

**НАСТАВНО – НАУЧНОМ ВЕЋУ  
ЕКОНОМСКОГ ФАКУЛТЕТА  
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ**

На основу одлуке 2787/1 Наставно-научног већа Економског факултета у Београду од 16.09.2021. године, одређени смо у комисију за оцену и одбрану докторске дисертације под називом **Непараметарске статистичке технике оцењивања регресионих коефицијената и коефицијента варијације у корпоративним финансијама** кандидаткиње **Иване Ивковић**. Пошто смо проучили докторску дисертацију подносимо

**ИЗВЕШТАЈ  
О ОЦЕНИ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ**

**1. Основни подаци о кандидату и дисертацији**

Ивана Ивковић је рођена 03.11.1988. године у Тузли. Шабачку гимназију је завршила 2007. године са одличним успехом. Исте године уписала је Економски факултет Универзитета у Београду, смер Статистика, информатика и квантитативне финансије, подмодул Статистика који је завршила 2011. године са просечном оценом 9,55 и оценом 10 на дипломском испиту.

Током основних студија била је добитник следећих стипендија: Задужбине “Миливоја Јовановића и Луке Ћеловића” (2008/2009.), Министарства просвете и науке Републике Србије (2009/2010.) и Фонда за младе таленте (2010/2011. и 2011/2012.). Такође, добитник је награде Економског факултета за најбољег студента у школској 2009/2010. години.

Школске 2011/2012. године уписала је мастер студије на Економском факултету Универзитета у Београду, смер Квантитативна анализа, подмодул Економетрија. Све испите је положила са просечном оценом 9,57, а мастер тезу под називом „Примена лог-линеарних и логит модела у анализи табела контингенције“ одбранила је 01.07.2014. године.

Школске 2014/2015. године уписала је докторске студије на Економском факултету Универзитета у Београду, смер Статистика. Положила је следеће испите: Методологија научног истраживања 1-Д, Методологија научног истраживања 2-Д, Трговина и канали дистрибуције, Моделирање и оптимизација, Макроекономска анализа 1-Д, Финансијска математика 1-Д, Осигурање 1-Д, Методи и технике научног истраживања и анализе и Економетрија панела. Сви испити предвиђени студијским планом и програмом положени су са просечном оценом 10,00.

У летњем семестру школске 2011/2012. године, Ивана Ивковић је била ангажована на Економском факултету Универзитета у Београду као демонстратор на предмету Основи статистичке анализе. У марту 2013. године изабрана је за сарадника у настави на предмету Основи статистичке анализе, док је од марта 2015. године запослена у звању асистента на истом предмету. У школској 2013/2014. и 2015/2016. била је ангажована и у извођењу вежби на предмету Анализа података.

Била је ангажована као истраживач на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја 179050: „Стратегијске и тактичке мере за решавање кризе конкурентности реалног сектора у Србији“. Секретар је часописа Економски анали.

Аутор је већег броја радова на тему статистичког закључивања о различитим параметрима скупа користећи програмски језик R.

Ивана Ивковић је (ко)аутор следећих радова:

- Ivković, I., Rajić, V., & Stanojević, J. (2020). Coverage probabilities of confidence intervals for the slope parameter of linear regression model when the error term is not normally distributed. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 49(1), 147-158. (M23, IF<sub>2020</sub>=1,118, oblast: Statistics & Probability)
- Ivković, I., & Rajić, V. (2019). Better confidence intervals for the population coefficient of variation. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, doi: 10.1080/03610918.2019.1642482. (M23, IF<sub>2019</sub>=0,651, oblast: Statistics & Probability)
- Ivković, I., & Rajić, V. (2018). Confidence intervals for the population standard deviation: simple random sampling vs. ranked set sampling. In N. Žarkić Joksimović & S. Marinković (Eds.), *Doing Business in the Digital Age: Challenges, Approaches and Solutions* (pp. 27-34). Beograd: Univerzitet u Beogradu, Fakultet organizacionih nauka.
- Rajić, V., & Ivković, I. (2018). Confidence intervals for the variance in cases of some skewed distributions. In J. Kočović, J. Selimović, B. Boričić, V. Kaščelan & V. Rajić (Eds.), *Quantitative Models in Economics* (pp. 21-37). Beograd: Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet.
- Ivković, I., & Rajić, V. (2017). Confidence intervals for the regression coefficient. Rad je prezentovan na konferenciji: Economic policy for smart, inclusive and sustainable growth. Beograd: Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet.
- Ivković, I. (2017). Coverage Probabilities of Confidence Intervals for the Regression Coefficient on the Example of the GDP and the Exports of Goods and Services. Rad je prezentovan na konferenciji: 23rd EBES CONFERENCE. Madrid: Faculty of Economics and Business.
- Ivković, I. (2015). Analiza i primena log-linearnih i logit modela u trodimenzionalnim tabelama kontingencije. In N. Mladenović, D. Urošević & Z. Stanimirović (Eds.), *XLII International Symposium on Operational Research - Proceedings* (pp. 571-574). Srbija: Matematički institut SASA.
- Ivković, I. (2015). Veza između log-linearnih i logit modela: primer broja zaposlenih u delatnosti istraživanja i razvoja. Tematski zbornik radova *Ekonomska politika i razvoj*, 341-363. Beograd: Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet.
- Ivković, I., & Rajić, V. (2014). N-dimenzionalne tabelle kontingencije. In D. Teodorović, M. Vidović, K. Vukadinović, B. Dimitrijević & M. Šelmić (Eds.), *XLI Simpozijum o operacionim istraživanjima - Zbornik radova* (pp. 659-663). Beograd: Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet.

Наставно-научно веће Економског факултета у Београду на седници одржаној 22.05.2019. године одобрило је Ивани Ивковић израду докторске дисертације под називом **Непараметарске статистичке технике оцењивања регресионих коефицијената и коефицијента варијације у корпоративним финансијама**. Докторска дисертација садржи

208 страна. Поред Увода (стр. 1-5), Закључка (стр. 164-169) и Литературе (стр. 170-181), дисертација обухвата пет делова: Методе поновљених узорака (стр. 6-16), Интервали поверења за регресионе коефицијенте (стр. 17-86), Интервали поверења за мере дисперзије (стр. 87-141), Markov Chain Monte Carlo (MCMC) методе код Bayes-овског оцењивања (стр. 142-153) и Поређење класичних и Bayes-овских интервала (стр. 154-163). Докторска дисертација садржи 75 табела и 34 графичка приказа. У изради дисертације коришћено је 180 библиографских извора (научни чланци, књиге, итд.), углавном на енглеском језику.

## 2. Предмет и циљ дисертације

*Предмет* истраживања докторске дисертације је интервално оцењивање регресионих коефицијената у простом линеарном регресионом моделу и квадратном регресионом моделу уколико случајна грешка није нормално расподељена, као и интервално оцењивање мера дисперзије (варијанса и коефицијент варијације) уколико је нарушена претпоставка о нормалности основног скупа.

Први *циљ* докторске дисертације је анализа различитих метода за интервално оцењивање регресионих коефицијената у простом линеарном регресионом моделу и квадратном регресионом моделу, као и мера дисперзије у случају неиспуњености одређених претпоставки. Други *циљ* је развој оригиналних метода за интервално оцењивање регресионих коефицијената у простом линеарном регресионом моделу и квадратном регресионом моделу који су засновани на  $t$  статистици. Оригинадне методе засноване су на Edgeworth-овом (Edgeworth, 1898) развоју расподеле  $t$  статистика. На основу развоја предложене су трансформације статистика које су се затим користиле у комбинацији са *bootstrap-t* интервалом поверења приликом конструкције нових интервала поверења за регресионе коефицијенте. Трећи циљ односи се на предлагање трансформација постојећих метода које се користе за интервално оцењивање релативне мере дисперзије. Поред наведеног, користећи оригиналне кодове који су написани у програмском језику  $R$  анализирани су подаци у области корпоративних финансија. На основу емпиријске анализе предложене су методе интервалног оцењивања на основу којих се могу донети поуздани закључци у области корпоративних финансија.

Познато је да се интервално оцењивање регресионих коефицијената у простом линеарном регресионом моделу и квадратном регресионом моделу заснива на  $t$  статистици ако су претпоставке модела испуњене. Такође, познато је да се интервално оцењивање мера дисперзије заснива на  $\chi^2$  и  $t$  статистици ако није нарушена претпоставка о нормалности. У тим случајевима су пропорције симулираних интервала (за регресионе коефицијенте односно мере дисперзије) који садрже непознати параметар најближе номиналном нивоу поузданости.

Главна истраживачка питања у докторској дисертацији су следећа: које методе ће омогућити да пропорције симулираних интервала (за регресиони коефицијент) који садрже параметар (у даљем тексту: пропорције симулираних интервала) буду најближе номиналном нивоу поузданости ако случајна грешка у регресионом моделу не следи нормалну расподелу, односно које методе ће омогућити да пропорције симулираних интервала (за мере дисперзије) који садрже параметар (у даљем тексту: пропорције симулираних интервала) буду најближе номиналном нивоу поузданости уколико основни скуп није нормално расподељен?

У докторској дисертацији су разматрани интервали поверења за регресионе коефицијенте у простом линеарном регресионом моделу и квадратном регресионом моделу који су

адекватни за коришћење када није испуњена претпоставка о нормалној расподели случајне грешке. Изведен је Edgeworth-ов развој расподеле  $t$  статистика и на основу тог развоја су сугерисане одговарајуће трансформације статистика које се користи приликом оцењивања. Након тога, конструисани су нови интервали поверења за регресионе коефицијенте користећи трансформисане статистике комбиноване са *bootstrap-t* интервалом поверења. Валидност предложених метода проверена је кроз симулације користећи различите расподеле, као и податке у области корпоративних финансија. Корпоративне финансије се првенствено баве максимизирањем вредности компаније кроз проучавање дугорочних и краткорочних извора финансирања и начина на који се прикупљени извори користе, у имплементацији различитих инвестиционих стратегија. Може се рећи да корпоративне финансије обухватају планирање, инвестирање и праћење ефеката финансирања како би се постигли финансијски циљеви компаније и максимизирање вредности за акционаре. Предмет истраживања у докторској дисертацији били су подаци о индикатору вероватноће банкрутства и количнику укупног дуга, подаци који се односе на просечну цену лета и удаљеност између градова, као и збирни финансијски индикатори: нето добитак, трошкови сировина, број запослених и укупна имовина.

Поред оцењивања регресионих коефицијената, кандидаткиња је посветила пажњу интервалима поверења за мере дисперзије: варијансу и коефицијент варијације. У докторској дисертацији су разматрани интервали поверења за мере дисперзије који су адекватни за коришћење ако основни скуп из кога се бира узорак не следи нормалну расподелу. Када је реч о варијанси анализирани су постојећи интервали поверења, као и интервали поверења засновани на рангираном узорковању. Приликом формирања интервала поверења за коефицијент варијације разматрани су постојећи интервали поверења, као и интервали поверења засновани на рангираном узорковању и парцијалном рангираном узорковању, перцентил, ВС и ВСа интервали у комбинацији са рангираним узорковањем. Такође, предложене су две трансформације постојећих интервала. Прва трансформација је подразумевала употребу одсечене средине уместо аритметичке средине приликом израчунавања варијансе узорка, док се друга трансформација заснивала на примени перцентила који се користе приликом конструкције *bootstrap-t* интервала уместо традиционалних критичних вредности. Многи од наведених интервала нису разматрани до сада у литератури као потенцијални начини за решавање поменутог проблема (одступања од нормалности). Валидност свих интервала је испитана спроводећи симулационе студије на различитим расподелама, као и на реалним подацима, у области корпоративних финансија. Корпоративне финансије, поред раније наведеног, обухватају и различите аспекте од значаја за раст компаније као што су начини прикупљања капитала за инвестиције, порески аспекти, издавање акција и других хартија од вредности, итд. Анализа хартија од вредности има неоспоран значај у области корпоративних финансија и из тог разлога у дисертацији је акценат био на испитивању променљивих као што су мера систематског ризика и дивиденда, мерене код S&P500 компанија. У анализи хартија од вредности, мера систематског ризика (бета) заузима централно место, јер представља меру осетљивости приноса хартија од вредности на промене у тржишном приносу и показује да ако се принос тржишног портфолија промени за један проценат, за колико процентних поена ће се променити принос хартије од вредности. Када је реч о дивидендама, свака компанија у одређеном временском периоду доноси одлуку да ли ће вратити готовину својим акционарима, и ако врати који део ће бити у облику дивиденди.

Поред класичног закључивања, постоји изражено интересовање од стране великог броја истраживача и за Bayes-овским закључивањем. Неки проблеми у Bayes-овској статистици се могу решити употребом MCMC метода (скраћено од енгл. Markov Chain Monte Carlo), помоћу којих се користећи ланце Маркова бирају узорци из апостериорне расподеле. У овој дисертацији су разматране различите врсте MCMC алгоритама на основу којих се добијају

тачкасте Bayes-овске оцене за изабране параметре. Затим су формирани Bayes-овски интервали поверења и извршено је поређење ширина класичних и Bayes-овских интервала поверења за коефицијент варијације лог-нормалне расподеле, спровођењем симулационих студија, као и на реалним подацима у области корпоративних финансија.

### 3. Полазне хипотезе докторске дисертације

На основу предмета и циља дисертације, тестиране су следеће хипотезе:

$H_1$ : Пропорције симулираних интервала поверења за регресиони коефицијент у простом линеарном регресионом моделу који су засновани на новој трансформацији  $t$  статистике,  $T_3$ , за велике узорке, ближе су номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих проучаваних интервала.

$H_2$ : Пропорције симулираних интервала поверења за регресиони коефицијент у квадратном регресионом моделу који су засновани на новој трансформацији  $t$  статистике,  $T_2^*$ , за велике узорке, ближе су номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих проучаваних интервала.

$H_3$ : Пропорције симулираних интервала поверења за варијансу основног скупа, конструисаних на основу рангираног узорковања, ближе су номиналном нивоу поузданости од пропорција интервала поверења конструисаних на основу простог случајног узорковања.

$H_4$ : Пропорције симулираних интервала поверења за коефицијент варијације основног скупа, заснованих на трансформацији са одсеченом средином, ближе су номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих испитиваних интервала.

$H_5$ : Анализа поузданости на реалним подацима, у области корпоративних финансија, показује да су пропорције предложених интервала поверења ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције интервала који су до сада коришћени у литератури.

### 4. Опис садржаја докторске дисертације по поглављима

Структура рада је последица идеје истраживања описане преко циљева и хипотеза. Поред увода и закључка, дисертације је структурирана у још пет делова, на следећи начин.

У **првом делу** дисертације су разматране различите методе које су се касније примениле у другом и трећем делу дисертације. Овде су представљене методе поновљених узорака: *bootstrap* метода и *jackknife* метода, као и интервали поверења засновани на поновљеним узорцима. Затим је описано рангирано узорковање, које представља алтернативу простом случајном узорковању, док је на крају овог дела пажња посвећена методама поновљених узорака у случају рангираног узорковања, као и парцијалном рангираном узорковању. Први део се састоји од четири одељка. У *првом одељку* су разматране основне дефиниције и појмови који се односе на *bootstrap* методу, док је у *другом одељку* пажња посвећена *jackknife* методи и њеној вези са *bootstrap* методом. *Трећи одељак* се односи на интервале поверења засноване на поновљеним узорцима: *bootstrap-t* интервал, перцентил интервал, ВС интервал (скраћено од енгл. bias-corrected), ВСа интервал (скраћено од енгл. bias-corrected and accelerated) и *jackknife* интервал. *Четврти одељак* је посвећен рангираном узорковању.

Описан је поступак рангираног узорковања, извршено је поређење са простим случајним узорковањем, и разматране су различите методе рангираног узорковања.

Након што су представљени основни методолошки концепти, **други део** дисертације је посвећен интервалима поверења за регресионе коефицијенте у простом линеарном регресионом моделу и квадратном регресионом моделу. Познато је да су пропорције симулираних  $t$  интервала (за регресионе коефицијенте) који садрже параметар најближе номиналном нивоу поузданости ако случајна грешка у регресионом моделу следи нормалну расподелу. Међутим, кандидаткиња је имала за циљ да утврди који ће симулирани интервали (за регресионе коефицијенте) који садрже параметар обезбедити пропорције најближе номиналном нивоу поузданости ако случајна грешка у регресионом моделу не следи нормалну расподелу, већ неку од асиметричних расподела. На почетку овог дела су разматране асиметричне расподеле које су касније биле предмет анализе у симулационим студијама. Затим су представљени интервали поверења за регресиони коефицијент у простом линеарном регресионом моделу, као и интервали поверења за регресионе коефицијенте у квадратном регресионом моделу. Такође, приказани су резултати симулационих студија и резултати добијени на реалним подацима. На самом крају овог дела наведени су кодови из програмског језика  $R$  за изабране интервале. Други део се састоји од шест одељака. У *првом одељку* су разматране асиметричне расподеле које представљају основу за спровођење симулационих студија, као и њихова својства. Било је речи о Weibull-овој, експоненцијалној, гама и лог-нормалној расподели, као и о *skew*-нормалној, *skew*-Student-овој, *skew*-Laplace-овој и *skew* генерализованој  $t$  расподели. У *другом одељку* представљен је постојећи интервал поверења за регресиони коефицијент у простом линеарном регресионом моделу заснован на  $t$  статистици, као и *bootstrap-t* интервал. Такође, у наставку су презентовани *bootstrap-t* интервали поверења са Hall-овим (Hall, 1992a) трансформацијама,  $T_1$  и  $T_2$ . У овом одељку је изведен Edgeworth-ов развој расподеле  $t$  статистике и предложена је нова трансформација  $t$  статистике, у ознаци  $T_3$ , што је даље омогућило формирање *bootstrap-t* интервала са трансформацијом  $T_3$ . У *трећем одељку* су разматрани постојећи интервали поверења за регресионе коефицијенте у квадратној регресији, засновани на  $t$  статистици. Затим су представљени *bootstrap-t* интервал поверења, перцентил интервал, ВС интервал, ВСа интервал и *jackknife* интервал. У овом одељку је изведен Edgeworth-ов развој расподеле  $t$  статистике која се користи приликом статистичког закључивања о коефицијенту  $\beta_2$  у квадратној регресији и предложена је нова трансформација статистике, на основу које је формиран *bootstrap-t* интервал са новом трансформацијом. У наставку, у *четвртном одељку* анализирана је поузданост интервала поверења који су разматрани у другом и трећем одељку. Разматране су различите вредности параметара и величине узорака. Када је реч о простом линеарном регресионом моделу, спроведене су симулационе студије у којима се претпоставило да случајна грешка следи Weibull-ову, односно експоненцијалну расподелу. Када је реч о малим узорцима, утврђено је да су пропорције симулираних *bootstrap-t* интервала и *bootstrap-t* интервала са трансформацијама  $T_2$  и  $T_3$  биле најближе номиналном нивоу поузданости. Приликом разматрања великих узорака, донет је закључак да су пропорције симулираних *bootstrap-t* интервала са трансформацијама  $T_2$  и  $T_3$  дале најбоље резултате. У квадратном регресионом моделу се кренуло од претпоставке да случајна грешка следи гама, Weibull-ову, односно експоненцијалну расподелу. Предмет анализе су били номинални нивои поузданости од 95% и 90%. Донет је генерални закључак да је приликом интервалног оцењивања параметра  $\beta_1$  најбоље користити перцентил, *bootstrap-t* и *jackknife* интервале, а за параметар  $\beta_2$  препоручена је примена *bootstrap-t* интервала са трансформацијом  $T_2^*$  и перцентил интервала. У *петом одељку* је анализирана поузданост наведених интервала поверења на реалним подацима, у области корпоративних финансија. На почетку овог одељка било је речи о корпоративним финансијама, као научној

дисциплини, а затим о индикатору вероватноће банкротства и количнику укупног дуга. Корпоративне финансије су усмерене на остваривање финансијских циљева компаније, односно максимизирање вредности компаније на основу планирања начина финансирања, одабир праваца инвестирања, праћење финансија, припајања са другим компанијама, као и примене различитих стратегија. Из тог ралога, анализа променљивих - индикатора вероватноће банкротства и количника укупног дуга има велики значај у области корпоративних финансија. Предмет разматрања у простом линеарном регресионом моделу биле су пропорције симулираних интервала за регресиони коефицијент засноване на подацима о индикатору вероватноће банкротства и количнику укупног дуга у 157 компанија у Србији у 2014. години. Истраживање је спроведено на предузећима која остварују највећи ниво пословне активности, односно на предузећима чији су пословни приходи у 2013. години били изнад 5 милијарди динара. Утврђено је да су за мале узорке пропорције симулираних *bootstrap-t* интервала биле најбоље међу свим проучаваним интервалима. Када је реч о великим узорцима,  $T_3$  и *bootstrap-t* интервали су обезбедили најбоље резултате. Даље, у хипотетичком примеру су конструисани интервали поверења за регресионе коефицијенте и израчунате њихове ширине, користећи податке о збирним финансијским индикаторима - нето добитку, броју запослених и трошковима сировина. Полазећи од претпоставке да је нето добитак зависна променљива, а да су трошкови сировина односно број запослених објашњавајуће променљиве, респективно, утврђено је да је у оба случаја најужи интервал поверења добијен применом *bootstrap* метода у комбинацији са трансформацијом  $T_1$ . Затим су у хипотетичком примеру испитиване пропорције симулираних интервала за регресиони коефицијент на основу података о просечној цени лета и удаљености између градова. Установљено је да су за мале узорке пропорције симулираних *bootstrap-t* интервала биле најближе номиналном нивоу поузданости, док је за велике узорке  $T_3$  интервал обезбедио најбоље резултате. Користећи податке о нето добитку и укупној имовини у 105 општина у Србији у 2017. години испитиване су пропорције симулираних интервала за регресионе коефицијенте у квадратном регресионом моделу. Анализом се дошло до следећих закључака. Када је реч о параметру  $\beta_1$ , за узорке величине 10, пропорција симулираних перцентил интервала била је најближа номиналном нивоу поузданости. За узорке величине 20, *jackknife* интервал је обезбедио најбоље резултате, док су за велике узорке најбољи резултати добијени применом *bootstrap-t* интервала. Утврђено је да је за параметар  $\beta_2$ , када је реч о малим узорцима, *jackknife* интервал обезбедио најбоље резултате, а да су за велике узорке пропорције симулираних  $T_2^*$  интервала биле најближе номиналном нивоу поузданости. Даље, у хипотетичком примеру су анализирани пропорције симулираних интервала за регресионе коефицијенте базиране на подацима о индикатору вероватноће банкротства и количнику укупног дуга. Анализом резултата су донети следећи закључци који се односе на параметар  $\beta_1$ . За мале узорке пропорција симулираних ВСа интервала била је најближа номиналном нивоу поузданости, док је за узорке величине 20 утврђено да је *jackknife* интервал обезбедио најбоље резултате. Када је реч о великим узорцима, установљено је да су пропорције симулираних *jackknife* и перцентил интервала биле најбоље. За параметар  $\beta_2$  је утврђено да је за узорке величине 10 најбоље резултате обезбедио ВСа интервал, док је за узорке величине 20 *jackknife* интервал био најбољи избор. У случају узорака величине 50 најбољи резултати су остварени применом интервала  $T_2^*$ , а за узорке величине 80 коришћењем перцентил интервала. На крају, у *шестом одељку* су представљени кодови из програмског језика R за неке од поменутих интервала.

Следећи, **трећи део** дисертације односи се на интервале поверења за мере дисперзије: варијансу и коефицијент варијације. У овом делу дисертације су разматрани интервали поверења за мере дисперзије који су адекватни за коришћење ако основни скуп не следи

нормалну, већ неку асиметричну расподелу. На почетку трећег дела представљени су интервали поверења за мере дисперзије, а затим су приказани резултати симулационих студија, као и резултати добијени на реалним подацима. На крају се налазе кодови из програмског језика R за изабране интервале. Трећи део се састоји од пет одељака. У *првом одељку* су представљени следећи интервали поверења за варијансу: интервал заснован на  $\chi^2$  статистици, Bonett-ов интервал (Bonett, 2006), Steve-ов интервал (Steve, 1990) заснован на нормалној апроксимацији у случају великих узорака, интервал заснован на логаритамској трансформацији и интервал са коригованим степенима слободe (у даљем тексту ADF интервал). *Други одељак* је посвећен интервалима поверења за коефицијент варијације. На самом почетку овог одељка су разматрани постојећи интервали поверења за коефицијент варијације: интервал заснован на  $t$  статистици, Miller-ов интервал (Miller, 1991), Curto-ов & Pinto-ов интервал (Curto & Pinto, 2009) и McKay-ев интервал (McKay, 1932), а затим интервали засновани на методама поновљених узорака: *bootstrap-t*, перцентил, BC, BCa и *jackknife*. У наставку су анализирани Miller-ов, Curto-ов & Pinto-ов (у даљем тексту C & P) и McKay-ев интервал поверења засновани на рангираном узорковању и парцијалном рангираном узорковању, као и перцентил, BC и BCa интервали у комбинацији са ранжираним узорковањем. Предложене су две трансформације Miller-овог, Curto-овог & Pinto-овог и McKay-евог интервала поверења. Прва трансформација је подразумевала употребу одсечене средине уместо аритметичке средине приликом израчунавања варијансе узорка. Коришћена је Bonett-ова (Bonett, 2006) одсечена средина и одсечена средина која елиминише 10% вредности. Друга трансформација се заснивала на примени перцентила који се користе приликом конструкције *bootstrap-t* интервала. У *трећем одељку* су спроведене симулационе студије да би се утврдила валидност интервала поверења који су представљени у претходна два одељка. Пропорције симулираних интервала за варијансу основног скупа анализирани су користећи просто случајно узорковање и рангирано узорковање (у даљем тексту RSS). Кренуло се од претпоставке да основни скуп следи гама, лог-нормалну или експоненцијалну расподелу, у првом примеру, односно *skew*-нормалну, *skew*-Student-ову, *skew*-Laplace-ову или *skew* генерализовану  $t$  расподелу, у другом примеру. У оба примера, за различите вредности параметара и величине узорка резултати су показали да су, у већини случајева, пропорције симулираних интервала за варијансу заснованих на рангираном узорковању најближе номиналном нивоу поузданости. Затим, испитиване су пропорције симулираних интервала за коефицијент варијације основног скупа. У сврхе истраживања претпоставило се да основни скуп следи гама, Weibull-ову, лог-нормалну односно *skew*-нормалну расподелу, респективно. Анализом резултата је утврђено да су за све разматране расподеле, у већини случајева, пропорције симулираних интервала за коефицијент варијације заснованих на одсеченој средини најближе номиналном нивоу поузданости. Такође, испитивањем ширина интервала поверења за коефицијент варијације установљено је да интервали поверења засновани на одсеченој средини имају приближно исту ширину као и они који нису засновани на одсеченој средини. У наставку, у *четвртом одељку*, анализирана је поузданост наведених интервала поверења на реалним подацима, у области корпоративних финансија. На почетку одељка било је речи о мери систематског ризика и дивидендама. Да би компанија створила услове за повећање своје добити, у случају недостатка сопствених средстава емитује акције и/или обвезнице, односно окреће се екстерним изворима финансирања. За предузећа која емитују акције важна мера реагбилности њиховог приноса на промене тржишног приноса јесте бета коефицијент. Мера систематског ризика (бета) показује за колико процентних поена ће се променити принос хартије од вредности ако се тржишни принос промени за један проценат. Са друге стране, што се тиче дивиденди, за компанију је од велике важности да донесе одлуку о томе како расподелити нето добитак на дивиденду и акумулирани добитак. Користећи податке о мери систематског ризика у компанијама чије акције улазе у индексну корпу S&P500 индекса испитиване су пропорције симулираних интервала за варијансу. Утврђено је да су најбољи резултати за узорке величине 15 добијени применом RSS  $\chi^2$  интервала, док је за узорке величине 20 најбољи избор био RSS ADF интервал. Када



је реч о узорцима величине 50 применом RSS Steve-овог интервала добијени резултат је најближи номиналном нивоу поузданости, а за узорке величине 80 се као најбољи показао ADF интервал. Ова анализа је показала да су, у већини случајева, пропорције симулираних интервала за варијансу заснованих на рангираном узорковању биле ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције симулираних интервала заснованих на простом случајном узорковању. Даље, на основу података о дивидендама у компанијама чије акције улазе у индексну корпу S&P500 индекса разматране су пропорције симулираних интервала за варијансу. За мале узорке и за узорке величине 50 RSS Bonett-ов интервал је обезбедио најбоље резултате, док је за узорке величине 80, пропорција симулираних Bonett-ових интервала била најближа номиналном нивоу поузданости. Сprovedена анализа довела је до закључка да су, у већини случајева, пропорције симулираних интервала за варијансу заснованих на рангираном узорковању ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције симулираних интервала заснованих на простом случајном узорковању. Предмет анализе у једном хипотетичком примеру биле су и пропорције симулираних интервала за варијансу засноване на подацима који се односе на штете настале услед пожара у Данској. У случају малих узорака и узорака величине 50 RSS Bonett-ов интервал обезбедио је резултате најближе номиналном нивоу поузданости, док је за узорке величине 80 пропорција симулираних Bonett-ових интервала била најближа номиналном нивоу поузданости. Генерални закључак је да су, у већини случајева, пропорције симулираних интервала за варијансу заснованих на рангираном узорковању биле ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције симулираних интервала заснованих на простом случајном узорковању. Затим, користећи податке о мери систематског ризика предмет испитивања биле су пропорције симулираних интервала за коефицијент варијације. За узорке величине 10 пропорција симулираних RSS Miller-ових интервала заснованих на одсеченој средини била је најближа номиналном нивоу поузданости, док је за узорке величине 20 RSS C&P интервал заснован на одсеченој средини обезбедио најбољи резултат. У случају узорака величине 40, најбољи резултат остварен је применом RSS Miller-овог интервала заснованог на одсеченој средини, док је за узорке величине 80 употреба C&P и RSS Miller-овог интервала који су засновани на одсеченој средини дала најбоље резултате. Сprovedена анализа је показала да су, у већини случајева, пропорције симулираних интервала за коефицијент варијације заснованих на одсеченој средини користећи рангирано узорковање биле најближе номиналном нивоу поузданости. На разматраним подацима испитане су и просечне ширине интервала поверења, при чему је закључено да интервали поверења засновани на одсеченој средини показују приближно исту ширину као и они који нису засновани на одсеченој средини. Даље, на основу података о дивидендама анализирани су пропорције симулираних интервала за коефицијент варијације. Утврђено је да је за узорке величине 10 RSS Miller-ов интервал заснован на одсеченој средини обезбедио најбоље резултате, док је за узорке величине 20 најбољи избор био RSS C&P интервал заснован на одсеченој средини. За узорке величине 40, најбољи резултати остварени су применом RSS Miller-овог интервала заснованог на одсеченој средини, док је Miller-ов интервал заснован на одсеченој средини дао резултате најближе номиналном нивоу поузданости за узорке величине 80. Изведен је закључак да су, у већини случајева, пропорције симулираних интервала за коефицијент варијације заснованих на одсеченој средини користећи рангирано узорковање најближе номиналном нивоу поузданости. На крају, у *петом одељку*, представљени су кодови из програмског језика R за неке од изабраних интервала.

**Четврти део** дисертације је посвећен Bayes-овском оцењивању параметара и примени *Marcov Chain Monte Carlo* метода у ту сврху. Дефинисани су основни појмови који се односе на Bayes-овско оцењивање и MCMC методе. Овај део се састоји од четири одељка. У *првом одељку* је образложено како се формира апостериорна расподела. Такође, представљена је основна идеја Bayes-овског закључивања. У *другом одељку* је разматрана основна идеја *Marcov Chain Monte Carlo* метода. Применом ових метода Bayes-овско оцењивање је доста

поједностављено. За већину једнопараметарских проблема, решење је у примени конјугованих априорних расподела. Проблем настаје у случају кад не постоји конјугована априорна расподела или код решавања вишепараметарских проблема. Тада се користе *Marcov Chain Monte Carlo* методе, помоћу којих се бирају узорци из апостериорне расподеле. На основу формираног ланца Маркова могу се израчунати оцене различитих параметара, које се даље користе у Bayes-овском закључивању. У *трећем одељку* су разматране врсте МСМС алгоритама, док је у четвртном одељку приказана примена МСМС алгоритама код Bayes-овског оцењивања.

Последњи, **пети део** односи се на класичне и Bayes-овске интервале. На почетку овог дела представљени су Bayes-овски интервали, а затим је извршено поређење класичних и Bayes-овских интервала. Овај део се састоји од два одељка. У *првом одељку* су разматрани различити Bayes-овски интервали, док су у *другом одељку* анализирани класични и Bayes-овски интервали за коефицијент варијације лог-нормалне расподеле. Лог-нормална расподела има веома распрострањену примену у економији. Често се користи приликом моделирања штета, обавеза и профита предузећа, цена некретнина, дохотка домаћинства, цена акција, утврђивања цена опција итд. На једном хипотетичком примеру објашњена је конструкција дводимензионалних ланаца Маркова за средину и коефицијент варијације лог-нормалне расподеле применом Metropolis-Hastings-овог алгорита и на основу добијених резултата су испитиване ширине интервала са једнаким реповима и интервала са највећом апостериорном густином за коефицијент варијације. Даље, извршено је поређење ширина неких класичних интервала поверења за коефицијент варијације лог-нормалне расподеле са ширинама интервала са једнаким реповима и интервала са највећом апостериорном густином. Као априорне расподеле за коефицијент варијације лог-нормалне расподеле разматране су двопараметарска бета, униформна односно четворопараметарска бета расподела, респективно и изведен је закључак да је, у већини случајева, интервал са једнаким реповима најужи за расподелу предлога са стандардним девијацијама 0,3 и 0,6 и 20000 итерација, док је интервал са највећом апостериорном густином најужи за расподелу предлога са стандардним девијацијама 0,3 и 0,6 и 10000 итерација. Затим, израчунате су ширине неких класичних интервала поверења за коефицијент варијације, при чему је утврђено да је за мале узорке и узорке величине 50 најужи RSS BCa интервал, док је за узорке величине 80 најужи *bootstrap-t* интервал. Донет је закључак да су класични интервали поверења ужи од Bayes-овских интервала за разматране априорне расподеле. Поред анализе на симулираним подацима, спроведена је и анализа на подацима о нето добитку. Користећи униформну односно четворопараметарску бета расподелу као априорне расподеле за коефицијент варијације лог-нормалне расподеле, изведен је закључак да су, у већини случајева, интервал са једнаким реповима и интервал са највећом апостериорном густином најужи за расподелу предлога са стандардним девијацијама 0,3 и 0,6 и 10000 итерација. Када је реч о класичним интервалима поверења за коефицијент варијације, утврђено је да је за узорке величине 10 најужи RSS BCa интервал, док је за узорке величине 20 и 50 најужи RSS перцентил интервал. Као најбољи избор за узорке величине 80 показао се *t* интервал. На основу свих резултата, донет је закључак да су класични интервали поверења ужи од Bayes-овских интервала за разматране априорне расподеле.

## 5. Методе које су примењене у истраживању

Полазећи од дефинисаног предмета и циља истраживања, као и хипотеза које су тестиране у оквиру истраживања, кандидаткиња је користила већи број метода које су карактеристичне за дату област истраживања.

**Методе поновљених узорака** су методе статистичког закључивања које се користи да би се на основу информација из узорка извели закључци о карактеристикама основног скупа. Примена ових метода подразумева да се из оригиналног узорка генеришу узорци са понављањем. У сваком узорку са понављањем се одређује вредност статистике и добија се расподела реплика статистика. У овом раду су разматране *bootstrap* и *jackknife* методе поновљених узорака. Интервали поверења засновани на овим методама користе се као једна од алтернатива класичним интервалима поверења у случају неиспуњености одређених претпоставки. Применом ових метода на податке у области корпоративних финансија испитивана је поузданост интервала поверења у ситуацијама када случајна грешка или основни скуп не следе нормалну расподелу.

Различите **методе интервалног оцењивања**, као што су *bootstrap-t* метода, перцентил метода, ВС метода и ВСа метода су разматране у овом раду. *Bootstrap-t* метода се добија на основу перцентила расподеле стандардизоване статистике, која се рачуна у сваком *bootstrap* узорку, док се ВСа метода заснива на перцентилима *bootstrap* расподеле, који зависе од две величине: корекције пристрасности и акцелерације. Перцентил и ВС метода су специјални случајеви ВСа методе које се могу добити када су корекција пристрасности и акцелерације једнаки нули, односно када је акцелерација једнака нули, респективно.

**Метода рангираног узорковања** је метода узорковања која подразумева рангирање случајно изабраних јединица посматрања из основног скупа, након чега се на одређеном броју тих јединица врше стварна мерења. У овом раду је разматрано балансирано рангирано узорковање са савршеним процесом рангирања, што подразумева бирање  $k$  простих случајних узорака величине  $k$ . У сваком узорку се рангирају јединице посматрања према варијабли од интереса. Из првог узорка се бира јединица са најмањим рангом, из другог узорка се бира јединица са другим по реду рангом, и тако даље, док се из  $k$ -тог узорка бира јединица са највећим рангом. Ако се жели балансирано рангирано узорковање величине  $n = m \cdot k$ , описани поступак се понавља  $m$  пута. Такође, коришћена је и **метода парцијалног рангираног узорковања**, која представља комбинацију простог случајног узорковања и рангираног узорковања. У овој дисертацији је извршено поређење поузданости интервала поверења заснованих на рангираном узорковању, парцијалном рангираном узорковању и простом случајном узорковању.

**МСМС методе** имају широку примену у различитим областима. Истиче се њихов значај код Bayes-овског закључивања. Примена ових метода подразумева да се користећи ланце Маркова врши узорковање из расподеле вероватноћа, која је често непозната. У овом раду су разматране две врсте МСМС алгоритама: Metropolis-Hastings-ов алгоритам и Gibbs-ово узорковање.

**Компаративна анализа** је примењена у делу дисертације у ком су разматране предности и недостаци различитих интервала поверења, као и приликом поређења поузданости интервала поверења. Основа за спровођење ове анализе биле су симулационе студије и примена на реалним подацима, у области корпоративних финансија.

**Методе симулације** су примењене у сврху добијања резултата на основу којих се извршила анализа поузданости разматраних интервала поверења. Спроведене су на основу оригиналног кода који је написан у програмском језику  $R$ . За сваку комбинацију параметара и величине узорка генерисано је 1000 узорака из основног скупа који следи асиметричну расподелу. У случају када су бирани узорци са понављањем, из сваког простог случајног узорка изабрано је 1000 *bootstrap* узорака.

**Bayes-овске методе** су коришћене приликом формирања Bayes-овских интервала. Конструисани су Bayes-овски интервали за коефицијент варијације лог-нормалне расподеле и на основу резултата симулационих студија и анализе реалних података испитивана је ширина ових интервала.

## 6. Остварени резултати и научни допринос

У раду су остварени следећи доприноси:

1. У раду је предложен нови интервал поверења за регресиони коефицијент у простом линеарном регресионом моделу који је адекватан када случајна грешка не следи нормалну расподелу. Најпре, изведен је Edgeworth-ов развој расподеле  $t$ -статистике до реда  $n^{-1/2}$ , на основу ког је предложена трансформација  $t$ -статистике,  $T_3$ . Ова трансформација је употребљена за конструисање *bootstrap-t* интервала поверења за регресиони коефицијент.

2. Под претпоставком да случајна грешка нема нормалну расподелу, користећи податке који се односе на индикатор вероватноће банкротства и количник укупног дуга утврђено је да су пропорције симулираних интервала поверења за регресиони коефицијент у простом линеарном регресионом моделу који је заснован на новој трансформацији  $t$  статистике,  $T_3$ , за велике узорке, ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих проучаваних интервала.

3. У дисертацији је предложен нови интервал поверења за регресиони коефицијент  $\beta_2$  у квадратном регресионом моделу који је погодан за примену када случајна грешка не следи нормалну расподелу. Прво, изведен је Edgeworth-ов развој расподеле  $t$ -статистике до реда  $n^{-1}$ , који представља основу за трансформацију  $t$ -статистике,  $T_2^*$ . Затим је добијена трансформација употребљена за конструисање *bootstrap-t* интервала поверења за регресиони коефицијент  $\beta_2$ .

4. Под претпоставком да случајна грешка следи гама, Weibull-ову, односно експоненцијалну расподелу, утврђено је да су пропорције симулираних интервала поверења за регресиони коефицијент  $\beta_2$  у квадратном регресионом моделу који је заснован на новој трансформацији  $t$  статистике,  $T_2^*$ , за велике узорке, у већини разматраних случајева, ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих проучаваних интервала.

5. Под претпоставком да случајна грешка нема нормалну расподелу, користећи податке који се односе на нето добитак и укупну имовину, као и податке о индикатору вероватноће банкротства и количнику укупног дуга, утврђено је да су пропорције симулираних интервала поверења за регресиони коефицијент  $\beta_2$  у квадратном регресионом моделу који је заснован на новој трансформацији  $t$  статистике,  $T_2^*$ , за велике узорке, ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих проучаваних интервала.

6. Предложене су трансформације интервала поверења за коефицијент варијације основног скупа које су погодне за примену уколико основни скуп не следи нормалну расподелу. Реч је о трансформацији постојећих интервала поверења заснованој на одсеченој средини и *bootstrap* трансформацији. У првом случају, употребљена је одсечена средина уместо аритметичке средине да би се израчунала варијанса узорка, док су се у другом случају користили перцентили *bootstrap* расподеле уместо традиционалних критичних вредности.

7. Под претпоставком да случајна грешка следи гама, Weibull-ову, лог-нормалну, односно *skew*-нормалну расподелу, утврђено је да су пропорције симулираних интервала поверења за коефицијент варијације основног скупа, заснованих на трансформацији са одсеченом средином, у већини разматраних случајева, ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих испитиваних интервала.

8. Под претпоставком да мера систематског ризика, односно дивиденда не следе нормалну расподелу, утврђено је да су пропорције симулираних интервала поверења за коефицијент варијације основног скупа, заснованих на трансформацији са одсеченом средином, у већини разматраних случајева, ближе номиналном нивоу поузданости у односу на пропорције осталих испитиваних интервала.

9. Оригинални кодови који су написани у програмском језику *R*, поред примене у области корпоративних финансија, могу се употребити у различитим експерименталним ситуацијама.

10. На основу резултата симулационих студија, у зависности од степена нарушености полазних претпоставки, предложене су методе оцењивања које највише одговарају датом проблему. Такође, анализом добијених резултата у области корпоративних финансија откривени су постојећи проблеми приликом интервалног оцењивања различитих параметара, а затим предложене могућности њиховог решавања.

## 7. Закључак и предлог Комисије

На основу анализе докторске дисертације под називом **Непараметарске статистичке технике оцењивања регресионих коефицијената и коефицијента варијације у корпоративним финансијама**, оцењујемо да иста представља резултат оригиналног научног рада кандидаткиње Иване Ивковић. Дефинисани предмет истраживања, постављени циљеви и истраживачке хипотезе, примењени научни методи и бројни оригинални научни резултати иду у прилог констатацији да ова докторска дисертација представља резултат самосталног и квалитетног научног и стручног истраживачког рада.

Комисија сматра да су испуњени сви услови за одобрење јавне одбране докторске дисертације под називом **Непараметарске статистичке технике оцењивања регресионих коефицијената и коефицијента варијације у корпоративним финансијама** и предлаже Наставно-научном већу Економског факултета Универзитета у Београду да прихвати Извештај о оцени докторске дисертације кандидаткиње Иване Ивковић и одобри њену јавну одбрану.

У Београду,  
21.09.2021. године

Потписи чланова Комисије

---

Проф. др Весна Рајић

---

др Јелена Станојевић, доцент

---

Проф. др Драган Лончар

---

др Ирена Јанковић, ванредни професор

---

др Милан Јовановић, доцент