

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

**I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ**

1. Датум и орган који је именовao комисију

Научно-наставно веће Природно-математичког факултета у Новом Саду на **XXIII** седници одржаној **15. септембра 2011.** године, именовало је Комисију за оцену и одбрану докторске дисертације кандидата **ШТРБОЈА МР МИРЈАНЕ**, под насловом: **“Неједнакости за интеграле базиране на неадитивним мерама”**.

2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:

a. **Академик Олга Хацић**, редовни професор, *Математичка анализа и вероватноћа*, 16.06.1981., Математика, Природно-математички факултет, Нови Сад, председник.

b. **Академик Ендре Пап**, редовни професор, *Математичка анализа и вероватноћа*, 10.04.1986., Математика, Природно-математички факултет, Нови Сад, ментор.

c. **др Арпад Такачи**, редовни професор, *Математичка анализа и вероватноћа*, 27.03.1992., Математика, Природно-математички факултет, Нови Сад, члан.

d. **др Татјана Грбић**, доцент, *Математика*, 19.02.2009., Факултет техничких наука, Нови Сад, члан.

**II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ**

1. Име, име једног родитеља, презиме:

**Мирјана, Новак, Штрбоја**

2. Датум рођења, општина, република:

**10.08.1979., Зрењанин, Србија**

3. Датум одбране, место и назив магистарске тезе:

**13.02.2007., Нови Сад,**

**Примена псеудо-анализе на нелинеарне парцијалне диференцијалне једначине**

4. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука:

**Математичке науке**

**III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:**

**Неједнакости за интеграле базиране на неадитивним мерама**

**IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:**

Докторска дисертација кандидата мр Мирјане Штрбоје припада области Математике, ужа научна област Математичка анализа. Написана је на српском језику. Извод дисертације је дат на српском и енглеском језику. Садржи увод и 6 глава на 118 страна формата Б5. Садржај је следећи:

*Садржај* (2 стране)

*Увод* (3 стране)

*Интегрални базирани на неадитивним мерама*- прво поглавље (24 стране)

*Интегралне неједнакости за Шокеов, Сугенов и универзални интеграл* (22 стране)

*Јенсенова неједнакост за псеудо-интеграл* (11 страна)

*Неједнакост Чебишева за псеудо-интеграл*- четврто поглавље (10 страна)

*Неједнакости Холдера и Минковског за псеудо-интеграл*- пето поглавље (14 страна)

*Уопштење  $L^p$  простора*- шесто поглавље (14 страна)

*Литература* (7 страна, 88 референци)

**V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:**

На основу резултата истраживања у оквиру рада на докторској дисертацији као аутор или коаутор кандидат мр Мирјана Штрбоја је пет научних радова од којих су три рада објављена у врхунском међународном часопису (у првој четвртини SCI листе), а два рада су презентована на међународним конференцијама и објављена у зборнику радова тих конференција.

Докторска дисертација кандидата мр Мирјане Штрбоје спада у актуелну област математике и њене примене, теорију неадитивних мера и одговарајућих интеграла. Интегрални базирани на неадитивним мерама се успешно примењују у многим математичким, инжењерским и економским дисциплинама, у обради слике, теорији одлучивања, информационим технологијама и проблемима агрегације. Математичка теорија на којој су засновани ови интегрални је проистекла из области математичке анализе, теорије мере и теорије вероватноће.

У уводном делу дефинисани су циљеви истраживања, методе, главни резултати из области докторске дисертације, и наведене главне референце.

Како су резултати ове дисертације добијени у оквирима теорије неадитивних мера и одговарајућих интеграла, у првој глави је дат преглед главних појмова и теорема из те области.

У другој глави дати су оригинални резултати везани за уопштење Бервалдове неједнакости за Сугенов интеграл. Дата је неједнакост коју задовољава универзални интеграл, чије су последице неједнакости Чебишева и Минковског. Трећа глава садржи оригиналне резултате везане за уопштење Јенсенове неједнакости за псеудо-интеграл.

Оригинални резултати, везани за две неједнакости познате као неједнакости Чебишева за псеудо-интеграл, дати су у четвртој глави овог рада. Такође, дата је њихова примена у псеудо-вероватноћи.

Неједнакости Холдера и Минковског за псеудо-интеграл дате су у петој глави, што су такође оригинални резултати ове дисертације. Показана је Холдерова неједнакост у случају кад су псеудо-операције дефинисане помоћу монотоног и непрекидног генератора, затим кад је псеудо-сабирање идемпотентна операција док је псеудо-множење дефинисано помоћу генератора  $g$ . Такође је наведена неједнакост у случају када су обе псеудо-операције идемпотентне. Дата је неједнакост Минковског за

псеудо-интеграл за три случаја полупрстена.

Слично као у класичној теорији мере неједнакости Холдера, Минковског и Чебишева за псеудо-интеграл су примењене приликом уопштавања класичног  $L^p$  простора. Наиме, у шестој глави дата је дефиниција уопштене метрике на полупрстену, а затим је уведено уопштење  $L^p$  простора и уопштена метрика на њему. Слично као у класичној теорији мере показане неједнакости за псеудо-интеграл су примењене приликом уопштавања класичног  $L^p$  простора.

#### **VI Списак научних и стручних радова који су објављени или прихваћени за објављивање на основу резултата истраживања у оквиру рада на докторској дисертацији**

- [1] H. Agahi, R. Mesiar, Y. Ouyang, E. Pap, M. Štrboja, Berwald type inequality for Sugeno integral, Applied Mathematics and Computation 217 (2010) 4100-4108. (M21)
- [2] H. Agahi, R. Mesiar, Y. Ouyang, E. Pap, M. Štrboja, Hölder and Minkowski type inequalities for pseudo-integral, Applied Mathematics and Computation, Volume 217, Issue 21 (2011) 8630-8639. (M21)
- [3] E. Pap, M. Štrboja, Generalization of the Jensen inequality for pseudo-integral, Information Sciences 180 (2010) 543-548. (M21)
- [4] E. Pap, M. Štrboja, Generalization of the Jensen's inequality for pseudo-integral, Proc. of SISY 2008, Subotica, 2008, ISBN 978-1-4244-2407-8. (M33)
- [5] E. Pap, M. Štrboja, Generalization of the Chebyshev inequality for pseudo-integral, Proc. of SISY 2009, Subotica, 2009, ISBN 978-1-4244-5349-8. (M33)

#### **VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Класичне интегралне неједнакости везане за Лебегов интеграл уопштене су за интеграле базиране на неадитивним мерама. У овој дисертацији доказана је Бервалдова неједнакост за Сугенов интеграл која је публикована у раду [1]. Дата је неједнакост коју задовољава универзални интеграл, чије су последице неједнакости Чебишева и Минковског. Уопштења неједнакости Јенсена, Чебишева, Холдера и Минковског доказане су за псеудо-интеграл и дата је њихова примена у псеудо-вероватноћи. Претходни резултати су публиковани респективно у радовима [3], [4], [2]. Слично као у класичној теорији мере показане неједнакости за псеудо-интеграл су примењене приликом уопштавања класичног  $L^p$  простора.

#### **VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА НАПОМЕНА:**

Резултати и њихови докази у дисертацији су јасно изложени и детаљно је образложена веза добијених тврђења са истраживањима других аутора у овој савременој проблематици.

**IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:**

1. Дисертација је написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме и прихваћеном извештају Комисије за оцену подобности теме и кандидата.
2. Дисертација садржи све битне елементе, као што су дефинисање теме истраживања, преглед постојећих научних резултата у дефинисаној области, приказ добијених резултата, закључак и списак коришћене литературе.
3. Оригинални научни доприноси приказани у дисертацији су следећи:
  - показана је Бервалдова неједнакост за Сугенов интеграл;
  - доказана је неједнакост коју задовољава универзални интеграл, чије су последице неједнакости Чебишева и Минковског;
  - неједнакости Јенсена, Чебишева, Холдера и Минковског доказане су за псеудо-интеграл и дата је њихова примена у псеудо-вероватноћи;
  - претходне неједнакости за псеудо-интеграл су примењене приликом уопштавања класичног  $L^p$  простора
4. Дисертација нема недостатака који би утицали на приказане добијене научне резултате.

**X ПРЕДЛОГ:**

На основу укупне оцене дисертације, Комисија предлаже Научно-наставном већу Природно-математичког факултета у Новом Саду да се докторска дисертација прихвати и кандидату **Штрбоја мр Мирјани**, одобри одбрана дисертације под насловом:

**“Неједнакости за интеграле базиране на неадитивним мерама”**

КОМИСИЈА:

*Олга Хацић*

Академик Олга Хацић, редовни професор,  
Природно-математички факултет,  
Универзитет у Новом Саду, председник

*Ендре Пап*

Академик Ендре Пап, редовни професор,  
Природно-математички факултет,  
Универзитет у Новом Саду, члан

*Арпад Такачи*

др Арпад Такачи, редовни професор,  
Природно-математички факултет,  
Универзитет у Новом Саду, члан

*Татјана Грбић*

др Татјана Грбић, доцент,  
Факултет техничких наука,  
Универзитет у Новом Саду, члан