је 0.995. Да би се потврдила претпоставка да су временски помаци у USRP платформама константни у опсервационом интервалу дужине већег броја периода сигнала, за естимацију у корацима 1, 3 и 4 је коришћен сегмент сигнала 1, и те процјене су коришћене за компензацију помака и рачунање $NBFG$ вриједности за одбирке 28673–29696 (3. периода сегмента сигнала 10).

Слика 3.21 приказује констелационе дијаграме корисног сигнала у каналима на крају етапе 1. Слика 3.22 приказује констелационе дијаграме збирног корисног сигнала кроз кораке (0 до 4) у етапи 2, заједно са одговарајућим оригиналним сигналом у корисничком Tx-у. Кораком 0 називамо стање на почетку процедуре у датој етапи, прије било какве компензације. Ради лакшег тумачења садржаја слика, подсјетимо се да временски помак анvelope сигнала узрокује интерсимболску интерференцију, да константни фазни помак изазива константну ротацију тачака у констелационом дијаграму, а фреквенцијски помак промјенљиву рота-

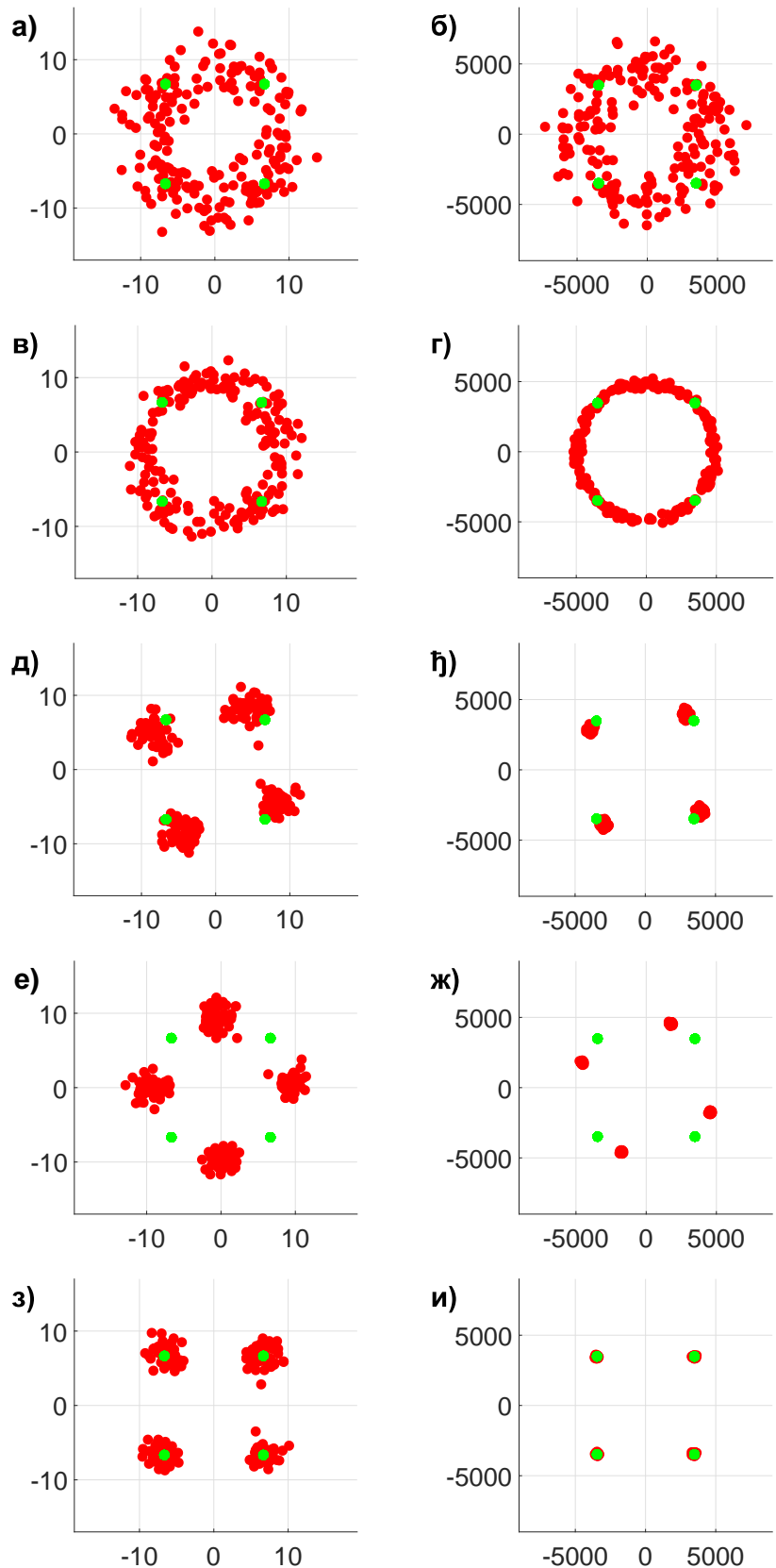


Слика 3.20: Реални дио корисног сигнала у пријемним каналима а) прије компензације помака (етапа 1, корак 0) – симулација, б) након компензације помака (етапа 1, корак 4) – симулација, в) прије компензације помака (етапа 1, корак 0) – експеримент, и г) након компензације помака (етапа 1, корак 4) – експеримент.

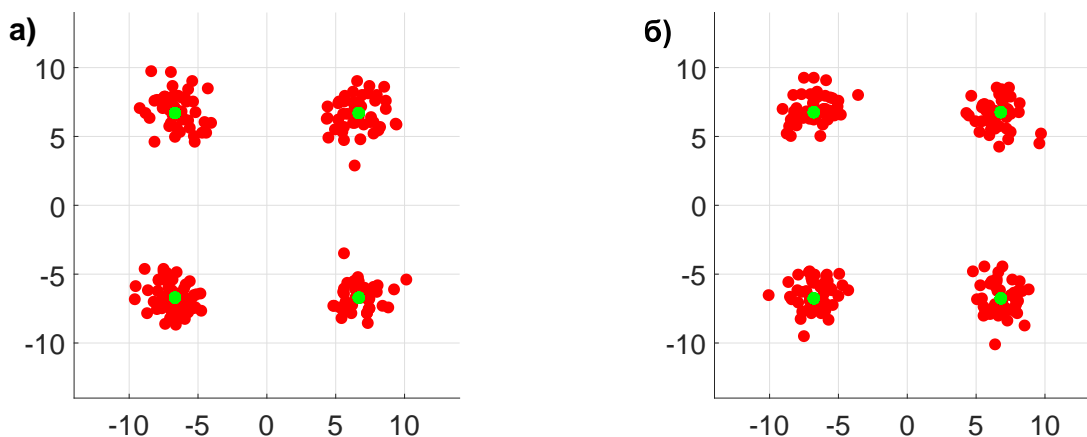


Слика 3.21: Констелациони дијаграми корисног сигнала на крају етапе 1 за а) симулацију и б) експеримент.

цију тачака у констелационом дијаграму. Пошто је циљ етапе 1 да се компензују помаци у сигналу из канала 2 у односу на сигнал у каналу 1, још увијек није постигнута синхронизација са корисничким Тх-ом, тако да декодовање података



Слика 3.22: Констелациони дијаграми корисног сигнала кроз кораке етапе 2 за симулацију – лијево: а), в), д), е), з), и експеримент – десно: б), г), ђ), ж), и). Црвени кружићи представљају збирни корисни сигнал на пријему, а зелени кружићи представљају оригиналну секвенцу.



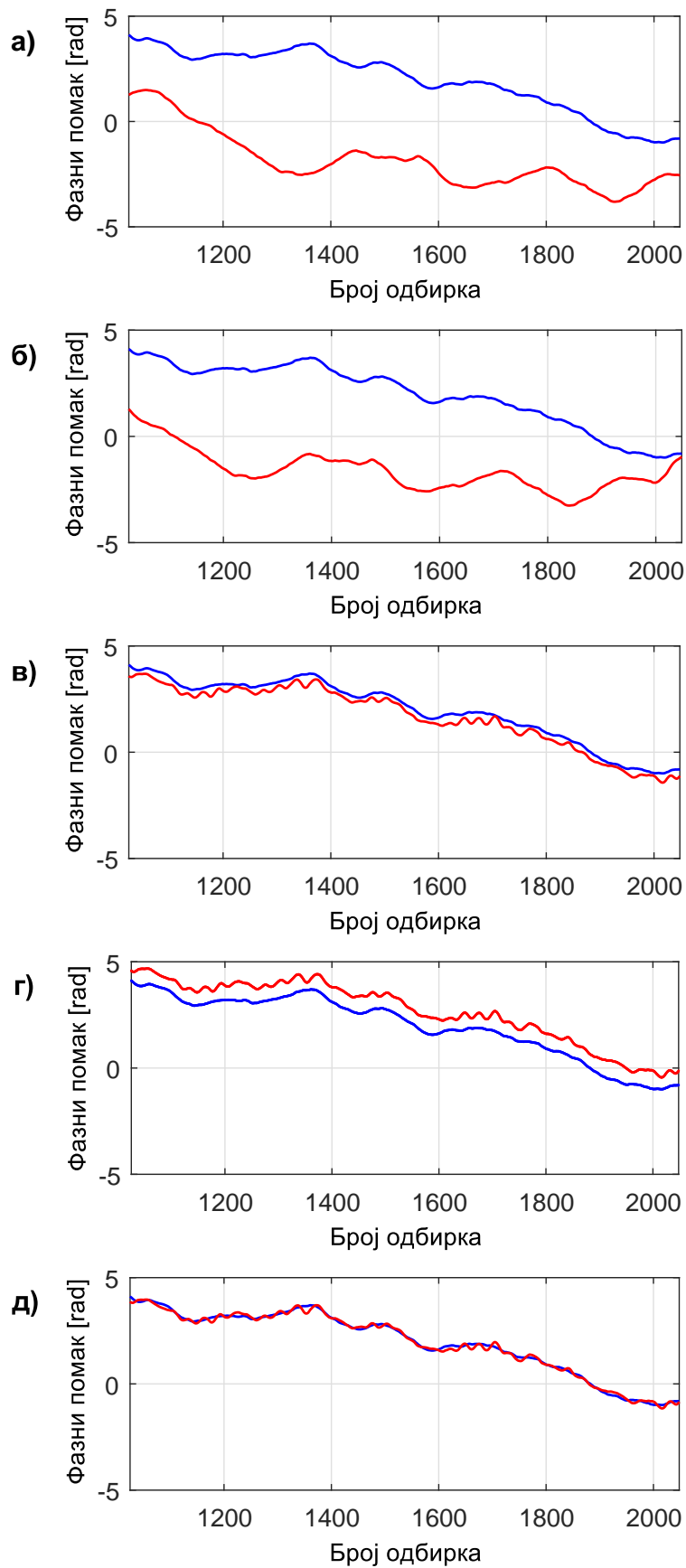
Слика 3.23: Констелациони дијаграми корисног сигнала на крају етапе 2 за а) сценарио са слике 3.22 – симулација, и б) сценарио са истим SNR-ом али без помака у сигналу – симулација. Црвени кружићи представљају збирни корисни сигнал на пријему, а зелени кружићи представљају оригиналну секвенцу.

још увијек није могуће. Пратећи кораке етапе 2, видимо да је корак 1 дјелимично уклонио временски помак (интерсимболску интерференцију), али је (промјенљиви) фреквенцијски помак остао присутан. Овај фреквенцијски помак се (до на грешку естимације) уклања у кораку 2, али и даље је присутан константни фазни помак. У кораку 3 се (до на грешку процјене) уклања временски помак, што се на слици види као смањена дисперзија констелационих тачака у односу на корак 2. Још само преостаје (приближно константни, зависно од квалитета корака 2) фазни помак. Овај помак се разликује за неку константну вриједност од оног на крају корака 2, пошто временска компензација у кораку 3 инхерентно врши и константно помјерање фазе. У кораку 4 се (до на грешку естимације) уклања средња вриједност преосталог фазног помака. Пошто је извршена компензација у односу на оригиналну секвенцу, након етапе 2 је могуће декодовање корисних података. Да би се лакше процијенио квалитет процедуре, на слици 3.23 поредимо констелациони дијаграм на крају етапе 2 за претходни сценарио из симулације, са констелационим дијаграмом на крају етапе 2 за сценарио у којем је симулирана иста вриједност SNR, али без временских, фреквенцијских и фазних помака (функције процедуре потпуно искључене). На слици 3.23 а), одступања тачака од идеалних вриједности (зелене тачке) изазвана су присуством шума и грешкама при естимацији параметара у процедури, док су на слици 3.23 б) одступања искључиво последица шума. На основу горе наведеног, може се закључити да процедура за дате параметре има веома добре перформансе. Поређењем констелационих дијаграма на крају етапе 2 за експеримент са одговарајућим констелационим дијаграмима (нису приказани) за различите вриједности SNR добијене симулацијама, индиректно је закључено да је вриједност SNR у експерименту била око 40 dB. Због тога су на сликама резултати експеримената бољи него резултати симулација (SNR = 20 dB).

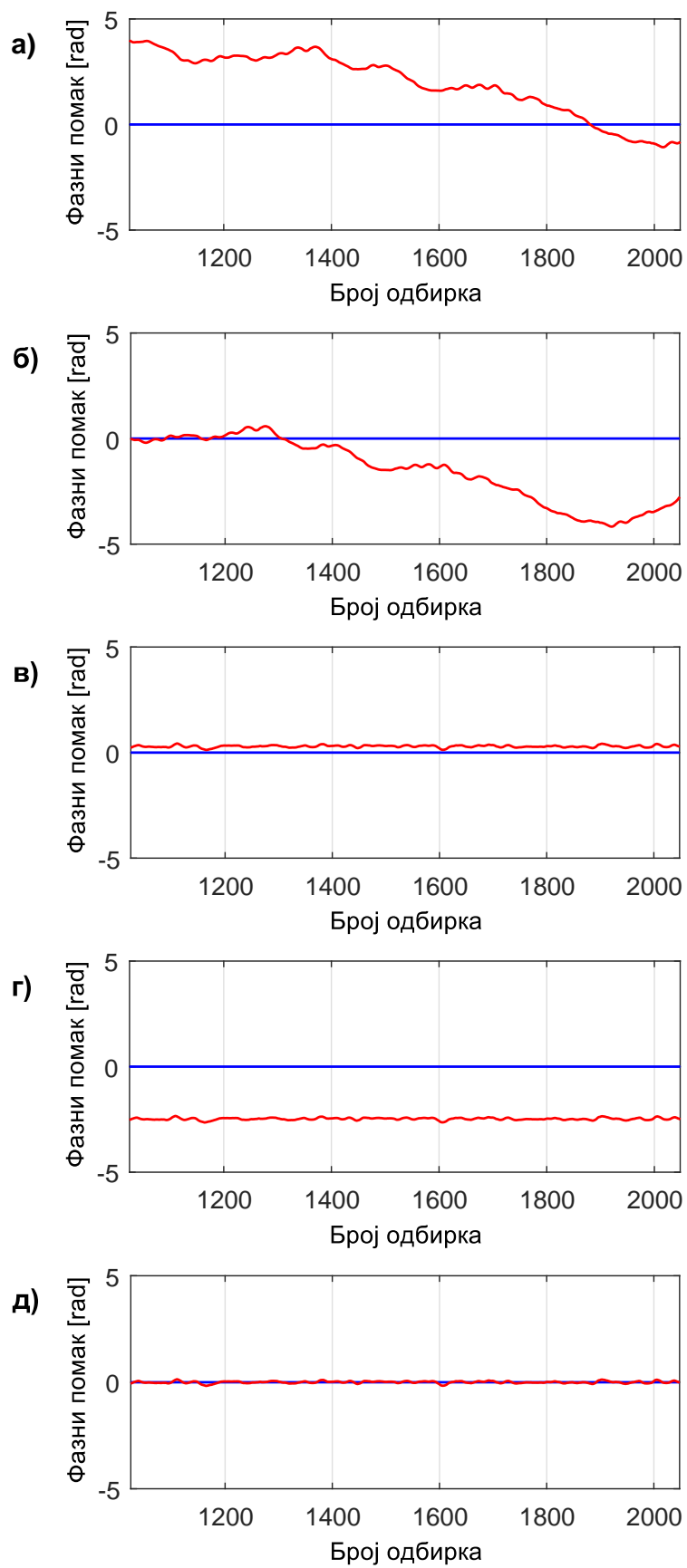
У остатку одјељка анализирани су само резултати симулација.

3.5.4 Фазна изобличења

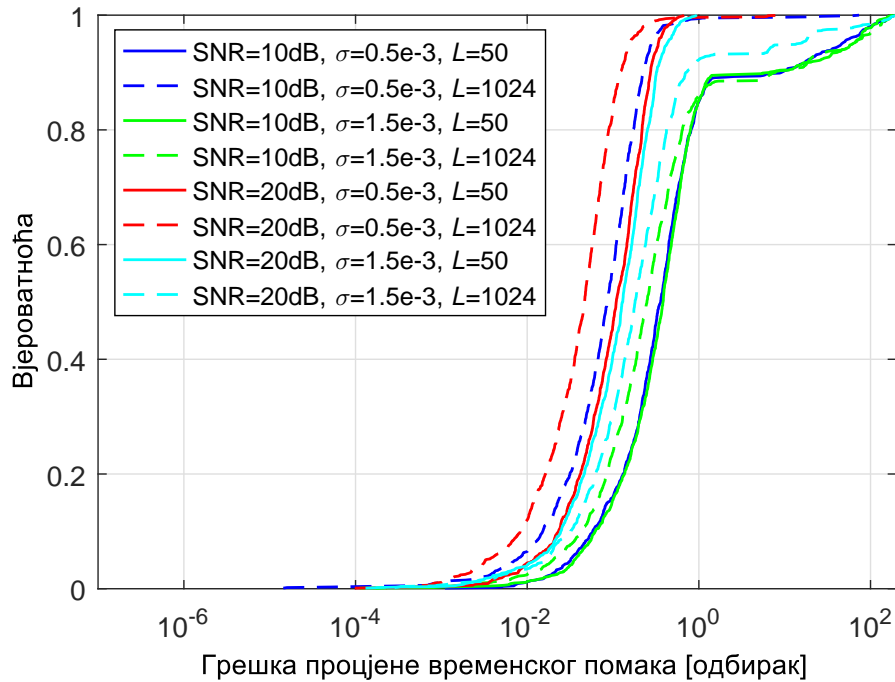
Слика 3.24 приказује тренутна изобличења фазе корисног сигнала у пријемним каналима кроз кораке етапе 1, за једно извршавање симулације. Одговарајући резултати за збирни корисни сигнал у етапи 2 дати су на слици 3.25. На обје слике,



Слика 3.24: Фазно изобличење корисног сигнала кроз кораке 0–4 (а)–д)) етапе 1. Плавом линијом означен је сигнал у каналу 1, а црвеном линијом сигнал у каналу 2.



Слика 3.25: Фазно изобличење корисног сигнала кроз кораке 0–4 (а)–д)) етапе 2. Плавом линијом означен је оригинални сигнал у корисничком предајнику, а црвеном линијом збирни сигнал на пријему.



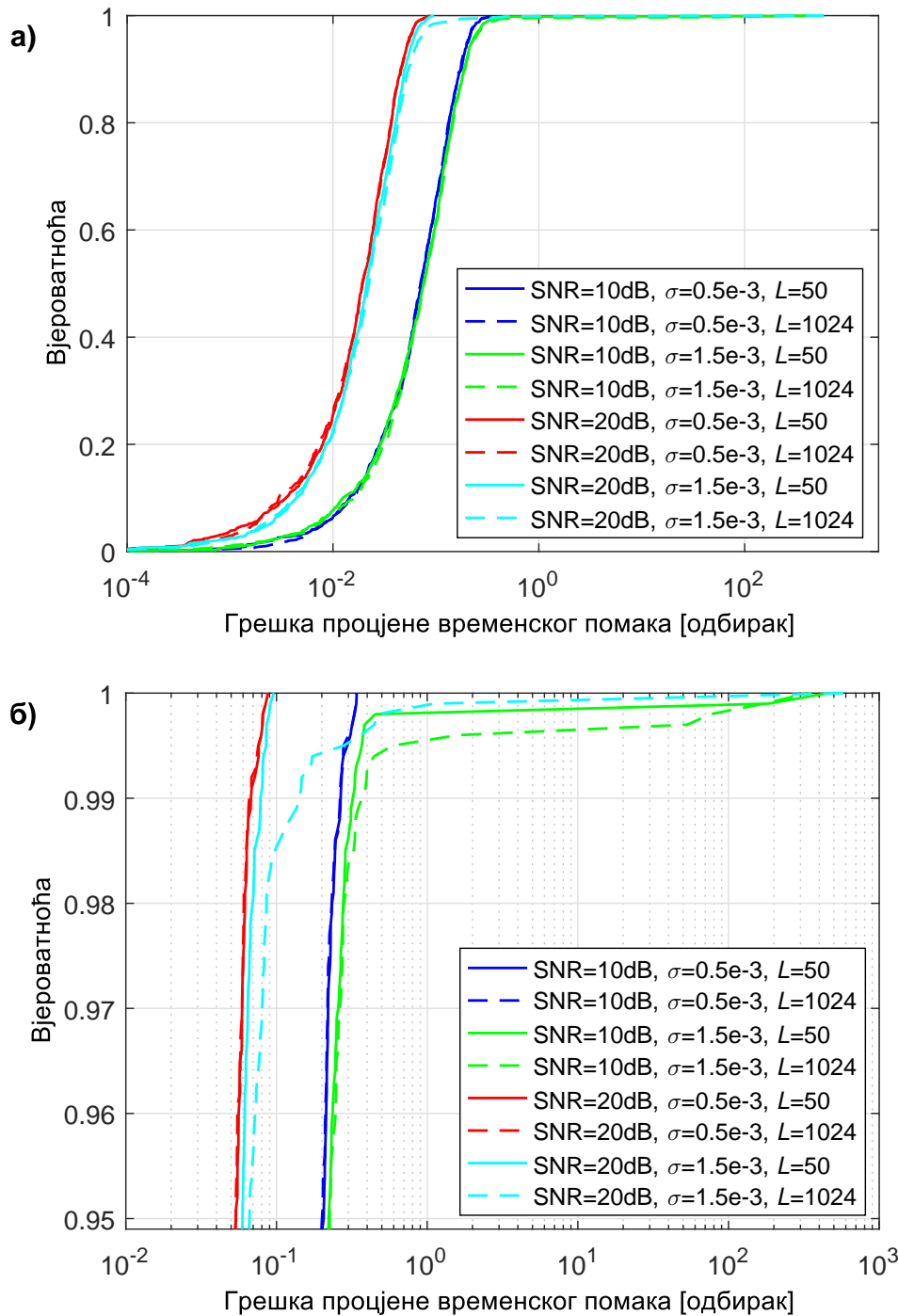
Слика 3.26: Функције расподеле које показују утицај дужине прозора за корелацију у кораку 1 етапе 1 на грешку естимације у истом кораку.

изобличења су приказана у односу на оригинални сигнал у корисничком предајнику. Приказана је једна периода сигнала, одбирци 1025–2048. Параметри су: $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$, $\sigma = 1.5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.1$. Повећањем σ повећавају се фазна изобличења (средњи нагиб кривих) сигнала у каналима на почетку процедуре, слика 3.24 а), а повећањем ρ смањује се склоност ка наглим промјенама **фреквенцијског** помака (храпавост кривих). Приметијетити да је у обје етапе фазни помак између сигнала након корака 2 константан у времену (до на грешку естимације).

3.5.5 Перформансе алгоритама – функције расподеле

У овом пододјелку приказујемо функције расподеле (*Cumulative Distribution Function* – CDF) за апсолутну вриједност грешке естимације за алгоритме коришћене у етапи 1. У наставку тезе ће се подразумевати да се ради о **апсолутној вриједности** грешке при приказу CDF кривих. Прво ћемо се осврнути на избор дужине прозора за корелацију при естимацији у кораку 1.

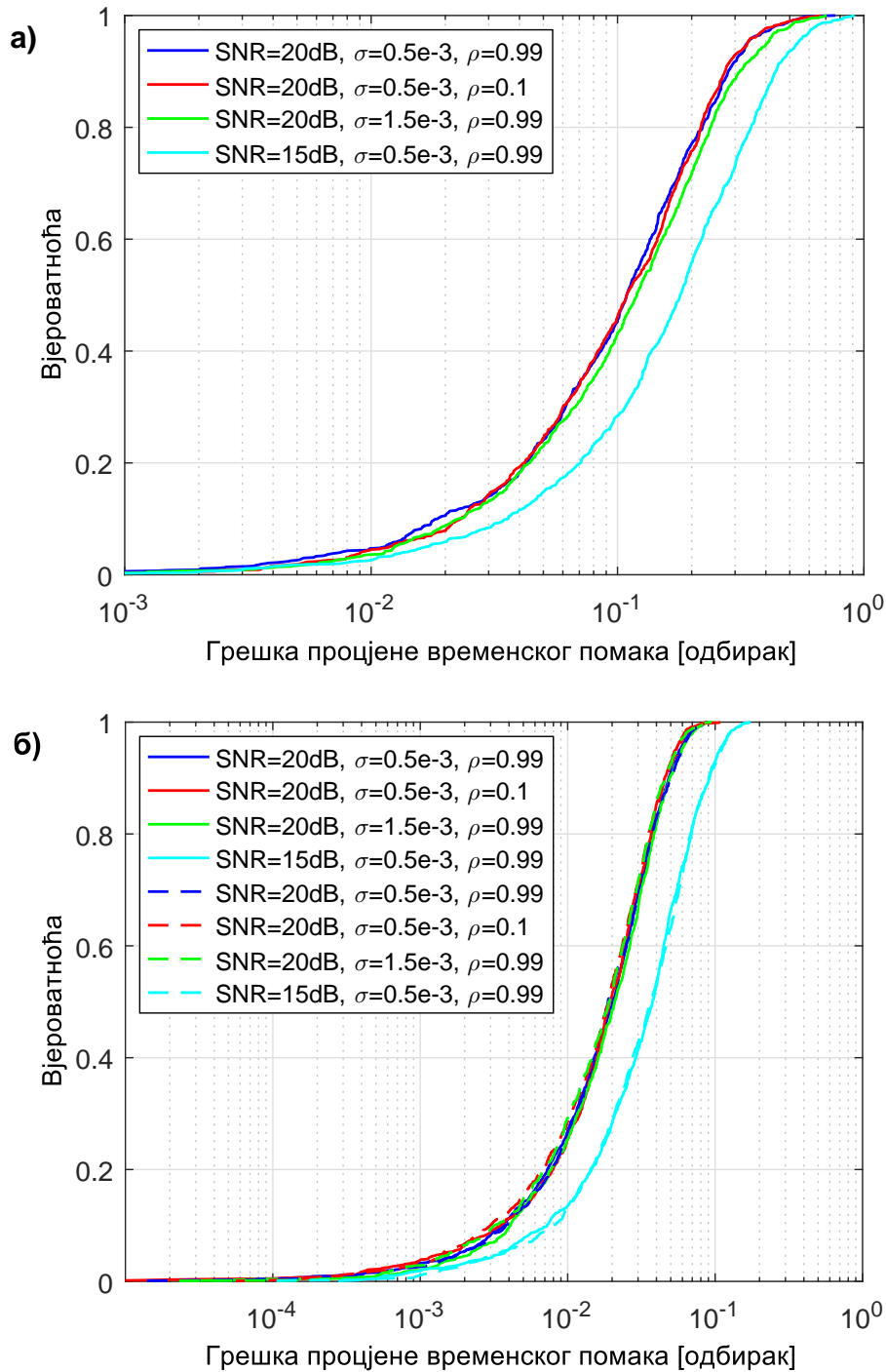
Тестиране су различите дужине прозора, са различитим параметрима симулација (SNR , σ , ρ). Према очекивању, при мање повољним вриједностима SNR (нижи SNR) боље резултате даје прозор веће дужине, јер се на дужем сигналу шум више усредњи. Исто тако, при мање повољним вриједностима σ (веће σ) боље резултате даје прозор мање дужине, јер је на краћим сигнаlima мања промјена фазе између његових крајева под утицајем фреквенцијског помака. На слици 3.26 су дате CDF криве за грешку естимације коришћењем *beacon* сигнала за алгоритам у кораку 1 етапе 1. Одговарајући резултати за корак 3 етапе 1 приказани су на слици 3.27 а). На слици 3.27 б), која приказује горњи дио исте слике, се види да је за дужину прозора 1024 већа вјероватноћа појаве великих грешака него за дужину прозора 50. За још ниже вриједности SNR и још веће вриједности σ ове разлике у перформансама између различитих дужина прозора су израженије, али



Слика 3.27: а) Функције расподеле које показују утицај дужине прозора за корелацију у кораку 1 етапе 1 на грешку естимације у кораку 3 етапе 1, и б) увећани приказ горњег дијела слике а).

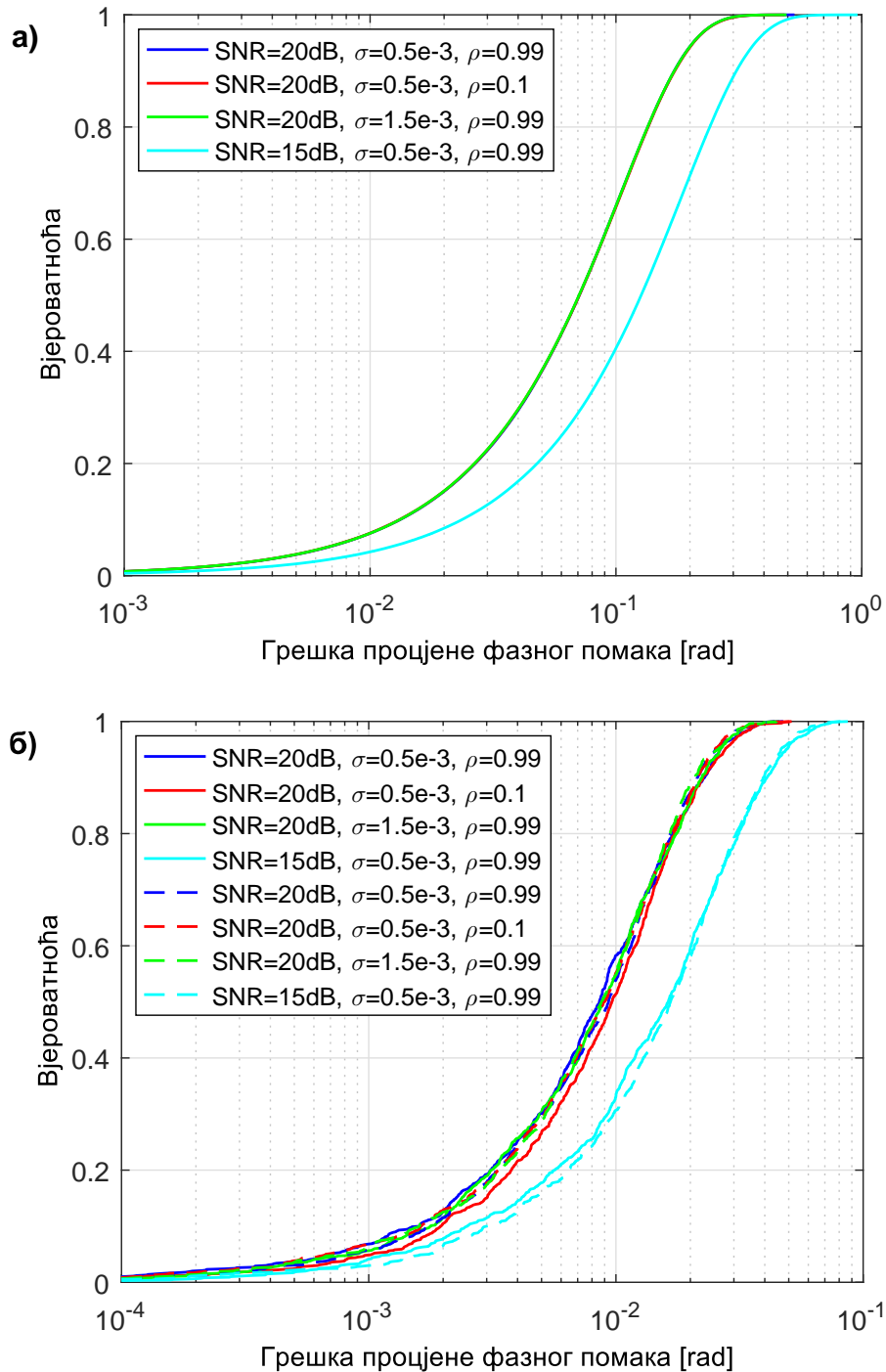
овдје су резултати приказани за вриједности параметара које смо користили у симулацијама. Будући да процјена у кораку 3 има већу важност од процјене у кораку 1, у обје етапе је у кораку 1 коришћен прозор за корелацију дужине $L = 50$ одбирака.

Остатак пододјелка приказује резултате који илуструју квалитет **алгоритама** у сваком од корака. Резултати добијени коришћењем сигнала *beacon*-а представљени су пуним линијама, а резултати за сигнале корисничког Tx-а испрекиданим линијама.



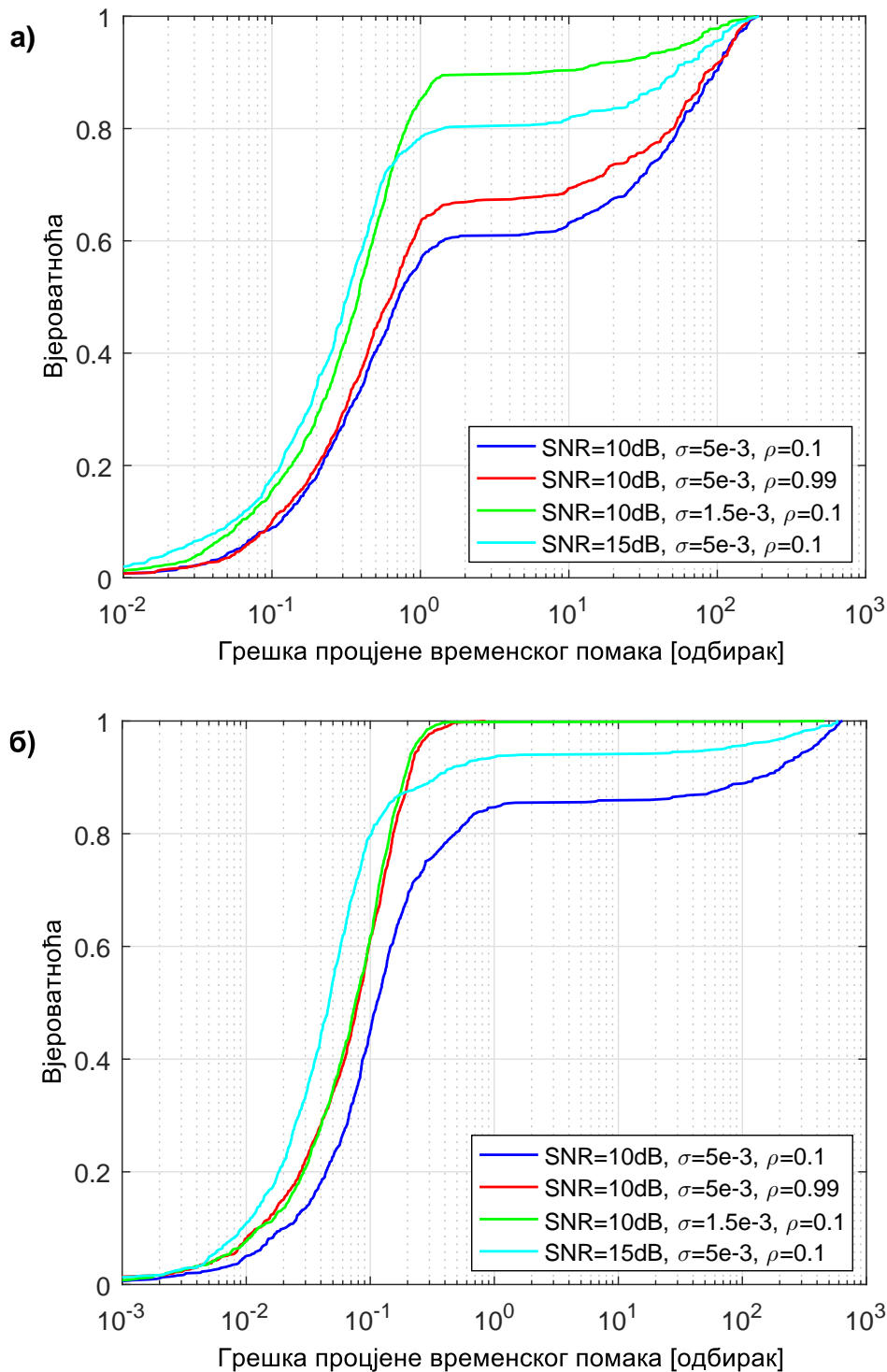
Слика 3.28: Функције расподеле грешке естимације временског помака за алгоритам а) у кораку 1 етапе 1 и б) у кораку 3 етапе 1.

Прво је изабрана група параметара за које CDF криве грешака слиједе одговарајуће (средња вриједност и стандардна девијација) Гаусове CDF криве. Ови почетни параметри су: SNR = 20 dB, $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.99$. Додатно, погоршаван је један по један параметар да би се показао утицај сваког од њих на прецизност естимације. Резултати за алгоритме за временски помак приказани су на сликама 3.28 а) и б), а резултати за алгоритме за фазни помак на сликама 3.29 а) и б). Према очекивању, прецизност алгоритама у корацима 3 и 4 је значајно боља од оне у корацима 1 и 2, респективно. За кораке 1, 3 и 4, статистика је добијена на основу



Слика 3.29: Функције расподеле грешке естимације фазног помака за алгоритам а) у кораку 2 етапе 1 и б) у кораку 4 етапе 1.

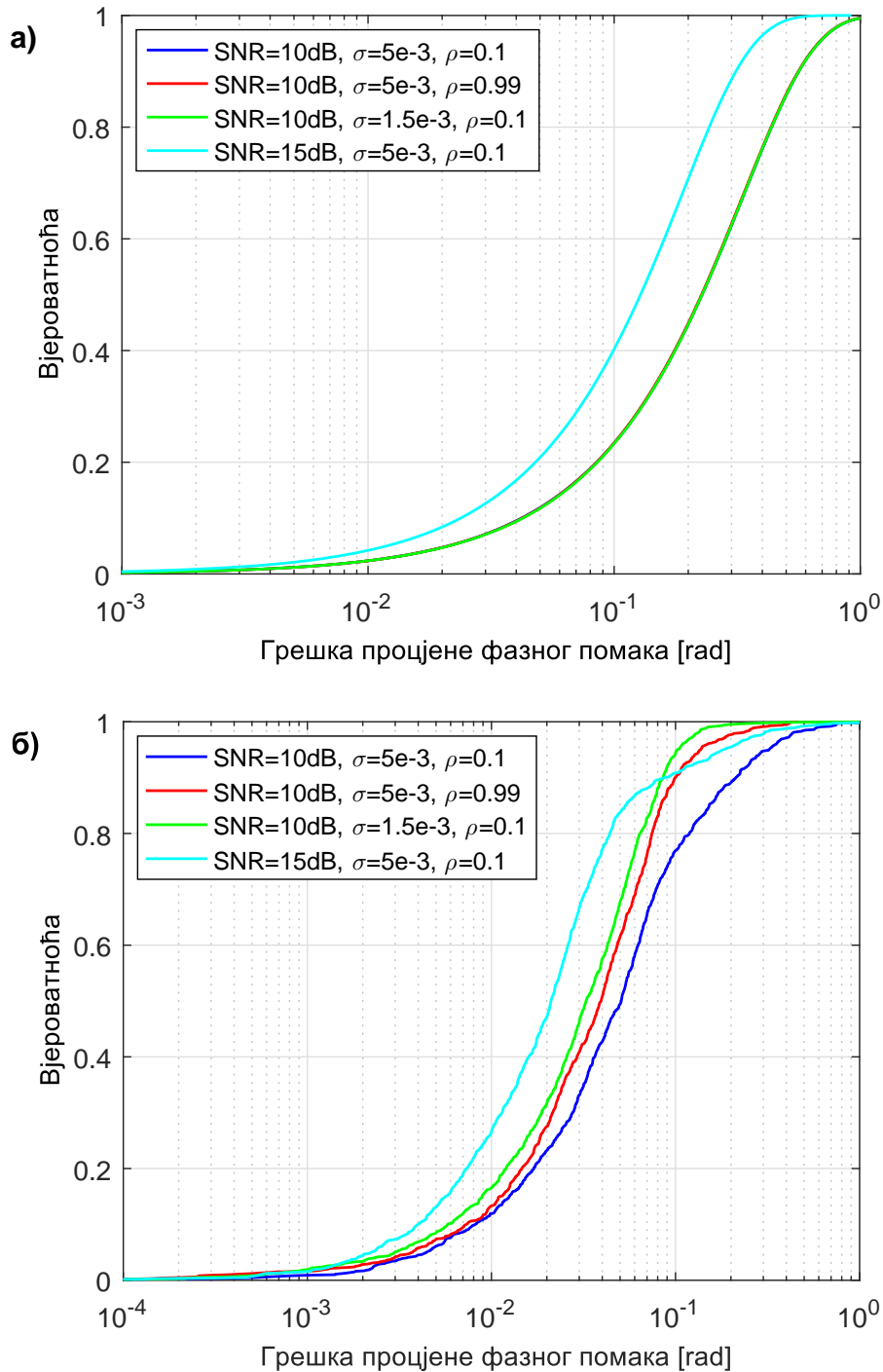
1000 симулација. За корак 2, статистика је добијена на основу 1000 симулација и 1024 одбирка сигнала, јер у кораку 2, за разлику од осталих корака, алгоритам не врши усредњавање, фазни помак сваког одбирка сигнала представља резултат за себе. Због тога су криве за корак 2 глаткије него за остале кораке. Резултати сугеришу да, у сценаријима са релативно бољим условима, SNR доминантно одређује прецизност естимације. За $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$, медијане за грешку временске естимације у кораку 3 имају вриједност око 50-тог дијела одбирка, медијане за грешку процјене **тренутног** фазног помака за алгоритам у кораку 2 износе око



Слика 3.30: Функције расподеле грешке естимације временског помака за алгоритам а) у кораку 1 етапе 1 и б) у кораку 3 етапе 1, са ефектом прага у кораку 1.

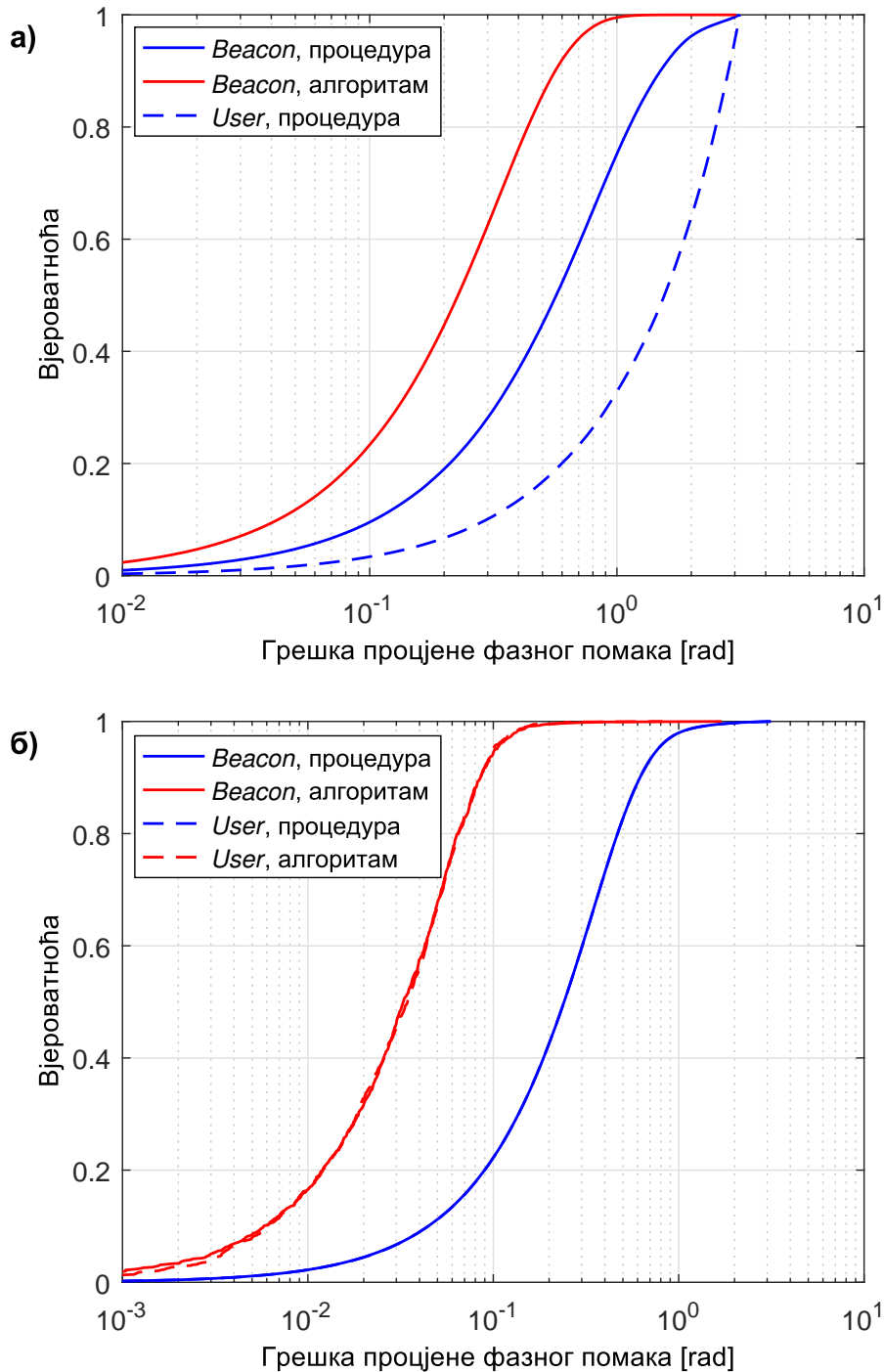
14-тог дијела радијана, тј. око 4 степена, док су медијане за грешку естимације **средњег** фазног помака за алгоритам у кораку 4 око 110-тог дијела радијана, тј. око 0.5 степени.

Сада ћемо приказати резултате за групу параметара за коју CDF криве у кораку 1 етапе 1 одступају од одговарајућих Гаусових CDF кривих, тј. имају “ефекат прага”. Ови полазни параметри су: SNR = 10 dB, $\sigma = 5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.1$. Додатно,



Слика 3.31: Функције расподеле грешке естимације фазног помака за алгоритам а) у кораку 2 етапе 1 и б) у кораку 4 етапе 1, са ефектом прага у кораку 1.

побољшаван је један по један параметар како би се показао утицај сваког од њих на прецизност естимације. Резултати за алгоритме за временски помак приказани су на сликама 3.30 а) и б), а резултати за алгоритме за фазни помак на сликама 3.31 а) и б). За разлику од претходне групе параметара, у горњим дијеловима CDF кривих за временску естимацију уочава се поменути ефекат прага. За корак 1, побољшање σ је, у погледу одступања кривих од Гаусове расподеле, значајније него побољшање SNR. За корак 3, побољшање како σ , тако и ρ , је, у погледу одступања кривих од Гаусове расподеле, значајније него побољшање SNR-а. Што

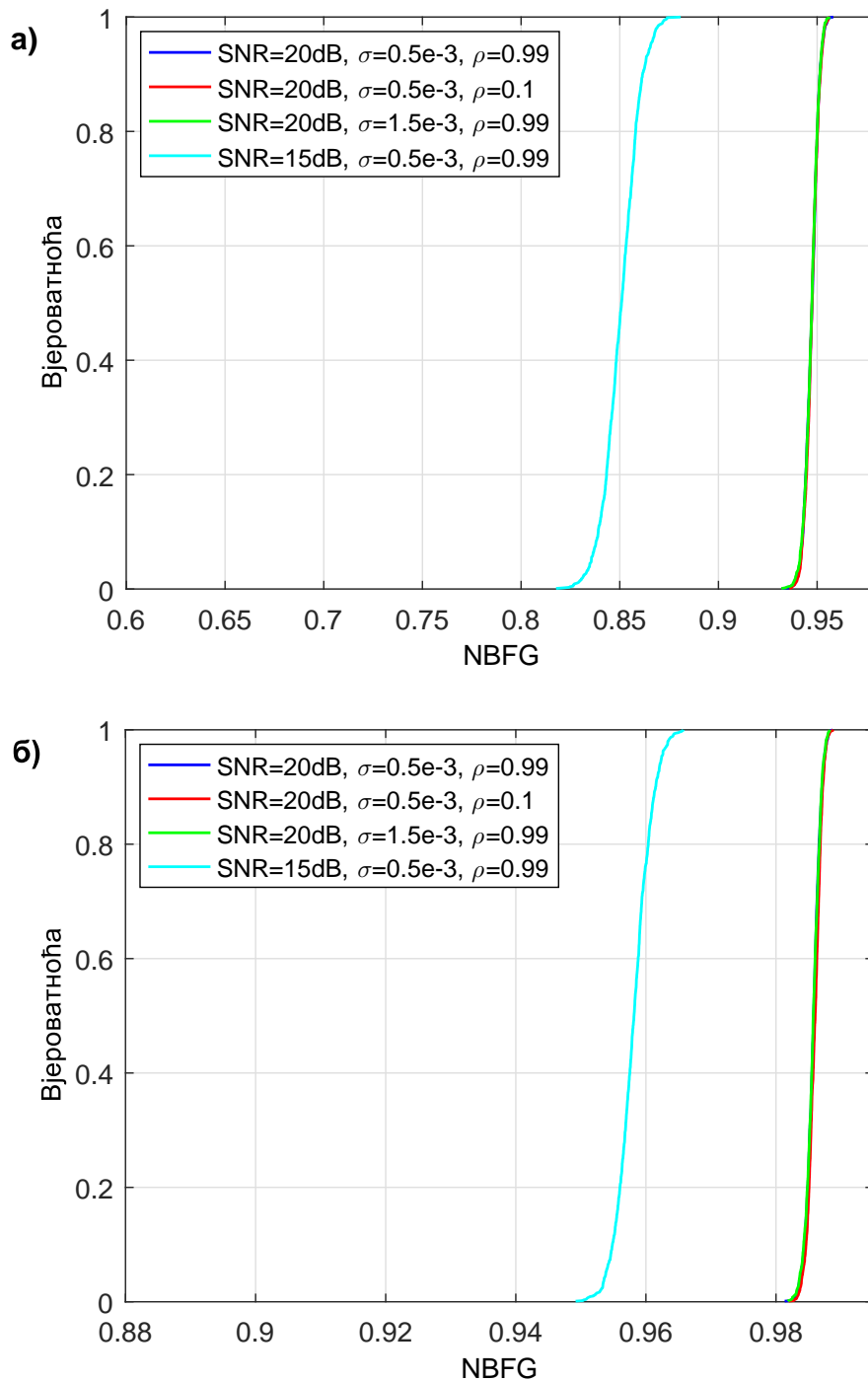


Слика 3.32: Функције расподеле грешке естимације фазног помака након а) корака 2 етапе 1 и б) корака 4 етапе 1, за $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, $\sigma = 1.5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.1$.

се тиче фазне естимације, у кораку 2 се не осјети ефекат прага из корака 1, јер алгоритам у кораку 2 временске помаке види као фазне. За корак 4, слика 3.31 б), примјетна је корелација са грешком у кораку 3, слика 3.30 б).

3.5.6 Перформансе процедуре – функције расподеле

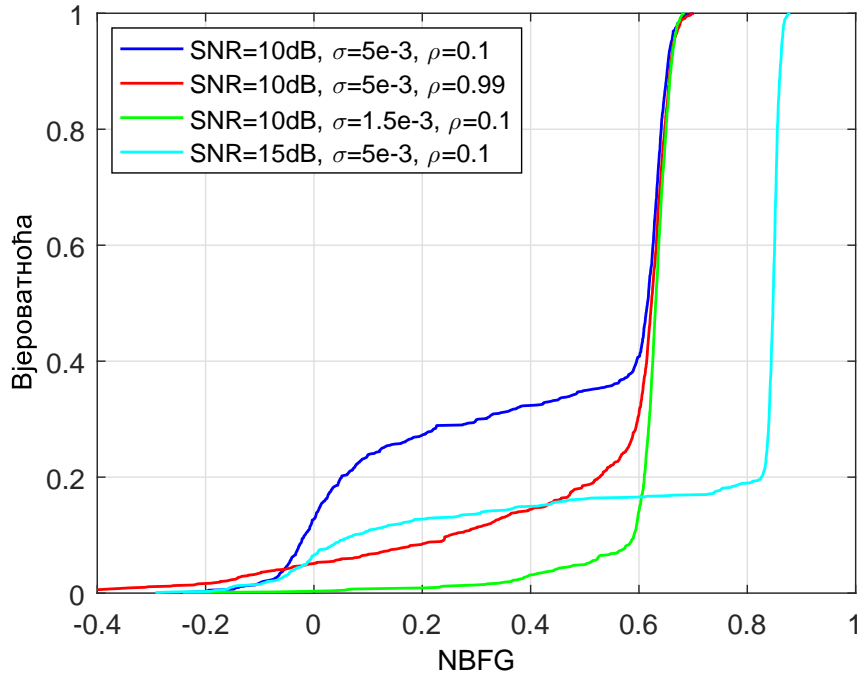
У овом пододјелку приказујемо CDF криве за грешку естимације кроз кораке етапе 1. Оне илуструју квалитет **процедуре** на крају сваког корака. Параметри су: $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, $\sigma = 1.5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.1$. За сигнале *beacon*-а, прецизност естимације



Слика 3.33: NBFG а) на крају етапе 1 и б) на крају етапе 2.

временских помака након корака 1 и 3 је једнака прецизности естимације алгоритама у овим корацима. Исто важи за сигнале корисничког Тх-а након корака 3. Међутим, временски помак након корака 1 етапе 1 за сигнале корисничког Тх-а је већи него за сигнале *beacon*-а, јер се у овом кораку само сигнали *beacon*-а користе за естимацију, а почетни временски помаци у сигналима *beacon*-а и корисничког Тх-а су генерално различити. Када су у питању фазни помаци након корака 2 и корака 4, они се за све сигнале генерално разликују од грешака алгоритама при процјени фазног помака у овим корацима.

Фазна грешка након корака 2 обухвата и константни фазни помак, $\varphi_{\text{Пerr}}$, услед

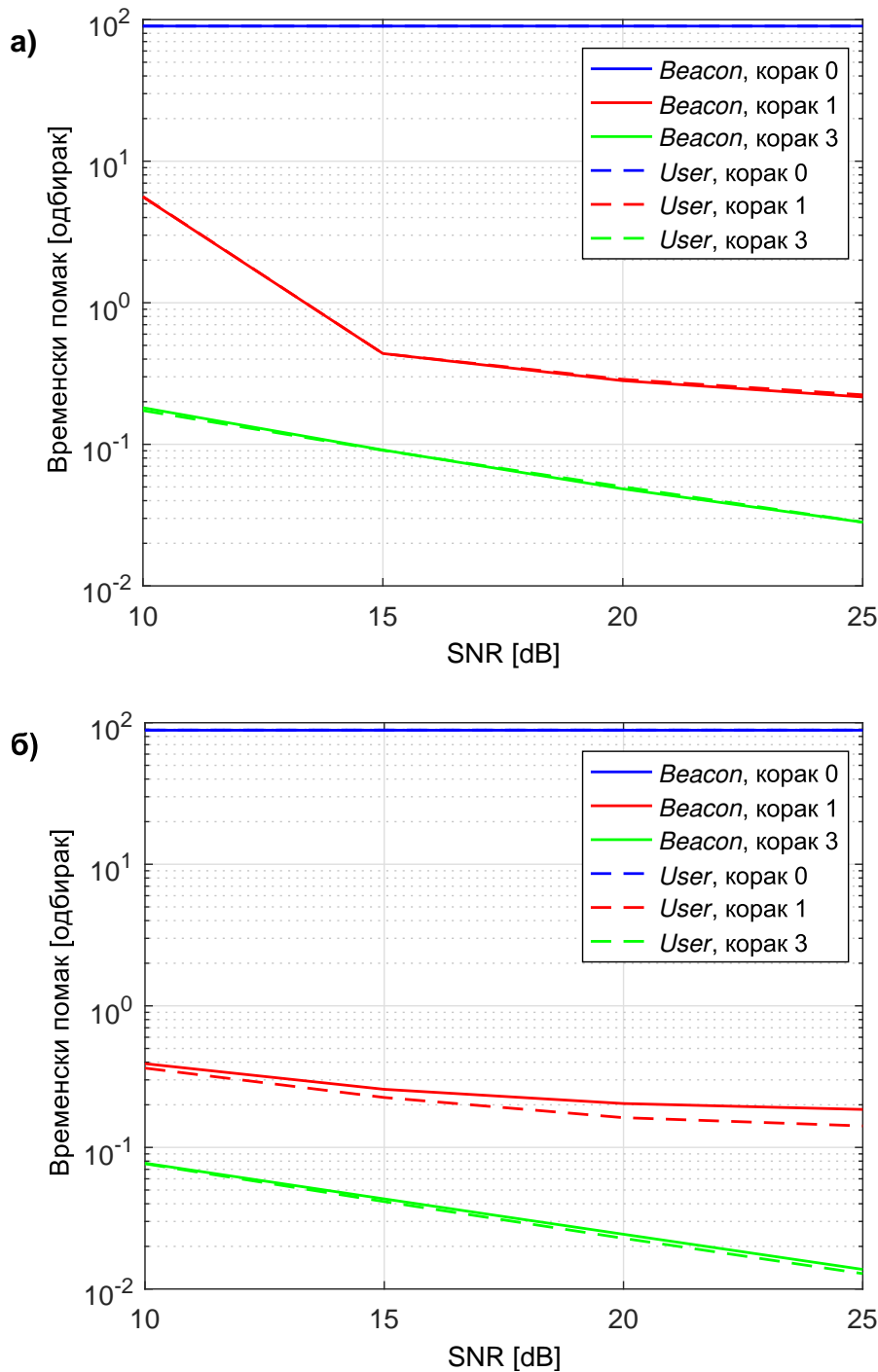


Слика 3.34: NBFG на крају етапе 1 (са ефектом прага у кораку 1).

грешке естимације временског помака у кораку 1, τ_{err} , пошто алгоритам у кораку 2 (APSA) “види” временски помак цисоиде као одговарајући фазни помак, који износи $\varphi_{\text{err}} = (\omega_c + \omega_N) \tau_{\text{err}} \pmod{2\pi}$. Ова фазна грешка се не узима у обзир када се оцјењује квалитет алгоритма, али мора се узети у обзир када се оцјењује квалитет процедуре, као што је приказано на слици 3.32 а). Будући да је временски помак након корака 1 већи за сигнале корисничког Tx-а него за сигнале *beacon*-а, већи је и фазни помак након корака 2. Приметијетити да максимална апсолутна фазна грешка не може бити већа од π .

Алгоритам у кораку 4 (CPSA) процјењује фазни помак усредњен по одбирцима сигнала дужине 1024. Међутим, што се тиче квалитета процедуре, оно што је битно након корака 4 је тренутни фазни помак, тј. фазно изобличење сваког појединачног одбирка сигнала. Ова грешка је знатно већа од грешке алгоритма, што се види на слици 3.32 б), и приближно је једнака грешци **алгоритма** у кораку 2. Ова анализа је у складу са претходном тврдњом да корак 4 компензује константни фазни помак који уноси корак 2. Такође, везано за претходни пододјелак, 3.5.5, можемо да закључимо које вриједности медијана имају тренутне фазне грешке на крају корака 4 (и уједно на крају етапе 1) пошто су приближно једнаке грешкама за алгоритам у кораку 2.

Слике 3.33 а) и б) приказују NBFG на крају етапе 1 и етапе 2, респективно, за прву групу параметара из претходног пододјелка, 3.5.5 (не постоји ефекат прага у CDF кривима за грешку естимације временског помака). Слика 3.34 приказује NBFG на крају етапе 1 за другу групу параметара из претходног пододјелка (постоји ефекат прага у CDF кривима за грешку естимације временског помака). Ефекат прага је видљив у доњем дијелу NBFG кривих.

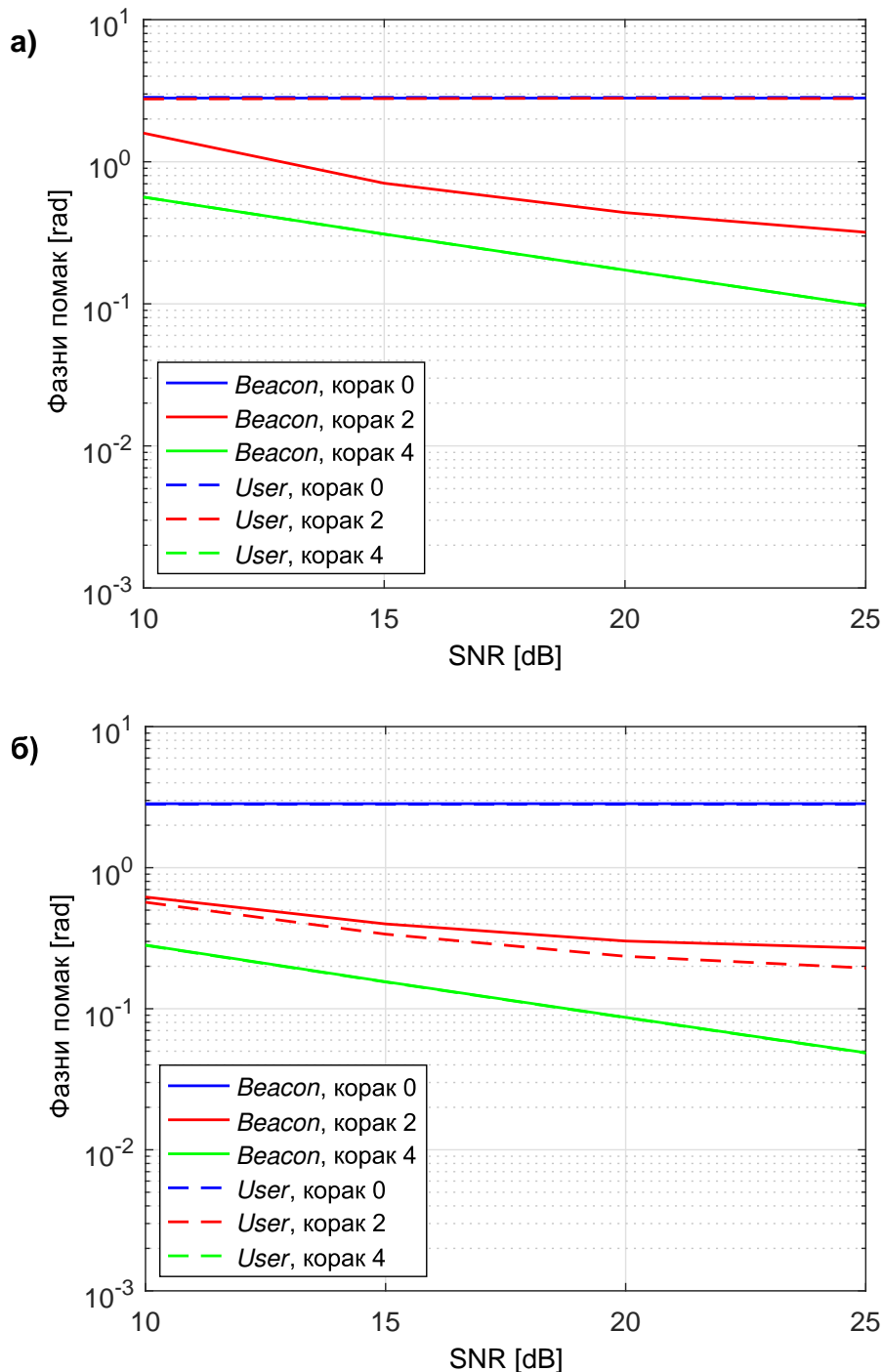


Слика 3.35: Квантил 0.9 временског помака након корака а) етапе 1 и б) етапе 2 у зависности од SNR-а, за $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$ и $\rho = 0.99$.

3.5.7 Перформансе процедуре – зависност од односа сигнал-шум

Параметри за овај пододјелјак су изабрани тако да σ и ρ буду једнаки одговарајућим параметрима за USRP у експериментима: $\text{SNR} = \{10, 15, 20, 25\}$ dB, $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$, $\rho = 0.99$. Резултати илуструју квалитет **процедуре**.

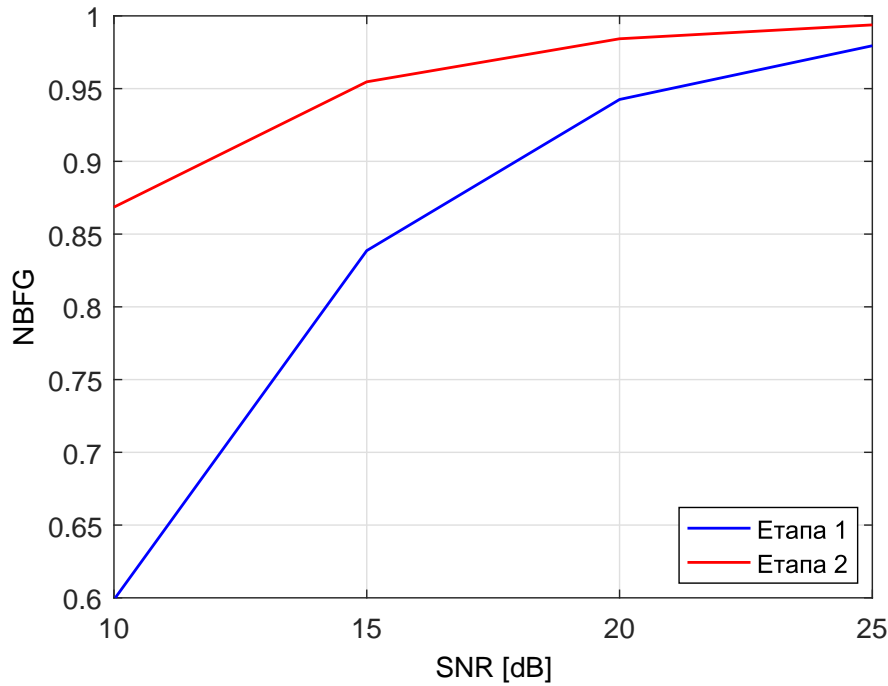
SNR криве за квантил 0.9 (апсолутне вриједности) временског помака након корака (у којима се процјењује временски помак) етапа 1 и 2 приказане су на сликама 3.35 а) и б), респективно. Почетни временски помаци, као и помаци након корака 1, ограничени су на $(-100, 100)$, а како почетни временски помак има униформну



Слика 3.36: Квантил 0.9 фазног помака након корака а) етапе 1 и б) етапе 2 у зависности од SNR-а, за $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$ и $\rho = 0.99$.

расподјелу, вриједности на слици у кораку 0 приближно су једнаке 90 одбирака.

SNR криве за квантил 0.9 тренутног фазног помака након корака (у којима се процјењује фазни помак) етапа 1 и 2 приказане су на сликама 3.36 а) и б), респективно. Вриједност за корак 0 је приближно једнака 0.9π радијана јер фазни помак има униформну расподјелу на интервалу $[-\pi, \pi]$. Фазни помак се мијења и у корацима 1 и 3 као дио компензације временског помака (видјети одјељак 2.3). Наведене промјене фазног помака су случајне природе па нису приказане на сликама, а коригују се у оквиру корака 2 и 4, респективно. Примијетити да су на слици 3.36 а) вриједности за фазни помак корисних сигнала након корака 2 етапе 1



Слика 3.37: Квантил 0.1 од NBFG на крају етапа 1 и 2 у зависности од SNR-а, за $\sigma = 0.5 \times 10^{-3}$ и $\rho = 0.99$.

Табела 3.1: Квантил 0.9 преостале временске и фазне грешке на крају етапе 1 и одговарајући NBFG (квантил 0.1) у зависности од SNR-а.

SNR [dB]	вријеме [одбирак]	фаза [степен]	NBFG
10	0.17	32	0.60
15	0.09	18	0.84
20	0.05	10	0.94
25	0.03	6	0.98

једнаке као у кораку 0, јер се у етапи 1 кориснички ускопојасни пилот не користи, већ само ускопојасни пилот *beacon*-а.

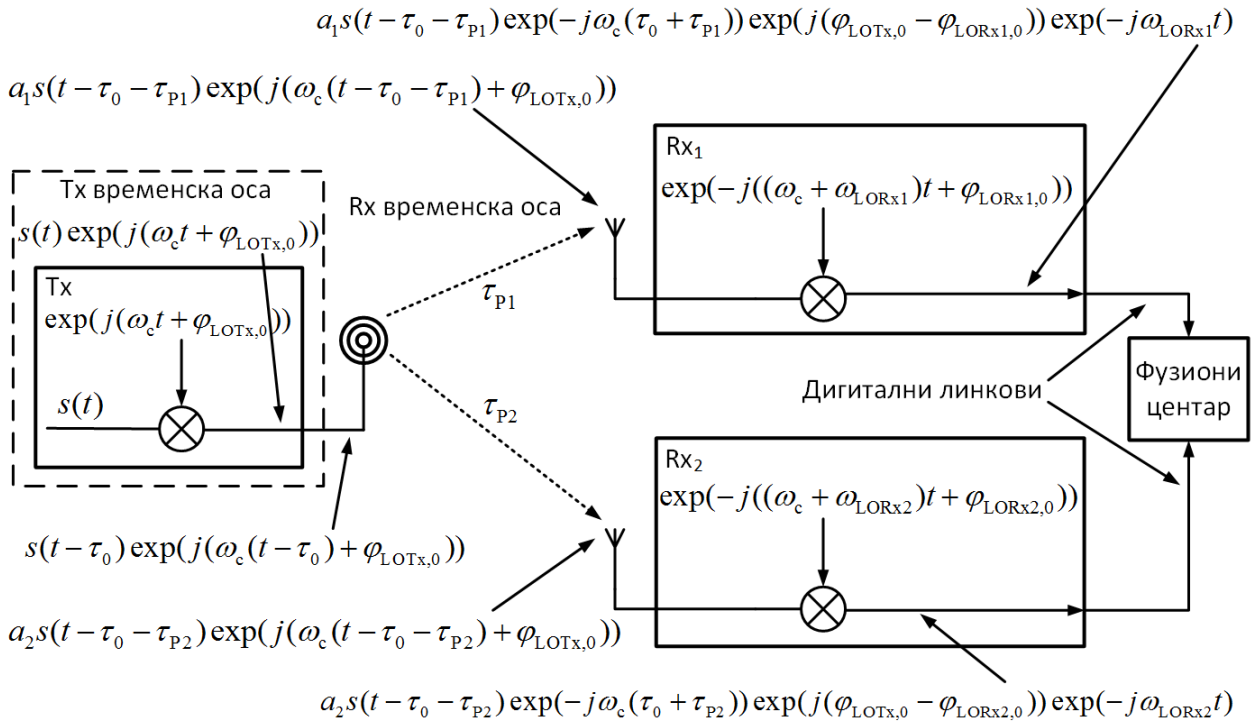
За SNR = 20dB, квантили 0.9 за грешку процјене временског помака и тренутног фазног помака на крају етапе 1 су 20-ти дио одбирка и 10 степени, респективно. Са слика се види да резултати етапе 2 за одређену вриједност SNR одговарају резултатима етапе 1 са 6 dB већом вриједношћу SNR.

Одговарајуће вриједности NBFG на крају етапа 1 и 2, тј. криве за квантил 0.1, приказане су на слици 3.37. Као помоћ при тумачењу претходних слика, резултати за етапу 1 дати су такође у табели 3.1.

Глава 4

Здружиена процјена TDoA, фреквенцијског и фазног помака узимајући у обзир фазу носиоца пристиглог сигнала

У односу на систем описан у глави 3, у овој глави посматрамо, у извјесној мјери, упрошћен систем. Наиме, сматрамо да су пријемни канали временски синхронизовани, а да је фреквенцијски помак константан у посматраном опсервационом интервалу. У глави је описана здружиена процјена TDoA, фреквенцијског и почетног фазног помака између два дистрибуирана, стационарна, временски синхронизована, али фазно и фреквенцијски несинхронизована пријемна канала на основу примљеног радио сигнала послатог од стране стационарног предајника. Пријемници су повезани са фузионим центром дигиталним линковима којима није могућ пренос референтних сигнала за синхронизацију. У оквиру ове главе термин “фазни помак” ћемо користити да означи појам почетног фазног помака, а када буде коришћен да означи појам фазног помака као збира доприноса почетног фазног помака и фреквенцијског помака, то ће, или бити наглашено, или бити јасно из контекста. Анализирамо утицај коришћења фаза носилаца пристиглих сигнала (CPOA) на прецизност естимације наведених помака у просторно кохерентном сценарију са доминантном LoS компонентом. При томе, разликујемо три Случаја (*Cases*). У Случају 1, сва три типа помака, временски (TDoA), фреквенцијски и фазни, су непознати. У Случају 2, TDoA је познат, а фреквенцијски и фазни помак су непознати. У Случају 3, фреквенцијски и фазни помак су познати, а TDoA је непознат. У сваком од три наведена Случаја разликујемо два сценарија, први када је оригинална секвенца непозната пријемном систему, и други када је секвенца позната и користи се при естимацији. За сценарио са познатом секвенцом, дати су аналитички изрази за Фишерову информациону матрицу за грешку процјене у Случају 1, и аналитички изрази за CRB за грешку процјене у Случајевима 2 и 3. У оквиру поглавља су формулисана два алгоритма типа максималне вјеродостојности (ML) за здружиену процјену временских, фреквенцијских и фазних помака, један за познату секвенцу и други за непознату секвенцу. На крају поглавља су резултати Монте-Карло симулација и пропратна дискусија.

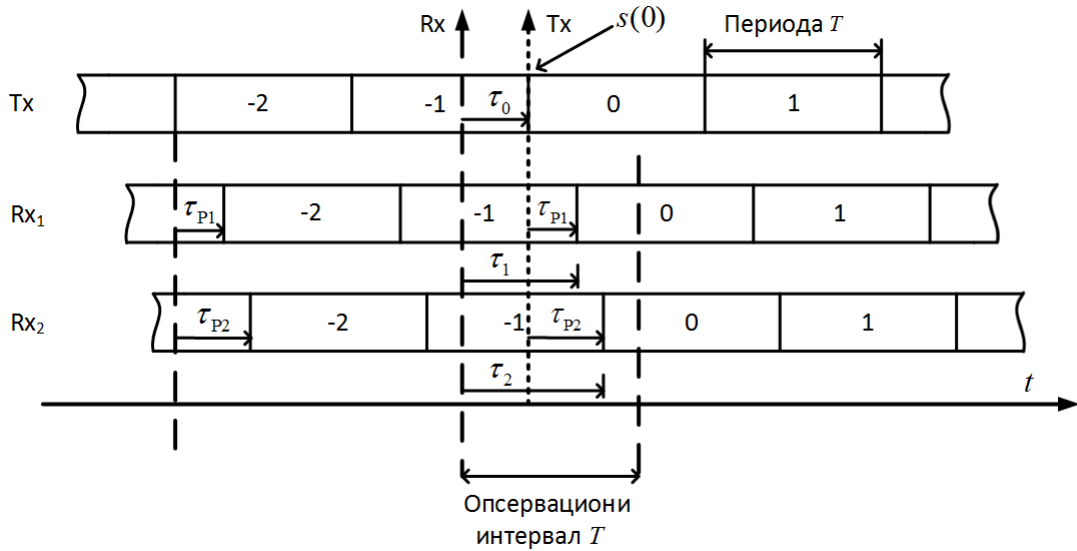


Слика 4.1: Модел система и модел сигнала.

4.1 Модел система, модел сигнала и формулација про- блема

Периодични произвољно широкопојасни пилот сигнал $\tilde{s}(t)$ са периодом T , ограничен у спектру на $[-B/2, B/2)$, *up*-конвертује се и шаље од стране стационарног предајника на номиналној фреквенцији носиоца \tilde{f}_c . Након пропагације, сигнал се прима са два временски синхронизована дистрибуирана стационарна пријемника, са независним локалним осцилаторима, IQ се демодулише и одабира Никвистовом фреквенцијом $\tilde{f}_s = B$, а затим се добијени одбирци преко дигиталних линкова допремају до фузионог центра, гдје се здружено обрађују. Сваки од пријемника аквизира N одбирака у заједничком опсервационом интервалу трајања $T = N/\tilde{f}_s$, чији почетак је изабран независно од почетка слања сигнала. Као и у претходној глави, користићемо нормализоване ознаке за промјенљиве и величине, онако како је дефинисано у одјељку 2.4. Дакле, еквивалентно можемо рећи да се сигнал $s(t)$ са периодом N , ограничен у спектру на $[-1/2, 1/2)$, шаље на номиналној фреквенцији носиоца f_c . Слика 4.1 приказује модел описаног система. Након што Tx изгенерише RF сигнал, овај сигнал пропагира до Rx_{*m*} са (константним) фактором слабљења a_m и константним временом пропагације τ_{pm} , гдје је $m \in \{1, 2\}$ индекс канала. Претпостављамо да постоји оптичка видљивост (LoS) од предајника до оба пријемника. Сматрамо да преко дигиталних линкова није могућ пренос референци за фреквенцијску и фазну синхронизацију пријемника.

Иако је у теорији $s(t)$ периодично, у пракси Tx шаље коначан број периода, на слици 4.2 означене са -2,-1,0,1. Слика такође приказује пропагациона кашњења и константни помак временске осе предајника у односу на временску осу пријемника, означен са τ_0 . Пријемни систем бира опсервациони интервал произвољно уз услов да сигнал постоји у оба канала током цијелог опсервационог интервала. Тада се почетак временске осе пријемника поставља на почетак опсервационог интервала. Пошто су пријемници међусобно временски синхронизовани, за номиналну вре-



Слика 4.2: Временски односи између сигнала и оса предајника и пријемника.

менску осу се усваја временска оса пријемника. Временски помак сигнала $s(t)$ у R_{x_m} је $\tau_m = \tau_0 + \tau_{pm}$. Усвајамо претпоставку да је $0 \leq \tau_m < N$ пошто је у пракси $\tau_2 - \tau_1 \ll N$.

Како T_x емитује сигнал на номиналној фреквенцији f_c , укупни фазни помак у предајнику је константан у времену и једнак почетном фазном помаку између LO предајника и његовог D/A конвертора. Ова раздешеност се моделује величином $\varphi_{LOTx,0}$, која представља фазу LO у тренутку $t = 0$ по временској оси предајника. Фреквенцијски помак LO у R_{x_m} у односу на ω_c (тј. фреквенцију носиоца предајника) је константан у опсервационом интервалу и износи ω_{LORxm} , као што је дефинисано у изразу (2.17). Фаза LO у пријемнику R_{x_m} у тренутку $t = 0$ по временској оси пријемника, тј. номиналној временској оси, је $\varphi_{LORxm,0}$. Ову вриједност ћемо звати почетни фазни помак R_{x_m} , или краће фазни помак R_{x_m} . По узору на (2.21), можемо писати да је укупни фазни помак у R_{x_m} у тренутку t : $\varphi_{LORxm}(t) = \varphi_{LORxm,0} + \omega_{LORxm}t$. Будући да се предајник и пријемници не крећу у току опсервационог интервала, Доплеров помак не фигурише у моделу сигнала, па су фреквенцијски помаци искључиво последица раздешености локалних осцилатора. Претпостављамо да сви A/D и D/A конвертори у систему имају једнаке фреквенције одабирања, \tilde{f}_s . Резултати и закључци из ове главе се могу лако проширити на случај са више од 2 пријемна канала разматрајући парове пријемних канала.

Сигнал $s(t)$ се формира у предајнику полазећи од познате комплексне секвенце $\mathbf{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T$ на начин описан у одјељку 2.5. Комплексне анвелопе RF сигнала који стижу на пријемне канале 1 и 2 имају следећи облик:

$$\bar{x}_1(t) = a_1 e^{j\varphi_{1,0}} e^{j\omega_1 t} e^{-j\omega_c \tau_1} s(t - \tau_1) + \bar{\eta}_1(t), \quad (4.1)$$

$$\bar{x}_2(t) = a_2 e^{j\varphi_{2,0}} e^{j\omega_2 t} e^{-j\omega_c \tau_2} s(t - \tau_2) + \bar{\eta}_2(t), \quad (4.2)$$

а аквизирани одбирци у пријемним каналима након скалирања са $1/a_m$ су

$$x_1(n) = e^{j\varphi_{1,0}} e^{j\omega_1 n} e^{-j\omega_c \tau_1} s(n - \tau_1) + \eta_1(n), \quad (4.3)$$

$$x_2(n) = e^{j\varphi_{2,0}} e^{j\omega_2 n} e^{-j\omega_c \tau_2} s(n - \tau_2) + \eta_2(n), \quad (4.4)$$

гдје је $n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$; $\varphi_{m,0} = \varphi_{LOTx,0} - \varphi_{LORxm,0}$; $\omega_m = -\omega_{LORxm}$ јер је $\omega_{LOTx} = 0$ (видјети (2.33) и пропратни текст); η_1 и η_2 су независни АБГШ (Адитивни Бијели

Гаусов Шум) (*Additive White Gaussian Noise – AWGN*) процеси са кружно симетричном расподјелом и једнаком варијансом σ^2 ; ради једноставности, сматрамо да су SNR вриједности у каналима познате и међусобно једнаке; фактори слабљења сигнала, a_m , су реални, једнаки, познати и укључени у σ^2 (слично као што је објашњено у одјељку 3.2); величине $\varphi_0 = \varphi_{2,0} - \varphi_{1,0}$, $\omega = \omega_2 - \omega_1$, $\tau = \tau_2 - \tau_1$ представљају (релативни) фазни помак, (релативни) фреквенцијски помак и (релативно) временско кашњење – TDoA, респективно. Приметијетити да у моделу сигнала (4.3)–(4.4) не фигуришу експлицитно $\varphi_{\text{LOTx},0}$ и τ_0 , већ као саставни дијелови од $\varphi_{m,0}$ и τ_m , респективно, па се не могу издвојено алгоритмима процијенити. Пошто су заједнички за оба пријемна канала, $\varphi_{\text{LOTx},0}$ и τ_0 не утичу на φ_0 и TDoA, респективно. Ипак, $\varphi_{\text{LOTx},0}$ и τ_0 се не могу занемарити у неким случајевима када се користи познатост секвенце, што ће бити објашњено у пододјељку 4.3.3. Термин “релативни” означава помаке сигнала у каналу 2 у односу на помаке сигнала у каналу 1, мада ће некада бити изостављен када је из контекста јасно да се ради о релативном помаку. Приметијетити да аргумент од $s(\cdot)$ у изразима (4.3)–(4.4) не мора бити цијели број, што најчешће и није случај. Секвенци \mathbf{s} једнозначно одговара једна периода континуалног сигнала $s(t)$, онако како је описано у одјељку 2.5, тако да су и дискретни сигнали дефинисани за сваку реалну вриједност аргумента. Такође, фреквенцијски помаци су произвољни, не морају бити умношци резолуције DFT-а, јер се моделују у временском домену. У моделу сигнала сматрамо да је послати сигнал/секвенца позната пријемном систему, тако да се временски, фреквенцијски и фазни помаци моделују и у референтном каналу (канал 1).

По угледу на одјељак 2.5, дискретна матрична форма модела сигнала (4.3)–(4.4) је

$$\mathbf{x}_1 = e^{j\varphi_{1,0}} \mathbf{M}_{\omega_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1} \mathbf{F} \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}_1, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{x}_2 = e^{j(\varphi_{1,0} + \varphi_0)} \mathbf{M}_{\omega_1 + \omega} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1 + \tau} \mathbf{F} \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}_2, \quad (4.6)$$

гдје је $\mathbf{x}_m = [x_m(0), x_m(1), \dots, x_m(N-1)]^T$ и $\boldsymbol{\eta}_m = [\eta_m(0), \eta_m(1), \dots, \eta_m(N-1)]^T$. Значење осталих величина објашњено је у одјељку 2.5.

За аквизиране одбирке у (4.3)–(4.4), односно у (4.5)–(4.6), циљ је да се процијене φ_0 , ω и τ , или неки њихов подскуп, у зависности од тога које од ових величина су непознате, тј. у зависности од тога да ли је у питању Случај 1, Случај 2, или Случај 3. Иако вриједности CPOA, тј. $-\omega_c \tau_1$ и $-\omega_c \tau_2$, као такве нису елементи непознатог вектора параметара, имплицитно се анализирају кроз пропагациона кашњења τ_1 и τ_2 .

4.2 Теоријске границе прецизности процјена

Када се врши процјена неких параметара, згодно је имати референце на основу којих би се евалуирао квалитет дате процјене. У тези се у ту сврху користи Крамер-Раова граница (CRB). CRB је теоретски најмања могућа вриједност варијансе процјене неког параметра од стране произвољног непристрасног (*unbiased*) естиматора за дати модел сигнала и вектор непознатих параметара. Произвољни естиматор је *unbiased* ако је средња вриједност грешке процјене коју даје једнака нули. Чак и када није утврђено да ли је дати естиматор *unbiased*, CRB се често користи као опште прихваћена референца за упоређивање квалитета естиматора. Битно је приметијетити да CRB не зависи од коришћеног естиматора (алгорита), већ од модела узорка сигнала који се користи за естимацију и непознатих параметара у моделу. Пошто је узорак сигнала који се користи за естимацију (услед

присуства шума) случајан, сигнал се описује функцијом густине вјероватноће (*Probability Density Function* – PDF). PDF узорка зависи и од параметара који се процјењују. Интуитивно, што PDF узорка сигнала који се користи за естимацију више зависи од неког непознатог параметра (брже се мијења са промјеном вриједности параметра), могућа је прецизнија процјена тог параметра. Када се PDF узорка сигнала посматра као функција неког непознатог параметра (са фиксираним узорком сигнала), тада PDF називамо *likelihood* функцијом (функција вјеродостојности).

У наставку су дати изрази за CRB за процјену непознатих параметара за три Случаја описана у уводу ове главе. При извођењу CRB сматрано је да је оригинална секвенца позната пријемном систему. У Случају 1, свих шест параметара су непознати и вектор који их садржи је $\boldsymbol{\alpha}_1 = [\varphi_{1,0}, \varphi_0, \omega_1, \omega, \tau_1, \tau]^T$. Пошто $\eta_1(n)$ и $\eta_2(n)$ у моделу сигнала представљеном у одјељку 4.1 имају комплексну кружно симетричну Гаусову расподјелу са варијансом σ^2 , тј. $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$, слиједи да њихови реални и имагинарни дијелови, $\text{Re } \eta_m(n)$ и $\text{Im } \eta_m(n)$, респективно, имају међусобно независне (реалне) Гаусове расподјеле са средњом вредношћу 0 и варијансом $\sigma^2/2$, тј. $\mathcal{N}(0, \sigma^2/2)$. На основу (4.3)–(4.4), можемо написати:

$$\begin{aligned} x_1(n) &= s_1(n) + \eta_1(n), \\ x_2(n) &= s_2(n) + \eta_2(n), \end{aligned} \quad (4.7)$$

гдје је

$$\begin{aligned} s_1(n) &= e^{j\varphi_{1,0}} e^{j\omega_1 t} e^{-j\omega_c \tau_1} s(n - \tau_1), \\ s_2(n) &= e^{j(\varphi_{1,0} + \varphi_0)} e^{j(\omega_1 + \omega)t} e^{-j\omega_c(\tau_1 + \tau)} s(n - \tau_1 - \tau). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Даље слиједи да је $E x_m(n) = s_m(n)$. Сигнал $s_m(n)$ је детерминистички. Дакле, $x_m(n)$ има комплексну Гаусову расподјелу са варијансом σ^2 и средњом вриједношћу $s_m(n)$. У том случају, густина вероватноће једног одбирка сигнала на пријему је

$$\begin{aligned} g(x_m(n)|\boldsymbol{\alpha}_1) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\frac{\sigma^2}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\frac{\sigma^2}{2}} (\text{Re } x_m(n) - \text{Re } s_m(n))^2\right) \times \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{2\pi\frac{\sigma^2}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\frac{\sigma^2}{2}} (\text{Im } x_m(n) - \text{Im } s_m(n))^2\right) \\ &= \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} |x_m(n) - s_m(n)|^2\right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Представимо све одбирке на пријему као један вектор \mathbf{x} ,

$$\mathbf{x} = [x_1(0), x_1(1), \dots, x_1(N-1), x_2(0), x_2(1), \dots, x_2(N-1)]^T. \quad (4.10)$$

Тада је густина вјероватноће вектора \mathbf{x}

$$g(\mathbf{x}|\boldsymbol{\alpha}_1) = \prod_{m=1}^2 \prod_{n=0}^{N-1} g(x_m(n)|\boldsymbol{\alpha}_1), \quad (4.11)$$

па је природни логаритам густине, $G = \ln g(\mathbf{x}|\boldsymbol{\alpha}_1)$, једнак

$$\begin{aligned} G &= -N \sum_{m=1}^2 \ln(\pi\sigma^2) - \sum_{m=1}^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma^2} |x_m(n) - s_m(n)|^2 \\ &= -2N \ln(\pi\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} (|x_1(n) - s_1(n)|^2 + |x_2(n) - s_2(n)|^2). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Фишерава информациона матрица [44] је симетрична и дефинише се на следећи начин:

$$\mathbf{I}_1 = [I_{ij}]_{6 \times 6}, \quad I_{ij} = -\mathbb{E} \frac{\partial^2 G}{\partial \alpha_1(i) \partial \alpha_1(j)} = I_{ji}, \quad (4.13)$$

гдје $\alpha_1(i)$ представља i -ти елемент вектора α_1 . Извођење израза за прве и друге парцијалне изводе од G је дато у [45]. Чланови матрице FIM дати су следећим изразима:

$$I_{11} = 2I_{12} = 2I_{22} = \frac{4}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} |s(n)|^2, \quad (4.14)$$

$$I_{13} = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n (|s(n - \tau_1)|^2 + |s(n - \tau_1 - \tau)|^2), \quad (4.15)$$

$$I_{14} = I_{23} = I_{24} = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n |s(n - \tau_1 - \tau)|^2, \quad (4.16)$$

$$I_{33} = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 (|s(n - \tau_1)|^2 + |s(n - \tau_1 - \tau)|^2), \quad (4.17)$$

$$I_{34} = I_{44} = \frac{2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 |s(n - \tau_1 - \tau)|^2, \quad (4.18)$$

$$I_{15} = 2I_{16} = 2I_{25} = 2I_{26} = -\frac{4}{\sigma^2} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{N-1} (\omega_c |s(n)|^2 - js^*(n)s'(n)), \quad (4.19)$$

$$I_{35} = -\frac{2}{\sigma^2} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{N-1} n (\omega_c |s(n - \tau_1)|^2 - js^*(n - \tau_1)s'(n - \tau_1) + \omega_c |s(n - \tau_1 - \tau)|^2 - js^*(n - \tau_1 - \tau)s'(n - \tau_1 - \tau)), \quad (4.20)$$

$$I_{36} = I_{45} = I_{46} = -\frac{2}{\sigma^2} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{N-1} n (\omega_c |s(n - \tau_1 - \tau)|^2 - js^*(n - \tau_1 - \tau)s'(n - \tau_1 - \tau)), \quad (4.21)$$

$$I_{55} = 2I_{56} = 2I_{66} = \frac{4}{\sigma^2} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{N-1} (\omega_c^2 |s(n)|^2 - j2\omega_c s^*(n)s'(n) + |s'(n)|^2). \quad (4.22)$$

Да би се израчунале CRB вриједности за одговарајуће параметре, потребно је да се FIM, \mathbf{I}_1 , инвертује. Пошто редови (и колоне) од \mathbf{I}_1 и \mathbf{I}_1^{-1} одговарају непознатим параметрима у редоследу у ком се појављују у α_1 , CRB вриједности за φ_0 , ω и τ су, респективно,

$$\operatorname{CRB}_1(\varphi_0) = [\mathbf{I}_1^{-1}]_{22}, \quad (4.23)$$

$$\operatorname{CRB}_1(\omega) = [\mathbf{I}_1^{-1}]_{44}, \quad (4.24)$$

$$\operatorname{CRB}_1(\tau) = [\mathbf{I}_1^{-1}]_{66}. \quad (4.25)$$

Изрази (4.23)–(4.25) се надаље нумерички процјењују.

У Случају 2, временски помаци τ_1 и τ су познати. Вектор непознатих параметара је $\alpha_2 = [\varphi_{1,0}, \varphi_0, \omega_1, \omega]^T$, тако да се последња два реда и колоне од \mathbf{I}_1 елиминишу да би се добила FIM, \mathbf{I}_2 ,

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} I_{11} & \cdots & I_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{41} & \cdots & I_{44} \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Ако је енергија од $s(n)$ приближно равномерно распоређена у временском домену, CRB вриједности су тада приближно једнаке [45]

$$\text{CRB}_2(\varphi) = [\mathbf{I}_2^{-1}]_{22} = \frac{2(2N-1)}{N(N+1)\text{SNR}}, \quad (4.27)$$

$$\text{CRB}_2(\omega) = [\mathbf{I}_2^{-1}]_{44} = \frac{12}{N(N^2-1)\text{SNR}}, \quad (4.28)$$

гдје је $\text{SNR} = \sum_{n=0}^{N-1} |s(n)|^2 / (N\sigma^2)$ однос сигнал-шум. Ове CRB вриједности не зависе од ω_c и два пута су веће од вриједности за CRB у [44] (једначина 15.72), за цисоиду у једном комплексном АБГШ каналу.

У Случају 3, фазни и фреквенцијски помаци $\varphi_{1,0}$, φ_0 , ω_1 и ω су познати. Вектор непознатих параметара је $\boldsymbol{\alpha}_3 = [\tau_1, \tau]^\text{T}$, тако да се прва четири реда и колоне од \mathbf{I}_1 елиминишу да би се добила FIM, \mathbf{I}_3 ,

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} I_{55} & I_{56} \\ I_{65} & I_{66} \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Ако DFT од $s(n)$ означимо са $S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) \exp(-j2\pi kn/N)$, CRB вриједност за TDoA је [45]

$$\begin{aligned} \text{CRB}_3(\tau) &= [\mathbf{I}_3^{-1}]_{22} = \frac{2}{I_{56}} \\ &= N\sigma^2 \left(\sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \left(\omega_c^2 + \frac{4\pi\omega_c k}{N} - \frac{4\pi^2 k^2}{N^2} \right) |S(k)|^2 \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Ако је ω_c довољно велико и $|S(k)| \approx \text{const}$, онда важи:

$$\text{CRB}_3(\tau) \approx 1/(N\omega_c^2 \text{SNR}). \quad (4.31)$$

Овај резултат је у складу са теоријском границом у [29, 30] за високе вриједности SNR (*ambiguity free* регион) и потврђује да CRB “не види вишезначност”, односно даје границу за грешку када је проблем вишезначности ријешен.

4.3 Алгоритми

У овом одјелку описана су два алгоритма ML типа за здружену процјену релативног временског, фреквенцијског и фазног помака између сигнала у двоканалном пријемном систему, представљених изразима (4.5)–(4.6). Алгоритам А не користи познавање оригиналне секвенце \mathbf{s} , док Алгоритам В користи, па их називамо и алгоритмима са непознатом и познатом секвенцом, респективно. Оба алгоритма користе CPOA, па их називамо кохерентним алгоритмима. Уведимо ознаке $\mathbf{Q}_1 = e^{j\varphi_{1,0}} \mathbf{M}_{\omega_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1} \mathbf{F}$ и $\mathbf{Q}_2 = e^{j(\varphi_{1,0} + \varphi_0)} \mathbf{M}_{\omega_1 + \omega} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1 + \tau} \mathbf{F}$, и дефинишимо следеће блок матрице: $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1^\text{T}, \mathbf{x}_2^\text{T}]^\text{T} \in \mathbb{C}^{2N \times 1}$, $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^\text{T}, \boldsymbol{\eta}_2^\text{T}]^\text{T} \in \mathbb{C}^{2N \times 1}$ и $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1^\text{T}, \mathbf{Q}_2^\text{T}]^\text{T} \in \mathbb{C}^{2N \times N}$. Модел сигнала сада има облик

$$\mathbf{X} = \mathbf{Q}\mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}. \quad (4.32)$$

ML алгоритам као процјену даје ону вриједност вектора непознатих параметара $\boldsymbol{\alpha}$ која максимизира *likelihood* функцију, што се своди на тражење минимума од

$$J_1 = \|\mathbf{X} - \mathbf{Q}\mathbf{s}\|^2, \quad (4.33)$$

гдје је $\|\cdot\|$ Фробениусова норма. Детаљно извођење алгоритама дато је у прилогу А.

4.3.1 Алгоритам А – МЛ алгоритам са непознатом секвенцом

Вектор непознатих параметара садржи, поред непознатих временских, фреквенцијских и фазних помака, и одбирке непознате секвенце, тј. формално написано: $\alpha_A = [\varphi_{1,0}, \varphi_0, \omega_1, \omega, \tau_1, \tau, \text{Re } s(0), \text{Im } s(0), \text{Re } s(1), \text{Im } s(1), \dots, \text{Re } s(N-1), \text{Im } s(N-1)]^T$. Параметри $\varphi_{1,0}, \varphi_0, \omega_1, \omega, \tau_1, \tau$ су садржани у \mathbf{Q} . Потребно је наћи минимум од J_1 по \mathbf{s} и \mathbf{Q} . Прво ћемо пронаћи \mathbf{s} које минимизира J_1 за неко фиксно \mathbf{Q} , а затим ћемо добијену вриједност за \mathbf{s} уврстити у (4.33) и наћи минимум по \mathbf{Q} . Вриједност од \mathbf{s} која минимизира J_1 је

$$\mathbf{s} = \mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X}, \quad (4.34)$$

гдје $\mathbf{Q}^\dagger = (\mathbf{Q}^H \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^H$ представља (лијеву) псеудоинверзну матрицу од \mathbf{Q} . Уврштавањем (4.34) у (4.33) и извршавањем низа матричних операција, добијамо да је минимизација J_1 еквивалентна максимизацији критеријумске функције $f_{\text{ML,A}}$ која има облик

$$f_{\text{ML,A}} = \text{Re} (\mathbf{x}_1^H e^{-j\varphi_0} \tilde{\mathbf{x}}_2), \quad (4.35)$$

гдје је $\tilde{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{M}_{\omega_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau} \mathbf{F} \mathbf{M}_{-(\omega_1+\omega)} \mathbf{x}_2$, а процјена алгоритма је

$$(\hat{\varphi}_0, \hat{\omega}_1, \hat{\omega}, \hat{\tau}) = \arg \max_{\varphi_0, \omega_1, \omega, \tau} f_{\text{ML,A}}. \quad (4.36)$$

Примијетити да $f_{\text{ML,A}}$ за дате вриједности помака $\varphi_0, \omega_1, \omega, \tau$ у ствари представља кроскорелацију сигнала у првом каналу са сигналом у каналу 2 компензованим за дате помаке, и да критеријум (4.36) одговара максимизацији енергије на излазу двоканалног *beamformer*-а [46]. Такође, треба примијетити да $f_{\text{ML,A}}$ не зависи од $\varphi_{1,0}$ и τ_1 , али зависи од ω_1 . Разлог је тај што, да би се исправно процијенила сва три типа помака у сигнаlima (временски, фреквенцијски, фазни), компензација временских и фреквенцијских помака мора да се одвија у редоследу супротном од оног у којем су унесени у сигнале.

Направимо овдје кратку дигресију. Узмимо произвољан сигнал $s(t)$, који је помјерен у времену за неко τ , а затим су унесени фреквенцијски помак ω и фазни помак φ_0 , тако да је добијен сигнал $e^{j\varphi_0} s(t - \tau) e^{j\omega t}$. Овакав редослед помака у сигналу одговара нашем моделу сигнала. Замислимо да нема шума и да алгоритам прави идеалне процјене помака. Ако се прво компензује фреквенцијски помак па временски помак и на крају фазни помак, сви помаци ће бити исправно процијењени. Тренутак у којем се компензује фазни помак није критичан јер је константан. Међутим, ако прво компензујемо временски помак, а затим фреквенцијски помак, добићемо сигнал $e^{j\varphi_0} s(t) e^{j\omega \tau}$, па ће процијењени фазни помак, умјесто φ_0 , износити $\varphi_0 + \omega \tau$. Поред тога, пошто временске помаке сигнала у Matlab-у моделирамо цикличним помјерањем, фаза услед фреквенцијског помака има дисконтинуитет, тј. постоје ивични ефекти.

За разлику од естимације у глави 3, гдје је циљ поравнавање два сигнала по времену, фреквенцији и фази, овдје је циљ тачна процјена временског, фреквенцијског и фазног помака. У претходном примјеру, ако избјегнемо ивичне ефекте (тако што шаљемо више периода сигнала па посматрамо неку унутрашњу периоду), на крају су сигнали поравнати, али је процјена фазног помака погрешна. Када је у питању Алгоритам А, задатак је да се компензују помаци у \mathbf{x}_2 у односу на \mathbf{x}_1 . Ако се компензује прво само фреквенцијски помак ω у \mathbf{x}_2 , а затим временски помак τ , имамо ситуацију да се овај временски помак компензује на сигналу који још увијек садржи фреквенцијски помак ω_1 (до на грешку естимације), а временски помак је унесен у сигнал који није био фреквенцијски помакнут. То би, као што је изнад

описано, узроковало грешку фазне естимације од $\omega_1\tau$. Због тога алгоритам потпуно компензује фреквенцијски помак из \mathbf{x}_2 , затим компензује временски помак у односу на \mathbf{x}_1 , па се након тога уноси фреквенцијски помак једнак оном у \mathbf{x}_1 , и на крају слиједи фазна компензација. Ово интуитивно објашњење је потврђено и математичким изразом за Алгоритам А. Треба имати на уму да смо заинтересовани само за процјену релативних помака, φ_0 , ω , τ .

Ако је φ_0 непознато, у циљу смањења нумеричке комплексности, могуће је елиминисати претрагу по φ_0 , тако што прво процијенимо временски и фреквенцијске помаке:

$$(\hat{\omega}_1, \hat{\omega}, \hat{\tau}) = \arg \max_{\omega_1, \omega, \tau} |\mathbf{x}_1^H \tilde{\mathbf{x}}_2|, \quad (4.37)$$

а затим израчунамо φ_0 :

$$\hat{\varphi} = \arg (\mathbf{x}_1^H \tilde{\mathbf{x}}_2) \Big|_{\omega_1=\hat{\omega}_1, \omega=\hat{\omega}, \tau=\hat{\tau}}. \quad (4.38)$$

Ако је неки од параметара познат, његова стварна вриједност се убаци у (4.35) (ако је φ_0 познато) или (4.37)–(4.38) (ако је φ_0 непознато) и не врши се претраживање по тој димензији.

Алгоритам је имплементиран на следећи начин. Извршава се 3D претрага по мрежи (*search grid*) дефинисаној као Декартов производ елемената вектора колоне ω_1 , ω и τ . Ови вектори садрже N_{ω_1} , N_ω и N_τ вриједности од интереса од ω_1 , ω и τ , респективно. Улазни подаци су \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 , N , ω_c и мрежа за претрагу. Кораци алгоритма су:

1. **for** $j = 1$ to N_{ω_1} **do**
2. **for** $k = 1$ to N_ω **do**
3. $\mathbf{x}_{2F} = \mathbf{M}_{-(\omega_1(j)+\omega(k))} \mathbf{x}_2$
4. **for** $l = 1$ to N_τ **do**
5. $\mathbf{x}_{2FT} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau(l)} \mathbf{F} \mathbf{x}_{2F}$
6. $\mathbf{x}_{2FTF} = \mathbf{M}_{(\omega_1(j))} \mathbf{x}_{2FT}$
7. $s_p = \mathbf{x}_1^H \mathbf{x}_{2FTF}$
8. $\mathbf{f}(j, k, l) = |s_p|$
9. $\hat{\varphi}_0(j, k, l) = \arg(s_p)$
10. **end for**
11. **end for**
12. **end for**
13. $(j_0, k_0, l_0) = \arg \max \mathbf{f}$
14. $(\hat{\omega}_1, \hat{\omega}, \hat{\tau}, \hat{\varphi}_0) = (\omega_1(j_0), \omega(k_0), \tau(l_0), \hat{\varphi}_0(j_0, k_0, l_0))$
15. **return** $(\hat{\omega}_1, \hat{\omega}, \hat{\tau}, \hat{\varphi}_0)$.

У оквиру приказа корака алгоритма сматрамо да “=” означава додјелу вриједности.

4.3.2 Алгоритам В – ML алгоритам са познатом секвенцом

Као код CRB, вектор непознатих параметара је $\boldsymbol{\alpha}_B = [\varphi_{1,0}, \varphi_0, \omega_1, \omega, \tau_1, \tau]^T$. Потребно је наћи минимум од J_1 из (4.33) по \mathbf{Q} . Минимизација J_1 је еквивалентна максимизацији $f_{ML,B}$:

$$f_{ML,B} = \text{Re} (\mathbf{x}_1^H e^{j\varphi_{1,0}} \mathbf{M}_{\omega_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1} \mathbf{F} \mathbf{s}) + \text{Re} (\mathbf{x}_2^H e^{j\varphi_{2,0}} \mathbf{M}_{\omega_2} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_2} \mathbf{F} \mathbf{s}). \quad (4.39)$$

Будући да су сабирци претходног израза независни, максимизација збира је еквивалентна максимизацији појединачних сабирака. Претрага над 6-димензионалним

доменом претвара се у двије претраге над 3-димензионалним, што остварује велику нумеричку уштеду. Критеријумска функција за m -ти канал има облик

$$f_{\text{ML,B},m} = \text{Re} \left(\mathbf{x}_m^{\text{H}} e^{j\varphi_{m,0}} \tilde{\mathbf{s}} \right), \quad (4.40)$$

гдје је $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{M}_{\omega_m} \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{\tau_m} \mathbf{F} \mathbf{s}$. Процјена алгоритма се добија у два корака. Прво се израчунају непознати параметри у сваком од канала:

$$(\hat{\varphi}_{m,0}, \hat{\omega}_m, \hat{\tau}_m) = \arg \max_{\varphi_{m,0}, \omega_m, \tau_m} f_{\text{ML,B},m}, \quad (4.41)$$

а затим се израчунају вриједности релативних параметра:

$$(\hat{\varphi}_0, \hat{\omega}, \hat{\tau}) = (\hat{\varphi}_{2,0}, \hat{\omega}_2, \hat{\tau}_2) - (\hat{\varphi}_{1,0}, \hat{\omega}_1, \hat{\tau}_1). \quad (4.42)$$

Алгоритам В се рачуна за сваки пар $(\mathbf{x}_m, \mathbf{s})$, за разлику од Алгоритма А који се рачуна директно између сигнала у каналима, \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 . За разлику од компензације помака у \mathbf{x}_2 у односу на \mathbf{x}_1 , у Алгоритму В помаци се уносе у \mathbf{s} . Дакле, $f_{\text{ML,B},m}$ за дате вриједности помака $\varphi_{m,0}, \omega_m, \tau_m$ представља кроскорелацију сигнала у каналу m са оригиналним сигналом у који су унијети дати помаци. Помаци се уносе у редоследу у којем су се десили у \mathbf{x}_m . За разлику од $f_{\text{ML,A}}$, $f_{\text{ML,B},m}$ зависи од само једног фреквенцијског помака (поред фазног и временског).

Слично као за Алгоритам А, могуће је смањити нумеричку комплексност. Ако је $\varphi_{m,0}$ непознато, могуће је елиминисати претрагу по $\varphi_{m,0}$ тако што прво процијенимо временски и фреквенцијски помак:

$$(\hat{\omega}_m, \hat{\tau}_m) = \arg \max_{\omega_m, \tau_m} \left| \mathbf{x}_m^{\text{H}} \tilde{\mathbf{s}} \right|, \quad (4.43)$$

а затим израчунамо $\varphi_{m,0}$:

$$\hat{\varphi}_{m,0} = - \arg \left(\mathbf{x}_m^{\text{H}} \tilde{\mathbf{s}} \right) \Big|_{\omega_m = \hat{\omega}_m, \tau_m = \hat{\tau}_m}. \quad (4.44)$$

Ако је неки од параметара познат, његова стварна вриједност се убаци у (4.40) (ако је $\varphi_{m,0}$ познато) или (4.43)–(4.44) (ако је $\varphi_{m,0}$ непознато) и не врши се претраживање по тој димензији.

Алгоритам извршава 2D претрагу по мрежи дефинисаној као Декартов производ елемената вектора колона $\boldsymbol{\omega}_m$ и $\boldsymbol{\tau}_m$, који имају N_ω и N_τ чланова, респективно. Поред улазних елемената у Алгоритам А, и оригинална секвенца \mathbf{s} је улазни параметар. Кораци алгоритма су:

1. **for** $m = 1$ to 2 **do**
2. **for** $j = 1$ to N_τ **do**
3. $\mathbf{s}_{\text{T}} = \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{D}_{\tau_m(j)} \mathbf{F} \mathbf{s}$
4. **for** $k = 1$ to N_ω **do**
5. $\mathbf{s}_{\text{TF}} = \mathbf{M}_{(\omega_m(k))} \mathbf{s}_{\text{T}}$
6. $s_{\text{p}} = \mathbf{x}_m^{\text{H}} \mathbf{s}_{\text{TF}}$
7. $\mathbf{f}(j, k) = |s_{\text{p}}|$
8. $\hat{\varphi}_{m,0}(j, k) = - \arg(s_{\text{p}})$
9. **end for**
10. **end for**
11. $(j_0, k_0) = \arg \max \mathbf{f}$
12. $(\hat{\omega}_m, \hat{\tau}_m, \hat{\varphi}_{m,0}) = (\boldsymbol{\omega}_m(j_0), \boldsymbol{\tau}_m(k_0), \hat{\varphi}_{m,0}(j_0, k_0))$
13. **end for**
14. $(\hat{\omega}, \hat{\tau}, \hat{\varphi}_0) = (\hat{\omega}_2 - \hat{\omega}_1, \hat{\tau}_2 - \hat{\tau}_1, \hat{\varphi}_{2,0} - \hat{\varphi}_{1,0})$
15. **return** $(\hat{\omega}, \hat{\tau}, \hat{\varphi}_0)$.

4.3.3 Поређење предложених алгоритама

Алгоритам А не захтијева познавање оригиналне секвенце, пореди директно примљене сигнале у каналима и проналази **релативне** временске, фреквенцијске и фазне помаке између њих. Када се каже да постоји неки од три типа синхронизације (вријеме, фреквенција, фаза), довољно је да разлика одговарајућих помака у пријемним каналима буде позната. Због тога τ_0 и $\varphi_{\text{LOTx},0}$ нису битни, јер су на исти начин садржани у оба сигнала. Алгоритам В захтијева познавање секвенце, пореди сваки од примљених сигнала са оригиналном секвенцом и проналази **апсолутне** временске, фреквенцијске и фазне помаке у сваком од примљених сигнала (оригинална секвенца не садржи помаке). У другом кораку се рачунају релативни помаци. Апсолутни временски помаци су једнаки $\tau_m = \tau_{\text{pm}} + \tau_0$, апсолутни фреквенцијски помаци $\omega_m = -\omega_{\text{LORxm}}$, а апсолутни фазни помаци $\varphi_{m,0} = \varphi_{\text{LOTx},0} - \varphi_{\text{LORxm},0}$. Да би се искористила познатост секвенце при естимацији, морају бити задовољени неки строжи услови. Када се каже да постоји неки од три типа синхронизације, потребно је да одговарајући помаци у пријемним каналима и предајнику буду познати.

Када се Алгоритам В примјењује у Случају 1, нема додатних строжих услова у односу на Алгоритам А.

У Случају 2 сматрамо да је TDoA, тј. τ познато. Ако се користи познатост секвенце, није довољно познавање TDoA, већ је потребно познавање ToA за оба примљена сигнала, тј. τ_1 и τ_2 . За познавање TDoA довољно је прецизно познавање локације предајника у односу на локације пријемника, тачније локације њихових антена, или само разлике времена пропагације сигнала (пријемни канали су временски синхронизовани). Са друге стране, за познавање ToA, поред локације предајника, или само времена пропагације сигнала, неопходно је и познавање τ_0 , тј. потребна је међусобна временска синхронизација предајника и пријемника. Мање вјероватна је опција да су τ_1 и τ_2 као цјелине процијењени претходно у сценарију који одговара Случају 3, дакле са фреквенцијски и фазно синхронизованим пријемницима на истим позицијама. Тада међусобна временска синхронизација предајника и пријемника није потребна.

У Случају 3 сматрамо да је пријемни систем фреквенцијски и фазно синхронизован, тј. да је разлика између ω_1 и ω_2 , односно између $\varphi_{\text{LORx1},0}$ и $\varphi_{\text{LORx2},0}$, позната. Ако се користи познатост секвенце, то није довољно. Потребна је и фреквенцијска синхронизација пријемника са предајником, тј. да су ω_1 и ω_2 познати. Поред тога, потребно је и да $\varphi_{m,0}$ буде познато, што даље значи да $\varphi_{\text{LOTx},0}$ и $\varphi_{\text{LORxm},0}$ треба да буду познати. Овај захтјев се у пракси своди на то да унутар сваког уређаја (предајник и два пријемника) морају бити усклађени локални носилац и такт, тј. фаза LO у тренутку $t = 0$ по локалној временској оси мора бити 0. Код већине комерцијалних уређаја LO и D/A, односно A/D, конвертор нису међусобно усклађени.

За разлику од Алгоритма В, Алгоритам А може бити примијењен и за некооперативне предајнике. Алгоритам А мора да се извршава у фузионом центру, док код Алгоритма В обрада може бити дистрибуирана између пријемних канала. Алгоритам А директно рачуна релативне помаке, извршава се једном, док се Алгоритам В извршава два пута, за сваки канал по једном. Међутим, Алгоритам А врши 3D претрагу (мора да процијени и ω_1), а Алгоритам В врши 2D претрагу.

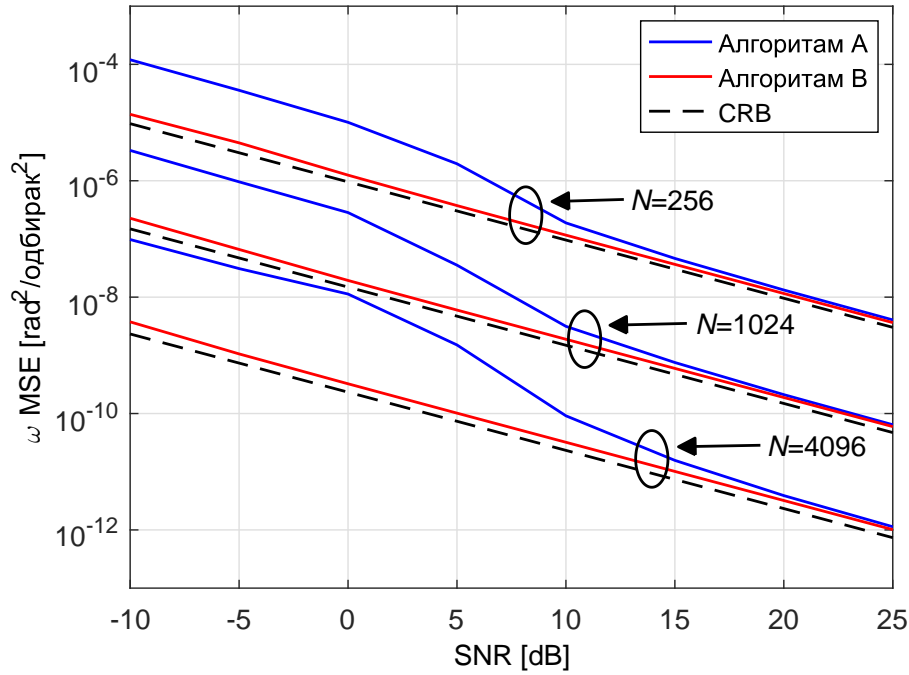
Иначе, произвољни алгоритам не мора да користи све доступне информације у моделу сигнала за који је изведена CRB. Због тога ћемо и резултате симулација за Алгоритам А поредити са претходно приказаном CRB за познату секвенцу.

4.4 Нумерички резултати и дискусија

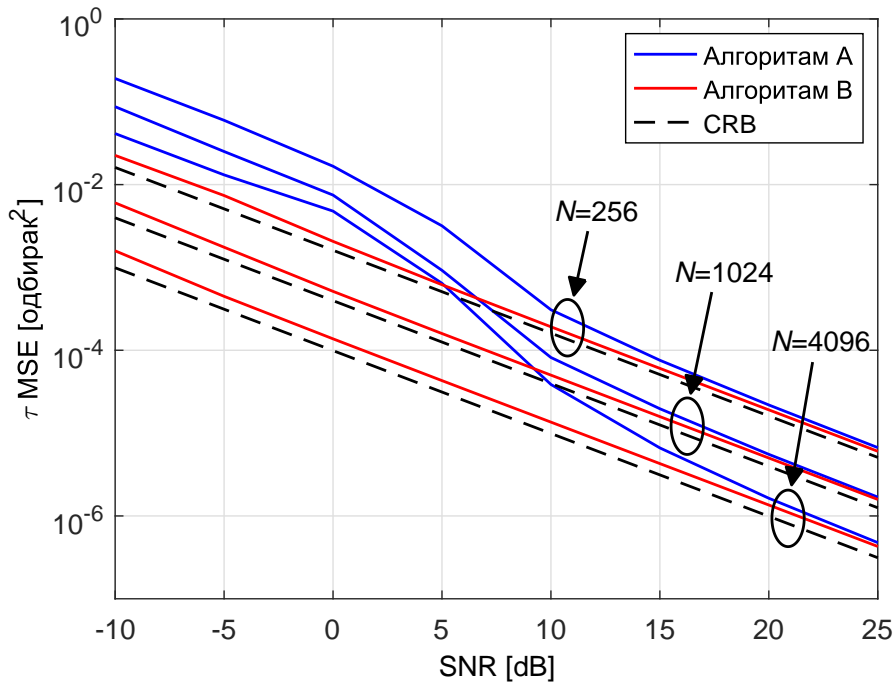
Да би се за предложене алгоритме испитао утицај узимања у обзир СРоА на процјену временских, фреквенцијских и фазних помака, коришћене су Монте-Карло симулације у програмском пакету Matlab. Нумеричка комплексност алгоритама доминантно зависи од броја тачака у мрежи за претрагу и дужине сигнала који се користи за естимацију, тј. периоде секвенце (због DFT операција). Из израза за CRB у одјељку 4.2 се види да се повећањем N побољшава процјена, јер се усредњава утицај шума. За фиксни опсег хипотетичких вриједности процјењиваних параметара, већи број тачака у мрежи за претрагу значи већу резолуцију претраге, односно прецизнију процјену. Резолуција мреже ограничава са горње стране квалитет процјене. Са порастом броја димензија претраге, број тачака за претрагу по једној димензији доминантно одређује нумеричку комплексност алгоритма. Због тога је коришћена адаптивна мрежа за претрагу. У оквиру једног покретања симулације, односно једне процјене, у свакој итерацији мрежа је обухватала 5 тачака дуж сваке димензије претраге. Ако је аргумент максимума критеријумске функције на некој од ивица мреже, рачунање се понавља након помјерања мреже за 3 тачке у смјеру дате ивице. Поступак се наставља док се не догоди да аргумент максимума није ни на једној ивици мреже, чиме се завршава текућа процјена. За сваку вриједност SNR симулација је покренута 8192 пута. Размак између тачака у мрежи је одређен емпиријски, тако што је резолуција побољшавана док резултати не почну да конвергирају. Мрежа је у већини симулација обухватала релативно узак интервал око стварних вриједности параметара да би се постигла задовољавајућа прецизност при умјереној рачунарској комплексности. Као последица, претрагом је обухваћен само један лоб критеријумске функције, па проблем вишезначности, који је инхерентан када се користи СРоА, не утиче на резултате. Када у резултате буде укључен утицај вишезначности, то ће бити експлицитно наведено.

Сви резултати који ће бити изложени у овом одјељку добијени су коришћењем прве од модулабилних ортогоналних секвенци (*modulatable orthogonal sequences*) предложених у [47], различитих дужина N . Надаље ћемо ове секвенце називати Хатори секвенцама, по једном од аутора. Хатори секвенца је комплексна секвенца. Једна периода Хатори секвенце је непрекидна функција константне амплитуде која линеарно мијења фреквенцију од f_s до 0, дакле секвенца је *chirp-like*. Згодне особине ове секвенце су да има веома добра аутокорељациона својства, тј. амплитудски спектар је приближно раван (видјети текст након (4.30)), и енергија је равномерно распоређена у временском домену (видјети текст прије (4.27)). Неповољна последица коришћења *chirp-like* секвенци за естимацију, у односу на коришћење реализација случајног Гаусовог процеса, јесте да су грешке процјене различитих параметара међусобно корелисане [26], јер нпр. за произвољни фреквенцијски помак постоји временски помак који има еквивалентан утицај на секвенцу.

Слика 4.3 приказује за Алгоритме А и В средњу квадратну грешку (MSE) процјене фреквенцијског помака, ω , као функцију SNR-а. Одговарајући резултати за временски помак, τ , приказани су на слици 4.4. Обје слике су за Случај 1, дакле φ_0 , ω и τ су сви непознати. Ако се не тврди другачије, сматраћемо да су оба φ_0 и $\varphi_{1,0}$ или познати или непознати, и слично за парове (ω, ω_1) и (τ, τ_1) . Фреквенција носиоца је $\omega_c = 2\pi 100$, а дужина секвенце узима вриједности $N \in \{256, 1024, 4096\}$. Одговарајуће CRB криве су такође приказане. Алгоритам В блиско прати CRB на цијелом опсегу посматраних вриједности SNR и има боље карактеристике од Алгоритма А при нижим вриједностима SNR, који у овом опсегу дивергира од CRB јер

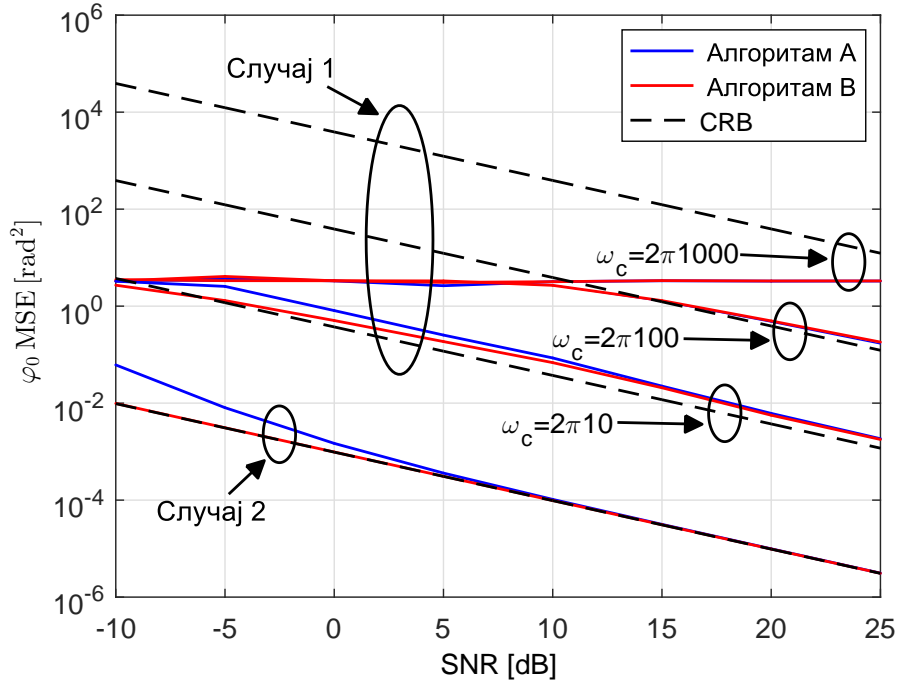


Слика 4.3: MSE и CRB за процјену фреквенцијског помака у Случају 1 у зависности од SNR-а и N , за $\omega_c = 2\pi 100$.

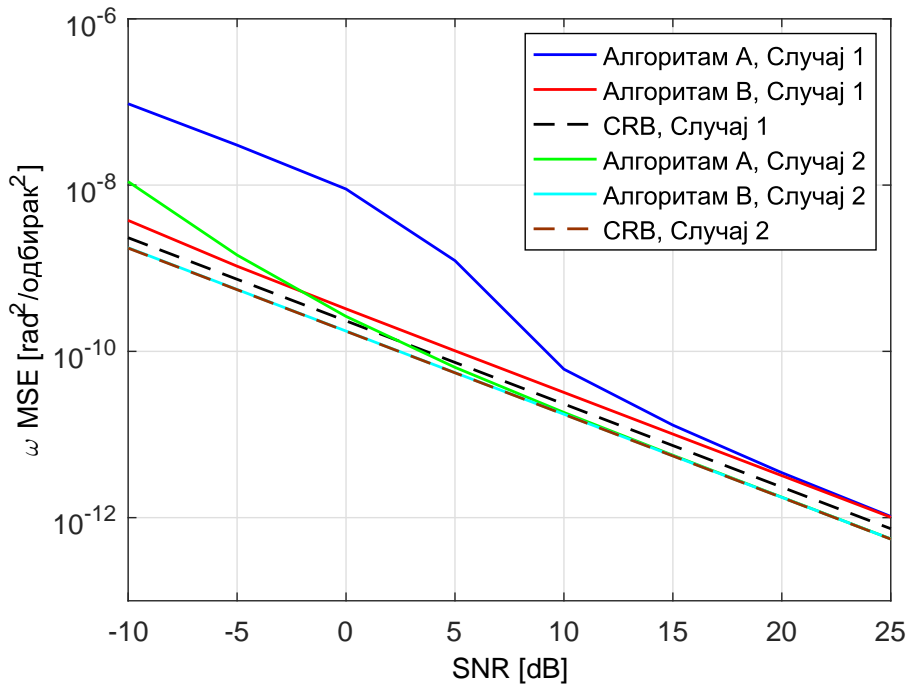


Слика 4.4: MSE и CRB за процјену временског помака у Случају 1 у зависности од SNR-а и N , за $\omega_c = 2\pi 100$.

не користи познавање секвенце. Симулације су вршене и за $\omega_c = \{2\pi 10, 2\pi 1000\}$, и добијени су исти резултати као за $\omega_c = 2\pi 100$, па због тога нису приказани. Стога, коришћење СРоА не утиче на прецизност процјене ω и τ у Случају 1. Информација из СРоА је изгубљена јер је почетна фаза, φ_0 , непозната, па алгоритам не може да “раздвоји” који дио константног фазног помака је услед пропације (СРоА), а



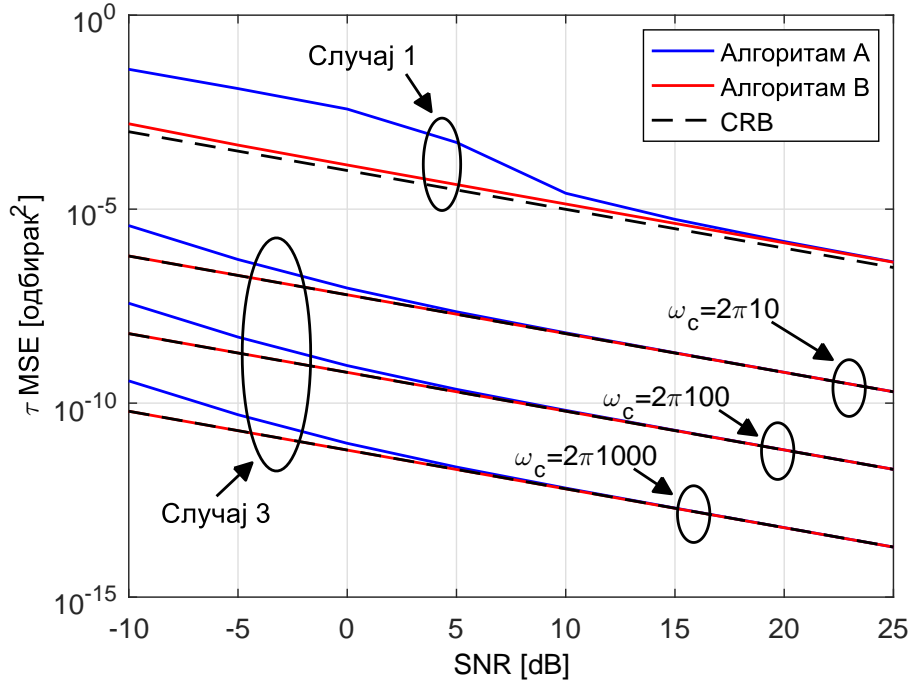
Слика 4.5: MSE и CRB за процјену фазног помака у Случају 1 и Случају 2 у зависности од SNR-а и ω_c , за $N = 4096$.



Слика 4.6: MSE и CRB за процјену фреквенцијског помака у Случају 1 и Случају 2 у зависности од SNR-а, за $\omega_c = 2\pi 100$ и $N = 4096$.

који услед φ_0 . Према очекивању, вриједности MSE опадају са порастом N , као и са порастом SNR-а.

Слика 4.5 приказује зависност вриједности MSE за процјену φ_0 од SNR-а у Случају 1 (τ непознато), за $N = 4096$ и $\omega_c/(2\pi) \in \{10, 100, 1000\}$. Ове вриједности за ω_c приближно одговарају UWB, LTE и GSM системима, респективно. Примјетити



Слика 4.7: MSE и CRB за процјену временског помака у Случају 1 и Случају 3 у зависности од SNR-а и ω_c , за $N = 4096$.

да, пошто CRB не узима у обзир да је $\varphi \in [-\pi, \pi)$, CRB криве превазилазе одговарајуће MSE криве. Мала грешка у TDoA естимацији може да узрокује велику грешку при процјени почетне фазе због фазног члана $\exp(-j\omega_c\tau)$, и ова грешка расте линеарно са ω_c . Ради поређења, резултати за Случај 2 (τ познато) су такође приказани. Дајемо резултате само за $\omega_c = 2\pi 100$ јер ови резултати не зависе од ω_c , видјети (4.27) (у овом случају фазни члан $\exp(-j\omega_c\tau)$ не уноси грешке). На основу претходног, закључујемо да је познавање временских помака што је прецизније могуће круцијално за процјену фазног помака. Треба имати на уму да, за разлику од временског и фреквенцијског помака, процјена почетног фазног помака који је последица раздешености LO у пријемним каналима, φ_0 , без узимања у обзир CPOA нема много смисла, јер је немогуће раздвојити овај константни фазни помак од (у том случају непознатог) константног фазног помака $-\omega_c\tau$ (CPOA), који је присутан, без обзира да ли се користи при естимацији или не.

Слика 4.6 упоредно приказује вриједности MSE за процјену ω за Случај 1 и Случај 2 као функције SNR-а. Као у Случају 1, и у Случају 2 прецизност процјене не зависи од ω_c , видјети (4.28), па приказујемо резултате само за $\omega_c = 2\pi 100$ и $N = 4096$. Познавање временског помака у Случају 2 омогућава нешто бољу процјену, са тим да је разлика најизраженија за Алгоритам А при неповољнијим вриједностима SNR.

Слика 4.7 приказује вриједности MSE за процјену τ за Случај 3 као функцију SNR-а, за $N = 4096$ и $\omega_c/(2\pi) \in \{10, 100, 1000\}$. Битно је примијетити да MSE опада са повећањем ω_c . Ради поређења, приказујемо и криве за Случај 1, али само за $\omega_c = 2\pi 100$, јер резултати не зависе од ω_c . Видимо да је за Случај 3 корјен средње квадратне грешке (RMSE) процјене τ за 1 до 3 реда величине нижи од $1/f_c$, односно $1/\tilde{f}_c$ у природним јединицама, што представља значајно мању грешку процјене временског помака у поређењу са техникама које не користе CPOA (некохерентни алгоритми) и које имају RMSE за 1 до 3 реда величине нижи од 1, односно $1/B$ у

природним јединицама. Прецизност некохерентних метода у Случају 3 је слична као за кохерентне методе у Случају 1 (видјети слику 4.4 и обратити пажњу да је на слици приказан MSE), али ипак очекујемо да је мало боља од тога због одсуства фазног и фреквенцијског помака. Стога, добитак у прецизности услед узимања у обзир СРоА сразмјеран је са $f_c = \tilde{f}_c/B$, што је у складу са [28–30]. Не заборавити да је овај добитак могућ само када се ријешу проблем вишезначности. Разлог за овај добитак у прецизности јесте корелација између τ и укупног константног фазног помака кроз члан $\exp(-j\omega_c\tau)$. Дакле, добитак услед коришћења СРоА је доступан само ако је φ_0 познато, јер тада алгоритам “зна” да је свако одступање константног фазног помака од φ_0 последица временског помака. Тада, чињеница да врло мала промјена τ доводи до велике промјене фазе јер је ω_c велико, омогућава веома прецизну процјену τ . Примијетити да иста ова чињеница има изузетно негативне последице по процјену фазног помака у Случају 1.

Слиједи примјер који илуструје претходно описану прецизност процјене временског помака у Случају 3. Нека је физичка фреквенција носиоца $\tilde{f}_c = 2$ GHz, ширина опсега сигнала $B = 5$ MHz, однос сигнал-шум 15 dB и $N = 1024$. Слиједи да је $\omega_c = 2\pi 400$. У Случају 3 Алгоритам А даје τ RMSE једнак 2.18×10^{-6} одбирака (чиме се имплицитно показује зависност од B), што је 4×10^{-13} s, што, кад се претвори у пропагациону раздаљину, износи $120\mu\text{m}$. Ова раздаљина одговара $0.0008\lambda_c$, гдје је λ_c таласна дужина носиоца.

Умјесто Хатори секвенце, тестиране су и реализације случајног Гаусовог процеса. У просјеку, резултати су били незнатно бољи. Средње вриједности процјена параметара у симулацијама су увијек биле бар за ред величине мање од стандардних девијација тих процјена, на основу чега закључујемо да су предложени естиматори непристрасни (*unbiased*).

4.5 Случај 3 – детаљнија анализа и проблем вишезначности

У овом одјељку ћемо мало детаљније анализирати Случај 3. Подсјетимо се, у ускопојасном случају ($\omega_c \gg 1$) CRB је дата изразом $\text{CRB}(\tau) \approx 1/(N\omega_c^2\text{SNR})$. Одговарајућа вриједност CRB у $[\text{s}^2]$ је једнака $1/(N\tilde{\omega}_c^2\text{SNR})$.

Пошто су фреквенцијски и фазни помаци познати, што је еквивалентно томе да не постоје, замјеном $\varphi_0 = 0$ и $\omega = \omega_1 = 0$ у (4.35) добијамо да је критеријумска функција Алгоритма А

$$f_{\text{ML},\text{A},3} = \text{Re}(\mathbf{x}_1^{\text{H}}\tilde{\mathbf{x}}_2), \quad (4.45)$$

гдје је $\tilde{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{F}^{\text{H}}\mathbf{D}_{-\tau}\mathbf{F}\mathbf{x}_2$, а процјена алгоритма је

$$\hat{\tau} = \arg \max_{\tau} f_{\text{ML},\text{A},3}. \quad (4.46)$$

Слично, за Алгоритам В, критеријумска функција за m -ти канал је

$$f_{\text{ML},\text{B},3,m} = \text{Re}(\mathbf{x}_m^{\text{H}}\tilde{\mathbf{s}}), \quad (4.47)$$

гдје је $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{F}^{\text{H}}\mathbf{D}_{\tau_m}\mathbf{F}\mathbf{s}$, а процјена алгоритма је

$$\hat{\tau}_m = \arg \max_{\tau_m} f_{\text{ML},\text{B},3,m}, \quad (4.48)$$

$$\hat{\tau} = \hat{\tau}_2 - \hat{\tau}_1. \quad (4.49)$$

Као што смо раније навели, Алгоритми А и В су кохерентни. Некохерентне варијанте ових алгоритама могу се добити елиминисањем утицаја СРоА на њихове критеријумске функције, тј. замјеном $\text{Re}(\cdot)$ са $|\cdot|$ у изразима (4.45) и (4.47).

Посматрајмо сада критеријумску функцију за Алгоритам А. Алгоритам се може нумерички оптимизовати тако што се претрага подијели у три корака.

У првом кораку се на интервалу $\tau_1 \in \{-N/2, -N/2 + 1, \dots, N/2 - 1\}$ са резолуцијом од једног одбирка процјењује временски помак користећи критеријумску функцију која не користи СРоА,

$$\hat{\tau}_1 = \arg \max_{\tau_1} |\mathbf{x}_1^H \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_1} \mathbf{F} \mathbf{x}_2|. \quad (4.50)$$

У другом кораку се на ужем интервалу, за повољне услове то може да буде $\tau_{II} \in [-0.5 + \hat{\tau}_1, 0.5 + \hat{\tau}_1)$, са побољшаном резолуцијом претражује временски помак користећи критеријумску функцију која и даље не користи СРоА,

$$\hat{\tau}_{II} = \arg \max_{\tau_{II}} |\mathbf{x}_1^H \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{II}} \mathbf{F} \mathbf{x}_2^{-\tau_1}|, \quad (4.51)$$

гдје је $\mathbf{x}_2^{-\tau_1} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_1} \mathbf{F} \mathbf{x}_2$.

У трећем кораку се на још ужем интервалу око $\hat{\tau}_1 + \hat{\tau}_{II}$ са још бољом резолуцијом процјењује временски помак користећи критеријумску функцију која користи СРоА,

$$\hat{\tau}_{III} = \arg \max_{\tau_{III}} \text{Re}(\mathbf{x}_1^H \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{III}} \mathbf{F} \mathbf{x}_2^{-\tau_1 - \tau_{II}}), \quad (4.52)$$

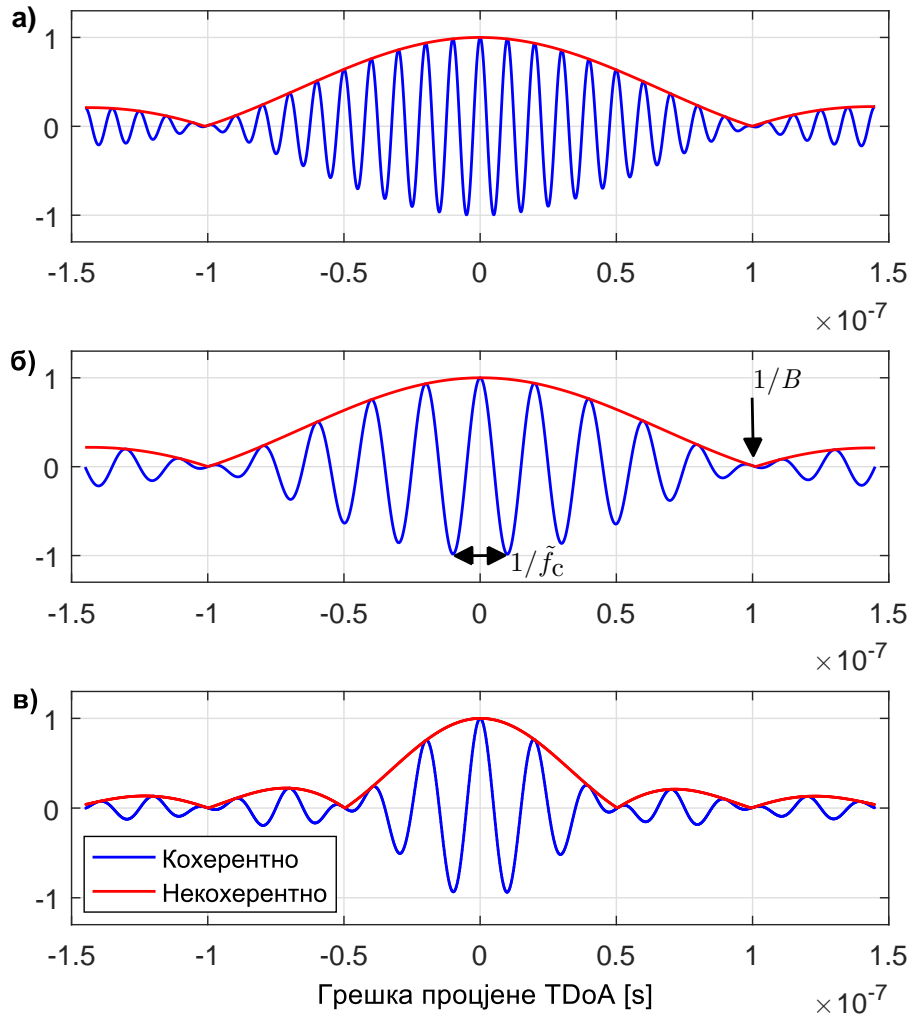
гдје је $\mathbf{x}_2^{-\tau_1 - \tau_{II}} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{-\tau_{II}} \mathbf{F} \mathbf{x}_2^{-\tau_1}$. Коначно, процијењени временски помак се добија као

$$\hat{\tau} = \hat{\tau}_1 + \hat{\tau}_{II} + \hat{\tau}_{III}. \quad (4.53)$$

Цјелобројни временски помак се, умјесто у фреквенцијском домену коришћењем оператора \mathbf{D} , може извршити простим цикличним помјерањем одбирака у временском домену, чиме се избјегава рачунање DFT-а и IDFT-а у тачкама за претрагу, па се постиже нумеричка уштеда и избјегавају нумеричке грешке. Постоји и опција која елиминише потребу за рачунањем DFT-а и IDFT-а кроз мрежу за претрагу у сва 3 поткорака – $\mathbf{F} \mathbf{x}_1$, $\mathbf{F} \mathbf{x}_2$, $\mathbf{F} \mathbf{x}_2^{-\tau_1}$ и $\mathbf{F} \mathbf{x}_2^{-\tau_1 - \tau_{II}}$ се израчунају једном у предобради, а критеријумске функције кроз мрежу за претрагу се рачунају у фреквенцијском домену.

У сваком кораку алгорита резолуција је грубо оптимизирана, тако што је за ред величине боља од стандардне девијације очекиване грешке естимације. Како се кроз кораке побољшава резолуција, смањује се опсег претраге. Битно је да у сваком кораку опсег претраге обухвати распон грешке из претходног корака са великом вјероватноћом. На исти начин се може смањити нумеричка комплексност Алгоритма В.

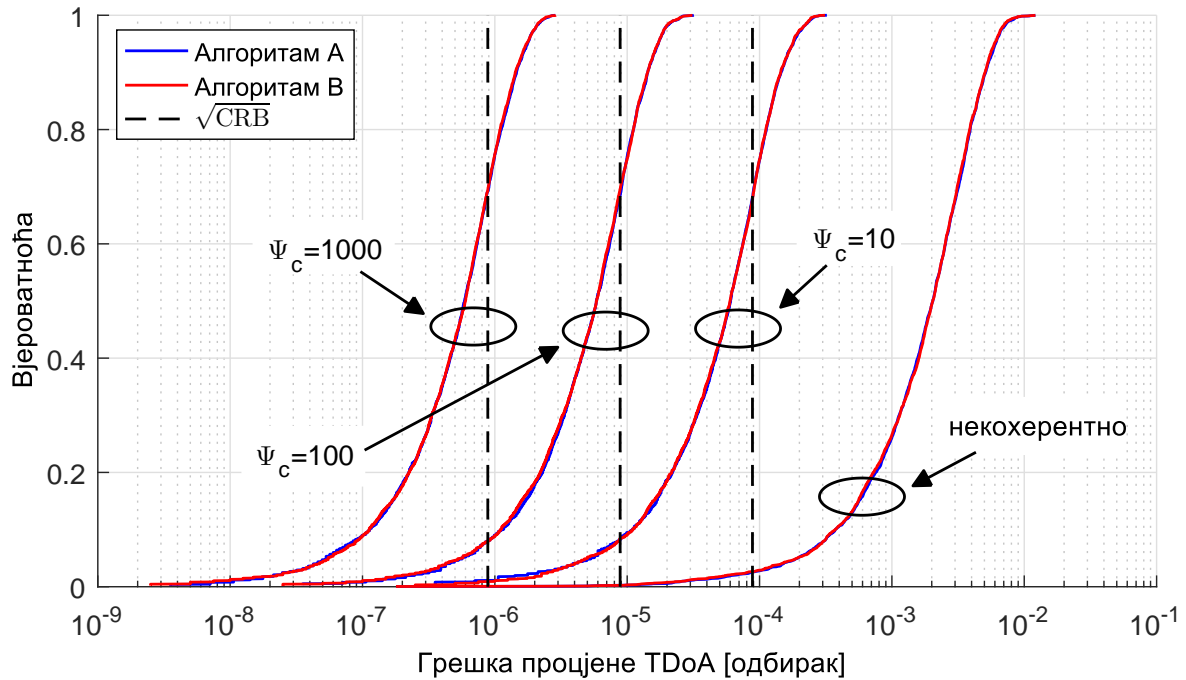
Када се користи кохерентни алгоритам, својствена је појава вишезначности (*ambiguity*) при процјени временског помака. Неодређеност је последица тога што се фаза носиоца мјери по модулу 2π . Нека је послат сигнал са комплексном анвелопом $x(t)$. Нека је пропагационо кашњење сигнала до пријемника τ_1 , фреквенција носиоца ω_c и нека су, због једноставности, предајник и пријемник временски, фреквенцијски и фазно синхронизовани. Тада комплексна анVELOпа на пријему има облик $x(t - \tau_1)e^{-j\omega_c \tau_1}$. Означимо СРоА са Φ , $\Phi = -\omega_c \tau_1$, па комплексну анVELOпу на пријему можемо изразити као $x(t - \tau_1)e^{j\Phi}$. Тада ће иста вриједност СРоА одговарати сваком τ_2 за које важи: $\tau_2 = (-\Phi + 2\pi k) / \omega_c$, гдје је $k \in \mathbb{Z}$. Нека је нпр. $k = 2$, тј. $\tau_2 = \tau_1 + 2/f_c$. Тада ће комплексна анVELOпа на пријему имати облик $x(t - \tau_2)e^{j\Phi}$. Ако



Слика 4.8: Коherentна и некоherentна критеријумска функција Алгорита А за $N = 1024$, $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ и а) $B = 10 \text{ MHz}$, $\tilde{f}_c = 100 \text{ MHz}$, б) $B = 10 \text{ MHz}$, $\tilde{f}_c = 50 \text{ MHz}$, в) $B = 20 \text{ MHz}$, $\tilde{f}_c = 50 \text{ MHz}$.

је сигнал ускопојасан, његова анвелопа се мијења врло мало за временски период који је реда величине периоде носиоца, па се може писати $x(t - \tau_1) \approx x(t - \tau_2)$, односно комплексне анвелопе на пријему које одговарају различитим пропагационим кашњењима су приближно једнаке. Што је $x(t)$ широкопојаснији, апроксимација ће у мањој мјери важити, тј. проблем вишезначности ће бити мање изражен.

На слици 4.8 су приказане критеријумске функције Алгорита А и његове некоherentне варијанте за нулту стварну вриједност временског помака, за различите вриједности ширине опсега сигнала и природне фреквенције носиоца. Критеријумске функције за Алгоритам В изгледају слично. Приметијети да је апсциса у секундама. Критеријумска функција некоherentног алгорита је анвелопа за критеријумску функцију коherentног алгорита. Растојање између лобова у критеријумској функцији коherentног алгорита је $1/\tilde{f}_c$. Полазећи од слике 4.8 б), 4.8 в) је добијено тако што смо B повећали два пута, док смо 4.8 а) добили тако што смо \tilde{f}_c повећали два пута. Што је ужа анвелопа (веће B), мања је вјероватноћа да ће процјена бити на неком бочном (погрешном) лобу. Што је већа фреквен-



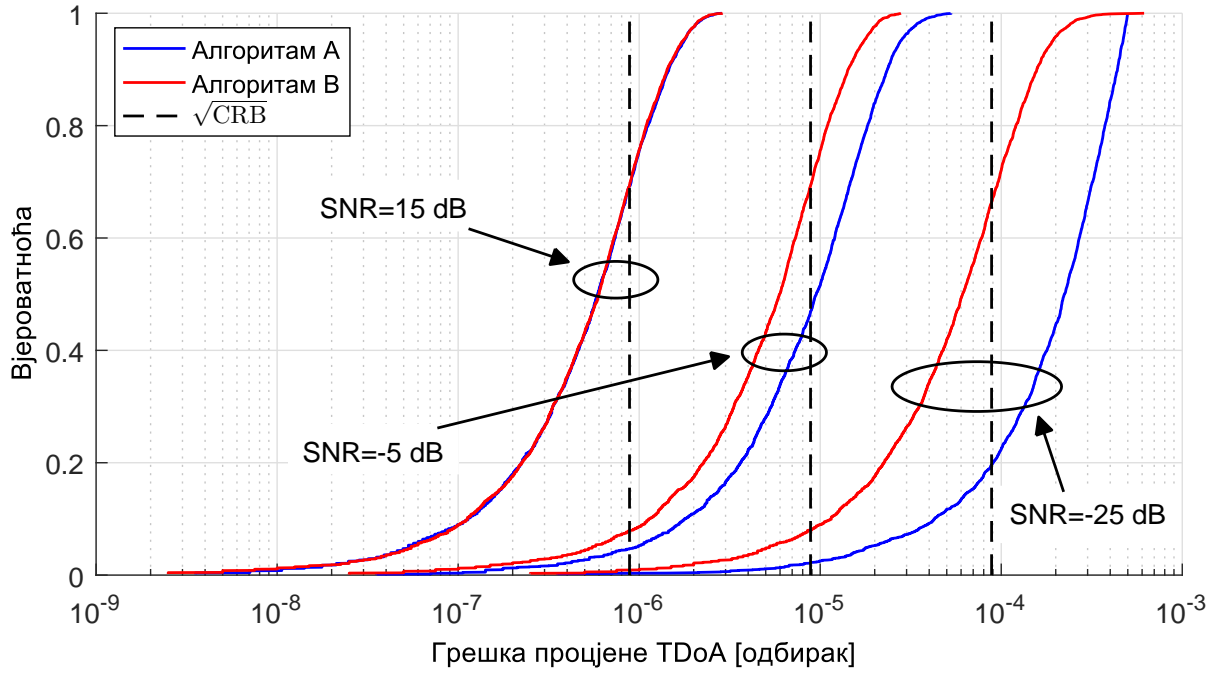
Слика 4.9: Функције расподеле грешке некохерентне и кохерентне процјене TDoA у зависности од Ψ_c , за SNR = 15 dB, без вишезначности.

ција носиоца, лобови су ужи, па је боља прецизност процјена које су на главном (правом) лобу.

Посматрајући слике 4.8 а) и б) намеће се још једно решење за проблем вишезначности. Састоји се у томе да сукцесивно пошаљемо сигнал на двије или више узајамно простих фреквенција носиоца и за сваку од фреквенција израчунамо критеријумску функцију, а затим добијене критеријумске функције саберемо. Главни лоб ће бити приближно на истој позицији (до на грешку процјене кохерентног алгорита одговара стварној вриједности временског помака), а бочни лобови неће, јер, као што слике показују, њихова дистрибуција зависи од фреквенције носиоца. Тиме ће се главни лоб истаћи у односу на остале лобове. Наравно, за спровођење ове идеје неопходно је имати на располагању шири фреквенцијски опсег од оног који сигнал заузима.

У дијелу текста који слиједи, приказујемо резултате Монте-Карло симулација у виду CDF кривих за грешку процјене временског помака, тј. TDoA, за сценарије када је проблем вишезначности ријешен, и када није, за различите системске параметре (ширина опсега сигнала, фреквенција носиоца, SNR). Поред резултата за Алгоритме А и В, дата је и линија која означава квадратни корјен од одговарајуће вриједности CRB. Подсјетимо се, CRB по природи одговара средњој **квadratној** грешци, а на сликама које слиједје приказујемо **апсолутну вриједност** грешке. Додатно, пошто слике приказују расподелу апсолутне вриједности **појединачних** грешака, а CRB важи за **средњу** грешку, значајан дио кривих ће бити са лијеве стране линије која представља квадратни корјен од CRB, односно доњу теоријску границу за средњу вриједност приказаних резултата. Коришћена је дужина секвенце $N = 1024$. Број извршавања симулације је 2500.

Слика 4.9 приказује CDF криве за грешку процјене TDoA за кохерентну естимацију (CРoА се користи) за $\Psi_c = \tilde{f}_c/B = 1000, 100, 10$ (очигледно је $\Psi_c = f_c$, али уводимо посебну ознаку јер су на неким сликама величине у природним једини-

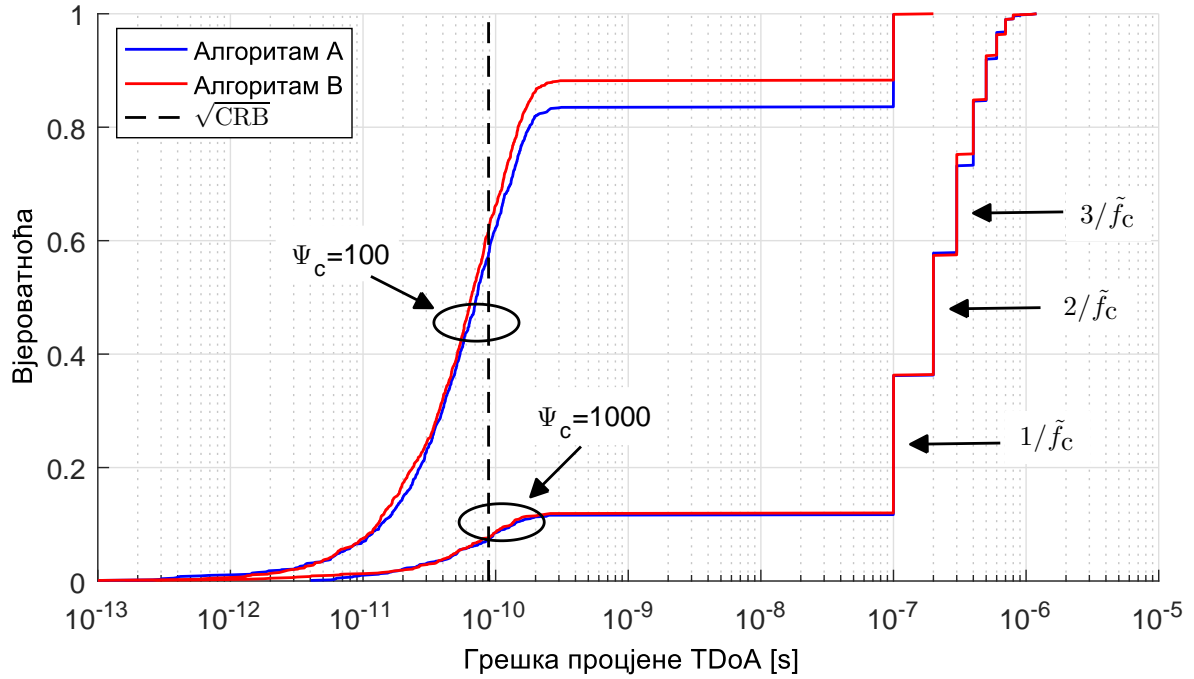


Слика 4.10: Функције расподеле грешке кохерентне процјене TDoA у зависности од SNR-а, за $\Psi_c = 1000$, без вишезначности.

цама) и $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$, за Алгоритме А и В. Резултати на слици потврђују да грешка естимације опада са првим степеном од Ψ_c . За дате параметре алгоритми имају сличне перформансе. Резултати су добијени под претпоставком да проблем вишезначности **јесте** ријешен (претрага је започета на главном лобу критеријумске функције, видјети слику 4.8). Ради поређења, приказана је и CDF крива за некохерентну естимацију (CPOA се не користи, Ψ_c не утиче на квалитет процјене) за $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$. Евидентно је да је добитак у прецизности услед коришћења CPOA више него значајан. Повећање Ψ_c може се посматрати на два начина. Прво, примијетимо да је TDoA дато у одбирцима. Ако ширину опсега сигнала, B , држимо константном, тада повећање Ψ_c значи повећање (физичке) фреквенције носиоца, \tilde{f}_c , што даље значи да је прецизност естимације директно пропорциона параметрима Ψ_c и \tilde{f}_c . Са друге стране, ако повећамо Ψ_c тако што смањимо B и држимо \tilde{f}_c константним, тада треба имати у виду да су приказане вриједности грешке за различите Ψ_c нормализоване са различитим факторима (јер се $1/B$ разликује). Другим ријечима, вриједности грешке у секундама су тада једнаке за различите Ψ_c , јер је \tilde{f}_c константно.

Слика 4.10 приказује CDF криве за грешку процјене TDoA за кохерентну естимацију за $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$, -5 dB , -25 dB и $\Psi_c = 1000$, за Алгоритме А и В. Резултати су добијени под претпоставком да проблем вишезначности **јесте** ријешен. За $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ алгоритми имају сличне перформансе. За ниже вриједности SNR Алгоритам В даје боље резултате од Алгоритма А, што је у складу са претходним резултатима.

Слика 4.11 приказује CDF криве за грешку процјене TDoA за кохерентну естимацију за $\Psi_c = 100, 1000$ и $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$, за Алгоритме А и В. Ψ_c је мијењано тако што је B мијењано, док је \tilde{f}_c подешено на 10 GHz и држано константним. Пошто је грешка дата у секундама (а не у одбирцима), CRB вриједности за обје CDF криве су једнаке (јер је \tilde{f}_c једнако). Резултати су добијени под претпоставком да проблем вишезначности **није** ријешен. Због тога CDF криве имају нагле промјене,



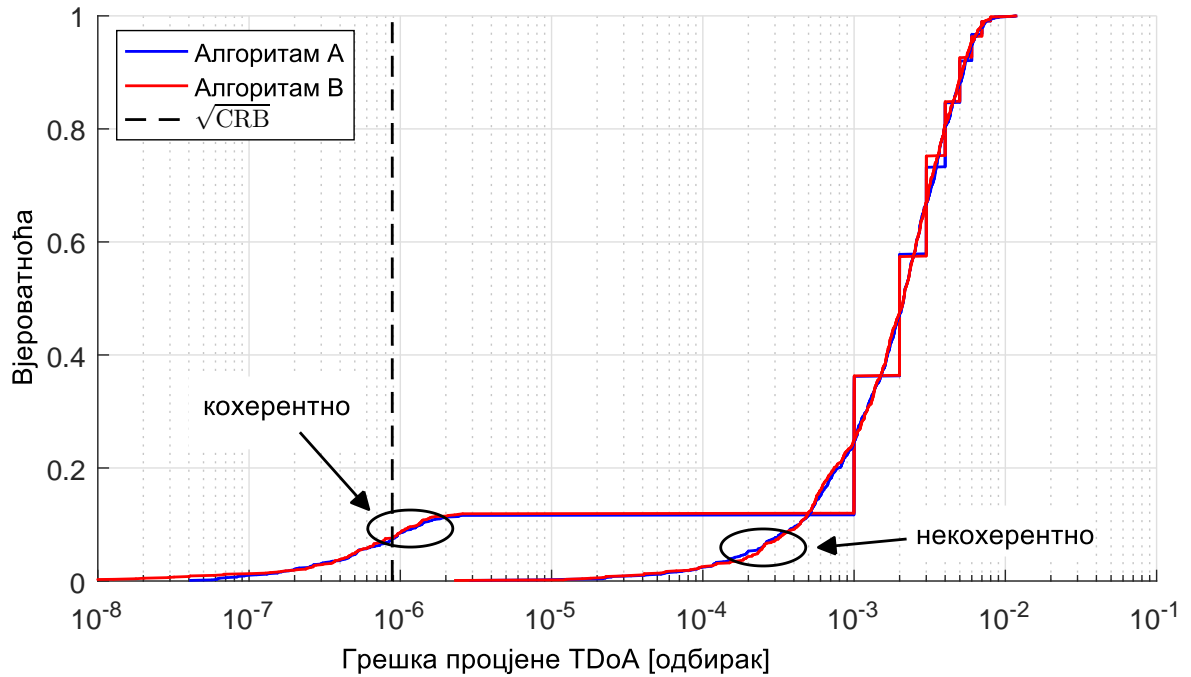
Слика 4.11: Функције расподеле грешке кохерентне процјене TDoA у зависности од Ψ_c при константном \tilde{f}_c , за SNR = 15 dB, присутна вишезначност.

односно грешка има нагле скокове на позиције које одговарају бочним лобовима у критеријумској функцији. Пошто амплитуда бочних лобова слиједи анвелопу критеријумске функције, прелазак на бочне лобове у процесу естимације директно зависи од облика анвелопе, односно од B . Вјероватноћа непромашавања главног лоба (и постизања прецизности коју омогућава кохерентна естимација) је око 0.12 за $\Psi_c = 1000$, и изнад 0.8 за $\Psi_c = 100$. Стога, слика 4.11 показује да проблем вишезначности може бити ублажен/ријешен повећањем ширине опсега сигнала. Додатно, пошто је грешка дата у секундама, у региону гдје је за обје криве промашен главни лоб, тј. обје криве су у региону вишезначности (*ambiguity-dominated* регион), бољи резултати су добијени за веће B , јер је у овом региону грешка процјене обрнуто пропорционална са B , као код некохерентне процјене (видјети такође слику 4.12).

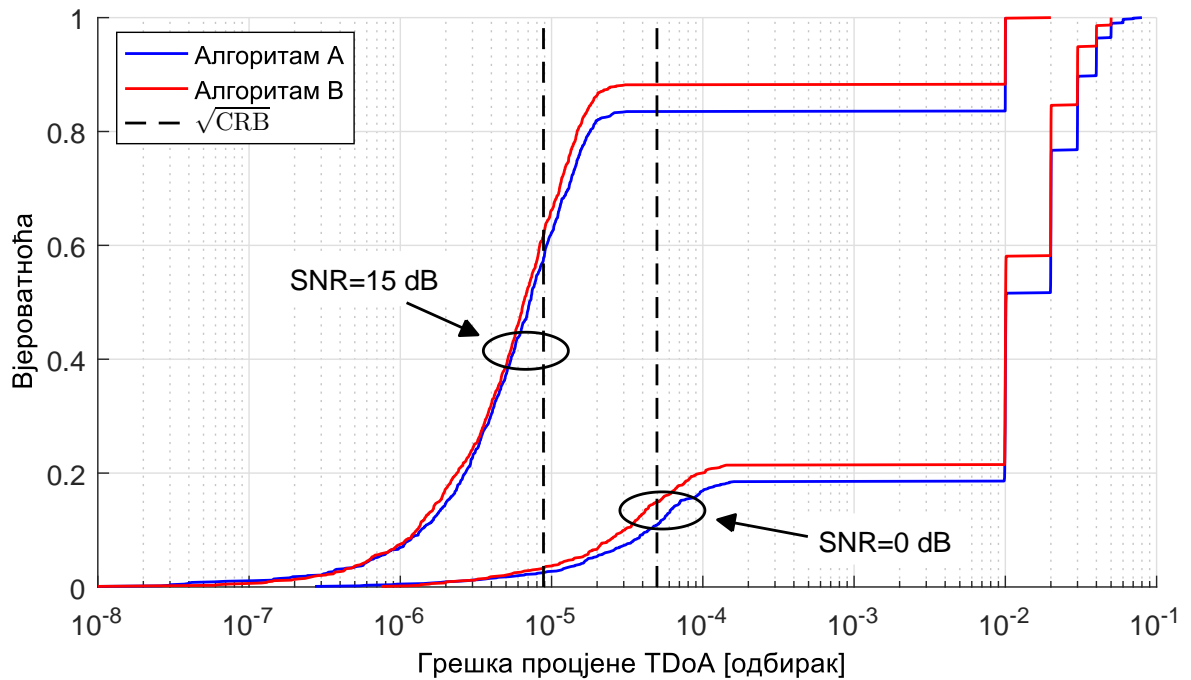
Слика 4.12 приказује CDF криве за грешку процјене TDoA за кохерентну и некохерентну естимацију за $\Psi_c = 1000$ и SNR = 15 dB, за Алгоритме А и В. Резултати су добијени под претпоставком да проблем вишезначности **није** ријешен. Слика показује да, када се промаши главни лоб, прецизност кохерентне естимације је слична оној код некохерентне естимације по просјечним вриједностима, али не по природи, јер се грешке кохерентне естимације групишу око врхова бочних лобова. Када је процјена на врху бочног лоба, то значи да су, након компензације сигнала у каналу 2 за процијењени временски помак, фазе сигнала у каналима поравнате, а анвелопе временски смакнуте за удаљеност датог лоба од главног лоба.

Слика 4.13 приказује CDF криве за грешку процјене TDoA за кохерентну естимацију за $\Psi_c = 100$ и SNR = 15 dB, 0 dB, за Алгоритме А и В. Резултати су добијени под претпоставком да проблем вишезначности **није** ријешен. Слика показује да је повећање SNR-а такође један од начина за смањење проблема вишезначности.

Да сумирамо најважније особине кохерентне TDoA естимације у Случају 3. Када је ријешен проблем вишезначности, у односу на некохерентну естимацију, кохе-



Слика 4.12: Функције расподеле грешке кохерентне и некохерентне процјене TDoA за $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ и $\Psi_c = 1000$, присутна вишезначност.



Слика 4.13: Функције расподеле грешке кохерентне процјене TDoA у зависности од SNR-а, за $\Psi_c = 100$, присутна вишезначност.

рентна естимација даје добитак у прецизности који је сразмјеран са Ψ_c . Чак и у региону вишезначности, расподела грешака кохерентне естимације је много повољнија за дистрибуирани *beamforming*, јер би се RF сигнали конструктивно сабирани (фазе поравнате), иако би анvelope биле мало смакнуте. Повећање SNR-а значи већу прецизност унутар (главног или бочног) лоба, већу прецизност у ре-

гиону вишезначности и смањену вјероватноћу промашивања главног лоба. Веће \tilde{f}_c значи већу прецизност унутар лоба. Веће B , за константно \tilde{f}_c , значи смањену вјероватноћу промашивања главног лоба и већу прецизност у региону вишезначности. Вјероватноћа непромашивања главног лоба пропорционална је са прецизношћу некохерентне естимације (видјети слику 4.8). Иако резултати нису приказани, на основу израза за CRB за Случај 3, 4.30 и 4.31, намеће се закључак да повећање N има сличан утицај као повећање SNR-а.

У овој глави смо анализирали утицај узимања у обзир СРоА на прецизност процјене временског, фреквенцијског и фазног помака између канала у дистрибуираном двоканалном пријемном систему. CRB и Монте-Карло симулације су коришћени да се утврди под којим условима су добици могући и да се ти добици квантификују. Ако сценарио није кохерентан, информација из СРоА не може се искористити за побољшање прецизности естимације. Теза се бави кохерентним сценаријима. У том случају алгоритам може бити кохерентан – користи се СРоА, или некохерентан – не користи се СРоА. Као што смо изнад видјели, чак и када је алгоритам кохерентан, некада коришћење СРоА утиче на прецизност естимације, а некада не. За процјену временског помака, само постојање СРоА значи могућност да се процјена учини прецизнијом. Постојање СРоА је последица преноса сигнала у RF опсегу, за разлику од основног опсега (акустички сигнали). Та могућност ће бити искоришћена ако је алгоритам кохерентан и ако између сигнала који се користе за процјену не постоји фазни (и фреквенцијски) помак (Случај 3). За процјену почетног фазног помака (последица LO), само постојање СРоА значи да је укупан константни фазни помак између сигнала једнак збиру фазног помака који се процјењује и СРоА, $-\omega_c\tau$. Стога, оба ова члана морају се процијенити (СРоА имплицитно кроз τ). Иначе, да би уопште имало смисла процјењивати почетни фазни помак коришћењем сигнала који је пропагирао у RF опсегу, алгоритам треба да буде кохерентан. Ако је временски помак непознат, мала грешка у његовој процјени узрокује огромну грешку при процјени СРоА, а тиме исту такву грешку при процјени почетног фазног помака (Случај 1). Ако је временски помак познат, постојање СРоА не утиче на процјену фазног помака (Случај 2). Постојање СРоА не утиче на прецизност процјене фреквенцијског помака, без обзира на то који параметри су непознати, и без обзира на то да ли је алгоритам кохерентан.

Глава 5

Закључак и правци даљих истраживања

У дисертацији су представљени резултати истраживања из области временске, фреквенцијске и фазне синхронизације дистрибуираних пријемних канала, која се заснива на процјени временских, фреквенцијских и фазних помака у сигналима примљеним у тим каналима. Подразумијева се просторно кохерентни сценарио сигнала са доминантном LoS компонентом, као и стационарност свих предајника и пријемника. Пријемници су повезани са фузионим центром путем дигиталних линкова којима није могуће пренијети референтне сигнале за синхронизацију.

У првом дијелу дисертације предложена је процедура за бежичну калибрацију дистрибуираног двоканалног пријемног система у којем су канали временски, фреквенцијски и фазно раздешени, у циљу омогућавања функционисања дигиталног *beamforming*-а и локализације извора радио сигнала. Претпоставили смо константне временске помаке и промјенљиве фреквенцијске помаке. У случају локализације, процедура користи широкопојасни и ускопојасни пилот, које шаље *beacon*. У случају *beamforming*-а, поред сигнала *beacon*-а, процедура користи и широкопојасну преамбулу и, опционо, ускопојасни пилот, које шаље кориснички предајник. У случају *beamforming*-а, процедура је подијељена на двије етапе, које садрже исте кораке, али примијењене на различите сигнале. Етапа 1 поравнава сигнал у каналу 2 са сигналом у каналу 1 и омогућава добитак *beamforming*-а. Етапа 2 је опциона, поравнава суму поравнатих сигнала из канала са оригиналном секвенцом изабраног корисничког предајника и омогућава правилно декодовање корисних података. Свака етапа садржи четири корака. Корак 1 грубо поравнава сигнале у времену коришћењем некохерентне верзије ML алгоритма предложеног у другом дијелу тезе. Корак 2 отклања временски промјенљиву компоненту фазног помака, за шта је формулисан нови адаптивни алгоритам. Корак 3 врши фино поравнање сигнала у времену коришћењем алгоритма сличног оном у кораку 1. Корак 4 отклања константни фазни помак коришћењем једноставног алгоритма базираног на корелацији сигнала. У случају локализације, процедура садржи само етапу 1, али умјесто синхронизовања сигнала, синхронизују се пријемни канали, у смислу да је TDoA сачуван у примљеним корисничким сигналима. Предложена процедура је модуларна, сваки алгоритам може бити замијењен неким другим алгоритмом истог типа. Адаптивни алгоритам за процјену тренутог фазног помака показао је способност праћења наглих промјена фреквенцијског помака. Добијене прецизности показују да су предложена процедура и алгоритми погодни за пријемни *beamforming* и некохерентну/полукохерентну локализацију. Ако се фреквенцијски помак мијења довољно споро, примјена у предајном *beamforming*-у је такође могућа. Ре-

зултати експеримената су показали одлично слагање са резултатима Монте-Карло симулација, што потврђује исправност математичког модела и усвојених претпоставки.

Као још једну од примјена адаптивног алгоритма за процјену тренутог фазног помака, вриједи напоменути да је искоришћен за унапређење фреквенцијске синхронизације између предајника и пријемника у имплементацији решења за когзистенцију OFDM сигнала и сигнала са фреквенцијским скакањем по принципима когнитивног радија коришћењем USRP платформи [48, 49].

Правци даљих истраживања могли би да укључе оптималну генерализацију са двоканалног на вишеканални пријемни систем, моделовање и естимацију промјенљивих временских помака, и сценарио са нестационарним примопредајницима. Било би интересантно анализирати под којим условима се могу достићи прецизности неопходне за кохерентну локализацију. Још једна генерализација била би на скуп пријемника од којих сваки садржи антенски низ са имплементираним аналогним *beamforming*-ом – хибридни BF . Као крајњи циљ истраживања намеће се стварна примјена предложене процедуре у *beamforming*-у и локализацији.

У другом дијелу тезе анализиран је утицај узимања у обзир CPOA на прецизност процјене TDoA, фреквенцијског и почетног фазног помака између канала у временски синхронизованом, а фазно и фреквенцијски несинхронизованом, дистрибуираном двоканалном пријемном систему. Претпостављено је да су временски и фреквенцијски помаци константни. Формулисан је дискретни матрични модел сигнала у којем је CPOA посебан члан, а временски и фреквенцијски помаци могу имати произвољне вриједности. Посматрана су три Случаја, који се разликују по томе који од помака су непознати. У Случају 1, сва три типа помака, временски (TDoA), фреквенцијски и фазни, су непознати, што и за непознату и за познату секвенцу одговара бежичној фреквенцијској и фазној синхронизацији временски синхронизованог двоканалног пријемног система уз помоћ једног предајника на непознатој локацији, или процјени TDoA са међусобно фреквенцијски и фазно несинхронизованим, а временски синхронизованим каналима. У Случају 2, TDoA је познат, а фреквенцијски и фазни помак су непознати, што за непознату секвенцу одговара фреквенцијској и фазној синхронизацији временски синхронизованог двоканалног пријемног система уз помоћ једног предајника на познатој локацији. За познату секвенцу додатно је потребно да предајник и пријемници буду међусобно временски синхронизовани. У Случају 3, фреквенцијски и фазни помак су познати, а TDoA је непознат, што за непознату секвенцу одговара естимацији TDoA од стране потпуно (временски, фреквенцијски, фазно) синхронизованог пријемног система (дистрибуирани пријемни систем калибрисан коришћењем предајника на познатој локацији као у Случају 2, или систем са колоцираним пријемницима повезаним калибрисаним коаксијалним кабловима или RFoF линковима са дистрибуираним антенама). За познату секвенцу додатно је потребно да пријемници буду фреквенцијски синхронизовани са предајником и да сви уређаји имају усклађен такт са локалним осцилатором. У Случају 1 коришћење CPOA не доприноси побољшању прецизности процјене помака. Са повећањем фреквенције носиоца, погоршава се квалитет процјене почетног фазног помака. У Случају 2 узимање у обзир CPOA нема утицаја на квалитет процјене помака. У Случају 3 узимање у обзир CPOA драстично повећава прецизност процјене TDoA, тако да је RMSE 1 до 3 реда величине испод инверзне вриједности фреквенције носиоца, под условом да се ријешу проблем вишезначности. Ако се CPOA не узима у обзир у овом случају, RMSE је 1 до 3 реда величине испод инверзне вриједности ширине опсега сигнала. За Случај 1 дата је FIM у затвореној форми, а за Случаје 2

и 3 CRB у затвореној форми, за познату секвенцу. Формулисани су кохерентни ML алгоритми за познату и непознату секвенцу. Алгоритми су статистички ефикасни у широком опсегу вриједности SNR. За ниже вриједности SNR алгоритам са познатом секвенцом има боље перформансе. Алгоритми су дјелимично нумерички оптимизовани. Анализиран је утицај вишезначности на процјену временског помака у Случају 3. Иако решавање проблема вишезначности није у фокусу дисертације, наведени су неки начини за његово решавање, као што су емитовање на различитим фреквенцијама носиоца, повећање ширине опсега сигнала, повећање SNR-а, повећање трајања опсервационог интервала. Анализа у овом дијелу тезе, која је базирана на CRB и Монте-Карло симулацијама, показала је које прецизности процјене се могу достићи када се користи CPOA и под којим условима су ти добици могући.

Кохерентна процјена TDoA може бити искоришћена за рачунање коефицијентна дистрибуираног *beamformer*-а усмјереног ка извору сигнала који се користи за естимацију. За ову примјену вишезначност не представља проблем, али правци даљих истраживања требало би да обухвате оптимално проширење са двоканалног на вишеканални пријемни систем. Поред тога, има простора за даљу нумеричку оптимизацију алгоритама.

Процјена TDoA са RMSE 1 до 3 реда величине испод инверзне фреквенције носиоца одговара процјени растојања са грешком 1 до 3 реда величине испод таласне дужине носиоца. Ово може бити искоришћено за мјерење електричког растојања између антена, односно прецизно позиционирање антена, које је неопходно када су антене дио система који врши кохерентну локализацију извора радио сигнала, која има RMSE знатно испод таласне дужине носиоца. У овој примјени једна од антена је на предајнику, а друга на пријемнику, који морају бити временски, фреквенцијски и фазно синхронизовани. Даља истраживања су неопходна у циљу решавања проблема вишезначности.

Литература

- [1] “NI-USRP 2920, NI-USRP 2921, universal software radio peripherals.” <http://www.trinergy.co.th/pdf/usrp.pdf>. [Accessed 03-Feb-2020].
- [2] R. Mudumbai, D. Brown, U. Madhow, and H. Poor, “Distributed transmit beamforming: challenges and recent progress,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 2, pp. 102–110, 2009.
- [3] R. Rogalin, O. Y. Bursalioglu, H. Papadopoulos, G. Caire, A. F. Molisch, A. Michaloliakos, V. Balan, and K. Psounis, “Scalable synchronization and reciprocity calibration for distributed multiuser MIMO,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 13, no. 4, pp. 1815–1831, 2014.
- [4] S. Jayaprakasam, S. K. A. Rahim, and C. Y. Leow, “Distributed and collaborative beamforming in wireless sensor networks: Classifications, trends, and research directions,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 4, pp. 2092–2116, 2017.
- [5] M. M. Rahman, H. E. Baidoo-Williams, R. Mudumbai, and S. Dasgupta, “Fully wireless implementation of distributed beamforming on a software-defined radio platform,” in *2012 ACM/IEEE 11th International Conference on Information Processing in Sensor Networks (IPSN)*, IEEE, 2012.
- [6] N. Vukmirović, M. Erić, M. Janjić, and P. M. Djurić, “Direct wideband coherent localization by distributed antenna arrays,” *Sensors*, vol. 19, no. 20, p. 4582, 2019.
- [7] N. Vukmirović, M. Janjić, P. M. Djurić, and M. Erić, “Position estimation with a millimeter-wave massive MIMO system based on distributed steerable phased antenna arrays,” *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2018, no. 1, p. 33, 2018.
- [8] T. Bigler, A. Treytl, D. Loschenbrand, and T. Zemen, “High accuracy synchronization for distributed massive MIMO using white rabbit,” in *2018 IEEE International Symposium on Precision Clock Synchronization for Measurement, Control, and Communication (ISPCS)*, IEEE, 2018.
- [9] A. Djordjević and D. Tošić, *Mikrotalasna Tehnika*. Akademska misao, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, 2006.
- [10] Y. He, K. G. H. Baldwin, B. J. Orr, R. B. Warrington, M. J. Wouters, A. N. Luiten, P. Mirtschin, T. Tzioumis, C. Phillips, J. Stevens, B. Lennon, S. Munting, G. Aben, T. Newlands, and T. Rayner, “Long-distance telecom-fiber transfer of a radio-frequency reference for radio astronomy,” *Optica*, vol. 5, p. 138, Feb. 2018.
- [11] H. V. Balan, R. Rogalin, A. Michaloliakos, K. Psounis, and G. Caire, “AirSync: Enabling distributed multiuser MIMO with full spatial multiplexing,” *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 21, no. 6, pp. 1681–1695, 2013.

- [12] D. R. Brown, Y. Liao, and N. Fox, “Low-complexity real-time single-tone phase and frequency estimation,” in *2010 IEEE Military Communications Conference*, IEEE, 2010.
- [13] R. Mudumbai, J. Hespanha, U. Madhow, and G. Barriac, “Scalable feedback control for distributed beamforming in sensor networks,” in *Proceedings of the 2005 International Symposium on Information Theory, ISIT 2005*, IEEE, 2005.
- [14] F. Quitin, M. M. U. Rahman, R. Mudumbai, and U. Madhow, “Distributed beamforming with software-defined radios: Frequency synchronization and digital feedback,” in *2012 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, IEEE, 2012.
- [15] F. Quitin, M. M. U. Rahman, R. Mudumbai, and U. Madhow, “A scalable architecture for distributed transmit beamforming with commodity radios: Design and proof of concept,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 12, no. 3, pp. 1418–1428, 2013.
- [16] H. S. Rahul, S. Kumar, and D. Katabi, “JMB,” in *Proceedings of the ACM SIGCOMM 2012 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communication - SIGCOMM12*, ACM Press, 2012.
- [17] A. K. Samingan, I. Suleiman, C. Y. Yeoh, and A. A. A. Rahman, “Receiver antenna synchronization and carrier frequency offsets pre-mitigation for distributed massive MIMO system,” in *2016 22nd Asia-Pacific Conference on Communications (APCC)*, IEEE, 2016.
- [18] V. V. Ratnam and A. F. Molisch, “Reference tone aided transmission for massive MIMO: Analog beamforming without CSI,” in *2018 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, IEEE, 2018.
- [19] H. Yan, S. Hanna, K. Balke, R. Gupta, and D. Cabric, “Software defined radio implementation of carrier and timing synchronization for distributed arrays,” in *2019 IEEE Aerospace Conference*, IEEE, 2019.
- [20] A. A. Nasir, S. Durrani, H. Mehrpouyan, S. D. Blostein, and R. A. Kennedy, “Timing and carrier synchronization in wireless communication systems: a survey and classification of research in the last 5 years,” *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2016, no. 1, 2016.
- [21] C. Knapp and G. Carter, “The generalized correlation method for estimation of time delay,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 24, no. 4, pp. 320–327, 1976.
- [22] M. Wax, “The joint estimation of differential delay, doppler, and phase (corresp.),” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, no. 5, pp. 817–820, 1982.
- [23] H. L. V. Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory: Radar-Sonar Signal Processing and Gaussian Signals in Noise (Part III)*. John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [24] S. Stein, “Differential delay/doppler ML estimation with unknown signals,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, no. 8, pp. 2717–2719, 1993.
- [25] B. Friedlander, “On the cramer- rao bound for time delay and doppler estimation (corresp.),” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 30, no. 3, pp. 575–580, 1984.
- [26] A. Yeredor and E. Angel, “Joint TDOA and FDOA estimation: A conditional bound and its use for optimally weighted localization,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 4, pp. 1612–1623, 2011.

- [27] M. L. Fowler and X. Hu, "Signal models for TDOA/FDOA estimation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 44, no. 4, pp. 1543–1550, 2008.
- [28] A. Weiss and E. Weinstein, "Composite bound on the attainable mean square error in passive time-delay estimation from ambiguity prone signals (Corresp.)," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, no. 6, pp. 977–979, 1982.
- [29] A. Weiss and E. Weinstein, "Fundamental limitations in passive time delay estimation—part I: Narrow-band systems," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 31, no. 2, pp. 472–486, 1983.
- [30] E. Weinstein and A. Weiss, "Fundamental limitations in passive time-delay estimation—part II: Wide-band systems," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 32, no. 5, pp. 1064–1078, 1984.
- [31] P. Bidigare, S. Pruessing, D. Raeman, D. Scherber, U. Madhow, and R. Mudumbai, "Initial over-the-air performance assessment of ranging and clock synchronization using radio frequency signal exchange," in *2012 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, IEEE, 2012.
- [32] P. Bidigare, U. Madhow, R. Mudumbai, and D. Scherber, "Attaining fundamental bounds on timing synchronization," in *2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, IEEE, 2012.
- [33] J. A. Nanzer, M. D. Sharp, and D. R. Brown, "Bandpass signal design for passive time delay estimation," in *2016 50th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, IEEE, 2016.
- [34] K. Kastella, R. Mudumbai, and T. Stevens, "Frequency estimation in the presence of cycle slips: Filter banks and error bounds for phase unwrapping," in *2012 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, IEEE, 2012.
- [35] M. Scherhäufl, M. Pichler, and A. Stelzer, "UHF RFID localization based on phase evaluation of passive tag arrays," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no. 4, pp. 913–922, 2015.
- [36] M. Janjić, N. Vukmirović, M. Erić, and P. M. Djurić, "Over-the-air calibration of a distributed dual-channel receiving system." unpublished.
- [37] M. Janjić, N. Vukmirović, and M. Erić, "TDOA, frequency and phase offsets estimation taking into account carrier phase of arrival," *Radioengineering*, vol. 26, no. 4, pp. 1143–1150, 2017.
- [38] N. Vukmirović, M. Janjić, and M. Erić, "TOA/TDOA estimation based on carrier phase of arrival," in *5th International Conference on Electrical, Electronics and Computing Engineering (IcETRAN 2018)*, 2018.
- [39] Lj. Milić and Z. Dobrosavljević, *Uvod u Digitalnu Obradu Signala*. Akademska misao, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, 2004.
- [40] N. Vukmirović, *Koherentna direktna lokalizacija u distribuiranim masivnim višeantenskim sistemima*. Doktorska disertacija, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2019.
- [41] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 1996.

- [42] F. A. Hamza, “The USRP under 1.5x magnifying lens,” vol. Rev 1.0, 2008.
- [43] D. Petković, *Upravljanje MIMO konfiguracijom USRP platformi i slanje akviziranih podataka korišćenjem TCP/IP priključnice*. Master teza, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2018.
- [44] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice Hall, 1993.
- [45] N. Vukmirović, “CRLB for phase, frequency and time offsets between two receiving channels.” unpublished.
- [46] H. L. V. Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Optimum Array Processing (Part IV)*. John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [47] N. Suehiro and M. Hatori, “Modulatable orthogonal sequences and their application to SSMA systems,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 34, no. 1, pp. 93–100, 1988.
- [48] M. Janjić and M. Erić, “A cognitive radio based solution to coexistence of FH and OFDM signals implemented on USRP N210 platform,” *Telfor Journal*, vol. 9, no. 1, pp. 20–25, 2017.
- [49] M. Janjić, M. Erić, and N. Vukmirović, “A software package for solution to coexistence of secondary user OFDM and primary user FH signals based on principles of cognitive radio,” tech. rep., School of Electrical Engineering, University of Belgrade, 2015.

Прилог А

Извођење ML алгоритама за здружену процјену TDoA, фреквенцијског и фазног помака

У овом прилогу дато је извођење ML алгоритама из одјељка 4.3. Напишимо поново дискретни матрични модел примљених сигнала у каналима:

$$\mathbf{x}_1 = e^{j\varphi_{1,0}} \mathbf{M}_{\omega_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1} \mathbf{F} \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}_1, \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_2 &= e^{j(\varphi_{1,0} + \varphi_0)} \mathbf{M}_{\omega_1 + \omega} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1 + \tau} \mathbf{F} \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}_2 \\ &= e^{j\varphi_{2,0}} \mathbf{M}_{\omega_2} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_2} \mathbf{F} \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}_2. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Вектори \mathbf{x}_1 и $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ чине узорак сигнала на основу којег се врши естимација. Уведемо следеће смјене:

$$\mathbf{Q}_1 = e^{j\varphi_{1,0}} \mathbf{M}_{\omega_1} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1} \mathbf{F}, \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{Q}_2 = e^{j(\varphi_{1,0} + \varphi_0)} \mathbf{M}_{\omega_1 + \omega} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_1 + \tau} \mathbf{F}. \quad (\text{A.4})$$

Сада дефинишимо следеће блок матрице:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T]^T \in \mathbb{C}^{2N \times 1}, \quad (\text{A.5})$$

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T \in \mathbb{C}^{2N \times 1}, \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1^T, \mathbf{Q}_2^T]^T \in \mathbb{C}^{2N \times N}. \quad (\text{A.7})$$

Модел сигнала сада има облик

$$\mathbf{X} = \mathbf{Q} \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}. \quad (\text{A.8})$$

ML алгоритам као процјену даје ону вриједност вектора непознатих параметара $\boldsymbol{\alpha}$ која максимизира *likelihood* функцију

$$g(\mathbf{X} | \boldsymbol{\alpha}) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^{2N}} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Q} \mathbf{s}\|^2\right), \quad (\text{A.9})$$

односно *log-likelihood* функцију

$$G = -2N \ln(\pi\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Q} \mathbf{s}\|^2, \quad (\text{A.10})$$

гдје је $\|\cdot\|$ Фробениусова норма.

За алгоритам са познатом секвенцом (Алгоритам В), вектор непознатих параметара је $\alpha_B = [\varphi_{1,0}, \varphi_0, \omega_1, \omega, \tau_1, \tau]^T$. За алгоритам са непознатом секвенцом (Алгоритам А), вектор непознатих параметара садржи и одбирке непознате секвенце, $\alpha_A = [\varphi_{1,0}, \varphi_0, \omega_1, \omega, \tau_1, \tau, \operatorname{Re} s(0), \operatorname{Im} s(0), \operatorname{Re} s(1), \operatorname{Im} s(1), \dots, \operatorname{Re} s(N-1), \operatorname{Im} s(N-1)]^T$. Први члан у изразу (А.10) је константа, па се ML критеријум своди на тражење минимума од

$$\begin{aligned} J_1 &= \|\mathbf{X} - \mathbf{Q}\mathbf{s}\|^2 \\ &= (\mathbf{X} - \mathbf{Q}\mathbf{s})^H (\mathbf{X} - \mathbf{Q}\mathbf{s}) \\ &= \mathbf{X}^H \mathbf{X} - \mathbf{X}^H \mathbf{Q}\mathbf{s} - \mathbf{s}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{X} + \mathbf{s}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{Q}\mathbf{s}. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

При извођењу критеријумских функција за алгоритме, користићемо следеће особине матрица:

$$\mathbf{M}_\omega^{-1} = \mathbf{M}_\omega^H = \mathbf{M}_{-\omega}, \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{D}_\tau^{-1} = \mathbf{D}_\tau^H = \mathbf{D}_{-\tau}, \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^H, \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{Q}_m^H \mathbf{Q}_m = \mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = 2\mathbf{I}, \quad (\text{A.15})$$

гдје је \mathbf{I} јединична матрица. Поред тога, за произвољне матрице \mathbf{A} и \mathbf{B} важи $(\mathbf{A}\mathbf{B})^H = \mathbf{B}^H \mathbf{A}^H$, а уколико су матрице квадратне, $((\mathbf{A}\mathbf{B})^{-1})^H = (\mathbf{A}^{-1})^H (\mathbf{B}^{-1})^H$ и $(\mathbf{A}^H)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^H$. Користимо и асоцијативност матричног множења.

Алгоритам А – ML алгоритам са непознатом секвенцом:

Када је секвенца \mathbf{s} непозната, тражимо минимум од J_1 по \mathbf{s} и \mathbf{Q} . Прво ћемо пронаћи \mathbf{s} које минимизира J_1 за неко фиксно \mathbf{Q} , а затим ћемо добијену вриједност за \mathbf{s} уврстити у (А.11) и наћи минимум по \mathbf{Q} . Вриједност \mathbf{s} које минимизира J_1 се добија из једнакости

$$\frac{\partial J_1}{\partial \mathbf{s}} = -\mathbf{X}^H \mathbf{Q} + \mathbf{s}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{0}, \quad (\text{A.16})$$

и износи

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= (\mathbf{Q}^H \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^H \mathbf{X} \\ &= \mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X}, \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

гдје $\mathbf{Q}^\dagger = (\mathbf{Q}^H \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^H$ представља (лијеву) псеудоинверзну матрицу од \mathbf{Q} , а $\mathbf{0}$ је нула матрица димензија $1 \times N$. Уврштавањем (А.17) у (А.11) добијамо

$$\begin{aligned} J_1 &= \mathbf{X}^H \mathbf{X} - \mathbf{X}^H \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X} - (\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X})^H \mathbf{Q}^H \mathbf{X} + (\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X})^H \mathbf{Q}^H \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X} \\ &= \mathbf{X}^H \mathbf{X} - \mathbf{X}^H \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X} - \mathbf{X}^H (\mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger)^H \mathbf{X} + \mathbf{X}^H (\mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger)^H \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X}. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Лако се показује да важи

$$(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger)^H = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger, \quad (\text{A.19})$$

чијим уврштавањем у (А.18) добијамо

$$\begin{aligned} J_1 &= \mathbf{X}^H \mathbf{X} - 2\mathbf{X}^H \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X} + \mathbf{X}^H \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X} \\ &= \mathbf{X}^H \mathbf{X} - \mathbf{X}^H \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \mathbf{X}. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Пошто је члан $\mathbf{X}^H\mathbf{X}$ константа, минимизација J_1 еквивалентна је максимизацији израза:

$$\begin{aligned} J_2 &= \mathbf{X}^H\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H\mathbf{X} \\ &= \frac{1}{2}\mathbf{X}^H\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H\mathbf{X}. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Како бисмо упростили J_2 , напишимо следеће једнакости:

$$\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \begin{bmatrix} I & \mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2^H \\ \mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_1^H & I \end{bmatrix}, \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 + \mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2^H\mathbf{x}_2 \\ \mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_1^H\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{X}^H\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H\mathbf{X} = \mathbf{x}_1^H\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_1^H\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2^H\mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^H\mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_1^H\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2^H\mathbf{x}_2. \quad (\text{A.24})$$

У изразу (A.24) први и четврти члан су константе, а други и трећи члан чине комплексно конјуговани пар, па нова критеријумска функција J_3 има облик

$$\begin{aligned} J_3 &= \text{Re}(\mathbf{x}_1^H\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2^H\mathbf{x}_2) \\ &= \text{Re}(\mathbf{x}_1^H e^{j\varphi_{1,0}}\mathbf{M}_{\omega_1}\mathbf{F}^H\mathbf{D}_{\tau_1}\mathbf{F}e^{-j(\varphi_{1,0}+\varphi_0)}\mathbf{F}^H\mathbf{D}_{-(\tau_1+\tau)}\mathbf{F}\mathbf{M}_{-(\omega_1+\omega)}\mathbf{x}_2) \\ &= \text{Re}(\mathbf{x}_1^H e^{-j\varphi_0}\mathbf{M}_{\omega_1}\mathbf{F}^H\mathbf{D}_{-\tau}\mathbf{F}\mathbf{M}_{-(\omega_1+\omega)}\mathbf{x}_2). \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Коначно, критеријумска функција ML алгоритма са непознатом секвенцом је

$$f_{\text{ML,A}} = J_3 = \text{Re}(\mathbf{x}_1^H e^{-j\varphi_0}\tilde{\mathbf{x}}_2), \quad (\text{A.26})$$

гдје је $\tilde{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{M}_{\omega_1}\mathbf{F}^H\mathbf{D}_{-\tau}\mathbf{F}\mathbf{M}_{-(\omega_1+\omega)}\mathbf{x}_2$, а процјена алгоритма је

$$(\hat{\varphi}_0, \hat{\omega}_1, \hat{\omega}, \hat{\tau}) = \arg \max_{\varphi_0, \omega_1, \omega, \tau} f_{\text{ML,A}}. \quad (\text{A.27})$$

Пошто се $\varphi_{1,0}$ и τ_1 не процјењују (нити је то могуће са Алгоритмом А), избацују се из вектора непознатих параметара тако што им се додијели вриједност 0, а тада су њихове стварне вриједности садржане у непознатој секвенци.

Алгоритам В – ML алгоритам са познатом секвенцом:

Напишимо поново једнакост (A.11),

$$J_1 = \mathbf{X}^H\mathbf{X} - \mathbf{X}^H\mathbf{Q}\mathbf{s} - \mathbf{s}^H\mathbf{Q}^H\mathbf{X} + \mathbf{s}^H\mathbf{Q}^H\mathbf{Q}\mathbf{s}. \quad (\text{A.28})$$

Пошто је $\mathbf{Q}^H\mathbf{Q} = 2\mathbf{I}$ и секвенца \mathbf{s} је позната, први и четврти члан су константе, а други и трећи члан чине комплексно конјуговани пар, па је минимизација J_1 еквивалентна максимизацији $f_{\text{ML,B}}$,

$$f_{\text{ML,B}} = \text{Re}(\mathbf{X}^H\mathbf{Q}\mathbf{s}) \quad (\text{A.29})$$

$$= \text{Re}(\mathbf{x}_1^H\mathbf{Q}_1\mathbf{s}) + \text{Re}(\mathbf{x}_2^H\mathbf{Q}_2\mathbf{s}) \quad (\text{A.30})$$

$$= \text{Re}(\mathbf{x}_1^H e^{j\varphi_{1,0}}\mathbf{M}_{\omega_1}\mathbf{F}^H\mathbf{D}_{\tau_1}\mathbf{F}\mathbf{s}) + \text{Re}(\mathbf{x}_2^H e^{j\varphi_{2,0}}\mathbf{M}_{\omega_2}\mathbf{F}^H\mathbf{D}_{\tau_2}\mathbf{F}\mathbf{s}). \quad (\text{A.31})$$

Будући да су сабирци претходног израза независни, максимизација збира еквивалентна је максимизацији појединачних сабирака. Претрага над 6-димензионалним доменом претвара се у двије претраге над 3-димензионалним, што остварује велику нумеричку уштеду. Критеријумска функција ML алгоритма са познатом секвенцом за m -ти канал има облик

$$f_{\text{ML,B},m} = \text{Re}(\mathbf{x}_m^H e^{j\varphi_{m,0}}\tilde{\mathbf{s}}), \quad (\text{A.32})$$

гдје је $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{M}_{\omega_m} \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\tau_m} \mathbf{F} \mathbf{s}$. Процјена алгоритма се добија у два корака. Прво се израчунају непознати параметри у сваком од канала:

$$(\hat{\varphi}_{m,0}, \hat{\omega}_m, \hat{\tau}_m) = \arg \max_{\varphi_{m,0}, \omega_m, \tau_m} f_{\text{ML}, \text{B}, m}, \quad (\text{A.33})$$

а затим се израчунају вриједности релативних параметра:

$$(\hat{\varphi}_0, \hat{\omega}, \hat{\tau}) = (\hat{\varphi}_{2,0}, \hat{\omega}_2, \hat{\tau}_2) - (\hat{\varphi}_{1,0}, \hat{\omega}_1, \hat{\tau}_1). \quad (\text{A.34})$$

Биографија аутора

Милош Јањић рођен је 08.07.1986. у Билећи, Босна и Херцеговина. Основну школу завршио је у Билећи са просјечном оцјеном 5. Десету гимназију “Михајло Пупин” у Београду завршио је са просјечном оцјеном 5. Електротехнички факултет у Београду уписао је школске 2005/06. године. Дипломирао је на Одсеку за телекомуникације 2009. године, са просјечном оцјеном 8,91. Дипломски рад под насловом “Софтверска симулација рутирања у AD НОС мрежама” одбранио је са оцјеном 10. Ментор дипломског рада био је др Александар Нешковић. Мастер студије на истом факултету уписао је школске 2009/10. године и завршио их 2011. године са просјечном оцјеном 10. Мастер рад под називом “Компаративна анализа и симулација статичких техника за фреквенцијско планирање у LTE” одбранио је са оцјеном 10. Ментор мастер рада био је др Александар Нешковић. Докторске студије уписао је школске 2011/2012. године на Електротехничком факултету у Београду, на модулу Телекомуникације, гдје је положио све испите са оцјеном 10. Од 2013. године запослен је у Иновационом центру Електротехничког факултета у Београду. Аутор/коаутор је 3 рада публикована у часописима са SCI листе, 3 рада у часописима националног значаја, 7 радова на међународним конференцијама, једног рада на националној конференцији и 6 техничких решења. Течно говори енглески и шпански језик.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора МИЛОШ ЈАЊИЋ

Број индекса 2011/5082

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

КАЛИБРАЦИЈА ДИСТРИБУЦИОНОГ ВИШЕКАНАЛНОГ
ПРИЈЕМНОГ СИСТЕМА БЕЖИЧНОМ ПУТЕМ

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 02.07.2020.

Јањич Милош

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора МИЛОШ ЈАЉИЋ

Број индекса 2011/5082

Студијски програм ТЕЛЕКОМУНИКАЦИЈЕ

Наслов рада КАДЦБРАЦИЈА ДИСТРИБУИРАНОГ ВУШЕКАЦИАЛНОГ ПРИЈЕМНОГ

Ментор ДР МИЉКО ЕРИЋ, ДОЦЕНТ СИСТЕМА БЕЖИЧНИМ ПУТЕМ

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 02.07.2020.

Јаљош Милош

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

КАЛИБРАЦИЈА ДИСТРИБУЦИОНОГ ВИШЕКАНАЛНОГ ПРИЈЕМНОГ СИСТЕМА БЕЖИЧНОМ ПУТЕМ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 02.07.2020.

Јаков Милош

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.