

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Јелена З. Видаковић

**НАПРЕДНИ АЛГОРИТМИ
УПРАВЉАЊА МАНИПУЛАТОРИМА У
СИСТЕМИМА ЗА ТРЕНАЖУ ПИЛОТА
САВРЕМЕНИХ БОРБЕНИХ АВИОНА**

докторска дисертација

Београд, 2018.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Jelena Z. Vidaković

**ADVANCED CONTROL ALGORITHMS
FOR THE MANIPULATORS WITHIN
MODERN COMBAT AIRCRAFT PILOT
TRAINING SYSTEMS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2018.

Комисија за преглед и одбрану:

Ментор:

др Михаило Лазаревић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Чланови Комисије:

др Александар Обрадовић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет
др Данило Петрашиновић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет
др Томислав Шекара, редовни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет
др Владимир Квргић, виши научни сарадник,
Универзитет у Београду, Институт Михајло Пупин

Датум одбране: _____

Резултате садржане у докторској дисертацији докторант је реализовао у оквиру више истраживачких тема на пројекту ТР 35023 под називом „Развој уређаја за тренинг пилота и динамичку симулацију лета модерних борбених авиона и то 3-осне центрифуге и 4-осног уређаја за просторну дезоријентацију пилота“, руководилац др Владимир Квргић, који је финансиран од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије и координиран преко Лола Института. Сва истраживања везана за докторску дисертацију урађена су уз руковођење ментора проф. др Михаила Лазаревића.

Изјаве захвалности

Искрено се захваљујем свом ментору професору др Михаилу Лазаревићу за велику подршку током докторских студија и током израде докторске дисертације, кроз коју ме је водио својим искуством, стручном помоћу и саветима, и значајно утицао на њен квалитет. Желим да се посебно захвалим др Владимиру Квргићу, руководиоцу пројекта ТР 35023, за пружене смернице и помоћ приликом истраживања, а такође му се захваљујем на корисним коментарима у вези текста докторске дисертације. Топло се захваљујем свим члановима комисије, професору др Томиславу Шекари, редовном професору на Електротехничком факултету у Београду, др Александру Обрадовићу, редовном професору на Машинском факултету у Београду, и др Данилу Петрашиновићу, ванредном професору на Машинском факултету у Београду. Захвалност дугујем и свим професорима Машинског факултета у Београду код којих сам одслушала предавања на основним и докторским студијама.

Нарочиту захвалност желим да упутим Лола Институту за помоћ и подршку током рада, а посебно свим садашњим и бившим колегама из Сектора за роботiku.

Такође, желим да се захвалим мојој породици, на пруженој подршци и разумевању током израде ове дисертације.

Mojoj porodici

Напредни алгоритми управљања манипулаторима у системима за тренажу пилота савремених борбених авиона

Резиме

У овој докторској дисертацији представљена су истраживања на тему развоја напредних алгоритама управљања за два система за тренажу пилота савремених борбених авиона-центрифуге за тренажу пилота (центрифуге) и уређаја за просторну дезоријентацију пилота (УПДП-а). Ови уређаји су моделовани као троосни (центрифуга) и четвороосни (УПДП) роботски манипулатори (манипулатори) са цилиндричним зглобовима.

Представљена истраживања имају за циљ проширивање и продубљивање научних сазнања и достигнућа у области моделовања и управљања разматраних манипулатора у системима за тренажу пилота савремених борбених авиона, а која се могу применити и на серијске роботске манипулаторе у општем смислу. У оквиру ове дисертације су развијени нови и унапређени постојећи методи и модели у домену кинематике робота, развоја планера трајекторије, адекватног избора актуатора, и одабира правилне стратегије управљања кретањем представљених манипулатора.

Приказан је комплетан поступак развоја система управљања за центрифугу за тренажу пилота савремених борбених авиона, троосног манипулатора који остварује изузетно кинематички захтевне трајекторије, а који се базира на симулацијама дефинисаног кинематичког и динамичког модела, као и на методама реалистичних симулација предложених децентрализованих и централизованих метода управљања. Предложене методе управљања за центрифугу су примењене и на четвороосни уређај за просторну дезоријентацију пилота. Представљене методе моделовања, алгоритми у оквиру планера трајекторије, метода избора управљачког система, метода реалистичне симулације перформанси система управљања, и метода избора актуатора су примењиве и на општи случај роботског манипулатора са више степени слободе.

Кључне речи: Роботски манипулатор, центрифуга, просторна дезоријентација, тренажа пилота, управљање кретањем.

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Механика

УДК: 007.52:517.93:623.746.34(043.3)

531.1/.3(043.3)

Advanced Control Algorithms for the Manipulators within Modern Combat Aircraft Pilot Training Systems

Abstract

In this doctoral dissertation, a research considering development of the advanced control algorithms for two modern combat aircraft pilot training systems- Centrifuge Motion Simulator (centrifuge) and Spatial Disorientation Trainer (SDT) is presented. These devices are modeled and controlled as 3DoF (centrifuge) and 4DoF (SDT) robot manipulators with rotational axes.

The presented research aims to broaden and deepen scientific knowledge and achievements in the field of modeling and control of the considered modern combat aircraft pilot training systems, that can also be applied to a general serial robot manipulator. A new and an improved existing methods and models have been derived in the field of robot kinematics, trajectory planning, an adequate drive selection and control strategy choice.

A complete development process of a control system for the centrifuge, which is a manipulator that performs a highly challenging motion, based on simulations of the defined kinematic and dynamic models, as well as on realistic simulations of the proposed decentralized and centralized control methods, is presented. The control methods proposed for the centrifuge are also applied to the 4DoF SDT.

The modeling methods, the trajectory planning algorithms, the control system design and simulation methods, and the drive selection strategies, presented here for the considered manipulators within modern combat aircraft pilot training systems, are also applicable within the general robot manipulator's domain.

Keywords: Robot manipulator, centrifuge, spatial disorientation, pilot training, motion control.

Scientific discipline: Mechanical Engineering

Scientific subdiscipline: Mechanics

UDC: 007.52:517.93:623.746.34(043.3)

531.1/.3(043.3)

Списак слика

Слика 1.1. Виртуелни 3Д модел центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона [22].....	4
Слика 1.2. УПДП уређај са 4 степена слободе [22]	5
Слика 2.1. Жељени профил интензитета убрзања a (G -оптерећења).....	22
Слика 2.2. Кабина са $roll$ прстеном пројектована у САТИА софтверу [22].....	24
Слика 2.3. Пресек центрифуге у САТИА софтверу [22]	24
Слика 2.4. Пресек УПДП-а у САТИА софтверу [22].....	25
Слика 2.5. Чланови и осе ротације центрифуге.....	27
Слика 2.6. Осе ротације центрифуге [17]	28
Слика 2.7. Трансферзална G_x , латерална G_y и логитудинална G_z компонентна G -оптерећења[16], [17].....	28
Слика 2.8. Придружени КС и осе ротације у зглобовима УПДП уређаја.....	29
Слика 2.9. Проток информација у роботском систему [28]	30
Слика 3.1. Трансформација вектора из локалног координатног система у референтни	37
Слика 3.2. Гимбал са три степена слободе и случај када се један степен слободе губи-ситуација Gimbal lock	40
Слика 3.3. Денавит-Хартенберг параметри за случај два зглоба [28].....	41
Слика 3.4. Координатни системи центрифуге	43
Слика 3.5. Трансформација базног координатног система у први КС.....	44
Слика 3.6. Трансформација првог координатног система у други КС.....	44
Слика 3.7. Трансформација другог координатног система у трећи КС.....	45
Слика 3.8. Изабрана $Roll, Pitch, Yaw$ конвенција [28]	46
Слика 3.9. Тестирање решења директног и инверзног кинематичког задатка роботског манипулатора [23].....	51
Слика 3.10. Карактеристични вектори у отвореном кинематичком ланцу (Родригов приступ) [91].....	53
Слика 3.11. Центрифуга-осе ротације.....	54
Слика 3.12. Трећи координатни системи.....	57
Слика 3.13. Веза између координатних система везаних за енд-ефектор	57

Слика 3.14. Разлике између чланова матрице ротације 0R_3 добијене применом Д-Х конвенције и матрице 0R_3 добијене множењем матрице ротације енд-ефектора при Родриговом приступу матрицом ротације између два последња КС: а) Промена угла ротације првог члана; б); Промена угла ротације другог члана с) Промена угла ротације трећег члана; Разлике у члановима матрице добијених једначином (3.23) и применом (3.67) и (3.71) d) члан (1,1); е) члан (1,2); f) члан (1,3); g) члан (2,1); h) члан (2,2); i) члан (2,3); j) члан (3,1); k) члан (3,2); l) члан (3,3).....	58
Слика 3.15. Вектори угаоних и линеарних брзина координатних почетака КС придружених члановима роботског манипулатора у зглобовима	61
Слика 3.16. КС, угаоне брзине и угаона убрзања чланова центрифуге [17]	62
Слика 3.17. Визуелизација параметара јединичног кватерниона кроз везу са осом ротације и углом ротације	76
Слика 3.18. Базни координатни систем и осе ротације центрифуге у почетном положају-поглед одозго	81
Слика 3.19. Различити положаји при симулацији кретања центрифуге у 3Д виртуелном симулатору кретања [26]	84
Слика 4.1. Вектори укупног убрзања у центру инерције гондоле услед обртања руке центрифуге и утицаја гравитације.....	86
Слика 4.2. Остварена промена угаоне брзине руке центрифуге за задати прираштај $n_p=9$	92
Слика 4.3. Апроксимирано угаоно убрзање руке центрифуге за задати прираштај $n_p =9$	93
Слика 4.4. Жељено (црвена крива) и добијено Gz -оптерећење (плава крива).....	93
Слика 4.5. Промене угаоне брзине руке центрифуге за задати прираштај G -оптерећења $n_p=9$ добијена применом Јакобијеве елиптичке функције (плава крива) и преко модификоване Ојлерове методе (црвена крива)	97
Слика 4.6. Промене угаоне брзине руке центрифуге за задати прираштај G -оптерећења $n_p=9$ добијена применом Јакобијеве елиптичке функције и трапезоидном методом	98

Слика 4.7. Апсолутне вредности разлика у добијеним угаоним брзинама првог члана центрифуге добијених применом нумеричких метода за $n_p=9$	100
Слика 4.8. Жељена и добијена апсолутна вредност убрзања у центру инерције гондоле.....	102
Слика 4.9. Прелазак са константног интензитета на негативан нагиб интензитета убрзања a	104
Слика 4.10. Угаона брзина руке центрифуге добијена cRK методом за $n_p=9$	105
Слика 4.11. Угаона брзина руке центрифуге за $n_p=-9$	105
Слика 4.12. Дискретна линеарна промена прираштаја n_p	107
Слика 4.13. Заглађени профил убрзања a у центру инерције гондоле	109
Слика 5.1. Моменти и силе који делују на члан i роботског манипулатора ..	115
Слика 5.2. Потребан момент у првом зглобу за трајекторију са слике 4.13. .	119
Слика 5.3. Потребан момент у другом зглобу за трајекторију са слике 4.13.	119
Слика 5.4. Потребан момент у трећем зглобу за трајекторију са слике 4.13	120
Слика 6.1. Жељени профил G -оптерећења у центру инерције гондоле центрифуге.....	131
Слика 6.2. Трајекторије зглобова центрифуге за профил убрзања у центру инерције гондоле датог на слици 6.1. [35].....	131
Слика 6.3. Покретачки моменти чланова центрифуге за трајекторију на слици 6.1/6.2	132
Слика 6.4. Допринос кретања другог и трећег члана на величину покретачког момента првог члана τ_1	134
Слика 6.5. Профили жељеног и модификованог G -оптерећења у центру инерције гондоле центрифуге	139
Слика 6.6. Усвојени систем управљања за центрифугу	142
Слика 6.7. Метода израчунатог момента са додатим ПИД регулатором.....	143
Слика 6.8. Праћење позиције: а) зглоб 2, ПД регулатор (зелено); б) зглоб 3, ПИ регулатор (зелено); с) зглоб 2, ПД регулатор плус ИМ (црвено); д) зглоб 3, ПИ регулатор плус ИМ (црвено); е) зглоб 2, грешка у позицији ПД регулатор (зелено) и ПД регулатор плус ИМ (црвено); ф) зглоб 3,	

грешка у позицији ПИ регулатор (зелено) и ПИ регулатор плус ИМ (црвено) [35].....	149
Слика 6.9. Угаоне позиције, брзине и убрзања зглобова УПДП-а.....	150
Слика 6.10. Праћење трајекторије остварено ПД регулатором за LTI моделе актуатора са максималном вредношћу ефективне инерције (плава крива-жељена вредност q_{rk} , $k=1..4$) [22].....	152
Слика 6.11. Грешке у позицији за LTI моделе мотора са минималним и максималним вредностима ефективних инерција (плава боја-максимална вредност ефективне инерције) остварених позиционим ПД регулатором	153
Слика 6.12. Грешке у праћењу позиције помоћу методе израчунатог момента додате ПД регулатору (црвена крива) и са само ПД регулатором (плава крива), $A = 0.05$, $\omega_D = 100$	153
Слика 6.13. Грешке у праћењу позиције: метода израчунатог момента плус ПД регулатор-црвена крива, ПД регулатор-плава крива, $A = 0.125$, $\omega_D = 100$, брзине $\times 20$	154
Слика 6.14. Грешке у праћењу позиције: метода израчунатог момента плус ПД регулатор-црвена крива, ПД регулатор-плава крива, $A = 0.05$, $\omega_D = 100$, убрзања $\times 50$	155
Слика 6.15. Симулације угиба руке центрифуге	160
Слика 6.16. Симулација угиба склопа центрифуге	161
Слика 6.17. 3Д ФЕМ модел центрифуге у САТИА софтверу.....	164

Списак табела

Табела 3.1. Денавит-Хартенберг параметри за центрифугу.....	43
Табела 4.1. Локалне грешке и стабилност примењених нумеричких метода.	95
Табела 5.1. Коефицијенти метричког тензора центрифуге.....	125
Табела 5.2. Кристофелови симболи прве врсте.....	126
Табела 6.1. Параметри објекта управљања и ПИД регулатора за зглобове центрифуге $k = 2, 3$ за трајекторије зглобова које су дате на слици 6.2.	148
Табела 6.2. Параметри објекта управљања и УС-а за зглобове УПДП-а $k=1..4$ за трајекторију дату на слици 6.9.	151

САДРЖАЈ

1. УВОДНА РАЗМАТРАЊА.....	1
2. ОСНОВЕ РАЗВОЈА МАНИПУЛАТОРА У СИСТЕМИМА ЗА ТРЕНАЖУ ПИЛОТА САВРЕМЕНИХ БОРБЕНИХ АВИОНА	13
2.1. Значај и улога система за тренажу пилота са посебним освртом на центрифугу за тренажу пилота савремених борбених авиона (центрифугу) и уређај за просторну дезоријентацију пилота (УПДП) .	13
2.1.1. Анализа досадашњих изведених решења за центрифугу и УПДП.....	15
2.2. Основе пројектовања система за тренажу пилота савремених борбених авиона-центрифуге и УПДП-а.....	20
2.2.1. Усвајање технолошких захтева и конфигурације центрифуге	20
2.2.2. Усвајање технолошких захтева и конфигурације УПДП-а.....	22
2.2.3. Основе пројектовања система за тренажу пилота у софтверу за 3Д пројектовање.....	23
2.3. Развој система управљања уређаја за тренажу пилота-центрифуге и УПДП-а методама моделовања и управљања роботских манипулатора	25
2.3.1. Основни кинематички задатак центрифуге и уређаја УПДП	27
2.4. Примена система за управљање и програмирање робота Л-ИРЛ	29
2.4.1. Развој планера трајекторије центрифуге и УПДП-а на основу постављених технолошких захтева	31
3. КИНЕМАТИЧКИ МОДЕЛ ЦЕНТРИФУГЕ	33
3.1. Развој кинематичког модела центрифуге применом Денавит-Хартенберг (Д-Х) конвенције.....	35
3.1.1. Основе Денавит-Хартенберг конвенције.....	41
3.1.2. Одређивање матрица хомогене трансформације координата центрифуге.....	42
3.1.3. Решење директног кинематичког задатка центрифуге за геометријски модел дефинисан Д-Х конвенцијом.....	46
3.1.4. Решење инверзног кинематичког задатка центрифуге за геометријски модел дефинисан Д-Х конвенцијом.....	47

3.1.5. Тестирање алгоритама директне и инверзне кинематике.....	51
3.2. Родригов приступ при развоју кинематичког модела центрифуге	52
3.2.1. Одређивање матрица ротације центрифуге употребом Родриговог приступа	54
3.2.2. Веза између координатних система везаних за енд-ефектор кинематичких модела центрифуге добијених употребом Д-Х конвенције и применом Родриговог приступа	56
3.2.3. Решавање директног кинематичког задатка центрифуге применом Родриговог приступа	59
3.3. Брзине и убрзања центрифуге.....	60
3.3.1. Диференцијална кинематика центрифуге-класичан приступ базиран на општим теоремама кинематике	60
3.3.2. Диференцијална кинематика центрифуге применом матричног Родриговог приступа	64
3.4. Јакобијан матрица центрифуге	69
3.4.1. Сингуларне позиције центрифуге	72
3.5. Анализа примене приказаних метода за одређивање диференцијалне кинематике центрифуге	73
3.6. Нови алгоритам за решавање директног кинематичког задатка роботског манипулатора у простору кватерниона.....	74
3.6.1. Јединични кватерниони	75
3.6.2. Дуални кватерниони	77
3.6.3. Један нови алгоритам за решавање директног кинематичког задатка роботског манипулатора у простору дуалних кватерниона.....	79
3.6.4. Решавање директног кинематичког задатка центрифуге применом новог алгоритма у простору дуалних кватерниона	81
3.7. Осврт на кинематички модел УПДП уређаја.....	84
4. РАЗВОЈ НАПРЕДНИХ АЛГОРИТАМА ПЛАНЕРА ТРАЈЕКТОРИЈЕ ЗА ЦЕНТРИФУГУ	85
4.1. Линеарна промена интензитета убрзања у центру инерције гондоле	87
4.2. Решавање диференцијалне једначине кретања првог члана центрифуге	88

4.2.1. Решавање елиптичког интеграла и употреба Тејлоровог реда.....	88
4.2.2. Употреба нумеричких метода за решавање диференцијалне једначине кретања првог члана центрифуге.....	94
4.2.3. Решавање по убрзању-примена Ојлерове методе и занемаривање чланова вишег реда.....	101
4.3. Случај негативног прираштаја интензитета убрзања у центру инерције гондоле центрифуге.....	103
4.4. Заглађивање профила убрзања у центру инерције гондоле центрифуге.....	106
5. ДИНАМИЧКИ МОДЕЛ ЦЕНТРИФУГЕ.....	110
5.1. Решење директног динамичког задатка центрифуге применом општих теорема динамике крутог тела.....	113
5.2. Решење директног динамичког задатка центрифуге применом коваријантног облика Лагранжових једначине друге врсте на бази Родриговог приступа.....	120
6. РАЗВОЈ УПРАВЉАЧКОГ СИСТЕМА И МЕТОДЕ ЗА ИЗБОР МОТОРА ЦЕНТРИФУГЕ И УРЕЂАЈА ЗА ПРОСТОРНУ ДЕЗОРИЈЕНТАЦИЈУ ПИЛОТА.....	127
6.1. Управљање роботским манипулаторима.....	128
6.2. Метода за избор управљачког система роботског манипулатора базирана на симулацији динамичког модела.....	132
6.3. Метода избора актуатора роботског манипулатора базирана на апроксимативном динамичком моделу.....	134
6.4. Развој модела механичког подсистема актуатора роботског манипулатора.....	139
6.5. Симулације перформанси предложених управљачких система за центрифугу.....	141
6.5.1. Метода израчунатог момента.....	142
6.5.2. Избор појачања ПИД регулатора.....	143
6.5.3. Симулација перформанси система управљања за други и трећи члан центрифуге.....	146
6.6. Избор методе управљања за УПДП.....	149

6.7. Анализа утицаја деформабилности механичке структуре центрифуге на ефикасност развијених управљачких алгоритама применом структуралне анализе у САЕ окружењу	155
7. ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И НАУЧНИ ДОПРИНОС ДИСЕРТАЦИЈЕ	165
Литература	173
БИОГРАФИЈА.....	i
Изјава о ауторству	iii
Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада	iv
Изјава о коришћењу.....	v

1. УВОДНА РАЗМАТРАЊА

Борбени авиони новије генерације остварују нековенционалне летове који се одликују великим нападним угловима, веома агилним кретањима [1] са векторисањем потиска [2] у правцу све три осе, уз ротације око тих оса, при чему остварују вредности линеарних убрзања до $9g$ (g је Земљино убрзање), са прираштајем убрзања (трзајем) до $9g/s$ [3], [4]. Описани неконвенционални услови лета су присутни током обављања "суперманевара", [5], [6], [7].

Утицај суперманеврабилних трајекторија на човека још увек није у потпуности познат [7]. Услед изложености пилота високим вредностима гравито-инерцијалних сила (енг. *gravito-inertial forces* или *acceleration forces*), брзим променама ових сила, као и брзим променама оријентације на његову физиологију, способност пилота за управљање летелицом током лета са описаним неконвенционалним трајекторијама је смањена. Може се појавити губитак свести проузрокован високим G -оптерећењем, тзв. G -LOC (енг. *G-force induced Loss Of Consciousness*) [8]. Овде се под G -оптерећењем подразумева гравито-инерцијална сила која је бездимензиона величина дефинисана са $G=a/g$, при чему је $a=(a_n^2+a_t^2+g^2)^{1/2}$ интензитет укупног убрзања које делује на пилота услед деловања инерцијалних сила и силе гравитације¹ (a_n је нормално, а a_t је тангенцијално убрзање пилота) [9]. Инциденти проузроковани G -LOC-ом су укључивали фаталне последице [10]. Поред G -LOC-а, просторна дезоријентација је једна од највећих опасности по пилоте савремених борбених авиона [11]. Последице деловања описаних опасних услова на способност пилота за обављање задатака управљања летелицом морају бити тестиране. У ову сврху, намеће се потреба за развојем високо-

¹ У литератури на енглеском језику се ова бездимензионална величина пропорционална убрзању назива још и "acceleration force". У ваздухопловству се често ова величина, иако бездимензионална, изражава у јединици „g“. Тако, на пример, укупно убрзање $a=Gg$ од $98,1\text{ m/s}^2$ се означава и као $G=10g$ или $10G$ [80]

софистицираних уређаја за симулацију лета и тренинг пилота савремених суперманеврабилних борбених авиона.

Симулација лета и симулација параметара лета која омогућава безбедну и ефикасну обуку пилота и посаде је основна компонента тренинга пилота војне и комерцијалне авијације којом се избегавају високи трошкови рада и одржавања флоте летелица за потребе обуке пилота [12]. “Веродостојни симулатори лета (уопштеније системи за тренажу пилота) замењују хиљаде сати лета, а такође и смањују време између две сесије, услед чега се пилоти брже обучавају на управљање летелицом и поновно успостављање контроле након критичних ситуација“ [13]. Борбени авиони су ограничени у смислу максималног нивоа G -оптерећења којима могу бити изложени током одређеног временског периода, и морају се враћати на одржавање уколико је овај максимални ниво прекорачен [14]. Обука пилота у системима за тренажу даје велики допринос унапређењу безбедности лета, а са еколошког аспекта представља далеко повољнију алтернативу у односу на обуку на реалним летелицама [15].

Да би се веродостојно симулирали услови лета савремених борбених авиона у системима за тренажу пилота на тлу, неопходно је проучити и развити кинематичке моделе, динамичке моделе и управљачке стратегије датих система за тренажу пилота [16].

Центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона је систем за тренажу пилота који служи за остваривање високих вредности G -оптерећења којима је пилот изложен током лета савременим борбеним авиониома. Овај уређај се користи у сврху тестирања и оцењивања индивидуалних способности пилота, за тренажу пилота на G -оптерећења која су много већа од оних која се у нормалним околностима подносе у Земљиној гравитацији, као и за тестирање материјала. Центрифугу за тренажу пилота савремених борбених авиона (у даљем тексту центрифуга) је потребно развити тако да пружи безбедно окружење за остваривање и одржавање високог нивоа G -оптерећења (енг. *sustained acceleration*), и за остваривање високих прираштаја G -оптерећења [2]. Потребно је да убрзања која се симулирају у

центрифуги буду идентична онима које пилоти доживљавају током лета при најокретнијим маневрима [17], [18].

Уређај за просторну дезоријентацију пилота (УПДП) је тренажни систем за обуку летачког особља на процедуре и технике које им омогућавају да препознају, избегну и реше проблеме везане за просторну дезоријентацију и губитак свесности о окружењу приликом лета. УПДП служи да би се испитала способност пилота да препозна неуобичајене оријентације које се јављају при лету, да се адаптира на необичне позиције, и да се пилот обучи да верује у инструменте летелице уместо својим чулима [19], [20].

У овој дисертацији приказан је развој система управљања центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона и УПДП-а применом метода моделовања и управљања роботским манипулаторима.

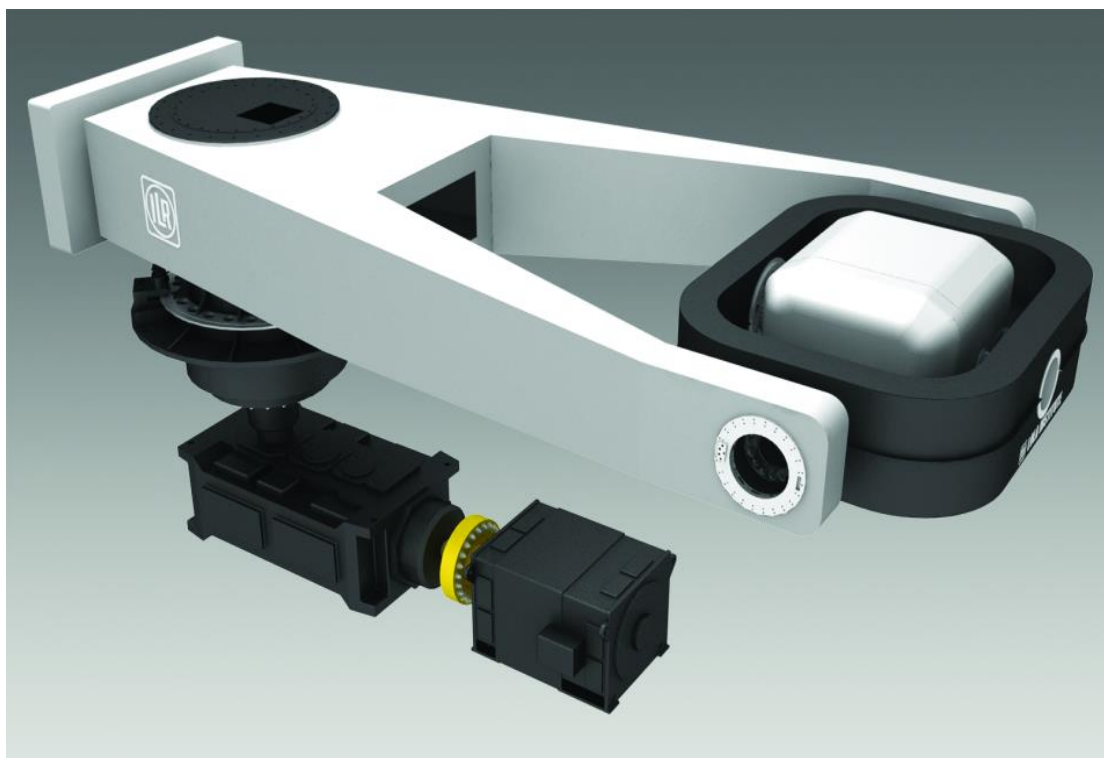
Иако код разматраних система за тренажу пилота не постоји општа мултифункционалност која по дефиницији одликује роботе² [21], ови уређаји суштински представљају отворене кинематичке ланце са везама у виду цилиндричних зглобова, и стога се методе моделовања и управљања у роботици намећу као логичан избор. Овде се сматра да везе код разматраних система припадају класи холономних склерономних веза.

У оквиру развоја система за тренажу пилота савремених борбених авиона који се развијају у Лола Институту и у Институту Михајло Пупин [22], центрифуга се моделира као роботски манипулатор са три степена слободе (3DoF) [17], [18], [23], а УПДП као роботски манипулатор са четири степена слободе (4DoF), [19], [20], [24]. Седиште пилота (или глава/груди пилота) се усваја за завршни уређај манипулатора (енд-ефектор).

Основно кретање центрифуге је обртање првог члана (руке центрифуге) око вертикалне осе. Рука центрифуге носи кардански улежиштену гондолу, која представља реплику кокпита, обртну око 2 осе које се секу у центру инерције гондоле: осе ваљања (*roll* осе) и осе пропињања-понирања (*pitch* осе). На слици 1.1 приказан је виртуелни 3Д модел центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона.

² У овој дисертацији се под роботом подразумева ужа категорија роботски манипулатор.

Високи интензитети гравито-инерцијалних сила у центру инерције гондоле, где је смештена глава пилота (или груди пилота, за одређене намене), постижу се ротацијом руке центрифуге велике дужине (најчешће од 7.5 до 8 m). *Roll* оса има опсег обртања $\pm 180^\circ$, а *pitch* $\pm 360^\circ$. Ротацијама око ове две осе се укупно убрзање које делује на пилота поставља у жељени правац [17], [18]. За потребе режима рада центрифуге “у отвореној петљи” потребно је симулирати предефинисане профиле убрзања у центру инерције гондоле.



Слика 1.1. Виртуелни 3Д модел центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона [22]

За изабрану конфигурацију уређаја за просторну дезоријентацију, ротација руке око вертикалне (планетарне) осе је примарно кретање. Рука носи жироскопски гондолски систем са омогућеним ротацијама око *yaw* (скретање), *pitch* и *roll* осе [19], [20]. Све осе имају могућност обртања $\pm 360^\circ$. Ротацијама око ових оса постижу се различите оријентације, а такође се могу симулирати и ниже вредности гравито-инерцијалних сила која делују на пилота. На слици 1.2 приказан је 3Д виртуелни модел УПДП-а.



Слика 1.2. УПДП уређај са 4 степена слободе [22]

Вишедеценијско искуство у области развоја индустријских робота у Лола Институту довело је до развоја серије робот контролера-система за управљање кретањем, програмирање и праћење рада робота (у даљем тексту Лола Робот Контролери)³. Најновији систем [25], [26], [27] послужио је као основа за развој управљачког система центрифуге и УПДП-а. Нови систем за управљање кретањем, програмирање и праћење рада робота је модуларан и реконфигурабилан, и дизајниран са императивом флексибилности у смислу увођења управљања за нови роботски систем.

Развој кинематичких модела представља почетни корак при развоју алгоритама управљања робота. У литератури из роботике се под кинематичким моделом роботског манипулатора често подразумева функционална веза између вредности унутрашњих координата, тј. угаоних позиција зглобова (мотора) манипулатора, са позицијом и оријентацијом енд-ефектора у референтном координатном систему. Кинематички модел роботског манипулатора, развијен на основу пројектованог механизма

³ Овде и у наставку текста, под робот контролером се сматра управљачка јединица у оквиру управљачког система робота.

манипулатора, заједно са интерполатором путање и серворегулатором представља основни управљачки систем роботског манипулатора.

Развој кинематичког модела роботског манипулатора у општем смислу подразумева и одређивање брзина и убрзања роботског манипулатора (угаоних брзина и убрзања чланова манипулатора и енд-ефектора, као и линеарних брзина и убрзања релевантних тачака манипулатора). За релевантне тачке манипулатора најчешће се усвајају центри инерција чланова манипулатора, као и тачке на осама ротација зглобова у којима могу бити смештени почеци координатних система који су придружени одговарајућим члановима. Ове величине су неопходне за развој динамичког модела манипулатора у разматраним системима за тренажу пилота, као и за развој алгоритама за остваривање жељених промена убрзања у центру инерције гондоле центрифуге .

Део Лола Робот Контролера чини програмски језик за програмирање индустријских робота *Lola-Industrial Robot Language* (Л-ИРЛ језик) [28]. Постојеће инструкције кретања (тзв. MOVE инструкције) у оквиру Л-ИРЛ језика омогућавају стандардна кретања у индустријској роботизи којима се остварују трајекторије енд-ефектора у виду тзв. Point to Point (РТР) или Continuous Path (СР) кретања. Ове инструкције кретања реализују се функцијама и процедурама у оквиру софтверског планера трајекторије. Саставни део Л-ИРЛ планера трајекторије представља интерполатор трајекторије чији су излази позиције, брзине и убрзања зглобова манипулатора које се у дискретним временским тренуцима шаљу ка серворегулаторима. Приликом развоја управљачког система за центрифугу, на основу анализе стандардних тренинга који се спроводе на центрифуги за тренажу пилота савремених борбених авиона, било је потребно реализовати нове функционалности (у софтверском смислу) везане за постизање жељених профила убрзања у центру инерције гондоле, где је смештена глава пилота. На основу развијених алгоритама управљања кретањима чланова центрифуге којима се остварују жељени профили убрзања у центру инерције гондоле који су развијени као део ове дисертације, у оквиру планера

трајекторије реализоване су нове инструкције кретања манипулатора, тзв. GMOVE инструкције кретања [17], [29].

Решење директног динамичког задатка роботског манипулатора којим се одређују моменти у зглобовима манипулатора којима је потребно покретати чланове како би се остварило жељено кретање манипулатора (тј. задате позиције, брзине и убрзања зглобова манипулатора)⁴, важно је за потребе димензионисања актуатора, за испитивања изводљивости задатих трајекторија, за симулацију кретања роботских манипулатора, за методе управљања базиране на динамичком моделу, итд.

Савремене методе управљања у роботизици подразумевају многе напредне управљачке стратегије као што су адаптивно управљање [30], интелигентно управљање [31], робусно управљање [32], примену емпиријски валидираних метода управљања помоћу неуралних мрежа, фази логике и слично [33], [34]. Предност једне методе управљања над другом зависи од намене робота (врсте апликација) и постављених захтева везаних за перформансу система, карактеристика механичке структуре, карактеристика актуатора, захтева за имплементацију итд [35].

Услед задатих високих вредности интензитета и брзих промена убрзања у центру инерције гондоле, трајекторије зглобова центрифуге су изузетно кинематички и динамички захтевне. До скоро је била пракса да се у оквиру робот контролера користи само кинематички⁵ модел манипулатора, пре свега због комплексности динамичких модела манипулатора који се одликују великом нелинеарношћу и динамичким спрезањем између чланова манипулатора током кретања. Сложеност израчунавања динамичког модела

⁴ У литератури из механике на српском језику директни динамички задатак манипулатора дефинише моменте и силе мотора којима је потребно покретати зглобове манипулатора како би се остварило жељено кретање манипулатора. У литератури на енглеском језику уопштено је прихваћена терминологија која је супротна оној на српском језику, тј. претходно наведени задатак се назива инверзним динамичким задатком роботског манипулатора [87], [89].

⁵ Овде се мисли на део кинематичког модела који се односи дефинисане функционалне везе између вредности угаоних позиција зглобова/мотора (унутрашњих координата) роботског манипулатора и позиција и оријентација релевантних тачака енд-ефектора (спољашњих координата) роботског манипулатора, тј. не укључујући брзине и убрзања роботског манипулатора.

робота је била превелика за управљање у реалном времену. Убрзани развој рачунара довео је до тога да сложеност израчунавања динамичког модела није више релевантна ставка приликом разматрања имплементације динамичког модела у робот контролер. Експериментом у Лола Институту измерено је да је Лола Робот Контролеру за шестоосни робот потребно мање од 1 ms за израчунавање директне динамике. Ипак, сам развој (извођење) динамичког модела манипулатора са више степени слободе представља комплексан задатак. Поред тога, исправно дефинисање параметара динамичког модела као што су нпр. трење, моменти инерције чланова итд. је често отежано у пракси. С обзиром на потешкоће које имплементација централизованих метода управљања базираних на динамичком моделу у робот контролер са собом носи, услед затворених серворегулатора комерцијално доступних мотора, потребно је путем веродостојних симулација перформанси система управљања испитати значај предности које увођење динамичког модела у управљање остварује [35]. Метода за реалистичну симулацију перформанси система управљања која узима у обзир карактеристике механичке структуре и ограничења мотора је приказана у овој дисертацији.

Системи за тренажу пилота који се разматрају у овој дисертацији спадају у тешку механизацију. Када се код оваквих система захтевају трајекторије које се одликују високим вредностима интензитета убрзања, што је случај са центрифугом за тренажу пилота савремених борбених авиона, намеће се потреба за актуаторима велике снаге. Већи актуатори изазивају повећање инерције манипулатора, потрошње енергије и цене реализације машине. Стога је приликом развоја овог уређаја један од приоритета остварити избор актуатора који ће бити довољне снаге да би могао довољно брзо да ротира чланове манипулатора, али и да буде што мање масе/инерције. Метода за избор актуатора роботског манипулатора базирана на апроксимативном динамичком моделу [17] која је коришћена при методи за избор актуатора центрифуге је приказана у овој дисертацији.

Као што је претходно речено, с обзиром на постављене технолошке захтеве, код центрифуге постоји потреба за развојем посебних софтверских

функционалности у оквиру планера трајекторије, везаних за симулацију линеарних профила интензитета убрзања у центру инерције гондоле. Поред тога, услед далеко захтевнијих кинематичких трајекторија центрифуге у односу на УПДП уређај, повећан је утицај нелинеарности у динамичком моделу и утицај динамичког спрезања између чланова манипулатора током кретања. Стога је акценат у овој дисертацији стављен на центрифугу за тренажу пилота савремених борбених авиона. Управљање УПДП уређајем је разматрано у смислу примене предложених управљачких алгоритама за центрифугу, које се односе на централизоване методе управљања базиране на динамичком моделу манипулатора.

Развој кинематичких и динамичких модела роботских манипулатора који се односи на горе наведену тренажу пилота је веома комплексан и ретко се налази у литератури. Приликом развоја управљачких алгоритама за разматране системе за тренажу пилота савремених борбених авиона, у оквиру ове дисертације предложени су и развијени нови (и унапређени постојећи) алгоритми моделовања и управљања овим уређајима, предложена је метода адекватног избора актуатора, као и методе симулације перформанси система управљања овим уређајима. Изведени закључци се могу уопштити за случај роботских манипулатора у општем смислу.

Постављени циљеви истраживања у оквиру докторске дисертације су:

- Анализа методологија, метода моделовања и алгоритама управљања у роботици, анализа праваца истраживања у савременој роботици са посебном пажњом на роботске манипулаторе.
- Анализа функционалних захтева система за тренажу пилота-троосне центрифуге и четвороосног уређаја за просторну дезоријентацију пилота, одговарајућих изведених и варијантних решења везаних за избор задовољавајућег концепта у управљању, идентификацију и класификацију технолошких захтева значајних за развој.
- Проучавање и развој алгоритама кинематике, динамике и управљања за троосну центрифугу и четвороосни уређај за просторну дезоријентацију пилота, који се могу применити на општи случај

роботског манипулатора. Дефинисање нових алгоритама управљања на основу уочених специфичности у кинематици и динамици наведених уређаја са аспекта роботике.

- Дефинисање алгоритама управљања кретањем центрифуге којим се остварује задата предефинисана промена G -оптерећења која делују на пилота током лета савременим борбеним авионима.
- Развијање метода за реалистичну симулацију перформанси система управљања разматраних уређаја за тренажу пилота, а које се могу применити за општи случај роботског манипулатора.
- Прилог моделирању разматраних роботских манипулатора на основу симулација остварених употребом савремених софтверских алата.

Научне методе које се примењују у оквиру дисертације су:

- Методе аналитичке механике и динамике система крутих тела.
- Методе математичког моделирања.
- Нумеричке методе, аналитичке методе и апроксимативне методе за решавање диференцијалних једначина целобројног реда.
- Методе линеарне алгебре.
- Метода (компаративне) анализе у оцени предложених кинематичких/динамичких модела.
- Метода синтезе система управљања кретањем механичких система.
- Методе нумеричке анализе базиране на употреби софтверских алата за извршавање методе коначних елемената у циљу извршавања процене утицаја деформабилности механичке структуре.

Текст дисертације је, поред уводног дела и закључка, организован у пет главних поглавља у којима је описан развој система управљања разматраних система за тренажу пилота.

Основе развоја система за тренажу пилота савремених борбених авиона-центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона и УПДП-а уз примену метода моделовања и управљања роботским манипулаторима приказане су у другом поглављу. Значај и улога система за тренажу пилота са посебним освртом на центрифугу и УПДП, као и обимна анализа изведених и

варијантних решења за дате системе је овде такође представљена. Усвојени поступак синтезе трајекторија, у смислу омогућених начина задавања (програмирања) жељеног кретања од стране корисника, у сагласности са постављеним технолошким захтевима који су усвојени на основу анализе релевантних процедура, стандарда, тренутне праксе и досадашњих изведених решења везаних за дате уређаје је приказан. Сумиране су специфичности датих уређаја са аспекта роботике (у смислу развоја планера трајекторије и управљања кретањем) анализом њихових задатака, а дефинисани су и правци у развоју управљачких алгоритама датих уређаја.

У Поглављу 3, представљено је одређивање кинематичких модела разматраних манипулатора најзаступљенијим конвенцијама и приступима у механици робота. За развој кинематичких модела центрифуге, ради провере, као и поређења и анализе сложености примене, коришћено је више метода. Приказано је одређивање сингуларних позиција центрифуге. Разлике кинематичког модела УПДП-а у односу на кинематички модел центрифуге су мале, и укратко су споменуте у овом поглављу. Закључци о ефикасности примене датих метода, примењиви на општи случај троосног роботског манипулатора са цилиндричним зглобовима, су приказани.

Развој алгоритама којима је имплементирана инструкција кретања програмског језика за програмирање робота која се односе на остваривање задатих линеарних профила интензитета убрзања у центру инерције гондоле центрифуге, са задатим прираштајима овог убрзања, приказан је у Поглављу 4. Овде је представљен случај када на пилота делује само G_z -оптерећење. Приказано је како се интензитет укупног убрзања у центру инерције гондоле остварује кретањем првог члана, тј. руке центрифуге, док друга и трећа оса служе за усмеравање резултантног убрзања, тј. за остваривање задатих вредности G_x , G_y и G_z -оптерећења. За развој алгоритма за управљање кретањем руке центрифуге коришћене су дискретизационе технике и нумеричке методе у оквиру нумеричких поступака за решавање нелинеарних диференцијалних једначина. За остваривање заглађивања профила интензитета убрзања у центру инерције гондоле на прелазима између задатих промена прираштаја интензитета овог убрзања

(заглађивање је значајно са аспекта управљања кретањем и продужавања века трајања мотора) коришћена је линеарна промена задатог прираштаја убрзања на бази дискретизационе технике уз примену аритметичке прогресије.

Динамички модели центрифуге, добијени применом Лагранжове методе и Њутн-Ојлерове методе су приказани у Поглављу 5. На основу симулације потребних момената у зглобовима за најзахтевније трајекторије центрифуге може се извршити иницијални избор актуатора овог уређаја. Такође, може се дефинисати значај утицаја динамичког модела манипулатора на управљање кретањем, и на основу тога извршити избор метода за управљање кретањем. У Поглављу 6 представљен је развој серво управљачких система за центрифугу и УПДП. Методологија заснована на примени динамичког модела манипулатора, којом се узима у обзир како перформанса система, тако и сложеност управљачког система и цена укупног уређаја, приказана је у овој дисертацији. Развијена је метода симулације директне динамике манипулатора којом се дефинише утицај нелинеарног динамичког спрезања између чланова манипулатора током кретања за усвојене репрезентативне трајекторије манипулатора, кроз доприносе ових величина у величини потребних момената у зглобовима. Примена алгоритма апроксимативне динамике при одабиру актуатора манипулатора је представљена. Развијене методе реалистичне симулације перформанси система управљања које омогућавају правилан избор управљачког система манипулатора су приказане. Симулација перформанси система управљања дата је за центрифугу и за УПДП уређај.

За истраживања, чији је део резултата приказан у овој дисертацији, база је успостављена научно-истраживачким и развојним пројектом Лола Института који је финансиран од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја [22], дугогодишња традиција Лола института у развоју управљачких система за индустријске роботе, и база знања и традиција у области роботике успостављена на Катедри за механику Машинског факултета у Београду.

2. ОСНОВЕ РАЗВОЈА МАНИПУЛАТОРА У СИСТЕМИМА ЗА ТРЕНАЖУ ПИЛОТА САВРЕМЕНИХ БОРБЕНИХ АВИОНА

2.1. Значај и улога система за тренажу пилота са посебним освртом на центрифугу за тренажу пилота савремених борбених авиона (центрифугу) и уређај за просторну дезоријентацију пилота (УПДП)

Појава суперманеврабилних трајекторија лета код савремених борбених авиона доводи до неопходности истраживања о ефектима ових неконвенционалних трајекторија на физиологију пилота и његову способност управљања летелицом [16]. Долази се до потребе да се истраживања обављају у системима за тренажу пилота, при чему је неопходно да развој ових уређаја прати развој летелица [15].

Седамдесетих година прошлог века, обука за цивилно и ратно ваздухопловство у реалним летелицама је далеко надмашивала обуку у симулаторима лета, јер су се симулатори лета тада сматрали непоузданима. Од средине осамдесетих година прошлог века, симулација лета постаје значајан фактор у тренажи пилота у ваздухопловству услед убрзаног развоја рачунара којим је омогућен убрзани развој симулатора лета [15], [36]. Од тада, у поређењу са садашњим тренутком, велика транзиција је направљена ка обуци пилота у системима за тренажу пилота (симулаторима лета/симулаторима параметара лета) кроз развој широког опсега уређаја који омогућавају општа тестирања и обуку, као и специфичне обуке за одређене летелице и одређене процедуре. Данас је употреба симулатора лета и система за тренажу пилота у цивилној и војној авијацији широко распрострањена и сматра се уобичајеном праксом [37]. Ипак, с обзиром на осетљиву област примене, као и због великих трошкова развоја система за тренажу пилота за примене у војној авијацији, постоји мало радова у литератури који описују карактеристике, а посебно развој постојећих система за тренажу пилота савремених борбених авиона.

Најчешћи симулатори лета на тлу су пројектовани као хексаподни уређаји [38], чија је намена остваривање веродостојне симулације услова лета са временом одзива које је веома блиско ономе у реалној летелици. Ови уређаји су посебно погодни за симулације услова лета који се одликују ниским вредностима G -оптерећења ($< 3 g$), као што је на пример симулација слетања, при чему реакција пилота веома зависи од веродостојности визуелних симулација и симулација кретања које обезбеђује симулатор лета [39]. Многи од ових уређаја су пројектовани на бази Стјуартове платформе [40]. У зависности од задатка симулације, постојећи симулатори лета могу бити релативно једноставни и малих димензија, или комплексни и/или велики у случајевима да симулација захтева постоље [41], [42], [43], [44], [45], [46].

Ефекти високог G -оптерећења укључују G -LOC, повреде врата, вибрационе ефекте, смањивање домета анvelope лета, вестибуларне илузије и ненамерне активације управљачких инструмената од стране пилота [47]. Према [3] и [4], пилоти савремених борбених авиона осећају убрзање до $9g$ са прираштајем убрзања до $9g/s$. Тренинзи пилота на високо G -оптерећење представљају део стандардне обуке пилота савремених борбених авиона [47], [48], [49].

Хексаподни симулатори лета нису у стању да произведу трајање високог нивоа G -оптерећења (*sustained acceleration*) [38]. За симулације високих G -оптерећења и њихових високих прираштаја која се појављују при лету савремених борбених авиона користе се центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона [41].

Поред G -LOC-а, феномен познат као просторна дезоријентација представља велики проблем пилота при управљању летелицом. Просторна дезоријентација током лета [11] је узрок несрећних случајева који изазивају губитак живота пилота и губитак авиона. Према најчешће коришћеној дефиницији која је прихваћена од стране великог броја земаља, просторна дезоријентација се односи на “немогућност да се тачно осети позиција, кретање или оријентација летелице или самог пилота у односу на фиксни координатни систем који чине површина Земље и гравитациона вертикала” [11]. Поједностављено се може описати као усвајање сопственог погрешног утиска пилота о својој позицији и кретању у односу на Земљину површину

[50]. У раду [51] наведено је да је 11 посто авионских инцидената у Америчкој војсци у периоду 1990-2005. проузроковано просторном дезоријентацијом. Инциденти узроковани просторном дезоријентацијом се не смањују у периоду од 1947-2010. [52]. Тренинг пилота на просторну дезоријентацију у уређајима за просторну дезоријентацију и симулаторима лета такође представља стандардни тренинг за пилоте савремених борбених авиона [49], [53], [54]. Правилном тренажом пилота, несреће настале услед просторне дезоријентације се могу смањити [55]. У последње време су појачана истраживања на тему дефинисања и синтезе одговарајућих трајекторија и модела којима се остварује симулација просторне дезоријентације пилота у различитим уређајима [56].

2.1.1. Анализа досадашњих изведених решења за центрифугу и УПДП

Центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона

У литератури се не могу наћи савремени прегледни радови на тему развоја и изведених решења центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона. Тренажа пилота у центрифугама на висока G -оптерећења почиње да се користи за време и непосредно након другог светског рата. Према [57] и [58], у свету постоји тек неколико десетина центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона (око 30). Ови подаци не обухватају период од 2006. године. Тренутно од комерцијалних произвођача постоје само амерички ЕТС (*Environmental Tectonics Corporation*) и Аустријски АМСТ (*Austria Metall System Technik*) [59].

Деведесетих година прошлог века објављена је серија радова [16], [60], [61], која се бавила развојем различитих управљачких алгоритама за центрифугу у којима се први пут појављује моделовање центрифуге као једног роботског манипулатора. Истраживања су се односила на центрифугу која се налазила у Wright Patterson Air Force Base, Dayton (маса 190 тона, крак дужине 7.62 m) која је у то време била једина центрифуга у САД која је имала одвојене погоне за све три осе [16]. За први члан који је погоњен са 3 електрична мотора се врши управљање по брзини, други члан је погоњен DC мотором, а трећи

хидрауличним мотором. За другу и трећу осу врши се управљање по позицији. Све три осе имају опсеге од $\pm 360^\circ$. У раду [60] испитана је употреба различитих ПИД регулатора са циљем смањења грешке праћења задате трајекторије. У [61] приказана је студија примене методе управљања базирана на концепту адаптивне *feedback* линеаризације. Нумеричке вредности симулација система управљања су дате за Хербст (*Herbst*) суперманевар [62], Кобра суперманевар [63] и *High Yo-Yo* заокрет [64].

У раду [65] је представљена центрифуга гоњена хидрауличним актуаторским системом. Овакав уређај има неке битне предности у односу на оне које користе електричне погоне, као што су повољан однос снаге и масе, мање време одзива, остваривање већих сила и момената, већа крутост и мање проблема везаних за електромагнетну интерференцију. Међутим, овакви мотори су значајно тежи за управљање у односу на електричне услед доминантнијих утицаја нелинеарности, икључујући нелинеарну карактеристику притисак/проток сервовентила, трење, нелинеарну природу притиска итд, као и због непоузданости параметара модела мотора. У овим истраживањима [65] рука центрифуге је управљана конвенционалним брзинским ПД регулатором, док је метода управљања клизним режимима базирана на фази логици коришћена за управљање *roll* и *pitch* угловима. Резултати симулације праћења трајекторије су подељени у растуће и опадајуће делове профила *Gz*-оптерећења са линеарном променом *Gz*-оптерећења.

У раду [66] представљен је алгоритам за остваривање тзв. *push-pull* маневра у коме се остварује изложеност пилота негативном *G*-оптерећењу на кратко време помоћу центрифуге.

Поред центрифуге са руком велике дужине, за тренажу пилота користе се и центрифуге са руком мање дужине које самим тим морају да остварују веће угаоне брзине чланова. У раду [67] приказана је једна таква центрифуга чија је рука дужине 2.82 m, максимално *G*-оптерећење које се може остварити је 4.7 *g*, са максималним прираштајем *G*-оптерећења од 0.25 *g/s*.

Крајем прошлог и почетком овог века у литератури се појављују радови везани за истраживања о остваривању *динамичке симулације лета* помоћу

центрифуге, која се односе на увођење тренаже пилота у “затвореној петљи”, при којој пилот врши управљање кретањем кабине преко палице као код хексаподних симулатора лета, на основу визуелних ефеката, читавања инструмената и остварених кретања центрифуге. Овакви уређаји се називају динамички симулатори лета (ДСЛ), и њихов развој је још увек актуелан [68]. Код ДСЛ време одзива симулатора на задату промену управљања од стране испитаника, које треба да буде слично ономе у реалној летелици, је критично за оцену квалитета динамичке симулације лета. У раду [39] наведени су основни критични проблеми при транзицији од центрифуге ка ДСЛ, а то су:

- 1) велико време одзива на промене управљања пилота палицом проузочковано огромном масом центрифуге, које не одговара прописима регулаторних тела за симулаторе лета;
- 2) паразитски ефекти које велика угаона убрзања при остваривању високих вредности прираштаја G -оптерећења имају на пилота, услед којих долази до поремећаја перцепције лета.

При развоју GFET серије центрифуга пројектованих од стране ETC корпорације, смањење времена одзива је постигнуто употребом већег мотора и смањивањем масе механизма центрифуге, смањењем кашњења преноса сигнала, повећавањем брзина хардверског управљачког дела [39]. Повећавање мотора и смањивање масе механизма центрифуге за последицу има велико повећање цене развоја и коришћења уређаја. У [69] су дате метода експерименталне анализе и експериментални резултати за оцену трансфера тренинга центрифуге Authentic Tactical Fighting System (ATFS) 400, која је из серије центрифуга за тренажу пилота коју развија ETC, за авион типа F/A-18. Карактеристике коришћене центрифуге су дужина крака од 7.6 m, максимално убрзање 25 g , максимални прираштај убрзања је 15 g/s . Ова студија је закључила да постоји неслагање између перформансе дате центрифуге и датог авиона јер убрзања која пилоти овог авиона осећају приликом лета ретко превазилазе 3 g , а такође оцењено је да дата центрифуга изазива многе нереалистичне и непожељне вестибуларне ефекте који нису присутни када пилоти изводе дати задатак на авиону. Према [70], код ДСЛ, с обзиром да авион има шест степени слободе, линеарно убрзање се постиже управљањем 3 осе центрифуге, али угаоно кретање које

пилот осећа се може симулирати једино помоћу визуелних симулационих система. “У будућности се очекује да се ДСЛ користи за процедуре излагања G-LOC-у и следствено процедури опоравка од G-LOCa, симулацијама *pilot-in-the-loop*, изложености високим прираштајима G-оптерећења, симулацијама великих нападних углова/равних окрета при изложености негативном G-оптерећењу, вежбама дисања при изложености високим G-оптерећењима, вежбама измењеног стања свести, вежбама процедура за стање опасности и слично” [71].

У последње време се према карактеристикама центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона комерцијалних произвођача могу уочити тенденције ка смањивању масе центрифуге. У [14] приказан је итеративни процес између 3D CAD дизајна и техника моделовања базираних на коначним елементима (ФЕ), а у циљу смањења масе центрифуге уз задржавање постојећих перформанси центрифуге.

Уређај за просторну дезоријентацију пилота

Као и код центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона, мало је присутно литературе на тему употребе и развоја УПДП уређаја [19], [72]. И у овом случају се појављују два иста комерцијална произвођача, ETC и AMST. Информације о просторној дезоријентацији се примарно добијају путем визуелних чула, проприоцепције и осећаја равнотеже. Према [73], просторна дезоријентација је класификована у 3 типа: Тип 1-непрепозната, Тип 2 препозната и Тип 3-онеспособљујућа. Више од 80 процената инцидената изазваних просторном дезоријентацијом се могу подвести под ова 3 типа. 70 до 80 процената несрећа проузрокованих просторном дезоријентацијом су Типа 1 [73].

У раду [74], наглашена је важност ефеката визуелног система код приказаног уређаја за симулацију просторне дезоријентације, и описани су проблеми при симулацији просторне дезоријентације при ноћним условима лета.

Методe моделирања просторне дезоријентације дате су у [53], [75], [76], [77]. “Постоји веома мало стандардизованих процедура за тренинге на просторну дезоријентацију, као и велико неслагање око тога како овај тренинг треба да

се имплементира. Уређаји за тренажу пилота на просторну дезоријентацију варијају значајно у величини и начину демонстрације просторне оријентације, од чистих уређаја за просторну дезоријентацију до симулатора лета” [54]. У раду [54] дат је извештај и процена о постојећим и потребним курсевима за 2008. годину у водећим НАТО армијама на дату тему са циљем иницијативе за стандардизацију тренинга на просторну дезоријентацију.

У раду [78] наведени су профили лета који се користе при симулацији просторне дезоријентације на симулатору лета Gyrolab 2000 коју је произвео ETC. Gyrolab 2000 је из серије Gyrolab тренажера који имају 4 осе ротације: планетарну, pitch, roll and yaw. Овакви тренажери служе за симулацију просторне дезоријентације уз тренинг на ниже вредности G -оптерећења. Оцењено је тај тренажер задовољава симулацију просторне дезоријентације за коришћене профиле лета. Најновији УПДП из ове серије је GYROLAB GL-4000.

У [45] наведено је да се за симулацију просторне дезоријентације у Чешкој војсци користе тренажери GYRO IPT. Ови симулатори лета имају 4 степена слободе, а пројектовани су од стране ETC корпорације [79]. Најновији УПДП из ове серије је GYRO IPT III са 6+1 степени слободе.

У [73] трансфер тренинга просторне дезоријентације на УПДП уређај типа Air Fox DISO произвођача AMST који је УПДП са 6+1 степени слободе је позитивно оцењен у тренизима и испитивањима за Индијску војску.

У [56] дат је предлог да се постојећи начини дефинисања трајекторија којима се врши симулација просторне дезоријентације морају побољшати, и то употребом уређаја који ће мерити параметре лета при којима се дешава просторна дезоријентација. Синтеза трајекторија оријентације летелице је извршена на основу излаза уређаја који се назива *Снимач инцидента при лету* на основу инцидента који су пилоти доживели у реалном лету, а везани су за просторну дезоријентацију.

2.2. Основе пројектовања система за тренажу пилота савремених борбених авиона-центрифуге и УПДП-а

При пројектовању система за тренажу савремених борбених авиона-центрифуге и УПДП-а, могу се издвојити следеће фазе [22]:

- 1) Дефинисање технолошких захтева, усвајање конфигурације уређаја и усвајање метода синтезе трајекторија датих система за тренажу пилота.
- 2) Пројектовање механичке структуре манипулатора у софтверу за 3Д пројектовање на основу усвојене конфигурације уређаја.
- 3) Развој управљачког система за управљање кретањем на основу усвојених метода за синтезу трајекторија датих уређаја и пројектоване механичке структуре.

Описана процедура није једносмерна.

Поред наведених фаза, развој система за тренажу пилота савремених борбених авиона укључује и развој додатних подсистема од којих су најбитнији: систем за праћење медицинских параметара, сигурносни системи, систем елемената за пренос информација, аудио-визелни систем итд [22].

2.2.1. Усвајање технолошких захтева и конфигурације центрифуге

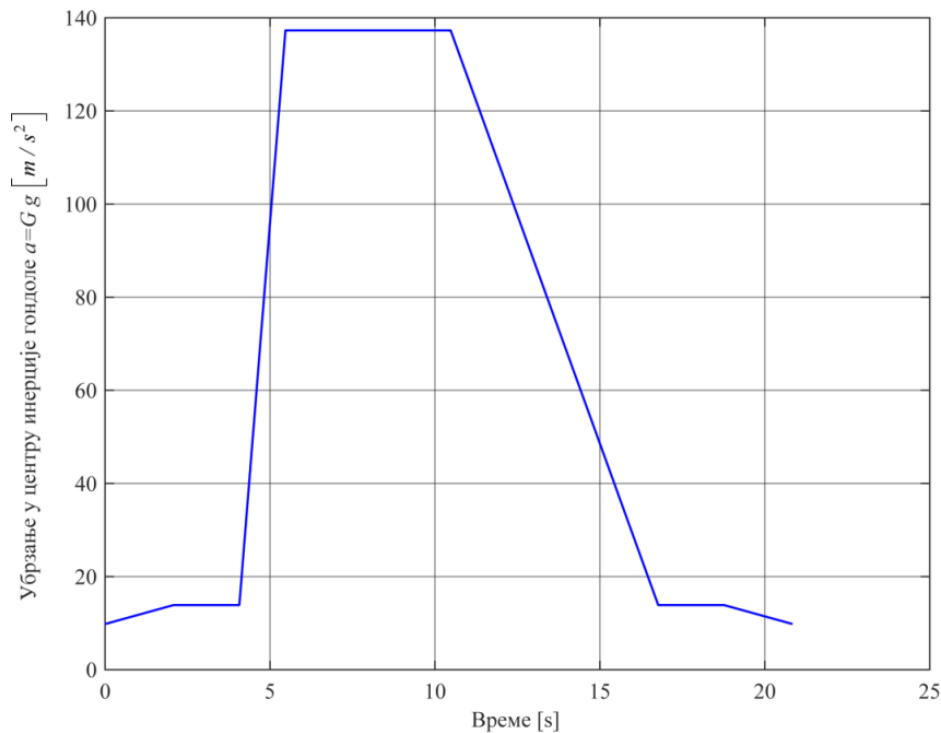
Стандард који се у литератури помиње везан за симулацију високих G -оптерећења у центрифугама за тренажу пилота савремених борбених авиона који се поштује у НАТО алијанси је STANAG 3827 [48]. Осим овог стандарда, од 1952 до 1996, саветодавна група НАТО алијансе АГАРД (*Advisory Group for Aerospace Research and Development -AGARD*) је издала публикацију са упутима везаним за симулацију високих G -оптерећења у центрифугама за тренажу пилота савремених борбених авиона [80]. Према [80], центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона треба да буде најмање 6 m дужине, и потребно је да остварује максимално убрзање у правцу Gz осе од најмање 12g са прираштајем убрзања од најмање 6g/s.

Према раду [81], STANAG 3827 [48] дефинише високо G -оптерећење као убрзање од минимум 7g у правцу Gz осе, са максималним прираштајем овог

убрзања од најмање 3 g/s. У [82], у сагласности са [48], предложени су профили Gz-оптерећења: 4 g -15 s; 5 g -30 s; 6 g -30 s; 7 g -15 s; 8 g -10 s; 9 g -5 s. Овде први број означава достигнуто Gz убрзање у центру инерције гондоле, а други број означава трајање датог убрзања. Према радовима [81] и [82], центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона треба да оствари максималну вредност убрзања у правцу Gz осе које је једнако или веће од 7 g, са максималним прираштајем овог убрзања које је најмање 3 g/s. За потребе пројекта развоја система за тренажу пилота савремених борбених авиона [22], одлучено је да се за остваривање симулације високих G-оптерећења развије центрифуга са 3 степена слободе са следећим карактеристикама: дужина руке центрифуге је 8m, максимални прираштај интензитета укупног убрзања у центру инерције гондоле за тренажу пилота је 9 g/s, максимални интензитет убрзања који се остварује у центру инерције гондоле за потребе тестирања пилота је 9 g, а за тестирање опреме је 15 g. Свака оса центрифуге се погони електромоторима. У овој дисертацији приказан је развој алгоритама управљања центрифугом која остварује задату симулацију Gz-оптерећења, с обзиром да је утицај овог оптерећења на пилота највећи и најзначајнији приликом лета савременим борбеним авионима. Профили убрзања у центру инерције гондоле су предефинисани, тј. остварује се режим рада симулације убрзања у “отвореној петљи”.

Синтеза трајекторија центрифуге

Са аспекта ове дисертације, која не улази у анализу датих профила убрзања, значајно је да се од центрифуге захтева остваривање линеарне промене апсолутне вредности убрзања у центру инерције гондоле $a=Gg$. За синтезу трајекторије центрифуге (омогућених начина задавања жељеног кретања од стране корисника уређаја), овде се усваја задавање прираштаја n_p убрзања a , тј. G , задавање постигнутог убрзања a , тј. G , и задавање времена трајања овог убрзања. На слици 2.1 дат је линеарни профил апсолутне вредности убрзања у центру инерције гондоле са задатим максималним убрзањем $a=Gg=15 g$ и прираштајима убрзања $n_p=9 g/s$ и $n_p=-2 g/s$.



Слика 2.1. Жељени профил интензитета убрзања a (G -оптерећења)

2.2.2. Усвајање технолошких захтева и конфигурације УПДП-а

За потребе пројекта развоја система за тренажу пилота савремених борбених авиона [22], одлучено је да се за потребе симулације просторне дезоријентације пилота развије УПДП уређај са 4 степена слободе. Конфигурација УПДП-а одговара конфигурацијама описаних GYROLAB симулатора [79]. Код усвојеног УПДП-а у односу на центрифугу се уводи додатна, друга оса, паралелна са првом осом ротације, а разлике између кинематичких модела ова два уређаја су незнатне.

Синтеза трајекторије УПДП-а

С обзиром да, као што је речено у Поглављу 2.1.1, не постоје стандардизовани тренинзи са дефинисаним параметрима за просторну дезоријентацију, потребно је корисницима овог уређаја обезбедити могућност да у потпуности могу сами да изврше синтезу трајекторија УПДП-а за потребе симулације просторне дезоријентације, тако што се омогућује слободно задавање промене трајекторија зглобова у времену. На овај начин се омогућава

оператерима да се трајекторије датог манипулатора задају према снимљеним трајекторијама лета или симулацијама лета, али се омогућавају и други начини задавања трајекторија УПДП-а за потребе симулације просторне дезоријентације.

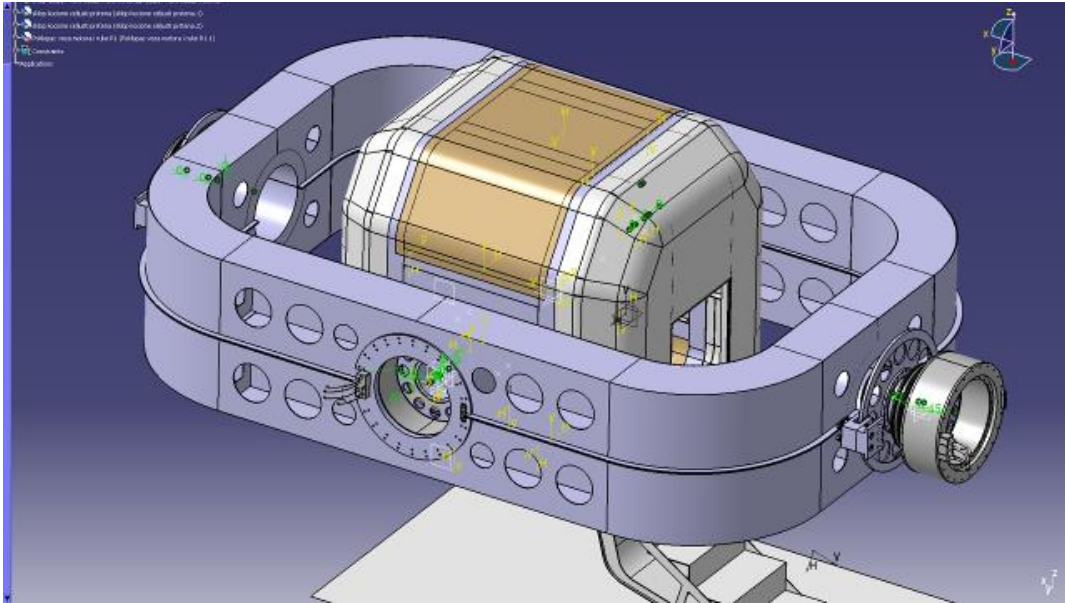
2.2.3. Основе пројектовања система за тренажу пилота у софтверу за 3Д пројектовање

Системи за тренажу пилота савремених борбених авиона који се развијају у оквиру пројекта [22] се пројектују у САТИА софтверском пакету [22].

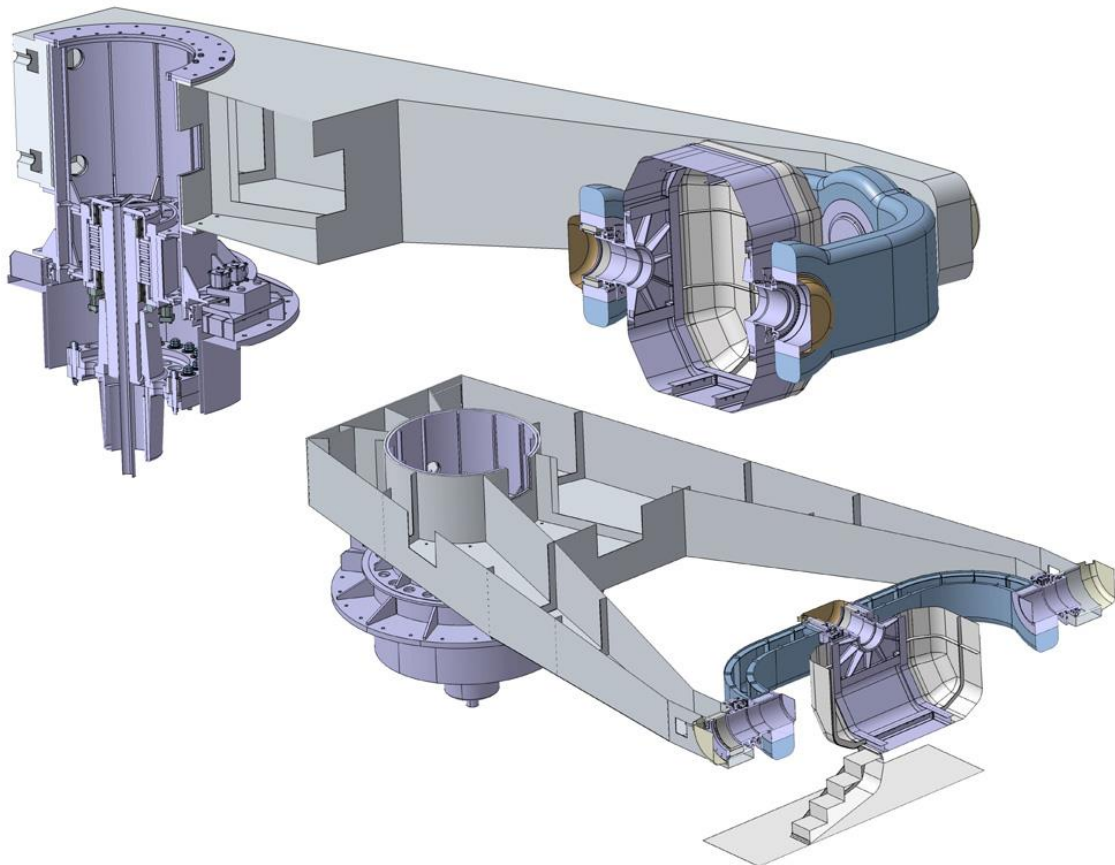
Један од циљева пројектовања механичке структуре је смањење масе уз очување потребне крутости и чврстоће делова, а без нарушавања задатих перформанси разматраних система за тренажу пилота. САТИА омогућава различите методе структуралне анализе уз употребу методе коначних елемената.

При развоју кинематичких и динамичких модела у овој дисертацији, усвојено је да се дати манипулатори моделирају као системи крутих тела. Поглавље 6.7. се бави испитивањем утицаја деформабилности механичке структуре пројектоване центрифуге на ефикасност изабраних управљачких алгоритама на основу симулација статичких и динамичких тестова у САТИА софтверу. Такође, у истом поглављу је приказано и одређивање природних фреквенција центрифуге модалном анализом помоћу методе коначних елемената у наведеном софтверу [83].

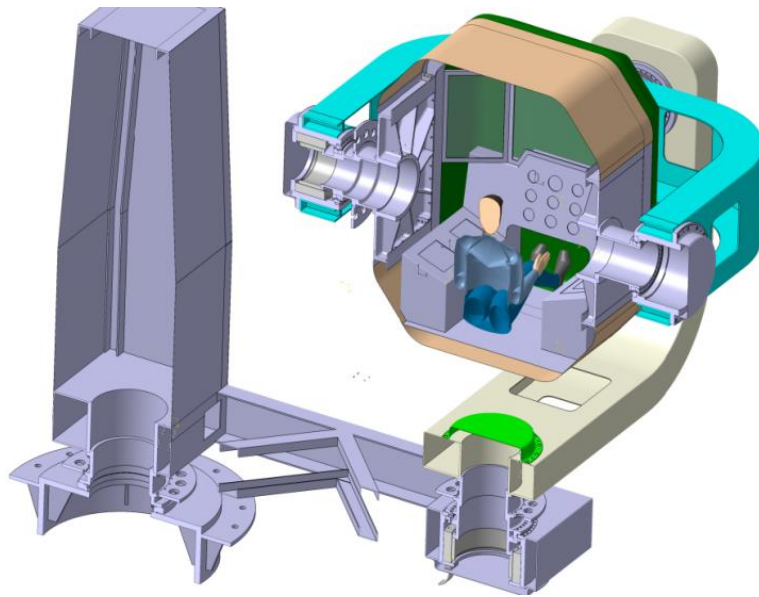
На слици 2.2. приказана је гондола пројектована у САТИА софтверу, која је развијена да буде прилагођена опреми као што је подесиво седиште, аудио/видео и комуникациона опрема, „анти-*g*“ опрема, опрема за праћење медицинских параметара и слично [22]. На сликама 2.3 и 2.4 су дати изабрани пресеци центрифуге и УПДП-а [22].



Слика 2.2. Кабина са *roll* прстеном пројектована у САТИА софтверу [22]



Слика 2.3. Пресек центрифуге у САТИА софтверу [22]



Слика 2.4. Пресек УПДП-а у САТИА софтверу [22]

2.3. Развој система управљања уређаја за тренажу пилота-центрифуге и УПДП-а методама моделовања и управљања роботских манипулатора

Системи за тренажу пилота који су тема ове дисертације се могу представити као отворени кинематички ланци са цилиндричним зглобовима. Методе моделовања и управљања у роботизици су веома погодне за развој система управљања за уређаје овог типа. Тема ове дисертације је развој нових и унапређење постојећих алгоритама управљања за манипулаторе у датим системима за тренажу пилота, узимајући у обзир њихове специфичне задатке са аспекта роботике.

За развој управљачког система роботског манипулатора, први и неопходни корак је дефинисање кинематичког модела. На основу дефинисаних функционалних веза између вредности угаоних позиција зглобова/мотора роботског манипулатора и позиција и оријентација релевантних тачака чланова роботског манипулатора могу се добити неопходни подаци за дефинисање и управљање позицијом и оријентацијом енд-ефектора у тродимензионалном простору. Дефинисање брзина и убрзања манипулатора (угаоних брзина и убрзања чланова манипулатора и завршног уређаја, као и линеарних брзина и убрзања релевантних тачака манипулатора) у функцији

тренутне конфигурације роботског манипулатора представља други део развоја кинематичког модела разматраног роботског манипулатора. Ове величине неопходне су за развој динамичког модела роботског манипулатора. Поред тога, неопходно је извршити дефинисање сингуларних позиција манипулатора.

Ради иницијалног избора актуатора манипулатора, за потребе испитивања изводљивости жељених трајекторија, као и за развој метода управљања базираних на динамичком моделу манипулатора, неопходно је развити динамички модел манипулатора.

С обзиром на велику масу датих манипулатора у системима за тренажу пилота савремених борбених авиона (а код центрифуге и веома кинематички захтевних трајекторија), потребно је остварити избор актуатора који ће бити довољне снаге да могу да остваре задате трајекторије чланова манипулатора, а да у исто време буду што мање масе/инерције.

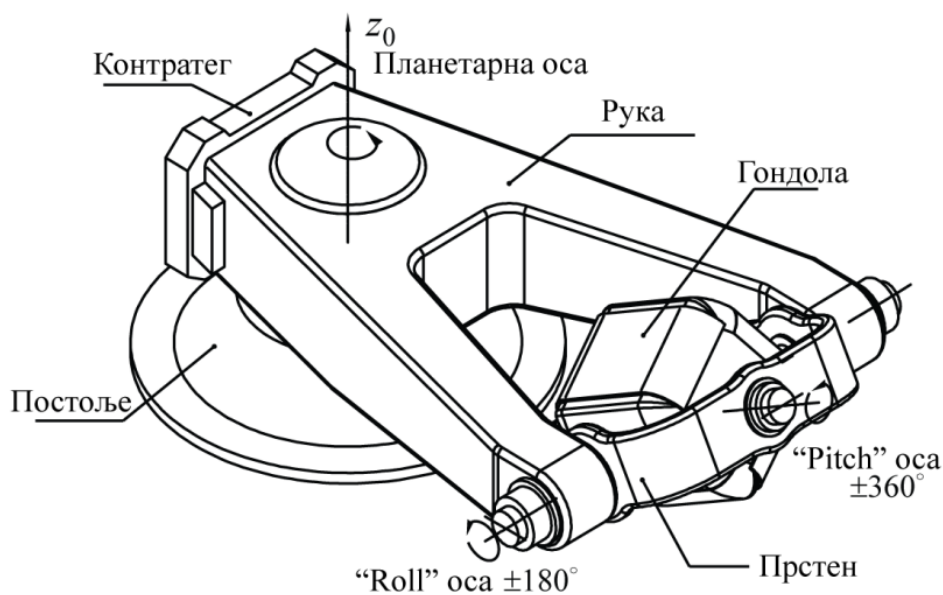
У оквиру развоја управљачког система, потребно је размотрити примену напредних метода управљања у роботици. У овој дисертацији размотрена је примена централизованих метода управљања манипулаторима базираних на динамичком моделу.

С обзиром да је развој система за тренажу пилота савремених борбених авиона веома скуп, а такође и у циљу смањивања укупног времена потребног за развој, изузетно је корисно размотрити потенцијалне управљачке стратегије паралелно са дизајном механичке структуре. Додатне предности које произилазе из симулације перформанси система управљања које су базиране на виртуелном моделу, пре реализације разматраних система за тренажу пилота, укључују мање безбедоносне ризике, као и могућност ре-дизајна механичке структуре у складу са перформансама разматраних система управљања. Да би се размотрила оправданост увођења потенцијалне напредне стратегије управљања, неопходно је путем веродостојних симулација перформанси система управљања испитати предности датог система у односу на стандардни ПИД регулатор [35].

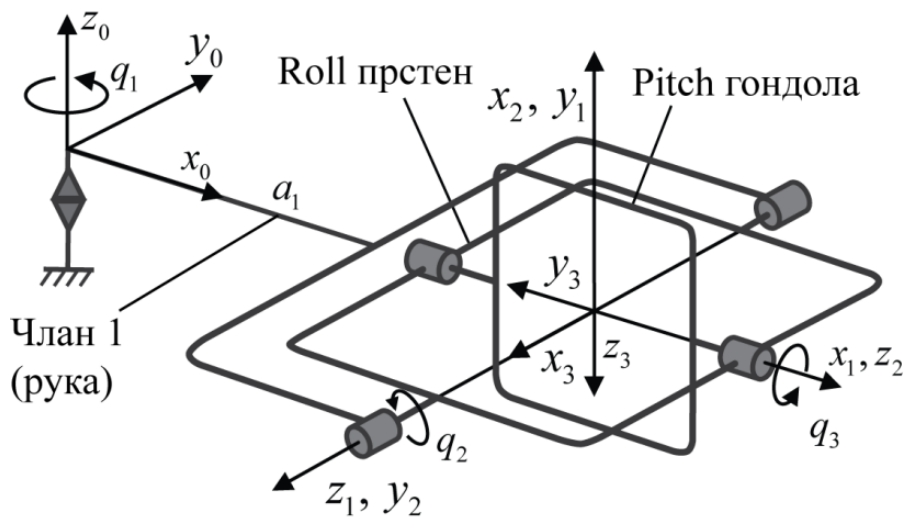
2.3.1. Основни кинематички задатак центрифуге и уређаја УПДП

Основни кинематички задатак центрифуге је да ротацијама око три осе, (планетарне, осе ваљања и осе пропињања/понирања) оствари убрзања која ће симулирати G -оптерећења која пилот осећа при лету савременим борбеним авионима [84]. На основу постављених технолошких захтева и усвојених метода за синтезу трајекторија којима се остварује симулација G -оптерећења датих у Поглављу 2.2.1, потребно је остварити задате профиле G -оптерећења у центру инерције гондоле који подразумевају линеарну промену интензитета G -оптерећења, тј. задавање константних прираштаја интензитета G -оптерећења.

Велике вредности интензитета укупног убрзања у центру инерције гондоле центрифуге, као и прираштај овог убрзања се постиже помоћу одговарајућег обртања руке велике дужине око вертикалне осе (услед велике дужине руке, остварују се велике вредности нормалног и тангенцијалног убрзања у центру инерције гондоле). Услед тога, као главно кретање усваја се обртање руке око вертикалне, планетарне осе. Рука носи прстен који ротира око осе ваљања (*roll* осе) и кабину која ротира око осе пропињања-понирања (*pitch* осе), слика 2.5, слика 2.6.

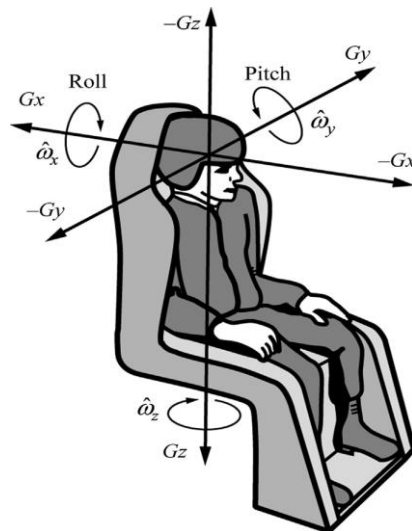


Слика 2.5. Чланови и осе ротације центрифуге



Слика 2.6. Осе ротације центрифуге [17]

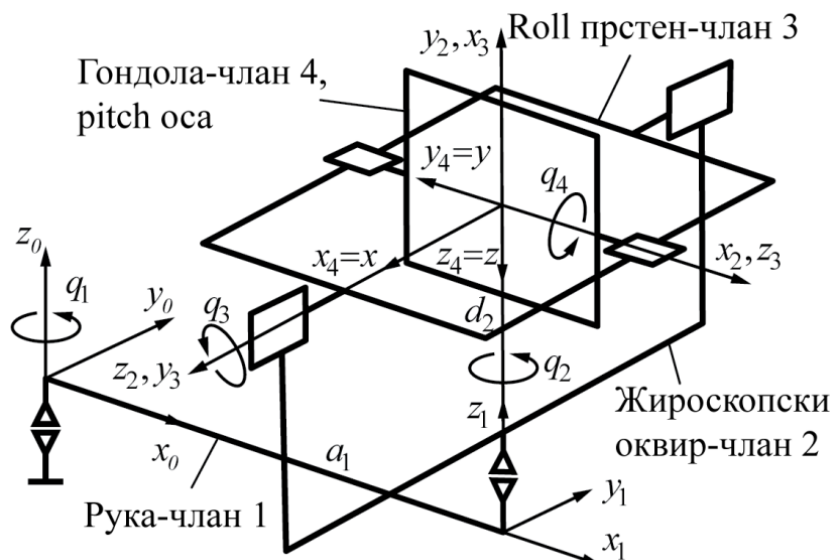
Осе координатног система које су придружене пилоту су: x оса која иде у правцу од лица ка леђима, y оса која се протеже од десне ка левој страни тела, и z оса у правцу од главе ка карлици, слика 2.7. Потребно је да центрифуга својим кретањем оствари задату трансферзалну G_x , латералну G_y и лонгитудиналну G_z силу, и угаоне брзине $\hat{\omega}_x$, $\hat{\omega}_y$ и $\hat{\omega}_z$ (слика 2.7) [17].



Слика 2.7. Трансферзална G_x , латерална G_y и лонгитудинална G_z компонентна G -оптерећења [16], [17]

Са друге стране, кинематички задатак УПДП уређаја је остваривање задатих оријентација пилота ротацијом чланова овог манипулатора око четири осе

[22]. Од овог уређаја се не захтева остваривање тако захтевних трајекторија зглобова манипулатора као код центрифуге. Координатни системи придружени зглобовима манипулатора уређаја УПДП и осе ротације дате су на слици 2.8.



Слика 2.8. Придружени КС и осе ротације у зглобовима УПДП уређаја

2.4. Примена система за управљање и програмирање робота Л-ИРЛ

Систем за управљање, програмирање и праћење рада робота Лола Робот Контролер (Л-ИРЛ систем) послужио је као основа за развој система за управљање и програмирање центрифуге и уређаја УПДП [17], [18]. У Лола Институту развијена је серија робот контролера (роботских управљачких јединица) и константно се ради на унапређивању досадашњих решења и развијању нових у области робот контролера [25]. Нови систем за управљање, програмирање и праћење рада робота је софверски оријентисан, отворене архитектуре, модуларан, реконфигурабилан [85]. Управљање у реалном времену се врши Orococos (Open RObot COntrol Software) софтвером у real-time Linux окружењу [86]. Суштина развијеног робот контролера је да се систем може лако конфигурирати додавањем одговарајућих компонената за потребе управљања различитих типова робота и вишеосних машина алатки као што су: шестоосни индустријски робот, петоосни робот за машинску

обраду, троосна машина паралелне кинематике за глодање, троосни делта робот, троосна центрифуга, четвороосни УПДП, итд.

Горе поменути систем за управљање кретањем роботских манипулатора састоји се од неколико основних компонената: 1) планер трајекторије са инверзном кинематиком и интерполатором трајекторије; 2) серво механизам; 3) комуникационе везе; 4) помоћни уређаји. Све компоненте су софтверски и хардверски реализоване. При томе, електромотори поседују сопствене серворегулаторе којима остварују задате моменте (силе), тј. брзине чланова роботског манипулатора.

У току *off-line* режима рада, на основу програма који је оператер задао у апликативном програму у програмском језику Л-ИЛР преко инструкција кретања, [27] и [28], у планеру трајекторије се рачунају вредности угаоних позиција, брзина и убрзања зглобова манипулатора за низ временски дискретних тренутака којима се остварује задата трајекторија манипулатора. На слици 2.9 приказан је проток информација у роботском систему.



Слика 2.9. Проток информација у роботском систему [28]

2.4.1. Развој планера трајекторије центрифуге и УПДП-а на основу постављених технолошких захтева

Ради употребе Л-ИРЛ програмског језика, који служи за програмирање и управљање кретањем роботских манипулатора, за синтезу трајекторија роботских манипулатора у оквиру разматраних система за тренажу пилота, потребно је узети у обзир технолошке захтеве који су дати у Поглављу 2.2.

У постојећим стандардним MOVE инструкцијама кретања које се након имплементирања кинематичког модела манипулатора користе за програмирање индустријских робота у програмском језику Л-ИРЛ, могуће је дефинисати позицију и оријентацију енд-ефектора, као и брзине и убрзања енд-ефектора.

С обзиром да је усвојеним технолошким захтевом и усвојеним параметрима за синтезу трајекторије центрифуге неопходно дефинисати интензитет убрзања у центру инерције гондоле, као и прираштај интензитета овог убрзања (трзај), стандардне MOVE инструкције кретања Л-ИРЛ језика не могу да се користе за програмирање кретања центрифуге (за ову сврху). Стога је неопходно реализовати софтверске функције и процедуре у оквиру Л-ИРЛ језика које ће кориснику омогућити задавање жељених линеарних профила интензитета убрзања у центру инерције гондоле, тј. развити нове алгоритме управљања кретањем чланова центрифуге којима се остварују наведена жељена кретања центрифуге. Ове алгоритме је потребно имплементирати у оквиру нове GMOVE инструкције кретања језика Л-ИРЛ [17].

На основу усвојеног технолошког захтева и омогућених начина задавања трајекторија уређаја УПДП датом у Поглављу 2.2, за управљање кретањем УПДП-а помоћу програмског језика Л-ИРЛ у општем случају се могу користити постојеће MOVE инструкције кретања (РТР и СР инструкције кретања).

За програмирање центрифуге и уређаја УПДП стандардним MOVE инструкцијама кретања, из постојећег робот контролера за индустријске

роботе преузет је планер трајекторије који у себи садржи и интерполатор трајекторије.

3. КИНЕМАТИЧКИ МОДЕЛ ЦЕНТРИФУГЕ

Роботски механизми се суштински развијају ради остваривања жељених кретања, те стога кинематика робота представља фундаментални аспект развоја, анализе, управљања и симулације у роботизици. Посебан акценат у проучавању кинематике је на геометрији структуре роботског манипулатора који се моделује као кинематички ланац са више степени слободе кретања. У литератури из роботике се под појмом *кинематички модел* подразумева пре свега функционална веза између угаоних позиција зглобова/мотора роботског манипулатора и позиције и оријентације завршног уређаја [87]. Ова функционална веза се понекад назива и геометријски модел [88] роботског манипулатора, док се дефинисање релевантних брзина и убрзања роботског манипулатора у функцији тренутне конфигурације манипулатора често назива диференцијалном кинематиком [89]. Динамички модел роботског манипулатора се не мора узети у обзир при управљању манипулатора, тј. целокупно управљање се може заснивати само на кинематичком моделу.

Кинематички ланац је скуп крутих тела-чланова која су међусобно повезана зглобовима који обезбеђују међусобну ротацију или транслацију чланова, при чему се на почетку ланца налази база (основа) роботског манипулатора, а на крају ланца је завршни уређај (енд-ефектор, енг. *end-effector*).

У општем случају, померање крутог тела се састоји из транслације и ротације, те стога круто тело у тродимензионалном простору има 6 степени слободе кретања. У случају општег кретања крутог тела за Лангражеве координате могу се усвојити три независне координате (на пример Декартове правоугле) произвољне тачке тела, којима је једнозначно одређен положај те тачке, што је у механици робота познато под називом *позиционирање* разматраног тела (нпр. енд-ефектора). За остале три координате усвајају се друге три независне координате које једнозначно одређују обртање крутог тела у односу на претходно изабрану тачку, што је познато у механици робота као *оријентација* истог. У роботским системима је од највеће важности

познавање тачне позиције и оријентације енд-ефектора. Да би се роботски манипулатор кретао у тродимензионалном простору где обавља одређене задатке, потребно је управљати позицијом и оријентацијом завршног уређаја.

Позиција крутог тела се може дефинисати вектором положаја почетка координатног система придруженог том телу у односу на референтни координатни систем. Оријентација крутог тела се може дефинисати на више различитих начина, нпр. помоћу матрица ротације, *угао-оса* (енг. *axis-angle*) репрезентације, Ојлерових углова итд.

Постоје два основна задатка кинематике робота: задатак директне и задатак инверзне кинематике. Задатак директне кинематике се односи на одређивање позиције и оријентације завршног уређаја роботског манипулатора (дефинисаних преко спољашњих координата) у функцији задатих вредности угаоних позиција зглобова роботског манипулатора (унутрашњих координата). Унутрашње координате се у сваком тренутку могу добити читавањем сензора инсталираних у зглобовима. Задатак инверзне кинематике се односи на одређивање вредности унутрашњих координата за задате вредности спољашњих координата. Сложеност развоја алгорита директне кинематике је у односу на алгорита инверзне кинематике значајно мања; проблем је једноставнији за решавање и једнозначан је (за разлику од задатка инверзне кинематике код кога се може појавити проблем вишезначности решења), и увек постоји решење овог задатка [87].

У литератури је присутно више конвенција за дефинисање геометрије роботског манипулатора. Једна од веома заступљених метода је Денавит-Хартенберг конвенција [90] која омогућава да се одреди веза између позиција и оријентација чланова роботског система, односно добије одговарајући кинематички модел истог. Такође, често се појављује приступ у моделовању кинематике роботског манипулатора заснован на Родриговој ротационој формули [91]. Поред развоја кинематичких модела у Декартовом простору, они се могу развијати и у простору кватерниона [92]. Предности моделовања кинематике роботског манипулатора једном методом у односу

на друге се дефинишу према сложености примене за дати манипулатор (сложености развоја модела), могућности имплементације у робот контролер у смислу развијених техника програмирања кретањем манипулатора, као и према потреби за даљу употребу кинематичких једначина у оквиру развоја алгоритама динамичког модела, или у оквиру примене у управљачким алгоритмима. У овој дисертацији, кинематички модел центрифуге је дефинисан употребом више конвенција за дефинисање геометрије роботског манипулатора: Д-Х конвенцијом, Родриговим приступом, и у простору кватерниона. Потребно је нагласити да се сви математички формализми који су у овом поглављу представљени односе на координатне системе дефинисане оријентације. Овде ће се користити координатни системи десне оријентације.

С обзиром да је центрифуга манипулатор који има специфичан задатак да остварује задати профил убрзања у центру инерције гондоле, у четвртом поглављу овде дисертације приказано је и дефинисање инверзне кинематике центрифуге на нестандардан начин, где је улаз у алгоритам инверзне кинематике задати линеарни профил G -оптерећења у центру инерције гондоле.

3.1. Развој кинематичког модела центрифуге применом Денавит-Хартенберг (Д-Х) конвенције

Матрице трансформације координата

Оријентација координатног система i у односу на координатни систем j се може одредити дефинисањем јединичних вектора оса локалног координатног система $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$ у односу на јединичне векторе оса референтног координатног система $(\hat{x}_j, \hat{y}_j, \hat{z}_j)$.

Матрица ротације ${}^j\mathbf{R}_i$ је матрица која има особину да када њоме помножимо вектор, остварујемо промену оријентације вектора у простору, док му интензитет остаје исти [93]. Чланови матрице ротације су скаларни

производи јединичних вектора оса локалног и референтног (нпр. фиксног, тј. базног) координатног система:

$${}^j \mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \cos(\hat{\mathbf{x}}_j, \hat{\mathbf{x}}_i) & \cos(\hat{\mathbf{x}}_j, \hat{\mathbf{y}}_i) & \cos(\hat{\mathbf{x}}_j, \hat{\mathbf{z}}_i) \\ \cos(\hat{\mathbf{y}}_j, \hat{\mathbf{x}}_i) & \cos(\hat{\mathbf{y}}_j, \hat{\mathbf{y}}_i) & \cos(\hat{\mathbf{y}}_j, \hat{\mathbf{z}}_i) \\ \cos(\hat{\mathbf{z}}_j, \hat{\mathbf{x}}_i) & \cos(\hat{\mathbf{z}}_j, \hat{\mathbf{y}}_i) & \cos(\hat{\mathbf{z}}_j, \hat{\mathbf{z}}_i) \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Колоне ове матрице представљају пројекције ортова локалног координатног система у односу на референтни:

$${}^j \mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} {}^j \hat{\mathbf{x}}_i & {}^j \hat{\mathbf{y}}_i & {}^j \hat{\mathbf{z}}_i \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Матрице ротације које описују ротацију за угао θ око x, y, z осе референтног координатног система су следствено дате са:

$$\mathbf{R}_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{R}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Матрица ротације око било које друге осе се може добити из једначина (3.3-3.5) употребом матричног множења по редоследу извршавања.

Чланови матрице ротације нису међусобно независни, с обзиром да круто тело има само три ротациона степена слободe кретања.

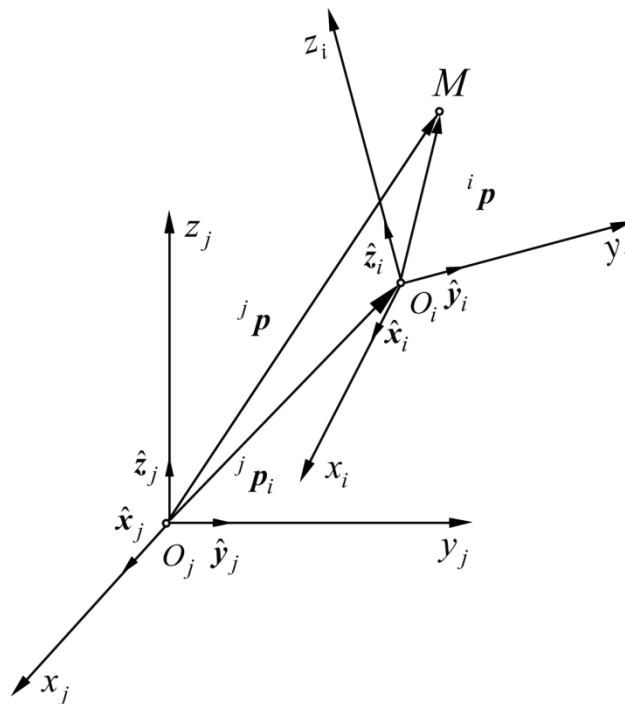
Уколико су ${}^i \mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ и ${}^j \mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ вектори положаја исте тачке M у тродимензионалном простору у односу на координатне системе i и j , а координатни почеци ових координатних система коинцидирају, следећа једначина важи:

$${}^j \mathbf{p} = {}^j \mathbf{R}_i {}^i \mathbf{p}. \quad (3.6)$$

Уопштена трансформација било ког вектора ${}^i \mathbf{p}$ који је дефинисан у односу на локални координатни систем i у његов опис у референтном координатном систему j , ${}^j \mathbf{p}$ може се описати помоћу следеће матричне једначине, слика 3.1:

$${}^j \mathbf{p} = {}^j \mathbf{p}_i + {}^j \mathbf{R}_i {}^i \mathbf{p}, \quad (3.7)$$

где је ${}^j \mathbf{p}_i$ вектор положаја координатног почетка локалног координатног система у односу на фиксни.



Слика 3.1. Трансформација вектора из локалног координатног система у референтни

Употребом хомогених координата којима је вектор положаја дат у облику [94]:

$$\mathbf{p}^* = [p_x \quad p_y \quad p_z \quad 1]^T, \quad (3.8)$$

једначина (3.7) може бити написана у следећој компактној матричној форми:

$${}^j \mathbf{p}^* = {}^j \mathbf{T}_i {}^i \mathbf{p}^*, \quad (3.9)$$

где је:

$${}^j\mathbf{T}_i = \left[\begin{array}{c|c} {}^j\mathbf{R}_i & {}^j\mathbf{p}_i \\ \hline 000 & 1 \end{array} \right]. \quad (3.10)$$

4×4 матрица ${}^j\mathbf{T}_i$ је матрица хомогене трансформације координата која врши пресликавање хомогеног вектора положаја из једног координатног система у други. Уколико се неколико трансформација (ротација или транслација) врши заредом, матрица хомогене трансформације координата која описује укупну трансформацију се добија множењем матрица хомогене трансформације координата које описују узастопне појединачне трансформације.

Матрица хомогене трансформације координата која описује ротацију за угао θ_i око осе цилиндричног зглоба z_i се обележава и са:

$$\mathbf{T}_{\text{rot}}(z_i, \theta_i), \quad (3.11)$$

док се матрица хомогене трансформације координата која описује транслацију за растојање d_i по осе призматичног зглоба z_i обележава са:

$$\mathbf{T}_{\text{trans}}(z_i, d_i). \quad (3.12)$$

Транслације дуж осе x за растојање a , дуж осе y за растојање b и дуж осе z за растојање d дате су једначинама:

$$\mathbf{T}_{\text{trans}}(x, a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{T}_{\text{trans}}(y, b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

$$\mathbf{T}_{\text{trans}}(z, d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Израчунавањем матрица хомогене трансформација координата између свих суседних чланова манипулатора, могуће је добити и матрицу хомогене трансформације координата између координатног система базе робота и координатног система завршног уређаја, коришћењем једначине (3.16):

$${}^0\mathbf{T}_n = \prod_{i=0}^{n-1} {}^{i+1}\mathbf{T}_i \quad (3.16)$$

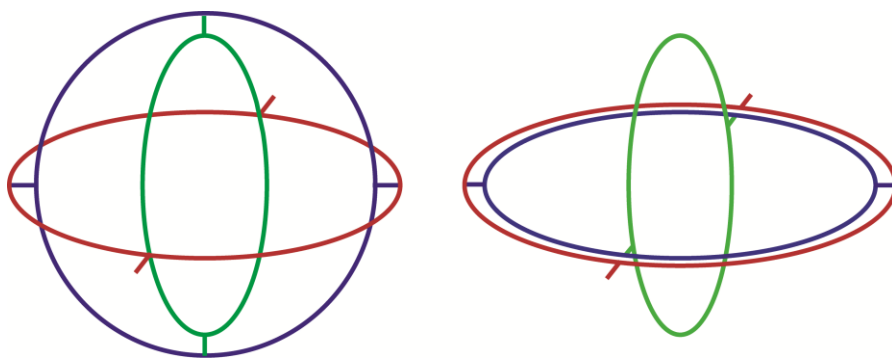
Оријентација крутог тела-Ојлерови углови

Једна од у литератури најчешће коришћених метода за описивање оријентације крутог тела у минималној форми (тј. као скупа од три параметра), због своје једноставне графичке представе и лаке употребе, су Ојлерови углови ψ , θ , φ [93]. За круто тело (енд-ефектор) се везује локални координатни систем који заједно са њим ротира. Преко три узастопне ротације око оса незаротираног, или координатног система који ротира заједно са телом, се може постићи било која оријентација координатног система у односу на неки референтни КС, под условом да се две узастопне оријентације не врше око паралелних оса. Ова три угла ротације дефинишу оријентацију координатног система везаног за круто тело, тј. оријентацију тог крутог тела. У литератури се често могу наћи различите употребе термина Ојлерови углови. У [93] наведено је да од 27 могућих редоследа скупа цифара {1, 2, 3} (при чему цифре 1, 2, 3 одговарају нумерацији три осе координатног система око којих се врши ротација, нпр. x (1), y (2), z (3)), 12 задовољавају услов да су две узастопне цифре различите (и на тај начин омогућавају опис оријентације крутог тела помоћу три ротације око одговарајућих оса координатног система по датом редоследу цифара) и то: (1, 2, 1), (1, 2, 3), (1, 3, 1), (1, 3, 2), (2, 1, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (2, 3, 2), (3, 1, 2), (3, 1, 3), (3, 2, 1), (3, 2, 3). У литератури се најчешће под термином Ојлерови углови подразумева секвенца (3, 1, 3), тј. z - x - z . Ова секвенца се често назива и *класични Ојлерови углови*. Често се користи и секвенца (1, 2, 3), тј. x - y - z . Углови ротације у секвенци (1, 2, 3) се често називају Карданови, Тајт-Брајанови, и Авионски углови [95], тј. *Roll, Pitch, Yaw* (RPY). У литератури из

роботике [88] дата је и подела на 1) Ојлерове углове (код којих се три ротације врше око оса координатног система који се обрће заједно са телом) и 2) Фиксиране углове (код којих се три ротације врше око оса координатног система који је фиксиран). У оба случаја постоји по 12 различитих могућности да се помоћу углова ротације око три осе координатног система опише оријентација крутог тела.

Иако су Ојлерови углови веома коришћени у пракси, дефинисањем ових углова помоћу матрица ротације настаје извесна нумеричка редувантност која може довести до нумеричке нестабилности поступка [96]. Дефинисање оријентације у општем случају преко Ојлерових углова је вишезначно у смислу да различити скупови Ојлерових углова могу описати једну исту оријентацију [97]. Сви наведени проблеми важе и за тзв. Фиксиране Углове.

Такође, при дефинисању оријентације помоћу Ојлерових (као и Фиксираних углова) јавља се и проблем сингуларности у решењима [88] који се може илустровати ситуацијом који је у литератури позната као *Gimbal lock* [93]. Гимбал је механички уређај који се састоји од концентричних кружних обруча међусобно спојеним кардановим зглобовима, док спољни обруч врши ротацију око непокретне осе [107]. Приликом конструкције, прстенови се повезују тако да су осе зглобова међусобно управне једна на другу. Гимбал се често среће у жirosкопима који се користе у авиоиндустрији. *Gimbal lock*– закључавање гимбала је губитак једног степена слободе кретања који се дешава када се две осе ротације поклопе, слика 3.2.



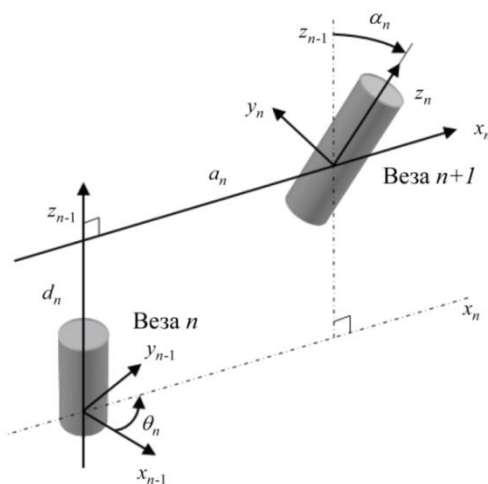
Слика 3.2. Гимбал са три степена слободе и случај када се један степен слободе губи-ситуација *Gimbal lock*

У роботици, код шестоосних робота се *gimbal lock* често назива *wrist flip* и дешава се када правци две осе постану паралелни, нпр. прве и треће осе или четврте и шесте. Када се приликом кретања конфигурација робота приближава сингуларној позицији, долази до нумеричке нестабилности. Услед одржавања задате оријентације, може се десити случај да друга или пета оса направите обрт од 360° или 180° изузетно великом брзином (*flip*). Овакво кретање може да изазове механичка оштећења на роботу или чак имати и фаталне последице.

У овој дисертацији, оријентација енд-ефектора је дефинисана помоћу класичних Ојлерових углова ψ , θ , φ и *Roll, Pitch, Yaw* (RPY) углова.

3.1.1. Основе Денавит-Хартенберг конвенције

Денавит и Хартенберг су показали да трансформација између два координатна система у општем случају захтева познавање 4 параметара [90]. Ови параметри су по њима названи Денавит-Хартенберг параметри (Д-Х параметри). Дефинисање геометријских веза између чланова роботског манипулатора помоћу Д-Х параметара је један од најзаступљенијих метода за описивање геометрије роботског манипулатора [98]. На слици 3.3. приказани су Д-Х параметре за случај два зглоба.



Слика 3.3. Денавит-Хартенберг параметри за случај два зглоба [28]

На слици 3.3 се могу уочити следећа 4 параметра:

- a_n – најкраће растојање између оса Z_{n-1} и Z_n ,
- α_n – угао ротације између оса Z_{n-1} и Z_n ,
- d_n – растојање између оса X_{n-1} и X_n ,
- θ_n – угао ротације између оса X_{n-1} и X_n .

У случају ротације мења се угао θ_n , када је транслација у питању променљива је растојање d_n . Сваком члану робота су додељени координатни системи и Д-Х параметри којима су описани позиција и оријентација члана у односу на претходни. Помоћу Д-Х параметара је могуће дефинисати матрице хомогене трансформације координата, тако да се координатни системи трансформишу један у други помоћу две транслације и две ротације. Матрица хомогене трансформације координата којом је координатни систем n описан у односу на координатни систем $n-1$ помоћу Д-Х параметара је облика:

$${}^{n-1}\mathbf{T}_n = \mathbf{T}_{\text{rot}}(z_{n-1}, \theta_n) \cdot \mathbf{T}_{\text{trans}}(0, 0, d_n) \cdot \mathbf{T}_{\text{trans}}(a_n, 0, 0) \cdot \mathbf{T}_{\text{rot}}(x_n, \alpha_n), \quad (3.17)$$

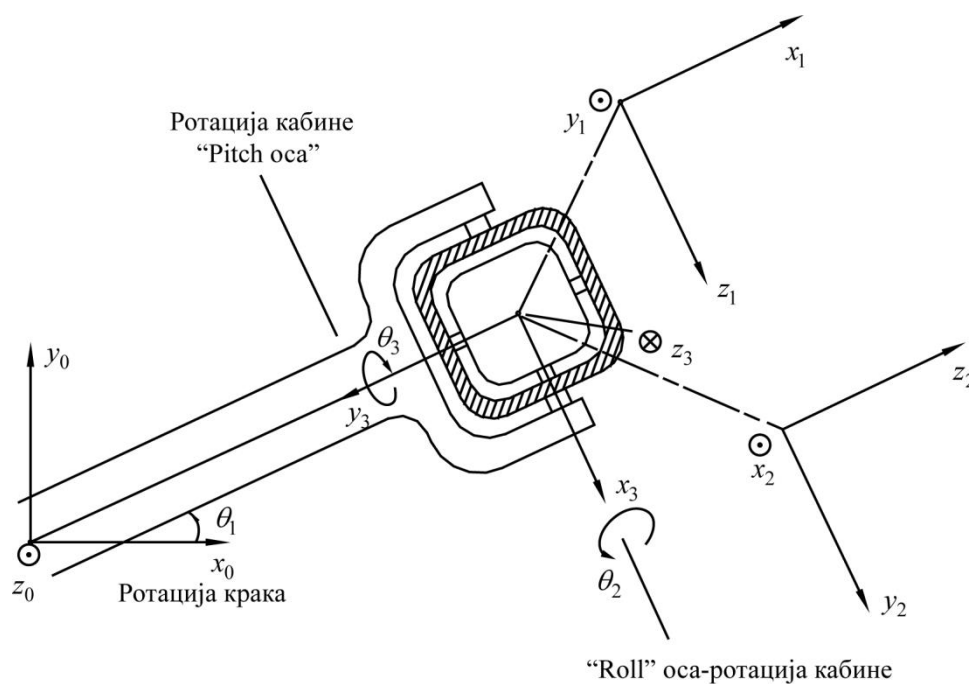
Одатле се добија матрица трансформације координата која дефинише позицију и оријентацију координатног система n у односу на координатни систем $n-1$:

$${}^{n-1}\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \cos \alpha_n & \sin \theta_n \sin \alpha_n & a_n \cos \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \cos \alpha_n & -\cos \theta_n \sin \alpha_n & a_n \sin \theta_n \\ 0 & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

3.1.2. Одређивање матрица хомогене трансформације координата центрифуге

При развоју кинематичких модела роботских манипулатора, први корак је усвајање одговарајућих координатних система. При усвајању координатних система који постављају у зглобовима роботског манипулатора постоји слобода избора, и ови координатни системи се могу поставити према потребама моделовања конкретног роботског манипулатора, или на тај начин да је прорачун кинематичких параметара што једноставнији, тј. да се у матрицама трансформација добије што више нула. Овде су координатни

системи постављени тако да се за енд-ефектор (главу пилота) везује координатни систем који ће имати z осу усмерену на доле [23]. Придружени координатни системи који су коришћени при дефинисању геометрије центрифуге Д-Х конвенцијом су дати на слици 3.4. Табела 3.1 приказује Денавит-Хартенберг параметре који одговарају постављеним координатним системима центрифуге са слике 3.4.



Слика 3.4. Координатни системи центрифуге

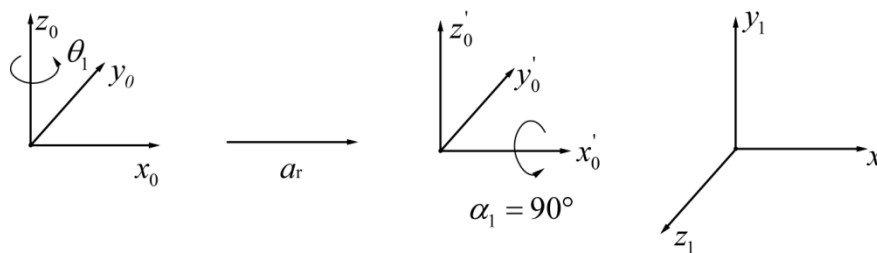
Табела 3.1. Денавит-Хартенберг параметри за центрифугу

Веза	a_i [m]	α_i [°]	d_i [°]	θ_i [°]
1	8	90	0	θ_1
2	0	90	0	θ_2+90
3	0	-90	0	θ_3+90

Одређивање матрица хомогене трансформације кордината

Одавде у наставку ове дисертације су са c_i и s_i означени косинус и синус угла ротације θ_i око осе z_{i-1} , тј. i -те унутрашње координате q_i роботског манипулатора. Са a_r је означена дужина руке центрифуге.

Положај и оријентација првог координатног система у односу на базни КС су илустровани сликом 3.5.



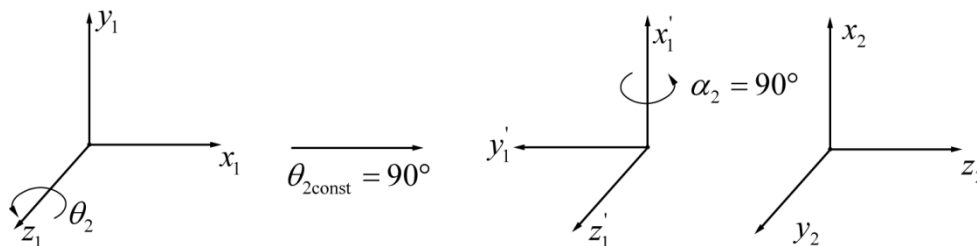
Слика 3.5. Трансформација базног координатног система у први КС

Приказана трансформација се може математички описати помоћу матрице хомогене трансформације координата:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_1 = {}^0\mathbf{T}_1 &= \mathbf{T}_{\text{rot}}(z_0, \theta_1) \mathbf{T}_{\text{trans}}(x_0, a_r) \mathbf{T}_{\text{rot}}(x'_0, 90^\circ) \\
 &= \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & a_r c_1 \\ s_1 & 0 & -c_1 & a_r s_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

У овом поглављу је са \mathbf{A}_i означена матрица трансформације координата i -тог координатног система у односу на претходни.

Трансформација првог координатног система у други КС илустрована је на слици 3.6:



Слика 3.6. Трансформација првог координатног система у други КС

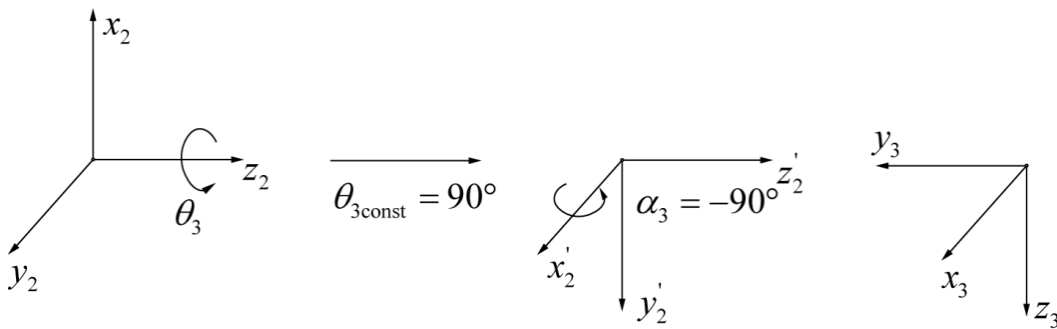
Приказана трансформација се може математички описати помоћу матрице хомогене трансформације координата:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_2 &= {}^1\mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_{\text{rot}}(z_1, \theta_2) \mathbf{T}_{\text{rot}}(z_1, 90^\circ) \mathbf{T}_{\text{rot}}(x'_1, 90^\circ) \\
&= \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_2 & 0 & c_2 & 0 \\ c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)
\end{aligned}$$

Матрица хомогене трансформације координата другог КС у односу на базни КС је:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 = {}^0\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} -c_1 s_2 & s_1 & c_1 c_2 & a_r c_1 \\ -s_1 s_2 & -c_1 & s_1 c_2 & a_r s_1 \\ c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Трансформација другог координатног система у трећи КС илустрована је на слици 3.7:



Слика 3.7. Трансформација другог координатног система у трећи КС

Приказана трансформација се може математички описати помоћу матрице хомогене трансформације координата:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_3 &= {}^2\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_{\text{rot}}(z_2, \theta_3) \mathbf{T}_{\text{rot}}(z_2, 90^\circ) \mathbf{Rot}(x'_2, -90^\circ) \\
&= \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_3 & 0 & -c_3 & 0 \\ c_3 & 0 & -s_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.22)
\end{aligned}$$

Матрица хомогене трансформације координата трећег КС у односу на базни КС је [23]:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 = {}^0 \mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} c_1 s_2 s_3 + s_1 c_3 & -c_1 c_2 & c_1 s_2 c_3 - s_1 s_3 & a_r c_1 \\ s_1 s_2 s_3 - c_1 c_3 & -s_1 c_2 & s_1 s_2 c_3 + c_1 s_3 & a_r s_1 \\ -c_2 s_3 & -s_2 & -c_2 c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

3.1.3. Решење директног кинематичког задатка центрифуге за геометријски модел дефинисан Д-Х конвенцијом

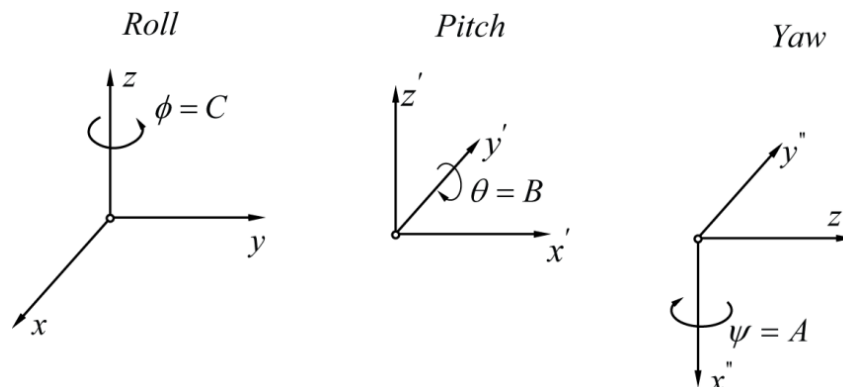
Позиција енд-ефектора

Позиција координатног система везаног за енд-ефектор у односу на референтни систем је одређена је последњом колоном из матрице хомогене трансформације ${}^0 \mathbf{T}_3$, једначина (3.23) (енд-ефектор налази у пресеку *roll* и *pitch* осе) и дефинисана је вектором:

$$\mathbf{p}^T = [p_x \quad p_y \quad p_z] = [a_r c_1 \quad a_r s_1 \quad 0]. \quad (3.24)$$

Оријентација енд-ефектора

У овом одељку, оријентација енд-ефектора се дефинише помоћу RPY углова при чему се трансформација једног координатног система у други врши на следећи начин: прво се врши ротација за угао $\phi=C$ (*roll* угао) око *z* -осе референтног система, затим се око *y*-осе заротираног референтног система врши ротација за угао $\theta=B$ (*pitch*) и на крају за угао $\psi=A$ (*yaw*) око *x* -осе два пута заротираног референтног система [28], (слика 3.8). Овај метод се обележава са ORIZYX (C,B,A) [28].



Слика 3.8. Изабрана *Roll*, *Pitch*, *Yaw* конвенција [28]

За ове углове је матрица хомогене трансформације координата, која дефинише положај неког координатног система n у односу на референтни систем, одређена следећом једначином:

$$\mathbf{T}_n = \mathbf{T}_{\text{rot}}(z, C) \mathbf{T}_{\text{rot}}(y', B) \mathbf{T}_{\text{rot}}(x'', A). \quad (3.25)$$

Матрица хомогене трансформације координата се након извршених описаних ротација добија у следећем облику:

$${}^0\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cBcC & -cAsC + sAcCsB & sAsC + cCcAsB & 0 \\ cBsC & sAsBsC + cAcC & -sAcC + sCsBcA & 0 \\ -sB & sAcB & cAcB & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Са леве стране претходне једнакости се налази матрица хомогене трансформације координата која у себи садржи матрицу ротације чије су колоне заправо пројекције ортова i, j, k трансформисаног координатног система у односу на референтни систем.

Из једначина (3.23) и (3.26) добијамо углове C, B и A који дефинишу оријентацију координатног система везаног за седиште пилота [21]:

$$C = \text{atan2}(n_y, n_x) = \text{atan2}(s_1s_2s_3 - c_1c_3, c_1s_2s_3 + s_1c_3), \quad (3.27)$$

$$B = \text{atan2}(-n_z, cCn_x + sCn_y) = \text{atan2}(c_2s_3, cC(c_1s_2s_3 + s_1c_3) + sC(s_1s_2s_3 - c_1c_3)), \quad (3.28)$$

$$A = \text{atan2}(o_z, a_z) = \text{atan2}(-s_2, -c_2c_3). \quad (3.29)$$

У овим једначинама, atan2 означава стандардну функцију за аркус тангенс у четири квадранта која се користи у програмским језицима као што су Matlab [99] и C [100].

3.1.4. Решење инверзног кинематичког задатка центрифуге за геометријски модел дефинисан Д-Х конвенцијом

Решавање задатка инверзне кинематике је сложеније у односу на проблем директне кинематике [101]. У сингуларним позицијама роботског система, решење овог проблема не постоји или је вишезначно [87]. Постоје два начина решавања проблема инверзне кинематике: геометријски и алгебарски приступ, [87], [88]. Геометријски приступ се користи за мање сложене роботске манипулаторе. У овом поглављу проблем инверзне кинематике је

решен алгебарским приступом, уз помоћ манипулација матрицама хомогене трансформације координата.

Прво ће се потребне вредности унутрашњих координата (угаоне позиције зглобова) одредити у функцији чланова задате матрице хомогене трансформације координата која дефинише положај и оријентацију енд-ефектора у односу на базни координатни систем, а затим ће бити приказано решење инверзног кинематичког задатка за задате вредности углова оријентације C, B и A (R, P, Y).

Одређивање унутрашњих координата на основу задате матрице хомогене трансформације координата

Манипулацијама матрицама хомогене трансформације координата и њихових чланова се могу добити једнакости из којих се могу одредити вредности унутрашњих координата. Улаз у алгоритам је задата матрица хомогене трансформације координата енд-ефектора у односу на базни координатни систем:

$${}^0\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} n_{x3} & o_{x3} & a_{x3} & X_3 \\ n_{y3} & o_{y3} & a_{y3} & Y_3 \\ n_{z3} & o_{z3} & a_{z3} & Z_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Потребно је нагласити да се овом методом до решења може доћи на више начина. У оквиру ове методе неопходно је одредити инверзне матрице за матрице хомогене трансформације координата, и оне су дате у наставку текста.

$$\mathbf{A}_1^{-1} = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ s_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

$$\mathbf{A}_2^{-1} = \begin{bmatrix} -s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ c_2 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

$$\mathbf{A}_3^{-1} = \begin{bmatrix} -s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Израчунавање угла q_1

Из чланова (1, 4) и (2, 4) матрица у једначинама (3.23) и (3.30) добија се:

$$s_1 X_3 - c_1 Y_3 = 0, \quad (3.34)$$

$$q_1 = \text{atan2}(p_y, p_x). \quad (3.35)$$

Израчунавање угла q_2

Извршићемо множење матрице (3.30) матрицом $(\mathbf{A}_1)^{-1}$ како би добили погодну једначину за одређивање потребног угла ротације око друге осе:

$$\begin{aligned} (\mathbf{A}_1)^{-1} {}^0 \mathbf{T}_3 = {}^1 \mathbf{T}_3 = \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} s_2 s_3 & -c_2 & s_2 c_3 & 0 \\ -c_2 s_3 & -s_2 & -c_2 c_3 & 0 \\ c_3 & 0 & -s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_1 n_{x3} + s_1 n_{y3} & c_1 o_{x3} + s_1 o_{y3} & c_1 a_{x3} + s_1 a_{y3} & c_1 X_3 + s_1 Y_3 - a_r \\ n_{z3} & o_{z3} & a_{y3} & Z_3 \\ s_1 n_{x3} - c_1 n_{y3} & s_1 o_{x3} - c_1 o_{y3} & s_1 a_{x3} - c_1 a_{y3} & s_1 X_3 - c_1 Y_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

Из чланова (1,2) и (2,2) матрице у једначини (3.36) добија се:

$$c_2 = -c_1 o_{x3} - s_1 o_{y3}, \quad (3.37)$$

$$s_2 = -o_{z3}, \quad (3.38)$$

$$q_2 = \text{atan2}(-o_{z3}, -c_1 o_{x3} - s_1 o_{y3}). \quad (3.39)$$

Израчунавање угла q_3

Извршиће се следеће множење матрица како би се добила погодна једначину за одређивање угла друге осе ротације:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{A}_2)^{-1}(\mathbf{A}_1)^{-1} {}^0\mathbf{T}_3 = {}^2\mathbf{T}_3 = \mathbf{A}_3 = & \begin{bmatrix} -s_3 & 0 & -c_3 & 0 \\ c_3 & 0 & -s_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} -s_2(c_1n_{x3} + s_1n_{y3}) + c_2n_{z3} & -s_2(c_1o_{x3} + s_1o_{y3}) + c_2o_{z3} & & \\ s_1n_{x3} - c_1n_{y3} & s_1o_{x3} - c_1o_{y3} & & \\ c_2(c_1n_{x3} + s_1n_{y3}) + s_2n_{z3} & c_2(c_1o_{x3} + s_1o_{y3}) + s_2o_{z3} & & \\ 0 & 0 & & \\ -s_2(c_1a_{x3} + s_1a_{y3}) + c_2a_{z3} & -c_2(c_1X_3 + s_1Y_3 - a_r) + c_2Z_3 & & \\ s_1a_{x3} - c_1a_{y3} & s_1X_3 - c_1Y_3 & & \\ c_2(s_1a_{x3} + s_1a_{y3}) + s_2a_{z3} & c_2(c_1X_3 + s_1Y_3 - a_r) + s_2Z_3 & & \\ 0 & 1 & & \end{bmatrix}. \quad (3.40)
\end{aligned}$$

Из чланова (2,1) и (1,1) матрице у једначини (3.40) добија се:

$$c_3 = s_1n_{x3} - c_1n_{y3}, \quad (3.41)$$

$$s_3 = s_2(c_1n_{x3} + s_1n_{y3}) - c_2n_{z3}, \quad (3.42)$$

$$q_3 = \text{atan2}\left(s_2(c_1n_{x3} + s_1n_{y3}) - c_2n_{z3}, s_1n_{x3} - c_1n_{y3}\right). \quad (3.43)$$

Једначинама (3.35), (3.39) и (3.43) решен је инверзни кинематички задатак центрифуге, тј. одређене су вредности унутрашњих координата (и вредности позиција мотора) којима се остварују жељена позиција и оријентација енд-ефектора (дефинисаних преко матрице хомогене трансформације координата) смештеног у центру инерције гондоле центрифуге.

Алгоритам за решавање инверзног кинематичког задатка центрифуге за улазне координате у виду углова оријентације C, B и A (R, P, Y)

На основу једначина (3.26), (3.35), (3.39) и (3.43) могуће је дефинисати инверзну кинематику центрифуге за улазне координате у виду углова оријентације C, B и A (R, P, Y).

Угао q_1 не зависи од C, B и A углова и добија се према једначини (3.35).

Угао q_2 се добија из следеће једнакости:

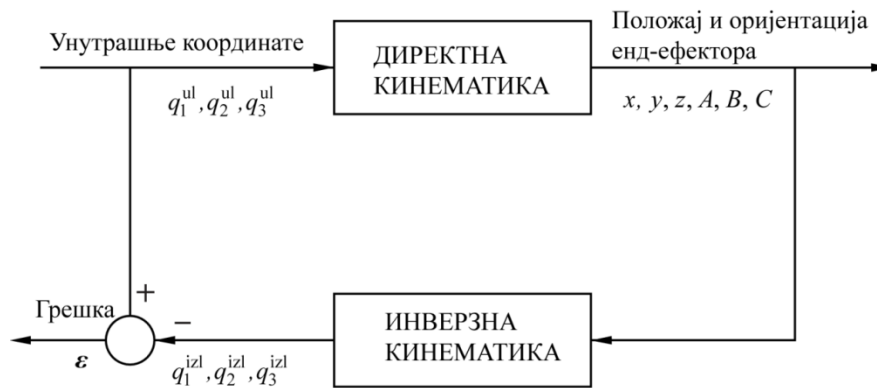
$$q_2 = \text{atan2}\left(-sAcB, -c_1(-cAsC + sAcCsB) - s_1(sAsBsC + cAcC)\right), \quad (3.44)$$

А угао q_3 се добија из:

$$q_3 = \text{atan2}\left(s_2(c_1 c B c C + s_1 c B s C) - c_2 s B, s_1 c B c C - c_1 c B s C\right). \quad (3.45)$$

3.1.5. Тестирање алгоритама директне и инверзне кинематике

Тестирање решења директног и инверзног кинематичког задатка који су приказани у Поглављу 3.1.3 и Поглављу 3.1.4 извршено је у програмском пакету за нумеричку симулацију Matlab. Илустративни приказ процедуре тестирања дат је на слици 3.9. Улаз у процедуру су унутрашње координате које након обраде у процедури директне кинематике постају вектор положаја координатног почетка и углови оријентације координатног система придруженом енд-ефектору. Излаз из процедуре директна кинематика постаје улаз за процедуру инверзна кинематика, чији је излаз вектор чији су чланови унутрашње координате. Нумеричко тестирање за све трајекторије у радним режимима центрифуге је показало исправност алгоритама приказаних у поглављима 3.1.3. и 3.1.4 [23]. Овај метод се може користити за тестирање исправности решења директних и инверзних кинематичких задатака добијених и другим приступима, за општи случај роботског манипулатора са више степени слободе.



Слика 3.9. Тестирање решења директног и инверзног кинематичког задатка роботског манипулатора [23]

3.2. Родригов приступ при развоју кинематичког модела центрифуге

Конверзија из репрезентације ротације *оса-угао* (енг. *angle-axis representation*) у матрицу ротације се одвија помоћу Родригове ротационе формуле [91]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + (1 - \cos q)(\mathbf{e}^d)^2 + \sin q \mathbf{e}^d, \quad (3.46)$$

где је q угао ротације око осе дефинисане јединичним вектором \mathbf{e} , \mathbf{e}^d је дуални објекат другог реда и \mathbf{I} је 3×3 јединична матрица. Смер вектора \mathbf{e} придружен је по правилу десног завртња позитивном смеру угла обртања q уоченог члана у односу на претходни члан. У циљу добијања уопштене матрице трансформације у облику (3.46) која би се могла применити како на цилиндрични, тако и на призматични зглоб j , додатни параметар $\bar{\xi}_j$ се уводи тако да има вредност 1 за ротацију и 0 за транслацију, и добија се следећи израз [91]:

$${}^{j-1}\mathbf{A}_j = \mathbf{I} + \bar{\xi}_j \left[(1 - \cos q^j)(\mathbf{e}_j^d)^2 + \sin q^j \mathbf{e}_j^d \right]. \quad (3.47)$$

Вектор положаја центра инерције C_i i -тог члана у односу на непокретну тачку O (координатни почетак базног координатног система) је одређен релацијом (3.48), слика 3.10:

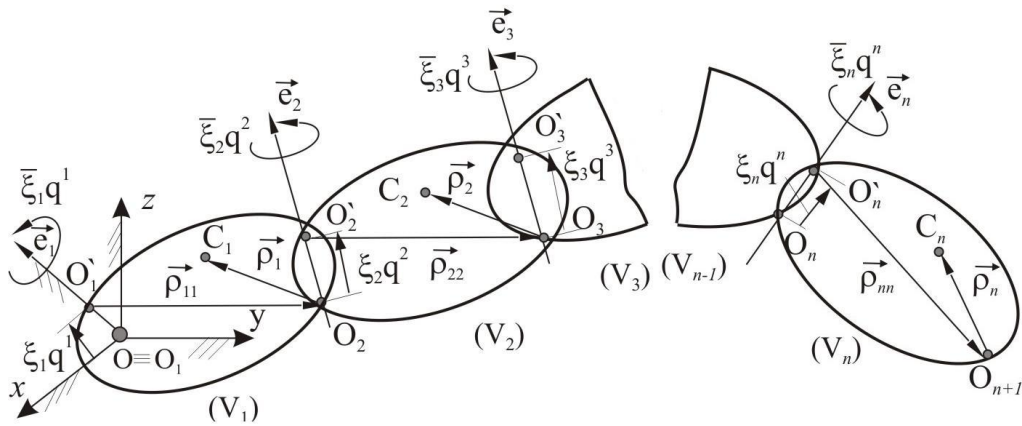
$$\overrightarrow{OC_i} = \vec{r}_{Ci} = \sum_{k=1}^i (\boldsymbol{\rho}_{kk} + \xi_k \mathbf{e}_k q_k) + \boldsymbol{\rho}_i \quad (3.48)$$

где су $\boldsymbol{\rho}_{kk} = \overrightarrow{O'_k O_{k+1}}$ и $\overrightarrow{O_{i+1} C_i} = \boldsymbol{\rho}_i$ одговарајући карактеристични вектори положаја, сл. 3.10. Вектори $\vec{e}_i, \vec{\rho}_i, \vec{\rho}_{ii}$ задају се у односу на локални координатни систем $C_i \xi_i \eta_i \zeta_i$, тако да су одговарајуће координате тих вектора (пројекције на дате осе) константне. Параметар ξ_k има вредност 0 за ротацију и 1 за транслацију.

Вектор положаја енд-ефектора у односу на базни координатни систем је дат једначином [91]:

$$\mathbf{r}_E^0 = \sum_{k=1}^n \mathbf{A}_{0,k} \{ (\boldsymbol{\rho}_{kk} + \xi_k q_k \mathbf{e}_k) \} \quad (3.49)$$

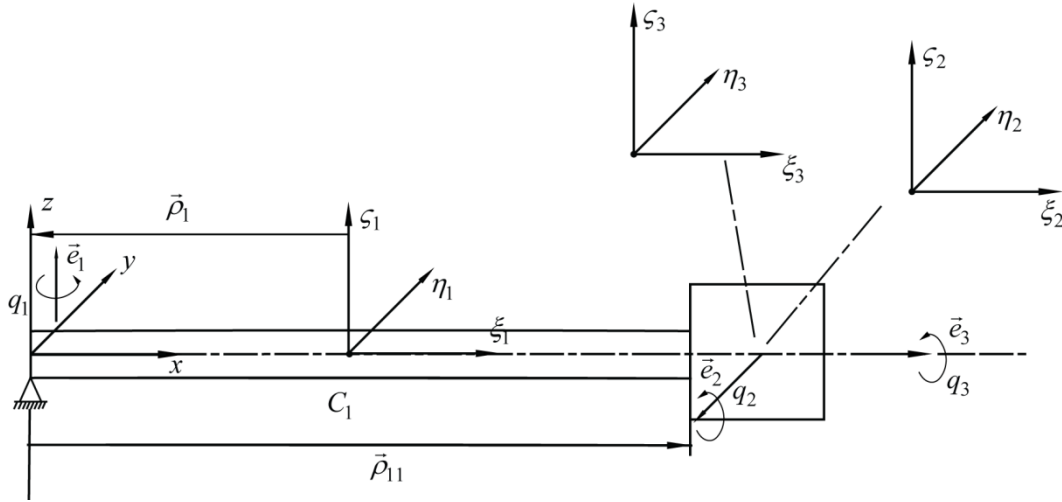
где је $\mathbf{A}_{0,k} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 \dots {}^{k-1}\mathbf{A}_k$.



Слика 3.10. Карактеристични вектори у отвореном кинематичком ланцу
(Родригов приступ) [91]

При развоју кинематичког модела центрифуге Родриговим приступом, прво се постављају одговарајући координатни системи, слика 3.11. У овом одељку, координатни системи придружени члановима манипулатора су постављени у центре инерције паралелно са базним. Базни координатни систем је постављен тако да буде идентичан са првим приступом датом у Поглављу 3.1, слика 3.4. Координатни систем додељен последњем члану је различит у односу онај на слици 3.4, међутим уз помоћ одговарајуће матрице ротације у сваком тренутку имамо везу између ова два координатна система. И у овом поглављу се претпоставља да се центар инерције гондоле налази у пресеку *roll* и *pitch* осе.

У наставку текста се даје поступак дефисања кинематичког модела центрифуге Родриговим приступом [102].



Слика 3.11. Центрифуга-осе ротације

3.2.1. Одређивање матрица ротације центрифуге употребом Родриговог приступа

На основу оса ротација чланова центрифуге, слика 3.11, добијени су следећи дуални објекти:

$$\mathbf{e}_1^1 = [0 \ 0 \ 1]^T, \quad (3.50)$$

$$\mathbf{e}_2^2 = [0 \ -1 \ 0]^T, \quad (3.51)$$

$$\mathbf{e}_3^3 = [1 \ 0 \ 0]^T. \quad (3.52)$$

Дуални објекти другог реда су дати косо-симетричним матрицама (енг. *skew symmetric matrices*):

$$\mathbf{e}_1^{d(1)} = \begin{bmatrix} 0 & -e_{1z} & e_{1y} \\ e_{1z} & 0 & -e_{1x} \\ -e_{1y} & e_{1x} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.53)$$

$$\left(\mathbf{e}_1^{d(1)}\right)^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.54)$$

$$\mathbf{e}_2^{d(2)} = \begin{bmatrix} 0 & -e_{2z} & e_{2y} \\ e_{2z} & 0 & -e_{2x} \\ -e_{2y} & e_{2x} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.55)$$

$$\left(\mathbf{e}_2^{d(2)}\right)^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (3.56)$$

$$\mathbf{e}_3^{d(3)} = \begin{bmatrix} 0 & -e_{3z} & e_{3y} \\ e_{3z} & 0 & -e_{3x} \\ -e_{3y} & e_{3x} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.57)$$

$$\left(\mathbf{e}_3^{d(3)}\right)^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.58)$$

Сва три члана врше ротацију, тако да се добија $\bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_2 = \bar{\xi}_3 = 1$. На основу дефинисаних дуалних објеката, у наставку су дате Родригове матрице трансформација (матрице ротација).

Матрица ротације првог члана у односу на базни члан је:

$$\mathbf{A}_{0,1} = \mathbf{I} + \bar{\xi}_1 \left((1-c_1) \left(\mathbf{e}_1^{d(1)} \right)^2 + s_1 \mathbf{e}_1^{d(1)} \right), \quad (3.59)$$

$$\mathbf{A}_{0,1} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{0,1}^T = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \left(\mathbf{A}_{0,1} \right)^{-1}. \quad (3.60)$$

Матрица ротације другог члана у односу на први члан је:

$$\mathbf{A}_{1,2} = \mathbf{I} + \bar{\xi}_2 \left((1-c_2) \left(\mathbf{e}_2^{d(2)} \right)^2 + s_2 \mathbf{e}_2^{d(2)} \right), \quad (3.61)$$

$$\mathbf{A}_{1,2} = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{1,2}^T = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} = \left(\mathbf{A}_{1,2} \right)^{-1}. \quad (3.62)$$

Матрица ротације другог члана у односу на базни КС је:

$$\mathbf{A}_{0,2} = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & -c_1 s_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & -s_1 s_2 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

Матрица ротације трећег члана у односу на други члан је:

$$\mathbf{A}_{2,3} = \mathbf{I} + \bar{\xi}_3 \left((1-c_3) \left(\mathbf{e}_3^{d(3)} \right)^2 + s_3 \mathbf{e}_3^{d(2)} \right), \quad (3.64)$$

$$\mathbf{A}_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{2,3}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & s_3 \\ 0 & -s_3 & c_3 \end{bmatrix} = (\mathbf{A}_{2,3})^{-1} = (\mathbf{A}_{3,2}). \quad (3.65)$$

Матрица ротације трећег члана у односу на први КС је:

$$\mathbf{A}_{1,3} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2s_3 & -s_2c_3 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ s_2 & c_2s_3 & c_2c_3 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{1,3}^T = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 \\ -s_2s_3 & c_3 & c_2s_3 \\ -s_2c_3 & -s_3 & c_2c_3 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Матрица ротације трећег члана у односу на базни КС је:

$$\mathbf{A}_{0,3} = \begin{bmatrix} c_1c_2 & -s_1c_3 - c_1s_2s_3 & s_1s_3 - c_1s_2c_3 \\ s_1c_2 & c_1c_3 - s_1s_2s_3 & -c_1s_3 - s_1s_2c_3 \\ s_2 & c_2s_3 & c_2c_3 \end{bmatrix}, \quad (3.67)$$

Дуални објекти дати у једначинама (3.50-3.52) у односу на базни координатни систем су дати следећим једначинама:

$$\mathbf{e}_1^0 = \mathbf{A}_{0,1}\mathbf{e}_1^1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.68)$$

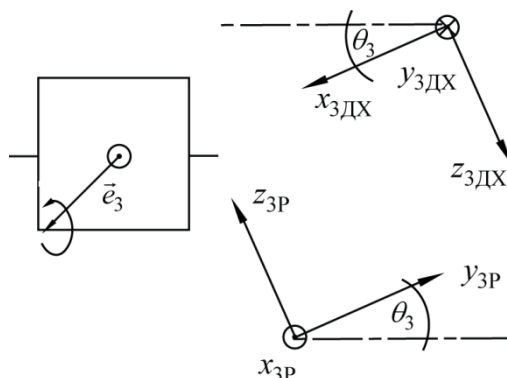
$$\mathbf{e}_2^0 = \mathbf{A}_{0,2}\mathbf{e}_2^2 = \begin{bmatrix} c_1c_2 & -s_1 & -c_1s_2 \\ s_1c_2 & c_1 & -s_1s_2 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.69)$$

$$\mathbf{e}_3^0 = \mathbf{A}_{0,3}\mathbf{e}_3^3 = \begin{bmatrix} c_1c_2 & -s_1c_3 - c_1s_2s_3 & s_1s_3 - c_1s_2c_3 \\ s_1c_2 & c_1c_3 - s_1s_2s_3 & -c_1s_3 - s_1s_2c_3 \\ s_2 & c_2s_3 & c_2c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1c_2 \\ s_1c_2 \\ s_2 \end{bmatrix}. \quad (3.70)$$

3.2.2. Веза између координатних система везаних за енд-ефектор кинематичких модела центрифуге добијених употребом Д-Х конвенције и применом Родриговог приступа

Ради тестирања развијених кинематичких модела, да би се могли поредити добијени резултати, потребно је остварити везу између координатних система који су додељени енд-ефектору при развоју кинематичких модела употребом Д-Х конвенције и применом Родриговог приступа. За ову потребу,

потребно је одредити матрицу оријентације једног КС у односу на други, слика 3.12.



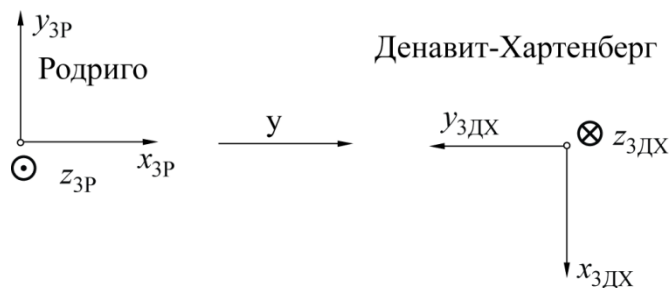
Слика 3.12. Трећи координатни системи

Као што је раније речено, сваки координатни систем се може превести у неки други уз помоћ три ротације. Ако се усвојени редослед ротација врши на следећи начин: 1) Ротација око z осе за угао C ; 2) Ротација око нове y осе за угао B ; 3) Ротација око нове x осе за угао A , добија се матрица ротације дата у једначинама (3.25) и (3.26).

Из слике 3.13, добијају се углови ротације који преводе трећи КС (који је додељен енд-ефектору) при Родриговом приступу моделирања кинематике центрифуге у трећи КС у кинематичком моделу добијеном применом Д-Х конвенције. Угао C је 90° , B је 180° , A је 0° . Из (3.26), добија се одговарајућа матрица ротације:

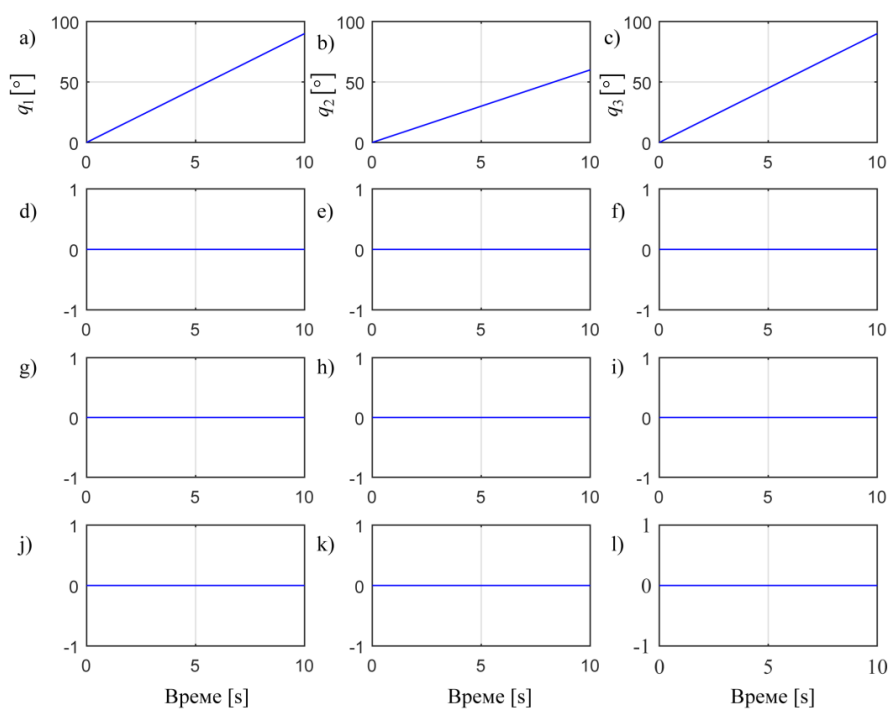
$$\mathbf{A}_{3,3^*} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

Поглед одозго



Слика 3.13. Веза између координатних система везаних за енд-ефектор

Ради тачности развијених кинематичких модела, вршена је следећа провера у програмском пакету Matlab. Задаје се низ вредности унутрашњих координата центрифуге. Израчуна се матрица оријентације трећег КС у односу на базни КС добијена Родриговим приступом једначином (3.67), а затим се добијена матрица оријентације помножи са десне стране матрицом ротације (3.71) и пореди са матрицом оријентације добијене једначином (3.23) (применом Д-Х конвенције). У свим симулацијама добијене су идентичне матрице оријентације ${}^0\mathbf{R}_3$, слика 3.14. Базни КС у оба случаја се поклапају.



Слика 3.14. Разлике између чланова матрице ротације ${}^0\mathbf{R}_3$ добијене применом Д-Х конвенције и матрице ${}^0\mathbf{R}_3$ добијене множењем матрице ротације енд-ефектора при Родриговом приступу матрицом ротације између два последња КС: а) Промена угла ротације првог члана; б); Промена угла ротације другог члана с) Промена угла ротације трећег члана; Разлике у члановима матрице добијених једначином (3.23) и применом (3.67) и (3.71) d) члан (1,1); е) члан (1,2); f) члан (1,3); g) члан (2,1); h) члан (2,2); i) члан (2,3); j) члан (3,1); k) члан (3,2); l) члан (3,3).

3.2.3. Решавање директног кинематичког задатка центрифуге применом Родриговог приступа

Положај врха енд-ефектора (главе пилота)

Релевантни вектори положаја отвореног кинематичког ланце центрифуге којима су дефинисани међусобни положаји оса ротација, слика 3.11, [91], [102], су:

$$\mathbf{p}_{11} = [a_r \ 0 \ 0]^T, \mathbf{p}_{22} = [0 \ 0 \ 0]^T, \mathbf{p}_{33} = [0 \ 0 \ 0]^T. \quad (3.72)$$

Положај енд-ефектора (главе пилота) у односу на фиксни координатни систем, дат је једначином:

$$\mathbf{r}_E^0 = \begin{bmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n [\mathbf{A}_{0,k}] (\mathbf{p}_{kk} + \xi_k q^k \mathbf{e}_k) = \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{p}_{11} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_r c_1 \\ a_r s_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.73)$$

Као што се види из једначине (3.24), добијен је исти резултат као и применом Д-Х методе.

Оријентација хватача -класични Ојлерови углови

Оријентација енд-ефектора ће се одредити преко класичних Ојлерових углова. Три узастопне ротације се врше тако што се прво врши ротација око z осе за угао прецесије ψ , затим се врши ротација за угао нутације θ око x осе заротираног координатног система, и коначно ротација за угао сопствене ротације φ око осе z локалног координатног система. Из следеће једнакости:

$${}^0\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 c_3 - c_1 s_{23} & s_{13} - c_{13} s_2 \\ s_1 c_2 & c_{13} - s_{123} & -c_1 s_3 - s_{12} c_3 \\ s_2 & c_2 s_3 & c_{23} \end{bmatrix}, \quad (3.74)$$

$$= \begin{bmatrix} c_\psi c_\varphi - s_\psi c_\theta s_\varphi & -c_\psi s_\varphi - s_\psi c_\theta c_\varphi & s_\psi s_\theta \\ c_\psi c_\varphi + c_\psi c_\theta s_\varphi & -s_\psi c_\varphi + c_\psi c_\theta c_\varphi & -c_\psi s_\theta \\ s_\theta s_\varphi & s_\theta c_\varphi & c_\theta \end{bmatrix},$$

добијају се једначине за одређивање Ојлерових углова:

$$\psi = \arctg \left(-\frac{s_{13} - c_{13} s_2}{-c_1 s_3 - s_{12} c_3} \right) + k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3.75)$$

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{s_2}{c_2 s_3}\right) + k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3.76)$$

$$\theta = \arctg\left(-\sqrt{(s_{13} - c_{13}s_2)^2 + (-c_1 s_3 - s_{12}c_3)^2} / c_{23}\right) + k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.77)$$

У претходним једначинама s_{jk} , c_{jk} су скраћени записи за $s_j s_k$, $c_j c_k$ следствено.

3.3. Брзине и убрзања центрифуге

Одређивање угаоних брзина и убрзања чланова манипулатора и завршног уређаја, као и линеарних брзина и убрзања релевантних тачака манипулатора неопходно је за развој динамичких једначина кретања манипулатора. Код центрифуге, ове величине је потребно дефинисати и за поступак управљања кретањем чланова центрифуге којима се остварује жељена убрзања у центру инерције гондоле.

3.3.1. Диференцијална кинематика центрифуге-класичан приступ базиран на општим теоремама кинематике

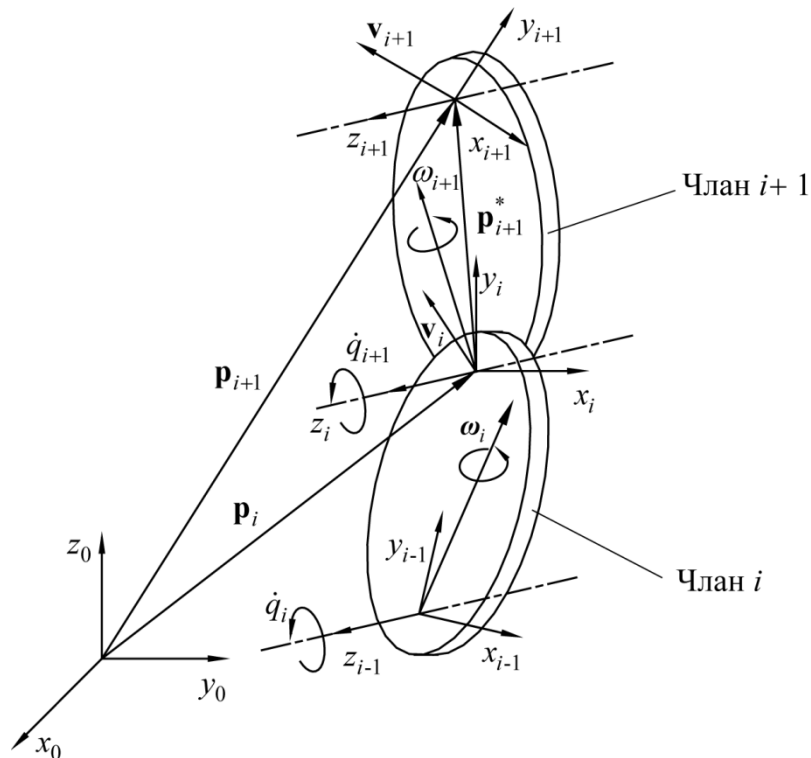
У овом одељку брзине и убрзања центрифуге биће одређене класичним приступом базираним на општим теоремама кинематике. Брзина енд-ефектора је функција брзина унутрашњих координата и тренутне конфигурације манипулатора. Угаоне брзине чланова манипулатора и линеарне брзине координатних почетака КС у зглобовима манипулатора рачунају се почевши од основе манипулатора. Код ротационе везе i са \mathbf{z}_i је означен јединични вектор осе ротације члана $i+1$, а са $\dot{q}_i = \omega_i$ интензитет угаоне брзине члана i око осе \mathbf{z}_{i-1} . Означимо са $\boldsymbol{\omega}_i$ 3×1 вектор угаоне брзине члана i у односу на базни КС, а са \mathbf{v}_i 3×1 вектор линеарне брзине почетка координатног система у зглобу i у односу на базни КС. Са $\mathbf{p}_{i+1}^* = \mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i$ дат је вектор положаја КС $i+1$ у односу на КС i , у односу на базни КС, слика 3.15. Са \times је означен векторски производ. За случај дефинисања геометрије центрифуге применом Д-Х конвенције, важи $\mathbf{p}_{i+1}^* = \mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i$, $\mathbf{p}_1^* = [a_r \ 0 \ 0]^T$,

$\mathbf{p}_2^* = \mathbf{p}_3^* = [0 \ 0 \ 0]^T$, где је a_r дужина руке центрифуге. Све једначине у овом поглављу су изведене за координатне системе геометријског модела приказаног у Поглављу 3.1, слика 3.4, слика 3.16.

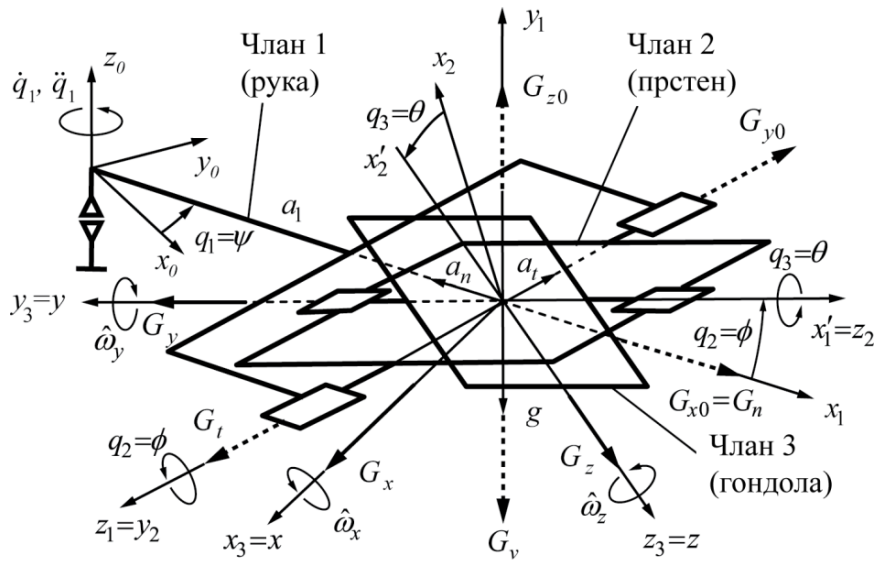
Ако је веза i ротациона, важиће:

$$\boldsymbol{\omega}_{i+1} = \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{z}_i \dot{q}_{i+1}, \quad (3.78)$$

$$\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega}_{i+1} \times \mathbf{p}_{i+1}^*, \quad (3.79)$$



Слика 3.15. Вектори угаоних и линеарних брзина координатних почетака КС придружених члановима роботског манипулатора у зглобовима



Слика 3.16. КС, угаоне брзине и угаона убрзања чланова центрифуге [17]

Из слике 3.15, и слике 3.16, на основу једначине (3.78) добијају се угаоне брзине КС чланова центрифуге, ω_i $i=1,2,3$, дате у једначинама (3.80-3.82), а линеарне брзине координатних почетака придружених координатних системима у зглобовима роботског манипулатора v_i $i=1,2,3$, су дате у једначини (3.83) на основу (3.79).

$$\omega_1 = [0 \ 0 \ \dot{q}_1]^T, \quad (3.80)$$

$$\omega_2 = \omega_1 + [s_1 \ -c_1 \ 0]^T \dot{q}_2, \quad (3.81)$$

$$\omega_3 = \omega_2 + [c_1 c_2 \ s_1 c_2 \ s_2]^T \dot{q}_3, \quad (3.82)$$

$$v_1 = v_2 = v_3 = a_r [-s_1 \ c_1 \ 0]^T \dot{q}_1. \quad (3.83)$$

Вектори угаоних убрзања чланова манипулатора у односу на базни КС $i=1,2,3$ добијају се из следеће векторске једначине:

$$\dot{\omega}_{i+1} = \dot{\omega}_i + z_i \ddot{q}_{i+1} + \omega_i \times z_i \dot{q}_{i+1}, \quad (3.84)$$

одакле следи:

$$\dot{\omega}_1 = [0 \ 0 \ \ddot{q}_1]^T, \quad (3.85)$$

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_1 + [s_1 \ -c_1 \ 0]^T \ddot{q}_2 + [c_1 \ s_1 \ 0]^T \dot{q}_1 \dot{q}_2, \quad (3.86)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_3 = \dot{\boldsymbol{\omega}}_2 + [c_1 c_2 \ s_1 c_2 \ s_2]^T \ddot{q}_3 + [-s_1 c_2 \ c_1 c_2 \ 0]^T \dot{q}_1 \dot{q}_3 + [-c_1 s_2 \ -s_1 s_2 \ c_2]^T \dot{q}_2 \dot{q}_3, \quad (3.87)$$

Линеарна убрзања координатних почетака КС придружених члановима манипулатора у зглобовима роботског манипулатора $i=1,2,3$ у односу на базни КС добијају се из векторске једнакости:

$$\dot{\mathbf{v}}_{i+1} = \dot{\mathbf{v}}_i + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} \times \mathbf{p}_{i+1}^* + \boldsymbol{\omega}_{i+1} \times (\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times \mathbf{p}_{i+1}^*), \quad (3.88)$$

и дата су у једначини (3.89).

$$\dot{\mathbf{v}}_1 = \dot{\mathbf{v}}_2 = \dot{\mathbf{v}}_3 = a_r [-s_1 \ddot{q}_1 - c_1 \dot{q}_1^2 \quad c_1 \ddot{q}_1 - s_1 \dot{q}_1^2 \quad 0]^T. \quad (3.89)$$

Уколико позицију центра инерције члана i у односу на КС i (који се креће заједно са чланом i) означимо са $\hat{\mathbf{r}}_i^{cm} = [\hat{r}_{xi} \ \hat{r}_{yi} \ \hat{r}_{zi}]^T$, у односу на базни КС овај вектор ће бити $\mathbf{r}_i^{cm} = [r_{xi} \ r_{yi} \ r_{zi}]^T = {}^0\mathbf{R}_i \hat{\mathbf{r}}_i^{cm}$. Линеарна убрзања центара инерције чланова центрифуге у односу на базни КС се добијају из следеће једначине:

$$\dot{\mathbf{v}}_i^{cm} = [\dot{v}_{xi}^{cm} \ \dot{v}_{yi}^{cm} \ \dot{v}_{zi}^{cm}]^T = \dot{\mathbf{v}}_i + \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \mathbf{r}_i^{cm} + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_i^{cm}), \quad (3.90)$$

и дата су у једначинама(3.91-3.93).

$$\dot{\mathbf{v}}_1^{cm} = \begin{bmatrix} -s_1 a_r \ddot{q}_1 / 2 \\ c_1 a_r \ddot{q}_1 / 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c_1 a_r / 2 \\ -s_1 a_r / 2 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.91)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_2^{cm} = \begin{bmatrix} -s_1 a_r \\ c_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} -c_1 a_r \\ -s_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.92)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_3^{cm} = \dot{\mathbf{v}}_2^{cm} = \begin{bmatrix} -s_1 a_r \\ c_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} -c_1 a_r \\ -s_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.93)$$

Координате центара инерције чланова центрифуге у односу на базни КС су:

$$\mathbf{r}_1^{cm} = [a_r c_1 / 2 \quad a_r s_1 / 2 \quad 0], \quad \mathbf{r}_2^{cm} = \mathbf{r}_3^{cm} = [a_r c_1 \quad a_r s_1 \quad 0], \quad (3.94)$$

3.3.2. Диференцијална кинематика центрифуге применом матричног Родриговог приступа

У овом одељку брзине и убрзања центрифуге биће дефинисана применом матричног Родриговог приступа приказаном у [91], ослањајући се на модел геометрије центрифуге који је дефинисан у Поглављу 3.2. Угаона брзина члана i , $i=1, 2, 3$, у односу на координатни систем који се креће заједно са

чланом i $\boldsymbol{\omega}_i^i = \sum_{\alpha=1}^i \mathbf{e}_\alpha^\alpha \dot{q}_\alpha$, и угаона брзина члана i , $i=1, 2, 3$, у односу на базни

координатни систем добијене формулом $\boldsymbol{\omega}_i^0 = \sum_{\alpha=1}^i \mathbf{A}_{0,\alpha} \mathbf{e}_\alpha^\alpha \dot{q}_\alpha$ дате су у следећим

једначинама:

$$\boldsymbol{\omega}_1^1 = \mathbf{e}_1^1 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \quad (3.95)$$

$$\boldsymbol{\omega}_1^0 = \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1^1 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \quad (3.96)$$

$$\boldsymbol{\omega}_2^2 = \mathbf{e}_1^2 \dot{q}_1 + \mathbf{e}_2^2 \dot{q}_2 = \mathbf{A}_{1,2}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{q}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_2 \dot{q}_1 \\ -\dot{q}_2 \\ c_2 \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \quad (3.97)$$

$$\boldsymbol{\omega}_2^0 = \mathbf{A}_{0,2} \boldsymbol{\omega}_2^2 = \begin{bmatrix} s_1 \dot{q}_2 \\ -c_1 \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \quad (3.98)$$

$$\boldsymbol{\omega}_3^3 = \mathbf{e}_1^3 \dot{q}_1 + \mathbf{e}_2^3 \dot{q}_2 + \mathbf{e}_3^3 \dot{q}_3 = \begin{bmatrix} s_2 \dot{q}_1 + \dot{q}_3 \\ c_2 s_3 \dot{q}_1 - \dot{q}_2 c_3 \\ \dot{q}_1 c_2 c_3 + \dot{q}_2 s_3 \end{bmatrix}, \quad (3.99)$$

$$\boldsymbol{\omega}_3^0 = \mathbf{A}_{0,3} \boldsymbol{\omega}_3^3 = \begin{bmatrix} s_1 \dot{q}_2 + c_1 c_2 \dot{q}_3 \\ -c_1 \dot{q}_2 + s_1 c_2 \dot{q}_3 \\ \dot{q}_1 + s_2 \dot{q}_3 \end{bmatrix}. \quad (3.100)$$

Поређењем једначина (3.80), (3.81), (3.82) са једначинама (3.96), (3.98) и (3.100), утврђује се поклапање резултата са првом методом базираном на општим теоремама кинематике.

Угаона убрзања чланова $i, i=1, 2, 3$ у односу на базни координатни систем се добијају из следеће једначине:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^0 = \sum_{\alpha=1}^i \mathbf{A}_{0,\alpha} \{\mathbf{e}_\alpha\} \ddot{q}_\alpha + \sum_{\alpha=1}^i \sum_{\beta=1}^{\alpha} \mathbf{A}_{0,\beta} \{\mathbf{e}_\beta^d\} \mathbf{A}_{\beta,\alpha} \{\mathbf{e}_\alpha\} \dot{q}_\alpha \dot{q}_\beta \quad (3.101)$$

и дате су у једначинама (3.102-3.104).

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_1^0 &= \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1 \ddot{q}_1 + \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1^d \mathbf{e}_1 \dot{q}_1 \dot{q}_1 = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_1, \end{aligned} \quad (3.102)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_2^0 &= \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1 \ddot{q}_1 + \mathbf{A}_{0,2} \mathbf{e}_2 \ddot{q}_2 + \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1^d \mathbf{A}_{1,1} \mathbf{e}_1 \dot{q}_1 \dot{q}_1 + \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1^d \mathbf{A}_{1,2} \mathbf{e}_2 \dot{q}_2 \dot{q}_1 + \mathbf{A}_{0,2} \mathbf{e}_2^d \mathbf{A}_{2,2} \mathbf{e}_2 \dot{q}_2 \dot{q}_2 = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{q}_2 + \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_2 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{q}_2 + \begin{bmatrix} c_1 \\ s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_2 \dot{q}_1 \end{aligned} \quad (3.103)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_3^0 &= \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1 \ddot{q}_1 + \mathbf{A}_{0,2} \mathbf{e}_2 \ddot{q}_2 + \mathbf{A}_{0,3} \mathbf{e}_3 \ddot{q}_3 + \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1^d \mathbf{A}_{1,1} \mathbf{e}_1 \dot{q}_1 \dot{q}_1 + \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1^d \mathbf{A}_{1,2} \mathbf{e}_2 \dot{q}_2 \dot{q}_1 + \\ &+ \mathbf{A}_{0,2} \mathbf{e}_2^d \mathbf{A}_{2,2} \mathbf{e}_2 \dot{q}_2 \dot{q}_2 + \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{e}_1^d \mathbf{A}_{1,3} \mathbf{e}_3 \dot{q}_3 \dot{q}_1 + \mathbf{A}_{0,2} \mathbf{e}_2^d \mathbf{A}_{3,2} \mathbf{e}_3 \dot{q}_3 \dot{q}_2 + \mathbf{A}_{0,3} \mathbf{e}_3^d \mathbf{A}_{3,3} \mathbf{e}_3 \dot{q}_3 \dot{q}_3. \end{aligned} \quad (3.104)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{q}_2 + \begin{bmatrix} c_1 c_2 \\ s_1 c_2 \\ s_2 \end{bmatrix} \ddot{q}_3 + \begin{bmatrix} c_1 \\ s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_2 \dot{q}_1 + \begin{bmatrix} -s_1 c_2 \\ c_1 c_2 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_3 \dot{q}_1 + \begin{bmatrix} -c_1 s_2 \\ -s_1 s_2 \\ c_2 \end{bmatrix} \dot{q}_3 \dot{q}_2$$

Поређењем једначина (3.85), (3.86), (3.87) са једначинама (3.102), (3.103) и (3.104), утврђује се поклапање резултата са првом методом стандардног векторског сабирања.

Линеарне брзине и убрзања центра инерције i -тог сегмента, $i=1, 2, 3$, у односу на КС који се креће заједно са чланом i се уз помоћ једначине (3.48) одређују према:

$$\mathbf{v}_{C_i}^i = \sum_{\alpha=1}^i \vec{T}_{\alpha(i)}^i \dot{q}_\alpha, \quad (3.105)$$

$$\mathbf{a}_{C_i}^i = \sum_{\alpha=1}^i \bar{\mathbf{T}}_{\alpha(i)} \ddot{q}_\alpha + \sum_{\alpha=1}^i \frac{d\bar{\mathbf{T}}_{\alpha(i)}}{dt} \dot{q}_\alpha, \quad (3.106)$$

где је са:

$$\bar{\mathbf{T}}_{\alpha(i)}^i = \partial \mathbf{r}_{C_i}^i / \partial q_\alpha, \quad (3.107)$$

означен тзв. *квазибазни вектор*.

Прорачун линеарних брзина центара инерције чланова манипулатора

У односу на базни КС, брзина центра инерције i -тог сегмента одређује се по формули:

$$\mathbf{v}_i^{(0)} = \sum_{\beta=1}^3 \mathbf{T}_{\beta(i)}^{(0)} \dot{q}_\beta, \quad (3.108)$$

где се користе квазибазни вектори добијени према:

$$\mathbf{T}_{\alpha(i)}^0 = \mathbf{A}_{0,\alpha} \mathbf{T}_{\alpha(i)}^\alpha = \mathbf{A}_{0,\alpha} \left(\mathbf{e}_\alpha^{d(\alpha)} \mathbf{R}_{\alpha(i)}^\alpha \right). \quad (3.109)$$

При рачунању линеарне брзине члана 1, квазибазни вектори неопходни за рачун дати су у једначинама (3.110-3.112).

$$\mathbf{T}_{1(1)}^1 = \left[\mathbf{e}_1^{d(1)} \right] \mathbf{R}_{1(1)} = \begin{bmatrix} 0 & a_r / 2 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (3.110)$$

$$\mathbf{R}_{1(1)} = O_1 C_1 = \mathbf{p}_{11} + \mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} a_r / 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (3.111)$$

$$\mathbf{T}_{2(1)}^1 = \mathbf{T}_{3(1)}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (3.112)$$

Из (3.108-3.112) добија се линеарна брзина првог сегмента:

$$\mathbf{v}_1^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ (a_r / 2) \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.113)$$

$$\mathbf{v}_1^0 = \mathbf{A}_{0,1} \mathbf{v}_1^1 = \begin{bmatrix} -s_1 (a_r / 2) \dot{q}_1 \\ c_1 (a_r / 2) \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.114)$$

За други члан, брзина се рачуна из $\mathbf{v}_2 = \sum_{\beta=1}^3 \mathbf{T}_{\beta(2)} \dot{q}_\beta$ према следећем прорачуну,

једначина (3.105):

$$\mathbf{v}_2^2 = \mathbf{T}_{1(2)}^2 \dot{q}_1 + \mathbf{T}_{2(2)}^2 \dot{q}_2, \quad (3.115)$$

Квазибазни вектори који фигуришу у једначини (3.115) добијају се из:

$$\mathbf{T}_{1(2)}^2 = [\mathbf{e}_1^{d(2)}] \mathbf{R}_{1(2)}^2, \quad (3.116)$$

$$\mathbf{e}_1^{(2)} = \mathbf{A}_{1,2}^T \mathbf{e}_1^{(1)} = \begin{bmatrix} s_2 \\ 0 \\ c_2 \end{bmatrix}, \quad (3.117)$$

$$\mathbf{R}_{1(2)}^2 = \mathbf{A}_{1,2}^T \mathbf{p}_{11} = \begin{bmatrix} c_2 a_r \\ 0 \\ -s_2 a_r \end{bmatrix}, \quad (3.118)$$

одакле следи $\mathbf{T}_{1(2)}^2 = [0 \ a_r \ 0]^T$, док је $\mathbf{T}_{2(2)}^2 = [0 \ 0 \ 0]^T$ јер је $\mathbf{R}_{2(2)}$ нула вектор. Последишно се добијају једначине за линеарну брзину другог члана:

$$\mathbf{v}_2^2 = \mathbf{T}_{1(2)}^2 \dot{q}_1 = [0 \ \dot{q}_1 a_r \ 0]^T, \quad (3.119)$$

$$\mathbf{v}_2^0 = \mathbf{A}_{0,2} \mathbf{v}_2^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & -c_1 s_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & -s_1 s_2 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{q}_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_1 \dot{q}_1 a_r \\ c_1 \dot{q}_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.120)$$

Линеарна брзина центра инерције трећег члана према (3.105) је:

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{T}_{1(3)} \dot{q}_1 + \mathbf{T}_{2(3)} \dot{q}_2 + \mathbf{T}_{3(3)} \dot{q}_3, \quad (3.121)$$

Квазибазни вектори из једначине (3.121) добијају се из (3.122-3.127):

$$\mathbf{T}_{1(3)}^3 = [\mathbf{e}_1^{d(3)}] \mathbf{R}_{1(3)}^3, \quad (3.122)$$

$$\mathbf{R}_{1(3)}^3 = \mathbf{A}_{1,3}^T \mathbf{p}_{11} = [c_2 a_r \ -s_2 s_3 a_r \ -s_2 c_3 a_r]^T, \quad (3.123)$$

$$\mathbf{e}_1^{(3)} = \mathbf{A}_{1,3}^T \mathbf{e}_1^{(1)} = [s_2 \ c_2 s_3 \ c_2 c_3]^T, \quad (3.124)$$

$$\mathbf{e}_1^{d(3)} = \begin{bmatrix} 0 & -c_2 c_3 & c_2 s_3 \\ c_2 c_3 & 0 & -s_2 \\ -c_2 s_3 & s_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.125)$$

$$\mathbf{T}_{1(3)}^3 = [0 \ c_3 a_r \ -s_3 a_r]^T, \quad (3.126)$$

$$\mathbf{T}_{2(3)}^3 = \mathbf{T}_{3(3)}^3 = [0 \ 0 \ 0]^T, \quad (3.127)$$

Одакле се добија:

$$\mathbf{v}_3^3 = \mathbf{T}_{1(3)}^3 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ c_3 a_r \dot{q}_1 \\ -s_3 a_r \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \quad (3.128)$$

$$\mathbf{v}_3^0 = \mathbf{A}_{0,3} \mathbf{v}_3^3 = [-s_1 \dot{q}_1 a_r \quad c_1 \dot{q}_1 a_r \quad 0]^T, \quad (3.129)$$

Поређењем једначине (3.83) са једначинама (3.114), (3.120) и (3.129), утврђује се поклапање резултата са првом методом базираном на општим теоремама кинематике.

Прорачун линеарних убрзања центара инерције чланова манипулатора

За први члан манипулатора из једначина (3.106), (3.110) и (3.112), добија се убрзање центра инерције првог сегмента у односу на базни КС:

$$\mathbf{a}_{C1}^0 = \begin{bmatrix} -s_1 a_r \ddot{q}_1 / 2 \\ c_1 a_r \ddot{q}_1 / 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c_1 a_r / 2 \\ -s_1 a_r / 2 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.130)$$

За други члан манипулатора из једначине (3.106) убрзање центра инерције у

односу на базни КС је $\mathbf{a}_{C2}^0 = \sum_{\beta=1}^2 \mathbf{T}_{\beta(2)}^0 \ddot{q}_\beta + \sum_{\beta=1}^2 \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial \mathbf{T}_{\beta(2)}^0}{\partial q_\alpha} \dot{q}_\alpha \dot{q}_\beta$. Квазибазни вектори

одређени су једначинама (3.116-3.118) из којих се добија:

$$\sum_{\beta=1}^2 \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial \mathbf{T}_{\beta(2)}^0}{\partial q_\alpha} \dot{q}_\alpha \dot{q}_\beta = \frac{\partial \mathbf{T}_{1(2)}^0}{\partial q_1} \dot{q}_1 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} -c_1 a_r \\ -s_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.131)$$

И коначно, линеарно убрзање центра инерције другог сегмента у односу на базни КС је:

$$\mathbf{a}_{C2}^0 = \begin{bmatrix} -s_1 a_r \\ c_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} -c_1 a_r \\ -s_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.132)$$

За трећи члан манипулатора из једначине (3.106) убрзање центра инерције у

односу на базни КС је $\mathbf{a}_{C3}^0 = \sum_{\beta=1}^3 \mathbf{T}_{\beta(3)}^0 \ddot{q}_\beta + \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial \mathbf{T}_{\beta(3)}^0}{\partial q_\alpha} \dot{q}_\alpha \dot{q}_\beta$. Квазибазни вектори

одређени су једначинама (3.126-3.127). Одатле се добија:

$$\sum_{\beta=1}^3 \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial \mathbf{T}_{\beta(3)}^0}{\partial q_{\alpha}} \dot{q}_{\alpha} \dot{q}_{\beta} = \frac{\partial \mathbf{T}_{1(3)}^0}{\partial q_1} \dot{q}_1 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} -c_1 a_r \\ -s_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.133)$$

И коначно линеарно убрзање центра инерције трећег сегмента у односу на базни КС је:

$$\mathbf{a}_{C3}^0 = \begin{bmatrix} -s_1 a_r \\ c_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} -c_1 a_r \\ -s_1 a_r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_1, \quad (3.134).$$

Поређењем једначина (3.91), (3.92) и (3.93) са једначинама (3.130), (3.132) и (3.134), утврђује се поклапање резултата са првом методом стандардног векторског сабирања.

3.4. Јакобијан матрица центрифуге

У роботици, појам Јакобијана роботског манипулатора се односи на матричну функцију која даје везу између вектора брзина спољашњих координата (енд-ефектора) и вектора брзина унутрашњих координата роботског манипулатора. Општи облик једначине којом је веза између вектора брзине спољашњих и вектора брзине унутрашњих координата дата преко Јакобијана је:

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (3.135)$$

Овде је $\bar{\mathbf{q}}$ вектор брзине спољашњих координата, а \mathbf{q} је вектор брзине унутрашњих координата.

Јакобијан роботског манипулатора има важну улогу при моделирању и управљању кретања манипулатора (нпр. при планирању и извођењу глатких трајекторија, при одређивању сингуларних конфигурација роботског манипулатора, при извођењу динамичких једначина кретања манипулатора итд.) [101].

За манипулатор који има n степени слободе, а m степени слободе кретања енд-ефектора у Декартовом простору (који су узети у обзир), Јакобијан роботског манипулатора је је $m \times n$ матрица [87]. Јакобијан матрица манипулатора се може дефинисати на више начина. У овом поглављу, под

Јакобијаном се сматра веза између вектора угаоне брзине и линеарне брзине КС придруженог енд-ефектору са угаоним брзинама зглобова манипулатора [101], једначина (3.136):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (3.136)$$

Вектор \mathbf{v} представља вектор линеарне брзине, а вектор $\boldsymbol{\omega}$ вектор угаоне брзине енд-ефектора. $6 \times n$ Јакобијан матрица \mathbf{J} може написати у облику:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix}, \quad (3.137)$$

при чему су \mathbf{J}_v и \mathbf{J}_ω $3 \times n$ матрице којима се дефинишу линеарне, тј. угаоне брзине енд-ефектора у функцији брзина унутрашњих координата роботског манипулатора. Применом косо-симетричних матрица, у [101] је показано да важи:

$${}^0\mathbf{J}_v = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{J}_{v1} & {}^0\mathbf{J}_{v2} & {}^0\mathbf{J}_{v3} \end{bmatrix}, \quad {}^0\mathbf{J}_{vi} = {}^0\mathbf{z}_{i-1} \times ({}^0\mathbf{r}_n - {}^0\mathbf{r}_{i-1}), \quad (3.138)$$

$${}^0\mathbf{J}_\omega = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{J}_{\omega1} & {}^0\mathbf{J}_{\omega2} & {}^0\mathbf{J}_{\omega3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k} & {}^0\mathbf{R}_1\mathbf{k} & {}^0\mathbf{R}_2\mathbf{k} \end{bmatrix}, \quad (3.139)$$

где је \mathbf{z}_i јединични вектор i -те осе ротације, \mathbf{k} је јединични вектор $\mathbf{k} = [0 \ 0 \ 1]^T$, ${}^0\mathbf{r}_i$ је вектор положаја i -тог зглоба у односу на базни координатни систем. Матрице ${}^0\mathbf{R}_i$ су матрице ротације координатних система придружених i -том зглобу у односу на базни координатни систем. Горњи индекс 0 у подматрицама Јакобијана означава да се вектори угаоне и линеарне брзине енд-ефектора дефинишу у односу на базни КС. Применом претходних једначина на центрифугу се добија:

$${}^0\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 & 0 & 0 \\ a_1 c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & c_1 c_2 \\ 0 & -c_1 & s_1 c_2 \\ 1 & 0 & s_2 \end{bmatrix}. \quad (3.140)$$

За инверзан проблем одређивања брзина унутрашњих координата на основу угаоне и линеарне брзине енд-ефектора, важи једначина:

$$\dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}(\mathbf{q}))^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}. \quad (3.141)$$

С обзиром да $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ није квадратна матрица, за добијање генерализоване инверзне матрице овде се користи *Moore-Penrose* псеудоинверзија [23], [103]:

$$\mathbf{J}^\dagger = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T. \quad (3.142)$$

Овим методом се не добија аналитичко решење већ се добија најближе, у смислу најмањих квадрата, жељеном вектору. Потребно је да матрица \mathbf{J} буде пуног ранга.

За одређивање угаоног и линеарног убрзања последњег сегмента робота такође се користи Јакобијан матрица. Из једначине (3.136) добија се:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \left(\frac{d}{dt} \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right). \quad (3.143)$$

Из једначине (3.140), следи:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -a_r c_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ -a_r s_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 \dot{q}_1 & -s_1 c_2 \dot{q}_1 - c_1 s_2 \dot{q}_2 \\ 0 & s_1 \dot{q}_1 & c_1 c_2 \dot{q}_1 - s_1 s_2 \dot{q}_2 \\ 0 & 0 & c_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.144)$$

А одатле се добија:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_r s_1 & 0 & 0 \\ a_r c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & c_1 c_2 \\ 0 & -c_1 & s_1 c_2 \\ 1 & 0 & s_2 \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} -a_r c_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ -a_r s_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 \dot{q}_1 & -s_1 c_2 \dot{q}_1 - c_1 s_2 \dot{q}_2 \\ 0 & s_1 \dot{q}_1 & c_1 c_2 \dot{q}_1 - s_1 s_2 \dot{q}_2 \\ 0 & 0 & c_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}. \quad (3.145)$$

За инверзан проблем одређивања убрзања унутрашњих координата на основу жељених угаоних и линеарних убрзања енд-ефектора полазимо од једначине:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} - \left(\frac{d}{dt} \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right) = \mathbf{b}, \quad (3.146)$$

одакле следи:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{b}, \quad (3.147)$$

Када упоредимо једначине за линеарне (3.83) и (3.129) и угаоне (3.82) и (3.100) брзине КС везаног за трећи члан манипулатора (који је исте позиције и оријентације као и енд-ефектор) са једначином Јакобијана (3.140), као и линеарна убрзања (3.89) и (3.125) и угаона убрзања (3.87) и (3.104) КС везаног за трећи члан манипулатора са једначином (3.145), добијамо резултате који се поклапају.

3.4.1. Сингуларне позиције центрифуге

Сингуларне позиције роботског манипулатора су позиције у којима роботски манипулатор губи један степен слободе кретања (у Декартовом простору) [87]. За вредности унутрашњих координата при којима је роботски манипулатор у сингуларној позицији, Јакобијан роботског манипулатора је сингуларна матрица, тј. детерминанта Јакобијан матрице је једнака нули.

Осим што се губи један степен слободе кретања, применом једначина (3.135), тј. (3.136) за коначно мале вредности брзина спољашњих координата добијају се бесконачно велике брзине унутрашњих координата. Такође, у овим позицијама, спољашња сила енд-ефектора коначне вредности може довести до бесконачно великих сила и момената у зглобовима [101] (при статичком прорачуну сила и момената).

За случај центрифуге, из једначине (3.140) добија се $\det \mathbf{J}_{\omega} = c_2$, што значи да је манипулатор за $q_2 = \pm\pi/2$ у сингуларној позицији. Управљачки алгоритми кретањем центрифуге у оквиру планера трајекторије узимају у обзир сингуларну позицију центрифуге.

3.5. Анализа примене приказаних метода за одређивање диференцијалне кинематике центрифуге

Уколико упоредимо поступке одређивања угаоних брзина и убрзања чланова манипулатора центрифуге и линеарних брзина и убрзања центара инерције чланова овог роботског манипулатора, чији је број степени слободе $n=3$, применом: 1) методе базиране на општим теоремама кинематике, 2) методе базиране на примени матричног Родриговог приступа, 3) применом Јакобијан матрице роботског манипулатора дефинисаним на бази косо-симетричних матрица, датих у поглаљима 3.3.1, 3.3.2, и 3.4, следствено, сложеност примене је слична, с тим што су методе базирана на општим теоремама кинематике и применом Јакобијана интуитивне за примену (у смислу да је кориснику јасно физичко значење векторских величина које фигуришу у једначинама). Предност методе базиране на примени матричног Родриговог приступа је у компактности и аутоматизованости поступка. При развоју диференцијалне кинематике овим поступком није неопходна анализа физичког значења матричних величина које фигуришу у поступку (и самим тим је посебно прилагођена примени за ширу групу корисника). С обзиром да се угаоне брзине и убрзања чланова манипулатора, као и линеарне брзине и убрзања центара маса чланова манипулатора добијају из јединствених формула, овом методом омогућава се примена софтверских алата који омогућавају симболичке прорачуне, као што је нпр. *Wolfram Mathematica* [104]. У том смислу, метода базирана на примени матричног Родриговог приступа је погоднија за роботске манипулаторе који имају више степени слободе кретања.

Значајно је напоменути да се одређивање Јакобијана методом приказаном у [101], као и одређивање вектора угаоне брзине чланова и вектора линеарне брзине релевантних тачака чланова роботског манипулатора базираног на матричном Родриговом приступу приказаном у [91] заснивају на примени косо-симетричних матрица.

3.6. Нови алгоритам за решавање директног кинематичког задатка роботског манипулатора у простору кватерниона

Најчешће коришћени математички формализми за дефинисање оријентације крутог тела поседују извесне мане. Ојлерови углови поседују сингуларности које су резултат представљања оријентације у минималној форми [105]. Тако нпр., када је угао θ једнак нули, углови ψ и φ се не могу одредити из једначине (3.74), само се може одредити њихов збир. Такође, када у (3.26) угао B има вредност $\pi/2$, углови A и C се не могу одредити из ове једначине, само се може одредити њихова разлика. Са друге стране, матрице ротације могу бити нумерички нестабилне [96]. Ови недостаци се могу превазићи употребом јединичних кватерниона за описивање оријентације.

Јединични кватерниони представљају веома погодан и компактан математички формализам за описивање оријентације крутог тела у тродимензионалном простору. Поред тога што не пате од сингуларности и нумеричке нестабилности, интеграција инкременталних промена у оријентацији се остварује са већом тачношћу у односу на случај када се користе Ојлерови углови [93]. Аналогно матрици хомогене трансформације координата, за описивање општег кретања крутог тела користе се дуални кватерниони [96].

Описивање ротације у тродимензионалном простору путем кватерниона, уместо путем стандардних математичких представа у форми матрица ротације или Ојлерових углова, има следеће предности [106]:

- Слагање ротација је рачунски брже и нумерички стабилније.
- Проблем сингуларности се не појављује код јединичних кватерниона.
- Једнозначно пресликавање, тј. описивање ротације.
- Из кватернионског описа се лако долази до угла и осе ротације.
- Интерполација је једноставнија.

3.6.1. Јединични кватерниони

Постоји мноштво литаратуре која се бави кватернионима [92]. У овом тексту операције над кватернионима су дате у функцији извођења кинематичких алгоритама кретања манипулатора.

Кватерниони су хипер-комплексни бројеви који се могу писати као линеарна комбинација $a+bi+cj+dk$, уз $i^2 = j^2 = k^2 = -1$. Овде a представља реални део, док су b , c и d имагинарне компоненте кватерниона. Они се такође могу схватити као квадрипол $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3, q_4)$, а могу се и посматрати кроз скалар-вектор форму $\mathbf{q} = (s, \mathbf{v})$. Последња форма је изузетно погодна са описивање ротације.

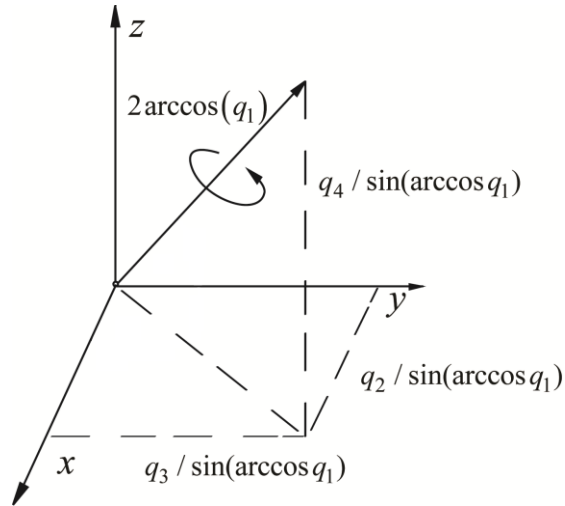
Веза са осом ротације и углом ротације

Уколико је ротација крутог тела при сферном кретању крутог тела дата преко осе ротације и угла ротације, при чему је оса ротације дефинисана јединичним углом \mathbf{u} , а угао ротације је θ , употребом проширене Ојлерове формуле, добија се ова трансформација у простору кватерниона:

$$\begin{aligned}\mathbf{q} &= e^{\frac{1}{2}\theta(u_x\mathbf{i}+u_y\mathbf{j}+u_z\mathbf{k})} = \\ &= [\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)(u_x, u_y, u_z)] = (s, \mathbf{v}), \\ &= [\cos\bar{\theta}, \sin\bar{\theta}(u_x, u_y, u_z)]\end{aligned}\tag{3.148}$$

где је, $\bar{\theta} = \frac{\theta}{2}$.

Да би могли да описују ротацију, кватерниони морају задовољити услов $|\mathbf{q}| = 1$, тј. ротација се описује јединичним кватернионима. На слици 3.17 је илустрована веза између тренутне осе ротације и угла ротације са кватернионским приказом ротације.



Слика 3.17. Визуелизација параметара јединичног кватерниона кроз везу са осом ротације и углом ротације

Операције са јединичним кватернионима

За дате јединичне кватернионе $\mathbf{q}_1 = (s_1, \mathbf{v}_1)$ и $\mathbf{q}_2 = (s_2, \mathbf{v}_2)$, операција кватернионског сабирања је дефинисана као [92]:

$$\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = (s_1, \mathbf{v}_1) + (s_2, \mathbf{v}_2) = (s_1 + s_2, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2), \quad (3.149)$$

док је кватернионски производ дефинисан као [92]:

$$\mathbf{q}_1 \otimes \mathbf{q}_2 = (s_1 s_2 - \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2, s_1 \mathbf{v}_2 + s_2 \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2). \quad (3.150)$$

Операција кватернионског множења је асоцијативна и дистрибутивна у односу на сабирање, али није комутативна.

Две узастопне ротације описане кватернионима \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 еквивалентне су једној ротацији која је добијена кватернионским проиводом $\mathbf{q}_1 \otimes \mathbf{q}_2$.

Веза између јединичног кватерниона и матрице ротације дата је следећом једначином [93]:

$$\begin{bmatrix} q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 + q_1^2 & 2(q_2 q_3 - q_4 q_1) & 2(q_2 q_4 + q_3 q_1) \\ 2(q_2 q_3 + q_4 q_1) & -q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 + q_1^2 & 2(q_3 q_4 - q_2 q_1) \\ 2(q_2 q_4 - q_3 q_1) & 2(q_3 q_4 + q_2 q_1) & -q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 + q_1^2 \end{bmatrix}. \quad (3.151)$$

3.6.2. Дуални кватерниони

Дуални кватерниони су први пут представљени од стране Вилијама Клифорда 1873. године, и могу се сматрати проширењем јединичних кватерниона које има могућност да послужи за описивања и ротације и транслације крутог тела [96]. Они се могу дефинисати као кватерниони чији су чланови дуални бројеви, па се тако могу представити осмо-димензионалним вектором [107]:

$$\hat{\mathbf{q}} = (s, x, y, z, s_\varepsilon, x_\varepsilon, y_\varepsilon, z_\varepsilon) = \mathbf{q} + \varepsilon \mathbf{q}_\varepsilon = (\hat{s}, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z}), \quad (3.152)$$

где је ε дуални фактор, $\varepsilon^2=0$, $\varepsilon \neq 0$. Пошто круто тело у тродимензионалном простору у општем случају има 6 степени слободе кретања, дуални кватерниони подлежу следећим ограничењима [107]:

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1, \quad (3.153)$$

$$q_1 q_{1\varepsilon} + q_2 q_{2\varepsilon} + q_3 q_{3\varepsilon} + q_4 q_{4\varepsilon} = 0. \quad (3.154)$$

Операције над дуалним кватернионима

Производ дуалних кватерниона дефинише се као [96]:

$$\hat{\mathbf{q}}_1 \otimes \hat{\mathbf{q}}_2 = (\mathbf{q}_1 + \varepsilon \mathbf{q}_{1\varepsilon}) \otimes (\mathbf{q}_2 + \varepsilon \mathbf{q}_{2\varepsilon}) = \mathbf{q}_1 \otimes \mathbf{q}_2 + \varepsilon (\mathbf{q}_1 \otimes \mathbf{q}_{2\varepsilon} + \mathbf{q}_{1\varepsilon} \otimes \mathbf{q}_2) \quad (3.155)$$

Коњуговани дуал од $\hat{\mathbf{q}}$ је:

$$\bar{\hat{\mathbf{q}}} = \mathbf{q} - \varepsilon \mathbf{q}_\varepsilon. \quad (3.156)$$

Други коњуговани дуал је:

$$\bar{\hat{\mathbf{q}}}^* = ((s, -x, -y, -z, -s_\varepsilon, x_\varepsilon, y_\varepsilon, z_\varepsilon)). \quad (3.157)$$

Ако је вектор \mathbf{p} дат у Декартовом простору као $\mathbf{p} = p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k}$, у простору јединичних кватерниона, овај вектор ће бити:

$$\mathbf{p} = 0 + p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k}, \quad (3.158)$$

а у простору дуалних кватерниона [96]:

$$\hat{\mathbf{p}} = 1 + \varepsilon (p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k}), \quad (3.159)$$

или:

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p} + \varepsilon \mathbf{p}_\varepsilon = (1, 0, 0, 0) + \varepsilon (0, p_x, p_y, p_z). \quad (3.160)$$

Описивање ротације у простору дуалних кватерниона

Ротација вектора \mathbf{p} око осе \mathbf{a} за угао α је у простору дуалних кватерниона описана следећом једначином [96]:

$$\hat{\mathbf{p}}' = \hat{\mathbf{q}}_R \otimes \hat{\mathbf{p}} \otimes \bar{\hat{\mathbf{q}}}_R^*, \quad (3.161)$$

при чему је дуални кватернион који описује измењени вектор \mathbf{p} у облику:

$$\hat{\mathbf{p}}' = 1 + \varepsilon (p'_x \mathbf{i} + p'_y \mathbf{j} + p'_z \mathbf{k}), \quad (3.162)$$

добијен из:

$$\hat{\mathbf{q}}_R = \mathbf{q}_R + \varepsilon \mathbf{q}_{R\varepsilon} = \mathbf{q}_R = \left(\cos \bar{\alpha}, \sin \bar{\alpha} (a_x, a_y, a_z) \right), \mathbf{q}_{R\varepsilon} = (0, 0, 0, 0), \quad (3.163)$$

Описивање транслације у простору дуалних кватерниона

Транслагација описана вектором транслагације $\mathbf{T} = (t_x \mathbf{i} + t_y \mathbf{j} + t_z \mathbf{k})$ се у простору дуалних кватерниона дефинише на следећи начин [96]:

$$\hat{\mathbf{q}}_T = (1, 0, 0, 0) + \frac{\varepsilon}{2} (0, t_x, t_y, t_z) = 1 + \frac{\varepsilon}{2} (t_x \mathbf{i} + t_y \mathbf{j} + t_z \mathbf{k}). \quad (3.164)$$

Дуални кватернион који описује вектор \mathbf{p} након транслагације за вектор \mathbf{T} је :

$$\hat{\mathbf{p}}' = \hat{\mathbf{q}}_T \otimes \hat{\mathbf{p}} \otimes \bar{\hat{\mathbf{q}}}_T^* = 1 + \varepsilon (p'_x \mathbf{i} + p'_y \mathbf{j} + p'_z \mathbf{k}). \quad (3.165)$$

Траслаторно кретање се може описати и као векорско сабирање датог вектора \mathbf{p} и вектора транслагације \mathbf{T} , а овај векторски збир се може пренети и у простор дуалних кватерниона на следећи начин, [108]:

$$\hat{\mathbf{p}}' = 1 + \varepsilon \left((p_x + t_x) \mathbf{i} + (p_y + t_y) \mathbf{j} + (p_z + t_z) \mathbf{k} \right). \quad (3.166)$$

Опште кретање крутог тела у простору дуалних кватерниона

Претпоставимо да је вектор \mathbf{p} прво ротиран око осе \mathbf{a} за угао α а затим транслагација транслагационим вектором \mathbf{T} . Ова трансформација се у простору дуалних кватерниона описује као [96], [108]:

$$\hat{\mathbf{p}}' = \hat{\mathbf{q}}'_T \otimes (\hat{\mathbf{q}}_R \otimes \hat{\mathbf{p}} \otimes \bar{\hat{\mathbf{q}}}_R^*) \otimes \bar{\hat{\mathbf{q}}}'_T^*, \quad (3.167)$$

где је $\hat{\mathbf{q}}_R$ дато са (3.163). Посебно треба обратити пажњу да је $\hat{\mathbf{q}}_T$ дуални кватернион који описује транслацију дефинисану вектором транслације \mathbf{T}' који је заправо ротирани вектор транслације \mathbf{T} , [108]:

$$\mathbf{T}' = (\hat{\mathbf{q}}_R \otimes \hat{\mathbf{T}} \otimes \bar{\hat{\mathbf{q}}}_R^*). \quad (3.168)$$

Претпоставимо да је вектор \mathbf{p} прво транслиран транслационим вектором \mathbf{T} , а затим ротирани око осе \mathbf{a} за угао α што је описано са $\hat{\mathbf{q}}_R$. Ова трансформација се у простору дуалних кватерниона описује као, [108]:

$$\hat{\mathbf{p}}' = \hat{\mathbf{q}}_R \otimes (\hat{\mathbf{q}}_T \otimes \hat{\mathbf{p}} \otimes \bar{\hat{\mathbf{q}}}_T^*) \otimes \bar{\hat{\mathbf{q}}}_R^*. \quad (3.169)$$

3.6.3. Један нови алгоритам за решавање директног кинематичког задатка роботског манипулатора у простору дуалних кватерниона

У овом одељку ће бити описано извођење једног новог алгоритма за решавање директног кинематичког задатка роботског манипулатора у простору дуалних кватерниона према претходно описаним трансформацијама вектора у простору дуалних кватерниона.

Да би се развио ефикасни алгоритам кинематике роботског манипулатора, потребно је усвојити погодни референтни систем и дефинисати све осе ротација, тј. транслација. Свакој од ових оса придружујемо јединични вектор кога усмеравамо тако да се ротација око овог вектора одвија у позитивном математичком смеру. Поред ових вектора, потребно је дефинисати векторе положаја сваког зглоба у односу на претходни.

Ротација је у простору дуалних кватерниона описана са:

$$\hat{\mathbf{q}}_R = \mathbf{q}_R + \varepsilon \mathbf{q}_{R\varepsilon} = (\cos \bar{\alpha}, \sin \bar{\alpha} (a_x, a_y, a_z)), \mathbf{q}_{R\varepsilon} = (0, 0, 0, 0), \quad (3.170)$$

где је α угао ротације око тренутне осе ротације \mathbf{a} која је дата у простору Декартових координата. Ови вектори су одређени у почетном положају у односу на референтни координатни систем. Ротације за угао α око осе ротације паралелне осам x , y , z референтног координатног система су описане следећим једначинама, [108]:

$$\hat{\mathbf{q}}_{R,x,\alpha} = (\cos \bar{\alpha}, \sin \bar{\alpha} (1, 0, 0)), \quad (3.171)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{R,y,\alpha} = (\cos \bar{\alpha}, \sin \bar{\alpha} (0, 1, 0)), \quad (3.172)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{R,z,\alpha} = (\cos \bar{\alpha}, \sin \bar{\alpha} (0, 0, 1)). \quad (3.173)$$

Уколико је оса ротације усмерена супротно од неке осе координарног система, усваја се да се ротација врши око позитивне осе за негативан угао α , тј. за $-\alpha$, и у претходним једначинама (3.171-3.173) се замењује $\sin(\alpha/2)$ са $-\sin(\alpha/2)$, [108].

За случај призматичног зглоба, транслација описана преко вектора транслације $\mathbf{T} = (t_x \mathbf{i} + t_y \mathbf{j} + t_z \mathbf{k})$ ће у простору дуалних кватерниона бити описана једначином, [96]:

$$\hat{\mathbf{q}}_T = 1 + \frac{\varepsilon}{2} (t_x \mathbf{i} + t_y \mathbf{j} + t_z \mathbf{k}). \quad (3.174)$$

Транслације за вредност a дуж оса паралелних осама x , y , z референтног координатног система се описују следећим једнакостима, [108]:

$$\hat{\mathbf{q}}_{T,x,a} = 1 + \frac{\varepsilon}{2} (a \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + 0 \mathbf{k}), \quad (3.175)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{T,y,a} = 1 + \frac{\varepsilon}{2} (0 \mathbf{i} + a \mathbf{j} + 0 \mathbf{k}), \quad (3.176)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{T,z,a} = 1 + \frac{\varepsilon}{2} (0 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + a \mathbf{k}). \quad (3.177)$$

Размотримо манипулатор са n степени слободе и нека је n_R број цилиндричних зглобова. Дуални вектор који дефинише оријентацију енд-ефектора за дати вектор унутрашњих координата је:

$$\hat{\mathbf{q}}_{0,n_R} = \hat{\mathbf{q}}_{1_R} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{2_R} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{3_R} \dots \otimes \hat{\mathbf{q}}_{n_R}, \quad (3.178)$$

где је $\hat{\mathbf{q}}_{i_R}$ дуални кватернион који описује трансформацију услед обртања i -тог цилиндричног зглоба. Ова трансформација је у простору јединичних кватерниона дата следећом једначином, [108]:

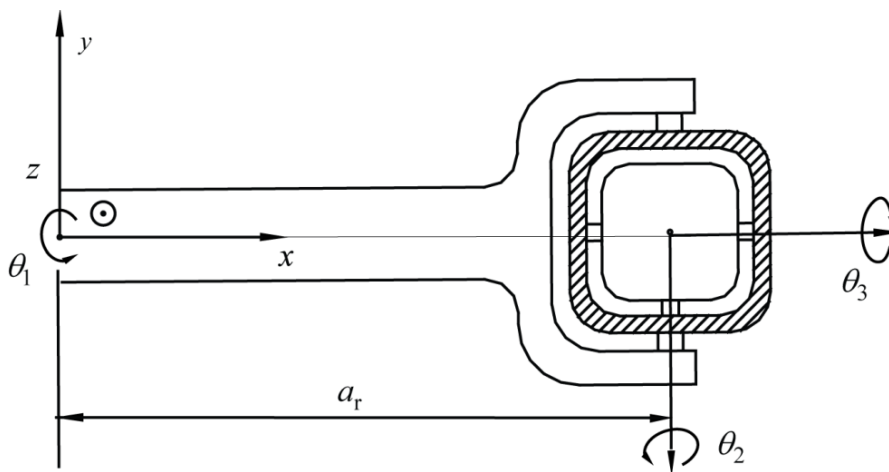
$$\mathbf{q}_{0,n_R} = \mathbf{q}_{1_R} \otimes \mathbf{q}_{2_R} \otimes \mathbf{q}_{3_R} \dots \otimes \mathbf{q}_{n_R}. \quad (3.179)$$

Оријентација енд-ефектора се може анализирати преко оријентације *approach vector*-а, или произвољно придруженог вектора, трансформацијом датог вектора преко једначина (3.161), (3.178) или (3.179).

Да бисмо одредили позицију енд-ефектора, вектор положаја енд-ефектора \mathbf{p} ће се посматрати као сума вектора који повезују суседне зглобове и мења се кретањем чланова. Применимо претходно дефинисане трансформације вектора у простору кватерниона. Употребом једначина (3.167) и (3.169) примењујемо одговарајуће трансформације које се остварују у цилиндричним и призматичним зглобовима и добијамо промену вектора положаја у простору дуалних кватерниона. При овоме редослед примењивања описаних трансформација вектора је од суштинске важности, а посебно треба водити рачуна у случају када је ротација праћена трансляцијом.

3.6.4. Решавање директног кинематичког задатка центрифуге применом новог алгоритма у простору дуалних кватерниона

У наставку текста биће дата примена алгоритма описаног у претходном поглављу на примеру центрифуге [108], [109]. На слици 3.18 приказано је постављање базног координатног система и оса ротације центрифуге.



Слика 3.18. Базни координатни систем и осе ротације центрифуге у почетном положају-поглед одозго

Планетарно кретање и обртање гондоле центрифуге дати су у простору кватерниона следећим једначинама:

$$\hat{\mathbf{q}}_{1_r} = \hat{\mathbf{q}}_{rot}(z_0, \theta_1) = (\cos \bar{\theta}_1, \sin \bar{\theta}_1 (0, 0, 1)), \quad (3.180)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{2_r} = \hat{\mathbf{q}}_{rot}(z_1, \theta_2) = \hat{\mathbf{q}}_{rot}(y_0, -\theta_2) = (\cos \bar{\theta}_2, -\sin \bar{\theta}_2 (0, 1, 0)), \quad (3.181)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{3_r} = \hat{\mathbf{q}}_{rot}(z_2, \theta_3) = \hat{\mathbf{q}}_{rot}(x_0, \theta_3) = (\cos(\bar{\theta}_3), \sin(\bar{\theta}_3)(1, 0, 0)). \quad (3.182)$$

Овде су $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ вредности унутрашњих координата-угаоне позиције зглобова q_1, q_2, q_3 , следствено. Оса ротације z_0 је паралелна z оси фиксног система, z_1 је паралелна y оси, а z_2 је паралелна x оси фиксног система. Фиксни систем је усвојен као у претходна два описана кинематичка модела центрифуге, слика 3.4 и слика 3.11. Оријентација последњег сегмента роботског система добија се из једначине:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}_{0,3} &= \hat{\mathbf{q}}_{1_r} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{2_r} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{3_r} = \mathbf{q}_{0,3} + \varepsilon \mathbf{q}_{0,3\varepsilon} \\ \mathbf{q}_{0,3} &= \begin{bmatrix} c\bar{\theta}_3 c\bar{\theta}_2 c\bar{\theta}_1 - s\bar{\theta}_1 s\bar{\theta}_2 s\bar{\theta}_3 \\ c\bar{\theta}_2 c\bar{\theta}_1 s\bar{\theta}_3 + c\bar{\theta}_3 s\bar{\theta}_1 s\bar{\theta}_2 \\ c\bar{\theta}_1 c\bar{\theta}_3 s\bar{\theta}_2 + s\bar{\theta}_1 c\bar{\theta}_2 s\bar{\theta}_3 \\ c\bar{\theta}_2 c\bar{\theta}_3 s\bar{\theta}_1 + c\bar{\theta}_1 s\bar{\theta}_2 s\bar{\theta}_3 \end{bmatrix} \cdot \\ \mathbf{q}_{0,3\varepsilon} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \end{aligned} \quad (3.183)$$

Употребом једначине (3.151) која даје везу између јединичног кватерниона који описује ротацију и матрице ротације, добија се исто решење као и у претходна поступка за решавање директног кинематичког задатка приказаних у Поглављима 3.1 и 3.2 [108].

Пошто је енд-ефектор смештен у центар инерције гондоле у коме се секу осе ваљања и пропињања/понирања, ротације другог и трећег члана не утичу на позицију енд-ефектора. У почетном положају, вектор положаја енд-ефектора је у Декартовом координатном систему дат са $\mathbf{p} = [a_r \quad 0 \quad 0]^T$, а у простору дуалних кватерниона ће бити:

$$\hat{\mathbf{p}} = (1, 0, 0, 0) + \varepsilon (0, a_r, 0, 0) = 1 + \varepsilon (a_r \mathbf{i}). \quad (3.184)$$

Након ротације руке центрифуге око планетарне осе, употребом једначине (3.161) добија се нови положај енд-ефектора у простору дуалних кватерниона:

$$\hat{\mathbf{p}}' = \hat{\mathbf{q}}_{1_r} \otimes \hat{\mathbf{p}} \otimes \hat{\mathbf{q}}_{1_r}^* = 1 + \varepsilon (0, a_r c\theta_1, a_r s\theta_1, 0). \quad (3.185)$$

а одавде се добија овај вектор у Декартовим координатама:

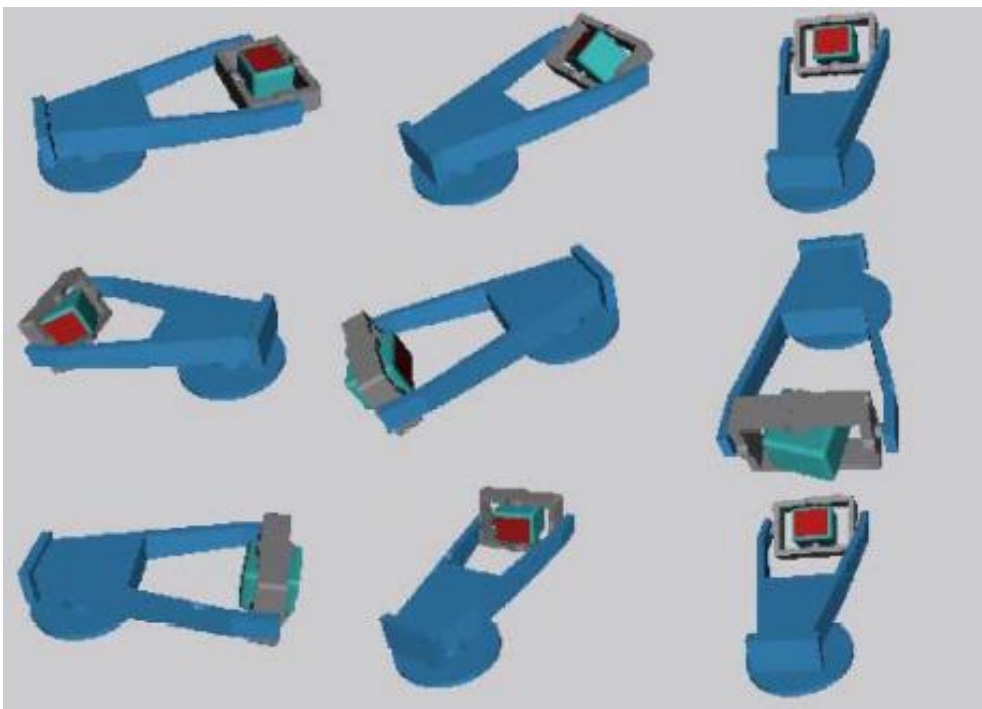
$$\mathbf{p}' = [a_r c_1 \quad a_r s_1 \quad 0]^T . \quad (3.186)$$

На овом примеру, види се једноставност и компактност представљеног алгоритма за решавање директног кинематичког задатка у простору дуалних кватерниона, који се одликује мањом сложености израчунавања у односу на претходно приказана два поступка путем Д-Х конвенције и Родриговим приступом. Посебна предност овог алгоритма је избегавање проблема сингуларности. Као што смо претходно утврдили, манипулатор се налази у сингуларној позицији када је $q_2 = \pm\pi/2$. На слици 3.18 се види да су у овој позицији, прва и трећа оса паралелне. У овој позицији се губи један степен слободе, и из претходних једначина (3.26-3.29) и (3.74-3.77) се види да је немогуће у непосредној близини ове позиције одредити или управљати оријентацијом енд-ефектора помоћу Ојлерових углова. Оваква нумеричка нестабилност и непредвидиво понашање манипулатора може довести до потенцијално опасних ситуација. Са друге стране, из једначине (3.183) се види да су сви чланови јединичног кватерниона који описује оријентацију енд-ефектора центрифуге у овој позицији јасно дефинисани.

Примена кватерниона при дефинисању оријентације виртуелног 3Д система за симулацију кретања центрифуге

У оквиру пројекта [22] развијен је 3Д симулатор кретања центрифуге [26], [110]. Овај симулатор кретања је развијен уз помоћ *OpenGL* библиотека [111], и интегрисан у *offline* део система за програмирање, управљање и надзор робота, машина алатки и система за тренажу пилота [27], [112], [113]. 3Д симулација кретања центрифуге је неопходна ради верификације задатих кретања центрифуге, као и за надзор рада уређаја након реализације уређаја. Кинематички модел центрифуге који је развијен као део ове дисертације је имплементиран у 3Д симулатор кретања. Са аспекта програмирања, употреба кватерниона за дефинисање оријентације је једноставнија за рад и погоднија што се тиче брзине извршења алгоритма, у односу на Ојлерове углове. У [26] је приказан развој 3Д симулатора кретања центрифуге где је

промена оријентације КС у зглобовима центрифуге и КС везаног за пилота у односу на претходни КС дефинисана помоћу кватерниона. Оријентација је дефинисан према слици 3.4 према једначинама (3.171-3.173). За један задати програм кретања центрифуге, на слици 3.19 дати су неке од положаја 3Д виртуелног модела центрифуге [26].



Слика 3.19. Различити положаји при симулацији кретања центрифуге у 3Д виртуелном симулатору кретања [26]

3.7. Осврт на кинематички модел УПДП уређаја

У односу на центрифугу, УПДП који се разматра у овој дисертацији има једну додатну вертикалну осу, додатну између прве и друге осе центрифуге, слика 1.2 и 2.8. С обзиром да су прва и друга оса паралелне, уколико се збир углова првог и другог зглоба УПДП-а изједначи са првим углом центрифуге, добијају се истоветна решења директних и инверзних кинематичких задатака ова два уређаја у аналитичком облику [19], [20].

4. РАЗВОЈ НАПРЕДНИХ АЛГОРИТАМА ПЛАНЕРА ТРАЈЕКТОРИЈЕ ЗА ЦЕНТРИФУГУ

За управљање центрифуге у режиму „отворене петље”, у коме се остварују предефинисани профили апсолутне вредности укупног убрзања у центру инерције гондоле a (G) са задатим изводима овог убрзања n_p , потребно је развити алгоритам који израчунава трајекторије зглобова центрифуге којима се остварује жељена промена овог убрзања. За уопштени појам кинематичког модела роботског манипулатора, развој овог алгоритма се може сматрати инверзним кинематичким задатком за центрифугу.

У оквиру Л-ИРЛ језика, развијена је нова инструкција кретања, тзв. GMOVE инструкција [17] којом је омогућено задавање кретања центрифуге дефинисањем неких од следећих параметара: 1) жељене достигнуте апсолутне вредности укупног убрзања у центру инерције гондоле $a=Gg$, 2) константног прираштаја овог убрзања n_p за дати сегмент кретања, 3) време трајања достигнутог убрзања [17], [18], [26], [29].

Основни тренинг који се спроводи у центрифугама за тренажу пилота савремених борбених авиона односи се на случај када је укупно убрзање које делује на пилота усмерено у правцу z осе пилота (у смеру од главе ка карлици), тзв. Gz убрзање.

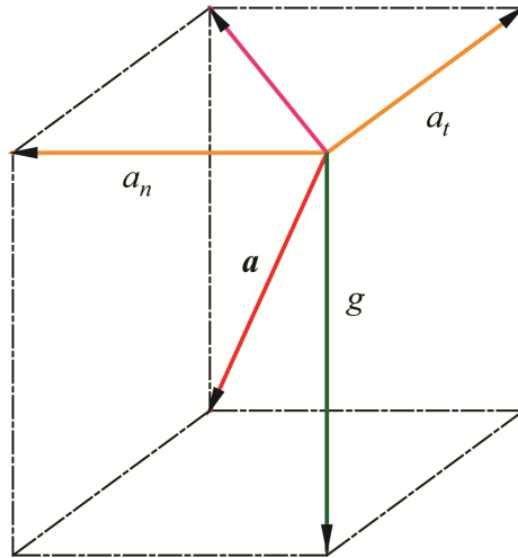
Линеарно убрзање координатног почетка КС у центру инерције гондоле (у пресеку оса ваљања и пропињања/понирања) који је придружен пилоту и креће се заједно са њим је дефинисано у претходном поглављу у оквиру кинематичког модела центрифуге. Линеарно убрзање тачке енд-ефектора која се поклапа са координатним почетком трећег КС, а које потиче од мотора, дато је у векторском облику у једначинама (3.93) и (3.134) као $\dot{\mathbf{v}}_3 = a_r \begin{bmatrix} -s_1 \ddot{q}_1 - c_1 \dot{q}_1^2 & c_1 \ddot{q}_1 - s_1 \dot{q}_1^2 & 0 \end{bmatrix}^T$. С обзиром да на енд-ефектор делује и сила Земљине теже, вектору убрзања које потиче од мотора се додаје и вектор убрзања услед деловања Земљине теже $\mathbf{g} = [0 \quad 0 \quad -g]^T$. На основу наведеног,

једначина која дефинише интензитет укупног убрзања у центру инерције гондоле је:

$$a(t) = \left(a_r^2 (-s_1 \ddot{q}_1 - c_1 \dot{q}_1^2)^2 + a_r^2 (c_1 \ddot{q}_1 - s_1 \dot{q}_1^2)^2 + g^2 \right)^{1/2} \quad (4.1)$$

$$a(t) = gG(t) = (a_n^2(t) + a_t^2(t) + g^2)^{1/2} = [a_r^2(\omega_1^4(t) + \dot{\omega}_1^2(t)) + g^2]^{1/2} \quad (4.2)$$

где је ω_1 угаона брзина руке центрифуге, a је интензитет укупног убрзања у центру инерције гондоле, a_n је нормално, а a_t је тангенцијално убрзање у центру инерције гондоле, слика 4.1. Из једначине (4.1) види се да на интензитет укупног вектора убрзања у центру гондоле у односу на базни КС искључиво има утицај обртање руке центрифуге око вертикалне осе.



Слика 4.1. Вектори укупног убрзања у центру инерције гондоле услед обртања руке центрифуге и утицаја гравитације

Компоненте вектора укупног убрзања у центру инерције гондоле у односу на трећи КС који је везан за пилота се могу добити из једначине $\mathbf{a}_{C3}^3 = {}^0\mathbf{R}_3^{-1} \mathbf{a}_{C3}^0$ [16]. Матрица оријентације трећег КС у односу на базни КС, за геометрију роботског манипулатора дефинисану применом Д-Х конвенције, дата је у једначини (3.23). Одатле се добија:

$$\mathbf{a}_{C3}^3 = {}^0\mathbf{R}_3^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{C3x}^0 \\ \mathbf{a}_{C3y}^0 \\ \mathbf{a}_{C3z}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_3 (\mathbf{a}_{C3x}^0 s_2 + c_2) - \mathbf{a}_{C3y}^0 c_3 \\ -\mathbf{a}_{C3x}^0 c_2 + s_2 \\ c_3 (\mathbf{a}_{C3x}^0 s_2 + c_2) + \mathbf{a}_{C3y}^0 s_3 \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Чисто Gz -оптерећење у центру инерције гондоле центрифуге се постиже на тај начин што се кретањем друге и треће осе управља тако да се анулирају оптерећења дуж Gx и Gy оса координатног система који се везује за пилота, [17] и [29], оријентишући на тај начин вектор укупног убрзања у правцу z осе координатног система везаног за пилота.

Из другог члана вектора \mathbf{a}_{C3}^3 у једначини (4.3), добија се жељена промена угла друге осе:

$$q_2 = \text{atan } 2(\mathbf{a}_{C3x}^0, 1) \quad (4.4).$$

Одатле, из првог члана вектора \mathbf{a}_{C3}^3 у једначини (4.3), добија се жељена промена угла треће осе:

$$q_3 = \text{atan } 2(\mathbf{a}_{C3y}^0, b), \quad (4.5).$$

при чему је $b = \mathbf{a}_{C3x}^0 s_2 + c_2$ [17].

Одређивањем углова q_2 и q_3 из једначина (4.4) и (4.5) (према вредностима убрзања $Gx=0$ и $Gy=0$), добија се $G=Gz$, тј. вектор G -оптерећења се оријентише у правцу z осе и постаје идентичан вектору Gz убрзања.

С обзиром да је путања првог члана кружница, вредност угла ротације првог члана нема утицаја на интензитет убрзања у центру инерције гондоле, једначина (4.3). Ово се може лако проверити за изабране различите вредности угла ротације првог члана. За дефинисање вредности углова ротације око друге и треће осе помоћу једначина (4.4-4.5) ради једноставнијег рачуна усваја се да је $q_1 = 0$.

4.1. Линеарна промена интензитета убрзања у центру инерције гондоле

Жељени профили Gz -оптерећења који се разматрају у овом поглављу на основу препорука стандарда STANAG 3827 AMD, [48], [82], подразумевају

линеарну промену вредности интензитета убрзања које делује на пилота са променљивим прираштајима убрзања, који су константни у дефинисаним сегментима кретања. На слици 2.1 приказан је најзахтевнији профил апсолутне вредности укупног убрзања у центру инерције гондоле који је на основу [22] усвојен у овој дисертацији. Код овог профила, позитивни прираштај убрзања је $9 g/s$, а остварена апсолутна вредност убрзања је $15 g$. Овде важи да је $a = Gg = Gz$, $G = Gz$. Жељена промена интензитета убрзања у центру инерције гондоле захтева профиле зглобова центрифуге који су изузетно кинематички и динамички захтевни.

Услед захтева за линеарном променом G -оптерећења (односно интензитета убрзања a), при чему је прираштај G -оптерећења n_p унапред задат, добија се следећа једначина:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{1}{g} \frac{d}{dt} [a_r^2 (\omega_1^4 + \dot{\omega}_1^2) + g^2]^{1/2} = n_p. \quad (4.6)$$

Једначина (4.6) се може написати и у следећем облику:

$$da = d \sqrt{a_r^2 \omega_1^4 + a_r^2 \dot{\omega}_1^2 + g^2} = n_p g dt. \quad (4.7)$$

4.2. Решавање диференцијалне једначине кретања првог члана центрифуге

Диференцијална једначина (4.6) и (4.7) је нелинеарна диференцијална једначина првог реда по променљивој $\omega_1 = \dot{q}_1$, и не може бити решена у аналитичком облику. Стога се за њено решавање морају користити дискретизационе технике.

У овом поглављу дате су три дискретизационе технике за решавање диференцијалне једначине (4.6) и (4.7).

4.2.1. Решавање елиптичког интеграла и употреба Тејлоровог реда

Из једначине (4.7) се добија:

$$\frac{da}{dt} = n_p g \Rightarrow a(t) = a_p + n_p g t = \sqrt{a_r^2(t) \omega_1^4(t) + a_r^2(t) \dot{\omega}_1^2(t) + g^2}, a_p = a(t_0), \quad (4.8)$$

$$a(t)^2 = a_r^2(t) \omega_1^4(t) + a_r^2(t) \dot{\omega}_1^2(t) + g^2 = (a_p + n_p g t)^2, \quad (4.9)$$

$$k(t) = (a(t)^2 - g^2) / a_r^2 = \omega_1^4(t) + \dot{\omega}_1^2(t). \quad (4.10)$$

Из претходног се добија диференцијална једначина, односно Кошијев проблем који описује жељену промену угаоне брзине руке центрифуге којом се остварује задати линеарни профил интензитета убрзања у центру инерције гондоле [114]:

$$\dot{\omega}_1(t) = f(\omega_1, t) = \sqrt{k(t) - \omega_1^4(t)}, \omega_1(0) = \omega_0. \quad (4.11)$$

Пре употребе дискретизационих техника мора се испитати да ли дата диференцијална једначина има решење, као и да ли је то решење јединствено (енг. *well posed problem*). Анализом функције $f(\omega_1, t)$ види се да је она непрекидна за свако $\omega_1^4(t) \leq \sqrt{k(t)}$. Такође, први извод $f(\omega_1, t)$ по ω_1 :

$$f_{\omega_1}(\omega_1, t) = \frac{-\omega_1^3(t)}{\sqrt{k(t) - \omega_1^4(t)}}, \quad (4.12)$$

је непрекидан за свако $\omega_1^4(t) \leq \sqrt{k(t)}$. На основу (4.10), види се да ће (4.12) бити непрекидно $\forall t > 0$, одакле се закључује да примитивна функција f_{ω} испуњава услове локалне континуалности по Lipschitz-у $\forall t > 0$. На основу тога закључујемо да $\forall t > 0$, диференцијална једначина (4.11) има решење [115].

С обзиром да се за управљање центрифуге користе дигитални контролери, управљање мотора руке центрифуге се врши тако што се за сваки интерполациони период дефинише жељена угаона брзина ротора мотора. У том смислу, сасвим је оправдана апроксимација угаоне брзине мотора при којој је она константна у току једног интерполационог периода. Одатле, на основу (4.2) следи да је и вредност интензитета убрзања такође константна у једном периоду интерполације [114]. Када усвојимо ове апроксимације, из (4.10) за i -ти интерполациони период важи:

$$\frac{a^2(iT) - g^2}{a_r^2} = k(iT) = k(i), \quad (4.13)$$

при чему је $t = iT$. Период интерполације $T = 5\text{ms}$ је дефинисан управљачким системом, који генерише сигнале пропорционалне жељеној брзини мотора и на сваких 5ms их шаље ка регулатору сервомотора.

Из (4.13) диференцијална једначина (4.11) се добија за i -ти интерполациони период у следећем облику:

$$\omega_1^4(iT) + \dot{\omega}_1^2(iT) = k(iT). \quad (4.14)$$

За задату промена убрзања $da(t)/dt = ng$, из (4.9) добија се:

$$a(iT) = a_p(iT) + n_p g T, \quad (4.15)$$

при чему је $a_p(iT) = a((i-1)T)$. На основу (4.15), добија се $k(iT)$ који је константа за i -ти период интерполације:

$$k(iT) = \frac{a^2(iT) - g^2}{a_r^2} = \frac{(a_p(iT) + n_p g T)^2 - g^2}{a_r^2} = \text{const.} \quad (4.16)$$

и одатле се добија следећа нелинеарна диференцијална једначина:

$$\dot{\omega}_1(t) = \sqrt{k(i) - \omega_1^4(t)} = \frac{d\omega_1(t)}{dt}. \quad (4.17)$$

Диференцијална једначина (4.17) важи за i -ти интерполациони период. Уколико решавамо једначину (4.11) преко једначине (4.17) у оквиру i -тог интерполационог периода, онда ова диференцијална једначина има решење у аналитичком облику, с обзиром да је $k(i)$ константно за i -ти интерполациони период. На тај начин, диференцијалну једначину кретања (4.11) решавамо посебно за сваки период интерполације, тј. промена угаоне брзине руке центрифуге се добија као низ дискретних вредности које се добијају као решења једначине (4.17) за сваки интерполациони период.

Решење диференцијалне једначине (4.17) се за $k(i) = \text{const.}$ добија у облику Јакобијеве елиптичке функције [17]:

$$\omega_1(t) = +\sqrt[4]{k(i)} \operatorname{Sn}\left(\sqrt[4]{k(i)} t + \sqrt[4]{k(i)} C_1(i) / -1\right), \quad (4.18)$$

при чему је *Sn*-Јакобијева елиптичка функција [116], а време t узима вредности од нуле до T (дужине периода интерполације). Ова функција није елементарна функција, тј. не можемо је добити из основних елементарних функција помоћу коначног броја аритметичких операција и коначног броја композиција елементарних функција. Да би се ова функција користила у оквиру управљачких алгоритама, мора се развити у ред. Након развоја у Маклоренов ред, добија се следећа једначина:

$$\omega_1(t) = \pm \sqrt[4]{k} \left(t_1 - \frac{t_1^5}{10} + \frac{t_1^9}{120} - \frac{11t_1^{13}}{15600} + \frac{211t_1^{17}}{3536000} + \delta(t_1^{18}) \right). \quad (4.19)$$

Константа C_1 из једначине (4.18) се добија из претходне вредности за угаону брзину, тј. у (4.18) се замењује $t = 0$ и добија се:

$$C_1(i) = \frac{sn^{-1} \left(\frac{\omega_1(i-1)}{\sqrt[4]{k(i)}} \middle| -1 \right)}{\sqrt[4]{k(i)}}. \quad (4.20)$$

Овде је sn^{-1} инверзна Јакобијева функција. Ова функција такође није елементарна функција, па се и она се мора развити у ред за аргумент ω_1 :

$$sn^{-1}(\omega_1(i) | -1) = \omega_1(i) + \frac{\omega_1(i)^5}{10} + \frac{\omega_1(i)^9}{24} + \frac{5\omega_1(i)^{13}}{208} + \frac{35\omega_1(i)^{17}}{2176} + \delta(\omega_1(i))^{18} \quad (4.21)$$

У једначини (4.19) аргумент t_1 одређен следећом једначином:

$$t_1 = \sqrt[4]{k(i)} t + \sqrt[4]{k(i)} C_1(i) \quad (4.22)$$

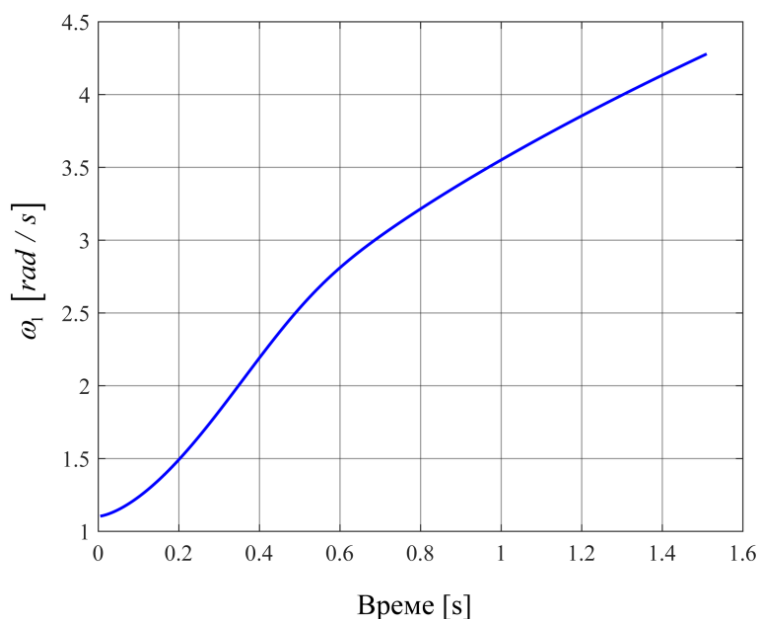
где се усваја да важи $t = T$.

Приказани алгоритам је тестиран у софтверском пакету за нумеричка израчунавања *Matlab*. Направљена је софтверска процедура у којој је могуће доделити различите позитивне и негативне вредности прираштаја Gz -оптерећења (G -оптерећења) n_p . За максимални прираштај G -оптерећења $n_p=9$, при почетној вредности интензитета убрзања $a_p = 1.41 g$ и крајњој вредности овог убрзања од $a_f = 15 g$, добијена је промена угаоне брзине руке центрифуге дата на слици 4.2.

Ради потврде исправности добијеног решења, угаоно убрзање првог члана центрифуге може се апроксимирати на следећи начин:

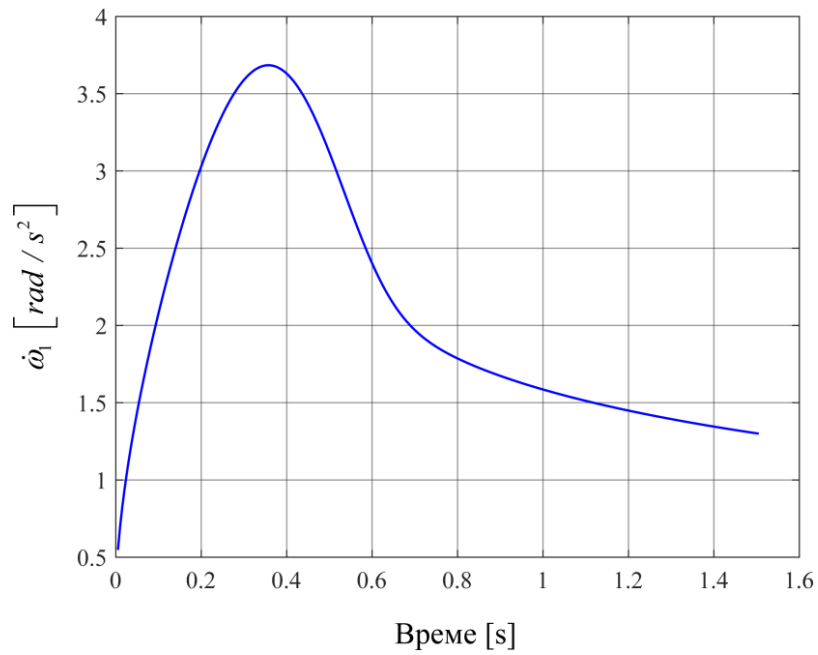
$$\varepsilon_1(i) = \frac{\omega_1(i+1) - \omega_1(i)}{T}. \quad (4.23)$$

За промену угаоне брзине дате на слици 4.2, крива промене угаоног убрзања руке центрифуге добијена према једначини (4.23) је дата на слици 4.3. Из једначина (4.2) и (4.19) усвајањем (4.23), добија се апроксимирана вредност интензитета убрзања у центру инерције гондоле центрифуге. На слици 4.4 је дато захтевано и остварено Gz -оптерећење за разматрану симулацију.

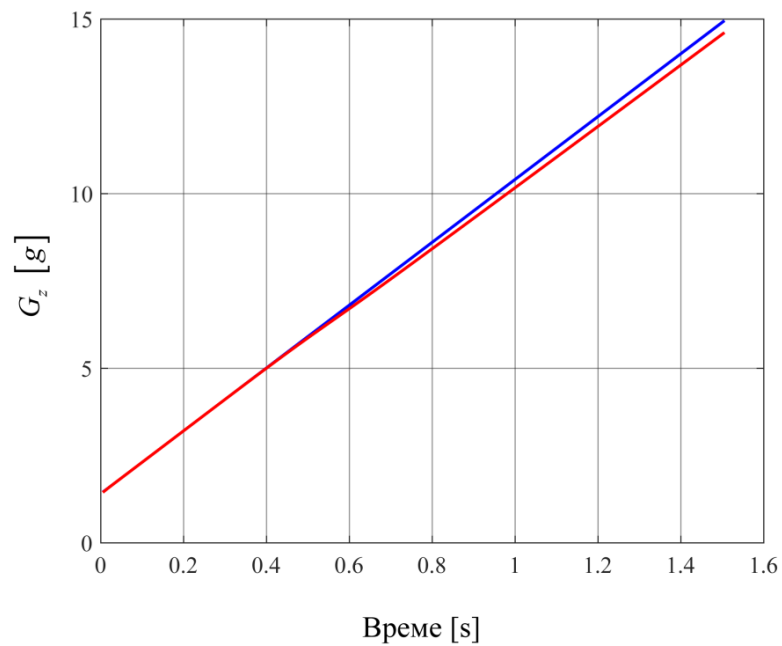


Слика 4.2. Остварена промена угаоне брзине руке центрифуге за задати прираштај $n_p=9$

Симулације за различите позитивне вредности прираштаја $n_p > 0$ су показале да је апсолутна вредност максималне грешке при остваривању задатог Gz -оптерећења мања од 0.46 (g), што је задовољавајући резултат [114]. С друге стране, сложеност израчунавања овог алгорита је велика. Услед наведеног, потребно је размотрити могућност других нумеричких решења задовољавајуће тачности са мањом сложености израчунавања.



Слика 4.3. Апроксимирано угаоно убрзање руке центрифуге за задати прираштај $n_p = 9$



Слика 4.4. Жељено (црвена крива) и добијено G_z -оптерећење (плава крива)

4.2.2. Употреба нумеричких метода за решавање диференцијалне једначине кретања првог члана центрифуге

Други приступ за решавање (4.11) је примена нумеричких метода за решавање обичних диференцијалних једначина.

У литератури постоји мноштво нумеричких метода за решавање *Cauchy*-јевог (Кошијевог) проблема код обичних диференцијалних једначина, тј. проблема са почетним условима, [117] и [118]:

$$y' = f(x, y), y(x_0) = y_0 \quad (4.24)$$

Употребом коначних разлика, из домена диференцијалних једначина прелазимо у домен диференцијалних једначина које су погодне за нумеричка израчунавања. Овде је степен интеграције T константан. Битан фактор при избору одговарајуће методе је стабилност методе, која зависи од конкретог проблема на који се разматрана метода примењује.

Нумеричке методе које су употребљене за решавање (4.11) у оквиру ове дисертације су: *Eulerova* метода- метода првог реда, модификована *Eulerova* метода и имплицитна трапезоидна метода- методе другог реда, предиктор-коректор метода- метода трећег реда (уз естимацију грешке) и класична метода Рунге Кута четвог реда (у даљем тексту *sRK* метода). Симулација ових метода је извршена у програмском пакету *Matlab*.

Пре него што се метода примени, испитује се стабилност методе примењене на конкретан проблем. Битан параметар при одабиру методе је и локална грешка израчунавања [119]. У Табели 4.1 су дате локалне грешке израчунавања и стабилност наведених метода за примитивну функцију (4.11).

Табела 4.1. Локалне грешке и стабилност примењених нумеричких метода

Метода	Локална грешка	Стабилност
Обична Ојлерова метода	$O(h^2)$	Стабилна
Модификована Ојлерова метода	$O(h^3)$	Стабилна
Трапезоидна метода	$O(h^3)$	Стабилна
Предиктор-коректор метода	$O(h^4)$	Стабилна
cRK метода	$O(h^5)$	Стабилна

Стабилност метода одређује се анализом функција $f(\omega_1, t)$ и $f_{\omega_1}(\omega_1, t)$.

Eulerova metoda

Eulerova metoda је најпростија нумеричка метода за решавање *Cauchy*-јевог проблема [108] и базира се на приближној једнакости:

$$y(x+h) = y(x) + hf(x, y) \quad (4.25)$$

где је h произвољно мало позитивно растојање у правцу x осе.

Једначина (4.25) се користи за решавање диференцијалних једначина преко следеће рекурзивне формуле:

$$Y(i+1) = Y(i) + hf(x_i, Y(i)), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.26)$$

Овде је x_i вредност апсцисе за Ti , и $Y(i) = y(Ti)$. У примени на проблем (4.11) код разматране нумеричке методе, а и код свих нумеричких метода описаних у наставку текста, усваја се да је $h = T$ -период интерполације управљачког система. N је укупан број интерполационих корака.

Иако је сложеност израчунавања ове методе веома мала, очекује се значајна глобална грешка израчунавања. С тога је корисно размотрити примену

нумеричких метода за решавање обичних диференцијалних једначина вишег реда.

Модификована Ојлерова метода

Модификована Ојлерова метода се заснива на трапезоидном правилу које се користи за нумеричку интеграцију интеграла $\int_a^b f(x)dx$, и у диференцијалном облику гласи:

$$Y(i+1) = Y(i) + h \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (4.27)$$

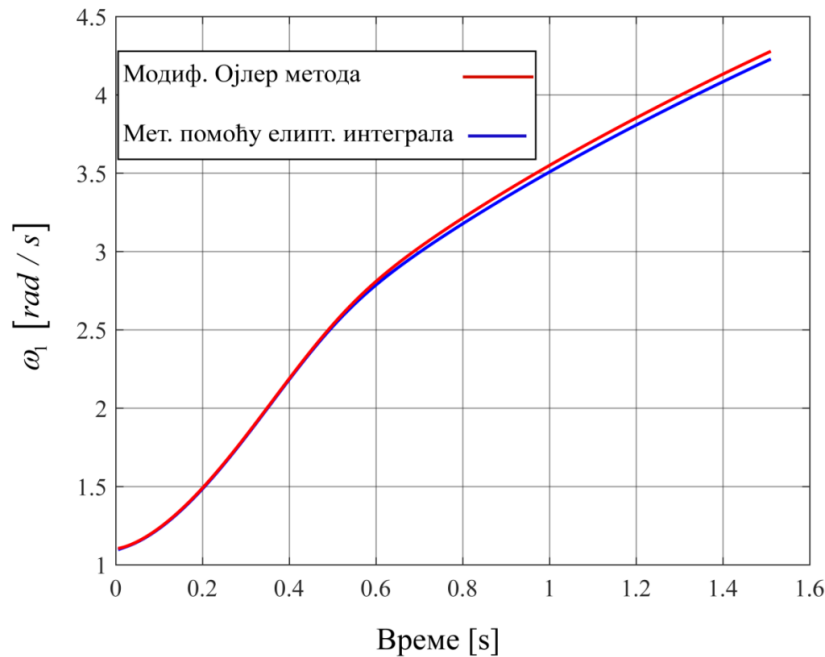
Када се (4.27) примени на решавање обичних диференцијалних једначина, добија се:

$$Y(i+1) = Y(i) + \frac{h}{2} (f(x_i, Y(i)) + f(x_{i+1}, Y(i+1))), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (4.28)$$

Модификована Ојлерова метода која је коришћена за решавање (4.11) дата је у следећем рекурзивном облику:

$$\begin{aligned} Y_0 &= y_0 \\ \bar{Y}_{i+1} &= Y(i) + hf(x_i, Y(i)) \\ Y(i+1) &= Y(i) + \frac{h}{2} f(x_i, Y(i)) + f(x_{i+1}, \bar{Y}_{i+1}), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

На основу једначине (4.29) развијена је нумеричка процедура у *Matlab*-у. За промену G -оптерећења где је $n_p=9$, при почетној вредности убрзања $a_p = 1.41 g$ и крајњој вредности $a_f = 15 g$, датом процедуром у *Matlab*-у добијена је промена угаоне брзине руке центрифуге дата на слици 4.5-црвена крива. Ради поређења на истом дијаграму је дата и крива добијена првом методом (применом Јакобијеве елиптичке једначине). Са слике се види доста добро поклапање ових двеју крива.

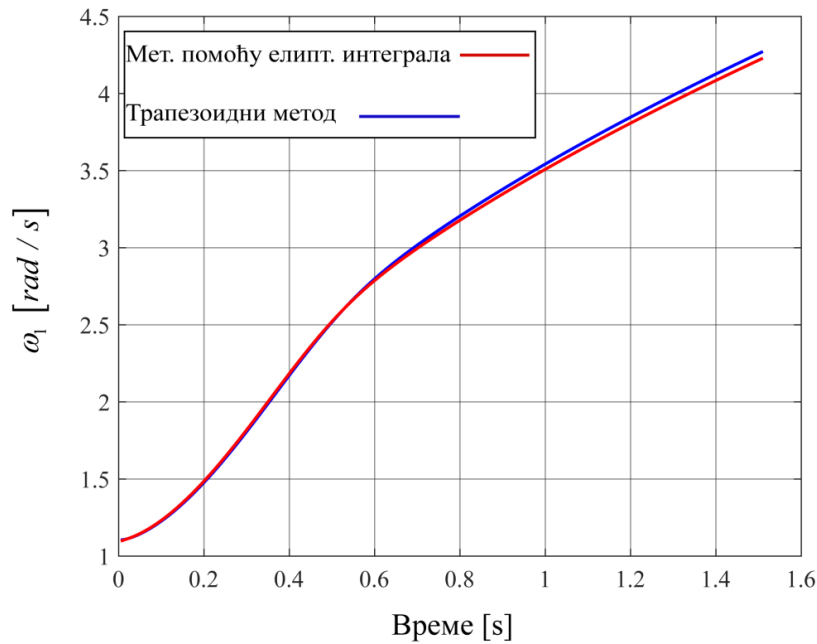


Слика 4.5. Промене угаоне брзине руке центрифуге за задати прираштај G -оптерећења $n_p=9$ добијена применом Јакобијеве елиптичке функције (плава крива) и преко модификоване Ојлерове методе (црвена крива)

Трапезоидна метода

Ова метода се такође заснива на трапезоидном правилу. Када се размотри једначина (4.28), види се да се $Y(i+1)$ јавља и са леве и са десне стране једначине. Да би се из (4.28) добило $Y(i+1)$, потребно је решити једначину која је у општем случају нелинеарна. Овде је изабрано да се нелинеарна једначина решава методом половљења интервала. За почетну процену угаоне брзине која је улаз у методу половљења интервала користи се већ описана модификована Ојлерова метода.

Развојем нумеричке процедуре базиране на трапезоидној методи у *Matlab*-у, симулацијом се за исте параметре промене G -оптерећења као код претходне две методе добијају готово истоветне криве (слика 4.6).



Слика 4.6. Промене угаоне брзине руке центрифуге за задати прираштај G -оптерећења $n_p=9$ добијена применом Јакобијеве елиптичке функције и трапезоидном методом

Предиктор-коректор метода

Предиктор-коректор метода је нумеричка метода за решавање *Cauchy*-јевог проблема (4.24) која се одвија у два корака. У првом кораку се врши одређивање приближне вредности решења, а други корак је коректорски у коме се решење из првог корака поправља. Постоји више могућности за остваривање предиктор-коректор методе. За решавање проблема (4.11), предиктор-коректор метода се може реализовати тако да се као предиктор користи *Adams-Bashfort* метода другог реда, а коректор је модификована Ојлерова метода. По овом методу, приближна и коригована угаона брзина руке центрифуге се рачунају следећим рекурзивним формулама [114]:

$$\omega(i)^p = \omega(i-1) + \frac{1}{2}T(3f(i) - f(i-1)), \quad (4.30)$$

$$\omega(i)^c = \omega(i-1) + \frac{1}{2}T(f(i-1) - f(i)^p). \quad (4.31)$$

Пошто се преко једначине:

$$|\varepsilon_i^c| \approx \frac{1}{6} |\omega(i)^p - \omega(i)^c|, \quad (4.32)$$

врши процена грешке, ова метода спада у методе трећег реда.

Нумеричком симулацијом угаоне брзине руке центрифуге добијене овом методу *Matlab*-у, при истим параметрима жељеног G -оптерећења као код претходно симулираних метода добијено је изузетно поклапање решења, слика 4.7.

Рунге-Кута метода

Методе Рунге-Кута спадају у ред изузетно тачних и временски ефикасних метода. Општи облик ових метода дат је у [119]. За решавање (4.11) у [114] коришћена је класична Рунге-Кута метода (у наставку сRK метода) дата следећом рекурзивном формулом:

$$\begin{aligned} Y(i+1) &= Y(i) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 &= hf(x_i, Y(i)) \\ k_2 &= hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, Y(i) + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 &= hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, Y(i) + \frac{1}{2}k_2\right) \\ k_4 &= hf(x_i + h, Y(i) + k_3) \end{aligned} \quad (4.33)$$

И у овом случају, нумеричка симулација у *Matlab*-у је за исте параметре жељеног G -оптерећења показала веома велики степен поклапања решења са претходним решењима, нарочито са предиктор-коректор методом, слика 4.7.

Анализа добијених решења

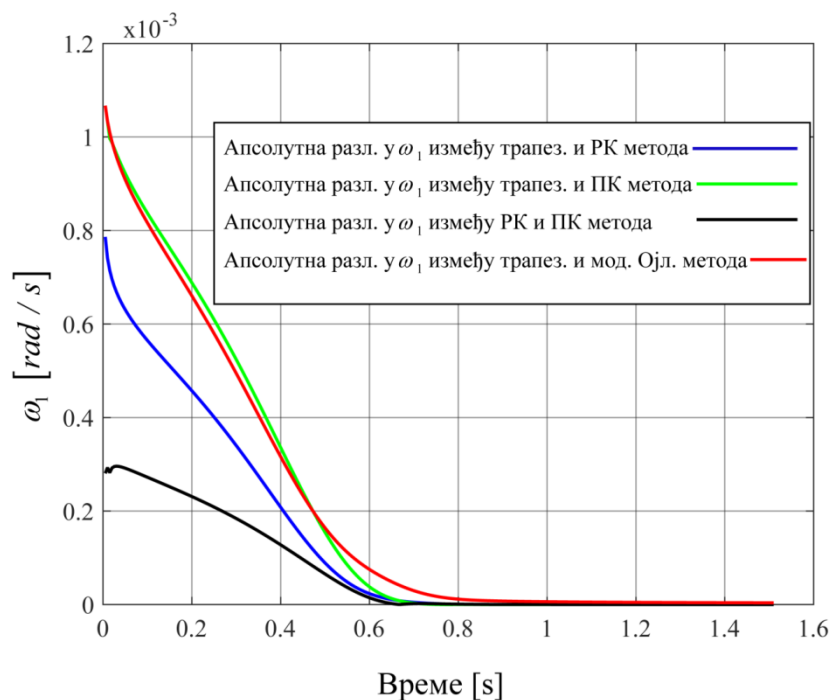
Са слике 4.7 видимо се да за $n_p=9$, $a_p=1.41\text{ g}$, $a_f=15\text{ g}$ све наведене нумеричке методе дају блиска решења, при чему је максимална апсолутна вредност разлике угаоних брзина руке центрифуге добијене применом две произвољне методе реда величине 10^{-3} .

Извршено је поређење нумеричких симулација кретања центрифуге добијених применом приказаних метода за различите позитивне вредности

прираштаја G -оптерећења n_p , ($n_p=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$), при почетном убрзању $a_p = 1.41 g$ и крајњем убрзању $a_f = 15 g$. Такође, извршена је анализа примитивних функција $f(\omega_1, t) = \sqrt{k(t) - \omega_1^4(t)}$, као и њихових извода по ω_1 ,

$$f_{\omega_1}(\omega_1, t) = \frac{-\omega_1^3(t)}{\sqrt{k(t) - \omega_1^4(t)}}, \text{ и за ове случајеве и добијени су следећи закључци:}$$

За вредности $n_p < 3$, комплексне вредности у решењима за угаону брзину ω_1 добијене су у примени свих метода, укључујући и први метод са елиптичким интегралима, осим при употреби сРК методе. Ово се дешава због акумулације грешке код метода нижег реда (дужи временски интервали услед мале вредности нагиба убрзања n_p). Комплексне вредности у решењима немају физичког смисла и одбацују се.



Слика 4.7. Апсолутне вредности разлика у добијеним угаоним брзинама првог члана центрифуге добијених применом нумеричких метода за $n_p=9$

Такође, анализом добијених резултата симулације може се видети да се са смањењем прираштаја n_p методе нижег реда приближавају граници стабилности, док сРК метода остаје у унутрашњости региона стабилности. Стабилност метода је одређена на основу првог извода по времену

примитивне функције, једначина (4.12) [119]. На основу претходног, закључујемо да је само сRK метода примењива за све вредности позитивног прираштаја убрзања n_p . Такође, за различите позитивне вредности прираштаја n_p , решавањем диференцијалне једначине кретања руке центрифуге (4.11) применом сRK методе апсолутна грешка Gz -оптерећења (убрзања a) не прелази вредност од 0.05 (0.05 g). Ово је веома добар резултат. И овде је угаоно убрзање првог члана центрифуге апроксимирано као у једначини (4.23).

Сложеност израчунавања алгоритма за дефинисање брзине руке центрифуге применом нумеричких метода за решавање диференцијалних једначина које су приказане у овом поглављу није велика. За решавање једначине (4.11), алгоритам базиран на сRK методи је боље решење у односу на употребу прве дискретизационе технике приказане у Поглављу 4.2.1.

4.2.3. Решавање по убрзању-примена Ојлерове методе и занемаривање чланова вишег реда

Усвојићемо израчунавање угаоне брзине у текућем интерполационом периоду на основу угаоне брзине и угаоног убрзања у претходном интерполационом периоду на следећи начин:

$$\dot{q}_1(i) = \dot{q}_1(i-1) + \ddot{q}_1(i-1)\Delta t \quad (4.34)$$

Једначина (4.34) представља Ојлерову методу за решавање обичних диференцијалних једначина. Када $\dot{q}_1 = \omega_1$ у облику (4.34) заменимо у једначину (4.2) $a^2 = a_r^2 \dot{q}_1^4 + a_r^2 \ddot{q}_1^2 + g^2$ и занемаримо чланове који садрже више степене периоде одабирања Δt^3 и Δt^4 , добија се следећа једначина која одређује угаоно убрзање руке центрифуге [17], [120]:

$$\ddot{q}_1(i) = \frac{-2\dot{q}_1^3(i-1)\Delta t + K(i)}{1 + 6\dot{q}_1^2(i-1)\Delta t^2}, \quad (4.35)$$

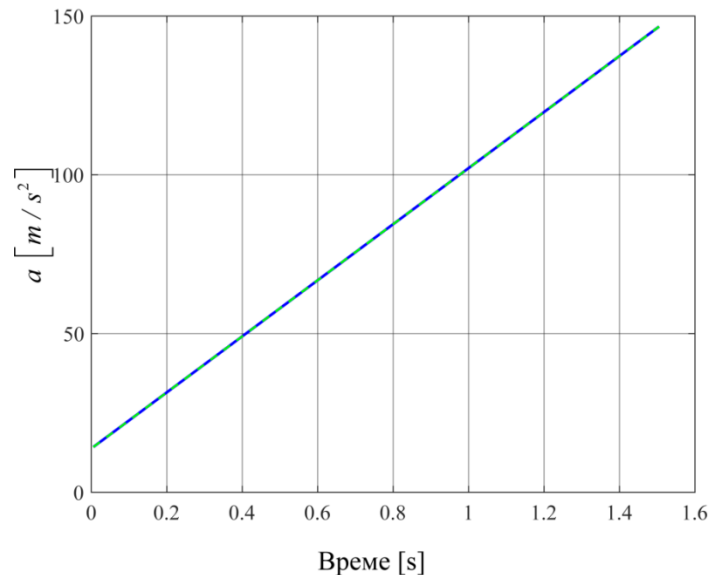
где је:

$$K(i) = \left((1 + 6\dot{q}_1^2(i-1)\Delta t^2)(a^2(i) - g^2) / a_r^2 - 2\dot{q}_1^6(i-1)\Delta t^2 - \dot{q}_1^4(i-1) \right)^{1/2}. \quad (4.36)$$

Када се за први интерполациони период усвоје вредности:

$$\dot{q}_1(1) = 0, \ddot{q}_1(i) = \left(\frac{a(1)^2 - g^2}{64} - \dot{q}_1(1)^4 \right)^{1/2}, \quad (4.37)$$

а за остале интерполационе периоде $i = 1, 2, \dots, N$ се угаоно убрзање и угаона брзина руке центрифуге рачунају према (4.36-4.37) и (4.35), следствено, за $n_p=9$, $a_p = 1.41 g$, $a_f = 15 g$, $\Delta t = 5ms$, из једначине (4.2) добија се график апсолутне вредности укупног убрзања у центру инерције гондоле дат на слици 4.8. Максимална вредност апсолутне грешке у оствареном Gz/G -оптерећењу (убрзању a) је 0.002 (0.002 g). У односу на претходно примењене дискретизационе технике, добијен је најбољи резултат, а сложеност израчунавања је задовољавајућа.



Слика 4.8. Жељена и добијена апсолутна вредност убрзања у центру инерције гондоле

Иако се нумерички поступак приказан у овом поглављу базира на дискретизационој техници у којој се примењује обична Ојлерова метода, занемаривањем чланова са производима периода интерполације вишег степена (трећег и четвртог), добија се већа тачност израчунавања у односу на примењене нумеричке поступке приказане у Поглављима 4.2.1. и 4.2.2, са значајно мањом сложености израчунавања у односу на прву методу, и приближно сличну сложеност израчунавања у односу на другу методу.

4.3. Случај негативног прираштаја интензитета убрзања у центру инерције гондоле центрифуге

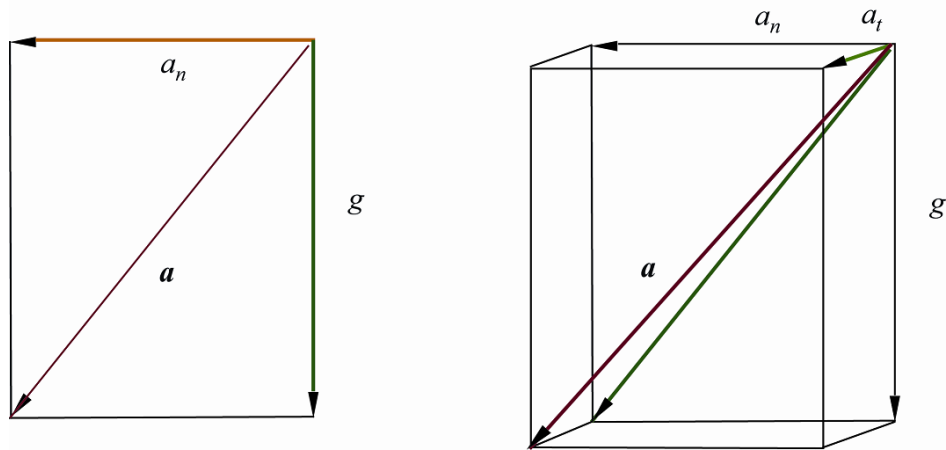
Жељени профил Gz -оптерећења на слици 2.1 састоји се од сегмената при којима је прираштај убрзања n_p позитиван, негативан или једнак нули. Применом свих наведених дискретизационих техника, при преласку из сегмента константног убрзања ($n_p=0$) у сегмент негативног прираштаја убрзања ($n_p<0$) добијају се комплексне вредности у решењима за угаону брзину руке центрифуге ω_1 . Комплексне вредности у решењима као што је наведено у претходном поглављу немају физичког смисла.

Графички приказ вектора укупног убрзања у центру инерције гондоле центрифуге (услед ротације руке центрифуге покретане мотором и при деловању силе гравитације) дат је на слици 4.1.

Вредност нормалног убрзања се рачуна према формули $a_n(t) = a_r \omega_1^2(t)$, док је вредност тангенцијалног убрзања $a_t(t) = a_r \dot{\omega}_1(t)$. За сегменте константног $Gz/G(a)$ убрзања важи:

$$a = \sqrt{a_r^2(\omega_1^4 + \dot{\omega}_1^2) + g^2} = const. \quad (4.38)$$

Из једначине (4.38) се види да за константно убрзање a ($n_p=0$) мора важити $\dot{\omega}_1 = 0$, јер једино на тај начин се вредност a може одржавати константном. Одговор на то зашто у случајевима преласка из сегмента константног убрзања ($n_p=0$) у сегмент негативног прираштаја убрзања дискретизационе методе дају комплексна решења која немају физичког смисла се може добити ако се графички илуструје дати прелазак, слика 4.9.



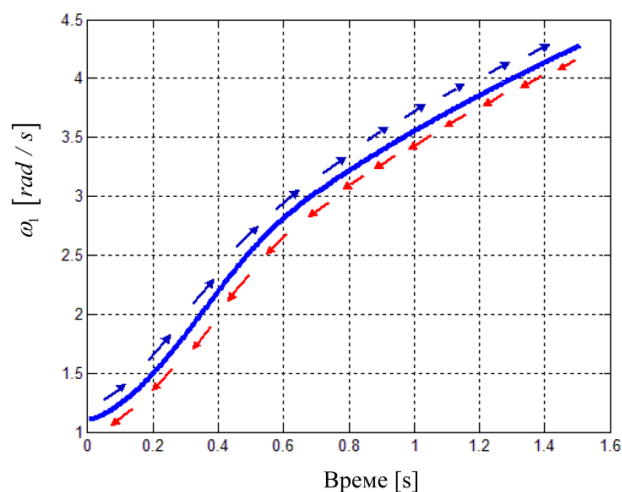
Слика 4.9. Прелазак са константног интензитета на негативан нагиб интензитета убрзања a .

Да би се десила промена убрзања из сегмента са константним убрзањем, у коме је угаона брзина ω_1 константна, у сегмент са променљивим убрзањем a , мора се десити промена угаоне брзине ω_1 у почетном тренутку, тј. мора се десити убрзање или успорење. Другим речима, тангенцијално убрзање ће се појавити пре него што се деси промена нормалног убрзања [114]. У физичком смислу, потребно је деловати силом или применити момент да би се промениле кинематичке карактеристике кретања. Одавде се закључује да задата промена убрзања физички није остварива, тј. при преласку из сегмента са константним убрзањем у сегмент са негативним прираштајем интензитета убрзања a (Gz -оптерећења), мора се десити иницијални скок у апсолутној вредности овог убрзања. Тек након иницијалног скока апсолутне вредности може следити смањење интензитета убрзања a .

Овај проблем се може решити усвајањем неке одговарајуће вредности иницијалног скока, тј. почетне грешке у Gz -оптерећењу.

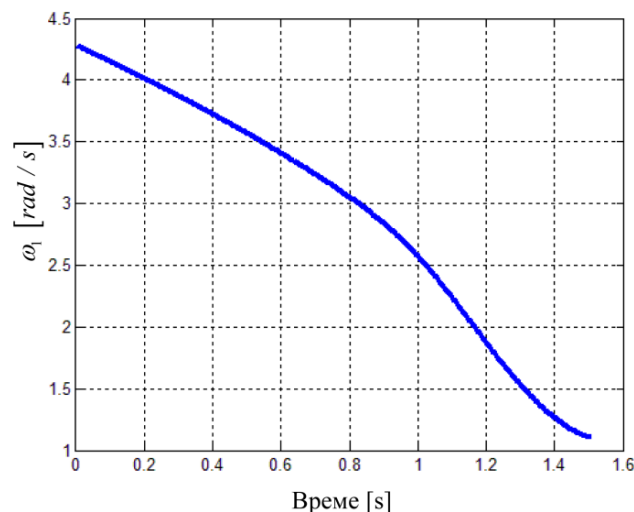
Уместо предвиђања иницијалног скока, тј. почетне грешке Gz -оптерећења, предлаже се једноставан алгоритам којим би се овај проблем решио посредно. Наиме, вредности угаоне брзине руке центрифуге при негативном прираштају Gz -оптерећења се добијају тако што се прорачунавају вредности угаоне брзине за исту вредност позитивног прираштаја n_p , након чега се добијени низ угаоних брзина користи у супротном смеру (од краја ка

почетку). Ово је графички илустровано на слици 4.10. На овај начин је имплицитно дефинисана вредност иницијалног скока апсолутне вредности убрзања у центру инерције гондоле a (G/Gz -оптерећења) при прелазу из сегмента са $n_p=0$ на сегмент $n_p<0$. Облик криве угаоне брзине за негативан прираштај n_p дат је на слици 4.11.



Слика 4.10. Угаона брзина руке центрифуге добијена сРК методом за $n_p=9$

Овим алгоритмом се постиже иста тачност за случај негативног и позивног прираштаја Gz -оптерећења n_p .



Слика 4.11. Угаона брзина руке центрифуге за $n_p=-9$

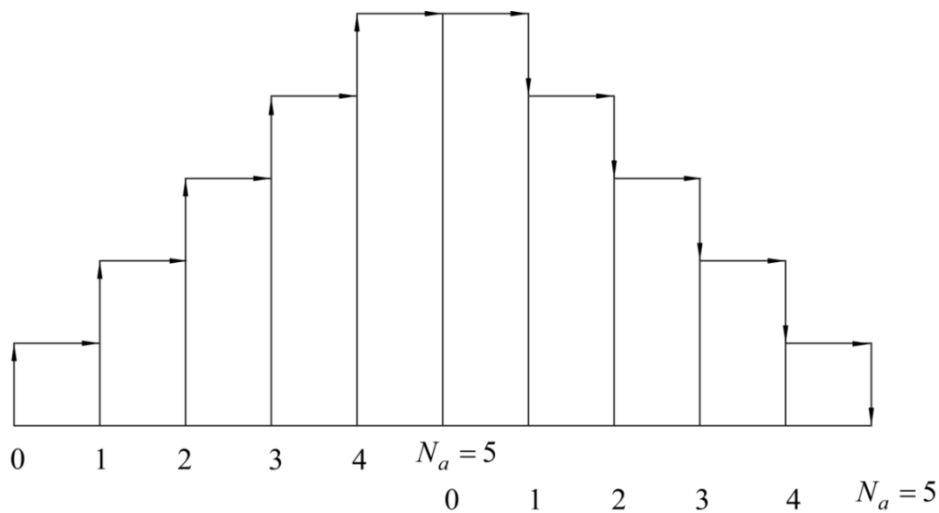
4.4. Заглађивање профила убрзања у центру инерције гондоле центрифуге

Прелазак из променљиве у константну апсолутну вредност убрзања a у центру инерције гондоле и обрнуто изазива нагли скок/пад у брзини руке центрифуге \dot{q}_1 . Нагла промена вредности \dot{q}_1 изазива наглу промену вредности (скок/пад) q_2 (што се види у једначини (4.4)) као и наглу промену угаоног убрзања \ddot{q}_1 , које изазива наглу промену вредности q_3 (једначина (4.5)). Нагле промене наведених вредности су веома непожељне током рада мотора и изазивају краћи век трајања мотора. Да би избегли наглу промену брзине руке центрифуге \dot{q}_1 при прелазима са/на променљиву вредност интензитета убрзања a , усваја се заглађивање профила апсолутне вредности убрзања у центру инерције гондоле a током почетног и крајњег дела временског сегмента током којег је задата линеарна промена убрзања a . У почетној фази задате линеарне промене интензитета убрзања a заглађивање се изводи тако што се уводи линеарна промена прираштаја убрзања a од 0 до жељене (задате) вредности прираштаја убрзања n_p . Након тога следи период константног прираштаја убрзања $n_p = \text{const}$. до последње (треће) фазе промене апсолутне вредности убрзања у центру инерције гондоле a , у којој се прираштај убрзања a смањује од задате вредности n_p до нуле.

У оквиру алгоритма заглађивања апсолутне вредности укупног убрзања a у центру инерције гондоле, неопходно је одредити следеће параметре [17], [120]: N_a , број интерполационих корака у којима се прираштај убрзања n_p мења-у почетној или завршној фази променљивог убрзања a ; N_c , број интерполационих корака у којима је прираштај убрзања константан $n_p = \text{const}$; n_d -жељена брзина промене прираштаја n_p ; Δn_p -дискретна промена прираштаја n_p у току једног интерполационог корака током фаза променљивих вредности прираштаја убрзања n_p . Одређивање ових вредности се заснива на алгоритму који је приказан у наставку текста.

Одређивање броја интерполационих корака линеарне промене прираштаја n_p апсолутне вредности укупног убрзања у центру инерције гондоле

Алгоритам промене прираштаја n_p убрзања a којим се остварује заглађивање линеарног профила овог убрзања се заснива на дискретној, линеарној промени прираштаја n_p са задатом дискретном променом прираштаја у току једног интерполационог периода Δn_p . Промена вредности $n_p(i)$ је графички приказана на слици 4.12 где је приказано линеарно повећање и смањење прираштаја n_p . Примећује се да је вредност n_p одмах у нули скочила за задату вредност промене прираштаја у току једног интерполационог периода Δn_p .



Слика 4.12. Дискретна линеарна промена прираштаја n_p

Вредност апсолутног убрзања a у низу интерполационих корака $i=1, 2, \dots, N_a$ дата је у једначинама (4.39-4.44).

$$a(1) = a_p(1) + \Delta n_p g \Delta t, \quad n_p(1) = \Delta n_p, \quad (4.39)$$

$$a(2) = a_p(2) + (2\Delta n_p) g \Delta t, \quad n_p(2) = 2\Delta n_p, \quad (4.40)$$

$$a(2) = a_p(1) + (3\Delta n_p) g \Delta t, \quad (4.41)$$

$$a(3) = a_p(3) + (3\Delta n_p) g \Delta t, \quad n_p(3) = 3\Delta n_p, \quad (4.42)$$

$$a(3) = a_p(1) + (6\Delta n_p) g \Delta t, \quad (4.43)$$

...

$$a(N_a) = a_p(1) + g\Delta t\Delta n_p \left(\sum_{i=1}^{N_a} i \right). \quad (4.44)$$

Из математике је познато да је сума низа природних бројева:

$$\left(\sum_{i=1}^{N_a} i \right) = N_a \left(\frac{N_a + 1}{2} \right), \quad (4.45)$$

одакле се добија:

$$a(N_a) = a_p(1) + g\Delta t\Delta n_p \left(\sum_{i=1}^{N_a} i \right) = a_p(1) + g\Delta t\Delta n_p \left(N_a \left(\frac{N_a + 1}{2} \right) \right). \quad (4.46)$$

За дефинисану жељену вредност прираштаја убрзања $n_p = n_z$, дефинисану вредност промене прираштаја у једном интерполационом тренутку Δn_p , и на основу:

$$\Delta n_p = n_z / N_a, \quad (4.47)$$

добија се следећа једнакост:

$$a(N_a) = a_p(1) + g\Delta t n_z \frac{N_a + 1}{2}, \quad (4.48)$$

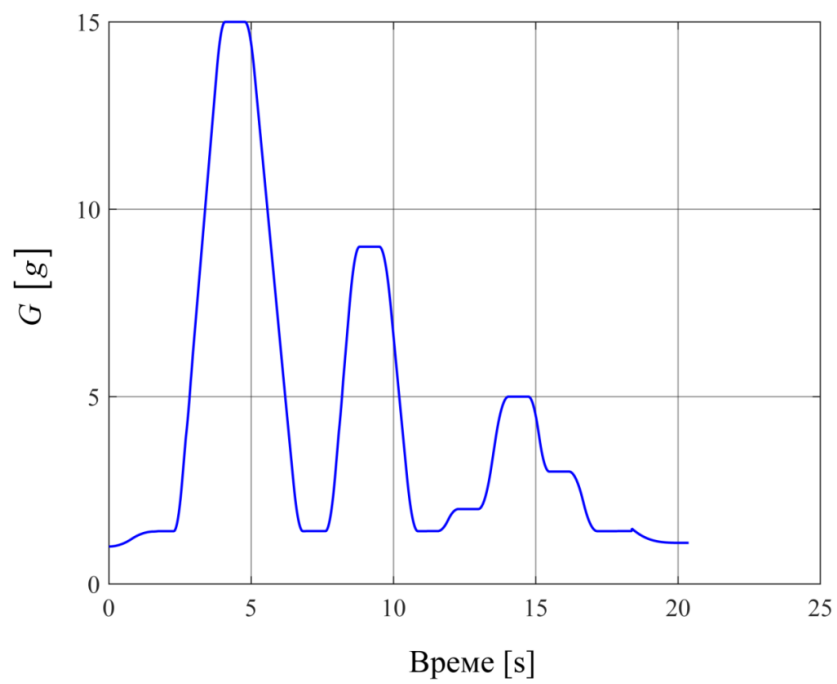
одакле се добија број интерполационих корака N_a :

$$N_a = \frac{2(a(N_a) - a_p(1))}{g\Delta t n_z} - 1. \quad (4.49)$$

За случај линеарног смањивања прираштаја n_p , приказаном процедуром добијају се једначине идентичне једначинама (4.46) и (4.49).

Управљачки алгоритам којим се рачунају вредности угаоне брзине руке центрифуге које доводе до жељене промене апсолутне вредности укупног убрзања a у центру инерције гондоле укључује заглађивање профила овог убрзања при прелазима у којима се мења прираштај убрзања n_p на бази једначина (4.46) и (4.49). У поменутом алгоритму [17], дефинише се период променљивог прираштаја убрзања n_p , c_{ac} . Овај период варира у зависности од задате промене вредности убрзања a , $a_e - a_s$ при чему је a_s почетна, а a_e крајња вредност убрзања a . У [17], $c_{ac}=0.12$ за $abs(a_e - a_s) < 1.59$ g; $c_{ac}=0.8$ за $abs(a_e - a_s) > 10.59$ g; c_{ac} се мења линеарно од 0.12 до 0.8 за 1.59 g $< abs(a_e - a_s) < 10.59$ g. Овде је abs озанака за апсолутну вредност. На слици 4.13 дат је један

заглађени профил интензитета убрзања a у центру инерције гондоле добијен описаном процедуром.



Слика 4.13. Заглађени профил убрзања a у центру инерције гондоле

5. ДИНАМИЧКИ МОДЕЛ ЦЕНТРИФУГЕ

Динамички модел роботског манипулатора даје везу између кретања роботског манипулатора и сила и момената које остварују дато кретање. Ова веза је описана системом диференцијалних једначина које се називају једначине кретања.

Као и код кинематичких модела роботских манипулатора, постоје два основна задатка динамике, задатак инверзне динамике и задатак директне динамике.

Алгоритам директне динамике роботског манипулатора (ДД) рачуна моменте којима је потребно покретати зглобове манипулатора да би се добило жељено кретање зглобова роботског манипулатора. ДД има важну примену при утврђивању изводљивости програмиране трајекторије [26], при рачунарској симулацији, за развој управљачких алгоритама у оквиру планера трајекторије роботског манипулатора, за централизоване *feedforward* методе управљања кретањем [35], при димензионисању мотора, итд.

Алгоритам инверзне динамике роботског манипулатора (ИД) рачуна угаона убрзања, и на основу њих угаоне брзине и угаоне позиције зглобова роботског манипулатора за задате примењене моменте, инерцијалне, гравитационе и Кориолисове силе које делују на чланове роботског манипулатора, као и силе и моменте које делују на енд-ефектор, и силе и моменте услед трења у зглобовима манипулатора. ИД алгоритам се користи при утврђивању изводљивости програмиране трајекторије при рачунарској симулацији, као и при димензионисању улежиштења и чланова робота.

Иако динамички модели пружају многе информације о понашању роботског манипулатора, развој ових модела може бити веома комплексан, а сложеност израчунавања алгоритама може бити висока. Такође, при одређивању многих параметара динамичког модела роботског манипулатора као што је нпр. трење, моменти инерције итд. веома су честе грешке. До скоро је била пракса да се у контролере роботских манипулатора имплементирају само кинематички модели, међутим код робота који развијају велике брзине

и/или велика убрзања, савремени софистицирани робот контролери укључују и динамички модел да би се остварила задовољавајућа перформанса.

Једначина кретања роботског манипулатора се може написати у следећем матричном облику:

$$\mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (5.1)$$

где је $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ $n \times n$ матрица инерције/месе чланова, $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ је $n \times n$ Кориолисова/центрифугална матрица, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ је $n \times 1$ вектор гравитационих чланова, а $\boldsymbol{\tau}$ је $n \times 1$ вектор покретачких момената. Овде сматрамо да се роботски манипулатор састоји из крутих чланова и веза. Сваки члан матрица $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ и $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ је нелинеарна функција вектора унутрашњих координата, док су чланови матрице $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ нелинеарне функције вектора унутрашњих координата и вектора њихових брзина. Једначина 5.1 се може посматрати и као систем n обичних нелинеарних диференцијалних једначина другог реда. За одређивање диференцијалних једначина кретања (5.1) користи се неколико метода. У литератури из роботике, најзаступљенија су два приступа у моделовању динамике [121]. Први приступ се заснива на примени општих теорема динамике крутог тела (у литератури из роботике на енглеском језику познат под називом Њутн-Ојлер приступ [87], [89], [101]). Овај приступ се заснива на равнотежи сила и момената који делују на чланове роботског манипулатора. У оквиру другог, енергетског приступа, користе се Лагранжове једначине кретања друге врсте [91], [122], (у литератури из роботике на енглеском језику познат и под називом Лагранжов метод). Избор методе развоја динамичког модела роботског манипулатора зависи од примене динамичког модела (нпр. у оквиру пројектовања роботског манипулатора, за потребе развоја управљања и других), сложености примене дате методе на конкретни роботски манипулатор, сложености израчунавања итд.

Лагранжова метода даје формулацију динамичког модела роботског манипулатора у аналитичком (симболичком) облику која је систематична и

интуитивна, где су једначине кретања дате у компактној аналитичкој форми која садржи матрицу инерције, матрицу центрифугалних и Кориолисових сила и вектор гравитационих сила [101]. Ова метода је погодна је за анализу утицаја комплексних механичких ефеката као што су флексибилне деформације чланова, трење итд. Основни недостатак Лагранжове формулације је у томе што је за ову методу потребно извршити диференцирање скаларних енергетских функција (за кинетичку и потенцијалну енергију), што доводи до рачунске неефикасности за системе са више степени слободе.

Рекурзиван метод базиран на примени општих теорема динамике крутог тела је веома рачунски ефикасан. Овај метод је у односу на Лагранжов метод ефикаснији за нумеричку имплементацију управљачких метода базираних на директном динамичком моделу робота. Такође, овом методом се могу одредити реакције веза у зглобовима које су неопходне при димензионисању лежајева манипулатора [89], [122].

Може се сматрати да је у општем случају Лагранжова формулација примењивија при анализи утицаја особина (параметара) динамичког модела роботског манипулатора и анализи ефеката примене (перформанси) развијаних управљачких метода, док је рекурзиван метод базиран на примени општих теорема динамике крутог тела ефикаснији за имплементацију динамичког модела у управљање.

У овом поглављу приказан је развој ДД модела центрифуге који је неопходан за развој, симулацију перформанси и избор одговарајућег управљачког система. ДД модел је развијен употребом рекурзивног метода базираног на општим теоремама динамике (Њутн-Ојлер приступ), као и помоћу коваријантног облика Лагранжових једначина друге врсте на бази Родриговог приступа.

5.1. Решење директног динамичког задатка центрифуге применом општих теорема динамике крутог тела

У овом поглављу приказано је извођење једначине (5.1) за центрифугу употребом рекурзивног метода базираног на општим теоремама динамике (Њутн-Ојлер приступ). Овај алгоритам се заснива на теорему о промени момента количине кретања крутог тела (кинетичког момента) [122].

Први примери употребе рекурзивне методе за развој динамичког модела робота базиране на општим теоремама динамике потичу из седамдесетих година прошлог века [94], [123]. У раду [124], развијен је рачунски веома ефикасан метод за решавање ДД применом рекурзивне методе базиране на општим теоремама динамике који је независан од типа конфигурације роботског манипулатора. Поменути алгоритам подразумева узастопна рачунања у смеру од базе ка енд-ефектору брзина и убрзања центара инерције чланова роботског манипулатора у функцији унутрашњих координата, и резултантних сила и момената који делују на чланове манипулатора. Након тога се силе и моменти у зглобовима рекурзивно рачунају у супротном смеру-од енд-ефектора ка бази да би се добили покретачки моменти у зглобовима роботског манипулатора.

Према [125] за типичан серијски шестоосни роботски манипулатор, дефинисање ДД модела помоћу Лагранжових једначина захтева преко 63000 множења и готово 25000 сабирања, док према [87] рекурзивни метод базиран на општим теоремама динамике за исти задатак захтева око 850 множења и 730 сабирања. Са аспекта рачунске ефикасности, овај алгоритам је први избор за употребу при имплементацији динамичког модела у управљачки систем роботског манипулатора.

Рекурзивни метод за решавање директног динамичког задатка роботског манипулатора базиран на општим теоремама динамике

Ако су маса m_i , угаона брзина $\boldsymbol{\omega}_i$, угаоно убрзање $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i$ члана i , и линеарно убрзање $\dot{\mathbf{v}}_i^{cm}$ центра инерције члана i познати, тада се укупна сила и момент који делују на члан i добијају из (5.2) и (5.3), следствено, [126].

Закон о кретању центра инерције крутог тела се дефинише следећом једначином:

$$\mathbf{F}_i = m_i \dot{\mathbf{v}}_i^{cm} \quad (5.2)$$

Ојлерова једначина којим је дефинисана промена кинетичког момента крутог тела гласи:

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{I}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i). \quad (5.3)$$

У претходној једначини, као карактеристика расподеле масе у роботском механизму користи се тензор инерције члана i у односу на центар инерције члана i изражен у координатама члана i \mathbf{I}_i [127]. Ако са \mathbf{I}_i^{cm} означимо тензор инерције члана i у односу на центар инерције члана i изражен у координатама базног КС, док тензор инерције члана i у односу на центар инерције члана i изражен у координатама члана i (КС i , слика 3.3) означимо са $\hat{\mathbf{I}}_i^{cm}$, веза између ова два тензора дата је једначином (5.4):

$$\mathbf{I}_i^{cm} = {}^0 \mathbf{R}_i \hat{\mathbf{I}}_i^{cm} {}^0 \mathbf{R}_i^T = \begin{bmatrix} I_{xi} & -I_{xyi} & -I_{xzi} \\ -I_{xyi} & I_{yi} & -I_{yzi} \\ -I_{xzi} & -I_{yzi} & I_{zi} \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

Центрифугални моменти инерције у $\hat{\mathbf{I}}_i^{cm}$ се често могу занемарити, јер су најчешће значајно мањи у односу на аксијалне моменте инерције \hat{I}_{xi} , \hat{I}_{yi} и \hat{I}_{zi} , тако да важи:

$$\hat{\mathbf{I}}_i^{cm} = \begin{bmatrix} \hat{I}_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{I}_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{I}_{zi} \end{bmatrix}, \quad i=1,2,..n, \quad (5.5)$$

Уколико позицију центра инерције члана i у односу на КС који се креће заједно са чланом i означимо са $\hat{\mathbf{r}}_i^{cm} = [\hat{r}_{xi} \ \hat{r}_{yi} \ \hat{r}_{zi}]^T$, овај вектор у координатама

базног КС постаје $\mathbf{r}_i^{cm} = [r_{xi} \ r_{yi} \ r_{zi}]^T = {}^0\mathbf{R}_i \hat{\mathbf{r}}_i^{cm}$. Матрица \mathbf{I}_i^{cm} и вектор \mathbf{r}_i^{cm} су променљиве функције, тј. зависе од тренутне конфигурације манипулатора, док су $\hat{\mathbf{I}}_i^{cm}$ и $\hat{\mathbf{r}}_i^{cm}$ константни вектори/матрице.

Укупна сила \mathbf{F}_i , једначина (5.6), и момент \mathbf{M}_i , једначина (5.7), који делују на члан i се састоје из сила и момената којима чланови $i-1$ и $i+1$ делују на члан i , уз силу и момент услед деловања гравитације [126].

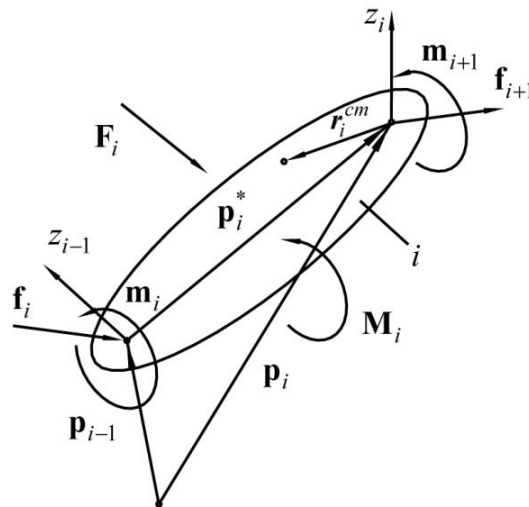
$$\mathbf{F}_i = \mathbf{f}_i - \mathbf{f}_{i+1}, \quad (5.6)$$

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{m}_i - \mathbf{m}_{i+1} - (\mathbf{p}_i^* + \mathbf{r}_i^{cm}) \times \mathbf{f}_i + \mathbf{r}_i^{cm} \times \mathbf{f}_{i+1}, \quad (5.7)$$

где је вектор $\mathbf{p}_i^* = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}$ вектор положаја КС i у односу на КС $i-1$, слика 5.1. Из (5.6) и (5.7) добијају се \mathbf{f}_i , \mathbf{m}_i - сила, односно момент, којим члан $i-1$ делује на члан i :

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{f}_{i+1}, \quad (5.8)$$

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{M}_i + \mathbf{m}_{i+1} + (\mathbf{p}_i^* + \mathbf{r}_i^{cm}) \times \mathbf{f}_i + \mathbf{r}_i^{cm} \times \mathbf{f}_{i+1}. \quad (5.9)$$



Слика 5.1. Моменти и силе који делују на члан i роботског манипулатора

Процедура за добијање ДД модела роботског манипулатора применом рекурзивног метода базираног на општим теоремама динамике се одвија у следећим корацима [101]:

- 1) Из једначина (5.2) и (5.3) се рачунају укупна сила и укупни момент који делују на члан i роботског манипулатора, у смеру $i=1, 2, \dots, n$.

2) Из једначина (5.8) и (5.9) у смеру $i=n, \dots, 2, 1$ рачунају се $\mathbf{f}_i, \mathbf{m}_i$. За почетни корак $i=n$, где је n број степени слободе роботског манипулатора усваја се $\mathbf{f}_{n+1} = 0$, и $\mathbf{m}_{n+1} = 0$.

Покретачки momenti актуатора у зглобовима $\tau_i, i=1, 2, \dots, n$, за цилиндрични зглоб се добијају као пројекције вектора \mathbf{m}_i на осу z_{i-1} [87].

Решавање директног динамичког задатка центрифуге применом рекурзивног метода базираног на општим теоремама динамике

У програмском пакету САТИА, израчунати аксијални momenti инерције за чланове центрифуге су: $\hat{I}_{x1} = 91905, \hat{I}_{y1} = 219978, \hat{I}_{z1} = 243913, \hat{I}_{x2} = 3243, \hat{I}_{y2} = 1365, \hat{I}_{z2} = 2010, \hat{I}_{x3} = 666, \hat{I}_{y3} = 217, \hat{I}_{z3} = 650, \hat{I}_{x4} = 47, \hat{I}_{y4} = 61, \hat{I}_{z4} = 46 \text{ kgm}^2, m_1=43500, m_2=1139, m_3=566$ and $m_4=250 \text{ kg}$. За чланове 1, 2 и 3, и за спољашње оптерећење (тежина пилота, седишта и опреме) означено са 4, је добијено [17]:

$$I_{z1} = \hat{I}_{y1}, \quad (5.10)$$

$$I_{x2} = \hat{I}_{x2}s_2^2 + \hat{I}_{z2}c_2^2, \quad I_{y2} = \hat{I}_{y2}, \quad I_{z2} = \hat{I}_{x2}c_2^2 + \hat{I}_{z2}s_2^2, \quad (5.11)$$

$$I_{x3,4} = s_2^2(\hat{I}_{x3,4}s_3^2 + \hat{I}_{z3,4}c_3^2) + \hat{I}_{y3,4}c_2^2, \quad I_{y3,4} = -\hat{I}_{x3,4}c_3^2 + \hat{I}_{z3,4}s_3^2, \quad (5.12)$$

$$I_{z3,4} = c_2^2(\hat{I}_{x3,4}s_3^2 + \hat{I}_{z3,4}c_3^2) + \hat{I}_{y3,4}s_2^2, \quad I_{xy3,4} = s_2s_3c_3(\hat{I}_{x3,4} - \hat{I}_{z3,4}), \quad (5.13)$$

$$I_{xz3,4} = c_2(s_2(\hat{I}_{x3}s_3s_3 + \hat{I}_{z3,4}c_3c_3) - \hat{I}_{y3}s_2), \quad I_{yz3,4} = c_2s_3c_3(-\hat{I}_{x3,4} + \hat{I}_{z3,4}), \quad (5.14)$$

Резултантне силе $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ и \mathbf{F}_3 се могу добити из једначина (5.2), док су резултантни momenti израчунати из израза датих једначином (5.3), [17].

Укупан момент који делује на члан 1 је:

$$\mathbf{M}_1 = [0 \quad 0 \quad I_{z1}]^T \ddot{q}_1. \quad (5.15)$$

Укупан момент који делује на члан 2 је:

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} -I_{xz2} \\ -I_{yz2} \\ I_{z2} \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} -(-I_{xy2}) \\ -I_{y2} \\ -(-I_{yz2}) \end{bmatrix} \ddot{q}_2 + \begin{bmatrix} -(-I_{yz2}) \\ (-I_{xz2}) \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \begin{bmatrix} I_{x2} + I_{y2} - I_{z2} \\ 0 \\ 2(-I_{xz2}) \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \begin{bmatrix} (-I_{yz2}) \\ (-I_{yz2}) \\ (-I_{xy2}) \end{bmatrix} \dot{q}_2 \dot{q}_2 \quad (5.16)$$

Укупан момент који делује на члан 3 је:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{3,4} = & \begin{bmatrix} -I_{xz3,4} \\ -I_{yz3,4} \\ I_{z3,4} \end{bmatrix} \ddot{q}_1 + \begin{bmatrix} I_{xy3,4} \\ -I_{y3,4} \\ I_{yz3,4} \end{bmatrix} \ddot{q}_2 + \begin{bmatrix} c_2 I_{x3,4} - s_2 I_{xz3,4} \\ -c_2 I_{xy3,4} - s_2 I_{yz3,4} \\ s_2 I_{z3,4} - c_2 I_{xz3,4} \end{bmatrix} \ddot{q}_3 + \begin{bmatrix} I_{x3,4} + I_{y3,4} - I_{z3,4} \\ 0 \\ -2I_{xz3,4} \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\
& + \begin{bmatrix} 2s_2 I_{yz3,4} \\ c_2 (I_{x3,4} + I_{y3,4} - I_{z3,4}) - 2s_2 I_{xz3,4} \\ -2c_2 I_{yz3,4} \end{bmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_3 + \begin{bmatrix} I_{yz3,4} \\ -I_{xz3,4} \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1^2 + \begin{bmatrix} I_{xz3,4} s_1 - I_{yz3,4} \\ 0 \\ I_{xy3,4} \end{bmatrix} \dot{q}_2^2 \\
& + \begin{bmatrix} -s_2 (I_{x3,4} - I_{y3,4} + I_{z3,4}) \\ 2(s_2 I_{xy3,4} - c_2 I_{yz3,4}) \\ -c_2 (I_{y3,4} - I_{x3,4} + I_{z3,4}) \end{bmatrix} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + \begin{bmatrix} s_2 c_2 I_{xy3,4} - (c_2^2 - s_2^2) I_{yz3,4} \\ s_2 c_2 [(I_{x3,4} - I_{z3,4})] + (c_2^2 - s_2^2) I_{xz3,4} \\ c_2^2 I_{xy3,4} - c_2 s_2 I_{yz3,4} \end{bmatrix} \dot{q}_3^3
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Означићемо вектор момента којим члан $i-1$ делује на члан i у односу на базни координатни систем са $\mathbf{m}_i = [m_{xi} \ m_{yi} \ m_{zi}]^T$, једначина (5.9). Силе и momenti којим члан $i-1$ делује на члан i у координатама зглоба i (КС $i-1$) су:

$$\hat{\mathbf{f}}_i = [\hat{f}_{xi} \ \hat{f}_{yi} \ \hat{f}_{zi}]^T = {}^0\mathbf{R}_{i-1}^T \mathbf{f}_i, \tag{5.18}$$

$$\hat{\mathbf{m}}_i = [\hat{m}_{xi} \ \hat{m}_{yi} \ \hat{m}_{zi}]^T = {}^0\mathbf{R}_{i-1}^T \mathbf{m}_i. \tag{5.19}$$

Спољашње силе и momenti су означени са \mathbf{f}_4 и \mathbf{m}_4 ; важи $\mathbf{F}_4 = \mathbf{f}_4$ и $\mathbf{M}_4 = \mathbf{m}_4 - \mathbf{r}_4^{cm} \times \mathbf{F}_4$. Силе и momenti којим члан 3 делује на спољашње оптерећење у односу на базни координатни систем су према једначинама (5.8-5.9):

$$\mathbf{f}_4 = \mathbf{F}_4, \tag{5.20}$$

$$\mathbf{m}_4 = \mathbf{M}_4 + \mathbf{r}_4^{cm} \times \mathbf{F}_4. \tag{5.21}$$

Укупна сила и момент који делују на члан 3 су: $\mathbf{F}_3 = \mathbf{f}_3 - \mathbf{f}_4$ и $\mathbf{M}_3 = \mathbf{m}_4 - \mathbf{m}_3 + \mathbf{r}_3^{cm} \times \mathbf{F}_3$. Одавде се добијају укупни момент и сила којим члан 2 делује на члан 3 у односу на базни координатни систем, једначине (5.8-5.9):

$$\mathbf{f}_3 = \mathbf{F}_3 + \mathbf{f}_4 \tag{5.22}$$

$$\mathbf{m}_3 = \mathbf{M}_3 + \mathbf{r}_3^{cm} \times \mathbf{F}_3 + \mathbf{m}_4 = \mathbf{M}_3 + [r_{y3} F_{z3} - r_{z3} F_{y3} \ r_{z3} F_{x3} - r_{x3} F_{z3} \ r_{x3} F_{y3} - r_{y3} F_{x3}]^T + \mathbf{m}_4 \tag{5.23}$$

На основу (5.18-5.19), ова сила и момент у координатама зглоба 3 су:

$$\hat{\mathbf{f}}_3 = \begin{bmatrix} -s_2 f_{x3} + c_2 f_{z3} & -f_{y3} & c_2 f_{x3} + s_2 f_{z3} \end{bmatrix}^T \quad (5.24)$$

$$\hat{\mathbf{m}}_3 = \begin{bmatrix} -s_2 m_{x3} + c_2 m_{z3} & -m_{y3} & c_2 m_{x3} + s_2 m_{z3} \end{bmatrix}^T \quad (5.25)$$

Укупна сила и момент који делују на члан 2 се рачунају по једначинама $\mathbf{F}_2 = \mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_3$, $\mathbf{M}_2 = \mathbf{m}_3 - \mathbf{m}_2 + \mathbf{r}_2^{cm} \times \mathbf{F}_2$, следствено. Одавде се добијају резултантни сила и момент којим члан 1 делује на члан 2 у односу на базни координатни систем:

$$\mathbf{f}_2 = \mathbf{F}_2 + \mathbf{f}_3, \quad (5.26)$$

$$\mathbf{m}_2 = \mathbf{M}_2 + \mathbf{r}_2^{cm} \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{m}_3 = \mathbf{M}_2 + \begin{bmatrix} r_{y2} F_{z2} - r_{z2} F_{y2} & r_{z2} F_{x2} - r_{x2} F_{z2} & r_{x2} F_{y2} - r_{y2} F_{x2} \end{bmatrix}^T + \mathbf{m}_3. \quad (5.27)$$

На основу (5.18-5.19), резултантни сила и момент којим члан 1 делује на члан 2 у координатама зглоба 2 (КС 1) су:

$$\hat{\mathbf{f}}_2 = \begin{bmatrix} f_{x2} & f_{z2} & f_{x2} - f_{y2} \end{bmatrix}^T, \quad \hat{\mathbf{m}}_2 = \begin{bmatrix} m_{x2} & m_{z2} & -m_{y2} \end{bmatrix}^T. \quad (5.28)$$

Укупна сила и момент који делују на члан 1 се рачунају по једначинама $\mathbf{F}_1 = \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2$, $\mathbf{M}_1 = \mathbf{m}_2 - \mathbf{m}_1 + \mathbf{r}_1^{cm} \times \mathbf{F}_1$, следствено. Резултантни сила и момент који делују на члан 1 у односу на базни координатни систем:

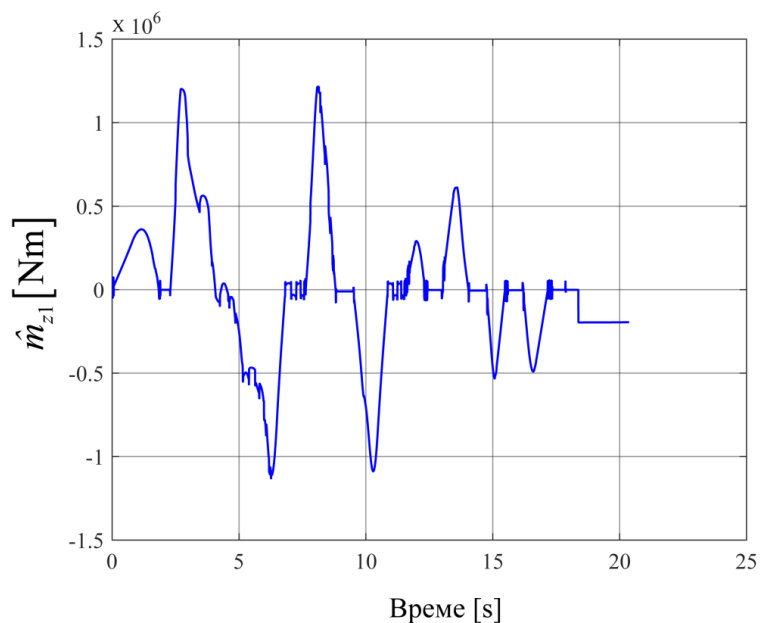
$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{F}_1 + \mathbf{f}_2, \quad (5.29)$$

$$\mathbf{m}_1 = \mathbf{M}_1 + \mathbf{m}_2 + (\mathbf{p}_1^* + \mathbf{r}_1^{cm}) \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{p}_1^* \times \mathbf{f}_2 = \mathbf{M}_1 + \begin{bmatrix} r_{y1} F_{z1} - r_{z1} F_{y1} \\ -(a_1 + r_{x1}) F_{z1} + r_{z1} F_{x1} - a_1 f_{z2} \\ (a_1 + r_{x1}) F_{y1} - r_{y1} F_{x1} + a_1 f_{y2} \end{bmatrix} + \mathbf{m}_2. \quad (5.30)$$

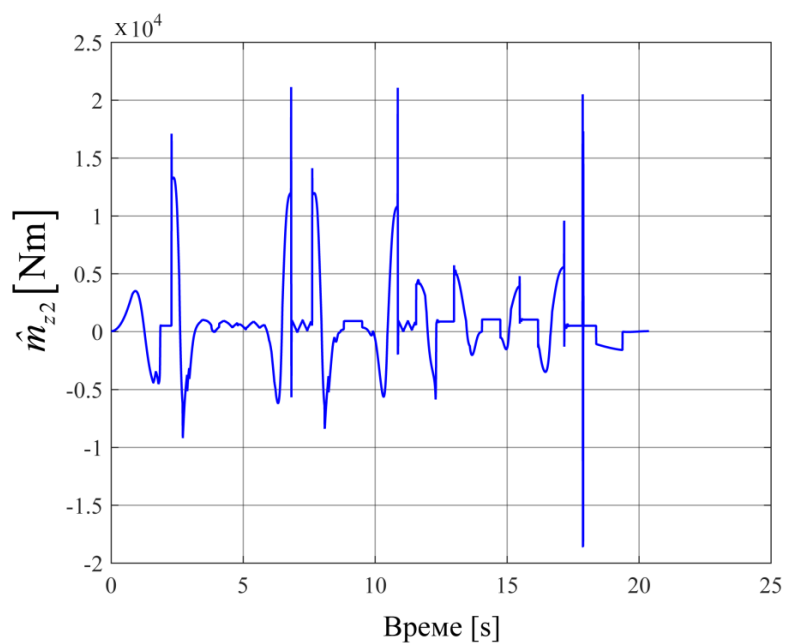
Момент актуатора у зглобу i је \hat{m}_{zi} . Симулацијом момената \hat{m}_{zi} , $i=1, 2, \dots, n$ за најзахтевније трајекторије роботског манипулатора добијају се величине које се користе при димензионисању мотора роботског манипулатора. Силе које делују на лежајеве су $\hat{m}_{xyi} = (\hat{m}_{xi}^2 + \hat{m}_{yi}^2)^{1/2}$. За потребе димензионисања лежаја врше се симулације ових момената за најзахтевније трајекторије манипулатора.

Нумеричка симулација покретачких момената центрифуге

За трајекторију енд-ефектора дефинисану задатим профилем апсолутне вредности убрзања у центру инерције гондоле дате на слици 4.13, потребни моменти у зглобовима \hat{m}_{zi} , $i=1, 2, 3$ дати су на сликама 5.2, 5.3 и 5.4.

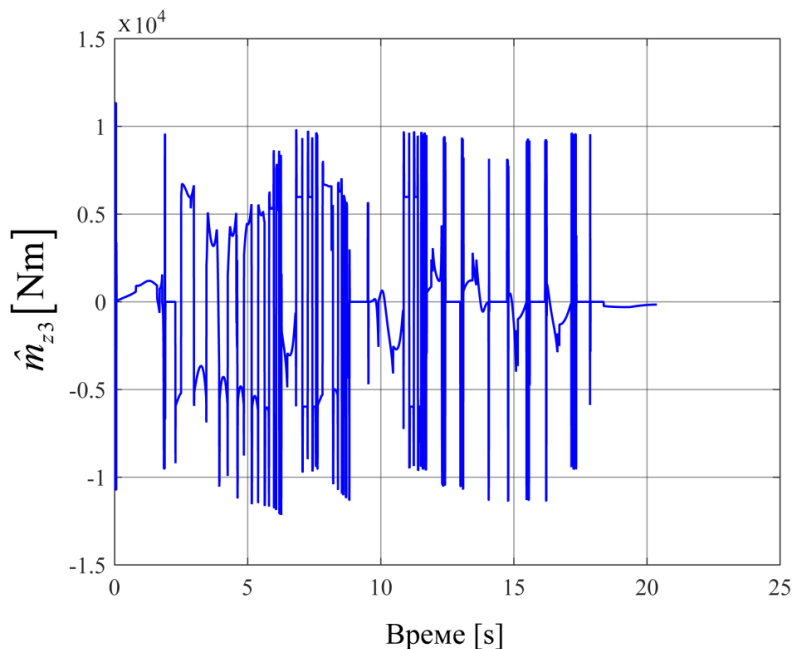


Слика 5.2. Потребан момент у првом зглобу за трајекторију са слике 4.13.



Слика 5.3. Потребан момент у другом зглобу за трајекторију са слике 4.13.

Са слика 5.2, 5.3 и 5.4 може се видети да је жељена трајекторија центрифуге изузетно динамички захтевна, у смислу да изазива нагле, велике скокове у потребним покретачким моментима зглобова.



Слика 5.4. Потребан момент у трећем зглобу за трајекторију са слике 4.13

5.2. Решење директног динамичког задатка центрифуге применом коваријантног облика Лагранжових једначине друге врсте на бази Родриговог приступа

Лагранжов метод за одређивање динамичких једначина кретања роботског манипулатора представља енергетски приступ [127]. Применом ове методе, динамички модел роботског манипулатора дефинисан је у функцији рада и енергије, као и промене генерализаних координата. Услед тога, све силе и реакције које не врше рад су аутоматски елиминисане. Овом методом добија се аналитичко решење динамичких једначина кретања, што је врло значајно са аспекта аутоматизације разматраног поступка, ради примене на општи роботски манипулатор.

Кинетичка енергија i -тог сегмета се добија из следећих једначина [91]:

$$E_{ki} = E_{ki}^{\text{tr}} + E_{ki}^{\text{rot}} = \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_{ci}^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{J}_{ci}^i \boldsymbol{\omega}_i, i = n, \dots, 2, 1, \quad (5.31)$$

где је \mathbf{J}_{ci}^i тензор инерције члана i у односу на центар инерције члана i изражена у координатама члана i . Генералисана сила за сегмент α која потиче од гравитације је:

$$Q_{\alpha}^G = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g} \cdot \vec{T}_{\alpha(i)}, \alpha = n, \dots, 2, 1, \quad (5.32)$$

Из коваријантног облика Лагранжових једначина кретања друге врсте добијених применом Родриговог приступа добија се потребан моменат актуатора за генералисану координату q_{γ} , $Q_{\gamma\alpha}$ из следеће једначине:

$$\sum_{\alpha=1}^n a_{\alpha\gamma} \ddot{q}_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \Gamma_{\alpha\beta,\gamma} \dot{q}_{\alpha} \dot{q}_{\beta} = Q_{\gamma g} + Q_{\gamma\alpha}, \gamma = 1, 2, \dots, n \quad (5.33)$$

Овде су $\Gamma_{\alpha\beta,\gamma}$ Кристофелови симболи:

$$\Gamma_{\alpha\beta,\gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial a_{\beta\gamma}}{\partial q_{\alpha}} + \frac{\partial a_{\gamma\alpha}}{\partial q_{\beta}} - \frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial q_{\gamma}} \right), \quad (5.34)$$

док су са $a_{\alpha\beta}$ означени коефицијенти метричког тензора који се добијају по једначини:

$$a_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_{\alpha} \partial \dot{q}_{\beta}}, E_k = \sum_{i=1}^n E_{ki} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n a_{\alpha\beta} \dot{q}_{\alpha} \dot{q}_{\beta}. \quad (5.35)$$

Решавање директног динамичког задатка центрифуге применом Лагранжеовог метода на бази Родриговог приступа

У наставку текста, усваја се модел центрифуге у коме су чланови оносиметрична тела, и центри инерције чланова се налазе у њиховим центрима симетрије. Једначине су дате у симболички (у општим бројевима), а изрази за коефицијенте метричког тензора и Кристофелове симболе су дати у Табелама 5.1 и 5.2, следствено.

Координатни системи који су коришћени у овом поглављу одговарају КС који су придружени члановима центрифуге применом Родриговог приступа за дефинисање геометрије роботског манипулатора, Поглавље 3.2, слика 3.11. Тензор инерције члана 3 у односу на центар инерције члана 3 изражен у координатама члана 3 у симболичким вредностима је:

$$J_{C3}^3 = \begin{bmatrix} J_{C31}^3 & 0 & 0 \\ 0 & J_{C32}^3 & 0 \\ 0 & 0 & J_{C33}^3 \end{bmatrix}, \quad (5.36)$$

Овде је усвојено да су чланови ван дијагонале у тензору инерције који одговарају центрифугалним моментима инерције једнаки нули (у складу са претходном усвојеним симетричним геометријским моделима чланова центрифуге).

Из једначина (3.99), (3.128), (5.31), (5.36), добија се кинетичка енергија трећег сегмента [102], [91]:

$$E_{k3} = E_{k3}^{\text{tr}} + E_{k3}^{\text{rot}} = \frac{1}{2} m_3 \mathbf{v}_{c3}^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_3^T \mathbf{J}_{c3}^3 \boldsymbol{\omega}_3 = \frac{1}{2} m_3 a_r^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} \left((s_2 \dot{q}_1 + \dot{q}_3)^2 J_{C313}^3 + (c_2 s_3 \dot{q}_1 - \dot{q}_2 c_3)^2 J_{C323}^3 + (\dot{q}_1 c_2 c_3 + \dot{q}_2 s_3)^2 J_{C333}^3 \right). \quad (5.37)$$

Тензор инерције другог члана у односу на центар инерције члана 2 изражен у координатама члана 2 је:

$$J_{C2}^2 = \begin{bmatrix} J_{C21}^2 & 0 & 0 \\ 0 & J_{C22}^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_{C23}^2 \end{bmatrix}, \quad (5.38)$$

Из једначина (3.97), (3.119), (5.31), (5.38), добија се кинетичка енергија другог сегмента:

$$E_{k2} = E_{k2}^{\text{tr}} + E_{k2}^{\text{rot}} = \frac{1}{2} m_2 a_r^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 \dot{q}_1^2 J_{C21}^2 + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 J_{C22}^2 + \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 c_2^2 J_{C23}^2. \quad (5.39)$$

Тензор инерције првог члана у односу на центар инерције члана 1 изражен у координатама члана 1 је:

$$J_{C1}^1 = \begin{bmatrix} J_{C11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & J_{C12}^1 & 0 \\ 0 & 0 & J_{C13}^1 \end{bmatrix}, \quad (5.40)$$

Из једначина (3.95), (3.113), (5.31), (5.40), добија се кинетичка енергија првог члана:

$$E_{k1} = \frac{1}{8} m_1 a_r^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 J_{C13}^1. \quad (5.41)$$

Укупна кинетичка енергија центрифуге се добија у следећем облику:

$$E_k = \frac{1}{8} m_1 a_r^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 a_r^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 \dot{q}_1^2 J_{C21}^2 + \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 c_2^2 J_{C23}^2 + \frac{1}{2} m_3 a_r^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 J_{C22}^2 + \frac{1}{2} \left(s_2^2 \dot{q}_1^2 + 2s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_3 + \dot{q}_3^2 \right) J_{C313}^3 + \left(c_2^2 s_3^2 \dot{q}_1^2 - 2c_2 s_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 c_3 + \dot{q}_2^2 c_3^2 \right) J_{C323}^3 + \left(\dot{q}_1^2 c_2^2 c_3^2 + 2\dot{q}_1 c_2 c_3 \dot{q}_2 s_3 + \dot{q}_2^2 s_3^2 \right) J_{C333}^3 \quad (5.42)$$

На основу једначине (5.42), добијају се изрази за коефицијенте метричког тензора (5.35), Табела 5.1, а затим и за Кристофелове симболе (5.34), Табела 5.2.

Генералисане силе које потичу од сила теже роботског система дате су у једначинама (5.43-5.45) за трећи, други и први члан, следствено:

$$Q_3^G = \sum_{i=3}^3 m_i \bar{g} \cdot \vec{T}_{3(i)} = -\sum_{i=3}^3 m_i g \cdot \vec{T}_{3(i)} \vec{k} = -m_3 g \mathbf{T}_{3(3)}^0 \mathbf{k}^0 = 0, \quad (5.43)$$

$$Q_2^G = \sum_{i=2}^3 m_i \bar{g} \cdot \vec{T}_{2(i)} = -\sum_{i=2}^3 m_i g \cdot \vec{T}_{2(i)} \vec{k} = -m_3 g \mathbf{T}_{2(3)}^0 \mathbf{k}^0 - m_2 g \mathbf{T}_{2(2)}^0 \mathbf{k}^0 = 0, \quad (5.44)$$

$$Q_1^G = \sum_{i=1}^n m_i \bar{g} \cdot \vec{T}_{1(i)} = -m_3 g \mathbf{T}_{1(3)}^0 \mathbf{k}^0 - m_2 g \mathbf{T}_{1(2)}^0 \mathbf{k}^0 - m_1 g \mathbf{T}_{1(1)}^0 \mathbf{k}^0 = 0. \quad (5.45)$$

У претходним једначинама, \mathbf{k} је јединични вектор z осе. С обзиром да су сва три зглоба цилиндрична, генералисане силе погонског система ће бити једнаке моментима у осама актуатора:

$$Q_{1(\text{pog})} = \tau_1, \quad (5.46)$$

$$Q_{2(\text{pog})} = \tau_2, \quad (5.47)$$

$$Q_{3(\text{pog})} = \tau_3. \quad (5.48)$$

Потребни momenti у зглобовима актуатора којима ће бити остварена задата трајекторија центрифуге се сада могу добити из коваријантног облика Лагранжових једначина кретања друге врсте које су дате у наставку текста [91].

Први члан:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\alpha=1}^n a_{\alpha 1} \ddot{q}^{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \Gamma_{\alpha\beta,1} \dot{q}^{\alpha} \dot{q}^{\beta} = Q_{1pog} + Q_{1g}, \gamma = 1 \\
& \left(a_r^2 \left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 + m_3 \right) + s_2^2 (J_{C21}^2 + J_{C313}^3) + c_2^2 (J_{C23}^2 + s_3^2 J_{C323}^3 + c_3^2 J_{C333}^3) \right) \ddot{q}_1 \\
& + \left(c_2 c_3 s_3 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3) \right) \ddot{q}_2 + \left(s_2 J_{C313}^3 \right) \ddot{q}_3 + \\
& + 2 \left(s_2 c_2 (J_{C21}^2 + J_{C313}^3) - s_2 c_2 (J_{C23}^2 + s_3^2 J_{C323}^3 + c_3^2 J_{C333}^3) \right) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\
& + 2 \left(c_2^2 s_3 c_3 (J_{C323}^3 - J_{C333}^3) \right) \dot{q}_1 \dot{q}_3 + \left(-s_2 c_3 s_3 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3) \right) \dot{q}_2^2 + \\
& + c_2 \left(J_{C313}^3 + (J_{C333}^3 - J_{C323}^3) (c_3^2 - s_3^2) \right) \dot{q}_2 \dot{q}_3 = Q_{1pog} + Q_{1g} = Q_{1pog} = \tau_1
\end{aligned} \tag{5.49}$$

Други члан:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\alpha=1}^n a_{\alpha 2} \ddot{q}^{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \Gamma_{\alpha\beta,2} \dot{q}^{\alpha} \dot{q}^{\beta} = Q_{2pog} + Q_{2g}, \gamma = 2 \\
& \left(c_2 c_3 s_3 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3) \right) \ddot{q}_1 + \left(J_{C22}^2 + c_3^2 J_{C323}^3 + s_3^2 J_{C33}^3 \right) \ddot{q}_2 \\
& + \left(-s_2 c_2 (J_{C21}^2 + J_{C313}^3) + c_2 s_2 (J_{C23}^2 + s_3^2 J_{C323}^3 + c_3^2 J_{C333}^3) \right) \dot{q}_1^2 + \\
& + \left(c_2 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3) (c_3^2 - s_3^2) - c_2 J_{C313}^3 \right) \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\
& + 2 c_3 c_3 (J_{C33}^3 - J_{C32}^3) \dot{q}_2 \dot{q}_3 = Q_{2pog} + Q_{2g} = Q_{2pog} = \tau_2
\end{aligned} \tag{5.50}$$

Трећи члан:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\alpha=1}^n a_{\alpha 3} \ddot{q}^{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \Gamma_{\alpha\beta,3} \dot{q}^{\alpha} \dot{q}^{\beta} = Q_{3pog} + Q_{3g}, \gamma = 3 \\
& \left(s_2 J_{C313}^3 \right) \ddot{q}_1 + J_{C31}^3 \ddot{q}_3 + \left(c_2^2 s_3 c_3 (-J_{C323}^3 + J_{C333}^3) \right) \dot{q}_1 \dot{q}_1 + \\
& + \left(c_2 (-J_{C333}^3 + J_{C323}^3) (c_3^2 - s_3^2) + c_2 J_{C313}^3 \right) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\
& + \left(c_3 c_3 (-J_{C33}^3 + J_{C32}^3) \right) \dot{q}_2 \dot{q}_2 = Q_{3pog} + Q_{3g} = Q_{3pog} = \tau_3
\end{aligned} \tag{5.51}$$

Табела 5.1. Коэффициенти метричког тензора центрифуге

$\alpha\beta$	$a_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_\alpha \partial \dot{q}_\beta}$	$a_{\alpha\beta}$
11	$a_{11} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_1 \partial \dot{q}_1}$	$a_1^2 \left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 + m_3 \right) + s_2^2 (J_{C21}^2 + J_{C313}^3) + c_2^2 (J_{C23}^2 + s_3^2 J_{C323}^3 + c_3^2 J_{C333}^3)$
12	$a_{12} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_1 \partial \dot{q}_2}$	$-c_2 s_3 c_3 J_{C323}^3 + c_2 c_3 s_3 J_{C333}^3 = c_2 c_3 s_3 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3)$
13	$a_{13} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_1 \partial \dot{q}_3}$	$s_2 J_{C313}^3$
21	$a_{21} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_1 \partial \dot{q}_2}$	a_{12}
22	$a_{22} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_2 \partial \dot{q}_2}$	$J_{C22}^2 + c_3^2 J_{C323}^3 + s_3^2 J_{C33}^3$
23	$a_{23} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_2 \partial \dot{q}_3}$	0
31	$a_{31} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_1 \partial \dot{q}_3}$	a_{13}
32	$a_{23} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_2 \partial \dot{q}_3}$	a_{23}
33	$a_{33} = \frac{\partial^2 E_k}{\partial \dot{q}_3 \partial \dot{q}_3}$	J_{C31}^3

Табела 5.2. Кристофелови симболи прве врсте

$\Gamma_{\alpha\beta,\gamma}$	
$\Gamma_{11,1}$	0
$\Gamma_{12,1}$	$s_2 c_2 (J_{C21}^2 + J_{C313}^3) - s_2 c_2 (J_{C23}^2 + s_3^2 J_{C323}^3 + c_3^2 J_{C333}^3)$
$\Gamma_{13,1}$	$c_2^2 s_3 c_3 J_{C323}^3 - c_2^2 s_3 c_3 J_{C333}^3 = c_2^2 s_3 c_3 (J_{C323}^3 - J_{C333}^3)$
$\Gamma_{21,1}$	$\Gamma_{12,1}$
$\Gamma_{22,1}$	$-s_2 c_3 s_3 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3)$
$\Gamma_{23,1}$	$\frac{1}{2} c_2 (J_{C313}^3 + (J_{C333}^3 - J_{C323}^3)(c_3^2 - s_3^2))$
$\Gamma_{31,1}$	$\Gamma_{13,1}$
$\Gamma_{32,1}$	$\Gamma_{23,1}$
$\Gamma_{33,1}$	0
$\Gamma_{11,2}$	$-\Gamma_{12,1}$
$\Gamma_{12,2}$	0
$\Gamma_{13,2}$	$\frac{1}{2} (c_2 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3)(c_3^2 - s_3^2) - c_2 J_{C313}^3)$
$\Gamma_{21,2}$	0
$\Gamma_{22,2}$	0
$\Gamma_{23,2}$	$c_3 c_3 (J_{C333}^3 - J_{C323}^3)$
$\Gamma_{31,2}$	$\Gamma_{13,2}$
$\Gamma_{32,2}$	$\Gamma_{23,2}$
$\Gamma_{33,2}$	0
$\Gamma_{11,3}$	$-\Gamma_{13,1}$
$\Gamma_{12,3}$	$-\Gamma_{13,2}$
$\Gamma_{13,3}$	0
$\Gamma_{21,3}$	$\Gamma_{12,3}$
$\Gamma_{22,3}$	$-\Gamma_{23,2}$
$\Gamma_{23,3}$	0
$\Gamma_{31,3}$	0
$\Gamma_{32,3}$	0
$\Gamma_{33,3}$	0

6. РАЗВОЈ УПРАВЉАЧКОГ СИСТЕМА И МЕТОДЕ ЗА ИЗБОР МОТОРА ЦЕНТРИФУГЕ И УРЕЂАЈА ЗА ПРОСТОРНУ ДЕЗОРИЈЕНТАЦИЈУ ПИЛОТА

У циљу смањења укупног времена пројектовања и реализације роботских манипулатора, практично је размотрити потенцијалне стратегије управљања паралелно са пројектовањем механичке структуре. Додатне погодности симулације перформанси система управљања за моделе објеката управљања базиране на виртуелним моделима манипулатора, а пре реализације манипулатора, укључују мање безбедносне ризике, као и могућност редизајна механичке структуре у складу са перформансама разматраних система управљања.

У овом поглављу је приказана метода за избор управљачке стратегије роботског манипулатора базирана на симулацијама динамичког модела која је установљена при развоју система управљања центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона. Приказане методе симулације динамичког модела роботског манипулатора и метода реалистичне симулације перформанси система управљања су омогућиле избор погона манипулатора и избор методе управљања, који воде рачуна како о перформансама система, тако и о сложености имплементације, и цени целокупног манипулатора.

Две групе метода управљања у простору зглобова (мотора) су разматране: традиционалне децентрализоване методе (када се сваким зглобом управља независно од других зглобова) и централизоване методе (које узимају у обзир динамичко спрезање чланова манипулатора приликом кретања). За централизовану методу усвојена је *Метода израчунатог момента*. За случај центрифуге очекује се да примена централизоване методе управљања доведе до побољшања перформанси система управљања кретањем. Децентрализоване методе су једноставније за развој, а такође су значајно једноставније за имплементацију, посебно ако се узму у обзир затворени серворегулатори комерцијално доступних мотора.

За правилан избор методе управљања помоћу симулације, неопходно је остварити реалистичну симулацију перформанси система управљања на основу које се може вршити веродостојно поређење примене више метода управљања. Овде је приказано остваривање реалистичне симулације перформанси система управљања које се базира на следећем: 1) особине деформабилности механичке структуре роботског манипулатора су узете у обзир; 2) ефективна инерција актуатора која се рачуна из директног динамичког модела користи се при одређивању модела објекта управљања; 3) при симулацији перформанси управљачког система могућности мотора су узете у обзир.

Методе за избор управљачке стратегије развијене за центрифугу су примењене и на УПДП. С обзиром да на основу дефинисаних технолошких захтева УПДП не остварује кинематички захтевне трајекторије [19] (које су присутне у случају центрифуге услед високих вредности и наглих промена убрзања зглобова приликом кретања), те стога утицај нелинеарности и динамичког спрезања између чланова УПДП-а у једначинама кретања није значајан као у случају центрифуге, у овом случају се не очекује значајно побољшање перформанси система употребом централизоване методе управљања, што је потребно испитати и кроз симулацију.

На основу претпостављене занемарљиве деформабилности механичке структуре манипулатора центрифуге и УПДП-а, методе моделирања и управљања крутих манипулатора су усвојене. Додатно, за центрифугу је дата анализа утицаја деформабилности механичке структуре, на основу симулација у програмском пакету CATIA, на ефикасност развијених управљачких алгоритама.

6.1. Управљање роботским манипулаторима

Роботски манипулатор се моделује и управља као отворени кинематички ланац који се састоји од чланова робота (крутих тела) и веза између чланова робота. Динамички модел роботског манипулатора се одликује великом нелинеарношћу, нестационарношћу, као и динамичким спрезањима између

зглобова. Једначина кретања манипулатора у матричном облику дата је у једначини (5.1).

Проблем управљања роботских манипулатора је веома комплексан задатак и многе напредне методе управљања су развијене у оквиру решавања овог проблема. Тако на пример, ради решавања проблема нелинеарне и нестационарне динамике роботског манипулатора, у литератури се појављују методе базиране на адаптивном управљању [30], [128], интелигентном управљању [31], управљању клизним режимима (*sliding mode control*) [129]. За решавање проблема управљања роботског манипулатора са неодређеним параметрима динамичког модела, адаптивне шеме базиране на *soft computing* методама као што су неуралне мреже [34], фази логика [33] и сл. су веома присутне у савременој литератури. Предност једне методе управљања над другом зависи од намене роботског манипулатора (врсте апликација за које се робот развија) и постављених захтева везаних за перформансу система, карактеристика механичке структуре, карактеристика актуатора, захтева за имплементацију итд. Центрифуга за тренажу пилота и уређај за просторну дезоријентацију пилота спадају у категорију тзв. *Система високе сигурности* (енг. *High assurance systems*) који захтевају висок ниво робустности у смислу перформанси, као и загарантован скуп критично важних карактеристика као што су поузданост, доступност, безбедност и сигурност [130]. Примена емпиријски-валидираних метода управљања у системима где њихов отказ може довести до губитка живота или уређаја је упитна, и увек мора бити подржана техникама које такве нежељене ефекте свде на најмањи ниво.

Методе управљања у простору зглобова (енг. *Joint space control techniques*) су адекватне у ситуацијама у којима се задаци (таскови) манипулатора могу прецизно испланирати у *offline* режиму рада (пре-планирати) и када никакве или незнатне *online* модификације трајекторије нису потребне [131].

У оквиру развоја управљачког система (УС) роботских манипулатора, јавља се питање да ли је потребно укључивање динамичког модела манипулатора, с обзиром да ово може довести до комплексних управљачких структура, и уколико да, на који начин?

У случају трајекторија при којима се развијају велике брзине и/или велика убрзања манипулатора, утицај нелинеарног динамичког спрезања између чланова роботског манипулатора може имати велики утицај на кретање система, као што се може видети у једначини (5.1). Тада се може десити да децентрализоване методе управљања, које су традиционално базиране на ПИД регулаторима и код којих се утицаји динамичког спрезања између чланова манипулатора сматрају поремећајима, не дају задовољавајуће резултате при праћењу трајекторије. Уколико се користе преносници, утицај нелинеарно-спрегнуте динамике робота се може значајно смањити, међутим могу се јавити проблеми везани за трење које је по природи нелинеарно.

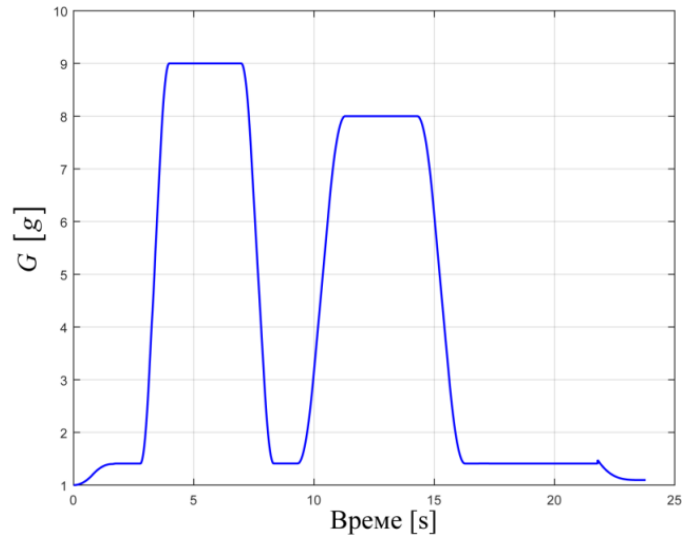
Динамички модел роботског манипулатора дат у једначини (5.1) се за центрифугу може написати и у облику система од $n=3$ нелинеарних диференцијалних једначина за зглобове $k=1, 2, 3$ датих у једначини (6.1).

$$\sum_{j=1}^n d_{kj}(\mathbf{q})\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n h_{kji}(\mathbf{q})\dot{q}_j\dot{q}_i + g_k(\mathbf{q}) = \tau_k. \quad (6.1)$$

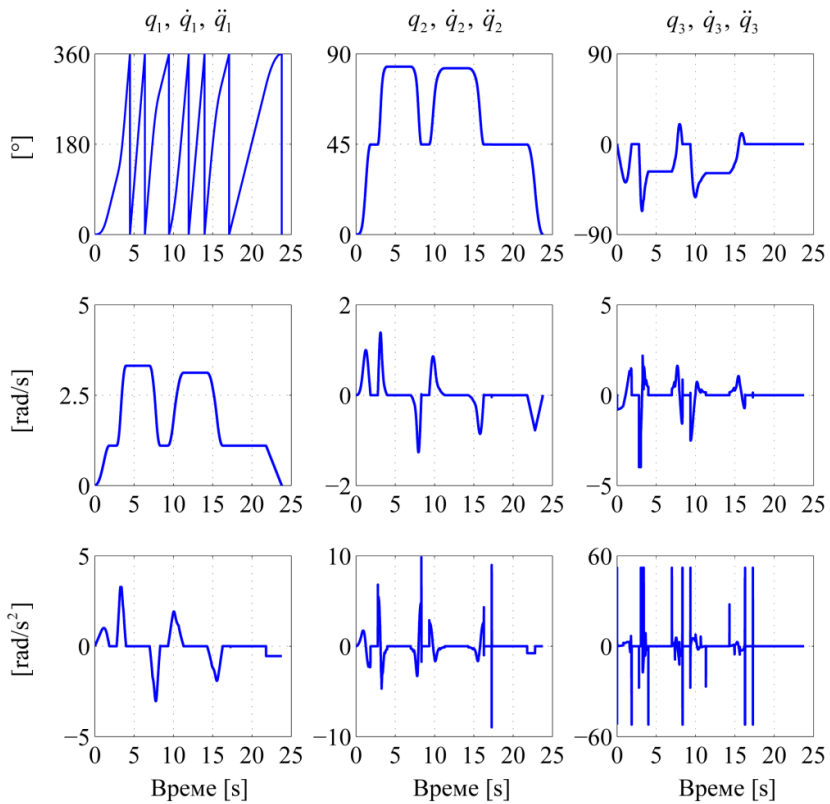
У (6.1), τ_k је покретачки момент за зглоб k . У динамичком моделу дефинисаном применом рекурзивног метода базираног на општим теоремама динамике, покретачки момент $\tau_k = \hat{m}_{zk}$ се добија као z_k компонента вектора $\hat{\mathbf{m}}_k$, који представља момент којим на сегмент k делује сегмент $k-1$, дат у координатном систему који је везан за зглоб $k-1$ [126].

У овом поглављу, као референтна трајекторија центрифуге усвојен је задати профил G -оптерећења дат на слици 6.1, са максималном вредношћу убрзања од $9g$ са променљивим прираштајима убрзања $n_p = \pm 7g/s$, $n_p = \pm 7g/s$.

Из планера трајекторије центрифуге се за улаз (задату трајекторију центрифуге) који је дат на слици 6.1, као излаз добијају трајекторије зглобова центрифуге дате на слици 6.2. Као што се може видети, изузетно захтевни кинематички профили, нарочито што се тиче угаоних убрзања зглобова 2 и 3, су добијени. Ради правилног избора методе управљања, веома је корисно одредити утицај динамичког спрезања између чланова манипулатора током кретања путем симулације динамичког модела [35].

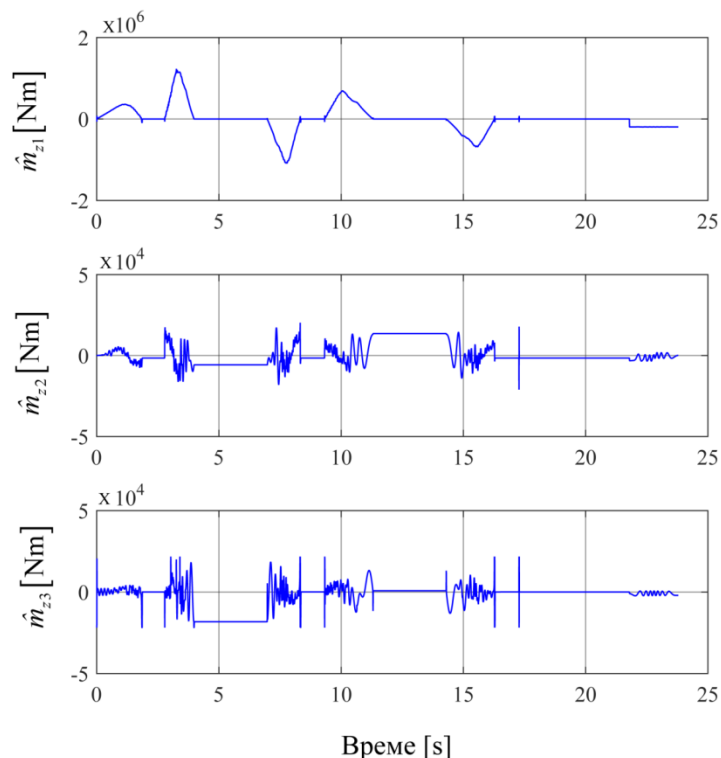


Слика 6.1. Жељени профил G -оптерећења у центру инерције гондоле центрифуге



Слика 6.2. Трајекторије зглобова центрифуге за профил убрзања у центру инерције гондоле датог на слици 6.1. [35]

За трајекторију на слици 6.2, потребни покретачки моменти оса центрифуге израчунати директном динамиком, једначина (6.1), су дати на слици 6.3. Може се видети да се за осу 2 и 3 потребне нагле промене момента у зглобовима у појединим интервалима кретања, као и да се уопштено вредност покретачког момента у функцији трајекторије значајно мења током датог кретања.



Слика 6.3. Покретачки моменти чланова центрифуге за трајекторију на слици 6.1/6.2

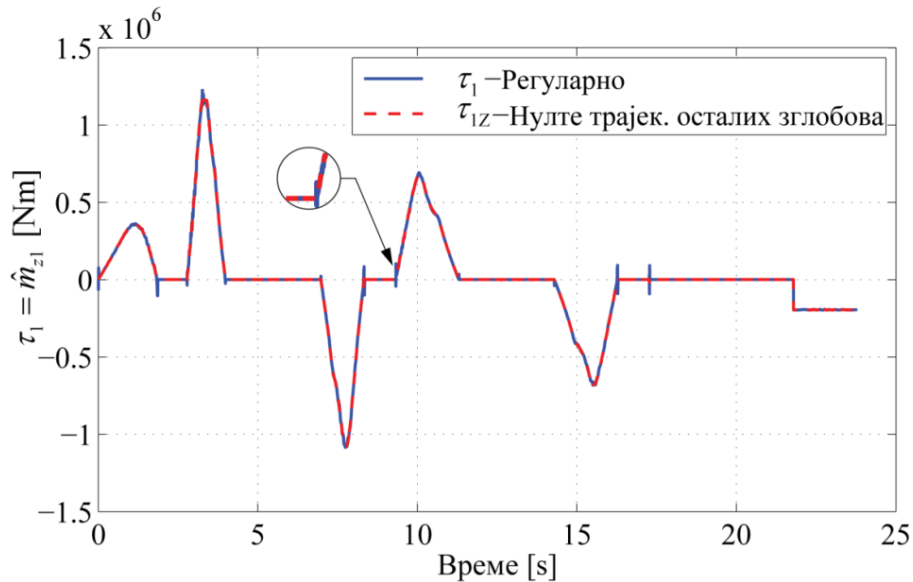
6.2. Метода за избор управљачког система роботског манипулатора базирана на симулацији динамичког модела

У овом одељку, представљена је метода симулације ДД модела роботског манипулатора која омогућава дефинисање величине утицаја динамичког спрезања међусобно повезаних чланова манипулатора током кретања. За одређени члан k , величина утицаја кретања других чланова $j=1, 2, \dots, n, j \neq k$, је дефинисана кроз њихов допринос у вредности потребног покретачког момента за дати члан k [35].

За одређено задато кретање роботског манипулатора, излази планера трајекторије су дати као временски низови трајекторија зглобова $\tilde{q}_j, \dot{\tilde{q}}_j, \ddot{\tilde{q}}_j, j=1,2\dots n$. Добијени низови представљају улаз у ДД алгоритам, једначина (6.1), из кога се добијају временски низови покретачких момената у зглобовима који остварују жељено кретање манипулатора, $\tilde{\tau}_j, j=1, 2\dots n$. Затим, за одређени зглоб $k, k=1, 2\dots n$, ДД алгоритам, једначина (6.1), се користи за израчунавање временских низова покретачких момената у зглобовима $\tilde{\tau}_{kZ}$ за исту трајекторију тог одређеног зглоба $k, q_{kZ}, \dot{q}_{kZ}, \ddot{q}_{kZ} = \tilde{q}_k, \dot{\tilde{q}}_k, \ddot{\tilde{q}}_k$, али за трајекторије других зглобова које су једнаке нули, $q_{jZ}, \dot{q}_{jZ}, \ddot{q}_{jZ} = 0, j=1, 2\dots n, j \neq k$, тј. као да нема ротације око осталих оса. Уколико се поређењем нумеричких вредности момената $\tilde{\tau}_k$ и $\tilde{\tau}_{kZ}$ за најзахтевније трајекторије роботског манипулатора добијају занемарљиве разлике, може се закључити да кретања других чланова манипулатора не утичу значајно на вредност потребног момената за члан k којим се остварује жељено кретање манипулатора. У том случају, за дати члан k , ефекти динамичког спрезања чланова манипулатора у једначини (6.1) се могу оправдано сматрати поремећајима који се могу лако потиснути употребом повратне спреге у простору тог појединачног зглоба (једнострукто-преносни систем-*single joint control*).

Описана метода симулације динамичког модела примењена је на чланове центрифуге. За руку центрифуге (члан 1), на слици 6.4 дат је покретачки момент τ_1 који је добијен из ДД, једначина (6.1), за трајекторију центрифуге дате на слици 6.2, и покретачки момент τ_{1Z} добијен из ДД, једначина (6.1), за исту трајекторију зглоба 1, али за трајекторије других зглобова које су једнаке нули ($q_2 = q_3 = 0, \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = 0, \ddot{q}_2 = \ddot{q}_3 = 0$). Као што се види са слике, разлике су занемарљиве. Ово указује на безначајан утицај кретања чланова 2 и 3 на кретање руке центрифуге, чији је утицај додатно смањен услед употребе редуктора између мотора и члана 1.

На исти начин, симулације су показале велики утицај кретања првог члана на величину потребног покретачког момента за чланове 2 и 3 услед великих центрифугалних и тангенцијалних сила које производи рука центрифуге. Поред тога, кроз описане симулације утврђен је велики међусобни утицај кретања чланова 2 и 3 кроз њихов међусобни допринос у величини потребних покретачких момената τ_2 и τ_3 . На основу добијених резултата, усвојен је следећи систем управљања: Кретањем првог члана се управља децентрализованом методом помоћу ПИД регулатора, док је за другу и трећу осу потребно размотрити увођење централизоване управљачке стратегије [35]. Симулација перформанси система управљања за други и трећи члан је приказана у овој дисертацији.



Слика 6.4. Допринос кретања другог и трећег члана на величину покретачког момента првог члана τ_1

6.3. Метода избора актуатора роботског манипулатора базирана на апроксимативном динамичком моделу

Развој динамичког модела роботског манипулатора је од великог значаја при избору одговарајућих актуатора који ће моћи да остваре захтевана кретања манипулатора, тј. жељене перформансе система. Центрифуга за тренажу пилота спада у категорију тешке машинерије, те услед кинематички веома

захтевних трајекторија зглобова, мотори са захтеваном снагом имају велике масе. Већи актуатори изазивају повећање инерције манипулатора, потрошње енергије и цене реализације машине. Од суштинског значаја је да изабрани мотор има довољну снагу да може довољно брзо да ротира чланове роботског манипулатора, али и да буде што мање масе/инерције. Из овог разлога, актуатори за центрифугу су изабрани тако да у току радног режима често достижу моменте који су веома близу, или су једнаки максималном моменту који актуатор може остварити. Стога, неопходно је извршити проверу изводљивости жељених трајекторија, тј. проверу да ли је захтевани момент у зглобу мањи или једнак максималном моменту који мотор може да оствари. Уколико потребан покретачки момент прелази дати максимални момент за веома малу вредност, може се извршити модификација трајекторије на основу алгоритма базираног на апроксимативном динамичком моделу (аДМ) робота који је описан у [17]. С обзиром да је у Поглављу 6.2 приказано како кретања прстена и гондоле имају веома мали утицај на вредност потребног покретачког момента првог члана чак и за најзахтевније трајекторије центрифуге, први члан је изостављен из наредних прорачуна.

аДМ алгоритам

У аДМ, дискретизациони метод у коме се жељене брзине зглобова \dot{q}_k за одређени интерполациони период рачунају у функцији програмираног убрзања за тај интерполациони период као $\dot{q}_k = \dot{q}_{kprev} + \ddot{q}_k \Delta t$, $k=1, 2 \dots n$, се користи при рачунању потребног покретачког момента $\tau_k = \hat{m}_{zk}$, једначина (6.1). У даљем тексту, суфикс *prev* означава вредност у претходном интерполационом периоду. Услед тога, следећа једнакост ће важити за производ $\dot{q}_j \dot{q}_i$ у оквиру члана $h_{kji}(\mathbf{q}) \dot{q}_j \dot{q}_i$ у једначини (6.1):

$$\dot{q}_j \dot{q}_i = c_{ji} + a_i \ddot{q}_j + a_j \ddot{q}_i + \ddot{q}_j \ddot{q}_i \Delta t^2, \quad (6.2)$$

где је $c_{ji} = \dot{q}_{jprev} \dot{q}_{iprev}$, $a_i = \dot{q}_{iprev} \Delta t$, $a_j = \dot{q}_{jprev} \Delta t$. С обзиром да је је интерполациони период $\Delta t = 5 \text{ ms}$ коришћен у управљачкој јединици,

уколико се чланови са Δt^2 занемаре у једначини (6.2), добија се грешка од $\ddot{q}_j \ddot{q}_i \Delta t^2 = 2 \cdot 10^{-5} \ddot{q}_j \ddot{q}_i$. Након занемаривања чланова пропорционалних Δt^2 , моменти у зглобовима $\tau_2 = \hat{m}_{z_2}$ и $\tau_3 = \hat{m}_{z_3}$ за одређени интерполациони период су добијени из једначине (6.1) у следећој апроксимативној форми:

$$\tau_2 = c_2 + c_{22} \ddot{q}_2 + c_{23} \ddot{q}_3, \quad (6.3)$$

$$\tau_3 = c_3 + c_{32} \ddot{q}_2 + c_{33} \ddot{q}_3. \quad (6.4)$$

Нумеричке симулације за мноштво различитих трајекторија су показале да се за $\Delta t = 5 \text{ ms}$, покретачки моменти τ_2 и τ_3 дати у једначинама (6.3) и (6.4) разликују за мање од 1% од резултата добијених класичним ДД (без занемаривања чланова са Δt^2 у једначини (6.1)) [17]. Коефицијенти $c_2, c_{22}, c_{23}, c_3, c_{32}, c_{33}$ у једначинама (6.3) и (6.4) се рачунају за сваки интерполациони период као функције $\ddot{q}_1, \dot{q}_{2prev}, \dot{q}_{3prev}, q_1, q_2, q_3$ и константи Δt , дужине руке центрифуге a_r , компонената матрица инерције $\hat{\mathbf{I}}_{2-4}$ чланова $k=2, 3, 4$ око центра инерције члана k (овде индекс 4 означава спољашње оптерећење, тј. пилота са пилотским седиштем и додатном опремом), компонената вектора $\hat{\mathbf{r}}_{2-4}$ који представља вектор положаја центара инерције чланова 2, 3 и спољашњег оптерећења у односу на координатни почетак координатног система који је придружен члану k , и маса чланова 2, 3 и спољашњег оптерећења.

У следећем кораку се извршава провера, и уколико је потребно ограничавање покретачких момената на максималне вредности τ_{2max} и τ_{3max} које се могу остварити изабраним моторима, на следећи начин: Уколико је утврђено да за дати интерполациони период покретачки момент/и τ_2 и τ_3 прелазе максималне вредности, максимално остварива убрзања \ddot{q}_2 и \ddot{q}_3 која мотори могу остварити у датом интерполационом периоду се добијају решавањем система једначина (6.3) и (6.4) за максималне вредности момената τ_2 и τ_3 :

$$\ddot{q}_{2\max} = \frac{(\tau_{2\max} - c_2)c_{33} - (\tau_{3\max} - c_3)c_{23}}{c_{22}c_{33} - c_{23}c_{32}}, \quad (6.5)$$

$$\ddot{q}_{3\max} = \frac{(\tau_{3\max} - c_3)c_{22} - (\tau_{2\max} - c_2)c_{32}}{c_{22}c_{33} - c_{23}c_{32}}. \quad (6.6)$$

Нове вредности угаоних брзина и позиција чланова 2 и 3 се затим добијају из једначина (6.5) и (6.6) путем нумеричке интеграције. Када је ова процедура имплементирана, провера да ли се модификација трајекторије енд-ефектора налази у дозвољеним границама се мора извршити. Уколико је то случај, иста процедура се може применити за следећи мотор мање снаге, тако да се пронађе најмањи мотор који задовољава прописане захтеве. Након завршетка ове процедуре, аДМ алгоритам се регуларно користи у оквиру планера трајекторије.

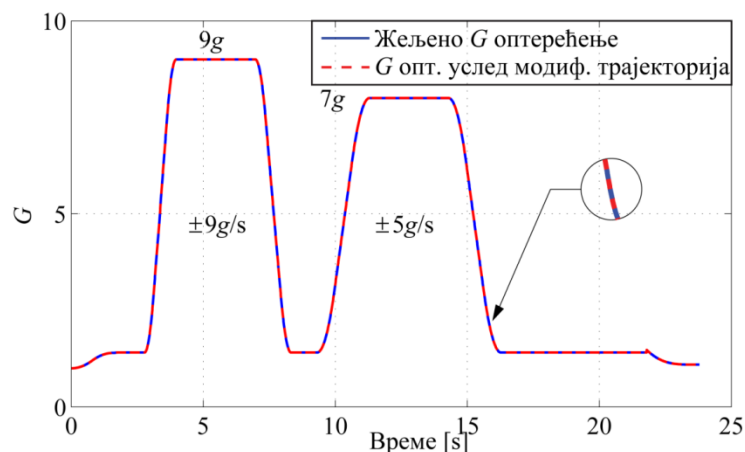
Главни допринос имплементације процедуре базиране на аДМ моделу је у томе што се модификација трајекторије одређеног зглоба не дешава само због засићења актуатора који га покреће, већ и услед засићења актуатора других зглобова. На тај начин се (тим мотором) постиже остваривање жељене трајекторије роботског манипулатора када су актуатори осталих чланова засићени. Одговарајући избор актуатора центрифуге ће омогућити да се модификацијама трајекторија зглобова добија занемарљиво мало одступање добијеног G -оптерећења од жељеног.

Уместо слања команди моторима које они не могу да постигну, управљачка јединица (планер трајекторије) серворегулаторима мотора шаље команде које су у оквиру максимално остваривих вредности угаоних убрзања и угаоних брзина. Самим тим, побољшан је квалитет управљања кретањем, а такође је омогућена веродостојна симулација кретања роботског манипулатора с обзиром да су задате трајекторије зглобова оствариве. Поред наведеног, значајно је нагласити да је употребом приказаног аДМ модела омогућен прецизнији прорачун сила и момената који делују на зглобове, што је неопходно за прорачун чврстоће лежаја које се врши у току развоја роботског манипулатора [17].

Процедура за избор мотора роботског манипулатора базирана на АДМ алгоритму

На бази максималних потребних вредности покретачких момената у зглобовима, добијених из ДД модела за најзахтевније трајекторије центрифуге, извршен је иницијални избор одговарајућих актуатора центрифуге [17], [35]. За прву осу је изабран DC мотор са номиналним обртним моментом $M_{1r}=41200 \text{ Nm}$. Коефицијент преоптерећења за овај мотор је 2; редуктор има преносни однос 16.5 и степен искоришћења $\eta_1=0.94$. Услед овога, краткотрајни максимални момент је $M_{1\max}=1.28 \cdot 10^6 \text{ Nm}$ (за мање од 5 s). Актуаторски систем са по 2 торк мотора (енг. *torque motors, direct drive motors*) са максималним моментима $M_{i\max}=10900 \text{ Nm}$ [132] је изабран за осе 2 и 3. Могућности ових актуатора да остваре задато кретање центрифуге су тестиране алгоритмом базираном на АДМ моделу приказаном у претходном поглављу.

Многобројне нумеричке симулације су показале да у случају изабраних мотора са $\tau_{2,3\max} = 2 \cdot M_{2,3\max} = 21800 \text{ Nm}$, модификације трајекторија зглобова не утичу значајно на трајекторију енд-ефектора [17], [35]. На слици 6.5 је дат жељени профил апсолутне вредности укупног убрзања у центру инерције гондоле центрифуге дат на слици 6.1 (који је један од најзахтевнијих апликативних програма центрифуге) и исти профил убрзања израчунат на основу добијених трајекторија зглобова центрифуге након извршења провере изводљивости трајекторија базиране на АДМ моделу за изабране актуаторе.



Слика 6.5. Профили жељеног и модификованог G -оптерећења у центру инерције гондоле центрифуге

Симулације аДМ модела на основу техничких података из произвођачког упутства [133] су показале да се трајекторија енд-ефектора (профил апсолутне вредности укупног убрзања у центру инерције гондоле) добијена након извршења модификације трајекторије базиране на аДМ моделу за наредни, слабији мотор значајно разликује од програмиране трајекторије енд-ефектора који је дат на слици 6.1. На овај начин, одређен је мотор најмање инерције и снаге који има потенцијал да оствари захтевано кретање пројектоване центрифуге.

6.4. Развој модела механичког подсистема актуатора роботског манипулатора

Једначина кретања крутог тела које врши ротацију око осе је дата у једначини (6.7), [133]:

$$I\ddot{q} = \tau_M - \tau_L - B\dot{q}, \quad (6.7)$$

где је q угаона позиција, I је аксијални момент инерције тела које ротира, B је еквивалентни коефицијент трења система, τ_M представља управљачки момент, а τ_L је момент оптерећења. Ако би се једначина (6.7) применила на механички подсистем актуатора роботског манипулатора, I зависи од тренутне конфигурације роботског манипулатора, B је нелинеарна функција

брзине ротора. Момент оптерећења $\tau_L = \tau_{LD} + \tau_{LS}$ је двоструке природе: детерминистички део τ_{LD} који настаје услед кретања међусобно повезаних чланова роботског манипулатора, а који се може израчунати из динамичког модела манипулатора, и момент услед стохастичких поремећаја τ_{LS} . Овде се усваја да нема других предвидивих оптерећења која утичу на момент оптерећења актуатора. Нелинеарни, нестационарни модел механичког подсистема актуатора зглоба k је добијен као:

$$I_{\text{eff}k} \ddot{q}_{mk} + B_{\text{eff}k} \dot{q}_{mk} = \tau_{Mk} - \tau_{Lk}. \quad (6.8)$$

Овде је $\dot{q}_{mk} = r_k \dot{q}_k$ угаона брзина ротора мотора; r_k је преносни однос редуктора; $B_{\text{eff}k}$ је еквивалентни коефицијент трења који се одражава на ротор мотора; $I_{\text{eff}k}$ је момент инерције који се одражава на ротор мотора, овде назван ефективна инерција; τ_{Mk} је управљачки обртни момент генерисан од стране актуатора зглоба k . У овој студији се момент оптерећа τ_{LDk} рачуна из ДД модела, једначина (6.1) на следећи начин [101]:

$$\tau_{LDk} = (\tau_k - d_{kk} \ddot{q}_k) / r_k = \left(\sum_{j=1, j \neq k}^n d_{kj}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n h_{kji}(\mathbf{q}) \dot{q}_j \dot{q}_i + g_k(\mathbf{q}) \right) / r_k, \quad (6.9)$$

тј. покретачки момент $\tau_k = \hat{m}_{zk}$ из једначине (6.1) је умањен за инерцијални члан $d_{kk} \ddot{q}_k$. Додавањем коефицијента \ddot{q}_k из динамичког модела, једначина (6.1), аксијалном моменту инерције мотора и преносника I_{mk} , ефективна инерција за зглоб k актуатора се добија као [101]:

$$I_{\text{eff}k} = (I_{mk} + d_{kk} / r_k^2). \quad (6.10)$$

Уколико је доступан модел трења добијен експерименталним путем, може се увести компензација трења. Алтернатива овоме је традиционални приступ који се користи у серво системима, у коме се ограничени нелинеарни чланови трења сматрају поремећајима [134]. С обзиром да су за осе 2 и 3 изабрани торк мотори, утицај трења је од мањег значаја у односу на моторе са преносницима и може се сматрати занемарљивим. Уз овај приступ, једначина (6.8) постаје:

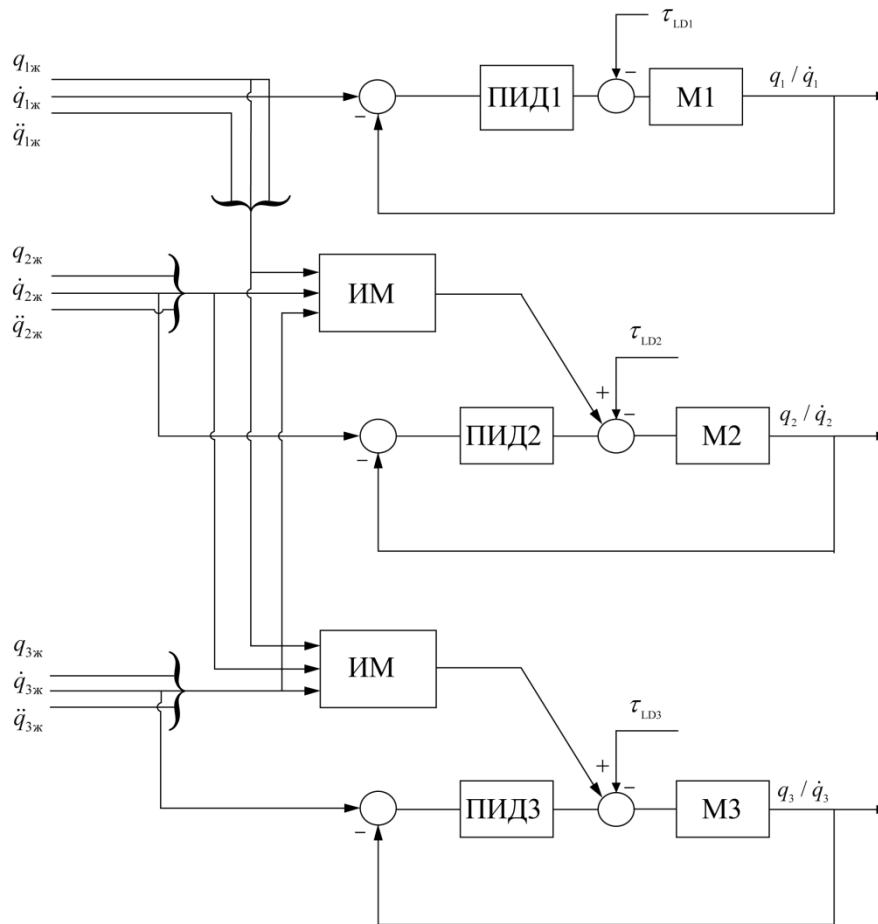
$$I_{\text{eff}} \ddot{q}_{mk} = \tau_{Mk} - \tau_{Lk}. \quad (6.11)$$

6.5. Симулације перформанси предложених управљачких система за центрифугу

У оквиру избора потенцијалног управљачког система за роботски манипулатор, комплексност и захтеви за имплементацију могу имати веома значајну улогу. При разматрању потенцијалне употребе напредних метода управљања, с обзиром да одређене методе могу довести до комплексних управљачких структура, предности у односу на једноставније методе морају бити јасно дефинисане. У овом смислу, веома је корисно развити методе симулације система управљања које ће бити реалистичне, и из којих ће правилни закључци о неопходној управљачкој методи бити изведени.

У овој дисертацији, деформабилност механичке структуре је узета у обзир на посредан начин преко ограничавања појачања примењених ПИД регулатора. У оквиру модела објекта управљања, ефективна инерција је узета у обзир. Такође, могућности мотора се узимају у обзир у приказаним симулационим системима [35].

На основу зачука датих у Поглављу 6.2 о установљеном великом доприносу кретања руке центрифуге на величину потребног момента у зглобовима чланова 2 и 3, као и о значајном међусобном утицају кретања ова два члана на поменуте потребне моменте, корисно је путем реалистичне симулације перформанси система управљања размотити утицај укључивања динамичког модела центрифуге у управљачке алгоритме. За централизовану методу управљања за осе 2 и 3 центрифуге изабрана је тзв. *Метода израчунатог момента (Computed torque method)*. Изабрани систем управљања за центрифугу приказан је на слици 6.6.



Слика 6.6. Усвојени систем управљања за центрифугу

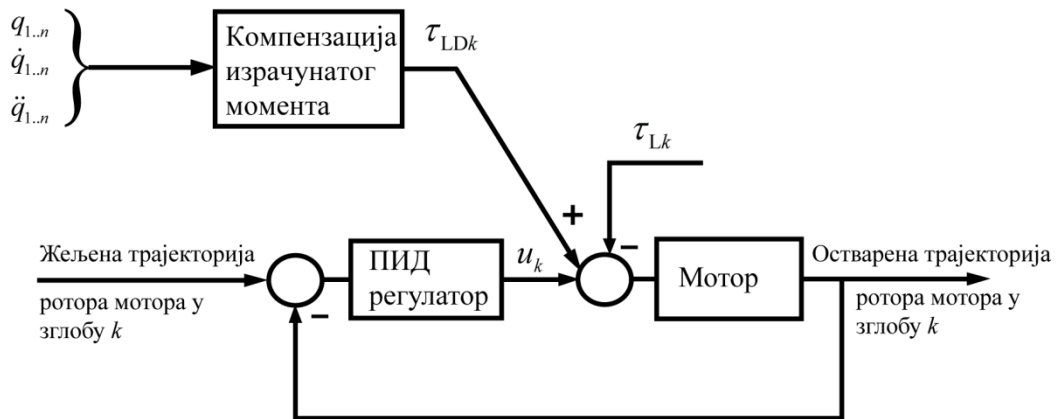
6.5.1. Метода израчунатог момента

Метода израчунатог момента подразумева *feedforward* компензацију нелинеарних чланова спрезања у једначини (6.1). Момент оптерећења услед кретања међусобно повезаних чланова, τ_{LDk} , добијен из динамичког модела манипулатора, једначина (6.9), се компензује *feedforward* сигналом. Додавање повратне спреге је препоручљиво за побољшање праћења референтне вредности, с обзиром да моделовање у пракси никад није без грешке, као и за потискивање ефекта стохастичких поремећаја. На слици 6.7 дат је блок дијаграм система управљања актуатора роботског манипулатора реализованог Методом израчунатог момента са додатом повратном спрегом.

Након што се дода *feedforward* компензација поремећаја, модел објекта управљања који је дат једначином (6.11) постаје:

$$I_{\text{eff}k} \ddot{q}_{mk} = u_k - \tau_{\text{LS}k}, \quad (6.12)$$

где је u_k момент пропорционалан излазу из ПИД регулатора.



Слика 6.7. Метода израчунатог момента са додатим ПИД регулатором

6.5.2. Избор појачања ПИД регулатора

С обзиром да деформабилности механичке структуре нису узете у обзир при моделовању објекта управљања, једначина (6.11), да би се избегла екситација немоделираних резонантних учестаности, у пракси се поштује правило да је најнижа природна фреквенција механичке структуре зглоба k , ω_{tk} , најмање два пута већа од природне (непригушене) учестаности затвореног система управљања кретањем члана k , ω_{nk} [87]. Да бисмо могли да упоредимо ове вредности, изабрали смо ПД позициони и ПИ брзински регулатор, тако да добијемо систем регулисања другог реда са карактеристичним полиномом $s^2 + 2\zeta_k \omega_{nk} s + \omega_{nk}^2$ (где је ζ_k степен пригушења). Уколико изаберемо УС тако да затворени систем управљања има више парова коњуговано-комплексних полова, потребно је извршити поређење са паром доминантних полова. Осцилације у позицији, ни у брзини нису дозвољене.

Максимална дозвољена вредност природне учестаности $\omega_{n \max k} = \omega_{tk} / 2$ се користи за добијање максималног пропорционалног појачања у једначини (6.15), $K_{PPk \max} = I_{effk \max} \omega_{tk}^2 / 4$. Када је пропорционално појачање изабрано, и на основу $\zeta_k = 1$ за $I_{effk \max}$, диференцијално појачање следи из:

$$K_{DPk} = \left(2\sqrt{I_{effk \max}(\mathbf{q})K_{PPk}} \right), \quad (6.16)$$

и имаће максималну вредност за $K_{PPk} = K_{PPk \max}$. Иста анализа важи и за ПИ брзински затворени систем управљања који је дат у једначини (6.14), при чему K_{IS} одговара K_{PP} у једначини (6.15), а K_{PS} је добијен на исти начин као K_{DP} у једначини (6.16).

Када су појачања ПД позиционог и ПИ брзинског регулатора изабрана на основу резонантних карактеристика механичке структуре као што је управо приказано, да би се остварила реалистична симулација морају се узети у обзир могућности мотора, тј. максимални моменти мотора. Овде је усвојен модел у коме максимални момент/инкремент момента који мотор генерише на основу сигнала из ПИД регулатора одговара претпостављеној максималној дозвољеној грешци управљане величине. Одговарајуће појачање би требало додати на излаз ПИД регулатора у оквиру симулационог модела. Одређивање вредности појачања којим се остварује реалистична симулација је базирано на следећем моделу. Диференцна једначина која описује момент актуатора који је генерисан на основу излаза из ПД позиционог регулатора је [133]:

$$K_{PP}\Delta q(i) + K_{DP}(\Delta q(i) - \Delta q(i-1)) = \tau_M(i) / K_{TORP}, \quad (6.17)$$

где је $\Delta q(i)$ позициона грешка у i -тој периоди одабирања, а $\tau_M(i)$ је момент генерисан од стране актуатора.

Исто тако, у случају ПИ брзинског регулатора, диференцна једначина која представља инкремент момента $\Delta \tau_M(i)$ генерисан од актуатора у функцији брзинске грешке за дати период одабирања i је [133]:

$$K_{IS}\Delta \dot{q}(i) + K_{PS}(\Delta \dot{q}(i) - \Delta \dot{q}(i-1)) = \Delta \tau_M(i) / K_{TORS}, \quad (6.18)$$

где је $\Delta\dot{q}(i)$ брзинска грешка у i -тој периоди одабирања.

Скалирајући фактори K_{TORP} и K_{TORS} , који се рачунају из једначина (6.17) и (6.18) за максимални момент/инкремент мотора, претпостављену максималну дозвољену грешку управљане величине и појачања ПИД регулатора која су дефинисана једначинама (6.15) и (6.16), представљају вредности појачања преносног органа који је додат на излаз ПИД регулатора у приказаном симулационом моделу. Максималне дозвољене грешке у позицији и брзини је потребно бирати да буду у оквиру опсега очекиваних грешака, како би се на тај начин добиле реалистичне вредности за појачања K_{TORP} и K_{TORS} , која омогућују добијање реалистичне симулације.

6.5.3. Симулација перформанси система управљања за други и трећи члан центрифуге

У овом поглављу је на основу претходно описане методе реалистичне симулације перформанси система управљања приказана анализа побољшања перформанси система управљања за центрифугу услед увођења централизоване методе управљања базиране на повратној спрези и *feedforward* компензацији поремећаја Методом израчунатог момента за случај кретања другог и трећег члана центрифуге. За анализу перформанси система управљања за чланове 2 и 3 центрифуге развијено је више *Simulink* модела код којих се управљачки систем састоји из: позиционог ПД регулатора; брзинског ПИ регулатора; *feedforward* компензације израчунатог момента (ИМ) са додатим истим ПД/ПИ регулаторима. Нумеричка симулација перформанси система управљања је извршена за динамички модел центрифуге чији су параметри дефинисани на основу виртуелног модела структуре центрифуге који је пројектован у САТИА софтверу. За референтне вредности позиције или брзине у *Simulink* моделима коришћен је низ дискретних вредности добијен из планера трајекторије центрифуге. Овде је приказан случај који одговара трајекторијама зглобова центрифуге које су дате на слици 6.2, након извршене провере базиране на АДМ алгоритму. Период интерполације Δt је 5 ms. Ефективна инерција се за

чланове 2 и 3 рачуна за сваки интерполациони период према једначини (6.10). Коефицијенти d_{22} и d_{33} се рачунају из динамичког модела, једначина (6.1), као сума коефицијената (множилаца) убрзања \ddot{q}_2 и \ddot{q}_3 , следствено. Аксијални моменти инерције мотора су $I_{m2}=I_{m3}=1092 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^2$. За трајекторије које су дате на слици 6.2 добијена је максимална ефективна инерција $I_{\text{eff}2\text{max}}=2221.3 \text{ kgm}^2$ у односу на коју ефективна инерција варира до 6.37 %. У односу на максималну ефективну инерцију за трећу осу $I_{\text{eff}3\text{max}} = 508.75 \text{ kgm}^2$ ефективна инерција током кретања варира максимално до 15.47 %.

Симулацијама у САТИА програму добијена је најнижа природна учестаност за прстен центрифуге $\omega_{r2}=40.843 \text{ Hz}$ је, а најнижа природна учестаност гондоле је $\omega_{r3}=13.851 \text{ Hz}$.

Усвојени су линеарни, временски-стационарни (енг. LTI) модели објеката управљања датих у једначини (6.11) у којима фигурише максимална вредност ефективне инерције мотора добијена једначином (6.10), за изабрану трајекторију центрифуге (слика 6.2). Појачања $K_{\text{PPk}} / K_{\text{ISk}}$ и $K_{\text{DPk}} / K_{\text{PSk}}$ су изабрана као максималне вредности из једначина (6.15) и (6.16), следствено. Појачања K_{TORP} и K_{TORS} добијена из једначина (6.17) и (6.18) су примењена на излазу ПИД регулатора. У Табели 6.1 дати су параметри објекта управљања и ПИД регулатора за зглобове $k = 2, 3$.

У симулационим моделима код којих се управљачки систем састоји само из повратне спреге, поремећај је симулиран као $\tau_{Lk} = \tau_{LDk}$, $k=2, 3$, једначина (6.9). Код симулационих модела ИМ са додатом повратном спрегом, моменти оптерећења τ_{LDk} , $k=2, 3$, који се рачунају из динамичког модела, једначина (6.9), су компензовани током сваког интерполационог периода, док се укупни момент оптерећења τ_{Lk} , $k=2, 3$ симулира као $\tau_{Lk} = \tau_{LDk} (1 + A \sin \omega_D t)$, $k=2, 3$. Члан $\tau_{LDk} A \sin \omega_D t$ симулира стохастичке поремећаје и непоузданости (грешке динамичког модела, тј. грешке у процени момента оптерећења τ_{LDk}). Овде t означава време, док су ознаке A и ω_D амплитуда и учестаност

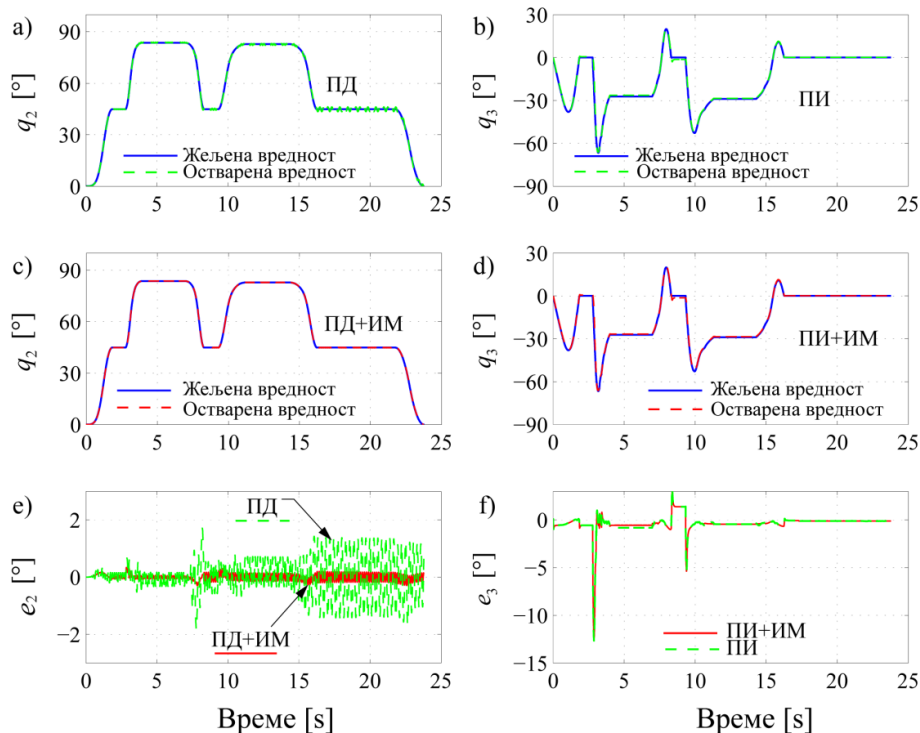
поремећаја. Потребно је нагласити да је ограничавање момента базираног на моделу датом у једначинама (6.17) и (6.18) укључено, а такође и засићење момента актуатора који се генерише на основу излаза из ПИД регулатора. Оваквим моделом, компензација момента поремећаја помоћу Методе израчунатог момента је ефективна једино када момент који актуатор генерише на основу излаза из ПИД регулатора не прелази максимални момент који актуатор може да постигне. Такође, засићење је примењено и на збир момената генерисаних на основу сигнала из ПИД регулатора и *feedforward* компензатора.

Табела 6.1. Параметри објекта управљања и ПИД регулатора за зглобове центрифуге $k = 2, 3$ за трајекторије зглобова које су дате на слици 6.2.

Зглоб	$I_{effkmax}$ [kgm ²]	K_{PPk}	K_{DPk}	K_{ISk}	K_{PSk}	K_{TORPk}	K_{TORSk}	Δq_{kmax} [rad]	$\Delta \dot{q}_{kmax}$ [rad/s]
$k=2$	2221.3	$3.65 \cdot 10^7$	$5.7 \cdot 10^5$	$3.65 \cdot 10^7$	$5.7 \cdot 10^5$	0.115	0.115	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
$k=3$	508.75	$9.63 \cdot 10^5$	$4.43 \cdot 10^4$	$9.63 \cdot 10^5$	$4.43 \cdot 10^4$	4.14	4.14	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$

На слици 6.8 дато је праћење позиције за зглобове 2 и 3 у следећем распореду: а) зглоб 2, ПД регулатор, б) зглоб 3 ПИ регулатор, с) зглоб 2, ПД регулатор уз компензацију израчунатог момента и д) зглоб 3, ПИ регулатор уз компензацију израчунатог момента. Грешке праћења су такође дате на слици 6.8 и то е) за зглоб 2, и ф) за зглоб 3. У овим симулацијама, $A = 0.05$ (што значи да је грешка у процени момента оптерећења око 5 %) и $\omega_D = 100$.

Придруживањем *feedforward* компензације нелинеарних чланова спрезања из динамичког модела ПИД регулатору, постиже се значајно унапређење у праћењу позиције зглоба 2. За зглоб 3, унапређење у праћењу позиције је приметно, али занемарљиво у односу на величину грешке праћења. Да би се смањила грешка праћења за зглоб 3, потребан је већи мотор. Са примењеним управљањем, максимална апсолутна вредност грешке интензитета убрзања у центру инерције гондоле за трајекторију дату на слици 6.1 је $0.47 g$.



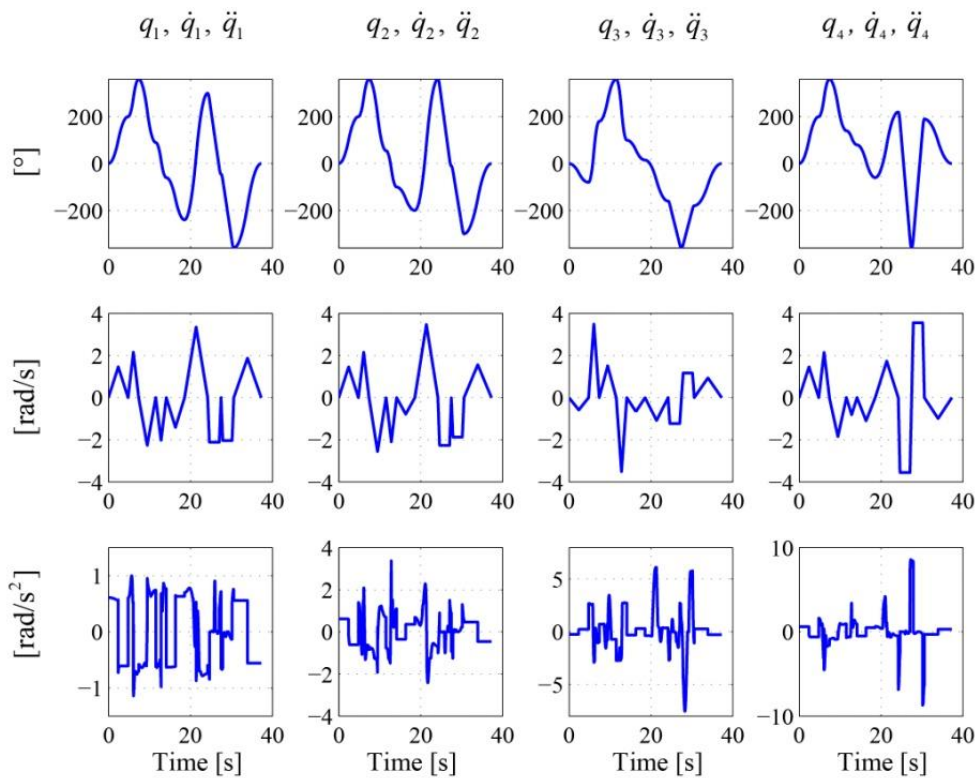
Слика 6.8. Праћење позиције: а) зглоб 2, ПД регулатор (зелено); б) зглоб 3, ПИ регулатор (зелено); с) зглоб 2, ПД регулатор плус ИМ (црвено); д) зглоб 3, ПИ регулатор плус ИМ (црвено); е) зглоб 2, грешка у позицији ПД регулатор (зелено) и ПД регулатор плус ИМ (црвено); ф) зглоб 3, грешка у позицији ПИ регулатор (зелено) и ПИ регулатор плус ИМ (црвено) [35]

6.6. Избор методе управљања за УПДП

За покретање члана 1 УПДП-а усвојен је АС мотор [19], [136] са номиналним обртним моментом $M_{1r} = 37 \text{ Nm}$, номиналним бројем обртаја $n_{1r} = 3000 \text{ min}^{-1}$, преносним односом од 67.2, моментом инерције актуатора од $I_{m1} = 291 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$. Чланове 2, 3 и 4 покрећу торк мотори. Мотор за члан 2 има номинални обртни момент $M_{2r} = 2380 \text{ Nm}$, максимална брзина при том моменту је $\omega_{2r} = 8.38 \text{ s}^{-1}$, [19] и [137], док је момент инерције мотора $I_{m2} = 173 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^2$. Мотори за чланове 3 и 4 имају номинални обртни момент $M_{3r} = M_{4r} = 1350 \text{ Nm}$ [137], максимална угаона брзина мотора при том

моменту 6.91 s^{-1} , и моменте инерције мотора $I_{m3} = I_{m4} = 53.1 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^2$.

Из програма САТИА, добијена је најнижа природна фреквенција целог склопа манипулатора УПДП-а $\omega_r = 10.5028 \text{ Hz} = 65.99 \text{ rad/s}$, и у овом поглављу за потребе симулације, ова фреквенција је коришћена при дефинисању максималних вредности појачања ПИД регулатора методом приказаној у поглављу 6.5.2, једначине (6.15) и (6.16). У наставку текста дати су резултати симулације система управљања УПДП-а у *Simulink* софтверу при чему је коришћен позициони ПД регулатор. Референтна трајекторија УПДП манипулатора је дата на слици 6.9.



Слика 6.9. Угаоне позиције, брзине и убрзања зглобова УПДП-а

За изабране моторе и дату трајекторију, максималне вредности ефективне инерције добијене једначином (6.10) и максималне варијације од ове вредности у току кретања су дате у Табели 6.2. У овој табели су такође дати и параметри објекта управљања и регулатора. За симулацију, изабране су максималне вредности ПД регулатора добијене из (6.15) и (6.16) за максималне вредности ефективне инерције мотора [24].

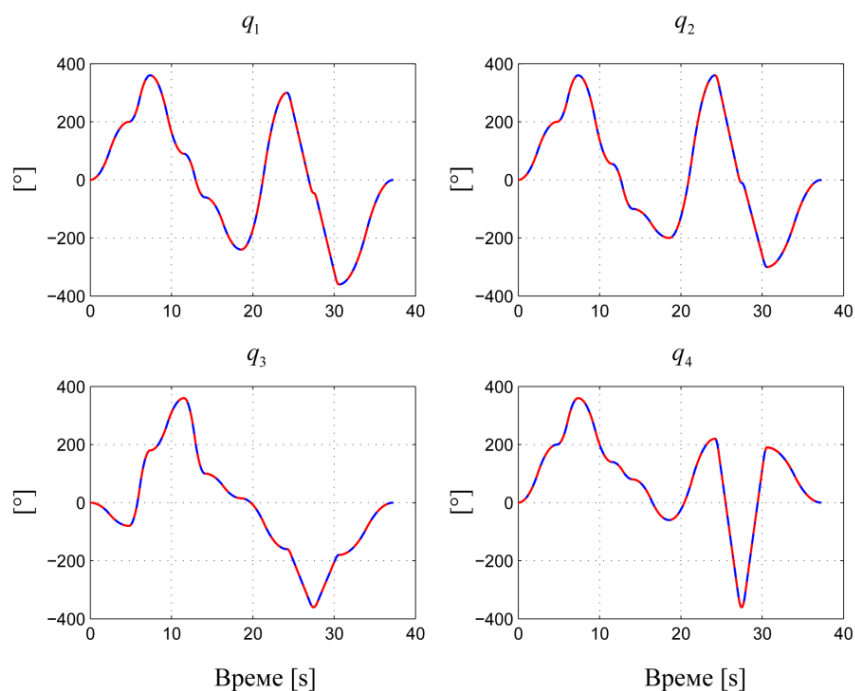
Simulink модели су развијени како би се симулирало и поредило праћење жељене позиције које се постиже: 1) позиционим ПД регулатором пројектованим за моделе објеката управљања са максималном ефективном инерцијом, Табела 6.2; 2) *feedforward* методом израчунатог момента са истим ПД регулаторима. Као и у *Simulink* моделима за центрифугу, референтна позиција је дата као низ дискретних вредности који је добијен из планера трајекторије, слика 6.9. Поремећај τ_{LDk} , $k=1..4$ се симулира за сваки интерполациони период на исти начин као и у симулацијама система управљања центрифугом.

Табела 6.2. Параметри објекта управљања и УС-а за зглобове УПДП-а $k=1..4$ за трајекторију дату на слици 6.9.

Зглоб	Макс. Ефект. Инерција $J_{effkmax} [kgm^2]$	Варијације Ефект. инерције [%]	Преносна фја мотора W_{Ak}	Појачање K_{Pk}	Појачање K_{Dk}
$k=1$	3.62	43.56	$1/3.62s^2$	$3.95 \cdot 10^3$	239.4
$k=2$	2704.8	18.51	$1/2704.8s^2$	$2.94 \cdot 10^6$	$1.79 \cdot 10^5$
$k=3$	796.35	7.3	$1/796.35s^2$	$8.67 \cdot 10^5$	$5.3 \cdot 10^4$
$k=4$	251.56	26.12	$1/251.56s^2$	$2.74 \cdot 10^5$	$1.66 \cdot 10^4$

Праћење позиције за зглобове $k=1..4$ ПД регулаторима који су пројектовани за максимално оптерећење, тј. када су објекти управљања моделирани као линеарни временски стационарни системи са максималним ефективним инерцијама, дата је на слици 6.10. Параметри ПД регулатора су дати у Табели 6.2. На слици 6.11, дате су грешке у позицији $e_k = q_{rk} - q_k$, $k=1..4$, где је q_{rk} жељена вредност позиције, када су минималне и максималне вредности ефективне инерције употребљене за ЛТI моделе објекта управљања у симулацији, једначина (6.10), са ПД регулаторима који су пројектовани за највеће оптерећење. Грешке временски променљивог система би требало да буду између дате две криве (црвена крива представља грешку у позицији

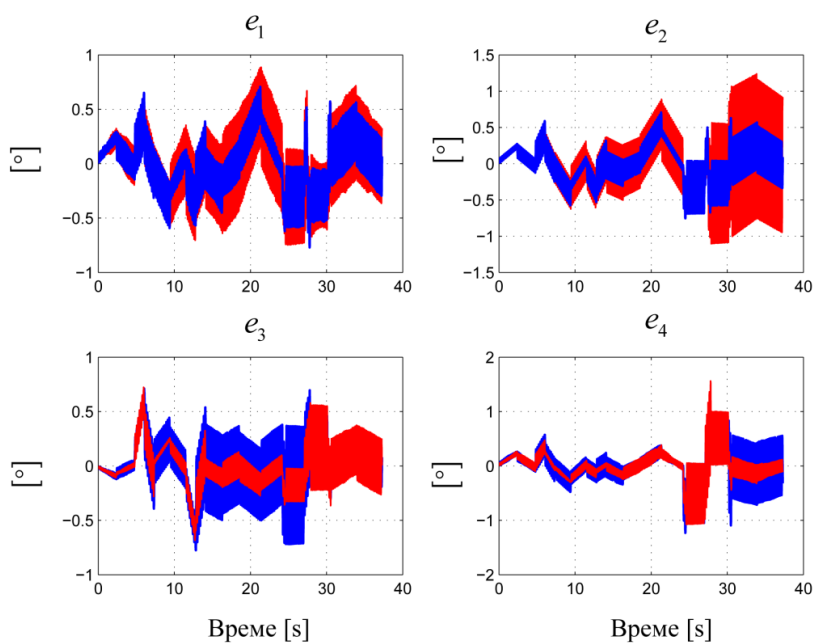
када је минимална вредност ефективне инерције коришћена у моделу актуатора).



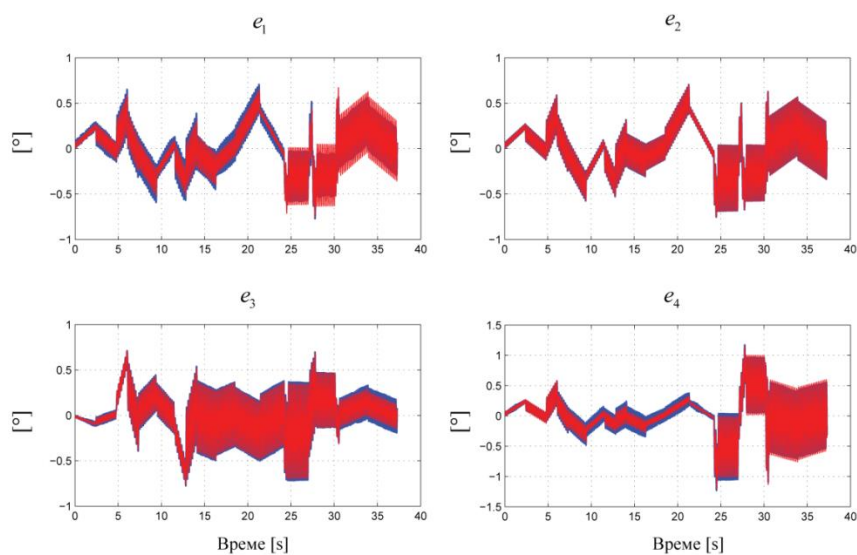
Слика 6.10. Праћење трајекторије остварено ПД регулатором за ЛТИ моделе актуатора са максималном вредношћу ефективне инерције (плава крива - жељена вредност q_{rk} , $k=1..4$) [22]

На слици 6.12, дате су у црвеној боји грешке у позицији e_k , $k=1..4$ добијене уз компензацију поремећаја (момента τ_{LDk}) Методом израчунаог момента која је додата пројектованим ПД регулаторима на начин приказан у Поглављу 6.5.2 за ЛТИ моделе објеката са максималним ефективним инерцијама, при чему је $A = 0.05$ (процена момента оптерећења има грешку од 5 %) и $\omega_D = 100$. На истој слици су у плавој боји дате грешке у праћењу позиције e_k , $k=1..4$ добијене пројектованим ПД позиционим регулаторима. Као што се може видети, грешке које су добијене када је у управљачки систем додата компензација поремећаја Методом израчунаог момента се незнатно разликују у односу на традиционално коришћен ПД позициони серво. У неким сегментима су ове грешке чак и веће у односу на грешке добијене

позиционим ПД регулятором, што се објашњава симулираном грешком у процени момента поремећаја.



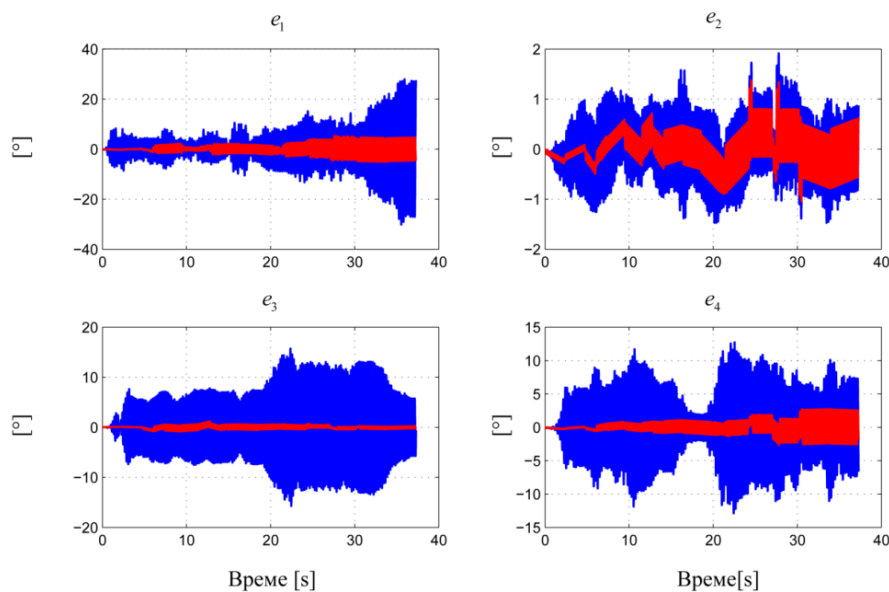
Слика 6.11. Грешке у позицији за LTI моделе мотора са минималним и максималним вредностима ефективних инерција (плава боја- максимална вредност ефективне инерције) остварених позиционим ПД регулятором



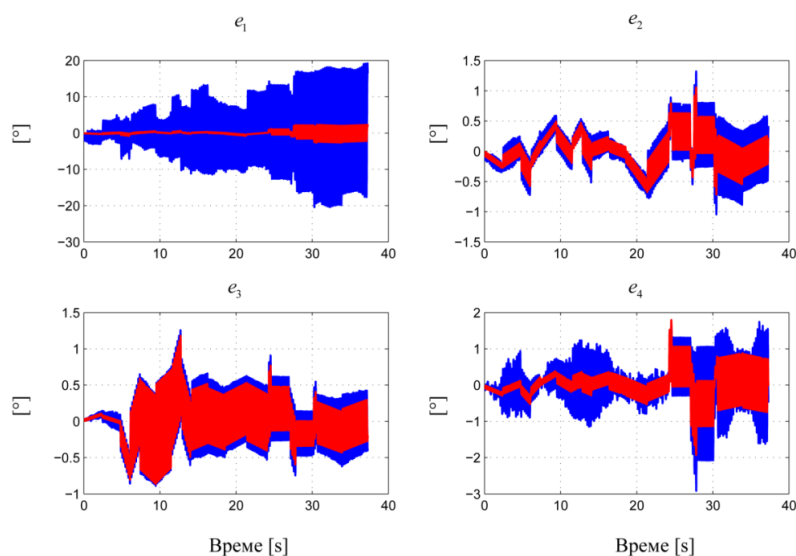
Слика 6.12. Грешке у праћењу позиције помоћу методе израчунатог момента додате ПД регулятору (црвена крива) и са само ПД регулятором (плава крива), $A = 0.05$, $\omega_D = 100$

Добијени резултат који се значајно разликује у односу на случај центрифуге се објашњава малим вредностима брзина и убрзања, слика 6.9. Уколико бисмо ради анализе утицаја вредности брзина зглобова на перформансу описаног централизованог Метода израчунаог момената повећали брзине зглобова које су дате на слици 6.9 тако што бисмо их помножили са 20, грешке у позицији $e_k, k=1..4$ добијене применом методе израчунаог момента при изабраним вредностима $A=0.125$ (грешка у процени момента оптерећења је 12.5 %) и $\omega_D=100$ су дате на слици 6.13 у црвеној боји. Као што се види, у овом случају компензација поремећаја методом израчунаог момента даје значајна побољшања. На слици 6.14, убрзања са слике 6.9 су повећана 50 пута. И у овом случају метода израчунаог момента даје значајна побољшања.

С обзиром на дефинисани задатак манипулатора УПДП-а, водећи рачуна о једноставности имплементације управљачког система, за УПДП уређај није оправдано уводити централизовану методу управљања. ПД регулатори дају задовољавајуће праћење трајекторије, уз много једноставнију имплементацију управљачког система.



Слика 6.13. Грешке у праћењу позиције: метода израчунаог момента плус ПД регулатор-црвена крива, ПД регулатор-плава крива, $A=0.125$, $\omega_D=100$, брзине $\times 20$



Слика 6.14. Грешке у праћењу позиције: метода израчунатог момента плус ПД регулатор-црвена крива, ПД регулатор-плава крива, $A = 0.05$, $\omega_D = 100$, убрзања $\times 50$

Методe моделирања, управљања и симулације које су развијене у Поглављу 6, као и закључци о ефикасности употребе компензације поремећаја Методом израчунатог момента, се могу применити за општи случај роботског манипулатора са више степени слободе.

6.7. Анализа утицаја деформабилности механичке структуре центрифуге на ефикасност развијених управљачких алгоритама применом структуралне анализе у САЕ окружењу

Процес развоја машине, од концептуализације до производње, састоји се из пројектовања и верификације пројектовања кроз тестирање и анализу. Рачунарски развој је направио пробој и значајни напредак у области дизајна машина преко развоја метода пројектовања виртуелних система. Постоје бројне предности коришћења виртуелних система у оквиру машинског дизајна као што су смањење времена пројектовања, смањење потрошеног и отпадног материјала, систематичније управљање производним подацима, систематичнија документација итд. Са појавом јефтиних рачунара велике брзине, постало је изводљиво извршити верификацију дизајна у виртуелном

окружењу са виртуелним прототипом, користећи моделирање и симулацију [138], [139]. Виртуелни дизајн машина обезбеђује средства и начине да се израда производа изврши "исправно први пут", без потребе за физичким испитивањима у радном режиму и фабричком окружењу [140]. Ово је веома корисно при пројектовању великих, скувих машина као што су системи за тренажу пилота савремених борбених авиона.

Приликом управљања ризицима који се појављују при развоју тешке механизације, као што су системи за тренажу пилота савремених борбених авиона, проблеми који се морају моделирати у одређеном временском редоследу и са великом тачношћу укључују статистику, кинематику и динамику, са различитим нивоима комплексности. За ову сврху веома су корисни алати CAD/CAE (Computer-aided design/ Computer-aided engineering) технологије и виртуелни модели уопштено.

Управљање крутим и деформабилним манипулаторима

Роботски манипулатори се најчешће моделују као механички системи који се састоје из крутих тела, и ова претпоставка поједностављује динамичку анализу и развој управљачких алгоритама. Ипак, ово је идеална ситуација која се може сматрати исправном једино за спора кретања и мале силе интеракције између тела у оквиру механичког ланца [141], и у супротном може довести до деградације перформансе, па чак и нестабилности услед екситације вибрационих појава. У случају значајних утицаја деформабилности, поред управљања основним кретањем управљачки систем мора управљати и вибрацијама које се јављају у систему.

Од 1980. године, у литератури се појављују методе динамичког моделовања деформабилних (флексибилних) роботских манипулатора. Уз константан развој науке о материјалима, могуће је употребити значајно лакше механичке структуре, те одређена група индустријских робота посебне намене поседује еластичну (уопштеније деформабилну) структуру. Динамику деформабилних манипулатора карактерише висока нелинеарност, велико динамичко спрезање између чланова током кретања, као и бесконачност степени слободе.

У општем случају, механичка деформабилност је у роботским системима присутна из два главна разлога: употреба преносника велике попустљивости (деформабилност зглобова) и редукција масе покретних чланова помоћу употребе лаганих материјала и танких структура (деформабилност чланова). Деформабилност зглобова је честа када се употребљавају преносници кретања као што су каишеви, дуга вратила, ланчасти преносници, хармоник-драјв (*harmonic drives*) преносници и слични. Деформабилност чланова манипулатора је присутна у случају великих зглобних структура, као што су веома дуге роботске руке које се крећу по орбити и носе велике терете. Може се рећи да центрифуга потпада у ову другу групу с обзиром на велику дужину руке која врши планетарно кретање при коме се развијају велике вредности гравито-инерцијалних сила. Дате две врсте деформабилности доводе до статичких и динамичких угиба између позиције мотора и позиције енд-ефектора, као и између оса ротација чланова робота, зглобова и мотора.

Угибање деформабилних елемената за пренос и трансформацију кретања може бити моделовано тако да је концентрисано у зглобовима робота, и на тај начин се ограничава комплексност једначина кретања. Моделовање деформабилних зглобова се врши помоћу дефинисања крутости придружене виртуелне опруге која је унутар домена претпостављене линеарне еластичности. И поред тога, када се упореди са моделом крутог манипулатора, динамички модел робота са деформабилним зглобовима (и крутим члановима) захтева два пута већи број генералисаних координата за потпуни опис конфигурације свих крутих тела (чланова и мотора) која карактеришу роботску руку [141].

За динамичко моделовање једног деформабилног члана, под одговарајућим претпоставкама се може установити дистрибуирана природа структуралне деформабилности помоћу парцијалних диференцијалних једначина (ПДЈ) са одговарајућим граничним условима. Модел који се често појављује у литератури је Ојлер-Бернулијева греда. У пракси се модели деформабилних система базираних на ПДЈ дискретизују преко модалне анализе како би се поједноставио развој управљања [142].

Услед наведених комплексних динамичких модела, развој управљачких система за стандардне задатке кретања код деформабилних манипулатора је најчешће значајно тежи него код крутих робота. Уколико се анализом одговарајућих величина угиба и вибрација зглобова и чланова манипулатора може утврдити да еластична природа механичке структуре не долази значајно до изражаја током оперативног рада машине, једноставније методе управљања крутим роботским манипулаторима се могу усвојити. Као аргумент за занемаривање деформабилности роботског манипулатора наводи се чињеница да, уколико је систем довољно крут, природне учестаности немоделованих резонанција су веома високе, и самим тим се могу занемарити [87].

Усвајање крутог модела манипулатора центрифуге

Уколико смо изабрали да не моделујемо структуралне еластичности у систему, морамо водити рачуна о томе да не ексцитујемо постојеће резонантне ефекте. Стога, посебна пажња се придаје ка:

- 1) Критичним брзинама роботског манипулатора;
- 2) Ограничавању појачања регулатора у функцији вредности природних учестаности механичке структуре.

При развоју управљања за центрифугу, јавља се још један додатни проблем. Управљачки алгоритам који служи за остваривање захтеваног профила G -оптерећења у центру инерције гондоле центрифуге који је дат у Поглављу 4 се базира на кинематичком моделу центрифуге која је моделирана као крути роботски манипулатор. Настанак значајних померања центра инерције гондоле (који се налази у пресеку осе ваљања и осе пропињања/понирања) у коме је смештена глава или груди пилота би довео до нетачних израчунавања сила и убрзања које делују на пилота. За исправно управљање гравито-инерцијалним силама у центру инерције гондоле центрифуге, ова померања (угиби) би морали да буду укључени у прорачун ових сила и у случају усвојеног модела крутог манипулатора.

Процена деформабилности механичке структуре центрифуге

У присуству чланова манипулатора велике дужине, најзначајнији угиби у манипулатору настају услед попустљивости ових чланова. Угиби чланова манипулатора су природна (инхерентна) карактеристика чланова деформабилних манипулатора [143], и из овог разлога је од посебног значаја анализа угиба чланова центрифуге, а посебно руке центрифуге. Виртуелно окружење пружа велике могућности за ову анализу.

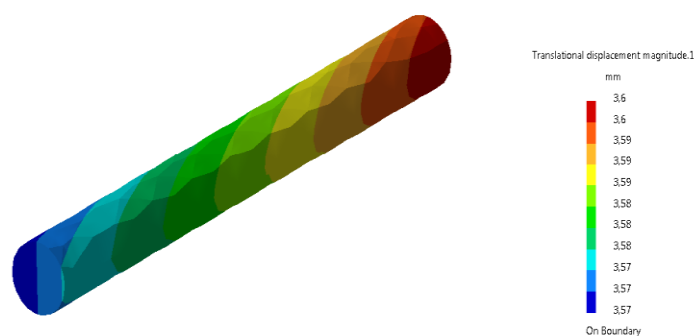
У оквиру пројекта развоја центрифуге [22], статички и динамички тестови деформабилности механичке структуре су спроведени помоћу методе коначних елемената (ФЕМ) у програму Catia. Модерни ФЕМ софвери у оквиру САЕ система омогућавају кориснику да креира разноликост динамичких веза између механичких компоненти, да дефинише могућа кретања, примени силе, зада материјале додирних површина, дефинише силе трења, гравитације и слично. Да би се применом ових технологија проблем исправно решио, поред креирања одговарајућих модела, важно је и извршити и верну симулицију оперативних услова.

У оквиру поступка утврђивања утицаја деформабилности механичке структуре центрифуге, склоп центрифуге је увезен у *General Structural Analysis workbench* где је израђена мрежа коначних елемената. Карактеристике материјала који се користи у виртуелном моделу су следеће:

- 1) Рука центрифуге-челик; густина $7860 \text{ [kg/m}^3\text{]}$, Јангоов модуло $2 \cdot 10^{11} \text{ [N/m}^2\text{]}$, Поасонов коефицијент 0.266, граница развлачења $2.5 \cdot 10^8 \text{ [N/m}^2\text{]}$;
- 2) Гондола и прстен-алуминијум: густина $2710 \text{ [kg/m}^3\text{]}$, Јангоов модуло $7 \cdot 10^{10} \text{ [N/m}^2\text{]}$, Поасонов коефицијент 0.346, граница развлачења $9.5 \cdot 10^7 \text{ [N/m}^2\text{]}$.

Симулације различитих трајекторија зглобова и различитих оптерећења (задавањем одговарајућих убрзања) су извршене у САТИА софтверу. Утврђено је да су угиби апроксимативно слични у величинама при различитим примењеним оптерећењима. Да би се олакшала обрада података, осовина занемарљиво мале масе је смештена на крај руке центрифуге, и угиби у правцима све три осе придруженог КС приликом различитих оперативних

режима су рачунати. У статичком случају, када се примењује само оптерећење услед тежине, највеће померање осовине је у негативном вертикалном правцу и износи 3.6 mm, слика 6.15. У случају најоптерећенијег оперативног режима које одговара апсолутном убрзању у центру инерције гондоле од 15 g, са прираштајем убрзања од 9 g/s, добијено максимално померање осовине је 4.18 mm у негативном вертикалном правцу. Симулацијама је утврђено да су вредности угиба руке пројектоване центрифуге у свим правцима занемарљиво мале, када се узме у обзир величина склопа центрифуге. Истом методом утврђено је да су највећи угиби приликом оперативних режима у склопу центрифуге присутни у гондоли и износе око 11 mm, слика 6.16.



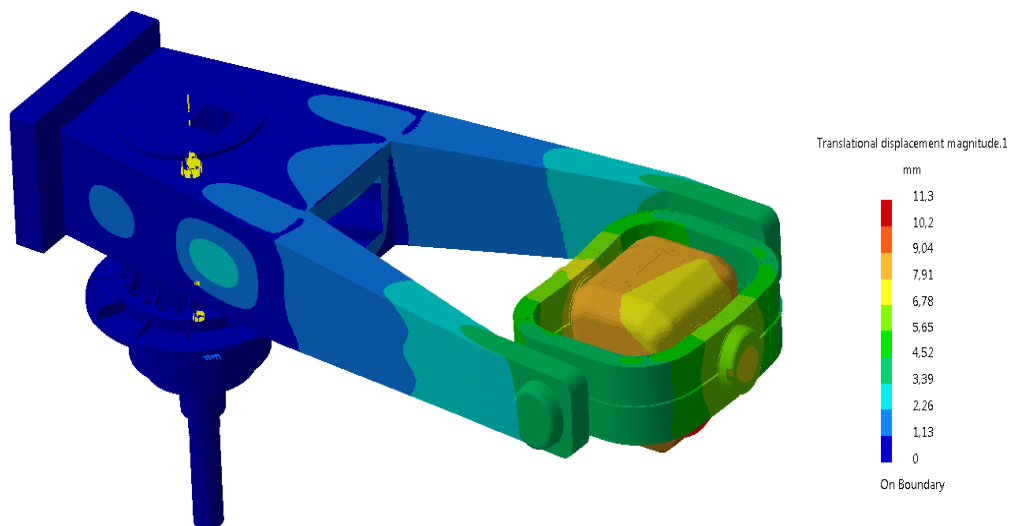
Слика 6.15. Симулације угиба руке центрифуге

Из ових резултата, може се закључити да су угиби услед деформабилних особина механичке структуре пројектоване центрифуге, са усвојеном геометријом и изабраним материјалима, занемарљиво мали.

С обзиром да је раније речено да је постојање угиба чланова манипулатора одлика деформабилних манипулатора, с обзиром на мале вредности добијених угиба, може се сматрати да је усвајање модела крутог манипулатора оправдано [83], поготово уколико се у оперативном режиму не достижу брзине ротација у близини критичних брзина.

Такође, с обзиром на малу вредност угиба чланова центрифуге у односу на величину центрифуге при различитим оперативним условима, може се

закључити да дати угиби неће значајно утицати на прорачун G -оптерећења које делује у центру инерције гондоле центрифуге.



Слика 6.16. Симулација угиба склопа центрифуге

Критичне брзине

Када год брзина ротације прође кроз брзину при којој одговарајући неравнотежни распоред масе механичке структуре изазива екситацију одређене пригушене природне учестаности, и излаз одговарајуће постављеног сензора показује јасан врх у одзиву у зависности од брзине ротације, машина је прошла кроз критичну брзину. Такође се може узети у обзир брзина (тј. учестаност екситације неравнотеже масе) која се поклапа са непригушеном природном учестаношћу (изазивајући резонанцију), која се генерално назива пригушена критична брзина (енг. *damped critical speed*). Нумерички, ове вредности се разликују, али за веома слабо пригушивање, које је присутно у случају пројектоване центрифуге, оне су веома близу једна другој [144]. Природне учестаности тела које ротира зависе од брзине ротације. Графици пригушених природних учестаности у функцији брзине ротације који се називају Кембелови дијаграми [145] се могу добити експерименталним путем или помоћу ФЕМ софвера. У оквиру ове

дисертације, с обзиром да Кембелови дијаграми нису доступни, природне учестаности центрифуге се усвајају за критичне брзине центрифуге.

Методе управљања деформабилним манипулаторима омогућавају управљање и у опсегу критичних брзина (пригушавање резонантних ефеката). Ипак, с обзиром на комплексност управљачког система овог типа, у случају система довољне крутости, и за довољно високе вредности критичних брзина у поређењу са оперативним брзинама, употреба управљачког система базираног на моделу крутог роботског манипулатора је оправдана.

Одређивање природних учестаности механичке структуре центрифуге

Природне фреквенције центрифуге је неопходно одредити како би се омогућило поређење ових вредности у смислу критичних брзина са вредностима оперативних брзина овог манипулатора. Такође, најниже вредности природних фреквенција чланова манипулатора се користе за ограничавање вредности појачања ПИД регулатора које је дато у Поглављу 6.5.2, што се може сматрати усвајањем деформабилних карактеристика механичке структуре манипулатора на индиректан начин.

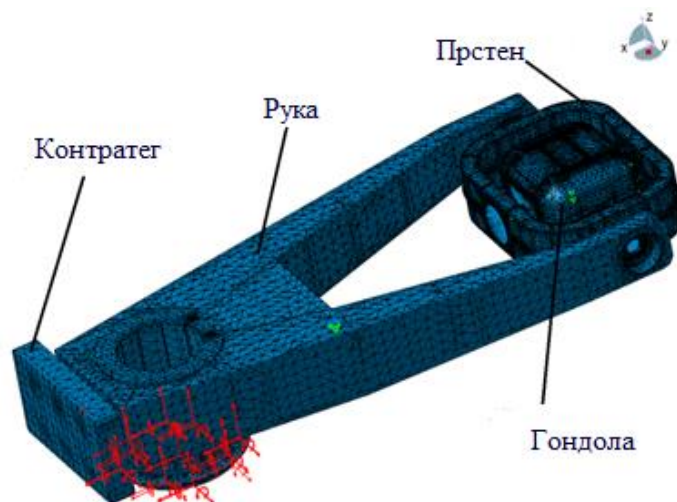
Аналитичко одређивање природних фреквенција механичке структуре је често веома комплексан задатак (некада и немогућ), те их је неопходно идентификовати експериментално, што може бити веома заморан задатак. Пре, а и након што је машина израђена, виртуелни модели манипулатора пружају велике могућности за ову сврху.

У последњих пар деценија, модална анализа је постала водећа технологија у задатку одређивања, побољшања и оптимизације карактеристика инжењерских механичких структура [146]. Модална анализа је процес одређивања инхерентних карактеристика система у форми природних фреквенција, степена пригушења и облика модова, и на тај начин омогућава њихову употребу у оквиру формулисања математичких модела који описују динамичко понашање ових механичких структура [147]. Најчешће коришћен алат за процес модалне анализе је ФЕМ. Модерни ФЕМ софтвери су се

показали као изузетно прецизни при одређивању природних фреквенција и одговарајућих облика модова механичких система [148], [149].

У оквиру пројекта развоја центрифуге [22], неколико ФЕМ тестова у оквиру модалне анализе је извршено у Catia програму. Модална анализа је извршена за цео склоп центрифуге, са укљученим везама између чланова манипулатора и релевантним граничним условима између машине, слика 6.17. За овај случај 3Д ФЕМ модел садржи 477.270 чворова и 137.412 тетраедалних линеарних елемената. Симулацијама је добијена најнижа природна учестаност склопа која износи 12.4 Hz. ФЕМ модална анализа је извршена и за слободне чланове, без веза. Најниже природне учестаности које су при овим симулацијама добијене за чланове 1 (рука), 2 (прстен), и 3 (гондола) су 10.3 Hz, 40.84 Hz и 13.03 Hz, следствено.

Из планера трајекторије, за најзахтевнији оперативни режим центрифуге са максималном вредношћу убрзања у центру инерције гондоле од 15 *g*, са прираштајем убрзања од 9 *g/s*, добијене максималне вредности угаоних брзина за чланове 1, 2, 3 су 4 rad/s, 1.5 rad/s и 4 rad/s, следствено. У фреквенцијском домену, ове вредности износе 0.64 Hz, 0.239 Hz и 0.64 Hz. Ове вредности су значајно ниже у поређењу са природним учестаностима чланова манипулатора добијених из CATIA софтвера. За случај слабог пригушивања, вредности природних учестаности су блиске вредностима критичних брзина, те се стога може закључити да у овом случају нема опасности од појаве резонантних ефеката, за дате оперативне режиме рада центрифуге.



Слика 6.17. 3Д ФЕМ модел центрифуге у САТИА софтверу

Из приложених симулација извршених у програму САТИА може се закључити да је пројектована механичка структура довољне чврстоће. У случају смањивања масе дате механичке структуре, мотори мање снаге би се могли користити за покретање чланова центрифуге, али би утицај деформабилности механичке структуре био значајно већи, и у општем случају морале би се применити методе моделовања и управљања деформабилних манипулатора. Уколико би се смањила маса конструкције, а задржали исти мотори, уз одговарајуће методе управљања које укључују деформабилност механичке структуре у обзир, направио би се позитиван корак ка реализацији динамичких симулатора лета, јер би се обездбедило постизање смањења времена одзива на управљачке сигнале палице којом би пилот управљао.

7. ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И НАУЧНИ ДОПРИНОС ДИСЕРТАЦИЈЕ

Развој борбених авиона довео је до појаве суперманеврабилности која са собом носи неконвенционалне трајекторије лета са великим нападним угловима, векторисањем потиска у правцу све три осе, уз ротације око тих оса, као и високе вредности гравито-инерцијалних сила које делују на пилота.

Један од најопаснијих проблема са којима се сусрећу пилоти савремених борбених авиона је G-LOC који подразумева губитак свести услед деловања високих вредности гравито-инерцијалних сила. Просторна дезоријентација пилота је други значајан узрок авионских инцидената и несрећа.

Интензиван развој рачунара крајем прошлог века омогућио је убрзан развој система за тренажу пилота. Данас ови системи представљају значајан фактор у обуци пилота комерцијалне и војне авијације. Предности обуке пилота у системима за тренажу пилота у односу на обуку у летелици су бројне и обухватају безбедоносне, економске и еколошке аспекте.

За тестирање и тренажу пилота на висока G -оптерећења користи се центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона. У свету постоји тек неколико десетина реализованих центрифуга за тренажу пилота савремених борбених авиона и само два комерцијална произвођача ових уређаја.

За навикавање пилота на необичне положаје, тј. оријентације користи се обука пилота у уређајима различитог типа који врше симулацију просторне дезоријентације.

Ова дисертација се бави развојем напредних алгоритама управљања за два уређаја за тренажу пилота савремених борбених авиона: центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона и уређаја за просторну дезоријентацију пилота.

С обзиром да се ови системи могу посматрати као отворени кинематички ланци, методе моделовања роботских манипулатора су посебно погодне за

развој кинематичких и динамичких модела ових уређаја у оквиру развоја њихових система управљања. Научни допринос ове докторске дисертације се темељи на проширивању и продубљивању научних сазнања и достигнућа у области моделовања и управљања манипулаторима у разматраним системима за тренажу пилота савремених борбених авиона, а која се могу применити и на серијске роботске манипулаторе у општем смислу.

Развој алгоритама управљања кретањем у оквиру развоја планера трајекторије центрифуге је знатно комплекснији у односу на случај УПДП-а. Трајекторије зглобова којима се остварују високе вредности убрзања у центру инерције гондоле центрифуге са високим вредностима прираштаја овог убрзања су кинематички и динамички изузетно захтевне, и код овог манипулатора је неопходно размотрити примену напредних метода управљања кретањем. Услед наведених разлога, акценат у овој дисертацији је стављен на центрифугу. Разлике у кинематичким моделима ова два уређаја су минималне.

Основе развоја система за тренажу пилота савремених борбених авиона-центрифуге за тренажу пилота савремених борбених авиона и уређаја за просторну дезоријентацију пилота су приказане. Дат је преглед постојеће литературе на тему развоја и примене, и преглед савремених изведених решења за дата два система за тренажу пилота- центрифуге и УПДП-а.

У оквиру ове дисертације, за центрифугу су решени директни и инверзни кинематички задаци применом више метода. У ову сврху коришћена је Денавит-Хартенберг метода, као и Родригов приступ у моделовању кинематике роботског манипулатора, при чему је утврђено да су за дати троосни манипулатор разматране методе сличне сложености примене, и наведене су предности примене разматраних метода.

Развијен је и један нови метод за решавање директног кинематичког задатка роботског манипулатора у простору дуалних кватерниона. Предности овог начина моделовања геометрије роботског манипулатора укључују мању сложеност израчунавања у односу на две претходно приказане методе, као и већу нумеричку стабилност услед непостојања проблема сингуларних позиција манипулатора.

Дефинисање угаоних брзина и убрзања чланова манипулатора и енд-ефектора, као и линеарних брзина и убрзања релевантних тачака манипулатора (диференцијални кинематички модел роботског манипулатора) неопходно је за развој динамичког модела манипулатора. У овој дисертацији диференцијални кинематички модел центрифуге развијен је помоћу следећих метода:

- Класичним приступом на бази општих теорема кинематике за геометрију роботског манипулатора која је дефинисана применом Денавит-Хартенберг конвенције.
- Применом матричног Родриговог приступа који се заснива на дуалним објектима вектора.
- Применом Јакобијан матрице манипулатора.

Приказана је компаративна анализа примене приказаних метода за дефинисање диференцијалне кинематике центрифуге, која се може применити за општи случај троосног роботског манипулатора са цилиндричним зглобовима.

Сингуларне позиције центрифуге одређене су помоћу Јакобијан матрице центрифуге. При одређивању Јакобијан матрице троосне центрифуге, за добијање генерализоване инверзне матрице Јакобијана употребљена је *Moore-Penrose* псеудоинверзија.

На основу усвојених технолошких захтева центрифуге, дефинисан је кинематички задатак овог манипулатора. При развоју алгоритма за управљање кретањем руке центрифуге којим се остварује задата линеарна промена интензитета убрзања у центру инерције гондоле, јавља се проблем решавања диференцијалне једначине која нема решење у аналитичком облику. Нови, нестандартни нумерички поступци за решавање добијене нелинеарне диференцијалне једначине са различитим дискретизационим техникама применом нумеричких метода су предложени, и извршено је поређење тачности и сложености израчунавања са стандардним нумеричким методама за решавање диференцијалних једначина тог типа.

У оквиру дефинисања алгоритма кретања руке центрифуге којим се остварују задати профили апсолутне вредности убрзања у центру инерције гондоле, анализиран је проблем негативног прираштаја интензитета овог убрзања, и предложен је једноставан метод за нумеричко решавање датог проблема. Ради смањења оптерећења мотора и побољшања перформанси система управљања кретањем, предложене су методе заглађивања профила убрзања у центру инерције гондоле на прелазима између задатих промена прираштаја интензитета овог убрзања.

Динамички модел роботског манипулатора који је значајан за избор актуатора манипулатора, за утврђивање изводљивости задате трајекторије, и за остваривање централизованих метода управљања кретањем, у овој дисертацији је за центрифугу развијен је применом два приступа: 1) рекурзивног метода заснованог на примени општих теорема динамике крутог тела (тзв. Њутн-Ојлер метод) и 2) коваријантног облика Лагранжових једначине друге врсте на бази Родриговог приступа.

С обзиром да је развој и реализација система за тренажу пилота центрифуге и уређаја УПДП изузетно одговоран, али и изузетно финансијски захтеван задатак, при избору актуатора и методе управљања, поред перформансе система, значајни фактори су и цена система, као и једноставност имплементације разматраних управљачких метода. Ради смањивања укупног времена потребног за развој, веома је корисно размотрити потенцијалне управљачке стратегије паралелно са дизајном механичке структуре. Додатне предности које произилазе из симулације перформанси система управљања које су базиране на виртуелном динамичком моделу пре реализације уређаја укључују мање безбедоносне ризике, као и могућност редизајна механичке структуре у складу са перформансама разматраних система управљања.

На основу анализе примене постојећих метода управљања у роботизици, установљено је да је потребно развити методу или процедуру за одређивање утицаја нелинеарног динамичког спрезања између чланова роботског манипулатора приликом кретања на величину покретачких момената у зглобовима манипулатора. Уколико је овај утицај велики, може се закључити да би увођење централизоване методе управљања базиране на динамичком

моделу манипулатора могло дати значајна побољшања перформансе система управљања, у случају да дати актуатор не улази у засићење. Један од првих показатеља величине разматраног утицаја се може добити при анализи кинематичких трајекторија манипулатора. Уколико се захтевају велике вредности угаоних брзина и/или убрзања зглобова за задате роботске апликације, постоји могућност да ће утицај нелинеарности и динамичког спрезања између чланова манипулатора за дате трајекторије зглобова бити значајан. У овој дисертацији приказана је нова метода симулације директног динамичког модела којом се дефинише утицај нелинеарног динамичког спрезања на величину потребног покретачког момента у зглобовима манипулатора. На основу резултата симулације директне динамике развијеном методом, утврђено је да је допринос кретања другог и трећег члана центрифуге у величини покретачког момента руке центрифуге занемарљиво мали за најзахтевније трајекторије центрифуге. Стога је закључено да се употребом централизоване методе управљања за овај члан не би остварило побољшање квалитета праћења, а повећала би се комплексност имплементације. На основу резултата представљене методе симулације директног динамичког модела, утврђено је да је за други и трећи члан центрифуге потребно размотрити примену централизоване методе управљања. У овој дисертацији усвојена је *Метода израчунатог момента*.

С обзиром на велику масу разматраних манипулатора у системима за тренажу пилота савремених борбених авиона (а код центрифуге и веома кинематички захтеваних трајекторија), потребно је да се оствари избор актуатора који ће бити довољне снаге да могу да остваре задате трајекторије чланова манипулатора, а да у исто време буду што мање масе/инерције. Овим се остварује уштеда у цени реализације уређаја, смањењу потрошње електричне енергије, а смањује се и целокупна инерција система. У оквиру ове дисертације је представљена метода избора актуатора роботског манипулатора на основу апроксимативног динамичког модела, и ова метода је примењена за случај другог и трећег члана центрифуге.

Да би се размотрила оправданост увођења потенцијалне напредне стратегије управљања, неопходно је путем веродостојних симулација система

управљања испитати предности одређеног напредног управљачког система у односу на стандардни ПИД регулатор (због отежане имплементације напредних управљачких стратегија услед затворене природе серворегулатора комерцијално доступних мотора). Метода за реалистичну симулацију перформанси система управљања која узима у обзир карактеристике механичке структуре, као и ограничења мотора је приказана у овој дисертацији.

Примењен је модел роботског манипулатора са аспекта мотора. За модел објекта управљања усвојен је модел механичког подсистема актуатора, који је описан ефективном инерцијом (аксијалним моментом инерције манипулатора одраженим у односу на ротор мотора уз додат аксијални момент инерције мотора са преносником). Примењена је метода за ограничавање појачања ПИД регулатора на основу утврђених најмањих вредности природних учестаности механичке структуре система, тако да се добије најбржи одзив система без осцилација у одзиву (у угаоној позицији или брзини мотора), као и на основу максималних ефективних инерција за дате моделе мотора при задатим кретањима. Ограничења мотора су узета у обзир при симулацији система управљања. Када се узме у обзир наведено, постиже се реалистична симулација којом се ограничавају појачања и излази из ПИД регулатора. На тај начин се може остварити веродостојно поређење перформанси напредног система управљања (који у овом случају подразумева Методу израчунатог момента) са перформансама стандардног система управљања на бази ПИД регулатора. За ове потребе вршене су симулације у *Simulink*-у. Значајно је нагласити да се при симулацији примене методе Израчунатог момента врши и симулација грешке у процени директног динамичког модела.

За други и трећи члан центрифуге је утврђено значајно побољшање перформанси система управљања применом централизоване Методе израчунатог момента.

Симулације перформанси система управљања базиране на методи израчунатог момента који је додат ПИД регулатору за УППД уређај, за дате трајекторије зглобова који не укључују велике брзине и велика убрзања,

нису показале значајне предности у односу на управљање класичним ПИД регулаторима. Стога, оправданост увођења централизоване методе управљања није утврђена за овај уређај.

Такође, описано је испитивање утицаја деформабилности механичке структуре пројектоване центрифуге на ефикасност изабраних управљачких алгоритама на основу симулација статичких и динамичких тестова у CATIA софтверу.

Приликом развоја ове дисертације остварени су научни доприноси који се могу систематизовати у следећим ставкама:

- Преглед савремених изведених решења и постојеће литературе на тему развоја и примене за разматране системе за тренажу пилота савремених борбених авиона представља својеврсни допринос дисертације, због непостојања савремених општих прегледних радова из наведене области.
- Развој новог ефикасног алгорита за решење директног кинематичког задатка роботског манипулатора у простору дуалних кватерниона.
- Развој новог, унапређеног алгорита управљања кретањем центрифуге којим се остварује жељена линеарна промена интензитета убрзања у центру инерције гондоле. У оквиру развоја овог алгорита, предложени су нови нестандартни нумерички поступци за решавање нелинеарне диференцијалне једначине кретања руке центрифуге применом нумеричких метода са различитим дискретизационим техникама, који се могу применити за решавање диференцијалних једначина кретања сличног типа. Такође, предложен је и развијен један нови алгоритам заглађивања профила интензитета убрзања у центру инерције гондоле на бази линеарне промене прираштаја интензитета убрзања применом аритметичке прогресије, који се може применити за заглађивања профила линеарних или угаоних позиција, брзина и убрзања чланова манипулатора и енд-ефектора у оквиру употребе дискретних планера трајекторије роботских манипулатора.

- Представљена је развијена метода симулације директног динамичког модела роботског манипулатора којим се дефинише величина утицаја динамичког спрезања при кретању манипулатора. На основу резултата предложене симулације директног динамичког модела се извршити анализа оправданости употребе централизованих метода управљања базираних на динамичком моделу.
- Развој методе за избор актуатора центрифуге која се базира на употреби апроксимативног динамичког модела роботског манипулатора. Датом методом избора актуатора се добија најмањи актуатор који има потенцијал да оствари задато кретање роботског манипулатора.
- Развој реалистичне методе за симулацију перформанси система управљања која узима у обзир карактеристике механичке структуре и ограничења изабраних мотора. На основу представљених реалистичних симулација, може се вршити избор методе управљања, а такође и крајњи избор актуатора, на основу симулације остварених перформанси система.

Све методе и модели, представљени у оквиру ове дисертације за центрифугу и УПДП, а који се односе на кинематику и динамику роботског манипулатора, методе избора актуатора и методе избора и симулације управљачког система, су примењиве на општи случај роботског манипулатора.

У будућим истраживањима се очекује да се развијени алгоритми управљања примене у пракси, ако не на прототипима датих система за тренажу пилота, онда на моделима и прототипима других роботских манипулатора.

Литература

- [1] W. Herbst, "Breaking the stall barrier," *Aerospace Engineering*, Nov. 1989.
- [2] B. Gal-Or, *Maximizing agility and flight control by thrust vectoring*. Haifa, Israel: Technion-Israel, Institute of Technology, 1990.
- [3] Schot SH., "Jerk: the time rate of change acceleration," *American Journal of Physics* , vol. 46, no. 11, pp. 1090-1094, 1978.
- [4] Gallardo-Alvarado J., "Jerk analysis of a six-degrees-of-freedom three-legged parallel manipulator," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* , vol. 28, pp. 220-226, 2012.
- [5] Albery WB, "Current and Future Trends in Human Centrifuge Development," *SAFE Journal*, vol. 29, no. 2, Sep. 1999.
- [6] Albery WB, "Human Centrifuges: The Old and the New," in *36th Annual Symposium of the SAFE Association*, Phoenix AZ, 1998, September 14-16.
- [7] Albery WB, "Acceleration in Other Axes Affects +Gz Tolerance: Dynamic Centrifuge Simulation of Agile Flight," *Aviat Space Environ Med.* , vol. 75, no. 1, pp. 1-6, 2004.
- [8] A. C. Guyton and J. E. Hall, "Aviation, high-altitude, and space physiology," in *Textbook of medical physiology. 5th edn*. Philadelphia, 1976, pp. 586-597.
- [9] D. M. Merfeld, L. H. Zupan, and C. A. Gifford., "Neural processing of gravito-inertial cues in humans. II. Influence of the semicircular canals during eccentric rotation," *Journal of Neurophysiology*, vol. 85, no. 4, pp. 1648-1660, 2001.
- [10] J.E. Whinnery, A.M. Whinnery, "Acceleration Induced Loss of Consciousness," *Archives of Neurology*, July 1990.
- [11] A. J. Benson, "Spatial disorientation – General aspects," in *Aviation medicine*. London: Tri-Med Books., 1978, pp. 405-433.
- [12] William Chung, "A review of approaches to determine the effectiveness of ground-based flight simulation," in *Modeling and Simulation Technologies Conference*, 2000.

- [13] Ali Mithad Emre, "Analysis of the Benefits of Motion Simulators in 5th Generation Fighter Pilots' Training," *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Educational and Pedagogical Sciences*, vol. 3, no. 2, 2016.
- [14] R. B. Henstenburg, C. Yilmaz, and B. H. Richter, "Design and analysis of a modern human centrifuge," *Sound and Vibration*, vol. 4, 2004.
- [15] D. J. Allerton, "The impact of flight simulation in aerospace," *Aeronautical Journal*, vol. 114, no. 1162, pp. 747-756, 2010.
- [16] D. W. Repperger, "A study of supermaneuverable flight trajectories through motion field simulation of a centrifuge simulator," *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, vol. 114, no. 2, pp. 270-277, 1992.
- [17] V. Kvrđic, J. Vidakovic, M. Lutovac, G. Ferenc, and V. Cvijanovic, "A control algorithm for a centrifuge motion simulator," *and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 30, no. 4, pp. 399-412, 2014.
- [18] J. Vidaković, G. Ferenc, M. Lutovac, and V. Kvrđić, "Development and Implementation of an Algorithm for Calculating Angular Velocity of Main Arm of Human Centrifuge," in *15th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition-(EPE/PEMC)*, Novi Sad, 2012, pp. DS2a-17 (1-6).
- [19] Vladimir M., et al Kvrđic, "Dynamics and control of a spatial disorientation trainer," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 35, pp. 104-125, 2015.
- [20] Zorana Dančuo, Boško Rašuo, Vladimir Kvrđić, Jelena Vidaković, and Nemanja Džinić, "Kinematska analiza uređaja za prostornu dezorijentaciju pilota," *Tehnika -Mašinstvo*, vol. 68, no. 2, pp. 252-258, 2013.
- [21] King Sun Fu, Ralph Gonzalez, and CS George Lee, *Robotics: Control Sensing.:* Tata McGraw-Hill Education, 1987.
- [22] "Развој уређаја за тренинг пилота и симулацију лета модерних борбених авиона и то 3-осне центрифуге и 4-осног уређаја за просторну дезоријентацију пилота," Пројекат финансиран од стране

- Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије ТР35023, 2011-2018.
- [23] Vidaković J., Kvrđić V., Lazarević M., Ferenc G., and Lutovac M., "Kinematički model humane centrifuge," in *56. konferencija ETRAN*, 2012, pp. RO1.4-1-4.
- [24] J. Vidaković, M. Lazarević, V. Kvrđić, Lutovac-Banduka M., and S. Mitrović, "Control system design of spatial disorientation trainer," in *6th International Congress of Serbian Society of Mechanics*, Tara Serbia, 2017, 19-21st June.
- [25] Z. Dimic, D. Milutinovic, S. Zivanovic, and V. Kvrđić, "Virtual environment in control and programming system for reconfigurable machining robot," *Tehnički vjesnik*, vol. 23, no. 6, pp. 1821-1829, 2016.
- [26] M. Lutovac, V. Kvrđić, G. Ferenc, Z. Dimic, and J. Vidakovic, "3D simulator for human centrifuge motion testing and verification," in *2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO)*, 2013, pp. 160-163, IEEE.
- [27] Maja, et al Lutovac, "Robot programming system based on L-IRL programming language," *Acta Technica Corviniensis-Bulletin of Engineering*, vol. 5, no. 2, 2012.
- [28] Vladimir M. Kvrđić,.: University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, 1998.
- [29] J. Vidaković, V. Kvrđić, G. Ferenc, Z. Dančuo, and M Lazarević, "Control of a Human Centrifuge," in *29th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, 2012, pp. 186-189.
- [30] H. Wang, "Adaptive control of robot manipulators with uncertain kinematics and dynamics," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 2, pp. 948-954, 2017.
- [31] C.-S. Chen, "Dynamic structure neural-fuzzy networks for robust adaptive control of robot manipulators," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 9, pp. 3402-3414, 2008.
- [32] J. P. Kolhe, M. Shaheed, T. S. Chandar, and S. E. Talole, "Robust control of robot manipulators based on uncertainty and disturbance estimation,"

- International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 23, no. 1, pp. 104-122, 2013.
- [33] J. Peng, Y. Liu, and J Wang, "Fuzzy adaptive output feedback control for robotic systems based on fuzzy adaptive observer," *Nonlinear Dynamics*, vol. 78, no. 2, pp. 789-801, 2014.
- [34] X. Li and C.C. Cheah, "Adaptive neural network control of robot based on a unified objective bound," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, no. 3, pp. 1032-1043, 2014.
- [35] Jelena Vidaković, Vladimir Kvrđić, and Mihailo Lazarević, "Control System Design for a Centrifuge Motion Simulator Based on a Dynamic Model," *Strojniški Vestnik -Journal of Mechanical Engineering* , vol. 64, no. 7-8, pp. 465-474, 2018.
- [36] David Allerton, *Principles of flight simulation.*: John Wiley & Sons, 2009.
- [37] D. J. Allerton, "Flight Simulation-past, present and future," *The Aeronautical Journal* , vol. 104, no. 1042 , pp. 651-663.
- [38] Tamara L. Chelette and Curtis H. Spenny, "G & alpha: Centrifuge Occupant Tolerance to Simultaneous High G and High Angular Acceleration," AIR FORCE INST OF TECH WRIGHT-PATTERSONAFB OH DEPT OF MECHANICAL ENGINEERING, 2003.
- [39] C. Spenny, B. Liebst, T. Chelette, C. Folescu, and J. & Sigda, "Development of a sustainable-g dynamic flight simulator," in *Modeling and Simulation Technologies Conference* , 2000.
- [40] Doug Stewart, "A platform with six degrees of freedom," in *Proceedings of the institution of mechanical engineers 180.1* , 1965, pp. 371-386.
- [41] Willem Bles and Ruud Hosman, "Desdemona-Advanced disorientation trainer and (sustained-G) flight simulator," in *Modeling and Simulation Technologies Conference*, 2000.
- [42] Han, et al Songshan, "Fuzzy robust nonlinear control approach for electro-hydraulic flight motion simulator," *Chinese Journal of Aeronautics* , vol. 28, no. 1, pp. 294-304, 2015.

- [43] Pavel, et al. Paces, "Pilot controller design using the CTU flight simulator for shared situation awareness," in *Digital Avionics Systems Conference (DASC)*, 2015, IEEE/AIAA 34th.
- [44] César, et al. Villacís, "Real-time flight simulator construction with a network for training pilots using mechatronics and cyber-physical system approaches," in *IEEE International Conference on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI)*, 2017, IEEE.
- [45] Jan, et al. Boril, "Aviation simulation training in the Czech air force," in *Digital Avionics Systems Conference (DASC)*, 2015, IEEE/AIAA 34th.
- [46] Stefano, et al. Mauro, "Dynamic flight simulation with a 3 dof parallel platform," vol. 11, no. 18, pp. 9436-9442, 2016.
- [47] Gawran Valerie J., "The effects of High G environment on Humans," *International journal of applied aviation studies*, vol. 4, no. 1, pp. 73-90, 2004.
- [48] STANAG 3827 AMD, "Minimum Requirements for physiological training of aircrew in high "G" environment," EDITION 4, (RATIFICATION DRAFT 1).
- [49] Jan Boril, Vladimir Smrz, and Ondrej Mach, "Development of experimental methods for testing of human performance in the framework of future military Pilot's preparation," in *International Conference on. Military Technologies (ICMT)*, 2017.
- [50] K. K. Gillingham, "The spatial disorientation problem in the United States Air Force," *Journal of Vestibular Research*, vol. 2, pp. 297-306, 1992.
- [51] Lyons TJ, Ercoline W, O'Toole K, and Grayson K, "Aircraft and related factors in crashes involving spatial disorientation: 15 years of U.S. Air Force data," *Aviat Space Environ Med* , vol. 77, pp. 720-723, 2006.
- [52] Randy Gibb, Bill Ercoline, and Lauren Scharff, "Spatial disorientation: decades of pilot fatalities," *Aviation, space, and environmental medicine* , vol. 82, no. 7, pp. 717-724, 2011.
- [53] Jan, et al. Boril, "Increasing flight safety using flight sensory illusions on a spatial disorientation simulator," in *IEEE 35th Digital Avionics Systems*

- Conference, 2016.
- [54] Willem. Bles, "Spatial Disorientation Training Demonstration and Avoidance," 2008.
 - [55] Walter E. Sipes and Charles S. Lessard, "A spatial disorientation survey of experienced instructor pilots," *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, vol. 19, no. 2, pp. 35-42, 2000.
 - [56] Michael, et al Newman, "The role of perceptual modeling in the understanding of spatial disorientation during flight and ground-based simulator training," in *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference*, 2012.
 - [57] Institute of Aerospace Medicine, Indian Air Force, Bangalore Department of Acceleration Physiology, "High, G. "Centrifuge Training"," 2006.
 - [58] <http://www.flightmed.com.au/>. [Online].
<http://www.flightmed.com.au/Worldwide%20Centrifuge%20Status.html>
 - [59] Erik Seedhouse, *Pulling G: Human Responses to High and Low Gravity*:. Springer Science & Business Media, 2012.
 - [60] D. W. Repperger, Ming Z. Huang, and and R. G. Roberts, "Dynamic controller design for a fixed base motion simulator," in *American Control Conference*, vol. 2, 1994, IEEE.
 - [61] Y.C. Chen and D.W. Repperger, "A study of the kinematics, dynamics and control algorithms for a centrifuge motion simulator," *Mechatronics*, vol. 6, no. 7, pp. 829-852, 1996.
 - [62] W. B. Herbst and B. Krogull, "Design For Air Combat," in *AIAA 4th Aircraft Design Flight Test and Operation Meeting*, Los Angeles, pp. 72-742.
 - [63] "British Pilot Lauds Performance of SU-27," *Aviation Week and Space Technology*, pp. 35-40, Sept. 1990.
 - [64] R. W.,etal., Foltyn, "Development of Innovative Air Combat Measures of Merit for Supermaneuverable Fighters," AFWAL-TR-87-3073, 1987.
 - [65] M.-H. Tsai and M.-C. Shih, "G-load tracking control of a centrifuge driven by

- servo hydraulic systems," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 223, no. 6, pp. 669-682, 2009.
- [66] Yan, et al. Xu, "A centrifuge simulated push-pull manoeuvre with subsequent reduced+ Gz tolerance," *European journal of applied physiology* , vol. 112, no. 7, pp. 2625-2630, 2012.
- [67] Vanja, et al. Zander, "Short radius centrifuges-A new approach for life science experiments under hyper-g conditions for applications in space and beyond," *Recent Patents on Space Technology* , vol. 3, no. 1, pp. 74-81, 2013.
- [68] Hui Liu and Liwen Guan, "Dynamic Modeling of a High-dynamic Flight Simulator," *Applied Mechanics & Materials*, 2014.
- [69] Richard Michael Masica, "A study to evaluate the suitability of a centrifuge as a dynamic flight simulator for F/A-18 strike fighter mission training," 2009.
- [70] Wenju Pan and Lixin Wang, "Principles of G-load simulation for a novel sustained-G flight simulator," *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, vol. 11, pp. 2159-2165, 2010.
- [71] R. Crosbie. The History of the Dynamic Flight Simulator. [Online]. <http://www.navairdevcen.org/Documents/DFS-history.pdf>
- [72] Zorana Dančuo, Vladimir Kvrđić, Bosko Rašuo, and Jelena Vidaković, "On Dynamics of a Spatial Disorientation Trainer for Pilot Training," in *Serbian Society of Mechanics SSM Congress*, Vrnjačka Banja, 2013.
- [73] R., et al. Baijal, "Simulator based spatial disorientation training in the Indian Air Force," *Indian Journal of Aerospace Medicine*, vol. 2, pp. 1-6, 2006.
- [74] Lars Eriksson and Claes von Hofsten, "Effects of visual flow display of flight maneuvers on perceived spatial orientation," *Human factors* , vol. 47, no. 2, pp. 378-393, 2005.
- [75] Braden, et al McGrath, "An algorithm to improve ground-based spatial disorientation training," in *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference*, 2015.

- [76] K. Wolfgang Kallus and Karin Tropper, "Evaluation of a spatial disorientation simulator training for jet pilots," *journal of applied aviation studies*, vol. 4, no. 1, pp. 45-55, 2004.
- [77] Linda-Brooke I., et al. Thompson, "Design considerations and research needs for expanding the current perceptual model of spatial orientation into an in-cockpit spatial disorientation warning system," ARMY AEROMEDICAL RESEARCH LAB FORT RUCKER AL FORT RUCKER United States, No. 2017-07, 2016.
- [78] German Air Force Institute of Aviation Medicine. [Online]. https://www.faa.gov/about/office_org/headquarters_offices/avs/offices/aam/cami//library/online_libraries/aerospace_medicine/sd/media/pongraz.pdf
- [79] Environmental Tectonics Corporation ("ETC"). <http://www.etcaircrewtraining.com/>. [Online]. <http://www.etcaircrewtraining.com/spatial-disorientation-and-upset-prevention-and-recovery-training-uprt-systems/>
- [80] AG 322. [Online]. <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a235181.pdf>
- [81] Pierandrea Trivelloni, "Human Centrifuge: Past and Future," in *XX CONGRESSO AIMAS, FIRENZE*, 2007.
- [82] Zorana, et al. Dančuo, "High G training profiles in a high performance human centrifuge," *Scientific Technical Review*, vol. 62, no. 1, pp. 64-69, 2012.
- [83] Jelena Vidaković, Aleksandar Stepanović, Mihailo Lazarević, Vladimir Kvrđić, and Danijel Divnić, "Usage of CAE environment within control algorithms design for a centrifuge motion simulator," in *The 10th International Symposium on Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering (KOD 2018)*, Novi Sad, 2018, Book of abstracts.
- [84] B. Levin and D. Kiefer, "Dynamic Flight Simulator for Enhanced Pilot Training," in *SAFE Europe*, 2002.
- [85] G. Ferenc, Z. Dimić, M. Lutovac, J. Vidaković, and V. Kvrđić, "Open

- architecture platforms for the control of robotic systems and a proposed reference architecture model," *Transactions of FAMENA* , vol. 37, no. 1, pp. 89-100, 2013.
- [86] Goran Ferenc, Zoran Dimić, Maja Lutovac, Jelena Vidaković, and Vladimir Kvrđić, "Distributed Robot Control System Implemented on the Client and Server PCs Based on the CORBA Protocol," in *Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO*, 2012, pp. 158-161.
- [87] J. J. Craig, *Introduction to robotics: mechanics and control.* , 3rd ed.: Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, 2005.
- [88] Kenneth J Waldron and James Schmiedeler, "Kinematics," in *Springer Handbook of Robotics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2008, pp. 11-36.
- [89] L. Sciavicco, B. Siciliano, L. Villani, and G. Oriolo, *Robotics–Modelling, Planning and Control*. London: Springer-Verlag London, 2012, vol. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing Series.
- [90] R.S. Hartenberg and J. Denavit, *Kinematic synthesis of linkages*. New York: McGraw-Hill, 1963.
- [91] Čović V. and Lazarević M., *Mechanics of Robots.*: Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, 2009.
- [92] E.B. Dam, M. Koch, and M. Lillholm, "Quaternions, interpolation and animation," Datalogisk Institut, Københavns Universitet, , Technical Report DIKU-TR-98/5, 1998.
- [93] J. Diebel. (2006) Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. [Online]. <http://ai.stanford.edu/~diebel/>
- [94] L-W.: Tsai, *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. New York: John Wiley and Sons, 1999.
- [95] Jared M. Maruskin, *Introduction to dynamical systems and geometric mechanics.*: Solar Crest Publishing LLC, 2012.
- [96] Mahmoud Gouasmi, "Robot kinematics, using dual quaternions," *IAES International Journal of Robotics and Automation*, vol. 1, no. 1, p. 13, 2012.

- [97] J.D. Foley, van Dam A., S.K. Feiner, and J.F. Hughes, *Computer Graphics: Principles and Practice*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1990.
- [98] C. R. Rocha, C. P. Tonetto, and A. Dias, "A comparison between the Denavit–Hartenberg and the screw-based methods used in kinematic modeling of robot manipulators," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 27, no. 4, pp. 723-728, 2011.
- [99] Inc. The MathWorks, "MATLAB and Statistics Toolbox Release 2012b," Natick, Massachusetts, United States.,.
- [100] International Organization for Standardization (ISO), "ISO International Standard ISO/IEC 14882:2014(E) – Programming Language C++. [Working draft]," Geneva, Switzerland, 2014.
- [101] Mark W. Spong and Mathukumalli Vidyasagar, *Robot dynamics and control.*: John Wiley & Sons, 2008.
- [102] Jelena Vidaković, Vladimir Kvirgić, Goran Ferenc, Zorana Dančuo, and Mihailo Lazarević, "Kinematic and Dynamic Model of the Human Centrifuge," in *4th International Congress of Serbian Society of Mechanics*, Vrnjačka Banja, 2013, pp. 627-632.
- [103] M.B. Tasić, *Izračunavanje generalisanih inverza, Doktorska disertacija.*: Prirodno-Matematički fakultet, Univerzitet u Nišu, 2003.
- [104] Inc. Wolfram Research. ((2018).) *Mathematica*, Version 11.3.
- [105] P Corke, "Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB," in *Springer Tracts in Advanced Robotics*. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2011, ch. Vol. 73.
- [106] A.J. Hanson, *Visualizing quaternions*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, Elsevier, 2006.
- [107] B. Kenwright, "A beginners guide to dual-quaternions: what they are, how they work, and how to use them for 3D character hierarchies," in *20th WSCG International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision 2012*, Plzen , 2012.
- [108] Vidaković J., M. Lazarevic, V. Kvirgic, Z. Dancuo, and G Ferenc, "Advanced

- Quaternion Forward Kinematics Algorithm Including Overview of Different Methods for Robot Kinematics," *FME Transactions*, vol. 42, pp. 189-199, 2013.
- [109] Mihailo Lazarevic, Jelena Vidakovic, Milan Cajic, and Petar Mandic, *Prilog modeliranju i upravljanju robotskih i adaptronskih sistema*.: Mašinski Fakultet Univerziteta u Beogradu, 2014.
- [110] Maja Lutovac Banduka, "Robotics first-a mobile environment for robotics education," *nternational Journal of Engineering Education*, vol. 32, no. 2, pp. 818-829, 2016.
- [111] Mason Woo, Jackie Neider, Tom Davis, and Dave Shreiner, *OpenGL programming guide: the official guide to learning OpenGL, version 1.2*.: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1999.
- [112] Maja Lutovac, Zoran Dimić, Goran Ferenc, Jelena Vidaković, and Vladimir Kvrđić, "Distribuirani sistem za kontrolu robota korišćenjem CORBA protokola," in *54. konferencija ETRAN*, Zlatibor, 2012, pp. RO1.3-1-4.
- [113] Stefan Mitrović, Zoran Dimić, Jelena Vidaković, Maja Lutovac, and Vladimir Kvrđić, "System for simulation and supervision of robotic cells," in *12th International Scintific Conference on flexible technologies Mma*, Novi Sad, p. 2015.
- [114] J. Vidakovic, M. Lazarevic, V. Kvrđic, Z. Dančuo, and M. Lutovac, "Comparison of Numerical Simulation Models for Open Loop Flight Simulations in the Human Centrifuge," *PAMM*, , vol. 13, no. 1, pp. 485-486, 2013.
- [115] Kenneth Eriksson, Donald Estep, and Claes Johnson, "Derivatives and Geometry in IR3," in *Applied Mathematics: Body and Soul: Volume 1*.: Springer, 2004, vol. 1.
- [116] Milton Abramowitz and Irene A. Stegun, *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*.: Courier Dover Publications, 1972, vol. 55.
- [117] Spalević M.M. and Pranić M.S., *Numeričke metode*.: Prirodno-matematički

- fakultet Kragujevac, 2008.
- [118] Jaan Kiusalaas, *Numerical methods in engineering with MATLAB.*: Cambridge University Press, 2010.
 - [119] Gerald Teschl, *Ordinary differential equations and dynamical systems.*: American Mathematical Soc, 2012, vol. 140.
 - [120] Vladimir Kvrđić and Jelena Vidaković, "Kinematic Parameters for Generation of Acceleration Force Profile of a Centrifuge Flight Simulator," in *62nd Meeting of the Society Society for Electronics, Telecommunications, Computers, Automatic Control and Nuclear Engineering ETRAN*, Palić, 2018.
 - [121] Roy Featherstone and David Orin, "Robot dynamics: equations and algorithms," in *Proceedings. ICRA'00. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, 2000, pp. 826-834.
 - [122] Lazar Rusov, *Mehanika III: dinamika.*: Naučna knjiga, 1994.
 - [123] Stepanenko Y and Vukobratovic M, "Dynamics of Articulated Open-chain Active Mechanisms," *Mathematical Biosciences*, vol. 28, no. 1-2, pp. 137-170, 1976.
 - [124] Orin DE, McGhee RB, Vukobratovic M, and Hartoch G, "Kinematic and Kinetic Analysis of Open-chain Linkages Utilizing Newton-Euler Methods," *Mathematical Biosciences*, vol. 43, pp. 107-130, 1979.
 - [125] Luh JYS, W Walker, and Paul RPC, "On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators," in *Robot motion: Planning and Control.*: MIT Press, 1984, pp. 88-106.
 - [126] Shimon Y Nof, *Handbook of industrial robotics*, John Wiley & Sons, Ed., 1999, vol. 1.
 - [127] Hollerbach JM, "A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity," in *Robot motion: Planning and Control.*, 1984, pp. 73-87.
 - [128] J. J. E. Slotine and Li W., "On the adaptive control of robot manipulators," *The international journal of robotics research*, vol. 6, no. 3, pp. 49-59.

- [129] A. Ferrara and G.P. Incremona, "Design of an integral suboptimal second-order sliding mode controller for the robust motion control of robot manipulators," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 6, pp. 2316-2325, 2015.
- [130] J. Schumann, P. Gupta, and Y. Liu, *Application of Neural Networks in High Assurance Systems: A Survey*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- [131] W.K. Chung, L.C. Fu, and S.H. Hsu, "Motion control," in *Springer handbook of robotics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2008, pp. 133-160.
- [132] Siemens Support, "SINAMICS Configuration Manual: 1FW6 built-in torque motors," 2009.
- [133] S. Vukosavic, *Digital control of electrical drives*. New York: Springer Science & Business Media, 2007.
- [134] Lee H. S. and M. Tomizuka, "Robust motion controller design for high-accuracy positioning systems," *IEEE Trans. on Ind. Electron*, vol. 43, no. 1, pp. 48-55, 1996.
- [135] K. Aström and T. Hägglund, *PID controllers: theory, design, and tuning*. Research Triangle Park NC.: Isa, 1995, vol. 2.
- [136] "Siemens Configuration Manual, (PFT6)," 6SN1197-0AD12-0BP0, 2004.
- [137] "Siemens Configuration Manual, 6SN1197-0AE00-0BP3," 05/2009.
- [138] Kadir A A, Xun X, and Hämmerle E, "Virtual machine tools and virtual machining-a technological review," *Robotics and computer-integrated manufacturing* , vol. 27, no. 3, pp. 494-508, 2011.
- [139] Diaz-Calderon A , *A composable simulation environment to support the design of mechatronic systems.*: Carnegie Mellon University, USA, 2000, Doctoral Thesis.
- [140] Zhang H, Wang H, Chen D, and Zacharewicz G, "A model-driven approach to multidisciplinary collaborative simulation for virtual product development," *Advanced Engineering Informatics* , vol. 24, no. 2, pp. 167-179, 2010.

- [141] Alessandro De Luca and Wayne Book, "Robots with flexible elements," in *Springer Handbook of Robotics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, pp. 287-319.
- [142] Nwokah O D and Hurmuzlu Y, *The Mechanical systems design handbook: modeling, measurement, and control.*: CRC, 2002.
- [143] Li Y, Liu G, Hong T, and Liu K, "Robust control of a two-link flexible manipulator with quasi-static deflection compensation using neural networks," *Journal of Intelligent and Robotic Systems* , vol. 44, no. 3, pp. 263-276, 2005.
- [144] Swanson E, Powell C D, and Weissman S, "practical review of rotating machinery critical speeds and modes," *Sound and vibration* , vol. 39, no. 5, pp. 16-17, 2005.
- [145] Campbell W, "Protection of steam turbine disk wheels from axial vibration," General electric Company, 1924 .
- [146] Halvorsen W G and Brown D L, "Impulse technique for structural frequency response testing," *Sound and Vibration* , vol. 11, no. 11, pp. 8-21.
- [147] Fu Z-F and He J, *Modal analysis.*: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [148] Pesatori E, Turozzi G, Pennacchi P, and Tosi A, "Dynamic Investigation on a Pelton Runner: FEM Calculation and Experimental Results ," in *ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2007, pp. 1289-1293.
- [149] Pupăză C, Tănase I, Mardari V, and Cotescu A, "Modal analysis of a turning tool system ," in *WSEAS international conference on Visualization, imaging and simulation*, 2008, pp. 161-166.

БИОГРАФИЈА

Јелена З. Видаковић је рођена у Гњилану, Република Србија, 3. јула 1982. године. Основну школу “Душан Јерковић” завршила је у Ужицу са одличним успехом, као и Гимназију „Миодраг Миловановић Луне“. Машински факултет Универзитета у Београду уписала је 2001. године, где је 2009. године дипломирала на Катедри за Аутоматско Управљање. Дипломски рад под насловом *„Општа питања нула и полова вишеструко-преносних система аутоматског управљања“* је одбранила са оценом 10, чиме је стекла звање Дипломираног Машинског Инжењера, еквивалент Мастер. Следеће године уписује докторске студије на Машинском факултету, Универзитета у Београду. На докторским студијама положила је све испите предвиђене Програмом усавршавања са просечном оценом 9,77.

2010. године се запошљава у Лола Институту у Београду у Сектору за роботику, где и данас ради на позицији истраживач сарадник. Од 2011. године ангажована је на пројекту Министарства Просвете, Науке и Технолошког Развоја ТР35203 под називом *„Развој уређаја за тренинг пилота и динамичку симулацију лета модерних борбених авиона и то 3-осне центрифуге и 4-осног уређаја за просторну дезоријентацију пилота“*, и од тада се бави научно-истраживачким радом

Као аутор/коаутор је учествовала на преко двадесет националних и међународних научних скупова. До сада је публиковала четири коауторска рада у часописима међународног значаја са СЦИ листе, један рад у часопису међународног значаја верификованог посебном одлуком, седам радова у часописима националног значаја. Коаутор је једне монографије националног значаја, и једног техничког решења из категорије *Битно побољшан постојећи производ*.

Члан је Српског друштва за механику (које је колективни члан међународне научне организације IUTAM), а такође је члан међународне организације IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers).

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Јелена З. Видаковић

број индекса Д 38/10

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Напредни алгоритми управљања манипулаторима у системима за тренажу

пилота савремених борбених авиона

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 17.08.2018. године

Прилог 2.

**Изјава о истоветности штампане и електронске
верзије докторског рада**

Име и презиме аутора _____ Јелена З. Видаковић

Број индекса _____ Д 38/10

Студијски програм _____ Докторске академске студије

Наслов рада _____ Напредни алгоритми управљања манипулаторима у системима за
тренажу пилота савремених борбених авиона

Ментор _____ проф. др Михаило Лазаревић

Потписани/а _____ Јелена З. Видаковић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, _____ 17.08.2018.

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Напредни алгоритми управљања манипулаторима у системима за тренажу

пилота савремених борбених авиона

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

①. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 17.08.2018. године

1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.