

Примљено: 20. V. 1986			
Орг. јед.	Број	Почетак	Вредност
03	54/5		

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

NOVI SAD

- Naučnom veću -

Na V sednici Naučnog veća Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu, održanoj 20.3.1986.godine, određeni smo u Komisiju za predlaganje ocene doktorske disertacije:

"KONGRUENCIJE NA  $\pi$ -REGULARNIM POLUGRUPAMA"

me Petra Protića, asistenta Građevinskog fakulteta u Nišu.

O disertaciji podnosimo sledeći

I Z V E Š T A J

Rad je obima 8+138 stranica kucanih pisačom mašinom.

U radu se razlikuju sledeća poglavlja: Uvod, Glava I (Elementarni pojmovi i  $\pi$ -regularne polugrupe), Glava II (Kongruencije, Homomorfizmi, idempotenti i inverzi na  $\pi$ -regularnoj polugrupi), Glava III (Neke kongruencije na strogo  $\pi$ -inverznoj polugrupi), Glava IV (Kongruencija koje razdvajaju idempotente na  $\pi$ -regularnoj polugrupi), Glava V (Grupne kongruencije i mreža grupnih kongruencija na r-polugrupi), Glava VI (Kongruencije ekvivalentne na idempotentima), Indeks i Literatura.

U Uvodu se daje prikaz problematike koju autor ispituje u ovom radu. Takođe, opisuje se originalan prilog autora koji se nalazi u glavama od II do VI.

U glavi I detaljno su izloženi osnovni pojmovi o polugrupama i relacijama polugrupe - osnovne definicije i poznate teoreme na koje se autor poziva ili nadovezuje. Među tim rezultatima su rezultati Bogdanovića, Meakina, Galbiati i Veronesi i drugih.

U glavi II autor razmatra neka opšta svojstva kongruencija, homomorfizama i idempotentata na  $\pi$ -regularnoj polugrupi. Daje se jedan novi dokaz za jedno uopštenje Lallementove

leme, Uvodi se pojam  $r$ -relacije i Teoremom 1. se karakteriše  $r$ -kongruencija. Dalje, uvodi se pojam  $r$ -poluproste relacije i dokazuju se neka osnovna svojstva za ove relacije.

U tački 1. glave III autor razmatra jezgro kongruencije na tzv.  $\pi$ -ortodoksoj polugrupi. Dokazuje se da u ovom slučaju jezgro kongruencije jeste normalna podpolugrupa date polugrupe (Teorema 1.1.). Daju se i neki dovoljni uslovi da naka podpolugrupa  $\pi$ -regularne polugrupe, bude strogo inverzno zatvorena (Teorema 1.2.). U tački 2. glave III autor uvodi pojam  $r$ -polugrupe i posle opsežne pripreme (dokazuje se više lema) daje se opis, i to u dve varijante,  $r$ -poluproste kongruencije strogo  $\pi$ -inverzne  $r$ -polugrupe pomoću kongruencijskog para (Teorema 2.2. i 2.3.). Ovi rezultati predstavljaju uopštenje poznatog rezultata Petricha o kongruencijama na inverznim polugrupama.

Posebno važna klasa kongruencija polugrupe jeste klasa kongruencija koje razdvajaju idempotente. Ovu klasu kongruencija autor razmatra u glavi IV i to na  $\pi$ -regularnim polugrupama i nekim podklasama klase  $\pi$ -regularnih polugrupa. Teorema 1.1. daju se potrebni i dovoljni uslovi da  $r$ -poluprosta kongruencija na  $\pi$ -regularnoj polugrupi razdvajaju idempotente. Specijalno na  $r$ -polugrupi je dat eksplicitan opis  $r$ -poluproste kongruencija koja razdvaja idempotente (Teorema 1.2.). Ovaj rezultat jeste uopštenje jednog rezultata Meakina. Autor, takodje, opisuje najveću kongruenciju koja razdvaja idempotente na  $\pi$ -ortodoksoj  $r$ -polugrupi, strogo  $\pi$ -inverznoj polugrupi i na strogo  $\pi$ -inverznoj  $r$ -polugrupi, pri čemu se uopštavaju neki rezultati Howiea. U tački 2. glave IV autor razmatra mrežu  $r$ -poluprostih kongruencija koje na  $r$ -polugrupi razdvajaju idempotente. Dokazuje se da ova mreža jeste potpuna (Teorema 2.2). Autor ovde konstruiše jednu klasu skupova (u radu je označena sa  $B$ ) i dokazuje da postoji bijekcija od  $B$  na skup svih  $r$ -poluprostih kongruencija koje na  $r$ -polugrupi razdvajaju idempotente. Ovaj rezultat jeste uopštenje jednog rezultata Fiegebaum. U tački 3. ove glave daju se još neke karakterizacije kongruencija koje razdvajaju idempotente na  $\pi$ -regularnim polugrupama.

Kongruencija  $\rho$  polugrupe  $S$  jeste grupna ako je  $S/\rho$  grupa. Autor u glavi V razmatra ovakve kongruencije. Daje se najpre jedna karakterizacija za grupne kongruencije  $\pi$ -regularne polugrupe (Teorema 1.). Zatim se opisuje najmanja grupna  $r$ -polurposta kongruencija na  $r$ -polugrupi i na  $\pi$ -konvencionalnoj  $r$ -polugrupi (Teoreme 3 i 4). Dokazuje se, takodje, da  $r$ -poluproste grupne kongruencije  $r$ -polugrupe čine mrežu.

U glavi VI razmatrane su kongruencije čije su restrikcije na skupu idempotenata  $E$   $r$ -polugrupe jednake. U uvodu glave data je poznata definicija dopustivog razbijanja skupa  $E$  idempotenata polugrupe  $S$  i naveden je poznati rezultat da kongruencija polugrupe  $S$  na skupu  $E$  indukuje dopustivo razbijanje. Interesantan je obratni problem. Ako je  $U$  najmanja samokonjugovana podpolugrupa  $r$ -polugrupe  $S$  koja zadrži skup  $E$  i  $\tau$  normalna kongruencija na  $U$ , tada je opisana  $r$ -poluprosta kongruencija na  $S$  koja na skupu  $E$  daje isto razbijanje kao i  $\tau$ , (Teorema 1.). U Teoremi 2 opisana je najmanja takva kongruencija. J.Meakin je definisao normalno razbijanje podpolugrupe  $E$  ortodoksne polugrupe. Ista definicija se koristi i kod  $\pi$ -ortodoksne polugrupe. Teorema 5 i Teorema 6 daju opise najmanje i najveće  $r$ -poluproste kongruencije čije se restrikcije na podpolugrupi  $E$   $\pi$ -ortodoksne  $r$ -polugrupe poklapaju sa ekvivalencijom koja je indukovana normalnim razbijanje. Rezultati ove glave uopštavaju rezultate R.Fiegenbaum.

Na kraju rada navodi se literatura koju čine 53 bibliografske jedinice - članci, knjige monografije.

Materijal izložen u glavama od II do VI predstavlja originalan naučni doprinos autora proučavanoj problematici. Dokazi teorema su korektni. Autor u ovom radu, što se vidi iz izloženog, uvodi neke nove pojmove i daje neke nove konstrukcije za neke kongruencije. Na taj način dobija izvesna uopštenja rezultata iz ove oblasti.

Ovim radom mr Petar Protić je pokazao dobro poznavanje proučavane problematike i dao je originalan naučni doprinos proučavanoj problematici.

Predlažemo Naučnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu da rad "Kongruencije na  $\pi$ -regularnim polugrupama" mr Petra Protića prihvati kao doktorsku disertaciju i odredi Komisiju za usmenu odbranu.

Novi Sad

K O M I S I J A,

19860508

Akademik Dr Ćorgi Ćupona, redovni profesor Matematičkog fakulteta u Skoplju

*[Handwritten signature of Ćorgi Ćupona]*

Dr Svetozar Milić, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu

*[Handwritten signature of Svetozar Milić]*

Dr Stojan Bogdanović, vanredni profesor PMF-a u Novom Sadu

*[Handwritten signature of Stojan Bogdanović]*

Dr Siniša Crvenković, docent PMF-a u Novom Sadu

*[Handwritten signature of Siniša Crvenković]*

Čuvanje, 20. 05. 1986