

Извештај је сатласаст.
Слађана Илић-Милић

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ПРИМЉЕНО: 22.04.2019			
Ор. бр.	Број	СТАТУС	ВРЕДНОСТ
05	230/16	-	-

Наставно-научном већу
Природно-математичког факултета
Већу за природно-математичке науке
Универзитета у Крагујевцу

На седници Наставно-научног већа Природно-математичког факултета у Крагујевцу одржаној 30.1.2019. године (број одлуке 90/XII-1) и на седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 20.2.2019. године (број одлуке IV-01-107/7) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације Јелене Томановић „Усредњене квадратурне формуле са варијантама и примене”. Јелена Томановић је поднела рукопис своје докторске дисертације Наставно-научном већу Природно-математичког факултета на оцену. Чланови Комисије су детаљно прегледали рукопис, проценили научни квалитет дисертације и указали кандидату на потребне корекције. Јелена Томановић је усвојила све предлоге Комисије и уградила их у коначну верзију дисертације, чиме су се стекли сви услови да Комисија поднесе следећи Извештај.

Извештај о оцени докторске дисертације

„Усредњене квадратурне формуле са варијантама и примене”

кандидата Јелене Томановић

1. Опис докторске дисертације

Значајно место у Нумеричкој интеграцији, која је део Нумеричке анализе, заузимају јединствене оптималне интерполационе квадратурне формуле, познате као Гаусове квадратуре. Тема ове докторске дисертације су екстензије Гаусових квадратура које служе за процену њихове грешке – пре свега, проучаване су уопштене усредњене Гаусове квадратуре које је увео Спалевеић 2007.

Текст дисертације је написан на укупно 77+х страна и садржи 11 табела и 1 слику.

Дисертација је подељена у пет глава – прве три главе обухватају материју чије познавање је корисно за лакше праћење оригиналних резултата кандидата, приказаних у четвртој и петој глави.

Прва глава садржи кратку историју интегралног рачуна, преглед недостатака аналитичких метода интеграције, а на крају су наведени и основни појмови везани за квадратурне формуле.

Друга глава је посвећена моничним ортогоналним и ортонормирним полиномима, трочланој рекурентној релацији и Јакобијевој матрици, затим класичним и Бернштајн-Сегеовим тежинским функцијама, као и интерполационим квадратурним формулама. На крају је размотрено питање конвергенције низа квадратурних сума, а дата је и карактеризација позитивних квадратурних формула значајна при конструкцији уопштених усредњених Гаусових квадратура.

Трећа глава је посвећена квадратурама Гаусовог типа. Разматране су Гаусова квадратура, као и неке њене екстензије као што су Гаус-Кронродова, уопштена усредњена Гаусова и скраћена уопштена усредњена Гаусова квадратура, које дају добру процену грешке ове формуле.

У четвртој глави приказани су оригинални резултати кандидата. Испитана је унутрашњост уопштених усредњених Гаусових квадратура и њихових скраћених варијанти са Бернштајн-Сегеовим тежинским функцијама. Услови унутрашњости исказани су преко коефицијената Бернштајн-Сегеових тежинских функција. Испитано је и у којим ситуацијама се уопштена усредњена Гаусова квадратура поклапа са Кронродовом екстензијом. Кроз нумеричке примере приказана је ефикасност уопштених усредњених Гаусових квадратура и њихових скраћених варијанти са Бернштајн-Сегеовим тежинским функцијама у процени грешке одговарајуће Гаусове квадратуре.

У петој глави такође су приказани оригинални резултати кандидата. Прво су преузете већ познате формуле за приближно израчунавање вишедимензионалних и хиперповршинских интеграла (по коцки, симплексу, сфери и лопти) конструисане узастопном применом Гаусових квадратура, а затим су аналогно конструисане формуле у којима се уместо Гаусових користе Гаус-Кронродове или уопштене усредњене Гаусове квадратуре. Апсолутна вредност разлике формуле конструисане узастопном применом Гаусових квадратура и формуле конструисане узастопном применом одговарајућих Гаус-Кронродових или уопштених усредњених Гаусових квадратура користи се за процену грешке формуле конструисане узастопном применом Гаусових квадратура. Ефикасност овакве процене илустрована је помоћу више нумеричких експеримената.

2. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у Нумеричкој анализи, посебно Нумеричкој интеграцији

Докторска дисертација „Усредњене квадратурне формуле са варијантама и примене” Јелене Томановић припада научној области Математика, односно ужој

научној области Нумеричка анализа. Посебан део Нумеричке анализе је Нумеричка интеграција у којој су обављена истраживања и добијени резултати изложени у овој докторској дисертацији.

Формуле за нумеричка израчунавања интеграла зову се квадратурне формуле или квадратуре. Међу њима су најефикасније Гаусове квадратуре, које представљају јединствене оптималне интерполационе квадратурне формуле. Ове формуле са највећим могућим алгебарским степеном тачности увео је Гаус још 1814. године, и од тада се интензивно проучавају и развијају у разним правцима. Године 1969. Голуб и Велш су дали алгоритам за ефикасну и нумерички стабилну конструкцију Гаусових квадратура. Важно питање у практичним израчунавањима је како (економично) проценити грешку Гаусових квадратура. У те сврхе, од посебног значаја су се показале Гаус-Кронродове квадратуре, које је 1964. године увео Кронрод. Од тада су овим формулама посвећена многа истраживања. За те формуле које имају све реалне чворове и све позитивне тежинске коефицијенте, конструисане су стабилне нумеричке процедуре, тако да је од великог значаја питање егзистенције позитивних Гаус-Кронродових квадратура. За многе класичне тежинске функције показано је да такве формуле не постоје. Када Гаус-Кронродове квадратуре не постоје, траже се њихове алтернативе. Једна таква алтернатива су усредњене Гаусове квадратуре, које су увели Лори 1996. и Спалевић 2007. Са становишта једноставне нумеричке конструкције, посебно су од интереса уопштене усредњене Гаусове квадратуре које је увео Спалевић, јер захтевају готово исти нумерички напор за конструкцију као и стандардне Гаусове квадратуре.

Јелена Томановић је у својој дисертацији обавила испитивање унутрашњости уопштених усредњених Гаусових квадратура и њихових скраћених варијанти са Бернштајн-Сегеовим тежинским функцијама, при чему су услови унутрашњости исказани преко коефицијаната Бернштајн-Сегеових тежинских функција. Питање унутрашњости (интерналности) је важно, јер је примена ових (као и других) квадратурних формула немогућа у случају не мале класе подинтегралних функција које нису дефинисане ван интервала интеграције. Истраживање је базирано како на класичним знањима Математичке анализе, тако и на савременим методама Теорије апроксимација, Нумеричке анализе, Нумеричке интеграције, посебно Теорије усредњених квадратурних формула која се развија у последњем периоду. У једном сегменту свог истраживања и рада Јелена Томановић је испитивала процену грешке израчунавања вишедимензионалних и хиперповршинских интеграла апроксимираних формулама које се конструишу узастопном применом Гаусових квадратура. За процену грешке су конструисане одговарајуће формуле узастопном применом Гаус-Кронродових и уопштених усредњених Гаусових квадратура.

На основу увида у научне резултате истраживања изнетих у докторској дисертацији Јелене Томановић, Комисија је закључила да ова докторска дисертација представља значајан допринос у области Нумеричке анализе, посебно Нумеричке интеграције.

3. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у области Нумеричке анализе, посебно Нумеричке интеграције

На основу увида у постојећа истраживања и научне доприносе из области Нумеричке анализе, посебно Нумеричке интеграције, Комисија сматра да је докторска дисертација Јелене Томановић оригинално научно дело чија тема није била предмет досадашњих истраживања. То је потврђено објављеним научним радовима у часописима са ISI листе, на основу резултата до којих је Јелена Томановић дошла у дисертацији.

4. Преглед остварених резултата рада кандидата у области Нумеричке анализе, посебно Нумеричке интеграције

Јелена Томановић до сада има објављена три рада са ISI листе, један категорије M21 и два категорије M22, једно саопштење са међународног скупа штампано у целини и два саопштења са међународних скупова штампана у изводи, што чини шест библиографских јединица.

Библиографија Јелене Томановић

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

1. D.Lj. Djukić, L. Reichel, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Internality of generalized averaged Gauss rules and their truncations for Bernstein-Segö weights, **Electron. T. Numer. Ana.** 45 (2016), 405-419, ISSN 1068-9613, IF(2016)=0.925, M22;
2. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error Estimates for Certain Cubature Formulae, **FILOMAT** 32:20 (2018), 6893-6902, doi: 10.2298/FIL1820893J, ISSN: 0354-5180, IF(2016)=0.695, M22;
3. D.Lj. Djukić, L. Reichel, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Internality of generalized averaged Gaussian quadrature rules and truncated variants for modified Chebyshev measures of the second kind, **J. Comput. Appl. Math.** 345 (2019), 70-85, doi: 10.1016/j.cam.2018.06.017, ISSN: 0377-0427, IF(2017)=1.632, M21.

Саопштења са међународних скупова штампана у целини (M33):

4. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error Estimates for Some Product Gauss Rules, The Mediterranean International Conference of Pure&Applied Mathematics and Related Areas (**MICOPAM 2018**), Antalya, Turkey, October 26-29, 2018, Proceedings Book of MICOPAM 2018, pp. 67-71, ISBN978-86-6016-036-4.

Саопштења са међународних скупова штампана у изводу (M34):

5. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error Estimates for Certain Cubature Formulae, Approximation and Computation – Theory and Applications (ACTA 2017), Belgrade, Serbia, November 30 – December 2, 2017, Book of Abstracts, p. 27;
6. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error estimates for Certain Cubature Rules, XIV Serbian Mathematical Congress (14SMAK 2018), Kragujevac, Serbia, May 16-19, 2018, Book of Abstracts, pp. 186-188, ISBN978-86-6009-055-5.

5. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Планирани обим истраживачког рада, циљеви, методолошки приступ у остваривању истраживања, који су прецизирани у оквиру поступка предлагања теме докторске дисертације, су реализовани.

6. Научни резултати докторске дисертације

Јелена Томановић има на основу резултата докторске дисертације објавила два рада са ISI листе, оба категорије M22, једно саопштење са међународног скупа штампано у целини и два саопштења са међународних скупова штампана у изводи, што чини пет библиографских јединица.

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

1. D.Lj. Djukić, L. Reichel, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Internality of generalized averaged Gauss rules and their truncations for Bernstein-Segö weights, *Electron. T. Numer. Ana.* 45 (2016), 405-419, ISSN: 1068-9613, IF(2016)=0.925, M22;
2. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error Estimates for Certain Cubature Formulae, *FILOMAT* 32:20 (2018), 6893-6902, doi: 10.2298/FIL1820893J, ISSN: 0354-5180, IF(2016)=0.695, M22.

Саопштења са међународних скупова штампана у целини (M33):

3. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error Estimates for Some Product Gauss Rules, The Mediterranean International Conference of Pure&Applied Mathematics and Related Areas (MICOPAM 2018), Antalya, Turkey, October 26-29, 2018, Proceedings Book of MICOPAM 2018, pp. 67-71, ISBN978-86-6016-036-4.

Саопштења са међународних скупова штампана у изводу (M34):

4. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error Estimates for Certain Cubature Formulae, Approximation and Computation – Theory and Applications (ACTA 2017), Belgrade, Serbia, November 30 – December 2, 2017, Book of Abstracts, p. 27;

5. D.R. Jandrić, M.M. Spalević, J.D. Tomanović, Error estimates for Certain Cubature Rules, XIV Serbian Mathematical Congress (14SMAK 2018), Kragujevac, Serbia, May 16-19, 2018, Book of Abstracts, pp. 186-188, ISBN978-86-6009-055-5.

7. Применљивост резултата у теорији и пракси

Гаусове квадратуре, које су истраживане у овој дисертацији, служе за апроксимацију одређених интеграла. Истраживања из ове докторске дисертације су веома актуелна, како са разних аспеката Математике (Алгебре, Математичке анализе, Комплексне анализе, Функционалне анализе, Теорије мере, Теорије апроксимација, ...), тако и са разних аспеката примене. Осим за процену грешке у Гаусовим квадратурама, значај уопштених усредњених Гаусових квадратура се огледа и у томе што са незнатно више нумеричког напора могу да послуже за тачнија израчунавања од самих Гаусових квадратура. Налазе примену у апроксимацији матричних функција и функционала, анализи електронских мрежа, квантној хромодинамици и статистици, као и у решавању линеарних дискретних слабо-условљених проблема. У једном недавно објављеном чланку ове формуле су искоришћене за испитивање особина како индиректних електронских мрежа (Email, Autobahn, Yeast, Power, Internet, Collab., Facebook,...), тако и директних (Airlines, Celegans, Air500, Twitter, Wikipedia, Slashdot, Vfem,...), а скорије су у једном раду употребљене за убрзавање конвергенције Ланцошевог алгорита за апроксимацију оптичког апсорпционог спектра.

8. Начин презентовања резултата научној јавности

Научни резултати докторске дисертације презентовани су до сада преко саопштења на три међународна скупа, а објављена су и два рада у научним часописима међународног значаја.

ЗАКЉУЧАК

Поднети рукопис докторске дисертације Јелене Томановић под насловом: „Усредњене квадратурне формуле са варијантама и примене” представља оригинални научни рад из области Нумеричке. Приказани резултати су савремени и применљиви у многим гранама науке, и чине основу за будућа истраживања у овој области Нумеричке интеграције.

Квалитет научних резултата ове докторске дисертације верификован је њиховим публикавањем у виду два рада у научним часописима међународног значаја и три саопштења на међународним скуповима.

Сходно наведеном, мишљења смо да су испуњени сви формални и суштински услови за прихватање наведене докторске дисертације као оригиналног научног рада. У том смислу предлажемо Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу да Јелени Томановић одобри јавну одбрану докторске дисертације под наведеним насловом.

У Крагујевцу и Београду

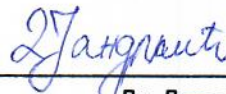
Комисија:



Др Марија Станић, редовни професор, председник комисије
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама



Др Татјана Томовић, доцент
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама



Др Даворка Јандрлић, доцент
Машински факултет, Универзитет у Београду
Ужа научна област: Математика