

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовано комисију Наставно-научно веће Природно-математичког факултета на 11. седници одржаној 20. јуна 2013. именовало је Комисију</p> <p>2. Састав комисије са знаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <p>1. др Зорана Лужанин, редовни професор ПМФ-а у Новом Саду, ужа научна област нумеричка математика, изабрана у звање 2007. године, председник</p> <p>2. др Наташа Крејић, редовни професор ПМФ-а у Новом Саду, ужа научна област нумеричка математика, изабрана у звање 2004. године, ментор</p> <p>3. Stefania Bellavia, Ph.D. Associate Professor, University of Florence, Italy, member (ванредни професор Универзитета у Фиренци, члан)</p> <p>4. др Миодраг Спалевић, редовни професор Машинског факултета у Београду, ужа научна област математика (рачунарство), изабран у звање 2008. године, члан</p>
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Наташа, Мирослав, Крклец Јеринкић</p> <p>2. Датум рођења, општина, држава: 9.9.1984. Нови Сад, Србија</p> <p>3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив: Природно-математички факултет, дипломске студије Математика финансија, 2003-2007, дипломирани математичар - математика финансија</p> <p>4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија: 2007, докторске студије математике</p> <p>5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране: -</p> <p>6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука: -</p>

**III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:
III TITLE OF THE DOCTORAL DISSERTATION**

Методи линијског претраживања са променљивом величином узорка - дисертација је на енглеском језику

Line search methods with variable sample size

**IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:
IV OVERVIEW OF THE DOCTORAL DISSERTATION:**

Докторска дисертација је написана на 222 стране, на енглеском језику. Садржи 6 поглавља у следећем редоследу

1. Overview of the background material / Преглед дефиниција и теорема
2. Nonlinear optimization / Нелинеарна оптимизација
3. Stochastic optimization / Стохастичка оптимизација
4. Line search methods with variable sample size / Методе линијског претраживања са променљивом величином узорка
5. Nonmonotone line search with variable sample size / Немонотоне методе линијског претраживања са променљивом величином узорка
6. Numerical results / Нумерички резултати

Дисертација садржи и библиографију са 73 библиографске јединице, биографију кандидата, 5 слика и 15 табела. Поред наведеног, садржи и кључне документацијске информације на српском и енглеском језику, увод, захвалницу, списак слика, списак табела, као и апстракт на српском и енглеском језику.

The doctoral dissertation contains 222 pages and is written in English. It is made up of 6 chapters listed above. Besides that, the dissertation contains the bibliography with 73 references, short biography of the candidate, Key words documentation both in Serbian and English, the list of 5 figures and 15 tables as well as the abstract in Serbian and English.

VI ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:
VI EVALUATION OF THE INDIVIDUAL PARTS OF THE DOCTORAL DISSERTATION:

Наслов докторске тезе је јасно и прецизно формулисан, одржава текст и садржај истраживања.

The title of the dissertation is clear and precise and corresponds to the content and research presented in the dissertation.

Прво поглавље тезе садржи преглед ознака, дефиниција и теорема из области које су релевантне за праћење резултата изложених у тези: функционалне анализе, линеарне алгебре и стохастичке анализе.

The first chapter of the dissertation contains an overview of notation, definitions and theorems from the mathematical areas that are relevant for the content presented in the thesis: functional analysis, linear algebra and stochastic analysis.

Друго поглавље тезе покрива постулате нелинеарне оптимизације за проблем без ограничења. Како је предмет истраживања у тези метод линијског претраживања (за проблеме стохастичке оптимизације), нагласак у овом поглављу је управо на релевантим резултатима за метод линијског претраживања у класичном (детерминистичком) случају. Посебно су представљени познати резултати за монотона правила линијског претраживања и резултати за немонотона правила линијског претраживања. Јасно је образложена мотивација за увођење немонотоних правила као и међусобни однос ове две групе метода. Приказани резултати су добро одабрани и обухватају све најважније савремене методе.

The second chapter covers fundamentals of nonlinear optimization for unconstrained problems. The emphasis in this chapter is on the results for line search methods in the classical (deterministic) case as the research topic of the dissertation are line search methods for stochastic problems. The results for monotone and non-monotone line search methods are presented in two separate sections. A clear motivation for introducing non-monotone rules is provided and the mutual relationship between these two classes is established. The presented results from the literature are well chosen and up-to-date, containing all important methods.

У трећем поглављу се разматра проблем стохастичке оптимизације. Прво је дат преглед различитих типова неизвесности које је представљају случајним променљивама. Затим су размотрене различите методе стохастичких апроксимација са теоријским резултатима о квалитету поједничних апроксимација. Посебно су размотрене апроксимације без употребе извода, пре свега различити типови диференцијских количника који су прилагођени стохастичким функцијама попут метода пертурбација у диференцијском количнику. Затим је представљен метод апроксимације узорачким очекивањем код ког су дати резултати везани за оцену пристраности и однос скупа решења оригиналног проблема и апроксимативног проблема помоћу узорачког очекивања. Последња секција у овом поглављу је посвећена методама апроксимације помоћу променљиве величине узорка. Како је за добру апроксимацију најчешће потребна велики узорак то је израчунавање апроксимације скупо, те методе са променљивом величином узорка имају велики значај јер омогућавају да се величина узорка мење током итеративног процеса и израчунавање апроксимације са мањим бројем рачунарских операција.

The third chapter deals with stochastic optimization. An overview of different types of uncertainties which are represented by random variables is given. Different methods of stochastic approximation are introduced together with the theoretical results regarding the quality of these approximations. The derivative free approximations are considered in a separate section, in particular finite difference approximations that are designed for stochastic problems like stochastic perturbation of finite differences. The Sample Average Approximation is introduced as well as estimations of the bias and the relationship between the solutions sets of the original problem and the sample average problem. The last section in this chapter is devoted to the sample average approximations with variable sample sizes. Given that a large sample is generally needed for a reasonably good approximation, the sample average approximation is in general expensive. Thus the methods with variable sample sizes are important as they allow changes of the sample size during the iterative process and hopefully cheaper approximation in terms of computational effort.

Четврто поглавље је оригинални допринос тезе. Проблем минимизације функције дате у облику математичког очекивања је трансформисан у проблем узорачког очекивања, при чему је величина узорка велики, али фиксан природан број, који се назива узорак максималне величине. За апроксимативни проблем је затим дефинисан метод линијског претраживања са променљивом функцијом циља. У сваком кораку итеративног поступка одређује се величина узорка и правац претраживања, а затим се примењује линијско претраживање са функцијом циља која је дефинисана као узорачко очекивање са одређеном величином узорка. Правац претраживања се бира као опадајући правац за тако дефинисану функцију циља, а линијско претраживање се заснива на Армижо услову. Величина узорка се одређује тако да се обезбеди добар однос између две величине - апроксимативне ширине интервала поверења за дату величину узорка и смањења функције циља дефинисане узорачким очекивањем са датом величином узорка. На овај начин се добија низ величина узорка који није монотон, и који дозвољава повећање, односно смањење прецизности апроксимације функције циља у зависности од напретка у смањењу функције циља. Додатна контрола је уведена помоћу параметра који спречава непродуктивна смањења узорка. Показано је да се на овај начин добија низ апроксимација који конвергира ка решењу апроксимативног проблема са унапред фиксираном максималном величином узорка, те је добијено решење истог квалитета као и решење добијено поступком узорачког очекивања са максималном величином узорка. Но поступак са овако дефинисаном променљивом величином узорка захтева значајно мање рачунарских операција јер користи мање прецизне апроксимације док се итерације налазе далеко од решења. Предност поступка у односу на познате методе, које се углавном баве динамиком монотонно растуће величине узорка, је управо у равнотежи између напретка оствареног у смањењу вредности функције циља и прецизности апроксимације. Конвергенција метода је доказана за класу опадајућих правца, под стандардним претпоставкама о функцији циља.

The fourth chapter is an original contribution of this dissertation. The unconstrained optimization problem with the objective function given in the form of mathematical expectation is transformed in sample average approximation problem with fixed but substantially large sample size that is called the maximal sample size. This approximate problem is then considered within the framework of line search methods but with variable objective function. In each step of iterative procedure one is supposed to determine a sample size and a search direction and apply line search with the objective function defined as the sample average approximation with the current sample size. The search direction is chosen as descent direction for such objective function, and the line search step is governed by the Armijo rule. The sample size is chosen such that the balance between two quantities is kept - the approximate width of the confidence interval for the chosen sample and the decrease in the objective function defined by the same sample. The

obtained sequence of sample sizes is non-monotone and increase as well as decrease in the precision is allowed according to the progress in the decrease of the objective functions. An additional safe guard parameter is introduced to avoid unproductive decrease in the sample size. It is shown that the iterative sequence obtained by the described method converges to the solution of the sample average problem with the maximal size and thus the obtained solution is of the same quality as the solution obtained by the sample average approximation method with the maximal sample size. But the method with variable sample size requires significantly smaller computational effort as it uses less precise approximations when far away from the solution. The advantage of this method in comparison with other variable sample size methods, that are mainly dealing with increasing sample sizes, is in the balance between precision and decrease in the objective function. The convergence of the method is proved for descent directions under the set of standard assumptions on the objective function.

Проширење резултата добијених у четвртм поглављу на класу немонотоних поступака линијског претраживања је дато у петом поглављу. Многи правци претраживања који су погодни за примену нису увек опадајући - попут приближног градијента добијеног помоћу коначних разлика или SR1 правца. Шта више, присуство шума и променљиве функције циља имплицирају да опадање тренутне функције циља у тренутној итерацији не значи и опадање вредности коначне функције циља. Због тога је шема са променљивом величином узорка, представљена у претходном поглављу, проширена на класу немотоних поступака линијског претраживања. Посматране су три главне немотоне шеме које се појављују у литератури - такозвано мах правило код ког се захтева опадање вредности у односу на максимум фиксираног броја претходних итерација, правило код кога се посматра опадање у односу на конвексну комбинацију фиксног броја претходних итерација и правило које је генерализација Армижо правила добијено додавањем ненула елемената конвергентног реда. За оба правила је показана конвергенција поступка са променљивом величином узорка. Шта више, показана је R-линеарна конвергенција под стандардним претпоставкама.

The extension of the results from the fourth chapter towards non-monotone line search methods is presented in the fifth chapter. Many useful search directions are not always descent - like finite difference approximation of the gradient or SR1 direction. The presence of noise and variable objective functions imply that the descent in the current objective function in each iteration is not necessarily a descent of the final objective function. Thus the variable sample scheme derived in the previous chapter is extended to the case of non-monotone line search methods. Three main types of non-monotone rules in literature are considered - the so called max rule where the descent is required with respect to the maximal value of a fixed number of previous iterations, the rule which considers the descent with respect to a convex combination of a fixed number of previous iterations and the rule which is a generalization of the Armijo rule obtained by adding nonzero elements of a summable sequence. For both rules the convergence of the variable sample scheme is proved. Furthermore the R-linear convergence is proved under the set of suitable assumptions.

Последње поглавље садржи богату колекцију нумеричких експеримената који потврђују теоријске резултате добијене у дисертацији. Монотоне методе су тестиране на скупу академских тест примера и на микс-логит проблему који се често користи за моделирање реалних проблема. Резултати садрже поређење између метода уведених у овој дисертацији са неколико релевантних метода укључујући и хеуристичку динамику повећања величине узорка. Посматрани правци претраживања су правац негативног градијента и БФГС правац. Тестирања су извршена за фиксну вредност сигурносног параметра и без тог параметра и показала су оправданост увођења параметра. Немонотоне методе су дефинисане преко 6 различитих правила којима су покривене све важне методе ове врсте. Посматрано је

неколико праваца претраживања - правац негативног градијента, спектрални градијент, апроксимација градијента помоћу коначних разлика, SR1 правац и БФГС правац. Укупно је тестиран 21 метод на скупу академских тест примера. Последњи тестирани пример је проблем најмањих квадрата који потиче од проблема фитовања података у реалном моделу. Добијени нумерички резултати потврђују теоријске резултате добијене у тези. Неколико индикатора, попут индекса ефикасности и профила понашања, потврђују добро понашање метода линијског претраживања са променљивом величином узорка. Пажљиво су анализирана немотона правила и закључено је да је присуство немонотоности корисно, као и у детерминистичком случају, али да ниво немонотоности не треба да буде превисок. Сви експерименти су извршени у софтверском пакету Matlab.

The last chapter contains a rich collection of numerical experiments which confirm the theoretical results obtained in the dissertation. The monotone methods are tested on a set of academic test examples and on the mix-logit problem that is often used for modelling real-life situations. The results contain comparison between the methods introduced in the dissertation with several other methods including a heuristic scheduling of the sample size. The search directions that are considered are the negative gradient and the BFGS direction. The test are done for a fix value of the safeguard parameter and without it and the results justify the introduction of this parameter. The non-monotone methods were considered within 6 different rules that cover all important methods of this kind. Several search directions are considered - the negative gradient, the spectral gradient, finite-difference gradient approximations, SR1 direction and BFGS direction. In total 21 methods are compared on a set of academic examples. The last tested example is a least square problem coming from data fitting in a real-life problem.

The results of numerical experiments confirm the theoretical results presented in the dissertation. Several indicators like efficiency index and performance profile confirm good behaviour of the proposed variable sample size line search methods. The role of non-monotone rules is carefully analyzed and it is shown that in general non-monotonicity is beneficial, as in the deterministic case, but that the level of non-monotonicity should not be too high. All experiments are done in Matlab.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

1. N. Krejić, N. Krklec, Line search methods with variable sample size for unconstrained optimization, Journal of Computational and Applied Mathematics 245 (2013), 213-231, M21
2. N. Krejić, N. Krklec Jerinkić, Nonmonotone line search method swith variable sample size (submitted)

VII ZAKЉUČCI OДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА
VII CONCLUSION I.E. RESULTS OF THE RESEARCH

Основни резултати добијени у овој дисертацији су следећи:

1. Формулисан је поступак линијског претраживања са променљивом величином узорка за решавање проблема минимизације функције која је дата у облику математичког очекивања. Функција циља се стандардно трансформише у проблем узорачког очекивања са максималном величином узорка. Итеративни поступка који је дефинисан у свакој итерацији одређује величину узорка, правац претраживања и дужину корака користећи апроксимацију функције циља са тренутном величином узорка. Величина узорка се одређује тако да се оствари сагласност прецизности и смањења добијеног у апроксимативној функцији циља. Дефинисан је додатни сигурносни параметар који спречава непродуктивно смањење узорка. Добијени низ величина узорка је немонотон, за разлику од досада познатих растућих низова величина узорка. Приближно решење добијено на овај начин јесте решење проблема узорачког очекивања са максималном величином узорка, те је добијен поступак истог квалитета као стандардни САА поступак, али је значајно јефтинији. Доказана је конвергенција поступка под стандардним претпоставкама.

Line search methods with variable sample size are defined for the problem of minimization if the objective function is given as the mathematical expectation. The objective function is transformed into the sample average approximate function with the maximal sample size. In each iteration of the proposed iterative method one has to determine a sample size, a search direction and a step size using the objective function with the current sample size. The sample size is defined in such a way that the precision and decrease of the approximate objective function stay in concordance. An additional safe guard parameter is defined in order to prevent unproductive decrease of sample size. The obtained sequence of sample sizes is non-monotone, contrary to the common increasing sequences of sample sizes. The approximate solution obtained by these methods is of the same quality as the solution obtained by SAA methods with the maximal sample size, so the methods are of the same quality as SAA methods but significantly cheaper. The convergence is proved under a set of standard assumptions.

2. Дефинисан је немонотони поступак линијског претраживања са променљивом величином узорка, који омогућава примену правца претраживања који нису опадајући у свакој итерацији. Показана је конвергенција за најважније методе из ове класе под стандардним претпоставкама. Такође је показана Р- линеарна конвергенција уз уобичајене услове за функцију циља. Добијена тврђења о реду конвергенције представљају нетривијалну генерализацију резултата у детерминистичком случају.

2. Non-monotone line search with variable sample size that allows use of search directions which are not necessarily decreasing in each iteration is defined. The convergence of the most important methods in this class is proved under a set of standard assumptions. R-convergence under a set of common conditions for the objective function is also proved. The obtained statements on the order of convergence are a nontrivial generalization of the corresponding statements in deterministic case.

3. Теоријски резултати су верификовани на релеватним нумеричким примерима. Тестирања су извршена за монотоне и немонотоне методе предложене у дисертацији и извршено је поређење са релевантним методама из литературе. Показано је да предложене методе представљају добру алтернативу за решавање како академских тако и проблема насталих у моделирању реалних проблема.

3. Theoretical results are verified on a set of relevant numerical examples. The testing is made for both monotone and non-monotone methods proposed in the dissertation and these methods are compared with the methods from literature. It is shown that the proposed methods are a good alternative for solving both academic problems and problems coming from real-world models.

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА
VIII EVALUATION OF THE PRESENTATION AND INTERPRETATION OF THE RESULTS

Експлицитно навести позитивну или негативну оцену начина приказа и тумачења резултата истраживања.

Кандидаткиња је у целости обавила истраживања предвиђена планом датим у пријави теме докторске дисертације. Материјал приказан у тези је изложен на адекватан начин, јасно и разумљиво. Увидом у коришћену литературу закључујемо да је кандидаткиња пришла истраживању познајући шире теоријске аспекте проблема, као и да је упозната са досадашњим сазнањима у области истраживања. Добијени резултати су квалитетно упоређени са резултатима других аутора и изведени су одговарајући непристрасни закључци.

Комисија констатује да је кандидаткиња адекватно тумачила добијене резултате и да начин приказа резултата у потпуности одговара карактеру спроведеног истраживања.

Explicitly give a positive or negative evaluation of the presentation and interpretation of the research results.

The candidate has fully accomplished the research foreseen by the plan given in the submission of the topic of the dissertation. The material presented in the dissertation has been laid out in a suitable, clear and understandable manner. Based on the referenced literature, it is clear that the candidate has approached the research fully aware of the wider theoretical aspects of the problems in question, and that she is familiar with the scientific positions in the addressed fields of research. The obtained results have been compared with the results obtained from other authors and adequate conclusions have been reached.

This committee concludes that the candidate has interpreted the obtained results appropriately and that the presentation of the research results is in full accordance with the nature of the undertaken research.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:
IX FINAL EVALUATION OF THE DOCTORAL DISSERTATION

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме?

Докторска дисертација је у потпуности написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме.

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе?

Дисертација садржи све битне елементе. Дат је приказ претходних резултата на које се дисертација ослања, детаљан преглед добијених нових резултата, као и исцрпан списак релевантних референци, који сведоче да је кандидаткиња одлично упозната са облашћу истраживања. Дисертација је прегледна и добро организована.

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци?

Дисертација садржи оригиналан научни допринос из области нумеричке математике. Дефинисане су две класе метода, монотоне и немотоне, за решавање проблема нелинеарне оптимизације без ограничења за функцију циља дату у облику математичког очекивања. Оба класе метода се заснивају на линијском претраживању и карактеришу се апроксимацијама функције циља са различитим величинама узорка током итеративног процеса. Извршена је теоријска анализа предложених поступака и показана њихова конвергенција под стандарним претпоставкама. Теоријски резултати су потврђени емпиријски, тестирањем на релевантним примерима и поређењем са другим методама развијеним за исту класу проблема.

4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања.

Дисертација нема недостатака.

Explicitly state whether or not the dissertation is written in accordance with the provided elaboration, as well as whether or not it contains all of the relevant elements. Provide clear, precise, and concise answers to questions 3 and 4:

1. *Is the dissertation written in accordance with the elaboration stated in the submission of the topic of the dissertation?*

The doctoral dissertation is, in its entirety, written in accordance with the elaboration stated in the submission of the topic of the dissertation.

2. *Does the dissertation contain all of the relevant elements?*

The dissertation contains all of the relevant elements. The provided summary of previous results on which the dissertation rests on, the detailed overview of the newly obtained results, as well as the comprehensive listing of relevant literature all bear witness to the fact that the candidate has a high level of mastery in the research field in question. The dissertation is clearly written and is well-organized.

3. *In what way does the dissertation constitute an original contribution to science*

The dissertation contains an original scientific contribution in the field of numerical mathematics. Two classes of methods, monotone and non-monotone, for nonlinear unconstrained optimization problem with the objective function in the form of mathematical expectation are given. Both classes are based on line search and characterized by approximate objective functions with different sample sizes during the iterative procedure. Theoretical analysis of the proposed methods is given and their convergence is proved under the standard assumptions. Theoretical results are confirmed empirically, by testing on a relevant set of examples and comparing the methods with other methods designed for the same type of problem.

4. *The shortcomings of the dissertation and their influence on the results of the research*

The dissertation has no shortcomings.

X ПРЕДЛОГ КОМИСИЈЕ:

X PROPOSAL OF THE COMMITTEE:

На основу укупне оцене дисертације, комисија предлаже да се докторска дисертација кандидаткиње Наташе Крклец Јеринкић, под називом *Методе линијског претраживања са променљивом величином узорка*, прихвати, а кандидаткињи одобри одбрана.

Based on the overall evaluation of the dissertation, this committee suggests that the doctoral dissertation of the candidate Nataša Krklec Jerinkić, entitled *Line search methods with variable sample size*, be accepted, and the candidate be granted the right to defend it.

др Зорана Лужанин, редовни професор ПМФ-а у
Новом Саду, председник

др Наташа Крејић, редовни професор ПМФ-а у
Новом Саду, ментор

Stefania Bellavia, Ph. D, Assoc. Prof. University of
Florence, member

др Миодраг Спалевић, редовни професор
Машинског факултета у Београду, члан