УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ

Вишња Д. Братина

МАТЕМАТИКА У ПЛАТОНОВОЈ ФИЛОЗОФИЈИ

докторска дисертација

Београд, 2015. г.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF PHILOSOPHY

Višnja D. Bratina

MATHEMATICS IN PLATO'S PHILOSOPHY

PhD thesis

Belgrade, 2015

Ментор

Доцент др Ирина Деретић
Универзитет у Београду
Филозофски факултет

Чланови комисије

Виши научни сарадник др Зоран Марковић
Математички институт САНУ
Београд

Ванредни професор др Зоран Лучић
Универзитет у Београду
Математички факултет

Доцент др Мирослава Трајковски
Универзитет у Београду
Филозофски факултет

Датум одбране

2015. г.

Вишња Братина

МАТЕМАТИКА У ПЛАТОНОВОЈ ФИЛОЗОФИЈИ

– сажетак –

Овај рад представља истраживање утицаја античке грчке математике на Платонову филозофију; анализује се питање да ли је и ако јесте, на који начин је математика Платоновог времена произвела неке од Платонових филозофских позиција, превасходно када се ради о тзв. неписаном учењу и космологији дијалога *Тимај*. Такође, истражује се утицај математике на Платонову артикулацију метода истраживања из хипотеза у дијалозима средњег периода *Менон* и *Федон*. У истраживању се комбинују херменеутички метод са методом компаративне анализе, уз унакрсно истраживање Платонове филозофије и значајнијих ставова античке грчке математике. Главни приступ је проблемски. Испитују се Платонови списи, уз неопходно консултовање Аристотелових сведочанстава и сведочанстава античких доксографа, посебно Проколових *Коментара на прву књигу Еуклидових* Елемената. Референтни математички спис су сами Еуклидови *Елементи.*

Неки од главних резултата до којих је ово истраживање дошло су: 1) Платонов метод истраживања из хипотеза настао је као резултат потребе установљавања филозофије као „строге науке”, по узору на математику; 2) идеје-бројеви и идеалне димензије имају онтолошки статус идеја а не математичких ентитета, иако су ови појмови настали под утицајем античке математичке теорије о броју и димензијама; 3) упркос томе што Платонова позна космологија инкорпорише релевантна математичка учења његовог времена, посебно астрономска, она није математичка; математика није овом мислиоцу послужила као модел за космологију него Платонов космолошки дискурс, уз присуство научних елемената, остаје телеолошко-митолошки; 4) с обзиром да идеје-бројеви и идеје димензија нису математички ентитети, не може се казати ни да је математика Платону била модел за онтологију. Платонова онтологија до краја је остала филозофска – упркос снажном утицају математике на неписано учење и космологију Тимаја, она никада није постала математичка.

ПРЕГЛЕД РАДА ПО ГЛАВНИМ ПОГЛАВЉИМА

I *Доказни поступци у античкој грчкој математици*. – Поглавље је посвећено пракси доказивања и решавања проблема у античкој грчкој математици. Направљен је осврт на питагорејско откриће несамерљивости дијагонале и странице квадрата, које је унело значајну промену у античку праксу доказивања – прелаз са остензивног на индиректни доказ. Анализован је сам појам несамерљивости и понуђени су и прокоментарисани доказ несамерљивости Еуклидовим алгоритмом и Кнорова реконструкција наводног изворног доказа несамерљивости дијагонале и странице квадрата. Направљен је и осврт на *analysis*, *apagoge* и *diorismos*, методе решавања проблема у античкој грчкој математици.

II *Метод истраживања из хипотеза у дијалозима* Менон *и* Федон. – Анализован је утицај поменутих метода античке грчке математике на Платонову артикулацију метода у дијалозима *Менон* и *Федон,* у циљу одговора на питање да ли је Платон у тим дијалозима само применио математички метод. Неспорна и релевантна заступљеност математичких примера, као и метода *diorismos* у *Менону* протумачена је као израз Платонове намере да филозофију заснује на истој строгости и извесности на којој је заснована математика. Анализовано је значење термина „*hypothesis*" у античкој науци, филозофији и код Платона. Истражен је метод истраживања из хипотеза (*ex hypotheseos skopein*) у *Федону*, док су на њему засновани, главни докази овог дијалога схематски приказани. Уз сталну филозофску контекстуализацију методâ *diorismos* и *ex hypotheseos skopein* у светлу Платонових доказа за бесмртност и преегзистенцију душте, те тезе да је знање сећање, закључено је да се они не могу окарактерисати као искључиво математичке процедуре, то јест да се ради о методима који припадају рефлексивном мишљењу као таквом.

III Држава: *дијалектика као превазилажење метода истраживања из хипотеза*. – Платонов методски прелаз на дијалектику анализован је као израз напуштања идеала заснивања филозофије по узору на математику, у корист њеног заснивања као аутономног, ауторефлексивног знања. Изложена је Платонова критика хипотетичког метода као метода којем недостаје рефлексија хипотеза од којих полази. Истражен је однос између ума (*nous*) и разума (*dianoia*), и утврђен је статус математичких ентитета као разумских. Дијалектички метод интерпретиран је у светлу неписаног учења као пут доласка до идеје Добра, односно Једног, и синоптичког увида у тоталитет бића и критикована је позиција која дијалектички метод интерпретира као једну врсту хипотетичког метода.

IV *Учење о „идејама-бројевима"*. – Поглавље је посвећено покушају да се интерпретира став који Аристотел приписује Платону: да су идеје бројеви. Најпре су изнете и контрастиране модерна и античка концепција броја, а затим је изложено и Аристотелово разликовање питагорејског, математичког и платоничарског броја. Платоново схватање идеалног броја (идеје-броја) као нездруживог (*asymblethos arithmos*) интерпретирано је у светлу синегогичко-дијеретичког метода из позних Платонових дијалога. Анализовано је Анасино, а прихваћено Причардово решење, те је понуђена интерпретација по којој се идејама приписују бројеви (биунивока кореспонденција). Такође је изнета могућност за модерно тумачење Платоновог учења о генези идеја-бројева од принципа Једног и неодређене двојине, при чему су оба принципа тумачена као мисаони акти. Коначно, став да су за Платона идеје бројеви тумачен је са још једним смислом, смислом о нумеричкој и системској структурисаности, односно уређености бића.

V *Статус геометријских ентитета у Платоновој филозофији: тачка*. – Поглавље је посвећено покушају одговора на питање да ли Платон тачкама доиста одрицао сваки онтолошки статус проглашавајући их за „геометријске фикције" и залажући се за постојање недељивих дужи. За референтни спис коришћен је перипатетички текст *О недељивим линијама* (*De lineis insecabilibus*). На Аристотеловом трагу, недељиве дужи најпре су анализоване у светлу проблема континуума, а затим и у контексту математичког открића несамерљивости. Показано је да је Платон познавао и разумео потоњи појам, те да стога није могао бити заступник теорије о недељивим дужима. Такође је показано да Платон није заступао атомизам ни у једном облику – ни атомизам дужи ни онај површи који му се традиционално приписује.

VI *Статус геометријских ентитета у Платоновој филозофији: линија*. – Главни предмет анализе овог поглавља је Платоново (и уопште, античко) схватање линије; показано је да грчка парадигма познаје само дужи, тј. ограничене линије, док праву као бесконачни једнодимензиони геометријски ентитет ни не разматра, *a priori* одбацујући могућност актуалне бесконачности. Изложене су неке античке одредбе линије, од којих је издвојена Еуклидова, која је упоређена са Платоновом одредбом изнетом у дијалогу *Парменид*. Платонова дефиниција праве линије као оне линије којој, парафразирано, средина покрива оба краја доведена је, следећи Прокла, у везу са идејом погледа. У том светлу, понуђено је тумачење идеје пра̏вог као априорне идеје. Анализован је и део Платонове протологије који се тиче генезе идеје праве принципима Једног и неодређене двојине.

Седмо поглавље рада подељено је на две тематске целине у циљу одговора на питање да ли је математика модел за Платонову космологију. Референтни дијалог је *Тимај*. Прво подпоглавље разматра улогу математике у изградњи Платоновог физичког космоса, а друго улогу математике у Платоновој хипотези о души космоса, затим у поставци космичке макростурктуре , те у схватању кретања небеских тела.

VIIa Тимај: *улога математике у структурисању Платоновог физичког космоса*. – Истраживање је показало да у изградњи Платоновог

физичког космоса кључна улога припада геометрији. Најпре је анализована прва Платонова хипотеза о космогенези непрекидном геометријском пропорцијом, од које је Платон у дијалогу одустао. Анализован је и Платонов појам *hora*-е, простор-материје, који се у крајњем може свести на појам екстензије, у склопу чега је понуђена могућност нешто другачијег тумачења појма слике у Платоновој филозофији. Истражена је и друга хипотеза о настанку физичког космоса – разлагањем елемената, који су схваћени као правилне просторне фигуре састављене од елементарних троуглова.

VII б Тимај: *хармонија космоса, модел кретања планета и проблем ретроградног кретања.* – Прва космолошка хипотеза о изградњи космоса непрекидном геометријском пропорцијом, у извесном смислу очувана је у објашњењу душе космоса. Једна од главних хипотеза овог подпоглавља је да Платонова космичка душа има логичко и музичко, односно математичко устројство. Показано је да је Платон у позној филозофији на неки начин прихватио питагорејско учење о души као хармонији, што се огледа у уграђивању односа који постоје међу интервалима тонова у растојања међу небеским телима, при чему главну улогу имају аритметичка, геометријска и хармонијска средина. Платоново схватање космоса доведено је у везу са астрономским учењима његовог времена, а посебна пажња обраћена је на проблем објашњења привидног ретроградног кретања. Показано је да се Платон тим проблемом није непосредно бавио у дијалозима, осим у *Државнику*, где није дао научно него митско објашњење датог феномена. Такође је размотрена Платонова наводна улога у постављању принципа *salva aparentiae,* тј. питања објашњења привидног ретроградног кретања полазећи од хипотезе о униформном кружном кретању небеских тела. У склопу те анализе укратко је представљен и Еудоксов модел хомоцентричних сфера. На крају је утврђено да за Платона математика није могла бити модел за космологију, иако се може говорити о њеном снажном утицају на Платоново космолошко учење. Дискурс *Тимаја* окарактерисан је као научним елементима прожет телеолошко-митски говор.

Закључак сажима резултате свих анализа, на основу чега се констатује да математика није била модел ни за Платонову онтологију.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: Платон, питагорејци, неписано учење, античка математика, метод, идеја-број, тачка, линија, космологија, онтологија.

НАУЧНА ОБЛАСТ: општа филозофија
УЖА НАУЧНА ОБЛАСТ: античка филозофија
УДК: 14 Платон; 510.01(38).

САДРЖАЈ

УВОД

Интересовање за Платона и данас је актуелно. Но, чини се да су се српски теоретичари превасходно концентрисали на оно што бих условно назвала „класичним” Платоном – на његову теорију идеја, моралну и политичку филозофију, психологију, те естетику и логику. Платоновом теоријом идеја најчешће се баве филозофи, док су његова морална и политичка филозофија, психологија и естетика предмет бројних студија готово у свим друштвено-хуманистичким дисциплинама. Са друге стране, чини се да је истраживање Платоновог односа према античкој грчкој математици неоправдано запостављено. Радови који се баве том темом малобројни су у нашој стручној јавности. Колико ми је познато, њихови аутори готово да се могу „набројати прстима једне руке”. Истраживање Платоновог „неписаног учења” (*ἄγραφα δόγματα*) у последње време нешто је заступљеније код нас, но мало је ко приступио његовој анализи урачунавајући учинке античке грчке математике.

Сасвим укратко треба рећи шта је Платоново неписано учење. Термин „*ἄγραφα δόγματα*” први је употребио Аристотел [*Phys*., 209b 11 и даље] да означи предавања под називом „О Добру (*Περὶ τ’ ἀγαθοῦ*)”, која је Платон држао у Академији.

Њихов садржај чинило је учење о начелима (протологија), које је за највише принципе тоталитета бића постављало Једно и неодређену двојину, после којих су, такође као принципи, следиле идеје-бројеви и тзв. идеалне димензије.[1] Осим претежно у *Метафизици*, Аристотел је неписано учење критички разматрао у данас несачуваним списима *О филозофији* и *О Добру*. Потоња традиција тумачења неписаног учења ослањала се на Аристотелове списе. Најзначајније коментаре на ту тему дали су Александар Афродизијски, Псеудо-Александар, Симпликије, Јамблих и наравно, Прокло. Проклови коментари су изузетно драгоцен материјал за истраживање математике у Платоновој филозофији. То се посебно односи на *Коментаре на прву књигу Еуклидових* Елемената, у којима је он заправо указао на порекло дефиниција, аксиома и постулата капиталног Еуклидовог списа, затим, на то који математичари су их открили и што је најзначајније, увек их је на релевантан начин повезивао са Платоновим становиштем, тумачећи га истовремено у датом контексту. Нема потребе посебно наглашавати да су управо ти коментари били путоказ овде предузетом истраживању.

Враћајући се у савременост, што се светске интелектуалне јавности тиче, може се рећи да је интересовање стручњака за однос математике и Платонове филозофије, те за питање онтолошког статуса математичких ентитета у његовој мисли, започело у већој мери у првој четвртини XX века, мада се могу наћи и раније студије. Но, после Гајзеровог рада на прикупљању античких сведочанстава о неписаном учењу (*Testimonia Platonica*) 60-их година прошлог века, нагло је порасло интересовање за ту

1 За више детаља о Платоновом наводном предавању „О Добру” в. одличан Гајзеров текст „Plato's Enigmatic Lecture 'On the Good'”. – Gaiser, K. (1980).

тему, бар када је реч о немачком и француском говорном подручју. Уз традиционалну херменеутичку школу, хајделбершку, профилише се нови приступ Платону. Тај приступ неговала је тибингенска школа са Гајзером и Кремером на челу. Њени представници инсистирали су да се ваљан увид у целину Платонове филозофије може добити тек укључивањем неписаног учења у тумачење. Насупрот томе, хајделбершка школа (Гадамер, Виланд, Фигал, Властос, Иснарди Паренте итд.) није признавала неписано учење, пошто је начелно одбацивала сва посредна сведочанства држећи да Платона треба читати „из самог Платона”.[2] Истраживање предузето у овом раду је на линији тибингенске школе, али једнако детаљно разматра и Платонове дијалоге.

Када је реч о англосаксонским теоретичарима, њихова првобитна незаинтересованост или слаба филозофска заинтересованост за питање неписаног учења у многоме је била проузрокована Черисовом студијом *Riddle of The Early Academy*, у којој је тај аутор одбацио тезу о постојању „неписаног учења” код Платона.[3] Самим тим, није постојало ни значајно интересовање за истраживање улоге античке грчке математике на Платонову мисао код англосаксонских теоретичара, иако већ Платонови дијалози дају основа за таква разматрања. Наиме, тек прихватање неписаног учења може указивати на шири утицај математике на Платонову позицију, ако ни због чега другог, зато што се у овом учењу идеални ентитети доводе у јасну везу са математичким ентитетима. То пак пружа основ за питање утицаја, а можда и узајамног утицаја античке грчке математике и Платонових

2 Добар увид у то како је расправа текла између хајделбершке и тибингенске школе, као и како се тибингенска школа установила, може се добити из Шијаковић, Б. (прир.), (2003/4).

3 Cherniss, H. (1962).

ставова.

Изузетак у погледу разматрања односа античке грчке математике и Платонове филозофије био је енглески математичар Томас Хит (1861–1940). Он се није бавио неписаним учењем, али је истраживао присутност математичких ставова у Платоновим дијалозима, као и њихов утицај на поједине важне теме у њима. Посебно је тематизовао утицај грчке математике на Платонову артикулацију метода у дијалозима средњег периода. Хит је почетком XX в. публиковао двотомну историју грчке математике, чије је једно поглавље посветио управо поменутим питањима, а у другој значајној, тротомној студији *Thirteen Books of Euclid's Elements* указивао је на везе између појединих Еуклидових дефиниција и теорема са Платоновим одредбама из дијалога, његовом филозофском позицијом уопште, као и са античком филозофијом у целини.

Како било, у последњој четвртини XX в. нагло је порасло интересовање англосаксонских теоретичара за неписано учење, посебно с обзиром на статус математичких ентитета (*τὰ μαθεματικά*) у Платоновој филозофији. Треба поменути и данас утицајну књигу *Aristotle's Metaphysics Books M and N* Џулије Анас, дело публиковано 1976. г. или пак ангажман оксфордског професора Мајлза Берњејта (Miles Burnyeat). У то време практично долази до пролиферације радова о неписаном учењу и започиње се озбиљније разматрање односа античке грчке математике и Платоновог мишљења. У последњој деценији XX века истичу се радови Властоса, Берњејта, Лојда, Милера, а нарочито Леонида Жмуда. Први од наведених аутора, иако припадник хајделбершке херменеутичке школе, показао је да је Платонова посета Таренту 388/7. г., код Архите, имала за последицу повећање пристутности и значаја математике у његовој мисли. О томе, по Властосу, сведочи *Менон*, дијалог написан око 385. или 380. г., дакле, врло брзо после Платоновог повратка са тог путовања. Милер и Жмуд доказали су неоснованост Проклових тврдњи да је Платон смислио математички метод *ἀνάλυσις* или да је утицао на откриће неких других математичких метода, а дематновали су и тврдњу да је Архиту, Еудокса и Теетета подучавао математици. Са друге стране, њихов став да Платон није открио никакав метод него да је само примењивао математичке методе у филозофији, представља другу крајност, али је та интерпретација у последње време такође утицајна. Жмуд чак доводи у питање везу Платонове Академије са изучавањем математике и одриче Платону сваки утицај на у антици започет програм систематиције науке.[4]

У сваком случају, могло би се рећи да бављење неписаним учењем и анализа утицаја античке математике на Платонову мисао представљају актуелне, иако још увек младе теме англосаксонског и континенталног дела света. Велики број текстова посвећених Платоновом односу према математици или математичкој пракси публиковано је 2010. и 2011. г. у јединoм стручном часопису на свету из области филозофије математике, *Philosophia Mathematica*, но догађа се „актуализовање” Платона у филозофији математике.[5]

---

4 „'Платоцентрички' поглед на античку филозофију поштује се јер потиче још из антике (неоплатоничарска школа) и због броја људи који су га заступали; међутим, већина стручњака већ дуже време не дели то мишљење, које је допринело једино погрешном разумевању историје грчке науке. Шта лежи иза њега осим природне жеље да се геније види у свему?” – Zhmud, L. (1998), стр. 234.

5 McLarty, C. (2005), „Mathematical Platonism versus Gathering the Dead: What Socrates Teaches Glaucon”, у: *Philosophia Mathematica* (3), Том 13, бр.. 2, стр. 115–34; Pettigrew, R. (2008), „Platonism and Aristotelisanism in Mathematics”, у: *Philosophia Mathematica,* (3), Том 16 (2008), стр. 310–32; White, N. (2011), „Platonic and Fregean Numbers”, у: *Philosophia Mathematica,* (3), Том 20 (2011), стр. 1–21. Такође, в. Tieszen, R. (2011), *After Gödel. Platonism and Rationalism in Mathematics and Logic,* Oxford/ New

Сви наведени разлози мотивисали су ме да започнем ово истраживање. Мада је тема рада постављена на шири начин, сматрала сам да чисто историјско-филозофски приступ не би био оригиналан, ни потребан с обзиром на резултате које су у том пољу постигли иностранi аутори. Такође, нисам сматрала да треба да правим комплетан „попис” имлицитних или експлицитних јављања математичких ставова и примера у Платоновим дијалозима, без обзира на то да ли такав „попис” постоји или не. Главни предмет овог рада је, пре свега, испитивање филозофских последица античке математике, тачније, њених проблема на Платонову мисао. Занимало ме је да испитам да ли је и ако јесте, које је филозофске тезе или пак њихове ревизије овај антички филозоф артикулисао под утицајем математичких открића и/ или математичких теорија његовог времена.

У истраживању сам комбиновала херменеутички метод са методом компаративне анализе, унакрсно истражујући Платонову филозофију и значајније ставове античке грчке математике. Главни приступ је проблемски. Референтни математички спис били су Еуклидови *Елементи*; мада настали неколико деценија после Платонове смрти, у њих су уврштене дефиниције и теореме познате математичарима пре Еуклида, које су у овој или оној форми биле познате Платону. То непосредно показују дијалози, али и садржај неписаног учења, посредно. Основна филозофска литература били су свакако Платонови и Аристотелови списи, те Проклови *Коментари на прву књигу Еуклидових Елемената*, који су се показали драгоценима, као што је већ напоменуто. За сведочења доксографа користила сам антологију текстова о Платоновом неписаном учењу на шпанском језику, у издању Баскијског државног универзитета [José Ramón Arana Marcos

York: Oxford University Press, и др.

(1998), *Platón. Doctrinas no escritas. Antología*, Bilbao: Universidad del País Vasco]; на крају рада је скенирани *Index locorum* те књиге. За списе на грчком језику користила сам *Perseus Digital Library*. Илустрације у раду конструисала сам у Линуксовом програму *Incskape*, изузев фотографија преузетих са интернета.

Рад обухвата седам тематских целина или поглавља, у којима се анализују учинци античке грчке математике на Платонову мисао, почев од првог дијалога тзв. средњег периода, *Менона*, до неписаног учења и *Тимаја*. Хипотеза о томе да је математика битно утицала на формирање Платоновог неписаног учења и на космослогију *Тимаја* појавила се током истраживања. Иако неписано учење није математичко, што сам настојала да покажем у закључку рада, не може се пренебрегнути да постоји веза између главних појмова тог учења и дефиниција античке грчке математике. Баш као што су наше представе бројева и геометријских објеката такве какве јесу захваљујући модерном математичком образовању, тако ни Платон није могао избећи узусе математичког образовања свог времена. Кроз анализу идеја-бројева, идеалних димензија – не сасвим исправно тако названих, али је термин постао уобичајен – и питања геометријског модела космоса (или космологије), настојала сам да утврдим статус тих, а отуда и математичких ентитета у позној Платоновој филозофији. Резултати тог истраживања изложени су у закључном поглављу.

Ово истраживање не разматра педагошку улогу математике у Платоновој филозофији, нити се бави утицајем коју би она евентуално могла имати на његово морално учење. Тематика којом се бавим може се сажети у неколико главних питања, тачније подпитања. Као што је већ речено, примарно се разматра питање учинака античке грчке математике на Платонову филозофију, конкретно на конституисање његовог метода у дијалозима средњег периода, проблем неписаног учења и космологију *Тимаја*. Другим речима, питање о утицају математике на Платона може се разложити на три конкретније теме: 1) утицај математичких метода доказивања и решавања проблема на Платоново учење о методу у дијалозима средњег периода, 2) утицај математике на онтологију неписаног учења и 3) утицај античке грчке математике на Платонову позну космологију. Другим речима, питања којима се конкретније бавим су: 1) да је античка грчка математика била узор за Платонову „методологију”, 2) да ли је математика модел за Платонову онтологију и 3) да ли је она модел за Платонову космологију.

У циљу приближавања одговору на прво од три постављена питања, прво поглавље овог рада посвећено је основима праксе доказивања и решавања проблема у античкој грчкој математици. Теме су: прелаз са остензивног на индиректни доказ, откриће несамерљивости дијагонале и странице квадрата, те методи *διορισμός, ἀπαγωγή* и *ἀνάλυσις*. Излажем неколико реконструкција изворног доказа дијагонале и странице квадрата, као и класични аритметички индиректни доказ који аритметички доказ, који се може наћи код Аристотела. Друго поглавље посвећено је покушају реконструкције Платоновог метода истраживања из хипотеза у дијалозима *Менон* и *Федон*. Главни циљ је одговорити на питање да ли је и у којој мери метод истраживања из хипотеза, у ствари, само метод преузет из математике, тј. ради ли се о пукој примени математичког метода. У трећем поглављу разматра се питање превазилажења метода истраживања из хипотеза у *Држави.* Четврто поглавље истражује могућност за смислено тумачење тезе да су за Платона све идеје бројеви. Следећи Аристотела у разликовању математичког, питагорејског и платоничарског броја (тј. идеје-броја), као и савремене интерпретације, покушавам да захватим, донекле у модерном духу, смисао последњег од наведених. Такође, излажем једно могуће тумачење настанка идеја-бројева из начелâ Једног и неодређене двојине. Пето поглавље бави се античком и модерном концепцијом тачке, а главни циљ је покушај одговора на питање да ли је Платон доиста заступао теорију недељивих дужи коју му Аристотел приписује. Шесто поглавље истражује античко схватање линије, са посебним нагласком на Платоновом схватању. Изложила сам могућу филозофску анализу представе праве, односно дужи, преко идеје погледа. Прокло сугерише да је смисао Платонове одредбе линије у *Пармениду* 137 е био управо такав. Седмо поглавље, подељено у два подпоглавља, бави се анализом појединих места дијалога *Тимај*, која се непосредно могу повезати са античком аритметиком, теоријом пропрција, стереометријом и астрономијом. У та два текста има највише математичких излагања, што није било могуће избећи. Централно питање је питање статуса математике у Платоновом космолошком дискурсу. Конкретније, разматрам да ли је могуће тврдити да математика има улогу модела за космологију у овом дијалогу. Закључак сажима резултате претходних поглавља, тумачећи их у светлу питања статуса ентитета у Платоновој позној филозофији, тачније, у његовом неписаном учењу. Рад се завршава покушајем одговора на питање да ли математика може бити модел за Платонову онтологију неписаног учења.

Напомињем да нисам истраживала све детаље Платоновог неписаног учења, ни све његове елементе понаособ. На пример, за разлику од тачке и линије, којима је посвећено по једно поглавље, раван и простор, површ и тело анализовани су заједно у једном јединим поглављу, и то у космолошком контексту. Нисам се бавила ни питањем евентуалне Платонове улоге у решавању Делског проблема итд. У том смислу, овај рад пре има карактер „пресека” него једног свеобухватног испитивања. То, наравно, не значи да нисам долазила до синтетичких увида о проблемима које сам разматрала, него да сам, надам се у најбољем интересу теме, поједине несумњиво важне аспекте Платонове филозофије морала „ставити у заграде”. Свесна сам да су поједина тумачења Платонових идеја које сам изнела неортодоксна. То се посебно односи на неписано учење. Разлог је то што сам настојала да замислим, где год је било могуће, како би један платоничар данас могао бранити идеје тог учења – то је била позиција из које сам, у крајњој линији, тумачила.

I

ДОКАЗНИ ПОСТУПЦИ У АНТИЧКОЈ ГРЧКОЈ МАТЕМАТИЦИ

Значај доказа за грчку математику и филозофију. Откриће и појам несамерљивости

Главна одлика ангичке грчке математике и њена *differentia specifica* у односу на источњачку (вавилонску и египатску) математику је у томе што грчка математика износи опште и нужне доказе за своје тврдње, док потоње располажу углавном само скуповима процедура за решавање конкретних задатака.[6] Откриће доказа који важи нужно и за све случајеве представља својеврсну „револуцију” у грчкој

6 Лучић, З. (2009), стр. 11. Опште је место да је геометрија настала у Египту из практичне потребе поновног премеравања и парцелисања земљишта после изливања Нила. Египћани су такође знали да решавају једначине првог степена методом тзв. „лажног решења”, познавали су обрасце за израчунавање површине правоугаоника и троугла, као и неке обрасце за израчунавање запремине. Тврди се и да су Вавилонци заправо открили тзв. Питагорине тројке, као и да су се служили појединим обрасцима за решавање одређених квадратних једначина. За више детаља о источњачкој математици, уп. van der Waerden, B. L. (1961), стр. 15–81.

математици, која је овој омогућила да трансцендира источњачку математику, како у методолошком погледу тако и у погледу открића, односно домета. Тај догађај, међутим, није изолован од иманентно математичких открића – његову појаву интерпретатори најчешће везују за откриће линеарне несамерљивости у V веку п. н. е., јер се тек са потоњим открићем уочава промена у форми грчког античког доказа. Претходно су докази у грчкој математици били превасходно визуелног, односно емпиријског карактера (тзв. остензивни докази), а главну улогу у доказивању играли су дијаграми, графички прикази тврдње коју треба доказати. Према Прокловим и Диогеновим наводима, Талес је први доказивао ставове на овај начин, на основу уверљивости слика.[7] Сама чињеница да грчка реч *ϑεώρημα*, у значењу „поучка” (заправо, „онога што се посматра”), води порекло од глагола реч *ϑεωρέω* = гледам, посматрам, сведочи о томе да је доказивање у раној фази развоја грчке математике *de facto* значило уочавање.[8] Управо је такве природе Сократов доказ из *Менона*. Његова основна особина, као и код других остензивних доказа, је да онај ко га изводи на основу дијаграма и коначног низа поступака на крају може рећи: „Гле, ово је истина, примети да је заиста тако.”[9] И уопште, не само „поучци” које је визуелним начином доказивао Талес, већ читава рана грчка математика била је више визуелно, емпиријски оријентисана. Насупрот томе, Еуклидови аритметички докази из VII књиге

7 Лучић, З. (2009), стр. 17.

8 *Ibid*. Овај аутор такође наводи примере пет у овом смислу „првобитних” теорема, од којих се доказивање појединих приписује Талесу: 1) пречник полови круг, 2) на основици једнакокраког троугла углови су једнаки, 3) унакрсни углови међусобно су једнаки, 4) троуглови су подударни ако су ивица и на њој налегли углови једног од њих подударни одговарајућој ивици и угловима другог, 5) угао над пречником је прав. – Лучић, З. (2009), стр. 17–21.

9 Лучић, З. (2009), стр. 21.

Елемената не могу се визуелизовати; да би се они разумели, неопходно је имати у виду дефиниције бројева са почетка те књиге, јер докази зависе искључиво од њих.

Један од водећих ауторитета за историју грчке математике, мађарски аутор Арпад Шабо, иначе професор и ментор Имре Лакатоша, повезује кључни методолошки догађај напуштања остензивног доказа у грчкој математици са открићем линеарне несамерљивости, које, по њему, води порекло из питагорејске теорије хармоније. Проблем линеарне несамерљивости јавља се први пут код питагорејаца у V веку. Шабо ту појаву везује за њихов покушај да музичке интервале поделе на једнаке субинтервале, односно пронађу геометријску средину између дужина жица, израженим у сразмери, које је требало да произведу дате субинтервале. При томе, питагорејци су трагали за геометријском средином између два интервала који формирају тзв. *ratio superparticularis* (*ἐπιμόριον διάστημα*), однос форме (n + 1) : n, који постоји код кварте (4 : 3), квинте (3 : 2) и октаве (2 : 1). Откривено је да не постоји нумеричка геометријска средина за бројеве који су у *ratio superparticularis* и да тај став увек важи, без обзира да ли се узимају бројеви у основној сразмери или њихови мултипли [Архитин доказ: став 3 Аполонијеве *Sectio Canonis*]. Шабова теза је да је немогућност да се овај проблем реши узроковала да га питагорејци поставе у општијој форми, као питање под којим условима је могуће пронаћи геометријску средину између два броја (пошто је теорија хармоније показала да то није увек могуће), и да је то питање посредно имало утицаја на откриће линеарне несамерљивости.[10]

Математички проблем линеарне несамерљивости изложен је у дефиницији X.1 Еуклидових *Елемената:* „Каже се

10 Szabo, A. (1978), стр. 176.

да су величине *самерљиве* (*σύμμετρα*) ако имају заједничку меру (*τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμεν*), и да су *несамерљиве* (*ἀσύμμετρα*) ако се не може одредити никаква њихова заједничка мера (*ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι*).” Критеријуми самерљивости, односно несамерљивости величина дати су теоремама X.5 и X.6, то јест X.7 и X.8 *Елемената*: „Самерљиве величине (*τὰ σύμμετρα μεγέθη*) су у размери једна према другој (*πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει*) као број према броју (*ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν*)” и „Ако су две величине у размери једна према другој као број према броју, оне су самерљиве”; односно: „Несамерљиве величине (*τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη*) се не налазе у размери једна према другој (*πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει*) као број према броју (*ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν*)” и „Ако се две величине не налазе у размери једна према другој као број према броју, те величине су несамерљиве.” Могућност нумеричког изражавања размере (*λόγος*) између две величине крајњи је услов могућности њихове самерљивости, а то зависи од тога постоји ли заједничка мера међу њима. Када се говори о нумеричком односу, бројеви који изражавају тај однос увек су цели пошто антична грчка математика познаје само позитивне целе и тзв. „разломљене“, односно позитивне рационалне бројеве, које опет представља искључиво као пропорције позитивних целих бројева. Геометријска средина између бројева у односу *superparticularis* требало је да представља тако одређену заједничку меру, али показало се да ова не постоји, те да дотични бројеви нису самерљиви.

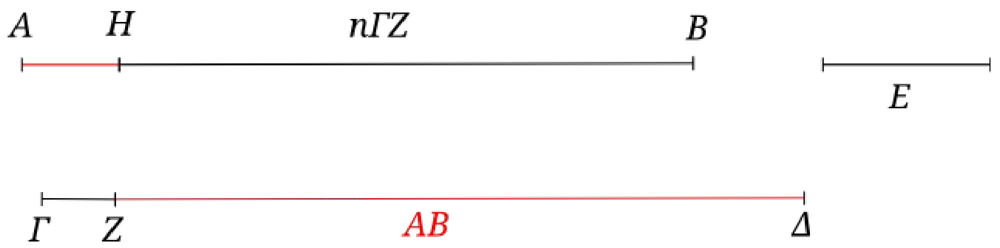
Метод утврђивања заједничке мере између две величине изложен је теоремама X.1 и X.2 *Елемената*:

> X.1: Ако од веће од две дате неједнаке величине одузмемо величину већу од половине, а од остатка – величину већу од његове половине, *и тако поступамо непрекидно* (*καὶ*

τοῦτο ἀεὶ γίγνηται), остаће нека величина која је мања од дате мање величине.[11]

X.2: Две дате неједнаке величине су несамерљиве ако *при непрекидном одузимању* (*ἀνθυφαιρουμένου*) мање величине од веће ниједан остатак не мери претходни остатак.

Ваља приметити да је у теореми X.2 за „непрекидно одузимање" употребљен грчки глагол *ἀνθυφαιρέω* = изнова или повратно (данас бисмо казали: рекурзивно) одузимам. Исти глагол јављаће се у доказу. Пошто је доказ од значаја за даље излагање, математички ћу га извести верно оригиналу:



Слика 1.

Доказ: *RAA* са почетном хипотезом да су величине *AB* и *ΓΔ* самерљиве.

Полазимо од претпоставке да су *AB* и *ΓΔ* самерљиве и *AB* < *ΓΔ* (в. слику 1). Ако су *AB* и *ΓΔ* самерљиве, мери их иста величина [*Elem.*, X. *df.* 1] – означимо је са *E*. Нека AB после одмеравања *ZΔ* даје остатак *ΓZ* мањи од *AB*. Такође, нека *ΓZ* после одмеравања *HB* даје остатак *AH* мањи од *ΓZ*. *Тако поступамо непрекидно* (*ἀνθυφαίρεσις*) све док не остане величина мања од *E*. Нека је *AH* таква величина, мања од *E*. Пошто *E* мери *AB* (по претпоставци задатка), а *AB* мери *ZΔ*, отуда *E* мери и *ZΔ*. Но, по претпоставци задатка *E* мери и дуж

11 Та најмања величина у ствари је најмања заједничка мера, данас позната као највећи заједнички делилац. У обе наведене реченице курзив је мој.

ΓΔ, па пошто *E* мери *ΓΔ* и мери *ZΔ*, *E* мери и остатак *ΓZ*. *ΓZ* мери *HB*, па пошто *E* мери *ΓZ*, *E* мери и *HB*. Сада, пошто *E* мери *HB*, а по претпоставци задатка мери целу дуж *AB*, то значи да *E* мери и остатак *AH*. Пошто је *AH* мање од *E*, а *E* мери *AH*, значи да већа величина мери мању величину, што је немогуће. Добија се противречност, па на основу *RAA* следи неистинитост полазне хипотезе – односно, никакава величина не мери *AB* и *ΓΔ*, оне су несамерљиве.

Као што је већ речено, наведени доказ изводи из два основна потеза: *reductio ad absurdum* и *ἀνθυφαίρεσις*. Чини се да Сама *ἀνθυφαίρεσις* није довољна за доказ несамерљивости. Билимовић упозорава управо на то када каже да „теорема X. 2 даје метод за испитивање самериљивости и несамерљивости величина, али не утврђује стварно постојање несамерљивих величина у геометрији”.[12] *Ἀνθυφαίρεσις*, поступак рекурзивног одузимања у геометрији, каснија математичка традиција назвала је Еуклидовим алгоритмом. У питању је заправо варијанта метода ексхаустије („исцрпљивања”). Важно је такође приметити да било који доказ несамерљивости који почива на рекурзивном одузимању представља индиректни доказ. Остензивно, наиме, није јасно да се рекурзивно одузимање у случају несамерљивих површина никада не завршава. Напротив, све веће и веће смањивање остатака који се добијају применом овог метода опажа се као коначан процес. Закључак да се ипак ради о бесконачном процесу не може се добити на основу опажања дијаграма доказа, него представља последицу мишљења или акта рефлексије. Пошто дакле, доказ Еуклидовим алгоритмом суштински почива на мишљењу, а не на опажању, ради се о индиректном доказу.

Расправа о пореклу и датирање доказа

12 Еуклид (1956)X, стр. 147.

о несамерљивости дијагонале и странице квадрата. Радемахер-Теплицов/ фон Фриц-Хелеров доказ на основу Еуклидовог алгоритма

Не слажу се сви да је откриће линеарне несамерљивости настало у вези за питагорејском теоријом хармоније. Кнор га везује за немогућност мерења дијагонале страницом квадрата у математици, јер га Платон и Аристотел помињу искључиво у том контексту. Овој интерпретацији у прилог иде и чињеница да су Грци за оно што ми данас зовемо ирационалним бројем $\sqrt{2}$ користили назив *πλευρά* или *τετραγωνική πλευρά*, што дословно значи страница, односно страница квадрата. Оригинална верзија доказа несамерљивости дијагонале и странице квадрата није забележена, нити се тачно зна ко од питагорејаца га је изложио ни када је тачно у V веку изложен. Легенде позних питагорејаца о том питању нису поуздане. Тако, на пример, Јамблих бележи да је откриће изворно било Питагорино, али да га је Хипас из Метапонта открио „непосвећенима". Због тога је, наводно, био кажњен смрћу – удавио се или је пронађен обешен [уп. *DK* I, 18. 4]**.** Међутим Прокло, који иначе не пропушта да Питагори припише сва могућа математичка открића питагорејаца, занимљиво, изражава сумњу у то да је Питагора творац Питагорине теореме. Пошто је та теорема неопходан услов теорије несамерљивости, Кнор сматра да није вероватно да Питагора стоји иза доказа несамерљивости дијагонале и странице квадрата.[13] Неопитагорејска легенда Папоса, Јамблиха и других, која ставља Хипаса из Метапонта у центар збивања око датог открића, у ствари представља спој неколико различитих легенди: о открићу „ирационалних"

13 Knorr, W. R. (1975), стр. 21.

величина, конструкцији додекаедра, Хипасовом животу и раду и легенде о смрти неког питагорејца на мору.[14]

Када је реч о времену настанка доказа, Кнор датира то време између 430. и 410. г., а откриће везује за питагорејску групу која је крајем V века деловала у Теби, да би се тек потом вести рашириле до Италије и Атине. Ако је Хипас имао неку улогу у томе она, по Кнору, није била у открићу доказа него у његовом нелегитимном откривању „непосвећенима”, тј. ширењу изван секте.[15] Датирање доказа поменути интерпретатор изводи на основу времена Теодоровог живота, као оног ко је теорију несамерљивости довео до значајних унапређења, али пре свега на основу сведочанстава у којима се несамерљивост први пут помиње у филозофском контексту, као и трагајући за променама у питагорејском погледу на свет које су могле бити последица открића несамерљивости. Теза је да су реформе тзв. „наивног” (геометријског) атомизма у учењима позних питагорејаца Филолаја и Еурита последица открића несамерљивости, а да је ова сигурно била откривена пре питагорејца Лизиса (из Тарента, *ἀκμή* у позном V в.), који је тврдио да је бог „ирационални број”. Такође, проучавајући биографије ових питагорејаца, Кнор је открио да су се сви у једном тренутку свог живота нашли у Теби, пред крај V века.[16]

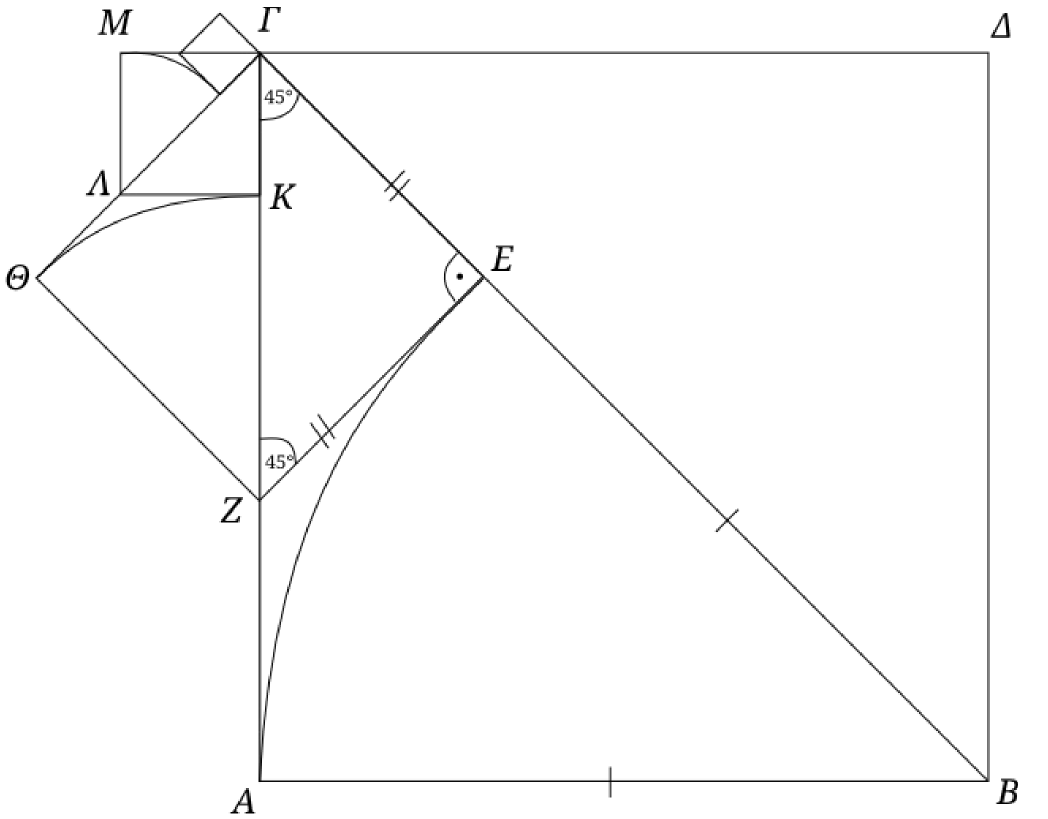
Како је могао изгледати изворни доказ несамерљивости дијагонале и стране квадрата? Једну од најзаступљенијих (и вероватно погрешних) интерпретација понудили су Радемахер и Теплиц, те фон Фриц и Хелер, ослањајући на перипатетички спис *De lineis insecabilibus* [970a 11–14]. Они су претпоставили да се радило о доказу путем Еуклидовог

14 Knorr, W. R. (1975), стр. 21–2.

15 Knorr, W. R. (1975), стр. 47, 22.

16 Knorr, W. R. (1975), стр. 45.

алгоритма:[17]



Слика 2. Доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата Еуклидовим алгоритмом

Нека је дат квадрат *ΑΒΓΔ* (в. слику 2). На датом квадрату примењујемо метод опетованог одузимања (*ἀνθυφαίρεσις*) странице од дијагонале. Дуж *ΓΕ* је резултат одузимања странице *ΑΒ* од дијагонале *ΓΒ* и *ΑΒ* = *ΕΒ*. *Ζ* је тачка у којој нормала на *ΓΒ*, из тачке *Ε*, сече страницу *ΑΓ*. Тада је *ΓΕ* = *ΖΕ* [(∡ *ΓΕΖ* = 90° ∧ ∡ *ΖΓΕ* = 45°) ⇒ (∡ *ΓΖΕ* = 45°)]. *ΓΖ* = *ΓΑ* – *ΖΑ*. Може се конструисати квадрат *ΖΕΘΓ*, чија ће дијагонала бити добијена

17 Rademacher, H., Töplitz, O. (1930), *Von Zahlen und Figuren*, Berlin, стр. 258; Töplitz, O. (1949), *Die Entwicklung der Infinitesimalrechnung*, Berlin – наведено према: Szabo, A. (1978), стр. 210. Heller, S., "Ein Beitrag zur Deutung der Theodoros-Stelle in Platons Dialog *Thaetet*", у: *Centaurus* (1956), бр. 5, стр. 1–58; "Theaetetus Bedeutung als Mathematiker", у: *Sudhofs Archiv* (1967), бр. 51, стр. 55–78, наведено према: Knorr, W. R. (1975), стр. 27–36; уп. Лучић, З. (2009), стр. 107–8. Уп. Лучић, З. (2009), стр. 108.

дуж *ΓZ*, а страница *ZE*. Дуж *ΓK* је резултат одузимања странице *ΘZ* од дијагонале *ΓZ*. Тада је *ΘZ* = *KZ*, а *Λ* је тачка у којој нормала на *ΓZ*, из тачке *K*, сече страницу *ΘΓ*. *ΓK* = *ΛK* (*ΓΛK* је једнакокраки правоугли троугао). *ΓΛ* = *ΓΘ* – *ΛΘ*. Конструише се нови квадрат *ΛKMΓ*, понавља се поступак одузимања странице од дијагонале овог квадрата итд. Читав процес никада се, у ствари, не завршава.

Шабо сматра да изнети доказ почива на *ἀνθυφαίρεσις* и на математичкој индукцији, која, према њему, представља услов могућности увида да се поступак непрекидног одузимања странице од дијагонале квадрата може продужити у бесконачност (неемпиријски појам).[18] Тачно је да се ради о индиректном доказу или доказу рефлексијом, али се математичка индукција нигде не употребљава. Математичком индукцијом доказује се да је једна тврдња истинита за све чланове неког низа. У првом кораку, такозваној бази индукције, доказује се да је тврдња истинита за први члан датог низа. Потом се доказује да је она истинита за сваки члан тог низа. Међутим, у Радермахер-Теплицовој реконструкцији не знамо шта је тврдња коју треба испитати. Уколико је то тврдња о самерљивости дијагонале и странице квадрата, онда се сигурно не ради о математичкој индукцији, јер се тврдња показује неистинитом већ на првом члану низа. Такав доказ био би напросто доказ путем *RAA* и *ἀνθυφαίρεσις*. Уколико би тврдња чију истинитост испитујемо била тврдња о несамерљивости, доказ никако не би могао бити изворан, јер да би се несамерљивост открила, морала је претходно да буде непозната, тј. није се могла претпостављати.

Чини се да доказ несамерљивости Еуклидовим алгоритмом није ни доказ путем *RAA*. Нема тврђења од којег се

18 Szabo, A. (1978), стр. 213 и даље.

полази него се испитује однос дијагонале и странице квадрата, тј. истражује се, поступком непрекидног одузимања, колико се пута страница квадрата садржи у дијагонали, тачније, која је њихова најмања заједничка мера. Показује се да то није могуће утврдити, пошто се увек може конструисати нови квадрат на којем се на описани начин може питати за однос његове странице и дијагонале. Кључни је увид да се тај процес бесконачно понавља. На том мисаоном захвату, односно увиду, почива доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата Еуклидовим алгоритмом, па је неоспорно реч о индиректном доказу.

Било да је Радермахер-Теплицова реконструкција одржива или не, тек од момента открића несамерљивости дијагонале и странице квадрата први пут се појављује разликовање „рационалних” (*ῥηταί*) и „ирационалних” (*ἄλογοι*) величина, односно бројева. Оне величине (дужи, површи) које се могу самерити у дужини или квадрату биће окарактерисане као *ῥηταί*, док су оне које су несамерљиве *и* у квадрату *ἄλογοι* (*df*. X. 1 и X. 2 Еуклидових *Елемената*). Дијагонала квадрата странице 1, у савременој нотацији $\sqrt{2}$, била би стога рационална величина, па се и на том примеру јасно може видети колико се савремени и антички концепти (и)рационалности разликују.[19] Рационалност је за Грке била превасходно геометријски, док је за нас аритметички појам. На тај начин рационалност/ ирационалност схвата и Платон, који у *Држави* помиње „рационалну дијагоналу броја пет”, што је јасан показатељ да је упознат са методом апроксимације ивичних и дијагоналних бројева, тј. нумеричких вредности странице и дијагонале квадрата, али пре свега са геометријским појмом ирационалности без којег поменути

19 Knorr, W. R. (1975), стр. 24–5, као и стр. 15–6.

метод нема смисла.

Уколико је изворни доказ о несамерљивости дијагонале и странице квадрата био индиректан, онда је откриће несамерљивости имало за последицу прелаз са остензивног на индиректни доказ. Тај прелаз био је у датом случају резултат потребе, јер се показало да остензивни доказ не може задовољити. Међутим, питање је да ли је доказ линеарне несамерљивости био доказ Еуклидовим алгоритмом. Сва је прилика да се није радило о изворном доказу, најпре јер је античка грчка математика до тог времена доказивала остензивним путем, а и затим и стога што га сам Еуклид не употребљава за доказивање несамерљивости дијагонале и странице квадрата, иако је став X. 2 *Елемената* посвећен управо поступку *ἀνθυφαίρεσις*. Не само код Еуклида, тај доказ не постоји нигде у изворима.

Аристотелов („Хипасов”) индиректни аритметички доказ о несамерљивости дијагонале и странице квадрата из *Прве аналитике*

Мада Радемахер-Теплицов, односно фон Фриц-Хелеров доказ не постоји у изворима, Шабо сматра да је управо то био оригинални доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата.[20] Тај став је проблематичан из два, узајамно повезана разлога: 1) он захтева развијено апстрактно математичко мишљење, карактеристично за невизуелне доказе, а знамо да је грчка математика тог доба оперисала само примитивнијим, остензивним доказима, одакле следи да је: 2) нужно било методски већ превазићи остензивно доказивање да би се доказ Еуклидовим алгоритмом могао

20 Szabo, A. (1978), стр. 213.

осмислити и извести, што је немогуће.[21] Уз то, ако Радермахер-Теплицова реконструкција стоји и ако је тачка 1) тачна, не види се како би доказ о несамерљивости дијагонале и странице квадрата могао било шта променити у античкој математичкој пракси доказивања, ни зашто пре њега нема ниједног другог доказа тог типа. Кнор оправдано сумња да је Радемахер-Теплицова верзија доказа о несамерљивости дијагонале и странице квадрата оригинална.[22] Мада су грчки математичари V века познавали *ἀνθυφαίρεσις*, он тврди да тај поступак није коришћен за доказивање несамерљивости дијагонале и странице квадрата, тј. да се *ἀνθυφαίρεσις* у изворима никада не употребљава *ad infinituum* за произвођење све мањих и мањих величина у истом односу него, напротив, за произвођење све већих и већих вредности које апроксимизују дати однос, док се актуална несамерљивост односа увек установљава на другачији начин.[23]

Једини доказ о несамерљивости дијагонале и странице квадрата који је експлицитно као такав наведен у изворима, Аристотел је навео у *Првој аналитици,* и то као пример доказивања методом *RAA*. Тај доказ приписије се Хипасу, иако нема извора који би посведочили да је доказ изворно био његов. Аргумент овог доказа дословце гласи: „[...] да је дијагонала несамерљива (*ἀσύμμετρος ἡ διάμετρος*) зато што непарни бројеви постају једнаки парним (*διὰ τὸ γίνεσθαι τὰ περιττὰ ἴσα τοῖς ἀρτίοις*) уколико се постави да је самерљива (*συμμέτρου τεθείσης*). Закључује се (*συλλογίζεται*), дакле, да парни бројеви постају непарнима (*τὸ μὲν οὖν ἴσα γίνεσθαι τὰ περιττὰ τοῖς ἀρτίοις*), а из претпоставке се доказује (*ἐξ ὑποθέσεως δείκνυσιν*) да

21 То увиђа и Шабо, али не повлачи консеквенце. – Уп. *Ibid*.

22 Knorr, W. R. (1975), стр. 22.

23 Knorr, W. R. (1975), стр. 36.

је дијагонала несамерљива (*τὸ δ' ἀσύμμετρον εἶναι τὴν διάμετρον*), пошто из противтврдње (*διὰ τὴν ἀντίφασιν*) следи лаж (*ψεῦδος συμβαίνει*). Управо то јесте закључивање преко немогућег (*τὸ διὰ τοῦ ἀδυνάτου συλλογίσασθαι*): показивање да је нешто немогуће (*ἀδυνάτου*) на основу почетне претпоставке (*διὰ τὴν ἐξ ἀρχῆς ὑπόθεσιν*)” [*An. Pr.* I 23. 41 a 26–33].

Доказ се може схематизовати у савременој нотацији на следећи начин:

Hip. Дијагонала (d) и страница (a) квадрата су самерљиве.

Conseq. Однос a и d може се нумерички изразити као однос два цела, међусобно проста броја p и q, од којих је један паран а други непаран:[24]

$$a : d = p : q$$
$$a^2 : d^2 = p^2 : q^2,$$

па ће на основу Питагорине теореме следити да је $d^2 = 2a^2$ и $p^2 = 2q^2$. Пошто је $p^2 = 2q^2$, p^2 је паран број. Отуда ни p не може бити непаран, јер је производ два непарна броја непаран број (теорема IX. 29 *Еуклидових* Елемената).

Претпоставља се да је однос дијагонале и странице квадрата изражен односом бројева p и q и да су p и q узајамно прости бројеви, што значи да је један од њих паран а други непаран (када би оба била парна, не би били узајамно прости). Ако су p и q узајамно прости бројеви и p је паран број, q мора бити непаран број. Будући да је p паран број, он се може представити као:

$$p = 2k$$
$$p^2 = (2k)^2 = 4k^2$$

Пошто је $p^2 = 2q^2$ и $p^2 = 4k^2$, отуда је $q = 2k^2$, што значи да је

24 Узајамно прости су они бројеви који немају заједничког делиоца осим јединице (*df.* VII.13 *Елемената*). Два природна броја не морају бити проста да би била узајамно проста.

и q паран број. Већ смо показали да q мора бити непаран број, па следи да је q истовремено и паран и непаран број, што је немогуће. Отуда је полазна хипотеза о самерљивости дијагонале и странице квадрата неистинита и даијагонала и страница квадрата нису самерљиве (*RAA*).

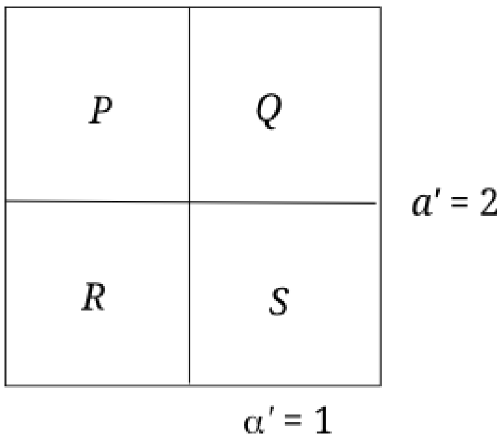
Кнор није веровао ни да ова верзија доказа несамерљивости дијагонале и странице квадрата представља изворну верзију, јер је изворни доказ у складу са тадашњом праксом доказивања морао имати и дијаграм, тј. морало се радити о остензивном доказу.[25] Дакле, ако се потреба за прелазом на другачији начин доказивања није јавила пре тог случаја и ако је истинита теза да доказ о несамерљивости дијагонале и странице квадрата није могао изгледати онако како су га реконструисали Радемахер и Теплиц, онда је тај доказ, под претпоставком да је био геометријски, морао личити на математички задатак који Платон наводи у *Менону*. Кнор, наиме, верује да дијаграм математичког задатка из Платоновог дијалога *Менон* представља дијаграм изворног доказа о несамерљивости дијагонале и странице квадрата, на основу чега настоји да реконструише и сам изворни доказ.

Доказ из *Менона* и Кнорова реконструкција изворног доказа о несамерљивости дијагонале и странице квадрата

Погледајмо најпре како је изгледао доказ из Платоновог дијалога *Менон*. Платонов Сократ најпре црта квадрат странице $a' = 2$ који дели на четири једнаке површи, назовимо их P, Q, R и S.[26] Свака од ових површи је квадрат, а страница

25 Уп. Knorr, W. R. (1976), стр. 23–5.
26 Да бих избегла конфузију у вези са јединицама мере, решила сам да не

сваког од тих квадрата, назовимо је *α'*, износи половину странице *α*, односно α' = 1. Затим Сократ пита роба колика ће бити површина квадрата странице *α*, односно колико износи *P* + *Q* + *R* + *S* и наводи га на исправан одговор: 4. Потом поставља кључно питање: „Да ли би могао постојати неки други простор двоструко већи од овога, али *сличан*, који би такође све линије имао једнаке?” [*Men*., 82 d5–6]. Другим речима, Сократ пита *да ли је могућ* квадрат дупло веће површине од квадрата површине *P* + *Q* + *R* + *S*. Роб одговара потврдно и слажу се да површина тог новог квадрата износи 8 (в. слику 3).

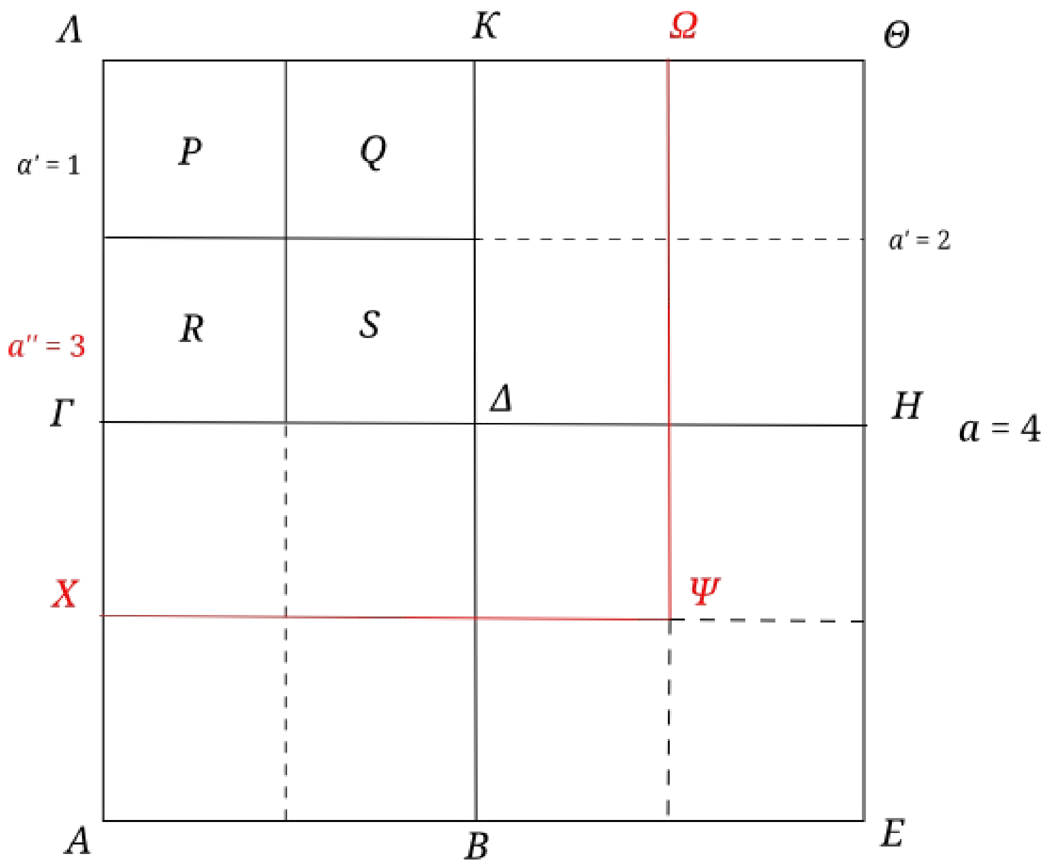


Слика 3.

Сократ сада поставља питање колико би износила страна квадрата чија површина износи 8. Пошто је површина тог квадрата дупло већа од површине квадрата који се састоји од површи *P, Q, R* и *S,* роб неистинито мисли да ће онда и страна тог новог квадрата бити дупло већа од стране *a'* = 2, односно да ће дужина те стране износити 4. Да би показао робу да греши, Сократ удвостручује сваку страну *a'* и црта нови квадрат *ΑΕΘΛ*, који је састављен од четири подударна

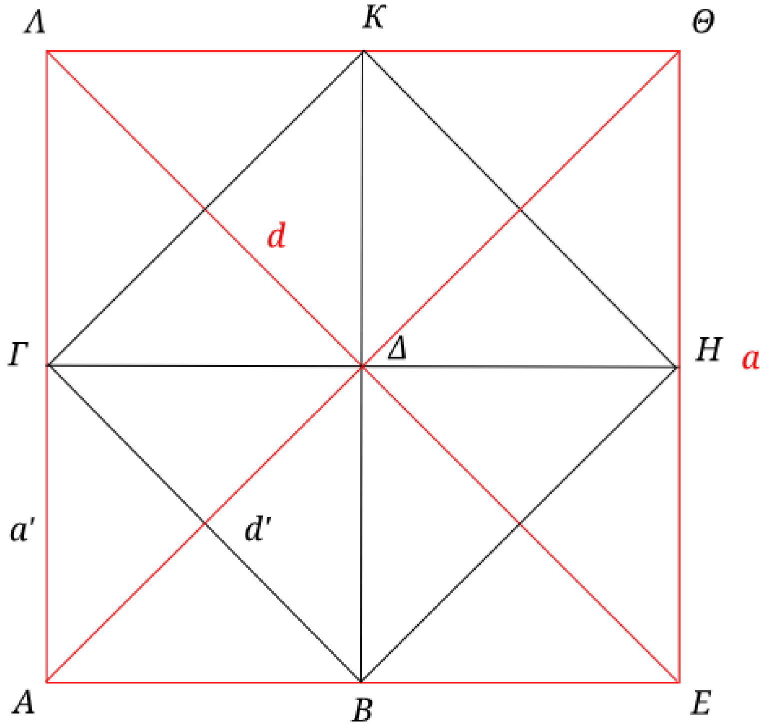
ствљам ознаке за њих.

квадрата *ABΓΔ*, *BEΔH*, *KΘΔH* и *ΛKΓΔ* (в. слику 4). Уз помоћ дијаграма, дакле, остензивним путем, Сократ првобитну робову тврдњу да површина квадрата *AEΘΛ* износи 8 своди на апсурд, после чега роб увиђа да површина квадрата *AEΘΛ* износи 16.



Слика 4.

Сократ примећује да је квадрат *AEΘΛ* четири пута већи од квадрата *ΛKΓΔ* (односно од квадрата *ABΔΓ*, односно квадрата *BEΔH*, односно квадрата *KΘΔH*), а да је квадрат који се тражи, квадрат површине 8, два пута већи од *ΛKΓΔ*. Отуда би тражени квадрат површине 8 требало да буде „између” *AEΘΛ* и *ΛKΓΔ*, па пошто је a = 4 и a' = 2, роб закључује да би страница траженог квадрата требало да износи 3. Сократ онда продужава страницу *а'* да би направио нову дуж *АК*, затим црта нови квадрат *ΧΨΛΩ* чија ће страница бити *АК*, тј. *а''* = 3 (в. слику 4) и коначно, наводи роба да увиди да ће, ако је *а''* = 3, површина квадрата *ΧΨΛΩ* бити 9, а не 8. Потом тражи од роба да му покаже која страна ће производити квадрат површине 8. Роб не зна одговор и потпуно је збуњен. Сократ му показује да се квадрат површине 8 добија од дијагонале а не од странице квадрата *ΑΒΔΓ,* тако што сабира троуглове који настају разлагањем квадрата *ΛΚΓΔ*, *ΑΒΔΓ,* *ΒΕΔΗ*, *ΚΘΔΗ* дијагоналама *ΑΔ*, *ΓΒ, ΒΗ, ΔΕ, ΗΚ, ΔΘ, ΚΓ* и *ΛΔ* (в. слику 5, *Мен*., 84 d1–85 b5).



Слика 5.

Као што се може видети, изнети доказ да се квадрат површине 8 добија од дијагонале, а не од странице квадрата површине 4 је остензиван. Међутим, да ли се истовремено ради о доказу о несамерљивости дијагонале и странице квадрата? Платонов Сократ је остензивним путем показао да се квадрат површине 8 не може добити од страница дужине 2, 3 и 4. Површине њихових квадрата су, наиме, 4, 9 и 16. Да би се радило о доказу несамерљивости дијагонале и странице квадрата, требало би доказати да $\sqrt{8}$, а у крајњем $\sqrt{2}$ није рационалан број, односно требало би доказати да ниједан број облика $2p^2$ није потпун квадрат, што значи да се не може добити множењем два једнака чиниоца. Платонов Сократ то није доказивао. Он је само показао да се страна квадрата површине 8 не може наћи међу дужинама 2, 3 и 4, што значи да се она не може изразити целим бројем. Да би се доказало да $\sqrt{8}$ није рационалан број, Сократ је морао показати да се квадрат површине 8 не може добити ни од делова страница 2, 3 и 4. Другим речима, требало је да изврши анализу проблема, што није урадио. Отуда Сократов доказ доказује само да се квадрат двоструке површине од задатог квадрата добија од дијагонале задатог квадрата, али не каже ништа о томе да ли је број којим је та дијагонала изражена рационалан или не, тј. не показује да су дијагонала и страница квадрата несамерљиве.

Кнор, међутим, сматра да се изворни доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата може добити на основу дијаграма из *Менона*. Он предлаже индиректни доказ путем *reductio ad absurdum*, у којем комбинује класични аритметички доказ из *Прве Аналитике* са дијаграмом из поменутог Платоновог дијалога. Реферишући да дијаграм из *Менона*, Кнор се пита колико се пута дијагонала *ГВ* садржи у страници *АЕ*, односно *ГН*, квадрата *АЕΘЛ*.[27] Када би ГН и ГВ биле самерљиве, свака од њих

27 Knorr, W. R. (1975), стр. 26–8. Осим наведених доказа, Кнор наводи још неколико могућих кандидата за првобитни доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата, али их све одбацијује углавном због тога што сматра да је ниво захтевности конструкција или теорема у њима сувише висок за грчку математику с краја V века.

представљала би одређени мултиплум њихове најмање заједничке мере [на основу VII. *df*. 14 и VII. *df*. 15 Еуклидових *Елемената,* као и на основу става VII. 2]. Ради једноставности, каже Кнор, можемо захтевати да су се *ГН* и *ГВ* међусобно односе као узајамно прости бројеви, тј. као бројеви који немају заједничких делилаца осим јединице [*Elem*., VII. *df*. 13, уп. став VII. 1]. Квадрати *АЕΘΛ* и *ГВНК* редом на странама *АЕ* и *ГВ* могу се представити као квадратни бројеви (потпуни квадрати). Квадратни бројеви су површински бројеви једнаких страна, односно бројеви који настају као резултат множења два иста фактора [*Elem*., VII. *df*. 19].[28] На основу дијаграма очигледно је да је квадрат *АЕΘΛ* двоструки квадрат *ГВНК*, одакле следи да је квадратни број *АЕΘΛ* паран. Пошто је он паран, онда и његова страница *ГН* мора бити парна [*Elem*., IX. 29; уп. IX. 21]. Пошто је *АЕΘΛ* парно и *ГН* је парно, *АЕΘΛ* је дељиво са 4, што је видљиво и на основу дијаграма (*АЕΘΛ* = 4*АВΔГ*, *АВΔГ* = *ВЕНΔ* = *КΘΔН* = *ΛКГΔ*). *ГВНК* износи половину *АЕΘΛ* и *АЕΘΛ* је дељиво са 4, па је *ГВНК* дељиво са 2, што значи да је и *ГВНК* је парно. То се, такође, види на основу дијаграма: *ГВНК* = 2*АВΔГ*, *АВΔГ* = *ВЕНΔ* = *КΘΔН* = *ΛКГΔ*. Ако је *ГВНК* парно биће и *ГВ* парно. Показује се да су *ГВ* и *ГН* оба парни бројеви, одакле следи да они нису узајамно прости бројеви, то јест да је полазна хипотеза неистинита, па дужи *ГН* и *ГВ* морају бити несамерљиве (*RAA*).[29]

Проблем са овом интерпретацијом је што укључује *RAA,* дакле, што је изворни доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата заправо индиректни доказ. Осим тога,

---

28 Knorr, W. R. (1975), стр. 27.

29 Knorr, W. R. (1975), стр. 26–7. Осим наведених доказа, Кнор наводи још неколико могућих кандидата за првобитни доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата, али их све одбацијује углавном због тога што сматра да је ниво захтевности конструкција или теорема у њима сувише висок за грчку математику с краја V века.

ради се о геометријском доказу, док је ранопитагорејска математика превасходно била аритметички оријентисана. Наш математичар Зоран Лучић сматра да Кноров доказ стога не може бити ваљан кандидат за изворни доказ несамерљивости, него да тај доказ, напротив, представља геометријску интерпретацију изворног доказа несамерљивости дијагонале и странице квадрата, који је, по Лучићу, морао бити аритметички и остензиван. Овај аутор понудио је такву реконструкцију доказа несамерљивости и у наставку ћу је изложити. Међутим, да би се та реконструкција могла разумети, претходно је потребно укратко објаснити неке од античких математичких начина решавања проблема, пре свега поступак анализе (*ἀνάλυσις*), јер је Лучићев доказ управо пример примене тог поступка у доказивању. Осим тога, антички математички поступци решавања проблема од значаја су и за Платоново разумевање метода у дијалозима средњег периода, па је то разлог више да им се посвети потребна пажња.

Διορισμός, ἀπαγωγή и *ἀνάλυσις* – – античка математичка пракса решавања проблема

Грчка математичка пракса познавала је више поступка решавања проблема, али су најпознатији од њих 1) редукција проблема на други, једноставнији проблем (*ἀπαγωγή*), чије је решење уједно решење почетног проблема, 2) метод математичке анализе (*ἀνάλυσις*) и 3) метод *RAA* (*ἡ εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγή*) као варијанта математичке анализе.[30] Сами метод *RAA* може се посматрати као варијанта математичке анализе,

30 Heath, Th. L., (1921), стр. 5–6 *online* верзије, доступне на: http://www.ellopos.net/elpenor/greek-texts/ancient-greece/greek-mathematics-astronomy.asp, као и Heath, Th. L. (1968)I, стр. 371–2.

те редукције, што се, уосталом, може закључити већ на основу његовог грчког назива. Почетни став који треба доказати или оповрћи у *RAA* најпре се претпоставља као истинит, а онда се редукује на нешто једноставније, за шта се лакше може утврдити је ли истинито или лажно. Уколико се у том поступку јави противречност, очито је да се ради о лажном ставу који се потом као такав и одбацује, уз истовремено прихватање његове супротности. Карактеристика сва три поступка је да их је, по својој прилици, први именовао Аристотел, иако су у математици примењивани много пре њега, да су, такође, касније били развијани и систематизовани и коначно, да су често унутар конкретног доказа или проблема тако испреплетани да се само формално могу разликовати.

Најпознатији пример *ἀπαγωγή* је редукција Хипократа са Хиоса проблема удвостручења коцке на проблем проналажења два средње пропорционална члана (геометријске средине) у непрекидној пропорцији између две дужи. Поступак математичке анализе представља регресивни поступак доказивања, односно решавања неког проблема, у којем се оно што треба доказати или конструисати прихвата као да важи (да је већ конструисано), а затим се траже основи или принципи, претходно доказане теореме или конструкцијски потези, на основу којих је то могуће учинити. Метод подразумева напредак од сложенијег и „потоњег” ка једноставнијем и основнијем („првотнијем”), тј. напредује регресивно од резултата ка трансценденталним условима, а главни циљ је идентификација одговарајућих принципа (теорема, конструкцијских потеза) којима ће се проблем редуковати на скуп једноставнијих проблема, који су или претходно већ решени или се лако могу решити. Према томе, поступак математичке анализе заправо је уједно и *ἀπαγωγή*.

Када се то учини, други део поступка је синтеза (*σύνθεσις*): резултат се прогресивно објашњава или дедукује, тј. оправдава из идентификованих принципа.

Поступак дискусије или разматрања услова под којима је неки проблем могуће решити познат је у античкој пракси решавања математичких проблема као „*διορισμός*" (дословно: „дискусија") и претежно се поставља код конструкцијских проблема. У ствари, употреба термина „*διορισμός*" везана је за доказни поступак у античкој математици у два различита смисла. У првом смислу, то је један од елемената античког доказа и односи се на поновно тврђење онога што треба доказати, али не у општим терминима као у самој теореми, већ према појединачним, конкретним подацима којима се креће доказни поступак. У том контексту Еуклид примењује *διορισμός* у *Елементима*. На пример, ако теорема гласи: „Ако су код два троугла две стране једног једнаке двема странама другог, и то одговарајућим, и угао првог, који образују стране једнаке странама другог, већи од таквог угла другог троугла, онда је основица првог већа од основице другог", *διορισμός* ће гласити: „Тврдим да је основица ВГ већа од основице *EZ*" [*Elem.* теорема I.24].[31] У другом смислу, *διορισμός* расправља претходне услове које треба испунити да би се конструкцијски проблем решио.

Мада су у принципу врло слични, *διορισμός* се од *ἀπαγωγή* разликује по томе што не решава проблем него само поставља услове које треба испунити да би се проблем решио. На пример, теорема I.22 Еуклидових *Елемената* у целини гласи: „Од три дужи, које су једнаке трима датим дужима,[32]

31 Уп. Netz, R. (2004), стр. 10–11.

32 У Билимовићевом преводу уместо термина „дуж" у теореми I.22 стоји термин „права". Употребила сам израз „дужи" уместо „праве", јер је то оно што су Грци заправо подразумевали под правом линијом.

начинити троугао; при томе збир двеју, произвољно узетих, мора бити већи од треће, јер је у сваком троуглу збир двеју, произвољно узетих, страна већи од преостале стране.” Дат је конструкцијски проблем: од три дате дужи треба конструисати троугао. Да би се то уопште могло урадити, неопходно је да буде задовољен услов (*διορισμός*): збир две произвољно узете стране мора бити већи од треће, јер је у сваком троуглу збир двеју произвољно узетих страна већи од преостале стране. Услов је изложен и доказан као засебна теорема I. 20 Еуклидових *Елемената*, али у теореми I. 22 служи као трансцендентални услов конструкције. Ако се тај услов може задовољити, тј. уколико су три дате дужи такве да је збир двеју, произвољно узетих, већи од треће, конструкција троугла је могућа; уколико не, троугао се не може конструисати. Чињеница да је у сваком троуглу збир двеју произвољно узетих страна већи од треће не решава проблем конструкције троугла од датих дужи. *Διορισμός* само поставља услов: да би се могао конструисати троугао од датих дужи, оне морају бити такве да је збир двеју, произвољно узетих, већи од треће. Уколико је тај услов задовољен, онда започиње конкретни поступак конструкције.

У наредном поглављу настојаћу да покажем да у дијалозима средњег периода, пре свега у *Менону* Платон непосредно примењује управо *διορισμός* у оквиру филозофске аргументације. То ће потврдити и схематски приказ два доказа из поменутог дијалога и из *Федона*, који ћу такође приложити. Не намеравам да тврдим да је Платонов метод у списима средњег периода математички, али верујем да постоје прилично уверљиве индиције да је дотични метод био битно моделован по узору на математички. На крају наредног поглавља посебно ћу размотрити однос математичког и филозофског метода истраживања из хипотеза.

Но, кренимо редом. Најпре треба изложити аритметички остензивни доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата, јер је то еклатантни пример примене античког поступка анализе, али укључује и редукцију, па и *διορισμός*.

Лучићева реконструкција аритметичког остензивног доказа несамерљивости дијагонале и странице квадрата

У тексту „Irrationality of the Square Root of Two: The Early Pythagorean Proof, Theodorus' and Theaetetus' Generalisations” Лучић је изнео хипотезу да је изворни питагорејски доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата, односно ирационалности $\sqrt{2}$, највероватније био аритметички остензивни, да је користио *ψηφοφορία*-у, представљање бројева облуцима, и ранопитагорејску теорију о парном и непарном. Аутор је до тог закључка дошао с обзиром на то да су се рани питагорејци првенствено бавили аритметиком и да је рана питагорејска аритемтика била заснована на теорији о парном и непарном, а да се за доказивање користила *ψηφοφορία*.[33] Пошто знамо како су питагорејци представљали бројеве облуцима и пошто је доказано да се сви значајни ставови питагорејске теорије о парном и непарном могу наћи у *Елементима* (ставови IX. 21–34), могуће је извршити реконструкцију изворног питагорејског аритметичког, остензивног доказа.[34] За ту реконструкцију од значаја су ставови управо поменути ставови *Елемената*, јер је у њима садржано питагорејско учење о парном и непарном. Међу

33 Уп. Lučić, Z. (2015), стр. 2.

34 *Ibid.*

њима су за доказ посебно значајни ставови IX. 28, 29, 32, 33, а нарочито став IX. 34 на којем ова реконструкција доказа суштински почива. Ставом IX. 34 тврди се да ако број не припада ни бројевима који се добијају од двојке непрекидним удвостручавањем, ни бројевима који имају непарну половину, онда је тај број парно-паран или парно-непаран.

У питању је рефлексија на ставове IX. 32 и IX. 33. Првим се тврди да број који се добија од двојке непрекидним удвостручавањем – дакле, број облика 2^n – може бити само парно-парни број, односно број који се мери парним бројем паран број пута [уп. VII. *df.* 8]. Ставом IX. 33 тврди се да ако број има непарну половину, он може бити само парно-непаран, односно број који се мери непарним бројем паран број пута [уп. VII. *df.* 10]. Док број облика 2^n може бити само парно-паран, а број који има непарну половину само парно-непаран, сви други бројеви могу могу бити парно-парни или парно-непарни, односно могу имати оба облика [став IX. 34]. Дакле, ставом IX. 34 каже се да сваки парни број има 1) један непарни чинилац различит од јединице, док су му други чиниоци једнаки 2, или 2) све чиниоце једнаке броју 2. Отуда се сваки парни број може записати у облику $c \cdot 2^m$ $(m \geqslant 1)$, где је $c = 1$ (што значи да су сви чиниоци парног броја двојке) или је $c \neq 1$, што пак значи да паран број има један непарни чинилац различит од јединице, док су му други чиниоци једнаки 2.[35]

Еуклид ову теорему доказује непрекидним половиљењем, започињући од једног парног броја; нека је то p. Ако је $\frac{p}{2}$ паран број, може се поново половити, све док се не дође до броја два, који Еуклид даље не дели, пошто јединица за њега није број него основ броја [в. поглавље о броју овог рада]. Ако је, дакле, $\frac{p}{2}$ паран број, тада је $p = 2^m$. Ако је $\frac{p}{2}$ непаран број,

35 Lučić, Z. (2015), стр. 3.

различит од 1, p је производ тог непарног броја и производа чинилаца који су једнаки двојци, што значи да је у крајњем случају р = $3 \cdot 2^m$ и $m \geqslant 1$.[36]

На основу изложеног, може се реконструисати општи облик доказа ирационалности $\sqrt{2}$. Доказ на аритметички начин настоји да одговори на питање које је Сократ поставио робу у Менону: полазећи од неког датог квадрата, да ли је могућ двоструки квадрат који ће бити потпун квадрат?

Доказ:

Истражујемо да ли је могућ квадрат, такав да је $q^2 = 2p^2$. Јасно је да је q^2 паран број и да је стога и q паран број, пошто непарни број може произвести само непарни квадрат [уп. *Elem.*, IX. 29]. Пошто је q паран број, онда је $q = 2r$. Дакле:

$$q = 2r,$$

$$(2r)^2 = 2p^2,$$

$$4r^2 = 2p^2,$$

$$2r^2 = p^2,$$

што значи да је и p^2 паран број, а самим тим и p је паран број.

На основу теореме IX. 34, $q = a \cdot 2^n$ и $p = c \cdot 2^m$, где су a и c непарни бројеви једнаки јединици или различити од ње, а $1 \leq m < n$. Отуда је $2p^2 = 2\left(c \cdot 2^m\right)^2 = 2c^2\left(2^m\right)^2 = 2c^2 \cdot 2^{m \cdot 2} = 2c^2 2^{2m}$. Сада, $q^2 = 2p^2$ ако и само ако су њихове четвртине једнаке $\left(\frac{q}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{p}{2}\right)^2$, односно ако и само ако $\frac{q^2}{4} = \frac{2 \cdot p^2}{4}$. Отуда, $2p^2$ је потпун квадрат акко је $\frac{2 \cdot p^2}{4}$ потпун квадрат. Пошто је $2p^2 = 2c^2 2^{2m}$, $2c^2 2^{2m}$ је потпун квадрат акко је $2c^2 2^{2(m-1)}$ такође потпун квадрат.[37]

Добијамо услов да је $2c^2 2^m$ потпун квадрат акко је

36 Lučić, Z. (2015), стр. 3.

37 *Ibid.*

$2c^2 2^{2(m-1)}$ потупун квадрат акко је $2c^2 2^{2(m-2)}$ потпун квадрат итд., то јест $2c^2 2^m$ је потпун квадрат акко су $2c^2 2^{2(m-1)}$, $2c^2 2^{2(m-2)}$, … , $2c^2 \cdot 2^2$, $2c^2$ потпуни квадрати. Дакле, проблем се решава анализом и редукцијом на низ једноставнијих проблема. Ако успемо да покажемо да је $2c^2$ потпун квадрат, биће и $2p^2$ потпун квадрат.

Ако је c непаран број различит од 1, онда $2c^2$ није потпун квадрат јер c је паран број ако је $2c^2$ потпун квадрат. Потпун квадрат је, наиме, парно-парни број, па зато ако је $2c^2$ потпун квадрат c може бити паран број. Ако је c непаран број различит од 1, $2c^2$ биће производ парног броја два и непарног квадрата (IX. 29), односно биће парно-непаран број, па неће моћи бити потпун квадрат. Отуда се повратно закључује да ни $2c^2 2^m$ није потпун квадрат, па самим тим, пошто $2p^2 = 2c^2 2^m$, ни $2p^2$ није потпун квадрат.

Ако је c пак једнако 1, онда ће $2p^2 = 2 \cdot 1 \cdot 2^m$ бити потпун квадрат акко су $2 \cdot 2^{2(m-1)}$, $2 \cdot 2^{2(m-2)}$, … , $2 \cdot 2^2$ потпуни квадрати. Међутим, $2 \cdot 2^2 = 8$ није потпун квадрат (*Менон!*), па отуда ни $2 \cdot 2^m$ није потпун квадрат, односно $2p^2$ није потпун квадрат.

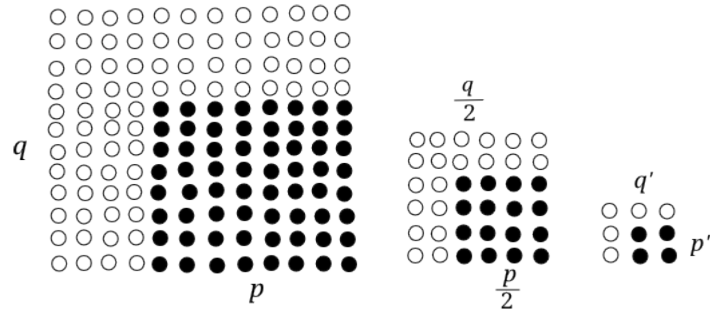
Према томе, било да је c једнако или различито од 1, $2p^2$ није потпун квадрат, па отуда ни p није рационалан број.[38]

Пошто је доказ изведен у општој форми, Лучић га изводи и конкретно, употребљавајући дијаграм. То би требало да пуде реконструкција ранопитагорејског остензивног аритметичког доказа ирационалности $\sqrt{2}$.[39]

---

38 Lučić, Z. (2015), стр. 3–4.

39 Lučić, Z. (2015), стр. 4.



Слика 6. Ранопитагорејски доказ ирационалности $\sqrt{2}$ *псефофоријом*

Нека су псефофоријом представљена два цела броја p и q и нека је $p<q$ (в. слику 6). Број каменчића у квадрату чија је страница цео број q је паран јер је по претпоставци $q^2 = 2p^2$. Пошто је q^2 паран и добијен је множењем два иста чиниоца, $q^2 = q \cdot q$, и пошто квадрат непарног броја може бити само непаран број [*Elem.*, IX. 29], следи да је q паран број, а q^2 парно-паран број [*Elem.*, VII. *df.* 8]. Пошто је q^2 парно-паран број, значи да ће и његова половина бити паран број, па ће, због полазне претпоставке и p^2 бити паран број. Или, може се и овако показати: ако је q паран број, $q = 2r$; пошто је $q^2 = 2p^2$, отуда је и $(2r)^2 = 2p^2$, односно $2r^2 = p^2$, па је и p^2 паран број. Ако је p^2 паран број, онда је и p паран број.

С обзиром на став IX. 34 *Елемената* и као што је показано у општем случају доказа, непрекидном дихотомијом, односно анализом проблема, проблем се на крају своди на питање постоји ли потпун квадрат такав да је $q'^2 = 2p'^2$, где је $p' = \frac{p}{2^m}$ који може бити непаран број различит од 1 или може бити једнак 2. Односно, добијамо низ парова бројева:

$$(q, p), \left(\frac{q}{2}, \frac{p}{2}\right), \left(\frac{q}{4}, \frac{p}{4}\right), \ldots, \left(\frac{q}{2^{m-1}}, \frac{p}{2^{m-1}}\right), \left(\frac{q}{2^m}, \frac{p}{2^m}\right),$$

у којем су сви бројеви парни, осим што последњи може бити непаран број различит од 1 код којег се дихотомија завршава. Пар (q, p) постоји акко постоји пар $\left(\frac{q}{2^m}, \frac{p}{2^m}\right)$, односно, као што је већ речено, $2p'^2$ биће потпун квадрат акко је $\frac{p}{2^m}$ потпун квадрат [уп. Лучић, З. (2015), стр. 4].

Сада, ако је $p' = \frac{p}{2^m}$ непаран број, онда $2p'^2$ није потпун квадрат јер потпун квадрат може настати само од парног целог броја. Отуда ни $2p^2$ није потпун квадрат. Ако је $p' = \frac{p}{2^m} = 2$, $2p'^2 = 8$, а 8 није потпун квадрат. Отуда, ни $2p^2$ није потпун квадрат, па $2p^2$ у сваком случају није потпун квадрат. Према томе, не постоји цео број q чији је квадрат два пута већи од квадрата целог броја p [*ibid*].

Нема сумње да је питагорејски доказ о ирационалности $\sqrt{2}$ заувек променио античку грчку математику. Али, уколико је Лучићева реконструкција тачна, он је утицао и на *Платона*. Да је утицао на Платонову филозофску позицију, показаће се у четвртом поглављу рада. Но, овде видимо да је Платон у *Менону* извео поједностављену и геометријску верзију аритметичког остензивног питагорејског доказа. Наравно, немамо начина да знамо да ли је Платон знао баш тај, ранопитагорејски доказ, али судећи по *Менону*, чини се да јесте. Уколико је то тачно, поставља се питање зашто је Платон, који је иначе и сам заступао аритметичку теорију броја, у *Менону* изложио геометријски доказ. Одговор може бити или да ранопитагорејски доказ није познавао, што је мало вероватно с обзиром да се доказ из *Менона* може посматрати као геометријска интерпретација изворног питагорејског доказа, или пак тај да се за геометријски доказ определио у поменутом дијалогу само зато што је тај доказ једноставнији. Но да је Платон у сваком случају познавао неку верзију доказа о несамерљивости дијагонале и странице квадрата – у то, као што ће се у овом раду показати, уопште не треба сумњати.

II

МЕТОД ИСТРАЖИВАЊА ИЗ ХИПОТЕЗА У ДИЈАЛОЗИМА *МЕНОН* И *ФЕДОН*

Питање метода присутно је, у имплицитном или експлицитном виду, готово у свим Платоновим дијалозима. Почев од раних дијалога у којима доминира тзв. сократски еленхус (*elenchus socraticus*), преко дијалогâ средњег периода, у којима се овај напушта у корист метода истраживања из хипотеза, затим преко критике потоњег у *Држави* у корист дијалектике, али и његове поновне *de facto* интеграције у *Пармениду*, све до формулисања логичког метода деобе и класификације појмова у *Софисту*, потрага за артикулацијом ваљаног метода истраживања никада није напуштала Платона. Сталне промене, реформе у том смислу последица су константног трагања за истином. Превасходни разлог вероватно почива у Платоновом незадовољству због општег релативизма који је следио из учења софиста. Насупрот њима, било је потребно показати да је знање не само могуће него да, да би могло бити квалификовано као знање, мора задовољити ригидне критеријуме. Други битан момент могло је бити фактичко проширивање Платоновог знања математике. Познато је да је овај мислилац у два наврата посећивао Тарент, 388/7. и 367. године, када је боравио код у то време вероватно највећег математичара античког грчког света, Архите. Колико је ценио Архиту види се и из тога што је потоњи вероватно представљао узор за лик „краља-филозофа" из *Државе*.[40] Осим што је био математичар и аутор првог списа из механике античког света, Архита је у Таренту седам пута биран за стратега са неограниченом влашћу, а због високе моралности уживао је велики углед у својој средини [*DK I*, 47 A1, A2].

Да је Платон на Таренту, највероватније подучаван од стране самог Архите, проширио своје математичко знање и увидео његов значај за мишљење уопште, индиректно сведочи *Менон* – дијалог који је настао готово одмах по повратку са првог боравка на Таренту. За разлику од тзв. раних дијалога, *Менон* не само да обилује математичким појмовима и илустрацијама него први пут имплиците уводи методски поступак, касније у *Федону* назван „истраживање из хипотеза (*ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖν*)" у Платонову филозофију. Форма поступка је *διορισμός*, дискусија услова под којима је неки проблем могуће решити, и инхерентно припада античком поступку математичког доказивања. У *Федону* Платон даље наставља ток истраживања подузет у *Менону*. *Διορισμός* се напушта, али се истраживање из хипотеза развија у целости, потпуно попримајући форму индиректног математичког доказа – доказивање из хипотеза уз *reductio ad absurdum*. Мада већ тада назван „другом пловидбом", то јест, да се тако изразим, „*second best*"-методом истраживања онда када нам

40 Vlastos, G. (1991), стр. 129., као и Guthrie, W. K. C. (1962)I, стр. 333.

непосредни увид у истину није доступан, питање да ли је Платонов метод у *Федону* заправо математички метод примењен у филозофији, добија одређену тежину. У зависности од тога у којој мери математичка процедура „схематизује” структуру филозофског доказа, дотично питање не може се занемарити, односно уколико се покаже да она то успешно чини, дужни смо да на њега одговоримо.

Како год ствар стајала у том погледу, нема сумње да *Држава* представља истовремени врхунац и превазилажење математике као евентуалног методског топоса филозофског истраживања. Врхунац, јер се математичко образовање уводи као незаобилазни и вероватно кључни део филозофске наобразбе, домен у којем се душа учи апстрактном мишљењу, тако важном за филозофију; то посебно важи за геометрију, која, као „сазнање оног вечног”, „приморава душу да усмери свој поглед нагоре” [*Resp*., 527 b6–7, 529 a2–3, 521 c3–4]; превазилажење, јер се хипотезе по први пут разумеју као оно што изворно јесу – претпоставке, тек постављене, само условног а не апсолутног важења. Отуда за Платона следи и хипотетички, те нерефлектовани карактер математичког знања, које супротставља филозофском знању. По њему, разлика у степену и утемељености увида филозофа и математичара последица је (мада не одлучујуће, но ипак битно) примене различитих метода у ове две науке. Филозоф примењује дијалектику а не истраживање из хипотеза, и то је методолошка новина *Државе* у односу на *Федон*.

Циљ моје анализе уско је и конкретно одређен: истражити Платонов хипотетички метод у дијалозима средњег периода у светлу античког поступка доказивања у математици и утврдити да ли је и у којој мери математичка процедура присутна у Платоновом поступку истраживању из хипотеза; на тај начин, одговорити на питање да ли Платон у дијалозима средњег периода, заправо, само примењује математички метод у филозофији. Уколико се Платонови докази овим поступком могу доследно „схематизовати” у складу са математичком процедуром, сматраћу да је Платон артикулисао метод анализе у дијалозима средњег периода битно под утицајем математичког доказног поступка. Ако у томе не буде присутан ниједан неинтринсично математички методски елемент, размотрићу питање да ли то доиста имплицује да је Платон у *Менону* и *Федону* тек применио математички метод у филозофском истраживању. (Наравно, то ће битно зависити и од тога да ли је у Платоновим доказима присутан *reductio ad absurdum*, који је неизоставан део математичког доказа.) На крају ћу испитати и да ли је Платон у *Држави* доиста увео методску новину у односу на *Федон*, тј. да ли платоновски одређена дијалектика заиста трансцендира истраживање из хипотеза. Тек тада, не пре, биће могуће пружити консеквентан одговор на проблем метода у *Федону*, чиме ће се уједно осветлити евентуална разлика између артикулације и примене математичког поступка истраживања у филозофији. По мом уверењу, тиме би разлика између природе математичког, тј. научног уопште, и филозофског знања била додатно расветљена.

Но, да би се уопште могло расправљати о неком методу истраживања из хипотеза код Платона, претходно треба размотрити значење самог појма хипотезе (*ὑπόθεσις*) у античкој грчкој науци и код овог мислиоца.

Платоново одређење појма *ὑπόθεσις*

Значење античког појма хипотезе не може се разматрати одвојено од схватања доказа и праксе доказивања у античкој грчкој науци. Колику важност сам Платон придаје научним доказима може се сагледати из ставова изнетих, на пример, у *Теетету* и *Федону,* где се јасно разликују строги, аподиктички докази утемељени на „нужном образложењу” (*ἀπόδειξιν δὲ καὶ ἀνάγκην*) од оних који се „темеље на вероватности и могућности” (*ἀποδέξεσθε πιθανολογίᾳ τε καὶ εἰκόσι περὶ τηλικούτων λεγομένους λόγους*) [*Theaet.*, 162 e–163 a]. Док су потоњи окарактерисани као пуко „хвалисање”, први су „изречени на веома прихватљивом основу”, где је за „основ” употребљен термин „*ὑπόθεσις*” [*Phd.,* 92 d]. За пример „говора”, односно доказа (*λόγος*) „изреченог на веома прихватљивом основу” у *Федону* је наведен доказ о сећању и учењу. Пошто је назначио да се о метафизичким питањима „у овом животу” ништа поуздано не може сазнати, Симија, Сократов саговорник у овом дијалогу, истиче да се „једно [...] ипак мора [...] постићи: [...] прихватити бар најбољи и најнеоборивији доказ људски (*τὸν γοῦν βέλτιστον τῶν ἀνθρωπίνων λόγων λαβόντα καὶ δυσεξελεγκτότατον*) и на њему, као на чамцу пркосећи опасности, пребродити живот, ако не би коме успело да га поузданије и безбедније превали на јачој галији, тј. на божанској речи каквој.” [*Phd.*, 85 c2–d4].

Differentia specifica научног доказа и истовремено критеријум демаркације научних доказа од ненаучних за Платона јесте форма строгости, а математички докази из геометрије, по његовом мишљењу, у том погледу представљају парадигму. На наведеним местима Платон, осим уобичајеног термина за доказ, „*ἀπόδειξις*”, користи и термин „*λόγος*”.[41] Последњи навод је посебно занимљив, јер се у њему препознаје аналогија са методом истраживања који је Платон предложио у *Менону.* Наиме, теза изречена у *Федону,* да

41 О појму логос-а у значењу хипотезе и дефиниције, уп. Деретић, И. (2009), стр. 82–101.

уколико није могуће за живота обавестити се ни сам наћи како ствар стоји са питањима бесмртности, треба прихватити најбољи и најнеоповргљивији људски доказ о томе, одговара поступку истраживања питања може ли се врлина поучити ако се не располаже дефиницијом врлине, који је изложен у *Менону*. Ради се о помоћном поступку којим заобилазним путем долазимо до истине онда када нам непосредно знање о предмету (тј. његова дефиниција) није доступно. Међутим, то не значи да такав метод не подлеже критеријумима строгости. Сократ захтева од својих саговорника аподиктичке доказе засноване на нужности, а не инконклузивне који почивају на употреби вероватних разлога (*πιθανολογία*) и на ономе што дословце само „наликује истини”, што је пука „слика (*εἰκών*)” истине. На цитираним местима из *Федона* и *Теетета* фигуришу истоветни термини за „наликовање истини” („*διὰ τῶν εἰκότω*”, „*τῷ εἰκότι*”, „*τε καὶ εἰκόσι*”) и увек су негативно оцењени. Могло би се можда рећи да, док за Попера истиноликост (*verisimilitude*) представља позитивно мерило у асимптотском трагању за истином, Платон истиноликост сматра рђавим критеријумом за доказивање. Наравно, није реч о истом смислу истиноликости. За Платона је истиноликост само реторички трик (бар у *Федону*), а ако би се говорило о некој позитивној поперовској *verisimilitude*, Платон би тако вероватно – ако уопште – назвао метод истраживања из хипотеза.

На наведеним местима у оба дијалога фигурише термин „*ἀπόδειξις*”, који се употребљава у математичким доказима. Тај појам представља један од шест елемената, и то главни, у античком математичком поступку доказивања. Употреба термина „*ἀνάγκη*” указује на нужност присутну у аподиктичком доказу, а геометричари се такође помињу на местима из оба дијалога као узорити научници, што би могло говорити у прилог тези да је Платон форму математичког доказа поставио за парадигму коју докази у филозофији треба да следе. Приметимо, међутим, да овај мислилац термин „*ὑπόθεσις*” употребљава у ширем значењу „основе” (*ἀρχή*) доказа. У том смислу, глагол *ὑπό-τίθεμι* значи „постављам испод”, „претпостављам” као „постављам нешто у основ нечега”. Као што је већ речено, када Симија у *Федону* тврди да је доказ о сећању и учењу „изречен на веома прихватљивом основу”, употребљени термин за „основ” је „*ὑπόθεσις*”. Релевантна значења термина „*ὑπόθεσις*” за грчку математику могу се пронаћи у Прокловом другом прологу *Коментара на прву књигу Еуклидових* Елемената, и Проклова употреба овог појма не одступа од Платонове; штавише, темељи се на њој. За Прокла, хипотезе су:

1) у ширем значењу: претпоставке, тј. основна начела науке геометрије; у том смислу говори се о геометрији као знању које се заснива „на хипотези” (*ἐξ ὑποθέσεως εἶναί φαμεν*), односно које своје ставове доказује из одређених „првих начела” (*ἀρχαί*), „јер постоји само једна нехипотетичка наука [дијалектика – прим. В. Б.], док друге науке од ње добијају своја прва начела (*μία γὰρ ἡ ἀνυπόθετος αἵ δὲ ἄλλαι παρ' ἐκείνης ὑποδέχονται τὰς ἀρχὰς*)” [*In. Eucl. Elem.*, 75. 5–7]; хипотезе геометрије основна су начела геометрије, а то су дефиниције, аксиоми и постулати; отуда за Прокла проистиче и други смисао појма *ὑπόθεσις*:
2) хипотезе у ужем смислу, као дефиниције (*ὅροι*); Прокло подсећа да Еуклид на почетку *Елемената* излаже општа начела знања, а затим та начела дели на хипотезе, постулате и аксиоме (*διαιρεῖ τὰς κοινὰς ἀρχάς εἴς τε τὰς ὑποθέσεις καὶ τὰ αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα*), [*In Eucl. Elem.* 76.

6].

Три врсте ставова поменуте у тачки 2), први је под тим именом разликовао Аристотел, чију терминологију Прокло употребљава [*An. Post.*, 72 a 17, уп. *Met.*, 1005 b 33]; Еуклид аксиоме назива *κοιναὶ ἔννοιαι*. Како било, античка грчка математика и филозофија их диференцирају на основу двоструког, тј. субјективног и објективног критеријума. За разлику од модерне математике, која аксиом одређује напросто као тврдњу која се не доводи у питање, Прокло га дефинише као став који припада првим начелима (*ἀρχαί*) и који је, као такав, „познат и ономе ко учи и поуздан по себи" – другим речима, у питању је истинит став, чија је истинитост субјекту белодано извесна. Што се одређења хипотеза тиче, Прокло каже: „Када ученик нема самоочигледан појам појам о предложеном ставу, али га ипак поставља и тако признаје као истиниту поенту свог учитеља, такав став је хипотеза". Учитељ дефинише, тј. поставља (*ὑπότίθεσθαι*) одређени математички појам, чија истинитост ученику није самоочигледна, али га он после промишљања прихвата као истинитог и надаље тако употребљава: „да је круг фигура такве-и-такве врсте не знамо на основу општег појма, пре промишљања, али пошто смо то чули, прихватамо без доказа"; постулат (*αἴτημα*) се пак одређује као став који је „непознат, а студент га ипак прихвата као истинит без појмовног захватања". На тај начин Аристотел разликује аксиоме, постулате и хипотезе, међутим – напомиње Прокло – често се сво троје називају хипотезама [*In Eucl. Elem.* 76. 8, уп. *An. Post.*, I. 10].

Сумирајмо: *ὑπόθεσις* се у конкретном значењу односи на дефиниције из Еуклидових *Елемената.* Прокло их не назива „*ὅροι*", што је уобичајени грчки термин за дефиниције, али зато употребљава „*ὁριστικοί λόγοι*” да би означио дефиниције уопште [*In Eucl. Elem.* 57. 23 и на другим местима]. У општем смислу, *ὑπόθεσις* се односи на сва општа и највиша начела (*ἀρχαί*), тј. (прет)поставке геометрије, не само на дефиниције или хипотезе у ужем смислу, него и на постулате и аксиоме или тзв. *notiones communes* изложене на почетку Еуклидових *Елемената*. Дефиниције геометрије су хипотезе зато што су постављене у основ геометрије. На Платоновом трагу, Прокло примећује да сама геометрија не расправља о својим дефиницијама, она се, како он каже, не пита шта је број, шта је тачка, шта је линија итд. (та питања поставља дијалектика), него дефиниције само поставља и прихвата као такве („Тачка је…”, „Број је…”,), тј. оперише са њима критички их не преиспитујући. У том смислу, глагол *ὑπότίθεσθαι* значи и „дефинисати”, што је употреба која се може наћи и код раног Платона.[42]

Схватање хипотеза у ужем смислу као геометријских дефиниција може се код Платона наћи у VI књизи *Државе*:

> „[…] они који се баве геометријом, рачуницом и томе сличним предметима претпостављају (*ὑποθέμενοι*) оно што је непарно и парно, те фигуре, три врсте углова, и друго што је томе сродно у сваком посебном истраживању. Они с таквим стварима оперишу као да су им знане, те *узимајући их као хипотезе,* више ништа о њима не говоре […] процењујући да су такве ствари свима јасне” [*Resp.,* 510 c–d, подвукла В. Б.].

Са становишта ма којег аксиоматског система другачије није ни могуће, јер сваки такав систем суштински почива на појединим елементима који се зарад одржања самог система не доводе у питање. Ти елементи су тзв. примитивни појмови (у античкој грчкој математици ту улогу имале су дефиниције), аксиоми, постулати и поједина правила, која омогућавају дефинисање одговарајућих операција унутар система.

42 На пример, *Charm.*, 160 d, 159 c.

Критички преиспитати ма који од наведених елемената значи довести у питање сам систем као парадигму. Подсетимо, нееуклидске геометрије, каква је на пример геометрија Лобачевског, настале су управо на критичком преиспитивању тзв. петог постулата еуклидске геометрије. Тај постулат еквивалентан је познатијем постулату паралелности, којим се тврди да ако је дата ма која права и тачка која не припада тој правој, постоји једна и само једна права која пролази кроз ту тачку и која се не сече са датом правом, ма колико се обе праве продужавале. Више од двадесет векова веровало се да еуклидска геометрија једина могућа теорија просторних односа. Иако је Лобачевски истраживао последице постојања геометрије без петог постулата још 1823. г., а објављио их 1831. г., тек пред крај тог века научници су открили да је геометрија космоса заправо нееуклидска.[43]

Полисемија класичног грчког језика омогућава да се термин „*ὑπόθεσις*" разуме истовремено и као основа, тј. начело, и као дефиниција. Тиме што дају дефиниције парних и непарних бројева, геометријских фигура, врста углова итд. математичари их постављају у основ истраживања, што ће рећи дефинишу их и надаље употребљавају тако како су дефинисани, без проблематизовања. Такво постављање у основ/ дефинисање дато је на почетку сваке књиге Еуклидових *Елемената* и јасно је да на ту употребу глагола *ὑποτίθεμι* Прокло реферише на наведеним местима. Доиста, дефиницијама се нешто што је непознато уводи уз помоћ нечег познатог, на пример, дефинија површине круга уз помоћ претходно познатог појма полупречника и константе π. Пошто смо чули ту дефиницију, прихватамо је као такву и

43 Лучић, З. (2009), стр. 64, 55.

надаље њом оперишемо у теоремама не доводећи је у питање, што *de facto* значи да је прихватамо као хипотезу – као нешто што је претпостављено, постављено у основ, као опште начело, захваљујући којем можемо испитивати и доказивати геометријске ставове, тј. теореме. Тако један исти термин, „*ὑπόθεσις*”, истовремено означава и претпоставку и основно начело неке науке и дефиницију.

Платону Еуклидови *Елементи* нису могли бити познати будући да су написани око 300. г. Међутим, пре ових *Елемената* постојали су *Елементи* Хипократа са Хиоса, који датирају из V в. и који су били широко познати у грчким интелектуалним круговима. Спис није сачуван, али за њега сазнајемо из посредних сведочанстава, између осталог и преко Прокла. Претпоставља се да су ови *Елементи* били познати и Еуклиду и да је он њихов садржај делимице унео у своје *Елементе*.[44] Прокло тврди и да су Еуклидови *Елементи* настали на узусима Платонове филозофије, те да је њихов коначни циљ била конструкција пет правилних полиедара, тзв. Платонових тела, која у *Тимају* чине физички основ целокупног космоса. По Платону, та тела настала су од тзв. елементарних троуглова, па би се могло разматрати питање геометријске изградње космоса. Будући да је и Еуклид по Прокловом сведочанству био платоничар, плаузибилно је закључити да је и сам придавао исти значај геометрији, у чему би се, поред осталог, састојала филозофска релевантност

44 То се види по „занимљивим недоследностима” које се могу наћи у Еуклидовим *Елементима*, пре свега у I и VII књизи. Терминологија из дефиниција на почетку I књиге не слаже се увек са терминологијом употребљеном у ставовима и доказима. Такође, дефиниције I.4 и I.7 не употребљавају се после ни у једној Еуклидовој теореми, као ни дефиниција I.22. Такве недоследности навеле су интерпретаторе да закључе да су основи прве књиге Еуклидових *Елемената* старије од Еуклида, тј. да он није био њихов творац већ сакупљач и да их је преузео из неких старијих *Елемената*, по свој прилици оних Хипократа са Хиоса. – Szabo, A. (1978), стр. 231, и даље, посебно 246–7.

његових *Елемената*.[45] Стога нема противречности у томе да се Еуклидови *Елементи* користе као релевантни математички спис за Платонову филозофију, пре свега за математичке појмове које Платон употребљава. Ако му Еуклидови *Елементи* нису могли бити познати с обзиром да су настали неколико деценија после његове смрти, главни део математичког садржаја из Хипократових *Елемената* који је касније ушао у I књигу Еуклидових, Платону је, као интелектуалцу свог времена, вероватно био познат. Томе у прилог говоре и дијалози, где се види да се Платон математичким појмовима служи сагласно њиховој уобичајеној научној употреби. К томе, дијалози откривају и да је био упознат са релевантним математичким открићима и поступцима, као што су Теодорово откриће поступка доказивања ирационалности бројева од $\sqrt{3}$ до $\sqrt{17}$, метод утврђивања „рационалне дијагонале” бројева [*Resp.*, 546c], откриће несамерљивости, а можда чак и Еудоксов рад на инкорпорисању теорије несамерљивости у учење о пропорцијама итд. Коначно, ако Еуклид јесте био платоничар по филозофском уверењу, позивање на *Елементе* осим као на једини, такође као на релевантни математички спис за Платонову филозофију, није неумесно.

У дијалогу *Менон* Платон појам хипотезе користи у значењу полазне претпоставке (и у том смислу основе) на којој се заснива испитивање. Исти смисао хипотеза има и у примеру конструкцијског проблема, који је у *Менону*

45 С обзиром на скепсу коју према Прокловом истицању Платоновог значаја за математику гаје теоретичари попут Жмуда, чак и ако се Еуклиду одрекне платоничарска мотивација геометријске изградње космоса, остаје чињеница да *Елементи* врхуне у геометрији правилних полиедара, што потврђује тежњу за системском изградњом геометрије као науке. Ако се тиме не потврђује тежња са системском изградњом космоса, она се пак тиме нигде експлицитно ни не оспорава. – В. Zhmud, L. (1998).

употребљен као илустрација за поступак истраживања из хипотеза. Ни у том проблему нити даље у дијалогу појам *ὑπόθεσις* не значи превасходно дефиницију, јер дефиниција, односно решење проблема, није оно чиме Сократ у *Менону* располаже него нешто до чега тек треба истраживањем доћи. Метод артикулисан у овом дијалогу има форму „испробавања" решења; Сократ, наиме, предлаже и испитује различите хипотезе о врлини. Хипотезе, при томе, нису никакве *ad hoc,* већ пажљиво и правилно одабране претпоставке (немарно одабрана или погрешна претпоставка довешће до читавог низа погрешних последица, *Crat.,* 436 d).[46] Пажљив одабир ваљаних претпоставки представља одлучујући део Платоновог метода истраживања из хипотеза. О томе ће више речи бити касније. За сада треба видети у чему се састоји методска новина тзв. метода истраживања из хипотеза, који доносе дијалози средњег периода у односу на ране Платонове дијалоге.

Elenchus socraticus и прва употреба геометрије у *Менону.* Побијање Мененовог парадокса: теза о знању као сећању

Савремени интерпретатори углавном се слажу да *Менон* представља методолошку прекретницу у Платоновом мишљењу и да уједно означава демаркациону линију између дијалогâ раног и средњег периода.[47] Апоретички дијалози

46 Позивајући се на *Crat.,* 436 d Шабо напомиње да Платон хипотезе назива још и *ὁμολογήματα* = оно са чиме се обе стране слажу. – Szabo, A. (1978), стр. 236–7и даље.

47 На пример, Vlastos, G. (1988), (1991). Такође, Irwin, T. H. (1995), Benson, H. (2003), Гргић, Ф. (1997), који тврди да се чак четири средишње теме Платонове позне филозофије (бесмртност душе, теза о учењу као сећању, разликовање знања (*ἐπιστήμη*) и мњења (*δόξα*) и проблем хипотетичке методе) први пут отварају у Менону (стр. 106, 108).

раног периода често се називају еленктичким.[48] Назив потиче од метода *elenchus socraticus,* који је Платон у њима примењивао. Циљ *elenchus*-а је да дâ дефиницију појма, односно да одговори на питање: „Шта је *X*?”. Сократов метод састоји се у унакрсном испитивању и побијању ставова саговорникâ све док се не дође до дефиниције траженог појма (тражи се суштинска, а не тек номинална дефиниција), што се по правилу не догађа него се испитивање завршава апоретички. При томе, сократски *elenchus* почива на једној методолошкој претпоставци: саговорник треба да заступа само оно у шта и сам верује и да искрено одговара на Сократова питања.[49] Из перспективе *elenchus*-а нема неваљаних ставова – свака теза, ма како била неразумна или у противречју са самоочигледним истинама, прихвата се за испитивање; ако саговорник у њих искрено верује, нема рђавих ставова. Сократ затим испитује тезу, а циљ је да се закључи њена негација, опет искључиво на основу саговорникових веровања. При томе, Сократ нема своју тезу него до истине долази тако што мора да је „извуче” из саговорника, нужно верујући да у скупу саговорникових веровања, поред лажних, постоје и истинита веровања, која повлаче негацију лажних која саговорник актуално заступа.[50]

Како Сократ утврђује да је неко веровање лажно? Он заправо нема другог начина него да покаже да оно импликује сопствену негацију. Овај метод испитивања последица, који завршава у противречју става од кога се пошло, није ништа друго до *reductio ad absurdum* (*RAA*). На пример, када у *Хипији*

48 У питању су дијалози: Одбрана Сократова, Хармид, Критон, Еутидем, Еутифрон, Горгија, Хипија Мањи, Хипија Већи, Ијон, Лахед, Лисид, Теаг, Протагора.

49 Vlastos, G. (1988), стр. 366.

50 Vlastos, G. (1988), стр. 369.

Већем испитује тезу да је лепо оно што је корисно, Сократ полази од најопштије дефиниције корисности као моћи или способности да се нешто уради. Ова, међутим, подразумева и способност чињења ружних (злих, морално рђавих) ствари, а то повлачи закључак да оно што је *per definitionem* лепо може произвести нешто ружно, што је у формалном смислу противречност [*Hipp. Maj.*, 295 c–296 d]. Када до тога дође, једино што преостаје је обацивање почетног става и покушај новог дефинисања. У суштини, ако се искључи чулна евиденција, други начин доласка до неистине од *RAA* не постоји. Сигуран метод утврђивања неистинитости наших веровања је да покажемо да су она инконзистентна, унутрашње противречна. Ипак, ако тако и можемо утврдити да је неко веровање неистинито, то још увек не значи да је супротно веровање истинито. *RAA* пружа само негативни критеријум истине, док је у погледу стицања нових знања неинформативан. Што се тиче позитивног критеријума истине, догод се придржава *elenchus*-а, Сократ може да трага за извесним и истинитим знањем само тако што се „нада” да ће се у систему саговорникових веровања појавити и неко за које ће се показати да је отпорно на *RAA*. Уколико се то не догоди, дијалог се завршава апоријом и Сократ мора или да закључи да је „све лепо – тешко”, као у *Хипији Већем* или, најчешће, да замоли своје саговорнике да све што је речено „још једанпут промисле.”

Међутим, почев од дијалога *Менон* мења се метод истраживања. Већ на први поглед може се приметити већа и озбиљнија заступљеност математике у овом дијалогу у односу на еленктичке. Иако и у њима повремено налазимо математичке примере (најчешће из аритметике),[51] у *Менону* Платон први пут озбиљније примењује геометрију и та

51 На пример, *Hipp. Maj.*, 303b–c, *Charm.*, 165e–166a, *Gorg.*, 451a–c итд.

примена нема тек илустративну функцију. Када је о илустрацији реч, на месту 74 b3–4 Сократ поставља питање: „Шта је то лик (*τί ἐστιν σχῆμα*)?” Из даљег текста може се закључити да не мисли на колоквијално значење овог термина, већ на његову употребу у геометрији, пошто се као примери ликова наводе „округло” (*τὸ στρογγύλον*) и „равно” (*τὸ εὐθύ*). Нешто касније [76 a4–5] дата је дефиниција лика као „границе тела” (*στερεοῦ πέρας*), што је једна од геометријских дефиниција [уп. *Elem*., XI.2].[52] Иако у функцији примера, Платонов избор конкретних дефиниција упућује на то да се он у време писања *Менона* (око 385. или 380. г.) бавио извесним математичким питањима/ проблемима/ теоријама или се бар

52 На тај начин су, према Аристотелу, питагорејци дефиницали површину, а иста дефиниција може се наћи и код Еуклида (*df*. XI. 2 Еуклидових Елемената: „*Στερεῦ δὲ πέρας ἐπιφάνεια*”; такође, *df*. I. 3 и I. 6). Код Аристотела налазимо често на помињање ове дефиниције, на пример „[...] ако је појам тела 'оно што је омеђено површинама' (*σώματος λόγος τὸ ἐπιπέδοις ὡρισμένον*)”, као и критику свих дефиниција ове врсте (дакле, тачке као границе праве или праве као границе површине) као „ненаучних” стога што примарнији и јаснији појам објашњавају секундарним, мање јасним појмом [*Met*., 1066 b 23, *Top*., VI. 4, 141 b 21, *Met*., 1002 a 5, 1028 b 15, 1090 b 5]. Властос коментарише употребу термина „*σχῆμα*” у Men. 73b опаском да је тај термин у грчком имао и колоквијалну и стручну употребу, а да га Платон користи у потоњем смислу. На исти начин појам лика експлицитно се помиње у *df*. I. 14 Еуклидових Елемената као оно што је „омеђено или једном или са више граница (*σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον*)”. Занимљиво је, међутим, да је термин у геометрији за површину био „*ἐπίπεδον*” или „*ἐπιφάνεια*”, и то „*ἐπιφάνεια*” чешће за површину у ширем смислу, а „*ἐπίπεδον*” за равну површину. Хит тврди да Платон уопште није користио термин „*ἐπιφάνεια*” у смислу површине, већ само „*ἐπίπεδον*”, и то како за повшину уопште тако и за површину у смислу равни. Супротно томе, Властос сматра да је термин „*ἐπίπεδον*” више био заступљен у колоквијалној употреби („равно” као „равна земља”). Начин на који Платон одређује геометријски лик указује да управо има у виду геометрију. Томе одговара и Властосова примедба да Платон, када у функцији исте илустрације на месту 76 d боју дефинише као „истицање ликова које је примерено виду...”, реферише не на било коју већ на научну теорију боје, тј. опажања (атомистичка корпускуларна теорија или „теорија сличица”). Другим речима, референтни дискурс за Платона у *Менону* је научни: како геометрија тако и филозофија природе. – *Elem*., *df*. I. 5, I. 7; Heath, Th. L. (1968), стр. 169.

озбиљније занимао за математичка истраживања. Његов боравак на Таренту код Архите, чувеног античког математичара-питагорејца и оснивача механике, који се помиње и као Еудоксов учитељ, непосредно пре прве посете Сиракузи (око 388. г.), томе само говори у прилог. На основу релативно скорашњих историјских анализа Филодемовог *Index academicorum* (I век), Еудемове *Историје геометрије* и *Каталога геометричара* који помиње Прокло, а приписује се Филипу из Опунта, једном од најближих Платонових сарадника и вероватном аутору *Епиномиса*, или Хермидору из Сиракузе, такође Платоновом ученику, ауторитети попуд Жмуда и Милера склони су да демантују још од антике уврежено становиште да је Платон математичарима свог времена био научни узор, инспирација и онај ко им је задавао математичке проблеме за решавање.[53] Истраживања, напротив, показују да је у односу Платон–Архита/ Теетет ситуација пре била обрнута. Вероватније је да је Архита Платона шире информисао о кључним проблемима и поступцима у математици и мотивисао га на математичко проучавање него што је Платон Архиту било чему у том смислу поучио.[54] Исто је и у случају и Теетета, можда чак и

53 Zhmud, L. (1998), стр. 211–44, посебно стр. 221–3, 225–6; Mueller, I. (1992), у: R. Kraut (прир.), (1992), стр. 170–99.

54 Борба око интерпретације ослања се на два античка доксографска списа: они који сматрају да је Архита подучавао Платона математици своје тврдње заснивају на Цицероновој *Држави* [I 10. 16], док се они који верују да је Платон био учитељ Архити, на пример Lloyd, G. E. R. (1990), ослањају на *Еротичке говоре* [44], приписане Демостену. Копља се ломе и око чувеног *VII писма*, које допушта оба тумачења. Но, ако је Платон у филозофском смислу и био супериорнији од Архите, као што тврди Лојд, тешко да је Архиту могао поучавати математици. Да је Платон био извежбан у математици и пре 388. г., то би се видело у раним дијалозима. Пошто то није случај и пошто употреба математике у Платоновим дијалозима постаје заступљенија тек од *Менона*, дакле тек после повратка из прве посете Таренту, плаузибилно је закључити да се Платон управо тамо шире упознао са математиком, а једини ко га је могао образовати био је Архита или неко из његових кругова.

Еудокса. Како било, у периоду писања *Менона* приметан је пораст Платоновог интереса за математику, посебно геометрију. Употреба геометрије у том дијалогу превазилази пуку илустративну функцију и игра битну улогу у истраживању истине. На два места у *Менону*, 82–86 b5 и 87 b–c12, геометрија се користи као полазна тачка филозофске рефлексије у ширем поступку доказивања и у контексту оповргавања Меноновог парадокса.

На првом месту, 82 a–86 b5, она треба да обезбеди полазну тачку аргументације за отклањање тзв. Меноновог парадокса, којим се показује да знање ни у ком случају није могуће – ни полазећи од онога што се већ зна, нити од онога што се не зна.[55] Циљ је метафизичко заснивање услова могућности истраживања (учења). Сократ уводи релативно једноставан доказ „из геометрије”, на чијим ће основама даље извести најпре доказ да је знање сећање, а потом и доказ да је душа бесмртна. *Mutatis mutandis,* одатле би по његовом мишљењу требало да следи да је, ако је душа бесмртна (и ако је знање сећање), учење могуће као сећање на знање задобијено пре људског живота у време када је душа, слободна од тела, боравила међу идејама и контемпловала (*ϑεωρεῖν*), тј. изворно стекла знање. Да би то показао, Платонов Сократ у *Менону* позива роба и поставља му математички задатак [*Men*., 84 d3–85 b9]:

Проблем: ако је a_1 (на слици 4: a') страница квадрата *ΑΒΔΓ* и $a_1 = 2$, израчунати дужину странице квадрата *ΓΒΗΚ* чија би површина била двострука од површине квадрата *ΑΒΔΓ*.

Решење: Проблем се лако решава применом Питагорине теореме на једнакокраки правоугли троугао *ΑΒΓ* странице a_1, одакле се добија да дужина тражене странице квадрата *ΓΒΗΚ*

55 Више о Меноновом парадоксу в. у: Гргић, Ф. (1997).

износи, савременом нотацијом изражено, $a_1\sqrt{2}$, што је једнако дијагонали *d* (на слици: *d'*) квадрата *ΑΒΓΔ* [в. Претходно поглавље].

Менонов роб, међутим, не може да реши задатак на овај начин пошто је, осим што разуме (грчки) језик, познаје елементарне геометријске ликове (квадрат, конкретно) и зна четири основне рачунске операције, у математичком смислу потпуно необразован. Сократов поступак стога мора да изгледа другачије: постављањем одговарајућих питања уз употребу дијаграма, он наводи роба да сам дође до ваљаног и истинитог закључка о решењу. Врста доказа коју Сократ употребљава је визуелни, односно емпиријски доказ показивањем, који роба упућује на закључке на основу онога што може да види на слици [„Погледај (*σκόπει*)...", „...Зар не (*οὐχί*)?", „Разумеш ли (*μανθάνεις*)"? итд.] и појмова које му Сократ претходно објасни, на пример, да је дијагонала (*διάμετρος*) дуж (*γραμμή*) која дели квадрат (*τετράγωνον*) на два подударна правоугла троугла [*Men.*, 85b3–5].

Најранији докази у грчкој математици укључивали су показивање, визуелно указивање на чињенице, односно прављење чињеница видљивим и углавном су користили примитивну технику доказивања *ψηφοφορία*, представљање бројева каменчићима (*ψῆφος* = каменчић, облутак).[56] Антички грчки математичари чинили су теореме „видљивима". Визуелно доказивање у грчкој математици напуштено је ради тежње за општошћу и нужношћу доказа. Да би доказ важио нужно за све могуће случајеве, он не може да буде емпиријски. Потврду за то налазимо већ код Платона [*Resp.* 526], али пре свега код Еуклида у књизи VII и IX *Елемената* (посебно за ставове VII. 31, IX. 21, IX. 22). Тамо изложени

56 За више о том методу уп., на пример, Knorr, W. R. (1975), стр. 137–43 и даље.

докази не могу се учинити „видљивим”. Јасно је да роб из *Менона* не може доказивати на овај други начин, с обзиром да не располаже никаквим математичким дефиницијама, аксиомима или теоремама итд. Остаје само могућност остензивног доказа.

Математички доказ из *Менона* сам по себи није филозофски релевантан. Он то постаје тек филозофском актуализацијом у контексту доказа хипотезе о знању као сећању, што Платон постиже тако што му додељује функцију одлучујућег, репрезентативног експланаторног модела за поменуту филозофску тезу. То је од значаја за питање о улози античког математичког метода у формирању Платоновог поступка истраживања из хипотеза, па ћу се на тај пример детаљније осврнути.

Платонова филозофска контекстуализација математичког доказа у *Менону*: хипотеза о знању као сећању и доказ о преегзистенцији душе

Математички доказ изложен у *Менону* Платон употребљава као експланаторни *nervus probandi* доказа метафизичке хипотезе да је знање сећање. Субјект испитивања је роб, који је филозофски сасвим, а математички готово сасвим необразован. У општој ситуацији, где ма који предмет истраживања можемо означити са *X*, рећи ћемо да пре Сократовог испитивања роб (субјект, у ознаци „*S*”) не зна (*εἰδῇ*) *X* зато што не може да испуни основни, конститутивни услов знања (*ἐπιστήμη*), наиме, да положи рачун (*λὸγων διδόναι*) о *X*. После Сократовог мајеутичког испитивања, он би то могао уколико је доказ запамтио. Иако је разумео доказ, за роба ћемо казати да зна *X* само уколико буде био у стању да изнова изведе доказ о *X* без ичије помоћи. Но, чак и ако то није у стању, не може се остати при томе да је роб *tabula rasa* у погледу *X*. Ово стога што он, мада нема знање (*ἐπιστήμη*), има истинито или исправно мњење (*ἀλεθῆς δόξα*) о *X*. Истинито или исправно мњење по Платону је „међустање” између незнања и знања. Тиме, међутим, још увек није решено питање трансценденталних услова истинитог мњења. Увек је могуће питати се: одакле *S*-у истинита мњења о *X*? Ту „на сцену” у *Менону* ступа геометријски задатак, који Сократ користи као неку врсту екстринсичног аргумента, или пре основе у оквиру ширег поступка доказивања. Предмет тог поступка трансцендира домен математике и припада метафизици. Посредством геометрије, а не из ње, доказује се најпре теза о знању као сећању, а затим и теза о преегзистенцији душе. Читав доказ изводи се у три корака: 1) рефлексија над геометријским задатком, одакле следи 2) доказ да је знање сећање, а одатле природно следи 3) доказ о бесмртности душе.

Окосница доказа да је знање сећање је прећутна премиса о постојању аналогије између ситуације *S*-овог стицања знања и ситуације *S*-овог стицања истинитог мњења. У првој наведеној ситуацији *S*, сећајући се, понавља геометријски доказ о којем је већ стекао истинито мњење. Друга ситуација је ситуација првог геометријског истраживања током које *S* стиче истинито мњење о *X*, тј. по први пут учи геометријски доказ. Затим је изнета дефиниција појма сећања: сам из себе поново узимати знање, тј. на основу сопственог разума, без туђе помоћи, понављати једном задобијено истинито мњење – тако испољити знање значи сећати се [*Men*., 85 d6–7]. Дефиниција успоставља релацију између појмова знања и сећања. Кључно је приметити да дотичну релацију Платонов Сократ тумачи као релацију идентитета, на основу чега изводи одредбу да је и само знање

– сећање. Сада је лако, на основу аналогије између ситуација *S*-овог стицања знања и *S*-овог стицања истинитог мњења, закључити да се *S* и онда када је први пут стицао истините увиде из геометрије, заправо, такође сећао.

Од ове тачке започиње други доказ, доказ о бесмртности душе. Окосница је теорема о знању као сећању, а сам доказ следи као њена последица. Пошто *S*-ово сећање није и не може бити сећање на неку ситуацију из актуалног живота (*S* никада раније није учио геометрију), онда мора бити у питању сећање на неки „предходни живот”, тј. на време када је његова душа слободно од тела пребивала у области „чисте истине и знања”, у контемплацији међу идејама. Дакле, људска душа је бесмртна или она бар преегзистира [85 d9–86 b4]. У дијалогу *Федон* то је други од пет Сократових доказа за бесмртност и референца на *Менона* је експлицитна: „Људи, ако их неко пита, сами на питање све кажу како је; а ипак то не би могли да чине кад не би у њима било знања и истинитог мњења. Затим, ако их ко води до геометријских облика или до чега другог сличног, ту се очигледно показује да ствар тако стоји.” [*Phd.*, 73 a–b]. Доказ о преегзистенцији из *Федона* има следећу стуктуру:

Теорема: Учење је сећање.

Hip: постоји аналогија између *S*-овог стицања знања и *S*-овог стицања истинитог мњења;

Пошто знати = сећати се, онда и стицати истинито мњење, тј. учити = сећати се.

Df. Сећање по свом појму подразумева поседовање претходног знања [*Phd.*, 73 c].

Ако је учење сећање, морали смо негде у неко раније доба научити, тј. знати оно чега се сада сећамо.

Душа је негде егзистирала пре него што је ушла у тело, *Q. E. D.*

Исправност доказа потврђује се негацијом (у суштини, ради се о негацији антецеденса): да душа није егзистирала пре него што је ушла у тело, учење не би било сећање. Већ је доказано да учење јесте сећање; дакле, душа је нужно преегзистирала [*Phd.*, 72 e–73 a]. Срж доказа о преегзистенцији душе је претходно доказана „теорема” о знању као сећању. Стога би евентуално оповргавање доказа тог става уједно представљало оповргавање доказа о преегзистенцији душе.

У дијалогу *Федон* теорема о знању као сећању развијена је у „теорију” укључивањем „закона” о асоцијацији представа и фактора заборава. Процес стицања знања као један од својих фактора укључује и асоцирање представа, а ово је експлицитно одређено као сећање на претходно знање [*Phd.*, 73 c4–5 и даље]. Заборав знања приликом сећања практично омогућава да знање које је *S* имао за време преегзистенције поново стекне, најпре као истинито мњење, а затим, утврђивањем, накнадно изнова као знање. *S* га је најпре имао, по рођењу га је изгубио (тј. заборавио је), па свако стицање знања представља отклањање заборава и сећање на „старо” знање [*Phd.*, 75 e2–5]. Ако је *S* најпре поседовао знање које је потом изгубио, онда се он сваки пут када учи сећа онога што је већ знао и тако *de facto* истражује полазећи од знања, иако то знање није актуално него виртуелно. При томе, предмети чулног света или имагинације (на пример, геометријски дијаграми) представљају неку врсту „асоцијативног окидача” за реактуализацију потенцијалног знања из времена преегзистенције.[57] Заборављено знање најпре се јавља као

57 Иако нам се аналогија са Фројдом сама по себи сугерише, треба водити рачуна, јер код Платона нема речи ни о каквом несвесном у смислу потиснутог, а само то је за Фројда право несвесно. Мада се филозофи радују смрти због одласка у свет чисте истине и знања, рођење за Платона није никаква „траума” која би изазвала „потискивање” и стога заборав. Код Платона изостаје такође појам отпора, који је други кључни појам Фројдове теорије. Уколико се ипак инсистира на

истинито мњење, а затим и као „ново” знање. Заправо, *S* никада није у ситуацији да започиње истраживање сасвим као *tabula rasa*. Преегзистенција и контемплација у свету идеја омогућавају му да, иако не зна предмет истраживања, ипак некако може да га идентификује и да ако наиђе случајно на истинит одговор, може некако да га „препозна” као истинит. У истраживачкој ситуацији *S* мисли да не зна *X*; *S* у ствари зна *X*, али не зна да зна.[58]

примени психоаналитичких термина, код Платона би пре могло бити речи о предсвесном, али сматрамо да ни то није адекватно поређење, јер Фројдова употреба термина „предсвесно” из друге топике суштински има смисла само у разлици спрам употребе термина „несвесно” = потиснуто, а тога код Платона нема.

58 Уколико процес истраживања схематски прикажемо импликацијом $p \Longrightarrow q$, Меноновн парадокс у случају када S зна *p* редукује импликацију на $p \Longrightarrow p$, која је у информативном смислу пуки труизам, док у другом случају, када S не зна *p*, одриче саму могућност повезивања *p* и *q* релацијом импликације. Теореме о преегзистенцији и знању као сећању омогућавају да се путем асоцијативних веза установи временски низ знање–истинито мњење–знање. Сада је могуће истраживање онога што се не зна, јер се оно на неки начин ипак „зна”. Уколико процес истраживања изнова настојимо да прикажемо импликацијом $p \Longrightarrow q$, изнетим доказима установљено је постојање импликације међу релатима *p* и *q* и отклоњена је могућност њеног свођења на труизам $p \Longrightarrow p$. Теореме о преегзистенцији и о знању као сећању не могу учинити да аналитичко знање буде информативно. Оно што оне могу учинити јесте да обезбеде трансценденталне услове за нешто што подсећа на кантовско синтетичко знање *a priori*. Оно је *a priori*, јер је у време преегзистенције било априорно знање и јер се идеје односа не спознају чулима него се до њих долази разумским увидом. Али оно је и синтетичко, јер је због заборава нужна синтеза на основу чулног искуства. Истовремено, оно је чисто, јер се синтеза не врши чулима него у имагинацији (графички дијаграми у геометријским доказима). Теореме о преегзистенцији и знању као сећању омогућавају да истраживање почев од знања ипак буде информативно. Оне омогућавају учење доказа Питагорине теореме иако душа по претпоставци ову теорему већ „зна”, као и подучавање роба геометријском задатку из *Менона*, иако и он по истој претпоставци већ „зна” све оно што му је потребно да би задатак решио. Другим речима, поменуте „теореме” представљају метафизичке и истовремено трансценденталне услове истраживања и стицања знања, како почев од знања тако и почев од незнања. Природни поредак ових услова супротан је поретку њиховог доказивања, баш као што је случај у поступку доказивања математичком анализом. Редослед доказа био је: рефлексија робовог учења геометријског доказа

Аргумент почива на три претпоставке: 1) знање је сећање („теорема”), јер 2) постоји аналогија између ситуације *S*-овог стицања знања о *X* и ситуације *S*-овог задобијања истинитог мњења о *X*, пошто 3) *S* сваки пут до својих увида долази самостално, из сопственог разума, за шта је потврда решење геометријског задатка из *Менона.* Уколико то узмемо у обзир, доиста се чини да је једино што разликује знање од истинитог мњења фактор сећања, тј. „дужина задржавања мњења, односно знања у души.” Знања су постојана, трајнија су од истинитих мњења (дуже се „задржавају у души”), али ако се не употребљавају заборављају се, што ће рећи да из знања поново „падају” на ступањ истинитог мњења, па се лако може догодити и да „ишчезну”.[59] Међутим, уколико знање подразумева и елемент сећања, то никако не значи да се оно може редуковати на сећање и довољно на тај начин одредити. Сократов доказ да је знање сећање споран је не само зато што је заснован на логички неисправном закључивању него и стога што релацију између знања и сећања, која несумњиво постоји, тумачи као релацију идентитета. Ако сећати се значи „сам из себе поново узимати знање”, знати не значи „сам из себе поново се сећати”, иначе би свака способност репродукције била знање. Осим елемента сећања, знање подразумева и друге елементе, на пример, способност подношења доказа или објашњења ($\lambda \acute{o} \gamma o \varsigma$), или рефлексивност, која не карактерише истинито мњење. Онај ко зна, зна и да

у *Менону* $\Longrightarrow$ доказ да је знање сећање $\Longrightarrow$ доказ о преегзистенцији душе, док је поредак трансценденталних услова: преегзистенција $\Longrightarrow$ знање је сећање $\Longrightarrow$ роб има истинита мњења приликом решавања геометријског задатка. Оба пута централно место заузима теорема о знању као сећању. Као што је већ речено, њено оповргавање импликовало би оповргавање теореме о бесмртности душе.

59 У том смислу наша душа доиста личи на крлетку из *Теетета,* а знања на птице, у шта се конкретно можемо уверити сваки пут када заборавимо оно што смо управо хтели да кажемо („Побегла ми је мисао.”).

зна, док онај ко истинито мисли не зна да истинито мисли; када би то знао, он не би истинито мислио него би – знао. Онај ко зна, зна да зна, јер може своје знање да аргументује и објасни. То знање укључује и знање објашњења; знање *да* подразумева и знање *како*, што није случај код поседовања истинитог мњења.[60] Другим речима, појмови „знање” и појмови „сећање” нису коекстензивни него је домен појма „знање” ужи, прецизније одређен од домена појма „сећање”.

Тако, не може бити исправно ни тумачњење ситуације учења у потпуној аналогији према ситуацији знања. Да, и знање и учење захтевају самосталну активност душе као свој нужни услов, али се они по много чему и разликују. Учење подразумева и учење новог, онога што претходно није постојало у корпусу *S*-овог знања или истинитих мњења. Нови елемент није нужно неки нови, *S*-у до тада непознати став, појам или својство. То напросто може бити успостављање нових релација међу постојећим, већ познатим релатима или пак откривање нових релата, или модела за већ познате релације. Може се, наравно, поново учити и оно што се раније знало, па се у међувремену заборавило и тада учење доиста подразумева сећање, али то је само једна од могућих врста случајева и не означава парадигматични, а свакако не једини случај учења. Коначно, будући да се не може установити релација идентитета између знања и сећања, све и када бисмо могли повући потпуну аналогију између знања и учења, учење се не би се могло редуковати на сећање. Када ни Сократ ни роб не би знали ништа од математике, никаквим сећањем не би могли да реше постављени задатак, ма колико једноставан био. То је још један од разлога зашто чињеница да

60 Питању те разлике посвећен је кључни део дијалога *Теетет*, који се иначе бави природом знања. У *Теетету* је елемент сећања третиран као оно што јесте у односу на знање – један од његових елемената.

роб оба пута самостално долази до увида о *X* напросто не повлачи аналогију између ситуације учења и ситуације демонстрирања знања. Закључивати на тај начин било би закључивање од последице према узроку. Уколико пак отпадне ова аналогија, отпада и доказ да је знање сећање. А ако знање није сећање, онда не важи ни доказ о преегзистенцији душе. Подсетимо се, Платон је у *Федону* тврдио да, да душа није негде егзистирала пре него што је ушла у тело, учење не би било сећање. Оповргнуто је да је учење сећање; отуда, на основу *modus tollens*-а, следи да душа није преегзистирала.

Но, колико год доказ рефлексијом геометрије за тезу о знању као сећању (одатле и за тезу о бесмртности душе) био подложан критици, питање његовог садржаја овде није од пресудног значаја. Релевантна је форма, односно структура доказа, а ова, заједно са изнетом логичком „схематизацијом”, указује на ланац тесно свезаних аргумената, где битну функцију игра спољни математички или научни доказ. Платон прибегава доказу из математике да би научно утемељио метафизичку тезу. Тек рефлексија над геометријским аргументом из *Менона* омогућава његово инкорпорисање у шири, филозофски доказ. То значи да, бар када је реч о изнетом доказу за преегзистенцију душе, не може бити речи о примени математичког метода у поступку доказивања, већ радије о његом укључивању као само једног помоћног „подметода” у филозофско истраживање. Пре се ради о употреби математике као екстринсичне потврде за филозофски аргумент и употребљени метод, бар на овом нивоу анализе, није математички – мада се делом позива на корпус математичког знања.

Прво Платоново увођење метода *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖν*: диорисмотичко истраживање могућности поучавања врлине у *Менону*

Менонов парадокс довео је у питање и саму могућност истраживања, чиме је отпао *elenchus* као метод који није у стању да одговори на његове изазове. Једна од основних одлика еленктичког истраживања је да оно не подразумева постављање хипотеза, а показало се да обезбеђивање трансценденталних услова заснивања истраживања зависи од две хипотезе: хипотезе да је знање сећање и хипотезе о бесмртности душе. Статус исказа обе ове хипотезе статус је претпоставки, и Платонов Сократ верује да их је уверљиво доказао. То је могуће стога што је поступак истраживања битно промењен. Сократ први пут полази од сопствене хипотезе („Знање је сећање”); приликом доказа употребљава знање геометрије и црта дијаграм, што је такође новина у односу на *elenchus*. При томе, ниједног тренутка заправо се не напушта поље етичког интересовања. Сократ чини неку врсту *détour*-а: пошто *elenchus*-ом није дошао до задовољавајућег решења, привремено напушта истраживање дефиниције врлине да би обезбедио услове да то истраживање настави. Отклонивши Менонов парадокс доказом о бесмртности душе, одмах затим враћа се на питање врлине и предлаже свом саговорнику да, пошто се слажу да ваља истраживати оно што се не зна, предузму заједничко истраживање о томе шта је врлина [*Men*., 86 c4–5].

Како Сократ испитује шта је врлина? Његово истраживање структурално репродукује математички поступак *διορισμός*, дискусије или разматрања услова под којима је решење неког математичког проблема могуће. У извесном смислу, Сократова и Менонова рефлексија начина на који је роб дошао до решења није ништа друго до дискусија услова под којима је могуће важење хипотезе да је знање сећање. Слично важи и за доказ о бесмртности душе: он се може формулисати и у виду питања под којим се условима може тврдити да душа преегзистира. – Под условом да је знање сећање. И обрнуто, одговор на питање под којим се условима може тврдити да је знање сећање гласи: под условом да душа преегзистира. Но, ако су ставови о преегзистенцији и знању као сећању логички еквиваленти (истинитост исказа „Знање је сећање" довољан је услов за истинитост исказа „Душа преегзистира").

Но, с обзиром на то да Платон *de facto* редукује проблем доказа става о преегзистенцији на једноставнији проблем доказа става о знању као сећању, пре се ради о *ἀπαγωγή* него о *διορισμός*. Ипак, на другом кључном месту у *Менону* без сумње употребљава се управо *διορισμός* [*Men.*, 86 e–87 b6]. Питање које Менон поставља Сократу на месту 86 d3, може ли се врлина поучити, Сократа ставља пред методолошки ћорсокак. Он треба да пружи одговор, а не располаже претходним појмом (дефиницијом) врлине. Другим речима, треба да испита атрибуте а при томе не зна предмет истраживања, због чега не може да задовољи методолошки захтев приоритета дефиниције над атрибутима.[61] Ту *διορισμός* игра одлучујућу улогу.

Чини се да је Платон био свестан да има ситуација у којима истраживач не располаже никаквом теоријом на основу које би могао да понуди решење неког актуалног проблема. Као што је Кун својевремено истицао, рађање нових теорија, научне револуције, не догађају се „преко ноћи" – увек им претходи дужи период сумњи, акумулисања

61 Тај захтев је у литератури познат као „PDA", *priority of definiton over attributes*. – Scott, D. (2005), стр. 132.

проблема које владајућа теорија није у стању да реши на адекватан начин итд. И мада се момент саме промене парадигме догађа нагло, као у гешталт-психологији, читав процес у ствари траје много дуже и више подсећа на психолошки феномен тзв. „цуреће промене”. Ситуације артикулације парадигме у неком смислу представљају ситуације истраживања полазећи од онога што се не зна. Методолошки посматрано, Платон је био у сличној позицији у време писања *Менона.* Још није развио „теорију” идеја на начин на који ће то учинити у *Федону* или *Држави* и још увек није дошао до своје политичке теорије која ће резултовати ставом да је развијање врлине могуће само у оквирима идеално уређене државе (став који ће, нема сумње, много векова касније преузети Хегел). Сва та питања, међутим, мотивисала су га и у време писања *Менона.* Управо је први, апоретички део овог дијалога, а пре свега у њему изнети парадокс, показао границу важења *elenchus*-а. *Elenchus* има смисла само уколико претходно знамо дефиницију *X*. Уколико не знамо одговор на питање „Шта је *X*?” *elenchus* није од помоћи, због чега су се сви рани Платонови дијалози и завршавали апоретички. То више не задовољава Платона, који трага за позитивним одговорима и свестан је да му је за то потребан одговарајући метод. Једина наука која у његово време није била угрожена нападима софиста била је математика. У општој кризи она је задржала критеријум строгости. Отуда не чуди ни Платонов растући интерес за ову науку и специфично угледање на математичко истраживање. Верујем да је узорита форма строгости математичког доказивања била циљ који је Платон себи поставио. Управо то се види у дијалогу *Менон.* Платоново трагање за ваљаним методом када треба истраживати *ab ovo* израђено је у том дијалогу на следећи начин: пошто су обезбеђени метафизички услови за истраживање дефиниције врлине, од тог истраживања се (привидно) одустаје и прелази се на испитивање могућности поучавања врлине. Пошто, дакле, не зна шта је врлина а остаје заинтересован за то питање, Сократ предлаже испитивање по узору на оно које се спроводи у геометрији када треба решити неки проблем, а не знамо како бисмо то учинили. Тај метод је *διορισμός*:[62]

> „[…] чини се да ваља испитати какво је оно за шта још не знамо шта је. […] допусти да врлину испитујемо *полазећи од неке претпоставке* (*ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖσθαι*), је ли нешто што се може поучити или је некако друкчије. Под '*полазећи од неке претпоставке* (*τὸ ἐξ ὑποθέσεως ὧδε*)' мислим на оно што геометричари (*οἱ γεωμέτραι*) често испитују (*σκοποῦνται*) кад их неко упита, примерице о површини (*περὶ χωρίου*), је ли могуће у овај круг уписати ову површину као троугао; тад би неко од њих казао: 'Још не знам је ли то тако, но *као неку претпоставку* (*μέν τινα ὑπόθεσιν*) за тај проблем мислим да је потребно имати ово: ако је ова површина таква да када се положи на дату црту круга, тада је мања за површину сличну оној која је положена, онда, мислим, произлази (*συμβαίνειν*) једно, а ако је то немогуће (*ἀδύνατον*), онда произлази друго. Дакле, желим *поставити претпоставку* (*ὑποθέμενος*) и казати ти оно што произлази (*συμβαῖνον*) с обзиром на уписивање те површине у круг, је ли то немогуће или није (*εἴτε ἀδύνατον εἴτε μή*).' Тако и ми о врлини, будући да не знамо ни шта је ни каква је, поставимо претпоставку (*ὑποθέμενοι*) и испитајмо (*σκοπῶμεν*) је ли нешто што се може поучити или није нешто што се може поучити, говорећи овако: да би била нешто што се може поучити или нешто што се не може поучити, каква је врлина у односу на ствари које се тичу душе?…” [*Men.*, 86e–87b6, подвукла В. Б.].

Наведено место кључно је у методском смислу, због чега

62 Тачан је Хегелов увид да већ претходно треба знати како се решава неки математички задатак да би се он могао решити. Изузетак донекле чине тзв. конструктивни задаци. Као што им само име каже, реч је о задацима у којима треба у неком слободнијем смислу „конструисати” решење, а не дедуковати га на основу теорема. Дакле, ради се о покушају решавања неком врстом апроксимације или индукције. Конструктивни задаци нису исто што и задаци геометријске конструкције, па да бих избегла двосмисленост у тексту, потоњу врсту задатака називам „конструкцијским” проблемима.

сам га у целини цитирала. Платон у *Менону* експлицитно уводи, именује и објашњава нови метод истраживања из хипотеза (*ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖσθαι*) и из контекста је јасно да се ради о методу *διορισμός*. Конкретан конструкцијски проблем који захтева дискусију услова под којима је дату површину могуће уписати у одређени круг као троугао, има функцију илустрације за метод који Платон уводи као нови поступак теоријског истраживања и детаљно је изложен код Хита.[63]

У овој форми постављени метод *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖσθαι*, односно *διορισμός*, изворно припада античкој грчкој пракси решавања математичких проблема. У доксографским списима Филодема, Еудема, Симпликија, Сосигена, итд., а пре свега у Прокловом *Коментару на прву књигу Еуклидових* Елемената, управо Платоново име везује се за откриће метода математичке анализе и уопште за унапређење геометријског метода. Вероватно на основу Еудемове *Историје геометрије*, Прокло помиње Еудокса као оног ко је „применио метод анализе на теорију пресека, коју је открио Платон", а такође тврди: „Платон је, *кажу,* поучио Лаодама са Тасоса методу анализе, захваљујући чему је овај дошао до многих нових открића у геометријив." [*In Eucl. Elem*., 68. 6, подвукла В. Б.]. Поврх тога, Прокло помиње и извесног математичара Леона, који је, по њему, открио *διορισμός* [*Ibid.*]. Филодем у *Историји Академије* наводи да су Еудокс и његови ученици остварили посебно велики напредак у геометрији будући да су откривени методи анализе и *διορισμός* [*Academicorum Philosophorum Index Herculanensis,* према: Konrad, G., *Philodemus: Academica* (*Supplementum Platonicum I*), 76–7, 88–91]. Чувени историчари математике Хит и Кнор доказали су неоснованост тврдњи да је Платон био аутор поменутих

63 Heath, Th. (1921)I, стр. 299–303.

математичких метода. Што се тиче филозофских анализа, у њима предњаче Жмуд, Милер и Ласер, који заступају исто становиште. Компаративном анализом поменутих извора, ослањајући се на Хитова и Кнорова истраживања, поменути аутори оправдано су довели у сумњу Платонов допринос математици његовог доба. Жмуд уверљиво и консеквентно оспорава могућност да је Платон био аутор метода математичке анализе, као и могућност да је поучио Лаодама њој.[64] Што се самог метода *διορισμός* тиче, Хитова теза је да је Леон, по свој прилици, први увео термин „*διορισμός*" у математичку анализу, а да је сам поступак био познат и пре њега.[65] Еуклид у *Елементима* користи *διορισμός*, али га нигде као таквог не именује.

Овде је, међутим, релевантно друго: цитирани пасаж из *Менона* сведочи да су поступци математичке анализе и *διορισμός* Платону били познати и он њима образлаже метод који „полази од неке претпоставке", иако нигде не употребљава термине „*διορισμός*" и „*ἀνάλυσις*", односно „*ἀπαγωγή*". Чини се да под методом *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖσθαι* Платон, бар у *Менону*, и не мисли на друго до на филозофску примену поменутих математичких поступака. Пошто је навео шта подразумева под поступком истраживања из хипотеза, Платонов Сократ га примењује на истраживање питања може ли се врлина поучити:

„[…] да би била нешто што се може поучити или нешто што се не може поучити, [испитајмо] каква је врлина у односу на ствари које се тичу душе. […] ако је различита од знања (*ἐπιστήμη*) или истоврсна с њим, је ли нешто што се може поучити (*διδακτὸν*) или није […]. Није ли свакоме јасно да се човек не поучава ни у чему другом него у знању (*ὅτι οὐδὲν ἄλλο διδάσκεται ἄνθρωπος ἢ ἐπιστήμην*)? […] Ако је врлина нека врста знања (*εἰ δέ γ'*

64 Zhmud, L. (1998), као и (2006), стр. 82–116.

65 Heath, Th. L. (1921), стр. 303.

ἐστὶν ἐπιστήμη τις ἡ ἀρετή), јасно је да би онда била нешто што се може поучити (*διδακτὸν*) [...] а ако је друкчија, онда није. [...] ваља испитати (*σκέψασθαι*) је ли врлина знање или је различита од знања (*πότερόν ἐστιν ἐπιστήμη ἡ ἀρετὴ ἢ ἀλλοῖον ἐπιστήμης*).” [*Men.*, 87b–c12, курзив В. Б.].

Јасно је да овај „скок” од истраживања дефиниције врлине на истраживање питања може ли се она поучити није никаква дигресија или напуштање испитивања после неуспеха, него је начињен управо у циљу доласка до дефиниције врлине. Сократов поступак истраживања може се схематски приказати на следећи начин:

Проблем 1: Наћи дефиницију врлине; у циљу решавања проблема испитује се проблем може ли се врлина поучити;

Проблем 2 (*διορισμός* 1): утврдити да ли се врлина може поучити;

διορισμός 2: да би се врлина могла поучити, нужно је утврдити да ли је она знање или није знање, јер човек се једино у знању поучава. Ако је врлина знање, онда се може поучити, а ако врлина није знање, онда се не може поучити; дискусијом ових услова уједно се долази до дефиниције врлине.

Премиса на којој почива *διορισμός*, као и даље извођење, јесте исказ: „Човек се једино у знању поучава.” Пошто га Сократ формулише упитно, „Није ли свакоме јасно да (*ἢ τοῦτό γε παντὶ δῆλον*)...?”, статус тог исказа би, условно говорећи, одговарао аксиому. Иако се ради о практичким стварима, није реч о консензуалној истини. Сократ не каже: „Не слажу ли се сви да се човек једино у знању поучава?” него: „Није ли свакоме јасно да се човек једино у знању поучава?”. Истина тог става за Сократа је самоочигледна, па статус исказа одговара статусу аксиома у математичком доказивању. Ако је „Човек се једино у знању поучава” аксиоматски исказ, кондиционал „Ако је врлина знање, онда се она може поучити” је еквиваленција. Тада се питање може ли се врлина поучити своди на истраживање да ли је она знање. У супротном, реч је о исказу импликације и утврђивање да је врлина знање представља нужан, али не и довољан услов за то да се врлина може поучити. Први став заступају Жмуд и Милер. По њима, дискусија на тему може ли се врлина поучити није *διορισμός* него пример математичке редукције (*ἀπαγωγή*).[66] С обзиром на то, схема испитивања требало би да изгледа овако:

Проблем: Утврдити да ли се врлина може поучити.

Ἀπαγωγή: Да би се врлина могла поучити, нужно је *и довољно*[67] утврдити да ли је она знање или није знање, јер:

Ax. Човек се једино у знању поучава.

Hip. 1: Ако је врлина знање онда се може поучити, а ако није знање, не може се поучити.

Hip. 2: Врлина је знање.

Доказ зависи од утврђивања статуса хипотезе „Врлина је знање” и њеног доказа. Даљи поступак Сократовог доказивања [*Men*., 87 d2–94 e2] може се укратко представити следећим низом:

66 Zhmud, L. (1998), стр. 221–3: Mueller, I., у: R. Kraut (прир.), (1992/2006), стр. 178.

67 Исто сматра и Бенсон. – Benson, H. (2003), стр. 107.

Hip. 3: Врлина је добро; добро је корисно (анализа појма); врлина је корисна.

Df. Принцип корисности је разборитост.

Hip. 4: Врлина је разборитост, или цела или неки део.

Hip. 1: Ако је врлина знање, онда се врлина може поучити.

Διορισμός: Да би се нешто могло поучити, неопходно је да постоје учитељи.

Да би врлина била знање, потребно је да постоје учитељи врлине.

Hip. 5: Ако је врлина знање, постоје учитељи врлине.

Hip. 6: Постоје учитељи врлине.

Hip. 7: Софисти су учитељи врлине.
(Одбацује се на основу емпиријске контраевиденције; негација хипотезе 6 не повлачи негацију хипотезе 5);

Hip. 8 (на основу *Hip.* 3 и 4): Честити и ваљани људи, тј. добри и разборити људи су учитељи врлине.

Hip. 9: Најбољи у врлини биће и најбољи педагози. (Јер, реч је о практичким стварима, о моралу, а не о нечему за шта је морал споредан); најбољи у врлини били су Темистокле, Лисимах, Тукидид; они су имали највише интереса да подучавају своје синове врлини, што су и чинили. Њихови синови нису постали врли људи. (Одбацивање на основу емпиријске контраевиденције.)

Врлина се не може поучити (на основу *Hip.* 1 и негације *Hip.* 9).

Закључак: Врлина није знање (негација *Hip.* 2).

Аргументација се овде не завршава. Сократ неће да одбаци хипотезе 6 и 2 све док у потпуности не испита њихов статус. То коначно чини утврђивањем да међу Атињанима, који су по претпоставци честити, ваљани и мудри људи, нема консензуса да се врлина може поучити и закључком да, ако Атињани не знају да ли постоје учитељи врлине (а они су честити, ваљани итд.), онда то нико не зна [*Men.*, 95 a6–96 b6]. Већ је показано да софисти и најбољи међу људима нису учитељи врлине. Јача хипотеза замењује се слабијом: више се не претпоставља да је врлина знање (*ἐπιστήμη*) него истинито мњење (*ἀληθῆς δόξα*) и поставља се питање може ли се ово поучити [97 b4–100 b3]. Одговор је негативан: истинито мњење је, попут дара за поезију и говорништво из *Ијона,* „дар Муза", нешто што се стиче „божанским усудом, без ума, ако не би било таквог државника који би и неког другог могао учинити државником" [100 a2–3], чиме је наговештено разрешење питања могућности поучавања врлини у *Држави.*

Метод *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖν*: *Федон.* Критеријум одабира и тестирања хипотеза (*RAA*)

Платон је у *Менону* поставио комплекснији и ефикаснији метод од *elenchus*-а, а узор за то била му је математика – она строгост и аналитичност која се могла наћи у геометријским доказима. Ако је то циљ којем се тежи, онда се питање критеријума одабира хипотеза у оквиру датог метода успоставља као један од главних методолошких проблема. Као што је већ речено, нису у питању никакве *ad* *hoc* него пажљиво и правилно одабране претпоставке. Критеријум одабира у ствари је критеријум постављања највиших, најоопштијих хипотеза и формулисан је у *Федону.* У основ (*ἀρχή, ὑπόθεσις*) поставља се (*ὑποθέμενος*) онај став (*λόγος*)[68] за који постоји јака субјективна увереност да је најснажнији (најбоље оправдан) а читав поступак истраживања из хипотеза своди се на дедуковање последица и њихово, како међусобно проверавање тако и проверавање у односу на изабрано начело. Последице које противрече највишем основном ставу одбацују се као лажне [*Phd.*, 99 e3–4, 100 a3–6]. Највиша начела, темељне хипотезе, бирају се из скупа метафизичких исказа типа: „Постоји добро/ правично/ лепо *etc.* по себи” [*Phd.*, 100 b5–6]. Читав поступак има смисла у контексту трагања за релевантним, тачним и потпуним објашњењем (*λόγος*) света. У том објашњењу хипотезе су основни метафизички ставови о крајњим узроцима. Као такве, оне се могу посматрати и као „теорије” или пре као основни ставови/ принципи метафизичке теорије о свету. Хипотезе стога не подлежу емпиријској провери, па је њихову истинитост нужно испитати на други начин.

Као „кандидат” за хипотезу предлаже се онај став за који, као што је већ речено, постоји субјективно уверење (*δόξα*) да је најснажнији (*ἐρρωμενέστατον*, дословно: „у најбољем здрављу”), док се истинитост свих других „нижих” ставова, тј. ставова мање општости, утврђује на основу слагања (*συμφωνεῖν*) са њим. Уколико постоји неслагање са основном хипотезом, тј. ако став мање општости противречи хипотези, одбацује се као неистинит. Противречност може бити директна или индиректна; став може бити у нескладу

68 *Λόγος* овде значи и појам и став, а може значити и објашњење. Изабрала сам у свакој појединој реченици оно значење за које ми се чини да најбоље одговара контексту.

(*διαφονία*) са основном хипотезом или са неком од њених последица. Дакле, критеријум утврђивања истине је логички и почива искључиво на захтеву за конзистентношћу, тј. за одсуством противречности. Главни метод утврђивања кохерентности према томе је *RAA* и метод истраживања из хипотеза не може се одвојити од овог. Хипотетички метод не може се редуковати на *RAA* јер подразумева нешто више од њега – пажљиви одабир основних хипотеза (метафизичких ставова), а то значи располагање метафизичком теоријом, било у развијеној форми било у заметку. Са друге стране, хипотетички метод не може ни без *RAA*, који је једино мерило провере истинитости објашњења. У одсуству критеријума слагања са емпиријском евиденцијом, истинитост теорије своди се на њену логичку ваљаност.

Метафизички ставови типљ „Постоји нешто по себи лепо, и добро, и велико, и тако даље” могу се преиначити у општији исказ „Постоје идеје”, који је основна хипотеза Платонове теорије идеја. Тако се добија још једно значење појма *ὑπόθεσις*: осим дефиниција, хипотезе су и најопштији ставови метафизичке теорије идеја, и у том смислу прва начела (*ἀρχαί*) објашњења света и свег знања уопште. Хипотезом „Постоје идеје” уводи се, тачније, хипостазира постојање ентитета које се *de facto* не може проверити. Провера је индиректна, утврђивањем логичке конзистентности, и то је главни начин испитивања истинитости основних хипотеза:

„Ако би неко ударио на сам основни став (*τῆς ὑποθέσεως*), би ли га пустио на миру и не би одговорио пре док не би *испитао да ли се оно што из те претпоставке следује једно с другим слаже или не слаже* (*ἂν τὰ ἀπ᾽ ἐκείνης ὁρμηθέντα σκέψαιο εἴ σοι ἀλλήλοις συμφωνεῖ ἢ διαφωνεῖ*)? Па ако би се показало као *нужно да оправдаш* (*διδόναι λόγον*) *сам основни став*, ти би га исто тако оправдавао *узевши опет на основу* (*ὑποθέμενος*) *неки други став* (*ἄλλην αὖ ὑπόθεσιν*) *који би се између виших показивао као најбољи, док не би доспео до нечега што задовољава* (*ἄλλην αὖ ὑπόθεσιν ὑποθέμενος ἥτις τῶν ἄνωθεν βελτίστη φαίνοιτο, ἕως ἐπί τι ἱκανὸν ἔλθοις*). И притом не би [...] мешао различне ствари говорећи час о начелу (*τῆς ἀρχῆς*) час о оном што из њега следује, ако би иначе хтео да нађеш нешто од онога што одиста постоји (*τι τῶν ὄντων εὑρεῖν*)” [*Phd.*, 101 d–e, подвукла В. Б.].

Одсуство противречности је норма истинитости и за саме прве хипотезе. Ове се тестирају испитивањем последица. Уколико се утвди да су последице хипотезе међусобно противречне (да воде у *ἀδύνατον*), сама хипотеза одбацује се као неистинита (*RAA*). Уколико је хипотеза истинита и у њену истинитост не треба сумњати, њене последице неће бити узајамно противречне, а испитивање ће довести до бољег разумевања и стицања знања о закључцима. То значи да се доказ из хипотеза може применити само у домену чистог мишљења.[69] Тако је Платон у *Федону,* полазећи од најопштијег става о постојању идеја, доказао бесмртност душе.

Ваља, међутим, поново истаћи да *RAA* пружа само негативни критеријум утврђивања истинитости хипотеза. Да би поступак испитивања био потпун, потребно је испитати и супротну хипотезу, тј. потпуно истраживање *ἐξ ὑποθέσεως* подразумева проверу увек две хипотезе: прве, којом се неко стање ствари тврди и друге, којом се оно негира. То је нужно због разлике у применама *RAA* у математици и у филозофији. У математици, уколико се утврди да исказ повлачи противречност, одатле непосредно следи да је неситинит, а да је истинита његова негација. У филозофији то није нужно случај. Могуће је да је противречност последица неког од исказа који су логички повезани са основном хипотезом, тј. да читав систем ставова, којем припада основна хипотеза, имплицира противречност. Стога је потребно не само

69 Уп. Szabo, A. (1978), стр. 243 и даље.

испитати основну хипотезу него и њену супротност, односно, у идеалном случају, читав тај систем ставова. Такав поступак први је применио Зенон у својим апоријама, а исто је учинио и Платон у *Пармениду.*[70]

Платонов поступак тестирања хипотеза, према томе, има бар два основна правца: 1) тестирање хипотезе извођењем последица које треба да задовољавају критеријум конзистентности путем *RAA,* и 2) утврђивање оправданости саме хипотезе излагањем дедуктивног тога на основу којег је видљиво из којих начелнијих хипотеза ова следи и тачно на који начин. Уколико уврстимо и објашњење метода *ἐξ ὑποθέσεως* из *Менона,* поступак оправдавања добија још две ставке: 3) трагање за и постављање хипотезе која пружа могући одговор на питање којим се бавимо („Шта је *X*?"), и 4) показивањем да ли и како дотична хипотеза повлачи одговор на постављено питање, дакле опет излагањем дедуктивног

70 У том дијалогу испитане су све могуће хипотезе које се тичу постојања Једног (*ἕν*), односно мноштва (*τὰ πολλά*): 1) Једно постоји: Једно је Једно, оно није ни цело нити има делове, Једно је безгранично, без облика, оно није у простору ни у времену, не мирује нити се креће, није идентично самом себи нити је различито од другог, није слично ни неслично, једнако ни неједнако, не учествује у бићу; 2) Једно постоји: Једно је биће, Једно је целина састављена од делова, тј. Једно је бескрајна множина, ограчничено и неограничено, у простору и у времену, истовремено у кретању и мировању, идентично и различито, слично и неслично, једнако и неједнако, може се сазнати и дефинисати, постаје и не постаје, постоји и не постоји; 3) Једно се мења; 4) постоји Једно и мноштво, мноштво је мноштво делова органске целине, бескрајно, али узајамно ограничено, слично и неслично; 5) постоји Једно и мноштво, али мноштво не чини делове Једног и не добија никакве атрибуте; 6) Једно не постоји, али је оно предмет мишљења и сазнања, и учествује у бићу 7) Једно не постоји и није предмет мишљења ни сазнања; 8) Једно не постоји, али постоји мноштво. Може се показати да свака од ових хипотеза води у *ἀδύνατον*, па се *Парменид* завршава апоретички. Но, методски битна поента тог дијалога је да демонстрира „вежбање у дијалектици", тј. да покаже да консеквентно истраживање методом *ἐξ ὑποθέσεως* подразумева испитивање читавог система ставова (хипотеза) – у томе почива његова хеуристичка снага.

тока. Правилни распоред етапа у истраживању је: 3), 2) и 1), 4).[71] Тек то је хипотетички метод у целини.

Постављањем и тестирањем хипотеза методом *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖσθαι* апстрахује се чулна евиденција, односно трансцендира се перцепција, што поменути метод чини чисто логичким истраживањем. Савремном терминологијом речено, платоновске хипотезе не могу се верификовати ни конфирмовати, јер оба поступка подразумевају тестирање путем чулне евиденције, док су хипотезе о којима је овде реч ставови од којих зависи интерпретација самог тог искуства.

Закључна разматрања: природа метода истраживања из хипотеза

Преостало је одговорити на питање да ли и у којој мери математика игра улогу у формирању Платоновог поступка метода *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖν*, чиме би се уједно отворио пут за одговор на друго важно питање: да ли Платон у дијалозима средњег периода заправо примењује математички метод у филозофији.[72] Анализа *Федона* показала је да Платонов метод истраживања из хипотеза битно почива на *RAA*, као и то да се већина аргумената из овог дијалога, али и из *Менона,* успешно могу схематизовати. Употреба примера/ доказа из геометрије у потоњем дијалогу и чињеница да Платон ту примењује *de facto* математички поступак решавања проблема (*ἀνάλυσις* и *διορισμός*) као филозофски метод, имплицује да има основа тврдити да се, бар у *Менону,* ради о пукој примени математичког метода у филозофији. У Федону поступак *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖν*, додуше, трансцендира *διορισμός*,

71 Benson, H. (2012), стр. 5.

72 Ту тезу, уз Милера и Жмуда, заступа и Лендријева. – Landry, E. (2012).

но по форми и структури не разликује се од индиректног математичког доказа. Да се и овде ради о примени математичког метода у филозофији, томе у прилог сведочи и Платонова карактеризација метода истраживања из хипотеза као *δεύτερος πλοῦς*, „друге пловидбе”, што је синоним за долажење до неке дестинације јединим преосталим начином онда када непосредан увид у истину није могућ;[73] „друга пловидба” имплицује постојање „прве”. Ако је математика једина наука у којој научна строгост није доведена у питање и ако је та строгост идеал којем филозофија методски треба да тежи, онда су Платоново преузимање метода из математике и његова примена у филозофији готово извесни.

Но, да ли је то баш тако? Тек филозофском актуализацијом геометријског задатка у *Менону* тај доказ постао је филозофски релевантан. Сам по себи, независно од филозофског контекста, он не може одговорити на питање о природи знања, или о ма којој другој, изузев природе односа дијагонале и странице квадрата. Док појмови као што су, на пример, појам имагинарног броја, интеграла или диференцијала немају смисла (интензију, означено) ван математичког дискурса, није извесно да се исто може казати за метод *RAA*. Истина, *RAA* није одлика природног него посредованог, рефлектованог мишљења, али питање је да ли је то мишљење матиматичко. Могли бисмо, можда, казати да оно то јесте у оној мери у којој термин „математичко” реферише на матем, знање.

Ствар је комплекснија када је реч о хипотезама. Ово стога што хипотетички карактер не одликује природно мишљење – оно је, напротив, асерторичко – већ научно мишљење; ово је у својој бити хипотетичко. Међутим, ма

73 Деретић, И. (2009), стр. 88.

колико природно мишљење било асерторичко, нека логичка правила (попут *modus ponens*) опстају у њему. Исто тако, принципи идентитета и непротивречности јесу логички, односно умски принципи, и као такви не припадају ексклузивно ниједном научном дискурсу – могло би се казати: ниједном пре или више него другом. Но, да се вратимо хипотезама, ако оне и јесу карактеристика рефлектованог, научног мишљења, нису зато ексклузивно „власништво” математичког мишљења (мада, истини за вољу, најеклатантнију примену имају управо у математици).

Конкретније посматрано, Платонов хипотетички метод у *Федону* уведен је као отклон од натуралистичких објашњења космоса која су заступали предсократовци и чија је главна карактеристика ослањање на чулну евиденцију. (Ослањање на чулну евиденцију иначе је одлика преднаучног погледа на свет.) Насупрот томе, истинито објашњење (*λόγος*) у Платоновој визури полази од идеја, које су *τὰ νούμενα*, вечне, ненастале и непропадљиве, константне и конзистентне па фигуришу као парадигме у објашњењу, а не од чулних феномена који припадају домену оног видљивог, у кретању, сталној промени и противречју. Позивање на идеје у објашњењу и увођење хипотезе која успоставља, хипостазира њихову егзистенцију не само да је одлика индиректног доказа него, пре и више од тога, значи увођење метафизичких претпоставки у науку. У том смислу, хипотезе из *Федона* функционишу као прве, емпиријски непроверљиве премисе доказа на које се извођење ослања и којим се оно оправдава, као и крајњи разлог предикације својстава стварима.

Платон је у дијалозима средњег периода први пут дошао, на основу интензивнијег проучавања математике, до идеје о артикулацији и примени хипотетичког метода у филозофији. Упркос томе, хипотетички метод као такав не припада искључиво математици него се ради о универзалном методу научног истраживања – уколико је оно научно. У том смислу, употреба хипотетичког метода у филозофији у дијалозима средњег периода упућује на то да је Платонова главна интенција у тој етапи рада била покушај установљења филозофског дискурса као научног дискурса. Математика је, по свему судећи, у том подухвату послужила као методски модел.

Иначе, примедба о томе да је Платон само применио математички метод у филозофији не разликује се од Хајдегерове примедбе Декарту. Хајдегер је, наиме, критиковао Декарта за „непримерену” примену математичког метода у филозофији као метода који је овој потоњој, наводно, потпуно стран и могло би се додати, суштински погрешан.[74] Овакво мишљење подразумева као непроблематичну могућност да се на филозофију једноставно „накалеми” нешто што јој је у принципу страно. Критика суштински промашује Декартове намере, јер он трага за универзалним методом доласка до извесног знања и налази да тај и такав метод своју најбољу примену има у математици, а не да је у питању инхерентно математички метод који би требало „накалемити” на филозофију. Такав критички став, на несрећу његовог аутора, открива одсуство разумевања неких од Декартових основних методских идеја.

Mutatis mutandis, на исти начин би се могло одговорити на примедбу о примени математичког метода у Платоновој филозофији. Дискусија услова под којима је решење неког проблема могуће, у античкој грчкој математици названа *διορισμός*, није „приватна својина” математике, већ одлика рефлексије уопште. Та дискусија и јесте рефлексија трансценденталних услова, у ванматематичком смислу

74 Хајдегер, М. (1988), стр. 108–9.

речено, појаве одређеног феномена. Исто важи и за хипотетичко мишљење. Оно је, као што је већ назначено, рефлектовано мишљење. Такође, будући да полази од основних поставки (хипотеза) које не доводи у питање и на којима заснива корпус чињеница и интерпретација спрам којих врши поменуту рефлексију, оно је и научно мишљење. Наука је у својој бити хипотетичка и Платон, када уводи хипотетичко истраживање у филозофију, филозофију установљава управо као науку. Математика му је у том смислу вероватно била узор и модел, али дискурс *Федона* и *Менона,* упркос томе што потоњи дијалог обухвата и математички дискурс, није постао математички него је до краја остао филозофски. Установљен као научни, да, али и даље филозофски.

III

ДРЖАВА: ДИЈАЛЕКТИКА КАО ПРЕВАЗИЛАЖЕЊЕ МЕТОДА ИСТРАЖИВАЊА ИЗ ХИПОТЕЗА

Филозофија и „теоријске природне науке”. Одређење дијалектике, успостављање разлике између ума и разума

Седма књига *Државе*, најпознатијег Платоновог дела, износи ауторов нацрт образовног програма, нужног у припреми за филозофију. Подразумева се образовање у наукама, чију круну представља дијалектика. Ова последња, коју Платон истовремено назива вештином (*τέχνη*) и знањем (*ἐπιστήμη*), истовремено је и увод у филозофију и сама филозофија [*Resp*., 521 c4]. Филозоф је вешт у дијалектици – рећи „дијалектичар” значи рећи „филозоф”. Платон у *Држави* синонимно употребљава *ἐπιστήμη* и *μάθημα*, који су са правом на српски наизменично преведени као „знање” и „наука”.[75] Аритметика, геометрија, астрономија и хармонија (теорија

75 Платон (1983). Превод: А. Вилхар и Б. Павловић.

музике) су свака понаособ *ἐπιστήμη* или *μάθημα*, па чак и *τέχνη*. Исто важи и за дијалектику, мада се чини је Платон у овом дијалогу нешто чешће карактерише као *ἐπιστήμη* и *τέχνη*, него као *μάθημα*. То је, можда, стога што дијалектика подразумева специфични став, који не одликује ниједну од наведених наука. Све оне су рефлексивне, али само је дијалектика уједно и ауторефлексивна.[76] Друге науке, геометрија посебно, „приморавају душу да гледа на горе", али дијалектика је једина која је вади из „варварске погани" [*sic!*]; једино она може обратити душу „да устане из мрачног дана у прави дан бића" [*Resp*., 527 b6–7, 533 d1–3, 529 a2–3].

У *Држави*, Платон напушта метод истраживања из хипотеза, иако се ради о делу које уз *Менон* и *Федон* припада дијалозима тзв. средњег периода. Превазилажењем поступка истраживања из хипотеза превазилази се и идеал методског утемељења филозофије по узору на оно што бисмо данас могли назвати теоријским природним наукама. Упркос прелазу на дијалектику, веза између ње и ових наука још увек постоји. Та веза присутна је најпре у томе што Платон, као што је речено, строге науке – а то се, пре свега, односи на математику – чини незаобилазним делом филозофске наобразбе, али и зато што дијалектика још увек има нешто методски заједничко са њиховим начином истраживања. Дијалектички метод и метод истраживања из хипотеза, онако како га примењује математика (па и филозофија у *Федону*) полазе од хипотеза, апстрахују од чулног опажања и укључују дедуковање последица из онога што постављају за свој почетак.[77] Но, по томе како се сваки од њих односи према хипотезама и шта узима за свој *ἀρχή*, филозофија и теоријске

76 Платон (1983), стр. 378, фуснота VII. 73 (Б. Павловић).

77 Уп. Деретић, И. (2009), стр. 104.

природне науке битно се разликују.

У *Менону* и *Федону* парадигматични научни метод био је математички. Све науке образовног програма *Државе* такође су математичке, који год да је њихов предмет (наравно, изузев дијалектике). То да су математичке, за астрономију и теорију музике конкретно значи да су „чисте”, тј. неемпиријске.[78] Када је о аритметици и геометрији реч, Платон се залаже да се и оне изучавају самог знања ради, а не због њихове примене, иако је та примена (логистика и стратегија) несумњиво корисна. Према његовом мишљењу, ове науке више од свих других подстичу душу на мишљење (*νοήσις*). Подстицање или „приморавање душе да се служи мишљењем” јавља се превасходно онда када је свест суочена са супротстављеним перцепцијама [523 c и даље]. Вероватно најпознатији пример је онај са „преломљеним” штапом у води. Наиме, једино захваљујући мишљењу субјект зна да штап није стварно преломљен, ослањање на чулно сазнање даје му противречне информације: штап је преломљен (вид) и штап није преломљен (додир). Стога су супротстављене перцепције предмет мишљења или размишљања. Ваља истаћи да у VII књизи *Државе, νόησις* углавном означава и мишљење као активност *νοῦς*-а и размишљање, активност разума (*διάνοια*), што повлачи да се ради пре о различитом деловању или функцијама једне исте сазнајне моћи него о различитим сазнајним моћима. Овај податак биће од посебног значаја

78 То и јесте смисао теоријских природних наука. Иначе, говорећи о теорији музике, Платон се подсмева онима који мисле да се та наука своди на штимовање инструмената уз помоћ слуха (питагорејци акузматичари). По њему – а тако су мислили и образовани питагорејци – хармонија се пре свега тиче израчунавања бројних односа међу тоновима [*Resp*., 531 b1–c3]. Та идеја и данас чини основ теорије музике. Занимљиво је, међутим, да у *Тимају* Платон употребљава управо то чему се у вези са питагорејском теоријом музике подсмева – наиме, питагорејско штимовање (в. поглавље VIIб овог рада).

нешто касније.

Аритметика и геометрија су науке захваљујући којима је свест у стању да унесе ред и склад у супротстављене перцепције. Платон је ценио аритметику, али ју је и критиковао [на пример, *Phd.*, 97a–c, *Resp*., 525 d–e4]. На другој страни, изгледа да је геометрију постављао за парадигму математичког знања. То се може закључити и на основу анализе *Менона* пошто се *διορισμός*, „метод” дискусије услова под којима је могуће нешто решити, у предеуклидској математици примарно односи на решавање проблемâ геометријске конструкције. Геометрија је, за Платона, наука (*μάθημα*) која омогућава лакши „поглед на” идеју Добра (*πρὸς τὸ ποιεῖν κατιδεῖν ῥᾷον τὴν τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέαν*); као *a priori* наука о облицима (фигурама), она је „сазнање (*γνῶσις*) онога што је вечно” [*Resp*., 526 a1, 527 b5]. Још увек се види веза између филозофије и математике, но за разлику од *Федона*, где је филозофија требало да следи узор који је поставила матаматика, у *Држави* је обрнуто: релевантност геометрије одређена је у односу на дијалектику, једину вештину која допире до суштине предмета којим се бави. Платон експлицитно каже да дијалектика (*διαλέγεσθαι*) припада сфери умног (*τὸ νοετόν*) и да настоји да искаже или захвати (*ἐλέγομεν*) суштину живих бића, то каква су она по себи (*πρὸς αὐτὰ ἤδη τὰ ζῷα ἐπιχειρεῖν*), звезде по себи (*πρὸς αὐτὰ τὰ ἄστρα*), сунце по себи (*πρὸς αὐτὸν τὸν ἥλιον*), [532 a1–4]. Једном речју, разматра идеје (*εἶδος*), док геометрија само разматра фигуре (*σχήματα* и *στερεά*).

Дакле, дијалектика је у *Држави* примарно одређена као метод долажења до дефиниције предмета. Но, она није само то него је и способност давања објашњења, тј. подношења доказа (полагања рачуна, *λόγον διδόναι*) за ставове који се заступају, као и генерално вештина аргументовања – доказивања и оповргавања. Дијалектика (*διαλέγεσθαι, διαλεκτική τέχνη*) је, дакле, и знање и вештина и наука (*ἐπιστήμη/ μάθημα* и *τέχνη*). Бивајући све то, она није само вештина вођења разговора, већ легитимни метод (*ὁδός, μέθοδος*) истраживања [532 а1–5, 534 b2–3 и даље, и на другим местима].[79] Дијалектичари (*οἱ διαλεκτικοί*) су они који су способни да дођу до суштине, тј. дефиниције предмета истраживања (*λόγος τῆς οὐσίας*), а за своје ставове подносе објашњења (*λόγος*) и доказе (*λόγος*). Термин „*λόγος*" употребљен је у три различита значења.

Треба подсетити да је поступак *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖν* у *Федону*, такође, одређен као метод доказивања. Тамо се термин „*λόγος*" јављао у две основне употребе: 1) као аподиктички доказ, у вези са доказним поступком метода истраживања из хипотеза 2) као полазна, највиша хипотеза која се не доводи у питање, а којом се постулише постојање идеја. Укључивање поступка дефинисања у метод истраживања одређен у *Држави* представља новину у односу на *Федон*, којом се дијалектика приближава методу деобе и класификације (*συναγωγή καὶ διαίρεσις*) из *Софиста* и других Платонових дијалога тзв. позног периода.[80] Но, још више од тога, главна разлика између дијалектике, како је дефинисана у *Држави*, и метода *ἐξ ὑποθέσεως σκοπεῖν* из *Федона* почива у значају који се придаје хипотезама, тј. (основним) ставовима од којих се започиње истраживање. Упостављање те разлике, као што је већ речено, представља еманципацију од идеала теоријске природне науке.

Ту методску разлику Платон је изразио преко разликовања ума и разума, што је прво такво разликовање у

79 Платон (1983), стр. 378, фуснота VII. 73 (Б. Павловић).

80 Деретић, И. (2009), стр. 113. Уп. *Resp.*, 532 е1.

европском мишљењу.[81] Сасвим је плаузибилна теза да се код ума и разума заправо ради о две различите активности једне исте сазнајне моћи, а не о две различите сазнајне моћи.[82] Платон је, додуше, ум и разум представио одвојено на подељеној линији и дефинисао као „оно што је између мњења и ума (*ὡς μεταξύ τι δόξης τε καὶ νοῦ τὴν διάνοιαν οὖσαν*)" [511 d4–d3, и на другим местима]. Но, као што је речено, у целој VII књизи *νόησις*, мишљење, Платон је једнако приписивао и једној и другој моћи. Коначно, не треба заборавити да су све моћи душе, укључујући и опажање, моћи једне душе.

Уколико су ум и разум доиста иста сазнајна моћ, поставља се питање онтолошког статуса математичких ентитета у Платоновој филозофији. У наредном поглављу илустроваћу то питање на примеру броја; између осталог, пропратићу и коментарисати две главне супротстављене херменеутичке тенденције у погледу тога шта је Платон разумео под (идејом-) бројем. Што се саме *Државе* тиче, ако су *νοῦς* и *διάνοια* у ствари једна иста моћ, поставља се питање да ли то имплицује да се баве истим предметима? Све и да њихови предмети нису исти, зар не би требало да припадају истом онтолошком подручју? Зар то не би повлачило да су математички објекти, у ствари, идеје? То становиште заступа Џулија Анас. На то питање одговорићу у следећем поглављу. Овде се одговор само може наслутити на основу онога што је до сада речено. Када би математички објекти били идеје, онда би се идејама могло оперисати као бројевима, тј. могле би се сабирати, степеновати, интегралити итд., а то није могуће. Корен из 4 је ± 2, (идеја) корен(а) из идеје четворке је

81 Платон (1983), стр. 369, фуснота VII. 60 (Б. Павловић).

82 Ту тезу заступа И. Деретић, која са правом истиче да, „док се доња два сегмента линије разликују према предметима на које се односе, чини се да је разлика између разума (*διάνοια*) и ума (*νοῦς*) пре свега методолошка." – Деретић, И. (2009), стр. 103.

бесмислица. Према томе, чак и ако су разум и ум једна иста сазнајна моћ, то не би требало да се односи на њихове предмете. Друго је питање то што тада онтолошка разлика између предметâ сазнања не би узроковала когнитивну разлику међу самим сазнајним моћима, што је код Платона иначе случај. Упркос томе, изглада да је Платон у овом конкретном случају мислио изван ограничењâ поставки властитог система и да му је било јасно да је мишљење моћ која једнако припада уму и разуму.

Дијалектика као истраживање од хипотеза ка нехипотетичком почетку

Дијалектика је ауторефлексивно истраживање које полази од чулног, видљивог света (*τὸ ὁρατόν*) и иде до интелигибилног, до света идеја (*τὸ νοετόν*); чак и иза овога, до идеје Добра, или Једног. Према Платону, њој се учи или у њој напредује онај „ко се ослободио окова” (алегорија пећине). Све друге науке имају границу до које у истраживању могу допрети. Оне „сањају о бићу (*ὁρῶμεν ὥς ὀνειρώττουσι μὲν περὶ τὸ ὄν*), али га не могу гледати (*ἰδεῖν*) у будном стању” [533 b6–c1]. (*Ἰδεῖν* значи исто што и *θεωρεῖν*, умно гледати, сагледавати, контемпловати.) Другим речима, оне не могу допрети до дефиниција односно идеја ствари; не могу захватити (*λαμβάνειν*), па самим тим ни дати истиниту дескрипцију реалности. За Платона, дијалектика је једини *μέθοδος* којим се, у свим случајевима, стиже до одговора на питање шта је по себи нека ствар [533 b1–2]. Аритметика, геометрија (планиметрија и стереометрија), астрономија и теорија хармоније, чак и ако су теоријске (неемпиријске или на неемпиријским основима постављене) науке, за то нису способне.

У објашењу разлога зашто ове науке нису у стању да дођу до суштина ствари̑, Платон врши коначни раскид са методом истраживања из хипотеза. Постулисање хипотеза и закључивање из њих – дакле, сама срж хипотетичког метода – истовремено је и ограничење наука које истражују уз помоћ њега. Дијалектички метод је једини који се, мада и сам полази од хипотеза, на њима не задржава него их третира као оно што оне уистину јесу – претпоставке, полазне или пролазне тачке у истраживању за напредовање до тзв. нехипотетичког почетка свега (*τοῦ ἀνυποθέτου τὴν τοῦ παντὸς ἀρχὴν*), [511 b2–6 и даље, 533 c4–d2 и даље]. У осталим наукама, душа је, како Платон каже, „присиљена да истражује из хипотеза", и то погрешним путем, „не према ономе што је прво него према ономе што је на крају и завршетку." Нехипотетички почетак је то што је „прво (*ἀρχή*)"; углавном се односи на Једно или Добро, мада се начелно може односити и на идеје [уп. 511 c1–2]. Но, на шта Платон мисли када каже да науке полазе од хипотеза? – На њихове дефиниције, аксиоме и постулате. Ниједна наука критички не приспитује своје основне поставке. Шори тај став пореди са средњевековним *Contra principium negantem non est disputandum*: геометричар неће пристати да га неко пита о психичком основу представе простора, наставник хемије неће одговарати на питање типа „Да ли је материја стварна?"[83]

Данас знамо да се научне револуције догађају управо захваљујући критичком преиспитивању полазних, тј. основних хипотеза у науци (теорија релативности, нееуклидске геометрије). Но, колико год теоријске природне науке дозвољавале или потребовале револуције – праве

83 *Plato. Plato in Twelve Volumes. Vols. 5 & 6 translated by Paul Shorey* (1969), London: Cambridge/ Harvard University Press: http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext%3A1999.01.0168%3Abook%3D6%3Asection%3D510c [15. 12. 2014.].

револуције, попут поменутих, догађају се изузетно ретко – оне, заправо, никада не могу беспретпоставно започети. Нехипотетички почетак није могућ у науци како се тај појам данас схвата, јер је наука *per definitionem* хипотетичко мишљење. Уколико се све што је хипотетичко искључи из науке, ако се дакле систем аксиома или основних ставова као такав стави у заграде, ни од једне науке неће остати ништа. Коначно, то и јесте смисао Хусерлове идеје да природне науке припадају ставу наивне свести.

Тек је сада, заправо, дозвољено рећи да методско постављање хипотеза у дијалогу *Федон* није више до постулисање. На једној страни, одсуство критичког става спрам тог постулисања, а на другој суштински беспретпоставни став дијалектике – вероватно се ради, ако не о првом, свакако о једном од првих разликовања рефлексије и ауторефлексије у европској мисли. Платонова критика наука (аритметике, геометрије итд.) суштинска је, јер не погађа само неку конкретну научну теорију или у случају математике, конкретну праксу, него се ради о фундаменталној критици научног знања. Стога мора грешити сваки покушај који би ову критику да интерпретира на тај начин.[84] Проблем није у томе што геометричари говоре „веома смешно и на начин робова”, тј. конструкцијски језик математике и његов наивни реализам – проблем су хипотетички основи те науке. Из тог разлога, при крају VII књиге *Државе*, Платон ревидира став према аритметици, геометрији, астрономији и теорији хармоније. Више их не назива наукама, односно знањима (*ἃς ἐπιστήμας*), него каже да би им требало дати неко друго име које би значило „више него мњење (*δόξα*), а мање него наука (*ἐπιστήμης*)” – које би, дакле, било између то двоје – одређујући

84 Benson, H. H. (2011).

их као разумско увиђање (*διάνοιαν*), [533 d]. На тај начин, он поставља јасну разлику између разумског и умског сазнања, везујући дијалектику за ум, а оно што бисмо данас назвали теоријским наукама – за разум. У том смислу, дијалектика = филозофија, остаје једино нехипотетичко знање или мишљење. Она је фундаментално знање (иако није фундаментална наука), које трага за утемељењем како свих наука, тако и самог себе, непрекидно бивајући подложно критичком преиспитивању и самопреиспитивању; у том смислу, оно је доиста знање знања. Отприлике двадесет и један век пошто је Платон филозофију установио као нехипотетичко мишљење, она је човечанству даровала једину несумњиву истину којом до данас располаже – *cogito*.

Дијалектика, идеја Добра и *ἄγραφα δόγματα*

Према Платону, циљ дијалектике је, у крајњој инстанцији, спознаја Добра (Једног из неписаног учења). Та спознаја је двојака: она је истовремено непосредни увид (*ἰδεῖν*) Добра и дискурзивни долазак до његове дефиниције, односно појма.[85] Дијалектичар је у стању да дефинише Добро, и то захватањем његове суштине, те истицањем специфичне разлике [*Resp.*, 534 b2–4]. Његова одредба захвата бит саме идеје Добра, онога што је оно по себи. Спознаја Добра за Платона значи спознају услова и узрока тоталитета бића: „...кад се она увиди, тада из самог расуђивања нужно следи да је она узрок свему што је исправно и лепо, да је у подручју видљивог родила светлост и господара светлости, а да је подручју умног она сама господарица која даје истину и ум”

85 Уп. Деретић, И. (2009), стр. 110–12: „Адекватно тумачење морало би да узме у обзир и удео дијалектике и ноетике у сазнавању идеја уопште, а понајвише идеје Добра...” (стр. 111–12).

[516 c2–5]. То је спознаја трансендеталног (и трансцендентног) услова свега што јесте. Идеја Добра није *ὀυσία*, већ омогућава да *ὀυσία* уопште буде и да се појави.

Увид у Добро истовремено је тзв. синоптички увид: дијалектичари, како Платон каже, „виде ствари у њиховој повезаности (*ὁ μὲν γὰρ συνοπτικὸς διαλεκτικός, ὁ δὲ μὴ οὔ*)”, при чему јединство те спознаје одговара јединству Једног [537 c4–5].[86] Сасвим непрецизно изражено, реч је о некој врсти епистемичке „резултанте” свих знања, несводљиве ни на једно од њих.[87] Увид подразумева тзв. пут нагоре (*ἄνοδος*) и пут надоле (*κάθοδος*), [511 b9–c3]. Пут нагоре, пут је дијалектике од чулних ствари до идеја, затим до идеје Добра, тј. уопште до принципâ. На том месту онтологија *Државе* уступа место метафизици неписаног учења. Пут надоле је, у ствари, пут генезе тоталитета бића почев од принципа Једног и неодређене двојине, преко идеја-бројева и димензија по себи, осталих идеја, математичких ентитета,... све до сенки и одраза на води. Како ћу настојати да покажем у наставку рада, пут надоле може се схватити у модерном духу као пут појмовне изградње или, једноставно, „опојмљавања”. Већ се на овом месту може направити благи обрис предметâ неписаног учења – конкретно, идеја-бројева и димензија по себи, о којима ће бити речи у наредним поглављима. Дијалектика је одређена као наука, знање и вештина која се бави суштинама, или дефиницијама, „без ослонца на било које чуло, ослањајући се само на разлоге (*λόγοι*)”, [*Resp*., 532 a4–5]. Стога ће број по себи (и идеја-број), те димензије по себи

---

86 Деретић, И. (2009), стр. 106. Такође, Деретић, И. (2010), стр. 42–57.

87 „Епистемички идеал *Државе* је тотална јасност синоптичког увида свих наука.” – Burnyeat, F. M., Barns, J., „Socrates and the Jury: Paradoxes in Plato's Distinction between Knowledge and True Belief, у: Smith, N. D. (1998), стр. 83. Уп., такође, Krämer, H. J. (1990)II, стр. 134.

бити њен предмет, а не предмет математике. Ти ентитети требало би да буду идеални, не математички. Но да ли је то заиста тако, остаје да се види у наставку.

IV

УЧЕЊЕ О „ИДЕЈАМА-БРОЈЕВИМА”

Аристотел, који је главни извор за Платоново неписано учење, имплицитно тврди да су постојале две етапе теорије идеја [*Met*., 1078 b 10]. У првој, раној етапи Платон је под утицајем хераклитовске филозофије и сократовског дефинисања моралних појмова развио теорију идеја са главним фокусом на односу између чулних ствари и њихових праузора (*παράδειγμα*), идеја (*εἶδος*, *ἰδέα*), уз тенденцију да појмовно захвати и на тај начин „фиксира” оно што, упркос свим променама у предметима, остаје трајно и непроменљиво. За Платона су идеје, управо захваљујући универзалном и непроменљивом карактеру, нужан и довољан трансцендентални услов знања и његов превасходни интерес у том смислу једнако је епистемолошки и онтолошки. Ова фаза теорије идеја свој пуни облик задобија у дијалозима тзв. средњег периода, пре свега у *Федону* и *Држави*. У потоњем дијалогу, доминантни тон је филозофски, дијалектички, а разматрање математике првенствено је педагошког и методолошког карактера (статус математичких хипотеза и доказа), док је статусу самих математичких ентитета посвећено немного пажње, тек онолико колико је било неопходно да би се они ситуисали на подељеној линији између идеја и чулног света. У другој, позној етапи, која се везује за зрело доба Платонове филозофије и предавања која је држао у Академији, теорија идеја задобија облик учења о тзв. идејама-бројевима. На жалост, осим инсинуација, нигде у Платоновим списима нема ни једне једине речи ни о каквим идејама-бројевима. Са друге стране, Аристотел сасвим експлицитно каже да за Платона идеје јесу бројеви: *τὰ εἴδη εἶναι τοὺς ἀριθμούς* [*Met.*, 987 b 22], и то је формулација коју понавља и на другим местима: *Met.*, 991 b 9: „Мада, ако су доиста идеје бројеви (*ἔτι εἴπερ εἰσὶν ἀριθμοὶ τὰ εἴδη*) [...]”, *De An.*, 404 b 24: „Они, наиме, кажу да су идеје по себи [...] у ствари бројеви (*οἱ μὲν γὰρ ἀριθμοὶ τὰ εἴδη αὐτὰ*) [...]” итд.[88] При томе, Платон, по Аристотелу – то, уосталом, стоји и у *Држави* – хипостазира и математички број, који се од идеја-бројева разликује по томе што подлеже математичким операцијама. Такође, Аристотел тврди да је Платон осим идеја-бројева заступао и постојање идеалних димензија [на пример, *Met.*, 1080 b 24], које је опет разликовао од математичких димензија по истом принципу по којем се идеје-бројеви разликују од математичких бројева – то јест, ни идеје-бројеви ни идеалне димензије нису математички ентитети.

Чињеница да се нигде у Платоновим списима не помињу идеје-бројеви изискује извесну обазривост у истраживању. То није случај, рецимо, са принципима Једног и неограниченог (*ἕν* и *ἄπειρον*), који такође спадају у Платоново позно учење и о којима Аристотел исто тако сведочи у *Метафизици*, тврдећи да је управо теорија о принципима у

88 На пример, *Met.*, 1090 a 16, 1080 a 14–15, 1082 b 23, 1090 b 33 и на другим местима.

основу оне о идејама-бројевима. Могуће је да је Аристотел погрешно протумачио Платоново позно учење и да је свом учитељу приписао неку од теорија која јесте била заступљена у Академији, али која није била Платонова.[89] То је мало вероватно с обзиром на чињеницу да Аристотел претежно јасно разликује у *Метафизици* Платоново, Спеусипово, Ксенократово и питагорејско учење. Тим пре када се има у виду садржај *Тимаја*, у којем Платон заступа геометријску изградњу космоса, што би можда могло ићи у прилог евентуалној теорији о превасходству идеја-бројева и идеалних димензија над математичким. Осим тога, тешко да би Аристотел непостојећој Платоновој доктрини посветио последње две књиге *Метафизике*, да би је сажето наводио и у стегнутом облику критиковао у првој књизи истог списа, која представља критички преглед свих, по Аристотеловом мишљењу, релевантних филозофија до њега, или да би је критички помињао ту и тамо и у другим књигама *Метафизике,* као и у другим својим списима. То би само могло сведочити о две ствари: прво, теорија идеја-бројева и идеалних димензија била је по свој прилици веома утицајна у Академији и друго, сам Аристотел ју је сматрао веома значајном, али неодрживом, због чега је и уложио толико напора у њено побијање.

Међутим, сви ови аргументи ипак не искључују могућност да је Стагиранин приписао Платону учење које овај никада није заступао. Да, доиста, могуће је да је теорија идеја-бројева и идеалних димензија била утицајна у Академији и да је Аристотел сматрао њено побијање релевантним, али то и даље не значи да је то била Платонова теорија. Прво, тешко је

---

89 Као најчешћег „кандидата” интерпретатори наводе Ксенократово учење с обзиром на то да је он изједначавао идеални број и математички број.

поверовати да Платон нигде, ни у једном дијалогу, не би поменуо нову теорију о идејама-бројевима када теорија идеја, ма у ком облику, чини централни део његове филозофије уопште. Када је релацију подражавања (*μίμησις*) заменио релацијом учествовања (*μέθεξις*) написао је *Федона;* мањкавости потоње изнео је у *Пармениду; Софист* доноси ревизију парменидовског појма небића, а сведочанство о истраживању принципâ налазимо у *Филебу.* Другим речима, ако је Платон у своје дијалоге уносио све што је сматрао релевантним, ако је у њима оставио неку врсту трага о свим битним променама своје мисли, како је могуће да није написао ниједну једину реч о идејама-бројевима и идеалним димензијама (под претпоставком да је тврдио њихово постојање)? Разлика између аритиметичке и чулне јединице броја, тј. мноштва, довољно је значајна да се нађе у *Држави* [*Resp.*, 526 a4], а тако радикалан став којим се идеје идентификују са бројевима није вредан ни помена? Затим, оштрина и јеткост Аристотеловог израза када говори о том делу Платоновог учења, његова неретко намерна дословна тумачења, па и неспорна нарушеност личних односа између два филозофа, додатно доводе у питање Аристотелове бројне тврдње о томе да су за Платона идеје бројеви. Или, дакле, Платон то никада није ни сматрао или постоји други разлог зашто се теорија идеја-бројева није нашла у Платоновим дијалозима. Могуће је, наиме, да Платонова позна филозофија није била до краја домишљена, да ју је он испробавао и развијао у Академији суочавајући се *in vivo* са контрааргументацијом и да још није дошао до задовољавајуће форме о којој би оставио и писаног трага.

На постављена питања није могуће дати коначан одговор, али је могуће испитати обе претпоставке. Наиме, ако Платон јесте изједначавао идеје са бројевима, треба видети које би биле последице тог става. Ако Платон пак није изједначавао идеје и бројеве, да ли то можда значи да је међу њима установио неки други облик релације? То су питања на која ћу настојати да одговорим.

Смисао постављања тезе о изједначавању идеја и бројева

Суштина теорије о идејама = бројевима јесте захтев за општом формализацијом знања. Ако идеје јесу бројеви – шта год то за сада значило – тиме се у најмању руку хоће рећи да се тоталитет постојања, и интелигибилна и чулна раван, може свести на релације и/ или описати путем њих. Ако је идеја број, она изражава неки поредак односâ и овај је у Платоновој концепцији апсолутан. Другим речима, једнакост „по себи” (*καθ’ αὐτό*), као идеја, не зависи од тренутних, променљивих и чулно пропадљивих релата, а то што је Сократ тренутно исте висине као Симија али за годину дана више неће бити, само значи да се идеја једнакости у чулном свету несавршено манифестује, тј. подражавање/ учествовање нужно се догађа „са грешком” због несавршеног, променљивог и пропадљивог карактера чулног света. Исто важи и за идеје великог или малог, па – могло би се дедуковати – и за идеалне релације „бити (строго) већи” или „бити (строго) мањи”. „Бити већи” по појму значи „бити увек већи”, а то што је Сократ исте висине као Симија а нижи од Федона, не значи да су поменуте релације у идеалном релативне него да се међусобно логички искључују, па не могу истовремено егзистирати у истом смислу у једном те истом егземплару [*Phd*., 96 c–97 b, 102 a–103 a, уп. *Resp*., 523 e1–524 a5, 524 c–d]. Дакле, не зависи релација од релатâ него, напротив, конституише релате као релате дотичне релације; или, сама релација је трансцендентални услов постојања релата, како у чулном тако и у математичком свету. Платон то експлицитно не тврди, али се из његових ставова може закључити да сматра да математичке релације, данас означене као „<”, „>”, „=”, заправо само несавршено подражавају своје идеалне парадигме.[90]

Рећи да су идеје бројеви не значи ништа друго него рећи да је тоталитет постојања структурисан, да се ред одржава у свим нивоима бића и да се нужно одржава; кажем „нужно”, зато што у Платоновој концепцији важи да уколико не би било тог реда, не би било ничега. Демијуг у *Тимају* гради космос на геометријски начин, али што је још важније, гради га према идеалном „прототипу”, у којем се први „прстенови” бића могу тумачити као релације или чак као темељни логички принципи. Рећи да су идеје бројеви не значи нужно тврђење хијерархије међу самим идејама, у смислу да би неке идеје биле бројеви а неке друге не би (мада се хијерархија тиме ни не искључује), него може значити напросто да (све) идеје, као бројеви, дају формални „запис” света. На пример, главна функција столице јесте да служи за седење, па би дефиниција тог предмета, која захвата суштину (идеју), истицала управо ту функцију. Међутим, да би столица могла да испуњава своју функцију, мора бити одговарајућег облика и од одговарајућег материјала – стаклена ваза је, на пример, сасвим неподесна за седење. Тај и такав облик, формално посматрано, не чини ништа друго до низ или скуп релација: угао између наслона и седишта не може бити оштар, угао између ногу и седишта углавном треба бити већи или једнак правом углу, материјал мора бити такав да може издржати тежину онога ко седи, итд., а све то изражено је бројевима и односима. У том смислу, идеје се доиста могу свести на бројеве, али због критике математичке праксе, њеног начина,

90 Petrie, R. (1911), у: *Mind,* New Series, Vol. 20, No. 78 (April 1911), стр. 252.

тј. метода истраживања, највише због тога што математика не рефлектује властите хипотезе, Платон неће да то буде математички број. Поставља се питање: ако су идеје бројеви, а нису математички бројеви, какви су то бројеви уопште? Да бих обезбедила услове за одговор, осврнућу се најпре на античко и модерно схватање броја, јер начин на који су Грци разумевали бројеве сасвим је другачији од начина на који ми то данас чинимо.

Модерна и античка концепција броја

Начин на који су Платон и Аристотел схватали математичке бројеве не одступа од начина на који је то чинила грчка математика њиховог времена. Античко схватање броја битно се разликује од начина на који данас поимамо бројеве. Наше разумевање заснива се на модерној концепцији, која је започела заправо још у ренесанси, развила се код Њутна и добила своје довршење са Вајерштрасом и Дедекиндом у XIX веку. У модерној парадигми, наиме, број је схваћен као апстрактни однос (Њутн), својство појма (Фреге), „величина као таква” (Кант), нешто битно симболичко (Декарт), скуп (Кантор).[91] Заправо, *differentia specifica* модерне математике, која уједно означава дефинитиван раскид са античком математиком, јесте симболизација. Клајн и Махони дају одредбу алгебарског начина мишљења, која заправо важи за модерно математичко мишљење у целини, а чине је три суштинске карактеристике: 1) симболички начин мишљења; симболизам заступљен у алгебри (тј. математици) јесте симболизам операција; 2) предмет алгебре (математике) су релације, а не објекти; 3) онтолошка необавезност.[92] Рећи да је

91 Уп. Pritchard, P. (1995), стр. 41–9.

92 Klein, J. (1968), стр. 174–6, Mahoney, M. S. (1971), стр. 372. – Наведено

математички начин мишљења симболички у погледу бројева значи да се математички појам броја везује за тзв. симболизам операција. Покушаћу да илуструјем шта је симболизам операција у два примера. У теорији скупова, бројеви су схваћени као коначни ординали (уопштења редних бројева), који се могу „градити” рекурзивном применом операције уније почев од празног скупа (∅). Ако се ординал означи општим бројем α, онда је први наредни ординал у низу $\alpha' = \alpha \cup \{\alpha\}$, па је први коначни ординал $0 = \varnothing$, наредни ординал $1 = \{\varnothing\}$, $2 = \{0, 1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$, $3 = \{0,1,2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}$ итд. Теорија скупова претпоставља да се на овај начин може доћи и до целине скупа природних бројева ($\mathbb{N}$), схваћене као првог трансфинитног и граничног ординала ω, који не следи ни из једног претходног коначног ординала него из свих њих заједно: $\omega = \{0,1,2,3,\ldots\} = \mathbb{N}$. Донекле поједностављено речено, све што је потребно да би се природни бројеви одредили на овај начин – као скупови – јесте одговарајући аксиоматски оквир, у којем ће бити дефинисано постојање празног скупа и операције уније.

Други, уобичајени начин одређивања природних бројева дат је у пет Пеанових аксиома:[93] 1) нула је природан број, 2) непосредни следбеник било којег природног броја је природан број (хередитарност), 3) различити природни бројеви никада немају истог непосредног следбеника (поредак), 4) нула није непосредни следбеник ниједног природног броја (установљавање првог у низу природних бројева), 5) ако је нешто истинито за нулу и ако, када год је то истинито за неки природан број онда је то такође истинито за непосредног следбеника тог природног броја, онда је то

према: Pritchard, P. (1995), стр. 52–4.

93 Баркер, С. (1973), стр. 110–1.

истинито за све природне бројеве (принцип математичке индукције). Петим аксиомом каже се да су нула, непосредни следбеник нуле, његов непосредни следбеник итд. природни бројеви и да ништа друго није природни број.

Уочљиво је да схватање броја битно зависи од аксиоматског система у чијим оквирима је сам број као ентитет дефинисан. Што се тиче саодређености математичким операцијама, скуп $\mathbb{N}$ битно је дефинисан операцијама сабирања и множења, које су у њему затворене (или одређене), док операције одузимања и дељења то нису. Зато се као „природна” проширења $\mathbb{N}$ уводе скупови целих бројева ($\mathbb{Z}$), у којем је операција одузимања затворена, и скуп рационалних бројева ($\mathbb{Q}$), на којем је затворена операција дељења. Коначно, скуп реалних бројева ($\mathbb{R}$ или $\mathfrak{R}$) представља проширење $\mathbb{Q}$ за скуп $\mathbb{I}$ (скуп ирационалних бројева), у којем је затворена операција кореновања, односно степеновања.

Ради илустрације апстрактности модерних математичких дефиниција бројева навешћу Дедекиндово одређење ирационалних, односно реалних бројева. Разлику између рационалних и ирационалних бројева Дедекинд је одредио увођењем појма пресека. Пресек (A_1, A_2) је свака подела система рационалних бројева ($\mathbb{Q}$, у Дедекиндовој ознаци: R) на две класе A_1 и A_2, која има само ту карактеристичну особину да је сваки број a_1 у A_1 мањи од сваког броја a_2 из A_2.[94] Када пресек производи рационалан број, онда или међу бројевима класе A_1 постоји највећи или међу бројевима класе A_2 постоји најмањи број; у ствари, рационални бројеви су дефинисани као такви пресеци.[95] Насупрот томе, ирационални број α производи и одговара

94 Дедекинд, Р. (1976), стр. 23.

95 Дедекинд, Р. (1976), стр. 23, 24.

пресеку подручја $\mathbb{Q}$, који не представља ни највећи број међу бројевима класе A_1 ни најмањи број међу бројевима класе A_2. Другим речима, пресеци које производе рационални и ирационални бројеви битно су различити или неједнаки.[96] У складу са тиме и уз помоћ аксиома непрекидности, Дедекинд је скуп реалних бројева окаркатерисао као „потпуно уређену област једне димензије”, у којем важе одређени закони, од којих је четврти закон непрекидности: „Разложи ли се систем $\mathfrak{R}$ свих реалних бројева на две класе $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}_2$ тако да је сваки број α_1 прве класе $\mathfrak{A}_1$, мањи од сваког броја α_2 друге класе $\mathfrak{A}_2$, тада постоји један и само један број α, којим је то разлагање произведено.”[97] Другим речима, скуп $\mathbb{R}$ биунивоко је кореспондисан свим тачкама на правој и тако одређен као континуум.

Као што се може видети, модерна интуиција броја сасвим је апстрактна и аксиоматски прецизно одређена. У модерном и савременом смислу, математички број углавном нема много везе са бројаним стварима и независно од математичких операција и конкретног аксиоматског система нема смисла. Такође, нема никаквог броја „по себи” – „број” који не би био саодређен одговарајућим операцијама и не би био број. Симболизација, апстракција и операција(е) су од суштинске важности за модерно схватање броја. Тиме се питање интерпретације математичких теорија „протерује” изван домена математике, а математички ентитети дефинишу се искључиво унутар одговарајућег аксиоматског система. Отуда и онтолошка необавезност математичких теорија: будући да своје ентитете дефинише на начин на који то чини, математика не мора да положи рачун о томе имају

96 *Op. cit.*, стр. 25.

97 *Op. cit.*, стр. 26, 27.

ли њене теореме, аксиоми, дефиниције и појмови важење изван ње саме.

Сасвим је другачија антична концепција броја, као уосталом и математике. У антици математика је спадала у исти корпус знања као и филозофија и у почетку ове две науке нису биле оштро раздвојене, тачније, математика није била сасвим еманципована од филозофије.[98] Стога је и питање начина егзистенције математичких ентитета, а пре свега бројева, било питање које је у очима питагорејаца оправдано тражило одговор и објашњење. Другим речима, њих су математичке теорије онтолошки обавезивале. Шта то значи? Грчки математичари знали су за апстракцију и симболизацију, али су ове биле потпуно различите од модерне апстракције и симболизације. Обично се каже да је апстракција античког мишљења била сасвим базична, док је симболизација схватана дословно.[99] За грчке математичаре симболизам није био симболизам операција као у модерни, него је број дословно „стајао наместо” одређене ствари, у смислу да ју је „замењивао”. На неки начин, он је био та ствар. За питагорејце Аристотел каже да су сматрали да ствари јесу бројеви и да је све што постоји састављено од бројева, а за Платона да за њега идеје, опет, јесу бројеви. Релације које се у том контексту помињу су опонашање (*μίμησις*) или учествовање (*μέθεξις*), а не формални запис, симболичка представа или приписивање, како бисмо се данас изразили. Такав став, по свој прилици, последица је источњачких утицаја. Мистификација у смислу придавања мађијских и божанских својстава бројевима, коју су задржали питагорејци, била је одлика пре свега персијске, староегипатске и

98 Szabo, A. (1978), стр. 217, 216 и на др. местима.

99 Уп. Pritchard, P. (1995), стр. 46–9.

вавилонске цивилизације, под чијим утицајима се грчка математика развијала. Ти утицаји били су дубоки и трајни; није их се ослободио чак ни Платон.

Античка концепција броја дата је у *df.* VII.1 Еуклидових *Елемената*: „Број је мноштво састављено од јединица (*ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ συγκείμενον πλῆθος*).” Прва дефиниција броја као скупа јединица (*μονάδων σύστημα*) приписује се Талесу. Према Аристотелу, питагорејци су такође састављали број од јединице [*Met.*, 986 a 20 и на другим местима]. Неопитагорејац Модератус из времена Нерона дефинисао је број као прогресију мноштва која почиње од јединице и регресију која се завршава јединицом, а Никомах из Герасе, такође неопитагорејац, као ток количине састављене од јединица (*ποσότητος χύμα ἐκ μονάδων συγκείμενον*). За Аристотела, као и за Еудокса, број је ограничено мноштво (*πλῆθος μὲν τὸ πεπερασμένον*, *Met.*, 1020 a 13). Аристотел о броју говори још и као о композицији јединица (*σύνθεσις μονάδων*, *Met.*, 1039 a 12), мноштву недељивих (*πλῆθος ἀδιαιρέτων*, *Met.*, 1085 b 22), мноштву мерљивом јединицом (*πλῆθος ἑνὶ μετρητόν*, *Met.*, 1057 a 3) или мноштву мерâ (*πλῆθος μέτρων*), где је мера, управо јединица [*Met.*, 1088 a 5]. Упркос томе што је античка мисао број доследно одређивала као мноштво јединица, статус саме јединице није увек био једнозначно одређен. Јединица углавном није сматрана бројем него основом или мером броја. Она је оно „по чему се свака ствар зове једном” (*μονάς ἐστιν, καθ’ ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται*, *df.* VII.2 Еуклидових *Елемената*). Аристотел је није сматрао бројем него мером броја: „Мера (*μέτρον*) је, наиме, оно чиме се спознаје количина; а количина (*τὸ ποσὸν*) као количина спознаје се или по *једноме* или по броју (*δὲ ἀρθμὸς*), а сваки број по *једноме* (*τῷ ἑνί*); тако те се свака количина као количина спознаје по *једноме*, и оно прво којим се спознаје количина јесте *једно* по себи (*τοῦτο αὐτὸ ἕν*); и стога је *једно* почело броја као броја” [*Met*., 1052 b 20 и даље]. Дакле, Аристотел експлицитно дефинише јединицу као меру и принцип броја, уједно одбијајући да је одреди као број: број се мери јединицом, а не другим бројем, јер број је мноштво јединица [експлицитно у *Met*., 1053 а 30].

По својој прилици, такво схватање питагорејског је порекла. Међутим, интерпретација саме питагорејске концепције броја није непроблематична. Тим питањем бавићу се касније; за сада се задржавам на ставу да вероватно још од питагорејаца јединица није сматрана бројем. Постоје, међутим, и супротна сведочанства – да су неки питагорејци јединицу сматрали бројем – и то код самог Аристотела [*Met*., 986 а 19]. Још су рани питагорејци поставили за основне елементе броја парно (*ἄρτιος*) и непарно (*περισσός*), па су отуда неки од њих сврставали јединицу и у парне и у непарне бројеве [*ibid.*]. Неопитагорејац Теон из Смирне то је објаснио уз помоћ следеће теореме: када се јединица дода парном броју настаје непаран број, а када се дода непарном броју настаје паран број. То, по његовом мишљењу (а тврдио је да је и Архита мислио исто) не би могло бити случај да јединица не учествује у оба рода, парног и непарног.[100] Вероватно делимично и стога је Хрисип, стоик из III в. и један од најутицајнијих филозофа хеленистичког раздобља,[101] дефинисао јединицу као „мноштвено једно” (*πλῆθος ἕν*), док је Јамблих његову дефиницију одбацио као противречну. Међутим, она је значајна управо по покушају да се јединица

---

100 Heath, Th. L. (1921)I, стр. 71. Ради се о фрагменту DK 47A 21. Из сличних разлога неки други питагорејци јединицу су сматрали троугаоним бројем. За одређење троугаоних бројева, уп. Heath, Th. L. (1921)I, стр. 76–7.

101 Познат је по одговору на Демокритову апорију сечења купе негацијом принципа искључења трећег.

подведе под појам броја.[102]

Дакле, није могуће безрезервно тврдити да антички математичари и филозофи нису јединицу сматрали бројем. Ипак, становиште да јединица није број него основ броја временом је превладало, чему је доказ да је управо оно ушло у Еуклидове *Елементе.* Како било, то становиште заступали су и Платон и Аристотел [*Resp*., 524 e1–2 и даље, *Met., loc. cit*.]. Стога се у принципу може казати да грчки појам „*ἀριθμός*" репрезентује множину објеката, и то мерљиву јединицом. То значи: коначну множину (Еудокс је број дефинисао као *πλῆθος ὡρίσμενον* = одређено, коначно, ограничено мноштво). Јединица је увек коначно одређена, па оно што је њом мерљиво и само мора бити коначно. У расправи о појму бесконачности, Аристотел одриче могућност постојања бесконачног броја јер би бесконачан број значио актуалну бесконачност, коју он одбацује као могућност. Такође, изричито тврди да мера, да би била мера, сама мора бити недељива [*Met*., 1052 b 33], да би одмах потом казао [*Met*., 1052 b 36]: „[...] стога је [мера] броја и најтачнија, јер 'јединицу' људи постављају као недељиву, док се у осталим случајевима опонаша таква мера", као и: „И због тога је *једно* недељиво (*τὸ ἓν ἀδιαίρετον*), јер је оно прво (*τὸ πρῶτον*) [дакле, принцип – прим. В. Б.] било којих ствари и недељиво" [*Met*., 1053 a 23].

Ако је *ἀριθμός* мноштво састављено од јединица, онда је јединица део *ἀριθμός*-а, али сама није *ἀριθμός*. *Ἀριθμός* увек означава коначну скупину објеката, од којих је сваки јединичан, чак и ако су сви различити;[103] или то може бити тзв. „монадички број" (*ἀριθμός μοναδικός*), главни предмет аритметике, састављен од седам идентичних апстрактних

102 Heath, Th. L. (1921)I, стр. 69.

103 Уп. Pritchard, P. (1995), стр. 30.

јединица, које су антички аритметичари све до Еуклида представљали као тачке. Апстракција античке математике је тзв. директна апстракција, дословно одвајање, одузимање, које непосредно зависи од чулног искуства и имагинације. Оно што се броји код монадичког броја су апстрактне јединице, али јединице – за античког аритметичара нема апстрактног квантитета који не би био састављен од јединица. За једног Декарта, међутим, предмет алгебре су бројеви-симболи а не бројане ствари. Модерна апстракција је симболичка, античка апстракција је директна или имагинативна – непосредно апстрахује од замишљених или реалних објеката и њен увид припада „више очима него интелекту”.[104]

Мислим да разлог зашто се античка аритметика није уздигла до пуног симболизма операција ипак није лоша имагинација, већ неподесна нотација. Да је нотација била другачија, другачији би били и резултати, што се уосталом види и у променама које је донео еуклидски приказ броја јединичним дужима наместо тачкама. За напредак модерне математике треба захвалити, мислим, управо промени нотације. Ова је узроковала и промену парадигме, а промена парадигме омогућила је, са своје стране, увођење и другачијих врста бројева (комплексних, на пример), те још веће напредовање у апстракцији. Све то коначно је резултовало увођењем актуалне бесконачности у математику, представом *n*-димензионалних простора, нееуклидским геометријама итд.

Математички и питагорејски број

На бројним местима у *Метафизици* Аристотел истиче да је Платон разликовао математички и идеални број не само

104 Pritchard, P. (1995), стр. 46.

по онтолошком рангу него и по структури. Он ту врши категоризацију бројева према платоновском, математичком и питагорејском схватању, и то на основу три главна критеријума [*Met.*, 1080 b и даље]: 1) сукцесивност, односно начин низања, 2) подразумева: а) могућност здруживања (комбинабилност), односно подложност броја математичким операцијама и б) могућност изградње потоњих чланова низа од првог члана, тј. реитерацију генеративности јединице, 3) одвојеност. Према сукцесивности, низ бројева је хомоген ако сви његови чланови припадају истој врсти. Навешћу пример из савремене математике: пошто су сви природни бројеви дефинисани истим скупом аксиома, сви су исте врсте.[105] По критеријуму сукцесивности, низ може бити и хетероген или дискретан. Савремени пример били би опет природни или пак рационални бројеви, али не у односу на саме себе него у односу на скуп реалних бројева, који их обухвата. Наиме, ни скуп природних нити скуп рационалних бројева, који су иначе исте кардиналности, не могу се биунивоко кореспондисати свим тачкама на правој – дисконтинуитете чине ирационални бројеви. Ова илустрација ипак није сасвим исправна; најпре стога што су и природни и рационални бројеви елементи скупа реалних бројева, па су као реални природни и реални рационални бројеви заправо истоврсни.

---

105 Тако Арана Маркос [Arana Marcos, J. R. (1998), стр. 98, фуснота 154]. Међутим, само ако се ради о скупу реалних бројева може се рећи да је низ континуисан, пошто се сви реални бројеви могу биунивоко кореспондисати свим тачкама на правој, што није случај код других скупова бројева. Али, овде се хомогеност и евентуална континуалност употребљавају у нешто другачијем смислу: сваки скуп матемaтематичких бројева унутрашње је континуисан и хомоген, јер сваки члан тог скупа, по томе што припада дотичном скупу није различит ни од једног другог члана. На пример, 5 и 3 су природни бројеви и по томе што су сви природни бројеви дефинисани на исти начин, 5 и 3 се међусобно не разликују, па је низ природних бројева у односу на самог себе континуисан. О могућности везе Платонових наводних идеја-бројева са природним бројевима биће речи касније.

Осим тога, Аристотел је имао нешто сасвим друго на уму, за шта савремена теорија бројева нема аналогон. Говорећи о дискретној сукцесивности, он је реферисао на бројеве питагорејског *τετρακτύς*-а, у коме се дијада, тријада и тетрада суштински разликују, припадају различитим врстама (тетрада се не може добити од тријаде или тријада од дијаде), што онда след врста унутар *τετρακτύς*-а чини дисконтинуисаним.

Када је реч о другом критеријуму, будући да су Грци број схватали као множину јединица, подложност броја операцијама у тесној је вези са генеративном способношћу јединице. По Платону, аритметички број је монадички број састављен из апстрактних, међусобно идентичних јединица [*Resp*., 526 a4–6]. То значи, прво, да се сваки такав број може добити сукцесивним додавањем јединице претходном члану низа (почев од јединице саме) и друго, да ће све операције које се на том броју спроводе нужно бити операције над јединицом.[106] Ово схватање може се донекле довести у везу са савременом интуиционистичком концепцијом броја, јер обе концепције почивају на интуицији о првобитности акта бројања у односу на бројеве. Али, ту се свака аналогија и завршава. Модерна математика број битно дефинише путем операција и број који им не би био подложан за њу нема *raison d'être*. Са друге стране, Платонов Сократ у *Федону* критикује као бесмислено и смешно становиште да бројеви настају додавањем или одузимањем, импликујући да они настају на други начин: учествовањем у одговарајућој идеји [*Phd*., 101 b 5–c 8].[107] А идеје, за разлику од бројева, нису

---

106 Осим дељења, које се у античкој аритметици зауставља код јединице.

107 Чак и сабирање, схваћено као додавање за Платона у *Федону* није операција него заправо сваки пут наново учествовање у идеји јединице. Слична идеја – да бројеви не настају аритметичким операцијама – дата је у претходном параграфу тог дијалога, где Сократ изражава скепсу над ставом да један исти број, двојка, може настати

подложне математичким операцијама нити се могу добијати додавањем јединице на претходну идеју у низу. То може послужити као путоказ за разумевање шта су за Платона биле идеје-бројеви. Коначно, критеријум одвојености односи се на питање о могућности самосталног постојања бројева и њихове способности да структуришу чулни свет.

На основу три описана критеријума Аристотел је поставио три врсте броја: математички, питагорејски и платоничарски број (идеја-број). Математички број је, као што је већ речено, монадички број састављен од идентичних јединица, због чега се сваки број ове врсте може извести из претходног и подлеже математичким операцијама. Сваки број у низу ових бројева исте је врсте као и сви други бројеви у низу, па је сам низ хомоген и континуисан. Математички број броји се на следећи начин: „[...] након један два (што је уз пређашње једно још једно), и три (што је уз оно два још и једно), те остали бројеви исто тако, [...]" [*Met*., 1080 а 30–2]. О статусу математичког броја мишљења у Академији била су

на два различита начина: први пут сабирањем две јединице а други пут дељењем јединице на два дела [*Phd*., 96 e–97 b]. Заправо, критика је усмерена против произвољности броја, која би по Сократу требало да буде последица произвољности генезе операцијама. Један од могућих начина да се ово протумачи јесте перспективизам: релативна произвољност при избору математичких операција не повлачи настанак различитих ентитета. У том смислу, математичке операције могу се и саме тумачити као мисаони ставови или акти логосног приступања стварима. Нису ствари различите ако их једанпут гледамо на један а други пут на други начин, нити има ичег „трећег" ако међу њима има нечег заједничког. Такво читање у складу је и са параграфима 143b–144a *Парменида,* у којима Платон преко разлике Једног и бића изводи став о нужној егзистенцији бескрајног мноштва бројева. Наиме, ако се Једно и биће разликују не значи да биће није у неком смислу целина бића и онога што га чини бићем (на пример, чињеница да је „једно" као такво и гарант егзистенције); такође, ни само Једно никада није оно једино „једно" него је увек већ неко мноштво, будући да учествује у њему или се запажа као једно тек према целини мноштва. Такво читање, међутим, треба да доведе и до апстракције тзв. неодређене двојине, која заправо треба да захвати суштину мисаоног акта као таквог.

подељена: за Платона, у складу са ставом изнетим у *Држави,* математички број постоји одвојено, и то у подручју између идеја и чулног света; дакле, математички број не би за Платона био идеја-број; Спеусип пак није признавао идеје-бројеве и држао је да постоји само математички број, док је Ксенократ изједначавао математичке бројеве и идеје [*Met*., 1080 b 13–6].[108]

По Аристотелу, питагорејски број, *τετρακτύς*, сложени је број, у себи хетероген, тј. дисконтинуисан. Његови елементи (монада, дијада, тријада и тетрада) чине дискретни низ: тетрада се не може свести на тријаду ни добити из ње, нити се тријада може свести на дијаду или добити из ње. Сваки од елемената декаде, додуше, јесте састављен из јединица (монада), које су унутар исте структуре идентичне (све монаде у дијади исте су врсте, све монаде у тријади и све монаде у тетради), али монадичка, дијадичка, тријадичка и тетрадичка структура унутар декаде међусобно се разликују: монаде у дијади неспојиве су са онима у тријади или тетради итд. [*Met*., 1080 a 27–9]. Одатле би следило да су и саме монаде које чине редове *τετρακτύς*-а међусобно различите, те да је читава фигура састављена од четири различите врсте монада, али то Аристотел не коментарише. Врло је тешко схватити овај „број” уопште као број. Према Аристотелу, питагорејци га схватају као матемематички број, али држе да није одвојен од чулних ствари него да је *у* њима [*Met*., 1080 b 2–3]. Другим речима, за питагорејце број којим оперише аритетика и број од којег је изграђен космос један је исти број. Један од начина да се то усклади јесте да се бројевима припише распростирање, што *de facto* значи димензије, тј. просторно

108 Стога Аристотел каже за Спеусипа да је о математичким стварима говорио „на математички начин”, а за Ксенократа, чије је мишљење сматрао најмање одрживим, да је то чинио на „нематематички начин” [*Met.,* 1080 b 25–30, 35].

посматрање броја.

Такву тезу заступају Хит, Танери, Корнфорд, Ли, Рејвен.[109] Спорно је да ли су питагорејци уопште заступали геометријски атомизам и ако су, питање је да ли су то чинили и рани питагорејци. Ови интерпретатори сматрају да јесу, а као илустрацију у прилог тези Хит, конкретно, наводи питагорејско представљање бројева каменчићима (*ψηφοφορία*). Његова хипотеза да је питагорејско разумевање (те представљање) броја настало као резултат посматрања звезданих констелација доиста делује плаузибилно. Свака таква констелација има две основне одлике: број звезда које је чине и које се голим оком виде као сјајне тачке, и геометријски облик који се добија (замишљеним) састављањем тих „тачака”.[110] Уколико се дата хипотеза прихвати питагорејцима би, чини се, требало приписати поистовећивање бројева и јединица са материјалним тачкама, чему узгред иду у прилог ставови о ниском степену апстракције у грчком мишљењу и доста дословна нотација. Ипак, такав став није могуће безрезервно тврдити, ако ни због чега другог, онда због недостатка сведочанстава којима би се могла извршити провера. Такође, уколико се има у виду полисемија грчког језика, можда би се Аристотелове тврдње о питагорејцима могле интерпретирати и другачије, ближе савременом схватању. На то је још Танери указивао, полазећи од претпоставке да Аристотелова сведочанства о питагорејском схватању броја нису нужно недвосмислена и да је могуће тумачити их и другачије.[111]

---

109 Арсенијевић, М. (1986), стр. 40.

110 Brunschvicg, L. (1912), *Les étapes de la philosophie mathématique,* Paris: Alcan, стр. 33. – наведено према: Heath, Th. (1921), стр. 67.

111 Tannery, P. (1885), „Le concept scientifique du continu – Zénon d'Elée et Georg Cantor”, у: Revue philosophique 20 (1885)l – наведено према: Арсенијевић, М. (1986), стр. 41.

Такву интерпретацију заступа наш аутор М. Арсенијевић. Полазећи од првенства аритметике у односу на геометрију за питагорејце, питагорејског аритметизовања геометрије, Хипасовог експеримента, а пре свега од њиховог открића да музички интервали кварте (4 : 3), квинте (3 : 2) и октаве (2 : 1) зависе искључиво од нумеричког односа промене дужине жице на монокорду, а не од њене апсолутне дужине или материјала, овај аутор аргументује да се главна питагорејска тврдња да је све однос и број може тумачити и тако да не имплицује опросторавање бројева или монада, већ да томе пре противречи: „Ако су [питагорејци] овакве и сличне односе откривали и у другим стварима, онда су, можда, извршили генерализацију: све је однос и број (*λόγος καὶ ἀριθμός*), и то је, можда, цела суштина првобитног питагорејског учења о бројевима.”[112] Али зашто је онда Аристотел тврдио да бројеви, по питагорејцима, имају величину и како протумачити преостале његове тврдње које, чини се, происходе из тог става?[113] Покушаћу да одговорим на

112 Арсенијевић, М. (1986), стр. 47. Видети такође стр. 46, 48–9, као и стр. 40–1, 423 (фуснота 2), где се евентуално питагорејско заступање геометријског атомизма, ако уопште, приписује Екфанту из Сиракузе, те питагорејцима Платоновог времена, а не ранопитагорејској филозофији. Овај аутор сматра да је питагорејски атомизам највероватније настао као реакција на Зенонове доказе против мноштва, односно бесконачне дељивости.

113 Жмуд и Хафман су током 90-их година прошлог века доводили у питање Аристотелову тврдњу да је за питагорејце број био онтолошки основ збиље. У тексту посвећеном Филолају, Жмуд истиче да порекло Стагираниновог става треба тражити у питагорејчевој примедби да „све познате ствари имају број” [DK II, 44. 4]. То, према његовом мишљењу, треба тумачити у когнитивном, а не у онтолошком смислу; наиме, тако да су ствари сазнатљиве у мери у којој су нумерички изразиве, а не да оне јесу бројеви или да је број *ἀρχή* космоса. – В. Zhmud, L. (1998)II, стр. 243–70, посебно стр. 256–7, као и Zhmud, L. (1989), стр. 270–92; такође, Huffman, C. (1988), стр. 1–30.

то питање.

Реч је о ставовима у *Met.,* 986 a 1–2, 20, 978 b 11, 24, 28, 1090 a 20–3, 31–4, у којима се тврди да су питагорејци претпостављали да су елементи бројева уједно и елементи бићâ (*τὰ τῶν ἀρθμῶν στοιχεῖα τῶν ὄντων στοιχεῖα*), да је цело небо хармонија и број (*τὸν ὅλον οὐρανὸν ἁρμονίαν εἶναι καὶ ἀριθμόν*), да су бројеви узроци стварима (*τοὺς ἀριθμοὺς αἰτίους εἶναι*) и да бића настају опонашањем бројева (*μιμήσει τὰ ὄντα φασὶν εἶναι τῶν ἀριθμῶν*), као и да се бића, тј. физичка тела састоје *од* бројева (*ἐξ ἀριθμῶν τὰ ὄντα/ ποιεῖν ἐξ ἀριθμῶν τὰ φυσικὰ σώματα*). Посебно се на месту *Met.,* 978 b 28 појмови *τὰ πράγματα* и *οἱ ἀριθμοί* директно изједначавају, односно наводи се како питагорејци, за разлику од Платона, тврде да су бројеви саме ствари, а не да су постављени као код њега између света идеја и чулног света.

Са једне стране, супротно претходно наведеном тумачењу, могло би се рећи да нема разлога ове Аристотелове ставове интерпретатирати другачије од начина на који је то чињено у контексту тумачења смисла платоновског изједначавања идеја са бројевима. Рећи да је све однос и број и да су ствари бројеви не мора упућивати ни на шта више него на тезу да је космос формално нумерички структурисан. Тим пре што Аристотел у *Met.,* 1090 a 31–4, баш тврдећи да питагорејци из бројева творе физичка тела, каже да му се чини како они при томе говоре о „другоме небу и телесима, али не о чулнима”. Аристотел такође примећује [*Met.*, 990 a 16–19] да они уопште ништа нису тврдили о елементарним честицама, а изгледа да ништа нису тврдили ни о чулним стварима независно од бројева. Под претпоставком да питагорејско изједначавање ствари и бројева интендира нумерички поредак космоса, оно се, бар по идеји, не разликује од савремене астрономије, јер обе концепције претпостављају да се космички феномени могу изразити и објаснити на математички начин. Неко би могао казати: нека су питагорејци и веровали да се небо састоји од „сјајних тачака” – то можда објашњава како су дошли до одређења тачке као јединице са положајем и величином и нотацију коју су користили, али то не повлачи да су сматрали и да и сами бројеви стога имају димензије. Уколико се ствари овако поставе, онда се и чувено питагорејско „изједначавање” бројева са различитим вредностима, као што су човек, коњ, брак, савршенство, итд. не морају тумачити дословно него симболички, тако да уколико је *x* број, *x* не би био дословно исто што и правда, рецимо, него би *x* био симбол, чак лозинка правде.

Ипак, Аристотел их критикује баш за то, указујући да се у случају дословног поистовећивања бројева и симболичких представа наместо којих стоје не може избећи произвољност [на пример, *Met*., 990 a 23–32]. Уколико је то тачно, поставља се питање како помирити резидуа мађијског мишљења са заправо научним ставом да све што јесте, јесте изразиво бројним односима, који упућује на нумеричку уређеност космоса? Такође, под претпоставком да је Аристотелово сведочанство ваљано, како је могуће да су питагорејци заступали један у бити антинаучни став, наиме, да су јединице тетраде, тријаде, дијаде и монаде међусобно нездруживе? Коначно, под истим условима, како то да нису развили другачију, апстрактнију нотацију броја од монадичке, која би била у стању адекватно да изрази формалну природу њихових открића, као што је то касније учинио, на пример, Еуклид? Питагорејска нотација тачно, иако са дистанце нашег времена дословно, одражава схватање броја као множине јединица; у том смислу, може се рећи да су питагорејски знаци бројева суштински мотивисани.[114]

114 О мотивисаности лингвистичког знака у природним наукама, в.

Можда би одговор требало тражити у разлици између акузматичког и математичког дела питагорејског учења. Није незамисливо да су се математичари, као они који су упућени у знање (матем) бавили науком, а да је приписивање моралних вредности бројевима и „клањање” декади заправо спадало у обреде акузматичара. Осим тога, питагорејци су се могли истовремено бавити математиком на научни начин, а опет бројевима, у чијим се односима тоталитет космоса по њима могао изразити, приписивати трансцендентна својства. Таква врста схизе, на жалост, није необична ни за савремени свет, па не видим зашто би се одрицала античком, тим пре што се теорија у њему рађала еманципацијом од митског мишљења.

Међутим, чак и тада остаје проблем нотације: питагорејска нотација или језички израз напросто не показују да су они сматрали да се бројеви на било који начин могу приписивати стварима или идејама као симболи, ни као формална структура. Тим пре што се логистика, којој су питагорејци придавали изузетан значај, заправо није еманциповала од прагме. Ипак, питање је двосмислено. С обзиром на овде изнету интерпретацију питагорејског става о томе да је све „број и однос”, не чини се да су рани грчки мислиоци били способни само за „базичну” апстракцију. Управо тврдити да све јесте *λόγος καὶ ἀριθμός* сугерише већу способност апстраховања и генерализације него што је то подразумевано пуким одузимањем. На пример, монадички број јесте класичан пример апстраховања као одузимања: чврста веза са појмом мноштва видљива је у самом графичком приказу броја. Али, за приписивање нумеричких својстава и релација стварима које нису квантитативне природе, потребна је бар некаква генерализација која захтева синтетичност увида. Тако, можда би се могло тврдити да су

Братина, Б. (2005).

питагорејци у појединим случајевима, као што је на пример случај поистовећења ствари и бројева, заправо хтели изразити више но што је изражено с обзиром на нотацију – један општи став који је заправо метафизички, а не математички. При томе, никакви метафизички ставови не настају пуким „одузимањем”, они су хипотезе. Такође, рећи да је све однос и број и да је све састављено од бројева не значи нужно мешати формални и материјални узрок стварности [уп. *Met*., 990 a 19–23], поготово не у концепцији која није артикулисала разлику између формалног и материјалног узрока. Увођењем Аристотелове теорије узрокâ у „игру” питагорејско учење би се можда могло бранити проглашавањем броја и односа за формалне узроке стварности, док би у вези са материјалним узроком било њихово учење о тачки као опростореној јединици, димензијама и теорија јукстапозиције. Међутим, све речено ипак треба схватити само условно, пошто се питагорејцима ипак не може приписивати степен апстракције који одликује савремене рефлексије, будући да су ове обогаћене и битно уобличене развојем модерне математике и природних наука.

Платонова идеја-број

За разлику од математичког броја, Платонов број (наводна идеја-број) не подлеже математичким операцијама, мада као и математички број представља становито мноштво. За разлику од питагорејског броја, платоничарски број је издвојен од чулних ствари. То значи да се ради о идеалном ентитету који нема димензије. Међутим, као и код питагорејаца, сваки члан низа платоничарских бројева суштински је различит, неспојив са претходним чланом у низу и несводив на њега. Аристотел, наиме, тврди да је код платоничарског броја било која јединица (*μόνας*) несравњива са било којом другом јединицом [*Met*., 1080 a 20 и на другим местима], што може значити оно што је управо речено, али с обзиром да он термин „*μόνας*" употребљава у више различитих смислова,[115] може значити и то да су идеје-бројеви састављене, и међусобно и понаособ, од различитих јединица. Према томе, и друга Аристотелова критичка опаска, да су се платоничари у Академији понашали као да су јединице међусобно различите али да то никада нису експлицитно рекли [*Met*., 992 a 1–2, 1080 b 8], може се опет тумачити двоструко: саме идеје-бројеви се као појединачности међусобно разликују или се пак јединице које сачињавају идеје-бројеве међусобно разликују. Овај број се, према Аристотелу, броји на следећи начин: „[...] након један, различито два без првог једног, и три које је без два, те слично и остали такви бројеви." [*Met*., 1080 a 32–4]. Сажето, наводни платоничаски идеја-број требало би да има следећа својства:

1) она је *ἀριθμός*, па је утолико мноштво састављено од неких јединица, али није *ἀριθμός μοναδικός*, тј. њене јединице нису међусобно идентичне; када би то биле, идеја-број ни по чему се не би разликовала од аритметичког броја [уп. критику платонизма Александра Афродизијског, *In Met., I, 9, 991 b 27,* 112. 19–113. 22];
2) идеје-бројеви нису математички бројеви, ни у модерном ни у античком смислу речи; према томе, нису и не могу бити природни бројеви;

115 Арана Маркос их издваја пет: 1) *μόνας* као јединица, основни елемент из ког је састављен сваки број (*ἀριθμός*), 2) *μόνας* као један број (*ἀριθμός*) у смислу целине или тоталитета, на пример „број пет", 3) *μόνας* као први члан и генератор низа бројева у бројању, 4) *μόνας* као монада, елемент питагорејског *τετρακτύς*-а, 5) *μόνας* као појединачна Платонова идеја-број. – Arana Marcos, J. R. (прир.), (1998), стр. 98, фуснота 154.

3) идеје-бројеви не настају математичким операцијама него деловањем принципа Једног и неодређене двојине (велико-и-малог)
4) идеје-бројеви нису или пак нису само идеје бројева;
5) Аристотел каже да их има само десет [*Phys*., 206 b 32–3].
6) идеје-бројеви чине одвојене, идеалне ентитете који су на подељеној линији у онтолошком (а према Платону, и у когнитивном) смислу изнад математичких бројева; Аристотел каже да идеја-број има своје „пре и после” [*Met*., 1080 b 12] – то нису претходник и следбеник у низу, већ се ради о онтолошком рангу, који треба да имплицује да су пре идеја-бројева принципи, а после њих математички и чулни бројеви; или се пак ради о првом низу бројева који нису идеални, већ бројеви којима се броје или набрајају чланови ма каквог низа (термин „природни” намерно избегавам због модерних конотација);[116]
7) она је *ἀριθμός ἀσυμβληεθός*, „нездруживи број”, што значи да не подлеже математичким операцијама; први члан низ тих бројева нема генеративну способност нити се иједан члан може свести на претходни члан у низу; низ идеја-бројева је дисконтинуисан и хетероген;

Око тачака 5) и 6) нема консензуса међу интерпретаторима и оне представављају, рекла бих, „камен спотицања” у тумачењу Платоновог учења о „идејама-бројевима”. Аристотел у *Метафизици* каже и да су идеје за

116 Арана Маркос, који је и понудио потоњу интерпретацију, „прве” бројеве после идеалних разуме управо као природне. [Arana Marcos, J. R. (прир.), (1998), стр. 103, фуснота 166] По мом мишљењу, они не могу бити природни зато што су природни бројеви *par excellence* математички. Они, међутим, могу у једном колоквијалном смислу бити названи „природним”, у оној мери у којој се и бројање може окарактерисати као „природна” радња, али онда ваља имати стално на уму да се термином „природни” не интендира скуп $\mathbb{N}$.

Платона „бројеви”, али помиње и „идеални број”, што оставља простор за евентуално постојање идеја бројева и отвара питање о њиховом статусу у односу на остале идеје. Ослањајући се на *Федона*, Џулија Анас је прихватила опцију о постојању идеја бројева, уједно је користећи за негацију тезе о томе да су идеје за Платона бројеви – оно што Аристотел назива идејама-бројевима у ствари су идеје бројева. Такође, ова ауторка математичким ентитетима одриче статус посредујућих бића између идеја и чулних ствари.[117] Кремер и Гајзер прихватају учење о идејама-бројевима и тврде да су за Платона све идеје бројеви, а да се међу њима поједине издвајају као онтолошки значајније, те да те интендирају суштине бројева.[118] Темељећи своја истраживања на цитату из Теофраста [*Met.*, 6 *b* 11 *ss*], који је уз Аристотела једини од античких интерпретатора Платоновог неписаног учења боравио у Академији, и ослањајући се превасходно на Гајзерове анализе, Реале тумачи идеје-бројеве преко Платонових највиших родова (*μέγιστα γένη*) из *Софиста*.[119] Де Вогелова пак сматра да се теза о десет идеја-бројева не може односити на Платона, док се Гатри по том питању експлицитно не изјашњава, мада је склон да ту тезу припише Спеусипу.[120] Коначно, базирајући се на *Филебу*, а на трагу тибингенске школе, коју у егзегези једва да и помиње, Причард идентификује идеје-бројеве са родовима и врстама, остављајући необјашњеним Аристотелов навод о томе да има само десет идеја-бројева и негирајући Анасину тврдњу да се

117 Annas, J. (1976), стр. 13–21.

118 Krämer, H. (1990), стр. 77–91, посебно стр. 79; Гајзер, К. (1963), у: Б. Шијаковић, (2004), стр. 62 и даље. С тим да Гајзер изричито инсистира на постављању идеја бројева на врх хијерархије о идеалним бројевима, док Кремер то не чини.

119 Reale, G. (2003), стр. 235.

120 De Vogel, C., J., (1963), стр. 275; Guthrie, W. K. C. (1978)V, стр. 438.

Платонова теорија о идејама-бројевима заправо односи на учење из *Федона* о идејама бројева.[121] Више о томе биће речи касније.

Генеза идеја-бројева: протологија

Критикујући Платоново учење о идејама-бројевима, Аристотел у *Метафизици* тврди да оно резултује бесмислицама зато што је учење у његовој сржи, теорија принципа или протологија (како је интерпретатори често називају), недоследно и неодрживо [*Met*., 1091 a 5–10]. Такође истиче да су за Платона принципи основи и елементи (*ἀρχαί καὶ στοιχεῖα*) идеја(-бројева), а будући да су ове основ и узрок (*αἴτιον*) свих ствари, онда су у темељу тоталитета постојања [*Met.,* 1087 b 5–13 и даље]. За Платона, по Аристотелу, бројеви у идеалном настају дејством принципа Једног (*ἕν*) и неодређене двојине (*ἀόριστος δύας*). Неодређена двојина је принцип мноштва, и то неодређеног, неограниченог мноштва (*ἄπειρος πλῆθος*), док је Једно принцип мере и одређености, и као такав границе [уп. *Phileb*., 14 c1 и даље, 26 c, 27 b7–8 и на другим местима]. Биће као бивствујуће, којем год онтолошком рангу припадало, представља резултат „смеше” или комбинације дејства ова два принципа; оно је суштински јединство унутар мноштва.[122] Када се ствари поставе тако, у први план избијају бројеви зато што они по форми представљају у-мерено мноштво, тј. сваки број понаособ јесте конкрет(изов)ан квантитет. Стога се на настанку идеалних бројева парадигматично може показати како деловањем принципâ настаје биће. Платон је могао имати само то у виду када је

121 Pritchard, P (1995), стр. 119–26, 150–60.

122 Krämer, H. (1990)II, стр. 79.

развијао теорију о идејама-бројевима и није нужно (мада ни искључено) претпоставити да је хипостазирао идеалне бројеве као метаидеје.

У *Met*. 987 b 20–2, Аристотел каже:

> „[...] као твар *велико и мало* су почела (*ὡς μὲν οὖν ὕλην τὸ μέγα καὶ τὸ μικρὸν εἶναι ἀρχάς*), а као бивство *једно* (*ὡς δ' οὐσίαν τὸ ἕν*), јер из тих према учествовању у *једном* настају облици (бројеви) – *ἐξ ἐκείνων γὰρ κατὰ μέθεξιν τοῦ ἑνὸς τὰ εἴδη εἶναι τοὺς ἀριθμούς*."[123]

Ово је експлицитна формулација става да идеје-бројеви настају учествовањем неодређене двојине у принципу Једног, тј. ограничавањем, односно одређивањем неодређене двојине Једним.[124] Глагол на који наилазимо у *Met*. 1083 b 23–5, 30–1 и 1091 a 22–7 је *ἰσάζω* („*ἰσασθέντων ἐστίν*", односно „*ἰσασθέντων*") = изједначити, уравнотежити. Како изгледа, Једно уводи меру/ равнотежу/ једнакост у неодређену двојину и на тај начин је одређује, а прво што настаје као резултат тог уједначавања су идеални бројеви или идеје-бројеви, парадигме и узроци свег осталог бића. Или – може се и тако казати – логички први резултат ограничавања и одређивања неодређене двојине

123 Уп. *Met*. 1001 b 21–2: „[...] број настаје из *једног* по себи и нечег другог, које није *једно* [...].";

124 Глагол који доводи у везу идеје и бројеве је *εἰμί*, који значи „јесам"/ „бити", али може значити и „настати", „постати", како је преведено код Ладана. Треденик преводи са: „[...] *the numbers are* derived *from the 'Great and Small' by participation in the the One*" [*Aristotle. Aristotle in 23 Volumes* (1933, 1989), Vols. 17, 18, translated by Hugh Tredennick, Cambridge, MA, Harvard University Press, London, William Heinemann Ltd.]. Рос пак преводи са: „[...] *for from the great and the small, by participation in the One,* come *the Numbers*" [Ross, D. (1970), *Aristotle's* Metaphysics, London/ New York/ Dent: Everiman's Library]. Обојица изостављају термин „*εἴδη*", који Ладан укључује у превод. То је важно стога што у овом пасажу имамо експлицитно изједначавање идеја са бројевима. Тако Аристотела разуме и Александар Афродизијски: „[...] такође [Платон] је држао да су принципи броја принципи врста, а једно је принцип свих ствари. Штавише, врсте су принципи осталих ствари и принципи броја су принципи идеја, *ове бивајући бројевима.* Држао је да су принципи броја јединица и дијада." *In Met.*, I, 6, 987 b 33, стр. 55, 20–56, 35, подвукла В. Б.

Једним је идеална структура нумеричке природе. То становиште блиско је питагорејском и очито под његовим утицајем, али ипак различито [*Met*. 987 b 23–988 a]. Подсетимо се, разлика је у томе што Платон није сматрао математички број него број-идеју узроком, што је онтолошки и сазнајно разликовао идеални број и математички број и коначно, што је број-идеју, као уосталом и математички број, онтолошки одвојио од чулних ствари, док су питагорејци бројеве као узроке постављали у њих. Аристотел нам наводи и разлог [*ibid*.]: „[...] то што је *једно* и бројеве поставио мимо ствари, а не као питагорејци, те увођење обликâ, потекло је од његовог истраживања појмова (јер се пређашњи мислиоци још нису бавили дијалектиком)". Користећи се хегеловском терминологијом, могло би се казати да је Платоново неписано учење, посебно део који се тиче идеја-бројева, заправо „резултат рада појма" на питагорејској филозофији, односно да је позна Платонова филозофија „негирано", „синтетисано" и на тај начин „очувано" питагорејство. То се посебно види у ономе до чега је овде стало, а то је генеза бројева од принципâ.

Из *Met*. 1083 b 23–5, 30–1, 1091 a 22–7 и 987 b 34–988 a 1 види се да уједначавањем самог велико-и-малог (неодређене двојине) настају: 1) јединица (*μόνας*), саставни елемент бројева, 2) само парни, не и непарни бројеви и 3) да се „бројеви, осим *првих*, лако производе из двојства као из уобличљиве твари (*τοὺς ἀριθμοὺς ἔξω τῶν πρώτων εὐφυῶς*, *Met*. 987 b 34–988 a 1, подвукла В. Б.). Сам Аристотелов текст је на тим местима узгредан, нејасан и наизглед противречан. Није јасно шта су „први бројеви" (*τῶν πρώτων*); даље, у првом маху је речено да изједначавањем неодређене двојине настаје јединица, а у другом да тако настају само парни бројеви; коначно, нигде се не наводи тачан начин генезе/ извођења бројева из принципа, осим што Аристотел неодређену двојину назива „двотворним начелом”, у којем контексту је и критикује као генератора јединице – нечега што по појму искључује двојство. Заправо сам Аристотел критикује Платона за нејасност, тј. због неспецификовања начина на који бројеви настају из принципâ, питајући да ли се то догађа мешањем (као код Емпедоклових „семена”), слагањем (попут слогова, што је случај код Демокритових атома) или пак из супротности, као код Анаксимандра [*Met.*, 1092 a 21–b 4].

У покушају реконструкције генезе бројева могу помоћи коментари Александра Афродизијског, једног од најпознатијих Аристотелових коментатора с краја II и почетка III в. н. е. Овде је, такође, од користи имати у виду важност појма мере у Платоновој филозофији. Следећи Аристотела у коментарима на *Метафизику*, Александар одређује Платонову неодређену двојину, велико-и-мало, као „много и мȁло” и идентификује „дупло” са „много”, а „половину” са мȁло [*In Met.*, I, 6, 987 b 33, стр. 55, 20–56, 35]. Исто тако, неодређену двојину велико-и-малог назива неједнакошћу, „вишком” (ексцесом) и „мањком” (дефектом), оним што „превазилази” и оним што бива „превазиђено”, превасходно у квантитативном а не у трансцендентном смислу [*ibid.*, уп. *Phil.*, на пример, 52 c3–4]. Александрова интерпретација генезе идеалних бројева дејством принципа почива на идеји да неодређена двојина, бивајући управо двотворно, како ју је Аристотел описао, дели све оно на шта наиђе и да управо та подела/ дуплирање представља настанак бројева [*In Met.*, I, 6, 987 b 33, стр. 56, 35–57, 34].[125] Дејством принципа Једног на неодређену двојину

125 Арана Маркос примећује да у темељу Платонове тезе о двојини као дуплирајућем/ дихотомном начелу стоји питагорејска концепција броја као односа, тј. односа мултипла и субмултипла, што га наводи на тврђење да је Платон заправо промишљао на темељу питагорејства: „Види се платоничарски напор на примени властитих категорија (много-мало, једноставно-сложено, принципно-оно што је под дејством принципа) на једну већ дату теорију бројева, питагорејску

(„неједнакост”), увођењем мере у њу на неки начин, настају истовремено први број, идеално два, и његов саставни елемент, који је уједно саставни елемент бројева уопште – јединица. То је могуће само ако се „велико-и-мало” истовремено схвата на аристотеловски начин, као синтеза или боље рећи, примарна неједнакост и нераздвојеност „великог” и „малог”. Када принцип једног уравнотежи, уведе меру у „велико-и-мало” настаје идеално двојство, састављено од два елемента – „великог” и „малог”, од којих сваки понаособ, и сам уравнотежен, представља јединицу [*ibid.*]. Другим речима, дејством принципâ истовремено настају јединица и двојство, и то тако што јединица настаје у оквиру двојства. Трансцендентални услов истовременог настанка је аристотеловско раздвајање двојине на два елемента и концентрисање на сваки од њих понаособ. Ако се „велико-и-мало” не раздвоји на „велико” и „мало”, и даље се може описати настанак идеалног два, али не и настанак јединице у оквиру њега. Аристотелова поента била би да идеално двојство, како год га Платон иначе одређивао, јесте нумеричко двојство. Ако је нумеричко, онда је нужно састављено из два елемента. Дакле, *vollens-nollens,* идеје-бројеви јесу бројеви, једино што се њима не може оперисати.

Следећи Платона, разлог томе био би начин њихове генезе. Видели смо да двојина делује као двотворно начело које истовремено дуплира и полови. Приликом настанка првог двојства, она је заправо делила (деловала као оно што полови) и тако је настала монада. Други бројеви изводе се на следећи начин: двојина дуплира дијаду, произведено нумеричко двојство, и тако настаје идеално четири, тј. четворство, па његовим дуплирањем осморство, итд. Заправо,

(однос, растући низ-опадајући низ, дијада као први број).” Arana Marcos, J. R. (прир.), (1998), стр. 256, фуснота 15.

када настану идеално двојство и јединица, они у себи носе елементе или својства принципâ од којих су настали (хередитарност), способност удвостручавања/ дељења и ограничавања, те изворни принципи постају редундантни за генезу осталих бројева – једном произведени, идеално и два и јединица надаље сами генеришу бројеве.

Као проблем се сада јављају непарни бројеви. Оно што је двотворно може генерисати само паран, не и непаран број. Вратимо се сада на Аристотелову примедбу да се „бројеви, осим *првих*, лако производе из двојства као из уобличљиве твари (*τοὺς ἀριθμοὺς ἔξω τῶν πρώτων εὐφυῶς*). Уколико би се *„τῶν πρώτων”* односило на онтолошки „прве” бројеве, реченица не би имала смисла. Шта год били „први бројеви” – нека су то прво, идеално двојство и јединца или првих десет идеалних бројева, како Аристотел сугерише – баш ти су настали дејством принципа, а сви остали њиховим „дејством”. Стога Александар Афродизијски тумачи да Аристотелово „осим првих” у том контексту значи „осим непарних”, јер се ови не могу добити дуплирањем и половљењем [*In Met*., I, 6, 987 b 33, стр. 56, 35–57, 34]. „Први” бројеви је уобичајени назив за просте бројеве, док античка математика познаје још и узајамно просте[126] [*ibid*.]. Два узастопна броја од којих је један паран а други не, узајамно су прости бројеви, док ће у бескрајном низу „природних” бројева увек неки од непарних бити прост број. Ниједан непаран број није дељив са два, тј. „половљив”, па се ниједан не може произвести дејством двојине или нумеричког идеалног двојства. Стога непарни бројеви настају додавањем јединице на претходно произведен паран број; јединица о којој је реч није Једно као принцип него

126 Два броја су узајамно проста ако немају заједничких делилаца осим јединице, иако сваки појединачно не мора бити прост број, на пример: 9 и 4.

дејством Једног на неодређену двојину већ произведена јединица [*ibid.*, уп. *Phd.*, 101 c–d]. Генеза бројева почев од принципа требало би да изгледа овако: 1) увођењем мере (Једног) у велико-и-мало (двојину) настају истовремено идеално двојство и јединица, 2) јединица се сада може апстраховати из идеалног двојства и хипостазирати по себи, 3) додавањем такве јединице на идеално двојство добија се тројство, 4) идеално четворство се не добија додавањем јединице него дуплирањем идеалног двојства, 5) идеално петорство добија се додавањем издвојене (апстраховане и хипостазиране) јединице из идеалног четворства на себе саму, 6) идеално шесторство добија се дуплирањем идеалног тројства, итд.

У оваквој генези идеалних бројева проблематично је то што оно не трансцендира математичку раван. Дељење („половљење”), дуплирање, односно множење са 2 и „додавање” (сабирање) математичке су операције, макар и биле постављене *idealiter*. Прво је питање да ли је уопште могуће развити идеје математичких операција, па и оних елементарних, невезано од математичког знања: деца која уче да сабирају пре поласка у школу већ се баве математиком а тога нису свесна и што је још важније, бивају подучавана од родитеља, који већ поседују и подразумевају бар елементарно развијено математичко знање. Чак се и бројање учи, за које можемо казати да представља природну радњу. Међутим, чак и ако дозволимо да су бројање, сабирање, дуплирање на неки начин природне радње или, платоничарски речено, ако претпоставимо да постоје изворне идеје или принципи дуплирања (односно, удвајања-умножавања) и ограничавања додавањем, када настојимо да изведемо низ бројева нужно ступамо на терен математике. Подручје операција *par excellence* је математичко и сама идеја операције јесте математичка идеја, било да се везује за бројеве или за скупове. У том смислу, пресезање математике у платоничарски идеални поредак представља насиље над тим поретком, неку врсту „упада” математике у оно што трансцендира њен домен. Чини се да би се могло аргументовати да се биће не може математизовати нити се математика може „онтологизовати”. Тако добијени „хибрид” промашивао би основну сврху научног модела – он, наиме, ништа не објашњава. Главна Аристотелова замерка платоничарима је да им „математика постаде филозофија [...], иако веле како се њоме треба бавити ради других ствари” [*Met*., 991 a 32–992 b 2]. Стагиранин добро уочава да се Платон, пошто је поставио Једно за принцип настанка бројева, њиме даље уопште и не користи, јер непарне бројеве „гради” преко јединице. Платон можда и говори о протологији, али се ту пре ради о филозофији математике. Принципи Једног и неодређене двојине као начела бројева заправо нису ништа друго до дијалектички трансформисани питагорејски елементи бројева „парно” и „непарно”, уз теорију о броју као производу мултипла и субмултипла.

К томе, ако је Платон Једно и изједначио са Добрим поставивши га с оне стране бића и суштине, принцип двојине као дуплирања/ половљења ипак представља пре идеју него начело. Нема разлога да се схвати другачије, с обзиром да је реч о идеји настанка бројева и, како ћу још показати, идеалних величина. Двојина би била идеја не ствари него радње или операције, али и даље идеја. Неодређена двојина требало би да, заједно са начелом Једног, структурише читав идеални поредак, али она *de facto* једино објашњава идеално-математички поредак, тј. идеалну раван уколико је моделована на математички начин. При томе, не види се разлог зашто би идеја операције била више принцип него, рецимо, идеја броја или димензије. Ради се о елементарним појмовима. Такође, чињеница да Платон идеалне бројеве одређује као неподложне математичким операцијама ништа битно не мења, јер их он и даље изводи као да су бројеви и прави низ, и то путем двојине – операције. Уважавајући Аристотелову критику да при томе јединица, а не Једно, има битну функцију, Платонова теорија о идеалним бројевима је заправо близу томе да постане математичка. Корак који чини разлику јесте доследно заступање, повлачење консеквенци до краја. Ако су главни конституенти броја јединица и операција, онда је природније претпоставити оно што Аристотел чини, сукцесивни низ који започиње јединицом и чији се сваки члан добија додавањем исте на претходни елемент у низу.

Може ли се Платонова теорија о идејама-бројевима „спасити”?

1) Решење Анасове

Једно од могућих разрешења проблемâ са којима се теорија о идејама-бројевима суочава понудила је Џулија Анас у свом делу *Aristotle's* Metaphysics. *Books* M *and* N.[127] Као заступник предикацијског тумачења теорије идеја она негира да је Платон уопште изједначавао идеје и бројеве сматрајући да се тај део његовог учења (који је, по њеном мишљењу, Аристотел погрешно разумео) заправо односи на идеје бројева. За Анасову идеални број је идеја броја и као такав, монадички је број.[128] Своју анализу Анасова темељи на превасходно на пасажима из *Федона* [96 e–97 b, 101 b 5–c 8 и

127 Annas, J. (1976).

128 Annas, J. (1981), стр. 25.

104 d–105 c 6] и на дијалогу *Филеб*, те на тези коју заступа – против математичких међуствари. По њој, не постоји математички број који би посредовао између идеалног и чулног броја, а оно што се у литератури назива математичким број, монадички број састављен од апстрактних, међусобно идентичних јединица, заправо је идеални број = идеја броја.

У том смислу, идеје бројева заправо се односе на одређене суштине или (нумеричка) својства које би сваки број требало да повлачи. На пример, идеја броја два (идеја двојке) подразумева свако двојство, па је двојство као такво схваћено као нешто јединствено, што представља неку суштину. Зато је, према Аристотеловом сведочењу, Платон – слично као и питагорејци пре њега – сматрао да је јединица број тачке и ума, два број праве и сазнања, три број површине и мњења, а четири број тела (запремине) и опажања [*De An.* 404 b 21].[129] Довођење у везу бројева, идеалних димензија и когнитивних ступњева има смисла у контексту захватања извесног својства идејом неког броја, својства које се онда може формално, не и садржински једнако, приписивати врсно и родно различитим феноменима или категоријама. Оно што је Анасову вероватно мотивисало на поистовећивање идеалног и монадичког броја јесте чињеница да идеја за Платона подразумева и карактеристично својство и реално егзистентну парадигматиму тог својства.[130] Ако је суштина идеје броја два својство двојства, онда је идеја броја два уједно и „савршени пар”, монадичка двојка, парадигматични скуп два апстрактна јединична објекта.[131] Доиста, Платон не би признавао теорију

129 Из сличног разлога Реале идеалне бројеве назива „метафизичким бројевима”, врховним идеалним моделима. На тај начин, оно што би Анасова приписала идеји броја, он приписује идеалном броју. – Reale, G. (2003), стр. 228, 9.

130 Annas, J. (1976), стр. 14.

131 *Ibid.*

типова; за њега, идеја лепог уједно је и парадигма лепоте, те као таква и сама нужно лепа. Анасова је, стога, логично претпоставила да идеално двојство уједно представља идеални пар. Из истог разлога је сасвим природно одбацила постојање математичких монадичких бројева, јер би то било бескорисно умножавање ентитета.

Ипак, Анасини закључци, иако логични, по мом мишљењу нису оправдани. Најпре стога јер им противрече сами Платонови дијалози, а затим и зато што Аристотел Платона критикује по питању математичких ствари управо због умножавања ентитета [*Met*. M, N]. Коначно, Аристотел је експлицитно навео као специфичну разлику идеја-бројева у доносу на математички број то што је идеја-број састављена од различитих јединица, а то не би могло бити случај да је она монадички број. Готово на свим местима на којима Платон помиње монадичке бројеве или апстрактне јединице, увек их доводи у везу са аритметичарима,[132] док у *Држави* експлицитно поставља математичке објекте између идеалних и чулних [*Resp*., 511 a3–b1]. Једно једино место из *Филеба*, које Анасова узима за *prima facie* доказ, а на којем Платон помиње мондачики број као „филозофски" или као број познат филозофима, само по себи није недвосмислено и не чини довољну аргументацију у прилог њеној тези [уп. *Phil*., 56 d3–e4]. Пошто у *Држави* Платон тај исти број доводи у везу са аритметичарима, као онима који знају „праву природу броја" [*Resp*., 526 a2], нема разлога претпоставити да се „филозофски" број разликује од аритметичаревог. Ако већ аритметичар зна шта је монадички број – мноштво једнаких јединица – онда и

132 У *Филебу*, додуше, говори о монадичком броју као оном којим се служе филозофи, али то не значи да је монадички број број-идеја него да филозофи знају да је суштона броја, онако како је она одређена у математици, у томе да је број састављен од међусобно једнаких јединица.

филозоф мора прихватити исту дефиницију, иначе је неко од њих двојице у криву: аргумент пак претпоставља да то није аритметичар. Филозоф, додуше, може отићи ка још већем степену апстракције, па казати да је број по себи у ствари идеја која подразумева свако мноштво објеката, ма какви ти објекти били, истоветни или међусобно различити. Нема потребе посебно истицати да такав појам није монадички број, иако и монадички број потпада под његову екстензију. Евентуални разлог зашто Платон у *Филебу* не користи термин „математички" него „филозофски број" може бити у вези са његовом критиком математичке праксе као оне којој недостаје ауторефлексија, критике коју је претходно дао у *Државы.*

Анасова је, чини се, у праву када тврди да дијалози не садрже евиденцију ни за ни против тезе да је Платон заступао геометријско схватање броја,[133] мада с обзиром на то да је геометријско решавање проблема за грчку аритметику било уобичајено и чак доминантно од Теетета, није могао не бити упознат са њим. Штавише, ако је код раних питагорејаца аритметика главна дисциплина, утолико од времена Еудокса и Теетета, та улога припада геометрији. Али оно што Платона превасходно занима није приказ, него појам броја. И он, како ћу одмах настојати да покажем, по појму доводи у везу идеје и бројеве.

133 Annas, J. (1976), 21–6.

2) Платон и Фреге.
Тибингенско решење и Причард[134]

Реале сведочи да је Теплиц показао да је античко схватање логоса било нумеричко, тј. да је укључивало идеју односа.[135] У том случају би идеје, које чине фундаментални део платоновског логоса, доиста на неки начин могле бити идентификоване са бројевима, будући да структуришу бескрајно мноштво односа међу ентитетима који у њима учествују. Такво објашњење теорије о идејама-бројевима превасходно заступа тибингенска школа. Међутим, пре тога ћу се осврнути на Фрегеа, јер велику помоћ у разумевању Платонових идеја-бројева може пружити управо његово схватање броја као *Anzahl*-а, изнето у *Основима аритметике. Anzahl* је за Фрегеа број уопште и односи се на кардиналност, за разлику од појма *die Zahl*, који означава неки конкретан број: 2, 3, 4 итд., тј. појединачни ординал. Као такав, број је својство превасходно појма, а не објекта или представе.[136] Број

---

134 Начелно, на тој линији тумачења је и истакнути британски теоретичар Платона и филозоф, Мајлз Берњејт. Када кажем начелно, мислим на то да он припада херменеутичкој линији која, следећи Аристотелова сведочанства из *Метафизике*, заступа становиште о постојању посредних ентитета између идеја и чулних ствари, смештајући математичке објекте управо у то подручје [*τὰ μεταξύ* = „измеђице” (Ладан), посредни/ посредујући ентитети, *intermediates* (енг.), по чему се проблем статуса математичких ентитета понекад у англосаксонској литератури назива *Problem of the intermediates*]. – В., на пример, Burnyeat, M., „Платонизам и математика. Прелудиј за расправу”, у: П. Грегорић и Ф. Гргић (2005), стр. 411–440; Burnyeat, M. (2000), „Why Mathematics is Good for the Soul?”, у: T. J. Smile (2000), стр. 1–82. Мада, свакако, не спада у најпознатија становишта, Причардовој позицији дала сам „предност” у овом раду у односу на Берњејтову не зато што је „боља” него, једноставно, зато што је, бар ми се чини, блиска идеји коју овде намеравам да заступам.

135 Reale, G. (2003), стр. 233.

136 „Број није ни просторан ни физикалан [...] нити субјективан попут представа, него је неосетилан и објективан.” Такође: „[...] предмет аритметике није никаква представа. Кад би два било представа, тад би

је за Фрегеа нешто објективно, независно од наших представа, али не од ума, којим се спознаје: „[...] он није настао мишљењем, није резултат неког душевног догађаја, него је само мишљењем спознат, дохваћен.”[137] Конкретније, под објективним Фреге подразумева оно што је законито, појмовно, умом просудљиво на начин на који су то, на пример, аксиоми геометрије. Међутим, оно што је објективно, појам као творевина духа, није стога и реално, збиљско, јер је то по Фрегеу само оно што је чулно опажљиво, просторно. Он истиче да је прави носилац броја појам, а не предмет и да се само појмовима приписују бројеви: „Ако кажем 'Венера има 0 месеца', онда уопште не постоји месец или агрегат месеца о којем би се нешто могло исказати, него се тиме *појму* 'Венерин месец' придаје неко својство, наиме својство да под собом не обухвата ништа. Ако кажем 'цареву кочију вуку четири коња', онда број 4 придајем појму 'коњ који вуче цареву кочију'”.[138] За Фрегеа, навођење броја исказује неко објективно својство појма, тј. оно одређује колико има објеката који потпадају под тај појам. Бројем се, дакле, исказује екстензија појма или, другачије казано, ако појам подразумева скуп објеката који под њега потпадају, број исказује кардиналност тог скупа.

Уколико се упореде Платоново схватање идеје и Фрегеово схватање појма видеће се да се она разликују, али и да имају сличности. Фрегеовски појмови ослобођени су

то пре свега била само моја представа. Представа некога другога већ је као таква нека друга представа. Тада бисмо можда имали многе милионе двојки. Морало би се казати: моје два, твоје два, једно два, сва два.” Фреге, Г. (1995), стр. 56, 55.

137 Фреге, Г. (1995), стр. 53. Такође, стр. 54–5: „[...] под објективношћу разумем независност о нашем осећању, зрењу и предочивању, о пројектовању унутрашњих слика из сећања на раније осете; но под објективношћу не разумем и независност о уму, јер одговорити на питање о томе шта су ствари назависно о уму значило би судити, а да се не суди [...].”

138 Фреге, Г. (1995), стр. 58.

онтолошког „баласта” и имају значење само у контексту суда, док платоничарске идеје, са друге стране, представљају „*ens realissimum*”, да се тако изразим. Та два смисла односе се, међутим, као *recto* и *verso*. Јер за Фрегеа је реално само оно што је чулно опажљиво и просторно, па под тим критеријумом ни Платонове идеје не би биле стварне. Пошто је код Платона критеријум стварности супротан, оне су будући нечулне, вечне и непроменљиве, најстварније бивство (*τὸ ὄντος ὄν*). Али оно што је кључна одлика појма, објективност у смислу независности од просторности и субјективности, те објективност у смислу законитости, исто је у обе концепције. Дакле, уз неопходне ограде може се у једном минималном смислу, једино у односу на својство објективности, рећи да Платон и Фреге сродно схватају појам, јер слично схватају појам објективности. Фреге каже: „Само се појмовима, под које се своди оно спољашње и оно унутрашње, оно просторно и оно временско, оно непросторно и оно невременско, придају бројеви.”[139] Шта би се догодило уколико бисмо у покушају да разумемо Платонов појам идеје-броја, парафразирали и казали да се *идејама* приписују бројеви? Дакле, шта би се добило уколико би се наместо става да су идеје бројеви, тврдило да се идејама *приписују* бројеви?[140]

Раније сам, у случају питагорејаца, тврдила да се став да су ствари бројеви не може сасвим легитимно тумачити као да се тиме хоће рећи да се стварима приписују бројеви. Могло би се питати зашто то сада дозвољавам? Као што ћу, верујем, ускоро успети да илуструјем следећи Причардову интерпретацију, пасаж из *Phil.*, 16 c10–e2 отвара контекст, у

139 Фреге, Г. (1995), стр. 78.

140 Истини за вољу, и Анасова платонову концепцију идеје броја повезује са Фрегеовим схватањем броја. Но, њој то служи као аргумент који доказује да за Платона идеје нису биле бројеви него да је он заступао само постојање идеја бројева.

којем је, чини се, могуће тако нешто тврдити. Када на том месту Платон доводи у везу идеје са бројевима, то чини на конкретан и јасан начин, који бисмо савременим језиком могли превести управо појмовима приписивања или подвођења врсте под први виши род. Уколико су идеје родови и врсте, и свака идеја подразумева становите поделе на подврсте све до недељивих врста испод којих су само појединачни објекти, онда је свака идеја број у том смислу што обухвата, или јој се може приписати, известан број подврста, тј. логичких раздеоба. Тај број је фиксиран, али зависи од критеријума класификације. На пример, идеји троугла могао би се најпре приписати број три, јер постоје разнострани, једнакокраки и једнакостранични троуглови; у оквиру разностраних и једнакокраких троуглова посебна подврста је једнакокраки правоугли троугао, што је додатна раздеоба итд. Мада је број појединачних предмета који потпадају под (недељиве) врсте потенцијално бесконачан, уколико је познат и спецификован критеријум поделе и класификације, број врста тачно је одређен. То би, по Причарду, могао бити смисао тезе да су идеје бројеви: идеји P приписује се број x зато што P има x првих подврста; ако x чине подврсте x_1, x_2, x_3,… x_n, од чега x_1 има y_1, x_2 има y_2, x_3 има y_3, … а x_n има y_n недељивих врста, онда Р има $x_1y_1 + x_2y_2 + x_1y_3 + \dots + x_ny_n$ недељивих врста.[141] Ова интерпретација почива превасходно на пасажу *Филеба* 16 c10–e2 [подвукла В. Б., уп. и *Phil.*, 15 b, 17 b]:

141 Pritchard., P. (1995), стр. 152–3. Причард, међутим, не дозвољава да се Платоново учење о идејама бројевима тумачи преко Фрегеа, нити преко иједног другог модерног математичког појма. Са тиме се не слажем у потпуности. Платон сигурно није знао за појам кардиналности, али је разумеао појам мноштва које припада некој групи или можини објеката. У ствари, с обзиром на античко одређење броја као множине објеката, могло би се рећи да оно у великој мери одговара модерном појму кардиналности, који управо означава број елемената неког скупа.

„Све о чему се каже да постоји настаје од *једнога* и од *мноштва* и у себи има припадну ограниченост и неограниченост. Кад је то тако уређено, треба онда да о свачему сваки пут узмемо једну идеју (*μίαν ἰδέαν*) и да је тражимо, па ћемо је у томе и наћи. Ако је добијемо, треба да испитујемо да ли иза једне постоје две, а ако то није, да ли су три или *који други број* (*μετὰ μίαν δύο, εἴ πως εἰσί, σκοπεῖν, εἰ δὲ μή, τρεῖς ἤ τινα ἄλλον ἀριθμόν*), па да поново тако исто испитујемо сваку њихову јединицу (*τῶν ἓν*) док се не види да је првотно *једно* не само *једно* и *мноштво* и неограниченост него и у којој је количини (*τὸ κατ' ἀρχὰς ἓν μὴ ὅτι ἓν καὶ πολλὰ καὶ ἄπειρά ἐστι μόνον ἴδῃ τις, ἀλλὰ καὶ ὁπόσα*). Но идеја неограниченога не сме се примењивати на *мноштво* пре него се потпуно види *број мноштва* (*πρὶν ἄν τις τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ πάντα κατίδῃ*), који се налази између неограниченога и једнога (*τὸν μεταξὺ τοῦ ἀπείρου τε καὶ τοῦ ἑνός*). Истом тада се може се свако *једно* свега пустити у неограничено и више за њега не марити.”

Платон овде експлицитно употребљава термин „*ἀριθμός*” за број подврста које нека идеја садржи, док израз „*τὸ ἕν*” код њега често значи исто што и „*μόνας*” [на пример, *Resp*., 524 d5 и даље]. Према томе, свака идеја као врста може се посматрати као број. Овакво тумачење идеја-бројева заступају Причард и Реале, али оно изворно припада тибингенској школи. Остаје питање о десет идеја-бројева, колико их је, према Аристотеловом сведочењу, Платон поставио. Тибингенска школа их доводи у везу са Платоновим највишим родовима (*μέγιστα γένη*) из *Софиста.* По мом мишљењу, проблем са овим тумачењем је у томе што је у *Софисту* наведено само пет највиших родова (биће, истост, разлика, мировање и кретање), што се не слаже са Аристотеловим сведочанством о десет постављених идеја-бројева. Чини се да заступници теорије о идејама-бројевима олако прелазе преко те чињенице (осим Причарда, који признаје да није у стању да одговори на проблем)[142] и наместо одговора нуде решење о кореспонденцији највиших родова и бројева. Према Реалеу, на

142 Pritchard, P. (1995), стр. 155.

пример, све идеје су бројеви а оне међу њима које су идеје бројева, врховне су идеје, те постоји хијерархија међу самим идејама; он такође повезује наводних десет идеја-бројева са декадом.[143] Ако је Платон поистовећивао идеје са бројевима, онда доиста није искључено да је идеје бројева поставио за парадигматичне и врховне међу свим идејама. Могао је поставити десет таквих врховних, метаидеја, на пример зато што му је за извођење свих бројева било довољно да изведе само првих десет [уп. *Parm.*, 143 c 5–144 a 7]. Али то се и даље не слаже са чињеницом да је највиших родова у *Софисту* пет.

Могуће је да је Аристотелова примедба о томе да постоји десет платоничарских највиших родова (идеја-бројева) промашена и да Аристотел ту приписује Платону нешто што он није тврдио. То сугерише Реалеова интерпретација, по којој, као што је већ речено, десет метаидеја одговара декади. Декада је питагорејски, а не платоничарски концепт и то не би био први пут да Аристотел Платона тумачи из питагорејства. Главна Аристотелова критика питагорејског, по његовом мишљењу, дословног поистовећивања идеја и бројева састоји се у томе што такав пројект не може избећи произвољност, тј. не види се зашто би један а не неки други, било који број означавао баш ствар коју наводно означава, а не ма коју другу. Ако Платон ово није тврдио и ако није

143 „На десет бројева декаде односе се опште идеје [...] дијеретичка субдивизија идеја има свој принцип у сфери првих идеалних бројева и стога у декади. Због тога, сваку од најјасније диференцираних идеја требало би интерпретирати не само као чисте бројеве, већ као *logoi*, који се могу довести у везу са целим бројевима. Тако све идеје бивају подређене бројевима, на начин да се може говорити о позицији идеја у истом плану у којем су бројеви, и исто тако о субординацији појединачних општих идеја чистим бројевима [...] Врховни идеални бројеви (који се садрже у декади) су [...] најопштије идеје или метаидеје; у општем, ове развијају регулатурну функцију и заједно са скупом нумеричких *logoi*, у опсегу Платоновог ненаписаног учења, нуде метафизички заплет све реалности.” – Reale, G. (2003), стр. 234–5, као и Гајзер, К. (1963), у: Шијаковић, Б. (прир.), (2004), стр. 128.

постављао десет идеја-бројева, поставља се питање зашто би му Аристотел то приписивао. Тезу да су идеје бројеви настојала сам у случају Платона да интерпретирам у светлу слабије тезе, да се идејама приписују бројеви. Међутим, иако је Платону појам категорија (прирокâ) морао бити познат, он је одабрао да однос између њих и ствари на које се категорије односе радије тумачи метафизичким него језичким релацијама. Платон успоставља разлику између *ὄνομα* и *ῥῆμα* [*Crat*., 424d–425a, 262 a], али чини се да код њега предикација, дакле језички критеријум, није у тој мери значајна као што је то случај код Аристотела, који и на тој основи разликује *πρῶτη* и *δευτήρη οὐσία*-у. Коначно, чак и ако за Платона идеје битно јесу бројеви, онда тврђење које заступам – да се идејама бројеви приписују – може, по мом мишљењу, опстати уколико се појам учествовања схвати као пресликавање у математичком контексту.

Учествовање и пресликавање. Хипотеза о десет идеја-бројева

Текст пасажа 101 c–d *Федона* сугерише да бројеви, по Платону, настају учествовањем у одговарајућим идејама као што су „двојина", „једнина" итд. Тако се за неки скуп или групу може рећи да има три елемента, јер учествује у „тројини"; или пак да је три непаран број зато што се идеја „тројине" слаже са идејом непарног [*Phd*. 104 d]. То би значило да се сви скупови чија је, како бисмо данас казали, кардиналност 3 могу пресликати *на* скуп који има само један елемент – идеју „тројке". Другим речима, сви они појмови чију екстензију чини трочлани скуп могу се довести у везу са појмом „тројке", чију екстензију чини само један елемент – сама идеја. Обрнуто пресликавање није могуће из два разлога:

1) у онтолошком смислу идеје (родови или врсте) имају приоритет како над идејама нижег ранга (врстама или нижим врстама), па не могу учествовати у њима, тј. пресликавати се на њих, 2) пресликавање не би било јединствено, па самим тим не би ни било пресликавање. Уколико су ова два услова задовољена, могло би се казати да се појмови, на пример, троугла, питагорејске тријаде, хришћанске Тројице, драме или живих бића по Р. К. Воузу, могу „пресликати" на идеју тројке. То јест, скупови од, редом, три врсте троугла, три монаде, три личности, три рода драме и три биолошка домена која исцрпљују живи свет могу се сви, будући трочлани, пресликати на скуп од једног елемента, идеју тројке.[144] Сваки од њих узет појединачно може се, опет, биунивоко кореспондисати броју 3, схваћеном као множини јединица. На тај начин могао би се интерпретирати наводни Платонов став да су идеје бројеви. Уколико се као *differentia specifica* различитих врста троуглова постави једнакост, односно различитост страница, онда се као што је већ речено, троуглови деле на једнакостраничне, једнакокраке и разностране; уколико се као *differentia specifica* живог света узме рибозомска РНК структура, онда се живи свет дели на *Archaea*, *Bacteria* и *Eukaryota*. У оба случаја, род подразумева по три врсте и идеје се у том смислу, дакле ако се посматра „кардиналност" раздеоба на родове и врсте, условно могу изједначити са бројевима.

Да ли се бројеви, међутим, могу поистоветити са идејама? Одговор на то питање зависи од тога како се број схвата. Ако се прихвати да су бројеви као такви појмови, онда

144 Случај тријаде разликује се од осталих наведених примера, јер не подразумева друге ниже врсте него саставне елементе. Нема, наиме, више врста тријада, осим ако се изузме разлика између „узвишене" и „профане" или аритметичке, коју чине идентичне апстрактне јединице, и „профане", коју чине три различита елемента.

бројеви јесу идеје. Ако се прихвати да су бројеви означитељи квантитета, онда они нису идеје; ипак, квантитет по себи јесте идеја, па би означено бројева биле конкретне идеје или представе квантитета. Међутим, ако се број схвати као кардиналност, и то конкретан број као конкретна кардиналност – или у складу са грчким мишљењем као конкретна множина објеката – онда број може бити идеја само у изведеном смислу, који интендира посебан контекст. Наиме, онај у коме се подразумева дефиниција броја као кардиналности или множине објеката. Својства „бити број” и „бити појам” „симетрична” су само у једном, посебном случају: када се број посматра као појам, а појам као класа или скуп вишег реда у односу на ниже појмове које подразумева. По мом мишљењу, једино ако се наводни Платонов став да су идеје бројеви схвати на предложени начин, његова теорија о идејама-бројевима има смисла.

У том светлу ћу покушати да интерпретирам Аристотелову критику Платона и његово приписивање Платону тезе о десет идеја-бројева. Верујем да се та критика заправо односи на питагорејце, а Аристотел би критиковао Платона као питагорејце само ако би сматрао да се Платонова филозофија не разликује од њихове. И доиста, могло би се сложити са тиме да Платоново ненаписано учење јесте развијено, дијалектички прерађено питагорејство. Сви елементи питагорејске математике и филозофије броја присутни су и код Платона: парно и непарно као елементи бројева уздигнути су у принципе стварности, али су ти принципи схваћени опет као елементи броја и ствари, што се у бити не разликује од питагорејске концепције. Неодређена двојина као принцип неограничености и Једно као принцип границе такође потичу из питагорејства – једина разлика је у томе што питагорејци говоре о монади и дијади. Довођење у везу бројева и димензија исто тако је питагорејског порекла, као и посматрање броја као односа мултипла и субмултипла. Коначно, постављање броја и односа у темељ стварности као узрока питагорејски је начин мишљења *par excellence*. Сматрам да Аристотел Платоново ненаписано учење о идејама-бројевима критикује као питагорејство зато што га разуме као питагорејство.

Међутим, уколико се став да су идеје бројеви схвати као став да се идеје доводе у биунивоку кореспонденцију са бројевима, онда је циљ формално структурисање бића. Било да се признаје или не хијерархија међу самим идејама-бројевима, приписивање бројева идејама уводи нумерички поредак у стварност. То би значило да се стварност на неки начин може „пребројати”, а то не значи ништа друго до да се она може класификовати, што је услов системске спознаје. Другим речима, проблем је превасходно логички и тиче се Платонових процедура за дефинисање, *συναγωγή* и *διαίρεσις*. Тезом о идејама-бројевима *de facto* се тврди да је збиља (биће) систем. Начин на који је тај систем изведен (теорија принципа итд.) није конзистентан, како је то Аристотел јасно показивао у *Метафизици*, и то је од кључног значаја. Платонов „систем” нумерисања бића изграђен је апстракцијом од математичких операција и њиховим превођењем у објективне мисаоне радње или принципе (Једно и неодређена двојина), што значи да је промишљање математичких појмова, а не математичке праксе његовог времена, Платону послужило за формално артикулисање онтолошког поретка. У платонизму, математички број (број како се њиме служе математичари) остаје као конкретна, несавршена употреба идеалног броја, а идеални број представља његову трансценденталну могућност. По томе, да нема идеалног броја, не би постојао ни математички број; да биће *a priori* није нумерички структурисано, ни математичко знање не би било могуће.

Идеални број је, са своје стране, баш као и принципи Једног и неодређене двојине, настао апстракцијом. Платон апстракцију познаје, али је не признаје него њене нивое схвата као нивое „денсификације" бића.[145] То је стога што порекло апстакције делимично лежи у несавршености перцепције, али је оно, са друге стране, и у раду ума. Разум тада броји према перцепцији и математика настаје као разумска активност из афицираности перцепције спољашњим светом, али умска начела важе универзално. Када је реч о уређивању стварности, проблем није у самој идеји увођења поретка у бивство него у томе што свако такво уређивање, уколико је нумеричко, нужно зависи од концепција броја којима располажемо. Другим речима, чак и ако претпоставимо да постоји неки број „по себи", шта тај број јесте биће увек „замагљено" оним што знамо о математичком броју. Онда или морамо одустати од идеје да поредак бројева уводимо у поредак бића, тј. или морамо признати да биће као такво не зна за бројеве, или напокон, поредак бића морамо изградити на темељу математичких знања којима располажемо – пројект који је, додуше, више пута покушаван у историји науке, али који се сваки пут завршио безуспешно.

Закључна разматрања: покушај реинтерпретације протологије

Проблем генезе непарних бројева може се интерпретирати још на један начин, који, међутим, повлачи нешто другачије тумачење самих принципа. Кључ за то тумачење била би Аристотелова примедба о појмовној

145 Reale, G. (2003), стр. 359.

немогућности произвођења јединице из двотворног начела, као и примедба о редундантности два принципа за објашњење настанка бројева, која се местимично јавља у *Метафизици*. Одговор на ово питање је од значаја, пошто објашњење како број настаје, за Платона, као и касније за Фрегеа, јесте одговор на питање како су нам бројеви дати у мишљењу, на који начин их формирамо као појмове.[146]

Може се питати: ако је Платон већ дозволио двотворно/ дихотомно начело, зашто није – и да ли доиста није – дозволио и тротворно/ трихотомно? Тада за објашење настанка идеалног три не би било потребно уводити операцију додавања – оно би се напросто добијало дихотомијом идеалног шест, или пак триплирањем идеалног један. У ствари, све што би требало урадити јесте обезбедити генезу простих бројева триплирањем, квинтуплирањем, септуплирањем, ундекуплирањем итд. јединице, па би се сви бројеви могли објаснити одговарајућом *n*-творбом (мултипликацијом или дивизијом). При томе, важно је операцију додавања избацити „из игре”, јер ако се она уведе, свака мултипликација, односно дивизија постају излишне; ако се додавање дозволи, неодређена двојина постаје редундантна. У том случају, све што је потребно јесте обезбедити настанак јединице, а сваки наредни број добијао би се операцијом њеног додавања на претходни број у низу. Уместо Једног и неодређене двојине довољно би било поставити једно и операцију додавања. Додуше, тако би се идеални бројеви изједначили са математичким (што и јесте Аристотелова интенција), али би се истовремено избегао проблем генезе јединице: нема, наиме, ничег спорног у томе да Једно као принцип произведе јединицу, а операција

146Уп. White, N. (2011), стр. 7.

додавања би већ обезбедила мноштво.[147] Ако се ово не жели, онда преостаје да се поред дуплирања/ дихотомије дозволи *n*-туплирање/ *n*-томија, где *n* означава прост број. Али шта онда преостаје од начела неодређене двојине? Изгледа да би се она у том случају морала „распасти” на неодређену „тројину”, „пентаду”, „хептаду” итд., што значи да бисмо уместо почетна два добили бесконачни низ начела.

Мада се овај закључак намеће, да ли је он ипак нужан? Може ли се неодређена двојина икако „спасити” од противречних последица, под претпоставком да се операција додавања на сваки начин жели избећи? Покушаћу да предложим једно решење у платоничарском духу, којим се, верујем, начело неодређене двојине може очувати. За Платона, неодређена двојина је принцип мноштва. И доиста, два јесте прво мноштво, али оно није једино мноштво. Исто тако, ако изузмемо множење и дељење јединицом, коју Грци нису сматрали бројем, двојина као дуплирање/ дихотомија јесте прва мултипликација/ дивизија, али није једина мултипликација/ дивизија. Међутим, као принцип, она би могла бити репрезент сваке мултипликације, односно дивизије и као таква остати један принцип. Она би то могла, јер подразумева супротне радње. Било да се дуплира, триплира, квадруплира итд. или дели на два, три, четири итд. једнаких делова, овај принцип увек подразумева умножавање и дељење истим фактором. Да начело неодређене двојине подразумева увек супротне радње види се по томе како га је Платон спецификовао када је реч и о бројевима и о

147 Водећи се управо том мишљу, француски математичар и филозоф Ален Бадју је читаву онтологију, коју је изједначио са математиком, објаснио полазећи само од два елемента Канторове теорије скупова: празног скупа и операције партитивног скупа. Празан скуп би у контексту у којем се овде расправља одговарао једном, а операција партитивног скупа – операцији додавања/ двојини итд. Badiou, A. (2006).

димензијама: као начело броја, оно је „велико-и-мало” или „много-и-ма̀ло”, као начело дужине, оно је „дуго-и-кратко”, као начело површине „широко-и-уско”, а као начело запремине – „дубоко-и-плитко”. Будући да обједињује две супротне радње или појма, оно је у целини једно, неодређено и двојно. У тој интерпретацији неодређена двојина била би названа двојином не (само) зато што дуплира и полови, већ стога што обједињује две супротне операције. И триплирање/ трихотомија и квадруплирање/ тетратомија итд. били би заправо, као принципи, неодређена двојина. Таква интерпретација у духу је оних које су понудили Темистије или Симпликије у коментарима на *Физику*.[148]

Мислим да је овакво постављање ствари плодно. Пре свега, њиме се решава проблем настанка непарних бројева без укључивања операције додавања. Затим, њиме се може објаснити генеза јединице, јер је она јединство самог принципа и на тај начин избећи Аристотелов приговор, а да се при томе ни Једно ни неодређена двојина као принципи не учине редундантнима. Коначно – и можда најважније – њиме је могуће очувати монизам Платонове позиције, која у супротном, чини се, не може избећи дуализам. Већ је објашњено како би се интеретацијом двојине као операције *n*-туплирања/ *n*-томије могао решити проблем генезе непарних бројева. Под условом да се операција додавања не укључује у објашњење, уопштавањем начела неодређене двојине на предложени начин проблем је лако решив. Уколико се дозволи да неодређена двојина представља репрезент или општу форму конкретних супротстављених операција, непарни бројеви су онда само један од производа њеног

148 Уп. Темистије, *In Phys*., III 6, 206 B 3–33, стр. 93, 11–94, 5 и на другим местима и Симпликијев истоимени спис, места III, 4, 202 b 36, стр. 453. 13–455. 11. Уп., такође., Прокло, *In Tim*., 37. 10–14.

деловања. Штавише, чини се да би тако дефинисана неодређена двојина могла да објасни и настанак ирационалних бројева утолико што би подразумевала и операцију степеновања-кореновања. Мада се то може критиковати, неодређеном двојином би се можда могло објаснити чак и постојање комплексних бројева, тако што би се као супротности поставили појмови реално-имагинарно. Кажем „подложно критици", јер у принципу не постоји операција којом се комплексни бројеви без додавања имагинарног дела могу произвести од реалних. Имагинарни бројеви би се пак могли објаснити проширивањем операције кореновања на негативне бројеве, као што се то у математици и чини. Али онда остаје проблем објашњења генезе негативних бројева. Пошто не желимо да одређење буде *circulus vitiosus*, не можемо негативне бројеве дефинисати преко квадрирања имагинарне јединице. Појам негативног броја лако је разумљив уколико се у објашњење укључи одузимање: $(b > a) \Rightarrow (a - b < 0)$. Међутим, све време хоћемо да избегнемо увођење операције сабирања, односно одузимања. У том случају проблем је нерешив. Ако је препрека генезе (позитивних) простих бројева и савладана, генеза негативних бројева је необјашњива без операције одузимања. Платон, међутим, није дужан да о томе положи рачун. Грчки математичари нису признавали негативне бројеве, а што се имагинарних и комплексних бројева тиче, Платон би их сасвим извесно прогласио „математичким фикцијама", као што је то учинио са тачком у геометрији. У домену важења античке грчке математике појам неодређене двојине, на начин на који је овде проширен и уопштен, способан је за целовита и потпуна античка математичка објашњења, бар када је о генези бројева реч. Истина, ово објашњење подразумева претходно познавање бројања.

Треба, међутим, одговорити на питање како начело које по свом појму производи мноштво може генерисати јединицу. У математичком смислу, оно то може тако што би неки већ дати број множило и делило истим бројем – резултат тада остаје непромењен; или напросто дељењем неког већ датог броја самим собом. Такво решење има барем два недостатка: 1) једница је у поретку бића после, самим тим, и онтолошки испод броја из којег је изведена, и 2) начело Једног је у том случају редундантно.[149] Постоји, међутим, начин да начело Једног не учествује у генези бројева, а да ипак не буде сувишно. Логички посматрано, принцип неодређене двојине обједињује две супротне операције/ појма. Он је један, иако двојан. Будући да су операције супротне а обједињене, принцип је нужно неодређен у целини. У том смислу, неодређеност двојине могла би потицати од (мета)чињенице да се заправо не ради само о дупликацији-дихотомији, већ о операцији множења-дељења различитим факторима (*n*-туплирање/ *n*-томија). Ипак, још није јасно како се то може довести у везу са принципом Једног. Да би се утврдило и уопште могло рећи да неодређена двојина, упркос томе што подразумева две операције, јесте један принцип, потребно је претпоставити принцип Једног, тј. логички принцип јединства, односно идентитета. Логички посматрано, да би неодређена двојина могла бити једно и јединствено начело, мора јој претходити принцип јединства. Стога није неопходно да Једно учествује у генези бројева – оно је, наиме, трансцендентални услов принципа који генерише бројеве. Без Једног нема неодређене двојине, а без ње ни бројева. Ако је начело Једног трансцендентални – а за Платона то увек значи

149 Овај приговор у складу је са Аристотеловим приговором из *Метафизике*, који заправо за исто критикује наводну Платонову замисао начина на који се јединица добија из првобитне двојине.

и трансцендентни – услов начела неодређене двојине, онда је могуће да Једно не учествује у генези бројева (укључујући и генезу јединице), а да опет не буде редундантно. По Аристотелу, оно што је прво у сазнању није нужно прво у поретку бића, али за Платона то је свакако случај. У његовој интерпретацији начелу Једног припада и логички и онтолошки, дакле апсолутни приоритет, и оно а не демијург из *Тимаја* јесте истински платоничарски бог, Добро *ἐπέκεινα τῆς οὐσίας*.

Тиме би уједно постало неспорно да је неодређена двојина ипак подређена Једном, иако је заједно са њим учествује у стварању збиље.[150] Могло би се, можда, рећи да је она нужни, али не и довољан услов генезе. Нужни, јер је генератор мноштва, а показано је да може бити чак и генератор јединице. Али није довољан узрок зато што не може обезбедити синтезу – за то је потребан принцип Једног.

Сматрам да се на овај начин очувава монизам Платонове позиције. Ако је Једно метапринцип, неодређена двојина заправо делује „у свету”, па био тај свет и интелигибилан. У савременом смислу, неодређена двојина би заправо подразумевала мисаону радњу двојбе и(ли) помишљања мноштва, док би Једно означавало синтезу увида. У оба случаја се ради о актима мишљења, па је тако само један принцип на делу. Оно што синтетише не може да умножава, и оно што умножава, било мултипликцијом било деобом, не може да синтетише, али је мишљење (ум) способно за оба акта. Предмодерном фасцинацијом открићем и првим опојмљавањем бића може се објаснити проглашавање мисаоних радњи за онтолошка начела, што би било нешто карактеристично за грчку мисао. Али то не значи да не

150 Деретић, И. (2003), у: Б. Шијаковић, (прир.), (2004), стр. 290.

можемо покушати да је схватимо питајући се шта би она значила у савременом контексту. Нипошто не тврдим да је Платон тако схватао протологију, али мислим да нам двоипомиленијско искуство развоја Западног мишљења омогућава, а можда и налаже, да Платоновој протологији нађемо одговарајући савремени контекст, у којем би можда могла претендовати на важење. Сматрам да је такав контекст могућ и настојала сам да га изложим. Када се платоничарско Једно и неодређена двојина схвате као мисаони акти на предложени начин, онда се можда може избећи приговор о нужном „падању у математику”. Наравно, бар је хипотетички могућ покушај изградње једног аксиоматског система у којем операција сабирања, односно одузимања не би била дефинисана, али је из парадигме математике у којој се актуално налазимо тешко замисливо како би тај систем функционисао; какви би били његови ентитети, а пре свега његови домети. Осим тога, такав систем вероватно не би био експланаторно плодан, мада се то не може са извесношћу тврдити. Међутим, овде је поента другачија: могло би се рећи да се у платоничарској протологији – под претпоставком да се њена начела схвате као мисаоне радње – настоји на апстракцији од математике. Једно и мноштво као једно и мноштво јесу принципи математичког мишљења, али они нису само његови принципи; они су, пре свега, принципи дијалектичког мишљења као идентитет и разлика. Уколико ово стоји, Платонова протологија доиста јесте филозофија, а не на мала врата уведено математичко мишљење.

V

СТАТУС ГЕОМЕТРИЈСКИХ ЕНТИТЕТА У ПЛАТОНОВОЈ ФИЛОЗОФИЈИ

ТАЧКА

Питагорејско схватање

Модерна математика не дефинише тачку, већ је сматра за интуитивно јасан основни појам. У *Основама геометрије* Хилберт тачку, праву и раван узима за основне појмове аксиоматског система еуклидске геометрије и назива их једноставно „стварима првог, другог и трећег система”, односно елементима линеарне, равне и просторне геометрије.[151] У најбољем случају, тачка се у модерној математици одређује (или пре, објашњава) као нуладимензиони математички објект, који се може представити у *n*-димензионом простору преко *n* координата

151 Хилберт, Д. (1957), стр. 3 и даље.

као уређена *n*-торка.[152] На пример, у дводимензионом еуклидском простору представљена је уређеним паром (*x*,*y*), где *x* и *y* заступају бројне вредности, односно положаје на апсциси и ординати, редом. Другим речима, тачка нема смисла независно од референтног система у којем је спецификована. Она није ништа по себи, већ проста ознака положаја у већ одређеном простору. С обзиром на такву одредбу немогуће је избећи циркуларно објашњење и чини се да је то главни разлог зашто модерна математика тачку прихвата као елементарни појам. Она не може одговорити на питање онтолошког статуса тачке, што и не покушава, изузев каткада имплиците. До тачке као модерног геометријског појма заправо се долази мисаоним актом апстракције од материјалне тачке, занемаривањем или поступним „смањивањем” димензија, све док не преостане једино ознака положаја, која се даље не може делити.[153] Геометријска тачка је у том смислу „постулат, чист акт *воље*, а не разума”, „гранични појам”, „крајња граница онога што још увек можемо замислити (а не опажати) као представу *простора*”, укидањем које се, у ствари, укида и простор.[154]

За разлику од модерних, антички математичари

152 Weisstein, E. W., „Point”, у: *Wolfram Math World. The Web's Most Extensive Mathematics Resourse*: http://mathworld.wolfram.com/Point.html

153 Weber, H., Wallstein, J (1905), *Encyclopädie der elementaren Mathematik,* Leipzig: Druck und Verlag von B. G. Teubner, стр. 9. – Наведено према: Heath, Th. (1968)I, стр. 157: „Овај појам развио се из појма реалне или претпостављене *материјалне* тачке процесом ограничавања, тј. актом ума, који поставља крај низу у себи неограничених представа. Замислите зрно песка или честицу Сунчевог зрака, која континуисано постаје све мања и мања. На тај начин све више и више ишчезава могућност одређивања све мањих атома у зрну песка и са растућом извесношћу, кажемо, настаје представа тачке као одређеног положаја у простору, који је један и који се не може даље делити.” [Курзив W. и W.] Сличан став, о онтолошком приоритету физике у односу на геометрију у датом контексту заступао је и српски филозоф Бранислав Петронијевић.

154 *Ibid.*

настојали су да дефинишу тачку. Најпознатија дефиниција свакако је Еуклидова из I књиге *Елемената,* у којој је тачка одређена као „оно што нема делова” (*Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν*). Оваквом одређењу могло би се приговорити да тачка није једини могући ентитет без делова, те да не даје критеријум разликовања тачке од, рецимо, тренутка у времену (Аристотелово „*νῦν*” = сада), који је такође без делова. Рачунајући на могућност таквог приговора, Прокло је Еуклидову дефиницију одбранио на следећи начин: геометричар је дужан да положи рачун о својим појмовима и ставовима не уопштено, већ само у односу на предмет којим се бави, а у предмету геометрије једино је тачка оно што нема делова [*In Eucl.*, 93. 17–22, 94. 1–6]. Даље, разрачунавајући се са евентуалним приговором да је Еуклидова дефиниција тачке тек негативна, Прокло одговара да су такве дефиниције примерене „првим стварима”, позивајући се на Парменидово одређење бића [*In. Eucl.*, 94. 11].[155] Еуклидово одређење тачке може се, са једне стране, интерпретирати као да интендира нуладимензионалност, будући да само оно што нема димензије може немати делове. Са тиме је у складу и термин који Еуклид употребљава за тачку, *σημειόν* = знак, за разлику од старијег термина *στιγμή* = дословце тачка (као флекица на нечему, мрља), којим су се служили питагорејци и Аристотел,

---

155 Прокловo схватање тачке је у духу Платонове филозофије о првим принципима: тачка је идеалитет који преемененинентно постоји у божанском *Νοῦς*-у (неоплатонизам) као прва и највша међу тзв. идеалним димензијама; будући да је недељива, „смештена је најближе Граници [платоничарски принцип Једног], док друге идеје инклинирају Неограниченом [принцип неодређене двојине као општи принцип мноштва]”. Међутим, тачка по Проклу „тајно садржи могућност Неограниченог”, коју остварује тако што је у чулном свету неодвојива од праве/ површине/ тела (заправо простора), а ово у свету чулних ствари има апсолутни приоритет у односу на друге димензије. То не значи ништа друго до да тачка у чулном свету постаје дељива [*In Eucl.*, 86. 24–89, 91. 21–93].

а који повлачи већи степен реалности за тачку.[156] Са друге стране, ова дефиниција може се тумачити као да повлачи геометријски атомизам, што би била интерпретација у складу са питагорејском традицијом. Ипак, то је мање вероватно, јер да је Еуклид доиста заступао некакав геометријски атомизам, тј. да је сматрао као питагорејци да су тачке „недељиве јединице са положајем” [*Met.*, 1016 b 25], не би било разлога за промену термина. Управо то што Еуклид бира другачији термин од дотадашње математичке и филозофске праксе чини плаузибилним закључак да је хтео да начини раскид, који би се, коначно, одражаво и у другачијем схватању тачке.

Према Проклу, историјски прву дефиницију тачке у античкој математици (и филозофији) дали су питагорејци [*In Eucl. Elem.*, 95. 21], одредивши је, као што је већ речено, као „монаду (јединицу) која има положај (*μονὰς προσλαβοῦσα θέσιν* или *μονὰς θέσιν ἔχουσα*)”. И Аристотелу је та дефиниција добро позната, и он се често на њу позива у својим списима [*Met.*, 1016 b 25, 1084 b 25, *De An.*, I. 4, 409 a 6]. Заправо, у питагорејској концепцији тачка и јединица узајамно су релативно одређени појмови; тачка је монада са положајем, јединица је тачка без положаја (*στιγμὴ ἄθετος*): „[...] свугде *једно* (*τὸ ἓν*) је недељиво, било количном било обликом (*ἢ τῷ ποσῷ ἢ τῷ εἴδει ἀδιαίρετον*)[157] [...] оно што је недељиво према количини, те у сваком смеру и нема положаја (*ἄθετον*), назива се *јединица* (*μονάς*); оно што је посве недељиво, а има положај (*θέσιν ἔχον*), *тачка* (*στιγμή*); [...] Оно што није никако дељиво према количини (*τὸ μὲν οὖν κατὰ τὸ ποσὸν ἀδιαίρετον*) тачка је или јединица (*στιγμὴ καὶ μονάς*); ако

156 Heath, Th. (1968)I, стр. 156.

157 То јест, „било квантитативно, било квалитативно”, како преводи Треденик: *Aristotle in 23 Volumes* (1933, 1989), Vols. 17, 18, *translated by Hugh Tredennick*, Cambridge: Harvard University Press/ London: William Heinemann Ltd.

нема положаја, онда је јединица (*ἡ μὲν ἄθετος μονὰς*); ако је са положајем, онда је тачка (*ἡ δὲ θετὸς στιγμή*) [*Met*., 1016 b 25, 30].”

Аристотел је питагорејско узајамно одређење тачке и јединице критиковао на основу, по њему, суштински различитих природа та два појма. Тачке се у оквиру неког континуума додирују, што је јединицама немогуће; јединице су пак у оквиру бројева узастопне, што је у погледу тачака бесмислено [*Phys*., 227 a 29–30]. Осим тога, између две тачке увек се може „уметнути” још нешто (на пример, линија), јер њихов додир није континуалан, док по Аристотелу „нема ничега између бројева” [*Phys*., 227 a 31–3, уп., такође, 231 a 24 и даље]. Из перспективе савремене математике то не важи за скуп $\mathbb{R}$, јер у њему између било која два произвољно одабрана броја постоји бесконачно много бројева (густина реалне праве). Кардиналност скупа који би садржао све елементе интервала $[a, b]$, где су $a, b \in \mathbb{R}$ и $b > a$, једнака је кардиналности целокупног скупа $\mathbb{R}$. То, другим речима, значи да између било која два реална броја постоји исто онолико бројева колико постоји у целом скупу реалних бројева – бесконачно много. Исто је и за све друге варијанте интервала између *a* и *b*: (a, b), $[a, b)$ или $(a, b]$. Занимљива и контраинтуитивна последица математичког става је да број елемената у оквиру било ког од наведених интервала уопште не зависи од једног броја. Иако је природно и очекивано помислити да је бројева у (a, b) мање него рецимо бројева у $(a, b]$, математички посматрано то није случај. Ово стога што су тзв. трансфинитни ординали и кардинали потпуно другог реда у односу на коначне. То не значи да је дотични став непроблематичан – филозофски посматрано, он је веома проблематичан – то само значи да је он математички неспоран, пошто се може математички доказати. Аристотелов став да „нема ничега између бројева”, међутим, важи за скуп природних бројева, којих је, мада бесконачно, за математику ипак мање него реалних бројева. Бесконачност скупа $\mathbb{N}$ је, наиме, непребројива, док је бесконачност скупа $\mathbb{R}$ пребројива.[158] Стога се сви бројеви скупа $\mathbb{R}$ могу биунивоко кореспондисати свим тачкама на правој, па се $\mathbb{R}$ по аналогији са правом у математици назива континуумом, док то није случај са скупом $\mathbb{N}$. Било како, Аристотел није обавезан да

---

158 То је 1874. г. доказао Кантор у свом тексту „Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen", публикованом у: *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik* 77, стр. 258–62. Изложићу овде његов чувени доказ дијагонализацијом из 1891. г. Нека је S скуп бесконачних низова нула и јединица: s_1, s_2, s_3, ... Нека је s_i општи члан скупа S. s_i је пребројив пошто се може биунивоко кореспондисати низу природних бројева тако да сваком природном броју одговара један и само један елемент низа s_i. Пребројивост у овом контексту значи да је $card(s_i) = card(S) = card(\mathbb{N}) = \aleph_0$, где $card(s_i)$ означава кардиналност или број елемената општег члана скупа низова нула и јединица, а $\aleph_0$ први трансфинитни кардинални број, којим се уобичајено означава кардиналност скупа природних бројева. То, другим речима, значи да елемената у s_i, као и елемената у S, има тачно онлико колико има природних бројева. Низови s_1, s_2, s_3, ... могу се исписати на следећи начин:

$$s_1 = (\mathbf{0}, 0, 0, 0, 0, 0, \ldots)$$

$$s_2 = (1, \mathbf{1}, 1, 1, 1, 1, \ldots)$$

$$s_3 = (0, 1, \mathbf{0}, 1, 0, 1, \ldots)$$

$$s_4 = (1, 0, 1, \mathbf{0}, 1, 0, \ldots)$$

$$s_5 = (1, 1, 0, 1, \mathbf{0}, 1, \ldots)$$

$$s_6 = (0, 0, 1, 1, 0, \mathbf{1}, \ldots)$$

...

Нека за свако s_p и s_q, $s_{p,\,q}$ означава q-ти елемент p-тог низа ове листе. На пример, $s_{4,\,3}$ означава трећи елемент четвртог низа, $s_{6,\,5}$ пети елемент шестог низа итд. Могуће је направити низ 0, такав да се његов први елемент разликује од првог елемента низа , други елемент од другог елемента низа, i-ти елемент од i-тог елемента низа s_i, што значи и n-ти елемент од n-тог елемента низа s_n. Према томе, ако је $s_{n,\,n} = 1$ онда је $s_{0,\,n} = 0$, и обрнуто, ако је $s_{n,\,n} = 0$ онда је $s_{0,\,n} = 1$. Ако је, сада, низ $s_x = (0, 1, 0, 0, 0, 1,\ldots)$ низ састављен од првог елемента низа s_1, другог елемента s_2, трећег елемента s_3, онда је $s_0 = (1, 0, 1, 1, 1, 0, \ldots)$. Овај нови низ s_0 разликује се од свих низова скупа S и S га, дакле, не садржи. Нека је сада T скуп који садржи све бесконачне низове нуле и јединице. T ће прихвати ниједан од наведених математичких приговора, јер он, као и Платон, заступа античку концепцију броја као ἀριθμός-а и аритметичку концепцију монадичких бројева, а за њих приговори модерне математике не важе.

Питагорејско релативно одређење тачке и јединице може се тумачити тако да повлачи геометријски атомизам. Ако су тачке монаде са положајем и ако се прихвати да имају величину, те ако су уз то одређене као недељиви саставни елементи космоса, онда је космос заправо саздан од недељивих величина; или – може се и тако казати – читав простор састављен је од недељивих јединичних положаја. Међутим, строго посматрано, чак и да простор јесте састављен од мноштва јединичних положаја, то не повлачи да сами положаји, означени тачкама, имају величину. (Узимајући у обзир релативност самог места одређивања положаја, проблем се само усложњава. Тада се долази до констелације у којој једну исту тачку могу заступати сасвим различите *n*-торке које означавају њен положај.)

Штавише, наводно чулни тродимензиони еуклидски простор је математичка апстракција – то је бесконачни простор. Он се може мерити, али се не може измерити. Положаји означени тачкама у њему остају само положаји, (рецимо, положај жижâ елипсе у односу на *x* и *y*-осу), али се геометријски простор не може изградити од њих. Управо је феномен тачке оно што суштински разликује геометријски простор од реалног простора. У реалном простору сваки

садржати и s_0. Са друге стране, S не садржи s_0, што значи да је $T > S$. Пошто је S пребројив, а $T > S$, T ће бити непребројив скуп, односно скуп чији се елементи не могу биуниивоко кореспондисати елементима скупа природних бројева. Надаље је доказ нешто сложенији, али суштина је у томе да се T може биунивоко кореспонирати скупу $\mathbb{R}$. Такође се може показати да је $|\mathcal{P}(\mathbb{N})| = |\mathbb{R}|$, где је $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ ознака за партитивни скуп, тј. скуп свих подскупова природних бројева, а усправне заграде ознаке кардиналности.

положај заправо заузима реалан део тог простора и као такав димензионо је одређен као простор. Тачке у реалном простору имају величину; оне нису геометријске тачке. Стога се у реалном простору тела, површи и линије бар хипотетички могу изградити од њих. У геометријском простору то није могуће. Ту нема јукстапозиције, у смислу да би се некаквим низањем тачака могла добити права, низањем правих површ или низањем површи тело. Нуладимензиони ентитет, баш зато што је такав, не може произвести једнодимензиони ентитет, једнодимензиони не може произвести дводимензиони итд.

Спорно је питање да ли су питагорејци заступали теорију јукстапозиције [*Met*., 1080 b 16–20, 1090 a 32]. Уколико они то јесу чинили, онда су по свој прилици мислили да тачке имају величину. То, опет, не значи да су нужно веровали и да бројеви имају величину, барем не рани питагорејци. Аристотел пак тврди да су монаде, по њима, имале величину. Могуће је без противречности истовремено релативно одредити тачку и монаду, те тврдити да су чулне ствари изграђене од бројева, а не сматрати да монада има величину. То да су чулне ствари састављене од бројева може значити не више од тога да су оне, будући просторне, изразиве нумеричким односима. Ако се хоће, тврдња се може тумачити и ентимемски: будући да су питагорејци бројеве схватали монадички и тачку дефинисали као „опросторену монаду”, онда рећи да су чулне ствари (које су такође просторне) састављене од бројева, можда само значи на сажети начин рећи да су оне састављене од тачака реалног простора. Кључна разлика између тачке и монаде је положај, а положај је за питагорејце по свој прилици, због теорије јукстапозиције, скопчан са величином. У том смислу, тврдње: „Тачка је монада са положајем” и „Монада је тачка без положаја” могле би се превести, редом, као тврдње: „Тачка је протежна монада” и „Монада је непротежна тачка”. И доиста, ако је тачка на тај начин за питагорејце била јединица (мере) простора, онда је за њих нека дуж $\alpha\beta$ могла бити састављена од, рецимо, пет тачака, а број ε и даље бити само број без величине, то јест без екстензије. Низ од пет тачака би по питагорејцима могао имати екстензију, али он не би представљао множину апстрактних јединица, тј. монадички број који је предмет аритметике, већ чулну множину објеката. Једино се у том смислу, по мом мишљењу, може режи да и *μονάς* има величину – само, наиме, ако има и положај, ако је *στιγμή*.

Иако, дакле, и питагорејско и модерно схватање тачку доводе у везу са положајем, они то чине на битно различите начине. Док је за модерну и савремену мисао тачка само означитељ положаја, за питагорејску она јесте тај положај, и то као *οὐσία*, са́мо биће положаја које је нешто по себи и као такво има екстензију. У том смислу, могло би се казати да је за питагорејце тачка атом геометријског простора, који они према свему судећи нису разликовали од реалног.[159] У сваком

159 Неки аутори, нпр. Хасе и Шолц, или Бојер, говоре о питагорејским тачкама чак као о „инфинитезималама”. – Hasse H., Scholz, H. (1928), Boyer, C. B. (1939), стр. 21, 22 – наведено према: Арсенијевић, М. (1989), стр. 44. Тешко је прихватити такву интерпретацију када нема доказа да је ико у то време заступао тезу о инфинитезималама. Бојер додуше сматра да је Демокрит апорију расецања купе решио управо преко инфинитезимала, што би по њему било у складу са Демокритовим атомизмом у природној филозофији [*ibid.*]. Будући да се метод ексхаустије као јасно артикулисан метод не јавља пре Еудокса и Архимеда, пре њих (а заправо пре Архимеда) не може бити речи ни о каквим инфинитезималама. Тек је Архимед применио поменути метод и уз помоћ инфинитезимала извршио прилично прецизну апроксимацију броја π. То је учинио уписивањем правилног шестоугла око круга и уписивањем мањег правилног шестоугла у исти круг, те прогресивним дуплирањем броја страница сваког од њих. Тако добијене фигуре све више се приближавају кругу и све прецизније га апроксимизују. Након четири дуплирања Архимед је одредио вредност π између $3\frac{1}{7}$, тј. приближно 3,1429 и $3\frac{10}{71}$ (приближно 3,1408).

случају, мишљења интерпретатора подељена су по питању тога јесу ли питагорејци уопште заступали геометријски атомизам. Као што је већ раније речено [в. претходно поглавље], Хит и Конфорд, као и Гатри, сматрају да је то вероватно био став већ раних питагорејаца, док друга група аутора предвођених Танеријем, тој тврдњи приступа обазривије.

Платоново наводно учење о „недељивим линијама”: *De lineis insecabilibus*

Према Аристотеловом сведочењу, Платон је тачкама одрицао реалност, сматрајући их за „геометријске фикције” (*γεωμετρικῷ δόγματι*) и наместо тога говорио је о „почецима линије” (*ἀρχὴν γραμμῆς*), које је називао „недељивим линијама” (*ἀτόμαι γραμμαί*), тј. како бисмо данас казали, недељивим или атомским дужима [*Met.*, 992 a 20–3]. Аристотел се са тим наводним Платоновим становиштем разрачунава пре свега у *Физици* [*Phys.*, 231 a 20 и даље, као и на другим местима], а постоји и један перипатетички, псеудо-Аристотелов спис „О недељивим линијама” (*Περὶ ἀτόμων γραμμῶν* или *De lineis insecabilibus*), који је у целости посвећен тој теми и који заправо само развија и проширује Стагиранинову аргументацију из *Физике*. Осим Платону, теза о недељивим дужима приписује се и Ксенократу, који ју је извесно заступао, док се за првог каже да је само „истраживао” могућност њиховог постојања.[160] Наравно, у Платоновим списима нема ни помена о томе, а додатна тешкоћа лежи у чињеници да се сведочења каснијих античких интерпретатора по том питању ослањају на Аристотелова, па независне евиденције готово да

160 Арсенијевић, М. (1986), стр. 110.

и нема. Изузетак је Филипон, александријски граматичар и коментатор Аристотела из V в. н. е., али он сматра да овај ту тезу погрешно приписује Платону [*In De Gen. et Corr*., I. 2, 316 a 12, стр. 27, 2–19].

Што се саме аргументације у прилог становишта о „недељивим линијама” тиче, једини извор којим располажемо је истоимени спис. С обзиром на то да се ради о перипатетичком тексту, може се претпоставити да је аргументација *pro* релативно верно реконстуисана. С обзиром пак на то колико је напора уложено у побијање, може се још претпоставити и да теза није била сасвим без утицаја у то време; у најмању руку, дискусија је сматрана довољно релевантном да би била и забележена. Уколико је Платон доиста сматрао да атомске дужи, а не тачке, представљају основне елементе и почела праве, онда је то додатни доказ да је заступао геометријски атомизам, али другачијег типа од оног који му се приписује у *Тимају*; тамо је, наводно, реч о недељивим површинама. У случају да је потоња теза одржива, он је у неписаном учењу или ревидирао своје ставове или је, можда, само разматрао алтернативе. Међутим, наводна недоследност може значити и да Платон заправо није заступао тезу о недељивим дужима.

Питање да ли су тачке или хипотетичке атомске дужи основни елементи праве или криве тиче се прихватања или одбацивања теорије јукстапозиције, односно могућности изградње ентитета или димензија вишег реда од оних нижег реда. Ако је Платон заједно са Ксенократом заступао теорију атомских дужи, то значи да је сматрао да се права не може изградити јукстапозицијом тачака, а сходно томе, морао би сматрати исто и за остале димензије. Ако је он, поврх тога, тачку сматрао фикцијом која не постоји изван геометрије, то имплицује да ју је схватао тако рећи као нуладимензиони ентитет и стога ништавном. Чини се да Хит баш ово има у виду када тврди да је највероватније заслугом Платонове критике дотадашњи термин за тачку, „*στιγμή*”, замењен термином „*σεμειόν*”, који значи „знак” и који, као што је већ речено, има мање потенцијалних онтолошких импликација од претходног термина.[161] Када би то заиста било тако, значило би да је Платон заправо пре Аристотела имплицитно схватао тачку на начин који се у математици задржао до данас, с тим да јој је, за разлику од потоњег филозофа, одрекао реално постојање и заменио је тзв. атомским дужима.

Уопште, поставити хипотезу о недељивим дужима, била она одржива или не, не значи ништа друго до тврдити да се права може изградити само од дужи, раван од површи, а простор од запремина, тј. да се ентитети неке димензије могу добити само од ентитетâ исте димензије. То би такође значило да је Платон, бар у овом погледу, начинио раскид са питагорејском математиком, под чијим утицајем је позно неписано учење битно настајало. Стога се чини релевантним утврдити да ли је он доиста заступао теорију атомских дужи и покушаћу да одговорим на то питање.

Заступници ове теорије своју аргументацију темеље на неколико разлога (доказни поступак је углавном свуда *RAA*) [*De Lin. In*., 968 a–b 20]: 1) атомске дужи морају постојати пошто у супротном, ако би се дозволила бесконачна дељивост, оно што је иначе веома мало или га има мȁло, постало би бескрајно велико или многобројно; 2) свака идеја је једна, недељива и има апсолутни приоритет у логичко-онтолошком поретку; постоји идеја линије; ако у ноематском поретку не би било идеја атомских дужи, и сама идеја била би дељива, па би не њој него њеним деловима припадало логичко-онтолошко

161 Heath, Th. (1968)I, стр. 156.

првенство; 3) постоје елементарне честице/ атоми (*στοιχεῖα*, *ἀτόμοι*); ако су оне недељиве онда и сваки њихов део мора бити недељив, што ће рећи да не само у интелигибилном, већ и у физичком свету постоје атомске дужи, односно запремине (доказ аналогијом); 4) Зенонови докази показују да се бесконачност не може прећи корак по корак, ма колика била брзина кретања; највећу брзину има мисао, али ни она не може на овај начин пребројати бесконачност, јер нико ни у мислима не може извести актуалну бесконачност; недељивих дужи, дакле, мора бити иначе би мисао могла да пређе бесконачност корак по корак у коначном времену, што је немогуће; 5) доказ из математике: недељиве дужи следе из претпоставке самерљивости. По мом мишљењу, управо је последњи аргумент од одлучујућег значаја за утврђивање тога да ли је Платон заступао теорију атомских дужи и стога ћу се њиме касније детаљно бавити.

Већ на први поглед може се приметити да докази заступникâ теорије о недељивим дужима, онако како их наводи аутор списа *De lineis insecabilibus*, унапред претпостављају наводно важење појединих хипотеза. Прва је Платонова теорија идеја и на њој у потпуности почива други аргумент. Присутно је и некритичко прихватање Зенонових доказа, те атомизма у природној филозофији. Коначно, последњи аргумент подразумева знање теорије самерљивости у математици, али не узима у обзир, иако познаје, појаву несамерљивих величина која представља кључни контрааргумент теорији атомских дужи. Будући да се један од аргумента непосредно надовезује на Зенонове доказе, могло би се претпоставити да теорија атомских дужи представља покушај да се на њих одговори, баш као што је то био случај са Демокритовим и Леукиповим атомизмом. Уколико се томе дода и (наводни рани или позни) геометријски атомизам питагорејаца, чини се да формулисање неке врсте атомизма или теорије „инфинитезимала” представља најраспрострањенији покушај одговора тог доба на Зенонове апорије. Геометријске инфинитезимале схваћене као реални ентитети, заправо се еклплицитно не јављају пре Лајбница, али је сам метод у хеуристичком виду присутан још код Архимеда. Теорија о недељивим дужима као основним логичким и онтолошким конституентима линије највише личи на неку имплицитну теорију таквих инфинитезимала. Ипак, пошто се није одразила у математичкој пракси (тј. није познато да је ико од математичара академичара, или других, у време када је написан спис *De lineis insecabilibus* макар и имплицитно, хеуристички, применио инфинитезимални метод) нема разлога тврдити да су заступници теорије атомских дужи ове схватали као геометријске инфинитезимале. Имајући у виду Демокритов атомизам, могло би се можда помислити да су они, баш као и он сам, замислили атомске дужи сићушнима, али екплицитне потврде о томе нема. Наиме, нигде у спису о недељивим линијама не помиње се величина атомских дужи, мада се на основу чињенице да заступници теорије прихватају атомизам у природној филозофији (трећи аргумент), може претпоставити да би они били склони да тврде њихову сићуштност. Било како било, изгледа да се о недељивим дужима не може легитимно говорити као о инфинитезималама, јер ове су првенствено математички појам и без примене у математици немају превише смисла. Да ли би се пак оне у неком другом смислу могле сматрати филозофском „претечом” Архимедових имплицитних „инфинитезимала” нисам у стању ни да тврдим ни да негирам.

Треба рећи да управо поменути трећи аргумент *De lineis* *insecabilibus* претендује на обезбеђивање наводне научне подлоге теорији атомских дужи. Наиме, да би се доказао да оне нису фикција, те да не постоје само у интелигибилној равни, аутор списа позива се на атомизам [*De Lin. In.*, 968 a 14–20]. По њему, наводно постојање недељивих телашаца пружа додатну основу за тврђење постојања недељивих дужи. Будући да су атоми физички недељиви, одатле би, ваљда, требало да следи да су састављени од недељивих површи, а ове пак од недељивих дужи. Аргумент покушава да оправда геометријски атомизам позивањем на физички, чиме се врши оно што је Аристотел назвао „*μετάβασις εἰς ἄλλο γένος*”, недозвољени прелазак у други род. Све и да је физички атомизам доказана теорија, из тога не следи нужност важења геометријског атомизма.

Физички атомизам јавља се у грчкој мисли са Демокритом. Он је дозволио да се атоми, мада физички недељиви, геометријски могу делити. Аристотелов приговор атомизму уопште тицао се произвољности, тачније неодредивости места на којем се (физичка) деоба зауставља; увек се, наиме, може питати: зашто баш од „овог” а не од неког другог положаја престаје подела [*De Gen. et Corr.*, 325 a 10]? Међутим, чини се да би се лако могло одговорити да није ствар у томе где ће се деоба завршити него у томе да се она негде мора завршити.[162] Сама геометријска деоба пак, оправдана је постојањем геометрије. Неки сто, на пример, не можемо физички поделити на даску и ноге, а да то не престане да буде сто. Још мање даску можемо поделити на површи, јер то не само да не би више била даска, него не би било више ништа. Такву деобу није могуће физички спровести. Међутим, ништа нас не спречава да говоримо о површини стола и да при томе мислимо на онај његов део на

162 Арсенијевић, М. (1986), стр. 108.

који се стављају ствари, а не на геометријску апстракцију. Ипак, то што уопште можемо тако говорити заслуга је апстракције, тачније, геометријским појмовима изображеног искуства.

Но за једног платоничара, поготово античког, ствари нису тако једноставне: све што јесте мора имати свој идеални узрок и праузор, па и ентитети геометрије. Према томе, постоје и идеална дуж, и идеална права, и идеја површи итд. Међутим, није јасно зашто за заступнике теорије атомских дужи не постоји и идеја тачке. Зашто би било дозвољено да постоји површ по себи, права по себи, дуж по себи, а да притом није дозвољена тачка по себи? Тачка није ништа више апстрактан ентитет но што је то, рецимо, дуж; ни једно ни друго не постоји у физичком свету. Као што је тачка означитељ положаја, тако је и права означитељ правца. Ако као основно начело стоји *Ex nihilo nihil fit*, то једнако важи за раван у односу на тело и за праву у односу на раван, као и за тачку у односу на праву. Ако не постоји идеја тачке, како може постојати идеја пресека? Уколико се две праве секу у „недељивој дужи”, геометријски посматрано, то нису две праве него две површине. Како одредити тежиште идеалног троугла уз помоћ недељивих дужи?...

Ипак, уместо да се даље бавим побијањем идеје о атомским дужима (осим, наравно, тамо где то буде релевантно за тему рада), испитаћу аргументацију структурално не бих ли тако покушала да утврдим да ли се то становиште оправдано може приписати самом Платону.[163] У том контексту, трећи аргумет, о којем је овде све време реч, не може пружити никакав одговор. Платон је у *Федону* одбацио Анаксагорино механицистичко објашњење света, које је подразумевало и неку врсту атомизма, али се зато може

163 Осим тога, детаљно побијање већ је дао аутор *De lineis insecabilibus*.

расправљати о томе је ли атомизам присутан у *Тимају*. Уколико он јесте присутан, позивање на атомизам у *De lineis insecabilibus* могло би ићи у прилог тези да је Платон прихватао атомске дужи. Ипак мислим да је таква тврдња „на дугом штапу”. Све и да је Платон у Тимају заступао геометријски атомизам (атомизам површи), прихватање физичког атомизма не обавезује на прихватање геометријског. Међутим, Никол сматра да *Тимај* у ствари и није релевантан за тезу о атомским дужима. По њему, ове дужи се ту не помињу јер *Тимај* излаже само дескрипцију физичког света, а у физичком свету нема потребе ићи натраг даље од недељивих површина.[164] Једини извор евентуалне Платонове теорије о недељивим дужима требало би, према Николу, тражити у неписаном учењу.[165] Чини се, ипак, да тврдња да је у *Тимају* дат опис само физичког света није исправна. Дијалог јесте посвећен његовој генези, па свет у њему свакако заузима централно место, али Платон, осим тога, говори о души космоса, а она није ништа материјално. Такође, Платон елементе (ватру, земљу, ваздух, воду) физичког космоса *Тимаја* схвата по „моделу” правилних полиедара, дакле, на битно геометријски начин. Генеза космоса *Тимаја* је и геометријска генеза, чак и ако није извесно да ли је геометрија Платону била модел за космологију. Коначно, питање је да ли је Платон у том дијалогу уопште заступао атомизам, а верујем да би се могло показати да није.

Што се тиче првог аргумента *De lineis insecabilibus* – атомске дужи су нужне ако нећемо да мало (ма̀ло) постане велико (много) – он је занимљив само утолико што указује на захтев да се појмови великог и малог, односно количине, одреде апсолутно. Другим речима, за разлику од модерног

164 Nicol, A. T. (1936), стр. 125.

165 Nicol, A. T. (1936), стр. 124.

становишта, које ове предикате схвата релативно, зависно од консензусом одређене јединице мере у оквирима дефинисаног, од неке заједнице прихваћеног система мерења, наведени доказ поставља их за апсолутне. То је у складу са Платоновим схватањем појмова великог и малог из дијалога *Федон,* где се о њима говори као о интелигибилним феноменима „по себи”, али је ипак недовољан основ за закључивање да је он и заступао теорију атомских дужи. На први поглед она јесте у Платоновом духу, али је овде постављено питање да ли је, уз то, Платонова.

Када јер реч о другом од наведених доказа, он је такође платоничарски, и то *par excellence*, јер указује на логичку грешку, карактеристичну за Платонову мисао: непознавање (непризнавање) теорије типова. Томе се није чудити: мада данас никоме (осим, можда, малој деци) не би пало на ум да тврди да дељивост физичких величина имплицује дељивост и саме идеје величине, таква грешка била би карактеристична за античког платоничара. Сам Платон експлицитно није признавао теорију типова, сматрајући да етичке идеје морају поседовати својства којих су уједно и парадигме. Идеја Добра не може не бити добра, нити лепота по себи може не бити лепа. Отуда је он такође могао сматрати да је, рецимо, идеја броја и сама број – али не математички, јер не подлеже операцијама – и чини се да то јесте било његово становиште пошто је, према Аристотеловом сведочењу, изводио генезу идеалних бројева од идеалне јединице, дејством принципа неодређене двојине. С обзиром на то, као и имајући у виду да су величина и „малѝна” за њега апсолутни појмови, није неосновано претпоставити да је на сличан начин размишљао о идејама геометријских ентитета.

Сасвим је могуће да је Платон, зарад очувања концпеције јединствености, вечности и непроменљивости идеалних ентитета, те не признајући оно што данас називамо теоријом типова, тврдио да су идеалне дужи недељиве. У том контексту, идеја атомске дужи фигурисала би у логичким одредбама као општији и основнији појам од појмова дужи и праве; као што је појам троугла дефинисан једноставнијим појмом дужи, тако би и дуж требало да буде одређена елементарнијим појмом, тј. атомском дужи. Теорија идеја захтева да и сама идеја троугла буде недељива, упркос дељивости њеног геометријског и чулног аналогона, али она је барем у једном, логичком смислу „дељива" – утолико што се троугао, па ни онај идеални, не може дефинисати на другачији начин од оног који укључује појам странице и наравно, утолико што подразумева три ниже врсте. Идеја праве пак, може се добити апстракцијом од појма правца као што је то учињено у математици, али она тада у своју одредбу нужно укључује идеју положаја, тј. тачке. Међутим, у оба случаја, појам праве одређујемо помоћу појма тачке, а заступници теорије атомских дужи баш то хоће да избегну. Они то могу учинити управо као што и јесу, постављањем недељивих дужи уместо тачака и проглашавањем претходних за основне, једнодимензионе конституенте праве. Када би Платон заступао ово учење, он би свакако одбио школско одређење праве као бескрајног низа тачака, јер оно претпоставља теорију јукстапозиције. Штавише, он је имао своју дефиницију праве; о томе ће бити више речи у одељку о линији. У циљу поентирања смисла другог аргумента *De lineis insecabilibus*, на овом месту истичем да теорија типова, тј. њено непризнавање, може служити као веома добар „лакмус" за одлучивање да ли је Платон заступао теорију атомских дужи. Уколико се аргумент чита у светлу теорије типова, велика је вероватноћа да је он јесте заступао. Ипак, то би се могло тврдити само уколико ниједан од наведених аргумената не противречи Платоновим ставовима, а то тек треба испитати.

Недељиве дужи и проблем континуума

Четврти и пети доказ заступникâ теорије атомских дужи по мом мишљењу су најзначајнији и стога ћу им посветити више пажње. Као што је већ речено, четврти аргумент непосредно се надовезује на Зенонове доказе против кретања, на происходећу дихотомију конкретно, прихватајући њен исход. Аргумент гласи: недељивих дужи мора бити, иначе би се бесконачност могла прећи корак по корак у коначном времену, што је немогуће [*De Lin. Ins.*, 968 a 18–968 b 3]. Новина у односу на изворни Зенонов доказ је у увођењу брзине мисли као додатног фактора, који треба да послужи за ојачавање аргумента: чак ни мисао, од које ништа није брже, не може пребројати бесконачан скуп корак по корак. Пошто се узима да је тиме за све домене доказано важење дихотомије, хипостазира се постојање недељивих дужи, чија је функција да „зауставе” иначе потенцијално бесконачну (геометријску) деобу. Прихватањем концепта тачке она би се ту и зауставила, но будући да је тачка нуладимензиони ентитет а права једнодимензиони, рећи да се деоба праве окончава у тачки у крајњој инстанци значи исто што и рећи да се она *de facto* ни не окончава. Када је у питању појам праве, то можда за заступнике теорије атомских дужи не би представљало нарочиту тешкоћу с обзиром да је права и сама бесконачна. Међутим, проблем постаје очит на примеру дужи: ова је, наиме, коначан ентитет. Бесконачна деоба на коначном ентитету, по представницима теорије недељивих дужи, коначни ентитет претвара у бесконачан (први аргумент) – и ето апсурда.

Овај аргумент у ствари почива на логичкој грешци *non sequitur*: то што се бесконачност ни у ком случају не може прећи корак по корак ни на који начин не повлачи постојање атомских дужи. Аутор *De lineis insecabilibus* је и то могао имати у виду када је заступницима теорије атомских дужи поручивао: „Апсурдно је да [...] не могавши да решите Зенонов доказ, правите себе робовима своје неспособности и чините још веће грешке, у покушају да подржите своју нестручност" [*De Lin. In*., 969 b 4–5]. Међутим, његова оптужба нешто је конкретнија и односи се на њихово непознавање (Аристотеловог) решења дихотомије, којом се уједно оповргава теза о атомским дужима.

Аристотел је, наиме, оба питања разрешио у *Физици* свођењем на један, суштински проблем – проблем континуума. По њему, није питање може ли се бесконачност прећи корак по корак – не може, и то није спорно – него може ли се континуум (*συνεχές*) изградити од дискретних недељивих јединица [*Phys*., 231 a 25]. И доиста, питање изградње геометријских димензија и ентитета вишег реда од оних нижег реда – а то се у овом контексту односи на могућност изградње праве јукстапозицијом тачака и/или недељивих дужи – јесте питање односа континуалног и дискретног. Заступници теорије атомских дужи нису признавали теорију јукстапозиције пошто су заступали становиште да се неки геометријски ентитет може добити само од ентитета исте димензије. У случају праве, која је једнодимензиона, једини могући избор у том погледу пада на дуж. Међутим, пошто се свака дуж као протежна може делити а деоба заправо никада не окончати (што су заступници теорије атомских дужи по сваку цену хтели избећи) и пошто тачка као нуладимензиони ентитет не долази у обзир, преостало је једино зауставити деобу на дужи и у тој форми заступати геометријски атомизам. Но, промакло им је то да се на овај начин проблем не решава. Све тешкоће које проистичу из покушаја да се права изгради од тачака понављају се приликом покушаја да се то учини од недељивих дужи. Ово стога што су атомске дужи, иако једнодимензиони ентитети, *per definitionem* недељиве, што опет враћа „у игру” питање о могућности изградње континуума од недељивих елемената.

Аристотел се тиме бавио у *Z* књизи *Физике* и доказао је да је немогуће на овај начин изградити континуалну целину. Непрекидност или континуум (*συνεχές*) дефинише се преко појма додира. Када се две ствари додирују тако да је крај једне истовремени почетак друге, тј. тако да су заправо „срасле”, додир је континуалан [уп. *Phys*., 227 a 11–15 и *Met*., 1069 a 10]. У супротном, реч је о контигуалном додиру („пријљубљености”), о контингенту (*ἁπτόμενον*).[166] Делови свих континуисаних ентитета нужно се додирују, али тако да њихов додир уједно представља њихово јединство; обратно, међутим, не важи, тј. није сваки додир континуалан. [*Phys*., 227 a 20–3]. У за нас релевантном, геометријском контексту, додири су континуални. Када се две купе једнаких основа додирују тако да им се базе поклапају, доња база прве купе истовремено је база друге. Уколико нека тачка *A* дели праву *p* на две супротне полуправе p_1 и p_2, којима редом одговарају интервали $(-\infty, a]$ и $[a, +\infty)$ и где *a* означава вредност тачке *A* на реалној бројној оси, може се видети да *A* истовремено припада и p_1 и p_2, итд.

По Аристотелу, права је континуум, али није састављена од тачака. Апсурдно би било рећи да крај једне тачке истовремено представља почетак друге (нужан услов континуума) када тачка *per definitionem* нема делова [*Phys*., 230 a 25–9]. Тачке на правој у целости се додирују, али тај додир

166 Детаљније о овој разлици в. у: Арсенијевић, М. (1986), стр. 21–5.

није континуалан. Аристотел га назива додиром „целине са целином” [*Phys*., 231 b 2]. Таква карактеризација је, по мом мишљењу, неадекватна. Наиме, оно што нема димензије а сходно томе ни делове, не може имати ни целину. Као што Платон исправно примећује у *Пармениду* [137 c10–11], појмови целине и делова узајамно су релативно одређени, те говор о целини нужно повлачи говор о деловима. Такав исход, међутим, и сам резултује бројним парадоксима. Најпре, оно што се, немајући димензије, нема чиме додиривати, не може се уопште ни додиривати. Затим, шта значи рећи да се два положаја додирују? Када је реч о тачки, то може значити или да међу њима постоји неко бесконачно мало растојање које се може занемарити, или се пак ради о једном истом положају. Ако је прво случај, онда се тачке заправо не додирују; ако је друго случај, опет се не додирују. Са друге стране, у математици није ништа необично рећи да се две полуправе додирују у једној заједничкој тачки чинећи тако праву: оно што је претходно било положај, односно тачка додира двеју полуправих, постаје положај (тачка) на правој. Чини се да неки математички неспорни и лако замисливи појмови за онтолигију или филозофију, представљају апорије.

По Аристотелу се, дакле, тачке могу додиривати једино контигуално. То значи да уколико би се права посматрала као низ тачака, тај низ био би дискретан а не континуисан, па не би ни био права. Аристотелова поента је, чини се, још радикалнија: без обзира на начин додира тачака, права се ни у ком случају не може изградити од њих. Ни континуисан ни дискретан низ тачака не може изградити праву. Штавише, дискретан низ тачака не означава ништа. Можда најјаснију илустрацију о немогућности изградње континуума од недељивих елемената Стагиранин је дао на примеру изградње времена [*Phys*., 231 a 19–232 a 18]. По истом принципу као у случају односа праве и тачке, питање гласи: може ли се време изградити од тренутака, од мноштва „сада” (*νῦν*)? Аристотелов одговор је да не може, јер би се у том случају кретање састојало од мноштва трзаја (*κινήματα*);[167] другим речима, од не-кретања, што је немогуће [*Phys*., 231 b 19–232 a 18]. По Аристотелу, тело у тенутку, тј. у „сада”, нити мирује нити се креће, пошто „[...] мировати може оно чему је по нарави кретати се [...] те тако, будући се у *сада* ништа не креће по нарави, белодано је како ништа не може ни мировати”; све што мирује или се креће, чини то нужно у времену [234 a 31–4, b 8–9]. С обзиром на то да се кретање, било оно равномерно или убрзано, одвија у времену и подразумева пређени пут, дељивост времена имплицује дељивост пута, тј. простора, и обратно [232 b 21–233 a 21]. Ово пак значи да нема недељивих величина, те сходно томе, ни недељивих дужи. У складу са тиме, Аристотел уводи још једну дефиницију континуума, као онога што је само по себи бесконачно дељиво [уп., 231 b 15–16, 232 b 24–6]. Тако се доказ о немогућности постојања атомских дужи у ствари заснива на доказу о континуисаности како простора, тако и времена, те о њиховој узајамној зависности.[168] Одатле такође следи и немогућност постојања Платонових недељивих површи из *Тимаја* [уп. *Phys*., 233 b 16–18].

На исти начин Аристотел разрешава и Зенонову дихотомију: корак по корак, бесконачност се не прелази у коначном него у бесконачном времену, пошто бесконачна

167 Или помераја, у смислу у којем се тај термин данас употребљава у науци: као вектор који спаја почетни и крајњи положај радијус-вектора тачке која се креће, а усмерен је од почетног ка крајњем њеном положају.

168 Управо због те узајамне зависности физичари су говорили само о једном континууму, о тзв. простор-време континууму (тзв. простор Минковског).

дељивост пута повлачи и бесконачну дељивост времена [233 a 22–33]. Управо на тај одговор мисли аутор *De lineis insecabilibus* када заступнике теорије о атомским дужима критикује за неинформисаност, нестурчност и неспособност. По њему, да су познавали Аристотелово разрешење дихотомије, знали би не само да је она ништавна као доказ за постојање недељивих дужи него и да је њихово постојање *a priori* немогуће, пошто се континуум не може изградити од недељивих елемената.

Управо четврти аргумент *De lineis insecabilibus*, тачније пишчев одговор на њега, могао је бити разлог зашто је спис приписиван Аристотелу. Питање могућности изградње тела, равни или праве јукстапозицијом одговарајућих ентитета нижег реда превасходно је питање односа континуалног и дискретног, односно недељивог. Оно је свакако заузимало важно место у Аристотеловој филозофији, али постоје индиције да је било значајно и Платону.[169] Но, док је Аристотелова идеја континуума (*συνεχές*) математичка, Платонова је изгледа била и логичка, односно онтолошка.[170] Континуитет који он захтева јесте онај следа између идеалних димензија, које су парадигме математичких, као и између ове две врсте димензија и њихових несавршених, чулних аналогона. Наравно, у реалном простору могућа су само тела (ако се изузму феномени психе, који се и сами манифестују телесно, али то питање овде не разматрам), но њихов трансцендентално-трансцендентни услов, по Платону, јесу управо идеалне а не математичке димензије. Платонов

169 В. Nicol, A. T. (1936).

170 Nicol, A. T. (1936), стр. 123. Никол радије говори о логичком него о онтолошком континууму, и следећи Штенцела, у непосредној вези са Платоновим синегогичко-дијаретичким поступком. Будући да логичка и онтолошка раван никада нису раздвојене код Платона, па ни у његовој позној филозофији, термини се могу употребљавати синонимно.

континуум представља уређени систем граница, који омогућава и чини нужном транзицију међу класама ентитета. Ради се о континууму на равни принципа, идеалних равни нумеричког, те екстензионалног, и то у правом смислу – крај једне класе истовремени је почетак друге.[171] На врху су принципи Једног и неодређене двојине, потом следе идеје бројева и идеалне димензије, на самом крају налазе се видљиве ствари. Филозофска последица прихватања недељивих величина у том контексту имликује редукцију геометрије на аритметику, тј. геометријских ентитета на бројеве.[172]

Теза је сасвим у питагорејском духу. Питагорејцима се, такође, приписује поистовећивање тачке, праве, равни и тела са бројевима, а нешто слично Аристотел придодаје и Платону [*De An.*, 404 b 21–4]: „[Платон] каже и овако: ум је Једно (*νοῦν μὲν τὸ ἕν*), знање Два (*ἐπιστήμην δὲ τὰ δύο*), јер се односи само на Једно; мњење је број површи (*τὸν δὲ τοῦ ἐπιπέδου ἀριθμὸν δόξαν*), а чулно опажање број крутог тела (*αἴσθησιν δὲ τὸν τοῦ στερεοῦ*).” Постоје бројне полемике у вези са тим да ли се овај цитат уопште односи на Платона.[173] Његов изразито питагорејски

---

171 Nicol, A. T. (1936), стр. 123.

172 Уп. Arana Marcos, J. R. (1998), стр. 156, фуснота 365.

173 Једино у чему се интерпретатори слажу је да у дотичном пасажу Аристотел реферише на свој дијалог *De Philosophia*, који није сачуван. – Huby, P. M. (1967), стр. 14. Претходно у спису *О души* било је речи о Платоновом становишту из *Тимаја*, али се овај пасаж не може односити на њега, пошто у том дијалогу нема речи о кореспонденцији бројева и димензија. Тако, на пример, Чернис сматра да Аристотел у *De An.*, 404 *b* 21–4 у ствари говори о Ксенократу, а не о Платону. Кучарски такође мисли да да се пасаж не односи на Платона, већ на питагорејце. – Cherniss, H. F. (1944), стр. 565–79. Овим тезама би у прилог требало да говори то што дотични цитат до нас није дошао у сасвим изворном облику, као и то што се Платон не спомиње експлицитно, већ се говори о „њима”, тј. платоничарима, што може значити да конкретно поменуто коресепондирање бројева, димензија и аката свести није било Платоново.

дух то доводи у сумњу. Карактеристично је, на пример, да Аристотел уопште не наводи одговарајуће геометријске ентитете за Једно/ јединицу[174] и двојку. Уколико је Платон доиста заступао постојање атомских дужи – а Аристотел сâм сведочи да јесте – онда се не види зашто у *De An.*, 404 b 21 уз ум и Једно није наведена недељива дуж, а уз два и знање прâва (линија). Није немогуће да разлог тог изостанка почива у Аристотеловој личној недоумици како извршити кореспонденцију. Наиме, недељиве дужи би и саме требало да буду једнодимензионе, што повлачи незгоду приписивања два различита броја једној истој димензији, односно приписивање једне димензије двама бројевима. У случају прихватања постојања тачака проблем би се решио, али онда би Аристотел противречио властитој тврдњи да је Платон заступао постојање атомских дужи наместо тачака као „геометријских фикција”. Спорни фрагмент иде у прилог Платоновом логичком континууму бројева, димензија и објеката у све три равни постојања (идеалној, математичкој и чулној), али не иде у прилог теорији атомских дужи. По мом мишљењу, ово је добар аргумент против тога да је Платон заступао потоње становиште.

Са друге стране, недоумица се релативно једноставно разрешава ако се прихвати да Платон није тврдио оно што му

174 Чињеница да Аристотел у везу са умом доводи Једно, а не јединицу, може потицати отуд што је Платон та два термина често употребљавао синонимно, али и отуд што Стагиранин у његовом неписаном учењу поистовећује принцип Једног, као начело, са јединицом као његовим квантитативним основом. Мада се то двоје не може сасвим изједначити, мислим да Аристотелово довођење у везу начела Једног, а не јединице, са умом у Платоновој филозофији није погрешно. Једно као принцип свакако има и логички и онтолошки приоритет у односу на јединицу, због чега је оправдано поистоветити на неки начин са умом или га поставити за његово начело. Па ипак, ако су Једно и неодређена двојина принципи бројева, али не и бројеви, онда је Аристотел у наведеном цитату направио логичку грешку у класификацији. То вероватно и није посебно значајно конкретно на овом месту, но јесте с обзиром на претходно поглавље рада.

Аристотел приписује у *De An.*, 404 b 21–4. И у том случају његов логички континуум важи, а према појединим интерпретаторима управо то чини вероватнијом хипотезу да је подржавао постојање недељивих дужи. Штенцелова позиција, коју у суштини заступа и Никол, ова два става доводи у директну везу: по њима, теорија атомских дужи представља нужну последицу постављања платоничарског континуума. Оне су неопходна хипостаза уколико се претпоставља прелаз из једног онтолошког рода у други.[175] У становишту које не признаје теорију јукстапозиције, тачније, у сваком становишту које тачку поима као нуладимензиони ентитет, не постоји прелаз од ње ка правој; и уопште, од нижих димензија ка вишима. Хипостазом недељивих величина тешкоћа се отклања. То, међутим, значи да је Платон морао заступати и постојање недељивих површина, те тела, а питање је да ли за то постоји потврда у *Тимају*. К томе, неодређена двојина као генеративно начело геометријских ентитета различита је за сваку димензију [*Met.*, 1085 a 7–12]: за ентитете прве димензије она је „дуго-и-кратко”, за фигуре у равни „широко-и-уско”, а за просторне фигуре „дубоко-и-плитко”. Управо неприхватање теорије јукстапозиције узрок је овој различитости. По аналогији са излагањем о идеалним бројевима можемо се питати на који начин неодређена двојина оперише као принцип у геометрији. То јест, ако је она генеративно начело праве, равни и простора, шта је онда основна јединица (*στοιχεῖον*)? У случају идеалног броја то је била монада. У потоњем случају, ако ћемо бити доследни, то би морале бити јединице, можда попут бесконачно малих јединичних вектора, какве приписујемо Декартовом координатном систему, односно атоми дужи, површи и тела.

На основу свега реченог, чини се вероватном теза да је

175 Nicol, A. T. (1936), стр. 122, 124.

Платон заступао постојање недељивих дужи. Четврти аргумент *De lineis insecabilibus* уводи их као непосредни одговор на проблем континуума, и то како математичког тако и логичког, односно онтолошког. То што се проблем математичког континуума не може решити на овај начин припада домену критике и само по себи није аргумент ни за ни против тезе о којој је реч. Исто тако, ни позивање на дихотомију не противречи јој по себи. Ако се узиме у обзир да је Платон у *Пармениду* на неки начин направио омаж Зенону сматрајући његове доказе за озбиљну контрааргументацију теорији Једног, позивање на дихотомију пре говори у прилог него против тезе да је заступао теорију атомских дужи. Као и у претходном случају, Аристотелово разрешење Зенонове апорије припада домену критике. Чак и да га је познавао, Платон није био обавезан да га прихвати. Од све наведене аргументације (укључујући и прва три доказа *pro* из *De lineis insecabilibus*), тежња за изградњом онтолошког континуума у Платоновој филозофији представља најснажнији и најубедљивији аргумент тези да је подржавао теорију недељивих дужи. Штавише, анализа показује да ниједан од претходних аргумената у прилог спорној теорији томе не противречи.

Сматрам, међутим, да се теорија атомских дужи, бар у форми у којој је изложена у спису *О недељивим линијама,* не може приписати Платону, јер томе убедљиво противречи последњи, пети аргумент тог списа. Он почива на претпоставци о математичкој самерљивости и већ тај податак, по мом мишљењу, довољан је за одбацивање поменуте тезе. У наредном одељку настојаћу то и да докажем.

Недељиве дужи и феномен несамерљивости

Феномен несамерљивости откривен је у грчкој математици у V веку, што је по мишљењу већине савремених интерпретатора изазвало истинску научну кризу. Грчки математичари вероватно су дошли до тог открића трагајући за бројем који би изражавао однос дијагонале и странице квадрата. Почетном хипотезом имплицитно је претпостављана самерљивост, али је крајњи резултат неочекивано имликовао противречност, па отуда и неистинитост полазне имплицитне хипотезе. Превасходно захваљујући Еудоксовом раду на синтетичком утемељењу геометријске теорије пропорција омогућено је довођење у однос и несамерљивих величина, чиме је проблем несамерљивости барем у том контексту „разрешен”. Наиме, иако се однос две несамерљиве величине није могао изразити целим или разломљеним бројевима, оне су се могле или самерити у степену или ако не, њихов однос било је могуће довести у пропорцију са неке друге две, такође несамерљиве величине. Теодор и још више Теетет, Еудоксови и Платонови савременици, бавили су се доказима ирационалности квадратних коренова бројева који нису квадрати целог броја, о чему сазнајемо из Платоновог *Теетета*. Теетет је, уз то, био Платонов пријатељ, а претпоставља се да је потоњи такође познавао Еудокса. Захваљујући тим познанствима, као и захваљући боравцима код Архите, Платон је имао увид у релевантне математичке проблеме тога доба, а његово математичко знање било је вероватно солидније него код многих савремених филозофа. Дијалози показују да је био упућен у проблем несамерљивости, као и да је знао за постојање по ондашњим критеријумима ирационалних бројева. У *Теетету* се у том контексту помиње низ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$,

$\sqrt{11}$, ..., $\sqrt{17}$ – дотле је, према Платоновим речима, Теодор вршио извођење. Ти бројеви припадају бројевима који не могу „постати од множења двају једнаких чинилаца” него настају „или од већег броја помноженог са мањим или мањег помноженог са већим” [*Theaet*., 147 d3 и даље]. Ти бројеви названи су „правоугаоним” (*γνωμοί*), док су они који настају множењем два једнака чиниоца названи „квадратним” или „једнакостраничним” (*τετράγωνόν τε καὶ ἰσόπλευρον προσείπομεν*). Према Теететовим речима у дијалогу, слична класификација направљена је и за кубне бројеве [*Theaet*., 147 d–148 a].

У низу бројева већих од 3, квадратни коренови који истовремено представљају квадрате позитивних целих, односно природних бројева су: $1 = 1^2$, $4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $16 = 4^2$ итд. Сви бројеви који се не могу добити на овај начин представљају ирационалне бројеве: $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $8 = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$ итд. При томе, у дотичном низу правоугаони су само они бројеви који не садрже $\sqrt{2}$, јер би се ови могли приказати као дијагонале квадрата. Број 8 свакако није квадрат целог броја, али се геометријски може представити као дијагонала двоструке дужине у односу на дијагоналу квадрата ивице 1. Стога као „кандидати” за ирационалне правоугаоне бројеве преостају само прости бројеви, не рачунајући број два. Занимљиво је приметити да бисмо, под претпоставком прихватања античког критеријума ирационалности, правоугаоне бројеве данас окарактерисали као самерљиве у степену, а сходно томе и као рационалне; на пример, $(\pm\sqrt{3})^2 = 3$. Међутим, за Теодора и Теетета то није било случај. И пре геометризације аритметике (којој су у великој мери и сами допринели), несамерљивост је схватана као геометријски феномен: несамерљиве су дужи, а бројеви само утолико што их изражавају. Питагорејски доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата који је Аристотел изложио у

Првој Аналитици данас бисмо назвали алгебарским, но порекло открића несамерљивости, а сходно томе и перцепција исте као феномена, нису аритметички него геометријски.

Ирационални правоугаони бројеви нису могли бити самерљиви у степену пошто се не могу представити као дијагонале квадрата. Геометријски, $\sqrt{3}$ може се посматрати као дужина дијагонале квадрата ивице $\frac{\sqrt{6}}{2}$, која се ивица опет може представити као квадрат броја $\frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt{2}}$. Но, чак и да су антички математичари знали за могућност $\sqrt[n]{x}$, односно $x^{\frac{1}{n}}$, таквим разлагањем никада не би могли доћи до целог броја. Својство ирационалности рекурзивно се одржава, а именилац експонента расте геометријском прогресијом *ad infinituum*. Другим речима, јавља се *ἀνθυφαίρεσις*, произвођење све мањих и мањих величина, чиме би се ирационалност дијагоналних бројева заправо могла доказати. Занимљиво је такође да се међу ирационалним бројевима у античкој математици не помиње $\sqrt{2}$. То је стога што он није посматран као број него као дијагонала квадрата чија је страница 1. Еуклид, на пример, не доказује непосредно ирационалност $\sqrt{2}$, но доказ имплицитно следи из ставова X.5, X.6 и X.9 *Елемената.*[176]

Независно од тога, чињеница да се поменути бројеви (изузев, наравно, $\sqrt{2}$) налазе у *Теетету* показује да су питање ирационалних величина и начин на који је математика „излазила на крај” са њима, Платону били познати. О томе посебно сведочи место *Resp.*, 546 c. У оквиру дискурса о тзв. „нуптијалном броју”, којим на математички начин настоји пружити (квази)објашњење митског разлога дегенерације аристократије као облика владавине у тимократију, Платон

176 Лучић, З. (2009), стр. 111–12; такође, стр. 113–14.

помиње и „рационалну дијагоналу броја пет (*διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος*)”. Проклов коментар на то место је од суштинске важности пошто објашњава о чему се заправо ради [*In Remp., II*, 27, 1–11]. Термин који је Платон употребио, „*ῥητὴ διάμετρος*”, стручан је математички термин. Реч је о методу апроксимације чије се откриће приписује питагрејцима, а који омогућава проналажење одговарајућих приближних рационалних вредности за иначе ирационалне дијагонале квадрата, тј. за бројеве који садрже $\sqrt{2}$. Поступак, који води порекло од питагорејаца, детаљно је описао Теон из Смирне.[177] Претпоставља се постојање ивичних и дијагоналних бројева, што заправо значи приписивање бројних вредности ивици, односно дијагонали квадрата. Условом који је уједно први корак апроксимације поставља се теза да јединица, будући основ свих бројева, може бити и ивични и дијагонални број. Сходно томе, ако узмемо једну ивичну и једну дијагоналну јединицу, нова ивица генерише се њиховим сабирањем, а нова дијагонала сабирањем двоструке ивичне јединице и дијагоналне јединице:

$$a_1 = 1,\ d_1 = 1\ ; \qquad \textit{(услов)}$$

$$a_2 = a_1 + d_1 = 2,$$
$$d_2 = 2a_1 + d_1 = 3,$$

$$a_3 = a_2 + d_2 = 5,$$
$$d_3 = 2\,a_2 + d_2 = 7,$$
$$\ldots$$

односно:

$$a_{n+1} = a_n + d_n,$$
$$d_{n+1} = 2a_n + d_n. \qquad \textit{(рекурзивне формуле за апроксимацију рационалних дијагонала)}$$

177 Heath, Th. (1921)I, стр. 91–3; такође, Fowler, D. (1999), стр. 93 и даље.

Метод се у ствари своди на проналажење позитивних целих решења за квадратну једначину $2x^2 - y^2 = \pm 1$, односно $2a^2 - d^2 = \pm 1$, или $d^2 = 2a^2 \mp 1$.[178]

Сходно томе, „рационална дијагонала броја пет" коју Платон помиње у VIII књизи *Државе*, представља у скупу $\mathbb{Q}$ (заправо, у $\mathbb{N}$) апроксимизовану вредност дијагонале квадрата ивице 5. Ако је a = 5, онда је $d = 5\sqrt{2}$. Према горе наведеној формули рационална дијагонала – означимо је са d' – износиће $d' = \left|\sqrt{2a^2 - 1}\right|$, тј. $d' = \left|\sqrt{2 \cdot 5^2 - 1}\right| = \left|\sqrt{49}\right| = 7$. Дакле, ако је дат квадрат ивице 5, рационална дијагонала биће 7.

Неко би могао питати: зашто је ово излагање уопште значајно за утврђивање тога да ли је Платон заступао становиште о атомским дужима? Оно је и те како релевантно пошто се последњи аргумент заступника теорије атомских дужи позива на хипотезу математичке самерљивости. Претпостављајући да за математичаре постоји најмања заједничка мера самерљивих величина, закључује се да недељивих дужи мора бити, тј. да оне чине ту најмању заједничку меру [*De Lin. Ins*., 968 b 4–20]. Аргумент се очито ослања на став који ће касније у *Елементе* ући као *df.* X.1, према којој управо постојање, односно непостојање најмање заједничке мере одлучује да ли је нека величина самерљива или не. Као што је већ речено, заступницима теорије атомских дужи познат је феномен несамерљивости, но они настоје да га избегну. Пошто су најмању заједничку меру одредили као недељиву дуж, дедукују постојање елементарних површина (троуглова), које би такође биле најмање заједничке мере, али за ликове. Доказ даље

178 У коментарима на Платонову *Државу* Прокло тврди да се овај идентитет доказује ставом II. 10 Еуклидових Елемената, који би се алгебарски могао изразити на следећи начин: $(2a + d)^2 + d^2 = 2a^2 + 2(a+d)^2$. Више о томе у: Лучић, З. (2009), стр. 109–10.

претпоставља да, како код делили недељиве дужи или површине, добијене линије или њима обухваћене области неће бити ни рационалне ни ирационалне. Оне, како у тексту стоји, неће представљати ни апотому ни биномијалу,[179] нити било коју другу врсту познатих линија, већ ће формирати „нову”, „по себи неодређену” групу, којој се *a priori* не може приписати ни рационалан ни ирационалан карактер [*De Lin. Ins*., 968 b 15 – 20].

Аргумент претендује на то да буде *reductio ad absurdum*,[180] али у бити је *petitio principii*, пошто претпоставља оно што тек треба доказати – постојање атомиских дужи и што је још важније, најмање заједничке мере у свим случајевима. Већ је аутор *De Lineis Insecabilibus* приметио да прихватање овог доказа обавезује и на прихватање његове последице, става о непостојању несамерљивих величина – закључак који одлучно демантује сама математичка пракса [*De Lin. Ins*., 969 b 6–9 и даље]. Дакле, не само да је по среди *petitio principii* него овај *petitio principii* уз то полази и од неистините хипотезе. Грчки математичари располагали су методима апроксимације као што је онај наведени, којима су приближно могли израчунати вредност неког ирационалног броја. Прогресивним повећавањем броја страница многоугла, Архимед је могао апроксимизовати вредност броја π. Али ниједног момента нико од грчких математичара не би помислио да се круг може представити или заменити многоуглом, иако бисмо ми данас били склони да га

179 Апотома (*ἀποτομή*) је ирационална дуж која представља разлику двеју рационалних дужи самерљивих само у степену, при чему се једна од њих, краћа, одузима од друге (*Елементи*, X.79). Биномијала (*ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων*, *linea ex duobus nominibus*) је ирационална дуж која представља збир двају рационалних дужи самерљивих само у степену (*Елементи*, X.36).

180 Уп. Херолдов коментар у фусноти 1 уз *De Lin. Insec*., 968 *b* 20–2.

објаснимо, не дефинишемо, као многоугао са бесконачно много страна. Другим речима, мада се ирационална вредност могла приближно одредити, никоме не би пало на ум да тврди да се ирационални број може свести на рационални. То, опет, значи да нико од античких математичара или писаца извежбаних у математици не би закључио да се несамерљиве дужи саме по себи могу самерити. Сходно томе, а с обзиром на све што је казано о његовом односу спрам математике, тако нешто ни Платон никако није могао мислити. Ко год да је заступао аргументацију у прилог атомским дужима изложену у *De lineis insecabilibus* очито није добро знао математику, јер да јесте, поменута грешка не би му се могла поткрасти. По мом мишљењу, то онда имплицира да Платон или није заступао ту теорију или ако и јесте, то је нужно чинио на сасвим другачији начин од оног изложеног у *О недељивим линијама* и сигурно не тврдећи последњи аргумент *pro* из овог списа.

Може ли се теорија атомских дужи „спасити”? Промишљање Штенцел-Николовог решења

Штенцел и Никол, потоњи посебно, сматрали су да је Платон због идеје о логичко-онлошком континуитету морао заступати теорију атомских дужи. Мој став је да је он, напротив, истовремено могао настојати на поменутом континууму, не признавати теорију јукстапозиције, сматрати тачке геометријским фикцијама и при свему томе не подржавати теорију недељивих дужи. Ова се, додуше, уклапа у наводно учење о недељивим површима из *Тимаја*, али са друге стране, оповргава је чињеница да је Платон сасвим експлицитно признавао постојање несамерљивих величина. Неко би евентуално могао рећи да је у неписаном учењу могао одустати од тога, но склона сам пре да тврдим да је Платон касније настојао на уклапању несамерљивости у објашњење космоса, на откривању њеног метафизичког узрока, а не на њеној елиминацији. Ако је разумео концепт математичке несамерљивости, а рекло би се да јесте, морао је такође разумети да нема начина да се несамерљивост учини самерљивом осим преко самеравања са нечим другим, такође несамерљивим, нити има начина да се ирационални однос заиста сведе (а не само апроксимизује) на рационални – јер то значи ваљано разумети шта несамерљивост јесте. Да би то двоје некако „самерили”, модерни математичари претпоставили су „теорију” вишег реда: и ирационалне и рационалне бројеве интегрисали су у шири скуп реалних бројева, и на тај начин створили уједно најмањег и највећег, тј. јединог њиховог „заједничког садржаоца”.

Коначни доказ да Платон није могао заступати учење о недељивим дужима налази се у *Законима*. Ту се каже да ће добро образовање у геометрији отклонити незнање које је људима у проблемима мерења „некако прирођено”, а које је толико „смешно и срамно” да одговара „пре свињама него људима” [*Leg*., 819 d1–2]. Када га саговорник пита да објасни о каквом незнању је реч, Атињанин одговара да је то незнање које претпоставља да се све може мерити свачим, тј. да су све величине међусобно самерљиве. Одмах потом коментарише: „Зар ми Грци сви редом не сматрамо да је такво међусобно мерење на неки начин могуће? [...] Али, ако то никако није могуће, а сви ми Хелени то држимо могућим, нећемо ли се због тога постидети [...]” [*Leg*., 820 b 2–4]. Сам Платон признаје да је прилично касно у животу сазнао да постоје несамерљиве величине, али не каже када је то било [*Leg*., 819 d 4–5]. Но, пошто у *Држави* помиње рационалну дијагоналу броја 5, извесно је да је за ове величине знао бар у време писања овог дијалога, ако не и раније. То оспорава могућност да је заступао постојање атомских дужи. Коначно, Филопон из Александрије, коментатор Аристотела, који је занимљив јер се његова излагања Платоновог неписаног учења ослањају и на друге изворе поред Аристотела, негира да је Платон игде заступао учење о атомским дужима. По његовом мишљењу, Аристотел је свом учитељу грешком приписао учење које су заступали неки платоничари. Платон је, каже Филипон, тврдио постојање недељивих површина, а не дужи [*In De Gen. et Corr*., I. 2, 316 a 12, стр. 27, 2–19].

Но, чиме онда објаснити континуитет димензија када ни тачке ни атомске дужи не долазе у обзир? Где величина уопште започиње? Подсетимо се, у *Met*. 992 a 20–4 Аристотел каже: „Платон се борио против тога рода [*sc*. тачке] као против пуког геометријског помишљаја (*γεωμετρικῷ δόγματι*), али је признавао 'почетак' линије (*ἀρχὴν γραμμῆς*) – и често је постављао – недељиве линије (*τὰς ἀτόμους γραμμάς*). Али и оне нужно морају имати неку границу (*πέρας*), те по истом доказу (*λόγου*) по којем постији линија, постоји и тачка.” Аристотелова критика овде је од једнаког значаја као и његово сведочанство. Ове наводне Платонове ставове Штенцел са правом доводи у везу са дефиницијама I. 3 и I. 6 Еуклидових *Елемената*: „Крајеви линије су тачке (*Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα*)”, односно, „Крајеви површине су линије (*Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί*).”[181] Платон је тачку могао сматрати само почетком (или крајем) линије и ничим по себи. По Николу, то би се на одговарајући начин морало рефлектовати и на праву, раван и простор; тј. да би теорија била конзистентна, и права би морала бити „почетак равни”,

181 Уп. Nicol, A. T. (1936), стр. 124.

а раван односно површ, почетак простора односно тела.[182] Никол се на том месту позива Аристотелову тврдњу да су за Платона површине прва и најмања тела.

Но, чини се да интерпретација овде зависи од начина читања, а да Аристотелов није једини могући начин. Наиме, ако је тачка само почетак/ крај дужи и ништа по себи, не види се зашто би отуда нужно следило и да је права, која је почетак/ крај равни, такође ништа по себи, односно да је и површина као почетак/ крај тела ништа по себи. Аналогијски принцип епистемолошки овде не задовољава. Платон је тачки могао одрицати сваки онтолошки статус истовремено признајући је у домену геометрије. Он је, рецимо, могао мислити да је геометрија (математика) најближа апроксимација света идеја, али да је сама по себи несавршена и зато подложна грешкама. Једна од тих грешака могла је, по њему, бити тачка. Такође, то да је тачка почетак или крај дужи/ линије не мора значити, нити по мом мишљењу значи, да је она истовремено и најмања (атомска) дуж. Зауставити геометријску деобу у тачки, као што је већ речено, *de facto* значи не зауставити је. Платон је и из тог разлога могао не прихватати тачку. Уколико би пак бесконачна дељивост спадала у „несавршености” света математике као прве копије идеалног света, могло би се помислити да Платон доиста није имао другог избора него да прихвати постојање атомских дужи. Постоји, међутим, још један разлог зашто он то ипак није морао учинити.

Још је аутор *De lineis insecabilibus* приметио да заговорници теорије атомских дужи мешају идеалну и атомску линију [*De Lin. Ins.*, 969 a 17–20]. Идеја линије као појам дељива је само у смислу које врсте линија под њу потпадају. Апсурдно је говорити о бесконачној геометријској

182 *Ibid.*

или физичкој дељивости појма. Платон је могао не признавати идеју тачке и уједно хипостазирати идеје линије, површине и тела – у томе нема противречности; тим пре ако није прихватао теорију јукстапозиције или ако је у конституцији света идеја полазио од идеје тела. Његов логички континуум могао је полазити од бројева, за којима би непосредно следила идеја линије, тј. прве димензије итд. Бројеви би тада, као оно што нумерише, тј. одређује поредак положаја у простору, имали функцију тачака. Јаза нема, јер прво, нема и не може бити прелазног стања између онога што нема димензије и онога што их има, па је питање јаза у том смислу бесмислено; и друго, бројеви одређују поредак не само тачака већ – и до тога је Платону можда и било стало – и правих, односно кривих, површина и тела у простору. Друго је питање то што говорити о почетку, односно крају линије практично значи признавати тачку. То ипак ни на који начин не обавезује и њено прихватање у идеалном поретку. Тачка је за Платона могла бити још једна од нерефлектованих математичких хипотеза.

Свесна сам да је овде понуђено тумачење Платоновог односа према тачки и атомским дужима донекле неортодоксно. Могло би се чак рећи да представља пројекцију модерних математичких идеја, наравно страних Платону. Но, ако би се питагорејцима признало апстрактно мишљење у погледу става да је све однос и број, не видим зашто би се исти ниво апстрактности одрицао Платону. Имајући у виду да он није признавао теорију јукстапозиције у геометрији, те да је тачкама одрицао реални статус, једини закључак који могу извести је да је тачку на неки начин доживљавао као непостојећу у свету идеја. Такво схватање сасвим је у модерном духу, без обзира што је резултовало одбацивањем тачке као концепта. Такође, као што сам настојала и да покажем, то није обавезивало Платона на прихватање атомских дужи. Он је у ствари могао рефлектовати један геометријски појам и тако на конкретном примеру илустровати хипотетички карактер ове науке – теза коју је поставио још у *Држави*.

Закључна разматрања

Може ли се тачка опажати? У једном смислу рећићемо да може, пошто свакодневно разговарамо о тачкама које видимо или пројектујемо у простору, о чему обично постоји интерсубјективно слагање. Саговорнику могу макар остензивно указати на извесну тачку на некој површини или га могу навести да попут мене приближно одреди њен положај на хоризонту, рецимо, у пресеку праваца одговарајућих ивица две наспрамне зграде, под претпоставком да нису паралелне. Но, као што је Дерида нерадо закључио,[183] језик се не може ослободити метафоричких учинака. Да, може се *говорити* о виђењу тачке и можемо казати да се сви они који се налазе у истој просторији и пред истим зидом, на којем се наводна тачка налази, у томе слажу, али заправо нико не види тачку. Оно што видимо само је у пренесеном смислу тачка. Тачка у „прâвом" смислу, геометријска тачка, не може се опажати будући да нема димензије. У смислу чулно опазивог, тј. реалног простора, она не постоји. Као геометријски појам тачка је могућа само у геометријском простору. Овај, опет, није чулно опазив него је апстракција чулно опазивог простора. У истом смислу је и тачка таква апстракција.

Ако се, међутим, замисли бесконачно биће, може се поставити питање да ли би оно опажало тачку. Ако ичему,

183 Дерида, Ж. (2001), стр. 25.

божјем виду припадала би „бесконачна резолуција”, што би значило да би њени „пиксели” заправо били геометријске тачке. Да ли би се у том случају ипак могло рећи да је тачка у принципу опазива иако коначна бића нису у стању да је опажају? Без обзира на то што уз појам бога обично иде могућност бесконачног опажања, ни бог не би могао чулно опажати геометријску тачку, зато што ова по појму није опажљива као нуладимензиони ентитет. Једини начин на који, по мом мишљењу, он то може учинити исти је као и начин који припада човеку: умно гледање (*θεωρία*). Све и да се бог служи чулном перцепцијом, тачку на тај начин не би могао опазити. Као што чиста форма не може бити представљена преко споја форме и материје, ма колико спој био танак, тако ни геометријска тачка не може бити чулно опажена, макар „резолуција” била бесконачна. У православној хришћанској уметности, додуше, постоји тзв. „изокренута” или „обрнута перспектива”, употребљена у сликању икона и фресака. Уметничким приказом који се коси са могућностима перспективе тродимензионог простора настоји се приказати тзв. „четврта димензија”, чиме се чулним средствима заправо симболички покушава изразити божји вид. Сасвим је проблематично да ли би се тачка могла приказати таквим начином. Можда и би, уколико такав приказ само пренесено представља идеалну тачку – ону коју бог у контемплацији „види” као чист квалитет, појам по себи.

Геометријска тачка остаје пука ознака положаја у простору. Као што је већ речено, тачка је последњи могући ступањ просторне апстракције и њеним укидањем укида се и сами простор. Али она нема смисла, тј. није дефинисана изван простора, а узета по себи није простор. У сваком случају, геометријска тачка није опажљива него тек појмљива. Ум поима тачку, али за њено описивање користи чулне представе. Тачка се може разумети као пројекција праве нормалне на неку раван, али тада то поново зависи од одређења праве. Другим речима, један апстрактни појам одређује се другим апстрактним појмом. У прелазу на разматрање о правој може се рећи да као што се не може опазити нешто што нема димензије, тако се не може опазити ни дужина без ширине. И права и тачка настале су апстракцијом од чулних феномена. Ма како танак био ласерски зрак, и он и његова пројекција заправо су повшине и конуси.

Дакле, по Платону тачка би могла бити разумски појам, који је представљив – могли бисмо додати – само зато што представља апстракцију од материјалне тачке; или кантовски, само зато што су судови геометрије синтетички судови *a priori*. То не значи да тачки треба одрећи сваку реланост. Очигледно је да идеални ентитети и сами поседују своје реалне учинке. Тачка је нешто реално у мери у којој математика „ради”, тј. у којој примењена математика има реалне учинке у технологији. Али са становишта могућности чулног опажања, не може се избећи математичка сентенца: *Without geometry, life is pointless*.

VI

СТАТУС ГЕОМЕТРИЈСКИХ ЕНТИТЕТА У ПЛАТОНОВОЈ ФИЛОЗОФИЈИ

ЛИНИЈА

Античке дефиниције линије. Линија: прва димензија

Савремена аксиоматска математика не признаје линију *per se* као геометријски ентитет. Геометријска дефиниција линије, под претпоставком да је уопште дата, увек је и превасходно дефиниција праве.[184] „Линија” се сматра застарелим појмом који се у савременој математици не употребљава, а о правој и кривој говори се као објектима

184 „Линија је пр̀ава једнодимензиона фигура без дебљине, која се бескрајно протеже у оба смера. Понекад се назива и „пр̀авом линијом” [...] да би се нагласило како нигде на својој протежности нема 'кривина'” – Stover, Christopher, Weisstein, Eric W., “Line”, у: *MathWorld – A Wolfram Web Resource*: http://mathworld.wolfram.com/Line.html.

геометрије. Ови објекти дефинишу се као посебна геометријска места тачака, тј. као скупови тачака чији је положај детерминисан једним или са више услова. У аналитичкој геометрији, права се у дводимензионом координантном систему посредно дефинише као геометријско место тачака чије координате задовољавају једначину $ax + by + c = 0$, где a, b и c нису истовремено једнаки 0. Крива означава непрекидну функцију из једнодимензионог у n-димензиони простор, док се сам термин најчешће односи на граф функције дводимензионе или тродимензионе криве. Општи облик једначина, на пример, кривих другог реда дат је формулом $ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$. Геометријски појмови праве и криве су апстракције од обичних представа пра̏вог и кривог, и са тим представама више немају везе. У једној аксиоматски изграђеној математици оне су као објекти дефинисане другим, основнијим математичким појмовима (као што су тачка, *loci*, функција), са оне стране чулног искуства. У којој мери математички појмови праве и криве трансцендирају чулно искуство, може се видети и по томе што савремена математика праву објашњава као криву чија је закривљеност 0 и апроксимизује је као крижницу бесконачног радијуса.

У античкој математици, међутим, веза између геометријских објеката и уобичајених представа још увек постоји, чак и када се ради о једном аксиоматски заснованом систему какав је Еуклидов. За модерну математику тачка није никакво биће по себи него, као пука ознака положаја, има смисла само под претпоставком да постоји посматрач који га опажа, тј. референтни систем унутар којег се дати положај лоцира. За античку грчку математику тачка, напротив, јесте неко биће – она је *ens geometricum* које „нема делова”. Слично томе, и линија је неко биће. У *Елементима*, Еуклид одређује најпре линију уопште (*df*. I. 2), а тек потом праву (*df*. I. 4), чија дефиниција зависи од дефиниције линије; права је, наиме, дефинисана као посебна врста линије. Насупрот томе, није дата никаква посебна дефиниција криве. Крива је у *Елементе* уведена у оквиру дефиниције круга и не помиње се као крива него, конкретно, као периферија (кружница), (*df*. I. 15 и I. 16).

Еуклид линију као такву (*γραμμή*) одређује двема дефиницијама: „Линија је дужина без ширине (*Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές*)" и „Границе површине су линије (*Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί*)" [*Elem*., I. 2, 6]. Друга одредба посебно је занимљива и нешто касније вратићу се на њу. Увођење линије првом од две наведене дефиниције је увођење прве димензије, пошто тачка, будући оно што је „без делова", не може бити протежна. Исто тврди и Прокло у коментару на Еуклидову дефиницију I. 2: линија је „прва и најједноставнија екстензија" [*In Eucl. Elem*., 96. 17–18]. Дефиницију I. 2 помиње и Аристотел [*Top*., 143 b 11], што сведочи о томе да је била актуелна у његово време. Присутна је и код самог Стагиранина, који линију одређује као континуум дужине. Дужина је, по њему, „величина континуисана у једном смеру (*μεγέθους δὲ τὸ μὲν ἐφ' ἓν συνεχὲς μῆκος*)" [*Met*., 1020 a 13]. Од тога се разликују ширина („величина континуисана у два смера"), чији је ограничени континуум површина, и запремина („величина континуисана у три смера"), чији је ограничени континуум тело. У *Met*., 1016 b 27–30 говори се о „ономе што је недељиво у једном смеру (*τὸ δὲ μοναχῇ* [*ἀδιαίρετον*] *γραμμή*)" и линија се разликује од тачке („онога што је посве недељиво а има положај"), површи („онога што је дељиво у два смера") и тела („онога што је посве дељиво и у три смера према количини"). Уместо термина „*συνεχὲς*" употребљен је синоним „*ἀδιαίρετον*" = недељиво.[185] С

185 Термин „*συνεχές*" може се довести у везу са савременом математичком идејом континуума јер подразумева минимални услов континуалности, тзв. компактност. Компактност је особина низова.

обзиром на то да је линија, односно дужина, прва димензија,[186] она у античкој парадигми представља начело величине уопште – како математичко, тако и логичко, тј. онтолошко. Прокло за тачку каже да је граница и сами врх бића, док је линија прва димензија. Она је први геометријски ентитет који има делове, а опет представља целину. Линија је, према овом интерпретатору, истовремено монадичка, тј. има природу начела с обзиром да једнодимензиона, и дијадичка, односно бесконачна због своје бескрајне протежности у оба смера [*In Eucl. Elem.*, 98. 18–20]. То ће бити од посебног значаја када поново буде било речи о неодређеној двојини и тзв. идеалним димензијама, које у Платоновој протологији такође имају улогу онтолошко-математичких принципа.

У *Коментарима на прву књигу* Елемената, Прокло поред Еуклидове помиње и друге дефиниције линије актуелне у античкој грчкој математици [*In Eucl. Elem.*, 97. 6 и даље]. Иако линију разматра у онтолошком контексту *τετρακτύς*-а, не наводи никакву питагорејску одредбу. Раселов став је да су питагорејци, у складу са схватањем простора као састављеног од монада и, може се додати, заступајући теорију јукстапозиције, прихватали да је и линија састављена од

Низ је компактан када не постоје два консекутивна термина, већ између било која два термина постоји трећи. Другим речима, између било која два термина компактног низа постоји бесконачно много „међутермина”. – Расел, Б. (2007), стр. 131.

186 Хит примећује да Аристотел уопште не употребљава термин „*διάστασις*”, који се грубо може превести као „димензија”, изузев када говори о три, условно речено, димензије тела. По Стагиранину, то су: горе и доле, испред и иза, те десно и лево. – Heath, Th. (1968)I, стр. 158; такође, *De Caelo*, II. 2, 284 b 24; уп. *Tim.*, 43 b3. Класична античка идеја димензије одговара идеји векторског простора. То значи да се у тродимензионом координатном систему свака тачка може одредити с обзиром на удаљеност од *x*, *y* и *z*-осе. Савремена пак идеја димензије одређује се на основу броја линеарно независних вектора. На пример, може се доказати да у равни постоје највише два таква вектора.

тачака.[187] Занимљиво је да савремена математика простор дефинише као скуп свих тачака (апсолутна теорија простора), али не дозвољава увек могућност изградње праве од тачке.

Постоји начин да се линија „добије” од тачке без јукстапозиције. Уколико се претпостави да се тачка креће, било праволинијски или не, линија ће бити апстракција пређеног пута. Ова дефиниција тачке била је позната још у доба антике. Аристотел је наводи у *De An.*, 409 a 4.[188] Одређење линије као путање кретања тачке, по Проклу, није тако добро као Аристотелово одређење линије као величине континуисане у једном смеру; док „прво савршено указује на природу линије, друго описује само узрок настанка и поставља, не линију уопште него само [*не*]*материјалну* линију” [*In Eucl. Elem.*, 97. 8–15, курзив и заграда В. Б.]. Прокло употребљава „*ἀ-ΰλον*” = нетварно, које Мороу, следећи вер Еекеа, исправља у *ΰλυν* = тварно, док Хит преводи верно извору.[189] Ако се ради о материјалној линији, тачка ће у ствари бити круг или сфера, а линија правоугаоник или цилиндар. У том смислу, линија би била материјална или као нацртана или пак у оној мери у којој се под материјом мисли на интелигибилну твар (имагинацију). Она би се, такође, евентуално могла посматрати као материјална под претпоставком да се материјални простор идентификује као реални простор. Такав простор разликовао би се од геометријског, интелигибилног простора. Уколико се тачка разуме као питагорејска елементарна јединица реалног простора, линија изграђена од таквих тачака заузимаће

187 Уп. Расел, Б. (2007), стр. 158, 154 и на др. местима.

188 Идеја о таквом настанку праве обично се приписује Спеусипу. – Isnardi Parente, M. (1971); уп., такође, Arana Marcos, J. R. (1998), стр. 230, фуснота 12; уп., такође, Секст Емпирик, *Adv. Math.*, X, 281.

189 Morrow, Glenn R. (прир.), (1970), стр. 79, фуснота 15; Heath, Th. (1968)I, стр. 159.

одређени део реалног простора, па ће утолико бити материјална. Насупрот томе, ако се тачка схвати онако како је савремена математика схвата, као нуладимензиони геометријски ентитет, пут који пређе биће доиста „дужина без ширине”. Но, тако представљена линија, према Прокловом критеријуму, вероватно не би била предмет математике него аристотеловски схваћене физике. Она објашњава да линија настаје кретањем, а не каже шта линија јесте, не даје, аристотеловском терминологијом речено, *τὸ τι ἦν εἶναι* линије.

Ипак, чини се да је са генетичком дефиницијом линије све у реду. Уместо Еуклидове дефиниције линије, која у систем уводи нематематичке, искуствене појмове дужине и ширине, генетичка одредба увела би појам кретања који свој математички аналогон у конкретном случају има у транслацији. Мада математика прецизира да две тачке одређују праву, на претходно поменути начин би се, могуће, филозофски избегао проблем онтолошког јаза између тачке, нуладимензионог ентитета, и линије као прве димензије – јаза који математика не познаје пошто није онтолошки обавезана.

Еуклидово одређење линије и Платон

Аристотелово помињање дефиниције линије као дужине без ширине у *Top.*, 143 b 11 практично заједно са имплицитним помињањем платоничара, навело је Хита на закључак да се сигурно ради о изворно платоничарској, можда чак и Платоновој дефиницији.[190] Настојаћу да покажем да је могућа другачија интерпретација. Дефиниција се не налази у Платоновим списима и нигде се не помиње као његова, што није случај са дефиницијом праве. Одређење

190 Heath, Th. (1968)I, *loc. cit*.

праве дато је у *Parm*. 137 e, а помиње га и Аристотел [*Top*., 148 b 27], истина, не наводећи ко је аутор. И иначе, разматрајући платоничарске ставове у својим списима Аристотел не употребљава увек термин „следбеници Платона” или „Платон”. Напротив, углавном говори о „онима који сматрају...”, а „ти” су често платоничари или питагорејци. Природно је помислити да у *Top*., 143 b 11 чини слично, јер тако ради и у *Top*., 148 b 27, када износи Платонову дефиницију праве. У 143 b 11, готово одмах после помињања оних који држе да је линија дужина без ширине, Аристотел каже да „они” верују у постојање нумерички једног идеалног рода линије. „Они” који верују у идеално постојање линије били би истовремено, ваљда, они који линију дефинишу као дужину без ширине.

Међутим, уколико се размотри контекст аргумента, показаће се да овај закључак не следи нужно. У датом контексту Аристотел одредбу линије као дужине без ширине употребљава у циљу оповргавања платоничарског става да је идеја нумерички једна, а не разматра никакву платоничарску одредбу линије. Он анализује негативно диференцирање рода, поступак који чине поменути „они” који дефинишу линију као дужину без ширине, али не каже о коме се ради. Даљи ток аргумента гласи: ако се свему нешто може или истинито предиковати или одрицати, онда свака дужина мора имати или немати ширину. Дакле, постоје дужине без ширине (линије) и дужине са ширином (површи), где су „без ширине” и „са ширином” *differentias specificas* рода „дужина”. Дефиниција рода укључује и дефиницију врсте и дефиницију специфичних разлика, па је дефиниција рода применљива на обе врсте дужина и на њихове разлике (дефиниција рода уједно је и дефиниција врсте). Платонирски схваћени род као нумерички један, међутим, није у стању да испуни овај услов.

Дужина по себи (*τὸ αὐτὸ μῆκος*) мора или имати или немати ширину и ако постоји таква идеја дужине, поставља се питање како ће се роду приписати или одрицати ширина. Ако постоји идеја линије као дужине без ширине, онда би тај предикат нужно истинито био приписан и читавом роду дужине, што противречи чињеници да овај обухвата и дужине са ширином и оне без ње [*Top*., 143 b 13–32].

Да ли и на који начин је на Аристотелову аргументацију могуће одговорити, овде није предмет. Поента је у томе на кога се односи аргумент, а он се, верујем, односи на оне који држе да је идеја линије нумерички једна а не на оне који сматрају да је линија дужина без ширине. Све да они који заступају први став истовремено заступају и други – што није искључено – нигде, ни у *Топици* нити у ма којем другом Аристотеловом спису, не каже се да су платоничари аутори Еуклидове дефиниције линије. На другом месту, међутим, Аристотел тврди да је то дефиниција коју употребљавају геометричари [*An. Post*., II. 10]. Уз то, Прокло Еуклидову дефиницију линије као дужине без ширине не повезује са Платоном ни са његовим следбеницима, док то ради када говори о Еуклидовој дефиницији праве. Нема разлога одбацити могућност да су платоничари примењивали, вероватно у то време опште прихваћену геометријску дефиницију линије. Но, не значи да су је они смислили или да се Аристотелова критика односи на њу. Могло би се, на пример, испитивати да ли је ова дефиниција улазила у састав несачуваних *Елемената* Хипократа са Хиоса.

Чини се да је једини разлог који је Хита навео на помисао да су платоничари аутори Еуклидове дефиниције линије тај што се она наводи у истом аргументу у којем се помињу и платоничари. Прво се спомињу они који сматрају да је линија дужина без ширине, затим они који верују да је дужина по себи нумерички једна. Али из тога што неки догађај временски претходи неком другом догађају не следи и да је његов узрок. Хитов закључак, по свему судећи, представља случај грешке *post hoc ergo propter hoc.* Вероватније је да се радило о изворно математичкој дефиницији, коју су платоничари употребљавали.

Права и кружница (крива) – апстракције праволинијског и кружног кретања

Грци су линије класификовали на више различитих начина. Аристотел сведочи да су питагорејци разликовали праве и криве линије. Питагорејцу Алкмеону из Кротона, Питагорином савременику у старости, између осталих, приписује хипотезу о десет питагорејских начела, где се осим парова супротности ограничено-неограничено, непарно-парно, једно-мноштво, оно што мирује и оно што се креће итд., налазе и „право и искривљено (*εὐθὺ καὶ καμπύλον*)” [*Met*., 986 a 21–7]. Што се Еуклида тиче, већ је речено да он од врста линија помиње само праву и кружницу. Прокло истиче да, мада познаје мешовите углове, фигуре у равни и тела, Еуклид нигде не помиње тзв. мешовите линије. То што се у *Елементима* наводе само „једноставне и основне линије”, објашњава на следећи начин: Еуклид је сматрао да у трактату о елементима геометрије треба да се нађу само једноставне врсте, а осим праве и кружнице, све друге врсте линија су комплексне [*In Eucl. Elem*., 113. 11–23]. Да би се ово разумело, потребно је разјаснити шта су мешовите линије и у ком контексту се јављају у класификацијама античких грчких мислилаца.

У *Коментарима на прву књигу Еуклидових* Елемената, Прокло за референтну узима класификацију линија Геминуса, астронома и математичара са Родоса (I век). Позивајући се на *Филокалију*, он тврди да је Геминус линије класификовао на два начина [*In Eucl. El.*, 111 и даље, 176 и даље].[191] У првој класификацији, све линије деле се на просте и сложене. Сложене линије су оне које „формирају углове”, док се просте деле на ограничене, односно „линије које формирају фигуре” и на оне које се „протежу бесконачно” [*In Eucl. El.*, 111. 3–4]. Затворене су кружница, елипса и цисоид, а примери за бесконачне линије су права, парабола, хипербола, конхоид, хеликс (завојница) итд. Друга Геминусова подела од прве се разликује по томе шта убраја у мешовите линије. Две основне врсте линија су просте, опет, и мешовите. Просте се деле на затворене (кружница, елипса) и оне које не формирају фигуре, бесконачне (на пример, права), док се мешовите деле на криве у равни (на пример, цисоид) и криве у простору. Криве у простору могу настати пресецима тела (конусни и спирички пресеци) или пак могу бити описане око тела (хеликс) [*In Eucl. El.*, 111. 9–113. 6]. У првој подели, мешовите линије су оне које формирају угао [в., такође, *De Caelo*, I. 2, 268 b 177]. Дакле, мешовите линије биле би, заправо, изломљене линије и могле би се извести их свих врста углова које је познавала античка грчка математика.[192] У другој Геминусовој класификацији, оне

191 Не зна се тачно да ли је *Филокалија* неко несачувано опсежно Геминусово дело или се ради о само једној од књига његових списа. Од овог аутора данас је сачуван само један спис из астрономије, док се за његов математички спис, за који се претпоставља да се звао *Θεωρία τῶν μαθημάτην*, зна само посредно на основу цитата других античких аутора – пре свега захваљујући Проковим *Коментарима на прву књигу* Елемената и Еутокијевим коментарима на Аполонија (*Commentaria in Conica I*, у: *Apollonii Pergaei quae graece exstant*, прир. J. L. Heiberg, 1893.) Претпоставља се да је Геминусов математички спис имао шест књига. Можда је *Филокалија* била једна од тих књига? – Уп. Heath, Th. (1968)I, стр. 39.

192 Посебно су у том контексту занимљиви раније поменути мешовити углови. Прокло наводи две врсте: полукружни и тзв. корникуларни угао [*In Eucl. Elem.*, 104. 18]. Полукружни угао био би угао који заклапа

одговарају појединим простим линијама прве класификације, као што су цисоид, конхоид или хеликс. Хеликс, конкретно, представља пример мешовите а не просте линије, јер га генеришу две различите врсте кретања: ротација праве p_1 око паралелне праве p_2 и кретање тачке по правој p_1 у изабраном смеру константном брзином [*In Eucl. Elem.*, 105. 18–24].

Као што се може приметити, све врсте линија изводе се, у ствари, из две основне врсте кретања, праволинијског и кружног. Мешовите линије настају комбинацијом оба. У том смислу, античка грчка математика сасвим је „модерна”. Разлика у односу на савремену математику састоји се у томе што потоња и праву своди на криву, тачније, криву посматра као основнији једнодимензиони објект од праве; на исти начин апроксимизује и изломљену линију. Поставља се питање од каквог је то значаја за филозофију, посебно за Платона. Тема постаје филозофски релевантна када се посматра у контексту Платонових анализа из *Парменида*. Он је ту први пут извео поделу облика на основу две основне врста кретања. У *Parm.*, 137 d14–e1 Платон говори најпре о две врсте облика, „округло (*στρογγύλον*)” и „право (*εὐθύς*)”, да би у 145 b5–6 навео и „мешавину та два (*μεικτοῦ ἐξ ἀμφοῖν*)”. Употребљени термин за облик на оба места је „*σχῆμα*”, који је, поред „*ἐπίπεδον*” и „*ἐπιφάνεια*”, у античкој грчкој математици фигурисао као назив за омеђени геометријски лик (дводимензиону геометријску фигуру). Прокло, исто тако, наводи да је Платон поред праве у елемнтарне врсте линија убрајао још и кружницу и да је сматрао како све остале врсте настају њиховим комбиновањем [*In Eucl. Elem.*, 104. 1–5].

пречник са периферијом круга, док корникуларни угао заклапа тангента са периферијом. Ради се о врсти курвиленарних углова, који у савременој математици имају примену у нееуклидским геометријама.

Аристотелов став, по сведочењу овог коментатора, био је исти као став његовог учитеља [*In Eucl. Elem*., 104. 22–4, такође *De Cael.o* 268 b 17 и даље]. Но, Стагиранин у другим својим делима говори, не о правој и кружници него о правој и кривој. На пример, у *De An*. I. I, 402 b 19 каже да је „у математици корисно [...] знати суштину правог и закривљеног”, а у првој књизи *Друге Аналитике* на неколико места истиче да „линија мора имати или својство правог или закривљеност”, односно да право и криво припадају линији на исти начин на који непарно и парно, просто и сложено итд. припадају броју. [*Anal. Post.*, I. 73 a, b 19]. По свему судећи, сматрао је да се свака крива може или свести на кружницу или извести из њеног комбиновања са правом. Но, његов став о томе која је од две врсте линија „савршенија” (данас би се могло казати, можда због тога и основнија) разликује се од Платоновог. По Аристотелу, упркос томе што „има прегиб” (*ἔχῃ κάμψιν*), за криву се каже да представља јединство (*μία λέγεται*) пошто је непрекидна (*συνεχής*), али је права „више *једно* од криве” јер је истовремено континуисана и „без прегиба” [*Met*., 1016 a 1–2, 10–12]. Стагиранин за криву употребљава термин „*κεκαμμένη*”, који дословно значи „савијена”.[193]

Насупрот томе, Платон је кружницу сматрао савршенијим обликом од праве [уп. *Tim*., 33 b6]. Наиме, по њему, постоје две основне врсте кретања, квалитативна промена и(ли) раст, и локомоција. Локомоција подразумева праволинијско и кружно кретање: „[...] ако се Једно премешта,

193 Слично томе преводи Ладан. Хит, напротив, сматра да се се „*κεκαμμένη*” односи на мешовите линије. Теза не стоји пошто Аристотел, у продужетку реченице у којој говори о линији која је *κεκαμμένη*, помиње ону која је *κεκαμμένην* и која, уз то, има угао. За потоњу кажемо да је „једна и да није једна”: „[...] *τὴν δὲ κεκαμμένην καὶ ἔχουσαν γωνίαν καὶ μίαν καὶ οὐ μίαν λέγομεν* [...]” [*Met*., 1016 a 14]. Дакле, ради се о две различите врсте линија.

оно би морало или да се на истоме месту окреће у круг или би морало да мења своја места једно за другим (*καὶ μὴν εἰ φέροιτο τὸ ἕν, ἤτοι ἐν τῷ αὐτῷ ἂν περιφέροιτο κύκλῳ ἢ μεταλλάττοι χώραν ἑτέραν ἐξ ἑτέρας*)” [*Parm.*, 138 c]. Термин за обртање је „*περιφέρω*”, док је круг *κύκλος*. Потоњи термин употребљава и Еуклид [*Elem.*, *df.* I. 15]. Одатле се, као што је већ напоменуто, изводе две врсте линија, права и кружница. Интерпретирајући ово у светлу Платонових ставова из *Тимаја*, Прокло истиче да је права симбол свега онога што је нефлексибилно, непроменљиво, непропадљиво и непопустљиво, док кружница и кружно кретање одражавају, *nota bene*, „активност која се враћа на себе, усредсређује на себе и контролише све у складу са једном јединим интелигибилном Границом” [*In Eucl. Elem.*, 108. 10–15; уп., такође, *Tim.*, 42 e и даље]. Другим речима, кружница је симбол ауторефлексије, оног мишљења које у свом деловању увек урачунава и сопствено деловање. Кружно кретање је, према томе, *par excellence* израз филозофског мишљења. Ако се прихвати ова аналогија, права би симболисала ригидно научно мишљење усмерено искључиво на сазнање објекта, без увида о томе да ово, по нужности сопственог појма, повратно упућује на сазнање субјекта.

Строгост и ригидност су свакако одлике демијурга, занатлије Платоновог космоса. Да би га ваљано и лепо саздао, демијург се морао строго придржавати математичких начела. Платонов космос је леп зато што је добар и сразмеран, хармоничан. Но, више од ма које строгости, одлика божанске свести јесте ауторефлексија. Сама филозофија као ауторефлексивно мишљење неће се онда разликовати од божанске ауторефлексије. Могло би се рећи да су домет и *feedback* потање далеко већи, али то је само стога што је божански *input* бесконачан. Разлика је у степену, не у природи ауторефлексије (уколико се не урачунава учинак принципа преласка квантитета у квалитет). Међутим, тврдња не важи за хришћанског бога, јер његова ауторефлексија (а и рефлексија) истовремено представља *creatio ex nihilo*, за које човек није способан. „Стварање" Платоновог демијурга није *creatio* него више личи на људско *productio*, које се увек изводи из неког материјала. Сходно томе, неће бити суштинске разлике између његове и људске ауторефлексије. Екскурс о природи божанског и људског ауторефлексивног мишљења овде је изнет са циљем да увери и објасни зашто је за Платона, за разлику од Аристотела, кружница морала бити савршенија од праве.

Према Проклу, Платонова подела линија на кружницу, праву и мешовите линије, заправо, представља пример упосебљавања три прве хипостазе у првој димензији испод Једног – Границе, Безграничног и Мешовитог [*In Eucl. Elem.*, 104. 9 и даље]. Овде претходно изнета Геминусова подела линија добија, уз Платонову, филозофски смисао. Ако су хипостазирани принципи Граница, Безгранично и Мешовито, тј. Једно и неодређена двојина, онда би њихова доследна примена на прву димензију доиста требало да, као основне врсте линија, постави кружницу, праву и мешовите линије о којима је било речи. Кружница би одговарала Једном, односно Граници, права би, будући бесконачна, одражавала принцип неодређене двојине, а мешавина би били хеликс, конхоид, цисоид итд., линије које су настале као резултат комбиновања транслације и ротације. Геминусова класификација линија није тројна, али укључује мешовите линије, што сведочи о томе да је вероватно направљена под утицајем Платонове класификације. Позивајући се на Танерија, Мороу примећује да мешовите линије не наводе ни Еуклид ни Папос из Александрије, један од последњих великих математичара антике (IV в. н. е.). Танери је стога закључио да се ради о покушају Геминусовог повратка Платоновим идејама, који Мороу карактерише као „несрећни упад филозофије у домен математике”.[194] Несрећан или не, овај упад некако се, додуше у измењеном виду, задржао све до данас, бар у мери у којој се поставља да се све врсте математичких објеката прве димензије изводе апстракцијом кружног или/ и праволинијског кретања. Исто тако, антички естетски примат кружнице у односу на праву, парадоксално, испоставио се блиским савременој геометријској концепцији, која праву посматра као кружницу бесконачног радијуса. Како ће се ускоро показати, још један такав „нелегитимни” упад филозофије у домен математике дао је вероватно најбољу дефиницију праве икада, коју је Еуклид у донекле измењеном, математички „прочишћеном” виду унео у свој аксиоматски систем геометрије.

Права, правац, поглед, интенционална свест

Модерна математика одређује праву на више различитих начина: на пример, као „основни објект геометрије” (Хилберт) или као „пра̏ву једнодимензиону фигуру без ширине (дебљине), која се бесконачно протеже у оба правца”, а која је „јединствено детерминисана двема неједнаким тачкама кроз које пролази.”[195] Уколико се заједно са Еуклидовом дефиницијом линије размотри и први постулат прве књиге *Елемената*, („Нека се претпостави да се може повући од сваке тачке ка свакој другој тачки права линија”), видеће се да их наведена модерна дефиниција праве заправо обједињено артикулише у додатно прецизираној

194 Morrow, Glenn R. (прир.), (1970), стр. 90, фуснота 54.

195 Уп. Weisstein, Eric W., „Line”, у: *MathWorld – A Wolfram Web Resourse*: www.mathworld.wolfram.com/Line.html.

форми.[196] У дводимензионом еуклидском простору права се може дефинисати у тзв. имплицитном или експлицитном облику. Имплицитни облик изражен је картезијанском једначином $ax + by + c = 0$, док је експлицитни облик дат једначином $f(x)$, тј. $y = kx + n$, где x и y означавају вредности на, редом, апсциси и ординати, k је коефицијент правца – тангенс угла који права заклапа са позитивним делом апсцисе, а n је (позитивни) одсечак ординате. Детерминисаност двема неједнаким тачкама кроз које права пролази, на пример $P_1(x_1, y_1)$ и $P_2(x_2, y_2)$, дата је у истом систему једначином $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$.

Геометријска права заправо је апстракција уобичајене представе правца. Кажем „уобичајене”, зато што у геометрији не постоји разлика између идеја праве и правца – геометријска дефиниција праве исто је што и геометријска дефиниција правца. Идеја није модерна и има корене још у антици. Прокло наводи да су представници Аполонијеве школе тврдили да „имамо представу линије онда када питамо за дужину пута или пак када нас интересује само дужина неког зида” [*In Eucl. Elem.*, 100. 5–19]. Исто важи за представу праве. Права се доведоди у везу са оним што бисмо данас назвали идејом вектора. И мада је код Аполонија представљена као интензитет а не правац вектора, сама идеја довођења у везу са правцем заправо је присутна имплиците – интензитета вектора, наиме, не може бити без и независно од његовог правца.

Појам праве не може се, дакле, захватити уколико се претходно не разуме идеја правца. Но, шта је правац пре и независно од геометрије? Да ли је представа правца *a priori* или *a posteriori*? Ради се, свакако, о априорној представи, али

196 Уп. дефиницију линије Секста Емпирика: „Линија је дужина без ширине која се мисли кроз две тачке” [*Adv. Math.*, X, 279].

она није потпуно независна од чулног искуства. Могло би се казати да правац као такав настаје апстракцијом искуствене представе пра̏вог. Ипак, чини се да постоји представа елементарнија од пра̏вог, из које је и сама представа пра̏вог на неки начин изведена; представа која, додуше, јесте у уској вези са чулним искуством, али није добијена тек пуким уопштавањем овог искуства него превасходно његовим рефлектовањем. Правац је изворно правац погледа. Он је, као такав, полуправа која почиње од ока посматрача и која се бесконачно протеже у другом смеру [уп. *Elem.*, *post*. I. 1, I. 2]. Бесконачност тог простирања ограничиће једино објект на хоризонту. Када поглед наиђе на њега, под претпоставком да се објект редукује на тачкасто тело, полуправа погледа постаје дуж, најкраће могуће растојање између хипотетичке тачке почетка погледа и тачкастог тела. Просторни, тродимензиони вид чине погледи оба ока, две полуправе. Објект-тачка која их прекида је њихов пресек. Вид је својеврсна апрехензија: поглед се пројектује на хоризонт, налази објект и формира зор, поново се пројектује, поново налази објект, формира нови зор, субсумира, опет се пројектује… И стално, наилазећи увек на нови објект или његов фрагмент, новим субсумирањем, постепено али веома великом брзином апрехендује објект(е), то јест види. Поглед само једним оком, једном полуправом, не производи тродимензиони, већ равански вид. Слепило, пак, јесте немоћ „повлачења” (полу)праве погледа. У том случају, представа пра̏вог може се добити, рецимо, тактилним искушавањем ивице равне површине или неком врстом апстракције опажаја звука.

Другим речима, основна представа праве, па и пра̏вог уопште, нема порекло у чулним стварима него настаје апстраховањем и рефлексијом правца погледа. Из тог разлога, пра̏во није (бар не превасходно) својство ивице равне површине, већ најкраће могуће растојање, дуж која повезује око са објектом гледања. Тако је Архимед описивао праву линију, док је свака крива веће растојање од праве.[197] Управо стога што права(ц) представља природну апстракцију погледа, права је логички и онтолошки примарнији геометријски објект од тачке. Тачка је објект који ограничава, ставља крај на потенцијално бесконачно пружени правац погледа; прво долази права, а тачка тек накнадно. Тако би се, са једне стране, философски могао тумачити смисао *df*. I. 3 Еуклидових *Елемената*: „Границе линије су тачке (*γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα*)." Тачке су апстракције објеката који ограничавају (полу)праву погледа, претварајући је у дуж. Оне нешто ограничавају, завршавају, док саме по себи нису ништа. Тако их, са правом, тумачи Аристотел. Ни Хилберт, дакле, не греши када праву проглашава основним објектом геометрије.[198] Штавише, права из наведених разлога има примат и у односу на криву – позиција супротна оној коју поставља савремена математика (и Платон). Ако се права и може математички дефинисати као крива без закривљења (што је на појмовној равни *contradictio in adjecto*, узгред), односно као кружница бесконачног радијуса, та кружница ће у крајњем зависити од радијуса, тј. од дужи, а то значи од праве. Стога је и Аристотел у праву када правој у *Метафизици* даје приоритет у односу на криву.

У историји философије представа праве коришћена је за још једну значајно поређење, које је у непосредној вези са представом погледа. Италијански математичар Веронезе праву је описао у аналогији са бескрајно танком развученом жицом или светлосним зраком који кроз веома мали отвор

197 Heath, Th. (прир.), (1897), стр. 3.

198 Хилберт, *loc. cit*.

улази у тамну комору.[199] На истој линији, Хусерл је зрак светлости (праву) употребио као метафору интенционалности свести.[200] Мада природа умског увида није „праволинијска", сама усмереност свести на предмет јесте. Исто важи и за поглед. Он је у том смислу метафора интенционалности. Свест је праволинијска, ауторефлексија је кружна. Но ауторефлексија, ма како другачија од свести, не би била могућа да свест *a priori* није интенционална. Само зато што је свест као таква усмерена на предмет, она самој себи може постати предмет. То су општа места, али су добре аналогије за објашњење идеје праве. На крају, метафорички би се могло казати да човек има теоријски ум зато што има прав поглед.

На основу свега што је речено, могуће је приближити когнитивни статус представе пра̏вог из које је изведена одговарајућа идеја, па и она геометријска. Уобичајени став је да представа праве непосредно зависи од представе пра̏вог. Када би то било тачно, не би се могао избећи закључак да и сама идеја праве на неки начин потиче из искуства. Уколико се пра̏во у поретку сазнања претпостави правој, односно представи правца као таквог, представа праве је нужно *a posteriori* пошто се некоме ко не зна шта је пра̏во не могу објаснити ни правац ни права. А ономе ко у свом искуству нема представу пра̏вог, пра̏во можемо дефинисати, тј. представити једино остензивним путем. У том смислу, Унгер је истицао да је пра̏во прост појам, те да су стога сви покушаји његовог објашњења у старту осуђени на пропаст.[201] Тачно је да из тог разлога сва одређења праве могу фигурисати само као објашњења, а не као дефиниције у строгом смислу. Тачно је и

199 Veronese, G. (2011)I, стр. 10.

200 Husserl, E. (2007)I, стр. 197 и на другим местима. Уп. Прокло, *In Tim.*, III. 1, 17.10.

201 Heath, Th. (1968)I, стр. 169.

то да исто важи за геометријски појам праве.[202] Но, поредак овог објашњења, по мом мишљењу, није исправан. Ако се емпиријској представи пра̏вог претпостави апстрактна, рефлектована идеја погледа као усмереног, видеће се да она тачно описује природу праве. Такав поредак производи једну другачију, априорну представу пра̏вог. Она је *a priori* јер је изведена из априорне представе правца простирања погледа. Сам поглед као такав истовремено и јесте и није нешто чулно. Следећи Кантову терминологију, могло би се казати да је чулан у феноменалном смислу, у мери у којој зависи од светлости, ока, живаца, мозга итд. Но, у ноуменалном смислу поглед није ништа физикално. Његова ноуменална природа управо је у томе да представља правац, односно дуж која се протеже од тачке-ока до тачке-објекта и која се бесконачно може продужавати у оба смера. Ноуменон погледа је права. Одатле је пра̏во, као својство изведено из овог ноуменона, у ствари, и са́мо априорна представа.

Платон и Еуклид: филозофско и математичко одређење праве линије

Платон је први дао дефиницију праве линије у духу филозофске анализе погледа. Он каже: „Пра̏во је, уистину, у сваком случају оно чија је средина испред два краја (*μὴν εὐθύ*

---

202 *Ibid.* Слично Унгеру сматра и Флајдерер: „Чини се да се појам праве, захваљујући својој једноставности, не може објаснити ниједном дефиницијом без увођења термина који у себи већ садрже појмове које тек треба дефинисати (какви су, на пример, смер, једнакост, униформност и равност положаја, неизмењен правац) и као да би било немогуће научити особу која већ не зна шта термин 'пра̏во' овде значи, шта оно јесте, осим уколико не бисмо пред њу на неки начин ставили слику или цртеж тога. – von Pfleiderer, Christopher Friedrich (1782–1805), *Scholia to Euclid* (*On the Second, Fifth and Sixtsh Books of The* Elements), Tubingen: Schramm, наведено према: Heath, Th. L. (1968)I, стр. 168.

γε, οὗ ἂν τὸ μέσον ἀμφοῖν τοῖν ἐσχάτοιν ἐπίπροσθεν ᾖ)” [*Parm.*, 137 e5]. Аристотел је наводи у *Top.*, 148 b 27; Мороу истиче да се ради о јединој нама познатој одредби праве пре Еуклидове из *Елемената*.[203] Дефиниција испрва делује потпуно нејасно. Један Проклов коментар можда је најбољи водич за разумевање. Готово одмах пошто је цитирао Платона, Прокло објашњава: „[...] астрономи кажу да наступа помрачење Сунца онда када се Сунце и Месец налазе у правој линији нашег погледа; тада Месец, који је стао између нас и Сунца, омета наш поглед [на Сунце – прим. В. Б.]”, [*In Eucl. Elem.*, 110. 1–5]. То да је средина линије „испред оба њена краја” значи да средина заклања поглед на један крај дужи када се ова погледа из перспективе другог краја. Математичким терминима изражено: у ортогоналној пројекцији праве p на раван π, ако је p паралелна са смером пројекције s, слика p у равни биће тачка. Ако бисмо замислили да се из перспективе једног темена може гледати „кроз” дуж, једино што бисмо видели била би тачка.

Платонова дефиниција праве линије није дефиниција праве. Савремени геометријски појам праве на неки начин имплицује прихватање актуалне бесконачности. Грчки поглед на свет, међутим, прихвата само потенцијалну бесконачност. Други постулат прве књиге Еуклидових елемената гласи: „Нека се претпостави да ограничена права може бити продужена у свом правцу непрекидно”, док се поменутом *df.* I. 3 тврди да су тачке „крајеви” линије. Другим речима, у грчкој парадигми, линија је увек коначна, било да је пра̏ва или крива. Стога у наведеном постулату и фигурише израз „ограничена права (*πεπερασμένη εὐθεῖα*)”. Строго посматрано, израз „*εὐθεῖα*” овде не би требало тумачити као „праву”,

---

203 Morrow, Glenn R. (прир.), (1970), стр. 89, фуснота 46.

бесконачни једнодимензионални геометријски објект. Термин напросто стоји уместо *γραμμή εὐθεῖα* = пра̏ва линија. Ова линија је увек актуално ограничена, а у бесконачност се може само продужавати (*ἐκβαλεῖν* = забацивати, дословно). Она је увек само потенцијално бесконачна. Једино у том контексту има разлога говорити о тачкама као *крајевима* линије. Антички схваћена „права" је дуж. Тако је, очигледно, схвата и Платон. За њега је „права" дуж, којој средина заклања поглед из једног краја на супротан крај. У контексту античке грчке математике и филозофије уопште не би требало употребљавати термин „права", пошто је у питању концепт који, као што је већ речено, почива на прихватању актуалне бесконачности.

Главни мотив за такво схватање дужине треба тражити у утицају питагорејске теорије музике на математику, односно космологију. Не треба заборавити да прве генерализације о броју и односу, тј. сразмери као суштинском својству космоса, воде порекло из питагорејске теорије музике. Први откривени непроменљиви односи били су музички интервали. Однос који изражава кварту износи 4 : 3 независно од дужине и материјала жице, али „дужина" на којој је тај однос установљен била је коначна жица. Кварта и квинта добијају се одговарајућим скраћивањем жице, па су у дословном смислу управо то – „скраћене жице". На тај начин задобијена, примитивна концепција дужине поимала би линију исто тако дословно, као коначну дужину састављену из „интервала", коначних краћих дужина. Сходно томе, дужа линија добијала би се одговарајућим умножавањем, увек би се разматрало да ли је могуће и ако јесте, колико пута краћу линију треба умножити да би се добила дужа – једном речју, увек се ради о односу коначних дужина. Како Расел подсећа: „Премда ово мора остати спекулација, сигурно је да усклађена жица игра од тада водећу улогу у грчком филозофском мишљењу"

[*Мудрост Запада*]. Чини се да је она доиста имала одлучујућу улогу у Платоновом схватању линије. Античка представа праве линије као дужи биће од значаја касније, када буде било речи о генези геометријских и идеалних димензија.

Но, и ако се има у виду та примедба, Платонова дефиниција праве линије може се довести у везу, штавише, изједначити са (ограниченим) правцем погледа. Хит сматра да у мери у којој почива на чулу вида, није подесна за математичку употребу.[204] То није сасвим тачно, бар у оној мери у којој се поглед не може „протерати" из геометрије. Поврх тога, Платонова дефиниција, чак и као дефиниција дужи, боље од ма којег математичког одређења, приближава бит праве као такве и указује на извор њене представе. Као што је већ речено, тек када се права доведе у везу са погледом, постаје јасно зашто је она основни објект геометрије, као и зашто има примат подједнако у односу на криву и на тачку.

Еуклидова дефиниција праве линије у бити је заснована на Платоновој:[205] „Права линија је она која за тачке на њој подједнако лежи (*εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται*)" [*Elem*., *df.* I. 4]. Када би се „кроз" полуправу гледало из једног њеног темена, све тачке на њој „подједнако би лежале", ниједна тачка не би „штрчала" у односу на било коју другу – у томе је веза са Платоновим одређењем. Касније је Архимед на сличан начин одредио криве и изломљене линије у односу на праву. По њему, свака коначна линија, чији се почетак и крај поклапају са почетком и крајем праве линије, у потпуности лежи или са исте стране или са обе стране праве линије.[206] На основу тога, претпоставио је да је

204 Heath, Th. (1968)I, стр. 166.

205 Уп. Heath, Th. (1968)I, стр. 168.

206 Heath, Th. (прир.), (1897), стр. 2–3.

права линија (дуж) најкраће могуће растојање између две тачке.[207] Према Проклу, та претпоставка услов је могућности да тачке на правој „подједнако леже” [*In Eucl. Elem.*, 110. 13–26]. Штавише, Еуклидову дефиниције праве он тумачи непосредно као Архимедову претпоставку. Интервал између било које две тачке, каже Еуклид, јесте дужина линије коју ове тачке дефинишу. За две тачке на ма којој кривој, дужина линије између те две тачке биће већа од њиховог растојања. То једино не важи у случају праве линије и „на то се мисли када се каже 'она линија која за тачке на њој подједнако лежи'” [*Ibid.*].

Хит примећује да „*ἐξ ἴσου*” из Еуклидове *df.* I. 4, које се односи на „једнаку положеност” тачака на правој, Прокло тумачи као да се хоће рећи да се све тачке на правој налазе на једнаком растојању једна од друге.[208] Он се противи таквом читању. Када би Еуклидова дефиниција доиста значила оно што Прокло тврди да она значи, каже Хит, на исти начин морала би се читати и *df.* I. 7 Еуклидових *Елемената.* Односно, став „Раван је површина која за све праве на њој подједнако лежи” значио би „Све прве у равни положене су тако да између њих постоји најкраће могуће растојање”. Уколико Прокло на тај начин покушава да опише теорију јукстапозиције, то чини неуспешно пошто ова искључује свако растојање међу правама које се „слажу” једна до друге да би произвеле раван. Када би га и укључивала, нужно би се радило о некој врсти инфинитензималних растојања међу паралелним правама. Прокло, међутим, нигде не помиње такву могућност. Осим тога, све што би се на тај начин добило – ако уопште ишта – била би нека густа „решетка” правих, а не

207 *Ibid.*

208 Heath, Th. (1968)I, стр. 166.

раван пошто две праве не ограничавају област [*Elem*., *ax*. I. 9].[209]

Независно од идеје погледа, став да је права врста линије „која за тачке на њој подједнако лежи” не значи ништа. Да би се могао разумети, мора се тумачити у контексту Платонове дефиниције праве линије. Хит сматра да је управо то контекст који Еуклид хоће да избегне.[210] Као што је већ речено, не ради се о томе да се избегне позивање на чуло вида. Платоново одређење зависи од идеје погледа, а то није чулна идеја. Али није ни математичка. Но, ако је Еуклидова намера била да дâ дефиницију праве која би на строго математички начин изражавала смисао Платоновог одређења, та намера се завршила неуспехом. Другачије није ни могло бити пошто идеја погледа управо чини суштину Платонове дефиниције праве.

Платонова хипостаза димензија *καθ' αὑτό*. Општа расправа о онтолошком статусу и генези димензија *καθ' αὑτό* и математичких димензија – – Једно, неодређена двојина, број

У VI књизи *Државе* Платон је, у оквиру чувене аналогије са линијом, установио онтолошки поредак. Поделивши тоталитет бића на интелигибилне (*τὰ νοούμενα*) и видљиве феномене (*τὰ ὁρόμενα*), као посебан род првих издвојио је математичке ствари (*τὰ μαθηματικά*). Оне, по њему, заслужују статус засебних феномена пошто припадају домену дијаноетичког, разумског сазнања. Тиме се *τὰ μαθηματικά* разликују како од идеја, које се сазнају умом, тако и од чулних

209 *Ibid.*

210 Heath, Th. (1968)I, стр. 168.

ствари, које се опажају. Као нечулне, сличне су идејама, а као мноштвене – стварима, због чега их Платон и смешта између ова два рода бића. Управо имајући у виду њихов положај у оквиру Платоновог онтолошког поретка, Аристотел математичке ствари карактеришке као *τὰ μεταξύ* = оно што је између, а често их само тако и назива. Мада поједини савремени интерпретатори одбацују идеју о математичком бићу као *de facto* посредујућем између родова идеалног чулног,[211] Платон је у *Држави* недвосмислено одредио његов статус.

Аристотелова сведочанства о неписаном учењу откривају, међутим, да је Платон у позном периоду филозофирања, поред математичких бројева и величина, увео и нешто што би се за сада, у недостатку бољег израза, могло назвати идеалним бројевима и величинама. Идеални бројеви, тачније идеје-бројеви, већ су били предмет анализе. Што се идеалних величина тиче, њихов онтолошки статус исто тако није известан, али је извесно да се ради о парадигмама једнодимензионих, дводимензионих и тродимензионих величина, а не о самим геометријским величинама. Хипостаза таквих парадигми могла би се, додуше провизорно, назвати Платоновим (и платоничарским) учењем о величинама или пак теоријом димензија. Позивајући се на коментар Александра Афродизијског на *Δ* књигу *Метафизике*, Арана Маркос идентификује уопштено две такве теорије:[212] 1) теорија о безграничном телу које, стога, не зависи од односа са површинама и линијама које садржи – могла би се приписати Анаксимандру; 2) теорија о ограниченим димензијама, где је димензија нижег реда граница прве следеће димензије вишег реда: граница тела је површина, граница површине је линија

211 Annas, J. (1976).

212 Arana Marcos, J. R. (1998), стр. 320, фуснота 259.

итд. Заступници друге теорије разликују се међусобно по томе какав онтолошки статус придају овим границама, тј. димензијама. Платон и академичари претпостављали су да се ради о издвојеним *οὐσία*-ма, док је Аристотел сматрао да су све димензије, осим треће, апстракције које немају реалну егзистенцију независно од тела [А. Афродизијски, *In Met*., V, 8, 1017 b 10, стр. 374, 17–36; уп. *Met*., 1090 b 5 и даље, 1077 b 16–1078 a 20].

Треба издвоијити два места из *Метафизике*, 992 b 12–17 и 1090 b 22–8, где Аристотел наводи и укратко, али суштински, критички разматра основне поставке хипотезе о парадигмама димензија. У *Met*., 1090 b 22–8 каже: „Они... који постављају идеје [...] творе величине од твари и броја, из двојства црте, из тројства ваљда равни, из четверства крута тела, или пак из других бројева [...] али: хоће ли те (величине) бити идеје, или који је њихов начин, и шта ли придоносе бићима? Оне [...] не придоносе ништа, управо као ни математичке ствари. [...] о њима и нема никаквог знанственог поучка [...].” Место 992 b 12–17, мада раније у тексту, успоставља однос парадигми димензија са идејама-бројевима. Аристотел експлицитно наводи да идеалне величине долазе „иза бројева” и да стога не могу бити облици, односно идеје, али да нису ни математичке ствари. Оне због тога, по њему, чине „четврти род бића”, о којем, на основу претходног наведеног цитата, сазнајемо да нема никаквих научних теорема или теорија. Стога се закључује да нема доказа да идеалне димензије бивају или могу бити, нити да су уопште могуће. „Они који постављају идеје” свакако су платоничари. Наведена места такође откривају неколико битних момената хипостазе парадигматских димензија: 1) величине, тј. димензије настају од „од твари и броја”, 2) у онтолошком поретку су одмах иза бројева и зато 3) нису идеје. Трећа тачка имплицује да су бројеви о којима је реч идеје-бројеви. Прва тачка, повратно, износи принципе генезе идеалних величина – број и твар. Твар је неодређена двојина, принцип велико-и-малог.

Однос броја и димензија додатно је разјашњен у коментарима на Аристотела Секста Емпирика, Александра Агродизијског, Псеудо-Александра, Сиријана, Симпликија… Од Александра, Филипона, те Симпликија сазнајемо да је Аристотел о Платоновој концепцији парадигми геометријских величина расправљао у два данас несачувана списа, *О добру* и *О филозофији* [Симпликије, *In De An., I, 2, 404 b 18*, стр. 28, 7–9; Филипон, *In De An., I, 404 b 18*, стр. 75. 34–78. 26; Александар, *In. Met., I, 9, 992 a 10*, стр. 117.23–119.12]. Афродизијски у том контексту тврди да је, по платоничарима, од свих величина линија „прва и највиша”, али број долази пре свих димензија и није у њима [*loc. cit*.]. Одговор на питање да ли се поменути ред односи на геометријске величине или на њихове парадигме садржан је у наредној реченици. Ту се каже да ће исти поредак имати и сами принципи величина, што повлачи да се претходна реченица односи на геометријске величине. Принципи ових величина су идеје геометријских димензија. Сам Александар их тако назива и каже да долазе „после бројева”. То су дужина по себи, ширина односно површина по себи и запремина по себи [*ibid*.].

Питање статуса величина по себи проблематично је јер Афродизијски истовремено тврди и да оне нису идеје, будући да нису бројеви и с обзиром да заузимају онтолошки положај после бројева. И сам свестан противречности, закључује да није могуће објаснити којем типу бића припадају, ни како егзистирају, нити су, по њему, платоничари то уопште били у стању да објасне [*ibid*.]. Истовремено, *lapsus linguae* у којем их ипак назива идејама сведочи да се мора радити о некој врсти апстрактних начела. У оквиру Платонове концепције, уколико нису у питању геометријски или чулни ентитети, може се радити само о идејама или принципима. Принципи су Једно и неодређена двојина, али и идеје-бројеви, које, иако и саме генерисане дејством претходних принципа, надаље функционишу као принципи нижег реда у односу на оне од којих су настали и вишег у односу на оне које генеришу. Одатле се *prima facie* може наслутити одговор на питање шта је мистериозни „четврти род” бића. Величине или димензије по себи биће и саме нека врста принципа који структуришу стварност. Међутим, уколико би биле једино онтолошка начела а не идеје, имале би виши статус од идеја-бројева – биле би у истој онтолошкој равни са Једним и неодређеном двојином. Мало је вероватно да им је Платон придавао толики значај. Такође, с обзиром да идеалне димензије, по Аристотеловом сведочењу, настају од бројева, не види се зашто и саме не би биле идеје, но нижег онтолошког ранга од идеја-бројева. Ако је то случај, онда се позиција по којој су све идеје бројеви доводи у питање. Остављајући га тренутно по страни, настојаћу на овај проблем да одговорим касније.

Псеудо-Александар говори о димензијама по себи као роду који иде „после броја” и тврди да Платон тај род конструише из другачијег велико-и-малог у односу на оно које учествује у изградњи бројева (много-и-мȁло), као и уз помоћ самих бројева [*In XIV, 3, 1090 b 32*, стр. 817, 1–38]. Сиријан је пак једини чија се интерпретација генезе димензија *καθ’ αὑτό* разликује од Аристотеловог тумачења и од тумачења других коментатора. По њему, „Платон истовремено производи и број и величину из Једног и неодређене двојине” [*In III, 4, 1001 b 19*, стр. 48, 20–31]. Величина најпре егзистира захваљујући Једном и неодређеној двојини, при чему се Једно у тој изградњи не додаје самом себи. (Дакле, ради се о принципу, а не о јединици.) Са друге стране, истиче да величина настаје „почев од броја и неодређене величине као елемената величине по себи” [*ibid.*].

Чини се да коментатори све време говоре о генези две различите врсте димензија. У том смислу, димензије прве врсте, парадигме или идеалне димензије односно величине, настајале би дејством принципâ Једног и неодређене двојине. Геометријске пак величине генерисала би примена броја (или идеје-броја), сада као принципа, на неодређену двојину. Аристотелов текст не противречи таквом тумачењу. У *Met.*, 1085 a 12, он каже: „И само то почело [мисли се на принцип неодређене двојине – прим. В. Б.] према *једноме* различити од тих мислилаца [*sc.* платоничара – прим. В. Б.] постављају различито.” У том смислу, Платону се обично приписује теза о изградњи димензија применом броја на неодређену двојину, док се изградња принципима Једног и неодређене двојине приписује Ксенократу. Ова традиција тумачења, по свему судећи, води порекло од Псеудо-Александра [*In XIII, 9, 1085 a 7*, стр. 777, 9–21].[213] Аристотелов текст, међутим, не искључује да је Платон заступао изградњу димензија почев од принципа Једног. Напротив, у цитату се тврди само то да су различити платоничари принцип Једног тумачили на различите начине у контексту конструкције димензија. Нема противречности, дакле, закључити да је и Платон заступао генерацију величина из принципа Једног. Ипак, као што је већ речено, Аристотел експлицитно наводи да је поред неодређене двојине, по Платону, у изградњи димензија учествовао и број.

213 Арана Маркос експлицитно говори о две различите „теорије” конструкције геометријских димензија. „Теорија” која укључује принцип Једног и коју је наводно заступао Ксенократ, функцију Једног додељује тачки. Геометријске димензије настајале би деловањем тачке на идеалне димензије: тачка која делује на дугачко-и-кратко генерисала би линију, у деловању на широко-и-уско производила би раван, док би тачка која делује на дубоко-и-плитко генерисала запремину. – Arana Marcos, J. R. (1998), стр. 404, фуснота 74. Уп. Сиријанов коментар истог места [*In XIII, 9, 1085 a 7*, стр. 154, 5–13].

Како то схватити? Није ли по среди противречност?

Чини се да се до одговора може доћи уколико се покуша, колико је могуће прецизно, са дефинисањем доменâ примене принципа Једног и броја. Могло би се претпоставити да геометријске димензије настају из броја и неодређене двојине, док би Једно у свом деловању на неодређену двојину генерисало димензије по себи. Ово је тек хипотеза, али чини се да се њоме противречност избегава. Редослед генезе изгледао би, отприлике, на следећи начин: најпре би Једно и неодређена двојина генерисали број; истовремено би Једно деловањем на неодређену двојину генерисало величину по себи. То је могуће зато што делују различите модификације или артикулације принципа неодређене двојине. У случају настанка броја, одговарајућа модификација велико-и-малог је много-и-мȁло, док величину генерише дугачко-и-кратко односно широко-и-уско, односно дубоко-и-плитко.[214] Дакле, у првој итерацији, Једно и неодређена двојина генерисали би број и димензије по себи. Затим би генерисали геометријске димензије. То је начелно могуће на два начина: 1) број као принцип делује на димензије по себи, или 2) број као принцип делује на одговарајућу модификацију неодређене двојине. Када би димензије по себи доиста биле димензије, генерисање би било могуће на први начин. Но, оно то није. Александар Афродизијски истиче да су геометријске димензије дељиве и многе, док су димензије по себи, из којих оне геометријске проистичу, недељиве и вечне [*In Met., I, 9, 992 b 13*, стр. 128–

214 Поједини антички коментатори, на пример Плутарх, сматрају да је тачка први идеални ентитет који настаје после броја [*Platon. Quaest.*, III, 1001 e–1002 a]. Будући да прихватам Аристотелово сведочење да је Платон тачке сматрао за геометријске фикције, нисам се упуштала у анализу таквих становишта. И иначе, Плутархова интерпретација Платоновог неписаног учења у великој је мери обојена питагорејским тоном.

128.9].[215] Недељивост и вечност су уз нумеричко јединство *par excellence* одлике Платонових идеја, па се може претпоставити да се ради о идејама. Уколико димензије по себи јесу идеје, противречност се, додуше, избегава у погледу принципâ изградње парадигматских и математичких димензија, али се она јавља на другом месту. Ако су све идеје за Платона бројеви, а то је теза коју заступам, онда димензије по себи нису идеје; уколико пак јесу идеје, онда нису све идеје бројеви.

Верујем да се овај проблем може избећи. Интерпретација која то дозвољава није античка, већ је у модерном духу. Теза да су све идеје бројеви превасходно има смисла под претпоставком да се тумачи као Платонов покушај структурисања и класификације стварности. Штавише, чињеница да се ради о бројевима, какви год ти бројеви били или колико год они не били бројеви, може импликовати да је структурисање заправо нумеричко, да се ради о нумерацији тоталитета бића. Мислим на нумерацију чији би аналогон у имагинацији било нумарисање простора по моделу тродимензионог координатног система. Ни тада димензије по себи не би биле бројеви, али би биле нумерички представљене. Као што се тачки додељује уређена двојка или тројка, чији је сваки члан одређена нумеричка вредност на одговарајућој координати дводимензионог или тродимензионог координатног система, тако би се могло тумачити да идеје-бројеви нумеришу представе димензија. Чак и интерпретација која идеје-бројеве идентификује као елементе питагорејског τετρακτύς-а у том случају постаје

215 Отуда, по Псеудо-Александру, проистиче платоничарско одбацивање теорије јукстапозиције: „Ови [*sc*. платоничари, конкретно се односи највероватније на Ксенократа и Спеусипа – прим. В. Б.] су држали да је свака величина дељива на величине, што је исто што и тврдити да се линија не састоји од тачака ни раван од линија” [*In XIII, 6, 1080 b 23*, стр. 746. 19–747. 12].

одржива. То тумачење Аристотел је дао у *Met.*, 1090 b 23, где је тврдио да платоничари из двојства (дијаде) праве линије, из тријаде површине а из тетраде запремине. Линији би одговарао број два, површини број три, а телу четири – у бити питагорејски став који је Стагиранин у спису *О души* приписивао Платону, а који потоњи, вероватно, никада није ни заступао.

Ипак, постоји још један начин на који се може тумачити теза да величине по себи настају из броја и неодређене двојине и изложићу га у ономе што следи.

Аристотелова анализа и критика генезе линије, површине и запремине из неодређене двојине

Аристотел је *M* и *N* књиге *Метафизике* у целости посветио критици Платонове теорије идеја, а посебно његовог неписаног учења. Платонова теорија о идејама-бројевима и идејама димензија суочава се са суштинским тешкоћама при покушају објашњења генезе ових ентитета. По Стагиранином сведочењу, идеалну дужину, површину и запремину Платон и платоничари генерисали су дејством различитих врста принципа неодређене двојине. Сваком начелу димензије, по њима, одговара различита артикулација велико-и-малог, тј. неодређене двојине.[216] Тако, ако генерише дужину, артикулисана је као „дугачко-и-кратко (*μακρός καὶ βραχύς*)", уколико генерише површину, као „широко-и-уско (*πλατύς καὶ στενός*)", док запремину генерише у форми „плитко-и-дубоког (*βαθύς καὶ ταπεινός*)", [*Met.*, 1085 a 10–12]. Поновимо, три врсте

216 Филипон Платону приписује употребу термина „велико-и-мало", док термин „двојина" или „дијада" приписује питагорејцима [*In Phys., I, 5, 188 b 26*, стр. 123, 15–18].

принципа неодређене двојине у ствари су три различите артикулације једног истог принципа – „велико-и-малог (*μέγας καὶ μικρός*)". То да сваку димензију генерише различита артикулација значи да дуж не може настати од, рецимо, дубоко-и-плитког, дугачко-и-кратко не може произвести површ итд.

Аристотел најпре исправно примећује да су велико-и-мало, те право и криво, својства а не начела или твар (принцип) димензија: „[...] црта [се] не састоји од *правог* и *искривљеног*, нити пак крута тела од *глатког* и *храпавог*" [*Met*., 1085 a 20]. Он потом разматра импликације два различита, али узајамно повезана платоничарска става: ако све димензије генерише иста твар (неодређена двојина) или ако их, насупрот томе, не генерише иста твар, како се то одражава на саме димензије и на њихов узајамни однос унутар тела? Оба приговора важе једнако за парадигматске и за математичке димензије – први из очигледних разлога, а други зато што платоничари нису признавали теорију јукстапозиције. Уколико су много-и-ма̀ло, кратко-и-дугачко, широко-и-уско итд. само различити облици једне исте твари, тј. уколико се број, линија, површина и тело генеришу од једне твари, онда су, каже Аристотел, једно исто број, линија, површ и тело [*Met*., 1085 a 17–20, 35 и даље]. Са друге стране, ако твар није једна и иста, површина неће садржати линију, тело неће садржати ни површине ни линије. [*Met*., 1085 b 4]. Будући да су платоничари противници теорије јукстапозиције у геометрији – став, који су настојали да утемеље и онтолошки, хипостазирањем различитих артикулација принципа неодређене двојине – овај приговор не би требало суштински да их погађа. Линија, наиме, може бити у равни а да то не имплицује да је раван изграђена од линија. Ако је Платон идејом о различитим варијантама неодређене двојине као генераторима различитих димензија интендирао само немогућност онтолошке изградње јукстапозицијом, његова теза не би требало да буде спорна. Међутим, Аристотелова поента је радикалнија и имликује да би хипостазирање различитих принципа велико-и-малог онемогућило неке од основнијих ставова геометрије, као што је, на пример, тврђење да се тачка налази на правој или да права припада равни. Ако је та интерпретација одржива, наука геометрије Платонове онтолошке претпоставке једноставно своди на апсурд. Ипак, уколико се теза о различитим генеративним двојинама може тумачити у блажој форми, како је овде предложено, Стагиранинов приговор би се, можда, могао избећи.

Другим приговором тврди се супротно: „Ако је твар једна, онда су једно исто црта, површина и круто тело." Исто важи и за бројеве [*Met.*, 1085 a 17–20, 35 и даље]. Тај аргумент далеко је теже избећи под претпоставком да се неодређена двојина тумачи онако како то Аристотел чини, као твар. Но, ако се она интерпретира као мисаони акт или операција, критика губи снагу. Уколико се прихвати да неодређена двојина представља општи мисаони акт опојмљавања, приговором се заправо тврди да се појмови и представе које је произвео не исти, већ иста врста мисаоног акта, међусобно не могу разликовати. То је, наравно, бесмислено. *Mutatis mutandis*, исто важи и за први Аристотелов аргумент. Он се може преформулисати на следећи начин: пошто су све идеалне димензије произвели различити мисаони акти, површ не би улазила у састав тела, а линија не би улазила ни у састав површи нити у састав тела и слично.

Стагиранинови приговори Платоновој теорији димензија последица су његовог става о математичким ентитетима. Та позиција може се окарактерисати као супстанцијалистичка и реалистичка. У мери у којој је за супстанцијализам кључно питање „*τι ἐστί;*”, питање одређивања суштине математичких феномена, у једном минималном смислу могло би се казати да Аристотел и Платон имају исти циљ. Супстанцијализам о којем је реч карактеристика је античке грчке математике у целини.

Истовремено, Платонови и Аристотелови приступи математичким ентитетима, а одатле и математичкој науци, битно се се разликовали. Платон је још у *Држави* установио *τὰ μαθηματικά* као засебан род интелигибилних бића, док је касније утемељени род димензија по себи и идеја-бројева требало да објасни њихову појмовну генезу у мишљењу, пре и независно од математичке праксе и науке. Насупрот томе, Аристотелова позиција је реалистичка. Његов реализам, назван и апстракционизмом,[217] претпоставља да су димензије нижег типа границе (*πέρατα*) димензија вишег типа – тачка је граница линије, линија је граница површи, површ је граница тела – али нису независна бића. Оне то нису јер, по Аристотелу, не задовољавају критеријуме за *οὐσία*-у. Не егзистирају самостално, тј. одвојено (нису *χωριστοί*), а индивидуисане су, тј. на њих се може остензивно указати (*τόδε τι*) само у оквиру тела. Ниже димензије по појму претходе вишима, у смислу да се више димензије сазнају на основу нижих, но „ствари које су појмом првотне (*τῷ λόγῳ πρότερα*) нису и бивством првотне (*τῇ οὐσίᾳ πρότερα*)” [*Met*., 1077 b 1–2, уп. *An. Post*., 73 a 35 и даље]. Реална, физичка тела онтолошки претходе геометријским објектима. То, наравно, не значи да се геометријски објекти не могу проучавати као да су одвојени. Наука геометрије управо то и чини. Тако посматрани, њени објекти су апстракције. Утолико што претпоставља да је извор

217 Lear, J. (1982).

тих апстракција у крајњој линији чулно искуство, утолико је такав поглед на геометрију реалистички.

Аристотеловски реализам је и данас актуелан у геометрији, бар када је реч о схватању тродимензионог еуклидског простора; међу математичарима постоји интерсубјективно слагање да је тај простор заснован на перцепцији реалног простора. Управо из позиције математичког реализма Стагиранин критикује Платоново схватање димензија, како математичких тако и парадигматских. Свака наука бави се неким конкретно одређеним предметом и ниједна наука не греши када разматра свој предмет суштински, тј. апстрахујући од акциденција које за саму ту науку нису релевантне [уп. *Met*., 1077 b 17–21, 34–7]. Офтамоломга не занима коју боју очију има пацијент који је дошао на преглед вида. Аристотел има сличан став и у погледу геометријских објеката. Они су апстракције чулних, физичких ствари и на основу тога што геометрија не узима у обзир квалитете који се не тичу облика и односа, не може се закључити да геометријски ентитети имају независну и одвојену реалну егзистенцију. Есенцијалистички став о предмету истраживања не повлачи хипостазу самог предмета. Лаж ту није, како Аристотел каже, у претпоставкама него у нелегитимном закључку да објекти геометрије реално егзистирају независно од физичких ствари из којих су апстраховани.

Закључна разматрања: може ли се Платоново учење о генези димензија „спасити”? – Једно могуће тумачење

Платонову протогенезу димензија по себи, те генезу математичких димензија, могуће је приближити с обзиром на античко разумевање линије. Уколико се не изгуби из вида да је линија за Грке дуж, учење о настанку димензија из Једног, односно броја и неодређене двојине постаје разумљивије. Најпре треба разумети на шта се термин „димензија *καθ’ αὐτό*” односи. Предложила сам интерпретацију по којој такве димензије могу фигурисати као идеје, тј. уколико се као такве могу нумерисати. У том смислу, „дужина по себи” била би појам дужине, који за Платона субзистира независно од свих чулних дужина или геометријских линија. Сходно томе, појам линије, линија по себи, неће бити „дужина без ширине”, јер она није једнодимензиона величина. Она је појам. Оно што се може предиковати геометријским појмовима не може се предиковати идејама: дијагонала и страница квадрата су несамерљиве величине, али идеја линије и идеја величине, по себи нису ни самерљиве ни несамерљиве, нити уопште има смисла о њима говорити на тај начин. То је Платонова позиција. Интерпретација се може доводити у питање с обзиром да Платонова позиција у принципу иде против теорије типова. Но, када идеја величине не би могла не бити величина као што идеја Добра не може не бити добра, разлика између геометријских и парадигматских димензија изгубила би свој *raison d'être*. То и јесте смисао Аристотелове примедбе да Платон, хипостазирајући димензије по себи и геометријске димензије као засебне родове бића, беспотребно умножава ентитете [*Met*., 1076 b 13–35 и на другим местима]. Будући да се нејасноћа у вези са питањем статуса димензија по себи нумерацијом тек условно и провизорно разрешава, приговор заправо није могуће искључити. Са друге стране, тешко је прихватити да Платон доиста није увиђао последице „непризнавања” теорије типова по учење о димензијама. Тешко, али не и немогуће. Стога надаље изложено тумачење може важити само условно, једино под претпоставком да су величине по себи идеје. Ако пак нису, све Аристотелове примедбе на рачун платоничарског учења о димензијама оправдана су – не само наведена „Окамова бритва”, него и Трећи човек [*Met*., 1077 a 10–13], као и сви приговори који се односе на њихову генезу.

Дакле, под претпоставком се ради о идејама, размотрићу могућност интерпретације генезе парадигматских димензија. Као експланаторни модел може се узети проблем изградње линије по себи. Чини се да тај проблем у Платоновој визури заправо треба да омогући одговор на питање како субјект задобија начелну представу дужине. Уколико се следи овде предложена диференцијација, представу дужине (дужину по себи) генерисале би мисаоне операције Једног и неодређене двојине (дугачко-и-кратко), док би представу дужине у геометрији генерисала операција неодређене двојине и идеја-број или идеја броја. Управо је овде битан увид о грчком схватању линије као дужи. Наиме, дугачко-и-кратко постаје генеративно начело линије с обзиром на увид да су „дугачко” и „кратко” својства коначних дужина. Да ли и колико је одређена дужина дугачка или кратка зависи од тога шта се узме као референтна мера. Но, не треба заборавити да Платон однос хипостазира као апсолутан, а не као релативан. Из тог разлога се може претпоставити да ће и сама идеја дужи, тј. линије, саучествовати идејама дугачког или кратког. То што се ипак не ради о саучествовању идеја него о дејству принципа велико-и-малог, односно дугачко-и-кратког, може се тумачити као новина неписаног учења у односу на дијалоге.

У аналогији са Платоновом генезом бројева, у учењу о генези димензија по себи, принцип Једног опет треба разумети као логички принцип јединства, те стога као услов могућности синтезе. Но, за разлику од ситуације са бројевима, неће бити речи ни о каквом *n*-тупловању/ *n*-дивизији, бар не на нивоу саме идеје дужине. Једноставније, „генеза” би означавала прост мисаони акт предиковања појмова „дугачко” и „кратко” појму дужине, тј. представљања дужине као „дугачке” или „кратке”. Коначна дужина је у сваком случају јединство којем се истинито може предиковати један од та два атрибута, и једино је она такво јединство. У сфери површина – пошто се опет ради само о раванским ограниченој површи, а не о равни – одговарајућа мисаона радња биће синтеза појма површине на основу идеје ширине („широкости” и „ускости”), а слично важи и за запремину.

Када је реч о геометријским величинама, опојмљавање се врши на другачији начин пошто те величине подразумевају могућност бесконачне дељивости. Број ће онда бити фактор дивизије/ мултипликације, док ће се дугачко-и-кратко односити на респективне операције. „Дејство” броја и дугачко-и-кратког као принципâ генезе геометријских дужина може се изразити, на пример, идејом колико пута ће се краћа дуж састојати у дужој. Неко „кратко” треба *n*-туплoвати да би се добило „дугачко” и обратно, „дугачко” треба поделити *n* пута да би се добило „кратко”. Уколико теза стоји, поставља се питање несамерљивости – појма који Платон, као што сам настојала да покажем, не само да је познавао него га је и правилно разумео. Проблема не би требало да буде пошто су Грци схватали ирационалност као геометријски концепт. Под претпоставком да се ради о несамерљивим величинама, *n*, број којим треба помножити краћу дуж или њен сегмент да би се добила тражена дужина, неодређен је пошто се мултипликација потенцијално може беконачно продужавати. Исто важи и у случају дивизије (односно одузимања, Еуклидов алгоритам). Управо ту смисао добија објашњење неодређене двојине као начела бесконачности. Неодређена двојина као велико-и-мало, тј. дугачко-и-кратко, мисаона је операција потенцијално бесконачног множења или дељења којом се дужина замишља као *a priori* дугачка или кратка. *Mutatis mutandis*, исто ће важити и за генезу осталих геометријских димензија.

VIIa

ТИМАЈ: УЛОГА МАТЕМАТИКЕ У СТРУКТУРИСАЊУ ПЛАТОНОВОГ ФИЗИЧКОГ КОСМОСА

Дијалог *Тимај* толико је садржајно богат да би једна целовита, минуциозна анализа захтевала далеко више простора него што је могуће истражити само у једном тексту. Могло би се рећи да то позно дело бар у два смисла представља круну Платоновог опуса. У њему је исцрпно и прецизно изложено могуће тумачење настанка космоса, које би задовољило и најригидније критеријуме аристотеловски схваћене аитиологије. Са друге стране, оно представља неку врсту сведочанства о Платоновој научној, пре свега математичкој ерудицији. Поједина, иначе тешко разумљива његова места постају јаснија уколико се интерпретирају у контексту геометрије; слично томе, опис „душе космоса" дат у том дијалогу, задобија прави смисао тек разматрањем у светлу питагорејске теорије хармоније, те ставова и проблема античке грчке астрономије. Слика платоничарске генезе космоса која се одатле помаља указује на, по свему судећи, дугогодишње ауторово космолошко промишљање, али и математичко образовање. Анализа делова дијалога који се експлицитно надовезују на античку теорију пропорције, геометрију и астрономију сведочи да је Платоново математичко знање превазило пуку обавештеност. При томе, посебан утисак оставља начин на који Платон карактерише космологију у *Тимају*. Мада је дискурс овог дела, по признању самог аутора, у најбољем случају хипотетичке природе – није у питању *δόξα* (мњење) него *πίστις* (уверење, веровање), које је нижег когнитивног степена чак и од самог мњења – не значи да се у свему ради о произвољном говору.

Циљ анализе која следи је да се одговори само на једно питање: питање улоге коју Платон додељује математици у овом позном дијалогу. Конкретније, да ли је математика у *Тимају* употребљена као модел за космологију? Стога ћу анализовати делове дијалога у којима Платон реферише, експлицитно или имплицитно, на математичке теорије. Начелно мислим на места 31 b5–c2, 34 c1–40 d3, 49 a3–58 c3, која се тичу математичке теорије пропорција у изградњи видљивог (физичког) космоса, али и његове „душе”, затим Платоновог појма *χώρα* (условно, простор), као и на учење о правилним полиедрима и тзв. елементарним троугловима, које се, опет, тиче настанка видљивог космоса. Разматрање тих места омогућиће одговор на постављено питање.

Решење проблема да ли Платон математици додељује улогу модела за космологију зависи од степена филозофске релевантности и значаја који је тој науци додељен у његовој „теорији” о настанку космоса. Уколико се покаже да је математика, као научно знање, уврштена у почетне хипотезе, те окоснице или чворишта Платоновог космолошког учења, верујем да се први услов позитивног одговора може сматрати задовољеним. Истовремено, потребно је, колико је могуће, прецизно утврдити когнитивни и експланаторни статус космолошког дискурса *Тимаја*. Питање од интереса је да ли се оно што је Платон назвао „вероватним говором” о настанку космоса може „превести” или идентификовати као научни модел (наравно, уз све ограде које намеће 2500-годишњи јаз у тумачењу и развоју науке). Ако оба услова буду задовољена, могло би се, можда, тврдити да је Платон у *Тимају* математици доделио улогу која приближно одговара ономе што се у науци данас назива моделом.

Међутим, коначни одговор на то питање биће могуће дати тек након конкретног разматрања „душе” Тимајевог космоса, јер се та анализа мора надовезати на проблеме античке грчке астрономије. Да ли је Платон математици доделио статус модела за космологију, као и крајњи одговор на питање статуса дискурса *Тимаја*, како ће се показати, неће дати филозофија него античка грчка астрономија. Стога ће анализа која следи имати помало необичан, али теми примерен ток: најпре ћу прелиминарно размотрити природу дискурса *Тимаја* – анализа којој ћу се још једном вратити на крају самог овог поглавља; затим ћу анализовати делове дијалога који се тичу изградње физичког космоса у контексту математичке теорије пропорције; потом ћу дати кратку анализу појма *χώρα*, да бих се, после тога, бавила разматрањем полиедарске структуре основних елемената из којих је Платонов физички космос изграђен (ватра, земља, ваздух, вода). Излагање душе космоса биће тема анализе другог подпоглавља посвећеном *Тимају*. На послетку, одговорићу на питање експланаторног статуса дискурса овог дијалога, чиме ћу, надам се, успети да пружим одговор и на питање да ли је математика модел за Платонову космологију. Ако се покаже да она то јесте била, Платонова космологија моћи ће се, бар у минималном смислу, окаркатерисати као научна, упркос митским оквирима. Уколико се покаже супротно, онда је неизбежан закључак да упркос широкој заступљености елемената научног објашњења, она не превазилази границе митског дискурса.

Прво промишљање природе космолошког дискурса *Тимаја*

Да би се расветлио проблем природе космолошког говора *Тимаја*, потребно је анализовати шта сам Платон каже о томе. Готово одмах на почетку свог излагања, измишљени питагорејац Тимај, главна личност истоименог дијалога, поставља темељну хипотезу о космосу као „слици (*εἰκών*) нечега” [*Tim*., 29 b1]. На основу разлике оригинал-слика, он диференцира два различита начина дискурса (*λόγοι*). Захтева се да речи буду примерене стварима, због чега „изрази за оно што је трајно, постојано и помоћу ума докучиво и сами треба да буду стални и непроменљиви” – наравно, колико је то речима могуће – док ће изрази за оно што је слично, будући да се ради о слици, бити „слични и вероватни (*εἰκώς*)”;[218] „Јер, као што се постајање односи према бићу, тако се веровање (*πίστις*) односи према истини” [*Tim*., 29 b1–c6]. Разлог зашто је говор о настанку космоса само вероватан – вероватноћа је *εἰκών*, слика истине – лежи у чињеници да се ради о објашњењу физичког космоса, који је пак слика вечног и непроменљивог бића. То би значило да постоји и идеја космоса, коју физички космос подражава. Показаће се да је за Платона то космичка душа,

218 Преводилац скреће пажњу на игру речи: „[…] *εἰκώς* је партицип перфекта од галгола *εἴκω*, од чије је основе и реч *εἰκών* – слика; *εἰκώς* пре свега значи сличан.” – Платон (1981), стр. 146, фуснота 44. Превод са грчког, М. Пакиж.

која је логички основ света и његов ефицијентни узрок. Следећи Платонове критеријуме знања постављене у *Држави*, део космолошког дискурса *Тимаја* у којем се износи објашњење космичке душе био би стога део који у највећој мери претендује на веродостојност.

Може се питати: зашто би Платон прихватао само вероватно објашњење када му је иначе стало да дође до истине и поузданог знања? Одговор је дат у хипотези да дискурс треба правилно да одражава природу ствари које описује, односно да језик у целини мора реферисати на ствари које интерпретира. (Ту хипотезу Прокло у свом коментару на Тимаја назива „општим аксиомом”, *In Tim*. II, 1. 340) Као што је већ речено, говор о генези космоса, претежно је говор о настанку физичког, видљивог и опипљивог свемира, те стога може претендовати једино на вероватноћу. Платон је свестан да садржај космолошког дискурса превазилази све људске сазнајне моћи [*Tim*., 53 d4–7]; донекле кантовски, могло би се рећи да спада у домен трансценденталне дијалектике, па је зато – *μῦθος*, а не *λόγος*. Аргументација Платонове космологије у најбољем је случају аналошка. Ипак, као што је познато, упркос томе што је аналошко закључивање непоздан начин доласка до истине (у античко доба, свакако, суштински антропоморфистичке конотације), оно је иновативно и његова хеуристичка вредност не може се занемарити.[219] Другим речима, ни савремена наука не може му избећи, нити то покушава, па зашто би се замерало Платону? Поготово с обзиром на то да су и савремене науке, у крајњој линији, метафизички засноване?

У том смислу, занимљиво је приметити да Прокло начелно не одриче научни статус Платоновог космолошког дискурса. По њему, у нама нема ничег бољег од науке, али је

219 Уп. Нејгел, Е. (1974), стр. 96 и даље.

ум тај који је критикује и исправља [*In Tim.* II, 1. 343 и даље]. Та реченица могла би упутити на то да је и сам говор Платоновог Тимаја у извесној мери научног карактера. Могло би се, на пример, казати да је у мери или на нивоу у којем је космогонијски, тај говор доиста *μῦθος*, док је на нивоу космолошког објашњења – *λόγος*. У том случају, могло би бити основа за тврђење да је математика, у мери у којој припада скупу исказа космологије а не космогоније *Тимаја*, доиста Платону послужила као интерпретативни модел. Такво тумачење било би модерно, али под претпоставком поменутог раздвајања, макар и само логичког, не би било несувисло. Но, да ли се оно може доследно заступати зависиће од реалног значаја и заступљености математике у космологији *Тимаја*, што тек треба истражити. У другом смислу, таквој интерпретацији, да би била одржива, ништа не сме противречити. Пошто је астрономија подручје античке грчке науке у којој се математика употребљавала као модел за интерпретацију космичких феномена, онда ће њој, као што је већ речено, припасти „завршна реч” у одговору на дато питање.

Прва космолошка хипотеза: улога непрекидне геометријске пропорције у изградњи Платоновог космоса. Одређење аритметичке, геометријске и хармонијске средине

Главна особина Платоновог космоса је то да је он умно биће, које је, по уму, произвело друго, више умно биће. Пошто је космос уман, он је добар, јединствен, складан и леп, јер оно што је по уму не може не бити такво [уп. *Tim.*, 29 a1–2, e1–3, 30 b1–2 итд.]. Утврдивши да је космос добар, уман, један и јединствен, Тимај га још описује као „видљиво живо биће” (*ζῷον ἓν ὁρατόν*), тј. организам [*Tim.*, 30 d2–3]. Пошто је видљив, има физичко тело и наравно, душу. Тело Платоновог космоса настало је од четири елемента: ватре, земље, воде и ваздуха. На том нивоу, суштинску улогу има математичка теорија пропорције. Прва космолошка хипотеза од које је Платон пошао у *Тимају* јесте да је видљиви космос настао по „закону" непрекидне геометријске пропорције, којој је, дакле, додељена метафизичка и космогенетска улога.

Откриће математичке пропорције и три врсте средина доводи се у везу са питагорејском теоријом музике, некад и са самим Питагором.[220] Одређење аритметичке, геометријске и хармонијске средине дао је Архита у спису *О музици*.[221] Данас се ове три врсте средина дефинишу преко одговарајућих прогресија. Аритметичка прогресија одређује се као прогресија у којој је разлика два узастопна члана константна. Сваки члан такве прогресије представља аритметичку средину суседних чланова, која се израчунава према формули: $A = \frac{a_1 + a_2}{2}$, односно за цео низ: $A = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$. У геометријској прогресији константан је количник два узастопна члана. Сваки члан геометријске прогресије представља геометријску средину суседних чланова, која се израчунава према формули: $G = \sqrt{a_1 a_2}$, за цео низ: $G = \sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}$.

Хармонијска средина два броја израчунава се према формули $H = \frac{2a_1 \cdot a_2}{a_1 + a_2}$. Ако се тај количник подели са $a_1 a_2$ добиће

220 Heath, Th. (1921), стр. 86–9; такође, стр. 87. Хит тврди да су питагорејци поред аритметичке, геометријске и хармонијске средине познавали још седам врста средина. Њихово откриће приписује се наизменично Еудоксу, Платоновим следбеницима, Архити, Хипасу или питагорејцима Миониду и Еуфранору итд. Релевантни антички математичари на које се Хит у том контексту позива су Папос из Александрије и Никомах из Герасе.

221 Heath, Th. (1921), стр. 85.

се $H = \frac{2}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2})}$. Односно, за n бројева $H = \frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots\frac{1}{a_n}} = \frac{1}{\frac{1}{n}(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n})}$. Чланови хармонијске прогресије представљају реципрочне вредности чланова аритметичке прогресије. Ако је, на пример, дата аритметичка прогресија: 2, 5, 8, 11, 14, … , чланови хармонијске прогресије биће: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{14}$, … . Шта је у хармонијској прогресији константно? У одговору на то питање може помоћи Архитина дефиниција хармонијске пропорције. (Иначе, назив „хармонијска” средина увео је управо Архита.[222]) Према њему, три броја образују хармонијску пропорцију ако други, средње пропорционални члан „премашује” трећи истим делом трећег члана којим први члан „премашује” други; односно, бројеви *a, b* и *c* образују хармонијску пропорцију када $\frac{1}{c}-\frac{1}{b} = \frac{1}{b}-\frac{1}{a}$, или:

$$(a : c) = (a - b) : (b - c).$$

У аритметичкој пропорцији први члан „премашује” други истом мером којом други „премашује” трећи, што је исто што и рећи да је разлика међу члановима ове пропорције стална. То јест, бројеви *a, b* и *c* образују аритметичку пропорцију када:

$$(a - b) = (b - c).$$

У геометријској пропорцији, како се први члан односи према другом, други члан односи се према трећем; односно, три броја *a, b* и *c* образују геометријску пропорцију када:

$$(a : b) = (b : c).$$ [223]

За настанак Платоновог физичког космоса од највећег значаја је тзв. непрекидна геометријска пропорција (*ἀναλογία*

222 *Ibid.*

223 Heath, Th. (1921), стр. 85, 87.

συνεχῆς), коју формира бесконачна геометријска прогресија. Прва Платонова теза је да бесконачна геометријска пропорција, на неки начин, генерише бића видљивог космоса истовремено их доводећи у међусобни склад. Наиме, елементи се међусобно распоређују управо у непрекидној геометријској пропорцији, а физичко тело космоса слаже се на тај начин поступно и пропорционално. У *Tim.*, 31 b6–32 a7, Платонов Тимај каже:

> „... бог је начинио тело свемира (*τὸ τοῦ παντὸς... συνιστάναι σῶμα ὁ θεὸς ἐποίει*) започевши састављање од ватре и земље (*ἐκ πυρὸς καὶ γῆς*). Али, два појединачна не могу се лепо саставити без трећег; у средини (*ἐν μέσῳ*) мора постојати нека веза (*δεσμὸν*) да би се та два спојила (*τινα ἀμφοῖν συναγωγὸν γίγνεσθαι*). Најлепша (*κάλλιστα*) би веза била она која би и себе саму и оно што спаја што више сјединила, а то природно на најлепши начин постиже сразмера (*ἀναλογία*). Јер, кад год се од ма која три броја, било да су то запремине или површине (*εἴτε ὄγκων εἴτε δυνάμεων*), први односи према средњем као што се средњи односи према последњем и обратно, последњи према средњем као средњи према првом, средњи поставши тада први и последњи, а последњи и први оба поставши средња, нужно ће произићи да је све исто, а поставши међусобно исто, све ће бити једно.”

Физички космос најпре је означен као *σῶμα*, тело уопште, још увек не као *στερεόν*, тј. тродимензионо геометријско тело. У основи тела космоса су елементи ватре (*πῦρ*) и земље (*γῆ*). У продужетку се, међутим, каже да се два појединачна (ватра и земља) не могу лепо саставити без трећег. То треће описано је као веза (*δεσμός*), која би „и себе саму и оно што спаја што више сјединила”, као и да је та веза пропорција (*ἀναλογία*). Наставак навода („...Јер, кад год се од ма која три броја..., први односи према средњем као што се средњи односи према последњем и обратно...”) упућује на то да се несумњиво ради о геометријској пропорцији, пошто је то једина врста пропорције код које је однос међу терминима константан. (Почетак реченице „Јер, кад год се од ма која три броја...”, заправо је услов могућности пропорције као такве, пошто се она може образовати од најмање три члана (*df.* V. 8 *Elem.*). Прокло тврди да Платон на наведеном месту мисли управо на непрекидну геометријску пропорцију (*ἀναλογία συνεχῆς*), чији је општи облик $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\dots$), [*In Tim.* III, 20. 25–21. 15], јер се – ту се позива на Никомаха из Герасе – једино геометријска пропорција може сматрати „пропорцијом у пуном смислу”. Отуда смисао добија и тврдња да би геометријска средина „сјединила и саму себе и оно што спаја”. Нека је дата трочлана геометријска прогресија. Средњи термин као геометријска средина крајњих чланова „повезује” и крајње чланове прогресије и самог себе са њима, будући члан дате прогресије.

Непрекидна геометријска пропорција одређена је дефиницијом V. 9 Еуклидових *Елемената*: „Ако су три величине (непрекидно) пропорционалне, каже се да је размера (однос) прве величине према трећој, *двапут виша* од размере прве величине према другој (*ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.*).” *Διπλασίων λόγος* дословно значи „двострука размера”. Билимовић примећује да уколико би се тако тумачило, исказом би се тврдило да је $a_1 : a_3 = 2(a_1 : a_2)$, што је у датом случају погрешно јер је тражени однос $(a_1 : a_3) = (a_1 : a_2)^2$.[224]

Будући непрекидна, геометријска пропорција има улогу везе (*δεσμός*) која треба да обезбеди органско јединство космоса. Непрекидност пропорције јесте непрекидност везе

---

224 „Одступљено је је од буквалног превода и употребљен је израз 'два пута виша', који тачно одговара садржају текста, а у исто време не уноси аритметички појам квадрата, који је туђ Еуклидовом духу теорије пропорције.” – Еуклид (1953), стр. 43, фуснота 10 уз *df.* V. 9. (Антон Билимовић).

међу елементима. Математичком непрекидношћу физичко тело космоса од пуког контингента (*ἁπτόμενον*) постаје организам, континуална целина (*ὅλον*). Посредством непрекидне геометријске пропорције, Платон каже, „нужно ће произићи да је све исто (*ἐξ ἀνάγκης τὰ αὐτὰ εἶναι συμβήσεται*), а поставши међусобно исто (*τὰ αὐτὰ δὲ γενόμενα ἀλλήλοις*), све ће бити једно (*ἓν πάντα ἔσται*)" [32 а4–5]. Елементарна својства пропорције обезбеђују истост, па стога и јединство. Однос чланова пропорције и саме пропорције разуме се као однос целине и дела. Ово математичко јединство један је лик јединства који су Грци неговали. Треба истаћи да за разлику од данашњег разумевања пропорције, у којем је она схваћена напросто као релација независно од тога шта се доводи у однос, за Грке се пропорција, у крајњој линији, односила на уочавање сличности објеката. Прво уочавање сличности збива се на нивоу перцепције, као опажање истог облика. Отуда се и математичка сличност, тј. пропорција, уочава прво међу величинама (дужима), а овај однос дужи тек се секундарно изражава као бројни однос. Последњи извор пропорције је геометријски опажај. У том смислу, могло би се казати да геометрија игра улогу посредника између аритметике и појмова. Управо је тако Платон употребљава у првој космолошкој хипотези *Тимаја*. Слично ће се, *mutatis mutandis*, показати и приликом описа душе космоса.

Непрекидна геометријска пропорција и кубни број свемира

Платонов Тимај конкретно илуструје како би непрекидна геометријска пропорција требало да повеже елементе ватре и земље:

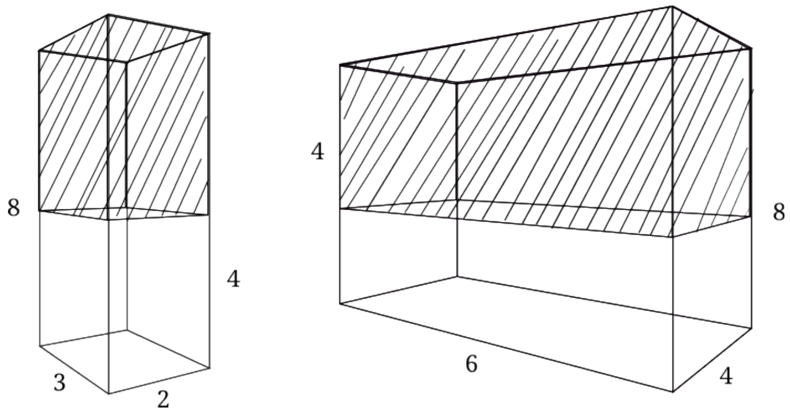
„Да је тело свемира требало да буде раван која нема никакву дубину (*εἰ μὲν οὖν <u>ἐπίπεδον</u> μέν, βάθος δὲ μηδὲν ἔχον*), био би *довољан* (*ἐξήρκει*) један посредни члан (*μία μεσότης*) да себе самог повеже с оним уз себе, али малочас смо дошли до тога да оно мора бити чврсто (*<u>στερεοειδής</u>*), а оно што је чврсто никада не спаја један посредни члан, већ увек два (*τὰ δὲ στερεὰ μία μὲν οὐδέποτε, δύο δὲ ἀεὶ μεσότητες συναρμόττουσιν*)" [*Tim.*, 32 a5–b2, подвукла В. Б.].

Овај део није могуће разумети независно од консултовања осме књиге Еуклидових *Елемената*, чије су теореме у неком ранијем облику изгледа биле познате Платону. Од посебне важности су теореме VIII. 11 и VIII. 12. Првом се тврди да за два квадратна броја постоји један средње пропорционални број и да је размера (*λόγος*) квадратног броја према квадратном броју два пута *виша* од сразмере стране према страни. Квадратни бројеви су, подсетимо се, површински бројеви једнаких страна, односно бројеви који су настали множењем два једнака чиниоца [*df.* VII. 19, VII. 17 *Елемената*]. Теоремом VIII. 12 тврди се да за два кубна броја постоје два средње пропорционална броја и да је размера куба према кубу три пута *виша* од размере ивице према ивици. Кубни пројеви су запремински бројеви једнаких ивица, односно бројеви који су настали множењем три једнака чиниоца [*Elem.*, *df.* VII. 20, VII. 18]. Дакле, уколико су дата два квадратна броја a^2 и b^2, међу њима ће постојати један средње пропорционални број, њихова геометријска средина, која износи ab. Између њихових страна, a и b, постојаће такође један средње пропорционални број, $\sqrt{ab}$. Очигледно је да је размера квадратног броја $a^2 : b^2$ два пута виша *у степену* од размере $a : b$. Слично томе, ако су дата два кубна броја a^3 и b^3, међу њима ће постојати два средње пропорционална броја, a^2b и ab^2 и размера $a^3 : b^3$ три пута је виша *у степену* од размере $a : b$.

Платон, међутим, у наведеном пасажу не говори о квадратним и кубним бројевима него о равни и тзв. крутом (тродимензионом) телу. Неко би, можда, могао закључити да за свака два површинска, односно запреминска броја постоји један, односно два, средње пропорционална члана и да је размера површинског броја према површинском броју, или запреминског броја према запреминском броју, два односно три пута виша у степену од размере стране према страни, тј. ивице према ивици. То, међутим, није тако. Наиме, на основу теорема VIII. 26 и VIII. 27 Еуклидових *Елемената* следи да поменути однос могу имати једино слични површински и запремински бројеви. Само између два слична запреминска броја постојаће два средње пропорционална запреминска броја. *Mutatis mutandis*, исто важи и за површинске бројеве. Бројеви ће бити слични ако су њихове стране, односно ивице, пропорционалне [*df*. VII. 22 *Elem*.], тј. $(a_1 : a_2 = b_1 : b_2) \Rightarrow P_1 \sim P_2$ и $(a_1 : b_1 : c_1 = a_2 : b_2 : c_2) \Rightarrow V_1 \sim V_2$.

Узмимо за пример сличне површинске бројеве 18 и 32. Стране првог су 3 и 6, док су стране другог 4 и 8. Ови површински бројеви су слични, јер $3 : 6 = 4 : 8 = \frac{1}{2}$. Ако се помножи, било 3 са 8 или 4 са 6, добиће се број 24 који представља геометријску средину бројева 18 и 32, тј. $18 : 24 = 24 : 32 = \frac{3}{4}$. Било да су стране средње пропорционалног површинског броја 3 и 8 или 6 и 4, ради се о једном броју.

Када је реч о сличним запреминским бројевима, $V_1 = a_1b_1c_1$ и $V_2 = a_2b_2c_2$, постојаће два средње пропорционална запреминска броја $V_{sr_1} = a_1b_1c_2$ и $V_{sr_2} = a_2b_1c_1$. Ако су изабрани слични запремински бројеви $24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$ и $192 = 4 \cdot 6 \cdot 8$, између њих ће постојати два средње пропорционална запреминска броја, $48 = 2 \cdot 3 \cdot 8$ и $96 = 4 \cdot 6 \cdot 4$, који су изграђени од две ивице једног и једне ивице другог крајњег запреминског броја (добијена прогресија је: 24, 48, 96, 192; в. слику 7).[225] Пошто је у овом случају $V_2 = 8V_1$, геометријске средине имаће општу форму $ab(2c)$ и $c(2a)(2b)$.



Слика 7. Слични запремински бројеви и њихова два средње пропорционална члана

Чини се, дакле, да када Платон тврди да геометријска средина на неки начин „генерише” космос, то значи да бића видљивог света настају на начин на који је сугерисано сликом 7. Другим речима, за свака два бића настаће још два посредна бића, или елемента, која ће ове повезати. Зато Платон каже да је да би се ватра и земља чврсто сјединили, неопходно да их повежу вода (*ὕδωρ*) и ваздух (*ἀήρ*), [*Tim*., 32 b3]. То је потребно и због тога што ватра и земља имају супротстављене особине. Наиме, ватра је оштра, крхка и веома покретљива, док је земља тупа, чврста и трома. Прокло подсећа да све што настаје мора настати из супротности [*In Tim*., 17. 25 и на др. местима], а први супротстављени елементи управо су ватра и земља. Ипак, баш зато што се ради о супротстављеним елементима који не само да се сами од себе не би повезали, него би се и уништили, потребно је да их повежу, али и раздвоје елементи воде и ваздуха. У том смислу, геометријска средина, тј. два средње пропорционална члана геометријске

225 Примери су Проклови.

пропорције кубних бројева понашају се као „лепак”. Платон уводи геометријску средину да би узајамно повезао елементе космоса, и то тако да их више „никад нико не може раздвојити осим оног ко их је саставио” – демијурга [*Tim.*, 32 c1–2].

Ипак, Платон неће остати при тој идеји до краја дијалога. Уместо принципом непрекидне геометријске пропорције, определиће се да физичко тело космоса изгради разлагањем и поновним састављањем елемената, који имају правилну полиедарску структуру. Ту хипотезу Платон ће заступати касније у дијалогу и у њену корист потпуно ће напустити претходну идеју. Зашто је то урадио, може се само претпостављати. Није искључено да је промена одлуке била мотивисана открићем конструкције два преостала правилна полиедра – икосаедра и октаедра. У сваком случају, Платон је концепцију изградње космоса променио и везао је за стереометрију. Нова концепција подразумевала је као основ изградњу правилних полиедара (елемената) од тзв. елементарних троуглова, но не само то. Такође је изнедрила вероватно најоригиналнију представу простора у антици, која је, колико год баштинила јонске идеје, у извесном смислу и потпуно „модерна”.

Платонова концепција простора: *ἐκμαγεῖον* и *χώρα*. Простор-материја, просторност, слика

О појму простора Платон расправља у *Тимају* почев од места 48 а. Најопштије схваћен, простор је „лутајући узрок (*τὸ τῆς πλανωμένης εἶδος αἰτίας*)”, који делимично припада подручју деловања нужности (*ἀνάγκη*). По Платону, *ἀνάγκη* није нешто у целости лишено ума. Она му се највећим делом повинује – да није тако, космос не би могао бити чак ни створен, а камоли бити створен као добар – али му истовремено једним својим делом измиче. Део који измиче закономерном деловању ума конституише *ἀνάγκη* као „начело” инертности и случајности. Нужност, или нужда, у космогонији представља основ свега онога што се, изван и независно од деловања ума, случило и што, будући такво, представља противрежу свесној и умној активности. Ако је аутономија ума оно што установљава људску вољу као слободну, случај је оно што јој намеће окове нужности. *Ἀνάγκη* је персонификација космичке случајности, која, збивајући се независно од ума и често упркос њему, делује као нешто што се није могло избећи – судбина.

Простор (*χώρα*) Платон најпре уводи као „трећи род бића”, „тешку и мрачну врсту”, што је карактеризација која га чини блиском нужди [*Tim.*, 49 a2]. Пошто не припада ни подручју идеја, суштина схватљивих умом, ни подручју чулно опажљивог света, *χώρα* је „лутајући узрок”. Употреба атрибута „*πλανωμένης*” традиционално се везује за планете, које за разлику од тзв. звезда стајачица, мењају свој положај на небу, посматрано са Земље. У овом контексту, то имплицира да је *χώρα* у ствари и космички, међузвездани простор и као таква, услов могућности појаве физичког космоса.

Платон *χώρα*-у не назива простором, већ „прихватитељком” (примaтељком), и „неговатељицом свег постајања (*πάσης εἶναι γενέσεως ὑποδοχὴν αὐτὴν οἷον τιθήνην*)”, а пореди је и са мајком [*Tim.*, 49 a4–5, 50 d3]. Четири традиционална елемента, за које је претходно подразумевано да су *οὐσία,* одређени су у новом светлу као квалитети *χώρα*-е (запаљено, влажно, згуснуто или тешко итд.), док је сама *χώρα* одређена као оно у чему сваки од елемената настаје, појављује се и у чему пропада [50 a]. *Χώρα* није индивидуисана: као што елементи, сада одређени као квалитети, нису *οὐσία*, то није ни она. Платон, додуше, на једном месту каже да се може рећи да је *χώρα* „то” или „ово”, што значи индивидуисаност, али је из наставка текста јасно да то није тако. Индивидуираности не може бити без облика, а Платон за *χώρα*-у експлицитно каже да је „безоблична и лишена свих ликова које ће једном примити у себе (*ἄμορφον ὂν ἐκείνων ἁπασῶν τῶν ἰδεῶν ὅσας*)” [50 d7]. Она је, по њему, *ἐκμαγεῖον* – оно што је подложно обликовању и у шта ће бити утиснуте, *nota bene*, „слике свих вечних бића” да би се саздао видљиви свет;[226] „некаква невидљива и безоблична врста која све прима (*ἀλλ᾽ ἀνόρατον εἶδός τι καὶ ἄμορφον*), а на неки замршен и тешко ухватљив начин учествује (*μεταλαμβάνον*) у оном умном” [51 а1, 5]. Тако описана, *χώρα* је заправо *ὕλη*, материја. Строго узев, термин „*χώρα*” се у дијалогу не јавља пре *Tim*., 52 а6. Платон све до тог места уопштено говори о простору као о прихватитељки и ономе што је *ἐκμαγεῖον*. Материја је свезана са нуждом у мери у којој представља случајни (*συμβεβεκός*) разлог појаве зла и недаће.[227] Међутим, материја је истовремено и „вечити род простора (*τὸ τῆς χώρας ἀεί*)” – ту Платон први пут употребљава дати термин [*ibid*].

Према Лидел-Скотовом лексикону класичног грчког језика, „*χώρα*” може значити: 1) примарно значење: простор или просторија у којој се нека ствар налази, у том смислу: делимично заузет простор (*df*.); слично значење: „*τόπος*”; 2)

---

226 Преводилац истиче да се израз „*ἐκμαγεῖον*” употребљава за сваку меку материју у коју се може утиснути неки лик или се било како може уобличити. – Платон (1981), стр. 154, фуснота 107 (М. Пакиж).

227 „Јер нико није зао својом вољом, него рђав човек постаје таквим због лошег телесног склопа и нестручног васпитања, а то је мрско свакоме и сналази га против његове воље [...] они међу нама који су рђави [...] постају рђави: дејством два узрока [...] али потпуно независно од њихове воље.” Та два узрока по Платону су јед и горчина, а оба се у крајњој инстанци своде на „рђав физички склоп”, тј. материју [уп. *Tim*., 86 е–87 d].

простор или место уопште; 3) тачан положај на којем је неко или нешто („положај војске", „заузети положај", „време и место", „положај метра у стиху" и сл.); 4) метафоричка употреба: положај или ранг („у положају роба", „немати своје место", „вратити некога на његово место", „оставити нешто нетакнутим, у стању у којем јесте или у којем је било" и сл.). Такође, може означавати територију или полис, али и село (насупрот граду).[228] М. Пакиж, наш преводилац, даје следећи коментар наведеног места *Тимаја*: „Могуће је да би овај назив [*χώρα*] требало да асоцира на глагол *χωρεῖν* – дати место, садржати. Тимајев простор, старији од космоса и од времена, подсећа много више на Аристотелову *ὕλη* него на Демокритову празнину. Можда би 'протежност' такође био делимично одговарајући превод."[229]

Осим што је материја, Платонова *χώρα* свакако је и простор. Штавише, постоји извесна сличност између његове и Кантове концепције простора, јер за Платона, као и за Канта, простор представља претпоставку могућности чулног опажања док сам није чулно опажљив.[230] Платон пак каже: „Свако биће мора нужно бити на неком месту и заузимати неки простор" – оно што није нигде, није ништа [52 b3]. (Наравно, та примедба односи се на видљиве ствари, пошто идеје нису ни на земљи ни било где на небу, па ипак јесу – субзистирају) Отуда материја за Платона, по „дефиницији", подразумева и просторност.

То не значи ништа друго до да екстензија представља минимални услов појаве физичких бића. По Платону, простор

228 Liddel, H. G., Scott, R. (1940): http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext%3A1999.04.0057%3Aentry%3Dxw%2Fra.

229 Платон (1981), стр. 155, фуснота 111.

230 Занимљиво је истаћи да је Кантов узор за идеју трансценденталности била геометрија.

није опажљив него је „ухватљив извесним неправим закључивањем у одсуству сваког чулног опажања (*αὐτὸ δὲ μετ᾽ ἀναισθησίας ἁπτὸν λογισμῷ τινι νόθῳ*) и једва да се у њега може веровати (*πιστόν*)” – „гледамо га као у неком сну” [52 b1–2].[231] Но, несумњиво остаје тачно да како год мислили ствари овог света, представљамо их *a priori* као просторне. Ту лежи сличност између Канта и Платона. Разлика је у томе што је за Канта простор априорна форма чулности, нешто што припада субјекту (па и објекту, јер објект је појава), а не ствари по себи, док за Платона то није случај. Кантовски схваћен простор је нешто што субјект на неки начин „производи” из себе. И доиста, тек рефлектујући о опаженим стварима, долази се до апстрактне идеје простора. За Платона пак, то што се ствари нужно опажају и представљају у простору и „од” њега – јер *χώρα* је и материја – последица је реалне егзистенције самог простора, као „трећег, тешког и мрачног рода бића”. По њему, простор-материја, или *χώρα* као нешто између то двоје, јесте збиљска, иако најнижег степена реалности.

Већ је речено да је просторност минимални услов постојања бића. Платон управо то тврди у *Tim.*, 52 c–d2, позивајући се на појам слике. По њему, слици (*εἰκών*) је „својствено да настаје у нечем другом (*ἐν ἑτέρῳ προσήκει τινὶ γίγνεσθαι*), држећи се како-тако бића (*οὐσίας ἁμωσγέπως ἀντεχομένην*), или да уопште ништа не буде (*ἢ μηδὲν τὸ παράπαν αὐτὴν εἶναι*)” [*Tim.*, 52 c2–3]. Шта је слика? Она је копија, најнижи степен бића у којем није присутна парадигма и који, стога, никада не указује на њу – слика је тек привид (*φάντασμα*)

231 „*Λογισμός τις νόθος*” дословно значи „копиланско расуђивање” или „расуђивање које је копиле”. Ради се, дакле, о активности, која је „копиле” јер није ни закључивање у правом смислу (из појмова) ни опажање, па ни расуђивање, које Платон поистовећује са мишљењем (*νόησις*), него се ради о некој врсти веровања (*πίστις*). *Πίστις* је за Платона, иначе, најнижа врста сазнања.

[52 c1, 3]. Слике, схваћене као сенке, одрази на површинама и томе слично, по Платону су најнесталније и најнестабилније од свих бића. Једино што би се за слику уопштено могло казати јесте да је неки одраз или обрис, пуко „нешто на нечему”. Слика је биће у минималном смислу, али за то биће је, тврди Платон, својствено да настаје у простору или да уопште ништа не буде. Просторност представља танку везу са бићем, јер без ње нема ни физичког бића. Бивање у простору на начин слике, наиме, није исто што и бивање у простору на начин тела. Тело, мада и са́мо копија, у себи ипак има нешто од парадигме – у најмању руку, физички облик. Бивање на начин слике, са друге стране, бивање је на начин пуке протежности. Простор слици даје стварност, слика простору даје „прилику” да се испољи. Ако *εἰκών* јесте нешто, а не ништа, она је просторност (екстензија), јер сем екстензије ништа на слици није стварно. Слика = екстензија је, дакле, платоновска *res extensa*, да се тако изразим. Простор је трансцендентални, за Платона метафизички услов појаве слике и уједно оно од чега је слика саздана.

Платоново схватање слике као просторности и схватање простора уопште вероватно су били инспирисани геометријом. Једино биће које геометрија познаје и признаје јесте протежност. Чак и тачка, која није протежност, одређена је преко потоње као непротежни геометријски ентитет. *Χώρα* обједињује геометријски концепт простора са хилетичким концептом. Она је *χώρα-ὕλη* или је нешто између простора и материје. *Χώρα* је неопажљиви услов могућности видљиве појаве бића и као што је поменуто, такође би се могла схватити као међузвездани простор.[232] *Χώρα* је у још једном

232 Та одредба у складу је са тумачењем по којем се *χώρα* не може поистоветити са атомистичком концепцијом празнине. Ако је протежност не само оно у чему се бића појављују, него и оно од чега

смислу поменути услов. Наиме, као ὕλη, она омогућава индивидуисаност видљивих ствари. Да би ма шта било видљиво, потребно је да има облик. Платон у ствари „геометризује” јонски појам ὕλη. Његова концепција простора није блиска Демокритовој концепцији празнине пошто је платоновски схваћен простор материјални, што атомистички није. Могло би се рећи да Платоново схватање *χώρα*-е, тродимензионом еуклидском простору додељује квалитете ὕλη, у смислу да се све ствари видљивог космоса „састоје” од протежности. Према томе, иако је Платон описује као „тешку и мрачну”, *χώρα* је појам који дозвољава геометријске представе, што традиционално схваћени појам материје, као ὕλη, није.

Друга хипотеза о настанку физичког космоса: правилне просторне фигуре (Платонова тела) и елементарни троуглови

Платонов простор је динамичан, не статичан [*Tim.*, 52 e3–53 a2, и на другим местима]. Изворно, *χώρα* је неуравнотежена и изложена дејству различитих сила. Платон, наравно, не говори ни о каквој сили, већ о „потресима (*σείεσθαι*)”, „ношењима (*φέρεσθαι*) елемената”, уопштено о „кретању приматељке (*δεχομένης κίνησιν*)” [*Tim.*, 52 e3, 4, 57 c2]. Експлицитно се не каже, али чини се да до потресâ долази због издвајања елемената ватре, земље, воде и ваздуха као квалитетâ простор-материје. Кретање се одвија различитим брзинама у свим правцима, а елементи видљивог космоса издвајају се попут зрнâ жита, која се различито распоређују на

настају, онда *χώρα* није празнина. – Уп. Платон (1981), стр. 154–5, фуснота 111.

решетки приликом плевљења [53 а].[233] За „време” индивидуисања квалитетâ-атомâ, видљиви космос још увек није настао. Објашњење његове генезе Платон започиње од момента када је окончано примарно издвајање квалитета, после чега је „бог разлучио елементе у ликове уз помоћ облика и бројева”; дакле, од када елеменати задобијају геометријски облик, чиме се њихово индивидуисање коначно завршава [*Tim.*, 53 b2–c1]. Од тог момента у сва четири елемента уведени су мера и сразмера [уп. *Tim.*, 53 a5] – сваки од елемената постао је један од правилних полиедара. То су: правилни тетраедар (ватра), правилни хексаедар или коцка (земља), правилни октаедар (ваздух), правилни икосаедар (вода) и правилни додекаедар [*Tim.*, 54 d2–56 b5]. Последње наведено геометријско тело (тзв. „пети елемент”) није у стриктном смислу елемент, већ представља целину видљивог космоса. Додекаедру је та фунцкија додељена пошто обликом највише подсећа на лопту. Такође, сви елементи, изузев последњег, настали су састављањем тзв. елементарних троуглова [*Tim.*, 53 c3–54 b8].

Рећи да су Платонови елементи правилне просторне фигуре значи рећи да су они геометријски ликови у простору обухваћени равнима [уп. *df.* XI. 9, 10 *Elem.*]. Руб ових ликова састоји се из коначно много ликова, односно из повезаног скупа полигонских површи (пљосни) које су тако распоређене да је свака ивица једне пљосни истовремено ивица тачно још једне пљосни, а пљосни са заједничким теменом припадају странама тачно једне рогљасте површи.[234] Скуп свих пљосни

233 На овом месту се не може детаљније разматрати, али данас знамо да је раздвајање зрна о којем Платон говори учинак гравитације. Можда би се *χώρα* могла замислити као првобитна материја и/ или простор у којем делује само гравитација.

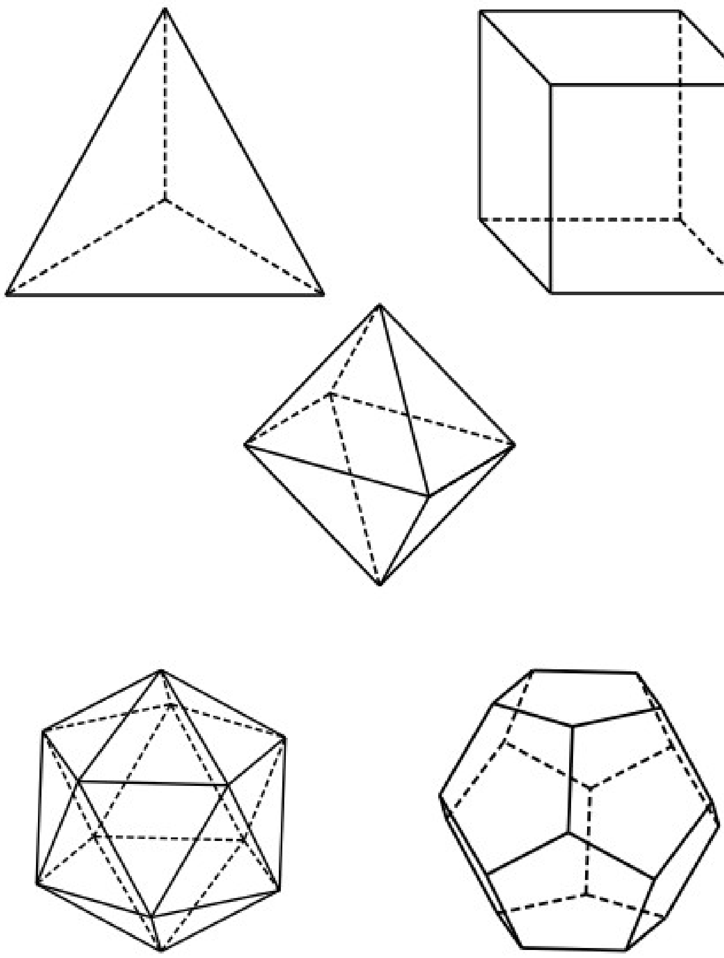
234 Лучић, З. (2009), стр. 184.

на рубу полиедра назива се полиедарском површи.[235] Платонова тела нису никаква пуна тела; она су састављена из полиедарске површи или мреже. То да су у питању правилни полиедри значи да се ради о просторним фигурама чије су пљосни правилни, међусобно подударни полигони, чији су све рогљасте површи правилне и и међусобно подударне, око сваког темена у истом броју, и чије су све пљосни конвексне и сви рогљеви конвексни.[236] Може се доказати да постоји највише пет правилних полиедара [став XIII. 18 *Elem*.]. То су управо Платонова тела, односно правилни полиедри поменути у *Тимају*.

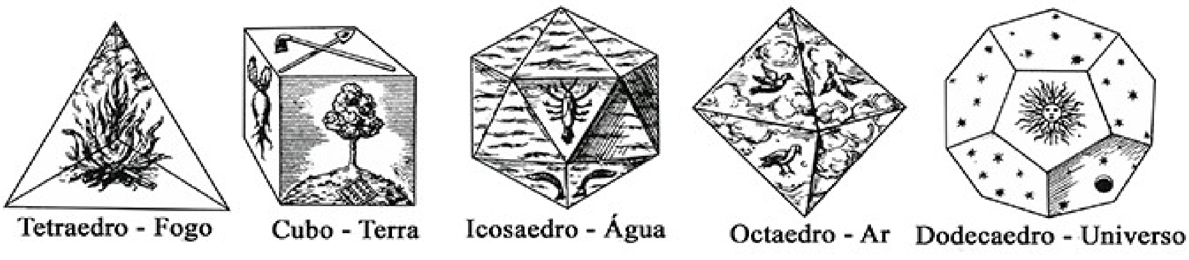
Платон, дакле, елементе схвата као тродимензиона геометријска тела. Он експлицитно каже да су ватра, земља, вода и ваздух тела и да сваки телесни облик има запремину, као и да је потпуно нужно да запремнину обавија раван оивичена равним странама [*Tim*., 53 c3–6]. Тај опис у потпуности се поклапа са одредбом просторних фигура, с тим да је употребљени термин за тела *σώματα*, а не *στέρεα*. Но, извесно је да се ради о геометријским или тродимензионим телима, о *στέρεα*.

235 *Ibid.*

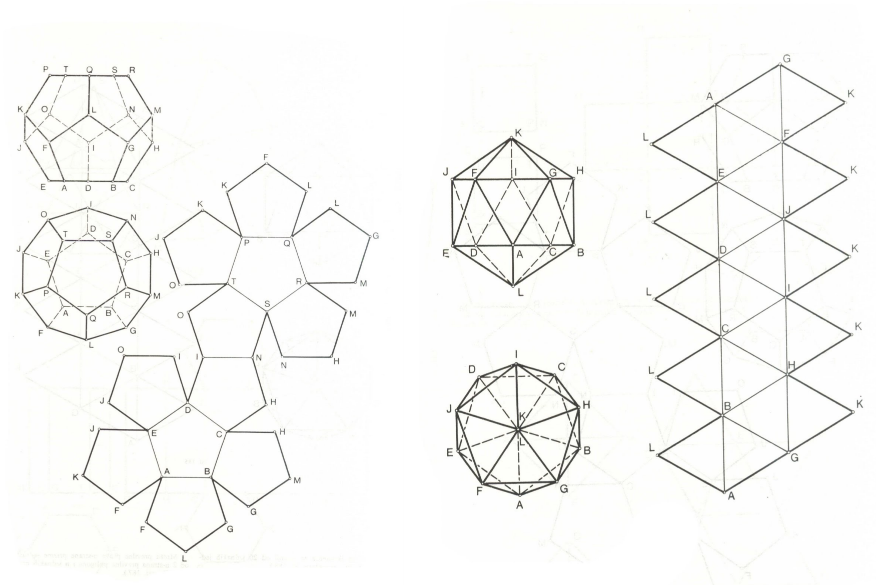
236 Према новијој математичкој литератури, услов конвексности не спада нужно у одређење правилних полиедара, тј. дозвољено је да постоје и конкавни правилни полиедри. Иначе, под правилним полиедрима традиционално се подразумевају Платонова тела. Уп. Coxeter, H. S. M. (1973), *Regular Polytopes. Third Edition,* New York: Dover, стр. 1–17, 93, као и 107–12. – Наведено према: Weisstein, Eric W., “Regular Polyhedron”, у: *MathWorld – A Wolfram Web Resource*: http://mathworld.wolfram.com/RegularPolyhedron.html. [1. 12. 2014.]



Слика 8. Платонова тела



Слика 9. Симболни приказ Платонових тела као елемената



Слика 10. Мреже правилног додекаедра и икосаедра

На наведеном месту, Платон такође тврди да се свака од пљосни правилних полиедара (елемената), састоји од троуглова. У питању су тзв. елементарни (правоугли) троуглови, од којих сви други троуглови, по њему, „воде порекло”. Ради се о две врсте троуглова: једнакокраки правоугли троугао и „неједнакокраки”, тј. правоугли троугао различитих страна [*Tim*., 53 d1–2].[237] У другој врсти, посебно се издваја један троугао као „најлепши” – троугао чији су углови 90°, 60° и 30° [54 b1–3].[238] Заправо, изградња полигона који чине правилне просторне фигуре обавиће се састављањем једнокраких правоуглих или „најлепших” правоуглих троуглова (в. слику 11).

Платонови елементи могу се, према томе, класификовати на следећи начин:

---

237 Уп. Тимај (1981), стр. 155, фуснота 117, 119.

238 Платон, наиме, каже: „То је онај троугао од којег се (када га удвостручимо) добија трећи, једнакостранични троугао” [*Tim., loc. cit*.] Јасно је да се ради о троуглу чији су углови 90°, 60° и 30°. Једнакостранични троугао је „трећи”, јер је у дијалогу наведен као трећи по реду.

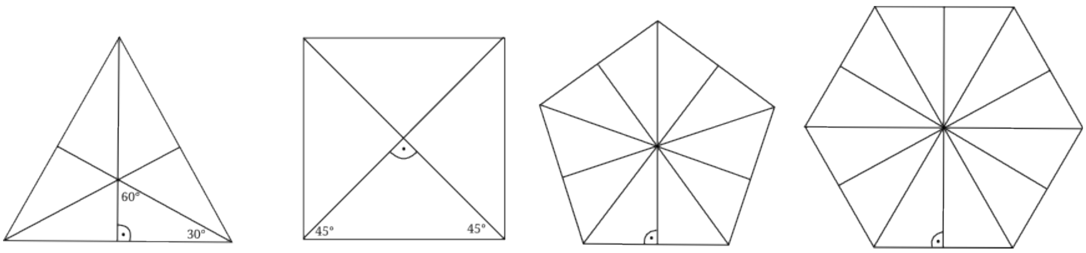
1) ватра – правилни тетраедар: елементарни троугао са угловима 90°, 60° и 30°;

2) земља – правилни хексаедар (коцка); $⊿_e$(90°, 45°, 45°);

3) ваздух – правилни октаедар; $⊿_e$(90°, 60°, 30°);

4) вода – правилни икосаедар; $⊿_e$(90°, 60°, 30°);

5) космос – правилни додекаедар; елементарни троугао: – .



Слика 11. Платонови елементарни троуглови и елементарни троуглови правилног шестоугла

Ватра на свакој пљосни има по 6 елементарних троуглова, што укупно чини $4 \cdot 6 = 24$ [уп. *Tim*., 54 e и даље]. За остале елементе Платон не помиње број елементарних троуглова, али може се закључити да земља има $6 \cdot 4 = 24$, ваздух: $8 \cdot 6 = 48$, вода: $20 \cdot 6 = 120$.[239] Коцка (земља) је иначе једини правилни полиедар чији је елементарни троугао једнакокраки правоугли троугао. Такође, Платон не разматра од колико елементарних троуглова би се могао саставити космос. Када би био елемент, могао би се саставити од $12 \cdot 10 = 120$ елементарних троуглова, али пошто космос то није, у дијалогу се питање не разматра ни хипотетички.

Врло је важно утврдити статус Платонових тела у *Тимају*, као и њихову улогу, те улогу елементарних троуглова у настанку космоса. По Платону, демијург је атоме елемената изградио као правилне полиедре и стога као најлепша и најбоља тела; из истог разлога одабрао је за елементарне

239 Лучић, З. (2009), стр. 226.

полигонске површи – једнакокраки правоугли троугао и троугао чији су углови 90°, 60° и 30°. Та и таква тела, те троуглови, изабрани су као „најлепши и најбољи" због симетрије. Пљосни и рогљеви правилних полиедара правилни су и подударни. Висина једнакокраког правоуглог троугла на хипотенузу уједно је и симетрала хипотенузе, која дати троугао полови на два подударна, симетрична троугла. Што се тиче троугла чији су углови 90°, 60° и 30°, он је „најлепши", вероватно стога што се ротацијом за 180° око дуже катете тог троугла може добити правилни (једнакостранични) троугао.

Платон не даје објашњење зашто је „најлепши троугао" најлепши [54 a5], али се, осим наведеног, додатни разлози могу наслутити из *Tim.*, 60 c3. Ту се говори о „најлепшем камењу", које је „због својих једнаких и сличних делова" прозирно, па је због тога најлепше. „Једнаки и слични делови" су, у ствари, подударни троуглови на које се правилна полиедарска структура овог камења геометријски може разложити.[240] Платон под „најлепшим камењем" највероватније мисли на кристале, посебно на кварц, пошто су Грци термин „*κρύσταλλος*" користили искључиво у том значењу.[241] Поједини кристали имају структуру правилних полиедара. Кварц, о којем је овде реч, има тетраедарску структуру, а такву има и дијамант, најскупљи „провидни камен" на свету. Како било, „слични и једнаки делови" који провидно камење чине „најлепшим" и који су за Платона и сами „најлепши", јесу подударни елементарни троуглови на које се правилне пљосни полигона могу разложити. Данас

240 Лучић, З. (2009), стр. 208.

241 Према Лидел-Скотовом лексикону: http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext%3A1999.04.0057%3Aentry%3Dkru%2Fstallos. [1. 12. 2014.]

знамо да Платонови елементарни троуглови настају, поједностављено и не сасвим тачно речено, разлагањем правилних полигона симетралама њихових углова.[242] Филозофски је пак релевантно то да се питање геометријске лепоте, тј. Платоновог естетског избора троугла чији су углови 30°, 60° и 90° као најлепшег, у крајњој инстанцији своди на питање склада и сразмере, конкретно, симетрије.

Хипотеза о лепоти (симетрији) правилних просторних фигура и „најлепшег" елементарног троугла основна је претпоставка читавог *Тимаја* [53 b4]. Могло би се рећи да та лепота представља слику уређености и склада демијурговог ума на нивоу структуре физичког космоса. Занимљиво је да Платон ревидира своју првобитну хипотезу о космогенези по закону непрекидне геометријске пропорције. Од ње се одустаје у име идеје о изградњи космоса разлагањем елемената:

„Изгледало је (*ἐφαίνετο*)... да се сва четири рода рађају једни из других (*δι᾽ ἀλλήλων εἰς ἄλληλα γένεσιν*), али то је варљив привид (*οὐκ ὀρθῶς φανταζόμενα*). Јер се та четири рода у ствари рађају из троуглова (*γίγνεται … ἐκ τῶν τριγώνων*) које смо малочас издвојили, и то три од једног – оног који има

242 Заправо ради се о симетријама, осим у случају коцке. Уп. Лучић, З. (2009), стр. 208. Аутор истиче да појам „једнаких и сличних делова", односно Платонових „најлепших троуглова", представља заметак појма симетрије, јер је питање о броју таквих делова унутар неког геометријског лика, у ствари, питање о броју симетрија тог лика. Такође, примећује да Грци никада нису поставили питање о симетријама правилног полигона, те да га нису ни могли поставити, пошто у хеленској и хеленистичкој математици тај појам, мада јесте постојао, није имао значење које данас има. По Лучићу, термин „*σύμμετρος*" се у грчкој математици употребљавао у контексту самерљивости, док се симетрија данас дефинише преко пресликавања, које је античком математичком мишљењу било потпуно страно (стр. 207–9).

неједнаке стране (*ἐξ ἑνὸς τοῦ τὰς πλευρὰς ἀνίσους*), док је четврти једини склопљен од једнакокраког троугла (*ἐκ τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου*)” [*Tim.*, 53 e2, 54 b5–c2].

Како се генеза конкретно одвија, објашњено је у наставку. Није могуће, каже Платон, да се тела свих елемената раздвајају и међусобно изнова спајају градећи од великог броја малих тела мали број великих тела и обрнуто, него је то могуће само код тетраедра, октаедра и икосаедра зато што су сви изграђени од истог, „најлепшег” троугла. Одатле би следило да се троуглови земље не могу саставити са троугловима ватре, рецимо, бар не тако да сложевина опет буде земља или ватра.

Растављање и поновно слагање елемената у ствари је раздвајање и слагање елементарних троуглова, па се може рећи да су за Платона истински атоми космогенезе елементарни троуглови, а не од њих састављени елементи. Такво тумачење бранио је Филипон побијајући тезу да је Платон био заступник теорије атомских дужи [*In De Gen. et Corr.*, I, 2, 312 a 12, 27. 2–19]. Уколико је теза одржива, повлачила је да је Платон у сваком случају био заступник геометријског атомизма, што сумњам да је могао бити. У погледу несамерљивости, ништа се значајно не мења уколико се за основне јединице или геометријске атоме узму површи уместо дужи. Такође, мада Платон доиста елементе у *Тимају* гради из основних троуглова, он нигде не каже да су ти троуглови недељиви (*ἀτόμοι*). Елементи космоса, ватра, земља, вода, ваздух, нису *ἀτόμοι* већ на основу поставке да су изграђени од основних троуглова. Додуше, Платон за њих каже да су тако мали да су појединачно невидљиви: *„Πάντα οὖν δὴ ταῦτα δεῖ διανοεῖσθαι σμικρὰ οὕτως, ὡς καθ᾽ ἓν ἕκαστον μὲν τοῦ γένους ἑκάστου διὰ σμικρότητα οὐδὲν ὁρώμενον ὑφ᾽ ἡμῶν…”* [*Tim.*, 56 b 5–c1]. Другим речима, сићушни су (*σμικροί*), а сићушност је атрибут традиционално приписиван атомима. Упркос томе, поново истичем, нигде их не назива „*ἀτόμοι*”.

Ако се, дакле, нигде не каже да су основни трогулови недељиви, ако честице елемената извесно нису дељиве и ако је већ показано да, за Платона, то нису ни дужи, поставља се питање шта онда преостаје? Одговор је једноставан: ништа. По свој прилици, Платон уопште није заступао атомизам, ни у једном виду.

Настанак космоса разлагањем елемената

Конкретан опис разлагања и састављања елемената путем елементарних троуглова дат је у *Tim.*, 56 d1–c3. Услед покрета и потреса *χώρα*-е, покрећу се телашца елемената ватре, земље, ваздуха и воде, и налећу једна на друга. Приликом контакта, оштрије честице ватре или пак воде пресецају, тј. растављају мање оштре облике. Наравно, земљу ће као најтупљу и најтромију растављати сви остали елементи, док ће ватра, као најоштрији облик, пресецати све друге елементе. После контакта, растављена, сада ситнија телашца настављају кретање кроз *χώρα*-у тражећи, како Платон каже, да се изнова споје сама са собом. У зависности од следећег контакта, зависиће да ли ће додатно „уситњени” елементи остати какви јесу или ће се квалитативно променити. Ако фрагмент честице ватре наиђе, на пример, на целу честицу воде, постаће вода.

У ствари, та формулација није сасвим прецизна. Чини се да Платон претпоставља да ће се, после прасецања, квалитативна својства појединих елемената и даље задржати, тј. да ће ватра и даље остати ватра, земља и даље земља итд. У тексту експлицитно стоји да ће елемент – конкретно се ради о земљи – после пресецања и поновног састављања поново постати земља, јер „у други облик она никада не може прећи" [56 d4]. Са друге стране, изгледа да Платон сматра да то важи само за земљу и ватру пошто су основније просторне фигуре. Остали елементи се, због сложеније полиедарске структуре, могу растављати на основније полиедре, што значи да се из воде могу добити ватра и ваздух. Наиме, икосаедар се може разложити на један тетраедар и два октаедра. Октаедар се, по Платону, може разлижити на два тетраедра, тј. из једне честице ваздуха могу се добити две честице ватре. То није тачно, пошто се разлагањем октаедра добијају две четворостране пирамиде, а не два тетраедра. Но, у крајњем, четворостране пирамиде би се могле разложити на елементарне троуглове и изгледа је Платону до тога превасходно било стало. У том случају, Платон је имао на уму број елементарних троуглова који улазе у састав елемената. Октаедар има $48 = 2 \cdot 24$ таква троугла, што би значило да се може раставити на два тетраедра, иако то геометријски није могуће.[243]

Тај пример указује на последице пренебрегавања разлике између аритметике и геометрије, бар у овом конкретном случају, на шта Прокло иначе упозорава [*In Tim.*, 33. 1 – 33. 10]. Геометријска подела октаедра на две четворостране пирамиде даје, у погледу броја елементарних троуглова, аритметичку бесмислицу: $48 = 2(4 \cdot 6 + 4)$, односно $48 = 56$. То је стога што првобитни број (48) не узима у обзир елементарне трогулове базе, као ни то да ће се пресецањем октаедра по бази или паралелно са њом добити две нове просторне фигуре, од којих свака има своју базу.[244] Ако се пак

243 У погледу икосаедра (воде), то је $120 = 2 \cdot 48 + 24$, односно као што је речено, два октаедра и један тетраедар. – Уп., Лучић, З. (2009), стр. 228.

244 М. Пакиж тај Платонов пропуст имплицитно приписује чињеници да је, у односу на време писања Тимаја, конструкција свих пет правилних полиедара била релативно нов догађај. Наиме, Платон у *Држави*

посматрају само омотачи четворостране пирамиде и октаедра, проблема нема јер омотач октаедра чине омотачи две четворостране пирамиде.

Како било, Платон у наведеном опису генезе космоса не помиње никакво „уметање” налик ономе о којем је говорио када је геометријску пропорцију означио као главно начело изградње физичког космоса. Ипак, и у светлу нове тезе о генези путем елементарних троуглова остаје питање да ли честице елемената попуњавају читаву *χώρα*-у или не. Проблем је могуће „премостити” захваљујући томе што *χώρα* није статичан, већ динамичан простор: „Услед кретања примате љке, главна маса сваког појединог рода распоређује се стално на своје властито место, док се она тела која губе сличност са телима свог рода па се изједначују са другима, сваки пут крећу захваљујући тим потресима ка месту оних са којима су се изједначила” [*Tim.*, 57 c1 и даље]. Пошто се елементи непрекидно комешају, претварају једни у друге и мењају запремину и пошто је космос ограничен, у одређеном моменту биће их неодређено много. У том случају, празнине између атома биле би нека врста простора за њихово кретање, што би значило да се космос непрекидно преструктурише.[245] Немогућност испуњавања читавог простора елементима показује се као предност, управо као оно што омогућава живот космоса.

Није јасно зашто је Платон у првом делу космолошког дискурса о физичкој генези укључивао пропорцију као фактор

сведочи да њихова конструкција још није била откривена што се односи на време писања тог списа [*Resp.*, 528 b3]. Мисли се на октаедар и икосаедар, које је први конструисао Теетет, док су конструисање преостала три Платонова тела изумели питагорејци. Претпоставља се да је појам правилног полиедра у геометрију увео управо Теетет. Иначе, сматра се да је он аутор готово свих теорема XIII књиге Еуклидових *Елемената*. – Платон (1981), стр. 156, фуснота 132.

245 Уп. Платон (1981), стр. 157, фуснота 139.

настанка света. У светлу управо изнетих објашњења, она се показује као редундатно начело. То, ипак, није тачно. Мада је одбацио идеју генерисања физичког космоса пропорцијом, Платон је није сасвим искључио. Као што ће се ускоро видети, геометријска пропорција, као и хармонијска, те аритметичка, имају главну улогу у хармонизовању душе космоса. Но, не само то. Питање функције пропорције у настанку физичког космоса може се поопштити и посматрати не више као питање неке конкретне пропорције, већ као начелно питање склада. Склад је све време присутан и „делатан" при настанку Платоновог физичког космоса и у том контесту артикулише се кроз идеју симетрије. Елементарни троуглови обезбеђују симетричност, али и разноликост, „бесконачно шаренило" космоса (*τὴν ποικιλίαν ἐστὶν ἄπειρα*), [*Tim*., 57 d1–4, посебно d3–4]. Богатство света богатство је облика, но оно је и последица тога што се елементарни троуглови јављају у разним величинама [57 d2]. Постоје различите величине, па за Платона отуда следи да постоје и различите и врсте ватре, земље, воде и ваздуха. Самим тим, и разноликост сложевина насталих од елемената биће бескрајна. А пошто су у основи свега једнакокраки правоугли и „најлепши" троугао, сва унутарсветска бића, као и физички космос у целини, биће симетрични, односно складни.

Закључна разматрања

Током анализе Платоновог учења о структури физичког космоса, изложеног у *Тимају*, расло је уверење да је Платонов космос, бар на нивоу те структуре, математички моделован. Разматрања су показала да математичка теорија пропорције има суштинску улогу у првој, а геометрија у другој хипотези о изградњи физичког космоса. Наиме, показало се да су елементи Платоновог космоса правилна геометријска тела. Уколико она то јесу – а јесу – повратно би се морао извести закључак да је Платонов космос геометријски изграђен или другим речима, математички моделован. Анализа пак појма *χώρα* показала је да тај појам обједињује класичне одредбе грчки схваћене материје са геометријским одредбама простора, тачније са геометријским појмом протежности. Уколико је та интерпретација тачна, Платонова концепција *χώρα*-е, високог је степена апстрактности и могло би се претпоставити да ју је он, највероватније, формирао под утицајем геометрије.

Међутим, да би се могло тврдити да је математика Платону била модел за изградњу космоса, потребно је још извршити анализу улоге античке грчке астрономије на космологију *Тимаја*. Такође, потребно је укратко размотрити неки од модела кретања небеских тела које је античка грчка астрономија употребљавала, јер ће такав модел бити строг и „чист" критеријум на основу којег ће се моћи одговорити на питање у којој је мери Платонова космологија научна, или у којој мери садржи елементе научности. У том смислу, потребно је размотрити како је Платон гледао на проблем ретроградног кретања планета, тај суштински проблем античке астрономије. Исто тако, потребно је утврдити стварни статус Симпликијевог исказа да је Платон астрономима његовог времена задао задатак *salva apparentiae*. У том контексту, у наставку анализе требало би размотрити однос – уколико тај однос уопште постоји – између Платонове космологије и Еудоксовог модела хомоцентричних сфера. Коначно, потребно је покушати расветлити спорно учење о хармонији космичке душе.

Тек пажљиво разматрање целе ове групе тема моћи ће да приближи одговору на питање да ли је за Платона математика имала улогу модела за космологију. Само на основу досадашњег излагања могло би се тврдити да Платонов космолошки мит у неким својим деловима има елементе научног објашњења, тј. да их као релевантан део инкорпорише у свој дискурс. Можда би се могло рећи да је, у мери у којој објашњава настанак космоса као дело демијурга, дискурс *Тимаја* телеолошка космогонија, док је у мери у којој укључује стереометрију у космогенезу математичко-космолошки. Наиме, показано је да је Платон космосу не само приписао геометријску структуру него да је, штавише, из ње извео бескрајну светску разноликост. Или, другачије казано, да се сво шаренило физичког космоса у крајњој инстанцији може редуковати на геометријске облике. Ипак, све и да то јесте тако, не значи да је математика Платону била модел за космологију. Стога треба видети да ли ће разматрање математике у организовању планетарног поретка космоса и његових феномена можда моћи обезбедити неки прецизнији одговор.

VII б

ТИМАЈ: ХАРМОНИЈА КОСМОСА, МОДЕЛ КРЕТАЊА ПЛАНЕТА И ПРОБЛЕМ РЕТРОГРАДНОГ КРЕТАЊА

Логичко, музичко и математичко устројство душе Платоновог космоса: хармонија и аутокинеза. Однос космичке душе и тела

Платонова космологија душе, изложена у *Тимају*, у ствари је *post festum* трансцендентално (и трансцендентно) заснивање психологије из *Државе* или *Федра*. Питагорејско учење о души као хармонији, које је Платон одбацио у *Федону*, у овом дијалогу на неки начин је „рестаурисано” и уздигнуто на виши ниво. Космичка душа није хармонија, али је, истиче Прокло, „прва од свих бића хармонизована” и као таква представља узрок сваког склада у космосу, па и оног у индивидуалним душама [*In Tim. III.* 2.161 D2–3; уп. *Tim.*, 37 b1–c3]. Тиме је хармонија постављена за први принцип уређености космоса. У основи овог става је питагорејска идеја о хармонији космоса (*ἁρμονία ἐν κόσμῳ*), која је, према Аристотелу, подразумевала да небеска тела услед своје величине и кретања производе звукове, тачније акорде (*ἁρμονία*), састав (*σύστημα*) од три консонантна тона, кварте, квинте и октаве [*De Caelo*, II. 9, 290 b 12 и даље; уп., на пример, *Adv. Math.*, VII. 94–5]. У складу са тиме, хармонизованост душе требало би да значи да су у њој заступљени исти односи („чисти интервали") – наиме, 4 : 3, 3 : 2 и 2 : 1. Та идеја присутна је у *Тимају* у делу текста који се односи на „поделу" душе.

Према Платону, душа је подељена на „делове" или „прстенове", које је демијург потом „увео у кружно кретање" [*Tim.*, 35 b2 и даље]. „Делови" душе – на шта год да се тај термин односи – формирају седмочлани низ 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27, који интегрише чланове две геометријске прогресије, прве са количником 2 (1, 2, 4, 8) и друге са количником 3 (1, 3, 9, 27). Обе прогресије почињу од јединице и имају је за заједнички члан. Крајња идеја је увођење хармоније у душу. Међутим, Кофнфорд истиче да, мада седмочлани, поменути низ не одговара тоновима једне дијатонске скале, већ распону који обухватају четири октаве и једна велика секста.[246] Математика ипак има предност у односу на теорију музике: низ 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 Платон је, по свој прилици, изабрао јер садржи јединицу као основ броја, парно и непарно као његове елементе, а превасходно стога што одговара члановима наведених геометриских прогресија. Такође, поменуте геометријске прогресије завршавају кубним бројевима (8 и 27), што је од значаја с обзиром да тродимензионом космосу могу одговарати само кубни бројеви.[247]

---

246 Cornford, F. M. (1997), стр. 67, 69.

247 Cornford, F. M. (1997), стр. 68.

Да би од датог низа добио дијатонску скалу, Платонов демијург најпре у сваку од две прогресије, између узастопних чланова умеће, редом, хармонијску и аритметичку средину. [*Tim*., 36 a1–4 и даље]:

$$1,\ \frac{2\cdot 1\cdot 2}{1+2},\ \frac{1+2}{2},\ 2,\ \frac{2\cdot 2\cdot 4}{2+4},\ \frac{2+4}{2},\ 4,\ \frac{2\cdot 4\cdot 8}{4+8},\ \frac{4+8}{2},\ 8 \qquad \text{(\textit{низ са количником 2});}$$

$$1,\ \frac{2\cdot 1\cdot 3}{1+3},\ \frac{1+3}{2},\ 3,\ \frac{2\cdot 3\cdot 9}{3+9},\ \frac{3+9}{2},\ 9,\ \frac{2\cdot 9\cdot 27}{9+27},\ \frac{9+27}{2},\ 27 \qquad \text{(\textit{низ са количником 3});}$$

Односно (после скраћивања):

$$1,\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ 2,\ \frac{8}{3},\ 3,\ 4,\ \frac{16}{3},\ 6,\ 8;$$

$$1,\ \frac{3}{2},\ 2,\ 3,\ \frac{9}{2},\ 6,\ 9,\ \frac{27}{2},\ 18,\ 27.$$

Спајањем тако добијених низова, уз изостављање чланова који се понављају, формира се нови низ:

$$1,\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ 2,\ \frac{8}{3},\ 3,\ 4,\ \frac{9}{2},\ \frac{16}{3},\ 6,\ 8,\ 9,\ \frac{27}{2},\ 18,\ 27.$$

Ако се прва четири члана добијеног низа издвоје у нови низ:

$$1,\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ 2,$$

односно:

$$1,\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{2}{1},$$

видеће се да он садржи интервале кварте, квинте и октаве, тј. да се ради о два тетракорда, који чине дијатонску скалу.

Платонов демијург надаље попуњава овај низ, тј. умеће нове чланове у њега да би добио нови осмочлани низ, чији сваки члан одговара по једном тону дијатонске скале. Платонов Тимај каже:

„Пошто су тако, помоћу тих веза, унутар ранијих интервала настали интервали од три половине, четири трећине и девет осмина, испунио је интервалом од двет осмина све оне четири трећине, оставивши у сваком од њих део, тако да тај преостали интервал има граничне бројеве који се међусобно односе као што се број 256 односи према броју 243” [*Tim.*, 36 a5–b4].

Тим начином добија се следећи низ:

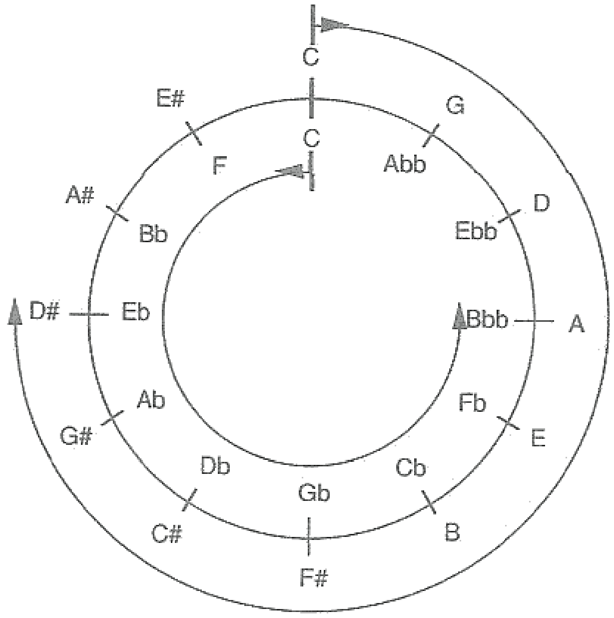
$$1,\ \frac{9}{8},\ \frac{81}{64},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{27}{16},\ \frac{243}{128},\ 2,$$

где сваки разломак одређује по један интервал: $\frac{9}{8}$, односно 9:8 је секунда, терца је 81 : 64 итд., и где је однос међу целим тоновима $\frac{9}{8}$, а међу полутоновима $\frac{256}{243}$.

Зашто је демијург изабрао баш интервале $\frac{9}{8}$ и $\frac{256}{243}$ за попуњавање, односно зашто баш ти разломци изражавају *ratio* између тонова дијатонске скале? Платон заправо говори о тзв. питагорејској дијатонској скали, која се добија од чистих квинти (питагорејско подешавање).[248] Полазећи, на пример, од тона C и градећи надаље квинте у дванаест корака добиће се низ C, G, D, A, E, H, Fis, Cis, Gis, Dis, Ais, Eis, $C^{(\prime)}$ (за седам октава више C, познатији као квинтни круг (в. слику 12):[249]

248 Barker, A. (1990), стр. 48. Назив је настао касније.

249 „Tuning Systems. Pythagorean Tuning”, у: Howard, M. D., Angus, J. A. S. (2009). В., такође, Crocker, R. L. (1963). У ствари се, по обртању целог квинтног круга, не добије тачно седам октава више C – тзв. питагорејска грешка, за коју су питагорејци знали и урачунавали су је у подешавање (штимовање).



Слика 12. Квинтни круг. Поредак чистих квинти представљен је спољном линијом, унутрашња линија приказује чисте кварте. (*НАПОМЕНА: англосаксноска нотација!*)

Питагорејска скала гради се тако што се, полазећи од тона C, прво формирају чиста кварта и квинта:[250]

$$\frac{G}{C} = \frac{3}{2},$$

$$\frac{F}{C} = \frac{4}{3},$$

док се остале ноте формирају даљим квинтним напредовањем, тј. опетованим грађењем квинти. Уколико се притом „пређе” у следећу октаву, у нижу се „враћа” множењем добијеног разломка са $\frac{1}{2}$:

$$\frac{D}{C} = \frac{3}{2}\cdot\frac{G}{C}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{9}{8};$$

$$\frac{A}{C} = \frac{3}{2}\cdot\frac{D}{C} = \frac{3}{2}\cdot\frac{9}{8} = \frac{27}{16};$$

$$\frac{E}{C} = \frac{3}{2}\cdot\frac{A}{C}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{27}{16}\cdot\frac{1}{2} = \frac{81}{64};$$

250 *Ibid.*

$$\frac{H}{C} = \frac{3}{2} \cdot \frac{E}{C} = \frac{3}{2} \cdot \frac{81}{64} = \frac{243}{128}.$$

На тај начин, однос између целих тонова износи:

$$\frac{H}{A} = \frac{G}{F} = \frac{D}{C} = \frac{\frac{243}{128}}{\frac{27}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{9}{8}}{\frac{1}{1}} =$$

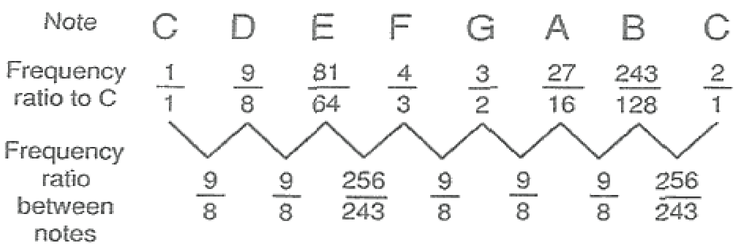
$$= \frac{432 \cdot 9}{432 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8};$$

$$\frac{9}{8} \equiv \frac{9}{8} \equiv \frac{9}{8}.$$

Однос међу полутоновима износи:

$$\frac{F}{E} = \frac{C^{(')}}{H} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{81}{64}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{243}{128}} = \frac{256}{243}.$$

Када се сви тонови, односно интервали, поређају у низ тако да чине два тетракорда, добија се питагорејска скала:



Слика 13. Питагорејска скала („B” *треба читати као* „H”). *Интервали, тј. разломци показују односе међу фреквенцијама тонова и полутонова.*

Сада је разумљивије зашто Платон узима управо разломке $\frac{9}{8}$ и $\frac{256}{243}$ да би изразио однос међу тоновима, односно полутоновима дијатонске лествице, као и то да притом има на уму једну каракстеристичну врсту дијатонских лествица – питагорејску. Такође би требало да буде јасно да се све време ради о успостављању математичких релација међу тоновима, односно да је питагорејски схваћена хармонија *par excellence* математички концепт. Такозвано Питагорино правило малих бројева налаже да су хармонични (= складни, уву пријатни) односи међу тоновима они који се могу изразити простим бројевима, а тај критеријум у скали задовољавају једино кварта, квинта и октава.[251] Отуда су питагорејци и Грци уопште све друге интервале – укључујући и терцу, која прија савременом уву – сматрали за дисонантне. Идеју о томе да суштину нашег естетског искуства у музици чине само математички односи, два и по миленијума после питагорејаца заступао је и пољски еститичар Роман Ингарден.

За разлику од музике, у којој се процес уметања тонова, односно добијања нових интервала, ограничава на размак између једног пуног и другог пуног тона, Платон је разумео да је природа самог поступка у ствари теоријска, те да се процес може потенцијално продужавати у бесконачност („Тако је потрошио већ сву мешавину из које је исецао ове делове", *Tim.*, 36 b3). „Делови" о којима је реч су односи унутар саме душе. Може се питати: односи чега? За разлику од Корнфорда, који говори о релацијама међу душиним тоновима следећи Аристотелову интерпретацију да се питагорејска хармонија космоса односила на звукове (тонове), склона сам да тврдим да се ради о односима у вези са различитим кретањима душе, где би се и сама душа могла разумети као чисто самокретање. Наиме, одмах по завшетку излагања о подели душе на „делове" на описани начин, Платон у дијалог уводи њихово кретање:

> „Цели тај састав сада је пресекао уздуж на два дела и средину сваког од њих саставио са средином оног другог у облику слова χ (*οἷον χεῖ*), а затим их кружно савио у једно, спојивши их саме са собом и међусобно на супротном крају од њиховог пресека; *увео их је затим у кружно кретање*,

251 Уп. Barker, A. (1990), стр. 74, 238 и на другим местима.

равномерно и на истом месту (*ἐν ταὐτῷ περιαγομένῃ κινήσει πέριξ αὐτὰς ἔλαβεν*), учинивши један круг спољашњим а други унутрашњим (*καὶ τὸν μὲν ἔξω, τὸν δ' ἐντὸς ἐποιεῖτο τῶν κύκλων*). Одредио је да кретање спољашњег круга припада природи Истог (*τῆς ταὐτοῦ φύσεως*), а унутрашњег природи Различитог (*τῆς θατέρου*). Природу истог завртео је удесно (у равни) стране (*κατὰ πλευρὰν ἐπὶ δεξιὰ περιήγαγεν*), а природу Различитог (у равни) дијагонале улево (*κατὰ διάμετρον ἐπ' ἀριστερά*), а већу снагу (*κράτος*) дао је кружном кретању [ношењу] Истог и *једноликог* (*τῇ ταὐτοῦ καὶ ὁμοίου περιφορᾷ*). Допустио је, наиме, да само оно буде неискидано (*ἄσχιστον*), а унутрашње кретање шестоструко је искидано на седам неједнаких кругова (*τὴν δ' ἐντὸς σχίσας ἑξαχῇ ἑπτὰ κύκλους ἀνίσους*), и то према сваком двоструком и сваком троструком интервалу будући да је од сваке врсте било по три. Одередио је да *кругови иду у међусобно супротним смеровима* (*κατὰ τἀναντία μὲν ἀλλήλοις προσέταξεν ἰέναι τοὺς κύκλους*), и да у погледу брзине три буду *једнака* (*τάχει δὲ τρεῖς μὲν ὁμοίως*) а четири неједнака, како међусобно тако и у односу на она три, али да се тај однос не мења” [*Tim*., 36 b5–d6 подвукла В. Б.].

Да би се разјаснио овај велики цитат, потребно је дати неколико прелиминарних напомена. Платон заправо тек у дијалогу *Тимај* уводи разлику између душе и тела космоса. Душа космоса није материјална, састављена од ватре, земље, воде и ваздуха, него је самопокренути ефицијентни узрок космоса:[252] „Душа се кружно креће према себи самој (*αὐτή τε ἀνακυκλουμένη πρὸς αὑτήν*)” [*Tim*., 37 a3–4]. Но, она је и његов формални узрок, пошто уноси закономерност у космос. Демијург је, по Платоновим речима, у њену унутрашњост уградио физички, телесни космос [*Tim*., 36 d7–e1]. Телесно се може уградити у душу на један од два начина: или тако што је и сама душа материјална – што отпада као могућност, јер када би била материјална не би могла бити непропадљива, а она то по претпоставци јесте – или пак у пренесеном значењу, у смислу у којем „ставити тело у душу” значи унети законитост, уређени поредак у ствари, поставити елементе физичког

252 Vlastos, G. (2005), стр. 31.

космоса у закономерну релацију. Ту свој смисао добијају појмови Истог и Различитог из наведеног цитата.

По Платону, душа космоса изграђена је управо од природе Истог и Различитог [*Tim.*, 35 a2–3]. Чини се да се то може схватити као увођење основних логичких закона у космос, и то: 1) постављања егзистенције („ $\exists A$ ”), 2) принципа идентитета („$A = A$”) и 3) принципа разлике („$A \neq \urcorner A$”).[253] Уколико је интерпретација одржива, „стављање тела у душу космоса” означавало би космичко устројство према основним логичким законима, чији је репрезент демијургов *νοῦς*. Сходно томе, „делови” Платонове „мешавине” Истог, Различитог и бића у ствари су релати основних космичких односа или пропорције, која регулише и физички космос у целини.

Космичко онтолошко догађање одвија се првобитно у парадигматској, „предматеријалној” (логичкој) равни. Пре појаве небеских тела, описани су хармоничност и аутокинеза космичке душе и та, „музичка” пропорционалност остаће непромењена и у поретку реалних путања материјалних небеских тела у геоцентричном систему грчке астрономије, који Платон у *Тимају* заступа. Мада је, по њему, космичка душа несумњиво „старија од тела” [34 c1 и даље], изгледа да то треба схватити у логичком смислу. Уносећи логичку и музичку, односно математичку законитост у физички космос, космичка душа претвара оно што би иначе било пуки контингент елемената у живи организам. Платонов језик оптерећен је антропорфизмима, али би се то у савременом контексту приближно могло тумачити на следећи начин: логички поредак претвара космос у смислену целину, *more mathematico*. Та целина је „жива”, јер је логика особина

253 Постављање егзистенције, у ствари, није логички принцип, нити је егзистенција уопште предикат. Као што је још Витгенштајн показивао у *Tractatus*-у, оно је екстралогички акт, но то није предмет актуалне анализе.

искључиво ума, а све што има ум, па самим тим и душу, мора бити живо. У основи антропорфизама и употребе метафоричких израза треба разумети Платоново трагање за општим принципима збиље, који ће важити без обзира на то да ли је „овај космос створио неко од богова или људи или је – можда – вечна ватра која се с мером пали и с мером гаси”.[254]

Психокинеза космоса: теорија времена и прелаз на астрономију

Властос истиче да је све кретање космоса, заправо, кретање душе – психокинеза.[255] То је први смисао наведеног цитата *Tim.*, 36 b5–d6. Властос и Корнфорд, вероватно ослањајући се на Плутарха [*De Audiendo* 43 a], претпостављају да је Платон приликом описивања душиних кретања имао пред собом (или у виду) посебан дијаграм који је приказивао однос северног и јужног повратника, и еклиптике.[256]

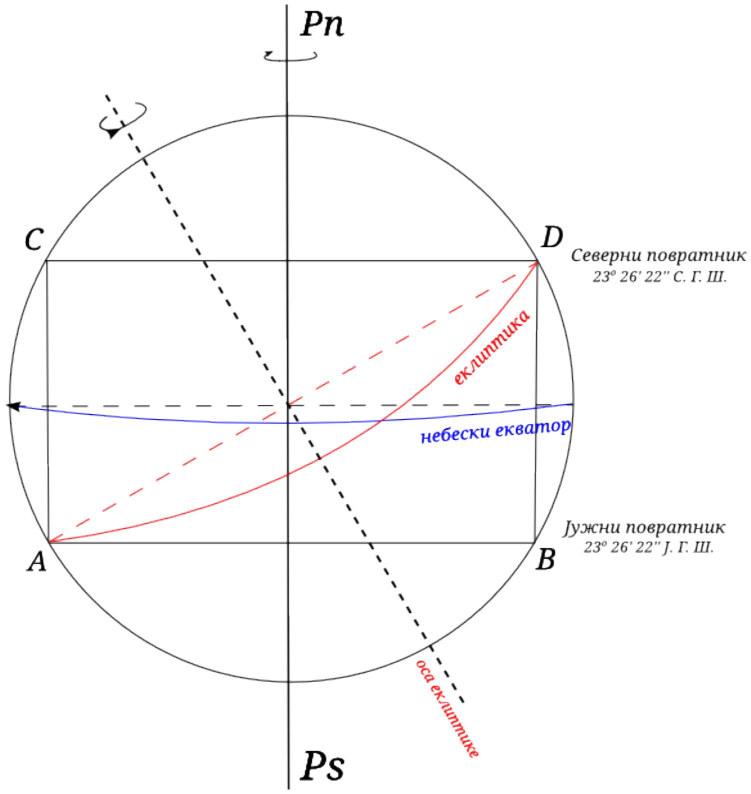
Резултат поделе „састава” душе на два „дела” односно „прстена”, који су спојени у облику слова χ и уведени у кружно кретање, јесу небески екватор и еклиптика, који се данас секу под углом од 23° 27' у тачкама пролећне и јесење равнодневице. (Угао се мења због прецесије.) Терминологијом

254 Међутим, могуће је и другачије, тексту верније тумачење. Бог се не може искључити из Платоновог космолошког дискурса. Космос *Тимаја* свакако није створио човек, али је он умна, односно смислена целина. Теолошки контекст није само важан, него је, чини се, за Платона одлучујући. Циљ демијургове космичке производње је добро, тј. космос је ради добра настао. У том погледу, *Тимај* би се повратно могао тумачити као антиципација телеолошког доказа за божју егзистенцију. Ако је космос добар, уман, смислен, значи или да сам представља умско биће или да га је неко умско биће произвело. Пошто је људски ум искључен, онда је космос бог или га је бог произвео. Дијалог допушта обе могућности. На жалост, том темом не могу се овде детаљно бавити.

255 Vlastos, G. (2005), стр. 31.

256 Vlastos, G. (2005), стр. 34; Cornford, F. M. (1997), стр. 73.

Тимаја казано, небеском екватору одговара „круг” или „прстен” Истог, који за Платона представља парадигму тзв. дневног кретања звезда (дакле, и Сунца). Ради се о привидном дневном кретању звезда са осом око северног небеског пола, које је изазвано Земљином ротацијом, па се чини да се звезде крећу кружно око Земље, од истока ка западу. Еклиптици пак одговара „прстен” Различитог. Пошто је реч о геоцентричном, а не хелиоцентричном систему, под еклиптиком не треба разумети Земљину орбиту око Сунца, већ привидно годишње кретање Сунца по небеској сфери од запада ка истоку, како изгледа гледано са Земље. По Платону, небески екватор је спољашња, а еклиптика унутрашња путања (кружница).



Слика 14. Приказ кретања космичке душе: Исто (небески екватор) и Различито (еклиптика). Дијаметри равни небеског екватора и еклиптике означени су испрекиданим линијама, као и замишљена оса еклиптике. Странице AB *и* CD *правоугаоника* ABCD *означавају Северни и Јужни повратник, док су* Pn *и* Ps *северни и јужни небески пол.*

Обе линије су за Платона – а његово схватање у томе не одступа од става античке грчке астрономије – идеалне, *реалне*, мада неопажљиве путање кретања душе. Данас знамо да се ради само о замишљеним линијама. Кретање душе схваћено је као равномерно и кружно: „Увео их је затим у кружно кретање, равномерно и на истом месту, учинивши један круг спољашњим а други унутрашњим" [*Tim*., 36 c2–4].

По свој прилици, дијаграм који је Платон имао у виду приказивао је правоугаоник *ABCD* (в. слику 14), чије су странице *AB* и *CD* представљале линије Северног и Јужног повратника – најсеверније, односно најјужније паралеле на којој се Сунце у подне појављује у зениту на дан летње дугодневице (зимске краткодневнице), када су северна, односно јужна Земљина хемисфера под највећим углом у односу на Сунце. У том случају, небески екватор (тачније, његов дијаметар) је симетрала страница *AC* и *BD*, док дијагонала *AD* означава дијаметар еклиптике.[257] Обртање Истог, као што је већ речено, регулише тзв. дневно кретање звезда, за које су Грци, због геоцентричне хипотезе, веровали да је стварно. Према Платону, оса небеског екватора („природе Истог") ротира константном брзином са лева на десно, односно са истока на запад, док замишљена оса еклиптике – Платон је не помиње – ротира са десна на лево, од запада ка истоку [*Tim*., 36 d1–2]. Кетање са лева на десно је кретање од истока ка западу, јер се гледајући лицем из северне хемисфере према југу исток налази на левој, а запад на десној страни. Изгледа да је то било традиционално питагорејско схватање, које је прихватао и Платон.[258] Гледано са Земље, због Земљине ротације, цео небески свод креће се од истока ка западу (дневно кретање звезда), док се годишње кретање планета

257 Уп. Платон (1981), стр. 149, фуснота 55; Cornford, F. M. (1997), стр. 73.

258 Уп. Платон (1981), *loc. cit*.

одвија од запада ка истоку.

По претпоставци, небески екватор креће се кружно већом брзином од еклиптике и једна његова ротација догоди се за један дан [*Tim.*, 36 d1, 39 c1]. У геоцентричној парадигми, то је период једне револуције звезда стајачица око непокретне Земље. У хелиоцентричној, која рачуна са тим да је привидно дневно кретање звезда последица Земљине ротације, период једне комплетне ротације износи 23 *h* 56′ 4,09″ или један сидерички дан, колико је Земљи потребно да се окрене око своје осе.

Управо на овом месту види се оригиналност и дубина Платонових увида. Темељећи своју космологију на астрономским открићима до којих је та наука дошла до његовог времена, Платон, баш као и антички грчки астрономи, време везује за кретања небеских тела. Изузев, можда, код питагорејаца, то је, колико је мени познато, прво експлицитно одређење времена преко кретања небеских тела у античкој грчкој филозофији. Платон дефинише време као „покретну слику вечности (*εἰκὼ κινητόν τινα αἰῶνος*)", „вечиту слику која протиче у складу с бројем (*κατ᾽ ἀριθμὸν ἰοῦσαν αἰώνιον εἰκόνα*)" [*Tim.*, 37d4, 5]. Објашњење следи одмах у наставку: „Јер дани и ноћи, месеци и године *пре постанка неба нису постојали* (*ἡμέρας γὰρ καὶ νύκτας καὶ μῆνας καὶ ἐνιαυτούς, οὐκ ὄντας πρὶν οὐρανὸν γενέσθαι*)" [37e1–2, подвукла В. Б.]. (Термини „*κόσμος*" и „*οὐρανός*" у дијалогу употребљени су синонимно.) Ради се о повезивању идеје времена са револуцијама небеских тела (тј. са ротацијама њихових „прстенова"), што је, без обзира на митске оквире дискурса *Тимаја* и на погрешну геоцентричну хипотезу у основи, *par excellence* научна замисао. Нема никаквих митских бића, време у *Тимају* није објашњено космогонијски него астрономски, и то у изворном грчком значењу.[259] Платон, штавише, феномен времена везује, изузев наравно за звезде стајачице, за тзв. „лутање”, тј. револуције планета („луталица”, *πλάνη* < *πλανάω* = лутам), што је овде од значаја јер полако уводи у главни део овог излагања и кључни проблем античке грчке астрономије – проблем објашњења ретроградације, у историји науке и филозофије познат као *salva phaenomenis* (*salva aparentiae*). Но, најпре треба описати целину његовог физичког космоса.

Основне поставке Птоломејевог геоцентричног система и Платоновог космоса. Распоред планета и једно могуће тумачење космичке хармоније

За разлику од небеског екватора, чије је кретање по Платону „неискидано (*ἄσχιστον*)”, еклиптика је подељена шестотсруко на седам неједнаких „делова” [*Tim*., 36 d1–2]. Ти „делови” су путање планета Платоновог космоса. Постоји седам концентричних путања приближно у једној истој равни, равни еклиптике,[260] по којима се различитим брзинама и у међусобно супротним смеровима крећу небеска тела; или, у интелигибилној равни душе, то је седам различитих кретања у једној и једно кретање у другој равни – у равни небеског екватора. Геоцентрични систем од седам небеских тела античке грчке астрономије плус тзв. звезде стајачице, који чини и Платонов космос, своју интелигибилну парадигму има у космичкој души. Путањама и небеским телима

259 Грци су астрономију разумели као науку о календару, дакле, о времену, док су оно што ми називамо астрономијом, шире одређеном као наука о небеским објектима и појавама, називали астрологија. – Lasserre, F. (1964), стр. 144. Уп., на пример, *Met*., 1073 b 4–6: „[...] *τὸ δὲ πλῆθος ἤδη τῶν φορῶν ἐκ τῆς οἰκειοτάτης φιλοσοφίᾳ τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν δεῖ σκοπεῖν, ἐκ τῆς ἀστρολογίας.*”

260 Заправо у равни Зодијака, појаса који се простире 8° северно и јужно од еклиптике.

физичког космоса у идеалном одговарају „чиста” самокретања светске душе и тек то двоје заједно чине целину космоса.

Уколико се душа Платоновог космоса схвати као идеја, њена „чиста самокретања”, сходно интерпретацији коју заступам, треба схватити као принципе космичких кретања. По Геминусу, основно почело кретања небеских тела поставили су још питагорејци. У питању је принцип правилног константног кретања небеских тела [*Isagoge* I, 19–21].[261] Претпостављало се да се револуције планета, Сунца и звезда стајачица око Земље одвијају константном брзином по правилним, кружним путањама – небеском екватору и еклиптици (или у појасу Зодијака). Та метафизичка хипотеза битно је обележила античку грчку астрономију у целини. Захваљујући томе што се од ње није одустајало, главни проблем античке грчке астрономије било је тзв. „чување феномена” (*salva phaenomenis*), које се може формулисати у виду питања: полазећи од претпоставке о правилном, равномерном кретању небеских тела, како објаснити ретроградацију, појаву да се посматрано са Земље планете не крећу равномерно кружним путањама, већ скрећу, праве петље, убрзавају и успоравају? Како ће се показати, тога је био свестан и Платон.

Платонов геоцентрични космос, углавном, садржи све касније формулисане одредбе Птоломејевог система [уп. *Ptol. Synth.,* I]: 1) небо је сферно и ротира као сфера; 2) Земља је сфера; 3) Земља је центар космоса; 4) у односу на удаљеност од звезда стајачица, Земља има занемарљиву величину и треба је третирати као материјалну тачку [*Ptol. Synth.,* I. 6]. Последња одредба је Птоломејева, док су преостале четири

261 Наведено према: Knorr, W. R. (1990), стр. 325. Овај аутор пак сматра да се не ради о изворно питагорејском ставу, него о накнадном неопитагорејском „учитавању” у питагорејске погледе V века.

предсократовске. То да је небо сферно и да се обрће као сфера поставили су још питагорејци. Парменидова је поставка о Земљи као сфери, а Анаксимандар је први који ју је поставио у центар космоса. Питагорејци су држали да је у центру космоса вечна ватра око које се крећу Земља, Сунце и сва друга небеска тела. Платон је пак веровао у геоцентрични космос и уопште, заступао је све одредбе птоломејске парадигме, наравно, изузев последње.

У центру Платоновог космоса је Земља. Круг небеског екватора, круг је или путања звезда стајачица (*stellae fixae*) – небеских тела за које, посматрано са Земље, изгледа да се не крећу у односу на друге звезде ноћног неба. Платон је веровао да се ове звезде крећу око Земље, тачније, да бивају „ношене”. Античка грчка астрономија није знала са сопствено кретање небеских тела, већ га је схватала као обртање прстенова или обручева за које су та тела „прикована”; нису се кретале звезде и планете него су се обртали прстенови на којима су оне биле ношене („*ταῖς φοραῖς τῶν ἄστρων*”, *Met*., 1073 b 2).[262] Стога их је Аристотел и називао „*τὰ φερόμενα*” = оно што је ношено („ношевине” у Ладановом преводу), [*Met*., 1073 b 8].

Отуда се путање планета Платоновог и уопште, птоломејског космоса не могу поистоветити са орбитама. Ово најпре стога што се појам орбите дефинише преко појма силе, у случају небеских тела преко појма гравитације, за коју Грци нису знали;[263] затим, стога што се појам орбите *de facto* не

262 Платон (1983), стр. 400, фуснота 76 (Б. Павловић).

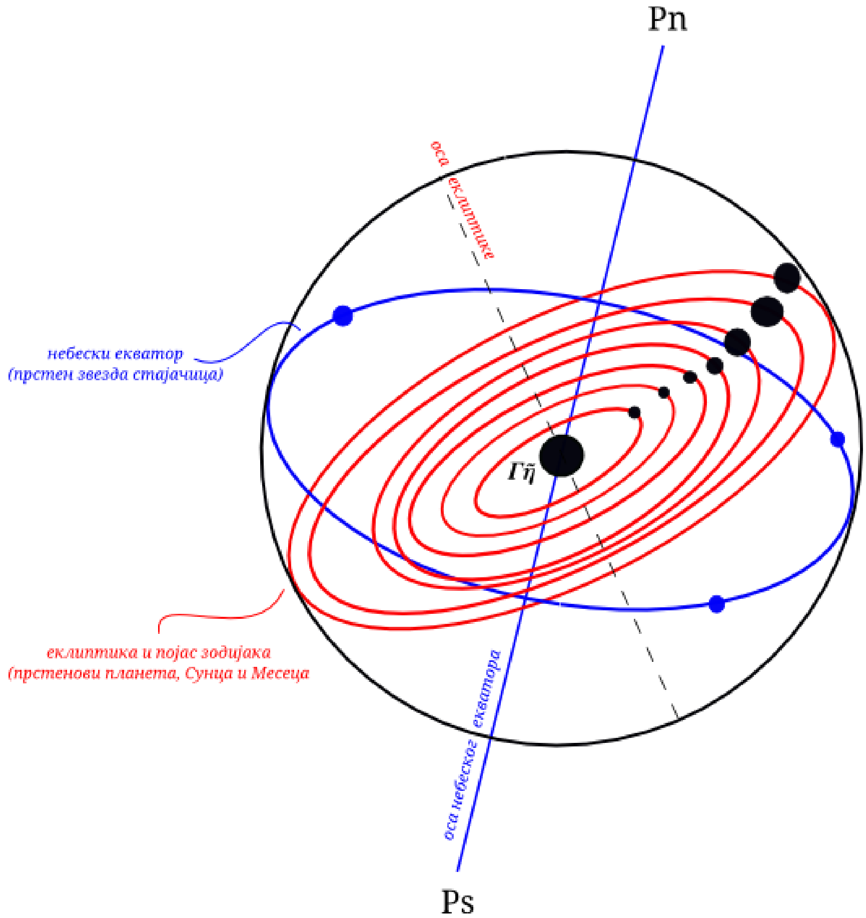
263 Ласер сматра да Еудоксов модел хомоцентричних сфера фактички антиципује гравитацију. То је мало вероватно, пошто је концепт гравитације потпуно стран грчком мишљењу; но, превасходно јер је поменути модел геометријски и у њему нема никаквог помена на било шта што би се, макар и у минималном смислу, могло довести у везу са појмом масе. Стога довођење у везу античких грчких појмова или модела у везу са кључним открићем модерне физике не представља више до модерним образовањем мотивисано „учитавање”. Грчка мисао у датом погледу не иде даље од центра „математичке симетрије”. – В.

јавља пре Кеплера, што значи да је у овде релевантном контексту у битној вези са хелиоцентричном парадигмом. У Сунчевом систему – а то је, у крајњој линији, референција грчког појма космоса – орбите планета су елиптичног облика и Сунце није у центру, него у једној од жижа (I Кеплеров закон). Насупрот томе, античка грчка астрономија је од Хипарха са Родоса (можда чак и од Аполонија, којем се приписује откриће модела епицикла и деферента), претпостављала да је Земља у ценру кружних револуција небеских тела. Еудокс, који је пре Аполонија и Хипарха направио геометријски модел ретроградације, полазио је од исте претпоставке. Затим, Грци су постављали да се планете крећу око Земље константном брзином, док је Кеплер показао да се ради о убрзаном кретању, при чему брзина зависи од удаљености планете од Сунца (II Кеплеров закон). Трећим Кеплеровим законом установљава се да су кубови раздаљина планета од Сунца пропорционални квадратима периода њихових револуција (сидеричких периода). За све ово Грци нису знали нити су могли знати, па стога употреба термина „орбита” у њиховој парадигми није примерена.

Вратимо се Платоновом космосу. „Подели” круга Истог на седам „делова”, у физичкој равни одговара седам концентричних кружних путања небеских тела, чије се револуције око Земље одвијају у појасу Зодијака. Полазећи од Земље (*Γῆ*) која је у центру, прстенови небеских тела нижу се, редом, на следећи начин [*Tim*., 38 c3–d3 и даље, в. слику 15]:

1) лунарни обруч (*σελήνη*);
2) соларни обруч (*ἥλιος*);
3) обруч Венере (*ἑωσφόρος*)

Lasserre, F. (1964), стр. 124–68; уп. *Phd*., 109 a1–2, Деретић, И. (2014), стр. 186.



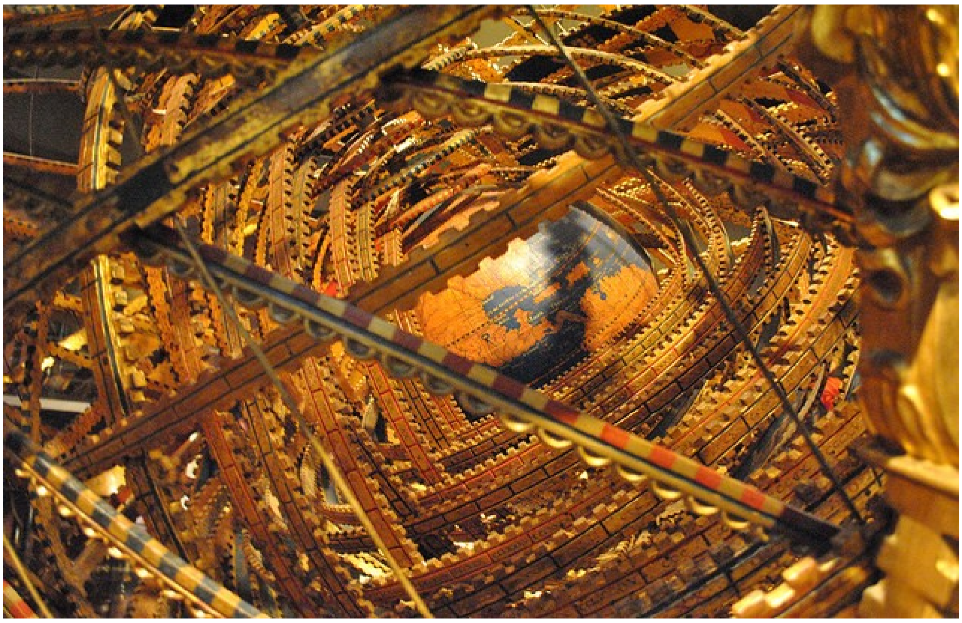
Слика 15. Платонов космос

4) обруч Меркура (*τὸν ἱερὸν Ἑρμοῦ*, „Хермесу посвећена”);[264]
5) обруч Марса (*Ἄρης*, *Epin.*, 987 c4);
6) обруч Јупитера (*Ζεύς*, *Epin.*, 987 c4);
7) обруч Сатурна (*Κρόνος*, *Epin.*, 987 c3);
8) прстен звезда стајачица (*τὰ ἄστρα ἀπλανῆ*, „звезде које не лутају, божанска и вечита жива бића која увек остају на истом месту окрећући се на исти начин”, *Tim.*, 40 b3–4) – небески екватор.

Изузев у томе што Земљу не третира као материјалну тачку и у различитом положају појединих небеских тела у два

264 М. Пакиж истиче да управо у *Тимају* планете први пут у грчкој литератури добијају властита имена. Марс, Јупитер и Сатурн не помињу се именом у овом дијалогу, па је наведен њихов назив из *Епиномиса*. – Платон (1981), стр. 151.

система, Платонов космос разликује се од Птоломејевог по томе што претпоставља да су небеска тела ношена у обручима, док Птоломеј претпоставља небеске сфере [в. *Ptol. Synth.* и *Plan. Hyp.*]. Платонов космос има облик *armillae*, обручасте сфере (в. слику 16).[265] Сунце је друга планета у односу на Земљу, док се оно код Птоломеја налази у четвртој небеској сфери. Такође, у потоњој концепцији Меркур је ближи Земљи од Венере, али посматрано у односу на Сунце, Венера је и код Птоломеја ближа Сунцу. У односу пак на космологију *Државе*, изнету у оквиру чувеног мита о Еру, може се казати да је, упркос сличностима, приказ космоса у *Тимају* развијенији и донекле растерећенији митских слика [уп. *Resp*., 616 b3–617 d1]. Са друге стране, у Еровој космолошкој



Слика 16. Обручаста сфера (*детаљ*), *Гелилејев музеј у Фиренци.*

визији космос је приказан као сфера која у својој унутрашњости садржи још седам концентричних сфера различите величине, уклопљених једна у другу као руске

265 Cornford, F. M. (1997), стр. 75.

„матрјошке”, па је митски космос *Државе* по облику сличнији Птоломејевом него што је то космос *Тимаја*.[266]

Што се тиче растојања планета[267] од Земље, те њихових међусобних растојања, тај део Платонове космологије могуће је тумачити на неколико начина. Прва могућност подразумева да нумеричке вредности тих растојања чине

Слика 17. Птоломејев геоцентрични космос

266 Платон у *Resp*., 616 с не употребљава експлицитно термин „*σφαῖρα*” него „*περιφορά*”, који је у грчком језику примарно означавао ношење, али и кружно кретање. Но, Платон га на наведеном месту, као и у *Theaet.*, 153 d1, користи управо у значењу „ротирајуће небеске куполе” (према Лидел-Скотовом лексикону грчког и енглеског језика: http://www.perseus.tufts.edu/hopper/morph?l=perifora%2Fs&la=greek&can=perifora%2Fs0&prior=ta#lexicon). [15. 10. 2015.] Израз употребљен у *Resp*., 616 d1 је „*σφόνδυλος*” = омотач.

267 Грци су неретко у планете убрајали и Сунце и Месец. Код Платона то није случај. Мада се повремено у *Тимају* и сам служи „популарном” терминологијом [на пример, 38 с 5–6], у Законима пак инсистира да се ти термини не мешају [*Leg*., 821 b9]. – Vlastos, G. (2005), стр. 32–3, 101. Ради једноставности израза, понекад ћу, као на овом месту, синонимно употребљавати термине „небеска тела” и „планете”.

непрекидну геометријску пропорцију, односно: Месец – 1, Меркур – 2, Венера – 3, Сунце – 4, Јупитер – 9, Марс – 8, Сатурн – 27.[268] Та интерпретација се, наравно, не може искључити. Но, не види се онда зашто би Платон улагао толики напор у „хармониовање” космичке душе, тј. зашто би односе унутар ње настојао да уреди у аналогији са односима међу тоновима дијатонске скале. Са друге стране, ако је до хармонизовања стало, ништа не стоји на путу томе да се оно припише односима међу брзинама револуција небеских тела, тј. њихових „утицајних кругова”. У том случају, односи међу растојањима између небеских тела, укључујући ту и Земљу, и даље би могли бити описани геометријском прогресијом.

Треће могуће тумачење, које заступају поједини савремени интерпретатори, је да растојања међу планетама одражавају односе међу тоновима музичке скале.[269] Путоказ за то тумачење може се наћи у *Познавању природе* Плинија Старијег. Наиме, у XX глави друге књиге овог списа, Плиније каже:

„Употребљавајући термине који се користе у музици, Питагора понекад назива раздаљину између Земље и Месеца тоном; од Земље до Меркура претпоставља да је половина овог простора, а отприлике је исто толико од њега до Венере. Од Венере до Сунца је тон и по; од Сунца до Марса тон, исто колико је од Земље до Месеца; од њега има пола тона до Јупитера, од Јупитера до Сатурна исто пола тона, а одатле тон и по до Зодијака. Према томе, има седам тонова, које он назива *διὰ πασῶν* хармонија, што значи цео круг тонова (*διὰ πασῶν*, *omnibus tonis contextam harmoniam*). У овоме, речено је да се Сатурн креће у Дорском темпу, Јупитер

268 Lasserre, F. (1964), стр. 162–3: „Вођени идејом да космос мора садржати различите врсте савршенства, астрономи и филозофи до Платона закључили су да се и растојања међу планетама морају изражавати симетријама естетских односа… И сам Платон, следећи пример неких питагорејаца, опросторавао је кругове планета пропорцијама аритметичке, геометријске и хармонијске средине, што не би чинио да није сматрао да космосом влада хармонија – слика најсавршенијег савршенства.”

269 McClain, E. G. (1978).

у Фригијском и тако даље за остале; али ово је префињеност, пре занимљива него корисна” [*Plin. Nat*., 2. 20].

Нешто раније, у III глави исте књиге *Познавања природе*, Плиније је изразио скепсу поводом питагорејског становишта о музици космоса, речима:

„Не могу да кажем ни да ли је звук изазван вртложним кретањем тако велике масе [планета] прејак, нити да ли, можда, одјекивање толиког броја звезда које су истовремено кружно ношене по својим орбитама производи дивну хармонију невероватне љупкости. Нама, који смо у нижим сферама, делује да свет и дању и ноћу нечујно клизи” [*Plin. Nat*., 2. 3].

Овде није толико значајан ауторов критички став према учењу о музици космоса; он није споран, не у научном смислу. Занимљиво је да понуђена другачија могућност тумачења питагорејског учења о музици космоса – управо она у којој се космичка хармонија тумачи као музички склад, а у ствари као карактеристичан математички однос раздаљинâ. Са тог становишта је такође могуће тумачење Платонове космологије у *Тимају*.

Ипак, коначни одговор на питање која од три понуђене интерпретације важи – под претпоставком да их нема више од три – није могућ стога што у извесној мери зависи од тумачења смисла питагорејског учења о сазвучју космоса, које само по себи није транспарентно. Али још више од тога, поставља се питање његове херменеутичке оправданости. Хипотеза о космичкој хармонији нема научни карактер. Чак и из телеолошке перспективе, рекло би се да космос неће бити мање смислен, ни демијург мање уман ако његово дело не одражава музичке интервале. Односи међу растојањима, самом чињеницом да је реч о односима, морају моћи бити нумерички, тј. математички изражени.

Но, овде се, изгледа, ради управо о супротном. Мада су ирационалне величине у Платоново доба већ увелико биле познате, од њих су филозофи и даље „зазирали” [уп. *Resp*., 534 d3–5]. Већ због тога што садржи звезде, космос је био нека врста божанског поретка [*Tim*., 40 b4], стога је несавршеност *a priori* морала бити искључена. Отуда, сви космички односи требало је да буду самерљиви – несамерљивост је *ἄλογος* = без ума и смисла (*ἀ-λόγος*). Њено увођење у свет значило би, у крајњем, *reductio ad absurdum* не само смисла него и света као таквог, уколико је он *κόσμος* = ред, поредак, склад. Етимолошки мотиви имали су тежину метафизичких разлога. Но, више од тога, показује се да су и како математичка открића утицала на грчки *Weltanschauung*, а посебно на Платонову позну космологију. Из те и чини се, примарно из те перспективе има значаја питагорејско учење о космичкој хармонији. У његовом основу није идеја о музичкој изградњи Атињаниновог света, него о његовој математичкој заснованости. Платоновски схваћена космичност (*σωφροσύνη*) и хармонија светске душе стога не би биле никакво митско „певање сирена”, како је то било представљено у Памфилчевој визији – оне би означавале темељну и логички утемељену закономерност и аутономију васељене.

***Држава*, *Тимај*, *Државник*: Платон и проблем ретроградног кретања?**

Најпре је потребно дати једно терминолошко разјашњење. Под ретроградним кретањем подразумевам привидно ретроградно кретање, не ретроградно орбитално кретање, које савремена астрономија углавном објашњава као кретање у супротном смеру од смера ротације небеског тела које је центар орбите. Термин „ретроградно орбитално кретање” примарно се односи на револуције небеских тела, али се може односити и на ротацију или пак на феномен гравитацијом изазваних промена положаја осе ротације планета (прецесија, нутација итд.). У Сунчевом систему, све планете орбитују у смеру у којем се одвија Сунчева ротација (тзв. директан или математички позитиван смер, супротан смеру кретања казаљке на сату). Венера и Уран имају ретроградне *ротације,* док ретроградне револуције имају само поједини сателити. Појам ретроградног орбиталног кретања, као орбиталног, у битној је вези са идејом силе (гравитације) и не постоји у античкој парадигми. Оно што античка грчка астрономија назива ретроградним кретањем, или ретроградацијом, јесте привидно ретроградно кретање.

Појмом привидног ретроградног кретања описује се појава да посматрачу са Земље изгледа као да се планете крећу у смеру супротном од смера кретања осталих небеских тела на ноћном небу, посматрано у односу на неку референтну тачку (обично су то Зодијак или звезде). У античкој грчкој астрономији за референтну тачку узимане су звезде стајачице, пошто је изгледало да оне никада не мењају положај на ноћном небу. Због Земљине ротације, на Земљи изгледа као да се небески свод креће од истока према западу (дневно кретање звезда – основ за постављање геоцентричне хипотезе у антици), док се већина планета привидно креће од запада према истоку у односу на звезде стајачице (привидно проградно или директно кретање). Када изгледа као да се планета креће у супротном смеру, тј. у смеру од истока ка западу, говори се о привидном ретроградном кретању. У стварности, ради се о директном орбиталном кретању.

Данас знамо да је привидно ретроградно кретање последица Земљине ротације. Стога, мада се (привидна) ретроградација традиционално везује везује за Венеру и Меркур, због Земљине ротације као и због кретања самих планета, гледано са Земље, све планете Сунчевог система један део времена крећу се ретроградно. У наставку текста углавном нећу употребљавати термине „привидно ретроградно кретање” или „привидна ретроградација”, већ „ретроградно кретање”, „ретроградација”, мислећи притом увек и искључиво на феномен привидног ретроградног кретања. Уколико буде било потребе за увођењем појма стварне ретроградације небеских тела, да не би било забуне употребљавћу термин „ретроградно орбитално кретање”. Антички проблем објашњења ретроградације је, дакле, проблем објашњења привидног ретроградног кретања планета у Сунчевом систему.

Проблем објашњења ретроградације је, како исправно примећује Лојд, „угаони камен античке грчке астрономије”.[270] Ретроградација се, конкретно, односи на феномен да се, гледано са Земље, планете, које се већину времена крећу од запада ка истоку, повремено заустављају, крећу назад према западу („праве петље”), затим се поново заустављају, да би потом убрзано наставиле кретање од запада ка истоку. То заустављање, мењање смера кретања и враћање на уобичајени смер назива се ретроградација. Пошто се све планете Сунчевог система, гледано са Земље, један део времена крећу на овај начин, Грци су их назвали „луталицама (*πλάνητες/ πλάνη*)” – име које су ова небеска тела задржала до данас. Као што је већ речено, узрок ретроградације је Земљина ротација и кретање саме планете која се посматра. У стварности, планете Сунчевог система не мењају смер ни секторску брзину кретања, него се све време крећу директно и „правилно”.

Платону је феномен ретроградног кретања познат.[271]

270 Lloyd, G. E. R. (1978), стр. 202.

271 Уп .Vlastos, G. (2005), стр. 99.

Уопште, његова визија космоса, како она у *Држави* тако и она у *Тимају*, пачива на предсократовској космологији, но и на астронимским открићима његовог времена. Отприлике 40-их година V в., Енопид са Хиоса „открио" је искошеност еклиптике у односу на небески екватор (чини се да је то научио од Египћана, а да се његов допринос састојао у исправљању размера угла искошености, тј. да је израчунао да је тај угао једнак углу правилног петнаестостраног полигона); затим, у Платоново време већ је откривено свих пет планета Сунчевог система за које је грчка астрономија знала; Еуктемон и Метон су 30-их година V века открили неједнакост астрономских годишњих доба, извршили су реформу календара, итд.[272] Сва та открића Платон је инкорпорисао у космологију *Тимаја*: нагнутост (*πλάγιος*, тј. постављеност „попречно") еклиптике у односу на небески екватор, различити привидни смер кретања небеског свода и планета, дневно и годишње привидно кретање Сунца итд. Његов систем, поред Сунца, Месеца и звезда стајачица, садржи осталих пет планета [*Tim*., 39 a1, 38 c5 – 39 a1], а укључује и

272 Vlastos, G. (2005), стр. 36–40 и даље, 104–5, и на другим местима. Еуктемон и Метон посматрали су тачке краткодневица и дугодневица (еквиноција и солстиција) да би открили дужину тропске године. На основу опсервација закључили су да време које потребно Сунцу да из тачке пролећне равнодневице, ходом по еклиптици, стигне до тачке летње дугодневице износи 90 дана, колико му је, такође, потребно да из тачке летње дугодневице стигне у тачку јесење равнодневице. Неочекивано, открили су да време проласка из тачке јесење равнодневице до тачке зимске кракодневице износи 92 дана, док је 93 дана Сунцу било потребно да из тачке зимске дугодневице поново стигне у тачку пролећне равнодневице. По Властосовом мишљењу, То откриће утолико је значајније, уколико се има у виду „грчка опседнутост симетријом". Како овај аутор истиче, Еуктемон и Метон могли су да се спасу труда опсервације, само да су време за које Сунце, полазећи из тачке пролећне равнодневице, поново стигне у ту тачку, поделили са четири, као што су то урадили Вавилонци; чињеница да они то пак нису учинили, за Властоса је еклатантни пример тога како је раније у Грчкој негована спекулативна астрономија полако почела да уступа места емпиријској (стр. 38).

ретроградно кретање. Скрећући пажњу на *Tim.*, 40 c1–d1, место у којем се помињу феномени јукстапозиције (*παραβολή*), конјукције, опозиције планета, помрачења Сунца и Месеца, те ретроградације (*ἐπανακύκλησις καὶ προχώρησις*), Властос примећује да је Платон био у току са открићима и појмовима опсервационе астрономије његовог времена.[273]

На пример, у Еровој визији [*Resp.*, 616 c1–617 d1], која садржи стегнуту и алегоризовану верзију космоса *Тимаја,* космос је описан као вретено, које се у целини креће кружно, односно униформно ротира око своје осе: „*κυκλεῖσθαι δὲ δὴ στρεφόμενον τὸν ἄτρακτον ὅλον μὲν τὴν αὐτὴν φοράν* […]” [*Resp.*, 617 a3–4]. *Τὴν αὐτὴν φοράν* дословно значи „исто ношење”, у смислу у којем су планете ношене на својим прстеновима или „утицајним круговима”; „исто (*αὐτήν*)” треба разумети као „истом брзином”. Дакле, ради се о равномерном или униформном кружном кретању (Грци нису знали за радијално убрзање). Важно је ово „у целини (*ὅλον*)”. То да систем у целини ротира равномерно, не повлачи да се и саме планете крећу равномерно, али ни да се крећу убрзано. Уобичајен је став међу интерпретаторима да се ради о униформним револуцијама.[274]

Међутим, ово не важи за Меркур. Платон у *Држави* каже: „Треће место по брзини обртаја заузима четврти круг [круг Меркура – прим. В. Б.], за којег су држали да има

---

273 Vlastos, G. (2005), стр. 51.

274 Тако, међутим, не мисли и Кнор. Из митске слике дате у *Држави* о томе како Суђаје рукама „регулишу” кретање космоса, овај аутор дедукује да је Платон иницијално претпостављао убрзано кретање космичких сфера, те космоса у целини. Та интерпретација није оповргљива, с обзиром да се ради о покушају да се у једну, у бити произвољну митску слику учита модерна концепција о убрзаном кретању. Осим тога, Кнорова интерпретација противречи основном ставу античке астрономије и космослогије – хипотези о униформном кретању небеских тела. – Knorr, W. R. (1990), стр. 315 и даље.

ретроградно кретање (*τὸν τρίτον δὲ φορᾷ ἰέναι, ὡς σφίσι φαίνεσθαι, ἐπανακυκλούμενον τὸν τέταρτον*)” [*Resp*., 617 b1–2, подвукла В. Б.]. *Ἐπανακυκλέω* дословно значи „враћам се”, па би превод био „четврти круг се враћа”, односно „креће се унатраг”.[275] Термин се у античкој грчкој науци употребљавао за ретроградацију. У том контексту га и Платон употребљава [уп. *Tim*., 40 c5, *Stat*., 269 e3, 270 b5].

Са Тимајем је ствар унеколико комплекснија. У *Tim*., 38 d1–3, Платон каже: „Месец [је бог поставио] на прву путању око Земље, Сунце на другу изнад Земље, Даницу и планету за коју се каже да је посвећена Хермесу тако да иду кругом једнаке брзине Сунчевом, али да импулс који су примиле буде супротног смера од његовог (*ἑωσφόρον δὲ καὶ τὸν ἱερὸν Ἑρμοῦ λεγόμενον εἰς τὸν τάχει μὲν ἰσόδρομον ἡλίῳ κύκλον ἰόντας, τὴν δὲ ἐναντίαν εἰληχότας αὐτῷ δύναμιν*)” [*Tim*., 38 d1–3]. Осим што је преводилац увео појам из модерне физике, ово место обично се тумачи као објашњење ретроградног кретања. Платон, наиме, говори о моћи (*δύναμις*), коју су примили Меркур и Венера, да се крећу у смеру исток-запад за разлику од, како се чини, свих осталих небеских тела, чије се револуције обављају у смеру запад-исток. Од кога или од чега су примили ту моћ? Једино од чега су могли да је приме су звезде стајачице, тј. њихово кретање.

У геоцентричном моделу, какав су Платонов и Птоломејев, претпоставља се да се најбрже крећу управо ове звезде, „утицајни круг” Истог, који се окрене једанпут за 24 часа [*Tim*. 39 c1, *Resp*., 617 a4]. Сви остали „утицајни кругови” крећу се спорије и у супротном смеру. Сада долази на ред „споран” део. Платон, наиме, претпоставља да цео систем добија кретање од кретања прстена Истог, који читав космос

275 Тако преводи Барнет. – Burnet, J. (1903).

на неки начин „стављa у погон.” Са друге стране, уобичајене револуције планета догађају се под „утицајем” кретања круга Различитог. Ова „крипто”-објашњења треба расветлити. На основу реченог следи да се револуције Венере и Меркура наводно обављају у смеру исток-запад и да до тога долази зато што су ове планете из неког разлога под „утицајем” кретања круга Истог. У том смислу, могло би се тумачити да је њихово кретање у супротном смеру заправо, модерном терминологијом казано, последица дејства гравитације звезда стајачица. Наравно, то треба схватити само као аналогију, јер оно што, по Платону, узрокује ретроградацију Венере и Меркура није сила – античка мисао не располаже тим појмом, не у модерном смислу, који је за нас једини релевантан – већ кретање звезда стајачица. Последњи податак веома је значајан и на њега ћу се изнова осврнути.

Под претпоставком да се ствари тумаче на предложени начин, поставља се питање да ли су револуције Меркура и Венере, како су описане на овом месту, примери ретроградног кретања. Ако се ретроградација догађа због утицаја кретања звезда стајачица – шта год то за сада значило – није јасно зашто привидно ретроградно кретање имају једино Венера и Меркур (или у *Држави*, само Меркур), а не и све планете, што би морало бити случај.[276] Или, ако не ретроградују све планете, зашто то чине Венера и Меркур, а не Сатурн и Јупитер, који су много ближи звездама стајачицама, па би тим пре морали бити под „дејством” њиховог кретања? Коначно, ако се кретање Венере и Меркура све време и униформно одвија ка западу, онда њихово кретање заправо није ретроградно, јер ретроградација је привремено убрзано кретање у супротном

276 Властос, такође, поставља ово питање. Међутим, он говори о ретроградацији Марса (*Држава*), започињући бројање од прстена звезда стајачица а не од прстена Месеца. – Vlastos, G. (2005), стр. 106.

смеру са малим одступањем од уобичајеног правца. Осим тих повремених „ексцеса”, револуције планета обављају се мање-више правилно. Стога револуције Венере и Меркура, како су описане на наведеном месту у дијалогу, не би биле ретроградације већ „правилно” кретање, мада у супротном смеру, баш као што је то случај са кретањем звезда-стајачица.

Платон, наиме, зна шта је ретроградно кретање и зна да то није униформна револуција ка истоку, већ „враћање кружних путања звезда које лутају (*πλάνη*) једне према другој, праћено убрзаним напредовањем (*παραβολὰς ἀλλήλων, καὶ περὶ τὰς τῶν κύκλων πρὸς ἑαυτοὺς ἐπανακυκλήσεις καὶ προχωρήσεις*)” [*Tim.*, 40 c3–4]. На овом нивоу не може се поуздано тврдити да је за Платона ретроградација само појава, привидна промена смера кретања планете уз успоравање и убрзано напредовање. Но, уколико је он доиста разумео појам ретроградног кретања, морао је разумети и да се ради о привидном кретању, чак и у античкој парадигми. Такође, морао је разумети и то да до привидног ретроградног кретања долази за време или у току уобичајене револуције, не ради се о непрекидној привидној револуцији од истока ка западу.[277] Уколико је то тако, како је могуће да се Платону „подвукао лапсус” на раније наведеном месту, којим се сугерише управо супротно?

Властос даје примедбу од одлучујућег значаја: *locus* грешке није Платоново неправилно разумевање феномена ретроградације, већ неадекватан превод места *Tim.*, 38 d3–6.[278] По њему, када би се „*τὴν δὲ ἐναντίαν εἰληχότας αὐτῷ δύναμιν*” доиста тумачило као „примиле су супротан смер кретања”,

277 *Ibid.*

278 Vlastos, G. (2005), стр. 106–7.

како то чини Мартен и како је од њега постало уобичајено,[279] то би од Платона направило „таквог игноранта у области астрономије да његова становишта у тој области уопште не би била вредна разматрања."[280] Став да револуције Меркура и Венере имају супротан смер од смера Сунчевог годишњег кретања имао би за последицу то да је Платонова теорија о кретањима небеских тела у очигледној противречности са опсервационим чињеницама.[281] Укључивање појма „*δύναμις*" је стога од одлучујућег значаја (што наш преводилац и чини) јер омогућава да се Платонов исказ правилно схвати – наиме, у вези са ретроградацијом, која се привидно догађа, још једном треба истаћи, само у једном сегменту времена иначе правилних револуција прстенова небеских тела.

Да ли је Платон за узрок привидног ретроградног кретања сматрао кретање Истог, односно звезда стајачица? У тексту нема основа за такав закључак. Платон констатује да

---

279 „Lucifer et l'étoile sacrée de Mercure *dans de cercles dont la révolution égale en promptitude celle du soleil, mais dont le mouvement est dans le sens contraire au sien*, de sorte que, de ces trois astres, le soleil, Mercure et Lucifer, chacun atteint les autres et est atteint par eux également." – Martin, T. H. (1841), *Études sur le Timée de Platon. Tome Premier*, Paris: Ladrange Libraire-Éditeur quai des Augustins 19, стр. 105 [подвукла В. Б.], доступно на: https://archive.org/stream/tudessurletimed00unkngoog#page/n122/mode/2up [15. 12. 2014.];
такође, уп. Martin, T. H. (1841), *Études sur le Timée de Platon. Tome Second*, Paris: Ladrange Libraire-Éditeur quai des Augustins 19, стр. 66 и даље, доступно на: https://archive.org/stream/etudessurletime00martgoog#page/n72/mode/2up [15. 12. 2014.].
Као што се може приметити, у свом преводу спорног текста Мартен уопште не помиње *δύναμις* коју су Меркур и Венера примили, него једноставно каже да се њихове револуције, тј. револуције њихових „утицајних кругова", обављају једнаком брзином као и Сунчеве, али у супротном смеру. То не дотиче Властосову примедбу. Треба, такође, приметити да се та примедба не односи на превод нашег преводиоца.

280 Vlastos, G. (2005), стр. 107.

281 *Ibid.* Уп., такође, Martin, T. H. (1841), *Études sur le Timée de Platon. Tome Second*, Paris: Ladrange Libraire-Éditeur quai des Augustins 19, стр. 72.

Меркур и Венера имају привидно ретроградно кретање, да би нешто касније [*Tim.*, 40 d1–2] казао да „о томе нема смисла говорити независно од модела.” У *Државнику* пак, већ у карактеристичним митским оквирима, Платон ретроградацију најпре описује као „чудо које се догодило код познате свађе између Атреја и Тијеста”, када је Зевс, хотећи да покаже да је на Атрејевој страни, „преокренуо залазак и излазак Сунца и осталих звезда” [*Stat.*, 269 a1–4]. Потом је ретроградно кретање космолошки дефинисано као сопствено кретање планета, или као његова последица. Према Платону, бог је направио космос као живо биће (*ζῷον*), па је природно да то живо биће и сва бића у њему, која су такође жива, имају сопствено кретање. Истовремено, бог је космосу „даровао” униформно кружно кретање од истока ка западу – кретање по уму. До ретроградације долази када се небеско тело, напуштајући умско униформно кретање, привремено враћа свом сопственом кретању од запада ка истоку.

У тексту није јасна разлика између ретроградног кретања и сопственог кретања небеских тела, нити је јасно да ли је она уопште установљена. Како било, јасно је да феномен одступања од „умског кретања”, тј. годишњег кретања небеског тела ка истоку, траје само један део времена за које тело врши револуцију, тј. његов „утицајни круг ротира”, не све време:

> „[...] не сме се говорити ни да свет сам себе увек окреће, ни да га бог као целину увек окреће, нити пак да га окрећу два бога, која су супротног мишљења, него треба казати [...] да га *час* (*τοτὲ*) води спољашњи божански узрок (*αἰτίας*) и да поново стиче живот и добија бесмртност обновљену од свог творца, а *час опет* (*τοτὲ*), када је препуштен сам себи, да се креће сам по себи (*δι᾽ ἑαυτοῦ αὐτὸν ἰέναι*)” [*Stat.*, 269 e5–270 a4, подвукла В. Б.].

Није сасвим јасно ни зашто тачно, по Платону, долази до ретроградног кретања. Речено је да се то догађа због сопственог кретања небеских тела. Платон, међутим, истовремено каже да разлог лежи у телесној, односно физичкој, пропадљивој природи (*σώματος δὲ φύσις*) космоса [*Stat*., 269 d5, e1]. По Платону, увек у истом стању може бити и увек исто (униформно!) кретање може имати само бог, а „телесна природа не припада том реду”. Наглашавам „униформно”, и додајем „правилно”, тј. кружно, зато што Платон управо на то мисли када, у *Stat*., 269 d4, умско кретање описује као кретање „по истом простору, на исти начин и истим кретањем (*τὸ κατὰ ταὐτὰ καὶ ὡσαύτως ἔχειν ἀεὶ καὶ ταὐτὸν εἶναι*)”. Али, у каквој су вези сопствено кретање космоса и његова телесна природа? И да ли то значи да сопствено кретање космоса, било оно ретроградација или њен узрок, није равномерно и није кружно кретање?

До одговора се може доћи посматрајући шири контекст Платонове космологије, који увек укључује и дејство нужде (*Ἀνάγκη*). Подсетимо се, у *Тимају* је нужда постављена за други „принцип” космоса, којим се објашњава све оно што се не може објаснити свесним, умским делањем; другим речима, све оно што се, независно од умске намере, случило. Мада је демијург хтео да космос има тело, па му га је зато и дао, узуси телесности, све оно што она собом повлачи и што се не може избећи, последица је нужде. Не треба заборавити да је *χώρα* у Тимају описана као „лутајући узрок”, што се, додуше, може тумачити као међузвездани простор, но заправо примарно упућује на дејство *Ἀνάγκη*. Ретроградација небеских тела, њихово „лутање”, и са́мо би према том тумачењу представљало последицу деловања нужде. Наиме, пошто тела по природи имају сопствено кретање, она ће, по нужди, увек настојати да му се врате, тј. опираће се промени стања свога кретања.

Уколико је ова интерпретација тачна, Платоново објашњење ретроградног кретања представљало би, у једном минималном и непрецизном смислу, антиципацију појма инерције [уп., такође, *Tim.*, 57 e2]. Праве инерције нема, најпре јер нема силе, а затим и стога што нема претходног сопственог равномерног кретања на које би се тело враћало. У Платоновом систему како је описан у *Државнику*, небеским телима приписано је сопствено кретање, али оно није почетно стање на које би деловао демијургов утицај. На њега се *de facto* повратно закључује с обзиром на феномен ретроградације: пошто постоји ретроградно кретање, тела морају имати сопствено кретање, а не: небеска тела имају ретроградно кретање зато што имају сопствено кретање. Поента коју хоћу да истакнем је да се, следећи дискурс *Државника*, сопствено кретање планета увек испољава и опажа једино као ретроградно кретање, једино као привремено, привидно одступање од задатог смера револуције.

При свему овоме, не треба заборавити да се ради о привидном кретању, а не о ретроградном орбиталном кретању. То представља проблем, јер испада да Платону у *Државнику* није јасно да је реч о привидном кретању, јер да јесте, не би било потребе за хипостазом, макар и начелном или експланаторном, принципа сопственог кретања. Да је то имао у виду, у платоничарској космолошкој парадигми заправо и не би постојало сопствено кретање небеских тела. То би уједно означило Платонов раскид са ранијим космологијама у којима је такво кретање приписивано небеским телима. Такође, тиме би се обезбедила могућност за ретроградно кретање свих планета и звезда Платоновог космоса, што би Платонову космологију приближило опсервационим чињеницама.

Под претпоставком да је интерпретација наведеног места у *Тимају* по којој је узрок ретроградације кретање прстена Истог тачна, могла би обезбедити одговор и на питање да ли се код ретроградације ради о збиљском кретању. Ако је наведено тумачење тачно и ако Платон разуме да је ретроградно кретање само привидно критање, одговор би гласио: да, збиљско кретање небеских тела увек је равномерно и кружно пошто је ретроградација само привид. Такво објашњење било би потпуно у складу са основним тезама Платонове филозофије.

Кратки екскурс о две тезе о онтолошком статусу путања планета

Питање о онтолошком статусу путања, тј. „утицајних кругова" планета, не само у Платоновом космосу него у целој парадигми античке астрономије, у најтешњој је вези са тзв. спашавањем или чувањем појава (*σῴζειν τὰ φαινόμενα*/ *salva apparentiae* или *salva phaenomenis*). Као што је већ речено, принцип *salva apparentiae* захтева да се полазећи од хипотезе о униформном кружном кретању објасни ретроградација, која се на небу види као убрзано кретање небеског тела при очигледном одступању од кружне путање. Према Геминусовом сведочењу, још су питагорејци поставили хипотезу о униформном кружењу небеских тела у космосу и од те хипотезе античка парадигма никада није одустала. Сва три античка модела кретања небеских тела – Еудоксов модел хомоцентричних сфера, Хипархов или Аполонијев епициклични модел и Птоломејев модел ексцентричних кругова – настали су као покушаји геометријског објашњења ретроградног кретања који би очували појаве.

Као што је већ речено, хипотеза о униформном правилном кретању небеских тела метафизичка је хипотеза. Грци су звезде и планете сматрали боговима, па је зато било потребно очувати хипотезу да се крећу униформно, правилним, кружним путањама. Веровали су да је такво кретање по уму и слично као у проблему космичке хармоније, вероватно су сматрали да би свако одступање од кружног, униформног кретања, уколико остане необјашњено, имплицовало да је оно што је божанско без ума, што је закључак који се није могао допустити. У савременој филозофији науке, та хипотеза била би окарактерисана као *ad hoc* пошто је у очигледној супротности са емпиријском евиденцијом. Могло би се казати да оно што се чува принципом *salva aparentiae* заправо нису појаве него почетна хипотеза о униформности и правилности кретања. Тим пре што су разлози таквог *ad hoc* спашавања метафизички, тачније, теолошки.

При крају овог рада артикулише се још једно значење античког појма *ὑπόθεσις*: хипотеза као модел објашњења кретања небеских тела. У том контексту термин „*ὑπόθεσις*" употребљавао је Птоломеј у *Алмагесту* и *Планетарним хипотезама*.[282] Какав је статус тако схваћених хипотеза? Пјер Дијем, француски физичар, тврдио је да циљ хипотеза античке грчке астрономије није била истина него спашавање појава, чисто математички задатак, рачун, који нема много везе са стварношћу.[283] Небеске сфере или „утицајни кругови" о којима говоре грчки астрономи и филозофи нису ништа друго до апстракције, погодно средство за израчунавање положаја планета. Горе наведено објашњење тај став доводи у сумњу. Ако планетарне револуције представљају годишњи (или вишегодишњи) „ход богова", мало је вероватно да су путање

282 Уп. Hamm, E. (2011), стр. 20.

283 Lloyd, G. E. R. (1978), стр. 203–4. В., такође, Duhem, P. (1908), *ΣΩΖΕΙΝ ΤΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ*, у: *Annales de philosophie chretienne* 6, стр. 113–39, 227–302, 352–77, 482–514, 561–92, посебно стр. 484 и 592. – Наведено према: Lloyd, G. E. R. (1978), стр. 203.

тог хода, „утицајни кругови” на које су небеска тела причвршћена и заправо само ношена – празан рачун. Но, разлози зашто инструменталистичка теза не стоји нису само метафизички, њих такође демантује сама античка литература.

Инструменталистичком погледу на хипотезе античке астрономије оштро се супротставио Лојд, при чему му је главни контрааргумент био Проклов спис *Hypotyposis astronomicarum positionum*. У тој, по овом теоретичару, до данас једној од ретких онтолошких расправа у астрономији, Прокло је критиковао астрономе јер своја објашњења (моделе) заснивају на опсервацијама, које почивају на несталности и неистинитости чулних ствари, а не на истини о правилном и равномерном кретању планета.[284] Лојд сведочи да је Прокло Аристарха са Самоса, Хипарха и Птоломеја, најзначајније астрономе антике, називао „звездочацима” који истраживање о космосу спуштају на ниво „брбљања” о периодима револуција неба, хипотезама о ексцентрицима, епициклу и деференту, уместо да ретроградацију припишу деловању *Ἀνάγκη*.[285] Проблем са моделима астронома, по њему, није у рачуну, јер ови модели сасвим добро спашавају феномене, проблем је у томе што не обезбеђују конзистентно физичко објашњење кретања небеских тела.[286]

Мада начелно има замерке и на инструменталистичко и на реалистичко становиште, Прокло на овом месту даје *par excellence* реалистичку критику античке астрономске праксе. За Прокла, путање планета су стварне, чак и ако су

284 Lloyd, G. E. R. (1978), стр. 212,

285 Lloyd, G. E. R. (1978), стр 207, 208; уп. *Procl. Hyp*., 2. 1–13, 4. 15–6. 5. У овом раду нема простора за бављење моделом епицикла и деферента ни Птоломејевим ексцентричним моделом. За више о овим моделима, в. Hanson, N. R. (1960), Hamm, E. (2011), Jones, A. (2005).

286 *In Tim*., 3. 148–23; уп. Lloyd, G. E. R. (1978), стр. 211.

„комлексне” (укључују ретроградацију и прецесију). Он је против сасвим реалистичког становишта јер би реалистички поглед на ретроградацију и процесију подривао хипотезу о (стварном) униформном и правилном кретању небеских тела. Истовремено, он је и против инструменталистичког становишта, јер се поставља питање како нешто што није стварно може узроковати реално физичко кретање.[287] Проклов излаз вероватно се састојао у одбацивању оба наведена схватања астрономије кроз залагање за платоничарску концепцију ове науке, засновану на *τὰ ὄντα* уместо на *τὰ φαινόμενα*.

Еудоксов модел хомоцентричних сфера. Платонова наводна улога у постављању хипотезе *salva aparentiae*

Време је да образложим зашто сматрам нетачном интерпретацију по којој Платон на месту *Tim.*, 38 d2–4 говори о кретању звезда стајачица као узроку привидног ретроградног кретања. Уколико би се доследно следили оквири које задаје *Државник*, ретроградација би била све, само не би била привидна. Као што је већ речено, следећи текст *Државника*, такав погрешан закључак морао би да следи. Уколико би га заступао, Платон би једнако био игнорант као што би био у случају да је ретроградацију схватао напросто као униформно правилно кретање планета у смеру исток-запад. А Платон није био игнорант – напротив. Осим тога, мада данас знамо да до привидног ретроградног кретања планета долази због Земљине ротације и кретања саме планете, такав концепт у геоцентричном систему не производи исте последице. Наиме,

287 Lloyd, G. E. R. (1978), стр. 205–6.

рећи да је привидно ретроградно кретање планета последица кретања круга звезда стајачица не значи друго до рећи да је узрок привидне ретроградације Земљина ротација. Колико је то тачно у хелиоцентричној парадигми, толико у геоцентричној није.

Развидимо мало детаљније то питање. Када Платон у Тимају говори о подстицају круга Истог на кретање планета, не говори о томе да тако настаје ретроградно кретање. Он каже: „Кретање Истог све кругове [планета] обрће у облику спирале (*ἕλιξ*) на тај начин што се у исто време крећу у два супротна смера" [уп. *Tim*., 39 a4–39 b2]. Трајекторија у облику завојнице, не спирале, добија се ротацијом тачке (планете) по кружници (еклиптици) која ротира око своје осе (оса еклиптике). Таква, хеликоидна путања представља уобичајену путању кретања планета, а не путању ретроградације. До ротације еклиптике око своје осе долази услед ротације читавог космоса око осе небеског екватора и то је смисао Платонове тврдње да круг Истог утиче на кретање круга Различитог, тј. да се кретање свих планета одвија под утицајем кретања звезда стајачица. Што се саме ретроградације тиче, као што је већ речно, Платон у *Тимају* одбија о њој да говори. На јединому месту на којем је ретроградација поменута, 40 c3–4, он заправо даје лаконско објашњење да је говорити о таквим појавама без посматрања модела који их приказују залудан посао [40 d1–2]. Можда је сматрао да нема разлога укључивати компликовано објашњење у митско-космолошки дискурс с обзиром да основни оквири тог дискурса не остављају простор за неопходни научни инструментариум. Можда је мислио и да се за потребе тог дискурса може дати примерено, али неистинито објашњење, па је тако урадио у *Државнику*. Како било, остаје чињеница да ни у *Тимају,* нити било где другде, Платон није понудио научну експликацију ретроградног кретања.

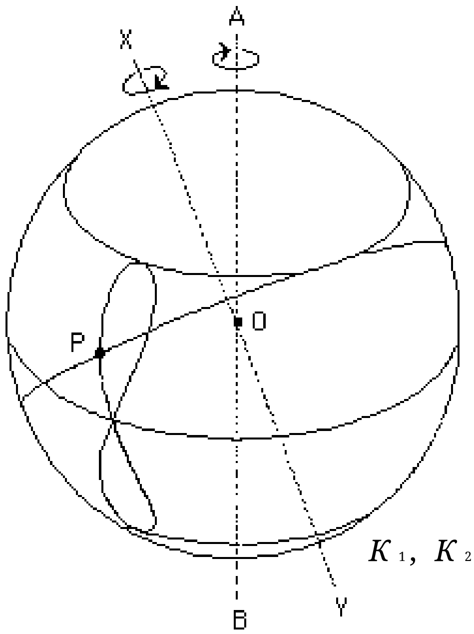
Зато је то учинио Еудокс. Његов модел хомоцентричних сфера, вероватно, није прво објашњење кретања небеских тела у антици, но представља важан *salva aparentiae* геометријски модел античке астрономије.[288] Два познатија модела, Хипархов модел епицикла и деферента и Птоломејев модел ексцентричних кругова, настали су касније. За Еудоксов модел карактеристично је и то да су у њему путање небеских тела први пут описане преко небеских сфера уместо преко „утицајних кругова", како је чинила дотадашња грчка астрономска пракса. Како је изгледао Еудоксов модел хомоцентричних сфера? Даћу скраћени и поједностављени опис.[289]

Нека су дате две хомоцентричне сфере (сфере са заједничким центром) и нека се у центру налази посматрач. Нека се планета кружно креће по упореднику спољне сфере (в. слику 18).

---

288 Mendell, Henry (1998), стр. 177.

289 Потпуно објашњење, уз динамичке 3D анимације, може се наћи на веб-сајту Хенрија Мендела, професора античке филозофије и филозофије античке и савремене науке на Си-Ес-Ел-Еју (California State University Los Angeles): http://web.calstatela.edu/faculty/hmendel/Ancient%20Mathematics/Eudoxus/Astronomy/EudoxusHomocentricSpheres.htm. В., такође, Mandell, H. (1998). Уп. и Lasserre, F. (1964), стр. 153 и даље.



Слика 18. Еудоксов модел хомоцентричних сфера

Почетна претпоставка је да се ротације врше једнаким брзинама. У случају да су осе ротација паралелне и да сфере ротирају у истом смеру, кретање планете у односу на центар сфера јесте збир њихових ротација. Ако су осе ротација паралелне, али се ротације обављају у супротним смеровима, посматрачу у центру изгледаће као да планета мирује. Трећи случај описује Еудоксов модел.

Нека су дате две сфере, K_1 и K_2. *AB* је оса ротације K_1, *XY* је оса ротације K_2. Тачка *O* је тачка у којој се налази посматрач. Тачка *P* означава планету, а *XY* није паралелна са *AB*. *AB* ротира у смеру исток-запад, *XY* ротира у супротном смеру. Тачка *P* налази се на упореднику, чији је центар ротације *XY*. K_1 је осом *AB* „закачена” за K_2, што ће рећи да ротација K_2 утиче на ротацију K_1, односно да *XY* ротира око *AB*. Планета *P*, која се налази на упореднику сфере K_1, при ротацијама *AB* и *XY*, описиваће криву линију налик осмици (тзв. хипопеда).

Основни модел ретроградног кретања за планете укључује укупно четири сфере, којима се описују дневно кретање звезда (звездани дан), годишње кретање Сунца по еклиптици (тропска година), и још две сфере. Терминологијом хелиоцентричне парадигме казано, тим двема сферама описују се тзв. сидерички период, време за које, посматрано са Сунца, планета обави једну револуцију око њега и синодички период, време потребно да се планета нађе у истој тачки неба у односу на Сунце, посматрано са Земље. По Аристотелу, Еудоксов хомоцентични модел целог космоса садржао је укупно 27 сфера [*Met*., 1073 b 24 и даље].

Јасно је да у *Тимају* нема ничега налик оваквом објашњењу. Упркос томе, од антике је дуго, готово све до краја XX в., био заступљен став је да је Еудоксова астрономија, укључујући и модел хомоцентричних сфера, настала под утицијем космослогије *Тимаја*. Тај став настао је на основу једног места из Симпликијевог коментара на Аристотелов спис *О небу*, у којем се каже да је Платон астрономима задавао проблеме за решавање и да је Еудокс први дошао до решења за проблем ретроградног кретања [*In De Caelo*, II. 12. 292 b 10 (стр. 488. 3–24)]. Место конкретно гласи:

> „Каже се да је Еудокс Книђанин, како Еудем сведочи у другој књизи своје 'Историје астрономије' и како Сосиген понавља позивајући се на Еудемов ауторитет, био први од Грка који се бавио овим типом хипотеза. Јер Платон је, каже Сосиген, овај темељни проблем поставио студентима астрономије: под претпоставком каквих кружних и правилних кретања се може објаснити привидно кретање планета?”

Како Жмуд примећује у релевантној критичкој студији „Plato as 'Architect of Science'”, традиционална представа Платоновог односа према математичарима и астрономима Академије изгледала је тако што им је Платон, наводно, задавао проблеме које треба да решавају, а научници су се такмичили међу собом ко ће брже доћи до бољег до решења.[290] Међу разним проблемима, како показује наведени цитат из Симпликија, био је ни мање ни више него централни проблем античке астрономије, *salva aparentiae*, управо на којем Симпликије и заснива своје тврђење. Интерпретација претпоставља да је Платон био први који је формулисао тај проблем, па би отуда све заслуге у крајњој инстанцији, припале њему као ономе ко је увидео важност самог постављања проблема. Жмуд у том погледу примећује: „Ако би се могло успешно показати да је Платон доиста имао везе са формулисањем научног принципа *salva aparentiae*, већ сама та чињеница представљала би довољно оправдање да се Платон назове 'архитектом наука'”.[291]

Међутим, овај теоретичар и Лојд оштро су се супротставили таквом тумачењу. Ипак, чини се да је ту интерпретацију међу првима критички разматрао Ласер. Он је настојао да покаже да Платонова спекулативна астрономија никако није могла одговарати Еудоксу јер је он истраживања фундирао на емпиријској евиденцији. Жмудова аргументација почива на неколико основа. Најпре се указује на изворну Симпликијеву примедбу, изнету у наведеном фрагменту, да се може закључити да Платона у контексту проблема *salva aparentiae* помиње само Сосиген, али не и Еудем, а да Еудокса у истом контексту помињу оба античка доксографа. Пошто се може доказати да је Симпликије читао и Еудема, а не само Сосигена (јер наводи један дугачак цитат из *Историје геометрије*, цитира више од сто пута Еудемову *Физику* и три од седам сачуваних цитата из Еудемове

290 Zhmud, L. (1998), стр. 217. Чак и Властос, који је иначе веома обазрив у тврдњама, сматра да нема довољно разлога за одбацивање могућности да је тако заиста и било.

291 *Ibid.*

Историје астрономије цитирани су код Симпликија), отуда, сматра Жмуд, следи да је Симпликије по свој прилици имао увид у целу Еудемову *Историје астрономије*; зато, ако Симпликије и поврх тога не каже да је Еудем у контексту проблема чувања појава помињао Платона, него само каже да је помињао Еудокса, то по Жмудовом мишљењу, једино може значити да Еудем уопште и није помињао Платона – да јесте, знали бисмо преко Симпликија. То пак значи да се, пре Сосигена, принцип спашавања појава није доводио у везу са Платоном, односно да га Платон није ни формулисао, иако је извесно да је заступао хипотезу о униформном кружном кретању небеских тела.[292]

Тиме, међутим, још увек није оповргнута могућност о узајамном утицају Платона и Еудокса. Наиме, како је приметио још Кнор, новија открића хронологије Еудоксовог живота (390–337., уместо 408–355.) показују да је *Тимај* написан пре настанка модела хомоцентричних сфера.[293] *Тимај* је написан око 360. г., док је Еудокс, по Жмуду, свој модел највероватније формулисао у последњим годинама живота, по повратку из треће посете Атини у којој је боравио од око 350. до око 349. године – другим речима, између 349. и 337. г.[294] То повлачи да је Платонов *Тимај* могао утицати на формирање Еудоксовог модела, али да је врло мало вероватно да је Еудоксов модел хомоцентричних сфера утицао на Платоново схватање космоса, с обзиром да је Платон умро 347. године.

И Жмуд и Ласер и Кнор сматрају да је мало вероватно да је Платонова космологија могла утицати на Еудокса, сва тројица из истог разлога: наиме, Платонов програм

292 Zhmud, L. (1998), стр. 218.

293 Knorr, W. R. (1990), стр. 327.

294 Zhmud, L. (1998), стр. 228–30.

спекулативне астрономије, како га ови аутори називају, није био практично применљив у истраживањима, пошто ова у астрономији битно зависе од емпиријских података. Ласеров коначни став у том погледу гласи да је откривена комплексност планетарних кретања захтевала промену модела интерпретације, због чега су Платонов методски став према астрономији и његова космологија морали бити одбачени. Оно за чиме је у астрономији и космологији после Платона програмски требало трагати јесу само вечни и непроменљиви геометријски закони као основа небеских појава, а не више неко вечно и непроменљиво, емпиријски недоказиво и геометријски непредстављиво, те у погледу астрономских истраживања редундатно – идеално биће.[295]

Закључна разматрања: математика као модел за Платонову космологију?

На крају ове дводелне студије треба одговорити на, на почетку постављено питање: да ли се може рећи да је Платону у *Тимају* математика послужила као модел за космологију? Истовремено, цело излагање требало је да омогући да се боље разуме и природа дискурса тог дијалога. Проширена анализа модела кретања небеских тела у *Тимају* показала је да је Платон био упознат са главним космолошким и математичким учењима његовог времена: теоријом пропорције, питагорејским учењем о хармонији, стереометријом, као и астрономским учењима. Како је још Властос показао, та учења инкорпорисана су у дијалог *Тимај* и употребљена су за дескрипцију настанка, структуре и форме Платоновог космоса. Док је геометрија од суштинског значаја за конструкцију физичке структуре космоса, питагорејско

295 Lasserre, F. (1964), стр. 153.

учење о пропорцији и хармонији послужило је Платону за уређење његове душе. Настојала сам да расветлим да, и зашто, математички односи чине бит питагорејске космичке хармоније. Отуда, чини се да је Платон математици доделио конститутивну улогу не само у уређењу физичке структуре космоса него и у обликовању његове душе, тј. форме.

Но, све то још увек не значи да је Платону математика била модел за космологију. Да би се та теза могла тврдити, Платонова објашњења космогенезе морала су бити математичка, а она то нису била. Конкретно, Платон у базичну физичку структуру света уводи математичке ентитете (правилне просторне фигуре и елементарне троуглове), чак их и одређује математички – а и како би иначе – али став да од ентитета геометрије настаје „бескрајно шаренило света” није математички него филозофски; уз то, он се не труди да пружи математички опис те изградње. Свако евентуално довођење Платонове идеје о изградњи ватре, земље, воде и ваздуха од елементарних троуглова у везу за тзв. поплочавањем еуклидске равни представља накнадну математичку рефлексију – сам Платон, вероватно, ни о чему налик томе није размишљао, нити би такво размишљање за потребе митског, чак и филозофског космолошког учења, по њему, било потребно. Напротив, он црта холистичку „слику света”, у којој математички ентитети и теорије имају важну, но ипак инструменталну улогу; и то не у смислу научног инструментаријума, већ у смислу да за ту слику обезбеђују добру „подлогу”. Ова тврдња свакако је претерана, чак донекле и пежоративна, но њоме хоћу да истакнем да оквири и бит Платонове космологије – чак и „најнаучније” космологије Тимаја – нису математички, те отуда ни научни, него телеолошки.

Верујем да Платонов однос према астрономским учењима, а посебно према принципу чувања појава (како о томе сведоче дијалози и античка доксографска традиција), има посредну улогу доказа против тезе да је математика Платону била модел за космологију. Тачније би било казати да ту улогу има његов однос према проблему привидног ретроградног кретања планета. Жмуд и Лојд успешно су показали неоснованост довођења Платонове космологије у везу са принципом чувања појава, што, верујем, поткрепљује и чињеница да Платон у дијалозима упорно избегава рефлектовање проблема привидног ретроградног кретања планета. Управо та чињеница, на неки начин представља кључни аргумент у доказивању ненаучног карактера Платонове космологије. Митско објашњење привидног ретроградног кретања планета из *Државника*, не само да не задовољава, него није ни тачно.

На другој страни, не може се пренебрегнути да је Платонов космос установљен у складу са астрономским учењима и открићима његовог времена. Мада не рефлектује проблем ретроградације, Платон приликом описа космоса у Тимају поштује сва одређења која је у том погледу давала грчка астрономија. Свих седам небеских тела су ту, плус Земља и звезде стајачице, правилно су распоређени (према грчком геоцентричном критеријуму, разуме се), ротације у космосу и њихове осе исправно су идентификоване, Платон зна за небески екватор и еклиптику, наводи опсервационом астрономијом установљене периоде револуција различитих планета [*Tim.*, 39 c1–2], време непосредно повезује са кретањем планета, сходно основној хипотези о кретању небеских тела претпоставља униформне ротације, чак у супротности са астрономским схватањима његовог времена, вероватно претпоставља ротацију Земље [*Tim.*, 40 b6] итд.[296]

296 Платон (1981), стр. 151–2, фуснота 74.

Такође, као што је више пута речено, зна за ретроградацију и помиње је, али не сматра за сходно да је објасни.

Но, језик којим уводи, назива и објашњава све ове појмове алегоријски је и митски, а не научни. Употребљени модели су телеолошки, не математички. Античка астрономија је пак од времена Еудокса, дефинитивно, била математичка.[297] Платоново објашњење кретања небеских тела то није и не садржи математичке елементе, али се битно заснива на астрономским учењима, математичким теоријама у ужем смислу и коначно, самим математичким ентитетима. Платон свој космос није моделовао математички, но његово космолошко учење о настанку васељене може се описати као митско-телеолошка „пројекција” математички схваћеног космоса. Дискурс *Тимаја*, осим тога, на појединим местима превазилази митско-телеолошке оквире. Платоново одређење *χώρα*-е као простор-материје, а *de facto* као протежности, не само да је научно него је у односу на сва претходна филозофско-космолошка одређења, потпуно ново и оригинално.

Верујем да се коначно може одговорити на питање статуса говора *Тимаја*. Свакако се не ради о научном дискурсу. Но на основу свих изнетих анализа, не ради се ни о *μῦθος*-у, бар не таквом какав је познавала дотадашња грчка традиција. У том контексту, И. Деретић са правом примећује да Платонова космологија представља „необичан спој научног и митолошког дискурса”, у којем су „природнонаучни елементи изложени у митском 'руху'”.[298] Ипак, можда најбољи опис статуса свог говора у *Тимају* дао је сам Платон: ни *μῦθος* ни *λόγος*, већ *πίστις* – више од фантастичне приче, а мање од знања.

297 Lasserre, F. (1964), стр. 163.
298 Деретић, И. (2014), стр. 182, 211.

ЗАКЉУЧАК

У овом раду настојала сам да истражим проблем који би се уопштено могао окарактерисати као историјско-философско питање да ли је и ако јесте, на који начин, математика утицала на Платонову философију. Главно мотивационо питање било је да ли је и ако јесте, које је философске тезе или пак њихове ревизије овај антички философ артикулисао под утицајем математичких открића и/или математичких теорија његовог времена? Још је Аристотел истицао значај математике за позног Платона (за тзв. неписано учење). Исто би се могло казати и за дијалог *Менон*, а посебно за *Тимаја*. Но, тек је Прокло показао у којој мери је математика доиста заступљена у Платоновој мисли и колико је важна за разумевање његове позне философије.

Проблем утицаја античке грчке математике на Платонову философију може се разматрати у три „специјална случаја”, тј. кроз три подпитања. Прво од њих је питање о утицају математике на Платоново учење о методу, друго питање је да ли је математика Платону била модел за космологију, а треће – да ли је она била модел за онтологију неписаног учења. Утицај математике на Платоново учење о космосу анализовала сам у последњем поглављу овог рада, подељеном на две тематске подцелине, од којих прва разматра настанак физичког космоса, а друга његове астрономске појаве; у оба случаја референтни спис био је *Тимај*. Разматрање другог подпитања, да ли је математика Платону била модел за онтологију, оставила сам за сами крај рада, док сам се питањем утицаја античке грчке математике на Платонову артикулацију метода бавила на почетку овог рада. Сада треба сумирати резултате целокупног истраживања.

У циљу анализе утицаја античке грчке математике на Платонову методологију, прво поглавље овог рада, „Доказни поступци у античкој грчкој математици", посвећено је излагању античке праксе доказивања и решавања проблема, и то је једино поглавље у којем сам се претежно држала непроблемског приступа. Наравно, другачије није ни било могуће, с обзиром да се радило о математичким питањима. Централна тема поглавља је питагорејско откриће несамерљивости дијагонале и странице квадрата. Друга релевантна тема је истраживање тзв. диорисмотичког метода, као и поступака анализе и редукције, који су фигурисали као поступци решавања проблема у античког грчкој математици.

Изложила сам доказ открића несамерљивости дијагонале и странице квадрата који се може наћи у Аристотеловој *Првој аналитици* и три могуће реконструкције изворног доказа несамерљивости, од којих су две геометријске, а једна аритметичка. Уважавајући Кнорову примедбу да је изворни доказ морао бити остензивног типа, Радермахер-Теплицову реконструкцију одбацила сам стога што почива на Еуклидовом алгоритму, који представља пример индиректног доказивања. Размотрила сам такође Платонов „доказ" из *Менона* и одбацила могућност да се радило о изворном доказу несамерљивости дијагонале и странице квадрата тврдећи да тај доказ представља добар, али не и довољан основ за доказивање несамерљивости. Изложила сам Кнорову реконструкцију доказа несамерљивости дијагонале и странице квадрата и одбацила је као могућег „кандидата” за изворан доказ, пошто се такође радило о индиректном доказу. На крају, изложила сам Лучићев аритметички остензивни доказ, који почива само на оним аритметичким ставовима *Елемената* за које се поуздано може тврдити да су били познати питагорејцима. Тај доказ је у складу са питагорејским представљањем бројева каменчићима и осим тога, једини је доказ који не користи *reductio ad absurdum*, већ представља случај доказивања анализом, која је била један од карактеристичних античких метода решавања проблема.

Тему открића несамерљивости дијагонале и странице квадрата изабрала сам зато што је дотично откриће, у којем год да је облику било познато Платону, имало утицаја на његову мисао. То се најбоље могло видети приликом истраживања утицаја проблема несамерљивости дијагонале и странице квадрата на Платонову тезу о недељивим дужима, које сам спровела у V поглављу овог рада. Компаративни проблемски приступ резултовао је увидом да није вероватно да је Платон заступао постојање недељивих дужи, пошто је знао и разумео феномен линеарне несамерљивости. Спроведена анализа показала је не само да је, него и на који начин је то математичко откриће генерисало – тачније, како није могло генерисати – један одређени филозофски став, наиме онај о постојању најмањих, недељивих једнодимензионих ентитета. То је закључак који историју филозофије и те како може занимати.

За сличним везама између античке грчке математике и Платонове филозофије трагала сам и у случају методâ *διορισμός, ἀπαγωγή* и *ἀνάλυσις*, чему је посебно посвећено друго поглавље овог рада, „Метод истраживања из хипотеза у дијалозима *Менон* и *Федон*". Тај текст посвећен је управо истраживању утицаја поменутих процедура античког доказивања и решавања проблема на артикулацију Платоновог метода у дијалозима *Менон* и *Федон*. Циљ истраживања био је да се обезбеде услови за одговор на актуално питање међу истраживачима Платонове филозофије, а то је: да ли је Платон у овим дијалозима, заправо, само применио математички метод? Настојала сам да покажем да се методска *differentia specifica* дијалогâ *Менон* и *Федон* огледала у трагању за формом строгости попут оне из геометријских доказа. Данас бисмо казали да је Платон у овим дијалозима настојао да филозофију установи као науку, и то строгу, а да му је математика за то послужила као методски модел. Следећи савремена тумачења *Менона*, показала сам да ново уведени метод истраживања из хипотеза у том дијалогу доиста одговара античком математичком поступку *διορισμός*.

Што се *Федона* тиче, у њему је Платон хипотетички метод одредио као метод постављања најпоузданијих хипотеза, а *reductio ad absurdum*, критеријум логичке конзистенције, као критеријум њиховог тестирања. Ради се о методу индиректног доказивања, који је изводив само у мишљењу, тј. који не укључује позивање на емпиријску евиденцију као мерило истине. У другом поглављу настојала сам да покажем да, док Платонова примена диорисмотичког поступка у *Менону* доиста потиче из математике, то није случај са методом истраживања из хипотеза у *Федону*. Истовремено, заступала сам становиште да диорисмотички метод, који је Платон наводно преузео из математике, није или није искључиво математички метод. *Διορισμός*, тако назван у математици, подразумева било коју дискусију у циљу обезбеђивања трансценденталних услова неког феномена или тврдње, па утолико припада сваком истраживању, не само математичком. Тврдила сам да то, такође, важи за хипотетички метод у целини. Но, без обзира на закључак до којег сам дошла, утицај открића несамерљивости дијагонале и странице квадрата и античка пракса решавања проблема битно су утицали на артикулацију Платоновог метода истраживања из хипотеза у дијалозима средњег периода. Мислим да је плаузибилно рећи да би Платон, да није било утицаја математике, врло тешко превазишао сократски еленхус, а готово сам сигурна да до дијалектике никада не би ни дошао. Јер дијалектика инкорпорише метод истраживања из хипотеза, иако га у једном битном смислу и превазилази.

Треће поглавље, „*Држава*: дијалектика као превазилажење метода истраживања из хипотеза", разматра Платонов критички отклон од метода који је заступао у дијалозима *Менон* и *Федон*. Хипотетички метод, по његовом мишљењу, има суштински недостатак – наиме, не рефлектује хипотезе од којих полази. И доиста, ако се има у виду да је Платон у *Федону* за прве, највише хипотезе теорије идеја поставио метафизичке ставове којима се тврди егзистенција идеја и који не подлежу провери, критика коју је изнео у *Држави* добија свој пуни смисао. Платонова критика метода истраживања из хипотеза истовремено је критика математике као *par excellence* хипотетичке науке, за коју је Атињанин, чини се, постао способан тек када је филозофски „исцрпео" све капацитете хипотетичког мишљења. У том смислу, *Држава* не само да представља још једну методску прекретницу у Платоновом раду, него означава и напуштање идеала заснивања филозофије као „строге науке" и прелаз са рефлексивног метода на ауторефлексију, тај истински метод филозофије који „увек-већ" јесте филозофско мишљење.

Друга анализована тема у трећем поглављу је Платоново схватање односа ума (*νοῦς*) и разума (*διάνοια*) у *Држави*. Заступала сам тезу да се ради о методској разлици, тј. да Платон разликује те две сазнајне моћи само на основу разлике међу њиховим објектима, а да је ментална диспозиција, у ствари, једна – мишљење. Када се бави математичким ентитетима и другим објектима разума, мишљење као разумска активност анализује и синтетише; када се бави идејама, мишљење као ум чини и то, но поврх тога „све ствари види у њиховој повезаности”, тј. увиђа синоптички. Само ум, по Платону, може доћи до идеје Добра јер је за спознају Добра потребна ауторефлексија, за коју разум није способан. У том смислу, проблему сазнања овог предмета, за Платона се види предност дијалектичког метода у односу на хипотетички. Ипак треба приметити да уколико математичке објекте и идеје и разматра иста моћ, не значи да је онтолошки статус тих ентитета исти. Платон је у самом тексту поставио јасну онтолошку разлику међу математичким ентитетима и идејама, што се показало од значаја за утврђивање статуса кључних ентитета његовог неписаног учења, идеја бројева и идеалних димензија. Са друге стране, разлика у две сазнајне моћи, по свој прилици, остала је методска. То што разум није способан за ауторефлексију не значи да човеку мањка природна диспозиција, него дословно одговарајућа пракса мишљења, а та пракса је у овом конкретном случају пракса ауторефлексије.

Четврто, пето и шесто поглавље рада посвећени су Платоновом неписаном учењу. Мој основни мотив за истраживање тог дела Платонове филозофије био је да покушам да захватим компликоване филозофске појмове идеја-бројева, неодређене двојине (велико-и-малог) и величина по себи. Други мотив са којим сам приступила анализи је намера да утврдим да ли је Платон доиста заступао учење о недељивим дужима, који му добар део античке доксографске традиције приписује руковођен Аристотеловим сведочанством. Током анализе тих појмова, све више се показивало да ни до какве смислене интерпретације није могуће доћи без констултовања релевантних античких математичких теорија. Исто се испоставило приликом анализе *Тимаја*. Без реферисања на грчку математику, неписано учење и поједини делови тог дијалога тешко су разумљиви и не види се разлог зашто је Платон као принципе хипостазирао баш неодређену двојину, идеје-бројеве итд., или пак зашто је његова позна космологија таква каква јесте. Компаративни проблемски приступ омогућава да се то схвати. У том смислу, истраживање улоге математике у Платоновој филозофији довело је до увида да је осврт на грчку математику од великог, ако не и одлучујућег значаја за сваки озбиљнији покушај реконструкције и филозофске анализе неписаног учења и *Тимаја*. Штавише, математика се испоставља као њихов важни *spiritus movens*. Посебно Платонова позна онтологија, онако како ју је Аристотел изложио и критички разматрао у *Метафизици* и другим списима, веома много дугује овој науци. Тај увид један је од главних резултата овог рада.

У поглављу „Платоново учење о 'идејама-бројевима'" настојала сам да дођем до смисленог тумачења тезе о томе да су за Платона идеје бројеви. Осим на доксографска тумачења, примарно сам се ослањала на Аристотелово сведочанство из *Метафизике*, у којем се идеје-бројеви пореде са математичким и питагорејским концепцијама броја. Истраживала сам и античко схватање броја (*ἀριθμός*), које сам настојала да упоредим са неким модерним концепцијама. Анализа делова појединих дијалога, *Филеба* на пример, показала је да је

Платон разликовао монадички број (главни предмет аритметике, који је схватао у складу са тадашњом математичком дефиницијом броја) од идеје-броја. Идеја-број се, по њему – како сведочи Стагиранин – од математичког броја разликовала по начину настанка, постојања и подложности математичким операцијама. Од Аристотела такође сазнајемо да су идеје-бројеви настале дејством принципа Једног и неодређене двојине, да субзистирају и да не подлежу математичким операцијама (тј. да су нездруживи бројеви, *ἀσυμβληεθοί ἀριθμοί*). У том смислу, предлагала сам модерни приступ Платоновом учењу о идејама-бројевима, разумевајући га као израз тежње да се на онтолошки начин установи оно што бисмо данас назвали нумеричком уређеношћу или структурисаношћу стварности. Принцип Једног тумачила сам као начело логичког јединства односно синтезе, а начело неодређене двојине као двојну операцију *n*-туплована и *n*-дивизије. Притом сам настојала да образложим да се не ради се о математичкој операцији, већ о мисаоном акту који као трансцендентални услов претходи свакој математичкој операцији. У питању је покушај да се објасни како ум поима бројеве.

Може се закључити да је, мада у складу и са аритметичком и са геометријском представом броја, Платонова одредба двојине као „много-и-мȁлог”, ипак била артикулисана на основу строгог разликовања аритметике и геометрије. Дуж је за Платона примарно геометријски ентитет, а број аритметички, што се може видети по томе што је хипостазирао различите принципе настанка идеја-бројева и идеалних величина. Док „велико-и-мало” генерише идеје-бројеве као „много-и-мȁло”, идеалне величине настају као резултат деловања „дугачко-и-кратког”, „широко-и-уског”, „дубоко-и-плитког”. Отуда се може закључити да је Платоново становиште о идејама-бројевима начелно било формирано под утицајем античке аритметичке концепције броја.

У поглављу „Статус геометријских ентитета у Платоновој филозофији: тачка”, истраживала сам Аристотелову тезу да је Платон тачкама одрицао реалну егзистенцију проглашавајући их за фикције геометрије и да је, наместо тога, заступао постојање недељивих дужи. Анализа списа *De lineis insecabilibus* указала је, између осталих, на два разлога – један за и један, суштински разлог против става да је Платон заступао ту теорију. Следећи тумачење француског истраживача са почетка XX века А. Т. Никола, први разлог довела сам у везу са идејом тзв. логичког континуума у Платоновој филозофији, који подразумева континуитет следа између различитих онтолошких равни, почев од принципа, преко математичких ентитета до видљивог света. Међутим, насупрот њему, настојала сам да покажем да се залагање за логички континуум може узети и као аргумент против прихватања теорије о недељивим дужима. Тај аргумент, по себи, не противречи ни становишту којим се тврди постојање недељивих дужи ни оном којим се ово одриче. На другој страни, настојала сам да докажем да кључни разлог против тезе да је Платон био присталица теорије недељивих линија долази из математике и да се ради о открићу линеарне несамерљивости.

Мој аргумент да Платон није био заступник теорије о недељивим дужима почива на анализи његовог разумевања математичког појма несамерљивости. Наиме, теорија недељивих или атомских дужи обавезује на прихватање става о могућности самеравања свих величина, чему очигледно противречи доказана чињеница да нису све величине самерљиве. Упућивањем на дефиницију X. 1 Еклидових елемената, идентификовањем недељивих дужи као најмање заједничке мере два броја, односно две величине, те упућивањем на места из Платонових дијалога из којих се може видети да је он исправно разумео математички појам несамерљивости, заступала сам становиште да није могао бити присталица спорне теорије о атомским дужима. Тај закључак такође је један од релевантних резултата овог рада.

Осим проблема недељивих дужи, пето поглавље посветила сам и истраживању античког схватања тачке, које сам настојала да упоредим са начином на који тај појам схвата модерна математика. Показало се да је кључна разлика између две концепције онтолошке природе: Грци су тачку схватали као биће, док је модерна математика у најбољем случају објашњава као пуку ознаку положаја. Поглавље се завршава кратком рефлексијом о опажљивости тачке.

Шесто поглавље, под називом „Статус математичких ентитета: линија”, бави се античким уопште и конкретно Платоновим схватањем линије. Показало се да је античка мисао, како год да је дефинисала линију, увек подразумевала да се ради о ограниченом једнодимензионом објекту, који се може потенцијално бесконачно продужавати, али не може актуално постојати као бесконачан. Из тог разлога, није постојао нити је моглао постојати појам праве, а назив „права линија” треба разумети као „дуж”. Посебни предмет анализе поглавља било је Платоново одређење праве линије, које сам, на Прокловом трагу, повезала са идејом правца погледа. Изнела сам тумачење које се може применити на античку представу дужи, али и на модерну представу праве. Тврдила сам да је наша представа праве апстракција од идеје правца погледа – замишљене дужи која повезује око посматрача са објектом. Отуда је у епистемолошком поретку дуж примарнија од праве, док права има првенство у односу на тачку. Сам поглед описала сам у феноменалном смислу као нешто физикално, док сам праву одредила као његов ноуменон. На основу тог увида, закључила сам да се и сама представа пр̏авог, традиционално сматрана апостериорном, може схватити и као априорна.

Истраживала сам и проблем Платонових идеалних димензија, при чему сам заступала становиште да ове димензије представљају идеје геометријских димензија, односно величина. Као и у случају генезе бројева, настојала сам да понудим могиће тумачење Платоновог учења о генези величина „*καθ᾽ ἀυτό*" из начела Једног и неодређене двојине (дугачко-и-кратко, широко-и-уско, плитко-и-дубоко). Такође, настојала сам да интерпретирам и настанак математичких димензија из броја и неодређене бројине. Изнова се показало да је Платонова концепција идеалних величина настала под утицајем античког схватања, најпре праве линије као дужи, а затим и уобичајене дефиниције линије као „дужине без ширине", коју је употребљавала античка грчка математика. Наиме, једино ако се линија и раван, замишљају као дуж и површ, говор о дугачко-и-кратком итд. као њиховим принципима, има смисла. Слично случају са идејама-бројевима, Платон говори о начину замишљања и опојмљавања дужине, површи и тела. Конкретно, једино под претпоставком да се линија разуме као дуж има смисла тумачење по којем се дуж опојмљује као нешто *a priori* кратко или дугачко (јер, Платон је односе схватао апсолутно, а не релативно). На тај начин тумачила сам протологију идеалних и математичких величина.

Питања статуса површи и запремина нисам разматрала одвојено него заједно, у контексту анализе космолошког дијалога *Тимај*. Централно питање истраживања тог списа било је: може ли се казати да за Платона математика има функцију модела за космологију? Из тог разлога, осврнула сам се на места из дијалога која су у непосредној вези са античком математиком и која се без те везе, по мом мишљењу, не могу адекватно тумачити. У две студије истражила сам најпре Платоново схватање физичке структуре космоса, а затим и његово схватање кретања небеских тела. У првој студији истраживала сам три питања: питање улоге коју непрекидна геометријска пропорција има у првој хипотези о настанку видљивог космоса, питање улоге стереометрије у другој, коначној хипотези о његовом настанку „разлагањем елемената” и питање Платоновог схватања *χώρα*-е (простора).

Анализа појма *χώρα* довела је до увида да је *χώρα* или нешто између простора и материје или је истовремено и простор и материја. У ствари, могло би се казати да је Платон у крајњем своди на протежност. На тај закључај посебно је упућивала Платонова одредба слике, те „минималне” појаве бића, управо као протежности. Уколико је та интерпретација одржива, Платонова концепција *χώρα*-е високог је степена апстрактности и највероватније ју је формирао под утицајем геометрије. То што је простор истовремено имплицитно окарактерисан као *ὕλη* могло би се тумачити као омаж Јоњанима, али је вероватније да је то био једини начин на који је Атињанин могао окарактерисати „рађање” бића „из” протежности, односно појаву протежности у простору. Такав став у бити је модеран, иако је „спутан” античким погледом на свет и научним инструментаријумом датог времена.

Настанак физичког космоса као просторне геометријске прогресије је идеја од које је Платон у *Тимају* одустао. У суштини, ради се о „генеративној” способности непрекидне геометријске пропорције, која „производи” два средње пропорционална члана (две геометријске средине), односно бића. Видљиви космос настајао би таквим уметањем. Мада је Платон од те идеје одустао у опису изградње физичког космоса, питагорејску теорију аритметичке, геометријске и хармонијске средине употребио је за опис уређења душе или идеје космоса. Питањем уређености Платонове космичке душе бавила сам се у другој студији о *Тимају*. Пре него што се осврнем на резултате до којих сам у том тексту дошла, хоћу да скренем пажњу на једно питање. Није, наиме, познато зашто је Платон одустао од идеје изградње физичког космоса „принципом” геометријске пропорције, али један коментар преводиоца М. Пакиж упућује на закључак да је то могао учинити у светлу нових открића у геометрији, која су довршила конструкцију свих пет правилних полиедара.[299] У сваком случају, у нову хипотезу о настанку физичког космоса су у релевантном контексту интегрисани ентитети геометрије: правилни полиедри и елементарни троуглови, на основу којих је Платон објаснио „бескрајно шаренило света”.

У другој студији посвећеној *Тимају* истраживала сам Платоново схватање кретања небеских тела. Анализа је показала да као што је античка грчка геометрија релевантна за разумевање Платоновог схватања уређености физичког света, та улога у односу на његово схватање кретања небеских тела припада античкој астрономији. Текст је обухватао три тематске целине: 1) уређеност Платонове космичке душе, 2) Платонову концепцију распореда небеских тела и њихових путања („утицајних кругова”, како сам их називала) и 3) проблем кретања небеских тела и посебно, проблем ретроградног кретања у *Тимају* и другим Платоновим дијалозима.

У оквиру прве тематске целине друге студије о *Тимају* настојала сам да расветлим улогу аритметичке, геометријске и хармонијске пропорције у „хармонизовању” душе космоса. Такође, настојала сам да то учење повежем са питагорејском

299 Платон (1981), стр. 156, фуснота 132.

концепцијом хармоније космоса, при чему сам тврдила да се ради о *par excellence* математичкој концепцији. Хармонија душе Платоновог космоса своди се на успостављање карактеристичних, у бити математичких релација. Такође, понудила сам једно могуће тумачење Платонових појмова „круга Истог” и „круга Различитог” (којима на нивоу астрономског тумачења одговарају небески екватор и еклиптика) као увођења основних логичких законитости у космос. Сходно том тумачењу, тврдила сам да је Платонова космичка душа у ствари регулативни, логички принцип или форма видљивог космоса и свих његових феномена.

У контексту сажимања резултата анализе проблема привидног ретроградног кретања које следи, већ на почетку могло се приметити да одсуство рефлектовања тог проблема код Платона у извесној мери објашњава чињеница да је душа космоса за њега умна. Ако је душа умна, онда ће се свака неправилност односно одступање од претпостављених кружних путања и униформних угаоних брзина ротацијâ небеских тела испоставити само као привидна. Верујем да је управо то био Платонов став о привидном ретроградном кретању.

Главни део друге студије о *Тимају* било је, дакле, Платоново схватање кретања небеских тела. Истраживање сам темељила на релевантним анализама Жмуда, Лојда, Кнора, а посебно Властоса, који је у минуциозној студији *Plato's Universe* указао на везе космологије *Тимаја* са астрономским учењима Платоновог времена. Да бих обезбедила услове за одговор на питање да ли је математика Платону била модел за космологију, посебну пажњу обратила сам на проблем привидног ретроградног кретања планета и настојала сам да утврдим да ли је Платон имао став о том феномену и ако га је имао, како је тај став могао изгледати. У том циљу, анализовала сам места из *Државе*, *Тимаја* и *Државника* у којима се помиње тај астрономски феномен. Одбацујући, на Властосовом трагу, хипотезу да је Платон под привидним ретроградним кретањем подразумевао константне кружне револуције планета (тј. ротације њихових „утицајних кругова”) у смеру ротације осе небеског екватора, дошла сам до закључка да Платон нигде није дао математичко објашњење тог феномена. Митско објашњење из *Државника* одбацила сам као засновано на неистинитим претпоставкама.

Да бих дошла до коначног одговора на питање да ли је математика Платону била модел за космологију, осврнула сам се и на Еудоксов модел хомоцентричних сфера. Упоређујући тај модел са Платоновим објашњењима космичких феномена у *Тимају* закључила сам да математика није била модел за Платонову космологију, упркос томе што су математичка учења у одсудној мери утицала на космолошке дескрипције овог мислиоца. Платонова објашњења астрономских појава нису била математичка – нигде нема математичких извођења – већ митска. Космолошки пројект *Тимаја* окарактерисала сам као покушај да се направи телеолошка и холистичка „слика света”, у којем математички ентитети и теорије имају суштинску улогу, али чији дискурс остаје ненаучни. До закључка сам у великој мери дошла на основу релативно нових истраживања Лојда, а пре свега Леонида Жмуда, главног научног саветника на Институту за науку и технологију РАНУ у Санкт Петербургу, поводом Платонове улоге у формулисању проблема/ принципа *salva aparentiae* (*σῴζειν τὰ φαινόμενα*).

Њихове анализе фрагмента из Симпликијевих коментара на Аристотелов спис *О небу* показале су да нема реалног историјског основа за довођење у везу поменутог принципа са Платоном. Пошто се појава првог значајнијег, Еудоксовог модела за објашњење привидног ретроградног кретања планета везује управо за принцип чувања феномена, тј. за питање како полазећи од хипотезе о непрекидном униформном кружном кретању небеских тела доћи до објашњења појаве ретроградације, и пошто сам дошла до закључка да се Платон у својим дијалозима није бавио покушајем научног, тј. математичког објашњења те астрономске појаве, обе тврдње заједно сматрала сам неком врстом „темељног разлога" за одбацивање хипотезе да је математика Платону била модел за космологију. Ипак, пошто је анализа – надам се – показала у којој мери космологија *Тимаја* зависи од античких математичких теорија и открића, нисам прихватила ни алтернативу да дискурс овог дијалога окарактеришем само као митски. Можда би најбоље било назвати га еклектичким.

*

Да сумирам: главни резултат овог рада је закључак да се може говорити о јаком, а у случају неписаног учења и конститутивном утицају античке грчке математике на Платонову позну мисао. Платон се, по свој прилици, први пут значајније заинтересовао за математику после боравка код Архите, што се може видети по дијалогу *Менон*. У том дијалогу и у *Федону* математика је за њега била узор научног знања. То интересовање временом је све више расло. Неко би могао казати да је *Држава* у том смислу дисконинуитет, но Платон никада није престао да рефлектује математичка учења и појмове, што се може видети посебно у позној етапи његовог рада. У том смислу, дијалог *Тимај* најбољи је показатељ висине Платоновог математичког образовања, мада се обавешеност о математичким проблемима његовог времена може видети готово у свим дијалозима, почев од средњег периода. Платон није био математичар и сигурно није био Архитин, Теететов или Еудоксов учитељ, али су математичке теорије тога доба утицале на његову филозофију, чак би се могло казати да су генерисале одређене проблеме којима се бавио. Већина тих проблема налази се у неписаном учењу. Можда је то био мотив који је покренуо Аристотела да тврди да је Платону „математика постала филозофија”.

Питати да ли је математика Платону постала филозофија заправо значи питати о интензитету утицаја – ако се тако може казати – античке грчке математике на Платоново мишљење. Тај утицај видљив је у сва три релевантна контекста који су испитивани у овом раду: у методолошком, космолошком и онтолошком смислу. Посебно место у томе припада питагорејској математици. Чини се да је Платон до краја задржао аритметичку представу броја, а да је о бројевима мислио геометријски само онда када се радило о ирационалним величинама. Верујем да би се то могло објаснити тиме што је вероватно познавао геометријски доказ несамерљивости дијагонале и странице квадрата, мада се то не може тврдити са извесношћу. Затим, питагорејска теза о томе да је све однос и број је конститутивна за неписано учење, а слично важи и за хипостазу начелâ Једног и неодређене двојине, чији се извор може наћи у питагорејском схватању монаде и дијаде. Примера ради, питагорејско учење да парни и непарни бројеви настају из монаде и дијаде непосредно се одразило у Платоновом схватању о настанку броја из Једног и неодређене двојине.

Но, главни утицај питагорејства на Платонову позну филозофију може се видети у *Тимају*. Питагорејска учења о пропорцијама и о музичкој хармонији конститутивна су за разумевање Платоновог схватања душе космоса. Управо у том снажном утицају питагорејске мисли на позног Платона треба тражити један од разлога зашто је Аристотел Платоново неписано учење карактерисао као питагорејство. Слично је тврдио и Спеусип: „*Πλάτων πιταγορίζει*”, Платон „питагорише” [*In Theol. Ar*., стр. 61, Ast.][300] Отуда се може закључити да је извор Платоновог математичког знања у првом реду био питагорејски.

Дакле, Аристотел је у извесном смислу у праву када каже да је математика Платону постала филозофија. Он је у праву утолико што је математика битно утицала на Платонове филозофске конструкције, и то почев још од дијалога средњег периода. Тај утицај временом је све више растао. Но у другом значајном смислу Аристотел греши. Верујем да сам успела да покажем да математика није била модел за Платонову космологију. А верујем да није била модел ни за његову онтологију, иако у неком смислу јесте била модел за његову методологију, бар ону артикулисану у дијалозима средњег периода. Зашто математика није била модел за Платонову онтологију неписаног учења. Наравно, најпре зато што Платон није описао биће или његов поредак на математички начин. Али, и због тога што централни ентитети неписаног учења нису математички ентитети. У том смислу, тумачења које сам изнела у четвртом, петом и шестом поглављу овог рада требало је, између осталог, да обезбеде услове за одговор управо на питање да ли је математика Платону била модел за онтологију неписаног учења или не. Стога је важно поставити питање онтолошког статуса ентитета неписаног учења.

Нигде у раду нисам се непосредно бавила тим проблемом. У ствари, све време сам подразумевала да Платон никада није променио став који је заступао у *Држави*, где је математичким ентитетима приписао онтолошки статус

300 Наведено према: Heath, Th. (1921)I, стр. 296.

посредног и посредујућег бића између идеја и чулних ствари, бића које се сазнаје разумом. Коначно ћу тај став и образложити. Анализа неписаног учења показала је шта идеје-бројеви и димензије по себи јесу. Истовремено, показала је и шта нису, а *нису* математички бројеви и величине. Математички (монадички) број за Платона остаје мноштво састављено од апстрактних међусобно једнаких јединица, који је представљан псефофоријом. Дуж, површ и тело остају дељиви. Додуше, то може деловати упитно с обзиром на елементарне троуглове који се помињу у *Тимају*, али као што сам већ тврдила, Платон нигде не каже да су ти троуглови недељиви, што „*ἀτόμοι*" значи. То повлачи да он, у ствари, никада није заступао атомизам, ни у једном облику. Елементарни троуглови из *Тимаја* нису никакве недељиве површине него тространи полигони, фигуре у равни које се дефинишу преко својства да је збир било које две њихове странице већи од треће и разлика било које две њихове странице мања од треће.

Космологија *Тимаја* не укључује ентитете неписаног учења, тј. ентитети из којих је саздан космос и односи који у њему владају, нису они које разматра Платоново неписано учење, него су математички објекти. У том смислу, иако је реч о позном дијалогу, нема повезаности између *Тимаја* и неписаног учења. Треба додати још једну примедбу. Наиме, упркос томе што су основни елементи физичког космоса тимаја геометријски, то и даље не значи да се ради о математичкој космологији, пошто, понављам, генеза структуре физичког космоса није математички изведена.

Не располажемо никаквим сведочанством, ни непосредним ни посредним, које би упућивало на то да је Платон ревидирао свој став из *Државе* о онтолошком статусу математичких ентитета. Анализа централних поглавља овог рада показала је да Платонови принципи нису математички ентитети. Тиме су, чини се, отклоњене све препреке за одговор на питање којим намеравам да окончам овај рад. Он зависи од природе дискурса неписаног учења, али и од статуса идеја-бројева и димензија по себи, пошто су оне, по Платону, те које устројавају онтолошку хијерархију и тоталитету бића дају постојање, уређеност и могућност да буде сазнато. Дискурс неписаног учења, какав год да је био, није могао бити математички. Пошто немамо непосредног увида у Платонова предавања „О Добру", одговор морамо потражити на другој страни. Чини се да добар путоказ може представљати питање статуса ентитета неписаног учења. Ако ти ентитети јесу математички, то није довољан разлог да се закључи да се ради о математичкој онтологији. Наиме, и објашњење би морало бити математичко. Но, ако ентитети неписаног учења нису математички ентитети, онда даље не морамо трагати – математика сигурно није била модел Платону за онтологију. Платонове идеје-бројеви и парадигматске димензије нису математички објекти. *Ergo*, математика није била модел за Платонову онтологију.

По Платону, она то, додуше, ни не би могла бити пошто би он научне моделе окарактерисао само као интерпретације нашег, видљивог света, док ономе што је *τὸ ὄντος ὄν* не одговара интерпретација него истина, реалност и извесност – „Језик треба да одражва биће." О чулним стварима нема знања (*ἐπιστήμη*) него само мњења, а знању се можемо или асимптотски приближавати кроз научне моделе (савремени поглед на знање) или, по Платону, тако што ћемо се окренути говору истине, логосу. Чињеница да је свет добро уређен, за овог филозофа је последица принципа и идеја, а не матемaтематике, која је вероватно њихова највернија копија, али је и даље смо копија. Математика је за Платона у тој мери била значајна да је у неписаном учењу под њеним утицајем конституисао и рефлектовао највише принципе збиље. Затим, инкорпорисао је њена открића у космологију и по узору на њу изградио је хипотетички метод у дијалозима средњег периода. Но, то не значи да је принципе бића и једног момента схватао као математичка начела, а знамо да његова објашњења нису била математичка. Такође, све и да је желео космос да устроји као математички космос, Платон то није урадио, а мислим да му то ни није била намера. Можда је хтео да исприча космолошку причу „вероватнију" од свих других таквих прича, али никада није помислио да би та прича била и истинита. Његова космологија није била математичка. Настојала сам да покажем да ни његов метод није био математички. Коначно и најзначајније, Платонова онтологија никада није била нити је постала математичка.

Да ли је Платонова филозофска употреба математика била наивна? Ако у *Тимају* јесте, верујем да у неписаном учењу то није била. Неписано учење представља становити напор да се објасни не само постојање математичких ентитета или идеја, него трансцендентални услов њихове спознаје. У том смислу, неписано учење уједно је и филозофија математике, и то вероватно једна од првих у историји Западног мишљења. Такође, ризикујући да звучим превише кантовски, казаћу да идеје-бројеви и идеалне димензије јесу трансценденталне форме спознаје, али су то објективне форме и као такве за Платона представљају *реалне* услове могућности апстрактне субјективне спознаје као такве. Платон на тај начин оном највишем у нама, а то је ум, даје несумњиво реално утемељење. Наравно, нисмо обавезни да се са његовом позицијом сложимо, али смо у обавези да је поштујемо.

БИБЛИОГРАФИЈА

Примарна литература на српском језику:

Аристотел (1960), *Политика*, Београд, прев. Љ. Станојевић-Црепајац

——— (1970), *Органон*, Београд, прев. К. Атанасијевић;

——— (1970)I, *Никомахова етика,* Београд, прев. Р. Шалабалић;

——— (1988), *Метафизика*, Загреб, прев. Т. Ладан;

——— (1988)II, *Физика*, Загреб, прев. Т. Ладан;

——— (2008), *Категорије*. *О изразу. Аналитика I–II*, Београд, прев. С. Благојевић;

Еуклидови Елементи, прев. А. Билимовић, дигитално издање

Еуклид (1953)V, *Елементи*, Београд: САНУ, прев. А. Билимовић;

Платон (1973), *Кратил*, Загреб, прев. Д. Штамбак;

——— (1975), *Протагора. Софист*, Загреб, прев. К. Рац, М. Сиронић;

——— (1977), *Државник. Седмо писмо*, Загреб: Либер, прев. В. Гортан;

——— (1978), *Писма*, Београд, прев. К. Марицки-Гађански, И. Кађански;

——— (1979), *Филеб. Теетет, Загреб*, прев. М. Сиронић;
——— (1981), *Тимај*, Београд, прев. М. Пакиж;
——— (1983), *Држава*, Београд, прев. А. Вилхар, Б. Павловић;
——— (1983)II, *Менексен. Филеб. Критија*, Београд, прев. К. Марицки-Гађански, И. Кађански;
——— (1985), *Одбрана Сократова. Критон. Федон*, Београд, прев. М. Н. Ђурић;
——— (1985)II, *Ијон. Гозба. Федар*, Београд, прев. М. Н. Ђурић;
——— (1990), Закони. Епиномис, Београд, прев. А. Вилхар, М. Миленковић-Крзнарић.

Примарна литература на страним језицима:*

Apollonius of Perga: Treatise on Conic Sections, прир. Thomas L. Heath, Cambridge University Press, Cambridge, 1896;
Aristotelis Opera, прир. Academia Regia Borussica, Vol. I–V, ex recensione I. Bakkeri, Berlin 1831–70;
The Complete Works of Aristotle, Vol. I – II, прир. J. Barnes, Princeton 1991;
De Lineis Insecabilibus, прир. Harold H. Joachim, Oxford at the Claredon Press, 1908;
Die Fragmente der Vorsokratiker, прир. Diels/ Kranz, Berlin: Weidmann, 1952;
Euclidis Elementa, прир. J. L. Heiberg, Leipzig: Teubner, 1883–88.
Euclid. Euclid's Elements, прир. Thomas Little Heath, New York: Dover, 1956;
Platonis Opera, прир. J. Burnet, Oxford 1903;

* За литературу на грчком језику коришћена је *Perseus Digital Library*: http://www.perseus.tufts.edu/hopper/.

Plato. Completed Works, прир. By J. M. Cooper, D. S. Hutchinson, Indianapolis/ Cambridge, 1977;

Platón. Doctrinas no escritas. Antología, прир. José Ramón Arana Marcos, Bilbao: Universidad del País Vasco, 1998;

Plinius Secundus Maior, Gaius, *Naturalis Historia*, прир. Karl Friedrich Theodor Mayhoff, Lipsiae: Teubner, 1906;

Pliny the Elder, *The Natural History*, прир. John Bostock, M. D., F. R. S. H. T. Riley, Esq., B. A. London: Taylor and Francis, 1855;

Proclus, *In Primium Euclidis Elementorum Librum Commentarii*, прир. Friedlein, Leipzig: Teubner, 1878;

——— (1970), *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, прир. Glen R. Morrow, Princeton: Princeton University Press;

Procli Diadochi in Platonis Timaeum commentaria, прир. Ernestus Diehl, Lipsiae: In Aedibus Bg. Tevbneri, 1903;

Proclus on The Timaeus of Plato, Books I–V, прир. Martin Euser, 2010 (digital edition)

Proclus, Commentary on Plato's Timaeus, Vol. III, Book 3, part 1. Proclus on the World's Body, прир. Dirk Baltzly, Cambridge: Cambridge University Press, 2007;

First Book of Ptolemy's Almagest, доступно на: http://bertie.ccsu.edu/naturesci/Cosmology/Ptolemy.html;

Ptolemy’s Planetary Theory: An English Translation of Book One, Part A of the Planetary Hypotheses with Introduction and Commentary by Elizabeth Anne Hamm (A thesis submitted in conformity with the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, Institute for the History and Philosophy of Science and Technology, University of Toronto), 2011.

Секундарна литература

Annas, Julia (1976), *Aristotle's Metaphysics Books M and N. English*

Translation and commentary, Oxford: Oxford University Press;

Арсенијевић, Милош (1986), *Простор. Време. Зенон,* Београд/ Загреб: Филозофско друштво Србије/ Графички завод Хрватске ООУР;

Badiou, Alain (2006), *Being and Event*, New York: Continuum;

Баркер, Стефан (1973), *Филозофија математике*, Београд: Нолит;

——— (1987), *Новија филозофија математике*, Београд: Нолит;

Benson, Hugh H. (2003), „The Method of Hypothesis in the Meno", у: John J. Cleary, M. Gary, S. J. Gurtler (прир.), *Proceedings of Boston Area Colloquium in Ancient Philosophy (BACAP)* 18, стр. 95–126;

——— (2011), „The Problem is Not Mathematics, but Mathematicians: Plato and the Mathematicians Again", у: *Philosophia Mathematica* III/ 00 (2011), стр. 1–30);

Братина, Борис (2005), „О произвољности лингвистичког знака", у: *Зборник радова Филозофског факултета Универзитета у Приштини (Косовска Митровица)*, Том 35 (2005), Косовска Митровица: Филозофски факултет, стр. 323–35.

van der Waerden, Bartel Leendert (1961), *Science Awakening*, New York: Oxford University Press;

Wasserstein, A. (1962), „Greek Scientific Thought", у: *Proceedings of the Cambridge Philological Society* (*New Series*), Том VIII, стр. 51–63;

Veronese, Giuseppe (1891), *Fondamenti di geometria*, Padova: Tipografia del Seminario;

——— (2011), *Elementi di geometria ad use dei ginnasi e istituti tecnici* (*1 Biennio*)..., Bologna: Nabu Press;

Vlastos, Gregory (1988), „Elenchus and Mathematics: A Turningpoint in Plato's Philosophical Development”, у: *American Journal of Philology*, бр. 109/ 3, стр. 362–96;

——— (1991), *Socrates, Ironist and Moral Philosopher*, New York: Cornell University Press;

——— (2005), *Plato's Universe*, Las Vegas: Parmenides Publishing;

Gaiser, Konrad (1980), „Plato's Enigmatic Lecture 'On the Good'”, у: *Phronesis*, Том XXV, бр. 1 (1980), стр. 5–37;

Grgić, Filip (1999), „Plato's *Meno* and the Possibility of Inquiry in the Absence of Knowledge”, у: *Bochumer Philosophisches Jahrbuch Fur Antike Und Mittelalter* 4/ 1, стр. 9–40;

Грегорић, Павел, Гргић, Филип (прир.), (2005), *Аристотелова* Метафизика. *Збирка расправа*, Загреб: Крузак;

Guthrie, W. K. C. (1962), *A History of Greek Philosophy. Vol. I, The Earlier presocratics and the pythagoreans*, London: Cambridge University Press;

——— (1978), *A History of Greek Philosophy. Vol. II, The Presocratic tradition from Parmenides to Democritus*, London: Cambridge University Press;

——— (1969), *A History of Greek Philosophy. Vol. III, The fifth-century enlightenmen*t, Cambridge: Cambridge University Press;

——— (1975), *A History of Greek Philosophy. Vol. IV, Plato: the man and his dialogues: earlier period*, Cambridge: Cambridge University Press;

——— (1978)V, *A History of Greek Philosophy. Vol. V, The Later Plato and the Academy*, Cambridge: Cambridge University Press;

——— (1981), *A History of Greek Philosophy. Vol. VI, Aristotle an encounter*, Cambridge: Cambridge University Press;

Дедекинд, Рихард, Кантор, Георг (1976), *Шта су и чему служе бројеви? / О проширењу једног става из теорије* *тригонометријских редова*, Београд: Математички институт;

Деретић, Ирина (2009), *Логос, Платон, Аристотел*: Београд: Plato Books (B & S);

——— (2010), *Из Платонове филозофије*, Београд: Plato Books (B & S);

——— (2014), *Платонова филозофска митологија*, Београд: Завод за уџбенике;

Дерида, Жак (2001), *Насиље и метафизика: оглед о мисли Емануела Левинаса*, Београд: Плато;

Zhmud, Leonid (1989), „'All is Number'? 'Basic Doctrine' of Pythagoreanism Reconsidered", у: *Phronesis*, Том XXXIV, бр. 3 (1989), стр. 270–92;

——— (1998), „Plato as 'Architect of Science'", у: *Phronesis* Том XLIII, бр. 3 (1998), стр. 21–44;

——— (1998)II, „Some Notes on Philolaus and the Pythagoreans", у: *Hyperboreus*, Том IV, св. 2 (1998/ 2), стр. 243–70;

——— (2006), *The Origin of the History of Science in Classical Antiquity*, Berlin/ New York: Walter de Gruyter;

Irwin, Terence Henry, „Prudence and Morality in Greek Ethics", у: *Ethics*, бр. 105/ 2 (1995), стр. 284–95;

Isnardi Parente, Margherita (1971), „Théophraste, Metaphysica 6 a 23 ss", у: *Phronesis* 16 (1971), стр. 49–64.

Кант, Имануел (1970), *Критика чистог ума*, Београд: Култура;

Knorr, Wilbur Richard (1975), *The Evolution of the Euclidean Elements. A Study of the Theory of Incommensurable Magnitudes and Its Significance for Early Greek Geometry*, Dordrecht/ Boston: D. Reidel Publishing Co;

——— (1990), „Plato and Eudoxus on the Planetary Motions", у: *Journal for the History of Astronomy*, Том XXI, бр. 4 (новембар 1990), стр. 313–29;

——— (1998) „Rational Diameters and the Discovery of Incommensurability”, у: *The American Mathematical Monthly*, Том CV, бр. 5 (мај 1998.), стр. 421–29;

Cornford, Fancis Macdonald (1997), *Plato's Cosmology. The* Timaeus *of Plato*, Indianapolis/ Cambridge: Hackett Publishing Company;

Kraut, Richard (прир.), (1992/ 2006), *The Cambridge Companion to Plato*, Cambridge: Cambridge University Press;

Krämer, Hans Joachim (1990)I, „Zur aktuellen Diskussion um den Philosophiebegriff Platons”, у: *Perspektiven der Philosophie* 16, стр. 85–107;

——— (1990)II, *Plato and the Foundations of Metaphysics: A Work on the Theory of the Principles and Unwritten Doctrines of Plato with a Collection of the Fundamental Documents*, Albany: State University of New York Press;

Кун, Томас (1974), *Структура научних револуција*, Београд: Нолит;

Landry, Elaine (2012), „Recollection and the Matematician's Method in Plato's *Meno*”, у: *Philosophia Mathematica*, 20/ 2 (јун 2012), стр. 143–69;

Lasserre, François (1964), *The Birth of Mathematics in the Age of Plato*, New York: American Research Council;

Lear, Johnathan (1982), „Aristotle's Philosophy of Mathematics”, у: The Philosophical Review, Том XCI, бр. 2 (април 1982.), стр. 161–92;

Lloyd, Geoffrey Ernest Richard (1978), „Saving the Appearances”, у: *The Classical Quarterly*, New Series, Том XXVIII, бр. 1 (1978), стр. 202–22;

Лучић, Зоран (2009), *Огледи из историје античке геометрије*, Београд: Службени гласник;

——— (2015), „Irrationality of The Square Root of Two: The Early Pythagorean Proof, Theodorus' and Theaetetus'

Generalisations”, стр. 1–7 (рад прихваћен за публиковање у часопису *Intelligencer*);
McClain, Ernest G. (1978), *The Pythagorean Plato. Prelude to the Song Itself*, York Beach: Nicolas-Hays, Inc.;
Mendell, Henry (1998), „Reflexions on Eudoxus, Callipus and their Curves: Hippopedes and Callippopedes” у: *Centaurus*, Том 40, стр. 177–275.
Нејгел, Ернест (1974), *Структура науке: проблеми логике научног објашњења*, Београд: Нолит;
Nicol, A. T. (1936), „Indivisible Lines”, у: *Classical Quarterly,* Том XXX, бр. 2, стр. 120–6;
Petrie, R. (1911), „Plato's Ideal Numbers”, у: *Mind,* Год. 20, бр. 78 (1911), стр. 252–5;
Попер, Карл (1973), *Логика научног открића*, Београд: Нолит;
Pritchard, Paul (1995), *Plato's Philosophy of Mathematics*, Sankt Augustin: Academia Verlag;
Raviel, Netz (2004), *The Shaping of Deduction in Greeek Mathematics. A Study in Cognitive History*, Cambridge: Cambridge University Press;
Reale, Giovanni (2003), *Por una nueva interpretación de Platón*, Barcelona: Herder Editorial S. L.;
Scott, Dominic (1995), *Recollection and Experience: Plato's Theory of Learning and its Successors*, Cambridge: Cambridge University Press;
——— (2005), *Plato's* Meno, Cambridge: Cambridge University Press;
Smile, T. J. (прир.), (2000), *Mathematics and Necessity*: *Essays in History of Philosophy*, London: Oxford University Press;
Smith, Nicholas D. (прир.), (1998), *Plato. Critical Assessments*, London: Routledge;
White, Nicolas (2011), „Platonic and Fregean Numbers”, у; *Philosophia Mathematica*, Том III, бр. 00 (2011), стр. 1–21;

Fowler, David (1999), *The Mathematics of Plato's Academy. A New Reconstruction*, Oxford: Clarendon Press;

Фреге, Готлоб (1995), *Основи аритметике*, Загреб: Крузак;

Хајдегер, Мартин, (1988), *Биће и време*, Загреб: Напријед;

Huby, Pamela M. (1967), *Greek Ethics*, London: Macmillan / New York: St. Martin's Press;

Huffman, Carl (1988), „The Role of Number in Philolaus' Philosophy", у: *Phronesis*, Том XXXIII, бр. 1 (1988), стр. 1–30;

Хилберт, Дејвид (1957), *Основе геометрије*, Београд: САНУ;

Heath, Thomas Little (1921), „A History of Greek Mathematics and Astronomy", у: Richard Winn Livingstone (прир.), (1921), *The Legacy of Greece*, Oxford: Oxford University Press: http://www.ellopos.net/elpenor/greek-texts/ancient-greece/greek-mathematics-astronomy.asp.

——— (1921)I, *A History of Greek Mathematics. Vol I. From Thales to Euclid*, Oxford: Oxford University Press;

——— (1921)II, *A History of Greek Mathematics. Vol. II. From Aristarchus to Diophantus*, Oxford: Oxford University Press;

——— (1968)I, *The Thirteen Books of Euclid's Elements. Vol. I* (*Books I and II*). *Translated with Introduction and Commentary by Sir Thomas L. Heath*, Cambridge: Cambridge University Press;

——— (1908)II, *The Thirteen Books of Euclid's Elements. Vol. II* (*Books III–IX*). *Translated from the Text of Heidberg with Introduction and Commentary by Sir Thomas L. Heath*, Cambridge: Cambridge University Press;

——— (1908), *The Thirteen Books of Euclid's Elements. Vol. III* (*Books X–XIII*). *Translated with Introduction and Commentary by Sir Thomas L. Heath*, Cambridge: Cambridge University Press;Hanson, Norwood Russell (1960), „The Mathematical Power of Epicyclical Astronomy", у: *Isis*, Том 51, бр. 2 (јун

1960), стр. 150–8;
Хусерл, Едмунд (2007), *Идеје за чисту феноменологију и феноменологијску филозофију*, Загреб: Наклада Бреза;
Cherniss, Harold F. (1944), *Aristotle's Criticism of Plato and the Academy*, New York: Russel & Russel;
——— (1962), *The Riddle of the Early Academy,* New York: Russell & Russell;
Jones, Alexander (2005), „Ptolemy's mathematical models and their meaning”, у: M. Kinyon, G. van Brummelen (прир.), (2005), *Mathematics and the Historian's Craft*, Springer International Publishing Company, стр. 24–42;
Szabo, Arpad (1978), *The Beginnings of Greek Mathematics*, Dordrecht/ Boston: D. Reidel Publishing Company;
Шијаковић, Богољуб (прир.), (2003/4), *АГРАФА ΔΟΓΜΑΤΑ. Аспекти Платоновог неписаног учења* [*Луча* XX/ 2 (2003)], Никшић: Друштво философа Црне Горе *et al*.

Остали извори са интернета:

Liddell, Henry George, Scott, Robert (1940), *A Greek-English Lexicon. Revised and augmented throughout by Sir Henry Stuart Jones with the assistance of Roderick McKenzie*, Oxford: Clarendon Press:
– *κρύσταλλος*:
http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext%3A1999.04.0057%3Aentry%3Dkru%2Fstallos;
– *περιφορά*:
http://www.perseus.tufts.edu/hopper/morph?l=perifora%2Fs&la=greek&can=perifora%2Fs0&prior=ta#lexicon);
– *χώρα*:
http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext

%3A1999.04.0057%3Aentry%3Dxw%2Fra;

Martin, T. H. (1841), *Études sur le Timée de Platon. Tome Premier*, Paris: Ladrange Libraire-Éditeur quai des Augustins 19: https://archive.org/stream/tudessurletimed00unkngoog#page/n122/mode/2up;

——— (1841), *Études sur le Timée de Platon. Tome Second*, Paris: Ladrange Libraire-Éditeur quai des Augustins 19: https://archive.org/stream/etudessurletime00martgoog#page/n72/mode/2up;

Mendell Henry, *Eudoxos of Knidos: Astronomy and Homocentric Spheres:* http://web.calstatela.edu/faculty/hmendel/Ancient%20Mathematics/Eudoxus/Astronomy/EudoxusHomocentricSpheres.htm;

Perseus Digital Library: http://www.perseus.tufts.edu/hopper/;

Plato. Plato in Twelve Volumes. Vols. 5 & 6 translated by Paul Shorey (1969), London: Cambridge/ Harvard University Press: http://www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3Atext%3A1999.01.0168%3Abook%3D6%3Asection%3D510c;

Weisstein, Eric W., „Line”, у: *MathWorld – A Wolfram Web Resourse*: http://www.mathworld.wolfram.com/Line.html;

——— „Point”, у: *Wolfram Math World. The Web's Most Extensive Mathematics Resourse*: http://mathworld.wolfram.com/Point.html;

——— „Regular Polyhedron”, у: *MathWorld – A Wolfram Web Resource*: http://mathworld.wolfram.com/RegularPolyhedron.html.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Вишња Братина (рођ. Кнежевић)

број уписа 2007-28/ФС

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Математика у Платоновој филозофији

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 26. јануара 2015. г.

Вишња Братина

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Вишња Братина (рођ. Кнежевић)

Број уписа 2007-28/ФС

Студијски програм

Докторске академске студије филозофије, модул: Историја филозофије

Наслов рада *Математика у Платоновој филозофији*

Ментор Доц. др Ирина Деретић

Потписани

Вишња Братина

изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 21. јануара 2015. г.

Вишња Братина

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Математика у Платоновој филозофији

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство некомерцијално без прераде

4. Ауторство некомерцијално делити под истим условима

5. Ауторство без прераде

6. Ауторство делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 26. 1. 2015. г.

Вишња Братина

1. Ауторство - Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство некомерцијално. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.