

Целокупан је сатласан.  
Слађана Ђинђић

Наставно-научном већу  
Природно-математичког факултета и  
Већу за природно-математичке науке  
Универзитета у Крагујевцу

На седници Наставно-научног већа Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу, одржаној 26.12.2018. године (број одлуке 910/XII-1), предложени смо, а на седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу, одржаној 23.01.2019. године (број одлуке IV-01-18/18), изабрани смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом „**Логике са метричким операторима**” кандидата Ненада Стојановића, студента докторских академских студија математике на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу. Комисија је у следећем саставу:

1. др Миодраг Рашковић, редовни професор, председник комисије  
Математички институт САНУ  
Ужа научна област: Алгебра и логика
2. др Радосав Ђорђевић, ванредни професор, члан комисије  
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу  
Ужа научна област: Алгебра и логика
3. др Ангелина Илић-Степић, научни сарадник, члан комисије  
Математички институт САНУ  
Ужа научна област: Математичка логика
4. др Силвана Маринковић, доцент, члан комисије  
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу  
Ужа научна област: Алгебра и логика
5. др Марија Боричић, доцент, члан комисије  
Факултет организационих наука, Универзитет у Београду  
Ужа научна област: Математичке методе у менаџменту и информатици

Ненад Стојановић поднео је рукопис своје докторске дисертације Наставно-научном већу Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу на оцену. Чланови Комисије имали су детаљан увид у поменути рукопис, пажљиво га прегледали, проценили научни квалитет дисертације и указали на потребне корекције у сврху побољшања квалитета презентације научног материјала и добијених резултата. Кандидат је усвојио све сугестије Комисије чиме су се стекли услови да Комисија поднесе Наставно-научном већу Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу следећи

## ИЗВЕШТАЈ

### 1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области

Логике са метричким операторима представљају актуелну тему истраживања, како са аспекта математике, тако и других наука, а предмет истраживања докторске дисертације кандидата Ненада Стојановића су логике са метричким операторима развијене са циљем да унапреде изражајну моћ класичне исказне логике. У првом делу поред класификације простора растојања наведена су нека могућа растојања, односно метрике на скупу исказних формула. У другом делу дисертације представљене су модалне логике растојања чији логички системи у свом језику садрже листе унарних метричких оператора  $\{A^{\leq a} : a \in M\}$ ,  $\{A^{>a} : a \in M\}$ , где је  $M \subseteq \mathbb{R}^+$ , који се интерпретирају као „сви се налазе на растојању највише  $a$ ” и „сви се налазе на растојању већем од  $a$ ”, а које су намењене за резонување о растојањима, где се појам „растојања” схвата у широком, не обавезно просторном смислу. Садржај овог дела дисертације су резултати базирани на радовима Оливера Куца (O. Kutz).

У трећем делу дисертације описане су исказне логике са листама бинарних метричких оператора облика  $D_{\geq s}$  и  $D_{\leq s}$  који се интерпретирају као „растојање је бар  $s$ ” и „растојање је највише  $s$ ” и који омогућавају експлицитно резонување о растојању, а као мотив за проучавање наведених логика описан је реалан проблем из области медицинских наука. За наведене логике описане су класе модела и приказане аксиоматизације за које је показана потпуност. Овај део дисертације базиран је на оригиналним резултатима кандидата, као и на саопштењима кандидата на међународним и националним научним скуповима посвећених математичкој логици и рачунарству.

Развој поменутих логичких система омогућава решавање проблема које није могуће решити средствима класичне логике. Овако конципирана дисертација, у делу у коме се проучавају логике са бинарним метричким операторима, покрива део неистражених неклассичних логика, које у неким деловима личе на логике које су доминантне у радовима М. Рашковића, Р. Ђорђевића, З. Огњановића, Н. Икодиновића, А. Илић-Степић и других. Дисертација има директну примену приликом одређивања недостајућих података коришћењем математичких средстава што доприноси у извесној мери, развоју вештачке интелигенције у ситуацијама када је знање непотпуно или двосмислено.

## 2. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области

Докторска дисертација кандидата Ненада Стојановића садржи оригиналне научне резултате који нису били предмет ниједног до сада објављеног истраживања.

## 3. Преглед остварених резултата у одређеној научној области

Кандидат Ненад Стојановић је у досадашњем раду показао интересовање, самосталност и способност за научно-истраживачки рад у области Математичке логике, а посебно у развоју логичких система са бинарним метричким операторима. До сада има објављен један рад у часопису са SCI листе, и то категорије M21, два саопштења на скуповима међународног значаја штампана у изводу M34 и два саопштења на скуповима националног значаја штампана у изводу M64, што укупно чини 5 библиографских јединица.

### Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

1. N. Stojanović, N. Ikodinović, R. Djordjević, *A propositional logic with binary metric operators*, Journal of Applied Logics - IfCoLoG Journal of Logics and their Applications, 5 (8) (2018), 1605–1622. (ISSN 1570-8683, ISSN 2055-3706, IF(2016)=0,838), **M21**

### Саопштења на међународним научним скуповима штампана у изводу (M34):

2. N. Stojanović, N. Ikodinović, R. Djordjević, *Propositional logics with metric operators*, XIV Serbian Mathematical Congress, Kragujevac, May 16-19, 2018.

3. A. Milenković, N. Stojanović, M. Stanić, B. Popović, *Analysis of students mathematical problem-solving success in relation to gender and age*, XIV Serbian Mathematical Congress, Kragujevac, May 16-19, 2018.

### Саопштења на националним научним скуповима штампана у изводу (M64):

4. М. Рашковић, Н. Икодиновић, Н. Стојановић, *Possible applications of the probability logic in social sciences*, Четврта национална конференција „Вероватносне логике и њихове примене”, Београд, 3. октобар 2014.

5. Н. Стојановић, Н. Икодиновић, Р. Ђорђевић, *A propositional logic with metric operators*, Седма национална конференција „Вероватносне логике и њихове примене”, Београд, 7. новембар 2017.

#### 4. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Докторска дисертација кандидата Ненада Стојановића под називом „**Логике са метричким операторима**” у погледу обима и квалитета испуњава све захтеве који су постављени пријавом теме докторске дисертације. Циљеви дисертације су испуњени и добијени су очекивани резултати. Докторска дисертација је написана на 100 страна, при чему је цитирана литература наведена у оквиру 78 библиографских јединица.

Докторска дисертација се састоји од предговора, три поглавља, закључка и списка коришћене литературе.

У оквиру предговора приказана су општа разматрања и опис проблема истраживања. Изложена је основна идеја, предмет и основни циљеви рада, значај и допринос истраживања. У предговору је наведен и сажет приказ свих поглавља рада.

У првом поглављу дефинисани су најважнији појмови везани за функције растојања, затим наведен је низ особина које овакве функције могу имати, у зависности од њихове примене. На крају првог поглавља разматрана су растојања (метрике) дефинисана на скупу исказних формула, а размотрена су и нека актуелна питања везана за такве функције, што је илустровано примерима. Поменути примери су мотивација за посматрање логика које су представљене у трећем поглављу.

У уводном делу другог поглавља уведене су модалне логике растојања и логика растојања првог реда чији логички системи у свом језику садрже листе унарних метричких оператора. Техника филтрације која се користи у доказивању потпуности приказана је за модалне логике растојања са минималним скупом поменутих оператора  $D = \{A^{\leq a}, A^{>a}\}$ . Иста техника се користи и у доказима потпуности за друге модалне логике растојања. Оператори облика  $\{A^{\leq a} \mid a \in M\}$ ,  $\{A^{>a} \mid a \in M\}$ , где је  $M \subseteq \mathbb{R}^+$ , се интерпретирају као „сви се налазе на растојању највише  $a$ ” и „сви се налазе на растојању већем од  $a$ ”, а такве логике су намењене за резонување о растојањима, где се појам „растојања” схвата у широком, не обавезно просторном смислу. Садржај друге главе дисертације су резултати базирани на радовима Оливера Куца.

У трећем поглављу приказане су исказне логике са бинарним метричким операторима. Полазне основе чине резултати досадашњих истраживања модалних логика и неklasичних вишеверносних логика, као и логика са генерализованим квантификаторима и операторима, са посебним освртом на вероватносне логике које су изучаване од стране аутора окупљених око Семинара за вероватносне логике Математичког института САНУ у Београду, под руководством професора др Миодрага Рашковића. Недостаци неких од поменутих логика и недостаци класичне логике, као и идеје о побољшању изражајности, доводе нас до независног развоја нових логика, и као такве представљају основу за даља истраживања и надоградњу и примену истих. У овом поглављу дисертације описане су исказне логике са листама бинарних метричких оператора облика  $D_{\geq s}(\alpha, \beta)$  и  $D_{\leq s}(\alpha, \beta)$  који се интерпретирају као „растојање између формула  $\alpha$  и  $\beta$  је најмање  $s$ ” и „растојање између формула  $\alpha$  и  $\beta$  је највише  $s$ ” и који омогућавају експлицитно резонување о растојању, а као мотив за проучавање наведених логика је реалан проблем из области медицинских наука наведен у првом поглављу. За наведене логике описане су класе модела и приказане аксиоматизације за које је показана потпуност.

Закључак се састоји од неколико идеја за будућа истраживања логика са бинарним метричким операторима, као и констатацијом да би логике са метричким операторима требало довести у везу са вероватносним логикама.

На крају дисертације дат је преглед коришћене литературе која се састоји од 78 библи-

ографских јединица.

## 5. Научни резултати докторске дисертације

Најважнији резултати докторске дисертације кандидата Ненада Стојановића су следећи:

- Систематизовани су резултати из литературе који се односе на растојања и на модалне логике са унарним метричким операторима;
- Потпуност аксиоматизација исказних логика са метричким операторима:
  - $L_{PM}$ , логика чији су модели псеудометрички простори, а у којој нису дозвољене итерације метричких оператора и мешање исказних и метричких формула;
  - $L_M$ , логика која представља екстензију логике  $L_{PM}$  у којој нису дозвољене итерације метричких оператора и мешање исказних и метричких формула, а модели су метрички простори;
  - $L_{FAM}$ , логика која представља рестрикцију логике  $L_M$  у којој нису дозвољене итерације метричких оператора и мешање исказних и метричких формула, а метрички оператори имају сличне особине као условно-вероватносни оператори; модели су нормирани метрички простори;
  - $L_{\widetilde{PM}}$ , логика у којој су дозвољене итерације метричких оператора и мешање исказних и метричких формула, а модели су псеудометрички простори;
  - $L_{\widetilde{M}}$ , логика у којој су дозвољене итерације метричких оператора и мешање исказних и метричких формула, а модели су метрички простори;
  - $L_M^{FR(n)}$ , логика која представља рестрикцију логике  $L_M$  у којој су дозвољена само растојања са коначним унапред фиксираним рангом;
  - $L_{\widetilde{M}}^{FR(n)}$ , логика која представља рестрикцију логике  $L_{\widetilde{M}}$  у којој су дозвољена само растојања са коначним унапред фиксираним рангом.

## 6. Применљивост и корисност резултата у теорији и пракси

Формализми за представљање неодређених, нејасних или непотпуних података, различитих типова информација као и знања, имају велико интересовање у многим научним областима, посебно у ужим научним областима и гранама наука које директно утичу на развој нових технологија. Иако је данас доста развијена формализација вероватносног резоновања, где се могу јасно издвојити два приступа, тј. две врсте логика (логике са вероватносним квантификаторима, логике са вероватносним операторима), при решавању неких проблема погодније је користити функције растојања, а не вероватносну функцију.

Функције растојања су од суштинског значаја за многе области математике и рачунарских наука. Грубо речено, функције растојања изражавају степен сличности (или различитости)

између два објекта: матрице (у алгебри), графова (у дискретној математици, у комбина-  
торици), стратегија (у теорији игара), знања (у вештачкој интелигенцији), поруке (у теорији  
кодирања), стрингова (у теорији информација) и тако даље.

Урађена докторска дисертација припада области математичке логике и односи се на  
логику са метричким операторима које имају за циљ решавање проблема које није могуће  
решити средствима класичне логике.

Полазне основе чине резултати досадашњих истраживања модалних логика и неklasичних  
вишеверносних логика, као и логика са генерализованим квантификаторима и операторима,  
са посебним освртом на вероватносне логике. Недостаци неких од поменутих логика и  
недостаци класичне логике, као и идеје о побољшању изражајности, довели су до независног  
развоја нових логика, и као такве представљају основу за даља истраживања и надоградњу и  
примену истих. Добијени резултати имају директну примену у рачунарским наукама.

## 7. Начин презентовања резултата научној јавности

Резултати су презентовани научној јавности кроз радове објављене у међународним часо-  
писима.

## ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

Поднети рукопис докторске дисертације кандидата **Ненада Стојановића** под насловом  
„**Логике са метричким операторима**” представља оригинални научни рад из области Матема-  
тичке логике, урађен под менторством проф. др Небојше Икодиновића, ванредног профе-  
сора Математичког факултета Универзитета у Београду. Урађена докторска дисертација  
представља значајан допринос у проучавању исказних логика са бинарним метричким опе-  
раторима.

Квалитет научних резултата ове докторске дисертације је потврђен њиховом публикаци-  
јом у часопису са SCI листе категорије M21 и већег броја саопштења на националним и  
међународним научним конференцијама. С обзиром на све наведене чињенице, сматрамо да  
су испуњени сви научни, стручни и административни услови за прихватање наведене док-  
торске дисертације као оригиналног научног рада. Предлажемо Наставно-научном већу  
Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у  
Крагујевцу да кандидату **Ненаду Стојановићу** одобри јавну одбрану докторске дисертације  
под насловом „**Логике са метричким операторима**”.

У Београду и Крагујевцу

КОМИСИЈА:



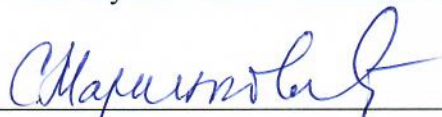
- 
1. др Миодраг Рашковић, редовни професор, председник комисије  
Математички институт САНУ  
Ужа научна област: Алгебра и логика



- 
2. др Радосав Ђорђевић, ванредни професор, члан комисије  
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу  
Ужа научна област: Алгебра и логика



- 
3. др Ангелина Илић-Степић, научни сарадник, члан комисије  
Математички институт САНУ  
Ужа научна област: Математичка логика



- 
4. др Силвана Маринковић, доцент, члан комисије  
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу  
Ужа научна област: Алгебра и логика



- 
5. др Марија Борчић, доцент, члан комисије  
Факултет организационих наука, Универзитет у Београду  
Ужа научна област: Математичке методе у менаџменту  
и информатици