GEORGIJE HAJDIN

Prilog proučavanju tokova sa usputnom promenom proticaja

SABIRNI KANALI SA RAVNOMERNIM PRITICAJEM

— DOKTORSKA DISERTACIJA —

I

BEOGRAD, 1965.

Georgije Hajdin

Prilog proučavanju tokova sa usputnom promenom proticaja

SABIRNI KANALI SA RAVNOMERNIM PRITICAJEM

— doktorska disertacija —

Beograd, 1965.

SADRŽAJ

Strana

Strana

U v o d

Prvi deo naslova ukazuje da ovaj rad ulazi u oblast proučavanja tokova sa usputnom promenom proticaja. To su hidraulički provodnici kod kojih se proticaj duž provodnika povećava ili smanjuje, jer se tečnost usput dodaje toku ili se oduzima od njega. Primena ovakvih rešenja u hidrotehničkoj praksi nije retka. Da se navedu samo neki primeri: evakuacija vode iz akumulacije prelivom na boku kanala koji skuplja prelivenu vodu, rasterećenje kanala prelivom na njegovom boku da bi se ograničio proticaj kanalom nizvodno, kanal sa nizom priključaka, propadanje vode kroz rešetku na dnu otvorenog toka (vodozahvat na dnu, nazvan "tirolski") sabiranje tako zahvaćene vode u kanalu ispod rešetke, zalivanje iz cevi kroz niz otvora, isticanje kroz otvore podužnog sistema za punjenje komore brodske prevodnice, uticanje kroz iste otvore pri pražnjenju komore itd.

Sem početnih razmatranja namenjenih tokova sa usputnom promenom proticaja uopšte, ostali deo rada odnosi se na jedan deo te obimne problematike - na sabirne kanale sa ravnomernim priticajem, na što ukazuje drugi deo naslova.

* * *

Osnovne karakteristike ovog rada su u sledećem:

a) Nastojanja tokom izrade bila su usmerena da se dodje do rešenja koje će imati praktičnu primenu, i to tako da se zadaci mogu rešavati u skladu sa zahtevima hidrotehničke prakse. Zadatak nije izabran zato što se naslutilo da se može doći do rešenja dopadljivim postupkom, nego je uzet zadatak koji nameće praksa. Praktične potrebe i uslovile su brojne radove iz problematike koja je predmet ovog rada. Od tih radova izvesni su navedeni u priloženom spisku literature, i to oni koji su poslužili da se ovim radom pokuša dati daljnji skroman doprinos u proučavanju sabirnih kanala sa ravnomernim priticajem.

b) Za radove čija je svrha primena u praksi ne smeju se birati uslovi proučavanja tako da se oni podešavaju mogućnostima teorijskog proučavanja. Ovde će se razmatrati sabirni kanali pravougaonog, trougaonog i trapeznog poprečnog preseka, i to od pravougaonih i trapeznih ne samo prizmatični kanali nego i oni koji se nizvodno proširuju, pa će biti obuhvaćeni svi oni slučajevi na koje se nailazi u praksi. Kao uslovi za praktičnu primenu uzeti su: ravnomerni priticaj u kanal, konstantan pad dna i mirno tečenje, što se ne može protumačiti kao namerno ograničenje domene primene, jer se ti uslovi gotovo uvek i ispunjavaju u praktičnim zadacima kojima je ovaj rad namenjen.

c) Hidraulički problemi tečenja kroz provodnike (cevi, kanale i reke) gotovo redovno se rešavaju kao linijski problemi. Sama reč linijski govori da se tu radi o pronošenju tečnosti u jasno uočenom pravcu, duž provodnika. Medjutim, uz to se podrazumeva da su brzine normalno usmerene na poprečne preseke toka, a to dalje ima za posledicu hidrostatičku raspodelu pritiska po poprečnom preseku. Na taj način rešavaju se i zadaci tečenja sa usputnom promenom proticaja - svi radovi sa svrhom praktičnog korišćenja njihovih rezultata posmatraju i tokove sa usputnom promenom proticaja kao linijske probleme. Ovo je i opravdano ako se na taj način dolazi do prihvatljivih rezultata, jer zašto se i ovakvi tokovi ne bi rešavali kao tokovi gde nema usputne promene proticaja ukoliko promena proticaja ne uslovljava uticaje koji bi znatnije remetili pretpostavke učinjene za proučavanje linijskih problema. Za sabirne kanale sa ravnomernim priticajem postoji niz eksperimentalnih radova i njihovi rezultati opravdavaju ovakvo posmatranje problema.

U ovom radu se sabirni kanali analiziraju kao linijski problemi i tek na kraju - poslednje poglavlje (7). - razmatraju se uticaji bočnog slivanja u sabirni kanal, te se tako naknadno dodaje izvesna dopuna na već obavljeni proračun na bazi linijskog problema. Naime, smatra se da je ispravno problem rešavati kao linijski ako je moguće da se na taj način dodje do makar približnih rezultata, i da se potom, za pojedine probleme, procene uticaji koji na taj način nisu obuhvaćeni, pa se rezultat te procene uzme u obzir ako je znatniji. Taj postupak sproveden je u ovom radu. Tek ako je proces takve prirode da su odstupanja od pretpostavki linijskog problema znatna, ima razloga da se traži rešenje na drugi način.

d) U radu je sprovedena dosledna primena dimenzionalne analize, odnosno prikazivanje i rešavanje problematike obavlja se preko bezdimenzionalnih veličina. Da bi se u tom postupku imali sigurni kriterijumi, u početna razmatranja ušlo je i poglavlje 2., gde su date neke napomene o primeni dimenzionalne analize u hidrauličkoj problematici. Nije bespredmetno i ovde napomenuti dobro poznatu činjenicu da se uvodjenjem bezdimenzionalnih vrednosti problematika rešava znatno lakše i preglednije.

e) Na bazi osnovne dinamičke jednačine za konačnu masu, prilagodjene linijskim problemima, došlo se do jednačina za tokove sa usputnom promenom proticaja (poglavlje 1.). Ta jednačina, uz korišćenje dimenzionalne analize, dovela je do osnova za proučavanje sabirnih kanala sa ravnomernim priticajem (poglavlje 3.). Prva tri poglavlja utvrdjuju osnove za proučavanje i čine prvi deo rada.

f) Drugi deo rada odnosi se na rešavanje praktičnih problema iz tečenja u sabirnim kanalima i podeljeno je na četiri poglavlja (4.7.). Četvrto poglavlje je kvalitativna analiza sa praktičnim zaključkom u vidu uslova za obezbedjenje mirnog tečenja u kanalu, što je zahtev u praktičnim ostvarenjima. Kvalitativna analiza obuhvatila i neprizmatične kanale, tj. kanale pravougaonog i trapeznog poprečnog preseka čija se širina dna nizvodnim smerom proširuje. Medjutim, koliko je autoru poznato, do sada se kvalitativna analiza odnosila samo na prizmatične kanale, i to pretežno na pravougaone. Peto poglavlje daje kritiku i analizu do sada poznatih metoda proračuna sabirnih kanala i uz to prilaže originalnu grafičku metodu, kao i računanje elektronskom računskom mašinom.

g) Za hidrotehničku praksu poželjno je naći rešenje sabirnog kanala u takvom obliku da se odmah mogu sagledati njegove primarne dimenzije, bez prethodnog proračuna celoga toka. U ovom radu dato je takvo rešenje - poglavlje 6.-gde je problem prikazan elementarnim hidrauličkim obrascem, tako da se brzina oticanja iz sabirnog kanala odredjuje na osnovu raspoložive visinske razlike nivoa na uzvodnom nizvodnom kraju kanala. To je, van svake sumnje, jedno od pitanja na koje je praksa tražila odgovor.

h) Od poglavlja 3., tj. od utvrdjivanja osnova za proučavanje sabirnih kanala, pa kroz poglavlja 4.- 6., odnosno kroz kvalitativnu i kvantitativnu analizu, kao i u dobijenom opštem rešenju, svuda su izrazi koji se analiziraju napisani sa poprečnim presecima kanala. Kod kanalskih tokova, medjutim, gotovo redovno analiziraju se dubine, a poprečni preseci su izvedene veličine, a u ovom radu postupljeno je suprotno tj. dubine se mogu dobiti kao izvedene veličine od poprečnih preseka. Razlog za ovo je što je mnogo veći uticaj poprečnog preseka nego dubine, jer inercijalna sila i sila težine zavise isključivo od poprečnog preseka, dok samo sila pritiska zavisi još i od dubine. Na taj način izražava se baš preko one veličine čiji je uticaj presudniji i tako se dobijaju izrazi pogodniji za analizu. Može se unapred nagovestiti da se kroz ovaj rad, zahvaljujući takvom postupku, i dobilo opšte rešenje gde se vidi da odnos visinske razlike nivoa na uzvodnom i nizvodnom preseku kanala i kvadrata brzine oticanja iz sabirnog kanala zavisi uglavnom od odnosa poprečnih preseka na oba kraja kanala.

i) O poslednjem poglavlju (7.) već je bilo reči – pod c) i može se dodati da je u ovom radu, na osnovu brojnih eksperimenata, data i mogućnost da se nadvišenje nivoa vode uz neprelivni bok kanala, pa se na prosečnu dubinu u poprečnom preseku (koju daje analiza na bazi linijskog problema) doda još ovo nadvišenje sa čime se dobija rezultat u vidu kakav traži praksa. Pomenuto nadvišenje uzeto je i kao pokazatelj uticaja bočnog slivanja, pa se došlo i do kriterijuma za proveru poprečnog preseka kanala, čije zadovoljenje znači da oticanje kanalom nizvodno neće biti znatnije poremećeno bočnim slivanjem.

j) Svi rezultati analize podvrgnuti su uporedjenju sa eksperimentalnim rezultatima i pokazalo se da se oni medjusobno prilično dobro slažu, upravo odstupanja su u granicama koje se mogu dozvoliti u tehničkoj praksi. Ovakva potvrda i daje radu potpuni smisao, jer njegovo korišćenje u rešavanju praktičnih problema dovodi do rezultata kakvi se i mogu očekivati u stvarnim uslovima

Spisak literature:

1). Boreli Mladen: Hidraulički problemi evakuacije velikih voda preko bočnog preliva. Saopštenja br. 13, Institut "Jaroslav Černi", Beograd, 1958.

2). Camp Tomas: Lateral spillway channels, Transaction, American Society of Civil Engineers, vol. 1o5, 194o.

3). De Marchi Giulio: Canali con portata progressivamente crescente. L'Energia elettrica, juni 1941.

4). Farney Harold - Markus Adolfs: Side-spilway desing. Proccedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 88, 1962.

5). Favre Henry: Contribution a l'étude des courants liquides, poglavlje: Courbes de remou dans les canaux découverts, avec débits variables le long de leurs parcours, 1933.

6). Georgescu Paul, Lates Mircea, Zarea Stefan: Recherches de laboratoire sur les ouvrages d'un grand barrage. VII. Assemblee generale d'AIRH, 1957.

7). Gusberti Gian Luigi: Canali collettori di sfioratori da laghi artificiali - Studio del profilo liquido. L'Energia elettrica, maj 1959.

8). Hajdin Georgije: Dimenzionisanje sabirnog kanala sa bočnim prelivom. Saopštenja sa drugog savetovanja jugoslovenskih stručnjaka za hidraulička istraživanja, 1958.

9). Hajdin Georgije: Bočni prelivi za mikroakumulacije. Izgradnja, maj - juni 196o.

1o). Hajdin Georgije: Prilog dimenzionisanju sabirnih kanala sa ravnomernim priticajem. Saopštenja sa VI. kongresa jugoslovenskog komiteta za visoke brane, 196?

11). Hinds Julian: Side channel spilways - Hydraulic theory, economic factor, and experimental determination of losses. Transaction, American Society of Civil Engineers, vol. 89, 1926.

12). Kiselev P.G.: Spravočnik po gidravličeskim rasčetam, poglavlje: Dviženie žitkosti s peremenim rashodom, 1957

13). Liggett James: General solution for open channel profiles. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol 87, novembar 1961.

14). Meyer-Peter E. - Favre H.: Analys of Boulder Dam spilways made by Swiss laboratory. Engineering News-Record, vol. 113,1934.

15). Noseda Giorgio: Ricerca sperimentale sur moto permanent di correnti in pressione con portata decrescente. L'Energia elettrica, januar 1959.

16). Sassoli Franco: Canali colletori laterali a forte pendenza. L'Energia elettrica, januar 1959.

17). Ven Te Choww: Open-channel Hydraulics, poglavlje: Spatially varied flow. 1959.

18). Viparelli Carlo: Sul proporzipnamento dei canali collettori a servizio di scarichi di superfice. L'energia elettrica, juni 1952.

19). Wen Hsiung Li: Open channel with nonuniform discharge. Transaction, American Society of Civil Engineers, vol. 12o, 1955.

* * *

Izveštaji o modelskim ispitivanjima iz dokumentacije Hidrauličke laboratorije Instituta "Jaroslav Černi".

2o). Evakuacioni organi akumulacije Glažanj, juli 1958.

21). Evakuacioni organi Hidroelektrane Gujranvala u Pakistanu, juli 1959.

22). Evakuacioni organi nasute brane Vodoča, april 1962.

23). Evakuacioni organi brane Globočica, decembar 1963.

24). Side channel spilway, chute and bucket for the Polemydhis Dam - Cyprus, juli 1964.

* * *

25). Hidrauličko rešenje bočnog preliva uz branu Gračanka. Izveštaj iz arhive Hidrauličke laboratorije Gradjevinskog fakulteta, Beograd, juni 1963.

* * *

Napomena: Rukovodilac modelskih ispitivanja navedenih pod (21) do (24) bio je Pavle Popović, a onih pod (20) i (25) autor ovog rada.

- prvi deo -

RAZMATRANJE OSNOVA ZA PROUČAVANJE

1.

Izvodjenje dinamičke jednačine za tokove sa usputnom promenom proticaja

1.1. Dinamička jednačina za konačnu masu

Polazi se od dinamičke jednačine za konačnu masu:

$$\int_V \rho\, dV \frac{D\vec{u}}{Dt} = \int_V \vec{f} \rho\, dV + \int_A \vec{p}_n\, dA \qquad (1-1)$$

V = zapremina koju masa zauzima

A = površina koja omedjava zapreminu V,

ρ = gustina fluida

$\vec{u}$ = brzina

t = vreme

$\overrightarrow{Du}/Dt$ = ubrzanje (materijelni izvod brzine)

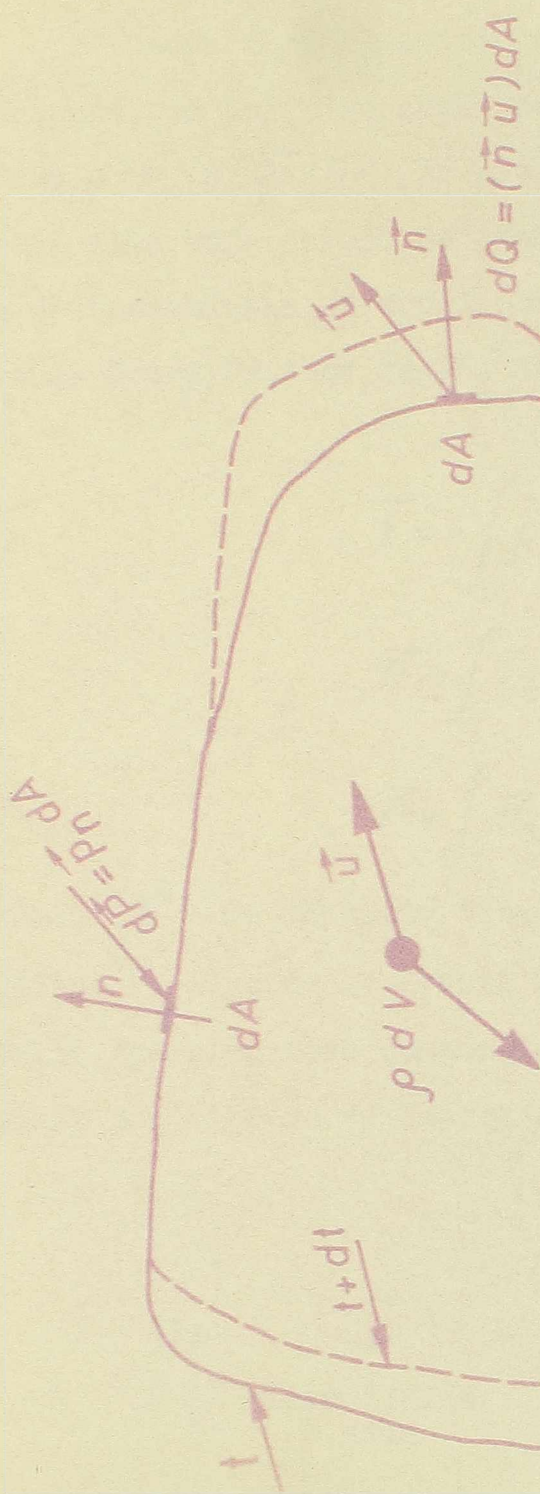
$\vec{f}$ = zapreminska sila po jedinici mase

$\vec{n}$ = jedinični vektor (ort) u smeru spoljne normale na graničnu površinu

$\vec{p}_n$ = napon na graničnu površinu, odnosno za elementarnu površinu čija se normala poklapa sa $\vec{n}$ sa time da deluje na masu koja se nalazi iza površine u smeru $-\vec{n}$, odnosno u smeru unutrašnje normale.

dQ = elementarni proticaj $\quad dQ = (\vec{n}\,\vec{u})\,dA$

– Vidi sliku 1.1.



$dQ = (\vec{n}\,\vec{u})\,dA$
$\vec{n}$
$\vec{u}$
dA
V
A
$\vec{u}$
$d\vec{p} = \vec{p}_n\,dA$
n
dA
$\rho\,dV$
$d\vec{F} = \vec{f}\rho\,dV$
$t+dt$
t

Slika 1.1

Leva strana je zbir elementarnih proizvoda masa i ubrzanja, od kojih se svaki sabirak odnosi na delić fluida mase $\rho\, dV$, a $\overrightarrow{Du}/Dt$ je njegovo ubrzanje. Desna strana je zbir sila koje deluju na elementarnu masu, i to: prvi član je zapreminska, a drugi površinska. Jednačina, dakle, iskazuje Drugi Njutnov zakon. Ako se napiše:

$$\vec{I} = -\int_V \rho\, dV \frac{\overrightarrow{Du}}{Dt} \qquad (1-2)$$

$$\vec{F} = \int_V \vec{f} \rho\, dV \qquad (1-3)$$

$$\vec{P} = \int_A \vec{p}_n\, dA \qquad (1-4)$$

i izrazu $\vec{I}$ se da naziv "inercijalna sila", osnovna jednačina (1-1) može se svesti na "ravnotežu sila" sa kojom se dalje formalno može postupati kao sa svakom jednačinom statike, jer (1-1 do 4) dozvoljavaju da se napiše:

$$0 = \underset{\text{inercijalna sila}}{\vec{I}} + \underset{\text{zapreminska sila}}{\vec{F}} + \underset{\text{površinska sila}}{\vec{P}} \qquad (1-5$$

Leva strana u (1-1), odnosno (1-2), može se preobličiti na sledeći način:

$$-\vec{I}=\int_V \rho\, dV \frac{\overrightarrow{Du}}{Dt}=\int_V \frac{D}{Dt}\rho\vec{u}\, dV-\int_V \vec{u}\frac{D}{Dt}\rho\, dV=\frac{D}{Dt}\int_V \vec{u}\rho\, dV \qquad (1-6)$$

Ovde je najpre korišćen stav o difrenciranju proizvoda. Dalje, izostavljen je član jednak nuli, jer je to integral sabiraka od kojih je svaki ravan nuli, pošto se brzina množi sa materijalnim izvodom mase delića, a ovaj je, po samoj definiciji mase, ravan nuli. Na kraju, u preostalom članu, zamenjen je redosled diferenciranja i integrisanja.

Sada će se razmotriti prethodni izraz za ustaljeno tečenje kada unutar mase nema promena, jer jedan delić mase ρdV sa brzinom $\vec{u}$ uvek zamenjuje drugi iste mase i iste brzine. Promene nastaju samo uz graničnu površinu gde masa zauzima, odnosno napušta izvesne elementarne zapremine. Može se napisati da je za ustaljeno tečenje:

$$\frac{D}{Dt}\int_V \vec{u}\rho\, dV=\int_Q \vec{u}\rho\, dQ=\int_A \vec{u}\rho\,(\vec{n}\,\vec{u})\, dA \qquad (1-7)$$

jer se umesto priraštaja integrala po zapremini, a u jedinici vremena (prvi izraz) može preći na integrisanje po proticaju, a potom i na integrisanje po graničnoj površini. Lako se uvidja da sklarani proizvod $(\vec{n}\,\vec{u})$ ima pozitivnu vrednost gde fluid ističe kroz graničnu površinu, a tu masa dobija nove elementarne proizvode. Obrnuto, tamo gde tečnost utiče biće $(\vec{n}\,\vec{u})$ negativan. Ovo je usled konvencije da se pozitivan smer za $\vec{n}$ poklapa sa spoljnom normalnom. Prema tome, sve je u skladu sa prirodom problema.

Jednačina (1-7) odnosi se na ustaljeno tečenje, jer je za takve uslove i izvedena. Ako je tečenje neustaljeno, dodaje se samo lokalna promena integrala (parcijalni njegov izvod po vremenu), pa se, kao definitivno, može napisati:

$$-\vec{I} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \vec{u}\rho\, dV + \int_A \vec{u}\rho\,(\vec{n}\,\vec{u})\, dA \qquad (1-8)$$

Kada se ovaj izraz, pored (1-2) i (1-3) unese u (1-5) dobija se uobičajen i oblik dinamičke jednačine za konačnu masu:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_V \vec{u}\rho\, dV - \int_A \vec{u}\rho(\vec{n}\,\vec{u})\, dA + \int_V \vec{f}\rho\, dV + \int_A \vec{p}_n\, dA = 0 \qquad (1-9)$$

1.2. Uslovi za uproštavanje prethodne jednačine.

Opšta jednačina (1-9) prilagodiće se sledećim uslovima:

a/ tečenje je ustaljeno

b/ fluid je nestišljiv

c/ od zapreminskih sila deluje samo težina

Ovi uslovi daju:

a/

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, \vec{u}\, dV = 0 \qquad (1\text{-}1o)$$

b/

$$\rho = const \qquad (1\text{-}11)$$

c/

$$\vec{f} = \vec{g} = const \qquad (1\text{-}12)$$

$\vec{g}$ = gravitaciono ubrzanje

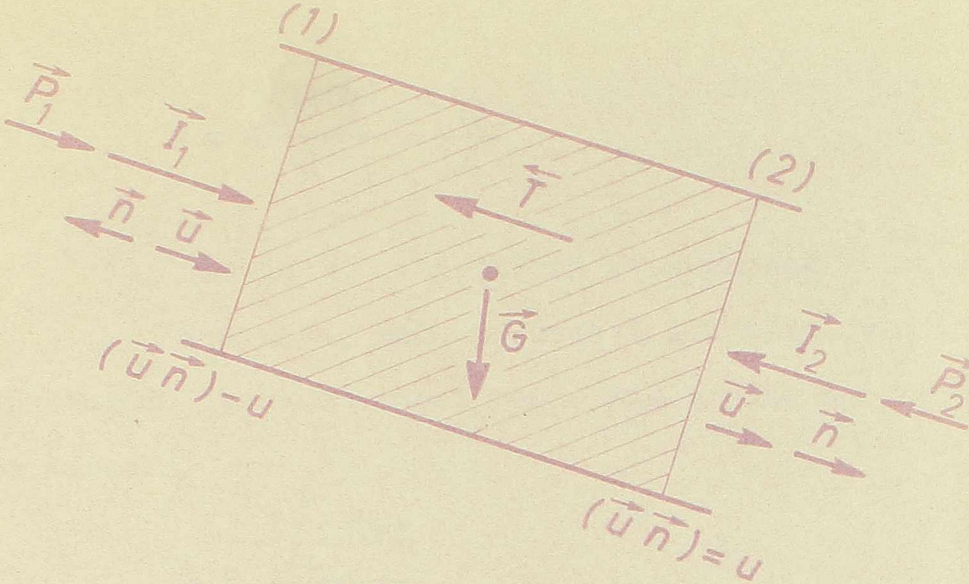
Ovi uslovi, koji su posve opravdani za rešavanje problematike opisane u uvodnim izlaganjima, omogućavaju da se jednačina (1-9) napiše znatno prostije:

$$-\rho\int_A \vec{u}(\vec{n}\,\vec{u})\,dA + \rho\,\vec{g}\,V + \int_A \vec{p}_n\,dA = 0 \qquad (1-13)$$

* * *

Daljnje uproštavanje problematike može se postići ako se problem posmatra kao linijski, a prema objašnjenju u uvodnim razmatranjima ovo znači da problema karakteriše pronošenje fluida u jasno odredjenom pravcu - duž struje ili toka. Normalno na ovaj pravac mogu se položiti poprečni preseci toka, pa se pretpostavlja da su brzine normalno usmerene na poprečne preseke, što opet ima za posledicu hidrostatičku raspodelu pritiska po poprečnom preseku.

Na sl. 1-2 prikazan je jedan tok i izdvojena masa fluida izmedju dva poprečna preseka, pa će se odrediti sile na tako izdvojenu masu.



Slika 1.2

Inercijalna sila razdvaja se na dve komponente: $\vec{I_1}$ i $\vec{I_2}$. Za $\vec{I_1}$ može se, prema (1-8), uz uslov ustaljenog tečenja, napisati:

$$\vec{I_1} = -\rho \int_{A_1} \vec{u}(\vec{n}\,\vec{u})\,dA = \rho\,\vec{u}\int_{A_1} u\,dA$$

Prema tome, sila deluje pravcem i smerom brzine tj. normalno na poprečni presek, a ka masi. Sa utvrdjenim pravcem i smerom mogu se izostaviti vektorske oznake, pa se može napisati:

$$I_1 = \rho \int_{A_1} u_1^2\,dA \tag{1-14}$$

Uvešće se srednja brzina za presek, označavaće se oznakom V , kao:

$$v = \frac{\int_A u\,dA}{A} = \frac{Q}{A}$$

gde je Q = proticaj kroz presek

Sem toga, može se uvesti i koeficijent koji karakteriše neravnomernost raspodele brzine po poprečnom preseku:

$$\beta = \frac{\int_A u^2 dA}{v^2 A} \qquad (1-15)$$

Sada se, umesto (1-14), može napisati:

$$I_1 = \beta_1 \rho\, v^2 A = \beta_1 \rho\, Q_1 v_1$$

Kada se sprovede ista analiza za nizvodni presek, dobija se druga komponenta inercijalne sile:

$$I_2 = \beta_2 \rho\, Q_2 v_2$$

koja deluje uzvodnim smerom (opet ka masi), jer je sada $(\vec{n}\,\vec{u}) = n$.

O neravnomernosti raspodele brzine po preseku treba voditi računa samo kada je ta činjenica izrazita i kada utiče na praktične rezultate. Za sabirne kanale, kod kojih voda u njih preliva isključivo sa boka, obično se uzima $\beta=1$ tj. brzine u podužnom smislu, a u istom poprečnom preseku, malo se razlikuju. Bočno slivanje prouzrokuje vrtloge sa spiralnim kretanjem čime se i postiže ravnomernost oticanja niz kanal. O tome će biti još reći u poglavlju 7. Medjutim, kada se u kanal voda sliva i sa boka i sa čela na uzvodnom kraju, onda baš ovo čeono slivanje, usmereno nizvodno kanalom, utiče da se na izvesnoj dužini kanala oseća znatna neravnomernost u raspodeli brzina po poprečnom preseku. Od radova iz te problematike pominje se, primera radi, rad čiji su autori Farney i Markus (lit. 4), gde se empirijskim obrascima za vrednost koeficijenta rešava problem. U takvu problematiku u ovom radu se neće dalje ulaziti, ona će se, u smislu datog naslova, odnositi na ravnomeran proticaj u kanal, odnosno na bočno slivanje u kanal. Iz tog razloga uzimaće se

$$\beta = 1 \tag{1-16}$$

pa će se, umesto datih jednačina za I_1 i I_2 komponente inercijalne sile odredjivati prema

$$I = \rho\, Q\, v \tag{1-17}$$

Hidrostatička raspodela pritisaka, koja je posledica usvojene pretpostavke o smeru brzine normalno na poprečni presek, dovodi do toga da se sile na granične poprečne preseke mogu napisati kao:

$$P_1 = p_{o1}\, A_1$$

$$P_2 = p_{o2}\, A_2$$

ili uopšte sila pritiska na poprečni presek

$$P = p_o\, A \qquad (1-18)$$

Ovde su p_{o1} i p_{o2} i p_o pritisci u težištima poprečnih preseka i stoga im je dodat indeks "o".

Uz ovo će se dodati i zakonitost koju uslovljava hidrostatička raspodela pritisaka po poprečnom preseku i koja se može izraziti sa:

$$Z + \frac{p}{\gamma} = Z_o + \frac{p_o}{\gamma_o} = \Pi \qquad (1-19)$$

gde je Z_x položajna kota proizvoljne tačke, tj. visinska razlika od tačke do horizontalne ravni za koju je $Z=0$. Naime, Z je vertikalna osovina sa pozitivnim smerom na gore. U tački odredjenoj sa Z vlada pritisak p. Veličine sa indeksom "o" odnose se na težište.

Oznaka Π predstavlja pijezometarsku kotu, γ - je specifična težina. Nije beskorisno naglasiti da se odnosi na poprečni presek.

Na osenčenu masu na sl. 1-2 deluje još zapreminska sila (težina) i sila kojom omotač struje (granična površina izmedju poprečnih preseka) deluje na tečnost, označene G i T.

1.3. Jednačina za tokove sa usputnim povećanjem proticaja

Za naredna izlaganja korisno će poslužiti sl. 1-3 na kojoj je prikazan elementarni deo toka izmedju dva njegova medjusobno bliska preseka na rastojanju dL. Izmedju uzetih preseka priticaj u tok je dQ. Kada se problem proučava kao linijski, u smislu prethodnih objašnjenja, sve veličine koje se razmatraju, i to:

A = proticajni poprečni presek

Q = proticaj kroz presek

v = srednja brzina $v = Q/A$

W = brzina priticaja

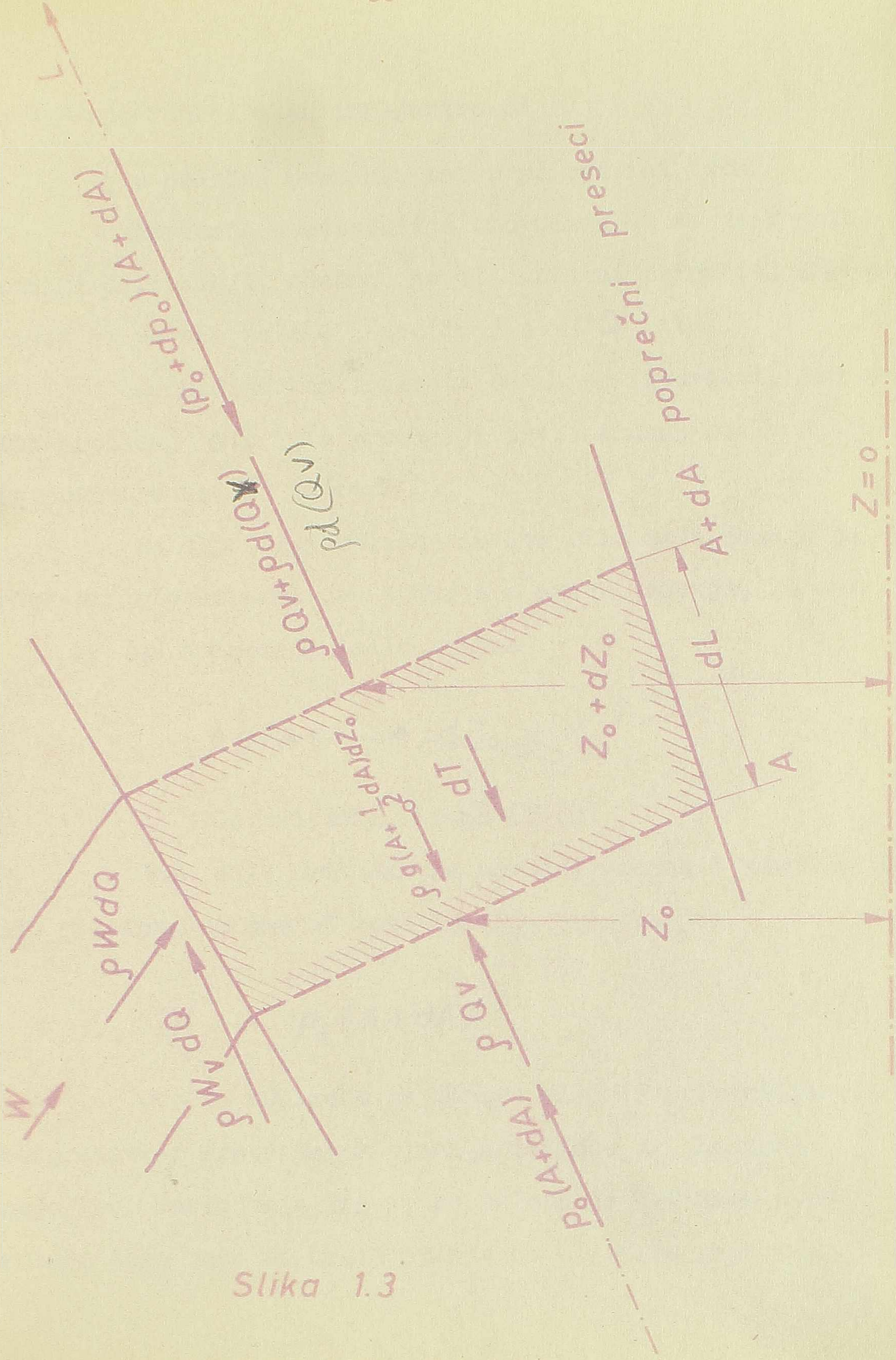
W_v = komponenta W, u pravcu toka, odnosno u v-pravcu

Z_o = visinski položaj težišta preseka

p_o = pritisak u težištu preseka

Π = pijezometarska kota za presek

vezane su za poprečni presek, što je i najizrazitija karakteristika linijskog problema, i sve te veličine za ustalje-


L
(p₀ + dp₀)(A + dA)
poprečni preseci
Z = o
A + dA
dL
A
Z₀ + dZ₀
Z₀
dT
ρQv + ρd(Qv)
ρd(Qv)
ρg(A + ½ dA)dZ₀
ρWdQ
ρWv dQ
ρQv
p₀(A + dA)
W

Slika 1.3

no tečenje funkcije su isključivo od

L = položaj preseka, meren po osovini toka

Navedena konstatacija omogućava da se uvek pišu totalni priraštaji, odnosno za elementarni priraštaj dL presek se poveća za dA, proticaj za dQ itd.

Jednačina kontinuiteta odmah se iskoristi, jer se piše proticaj dQ, a proticaji pre, odnosno posle njegovog primanja su Q i $Q+dQ$.

Na slici 1-3 upisane su sve sile koje deluju na prikazani elementarni deo toka, a u smeru tečenja. To su:

a) Komponenta sile težine

$$-\rho g\left(A+\frac{1}{2}dA\right)\frac{dZ_0}{dL}\cdot dL \tag{1-20}$$

b/ Sile pritiska, prema (1-18)

Zbir sile pritiska na uzvodni presek i komponente sile pritiska na omotač toka izmedju preseka je:

$$p_o\,(A+dA) \tag{1-21}$$

Ovo je napisano na osnovu sledeće prihvatljive pretpostavke: Pošto se pritisak u težištu p_o ne menja mnogo kroz rastojanje dL, za delovanje pritiska preko omotača toka može se uzeti stanje na uzvodnom preseku.

Ukupna površina delovanja je zbir uzvodnog preseka i projekcije površine omotača na ravan poprečnih preseka, a to je priraštaj poprečnog preseka dA pa je površina delovanja $A+dA$. Uzeta pretpostavka je u stvari zanemarenje beskonačno malih veličina višeg reda i stoga je opravdana.

Sila pritiska na nizvodni presek je:

$$-(p_o + dp_o)(A + dA) \tag{1-22}$$

a/ Komponente inercijalne sile su, shodno (1-17):

- na uzvodni presek

$$\rho Q v \tag{1-23}$$

- na nizvodni presek

$$-\rho (Qv) - \rho d(Qv) \tag{1-24}$$

- na presek kroz pritičući mlaz

$$\rho W_v dQ \tag{1-25}$$

Od poslednje uzeta je, posve razumljivo, komponenta u pravcu toka

d/ Sila trenja

$$-dT = -\tau O dL \tag{1-26}$$

Po graničnoj površini tangencijalni naponi u smeru tečenja deluju samo po omotaču toka. U gornjem izrazu τ predstavlja taj napon pod pretpostavkom njegove ravnomerne raspodele po omotaču, ili je to prosečna njegova vrednost, dok je O okvašeni obim toka.

Izrazi (1-2o do -26) predstavljaju sve sile koje deluju u pravcu toka (pozitivan smer je smer toka) i one kada se saberu treba da dadu nulu. Sabiranjem tih izraza, uz istovremeno delenje sa $-A\gamma$ i zanemarenje članova gde se javljaju beskonačno male veličine drugog reda, daje:

$$dZ_o + \frac{dp_o}{\gamma} + \frac{1}{gA}\,d(Qv) - \frac{1}{gA}\,W_V\,dQ + \frac{\tau O}{\gamma A}\,dL = 0 \qquad (1-27)$$

Prva dva člana mogu se skupiti u jedan uvodjenjem pijezometarske kote Π , prema (1-19), treći član se može rastaviti na dva, Q se može zameniti sa vA , poslednji član se može napisati sa hidrauličkim radijusom $R = A/O$ pa se dobija:

$$d\left(\Pi + \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{1}{gA}\,(v - W_V)\,dQ + \frac{\tau}{\gamma R}\,dL = 0 \qquad (1-28)$$

* * *

Dobijena jednačina sa $dQ = 0$ tj. bez usputne promene proticaja je praktični oblik Bernulijeve jednačine.

To je jednačina koja se dobija kada se primarni oblik Bernulijeve jednačine (za strujnicu idealnog fluida) proširi na strujni tok i tome doda i uticaj trenja. Naime, poslednji član u jednačini izražava se u praktičnim zadacima Šezijevom formulom.

Takav rezultat je jedino mogući, jer se Bernulijeva jednačina obično izvodi od dinamičke jednačine za elementarnu masu, koja se potom integriše po strujnici, a potom proširi na struju. Ovde je uzeta dinamička jednačina za konačnu masu pa ista svedena na linijski problem. Jednačina za elementarnu i za konačnu masu su izražavanje istog osnovnog principa, Njutnovog zakona. Ovde je namerno uzet naziv "dinamička jednačina za konačnu masu", a izbegavali su se nazivi "stav o promeni količine kretanja" ili "o impulsu", jer ne bi trebalo sve moguće varijacije istog Njutnovog zakona nazivati raznim imenima, nego baš naglasiti da se radi o potpuno istoj stvari i da se samo jedanput ona piše u diferencijalnom, a drugi put u konačnom obliku, a Hidraulika će jednu i drugu svesti na isti izraz za praktičnu upotrebu.

Jednačina (1-1), kao što se vidi može se uzeti za početak ma kakvog izvodjenja dinamičke prirode. Medjutim, kada se radi o uspunoj promeni proticaja, mora se poći baš od nje, jer se samo tako dolazi do potrebne jednačine (1-28).

* * *

Jednačina (1-28) može se formalno shvatiti kao Bernulijeva, ali tako da se član koji unosi usputnu promenu proticaja shvati kao dodatna potrebna energija da se proticaj uključi u primarni tok. Kada je taj član znatno veći od člana koji donosi trenje, može se član sa trenjem zanemariti. Tako se problematika svodi na idealan fluid, što je i opravdano, jer se proces odvija pod pretežnim dejstvom inercijalnih uticaja kojima se priticaj uključuje u tečenje. Kako je ovaj rad prvenstveno namenjen rešavanju sabirnih kanala sa ravnomernim priticajem, i to na one slučajeve gde je priticaj intenzivan, navedena pretpostavka je na mestu. U praksi se najčešće tako rešava problematika i dobijaju se zadovoljavajući rezultati. Većina radova, u priloženom spisku literature usvaja takodje navedenu pretpostavku, dok samo neki autori uvode u razmatranje i trenje, ali korekcije usled toga ispadaju vrlo male, upravo znatno manje od svih onih odstupanja izmedju usetih pretpostavki i stvarnog stanja stvari, koje svaki praktični zadatak neminovno unosi. Nekada za uvodjenje trenja zaista ima opravdanja i rad Liggetta (lit. 13) je dobar primer za to, ali se mora dodati da se on odnosi na sabirne kanale sa prilično malim intenzitetom priticanja. Takva problematika, medjutim nije neposredan praktični zadatak ovog rada. S obzirom na dato objašnjenje, u daljim izlaganjima zanemariće se poslednji član u (1-28)

* * *

Sada će se kvalitativno analizirati uticaj priticaja na tok, i iz (1-28) vidi se da mogu nastupiti sledeći slučajevi:

1. Komponenta brzine priticanja u smeru toka veća je od brzine primarnog toka tj.

$$W_v > v$$

Tada priticaj olakšava tečenje, jer se višak kinetičke energije priticaja može iskoristiti u toku.

2. Nasuprot tome, ako je

$$W_v < v$$

uključivanje priticaja oduzima energiju toku. To se naročito ispoljava kada je priticaj usmeren uzvodnim smerom tj. kada je

$$W_v < 0$$

3. Za slučaj kada je

$$W_v = v \qquad (1-29)$$

otpada član koji unosi dQ , što znači da sabirni tok ne prima niti troši energiju zbog priticanja, jer je u priticanju pre spajanja, komponenta brzine u pravcu sabirnog toka baš tolika sa kojom se nastavlja tečenje.

4. Ako je priticaj usmeren normalno na sabirni tok, odnosno ako je:

$$W_v = 0 \qquad (1-30)$$

jednačina (1-28), uz izostavljanje člana sa trenjem, može se napisati:

$$d\left(\Pi + \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v}{gA^2}\, dQ = 0 \qquad (1-31)$$

Ovaj slučaj je jedan od najčešćih u praksi. Iz oblasti sabirnih kanala ovde ulaze: sabirni kanal sa bočnim slivanjem (voda u kanal preliva preko njegovog boka), sabirni kanal ispod rešetke vodozahvata na dnu (opet voda propada tako da je komponenta brzine priticanja, u smeru tečenja sabirnim kanalom, nula), sabirni kanal sa nizom priključaka usmerenih normalno na sabirni tok i sl. Problematika koja se detaljno obradjuje u drugom delu ovog rada spada u ovaj slučaj pa će jednačina (1-31) poslužiti kao osnova za tamošnja razmatranja.

1.4. Jednačina za tokove sa usputnim smanjenjem proticaja

U prethodnom odeljku izvedena je jednačina za usputno povećanje proticaja i, van svake sumnje, iz tog izvodjenja mogu se prepisati izrazi (1-2o do -24) i (1-26) i za slučaj kada se proticaj usput smanjuje. Treba još pokazati da ni u izrazu (1-25) nema promena. Sada se kao proticaj unosi $-dQ$, jer je $-dQ > 0$ i to je proticaj isticanja duž elementarnog dela toka. Dalje, sada, kada se radi o isticanju, a shodno ranijim izlaganjima, komponenta inercijalne sile na presek u ističućem nalazu, usmerena je kao $-\overrightarrow{W}$. Ove dve izmene medjusobno se potiru, pa se izraz (1-25) unosi se i ovde. Krajnji rezultat izvodjenja biće opet jednačina (1-28) koja bi, prema tome, važila za sve tokove sa usputnom promenom toka, bilo da se proticaj usput povećava, bilo da se smanjuje.

Medjutim, većina radova koji se odnose na tečenja sa usputnim smanjivanjem proticaja, daju kao osnovnu jednačinu:

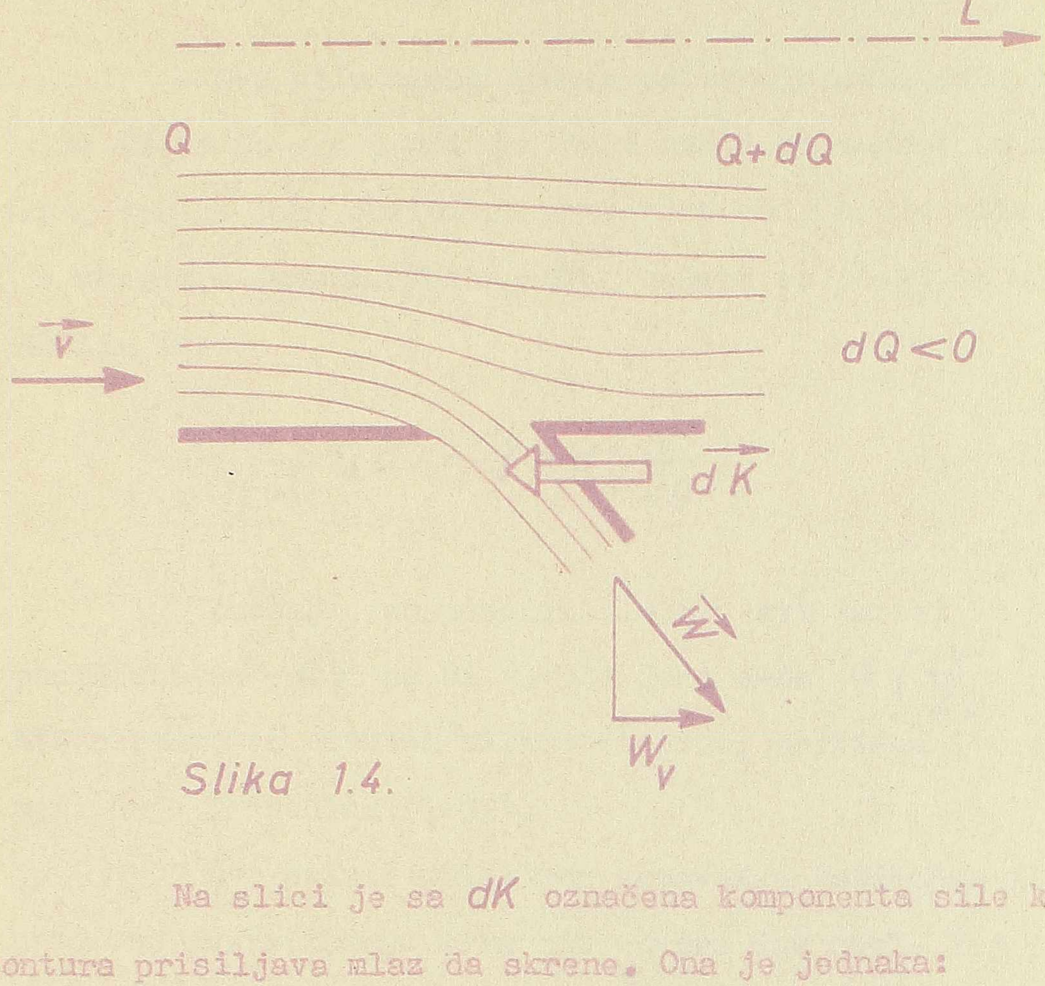
$$d\left(\Pi + \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{\tau}{\gamma R}\, dL = 0 \qquad (1-32)$$

gde se opet obično zanemaruje član sa trenjem.

Ta jednačina može se primeniti na raniji slučaj odredjen uslovom (1-29), pa se i ovde, bez ikakvih objašnjenja, može primeniti na slučajeve kada se ističući mlaz odvaja od matičnog toka tako damu je komponenta brzine u smeru matičnog toka baš ravna brzini koju je imao pre odvajanja.

U nizu praktičnih problema ostvaruju se navedene pretpostavke. Primera radi, mogu se navesti: prelivanje iz kanala, propadanje kroz rešetku vodozahvata u dnu. U oba slučaja mlaz pri odvajanju zadrži brzinu iz matičnog toka, a sila težine ga prisiljava da skrene. Za ova dva slučaja, uzeta kao primer, postoji niz radova kojima se polazi od navedenih pretpostavki.

Interesantno je zapaziti da se jednačina (1-32) primenjuje i za slučajeve gde je ističući mlaz i drukčije usmeren, odnosno gde je on odmah prisiljen da krene pravcem kojim ga konture usmeravaju. Može se na primer, podesiti da isticanje iz cevi kroz niz otvora duž cevi, ili kanala, bude u mlazevima normalnom usmerenim na osovinu cevi, ili čak da mlazevi budu usmereni i uzvodnim smerom. Kod takvih slučajeva ne treba zaboraviti da je skretanjem ističućeg mlaza prisilno, odnosno izazvano izvesnom silom kojom čvrsta kontura deluje na mlaz. Na sl. 1-6 prikazan je skretanje ističućeg mlaza: brzina pre odvajanja je v posle odvajanja je W , komponenta ove druge u pravcu prve je W_v .



Slika 1.4.

Na slici je sa dK označena komponenta sile kojom kontura prisiljava mlaz da skrene. Ona je jednaka:

$$dK = \rho\,(v - W_v)(-dQ) \tag{1-33}$$

jer elementarna masa koja ističe $\rho(-dQ)$ promeni u smeru tečenja brzinu od v na W_v , a dK "drži ravnotežu" sa odgovarajućim komponentama inercijalnih sila.

Ovu silu treba dodati uz ranije sile date izrazima (1-2o do -26), ali je treba uzeti sa suprotnim znakom, jer je tamo pozitivan smer nizvodni, a ova sila deluje uzvodnim smerom. Kada $-dK$ sabere sa (1-23 do -25) dobija se:

$$-\rho\, Q\, dv = -\gamma A\, d\left(\frac{v^2}{2g}\right) \qquad (1-34)$$

Kasnije, za pisanje (1-28), svi izrazi su bili podeljeni sa $-A\gamma$ pa bi (1-34) dalo samo $d\left(\frac{v^2}{2g}\right)$ što sabrano sa ostalim silama (težine, pritiska i trenja) daje jednačinu (1-32).

Kao primer prisilnog skretanja ističućeg mlaza navedeno je isticanje kroz niz otvora duž cevi. Taj problem, za kružnu cev sa nizom otvora, alternativno po 2 ili 4 simetrično položena otvora na istom poprečnom preseku, sa ističućim mlazom normalno usmerenim na osovinu cevi, ispitivao je eksperimentalno Noseda (lit. 15) i pokazalo se da se zaista ostvaruje jednačina (1-32) i da se uticaj trenja može zanemariti.

Dato objašnjenje uz pojave sa prisilnim skretanjem usputnog odvajanja posebno je interesantno za slučajeve kada se postigne da se odvajanje skrene potpuno ili delimično uzvodnim smerom. Time se ne može dobiti nikakvo reaktivno dejstvo na tečnost, ne može se doprineti tečenju matičnim tokom. Reaktivno dejstvo prenosi se na čvrstu konturu, na usmerivač – to je uostalom i princip reaktivnih strujnih mašina.

Mada se ovim radom dalje ne ulazi u probleme sa usputnim smanjenjem proticaja, prethodno izlaganje uključeno je u razmatranja radi dobijanja opštije slike o problematici usputne promene proticaja, jer se jednačine za usputno povećavanje, odnosno smanjivanje proticaja, jednostavno napišu različito, a uz to se ne daje nikakvo objašnjenje. Stoga se smatralo da ovaj kratak osvrt može korisno poslužiti.

Jednačina (1-32) potpuno je ista kao i elementarna Bernulijeva jednačina namenjena tokovima kod kojih se proticaj ne menja. Razlika je samo u tome što se kod rešavanja zadatka sa promenom proticaja mora, pri izražavanju brzine, voditi računa o tok promeni, odnosno mora se uspostaviti još i jednačina koja odredjuje zakonitost po kome se proticaj menja duž toka, a pri tome se mora voditi računa i zadovoljenju jednačine kontinuiteta. Istovetnost (1-32) sa Bernulijevom jednačinom pokazuje da se, kod razmotrenih slučajeva usputnog smanjivanja proticaja, matičnom toku ne dodaje niti oduzima energija. Kod usputnog povećavanja proticaja isto stanje može nastupiti samo kada proticaj ulazi u sabirni tok baš sa brzinom kojom će i nastaviti, što je napisano uslovom (1-29) i tamo i objašnjeno.

2.

Neke napomene o primeni dimenzionalne analize u hidrauličkoj problematici

Korišćenjem metode dimenzionalne analize mogu se sve veličine iz razmatranja zameniti odgovarajućim bezdimenzionalnim veličinama da bi se olakšala proučavanja, jer se na taj način dobija sledeće:

- smanjuje se broj veličina u razmatranju
- uvedenim bezdimenzionalnim veličinama mogu se unapred odrediti krajnje granice njihovih numeričkih vrednosti
- numeričke vrednosti bezdimenzionalnih veličina ne odnose se na pojedinačni slučaj, nego imaju opštu vrednost - za sve slučajeve na koje se proučavanja odnose.

Iz ovoga je jasno da se ne radi o zahvatu formalne prirode, nego o smišljenom postupku da bi se analiza učinila i lakšom i preglednijom. Ukoliko se problem želi poveriti eksperimentalnom proučavanju, onda je primena dimenzionalne analize prosto neminovna, kako u sastavljanju programa istraživanja, tako i u prikazivanju rezultata.

* * *

Dimenzionalna analiza zasnovana je na vrlo prostom rasudjivanju koje je u sledećem. Dimenzije moraju imati uticaj na medjusobne veze veličina uzetih u razmatranje, pa se analizom samih dimenzija može doprineti u utvrdjivanju zavisnosti, a kako dimenzionalnih uslova može biti onoliko koliko ima osnovnih dimenzija u datoj problematici, a ovih opet ima toliko koliko ima osnovnih veličina, lako se prihvata osnovna teorema dimenzionalne analize: "Razmatranje m dimenzionalnih veličina zamenjuje se sa razmatranjem $m-n$ bezdimenzionalnih, a n je broj osnovnih veličina dotične problematike". U hidrauličkoj problematici, i uopšte u problemima Mehanike, broj osnovnih veličina, ili broj osnovnih dimenzija, je tri. Ostale veličine i njima pripadajuće dimenzije su onda izvedene od veličina koje su uzete kao osnovne. Treba dodati da dimenzionalna analiza koristi slobodu izbora dimenzionalnog sistema i za osnovne veličine uzima baš one koje nameće sama problematika. U hidraulička razmatranja već su uvedene izvesne standardne bezdimenzionalne veličine - brojevi: Rejnoldsov, Frudov, Košijev i Veberov broj, i razmatranje je pogodno svesti na takve, već uobičajene veličine. One su medjutim obrazovane prema dimenzionalnom sistemu u kome su jedinice: karakteristična dužina L_o, karakteristična brzina v_o i gustina tečnosti. Pod pojmom "karakteristična" podrazumeva se dužina i brzina koje karakterišu problem - na primer: prečnik cevi i srednja brzina proticanja, ili dužina broda i brzina njegovog kretanja. Neka neki problem simbolično prikazuje funkcija:

$$\varphi = \varphi(v_o, L_o, \rho, \mu, E, \delta, g, ko_1, ko_2 \ldots ko_n) \qquad (2-1)$$

gde prvih pet veličina karakterišu fizičke osobine tečnosti. To su:

ρ = gustina

μ = viskoznost

E = modul elastičnosti

δ = kapilarna konstanta

g = gravitaciono ubrzanje (zamenjuje specifičnu težinu γ , jer je $\gamma = \rho g$)

$ko_1 \ldots ko_n$ označavaju simbolično granične i početne uslove datog problema, pa oni mogu biti: niz dužina: L_o , L_1 , $L_2 \ldots$ niz brzina: v_o , v_1 , $v_2 \ldots$ proticaji: Q_1 , Q_2 , $\ldots$ vremena: t_1 , $t_2 \ldots$ karakteristike drugog materijala u dodiru sa posmatranom tečnosti - na primer: μ_1 (viskoznost drugog fluida koji se graniči sa posmatranim), ρ_1 (gustina materijala koga tečnost pronosi), E_1 , E_2 (elastičnost čvrstih kontura) itd.

I na kraju, φ je veličina koja se istražuje.

Primenom dimenzionalne analize funkcija (2-1) zamenjuje sa sledećom:

$$C_\varphi = C_\varphi\left(\frac{\mu}{\rho\, v_o L_o}, \frac{E}{\rho_o v_o^2}, \frac{\delta}{\rho\, L_o v_o^2}, \frac{g L_o}{v_o^2}, Ko_1 \ldots\ldots Ko_{n-2}\right) \qquad (2-2)$$

gde su ispale veličine uzete kao jedinice dimenzionalnog sistema: gustina ρ , jedna dužina L_o i jedna brzina v_o (to su malo pre nazvane karakteristična dužina i brzina), Broj veličina smanjio se, na taj način, za tri, što je u skladu sa napisanom teoremom. Sada se ostali konturni uslovi, sem dve karakteristične veličine, jednostavno zamene sa odgovarajućim bezdimenzionalnim veličinama: $Ko_1 \ldots\ldots Ko_{n-2}$ i takvih uslova ima u (1-2) dva manje nego u (1-1). Gustina je, kako je rečeno, ispala iz razmatranja, a ostale fizičke osobine fluida zamenjene su standardnim brojevima:

Rejnoldsov broj (Reynolds/

$$Re = \frac{\rho\, L_o v_o}{\mu} \qquad (2-3)$$

Košijev broj (Cauchy)

$$Ca = \frac{\rho\, v_o^2}{E} \qquad (2-4)$$

Veberov broj (Weber)

$$We = \frac{\rho_o L_o v_o^2}{\delta} \qquad (2-5)$$

Frudov broj (Froude)

$$Fr = \frac{v_o^2}{g L_o} \qquad (2-6)$$

I na kraju, C_φ u (1-2) je bezdimenzionalna zamena za φ u (1-1). Uvodjenjem brojeva datih u izrazima (2-3 do -6) i pisanjem jednim simbolom Ko svih konturnih uslova, funkcija (1-2) glasi:

$$C_\varphi = C_\varphi\left(Re, Ca, We, Fr \ldots\ldots Ko\right) \qquad (2-7)$$

U hidrauličkim istraživanjima, samo u izuzetnim slučajevima, kada su uticaji stišljivosti i kapilarnosti izraziti, uzimaju se u obzir Ca i We. U pretežnom delu problematike oni se izostavljaju. Dalje i Re se uvodi samo tamo gde je to zaista i nužno, odnosno gde se nikako ne mogu izostaviti uticaji viskoznosti. Najčešće se, umesto (2-7), razmatra uproštena funkcija:

$$C_\varphi = C_\varphi\left(Fr \ldots\ldots\ldots Ko\right) \qquad (2-8)$$

* * *

Hidraulička proučavanja najčešće se usmere na problematiku pronošenja tečnosti, što znači da se utvrdjuje propusna moć objekta, vrlo često se ne ulazi u dejstvo tečnosti na čvrste konture, u analizu opterećenja na konstrukciju. Tome se prilazi tek onda kada bi te sile imale dominantan uticaj na statičko dimenzionisanje. Praktična hidraulika svodi se na utvrdjivanje zavisnosti izmedju propusne moći i raspoložive visine koja omogućava tečenje. Naime, aktivna sila je sila težine čija je mera visinska razlika uzvodnog i nizvodnog kraja proučavanog objekta. Veličina φ koja ulazi u (2-1) može se shvatiti kao neka visinska razlika (razlika pijezometarskih kota, razlika energetskih kota ili sl.) i simbolično će se označiti kao Z, pa se C_φ u (2-2) može prikazati, i prikazuje se u praktičnim hidrauličkim obrascima, kao:

$$C = \frac{Z}{v_o^2/g}$$

Funkcija (2-2) svodi se onda na:

$$\frac{Z}{v_o^2/2g} = C_Z = C_Z\left(Re, Ca, We, Fr \ldots\ldots Ko\right) \qquad (2-9)$$

Ovde je nužna, u cilju otklanjanja eventualne zabune, sledeća napomena: Ranije, u poglavlju 1., Z je bio simbol za položajnu kotu, a ovde se upotrebljava kao visinska razlika.

Ovde je obavljeno deljenje $\frac{v_0^2}{g}$ sa 2 da bi se dobio uobičajeni način izražavanja u Hidraulici.

Izraz (2-9) ima opšti karakter i da se navede nekoliko njegovih posebnih slučajeva, najčešće primenjivanih u Hidraulici. To su:

a/ Isticanje:

$$v_0 = C_u \sqrt{2g\,Z}$$

gde je koeficijent brzine $C_u = \sqrt{\frac{1}{C_Z}}$.

b/ Lokalni gubitak:

$$Z_{izg} = \xi \frac{v_0^2}{2g}$$

Ovde je Z izgubljena visina Z_{izg}, a koeficijent lokalnog gubitka $\xi = C_Z$.

c/ Gubici usled trenja (Darci-Vajsbahova, odnosno Šezijeva formula)

$$Z_{izg} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v_0^2}{2g}$$

Ovde je Z opet Z_{izg}, a $C_Z = \lambda L/D$, jer je proporcionalan sa rastojanjem L, pa se, radi dimenzionalne ispravnosti, stavila u imenitelj neka karakteristična dužina. To je prečnik cevi D, a kod nekružnih poprečnih preseka - hidraulički radijus R.

d/ Ravanski problem prelivanja

$$q = m H \sqrt{2g H}$$

Ovde je $Z = H$ visina prelivnog mlaza, a brzina v_o se zamenjuje proticajem po jedinici dužine q podeljenim sa nekom dužinom - opet sa prelivnim mlazom H, tj.

$$v_o = \frac{q}{H}$$

Koeficijent prelivanja m jednak je:

$$m = \sqrt{\frac{1}{C_Z}}$$

Iz izloženog se vidi da se izraz (2-9) može nazvati "opšta struktura formula Praktične hidraulike", jer su sve empirijske formule praktičnog karaktera njeni posebni slučajevi.

Ako se učini ista aproksimacija kojom se sa (2-7) prešlo na (2-8), izraz (2-9) zamenjuje se sa:

$$\frac{Z}{v_o^2/2g} = C_Z = C_Z \left(Fr \ldots\ldots\ Ko\right) \qquad (2\text{-}1o)$$

* * *

Korisno je još dodati napomenu o Frudovom broju Fr koji unosi u razmatranje uticaj težine u izrazima (2-7 do -1o). On ulazi samo kod tečenja sa slobodnom površinom, dok kod tečenja pod pritiskom ne ulazi, iako u oba slučaja tečnost ima svoju težinu. Kod tečenja pod pritiskom, granična površina tečenja je nametnuta čvrsta površina (zid cevi, na primer), a sila težine, upravo gravitaciono ubrzanje, nema bitan uticaj na stvaranje strujne slike, jer se uticaj težine može zameniti ekvivalentnim pritiskom. Najbolji primer je tečenje u cevi, gde se nagib prema horizontali može menjati što znači da se menja uticaj sile težine, a strujna slika ostaje ista, ako se zadrže iste razlike pijezometarskih kota. Računanje pijezometarskih i energetskih kota, merodavnih za postizanje odredjenog proticaja, je identično, bez obzira na nagib same cevi. Nasuprot tome, menjanje nagiba kanala menja slobodnu površinu tečnosti, a time se bitno menja strujna slika. Kanal se očigledno ne može hidraulički računati bez unošenja težine u račun, odnosno bez unošenja pada dna kanala. Medjutim, leva strana u (2-9 i -1o), po svom obliku, potpuno je ista kao i Frudov broj. To može da stvori zabunu, jer su pomenuti izrazi namenjeni bilo kom hidrauličkom problemu, pa i tečenju u cevima, pa, na prvi pogled, izgleda da je to protivrečno navedenoj konstataciji. Objašnjenje je u sledećem: Bezdimenzionalnu veličinu $C_Z = \frac{2gZ}{v_o^2}$ treba shvatiti kao meru sile potrebnu za kretanje, a ona je izražena odgovarajućom silom težine, što ne znači da je baš sila težine jedina moguća sila koja će to obaviti. Sa druge strane, ako je reč o tečenju u kanalima, može se izbeći Fr jer je:

$$Fr\,C_Z = \frac{v_o^2}{g L_o}\,\frac{2gZ}{v_o^2} = 2\,\frac{Z}{L_o}$$

pa se umesto: C_Z i Fr, mogu uzeti C_Z i $\frac{Z}{L_o}$ i na taj način uzet je posredno u razmatranje i Fr. Medjutim, to se retko primenjuje, jer je Fr pokazatelj stanja tečenja u kanalu, pa ga treba zadržati i prikazati neposredno, a ne posredno. Kod tečenja pod pritiskom, naprotiv, nema razloga za uvodjenjem Frudovog broja.

* * *

Primena dimenzionalne analize u Hidraulici, uostalom kao i svugde, ne sme da bude stvar formalnosti, nego se moraju smišljenim postupkom izabrati bezdimenzionalne veličine i to tako da se njima što bolje izražava problem.

* * *

Može se naići da se dimenzionalnoj analizi pripisuju i ona uproštavanja problema koja nisu postignuta njenom primenom, nego su posledica primena jednačina. Naime, svaka jednačina, kao usvojeni uslov, smanjuje broj veličina u razmatranju za jednu. I dalje, svaki drugi uslov, preko koga se često prećutno prodje doprinosi u istom smislu. Ovo se ovde navodi, jer su vrlo česte zabune usled prebrzog zaključivanja pri upotrebi bezdimenzionalnih parametara.

Često puta problematika se izražava isključivo preko kinematskih veličina, pa se, umesto materijalnih karakteristika, tečnosti: ρ , γ , μ , E i σ , uvode u razmatranja njihove kinematske zamene:

$\gamma/\rho = g$ (gravitaciono ubrzanje)

$\mu/\rho = \nu$ (kinematski koeficijent viskoznosti)

$E/\rho = C$ (brzina zvuka)

σ/ρ (kinematski koeficijent kapilarnosti)

Taj način već je primenjen, jer se već specifična težina γ zamenjivala sa g , a ovde je sproveden i na ostale karakteristike.

Ovakvim zamenama, broj veličina se smanjio za jednu, jer se ne pojavljuje gustina pa se od dimenzionalne analize može očekivati smanjenje veličina za dve. Uostalom, kinematsko prikazivanje je dvodimenzionalno, odnosno sa dve osnovne veličine.

* * *

Sve izloženo u ovom poglavlju dato je iz razloga da se kasnije koristi pri rešavanju postavljenog zadatka. Tako će se kasnija izvodjenja i zaključci iz njih moći podvrći sigurnim kriterijumima.

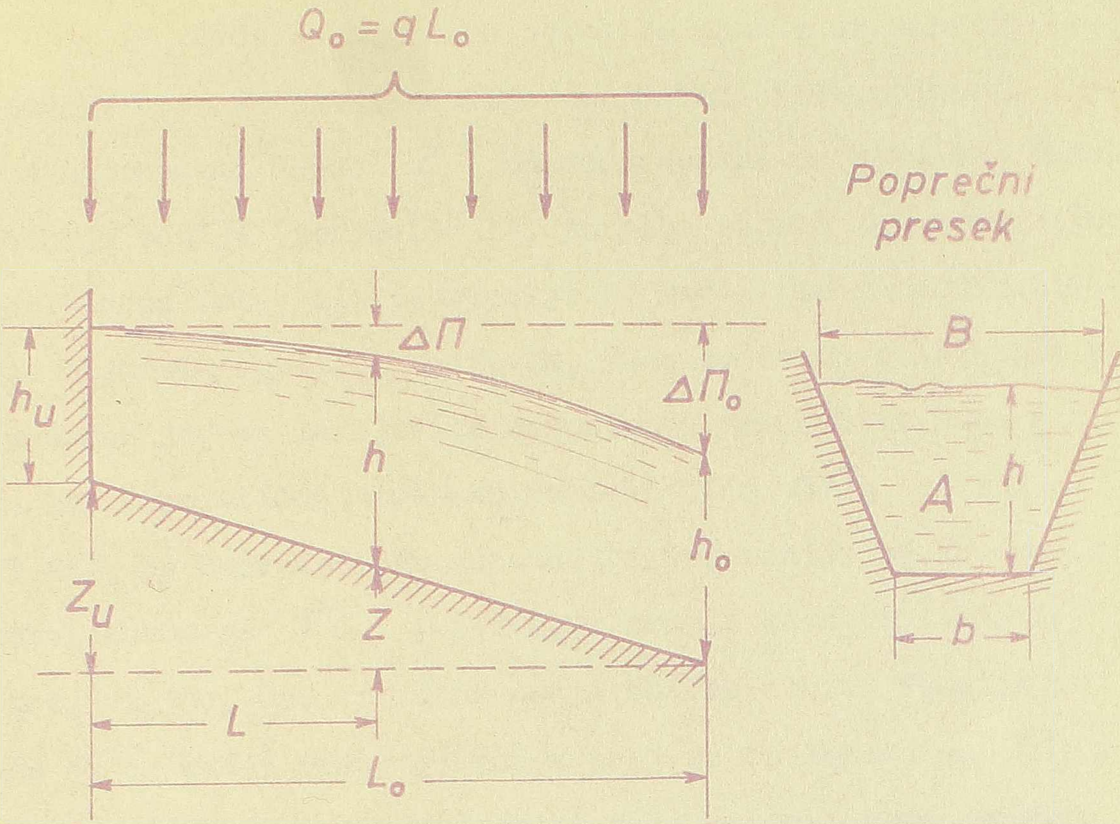
3.

Osnove za proučavanje sabirnih kanala sa ravnomernim priticajem

3.1. Oznake
(vidi sliku 3.1.)

Dužina sabirnog kanala	L_0	
Rastojanje od uzvodnog kraja kanala.	L	
Kota dna (računata od kote dna na nizvodnom kraju)	Z	
Dubina	h	
Pijezometarska kota.	Π	$\Pi=Z+$
Razlika pijezometarskih kota uzvodnog i proizvoljnog preseka	$\Delta\Pi$	
Širina dna	b	
Širina slobodne površine vode.	B	
Poprečni proticajni presek	A	
Proticaj	Q	$Q=qL$
Proticaj u kanal, po jedinici dužine	q	
Srednja brzina u preseku	V	$V=Q/$
Frudov broj.	F	$F=\frac{Q^2}{gA}$
Statički momenat preseka (u odnosu na nivo vode)	S	

$$F=\frac{Q^2B}{gA^3}$$



Slika 3.1.

* * *

Kada se veličine odnose na nizvodni kraj kanala, nose još i indeks "o" - na primer:

dubina na nizvodnom kraju. . . . . h_o

poprečni proticajni presek na nizvodnom kraju. . . . . A_o

itd.

Indeks "u" opet ukazuje da se radi o veličini na uzvodnom kraju kanala.

* * *

Ovde se zadržava nekoliko oznaka iz ranijih izlaganja, pa će ona i nadalje označavati iste pojmove. Treba napomenuti da se Z od sada odnosi na kotu dna kanala, dok je ranije (poglavlje 1), to bila oznaka za proizvoljnu položajnu kotu, ili (poglavlje 2) oznaka za karakterističnu visinsku razliku. Medjutim, sada će se od položajnih kota upotrebljavati isključivo razmatrati isključivo kota dna, a karakteristična visinska razlika biće $\Delta\Pi_o$ (vidi sl. 3 -1), pa neće doći do zabune. Dalje, ranije se Frudov broj obeležavao sa Fr , jer se i ostali karakteristični brojevi (Re, Ca, We) označavali sa dva slova. Nadalje, da bi se kraće pisalo, Frudov broj se obeležava sa F . Novim, ovde uvedenim pojmovima date su se i nove oznake.

3.2. Uslovi proučavanja

I. Proticaj na uzvodnom kraju kanala ravan je nuli i priticanje je ravnomerno, što se može napisati:

$$Q = qL \qquad Q_o = qL_o \tag{3-1}$$

II. Pad dna je konstantan, tj.:

$$I = \frac{Z_u}{L_o} = const \tag{3-2}$$

$$Z = Z_u \left(1 - \frac{L}{L_o}\right) \tag{3-3}$$

III. Nagibi bokova kanala ne menjaju se dužinom kanala, pa se ostvaruje:

$$\frac{h}{B-b} = const \tag{3-4}$$

IV. Razmatraju se kanali pravougaonog, trapeznog i trougaonog poprečnog preseka. Trapezni i pravougaoni kanali imaju istu širinu dna duž kanala, ili im se širina dna nizvodnim smerom postepeno povećava u linearnoj zavisnosti, pa je:

$$b = b_u + (b_o - b_u)\frac{L}{L_o} \qquad (3-5)$$

Kanali kod kojih je širina dna konstantna, tj.

$$b = b_o = b_u = const$$

nazivaće se prizmatični kanali. Tu ulaze i trougaoni kanali, jer je kod njih b = const = 0.

* * *

Navedeni uslovi gotovo uvek se i ostvaruju u praktičnoj problematici koja je predmet ovog rada.

3.3. Bezdimenzionalne veličine

a/ Za rastojanje od uzvodnog kraja sabirnog kanala:

$$X = \frac{L}{L_o} \qquad (3-6)$$

b/ Za poprečni proticajni presek:

$$Y = \frac{A}{A_o} \qquad (3-7)$$

c/ Za ukupan proticaj (Frudov broj na nizvodnom kraju kanala)

$$F_o = \frac{Q_o^2 B_o}{g A_o^3} = \frac{v_o^2 B_o}{g A_o} \qquad (3-8)$$

d/ Za oblik nizvodnog preseka:

$$M = \frac{b_o}{B_o} \qquad (3-9)$$

pravougaonik	trapez	trougao
$M=1$	$1>M>0$	$M=0$

e/ Za sužavanje kanala

$$1 - N = \frac{b_u}{b_o} \qquad (3-10)$$

Pri $N=0$ kanal je prizmatičan.

f/ Za pad dna:

$$\Gamma = \frac{Z_u}{A_o / B_o} \qquad (3-11)$$

Uvodjenjem bezdimenzionalnih veličina, umesto funkcije:

$$A = A(L) \qquad (3-12)$$

proučavaće se funkcija:

$$Y = Y(X) \qquad (3-13)$$

sa parametrima

$$F_0,\ M,\ N \text{ i } \cancel{F_o}\ \Gamma$$

Ovaj zaključak biće kasnije (odeljak 3.6) razmotren sa stanovišta dimenzionalne analize. Naime, pokazaće se da veličine napisane pod (3-13) odredjuju problem i da se sve ostale veličine, ako se napišu u bezdimenzionalnom obliku, mogu napisati preko: X, Y, F_o, M, N i Γ. Radi lakšeg kasnijeg izlaganja napisaće se još niz bezdimenzionalnih veličina i odmah će se napisati i njihove veze sa prethodnim veličinama.

* * *

Proticaj se može izraziti sa:

$$\frac{Q}{Q_o} = \frac{L}{L_o} = X \tag{3-14}$$

Ovo je napisano prema (3-1) i (3-6)

* * *

Na isti način, prema (3-3), kota dna izražena bezdimenzionalno je:

$$\frac{Z}{Z_u} = 1 - X \tag{3-15}$$

* * *

Širina dna, u odnosu na širinu dna na nizvodnom kraju, može se označavati posebnom oznakom:

$$\beta = \frac{b}{b_o} \tag{3-16}$$

ali je to veličina koja je izvedena iz X i uvedenog parametra N, jer se, iz (3-5) i (3-10) dobija:

$$\beta = 1 - N + NX \tag{3-17}$$

Širina slobodne vodene površine, bezdimenzionalno će se pisati kao:

$$Б = \frac{B}{B_o} \tag{3-18}$$

I ova veličina se može izraziti preko X, Y uvedenih parametara M i N, jer je površina preseka A jednaka:

$$A = \frac{1}{2} h (B + b) \tag{3-19}$$

Nizvodni presek je:

$$A_o = \frac{1}{2} h_o (B_o + b_o) \tag{3-2o}$$

Deljenjem (3-19) sa (3-2o) uz korišćenje (3-4) dobija se:

$$\frac{h}{B-b} = \frac{h_o}{B_o - b_o} = const$$

$$\frac{A}{A_o} = \frac{B^2 - b^2}{B_o^2 - b_o^2} = \frac{\left(\frac{B}{B_o}\right)^2 - \left(\frac{b}{b_o}\right)^2 \left(\frac{b_o}{B_o}\right)^2}{1 - \left(\frac{b_o}{B_o}\right)^2}$$

ili, prema (3-7), (3-9), (3-16) i (3-18) :

$$Y = \frac{Б^2 - \beta^2 M^2}{1 - M^2} \tag{3-21}$$

pa je:

$$Б = \sqrt{Y(1-M^2) + \beta^2 M^2} \qquad (3-22)$$

ili, zamenom β prema (3-17) dobija se $Б$ izraženo preko promenljivih X i Y i izabranih parametara M i N –

$$Б = \sqrt{Y(1-M^2) + M^2(1-N+NX)^2} \qquad (3-23)$$

* * *

Dubina će se izražavati preko bezdimenzionalne veličine:

$$\Omega = \frac{h}{A_o / B_o} \qquad (3-24)$$

Delenje sa A_o / B_o nameće se kao pogodno, jer se ista veličina pojavljuje i kod Froudovog broja, a iz istog razloga uvedena je i kod Γ – vidi (3-8) i (3-11).

Jednačina (3-19) dovodi se na ovaj oblik:

$$\frac{A}{A_o} = \frac{1}{2} \frac{h B_o}{A_o} \left[\frac{B}{B_o} + \frac{b}{b_o} \cdot \frac{b_o}{b_o} \right]$$

što se, korišćenjem (3-7), (3-24), (3-18), (3-16) i (3-9), preobličava u:

$$Y = \frac{1}{2}\,\Omega\,(Б + M\beta) \tag{3-25}$$

Eliminacijom Y iz sistema jednačina (3-25) i (3-21) može se Ω izraziti eksplicitno kao:

$$\Omega = \frac{2}{1-M^2}\,(Б - M\beta) \tag{3-26}$$

i na kraju, isključivo preko: X, Y, M i N :

$$\Omega = \frac{2}{1-M^2}\left[\sqrt{Y(1-M^2)+M^2(1-N+NX)^2} - M(1-N+NX)\right] \tag{3-27}$$

što se dobilo zamenom $Б$ i β u (3-26), odgovarajućim izrazima: (3-23) i (3-17).

Treba napomenuti da se napisani izrazi za Ω ne mogu koristiti za pravougaoni kanal, gde je $M=1$ i $Б=\beta$ jer tada (3-26) daje neodredjen izraz, odnosno nulu podeljenu sa nulom, Medjutim, sa $M=1$ i $Б=\beta$ (3-25) daje:

$$\Omega = \frac{Y}{Б} = \frac{Y}{\beta} \tag{3-28}$$

$$\Omega = \frac{Y}{(1-N+NX)} \tag{3-29}$$

* * *

Frudov broj u proizvoljnom preseku dat je sa:

$$F = \frac{Q^2 B}{g\,A^3} \tag{3-30}$$

što se može napisati kao:

$$F = \frac{Q_o^2 B_o}{g\,A_o^3}\left(\frac{Q}{Q_o}\right)^2\left(\frac{B}{B_o}\right)\left(\frac{A_o}{A}\right)^3$$

ili, preko uvedenih bezdimenzionalnih veličina, s obzirom na (3-7), (3-8), (3-14) i (3-18),

$$F = F_o\,\frac{X^2 Б}{Y^3} \tag{3-31}$$

odnosno zamenom $Б$ prema (3-23):

$$F = F_o\,\frac{X^2\sqrt{Y(1-M^2)+M^2(1-N+NX)^2}}{Y^3} \tag{3-32}$$

* * *

Iz ispisanih jednačina vidi se da je β funkcija samo od X ., dok su $Б$ i Ω funkcije do X i Y . U daljnjim izlaganjima koristiće se izvodi ovih funkcija pa će oni odmah napisati. Iz (3-17) vidi se da je:

$$\frac{\partial \beta}{\partial X} = N \qquad (3-33)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial Y} = 0 \qquad (3-34)$$

Parcijalnim diferenciranjem po X, odnosno Y, jednačine (3-23) uz korišćenje (3-17) dobija se:

$$\frac{\partial Б}{\partial X} = \frac{M^2 N(1-N+NX)}{Б} = \frac{M^2 N \beta}{Б} \qquad (3-35)$$

$$\frac{\partial Б}{\partial Y} = \frac{1-M^2}{2Б} \qquad (3-36)$$

Izvedeni parcijalni izvodi mogu poslužiti za dobijanje još i izvoda veličine Ω .

Iz (3-26) dobija se:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial X} = \frac{2}{1-M^2}\left(\frac{\partial Б}{\partial X} - M\frac{\partial \beta}{\partial X}\right) = \frac{2MN}{1-M^2}\left(\frac{M\beta}{Б} - 1\right) \qquad (3-37)$$

Napisani rezultat može se izraziti preko same diferencirane veličine Ω , jer se korišćenjem izraza (3-26) dobija:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial X} = -MN\frac{\Omega}{Б} \qquad (3-38)$$

(3-26) daje i:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{2}{1-M^2} \frac{\partial Б}{\partial Y} = \frac{1}{Б} \qquad (3-39)$$

Ako se želi da su ispisani parcijalni izvodi izraza isključivo preko X, Y, M i N može se svuda β, odnosno $Б$, zameniti desnom stranom (3-17), odnosno (3-23). Tako će se i postupiti kasnije kada se za to ukaže potreba.

3.4. Jednačina tečenja

Prepisuje se ranije izvedena jednačina za tečenje sa usputnim proticajem usmerenim normalno na sabirni provodnik, odnosno jednačina (1-31):

$$d\left(\Pi + \frac{V^2}{2g}\right) + \frac{V}{gA}\,dQ = 0 \qquad (3-40)$$

Kod kanala pogodnije je zameniti pijezometarsku kotu Π sa zbirom iz kote dna i dubine vode (vidi sl. 3 -1)

$$\Pi = Z + h \qquad (3-41)$$

Napisane jednačine (3-40 i -41) i zamena V sa Q/A dovode do:

$$d\left(Z + h + \frac{Q^2}{2gA^2}\right) + \frac{Q}{gA^2}\,dQ = 0 \qquad (3-42)$$

Delenjem sa A_0/B_0 napisana jednačina može se prikazati u ovom obliku:

$$d\left[\frac{Z_u}{A_o/B_o}\,\frac{Z}{Z_u}+\frac{h}{A_o/B_o}+\frac{1}{2}\,\frac{Q_o^2 B_o}{gA_o^3}\left(\frac{Q}{Q_o}\right)^2\left(\frac{A_o}{A}\right)^2\right]+$$

$$+\frac{Q_o^2 B_o}{gA_o^3}\left(\frac{A_o}{A}\right)^2\frac{Q}{Q_o}\,d\left(\frac{Q}{Q_o}\right)=0$$

čime je svedena da su u njoj uvedene bezdimenzionalne veličine, a zamenom odgovarajućih članova prema (3-11), (3-15), (3-24), (3-8), (3-7) i (3-14) dobija se:

$$d\left[\Gamma(1-X)+\Omega+\frac{1}{2}F_o\frac{X^2}{Y^2}\right]+F_o\frac{X}{Y^2}\,dX=0 \qquad (3-43)$$

Prethodna jednačina dovodi se na;

$$\left(-\Gamma+\frac{\partial\Omega}{\partial X}+2F_o\frac{X}{Y^2}\right)dX+\left(\frac{\partial\Omega}{\partial Y}-F_o\frac{X^2}{Y^3}\right)dY=0$$

ili

$$\frac{dY}{dX}=\frac{\Gamma-2F_o\dfrac{X}{Y^2}-\dfrac{\partial\Omega}{\partial X}}{\dfrac{\partial\Omega}{\partial Y}-F_o\dfrac{X^2}{Y^3}} \qquad (3-44)$$

Parcijalni izvodi veličine Ω zamenjuju se prema (3-37) i (3-39), u kojima se opet $Б$ i β zamene prema (3-17) i (3-23) pa se dobija diferencijalna jednačina u koju ulaze samo: X i Y, i konstantne vrednosti: Γ, F_o, M i N:

$$(**)\quad \frac{dY}{dX} = \frac{\Gamma - 2F_o \frac{X}{Y^2} + \frac{2MN}{1-M^2}\left[1 - \frac{(1-N+NX)M}{\sqrt{Y(1-M^2)+M^2(1-N+NX)^2}}\right]}{\frac{1}{\sqrt{Y(1-M^2)+M^2(1-N+NX)^2}} - F_o \frac{X^2}{Y^3}} \qquad (3-45)$$

Uz ovu jednačinu ide i granični uslov:

Za $X=1$, $Y=1$, tj. $Y(1)=1$

(3-45) definiše ranije napisanu funkciju (3-13).

* * *

Za pravougaoni kanal, $M=0$ poslednji član u brojitelju desne strane prethodne jednačine je nula podeljena sa nulom. To se može izbeći ako se umesto (3-37) uzme (3-38) sa daljnjom smenom prema (3-29). Tako, sa pravougaoni kanal prethodna jednačina postaje:

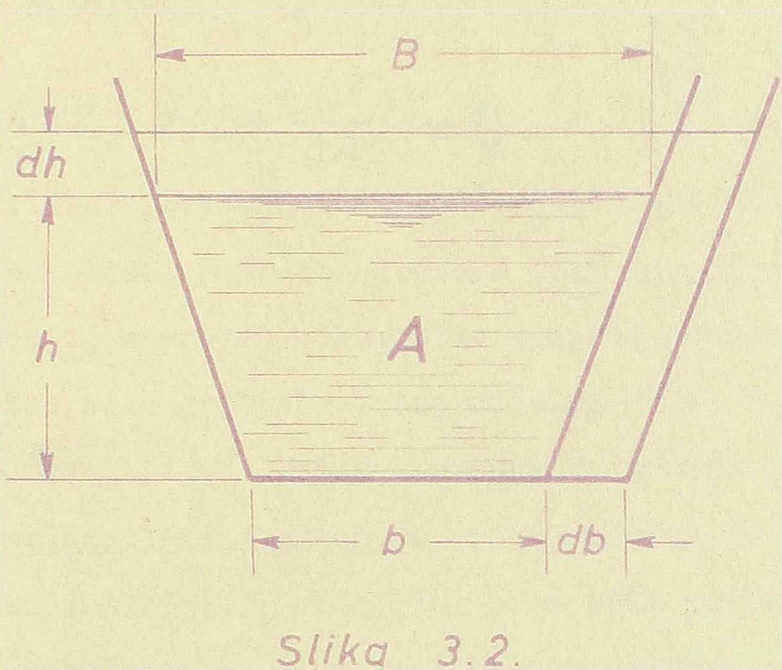
$$(*)\quad \frac{dY}{dX} = \frac{\Gamma - 2F_o \frac{X}{Y^2} + N \frac{Y}{(1-N+NX)^2}}{\frac{1}{1-N+NX} - F_o \frac{X^2}{Y^3}} \qquad (3-46)$$

* * *

Sada će se početna jednačina (3-42) dovesti na nešto drukčiji oblik koji će se takodje koristiti u kasnijim izlaganjima. Množenjem (3-42) sa $A\gamma$ (γ = specifična težina) ista jednačina postaje:

$$\gamma A\,dZ + \gamma A\,dh + \rho\,d(Qv) = 0 \qquad (3\text{-}47)$$

čime je jednačina dovedena da izražava elementarne sile, i to redom kojim su članovi napisani: sila težine, sila pritiska i inercijalna sila.



Slika 3.2.

Iz sl. 3-2 vidi se da je elementarni priraštaj statičkog momenta (u odnosu na slobodnu površinu vode) poprečnog preseka:

$$dS = A\,dh + \cancelto{0}{B\,dh\,\frac{1}{2}\,dh} + \frac{1}{2}\,h^2 db \qquad (3\text{-}48)$$

Srednji član je zanemarljiv kao beskonačno mala veličina višega reda. Ako se detaljnije izvodjenje ograniči na prizmatične kanale, tj. $N = 0$, odnosno $b = const.$, može se napisati da je:

$$dS = A\,dh \qquad (3\text{-}49)$$

pa se (3-47) svodi na:

$$A\,dZ + d\left(S + \frac{Q^2}{gA}\right) = 0 \qquad (3\text{-}5o)$$

Ovim se pokazuje da se težini tečnosti izmedju dva beskonačno bliska poprečna preseka toka (preciznije rečeno: komponenti, u pravcu toka, sile težine) suprostavlja priraštaj zbira sile pritiska i inercijalne sile, a ovaj zbir se može shvatiti kao "sila u preseku". Ovakvo stanje je samo kod prizmatičnih kanala, a za taj slučaj je i napisana jednačina (3-5o). Naime tu, nema sile pritiska sa dna i bokova kanala pa se sila pritiska pojavljuje samo na poprečnom preseku i baš to i omogućava svodjenje problema na jednačinu (3-5o).

Uvodjenjem bezdimenzionalne veličine na statički momenat:

$$\Psi = \frac{S}{A_o^2/B_o} \qquad (3-51)$$

jednačina (3-5o) dovodi se na bezdimenzionalni oblik na isti način kao što se sa (3-42) prešlo na (3-43), samo se ovde deli sa A_o^2/B_o :

$$\Gamma Y \, dX = d\left(\Psi + F_o \frac{X^2}{Y}\right) \qquad (3-52)$$

(3-49) i (3-51) daju:

$$d\Psi = \frac{dS}{A_o^2/B_o} = \frac{A}{A_o} \, d\left(\frac{h}{A_o B_o}\right) = Y \, d\Omega \qquad (3-53)$$

Za pisanje prethodnog obavljena je smena prema (3-7) i (3-24), a daljnja transformaciju koristiće i :

$$d\Omega = \frac{\partial \Omega}{\partial Y} dY = \frac{dY}{Б} = \frac{dY}{\sqrt{Y(1-M^2) + M^2}} \qquad (3-54)$$

što se dobilo iz (3-39) i (3-23), uz uslov prizmatičnog kanala, tj. $N=0$. Isti uslov doveo je, prema (3-38) i do

$$\frac{\partial \Omega}{\partial X} = 0$$

što je takodje iskorišćeno pri pisanju (3-54).

Na kraju, iz (3-53) i (3-54) dobija se integrabilan izraz za ψ , odnosno

$$\psi = \int_0^Y \frac{Y\,dY}{\sqrt{Y(1-M^2)+M^2}} \tag{3-55}$$

U prethodnom izraz M ima parametarski karakter pa rešenje integrala daje:

$$\psi = \frac{2}{3}\frac{1}{(1-M^2)^2}\left\{\left[Y(1-M^2)+M^2\right]^{3/2} - M^3\right\} - 2\frac{M^2}{1-M^2}\left(\sqrt{Y(1-M^2)+M^2} - M \right. \tag{3-56}$$

Za pravougaoni kanal napisano rešenje dovodi opet do nule podeljene sa nulom. Medjutim, tada, sa $M=1$ (3-55) daje neposredno:

$$\psi = \frac{1}{2}Y^2 \qquad \text{za} \qquad M=1 \tag{3-57}$$

Za trougaoni kanal $M=0$ rešenje je takodje vrlo prosto:

$$\psi = \frac{2}{3}Y^{3/2} \qquad \text{za} \qquad M=0 \tag{3-58}$$

Za trapezni kanal, $0<M<1$ izraz (3-56) nije najjednostavniji i za to će se kasnije, prilikom praktičnog korišćenja ovog izvodjenja, dati i tablica sa vrednostima za ψ .

3.5. Prikazivanje problema u obliku elementarnog hidrauličkog obrasca za isticanje

Od velikog praktičnog značaja je odredjivanje denivelacije u sabirnom kanalu, označene kao $\Delta\Pi_o$ na sl. 3-1., jer to bi značilo da se za izabrani nizvodni poprečni presek odmah zna i njegov visinski smeštaj. Iz sl. 3-1 može se pročitati:

$$\Delta\Pi_o = h_u + Z_u - h_o \tag{3-59}$$

Deljenjem prethodne jednačine sa A_o/B_o dobijaju se bezdimenzionalne veličine, prema (3-11) i (3-24):

$$\frac{\Delta\Pi_o}{A_o/B_o} = \Omega_u + \Gamma - \Omega_o \tag{3-60}$$

Daljnim deljenjem sa

$$\frac{v_o^2 B_o}{gA_o} = F_o$$

dobija se:

$$K = \frac{\Delta \Pi_0}{v_0^2/g} = \frac{\Omega_u - \Gamma - \Omega_0}{F_0} \qquad (3-61)$$

Iz (3-26) za nizvodni presek, sa $Y = X = 1$ dobija se:

$$\Omega_0 = \frac{2}{1+M}$$

tj.

$$\Omega_0 = \Omega_0(M) \qquad (3-62)$$

Ista jednačina za uzvodni presek, sa $X = 0$ i $Y = Y_u$ pokazuje da je:

$$\Omega_u = \Omega_u(Y_u, M, N) \qquad (3-63)$$

Dalje, kako rešenje diferencijalne jednačine (3-45) daje, izmedju ostalog, i $Y(0)$ odnosno Y_u kao

$$Y_u = Y_u(\Gamma, F_0, M, N)$$

što znači da je:

$$\Gamma = \Gamma(Y_u, F_0, M, N) \qquad (3-64)$$

Ako se dobijeno pod (3-62 do -64) iskoristi u (3-61), ispada da se može napisati funkcija:

3-61

$$\frac{\Delta \Pi_o}{v_o^2/g} = K = K(Y_u, F_o, M, N)$$

ili

$$K = K\left(\frac{A_u}{A_o}, F_o, M, N\right) \qquad (3-65)$$

Poznavanje napisane funkcije (3-65) omogućilo bi direktno odredjivanje

$$\Delta \Pi_o = K \frac{v_o^2}{g} \qquad (3-66)$$

tj. problem bi se sveo na elementarno računanje potrebne denivelacije $\Delta \Pi_o$ za odredjenu brzinsku visinu $v_o^2/2g$. Naime, prema elementarnoj hidraulici napisalo bi se:

$$\Delta \Pi_o = \frac{v_o^2}{2g}(1+\xi) \qquad (3-67)$$

$\xi = 2K - 1$

ili

$$v_o = C_V \sqrt{2g \Delta \Pi_o} \qquad (3-68)$$

gde je ξ koeficijent gubitka duž sabirnog kanala, a C_V koeficijent brzine. Uporedjenjem (3-66) sa (3-67), odnosno (3-68) lako se uvidja da su:

$$\xi = 2K - 1 \tag{3-69}$$

$$C_V = \sqrt{\frac{1}{2K}} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} \tag{3-70}$$

Na ovaj način problem bi se sveo na odredjivanje brzine oticanja iz sabirnog kanala u funkciji raspoložive denivelacije u kanalu, odnosno kao elementarni zadatak hidraulike. U poglavlju 6. daće se (odrediće se) funkcionalna veza (3-65) i tako dobiti mogućnost za neposredno odredjivanje primarnih dimenzija sabirnog kanala.

3.6. Provera uvedenih bezdimenzionalnih odnosa sa stanovišta dimenzionalne analize

Problem tečenja u sabirnom kanalu je rešen ako je odredjena funkcija

$$A = A(L) \tag{3-71}$$

tj. ako je poznat poprečni presek u funkciji rastojanja. Konturni uslovi, simbolično napisani kao: ko_1, ko_2 ... u izrazu (2-1) su sledeći:

a) Širina dna u funkciji rastojanja:

$$b = b(L)$$

što se sa širenjem po linearnom zakonu zamenjuje sa:

$$b_o,\ b_u,\ L_o \tag{3-72}$$

b) Kota dna u funkciji rastojanja:

$$Z = Z(L)$$

Ako je pad konstantan, ovo odredjuju dve veličine:

$$Z_u,\ L_o \tag{3-73}$$

c) Elementi nizvodnog preseka:

$$b_o,\ A_o,\ m_1,\ m_2,\ Q_o \tag{3-74}$$

Dubina h je potpuno odredjena sa 4 navedene veličine.

Ako se nagibi bokova ne menjaju duž kanala, što je redovan slučaj u praksi, onda m_1 i m_2 zajedno sa veličinama pod (3-72) potpuno odredjuju geometrijske karakteristike celog sabirnog kanala. Uslov ravnomernog priticanja dozvoljava da je sa Q_0 i L_0 potpuno odredjeno priticanje, pa ne treba uzimati nikakve veličine više.

Zanemariće se uticati viskoznosti, u odnosu na inercijalne, što se može opravdati kod ovakvog problema, a što je već objašnjeno u poglavlju 1. Dalje, kod ovakvih problema tečnost se može smatrati nestišljivom, a može se izostaviti i uticaj kapilarnosti kao zanemarljiv. Ovo govori o izostavljanju: μ , E i δ iz funkcije (2-1), pa ostaju konturni uslovi navedeni od (3-72 do -74) i od materijalnih karakteristika: ρ i γ . Problem se svodi na kinematsko izražavanje, pa će se u razmatranje uvesti g , umesto ρ i γ ali u tom slučaju dimenzionalna analiza smanjuje broj veličina za dve, kako je napomenuto u pretposlednjem pasusu teksta poglavlja 2. Posle ovog objašnjenja može se izraz (3-71) napisati odredjenije kao:

$$A = A(L, L_0, A_0, b_0, m_1, m_2, b_u, Z_u, Q_0, g) \qquad (3-75)$$

tj. u razmatranje ulazi 11 veličina, a posle primene dimenzionalne analize treba očekivati 2 manje.

Medjutim, kada se problem analizira kao linijski, što je pretpostavljeno pri izvodjenju jednačine tečenja u kanalu, u poglavlju 1, mogu se od geometrijskih veličina dve uzeti kao jedinice: jedna kao mera rastojanja (uzeće se L_0), a druga kao mera toka na datom rastojanju (uzeće se A_0). Ovo je u skladu sa razmatranjima pri kraju poglavlja 2., gde je skrenuta pažnja da usvajanje jedne odredjene zakonitosti znači i smanjenje za jedan broj veličina uzetih u razmatranje. Primenom dimenzionalne analize prethodno se ne bi moglo postići, jer dve geometrijske veličine ne mogu biti jedinice sistema. Dalje, ako se prihvati rešavanje problema kao linijskog, od svih elemenata poprečnog preseka ulaze samo dva: poprečni presek i dubina, kako se vidi iz jednačine (3-42). Ovo bi značilo da sem A_0, treba još samo jedna veličina za odredjivanje nizvodnog preseka, tj. svega jedna umesto tri napisane: b_0, m_1 i m_2. Sve pobrojano govori o tome da, sem smanjenja usled primene dimenzionalne analize, ovde treba očekivati još i smanjenje za tri veličine, pa će ukupno smanjenje biti pet veličina, odnosno (3-75) zameniće funkcionalna veza sa 6 bezdimenzionalnih veličina:

$$\frac{A}{A_o} = \frac{A}{A_o}\left(\frac{L}{L_o}, C_1, C_2, C_3, C_4\right) \tag{3-76}$$

gde su: C_1 , C_2 , C_3 i C_4 bezdimenzionalne karakteristike, i to:

C_1 = za oblik nizvodnog preseka

C_2 = za promenu širine dna

C_3 = za pad dna (ili visinsku razliku kota dna na uzvodnom i nizvodnom kraju)

C_4 = za proticaj

Prepisaće se ranije napisana funkcija (3-13):

$$Y = Y(X, M, N, \Gamma, F_o)$$

pa kako je $Y=A/A_o$ a $X=L/L_o$ uporedjenje (3-11) i (3-76) pokazuju da su:

$$\left.\begin{array}{ll} C_1 = M & C_2 = N \\ C_3 = \Gamma & C_4 = \Gamma \end{array}\right\} \tag{3-77}$$

Ovo uporedjenje pokazuje da je ranije izvodjenje problematike sa bezdimenzionalnim veličinama potpuno ispravno sa stanovišta dimenzionalne analize.

* * *

U prethodnom odeljku (3.5). izvodjenje je dovelo do funkcije (3-56) i objašnjeno je da je na taj način problem sveo na elementarni hidraulički zadatak. Sa stanovišta dimenzionalne analize (3-65) može se protumačiti kao jedan slučaj opšte hidrauličke zakonitosti kada se u razmatranje uzimaju samo inercijalni i gravitacioni uticaji, odnosno kao primer za ranije napisanu funkciju (2-1o). Naime, K je tamošnji C_Z , dok A_u/A_o, M i N odredjuju ono što je tamo simbolično napisano kao Ko , a tamo i ovde ulazi još i Frudov broj.

Da su pri pisanju (3-65) u obzir ušle sve veličine, lako se pokazuje. Pre svega funkcija (3-76) za uzvodni presek, gde je $L/L_o=1$ daje:

$$\frac{A_u}{A_o} = \frac{A_u}{A_o}\left(C_1, C_2, C_3, C_4\right) \tag{3-78}$$

Ako se u razmatranje uvede još i K , onda je jedna parametar suvišan, jer prethodni izraz sadrži, kako je ranije dokazano, sve potrebne parametre. Prema tome sve je ispravno ako se, uvodjenjem K , izostavi C_3 , pa se može napisati, umesto (3-78)

$$\frac{A_u}{A_o} = \frac{A_u}{A_o}\left(C_1, C_2, K, C_4\right)$$

Izražavanje eksplicitno po K dovodi do:

$$K = K\left(\frac{A_u}{A_o}, C_1, C_2, C_4\right)$$

Ako se C_1, C_2 i C_4 zamene, prema (3-77) dobija se:

$$K = K\left(\frac{A_u}{A_o}, M, N, F_o\right) \tag{3-79}$$

Ovim postupkom iz razmatranja izostavljeni C_3 je ustvari Γ, a to je učinjeno namerno, da bi ova provera bila u skladu sa ranijim izvodjenjem, gde je korišćenje (3-64) elimisan takodje Γ iz (3-61) i dobilo se (3-65). Dobijene (3-79) identične je sa (3-65), čime je potvrdjeno da je ranije izvodjenje u skladu sa dimenzionalnom analizom.

GEORGIJE HAJDIN

Prilog proučavanju tokova sa usputnom promenom proticaja

SABIRNI KANALI SA RAVNOMERNIM PRITICAJEM

— DOKTORSKA DISERTACIJA —

II

BEOGRAD, 1965.

Georgije Hajdin

Prilog proučavanju tokova sa usputnom promenom proticaja

SABIRNI KANALI SA RAVNOMERNIM PRITICAJEM

— doktorska disertacija —

Beograd, 1965

-drugi deo-

REŠAVANJE PRAKTIČNIH ZADATAKA IZ TEČENJA SABIRNIM KANALIMA SA RAVNOMERNIM PRITICAJEM

4.

Kvalitativna analiza. Odredjivanje uslova za obezbedjenje mirnog tečenja

4.1. Osnove za sprovodjenje analize

Prepisuje se jednačina (3-44):

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\Gamma - 2F_o \frac{X}{Y^2} - \frac{\partial \Omega}{\partial X}}{\frac{\partial \Omega}{\partial Y} - F_o \frac{X^2}{Y^3}} \tag{4.-1.}$$

koja će poslužiti za kvalitativnu analizu tečenja u sači - nom kanalu. Ista jednačina može se simbolično napisati:

$$\frac{dY}{dX} = f(X,Y) = \frac{f_n(X,Y)}{f_k(X,Y)} \tag{4.-2.}$$

jer je desna strana u (4-1) funkcija od X i Y, pošto je, shodno ranijim izlaganjima, Ω funkcija od X i Y, a Γ i F_o konstante za odredjeni konkretni slučaj.

Mogu se odrediti, pa i grafički prikazati, ovakve funkcije:

$Y_n = Y_n(X)$ koja zadovoljava $f_n(X,Y) = 0$

ili.

$$\Gamma - 2F_o \frac{X}{Y_n^2} - \frac{\partial \Omega_n}{\partial X} = 0 \qquad (4-3.)$$

i $Y_k = Y_k\ (X)$ koja predstavlja $f_k(X,Y)=0$

$\frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\bar{b}}$

..o znači:

$$1 - F_o \frac{X^2 \bar{b}_k}{Y_k^3} = 0 \qquad (4-4.)$$

ili $1 - F = 0$

Prethodna jednačina napisana je saobrazno sa ranijim izrazima (3-39) i (3-31).

Lako se zaključuje da je

$$\text{za} \quad Y = Y_n \qquad \frac{dY}{dX} = 0 \qquad (4-5.)$$

jer je tada brojitelj u (4-1) ravan nuli. Na isti način uvidja se da dY/dX dobija beskonačnu veliku vrednost pri $Y = Y_k$ a tada je Frudov broj ravan jedinici, odnosno

$$\text{za} \quad Y = Y_k \qquad F = 1 \qquad (4-6.)$$

Dakle, funkcija $Y_k = Y_k\,(X)$ odredjuje proticajne preseke koji bi davali $F = 1$. To su tzv. "kritični poprečni preseci" pa se analogno sa elementarnom hidraulikom može napisati:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{pri} & Y > Y_k & \text{tečenje je mirno} \\ \text{pri} & Y < Y_k & \text{tečenje je burno} \end{array}\right\} \quad (4-7.)$$

Funkcija $Y_n = Y_n(X)$ može se shvatiti kao da odredjuje "normalno poprečne preseke". Analogijom sa analizom nejednolikog tečenja u kanalu (bez usputne promene proticaja) može se Y_n shvatiti kao presek gde se sila težine tačno izravnava sa potrebnom silom koju zahteva tečenje. Naime, kod kanala bez usputne promene proticaja, normalni poprečni presek je onaj gde raspoloživa sila težine tačno podmiruje trenje. Ovde kod sabirnih kanala, kako se pretpostavilo, uticaj trenja je zanemarljiv u odnosu na inercijalni uticaj koji zahteva uključivanje proticaja u kanalski tok, pa baš ovaj inercijalni uticaj zamenjuje ono što predstavlja trenje kod kanala bez usputne promene proticaja . Izraz "normalni presek" nije najpogodniji za sabirni kanal, bolji naziv za nacrtanu funkciju $Y_n = Y_n(X)$ bio bi "linija ekstremnih preseka", jer kada je $Y = Y_n$ tu je maksimalna (ili minimalna) vrednost poprečnog preseka.

Uvodjenjem Y_n i Y_k analiza je znatno olakšana jer se može napisati:

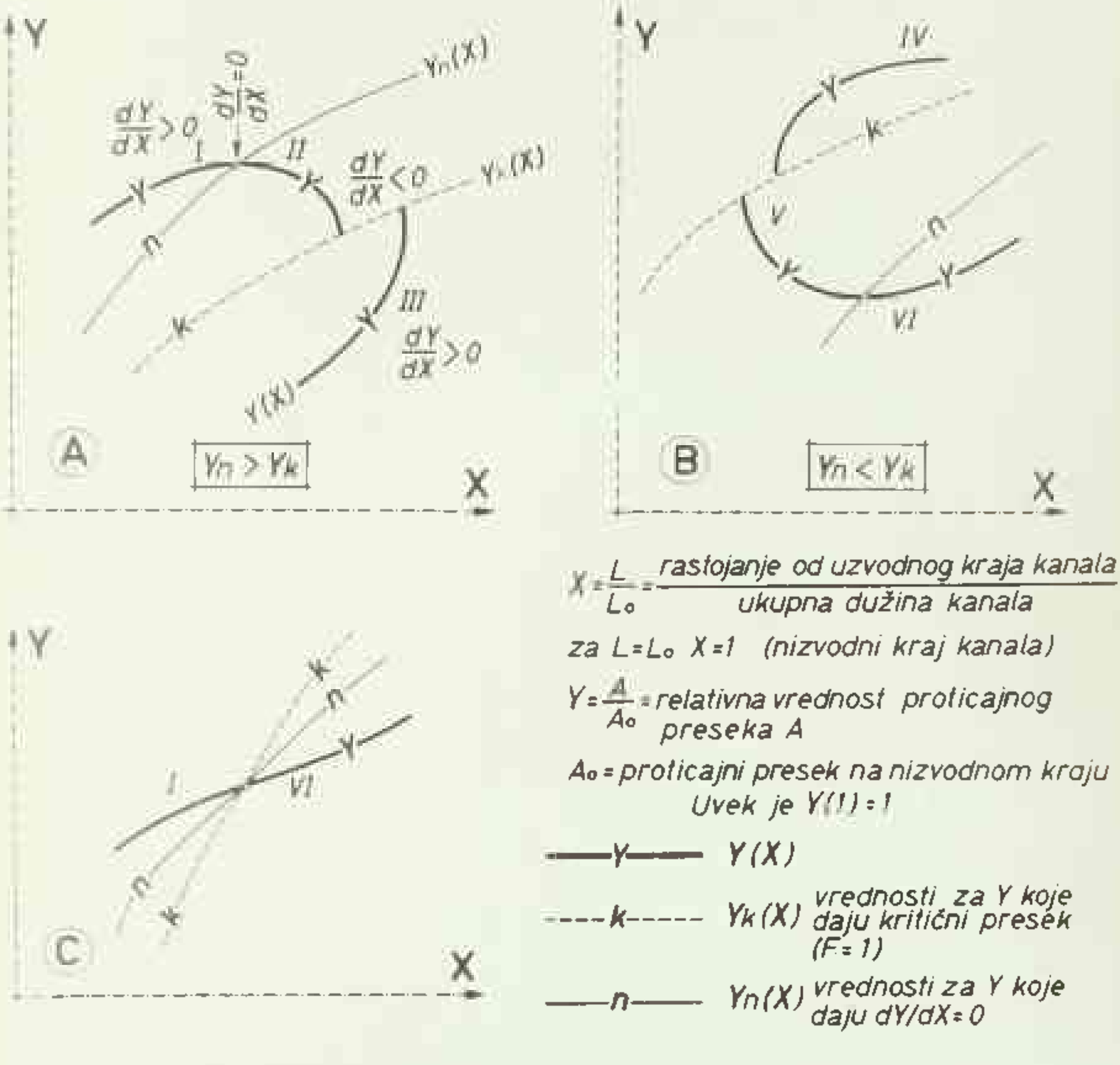
$$\left\{\begin{array}{l} Y > Y_k > Y_n \\ Y > Y_n > Y_k \\ Y < Y_k < Y_n \\ Y < Y_n < Y_k \end{array}\right\} \qquad \frac{dY}{dX} > 0 \qquad (4-8.)$$

$$\left\{\begin{array}{l} Y_k < Y < Y_n \\ Y_k > Y > Y_n \end{array}\right\} \qquad \frac{dY}{dX} < 0 \qquad (4-9.)$$

Napisani izrazi lako se objašnjavaju: (4-8) obuhvata one slučajeve kada su brojitelj i imenitelj (4-1) istog znaka, dok se (4-9) odnosi na slučajeve kada su suprotnog znaka.

Prethodno izvodjenje i iz njega proizašle konstatacije omogućili su crtanje sl. 4-1 iz koje se vidi da je analogija sa elementarnom hidraulikom posve očigledna. Posebno je interesantan slučaj C., kada se ukrštaju linije Y_n i Y_k. Tada se u (4-1) deli nula sa nulom što može dovesti, i dovodi, do konačne vrednosti za dY/dX pa i do mogućnosti za prelaz iz mirnog kretanja u burno.

* * *



Sl. 4-1. UZ KVALITATIVNU ANALIZU PROMENE PROTICAJNOG PRESEKA DUŽINOM SABIRNOG KANALA

Pre izvodjenja praktičnih zaključaka treba utvrdi-
[illegible] funkcije $Y_n = Y_n(X)$ i $Y_k = Y_k(X)$. [illegible] [illegible]iti ako se dokaže sledeće:

a/ Linije $Y_n(X)$ i $Y_k(X)$ prolaze kroz koordinatni početak:

$$Y_n(0) = Y_k(0) = 0 \qquad (4-10.)$$

i [illegible] ima u pozitivnu vrednost ako je $X > 0$ tj.

$$X > 0 \qquad Y_n > 0 \qquad Y_k > 0 \qquad (4-11.)$$

Domen $X < 0$ nema nikakav praktičan značaj, jer je [illegible]nzionalna analiza svela problematiku u granice $0 \leq X \leq 1$

b/ U naznačenom domenu i Y_n i Y_k monotono rastu [illegible]osno od vrednosti $Y_n = Y_k = 0$, za $X = 0$, neprekidnim [illegible]tom dostižu neku odredjenu vrednosti za $X = 1$, što se može napisati:

$$\frac{dY_n}{dX} > 0 \qquad \frac{dY_k}{dX} > 0 \qquad (4-12)$$

c/ Uslovom pod a) navedeno je da linije Y_n i Y_k [illegible] iz koordinatnog početka, ali se kasnije pokazuje da je

$$0 < X \ll 1 \qquad Y_n > Y_k \qquad (4-13)$$

[illegible] se znakom $\ll$ (mnogo manje) ukazuje da je uzeta vred[illegible] za X [illegible] podrazumeva se da je vrednost X bliska nuli. Navodeni uslov znači da je u samom početku linija Y_n iznad linije Y_k .

d/ Ako se linije Y_n i Y_k seku za $X=1$, one ne mogu imati još neku presečnu tačku za $0<X<1$, pa se s obzirom na uslove a) i c) može napisati:

$$\text{ako je } Y_n(1) = Y_k(1) \quad \text{onda je } Y_n > Y_k \text{ za } 0<X<1 \tag{4-14}$$

* * *

Dokazi za stavove izložene pod a), b), c) i d) su sledeći:

a) U jednačinama (4-3) i (4-4) veličine F_o , Γ, $\frac{\partial \Omega_n}{\partial X}$ i σ_k su konačnih vrednosti, što znači da se ostvaruje napisano pod (4-1o) i (4-11). Izuzeci, kada te veličine ne nisu konačnih vrednosti, ne menjaju zaključak, jer su oni u ovome:

- Za trougaono korito, $M=0$ prema (3-23), $\sigma=\sqrt{Y}$ pa je zaključak opet isti.

- Za prizmatična korita, $\frac{\partial \Omega}{\partial X}=0$ a to opet ne menja stvar. Ako je uz to još i dno horizontalno, $\Gamma=0$ onda se zaključuje da

$Y_n = Y_n(X)$ postaje $X = 0$ za $\Gamma - \dfrac{\partial \Omega}{\partial X} = 0$ (4-15)

Što se opet uključuje u (4-10).

b/ Diferenciranjem (4-3) po X daje:

$$2F_o\left(\frac{1}{Y_n^2} - \frac{2X}{Y_n^3}\frac{dY_n}{dX}\right) + \frac{d}{dX}\left(\frac{\partial\Omega_n}{\partial X}\right) = 0$$

a iz (3-37), ako se iskoriste izrazi (3-33 do -36) i (3-21), dobija se:

$$\frac{d}{dX}\left(\frac{\partial\Omega_n}{\partial X}\right) = \frac{2M^2N}{1-M^2}\,\frac{1}{Б_n^2}\left(Б_n\frac{\partial\Omega}{\partial X} - \Omega\,\frac{\partial Б_n}{\partial X} - \frac{\partial Б_n}{\partial Y}\,\frac{dY_n}{dX}\right) =$$

$$= 2\,\frac{M^2N^2}{Б_n^3}Y_n - \frac{M^2N}{Б}\,\frac{dY_n}{dX}$$

Uz $Б$ nije stavljen indeks "n", jer $Б$ prema (3-34) i nije funkcija od Y, nego isključivo od X.

Ako bi funkcija $Y_n(X)$ imala neku ekstremnu vrednost, tu bi se ostvarilo $dY_n/dX = 0$. Stavljanjem $dY_n/dX = 0$ u prethodna dva izraza, i zamenom poslednjeg člana u prvom izrazu rezultatom drugoga, dobija se:

$$F_o \frac{1}{Y_n^2} + \frac{M^2N^2}{Б_n^3} Y_n = 0$$

a to je nemoguće ostvariti, jer su svi članovi levo strane u domenu od $0 \geq X \geq 1$, uvek pozitivni. Dakle, ekstremna vrednost za Y_n ne može se pojaviti i, s obzirom da je već dokazana osobina napisan pod (4-1o) i (4-11), Y_n monotono raste u domenu od $X = 0$ do $X = 1$.

Slično se dokazuje i za funkciju $Y_k(X)$, jer diferenciranje (4-4) po X, i kasnije stavljanje $dY_k/dX = 0$ daje:

$$\frac{1}{Y_k^3}\left(2X + \frac{\partial Б_k}{\partial X} + \frac{\partial Б_k}{\partial Y_k}\frac{dY_k}{dX}\right) - \frac{3Б X^2}{y^4}\frac{dY_k}{dX} = 0$$

$$\frac{1}{Y^3}\left(2X + \frac{M^2N\beta}{Б}\right) = 0$$

što je opet neostvarivo.

c/ Da se dokaže navedeno pod (4-13), jednačine (4-3) i (4-4) napisaće se ovako:

$$\left.\begin{aligned} X^2 &= \left(\frac{\Gamma - \frac{\partial \Omega}{\partial X}}{2F_o}\right)^2 Y_n^4 \\ X^2 &= \frac{1}{F_o Б} Y_k^3 \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}16)$$

Faktori koji množe Y_n^2, odnosno Y_n^3, su veličine konačne vrednosti, kako je to malo pre, pod a) zaključeno, pa su Y_n^4 i Y_n^3 veličine istog reda. Kako se radi o veličinama bliskim nuli, mora Y_n biti znatno veće od Y_k, a tako je dokazano napisano pod (4-15). I u izuzetnim slučajevima, kada pomenute veličine nisu konačne vrednosti, dobio bi se isti rezultat - istim rasudjivanjem kao pod a).

d/ Za tačku preseka linija Y_n i Y_k mora za isto X biti $Y_n = Y_k = Y_c$. Indeks "c" neka se odnosi na zajedničku vrednost. Iz (4-16) dobija se:

$$\frac{1}{2\sqrt{F_o}}\left(\Gamma - \frac{\partial \Omega_c}{\partial X}\right)\sqrt{Y_c Б_c} = 1 \qquad (4-17)$$

Ako je tačka preseka pri $X=1$, druga tačka preseka, izuzev za $X=0$, ne može se ostvariti kada je kanal prizmatičan, je za taj slučaj prethodni izraz postaje:

$$\frac{\Gamma}{2\sqrt{F_o}}\sqrt{Y_c\, Б_c} = 1$$

jer je faktor pred korenom konstanta, a $YБ$ monotono raste sa X, jer kada raste X raste i Y (dokazano malo pre pod b), a zajedno sa njima i $Б$ (što se vidi iz 3-25). Prema tome, ako je prethodni izraz zadovoljen pri $X=1$ ne može biti zadovoljen i pri nekoj vrednosti u domenu $0<X<1$.

Dokaz nije tako očigledan za neprizmatične kanale. Medjutim, može se i tada dokazati napisano pod (4-14). Uzeće se pravougaoni kanal gde je uticaj suženja najizrazitiji. Za ovaj slučaj je $Б=\beta$ i $M=1$ pa se iz (3-38) i (3-28) dobija:

$$\frac{\partial \Omega_c}{\partial X} = -N\,\frac{Y_c}{Б_c^2}$$

Stavljanjem ovog u (4-17) dolazi se do:

$$\frac{\Gamma}{2\sqrt{F_o}}\sqrt{Y_c Б_c} + \frac{N}{2\sqrt{F_o}}\sqrt{Y_c^3/Б_c^3} = 1 \qquad (4\text{-}18)$$

a kako presečna tačka leži i na liniji Y_k, može se smenom prema (4-4) prethodni izraz dovesti na:

$$\frac{\Gamma}{2\sqrt{F_o}}\sqrt{Y_c Б_c} + \frac{N}{2}\,\frac{X}{Б_c} = 1$$

Dalje, kako je $Б_c=\beta_{c}$, drugi član je, prema (3-17):

$$\frac{N}{2}\,\frac{X}{1-N+NX}$$

Taj član ima konstantnu vrednost samo za $N=1$ a to je slučaj kada se širina dna na uzvodnom kraju svede na nulu. Za ostale slučajeve, tj. $0<N<1$ i ovaj član raste kada raste X . Prema tome, s obzirom da je dokazano da prvi član u (4-18) uvek raste sa porastom X-a, ne može se ostvariti presek linije Y_n i Y_k za neku vrednost izmedju nule i jedinice ukoliko se one seku za $X=1$. Tim je dokazano ono što se želelo i što je napisano pod (4-14).

4.2. Pregled mogućih tečenja

Prethodna izlaganja olakšavaju daljnju analizu, jer ukazuju da mogu nastati sledeći slučajevi:

I. U celom domenu $0<X<1$ ostvaruje se:

$$Y_n(X) > Y_k(X)$$

što znači i

$$Y_n(1) > Y_k(1) \qquad (4\text{-}19)$$

Poseban slučaj je horizontalno dno i prizmatičan kanal kada $Y_n(X)$ postaje $X=0$, kako je već [illegible] pod (4-15).

II. Dok je u početku, shodno (4-15), $Y_n > Y_k$,

$$\text{za} \quad X=1 \quad \text{je} \quad Y_n(1) < Y_k(1) \qquad (4\text{-}20)$$

tj. linije Y_n i Y_k se seku

Poseban slučaj je ako je presečna tačka b[illegible] $X=1$ odnosno kada je:

$$Y_n(1) = Y_k(1) \qquad (4\text{-}21)$$

Tada, prema napisanom pod (4-14), što je kasnije i dokazano, te linije nemaju druge presečne tačke, pa je $Y_n > Y_k$ u celom domenu od praktičnog interesa $0<X<1$.

Sa druge strane, u zavisnosti od Frudovog broja na nizvodnom kraju, mogu nastati ovi slučajevi:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{za} & F_o < 1 & Y_k(1) < 1 \\ \text{za} & F_o = 1 & Y_k(1) = 1 \\ \text{Za} & F_o > 1 & Y_k(1) > 1 \end{array}\right\} \qquad (4-22)$$

Na osnovu svega do sada izloženog u ovom poglavlju nacrtana je 4-2, gde je dat pregled mogućih i neostvarljivih tečenja u sabirnom kanalu.

Slučajevi 1, 2., 3 i 4. nastaju kada je $F_o < 1$ i redosledom kojim su nacrtani znače postepeno povećavanje pada ukoliko se ostali parametri ne menjaju. Jedino slučaj 1. daje neprekidno smanjenje poprečnog preseka idući nizvodno sabirnim kanalom. U slučaju 2/1 posle porasta poprečnog preseka, nastaje njegova maksimalna vrednost i iza toga opadanje, dok slučaj 2/2, kod koga je pad veći nego kod 2/1., ostvaruje neprekidan porast poprečnog preseka. Isto je i u slučaju 3., dok slučaj 4. pokazuje da je pojava burnog tečenja moguća. Jasno je da će do toga doći ako se sa padom predje neka odredjena kritična vrednost. Granica za uslov da je burno tečenje moguće je baš slučaj 3., odnosno uslov napisan pod (4-21). Prelaz iz mirnog tečenja u burno, prikazan pod 4, već je ranije prikazan, u uvodu u analizi, to je C. na sl. 4- 1. Ponovni prelaz iz burnog u mirno tečenje može se ostvariti samo hidrauličkim skokom i tako će i biti ako se nizvodnim uslovima obezbedi $F_o<1$ i ako je pre nizvodnog kraja sabirnog kanala dubina dovoljno velika da se skok obrazuje. Ako ona nije za to dovoljna burno kretanje će prodreti sve do kraja sabirnog kanala i neće se moći ostvariti projektovano $F_o<1$.

Slučajevi 5. - 8. na sl. 4-2 odnose se na Frudov broj ravan jedinici na nizvodnom kraju ($F_o = 1$) i tu se pokazuju kvalitativno iste osobine promena poprečnog preseka dužinom kanala. Razlika, u odnosu na odgovarajuće slučajeve pri $F_o < 1$, je u tome sto ovde $\frac{dX}{dY} \to -\infty$ kada $X \to 1$ slučajevi 5. i 6. Slučaj 7. je sada slučaj C. sa sl. 4-1, dok je tečenje neostvarljivo pri $Y_n(1)<1$ (slučaj 8).

Da bi se na nizvodnom kraju kanala obrazovalo burno tečenje potreban je izvestan veći pad i za to je na sl. 4-2 ucrtan samo slučaj 9. On će nastati onda kada se slučaj 4. ne može ostvariti tj. ako nije moguće obrazovati skok.

* * *

Opšta konstatacija je ova: U početku sabirnog kanala $X = 0$ tečenje mirno, jer je

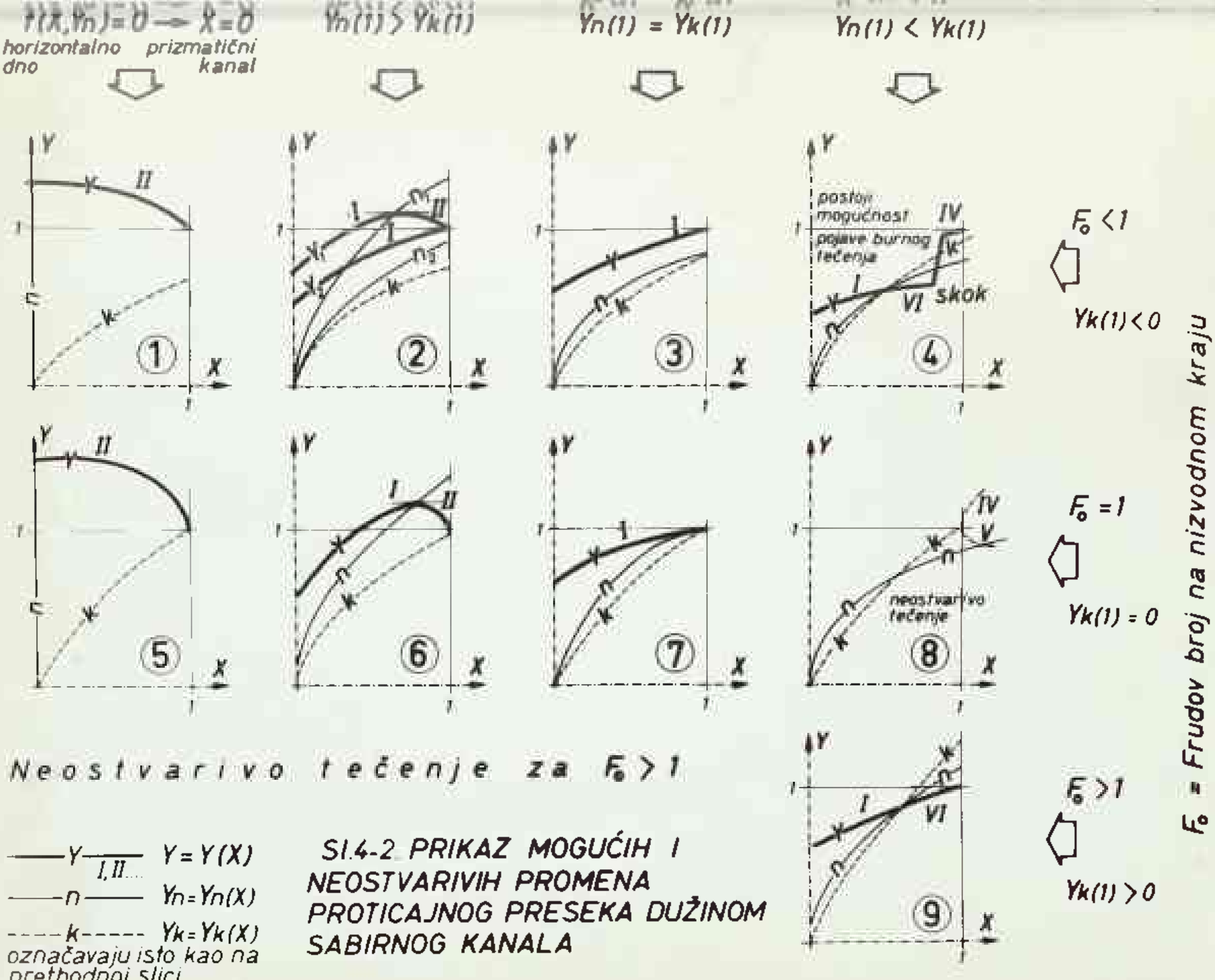
$$F(0) = 0$$

tj. Frudov broj na uzvodnom kraju, za $X = 0$, uvek je nula, što se vidi iz izraza (3-31) s obzirom da se na početku kanala obrazuje dubina izvesne vrednosti $Y(0)$.

Tečenje će ostati mirno celom dužinom kanala, tj. F će biti manji od jedinice ako kanal nema preveliki pad i ako nizvodnim uslovima obezbedi pretpostavljena vrednost A_o i $F_o \leq 1$. Kasnije će se odrediti koja je kritična vrednost pada da se to obezbedi. Ako se padom predje kritična vrednost, postoji mogućnost prelaska iz mirnog u burno kretanje i burno kretanje ostaće do nizvodnog kraja kanala, ili će se prekinuti hidrauličkim skokom. Kanali kod kojih se obezbedi mirno tečenje sa unapred odredjenim $F_o \leq 1$ računaju se uzvodnim smerom, što je potpuno u skladu sa stavovima elementarne hidraulike. Takvim kanalima je i namenjen ovaj rad i stoga je u ranijim izlaganjima i uzet nizvodni granični uslov. U produžetku će se ipak reći nekoliko reči o kanalima kod kojih nije obezbedjeno mirno tečenje.

* * *

Kanali kod kojih nastaje tečenje prema slučaju 9. sa sl. 4-2, imaju na nizvodnom kraju $F_o > 1$. Kod njih se obavlja prelaz iz mirnog u burno kretanje. Sada račun mora otpočeti od kritičnog preseka, od preseka gde kretanje prelazi iz mirnog u burno, i smer računanja je uzvodni za uzvodnu deonicu mirnog kretanja, odnosno nizvodno za nizvodnu deonicu burnog kretanja. To je opet po principima elementarne hidraulike. Teškoća je, medjutim, što mesto tog preseka nije unapred odredjeno, nego bi se moralo probanjem utvrditi. Ovo znači da za poznati pad dna, ili za njegovu bezdimenzionalnu zamenu Γ, ne može se unapred odrediti ni nizvodni presek, ni F_o, nego se mora pretpostaviti, pa onda se sprovodi račun, i ako tečenje predje iz mirnog u burno baš tamo gde je $Y = Y_k$ i $Y = Y_n$ (slučaj C., sa sl. 4-1), onda se pretpostavka usvaja, odnosno ponovo se pokušava sve dotle dok se to ne uskladi. Ti slučajevi, $F_o \geq 1$ su, medjutim, od malog praktičnog značaja, jer se sabirnim kanalima u praksi daje što je moguće manji pad, da bi objekat bio što je moguće racionalniji. Dalje, burno tečenje u sabirnom kanalu dovodi do nemogućnosti prihvatljivog prijema priticaja u kanal. I na kraju, takvo tečenje je teško uskladiti sa nizvodnim uslovima. U ovom radu takvi slučajevi se dalje ni ne obradjuju. Može se napomenuti da su, iz oni i nisu obradjivani. Izuzetak je rad Sassolija (lit. 16) gde su tečenja sa burnim kretanjem na nizvodnom kraju sabirnog kanala eksperimentalno proučavana. Kvalitativnu analizu takvog tečenja dao je Gusberthi (lit. 7), ali samo za pravougaoni prizmatični kanal, na kakav se odnosi i rad Sassolija. Rezultati te analize su poseban slučaj ovde sprovedene. Takodje je i Li (lit. 19) samo ukazao na mogućnost nastanka burnog tečenja, a bavio se detaljnije samo slučajevima mirnog tečenja u kanalu.



Sl.4-2 PRIKAZ MOGUĆIH I NEOSTVARIVIH PROMENA PROTICAJNOG PRESEKA DUŽINOM SABIRNOG KANALA

4.3 Uslov za obezbedjenje mirnog tećenja

Uslov za odredjivanje kritičnog pada, ili granične vrednosti pada dna sabirnog kanala, za obezbedjenje mirnog tečenja, prema prethodnim izlaganjima, dat je sa [illegible].

$$Y_n\ (1) = Y_k\ (1) = Y_1$$

Nadalje će se uprošteno pisati Y_1 [illegible] je, kao što se vidi zajednička vrednost za Y_n i Y_k pri $X=1$.

Stavljajući $X=1,\ Y_n = Y_k = Y_1\ ,\ \beta = 1$

i prema (3-23) i (3-37)

$$\sigma = \sigma_1 = \sqrt{Y_1\ (1-M^2) + M^2}$$

$$-\frac{\partial \Omega_n}{\partial X} = \frac{2MN}{1-M^2}\left(1 - \frac{M}{\sqrt{Y_1 (1-M^2) + M^2}}\right)$$

u jednačine (4-3) i (4-4), kao i pisanjem (kritična, ili granična vrednost), Γ_k dobija se

$$\left.\begin{aligned} &\Gamma_k - 2F_o\,\frac{1}{Y_1^2} + \frac{2MN}{1-M^2}\left(1 - \frac{M}{\sqrt{Y_1 (1-M^2) + M^2}}\right) = 0 \\ &F_o \sqrt{Y_1 (1-M^2) + M^2}\ Y_1^3 = \sigma \end{aligned}\right\} X=1 \qquad (4-23)$$

Iz ovog sistema jednačina, eliminacijom Y_1, dobija se Γ_K, kao funkcija Frudovog broja na nizvodnom kraju i parametara M i N, odnosno:

$$\underline{\Gamma_K = \Gamma\,(F_o, M, N)}$$

Iz sistema napisanog pod (4-23) uvodja se da Γ_K opada linearno sa N tj. da se može primeniti linearna interpolacija i ekstrapolacija pri promeni vrednosti za N.

Umesto sistema (4-23), koji se primenjuje za trapezni kanal, za pravougaoni i trougaoni kanal jednačine su znatno prostije, pa se Γ_K može izraziti eksplicitno.

<u>Za pravougaoni kanal:</u>

$$M = 0, \qquad \beta_1 = \delta_1 = 1, \qquad \frac{\partial \Omega_1}{\partial X} = -N Y_1$$

gde je poslednji izraz dobijen iz (3-38) i (3-28), jednačine (4-3) i (4-4) omogućavaju eliminaciju Y_1 i krajnji rezultat je:

$$\Gamma_K = F_o^{1/3}(2-N) \tag{4-24}$$

<u>Za trougaoni kanal:</u>

$$M = 0, \qquad N = 0, \quad \delta_1 = \sqrt{Y_1}\,,$$

Jednačine (4-3) i (4-4) daju:

$$\Gamma_K = 2F_o^{1/5} \tag{4-25}$$

Jednačine (4-23 do -35) iskorišćene su za crtanje sl. 4-3, gde je prikazana kritična vrednost Γ_K za prizmatične kanale i za kanale sa suženjem kada je širina dna na uzvodnom kraju polovina širine dna nizvodnom kraju, tj. dato je Γ_K za $N=0$ i $N=1/2$, a u funkciji F_o i M, i to za $M=0$, $M=1/2$ i $M=1$. Treba napomenuti da slučaj $M=0$ za $N=1/2$ nema realne osnove, jer kod trouga-onog kanala ne može se ostvariti suženje. Ta linija je zbog toga, nacrtana isprekidano i služi samo kao upoređjenje, za procenu vrednosti Γ_K za domen $0<M<1/2$. Kako važi zakon interpolacije i ekstrapolacije pri variranju N, lako se mogu odrediti vrednosti Γ_K za proizvoljno N, dok se medjuvrednosti za M mogu opet proceniti. Sl. 4-3 može uspešno poslužiti za procenu Γ_K, a ako treba tačna vrednost, može se sračunati iz (4-24), odnosno (4-25), ili, ako se radi o trapeznom kanalu, može se sistem (4-23) rešiti probanjem i kada se eliminiše Y_1, dobija se Γ_K u funkciji zadatih: F_o, M i N. Može se napomenuti da će se u praksi samo proveravati da li je projektovani [illegible] od Γ_K, i da će najčešće tako i biti, jer se veliki padovi i ne projektuju, posto se dobija isuviše du-[illegible] je, odnosno [illegible] je, kanala.

*   *   *

Navešće se neki primeri u praksi ostvarenih sabirnih kanala i pokazaće se kako se odnose projektovani Γ i kritični Γ_K .

a) Primer uz odeljak 5.2, sračunat na prilogu 5.1, i Prilogu 5.4, sa grafičkim prikazom računa na sl. 5.3, ima ove parametre:

$$F_o = 0.286, \quad M = 0.462, \quad N = 0.250, \quad \Gamma = 0.971$$

Za dato M , a $N = 0$ iz levog grafikona na sl. 4-3 može se proceniti da je $\Gamma_K \sim 1.5$. Za isto M, a $N = 1/2$ iz desnog grafikona ispada da je $\Gamma_K \sim 1.2$. Interpolacijom, za $N = 1/4$ dobija se otprilike:

$$\Gamma_K \sim 1.35 > \Gamma$$

odnosno projektovano Γ je znatno manje od kritične vrednosti Γ_K .

b) Prvi primer uz odeljak 5.3, sračunat na sl. 5-5 i na Prilogu 5.5, karakterišu ovakve vrednosti parametara:

$$F_o = 0.60, \quad M = 0.69, \quad N = 0, \quad \Gamma = 0.63$$

Za takve vrednosti levi grafikon na sl. 4-3 daje:

$$\Gamma_K \sim 1.7 > \Gamma$$

c) Drugi primer u odeljku 5.3, prikazan sl. 5-6 odnosi se na pravougaoni prizmatični kanal sa Frudovim brojem na nizvodnom kraju ravnim jedinici, tj.

$$F_o = 1, \qquad M = 1, \qquad N = 0,$$

pa je

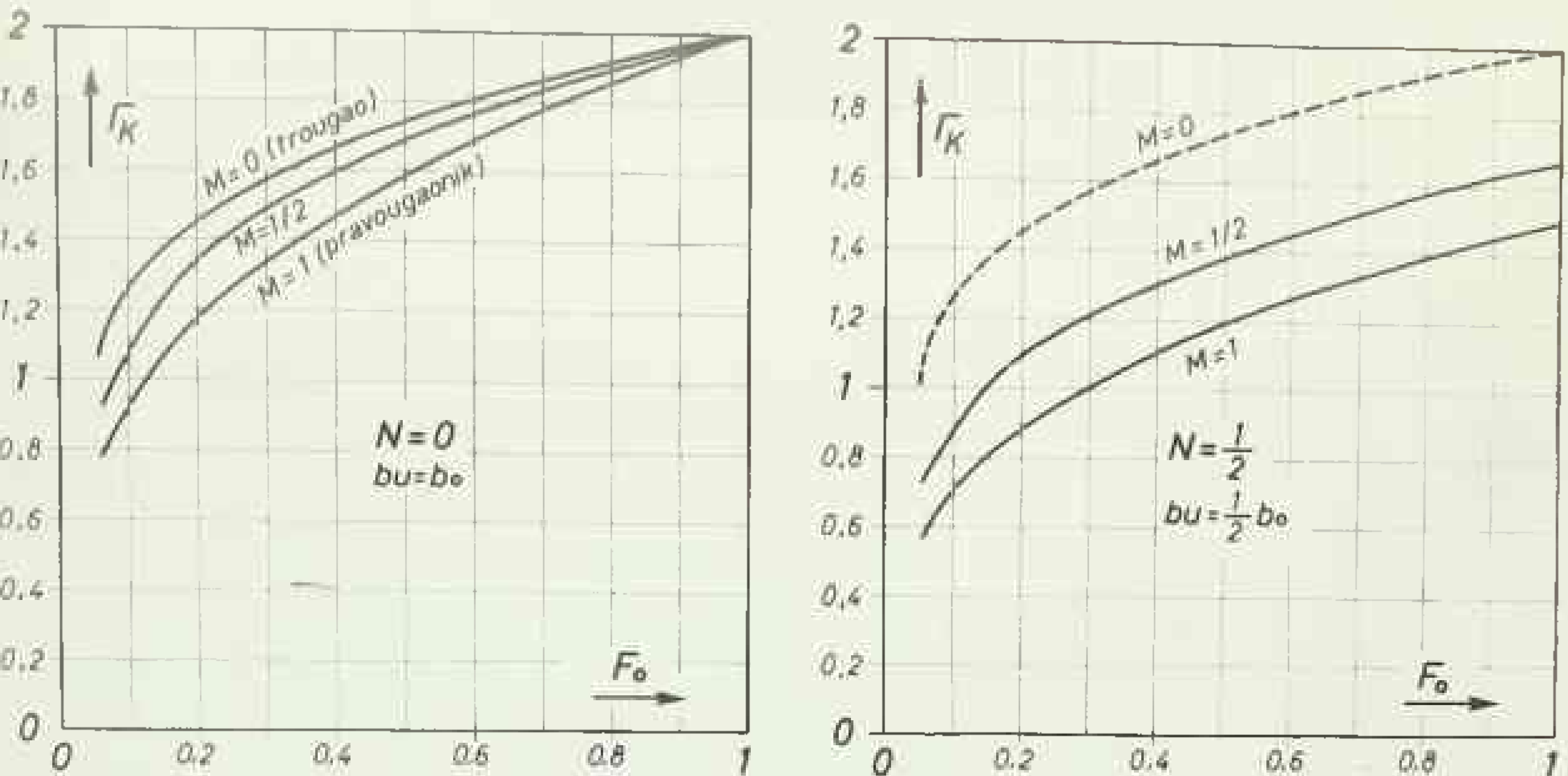
$$\Gamma_K = 2$$

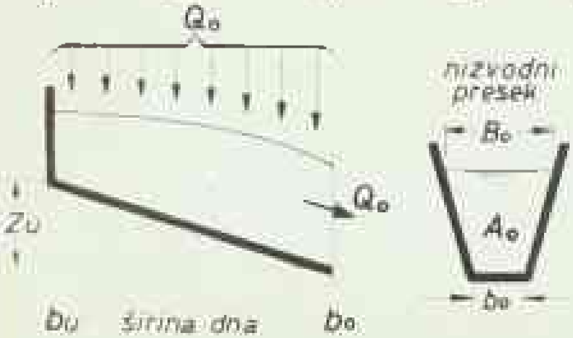
Ako se pogleda pregled rezultata integracije za navedeni primer, može se zaključiti da zbir $\Gamma + Y_n$, raste kada raste Γ, tj. veći pad kanala uslovljava i veću dubinu ukopavanja na nizvodnom kraju, koju izražava zbir $\Gamma + Y_n$. Prema tome, praktičari nikada beće izabrati tako veliki pad da predju kritičnu vrednost.

Može se napomenuti da su primeri uzeti iz tehničke prakse, da se odnose na realizovane objekte i da imaju i svoju modelsku proveru, što će izložiti uz same proračune primera - u narednom, 5-om poglavlju.

* * *

Na kraju se može napomenuti da autoru nije poznato da je kvalitativna analiza negde ranije sprovedena i za neprizmatične kanale. Izvodjenje praktičnog zaključka iz analize takodje je retko. Rad Lija (lit. 19) daje takav zaključak, ali samo za prizmatične pravougaone i trougaone kanale. Ima izvesne razlike izmedju njegovih i ovde izvedenih zaključaka, ali to nema bitnog praktičnog značaja. Razlika je nastala jer je ovde izabran originalni put za sprovodjenje analize.





$$\Gamma = \frac{Z_u}{A_o/B_o}$$

$$F_o = \frac{Q_o^2 B_o}{g A_o^3}$$

$$M = \frac{b_o}{B_o}$$

$$1-N = \frac{b_u}{b_o}$$

Za $\frac{1}{2}<N<1$ primeniti linearnu interpolaciju

Za $N<\frac{1}{2}$ primeniti linearnu ekstrapolaciju

Pri $\Gamma<\Gamma_k$ ne može doći do burnog tečenja ako je nizvodnim uslovima obezbeđeno $F_o \leq 1$

Sl.4-3. ODREĐIVANJE KRITIČNOG PADA DNA SABIRNOG KANALA

4.4. Uslov za neprekidan porast poprečnog preseka nizvodnim smerom

Za praksu može biti interesantan i kriterijum da li će duž sabirnog kanala proticajni poprečni p eseci neprekidno rasti, neprekidno opadati, ili rasti pa opadati. Naime, interesantno je unapred kvalitativno odrediti kome slučaju sa sl. 4-2 odgovara zadati problem. Iz sl. 4-2 lako se zaključuje sledeće:

Jedino ako je dno horizontalno, a kanal prizmatičan, može doći do neprekidno opadanja proticajnog poprečnog preseka duž kanala. To su primeri pokazani u odeljku .1 i prikazani sl. 5-1, a odnose se na slučajeve 1. i . sa sl. 4-2.

Čim nije ispunjen prethodni uslov, poprečni presek u početku raste, jer (3-44) za $X=0$ daje:

$$\frac{dY}{dX}(0)=\frac{\Gamma-\partial\Omega/\partial X}{\partial\Omega/\partial Y}>0 \qquad (*)$$

(3-38) pokazuje da je uvek $\partial\Omega/\partial X<0$, pretpostavlja se da je kanal nagnut u nizvodnom smeru, odnosno da je $\Gamma>0$, a

(3-39) pokazuje da je $\frac{\partial \Omega}{\partial X} = 0$ ako je veće od nule.

Poprečni presek počinje sa porastom i sada nastaju dve mogućnosti: ili će nep ekidno rasti sve do nizvodnog kraja kanala mogućnosti, ili će posle porasta doći do opadanja, tj. poprečni presej dobiće maksimalnu vrednost negde unutar kanala. U prvu grupu spadaju slučajevi 2/2., 3. i 7. sa sl. 4-2, dok u drugu grupu ulaze 2/1. i 6.

Maksimalna vrednost proticajnog preseka neće se ostvariti na nizvod nom kraju, tj. biće i vrednosti $Y > 1$ ako je, prema sl. 4-2:

$$Y_n\,(1) > 1 \qquad (4-26)$$

Granična vrednost $Y_n(1) = 1$ biće uvrštena u (4-3), uz $X = 1$ i

$$-\frac{\partial \Omega}{\partial X} = \frac{2MN}{1-M^2}\,(1-M) = \frac{2MN}{1+M}$$

jer za ove uslove $Б = \beta = 1$ pa (3-37) daje napisano.

Sa ovakvim vrednostima (4-3) daje:

$$\Gamma_m = 2F_o - \frac{2MN}{1+M} \qquad (4-27)$$

Za pravougaoni kanal, $M = 1$ prethodni izraz je još prostiji:

$$\Gamma_m = 2F_o - N \qquad (4-28)$$

Za prizmatične kanale, posle razumljivo, otpada drugi član u (4-27), odnosno (4-28).

Uz Γ upisan je indeks "m" da bi se označilo da se radi o posebnoj vrednosti za Γ . Može se napisati

$$\Gamma > \Gamma_m \qquad Y_{max} = Y(1) = 1$$

$$(4 - 29)$$

tj. $Y<1$. za $0<X<1$

* * *

Malo pre, u odeljku 4.3, uzeti primeri pokazuju sledeće:

a) Sa datim vrednostima jednačina (4-27) daje:

$$\Gamma_m = 2 \cdot o,286 - \frac{2 \cdot o,462 \cdot o,25o}{1 + o,462} = o,41$$

Kako je projektovano $\Gamma = o.971$, ovo znači da je ostvareno napisano pod (4-29), i Prilozi 5.1 i 5.4 i pokazuju neprekidan porast poprečnog preseka duž kanala. To je primer za slučaj 2/2 sa sl. 4-2.

b/ Ovde se ne ostvaruje (4-29) i nastaje slučaj

2/1. sa sl. 4-2, jer pad dat sa

$$\Gamma = 0.63$$

nije dovoljno velik da bi premašio graničnu vrednost Γ_m, koja za ovaj slučaj, shodno (4-27) iznosi:

$$\Gamma_m = 2 \cdot 0.6 = 1.2$$

c/ Ovde je:

$$\Gamma_m = 2$$

odnosno

$$\Gamma_m = \Gamma_k$$

tj. svi pravougaoni prizmatični kanali sa $F_o = 1$ ne ostvaruju uslov (4-29), nego se uvek javlja neki maksimalni poprečni presek veći od nizvodnog. Jedino može da nastupi neprekidan porast poprečnog preseka za poseban slučaj:

$$\Gamma = \Gamma_k = 2$$

Ovo se lepo vidi na sl. 5-6, gde je dato rešenje za ove kanale. Naime, za $0<\Gamma<2$ tečenje pripada slučaju 6, za $\Gamma = 0$ slučaju 5., a za $\Gamma = 2$ slučaju 7. sa sl. 4-2.

5.

Kvantitativna analiza. Metode proračuna sa primerima njihove primene

5.1. Tačno rešenje

Diferencijalna jednačina tečenja u sabirnom kanalu, bilo kako se ona napisala, integrabilna je samo za prizmatične kanale i horizontalno dno. Prema ovde primenjivanim oznakama, to su slučajevi kod kojih je: $N = 0$ i $\Gamma = 0$. Nažalost, ti slučajevi se vrlo retko ostvaruju u praktičnoj primeni, ali su često eksperimentalno izučavani - verovatno zbog mogućnosti vrlo prostog uporedjenja izmedju računskog i eksperimentalnog rezultata.

Ranije napisana jednačina (3-52) važi <u>za prizmatične kanale</u>, i ako se u nju unese još i $\underline{\Gamma = 0}$ važiće za slučajeve za koje je, kako je rečeno, diferencijalna jednačina integrabilna. Naime, dobija se:

$$d\left(\Psi + F_o \frac{X^2}{Y}\right) = 0 \qquad (5\text{-}1)$$

ili

$$\Psi + F_o \frac{X^2}{Y} = const \qquad (5\text{-}2)$$

Konstanta se eliminiše graničnim uslovom:

za $X = 1$ $Y = 1$ i $\Psi = \Psi(1) = \Psi_o$ (5-3)

$\Psi(1)$ može se sračunati iz (3-56) stavljajući) $Y = 1$.

Za pravougaono korito prema (3 - 57), je

$$\Psi_o = \Psi(1) = \frac{1}{2} \tag{5-4}$$

Korišćenjem graničnog uslova (5-3), (5-2) se može se napisati:

$$\Psi + F_o \frac{X^2}{Y} = \Psi_o + F_o \tag{5-5}$$

Kako je Ψ, prema (3-56), funkcija isključivo od Y, uz konstantan parametar M, može se za dato Y sračunati Ψ, i kako je desna strana konstanta, lako se odredi X. Na taj način dolazi se do rešenja funkcije $X = X(Y)$, pa se može nacrtati i $Y = Y(X)$ tj. poprečni presek u funkciji rastojanja; a to je traženo rešenje.

Za pravougaoni kanal, staviće se (5-4), a za Ψ uneće se (3-57), pa se, umesto (5-5) dobija vrlo prost izraz:

$M = 1$

$$\frac{1}{2} Y^2 + F_o \frac{X^2}{Y} = F_o + \frac{1}{2} \tag{5-6}$$

Uzeće se, kao primer, pravougaoni kanal sa $F_o = \frac{1}{2}$

Prethodna jednačina daje ovakvo rešenje:

$$\frac{1}{2}\left(Y^2 + \frac{X^2}{Y}\right) = 1 \tag{5-7}$$

što se ne može izraziti eksplicitno po Y, ali se može po X, pa se tako mogu sračunati vrednosti za X, za odredjene vrednosti Y. Tako je i postupljeno i rezultat je prikazan na sl. 5-1.

Pravougaoni kanal sa $F_o = 1$ dao bi ovakvo rešenje:

$$\frac{1}{2} Y^2 + \frac{X^2}{Y} = \frac{3}{2} \tag{5-8}$$

koje je takodje prikazano na sl. 5-1.

Ako se sračuna dX/dY za nizvodni presek (tj. za $X = Y = 1$) dobija se, za primer odredjen sa (5-7)

$$dX/dY = -1/2$$

dok se za primer izražen sa (5-8) dobija:

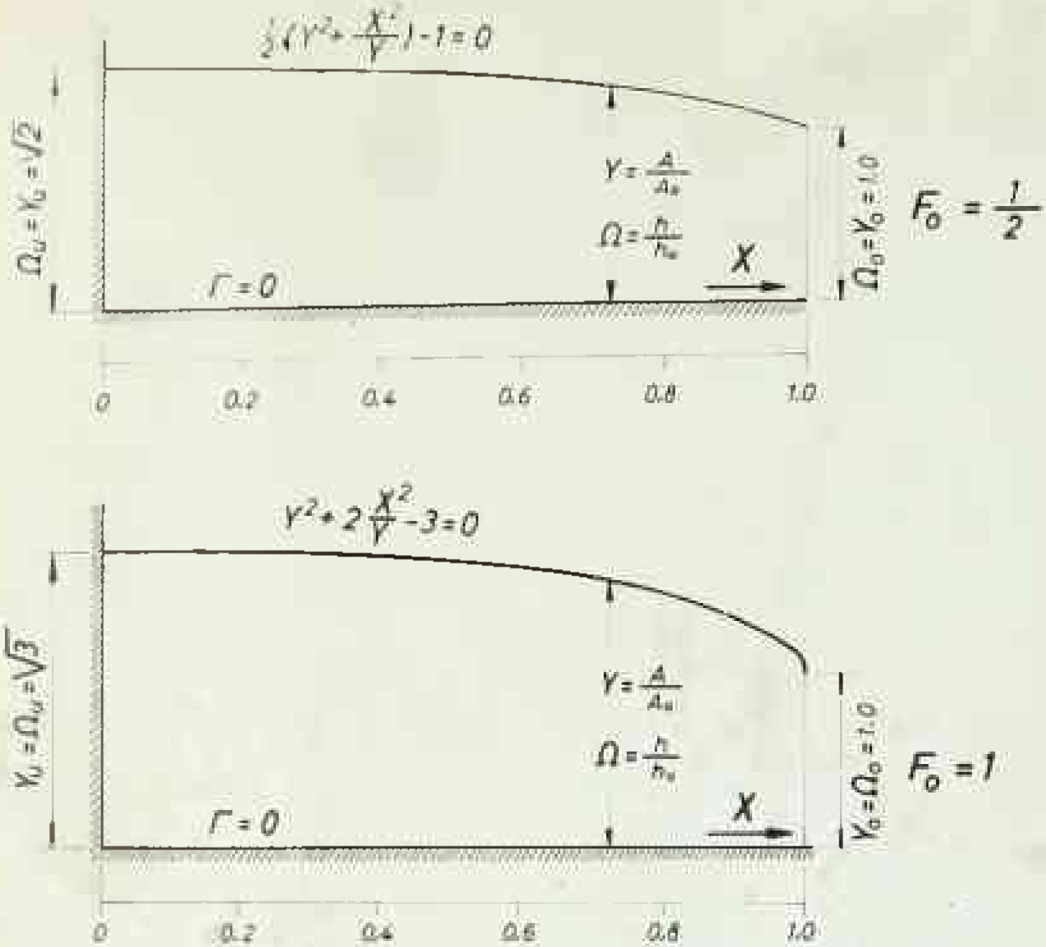
$$dX/dY = 0$$

što znači da se za $F_o = 1/2$ i uopšte za svaki $0 < F_o < 1$ dobija konačna i negativna vrednost za dY/dX, dok se za $F_o = 1$ dobija beskonačna vrednost, što je potpuno u skladu za sprovedenom kvalitativnom analizom. Prethodni primeri već su pomenuti i naznačeno je da oni ulaze u slučajeve 1., odnosno 5., sa sl. 4-2.

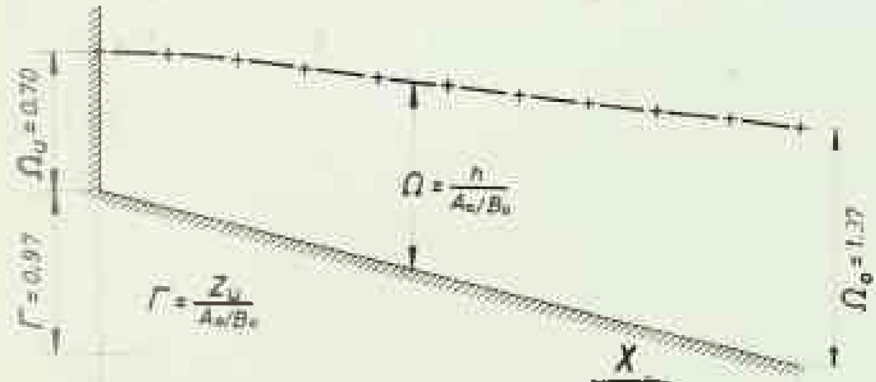
Za trougaono korito račun bi bio isto tako prost kao i za pokazane primere pravougaonog, dok bi za trapezno bio nešto komplikovaniji. Medjutim, u Prilogu 5.2, date su vrednosti funkcije ψ pa se i tada odabirajući nekoliko vrednosti za Y, lako dobijaju odgovarajuće vrednosti za X.

* * *

Medju prve radove iz oblasti sabirnih kanala spadaju radovi čiji su autori Favre (lit. 5) i De Marchi (lit. 3) i oni su se uglavnom odnosili na slučajeve gde je jednačina integrabilna, tj. kada je kanal prizmatičan sa horizontalnim dnom. Interesantno je primetiti da je De Marchi pokušao da takvo rešenje primeni i na ostale slučajeve navodeći da pad dna kompenzira trenje u kanalu. Takva konstatacija, medjutim, teško se može prihvatiti, jer se sabirni kanali projektuju obično sa velikim padom. Rad Favra je interesantan zbog toga što je eksperimentalno proverio rešenje za pravougaoni kanal, i to za slučaj kada sabirni kanal prima niz normalno na njega usmerenih priključaka sa istim proticajem. Eksperimenti se dobro slažu sa analitičkim rešenjem, iako se ne radi o kontinualnom, nego i diskontinualnom priticanju.



Sl. 5.1. DUBINE DUŽ SABIRNOG PRAVOUGAONOG PRIZMATIČNOG KANALA SA HORIZONTALNIM DNOM



Sl. 5.3. GRAFIČKI PRIKAZ RAČUNA.
Primer sa priloga 5.1. i 5.4.

5.2. Metoda podele na računske deonice uz proračun postepenim približavanjem

Sem izuzetnih slučajeva, razmotrenih u prethodnom odeljku, diferencijalna jednačina tečenja u sabirnom kanalu nije neposredno integrabilna i mora se rešavati uobičajenim načinom, prelaskom sa beskonačnih na konačne priraštaje, sa kojima je [illegible] moguće numeričko rešenje pojedinog primera. Za takav račun ima niz postupaka, navedenih u radovima iz priloženog spiska literature, a medjusobno se razlikuju u tome što se jednačina prethodno dovede na onaj oblik koji se smatra najpogodniji za račun. Često puta je to samo ubedjenje onoga koji preporučuje odredjeni način računa, kao i onoga koji to prihvata, jer će drugom izgledati da je pogodnije računati po drugom obliku jednačine. Treba naglasiti da se načelno radi samo o drugom obliku jednačine, jer je suštinski to uvek ista jednačina, samo su jedne veličine zamenjene drugima (računa se sa dubinama pa su poprečni preseci odredjeni dubinama, ili obratno računa se sa poprečnim presecima, ili računa se sa proticajima, a ne sa brzinama i sl.). Jasno je da je tačnost računa veća ako se uzmu manji priraštaji, ali je tada račun duži. Nužno je stoga praktično iskustvo za izbor priraštaja da bi se dobila za praktične potrebe dovoljna tačnost uz što je moguće kraći račun.

Ako se računa jedan odredjeni konkretni slučaj, može se primeniti jednačina (3-42) sa konačnim priraštajima:

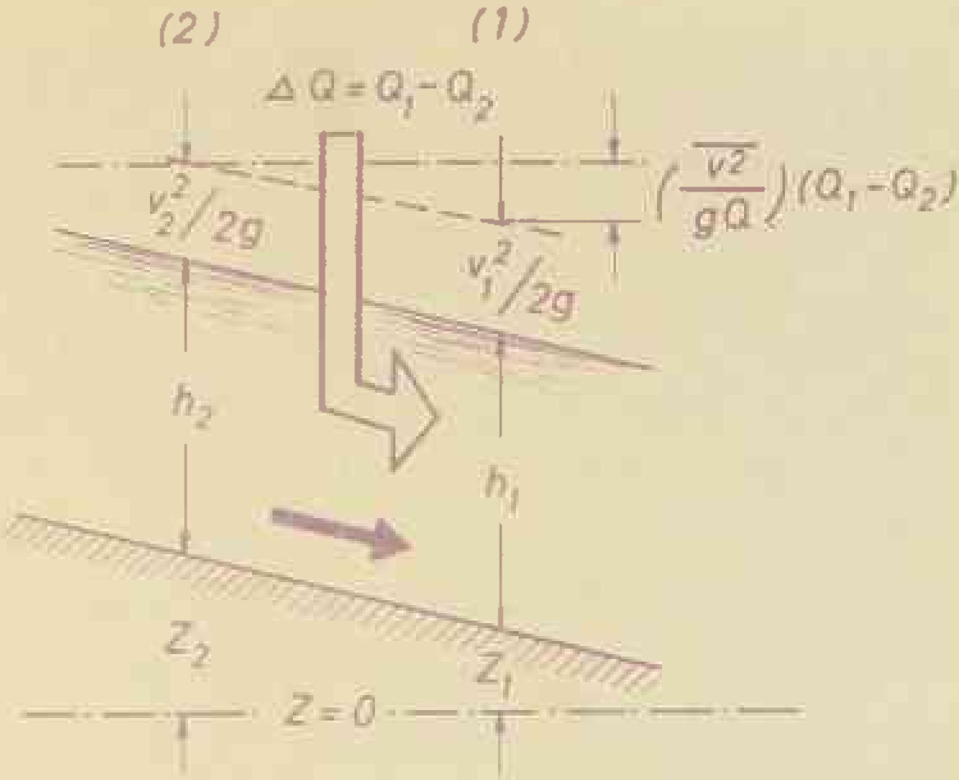
$$\Delta Z + \Delta\left(h + \frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{gQ}\,\Delta Q = 0 \qquad (5-9)$$

Po ovoj jednačini računa se sa konačnim priraštajem ΔQ, što znači da priraštaj dužine kanala ΔL, jer je:

$$\Delta Q = q\,\Delta L \qquad (5-1o)$$

Kako se račun namenjuje mirnom tečenju u sabirnom kanalu, smer računa je uzvodni, a polazi se od poznatih vrednosti za nizvodni presek koje su hidraulički uskladjene sa nizvodnim uslovima oticanja. Uvek se na osnovu poznatih i već sračunatih veličina za jedan presek, računaju veličine za presek nešto uzvodniji od prvoga. Na sl. 5-2 računa se presek "2" na osnovu poznatih elemenata preseka "1". Prema tome, za jedan "korak" računa jednačine (5-9) postaje:

$$Z_2 - Z_1 = \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2g}\right) + \left(\frac{\overline{v^2}}{gQ}\right)(Q_1 - Q_2) \qquad (5-11)$$



Slika 5.2.

U jednačini (5-11) poznati su: h_1 , v_1 , Z_1 i Z_2 i $\Delta Q = Q_2 - Q_1$ jer je presek "1" već utvrdjen, a zna se položaj dna u preseku "2" i priraštaj proticaja ΔQ . Elementi preseka "2" ne mogu se sračunati direktno nego postepenim približavanjem, dok se ne zadovolji jednačina. Pretpostavljajući h_2 , za [illegible] poprečni presek A_2 , i potom i brzina $v_2 = Q_2/A_2$. U poslednjem članu uzme se srednja vrednost za dva granična preseka tj.

$$\left(\frac{\overline{v^2}}{gQ}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{v_1^2}{gQ_1} + \frac{v_2^2}{gQ_2}\right) \qquad (5-12)$$

kako je i napisano u (5-11).

Sa dva, tri pokušaja može se utvrditi vrednost za koja zadovoljava jednačinu. Pošto se tako sračuna presek "2", on u sledećem "koraku" računa postaje presek "1", pa se sračuna njemu uzvodniji i tako sve do uzvodnog kanala. Metodika ovog proračuna spada u uobičajene hidrauličke proračune na osnovu postepenog približavanja i potpuno je ista kao i račun nejednolikog kretanja u kanalu (bez usputne promene proticaja). Zbog toga je ovaj način za proporuku, jer se posao obavlja sa uobičajenim hidrauličkim veličinama, odmah se uvidja kojim putem treba usmeriti približavanje, lako se uvidja stepen tačnosti računa, račun je lako proveriti, rezultati se mogu odmah prikazati. Podelom sabirnog kanala na deset deonica, odnosno sa deset konačnih priraštaja, dobiće se skoro uvek dovoljna tačnost za praktične potrebe. Treba napomenuti da za ovaj način ne postoje nikakva ograničenja: kanal može biti proizvoljnog oblika, pad dna može biti promenljiv, priticaj ne mora biti ravnomeran, nego se samo mora znati kako je raspoređen dužinom kanala.

[illegible] (5-12) data je srednja vrednost za veličinu koja [illegible] unutar jedne računske deonice. Pri objašnjavanju računskog postupka, autori ne daju isti način osrednjavanja. Bez obzira sa kojim se veličinama sprovodila integracija (već je rečeno da je to stvar izbora), razlika u načinu osrednjavanja može se pokazati i u ovde usvojenom postupku - naime, umesto leve strane (5-12) mogu se uzeti:

$$\frac{(\overline{v})^2}{g\overline{Q}} \quad \text{ili} \quad \frac{\overline{v^2}}{g\overline{Q}}$$

gde je:

$$\overline{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$$

$$\overline{v^2} = \frac{1}{2}(v_1^2 + v_2^2)$$

$$\overline{Q} = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)$$

tj. može se uzeti srednja vrednost brzine $\overline{v}$, pa ona kvadrirati, ili se uzme srednja vrednost kvadrata brzine $\overline{v^2}$, pa se uz srednju vrednost proticaja $\overline{Q}$ unesu u izraz. U (5-12) izabran je način osrednjavanja koji je, sa matematskog stanovišta najprihvatljiviji - to je integracija gde se kriva linija zameni sečicama, pa se integriše sabirajući površine trapeza.

* * *

Ista metoda može se primeniti i na račun sa bezdimenzionalnim veličinama. Tada se primenjuje jednačina (3-43) koja je u stvari drugi način pisanja malo pre [illegible] jednačine (3-42). (3-43) napisana u konačnim priraštajima glasi:

$$\Gamma \Delta X = \Delta\left(\Omega + \frac{1}{2} F_o \frac{X^2}{Y^2}\right) + F_o\left(\overline{\frac{X}{Y^2}}\right)\Delta X \tag{5-13}$$

gde je: $\Delta X = X_1 - X_2$

$$\Delta\left(\Omega + \frac{1}{2} F_o \cdot \frac{X^2}{Y^2}\right) =$$

$$= \left(\Omega + \frac{1}{2} F_o \frac{X^2}{Y^2}\right)_1 - \left(\Omega + \frac{1}{2} F_o \frac{X^2}{Y^2}\right)_2$$

pa se opet indeksi "1" i "2" odnose na nizvodni, odnosno uzvodni presek jedne računske deonice kanala.

Uz prethodnu jednačinu upotrebljavaće se i (3-27) kombinovana sa (3-17), da bi se izrazilo Ω u funkciji Y i β :

$$\Omega = \frac{2}{1-M^2}\left\{\sqrt{Y(1-M^2) + M^2\beta^2} - M\beta\right\} \tag{5-14}$$

$$\beta = 1 - N + \dot{N}X \tag{5-15}$$

Može se, radi kraćeg pisanja, uvesti i:

$$\mathcal{E} = \Omega + \frac{1}{2} F_o \frac{X^2}{Y^2} \tag{5-16}$$

pa se, umesto (5-13), može napisati:

$$\Gamma \Delta X = \Delta \mathcal{E} + F_o\left(\overline{\frac{X}{Y^2}}\right)\Delta X \tag{5-17}$$

Račun se sprovodi na već opisani način. Ovde se pretpostavlja Y , čime je uslovljeno i Ω , jer je β

uvek poznato. Svaka računska deonica računa se postepenim približavanjem sve dotle dok se ne zadovolji jednačina (5-17).

* * *

Na prilogu 5.1. dat je jedan primer proračuna. Uzet je već korišćeni primer a) iz odeljka 4.3 i 4.4. Isti primer sračunat je i elektronskom računskom, kao jedan od primera uz odeljak teksta pod 5.4., i priložen, kao Prilog 5.4. Uporedjenjem oba računa vidi se da neslaganje nastaje tek na trećoj decimali. Na sl. 5-3 dat je i grafički prikaz tog računa. Primer je iz prakse - to je sabirni kanal uz bočni preliv brane Vodoča, koji je modelski ispitan (lit.). Karakteristične veličine tog objekta su ove:

a/ Proticaj .... Q_o = 140 m^3/s

b/ Dužina sabirnog kanala ...... L_o = 44 m

c/ Elementi nizvodnog preseka:

- širina dna .... b_o = 4.0 m
- dubina vode .... h_o = 6.2 m
- širina vodene površine .... B_o = 8.65 m
- poprečni presek .... A_o = 39.2 m^2

d/ Širina dna uzvodnog preseka b_u = 3.0 m

e/ Razlike kote dna uzvodnog i nizvodnog kraja .... Z_u = 4.4 m

I. Modelska ispitivanja dala su sledeće:

Pošto su nizvodni uslovi oticanja odredili nizvodni presek kanala sa elementima datim pod c), na rastojanjima o,11, 22, 33 i 44 m od uzvodnog kraja uspostavile su se dubine:

$X = L/L_o$	1.o	o.75	o.5	o.25	o
h	6.2	5.8	4.9	4.4	[illegible] m

II. Račun sa istim nizvodnim presekom, odnosno sa istim graničnim uslovom dat je Prilogom 5.1, jer su za dati slučaj karakteristični parametri:

$A_o/B_o = 4{,}53$ m $\qquad M = b_o/B_o = o.462$

$N = 1 - b_u/b_o = o.25$

$$F_o = \frac{1}{g}\left(\frac{Q_o}{A_o}\right)^2 \frac{B_o}{A_o} = o.286 \qquad \Gamma = \frac{Z_u B_o}{A_o}\ o.971$$

sa kojima je račun i sproveden.

III. Uporedjenje računa i modelskih rezultata je sledeće:

$X = L/L_o$	1	o.75	o.5	o.25	o	
$\Omega = \frac{hB_o}{A_o}$	1.[illegible] 1.[illegible]	1.25 1.24	[illegible] 1.o8	o.98 [illegible]	[illegible] [illegible]	[illegible] model

5.3. Grafička integracija

Za odredjivanje poprečnih preseka, odnosno dubina, duž sabirnog kanala, ovaj rad prilaže i originalnu grafičku metodu koja se može primeniti na prizmatične kanale.

Osnova grafičke metode je jednačina (3-52) koja se može napisati u sledećem vidu:

$$\Gamma Y \, dX = d\phi \tag{5-18}$$

gde je:

$$\phi = \Psi + F_o \frac{X^2}{Y} \tag{5-19}$$

ϕ je, prema tome, bezdimenzionalni izraz za silu u preseku ako se pod pojmom podrazumeva zbir sile pritiska i inercijalne sile u preseku, kako je navedeno iza jednačine (3-50), pa je ϕ u stvari:

$$\phi = \frac{B_o}{A_o^2} \left(S + \frac{Q^2}{gA} \right) \tag{5-20}$$

(5-18) napisana sa konačnim priraštajima glasi:

$$\Gamma \overline{Y} \Delta X = \Delta \phi \tag{5-21}$$

gde je:

$$\Delta X = X_1 - X_2$$

$$\Delta \phi = \phi(X_1) - \phi(X_2)$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{2}\left[Y(X_1) + (X_2)\right]$$

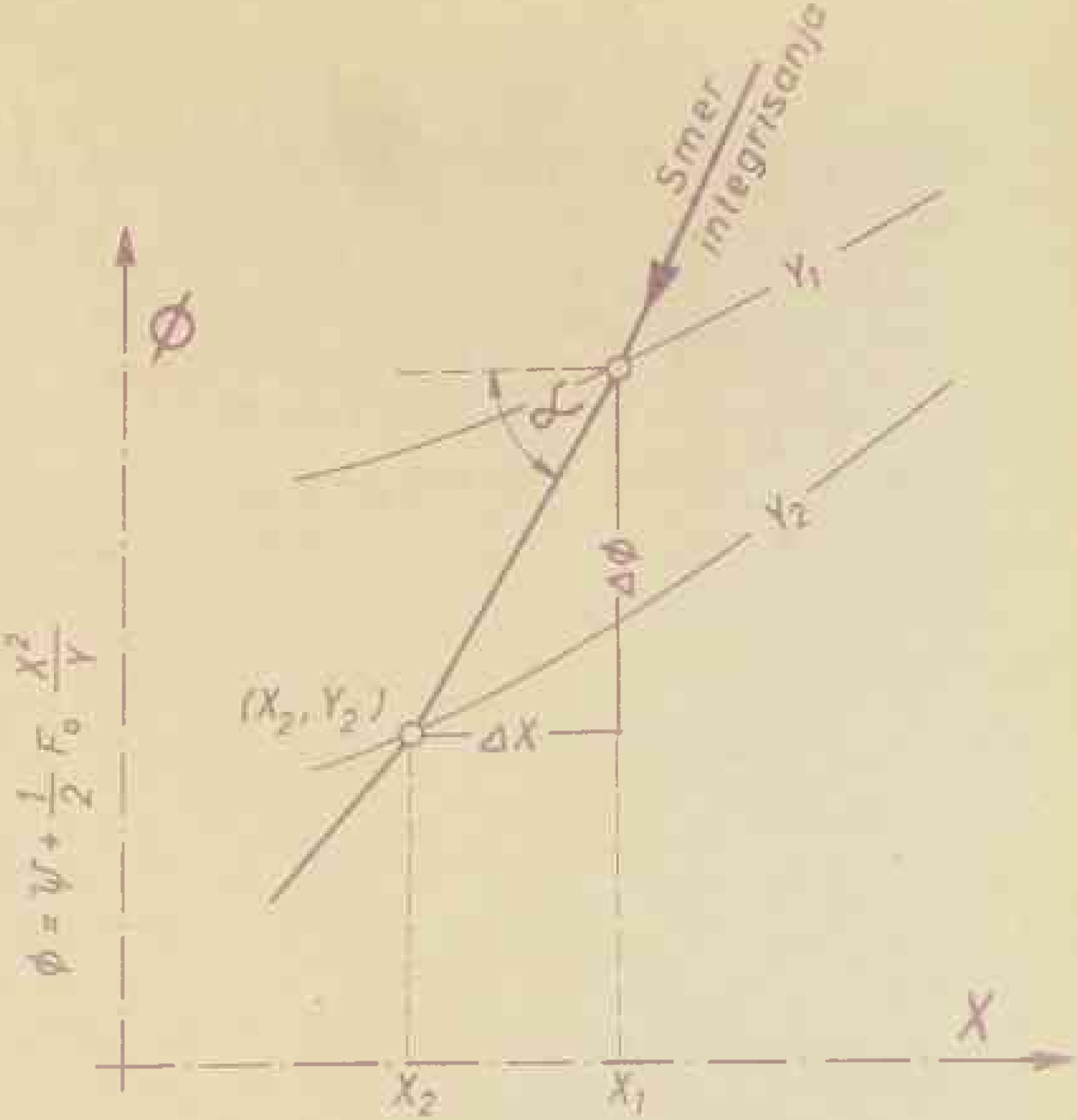
ϕ , odredjen jednačinom (5-19), je funkcija od X i Y, jer je, Ψ , prema (3-56), funkcija od Ψ i M, a M je konstanta za zadati pojedinačni primer. Prema tome, može se grafički prikazati:

$$\phi = \phi(X, Y) \qquad (5-22)$$

U koordinatnom sistemu (X, ϕ) sa familijom krivih linija, od kojih svaka odgovara odredjenoj vrednosti za Y, može se grafički prikazati funkcija data prethodnim izrazom. Na sl. 5-4 prikazana je grafička metoda, ona je vanredno prosta, jer se jednostavno mora zadovoljiti jednačina (5-21), ponovno napisana na samoj slici.

Uz priloženi postupak treba navesti sledeće:

a/ Vrednosti za Ψ daju se na Pril[illegible] 5.[illegible]. Time se otklanja malo komplikovaniji račun po (3-56). Za srednje vrednosti M može se primeniti linearna interpolacija. Tako se vrlo brzo može nacrtati niz krivih linija, za razne vrednosti Y u koordinatnom sistemu (X, ϕ) .



$$\Delta\phi = tg\,\alpha\ \Delta X$$

$$tg\,\alpha = \Gamma\,\overline{Y}$$

$$\Delta\phi = \Gamma\,\overline{Y}\,\Delta X$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{2}\left(Y_1 + Y_2\right)$$

Slika 5.4.

b/ Grafički postupak počinje zadovoljenjem graničnog uslova:

za $X = 1$: $Y = 1$ i $\phi = \Psi(1) + F_o$

c/ ϕ dostiže maksimalnu vrednost za $X = 1$, ako je $\Gamma > 0$, što je redovan slučaj. Idući uzvodno ϕ opada, odnosno uvek je $\Delta\phi$ negativan, ali je i ΔX negativan, jer se računa navodnim smerom (vidi sl. [illegible]).

d/ Jednačina (4-27) primenjena na prizmatične kanale $(N = 0)$ i kriterijum (4-29) mogu imati praktičan interes, jer ako je

$$\Gamma > 2F_o \qquad \text{biće} \qquad Y_{max} = Y(1) = 1$$

pa ne treba uopšte crtati linije za $Y > 1$.

Ako taj uslov nije ispunjen, dolazi odmah u početku integracije do porasta Y, (uzvodnim smerom poprečni preseci rastu).

e/ Linije za odredjene vrednosti Y-a mogu se postepeno dodavati, [illegible] i time se izbegava nepotrebno i suvišno računanje.

* * *

<u>Prvi primer</u> - sl. 5-5.

Uz prikazanu grafičku integraciju dato je i uporedjenje sa proračunom istog primera elektronskom računskom mašinom. Vidi se da je slaganje posve zadovoljavajuće.

Ovaj primer uzet je iz ranijeg autorovog rada (lit. 9)gde je dato opšte (tipsko) rešenje evakuacije velikih voda iz manjih akumulacija, a primer je proračun sabirnog kanala u koga voda preliva preko njegovog boka. Opšte rešenje tamo je dato tako što je osnovna veličina (jedinica, baza za uporedjenje) širina dna b_o sabirnog kanala, a ostale veličine izražavaju se u odnosu na nju. Ostale važnije karakteristike toga rešenja daće se ukratko u produžetku.

a) Nizvodni presek sabirnog kanala hidraulički je usklađjen sa nizvodnim uslovima na sledeći način: iza sabirnog kanala je kanalska deonica (tamo nazvana "prelazna") koja završava sa hidraulički merodavnim (kontrolnim) presekom u kome se uspostavlja kritična dubina, jer iza njega počinje brzotok za odvodjenje ka donjoj vodi. Prema tome, nizvodni presek sabirnog kanala izabran je tako da se energetski uskladio sa navedenim merodavnim presekom.

b) Elementi nizvodnog preseka sabirnog kanala su ovi:

- širina dna . . . . b_o
- dubina . . . . $h_o = 0.50\, b_o$
- širina vodene površine . . . . $B_o = 1.46\, b_o$
- proticajni presek. . . . . $A_o = 0.615\, b_o^2$
- proticaj . . . . $Q_o = 0.31\sqrt{g\, b_o^5}$

c) Uzvodni presek ima istu širinu dna, odnosno kanal je prizmatičan . . . . $b_u = b_o$

d) Dužina sabirnog kanala je $L_o = 20/3\, b_o$

e) Nagibi bokova . . . . 4:1 (neprelivni)
3:2 (prelivni)

f) Visinska razlika dna na uzvodnom i nizvodnom preseku je...... $Z_u = 0.04\, L_o = 0.27\, b_o$

g) Navedeni elementi daju:

$$N = 1 - \frac{b_u}{b_o} = 0 \qquad M = \frac{b_o}{B_o} = 0.69$$

$$\Gamma = \frac{Z_u B_o}{A_o} = 0.63 \qquad F_o = \frac{1}{g}\left(\frac{Q}{A_o}\right)^2 \frac{B_o}{A_o} = 0.60$$

koliko je i uzeto na sl. 5-5.

h) Grafička integracija, kao krajnji rezultat, daje dubinu na uzvodnom kraju, izraženu bezdimenzionalno

$$\Omega_u = \frac{h_u B_o}{A_o} = 1.10$$

Model koji je proverio rešenje dao je:

$$h_u = 0.46\ b_o$$

čemu odgovara:

$$\Omega_u = \frac{h_u B_o}{A_o} = 1.09$$

i) Interesantno je primetiti da, pored primene bočne prelive na nekoliko malih akumulacija, čemu je rad i namenjen, ovo rešenje primenjeno i za hidrauličko rešenje sabirnog kanala uz bočni preliv brane Gračanka (lit. 25), gde je proticaj $Q_o = 400\ m^3/s$, pa je širina dna sabirnog kanala $b_o = 11{,}2$, a njegova dužina $L_o = 75\ m$. Po takvom rešenju objekat se realizuje na terenu.

* * *

<u>Drugi primer</u> - sl. [illegible]-6.

To je reniji primer b) u odeljcima 4.3 i 4.4. Radi se o pravougaonom prizmatičnom kanalu, sa kritičnom dubinom na nizvodnom kraju $F_o = 1$. Grafička metoda omogućava dobijanje čitavog niza rezultata, varirajući vrednosti za Γ . Na taj način može se odabrati najprihvatljivije rešenje, sa stanovišta ekonomičnosti. Primer, sa $\Gamma = 0$, već je ranije sračunat – jednačina (5-3), grafički prikaz na donjem crtežu sl. 5-1. Slučaj sa $\Gamma = 0.6$, primera radi, kontrolisan je elektronskom računskom mašinom i slaganje je dobro. Isti primer razmatran je kao Treći primer u ranijoj publikaciji autora (lit. 10) i uporedjenje tamošnjeg i ovog računa pokazuje sledeće:

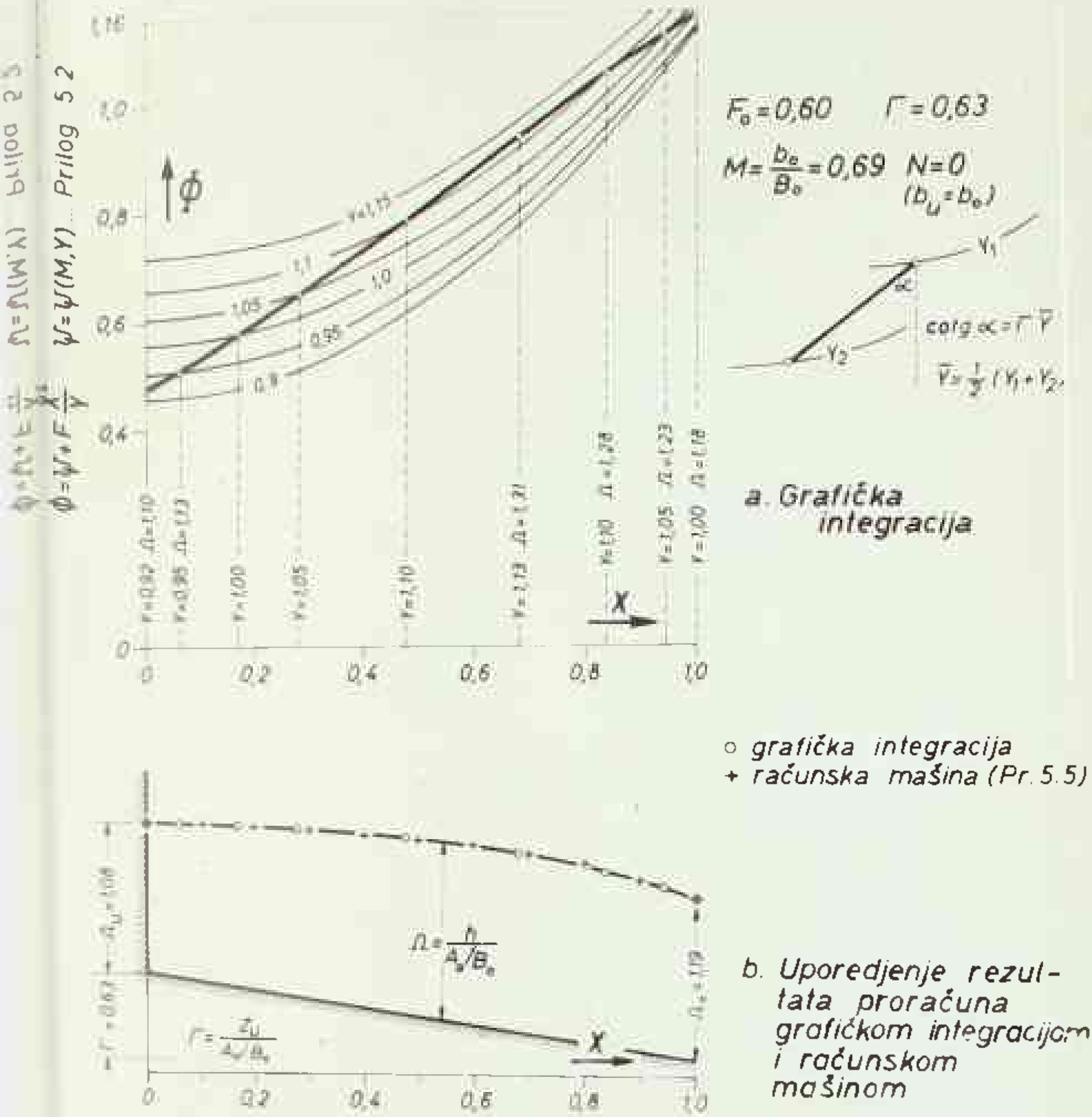
Y_u	0.59	0.60	0.70	0.72	0.80	0.87	1.00	1.04
Γ	1.40	1.37	1.21	1.20	1.05	1.00	[illegible]	[illegible]
		*	*		*		*	

(Zvezdicom su obeleženi rezultati iz ranije publikacije, dok su bez oznake rezultati sa sl. 5-6. ovog rada).

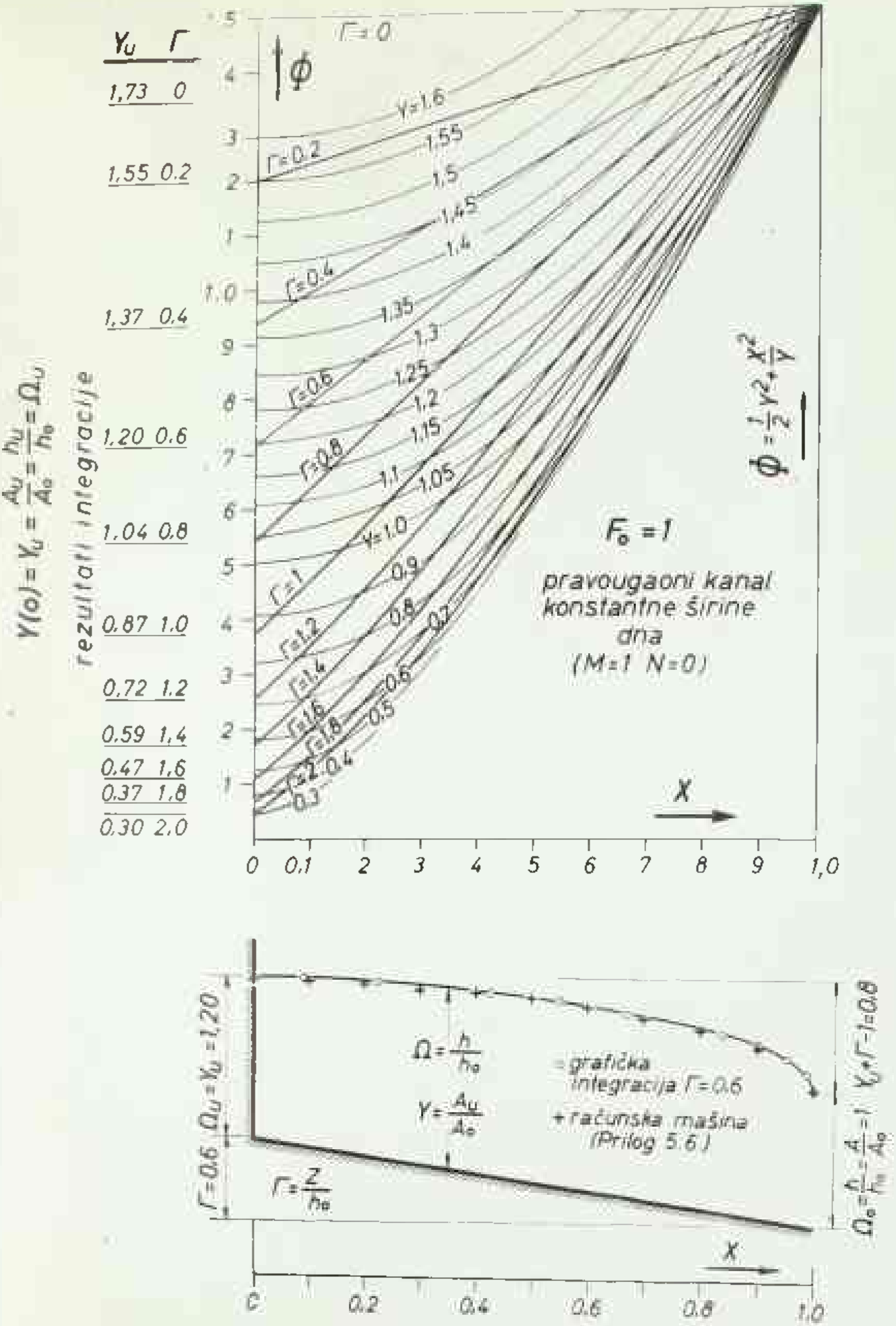
U ranijoj publikaciji navedeno je da se time razmatra sabirni kanal ispod vodozahvata na dnu ("tirolski" ili "alpski" vodozahvat). Medjutim, u praksi se ovakvo rešenje može primeniti i na sabirnim kanalima projektovanim i u drugu svrhu.

* * *

Grafička metoda može se primeniti i za prizmatičan kanal kod koga pad dna nije konstantan – samo bi se odgovarajuće sa promenom pada, menjao i Γ.



Sl. 5-5. I. PRIMER PRORAČUNA GRAFIČKOM INTEGRACIJOM



Sl.5-6. II PRIMER PRORAČUNA GRAFIČKOM INTEGRACIJOM

5.4. Račun elektronskom računskom mašinom

Za račun sabirnog kanala elektronskom digitalnom mašinom izradjen je program - Prilog 5.3. On koristi osnovnu diferencijalnu jednačinu, napisano sa bezdimenzionalnim veličinama, tj. jednačinu (3-45). Ulazni podaci za mašinu su parametri: N , M , F_o i Γ , koji se daju uz program za pojedinačni slučaj koji se predaje mašini na računanje. U program su stavljena upozorenja da za $M=1$ (pravougaoni kanal) mašina prihvata jednačinu (3-46), umesto (3-45), čime izbegava delenje nule sa nulom, odnosno upozorenje je dato iz istog razloga iz koga je napisano (3-46), pored (3-45). Takodje je za $M=0$, trougaoni kanal, kod koga je uvek $N=0$ stavljeno upozorenje da se izostavi poslednji član u brojitelju, jer bi u protivnom mašina, računajući njega, naišla na delenje sa nulom. Da ne bi bilo nikakve zabune, može se napomenuti da je brojitelj i imenitelj desne strane jednačine (3-45) prethodno pomnožen sa Y^3 i za takav oblik jednačine napravljen je program. U program je stavljen i granični uslov jednačine (3-45), tj. $Y(1)=1$. Mašina rešava diferencijalnu jednačinu numeričkim

...at...im programom. Ostaje samo pitanje "koraka" u računu - on je, prema programu o.ol, ... ukupna dužina sabirnog kanala podeljena je na loo računskih deonica. Time se dobijaju rezultati sa dovoljno tačnosti, jer provere sa još manjim korakom daju rezultate koji se zanemarljivo razlikuju od onih sa usvojenim korakom.

Na Prilozima 5.4, 5.5 i 5.6 dati su rezultati koje je odštampala računska mašina. Vidi se da je podešeno da budu najpre ispisani parametri, a zatim tabelarno vrednosti za X i Ω (za poprečne preseke i dubinu) za X = 1.o o.9 o.8 ..... o.o. To je dovoljno za praktične potrebe.

Uz primere nije potreban nikakav komentar, jer su to oni već ranije sračunati drugom metodom: ili postepenim približavanjem (Prilog 5.4), ili grafičkom integracijom (5.5 i 5.6). Uz to su rezultati već i prikazani grafički - sl. 5-3. 5-5. i 5-6.

Mora se dodati da program ne dozvoljava računanje sa $F_o = 1$, jer to daje beskonačno veliki priraštaj na početku računa, za $X = Y = 1$, pa bi to omelo mašinu u računanju. Medjutim, ako se stavi F_o = o,98 (što znači za svega 1% manji proticaj), mašina će dati prihvatljiv rezultat, što se vidi iz računa na Prilogu 5.6. i njegovog upoređjenja sa grafičkom integracijom na sl. 5-6.

5.5. Rešenje uz pretpostavku zavisnosti brzine od rastojanja po eksponencijalnom zakonu

U praksi se mnogo primenjivala metoda čija je suština da se unapred pretpostave brzine duž sabirnog kanala. Metoda potiče od Hindsa (lit. 11), on daje:

$$v = a\,L^{n} \tag{5-23}$$

što znači brzinu u funkciji rastojanja po eksponencijalnom zakonu.

Ista metoda obradjena je u ranijoj publikaciji autora (lit. 8) i tamo je isti zakon napisan:

$$\frac{v}{v_o} = \left(\frac{L}{L_o}\right)^{n} \tag{5-24}$$

tj. sa bezdimenzionalnim veličinama, jer je originalna Hindsova zakonitost (5-23) dimenzionalno nesredjena.

(5-24) može se napisati:

$$\frac{Q}{Q_o}\cdot\frac{A_o}{A} = \left(\frac{L}{L_o}\right)^{n}$$

ili, sa oznakama iz ovoga rada, koristeći osnovne bezdimenzionalne veličine, prema (3-6), (3-7) i (3-14):

$$Y = X^{1-n} \tag{5-25}$$

Izrajanjem zakonitosti (5-24) mogu se sa odabranim elementima nizvodnog preseka odmah sračunati kote pijezometarske linije (kote nivoa vode) duž sabirnog kanala, jer se osnovna diferencijalna jednačina (3-4o) pošto se integriše od uzvodnog do proizvoljnog preseka, može napisati:

$$\Pi - \Pi_u + \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{g}\int_0^L \frac{v^2}{g}\,\frac{dL}{L}$$

ili sa oznakom $\Delta\Pi$, prema sl. 3-1

$$\Delta\Pi = \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{g}\int_0^L \frac{v^2}{g}\,\frac{dL}{L}$$

$$\Delta\Pi = \frac{v_0^2}{2g}\left[\frac{v^2}{v_0^2} + 2\int_0^{L/L_0}\left(\frac{v}{v_0}\right)^2\left(\frac{L_0}{L}\right)d\left(\frac{L}{L_0}\right)\right]$$

Napisani izraz je integrabilan, a baš uvodjenje eksponencijelne zavisnosti brzine od rastojanja omogućava integrisanje, jer se korišćenjem (5-24) dobija:

$$\Delta\Pi = \frac{v_0^2}{2g}\left(\frac{L}{L_0}\right)^{2n}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

Ukupna denivelacija $\Delta\Pi_0$ u sabirnom kanalu, dobija se stavljanjem $L = L_0$ tj.

$$\Delta\Pi_0 = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

pa se iz prethodna dva izraza dobija:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Delta \Pi_o} = \left(\frac{L}{L_o} \right)^{2n} \qquad (5 - 26)$$

Ovaj odnos omogućava da se odmah nacrta linija nivoa duž kanala, jer se samo spušta sa $\Delta \Pi$ ispod nivoa na uzvodnom kraju. Dalje, jednačina (5-25) daje poprečne preseke, a iz njih se sračunaju dubine pa je tako odredjena i kota dna.

Primeri proračuna mogu se naći u nizu publikacija, počevši od originalnog rada Hindsa. I u ranijoj i već pomenutoj publikaciji autora (lit. 8) daje se jedan numerički primer.

Prednost metode je u tome što se odmah mogu sagledati primarne dimenzije kanala, odnosno poprečni preseci i njihov visinski smeštaj. Naime, do takvih rezultata dolazi se lako i brzo. Medjutim, mane metode su u sledećem: Izbor vrednosti za eksponent n , koja se mora unapred usvojiti, prepušta se iskustvu. Zatim, linija dna se dobija tek kao rezultat računa i ona je uvek kriva linija. Obično se ta linija posle aproksimira pravom linijom, pa se dobija konstantan pad dna, ili se nastoji da se pad barem ne menja mnogo puta duž kanala. Po usvajanju kota dna, račun se može prekontrolisati metodom postepenog približavanja (dalje pod 5.2). Uostalom sam autor metode, Hinds, to i savetuje.

PRIMER PRORAČUNA METODOM POSTEPENOG PRIBLIŽAVANJA

X	β	Y	Ω	$\frac{X}{Y^2}$	$\frac{F_o}{2}\cdot\frac{X^2}{Y^2}$	$\varepsilon=\Omega+\frac{F_o}{2}\frac{X^2}{Y^2}$	$\Delta\varepsilon$	$F_o\left(\frac{\overline{X}}{Y^2}\right)\cdot\Delta X$	$\Delta\varepsilon+F_o\left(\frac{X}{Y^2}\right)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.0	1.000	1.000	1.367	1.000	0.143	1.510			
0.9	0.975	0.910	1.314	1.040	0.134	1.448	0.062	0.029	0.091
0.9	0.975	0.920	1.304	1.060	0.137	1.441	0.069	0.029	0.098
0.9	0.975	0.922	1.306	1.059	0.136	1.442	0.068	0.029	0.097
0.8	0.950	0.860	1.255	1.081	0.124	1.379	0.063	0.031	0.094
0.8	0.950	0.850	1.243	1.107	0.127	1.370	0.072	0.031	0.103
0.8	0.950	0.858	1.250	1.087	0.124	1.374	0.068	0.031	0.099
0.8	0.950	0.859	1.252	1.084	0.124	1.376	0.066	0.031	0.097
0.7	0.925	0.800	1.204	1.094	0.110	1.314	0.062	0.031	0.093
0.7	0.925	0.790	1.194	1.122	0.112	1.306	0.070	0.032	0.102
0.7	0.925	0.795	1.199	1.108	0.111	1.310	0.066	0.031	0.097
0.6	0.900	0.740	1.151	1.095	0.094	1.245	0.065	0.032	0.097
0.5	0.875	0.690	1.108	1.050	0.075	1.183	0.062	0.031	0.093
0.5	0.875	0.680	1.098	1.080	0.077	1.175	0.070	0.031	0.101
0.5	0.875	0.685	1.103	1.066	0.076	1.179	0.066	0.031	0.097
0.4	0.850	0.630	1.049	1.008	0.058	1.107	0.07[illegible]	0.0[illegible]	[illegible]
0.4	0.850	0.640	[illegible]	[illegible]	0.056	1.119	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0.4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.111	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0.3	0.825	0.580	1.001	[illegible]	0.038	[illegible]	0.072	0.027	[illegible]
0.3	0.825	0.590	1.014	0.862	0.037	1.051	0.060	0.027	0.087
0.3	0.825	0.582	1.006	0.885	0.038	1.044	0.067	0.027	0.094
0.3	0.825	0.581	1.003	0.888	0.038	1.041	0.070	0.027	0.097
0.2	0.800	0.530	0.950	0.712	0.020	0.970	0.071	0.023	0.094
0.2	0.800	0.520	0.935	0.741	0.021	0.956	0.085	0.023	0.108
0.2	0.800	0.528	0.947	0.717	0.020	0.967	0.074	0.023	0.097
0.1	0.775	0.470	0.884	0.452	0.006	0.890	0.077	0.017	0.094
0.1	0.775	0.460	0.869	0.472	0.007	0.876	0.091	0.017	0.108
0.1	0.775	0.468	0.880	0.457	0.007	0.887	0.080	0.017	0.097
0.0	0.750	0.400	0.794	0	0	0.794	0.093	0.013	0.106
0.0	0.750	0.410	0.811	0	0	0.811	0.076	0.013	0.099
0.0	0.750	0.405	0.803	0	0	0.803	0.084	0.013	0.097

F_o = 0.286

M = 0.462

Računa se prema jednačinama (5-14 do 5-17) X = 0.1

$\beta = 0.75 + 0.25\,X$

Pretpostavlja se vrednost za Y i račun se ponavlja sve dok se ne zadovolji :

$$\Delta\varepsilon + F_o\left(\frac{\overline{X}}{Y^2}\right) = \underline{\underline{0.097}}$$

N = 0.250

Γ = 0.971

$\Gamma\Delta X = 0.097$

$\Delta X = 0.1$

Za pretpostavljeno Y $\Omega = 2.541\left[\sqrt{0.787\,Y + [illegible]}\right.$

Petley 5.1.

TABLICA VREDNOSTI ZA ψ

Y	M				
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
0.20	0.060	0.057	0.051	0.044	0.038
0.25	0.083	0.080	0.073	0.065	0.058
0.30	0.110	0.106	[illegible]	[illegible]	0.080
0.35	0.138	[illegible]	0.125	0.115	0.104
0.40	[illegible]	0.164	[illegible]	0.143	0.132
0.45	0.201	0.197	0.187	0.174	0.161
0.50	0.236	0.231	[illegible]	0.207	0.193
0.55	[illegible]	0.267	0.256	[illegible]	[illegible]
0.60	0.310	[illegible]	[illegible]	0.279	0.263
0.65	0.349	0.344	0.332	0.317	0.300
0.70	0.390	0.385	0.373	0.357	0.340
0.75	0.433	0.428	[illegible]	[illegible]	0.381
0.80	0.477	[illegible]	[illegible]	0.442	0.424
0.85	[illegible]	0.517	0.504	0.488	[illegible]
0.90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.534	0.515
0.95	0.617	0.612	[illegible]	0.582	0.563
1.00	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.631	[illegible]
1.05	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1.10	0.769	[illegible]	0.751	[illegible]	[illegible]
1.15	0.822	0.817	[illegible]	0.787	0.769
1.20	[illegible]	[illegible]	0.858	[illegible]	0.824
1.25	[illegible]	[illegible]	0.914	[illegible]	0.880
1.30	[illegible]	[illegible]	0.971	[illegible]	[illegible]
1.35	[illegible]	1.040	1.028	1.013	[illegible]
1.40	[illegible]	1.099	1.087	1.072	1.056
1.45	[illegible]	1.159	1.147	1.133	[illegible]
1.50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.194	[illegible]

$$\psi = \frac{2}{3}\frac{M^2}{(1-M^2)^2}\left\{\left[Y(1-M^2)+M^2\right]^{3/2}-M^3\right\} - 2\frac{M^2}{(1-M^2)^2}\left(\sqrt{Y(1-M^2)+M^2}-M\right)$$

Prilog 5.2.
-nastavak-

TABLICA VREDNOSTI ZA ψ

Y	M					
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.20	0.034	0.030	0.027	0.024	0.022	0.020
0.25	0.051	0.046	0.041	0.037	0.034	0.031
0.30	0.072	0.065	0.057	0.053	0.049	0.045
0.35	0.095	0.086	0.077	0.072	0.066	0.061
0.40	0.120	0.110	0.101	0.093	0.086	0.080
0.45	0.149	0.137	0.127	0.117	0.109	0.101
0.50	0.179	0.166	0.154	0.144	0.134	0.125
0.55	0.212	0.198	0.185	0.172	0.161	0.151
0.60	0.247	0.231	0.217	0.204	0.191	0.180
0.65	0.284	0.267	0.252	0.237	0.224	0.211
0.70	0.322	0.305	0.289	0.273	0.259	0.245
0.75	0.363	0.345	0.328	0.311	0.296	0.281
0.80	0.406	0.387	0.369	0.352	0.335	0.320
0.85	0.450	0.431	0.412	0.394	0.377	0.361
0.90	0.496	0.476	0.457	0.439	0.422	0.405
0.95	0.543	0.524	0.505	0.486	0.468	0.451
1.00	0.593	0.573	0.554	0.535	0.517	0.500
1.05	0.643	0.624	0.605	0.586	0.568	0.551
1.10	0.696	0.676	0.657	0.639	0.622	0.605
1.15	0.749	0.730	0.712	0.694	0.677	0.641
1.20	0.805	0.786	0.768	0.751	0.735	0.720
1.25	0.861	0.843	0.826	0.810	0.795	0.781
1.30	0.919	0.902	0.886	0.871	0.857	0.845
1.35	0.979	0.962	0.947	0.933	0.921	0.911
1.40	1.040	1.024	1.010	0.998	0.988	0.980
1.45	1.102	1.087	1.075	1.064	1.056	1.051
1.50	1.165	1.152	1.141	1.132	1.127	1.125

PROGRAM ZA ELEKTRONSKU RAČUNSKU MAŠINU

```
SETS NM(2)SI
SETV A(1)D(2)F(1)H(3)K(14)X(1)Y(1)TGQLZE(15)
SETF SQRT
SETR 28
14)LINES 15
READ L
READ Q
READ T
READ G
LINES 2
TITLE   L      Q      T      G
LINES 2
PRINT L, 3
PRINT Q, 1:3
PRINT T
PRINT G
LINES 3
TITLE   X      Y      Z
LINES 2
X=1
Y1=1
D=.0001
S=13
[illegible]
H=0
K5=0
CYCLE X1=1:-.01:0
[illegible]
K5=K5+1
JUMP IF X1=1@ 19
JUMP IF K5=10@ 19
JUMP @20
19)[illegible]@ 21
[illegible]
[illegible]
Z=E11*E12
JUMP @ 22
21)Z=Y1/E13
22)PRINT X1,1:1
[illegible]
[illegible]
K5=0
LINE
20)REPEAT X1
STOP
13)E=Y1*Y1
E=E*Y1
E1=G*E
E2=E1*Y1
[illegible]
[illegible]
E1=E1-E2
[illegible]
E3=L*X1
E2=[illegible]+E3
E13=[illegible]*E2
E3=E13*E13
.........
[illegible]
E4=Q*Q
E5=1-E4
E6=Y1*E5
E6=E6+E3
E6=SQRT E6
E7=E/E6
E8=X1*X1
E8=E8*T
E7=E7-E8
JUMP IF Q=1 @15
JUMP IF Q=0 @17
E8=2*E
E8=E8*E4
E8=E8/E5
E8=E8*L
E9=1/Q
E10=E2/E6
E9=E9-E10
E8=E8*E9
18)E1=E1+E8
E1=E1/E7
[illegible]
17)[illegible]
JUMP   @18
15)E8=Y1*Y1
E8=E8*E8
E8=E8*L
[illegible]
[illegible]
E1=E8/E7
16)F1=E1
EXIT
```

U produžetku se dodaje uobičajeni program za rešavanje diferencijalne jednačine:

$$\frac{d\,Y1}{d\,X1} = F1$$

<u>NAPOMENA:</u>

U programu, pa i u rešenjima (Prilozi 5.4., 5.5., i 5.6.), oznake su nešto drukčije, nego u tekstu:

L	zamenjuje	N
Q	zamenjuje	M
T	zamenjuje	F_o
G	zamenjuje	Γ
Z	zamenjuje	Ω

I. PRIMER REZULTATA PRORAČUNA ELEKTRONSKOM RAČUNSKOM MAŠINOM

L = o.25o Q = o.462 T = o.286 G = o.971 *

X	Y	Z **
1.o	1.000	1.368
o.9	o.926	1.3o8
o.8	o.858	1.252
o.7	o.796	1.2oo
o.6	o.739	1.151
o.5	o.648	1.1o2
o.4	o.632	1.o53
o.3	o.579	1.oo2
o.2	o.525	o.945
o.1	o.466	o.878
o.o	o.399	o.794

* Kako su oznake mašine drukčije od uobičajenih u tekstu (vidi napomenu na prethodnom prilogu 5.3.), upisane vrednosti pretstavljaju : N, M, F_o i Γ .

** Z zamenjuje Ω .

Prilog 5.5.

II. PRIMER REZULTATA PRORAČUNA ELEKTRONSKOM RAČUNSKOM MAŠINOM

L = 0.000 Q = 0.690 T = 0.600 G = 0.630 *

X	Y	Z
1.0	1.000	1.183
0.9	1.081	1.264
0.8	1.114	1.295
0.7	1.125	1.306
0.6	1.123	1.304
0.5	1.110	1.292
0.4	1.089	1.271
0.3	1.059	1.242
0.2	1.022	1.205
0.1	0.976	1.159
0.0	0.919	1.102

** (next to the table header)

*, ** vidi Prilog 5.4.

III. PRIMER REZULTATA PRORAČUNA ELEKTRONSKOM RAČUNSKOM MAŠINOM

L = o.ooo Q = 1.ooo T = o.98o G = o.6oo *

X	Y	Z
1.o	1.ooo	1.ooo
o.9	1.238	1.238
o.8	1.3o2	1.3o2
o.7	1.334	1.334
o.6	1.346	1.346
o.5	1.345	1.345
o.4	1.333	1.333
o.3	1.31o	1.31o
o.2	1.278	1.278
o.1	1.235	1.235
o.o	1.181	1.181

** (beside table header)

*, ** vidi Prilog 5.4.

6.

Opste rešenje u obliku elementarnog hidrauličkog obrasca

[illegible]

Jedan od osnovnih zadataka ovog rada je da se primarne dimenzije sabirnog kanala odmah odrede na osnovu pretpostavljenih elemenata nizvodnog preseka. Ne treba mnogo objašnjavati od kolikog je praktičnog značaja postizanje takvog rezultata, jer bi se onda lako i brzo odmah sagledale osnovne dimenzije sabirnog kanala, odmah bi se mogao načelno rešiti taj objekat, i to sa sigurnošću da će kasniji detaljni proračuni samo neznatno promeniti unapred stečenu opštu sliku objekta. To je od velike koristi pri projektovanju, jer se odmah utvrdjuje da li je takav objekat prihvatljiv na zahtevanom mestu, ili je razumnije usvojiti nekakvo drugo hidrauličko rešenje sa istom svrhom. Ako se pak zaključi da se odvodjenje vode može uspešno rešiti sabirnim kanalom, onda se brzo i lako pronadje najprihvatljiviji odnos primarnih njegovih dimenzija.

Kao prilog rešavanju ovog problema autor je jednim svojim ranijim radom (lit. 10) dao približno rešenje sa prizmatične kanale. Pri tome je koristio rad Lija (lit. 19), koji je jedini rad gde se daje opšte rešenje, ali samo za pravougaoni prizmatični i za trougaoni kanal. Li daje grafikone iz kojih se može očitati dubina na uzvodnom kraju na osnovu poznatih elemenata nizvodnog preseka, kao i pada dna. Kako se čitanjem iz grafikona vrednosti mogu proceniti sa izvesnim odstupanjem, a baza Lijevog rada je numerička integracija koja već sama donosi izvesna odstupanja, i uz to u ranijem radu (lit. 10) Lijevi rezultati svedeni su na drugi oblik (da bi se dobila direktno denivelacija u sabirnom kanalu) i prošireni na trapezne kanale, sve je to ranijem radu dalo karakter procene sa mogućnostima izvesnih odstupanja.

Tačnije resenje, medjutim, zahteva ogroman broj sprovedenih integracija, jer se mora menjati dosta parametara ako se želi doći do opšteg rešenja koje će uključiti i neprizmatične kanale. Problem je rešen zahvaljujući elektronskoj računskoj mašini, jer sa njom nije bilo teškoća da se obavi veliki broj integracija. U odeljku 5.4. već je izloženo kako se mašina koristila, a na Prilogu 5.3 dat je program kojim se rešava zadati problem. Pri traženju opšteg rešenja, mašina je radila po istom programu, samo s tom razlikom što se podesilo da kao rešenje štampa samo krajnji rezultat: relativna vrednost uzvodnog poprečnog preseka, Y_u , i pri-

...ajuće dubine Ω_u.

Daje se pregled vrednosti parametara: M, N, F_0 i Γ koje su izabrane za opisani račun ...

a/ Parametri M i N bili su ovi:

$$M = 1 \quad \text{(pravougaoni kanal)} \qquad \begin{cases} N = 0 \\ N = 0.25 \\ N = 0.5 \end{cases}$$

$$M = 0.5 \quad \text{(trapezni kanal)}, \qquad M = 0 \quad \text{(trougaoni kanal)} \qquad \begin{cases} N = 0 \\ N = 0.25 \\ N = 0.5 \\ N = 0.75 \end{cases}$$

Tako su obuhvaćeni od pravougaonih kanala: prizmatični (konstantna širina dna, tj. $N = 0$) i oni sa promenom širine dna ako širina na uzvodnom kraju nije manja od polovine širine dna na nizvodnom kraju. Kod trapeznih kanala išlo se i dalje, sve dok širina na uzvodnom kraju ne siđe ispod četvrtine širine dna nizvodnom kraju.

Zahvaćeni domen može se napisati sledećim izrazom:

$$\frac{M}{1 - N} \leq 2 \qquad (6-1)$$

Ovim su obuhvaćeni svi prihvatljivi praktični slučajevi, jer velika suženja kod pravougaonog kanala, ili trapeza bliskog pravougaonika, dovode do dubine na uzvodnom kraju, veće od dubine na nizvodnom kraju, iako je poprečni presek manji. Sem toga, veliko sužavanje dovodi i pri manjim padovima po mogućnosti pojave burnog tečenja, što je jasno iz uporedjenja crteža na sl. 4-2. U praktičnoj primeni stoga će i retko doći do slučajeva koji nisu uključeni u kriterijum (6-1).

b/ Frudovom broju na nizvodnom kraju davane su ove vrednosti

F_o o.1 o.2....... o.9 i o.98

Završnim tekstom u odeljku 5.4 objašnjeno je da je mašinom nemoguće obaviti proračun za $F_o = 1$ pa se stoga uzelo F_o= o.98. Uostalom, tako je već postupljeno u ranijem primeru na Prilogu 5.6.

Iz navedenog se vidi da je obuhvaćen domen

$$o.1 > F_o > 1 \qquad (6-2)$$

gde ulaze praktični problemi.

c/ Bezdimenzionalna vrednost pada dna Γ menjana je 5 puta pri svakoj vrednosti M , N i F_o i to od nule do kritične vrednosti Γ_K date sl. 4-3. Tako je obuhvaćen onaj domen u kome je obezbedjeno mirno kretanje. Rečeno se može napisati:

$$\Gamma < \Gamma_K \qquad (6-3)$$

Iz izloženog vidi se da je obavljeno 8 serija integrisanja varirajući M i N, a svaka serija je imala 10 vrednosti za F_o, a svaka od tako dobijenih 80 kombinacija još je integrisana 5 puta, za 5 različitih padova. Ovo znači svega 400 integracija.

* * *

Svaka od integracija dala je bezdimenzionalnu vrednost Ω_u za dubinu na uzvodnom kraju, pa se prema (3-61) sračunalo za svaki pojedinačni slučaj:

$$K = \frac{\Delta \Pi_o}{v_o^2/g} = \frac{\Omega_u + \Gamma - \Omega_o}{F_o} \tag{6-4}$$

Rezultati su omogućili odredjivanje ranije simbolično napisane funkcije (3-65) koja se prepisuje:

$$K = K\left(\frac{A_u}{A_o}, F_o, M, N\right) \tag{6-5}$$

Analizom tih rezultata došlo se do rešenja prikazanog sl. 6-1 koja daje:

$$K = K_1 \cdot K_2 \tag{6-6}$$

gde je:

$$K_1 = K_1\left(\frac{A_u}{A_o}\right) \tag{6-7}$$

$$K_2 = K_2(F_o) \tag{6-8}$$

Naslojalo se da se rezultat da u tom vidu, jer se tako očigledno pokazuje sledeće:

I. Potrebna denivelacija $\Delta\Pi_o$ u sabirnom kanalu da bi se na njegovom nizvodnom kraju dobila brzina V_o, zavisi uglavnom od odnosa poprečnih preseka na uzvodnom i nizvodnom kraju.

II. Vrednost Frudovog broja na nizvodnom kraju pri tome ima daleko manji uticaj. Podesilo se da je $K_2 = 1$ za $F_o = 1/2$ i onda K_2 varira svega od o.9 do 1.1, ako F_o varira od nule do jedinice. Vrednost K_2 prikazana je grafički na sl. 6-1, a može se i napisati sledećim obrascem

$$\frac{1}{K_2} = o.9 + o.2 F_o \tag{6-9}$$

III. Na vrednost K neznatno utiču parametri M i N i oni su i izostavljeni u prikazanom grafikonu. Ovo je vrlo značajan rezultat, jer pokazuje da bez obzira na oblik kanala (od trougla, preko trapeza, do pravougaonika) i bez obzira da li se kanal sužava, denivelacija u sabirnom kanalu za odredjenu vrednost brzine je ista ako je isti odnos uzvodnog i nizvodnog preseka i ako je Frudov broj isti.

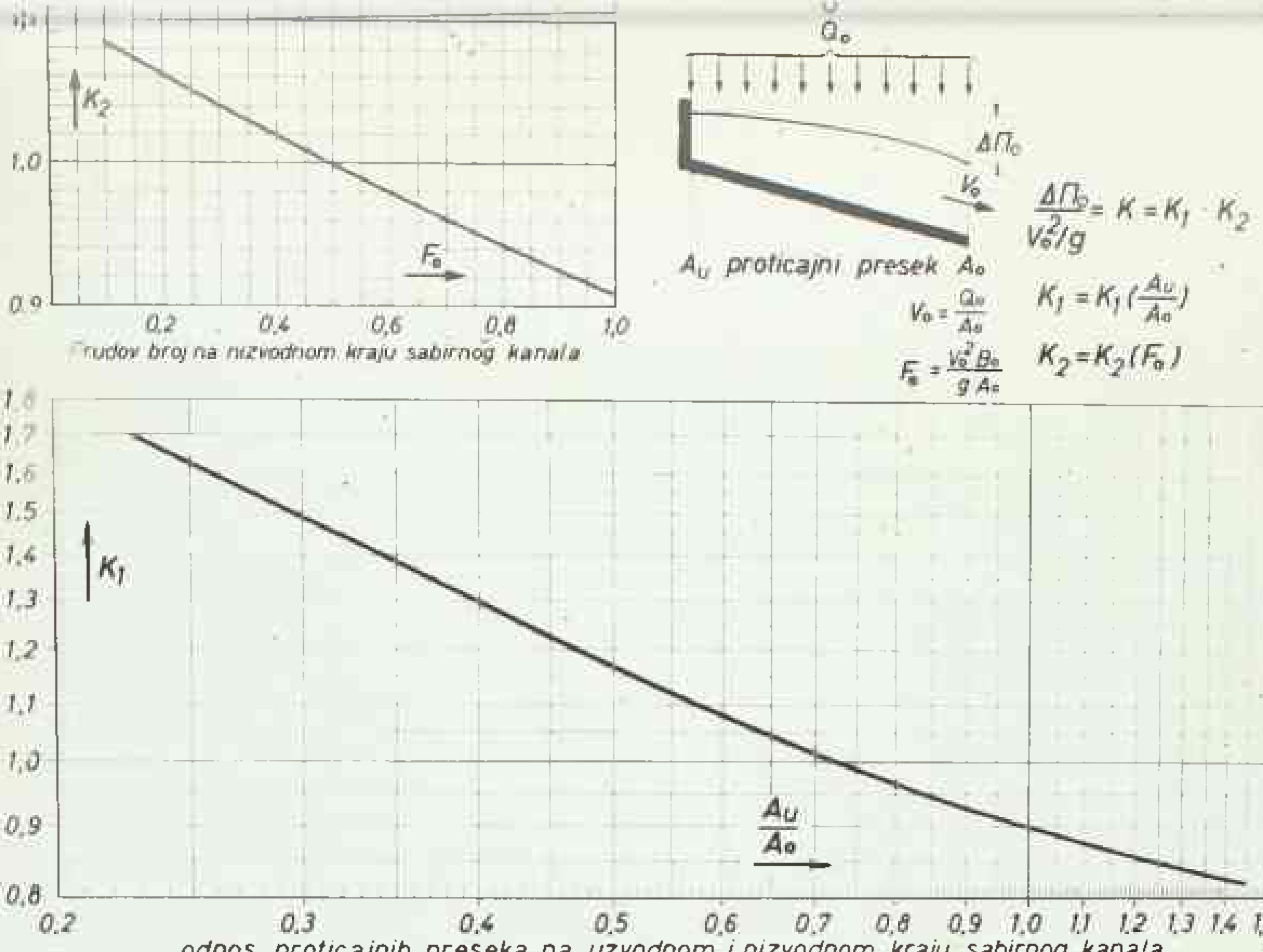
Ovi zaključci biće od velike koristi praktičarima pri projektovanju sabirnih kanala.

* * *

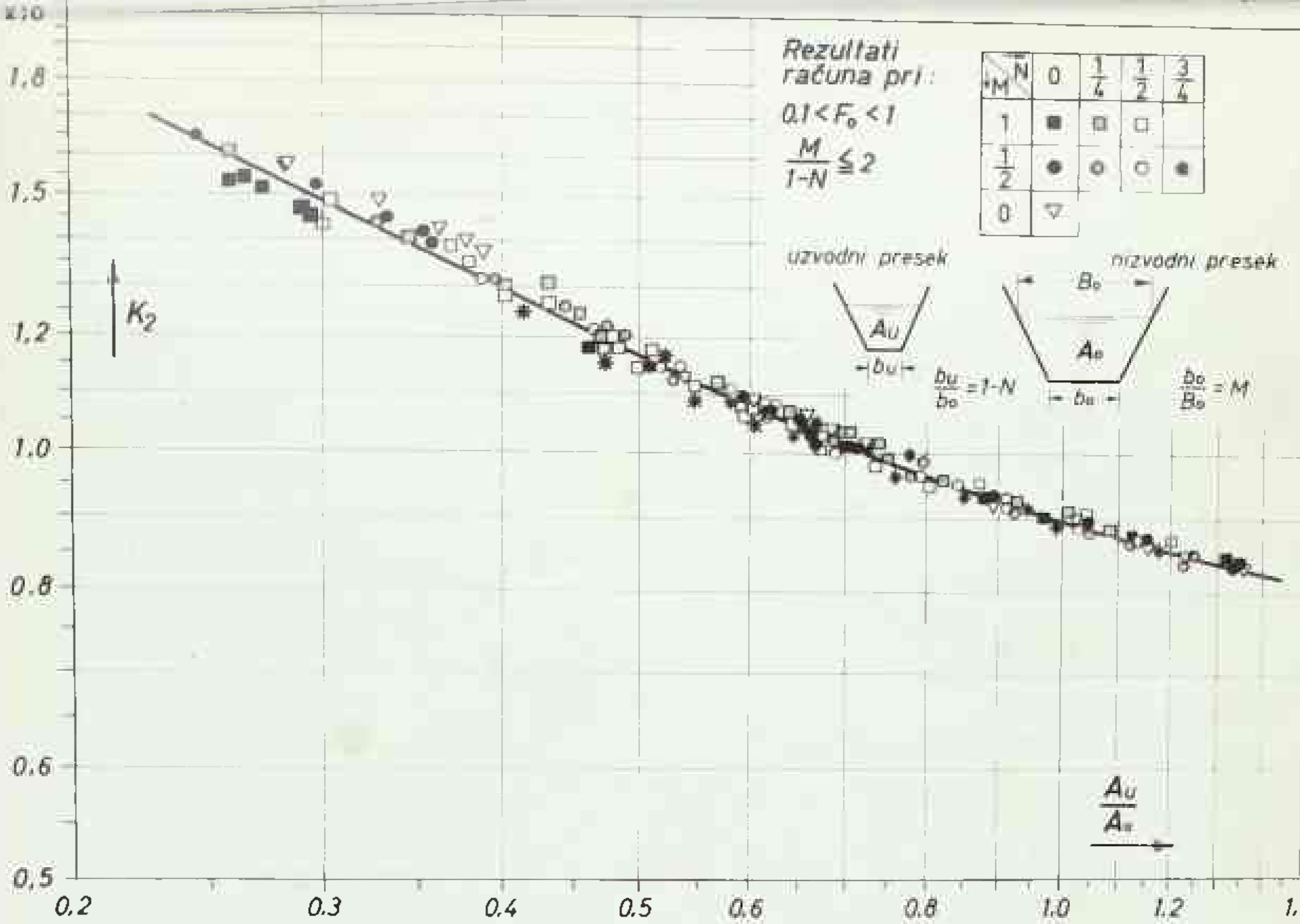
Upotrebom grafikona na sl. 6-1 lako je doći do primarnih dimenzija sabirnog kanala. Nizvodni presek se pretpostavi i uskladi sa daljnjim nizvodnim hidrauličkim uslovima. Uzvodni presek se bira, odabere se nekoliko vrednosti radi uporedjenja i za svaku se lako odredi potrebna denivelacija $\Delta\Pi_o$, jer se K_1 i K_2 jednostavno očitaju i pomnože da se dobije K . Kada je uzvodni presek tako odredjen i visinski smešten, pad dna sam po sebi ispada, jer on se uzima konstantnim. Taj uslov je zastupljen kroz celokupnu analizu. Ostaje da se još reši gde se može smestiti kota nivoa u uzvodnom preseku, a da ne ometa priticanje u kanal. To pitanje biće raspravljeno u odeljku 7.4.

* * *

Sl. 6-2 dokumentovana je zavisnost $K_1 = K_1\left(\frac{A_u}{A_o}\right)$ data na sl. 6-1. Od pomenutih 4oo integracija na sl. 6-2 uneto je 15o, da se ne bi crtež pretrpavao. Naime, od 8 serija sa variranjem M i N svaka sa 1o Frudovih brojeva i 5 padova, uzeto je kod svake serije 5 Frudovih brojeva i 3 pada, i to je izostavljanje vršeno po pravilu (svaki drugi), a ne namerno. U crtež su ubačeni i rezultati iz grafičke integracije sa sl. 5-5. Za svaki konkretni slučaj integracije sračunato je K i K_2 , prema (6-4), odnosno (6-9). Delenjem K sa K_2 dobija se K_1 , kako



Sl.6.1. GRAFIKONI ZA ODREĐIVANJE DIMENZIJA SABIRNOG KANALA



Sl.6.-2.UTVRĐIVANJE FUNKCIJE $K_2 = K_2\left(\frac{A_u}{A_o}\right)$ PRIKAZANE NA Sl.6.-1.

i pokazuje (6-6), i tako dobijene vrednosti za K_1, a u funkciji A_u/A_e, nanesene su kao tačke na sl. 6-2 i vidi se da sve tačke leže približno na usvojenoj zavisnosti. Odstupanja su otprilike do ± 3%, a takva odstupanja se mogu tolerisati za praktične potrebe. Naime, želja je bila da zavisnosti budu što prostije, a da ostupanja ne budu velika. Išlo se razumnim nastojanjem da empirijska zavisnost bude kompromis izmedju prostote izraza i postignute tačnosti. Želja za većom tačnosti dala bi komplikovane odnose koji se onda teško koriste, a samo stvaraju iluziju veće tačnosti, jer ne treba smetnuti sa uma da je sve to namenjeno realnim uslovima tečenja, gde su odstupanja od usvojenih teorijskih stavova neminovna, pa onda nema opravdanja da se postiže veća tačnost od one koje nameće sama problematika, upravo njena primena. Uostalom, rezultati koji se postižu datim graficonima su pouzdaniji nego najelementarniji hidraulički računi, jer se, na primer, kod najprostijeg tečenja kroz cevi ili kanale, trenje procenjuje sa očekivanjem znatno većih odstupanja.

* * *

Prethodnim izlaganjem pokazalo se da se računski rezultati mogu uklopiti u jedno opšte rešenje. Ako se za bilo koji pojedinačni slučaj sprovede proračun duž celog sabirnog kanala, prema metodama izloženim u prethodnom poglavlju, 5., krajnji rezultat neće mnogo odstupati od unapred poznatog rezultata, dobijenog na osnovu ovde datog opšteg rešenja. Ovo, medjutim, znači da je rešeno pitanje računanja, odnosno analitičkog razmatranja sabirnog kanala, na bazi usvojenih teorijskih pretpostavki. Kako ovaj rad ima za svaku svrhu praktičnu primenu rezultata, interesantno je uporediti eksperimentalne rezultate sa postignutim opštim rešenjem. Drugim rečima, treba utvrditi da li će stvarna tečenja u sabirnim kanalima dovoditi do rezultata koji se podudaraju sa rezultatima analize. U Institutu za vodoprivredu "Jaroslav Černi" u njegovoj Hidrauličkoj laboratoriji pod Avalom, ispitivano je nekoliko sabirnih kanala za evakuaciju velikih voda iz akumulacija. U te kanale, preko preliva na njihovom boku, voda se u njih ravnomerno (dužinom kanala) sliva. U spisku literature dati su elaborati koji su korišćeni za uporedjenje modelskih rezultata iz ovog rada. To su sabirni kanali uz bočne prelive uz brane: Vodoča, Glažanj, Globočica, Polimedija, Gujranvala, kao i tipizirani bočni preliv namenjen mikroakumulacijama (lit.9, 2o-25).Prvi primer (Vodoča) već je korišćen u ovom radu - primer pod a) u odeljku 4.3. i 4.4. račun na Prilozima 5.1 i 5.4,sl. 5-3. Poslednji primer takodje je korišćen - primer pod b) u odeljku 4.3 i 4.4 račun na Prilogu 5.5., grafička integracija na sl. 5-5, a sem toga on se raspravlja i u poslednjem poglavlju - pod 7.3.

Ovde je priložen Prilog 6.1, radi uporedjenja opšteg rešenja, prema sl. 6-1., sa modelskim rezultatima. Uporedjene su dve vrednosti za K_1 . Prva je dobijena direktnim korišćenjem podataka sa modela, a druga je pročitana sa sl. 6-1. Slaganje je vrlo dobro, odstupanja su mala i na strani sigurnosti jer račun po sl. 6-1 daje nešto veće vrednosti za K_2 od modelskih. Uz ovu eksperimentalnu potvrdu teorijskih rezultata korisno je dodati objašnjenje da su modelska ispitivanja odnose na sabirne kanale sa vrlo velikim rasponom karakterističnih parametara - tako da je obuhvaćeno uglavnom sve ono što se može naići u praksi. Naime, Frudovi brojevi na nizvodnom kraju kreću se od o.2 do o.[illegible], padovi dna su od skoro horizontalnog pa sve do $\Gamma \sim 1$ sužavanje širine dna ide čak do $N = 0.71$, odnosno uzvodna širina varira od o.29 nizvodne širine dna pa do jedinice, nagibi neprelivnog boka idu od skoro vertikalnih pa sve do nagiba 1:1,5, dakle manje od 35°, priticaj u kanal kreće se od preko 15 m^3/s, po metru dužinom prelivne ivice, odnos širine i dubine ide čak do 10 a spušta se ispod jedinice(što znači da su zastupljeni i vrlo plitki a široki, ako i vrlo uski a duboki kanali).

UPOREDJENJE OPŠTEG REŠENJA PRIKAZANOG NA SL. 6-1. I REZULTATA SA MODELA PROJEKTOVANIH OBJEKATA			Sabirni kanal sa bočnim prelivom uz branu					
			Vodoča	Glazanj	Globočica	Polemidija	Gujranvala	* Mikro akumulacija
Prema	Q_o	m^3/s	14o	175	11oo	57o	285	$o.31\sqrt{g b_o^5}$
	L_o	m	44	36	73	37	31	[illegible] $\cdot b_o$
	b_o	m	4.o	6.o	9.o	14.4	26.o	-
	h_o	m	6.2	5.2	12.8	5.5	3.8	$o.5o \cdot b_o$
	B_o	m	8.6	9.6	2o.3	28.2	35.5	$1.46 \cdot b_o$
	A_o	m^2	39.1	4o.6	187	117	117	$o.615 \cdot b_o^2$
	F_o	-	o.29	o.45	o.38	o.58	o.19	o.6o
	M	-	o.46	o.63	o.44	o.51	o.73	o.69
modelskim	b_u	m	3.o	6.o	3.5	4.1	18.9	b_o
	h_u	m	3.5	5.7	12.7	7.o	4.3	$o.46 \cdot b_o$
	B_u	m	[illegible]	[illegible]	14.7	[illegible]	[illegible]	[illegible] $\cdot b_o$
	A_u	m^2	15.1	45.6	116	9o	104	$o.557 \cdot b_o^2$
	A_u/A_o	-	o.39	1.12	o.62	o.77	o.89	o.91
	N	-	o.25	o	o.61	o.71	o.37	o
ispitivanjima	Z_u	m	4.4	1.1	3.7	o.8	o.1	$o.27 \cdot b_o$
	Γ		o.97	o.26	o.4o	o.19	o.o3	o.63
	$\Delta \Pi_o$	m	1.7	1.6	3.6	2.3	o.6	$o.24 \cdot b_o$
	K	-	1.3o	o.84	1.o4	o.95	o.96	o.91
	K_2	-	1.o4	1.o1	1.o2	o.98	1.o7	o.98
	K_1	-	1.25	o.83	1.o2	o.97	o.9o	o.95
Prema rešenju sa slike 6-1.	K_1	-	1.31	o.87	1.o6	o.98	o.93	o.93

* To je model tipiziranog rešenja evakuacije iz mikroakumulacije sa primenom na sva medjusobno slične objekte. Osnovna veličina je širina dna b_o i sve se ostale veličine izražavaju preko nje, (vidi prvi primer uz odeljak 5.3.).

7. Uticaj bočnog prelivanja

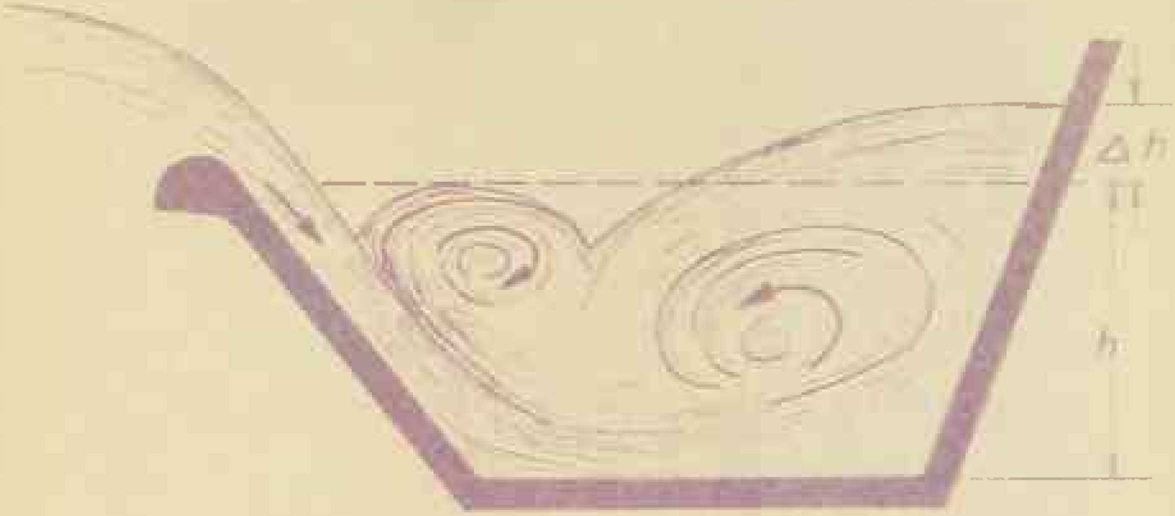
7.1. Opis problema i opšta razmatranja

Sva dosadašnja izlaganja obavljena su smatrajući tečenje u sabirnom kanalu kao linijski problem. Praktična posledica toga je rešenje tečenja u podužnom smislu, što je i primarno. Ipak, pored toga, moraju se proučiti i izvesni uticaji koji su posledica priticanja u sabirni kanal. Ako se radi o priticanju u kanal prelivanjem preko njegovog boka, kakvoj je problematici prvenstveno ovaj rad i namenjen, onda je zadatak: proučavanje uticaja bočnog slivanja, pa je takav naslov i dat ovom poglavlju. Ovakvo odredjivanje zadatka ovog poglavlja već je nagovešteno u uvodnim razmatranjima.

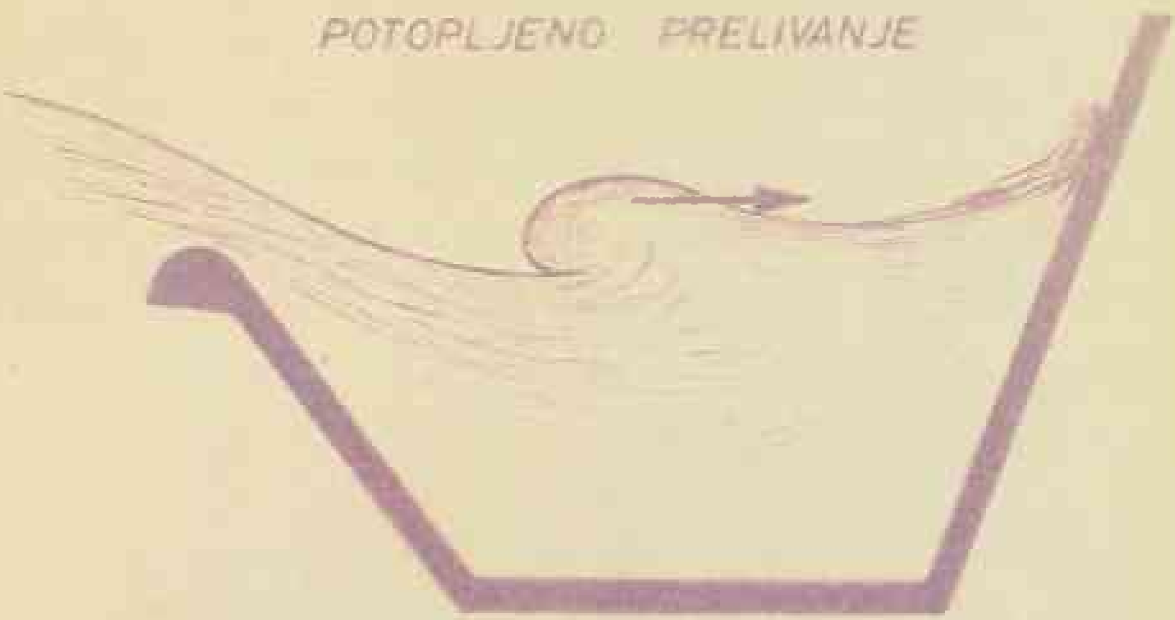
Uticaj bočnog slivanja je očigledan čim se pogleda tečenje u sabirnom kanalu. Izvestan utisak o tome može se steći iz fotografija - sl. 7-1. Na sl. 7-2 skiciran je poprečni presek sabirnog kanala sa karakterističnim pojavama prouzrokovanim bočnim slivanjem: prodiranje prelivnog mlaza u sabirni kanal dovodi do dva vrtloga sa osovinama duž kanala. Ti vrtlozi prime i utroše veliki deo kinetičke energije prelivnog mlaza. Ovakva situacija nastaje kada je preliv nepo-

Slika 7.1.

NEPOTOPLJENO PRELIVANJE



POTOPLJENO PRELIVANJE



Slika 7.2.

topljen (gornja skica na sl. 7-2) i kada prelivni mlaz prodire ispod prvog vrtloga koji se obrazuje neposredno uz prelivnu kosinu. Ako je pak preliv potopljen, odnosno ako prelivni mlaz prodire površinski (donja skica na sl. 7-2), ne postoje uslovi za ublaženje njegovog dejstva na remećenje nizvodnog oticanja kanalom.

Rešavanje praktičnih zadataka svodi se na procenjivanje posledica bočnog slivanja, u vidu odgovora na sledeća pitanja: Kakav treba da bude proticajni poprečni presek sabirnog kanala pa da bočno slivanje ne sprečava u većoj meri pronošenje vode kanalom nizvodno i kolika se mogu očekivati nadvišenja nivoa vode uz neprelivni bok. Naime, računom prema metodama datim u poglavlju 5, dobija se dubina h, koju treba shvatiti kao presečnu dubinu u poprečnom preseku i istoj treba dodati još nadvišenje Δh (vidi sl. 7-1), da bi se utvrdilo dokle treba oblagati neprelivnu kosinu kanala.

* * *

Energiju prelivnog mlaza treba na neki način prihvatiti i utrošiti i sama se priroda stara za to, samo joj to treba omogućiti. Naime, poznata je stvar da vrtlozi primaju mehaničku energiju da bi je unutar sebe utrošili, odnosno preobratili u toplotu. Ako dubina u kanalu prisiljava prelivni mlaz da prodire odozdo, dolazi do opisanih i na gornjem crtežu sl. 7-1 skiciranih vrtloga. Prema tome prvi i neophodni uslov da se sa dubinom ne pretera, jer tada do vrtloga ne dolazi - donji crtež na sl. 7-1. Drugi je uslov da proticajni poprečni presek u kanalu nije isuviše mali, jer tada ne bi dozvolio obrazovanje vrtloga u takvoj meri da oni dovoljno ublaže uticaj bočnog slivanja. Naime, razuman je zahtev da se nadvišenje uz neprelivni bok sve da što je moguće manju meru. Medjutim, rešenje je u kompromisu: Ne sme se ići opet na preterano smanjenje ovog nadvišenja ako to dovodi do nerazumno velikih poprečnih preseka kanala.

Uz prethodne može se dodati da opisano stanje dovodi do raspodele pritisaka po poprečnom preseku koja zanemarljivo odstupa od hidrostatičke, koja se pretpostavlja za linijski problem. Naime, sem sila pritisaka i težine, nema drugih sila po poprečnom preseku ako je raspodela pritiska hidrostatička, a ovde je to poremećeno i silom koju unosi prelivni mlaz. Ta sila je, medjutim, mala u odnosu na silu težine kada se ne uzme isuviše mali presek, što će se sprečiti kasnijim utvrdjivanjem uslova za proveru preseka. Sem toga, uticaj prelivnog mlaza [illegible] oseća uz prelivni bok, a tu su dubine niže, pa se pritisak približava onome koji bi dala prosečna dubina. Uz neprelivni bok, gde je dubina nešto veća, opisano vrtložno kretanje opet nešto snizi pritiske na dno, tako da se opet približe onima koje bi dala prosečna dubina preseka. Ova činjenica ustanovljena je nizom merenja pritisaka po konturi kanala.

Treba primetiti da spiralno kretanje u vrtlozima pronosi tečnost nizvodno kanalom brzinom koja [illegible] pa od srednje brzine u poprečnom preseku, odnosno podužna brzina u vrtlozima ne razlikuje se bitno od brzine u delu poprečnog preseka nezahvaćenog vrtlozima. Ovo znači da se zahvaljujući vrtlozima priticanje odmah uključi u podužni tok kanalom, pa se može računati sa srednjom brzinom preseka. O ovome je već bilo reči u odeljku 1.2, kada se koeficijent neravnomernosti brzine izostavio, odnosno izjednačio sa jedinicom. Vrlo je interesantno da je raspored brzina prilično nepravilan ako se priticanje prethodno smiri i takvo uvodi u kanal. Eksperimenti Sasolija (lit. 16) bili su tako sprovedeni, jer se htelo da nivo vode u poprečnom preseku bude horizontalan, pa se prelivni mlaz najpre smirivao u komori duž kanala i smirena voda uputstala [illegible] u tečenje u sabirnom kanalu, ali je baš tako dobijena velika neravnomernost raspodele brzine po poprečnom preseku.

Kada se pogleda tečenje u sabirnom kanalu, moglo bi se površno zaključiti da opisano spiralno kretanje [illegible]

[illegible]

jer su uočljive razlike izmedju takvih i običnih kanalskih tokova. Medjutim, iako to na prvi pogled izgleda paradoksalno, izloženo govori da baš takvo vrtloženje dovodi do okolnosti koje dozvoljavaju da se problem rešava kao linijski.

* * *

Navedeno je da nije savetno prepunjavanje kanala, jer to dovodi do toga da prelivni mlaz prodire u kanal po površini vode. Površno rasudjivanje, da veća zapremina vode u kanalu dovodi do boljeg umirenja prelivnog mlaza, pogrešno je, jer dovodi do suprotnog zaključka. Ovo se navodi iz razloga što se nailazi da se uticaj bočnog slivanja rešava davanjem potrebne zapremine vode u kanalu (lit. 18), ili zahtevom da poprečni presek predje odredjenu vrednost. Nailazi se i na opisivanje teškoća zbog toga, jer je prelivni mlaz prodirao površinski u kanal, stvarajući nemirno i poremećeno oticanje kanalom, praćeno znatnim poprečnim talasanjem prelivni mlaz povremeno naglo prodre i poveća prelivni proticaj, da bi potom povratni talas potapao prelivanje, i tako se to smenjuje (lit. 6). Medjutim, ne objašnjava se zašto se uopšte dozvolio ovakvo potapanje preliva. Opisane pojave primećene su i kod eksperimentalnih proučavanja u ovom radu i to je načelno prikazano na donjem crtežu sl. 7-2.

Iz prethodnog je posve jasno da preliv u sabirni kanal nije uputno potapati i ovaj zaključak će se iskoristiti za izvesne praktične preporuke koje će se dati kasnije - odeljak 7.4. Postavljeni zadatak tim se samo ograničio, a ostaje da se dodje do odgovora na postavljena pitanja o izboru poprečnog preseka pa da prelivni mlaz ne remeti oticanje kanala, kao i odredjivanju nadvišenja nivoa vode uz neprelivni bok. Do sada objavljeni radovi nisu gotovo ni ulazili u rešavanje ovog pitanja - izuzetak su samo dva rada (lit. 1 i 18). Prvi to pokušava rešiti potrebnom zapreminom vode u kanalu da bi se postiglo umirenje prelivnog mlaza i taj rad je već i pomenut iz tog razloga. Medjutim, u njemu se daje i uputstvo za proračun nadvišenja uz nivoe vode uz neprelivni bok na bazi osnovnih hidrauličkih zakona, ali uz pretpostavke koje nisu baš najprihvatljivije, jer se, izmedju ostalog, uzima da prelivni mlaz prodire horizontalno u kanal i pretpostavlja se da je linija nivoa vode u poprečnom preseku prava nagnuta linija. Drugi rad pokušava rešiti problem uporedjenjem zapremine vode u kanalu za zapreminom vode koju sadržava hidraulički skok, što se ne mora prihvatiti, jer zapremina nije uopšte merodavna veličina pri razmatranju skoka.

* * *

U ovom radu učinjen je pokušaj procene uticaja bočnog slivanja na osnovu brojnih eksperimentalnih podataka je sproveo autor. Ti podaci doveli su do jedne približne zavisnosti kojom se odredjuje nadvišenje nivoa vode uz nepreливni bok. Ovo nadvišenje ujedno je i najbolji pokazatelj uticaja bočnog slivanja, jer ako je ono preterano izraženo, očigledno je da je tečenje u kanalu poremećeno. Ti rezultati izlažu se u produžetku.

7.2. Odredjivanje nadvišenja nivoa vode uz neprelivni bok kanala

Sl. 7.3. prikazuje rezultate eksperimentalnih istraživanja nadvišenja nivoa vode uz neprelivni bok. Pod a) su date varijante sabirnog kanala koje su ispitivane, dok se pod b) daju sredjeni rezultati, u vidu procene nadvišenja po sledećem obrascu:

$$\frac{\Delta h}{H} = \frac{q}{\sqrt{g A h}} \qquad (7-1)$$

sa tim što može da prebaci ili podbaci sračunatu vrednost po obrascu za o.o2.

U navedenom obrascu pojedini simboli označavaju:

h = prosečna dubina (sa njom se računa tečenje duž sabirnog kanala; to je dubina razmatrana u poglavljima 1. - 6.)

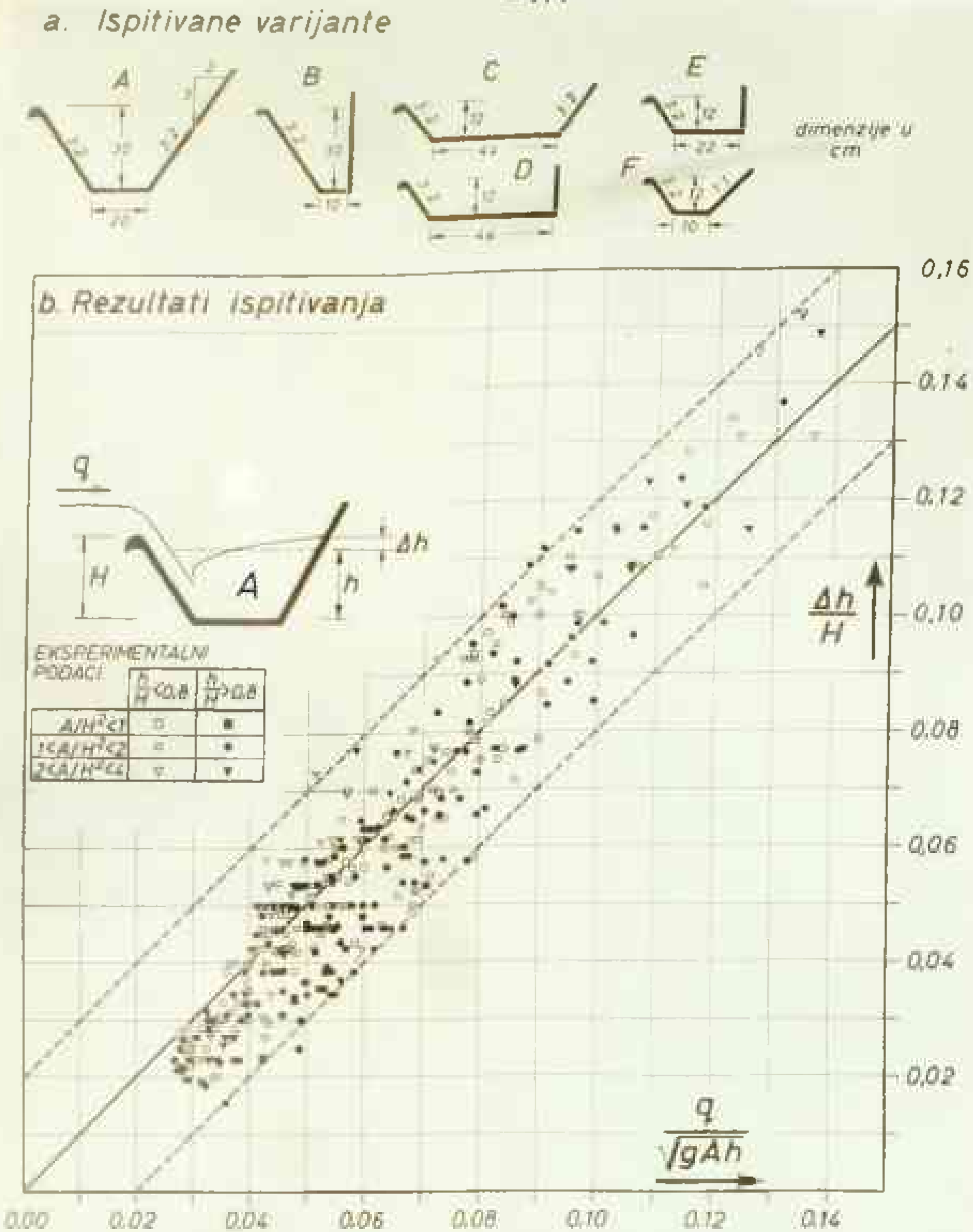
Δh = nadvišenje dubine uz neprelivni bok

A = proticajni presek (sračunat sa dubinom h)

H = konstruktivna dubina kanala (od dna do prelivne ivice)

q = priticanje po jedinici dužine preliva

- Vidi skicu na slici 7 - 3.



Sl.7-3. PREGLED EKSPERIMENTALNOG ODREĐIVANJA UTICAJA BOČNOG SLIVANJA NA IZDIZANJE (Δh) NIVOA VODE UZ NEPRELIVNI BOK SABIRNOG KANALA

Eksperimentalni podaci, njih preko 500 na broj, obuhvatili su karakteristične veličine u sledećim granicama:

a) Odnos dubine vode i konstruktivne dubine, h/H kretao se od o.4 sve do potapanja preliva, tj. do nešto preko jedinice, jer kada se nivo uz neprelivni bok izravna sa prelivnom ivicom prosečni nivo nju predje.

b) Odnos širine dna i dubine, b/h bio je u granicama od otprilike 1 do 1o.

c) Prelivni bok imao je nagib 3:2, kakav se najčešće i projektuje, dok je neprelivni bok imao nagibe od 1:1 do vertikalnog.

d) Dužina prelivne ivice L_o na modelu bila je alternativno 1 i 2 m, pa se odnos dužine i konstruktivne dubine L_o/H kanala kretao izmedju 3.3 i 16.7.

e) Visine prelivnog mlaza dostizala je do konstruktivne dubine kanala.

Kako su svi navedeni parametri dati u bezdimenzionalnim veličinama, oni imaju opšti značaj. Pri njihovom izboru, upravo izboru njihovih granica, nastojalo se da se obuhvati celokupna oblast na koju se može naići u praksi, pa da se vrlo retko naići na praktičan primer, koji ne bi bio obuhvaćen u oblast zahvaćenu eksperimentima.

* * *

Rezultat eksperimentalnog rada, prikazan slikom 7-2., i izražen aproksimativno obrascem (7-1), može se objasniti na sledeći način:

Nadvišenje Δh zavisi od niza veličina i može se simbolično napisati kao:

$$\Delta h = \Delta h\,(H, h, b, m_1, m_2, q, L, g) \qquad (7-2)$$

tj. nadvišenje Δh zavisi od konstruktivne dubine kanala H, od elemenata proticajnog poprečnog preseka (širina dna b, dubina h i nagibi bokova m_1 i m_2) od odstojanja L, od uzvodnog kraja kanala, i od proticaja q po jedinici dužine prelivne ivice. Ovim veličinama posredno su odredjeni: proticajni presek A, proticaj Q, a preko njih i prosečna brzina v u preseku, a jedinični proticaj q odredjuje približno i visinu prelivnog mlaza. Prema tome sve one veličine od kojih se može očekivati uticaj na nadvišenje predanjim su obuhvaćene. Razume se, pretpostavlja se da su uticaji viskoznosti, stišljivosti i kapilarnosti vode zanemarljivi i problem je sveden na isključivo dejstvo inercijalnih i gravitacionih uticaja, pa je u (7-2) dopisano još samo g. Ova funkcija je načelno ista kao i ranija (3-75), što znači da se i ovde, sa istim objašnjenjem, može očekivati da će dimenzionalna analiza smanjiti broj veličina u razmatranju za dve. Nastojalo se da se problem uprosti na sledeći način:

a) Nadvišenje nivoa pokušava se izraziti kao pojava koja zavisi isključivo od elemenata u poprečnom preseku, što znači da je zanemarljivo uticanje rastojanja na kome se presek nalazi. Na taj način analiza podužnog tečenja bila bi potpuno odvojena od analize u poprečnom preseku. Tako bi se stvar jako uprostila i tome se težilo makar se malo i izgubi u tačnosti. Ovo nastojanje je potpuno u skladu sa osnovnom koncepcijom ovog rada, koja je izložena u uvodnim razmatranjima.

b) Pokušalo se da se i broj veličina koje definišu poprečni proticajni presek smanji, razmatranje se svelo na uzimanje samo: dubine h i poprečnog preseka A , jer je njima već donekle odredjena i širina kanala. Sem toga, prelivni bok projektuje se uvek u nagibu približno 3:2, a uticaj variranja nagiba neprelivnog boka nije toliko izrazit da znatno menja vrednost za nadvišenje.

Opisana nastojanja dovela su do toga da se pokušalo se uprošćenom zavisnošću:

$$\Delta h = \Delta h\,(H, h, A, q, g) \qquad (7-3)$$

koja zamenjuje ranije napisanu (-7-2).

Kako je za (7-2) navedeno da se primenom dimenzionalne analize broj veličina može smanjiti za dve, to važi i za (7-3), pa se umesto nje, uzevši H za jedinicu, dobija:

$$\frac{\Delta h}{H} = \frac{\Delta h}{H}\left(\frac{h}{H}, \frac{A}{H^2}, \frac{q}{\sqrt{gH^3}}\right) \qquad (7-4)$$

Nizom pokušaja prethodna simbolično napisana funkcija svela se na sledeći eksponencijalni izraz:

$$\frac{\Delta h}{H} = \left(\frac{h}{H}\right)^{-1/2}\left(\frac{A}{H^2}\right)^{-1/2}\frac{q}{\sqrt{gH^3}} = \frac{q}{\sqrt{gAh}} \qquad (7-5)$$

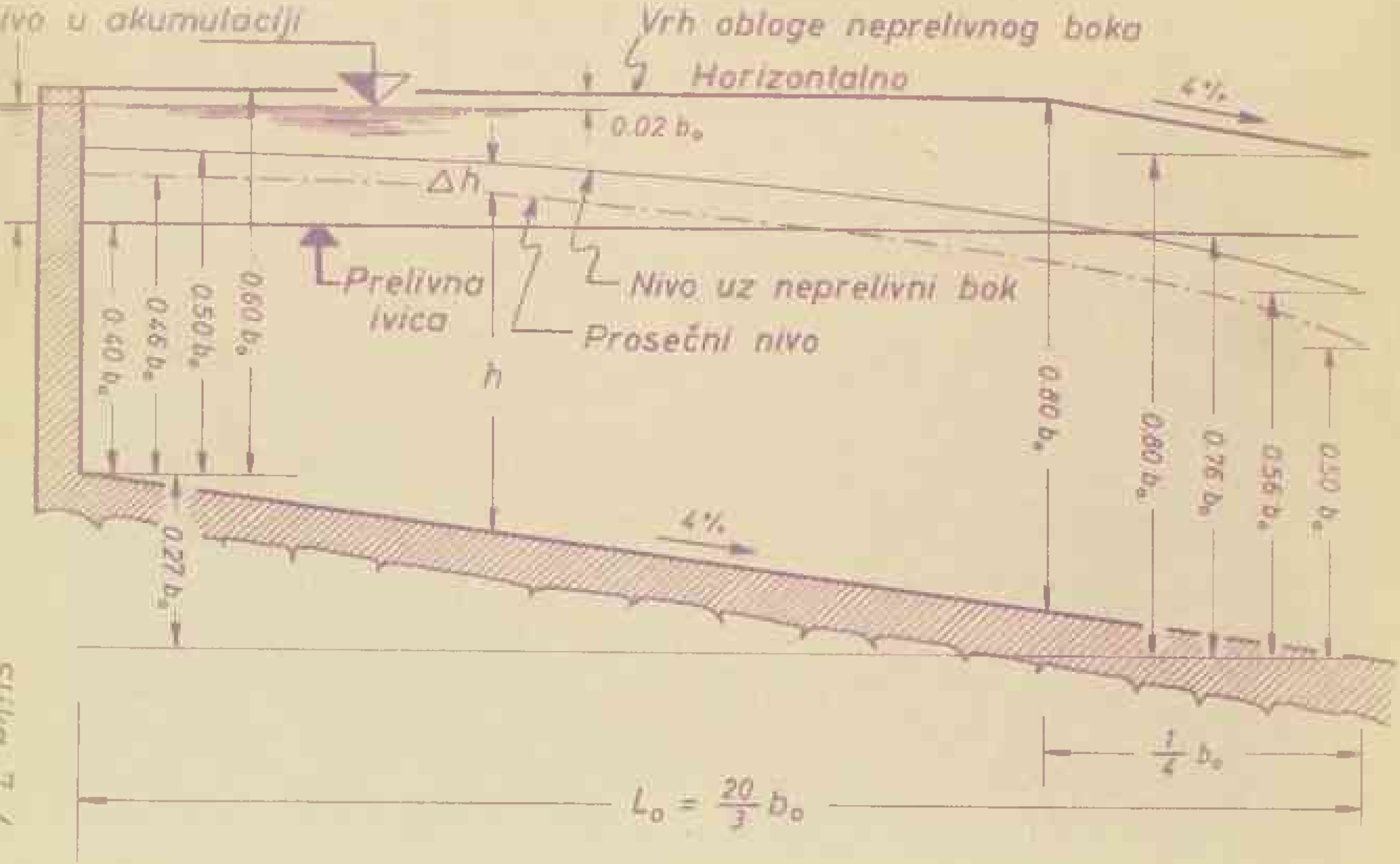
To je u stvari krajnji rezultat, napisan unapred, kao (7-1).

* * *

Ovde se može dodati načelno isti komentar kao i iza opšteg rešenja u poglavlju 6. Naime, treba opet naglasiti da se težilo da izraz bude što prostiji, jer težnja za većoj tačnosti nije opravdana, pošto prethodno ima karakter procene – kao i svi hidraulički računi, odnosno svi računi u tehničkoj praksi. Odredjivanje gornje ivice neprelivnog boka sabirnog kanala treba obaviti istim rasudjivanjem koje se čini i pri dimenzionisanju uobičajenih kanalskih tokova. Tamo je sadržana izvesna rezerva u izboru koeficijenta rapavosti, jer preporuke za praktičnu primenu unose nominovno takvu rezervu, a pored toga još se na sračunati [illegible] vode dodaje nadvišenje obloge. Ovde, kod samog proračuna ne mogu se očekivati namerne rezerve na strani sigurnosti. Pored toga, ovde se mora voditi računa da nivo vode znatno pulzira, a da su eksperimentima odredjene prosečne (kroz vreme osrednjenje) vrednosti nadvišenja. Dalje, može se očekivati uvlačenje vazduha usled vrtložnog kretanja, talasanje nivoa usled vetra i slično. Čak kada se jedan konkretni zadatak poveri modelu, mora se, pri prenošenju zaključaka na objekat u prirodi, voditi računa o navedenim činjenicama, jer su pulzacije nivoa znatno objektima u prirodi znatno izrazitije od onih koje se dobijaju direktnim prenošenjem sa smanjenog modela. Zbog toga, a i zbog činjenice da na modelu ne dolazi do uvlačenja vazduha, dok u prirodi može doći, mora se pri davanju preporuke za projekat dati znatna rezerva. Sve ove činjenice govore da je nesmotreno štedeti na oblozi kanala, a to je skoro i besmisleno, jer opravdano nastojanje za nadvišenje obloge dovodi do zanemarljivog povećanja ukupnih troškova iz izgradnje sabirnog kanala. Uz ovo treba još dodati i to da je sabirni kanal uvek sastavni deo nekog hidrauličkog sistema i da kod njega nema smisla nastojanje za nekom preteranom tačnošću kada to nije moguće u hidrauličkim proračunima uopšte. Naime, ostali delovi objekta neminovno će u[illegible] izvesnu rezervu, pa istu ne treba uskratiti i sabirnom kanalu i namerno tu stvarati "usko grlo proticaja ". Jasno je i to da će projekat lakše moći opravdati i eventualno preterivanje u nadvišenju obloge ako su posledice od prskanja vode iz kanala nepoželjnije. Prethodna razmatranja mogu se shvatiti kao neminovnosti koje prate svaki konkretni zadatak tehničke prakse i tako ih treba i shvatiti. Moglo bi se, medjutim, zapitati čemu se zašto se sprovodio tako obiman eksperimentalni rad, a zaključak se ne može shvatiti kao potpuno odredjen. Odgovor je sledeći: O nadvišenju nivoa uz neprelivni bok nije bilo nikakvih sigurnijih podataka i prethodno data procena, u vidu obrasca (7-1), ukazuje na red veličine, bez toga to pitanje bi bilo u potpunoj neizvesnosti; dok se ovako zna da to nadvišenje i nije problem koji zahteva izuzetnu pažnju. Sem toga procena nadvišenja nivoa vode poslužiće, kako je u početnim razmatranjima navedeno, i za dobijanje kriterijuma čije zadovoljenje znači da se može očekivati da tečenje kanalom nizvodno neće biti izrazitije i neprihvatljivo poremećeno bočnim slivanjem. Ovo će biti izloženo u narednom odeljku (7.3.), a to je pitanje koje zaslužuje pažnju.

* * *

Modelska ispitivanja sabirnih kanala sa bočnim slivanjem, koja su namenjena hidrotehničkim objektima, i koja su već korišćena u poglavlju 6. (Prilog 6.1.) poslužiće i ovde da se na rezultatima tih ispitivanja proveri dobijeni obrazac (7-1). To je učinjeno na Prilogu 7.1., koji ukazuje da na prilično dobro slaganje rezultata tih modelskih ispitivanja i sistematskih eksperimentalnih istraživanja u okviru ovog rada. Projekti koji su izradjeni prema tim modelima odredili su gornju ivicu obloge na neprelivnom boku nešto više iznad registrovanog nivoa vode uz bok, a tako je i preporučeno modelskim izveštajem, a to je potpuno u skladu sa malopre izloženim. Daće se i jedan primer kako je postupljeno.Sl. 7-4. odnosi se na sabirni kanal bočnim prelivom za evakuaciju velikih voda iz mikroakumulacija - taj primer korišćen je u poglavljima 4.- 6. i ucrtane linije su u skladu sa ranije iznesenim podacima. Izmedju računa i modela nema bitnih razlika, a vidi se da je ostavljena prilična rezerva iznad nivoa uz neprelivni bok i gornje ivice obloge. Na sličan način se postupa i u drugim slučajevima. Naime, uvek se neprelivni bok za prvu polovinu sabirnog kanala (pa čak i duže) može podići do nivoa vode ispred preliva, jer je tu opadanje nivoa u kanalu uvek blago. Nizvodnim smerom se ovaj blok snižava, prema uslovima na nizvod-


ivo u akumulaciji
Vrh obloge neprelivnog boka
Horizontalno
4%
0.02 b₀
Δh
Prelivna ivica
Nivo uz neprelivni bok
Prosečni nivo
h
0.60 b₀
0.50 b₀
0.46 b₀
0.40 b₀
0.27 b₀
0.80 b₀
0.76 b₀
0.56 b₀
0.50 b₀
1/4 b₀
L₀ = 20/3 b₀

nom kraju, ali idući nizvodno razumna je veća rezerva, jer su svi elementi, o kojima je bilo reči, sve izrazitiji

7.3. Uslov za ostvarenje nizvodnog oticanja kanalom bez neprihvatljivog uticanja bočnog slivanja

Na sl. 7-3, vidi se da su eksperimenti obuhvatili domen:

$$\frac{\Delta h}{H} \sim \frac{q}{\sqrt{g A h}} \lessapprox 0.15$$

i da bi daljne povećanje $\frac{q}{\sqrt{g A h}}$ dovodilo do naglijeg povećanja $\Delta h/H$, a $\Delta h/H = 0.15$ već se može smatrati prilično velik, jer je razlika nivoa vode uz neprelivni bok i uz prelivni otprilike $2\Delta h$ (vidi sl. 7-1). Dalje, kako je u nizvodnom preseku $h < H$, a h/H može da bude i ispod o.8, ispada da je za $\Delta h/H = 0.15$:

$$\frac{2\Delta h}{h} \sim 0.4$$

pa čak i veće, a ovo znači da je razlika dubine uz neprelivni i prelivni bok kanala ravna o.4 dubine. Takvo rešenje govori o jako velikom poprečnom nagibu vodene površine i velikom nadvišenju nepravilnog boka, uz prilično slabo iskorišćenje iskopanog poprečnog preseka. Sem toga, primećeno je, kod tako velikih $\Delta h/H$, da je oticanje sabirnim kanalom već dosta poremećeno bočnim slivanjem.

Ako se pogledaju modelom ispitani i za gradjenje preporučeni sabirni kanali (Prilog 7.1) vidi se da je, kod njih, $\Delta h/H$, odnosno $q/\sqrt{gAh}$, negde izmedju o.lo i o.15. Izuzetak čini sabirni kanal uz bočni preliv brane Polemidija, gde je ta vrednost dostigla o.2o. Medjutim, taj objekat propušta traženu količinu vode, ali se iz fotografija tečenja može zaključiti da je tu tečenje prilično neumireno, odnosno izrazito poremećeno bočnim slivanjem.

Sve ovo govori o tome da se kao preporuka za projektovanje može dati sledeći kriterijum:

$$\frac{q}{\sqrt{gAh}} < 0.15 \qquad (7-6)$$

uz napomenu da je to krajnja granica i da je poželjno da se ona nikada ne dostiže.

Kriterijum (7-6) može da posluži kao provera usvojenih dimenzija poprečnog preseka, jer kada je isti zadovoljen, ne treba očekivati da će bočno slivanje znatnije remetiti oticanje kanalom nizvodno.

7.4. Obezbedjenje nepotopljenosti preliva. Uslov za visinski smeštaj uzvodnog preseka

Bočno slivanje utiče i na visinski smeštaj [illegible]nog kanala, jer uzvodni presek treba tako postaviti da [illegible] ne potapa preliv. Treba dati uslov za to, jer će sa tim biti upotpunjeno opšte rešenje. Naime, tamo, u poglavlju [illegible], to pitanje je ostavljeno nerešeno i ostavljeno za ovde.

Najprihvatljivije rešenje je ovo:

Proticaj za koje kanal predvidjen (maksimalni oče[illegible]kivani proticaj kanalom) treba da bude na granici potopljenosti. Ako se ova granica postiže pri nekom manjem proti[illegible]caju, onda će maksimalni proticaj potopiti preliv što [illegible]vodi do izdizanja vode ispred preliva. To je, sa jedne [illegible], neekonomično, jer se mora računati da znatno većim [illegible] [illegible] ispred preliva. Medjutim, sa druge strane, [illegible] je to malo pre objašnjeno, potapanje preliva [illegible] [illegible] neželjenih posledica u sabirnom kanalu, do remećenja [illegible] [illegible]. Naime, kako je izloženo, potapanje ne umiruje [illegible], nego baš naprotiv – remeti ga. Medjutim, preterano [illegible] [illegible] uzvodnog poprečnog preseka dovodi do nepotrebnog [illegible]

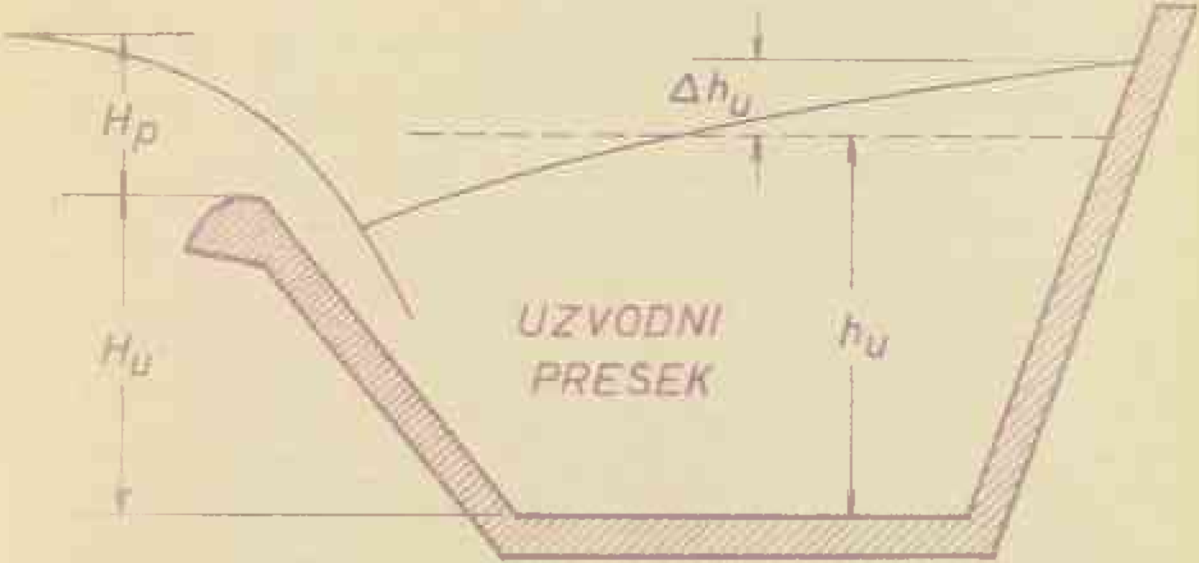
[illegible] kanala, što je opet nerazumno. [illegible], pošto je razumljiv, navedeni uslov da maksimalni predvidjeni proticaj teče na samoj granici potopljenosti uzvodnog preseka. Kod modelski ispitivanih objekata za praksu tako [illegible] i postupa. Sl. 7-5 načelno je prikazan prethodno objašnjeni uslov.

Odredjivanje položaja uzvodnog poprečnog preseka može se obaviti preko bezdimenzionalne veličine Θ koja se daje sledećim odnosom:

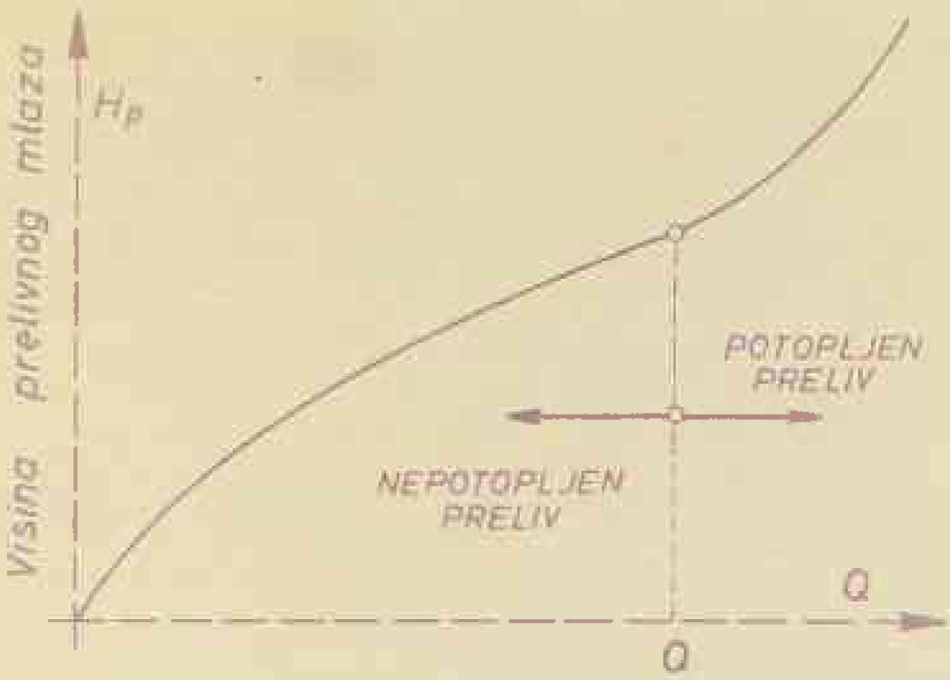
$$\Theta = \frac{h_u - H_u}{H_p} \qquad (7-7)$$

jer konstruktivna dubina, na uzvodnom kraju H_u može da [illegible] manja od prosečne dubine h_u (vidi sl. 7-5), [illegible] se preliv ne potapa. Jasno je da $H_u - h_u$, a samim [illegible] i [illegible] dostići veću vrednost ako je Δh veći, jer je [illegible] poprečni nagib nivoa vode.

Na Prilogu 7.2. prikazan je uvedeni pokazatelj [illegible] modele iz prakse (opet su uzeti oni sa Priloga 6.1 i [illegible]). Vidi se da je Θ najveći i ravan o.74 [illegible] $\Delta h / H$. [illegible] objekat za koga je rečeno da bočno slivanje [illegible] ostalih objekata Θ [illegible] δ [illegible] da se [illegible] Θ = 1/[illegible].



Slika 7.6.


Visina prelivnog mlaza
H_p
POTOPLJEN PRELIV
NEPOTOPLJEN PRELIV
Q
Q

Slika 7.5.

[illegible] je donja granica i da nije neuputno to smanjiti, ali ispod [illegible] ići ispod 1/3, odnosno

$$\frac{1}{3} < \Theta = \frac{h_u - H_u}{H_p} < \frac{1}{2} \qquad (7-8)$$

Treba dodati, da bi se izbegla eventualna zabuna, da na Prilogu 7.2. nije prikazan i preliv uz branu Vodoča, koji je uziman na Prilozima 6.1 i 7.1. Razlog za to je što se kod tog objekta sa zahtevanim maksimalnim proticajem ne dostiže granica potopljenosti. Ona bi se dostigla tek sa 150 m^3/s, pa je, prema tome, ovde uzeta još i izvesna rezerva u tom pogledu. Kod svih ostalih objekata, medjutim, baš sa maksimalnim očekivanim proticajem počinje potopljenost kako je malo pre i objašnjeno. Grafički prikaz propusne moći svih objekata navedenih u Prilogu 7.1. načelno se podudara sa sl. 7-3. gde Q_o označava proticaj za koji je kanal projektovan, tj. maksimalno očekivani proticaj.

NADVIŠENJA NIVOA VODE UZ [illegible] KOD IZMERENA NA MODELIMA PROJEKTOVANIH OBJEKATA

Odvodni kanal sa bočnim prelivom za [illegible]	Presek	H	Δh	$\frac{\Delta h}{H}$	$\frac{q}{\sqrt{[illegible]}}$
		m			
Vodača	Uzvodni	3.5	0.5	0.14	0.14
	Nizvodni	7.9	0.7	0.09	0.07
Glažanj	Uzvodni	4.8	0.5	0.10	0.14
	Nizvodni	5.9	0.5	0.09	0.11
Slobodica	Uzvodni	11.6	1.5	0.13	0.13
	Nizvodni	15.3	1.9	0.12	0.10
Polesidija	Uzvodni	4.2	0.7	0.17	0.19
	Nizvodni	5.0	1.0	0.20	0.20
Gajronvala	Uzvodni	2.7	0.4	0.15	0.12
	Nizvodni	2.7	0.4	0.15	0.12
Mikro akumula-cija	Uzvodni	$0.40\cdot b_o$	$0.06\cdot b_o$	0.16	0.08
	Nizvodni	$0.67\cdot b_o$	$0.06\cdot b_o$	0.09	0.08

H i Δh označavaju isto što i na slici 7-3; $q=\frac{Q_o}{L_o}$

Poslednja vertikalna kolona sračunata je podacima sa Priloga 6.1., gde se, kao i kroz ceo rad, indeks "o" odnosi na nizvodni, a indeks "u", na uzvodni presek kanala.

Vrednosti upisane u poslednje dve kolone tablice međusobno se mnogo ne razlikuju, što ukazuje da se proračun nadvišenja nivoa po obrascu (7-1) ne odstupa mnogo od rezultata dobijenih modelima.

[illegible]

VREDNOSTI POKAZATELJA POTOPLJENOSTI θ [illegible]

ISPITIVANJIMA

[illegible]	H_u	[illegible] m	[illegible]	$\theta =$ [illegible]
[illegible]	4.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	11.6	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.7	[illegible]
[illegible]	2.7	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] - akumulacija	o.40 b_o	o.46 $b_{[illegible]}$	[illegible]	[illegible]

Oznake iz zaglavlja tablice pri[illegible] su na [illegible]

Podaci se odnose na projektovan[illegible]

[illegible] granica potopljenosti, (vidi sliku [illegible]).